

Povijest i primjena logističke funkcije: Od rasta populacije do umjetne inteligencije

Igor Fischer, Katharina A. Faust
Klinika za neurokirurgiju,
Heinrich-Heineovo Sveučilište u Düsseldorfu
igor.fischer@med.uni-duesseldorf.de

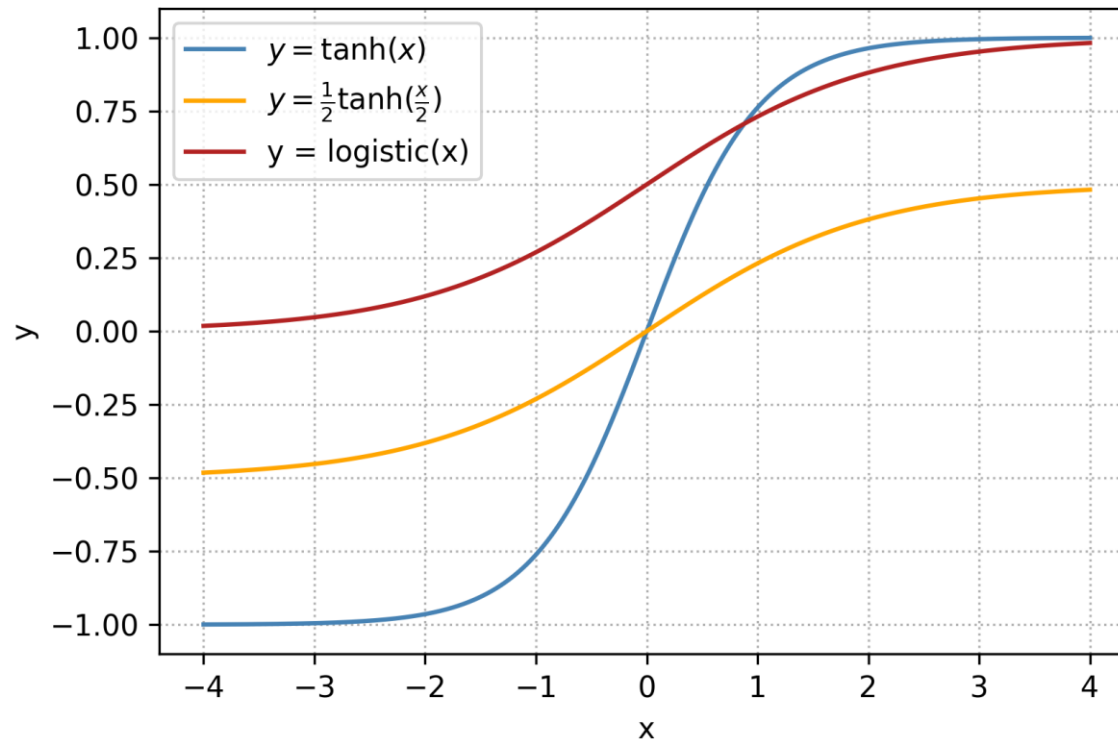


Primjene logističke funkcije

- Rast populacije u ograničenom okolišu
- Zasićenost kemijskih otopina (Hillova jednadžba)
- Razdioba elementarnih čestica po energetske razinama (Fermi-Diracova razdioba)
- Regresija sa binarnim ishodom
- Deskriptivna statistika
- Aktivacijska funkcija umjetnih neurona
- ...



