Berislav Jurković

ELEKTROMOTORNI POGONI

ŠKOLSKA KNJIGA - ZAGREB

Prof. dr. ing. Berislav Jurković

ELEKTROMOTORNI POGONI

ŠKOLSKA KNJIGA
ZAGREB 1978

PREDGOVOR

Nastava električnih strojeva i srodnih kolegija na Elektrotehničkom fakultetu u Zagrebu okupila je u Zavodu za elektrostrojarstvo tog fakulteta grupu stručnjaka s nastavnim iskustvom u toj domeni, koji su i u životu upoznali probleme razvoja, projektiranja, gradnje i primjene tih strojeva. Kako bi se udovoljilo potrebi studenata za udžbenicima na našem jeziku, a ujedno i želji stručnjaka u praksi na području elektrostrojarstva, automatizacije, energetike i ostalim granama primjene električkih strojeva za odgovarajućom literaturom, dogovoreno je izdavanje serije prikladnih sveučilišnih udžbenika. Ta bi serija trebala prikazati današnje stanje teorije, gradnje i korištenja električkih strojeva u opsegu primjerenom za studij, ali i za osvježavanje znanja, upoznavanje razvoja a i kao poticaj za daljnji rad u praksi. Ova knjiga, jedna u nizu najavljenih, pokušava ispuniti taj zadatak prvenstveno u pitanjima korištenja električkih strojeva u industrijskim i sličnim pogonima.

Knjiga »Elektromotorni pogoni«, ovako kako je napisana, daje skup informacija o svojstvima i ponašanju električkih strojeva u statičkim i dinamičkim stanjima elektromotornih pogona i osnovna znanja o uvjetima potrebnim za projektiranje pogona. Pitanja izvorâ energije, zatim regulacijskih svojstava strojeva, kao i pitanja tehnoloških osobina radnih mehanizama obrađena su u potrebnoj mjeri za ispravan pristup rješavanju cjeline nekog elektromotornog pogona. Udžbenički karakter knjige u osnovi je odredio izbor i opseg materije, način izlaganja, primjenu matematičkog aparata, pretpostavljena predznanja itd. U tom je smislu udžbenik dobrim dijelom prilagođen nastavnom planu Elektrotehničkog fakulteta za stjecanje visoke stručne spreme studenata elektrostrojarstva i automatizacije. No u nekim nešto dublje obrađenim poglavljima, posebno kad je riječ o dinamičkim stanjima, poslužit će i studentima na odgovarajućim postdiplomskim studijama.

Fizikalne veličine i u tekstu i na slikama otisnute su kurzivom a jednako tako i faktori odnosno konstante koje označuju odnose među veličinama, dok su kratice jedinica i matematičke oznake tiskane uspravnim slovima. Vektori i simbolički vektori označeni su točkom ili crticom iznad slova gdje god to pridonosi boljem razumijevanju izlaganja.

Smatrao sam da knjiga postaje preglednija otisne li se na svakoj stranici redni broj (npr. 1.3. ili 5.5) potpoglavlja uz njegov skraćeni naziv. Tako taj broj postaje šifra i sastavni dio svake oznake slike, formule ili zadatka na toj stranici, pa se uz njih i ne piše, već se navodi samo tekući broj unutar potpoglavlja. Pri citiranju u istom potpoglavlju navodi se samo taj tekući broj. No kad ima pozivanja na sliku, formulu ili zadatak nekog drugog potpoglavlja, navodi se njegova šifra (npr. »vidi sl. 2.6—4«, ili, »prema relaciji (5.5—53)«).

Na kraju svakog poglavlja dodano je posebno potpoglavlje sa zadacima i njihovim rješenjima. Dok su za određeni broj jednostavnijih zadataka u rješenjima prikazani samo rezultati, za opsežnije zadatke prikazan je (djelomično) i tok rješavanja. Na jednostavnijim zadacima može čitalac provjeriti koliko je

shvatio i usvojio pojedini detalj iz izlaganja. Složeniji zadaci predstavljaju manje tehničke probleme kakvi nastaju u praksi, odakle su dobrim dijelom i preuzeti. Za njih je tipično da zahtijevaju prilikom rješavanja određeno konkretno donošenje odluka (kojom metodom pristupiti rješavanju, koju točnost rezultata smatrati zadovoljavajućom, u kojoj mjeri zanemariti sporedne utjecaje, itd.). To je odlučivanje povezano s određenim iskustvom. Smatrao sam da uputiti čitaoca (studenta!) kako valja odlučivati, i to na stvarnim primjerima, predstavlja sastavni dio namjene ove knjige.

Želio bih, na kraju, zahvaliti prof. dr ing. Radenku Wolfu, inicijatoru izdavanja spomenutog niza knjiga, na uloženom trudu pri čitanju rukopisa i na korisnim sugestijama, asistentu ing. Ivanu Gašparcu na pomoći oko provjere većeg dijela zadataka i asistentu ing. Iliji Gajskom na pomoći pri čitanju teksta i sastavljanju registra pojmova. Također zahvaljujem »Školskoj knjizi« na sudjelovanju u izdavanju ovog udžbenika.

Autor

SADRŽAJ

Strana

1. UVOD 1

1.1. POVIJESNI RAZVOJ ELEKTROMOTORNIH POGONA I NJIHOVA PERSPEKTIVA 1

1.2. OPĆA SVOJSTVA ELEKTROMOTORNOG POGONA 4

1.3. OSNOVNI POJMOVI — DEFINICIJE 5

1.3.1. Osnovna stanja elektromotornih pogona — karakter momenata 5

1.3.2. Radni i kočni režimi elektromotornih pogona 9

1.3.3. Statička i dinamička stanja elektromotornih pogona . . . 11

1.4. UPOTRIJEBLJENE JEDINICE 13

1.5. ZADACI I PROBLEMI 14

1.5.1. Zadaci 14

1.5.2. Rješenja 14

2. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA 17

2.1. MEHANIČKE KARAKTERISTIKE RADNIH MEHANIZAMA . . 17

2.1.1. Općenito o mehaničkim karakteristikama elektromotora . 18

2.2. STATIČKO STANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM NEZAVISNO (POREDNO) UZBUĐENIM MOTOROM 19

2.2.1. Kočna stanja elektromotornih pogona s istosmjernim nezavisno (poredno) uzbuđenim motorom 24

2.3. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM SERIJSKI UZBUĐENIM MOTOROM 28

2.3.1. Kočna stanja elektromotornih pogona s istosmjernim serijski uzbuđenim motorom 34

2.4. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM KOMPAUNDIRANIM MOTORIMA 37

2.4.1. Kočna stanja elektromotornih pogona s istosmjernim kompaundiranim motorima 38

2.5. STATIČKA STANJA ISTOSMJERNOG MOTORA S POREDNIM OTPORIMA 41

2.5.1. Mehaničke karakteristike nezavisno uzbuđenih motora s porednim otporima 42

2.5.2. Mehaničke karakteristike serijski uzbuđenih motora s porednim otporima 44

2.6. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ASINHRONIM MOTORIMA 49
2.6.1. Kočna stanja elektromotornih pogona s asinhronim motorima 53
2.7. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA SA SINHRONIM MOTORIMA 63
2.7.1. Kočna stanja elektromotornih pogona sa sinhronim motorima 66
2.8. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S IZMJENIČNIM KOLEKTORSKIM STROJEVIMA 67
2.8.1. Mehaničke karakteristike jednofaznih serijskih kolektorskih motora 67
2.8.2. Mehaničke karakteristike trofaznih kolektorskih porednih motora, napajanih s rotorske strane 79
2.9. TEHNIČKO-EKONOMSKA RAZMATRANJA O MOTORU ELEKTROMOTORNOG POGONA S TRAJNIM REŽIMOM RADA . . 85
2.9.1. Određivanje snage motora pri pogonu u trajnom radu . . 85
2.9.2. Osnovni odnosi fizikalnih i ekonomskih parametara elektromotora 87
2.9.3. Ekonomski zakoni gradnje električkih strojeva 90
2.9.4. Težine i cijene raznih vrsta motora 97
2.10. ZADACI I PROBLEMI 99
2.10.1. Zadaci 99
2.10.2. Rješenja 106

3. OSNOVE DINAMIKE ELEKTROMOTORNIH POGONA 133
3.1. TRAJANJE MEHANIČKIH PRIJELAZNIH POJAVA ELEKTROMOTORNIH POGONA 137
3.2. REDUCIRANJE MEHANIČKIH VELIČINA 139
3.3. UTJECAJ PROMJENLJIVOG MOMENTA TROMOSTI 143
3.4. GUBICI ENERGIJE U DINAMIČKIM STANJIMA ELEKTROMOTORNIH POGONA 150
3.4.1. Gubici asinhronog motora u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona 150
3.4.2. Gubici istosmjernog motora u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona 153
3.4.3. Utjecaj gubitaka energije u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona 155
3.5. STATIČKA STABILNOST ELEKTROMOTORNOG POGONA . . 156
3.6. ZADACI I PROBLEMI 159
3.6.1. Zadaci 159
3.6.2. Rješenja 163

4. PRILAGOĐIVANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA RADNOM MEHANIZMU I IZVORU ENERGIJE 177

4.0. OPSEG PODEŠAVANJA BRZINE VRTNJE ELEKTROMOTORNIH POGONA 177

4.1. SPAJANJE I PODEŠAVANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM MOTORIMA 180

4.1.1. Elektromotorni pogon s nezavisno (poredno) uzbuđenim istosmjernim motorom upravljan pomoću radnih otpora . . 181

4.1.2. Elektromotorni pogon nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom upravljan naponom izvora 183

4.1.3. Elektromotorni pogon nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom u buster—spoju 193

4.1.4. Elektromotorni pogon sa serijski uzbuđenim istosmjernim motorima upravljan radnim otporima 194

4.1.5. Elektromotorni pogon sa serijski uzbuđenim istosmjernim motorima upravljan naponom izvora 196

4.1.6. Principi impulsnog upravljanja istosmjernim strojevima priključenima na istosmjernu mrežu 198

4.1.7. Elektroničko impulsno upravljanje istosmjernim strojevima napajanima iz istosmjerne mreže 206

4.1.8. Elektroničko impulsno upravljanje istosmjernim strojevima napajanima iz izmjenične mreže 214

4.2. SPAJANJE I PODEŠAVANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA S ASINHRONIM MOTORIMA 227

4.2.1. Podešavanje brzine vrtnje asinhronog motora pomoću otpora u rotorskom krugu 227

4.2.2. Podešavanje brzine vrtnje asinhronih motora preklapanjem polova 231

4.2.3. Podešavanje brzine vrtnje asinhronih motora promjenom frekvencije 234

4.2.4. Impulsno upravljanje asinhronim strojevima 239

4.3. POKRETAČI (UPUTNICI) 247

4.3.1. Definiranje pojmova — propisi o dimenzioniranju pokretača 247

4.3.2. Određivanje otpora pokretača za istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor 250

4.3.3. Pokretači za asinhrone kolutne motore 254

4.3.4. Određivanje otpora pokretača za istosmjerni serijski uzbuđeni motor 260

4.4. SPAJANJE I PODEŠAVANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA SA SINHRONIM MOTORIMA 264

4.4.1. Podešavanje brzine vrtnje sinhronih motora prespajanjem polova 265

4.4.2. Podešavanje brzine vrtnje elektromotornih pogona sa sinhronim motorom pomoću promjene frekvencije 267
4.4.3. Dovođenje elektromotornog pogona sa sinhronim motorom na radnu (sinhronu) brzinu vrtnje 268
4.5. VIŠEMOTORNI POGON — PRILAGOĐIVANJE ELEKTROMOTORNOG POGONA POTREBAMA RADNOG MEHANIZMA . . 275
4.5.1. Elektromotorni pogon s dva elektromotora na jednoj osovini 275
4.5.2. Dvomotorni pogon asinhronim motorima sa zakretanjem statora 277
4.6. ELEKTRIČNE OSOVINE 281
4.6.1. Električna osovina s pomoćnim asinhronim motorima . . 281
4.6.2. Sinhronizacija asinhronih motora zajedničkim otpornikom u rotorskom krugu 284
4.6.3. Električne osovine sa sinhronim pomoćnim strojevima . . 290
4.6.4. Električne osovine s istosmjernim motorima 290
4.7. KASKADNI SPOJEVI ASINHRONIH MOTORA 292
4.8. ZADACI I PROBLEMI 296
4.8.1. Zadaci 296
4.8.2. Rješenja 304

5. DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA 347
5.1. NEKA DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM MOTORIMA 347
5.1.1. Mehanička dinamička stanja elektromotornog pogona s nezavisno (poredno) uzbuđenim istosmjernim motorom . . . 348
5.1.2. Elektromehanička vremenska konstanta 353
5.1.3. Elektromehanička dinamička stanja elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom 355
5.1.4. Dinamička stanja Leonardova agregata 363
5.1.5. Promjene opterećenja pri pogonu s nezavisno (poredno) uzbuđenim motorom — udarci tereta 372
5.1.6. Pulzirajuće opterećenje elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom 385
5.1.7. Neka pitanja o gubicima energije u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona s istosmjernim motorima 398
5.1.8. Forsiranje u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona 402
5.2. NEKA DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ASINHRONIM MOTORIMA 405
5.2.1. Grafičko i grafoanalitičko rješavanje dinamičkih stanja elektromotornih pogona 408
5.2.2. Mehanička dinamička stanja elektromotornog pogona s asinhronim motorom 411
5.2.3. Promjene opterećenja pri pogonu s asinhronim motorom — udarci tereta 419

5.2.4. Pulzirajuće opterećenje elektromotornog pogona s asinhronim motorom 426
5.2.5. Dinamička stanja teških elektromotornih pogona s asinhronim motorima 428
5.3. DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA SA SINHRONIM MOTORIMA 433
5.3.1. Promjene opterećenja (nagle) u elektromotornim pogonima sa sinhronim motorom 434
5.3.2. Elektromotorni pogon sa sinhronim motorom opterećen pulzirajućim teretom 442
5.4. MJERE KOJIMA SE SMANJUJU GUBICI U DINAMIČKIM STANJIMA ELEKTROMOTORNIH POGONA 449
5.5. DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA I ZAKONI SLIČNOSTI ELEKTROMOTORA 458
5.5.1. Usporedbe pokazatelja dinamičkih stanja za strojeve jednake snage, a različite brzine vrtnje 460
5.5.2. Usporedbe pokazatelja dinamičkih stanja za strojeve različitih snaga, a jednake brzine vrtnje 471
5.5.3. Usporedbe pokazatelja dinamičkih stanja za jednake strojeve s vanjskim i unutrašnjim rotorom 474
5.5.4. Zaključci o prednostima motora različitih svojstava za elektromotorne pogone s dinamičkim stanjima 477
5.6. DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNOG POGONA I NAZIVNI PARAMETRI ELEKTROMOTORA 477
5.7. DINAMIČKA STABILNOST ELEKTROMOTORNIH POGONA 482
5.7.1. Proširenje uvjeta statičke stabilnosti elektromotornog pogona 483
5.8. ZADACI I PROBLEMI 485
5.8.1. Zadaci 485
5.8.2. Rješenja 496

6. IZBOR MOTORA ZA ELEKTROMOTORNI POGON 543

6.1. TEORIJA ZAGRIJAVANJA ELEKTRIČNIH STROJEVA KAO OSNOVA PRI IZBORU ELEKTROMOTORA 544
6.1.1. Metoda srednje vrijednosti gubitaka 549
6.1.2. Metoda ekvivalentne struje 554
6.1.3. Metoda ekvivalentnog momenta 559
6.1.4. Metoda ekvivalentne snage 561
6.2. VRSTE TIPIČNIH OPTEREĆENJA U ELEKTROMOTORNIM POGONIMA 562
6.2.1. Kratkotrajni pogon (opterećenje) 563
6.2.2. Isprekidani ili intermitirani (elektromotorni) pogon (*S*3) . 565
6.2.3. Intermitirani pogoni s utjecajem dinamičkih stanja (*S*4) i (*S*5) 568

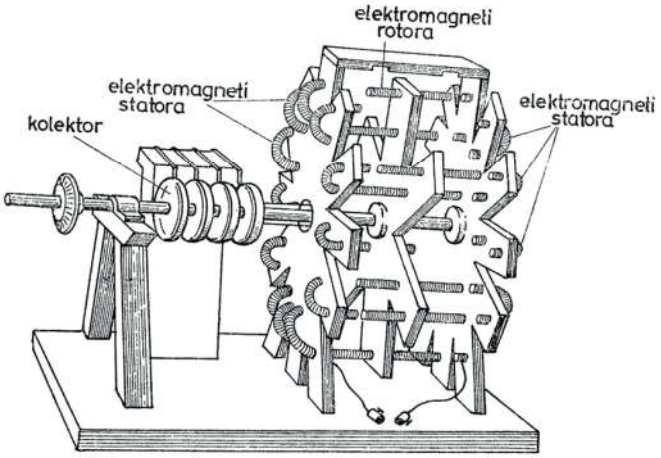
6.2.4. Trajni pogon s intermitiranim opterećenjem (*S6*) 569
6.2.5. Pogoni u trajnom radu sa znatnim utjecajem gubitaka u dinamičkim stanjima 571
6.3. DOPUŠTENI BROJ CIKLUSA OPTEREĆENJA KAVEZNIH ASINHRONIH MOTORA 574
6.4. IZBOR NAPONA MOTORA ZA ELEKTROMOTORNI POGON . 576
6.5. UTJECAJ OKOLINE NA IZBOR ELEKTROMOTORA 578
6.5.1. Izbor (dimenzioniranje) motora s obzirom na temperaturu okoline i visinski smještaj 578
6.5.2. Izbor (dimenzioniranje) motora za rad u eksplozivnoj atmosferi (okolini) 583
6.5.3. Izbor motora za elektromotorne pogone u posebnoj okolini (koja ne zahtijeva posebno termičko dimenzioniranje) . . 588
6.6. ZADACI I PROBLEMI 588
6.6.1. Zadaci 588
6.6.2. Rješenja 595

7. PRINCIPI ZAŠTITE ELEKTROMOTORNIH POGONA 623
7.1. ZAŠTITA OD PREOPTEREĆENJA 624
7.1.1. Zaštita osiguračima 625
7.1.2. Zaštita bimetalnim i prekostrujnim relejima 626
7.1.3. Termička ili temperaturna zaštita 629
7.1.4. Zaštita visokonaponskih motora 631
7.2. ZAŠTITA OD SMETNJI KOJE POTJEČU IZ NAPOJNE MREŽE 633
7.2.1. Smetnje zbog nestandardnog oblika napona 633
7.2.2. Smetnje zbog promjenljive visine napona 634
7.2.3. Smetnje zbog nesimetrije trofazne mreže 636
7.2.4. Ostale smetnje iz mreže — ponovno ukapčanje 636
7.3. ZAŠTITA OD SMETNJI IZAZVANIH DJELOVANJEM OKOLINE ILI KARAKTERA TEHNOLOŠKE SREDINE 644
7.3.1. Zaštita u okolini s eksplozivnim smjesama 645
7.4. ZADACI I PROBLEMI 646
7.4.1. Zadaci 646
7.4.2. Rješenja 648

1. UVOD

1.1. POVIJESNI RAZVOJ ELEKTROMOTORNIH POGONA I NJIHOVA PERSPEKTIVA

Mehanički je rad osnova proizvodnosti ljudskog društva. Što veća količina mehaničkog rada proizvedenoga strojevima otpada na pojedinca, to je viši životni standard promatrane zemlje. Materijalna podloga naglog razvoja i napretka čovječanstva u posljednja dva stoljeća počiva upravo na činjenici da su pronađena tehnička rješenja kojima se rezerve energije sadržane u prirodi mogu pretvoriti u koristan mehanički rad.



Sl. 1. Jacobijev motor kojim je ostvaren prvi elektromotorni pogon

Strojevi za proizvodnju mehaničkog rada — motori — pokreću se danas uglavnom vodnom, toplinskom ili električnom energijom. Najstariji motori s pogonom na paru ili vodu zbog razvoja tehnike sve više ustupaju mjesto električnim motorima i motorima s unutrašnjim izgaranjem. Električni je motor povijesno najmlađi među strojevima za proizvodnju mehaničkog rada. Prvi elektromotorni pogon ostvario je Jacobi 1838. godine, tjerajući primitivnim elektromotorom čamac s 14 osoba po Nevi u Lenjingradu (vidi sl. 1). Razvoj i upotreba elektromotora tekli su vrlo brzo, pa on potiskuje ostale motore gdje god je to moguće. Dok je još 1890. godine udio elektromotora u ukupnoj instaliranoj snazi svih motora iznosio 5%, penje se taj postotak već 1927. godine na 75%, a danas na više od 90%. Taj njegov nagli razvoj i potiskivanje ostalih davalaca mehaničkog rada temelje se na izvanrednim tehničkim svojstvima i ekonomičnosti elektromotornog pogona. Najbolje dokaze o tome pruža tehnička praksa jer se elektromotor uvodi i u takve po-

gone gdje je već drugim motorom ostvareno iskorištavanje mehaničkog rada, npr. kod dizelske električne lokomotive ili dizelsko-električne i turbinsko-električne propulzije brodova. Pa i u cestovnom prometu, gdje danas dominiraju toplinski motori s unutrašnjim izgaranjem, neprestano se istražuju mogućnosti upotrebe elektromotora.

Elektromotorni su pogoni u svom razvoju prošli nekoliko faza, karakteriziranih razvijenošću proizvodnih snaga i adekvatnih tehničkih sredstava.

Prvi elektromotorni pogoni bili su vrlo jednostavni, kao i sami elektromotori. Motori su u trajnom stacionarnom pogonu tjerali radni mehanizam konstantnom brzinom vrtnje. Zaletu motora posvećivalo se samo toliko pažnje koliko je to imalo značenja za dovođenje pogona u radnu brzinu. Pogon s trajnijim dinamičkim stanjima nije se upotrebljavao. U toj, prvoj fazi, koja se vremenski približno poklapa s prošlim stoljećem, dominantnu su ulogu imali motori istosmjerne struje. Uz slabe energetske izvore i ograničenost prostornog dometa istosmjerne mreže, elektromotorni je pogon osim male tehničke mogućnosti bio karakteriziran i relativno visokom cijenom mehaničkog rada.

S razvojem tehnike općenito rasla je i upotreba elektromotornog pogona za sve veći broj radnih mehanizama. Revolucionarni obrat donosi (trofazni) izmjenični sistem s jeftinim asinhronim motorom, za što je najviše zaslužan Nikola Tesla. Mogućnost porasta snage energetskih izvora (generatora) povećana je približno stotinu puta, daljina dometa (prijenos) energije više od tisuću puta, elektromotor pojeftinjuje od dva do tri puta, čime je stvoren snažan poticaj za razvoj elektromotornih pogona. Asinhroni motor potiskuje istosmjerni u postojećim jednostavnim elektromotornim pogonima. To su osnovne karakteristike razvoja u drugoj fazi, za približno prvih 40 godina ovog stoljeća. Tad se elektromotorni pogon već masovno upotrebljava, a ujedno se pojavljuju zahtjevi i za njegovim složenijim izvedbama, u kojima bi mehanički rad bio određene kvalitete, vremenski i količinski programiran novim radnim mehanizmima. Sve više elektromotornih pogona obavlja različite cikluse radnih operacija u kojima nastupaju raznovrsna dinamička stanja (zaleti, kočenja, ubrzanja), a ponekad i samo dinamička stanja kod kojih je elektromotor stalno u prijelaznoj pojavi. Slabosti asinhronih motora u takvim pogonima promjenljive brzine vrtnje rješavaju se djelomično uz pomoć (vrlo skupih) izmjeničnih kolektorskih strojeva, koji se mogu izravno priključiti na izmjeničnu mrežu, a dijelom zadržavanjem i daljim razvojem istosmjernih elektromotornih pogona.

To posebno vrijedi za neke grane industrije i prometa (brodarstvo, metalurgija, vuča), gdje su prednosti promjenljive brzine vrtnje nadmašivale nedostatak — znatno veću cijenu istosmjernih elektromotornih pogona. Masovna upotreba elektromotornog pogona u toj fazi dovodi do gradnje specijalnih vrsta ili nizova elektromotora namijenjenih pojedinim vrstama elektromotornih pogona. S vremenom nastaje i obrat. Tehničko usavršavanje gradnje elektromotora otvara nove mogućnosti da se skrate i poboljšaju tehnološki procesi koje elektromotorni pogon obavlja. Uz razne vrste normalnih i specijalnih motora razvijaju se i upravljački elementi elektromotornog pogona, iz čega je poslije nastao sistem (automatske) regulacije i automatizacije pojedinih operacija, radnih procesa, a (uskoro) i cijelih tvornica.

Treća faza razvoja elektromotornog pogona povezana je s pojavom mogućnosti da se istosmjerni motor preko ispravljača priključi na izmjeničnu mrežu, što se vremenski poklapa i s pojavom jačeg napretka automatike. Kombinacija jeftinoga

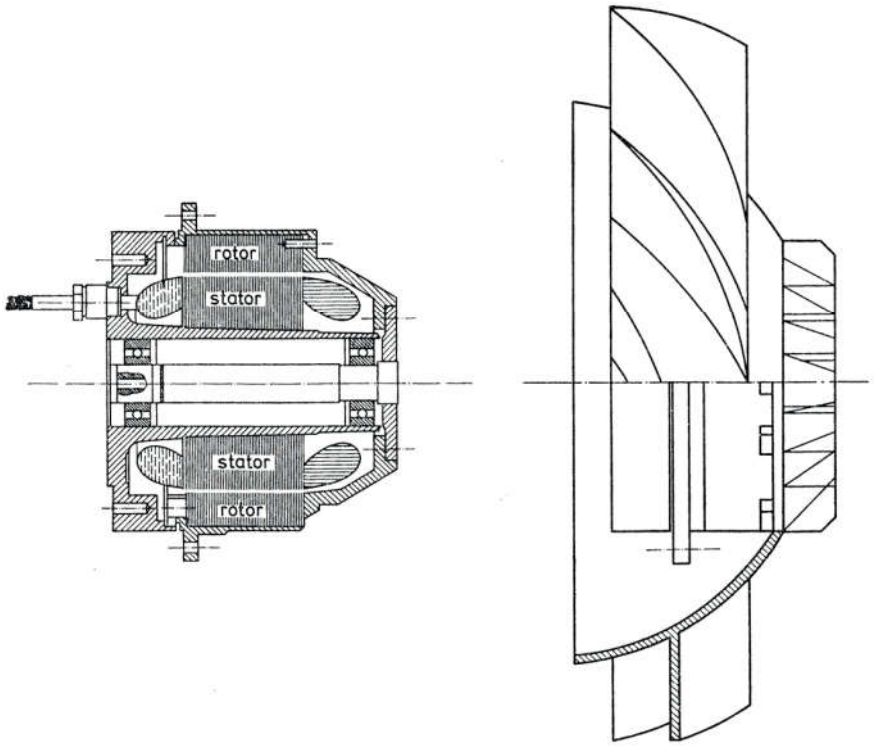
izmjeničnog transporta električne energije s dobrim regulacijskim osobinama istosmjernih strojeva osnovica je za relativno jeftinu mogućnost programskog upravljanja elektromotornim pogonom. Posebni impuls tom razvoju daje razvoj ispravljača, elementa koji izmjeničnu mrežu spaja s istosmjernim motorom. Iako jeftini asinhroni motori zadržavaju svoje značenje u svim jednostavnijim elektromotornim pogonima (a to je još uvijek većina, i po broju i po količini mehaničkog rada), istosmjerni strojevi ponovno osvajaju dio izgubljena terena. Tako sve više potiskuju iz upotrebe izmjenične kolektorske motore, a prodiru i u nova područja upravljanih, automatiziranih elektromotornih pogona. U ovoj fazi usavršavanje električnog dijela snažno utječe na razvoj radnih mehanizama, pa se u velikom broju industrija postižu nekad neslućeni rezultati u produktivnosti i kvaliteti proizvodnje.

U ovoj razvojnoj fazi nameću se stoga i potrebe za velikom snagom pojedinih jedinica elektromotornog pogona, ponegdje do tehničke (čak i teorijske) granice. U najnovije vrijeme pojavljuju se zahtjevi i preko tih granica, kao u području reguliranih elektromotornih pogona s istosmjernim motorima, kojima je granična snaga niska. Dok je kod izmjeničnih strojeva moguće postići na stotine megavata u jednoj jedinici, za istosmjerne sporohodne (do 300 $\min^{-1}$) ograničuje se to na oko 10 MW, a kod brzohodnih na još znatno manje: $P_{gr} \doteq \frac{3 \cdot 10^3}{n}$ [MW]. Pri 3 000 $\min^{-1}$ ta je granica svega 1 000 kW. U toj domeni istosmjerni će motor već u bliskoj budućnosti postati kočnica razvoja proizvodnosti, pa se traže nova rješenja.

Svim trima dosadašnjim fazama ipak je zajednička karakteristika u tome što se elektromotor prilagođuje elektromotornom pogonu uz pomoć izrade specijalnih motora za specijalne svrhe, pri čemu se nije ozbiljnije ulazilo u transformacije energetskog izvora. Doduše, već se u drugoj fazi (Leonardovim agregatom) izmjenična mreža pretvara u istosmjernu i ta se pretvorba, na osnovi ispravljača, u trećoj fazi još više širi, ali je ta tehnika još uvijek ograničena na regulirane i automatizirane elektromotorne pogone. U budućnosti se može očekivati da će se princip transformacije mreže proširiti na sve one elektromotorne pogone gdje god je potrebna bilo kakva promjena brzine vrtnje. Najviše današnjih tehničkih istraživanja ide u pravcu kombinirane pretvorbe izmjenične mreže pomoću tiristora u *izmjeničnu mrežu bilo kakve promjenljive frekvencije*. Jeftini izmjenični (asinhroni ili sinhroni) motori upravljani frekvencijom dobivaju na taj način regulacijska svojstva istosmjernih motora sa širokim opsegom regulacije (slično istosmjernim motorima u Leonardovu spoju). Tako se postiže priključak najekonomičnijeg i najjednostavnijeg motora na najekonomičniju mrežu, i to, prema stanju današnje tehnike, gotovo bez gubitaka zbog transformacije mreže. Problem takva pogona zapravo je u visokoj cijeni ventila i regulacijskog uređaja tako reguliranog izvora napajanja. Ipak, povoljno se rješenje može očekivati u budućnosti jer se gotovo ni na jednome drugom polju tehnike ne ulažu tolika sredstva u istraživanje. To se već odražava osobito na području tiristora, kojima su se cijene proteklih godina smanjile nekoliko puta uz istodobno mnogostruko povećanje tehničkih kvaliteta. Ipak su takvi pogoni danas još znatno skuplji od klasičnih i opravdani su samo ondje gdje snage premašuju granične mogućnosti istosmjernog stroja, npr. u kontinuiranim valjaoničkim žičnim prugama velike snage i kapaciteta. Po svemu izgleda da budućnost donosi eru široke automacije procesa i cijelih tvornica, s osnovnim elementom jednostavnim trofaznim motorom i širokom primjenom transfiguracije priključnog napona.

1.2. OPĆA SVOJSTVA ELEKTROMOTORNOG POGONA

Tri su osnovne prednosti po kojima elektromotori nadmašuju ostale davaoce rada. To je vrlo visoka ekonomičnost (korisnost do 98%), zatim neposredna spremnost za pogon uz puno opterećenje, te izvanredna prilagodljivost radnom mehanizmu, tehnološkom procesu i općim uvjetima okoline. Konstrukcijske mogućnosti su velike. Elektromotori se mogu proizvoditi za široku skalu brzina vrtnje, za konstantni i trajni moment, za kratkotrajne, a i trajnije visoke preopteretivosti, zatim razne posebne radne režime, uvjete zagađene atmosfere, pune vlage, agresivnih i eksplozivnih plinova i prašine. Pojedinim vrstama elektromotora može se podešavati brzina vrtnje u širokim granicama uz vrlo jednostavne vanjske elemente. Oni se mogu automatski regulirati ovisno o raznim parametrima tehnološkog procesa, ili se upravljaju po zadanim programima, ako im se dodaju odgovarajući regulacijski ili upravljački elementi. Jedan radni proces može se ostvariti bilo s jednim, bilo s više motora, a jednako se tako za više radnih procesa upotrebljava jedan ili više motora. Mogu se i pojedini radni procesi međusobno grupirati i njima upravljati. Tome znatno pridonosi relativno mala mehanička i električka tromost elektromotora, a i općenita mogućnost po volji fine raspodjele električne energije, uz njezin jednostavan dovod, vrlo ekonomičan i posebno tehnički prikladan. Uz to je potrošenu energiju lako mjeriti, a pogon je čist, ugodan i jednostavan za posluživanje. Prednost koju donosi mogućnost da se iskorištavaju jeftini izvori energije dijelom se gubi u zračnom i cestovnom prometu, gdje danas prevladavaju motori s unutrašnjim izgaranjem, ali su i tu nezamjenjivi neki pomoćni elektromotorni pogoni, uglavnom za pokretanje i upravljanje.



Sl. 1. Ventilator s motorom ugrađenim kao glavčina ventilatora

Svaki se elektromotorni pogon sastoji od četiri osnovna elementa:

1. radni mehanizam — stroj koji obavlja radni proces;
2. elektromotor — koji daje mehaničku energiju radnom mehanizmu;
3. spojni elementi među radnim mehanizmom i elektromotorom (spojke, remenice itd.);
4. priključni i upravljački elementi, kojima se elektromotorni pogon priključuje na izvor električne energije, odnosno upravlja procesom s električke strane.

Ponegdje se gubi neki od elemenata, kad su npr. radni mehanizam i elektromotor »urasli« jedan u drugi, kao na sl. 1, koja prikazuje elektromotorni pogon ventilatora. Unutrašnji dio motora miruje, a vanjski se vrti. Cijeli motor ujedno služi kao glavčina ventilatora, na koju se navlači ventilatorsko kolo.

1.3. OSNOVNI POJMOVI — DEFINICIJE

Za svaki elektromotorni pogon vrijedi u svakome pogonskom trenutku uvjet da se poništava zbroj svih mehaničkih (okretnih) momenata na spoju elektromotora i radnog mehanizma:

$$\Sigma M = 0. \tag{1}$$

Taj se uvjet često izražava kao:

$$M_m = M_t + M_u, \tag{1.a}$$

gdje je M_m moment motora na osovini, M_t moment tereta kojim radni mehanizam djeluje na osovinu, a M_u moment ubrzanja (ili usporenja) što se uslijed momenta tromosti cijeloga elektromotornog pogona pojavljuje na osovini. Pojedini od tih momenata mogu različito djelovati na stanje elektromotornog pogona.

1.3.1. Osnovna stanja elektromotornih pogona — karakter momenata

Vrtnja cijeloga elektromotornog pogona u smjeru motorskoga okretnog momenta M_m karakterizira njegovo motorsko pogonsko stanje. Pri tome su moguća tri slučaja:

a) brzina vrtnje raste — moment motora M_m nadvladava moment tereta M_t i moment ubrzanja M_u ubrzava pogon;

b) brzina vrtnje je konstantna — motorski moment M_m jednak je momentu tereta M_t — pogon je u stacionarnom stanju ($M_u = 0$);

c) brzina vrtnje opada — moment tereta M_t nadvladava moment motora M_m i moment ubrzanja M_u usporava pogon ili ga koči.

Vrtnja cijeloga elektromotornog pogona suprotno smjeru motorskoga okretnog momenta M_m karakterizira generatorsko pogonsko stanje elektromotora, pa i elektromotornog pogona. I tu su moguća tri slučaja:

e) brzina vrtnje raste — moment tereta M_t nadvladava (generatorski) moment motora M_m, i moment ubrzanja M_u (usporenja) koči, ali nedovoljno uspješno;

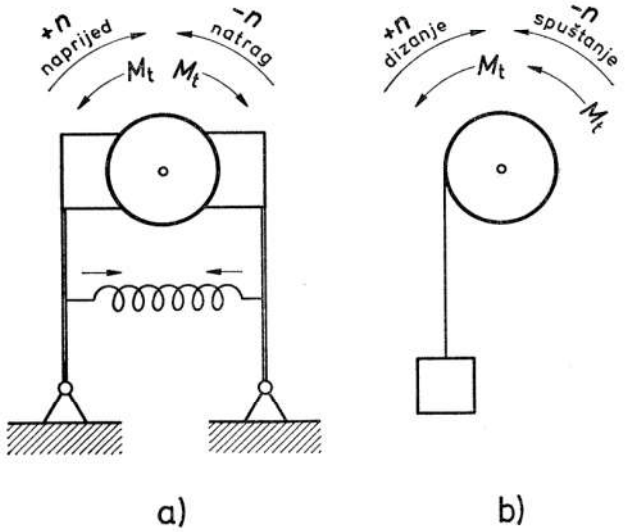
f) brzina vrtnje je konstantna — moment tereta M_t i moment motora M_m jednakog su iznosa — pogon je u stacionarnome kočnom stanju ($M_u = 0$);

g) brzina vrtnje pada — moment tereta M_t manji je od momenta motora i moment ubrzanja M_u uspješno koči.

Posljednja tri stanja mogu se dobro predočiti elektromotornim pogonom električnog vlaka na nizbrdici kad se koči samo motorima. Na velikoj nizbrdici dolazi do slučaja e), kad usprkos kočenju motorima (koji rade kao generatori) i suprotstavljanju mase ubrzavanju, veliki moment tereta ipak ubrzava vlak. Prijeđe li se na nešto manju strminu, takvu da je moment tereta vlaka upravo jednak onome kojim se motori (spojeni kao generatori) opiru vrtnji, vrijedi slučaj f). Na još manjoj nizbrdici motor se svojim »generatorskim« momentom uspješno opire i smanjenom momentu tereta M_t i ustrajnosti mase reprezentirane momentom M_u pa nastupa slučaj g).

Sva nabrojena pogonska stanja, i motorska i generatorska, posljedice su karaktera pojedinih momenata.

Moment ubrzanja (usporenja) M_u kao izraz ustrajnosti mase opire se svakoj promjeni brzine vrtnje — tipično je reaktivan.



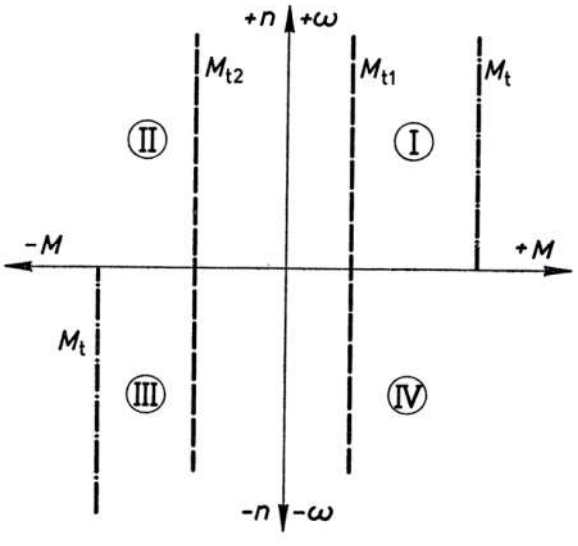
Sl. 1. Djelovanje momenta tereta: a) reaktivni moment tereta; b) potencijalni moment tereta

Karakter momenta tereta M_t različit je kod raznih radnih mehanizama. U nekih je tipično reaktivan — opire se svakom kretanju, kao kod valjaoničkog stana, ventilatora, struga, centrifuge, vučnog vozila na ravnoj podlozi i uopće u svih radnih mehanizama koji obavljaju neki rad povezan s trenjem. U drugih radnih mehanizama on je tipično potencijalan — želio bi okretati radni mehanizam pod utjecajem svog položaja. Moment tereta kod dizalice teži spuštanju tereta, vučno vozilo na padini kretanju niz padinu itd. Sl. 1. prikazuje razliku djelovanja reaktivnog i potencijalnog momenta tereta.

Moment elektromotora M_m u određenom stanju održava ravnotežu momenata prikazanu relacijom (1). Svaki električni stroj može raditi bilo kao motor, bilo kao generator, pa moment elektromotora ili tjera (motorski rad) ili koči radni mehanizam.

Elektromotorom je, dakle, moguće postizati razna pogonska stanja elektromotornog pogona; ona se mogu mijenjati i podešavati, mijenjajući raznim zahvatima vanjsku karakteristiku elektromotora $M_m = f(n)$. U elektromotornom se pogonu vanjska karakteristika često naziva i mehanička karakteristika. Kod tretiranja električnih strojeva ona se najčešće prikazuje u poznatom obliku $M_m = f(n)$, $M_m = f(\omega)$, a za elektromotorne pogone više se upotrebljava obrat — $n = f(M_m)$, $\omega = f(M_m)$. Moment tereta nekoga radnog mehanizma pokazuje također određenu ovisnost o brzini vrtnje $M_t = f(n)$, $M_t = f(\omega)$, odnosno, brzina vrtnje radnog mehanizma može se prikazati ovisno o momentu tereta $n = f(M_t)$, $\omega = f(M_t)$. Često se govori o statičkoj karakteristici radnog mehanizma pa se i moment tereta naziva i statičkim momentom radnog mehanizma. Bit je elektromotornog pogona ispravan odnos momenta motora M_m (mehaničke karakteristike) prema momentu tereta M_t (statičkoj karakteristici) radnog mehanizma.

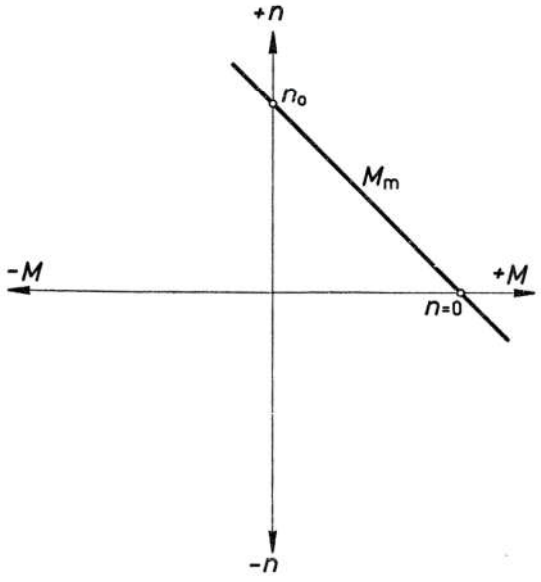
Želimo li grafički predočiti ovisnost brzine vrtnje o različitim zakretnim momentima $n = f(M_m)$ i $n = f(M_t)$ u pravokutnom koordinatnom sustavu, potrebno je označiti predznake i varijabli i funkcije. Kad je jednom dogovoren pozitivni smisao brzine vrtnje kao pozitivni smisao ordinate, npr. za »naprijed« ili »dizanje« na sl. 1, ostaje negativni smisao za vrtnju u suprotnom smislu, tj. za »natrag« ili »spuštanje« na sl. 1. Pri tome se pridaje pozitivni smisao motorskome zakretnom momentu kad on teži da okreće elektromotorni pogon u pozitivnome dogovorenom smjeru vrtnje — ovog puta »naprijed« ili »dizanje« na sl. 1. Tako nastaje koordinatni sustav $n = f(M)$ kao na sl. 2, gdje pozitivni momenti motora odgovaraju pozitivnom kraku apscise.



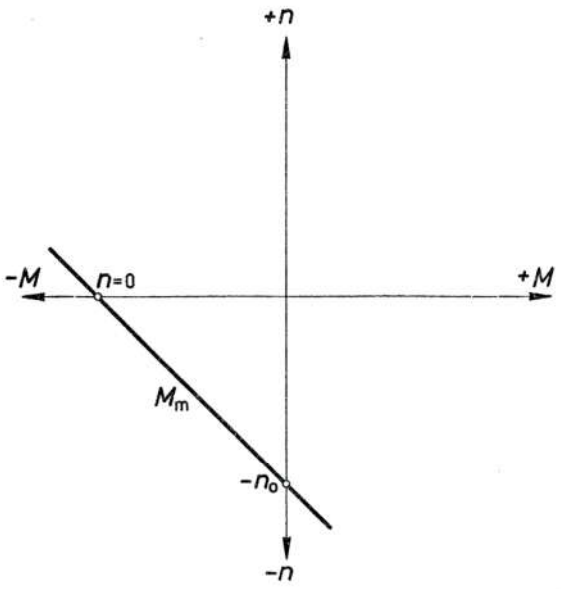
Sl. 2. Prikaz brzine vrtnje kao funkcije momenta: M_{t1}, M_{t2} — potencijalni momenti tereta

Pozitivnim momentom tereta dogovorno se smatra onaj koji se opire vrtnji pozitivnoga motorskog momenta. Budući da se reaktivni moment tereta uvijek opire gibanju, on se može pojaviti samo u I i III kvadrantu. Pri tome, kad je riječ o istome radnom mehanizmu, reaktivni moment tereta ima diskontinuitet u nultoj

točki brzine vrtnje (vidi konstantni moment tereta M_t na sl. 2). Potencijalni moment tereta, naprotiv, zadržava svoj smisao pri prolasku kroz nultu točku brzine vrtnje, kao izraz vlastite aktivne težnje da okreće elektromotorni pogon uvijek u istom smislu (vidi M_{t2} u II i III kvadrantu i M_{t1} u I i IV kvadrantu na sl. 2). On je istog predznaka s motorskim momentom kad nastoji okretati radni mehanizam suprotno smislu vrtnje pozitivnoga motorskog momenta. Iz svega izlazi da se motorski rad radnog mehanizma može odvijati samo u I i III kvadrantu, i to u prvome ako je motorskom momentu priključkom dan pozitivni smisao vrtnje (sl. 3), a u trećemu kad mu je priključkom nametnut negativni motorski smisao vrtnje (sl. 4).



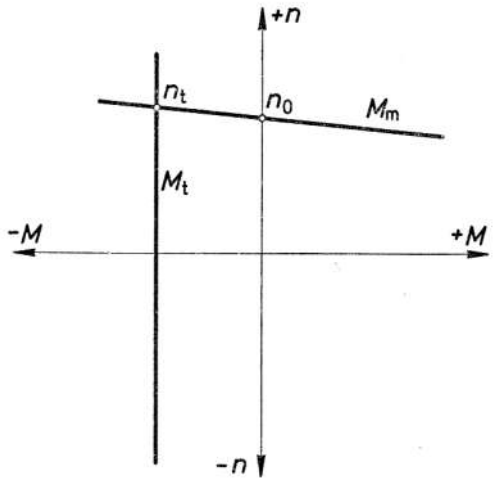
Sl. 3. Motorski moment M_m pozitivnog smisla vrtnje



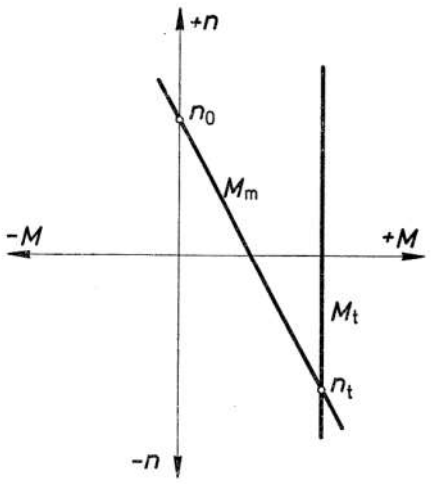
Sl. 4. Motorski moment M_m negativnog smisla vrtnje

Sa sl. 3. jasno je da samo između točke praznog hoda $n = n_0$ i kratkog spoja $n = 0$ vrti pozitivni motorski moment elektromotorni pogon pozitivnom brzinom vrtnje. Uz svaku brzinu vrtnje iznad n_0 pojavljuje se generatorski moment stroja koji mu nužno mora biti prisilno dodan na osovini nekim vanjskim utjecajem. Pri brzinama vrtnje manjima od $n = 0$, dakle negativnima, motorski je moment nadvladan nekim vanjskim mehaničkim momentom jer se pogon vrti u suprotnom smislu. Slično tome vrijedi za primjer sa sl. 4, što je posljedica dogovornog određivanja pozitivnog i negativnog smisla za motorski moment i za brzinu vrtnje. Očito je da će u II i IV kvadrantu biti moguć samo generatorski rad motora, i to pod utjecajem potencijalnog momenta tereta ili, općenito, nekoga aktivnog mehaničkog momenta. Opisana dva primjera, $n > n_0$ i $n < 0$, za sl. 3. u cijelosti objašnjavaju postojanje odgovarajućih potencijalnih momenata tereta. Kad potencijalni moment ima isti smisao vrtnje koji razvija i elektromotor uz $+ M_m$, nastaje generatorski pogon u II kvadrantu, kao na sl. 5, tj. motorski moment biva negativan (generatorski) nakon što je potencijalni moment potjerao pogon brzinom vrtnje većom nego u praznom hodu, a cijeli se pogon vrti u pozitivnom smislu. Ako je u potencijalnom momentu smisao vrtnje suprotan onome koji razvija elektromotor uz $+ M_m$,

generatorski je pogon u IV kvadrantu (sl. 6), kad je potencijalni moment po iznosu veći od motorskoga, pa sili radni mehanizam da se vrti suprotno težnji motorskog momenta, dakle u negativnom smislu. Moguće su, dakako, i dvije adekvatne situacije ako je motorski moment s negativnim smislom vrtnje, tj. kad razvijeni moment motora nastoji vrtjeti elektromotorni pogon u dogovorom određenome negativnom smislu vrtnje ($-M_m$, $-n$).

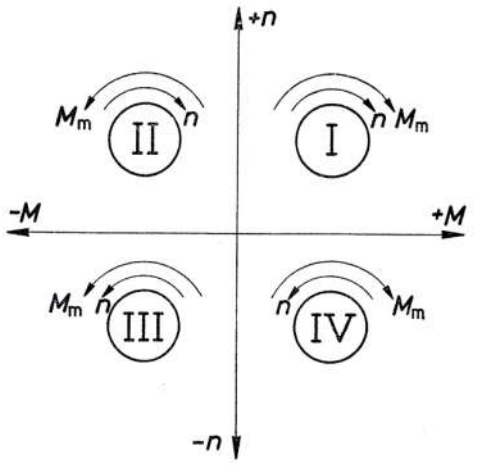


Sl. 5. Generatorski pogon u II kvadrantu kad je M_m pozitivnog smisla vrtnje



Sl. 6. Generatorski pogon u IV kvadrantu ako je M_m pozitivnog smisla vrtnje

Uopćeno se može situacija elektromotornog pogona u pojedinim kvadrantima posebno prikazati kao na sl. 7. Istovjetni smisao motorskog momenta M_m i brzine vrtnje n prikazuje motorsko pogonsko stanje, a suprotni smisao M_m i n predočuje generatorsko pogonsko stanje.



Sl. 7. Karakter elektromotornih pogona u raznim kvadrantima

1.3.2. Radni i kočni režimi elektromotornih pogona

U analizi rada električnog stroja polazi se od motorskih i generatorskih stanja stroja, kao što je to učinjeno u odjeljku 1.3.1. Uz elektromotorne pogone govorimo radije o *radnim* (motorskim) i *kočnim* pogonskim režimima ili stanjima. Prema podjeli u 1.3.1, sva su generatorska stanja ujedno i kočni režimi, a osim njih je to još i motorsko stanje kad ono elektromotorni pogon usporava. Radni (motorski) režim tako se ograničuje na motorska stanja definirana u točkama a) i b) odjeljka 1.3.1.

Osim opisanih kočnih režima u raznim se vrstama elektromotora upotrebljavaju još i posebni kočni spojevi kako bi se učinak kočenja poboljšao, tehnički i ekonomski. U terminologiji elektromotornih pogona govori se o tri osnovna načina kočenja elektromotorom: o *generatorskom* kočenju, o *elektrodinamičkom* (ili otporskom) kočenju i o *protustrujnom* kočenju (»kontriranju«, »kočenju u protuspoju«).

Generatorsko kočenje odgovara svim stanjima u kojima motor elektromotornog pogona radi na mreži kao generator, dakle svim generatorskim stanjima iz odjeljka 1.3.1. Uvjet je za takvo kočenje da je elektromotornom pogonu brzina vrtnje veća od one pri praznom hodu (n_0, ω_0). Struja teče u mrežu i energija se u nju vraća, što su mu i osnovne prednosti.

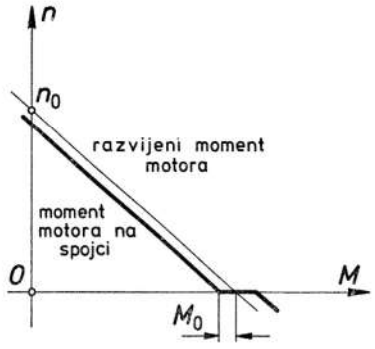
Elektrodinamičko (otporsko) kočenje nastaje na osnovi posebnog spoja elektromotora. Motor se odvoji od mreže i priključe mu se posebni potrošači koje hrani kao generator. Postupak je manje ekonomičan od generatorskog kočenja, ali može poslužiti i za brzine vrtnje manje nego što su pri praznom hodu — teorijski sve do zaustavljanja. Ipak je uz male brzine vrtnje to nedovoljno efikasno jer moment kočenja (elektromotora) pada s brzinom vrtnje (osobito nema li motor posebnu uzbudu).

Protustrujno kočenje (kontriranje, kočenje u protuspoju) je ono kad se motor, zbog kinetičke ili potencijalne energije, okreće suprotno momentu koji razvija, pri čemu se energija poništava u otporima motora. Kod raznih motora i raznovrsnih karaktera momenta tereta pružaju se široke mogućnosti upotrebe takva kočenja. Motorski rad u točki c) u prvom pasusu odjeljka 1.3.1. jedan je od mogućih načina tog kočenja. Protustrujno kočenje omogućuje vrlo intenzivno i sigurno kočenje u svim područjima brzina vrtnje, ali je neekonomično i snažno zagrijava motor u izvjesnim pogonskim slučajevima. U praksi se vrlo često susreće.

Važno je napomenuti da sva kočenja elektromotornog pogona elektromotorom kad se zahtijeva potpuno zaustavljenje (dovođenje u stanje mirovanja) pokazuju neke slabosti. To je evidentno za generatorsko kočenje, koje se uopće ne može ostvariti pri malim brzinama. Kod potencijalnog momenta tereta elektrodinamičkim i protustrujnim kočenjem vrtnja se ne zaustavlja u trenutku mirovanja. Kod reaktivnog momenta tereta elektrodinamičko kočenje često predugo traje itd. Zato je za elektromotorne pogone u kojih je zaustavljanje u trenutku mirovanja posebno važno (npr. kod tramvaja, dizalica i slično) elektromotorni pogon opremljen još i posebnom mehaničkom kočnicom, kojom se često samo fiksiraju stanja mirovanja.

Važno je već u ovome uvodnom poglavlju istaknuti jednu činjenicu. Govoreći o momentu motora nije dosad izrečena stroga definicija. Moguće su, naime, dvije vrijednosti zapravo jednog te istog momenta motora M_m, ali promatranoga na dva različita mjesta elektromotornog pogona. Rotor motora razvije moment motora koji odgovara ekvivalentu električne energije prenesene na rotor. Zato ga u preciznim tretiranjima konkretnih problema zovemo *razvijenim* ili *elektromagnetskim* momentom motora. Moment što ga motor stvarno predaje radnom mehanizmu neznatno je manji. On se smanjuje zbog vlastitih mehaničkih gubitaka (trenje u ležajima, trenje rotora o zrak, ventilacijsko djelovanje). Taj moment naziva se momentom motora na *spojci* ili na *osovini*. Situaciju predočuje skica na sl. 8. Razlika između razvijenog momenta motora i momenta motora na osovini naziva se momentom vlastitog trenja motora M_0. Po svom karakteru sasvim reaktivan, on je približno za dva reda veličine manji od nominalnog momenta motora, posebno u većih motora. Stoga se u teorijskim razmatranjima obično potpuno zanemaruje.

U praktičnim proračunima, međutim, ponekad je važno da se on ne izostavi, posebno kad je riječ o manjim motorima, gdje on može biti samo za red veličine manji od momenta motora. Tako će se i ovdje postupiti, uvodeći u poglavljima gdje se tretiraju oba pojma momenta motora posebnu oznaku za svaki od njih, a u poglavljima gdje se M_0 zanemaruje bit će dovoljna i jedna oznaka. Karakter momenta vlastitog trenja na žalost je takav da se ipak mijenja s brzinom vrtnje motora. Usprkos toj činjenici i tamo gdje se ne zanemaruje uvriježilo se praksom da se on, zbog relativno malog iznosa, smatra konstantnim i jednakim iznosu koji ima pri nominalnoj brzini vrtnje. Tako je i prikazan na sl. 8.



Sl. 8. Skica uz tumačenje razlike razvijenog momenta motora i momenta motora na osovini

1.3.3. Statička i dinamička stanja elektromotornih pogona

U elektromotornom pogonu prirodno je stanje ravnoteža između momenta motora M_m i momenta tereta M_t. U velikoj većini pogonskih slučajeva uspostavlja se takvo stanje (o izuzecima i uvjetima poslije) ako se ne poduzme nikakav zahvat u elektromotorni pogon. Tu ravnotežu izražava jednadžba:

$$M_m = M_t, \tag{2}$$

koja je poseban slučaj opće jednadžbe (1). Za to je stanje uvjet da nema momenta ubrzanja:

$$M_u = 0, \tag{3}$$

što je samo drugi oblik iste jednadžbe stanja. Budući da nema ubrzanja, i brzina je vrtnje konstantna:

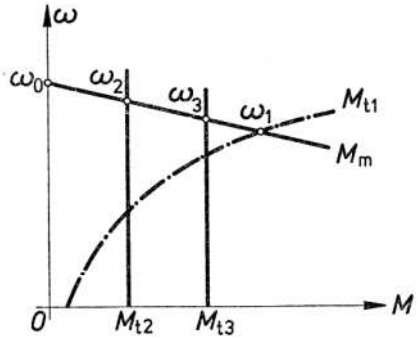
$$n = \text{konst.}, \tag{4}$$

tj. nema ni bilo kakve vremenske promjene brzine vrtnje:

$$\frac{dn}{dt} = 0. \tag{5}$$

Sve četiri jednadžbe, od (2) do (5), znače fizikalno jedno te isto, i karakteriziraju *statičko ili stacionarno stanje elektromotornog pogona* u mehaničkom smislu. Elektromotorni pogon se stacionirao u točki određenoj sjecištem karakteristika momenta tereta M_t i momenta motora M_m. Na sl. 9. prikazano je nekoliko točaka stacionarnih stanja (ω_1, ω_2, ω_3), sjecišta mehaničkih karakteristika (M_{t1} — venti-

latorski pogon, M_{t2}, M_{t3} — dizalični pogon) radnih mehanizama i motora (M_m). Mijenja li se moment tereta, automatski se to događa i s momentom i brzinom vrtnje motora, pa nakon prijelazne pojave elektromotorni pogon nastavlja rad u drugoj stacionarnoj točki. Tako na slici dizalični pogon iz točke ω_2 (teret M_{t2}) pri novom opterećenju M_{t3} prelazi nakon nekog vremena u novu radnu točku ω_3.



Sl. 9. Radne točke stacionarnog stanja EMP

Ta osobina vrlo brzog prilagođivanja teretu daje elektromotoru prednost pred drugim vrstama pogonskih motora (parni stroj, motor s unutrašnjim izgaranjem).

Kad nije ispunjen uvjet međusobne jednakosti momenta motora M_m i momenta tereta M_t, tj. kad je:

$$M_m \gtrless M_t, \tag{6}$$

riječ je o *dinamičkom stanju elektromotornog pogona* — on je tad u mehaničkoj prijelaznoj pojavi. Nejednakost momenta motora i momenta tereta uravnotežuje moment ubrzanja M_u, koji nastaje upravo zbog viška ili momenta motora ili momenta tereta na spoju elektromotora i radnog mehanizma. Moment ubrzanja pri tome je po iznosu jednak razlici momenata:

$$M_u = M_m - M_t \tag{7}$$

i on uzrokuje promjenu brzine vrtnje:

$$n \neq \text{konst.}, \tag{8}$$

koja se to više mijenja što je moment ubrzanja veći, tj.:

$$\frac{dn}{dt} = f(M_u) \neq 0. \tag{9}$$

Sve četiri posljednje jednadžbe karakteristične su za dinamičko stanje elektromotornog pogona u mehaničkom smislu.

Oba opisana stanja nazivaju se još i mehaničko statičko stanje i mehaničko dinamičko stanje elektromotornog pogona. Uobičajen je i kraći oblik prvog naziva — *statičko stanje* ili *stacionarno stanje* elektromotornog pogona. Jednako tako se i mehaničko dinamičko stanje naziva često samo dinamičkim stanjem iako ta dva naziva nisu identična. Stroga definicija statičkog stanja u općem smislu zahtijevala

bi konstantnost svih fizikalnih veličina, a ne samo mehaničkih. Stoga bi promjenljivost bilo koje fizikalne veličine što nastaje u elektromotornom pogonu karakterizirala dinamičko stanje u općem smislu. Pobliže o tome bit će raspravljano u poglavlju o dinamičkim stanjima. Zasad neka bude dovoljno definiranje pojmova promatrajući samo mehaničke veličine.

Pri razmatranju elektromotornih pogona posebno se proučavaju statička, a posebno dinamička stanja. Takav postupak nema nikakvoga fizikalnog opravdanja jer se ta stanja u prirodi jedno na drugo nužno nadovezuju. Nemoguće je neki elektromotorni pogon dovesti u bilo koje stacionarno stanje (osim apsolutnog mirovanja, koje i nije »pogon«), a da se ne prođe kroz dinamičko stanje, kao što ga je nemoguće izvesti iz tog stanja bez prijelazne pojave koja vlada između dva stacionarna stanja. Ipak se takav tretman proširio zbog lakšeg svladavanja problema i postepenog prelaska od lakših i jednostavnijih problema na teže i složenije. Tako se redovno počinje s razradom statičkih stanja, poslije se prelazi na dinamička.

1.4. UPOTRIJEBLJENE JEDINICE

Elektromotorni pogoni pripadaju području tehnike u kojemu su tijesno povezani mehanički i električki problemi. Za promatranje mehaničkih veličina najzgodniji je općenito prihvaćeni sustav jedinica MKSA (m-kg-s-A). Elektrotehnika se radije služi VAMS-sustavom. Oba se sustava međusobno mogu zamjenjivati na temelju poznate veze:

$$V = \frac{kgm^2}{As^3}, \quad kg = \frac{VAs^3}{m^2}.$$

Služeći se slobodno tim sustavom, u ovoj su knjizi prihvaćene i sve njegove izvedene jedinice, npr. N (newton) za silu, Ω (ohm) za električki otpor, T (tesla) za magnetsku indukciju itd., a i njihovi dekadni mnogokratnici, odnosno dijelovi. Ipak se u dva izuzetka i tu ne pridržava čvrsto novog sustava. Riječ je o jedinicama za zakretni moment i brzinu vrtnje. Tako se pored Nm (newton metra) upotrebljava i kpm (kilopondmetar), s odnosom:

$$1 \text{ kpm} = 9{,}807 \text{ Nm}.$$

Jednako se tako pored broja radijana na sekundu [s^{-1}] uzima i broj okretaja na minutu [min^{-1}]. U ovome drugom slučaju mijenja se i oznaka ω u n.

Čemu ta nedosljednost u primjeni sustava jedinica? To je najviše posljedica stanja u praksi (katalozi, prospekti, ponude, tehnička dokumentacija), a onda i u stručnoj literaturi. Praksa zasad uopće ne operira s kutnom brzinom vrtnje ω, već samo s brzinom vrtnje izraženom brojem okretaja u minuti. Upotreba newton metra polako prodire u praksu (više elektrotehničku, a manje strojarsku), ali kilopondmetar još uvijek prevladava. S literaturom je nešto bolje. Radovi iz pretežno teorijskog područja pisani su strogo u prihvaćenom sustavu. No u onima vezanima za tehničku praksu upravo su odstupanja koja su i ovdje učinjena. Smatra se da će paralelna upotreba dviju jedinica kod dviju (doduše izvedenih) veličina uzrokovati da se brže prihvate nove jedinice u praksi, a isto tako će omogućiti novim kadrovima da se lakše uključe u tokove relativno »konzervativne« prakse.

1.5. ZADACI I PROBLEMI

1.5.1. Zadaci

1. Elektromotornom pogonu u stanju mirovanja priključi se motor na mrežu s tendencijom okretanja »naprijed«. Motor razvije na osovini moment $M_m = 170$ Nm, a reaktivni je moment tereta u mirovanju $M_t = 290$ Nm. U kojem će se smjeru okretati (gibati) elektromotorni pogon?
2. Elektromotornom se pogonu dizala u stanju mirovanja priključi motor na mrežu, i to s tendencijom »dizanja«. Motor razvije na osovini moment $M_m = 140$ Nm, a potencijalni moment tereta iznosi $M_t = 200$ Nm. Traži se: a) u kojem smjeru se počinje gibati elektromotorni pogon? b) kolik je početni moment ubrzanja?
3. U kojem se kvadrantu odvija pogon iz 1. zadatka ako je za »naprijed« određen pozitivni smisao brzine vrtnje?
4. U kojim se kvadrantima proteže moment tereta iz 2. zadatka ako je za »dizanje« predviđen pozitivni smisao brzine vrtnje? b) U kojem će se kvadrantu odvijati pogon nakon pokretanja? c) U kojem je pogonskom režimu elektromotor?
5. Elektromotorni pogon za teretno vitlo promatramo u trenutku kad spušta teret konstantnom brzinom, a motor je priključen na smisao spuštanja. Treba odgovoriti koji su predznaci M_m i M_t te ustanoviti kvadrant za radnu točku elektromotornog pogona, ako dogovorno odredimo pozitivni smisao brzine vrtnje za: a) dizanje; b) spuštanje.
6. Valja odgovoriti na ista pitanja kao u 5. zadatku ako motor spojen za »dizanje« zaista i diže teret.
7. Napišite za izvedene fizikalne jedinice: a) [Ω] (ohm); b) [H] (henri); c) [F] (farad) oblik u osnovnome električnom VASM-sustavu, a zatim u osnovnome mehaničkom MKSA-sustavu.
8. Napišite za: a) kinetičku energiju; b) zakretni moment; c) moment inercije — dimenzioni oblik u osnovnim mehaničkim, a zatim osnovnim električkim jedinicama.
9. Za motorski pogon u III kvadrantu nacrtajte generatorske pogone: a) u IV; b) u II kvadrantu.

1.5.2. Rješenja

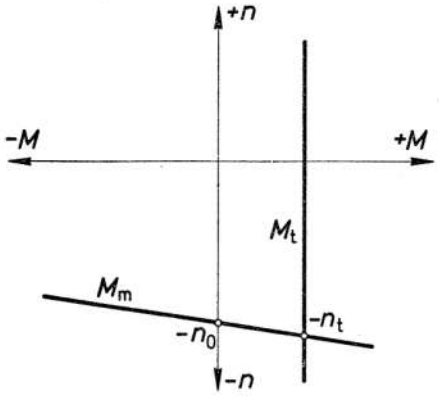
1. [EMP će ostati u mirovanju.]
2. a) [Spuštanje]; b) [$M_u = -60$ Nm]
3. [EMP stoji u osi apscise, tj. na granici I i IV kvadranta.]
4. a) [I i IV kvadrant]; b) [u IV kvadrantu]; c) [protustrujno kočenje]
5. a) [$+M_m$, $+M_t$, IV kvadrant]; b) [$-M_m$, $-M_t$, II kvadrant]
6. a) [$+M_m$, $+M_t$, I kvadrant]; b) [$-M_m$, $-M_t$, III kvadrant]

7. a) $[\Omega] = \left[\frac{V}{A}\right] = \left[\frac{kgm^2}{A^2s^3}\right]$; b) $[H] = \left[\frac{Vs}{A}\right] = \left[\frac{kgm^2}{A^2s^2}\right]$;

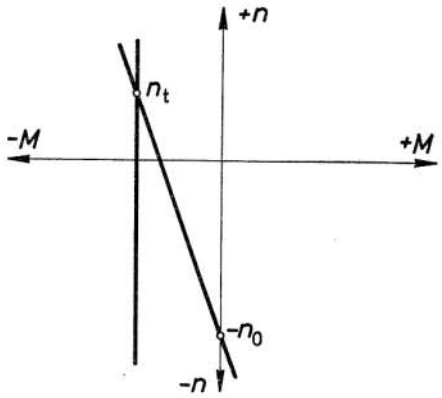
c) $[F] = \left[\frac{As}{V}\right] = \left[\frac{A^2s^4}{kgm^2}\right]$

8. a) $\left[\frac{kgm^2}{s^2}\right] = [VAs]$; b) $\left[\frac{kgm^2}{s^2}\right] = [VAs]$; c) $[kgm^2] = [VAs^3]$

9. a) [Sl. 1]; b) [Sl. 2]



Sl. 1.



Sl. 2.

2. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA

Sistematizacija elektromotornih pogona prema njihovoj upotrebi doživjela je u svom razvoju znatne promjene. Prije se uglavnom poklapala s industrijskim granama i uopće granama djelatnosti — metalurgijom, brodarstvom, rudarstvom, papirnom industrijom, transportom itd. Općenito je s razvojem tehnike ta podjela postala glomazna i nepregledna, pa se prešlo na sistematizaciju po prirodi opterećenja. Neki radni mehanizmi, iako se pojavljuju u raznim industrijskim granama, imaju isti karakter tehničkih parametara (statička i dinamička stanja, ciklusi operacija itd.), pa se elektromotorni pogoni mogu sistematizirati u grupe s istom tehničkom problematikom bez obzira na to u kojoj se grani upotrebljavaju. U toj sistematizaciji važne su uz ostalo i mehaničke karakteristike radnih mehanizama.

2.1. MEHANIČKE KARAKTERISTIKE RADNIH MEHANIZAMA

Osim o brzini vrtnje može momentu tereta radnog mehanizma veličina općenito ovisiti i o više drugih činilaca, npr. o vremenu, putu, o specifičnosti tehnološkog procesa itd. Prema karakteru promjene momenta tereta radni se mehanizmi mogu svrstati u četiri skupine:

I — Moment tereta funkcija je brzine vrtnje: $M_t = f(\omega)$, $M_t = f(n)$. Tu ubrajamo: teretne dizalice, dizala, transportne trake i uređaje, centrifugalne pumpe i kompresore, propulzione uređaje, predioničke stanove, ljuštilice i drugo.

II — Moment tereta funkcija je brzine vrtnje i vremena: $M_t = f(\omega, t)$, $M_t = f(n, t)$, gdje ovisnost o vremenu može biti dana programom ili slučajno, npr. električna vuča, izvozna dizalica, valjački stanovi u valjaonicama, strojevi za obradu metala itd.

U ove dvije prve skupine ubraja se više od 90% svih radnih mehanizama.

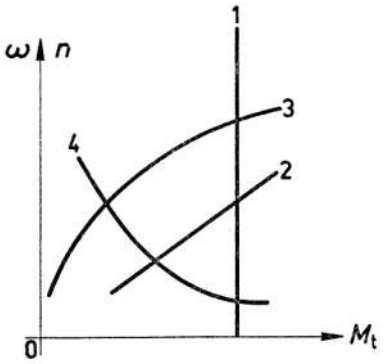
III — Mehanizmi kojih moment tereta osim o brzini vrtnje ovisi i o kutu zakretanja (ili putu) rotirajućeg dijela mehanizma ili rotora motora: $M_t = f(n, \alpha)$. To su: klipni kompresori i pumpe, rudničke dizalice bez uravnoteženja, kovački strojevi, škare za rezanje metala, preše, mlinovi čekićari i slično.

IV — U posebnu skupinu uvrštavaju se mehanizmi kojima moment tereta ovisi još i o daljim fizikalnim veličinama (položaju, materijalu, procesima u njemu itd.): $M_t = f(n, t, \alpha, \ldots)$. Oni nisu brojni, a svaki ima svoje specifičnosti (centrifuge s istjecanjem, strojevi za obradu kože, miješalice u industriji gume i drugo).

Općenita ovisnost momenta tereta svih radnih mehanizama o brzini vrtnje može se prikazati općom relacijom:

$$M_t = M_0 + (\psi M_{tn} - M_0) \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^{\gamma}, \qquad (1)$$

gdje je M_0 vlastiti moment trenja, M_{tn} nazivni moment radnog mehanizma, ψ faktor opterećenja, a ω i ω_n su trenutna i nazivna kutna brzina vrtnje.



Sl. 1. Karakteristike radnih mehanizama

a) Vrlo su česti mehanizmi kojih moment tereta nastaje zbog trenja, tj. ne ovisi o brzini vrtnje — $\gamma = 0$ (karakteristika 1 na sl. 1). Tu pripadaju dizalični mehanizmi, transportni uređaji s konstantnim teretom, valjaonički stanovi i slično.

b) Mali je broj mehanizama s momentom tereta M_t linearno ovisnim o brzini vrtnje — $\gamma = 1$ (karakteristika 2 na sl. 1), kao što je motalica za papir ili metal.

c) Česti su mehanizmi kojima je moment tereta M_t nelinearno ovisan o brzini vrtnje — najčešće je $\gamma = 2$ (karakteristika 3, zvana centrifugalna). To su: centrifugalne pumpe, kompresori i ventilatori, zatim propulzioni uređaji i drugo.

d) Brojni su i mehanizmi »konstantne snage«, kojih je moment tereta obratno proporcionalan brzini vrtnje — $\gamma = -1$ (karakteristika 4): ljuštilice, kalenderi, strojevi za obradu metala itd.

2.1.1. Općenito o mehaničkim karakteristikama elektromotora

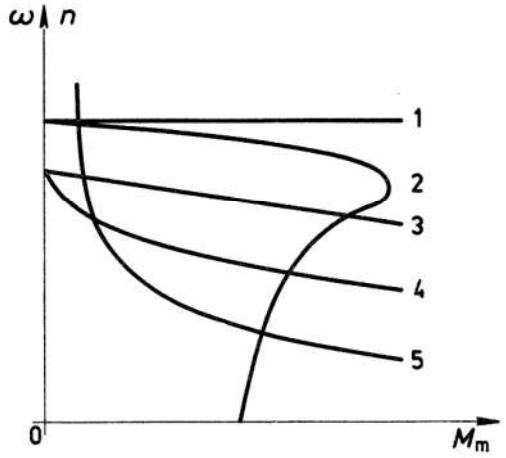
Za dobar elektromotorni pogon osnovni je uvjet ispravan izbor elektromotora za određeni radni mehanizam. Mehanička karakteristika motora, naime, mora odgovarati mehaničkoj karakteristici radnog mehanizma. Izabrani elektromotor, kao aktivni dio elektromotornog pogona, treba da osigura najprikladniji rad sistema u stacionarnim, ali i prijelaznim stanjima (zalet, kočenje, promjena opterećenja ili drugih utjecajnih veličina). Njih znatno određuje i mehanička karakteristika motora $\omega = f(M_m)$, odnosno $n = f(M_m)$. Ona služi kao osnovni kriterij u izboru vrste motora za radni mehanizam. Kod nazivnih veličina motor radi na prirodnoj karakteristici. Mijenjaju li se vanjskim zahvatom uvjeti napajanja, ili se dodavanjem otpora u strujne krugove elektromotora, ili uopće promjenom spoja, mijenja ovisnost brzine vrtnje o momentu na osovini motora, mijenja se prirodna mehanička karakteristika motora u izvedenu (umjetnu, vještačku, podešenu).

Većina elektromotora ima padajuću karakteristiku. Budući da je gradijent promjene brzine vrtnje različit, prema sl. 2. razlikuju se:

a) Motori s *krutom, apsolutno tvrdom mehaničkom karakteristikom*, kojima brzina vrtnje ostaje konstantna kad se mijenja vanjski moment tereta — krivulja 1 na sl. 2. Takvu karakteristiku ima sinhroni motor.

b) *Motori s tvrdom mehaničkom karakteristikom* (krivulja 3 i krivulja 2 u linearnom području), kojih se brzina vrtnje neznatno mijenja s promjenom opterećenja. Takva je prirodna karakteristika istosmjernih poredних motora, zatim trofaznih kolektorskih poredних motora i asinhronih motora u području malih klizanja.

c) Mijenja li se znatno brzina vrtnje s promjenom opterećanja, motor ima *mekanu mehaničku karakteristiku.* To su svi serijski uzbuđeni motori (krivulja 5 na sl. 2).



Sl. 2. Oblici mehaničkih karakteristika elektromotora

d) Cijelo polje krivulja između tvrde i meke karakteristike može se ostvariti istosmjernim kompaundiranim motorima. Jednu takvu mogućnost prikazuje krivulja 4 na sl. 2. Slično tome se u to područje mogu dovesti i karakteristike poredno uzbuđenih i asinhronih motora ako im se u rotor ugrade odgovarajući otpori, pa im se prirodno tvrde karakteristike pretvore u mekane.

2.2. STATIČKO STANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM NEZAVISNO (POREDNO) UZBUĐENIM MOTOROM

Za brzinu vrtnje istosmjernog motora vrijedi:

$$n = \frac{E}{k_e \Phi} = \frac{U - I_a (R_a + R_p)}{k_e \Phi} = \frac{U - I_a R}{k_e \Phi}, \tag{1}$$

a za razvijeni moment:

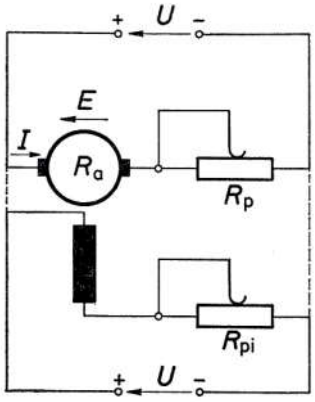
$$M_m = k_m \cdot \Phi \cdot I_a, \tag{2}$$

pri čemu je U narinuti napon, E, I_a i R_a su inducirani napon, struja i otpor armature, Φ je ulančeni tok motora, R_p predotpor u armaturnom krugu, $R = R_a + R_p$ ukupni otpor rotorskoga strujnog kruga, a k_e i k_m su konstante konstrukcijske izvedbe.

Izrazi li se I_a iz relacije (2) i uvrsti u (1), dobiva se za stacionarno stanje ($M_m = M_t$):

$$n = \frac{U}{k_e \Phi} - M_t \frac{R}{k_e k_m \Phi^2}. \tag{3}$$

Nezavisno uzbuđenom motoru kojega principnu shemu spoja prikazuje sl. 1, tok se samo neznatno mijenja sa strujom opterećenja, a kompenziranome se uopće ne mijenja. Tako uz $c_e = k_e \Phi$ i $c_m = k_m \Phi$ možemo pisati:



Sl. 1. Principna shema istosmjernoga nezavisno (poredno) uzbuđenog motora

$$n = \frac{U}{c_e} - M_t \frac{R}{c_e c_m}, \tag{4}$$

a jednako tako i:

$$\omega = \frac{U}{c_e} - M_t \frac{R}{c_e c_m}. \tag{4.a}$$

Tu je jasno da konstante c_e i c_m u jednadžbama (4) i (4.a) imaju različite brojčane vrijednosti. Iz jednadžbe (1) i daljom primjenom u praznom hodu ($I_a \doteq 0$) izlazi:

$$n = n_0 = \frac{U}{k_e \Phi} = \frac{U}{c_e} \tag{5}$$

i:

$$\omega_0 = \frac{U}{c_e}, \tag{5.a}$$

a to su izrazi za brzinu vrtnje i kutnu brzinu vrtnje u praznom hodu. Na osnovi jednadžbi (1) i (5) izvodi se odmah i pad brzine vrtnje zbog opterećenja (struja!):

$$\Delta n = n_0 - n = \frac{U}{k_e \Phi} - \frac{E}{k_e \Phi} = \frac{I_a R}{k_e \Phi}$$

ili: (6)

$$\Delta n = M_m \frac{R}{k_e k_m \Phi^2} = M_m \frac{R}{c_e c_m},$$

odnosno:

$$\Delta \omega = M_m \frac{R}{c_e c_m}. \tag{6.a}$$

Relacija (1) za brzinu vrtnje istosmjernog motora može se, dakle, napisati i kao:

$$n = n_0 - \Delta n \tag{7}$$

$$\omega = \omega_0 - \Delta \omega. \tag{7.a}$$

Za nezavisno (poredno) uzbuđeni motor pad brzine vrtnje proporcionalan je struji tereta, odnosno momentu tereta, pa je u stacionarnom stanju mehanička karakteristika tom motoru pravac napisan bilo kojom relacijom od (1) do (7.a).

Veličina konstanti k_e, k_m, c_e i c_m ovisi o sustavu jedinica koji se upotrebljava. Danas se u literaturi može naći nekoliko varijanti:

a) Moment M [Nm], brzina vrtnje n [min^{-1}]

Tad je:

$$k_e = \frac{p}{a}\,\frac{z}{60}, \quad k_m = \frac{pz}{2\pi a}$$

$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{c_e}{c_m} = \frac{2\pi}{60} \doteq 0{,}104\,7. \tag{8}$$

b) Moment M [kpm], brzina vrtnje n [min^{-1}]

$$k_e = \frac{p}{a}\,\frac{z}{60}, \quad k_m = \frac{pz}{2\pi\, a \cdot 9{,}807}$$

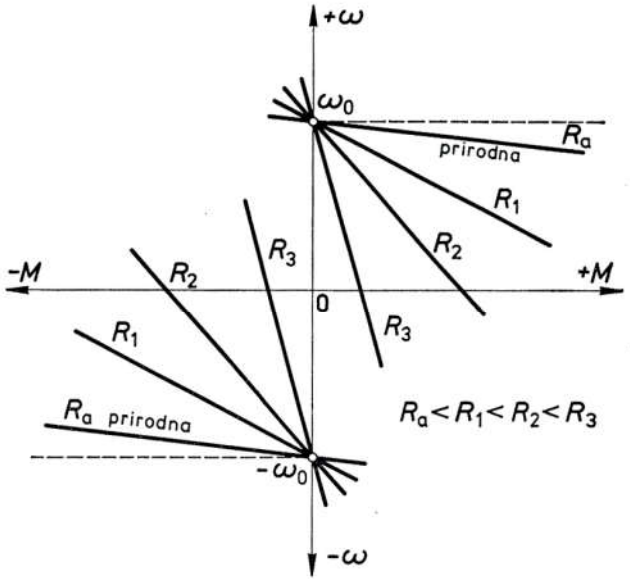
$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{c_e}{c_m} = \frac{9{,}807 \cdot 2\pi}{60} = 1{,}028 \tag{8.a}$$

c) Moment M [Nm], kutna brzina vrtnje ω [s^{-1}]

$$k_e = \frac{pz}{2a\pi}, \quad k_m = \frac{pz}{2a\pi}$$

$$\frac{k_e}{k_m} = \frac{c_e}{c_m} = 1 \tag{8.b}$$

z — broj vodiča armature
p — broj pari polova
a — broj pari paralelnih grana u armaturnom namotu

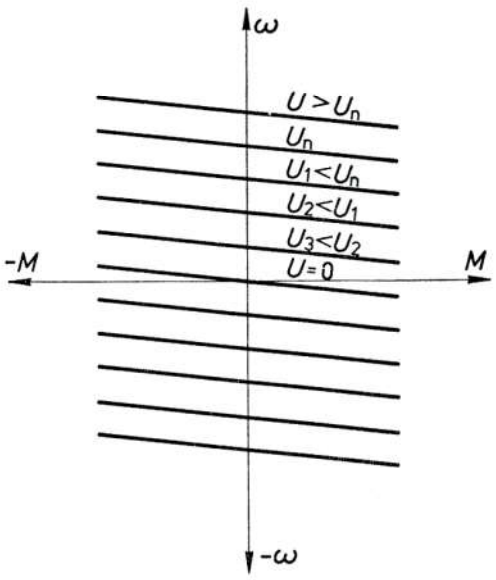


Sl. 2. Mehaničke karakteristike istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora za oba smjera vrtnje, uz U, Φ = konst.

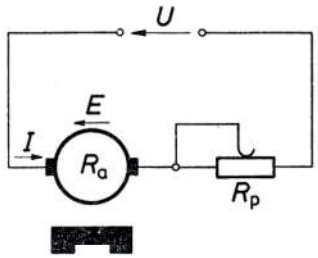
Ako za pretpostavljeni slučaj konstantne uzbude (Φ = konst.) i konstantnoga narinutog napona mijenjamo otpor R u armaturnom krugu, dodavajući predotpore R_p raznog iznosa, mijenja se uz isti teret pad brzine vrtnje, pa se mehaničke karakteristike dobiju kao porodica pravaca — sl. 2. Nagib je pravcu to veći što je veći ukupni otpor u rotorskom krugu. Prirodna karakteristika R_a (bez predotpora) ima najmanji nagib; ona je najtvrđa u cijeloj porodici. Te su karakteristike svojstva

nezavisno uzbuđenog motora drži li mu se konstantan narinuti napon U i konstantan magnetski tok Φ. Teorija električnih strojeva naglašava široki opseg brzina vrtnje koje može poprimati istosmjerni stroj ako se on prikladno podesi. Porodica karakteristika na sl. 2. dobiva se varirajući otpor u armaturnom krugu. Ona se može postići u bilo kojoj točki brzine vrtnje ω_0 idealnoga praznog hoda motora, koju u nezavisno uzbuđenog motora podešavamo varirajući ili narinuti napon ili magnetski tok.

Izvodi li se podešavanje brzine vrtnje promjenom narinutog napona, a uz konstantan otpor rotorskog kruga i magnetski tok, postiže se porodica pravaca paralelnih u svim kvadrantima — sl. 3.



Sl. 3. Mehaničke karakteristike istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora pri Φ = konst., R = konst.



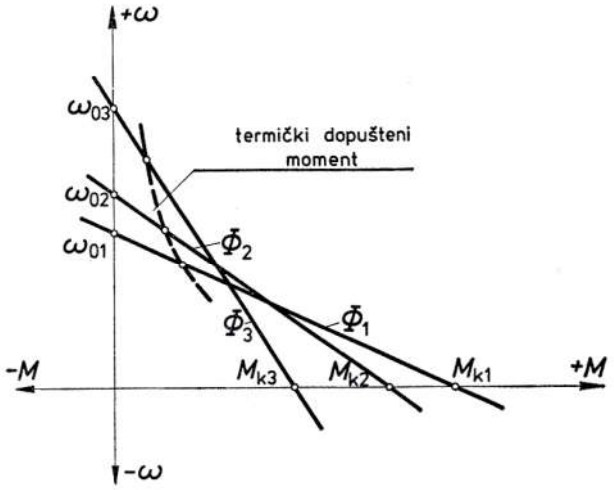
Sl. 4. Principna shema istosmjernog motora uzbuđenoga permanentnim magnetima

Sve što je dosad rečeno o statičkim karakteristikama nezavisno (poredno) uzbuđenoga istosmjernog motora vrijedi i za istosmjerni motor uzbuđen permanentnim magnetima. Principna je shema na sl. 4. Sve donedavno proizvodili su se takvi motori samo najmanjih snaga, s permanentnim magnetima na bazi keramike. U novije vrijeme znatan napredak u razvoju permanentnih magneta omogućio je da se grade i motori srednjih snaga, do oko 1 000 kW. Ograničenje snage ekonomskog je karaktera zbog visoke cijene »tvrdih« permanentnih magneta, koja raste praktički eksponencijalno s veličinom magneta. Usprkos mnogim specifičnostima pri konstrukciji, proizvodnji i montaži, takvi se motori ponašaju kao nezavisno (poredno) uzbuđeni motori s konstantnim magnetskim tokom Φ. Drukčija je slika želimo li mijenjati statičke karakteristike stroja promjenom uzbude (magnetskog toka), jer je motoru s permanentnim magnetima magnetski tok konstantan.

Izvodi li se podešavanje brzine vrtnje nezavisno (paralelno) uzbuđenog motora promjenom magnetskog toka, a otpor rotorskog kruga i narinuti napon su konstantni, karakteristike ostaju pravci (sl. 5), što je jasno jer za njih vrijedi jednadžba (3). No, kako se za svaku karakteristiku magnetski tok Φ podešava različito, mijenja se brzina vrtnje u idealnome praznom hodu prema jednadžbi (5), tj. obratno proporcionalno iznosu magnetskog toka. Također se mijenja i nagib pravaca statičkih karakteristika prema jednadžbi (6), i to obratno proporcionalno kvadratu magnet-

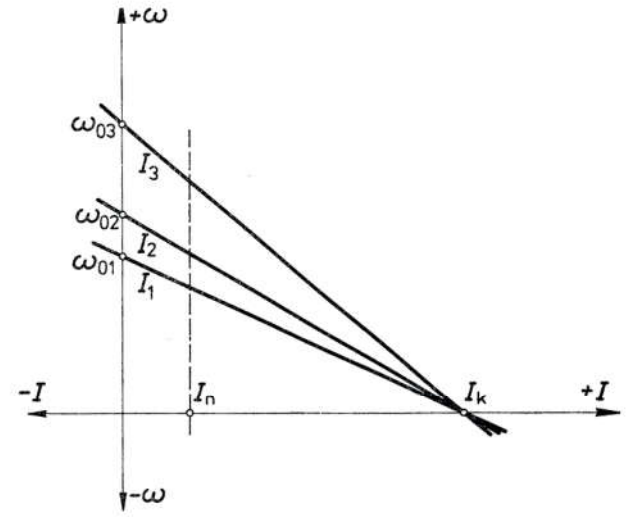
skog toka Φ. Ujedno će se promijeniti i moment motora u kratkom spoju M_k. Poznata je proporcionalnost momenta motora produktu struje i magnetskog toka. Struja kratkog spoja:

$$I_k = \frac{U}{R}$$



Sl. 5. Mehaničke karakteristike istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora pri R=konst., U=konst. $\Phi \neq$ konst.

ostaje stalna (vidi sl. 6), pa se moment u kratkom spoju mijenja proporcionalno magnetskom toku. Uz konstantnu (nominalnu) struju, koja se u stacionarnom pogonu može zbog termičkih razloga održati, nameće se poznata nužnost smanjenja dopuštenog momenta motora pri pogonu sa smanjenim magnetskim tokom. Dok upotreba statičkih karakteristika na osnovi promjene otpora u armaturnom krugu uz konstantan magnetski tok nema ograničenja, upotreba statičkih karakteristika promjenom magnetskog toka ograničena je mogućnošću komutacije, koja je uz sve veće brzine sve teža. Obično se normalno građenim motorima brzina vrtnje povećava od 30 do 100% iznad nazivne, a posebno za to konstruiranima i do približno 300%. To daje donju granicu oslabljenoga magnetskog toka od oko 1/3 normalnoga, tj. onoga pri nominalnoj brzini vrtnje magnetski dobro iskorištenog (zasićenog) stroja.



Sl. 6. Strujne karakteristike $I=f(\omega)$ istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora pri R=konst., U=konst. Φ = konst.

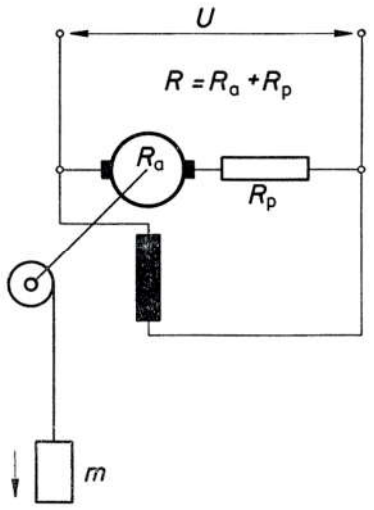
2.2.1. Kočna stanja elektromotornih pogona s istosmjernim nezavisno (poredno) uzbuđenim motorom

Da bi se uspostavilo stacionarno generatorsko kočno stanje (makar za kraće vrijeme), mora postojati trajni potencijalni moment tereta M_t, koji će povećavati brzinu vrtnje elektromotornog pogona i utjecati na to da se ona trajnije održi na vrijednosti većoj od one u praznom hodu ω_0. Takvo stanje nastaje npr. kad se teret spušta dizalicom (skica na sl. 7). U skladu s oznakama na sl. 1.3—1. spuštanje se odvija uz negativno označenu brzinu vrtnje, dakle u III i IV kvadrantu mehaničkih karakteristika — sl. 8. Motor počinje »negativnu« vrtnju iz stanja mirovanja momentom — M_A i brzinom $-\omega_1' = 0$. Naravno da je u armaturni krug uključen prikladni radni otpor. Pri drukčijim uključenim otporima bili bi i polazni momenti drugi, pa bi i brzine vrtnje pri razvijenom momentu M_A bile drukčije, npr. $-\omega_2'$ i $-\omega_3'$ na slici. Ubrzavši preko točke $-\omega_0$ elektromotorni pogon stacionira u točkama $-\omega_1$, $-\omega_2$ ili $-\omega_3$, već prema uključenom otporu, pri čemu je najmanja brzina vrtnje određena prirodnom mehaničkom karakteristikom motora ($R = R_a$), i veća je od idealne brzine vrtnje u praznom hodu $-\omega_0$. Inducirani napon motora veći je od napona mreže (izvora). Pri tome struja teče u mrežu, a motor predaje energiju mreži kao generator. To se vidi i ako se u jednadžbu (3) unese negativni predznak, bilo za napon U, bilo za tok Φ (jer smo negativni smisao brzine vrtnje za spuštanje postigli ili promjenom smjera toka ili promjenom polariteta napona). Odatle izlazi:

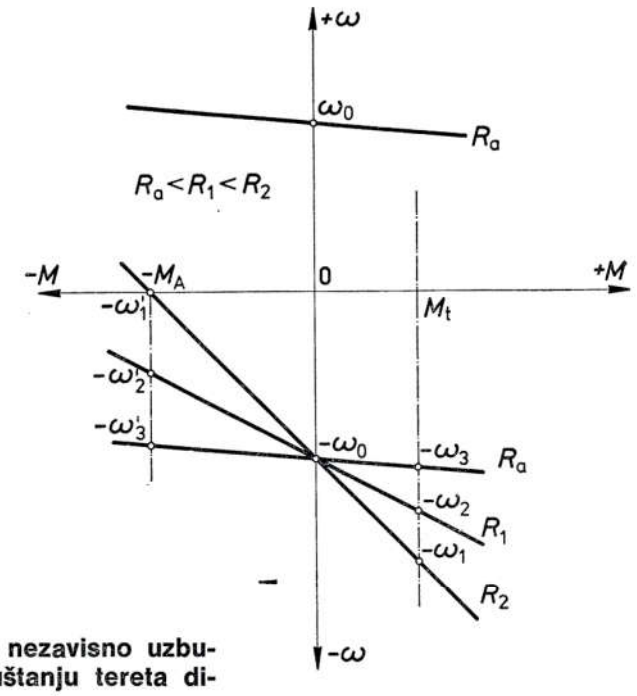
$$n = -\frac{U}{k_e \Phi} - M_t \frac{R}{k_e k_m \Phi^2} = -n_0 - \Delta n,$$

a uz to struja armature promijeni smjer (predznak):

$$I_a = \frac{U - E}{R} = -\frac{E - U}{R} \rightarrow E > U.$$

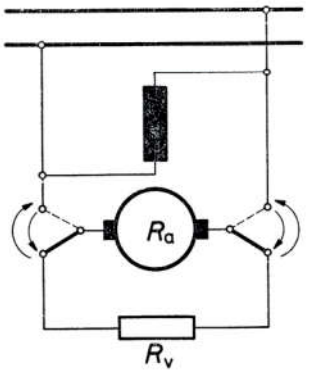


Sl. 7. Skica spuštanja tereta generatorskim kočenjem nezavisno uzbuđenog motora

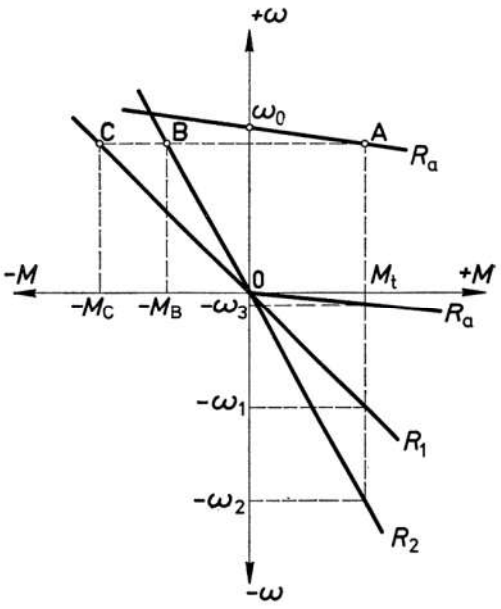


Sl. 8. Generatorsko kočenje nezavisno uzbuđenog motora pri spuštanju tereta dizalicom

Elektrodinamičko ili *otporsko* kočenje nastupa kad se u normalnoj brzini elektromotornog pogona isključi armatura motora iz mreže i prespoji na otpornik R_v, pri čemu uzbuda može ostati nepromijenjena (vidi skicu na sl. 9). Motor kao generator »hrani« otpornike i u njima poništava kinetičku energiju svih masa u gibanju, a i eventualnu potencijalnu energiju tereta koji se spušta, i pretvara ih u toplinu. Za takav spoj mehaničke karakteristike prolaze koordinatnim početkom (sl. 10), a nagib pravca ovisi o veličini radnog otpora u rotorskom krugu. Neka motor prije kočenja radi u točki A. Prijeđe li se na elektrodinamičko kočenje, motor će početi djelovati s kočnim momentima M_B ili M_C (ovisi o otporu) i zaustavit će se (točka 0) u slučaju reaktivnog momenta. Kad radni mehanizam ima potencijalni moment tereta M_t, pogon će se nakon zaustavljanja početi okretati u suprotnom smjeru i postići će brzinu vrtnje $-\omega_1$ ili $-\omega_2$, odnosno $-\omega_3$ ako se isključe dodatni otpori. Stacionarno stanje postiže se tek pri brzini vrtnje suprotnog smisla. Za potpuno zaustavljanje pogona nužno je potrebna dodatna mehanička kočnica ako je potencijalni teret, a često se dodaje i kod reaktivnoga jer se efekt kočenja smanjuje u području malih brzina vrtnje.