$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \tanh \frac{x}{2}$$



Rast populacije

(Pierre-François Verhulst, 1838-47)

- Za malu populaciju: $\sim$ eksponencijalan
- Blizu graničnog kapaciteta: asimptotski

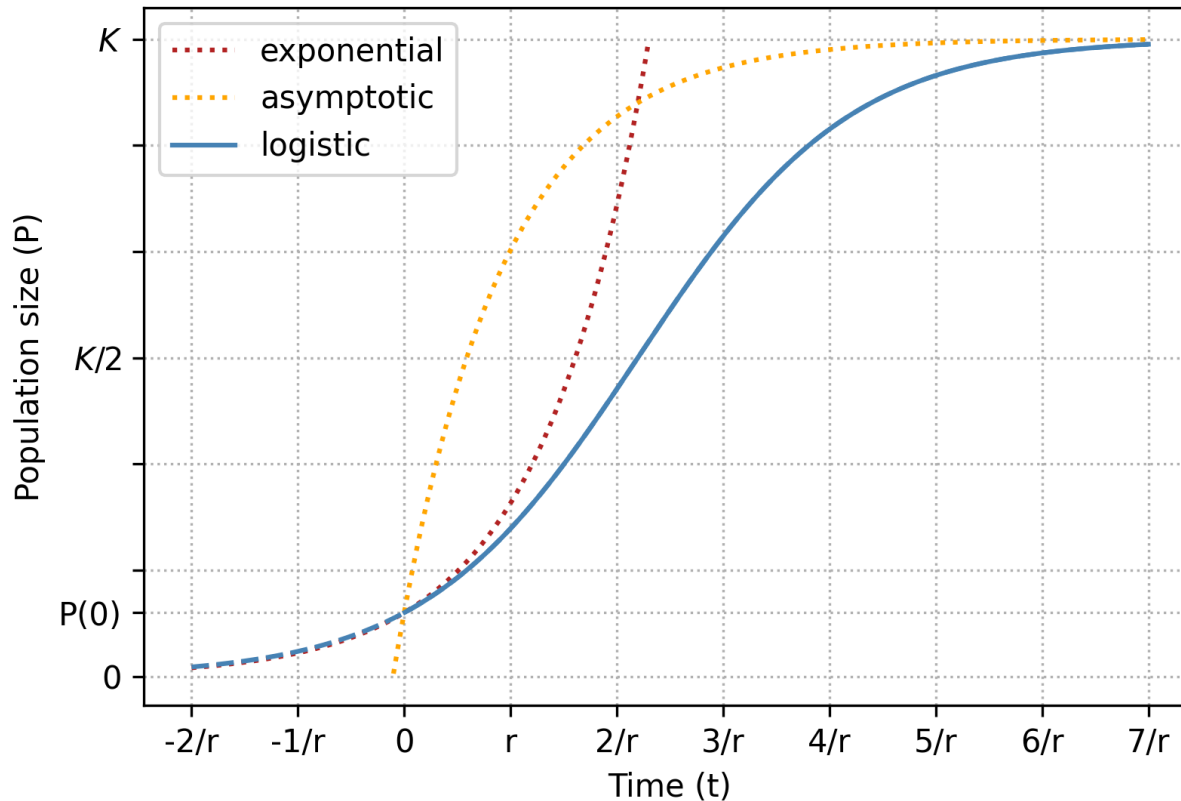
- $\frac{dP}{dt} = rP\left(1 - \frac{P}{K}\right)$

- Rješenje:
$$P(t) = \frac{K}{1 + e^{\ln\left(\frac{K}{P(0)} - 1\right) - rt}}$$



Rast populacije

(Pierre-François Verhulst, 1838-47)