Sl. 9. Skica prespajanja istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora u elektrodinamičkom kočenju

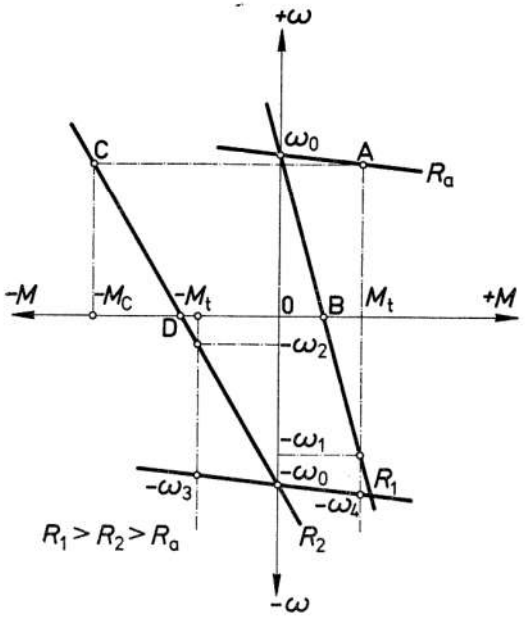


Sl. 10. Elektrodinamičko kočenje istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora

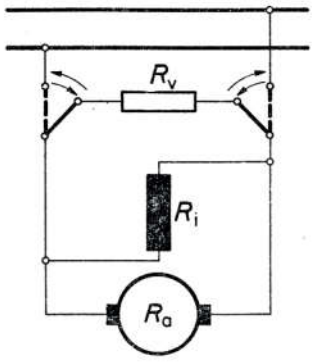
Protustrujno kočenje izvodi se na dva načina — ili samo dodavajući otpor u armaturni strujni krug (češće kod potencijalnog momenta tereta) ili prespajajući stezaljke armaturnog kruga (češće kod reaktivnog momenta tereta), tako da se struji silom promijeni smjer. Na sl. 11. prikazane su obadvije mogućnosti: a) Elektromotorni pogon radi u točki A. Doda li se dovoljno predotpora (karakteristika R_1) motor se usporava i zaustavi se u točki B, pri reaktivnom momentu tereta radnog mehanizma. Uz potencijalni moment tereta radnog mehanizma elektromotorni pogon reverzira na drugu stranu i konačno koči pri brzini vrtnje $-\omega_1$. b) U drugom slučaju, prespoje li se stezaljke i doda otpor (karakteristika R_2), motor počinje kočiti iz točke C do zaustavljanja (točka D). Ako se on tad ne isključi, pri reaktivnom teretu ubrzavat će se u suprotnom smjeru do brzine vrtnje $-\omega_2$, odnosno do $-\omega_3$ (nakon iskapčanja svih predotpora u rotorskom krugu). Uz potencijalni

moment tereta motor bi prešao u generatorsko kočenje, prolaskom kroz $-\omega_0$, i konačno kočio pri brzini vrtnje $-\omega_4$. Koči li se samo pomoću dodatnih otpornika, struja u armaturnome strujnom krugu pri brzinama vrtnje prije zaustavljanja (od $\omega = -\omega_0$ do $\omega = 0$ na sl. 11) ima isti smjer kao i prije $I_a = \frac{U - E}{R}$. Kod brzine vrtnje $\omega = 0$, tj. u točki kad stoji, nema induciranog napona E, pa u krugu teče struja kratkog spoja:

$$I_a = I_k = \frac{U}{R}.$$



Sl. 11. Protustrujno kočenje istosmjernog nezavisno uzbuđenog stroja uz potencijalni i reaktivni moment tereta



Sl. 12. Skica prekapčanja istosmjernog poredno uzbuđenog motora pri elektrodinamičkom kočenju

Budući da je razvijeni moment motora M_m manji od potencijalnog momenta tereta M_t, elektromotorni se pogon ubrzava (pri čemu motor koči) u suprotnom smjeru (od brzine $\omega = 0$ do $\omega = -\omega_1$) pa struja raste preko struje kratkog spoja, jer se pojavio inducirani napon obratnog smisla:

$$I_a = \frac{U + E}{R}.$$

Prespoje li se stezaljke i uključi predotpor (u drugom slučaju i uz reakcioni moment tereta), motor u početku koči velikim momentom uz struje veće od struja kratkog spoja za taj slučaj (od točke C do D), pa je:

$$I_a = \frac{E + U}{R}.$$

U točki D počinje zalet na drugu stranu i u točki brzine $-\omega_3$ postiže se normalni motorski pogon. Sličan bi bio efekt da se mjesto prekapčanja stezaljki armature prekapčaju stezaljke uzbudnog namota. Ta se mogućnost u praksi sasvim rijetko upotrebljava jer cijelo kočenje traje znatno dulje, zbog velikog induktiviteta uzbudnog namota.

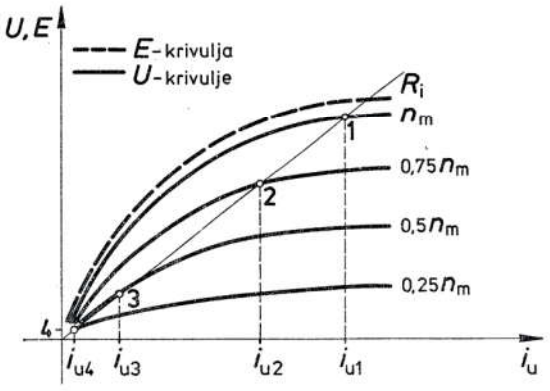
Kad je riječ o poredno uzbuđenome istosmjernom motoru, moguće je u načelu i *elektrodinamičko* kočenje u *samouzbudnom* spoju. Iako je ono u praksi rijetko, važna je upotreba njegova principa kod drugih motora, pa će već ovdje biti obrazloženo. Spoj u osnovi prikazuje skica na sl. 12. Motor se odvoji od mreže i preklopkom priključi na vanjski otpor R_v. Inducirani napon u svakom trenutku troši se na serijski spoj armaturnog otpora R_a i paralelne kombinacije otpora uzbudnoga strujnog kruga R_i i vanjskog otpora R_v. Uzevši pozitivni predznak isključenog napona mreže U, bit će:

$$E = - I_a \left(R_a + \frac{R_i R_v}{R_i + R_v} \right) \tag{9}$$

$$I_a = - \frac{E}{R_a + \dfrac{R_i R_v}{R_i + R_v}}. \tag{10}$$

Pođe li se od toga da uvijek vrijedi $E = k_e n \Phi$ i $M_m = k_m I_a \Phi$, dobiva se opći izraz za mehaničku karakteristiku:

$$n = - \frac{R_a + \dfrac{R_i R_v}{R_1 + R_v}}{k_e k_m \Phi^2} M_m. \tag{11}$$



Sl. 13. Postupak u kojem se grafoanalitičkom metodom određuju elementi točaka mehaničke karakteristike pri elektrodinamičkom kočenju poredno uzbuđenog motora

Neprilika je u tome što je magnetski tok Φ promjenljiv za vrijeme kočenja. Kako brzina vrtnje opada, smanjuje se i napon (koji je i uzbudni napon), a s njime i magnetski tok. Zato se mehanička karakteristika ne može jednostavno izračunati. Pogodna je grafoanalitička metoda, ali uz uvjet da je poznata karakteristika praznog hoda $E(i_u)$ za bilo koju brzinu vrtnje, pa se ona jednostavno preračuna na brzinu vrtnje motora kojom se počinje kočiti (vidi krivulju E na sl. 13). Zanemari li se reakcija armature, vrijedi odnos između induciranog napona i napona stezaljki:

$$U = E \frac{R_v}{R_v + R_a + \dfrac{R_v}{R_i} R_a},$$

pa se jednostavno konstruira krivulja napona $U(i_u)$ za brzinu vrtnje n_m. Budući da je $E = k_e n \Phi$, što je uz konstantnu uzbudu (dakle konstantni magnetski tok) $E = c_e n$, a U i E su vezani konstantnim omjerom, jednostavno se konstruira po-

rodica krivulja $U = f(i_u)$ za različite brzine vrtnje. To je prikazano na sl. 13. za brzine vrtnje motora kojima je iznos 100, 75, 50 i 25% od one prilikom prekapčanja na samouzbudni kočni spoj. U koordinatnom sustavu (i_u, U) pravac samouzbude određen vrijednošću otpora uzbudnog namota R_i siječe pojedine krivulje $U(i_u)$ u radnim točkama 1, 2, 3 i 4, koje odgovaraju poznatim, već spomenutim brzinama vrtnje. Tad se može računati na ovaj način: za svaku radnu točku uz poznatu se brzinu vrtnje još otčita napon U i struja uzbude i_u. Napon je:

$$U = i_u R_i = R_v I_v,$$

pri čemu je I_v struja u vanjskom otporu. Za struju armature, uz pomoć izraza za napon, vrijedi:

$$I_a = i_u + I_v = \frac{U}{R_i} + \frac{U}{R_v}. \tag{12}$$

Produkt $k_m\Phi$ bit će:

$$k_m\Phi = \frac{k_m}{k_e} k_e\Phi = \frac{k_m}{k_e} \frac{E}{n} = \frac{k_m}{k_e n} (U + I_a R_a). \tag{13}$$

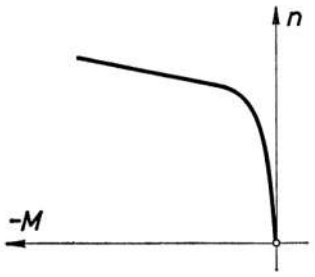
Budući da su u jednadžbama (12) i (13) sve veličine na desnim stranama poznate za promatranu točku, a umnožak (12) i (13) daje izraz za moment, to se za svaku točku dobiva:

$$M_m = \frac{k_m}{k_e n} (U + I_a R_a) \left(\frac{U}{R_i} + \frac{U}{R_v} \right),$$

što, sređeno, uzevši i generatorski karakter momenta (predznak!), daje:

$$M_m = - \frac{c_m}{c_e} \frac{U^2}{n} \left(1 + \frac{R_i + R_v}{R_i R_v} R_a \right) \left(\frac{R_i + R_v}{R_i R_v} \right). \tag{14}$$

Tako se točku po točku odredi mehanička karakteristika, kojoj principni tok prikazuje skica na sl. 14.



Sl. 14. Principni tok mehaničke karakteristike u elektrodinamičkom kočenju porednim motorom

2.3. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM SERIJSKI UZBUĐENIM MOTORIMA

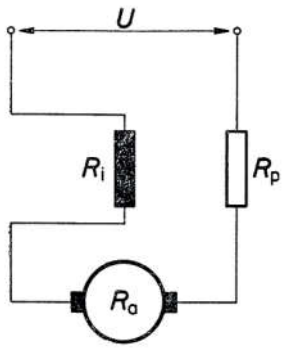
Principni spoj serijski uzbuđenoga istosmjernog motora pokazuje sl. 1. Osnovna jednadžba za brzinu vrtnje istosmjernog motora (2.2—1):

$$n = \frac{E}{k_e\Phi} = \frac{U - I_a R}{k_e\Phi}$$

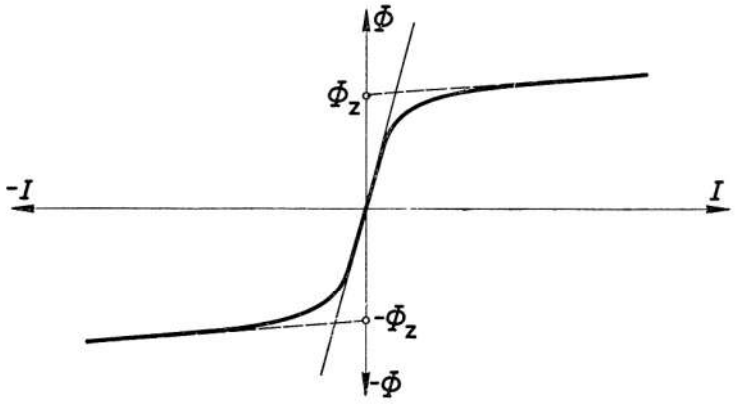
vrijedi dakako i za serijski uzbuđeni motor, samo su elementi drukčije komponirani, pa motor daje bitno druge mehaničke karakteristike. Naime, brzina vrtnje u elektromotornom pogonu sa serijskim istosmjernim motorom ponaša se bitno

drukčije. Otpor u armaturnome strujnom krugu sadrži u sebi osim otpora R_a (otpor armature, prijelazni otpor na četkicama, otpor pomoćnog pola i eventualno otpor kompenzacionog namota) još i otpor uzbudnog namota R_i, tako da govorimo o otporu motora:

$$R_m = R_a + R_i, \tag{1}$$



Sl. 1. Principna shema serijski uzbuđenoga istosmjernog motora



Sl. 2. Principni opći oblik krivulje magnetiziranja istosmjernog stroja

pa cijeli otpor u armaturnom krugu (uz eventualno uključeni predotpor R_p) iznosi:

$$R = R_a + R_i + R_p = R_m + R_p. \tag{2}$$

Iznos magnetskog toka Φ ne može se više nezavisno podešavati jer je uzbuda nužno protjecana armaturnom strujom:

$$I = I_a = I_u. \tag{3}$$

Odnos magnetskog toka i struje motora I jednostavan je samo u području niskih uzbuda (nezasićen magnetski krug, nezasićen motor), gdje je linearan:

$$\Phi = k_\Phi I, \tag{4}$$

a u području viših uzbuda (zasićen magnetski krug, zasićen motor) slijedi krivulju magnetiziranja, koje se opći oblik u zasićenom dijelu ne može prikazati analitički. Sl. 2. predočuje u općem obliku tok krivulje magnetiziranja, uz zanemarenje histereze, što se u općim razmatranjima elektromotornog pogona općenito pretpostavlja.

U nezasićenom području vrijedi, dakle, za tok i moment:

$$M_m = k_m \Phi I = k_\Phi k_m \cdot I^2, \tag{5}$$

pri čemu je k_Φ koeficijent proporcionalnosti između struje i magnetskog toka, pa se i opća jednadžba za brzinu vrtnje (2.2—1), polazeći od izraza (4), pretvara u:

$$n = \frac{U - I_a R}{k_e \Phi} = \frac{U}{k_\Phi \cdot k_e \sqrt{\frac{M_m}{k_\Phi \cdot k_m}}} - \frac{I_a R}{k_e k_\Phi I_a}, \tag{6}$$

odnosno:

$$n = \frac{U}{k_e \sqrt{\frac{k_\Phi}{k_m} M_m}} - \frac{R}{k_e k_\Phi}. \tag{6.a}$$

Saberemo li određene konstante u cjeline, vrijedi:

$$n = \frac{U}{A\sqrt{M_m}} - B, \tag{7}$$

odnosno:

$$\omega = \frac{U}{A'\sqrt{M_m}} - B'. \tag{7.a}$$

Tu je $A = k_e \sqrt{\frac{k_\Phi}{k_m}} = A'$ i $B = \frac{R}{k_e k_\Phi} = B'$. Jasno je da je numerička vrijednost koeficijenta k_e drukčija ako se računa s brzinama vrtnje $n[\text{min}^{-1}]$, tj. za veličine A, B, nego radi li se s kutnim brzinama vrtnje $[\text{s}^{-1}]$, tj. za veličine A', B'.

Tok krivulje mehaničke karakteristike serijski uzbuđenoga istosmjernog stroja u nezasićenom području jest hiperbola. Na visoko zasićenom području gdje krivulja magnetiziranja gotovo prelazi u pravac (vidi sl. 2) bit će magnetski i moment motora:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_z + k'_\Phi I \\ M_m &= k_m \Phi I = k_m \Phi_z I + k_m k'_\Phi I^2. \end{aligned} \tag{8}$$

Ode li se sa zasićenjem dovoljno daleko, k'_Φ postaje toliko maleno (željezo se, zbog zasićenja, u magnetskom smislu ponaša gotovo kao zrak) da ga možemo zanemariti, pa se odnosi jako približuju relacijama:

$$\begin{aligned} \Phi &\doteq \Phi_z \\ M_m &\doteq k_m \Phi_z I. \end{aligned} \tag{9}$$

Dakle, mehanička se karakteristika jedva razlikuje od pravca. Jer, kad izraz (9) uvrstimo u (6) za ekstremno zasićene radne točke dobiva se:

$$n = \frac{U}{k_e \Phi_z} - \frac{MR}{k_e k_m \Phi_z^2},$$

što je po formalnom obliku jednako jednadžbi (2.2—3) za nezavisno uzbuđeni motor.

Suvremeni motori opće namjene prilično su zasićeni već kod nazivne snage. Stoga im se mehanička karakteristika mijenja od kvadratne hiperbole pri malim opterećenjima, koja se sve više »izravnava« kako opterećenje raste, do približno pravca kod izuzetno velikih tereta (struja). Prirodnu karakteristiku prikazuje sl. 3 (krivulje R_m u I i III kvadrantu). Za njezinu brzinu vrtnje vrijedi:

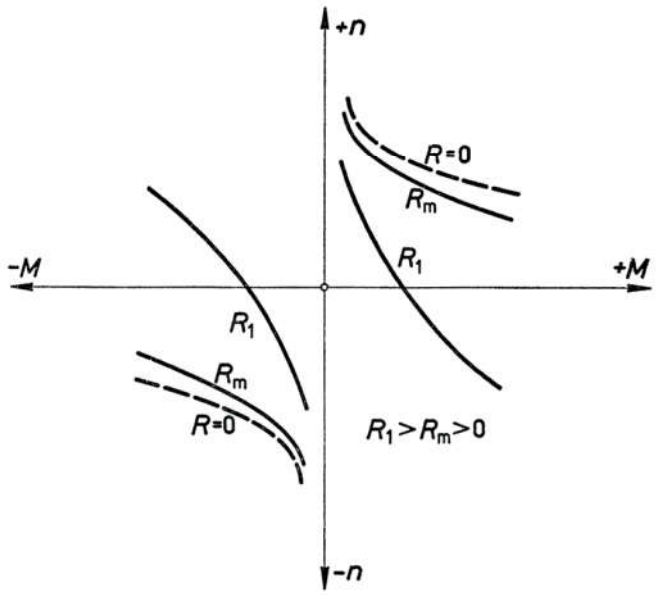
$$n_p = \frac{U - IR_m}{k_e \Phi} = \frac{U}{k_e \Phi}\left(1 - \frac{IR_m}{U}\right), \tag{10}$$

a za brzinu vrtnje uz ukopčani predotpor (karakteristika R_1):

$$n = \frac{U}{k_e \Phi}\left[1 - \frac{I(R_m + R_p)}{U}\right]. \tag{11}$$

Dijeleći jednadžbu (11) izrazom (10) može se ocijeniti to ponašanje karakteristike pri raznim predotporima:

$$n = n_p \frac{U - I(R_m + R_p)}{U - IR_m}. \tag{12}$$



Sl. 3. Mehaničke karakteristike serijski uzbuđenog motora za oba smjera vrtnje

Jednadžba (12) vrijedi uvjetno i nije dopuštena u svakom preračunavanju ovisnosti brzina vrtnje o struji. Ona je valjana samo za preračunavanja brzine vrtnje uz jednaku struju u oba slučaja, tj. za struju izvedene karakteristike jednaku struji prirodne karakteristike. Napiše li se iz jednadžbi (10) i (11) odnos brzina vrtnje za opći slučaj preračunavanja uz različite struje I i I', koje uzbuđuju i različite magnetske tokove Φ i Φ', vrijedit će:

$$\frac{n}{n_p} = \frac{\Phi}{\Phi'} \cdot \frac{U - I'(R_m + R_p)}{U - IR_m}. \tag{13}$$

a) Ako *obje struje još ne zasićuju* motor, prelazi jednadžba (13) u:

$$\frac{n}{n_p} = \frac{UI - II'(R_m + R_p)}{UI' - I'IR_m}. \tag{13.a}$$

Očito je da će biti moguće, a i prikladno, preračunavanje po relaciji (13.a), ali tek za jednake struje $I = I'$ (s posljedicom i $\Phi = \Phi'$, odnosno $M_m = M'_m$) prelazi ona u jednadžbu (12).

b) Kad jedna od struja zasićuje motor (a pogotovu ako tako djeluju obje), izraz (13) prelazi u:

$$\frac{n}{n_p} = \left(\frac{\Phi_z + k'_\Phi I}{\Phi'_z + k''_\Phi I'}\right) \frac{U - I'(R_m + R_p)}{U - IR_m}.$$

Ta je relacija potpuno neprikladna da bi se preračunala brzina vrtnje. Tek uz jednake struje $I = I'$ (što vodi do $\Phi_z = \Phi'_z$, $k'_\Phi = k''_\Phi$ i $M_m = M'_m$) ona se izjednačuje s jednadžbom (12).

Za pojedina preračunavanja zgodno je uvesti pojam granične ili idealne karakteristike serijskog motora. Tu bi karakteristiku imao motor kojemu bi otpor između priključnih stezaljki bio zanemariv, tj. $R_m = R_a + R_i = 0$. Zbog toga i naziv granična ili idealna. U tome idealiziranom slučaju relacije (6), (7) i (12) pretvorile bi se u:

$$n_i = \frac{U}{k_e \sqrt{\frac{k_\Phi}{k_m} M_m}} \tag{6.b}$$

$$n_i = \frac{U}{A\sqrt{M_m}} \tag{7.b}$$

$$n = n_i \frac{U - I(R_m + R_p)}{U} = n_i \left[1 - \frac{I(R_m + R_p)}{U}\right]. \tag{14}$$

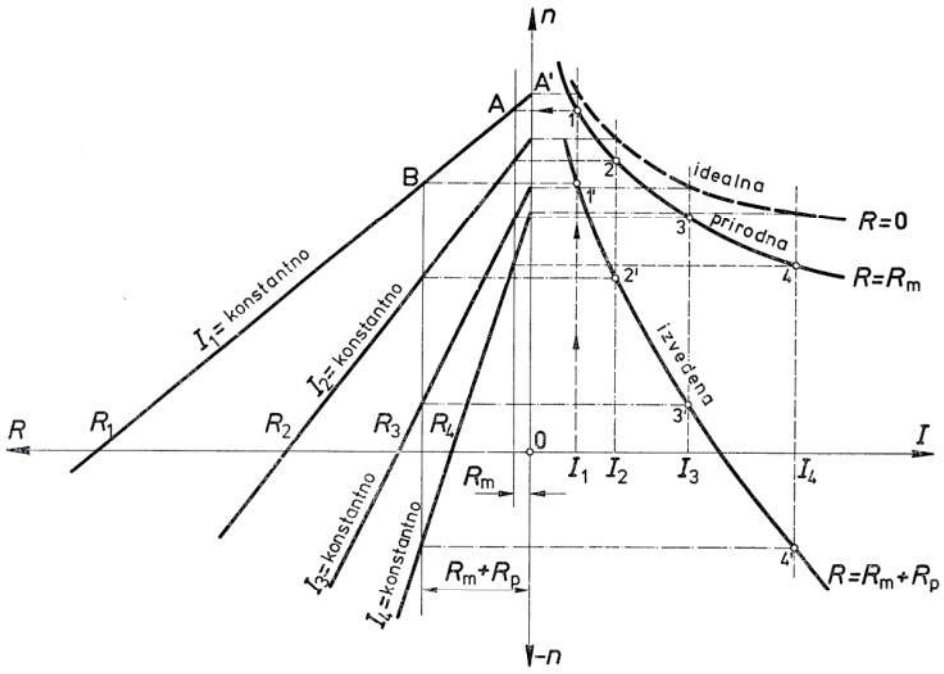
Posebno je pogodno kad valja preračunavati više izvedenih karakteristika, prije izračunati idealnu karakteristiku iz prirodne, a onda računati izvedene iz idealne. Idealnu karakteristiku prikazuje sl. 3 (karakteristika $R = 0$).

Doda li se otpor u strujni krug istosmjernoga serijskog motora, mehaničke karakteristike postaju to mekše (strmije) što je otpor veći. Brzina vrtnje naglo opada s porastom tereta na svim karakteristikama, i zato serijski motori nisu prikladni za pogone koji zahtijevaju male promjene brzine vrtnje s opterećenjem. No zbog toga su vrlo prihvatljivi za pogone radnih mehanizama kod kojih je potrebna mala brzina vrtnje pri velikim opterećenjima i velika brzina vrtnje uz mala opterećenja, kao npr. u vučnim pogonima. Pri jako malim opterećenjima motor postiže nedopustivo visoke brzine vrtnje (5—6 puta veće od nominalne, pa i više). Govori se o tendenciji motora da »bježi« ili »pobjegne«, te mu je i upotreba ograničena na elektromotorne pogone kojih je minimalno opterećenje barem 15—20% nazivnoga. Promjena smjera vrtnje najčešće se izvodi međusobnom zamjenom stezaljki rotora, a rijetko se to radi sa stezaljkama uzbudnog namota.

Iz izvoda za osnovnu mehaničku karakteristiku postalo je jasno da se karakteristike ne mogu analitički prikazivati, barem ne u pogonski najzanimljivijem dijelu. Moguće su grafičke i grafoanalitičke metode konstrukcije mehaničke karakteristike iz teorije električnih strojeva, dakako na osnovi poznatih tehničkih podataka o motoru (krivulja magnetiziranja, I-linija itd.). Kad se zna osnovna mehanička karakteristika motora, ostale se mogu preračunati, kako je pokazano, iz jednadžbe (12) ili (14). Međutim, metoda numeričkog preračunavanja točku po točku ne samo da je zamorna već je i neprikladna u obratnom postupku, tj. želimo li određivati otpore kojima će se stroj tako upravljati da radi na stanovitim mehaničkim karakteristikama. Pri računanju otpora zapravo je uvijek riječ o pitanjima ograničenja struja. Tad je vrlo zgodna metoda grafičkog preračunavanja karakteristike $n = f(I)$ koju prikazuje sl. 4. Na njoj se radi u kombiniranome koordinatnom sustavu. U I i IV kvadrantu konstruiraju se same karakteristike $n = f(I)$, pa je desni krak osi apscisa struja, a os ordinata predočuje brzinu vrtnje. Pri tome II i III kvadrant služe za pomoćnu konstrukciju otpora, pa je lijevi krak osi apscisa

radni otpor R. U II i III kvadrantu vrijedi $n = f(R)$. Za sve veličine, n, I i R, postoji, dakako, čvrsto mjerilo. Sam je postupak jednostavan. Na zadanoj prirodnoj karakteristici odredi se nekoliko vrijednosti brzine vrtnje (točke 1, 2, 3, 4) koje valja preslikati na potrebnu izvedenu karakteristiku. Okomice na desnu granu osi apscisa iz tih točaka geometrijska su mjesta konstantne vrijednosti struje (I_1, I_2, I_3, I_4 na slici). Paralele sa apscisom kroz zadane točke geometrijska su mjesta konstantnih vrijednosti brzina vrtnje. Okomice na lijevu granu osi apscisa čine geometrijsko mjesto konstantnih vrijednosti radnih otpora. Traže se u II i III kvadrantu pravci $n = f(R)$ koji su geometrijsko mjesto konstantne vrijednosti struje. Na lijevu granu osi apscisa nanese se u odabranom mjerilu vrijednost prirodnog otpora motora R_m i podigne se okomica. Traženi pravac $n = f(R)$ za struju I_1 očito je da prolazi točkom A jer ona sadrži vrijednost brzine vrtnje pri struji I_1 (točka 1). Druga točka dobije se iz uvjeta da se u kratkom spoju ($n = 0$!) cijeli priključeni napon troši na pad napona u radnom otporu. Za kratki spoj uz struju I_1 potreban je radni otpor:

$$R_1 = \frac{U}{I_1}.$$



Sl. 4. Grafičko konstruiranje izvedenih karakteristika $n = f(I)$ serijski uzbuđenoga istosmjernog stroja

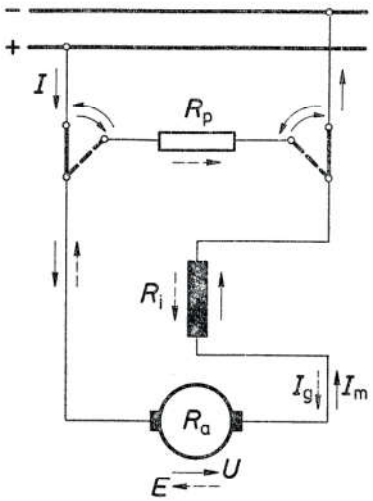
Taj se otpor nanese u mjerilu na lijevu granu osi apscisa (točka R_1 na slici) jer je u osi apscisa brzina vrtnje $n = 0$. Ta točka R_1 ujedno je i druga tražena točka pravca $I_1 = \text{konst.}$, koji prolazi točkama A i R_1. Takvim postupkom konstruiraju se i ostali pravci ($I_2 = \text{konst.}$ itd.). Želimo li za uključeni predotpor R_p konstruirati izvedenu karakteristiku $n = f(I)$, nanese se vrijednost ukupnog otpora u armaturnom krugu $R = R_m + R_p$ na lijevu stranu osi apscisa (dakako u mjerilu) i tom se točkom povuče paralela s osi ordinata. Promotrimo presjecište te paralele s linijom $I_1 = \text{konst.}$ (točka B na slici). Za njega vrijedi $R = R_m + R_p$ i $I = I_1$. Povu-

čemo li paralelu s osi apscisa točkom B, ona siječe liniju $I = I_1$ na desnoj strani slike u točki 1'. U njoj je iznos struje jednak kao na prirodnoj karakteristici (točka 1), a brzina vrtnje jednaka onoj u točki B. Prema tome je to tražena točka na izvedenoj karakteristici. Na jednak način preslikaju se i ostale zadane točke (2, 3 i 4) u točke (2', 3' i 4') na izvedenoj karakteristici, koja je uz dovoljan njihov broj i dovoljno točno određena. Za idealnu karakteristiku vrijedi idealni uvjet $R = 0$. Okomica je u toj točki sama os ordinata. Produže li se pravci $I = \text{konst.}$ s lijeve strane sl. 4. do ordinate i povuku li se paralele s apscisom do odgovarajućih linija $I = \text{konst.}$ na desnoj strani, dobivene su točke idealne karakteristike $n_i = f(I)$ serijski uzbuđenoga istosmjernog motora.

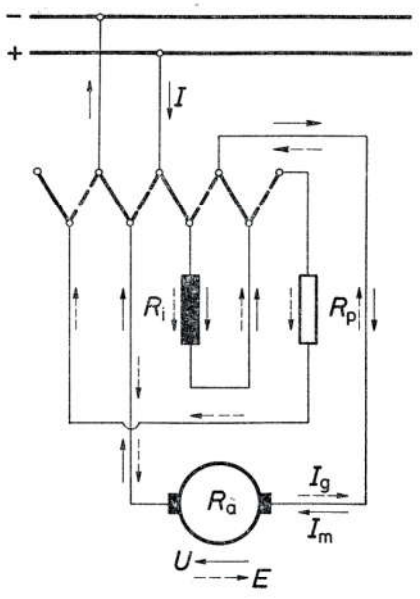
2.3.1. Kočna stanja elektromotornih pogona s istosmjernim serijski uzbuđenim motorom

Generatorsko kočenje istosmjernim serijski uzbuđenim motorom ne može se ostvariti jer nije moguće vanjskim mehaničkim momentom potjerati stroj brzinom vrtnje većom od idealne brzine vrtnje u praznom hodu ($n_0 = \infty$).

Elektrodinamičko kočenje u principu je moguće na dva načina. Prvi je sličan elektrodinamičkom kočenju porednog motora (vidi sl. 2.2—12), no ima i svojih specifičnosti. Jer, ako se jednostavno isključi motor iz mreže i priključi otpornik R_p, kao na sl. 5 (identično postupku kod porednog motora), dogodit će se ovo: Pošto iščezne struja nakon otvaranja strujnog kruga, ostat će u motoru samo remanentni magnetski tok. Taj će inducirati napon E niske vrijednosti potjerati (malu) struju strujnim krugom (vidi crtkane strelice na sl. 5), s tendencijom da se stvori magnetski tok suprotan remanentnome, pa će se motor razmagnetizirati. Čak kad bi nekim slučajem i nastalo uzbuđivanje, motor bi razvio motorski, a ne kočni moment, jer bi i struja i magnetski tok promijenili smjer. Potrebno je, dakle,

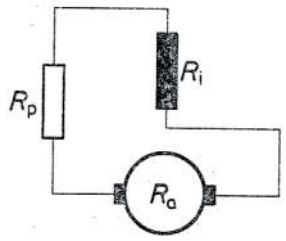


Sl. 5. Jednostavno prespajanje serijski uzbuđenog motora; neuspjeli kočni spoj

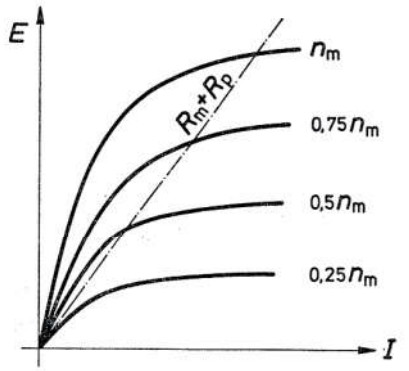


Sl. 6. Prespajanje serijski uzbuđenog istosmjernog motora na elektrodinamički samouzbudni kočni spoj

i spriječiti razmagnetiziranje i osigurati da motor razvije kočni moment. Oboje se postigne kad se pri prespajanju na kočni spoj zamijeni (prekopča) i polaritet ili uzbudnog namota ili stezaljki armature. Takvo prespajanje načelno predočuje sl. 6. Pri njemu se zadrži smisao struje u uzbudnom namotu koji pojačava remanentni magnetski tok i nastaje samouzbuđivanje. A budući da se istodobno promijeni smisao struje u armaturnom namotu, motor razvije i (negativni) kočni moment.



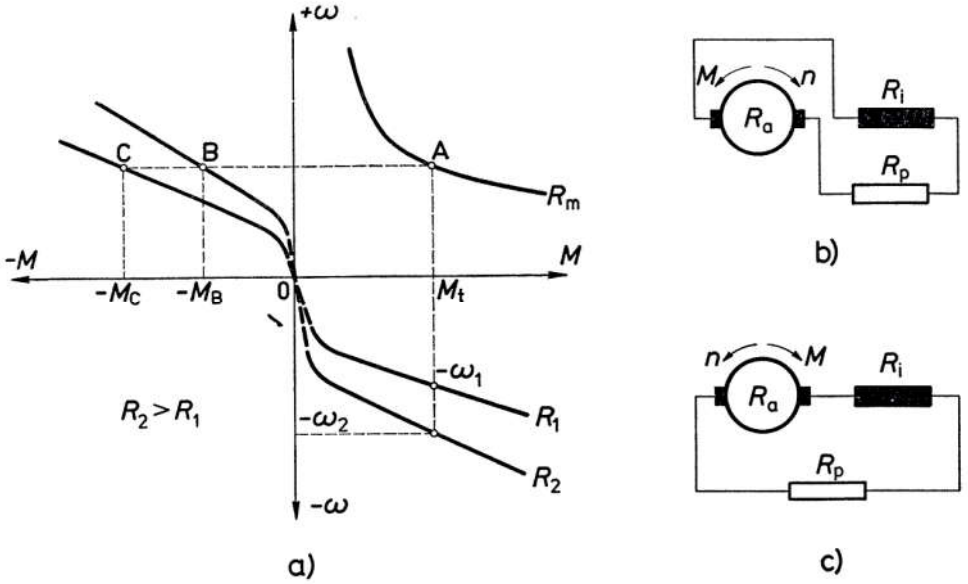
Sl. 7. Principna shema spoja serijski uzbuđenog istosmjernog motora u elektrodinamičkome samouzbudnom kočnom spoju



Sl. 8. Uz objašnjenje induciranog napona istosmjernoga serijskog motora u samouzbudnome kočnom spoju

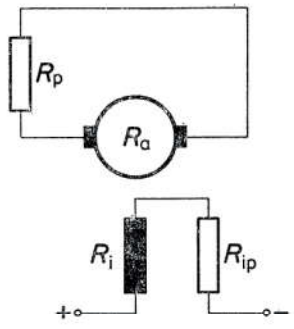
Pojednostavnjena skica na sl. 7. jasno otkriva da je to samouzbudni spoj jer je uzbudni namot s predotporom paralelno spojen na stezaljke armature. To je, dakle, pravi *samouzbudni kočni spoj*. Predotpor R_p ima trojaku funkciju. U njemu se poništava energija koja osigurava kočenje. Dalje, ona osigurava da se ne razviju prevelike struje jer je pad napona na otporu R_i malen. I, kao treće, ujedno omogućuje da se pojavi samouzbuda, tj. da njezin pravac $R_m + R_p$ sigurno siječe karakteristike induciranog napona E (vidi sl. 8). Inducirani napon E u svakom se trenutku »potroši« na padove napona na otporima u strujnom krugu $E = I(R_m + R_p) = I(R_a + R_i + R_p)$, pa dok postoji sigurno sjecište pravca samouzbude i karakteristike $E(I)$, postoji sigurna struja u strujnom krugu, tj. postoji moment kočenja. U tome je ovo kočenje serijskog motora jednako elektrodinamičkom kočenju kod porednog motora, pa su slične i mehaničke karakteristike, a i njihovo određivanje. Budući da s opadanjem brzine vrtnje pada i inducirani napon E (vidi sl. 8), to od trenutka kad se linearni dio samouzbudne karakteristike poklopi s pravcem samouzbude, nema praktički nikakva kočnog momenta. Stoga pri nekoj relativno maloj brzini vrtnje karakteristike (kočni moment) naglo padaju, što se vidi na sl. 9.a. Kod reaktivnog momenta tereta motor iz brzine vrtnje radne točke A počinje kočiti momentom M_B ili M_C (ovisno o veličini dodatnog otpora) i prestaje kočiti pri nekoj maloj brzini vrtnje, ali se ipak zaustavlja u točki 0. Uz potencijalni moment tereta stroj nakon zaustavljanja biva tjeran mehaničkim momentom u vrtnju suprotna smisla. Remanentni magnetizam inducirao bi napon suprotnog smisla, s posljedicom struje suprotnog smisla, pa bi se motor razmagnetizirao. Elektromotorni pogon bi »pobjegao« pod utjecajem mehaničkog momenta u negativnom smislu brzine vrtnje. Zbog toga se pri brzini vrtnje $n = 0$ moraju prespojiti stezaljke ili uzbudnog ili armaturnog namota, kako bi se stvorio kočni moment i u IV kvadrantu pogona. Na sl. 9. ta je nužnost prespajanja pri prelasku iz pogona u II kvadrantu na pogon u IV kvadrantu prikazana skicama b) i c). Mane su elektrodinamičkom kočenju se-

rijskoga istosmjernog motora u samouzbudnome kočnom spoju u tome što razvija malen ili čak nikakav kočni moment pri malim brzinama vrtnje. Tu je zatim i potreba prekapčanja stezaljki armature ili uzbude i pri ulasku u kočni spoj i pri reverziranju u slučaju potencijalnog momenta tereta, te nagle promjene momenta (udarci) u točkama samouzbuđivanja, koje se negativno odražavaju na radni mehanizam.

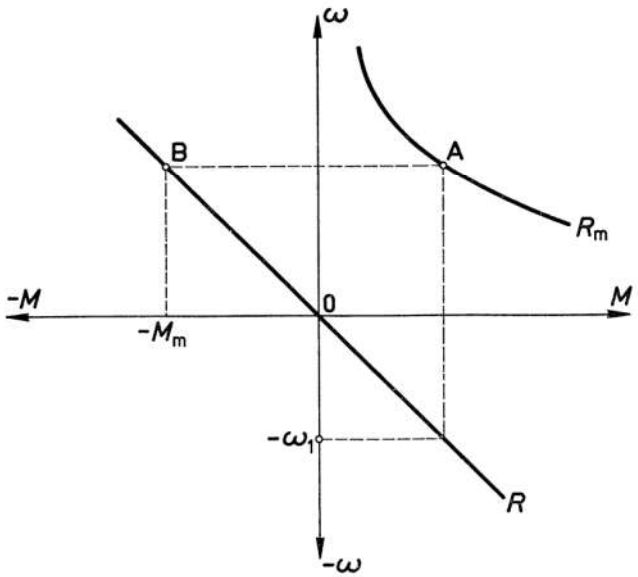


Sl. 9. Mehaničke karakteristike serijski uzbuđenog istosmjernog stroja u samouzbudnome kočnom spoju

Drugi način elektrodinamičkog kočenja serijskim motorom — kočenje u modificiranome *nezavisnom* spoju (sl. 10) — daje mnogo bolje mehaničke karakteristike (sl. 11) i pogonska svojstva. U tom spoju nema udaraca, kočenje je »mekano«, nema područja oko brzine vrtnje $\omega = 0$ gdje bi izostao kočni moment (vidi sl. 11).

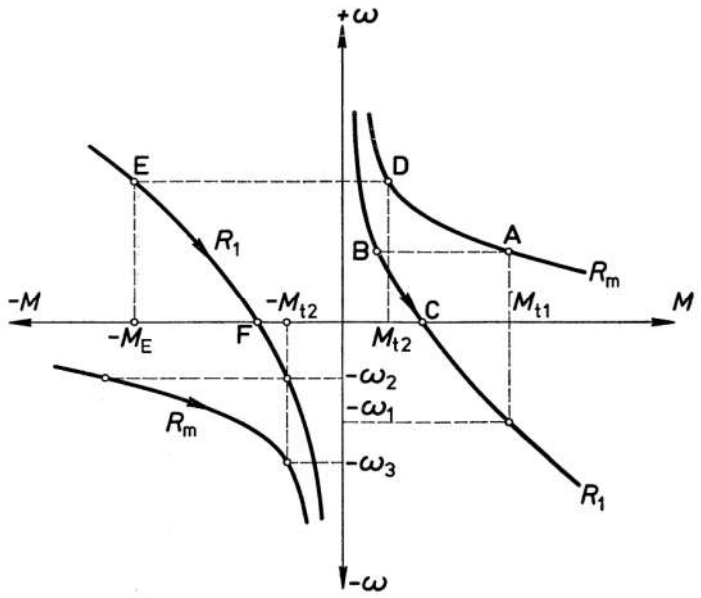


Sl. 10. Principna shema serijski uzbuđenog istosmjernog motora u nezavisnome kočnom spoju



Sl. 11. Mehaničke karakteristike serijski uzbuđenog istosmjernog motora u nezavisnome kočnom spoju

U slučaju reaktivnog momenta koči po karakteristici (pravac) od točke B do 0. Kod potencijalnog momenta reverzira i ubrzava se do točke $-\omega_1$, u kojoj stacionira. Relativna je mana tom spoju u tome što je zbog potrebnoga niskog napona na uzbudnom namotu (da struje uzbude ne budu prevelike) nužan velik dodatni otpor R_{ip} u uzbudnom krugu, pa sama uzbuda opterećuje mrežu koliko cijeli motor.



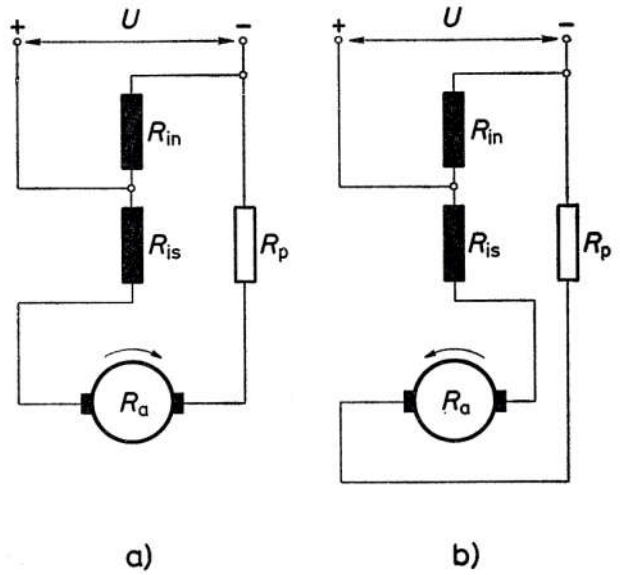
Sl. 12. Protustrujno kočenje serijski uzbuđenog motora

Mehanička karakteristika u *protustrujnom kočenju* vidi se na sl. 12. Svladava li motor u točki A potencijalni moment tereta (neka dizalica), on se nakon uključenja velikog otpora počne zaustavljati po karakteristici R_1 (I kvadrant), reverzira u točki C i nakon ubrzanja koči pri brzini vrtnje $-\omega_1$. Što je veći otpor rotorskog kruga, to je veća brzina vrtnje u kočnom spoju. Ako je reaktivni moment tereta u točki A, pogon bi, dakako, stao u točki C. Protustrujno kočenje prespajanjem stezaljki armature smije se upotrijebiti samo pri reaktivnom momentu tereta jer bi uz potencijalni moment tereta pogon »pobjegao« u negativnom smislu brzine vrtnje. Da se ostvari kočenje pri reaktivnom momentu tereta, valja zamijeniti stezaljke armature, pa motor iz pogonske radne točke D prijeđe u kočni režim (točka E), ako je prilikom prespajanja uključen odgovarajući otpor, i zaustavlja se po krivulji R_1 (II kvadrant). Ne isključi li se stroj u točki F, kad je dovršio kočenje, on će se ubrzavati u suprotnom smjeru vrtnje do brzine $-\omega_2$, pa, ako mu se isključi predotpor, i do brzine $-\omega_3$.

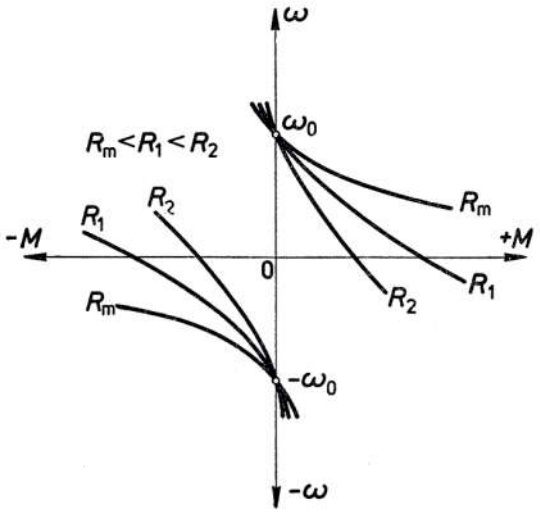
2.4. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM KOMPAUNDIRANIM MOTORIMA

Kompaundirane motore nazivamo još i mješovito ili složeno uzbuđenim motorima. Oni imaju barem dva uzbudna namota (nezavisni ili poredni i serijski), pa se tvrdoća njihove mehaničke karakteristike nalazi između tvrdoća odgovarajućih karakteristika nezavisnog i serijskog motora. Odnos između protjecanja u nezavisnom i serijskom namotu približuje ih više ili manje prvoj ili drugoj vrsti stroja. Redovno u motorskim stanjima serijski namot uzbude potpomaže nezavisni, tako

da kad u motorskom radu elektromotornog pogona govorimo o zajedničkom djelovanju, mislimo uvijek da se protjecanja u ta dva namota međusobno potpomažu.* U nekim kočnim režimima dopušta se ponekad i suprotno djelovanje protjecanja u dvama namotima, ali to obično nema dobar efekt, o čemu će biti više riječi u idućem odjeljku. Upravo taj uvjet djelovanja protjecanja u istom smislu zahtijeva da se pri svakoj promjeni smjera brzine (reverziranja) pazi kod prekapčanja. Obično se reverzira zamjenom priključka stezaljki armature, i to tako da smjer struje u serijskome uzbudnom namotu ostane nepromijenjen. Sl. 1.a prikazuje principni spoj kompaundiranog motora, a sl. 1.b isto, samo za obratan smjer vrtnje.



Sl. 1. Principna shema kompaundiranog istosmjernog motora: a) za jedan; b) za suprotan smjer vrtnje



Sl. 2. Mehaničke karakteristike kompaundiranog istosmjernog motora za oba smjera vrtnje

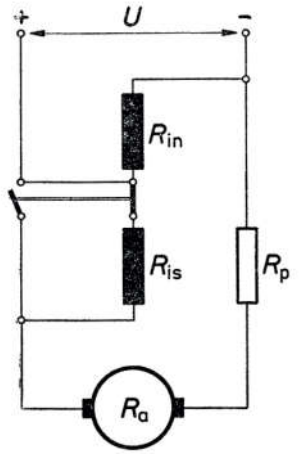
Mehaničke karakteristike sličnije su onima u nezavisno, odnosno serijski uzbuđenog stroja, već prema tome koja uzbuda u nominalnom stanju nadvladava. Za neki određeni omjer prikazuje ih sl. 2. U području malih opterećenja brzina se vrtnje znatnije mijenja, a pri većim momentima tereta promjena brzine vrtnje gotovo je linearna. Tome je uzrok činjenica što je pri malim opterećenjima serijski uzbudni namot sam za sebe efikasniji jer je motor nezasićen ili tek slabo zasićen, a uz veća opterećenja nastupi jače zasićenje, pa se smanji efikasnost serijskoga uzbudnog namota.

2.4.1. Kočna stanja elektromotornih pogona s istosmjernim kompaundiranim motorom

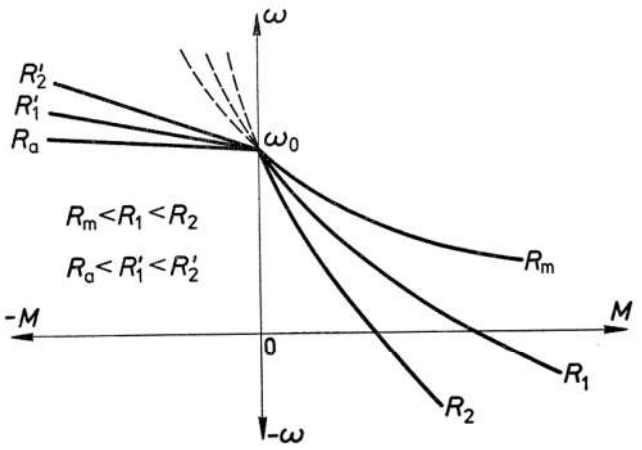
Pomoću istosmjernoga kompaundiranog motora mogu se ostvariti sve vrste kočenja. U *generatorskom kočenju* smanjuje se kočni moment zbog utjecaja serijskog namota. S porastom brzine vrtnje na veću od one u praznom hodu ω_0 promijeni se u armaturi smjer struje, pa serijski namot djeluje protiv nezavisno uz-

* U sasvim specijalnim slučajevima elektromotornih pogona upotrebljavaju se i *protukompaundirani* motori, kod kojih je upravo obrnuto, ali o njima nije riječ u ovom poglavlju.

buđenoga. Takve kočne brzine obično su prevelike (vidi sl. 4, crtkane linije u II kvadrantu), pa se najčešće, prelaskom na generatorsko kočenje jednostavno iskopča serijska uzbuda. Principna je skica spoja na sl. 3, a mehaničke karakteristike sadrži sl. 4.

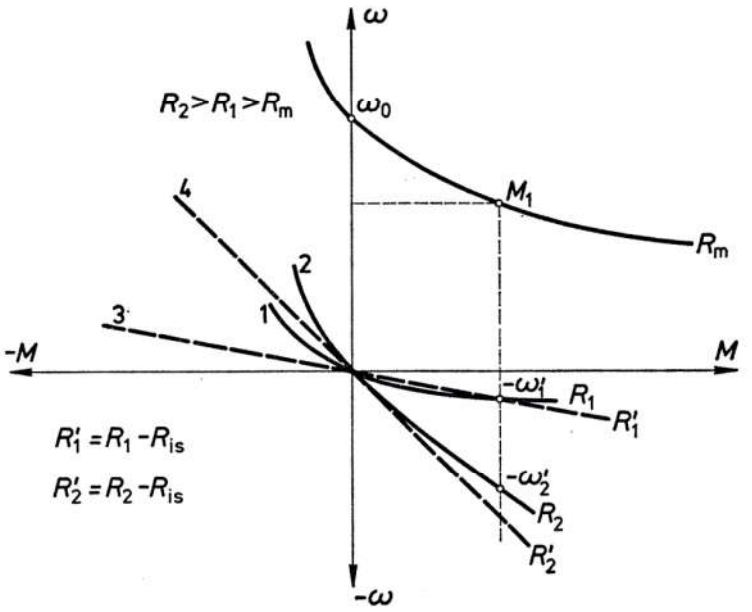


Sl. 3. Principna skica spoja kompaundiranog istosmjernog motora u generatorskom kočenju



Sl. 4. Mehaničke karakteristike kompaundiranog istosmjernog motora — generatorsko kočenje bez serijskog namota

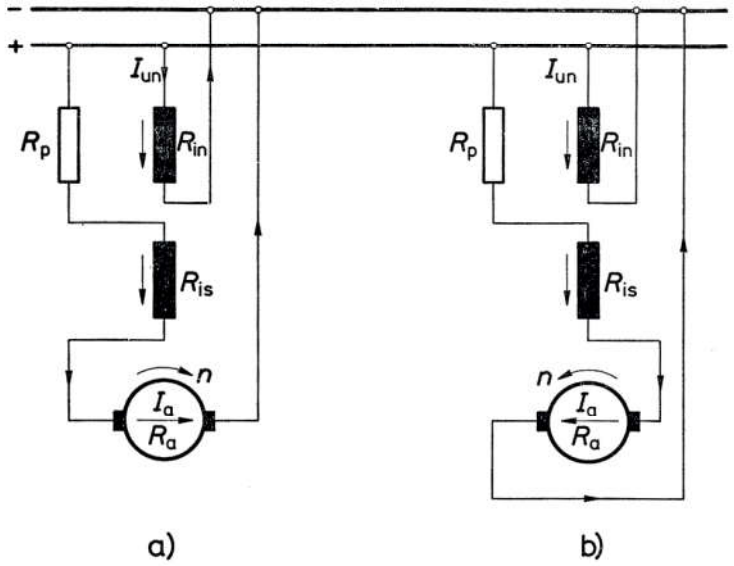
Pri *elektrodinamičkom kočenju*, kad se isključi mreža i uključe predotpori u armaturni krug, struja promijeni smjer, pa serijski namot slabi magnetsko polje (djeluje suprotno nezavisnoj uzbudi), i to sve dotle dok motor koči uz isti smjer vrtnje koji je imao u času isključenja. Taj primjer prikazuje karakteristika 1 i 2 (II kvadrant) na sl. 5. Pri suprotnom smjeru vrtnje, kad motor koči u IV kvadrantu, zbog ponovne promjene smjera struje serijski namot potpomaže magnetsko polje — karakteristike 1 i 2 (IV kvadrant) na sl. 5. Koči li radni mehanizam s reaktivnim momentom tereta, efekt kočenja u II kvadrantu obično je preslab, a i uz radni mehanizam s potencijalnim teretom često su brzine spuštanja kočenjem prevelike.



Sl. 5. Mehaničke karakteristike kompaundiranog istosmjernog motora u elektrodinamičkom kočenju; 1 i 2 s uključenom serijskom uzbudom; 3 i 4 s isključenom serijskom uzbudom

Zato se u elektrodinamičkom kočenju kompaundiranim motorom serijski namot obično iskopča iz armaturnog kruga, ili se jednostavno kratko spoji, pa se dobiju kočna svojstva nezavisno uzbuđenog motora (karakteristike 3 i 4 na sl. 5).

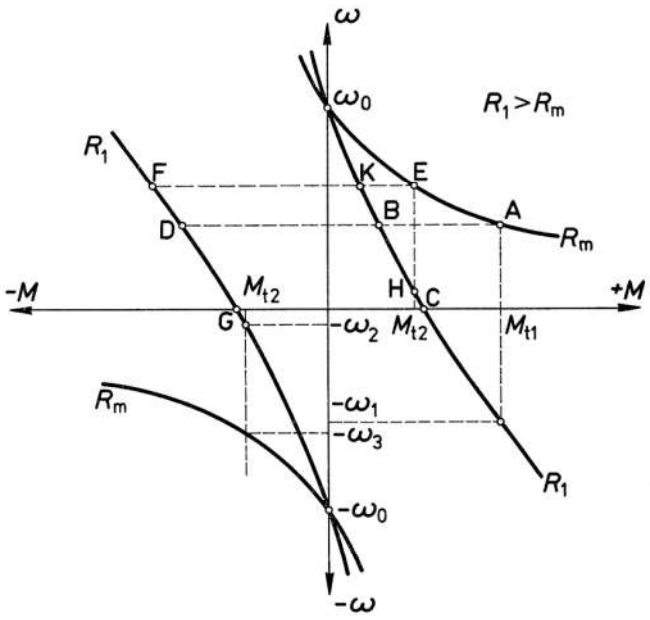
U *protustrujnom* kočenju istosmjernim kompaundiranim motorom mehaničke karakteristike pokazuju znatnu sličnost onima u serijskog motora. Bitne su ipak neke razlike u ponašanju pogona. Nužno je, prije svega, pri svakoj promjeni zadanog smisla vrtnje prespojiti stezaljke armature (zamijeniti + i —). Pod »zadanim« smislom vrtnje razumijeva se onaj koji motor ima u statičkoj radnoj točki pri motorskom pogonu. Na tu mjeru upućuje nas potreba zadržavanja istog smisla protjecanja u nezavisnom (porednom) i serijskome uzbudnom namotu. Na sl. 6. prikazana su dva stanja — prvo (sl. 6.a) prije i drugo (sl. 6.b) poslije reverziranja.



Sl. 6. Shema uključenja kompaundiranog motora u slučaju reverziranja: a) jedan smjer vrtnje; b) drugi smjer vrtnje

Takvim postupkom uzbudni namoti osiguravaju motoru uvijek ispravno magnetsko polje nastalo združenim protjecanjem u oba uzbudna namota. Moguća su u načelu, kao i pri drugim vrstama strojeva, dva načina protustrujnog kočenja. Ubaci li se u armaturni strujni krug dovoljno velik predotpor R_p, prirodna mehanička karakteristika (označeno s R_m na sl. 7) prelazi u mnogo strmiju, označenu s R_1. Radi li motor prije kočenja u točki A, savlađujući potencijalni moment tereta M_{t1}, prelaskom na karakteristiku R_1 počinje on kočiti u točki B i u točki C postiže stanje mirovanja. Ne isključi li se motor u tom času, on reverzira i konačno radi trajno u kočnom spoju uz brzinu vrtnje $-\omega_1$. Ako je motor radio prije početka kočenja u točki E, savlađujući reaktivni moment tereta M_{t2}, uključenjem predotpora počinje kočiti u točki K i konačno radi uz brzinu vrtnje koja odgovara točki H. Da se uključi još veći predotpor, motor bi se, dakako, i konačno zaustavio. Prespoje li se međusobno stezaljke armature s početnom radnom točkom elektromotornog pogona E (druga mogućnost protustrujnog kočenja), motor počinje kočiti u točki F (II kvadrant) i koči do točke G. Ne isključi li se u tom trenutku, on ubrzava (jer smo mu prespajanjem stezaljki »zadali« suprotni smjer vrtnje!) pogon i radi u mo-

torskom radu (III kvadrant), s brzinom vrtnje $-\omega_2$, odnosno, nakon isključenja predotpora brzina vrtnje bit će $-\omega_3$. Za serijski motor s potencijalnim momentom tereta protustrujno je kočenje prespajanjem stezaljki armature bilo neprihvatljivo zbog opasnosti »pobjega« jer se motorske mehaničke karakteristike uopće ne pružaju u »generatorske« kvadrante (vidi sl. 2.3—3). U kompaundiranog motora mogućnost takva kočenja barem je teorijski ostvarljiva. Prespojimo li stezaljke armaturnom namotu kompaundiranog motora koji svladava potencijalni moment tereta M_{t1} u točki A na sl. 7, on koči u točki D (dakako uz dodani predotpor). Prošavši cijelom granom mehaničke karakteristike R_1 u II kvadrantu i, nakon isključivanja predotpora R_p, cijelom karakteristikom R_m u III kvadrantu, on prelazi u IV kvadrant, gdje bi konačno generatorski kočio s nekom vrlo velikom negativnom brzinom vrtnje. Praktički je takav pogon (kočenje) moguć ili uz malene momente tereta ili »slabo« kompaundirane motore kojima su mehaničke karakteristike mnogo tvrđe. Ipak se u praksi gotovo ne susreće kočni pogon u IV kvadrantu jer je mnogo praktičniji prvi način protustrujnog kočenja jednostavnim uključivanjem otpora. Drugi se način upotrebljava (samo kod malih motora) kad se želi brzo zaustavljanje, dakle grana karakteristike R_1 u II kvadrantu, jer je razvijeni kočni moment postignut drugim načinom znatno veći.



Sl. 7. Protustrujno kočenje kompaundiranim istosmjernim motorom

2.5. STATIČKA STANJA ISTOSMJERNOG MOTORA S POREDNIM OTPORIMA

Mehaničke karakteristike istosmjernih motora mogu se podešavati i dodavanjem poredних otpora (šantova). Taj način promjene ili podešavanja brzine vrtnje istosmjernih motora nije tako čest, ali se u pogonima manjih snaga ipak dosta susreće. Upotreba takvog premoštenja pojedinih otpora istosmjernog motora više je uobičajena za serijski uzbuđene nego nezavisno uzbuđene motore.

2.5.1. Mehaničke karakteristike nezavisno uzbuđenih motora s poredničnim otporima

Spoj nezavisno uzbuđenog motora sa šantiranom armaturom (i s predotporom) prikazuje skica na sl. 1. Za padove napona vrijedi prema oznakama sa sl. 1:

$$U = I_{\check{s}} R_{\check{s}} + I_p R_p \tag{1}$$

$$U_a = I_{\check{s}} R_{\check{s}} = E + I_a R_a, \tag{2}$$

dok je očito struja u predotporu jednaka zbroju struja kroz šant i armaturu:

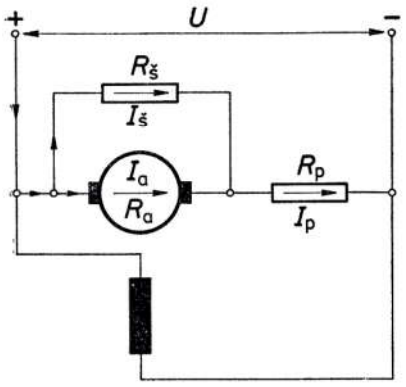
$$I_p = I_a + I_{\check{s}}. \tag{3}$$

Uvede li se struja iz relacije (3) u jednadžbu (1):

$$U = I_{\check{s}} \cdot (R_{\check{s}} + R_p) + I_a \cdot R_p,$$

dobiva se izraz za struju šanta:

$$I_{\check{s}} = \frac{U - I_a \cdot R_p}{R_{\check{s}} + R_p}. \tag{4}$$



Sl. 1. Principna skica spoja nezavisno uzbuđenog motora sa šantiranom armaturom

Tad se struja predotpora može izraziti strujom armature uvede li se $I_{\check{s}}$ iz izraza (4) u relaciju (3):

$$I_p = I_a + \frac{U - I_a \cdot R_p}{R_{\check{s}} + R_p} = \frac{U + I_a \cdot R_{\check{s}}}{R_{\check{s}} + R_p}. \tag{5}$$

Ako uvedemo izraz za struju šanta iz jednadžbe (4) u izraz (2), moguće je izvesti inducirani napon armature kao:

$$E = U \frac{R_{\check{s}}}{R_{\check{s}} + R_p} - I_a \left(R_a + \frac{R_{\check{s}} \cdot R_p}{R_{\check{s}} + R_p} \right). \tag{6}$$

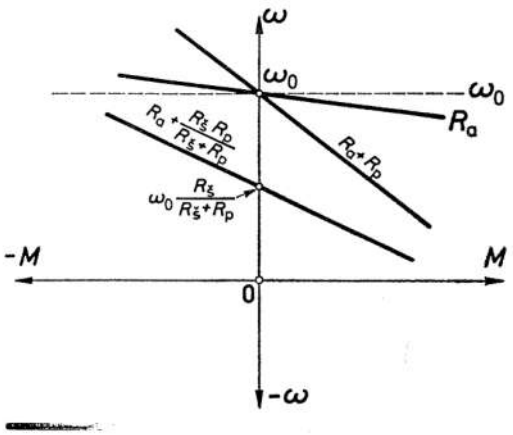
Podijelimo li tu jednadžbu faktorom proporcionalnosti napona i brzine vrtnje c_e (vidi 2.2—5.a), bit će:

$$\omega = \omega_0 \frac{R_{\check{s}}}{R_{\check{s}} + R_p} - \frac{I_a}{c_e} \left(R_a + \frac{R_{\check{s}} \cdot R_p}{R_{\check{s}} + R_p} \right).$$

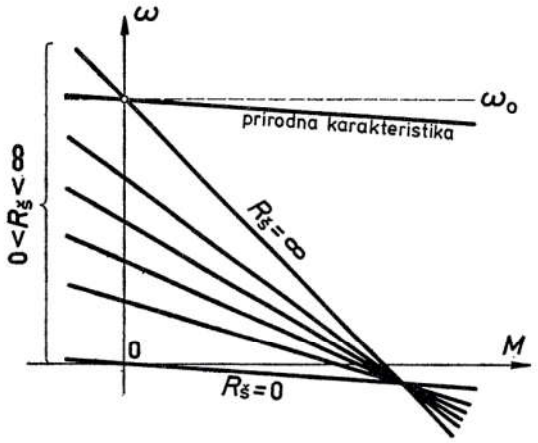
Ako se struja armature izrazi pomoću momenta motora M_m (iz 2.2—2), dobiva se za mehaničku karakteristiku:

$$\omega = \omega_0 \frac{R_š}{R_š + R_p} - \frac{M_m}{c_e \cdot c_m} \cdot \left(R_a + \frac{R_š \cdot R_p}{R_š + R_p} \right). \tag{7}$$

Mehanička je karakteristika pravac. U praznom hodu postiže se brzina vrtnje $\omega_0 \frac{R_š}{R_š + R_p}$ ako je ω_0 idealna brzina vrtnje bez šanta (vidi sl. 2). Budući da je $R_a < R_a + \frac{R_š \cdot R_p}{R_š + R_p} < R_a + R_p$, nagib je toj karakteristici veći od nagiba prirodne karakteristike, a manji od onoga kad postoji samo predotpor R_p, a nema šanta $R_š$. Sve mogućnosti da se ostvare mehaničke karakteristike u spoju sa šantom pruža iduće razmatranje.



Sl. 2. Mehaničke karakteristike nezavisno uzbuđenog motora sa šantiranom armaturom



Sl. 3. Porodica karakteristika nezavisno uzbuđenog motora sa šantiranom armaturom uz R_p = konst.

a) Drži li se u skici po sl. 1. predotpor R_p konstantnim, a šant $R_š$ se mijenja od $R_š = 0$ do $R_š = \infty$ (tad ga nema), dobiva se iz relacije (7):

$$\text{za} \quad R_š = 0 \rightarrow \omega = -\frac{M_m}{c_e \cdot c_m} \cdot R_a$$

$$\text{za} \quad R_š = \infty \rightarrow \omega = \omega_0 - \frac{R_a + R_p}{c_e \cdot c_m} \cdot M_m.$$

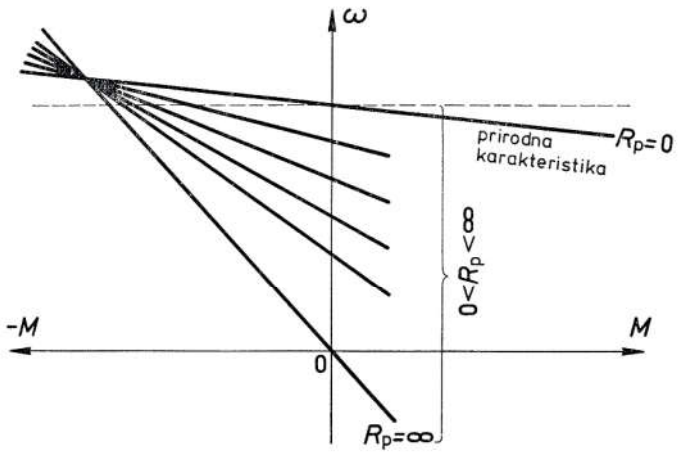
Jasno se vidi da će porodica tako dobivenih karakteristika biti između dvaju graničnih pravaca na sl. 3.

b) Drži li se u skici po sl. 1. šant $R_š$ konstantnim, a mijenja se predotpor R_p u granicama iznosa od 0 do ∞, izlazi prema izrazu (7):

$$\text{za} \quad R_p = 0 \rightarrow \omega = \omega_0 - \frac{M_m R_a}{c_e \cdot c_m}$$

$$\text{za} \quad R_p = \infty \rightarrow \omega = -\frac{R_a + R_š}{c_e \cdot c_m} \cdot M_m.$$

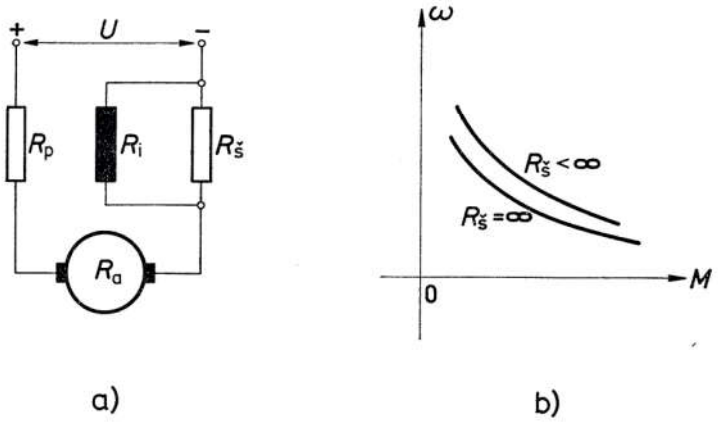
I tu je cijela porodica mehaničkih karakteristika između dvaju graničnih pravaca na sl. 4.



Sl. 4. Porodica karakteristika nezavisno uzbuđenog motora sa šantiranom armaturom uz $R_š$ = konst.

2.5.2. Mehaničke karakteristike serijski uzbuđenih motora s porednim otporom

Općenito se šantiranje armaturnoga strujnog kruga istosmjernog motora može izvesti na više načina. Moguće je šantirati samo armaturu ili samo uzbudni namot, ili oboje zajedno, a mogu se kombinacijom otpora kao »djelitelja napona« postizati i razne druge sheme.



Sl. 5. Serijski uzbuđeni istosmjerni motor sa šantiranom uzbudom: a) principni spoj; b) mehaničke karakteristike

Ako npr. šantiramo samo uzbudni namot (sl. 5.a), uslijedit će promjena mehaničke karakteristike zbog promjene odnosa magnetskog toka motora i struje armature. Uz određeni uključeni poredni otpor namota uzbude (vidi sl. 5.a) poteći će dio ukupne struje u krugu uzbudnim namotom, a dio nje porednim otporom

$R_š$. Pri tome je očito da će se promijeniti i brzina vrtnje zbog izraza (2.3—6) i moment motora zbog (2.3—5). Tu je glavni činilac promjena magnetskog toka. Promjena mehaničke karakteristike zanimljiva je pri momentu motora jednakom onome što ga je imao prije uključenja $R_š$, da se može ocijeniti utjecaj tog zahvata. Stoga će se nužno morati promijeniti struja armature na neku novu vrijednost I'_a. Ta će se struja u statičkom stanju dijeliti na grane s otporima R_i i $R_š$ (sl. 5.a), tako da pad napona na njima bude $I_š R_š = I_i R_i$, pri čemu su struje $I_š + I_i = I'_a$. Odatle izlazi:

$$I_i = I'_a \frac{R_š}{R_i + R_š}. \tag{8}$$

Vrijednost nove struje armature izračunava se na osnovi uvjeta jednakosti momenta motora prije uključenja $R_š$ i nakon toga. U nezasićenom stanju bez porednog otpora vrijedilo je prema izrazu (2.3—5):

$$M_m = k_m \Phi I = k_m k_\Phi I^2 = k_m k_\Phi I_a^2.$$

S predotporom, uz uvrštenje za struju iz jednadžbe (8), dobiva se:

$$M'_m = k_m \Phi' I'_a = k_m k_\Phi I_i I'_a = k_m k_\Phi I_i^2 \frac{R_i + R_š}{R_š}. \tag{9}$$

Izjednače li se izrazi (2.3—5) i (9), nastaje:

$$I^2 = I_i^2 \frac{R_i + R_š}{R_š}$$

$$I_i = \sqrt{\frac{R_š}{R_š + R_i}}\, I. \tag{10}$$

Na osnovi izraza (8) dobit će se za struju armature u spoju s porednim otporom:

$$I'_a = I_i \frac{R_i + R_š}{R_š} = I \sqrt{\frac{R_i + R_š}{R_i}}. \tag{11}$$

Općenito za brzinu vrtnje serijskog stroja u (2.3—6) bez šantiranja vrijedi:

$$n = \frac{U}{k_e \Phi} - \frac{I_a (R_a + R_p + R_i)}{k_e \Phi},$$

pri čemu možemo prvi pribrojnik na desnoj strani nazvati idealnom brzinom vrtnje:

$$n_i = \frac{U}{k_e \Phi} = \frac{U}{A\sqrt{M}}, \tag{12}$$

a drugi je pribrojnik očito pad brzine vrtnje prema onoj idealnoj:

$$\Delta n = - \frac{I_a (R_a + R_p + R_i)}{k_e \Phi} = - B. \tag{13}$$

Za brzinu vrtnje motora sa šantiranom uzbudom za postizanje jednakog momenta vrijedit će:

$$n_{\check{s}} = \frac{U}{k_e \Phi'} - \frac{I'_a (R_a + R_p) + I_i R_i}{k_e \Phi'}. \tag{14}$$

No, budući da su nezasićenom motoru magnetski tokovi proporcionalni strujama, prelazi relacija (14) uz supstitucije iz (11), (12) i (13) u:

$$n_{\check{s}} = \frac{U}{A\sqrt{M}} \sqrt{\frac{R_i + R_{\check{s}}}{R_i}} - \left(\frac{R_{\check{s}} + R_i}{R_{\check{s}}}\right) \left(\frac{R_a + R_p + \dfrac{R_i R_{\check{s}}}{R_i + R_{\check{s}}}}{R_a + R_p + R_i}\right) B. \tag{14.a}$$

Očito je da se idealna brzina vrtnje mijenja s faktorom $q = \sqrt{\dfrac{R_i + R_{\check{s}}}{R_i}}$, pa je:

$$n_{\check{s}i} = \frac{U}{A\sqrt{M}} \sqrt{\frac{R_i + R_{\check{s}}}{R_i}} = n_i q, \tag{15}$$

a promjena je pada brzine $\Delta n_{\check{s}}$ znatno zamršenija i ovisi o konkretnim vrijednostima otpora:

$$\Delta n_{\check{s}} = \Delta n \left(\frac{R_{\check{s}} + R_i}{R_{\check{s}}}\right) \left(\frac{R_a + R_p + \dfrac{R_i R_{\check{s}}}{R_i + R_{\check{s}}}}{R_a + R_p + R_i}\right). \tag{16}$$

Budući da je šantiranje uzbude čest i važan postupak u praksi elektromotornih pogona, važno je i ocijeniti granice pada brzine vrtnje, a time, barem kvalitativno, i promjenu mehaničkih karakteristika pri šantiranju uzbude serijskoga istosmjernog motora. Napiše li se omjer padova brzine vrtnje prema izrazu (16), izlazi:

$$\frac{\Delta n_{\check{s}}}{\Delta n} = \frac{R_a R_{\check{s}} + R_p R_{\check{s}} + R_a R_i + R_p R_i + R_i R_{\check{s}}}{R_a R_{\check{s}} + R_p R_{\check{s}} + R_i R_{\check{s}}} = \left[1 + \frac{R_i}{R_{\check{s}}} \left(1 - \frac{R_i}{R_a + R_p + R_i}\right)\right].$$

U većine serijskih motora otpor uzbudnog namota i otpor armature približno su jednake veličine ($R_a \approx R_i$) i stoga je:

$$\frac{\Delta n_{\check{s}}}{\Delta n} \doteq \left[1 + \frac{R_i}{R_{\check{s}}} \left(1 - \frac{R_a}{2R_a + R_p}\right)\right]. \tag{16.a}$$

Pretpostavimo najmanji iznos omjera:

1. $$R_p = 0 \rightarrow \frac{\Delta n_{\check{s}}}{\Delta n} = 1 + 0{,}5 \frac{R_i}{R_{\check{s}}} > \sqrt{\frac{R_{\check{s}} + R_i}{R_{\check{s}}}} = q. \tag{16.b}$$

Kao drugo neka bude vrlo velik predotpor, tj. najveći omjer pada brzina:

2. $$R_p \gg R_a \rightarrow \frac{\Delta n_{\check{s}}}{\Delta n} = \left[1 + \frac{R_i}{R_{\check{s}}} \left(1 - \frac{R_a}{2R_a + R_p}\right)\right] < \frac{R_{\check{s}} + R_i}{R_{\check{s}}} = q^2. \tag{16.c}$$

Omjer pada brzine vrtnje se dakle za realne motore kreće u granicama:

$$q = \sqrt{\frac{R_š + R_i}{R_š}} < \frac{\Delta n_š}{\Delta n} < \frac{R_š + R_i}{R_š} = q^2. \tag{16.d}$$

Prema tome su granične vrijednosti mehaničkih karakteristika:

1. za izuzetno male predotpore:

$$n_{šmax} \doteq q\left(\frac{U}{A\sqrt{M}} - B\right) = qn = q\,(n_i - \Delta n); \tag{14.b}$$

2. za vrlo velike predotpore:

$$n_{šmin} \doteq q\left(\frac{U}{A\sqrt{M}} - qB\right) = qn_i - q^2\Delta n = q\,(n_i - q\,\Delta n). \tag{14.c}$$

Mehaničke su karakteristike, općenito uzevši šantiranje uzbude serijskih motora, mekše od nešantirane mehaničke karakteristike (vidi sl. 5.b), i to neznatno uz sasvim male predotpore R_p, a znatno kad je riječ o velikom predotporu R_p. U praksi se pojavljuju dva markantna primjera elektromotornih pogona s porednim otporima u uzbudi istosmjernih motora. Prvi je kad se motorom priključenim izravno na istosmjerni napon želi postići da on ima veću brzinu vrtnje. Ide se u krajnjemu do smanjenja struje u uzbudi na 1/3 vrijednosti ($R_š = 0{,}5\,R_i$), i redovno bez predotpora kojim bi se rušila brzina vrtnje što je suprotno cilju za kojim se išlo s uključenjem porednog otpora uzbudnom namotu. Jasno se vidi iz jednadžbe (16.b) da se brzina vrtnje takvog pogona ponaša vrlo blizu izrazu (14.b), pa se taj približni izraz vrlo često i uzima za stvarne proračune; razlike prema potpuno točnom izrazu (14.a) sasvim su male. Drugi je slučaj, vrlo čest, da se serijskom motoru priključenome na valoviti napon (na izmjenični napon preko ispravljača), šantira uzbuda kako bi se izmjenična komponenta »propustila« kroz šant, koji je praktički samo radni otpor. Pri tome uzbudnim namotom, kojem je induktivni otpor visok, teče čista istosmjerna struja. Budući da je to obično relativno mala valovitost struje armature, iznos je šanta dosta visok, reda veličine $10\,R_i$. Tad je faktor q malen i blizu vrijednosti 1, što vodi do malih padova brzine vrtnje (čak i kad predotpor R_p i nije relativno malen), a stoga se, opet, mora uzeti jednadžba (14.b) radi brzog računanja.

Tako je približna relacija (14.b) zapravo najbolji izraz za ocjenu mehaničkih karakteristika. Dakako, ustreba li precizan račun, uvijek je tu jednadžba (14.a).

Šantiranje armature istosmjernome serijskom stroju ima znatno manje praktično značenje od šantiranja uzbude. Priključi li se paralelno armaturnom namotu poredni otpor (sl. 6), mogu se varirajući predotpor R_p i šant $R_š$ dobiti razne mehaničke karakteristike. Općenito za struje vrijedi $I_a + I_š = I_p = I$, a za napone, prema Kirchoffovu zakonu:

$$U = k_e\Phi n + I_a \cdot R_a + I \cdot (R_p + R_i)$$

$$U = I_š \cdot R_š + I \cdot (R_p + R_i).$$

Budući da je pad napona na šantu jednak $I_š \cdot R_š = k_e \Phi n + I_a \cdot R_a$, a bez tereta je još $I_a = 0$, brzina vrtnje u praznom hodu bit će:

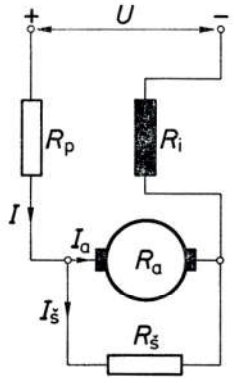
$$n_0 = \frac{I_š \cdot R_š}{k_e \Phi} = \frac{I \cdot R_š}{k_e \Phi}.$$

Na nezasićenom dijelu karakteristike (u nezasićenog motora) magnetski je tok proporcionalan struji I ($\Phi = k_\Phi I$), a nema li opterećenja, i struji $I_š$, pa vrijedi, dalje:

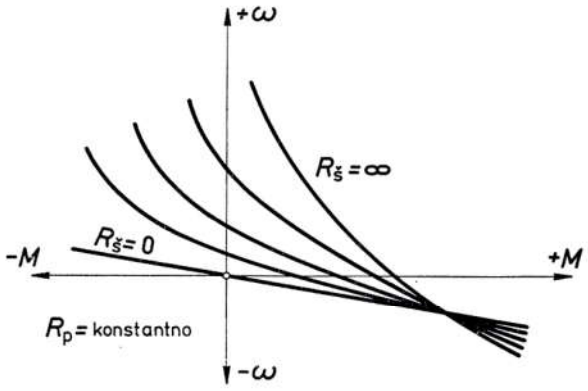
$$n_0 = \frac{I \cdot R_š}{k_e k_\Phi I} = \frac{R_š}{k_e k_\Phi},$$

odnosno:

$$\omega_0 = \frac{R_š}{k_e k_\Phi}. \tag{17}$$



Sl. 6. Principni spoj serijski uzbuđenog istosmjernog motora sa šantiranom armaturom



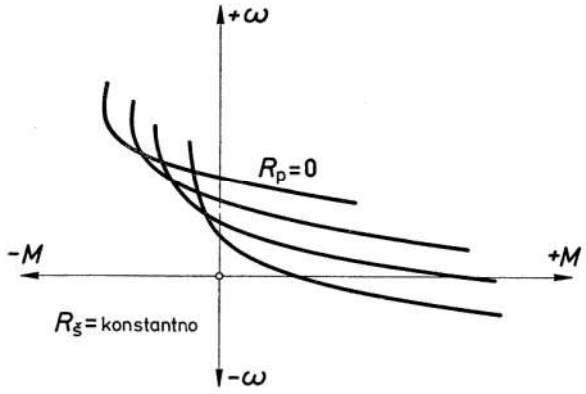
Sl. 7. Mehaničke karakteristike motora prema sl. 6. uz R_p = konst. i promjenjivi šant $R_š$

Važan je zaključak da s određenim šantom serijski uzbuđeni istosmjerni motor ima konačnu brzinu vrtnje praznog hoda. Ona čak može biti jednaka i nuli, kad je iznos šanta jednak nuli, tj. kad je armatura kratko spojena. Očito je da će granična mehanička karakteristika za taj slučaj biti pravac kroz ishodište na sl. 7. Druga je granična mogućnost karakteristika za $R_š = \infty$ — to je normalna karakteristika serijski uzbuđenog motora s predotporom R_p. Tako nam sl. 7. predočuje porodicu mehaničkih karakteristika serijski uzbuđenog motora pri konstantnom predotporu R_p, uz varijabilni šant $R_š$.

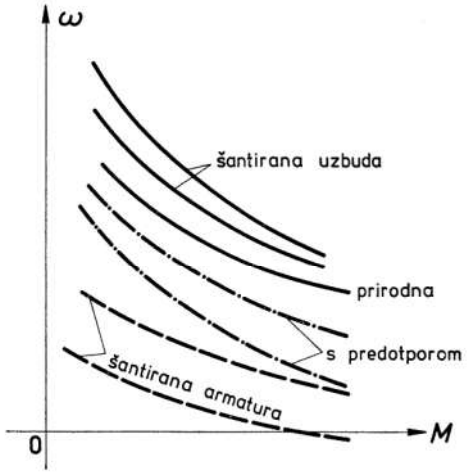
Drži li se konstantnim šant $R_š$, a mijenja se predotpor R_p u granicama od 0 do ∞, dobiva se porodica mehaničkih karakteristika kao na sl. 8. Kad je $R_p = \infty$, riječ je o motoru koji je isključen iz mreže, i ne razvija nikakav moment. Uz $R_p = 0$ to je šantirani motor bez predotpora. Porodica mehaničkih karakteristika za taj slučaj ne prolazi zajedničkom točkom ω_0, kako bi se iz relacije (17) moglo zaključiti, jer zbog zasićenja nije konstantan omjer između magnetskog toka Φ i ukupne struje I.

Ostale kombinacije šantiranja istosmjernoga serijskog motora koje nisu ovdje pobliže iznesene, rješavaju se slično kao opisane.

Pregled mehaničkih karakteristika koje se mogu kod serijski uzbuđenog motora ostvariti raznim zahvatima predočen je na sl. 9. Iznad prirodne karakteristike smještene su one motora sa šantiranom uzbudom, ispod nje su karakteristike s predotporom u krugu, a još niže one sa šantiranom armaturom. Tako se uz dodatak predotpora ili šanta, ali i obojega, može postići karakteristika kakvu želimo.



Sl. 8. Mehaničke karakteristike motora u spoju prema sl. 6. uz $R_š$ = konst. i promjenjivi predotpor R_p



Sl. 9. Pregled mehaničkih karakteristika serijski uzbuđenog istosmjernog stroja uz upotrebu šanta i predotpora

2.6. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ASINHRONIM MOTORIMA

Trofazni asinhroni motor (još je uobičajen naziv trofazni indukcioni motor) danas je najviše upotrebljavani motor. Skup njegovih tehničkih i ekonomskih svojstava stavlja ga u cijelom mnoštvu primjena na prvo mjesto. Izvjesna neprikladnost za pogone s promjenljivom brzinom vrtnje najjače ograničuje njegovu upotrebu, ali njegova sigurnost u pogonu, jednostavnost i cijena dovode ga na prvo mjesto, posebno za jednostavnije pogone.

Iz teorije asinhronih strojeva poznat je prikaz stroja ekvivalentnom shemom. Njegova se opća mehanička karakteristika može prikazati Klossovom jednadžbom:

$$\frac{M_m}{M_p} = \frac{2 + \beta}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta}. \tag{1}$$

Tu M_p znači prekretni moment, s i s_p su klizanje i prekretno klizanje stroja, a β je odnos među otporima:

$$\beta = \frac{2 \cdot R_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + \sigma_1 \cdot X_2')^2}}, \tag{2}$$

R_1, R_2', X_1 i X_2' jesu omski i rasipni induktivni statorski i reducirani rotorski otpori, a σ_1 je poznati faktor rasipanja:

$$\sigma_1 \doteq 1 + \frac{X_1}{X_\mu}.$$

Pri tome je X_μ onaj dio induktivnog otpora statora koji predstavlja glavni magnetski tok. Iz teorije je također poznato da stroj razvija svoj prekretni moment pri prekretnom klizanju:

$$s_p = \pm \frac{\sigma_1 \cdot R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + \sigma_1 X_2')^2}}. \tag{3}$$

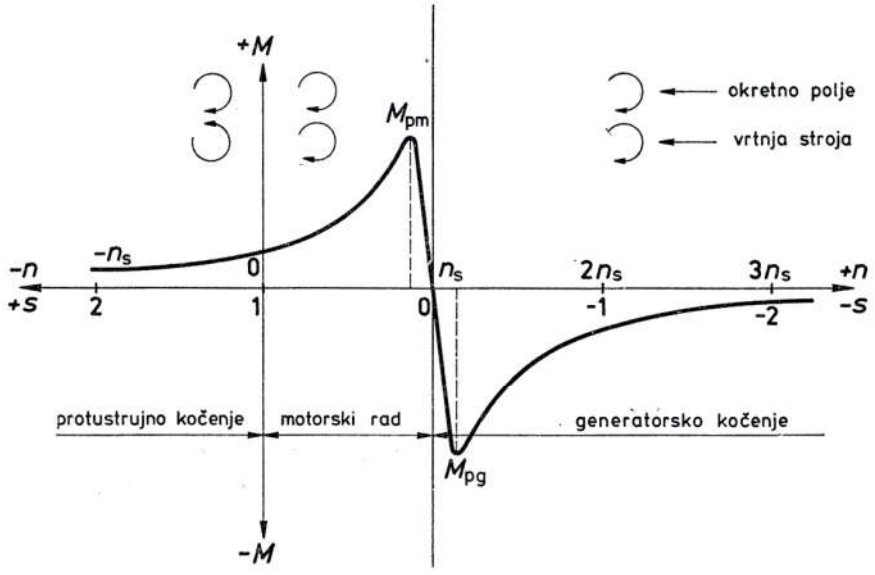
Predznak — vrijedi za generatorski (M_{pg}), a predznak + za motorski (M_{pm}) prekretni moment (vidi sl. 1).

Prema Klossovoj formuli izlazi da se motorski i generatorski prekretni moment odnose kao:

$$\frac{M_{pg}}{M_{pm}} = -\frac{2+\beta}{2-\beta}. \tag{4.a}$$

Iz jednadžbi (2) i (3) dobiva se da je vrijednost:

$$\beta = s_p \cdot \frac{2 \cdot R_1}{\sigma_1 \cdot R_2'} \tag{2.a}$$



Sl. 1. Vanjska karakteristika asinhronog stroja; područja rada

pa će odnos između generatorskog i motorskog prekretnog momenta biti:

$$\frac{M_{pg}}{M_{pm}} = -\frac{1 + s_p \dfrac{R_1}{\sigma_1 \cdot R_2'}}{1 - s_p \dfrac{R_1}{\sigma_1 \cdot R_2'}}. \tag{4.b}$$

Budući da je, barem za motor srednje i veće snage, $\sigma_1 \approx 1$ i $R_1 \doteq R_2'$, može se još pisati:

$$\frac{M_{pg}}{M_{pm}} \doteq -\frac{1+s_p}{1-s_p}.$$

Generatorski prekretni moment nešto je veći od motorskoga. Osim toga je statorski radni otpor znatno manji od induktivnoga rasipnog otpora, što pogotovo vrijedi za njihove kvadrate:

$$R_1^2 \ll (X_1 + \sigma_1 X_2')^2,$$

pa je u praktičnom računu:

$$s_p = \pm \frac{\sigma_1 \cdot R_2'}{X_1 + \sigma_1 X_2'} \doteq \frac{\sigma_1 \cdot R_2'}{X_k} \tag{3.a}$$

i:

$$\beta \doteq \frac{2 \cdot R_1}{X_k}. \tag{2.b}$$

Zbog neznatne razlike između β i $2s_p$ modificira se često i Klossova jednadžba za praktični račun u:

$$\frac{M_m}{M_p} = \frac{2 + 2s_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + 2s_p}. \tag{1.a}$$

Dalje se često, osim za motore male snage, zanemaruju posljednji član u nazivniku i drugi član brojnika jer su oba znatno manjeg iznosa od ostalih članova razlomka. Takvim postupkom jednako se mijenja iznos brojnika i nazivnika, i za sličan red veličine, pa je promjena kvocijenta mnogo manja. Tako se dobiva pojednostavnjena Klossova relacija:

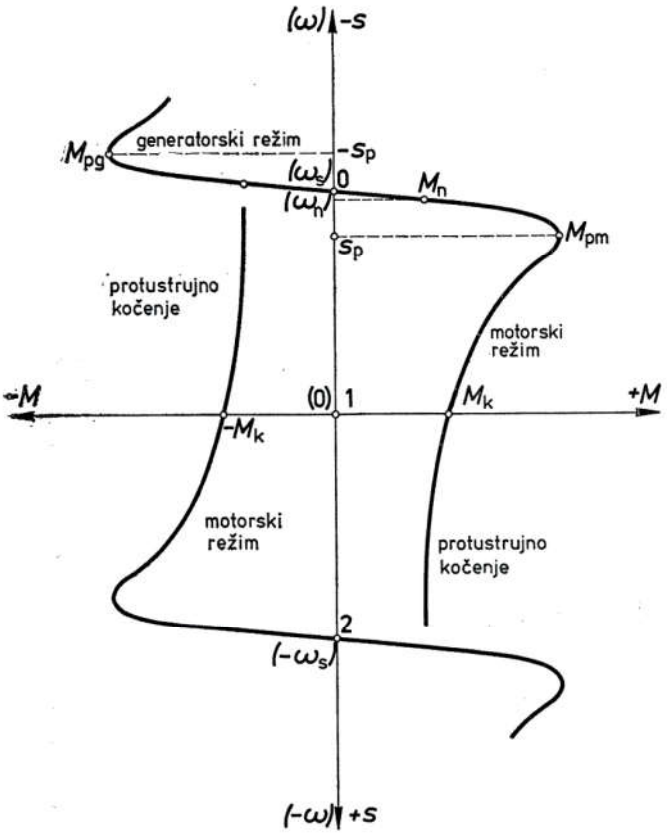
$$\frac{M_m}{M_p} = \frac{2}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}, \tag{1.b}$$

koja se u praksi najčešće upotrebljava.

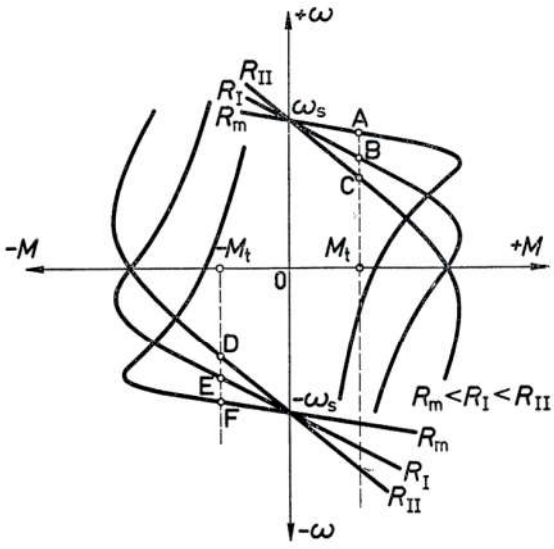
Na žalost, Klossova jednadžba ne odgovara uvijek za sve vrste asinhronih motora, a ni za sva pogonska područja. Ona vrijedi za kolutne motore i za one kavezne koji nemaju izražen efekt potiskivanja struje u rotoru. Kod kaveznih motora s izraženim efektom potiskivanja struje u rotoru valjana je Klossova jednadžba samo u području malih klizanja.

Opća pogonska svojstva asinhronog motora dobro se vide iz njegove vanjske karakteristike na sl. 1. Grafički prikaz mehaničke karakteristike sadrži sl. 2. U praznom hodu ($s = 0$, $M_m = 0$) stroj ne razvija moment i održava praktički sinhronu brzinu vrtnje. Pri pokretanju motor razvija potezni moment (M_k) uz klizanje $s = 1$. U području $s > 1$ motor koči protustrujno, a za $s < 0$ generatorski. Karakteristika ima s gledišta tvrdoće dva područja — nelinearno za klizanje $|s| > |s_p|$ i približno linearno za $|s| < |s_p|$, na kojem obično radi stacionarni elektro-

motorni pogon. Asinhronom se motoru zamjenom dviju priključnih stezaljki obrne smjer okretnog polja. Kod mehaničke karakteristike to znači: ako se jednom smjeru okretnog polja dodijeli pozitivni smisao, karakteristika se s negativnim smislom pojavljuje u suprotnim kvadrantima, tj. kao da se zamijene I i III, odnosno II i IV kvadrant (vidi sl. 2).



Sl. 2. Mehanička karakteristika asinhronog motora za oba smjera vrtnje

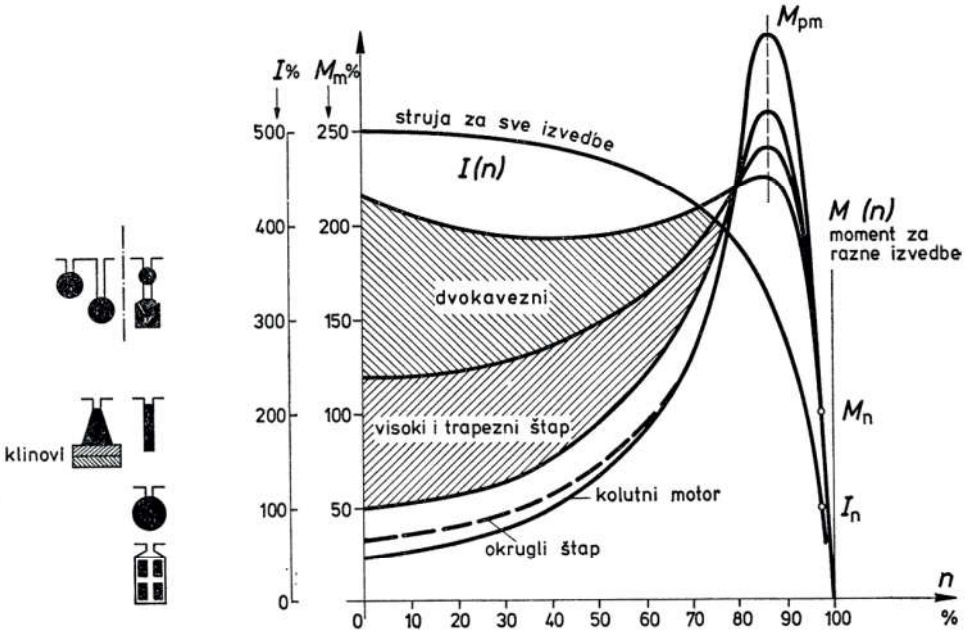


Sl. 3. Porodica mehaničkih karakteristika kolutnog asinhronog motora

Prirodna mehanička karakteristika asinhronog motora može se mijenjati ako se uključuje predotpor (radni, induktivni ili njihove kombinacije) u statorski ili rotorski namot, i tako se dobivaju porodice izvedenih karakteristika. Rijetko je uključivanje predotpora u statorski namot, zbog vrlo lošega ekonomskog efekta. Dalje — u kavezni rotor predotpori se ne mogu uključivati, tako da to vrijedi samo za kolutne motore. No i njima se ne priključuju induktivni otpori, zbog izrazito loših posljedica s obzirom na moment (smanjuje se drastično promjer kružnog dijagrama). Ali se zato vrlo često upotrebljavaju radni otpori u rotorskom krugu, i tad su mehaničke karakteristike u linearnom dijelu slične onima u istosmjernih nezavisno uzbuđenih strojeva (sl. 3). Veličina maksimalnog (prekretnog) momenta ostaje konstantna, a mijenja se prekretno klizanje. Karakteristike postaju to mekše što je veći otpor rotorskog kruga.

Za asinhrone kavezne motore nije moguće ostvariti analogne porodice karakteristika, ali se konstrukcijom rotora (namota) postižu efekti potiskivanja struje s

različitim oblikom karakteristika (strojevi s visokim štapovima, dvokavezni itd.) — sl. 4. Razlike među karakteristikama koje se vide na sl. 4. za razne izvedbe rotorskog namota očito je da ne utječu na stacionarna stanja elektromotornog pogona, koja se redovno odvijaju na linearnom dijelu karakteristike, a on je za sve izvedbe praktički jednak. Već se iz te slike vidi kako će osnovne razlike biti bitne za dinamička stanja pogona, ali se već ovdje može napomenuti, za veće motore, da će kod nekih rotora nastupiti očite teškoće pri dovođenju u stacionarno stanje, zbog niskog momenta motora u pokretanju.



Sl. 4. Razni oblici vanjskih karakteristika kaveznih asinhronih motora veće snage za različite izvedbe rotora

2.6.1. Kočna stanja elektromotornih pogona s asinhronim motorima

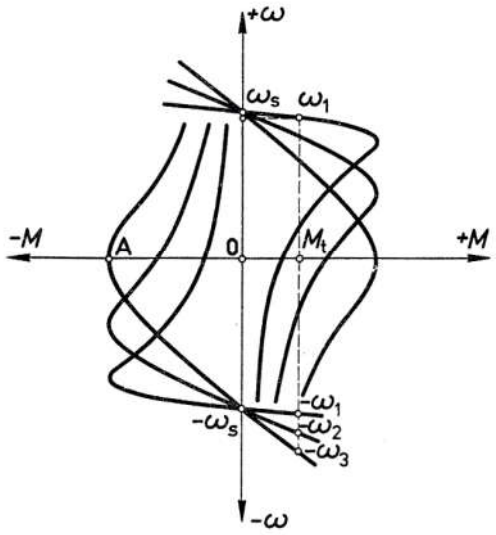
Generatorsko (*nadsinhrono*) *kočenje asinhronog stroja* s odavanjem energije u mrežu postiže se samo pri brzinama vrtnje većima od sinhrone ($\omega > \omega_s$, $s < 0$). Poznata su dva tipična primjera elektromotornog pogona kad se takvo kočenje upotrebljava.

a) Kočenje potencijalnog momenta tereta M_t najčešće je pri spuštanju tereta dizalicom. Situaciju prikazuje sl. 5. Motor se priključi na spuštanje (negativni smisao okretnog polja), npr. točka A na slici, te se elektromotorni pogon ubrzava zajedničkim djelovanjem momenta motora M_m i momenta tereta M_t do radne točke $-\omega_3$. Dakako, može se spuštanje izvesti i drugim brzinama, npr. $-\omega_1$ i $-\omega_2$, ako se koči uz drukčiji uključeni otpor u rotoru.

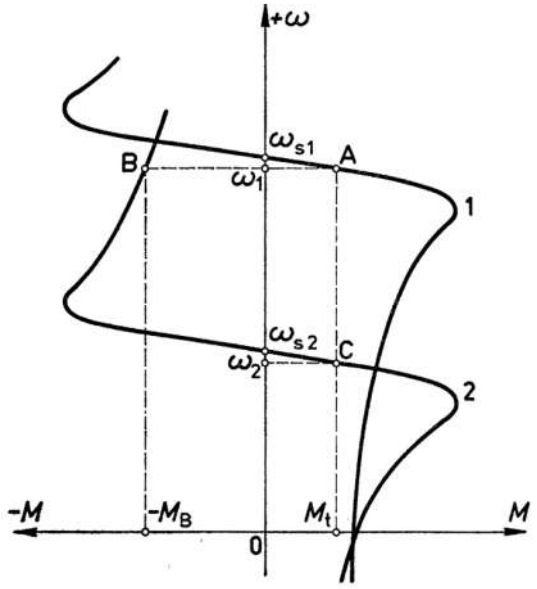
b) Kočenje u višebrzinskih motora, kad se koči od veće brzine vrtnje ω_1 na manju ω_2. Pri tome je svejedno je li moment tereta M_t potencijalan ili reaktivan.

Na sl. 6. primjer je kočenja reaktivnog momenta tereta M_t. Iz radne točke A s brzinom vrtnje ω_1, nakon prespajanja polova (točka B), motor počne kočiti momentom M_B $(+M_B + M_t)$ dok postigne brzinu vrtnje ω_2 (točka C).

Iako za vrijeme generatorskog kočenja motor pretvara mehaničku energiju u električnu, ipak mora energiju potrebnu za uzbudu uzimati iz mreže.

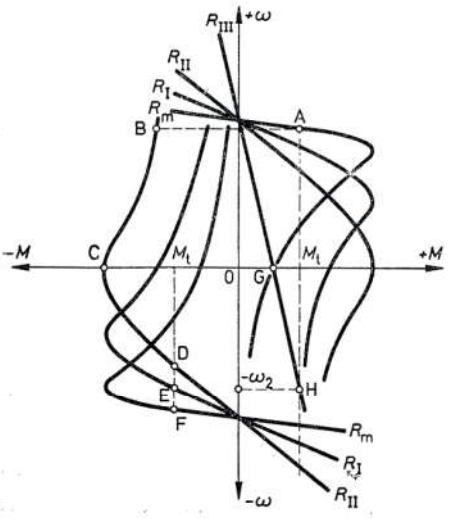


Sl. 5. Generatorsko (nadsinhrono) kočenje potencijalnog momenta tereta kod asinhronog motora



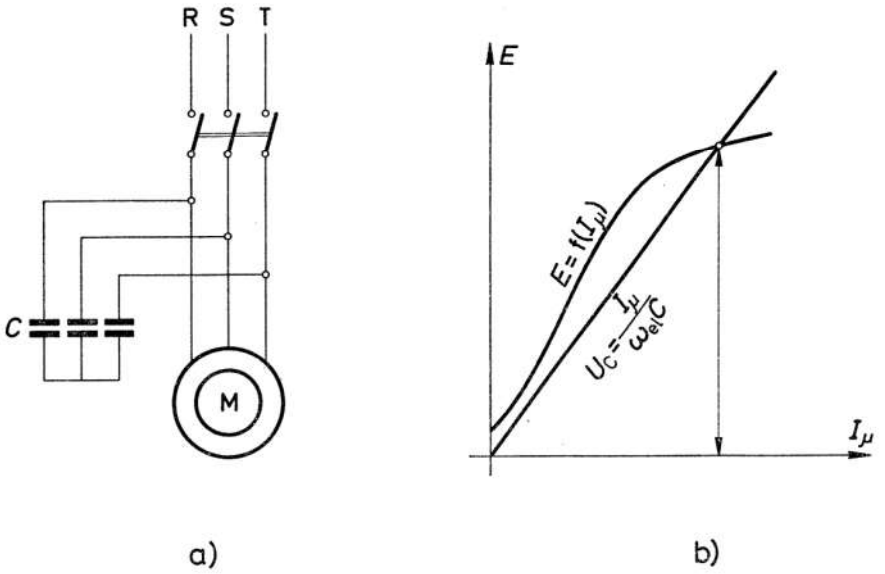
Sl. 6. Nadsinhrono kočenje kod višebrzinskih asinhronih motora: 1 — moment motora pri većoj brzini; 2 — moment motora uz manju brzinu

Pri vrtnji s klizanjem $s > 1$ motor je u *protustrujnome kočnom stanju*. Za reaktivni moment iz motorskog režima (točka A na sl. 7) stroj prelazi u kočni režim (točka B) međusobnom zamjenom dviju faza mreže na stezaljkama, i koči do točke C (u trenutku prelaska na kočenje uključi se i dodatni otpor R). Ako se motor tad ne isključi, on reverzira i ubrza radni mehanizam do jedne od brzina u točkama D, E ili F, već prema tome na kojoj karakteristici radi (koji je otpor uk-



Sl. 7. Protustrujno kočenje asinhronim motorom

ljučen). Kad bi u točki A djelovao potencijalni moment tereta, a protustrujno kočenje bilo izvedeno na upravo opisani način, motor bi, protjeravši elektromotorni pogon kroz cijeli III kvadrant stacionirao u IV kvadrantu, kočeći nadsinhronom brzinom. Zato je uz potencijalni moment tereta u točki A, umjesto obrtanja smjera vrtnje pametnije kočiti jednostavnim dodavanjem velikog predotpora u strujni krug rotora. Pogon koči po karakteristici R_{III} do točke G (sl. 7), gdje mijenja smjer i teret ubrzava pogon do točke H, a tu nastaje spuštanje (kod dizalice) konstantnom brzinom vrtnje. Dakako, uključi li se pri reaktivnom momentu tereta velik otpor u rotorski strujni krug (karakteristika R_{III}), pogon bi se definitivno zaustavio u točki G.



Sl. 8. Samouzbuda isključenoga asinhronog motora: a) principni spoj; b) radna točka pri elektrodinamičkom kočenju

U elektromotornim pogonima s asinhronim motorima često je i *elektrodinamičko* kočenje. Ako se motor odvoji od mreže, i njegove se primarne stezaljke kratko spoje (ili preko zvijezde otpora), on proizvodi kočni moment. Zbog magnetskog (glavnog) polja, koje ne može trenutno iščeznuti inducira se u statoru (koji je tad sekundar) generatorski inducirani napon i on, tjerajući struju otporima statora (i eventualnim predotporima), koči. Taj kočni efekt traje isuviše kratko (oko 1 s, a manjim motorima još i znatno kraće) da bi se, osim u izuzetnim prilikama, on mogao uspješno iskoristiti. Da se postigne trajnije elektrodinamičko kočenje asinhronim motorom, valja mu dodati u isključenom stanju neku uzbudu koja bi dulje vrijeme održavala magnetski tok u stroju. Jedan je od načina da se dodaju kondenzatori (sl. 8.a) kako bi se na poznat način dobio asinhroni generator. Kod njega je uvjet za samouzbudu da kondenzatori budu odabrani u skladu s induktivitetom glavnog polja (sl. 8.b). Pojednostavnjena ekvivalentna shema na sl. 9.a prikazuje stanje u asinhronom generatoru pošto je uspostavljena samouzbuda, koja je nastala na poznat način, slično kao u porednoga istosmjernog generatora. Napon na kondenzatoru jednak je naponu faze motora:

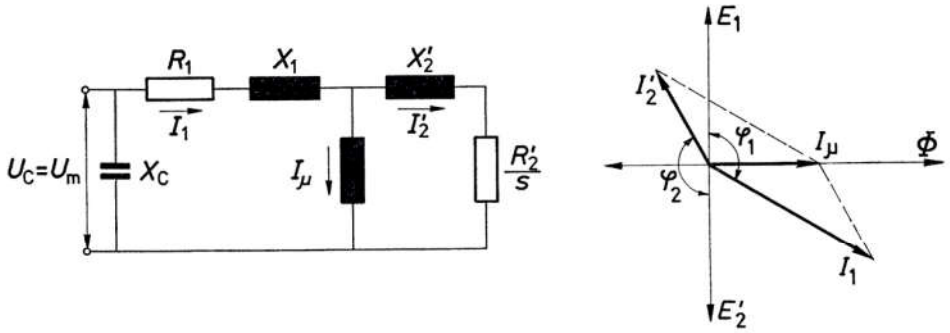
$$U_c = \frac{I_c}{2\pi f C} = U_m.$$

Međutim, nikakva samouzbuda neće nastupiti ako je $\omega_{el} = 2\pi f$ tako maleno da nema sjecišta krivulje $E = f(I_\mu)$ i pravca samouzbude $I_\mu/\omega_{el} C$ na sl. 8.b. Time je određena i najniža (donja) brzina vrtnje pri kojoj još nastaje samouzbuđivanje, tj. u kojoj ono počinje. Za tu točku brzine vrtnje struja je u sekundaru još jednaka nuli, pa je cijela primarna struja I_1 jednaka uzbudnoj struji I_μ. Označimo li s:

$$\gamma = \frac{f}{f_m} \tag{5}$$

omjer između frekvencije u primaru asinhronog generatora (motora u kondenzatorskome kočnom spoju) i mrežne frekvencije, može se za primarnu petlju ekvivalentne sheme na sl. 9.a napisati (uz $I_1 = I_c$):

$$I_c \sqrt{R_1^2 + \left(X_1\gamma - \frac{X_c}{\gamma}\right)^2} = I_\mu X_\mu \gamma.$$



a) b)

Sl. 9. a)Ekvivalentna shema asinhronog motora u samouzbudnome kočnom spoju; b) principni vektorski dijagram induciranih napona i struja

U stanju početnog samouzbuđivanja, kad vrijedi $I_1 = I_c = I_\mu$, označimo omjer frekvencija s γ_d jer je to donja (najniža) vrijednost frekvencije pri kojoj je stroj još u samouzbudnom stanju. Dakle vrijedi:

$$R_1^2 + \left(X_1\,\gamma_d - \frac{X_c}{\gamma_d}\right)^2 = X_\mu^2\,\gamma_d^2$$

$$(X_\mu^2 - X_1^2)\,\gamma_d^4 + (2X_1X_c - R_1^2)\,\gamma_d^2 - X_c^2 = 0.$$

Odatle je:

$$\gamma_d = \pm \sqrt{\frac{-(2X_1X_c - R_1^2) \pm \sqrt{(2X_1X_c - R_1^2)^2 + 4X_c^2(X_\mu^2 - X_1^2)}}{2(X_\mu^2 - X_1^2)}}.$$

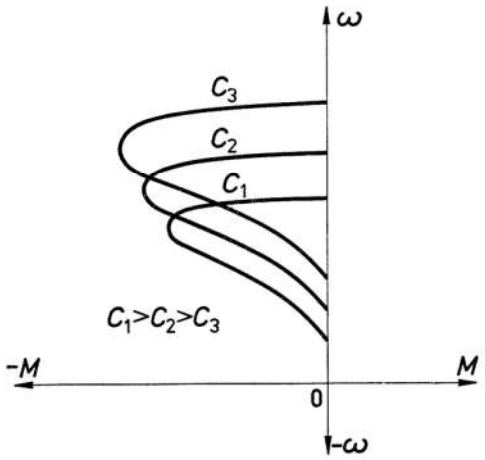
Izraz $2X_1X_c - R_1^2$ znatno je manji od ostalih pod korijenom, a X_1 je znatno manje od X_μ, pa će nakon zanemarenja biti:

$$\gamma_d \simeq \sqrt{\frac{2X_c X_\mu}{2X_\mu^2}} = \sqrt{\frac{X_c}{X_\mu}}.$$

Na početku samouzbuđivanja nema struje u rotoru, koji se praktički vrti sinhronom brzinom diktiranom frekvencijom statora, pa je γ_d ujedno i omjer stvarne brzine vrtnje stroja pri frekvenciji primara stroja i sinhrone brzine vrtnje stroja pri mrežnoj frekvenciji. Tako se za najnižu brzinu vrtnje samouzbuđenog stroja može pisati:

$$\omega_d = \omega_s \sqrt{\frac{X_c}{X_\mu}} = \frac{\omega_s}{\sqrt{2\pi f_m C X_\mu}}. \tag{6}$$

Pri brzinama vrtnje manjima od ω_d nema samouzbuđivanja, pa je s ω_d određena najniža točka mehaničke karakteristike. Iznos ω_d ovisi o veličini kondenzatora, a to je jasno iz relacije (6). Što je veći kapacitet kondenzatora, to je ω_d manje (vidi sl. 10). Radi ekonomičnosti ugrađuju se kondenzatori takve veličine da početni kočni moment nastupa pri od 0,3 do 0,5 sinhrone brzine vrtnje ω_s.



Sl. 10. Mehaničke karakteristike asinhronog motora pri elektrodinamičkom kočenju u samouzbudnom spoju s kondenzatorima

Tok mehaničke karakteristike pri brzinama vrtnje većima od ω_d može se kvalitativno predočiti uz pomoć vektorskog dijagrama na sl. 9.b. Glavni magnetski tok Φ uspostavljen strujom I_μ inducira u primaru napon E_1 koji prethodi za kut $\pi/2$, a u sekundaru E_2' koji zaostaje za kut $\pi/2$. Primarna struja I_1, pri manjim brzinama vrtnje pretežno kapacitivna, prethodi znatno pred E_2', a struja rotora I_2', zbog induktivnog otpora $\gamma X_2'$, zaostaje za induciranim naponom E_2'. Kako rastu brzine vrtnje, tako se povećava i frekvencija f u primaru i odnos frekvencija γ. Time padaju vrijednosti kapacitivnog otpora, a rastu vrijednosti induktivnih otpora. Vektor I_1 s porastom γ smanjuje svoje prethođenje pred induciranim naponom E_2'. Tokom tog procesa uzbudna struja I_μ najprije raste, zatim doseže neki maksimum, a onda opada sve do vrijednosti nula, kad struje I_1 i I_2' dođu u protufazu. Načelno se jednako tako ponaša i kočni moment (vidi sl. 10). Protufaza I_1 i I_2' određena je uvjetom $I_\mu = 0$ što nastupa uz neki omjer frekvencija γ_g i uz najveću brzinu vrtnje ω_g pri kojoj još stroj koči ili upravo prestaje kočiti. Na osnovi ekvivalentne sheme iz sl. 9.b može se napisati:

$$I_1\left[R_1 + j\left(X_1\gamma_g - \frac{X_c}{\gamma_g}\right)\right] + I_2'\left[\frac{R_2}{s_g} + jX_2'\gamma_g\right] = 0,$$

pri čemu je s_g klizanje pri gornjoj brzini s obzirom na sinhronu brzinu vrtnje uzrokovanu frekvencijom primara stroja. Budući da je tad $I_1 = I_2'$, može se to kratiti u prethodnoj jednadžbi, a osim toga, zbog jednakosti kuta struje i napona, i pisati odvojeno za realne i imaginarne vrijednosti:

$$R_1 + \frac{R_2'}{s_g} = 0$$

$$X_1 \gamma_g - \frac{X_c}{\gamma_g} + X_2' \gamma_g = 0.$$

Iz prve jednakosti bit će:

$$s_g = -\frac{R_2'}{R_1},$$

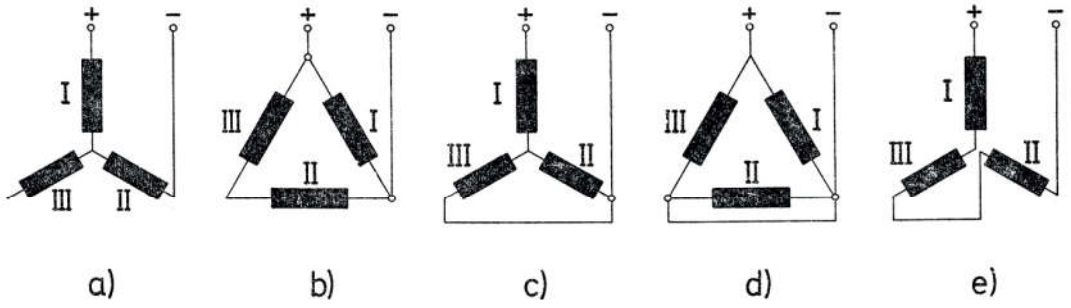
a iz druge:

$$\gamma_g = \sqrt{\frac{X_c}{X_1 + X_2'}}.$$

Budući da je γ_g omjer i sinhronih brzina vrtnje, vrijedi:

$$\omega_g = \omega_s(1 - s_g)\,\gamma_g = \omega_s \left(1 + \frac{R_2'}{R_1}\right) \sqrt{\frac{1}{2\pi f_m C (X_1 + X_2')}}. \tag{7}$$

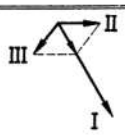
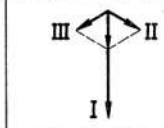
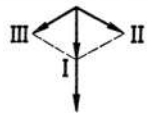
Time su određene i točke najvećih brzina vrtnje mehaničkih karakteristika asinhronog stroja u kapacitivnome kočnom spoju. Najveća brzina vrtnje ω_g ovisi o kapacitetu kondenzatora na sličan način kao i najmanja brzina vrtnje ω_d (vidi sl. 10).



Sl. 11. Mogućnosti priključka istosmjerne struje na statorski namot asinhronog motora radi kočenja

Elektrodinamičko kočenje asinhronim motorom s kondenzatorima relativno se rijetko upotrebljava, ne samo zbog izostajanja kočnog momenta pri manjim brzinama vrtnje već je uzrok i visoka cijena kondenzatora. Češće je elektrodinamičko kočenje s nezavisnom uzbudom. Motor se isključi iz mreže i na njegov se statorski namot narine istosmjerni napon, tako da motor u principu radi kao sinhroni generator s neizraženim polovima, i to uz promjenljivu brzinu vrtnje. Statorski je

namot u takvom spoju uzbudni, i njegova uzbuda u rotorskom namotu inducira izmjenični napon. Teret je takvoga »sinhronog generatora« radni otpor uključen u rotorski strujni krug motora i radni otpor samog rotora. Naravno, u kaveznih motora to je samo otpor rotora. Uzbudna se istosmjerna struja može priključiti na više načina, kao na sl. 11, pri čemu se za postizanje »simetrije« moraju statoru prespojiti sve faze (sl. 11.e), što je neprikladno, pa se češće upotrebljavaju nesimetrični spojevi (sl. 11.a—d). Da se razvije dovoljan kočni efekt, mora istosmjerna struja u statoru, s obzirom na spoj, uspostaviti tako veliko protjecanje i magnetski tok kakve bi stvorila izmjenična struja u simetričnom spoju. Za različite spojeve napravljen je pregled u tablici na sl. 12. Istosmjerni napon potreban da protjera tu struju relativno je nizak jer se njezinu toku suprotstavlja samo radni otpor statorskog namota. Jednako je tako i snaga takve uzbude relativno niska iz istog razloga. Brojčano su sve te veličine izražene u tablici na sl. 12.

Spoj prema slici 11.	a)	b)	c)	d)	e)
Vektorski dijagram protjecanja					
Istosmjerno protjecanje	$\sqrt{3}\, I_= W_1$	$I_= W_1$	$\frac{3}{2} I_= W_1$	$\frac{\sqrt{3}}{2} I_= W_1$	$2 I_= W_1$
Potreban iznos istosmjerne struje	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} I_\sim = 1{,}23\, I_\sim$	$\frac{3}{\sqrt{2}} I_\sim = 2{,}12\, I_\sim$	$\sqrt{2}\, I_\sim = 1{,}41\, I_\sim$	$\sqrt{2}\sqrt{3}\, I_\sim = 2{,}46\, I_\sim$	$\frac{3}{2\sqrt{2}} I_\sim = 1{,}06\, I_\sim$
Radni otpor u uzbudnom krugu	$2 R_1$	$\frac{2}{3} R_1$	$\frac{3}{2} R_1$	$\frac{1}{2} R_1$	$3 R_1$
Potreban istosmjerni napon	$2{,}46\, I_\sim R_1$	$1{,}41\, I_\sim R_1$	$2{,}12\, I_\sim R_1$	$1{,}23\, I_\sim R_1$	$3{,}18\, I_\sim R_1$
Potrebna snaga uzbude	$(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} I_\sim)^2 2R_1 = 3I_\sim^2 R_1$	$(\frac{3}{\sqrt{2}} I_\sim)^2 \frac{2}{3} R_1 = 3I_\sim^2 R_1$	$(\sqrt{2}\, I_\sim)^2 \frac{3}{2} R_1 = 3 I_\sim^2 R_1$	$(\sqrt{2}\sqrt{3}\, I_\sim)^2 \frac{1}{2} R_1 = 3I_\sim^2 R_1$	$(\frac{3}{2\sqrt{2}} I_\sim)^2 3R_1 = 3{,}37 I_\sim^2 R_1$

Sl. 12. Tablica veličina uzbude statora asinhronog motora koji se napaja istosmjernom strujom pri elektrodinamičkom kočenju

Kočni efekt takva spoja proizvodi tad asinhroni motor spojen kao sinhroni generator u kratkom spoju. Njegova je struja u rotoru:

$$I_k = \frac{E}{\sqrt{R_2'^2 + X_d'^2}},$$

gdje je X_d sinhrona reaktancija. Kako se s kočenjem mijenja (pada) brzina vrtnje, mijenja se inducirani napon proporcionalno toj brzini ($E = k'\omega$), a i sinhrona reaktancija ($X_d' = k''\omega$). Budući da je X_d' znatno veće od R_2' pri većim brzinama, struja će rotora biti gotovo konstantna:

$$I_k = \frac{k'\omega}{\sqrt{R_2'^2 + (k''\omega)^2}} \simeq \text{konst.}$$

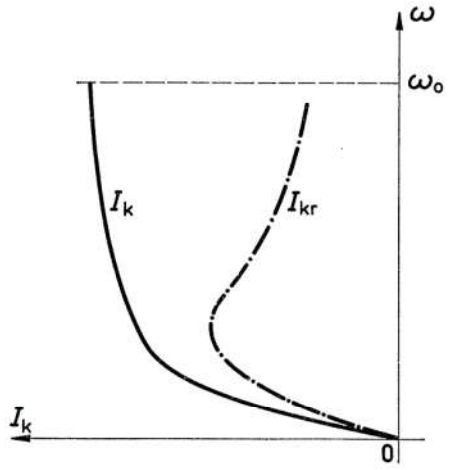
$$(R_2' \ll X_d' = k''\omega).$$

Uz manje brzine vrtnje počinje se osjećati utjecaj radnog otpora, i struja sve naglije opada prema nuli, koju vrijednost postiže u mirovanju. Kočni (generatorski) moment proporcionaln je radnoj struji:

$$I_{kr} = I_k \cdot \cos\varphi = I_k \frac{R'_2}{\sqrt{R'^2_2 + X'^2_d}} = \frac{k'\omega R'_2}{R'^2_2 + (k''\omega)^2},$$

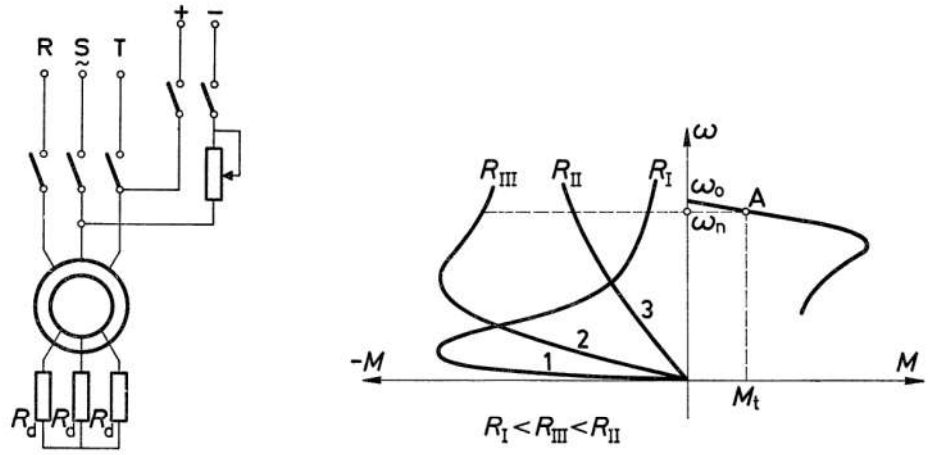
tj. udio radne struje raste u ukupnoj struji kako brzina vrtnje opada i pokazuje izraziti maksimum za:

$$R'_2 = k''\omega = X'_d, \text{ tj. uz } \cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$



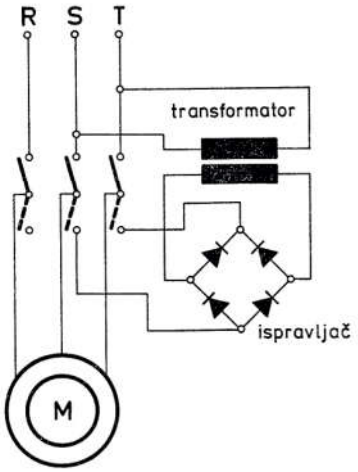
Sl. 13. Struje u rotoru asinhronog motora uzbuđenog istosmjernom strujom sa strane statora, I_k — ukupna struja; I_{kr} — radna, kočna struja

Kvalitativni je tok struja predočen na sl. 13. Budući da je kočni moment proporcionalan radnoj struji, to se i njegov tok $M = f(\omega)$ može mijenjati (kod kolutnih motora) doda li se otpor u rotor, pri čemu se mehaničke kočne karakteristike ponašaju tako da se maksimalni kočni moment pomiče na drugu vrijednost ω, što je izraženo na sl. 14. Pobliže se ponašanje motora u takvome kočnom spoju može

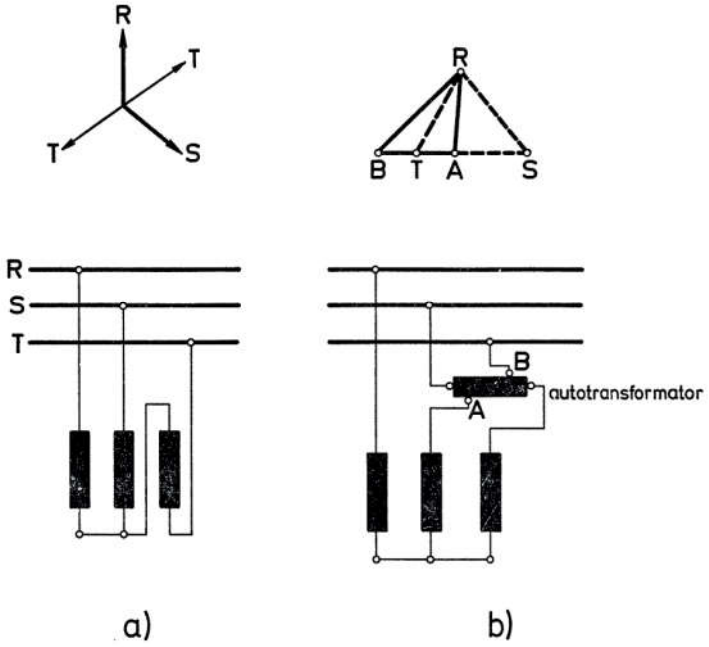


Sl. 14. Elektrodinamičko kočenje asinhronim motorom s narinutim istosmjernim naponom na statorski namot — mehaničke karakteristike

vidjeti u izvodima za rješenje zadatka 2.10—15. Stator se napaja iz posebnog izvora (baterije, generatora), ali se može koristiti i ispravljenim mrežnim naponom sniženim na potrebnu vrijednost pomoću transformatora, kao na sl. 15.



Sl. 15. Uzbuda statora asinhronog motora pomoću ispravljača — pri elektrodinamičkom kočenju



Sl. 16. Nesimetrični priključak asinhronog motora da bi se postigao kočni efekt

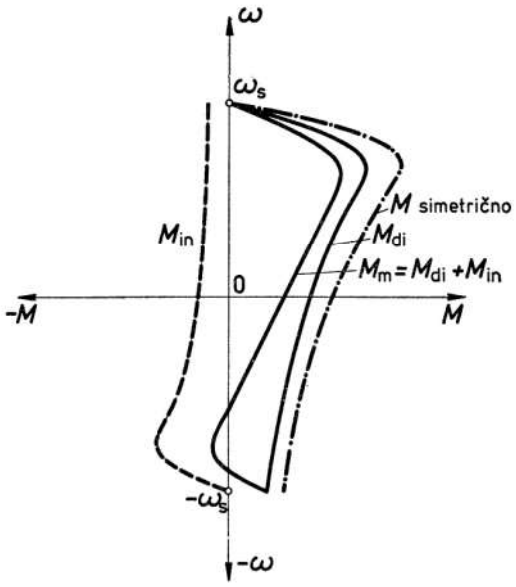
Kočna stanja u asinhronom motoru mogu se postići i nesimetričnim napajanjem statorskog namota. Ima više mogućnosti spojeva da se to izazove — okretanje jedne faze, napajanje uz pomoć autotransformatora koji uzrokuje nesimetrije i slično. Zajedničko je tim spojevima prikazanima na sl. 16. to što se u asinhronom motoru uz izravno okretno polje stvara još i inverzno okretno polje, koje se u statoru kreće sinhronom brzinom vrtnje, ali u smjeru suprotnome direktnom polju — dakle suprotno vrtnji u motorskom radu. Razmatranje se može provesti kao da smo na istu osovinu uključili dva motora različitih smjerova vrtnje i različitih vanjskih karakteristika. Analitički se to izražava Klossovom jednadžbom kao:

$$M = \frac{2 \cdot M_{pdi} \cdot (1 + s_p)}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + 2s_p} - \frac{2 \cdot M_{pin} \cdot (1 + s_p)}{\frac{2 - s}{s_p} + \frac{s_p}{2 - s} + 2s_p}, \tag{8}$$

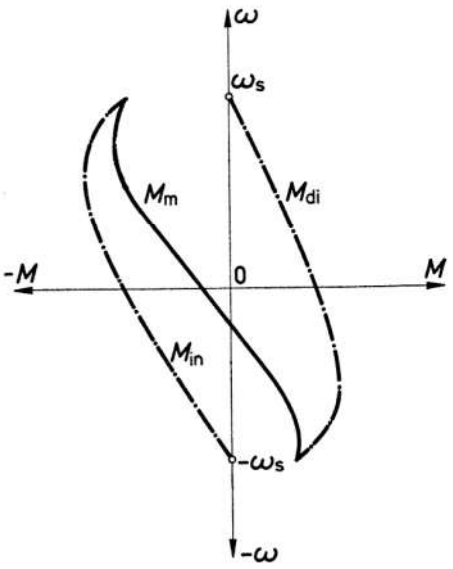
odnosno njezinom pojednostavnjenom varijantom:

$$M = \frac{2 \cdot M_{pdi}}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} - \frac{2 \cdot M_{pin}}{\frac{2 - s}{s_p} + \frac{s_p}{2 - s}}. \tag{8.a}$$

Tu su M_{pdi} i M_{pin} prekretni momenti koji odgovaraju direktnom i inverznom okretnom polju. Odnose za motor bez dodatnih otpora u rotoru prikazuje sl. 17. *Dodaju li se otpori u rotorski strujni krug*, raste prekretno klizanje i pri određenom iznosu otpora nadvladava moment indirektnoga okretnog polja, što se vidi i iz jednadžbi (8) i (8.a), tj. (negativni) kočni moment prevlada i koči elektromotorni pogon. Mehanička je karakteristika za to stanje predočena na sl. 18.

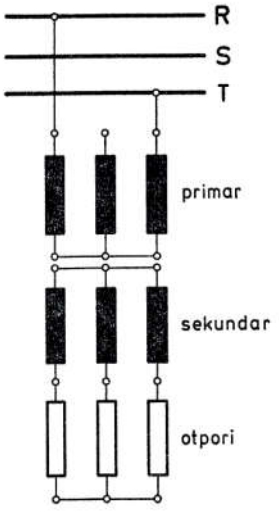


Sl. 17. Prirodna mehanička karakteristika asinhronog motora u nesimetričnom spoju statora

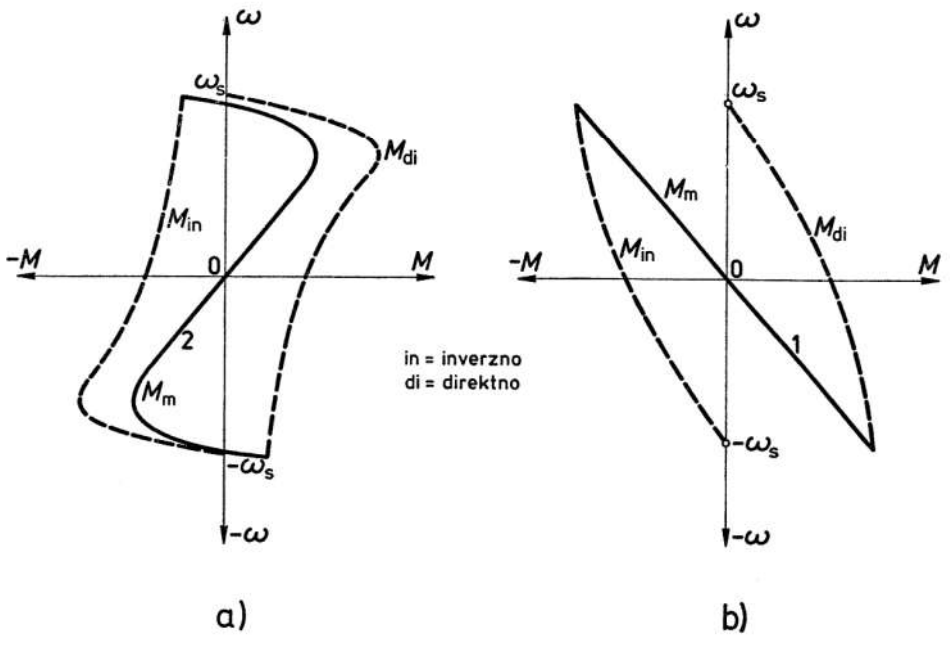


Sl. 18. Mehaničke karakteristike asinhronog motora u nesimetričnom spoju statora s dodatnim otporima u rotoru

Jednofazno kočenje, tj. kočenje trofaznim asinhronim motorom u jednofaznom spoju, samo je specijalni slučaj nesimetričkog kočenja. Isključi li se trofaznome asinhronom motoru u motorskom radu jedna faza iz mreže, on ostaje priključen i nastavlja rad kao jednofazni motor. Skica je priključka na sl. 19. U njemu se na poznat način uz direktno razvije još i inverzno okretno polje, i u teoriji vrijedi sve što je rečeno za nesimetrični priključak, jedino je inverzno okretno polje jače izraženo, što se dobro zapaža sa sl. 20.a. Priključe li se dodatni otpori u rotorski strujni krug, raste utjecaj inverznoga okretnog polja, koje nadvladava direktno i motor razvije ukupni negativni, dakle kočni moment (sl. 20.b). Prednost je nesimetričnoga kočnog spoja u tome što se mogu postići mehaničke karakteristike koje ne prolaze kroz točku $n = 0$, pa oštrije sijeku karakteristike momenta tereta.



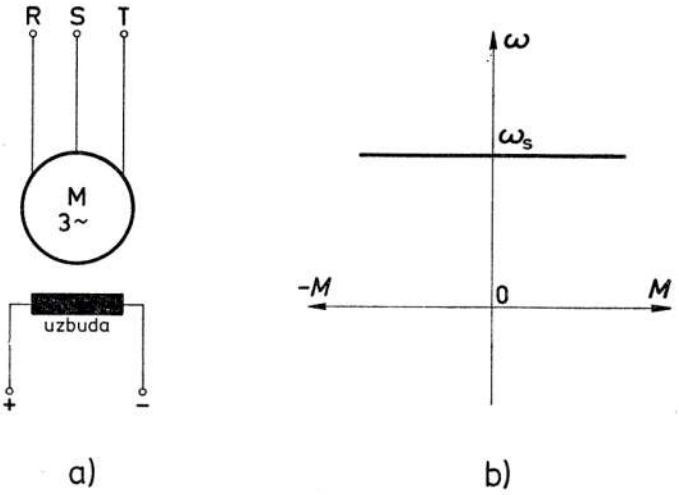
Sl. 19. Jednofazni priključak trofaznog motora radi postizanja kočnog efekta



Sl. 20. Mehaničke karakteristike jednofazno priključenog asinhronog motora: a) prirodne; b) sa dodatnim otporima u rotoru

2.7. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA SA SINHRONIM MOTORIMA

Sinhroni motor ima konstantnu brzinu vrtnje neovisno o teretu, pa je njegova mehanička karakteristika pravac (vidi sl. 1). Brzinu vrtnje diktira broj pari polova i mrežna frekvencija. Zbog tog svojstva može sinhroni motor poslužiti samo u onim elektromotornim pogonima kojima nije potrebna promjena brzine vrtnje. To znatno ograničuje njegovu upotrebljivost, ali ipak dolazi npr. kod valjaoničkih stanova konstantne brzine vrtnje, zatim kompresora, hladnjaka, nekih pumpi ili kao pogonski motor neke pretvaračke grupe. Dapače, u onim pogonima gdje može



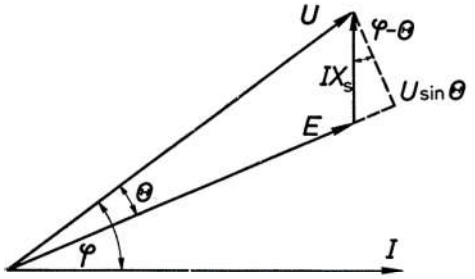
Sl. 1. Sinhroni motor: a) principni spoj; b) mehaničke karakteristike

zadovoljiti rado se upotrebljava zbog njegove prednosti pred ostalim motorima jer može raditi i s kapacitivnim $\cos\varphi$ te popravljati faktor snage cijelog postrojenja. Sinhroni se motor teško upušta i stoga teško dovodi elektromotorni pogon na sinhronu brzinu vrtnje, o čemu će kasnije biti više riječi.

Sa sl. 1. vidi se da brzina vrtnje sinhronog motora uopće ne ovisi o momentu kojim je opterećen, sve dok moment premaši određenu granicu, kad motor naglo ispadne iz koraka. Na opterećenje (moment tereta) osovine sinhroni motor reagira samo promjenom kuta (električkog) između statora i rotora. Za veći moment uspostavi se veći kut Θ, i obratno. Zanemari li se statorskom namotu radni otpor (R_1), izraz za snagu sinhronog motora bit će:

$$P = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi. \tag{1}$$

Ako je to *motor s neizraženim polovima*, kojemu je pojednostavnjeni dijagram, uz neku struju opterećenja, prikazan na sl. 2, vrijedi za odnos narinutog i induciranog napona:



Sl. 2. Pojednostavnjeni vektorski dijagram za sinhroni motor s neizraženim polovima

$$U \cdot \cos\varphi = E \cdot \cos(\varphi - \Theta) = E\frac{U \cdot \sin\Theta}{I \cdot X_s}. \tag{2}$$

Tu je $I \cdot X_s$ poznata vrijednost pada napona na sinhronoj reaktanciji. Budući da je omjer narinutog napona i sinhrone reaktancije klasični izraz za struju kratkog spoja, izraz za snagu (1) polazeći od jednadžbe (2) prijeći će u:

$$P = 3 \cdot E \cdot I_k \cdot \sin\Theta. \tag{3}$$

Po definiciji snagu i moment veže poznati odnos:

$$M = \frac{9{,}55 \cdot P}{n_s} = \frac{28{,}65}{n_s} E \cdot I_k \cdot \sin\Theta. \tag{4}$$

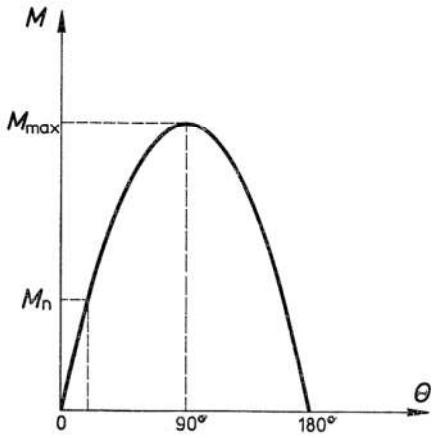
Maksimalni moment nastupa kad je vrijednost $\sin\Theta$ maksimalna, tj. pri kutu Θ od 90 električkih stupnjeva:

$$M_{max} = \frac{28{,}65}{n_s} E \cdot I_k \tag{5}$$

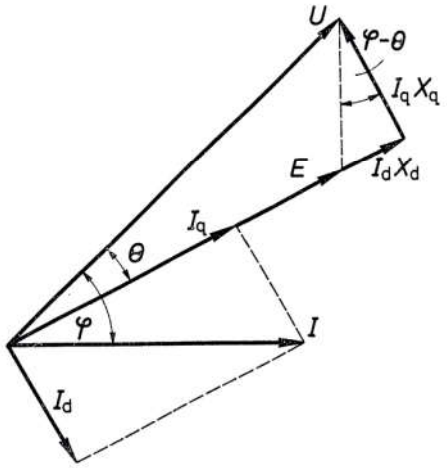
i na osnovi toga se opći izraz za moment motora može pisati:

$$M = M_{max} \cdot \sin\Theta. \tag{6}$$

Tako sl. 3. prikazuje moment sinhronog motora (s neizraženim polovima) kao funkciju kuta Θ. Vidi se da je stabilni rad motora u statičkom stanju moguće očekivati na cijelom području kuta Θ od 0 do 90°. Međutim, i neznatno dodatno opterećenje motora u stanju koje odgovara kutu opterećenja od 90°, izbacilo bi ga iz pogona. Za svaki elektromotorni pogon zahtijeva se izvjesna preopteretivost motora u pogonu, kako bi se izbjegle smetnje i zastoji. Stoga se normalni sinhroni motori grade tako da im kod nazivnog momenta kut Θ bude 20—25° (sl. 3) pa se postiže preopteretivost od 100—150%. U posebnim izvedbama, npr. kod valjaoničkog pogona, gdje su česti udarci — kratkotrajna visoka preopterećenja, grade se sinhroni motori s većom preopteretivosti, 250—300%.



Sl. 3. Dijagram opterećenja sinhronog motora s neizraženim polovima



Sl. 4. Pojednostavnjeni vektorski dijagram za sinhroni motor s izraženim polovima

Ovisnost momenta *sinhronog motora s izraženim polovima* o kutu Θ među statorom i rotorom nešto je malo zamršenija. Zanemari li se statorski radni otpor, može se razmatranje započeti kao i prije, od relacije za snagu (1). Na sl. 4. pojednostavnjena je vektorska skica, gdje je struja na poznati način rastavljena na komponente I_d i I_q (direktna i poprečna os) i gdje se polazi od razlike između reaktancija X_d i X_q zbog geometrijske konfiguracije zračnog raspora. Vide se na skici ovi odnosi:

$$\begin{aligned} U \cos \Theta &= E + I_d X_d \\ U \sin \Theta &= I_q X_q. \end{aligned} \tag{7}$$

Faktor snage može se prikazati kao:

$$\cos \varphi = \cos [(\varphi - \Theta) + \Theta] = \cos (\varphi - \Theta) \cos \Theta - \sin (\varphi - \Theta) \sin \Theta.$$

S tako prikazanim faktorom snage može se za snagu pisati:

$$P = 3UI [\cos (\varphi - \Theta) \cos \Theta - \sin (\varphi - \Theta) \sin \Theta]$$

i uz zamjenu $I_q = I \cos (\varphi - \Theta)$ i $I_d = I \sin (\varphi - \Theta)$ sa sl. 4. izlazi:

$$P = 3U (I_q \cos \Theta - I_d \sin \Theta). \tag{8}$$

Izraze li se struje I_q i I_d prema relaciji (7):

$$I_d = \frac{U\cos\Theta - E}{X_d}, \quad I_q = \frac{U\sin\Theta}{X_q}$$

pa se to uvede u jednadžbu (8), bit će:

$$P = 3U \cdot \left(\frac{U\sin\Theta\cos\Theta}{X_q} - \frac{U\cos\Theta\sin\Theta - E\sin\Theta}{X_d}\right),$$

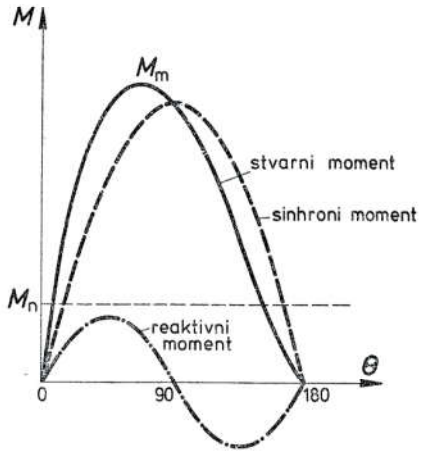
što nakon sređivanja daje:

$$P = 3\left[\frac{U\,E\sin\Theta}{X_d} + \frac{U^2\sin 2\Theta}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\right]. \tag{9}$$

Izraz za moment je:

$$M_m = \frac{28{,}65}{n_s}\left[\frac{U\,E\sin\Theta}{X_d} + \frac{U^2\sin 2\Theta}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\right]. \tag{9.a}$$

Prvi dio momenta — »sinhroni moment« — jednak je momentu kod motora s neizraženim polovima, a drugi njegov dio je »reaktivni moment« — posljedica geometrijske konfiguracije zračnog raspora. Oblik karakteristike $M_m = f(\Theta)$ daje sl. 5. Vidi se da reaktivni moment pri malim kutovima pojačava stabilnost motora, ali se granica stabiliteta doseže prije 90 električkih stupnjeva.



Sl. 5. Dijagram opterećenja sinhronog motora s izraženim polovima

2.7.1. Kočna stanja elektromotornih pogona sa sinhronim motorima

Generatorsko pogonsko stanje sinhronog motora vrlo jednostavno je ostvariti, što se vidi i na sl. 1, ali se kod njega *ne postiže generatorsko kočenje*, u mehaničkom smislu, jer se brzina vrtnje uopće ne mijenja u svom iznosu! Promijenio se samo kut Θ.

Protustrujno kočenje u načelu se dobiva zamijene li se međusobno priključci iju faza s tatora, ali se to u praksi nikad ne običava zbog jakih udaraca u mrežu oca u uzbudi i pri upravljanju.

Tako je *elektrodinamičko kočenje* jedina vrsta kočenja koja se tehnički izvodi. Motor se odvoji od mreže i priključe se otpornici u statorski namot. Karakteristike su slične onima asinhronih motora u elektrodinamičkome kočnom spoju (vidi sl. 2.6—13. i 2.6—14). Kod intenziteta kočenja ima (uz ostalo) neku ulogu i spoj uzbudnog namota. Ako se uzbuda napaja iz posebnog uzbudnika na vlastitoj osovini sinhronog motora, onda jakost uzbude pada s opadanjem brzine vrtnje jer slabi i struja u uzbudnom krugu zbog padanja napona uzbudnika. Kad uzbuda ima sasvim nezavisan izvor, te pojave nema.

2.8. STATIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S IZMJENIČNIM KOLEKTORSKIM STROJEVIMA

Izmjenični kolektorski strojevi, uzevši u cjelini, sve više gube važnost za elektromotorne pogone. Tome je, uz visoku cijenu i pogonsku osjetljivost, osnovni razlog njihova neprikladnost za upotrebu u elektromotornim pogonima s bržom regulacijom brzine vrtnje. Tako su se od te velike porodice strojeva održali samo oni koji imaju posebnu tehničku namjenu, gdje ih je zbog uvedenosti čitavog sistema još neekonomično mijenjati, i u izvjesnim elektromotornim pogonima sa sporim promjenama brzine vrtnje. Tako još imaju neko značenje serijski jednofazni kolektorski motori i trofazni poredni motori napajani s rotorske strane (*Schrageovi* motori). Karakteristike izmjeničnih kolektorskih motora u načelu su vrlo slične onima u istosmjernih motora uz odgovarajući spoj uzbudnog namota.

2.8.1. Mehaničke karakteristike jednofaznih serijskih kolektorskih motora

Jednofazni serijski kolektorski motori uvelike se još danas upotrebljavaju na dva područja. Kao mali »univerzalni« motori, s mogućnošću priključka i na izmjenični jednofazni i na istosmjerni napon, imaju veliku budućnost u sitnim pogonima (aparati za kućanstvo, zdravstvo, obrt itd.). To su motori malih snaga (5—500 W) s relativno visokim brzinama vrtnje, do 20 000 min^{-1}, a najmanji i više od toga. Raspon normalnih brzina vrtnje dosta je širok. Normalne izvedbe imaju donju granicu od oko 1 500 min^{-1}. Drugo važno područje upotrebe serijskih jednofaznih kolektorskih motora je vuča, točnije željeznička vuča, i to u onim zemljama gdje je već prije uvedena, pa je zbog golemih uloženih sredstava još uvijek najekonomičnija. To su najčešće posebne jednofazne mreže frekvencije od 16 2/3 Hz, uz upotrebu vučnih motora do nekoliko stotina kilovata snage, iako ima vučnih motora frekvencije od 50 Hz, ali to vrijedi za manji broj zemalja. Masovnije upotrebe u ostalim domenama elektromotornih pogona nema, premda se pojedinačno posegne i za tom vrstom motora, kad joj stjecaj okolnosti dade prevagu nad drugim vrstama. Srednji i veći motori rade najčešće na svojoj prirodnoj mehaničkoj karakteristici, dakako u osnovi sličnoj onoj u istosmjernoga serijskog motora. Međutim, priključuju se i predotpori kad se želi postići neki pogonski efekt, a jednako tako i šantiranje uzbude, ali se ide i na promjenu mehaničkih karakteristika podešavanjem napona, uz pomoć priključka preko transformatora.

Principni spoj jednofaznoga serijskog kolektorskog motora prikazuje skica na sl. 1. Narinutom naponu U suprotstavlja se radni otpor R, koji se sastoji od predotpora R_p i otpora motora $R_m = R_a + R_i + R_{pp} + R_k$, te induktivni otpori uzbud-

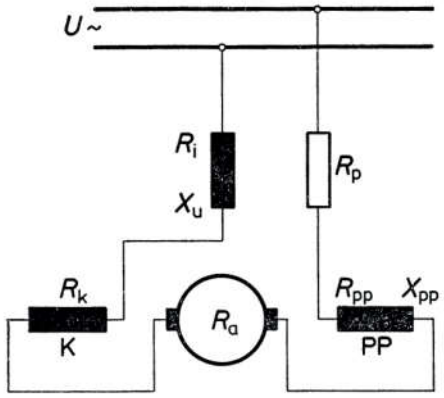
nog namota X_u, namota pomoćnih polova X_{pp} i rasipni induktivni otpori ΣX_σ koji se pojavljuju na glavnim polovima, armaturi i kompenzacionom namotu. Tako vrijedi da je $X = X_u + X_{pp} + \Sigma X_\sigma$. Među induktivnim otporima izrazito je najveći X_u. Osim sasvim malih motora, svim serijskim jednofaznim kolektorskim motorima ugrađuje se kompenzacioni namot. Poznato je iz teorije električnih strojeva da jednofazni serijski kolektorski motor inducira dvojaki napon. To je u osi četkica (na četkicama armature) napon rotacije:

$$E_r = 2\sqrt{2}\, w_a \frac{pn}{60} \Phi_{g1} \tag{1}$$

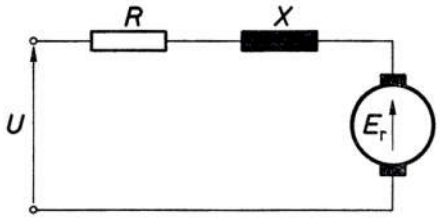
i u osi okomitoj na os četkice napon transformacije:

$$E_t = \sqrt{2}\,\pi f\, w_a f_n \Phi_{g1}. \tag{2}$$

Pri tome je w_a efektivni broj zavoja armature, f mrežna frekvencija, p broj pari polova, f_n faktor namota, a Φ_{g1} je glavni, ulančeni, magnetski tok stroja po polu.



Sl. 1. Principni spoj jednofaznoga serijskog kolektorskog motora



Sl. 2. Ekvivalentna shema serijskoga jednofaznog kolektorskog motora

Napon transformacije, koji ne ovisi o brzini vrtnje stroja i na četkicama iznosi 0, ne pojavljuje se ni u poznatoj ekvivalentnoj shemi jednofaznoga serijskog kolektorskog motora (sl. 2). Napon rotacije E_r na sl. 2. proporcionalan je glavnome magnetskom toku Φ_{g1}, za koji se može napisati:

$$\Phi_{g1} = \frac{\sqrt{2}\, I L_u}{w_u} = \frac{\sqrt{2}\, I X_u}{2\pi f w_u}.$$

Tu je L_u induktivitet uzbudnog namota, a w_u je broj u seriju spojenih zavoja uzbudnog namota. Tako za napon rotacije izlazi:

$$E_r = \frac{2}{\pi} \frac{p}{60 f} n \frac{w_a}{w_u} X_u I.$$

Budući da je $\frac{60 f}{p} = n_s$ »sinhrona« brzina vrtnje izmjeničnog stroja s p pari polova priključenoga na mrežu frekvencije f, to izraz za E_r prelazi u:

$$E_r = \frac{2}{\pi} \frac{w_a}{w_u} X_u \frac{n}{n_s} I = c_s n I, \tag{3}$$

pri čemu je c_s konstantno za određeni stroj sve dok se zasiti željezo magnetskog kruga.

$$c_s = \frac{2 w_a X_u}{\pi w_u n_s}. \tag{4}$$

Napon U narinut na stezaljke stroja potroši se na padove napona u radnim i induktivnim otporima i na svladavanje induciranog napona rotacije:

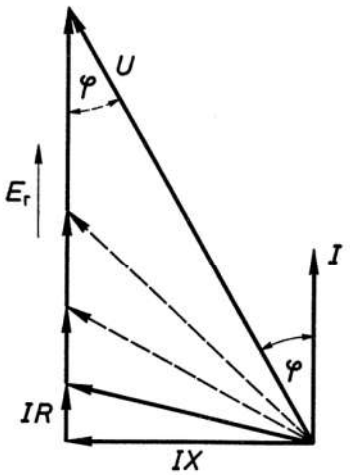
$$\bar{U} = \bar{I} R + \mathrm{j} \bar{I} X + \bar{E}_r. \tag{5}$$

Uz pomoć izraza (3) to se dade napisati i kao:

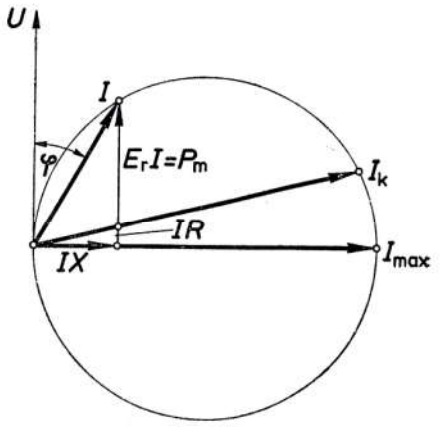
$$\bar{U} = \bar{I} (R + c_s n + \mathrm{j} X). \tag{5.a}$$

Odatle se može nacrtati poznati vektorski dijagram napona serijskoga izmjeničnog kolektorskog stroja uz konstantnu struju i razne brzine vrtnje (visi sl. 3). Kad je konstantan napon na koji je motor priključen prilikom neke od operacija koje obavlja, struja se očito mijenja (tvoreći kružni strujni dijagram, sl. 4). Iz relacije (5.a) jasno je da su radna komponenta napona $I(R + c_s n)$ i njegova jalova komponenta IX katete pravokutnog trokuta kojemu je hipotenuza napon U, a geometrijsko mjesto sastajališta kateta (vrh pravog kuta) je kružnica. Zbog toga što su obje katete proporcionalne struji, i vrh se vektora struje mora gibati (uz konstantan napon) po kružnici:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}}{R + c_s n + \mathrm{j} X}. \tag{6}$$



Sl. 3. Vektorski dijagram serijskoga izmjeničnog kolektorskog motora uz konstantnu struju i za razne brzine vrtnje



Sl. 4. Kružni dijagram jednofaznoga serijskog motora

Tako je nastao principni strujni kružni dijagram prikazan na sl. 4.

Za moment bilo kojega kolektorskog motora poznata je iz teorije električnih strojeva zakonitost:

$$M_m = p \Phi_{g1} DA, \tag{7}$$

pri čemu je D promjer provrta stroja, a A strujni oblog. U relaciji (7) A i Φ_{g1} su izmjenične veličine — $A = A_m \sin \omega t$, $\Phi_{g1} = \Phi_{g1} \sin (\omega t - \psi)$, pri čemu je ψ kut vremenskog pomaka između strujnog obloga i glavnoga magnetskog toka. Tako za moment motora vrijedi:

$$M_m = \frac{1}{\sqrt{2}} p \Phi_{g1} D A \cos \psi. \tag{7.a}$$

Budući da je pomak (kut) između induciranog napona i struje, a stoga i između glavnoga magnetskog toka i struje, jednak nuli, vrijedit će za jednofazni serijski kolektorski motor $\cos \psi = 1$. Uvrsti li se za strujni oblog $A = \frac{2 w_a I}{D\pi}$ u relaciju (7), izraz za moment prelazi u:

$$M_m = \frac{\sqrt{2}}{\pi} p w_a I \Phi_{g1}.$$

Za Φ_{g1} dobiva se prema izrazu (1):

$$\Phi_{g1} = \frac{60 E_r}{2 \sqrt{2} w_a p n},$$

što uz E_r iz jednadžbe (3) daje:

$$\Phi_{g1} = \frac{60 c_s I}{2\sqrt{2} w_a p},$$

a odatle izraz za moment motora prelazi u:

$$M_m = \frac{60}{2\pi} c_s I^2. \tag{8}$$

Jasno se vidi serijski karakter momenta motora, tj. kvadratna ovisnost momenta o struji. Za ovisnost momenta o brzini vrtnje moramo izraziti struju uz pomoć jednadžbe (6) ili prema sl. 3:

$$I^2 = \frac{U^2}{(R + c_s n)^2 + X^2}, \tag{6.a}$$

pa se za moment motora može napisati:

$$M_m = \frac{60 c_s}{2\pi} \cdot \frac{U^2}{(R + c_s n)^2 + X^2}. \tag{9}$$

Iz vektorskog dijagrama (sl. 3) zapaža se da je uz konstantnu struju faktor snage to povoljniji što je brzina vrtnje veća. Odnosi između općeg momenta motora, struje i faktora snage pri konstantnom naponu (pogonske prilike) mogu se točnije uočiti iz razrade kružnog dijagrama, kako to prikazuje sl. 5. Budući da je moment proporcionalan kvadratu struje, prema izrazu (8), maksimalni je moment proporcionalan maksimalnoj struji. Na sl. 4. vidi se da to nije struja kratkog spoja, već

struja koja je potpuno »prazna«. Ona nastupa pri nekoj negativnoj vrtnji (kočno), jer se mora privoditi mehaničku energiju. Ta negativna brzina vrtnje je:

$$n = -\frac{R}{c_s} \tag{10}$$

jer tad struja prema izrazu (6) postaje maksimalna:

$$I = I_{max} = \frac{U}{jX}, \tag{11}$$

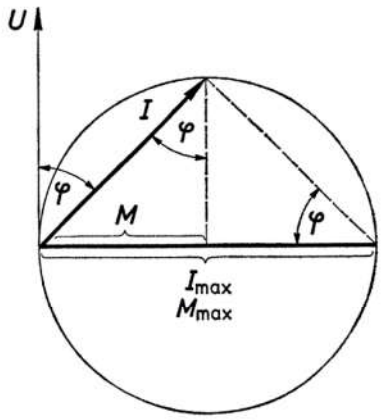
a s njome i moment što ga stroj razvija:

$$M_m = M_{max} = \frac{60\, c_s}{2\pi} I_{max} = \frac{60\, c_s}{2\pi} \frac{U^2}{X^2}. \tag{12}$$

Ako u kružnom dijagramu (sl. 5) pridružimo maksimalnoj struji I_{max} i maksimalni moment M_{max} (dakako u odgovarajućem mjerilu), onda se za opći moment vrtnje može utvrditi ovo:

a)
$$\frac{M_m}{M_{max}} = \frac{I^2}{I_{max}^2} = \frac{(I_{max} \sin\varphi)^2}{I_{max}^2} = \sin^2\varphi; \tag{13}$$

b)
$$\cos\varphi = \sqrt{1 - \sin^2\varphi} = \sqrt{1 - \frac{M_m}{M_{max}}}. \tag{14}$$



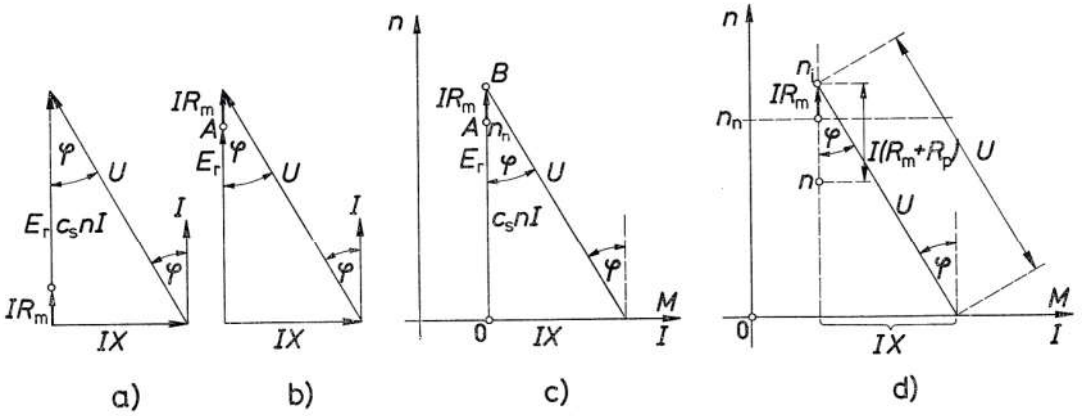
Sl. 5. Nalaženje momenta serijskoga kolektorskog motora iz kružnog dijagrama

Izrazimo li brzinu vrtnje eksplicitno iz jednadžbe (9) kao izraz tražene mehaničke karakteristike:

$$n_{1,2} = -\frac{R}{c_s} \pm \sqrt{U^2 \frac{60}{2\pi c_s M_m} - \frac{X^2}{c_s^2}}, \tag{15}$$

zapažamo da je izraz doduše jednostavan i po formalnoj građi sličan onome za istosmjerni serijski motor, ali je nespretan jer je za proračun veličine c_s prema (4) potrebno mnoštvo podataka, koji često nisu dostupni. Zato se za stvarne proračune mehaničkih karakteristika pokazao dobar jedan vrlo jednostavan grafoanalitički

postupak, a dovoljno je znati nominalne podatke s učinske pločice i iznos otpora motora R_m. Utvrdimo, kao prvo, promjenu brzine vrtnje zbog dodanog predotpora u strujnom krugu. Na sl. 6.a ucrtan je vektorski dijagram uz konstantnu struju identičan onome na sl. 3. kad je u strujni krug uključen samo radni otpor motora R_m. Ništa se neće promijeniti izmijenimo li redoslijed vektora $\bar{I}\,R_m$ i $\bar{E}_r$, što je učinjeno na sl. 6.b, gdje je još vrh vektora $\bar{E}_r$ označen točkom A.



Sl. 6. Postupak u izračunavanju točaka mehaničkih karakteristika uz M_m = konst.

Prenesemo, zatim, cijelu konstrukciju iz sl. 6.b u koordinatni sustav na sl. 6.c, i to tako da točka A padne u poznatu točku nominalne brzine vrtnje n_n. To je, svakako, moguće jer je u koordinatnom sustavu (M, n) ili (I, n) ordinata proporcionalna umnošku napona i struje preko odnosa $E_r = c_s n I$, samo valja odabrati ispravno mjerilo, a apscisa M ili I (u kvadratnoj skali) vezana je s iznosom donje katete IX. Na sl. 6.d vidi se tad da se brzine vrtnje uz bilo kakve predotpore (a za konstantni napon, ujedno i moment) pronađu jednostavno odbivši pad napona IR_p od točke n_n. Tako se dobiju točke izvedenih mehaničkih karakteristika iz poznate točke prirodne karakteristike, a ustanovi se i točka n_i idealne brzine vrtnje, koju bi motor imao kad bi mu unutrašnji radni otpor bio jednak nuli, i to kao vrh trokuta vektorskog dijagrama. Dakako, treba riješiti redoslijed konstrukcije i odrediti mjerilo. Za nazivnu točku vrijedi:

$$I_n R_m + I_n c_s n_n = U \cos \varphi_n$$

$$c_s = \frac{U \cos \varphi_n - I_n R_m}{I_n n_n}. \tag{16}$$

Sve su veličine na desnoj strani poznate pa se može naći mjerilo za pad brzine vrtnje iz mjerila za pad napona i na osnovi toga ostvariti konstrukcija.

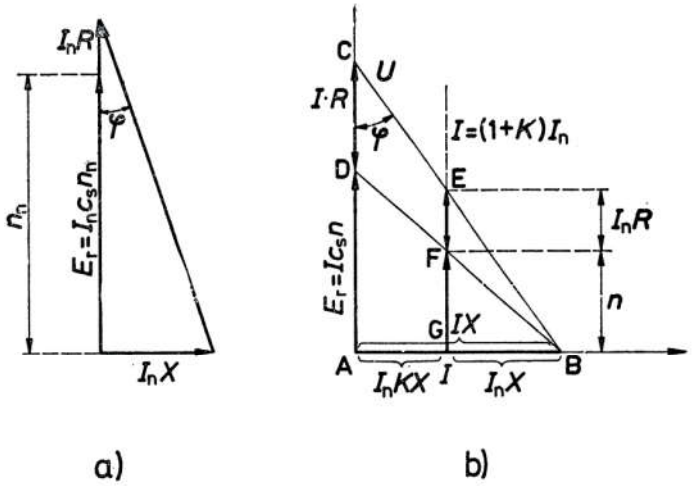
Da se iz poznate radne točke motora konstruira cijela mehanička karakteristika, tj. da se ustanovi brzina vrtnje za bilo koji moment motora ili bilo koju struju, valjano će poslužiti princip upravo pokazane grafičke konstrukcije, samo se ne smije zaboraviti da se uz promjenu struje mijenja i mjerilo za napon. Na sl. 7.a prikazana je već poznata konstrukcija načinjena za nominalnu točku motora. Prijeđe li se s vrijednosti nominalnog momenta M_n na bilo koji drugi moment mo-

tora M i s nominalne struje I_n na bilo koju struju motora I, izazvat će to promjenu brzinje vrtnje n_n u odgovarajuću n, diktiranu osobinama motora i novom strujom (momentom motora). Stoga se ne može zbog novog mjerila bukvalno preslikati prikazani postupak za određivanje poznate radne točke, već se mora obuhvatiti i promjena mjerila. U tom cilju prikažimo novu struju I razlikom prema nominalnoj I_n:

$$I = (1 \pm K) I_n = I_n \pm K I_n, \tag{17}$$

pri čemu je $\pm KI_n$ razlika između nove i nominalne struje. Tad se u točku I apscise postavi induktivni pad napona IX, i to tako da dio I_nX bude nanesen udesno, a dio $\pm KI_nX$ ulijevo od točke I, kako je to učinjeno na sl. 7.b. Dakako, uz negativan predznak $-KI_n$ (struja I manja od struje I_n) treba i negativni dio pada napona $-KI_nX$ odmjeriti udesno od točke I. Tako nastaju (sl. 7.b) granice pada napona IX točke A i B. U točki A podigne se okomica na apscisu, a iz točke B napon U se u nepromijenjenom mjerilu jednostavno prenese šestarom sa sl. 7.a i presiječe se tom dužinom upravo podignuta okomica. Iz tako određene točke C odmjeri se u pravcu A stvarni iznos pada napona IR i time se odredi točka D. Iz te točke povuče se spojnica u točku B. Tad se u točki vrijednosti struje I podigne okomica na apscisu, koju siječe u točki G, a ujedno siječe spojnicu $\overline{BC}$ u točki E i spojnicu $\overline{BD}$ u točki F. Vidi se na slici da je trokut ABC sličan trokutu GBE, a trokut ABD trokutu GBF, iz čega izlazi:

1. $$\overline{GF} = \frac{\overline{AD} \cdot \overline{BG}}{\overline{AB}} = \frac{Ic_s n \cdot I_n X}{(1+K) I_n X} = \frac{I}{1+K} c_s n = I_n c_s n,$$



Sl. 7. Princip grafičkog konstruiranja mehaničke karakteristike $n = f(M)$ serijskoga jednofaznog kolektorskog motora

tj. dužina GF predočuje inducirani napon rotacije E_r u novome traženom mjerilu;

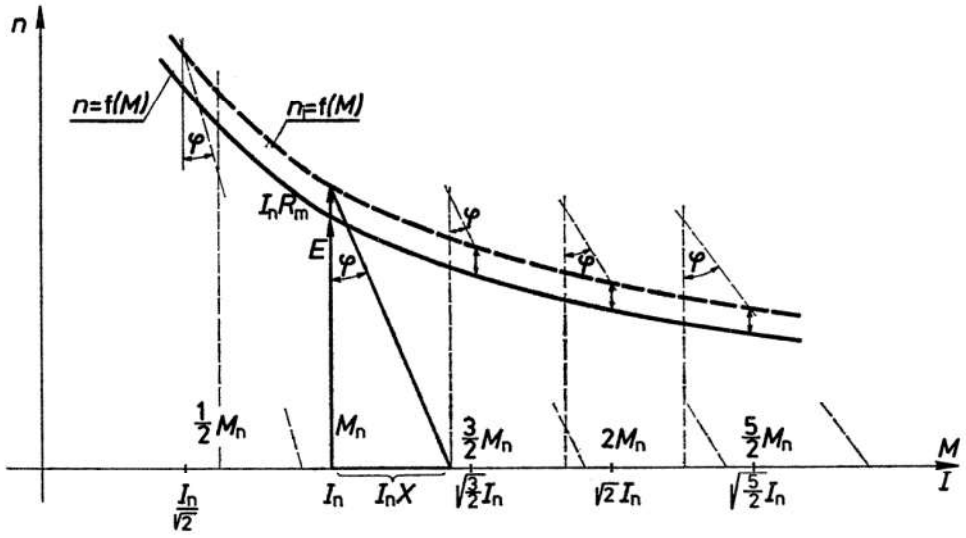
2. $$\overline{EF} = \frac{\overline{CD} \cdot \overline{GB}}{\overline{AB}} = \frac{IR \cdot I_n X}{I_n (1+K) X} = \frac{I}{1+K} R = I_n R,$$

tj. dužina $\overline{EF}$ predočuje pad napona u traženom mjerilu. To ujedno znači da je točka F točka mehaničke karakteristike, dakle tražena vrijednost brzine vrtnje n, pri vrijednosti struje I, a točka E nova je idealna brzina vrtnje n_i. Jednakim se postupkom dokazuje da je dužina $\overline{BE}$ vrijednost napona U u novom mjerilu itd. Za

grafičko konstruiranje nisu prijeko potrebne sve ove operacije, učinjene da se dokaže ispravnost postupka. Dovoljno je, odredivši točke A i B, podići u njima okomice i naći točku C odsijecanjem s vrijednosti napona U u starom mjerilu, čime je odmah dobivena vrijednost idealne brzine vrtnje n_i (točka E). Spustivši iz te vrijednosti pad napona $I_n R$ u starom mjerilu, dobiva se i tražena brzina vrtnje n (točka F). Ujedno je nađen i novi kut φ između napona i struje, pa su poznate sve pogonski važne veličine. Postupak se, dakako, može provesti i za bilo koju izvedenu mehaničku karakteristiku, a ne samo za prirodnu, uz uvjet da su poznati svi podaci za barem jednu točku te karakteristike. Na sl. 8. za primjer je grafički konstruirana prirodna mehanička karakteristika serijskoga jednofaznog kolektorskog motora. Iz poznate točke (M_n, n_n) grafičkom su konstrukcijom određene i vrijednosti stvarnih brzina vrtnje n i idealnih brzina vrtnje n_i za vrijednosti momenta motora $M_m = 0{,}5\ M_n$, $1{,}5\ M_n$, $2\ M_n$ i $2{,}5\ M_n$, pa su kroz te točke povučene krivulje $n = f(M)$ i $n_i = f(M)$. Upada u oči činjenica da je pad brzine vrtnje $n = n_i - n$ konstantan i u mjerilu jednak $I_n R_m$ pri svim teretima, usprkos činjenici što stvarni radni pad napona IR raste s porastom struje. Formalni je razlog toj pojavi u istodobnoj proporcionalnoj promjeni mjerila za napon koje se smanjuje upravo toliko koliko pad napona raste. O fizikalnim činiocima može se zaključivati promatrajući jednadžbu (15) za brzinu vrtnje. Prvi pribrojnik na desnoj strani tog izraza očito je pad brzine vrtnje: $-\frac{R}{c_s} = \Delta n$, a drugi pribrojnik na toj strani idealna je brzina vrtnje:

$$n_i = \sqrt{\frac{60\ U^2}{2\pi\ c_s\ M_m} - \left(\frac{X}{c_s}\right)^2}$$

jer samo on ostaje jedini i nepromijenjen na desnoj strani za idealni slučaj $R = 0$, kad bi se sva privedena električna energija pretvorila u mehaničku. Međutim, u stvarnosti ($R \neq 0$), jedan dio proporcionalan otporu pretvara se u gubitke. Tek ostatak uzrokuje vrtnju, pa je apsolutni gubitak na vrtnji konstantan, ali je relativno sve veći jer brzina vrtnje s teretom opada, pa konstantni iznos Δn ima sve veći



Sl. 8. Grafičko konstruiranje prirodne mehaničke karakteristike $n = f(M)$ i karakteristike $n = f(I)$ serijskoga jednofaznog kolektorskog motora

udio u idealnoj brzini vrtnje. U tom je pogledu serijski jednofazni kolektorski stroj jednak svome istosmjernom rođaku.

Sve što je rečeno za jednofazni serijski kolektorski motor vrijedi u cijelosti i za univerzalni serijski kolektorski motor. Bez obzira na razlike u gradnji (nema pomoćnih polova ni kompenzacionog namota, namot uzbude je koncentrično namotan itd.) njegova fizikalna bit elektromagnetskog ulančenja namota, koja uzrokuje elektromehaničku konverziju energije, jednaka je kao i u jednofaznoga serijskog motora kad je priključen na izmjeničnu mrežu. Budući da je to adekvatno i u odnosu prema istosmjernome serijskom motoru priključenome na istosmjernu mrežu, to on u sebi spaja sretnu mogućnost univerzalne primjene. Njegovo značenje danomice raste. Pred svojim glavnim konkurentima — jednofaznim asinhronim i reluktantnim sinhronim motorom — ima bitnu prednost u odličnome poteznom momentu (uz eventualnu manu — znatno mekšu mehaničku karakteristiku), pa mu se domena upotrebe neprestano širi, čemu posebno pogoduje elektrifikacija »sitnih djelatnosti« (kućanski aparati, razvoj servomehanizama itd.).

Budući da ovaj motor redovito radi u pogonima s velikom brzinom vrtnje, uvriježilo se shvaćanje da potpuno točno poznavanje mehaničke karakteristike nije toliko bitno, pa se obično istražuje njegova »idealna« mehanička karakteristika $n_i = f(M)$ i prihvaća se kao prirodna. Tome je (manjim) dijelom i razlog da je točno tretiranje skopčano s mnogo komplikacija, pa se za pogone u kojima se upotrebljava više isplati brzo i jednostavno, ali približno tretiranje. Zanemari li se, dakle, radni otpor R u jednadžbi (9) i napišu se izrazi za moment i maksimalni moment:

$$M_m = \frac{60\, c_s}{2\pi} \cdot \frac{U^2}{(c_s n)^2 + X^2} \tag{18}$$

$$M_{max} = \frac{60\, c_s}{2\pi} \cdot \frac{U^2}{X^2}, \tag{19}$$

dobiva se podijelivši relaciju (18) izrazom (19):

$$\frac{M_m}{M_{max}} = \frac{X^2}{(c_s n)^2 + X^2}.$$

Izrazi li se odatle brzina vrtnje eksplicitno, uz pomoć jednadžbi (14) i (19) i nakon sređenja, izlazi:

$$n = n_i = \frac{U \cos\varphi}{\frac{2\pi c_s}{60}\sqrt{M_m}} = \frac{U \cos\varphi}{K_u \sqrt{M_m}} = \sqrt{\frac{60\, U^2}{2\pi\, c_s\, M_m} - \left(\frac{X}{c_s}\right)^2}. \tag{20}$$

Vidi se pravi serijski karakter mehaničke karakteristike. Jednadžba (20) mora vrijediti bez obzira na frekvenciju priključne mreže. Zato će, usporedi li se izraz (20) sa (2.3—6) ili (2.3—7) (i da se pri tome ne zaboravi kako je tu riječ o idealnim brzinama vrtnje), konstanta K_u iz (20) biti identična konstanti A iz (2.3—7). Uvrstimo li u:

$$A = k_e \sqrt{\frac{k_\Phi}{k_m}}$$

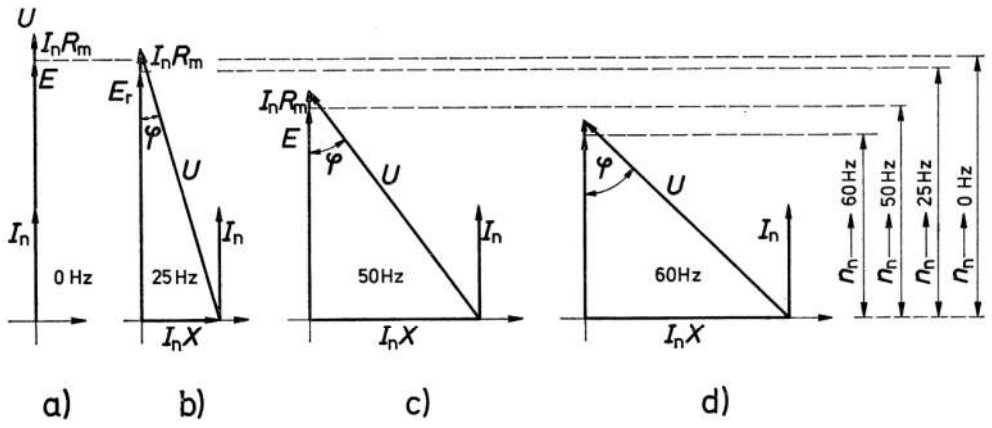
vrijednosti iz (2.2—8) za k_e i k_m, a za $k_\Phi = \frac{\Phi_{gl}}{I} = \frac{\Psi_{gl}}{w_u I} = \frac{L_u}{w_u}$ nakon sređenja bit će:

$$A = \sqrt{\frac{2\pi}{3\,600} \cdot \frac{pz}{a} \cdot \frac{L_u}{w_u}} = K_u. \tag{21}$$

Uzme li se vrijednost c_s iz relacije (4) za K_u, te uz $w_a = \frac{z}{4a}$, $n_s = 60\,f/p$ i $X_u = 2\pi f L_u$, prelazi K_u u identičan oblik s A iz relacije (21), čime je dokazana univerzalnost jednadžbe (20), a zbog toga i »univerzalnost« motora. Iz relacije (20) izlazi da je za jednaki razvijeni moment (što znači i jednaku struju) brzina vrtnje različita za različite frekvencije napona izvora. Na primjer, odnos brzine vrtnje pri napajanju istosmjernom ili izmjeničnom strujom bit će:

$$n_\sim = n_= \cos\varphi. \tag{22}$$

Da bi se univerzalnom motoru točnije odredile stvarne (a ne idealne) mehaničke karakteristike, može se posegnuti za malo prije prikazanim postupkom grafičke konstrukcije. Sl. 9. prikazuje kako se brzina vrtnje univerzalnog motora pri raznim frekvencijama izvora određuje grafičkom konstrukcijom kojoj je postupak objašnjen sl. 6.d. Riječ je o motoru s padom napona na radnom otporu pri nazivnoj struji i istosmjernom naponu $I_n R_m = 0{,}08\,U$. Prirodne (točne) karakteristike 2 i 4 na slici 10. dobivene su grafičkim postupkom na sl. 7, a idealne 1 i 3 računom iz relacije (20). Mogu se jasno zaključiti dvije stvari:

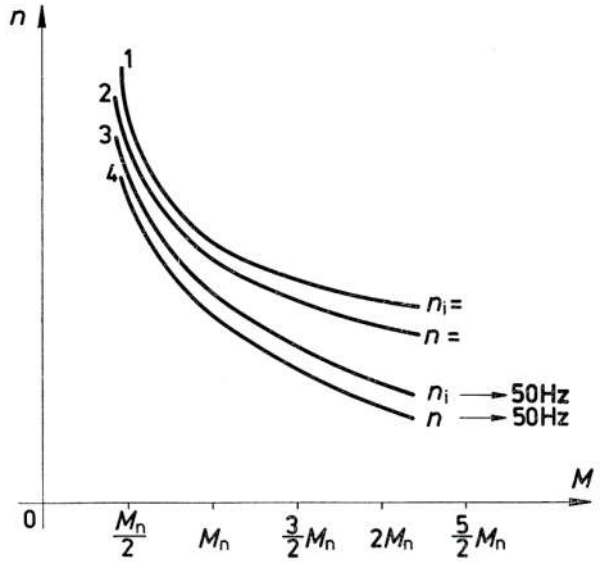


Sl. 9. Određivanje točnih nominalnih brzina vrtnje univerzalnog motora priključenoga na izvore napona raznih frekvencija

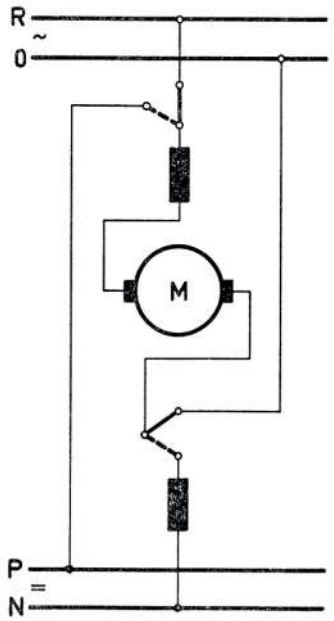
1. Točne vrijednosti brzine vrtnje ipak su znatno niže od onih idealnih iz približnog računanja prema jednadžbi (20), pa će biti dobro posegnuti za izloženom grafičkom metodom, posebno kad su opterećenja veća, postoji li želja za iole točnijim podatkom o vrijednosti brzine vrtnje.

2. Stvarne razlike u brzini vrtnje univerzalnog motora pri istosmjernom i izmjeničnom pogonu su znatne, pa stoga i stvarne razlike u snazi. Motor se obično dimenzionira za izmjenični napon pa je često pri istosmjernom priključku prebrz

ili vuče isuviše veliku struju što, dakako, ovisi i o radnom mehanizmu koji pokreće. Zato se često »približavaju« mehaničke karakteristike istosmjernog i izmjeničnog pogona tako da se vanjskim zahvatom snizi mehanička karakteristika istosmjernome. Pri tome može motor imati ili posebne stezaljke za napone raznih vrsti ili preklopku kojom se omogućuje zahvat. Najjednostavnije je pri istosmjernom pogonu dodati predotpor, što je skupo jer uzrokuje dodatne gubitke energije, a često je i prostorni smještaj predotpora težak zbog toga što se okolina zagrijava. Zatim, pri malim teretima ne postiže se cilj, a upravo tad može brzina vrtnje postati posebno neugodna. Bolje je rješenje da uzbudni namot ima otcjepe, pa se uključujući izmjenični napon aktivira samo dio zavoja uzbude, a uključujući istosmjerni napon — svi zavoji uzbude. Principna je skica na sl. 11.



Sl. 10. Idealne i prirodne mehaničke karakteristike univerzalnog motora priključenoga na istosmjerni napor — 1 i 2, odnosno izmjenični napon od 50 Hz — 3 i 4

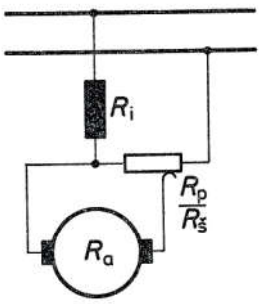


Sl. 11. Principni spoj univerzalnog motora s dodatnom uzbudom za istosmjerni priključak

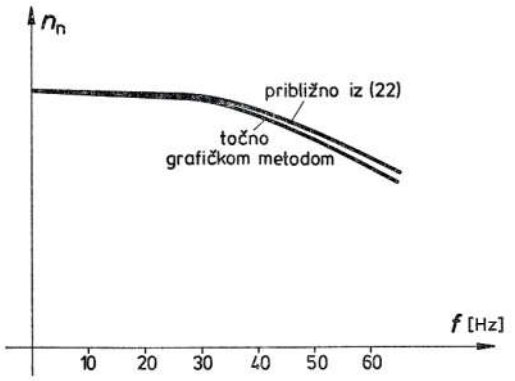
Serijski je motor, dakako, sklon pobjegu prilikom rasterećenja. Doduše, većina radnih mehanizama na koje je priključen takvog je karaktera da rasterećenje ne može nastati prirodnim putem. Međutim, danas, kad je širenje upotrebe univerzalnog motora uzelo maha, ima i rješenja gdje se je nužno osigurati od pobjega. Principni spoj na sl. 12. prikazuje danas najčešću izvedbu. Ugradi se jedan otpornik ($R_p/R_š$ na slici) koji dijelom služi kao predotpor u strujnom krugu, a dijelom kao šant armaturi. Šantom se osigurava konačna brzina vrtnje motora i u praznom hodu, a predotporom se snizuje brzina vrtnje pod teretom. Ispravnim nalaženjem pravog mjesta na otcjepu, koji fizički dijeli otpornik na njegove dvije funkcije, točno se odredi granična brzina vrtnje koju će motor doseći, ali je neće premašiti.

Razlike u brzini vrtnje koje nastaju uz primjenu približnih, prema izrazu (20), i točnih (grafičko konstruiranje) metoda proračuna dovode u pitanje i točnost računanja razlika u brzini vrtnje pri različitim frekvencijama izvora. Relacija (22) izvedena je iz jednadžbe (20), koja daje idealne, a ne točne rezultate, pa postoji sumnja da se posljedice protežu i na rezultate relacije (22). Da se dobije ocjena

vrijednosti (22), opet pomaže metoda grafičkog konstruiranja. Za primjer je uzet motor priključen na razne frekvencije (sl. 10). Grafičkom konstrukcijom i računom po relaciji (22) dobiveni su rezultati i nacrtani na sl. 13. Vidi se da izraz (22) daje neprecizne rezultate (to netočnije što je razlika između frekvencija veća), ali su razlike male pa su prihvatljivi rezultati dobiveni na osnovi jednadžbe (22).



Sl. 12. Principni spoj pomoću kojeg se ograničuje brzina vrtnje univerzalnog motora



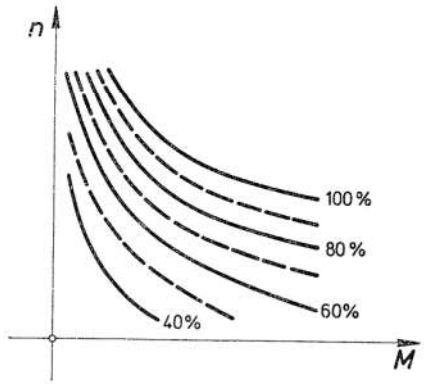
Sl. 13. Razlike promjene brzine vrtnje univerzalnog motora pri raznim frekvencijama izvora; približni i točni rezultati za konkretni primjer

Serijskome jednofaznom motoru, općenito, za obrtanje smisla vrtnje potrebno je prespojiti stezaljke ili armature (češće) ili uzbudnog namota. Uvjet da stroj uopće uspješno motorski radi s oba smjera vrtnje jest taj da su četkice postavljene u neutralnoj zoni. To je u većih strojeva redovito tako jer su oni kompenzirani i imaju pomoćne polove. Kod univerzalnog motora, međutim, jaka se reakcija armature može jedino suzbijati postave li se četkice izvan geometrijske neutralne zone, jer nema ni pomoćnih polova ni kompenzacionog namota. Kad se i od univerzalnoga kolektorskog motora zahtijevaju oba smjera vrtnje (a u današnjoj, sve široj upotrebi to se događa sve češće), mora se za ispunjenje tog zahtjeva birati manje iskorišteni motor i smjestiti četkice u neutralnu zonu.

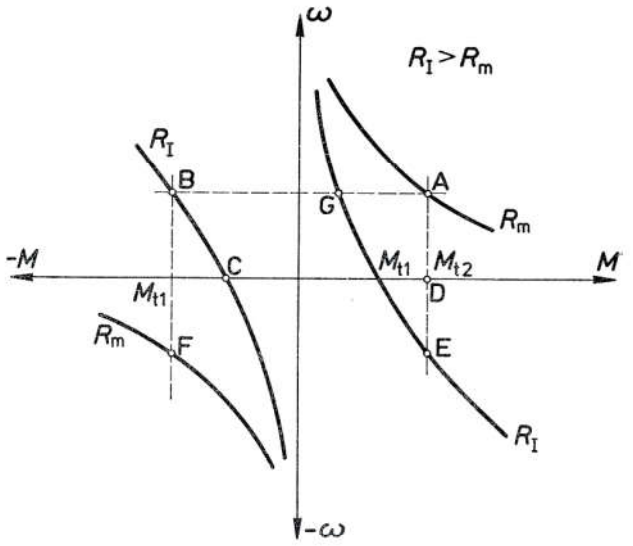
Izbor mogućnosti podešavanja izvedenih karakteristika postoji, no nešto je drukčiji od onog za serijski istosmjerni stroj. Doda li se otpor u strujni krug stroja, mehaničke karakteristike postaju mekše (vidi sl. 15), slično kao u serijskoga istosmjernog stroja. Podešavanje mehaničkih karakteristika šantiranjem uzbude također se primjenjuje, no ne može se uzbudnom namotu priključiti običan radni otpor. Tad glavni magnetski tok ne bi više bio u fazi ($\psi \neq 0$) sa strujnim oblogom jer bi strujni oblog uzrokovala cjelokupna struja koja ne bi više bila u fazi s magnetskim tokom što ga uzbudi dio struje, i to onaj koji fazno odstupa od ukupne struje. To bi izazvalo degradaciju momenta motora, prema izrazu (6.a). Zato se šantira induktivitetom (zavojnicom na željeznoj jezgri), i to takvim da mu je odnos induktivnog i radnog otpora što sličniji tome istom odnosu kod uzbudnog namota motora. Omiljeni način podešavanja mehaničkih karakteristika jest promjenom narinutog napona, uz pomoć transformatora s otcjepima ili zakretnog transformatora. Ima mnogo vrsta spojeva. Karakteristike za različite postotke narinutog napona prikazuje sl. 14.

Problemi *kočenja* serijskim izmjeničnim kolektorskim strojem posebno su zanimljivi. Bila bi velika prednost kad bi lokomotiva na nizbrdici, ali i pri velikim brzinama u ravnici, mogla generatorskim kočenjem vraćati energiju u mrežu. To,

na žalost, nije izvedivo jer se ne može postići potrebna brzina vrtnje ($n_0 = \infty$). Dalo bi se pokušati s paralelnim spojem (prespajajući serijski namot u poredni spoj), ali to zahtijeva posebni karakter mreže koja bi mogla primiti energiju, no istodobno i poništiti induktivitet motora kako bi nastali uvjeti za samouzbudu. Ukratko, mreža bi morala imati kapacitivni otpor jednak induktivnom otporu motora, a to ona nema. Zato se generatorsko kočenje ne upotrebljava. U nezavisnom spoju s uzbudom priključenom na istosmjerni napon moglo bi se ostvariti elektrodinamičko kočenje, slično onome u serijskoga istosmjernog motora. No to je svakako kompliciranije od protustrujnog kočenja, koje se izvodi bez zapreka (vidi sl. 15).



Sl. 14. Mehaničke karakteristike jednofaznoga serijskog kolektorskog motora, s narinutim naponima raznih iznosa



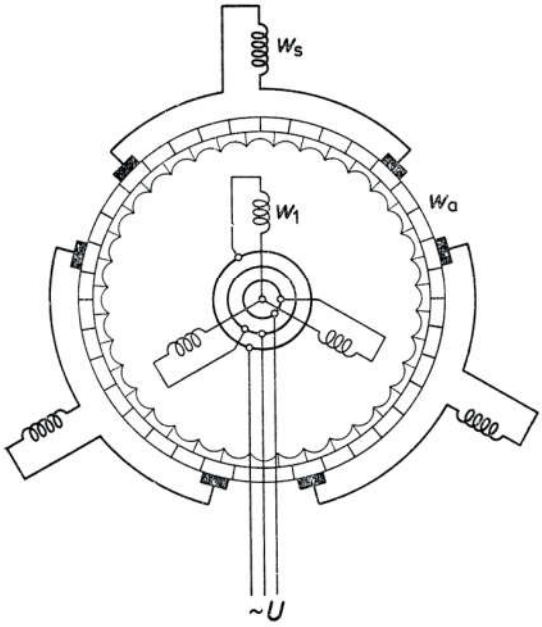
Sl. 15. Protustrujno kočenje serijskim jednofaznim kolektorskim motorom

Ako konstantni reakcioni moment tereta djeluje u točki A pošto se uključi otpor vrijednosti R_I, motor koči po karakteristici R_I od točke G do zaustavljanja. Ako je to potencijalni moment tereta, pogon se pod njegovim djelovanjem nakon zaustavljanja ubrzava do točke E. Protustrujno kočenje prespajanjem stezaljki ili uzbude armature prihvatljivo je samo za motore s četkicama u neutralnoj zoni. Uz potencijalni moment tereta pogon bi (uz uključene predotpore) kočio od točke B do točke C, gdje bi ga obavezno valjalo isključiti da ne pobjegne. Pri reakcionom momentu tereta pogon bi se sam zaustavio u točki C, ali bi se nakon isključenja predotpora ubrzavao po karakteristici R_m (III kvadrant) do točke F, gdje bi opet stacionarno radio.