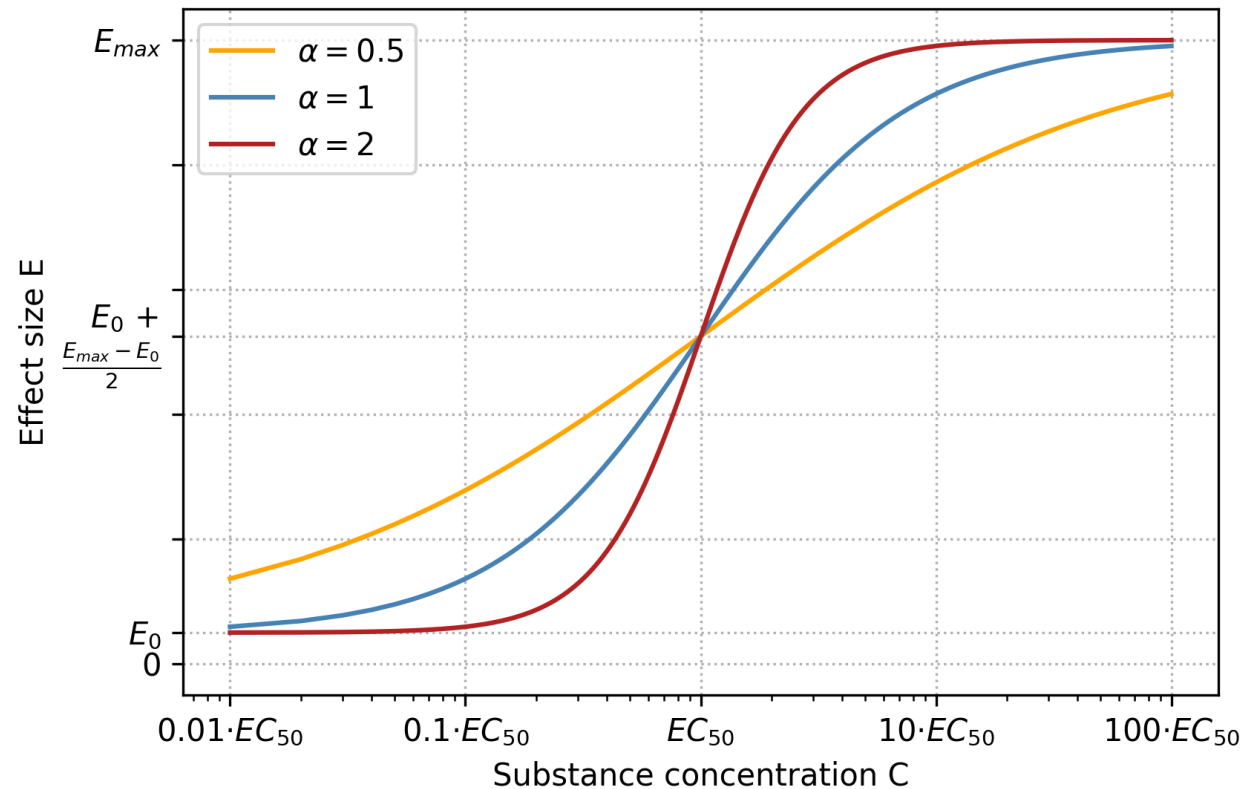


Zasićenost kemijskih otopina (Archibald Vivian Hill, 1910)

- $y = \frac{Kx^n}{1+Kx^n}$
- Preuređeno: $y = \frac{1}{1+e^{-n \ln x - \ln K}}$
- K i n su parametri koji ovise o tvarima
 - npr. za hemoglobin u Na_2HPO_4 :
 $n = 1.67$, $K = 0.0453$



$$E = E_0 + (E_{max} - E_0) \frac{C^\alpha}{EC_{50}^\alpha + C^\alpha}$$



Kvantna fizika

(Enrico Fermi i Paul Dirac, 1926)

- Kako raspodijeliti elementarne čestice po energetskim razinama, poštujući Paulijevo načelo isključenja?
- Kombinatorički problem (+ Stirligova aproksimacija i postupak najveće vjerojatnosti)

$$p(E_s) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_s - \mu}{kT}}}$$

- k = Boltzmannova konst., μ = kemijski potencijal



Logistička regresija

(David Roxbee Cox, 1957-58)

- Modeliranje vjerojatnosti binarnog ishoda u ovisnosti o vanjskim parametrima

- Linearna regresija:

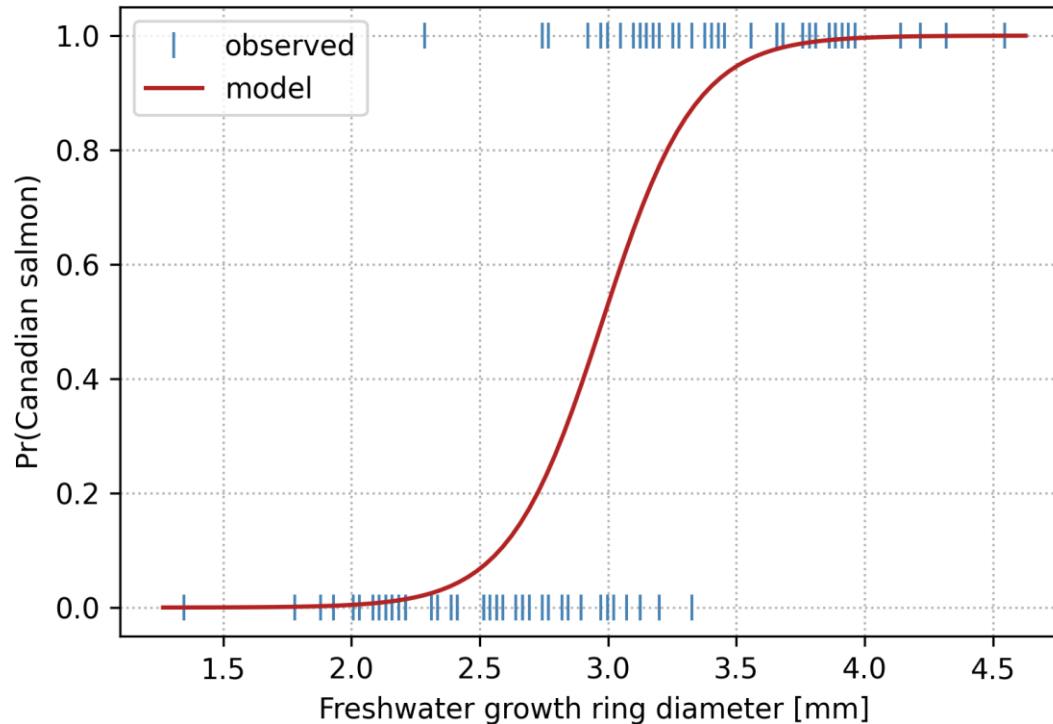
$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_m x_m = \beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x}$$

- Logistička regresija:

$$p = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{x})}}$$



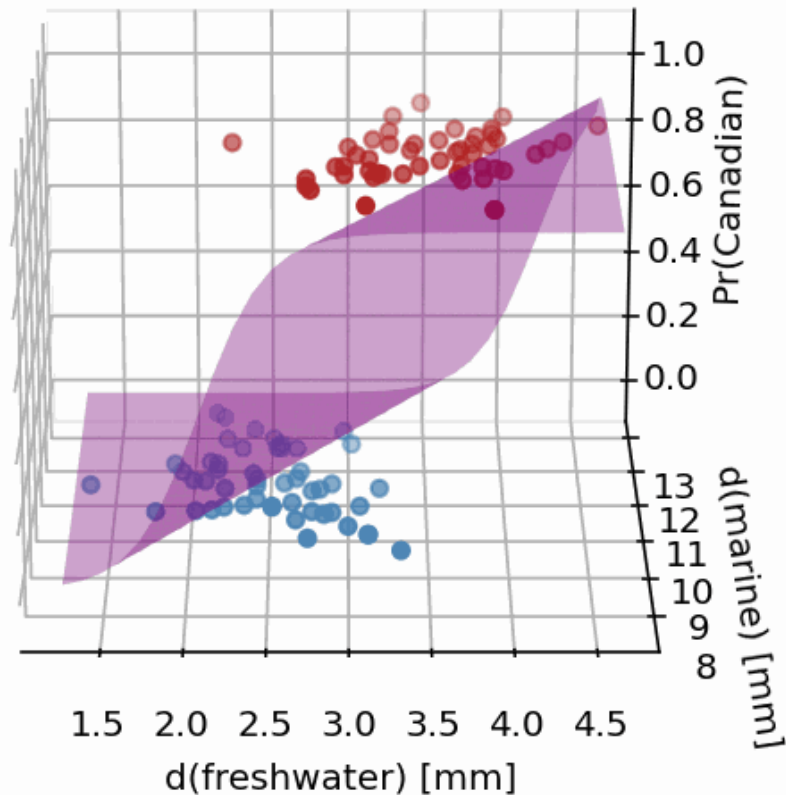
Primjer logističke regresije: Razvrstavanje lososa