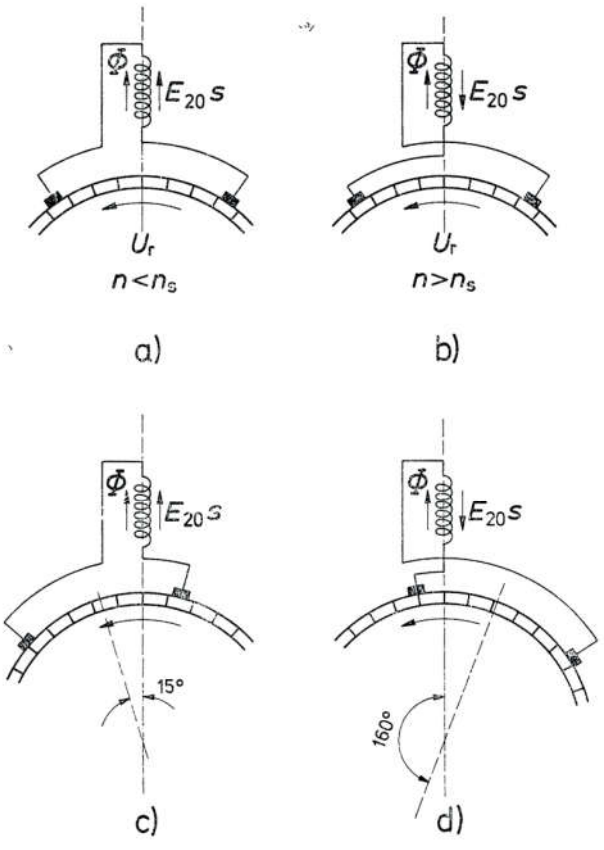
2.8.2. Mehaničke karakteristike trofaznih kolektorskih poredних motora napajanih s rotorske strane

Trofazni kolektorski poredni motor rotorski napajan, kratko zvan Schrageov motor, čest je još uvijek u pogonima za koje zadovoljava polagano upravljanje brzinom vrtnje, posebno gdje se ono obavlja mehaničkom napravom za ostvarenje programa (mehaničkim kopirnim uređajem). Njegova upotreba ponajviše je vezana za tekstilnu industriju, za kalendere u industriji gume i papira, zatim u ke-

mijskoj industriji za miješalice itd. Principna spojna skica prikazana je na sl. 16. Na rotoru, koji je primar, smještena su u istim utorima dva namota — normalni trofazni (w_1 na slici) i kolektorski (w_a na slici). Na statoru, koji je sekundar, normalni je trofazni namot (w_s na slici). Trofazni napon U priključen je na primarni namot w_1 i njegovim djelovanjem stvori se okretno magnetsko polje na jednak način kao u asinhronog motora. Okretno magnetsko polje inducira u kolektorskom namotu w_a napon U_r frekvencije trofazne mreže f_1 i iznosa proporcionalnoga mrežnom naponu. Istodobno u sekundarnom namotu w_s inducira okretno magnetsko polje napon $E_{20}\ s$ frekvencije $f_2 = sf_1$, na jednak način kao kod asinhronog motora. Pojedine su faze sekundarnom namotu priključene na kolektorski namot četkicama smještenima na početku i kraju svake faze. Kolektor omogućuje spoj namota s naponima različitih frekvencija, tako da na svaku fazu sekundara djeluje rezultirajući napon rotora E_{r2} koji je zbroj (vektorski) elektromagnetskim putem induciranog napona $E_{20}s$ i galvanskim spojem dodanog napona U_r. Veličinu, smjer i smisao napona omogućuju pomične četkice koje se po volji mogu postaviti na bilo koje mjesto rotora (dakako, istovjetno u sve tri faze). Razmak između četkica na početku i na kraju iste faze određuje iznos regulacionog napona U_r, a njegov smjer kut pomaka osi sekundarnog i dodatnog napona. Tako se može napon U_r izravno dodavati naponu $E_{20}s$ (sl. 17.a, kut električkog pomaka 0°), ili direktno oduzimati napon $E_{20}s$ (sl. 17.b, kut pomaka 180°). Pomičući cijeli sistem četkica



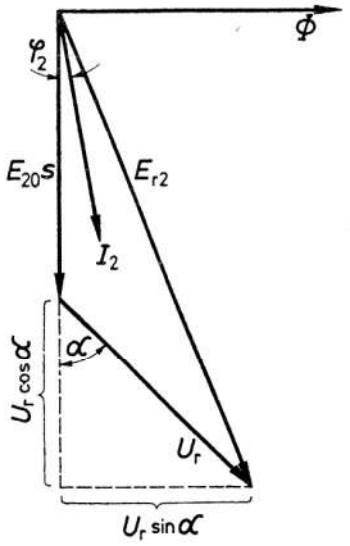
Sl. 16. Principni spoj trofaznoga kolektorskog porednog motora napajanoga s rotorske strane



Sl. 17. Mogućnosti da se podešava ponašanje trofaznoga kolektorskog porednog motora napajanoga s rotorske strane, podešavanjem položaja četkica na kolektoru

moguće je napon dodavati ili oduzimati i uz neki po volji odabrani kut α (sl. 17.c, $\alpha = 15°$ i sl. 17.d, $\alpha = 160°$).

Naš se motor, u pogledu brzine vrtnje, ponaša kao da je trofazni asinhroni, koji u sekundarnom namotu nema samo napon $E_{20}s$ nego $\bar{E}_{20}s + \bar{U}_r$. Ako su $\bar{E}_{20}$ i $\bar{U}_r$ istog smisla, u sekundarnom namotu vlada veći napon nego u asinhronog motora, a kad su $\bar{E}_{20}s$ i $\bar{U}_r$ suprotnog smisla, u sekundarnom namotu vlada manji napon nego u asinhronog motora. Pogledajmo primjer praznog hoda. U sekundaru ne smije teći (radna) struja, tj. sekundaru napon mora biti na nuli. Zato se rotor mora vrtjeti takvom brzinom da inducirani napon $E_{20}s$ poništi narinuti napon U_r, tj. $\bar{E}_{20}s + \bar{U}_r = 0$. To znači da kad su $\bar{E}_{20}s$ i $\bar{U}_r$ istog smisla, motor se u praznom hodu mora vrtjeti brzinom vrtnje većom od sinhrone, a kad su $\bar{E}_{20}s$ i $\bar{U}_r$ suprotnog smisla, brzinom vrtnje manjom od sinhrone. Brzina je vrtnje određena klizanjem koje za ova dva slučaja mora iznositi: $s_0 = -\frac{U_r}{E_{20}}$. Opterećen motor, dakako, zadržava u načelu isto takvo ponašanje, samo tad kliže toliko da se u sekundaru uspostavi toliki ukupni napon $\bar{E}_{20}s + \bar{U}_r$ koji bi potjerao potrebnu struju tereta. Koliko će trofaznome kolektorskom porednom motoru brzina vrtnje biti veća ili manja od one u asinhronog motora, ovisi očito o veličini i smjeru dodatnog napona U_r. U principu se neće bitno razlikovati ponašanje motora doda li se u sekundar napon U_r pod nekim kutom različitim od 0 ili 180°. Jedina je razlika u tome što će sekundarom, sigurno, teći i jalove struje, a to će značiti i promjenu međusobnih odnosa jalovih i radnih struja i u primaru. Tako se zgodno odabirući kut dodatog napona U_r popravlja faktor snage $\cos\varphi$ u motoru i priključnoj mreži. No o tome nešto poslije.



Sl. 18. Vektorski dijagram sekundarne strane porednoga trofaznog kolektorskog motora napajanoga s rotorske strane

Do toka mehaničkih karakteristika trofaznoga kolektorskog porednog motora napajanoga s rotorske strane dolazimo iskorištavajući baš sličnost njegova ponašanja onome u asinhronog motora. Na sl. 18. vektorski je dijagram njegova sekundara. Doda li se pod kutom α napon U_r na $E_{20}s$, za rezultirajući će napon E_{r2} vrijediti:

$$\bar{E}_{r2} = \bar{E}_{20}s + \bar{U}_r. \tag{23}$$

Na sl. 18. vidi se da je vektorski zbroj moguće napisati simboličkom metodom:

$$E_{r2} = E_{20}s + U_r \cos \alpha + jU_r \sin \alpha \tag{24}$$

$$I_2 = \frac{E_{r2}}{Z_2} = \frac{E_{20}s + U_r \cos \alpha + j\, U_r \sin \alpha}{R_2 + j\, X_2 s}. \tag{25}$$

Racionalizirajmo nazivnik:

$$I_2 = \frac{E_{20}sR_2 + U_rR_2 \cos \alpha + U_rX_2\, s \sin \alpha}{R_2^2 + (X_2 s)^2} -$$

$$- j\, \frac{E_{20}\, s^2\, X_2 + U_r\, X_2\, s \cos \alpha - U_r\, R_2 \sin \alpha}{R^2 + (X_2\, s)^2}. \tag{25.a}$$

Snaga ukupno prenesena na sekundar bit će:

$$P_2 = m_2\, E_{20}\, I_2 \cos \varphi_2 = m_2\, E_{20}\, I_{2r}. \tag{26}$$

U jednadžbi je I_{2r} realni dio struje, a to je prvi član jednadžbe (25.a). Za prenesenu snagu dobiva se:

$$P_2 = \frac{m\, E_{20}^2 R_2\, s}{R_2^2 + (X_2\, s)^2} \left(1 + \frac{U_r}{sE_{20}} \cos \alpha + \frac{U_r}{E_{20}} \frac{X_2}{R_2} \sin \alpha\right). \tag{27}$$

Uvrstimo li:

$$\frac{U_r}{E_{20}} = o \tag{28}$$

i podijelimo relaciju (27) kutnom sinhronom brzinom vrtnje ω_s, izlazi:

$$M_m = \frac{P_2}{\omega_s} = \frac{m_2\, E_{20}^2\, R_2\, s}{\omega_s (R_2^2 + X_2^2 s^2)} \left(1 + \frac{o}{s} \cos \alpha + o \frac{X_2}{R_2} \sin \alpha\right). \tag{29}$$

Izraz pred zagradom može se transformirati:

$$\frac{m_2\, E_{20}^2\, R_2\, s}{\omega_s (R_2^2 + X_2^2 s^2)} = \frac{1}{\omega_s} m_2 \frac{E_{20}^2\, s}{(R_2^2 + X_2^2\, s^2)} R_2 = \frac{m_2\, I_{2as}^2\, R_2}{s\, \omega_s} = M_{mas},$$

tj. on čini moment asinhronog motora, odnosno moment trofaznoga porednog kolektorskog motora kojemu nije dodan nikakav regulacioni napon U_r. S time se jednadžba (29) može pisati uz pomoć obiju varijanti Klossove jednadžbe:

$$M_m = \frac{2M_p\, (1 + s_p)}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + 2s_p} \left(1 + \frac{o}{s} \cos \alpha + o \frac{X_2}{R_2} \sin \alpha\right) \tag{30}$$

$$M_m \doteq \frac{2M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} \left(1 + \frac{o}{s} \cos \alpha + o \frac{X_2}{R_2} \sin \alpha\right), \tag{31}$$

pri čemu su M_p i s_p prekretni moment i prekretno klizanje asinhronog motora. Za trofazni poredni kolektorski motor uvedimo oznake M_{pp} i s_{pp} za adekvatne fizikalne veličine. Jednadžbe (30) i (31) matematički su izraz mehaničke karakteristike trofaznoga porednog kolektorskog motora napajanoga preko rotora, i od njih je za dalju analizu (31) posebno pogodna. Napišemo li je, naime, u obliku:

$$M_m = 2M_p \left[\frac{s\, s_p + o\, s_p \cos\alpha + o \frac{X_2}{R_2} s_p\, s \sin\alpha}{s^2 + s_p^2} \right], \tag{31.a}$$

odmah ćemo za vrijednost momenta $M_m = 0$ dobiti klizanje s_0 u praznom hodu. Tad mora biti poništen izraz u zagradi, tj.:

$$s\, s_p + o\, s_p \cos\alpha + o \frac{X_2}{R_2} s\, s_p \sin\alpha = 0,$$

iz čega odmah izlazi:

$$s_0 = - \frac{o \cos\alpha}{1 + o \frac{X_2}{R_2} \sin\alpha}. \tag{32}$$

Ako se derivira, dalje, relacija (31.a) po klizanju i izjednači s nulom, da se dođe do ekstrema momenta, dobivamo:

$$s^2 - 2\, s\, s_0 - s_p^2 = 0.$$

Korijeni te jednadžbe očito su vrijednosti prekretnog klizanja trofaznoga kolektorskog porednog motora napajanoga s rotorske strane:

$$s_{pp} = s_0 \pm \sqrt{s_0^2 + s_p^2}. \tag{33}$$

Uvrste li se vrijednosti s_{pp} u jednadžbu (31.a), dobiju se i vrijednosti prekretnog momenta:

$$M_{pp} = 2M_p \left[\frac{s_{pp} s_p + o s_p \cos\alpha + s_{pp} s_p \frac{X_2}{R_2} o \sin\alpha}{s_{pp}^2 + s_p^2} \right].$$

Pošto se sredi taj izraz, nastaje:

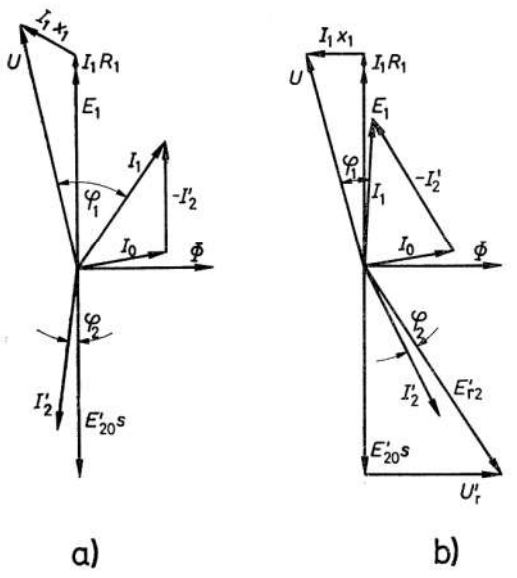
$$M_{pp} = M_p \frac{s_p}{s_{pp}} \left(1 + o \frac{X_2}{R_2} \sin\alpha \right), \tag{34}$$

a za vrijednosti $\alpha = 0$ i 180°, tj. za pogon s minimalnom strujom u sekundarnim namotima:

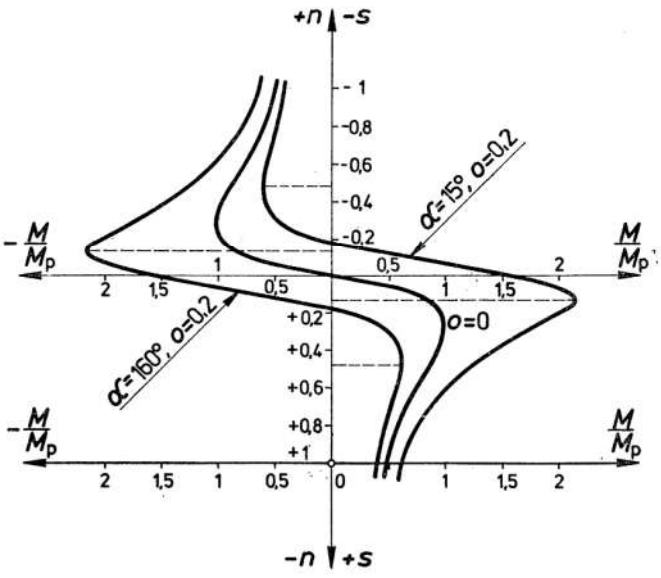
$$M_{pp} = M_p \frac{s_p}{s_{pp}}. \tag{34.a}$$

Ipak se često dodaje napon U_r i pod kutom različitim od 0 ili 180° zbog mogućnosti da se primaru popravi faktor snage. Neka se to razjasni npr. prema sl. 19. Na sl. 19.a vektorski je dijagram asinhronog motora, tj. takvoga koji nema nikakva

dodatka napona u rotoru. Doda li se regulacioni napon U_r u rotor pod kutom od 90° (izabran je taj kut da predodžba bude što jasnija), poraste napon rotora na vrijednost E'_{r2} (vidi sl. 19.b). Struja I_2 poveća se u omjeru porasta rotorskog napona, ali zadrži praktički isti kut φ_2 prema ukupnome rotorskom naponu E'_{r2}, jer se otpori rotora praktički nisu promijenili. Posljedica će biti smanjeni kut φ_1 na primaru (bolji cos φ) uz pad struje u primaru, što se jasno vidi iz usporedbe sl. 19.a i 19.b.



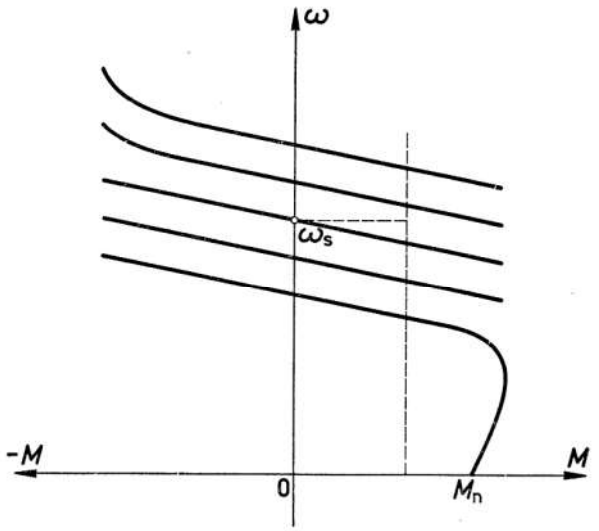
Sl. 19. Vektorski dijagram asinhronog motora (a) i trofaznoga kolektorskog porednog motora napajanoga preko rotora i s dodatnim naponom U_r pod kutom od 90°



Sl. 20. Mehaničke karakteristike trofaznoga porednog kolektorskog motora napajanoga s rotorske strane — uz tumačenje promjena s_{pp} i M_{pp}

Da bi se spoznalo kako se mijenja mehanička karakteristika, pretpostavimo da je motor s (asinhronim) prekretnim klizanjem $s_p = 0{,}25$ i s vrijednošću omjera rotorskih otpora $R_2/X_2 = 0{,}1$. Dalje, odaberimo narinuti (dodatni) rotorski napon $U_r = 0{,}2\,E_{20}$, pod kutom $\alpha = 15°$. Položaj četkica odgovara onome na sl. 17.c. Prema (32) izlazi klizanje s pogonom bez tereta $s_0 = -0{,}179$. Na osnovi toga iz relacije (33) nađu se prekretna klizanja — motorsko $s_{pp} = 0{,}128$ i generatorsko $s_{pp} = -0{,}487$. Prekretni moment u motorskom području poraste na iznos $M_{pp} = 2{,}148\,M_p$, a u generatorskome padne na $M_{pp} = 0{,}567\,M_p$, što se vidi na sl. 20 (desno nacrtana mehanička karakteristika). To je bio postupak dodavanja regulacionog napona za »nadsinhroni« rad motora. Za primjer podsihronog rada dodan je regulacioni napon $U_r = 0{,}2\,E_{20}$ u sekundar, ali pod kutom od 160°, što odgovara položaju četkica prema sl. 17.d. Apsolutne brojčane vrijednosti klizanja u praznom hodu s_0, prekretnih klizanja s_{pp} i razvijenih momenata slične su onima u prethodnom primjeru, a sama je karakteristika prikazana na sl. 20. potpuno lijevo. Iz svega ovoga može se zaključiti: kad je riječ o podsinhronom pogonu, preopteretivost je u motorskom području preniska i u generatorskome previsoka, a pri nadsinhronom pogonu u generatorskom je području preopteretivost preniska, a u motorskome previsoka. Dakle, valja očekivati nepovoljne vrijednosti momenta motora na pojedinim granama karakteristike. Da se omogući rad u motorskom području na cijelom opsegu podešavanja, posebno kad je taj opseg velik, nužno

je da Schrageov motor ima prirodno visoku preopteretivost, tj. da se gradi sa što manjim rasipnim otporima. To se dvostruko odražava — jednom u povećanome prekretnom klizanju (kao asinhroni motor) s_p, a onda i u povećanom M_p, pa se M_{pp} u cijelom opsegu podešavanja može održati na potrebnoj visini. Tad mehaničke karakteristike u radnom području izgledaju kao na sl. 21.



Sl. 21. Mehaničke karakteristike Schrageova motora s visokim prekretnim momentom M_p

Budući da je trofazni poredni kolektorski motor napajan s rotorske strane, zapravo je asinhroni motor s »elastičnom« točkom brzine vrtnje $n = 0$, to su kod njega u principu moguće sve osnovne vrste kočenja kao i u asinhronih motora. Zato ih ovdje nećemo posebno opisivati. Možda je za tu odluku još važniji razlog da trofazni poredni kolektorski motor ima i svoju posebnu (ne asinhronu) mogućnost kočenja i ona se najčešće i upotrebljava. Zakrećući sistem četkica i dodavajući regulacioni napon U_r sa smislom induciranog napona — E_{20}, može se kočiti sve do one brzine vrtnje koja odgovara maksimalnoj vrijednosti regulacionog napona U_r, i to je u načelu korisno nadsinhrono kočenje. Tek ispod iznosa tako definirane brzine vrtnje prihvatljive su klasične metode kočenja.

2.9. TEHNIČKO-EKONOMSKA RAZMATRANJA O MOTORU ELEKTROMOTORNOG POGONA S TRAJNIM REŽIMOM RADA

2.9.1. Određivanje snage motora pri pogonu u trajnom radu

Pod pojmom elektromotornog pogona u trajnom radu razumijevamo pogon koji je gotovo isključivo u stacionarnom stanju, kad njegovo opterećeno stanje traje dovoljno dugo da se nužne prijelazne pojave (dovođenje u stacionarno stanje i zaustavljanje) mogu, termički gledano, zanemariti. Takav je npr. pogon neke pumpe s konstantnom dobavom vode na stalnu visinu, pogon ventilatora uz slične uvjete, pogon nekog mlina, nekoga rashladnog uređaja itd. U takvom je pogonu i brzina vrtnje redovno konstantna (prema teretu) n_t, a motor trajno razvija moment M_m koji trajno svladava moment tereta M_t. Odrediti snagu elektromotora

koji može zadovoljiti takav pogon vrlo je jednostavno. Da ne nastane nedopustivo ugrijavanje motora, nužan je uvjet da je nominalni moment motora M_n (uz nominalnu brzinu vrtnje) veći od momenta tereta M_t, ili da mu je jednak:

$$M_n \geq M_t. \tag{1}$$

Snaga motora potrebna da bi on trajno obavljao takav rad, odredi se iz mehanike: snaga je sila pomnožena putom u jedinici vremena. Na primjer, valja odrediti snagu motora za lančano transportno dizalo koje neprekidno radi i neprekidno diže masu od 1 000 kg konstantnom brzinom od 1 ms^{-1}. Sila [N] = 9 810 [N]; $P = 9\,810 \cdot 1 = 9\,810$ Ws/s; $P = 9{,}81$ kW. Ako se motoru dio snage gubi u prijenosnom uređaju (trenje itd.), tako da se korisnost (η) uređaja mora uzeti sa, recimo, 0,8, potrebna je snaga motora $P = 12{,}3$ kW.

Ako su podaci o radnom mehanizmu zadani momentom tereta M_t, onda se potrebna snaga lako odredi iz odnosa (uz $M_m = M_t$):

$$P = F \cdot v = \frac{M}{R} R\,\omega.$$

P [W] — snaga motora
F [N] — obodna sila
v [ms^{-1}] — brzina gibanja
M [Nm] — okretni moment
R [m] — radijus momenta ($F \cdot R = M$)
ω [s^{-1}] — kutna brzina vrtnje

Uz te jedinice snaga je:

$$P = M\,\omega. \tag{2}$$

Uobičajilo se često u praktičnim računima da se mjesto s kutnom brzinom ω [s^{-1}] računa s brzinom vrtnje n [min^{-1}], pa je snaga:

$$P = \frac{M}{R} \frac{2R\pi n}{60} = 0{,}104\,7\,M \cdot n\ [\mathrm{W}]. \tag{2.a}$$

Prilikom prijelaza na današnji sustav jedinica uvedena je i prijelazna jedinica »kilopond« za silu, pa se u dobrom dijelu literature i danas još okretni moment označuje u kilopond-metrima M [kpm]. Tad će snaga biti:

$$P = \frac{M \cdot 9{,}81 \cdot 2 \cdot R\pi n}{60\,R} = 1{,}028 \cdot M \cdot n = \frac{M \cdot n}{0{,}974}\ [\mathrm{W}]. \tag{2.b}$$

Polazeći od situacije u praksi, gdje je još stanovit broj motora u pogonu označen u »konjskim snagama« [KS] i ta je oznaka zadržana u nekim nacionalnim standardima, a u nekima još čak i »britanska konjska snaga« [BHP], dat ćemo ovdje još relacije među veličinama raznih sustava:

$$1\ \mathrm{KS} = 75\ \mathrm{kpms}^{-1},\quad 1{,}36\ \mathrm{KS} = 1\ \mathrm{kW},\quad 1{,}34\ \mathrm{BHP} = 1\ \mathrm{kW}.$$

Snage motora u tim veličinama vežu s momentom u [kpm] slijedeće numeričke relacije uz brzinu vrtnje n [min^{-1}]:

$$P = \frac{Mn}{716}\ [\text{KS}], \qquad P = \frac{Mn}{727}\ [\text{BHP}]. \tag{3}$$

2.9.2. Osnovni odnosi fizikalnih i ekonomskih parametara elektromotora

Već je iz osnovne slike o nastanku zakretnog momenta električnih strojeva poznato, prema teoriji električnih strojeva, da je zakretni moment proporcionalan magnetskoj indukciji B, strujnom oblogu A, volumenu rotora V i kosinusu kuta između magnetske indukcije i strujnog obloga. Za mnoge vrste strojeva prostornog pomaka između indukcije i strujnog obloga nema ili je (kut) zanemarivo malen, a za one vrste strojeva gdje nije zanemariv približno je konstantan, pa se pri usporedbama strojeva iste vrste može izostaviti iz razmatranja. Tako je za moment motora općenito lako pokazati proporcionalnost s ABV, bilo iz mehaničkog ekvivalenta snage prema izrazu (2), bilo pomoću zbroja svih zakretnih momenata što ih razvijaju pojedini vodiči rotora. U prvom se slučaju zamjenom struje I strujnim oblogom $I = \frac{D\pi A}{z}$, i zamjenom induciranog napona E s:

$$E = K_1 ze = K_1 zBlv = K_1 \frac{zBlD\pi n}{60} = K_1 \frac{zBlD\omega}{2},$$

razvijeni moment motora $M_{em} = \frac{P_{em}}{\omega} = K_0 \frac{EI}{\omega}$ može dobiti:

$$M_{em} = \frac{K_0}{\omega} \cdot \frac{K_1 zBlD\omega}{2} \cdot \frac{D\pi A}{z} = 2K_0 K_1 AB \frac{D^2\pi}{4} l,$$

odnosno:

$$M_{em} = K_2 ABV. \tag{4}$$

P_{em} — pretvorena električna snaga u mehaničku [W]

z — efektivni broj vodiča

l — duljina vodiča u željezu — »duljina željeza« [m]

D — provrt stroja, promjer rotora [m]

v — brzina gibanja oboda rotora [ms^{-1}]

K_0, K_1, K_2 — konstante proporcionalnosti među veličinama, različite za razne vrste strojeva, a ovise za pojedini stroj o vrsti napona, ulančenju i izvedbi namota.

U drugom pristupu, tj. pri zbrajanju momenata pojedinih vodiča, izlazi $M_{em} = \Sigma M_z = \frac{D}{2} F_z$. Budući da je sila na pojedini vodič $F_z = B_z l I_z$, to je $M_{em} = \frac{D \cdot l}{2} \Sigma B_z I_z$, gdje je I_z struja u pojedinom vodiču, a B_z iznos indukcije na mjestu

promatranog vodiča. Kako su vodiči simetrično raspodijeljeni po obodu stroja, a ima ih relativno mnogo, praktički se smatra da se $\Sigma B_z I_z$ može zamijeniti sa $zB_{sr}I_z = zK_3BI_z$. Zamijeni li se još struja strujnim oblogom $I_z = \frac{D\pi A}{z}$, za moment se dobiva:

$$M_{em} = \frac{Dl}{2} z K_3 B \frac{D\pi A}{z} = 2K_3 AB \frac{D^2\pi}{4} l,$$

odnosno:

$$M_{em} = K_4 ABV. \tag{4.a}$$

K_3 i K_4 su konstante proporcionalnosti među veličinama. Očito je riječ o istom odnosu u izrazima (4) i (4.a), tj. konstante proporcionalnosti K_2 i K_4 moraju biti jednake. Provjerimo to odabravši jednu vrstu stroja za usporedbu. Ako je to istosmjerni stroj (što se zbog jednostavnosti najjasnije vidi), bit će:

1. $K_0 = 1$, $K_1 = \frac{2}{\pi}$ (namotni faktor za osnovni harmonik polja) $K_2 = \frac{4}{\pi}$;

2. $K_3 = \frac{2}{\pi}$ (srednja vrijednost osnovnog harmonika indukcije) $K_4 = \frac{4}{\pi}$.

Identitet $K_2 = K_4$ mogao bi se, naravno, dokazati i za svaki drugi stroj, a ne samo istosmjerni.

Zapravo bi relacije (4) ili (4.a) trebalo upotrijebiti za nazivnu snagu stroja, gdje je onda $M_{em} = M_{en}$, tj. riječ je o nominalnome razvijenom momentu stroja, nominalnome strujnom oblogu ($A = A_n$, strujnom oblogu koji je posljedica nominalne struje) i magnetskoj indukciji u zračnom rasporu $B = B_\delta$.

Sve dovdje izvod je bio matematički i fizikalno korektan. Želimo li se tim rezultatom poslužiti da se donesu zaključci o geometrijskim i ekonomskim parametrima stroja, moramo provesti manje ili više približne procjene. Svakom stroju nastoji se prilikom gradnje (projektiranja) osigurati što veći iznos indukcije u zračnom rasporu B_δ i što veći strujni oblog A_n jer će to rezultirati i velikim momentom M_n iz određenog volumena V, što znači, prema relaciji (2), i velikom snagom. I jednu i drugu veličinu ograničuju propisi o dozvoljenom zagrijavanju jer obje uzrokuju gubitke (indukcija u željezu, struja u bakru). Zatim, visinu magnetske indukcije u zračnom rasporu ograničuje potreba za snagom uzbude (istosmjerni i sinhroni strojevi), struja magnetiziranja (asinhroni strojevi) itd., a strujni oblog ograničuje mogućnost komutacije (svi kolektorski strojevi). Mnogo ima fizikalnih (a i ekonomskih) razloga koji daju gornju granicu B_δ i A_n ponešto različitu za razne strojeve, ali različitu i za razne veličine (snage) pri istoj vrsti stroja. No sasvim općenito kreće se veličina magnetske indukcije u zračnom rasporu B_δ od oko 0,4 do 1[T], gdje donja vrijednost odgovara sasvim malim, a gornja najvećim strojevima (hlađenima zrakom). Isto se tako gornja granica strujnog obloga kreće od približno 10^4 [Am^{-1}], za sasvim male, do oko $8 \cdot 10^4$ [Am^{-1}], za najveće »beskolektorske« strojeve, a ona je kod kolektorskih niža — u istosmjernima do oko $6 \cdot 10^4$ [Am^{-1}]. Produkt A_nB_δ znatno se mijenja od minimalnih $4 \cdot 10^3$ [$VAsm^{-3}$] do maksimalnih $8 \cdot 10^4$ [$VAsm^{-3}$], dakle u omjeru 1 : 20. No to je za raspon snage od nekoliko vata do nekoliko stotina megavata, znači — u omjeru $1 : 10^8$. Promjena porasta A_nB_δ na cijelom rasponu snaga znatno je sporija (prosječno za oko $5 \cdot 10^6$ puta) od promjene porasta same snage. I to pruža prvu mogućnost približnog ocjenji-

vanja. Za istovrsne strojeve s istim redom veličina snage može se produkt $A_n B_\delta$ smatrati približno konstantnim, pa uz to ograničenje iz relacije (4) izlazi da je nominalni *moment motora približno proporcionalan volumenu njegova rotora.* Na tu se ocjenu mogu nadovezati ove:

a) Volumen statora približno je proporcionalan volumenu rotora, bilo zbog posljedica zakona protjecanja (asinhroni i Schrageovi motori), bilo zbog toga što i uzbudni dio stroja (sinhroni i kolektorski motori) i iz tehničkih i iz ekonomskih razloga mora biti po veličini razmjeran armaturi. Dakako, kad je bilo riječi o volumenu statora i rotora motora, mislilo se na aktivni dio stroja.

b) Neaktivni dio stroja (kućište, osovina, ležaji i ležajni štitovi) proporcionalni su u svom volumenu aktivnom dijelu stroja.

c) Težina stroja približno je proporcionalna njegovu volumenu.

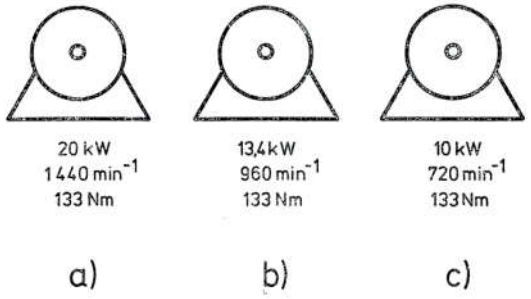
d) Vrijeme izrade približno je proporcionalno volumenu, odnosno težini stroja, a jednako tako i utrošeni materijal.

e) Cijena stroja proporcionalna je njegovoj težini. Uz sve učinjene ograde vrijedi za prvu grubu ocjenu: Veličina, težina i cijena stroja proporcionalne su njegovu nominalnom momentu. Taj grubi zaključak ne može poslužiti za neko precizno računanje, ali je odličan za ocjenska preračunavanja. Također je prikladniji za usporedbu strojeva iste snage, a različitih brzina vrtnje, nego obratno. Za strojeve iste snage i različitih brzina vrtnje ne valja očekivati nikakvu znatniju promjenu produkta $A_n B_\delta$. No najveće je značenje uspostavljanja približne relacije:

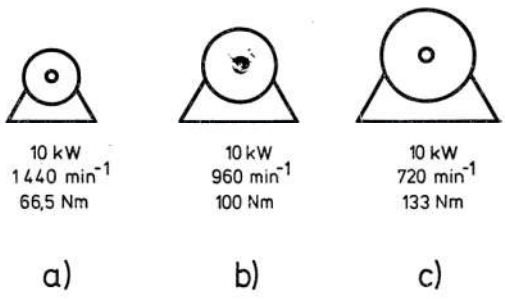
$$M_m \cdot \cdot V_m \cdot \cdot T_{ež} \cdot \cdot C_{ij} \qquad (4.b)$$

u ekonomskom zaključku da je brzohodni motor znatno jeftiniji od sporohodnoga (iste vrste) za pogone sa statičkim stanjima.

Na sl. 1. nacrtana su tri asinhrona motora koji pripadaju istome proizvodnom nizu. Oni su jednaki po veličini i težini, iako su im snage različite. Njihovu jednakost uvjetuje jednak okretni moment. Na sl. 2. prikazana su opet tri motora, ali jednakih snaga, a različitih brzina vrtnje, tj. različitoga nominalnog momenta.



Sl. 1. Motori jednakoga nominalnog momenta



Sl. 2. Motori jednake nominalne snage

Očito je da je motor a) manji, lakši i jeftiniji od motora b), a on, opet, od motora c). Tako je i s cijenama. Budući da je za stacionarni pogon važna snaga koju motor trajno razvija, dakle njegova nazivna snaga, to sva tri motora mogu zadovoljiti potrebe statičkoga elektromotornog pogona koji zahtijeva 10 kW snage. Tad je motor a) mnogo povoljniji od motora b) i c).

Ekonomski se, dakle, isplati za statički pogon birati brzohodni motor, a ne sporohodni, pogotovo kad je poznato da brzohodni motor ima i bolju korisnost (η), a i faktor snage ($\cos \varphi$) (ako je izmjenični motor) od sporohodnoga.

Za određeni elektromotorni pogon redovno je potrebna i neka određena brzina vrtnje u trajnom radu. Tehnički je najjednostavnije uzeti motor kojemu nominalna brzina vrtnje odgovara upravo zahtijevanoj jer nije potreban nikakav dodatni uređaj (reduktor, remenica) za spoj motora i radnog mehanizma. Ipak se često za sporohodni elektromotorni pogon (statički) isplati uzeti brzohodni motor s prijenosnim uređajem jer je i uz troškove prijenosa i prijenosnika ekonomičniji od sporohodnoga. U proračunu treba — dakako — uzeti sve spomenute elemente i izvršiti cjelokupnu analizu troškova.

2.9.3. Ekonomski zakoni gradnje električnih strojeva

Relacija (4.b) omogućuje usporedbu težine i cijene i za istovrsne strojeve različitih snaga, a jednakih brzina vrtnje, samo je točnost manja nego u obrnutom slučaju. Zapravo je netočnost to veća što je veći omjer snaga strojeva koje uspoređujemo, odnosno »preračunavamo«, zbog sve veće vjerojatne razlike $A_n B_\delta$. Dalje, približna se relacija (4.b) ne slaže ni s poznatim zakonom sličnosti (zakon porasta). On je već za transformator, koji je u biti najjednostavniji električni stroj, jasno pokazao da je uz konstantna specifična opterećenja bakra i željeza porast snage proporcionalan četvrtoj potenciji povećanja linearnih dimenzija, a ne trećoj, kako to izlazi prema izrazu (4.b). Razlika nastaje zbog različitih polaznih pretpostavki o tome što je specifično strujno opterećenje. Za transformator to je bila strujna gustoća Γ [Am^{-2}], a pri izvodu relacija (4.a) i (4.b) za strojeve bio je to strujni oblog A [Am^{-1}]. Zato, kad je riječ i o strojevima s mehaničkom vrtnjom, uz strogu primjenu zakona sličnosti, tj. tretiranje strujnog opterećenja kao gustoće struje $\Gamma = \text{konst.}$, treba očekivati izvjesnu promjenu izvedenih zakonitosti (4.a) i (4.b). Sve to pokazuje da je potrebno pobliže razmotriti kako zakon sličnosti primijenjen na električne strojeve tako i uopće ekonomske uvjete njihove gradnje. Bez toga ćemo se vrlo nesigurno kretati u području određivanja strojeva za stvarne elektromotorne pogone. Za motore je mehanički ekvivalent pretvorene električne snage prema jednadžbi (2):

$$P = M\omega.$$

Zakretni moment motora može se prikazati kao produkt ukupnoga ulančenog magnetskog toka Ψ, struje motora I, zatim kosinusa kuta između strujnog obloga rotora i ulančenog toka te jedne konstante proporcionalnosti između fizikalnih veličina (nazovimo je K_5) karakteristične za pojedinu vrstu stroja i formalno ovisne o upotrijebljenom sistemu jedinica. Već smo u odjeljku 2.9.2. pokazali da se kosinus kuta može ispustiti iz razmatranja, bilo zato što je za neke vrste strojeva jednak jedinici, bilo zato što je u ostalih vrsti približno konstantan pri svim veličinama strojeva. Stoga se relacija (2) može pisati kao:

$$P_{em} = K_5 \Psi I \omega. \tag{5}$$

Za nazivne veličine stroja valja, dakako, pisati:

$$P_n = K_5 \Psi_n I_n \omega_n. \tag{5.a}$$

Ulančeni magnetski tok jednak je, općenito:

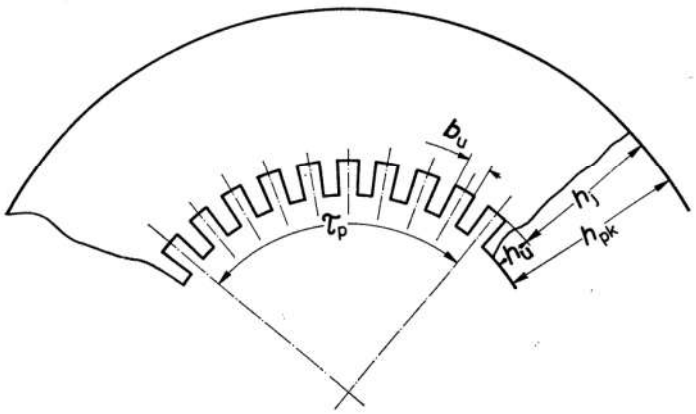
$$\Psi_n = f_n w \Phi_{gl} p = f_n w B_\delta S_{Fe} p = f_n w B_\delta l \tau_p p = K_6 w D l B_\delta. \quad (6)$$

f_n — faktor namota
w — broj efektivnih zavoja
Φ_{gl} — glavni magnetski tok kojim se prenosi ulančenje [Vs]
B_δ — nominalna magnetska indukcija [Vsm^{-2}]
S_{Fe} — presjek željeza kojim se rasprostire glavni magnetski tok [m^2]
l — duljina paketa željeza stroja [m]
τ_p — polni korak [m]
D — provrt, promjer rotora stroja [m]
p — broj pari polova
K_6 — konstanta proporcionalnosti među veličinama koja osim faktora namota sadrži i konstante što se pojavljuju pri zamjeni polnog koraka po utoru

Nominalnu struju motora prikazat ćemo na ovaj način: Zamislimo plohu koja okomito na osovinu rasijeca paket željeza stroja. Na tu plohu teku okomito sve struje pojedinih vodiča, i njihov zbroj čini ukupnu struju. Ta ukupna struja može se zamisliti i kao umnožak gustoće (nominalne) struje Γ_n i ukupnog presjeka bakra koji siječe naša zamišljena ploha. Ukupni, pak, presjek bakra produkt je presjeka bakra u jednom utoru S_{Cu} i broja utora N. Tako se struja prikazuje kao sveukupna struja podijeljena brojem zavoja:

$$I_n = \frac{N S_{Cu} \Gamma_n}{w} \doteq \frac{N h_u b_u \Gamma_n}{w}. \quad (7)$$

N i w su konstantne veličine, a presjek bakra S_{Cu} proporcionalan je presjeku utora $h_u b_u$, gdje je h_u visina utora, a b_u njegova širina (vidi sl. 3). Širina utora b_u



Sl. 3. Isječak kružnog vijenca stroja, uz tumačenje odnosa dimenzija

proporcionalna je koraku jednog utora na obodu stroja pa je u relaciji (7) $N \cdot b_u$ proporcionalno promjeru provrta D. Visina polnog odsječka h_{pk} proporcionalna je visini jarma h_j, koja mora biti razmjerna polnom koraku τ_p, zbog toga što provodi isti magnetski tok. Tako je visina utora h_u proporcionalna polnom koraku τ_p, tj. omjeru provrta i broja pari polova D/p. Stoga je presjek bakra S_{Cu} proporcionalan

D^2/p. Prikupimo li sve konstante (osim w) i omjere proporcionalnosti u zajedničku konstantu proporcionalnosti K_7, relacija (7) prelazi u:

$$I_n = K_7 \frac{D^2}{wp} \Gamma_n. \tag{7.a}$$

Uvrstimo jednadžbe (6) i (7.a) u (5.a) pa se dobiva:

$$P_n = K_5 K_6 K_7 \frac{D^3 l}{p} \omega_n B_\delta \Gamma_n$$

i nakon sjedinjenja svih konstanti u jednu $K_8 = K_5 K_6 K_7$:

$$P_n = K_8 \frac{D^3 l}{p} \omega_n B_\delta \Gamma_n. \tag{8}$$

Želimo li se riješiti kutne brzine vrtnje, radi jednostavnosti ćemo postupiti ovako: za trofazne strojeve vrijedi $\omega = \frac{\omega_{el}}{p}$, a za kolektorske $\frac{pn}{60} = f_r = \frac{p\omega}{2\pi}$.

U oba je slučaja kutna brzina vrtnje ω obratno proporcionalna broju pari polova p, a sve su ostale veličine konstantne, pa izraz (8) prelazi u:

$$P_n = K_9 \frac{D^3 l}{p^2} B_\delta \Gamma_n. \tag{8.a}$$

Još se može zamijeniti provrt polnim korakom:

$$P_n = K_{10} p \tau_p^3 l B_\delta \Gamma_n. \tag{8.b}$$

Zamislimo li niz strojeva slično građenih i pretpostavimo (kao kod transformatora) konstantnost specifičkih opterećenja bakra (Γ_n) i željeza (B_δ), prelaze relacije (8), (8.a) i (8.b) u:

$$P_n = K_{11} \frac{D^3 l}{p} \omega_n \tag{9}$$

$$P_n = K_{12} \frac{D^3 l}{p^2} \tag{9.a}$$

$$P_n = K_{13} l \tau_p^3 p. \tag{9.b}$$

Na osnovi (9), (9.a) i (9.b) zaista se pojavljuju važne relacije zakona za električne strojeve, i to s ovisnošću o četvrtoj potenciji linearnih dimenzija. Bitna je razlika u usporedbi s transformatorom da sve dimenzije ne sudjeluju podjednako u formiranju snage. Utjecaj provrta znatno je veći od utjecaja duljine željeza. Da se upotpuni razmatranje, uz pomoć izraza (2) pisat ćemo za moment motora:

$$M_n = K_{11} \frac{D^3 l}{p}. \tag{9.c}$$

Razmišljajući o značenju i primjenjivosti izrazâ zakona sličnosti od (9) do (9.c), može se reći ovo:

a) I ovi izrazi kao i (4.b) »boluju« od približnosti jer stvarne vrijednosti magnetske indukcije u zračnom rasporu B_δ i gustoće struje Γ_n nisu konstante u cijelom rasponu snage jedne vrste strojeva. Samo, kako je već rečeno, dok B_δ blago raste s porastom stroja, Γ_n blago pada kad veličina stroja raste, i to iz termičkih razloga. Zbog te činjenice rezultati su preračunavanja po relacijama od (9) do (9.c) mnogo točniji od onih po jednadžbi (4.b), jer je produkt $B_\delta \Gamma_n$ mnogo bliži konstantnoj vrijednosti od produkta $B_\delta A_n$. Pri neznatnim promjenama veličine stroja, ne samo opća razmatranja već i konkretni računi izvedeni na osnovi izraza od (9) do (9.c) praktički su točni.

b) Uspoređujući relaciju (4.b) s (9.c) vidi se da načelni zaključci proizašli iz (4.b) za strojeve jednake snage, a raznih brzina vrtnje, u cijelosti vrijede. Za stvarna računanja, posebno uz strojeve s jednakom brzinom vrtnje i različitim snagama, daje (9.c) mnogo realnije rezultate.

c) Cijena električnog stroja ili cijena niza električnih strojeva ovisit će mnogo o načinu gradnje. Iz jednadžbi od (9) do (9.c) vidi se da u formiranju snage ili momenta provrt stroja sudjeluje s trećom potencijom, a duljina željeza s prvom. Zato omjer tih veličina D/l ili τ_p/l za neki stvarni stroj ili niz strojeva ima prvorazredno ekonomsko značenje. A budući da su dimenzije općenito, pa onda i njihovi omjeri, uvjetovane i tehničko-tehnološkim uvjetima i ekonomskim razlozima, te kako ti razlozi i uvjeti nisu za strojeve svih veličina i vrsta jednaki, moraju se razmotriti i načini gradnje za različite veličine strojeva.

U praksi su se razvili pojmovi i nazivi o sitnim (mikro), malim, srednjim i velikim strojevima. Ti nazivi nisu nastali samo zbog njihove očite (geometrijske) veličine ili snage već i zbog raznovrsnog načina gradnje (dakle i zbog njihove proizvodno-ekonomske kategorije). Zato i nema neke čvrste granice među tim grupacijama jer se s vremenom, kako rastu tehničko-tehnološke mogućnosti i potrebe na tržištu, pomiču i te granice s obzirom na porast snaga i veličina do kojih idu pojedine kategorije. Mikrostrojevi izrađuju se u stotinama tisuća i milijunima jednakih primjeraka, a mali strojevi u tisućama, uvijek na skladište, za opću namjenu. Veliki (posebno najveći) strojevi grade se u načelu individualno ili u svega nekoliko primjeraka za strogo određenog naručioca. Srednji strojevi su proizvodno najneodređenije definirani, tj. postoji tehnička potražnja za vrlo velikim brojem vrsta i za najrazličitije namjene, ali rijetko za većim brojem jednakih primjeraka. To dovodi do nemogućnosti gradnje na skladište. Zbog takvoga općeg stanja mali i mikrostrojevi grade se u automatiziranim tvornicama »na traci«, i tako postaju jeftini. Veliki strojevi proizvode se u tvornicama prilagođenima za individualnu proizvodnju i izgradnja je stoga skupa. Za srednje strojeve bilo bi preskupo ići na princip organizacije proizvodnje bilo na individualnom, bilo na serijskom principu. Izlaz je u projektiranju i gradnji kojima se za različite strojeve utvrđuje što veći broj jednakih dijelova građenih na skladište, a na osnovi narudžbi obavlja se dodatna izrada nejednakih dijelova i sklapanje cijelog stroja. To je kombinacija iznesenih principa, dakle poluserijska i poluindividualna gradnja. Sve to bitno utječe na osnovne geometrijske parametre — duljinu paketa željeza l, provrt D, odnosno polni korak τ_p.

U individualnom principu gradnje jasan je ekonomski zahtjev za što manjim utroškom materijala, od kojeg se samo izuzetno odstupa, kad se od stroja zahtijeva

neko posebno tehničko svojstvo, što onda, dakako, i poskupljuje izgradnju. Optimalni omjer među osnovnim dimenzijama za takvu gradnju pronašao je još dvadesetih godina ovog stoljeća R. Richter i on glasi:

$$l = 0{,}5 \sqrt{p}\,\tau_p. \tag{10}$$

Uz taj uvjet prelaze jednadžbe (9.b) i (9.c) u:

$$P_n = 0{,}5\, K_{13}\, \tau_p^4\, p^{1,5} \tag{10.a}$$

$$M_n = \frac{\pi}{4} K_{11}\, D^4\, p^{-1,5}. \tag{10.b}$$

Neki proizvođači velikih strojeva ipak odstupaju od odnosa u izrazu (10), najčešće zbog tehnoloških i transportnih razloga (a kod istosmjernih strojeva to su komutacijski problemi), pa za princip odnosa osnovnih dimenzija uzimaju:

$$l = K_I \tau_p, \tag{11}$$

tj. duljine paketa limova i polni korak u stalnom su čvrstom omjeru bez obzira na broj pari polova. Uz taj odnos dimenzija mogu se relacije (9.b) i (9.c) pisati:

$$P_n = K_{13}\, K_I\, \tau_p^4\, p \tag{11.a}$$

$$M_n = \frac{K_{11}\, K_I \pi}{2} D^4\, p^{-2}. \tag{11.b}$$

U proizvodnji strojeva srednje veličine praktički svi današnji proizvođači polaze od zahtjeva da što veći broj dijelova bude jednak za razne strojeve. Ta se standardizacija odnosi uglavnom na mehaničke dijelove (osovinu, kućište, ležajne štitove itd.). Pri tome izlazi da je gabarit (vanjske mjere) npr. asinhronih motora raznih brzina vrtnje jednak (vidi sl. 4). Kako je kod brzohodnih strojeva (maleno »p«) potreban visok jaram zbog velikog toka Φ_{gl} i dugačke glave namota (uzrok je veliki polni korak), očito je da u istom gabaritu brzohodni strojevi imaju manju duljinu željeza i manji promjer rotora od sporohodnih. Praktički izlazi da je u motora srednje veličine omjer promjera rotora i duljine paketa željeza približno konstantan:

$$D \doteq K_{II} \cdot l. \tag{12}$$

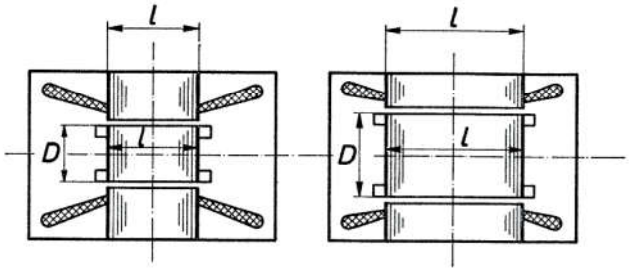
Primijeni li se taj odnos na relacije (9.a) i (9.c), bit će:

$$P_n = \frac{K_{12}}{K_{II}} D^4\, p^{-2} \tag{12.a}$$

$$M_n = \frac{K_{11}}{K_{II}} D^4\, p^{-1}. \tag{12.b}$$

Proizvođači malih strojeva prihvaćaju princip gradnje srednjih strojeva prema izrazu (12) jer manji broj mehaničkih dijelova pojeftinjuje i proizvodnju na traci.

Jednadžbe od (9) do (12.b) omogućuju da se procijene osnovne geometrijske veličine D, l, snage P, momenti M itd. nepoznatih motora kad se znaju vrijednosti za neki od motora iz određenog niza. No, one nisu prikladne za ocjenu težina i cijena nepoznatih motora iz podataka za poznati motor jer uzrokuju prevelike razlike. Naime, izvedeni zakoni sličnosti vrijede za rotor motora kojemu su glavne dimenzije D i l. Zato su one pogodne za preračunavanje u prvom redu veličina rotora: njegova volumena, težine, momenta inercije J, kinetičke energije itd., što će posebno dobro doći u ocjeni dinamičkih veličina. Ali već kratak pogled na sl. 4. po-



a) brzohodni b) sporohodni

Sl. 4. Uz objašnjenje uvjeta ekonomične gradnje srednjih strojeva

kazuje da omjer masa aktivnog materijala (bakra i željeza) statora i rotora za brzohodne i za sporohodne strojeve nije jednak. Dalje, jako se razlikuje omjer masa neaktivnog materijala i masa rotora brzohodnog i sporohodnog stroja. Ne može se, dakle, govoriti o općoj proporcionalnosti između mase aktivnog materijala rotora i statora ni o proporcionalnosti između mase rotora i mase neaktivnog materijala. Zato se i zaključci izraženi relacijama od (9) do (12.b) mogu protegnuti na volumen, težinu i cijenu, ali samo za slične strojeve jednake nominalne brzine vrtnje.

Zakonitosti rasta težine i cijene za opći slučaj slično građenih strojeva različitih brzina vrtnje ne mogu se jednostavno, a ujedno egzaktno izvesti. Ipak za stroj kao cjelinu, kad su to strojevi male i srednje veličine, za koje vrijedi relacija (12), dobro će poslužiti jedno pojednostavnjeno razmatranje kojemu su temelji osnovni principi sličnosti poznati već za transformator. Tako, označimo li s x promjenu linearne dimenzije stroja, površine rastu s x^2, volumeni i težine s x^3, a moment stroja M s x^4. Za osnovnu dimenziju uzmimo vanjski promjer stroja D_v jer je za gradnju malih i srednjih strojeva on proporcionalan ukupnoj duljini stroja l. Može se, dakle, pisati:

$$M \cdot\cdot \frac{P}{n} \cdot\cdot P p \cdot\cdot D_v^4$$
$$V \cdot\cdot D_v^3 \cdot\cdot (P p)^{3/4} \qquad (13)$$

Iz toga se dobiva omjer težina, cijena i volumena za slične strojeve:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{C_{ij1}}{C_{ij2}} \doteq \left(\frac{P_1 p_1}{P_2 p_2}\right)^{3/4} = \left(\frac{P_1}{P_2}\frac{n_{n2}}{n_{n1}}\right)^{3/4}. \qquad (13.a)$$

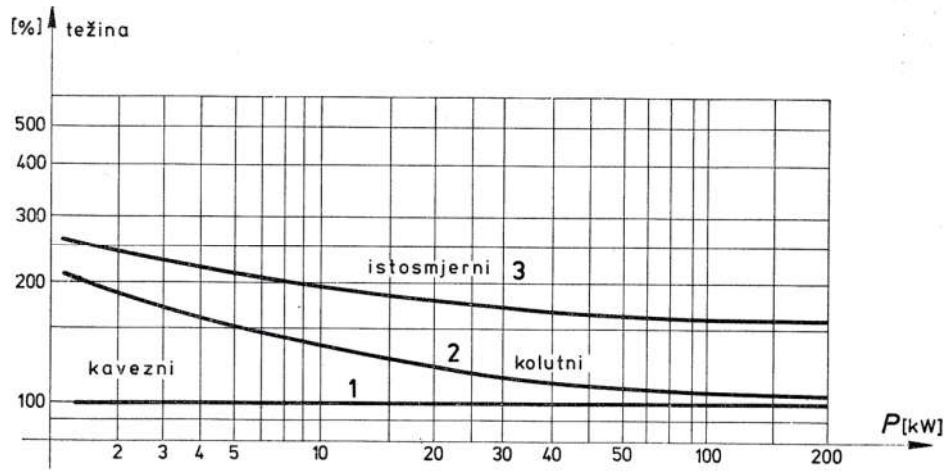
Praktičke provjere ovog, relativno grubo izvedenog odnosa na stvarnim nizovima strojeva pokazuju dobru podudarnost sa stvarnim omjerima težina i cijena te omogućuju da se izračunaju težine i cijene nepoznatih motora uz poznate vrijednosti za neki od motora iz određenog niza. Na žalost, zbog mnogih razloga, najčešće proizvodno-ekonomskih, proizvođači se ne drže sasvim zakona sličnosti, već su česta odstupanja, od kojih su neka čak utvrđena nacionalnim normativima, a i internacionalnim propisima i preporukama. Neki niz strojeva uvijek se gradi tako da red snaga čini geometrijski red, tj. da između snage svakoga većeg i svakoga manjeg stroja vlada čvrsti omjer. Najčešće se (usporedi IEC-propise za asinhrone strojeve) u stupnjevanju snage upotrebljava takozvani red 10, tj. omjer snage većeg i manjeg stroja je $\sqrt[10]{10}$. To je, praktički, omjer 1,25 : 1, tj. stroj »susjedne« manje snage ima 80%, a susjedne veće 125% snage promatranoga. Gustina tog reda daje 10 veličina snaga između stroja snage $x \cdot 10^n$ i $x \cdot 10^{n+1}$. Smatra se da ta gustina odgovara zahtjevima tržišta. No ujedno, zbog ekonomičnosti gradnje (projektiranja) elektromotornih pogona i uopće postrojenja za male strojeve, a i za dio srednjih, vezane su propisane veličine snaga s mehaničkim dimenzijama, kao visinom osovine, duljinom rukavca osovine, razmakom rupa za pričvršćenje na temelje, razmakom od kraja rukavca do rupa za učvršćenje na temelje, dimenzijama pričvrsnog klina, dimenzijama prirubnica i brojem i promjerom rupa na njima za prirubnički pričvršćene motore itd. (usporedi npr. IEC-propis INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION, IEC RECOMMENDATION Publication 72 — 1971. i Publication 72 A — 1970).

Pri tome se za jednu visinu osovine propisuju po dvije ili čak tri susjedne snage stroja. To znači da će po dvije ili tri snage obavezno imati i isti provrt D (dakako uz jednaku nominalnu brzinu vrtnje). To je uzrok činjenici da će samo jedan od tih strojeva imati optimalno iskorištenje materijala, a ostali slabije jer se snaga podešava duljinom željeza l, a iz jednadžbe (9) je očito kako je to manje efikasno od podešavanja provrtom D. Dakako, taj se ekonomski nedostatak obilno nadoknađuje smanjujući broj neaktivnih dijelova u nekom nizu uz istodobno povećanje količine jednakih, što je upravo za srednje strojeve neobično važno. Svakako, time se smanjuje vjerojatnost točnog računanja po jednadžbama zakona sličnosti. I napon za koji je motor građen ima znatnu ulogu u formiranju njegove cijene, i to opet uglavnom kod strojeva srednje snage. Više će o tome biti riječi u 6. poglavlju, gdje se raspravlja o izboru motora. Ovdje se zadržimo samo na najgrubljim konstatacijama. Uzmimo za primjer najčešći, asinhroni motor. U prirodi je motora da se oni mali grade samo za niske napone (do oko 600 V), a veliki za srednje i visoke napone (6—20 kV). Većina srednjih motora (raspon snage od $\sim$ 50 do $\sim$ 2 000 kW) može se graditi i za niski i za srednje napone, iako su za donju granicu snage naponi od 5 do 6 kV problem, jednako kao i niski napon za gornju granicu snage. Red napona koji dolazi u pitanje jest do 0,6, do 3, do 6 i do 10 kV. Za primjer uzmimo motor od 400 do 800 kW snage koji se sigurno može izgraditi za bilo koji od četiri spomenuta reda napona. No njegova će cijena rasti s porastom reda napona, približno u omjeru 100 : 125 : 160 : 200%. Iz tog se primjera zapaža da će uspješno uspoređivanje na osnovi zakona sličnosti biti samo za motore istog reda napona, odnosno da će se preračunavajući težine i cijene zbog različitog reda napona morati provoditi korekcije, za osnovu kojih mogu poslužiti podaci iz spomenutog primjera.

2.9.4. Težine i cijene raznih vrsta motora

Govoriti o apsolutnim vrijednostima težine pojedinih vrsta motora nema pravog smisla. Poznato je da se s napretkom tehnologije i tehnike stalno smanjuje težina motora određene snage. U dosadašnjem razvoju tempo je uglavnom bio takav da je svakih 20 godina težina motora određene snage bila svedena na otprilike polovicu. Na cijenu osim težine utječe još i više ostalih činilaca — cijena rada, proizvodnost itd., tako da tretiranje apsolutnih cijena ima još manje smisla. Ali je moguće govoriti o relativnim odnosima težina i cijena za pojedine vrste motora jer su promjene faktora koji na njih utječu, približno jednake za sve motore.

Ako tehnički zahtjevi elektromotornog pogona dopuštaju, odabrat će inženjer uvijek lakši i jeftiniji stroj, zato je važno da se ti odnosi barem približno znaju. Trofazni asinhroni kavezni motor tehnički je najjednostavniji i najlakši stroj. On ima manje dijelova od kolutnoga asinhronog, ili istosmjernog stroja (klizni koluti, četkice, držači, podizači četkica, kolektor itd.), stoga je najlakši. To je posebno izraženo u strojeva male snage jer težina »dodatnih dijelova« sporije raste od one aktivnih dijelova, s obzirom na snagu. Odnose među težinama pojedinih vrsta prikazuje sl. 5, gdje je kod asinhronih kaveznih motora kao baza uzeto 100%. Zbog

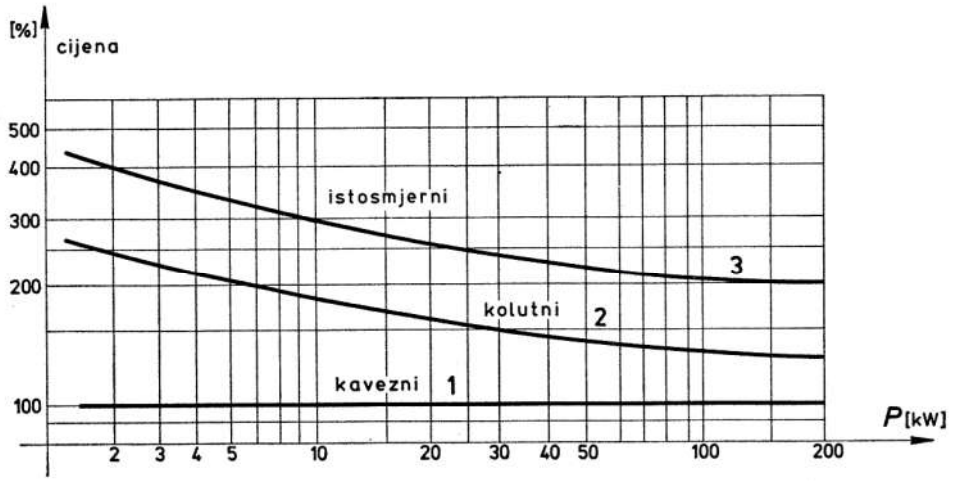


Sl. 5. Usporedba težina raznih vrsta motora

skupih materijala (bakar, mjed) za kolektore i klizne kolute, a posebno zbog relativno mnogo rada potrebnoga za njihovu izradu, raste omjer cijena u korist kaveznog motora znatno preko omjera snage (sl. 6), što je još potencirano masovnošću velikoserijske proizvodnje kaveznih asinhronih motora, posebno manjih i srednjih snaga.

Ocjenjujući podatke sa sl. 5. i 6. kao odnose među veličinama prikupljene statistički na bazi svjetskih odnosa težina i cijena, mora se napomenuti još i tendencija na tom području. Odnosi među težinama na sl. 5. konstantno se drže već dulji niz godina i vjerojatno je da će tako i ostati, jer razvoj podjednako utječe na sve vrste strojeva. Odnosi među cijenama u budućnosti će vjerojatno pokazivati tendenciju daljeg porasta prema asinhronome kaveznom motoru jer se upravo kod njega sve više očituju elementi smanjenja radnog vremena zbog sve savršenije organizacije masovne proizvodnje, koja je uglavnom, prema današnjem stanju, samo kod njih i moguća. Možda su omjeri na sl. 6. već i danas nešto preniski jer su podaci do kojih se može doći obično ponešto zastarjeli.

Posebni tehnički uvjeti koji zahtijevaju gradnju strojeva specijalnih izvedbi znatno (i do nekoliko puta) poskupljuju cijenu stroja (malog ili srednjeg) ako se on posebno gradi. Međutim, česta istovjetnost posebnih tehničkih uvjeta kod radnih mehanizama omogućila je serijsku (kod malih strojeva) i poluserijsku (za srednje strojeve) gradnju nizova specijalnih strojeva. Tad su oni skuplji od strojeva opće namjene samo u omjeru povećanja objektivnih troškova (materijala i rada).



Sl. 6. Usporedba cijena raznih vrsta motora

Ipak se jedna »normalna« vrsta strojeva ne ponaša u okviru općih tehničkih i ekonomskih zakonitosti koje su prikazane u ovom poglavlju. Riječ je o istosmjernim strojevima s permanentnim magnetima. Doduše, oni se, gledano unutar njihova vlastitog niza, vladaju prema zakonu sličnosti, ali s time i prestaje poznata logika. Uzrok je tome permanentni magnet. Da bi osigurao osnovni uvjet konkurentnosti klasičnome porednom (nezavisnom) stroju, mora permanentni magnet u istom volumenu (gabaritu) motora osigurati i jednak magnetski tok po polu, kao i klasični uzbudni namot. To se postiže kad je radijalna visina pola s permanentnim magnetom (od »tvrdog« ALNICO-magneta) prilično veća od visine klasičnog pola, što zahtijeva »stisnuti« rotor s manjim promjerom i nešto većom duljinom paketa željeza. To bi, po zakonu sličnosti, dovelo do negativnog rezultata jer se smanjuje dimenzija (provrt) koja s trećom potencijom sudjeluje u snazi, uz porast dimenzije (duljina željeza) koja je linearno proporcionalna snazi. Situaciju spašava sposobnost modernih permanentnih magneta da u zračnom rasporu daju indukciju i do 25% veću od one što je stvara klasično namotani uzbudni pol. Zato i nije bilo u upotrebi, sve do pojave permanentnih magneta s tim svojstvom, takvih strojeva (osim mikrostrojeva). Permanentni magnet, dalje, ima neugodnu osobinu da mu specifična cijena, tj. cijena po jedinici težine, raste, i to znatno s porastom magneta. Taj činilac toliko utječe na ukupnu cijenu stroja da i cijelom stroju s povećanjem snage raste specifična cijena snage (cijena po jedinici snage). To je obratno nego u ostalih vrsta klasičnih električnih strojeva. Utjecaj permanentnih magneta na cijenu najbolje se vidi iz jedne usporedbe. Za istosmjerni stroj od približno 10 kW cijena je magneta oko 10—15% troškova gradnje, a za stroj od cca 500 kW već više od polovice ukupnih troškova! Zato npr. u sl. 5. istosmjerni motor s permanentnim magnetima ne bi pokazivao pad, već povećanje omjera cijene uz porast snage u usporedbi s referentnim asinhronim kaveznim motorom na slici. Očito je da će

istosmjerni motor s permanentnim magnetima biti skuplji od klasičnoga i za male snage, a posebno (i to znatno) za velike. A ima još i mana (teškoće s montažom i demontažom, opasnost od razmagnetiziranja i potreba ponovnog magnetiziranja, ne može mu se smanjivati uzbuda da se poveća brzina vrtnje itd.). Stoga je zanimljivo pogledati koje su to prednosti zbog kojih se ipak upotrebljava i u nekim područjima ozbiljno konkurira klasičnome istosmjernom motoru. Tu je među ostalim manji utrošak energije (bolja korisnost jer nema gubitaka zbog uzbude, a i u bakru su oni manji), zatim tvrđa i jednoličnija statička karakteristika. Prednost je i manji broj dovodnih vodova i aparata za ukapčanje (posebno važno kod dizala), ali mu je osobito dobra strana izrazito manji moment inercije. Taj se po zakonu sličnosti mijenja s petom potencijom linearne dimenzije, pri čemu promjer rotora sudjeluje s četvrtom potencijom, a duljina željeza linearno. To praktički omogućuje da se moment inercije svede na polovicu uz jednak gabarit i jednaku snagu klasičnoga istosmjernog motora. Zato u područjima upotrebe gdje je to važno, a gdje njegove mane nisu toliko štetne, ima izričitu prednost. To će biti posebno pogoni s čestim dinamičkim stanjima, u kojima on ima veliku upotrebnu vrijednost. U stacionarnim pogonima, u statičkim stanjima, pretežu njegove mane nad prednostima, i zato ga tu praktički i nema.

2.10. ZADACI I PROBLEMI

2.10.1. Zadaci

1. Za neki radni mehanizam promjenljiva opterećenja od 2 do 10 kW koji bi trebalo da radi približno konstantnom brzinom vrtnje u granicama od 2 200 do 2 400 min^{-1}, imamo poredni istosmjerni motor sa samo ovim poznatim podacima: $P_n = 10$ kW, $U_n = 220$ V, $I_n = 52{,}4$ A i $n_n = 2\,250\ min^{-1}$. Potrebno je zaključiti koje su vjerojatne granice promjene brzine vrtnje i odgovaraju li zadanome radnom mehanizmu. S obzirom na konstrukciju motora vjerojatna je pretpostavka da se gubici u bakru u armaturnom krugu kreću u granicama od 40 do 70% ukupnih gubitaka.
2. Malu uljnu zupčastu pumpu pokreće istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor od 110 V, 2 kW, 22,5 A i 390 min^{-1}, uz otpor armature (uključivši četkice) $R_a = 0{,}7\ \Omega$. U pogonu pri 100 V napona izmjerena je brzina vrtnje od 360 min^{-1}. Uz pretpostavku da pumpa pruža konstantni moment otpora, te uz konstantnu uzbudu i zanemarenje reakcije armature i gubitaka trenja, valja odrediti:
   a) brzinu vrtnje u idealnome praznom hodu pri 100 V;
   b) brzinu vrtnje u idealnome praznom hodu kod 110 V;
   c) brzinu vrtnje pri opterećenju i 110 V ako je armaturi paralelno priključen šant od 5 Ω i predotpor od 2 Ω;
   d) brzinu vrtnje u idealnome praznom hodu uz napon, predotpor i šant kao pod točkom c);
   e) koliko se promijeni snaga u spoju prema c) u usporedbi sa zadanom radnom točkom;
   f) kako se promijene gubici u bakru uz spoj prema c) u usporedbi sa zadanom radnom točkom.

3. Elektromotorni pogon dizalice ostvaren je nezavisnim istosmjernim motorom ovih podataka: $P_n = 32$ kW, $U_n = 440$ V, $I_n = 83$ A i $n_n = 1\,000\ \text{min}^{-1}$. Unutrašnji otpor motora (otpor armature) iznosi 0,35 Ω. Traže se podaci za ove radne točke:

   a) Motor koči elektrodinamički uz uključene otpore brzinom vrtnje od 500 min^{-1} i s nominalnom strujom. Koliki mu je predotpor uključen i s kolikim ukupnim momentom koči radni mehanizam?

   b) Koliki predotpor valja priključiti za protustrujno kočenje (protustrujno spuštanje) ako se želi kočenje pri 55 A i brzini vrtnje od 600 min^{-1}? Koliki je tad moment na osovini, snaga uzeta iz mreže, snaga na osovini i snaga utrošena u otporima?

   c) U generatorskom kočenju (bez predotpora) izmjerena je struja od 70 A. Kolika je brzina vrtnje?

4. Dizalica radi pogonjena istosmjernim nezavisno uzbuđenim kompenziranim motorom od 5 kW, 220 V, 28 A i 1 500 min^{-1}, kojemu je otpor armaturnoga strujnog kruga 1 Ω. Ukupni moment tereta na osovini motora je 31 Nm, od čega 3 Nm čine gubici u prijenosnom mehanizmu. Treba:

   a) odrediti brzinu vrtnje pri dizanju tereta;

   b) izračunati brzinu vrtnje kad se teret spušta u protustrujnom kočenju uz ukopčan predotpor od 14 Ω i šant armaturnog kruga od 10 Ω;

   c) nacrtati karakteristike opterećenja stroja za oba slučaja.

5. Laboratorij ima istosmjerni motor s nezavisnom uzbudom. Podaci su: 10 kW, 220 V, 2 250 min^{-1} i 52,2 A. Otpor armature, uključujući pomoćne polove i prijelazni otpor na četkicama, iznosi $R_a = 0{,}22\ \Omega$. Želi se prilikom jednog pokusa u laboratoriju postići statička karakteristika tako da se taj motor vrti u praznom hodu s 1 150 min^{-1}, a uz nominalni moment sa 600 min^{-1}. Kakav bi predotpor i šant trebalo priključiti na armaturu da se postigne tražena karakteristika?

   Kakav bi šant i predotpor valjalo dodati kako bi se postigla karakteristika $n = n_0 = 620\ \text{min}^{-1}$, $n = n_t = 250\ \text{min}^{-1}$ (uz nominalni moment tereta)?

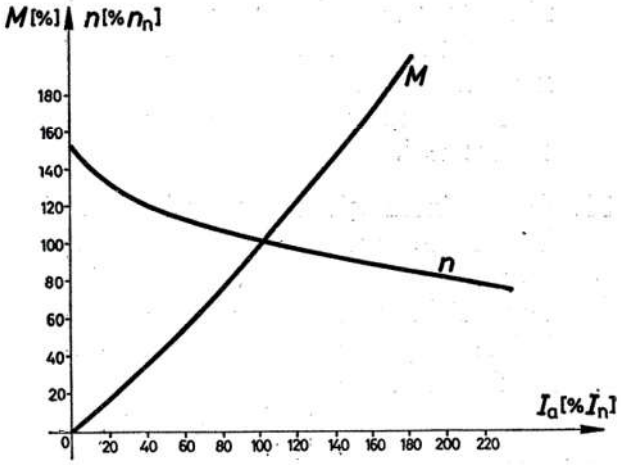
6. Radni mehanizam za pogon rudničkih kolica opremljen je serijskim istosmjernim motorom od 8 kW, 110 V, 90 A i 600 min^{-1}. Otpor je armature 0,11 Ω, a otpor uzbudnog namota 0,06 Ω. Statička karakteristika dana je tablicom:

I [A]	36	54	72	90	108	126	144	180
n [min^{-1}]	960	740	655	600	560	535	510	465

   Potrebno je odrediti predotpor u dva stupnja, i to tako da s prvim stupnjem motor uz 90 A ima brzinu vrtnje od 500 min^{-1}, a u drugom stupnju uz 90 A brzinu vrtnje od 320 min^{-1}. Valja proračunati i karakteristike za te predotpore.

   Koliki bi otpor trebalo uključiti u armaturni strujni krug da se pri kretanju nizbrdicom motor suprotstavlja kretanju momentom od 50 Nm na osovini kod 150 min^{-1}? Vlastiti moment trenja motora 4,7 Nm (prilikom spuštanja).

7. Istiskivač gredica iz metalurške peći za veći broj istiskivanja na sat, opremljen je istosmjernim kompaundiranim motorom od 12 kW, 220 V, 64 A i 680 min^{-1}. Otpor armature, uključujući pomoćne polove i prijelazni otpor na četkicama, iznosi 0,25 Ω. Serijski namot ima 0,12 Ω. Postotne karakteristike motora prikazane su na priloženoj sl. 1. Maksimalno dopuštena struja je 2,5 I_n. Pri istiskivanju suprotstavlja se gibanju konstantni moment tereta, koji se za različite gredice kreće od 0,5 do 1,2 M_n. Kočenje nakon istiskivanja ostvaruje se elektrodinamički uz isključeni serijski namot, i to otpornikom u jednom stupnju.



Sl. 1.

Valja izračunati vrijednost otpora otpornika za kočenje, i to tako da se dobije maksimalni efekt kočenja (minimalno trajanje), a da u najnepovoljnijem slučaju struja ne prekorači maksimalno dopuštenu vrijednost.

8. Potrebno je provjeriti kako odstupa proračun brzine vrtnje za serijski uzbuđeni istosmjerni motor sa šantiranom uzbudom, računa li se precizno ili s pomoću približne jednadžbe (2.5—14b). Elektromotorni pogon s konstantnim momentom tereta pogonjen je motorom i vrti se brzinom od 930 min^{-1}. Idealna brzina vrtnje (na idealnoj mehaničkoj karakteristici) iznosila bi 1 000 min^{-1}. Otpor armature motora je 50% veći od otpora uzbudnog namota: $R_a = 1{,}5\ R_i$. Trebalo bi točnom i približnom metodom proračunati brzinu vrtnje $n_š$ ako:

   a) nema predotpora R_p, a šantiranje se izvodi tako da svega jedna trećina struje armature teče uzbudnim namotom;

   b) predotpor iznosi $R_p = 3\ R_a$, a šantiranje se provodi tako da šantom teče svega 10% armaturne struje.

9. Elektromotorni pogon malih kolica pokreće serijski istosmjerni četveropolni motor s jednovojnim valovitim namotom. Podaci su za motor: $P = 2{,}5$ kW, $n = 1\ 000\ min^{-1}$ i $I = 15{,}6$ A. Otpor armature, uključujući pomoćne polove, iznosi 1,33 Ω, otpor je uzbudnog namota 0,87 Ω, a namot ima ukupno 990 vodiča. Motor se može izvrstivom spojkom odvojiti od radnog mehanizma (kolica), nakon čega je praktički rasterećen. Da ne nastane pobjeg motora, u trenutku kad se on odvaja od pogona automatski se uključi otpornik paralelan s namotom armature (šant). Radi toga je izveden pokus praznog hoda motora

tjeranoga kao poredni generator brzinom vrtnje od 1 000 min^{-1}. Pri tome je izmjereno:

inducirani napon E	[V]	50	100	142	165	184	194
uzbudna struja i_u	[A]	3	6	9	12	15	18

Traži se koliki se šant mora uključiti i koliku energiju uzima motor iz izvora s naponom od 220 V ako se želi da rasterećeni motor rotira brzinom vrtnje od: a) 2 000 min^{-1}; b) 3 000 min^{-1}.

10. Trofazni asinhroni motor od 100 kW, 50 Hz i 970 min^{-1} diže preko prijenosnika teret G brzinom od 1,2 ms^{-1}, pri čemu se vrti 983 min^{-1}. Vlastiti gubici zbog trenja su 1 800 W, a gubici nastali trenjem u prijenosu 4 200 W, sve pri nominalnom radu. Kojom brzinom motor spušta taj isti teret? Pretpostavite da momenti trenja u nazivnom radu u prvom i drugom pogonskom slučaju ostanu isti.

11. Građevinski čekrk (dizalica) opremljen je asinhronim motorom s prijenosnikom kojemu je korisnost 90% pri snazi od 100 kW i brzini vrtnje od 970 min^{-1}. Asinhroni motor od 100 kW i 970 min^{-1} ima vlastito trenje od 1 000 W i diže teret G brzinom vrtnje od 979 min^{-1}. Kojom će brzinom vrtnje spuštati taj isti teret (generatorsko kočenje) uz iste uvjete? Može se uzeti da je moment izgubljen u prijenosnom uređaju približno jednak i pri spuštanju i kod dizanja, a tako i gubici zbog vlastitog trenja.

12. Mlin koji želimo opremiti motorom suprotstavlja mu se konstantnim momentom od 2 kpm. Radna je brzina 1 400 min^{-1}. Pri pokretanju zbog nepovoljnih uvjeta trenja moment je tereta 3,6 kpm. Hoće li trofazni kavezni motor (klasični, bez potiskivanja) od 4 kW, 1 410 min^{-1}, uz $M_p = 2{,}5\, M_n$ i $s_p = 0{,}287$, moći pokrenuti radni mehanizam?

13. Veliki (centrifugalni) ekshaustor ima u mirovanju visoko trenje $M_{tro} = 0{,}35\, M_e$. Poznat je moment koji ekshaustor zahtijeva: $M_e = 17\,500$ Nm pri 700 min^{-1}. Pogon se želi ostvariti trofaznim 10-polnim kolutnim asinhronim motorom od 850 kW, 6 000 V i 101 A. Dobavljač daje ove podatke: $E_{20} = 1\,150$ V, $I_2 = 450$ A, preopteretivost = 2,15, $R_1 = 0{,}6\ \Omega$, $X_1 = 4{,}17\ \Omega$, $R_2 = 0{,}025\ \Omega$, $R_2' = 0{,}69\ \Omega$, $X_2' = 4{,}15\ \Omega$. Traži se:

a) kojom će snagom raditi ekshaustor;

b) kolika je pri tome rezerva motora;

c) koliki će se otpornik uključiti u rotor pri pokretanju ako se želi pokretanje u jednom stupnju (zbog daljinskog ukapčanja); zatim je poželjno što kraće trajanje zaleta, ali da struja ne premaši iznos od 120% I_n;

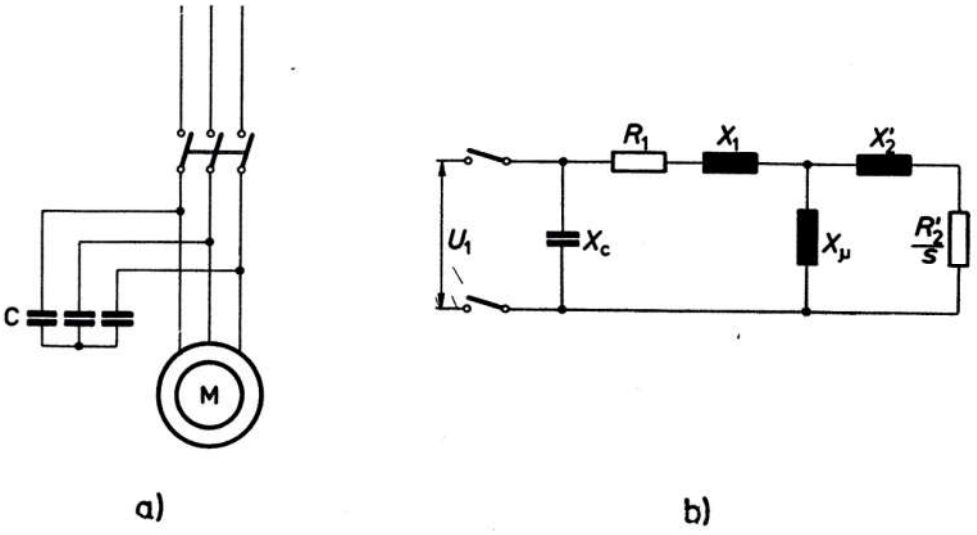
d) koliki je pri tome potezni moment, a kolik moment slobodan za ubrzavanje;

e) pri kojoj će brzini i kojom snagom raditi ekshaustor ako za vrijeme zaleta automatika ne spoji nakratko rotor, pa otpornik za zalet ostane uključen;

f) kakve će posljedice za pogon nastati pojavi li se slučaj opisan pod e);

g) kontrola udarca struje u trenutku kratkog spajanja otpornika i ocjena odgovara li općem zahtjevu o struji iz točke c).

14. Elektromotorni pogon alatnog stroja ostvaren je trofaznim asinhronim motorom od 3,7 kW, 380 V, ⅄, 50 Hz, 7,8 A i 1 440 min^{-1}. Struja u praznom hodu iznosi 3,3 A. Određeno je da se pogon zaustavi elektrodinamičkim kočenjem u kondenzatorskom spoju. Koliki kapacitet mora minimalno imati kondenzator po fazi želimo li da motor sigurno koči do 300 min^{-1}?



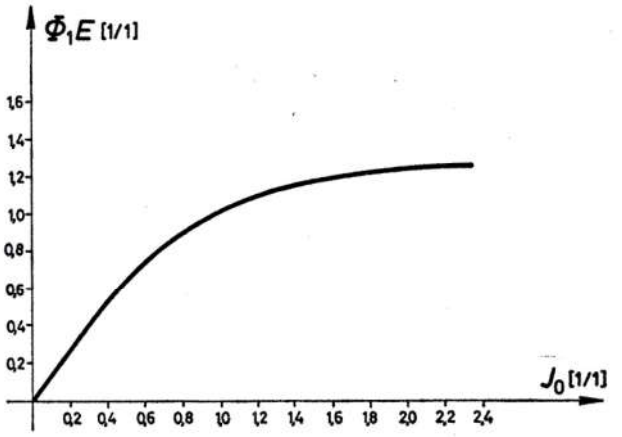
a) b)

Sl. 2.

15. Žičara za spuštanje drvne mase s planinskog masiva u dolinu radi kao beskonačno uže s više hvataljki za drvo. Za pogon je uzet asinhroni kavezni motor koji spušta drvnu masu u nadsinhronom kočenju. Zaustavljanje pogona za istovar kad nailazi hvataljka (na mjestu istovara i utovara kad dolazi na vrh, što se događa istodobno) provodi se elektrodinamičkim kočenjem, a samo konačno dosjedanje i učvršćivanje obavlja se mehaničkom kočnicom.

Podaci za radni mehanizam: zamašna masa preračunata na osovinu motora iznosi $mD_z^2 = 135\ kgm^2$, a potencijalni moment tereta pri punoj žičari preračunat na osovinu motora je 600 Nm.

Podaci o motoru: trofazni asinhroni kavezni motor (bez potiskivanja struje) od 380 V, ⅄, 50 Hz, 37 kW, 91 A, 705 min^{-1}, uz $\cos\varphi = 0{,}72$, $M_p/M_n = 4{,}26$ i $I_k/I_n = 5{,}8$. Struja je u praznom hodu $I_0 = 55$ A, a otpori su: $R_1 = 0{,}08\ \Omega$, $X_1 = 0{,}17\ \Omega$, $R_2' = 0{,}19\ \Omega$ i $X_2' = 0{,}16\ \Omega$. Struja rotora reducirana na primar je $I_{2n}' = 63$ A, a moment inercije $J = 1{,}32\ kgm^2$. Karakteristika magnetiziranja vidi se na priloženoj sl. 3.



Sl. 3.

U pogonu pri praznoj žičari ustanovljena je brzina vrtnje od 732 min^{-1}.

Potrebno je izračunati osnovne veličine motora i zatim:

a) odrediti radnu točku pri spuštanju (nadsinhrono kočenje);

b) naći radnu točku pri eventualnom dizanju (događa se izuzetno!) i ustanoviti je li i koliko motor tad preopterećen;

c) konstruirati karakteristiku elektrodinamičkog kočenja kojim se pogon zaustavlja pri spuštanju; pri tome valja odabrati shemu priključka istosmjerne kočne struje na statorski namot i obratiti pažnju da se što manje termički optereti statorski namot, a da kočenje bude sigurno (dovoljno veliki moment kočenja u cijelom opsegu);

d) odrediti pri kojoj se brzini vrtnje mora uključiti mehanička kočnica (isključiti motor) prilikom zaustavljanja ako je kriterij da se ne smije dopustiti praktičko stabiliziranje kočne brzine vrtnje (radne točke).

16. Sinhroni turbomotor od 500 kW i 3 000 min^{-1} tjera centrifugalni kompresor momenta tereta $M_t = 1\,200$ Nm (konstantno). Pri tome je kut opterećenja $\Theta = 24°$. Traži se:

a) koliki je prekretni moment uz konstantnu uzbudu;

b) kolika je preopteretivost motora ako se može iskoristiti cijeli prekretni moment.

17. Univerzalnom serijskom kolektorskom motoru poznati su podaci kad je priključen na istosmjernu struju: pogon trajan, snaga $P_n = 175$ W, $U = 220$ V, $I = 1{,}45$ A, $R_m = 31\ \Omega$ i $n = 9\,300$ min^{-1}. Motor će biti ugrađen u servomehanizam koji dobiva napon iz izvora frekvencije od 60 Hz. Učinjen je pri tome pokus. Motor je priključen na mrežu od 50 Hz i 220 V, gdje se, opterećen preko osovine tako da uzima iz mreže struju od 1,45 A, vrtio brzinom $n = 8\,000$ min^{-1}. Moment tereta na osovini u servomehanizmu iznosi minimalno 0,1 Nm, pri čemu vrtnja ne smije biti veća od 10 000 min^{-1}, i maksimalno (kratkotrajno) 0,25 Nm, pri čemu brzina vrtnje ne smije biti manja od 4 000 min^{-1}. Valja odrediti:

a) osnovne podatke kod priključka na mrežu od 60 Hz i 220 V;

b) može li motor bez ikakvog zahvata udovoljiti zahtjevu brzine vrtnje i što treba poduzeti da se osigura ispravan rad servomehanizma i pri minimalnom i pri maksimalnom momentu tereta.

18. Centrifugalnu pumpu s promjenljivom brzinom vrtnje valja opremiti poredbenim trofaznim kolektorskim motorom (Schrage) za priključak na mrežu od 50 Hz i 380 V. Poznata je radna točka, tj. pumpa pri 1 000 min^{-1} traži moment od 450 Nm. Opseg brzine vrtnje kreće se od 700 do 1 100 min^{-1}, kod čega u cijelom opsegu mora biti omogućen trajan rad. Moment tereta mijenja se s kvadratom brzine vrtnje. Potrebno je ustanoviti i odrediti:

a) broj pari polova motora;

b) opseg podešavanja brzine vrtnje i snage;

c) termičku snagu motora;

d) koliki minimalno mora biti prekretni moment pri asinhronom radu (bez dodatnog napona u rotoru) da uz svaku brzinu vrtnje unutar zadanog opsega bude osigurana preopteretivost od barem 160 % (za seriju Schrageovih motora koji su prihvatljivi poznato je da je prekretno klizanje $s_p = 0{,}15$);

e) opseg napona koji se dodaju sekundaru za gornju i donju brzinu vrtnje, i to ako se četkice ne mogu pomicati po obodu kolektora, već samo razmicati i primicati jedna drugoj;

f) tehničke podatke za nabavku.

19. Osobno kružno dizalo (*pater noster*) radi neprekidno 16 sati dnevno, ali je pola sata (dolazak ljudi na posao) posebno opterećeno dizanjem. Prosječno neprestano diže 1 700 kg težine, a u kritično vrijeme oko 2 700 kg. Brzina dizanja je 0,2 m s^{-1}. Prijenosni uređaj (zupčanici itd.) radi s korisnošću $\eta_R = 0{,}65$. Valja odrediti potrebnu snagu motora alternativno:

a) uz pretpostavku da se motor mora odabrati za veće opterećenje (inače se pregrijava);

b) uz pretpostavku da se motor može odabrati za manje opterećenje (prosječno), tj. pretpostavlja se da će termički izdržati preopterećenje prilikom dolaska ljudi na posao.

Kolika je minimalno potrebna preopteretivost motora za taj primjer ako propisi zahtijevaju dvostruku preopteretivost pri najvećem teretu?

c) Koju vrstu motora treba odabrati s obzirom na ocjenu pogonskih problema i ekonomičnost cijena?

20. Rudnički ventilator radi 8 000 sati godišnje. Potrebna snaga motora je 40 kW uz 585 min^{-1}, pa se mora za pogon uzeti trofazni asinhroni motor od 50 Hz i 380 V. Moguć je izbor dvaju rješenja:

a) 10-polni motor za izravni spoj na ventilator, kojemu su podaci: 45 kW, 585 min^{-1}, $\eta = 89{,}7\%$, $\cos\varphi = 0{,}8$, $P_{Cun}/P_{Fe} = 1{,}6$, a težina je 750 kg;

b) 4-polni motor iz iste serije kao i pod a), uz priključak preko remenskog prijenosa i podatke: 45 kW, 1 445 min^{-1}, $\eta = 90{,}2\%$, $\cos\varphi = 0{,}9$, $P_{Cun}/P_{Fe} = 2{,}2$, a težina je nepoznata.

Usporedite ukupne troškove (bez kapitalizacije sredstava) za 5-godišnji pogon i izaberite jeftinije rješenje. Dopunski podaci: cijena motora po kg težine za oba je motora 50 d/kg. Cijena je remenskom prijenosniku 8 500 din, a njegova korisnost je 0,97. 1 kWh energije plaća taj potrošač 0,40 d. Jalova energija također se plaća 0,07 d/kVAh, ali samo za udio jalove energije kod faktora snage manjega od 0,95. Može se približno uzeti da je $\cos\varphi$ motora u okolini nominalne točke konstantan.

21. Za trofazni asinhroni četveropolni kavezni motor s $P = 100$ kW i $U = 380$ V poznata je težina i cijena. Ako te vrijednosti označimo sa 100%, potrebno je ocijeniti promjenu cijene za tri druga slično građena trofazna asinhrona kavezna motora s ovim podacima:

I — $P = 250$ kW, $U = 380$ V, 4-polni;
II — $P = 100$ kW, $U = 380$ V, 10-polni;
III — $P = 200$ kW, $U = 6$ kV, 8-polni.

Ocjena se provodi na dva načina: a) uzevši za osnovu proporcionalnost momenta motora s volumenom; b) polazeći od zakona sličnosti (uzima se i utjecaj napona kao u primjeru prikazanome u odjeljku 2.93).

2.10.2. Rješenja

1. Korisnost je motora u nominalnoj točki:

$$\eta = \frac{1\,000\,P_n}{U_n\,I_n} = 0{,}867;$$

ukupni su gubici:

$$P_g = \frac{P(1-\eta)}{\eta} = 1\,535\ \text{W};$$

vjerojatni gubici u armaturi iznose:

$$P_{Cu} = (0{,}4, \ldots, 0{,}7), \quad P_g = 614, \ldots, 1\,075\ \text{W};$$

vjerojatne su granice otpora armature:

$$R'_a = \frac{P_{Cu}}{I_a^2} = 0{,}224\ \Omega, \quad R''_a = 0{,}392\ \Omega$$

$$R_a = 0{,}224, \ldots, 0{,}392\ \Omega;$$

konstanta c_e kreće se u granicama:

$$c'_e = \frac{U - I_a\,R'_a}{n_n} = 0{,}092\,6$$

$$c''_e = \frac{U - I_a\,R''_a}{n_n} = 0{,}088\,7;$$

granice su brzina vrtnje u praznom hodu:

$$n'_o = \frac{U}{c_{e'}} = 2\,375\ \text{min}^{-1}$$

$$n''_o = \frac{U}{c_{e''}} = 2\,480\ \text{min}^{-1}$$

$$n_0 = 2\,375, \ldots, 2\,480\ \text{min}^{-1};$$

približne su granice brzine vrtnje pri 2 kW tereta:

$$I_a \simeq 0{,}2\,I_n \doteq 10{,}5\ \text{A}$$

$$n'_{2kW} \doteq \frac{220 - 10{,}5 \cdot 0{,}224}{0{,}092\,6} = 2\,340\ \text{min}^{-1},$$

$$n''_{2kW} \doteq \frac{220 - 10{,}5 \cdot 0{,}392}{0{,}088\,7} = 2\,430\ \text{min}^{-1}$$

$$n_{2kW} = 2\,340, \ldots, 2\,430\ \text{min}^{-1}.$$

[Vjerojatne granice brzine vrtnje kreću se u okviru zahtjeva radnog mehanizma. Budući da nije uzeta reakcija armature koje će utjecaj povisiti nešto brzine vrtnje pri manjim teretima, potrebno je računati da će se stvarne brzine vrtnje uz teret od 2 kW kretati do 2 500, . . . , 2 600 min^{-1}.]

2. Zanemarujući reakciju armature:

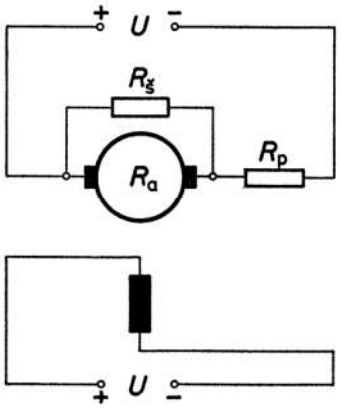
$$n_n = \frac{E_n}{c_e} = \frac{U_n - I_{an} R_a}{c_e},$$

odakle se računa konstanta:

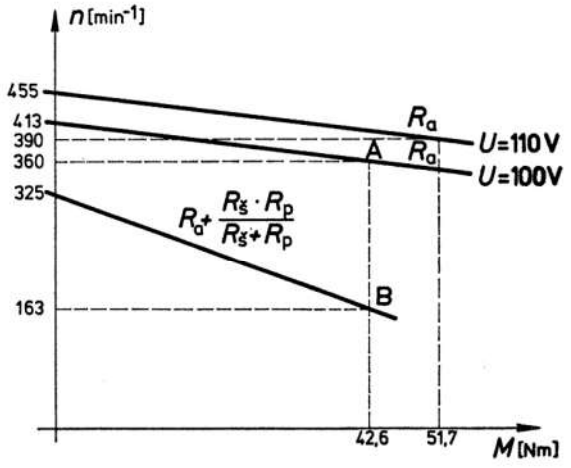
$$c_e = \frac{U_n - I_{an} R_a}{n_n} = 0{,}242.$$

a) Brzina je vrtnje u idealnome praznom hodu uz $U = 100$ V

$$[n_0 = 413 \text{ min}^{-1}];$$



Sl. 4.



Sl. 5.

b) brzina je vrtnje u idealnome praznom hodu kod $U = 110$ V

$$[n_0 = 455 \text{ min}^{-1}];$$

c) traži se moment tereta M_t:

$$E_t = nc_e = 360 \cdot 0{,}242 = 87{,}1 \text{ V}$$

$$I_{at} R_t = 100 - 87{,}1 = 12{,}9 \text{ V}$$

$$I_{at} = \frac{12{,}9}{0{,}7} = 18{,}45 \text{ A}$$

$$P_t = E_t I_{at} = 87{,}1 \cdot 18{,}45 = 1{,}608 \text{ kW}$$

$$M_t = \frac{1{,}608}{0{,}104\,7 \cdot 360} = 42{,}6 \text{ Nm}$$

$$n' = n_0 \frac{R_š}{R_š + R_p} - \frac{I_{at}}{c_e}\left(R_a + \frac{R_š R_p}{R_š + R_p}\right)$$

$$[n' = 163 \text{ min}^{-1}];$$

d) $$n'_o = n_o \frac{R_š}{R_š + R_p} \qquad [n'_o = 325 \text{ min}^{-1}];$$

e) $$E'_t = c_e n' = 39{,}4 \text{ V}$$

$$\frac{P'_t}{P_t} = \frac{I_{at} E'_t}{I_{at} E_t} = 0{,}452$$

[Snaga se smanji na 45% prvobitne.];

f) gubici u bakru armature ostanu isti:

$$P_{Cua} = I_{at}^2 R_a = 18{,}45^2 \; 0{,}7 = 238 \text{ W},$$

a pojavljuju se novi gubici u šantu i predotporu:

$$P_š = I_š^2 R_š = \left(\frac{39{,}4 + 0{,}7 \cdot 18{,}45}{5}\right)^2 \cdot 5 = 547 \text{ W}$$

$$P_p = I_p^2 R_p = (18{,}45 + 10{,}45)^2 \cdot 2 = 1\,670 \text{ W}.$$

Ukupni strujni gubici iznose

$$[P_{Cua} + P_š + P_p = 2\,455 \text{ W},$$

što je povećanje od 10,3 puta prema prvobitnima].

3. a) Elektrodinamičko kočenje:

ukupni kočni moment $[M_{koč} = 346 \text{ Nm}]$

uključeni predotpor $[R_{dod} = 2{,}13 \; \Omega]$

b) Protustrujno kočenje:

uključeni predotpor $[R_{dod} = 12{,}15 \; \Omega]$

kočni moment $[M_{koč} = 236 \text{ Nm}]$

snaga utrošena u otporima $[P_R = 37{,}8 \text{ KW}]$

snaga uzeta iz mreže $[P_M = 24{,}2 \text{ KW}]$

snaga uzeta s osovine (generatorsko djelovanje radnog mehanizma) $[P_m = 13{,}6 \text{ KW}]$

c) Generatorsko kočenje:

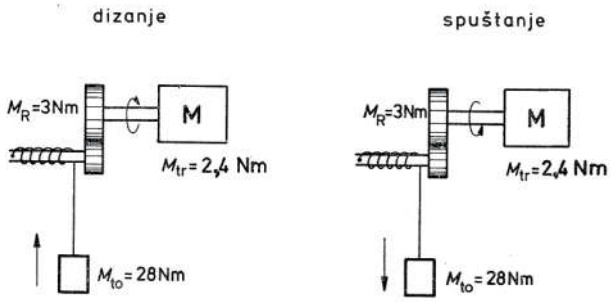
brzina vrtnje $[n_{koč} = 1\,130 \text{ min}^{-1}]$

4. a) Dizanje tereta

moment tereta na osovini uključivši vlastito trenje: $M_t = 33{,}4$ Nm

brzina dizanja tereta: $n_d = \frac{U}{c_e} - M_t \frac{R_a}{c_e c_m}$

$[n_d = 1\,505\ \text{min}^{-1}]$



Sl. 6.

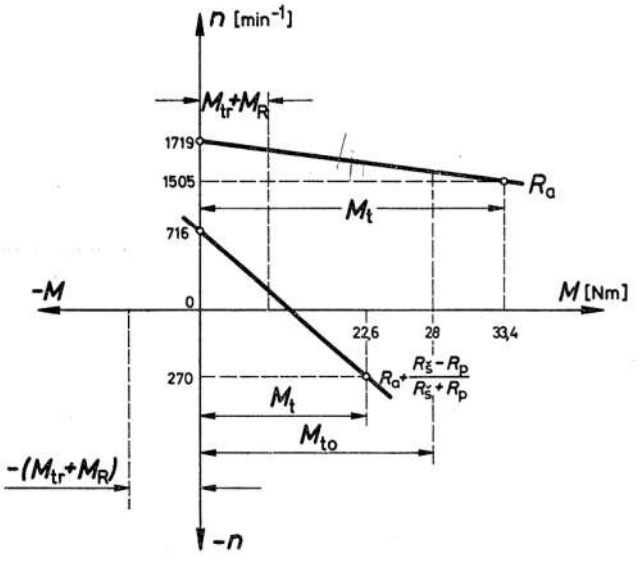
b) Spuštanje tereta

moment tereta na osovini uzevši i vlastito trenje: $M_t = 22{,}6$ Nm
brzina spuštanja tereta:

$$n_{sp} = \frac{U}{c_e} \frac{R_š}{R_š + R_p} - \frac{M_t}{c_e c_m} \left(R_a + \frac{R_p R_š}{R_p + R_š} \right)$$

$[n_{sp} = -270\ \text{min}^{-1}]$

c) [sl. 7]

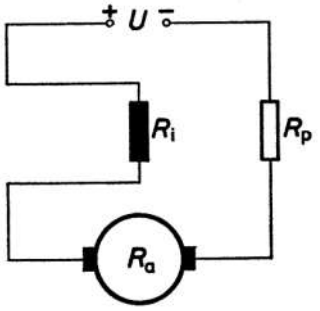


Sl. 7.

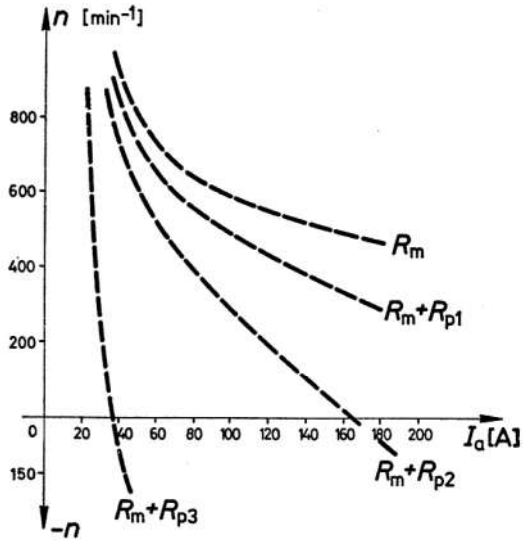
5. Za karakteristiku $n_0 = 1\,150\ \text{min}^{-1}$ i $n_t = 600\ \text{min}^{-1}$ treba dodati [predotpor $R_{p1} = 1{,}56\ \Omega$ i šant $R_{š1} = 1{,}47\ \Omega$], a za karakteristiku $n_0 = 620\ \text{min}^{-1}$ i $n_t = 250\ \text{min}^{-1}$ valja dodati [predotpor $R_{p2} = 1{,}67\ \Omega$ i šant $R_{š2} = 0{,}593\ \Omega$].

6. Otpor je strujnog kruga motora:

$$R_m = R_a + R_i = 0{,}11 + 0{,}06 = 0{,}17\ \Omega.$$



Sl. 8.



Sl. 9.

Brzina vrtnje uz prirodnu karakteristiku iznosi:

$$n_p = \frac{U - I_a R_m}{k_e \Phi},$$

a brzina vrtnje uz uključen predotpor:

$$n = \frac{U - I_a (R_m + R_p)}{k_e \Phi}.$$

Iz omjera tih brzina:

$$\frac{n_p}{n} = \frac{U - I_a R_m}{U - I_a (R_m + R_p)}$$

dobiva se predotpor I stupnja

$$R_{p1} = \frac{U - \frac{n}{n_p}(U - I_a R_m) - I_a R_m}{I_a}$$

$$[R_{p1} = 0{,}175\ \Omega]$$

i predotpor II stupnja

$$[R_{p2} = 0{,}491\ \Omega].$$

Uzmimo jednu točku na nezasićenom dijelu karakteristike ($n = 740\ \text{min}^{-1}$, $I_a = 54\ \text{A}$) i računajmo konstantu c_e:

$$c_e = k_e \Phi = k_e k_\Phi I_a = \frac{U - I_a R_m}{n}$$

$$k_e k_\Phi = \frac{U - I_a R_m}{n I_a} = \frac{110 - 54 \cdot 0{,}17}{740 \cdot 54} = 0{,}002\,52$$

$$k_m k_\Phi = \frac{k_e k_\Phi}{0{,}104\,7} = 0{,}024\,1.$$

Ako na osovini mora biti moment kočenja od 50 Nm, a vlastito trenje daje 4,7 Nm, moment motora iznosi:

$$M_m = 50 - 4{,}7 = 45{,}3\ \text{Nm}.$$

Za to je potrebna struja:

$$M_m = c_m I_a = k_m k_\Phi I_a^2$$

$$I_a = \sqrt{\frac{M_m}{k_m k_\Phi}} = \sqrt{\frac{45{,}3}{0{,}024\,1}} = 43{,}3\ \text{A}.$$

Pri protustrujnom kočenju mrežni napon i inducirani napon jednaki su padu napona na otporniku:

$$R = \frac{U + E}{I_a} = \frac{U + k_e k_\Phi I_a n}{I_a} = 2{,}92\ \Omega$$

[predotpor $R_{p3} = 2{,}75\ \Omega$].

7. Nominalni je moment:

$$M_n = 9{,}55 \frac{P}{n} = 168{,}5\ \text{Nm}.$$

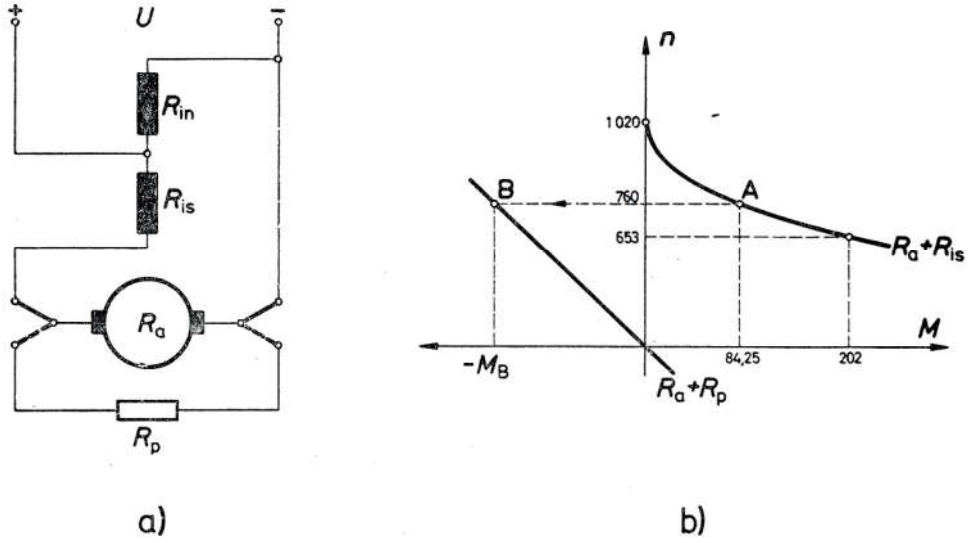
Iz postotnih karakteristika (sl. 1) možemo konstruirati karakteristiku $M = f(n)$ za zadani opseg momenta tereta 50 % $M_n = 0{,}5 \cdot 168{,}5 = 84{,}25$ Nm, odnosno 56 % I_a, čemu odgovara 112 % $n_n = 760\ \text{min}^{-1}$, a za 120 % $M_n = 1{,}2 \cdot 168{,}5 = 202$ Nm, odnosno 118 % I_a, čemu odgovara 96 % $n_n = 653\ \text{min}^{-1}$. Elektrodinamičko kočenje izvodi se nakon odvajanja s mreže uz isključenje serijskog namota i uključenje predotpora u armaturni krug. Pri tome se mehanička karakteristika modificira u nezavisnu (poredbu) — vidi sl. 10.a i 10.b. Pri istiskivanju bit će najveća brzina u točki A, pa se iz A dolazi u B uz $n_A = n_B$ (moment je radnog mehanizma reaktivan).

U općoj jednadžbi za brzinu vrtnje:

$$n = \frac{U}{c_e} - \frac{I_a}{c_e} R_a$$

otpada prvi član jer je mreža isključena, a drugi mijenja predznak zbog toga što je struja promijenila smjer.

$$n_B = \frac{I_a}{c_e} R_m \quad \text{uz} \quad R_m = R_a + R_p$$



a) b)

Sl. 10.

Statička karakteristika kompaundiranog motora u točki $I_a = 0$ jednaka je porednoj, pa iz postotne karakteristike možemo izračunati:

$$c_e = \frac{U_n}{n_0} = \frac{220}{1{,}5 \cdot 680} = 0{,}216.$$

Maksimalni efekt kočenja postiže se upotrijebivši najveći mogući moment kočenja koji je ograničen vrijednošću maksimalno dopuštene struje, pa otpor tad iznosi:

$$R_m = \frac{n_B c_e}{I_{a\,max}} = \frac{760 \cdot 0{,}216}{2{,}5 \cdot 64} = 1{,}026\ \Omega$$

$$[R_p = R_m - R_a = 0{,}776\ \Omega].$$

8. a) [Približno: $n_š = 1\,138\ \text{min}^{-1}$; točno: $n_š = 1\,134\ \text{min}^{-1}$]

   b) [Približno: $n_š = 981{,}2\ \text{min}^{-1}$; točno: $n_š = 979{,}3\ \text{min}^{-1}$]

9. Brzina će vrtnje prema jednadžbi (2.5—17) biti: $n_0 = \frac{R_š}{k_e k_\Phi}$, pa je vrijednost šanta $R_š = n_0 k_e k_\Phi$. Pretpostavljamo da će motor pri tome biti nezasićen, što valja naknadno provjeriti. Računa se iz (2.2—8): $k_e = \frac{p}{a} \frac{z}{60} = 16{,}5$,

a iz pokusa praznog hoda za točku uzbude od 3 A (očito nezasićeno):

$$\Phi = \frac{E}{k_e n} = \frac{50}{16{,}5 \cdot 1\,000} = 3{,}03 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{Vs}]$$

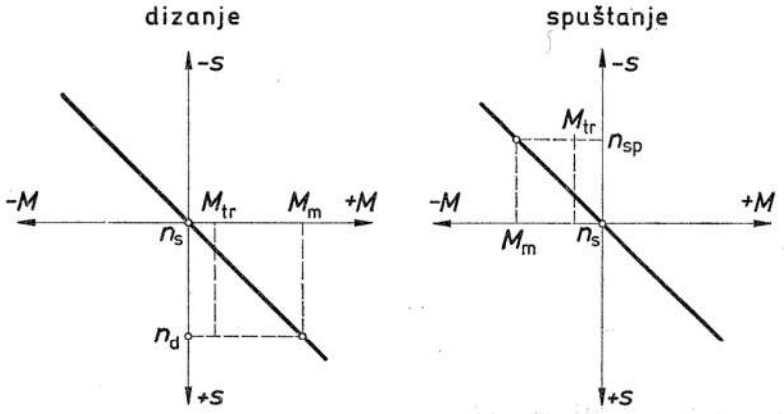
$$k_\Phi = \frac{\Phi}{i_u} = \frac{3{,}03 \cdot 10^{-3}}{3} = 1{,}01 \cdot 10^{-3}.$$

a) $[R_š = 33{,}33\ \Omega, \quad P_0 = 1\,415\ \mathrm{W}]$

b) $[R_š = 50\ \Omega, \quad P_0 = 952\ \mathrm{W}]$

Motor očito neće biti zasićen jer pod a) teče struja od 6,43 A, a pod b) 4,33 A.

10. Sl. 11. prikazuje odnose momenata i klizanja.



Sl. 11.

Razvijeni je nominalni moment motora:

$$M_m = M_n + M_{tro} = 1\,002{,}18\ \mathrm{Nm},$$

a razvijeni je moment motora pri $983\ \mathrm{min}^{-1}$:

$$M_m = M_d + M_{tr},$$

gdje je: $M_{tr} = M_{tro} + M_{trR}$,

na osnovi čega, izlazi moment dizanja tereta $M_d = 508{,}84$ Nm. Moment će spuštanja istog tereta biti:

$$M_{sp} = -M_d + M_{tr} = -449{,}76\ \mathrm{Nm},$$

a brzina spuštanja tereta $[v_{sp} = 1{,}24\ \mathrm{ms}^{-1}]$.

11. Brzina je vrtnje spuštanja $[n_{sp} \doteq 1\,016\ \mathrm{min}^{-1}]$.

12. $M_{pok} = 3{,}67$ kpm, odnosno $M_{pok} > M_t$

Budući da računski izlazi kako je razvijeni moment pri pokretanju $M_{pok} = 3{,}67$ [kpm] $> M_t = 3{,}6$ [kpm] veći od momenta tereta, postoji teorijski uvjet da će motor pokrenuti radni mehanizam.

$$\text{Iz } \left(\frac{U'}{U}\right)^2 = \frac{3{,}6}{3{,}67} \text{ dobiva se } U' \doteq 0{,}99\, U,$$

iz čega se zaključuje da je vrlo neuputno odabrati predloženi motor jer padne li sasvim malo mrežni napon, svega 1%, on neće krenuti, a danas se i u najboljim mrežama može očekivati znatno veća promjena napona.

13. Određivanje mehaničke karakteristike

Prekretno je klizanje:

$$s_p = \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}} = 0{,}082\,7;$$

gubici u bakru rotora iznose:

$$P_{Cu2} = 3I_2^2 R_2 = 15{,}2 \text{ kW};$$

gubici zbog trenja cca 8,5 kW (1 % P_n);

nominalno je klizanje:

$$s_n = \frac{P_{Cun}}{P_n + P_{Cun} + P_{tr}} = 0{,}017\,4;$$

nominalna brzina vrtnje bit će:

$$n_n = n_s (1 - s_n) = 589{,}5 \text{ min}^{-1};$$

nominalni je moment (predani):

$$M_n = \frac{P}{0{,}104\,7\, n_n} = 13\,780 \text{ Nm}.$$

Pri tome motor razvija elektromagnetski nazivni moment:

$$M_m = \frac{858{,}5}{0{,}104\,7 \cdot 589{,}5} = 13\,910 \text{ Nm}.$$

Prekretni će moment biti:

$$M_p = 2{,}15\, M_n \doteq 30\,000 \text{ Nm}.$$

Klossova jednadžba za računanje statičke karakteristike glasi:

$$M_m = \frac{(2 + \beta)\, M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta}.$$

Tu se β može gotovo sasvim točno odrediti, pa se radi s kompletnom Klossovom jednadžbom.

$$\beta = \frac{2R_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + \sigma_1 X_2')^2}} = 0{,}144$$

i odatle je:

$$M_m = \frac{2{,}144\, M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + 0{,}144}.$$

a) Snaga potrebna za rad ekshaustora

Moment motora u radnoj točki našli bismo kao sjecište dviju krivulja — statičke karakteristike motora i statičke karakteristike radnog mehanizma.

Statička je karakteristika radnog mehanizma:

$$M_t = M_{t700}\left(\frac{n_t}{700}\right)^2 + M_{tro} = M_{t700}\left[\frac{n_s(1 - s_t)}{700}\right]^2 + M_{tro} = M_m,$$

gdje je M_{tro} trenje motora:

$$M_{tro} \doteq M_m - M_n = 13\,910 - 13\,780 = 130 \text{ Nm}.$$

Uvrsti li se M_m u Klossovu jednadžbu, dobivamo »s_t«, a time i apscisu radne točke. Neprilika je u tome što se »s_t« u tom slučaju ne može eksplicitno izraziti zbog zamršenosti algebarskog oblika jednadžbe. Približno se rezultat dobiva ovim putem:

Kad bi agregat radio pri nazivnoj brzini vrtnje, moment bi tereta koji opterećuje motor bio:

$$M_{tn} = M_{tro} + M_{t700}\left(\frac{n_n}{700}\right)^2 = 130 + 17\,500\left[\frac{600\,(1 - 0{,}017\,4)}{700}\right]^2 =$$

$$= 130 + 12\,430 = 12\,560 \text{ Nm}.$$

To je oko 10 % manje od razvijenog momenta. Pokušajmo pogoditi radnu točku tako da smanjimo klizanje za manje od 6 %, jer se teret praktički mijenja s kvadratom brzine vrtnje.

$$s_t \doteq 0{,}97\, s_n \doteq 0{,}016\,9$$

$$M_m = \frac{2{,}144 \cdot 30\,000}{\frac{0{,}016\,9}{0{,}082\,7} + \frac{0{,}082\,7}{0{,}016\,9} + 0{,}144} = 12\,320 \text{ Nm}$$

Pošto se oduzme moment trenja, za teret ostaje 12 190 Nm. Pri klizanju od 0,016 9 moment tereta stvarno iznosi:

$$M_t' = 17\,500\left[\frac{600\,(1 - 0{,}016\,9)}{700}\right]^2 = 12\,440 \text{ Nm},$$

što je više nego moment motora pa dovoljno točno možemo zaključiti da je:

$$M_t \doteq 12\,430 \text{ Nm}, \quad s_t \doteq 0{,}017\,3, \quad M_m \doteq 12\,560 \text{ Nm}.$$

Brzina je vrtnje $n_t = 600\,(1 - 0{,}017\,3) = 589 \doteq 590$, a snaga kojom će raditi ekshaustor:

$$P_e = 0{,}104\,7\, M_t\, n_t$$

$$[P_e = 769 \text{ kW}].$$

b) Rezerva motora

$$[P_{rez} = 81 \text{ KW} = 9{,}5\ \%]$$

c) i d) Potezni moment i otpornik za pokretanje

Ako struja ne smije biti veća od 120 % I_n, onda je i dopušteni potezni moment $M_{pok} = 1{,}20\, M_n$.

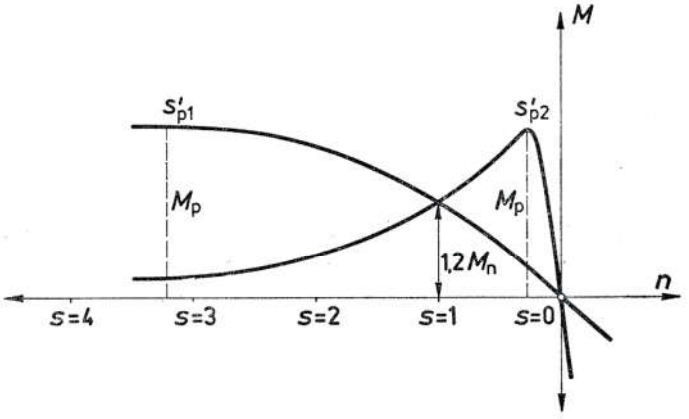
$$[M_{pok} = 16\,700 \text{ Nm}]$$

$$16\,700 = \frac{2{,}144 \cdot 30\,000}{\frac{1}{s'_p} + \frac{s'_p}{1} + 0{,}144}$$

$$s'^2_p - 3{,}71\, s'_p + 1 = 0$$

$$s'_{p1} = 3{,}415, \quad s'_{p2} = 0{,}295$$

Tražena je vrijednost $s'_{p1} = 3{,}415$ jer u zaletu struja više ne raste, nego samo pada (vidi sl. 12).



Sl. 12.

$$\frac{R'_2}{R_2} = \frac{R_{2dod} + R_2}{R_2} = \frac{s'_p}{s_p}$$

$$[R_{2dod} \doteq 1\ \Omega]$$

Moment ubrzanja u prvom trenutku

$$[M_u = 16\,700 - 0{,}35 \cdot 17\,500 = 10\,580 \text{ Nm}]$$

e) Radna točka uz ukopčani otpornik

Između brzine vrtnje $n = 0$ i $n = 600$ karakteristika je praktički pravac, pa je:

$$M_m = \frac{M_{pok}}{n_s}(n_s - n)$$

$$M_t = M_{700}\left(\frac{n}{700}\right)^2 + M_{tro}.$$

Izjednači li se moment tereta s momentom motora, bit će:

$$17\,500\left(\frac{n}{700}\right) + 130 = \frac{16\,700}{600}(600 - n)$$

$$n^2 + 781\,n - 464\,000 = 0$$

$n_1 = 394\ \text{min}^{-1}$, $n_2 = -1\,175$ (bez fizikalnog smisla!)

$$s' = \frac{600 - 394}{600} = 0{,}343$$

$$M'_m = \frac{16\,700}{600}\,206 = 5\,740\ \text{Nm}.$$

Kontrolirajmo još rezultat pomoću Klossove jednadžbe:

$$M_m = \frac{2{,}144 \cdot 30\,000}{\frac{3{,}415}{0{,}343} + \frac{0{,}343}{3{,}415} + 0{,}144} = 6\,300\ \text{Nm}.$$

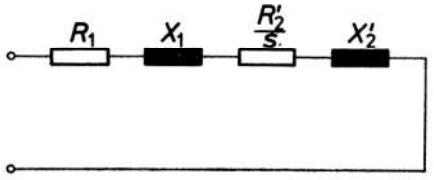
Rezultat nije precizan zbog odstupanja karakteristike od pravca, ali za zaključak o posljedicama je dovoljan, pa ga ne treba poboljšavati.

$$[M_m \doteq 6\,000\ \text{Nm},\quad n \doteq 400\ \text{min}^{-1},\quad P \doteq 125\ \text{KW}]$$

f) U toj točki (kad zakaže uređaj za kratko spajanje) pogon je potpuno moguć. Moment je manji od polovice nominalnoga, tj. i struja je ispod polovice, a gubici u bakru su manji od četvrtine nazivne vrijednosti, preciznije — 19% nominalnih, pa usprkos znatno slabijem hlađenju motor nije u opasnosti. Dakako da rad ekshaustora vjerojatno potpuno ne zadovoljava zbog malog efekta. Jedina izvjesna i realna opasnost jest otpornik. Iako opterećen malom strujom, pokretač nije građen za trajni rad, pa će vjerojatno stradati. Potrebno je ili osigurati da uređaj za kratko spajanje besprijekorno djeluje ili uzeti otpornik za trajni rad s polovicom nazivne struje!

g) Za ocjenu udarne struje smatramo podatke za $s' = 0{,}343$ iz točke e) dovoljno točnim.

Iz približne ekvivalentne sheme na sl. 13. dobiva se:



Sl. 13.

$$\overline{Z} = \left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right) + \mathrm{j}\,(X_1 + X_2') = \left(0{,}6 + \frac{0{,}69}{0{,}343}\right) +$$

$$+ \mathrm{j}\,(4{,}15 + 4{,}17) = 2{,}61 + \mathrm{j}\,8{,}33\ \Omega$$

$$Z = 8{,}7\ \Omega.$$

Struja je statora:

$$I_1 = \frac{6\,000}{\sqrt{3} \cdot 8{,}7} = 399\ \mathrm{A} \doteq 3{,}95\, I_{1n}.$$

[Očito je da je koncepcija stavljanja u pogon s jednim stupnjem otpornika neodrživa! Bit će to potrebno riješiti automatikom, pomoću otpornika s više stupnjeva ili s tekućinskim otporom!]

14. Minimalni kapacitet kondenzatora po fazi

$$[C = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{F}]$$

15. Prije nego se uđe u izradu zadatka, moraju se izračunati još neki osnovni podaci o motoru:

inducirani napon motora:

$$E_1 = E_{20}'$$

$$E_{20}' = I_2' \sqrt{\left(\frac{R_2'}{s_n}\right)^2 + X_2'^2} = 200\ \mathrm{V};$$

nominalno klizanje:

$$s_n = \frac{750 - 705}{750} = 0{,}06;$$

induktivni otpor glavnoga magnetskog polja:

$$X_\mu = \frac{E_1}{I_\mu} \doteq \frac{E_1}{I_o} = 3{,}64\ \Omega;$$

prekretno klizanje:

$$s_p = \frac{\sigma_1 R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + \sigma_1 X_2')^2}}$$

$$\sigma_1 \doteq 1 + \frac{X_1}{X_\mu} = 1{,}046\,7$$

$$s_p = \frac{1{,}046\,7 \cdot 0{,}19}{\sqrt{0{,}08^2 + (0{,}17 + 1{,}046\,7 \cdot 0{,}16)^2}} = 0{,}573;$$

nominalni moment na osovini:

$$M_n = \frac{P}{0{,}104\,7 \cdot n_n} = 501 \text{ Nm}$$

$$M_p = 4{,}26 \cdot 501 = 2\,140 \text{ Nm};$$

razvijeni nazivni moment:

$$M_{en} = \frac{M_p (2 + \beta)}{\frac{s_n}{s_p} + \frac{s_p}{s_n} + \beta}$$

$$\beta = \frac{2R_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + \sigma_1 X_2')^2}} = 2 s_p \frac{R_1}{\sigma_1 R_2'} = 0{,}461$$

$$M_{en} = \frac{2\,140 \cdot (2 + 0{,}461)}{\frac{0{,}06}{0{,}573} + \frac{0{,}573}{0{,}06} + 0{,}461} = 521 \text{ Nm};$$

vlastiti moment trenja motora:

$$M_{tro} = M_{en} - M_n = 521 - 501 = 20 \text{ Nm}.$$

a) Ukupni moment trenja (u pogonu prazne žičare) iznosi:

$$M_{tr} = \frac{2\,140 \cdot 2{,}461}{\frac{0{,}024}{0{,}573} + \frac{0{,}573}{0{,}024} + 0{,}461} = 216{,}5 \text{ Nm}$$

$$s_{tr} = \frac{750 - 732}{750} = 0{,}024,$$

a moment trenja žičare:

$$M_{tž} = M_{tr} - M_{tro} = 216{,}5 - 20 = 196{,}5 \text{ Nm}.$$

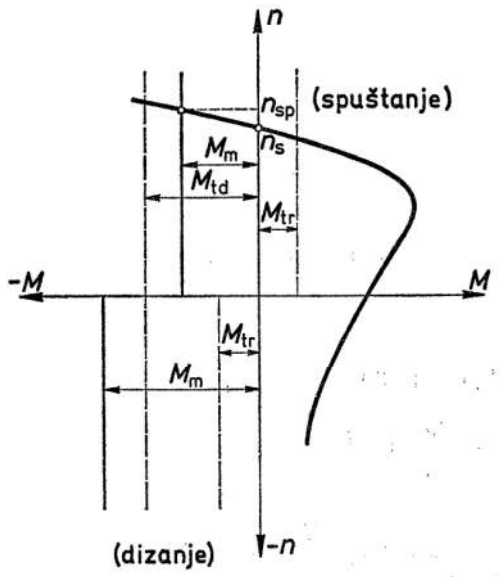
Spuštanje

Pri spuštanju moment motora M_m i moment trenja M_{tr} suprotstavljaju se potencijalnom momentu M_{td} što ga daje drvna masa (vidi sl. 14):

$$M_{td} = M_m + M_{tr}$$

$$M_m = M_{td} - M_{tr} = 600 - 216{,}5 = 383{,}5 \text{ Nm}.$$

Da se odrede vrijednosti brzine vrtnje, dogovorno ćemo razmatrati spuštanja s pozitivnim smjerom vrtnje (pozitivni smisao okretnog polja), kao što je to na sl. 14.



Sl. 14.

Iz Klossove jednadžbe:

$$M_m = \frac{M_p\,(2 + \beta)}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta}$$

dobiva se:

$$\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta = \frac{M_p}{M_m}(2 + \beta) \,/ \cdot s\, s_p$$

$$s^2 - \left[\frac{M_p}{M_m}(2 + \beta) - \beta\right] s\, s_p + s_p^2 = 0$$

$$s = \frac{s_p}{2}\left[\frac{M_p}{M_m}(2 + \beta) - \beta\right] + \sqrt{\left\{\frac{s_p}{2}\left[\frac{M_p}{M_m}(2 + \beta) - \beta\right]\right\}^2 - s_p^2}.$$

Tad se za M_m mora uzeti negativna vrijednost, što se jasno vidi sa sl. 14, pa izlazi:

$$s = -0{,}044.$$

Brzina vrtnje spuštanja bit će: $n_{sp} = n_s - s n_s = 750 + 0{,}044 \cdot 750$

$$[n_{sp} = 783\ \mathrm{m}^{-1}].$$

b) Dizanje (eventualno)

Motor bi pri dizanju morao razviti moment:

$$M_m = M_{td} + M_{tr} = 600 + 216{,}5 = 816{,}5\ \mathrm{Nm}.$$

Iz Klossove jednadžbe ponovno se računa klizanje:

$$s_d = \frac{s_p}{2}\left[\frac{M_p}{M_m}(2+\beta)-\beta\right] - \sqrt{\left\{\frac{s_p}{2}\left[\frac{M_p}{M_m}(2+\beta)-\beta\right]\right\}^2 - s_p^2} = 0{,}10.$$

Brzina vrtnje dizanja

$$[n_d = 675\ \text{min}^{-1}]$$

Preopterećenje iznosi:

$$p_r = \frac{M_m}{M_n} = \frac{816{,}5}{521}$$

$$[p_r = 1{,}57].$$

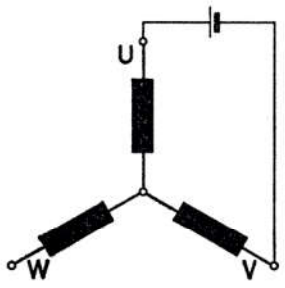
Snaga je na osovini uz preopterećenje: $P = (M_m - M_{tro})\,0{,}104\,7\ n_d$

$$[P = 56{,}4\ \text{kW}].$$

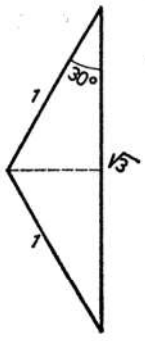
c) Za spoj statora $\curlywedge$ u elektrodinamičkom kočenju najjednostavniji je onaj prema sl. 15. Da se ispita termički efekt istosmjerne uzbude, postavimo uvjet jednakih gubitaka u statoru za dvije različite, ali s te strane ekvivalentne struje:

$$3\,I_{\sim}^2 R_1 = 2I_{=}^2 R_1$$

$$I_{=} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{\sim} = 1{,}225\,I_{\sim},$$



Sl. 15.



Sl. 16.

tj. jednaki će gubici nastupiti kad uzbudna struja bude za 1,225 puta veća od trofazne izmjenične.

To ujedno daje ovaj efekt protjecanja (skica na sl. 16):

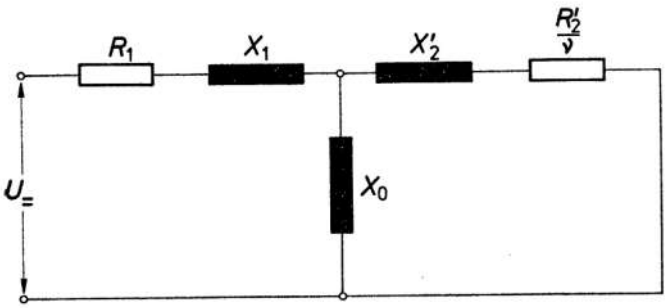
$$\Theta_{=} = 2I_{=}\,w_1 \cos 30 = 2\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} I_{\sim}\,w_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{2}\,I_{\sim} w_1,$$

što znači da su protjecanje i magnetski efekt jednaki kao pri trofaznoj uzbudi kad istosmjerno teče 1,225 puta veća struja.

Karakteristiku proračunajmo pošavši od ekvivalentne sheme za taj slučaj na sl. 17.

U fazi rotora pojavljuje se kao ukupni reprezentant radnog otpora i tereta (momenta) $\frac{R_2'}{v}$ mjesto $\frac{R_2'}{s}$. Pri tome je $v = \frac{n}{n_s}$ omjer stvarne i sinhrone brzine vrtnje. Logika toga je u ovome:

U normalnome trofaznom pogonu klizanje »s« je mjera koliko relativno brzina rotora odstupa od brzine okretnog polja, pa je zato kod sinhrone brzine vrtnje kad su obje brzine identične $s = 0$, te se ne inducira nikakav napon



Sl. 17.

u rotoru $E_2 = s E_{20}$ itd. Pri elektrodinamičkom kočenju statorsko polje miruje, a također se ne mijenja ni (istosmjerna) uzbuda pa je kod brzine vrtnje $n = 0$ postignut efekt adekvatan prije spomenutome, tj. ne inducira se ništa. Relativnost $v = \frac{n}{n_s}$ odnosi se na sinhronu brzinu jer su uz frekvenciju od 50 Hz dani induktivni otpori koji karakteriziraju motor, a toj frekvenciji odgovara sinhrona brzina vrtnje za $s = 0$. Prema tome će napon faze rotora biti:

$$E_2 = v E_{20},$$

tj. pri $v = 1$ i $n = n_s$ inducirat će se napon E_{20} jednak onome u trofaznom spoju kad rotor miruje uz otvorene stezaljke. Zaključujemo da će struja rotora biti:

$$I_2' = \frac{E_{20} \cdot v}{\sqrt{R_2'^2 + (X_2' v)^2}} = \frac{I_\mu X_0 \cdot v}{\sqrt{R_2'^2 + (X_2' v)^2}} \doteq \frac{I_0 \cdot X_0 \cdot v}{\sqrt{R_2'^2 + (X_2' \cdot v)^2}} \qquad (1)$$

Statorska struja u fazi asinhronog motora je (vidi sliku 18):

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}_2'$$

$$I_1^2 = (I_0 + I_2' \sin \varphi_2)^2 + (I_2' \cos \varphi_2)^2$$

ili

$$I_1^2 = I_0^2 + I_2'^2 + 2 I_0 I_2' \sin \varphi_2.$$

Uzmemo li da je:

$$X_0 = \frac{E_1}{I_0}$$

i

$$\sin \varphi_2 = \frac{X_2' \nu}{\sqrt{(R_2')^2 + (X_2' \nu)^2}},$$

može se struja statora prikazati uz pomoć relacije (1) kao:

$$I_1^2 = I_0^2 + \frac{I_0^2 X_0^2 \nu^2}{R_2'^2 + (X_2' \nu)^2} + \frac{2 I_0^2 X_0 X_2' \nu^2}{R_2'^2 + (X_2' \nu)^2} \tag{2}$$

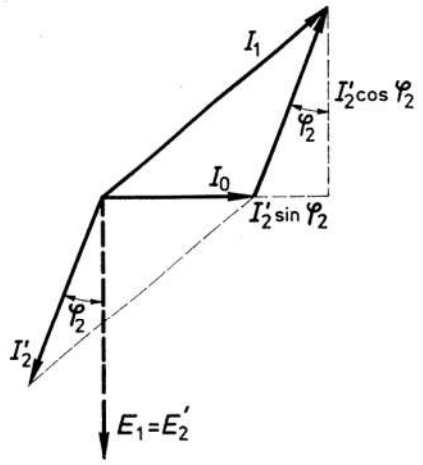
$$I_1^2 = \frac{I_0^2 [R_2'^2 + (X_2' \nu)^2] + I_0^2 X_0^2 \nu^2 + 2 I_0^2 X_0 X_2' \nu^2}{R_2'^2 + (X_2' \nu)^2}$$

$$I_1^2 (X_2' \nu)^2 - I_0^2 (X_2' \nu)^2 - I_0^2 X_0^2 \nu^2 - 2 I_0^2 X_0 X_2' \nu^2 = - R_2'^2 I_1^2 + I_0^2 R_2'^2$$

$$\nu^2 (I_1^2 X_2'^2 - I_0^2 X_2'^2 - I_0^2 X_0^2 - 2 I_0^2 X_0 X_2') = R_2'^2 (I_0^2 - I_1^2),$$

pa će nakon sređenja biti:

$$\nu^2 = R_2'^2 \frac{\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2 - 1}{(X_0 + X_2'^2)^2 - \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2 \cdot X_2'^2}. \tag{3}$$



Sl. 18.

Na osnovi toga za brzinu vrtnje izlazi:

$$n = n_s R_2' \sqrt{\frac{\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2 - 1}{(X_0 + X_2')^2 - \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2 \cdot X_2'^2}}. \tag{4}$$

Ako iz jednadžbe (2) izlučimo I_0:

$$I_0^2 [R_2'^2 + (X_2' \nu)^2 + X_0^2 \nu^2 + 2 X_0 X_2' \nu^2] = I_1^2 [R_2'^2 + (X_2' \nu)^2]$$

$$I_0 = I_1 \frac{\sqrt{R_2'^2 + (X_2' \nu)^2}}{\sqrt{R_2'^2 + (X_2' \nu)^2 + X_0^2 \nu^2 + 2 X_0 X_2' \nu^2}}$$

i uvrstimo u jednadžbu (1) za struju rotora, dobivamo:

$$I_2' = \frac{I_1 X_0}{\sqrt{\left(\frac{R_2'}{\nu}\right)^2 + (X_2' + X_0)^2}}. \tag{5}$$

Moment kočenja računa se iz općeg izraza za moment asinhronog motora:

$$M_m = \frac{P}{0{,}104\,7\,n} = \frac{P_{12}(1-s)}{0{,}104\,7 \cdot n_s(1-s)} = \frac{P_{Cu2}}{s \cdot 0{,}104\,7 \cdot n_s} = \frac{3I_2'^2 \cdot R_2'}{0{,}104\,7 \cdot n_s s},$$

što za elektrodinamičko kočenje prelazi u:

$$M_{koč} = \frac{3I_2'^2 R_2'}{0{,}104\,7 \cdot n_s \cdot \nu}. \tag{6}$$

Pri računu za neku radnu točku ide se od pretpostavke o struji I_0 (jer je statorska struja konstantna). Dakle, za $I_0 = 55$ A (nazivna struja praznog hoda) dobiva se i nominalni napon E_1, prije izračunat:

$$E_1 = 200 \text{ V i } X_0 = \frac{E_1}{I_0} = 3{,}64\ \Omega.$$

Tad valja približno odrediti struju uzbude. Postavimo li uvjet da pri brzini spuštanja početni kočni moment mora biti barem 500 Nm, tj. uz $\nu = \frac{783}{750} \doteq$ $\doteq 1{,}045$, a kod toga struja rotora mora biti x puta veća od nazivne, izlazi:

$$500 \doteq \frac{3(I_2' x)^2 \cdot R_2'}{0{,}104\,7 \cdot n_s \cdot \nu},$$

odnosno:

$$x = \sqrt{\frac{500 \cdot 0{,}104\,7 \cdot 750 \cdot 1{,}045}{3 \cdot 0{,}19 \cdot 63^2}} \doteq 4{,}27.$$

Odnos statorske struje prema nominalnoj može biti i nešto manji, približno za $\cos\varphi$, tj. potrebna je ekvivalentna struja statora od oko $4{,}27 \cdot 0{,}72 \cdot I_{1n} \doteq 280$ A. To bi dalo istosmjernu struju:

$$I_= \doteq 280\sqrt{\frac{3}{2}} = 343 \text{ A}.$$

Za sigurnost uzimamo nešto više:

$$I_u = 4\,I_{1n} = 4 \cdot 91 = 364 \text{ A}.$$

Termički je to ekvivalentno:

$$I_{\sim ekv} = \sqrt{\frac{2}{3}}\,I_u = 0{,}816 \cdot 364 = 297 \text{ A}.$$

Ta je struja ujedno i »magnetski« ekvivalentna. S gledišta pogona ona je vrlo visoka struja — $3{,}26\,I_n$ termički (gubici u bakru više nego desetorostruki), no još je uvijek manja od prosječne struje u zaletu.

Dalje će za nominalnu uzbudu biti:

$$I_1 X_0 = 297 \cdot 3{,}64 = 1\,080 \text{ V},$$

pri čemu je I_1 ekvivalentna struja koja bi tekla u trofaznom spoju, a daje jednak magnetski tok kao stvarna uzbudna struja:

$$I_u = \sqrt{\frac{3}{2}}\, I_1 = 364 \text{ A}.$$

Iz jednadžbe (5) dobiva se:

$$I_2' = \frac{I_1 X_0}{\sqrt{\left(\frac{R_2'}{v}\right)^2 + (X_2' + X_0)^2}} = 280 \text{ A},$$

gdje je:

$$\left(\frac{R_2'}{v}\right)^2 = \frac{(X_0 + X_2')^2 - \left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2 \cdot X_2'^2}{\left(\frac{I_1}{I_0}\right)^2 - 1} = 0{,}486,$$

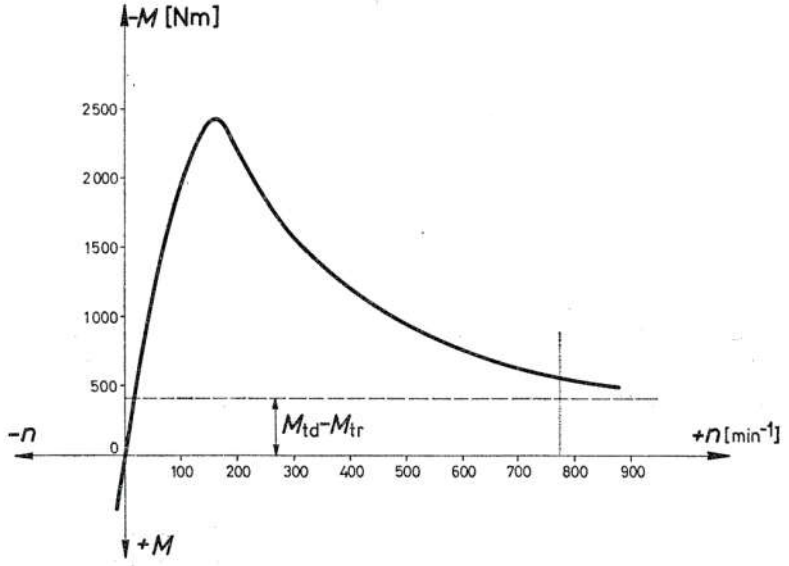
odnosno:

$$\frac{R_2'}{v} = 0{,}697$$

$$M_m = \frac{3 I_2'^2 R_2'}{0{,}104\,7 \cdot n_s v} = 2\,080 \text{ Nm}$$

i, konačno, brzina vrtnje iz $\frac{R_2'}{v} = 0{,}697$ iznosi:

$$n = \frac{R_2' \cdot n_s}{0{,}697} = 204 \text{ min}^{-1}.$$



Sl. 19.

Na jednak je način proračunata cijela karakteristika na sl. 19. i prikazana u tabl. na sl. 20. Najprije su iz krivulje magnetiziranja izvađeni podaci o praznom hodu, a zatim je računan glavni induktivitet X_0 na bazi:

$$X_0 = \frac{E_1}{I_0} = \frac{E_1\,[\%]}{I_0\,[\%]}\,\frac{E_1\,[100\,\%]}{I_0\,[100\,\%]} = 3{,}64\,\frac{E_1\,[\%]}{I_0\,[\%]}.$$

Nakon toga za svaku pretpostavljenu struju I_0 radi se proračun kao za prikazanu točku.

I_0	E_1	X_0	$(X_0+X_2')^2$	I_1X_0	$(\frac{I_1}{I_0})^2$	$(\frac{R_2'}{\nu})^2$	$\frac{R_2'}{\nu}$	I_2'	M	n
[%]	[%]	[Ω]	[Ω²]	[V]	[1]	[Ω²]	[Ω]	[A]	[Nm]	[min⁻¹]
20	26	4,74	24,01	1 408	729	0,007 33	0,085 6	287	270	1 660
25	32,5	4,74	24,01	1 408	467	0,025 8	0,160 6	286,9	505	890
30	39	4,74	24,01	1 408	324	0,048 7	0,220 7	286,8	694	645
40	52	4,74	24,01	1 408	182,5	0,106 5	0,325	286,5	1 040	439
60	74	4,49	21,62	1332	81	0,244 5	0,494 5	285	1 532	288
80	89	4,05	17,72	1203	45,7	0,37	0,608	283	1 850	234
100	100	3,64	14,44	1 080	29,2	0,486	0,697	280	2 080	204
140	113	2,94	9,61	874	14,85	0,666	0,816	272	2 300	174,5
186	120	2,425	6,69	720	9	0,81	0,9	263	2 370	158,5
220	124	2,05	4,824	609	6	0,935	0,967	253	2 360	147,5
300	~131	1,58	3,03	470	3,24	1,315	1,147	225	2 220	124
400	~139	1,26	2,02	374	1,82	2,405	1,55	178	1 870	92
450	~143	1,155	1,73	343	1,44	3,85	1,96	146,5	1 610	72,4
500	~146	1,06	1,49	314	1,165	8,85	2,97	97,5	1 075	47
530	~148	1,015	1,38	308	1,04	33,8	5,81	51,8	598	24,5

Sl. 20.

d) Na nacrtanoj statičkoj karakteristici elektrodinamičkog kočenja unesena je i razlika potencijalnog momenta drvne mase i ukupnog momenta trenja jer ta razlika djeluje protiv momenta motora:

$$M_{td} - M_{tr} = 383{,}5\ \text{Nm}.$$

Kočenje počinje sa 783 min^{-1} i kočni moment je efikasan sve do oko 20 min^{-1}. Pri toj brzini, ili nešto prije (kod veće brzine), treba uključiti mehaničku kočnicu.

16. a) Prekretni moment [$M_p = 2\,950$ Nm]
    b) Preopteretivost motora [$p_r = 1{,}85$]

17. 1. Razrada općih podataka *pri istosmjernom priključku*: primljena snaga iz izvora energije $P_i = UI = 319$ W; pad napona $U = IR_m = 45$ V; inducirani napon $E_r = 175$ V; vlastiti moment trenja (zanemare li se gubici u željezu): $M_{tro} = \dfrac{IE_r - P_n}{0{,}104\,7\,n_n} = 0{,}081$ Nm; razvijeni elektromagnetski moment $M_{em} = 0{,}261$ Nm.

    2. Opći podaci *uz priključak na izvor od 50 Hz*:

    za moment tereta od 0,261 struja mora ostati ista, tj. 1,45 A; napon rotacije (u omjeru brzine vrtnje) $E_r = 150{,}5$ V, pa je:

$$\cos\varphi = \frac{I_n R + E_r}{U} = 0{,}888, \quad \sin\varphi = 0{,}46;$$

    induktivni pad napona: $IX = U \sin\varphi = 101{,}2$ V.

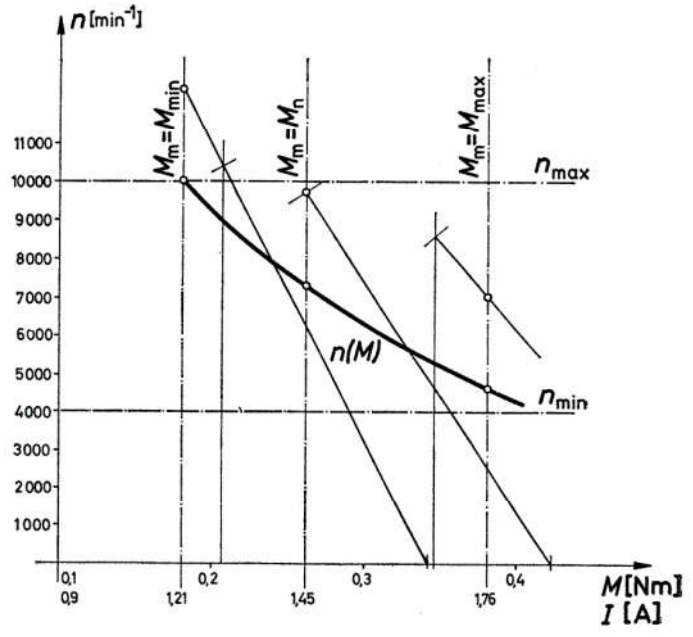
    a) Podaci o *motoru uz priključak od 60 Hz*:

    induktivni pad napona $IX = 122$ V, $\sin\varphi = \dfrac{IX}{U} = 0{,}554\,5$, $\cos\varphi = 0{,}832$, napon rotacije $E_r = U\cos\varphi - I_n R_m = 138{,}2$; brzina vrtnje: $9\,300 \cdot \dfrac{138 \cdot 2}{175} \doteq 7\,350\ \text{min}^{-1}$ i konačno snaga $P = M_n\ 0{,}104\,7\ n = 138$ W

$$[P = 138\text{ W},\quad U = 220\text{ V},\quad I = 1{,}45\text{ A},\quad n \doteq 7\,350\ \text{min}^{-1},$$
$$\cos\varphi = 0{,}832].$$

    b) Grafičkom metodom iz odjeljka 2.8.1. konstruirana je prirodna mehanička karakteristika za frekvenciju od 60 Hz na sl. 21.

    [Motor zadovoljava zahtjeve pogona i ne treba nikakvih dodatnih mjera.]



Sl. 21.

18. a) Prirodno je odabrati motor kojemu sinhrona brzina vrtnje pada u područje opsega brzine vrtnje [6-polni motor, $n_s = 1\,000\ \text{min}^{-1}$].

b) Opseg podešavanja brzine vrtnje je [(1 000 + 10%, . . . , 1 000 − 30 %)n_s]. Pri tome su potrebne snage:

kod 1 000 min^{-1} [$P = 47{,}1$ kW];

kod 1 100 min^{-1} [$P = 62{,}5$ kW];

kod 700 min^{-1} [$P = 16{,}2$ kW].

c) Termička snaga određena je najvećim momentom. To je moment pri 1 100 min^{-1} — $M_{t\max} = 450\left(\frac{1\,100}{1\,000}\right)^2 = 545$ Nm, za koji je potrebna snaga od 62,5 kW jer ta snaga zahtijeva i najveću trajnu struju (uz 380 V priključka) [$P = 62{,}5$ kW].

d) Pretpostavimo da je najteža situacija s preopteretivošću pri najmanjoj brzini vrtnje, iako zbog karaktera tereta nastupa najmanje preopterećenje. Budući da ne znamo točno klizanje u praznom hodu, pretpostavimo približno $s_0 = 0{,}3$, tj. klizanje koje će biti pod teretom uz 700 min^{-1}, a to je blizu pa za ocjenu preopteretivosti zadovoljava.

$$s_{pp} = s_0 + \sqrt{s_0^2 + s_p^2} = 0{,}3 + \sqrt{0{,}3^2 + 0{,}15^2} = 0{,}636$$

Prekretni moment mora biti barem 1,6 M_t.

$$M_{pp} = 1{,}6\, M_t = 1{,}6\, M_{1\,000}\left(\frac{700}{1\,000}\right)^2 = 1{,}6 \cdot 450 \cdot \left(\frac{700}{1\,000}\right)^2 = 353\ \text{Nm},$$

iz čega se dobiva prekretni moment motora u asinhronom radu (bez dodatnog napona u rotoru):

$$M_p = \frac{s_{pp}}{s_p} M_{pp} = 353\,\frac{0{,}636}{0{,}15} \doteq 1\,500\ \text{Nm}.$$

Preopteretivost u asinhronom radu

Potražimo radnu točku A (bez regulacionog napona — vidi sl. 22), tako da približno odredimo nagib pravca karakteristike kod 1 000 min^{-1}. Općenito vrijedi:

$$M_m = \frac{2\,M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}\left[1 + \frac{o}{s}\cos\alpha + o\,\frac{X_2}{R_2}\sin\alpha\right].$$

Iz zadatka je jasno da kut dodatnog napona α može biti 0 ili 180°. Ovdje je očito 0°, tj. $\cos\alpha = 1$, $\sin\alpha = 0$, pa je, dalje:

$$M_m = \frac{2\,M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}\left(1 + \frac{o}{s}\right) = \frac{2\,M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}\left(\frac{s+o}{s}\right) = \frac{2\,M_p}{\frac{s^2}{s_p} + s_p} \cdot (s + o).$$

Kad motor radi s 1 000 min^{-1} i 450 Nm, klizanje je 0, a odatle:

$$M_m = \frac{2M_p\, o}{s_p},$$

odnosno:

$$o_{1000} = s_p \frac{M_m}{2\,M_p} = 0{,}15\,\frac{450}{3\,000} = 0{,}022\,5.$$

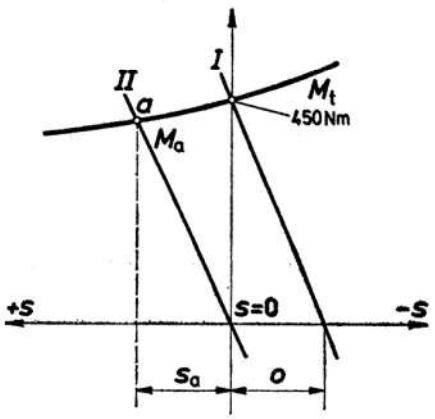
Na osnovi toga može se računati nazivno klizanje. Zbog jednakosti nagiba pravca, jer stroj uvijek jednako kliže zbog jednakih momenata, koje izazivaju jednaki gubici, bit će (vidi skicu na sl. 22):

$$\frac{o}{M_{1000}} = \frac{s_a}{M_a} = \frac{n_s^2}{n_s^2\,(1 - s_a)^2}\,\frac{s_a}{M_{1000}}$$

$$o = \frac{s_a}{(1 - s_a)^2}$$

$$s_a^2 - s_a\left(2 + \frac{1}{\sigma}\right) + 1 = 0$$

$$s_a \doteq 0{,}021\,6.$$



Sl. 22.

Moment motora uz primjenu Klossove jednadžbe iznosi:

$$M_a = \frac{3\,000}{\dfrac{0{,}15}{0{,}021\,6} + \dfrac{0{,}021\,6}{0{,}15}} = 423\ \text{Nm},$$

odnosno, uz kvadratnu ovisnost momenta o brzini vrtnje:

$$M_a = 450\,(1 - 0{,}021\,6)^2 \doteq 430\ \text{Nm}.$$

Mala razlika nastaje zbog zakrivljenosti statičke karakteristike!

Preopteretivost $\left[p_r = \dfrac{M_p}{M_a} = 3{,}5\right]$

Preopteretivost pri 1 100 min^{-1} (kontrola):

$$s_0 \doteq o \doteq s + o_{1000}\frac{M_{1100}}{M_{1000}} = -0{,}1 - 0{,}022\,5 \cdot 1{,}1^2 = -0{,}127\,2$$

$$s_{pp} = s_0 + \sqrt{s_o^2 + s_p^2} = -0{,}127\,2 + \sqrt{0{,}127\,2^2 + 0{,}15^2} = 0{,}069\,8$$

$$M_{pp} = M_p \frac{s_p}{s_{pp}} = 1\,500\,\frac{0{,}15}{0{,}069\,8} = 3\,220\ \text{Nm}$$

$$p_r = \frac{M_{pp}}{M_{1100}} = \frac{3\,220}{545} = 5{,}9.$$

e) Regulacioni naponi sekundara:

za 1 000 min^{-1} $[U_r = -0{,}022\,5\ E_{20}]$;

za 1 100 min^{-1} $[U_r = -0{,}127\,2\ E_{20}]$;

za 700 min^{-1}:

$$s_0 \doteq o \doteq s + o_{1000}\frac{M_{700}}{M_{1000}} = 0{,}3 - 0{,}022\,5 \cdot 0{,}7^2 = 0{,}289$$

$$[U_r = 0{,}289\ E_{20}].$$

Prema tome izlazi da je napon regulacionog namota $\pm$ 29 %.

f) Asinhrona je snaga:

$$P = 0{,}104\,7 \cdot 430 \cdot 978{,}4 \doteq 45\ \text{kW}.$$

Podaci za nabavku (pločica)

Snaga	16,2	45	62,5	kW trajno
brzine vrtnje	700	980	1100	min^{-1}
Preopteretivost		3,5		

19. a) Potrebna snaga motora $[P\,(a) \doteq 8{,}15\ \text{kW}]$

b) Potrebna snaga motora $[P\,(b) \doteq 5{,}1\ \text{kW}]$

Minimalno potrebna preopteretivost da se udovolji propisima za dizala

$$[p_r \doteq 3{,}2]$$

c) [Kavezni asinhroni motor]

20. Težina drugog motora G_2 računa se na osnovi zakona sličnosti. Prema izrazu (2.9—13.a) bit će:

$$G_2 = G_1\left(\frac{P_2\,p_2}{P_1\,p_1}\right)^{3/4} = 377\ \text{kg}.$$

1. Investicijski troškovi (cijene motora i remenice):

   za prvi motor: $T_{ri1} = 750 \cdot 50 = 37\,500$ d;

   za drugi motor: $T_{ri2} = 377 \cdot 50 + 8\,500 = 27\,350$ d.

2. Troškovi iskorištene energije (motori rade $H = 8\,000$ sati u godini; prvi daje na osovini snagu $P_t = 40$ kW koju zahtijeva ventilator, a drugi $P_2 = \frac{P_t}{\eta_R} = 41{,}237$ kW);

   za prvi motor $T_{r1} = 40 \cdot 8\,000 \cdot 5 \cdot 0{,}4 = 640\,000$ d;

   za drugi motor $T_{r2} = 41{,}237 \cdot 8\,000 \cdot 5 \cdot 0{,}4 = 659\,800$ d.

3. Troškovi gubitaka energije

   Nominalni gubici motora: $P_{gn} = \frac{P_n - P_n \eta}{\eta}$

   za prvi motor $P_{gn} = 5{,}167$ kW, a za drugi $P_{gn} = 4{,}889$ kW. Podjela nominalnih gubitaka na trajne i ovisne o struji:

   za prvi motor $P_{Fe} = 1{,}987$ kW, $P_{Cun} = 3{,}18$ kW;

   za drugi motor $P_{Fe} = 1{,}528$ kW, $P_{Cun} = 3{,}361$ kW.

   Stvarni gubici u bakru pri stvarnom opterećenju motora:

   za prvi motor $P_{Cu} = 3{,}18 \left(\frac{40}{45}\right)^2 40^2 = 2{,}513$ kW;

   za drugi motor $P_{Cu} = 3{,}361 \left(\frac{41{,}237}{45}\right)^2 = 2{,}822$ kW.

   Stvarni ukupni gubici pri stvarnom opterećenju:

   za prvi motor $P_g = 4{,}50$ kW, a za drugi $P_g = 4{,}35$ kW, pa su troškovi:

   $T_{rg1} = 4{,}50 \cdot 5 \cdot 8\,000 \cdot 0{,}4 = 72\,000$ d

   $T_{rg2} = 4{,}35 \cdot 5 \cdot 8\,000 \cdot 0{,}4 = 69\,600$ d.

4. Troškovi plaćanja jalove energije

   Po uvodnoj pretpostavci drugom se motoru plaća manje za jalovu energiju. Kod prvoga jalova se energija plaća za razliku od $\cos\varphi = 0{,}8$ do $\cos\varphi = 0{,}95$. On uzima iz mreže jalovu energiju $P_{j1} = (P_t + P_g)\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = 33{,}38$ kVA, a besplatno bi smio uzimati $P_{jb1} = (P_t + P_g)\frac{\sin\varphi'}{\cos\varphi'} = 14{,}62$ kVA. Razlika $P_{j1} - P_{jb1} = 18{,}75$ kVA se plaća, a iznos je:

   $T_{rj1} = 18{,}75 \cdot 5 \cdot 8\,000 \cdot 0{,}07 = 52\,500$ d

$$P_{j2} = (41{,}237 + 4{,}35)\frac{0{,}436}{0{,}9} = 22{,}08, \quad P_{jb2} = P_r \frac{0{,}312}{0{,}45} = 14{,}98$$

$$T_{rj2} = 7{,}1 \cdot 5 \cdot 8\,000 \cdot 0{,}07 = 19\,880 \text{ d}.$$

Ukupni troškovi motora [I = 802 000 d, II = 776 630 d; iako nisu računati troškovi kapitalizacije sredstava, jasno je da je jeftiniji motor II. Troškovi kapitalizacije bi još povećali njegovu prednost.]

21. Za prvu ocjenu osnova je relacija (2.9—4.b).

Za drugu ocjenu može se napisati iz (2.9—13.a) kad se indeksom »x« označe veličine istraživanog stroja:

$$V_x = V\left(\frac{P_x}{P}\,\frac{p_x}{p}\right)^{3/4}$$

a) [I 250%, II 250%, III 400%]

b) [I 200%, II 200%, III 450%]

3. OSNOVE DINAMIKE ELEKTROMOTORNIH POGONA

Već je u uvodnom poglavlju (odjeljak 1.3.3) dana početna definicija dinamičkog stanja elektromotornog pogona. Jasno je da elektrotehničar, ocjenjujući bilo kakvo stanje neke tehničke pojave, polazi od ocjene ponašanja elektrotehničkih veličina. Međutim, na današnjem stupnju razvoja tehnike toliko se u praksi prepleću razne tehničke grane da nije moguć pristup mnogim pitanjima samo s gledišta jedne struke. Tipičan su primjer za to elektromotorni pogoni, gdje se u razmatranjima mora polaziti od osnovne fizikalne slike, koja osim elektrotehnike sadrži u sebi još i više pojmova iz strojarstva (mehanike, termodinamike), ali i područja tehnologije, za koju je vezan radni mehanizam elektromotornog pogona. Bez obzira na činjenicu što je elektrotehnička problematika dominantna, s obzirom na opseg, značenje i složenost, samo poznavanje svih tehničkih elemenata omogućuje pravilan pristup problemu.

U svakome elektromotornom pogonu pojavljuju se mehaničke (brzina vrtnje, moment tereta, moment motora itd.), električke (struje, naponi, otpori, induktiviteti, gubici i dr.), magnetske (tokovi, indukcije itd.) i toplinske (temperatura, zagrijanje, količine topline i dr.) veličine. Kad za vrijeme pogona ne nastaju vremenske promjene tih veličina, riječ je o stacionarnom (statičkom) pogonskom stanju elektromotornog pogona*. Mijenjaju li se neke ili, čak, i sve te fizikalne veličine, to je dinamičko pogonsko stanje elektromotornog pogona, kraće — dinamički pogon. Često se dinamičko stanje naziva i prijelaznom pojavom (iz jednoga stacionarnog stanja u drugo). Promjene svih fizikalnih veličina vezane su jedna za drugu i međusobno se uzrokuju. Na primjer, povećanje momenta tereta radnog mehanizma na osovini asinhronog motora dovodi do opadanja brzina vrtnje, zbog čega raste inducirani napon rotora, što izaziva povećanje struje u namotima i momenta motora; povećane struje uzrokuju veće gubitke pa nastupi porast temperature namota itd. Usprkos tome, gdje god je to moguće, pokušava se, radi jednostavnosti, prijelazne pojave razmatrati odijeljeno po vrstama (električke prijelazne pojave, mehaničke prijelazne pojave itd.), jer se pri kompleksnom promatranju nailazi na velike teškoće. To je načelno moguće kad se razne veličine ne mijenjaju jednakom brzinom. Često se toplinske prijelazne pojave odvijaju znatno sporije od ostalih, pa se tad temperatura još dugo vremena mijenja nakon što su mehaničke i električke veličine postale praktički konstantne. Smatramo li takav pogon dinamičkim u njegovoj prvoj, vrlo kratkoj fazi, kad se sve veličine mijenjaju, možemo ga u njegovoj drugoj fazi, kad se mijenjaju još samo toplinske veličine, smatrati i statičkim s gledišta stanja elektromagnetskih i mehaničkih veličina. Jednako je tako moguća pojava da su vremenske promjene elektromagnetskih veličina, s jedne strane, i mehaničkih veličina, s druge strane, vrlo različitog trajanja, pa tad možemo i na njih primijeniti sličan način razmišljanja, podijeliti razmatranje na dvije vremenske faze. Tako dolazimo do mogućnosti da kod nekih elektromotornih

* U slučaju izmjeničnih veličina struje, napona i slično, misli se na njihove efektivne vrijednosti. Iako se trenutna vrijednost tih veličina vremenski mijenja i u stacionarnom stanju, efektivna im je vrijednost konstantna. Zato se češće i upotrebljava izraz kvazistacionarna stanja za te veličine.

pogona promatramo dinamičko stanje fizikalnih veličina samo jedne vrste. Mogućnosti su, zapravo, dvije: promatrajući promjene fizikalnih veličina koje se brzo odvijaju, možemo smatrati konstantnim fizikalne veličine koje se (znatno) sporije mijenjaju ili, promatrajući promjene fizikalnih veličina koje se sporo odvijaju, možemo smatrati da su se prije toga fizikalne veličine koje se (znatno) brže odvijaju promijenile skokomice. Jer, kad bi se neke fizikalne veličine u nekome elektromotornom pogonu mogle skokovito mijenjati, trajao bi njihov prijelaz iz jednoga stacionarnog stanja u drugo neizmjerno kratko pa je upravo zato i opravdano pretpostaviti da su se trenutno promijenile. Kad nije ispunjen uvjet bitno različitog trajanja pojedinih veličina, ne mogu se odvojeno razmatrati dinamička stanja (prijelazne pojave). Tad je nužno, bez obzira na otežanost formalnih matematičkih putova, tretirati skup takvih pojava zajedno, onako kako se upravo u prirodi događaju. Izneseno stajalište vrijedi dakako i unutar jedne grupe (vrste) fizikalnih veličina. Na primjer, ima li neki elektromotor u elektromotornom pogonu bitno različito (za red veličine) trajanje promjene struje u uzbudnom namotu i u namotu armature, mogu se te dvije elektromagnetske pojave promatrati odvojeno. U suprotnome valja ih uzimati zajednički. Očito je da se odvojeno promatrajući pojedine fizikalne veličine u njihovim dinamičkim stanjima odstupa od praćenja procesa koji se u prirodi stvarno odvijaju, pa se u proračunima neizbježno prave pogreške. Ali, odvojivši promatranje promjena onih fizikalnih pojava u kojih se brzina mijenjanja u dinamičkim stanjima razlikuje za red veličine (a pogotovo za više redova veličine), pogreške postaju dovoljno male da se s tehničkog gledišta mogu zanemariti.

Kraćem ili duljem trajanju promjena fizikalnih veličina u elektromotornom pogonu uzrok je prirodna pojava izvjesnog efekta tromosti koji se protivi i odupire promjeni stanja. Tako se svakoj promjeni brzine vrtnje opire mehanički moment tromosti J, poznat iz mehanike kao polarni moment tromosti. Kad se neko materijalno tijelo vrti oko neke osi vrtnje u prostoru (vidi sl. 1), vrijedi za moment inercije volumski integral:

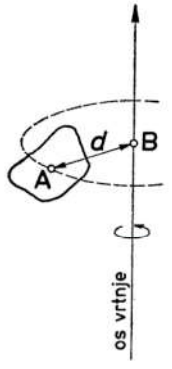
$$J = \int_{v} r^2 \, \mathrm{d}m, \tag{1}$$

pri čemu je r polumjer diferencijala mase $\mathrm{d}m$. Integral na desnoj strani relacije mogao bi se nadomjestiti s:

$$J = m \varrho^2, \tag{1.a}$$

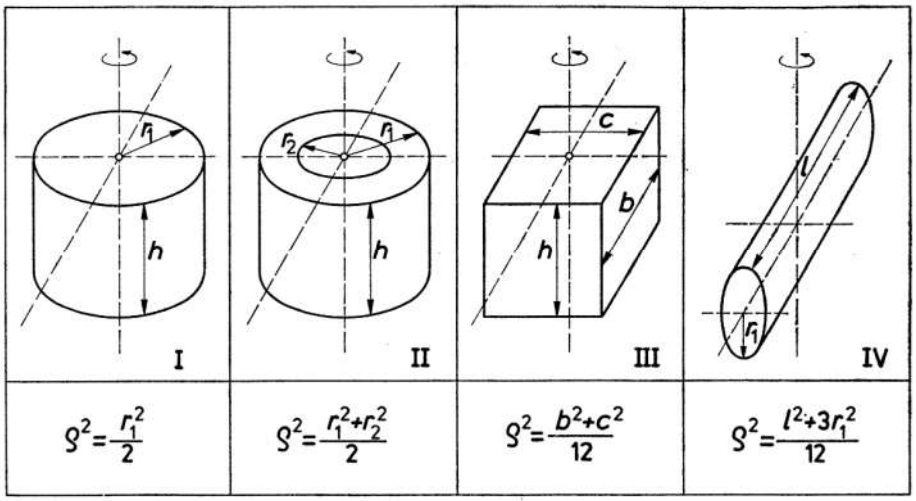
gdje ϱ znači polumjer tromosti za cijelu konfiguraciju u vrtnji, tj. on pomnožen ukupnom masom m nadomješta po djelovanju zbroj beskonačno mnogo pojedinačnih polumjera r pomnoženih njihovim diferencijalima mase $\mathrm{d}m$. Prikazat ćemo kako se za opći slučaj vrtnje predočen sl. 1. određuje vrijednost ϱ. Pretpostavit ćemo da se materijalno tijelo vrti oko svog težišta (A na slici), oko osi paralelne sa stvarnom osi vrtnje. Nazovimo, za taj slučaj, polumjer tromosti ϱ_0. Tad je stvarni polumjer tromosti određen jednadžbom:

$$\varrho^2 = \varrho_0^2 + d^2, \tag{2}$$



Sl. 1. Uz objašnjenje momenta tromosti J u općem slučaju rotacije nekog tijela oko neke osi

u kojoj je d najkraća udaljenost težišta tijela od stvarne osi vrtnje (udaljenost između točaka A i B na sl. 1). U praksi elektromotornih pogona os stvarne vrtnje najčešće prolazi težištem tijela, što je i prikazano na sl. 2. za neke najčešće konfiguracije. Ako os vrtnje ne prolazi težištem tijela neke konfiguracije, može se stvarni polumjer tromosti izračunati uz pomoć jednadžbe (2), a onda i moment inercije J neposredno iz relacije (1.a).



Sl. 2. Računanje polumjera tromosti za neke tipične konfiguracije

Na sličan način opire se svakoj promjeni struje u nekome strujnom krugu tromost magnetskog polja Φ (induktivitet strujnog kruga L). Promjeni temperature nekog tijela (elektromotora) opire se njegova »toplinska masa« (toplinski kapacitet). Zbog tih prirodnih pojava tromosti dolazi do određenog trajanja prijelaznih pojava i nastupa *dinamičko stanje* koje traje neko stanovito vrijeme.

Vremenski izraz tromosti za neku tehničku konfiguraciju, u našem slučaju elektromotorni pogon, karakteriziraju određene vremenske konstante. Tri su osnovna tipa tih vremenskih konstanti bitnih za elektromotorne pogone:

1. Električka ili elektromagnetska vremenska konstanta nekoga strujnog kruga:

$$T_{e1} = \frac{L}{R}\,[\mathrm{s}], \tag{3}$$

gdje je R radni otpor, a L induktivitet tog kruga.

2. Toplinska vremenska konstanta nekog elektromotora ili nekog dijela (namota) elektromotora:

$$T_t = \frac{m \cdot c}{S \cdot h}\,[\mathrm{s}]. \tag{4}$$

Tu je m [kg] masa, c [Ws/°C kg] specifična toplina, S [m^2] površina i h [Ws/°Cm^{2}s] je koeficijent odavanja topline tijela. Promatrano tijelo kojemu se temperatura mijenja smatra se pri tome homogenim.

3. Mehanička vremenska konstanta elektromotornog pogona:

$$T_m = J \frac{\omega_n}{M_n} \text{ [s]}, \tag{5}$$

gdje je J moment inercije elektromotornog pogona (radnog mehanizma, motora, spojnih dijelova i, eventualno, tereta), ω_n [s^{-1}] je nominalna kutna brzina vrtnje motora, a M_n nominalni moment motora [Nm]. U elektrostrojarskoj praksi (a i u literaturi) umjesto momenta inercije J češće se upotrebljava zamašni moment mD^2, i to tako da se polumjer inercije ϱ zamijeni promjerom inercije (tromosti) D:

$$J = m\varrho^2 = m\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{mD^2}{4}. \tag{6}$$

Jednako se tako više uzima brzina vrtnje n_n [min^{-1}] nego kutna brzina ω_n [s^{-1}]:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60}.$$

S tim veličinama mehanička vremenska konstanta poprima oblik:

$$T_m = \frac{mD^2}{38{,}2} \cdot \frac{n_n}{M_n} \cdot \text{[s]}. \tag{5.a}$$

Ako se još i nominalni moment M_n izrazi u [kpm] mjesto u [Nm], izraz za mehaničku vremensku konstantu prelazi u:

$$T_m = \frac{mD^2 n_n}{375 M_n} \text{ [s]}. \tag{5.b}$$

Sva se tri oblika razlikuju dakako samo po konstanti, različitoj za razne jedinice fizikalnih veličina za tromost i brzinu vrtnje. Iako je po prihvaćenom sustavu jedinica i oblika za osnovne fizikalne pojmove relacija (5) jedina koja daje »čistu« sliku, ipak se u praksi još uvijek više upotrebljavaju izrazi (5.b) i (5.a).

Prve dvije vremenske konstante, T_{e1} i T_t, dobro su već poznate iz osnova elektrotehnike i električnih strojeva. Tip treće konstante uzet je u osnovi iz mehanike. U ovom obliku ovdje on izražava da je T_m ono vrijeme za koje bi elektromotorni pogon postigao nomimalnu brzinu vrtnje uz moment ubrzanja trajno jednak nazivnom momentu motora. U idućim razmatranjima još ćemo se potanje na to osvrnuti.

U sklopu određenoga elektromotornog pogona (posebno reguliranoga) moguće su i takve kombinacije fizikalnih veličina da se određene promjene mogu karakterizirati i nekom drugom, za taj sklop svojstvenom vremenskom konstantom, ili konstantama.

Ipak se od svih tih prijelaznih pojava najčešće promatra samo mehanička, pa se i naziv dinamičko stanje, dinamički režim elektromotornog pogona često u praksi svodi na taj uži pojam. Uzrok je tome u činjenici što je brzina vrtnje elektromotornog pogona, njezina ili željena ili neželjena promjena, osnovni pokazatelj njegovih dinamičkih stanja. Čak se i tipični statički elektromotorni pogoni (npr.

centrifugalni ventilatori i pumpe) moraju zaletjeti na početku i zaustaviti po završetku rada, tj. valja ih dovesti u stacionarno stanje i izvesti ih iz njega prijelaznom pojavom. Svako kočenje, svako reverziranje, svaka promjena brzine vrtnje koju namećemo elektromotornom pogonu radi kvalitetnijeg funkcioniranja radnog mehanizma, uzrokuje dinamičko stanje. To isto izazivaju i promjene tereta radnog mehanizma, npr. promjena nagiba puta električne lokomotive, smjenjivanje perioda valjanja i praznog hoda valjaoničkih stanova, praznine (šupljine) obrađivanog komada na blanjalici itd. Dinamička stanja mogu nastati zbog smetnji (npr. u napojnoj mreži ili elementima upravljanja), a i uslijed promjene momenta inercije nekih radnih mehanizama (centrifuge s istjecanjem, stapne pumpe).

Kod mehaničke prijelazne pojave elektromotornog pogona zanimaju nas mnoge veličine, ali posebno *trajanje* promjene brzine vrtnje i *gubici energije* koji pri tome nastaju. Trajanje pojave, vrijeme koje proteče dok se brzina vrtnje promijeni od početne do konačne vrijednosti, ima bitne reperkusije na proizvodni proces nekih radnih mehanizama, a ponekad i na pogonski elektromotor. Izgubljena energija zbog prijelaznih pojava poskupljuje proces, ali to nije najvažniji dio problema. Mnogo je bitnije da se ustanovi koliko ta izgubljena energija zagrijava namote pogonskom elektromotoru. Motor je sposoban da iz svojih namota odvodi određenu količinu topline nastale gubicima. U stacionarnom pogonu ti su gubici u stanovitom odnosu prema mehaničkom radu koji je motor dao. U dinamičkim stanjima, međutim, toplina se namota nastala zbog gubitaka pojavljuje i kao posljedica ne više mehaničkog rada nego promjene kinetičke energije u rotirajućim masama. Očito je da se stoga mora smanjiti udio gubitaka zbog vršenja radnje da bi se zagrijavanje namota održalo u dopuštenim granicama. Prijelazne pojave, dakle, smanjuju mogućnost dobivanja mehaničkog rada iz elektromotora, njihovo energetsko djelovanje na radni proces pokazuje izvjesni parazitski karakter.

3.1. TRAJANJE MEHANIČKIH PRIJELAZNIH POJAVA ELEKTROMOTORNIH POGONA

Postavimo sasvim jednostavan zadatak. Nađimo kako se vremenski mijenja brzina vrtnje nekog sistema (nekoga elektromotornog pogona) na koji djeluje neki moment ubrzanja M_u po volji uzetog karaktera, a sistem ima određeni konstantni moment inercije J.

Polarni moment tromosti J djeluje prema izrazu (3.0—6) na polumjeru tromosti ϱ, tj. kao da je cijela masa sistema u vrtnji koncentrirana na tom polumjeru. Jednako se tako vlada i zamašni moment mD^2 kao da sistemu u vrtnji cijela masa djeluje na promjeru tromosti D. To je jasno jer je već u izrazu (3.0—6) pretpostavljeno da je $D = 2\varrho$. Na tom polumjeru tromosti ϱ i promjeru tromosti D i hvatište je sile ubrzanja F_u [N], pa će biti:

$$M_u = F_u \varrho = \frac{F_u D}{2} \text{ [Nm]}. \tag{1}$$

Po Newtonovu zakonu sila je umnožak mase m [kg] i akceleracije a [ms^{-2}] $\rightarrow$ $\rightarrow F_u = ma$. Iz mehanike su, dalje, poznati odnosi između brzine v [ms^{-1}], ak-

celeracije a [ms^{-2}], brzine vrtnje n [min^{-1}] i kutne brzine vrtnje ω [s^{-1}], što za rotaciju točke polumjera tromosti ϱ daje:

$$v = \varrho\,\omega = \frac{D}{2}\,\omega, \qquad \omega = \frac{2\pi n}{60}$$

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \varrho\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{D}{2}\,\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \varrho\,\frac{2\pi}{60}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \frac{D\pi}{60}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}.$$

S time izraz za moment ubrzanja prelazi iz jednadžbe (1) u:

$$M_\mathrm{u} = m\,\varrho^2\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = J\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{mD^2}{4}\,\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}\ [\mathrm{Nm}], \tag{2}$$

odnosno, uzme li se brzina vrtnje n mjesto kutne brzine vrtnje ω:

$$M_\mathrm{u} = m\,\frac{D}{2}\,\frac{D\pi}{60}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \frac{mD^2}{38{,}2}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\ [\mathrm{Nm}]. \tag{2.a}$$

Za moment ubrzanja izražen u [kpm] izlazi:

$$M_\mathrm{u} = \frac{mD^2}{375}\,\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}\ [\mathrm{kpm}]. \tag{2.b}$$

Opći izrazi (2), (2.a) i (2.b) za moment ubrzanja uz konstantni moment tromosti J vrijede, dakako, i za elektromotorni pogon, gdje su već prije relacijom (1.3 —7) određeni kao razlika momenta motora i momenta tereta: $M_\mathrm{u} = M_\mathrm{m} - M_\mathrm{t}$.

Sad se trajanje prijelazne pojave između kutnih brzina vrtnje ω_1 i ω_2 može naći iz jednadžbe (2):

$$t = J\int_{\omega_1}^{\omega_2}\frac{\mathrm{d}\omega}{M_\mathrm{u}} = \frac{mD^2}{4}\int_{\omega_1}^{\omega_2}\frac{\mathrm{d}\omega}{M_\mathrm{u}}\ [\mathrm{s}]. \tag{3}$$

Računa li se prijelazna pojava između brzine vrtnje n_1 i n_2, a moment ubrzanja je u [Nm], dobit ćemo prema izrazu (2.a):

$$t = \frac{mD^2}{38{,}2}\int_{n_1}^{n_2}\frac{\mathrm{d}n}{M_\mathrm{u}}\ [\mathrm{s}]. \tag{3.a}$$

Za prijelaznu pojavu u granicama brzine vrtnje n_1 i n_2, ali s momentom ubrzanja u [kpm], relacija (2.b) daje:

$$t = \frac{mD^2}{375}\int_{n_1}^{n_2}\frac{\mathrm{d}n}{M_\mathrm{u}}\ [\mathrm{s}]. \tag{3.b}$$

Granice je u nekim slučajevima elektromotornog pogona (s asinhronim motorom ili Schrageovim-motorom) zgodnije izražavati uz pomoć klizanja s kao varijable mjesto na osnovi brzine vrtnje n, odnosno kutne brzine vrtnje ω. Po definiciji je brzina vrtnje $n = n_s(1 - s)$, a kutna brzina vrtnje $\omega = \omega_s(1 - s)$. Za njihove vremenske derivacije vrijedi:

$$\frac{dn}{dt} = -n_s \frac{ds}{dt}, \quad \frac{d\omega}{dt} = -\omega_s \frac{ds}{dt}. \tag{4}$$

Primijeni li se jednadžba (4) na izraze (3), (3.a) i (3.b), dobit ćemo za prijelaznu pojavu između klizanja s_1 (početnog) i s_2 (završnog):

$$t = J\omega_s \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_u} = \frac{mD^2 \omega_s}{4} \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_u} \tag{5}$$

$$t = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2} \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_u} \tag{5.a}$$

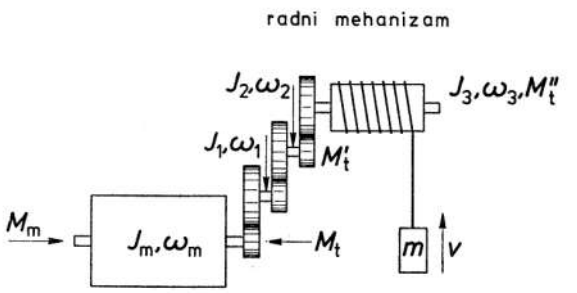
$$t = \frac{mD^2 n_s}{375} \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_u}. \tag{5.b}$$

Trajanje mehaničke prijelazne pojave proporcionalno je momentu inercije, a obratno je proporcionalno momentu ubrzanja. Izračunavajući trajanje mehaničke prijelazne pojave nailazimo ponekad na velike teškoće jer se izraz za trajanje može analitički računati samo ako je moment ubrzanja ($M_u = M_m - M_t$) relativno jednostavna funkcija brzine vrtnje. U protivnome trajanje se ustanovljuje grafičkim metodama ili kombinacijom — grafoanalitički.

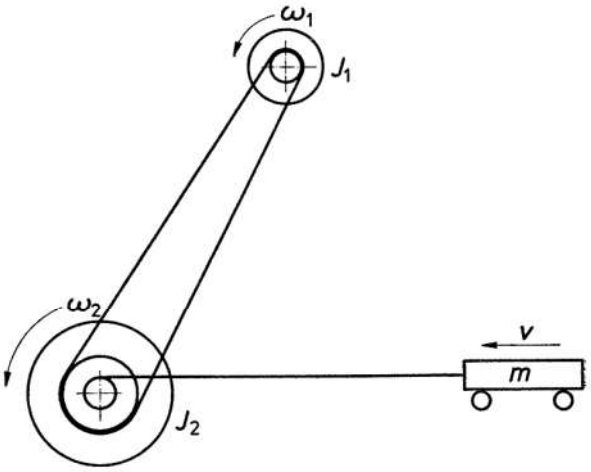
3.2. REDUCIRANJE MEHANIČKIH VELIČINA

Kad su elektromotor i radni mehanizam spojeni na istoj osi vrtnje, a to je kod vrlo mnogo radnih mehanizama, onda je i cijeli moment inercije koncentriran na toj osi vrtnje. Međutim, ako motor preko neke transmisije pokreće radni mehanizam, dio zamašne mase vrti se brzinom elektromotora, a dio (ili dijelovi) nekom drugom brzinom (ili brzinama) vrtnje, no moguće je da se i dio mase translatorno giba. Sve su to obični, svakodnevni primjeri elektromotornog pogona. Tad se moraju sve zamašne mase svesti (reducirati) na osovinu motora, tj. izračuna se kakve bi bile da se vrte brzinom vrtnje motora, a da pri tome imaju jednako djelovanje. Sam transmisijski uređaj izvodi se na više načina, bilo zupčaničkim prijenosnikom (reduktorom), kao na sl. 1, bilo remenicama, kao na sl. 2. ili slično. Pretpostavimo najprije da je redukcija djelovanja trome mase na osovinu motora idealna, tj. kao da u prijenosnom uređaju nema nikakvih gubitaka energije. Razmotrimo te postupke redukcije. Neka na sl. 2. motor kojem je trenutna kutna brzina vrtnje ω_1 nepo-

sredno ubrzava zamašne mase momenta inercije J_1 i još preko remenice zamašne mase momenta inercije J_2 na drugoj osi trenutne kutne brzine vrtnje ω_2, a i masu m koja se translatorno giba brzinom v. Moment ubrzanja u svakom je trenu određen kao $M_u = M_m - M_t$. Može se shvatiti da se po jedan dio momenta ubrzanja troši kako bi se ubrzala svaka od parcijalnih tromosti, $M_u = M_{u1} + M'_{u2} +$



Sl. 1. Redukcija brzine vrtnje zupčanicima



Sl. 2. Redukcija brzine vrtnje remenicama

$+ M'_{u3}$, pri čemu su M'_{u2} i M'_{u3} reducirane vrijednosti parcijalnih momenata ubrzanja M_{u2} i M_{u3} na osovinu motora, tj. na os s kutnom brzinom vrtnje ω_1. Za zamašne mase na toj osi dio momenta ubrzanja iznosi:

$$M_{u1} = J_1 \frac{d\omega_1}{dt} \text{ [Nm]}.$$

Budući da su sile na obodu obiju remenica jednake, momenti su ubrzanja proporcionalni promjerima, odnosno obratno proporcionalni kutnim brzinama vrtnje.

$$M'_{u2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} M_{u2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} J_2 \frac{d\omega_2}{dt}$$

Omjer kutnih brzina je krut pa to vrijedi i za njihove diferencijale $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\omega_2}{d\omega_1}$. Iz toga izlazi:

$$M'_{u2} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 J_2 \frac{d\omega_1}{dt} \text{ [Nm]}.$$

Za masu m koja se translatorno giba brzinom v bit će:

$$M'_{u3} = M_{u3} \frac{\omega_2}{\omega_1} = m\varrho \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{dv}{dt}.$$

Budući da je $v = \varrho\,\omega_2 \rightarrow \varrho = \frac{v}{\omega_2}$

i:

$$\frac{dv}{dt} = \varrho \frac{d\omega_2}{dt} = \varrho \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{d\omega_1}{dt},$$

za reducirani se moment ubrzanja dobiva:

$$M'_{u3} = m \varrho^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \frac{d\omega_1}{dt} = m \left(\frac{v}{\omega_2}\right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \frac{d\omega_1}{dt} = m \left(\frac{v}{\omega_1}\right)^2 \frac{d\omega_1}{dt}.$$

Konačno će cijeli moment ubrzanja biti:

$$M_u = \left[J_1 + \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 J_2 + m \left(\frac{v}{\omega_1}\right)^2\right] \frac{d\omega_1}{dt} \text{ [Nm]}. \tag{1}$$

Ovaj se izraz, uzme li se zamašni moment mjesto momenta inercije i brzine vrtnje mjesto kutnih brzina vrtnje, transformira u:

$$M_u = \frac{(mD^2)_1 + (mD^2)_2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + 365\, m \left(\frac{v}{n_1}\right)^2}{38{,}2} \frac{dn_1}{dt} \text{ [Nm]} \tag{1.a}$$

$$M_u = \frac{(mD^2)_1 + (mD^2)_2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + 365\, m \left(\frac{v}{n_1}\right)^2}{375} \frac{dn_1}{dt} \text{ [kpm]}. \tag{1.b}$$

Momenti inercije očito se reduciraju obratno proporcionalno kvadratu brzine vrtnje. To samo odražava poznato pravilo da se pri redukciji mora računati sa sadržajem kinetičke energije u sistemu. Općenito za redukciju on iznosi:

$$A_k = \frac{J \omega_1^2}{2} = \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{J_2 \omega_2^2}{2} + \ldots + \frac{J_x \omega_x^2}{2} + \frac{mv^2}{2}. \tag{2}$$

Treba li sve reducirati na kutnu brzinu vrtnje ω_1, kao u našem primjeru, ukupni će moment tromosti koji djeluje na osi brzine ω_1 biti:

$$J = J_1 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + \ldots + J_x \left(\frac{\omega_x}{\omega_1}\right)^2 + m \left(\frac{v}{\omega_1}\right)^2. \tag{3}$$

Za zamašne mase i uz brzine vrtnje u [min^{-1}] analogno tome dobiva se:

$$mD^2 = (mD^2)_1 + (mD^2)_2 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + \ldots + (mD^2)_x \left(\frac{n_x}{n_1}\right)^2 + 365\, m \left(\frac{v}{n_1}\right)^2, \tag{4}$$

kako je to upravo izvedeno. S tako reduciranim zamašnim masama moguća su sva dalja razmatranja. Upravo zbog uloge kinetičke energije mogu i neznatni dijelovi mase imati važnu ulogu u prijelaznim pojavama ako imaju visok sadržaj (razinu) kinetičke energije.

Da bismo vidjeli kako se redukcija zamašnih masa provodi uz stvarne (a ne idealne) odnose u prijenosnom uređaju, pretpostavimo da je elektromotorni pogon dizala kao na sl. 1. Motor s okretnim momentom M_m i momentom inercije na vlastitoj osovini J_m, preko tri para zupčanika (dviju osovina s momentima inercije J_1 i J_2) okreće bubanj dizala kojemu je moment inercije J_3 dižući teret mase m. Razmotrimo najprije primjer statičkog stanja, tj. pogona bez ubrzanja ili usporenja. Tad se teret diže konstantnom brzinom v, bubanj se okreće konstantnom kutnom brzinom ω_3, konstantne kutne brzine zupčaničkih osovina su ω_1 i ω_2, a motora ω_m. Teret mase m djeluje na osovinu bubnja konstantnim potencijalnim momentom tereta M_t'', trošeći pri tome snagu $P_3 = M_t''\omega_3$. Na zupčaničku osovinu 2 (s indeksom 2) prenosi se snaga P_3, s time da je snaga koju prenaša ta osovina $P_2 = M_t'\omega_2 = \frac{P_3}{\eta_3} = \frac{M_t''\omega_3}{\eta_3}$, tj. ona je povećana za gubitke trenja u zupčaničkom paru: $P_2 = P_3 + P_{gz3} = \frac{P_3}{\eta_3}$. Zakretni moment M_t' mora iznositi $M_t' = \frac{M_t''}{\eta_3}\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{M_t''}{y_3\eta_3}$ ako s y_3 označimo prijenosni omjer $\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{\varrho_3}{\varrho_2}$, gdje je s ϱ označen polumjer zupčanika. Budući da su omjeri kutnih brzina vrtnje konstantni, gubitak se snage mora nadoknaditi relativnim povećanjem okretnog momenta, koji je zbog prirode tog tereta očito reaktivan. Taj moment trenja (potrebno povećanje momenta) lako je odrediti iz $P_{gz3} = P_3\frac{1-\eta_3}{\eta_3}$, iz čega izlazi da je $M_{tr3} = M_t''\frac{1-\eta_3}{\eta_3}$. Proširi li se to razmatranje na cijeli radni mehanizam od motorske osovine do tereta na bubnju, pri (statičkom) će dizanju biti:

$$M_m = M_t = M_t'' \cdot \frac{1}{y_1 y_2 y_3} \cdot \frac{1}{\eta_1\eta_2\eta_3} = \frac{M_t''}{y} \cdot \frac{1}{\eta_R}.$$

Tu smo s y označili $y = y_1 y_2 y_3 = \frac{\omega_m}{\omega_3}$, tj. ukupni omjer kutnih brzina vrtnje, a s $\eta_R = \eta_1\eta_2\eta_3$ ukupnu korisnost prijenosnog (redukcijskog) uređaja. Može se pisati:

$$M_m = \frac{M_t''}{y} + \frac{M_t''}{y}\frac{1-\eta_R}{\eta_R}, \tag{5}$$

pri čemu je prvi član na desnoj strani jednadžbe potencijalni moment tereta potreban za dizanje, a drugi član znači reaktivni moment tereta koji čine gubici u zupčanicima. Za statičko spuštanje (III kvadrant) vrijedi:

$$M_m = -M_t = -\frac{M_t''}{y}\eta_R = -\frac{M_t''}{y} + \frac{M_t''}{y}(1-\eta_R). \tag{5.a}$$

U dinamičkoj pojavi s istim radnim mehanizmom neće se kvalitativno ništa nova dogoditi jer moment ubrzanja (usporenja) M_u koji se pojavljuje na osovini motora, samo mijenja veličinu zakretnih momenata što ih prenose pojedini zupčanički parovi, ili cijeli prijenosni (redukcijski) uređaj. Za dizanje (uz J = idealno reducirani moment inercije na osovinu motora) vrijedit će:

$$M_m = M_u + M_t = J\frac{d\omega_m}{dt} + \frac{M_t''}{y} + \left[\frac{1}{y}\left(M_t'' + m\frac{dv}{dt} + J_3\frac{d\omega_3}{dt}\right)\frac{1-\eta_R}{\eta_R} + \right.$$

$$\left. + \frac{J_2}{y_1 y_2}\frac{d\omega_2}{dt}\frac{1-\eta_1\eta_2}{\eta_1\eta_2} + \frac{J_1}{y_1}\frac{d\omega_1}{dt}\frac{1-\eta_1}{\eta_1}\right], \qquad (6)$$

odnosno za spuštanje:

$$M_m = -(M_u + M_t) = -J\frac{d\omega_m}{dt} - \frac{M_t''}{y} + \left[\frac{1}{y}\left(M_t'' + m\frac{dv}{dt} + J_3\frac{d\omega_3}{dt}\right)(1-\eta_R) + \right.$$

$$\left. + \frac{J_2}{y_1 y_2}\frac{d\omega_2}{dt}(1-\eta_1\eta_2) + \frac{J_1}{y_1}\frac{d\omega_1}{dt}(1-\eta_1)\right]. \qquad (6.a)$$

Desna strana jednadžbi (6) i (6.a) daje točnu bilancu zakretnih momenata. Prvi je član dinamički zakretni moment (moment ubrzanja ili usporenja), drugi je potencijalni moment tereta, a treći (u uglatim zagradama) reaktivni moment tereta koji nastaje u redukcijskom uređaju. Pri tome nije važno koliki dio iznosa reaktivnog (»parazitskog«) momenta tereta potječe od toga što redukcijski uređaj prenosi korisni moment tereta, a koliki od toga što prenosi djelovanje momenta inercije.

Zaključak o utjecaju gubitaka u redukcijskom uređaju na iznos reduciranog momenta inercije sasvim je jasan. Moment inercije kao nosilac kinetičke energije sistema reducira se idealno, kako je to prikazano jednadžbama (3) i (4), bez obzira na činjenicu što će to izazvati pojavu dodatnoga reakcijskog momenta tereta zbog trenja. I za druge redukcijske uređaje (remenice, frikcione konuse itd.) mogao bi se sličnim načinom izvođenja pokazati sličan rezultat.