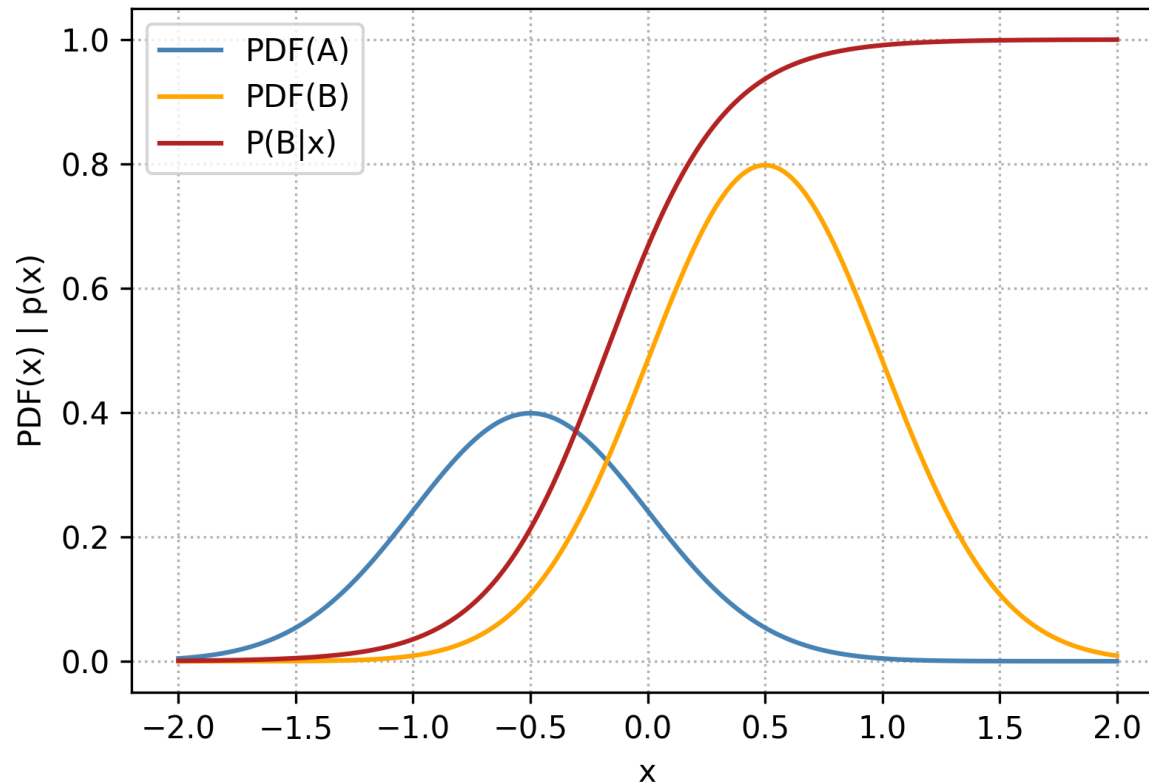
Podaci iz: Johnson and Wichern, „Applied Multivariate Statistical Analysis“, p. 604-5



Logistička funkcija nad 2D podacima



Zašto baš logistička regresija?



Hvala na pažnji

Matematički detalji su
u članku u zborniku