3.3. UTJECAJ PROMJENLJIVOG MOMENTA TROMOSTI

U dosadašnjem razmatranju polazilo se od jedne osnovne pretpostavke učinjene već u uvodu odjeljka 3.1, tj. da se zamašna masa pri vrtnji ne mijenja po bilo kojem parametru, već je konstanta. Taj je preduvjet ispunjen u goleme većine elektromotornih pogona. Ali ipak ima i onih tehnički važnih gdje to nije ispunjeno. Tako kod pogona klipnih kompresora i pumpi, rotacionih škara za rezanje metala i uopće u svim pogonima s ojnicama, dio zamašne mase ovisi o položaju (kutu, putu): $J = f(\alpha)$.U mnogim vrstama centrifuga zamašna masa ovisi o kutnoj brzini $J = f(\omega)$ ili, kod centrifuga s istjecanjem u šećeranama, i o cjelokupnom procesu (radu) koji je izvršen do trenutka promatranja itd. Kad je ta funkcionalna ovisnost momenta inercije određena (kad nije slučajna), i ako se može relativno jednostavno analitički izraziti, postoje uvjeti da se matematički odredi dinamičko stanje i njegovo trajanje. Dakako, razmatranje se mora početi nekim općenitijim stavom od Newtonova zakona. Poznata je iz mehanike (dinamike) Lagrangeova jednadžba izvedena na osnovi d'Alembertova principa:

$$\frac{d}{dt}\cdot\left(\frac{\partial A_k}{\partial\omega}\right) - \frac{\partial A_k}{\partial\alpha} = M. \qquad (1)$$

Tu je A_k kinetička energija sistema u gibanju, α opći kut vrtnje, ω kutna brzina, a M je opći moment vrtnje. Poznato je, dalje, za kinetičku energiju (njezin sadržaj ili iznos):

$$A_k = J\frac{\omega^2}{2}. \tag{2}$$

Ako se zatim za moment inercije uvrsti njegova funkcionalna ovisnost, mogu se izvoditi odnosi za pojedine elektromotorne pogone. Tako za radne mehanizme kojima moment inercije ovisi o kutu $J = J(\alpha)$ vrijedi:

$$M = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{\partial J(\alpha)}{\partial \omega}\frac{\omega^2}{2} + J(\alpha)\,\omega\right] - \frac{\partial J(\alpha)}{\partial \alpha}\frac{\omega^2}{2}.$$

Budući da po pretpostavci $J(\alpha)$ ne ovisi izravno o ω, otpada prvi pribrojnik prvog člana na desnoj strani. Izvede li se još diferencijacija drugog pribrojnika, dobivamo:

$$M = J(\alpha)\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + \omega\frac{\mathrm{d}J(\alpha)}{\mathrm{d}\alpha}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} - \frac{\omega^2}{2}\frac{\mathrm{d}J(\alpha)}{\mathrm{d}\alpha}.$$

Kako je $\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \omega$, bit će konačno:

$$M = M_u = J(\alpha)\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + \frac{\omega^2}{2}\frac{\mathrm{d}J(\alpha)}{\mathrm{d}\alpha}\ [\mathrm{Nm}]. \tag{3}$$

Dakle, za elektromotorni pogon s momentom inercije J ovisnim o položaju, moment ubrzanja M_u sastoji se od dva dijela — prvoga, koji je vezan s vremenskom promjenom brzine vrtnje, i drugoga, uvjetovanoga promjenom kinetičke energije sistema u vrtnji izazvanom promjenom momenta inercije. Može se, dakako, u drugom pribrojniku na desnoj strani jednadžbe (3) u kvadratu kutne brzine vrtnje jedno ω zamijeniti: $\omega = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$, pa se oblik jednadžbe mijenja u:

$$M_u = J(\alpha)\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + \frac{\omega}{2}\frac{\mathrm{d}J(\alpha)}{\mathrm{d}t}\ [\mathrm{Nm}]. \tag{3.a}$$

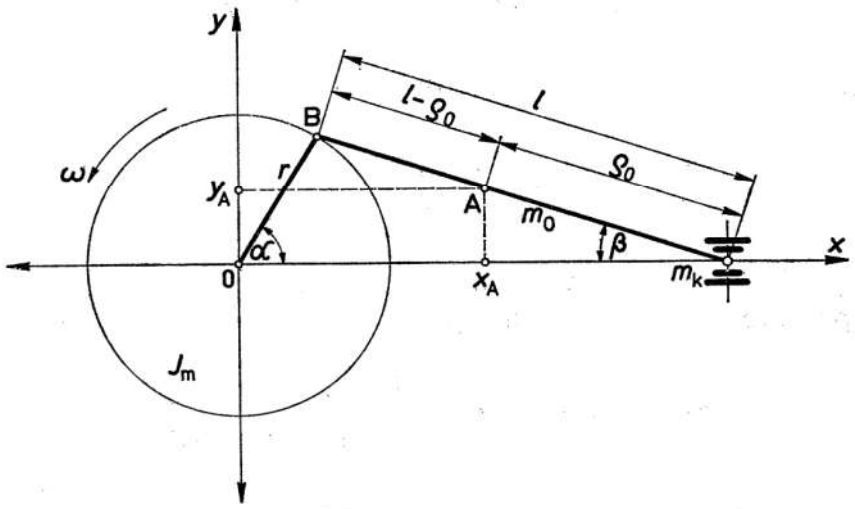
No najčešće je oblik (3) prikladniji za upotrebu jer je obično poznata ovisnost $J(\alpha)$, a i fizikalni smisao se jasnije vidi. Pretpostavimo li zatim, zbog provjere, da je to sistem vrtnje s $J = \text{konst.}$, iz (3) ili (3.a) dobiva se odmah jednadžba (3.1—2), koju smo izveli iz Newtonova zakona za pogone s konstantnim momentom inercije. Uvrsti li se u (3) zamašna masa mD^2 mjesto J i brzina vrtnje n mjesto ω, bit će:

$$M_u = \frac{mD^2(\alpha)}{38{,}2}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + \frac{n^2}{2\cdot 365}\frac{\mathrm{d}\,[mD^2(\alpha)]}{\mathrm{d}\alpha}\ [\mathrm{Nm}]. \tag{3.b}$$

Zanimljivi su za definiciju vrste pogona, a i za neke posljedice u praksi, elektromotorni pogoni kojima moment inercije (zamašne mase) ovisi o kutu i za koje vrijedi izvedena ovisnost momenta ubrzanja u jednadžbi (3), odnosno (3.b). Uzmimo jedan primjer.

Raspored masa tromosti za, recimo, klipni kompresor prikazuje skica na sl. 1. Klip mase m_k translatorno se giba pokretan ojnicom mase m_0 i duljine l, s težištem u točki A. Ojnica je zglobom u točki B pričvršćena na kružni pogon momenta inercije J_m s osi rotacije 0. Polumjer vrtnje točke B je r, a cijeli kružni pogon giba se kutnom brzinom vrtnje ω. Sadržaj je kinetičke energije cijelog sistema u gibanju:

$$A_k = J\frac{\omega^2}{2} = J_m\frac{\omega^2}{2} + \frac{m_0 v_A^2}{2} + J_0\frac{\omega_0^2}{2} + \frac{m_k v_k^2}{2}.$$



Sl. 1. Skica rasporeda tromih masa pri klipnom pogonu

Pri tome je J (ekvivalentni) moment inercije cijelog sistema u gibanju, J_0 moment inercije ojnice s obzirom na os vrtnje u zglobu klipa, ω_0 kružna brzina vrtnje ojnice oko zgloba klipa, v_A brzina kojom se translatorno giba težište ojnice i v_k je brzina gibanja klipa. Očito je da je ekvivalentni moment inercije:

$$J = J_m + m_0\left(\frac{v_A}{\omega}\right)^2 + m_0\varrho_0^2\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 + m_k\left(\frac{v_k}{\omega}\right)^2. \tag{4}$$

Brzine v_A i v_k te kružna brzina vrtnje ω_0 funkcije su kutova α i β te odnosa polumjera zahvata r i duljine ojnice l. Označimo li taj odnos s $\lambda = \frac{r}{l}$, vrijedi (prema sl. 1): $r \sin\alpha = l \sin\beta$, $\sin\beta = \frac{r}{l}\sin\alpha = \lambda \sin\alpha$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \sin^2\beta} = \sqrt{1 - \lambda^2\sin^2\alpha}.$$

U koordinatnom sustavu (x,y) na sl. 1. trenutni je položaj težišta ojnice označen s (x_A, y_A) i on iznosi:

$$x_A = r\cos\alpha + (l - \varrho_0)\cos\beta = r\cos\alpha + (l - \varrho_0)\sqrt{1 - \lambda^2\cdot\sin^2\alpha}$$

$$y_A = \varrho_0 \sin\beta = \varrho_0\,\lambda \sin\alpha.$$

Komponente v_{xA} i v_{yA} brzine gibanja točke A derivacije su puta (položaja) točke A:

$$v_{xA} = \frac{dx_a}{dt} = -r \sin\alpha \frac{d\alpha}{dt} + (l - \varrho_0) \frac{-\lambda^2 2 \sin\alpha \cos\alpha}{2\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2\alpha}} \frac{d\alpha}{dt}$$

$$= -r\omega \left[\sin\alpha + \frac{l-\varrho_0}{2l} \cdot \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2\alpha}}\right]$$

$$v_{yA} = \frac{dy_A}{dt} = \varrho_0 \lambda \cos\alpha \frac{d\alpha}{dt} = r\omega \frac{\varrho_0}{l} \cos\alpha.$$

Brzina će gibanja ojnice u točki težišta biti:

$$v_A = \sqrt{v_{xA}^2 + v_{yA}^2} = r\omega \sqrt{\left(-\sin\alpha - \frac{l-\varrho_0}{2l} \cdot \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2\alpha}}\right)^2 + \left(\frac{\varrho_0}{l} \cos\alpha\right)^2}. \quad (5)$$

Brzina gibanja klipa v_k može se izračunati tako da se u relaciju (5) uvrsti $\varrho_0 = 0$ jer se time promatranje brzine vrtnje premjesti u točku zgloba klipa. Dakle:

$$v_k = -r\omega \left(\sin\alpha + \frac{1}{2} \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2\alpha}}\right). \quad (6)$$

Kružna brzina vrtnje ojnice oko osi u zglobu klipa očito je $\omega_0 = \frac{d\beta}{dt}$. Budući da iz $\sin\beta = \lambda \sin\alpha$ deriviranjem po vremenu izlazi $\cos\beta \frac{d\beta}{dt} = \lambda \cos\alpha \frac{d\alpha}{dt} = \omega\lambda \cos\alpha$, to je:

$$\omega_0 = \lambda \frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \frac{d\alpha}{dt} = \omega\lambda \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2\alpha}}. \quad (7)$$

Uvrstivši izraze (5), (6) i (7) u relaciju (4), za ekvivalentni se moment inercije dobiva:

$$J = J_m + m_0 r^2 \left[\left(-\sin\alpha - \frac{l-\varrho_0}{2l} \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2\alpha}}\right)^2 + \left(\frac{\varrho_0}{l} \cos\alpha\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\varrho_0}{l} \frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2\alpha}}\right)^2\right] + m_k r^2 \left(\sin\alpha + \frac{1}{2} \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2\alpha}}\right)^2. \quad (4.a)$$

Taj točni izraz za ekvivalentni moment tromosti sveden na os rotacije 0 (sl. 1) na žalost je isuviše zamršen za dalju analizu, ali može poslužiti za točan proračun ekvivalentnog momenta inercije. U praksi je, međutim, dovoljno točno i aproksimativno rješenje koje se zasniva na približnoj redukciji mase ojnice m_0 dijelom u točku B hvatišta ojnice (vidi sl. 1), a djelomično u točku zgloba klipa. Ta, u strojarskoj praksi uobičajena redukcija izvodi se tako da se m_0 svojim jednim dijelom $m_{01} = m_0 \frac{\varrho_0}{l}$ zamisli u točki hvatišta ojnice (B na sl. 1), a svojim drugim dijelom

$m_{02} = m_0 \frac{l - \varrho_0}{l}$ u točki zgloba klipa. Tad izraz za ekvivalentni moment glasi:

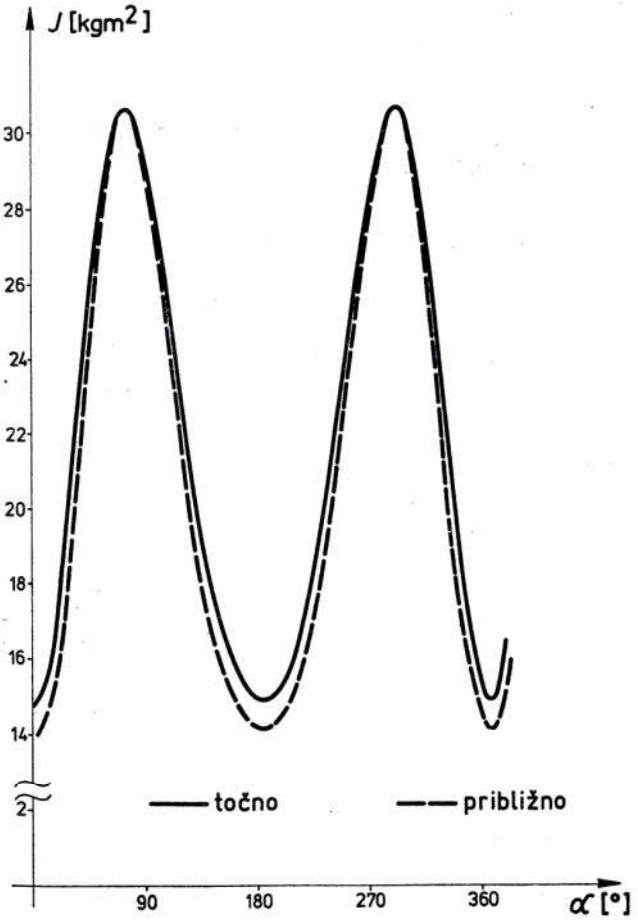
$$J \simeq J_1 + r^2 m_0 \frac{\varrho_0}{l} + r^2 \left(m_k + m_0 \frac{l - \varrho_0}{l}\right) \left(\sin \alpha + \frac{1}{2} \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}}\right)^2, \quad (8)$$

pri čemu su prva dva pribrojnika na desnoj strani konstantan, o kutu α neovisan dio momenta inercije, a treći je pribrojnik promjenjiv i o kutu α ovisan dio momenta inercije. Razlike između točnog (4.a) i približnog izraza (8) mogu se uočiti na sl. 2. Tu je za jedan stvarni primjer, i to izrazito nepovoljan (velika vrijednost λ), nacrtana ovisnost $J(\alpha)$ za točno i približno prikazivanje. Prije nego prijeđemo na dalju analizu, odredimo momentu inercije i njegovu prosječnu (srednju) vrijednost. Iz relacije (8) može se pisati za jedan poluokretaj sistema:

$$J_{sr} \simeq \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} J(\alpha)\, d\alpha = J_m + r^2 m_0 \frac{\varrho_0}{l} + r^2 \left(m_k + m_0 \frac{l - \varrho_0}{l}\right) \frac{1 - \sqrt{1 - \lambda^2}}{\lambda^2}. \quad (9)$$

Budući da je λ male vrijednosti (obično od 0,2 do 0,4), to se još može bez velike pogreške uvesti $\sqrt{1 - \lambda^2} \simeq 1 - \frac{\lambda^2}{2}$, pa izraz (9) prelazi u:

$$J_{sr} \simeq J_m + r^2 \left[\frac{\varrho_0}{l} m_0 + \frac{1}{2} \left(m_k + \frac{l - \varrho_0}{l} m_0\right)\right]. \quad (9.a)$$



Sl. 2. Usporedba točnog proračuna ekvivalentnog momenta inercije prema izrazu (4.a) i aproksimacije prema (8) za primjer gdje je $J_m = 8{,}8$ kgm², $m_0 = 36$ kg, $m_k = 44$ kg, $r = 0{,}5$ m, $l = 1{,}5$ m, $\varrho_0 = 0{,}865$ m i $n = 60$ min^{-1}

To je poznata aproksimacija u strojarstvu, nazvana Frahmovom, i često se upotrebljava u proračunima kad se ne inzistira na velikoj točnosti. Nezgoda je pri (prostornom) aproksimiranju toka momenta inercije pomoću jednadžbe (8) (vidi sl. 2) u tome što su aproksimativne vrijednosti nešto manje od stvarnih, osim pri kutovima $\frac{\pi}{2}$ i $\frac{3\pi}{2}$. Jednako tako i Frahmova aproksimacija daje nešto niže vrijednosti od stvarnih, pa u stvarnim proračunima treba na to pripaziti.

Ako sad, radi dalje analize, u jednadžbi (8) označimo s J_k konstantni i s J_{osc} promjenljivi (oscilatorni) moment inercije:

$$J_k = J_m + r^2 m_0 \frac{\varrho_0}{l}, \qquad J_{osc} = r^2 \left(m_k + m_0 \frac{l - \varrho_0}{l} \right), \tag{8.a}$$

tako da izraz (8) prelazi u:

$$J = J_k + J_{osc} \left(\sin \alpha + \frac{1}{2} \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2, \tag{8.b}$$

možemo za moment ubrzanja prema relaciji (3) pisati:

$$M_u = \left[J_k + J_{osc} \left(\sin \alpha + \frac{1}{2} \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2 \right] \frac{d\omega}{dt} +$$

$$+ J_{osc} \omega^2 \left(\sin \alpha + \frac{1}{2} \frac{\lambda \sin 2\alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}} \right)^2 \left(\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda \sin \alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}} \right). \tag{10}$$

Po prijašnjoj definiciji pojmova u statičkim bi stanjima elektromotorni pogon morao nakon dinamičkog stanja (recimo zaleta) poprimiti konstantnu radnu brzinu vrtnje diktiranu teretom $\omega = \omega_t$, pri čemu je $\frac{d\omega}{dt} = 0$. Očito je iz relacije (10) da takav pogon, s ovisnošću zamašnih masa o položaju, ne može to ostvariti. Čak i kad napišemo formalno $\frac{d\omega}{dt} = 0$, ostaje moment ubrzanja jednak drugom članu na desnoj strani jednadžbe (10), a taj općenito nije jednak nuli jer ne ovisi o vremenu, nego položaju, pa iščezava samo onda ako zamašne mase miruju, odnosno kad se gibaju maksimalnom brzinom (kad se mijenja predznak ubrzanja). To su očito samo četiri točke u jednom okretaju. Prve dvije su za $\alpha = 0, \pi$, tj. u točki »mirovanja« masa koje se translatorno gibaju. Tad je ujedno i moment tromosti J najmanji (vidi sl. 2) i jednak je J_k. Druge dvije točke su pri najvećoj translatornoj brzini klipa, kad je sistem i moment inercije najveći, te se mogu izračunati iz posljednjeg faktora drugog člana na desnoj strani relacije (10):

$$\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda \sin \alpha}{\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \alpha}} = 0.$$

Točno rješenje za kut α (sinus kuta) pri $\lambda < 1$ jest:

$$\sin\alpha = \pm\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{4}{3}\cos\left[\frac{\pi}{3} + \frac{\arccos\left(\frac{11}{16} - \frac{27}{16}\lambda^2\right)}{3}\right]}. \tag{11}$$

Zbog nezgrapnosti izraza (11) može se u stvarnim primjerima ($0{,}15 < \lambda < 0{,}45$) uzeti i vrlo dobro približenje:

$$\sin\alpha \doteq \pm\frac{1}{\lambda}\sqrt{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \lambda^2}}, \tag{11.a}$$

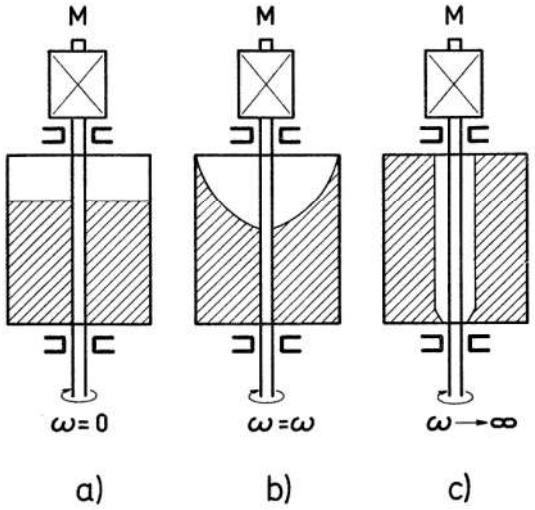
koje za uobičajene vrijednosti λ praktički daje zanemariva odstupanja kuta α od točne vrijednosti prema (11). Očito je da motor elektromotornog pogona s takvim radnim mehanizmom uvijek mora razvijati i momente ubrzanja, bilo da koči, bilo da ubrzava klip, pa mu se brzina vrtnje stalno koleba, u svakom krugu oko neke vrijednosti. To nije osobit problem ako je maksimalna kinetička energija masa koje se translatorno gibaju relativno mala prema kinetičkoj energiji masa koje rotiraju, jer su onda i promjene brzine vrtnje male, pa i moment ubrzanja. Takav se pogon ipak naziva kvazistacionarnim. No ako su mase koje se translatorno gibaju znatne, tako da im je kinetička energija relativno velik dio ukupne, mora se tome na neki način doskočiti.

Relacija (10) za moment ubrzanja potpuno je neprikladna da bi se elektromotornom pogonu točno izračunalo trajanje dinamičkih stanja. Iz nje se ne mogu izvesti jednostavni izrazi poput (3.1—3) ili (3.1—5) za konstantan moment inercije J. Približno se to ipak dade provesti uz malu »valovitost« momenta inercije, tj. kad je konstantni dio momenta inercije znatno (za red veličine) veći od varijabilnoga (oscilatornoga). Tad se stvarni moment inercije zamijeni njegovom srednjom vrijednošću prema izrazu (9), ili čak (9.a), i računa se po jednostavnim relacijama (3.1—3) ili (3.1—5). Taj postupak ima priličnu praktičnu vrijednost jer se često i pogonima s prirodno velikom valovitošću dodaje zamašnjak, da se smanje kolebanja brzine i s tim povezani gubici energije. Nastupi li ipak potreba potanje vremenske analize, još su dvije mogućnosti. Prva je da se grafički približno odrede trajanja, tako da se za male promjene kutne brzine ili kuta pretpostave konstantne vrijednosti momenta inercije (i momenta tereta), pa se, odsječak po odsječak, grafički konstruira promjena svih veličina. Drugo je rješenje da se izraz za moment ubrzanja razvije u red trigonometrijskih funkcija (po Fourieru) i onda obavi dalja analiza, obično pomoću elektroničkog računala. U obje metode nećemo ovdje dublje ulaziti. Na slične probleme kolebanja ili »nejednolikosti« brzine vrtnje nailazi se i u elektromotornim pogonima s konstantnim momentom inercije J, ali s periodički promjenljivim (»oscilirajućim«) momentom tereta M_t. I u takvim se pogonima posiže za izloženim rješenjima, tj. dodaje se zamašnjak i slično. Detaljne analize i takvih pogona dovode do primjene jednakih metoda kao i u slučaju pogona s promjenjivim momentom inercije $J(\alpha)$.

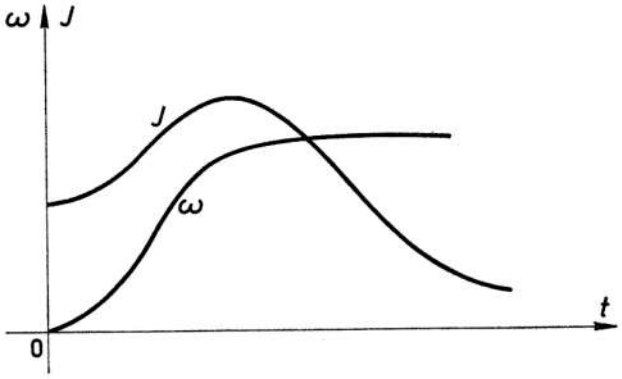
U elektromotornim pogonima gdje moment inercije ovisi o kutnoj brzini $J = f(\omega)$, dakle kod običnih centrifuga, mogu se iz jednadžbe (1) razviti potrebni izrazi za dinamičko razmatranje, slično kao za pogone kojima moment inercije ovisi o položaju $J = f(\alpha)$. Međutim, tu je riječ o manjim pogonima, pa se često

uspješno računa s konstantnim momentom inercije koji odgovara najnepovoljnijem položaju centrifugirane mase (vidi sl. 3).

Ali za centrifuge s istjecanjem, kao u šećernoj industriji, problem je mnogo teži. To su veći pogoni s relativno vrlo teškim masama, a analitičko je razmatranje nemoguće, ne samo zato što je moment inercije funkcija od više varijabli već i stoga što ima dosta slučajnih elemenata — nije uvijek jednoznačno određen. Obično se rješava grafički korak po korak. Kvalitativni prikaz promjene mehaničkih veličina daje skica na sl. 4.



Sl. 3. Principna skica rada obične centrifuge: a) u mirovanju; b) u vrtnji; c) najnepovoljniji raspored mase — brzina vrtnje teži beskonačnosti



Sl. 4. Kvalitativni prikaz promjene momenta inercije i kutne brzine kod centrifuge s istjecanjem

3.4. GUBICI ENERGIJE U DINAMIČKIM STANJIMA ELEKTROMOTORNIH POGONA

Koliki gubici energije nastaju u stacionarnome pogonskom stanju nekog elektromotora, poznato je iz teorije električnih strojeva. Uz određenu konstantnu snagu koju elektromotor predaje radnom mehanizmu u toplinu se pretvara relativno vrlo mali dio primljene energije. Kakvi odnosi nastupaju u dinamičkom stanju između promjene kinetičke energije koju možemo smatrati rezultatom rada motora i gubitaka što nastaju u elektromotoru zbog tog rada, treba upravo istražiti. Uzmimo za primjer asinhroni motor.

3.4.1. Gubici asinhronog motora u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona

Pretpostavimo da takav elektromotorni pogon s asinhronim motorom nema momenta tereta — $M_t = 0$. Tad se cijela privedena električna energija troši na promjenu kinetičke energije rotirajućih masa i gubitaka, pa je slika jasnija. Vrijedi:

$$M_m = M_u = J\frac{d\omega}{dt} = -J\omega_s\frac{ds}{dt},$$

tj.:

$$M_m \cdot dt = -J\omega_s \, ds. \tag{1}$$

Pomnožimo li izraz (1) s $\omega_s \cdot s$, bit će:

$$M_m \omega_s s \, dt = -J\omega_s^2 s \, ds$$

i budući da je $M_m\omega_s$ snaga okretnog polja P_{okr}, a još pomnoženo s klizanjem, trenutni gubici u namotu rotora $P_{okr} \cdot s = P_{Cu2}$ jesu:

$$P_{Cu2} \cdot dt = -J \cdot \omega_s^2 \cdot s \cdot ds.$$

Promatramo li neku dinamičku pojavu od trenutka t_1 do trenutka t_2, za koje se vrijeme promijeni brzina vrtnje od n_1 do n_2, a klizanje od s_1 do s_2, dobiva se:

$$\int_{t_1}^{t_2} P_{Cu2} \cdot dt = -J \cdot \omega_s^2 \int_{s_1}^{s_2} s \cdot ds = J \cdot \omega_s^2 \int_{s_2}^{s_1} s \cdot ds.$$

Lijeva strana gornjeg izraza integral je gubitaka u bakru rotora u vremenskom intervalu od t_1 do t_2, dakle izgubljena energija u bakru rotora. Ako integriramo desnu stranu, izlazi:

$$A_{Cu2} = J\frac{\omega_s^2}{2}(s_1^2 - s_2^2). \tag{2}$$

Da bismo usporedili, izračunajmo ukupnu energiju privedenu rotoru. Pomnožimo li (1) s ω_s, bit će:

$$M_m \cdot \omega_s \cdot dt = -J \cdot \omega_s^2 \cdot ds = P_{okr} \cdot dt$$

$$\int_{t_1}^{t_2} P_{okr} \cdot dt = A_{rot} = J \cdot \omega_s \cdot \int_{s_2}^{s_1} ds.$$

Privedena energija rotoru A_{rot} je dakle:

$$A_{rot} = J \cdot \omega_s^2 \cdot (s_1 - s_2). \tag{3}$$

Za kinetičku energiju u rotoru (njezinu promjenu) mogli bismo slično izvesti, ali nije nužno jer ona izlazi iz razlike jednadžbi (3) i (2):

$$A_k = J \cdot \omega_s^2 (s_1 - s_2) - J\frac{\omega_s^2}{2}(s_1^2 - s_2^2). \tag{4}$$

Uzmemo li, zatim, zalet motora od mirovanja ($s_1 = 1$) do sinhrone brzine vrtnje ($s_2 = 0$), iz jednadžbi od (2) do (4) dobit će se:

Energija privedena rotoru: $A_{rot} = J\omega_s^2$

Izgubljena energija u bakru rotora: $A_{Cu2} = J\frac{\omega_s^2}{2}$

Stvorena kinetička energija: $A_k = J\frac{\omega_s^2}{2}$.

Izgubljena energija u bakru rotora jednaka je stvorenoj kinetičkoj energiji u rotacionom sistemu. Još je gora situacija u protustrujnom kočenju. Ako zamijenimo dvije stezaljke faza promatranog motora u sinhronoj brzini, obrne se smjer okretnog polja. Početno je klizanje $s_1 = 2$, a završno $s_2 = 1$. Iz relacija od (2) do (4) dobiva se:

Energija privedena rotoru: $A_{rot} = J\omega_s^2$

Izgubljena energija u bakru rotora: $A_{Cu2} = 3J\frac{\omega_s^2}{2}$

Promjena kinetičke energije: $A_k = -J\frac{\omega_s^2}{2}$

$$A_{Cu2} = 3A_k.$$

Sva energija — i ona privedena rotoru i ona što su je izgubile mase u kočenju — pretvorila se u gubitke u bakru rotora! Radi potpunosti izračunajmo još reverziranje, kao treći tipični dinamički proces u asinhronog motora. Nakon zamjene stezaljki ($s_1 = 2$) motor je kočio do nule i ubrzao se do sinhrone brzine vrtnje u suprotnom smjeru ($s_2 = 0$). Iz jednadžbi od (2) do (4) izlazi:

Energija privedena rotoru: $A_{rot} = 2J\omega_s^2$

Izgubljena energija u bakru rotora: $A_{Cu2} = 4J\frac{\omega_s^2}{2}$

Promjena kinetičke energije: $A_k = 0.$

I opet je cijela energija privedena sistemu utrošena na gubitke u bakru rotora. Kinetička se energija nije promijenila jer, izgubivši je u zaustavljanju, mase su je opet poprimile u zaletu, tako da je na početku i na kraju pojave bila jednaka, pri čemu smjer vrtnje sistema nema bitnu ulogu.

Kad je u dinamičkoj pojavi prisutan i moment tereta ($M_t \neq 0$), odnosi se mijenjaju samo kvantitativno:

$$M_u = M_m - M_t = J\frac{d\omega}{dt} = -J\omega_s\frac{ds}{dt}.$$

Izrazimo li odatle diferencijal vremena:

$$dt = -J\omega_s\frac{ds}{M_m - M_t} \tag{5}$$

i pomnožimo cijelu jednadžbu s $M_m \cdot \omega_s \cdot s = P_{Cu2}$, bit će:

$$P_{Cu2} \cdot dt = -J\omega_s^2\frac{M_m}{M_m - M_t} \cdot s \cdot ds.$$

Integracijom se, dalje, dobiva:

$$\int_{t_1}^{t_2} P_{Cu2} \cdot dt = -J \cdot \omega_s^2 \cdot \int_{s_1}^{s_2} \frac{M_m}{M_m - M_t} \cdot s \cdot ds,$$

pa su, dakle, gubici u rotoru:

$$A_{Cu2} = J\omega_s^2 \int_{s_2}^{s_1} \frac{M_m}{M_m - M_t} \cdot s \cdot ds. \tag{6}$$

Za $M_t = 0$ ispada, dakako, prije izvedena relacija (2). Budući da i $M_m(s)$ i $M_t(s)$ mogu imati oblik nezgodan za analitičku obradu, mora se često jednadžba (6) grafički integrirati u stvarnim računima. Dalje, izrazi li se tromost sistema zamašnom masom mjesto momentom inercije i zamijeni li se kutna brzina ω brzinom vrtnje n, nastaje relacija:

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2 \cdot n_s^2}{365} \int_{s_2}^{s_1} \frac{M_m}{M_m - M_t} \cdot s \cdot ds. \tag{6.a}$$

Isto tako, promatramo li cijelu prijelaznu pojavu s varijablom brzine vrtnje n mjesto klizanja s, prelazi relacija (2) u:

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2}{365} \int_{n_1}^{n_2} (n_s - n) \cdot dn, \tag{2.a}$$

a jednadžba (6) u:

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2}{365} \int_{n_1}^{n_2} \frac{M_m}{M_m - M_t} (n_s - n) \cdot dn. \tag{6.b}$$

3.4.2. Gubici istosmjernog motora u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona

Osnovna slika gubitaka u prijelaznim pojavama asinhronih motora vrijedi i za istosmjerne, dapače za sve motore uopće. Pokažimo to na primjeru nezavisno uzbuđenoga istosmjernog motora.

Privodi li se armaturi istosmjernog motora snaga Ui, ona se troši na gubitke u bakru i razvijanje mehaničkog ekvivalenta snage Ei:

$$Ui = Ei + i^2 R \rightarrow i^2 R = Ui - Ei = P_{u1} - P_{meh}. \tag{7}$$

Tu je P_{u1} ulazna, a P_{meh} mehanička snaga, pa se, ako nema momenta tereta ($M_t = 0$), uz oznake ω_0 = kutna brzina vrtnje u idealnome praznom hodu i ω = = stvarna kutna brzina vrtnje, može pisati:

$$i^2 R = c_e(\omega_0 - \omega) i = M_m \omega_0 - M_m \omega.$$

S druge strane, budući da se motoru cijeli razvijeni moment M_m troši na ubrzavanje (ili usporavanje), vrijedi $M_m = M_u = J \frac{d\omega}{dt}$, iz čega se dobiva:

$$dt = J \cdot \frac{d\omega}{M_m}.$$

Ako, dalje, pišemo:

$$i^2 R \cdot \mathrm{d}t = (M_\mathrm{m}\omega_0 - M_\mathrm{m}\omega) \cdot \mathrm{d}t = (M_\mathrm{m}\omega_0 - M_\mathrm{m}\omega) \cdot \frac{J}{M_\mathrm{m}} \cdot \mathrm{d}\omega$$

i integriramo između dvije vremenske točke, t_1 i t_2, kojima odgovaraju granice kutnih brzina vrtnje ω_1 i ω_2, bit će:

$$\int_{t_1}^{t_2} i^2 R \cdot \mathrm{d}t = A_{\mathrm{Cu}2} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J(\omega_0 - \omega)\,\mathrm{d}\omega = J\left[\omega_0\,\omega - \frac{\omega^2}{2}\right]_{\omega_1}^{\omega_2}$$

i nakon uređenja:

$$A_{\mathrm{Cu}2} = J\left[\omega_0(\omega_2 - \omega_1) - \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2}\right]. \tag{2.b}$$

Za zalet izlazi:

$$A_{\mathrm{Cu}2} = J\frac{\omega_0^2}{2},$$

a to je identično rezultatu kod asinhronog motora, jednako kao što je relacija (2.b) samo formalno drukčije napisana relacija (2). Sličnim takvim izvodom može se pokazati za slučaj kad postoji moment tereta M_t da su gubici energije u rotorskom krugu:

$$A_{\mathrm{Cu}2} = \frac{mD^2}{365}\int_{n_1}^{n_2} \frac{M_\mathrm{m}}{M_\mathrm{m} - M_\mathrm{t}} \cdot (n_0 - n) \cdot \mathrm{d}n, \tag{6.b}$$

što je identično izrazu za asinhroni motor jer su n_s (sinhrona brzina vrtnje) i n_0 (idealna brzina vrtnje u praznom hodu) dva naziva za pojmovno istu stvar.

Ulazeći u razmatranje za nezavisno uzbuđeni istosmjerni stroj, izostavljen je u uvodnoj relaciji (7) utjecaj induktiviteta[1], tj. energije koju poprimaju magnetska polja. To izgleda u prvi čas pogrešno u fizikalnom smislu, pa bi i za rezultat razmatranja trebalo očekivati da je samo približan. Taj zaključak je točan kad se promatra *samo dio nekoga dinamičkog stanja*. Uzme li se neko cijelo dinamičko stanje (zalet), koje počinje prestankom jednoga i završava nastankom drugoga, novog statičkog stanja, vidi se da su magnetska polja doduše primila određenu energiju za vrijeme dinamičkog stanja, ali su je i vratila prije nego se uspostavilo novo statičko stanje. To vrijedi, dakako, kad je struja nakon prijelazne pojave jednaka onoj koja je bila prije nje. Ali i ako se te dvije struje razlikuju, za praktične račune ne treba uzimati utjecaj promjene energije u magnetskim poljima jer je pri tom razmatranju riječ o vrlo malim razlikama zbog toga što je iznos energije koji može poprimiti magnetsko polje neznatan u usporedbi s kinetičkom energijom. Ta je činjenica posebno važna za fizikalno razumijevanje odnosa.

[1] član $L\,\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

3.4.3. Utjecaj gubitaka energije u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona

Iz pokazanih energetskih odnosa između kinetičke energije i gubitaka u rotoru motora elektromotornog pogona u dinamičkim stanjima, može se izvući nekoliko vrlo važnih zaključaka za općenito razmatranje elektromotornih pogona.

Udio gubitaka u ukupnoj energiji koju motor prima s električke strane znatno je veći za dinamička nego za statička stanja. Kod statičkih stanja riječ je o malom postotku ($P_{meh} \gg P_{gub}$), a kod dinamičkih stanja o jednakom redu veličine. Gledano termički, u dinamičkim stanjima znatno se više zagrijava stroj nego u statičkima. Za neki elektromotorni pogon koji u svome vremenskom programu ima veći udio dinamičkih stanja sa zagrijavanjem, morat će se u periodima stacionarnog stanja smanjiti snaga da se ne bi pregrijavao. Hlađenje stroja, ukupna količina topline koju on može, recimo, u jednom satu predati okolini, mjera je koja određuje kako se on može teretiti. Nastaje li u dinamičkim stanjima znatno više gubitaka topline nego u statičkima, pa su ta stanja još vremenski znatan dio njegova opterećenja, moći će se u statičkim stanjima dopuštati samo relativno manje razvijanje topline — gubitaka — tj. valjat će smanjivati snagu koju on pretvara. Općenito vrijedi da se u dinamičkim stanjima troši više energije koja se dalje ne iskorištava. Pri tome je manje važan efekt plaćanja te energije u usporedbi s efektom smanjenja mehaničkog rada koji motor daje.

Promatrajući pojedine dinamičke režime, vidi se da gubici u rotoru (kao predstavnik općih gubitaka u motoru) ovise zapravo o tome kakav je nivo kinetičke energije zadan zahvatom na početku dinamičkog režima. Pokažimo to na nekoliko primjera. Pri zaletu asinhronog motora samim priključkom na mrežu određena je njegova konačna brzina vrtnje, ili njegovo konačno klizanje. Time su utvrđene i granice prijelazne pojave, a s njima za određen primjer — jednadžba (6) ili (2) — i gubici energije. Zadavši u početku prijelazne pojave kinetičku energiju sistema na kraju pojave, zadana je i njezina promjena, a o njoj ovisi količina gubitaka, kako je pokazano u izvodima prethodnog odjeljka. Još je jasnija ta ovisnost pogledamo li protustrujno kočenje ili reverziranje asinhronog motora. U trenutku kad prespajanjem stezaljki okretnom polju obrnemo smjer vrtnje, zadali smo i konačnu brzinu vrtnje. Ako nakon prvog dijela pojave, u trenutku kad elektromotorni pogon stane, isključimo motor, on je dotad potrošio u gubicima energiju koja ne odgovara razlici brzine vrtnje u početku i u času kad smo ga isključili. Gubici su veći (oko 3 puta) stoga što narinutim naponom nije bio zadan nivo energije koji odgovara brzini vrtnje $n = 0$ gdje smo ga isključili, nego nivou sinhrone brzine vrtnje u suprotnom smislu. Upravo zbog te razlike brzine vrtnje koja se zadaje priključkom, gubici su u protustrujnom kočenju tri puta veći nego kod zaleta iako je stvarna promjena kinetičke energije jednaka u oba slučaja.

Jasnoća ovisnosti gubitaka o razlici (početnoj i završnoj) brzine vrtnje upućuje izravno na tehničke zahvate u elektromotornom pogonu uobičajene u praksi. Gubici zbog dinamičkih pojava mogu se smanjiti ako postoji mogućnost da se konačna brzina zada u nekoliko koraka, pa se takve metode i primjenjuju. Istosmjernome porednom motoru priključak se izvede npr. postepeno povisujući napon u skokovima dok se postigne nazivni napon, i tako se smanje gubici, ili se kod asinhronog motora može postepeno zadavati sve viša frekvencija dok se postigne mrežna frekvencija. U određenim uvjetima nekih konkretnih elektromotornih pogona takve se metode isplate i primjenjuju.

Gubici u rotoru za posve dinamička stanja (bez opterećenja na osovini) ne mogu se smanjiti primjenom raznih mehaničkih karakteristika postignutih dodavanjem predotpora u rotorski krug (vidi 2. poglavlje). Uzmemo li npr. kolutni motor u elektromotornom pogonu bez opterećenja ($M_t = 0$), priključivši ga na mrežu zadali smo mu konačnu (sinhronu) brzinu vrtnje, bez obzira kolik je i kakav predotpor dodan njegovu rotoru, pa smo prema tome i definirali gubitke u njegovu rotorskom krugu, i oni ne ovise o tom predotporu. Ipak termički ima izvjesne, i to znatne razlike. Bez predotpora svi gubici pretvore se u toplinu — griju namot, a s predotporom podijele se oni (i toplina) na namot i predotpor u omjeru vrijednosti njihovih omskih otpora (I^2R!). Što je predotpor veći, manji su gubici u samom namotu, a upravo oni griju motor. Iako takvim zahvatima ne možemo spriječiti energetske gubitke u dinamičkim pojavama, barem se suzbija zagrijavanje motora, i znatno mu se ili čak i potpuno vrati njegov radni kapacitet. O tome korisnom efektu bit će više riječi u poglavlju o dinamičkim stanjima elektromotornog pogona s raznim vrstama motora.

Vrijedno je još razmotriti energetske prilike u elektromotornih pogona s momentom inercije ovisnim o položaju (kutu) $J = f(\alpha)$. U odjeljku 3.3. obrađene su opće prilike u takvome elektromotornom pogonu i njegovo kvazistacionarno stanje. Pri tome, prema izrazu (3.3—10), stalno je prisutan (osim u pojedinim točkama) moment ubrzanja M_u i brzina se vrtnje stalno mijenja, »koleba«, a mijenja se s položajem klipa i kinetička energija sistema. Očito je da takav pogon i u svome stacionarnom (kvazistacionarnom) stanju neprestano troši energiju zbog promjene brzine vrtnje i gubitaka koji uslijed toga nastaju. Takav će elektromotorni pogon zahtijevati motor veće snage od onoga koji bi mu bio dovoljan za mehanički rad koji obavlja.

3.5. STATIČKA STABILNOST ELEKTROMOTORNOG POGONA

Statička je stabilnost elektromotornog pogona u biti dinamički problem, i to osnovni. Hoće li se u statičkoj radnoj točki elektromotornog pogona — [točki određenoj presjecištem statičke mehaničke karakteristike motora $M_m = f(n)$ i tereta $M_t = f(n)$] — pogon održati i ispravno odvijati, pokazuje tek dinamičko razmatranje, tj. razmatranje uz pretpostavku da je pogon neka smetnja izbacila iz radne točke.

U teoriji električnih strojeva već se spominjao pojam stabilnosti. Govorilo se da je generator (napon) stabilan kad mu se s porastom tereta napon ne povećava, i da je motor (brzina vrtnje) stabilan kad mu s povećanjem momenta brzina vrtnje ne raste. Stabilnost elektromotornog pogona njegova je važna osobina. Očito je da u raznim pogonskim i kočnim režimima izražena definicija ne pokriva sve pojave koje mogu nastupiti u radu elektromotora nekoga elektromotornog pogona.

Razlikuje se pojam *statičke stabilnosti* i pojam *dinamičke stabilnosti*. U ovom odjeljku obrađuje se samo prva. Do tog se pojma dolazi u općem obliku razmatranjem odnosa između mehaničkih karakteristika motora i radnog mehanizma, odakle i naziv statička stabilnost, jer međusobni odnos mehaničkih karakteristika određuje stacionarni pogon. Šira pojmovna definicija od uvodne mogla bi se ovako izraziti: Kad bilo kakva smetnja izvede elektromotorni pogon iz njegove brzine vrtnje, stabilni će se pogon nakon nestanka smetnje vratiti u prvobitno stanje (u brzinu vrtnje prije smetnje). Smetnje mogu biti različitog karaktera i potjecati iz

raznih izvora. One mogu dolaziti iz mreže (promjene napona, frekvencije, otpora) ili iz radnog mehanizma (kratkotrajna promjena tereta i slično), ali i iz vanjskih okolnosti (promjena nagiba na brodu, udarci košare na dizalici itd.).

Još je u 1. poglavlju jednadžbama od (1.3—2) do (1.3—5) definirano statičko stanje:

$$\frac{d\omega}{dt} = 0, \text{ tj. } M_m = M_t, \text{ odnosno } M_u = 0.$$

Naruši li se takvo statičko stanje zbog bilo kakvog razloga, jednadžbe će prijeći u opći izraz za dinamičko stanje elektromotornog pogona:

$$M_u = M_m - M_t = J\frac{d\omega}{dt}. \tag{1}$$

Ako je bilo kakva smetnja uzrokom promjene jednadžbe stanja, možemo zamisliti da su sve varijable pretrpjele određeni prirast, tj. bitne veličine prirastu za $\Delta\omega$, ΔM_m i ΔM_t. Zamijenimo li u okolini radne (statičke) točke (vidi sl. 1) mehaničku karakteristiku motora i karakteristiku tereta tangentama na te karakteristike u samoj radnoj točki, dobiva se:

$$\Delta M_m = c\Delta\omega, \quad \Delta M_t = g\Delta\omega. \tag{2}$$

Pri tome vrijedi za promatranu radnu točku $\omega = \omega_p$. Konstante nagiba pravaca iz jednadžbe (2) mogu se izraziti:

$$c = \frac{dM_m}{d\omega} = \operatorname{tg}\mu, \qquad g = \frac{dM_t}{d\omega} = \operatorname{tg}\tau. \tag{3}$$

Uvrstimo li vrijednosti iz relacija (2) i (3) u jednadžbu stanja (1), nakon izbacivanja iz radne točke bit će:

$$(M_{mp} + \Delta M_m) - (M_{tp} + \Delta M_t) = J\frac{d\omega_p}{dt} + J\frac{d\Delta\omega}{dt}. \tag{4}$$

Tad indeks p označuje da je riječ o vrijednosti varijable prije smetnje.

Budući da je $M_{mp} - M_{tp} = 0$, a jednako tako i $J\frac{d\omega_p}{dt}$, jednadžba (4) prelazi u:

$$\Delta M_m - \Delta M_t = J\frac{d\Delta\omega}{dt} \tag{4.a}$$

i uz izraz (2) dobiva se:

$$c\Delta\omega - g\Delta\omega = J\frac{d\Delta\omega}{dt}. \tag{4.b}$$

Separiramo li varijable:

$$\frac{c-g}{J}\,dt = \frac{d\Delta\omega}{\Delta\omega}$$

i integriramo:

$$\frac{c-g}{J}t = \ln\Delta\omega + \ln K \rightarrow e^{\frac{c-g}{J}t} = K\Delta\omega, \tag{5}$$

konstantu integracije K odredit ćemo iz početnog uvjeta. Ako početak razmatranja ($t = 0$) pretpostavimo u trenutku kad je prestala smetnja, tad je promjena kutne brzine vrtnje jednaka $\Delta\omega = \Delta\omega_{ns}$, gdje je $\Delta\omega_{ns}$ razlika između kutne brzine vrtnje nakon prestanka smetnje i njezine vrijednosti do početka smetnje. Na osnovi toga, uz relaciju (5), bit će:

$$K = \frac{1}{\Delta\omega_{ns}}.$$

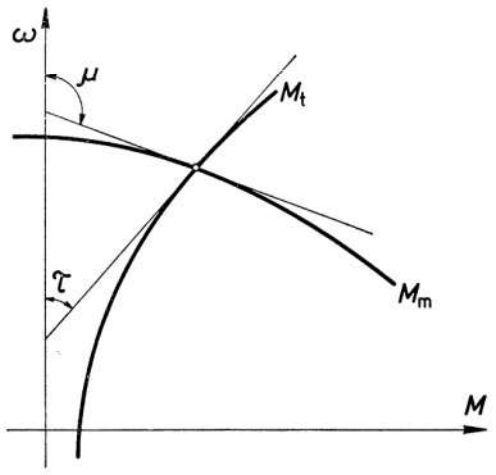
Uvrstivši tako određenu konstantu u izraz (5), nastaje konačno:

$$\Delta\omega = \Delta\omega_{ns}\, e^{\frac{c-g}{J}t}. \tag{5.a}$$

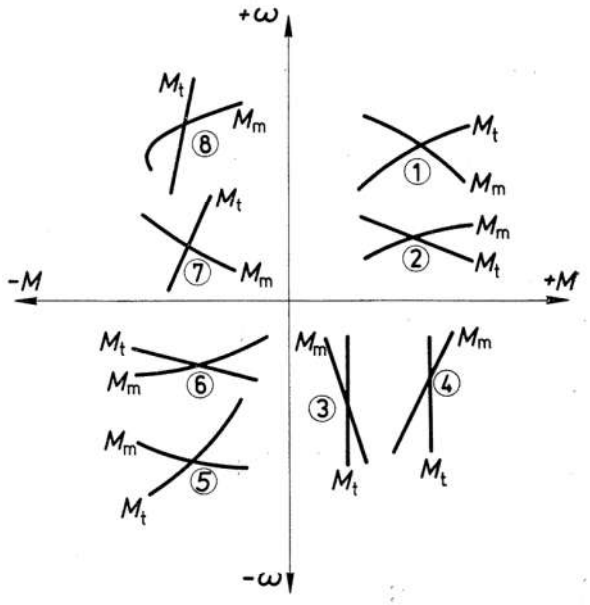
Prema definiciji na početku izlaganja mora se brzina vrtnje pri stabilnom pogonu vratiti na početno stanje nakon prolaska smetnje, tj. mora $\Delta\omega$ kod stabilnih pogona iščezavati s vremenom. Iz relacije (5.a) očito je da se to događa ako je eksponent broja »e« negativan. Dakle, izlazi:

$$c - g < 0, \quad c < g, \quad \operatorname{tg}\mu < \operatorname{tg}\tau. \tag{6}$$

Uvjet je stabiliteta da tangens kuta tangente na karakteristiku momenta motora u radnoj točki bude manji od tangensa kuta tangente na karakteristiku momenta tereta. Taj je uvjet općenit za bilo koje statičko stanje elektromotornog pogona, u bilo kojem se kvadrantu pogon odvijao. Tu je važno da se jednoznačno odredi smisao kutova μ i τ što ih zatvaraju tangente s pozitivnim smislom ordinate, tj. kružne brzine vrtnje ω. Pri tome je to kut koji nastaje vrtnjom ordinate u smjeru kazaljke na satu dok se ona poklopi s odgovarajućom tangentom, kako je to i naznačeno na sl. 1. Sl. 2. prikazuje neke primjere elektromotornih pogona za statički stabilnu i za statički nestabilnu radnu točku, za sva četiri kvadranta u kojima bi se pogon mogao odvijati.



Sl. 1. Uz objašnjenje principa statičke stabilnosti



Sl. 2. Primjeri za statičku stabilnost elektromotornog pogona: točke 1, 3, 5, 7 — stabilno, točke 2, 4, 6, 8 — nestabilno

3.6. ZADACI I PROBLEMI

3.6.1. Zadaci

1. Kolika je zamašna masa mD^2 elektromotornog pogona s istosmjernim motorom ako je pri mjerenju pokusa zaustavljanja s 1 000 min^{-1} vrijeme zaustavljanja otčitano na tangenti krivulje zaustavljanja kroz nominalnu točku (1 000 min^{-1}) bilo 40 s. Motor je bio nezavisno uzbuđen, a gubici zbog trenja i ventilacije iznosili su 2 kW pri nominalnoj brzini vrtnje.
2. Pogonskom motoru Ilgnerova agregata trebalo je izmjeriti zamašnu masu mD^2. Nije bilo posebne opreme ni podataka o gubicima zbog trenja. Zato su izvršena dva mjerenja. Prvo je agregat pušten da se zaustavlja pa je izmjereno:

t [min]	0	2	4	6	8	10	12
n [min^{-1}]	600	575	553	531	511	493	473
t [min]	14	16	18	20	22	24	
n [min^{-1}]	455	437	421	404	386	370	

Zatim je remenskim prijenosom dodana na osovinu mehanička kočnica sa stvarnim kočnim momentom (kad se uzme spoj i utjecaj remena) na osovini Ilgnerova agregata od 260 Nm. Pri zaustavljanju uz taj dodatak izmjereno je:

t [min]	0	2	4	6	8	10	12	14
n [min^{-1}]	600	563	533	504	478	455	432	410

a) Kolika je zamašna masa Ilgnerova motora sa zamašnjakom?

b) Koliki su gubici zbog trenja i ventilacije Ilgnerova motora sa zamašnjakom?

3. Trofazni asinhroni motor od 11 kW, brzine vrtnje od 2 880 min^{-1} i vlastite zamašne mase od 0,2 kgm^2 pokreće se konstantnim momentom 1,3 M_n. Kolika smije biti zamašna masa radnog mehanizma na osovini motora ako se pun zalet mora izvršiti u 2 s? Momenta tereta nema.
4. U nekome tehnološkom procesu postavljen je zahtjev da se radni mehanizam upušta jednoliko i polako do brzine vrtnje od 970 min^{-1}. Trajanje stavljanja u pogon mora biti 20 s, a moment je tereta 100 kpm. Pogon je ostvaren trofaznim kolutnim motorom s otporima u rotoru i automatskim ukapčanjem. Podaci o motoru: 160 kW, 380 V, 975 min^{-1}, zamašna masa motora je 120 kgm^2, a radnog mehanizma 590 kgm^2. Na koliki moment motora valja podesiti automatiku za vrijeme zaleta? Koliko je motor strujno preopterećen ili podopterećen u toku zaleta?
5. Mosno dizalo nosivosti od 10 000 kp i teško 15 000 kp ima za vožnju trofazni asinhroni motor od 30 kW, 720 min^{-1} i $mD^2 = 25$ kgm^2. Brzina vožnje je 2 ms^{-1}. Motor je u vožnji opterećen s 80 % svoje nominalne snage.

Kojom konstantnom strujom treba pokretati motor ako želimo pri punom opterećenju dizala postići punu brzinu vožnje, od 2 ms^{-1} nakon 5 m vožnje? Struja se izražava u postocima nazivne struje.

6. Asinhroni kolutni motor od 15 kW, s 1 450 min^{-1} i $mD^2 = 0{,}3$ kgm^2 preko malog zupčanika s $mD^2 = 0{,}005$ kgm^2 tjera drugu osovinu s većim zupčanikom ukupnog $mD^2 = 0{,}4$ kgm^2 pri 700 min^{-1}. Na drugoj osovini bubanj je s užetom na kojem je obješen teret od 510 kp. Nakon završenog zaleta brzina obješenog tereta je 2 ms^{-1}. Korisnost zupčanog prijenosa iznosi 0,76, a korisnost prijenosa bubanj-uže je 0,92.
Koliko je vrijeme zaleta ako se pokretanje obavlja uz konstantni moment 1,3 M_n?

7. Osobno dizalo za 4 osobe (320 kp) ima vlastitu težinu od 490 kp i brzinu dizanja od 0,5 ms^{-1}.

   a) Kolika je potrebna snaga asinhronog motora u trajnom radu (uz zanemareno trenje)?

   b) Koliko će biti opterećen motor u toku zaleta ako zalet s konstantnim momentom mora trajati 0,4 s? Brzina vrtnje motora je 960 min^{-1}, prijenosni omjer 1 : 10, mD^2 motora iznosi 0,2 kgm^2, malog zupčanika 0,1 kgm^2, a velikoga 1,7 kgm^2. Zanemarite trenje!

8. Za pogon mosnog dizala vlastite mase od 3 000 kg služimo se asinhronim motorom 10 kW, 480 min^{-1} i $mD^2 = 15$ kgm^2. Kolika je masa tereta mosnog dizala ako je ono nakon 3 m vožnje postiglo konačnu brzinu od 2 ms^{-1}? Zalet je ostvaren uz konstantan moment motora 1,5 M_n, a opterećenje motora nakon što je postignuta brzina od 2 ms^{-1} bilo je 60 % nominalne snage. Zanemarite zamašne mase reduktora.

9. Kaveznome asinhronom motoru brzine vrtnje od 1 450 min^{-1} masa je rotorskog bakra 12 kg. Motor služi za pogon ukupne zamašne mase od 50 kgm^2.

   Odredite:

   a) koliku energiju prima rotor u protustrujnom kočenju s pola brzine vrtnje na 0 (momenta tereta nema);

   b) koliki su gubici u rotoru pri kočenju pod a);

   c) koliko se zagrijao rotorski bakar u usporedbi s okolinom nakon završenog reverziranja s pola brzine vrtnje u jednom smjeru na pola brzine vrtnje u drugom smjeru, ako je specifična toplina bakra $c = 0{,}39 \frac{Ws}{kg°C}$.

10. Istosmjerni poredni motor od 50 kW, 220 V, 260 A, 1 500 min^{-1} i vlastite zamašne mase od 40 kgm^2 pokreće na svojoj osovini zamašnu masu od 10 kgm^2. Teretu je protumoment za vrijeme pokretanja konstantan i iznosi 177 Nm, a pokretanje se provodi do 1 400 min^{-1}. Brzina je vrtnje u praznom hodu motora 1 600 min^{-1}.

    a) Kolika je poništena energija u rotorskom krugu ako se pokretanje s mreže konstantnog napona od 220 V obavlja uz konstantni moment motora 1,5 M_n?

    b) Koliku energiju daje mreža za zalet toga elektromotornog pogona ako srednja vrijednost gubitaka u motoru (željezo, uzbuda) u toku zaleta iznosi 2 000 W?

11. Elektromotorni pogon s istosmjernim porednim motorom od 1,3 kW, 220 V, 1 000 min^{-1} i s ukupnom zamašnom masom na osovini od 8 kgm^2 ukapčamo izravno na mrežu napona od 220 V. Otpor rotorskog namota i namota pomoćnih polova, uključivši ekvivalentni pad napona na četkicama, iznosi 5,2 Ω. Za koje će vrijeme motor postići 98 % nazivne brzine vrtnje bez protumomenta tereta? Korisnost je motora 0,78.

12. Operacioni ciklus nekoga elektromotornog pogona sastoji se od ubrzavanja s 0 na 1 100 min^{-1}, a nakon toga se zalet prekida i nastupa kočenje do stanja mirovanja. Ubrzavanje izvodi sam motor, a u kočenju mu pomaže mehanička kočnica.

    Radni mehanizam pruža konstantni otpor gibanju (karakter trenja) u iznosu od 120 Nm. Mehanička kočnica razvija konstantni moment od 330 Nm. Motorna karakteristika je pravac sa 700 Nm u kratkom spoju i 150 Nm pri 1 100 min^{-1}. U kočnom spoju prolazi motorna karakteristika nulom (brzine i momenta) i točkom 600 Nm pri brzini vrtnje od 1 100 min^{-1} (vidi sliku u rješenju). Zamašna je masa cijelom pogonu 25 kgm^2.

    Treba odrediti i za period ubrzavanja i za period kočenja:

    a) trajanje (sekunda);

    b) prijeđeni put (broj okretaja).

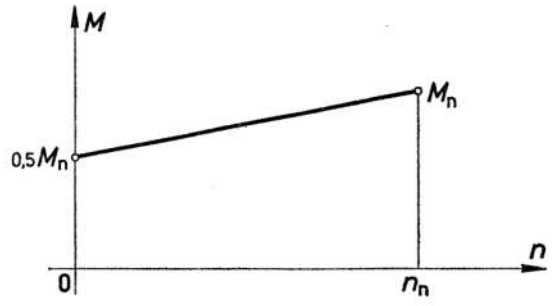
13. Istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor od 50 kW, 220 V, 250 A i 580 min^{-1} ima kompenzacioni namot. Otpor je armature 0,05 Ω, a zamašna masa rotora 12 kgm^2. Pogonjeni radni mehanizam ima zamašnu masu od 71 kgm^2 i suprotstavlja se gibanju konstantnim momentom tereta od 330 Nm. Zaletom motora upravlja impulsni uređaj koji drži konstantnu struju u zaletu na iznosu od 320 A. Traži se:

    a) koliko traje zalet elektromotornog pogona od 0 do 500 min^{-1};

    b) kolika je stacionarna brzina vrtnje nakon zaleta.

14. Četiri radna mehanizma jednake su zamašne mase $mD^2 = 25$ kgm^2 i svima je potrebna jednaka snaga $P_m = 11$ kW pri nominalnoj brzini vrtnje $n_n = 715$ min^{-1}. Različite su im statičke karakteristike:

    radni mehanizam A ima $M_t = \text{konst.}$
    „ „ B „ $M_t = kn$
    „ „ C „ $M_t = kn^2$
    „ „ D (karakteristika prema sl. 1)



Sl. 1.

Sva četiri radna mehanizma pogonimo jednakim asinhronim kolutnim motorom. Podaci o motoru: 380 V, 11 kW, 30,8 A, 715 min^{-1}, $M_p/M_n = 2{,}9$, $E_2 = 155$ V, $I_2 = 46{,}7$ A i $mD^2 = 1{,}8$ kgm^2. Sva se četiri mehanizma zalijeću pomoću pokretača uz konstantan moment motora koji je 125% nazivnoga. Automat osigurava konstantni moment djelujući na tekućinski pokretač. Za sva četiri mehanizma valja ustanoviti:

a) vrijeme (trajanje) zaleta;

b) ubrzanje na početku zaleta;

c) pri kojoj brzini vrtnje (točno) počne opadati moment motora zbog toga što više nije uključen otpor u rotoru.

15. Pumpni agregat gonjen je sinhronim motorom od 6 000 V, ⅄, 4 000 kW, 1 000 min^{-1}, 500 A i $\cos\varphi = 0{,}8$. Otpor faze statora je $R_2 = 0{,}03\ \Omega$. Uzbuda je iz posebnoga statičkog uzbudnika i u praznom hodu ona iznosi 208 A, a u pokusu kratkog spoja (nazivnom strujom) 402 A.

Treba izračunati otpor po fazi otpornika za dinamičko kočenje. Otpornik valja računati s pretpostavkom da se želi što kraće trajanje kočenja do 100 min^{-1}, kad prihvaća mehanička kočnica, a da je uzbuda pri tome trajno jednaka uzbudi uz nominalan teret. Potrebno je, dalje, ustanoviti pri kojoj brzini vrtnje za vrijeme kočenja nastupa najveći moment.

16. Asinhroni kavezni motor od 5 kW, brzine vrtnje od 725 min^{-1} i vlastitog momenta inercije $J_{v1} = 2$ kgm^2 tjera preko reduktora neki pogon s ojnicom. Reduktoru je moment inercije, reduciran na osovinu motora, 0,5 kgm^2, a prijenos 725/60. Trenje se u reduktoru može zanemariti. Moment inercije kotaču ojnice iznosi $J_m = 8{,}8$ kgm^2, masa joj je $m_0 = 36$ kg, a masa klipa $m_k = 44$ kg. Polumjer zahvata ojnice na njezinu kotaču je $r = 0{,}5$ m, duljina je ojnice $l = 1{,}5$ m, a težište joj je od zgloba klipa udaljeno $\varrho_0 = 0{,}865$ m (skicu dimenzija ojnice i kotača vidi na sl. 3.3—1). Potrebno je:

a) točnom i približnom metodom izračunati i nacrtati moment tromosti ojničkog pogona ovisno o kutu α za pogonsku osovinu kotača ojnice;

b) izračunati najveći i najmanji moment inercije (za pogonsku osovinu kotača ojnice) i kutove pri kojima se oni pojavljuju;

c) odrediti mora li se na pogonsku osovinu motora dodati zamašnjak ako se dopušta ukupna valovitost zamašne mase na osovini motora od 1,5 %;

d) naći koliko će približno trajati zalet elektromotornog pogona do 700 min^{-1} ako je preopteretivost motora $M_p = 1{,}9\ M_n$ i za vrijeme zaleta nema momenta tereta ($M_t = 0$).

17. Asinhroni kavezni motor veće snage ima prirodnu mehaničku karakteristiku kao na sl. 2 (označeno s As). On se pokušava upotrijebiti u šest različitih pogona kojima su karakteristike tereta također na sl. 2. To su pogoni:

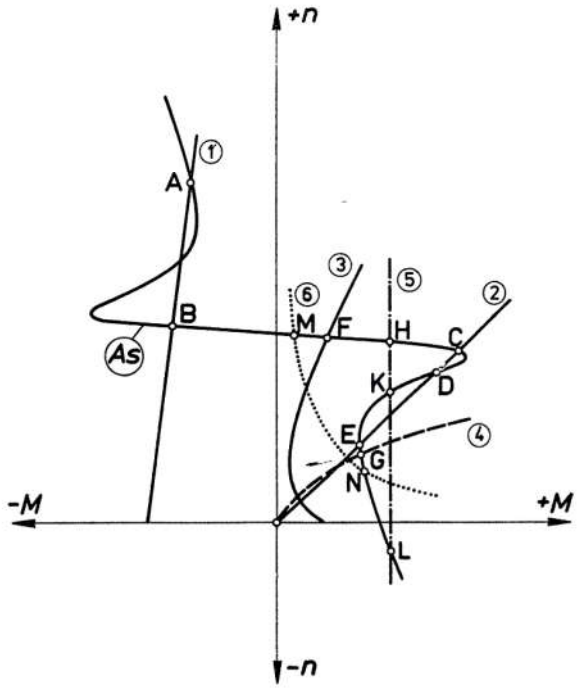
1. vodna turbina (označeno s 1), tj. pogon asinhronog generatora;
2. nezavisno uzbuđeni generator opterećen konstantnim otporom (oznaka 2);
3. pogon mlina za ugljen u termoelektrani;

4. pogon teškog ekshaustora u termoelektrani;
5. pogon gruboga teretnog dizala;
6. pogon ljuštilice za obradu debala u drvnoj industriji.

Valja:

a) za sve točke presjecišta karakteristika odrediti je li pogon stabilan, je li opasan uz pretpostavku trajnijeg uključenja motora i zašto je opasan ili neopasan;

b) odrediti realne točke opterećenja.

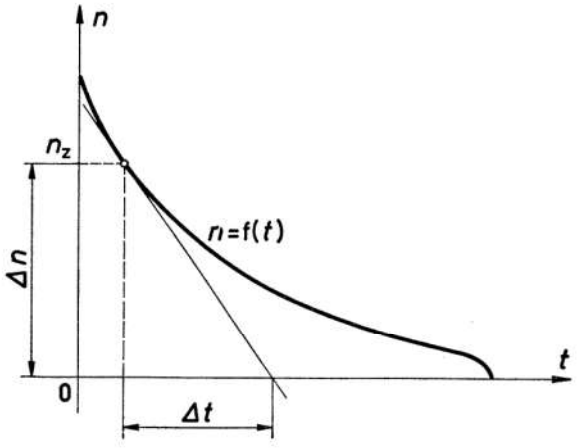


Sl. 2.

3.6.2. Rješenja

1. Moment trenja i ventilacije jednak je momentu pri zaustavljanju:

$$M_{trv} = M_z = J\frac{d\omega}{dt} = \frac{mD^2}{4}\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{mD^2}{4}\frac{\pi}{30}\frac{\Delta n}{\Delta t},$$



Sl. 3.

a isto tako može se pisati:

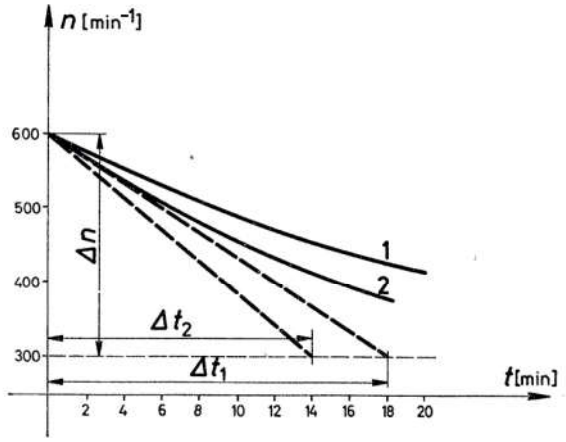
$$M_{trv} = \frac{P_{trv}}{0{,}104\,7 \cdot n_z},$$

pa zamašna masa iznosi: $mD^2 = \frac{120}{\pi} \frac{1}{0{,}104\,7} \frac{P_{trv}\,\Delta t}{\Delta n \cdot n_z}$

$$[mD^2 = 29{,}2\ \text{kgm}^2].$$

2. Na sl. 4. određene su promjene vremena Δt_1 i Δt_2 za promjenu brzine vrtnje Δn jednaku pri oba mjerenja. U prvom mjerenju agregat se zaustavlja samo pomoću momenta trenja i ventilacije:

$$M_{trv} = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{\Delta n}{\Delta t_1} = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{300}{18 \cdot 60}.$$



Sl. 4.

U drugome pri zaustavljanju zajednički djeluju moment trenja i ventilacije te moment kočnice $M_{koč} = 260$ Nm, pa se dobiva:

$$M_{trv} + M_{koč} = M_z = M_{trv} + 260 = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{\Delta n}{\Delta t_2} = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{300}{14 \cdot 60}.$$

Iz tih dviju jednadžbi odrede se mD^2 i M_{trv}, a iz toga dalje gubici zbog trenja i ventilacije pri $n = 600\ \text{min}^{-1}$. $M_{trv} = 910$ Nm.

a) $[mD^2 = 125 \cdot 10^3\ \text{kgm}^2]$

b) $[P_{trv} = 57{,}16\ \text{kW}]$

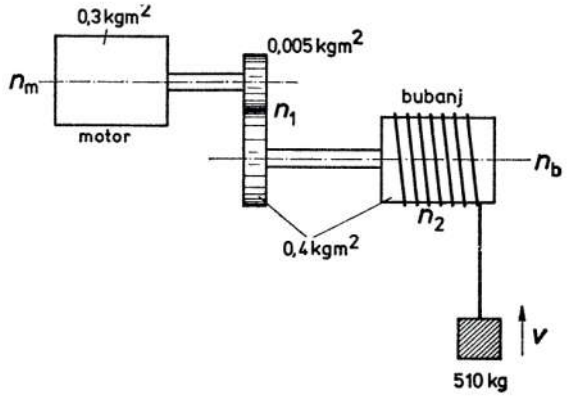
3. Zamašna masa radnog mehanizma smije iznositi $[mD^2_{rm} \doteq 1{,}06\ \text{kgm}^2]$.

4. [Automatika se za vrijeme zaleta mora podesiti na moment motora $M_m = 190{,}5$ kpm.]

   [Strujno je preopterećenje za vrijeme zaleta $p \doteq 1{,}2$.]

5. [Motor treba pokretati konstantnom strujom $I_m = 1{,}7\ I_n$.]

6.



Sl. 5.

Nominalni je moment:

$$M_n = 9{,}55 \frac{P}{n} = 9{,}55 \frac{15 \cdot 10^3}{1\,450} = 98{,}8 \text{ Nm};$$

moment je tereta:

$$M_t = 9{,}55 \frac{Fv}{\eta_1 \eta_2} \frac{1}{n} = 9{,}55 \frac{510 \cdot 9{,}81 \cdot 2}{0{,}76 \cdot 0{,}92} \frac{1}{1\,450} = 94{,}2 \text{ Nm};$$

moment ubrzanja iznosi:

$$M_u = M_m - M_t = 1{,}3\, M_n - M_t = 34{,}2 \text{ Nm};$$

vrijeme zaleta t_z prema općoj jednadžbi bit će:

$t_z = \dfrac{\Sigma\, mD^2 \cdot n}{38{,}2\, M_u}$ i, uračunavši gubitke u prijenosu:

$$t_z \doteq \frac{(0{,}3 + 0{,}005)\, n_m + 0{,}4\, n_b \dfrac{n_b}{n_m} \cdot \dfrac{1}{\eta_1} + 365 \cdot 510 \dfrac{v^2}{n_m} \dfrac{1}{\eta_1 \eta_2}}{38{,}2\, M_u}$$

$$[t_z = 1{,}04 \text{ s}].$$

7. a) $[P = 3{,}97 \text{ kW}]$

   b) $[M_m = 64{,}5 \text{ Nm}]$

8. Zalet se odvija uz konstantni moment ubrzanja $M_u \doteq 1{,}5\, M_n - 0{,}6\, M_n = 0{,}9\, M_n$. Teretu od 60% nazivne snage odgovara konačna brzina vrtnje $n_t = 488 \text{ min}^{-1}$, pri čemu se most giba brzinom od 2 ms^{-1}. [Masa je tereta $G_t = 1\,410$ kg.]

9. a) Energija koju prima rotor iz mreže iznosi prema izrazu (3.4—3):

$$A_{rot} = J\omega_s^2 (s_1 - s_2) \quad [A_{rot} = 154{,}1 \text{ kWs}].$$

   b) Energija pretvorena u gubitke rotora prema (3.4—2):

$$A_{Cu2} = J \frac{\omega_s^2}{2} (s_1^2 - s_2^2) \quad [A_{Cu2} = 195{,}3 \text{ kWs}].$$

c) Energija koja se u rotoru pretvara u toplinu prilikom reverziranja s pola brzine vrtnje u jednom smislu na pola brzine vrtnje u drugom smislu iznosi:

$$A_{Cu2} = \frac{50}{365} \cdot \frac{1\,500^2}{2} (1{,}5^2 - 0{,}5^2) = 308{,}2 \text{ kWs}.$$

U tako kratkom vremenu ne dospije se bakar hladiti pa se zagrijava:

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{A_{Cu2}}{m \cdot c} = \frac{308{,}2}{12 \cdot 0{,}39} \quad [\Delta\vartheta_2 = 65{,}9°].$$

10. a) Poništena energija u rotorskom krugu prema relaciji (3.4—6.b) iznosi:

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2}{365} \int_{n_1}^{n_2} \frac{M_m}{M_m - M_t} (n_0 - n)\, dn,$$

a za naš slučaj:

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2}{365} \frac{M_m}{M_m - M_t} \left(1\,600 \cdot 1\,400 - \frac{1\,400^2}{2}\right) [A_{Cu2} = 274{,}2 \text{ kWs}].$$

b) Energija privedena rotoru može se računati iz:

$$dt = J \frac{d\omega}{M_m - M_t}.$$

Množimo li tu jednadžbu s $UI = P_{ul} = M_m \omega_0$, dobiva se:

$$M_m \omega_0\, dt = J \frac{M_m \omega_0}{M_m - M_t} d\omega.$$

Integracijom izlazi:

$$A_{rot} = J \omega_0 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{M_m}{M_m - M_t}\, d\omega,$$

a za konkretan slučaj:

$$A_{rot} = \frac{mD^2}{365} \frac{M_m}{M_m - M_t} n_0 n = 487{,}6 \text{ Ws}.$$

Još valja dodati energiju utrošenu u gubitke (osim bakra rotora) od trajanja zaleta t_z pomnoženoga s 2 000 W, kako je zadano:

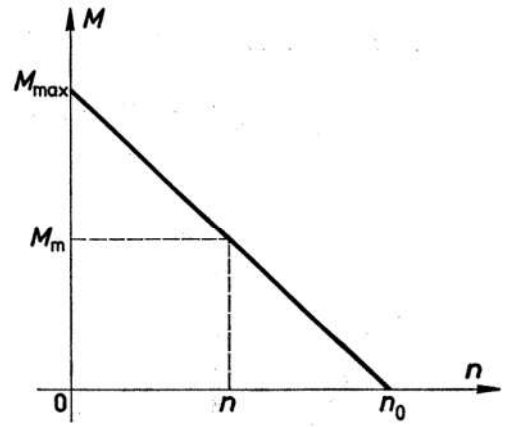
$$t_z = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{n}{M_u} = 6{,}1 \text{ s}, \quad A_g = 12{,}2 \text{ kWs}.$$

Ukupna energija iz mreže potrebna za zalet do brzine vrtnje od 1 400 min^{-1} iznosi $[A_m = 499{,}8 \simeq 500 \text{ kWs}]$.

11. Nominalni je moment:

$$M_n = 9{,}55 \frac{1{,}3 \cdot 10^3}{1\,000} = 12{,}42 \text{ Nm}.$$

Pretpostavimo da je moment motora linearno ovisan o brzini vrtnje i računamo iz odnosa prema skici na kojoj je prikazana mehanička karakteristika porednog motora.



Sl. 6.

$$M_m = M_{max}\left(\frac{n_0 - n}{n_0}\right) = M_{max}\left(1 - \frac{n}{n_0}\right)$$

$$I_n = \frac{P}{\eta U} = 7{,}58 \text{ A}, \quad I_{max} = \frac{U}{R_a} = 42{,}31 \text{ A}$$

Momenti su proporcionalni strujama (zbog $\Phi_{g1} \simeq$ konst.):

$$M_{max} = M_n \frac{I_{max}}{I_n} = 69{,}3 \text{ Nm}.$$

Brzina vrtnje u praznom hodu iznosi:

$$n_0 = \frac{U}{c_e} = \frac{U n_n}{U - I_n R_a} = 1\,218 \text{ min}^{-1}.$$

Budući da nema momenta tereta, cijeli se razvijeni moment motora troši na ubrzavanje pogona:

$$M_m = M_u = M_{max}\left(1 - \frac{n}{n_0}\right).$$

Trajanje zaleta je:

$$t_z = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2 n_0}{38{,}2\, M_{max}} \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{(n_0 - n)},$$

gdje je $n_1 = 0$, a $n_2 = 0{,}98\, n_n$.

Nakon integracije bit će:

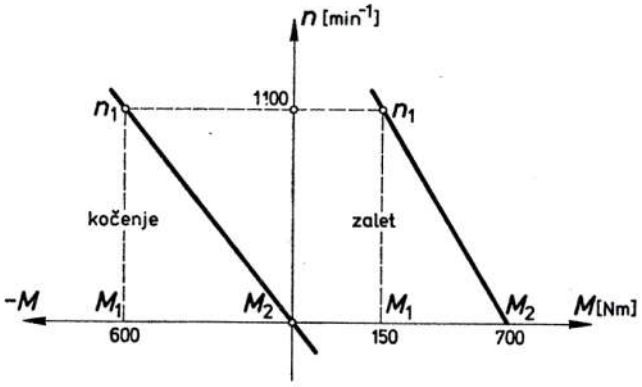
$$t_z = \frac{mD^2}{38{,}2}\,\frac{n_0}{M_{max}}\ln\left(\frac{n_0}{n_0 - 0{,}98\,n_n}\right)\ [t_z = 6\ \mathrm{s}].$$

12. I — U periodu ubrzavanja vrijedi:

$$M_u = M_m - M_t,$$

pa se iz sl. 7. dobiva za moment motora:

$$M_m = \frac{(M_2 - M_1)(n - n_1)}{n_2 - n_1} + M_1 = (700 - 0{,}5\,n)\ \mathrm{Nm}.$$



Sl. 7.

Moment je ubrzavanja:

$$M_u = M_m - M_t = 700 - 0{,}5\,n - 120 = (580 - 0{,}5\,n)\ \mathrm{Nm}.$$

a) Za vrijeme trajanja zaleta dobivamo:

$$t_z = \frac{mD^2}{38{,}2}\int_{n_1}^{n_2}\frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2}{38{,}2}\int_{0}^{1100}\frac{dn}{580 - 0{,}5\,n},$$

a kad se integrira i uredi

$$\left[t_z = \frac{25}{38{,}2}\,\frac{1}{0{,}5}\ln 19{,}35 = 3{,}87\ \mathrm{s}\right].$$

b) Prijeđeni put broj je okretaja N izvršen u toku zaleta:

$$dN = \frac{n}{60}\,dt = \frac{n}{60}\,\frac{mD^2\,dn}{38{,}2\,M_u}$$

$$N = \frac{mD^2}{38{,}2}\int_{n_1}^{n_2}\frac{n\,dn}{60\,M_u},\ \text{gdje je}\ M_u = (580 - 0{,}5\,n)\ \mathrm{Nm}.$$

Pošto se integrira i uredi, bit će:

$$N = \frac{mD^2}{38{,}2 \cdot 60}\left[\frac{n}{-0{,}5} - \frac{580}{(-0{,}5)^2}\ln(580 - 0{,}5\,n)\right]_0^{1100}$$

[$N = 51$ okretaj].

II — Period kočenja

Moment je motora prema slici:

$$M_m = \frac{(M_2 - M_1)(n - n_1)}{n_2 - n_1} + M_1 = (0{,}545\,n)\ \text{Nm}$$

$$M_u = -M_m - M_{koč} - M_t = -0{,}545\,n - 330 - 120 =$$
$$= (-0{,}545\,n - 450)\ \text{Nm}.$$

a) Vrijeme kočenja bit će:

$$t_k = \frac{mD^2}{38{,}2}\int_{n_1}^{n_2}\frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2}{38{,}2}\int_{1100}^{0}\frac{dn}{-0{,}545\,n - 450} =$$

$$= \frac{mD^2}{38{,}2}\int_0^{1100}\frac{dn}{0{,}545\,n + 450} = \frac{mD^2}{38{,}2}\cdot\frac{1}{0{,}545}\ln(0{,}545\,n + 450)$$

i nakon što se uredi

$$[t_k = 1{,}02\ \text{s}].$$

b) Prijeđeni put iznosi:

$$N = \frac{mD^2}{2\,292}\int_{n_1}^{n_2}\frac{n\,dn}{M_u} = \frac{mD^2}{2\,292}\int_{n_2}^{n_1}\frac{n\,dn}{0{,}545\,n + 450}$$

[N = 8 okretaja].

13. a) [Trajanje je zaleta $t_z = 1{,}5$ s.]

b) [Stacionarna je brzina vrtnje nakon zaleta $n_t = 601\ \text{min}^{-1}$.]

14. Nominalni moment iznosi:

$$M_n = 9{,}55\frac{P}{n} = 9{,}55\frac{11 \cdot 10^3}{715} = 147\ \text{Nm}$$

$$M_m = 1{,}25\,M_n = 1{,}25 \cdot 147 = 184\ \text{Nm}.$$

a) Vrijeme trajanja zaleta

Pretpostavimo radi pojednostavljenja da se zalet provodi od brzine 0 do n_n uz konstantni moment motora $M_m = 1{,}25\,M_n$.

Radni mehanizam A

$$M_t = M_n$$

$$M_u = M_m - M_t = 184 - 147 = 37 \text{ Nm}, \quad t_A = \frac{mD^2 n_n}{38{,}2\, M_u}$$

$$[t_A = 13{,}55 \text{ s}]$$

Radni mehanizam B

$$M_t = Kn, \text{ gdje je:}$$

$$K = \frac{M_t}{n_n} = \frac{147}{715} = 0{,}206$$

$$t_B = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_0^{n_n} \frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_0^{n_n} \frac{dn}{M_m - Kn} = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{1}{K} \ln \frac{M_m}{M_m - Kn_n}$$

$$[t_B = 5{,}45 \text{ s}]$$

Radni mehanizam C

$$M_t = Kn^2, \text{ gdje je:}$$

$$K = \frac{M_t}{n_n^2} = \frac{147}{715^2} = 0{,}000\,287\,5$$

$$t_C = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_0^{n_n} \frac{dn}{M_m - Kn^2} = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{1}{2\sqrt{M_m K}} \ln \frac{\sqrt{M_m K} + Kn_n}{\sqrt{M_m K} - Kn_n}$$

$$[t_C = 4{,}39 \text{ s}]$$

Radni mehanizam D

$$M_t = 0{,}5M_n + \frac{(M_n - 0{,}5M_n)\, n}{n_n} = 0{,}5 \left(1 + \frac{n}{n_n}\right) M_n$$

$$M_u = 1{,}25\, M_n - 0{,}5\, M_n \left(1 + \frac{n}{n_n}\right) = \left(0{,}75 - 0{,}5 \frac{n}{n_n}\right) M_n$$

$$t_D = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_0^{n_n} \frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2}{38{,}2\, M_n} \int_0^{n_n} \frac{dn}{\left(0{,}75 - 0{,}5 \frac{n}{n_n}\right)} =$$

$$= \frac{mD^2}{38{,}2\, M_n} \frac{n_n}{0{,}5} \ln \frac{0{,}75}{0{,}75 - 0{,}5}$$

$$[t_D = 7{,}5 \text{ s}]$$

b) Ubrzanje na početku zaleta uz $t = 0$ i $n = 0$ bit će:

$$M_u = \frac{mD^2}{4}\frac{d\omega}{dt}, \quad \text{odnosno} \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{4M_u}{mD^2}.$$

Radni mehanizam A

$$M_u = M_m - M_t = 184 - 147 = 37\ \text{Nm} \quad \left[\frac{d\omega}{dt} = 5{,}52\ \text{s}^{-2}\right]$$

Radni mehanizam B

$$M_u = M_m = 1{,}25\,M_n = 184\ \text{Nm} \quad \left[\frac{d\omega}{dt} = 27{,}5\ \text{s}^{-2}\right]$$

Radni mehanizam C

$$M_u = 184\ \text{Nm} \quad \left[\frac{d\omega}{dt} = 27{,}5\ \text{s}^{-2}\right]$$

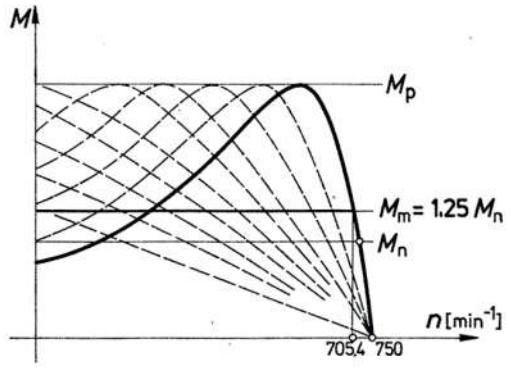
Radni mehanizam D

$$M_u = 1{,}25\,M_n - 0{,}5\,M_n = 110\ \text{Nm} \quad \left[\frac{d\omega}{dt} = 16{,}4\ \text{s}^{-2}\right]$$

c) Iz Klossove jednadžbe dobiva se:

$$\frac{M_n}{M_p} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_p} + \frac{s_p}{s_n}} \qquad \text{uz} \quad s_n = \frac{750 - 715}{750} = 0{,}046\,7$$

$$s_p = s_n\left[\frac{M_p}{M_n} + \sqrt{\left(\frac{M_p}{M_n}\right)^2 - 1}\right] = 0{,}046\,7\,[2{,}9 + \sqrt{(2{,}9)^2 - 1}] = 0{,}262.$$



Sl. 8.

Zatim valja odrediti klizanje pri $1{,}25\,M_n$ na karakteristici motora bez uključenog otpora u rotor.

Ponovnom upotrebom Klossove jednadžbe izlazi:

$$\frac{M_m}{M_p} = \frac{2}{\frac{s_m}{s_p} + \frac{s_p}{s_m}}$$

$$s_m = s_p \left[\frac{M_p}{M_m} - \sqrt{\left(\frac{M_p}{M_m}\right)^2 - 1}\right] = 0{,}262\,[2{,}32 - \sqrt{(2{,}32)^2 - 1}] = 0{,}059\,4.$$

Izračunatom klizanju odgovara brzina:

$$n_m = n_s - s_m n_s = 750 - 0{,}059\,4 \cdot 750 = 705{,}4\ \text{min}^{-1}.$$

Vidimo da se konstantni moment pokretanja osigurava automatikom do brzine vrtnje [$n_m = 705{,}4\ \text{min}^{-1}$]. Približni račun s pretpostavkom da je klizanje proporcionalno momentu motora dao bi rezultat $n_m \simeq 706{,}2\ \text{min}^{-1}$.

15. Kočni je moment sinhronog stroja:

$$M_K = K\Phi I_k \cos\varphi.$$

Priključimo li na stezaljke kočni otpor R_k, u fazi statora ukupni je radni otpor $R = R_k + R_2$ i ukupni prividni otpor $Z = \sqrt{R^2 + X_d^2}$, gdje je X_d sinhrona reaktancija.

$$M_k = K\Phi \frac{E}{Z} \cos\varphi = K\Phi \frac{k'\omega}{\sqrt{R^2 + X_d^2}} \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_d^2}} = K\Phi \frac{k'\omega R}{R^2 + (k''\omega)^2}$$

U tim transformacijama k' i k'' izražavaju činjenicu da su inducirani napon (uz konstantnu uzbudu) i sinhrona reaktancija proporcionalni brzini vrtnje. Trajanje svake prijelazne pojave je:

$$t = J \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\mathrm{d}\omega}{M_u}.$$

Budući da je $M_u = M_k$ (nema momenta tereta), izlazi:

$$t_k = \frac{J}{K\Phi k' R} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{R^2 + (k''\omega)^2}{\omega}\,\mathrm{d}\omega = \frac{J}{K\Phi k' R} \left(R^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{\mathrm{d}\omega}{\omega} + k''^2 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega\,\mathrm{d}\omega\right)$$

$$t_k = \frac{J}{K\Phi k' R} \left(R^2\,[\ln\omega]_{\omega_1}^{\omega_2} + \left[\frac{(k''\omega)^2}{2}\right]_{\omega_1}^{\omega_2}\right)$$

$$t_k = \frac{JR \ln \frac{\omega_2}{\omega_1}}{K\Phi k'} + \frac{Jk''^2(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2K\Phi k' R}.$$

Da se nađe minimum trajanja kočenja ovisno o radnom otporu, deriviramo t_k parcijalno po radnom otporu i izjednačimo s nulom:

$$\frac{\delta t_k}{\delta R} = \frac{J \ln \frac{\omega_2}{\omega_1}}{K\Phi k'} - \frac{Jk''^2(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2K\Phi k' R^2} = 0$$

$$\ln \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{k''^2(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2R^2}$$

$$R = k'' \sqrt{\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \ln \frac{\omega_2}{\omega_1}}} = \frac{X_d}{\omega_1} \sqrt{\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2 \ln \frac{\omega_2}{\omega_1}}}.$$

Kočenje počinje pri sinhronoj brzini vrtnje pa će uz $n_s = 1\,000\ \text{min}^{-1}$ biti:

$$\omega_1 = \frac{1\,000\,\pi}{30} = 104{,}7\ \text{s}^{-1}.$$

Kočenje završava kad je $n_2 = 100\ \text{min}^{-1}$, pa je:

$$\omega_2 = \frac{100\,\pi}{30} = 10{,}47\ \text{s}^{-1}.$$

Sinhrona reaktancija stroja X_d (jedinična vrijednost) izražena je (uz sinhronu brzinu vrtnje) omjerom:

$$X_d = \frac{I_{1K}}{I_{10}} = \frac{402}{208} = 1{,}93,$$

odnosno:

$$X_d\,(\%) = 193\ \%.$$

Ukupni radni otpor strujnom krugu treba da bude:

$$R\,(\%) = \frac{193}{104{,}7} \sqrt{\frac{10{,}47^2 - 104{,}7^2}{2 \ln 0{,}1}} = \frac{193}{104{,}7}\, 48{,}55 = 89{,}5\ \%.$$

Nazivna će impedancija stroju biti:

$$Z_2 = \frac{U_n}{\sqrt{3}\, I_{2n}} = \frac{6\,000}{\sqrt{3}\, 500} = 6{,}93\ \Omega,$$

pa je:

$$R = 0{,}895\, Z_2 = 0{,}895 \cdot 6{,}93 = 6{,}20\ \Omega,$$

odnosno kočni otpor treba da iznosi:

$$R_k = R - R_2 = 6{,}20 - 0{,}03$$

$$[R_k = 6{,}17\ \Omega].$$

Brzina vrtnje uz koju je kočenje najefikasnije iznosi:

$$M_k = K \cdot \Phi \cdot k' \cdot R \frac{\omega}{R^2 + (k''\omega)^2}$$

$$\frac{\delta M_k}{\delta \omega} = K \cdot \Phi \cdot k' \cdot R \frac{(k''\omega)^2 + R^2 - 2(k''\omega)^2}{[R^2 + (k''\omega)^2]^2} =$$

$$= K \cdot \Phi \cdot k' \cdot R \frac{R^2 - (k''\omega)^2}{[R^2 + (k''\omega)^2]^2} = 0$$

$$R = k''\omega$$

$$\omega = \frac{R}{k''} = R \frac{\omega_1}{X_d} = R \frac{\omega_s}{X_d}.$$

Najjače je kočenje pri brzini vrtnje:

$$n = n_s \frac{R}{X_d} = 1\,000 \frac{89{,}5}{193} \quad [n = 464\ \text{min}^{-1}].$$

16. a) Za razne vrijednosti kuta α izračunati su ukupni momenti inercije ojničkog pogona i to: na osnovi jednadžbe (3.3—4.a) — točne, a jednadžbe (3.3—8) — približne vrijednosti.

[Rezultat je prikazan sl. 3.3—2.]

b) Kut za najmanje momente inercije prema izrazu (3.3—8) iznosi [$\alpha_{min} = 0°$, 180°].

Kut za najveće momente inercije računa se iz (3.3—11):

$$\lambda = \frac{0{,}5}{1{,}5} = 0{,}33\dot{3}$$

$$\sin \alpha_{max} = \pm \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{1}{3} - \frac{4}{3} \cos\left[\frac{\pi}{3} + \frac{\arccos\left(\frac{11}{16} - \frac{27}{16}\lambda^2\right)}{3}\right]}$$

$$\sin \alpha_{max} = \pm\, 0{,}957\ 19$$

$$[\alpha_{max} = 73°10{,}5';\ 286°49{,}5'].$$

Minimalni će i maksimalni moment inercije prema (3.3—8) biti [$J_{min} = 14$ kgm^2, $J_{max} = 30{,}5$ kgm^2].

Namjerno se računalo prema približnoj jednadžbi (3.3—8) da bi proračun valovitosti u točki c) bio sigurniji jer se dobije veća razlika između maksimalnog i minimalnog momenta inercije.

c) Maksimalni i minimalni moment inercije reducirani su na pogonsku osovinu motora.

Maksimalni je moment inercije:

$$J_{max} = 2 + 0{,}5 + \left(\frac{60}{725}\right)^2 \cdot 30{,}5 = 2{,}709 \text{ kgm}^2,$$

a minimalni moment inercije:

$$J_{min} = 2 + 0{,}5 + \left(\frac{60}{725}\right)^2 \cdot 14 = 2{,}596 \text{ kgm}^2.$$

Valovitost momenta inercije bit će:

$$\delta_J = \frac{J_{max} - J_{min}}{J_{max} + J_{min}} = 0{,}021\,3 = 2{,}13\%.$$

[Potreban je dodatni zamašnjak $\delta_J = 2{,}13\% > 1{,}5\%$.]

Moment inercije zamašnjaka izračuna se iz uvjeta:

$$\delta_J = \frac{J_z + J_{max} - (J_z + J_{min})}{J_z + J_{max} + J_z + J_{min}} = 0{,}015$$

$$J_z = \frac{J_{max} - J_{min} - \delta_J (J_{max} + J_{min})}{2\delta_J}$$

$$[J_z = 1{,}114 \text{ kgm}^2].$$

d) Zalet se može ustanoviti približno na osnovi srednje vrijednosti momenta inercije uz pomoć izraza (3.3—9). Na osovini kotača ojnice (uz, dakako, povećani moment tromosti zbog dodanog zamašnjaka) djeluje:

$$J_{sr} = J_m + r^2 m_0 \frac{\varrho_0}{l} + r^2 \left(m_k + m_0 \frac{l - \varrho_0}{l}\right) \frac{1 - \sqrt{1 - \lambda^2}}{\lambda^2} = 21{,}6 \text{ kgm}^2,$$

a na osovini motora:

$$J_{sr} = 3{,}614 + \left(\frac{60}{725}\right)^2 21{,}6 \doteq 3{,}76 \text{ kgm}^2.$$

Trajanje zaleta prema (3.1—5.a) iznosi:

$$t_z = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2} \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_u}$$

$$M_u = M_m = \frac{2 M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}, \quad s_1 = 1, \quad s_2 = \frac{750 - 700}{750} = 0{,}071\,44$$

$$M_p = 1{,}9\, M_n = \frac{1{,}9\, P}{0{,}104\,7 \cdot n_n} = 125{,}2 \text{ Nm}$$

$$s_p = s_n \left[\frac{M_p}{M_n} + \sqrt{\left(\frac{M_p}{M_n}\right)^2 - 1} \right] = 0{,}117$$

$$t_z = \frac{4 J_{sr} n_s}{38{,}2 \cdot 2 M_p} \left[\frac{s_1^2 - s_2^2}{2 s_p} + s_p \ln (s_1 - s_2) \right]$$

$$[t_z = 5{,}1 \text{ s}].$$

17. a) Presjecište A [stabilan, opasan; visoke struje zbog velikog klizanja, a i turbina radi »u pobjegu«, pa postoji opasnost mehaničkih havarija]
Presjecište B [stabilan, neopasan; normalno opterećenje]
Presjecište C [stabilan, opasan; prevelike struje]
Presjecište D [nestabilan, opasan; pogon se vraća u presjecište E]
Presjecište E [stabilan, opasan; visoke struje zbog velikog klizanja]
Presjecište F [stabilan, neopasan; normalno opterećenje]
Presjecište G [stabilan, opasan; visoke struje zbog velikog klizanja]
Presjecište H [stabilan; ako je $M_t \leq M_n$ — neopasan; ako je $M_t > M_n$ opasan, zbog zagrijavanja]
Presjecište K [nestabilan, opasan; vraća se u presjecište L]
Presjecište L [stabilan, opasan; visoke struje zbog velikog klizanja]
Presjecište M [stabilan, neopasan; opterećenje malo]
Presjecište N [nestabilan, opasan; pogon se zaustavlja u kratkom spoju]

b) [Realne su točke opterećenja B, F, M, uvjetno H — vidi pod a).]

4. PRILAGOĐIVANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA RADNOM MEHANIZMU I IZVORU ENERGIJE

Radna točka elektromotornog pogona određena je sjecištem mehaničkih karakteristika radnog mehanizma i elektromotora. U 2. poglavlju razrađene su mehaničke karakteristike za razne vrste elektromotora, i jedan dio problema oko njihova prilagođenja radnom mehanizmu koje se može riješiti varirajući mehaničke karakteristike promjenom otpora u strujnim krugovima. Međutim, cijelo mnoštvo pitanja u toj domeni ostalo je otvoreno. To su pitanja dovođenja elektromotornog pogona u radnu točku, iskorištavanja opsega brzina vrtnje pojedinih motora, ekonomičnog prelaska elektromotornog pogona iz jedne u drugu radnu brzinu itd. U svim tim problemima odlučnu ulogu ima izvor energije i mogućnost napajanja, a i pitanje kombinacije više od jednog elektromotora da bi se postiglo tehnički ispravnije i ekonomski povoljnije iskorištenje radnog mehanizma. Ponekad se rješava osnovno pitanje prilagođivanja i zahvatima u spojne elemente između elektromotora i radnog mehanizma. U ovom poglavlju razmatra se i udovoljavanje posebnim zahtjevima vezanima za neke radne mehanizme, kao što je održavanje strogo jednake brzine vrtnje s više motora na jednom radnom mehanizmu koji nisu mehanički vezani (električne osovine) i slično. Ovo se poglavlje ipak ograničuje na probleme još i danas aktualne i perspektivne, pa su izostavljene razne metode, spojevi i kombinacije koje pripadaju tehničkoj prošlosti. Dalje, nisu uzeta pitanja prilagođenja, ili detalji onih koja se rješavaju regulacionom tehnikom (automatskom regulacijom) jer to ide u okvir posebnih disciplina — regulacione tehnike.

4.0. OPSEG PODEŠAVANJA BRZINE VRTNJE ELEKTROMOTORNIH POGONA

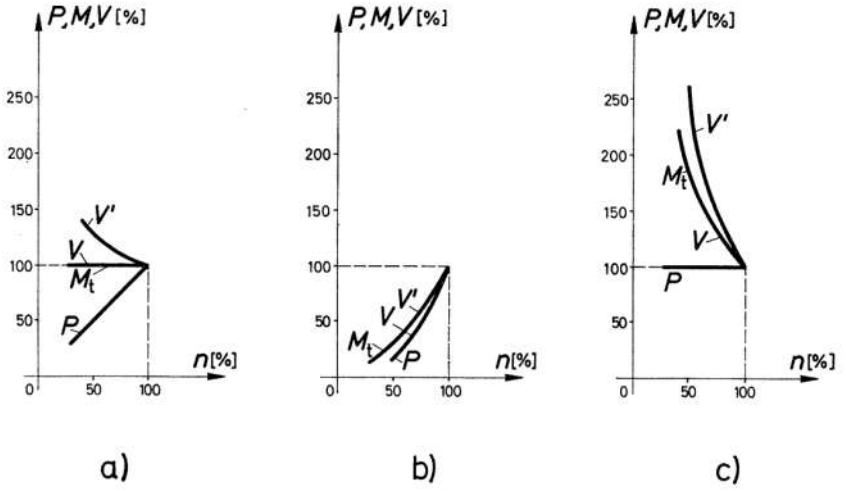
Svaki radni mehanizam ima svoj opseg podešavanja brzine vrtnje. To znači da će i elektromotor koji pogoni taj radni mehanizam morati udovoljiti tom zahtjevu, tj. na zadovoljavajući tehnički način ostvarivat će sve one brzine vrtnje, od najmanje do najveće, koje su planirane u radnom ciklusu tog mehanizma. U opseg brzine vrtnje tako definiran ne ulaze trenutne brzine vrtnje, koje se odnose na kratkotrajna dinamička stanja, već na opseg u kojem će elektromotorni pogon u bilo kojoj točki (brzini vrtnje) moći ostvariti statičko stanje definiranog trajanja ili posve trajno. S gledišta opsega brzine vrtnje mogu se vezano za radne mehanizme elektromotornom pogonu postavljati najrazličitiji zahtjevi. Na primjer, za električnu lokomotivu, koja je vrlo složen mehanizam, opravdano je zahtijevati opseg brzine vrtnje njezinih osovina od praktički $n = 0$ do $n = n_{max}$, koja odgovara najvećoj brzini vožnje, a u tim granicama za svaku od mogućih brzina još postaviti ostvarenje daljih parametara, razvijenog momenta, snage itd. Sasvim jednostavni radni mehanizam, npr. ventilator, s konstantnom dobavom zraka pri konstantnom pritisku, zahtijeva svega jednu (nazivnu) brzinu vrtnje uz konstantne ostale tehničke

parametre. Potpuna razrada svih mogućnosti i varijanti ovog problema nemoguća je i nije u osnovi svrha ovog poglavlja. Ovdje se želi, definirajući neke odnose na izvjesnim primjerima, omogućiti samo jasniji tehnički pristup kompleksnijim pitanjima elektromotornog pogona i posljedicama koje su vezane za elektromotor kao njegov bitni dio.

Svaka vrsta elektromotora ima svoj prirodni opseg brzina vrtnje. Tako je normalnome sinhronom motoru na mreži konstantne frekvencije opseg brzina vrtnje 1 : 1 (često se govori da ga on nema), ali mu se, promijenimo li frekvenciju izvora energije, može taj opseg povećati proporcionalno mogućoj promjeni frekvencije. Za sinhroni je motor, dakle, karakterističan mali opseg brzine vrtnje, koji se praktički ograničuje na njegovu sinhronu brzinu vrtnje. Veliki opseg ima istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor. Uz čvrst napon stezaljki moguć je opseg od 1 : 3, a uzima li se energetski izvor promjenljiva napona, ostvarljiva su i znatna povećanja (1 : 10, 1 : 20, pa i više). Karakteristično je za svaku vrstu elektromotora kakve snage i momente može razvijati uz podešavanje na neku brzinu vrtnje n prema nominalnoj snazi i momentu (pri nazivnoj brzini vrtnje). Za pojedine motore važno je još i kako se hlade. Motorima s ventilatorom na vlastitoj osovini hlađenje ovisi o njihovoj brzini vrtnje. Pri različitim brzinama bit će različita i količina rashladnog zraka koji prolazi motorom, a stoga i količina gubitaka koji se mogu odvesti iz motora. Tako postaje različita i snaga motora, odnosno njegov zakretni moment, pri raznim brzinama vrtnje. Očito je da će manja brzina vrtnje djelovati u smislu relativnog smanjenja momenta uzrokovanog smanjenom sposobnošću hlađenja. To će za motor s vanjskim hlađenjem (neovisan o vlastitoj brzini vrtnje) biti drukčije. Budući da je tu protočna količina zraka uvijek jednaka, bez obzira na to kako se mijenja brzina vrtnje motora, to su i gubici koje iz motora možemo odvesti pri svim brzinama vrtnje jednaki. Dakle, tim se motorima ne smanjuje moment zbog oslabljenog hlađenja.

Radni mehanizam koji radi u nekom rasponu brzina vrtnje može, od slučaja do slučaja, zahtijevati razne ovisnosti momenta tereta o brzini vrtnje $M_t(n)$. Upravo karakter te ovisnosti nekad jako utječe na motor, i to ne samo na njegovo opterećenje već i na izbor njegove veličine. Uzrok je tome poznata činjenica da je u statičkom stanju moment motora jednak momentu tereta $M_m = M_t$, tj. motor će u zadanom opsegu brzine vrtnje slijediti karakter momenta tereta, pa će, očito, morati biti u stanju da termički podnosi opterećenja koja iz toga izviru. Pokažimo to na primjeru. Radni mehanizam traži opseg podešavanja brzine vrtnje 1 : 2, i to od polovice do pune vrijednosti nazivne brzine vrtnje. Uz taj zahtjev moraju raditi tri različita radna mehanizma od kojih svaki ima drukčiju ovisnost momenta tereta o brzini vrtnje $M_t(n)$. Prvome od njih (a) neka bude konstantni moment tereta — $M_t =$ $=$ konst., drugi (b) neka kvadratno ovisi o brzini vrtnje — $M_t = M_{tn}\left(\frac{n}{n_n}\right)^2$, a trećemu (c) neka je ovisnost momenta tereta o brzini vrtnje takva da mu je potrebna konstantna snaga $P =$ konst., što odgovara $M_t = M_{tn}\frac{n_n}{n}$. Poznato je već iz 2. poglavlja da veličina motora (masa, volumen) odgovara njegovu nominalnom momentu (dakako kad se promatraju strojevi s konstantnim strujnim oblogom A i indukcijom u zračnom rasporu B). Zato će za opseg brzine vrtnje od 0,5 n_n do n_n ta veličina morati odgovarati najvećem momentu koji se pojavljuje u tom rasponu brzina vrtnje. Prilike za naša tri radna mehanizma sadrži sl. 1. za sva tri karaktera ovisnosti mo-

menta tereta o brzini vrtnje. Za a) zadovoljila bi veličina motora koja odgovara tom momentu pri nazivnoj brzini vrtnje (M_m i V, gdje je V oznaka za veličinu) ako se još motor podjednako dobro hladi pri svim brzinama vrtnje u zadanom opsegu. Hladi li se on ventilatorom na vlastitoj osovini, mora mu se povećati veličina (krivulja V') zbog nužnosti da se smanje gubici pri brzinama vrtnje manjima od nominalne, pa bi pri 0,5 n_n ona bila od 25 do 30% veća. U primjeru b) moment tereta se tako naglo smanjuje s padom brzine vrtnje da je pri manjim brzinama vrtnje od nominalne neiskorišten. U primjeru c) moment tereta znatno raste s padom brzine vrtnje. Veličina motora, njegova »tipska snaga« trebalo bi da bude dvostruko veća zbog toga što je potrebni moment tereta dvostruko veći pri 0,5 n_n nego pri n_n, i to uz jednoliko hlađenje pri svim brzinama vrtnje. Kad to nije tako



Sl. 1. Snage, zakretni momenti i veličine za opseg podešavanja od 50 do 100% nominalne brzine vrtnje: a) konstantni moment tereta; b) kvadratična karakteristika momenta tereta; c) konstantna snaga

(motor s ventilatorom na vlastitoj osovini), tipska bi snaga motora morala biti još veća. Vidi se pri ovakvom podešavanju brzine vrtnje »nadolje« (od nominalne brzine vrtnje naniže) da je posebno neugodna pojava konstantne snage. Obratno, u podešavanju brzine vrtnje »nagore« (od nominalne brzine vrtnje naviše) bila bi neugodna ostala dva slučaja. Potreban li je veliki opseg podešavanja općenito, a posebno s konstantnom snagom, često je ekonomično svladati područje brzina kombinacijom mehaničkog (grubog) i električkog (finog do kontinuiranog) stupnjevanja. Takva je kombinacija česta kod alatnih strojeva. Ako s N označimo ukupni opseg podešavanja brzina vrtnje elektromotornog pogona, s N_e opseg električkog (elektromotorom) podešavanja brzina vrtnje, a s q broj (grubih) stupnjeva mehaničkog podešavanja zupčanicima ili remenicama, vrijede odnosi:

$$N = N_e^q \tag{1}$$

$$N_e = \sqrt[q]{N} \tag{1.a}$$

$$q = \frac{\ln N}{\ln N_e}. \tag{1.b}$$

Zahtijeva li se npr. opseg podešavanja elektromotornog pogona 1 : 40, $N = 40$, a elektromotoru je on 1 : 2,5, $N_e = 2{,}5$, onda su potrebna:

$$q = \frac{\ln 40}{\ln 2{,}5} = \frac{3{,}68}{0{,}92} = 4$$

mehanička stupnja.

Ne mora uvijek podešavanje kombinacijom s mehaničkim stupnjevima biti uvjetovano jako velikim opsegom. Katkad su i pri manjem opsegu presudni ekonomski momenti — cijena gubitaka. Općenito je u elektromotornih pogona već s malo većim opsegom podešavanja pitanje gubitaka jedan od važnih elemenata izbora. Označimo li s η_{sr} srednju vrijednost korisnosti za neki elektromotorni pogon koji se može podešavati u nekom opsegu brzina vrijedi:

$$\eta_{sr} = \frac{\sum_{x=1}^{n} P_x \cdot t_x}{\sum_{x=1}^{n} (P_x + P_{gx}) \cdot t_x}. \qquad (2)$$

Tu su: $P_1, P_2, \ldots, P_n$ snage, $P_{g1}, P_{g2}, \ldots, P_{gn}$ gubici i $t_1, t_2, \ldots, t_n$ trajanja rada s pojedinim snagama i gubicima. U nekim stvarnim elektromotornim pogonima isplati se npr. znatno skuplji motor ako mu je za taj pogon η_{sr} toliko povoljnije od jeftinog motora da su ukupni troškovi zapravo manji. Recimo, u području podešavanja 50—100% n_n uz konstantnu snagu bit će η_{sr} porednoga istosmjernog motora reguliranoga poljem toliko bolje od η_{sr} kolutnoga asinhronog motora da je, usprkos znatno većoj cijeni, on ekonomičan, dakako kad postoji istosmjerna mreža na koju se može priključiti.

Još je cijelo mnoštvo tehničkih pitanja važno pri izboru motora s podešavanjem brzine vrtnje. To je u nekih valjaoničkih stanova konstantnost brzine vrtnje (tvrdoća mehaničke karakteristike), kod montažnih dizala točnost dosjedanja tereta, u vuči veliko i jednoliko ubrzanje, za osobna dizala postepeno kočenje, kod mnogih mehanizama što kraće dinamičke pojave itd. Nabrajati bi se moglo neobično dugo. Više raznih pitanja iz ovih područja obradit će se u idućim odjeljcima i poglavljima.

4.1. SPAJANJE I PODEŠAVANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM MOTORIMA

Kolektorski, a naročito istosmjerni motori posebno su pogodni za elektromotorne pogone kojima je potreban veći opseg podešavanja brzine vrtnje. Za razliku od sinhronih i asinhronih motora, kojima je brzina vrtnje bitno vezana za mrežnu frekvenciju, istosmjernim motorima brzina je vrtnje proporcionalna s omjerom induciranog napona i magnetskog toka, koji se mogu lako podešavati, nezavisno jedan od drugoga. Tako se dolazi do njihove »elastičnosti« u pogledu postavljanja pogonske brzine vrtnje. Već u 2. poglavlju, gdje je bila riječ o mehaničkim karakteristikama motora, jasno je izražena velika mogućnost podešavanja brzine vrtnje istosmjernih motora. Kad se mogućnosti koje pružaju mehaničke karakteristike još dopune onima koje daju razne vrste napajanja i spajanja, postižu istosmjerni motori još veću sposobnost prilagođivanja najrazličitijim pogonskim zahtjevima potrebnima kod raznih radnih mehanizama.

Klasični sistem napajanja istosmjernih motora je onaj iz istosmjerne mreže. Uz takve mreže čvrstog napona, spajanja se i podešavanja istosmjernih motora obavljaju pretežno preko radnih otpora u armaturnome strujnom krugu. Ako pojedini elektromotorni pogon ima vlastiti izvor napajanja, u klasičnoj je izvedbi najčešće riječ o agregatu s istosmjernim generatorom kao izvorom, pa se koristi mogućnošću slobodnog podešavanja napona generatora da se postignu razna svojstva elektromotornog pogona. U velikoj većini takvih primjera kao agregat služi grupa strojeva izmjenični motor — istosmjerni generator, pa je takav agregat zapravo posrednik kojim se istosmjerni motor priključuje na izmjeničnu mrežu. U novije se vrijeme klasična rješenja često zamjenjuju spojevima i podešavanjem koje omogućuju poluvodiči. Tako se podešavanja otpornicima zamjenjuju impulsnim upravljanjem uz pomoć (elektroničkih) sklopki, a agregati za indirektno napajanje iz izmjenične mreže spojevima preko ispravljačkih ventila (običnih i upravljivih) i njihovih grupa i sklopova. Mnoštvo tehničkih i ekonomskih razloga upućuje na bilo klasična, bilo novija rješenja. U različitim uvjetima prednosti imaju sad jedna, sad druga. Iako je potpuno jasna tendencija sve većeg prodora novije tehnike, posebno u složenim, reguliranim i automatiziranim pogonima, ipak će se i klasični sistemi zadržati u nekim pogonima.

4.1.1. Elektromotorni pogon s nezavisno (poredno) uzbuđenim istosmjernim motorom upravljan pomoću radnih otpora

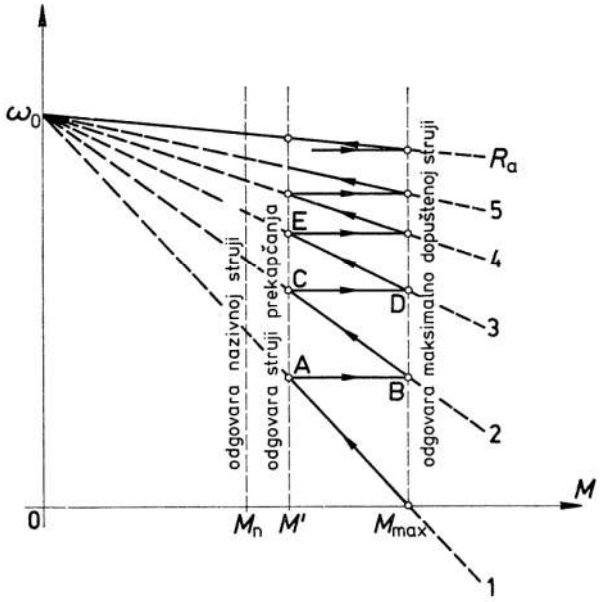
Napaja li se nezavisno uzbuđeni motor elektromotornog pogona iz istosmjerne mreže čvrstog napona, podešava se brzina vrtnje otporima (predotporima i poredni otporima) i promjenom magnetskog toka, tj. iskorištavaju se njegove mehaničke karakteristike opisane u 2. poglavlju. Pri tome je ekonomičniji rad s nazivnom brzinom vrtnje ili s većom od nje (bez otpora u rotorskom krugu) jer se pri podešavanju na brzine vrtnje manje od nazivne dio energije gubi u otporima. Posebno je pitanje dovođenja elektromotornog pogona na radnu brzinu iz stanja mirovanja — zalet. Motor redovno kreće potpuno uzbuđen — s punim magnetskim poljem, a priključak armature na mrežu pravi je kratki spoj jer se narinutom naponu opire praktički samo radni otpor u krugu armature*. Kako je problem komutacije uzrok da struja armature ne smije znatno premašivati nominalnu (mora ostati redovno ispod $2I_n$), valja u trenutku uključenja dodati veliki predotpor kako bi ta struja kratkog spoja ostala u dopuštenim granicama:

$$I_k = \frac{U}{R_a + R_p}.$$

Znači, treba uključiti pogon na vrlo strmoj mehaničkoj karakteristici (karakteristika 1 na sl. 1) jer je moment motora proporcionalan struji. Motor se pokrene u točki M_{max} i ubrzava se po mehaničkoj karakteristici 1 pa mu s porastom brzine vrtnje opadaju struja i moment. U točki A struja i moment su toliko pali da postaje poželjno smanjenje otpora u armaturnom krugu. Zato se obično ukupni potrebni predotpor gradi u nekoliko stupnjeva (sl. 2) kako bi se mogla izvršiti potrebna prekapčanja. Ako u točki A na sl. 1. isključimo dio predotpora (zatvorimo sklopku

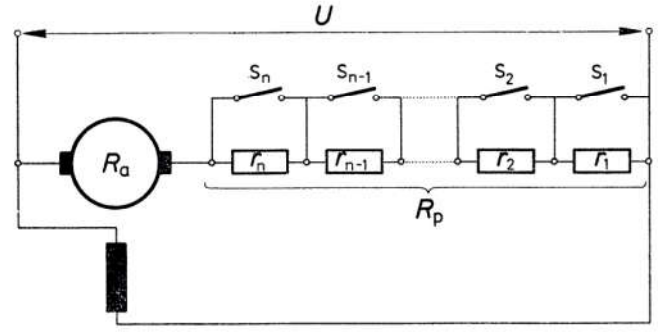
* Zbog relativno malog iznosa induktiviteta u strujnom krugu armature, zanemareno je njegovo suprotstavljanje.

S_1 na sl. 2), dolazimo u točku B, koja, opet, odgovara maksimalno dopuštenoj struji, i pogon se ubrzava prema točki C (sl. 1). Tu ćemo opet iskopčati dio predotpora itd. Proces se ponavlja sve dotle dok ne isključimo cijeli predotpor, ili toliki njegov dio da elektromotorni pogon ostane na onoj mehaničkoj karakteristici na kojoj želimo da radi. Jasno je da dijelovi predotpora $r_1, r_2, \ldots, r_n$ i trenuci prekapčanja moraju biti tako odabrani kako bi se prekapčanje provelo s ispravnim vrijednostima



Sl. 1. Uz objašnjenje o pokretanju i podešavanju brzine vrtnje nezavisno (poredno) uzbuđenog istosmjernog motora

struje. Dakle, predotpor R_p na sl. 2. može imati dvije funkcije. Prvo, pomoću njega se pogon samo dovede do željene brzine vrtnje i, drugo, uz to se omogući i trajni rad s jednim dijelom uključenih stupnjeva. Razumije se da će stupnjevi otpornika predotpora koji sudjeluju u trajnom radu morati biti termički drukčije dimenzionirani od onih što služe samo za pokretanje (za dovođenje na zahtijevanu mehaničku karakteristiku). Prvi moraju trajno podnositi struje pogona, a drugi samo kratko-

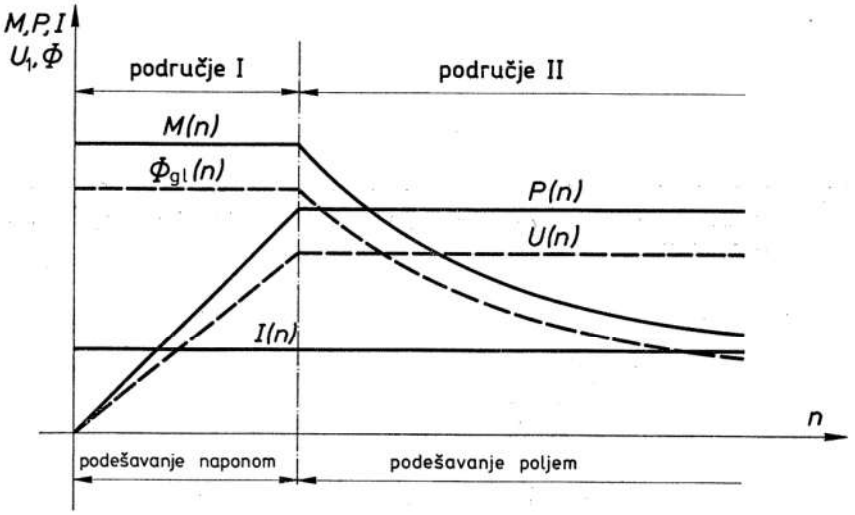


Sl. 2. Skica predotpora nezavisno (poredno) uzbuđenog istosmjernog motora uz objašnjenje pokretanja i podešavanja brzine vrtnje

trajno, za vrijeme zaleta. Koliko će »pokretačkih« stupnjeva u principu trebati za neki zalet, jasno je predočeno na sl. 1, a koliko će stupnjeva biti potrebno za podešavanje mehaničkih karakteristika u pogonu, ovisi o zahtjevima za podešavanje brzine vrtnje u pogonu. Obično je za zalet elektromotornog pogona dovoljno »grubo« stupnjevanje u svega nekoliko koraka, a u opsegu podešavanja brzina vrtnje zahtijeva se »fino« namještanje, redovno finije od stupnjevanja za zalet. U vrlo mnogo primjera otpornik predotpora R_p služi samo za zalet i tad ga zovemo »pokretač«.

Ali i tad njegovo tehničko dimenzioniranje ovisi o mnogim osobinama elektromotornog pogona, osobito o zamašnoj masi (mD^2) i momentu tereta (M_t), zatim o učestalosti pokretanja (npr. na sat) itd. Budući da je to česta pojava, raznim su tehničkim propisima sistematizirani uvjeti za pokretače. Kako su ta pitanja jednaka kao i za pokretače trofaznih asinhronih motora, obradit će se pokretači općenito u posebnom odjeljku.

Uz priključak na čvrstu mrežu mogućnost podešavanja brzine vrtnje ograničena je na mehaničke karakteristike postignute kombinacijama s otporima i na promjenu magnetskog toka (podešavanje poljem, regulacija poljem), pri čemu su ekonomični samo oni radni režimi elektromotornog pogona bez uključenih predotpora, tj. kad se podešava samo pomoću polja. U takvom sistemu iskorištava se ekonomično samo jedan dio mogućnosti što ih pruža istosmjerni motor. Taj dio dobro odgovara elektromotornim pogonima gdje je potrebna konstantna snaga — područje II na sl. 3. Ekonomično iskorištavanje mogućnosti istosmjernoga ne-



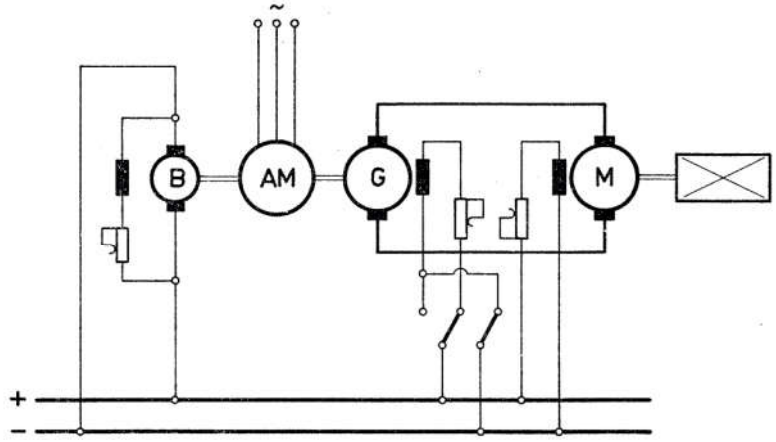
Sl. 3. Raspon mogućnosti podešavanja brzine vrtnje istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora

zavisno uzbuđenog stroja u elektromotornim pogonima gdje je zahtjev konstantni moment u određenom opsegu brzina vrtnje, postiže se tek kad se i motor priključi na izvor promjenljiva napona — područje I na sl. 3. Ta nam slika predočuje poznate međusobne odnose veličina snage i okretnog momenta (uz nominalnu struju) i brzine vrtnje, a stoga i mogućnosti ekonomskog iskorištavanja. Na primjer, želimo li iskorištavati motor u području I, a uz čvrsti priključni napon $U = U_n$, mora se razlika između postojećeg napona U_n i potrebnoga U poništiti u otporima. Taj poništeni dio izaziva odgovarajuće gubitke, a uz to i mehanička karakteristika postaje mekana. Očekivana ekonomičnost postiže se tek uz pomoć izvora promjenjivog napona U.

4.1.2. Elektromotorni pogon s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom upravljan naponom izvora

Puno iskorištenje opsega podešavanja brzine vrtnje za istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor prema sl. 3. postiže se pomoću priključka na vlastiti izvor — istosmjerni generator. Poznato rješenje — Leonardov agregat, spoj izmjeničnog motora

s nezavisno uzbuđenim generatorom, ima sve mogućnosti potpuno nezavisnog podešavanja brzine vrtnje elektromotornog pogona. Cijelu tzv. Leonardovu grupu (sl. 4) čine asinhroni motor AM, istosmjerni nezavisno uzbuđeni generator G, uzbudnik B (njih pogoni asinhroni motor) i pogonski istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor M, koji je električki izravno spojen na generator G. Zalet i kočenje pogonskog motora izvode se varijacijom napona generatora G uz punu uzbudu motora.



Sl. 4. Principni spoj Leonardove grupe: AM — asinhroni motor, G — istosmjerni generator, M — istosmjerni motor, B — uzbudnik

Brzina vrtnje motora M od 0 do nazivne brzine n_n i zalet pogonskog motora (područje I na sl. 3) podešavaju se promjenom napona generatoru G (promjenom generatorove uzbude), a iznad nazivne brzine vrtnje od n_n do 2—3 n_n promjenom (slabljenjem) polja pogonskom motoru M. Prirodne mehaničke karakteristike motora priključenoga preko Leonardova agregata neznatno se mijenjaju u usporedbi s priključkom na mrežu. Razlika je samo u tome što je u armaturni krug motora uključen još i omski otpor generatora:

$$\omega = \frac{E_g - I_a \cdot (R_m + R_g)}{c_e} = \frac{E_g}{c_e} - M\frac{R_m + R_g}{c_e \cdot c_m}; \qquad (1)$$

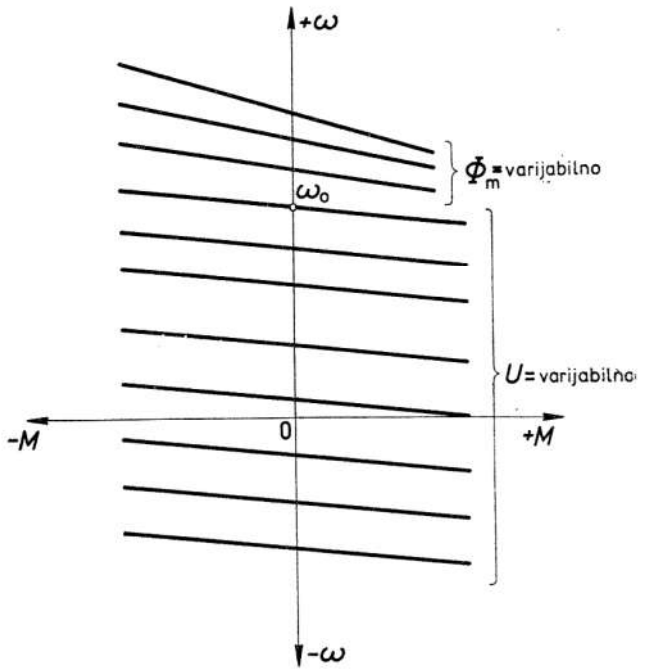
usporedi s formulom (2.2—4.a). Brzina vrtnje u praznom hodu ω_0 izražena je prvim dijelom desne strane jednadžbe (1) i u biti je jednaka relaciji (2.2—5.a) jer je pri praznom hodu $E_g = U$. Pad brzine vrtnje, u drugom dijelu desne strane relacije (1):

$$\Delta\omega = M\frac{R_m + R_g}{c_e \cdot c_m}$$

povećan je prema (2.2—6.a) zbog utjecaja generatorskog otpora R_g. Tako su prirodne mehaničke karakteristike kod priključka preko Leonardova agregata nešto mekše. Prikazuje ih sl. 5. Prvom području podešavanja (sa sl. 3) odgovaraju karakteristike ispod točke ω_0 označene s U = varijabilno, a drugome one iznad te točke označene s Φ_m = varijabilno.

Smjer okretanja motora može se promijeniti na više načina. Najčešće se obrne smjer uzbude u generatoru, a sve ostalo ostaje nedirnuto, ali se ponekad dodaje i prekidač u glavni (armaturni) strujni krug, tj. može se mijenjati i smjer struje (samo) u motoru, tako da se on obratno priključi na stezaljke.

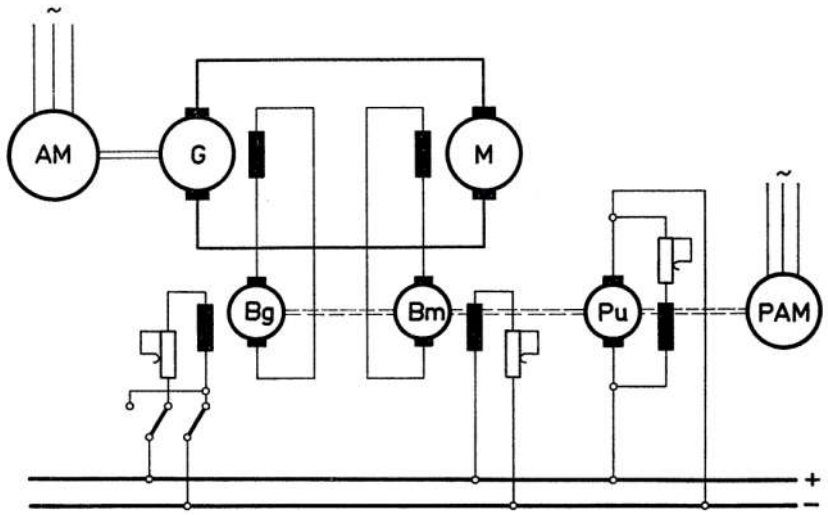
Leonardova grupa komponira se i s nešto drukčijim elementima nego na sl. 4. Za uzbudu generatora i motora nekad će poslužiti i ispravljači (tad otpada uzbudnik) u Graetzovu spoju; to je danas češća izvedba, jeftinija od uzbudnika. Mjesto asinhronoga pogonskog motora agregata uzima se i sinhroni. Glavna je prednost sinhronog motora u tome što kad je preuzbuđen može popravljati faktor snage cos φ u cijelom postrojenju, a i povoljniji je jer zbog tvrđe mehaničke karakteristike



Sl. 5. Mehaničke karakteristike nezavisno uzbuđenog istosmjernog motora priključenog na Leonardovu grupu

agregata postaje nešto čvršći istosmjerni napon U_g. Naime, uz asinhroni motor prilikom opterećenja opada nešto i brzina vrtnje agregata, pa se zato ponešto smanjuje i inducirani napon generatora E_g i, dakako, napon na stezaljkama generatora U_g. Mana je agregata sa sinhronim motorom teže stavljanje u pogon zbog poznatih osobina tog motora. Zato u elektromotornim pogonima gdje se češće ukapča i iskapča cijeli agregat prednosti ima izvedba s asinhronim motorom. Leonardovim agregatom često se napaja više motora (više elektromotornih pogona), kad on služi kao običan pretvarač izmjenične u istosmjernu mrežu, i tad sinhroni motor ima očite prednosti. Za pravi Leonardov elektromotorni pogon s jednim pogonskim motorom posebno se rado uzima sinhroni motor kad je riječ o jedinicama velike snage (od 1 MW i više). Za te snage sinhroni motor nije skuplji od asinhronoga (što je slučaj kod manjih snaga), a dobiva se mogućnost kompenzacije znatnog iznosa jalove snage u mreži uz tvrđu karakteristiku izlaza — čvršći istosmjerni napon U. Za odluku o izboru sinhronog ili asinhronog pogonskog motora Leonardove grupe i kad su prisutne velike snage, važnu ulogu imaju i karakter opterećenja pogonskoga istosmjernog motora radnim mehanizmom i snaga izmjenične mreže. Za pogone s promjenljivim momentom tereta, posebno za »udarni teret« (valjaonice), tj. kad se moment tereta znatno mijenja u vrlo kratkom vremenu, povoljniji je asinhroni motor. Sinhroni motor, naime, prima udarce tereta isuviše tvrdo i može lako ispasti »iz koraka«, tj. iz pogona. Isto tako tvrdo prenosi udarce i u izmjeničnu mrežu, što je nepovoljno, posebno ako je mreža manje snage. Asinhroni motor ne pokazuje tih mana, osobito kad je cijela Leonardova grupa podešena za takav pogon, o čemu će još biti riječi.

Principna spojna shema Leonardova pogona prema sl. 4. vrijedi za pogone manje i srednje snage. Pri većim snagama aparatura za podešavanje pogona, otpornici i sklopnici u uzbudnim krugovima postaju preveliki, a stoga i upravljačke snage. Zato se elektromotorni pogoni velikih snaga u Leonardovu spoju grade često prema principnoj shemi na sl. 6. Istosmjerni generator G i pogonski istosmjerni motor M imaju vlastite uzbudnike, pa se iznos njihovih uzbudnih struja podešava

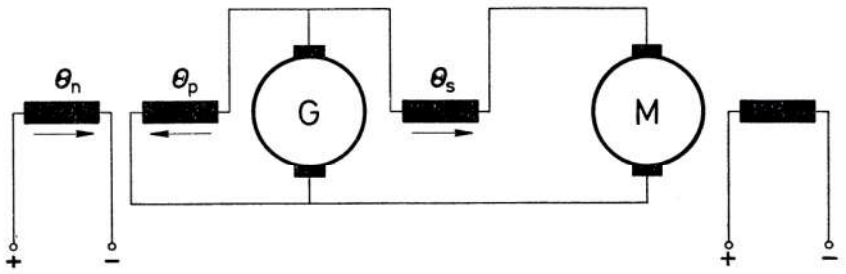


Sl. 6. Principni spoj Leonardove grupe za veće snage: AM — glavni asinhroni motor, G — istosmjerni generator, M — istosmjerni motor, Bg — uzbudnik generatora, Bm — uzbudnik motora, Pu — pomoćni uzbudnik, PAM — asinhroni motor za pogon uzbudnika

uzbudama uzbudnika Bg i Bm. Mehanička se energija privodi tim uzbudnicima iz posebnoga asinhronog motora PAM, koji pogoni na istoj osovini i pomoćni uzbudnik Pu, a on služi kao naponski izvor za napajanje uzbuda glavnih uzbudnika Bg i Bm. Tako se upravljanje i podešavanje cijeloga Leonardova sistema izvodi u krugu uzbude uzbudnika sa znatno manjim upravljačkim snagama i aparaturom. To u principu »dvostepeno« ili kaskadno upravljanje ima i jedan nedostatak — izgubi se nešto brzine upravljanja jer se sistemu poveća elektromagnetska tromost.

Za one elektromotorne pogone u Leonardovu spoju koji zahtijevaju velik opseg podešavanja brzine vrtnje nadolje može povećani nagib prirodnih mehaničkih karakteristika (u usporedbi s motorom na čvrstoj mreži) uzrokovati prilično velike teškoće. Sa sl. 5. doduše se vidi kako je nagib svih karakteristika koje se dobivaju podešavanjem napona isti pri svim brzinama vrtnje, ali to ujedno znači da je relativni pad brzina vrtnje to veći što je idealna brzina vrtnje u praznom hodu ω_0 manja. Uzmimo primjer Leonardova pogona srednje veličine kojem neka pad napona u armaturnome strujnom krugu pri nazivnoj struji bude 10% (oko 5% u generatoru i približno 5% u motoru) induciranog napona E_g. Uz puni inducirani napon E_g pad će brzine vrtnje motora $\Delta\omega$ pri nazivnoj struji iznositi 10%. Smanji li se inducirani napon generatora E_g (a stoga i idealna brzina vrtnje u praznom hodu) na 20% pune vrijednosti, zbog potrebe za pogonom sa smanjenom brzinom vrtnje, iznosit će pad brzine vrtnje pri nazivnoj struji (i momentu!) motora punih 50 %. Tad relativno male promjene momenta tereta izazivaju relativno velika kolebanja brzine vrtnje. Ili, pri udarcu tereta od 200 % nazivnoga motor bi čak stao. Još je lošija situacija uz niže brzine vrtnje, tako da se podešavanje naponom

u normalnome Leonardovu spoju ograničuje do oko 10 % nominalne brzine vrtnje, tj. u opsegu 1 : 10, pri čemu su još mehaničke karakteristike kod manjih brzina vrtnje vrlo mekane. Zato se u pogonima gdje takve karakteristike pri malim brzinama vrtnje ne odgovaraju, ili se općenito u načelu zahtijevaju tvrđe karakteristike, Leonardov spoj gradi tako da se stabiliziraju brzine vrtnje upotrijebivši povratne veze na istosmjerni generator (za male snage) ili na uzbudnik generatora (za srednje i veće snage). Principnu shemu spoja za male snage prikazuje skica na sl. 7. Generator osim normalnoga nezavisnog uzbudnog namota (s protjecanjem



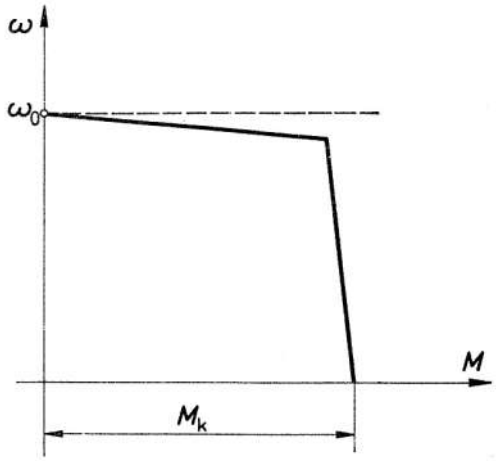
Sl. 7. Principna shema istosmjernog kruga Leonardova spoja s povratnim vezama za stabilizaciju napona

Θ_n na slici) ima i poredni uzbudni namot (s protjecanjem Θ_p na slici) kao naponsku povratnu vezu i serijski uzbudni namot (s protjecanjem Θ_s na slici) kao strujnu povratnu vezu. Inducirani se napon u praznom hodu, a s njime i idealne brzine vrtnje motora, podesi nezavisnom uzbudom jer je rezultantno protjecanje u praznom hodu $\Theta_0 = \Theta_n - \Theta_{p0}$ zapravo određeno s Θ_n zbog toga što je Θ_{p0} posljedica Θ_n. Uz veće Θ_n rast će i Θ_0, i obratno. Optereti li se motor, poteče struja u armaturnom krugu i stvori protjecanje u serijskom namotu. To će uzrokovati porast ukupnog protjecanja i povišenje napona koje ima za posljedicu porast Θ_p, tj. smanjenje ukupnog protjecanja. Ukratko, spoj djeluje tako da pri svakom povećanju tereta serijsko protjecanje teži k porastu napona, a uz svako povećanje napona poredno ga protjecanje želi sniziti.

Postoji, dakle, očita tendencija da napon generatora, pa zato i brzina vrtnje motora, bude približno konstantnog iznosa. Utjecaj (kvantitativni) pojedinih protjecanja ovisi o omjeru njihovih vrijednosti, pa se prikladno dimenzionirajući broj zavoja može postići po volji tvrda vanjska karakteristika generatora $U = f(I)$, čak praktički i posve kruta, ili i takva da napon U blago raste sa strujom tereta. To znači da je i vanjsku karakteristiku motora $n = f(M_m)$ moguće postići po volji tvrdu. Za srednje i veće snage elektromotornog pogona, kad generator i motor imaju vlastite posebne uzbudnike, vode se povratne veze (strujna i negativna naponska) na uzbudnik generatora, koji, dakako, tad ima odgovarajuće uzbudne namote. Način stabilizacije napona generatora i brzine vrtnje motora ostaje isti.

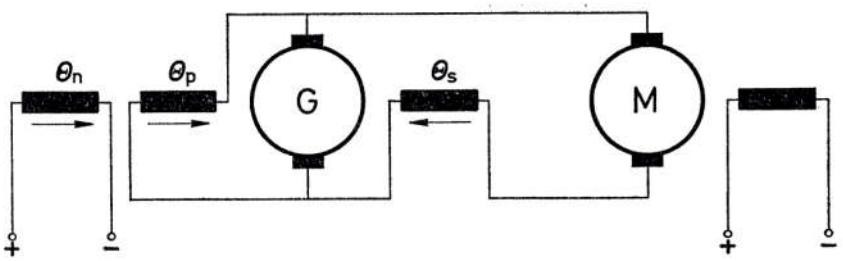
Leonardovim agregatom, ako je valjano podešen, ostvaruju se i drukčije vanjske karakteristike motora kad to zahtijeva priroda pogona radnog mehanizma. Neki radni mehanizmi izloženi su znatnim preopterećenjima, pa čak i »zapinjanju« u pogonu, što vodi u puni kratki spoj u istosmjernom krugu Leonardova pretvarača. To su npr. rotacioni kopači, ekskavatori, valjaoničke škare i »lineali« za ravnanje i okretanje čeličnih gredica, zatim ribarska vitla itd. Dakako da se od strujnih preopterećenja neizdržljivih za strojeve (kolektore!) brani zaštitom koja isključuje pogon

u nepovoljnom trenutku. Samo su takva česta »ispadanja« iz pogona nepoželjna zbog zastoja i komplikacija oko ponovnog stavljanja u pogon i slično. Mnogo je zgodnije udesiti vanjsku karakteristiku motora prema sl. 8. Poželjno je, dakle, da motor ima visok iznos momenta pri radnim brzinama, koji naglo opada čim



Sl. 8. Idealna karakteristika motora za sprečavanje neželjenih preopterećenja

nastupi veliko preopterećenje i u kratkom spoju (pri brzini vrtnje jednakoj nuli) još ne izaziva opasno visoke struje u armaturi. To se može postići u Leonardovu spoju s poznatim tronamotnim Krämerovim generatorom kao izvorom istosmjernog napona. Principnu skicu spoja prikazuje sl. 9. Zajedničko protjecanje uzbude ge-



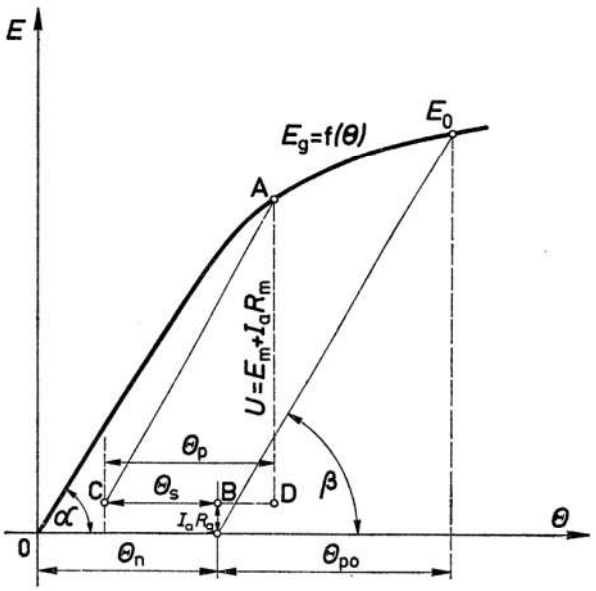
Sl. 9. Principni spoj elektromotornog pogona s motorom koji se napaja iz Leonardova agregata s tronamotnim istosmjernim generatorom

neratora čine protjecanje nezavisno uzbuđenog namota Θ_n, poredno uzbuđenog namota Θ_p i serijski uzbuđenog namota $\Theta_s = I_a w_s$, gdje je I_a struja u armaturnome strujnom krugu istosmjernog generatora i motora, a w_s broj zavoja u serijskome uzbudnom namotu. Pri tome se protjecanje u serijskom namotu suprotstavlja zajedničkom djelovanju protjecanjâ u nezavisnom i porednom namotu:

$$\Theta = \Theta_n + \Theta_p - \Theta_s. \tag{2}$$

Naponsku situaciju u armaturnome strujnom krugu generatora i motora predočuje u principu sl. 10. Kad je istosmjerni pogonski motor Leonardova pretvarača (M na sl. 9) potpuno (idealno) rasterećen, tj. $M_m = 0$, tad u armaturnome strujnom krugu nema struje ($I_a = 0$) i generator je pretvarača (G na sl. 9) u idealnome praznom hodu. Za taj se slučaj ukupno protjecanje uzbude generatora Θ_0 sastoji samo od protjecanja nezavisnog (Θ_n) i porednog (Θ_{p0}) uzbudnog namota. U generatoru se

inducira napon E_0 (vidi sl. 10), koji je mjerodavan za brzinu vrtnje motora i mora odgovarati točki idealne brzine vrtnje ω_0 na sl. 8. Dakle, odredivši Θ_n i Θ_{p0} osigura se točka ω_0 na traženoj karakteristici. Optereti li se motor nekim momentom tereta M_t i on razvije odgovarajući moment na osovini motora M_m, poteče u armaturnome strujnom krugu struja $I_a = \frac{M_m}{c_m}$. Tad se pojavi serijsko protjecanje $\Theta_s = I_a w_s$ u uzbudi generatora i pad napona $I_a R_g$ u njegovoj armaturi, gdje je R_g ukupni armaturni otpor generatora. Dignemo li okomicu na os apscise u točki $\Theta = \Theta_n$ na sl. 10. i odmjerimo pad napona $I_a R_g$ do točke B, možemo na paraleli



Sl. 10. Ponašanje induciranih napona u tronamotnom generatoru kao izvoru napona Leonardova pretvarača

s osi apscisa kroz tu točku odmjeriti i serijsko protjecanje $-\Theta_s = -I_a w_s$ do točke C. Pravac samouzbude kroz tu točku (povučen pod kutom β) siječe karakteristiku praznog hoda generatora $E_g = f(\Theta)$ u točki A. Očito je da dužina $\overline{CD}$ predočuje poredno protjecanje Θ_p, a dužina $\overline{AD}$ napon na motoru $U = E_m + I_a R_m$, gdje je $I_a R_m$ pad napona u armaturi motora. Time je dana i brzina vrtnje motora (iz $E_m = nc_e$), tj. $n = E_m/c_e$. Pri kratkom spoju struja će narasti do vrijednosti I_k, koja je tolika da se cijeli napon U potroši na pad napona u armaturi motora, odnosno cijeli inducirani napon utroši se na pad napona u armaturnom krugu:

$$E_g = I_k R_g + I_k R_m = I_k (R_g + R_m). \tag{3}$$

Brzina vrtnje pri tome iščezava ($n = 0$), pa zato i inducirani napon motora ($E_m = 0$, $U = I_k R_m$). Budući da se već cijeli pogon odvija pri malome ukupnom protjecanju, tj. na linearnom dijelu karakteristike praznog hoda generatora (vidi sl. 10), to se za ukupno protjecanje može napisati:

$$\Theta_k = E_g \operatorname{ctg} \alpha = \Theta_n - \Theta_s + \Theta_p. \tag{4}$$

Za poredno protjecanje očito je da vrijedi $\Theta_p = U \operatorname{ctg} \beta = I_k R_m \operatorname{ctg} \beta$, a za serijsko $\Theta_s = I_k w_s$, što uvršteno u relaciju (4) i uz primjenu izraza (3) daje:

$$I_k (R_g + R_m) \operatorname{ctg} \alpha = \Theta_n + I_k R_m \operatorname{ctg} \beta - I_k w_s.$$

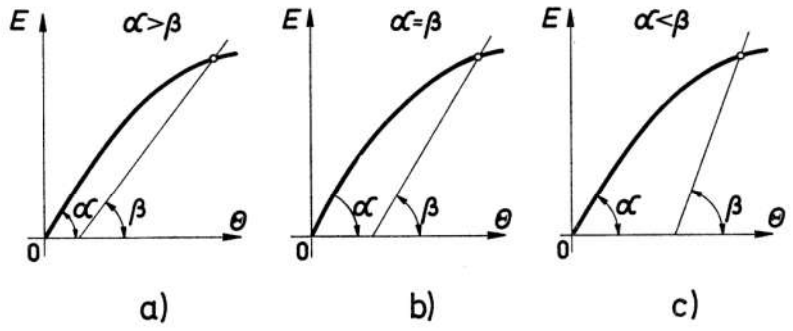
Odatle izlazi vrijednost struje kratkog spoja:

$$I_k = \frac{\Theta_n}{(R_g + R_m)\operatorname{ctg}\alpha + w_s - R_m \operatorname{ctg}\beta}. \tag{5}$$

Struja I_k zadana je vrijednost koja osigurava da moment motora M_k bude onolik koliki želimo (vidi sl. 8). Da se to postigne, dovoljno je odrediti broj zavoja u serijskom namotu uzbude generatora, što je moguće prema (5):

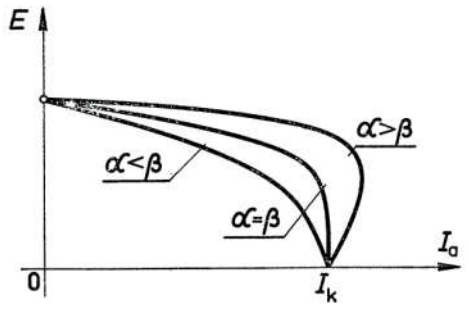
$$w_s = \frac{\Theta_n}{I_k} - R_g \operatorname{ctg}\alpha - R_m(\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta). \tag{6}$$

Tako se nađe i druga bitna točka na karakteristici (sl. 8). Još valja osigurati i približan oblik, tj. ovisnost $n = f(M)$ karakteristike sa sl. 8. Njezin tok ovisi o međusobnom odnosu kutova α (nagib karakteristike praznog hoda) i β (pravac samouzbude porednog uzbudnog namota), što se može naslutiti već iz jednadžbe (6). Lijepo se to vidi tek na sl. 11, gdje su nacrtana tri glavna slučaja, tj. kad je α veće, kad je jednako β i manje od njega. Principni oblik karakteristike $U = f(I_a)$ za sva tri primjera je na sl. 12. Jasno je na osnovi jednostavnog razmišljanja da za



Sl. 11. Mogući odnosi kutova α i β pri Krämerovu generatoru

slučaj $\alpha < \beta$ (sl. 11.c) s porastom struje tereta napon generatoru neprestano monotono pada, jer postoji uvijek jedno jednoznačno sjecište krivulje praznog hoda i pravca samouzbude. Za $\alpha = \beta$ (sl. 11.b) napon monotono pada s porastom struje tereta sve dok se pravac samouzbude poklopi s linearnim dijelom karakteristike



Sl. 12. Oblici karakteristike $U = f(I_a)$ za razne odnose kutova α i β

praznog hoda, kad se naglo sruši na vrijednost Ø. Za $\alpha > \beta$ (sl. 11.a) napon monotono pada s porastom opterećenja sve do vrijednosti struje $I_a = I_k$, nakon čega su za sve vrijednosti $I_a > I_k$ dva moguća pogonska stanja, tj. dvije vrijednosti napona U koje odgovaraju dvama sjecištima karakteristike praznog hoda i pravca

samouzbude. Budući da su pri tome moguće struje veće od I_k, na koju vrijednost želimo ograničiti pogon, to je taj slučaj nepovoljan, i pri izboru iznosa nezavisnog i porednog protjecanja valja osigurati dobru karakteristiku uvjetom:

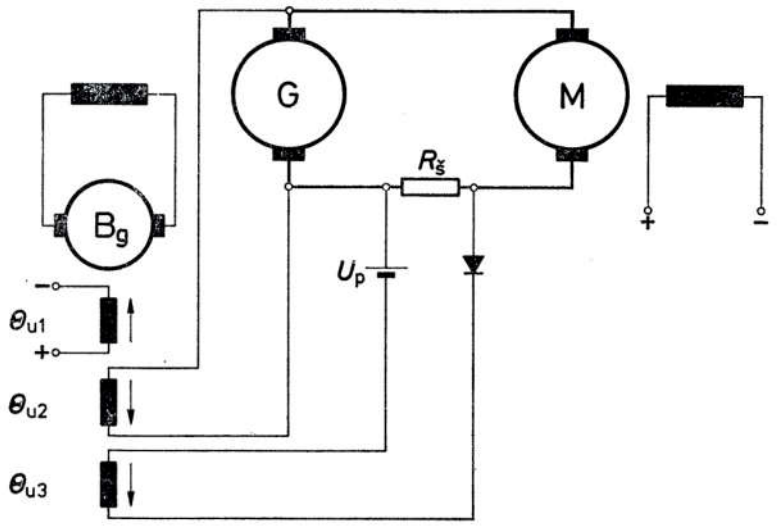
$$\alpha \leq \beta. \tag{7}$$

Nepovoljna je osobina Leonardova pogona s tronamotnim generatorom da vanjska karakteristika jako ovisi o tome koliko su otpori zagrijani. Iz jednadžbe (5) vidi se da će na vrijednost struje u kratkom spoju utjecati R_g i R_m, i kad se I_k ne smije nipošto premašiti, treba w_s u jednadžbi (6) računati s otporima u hladnome pogonskom stanju. Nije nevažno da i kut β ovisi o zagrijanju otpora porednoga uzbudnog namota. Na osnovi sl. 10. može se za nagib pravca samouzbude pisati:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{E_{go}}{\Theta_{po}} \doteq \frac{i_{po}\, r_p}{i_{po}\, w_p} = \frac{r_p}{w_p}.$$

Tu je r_p otpor u porednome uzbudnom krugu generatora, a w_p broj zavoja poredne uzbude. To znači da će i kut β rasti sa zagrijanjem otpora uzbude. Zato uvjet (7) valja osigurati uzevši β u hladnome pogonskom stanju, kako bi sigurno vrijedio i u toplome pogonskom stanju, tj. da struja kratkog spoja sigurno ne premaši dopuštenu vrijednost.

Vanjska karakteristika motora prikazana sl. 8. ostvaruje se i pomoću Leonardova pretvarača s normalnim (jednonamotnim) generatorom kad je njegov uzbudnik opremljen s više uzbudnih namota na koje mogu djelovati povratne veze. Jedna od mogućnosti je na sl. 13. Opišimo ukratko princip. Uzbudnik Bg ima tri uzbudna

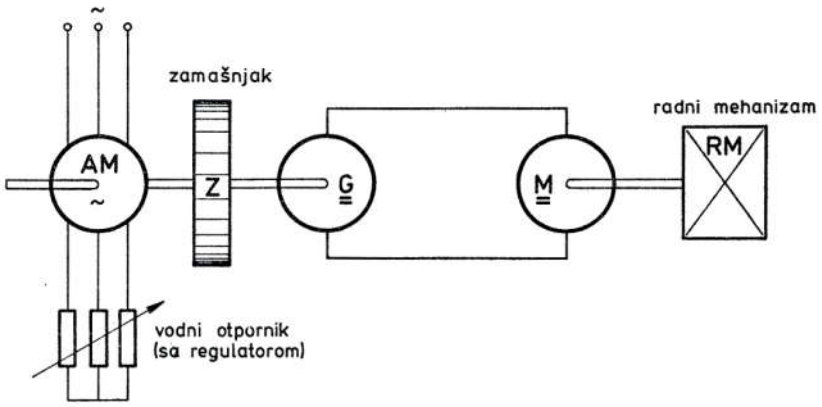


Sl. 13. Principni spoj Leonardova agregata opremljenog uzbudnikom generatora s više uzbudnih namota

namota. Protjecanje u prvome Θ_{u1} potječe od nezavisnog izvora. Protjecanje Θ_{u2} negativna je naponska povratna veza. Protjecanje Θ_{u3} ograničena je strujna povratna veza, s ventilom koji ne propušta struju pozitivnoga uzbudnog smisla i s izvorom protunapona U_p koji se suprotstavlja naponu na šantu $R_š$. Θ_{u1} i Θ_{u2} drže ravnotežu uzbudne struje generatora G i napon na generatoru gotovo je potpuno

čvrst, sve dok struja tereta koja raste ne stvori pad napona na šantu $I_a R_š$ toliko visokim da nadvlada protunapon U_p. Tad poteče struja i trećim uzbudnim namotom uzbudnika, tj. nastane protjecanje Θ_{u3}, koje naglo ruši napon uzbudnika, a time i generatora. Prilagodbom broja zavoja uzbudnih namota uzbudnika Bg, šanta $R_š$ i protunapona U_p može se vanjska karakteristika podesiti prema zahtijevanoj, tj. onoj na sl. 8.

Jednu drukčiju, novu kvalitetu pogona pruža Leonardov agregat opremljen zamašnjakom. Za elektromotorne pogone velikih snaga, s vrlo visokim udarnim opterećenjem, upotrebljava se takav modificirani agregat nazvan Ilgner-Leonardov agregat. Njegova je principna skica na sl. 14. Kod njega je na osovinu agregata



Sl. 14. Principna skica Ilgner-Leonardove grupe

dodan zamašnjak Z velike zamašne mase mD^2, da lakše podnese udarce, a osim toga rotorski mu je namot pogonskog motora agregata (uvijek je kolutni motor) spojen na dodatni promjenljivi otpornik. Zadatak je tog otpornika, koji se najčešće izvodi kao tekućinski (vodni), da pri vrlo visokim preopterećenjima, povećavajući otpor u rotorskom krugu, a zbog usporenja agregata, oslobodi dio kinetičke energije iz zamašnih masa i tom energijom sudjeluje u svladavanju opterećenja. Na ukapčanje i iskapčanje dodatnog otpornika djeluje posebni regulator. Ilgner-Leonardova grupa posebno je pogodna za reverzione elektromotorne pogone kod teških valjaoničkih stanova i slično.

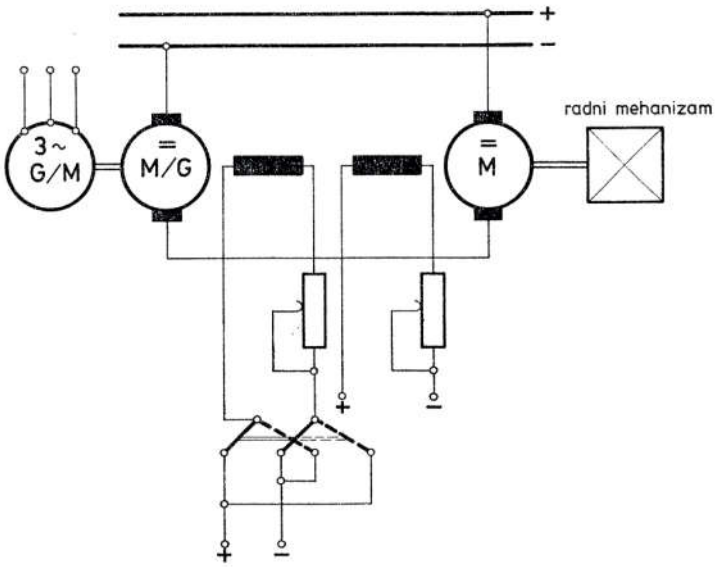
Ima još mnogo varijacija Leonardova agregata, kojima se mogu postizati razna pogonska svojstva. Najvažnije mogućnosti prikazane su u dosadašnjem izlaganju. No može se, općenito ocjenjujući Leonardov spoj kao izvor promjenljivoga istosmjernog napona za pogon nezavisno uzbuđenog motora i ističući mogućnosti da se postignu razna pogonska svojstva, općenito reći: Elektromotorni pogon Leonardovom grupom dolazi u raznim elektromotornim pogonima od nekoliko kilovata snage do graničnih vrijednosti (10 MW). On ima mnoge prednosti. Brzina vrtnje vrlo se fino podešava i to se može izvoditi malim snagama u uzbudi. Zalet i kočenje obavljaju se vrlo ekonomično jer se promjena brzine vrtnje može odvijati u malim skokovima — kontinuirano. Opseg podešavanja brzine vrtnje vrlo je širok — 1 : 30, a u specijalnim izvedbama (s posebnim pojačalima itd.) i do 1 : 200. Ali — on ima veliki nedostatak — vrlo je skup. Nabavna mu je cijena nekoliko puta viša od cijene jednog motora jer su to zapravo tri stroja jednake snage, dakle trostruka instalirana snaga u usporedbi s jednomotornim pogonom. Budući da energija kroz

njega ide »serijski« kroz tri glavna stroja, gubici su mu visoki, gotovo trostruki u usporedbi s jednomotornim pogonom, a potrebno je i više prostora i veći su izdaci za održavanje. Zato se u novije vrijeme on sve više zamjenjuje ispravljačkim pogonima, tj. istosmjernim motorom napajanim preko ispravljača izravno iz izmjenične mreže, i to posvuda gdje dopuštaju tehnički uvjeti.

Na pitanja vezana za upotrebu Leonardovih grupa posebno ćemo se osvrnuti u poglavlju o dinamičkim stanjima elektromotornog pogona.

4.1.3. Elektromotorni pogon s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom u buster-spoju

Pri pogonu nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom s uključenim predotporom (npr. prema sl. 2) dio napona mreže $\Delta U = I_a \cdot R_p$ poništi se na predotporu. Zamislimo li umjesto predotpora uključenu armaturu drugoga istosmjernog stroja — takvu da mu je nazivna struja jednaka I_a, a nominalni napon jednak ΔU — i ako uspijemo taj dodatni stroj uzbuditi i opteretiti upravo tako da nadomjesti pad napona $I_a R_p$, došli smo do pojma bustera ili buster-spoja. Cijeli spoj prikazuje sl. 15.

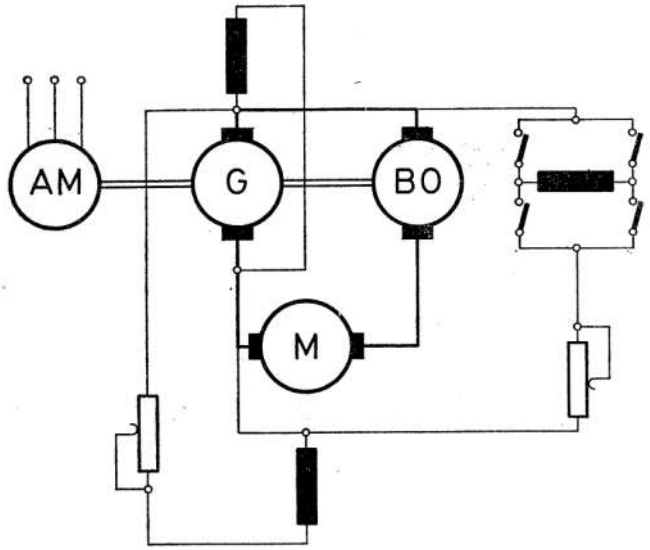


Sl. 15. Buster-spoj nezavisno uzbuđenog istosmjernog motora

Ulogu predotpora zamjenjuje buster (M/G), koji i svojom oznakom pokazuje, a vidi se i iz spoja, da može biti uzbuđen i kao generator i kao motor. Razlika je prema predotporu, koji je mogao samo poništiti (oduzeti) napon u strujnom krugu, a buster ga može i dodati. To da se oduzima ili dodaje napon pogonskom motoru M u granicama $\pm U_B$ energetski omogućuje asinhroni stroj na osovini s buster-strojem, koji radi kao motor kad buster radi kao generator, i obrnuto.

Želimo li u buster-spoju podešavati brzinu vrtnje u cijelom opsegu od $n = 0$ do $n = n_n$, mora se on izgraditi za polovicu nominalnoga napona motora, dakle polovicu snage. Budući da tad potpuno zamjenjuje normalni Leonardov agregat, on je od njega znatno ekonomičniji. Jedina je neprilika u tome što zahtijeva postojanje jake istosmjerne mreže, a to je rijetko ostvareno. Ako se, međutim, već cijela mreža transformira Leonardovim agregatom, onda nema svrhe. Inače je buster posebno ekonomičan kad je potreban manji opseg podešavanja naponom pogon-

skog motora jer je onda znatno manji. Posebna mu je prednost da se može brže podešavati i s manjim snagama podešavanja od Leonardova agregata jer su mu manje električke vremenske konstante i snage uzbudnih krugova. Zato se za podešavanje u ograničenom opsegu katkad on upotrebljava i kod Leonardova agregata (sl. 16).

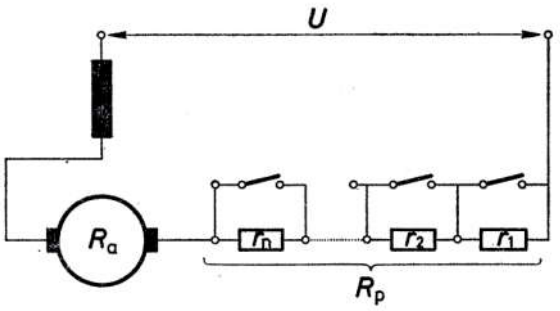


Sl. 16. Buster-spoj primijenjen kod Leonardove grupe: BO — buster, G — istosmjerni generator Leonardova agregata

Iz osnovne ideje o dodatnome naponskom izvoru u armaturnome strujnom krugu, odnosno o dva izvora napona u seriji, poteklo je mnoštvo spojeva koji rade u biti kao buster, a služe da bi se postigle razne karakteristike pogonskih motora za elektromotorni pogon.

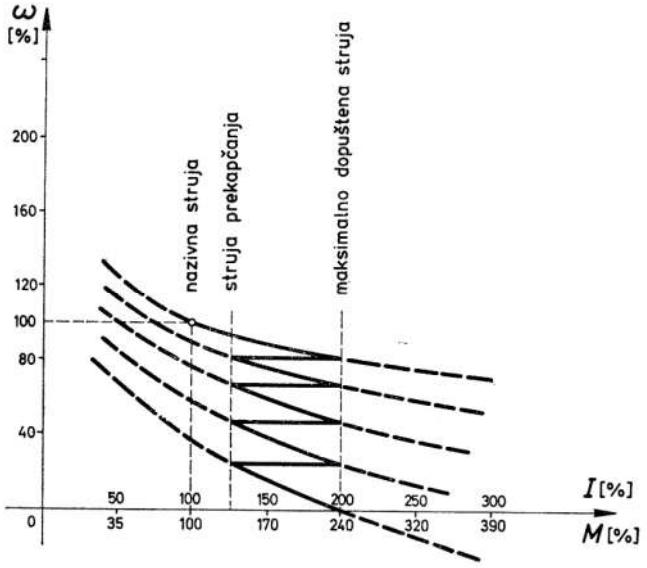
4.1.4. Elektromotorni pogon sa serijski uzbuđenim istosmjernim motorima upravljan radnim otporima

Mogućnosti da se elektromotornom pogonu sa istosmjernim serijskim motorom podešava brzina vrtnje pokazuju njegove mehaničke karakteristike. Ako se napajanje obavlja iz istosmjerne mreže čvrstog napona, mogu se otporima (predotporima, šantovima) postizati razna pogonska stanja prikazana u odjeljcima 2.3. i 2.5. Posebno dobar pregled pruža sl. 2.5—9. Dovođenje elektromotornog pogona u radnu točku slično je problematici koja se susreće i u nezavisno uzbuđenih motora (odjeljak 4.1.1). Iz jednakih razloga valja ograničiti struju kratkog spoja u času uklapanja da ne nastanu opasna komutacijska naprezanja. Dakle, potrebno je i tu uključiti predotpor R_p dovoljno velikog iznosa kako struja kratkog spoja ne bi bila veća od dopuštene, ali da pokretni moment bude dovoljno velik. Izvede li se predotpor R_p s dionim otpornicima (sl. 17), može se proces dovođenja na željenu brzinu vrtnje provesti u »skokovima«, tako da se prekapčanja na manji predotpor obave pri



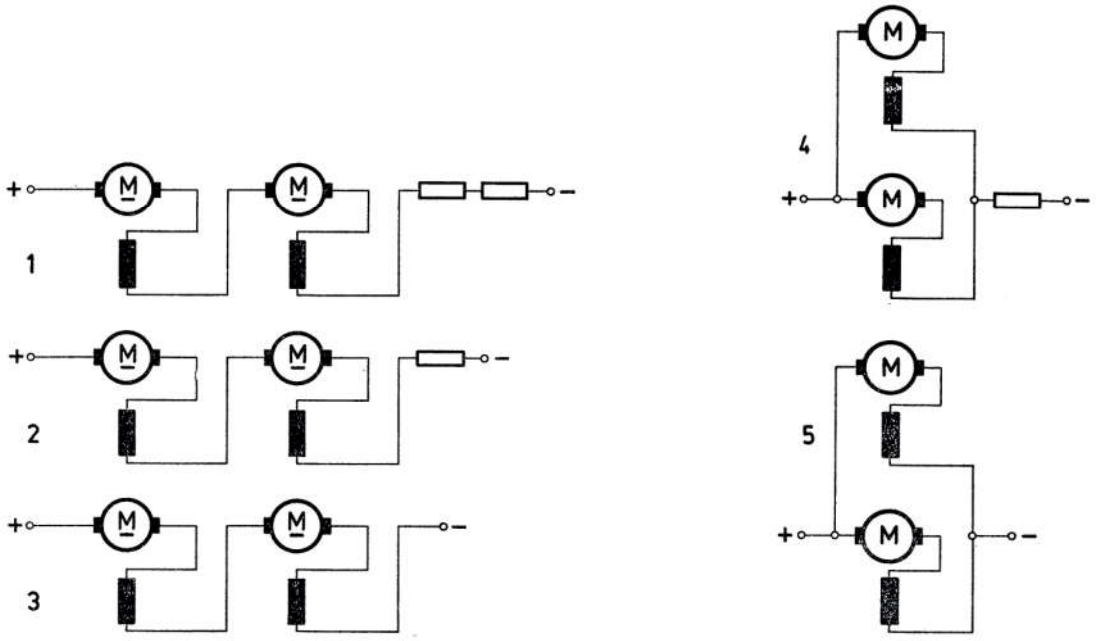
Sl. 17. Skice predotpora za serijski uzbuđeni istosmjerni stroj, uz objašnjenje pokretanja i podešavanja brzine vrtnje

povoljnom iznosu momenta i struje. Prikaz takva stavljanja u pogon daje sl. 18. Potanja tumačenja nisu potrebna jer je u principu riječ o jednakom načinu upuštanja kao u nezavisno uzbuđenog motora, gdje je to bilo detaljno izloženo. Na sl. 18. mjerilo za moment nije linearno jer uz struje upuštanja koje se kreću od 120 do 200 % nazivne vlada već relativno visoko zasićenje u željezu.



Sl. 18. Pokretanje i podešavanje brzine vrtnje serijski uzbuđenog istosmjernog motora

U nekim izvedbama elektromotornog pogona kad je više jednakih serijskih motora na jednome elektromotornom pogonu — kao kod vučnih vozila — može se primijeniti princip serijsko-paralelnog ukapčanja i prekapčanja više motora, ili se takvo upuštanje kombinira još i s otpornicima. Primjer sadrži sl. 19. za elektromotorni pogon s dva motora i kombinirano upuštanje u pet stupnjeva uz pomoć otpornika.

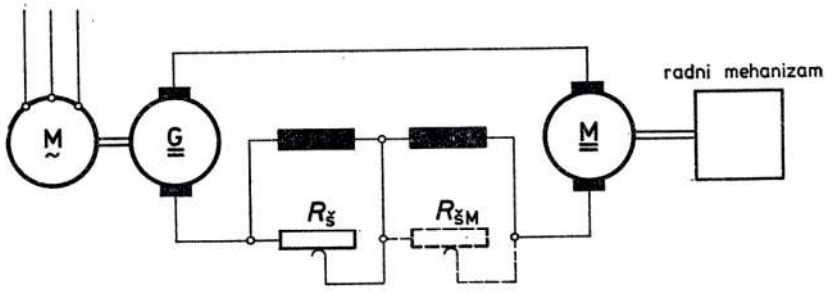


Sl. 19. Primjer redoslijeda ukapčanja vučnog pogona sa dva serijska istosmjerna motora u pet stupnjeva

4.1.5. Elektromotorni pogon sa serijski uzbuđenim istosmjernim motorima upravljan naponom izvora

Upotrebljavaju li se pri podešavanju brzine vrtnje nadolje mehaničke karakteristike postignute ukapčanjem otpora, gubi se veliki dio energije — elektromotorni pogon radi sa slabom korisnosti — skup je. Kad se ima izvor promjenljivoga istosmjernog napona, može se ista pogonska stanja ostvarivati sa znatno manjim gubicima, uz praktički istu porodicu mehaničkih karakteristika kao na sl. 2.8—14. To nas odmah upućuje da je potreban priključak na izmjeničnu mrežu preko klasičnoga Leonardova agregata. Leonardov agregat u sastavu s izmjeničnim pogonskim motorom i nezavisno uzbuđenim istosmjernim generatorom, služi kao izvor promjenljiva napona, pa se u našemu pogonskom motoru privodi napon kojim se s manje gubitaka mogu postizati željena pogonska stanja. Ipak je upotreba tog spoja dosta rijetka uglavnom zbog skupoće cijele grupe. Ponekad se uzima i buster ako je potrebna mala promjena napona (uz čvrstu mrežu).

Nešto se češće za manje snage upotrebljava posebna vrsta Leonardove grupe koja se sastoji od pogonskoga izmjeničnog motora i serijskoga istosmjernog generatora kao agregata za pretvorbu, te serijskoga istosmjernog pogonskog motora. Principni je spoj na sl. 20. Poznato je kako je vanjska (naponska) karakteristika



Sl. 20. Principna skica elektromotornog pogona koji se ostvaruje serijski uzbuđenim istosmjernim motorom napajanim iz serijski uzbuđenoga generatora

serijskom generatoru potpuno mekana, kao i vanjska mehanička karakteristika serijskog motora. Zanimljivost je spoja prema sl. 20. u tome što je karakteristika pogonskom motoru tvrda. Fizikalno se to može ovako objasniti: S porastom struje pada brzina vrtnje istosmjernom motoru priključenome na konstantni napon. Ali kad njega napaja serijski generator kojem napon raste s porastom struje, pad se brzine vrtnje motora kompenzira porastom brzine vrtnje zbog porasta napona generatora. Točne karakteristike dobivaju se samo točnim razmatranjem konkretnog primjera. U principu karakteristike izgledaju kao na sl. 21. Karakteristika A odgovara prirodnoj karakteristici serijskog motora. Punom crtom izvučene karakteristike odnose se na spoj prema sl. 20. za različite veličine šanta $R_š$, pri čemu najgornja od njih (B) predočuje stanje kad nema šanta ($R_š = \infty$). Crtkane karakteristike odgovaraju slučaju kad se uz punu uzbudu generatora ($R_š = \infty$) slabi uzbuda motora jednim šantom (crtkano na sl. 20) koji bi se priključio paralelno uzbudnom namotu pogonskog motora. Sve karakteristike u praznom hodu prolaze kroz istu točku (ω_0 na sl. 21). Do tog zaključka može se doći ovim razmatranjem. Kutna je brzina vrtnje za motor općenito prema izrazu (2.2—1):

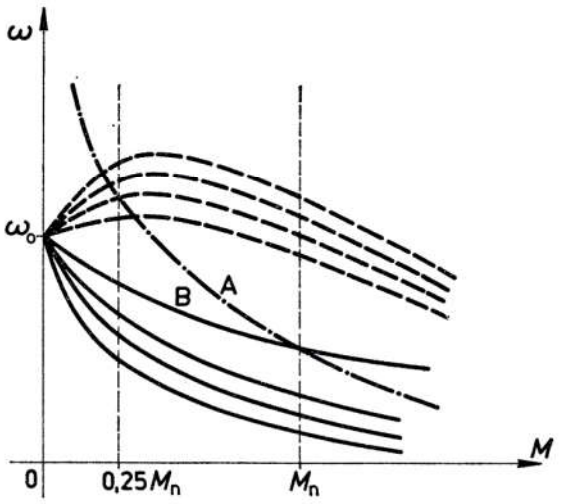
$$n = \frac{E}{k_e \cdot \Phi} = \frac{U - I_a \cdot R}{k_e \cdot \Phi}$$

ili, s drugim vrijednostima za k_e:

$$\omega = \frac{E}{k_e \cdot \Phi} = \frac{U - I_a \cdot R}{k_e \cdot \Phi}.$$

U našem primjeru izvorni je napon u armaturnom krugu inducirani napon generatora:

$$U = E_g = k_{eg} \cdot \Phi_g \cdot \omega_g,$$



Sl. 21. Mehaničke karakteristike elektromotornog pogona ostvarenoga prema shemi na sl. 20.

gdje se indeksi »g« odnose na generator. R je ukupni otpor u armaturnom krugu, pa vrijedi:

$$\omega = \frac{k_{eg} \Phi_g \omega_g - I_a R}{k_{em} \Phi_m}, \tag{8}$$

pri čemu se indeks »m« odnosi na motor. Ako nema tereta (prazni hod) $I_a = 0$ i uz indeks »o« za prazni hod primijenjen na promjenljive veličine prelazi izraz (8) u:

$$\omega_o = \frac{k_{eg} \Phi_{og}}{k_{em} \Phi_{om}} \omega_{og}. \tag{9}$$

Tu su k_{eg} i k_{em} konstante, a Φ_{og} i Φ_{om} remanentni su magnetski tokovi u generatoru i motoru u praznom hodu. Da se oni od slučaja do slučaja ne bi mijenjali, može se pri gradnji strojeva za ovaj spoj ugraditi jednostavni magnetski spajač radi održanja remanencije. Tom jednostavnom spojnicom od magnetskog materijala premoste se dva susjedna glavna pola. Obično su za takav pogon motor i generator jednaki, pa je $k_{eg} = k_{em}$ i $\Phi_{og} = \Phi_{om}$, a relacija (9) prelazi u:

$$\omega_o = \omega_{og}. \tag{10}$$

Brzina vrtnje u praznom hodu je, dakle, uvijek jednaka, a kad su motor i generator jednaki, čak se izjednačuje s brzinom vrtnje generatora.

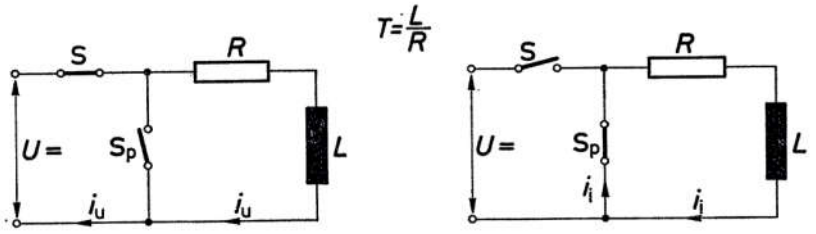
Sa sl. 21. vidi se da su karakteristike mekane u području malih opterećenja, do oko 25 % nazivnoga, a onda pokazuju potrebnu tvrdoću. Prikazani spoj prikladan je kad se podešava brzina vrtnje u širokim granicama. Opseg podešavanja je

oko 1 : 10, a i više. S gledišta gubitaka on je povoljan kao i Leonardova grupa za nezavisno uzbuđeni motor. U pogledu nabavke još je i povoljniji jer ne treba posebne uzbude ni uzbudnika. Motor se jednostavno upušta promjenom otpora šanta u generatorskoj uzbudi. Brzina vrtnje vrlo se jednostavno podešava. Pogon je posebno prikladan za radne mehanizme s konstantnim momentom tereta.

4.1.6. Principi impulsnog upravljanja istosmjernim strojevima priključenima na istosmjernu mrežu

Bit impulsnog upravljanja brzine vrtnje u elektromotornim pogonima sastoji se u tome što se, neprekidno ukapčajući i iskapčajući neki element u spoju motora, s određenim taktom, sistematski mijenja neki od parametara koji je bitan za brzinu vrtnje. Stoga se ona neprestano mijenja u nekim obično vrlo uskim granicama, ali je njezin prosjek konstantan. Promjenom takta (njegove frekvencije i relativnog trajanja uključenja) mijenja se ta prosječna vrijednost brzine vrtnje.

Da se lakše razumije ponašanje istosmjernog motora kojim se upravlja impulsima, počnimo razmatranje s ponašanjem običnoga pasivnog istosmjernog strujnog kruga, što je prispojen na istosmjernu mrežu i upravljan impulsima. Na sl. 22. prikazan je takav strujni krug, i to na sl. 22.a uključen (sklopka S uključena, a sklopka S_p isključena), a na sl. 22.b isključen (sklopka S isključena, a sklopka S_p uključena).



Sl. 22. Skica uključenog (a) i isključenog (b) pasivnog strujnog kruga

U uključenom stanju teče struja trenutne vrijednosti i_u iz izvora $U =$ preko (glavne) sklopke S radnim otporom R i induktivitetom L, a pri isključenom stanju protječe kroz R i L struja trenutne vrijednosti i_i preko (pomoćne) sklopke S_p. Tome pasivnom strujnom krugu, i u uključenom i u isključenom stanju, vremenska će konstanta biti $T = \frac{L}{R}$. Neka se pasivni strujni krug uključuje i isključuje periodički (vidi sl. 23.a), tj. napon se uključuje u jednakim vremenskim razmacima (perioda T_c, frekvencija $\frac{1}{T_c}$). Pri tome neka su trajanja uključenja (t_u na slici) i trajanja isključenja (t_i na slici) konstantna. Tad je relativno trajanje uključenja $\varepsilon = \frac{t_u}{T_c}$, a relativno trajanje isključenja $(1 - \varepsilon) = \frac{t_i}{T_c}$. Za struju u uključenom stanju vrijedi općenito:

$$i = i_{poč} + (I_k - i_{poč})\,(1 - e^{-\frac{t}{T}}), \qquad (11)$$

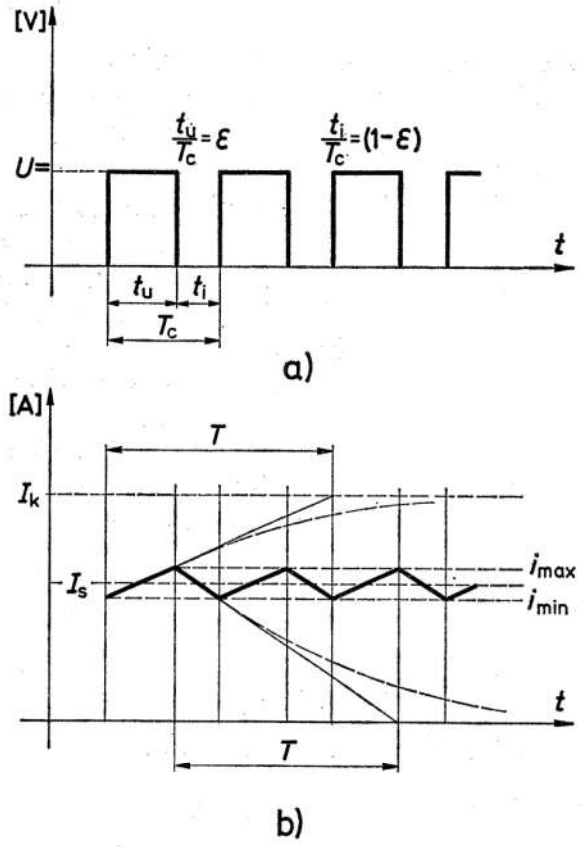
a za struju u isključenom stanju:

$$i = i_{poč}\, e^{-\frac{t}{T}}. \tag{12}$$

U relacijama (11) i (12) $i_{poč}$ označuje početnu vrijednost struje u bilo kojem trenutku uključenja i isključenja, a I_k struju kratkog spoja pasivnog kruga $I_k = \frac{U_=}{R}$.

Nakon nekog vremena ponavljat će se vremenski tok struje tokom svakog ciklusa, tj. nastupit će neko kvazistacionarno stanje (vidi sl. 23.b). Tad je iznos $i_{poč}$ u jednadžbi (11) $i_{poč} = i_{min}$, a u jednadžbi (12) $i_{poč} = i_{max}$, pa za period rasta struje vrijedi:

$$i = I_k - (I_k - i_{min})\, e^{-\frac{t}{T}}, \tag{11.a}$$



Sl. 23. Impulsno upravljani pasivni strujni krug: a) redoslijed naponskih impulsa; b) ponašanje struje u kvazistacionarnom stanju

a za period opadanja struje:

$$i = i_{max}\, e^{-\frac{t}{T}}. \tag{12.a}$$

Vidi se sa sl. 23.b da i_{max} i i_{min} imaju značenje maksimalne i minimalne vrijednosti struje za vrijeme kvazistacionarne pojave. One se mogu računati jedna iz druge prema relacijama (11.a) i (12.a):

$$i_{max} = I_k - (I_k - i_{min})\, e^{-\frac{t_u}{T}} = I_k - (I_k - i_{min})\, e^{-\frac{\varepsilon T_c}{T}} \tag{11.b}$$

$$i_{min} = i_{max}\, e^{-\frac{t_i}{T}} = i_{max}\, e^{-\frac{(1-\varepsilon)\, T_c}{T}}. \tag{12.b}$$

Srednja vrijednost struje I_s u kvazistacionarnom stanju izračuna se uz pomoć izraza (11.a) i (12.a):

$$I_s = \frac{1}{T_c}\left\{\int_0^{\varepsilon T_c} [I_k - (I_k - i_{min})\, e^{-\frac{t}{T}}]\, dt + \int_0^{(1-\varepsilon)T_c} i_{max}\, e^{-\frac{t}{T}}\, dt\right\}.$$

Nakon integracije i uz pomoć jednadžbi (11.b) i (12.b) izlazi:

$$I_s = \varepsilon I_k. \tag{13}$$

Srednja je vrijednost struje, dakle, proporcionalna relativnom trajanju uključenja ε.

Kad u izraz (13) uvrstimo $I_k = \frac{U}{R}$, dobiva se $I_s = \varepsilon \frac{U}{R} = \frac{U'}{R}$, tj. vrijedi:

$$U' = \varepsilon U. \tag{13.a}$$

Važan je zaključak da se srednja vrijednost struje u impulsno napajanome pasivnom strujnom krugu ponaša kao da mu je narinut ε puta smanjen napon. Očito je sa sl. 23. da će kolebanja struje biti to manja što je perioda T_c manja u usporedbi s vremenskom konstantom T.

Kad je riječ o strujnim krugovima složenijim od pasivnoga, kakvi su i strujni krugovi električnih strojeva, neće se moći primijeniti ovako egzaktna matematička obrada problema. Bolje rečeno, neće se dobivati ovako jednostavni rezultati kao u relacijama (13) i (13.a) jer će tu biti složenije prijelazne pojave. Međutim, u uvjetima koji su princip uspješnoga impulsnog upravljanja, tj. da se upravlja pomoću visoke frekvencije impulsa što vodi do znatno kraće (za red veličine!) periode impulsa od vremenskih konstanti, moći će se uvijek linearizirati eksponencijalne funkcije jer se promjene fizikalnih veličina u relativno vrlo kratkom vremenu odvijaju po pravcu. Za primjer takva postupka pokažimo upravo riješeni pasivni krug. Očito je da će se uz linearizirane odnose struje na sl. 23.b mijenjati po pravcu, tj.:

$$I_s = \frac{i_{max} + i_{min}}{2}. \tag{13.b}$$

Razvijemo li eksponencijalnu funkciju

$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$ i zadržimo samo dva prva člana na desnoj strani, prema relacijama (11.b) i (12.b) izlazi:

$$i_{max} = i_{min} + \frac{I_k - i_{min}}{T}\varepsilon T_c \tag{11.c}$$

$$i_{min} = i_{max}\left(1 - \frac{1-\varepsilon}{T} T_c\right). \tag{12.c}$$

Iz tih dviju jednadžbi mogu se izračunati i_{max} i i_{min}:

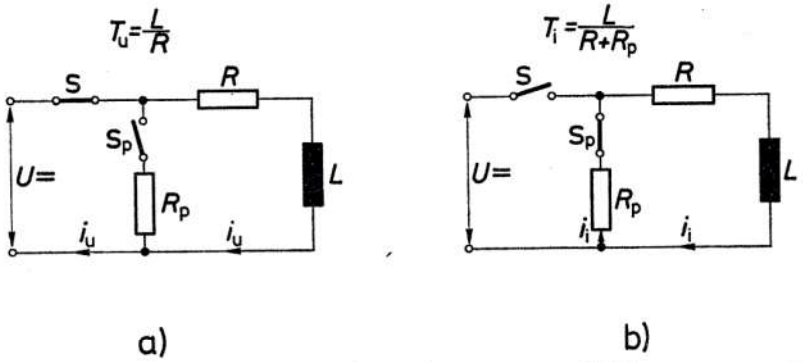
$$i_{max} = \frac{I_k}{\frac{1}{\varepsilon} - \frac{T_c}{T}(1-\varepsilon)}, \quad i_{min} = \frac{I_k\left[1 - \frac{T_c}{T}(1-\varepsilon)\right]}{\frac{1}{\varepsilon} - \frac{T_c}{T}(1-\varepsilon)}.$$

Tad je prema izrazu (13.b):

$$I_s = \frac{I_k \left[2 - \frac{T_c}{T}(1 - \varepsilon)\right]}{2\left[\frac{1}{\varepsilon} - \frac{T_c}{T}(1 - \varepsilon)\right]}. \tag{13.c}$$

Budući da je po početnoj pretpostavci $T_c \ll T$, možemo zanemariti izraze koji se množe tim omjerom, čime izraz (13.c), inače približne vrijednosti u strogo matematičkom smislu, prelazi odmah u točni izraz (13).

Prije nego počnemo razmatrati impulsno upravljane strujne krugove električnih strojeva, promotrimo još ponašanje pasivnoga strujnog kruga s različitim vremenskim konstantama za vrijeme trajanja uključenja t_u i isključenja t_i. Principna je skica na sl. 24. Jedina razlika od prethodnog spoja prema sl. 22. je u tome što je



Sl. 24. Skica pasivnoga strujnog kruga s različitim vremenskim konstantama: a) krug uključen na napon; b) krug isključen s napona

u granu sa (pomoćnom) sklopkom uključen predotpor R_p, tako da će vremenska konstanta za vrijeme kad je krug priključen na napon biti $T_u = \frac{L}{R}$, a kad je on isključen s napona bit će $T_i = \frac{L}{R + R_p}$. Za iznos maksimalne i minimalne struje možemo prema relacijama (11.b) i (12.b) pisati:

$$i_{max} = I_k - (I_k - i_{min})\, e^{-\varepsilon T_c/T_u} \tag{11.d}$$

$$i_{min} = i_{max}\, e^{-(1-\varepsilon) T_c/T_i}. \tag{12.d}$$

Zamijene li se eksponencijalne funkcije pravcima, vrijedi za srednju vrijednost struje I_s u kvazistacionarnom stanju jednadžba (13.b), a izrazi (11.d) i (12.d) prelaze u:

$$i_{max} = i_{min} + \frac{I_k - i_{min}}{T_u}\varepsilon T_c \tag{11.e}$$

$$i_{min} = i_{max}\left(1 - \frac{1 - \varepsilon}{T_i} T_c\right). \tag{12.e}$$

Ako riješimo te dvije jednadžbe, dobiva se:

$$i_{max} = \frac{I_k}{1 + \frac{T_u}{T_i}\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{T_c}{T_i}(1-\varepsilon)}, \quad i_{min} = \frac{I_k\left[1 - \frac{T_c}{T_i}(1-\varepsilon)\right]}{1 + \frac{T_u}{T_i}\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{T_c}{T_i}(1-\varepsilon)}.$$

Na osnovi toga relacija (13.b) prelazi u:

$$I_s = \frac{I_k}{2} \cdot \frac{2 - \frac{T_c}{T_i}(1-\varepsilon)}{1 + \frac{T_u}{T_i}\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} - \frac{T_c}{T_i}(1-\varepsilon)}.$$

Budući da je $T_i \gg T_c$, to zanemarivši odgovarajuće članove u izvedenom izrazu nastaje:

$$I_s = I_k \frac{\varepsilon}{\varepsilon + \frac{T_u}{T_i}(1-\varepsilon)} = I_k\,\varepsilon', \tag{14}$$

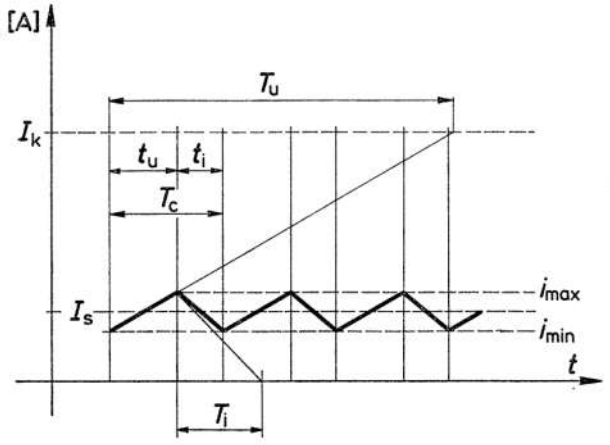
gdje je:

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\varepsilon + \frac{T_u}{T_i}(1-\varepsilon)}. \tag{15}$$

Jednako tako vrijedi i:

$$U' = \varepsilon'\,U, \tag{16}$$

tj. strujni krug se ponaša kao da je na njega narinut smanjeni napon U'. Situaciju prikazuje sl. 25. U jednadžbi (15) ε znači stvarno relativno trajanje uključenja, a ε' bi se moglo nazvati nekim ekvivalentnim relativnim trajanjem uključenja. Naime,



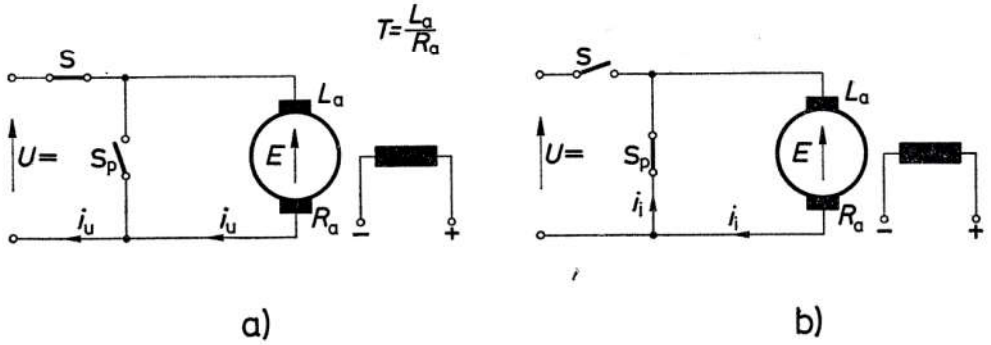
Sl. 25. Ponašanje struje u impulsno upravljanome pasivnom strujnom krugu ako su različite vremenske konstante u uključenom i isključenom stanju

srednja bi vrijednost struje I_s u pasivnome strujnom krugu s jednakim vrijednostima vremenskih konstanti, uz stvarno relativno trajanje uključenja ε', bila jednaka srednjoj vrijednosti struje I_s u pasivnome strujnom krugu s različitim vrijednostima vremenskih konstanti i uz stvarno trajanje uključenja ε. U rješavanju praktičnih

problema često je poznata vrijednost ε' kao faktor kojim se postiže potrebna srednja vrijednost struje I_s ili potrebni napon U'. Tad se stvarno trajanje uključenja dade računati iz relacije (15):

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + \frac{T_i}{T_u}(1 - \varepsilon')}. \tag{15.a}$$

Zatim se može prijeći na krugove električnih strojeva. Zamislimo da u sl. 22. zamijenimo elemente R i L armaturom istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora. To jest, želimo tim motorom impulsno upravljati ukapčajući i iskapčajući napon u armaturnome strujnom krugu. Situaciju predočuje sl. 26. Uz ukupni otpor R_a i



Sl. 26. Impulsno upravljanje nezavisno uzbuđenim motorom:
a) uključen na napon (motorski pogon);
b) isključen s napona (elektrodinamičko kočenje)

ukupni induktivitet L_a u armaturnome strujnom krugu stroja djeluje još i inducirani napon E. Zbog toga je stroj spojen prema sl. 26.a u motorskom pogonu kad je priključen na mrežu, a prema sl. 26.b u stanju elektrodinamičkog kočenja kad je isključen s mreže i premošten (pomoćnom) sklopkom S_p. Za uključeno stanje vrijedi jednadžba stanja:

$$U = iR_a + L_a \frac{di}{dt} + E, \tag{17}$$

a za isključeno:

$$0 = iR_a + L_a \frac{di}{dt} + E. \tag{18}$$

Pretpostavimo, radi jednostavnosti razmatranja, kako je moment inercije motora i radnog mehanizma J tako velik da se mehanička prijelazna pojava odvija znatno sporije od električke. To znači da u kvazistacionarnom stanju možemo brzinu vrtnje smatrati praktički konstantnom ($\omega = \text{konst.}$), a stoga i inducirani napon postaje praktički konstantan ($E = \text{konst.}$). Tad se za trenutnu vrijednost struje u uključenom stanju može pisati:

$$i = i_{\text{poč}} + \left(\frac{U - E}{R_a} - i_{\text{poč}}\right)(1 - e^{-\frac{t}{T}}), \tag{17.a}$$

a u isključenom stanju:

$$i = i_{\text{poč}}\, e^{-\frac{t}{T}} - \frac{E}{R_a}(1 - e^{-\frac{t}{T}}). \tag{18.a}$$

Početne vrijednosti struje su $i_{\min}$ za stanje uključenja, a $i_{\max}$ za isključenje, pa jednadžbe (17.a) i (18.a) prelaze u:

$$i = \frac{U - E}{R_a} - \left(\frac{U - E}{R_a} - i_{\min}\right) e^{-\frac{t}{T}} \tag{17.b}$$

$$i = -\frac{E}{R_a} + \left(\frac{E}{R_a} + i_{\max}\right) e^{-\frac{t}{T}}. \tag{18.b}$$

Iznosi maksimalne i minimalne vrijednosti struja određeni su trajanjem uključenja:

$$i_{\max} = \frac{U - E}{R_a} - \left(\frac{U - E}{R_a} - i_{\min}\right) e^{-\varepsilon \frac{T_c}{T}} \tag{17.c}$$

$$i_{\min} = -\frac{E}{R_a} + \left(\frac{E}{R_a} + i_{\max}\right) e^{-\frac{(1-\varepsilon)T_c}{T}}. \tag{18.c}$$

Srednja vrijednost struje bit će:

$$I_s = \frac{1}{T_c}\left\{\int_0^{\varepsilon T_c} \left[\frac{U - E}{R_a} - \left(\frac{U - E}{R_a} - i_{\min}\right) e^{-\frac{t}{T}}\right] dt + \int_0^{(1-\varepsilon)T_c} \left[-\frac{E}{R_a} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \left(\frac{E}{R_a} + i_{\max}\right) e^{-\frac{t}{T}}\right] dt\right\}.$$

Nakon integracije može se uz pomoć izraza (17.c) i (18.c) izračunati:

$$I_s = \frac{U}{R_a}\varepsilon - \frac{E}{R_a}. \tag{19}$$

Iz relacije (19) dobiva se za inducirani napon:

$$E = U\varepsilon - I_s R_a. \tag{19.a}$$

Podijelimo li taj izraz s c_e i ako se zamijeni srednja vrijednost struje I_s srednjom vrijednošću momenta $M_s = c_m I_s$, izlazi:

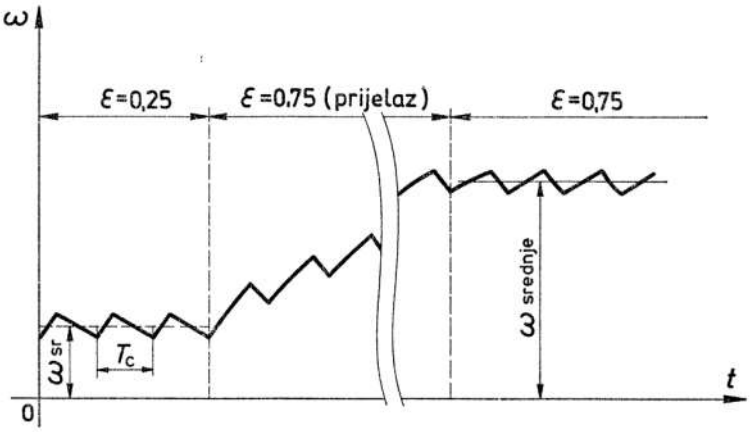
$$\omega = \omega_0 \varepsilon - \frac{M_s R_a}{c_e c_m} = \omega_0 \varepsilon - \Delta\omega. \tag{20}$$

Iz relacije (20) vidi se da se i brzina vrtnje ponaša kao da je motor priključen na napon iznosa $U' = U\varepsilon$, tj. kao da je upravljan naponom. Naime, u praznom hodu brzina vrtnje motora je ε puta manja od idealne koju bi imao motor priključen na čvrsti napon, a pad brzine vrtnje $\Delta\omega$ jednak je onome koji odgovara momentu

tereta. Tome je uzrok nužnost da srednja vrijednost momenta motora u kvazistacionarnome pogonskom stanju mora biti jednaka momentu tereta $M_s = M_t$. U izvodu (20) pretpostavljeno je da je inducirani napon motora u kvazistacionarnom stanju E_m konstantan. Ta bi pretpostavka bila u cijelosti ispunjena samo ako je moment inercije J elektromotornog pogona beskonačno velik. Zapravo, ma koliko bio velik stvarni moment inercije, nastupit će izvjesno kolebanje brzine vrtnje oko srednje vrijednosti:

$$\omega_{sred} = \varepsilon\omega_0 - \frac{M_s R_a}{c_e c_m} = \varepsilon\,\omega_0 - \Delta\omega. \qquad (20.a)$$

Ta kolebanja bit će to manja što je elektromotornom pogonu moment inercije veći, odnosno što je mehanička tromost sistema veća u usporedbi s električkom tromosti. Točni bi se odnosi mogli izračunati pošavši od složenijih jednadžbi stanja nego su (17) i (18), što u ovom trenutku nije bitno jer to ne vodi do bitno drukčijeg rezultata za srednju vrijednost brzine vrtnje od one prema relaciji (20.a). Možda je samo dobro napomenuti kako u kvazistacionarnom stanju maksimalne i minimalne vrijednosti struja i brzine vrtnje i_{max} i n_{max}, odnosno i_{min} i n_{min} neće nastupati u istom trenutku, niti će trajanja porasta i opadanja brzine vrtnje biti jednaka onima porasta i opadanja struje, dok će trajanje jedne periode u kojoj se odigrava porast i pad biti jednako. Potanje o tome bit će riječi u poglavlju o dinamičkim stanjima elektromotornih pogona. Na sl. 27. prikazano je principno ponašanje brzine vrtnje impulsno upravljanog motora, spojenoga prema sl. 26, s prijelazom iz jednoga (manjeg) na drugo (veće) trajanje uključenja.



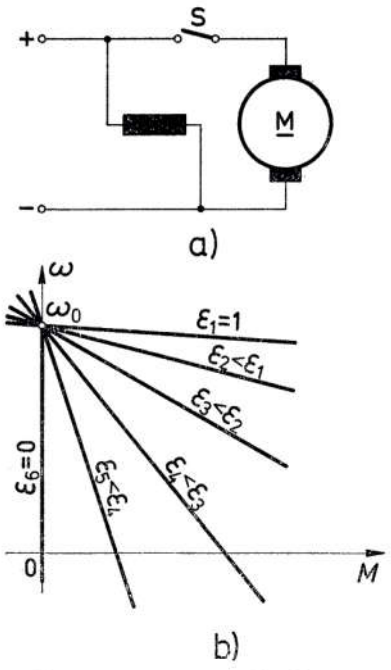
Sl. 27. Ponašanje brzine vrtnje motora u spoju prema sl. 26. za dva različita slučaja trajanja uključenja

Govoreći općenito o impulsnom upravljanju istosmjernim strojevima, valja istaknuti da su uz impulsno ukapčanje i iskapčanje ili prekapčanje u nekom taktu odstupanja od srednje vrijednosti brzine vrtnje ω_{sred} neznatna ako je takt (trajanje T_c) ispravno odabran. Izabere li se drukčije trajanje uključenja, mijenja se srednja brzina vrtnje na drugu vrijednost (vidi sl. 27). Jednako tako očito je da veličina opterećenja (moment tereta) mijenja visinu prosječne brzine vrtnje uz jednako relativno trajanje opterećenja ε. Prosječna brzina vrtnje opada kad moment tereta poraste, i obratno, ona će se povećati kad se moment tereta smanji. Samo izvođenje impulsa — isključivanje i uključivanje strujnog kruga elektromotora — može se provesti kontaktnom (sklopke, prekidači, sklopnici) aparaturom ili beskontaktno, elektronički, pomoću elektroničkih sklopki (čoperi). Relativno trajanje uključenja ε mijenja se na dva načina. U prvome mijenja se trajanje uključenja

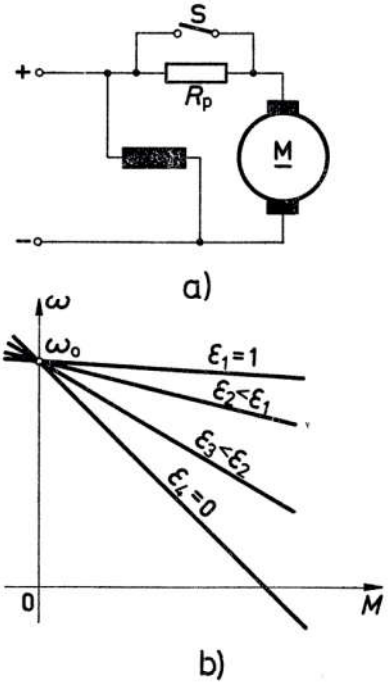
t_u uz konstantnost ciklusa (takta) T_c = konst., što se još naziva regulacijom uz konstantnu frekvenciju. Drugi je način da se uz konstantno trajanje uključenja t_u = = konst. mijenja takt, trajanje ciklusa T_c, što se još zove regulacijom uz promjenljivu frekvenciju.

4.1.7. Elektroničko impulsno upravljanje istosmjernim strojevima napajanima iz istosmjerne mreže

Razmotrimo uvodno nekoliko tipičnih primjera impulsnog upravljanja istosmjernim strojevima, pri čemu zasad ne ulazimo u karakter i vrstu sklopke kojom se to provodi. Ugradi li se u glavni strujni krug nezavisno ili poredno uzbuđenog motora jedna (vidi sl. 28.a) sklopka »S«, kojom se u nekom taktu prekida i uključuje armatura na naponski izvor kako je opisano, može se upravljati brzinom vrtnje. Princip impulsnog upravljanja protumačit ćemo promatrajući mehaničke karakteristike motora, gdje pri tome brzina vrtnje (n ili ω) ima značenje srednje vrijednosti brzine u jednom ciklusu. Kad je prekidač S trajno uključen, što po definiciji iz relacije $\varepsilon = \frac{t_u}{T_c}$ znači $\varepsilon = 1$, imamo pravu prirodnu mehaničku karakteristiku poredno uzbuđenog motora (vidi sl. 28.b). Radi li sklopka S s velikim trajanjem uključenja (velikom intermitencijom) ε_1, motor je unutar jednog ciklusa mnogo dulje priključen na naponski izvor nego što je isključen, pa će za jednak moment tereta prosječna brzina vrtnje biti nešto niža nego uz prirodnu karakteristiku. Što je uključenje kraće, to će uz isti moment opterećenja prosječna brzina vrtnje biti niža. I konačno, pri trajno isključenom prekidaču S na sl. 28.a ($\varepsilon_6 = 0$ na sl. 28.b), motor će trajno stajati. Očito je da se motoru vanjska karakteristika ponaša uz neku intermitenciju kao da je u glavni strujni krug dodan predotpor konstantna iznosa.



Sl. 28. Impulsno upravljanje poredno uzbuđenim istosmjernim motorom, slično podešavanju brzine vrtnje predotporima

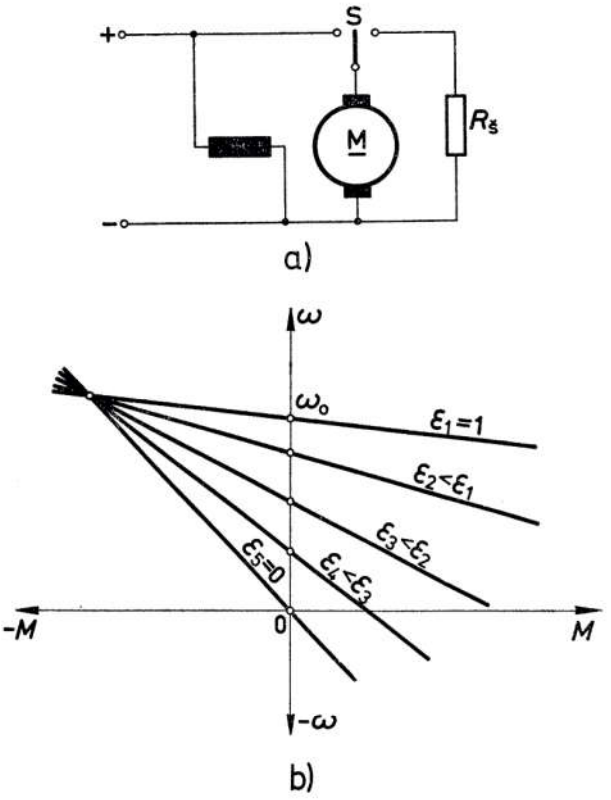


Sl. 29. Impulsno upravljanje, slično kao na sl. 28. samo s užim granicama podešavanja (finije)

Vrijedi, dakle, da to manja intermitencija »zamjenjuje« to veći otpornik, što se točno zapaža na sl. 28.b. Predotporu iznosa $R_p = 0$ odgovara $\varepsilon = 1$, a onome u iznosu $R_p = \infty$ odgovara $\varepsilon = 0$.

Slična je situacija i u impulsnom podešavanju pomoću spoja prema sl. 29.a. Uz trajno uključen prekidač S dobiva se prirodna karakteristika (sl. 29.b za $\varepsilon_1 = 1$), a kad je prekidač trajno isključen ($\varepsilon_4 = 0$), mehanička karakteristika s predotporom R_p. Za sve ostale ε dobije se porodica pravaca kroz točku ε_0 na sl. 29.b, slično kao da su mehaničke karakteristike ostvarene predotporima, i opet s pravilom: što manja intermitencija ε, to mekša mehanička karakteristika, sve do granične vrijednosti $\varepsilon_4 = 0$.

Impulsno upravljanje prema sl. 30.a zamišljeno je na ovaj način: Kad je sklopka S uključena ($\varepsilon_1 = 1$), priključen je poredno uzbuđeni istosmjerni motor normalno na naponski izvor, pa daje odgovarajuću mehaničku karakteristiku na sl. 30.b. Kad je sklopka S trajno isključena ($\varepsilon_5 = 0$), pripojena je armatura na otpornik (šant)



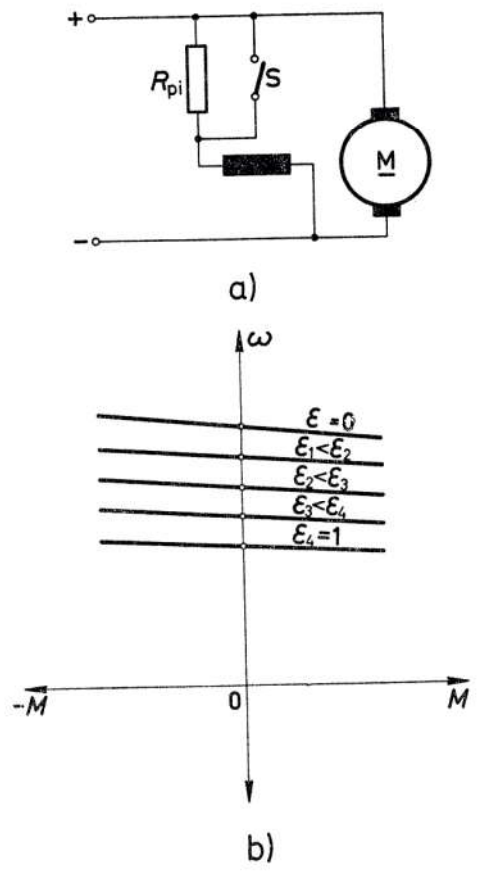
Sl. 30. Impulsno podešavanje poredno uzbuđenog istosmjernog motora slično podešavanju brzine vrtnje porednim otporom

$R_š$ i motor je u elektrodinamičkome kočnom spoju, čemu odgovara i mehanička karakteristika na sl. 30.b (slučaj sličan već opisanome na sl. 26). Za sve ostale intermitencije mehanička je karakteristika porodica pravaca kroz zajedničku točku na sl. 30.b, i to će ona ponovno biti to mekša što je intermitencija manja.

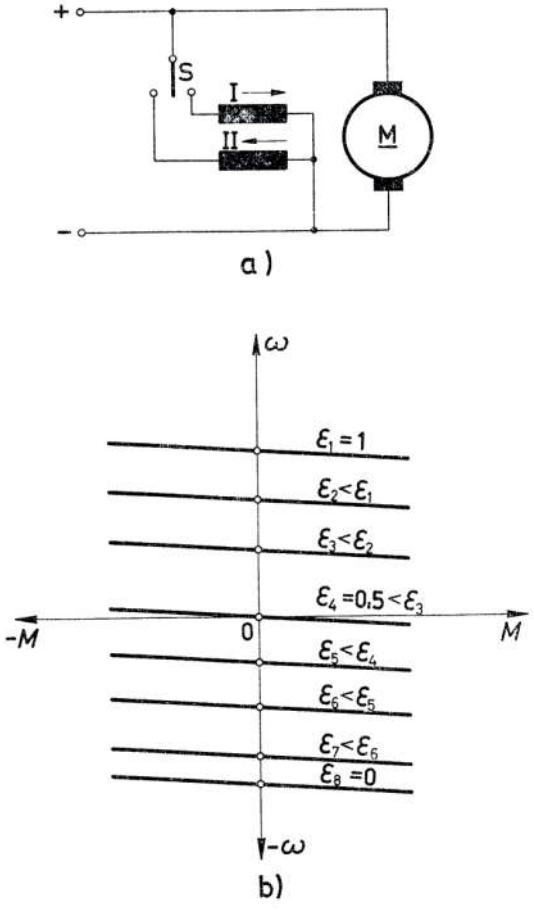
U dosadašnjim spojevima impulsno je upravljanje nadomještalo utjecaj otpornika ili neku vrstu podešavanja brzine vrtnje poredno uzbuđenog motora pomoću napona. Spoj s impulsnim upravljanjem prema sl. 31.a nadomješta podešavanje poljem. Ako je sklopka S trajno uključena ($\varepsilon_4 = 1$), teče uzbudnim namotom puna uzbudna struja i motor pokazuje odgovarajuću prirodnu mehaničku karak-

teristiku na sl. 31.b. Ako je sklopka S trajno isključena ($\varepsilon = 0$), uzbudnim namotom prolazi smanjena uzbudna struja, zbog stalno uključenog predotpora R_{pi} u uzbudnom krugu. Tome odgovara povećana brzina vrtnje jer je glavno magnetsko polje oslabljeno, što je na sl. 31.b predočeno mehaničkom karakteristikom $\varepsilon = 0$. Za sve vrijednosti ε od 0 do 1 prosječna vrijednost glavnome magnetskom polju kreće se između pune i smanjene vrijednosti koja odgovara uključenom predotporu R_{pi}, pa će onda i mehaničke karakteristike biti pravci na sl. 31.b. Svi su oni između graničnih pravaca određenih s $\varepsilon = 0$ i $\varepsilon = 1$, i to tako da oni manje vrijednosti intermitencije ε odgovaraju većoj prosječnoj brzini vrtnje.

Na sličnom principu djeluje i impulsno upravljanje porednim istosmjernim motorom prema sl. 32.a. Motor ima uzbudne namote I i II, jednakog otpora i broja zavoja, samo s međusobno suprotnim smjerovima obilaženja struje polovima, tako da su i protjecanja po smislu suprotna. Kad je sklopka S trajno uključena na namot I ($\varepsilon_1 = 1$), dobiva se normalna vanjska karakteristika motora (ε_1 na sl. 32.b). Kad je sklopka S trajno uključena na namot II ($\varepsilon_8 = 0$), rezultat je ista karakteristika, samo s obrnutim smjerom vrtnje motora (ε_8 na sl. 32.b). Sve ostale mehaničke karakteristike su između te dvije (ε_1 i ε_8). Radi li impulsni uređaj (prekidač S, sl. 32.a) s intermitencijom $\varepsilon = 0{,}5$, mehanička karakteristika prolazi ishodištem, tj. motor bez tereta stoji (ili neznatno oscilira) oko brzine vrtnje 0. Za intermitenciju $\varepsilon > 0{,}5$ on se vrti u jednome, a za vrijednosti intermitencija $\varepsilon < 0{,}5$ u drugom



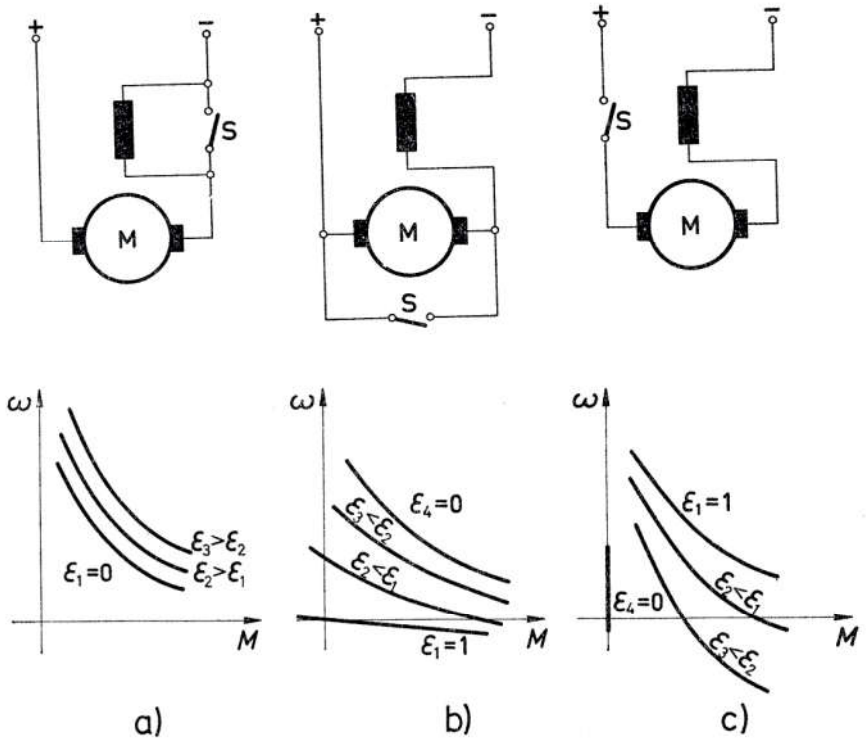
Sl. 31. Impulsno podešavanje poredno uzbuđenog istosmjernog motora slično podešavanju brzine vrtnje poljem



Sl. 32. Impulsno podešavanje, slično kao na sl. 31. samo u širim granicama (grublje)

smjeru, s time što su brzine vrtnje u pozitivnom smislu (sl. 32.b) to veće što je veće ε, ali su brzine vrtnje u negativnom smislu to veće što je ε manje.

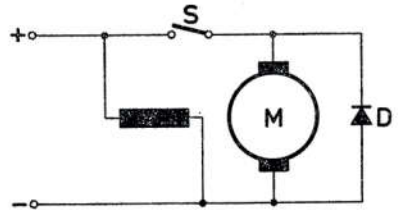
Impulsima se, dakle, može na razne načine upravljati istosmjernim poredniim motorom, tj. elektromotornim pogonom. Mogući su i drukčiji spojevi od onih koji su u principu prikazani, i to ne samo za nezavisno uzbuđene već i za sve vrste istosmjernih strojeva. Tako su na sl. 33. neki primjeri za serijske strojeve. Na sl. 33.a



Sl. 33. Principne skice nekih od mogućnosti impulsnog upravljanja serijski uzbuđenim istosmjernim strojevima

prekidačem se impulsa S može mijenjati iznos uzbudne struje, pa on u principu djeluje kao motor sa šantiranom uzbudom. Pri trajno otvorenoj sklopci S ($\varepsilon = 0$) motor ima prirodnu karakteristiku. Kako ε raste, tako se dobivaju karakteristike kao da je šant sve manjeg otpora. Kao i pri šantu, ne smije ε pasti ispod vrijednosti koje bi dale premalenu uzbudu (pobjeg!). Na sl. 33.b impulsni je prekidač dodan strujnoj grani paralelnoj s armaturom. Pri trajno otvorenoj sklopci S ($\varepsilon = 0$) motor radi na prirodnoj karakteristici, a kad je ona trajno zatvorena ($\varepsilon = 1$), on je u samouzbudnome kočnom spoju. Porodica karakteristika za razne vrijednosti ε između tih je dviju krajnosti i motor se ponaša kao da ima šantiranu armaturu. Sl. 33.c, na kojoj je sklopka S serijski dodana armaturnome strujnom krugu, pri $\varepsilon = 1$, tj. kad je S trajno uključena, daje opet prirodnu mehaničku karakteristiku. Kako ε opada, mehanička se karakteristika mijenja kao da je sve veći predotpor u strujnom krugu, i konačno, pri $\varepsilon = 0$, ona »degenerira« u os ordinata. Moglo bi se dati još mnogo primjera impulsnog upravljanja istosmjernim strojevima, no važnije je uočiti neke teškoće. Uz ovakvo razmatranje, u kojem je sklopka bilo koje vrste, postavlja se pitanje ponašanja strujnih krugova motora kojima se naglo prekida struja, tj. kojima se naglo poništi energija sadržana u magnetskim poljima (induktiviteti!). To sigurno izaziva visoke prenapone u trenutku prekida kruga. Si-

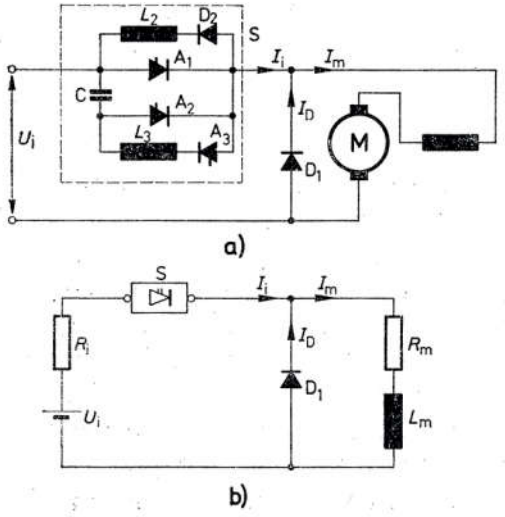
tuacija je posebno nepovoljna kad se prekidaju krugovi s velikim induktivitetom (na primjer sl. 33.c ili 28.a i 32.a), a ne osigura se prolaz struji nekim paralelnim putem. Te teškoće riješene su uvodeći elektroniku u impulsno upravljanje. Tako su razvoj i primjena impulsnog upravljanja i podešavanja brzine vrtnje elektromotornih pogona dobili ozbiljno tehničko značenje tek s uvođenjem elektronike, posebno tiristorske tehnike. Time su, naime, olakšani problemi pri impulsnom upravljanju i prije nego je upotrijebljeno beskontaktno prekidanje struje. Uzmimo za primjer spoj na sl. 28. Kod njega svako otvaranje istosmjernog kruga znači pun prekid (na nulu) armaturne struje, sa svim posljedicama zbog prenapona, gubicima itd. Doda li se paralelno armaturnome strujnom krugu obična poluvodička dioda (D na sl. 34), stanje se znatno mijenja. Čim se otvori sklopka S, struja više ne iščezne trenutno, već se prebaci u granu s diodom i opada u skladu s električkom vremenskom konstantom. Dakle, nema prenapona ni ostalih smetnji. Takav odvod diodom čest je u spojevima za impulsno upravljanje.



Sl. 34. Impulsno podešavanje porednog i istosmjernog motora s diodom za odvod (link-dioda ili nul-dioda)

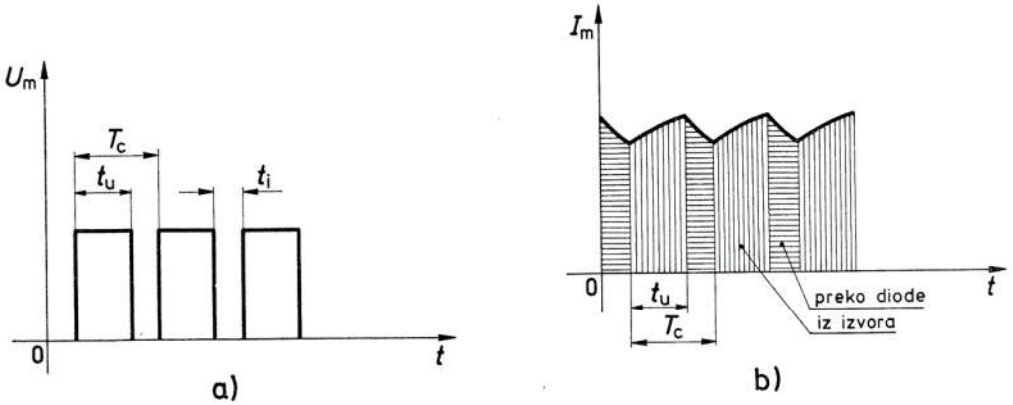
No, najveće značenje za impulsno upravljanje imala je zamjena mehaničke sklopke s kontaktima beskontaktnom elektroničkom sklopkom. Mehanička sklopka nije mogla uopće ili bez prigovora dovoljno brzo iskapčati i ukapčati veće struje, posebno kod strujnih krugova s velikim induktivitetima, kao što je armatura serijskoga istosmjernog motora. Zamjenom mehaničke sklopke jednim tiristorom s odgovarajućom opremom riješen je u cijelosti taj problem.

Takav tiristor opremljen pomoćnim elementima za sigurno ukapčanje ili iskapčanje (prekid) strujnog kruga naziva se elektroničkom sklopkom, a odnedavno se za cijeli taj sklop uvriježio naziv »čoper«. Razvijeno je više vrsta čopera, koji se međusobno razlikuju po upotrijebljenim pomoćnim elementima (pomoćnim tiristorima, diodama, kondenzatorima, induktivitetima odnosno prigušnicama itd.) i s obzirom na način njihova međusobnog spajanja, no zajedničko im je da se ne razlikuju po funkciji. Jedan od najčešćih spojeva čopera je na sl. 35.a. Tu je pri-



Sl. 35. Elektroničko impulsno upravljanje brzine vrtnje serijskog istosmjernog motora: a) spojna shema; b) ekvivalentna shema; I_i — struja iz izvora, I_m — struja motora, I_D — struja preko odvodne diode, R_m — radni otpor motora, R_i — radni otpor izvora, L_m — induktivitet motora, S — elektronička sklopka ili »čoper«

kazan stvarni spoj serijski uzbuđenog motora s impulsnim podešavanjem brzine vrtnje. Na sl. 35.b pojednostavnjena je shema. Za prvi čas dovoljno je za razumijevanje principa rada utvrditi da funkciju mehaničke sklopke potpuno zamjenjuje glavni tiristor označen na slici s A_1, a svi ostali elementi čopera (crtkano ograničeni u kvadratu S) jesu pomoćni. Privremeno se zadovoljimo spoznajom da upravljajući »zasunom« (vratima) tiristora A_1 možemo po volji otvoriti ili zatvoriti armaturni strujni krug. Utječemo li nekom elektroničkom aparaturom na zasun tiristora kako bi on radio s određenim taktom ciklusa T_c, čime je prolaz struji otvoren u trajanju t_u, dakle s intermitencijom $\varepsilon = \frac{t_u}{T_c}$, na stezaljke motora narinut je napon izvora prema vremenskom programu prikazanome na sl. 36.a. Za vrijeme uključenja t_u struja će rasti po eksponencijalnom zakonu jer je to istosmjerni strujni krug s induktivitetom, što se vidi na sl. 35.b. Na sl. 36.b, koja prikazuje struju motora, ta struja odgovara uspravno šrafiranim površinama. Kad je glavni tiristor A_1 zatvoren (period t_i, sl. 36.a), ne ide struja iz izvora u motor, ali se motorska struja ne



Sl. 36. Struje i naponi za spoj prema sl. 35.

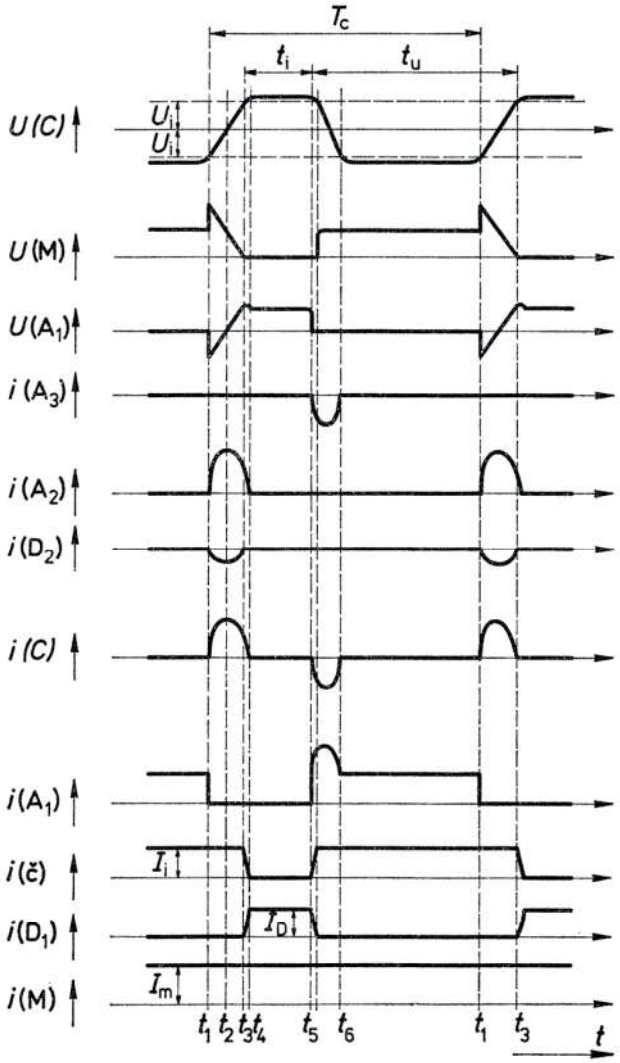
prekida, nego teče preko prije spomenute diode za odvod D_1 (nul-dioda) i s vremenom eksponencijalno opada. Na sl. 36. ta struja odgovara vodoravno šrafiranim plohama. Budući da je serijskom motoru induktivitet L_m velik, to je uz ispravno odabrane kratke impulse promjena (valovitost) struje malena. Moment serijskoga istosmjernog (nezasićenog) motora proporcionalan je struji i magnetskom toku:

$$M = k_m \Phi I = k_\Phi k_m I^2,$$

pa je u ovom spoju približno konstantan za konstantno ε, čemu odgovara i određena brzina vrtnje. Smanji li se npr. ε, opadne i srednja vrijednost struje, pa se moment smanji približno s kvadratom struje, jednako kao da smo u klasičnom spoju serijskog motora smanjili napon ili ukopčali veći predotpor. Impulsno upravljanje zamjenjuje ovdje podešavanje predotporima, a motor zadržava svoje mehaničke karakteristike, kakve je imao u klasičnom spoju s predotporima (vidi sl. 33.c).

Sad se može principno protumačiti i kompleksno funkcioniranje elektroničke sklopke S na sl. 35.a. Dodatne aparature — pomoćni tiristori A_2 i A_3, dioda D_2, kondenzator (kapacitet) C i prigušnice (induktiviteti L_2 i L_3) — osiguravaju zapravo glavnom tiristoru A_1 samo točno i sigurno »paljenje« i »gašenje«. Na sl. 37. kvalitativno su prikazani naponi i struje na pojedinim elementima čopera. Pođimo u prikazu od trenutka početka operacije, kad se gasi tiristor A_1 (točka t_1 na sl. 37). Prije tog

trenutka tiristor A_1 vodi struju iz izvora u motor, a kondenzator C nabijen je na negativni napon izvora ($-U_i$). U trenu t_1 otvori se (upali se) tiristor A_2 i počinje izbijanje kondenzatora C preko strujnog kruga motora i strujnog kruga diode D_2, a na tiristoru A_1 pojavi se negativni napon, koji ga zatvara, pa struja komutira s tiristora A_1 na A_2. U trenutku t_2 kondenzator se izbio, napon se vraća na (zatvoreni) tiristor A_1, a struju čopera (izvora) vodi i dalje A_2. U trenutku t_3 kondenzator se nabio na napon U_i, na (zatvorenom) tiristoru A_1 pojavio se napon, struja u tiristoru A_2 opada i počinje komutacija struje izvora (čopera) I_i na struju nul-diode I_d. U trenutku t_4 izvršena je dokraja komutacija struje izvora na struju diode, struja tiristorom A_2 pala je ispod vrijednosti struje držanja i čoper je zatvoren. Paljenje glavnog tiristora A_1 (a zato i »uključenje« čopera) počinje u trenutku t_5. Istodobno se upali i pomoćni tiristor A_3. Stoga nastaje komutacija struje s nul-diode D_1 na čoper, u kojem se kondenzator izbija preko glavnog tiristora A_1 i pomoćnog tiristora A_3 i nabija se do vrijednosti napona $-U_i$. To nabijanje gotovo je u trenu t_6, kad i struja u A_3 padne ispod struje držanja. Glavni tiristor vodi struju izvora od t_5 do t_1, kad se cijeli proces počinje ponovno odvijati. Trajanje uključenja izvora t_u počinje, očito, u trenu t_5 i traje do završetka vođenja struje tiristorom A_2, tj. do t_3. Trajanje isključenja t_i počinje, dakle, trenutkom t_3, a završava u trenutku t_5. Budući da je čoperu potrebno određeno vrijeme da prekine struju (od trenutka



Sl. 37. Kvalitativni prikaz promjena struja i napona u elementima čoperskog spoja prema sl. 35.a. U(C; — napon na kondenzatoru C, U(M) — napon na motoru M, $U(A_1)$ — napon na glavnom tiristoru A_1, $i(A_3)$ — struja kroz tiristor A_3 $i(A_2)$ — struja kroz tiristor A_2, $i(D_2)$ — struja kroz diodu D_2, i(C) — struja u krugu kondenzatora C, $i(A_1)$ — struja kroz glavni tiristor A_1, i(Č) — struja kroz čoper, odnosno iz naponskog izvora, $i(D_1)$ — struja kroz diodu D_1, i(M) — struja kroz motor M

t_1 do t_3), a pri uključenju je nužno da ono traje barem toliko da se kondenzator C izbije i nabije u suprotnom smislu, razumije se da trajanje uključenja tu ne može biti manje od nekog minimuma. Taj minimum bi na sl. 37. odgovarao zbroju trajanja $\overline{t_1 t_3} + \overline{t_5 t_6}$. Obično se pri regulaciji frekvencijom (T_c promjenljivo) drži trajanje uključenja t_u na tom minimumu. Važna je i napomena da uz takav spoj čopera (prema sl. 35.a) nastaje kratkotrajan porast napona na motoru praktički na dvostruku vrijednost, i to u trenutku t_1 (vidi sl. 37), kad se »zbroje« naponi izvora i kondenzatora. Očito je da cijela kombinacija čopera s dva pomoćna tiristora (A_2 i A_3), kondenzatorom C i diodom D_2 služi samo zato da se glavni tiristor A_1 nakon prekida struje sigurno osposobi (»formira«) za ponovno vođenje, a kako bi se kondenzator dovoljno brzo prepolarizirao u odgovarajuće su krugove čopera uvedeni induktiviteti L_2 i L_3.

Osim mogućnosti beskontaktnoga, a ujedno vrlo brzog i točnog upravljanja i regulacije, prednost je elektroničkog upravljanja i u tome što se znatno štedi energija, koja se u klasičnom podešavanju gubi u otporima. Da uz elektroničko impulsno upravljanje nema dodatnih gubitaka zbog dinamičkih stanja, pokažimo na upravo objašnjenom primjeru pogona ostvarenoga istosmjernim serijskim motorom.

Srednja će vrijednost snage koju izvor daje prema sl. 36. biti:

$$P_{\text{sred}_i} = \frac{1}{T_c} U_i \int_0^{t_u} I_i \cdot \mathrm{d}t,$$

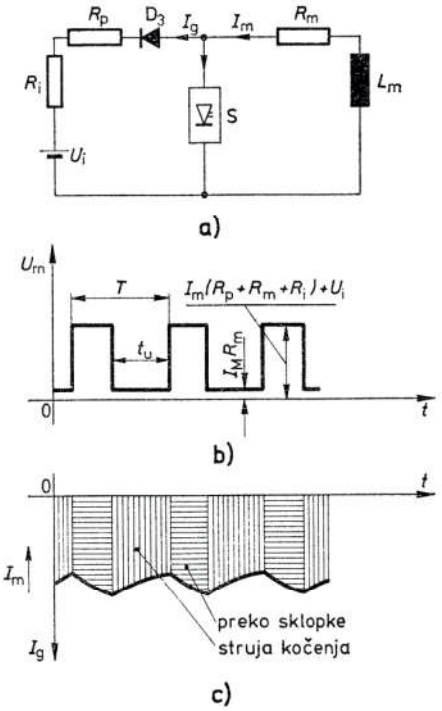
a srednja snaga koju motor uzima:

$$P_{\text{sred}_m} = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} U_m \cdot I_m \cdot \mathrm{d}t = \frac{1}{T_c} \left[U_m \int_0^{t_u} I_m \cdot \mathrm{d}t + 0 \cdot \int_{t_u}^{T_c} I_m \cdot \mathrm{d}t \right]$$

$$P_{\text{sred}_m} = \frac{1}{T_c} U_m \int_0^{t_u} I_m \cdot \mathrm{d}t.$$

Budući da je očito $U_m = U_i$ i $I_m = I_i$ u periodu uključenja pogona, to je cijela snaga izvora predana motoru.

Jednako se tako elektromotorni pogon u ovom spoju može generatorski kočiti uz pomoć impulsnog upravljanja. Shemu sa sl. 35. valja prespojiti radi kočenja u onu na sl. 38.a. Na sl. 38.b prikazan je tok napona, a na sl. 38.c tok struje u generatorskom kočenju. U shemi na sl. 38.a novi je element dioda D_3, koja sprečava po-



Sl. 38. Elektroničko impulsno upravljanje u generatorskom kočenju elektromotornog pogona serijskim motorom: a) ekvivalentna shema; b) naponi; c) struje

vratni tok energije, i predotpor R_p, koji ima zadaću da osigura ispravan iznos otpora potrebnoga za samouzbudu ($R_i + R_m + R_p$) serijskog motora u generatorskom radu. Otpornik R_p potreban je samo ponekad, pa često spoj može biti i bez njega.

4.1.8. Elektroničko impulsno upravljanje istosmjernim strojevima napajanima iz izmjenične mreže

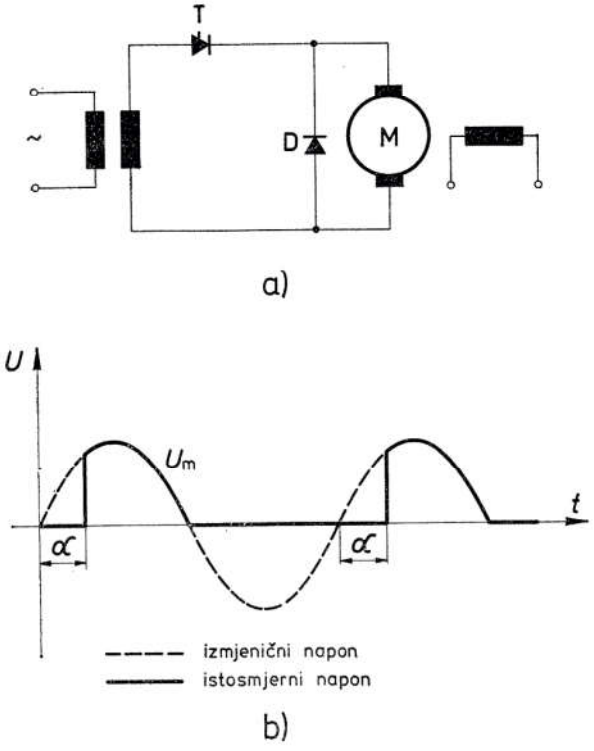
Izmjenična mreža može se sistemom ispravljača (ventila, dioda) pretvoriti u istosmjernu s manjim ili većim pulzacijama napona, i iz takve je mreže moguće u principu napajati istosmjerni stroj. Iznos pulzacija (valovitost napona) ovisi i o samom spoju ispravljača i o eventualnom upravljanju pojedinim (upravljivim) ventilima u ispravljačkom sklopu. Kako je poznato, pojedinome se upravljivom ventilu može namjestiti kut njegova paljenja djelujući na »upravljačku« elektrodu, pa se u sistemu može dobiti manja ili veća »srednja vrijednost« ispravljenog napona. Priključi li se istosmjerni motor bilo koje vrste na takav pretvarački izvor napona, moguće je njegovu brzinu vrtnje mijenjati naponom, u principu na jednak način kao kad se on napaja iz Leonardova pretvarača. Takav elektromotorni pogon preko ispravljača donosi mnogo prednosti, ali i nove tehničke probleme, no u osnovi je znatno jeftiniji od pogona uz pomoć Leonardova pretvarača. To je upravljanje u osnovi opravdano nazvati impulsnim ne samo zbog toga što vremenski tok struje ponekad (mali teret, posebno uz »duboku regulaciju«) poprima impulsni karakter već i stoga što na izmjeničnoj strani nastaju stalni prekidi izmjeničnih napona u pojedinim fazama napojne mreže. Mogućnosti ispravljača uopće i pogon uz razne njihove vrste i spojeve imaju mnoštvo specifičnosti, i u tu problematiku nećemo pobliže ulaziti, već ćemo ostati samo pri njihovim osnovnim osobinama. U pogonu preko ispravljača u bilo kojem spoju oblik je ispravljenog napona valovit u manjem ili većem postotku, pa treba i u mreži i u motoru računati s određenim harmoničkim članovima napona ili struje. Za neke spojeve valja dograđivati u strujne krugove i prigušnice da se valovitost (dakle harmonički članovi) smanji. Općenito će viši harmonički članovi utjecati na mrežu, ali i na pogonski istosmjerni motor. Zato će, posebno u nekim spojevima, konstrukcija motora morati biti prilagođena za pogon takvom ispravljenom pulzirajućom strujom, odnosno naponom.

Kao osnovne (upravljive) ventile u toku razvoja tehnike upotrebljavali su tiratrone, ignitrone, živine usmjerivače i »suhe«, poluvodičke ispravljače, danas isključivo silicijske (diode, tiristore i triake). Živini usmjerivači u raznim izvedbama već odavno služe praktički za sve napone koji se pojavljuju kod istosmjernih motora. Posljednjih godina »suhi« ispravljači, posebno tiristori, postigli su neviđen razvoj. S njima se postižu sve veći mogući ispravljeni naponi i struje, a riješeni su i problemi serijskog i paralelnog spajanja pojedinih ventila, tako da se danas upotrebljavaju za sve snage elektromotornih pogona s istosmjernim motorima, i zbog svojih boljih tehničkih osobina potiskuju živine usmjerivače. Tako se s pravom računa da će u bližoj budućnosti sve ostale vrste ispravljačkih ventila, osim silicijskih, činiti tehničku prošlost u napajanju elektromotornih pogona.

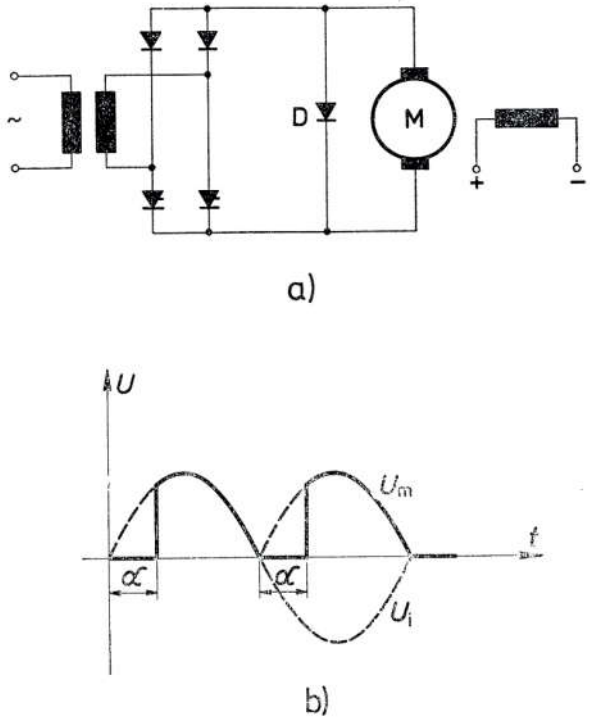
Ispravljački se sklop priključuje izravno na mrežu kad njezin napon i ispravljeni napon u konkretnom spoju odgovaraju naponu motora. U suprotnome valja posebnim transformatorom pretvoriti izmjenični napon u onaj koji odgovara motoru. Budući da spoj preko transformatora poskupljuje troškove nabavke, on se u načelu izbjegava gdje je to moguće. S druge strane, transformatorski namoti

djeluju i kao prigušnice, a osim toga galvanski odvajaju od mreže potrošač s nepovoljnim harmoničkim sastavom struje, pa se spojevi preko transformatora gotovo redovno upotrebljavaju u elektromotornim pogonima velike snage. Na sl. 39. i onima dalje prikazani su svagdje spojevi preko transformatora iako će transformator ipak otpasti kad za pogone manjih snaga odgovaraju mrežni naponi.

Srednja se vrijednost istosmjernog napona podešava upravljačkom elektrodom. Kut paljenja namješta se rešetkom (mrežicom) u živinim ispravljačima ili »zasunom« (vrata, engl. *gate*) kod tiristora, a, ovisno o kutu paljenja, mijenja se veličina ispravljenog napona (ali ne i polaritet), od nule do nominalne vrijednosti. Energija se od motora može vratiti u mrežu samo onda kad se ispravljač prevede u invertorski (izmjenjivački) režim. Osnovne karakteristike ispravljačkoga elektromotor-



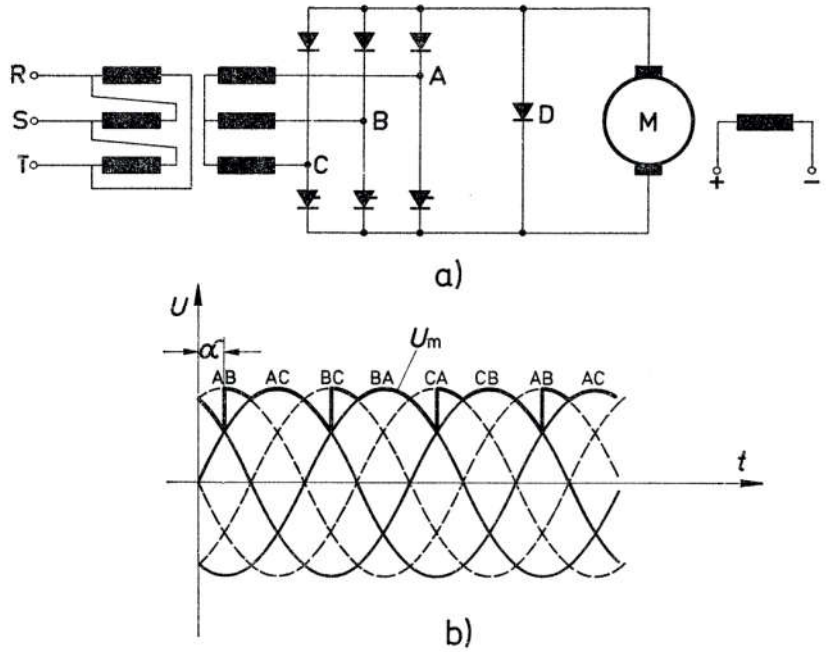
Sl. 39. Ispravljački elektromotorni pogon napajan poluvalno iz jednofazne izmjenične mreže: a) principni spoj; b) tok napona



Sl. 40. Ispravljački elektromotorni pogon napajan punovalno iz jednofazne izmjenične mreže: a) principni spoj; b) tok napona

nog pogona, opseg podešavanja brzine vrtnje, mogućnost reverziranja, oblik mehaničke karakteristike i vrsta kočenja ovise o shemi spoja usmjerivač—istosmjerni motor. Za pogone manje ili srednje snage najčešće se uzima klasični istosmjerni stroj, tj. motor koji nije posebno prilagođen za ispravljački pogon. Na jednofaznu izmjeničnu mrežu priključuju se takvi pogoni ili kad su sasvim male snage ili kad nema višefaznog sistema (vuča!). Dvije su načelne mogućnosti — poluvalno (sl. 39) i punovalno ispravljanje (sl. 40). Na sl. 39. pripojen je motor M preko tiristora T i transformatora na izmjeničnu mrežu. Tiristor T »propušta« izmjenični napon samo u jednoj njegovoj poluperiodi, i to tek od trenutka određenoga kutom paljenja α. Tako je na motor priključen napon U_m (debelo izvučena linija na sl. 39.b). U tom spoju napon je na motoru toliko nepovoljan zbog velikih pulzacija da je taj

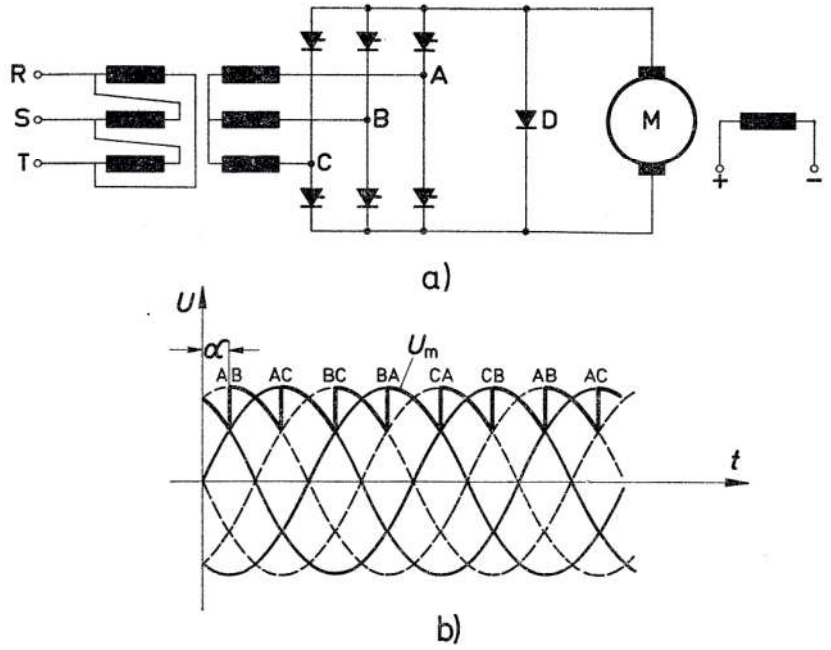
spoj prikladan samo za najmanje snage (praktički manje od 1 kW). Na sl. 40.a motor M je preko tiristorskog mosta priključen na izmjeničnu jednofaznu mrežu. Most je ostvaren dvama tiristorima i dvjema diodama da se uštedi na cijeni sklopa. Sa sl. 40.b jasno se vidi da je napon na motoru U_m znatno povoljniji nego pri poluvalnom ispravljanju. Ipak, i u tom se spoju struja prekida (bestrujne »pauze«) pa su u oba spoja (sl. 39.a i 40.a) dodane povratne nul-diode D za vođenje struje motorom kad je ispravljački sklop zatvoren. Budući da i pri višepulsnom napajanju iz višefazne mreže pri dubokoj regulaciji (veliki kut α) dolazi do situacije da pretvarač ne vodi struju, prigrađuju se u načelu uvijek povratne diode kad god se računa da će nastupiti takva pojava. I punovalnom napajanju iz jednofazne mreže posljedica su struje vrlo velike valovitosti. U pogonima motorom nešto veće snage zbog toga se redovno dodaju prigušnice velike snage u armaturni krug kako bi se smanjila valovitost. Zato je spoj skup i prihvaća se samo ako nema trofazne mreže. Uz trofaznu mrežu upotrijebit će se trofazni mosni spojevi, poluupravljivi (sl. 41.a) i punoupravljivi (sl. 42.a). Razlika je u građi tih dvaju sklopova u tome što je trofazni poluupravljivi mosni sklop (sl. 41.a) izveden s tri tiristora i tri diode, a



Sl. 41. Elektromotorni pogon ostvaren istosmjernim motorom napajanim iz trofazne mreže pomoću poluupravljivog mosta: a) principni spoj; b) tok napona

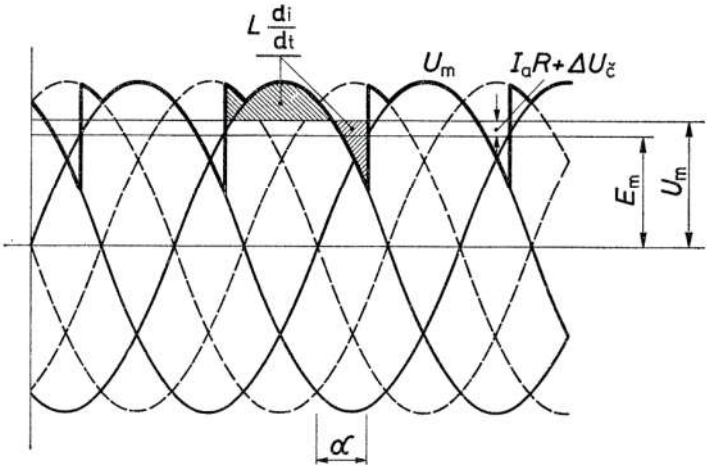
trofazni punoupravljivi sa šest tiristora. Poluupravljivi je most, dakle, jeftiniji, ali zato slabijih regulacijskih svojstava. Na sl. 41.b i 42.b predočeni su tokovi napona za obje varijante. Pri punome ispravljenom naponu ($\alpha = 0$) one obje daju izlazni napon jednake srednje vrijednosti i valovitosti. No kad se ide u regulaciju ($\alpha \neq 0$), punoupravljivi most daje izlazni napon manje srednje vrijednosti. Razlike su to veće što je regulacija dublja (kut veći). Utjecaj valovitosti napona je važan. Osnovna će naponska jednadžba armaturnog kruga (nezavisnog) motora općenito biti:

$$U_m = L\frac{di}{dt} + E_m + I_a R_a + \Delta U_č. \qquad (21)$$



Sl. 42. Elektromotorni pogon istosmjernim motorom napajanim iz trofazne mreže punoupravljivim mostom: a) principni spoj; b) tok napona

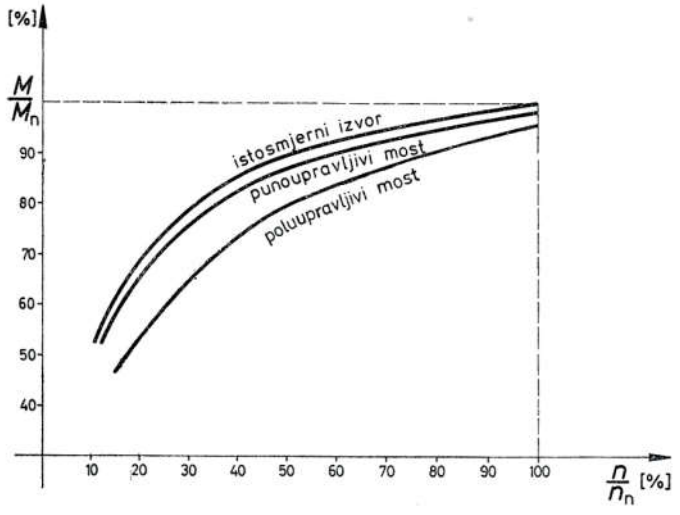
U našem je primjeru U_m napon na motoru (trenutna vrijednost, vidi sl. 43), E_m je inducirani napon motora, I_aR_a pad napona na radnom otporu armature, a $\Delta U_č$ je pad napona na četkicama i $L\frac{di}{dt}$ je promjena napona na induktivitetu armaturnoga strujnog kruga. Inducirani napon E_m praktički je konstantna iznosa jer je brzina vrtnje zapravo konstantna. Padovi napona I_aR_a i $\Delta U_č$ relativno su vrlo mali, ne-



Sl. 43. Uz objašnjenje nastajanja valovitosti struja — primjer poluupravljivoga trofaznog mosnog spoja ispravljača za pogon istosmjernog (nezavisno uzbuđenog) motora

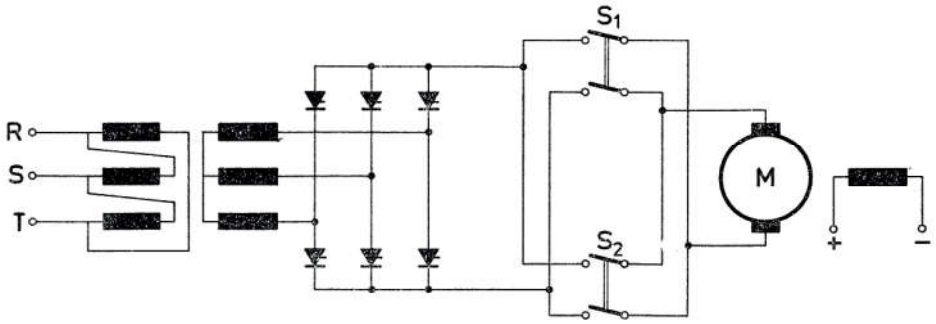
znatno se mijenjaju i nebitno utječu na naponsku ravnotežu prema jednadžbi (21). Varijacije napona U_m (valovitost) mora, dakle, najviše izravnati član $L\frac{di}{dt}$, tj. naponska se ravnoteža uglavnom pokriva kolebanjem struje armature, jer je induktivi-

tet L praktički konstantan. Budući da $L\frac{di}{dt}$ treba da poprima različite pozitivne i negativne vrijednosti (vidi sl. 43), u skladu s tim će struja armature morati padati i rasti, i to više što je dublja regulacija napona (što je kut α veći). Usporedivši sl. 41.b i 42.b zapaža se da je punoupravljivi most u znatnoj prednosti, to izrazitijoj što je opseg podešavanja veći. Ta valovitost struje negativno se odražava na motor. Spomenimo najvažnije utjecaje. Pojavljuje se napon transformacije u svicima koji komutiraju pa se pogoršavaju uvjeti komutacije, ili stroj teže komutira što je valovitost veća. Zatim nastaje porast gubitaka u bakru armature, tj. veće je zagrijavanje u usporedbi s napajanjem iz istosmjernog izvora. Izravna posljedica bit će smanjenje snage, i to u većem iznosu što je valovitost veća. Na sl. 44. uspoređeni su momenti



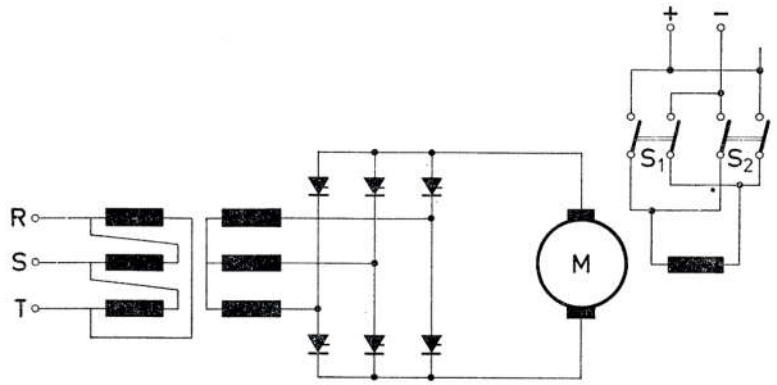
Sl. 44. Usporedba momenata istosmjernih motora upravljanih naponom kad je napajanje iz istosmjernog izvora, iz punoupravljivoga trofaznog mosta i poluupravljivoga trofaznog mosta

nezavisno uzbuđenog stroja kad se brzina vrtnje podešava naponom iz različitih izvora napajanja. Pri smanjenju napona (termički uvjetovani) moment blago pada zbog pogoršanih uvjeta hlađenja (ventilator na vlastitoj osovini). Na slici su tri slučaja prema rezultatima ispitivanja motora srednje snage: napajanje iz istosmjernog izvora, napajanje iz punoupravljivog mosta i napajanje iz poluupravljivog mosta. Vidi se da je gubitak momenta (i snage) pri istoj brzini vrtnje uz napajanje punoupravljivim mostom malen u usporedbi s pogonom napajanim iz istosmjernog izvora. Međutim, taj je gubitak snage, dakle i momenta, već veći uz napajanje iz poluupravljivog mosta. Pribroji li se tome i smanjeno trajanje pogona zbog prijeko potrebnog remonta kolektora uzrokovanoga lošijom komutacijom, ispada obično skuplji pogon preko poluupravljivog od onoga preko punoupravljivog mosta, iako je sam poluupravljivi most jeftiniji. Svi ovi osnovni spojevi prema sl. 39, 40, 41. i 42. prikladni su za pogone u kojima se ne mijenja smjer okretanja. Nema mogućnosti kočenja. Smjer se vrtnje istosmjernom motoru mijenja ili tek promjenom polariteta (priključka rotorskog napona) ili promjenom smjera uzbudne struje. Upotrebljavaju se obje varijante. Polaritet se naponu rotora (sl. 45) mijenja kod nešto većih snaga motora preklopnim prekidačima (S_1 i S_2 na sl. 45) u trenutku kad rotorska struja padne na nulu (prolazi kroz nulu), a pri srednjim i manjim snagama primjenjuje se kontaktorska tehnika. Prevede li se usmjerivač početkom reverziranja u invertorski režim i u trenutku prolaska struje kroz nulu prebace se sklopke S_1 i S_2, motor najprije električki koči (predaje energiju u mre-



Sl. 45. Skica trofaznog mosnog spoja usmjerivača za pogon nezavisno uzbuđenog istosmjernog motora s prekidačem za promjenu smjera napona (vrtnje)

žu), a zatim reverzira prelaskom usmjerivača u ispravljački režim. Za manje snage motora jednostavnije rješenje svakako je elektrodinamičko kočenje. Na sl. 46. reverzibilni je spoj s prekretanjem uzbudne struje motora (sklopke S_1 i S_2 na slici). Usmjerivač tu mora blokirati dok se izgradi puna uzbuda, a onda se sklop prevede u invertorski režim radi električnog kočenja, odnosno u ispravljački režim za ubrzavanje u drugom smjeru vrtnje. Često se i napajanje uzbude u ovom spoju izvede beskontaktno (mjesto sistema sklopki S_1 i S_2 uzmu se tiristori) ili



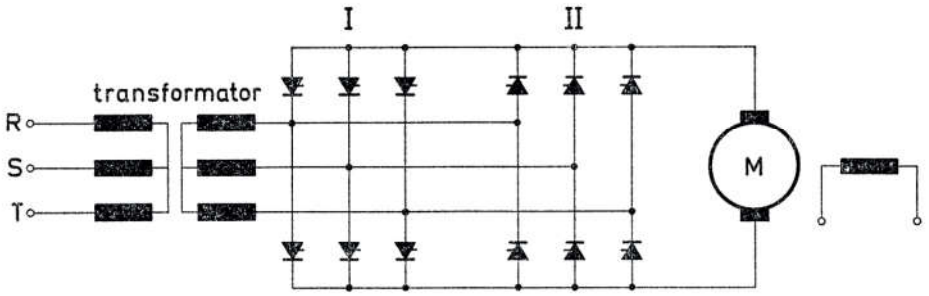
Sl. 46. Skica trofaznoga mosnog spoja usmjerivača za pogon nezavisno uzbuđenog istosmjernog motora s prekidačem za promjenu smjera uzbude (vrtnje)

se čak napaja iz izmjenične mreže preko dva mosna spoja male snage, svaki za svoj smjer uzbude. U svakom slučaju, reverzioni je spoj prema sl. 45. pogodniji za brzo reverziranje od onoga na sl. 46. jer je električka vremenska konstanta armaturnog kruga znatno manja od one u uzbudnog namota, pa cijelo reverziranje kraće traje. Osim toga, gubitak vremena pri prebacivanju sklopke S_1 i S_2 u spoju prema sl. 45. iznosi 0,1—0,2 s, što bitno ne produljuje reverziranje, a u spoju po sl. 46. već zbog tromosti struje u uzbudnim krugovima ono će trajati i do 2,5 s uz iole veće motore.

Kad je riječ o motorima veće ili velike snage (od 1 MW i više), gubici snage postanu neugodni, a posebno se zaoštrava pitanje komutacije. Naime, s porastom snage, općenito, komutacija struje motora sve je teža već sama po sebi, a osobito će to biti izrazito otežava li je još valovitost struje armature izazvana spojem na izmjeničnu mrežu preko usmjerivačkog sistema. Očito je da valja poduzeti sve mjere kako bi se poboljšanom komutacijom održala »tipska« snaga na onoj pri istosmjernom priključku, posebno kad su to strojevi graničnih snaga. Prva je mjera da se stroj drukčije gradi od onoga za priključak na istosmjerni napon. Pri tome

se kompletni magnetski krug glavnih i pomoćnih polova (dakle i polovi i jarmovi) izvede lamelirano, kako bi se izbjegle vrtložne struje (posebno u krugu pomoćnih polova) i time omogućilo da magnetski tok pomoćnih polova pravodobno slijedi promjene armaturne struje. Važno je, da se i pulzacije napona učine dovoljno male. Budući da one jako ovise o spoju, teži se za što povoljnijim spojem ispravljačkog pretvarača. Očito je da trofazni punoupravljivi usmjerivač (sl. 42) čini zapravo 6-pulsni sistem kojem su pulzacije napona (relativno prema drugim spojevima) male amplitude i iznose 300 Hz, pa ih već induktiviteti armaturnog kruga u struji znatno prigušuju. Po potrebi se u armaturni strujni krug dodaju prigušnice. U starijim varijantama sa živinim ispravljačima čest je bio i 12-pulsni, pa i 18-pulsni sistem dobiven pomoću spoja preko posebnih transformatora kojima su sekundari bili izvedeni s više od tri faze. Danas dominatni sistemi zadržali su se ipak na 6--pulsnom ispravljanju osnovanome na trofaznome punoupravljivom mostu.

Reverzioni sistemi napajanja elektromotornog pogona preko usmjerivača prikazani na sl. 45. i 46. nisu prikladni za motore nešto većih snaga. Relativno su spori, posebno onaj s preklapanjem uzbude (sl. 46), a preklapanje u armaturnom krugu (sl. 45) uzrokuje komplikacije zbog sklopki velike snage i njihova upravljanja. Zato su radi bržeg reverziranja razvijeni sistemi s dvostrukim punoupravljivim mostovima, kao onaj na sl. 47. Taj »antiparalelni spoj« sastoji se od dva punoupravljiva trofazna mosta (I i II na sl. 47). Od njih most I radi za jedan smjer vrtnje motora,

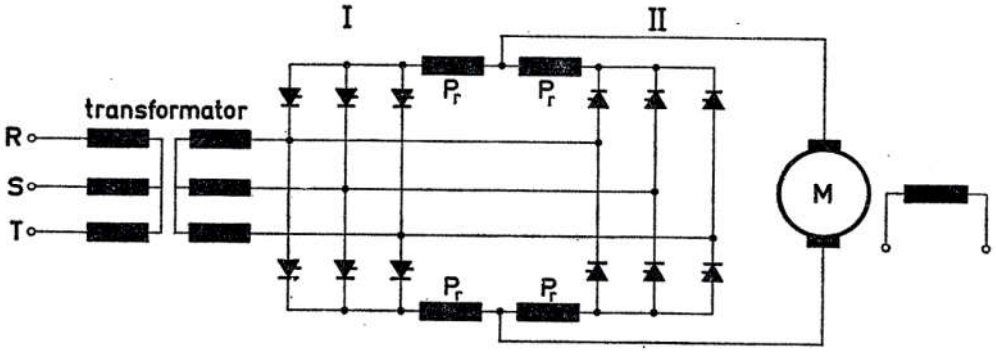


Sl. 47. Skica antiparalelnog spoja usmjerivača za pogon istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora — sistem s vremenskim zatezanjem prilikom obrtanja smisla struje

pri čemu je most II blokiran, i obrnuto, most II napaja motor za drugi smjer vrtnje, pri čemu je most I u zapornom režimu. Kočiti se može prevodeći most u invertorski režim ($\alpha > 90°$). Proces reverziranja teče ovim redoslijedom. Most koji vodi struju, recimo most I, prevodi se u invertorski režim. Počinje kočenje, tj. u početku opadaju i struje i brzina vrtnje, ali struja znatno brže. Kad ona u armaturi padne na vrijednost nula, čeka se još kratko vrijeme pa se most I blokira, a most II aktivira. U kojem režimu valja aktivirati most II, koji preuzme napajanje, ovisi o trenutnoj vrijednosti brzine vrtnje. Najčešće ona još nije reverzirala, pa treba most II prevesti u invertorski režim (zbog kočenia) do zaustavljanja i zatim ga postepeno prevesti u ispravljački režim da se izvrši zalet na drugu stranu. Očito je da se proces mora izvesti uz pomoć automatske regulacije struje (graničnik struje), kako ne bi bilo udaraca, i uz pomoć logičkih elemenata upravljanja, da se razlikuju dva smjera vrtnje. Taj je sistem tipičan za sve reverzione spojeve koji su temeljeni na dvama punoupravljivim mostovima. Vremenska je pauza potrebna da sistem I sigurno ugasi prije nego što sistem II upali kako ne bi nastale kružne struje između

dvaju mostova, koji bi, očito, bili u kratkom spoju kad bi oba bila istodobno otvorena. Ako su pulzacije struje armature u spoju prema sl. 47. prevelike za motor, uključuje se u seriju s motorom prigušnica, i to između motora i cijeloga antiparalelnog sklopa.

Smeta li nužna vremenska pauza, može se reverziranje u antiparalelnom spoju izvesti uz pomoć spoja s kružnim strujama (sl. 48). Između dvaju trofaznih mosnih spojeva ukapčaju se četiri prigušnice (P_r na slici), a motor se spoji u čvorište među prigušnicama (vidi sl. 48).

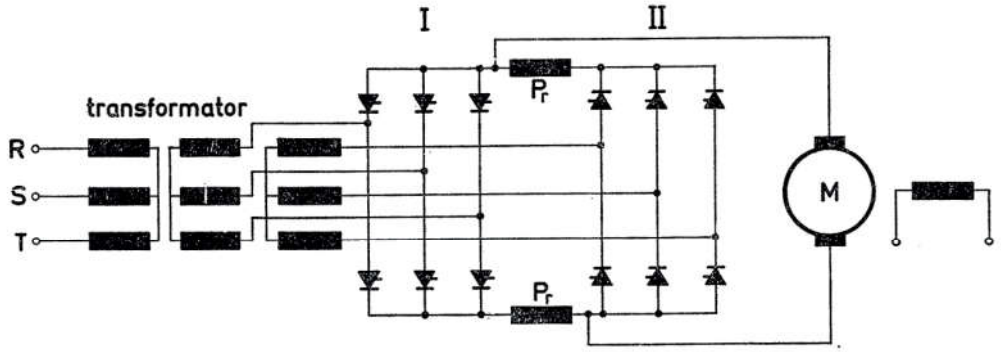


Sl. 48. Skica antiparalelnog spoja usmjerivača za pogon istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora — sistem bez vremenskog zatezanja prilikom obrtanja smisla struje

Pogon ovim sistemom nešto je drukčiji od onoga po sistemu bez kružnih struja prikazanoga na sl. 47. I ovdje je, dakako, most I određen za pogon s jednim, a most II za pogon s drugim smislom brzine vrtnje. No pri pogonu s prvim smislom brzine vrtnje osim mosta I u ispravljačkom spoju ($0 \leq \alpha < 90°$) aktivan je i most II, ali u invertorskom spoju ($\alpha > 90°$). Ima raznih pristupa upravljanju kutovima paljenja mosta I i II, ali je obično ili njihov zbroj konstantan (npr. od 300 do 360°) ili je kut paljenja mosta II konstantan i velik ($\alpha = 150-165° = \text{konst.}$). Zbog te situacije stalno među mostovima I i II teku kružne struje, i upravo se sistemi kutova paljenja mosta u ispravljačkom i onoga u invertorskom režimu tako biraju da te kružne struje budu što manje. (O tome se, dakako, brine automatika.) I prigušnice P_r na slici tako su dimenzionirane da svedu kružne struje na još dopušteni iznos, što pri frekvenciji kružnih struja od 300 Hz (zbog 6-pulsnog ispravljanja) ne dovodi do prevelikih dimenzija. Prigušnice istodobno prigušuju i pulzacije armaturne struje jer su uvijek po dvije uključene u armaturni strujni krug. S gledišta funkcije prigušnica, svaki most ima zapravo svoje prigušnice kojima teče kružna struja (stalno), ali i armaturna struja kad je most u ispravljačkom režimu. Postupak reverziranja teče tako da se (istodobno) npr. most I postepeno prevodi iz ispravljačkog režima u invertorski, a most II iz invertorskoga u ispravljački, uz regulatorima struje i automatikom osiguranu dopuštenu visinu armaturne struje.

Antiparalelnom spoju sličan je po funkciji i križni ili unakrsni spoj dvaju mostova. U funkciji trajnog pogona i reverziranja on se u principu ne razlikuje od antiparalelnog sistema prema sl. 48. Bitna je razlika u tom što je križni spoj izveden na osnovi tronamotnog transformatora s dva jednaka sekundara, tako da su ispravljački mostovi spojeni svaki na svoj sekundar. To ujedno uzrokuje složeniji i skuplji transformator. Za usporedbu dat ćemo primjer. Tipska snaga transformatora u antiparalelnom spoju s kružnim strujama (sl. 48) iznosi približno 105% snage na ispravljenoj strani, a u križnom spoju (sl. 49) oko 126% snage na ispravljenoj strani.

To se donekle kompenzira manjom potrebnom snagom prigušnica P_r u križnom spoju jer su kružne struje manje, zbog toga što teku dvjema odijeljenim granama (sekundar transformatora). Izvedbe antiparalelnog i križnog spoja sa živinim usmjerivačima prema sl. 48. i 49. jednake su onima s tiristorima. Razlika je u detalju izvedbe, tj. u križnom se spoju (kod živinih usmjerivača) mogu primijeniti ili jednoanodne ili višeanodne izvedbe usmjerivača, a u antiparalelnome samo jednoanodne.



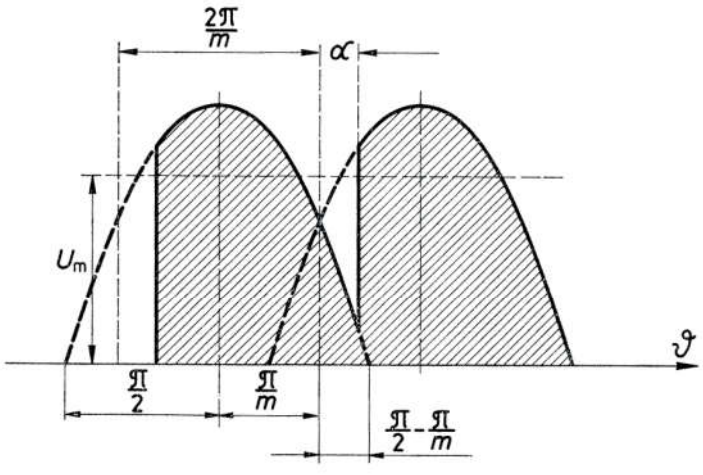
Sl. 49. Skica križnog spoja usmjerivača za pogon istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora

Brzo se reverziranje istosmjernog motora, dakle, mora »platiti« dvostrukim usmjerivačkim grupama, tj. većom nabavnom cijenom. Ali zato, reverziranje motora u tim spojevima gdje se automatski upravlja upravljačkom elektrodom (rešetkom ili zasunom) omogućuje vrlo elastičan rad bez strujnih udaraca, kratko trajanje reverziranja i mekano kočenje.

Mehaničke karakteristike sistema usmjerivač — istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor slične su onima u pogonu s Leonardovom grupom, ali uz neke razlike.

U ispravljačkom pogonu napon na stezaljkama motora u stacionarnome pogonskom stanju određuje ispravljeni napon smanjen za padove napona na sekundarnom namotu transformatora i na samom ventilu (luku). Za neki kut paljenja α (vidi sl. 50) pri m-faznom ispravljaču srednja će vrijednost ispravljenog napona biti:

$$U_{isred} = \frac{m}{2 \cdot \pi} \int_{-\frac{\pi}{m}+\alpha}^{\frac{\pi}{m}+\alpha} \sqrt{2} \cdot U_2 \cdot \cos \vartheta \, d\vartheta = \sqrt{2} \cdot U_2 \cdot \frac{m}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{m} \cdot \cos \alpha \qquad (22)$$



Sl. 50. Odnosi pri višefaznom ispravljanju uz podešavanje pomoću kuta paljenja

i budući da je $\sqrt{2} \cdot U_2 \cdot \frac{m}{\pi} \cdot \sin\frac{\pi}{m}$ srednja vrijednost (U_{io}) ispravljenog napona pri kutu paljenja od 0°, izlazi:

$$U_{isred} = U_{io} \cdot \cos \alpha. \tag{22.a}$$

U ovim relacijama U_2 je napon sekundara transformatora, a kut $\vartheta = \omega_{el} t$ samo je posebno označen da se naglasi formalna neovisnost integracije vremenu.

Napon na motoru je:

$$U_m = U_{isred} - I_a \left(\frac{X_T \cdot m}{2\pi} + R_T + R_{pr} \right) - \Delta U_1. \tag{23}$$

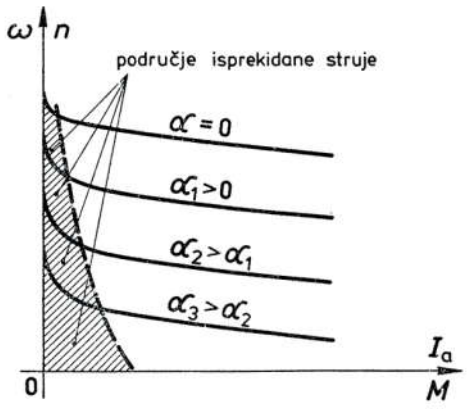
Tu je $I_a \frac{X_T \cdot m}{2\pi}$ pad napona u kojem je uzeto prekrivanje anoda, pri čemu je X_T ukupni induktivni otpor faze transformatora reduciran na sekundar. Dalje, R_T je radni otpor sekundarnog namota transformatora, R_{pr} radni otpor katodne prigušnice (ako je u spoju), a ΔU_1 je pad napona u ventilu. Za nezavisno uzbuđeni motor vrijedi:

$$n = \frac{E}{k_e \Phi} = \frac{U - I_a \cdot R_a}{k_e \Phi},$$

što uz relacije (23) i (22.a) daje:

$$n = \frac{U_{io} \cdot \cos \alpha - I_a \cdot \left(\frac{X_T \cdot m}{2\pi} + R_T + R_{pr} + R_a \right) - \Delta U_1}{k_e \Phi}. \tag{24}$$

Mehaničke karakteristike u radnom području predočene su sl. 51. Očito je da visinu napona mjerodavnoga za brzinu vrtnje mijenja kut paljenja α, pa se njime i podešava brzina vrtnje. Pri srednjim i većim opterećenjima tok je mehaničkih



Sl. 51. Mehaničke karakteristike nezavisno uzbuđenog motora napajanog ispravljačima — motorski rad

karakteristika razumljiv i jednak kao u napajanja iz Leonardove grupe, samo su karakteristike nešto mekše zbog relativno većega ukupnog otpora u »armaturnome« strujnom krugu. Valja protumačiti za mala opterećenja i u praznom hodu tok me-

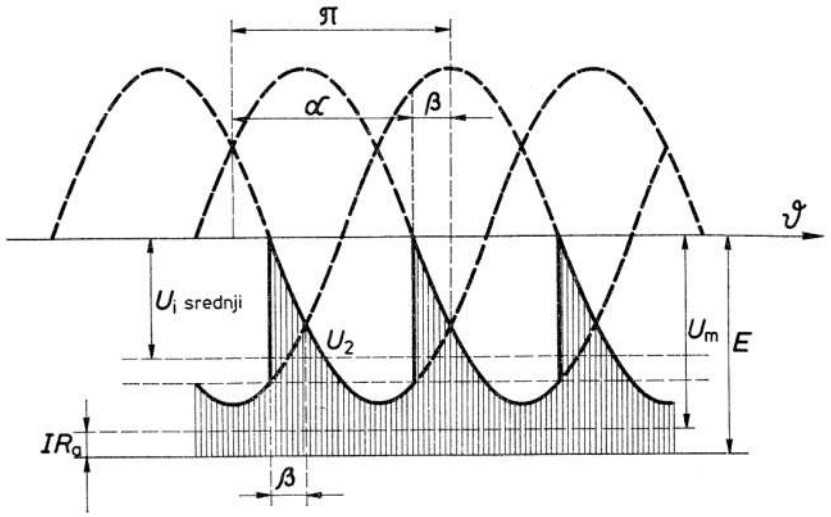
haničkih karakteristika. Shvatimo li da je u armaturnom krugu ukupni otpor $R(R_a + R_{pr} + R_T + \frac{\Delta U_1}{I_a})$ i ukupni induktivitet L (na motoru, prigušnici i transformatoru), možemo prikazati pad napona (za $\alpha = 0$):

$$U_{io} - E = IR + L\frac{dI}{dt}. \tag{25}$$

Budući da se trenutna vrijednost U_{io} mijenja po sinusoidi, a E je zbog praktički konstantne brzine vrtnje motora konstantno, u određenim trenucima lijeva strana postaje negativna, tj. inducirani napon nadvladava (trenutno) narinuti. Ipak, uz veća opterećenja smjer struje ostaje istog smisla jer struja relativno velikog iznosa i negativnog gradijenta (baš uslijed situacije) inducira dovoljni negativni napon samoindukcije da se struja ne prekine. Pri malim opterećenjima to nije tako, i struja pada na nulu prije nego je proradio idući ventil. Struja uz nisko opterećenje poprima impulsni karakter jer ne može (ventil!) poteći u obrnutom smislu. Jasno je da jednadžba (25) vrijedi samo onda kad struja nije jednaka nuli, tj. samo kad ventilom i motorom teče struja, pa se elektromotornom pogonu brzina vrtnje u »pauzama«, između impulsa struje, održava na račun inercije (kinetičke energije u rotirajućim masama). To ujedno znači da brzinu vrtnje prema izrazu (24) diktiraju odnosi za vrijeme dok impuls struje traje, kad struja nije nula. Ako, zatim, struju opterećenja (moment tereta) smanjujemo, postaje interval kad struja teče sve kraći, a »pauze« relativno sve dulje. Kako se interval protjecanja struje sužava, tako je u tom intervalu srednja vrijednost ispravljenog napona sve viša. Kad struja teži k nuli (prazni hod) interval vođenja vremenski također teži k nuli, a »ispravljeni napon« k maksimalnoj (amplitudnoj) vrijednosti napona sekundara. Iščezavaju i padovi napona ($I_a \to 0$), osim pada napona u ventilu. Budući da u intervalima mjerodavnima za brzinu vrtnje s padom tereta znatnije raste narinuti napon, mora se znatnije povećati brzina vrtnje kako bi motor rotacijom »sagradio« inducirani napon koji drži ravnotežu narinutome. Taj proces neželjenoga naglijeg porasta brzine vrtnje počinje pri rasterećenju od one granice struje kod koje nastaje opisano »kidanje« struje. To je povezano i s pojavom neželjenih harmoničkih članova, gubitaka zbog njih, a i s nekim pojavama prenapona. Zato nije poželjno da elektromotorni pogon radi u tom području, pa se i kvaliteta ispravljačkih spojeva i ispravljača može ocjenjivati s tog gledišta. Na primjer: što ima više pulsova (faza) u ispravljačkom spoju, to kasnije (uz manja opterećenja) nastupaju pauze između strujnih intervala, pa zaključujemo da je jednofazno ispravljanje nepovoljnije od trofaznoga, a ovo od 6-faznoga itd. Pri 6-faznom i višefaznom ispravljanju osjeća se efekt »kidanja« struje praktički samo u potpunome praznom hodu. Jednako će tako ventili s malim padom napona biti povoljniji od onih s većim padom napona jer će uz isti induktivitet u armaturnome strujnom krugu kod prvih nastupiti »kidanje« struje tek pri znatno nižim opterećenjima. Tu postaje očita prednost tiristora, kojima su padovi napona gotovo potpuno zanemarivi prema živinim usmjerivačima s padom napona (red veličine) od približno 25 V. Isti elektromotorni pogon ostvaren nezavisnim istosmjernim motorom imat će s tiristorima bolje mehaničke karakteristike, manje gubitke, manje opasnosti od prenapona itd.

Prevede li se spoj u invertorski režim, bilo promijenivši polaritet (prema principu na sl. 45. ili 46), bilo povećavši kut paljenja kod unakrsnog ili antiparalelnog spoja, motor dolazi u generatorsko kočno stanje. Usmjerivač radi kao izmjenjivač

pri vraćanju energije u mrežu. Kut paljenja α veći je od $\pi/2$ (vidi sl. 52), pa se razmatranje radije provodi s njegovim komplementom $\beta = \pi - \alpha$, koji nazivamo kut ranijeg paljenja. Ventil vodi struju od trenutka kad se »upali« (ovisi o kutu β) pa sve dotle dok je inducirani napon generatora (motora koji radi kao generator) veći od napona u sekundaru transformatora, odnosno do paljenja idućeg ventila (vidi sl. 52). Pri tome je prijelaz iz ventila u ventil (iz »faze« u »fazu«) prisilan, za



Sl. 52. Odnosi kod višefaznog usmjerivača u invetorskom režimu uz podešavanje pomoću kuta $\beta = \pi - \alpha$

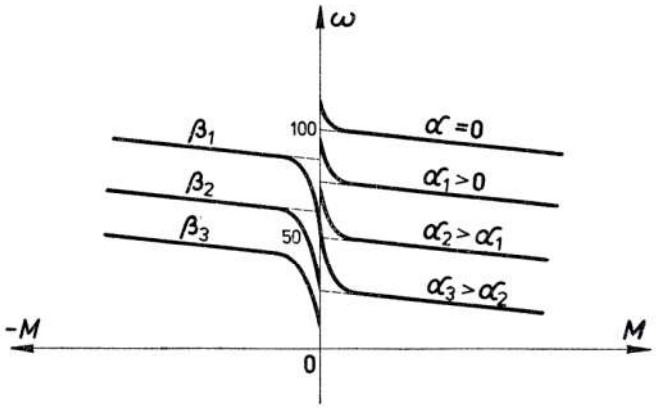
razliku od ispravljačkog režima, pa se kut β ne smije uzeti po volji malen da ne nastane kratki spoj. Budući da inducirani napon motora svladava napon transformatora i sve padove napona, vrijedi (usporedi s ispravljačkim režimom):

$$E = \sqrt{2} \cdot U_2 \cdot \frac{m}{\pi} \cdot \sin\frac{\pi}{m} \cdot \cos\beta + I_a \cdot \left(\frac{X_T \cdot m}{2\pi} + R_T + R_{pr} + R_a\right) + \Delta U_l \tag{26}$$

i za brzinu vrtnje:

$$n = \frac{U_{io}\cos\beta + I_a\left(\frac{X_T \cdot m}{2\pi} + R_T + R_{pr} + R_a\right) + \Delta U_l}{k_e \Phi}. \tag{27}$$

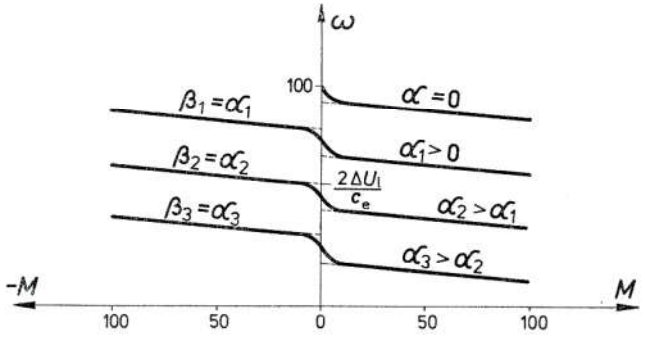
Mehaničke karakteristike prikazuje sl. 53. I u generatorskom kočenju pojavljuje se »omekšanje« mehaničkih karakteristika u području malih opterećenja, zbog kidanja struje, kao i u motorskom dijelu karakteristike. Drže li se $\alpha = \beta$, tj. kut paljenja



Sl. 53. Mehaničke karakteristike nezavisno uzbuđenog motora napajanoga pomoću ispravljača — motorski rad i generatorsko kočenje

u motorskom režimu i kut ranijeg paljenja u generatorskom režimu jednakima, motor je u oba režima priključen na jednak napon, što bi u uvjetima pogona na mrežu dalo poznatu mehaničku karakteristiku kontinuiranoga linearnog prelaska iz motorskoga u generatorski režim. Međutim, u ispravljačkom režimu, zbog obratnog smisla pada napona u ventilu, nastaje skok brzine vrtnje u području oko praznog hoda. Ako se usporede ravni dijelovi karakteristika (vidi sl. 54), onda taj skok iznosi:

$$\Delta\omega = \frac{2\,\Delta U_1}{c_e}. \tag{28}$$



Sl. 54. Mehaničke karakteristike ispravljačkog pogona pri $\alpha = \beta$

Još je važno pitanje kako elektromotorni pogon opterećuje mrežu, tj. koliku jalovu snagu on iz nje uzima. Iz teorije ispravljača poznato je da je kut pomaka osnovnog člana struje prema naponu jednak kutu paljenja $\varphi = \alpha$ (dakako uz odgovarajući induktivitet, tj. ako je ispravljena struja dovoljno glatka). Iz toga bi izlazilo da se pri podešavanju brzine vrtnje naniže, znatno kvari faktor snage opterećenja zbog:

$$\cos\varphi \doteq \cos\alpha \doteq \frac{n_{op}}{n_o},$$

gdje je n_{op} brzina vrtnje u praznom hodu podešena naniže. Recimo da uz podešavanje na 50 % brzine vrtnje valja očekivati $\cos\varphi \doteq 0{,}5$. Taj posve loši odnos, koji se još više pogoršava pri nižim brzinama vrtnje, kvari i činjenica što se zbog podešavanja izobličuje primarna struja. Snagu prenosi samo osnovni član, tako da je stvarno opterećenje mreže jalovom energijom još veće, pa bi tako definiran faktor snage bio još gori:

$$k_\varphi = \xi\cos\varphi = \frac{I_{11}}{I_1}\,\frac{n_{op}}{n_o}.$$

Pri tome je I_{11} efektivna vrijednost osnovnoga harmoničkog člana primarne struje, a I_1 efektivna vrijednost ukupne primarne struje. Zato se nastoji u ispravljačkim pogonima potrebni opseg podešavanja postići mijenjajući uzbudu, a osim toga se često kombinira podešavanje pomoću kuta paljenja (rešetkom, zasunom) s podešavanjem regulacionim transformatorom, tj. prijenosnim omjerom transformatora regulira se jedan dio napona, a kutom paljenja drugi. Pri tome se »spora« podešavanja brzine vrtnje izvode uz pomoć otcjepa na transformatoru, a brza se regulacija ostvaruje na osnovi kuta paljenja.

Od ostalih pogonskih osobina elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim motorima priključenima na izmjeničnu mrežu, potrebno je spomenuti još neke. Tromost podešavanja tog pogona uz pomoć napona znatno je manja (praktički je nema) u usporedbi s pogonom Leonardovim agregatom, pa mu je to dalja prednost. No upravo zbog te prednosti svi se udarci i opterećenja prenose »tvrdo« u mrežu, pa na tu okolnost valja računati kad su mreže slabije. U daljoj usporedbi s Leonardovim agregatom, pogon je ne samo jeftiniji s gledišta cijene osnovnog uređaja nego i s obzirom na korisnost, pogotovo uz upotrebu tiristora koji rade praktički bez gubitaka.

Danas se i u pogonima sa serijskim istosmjernim strojevima sve više susreću ispravljački uređaji, posebno u području vuče, gdje se ti strojevi najviše i upotrebljavaju. Spojevi i problematika ispravljačkih sklopova načelno su potpuno jednaki kao u nezavisno uzbuđenih motora. Samo je jedna bitna razlika, koja proizlazi upravo iz osnovnog spoja motora. Kod nezavisno uzbuđenog motora uzbuda, a s njom i glavni magnetski tok, nije izravno povezana s armaturnim naponom, ni s armaturnom strujom. Kod osnovnog spoja serijskog motora upravo je obratno. U armaturnom se krugu pojavljuje dodatni relativno veliki induktivitet. To bi u načelu značilo neko poboljšanje i prednost, u pogledu valovitosti struje, kidanja napona itd. iako npr. pitanje kidanja struje ni izdaleka nema onoliko značenje kao u nezavisno uzbuđenih motora jer elektromotorni pogoni sa serijskim motorom ionako ne rade u područjima malih opterećenja. S druge strane, određena valovitost magnetskog toka može uzrokovati neugodne posljedice, kao vrtložne struje, otežanu komutaciju itd., posebno u pogona s potrebom brze regulacije vrtnje. Često se zato u spoju s usmjerivačima uzbudni namot šantira omskim otporom. Tome nije cilj da se postignu drukčije mehaničke karakteristike, kao što je to bilo kod pogona na istosmjernu mrežu. Svrha je da se uzbudni namot oslobodi od harmoničkih članova. Budući da se pred uzbudnim dijelom struja grana u struju u uzbudnom namotu i struju šanta, to praktički sav »valoviti« dio prođe kroz šant jer mu taj ne suprotstavlja induktivni otpor, pa uzbudni dio struje ostane gotovo potpuno gladak. Time se, doduše, struji poveća valovitost u cijelome armaturnom krugu jer je uzbudni induktivitet iz nje praktički isključen, ali se postigne da njezina valovitost ne utječe na magnetski tok motora.

4.2. SPAJANJE I PODEŠAVANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA S ASINHRONIM MOTORIMA

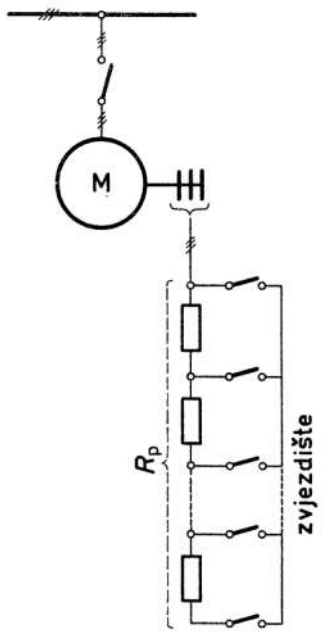
Asinhroni je motor poznat po svojim znatno manjim mogućnostima u podešavanju brzine vrtnje od istosmjernoga. Povezanost njegove brzine vrtnje s okretnim magnetskim poljem, a stoga i s frekvencijom, osnovni je uzrok tome njegovu najvećem principijelnom nedostatku.

4.2.1. Podešavanje brzine vrtnje asinhronog motora pomoću otpora u rotorskom krugu

To je podešavanje, dakako, izvedivo samo u kolutnih motora. U načelu su moguća podešavanja i omskim i induktivnim otporom. Već je iz teorije električnih strojeva poznato kako je neekonomično i ograničeno podešavanje induktivnim otporom, tako da ono nema nikakvog značenja za praksu. Uz pomoć omskih ot-

pora dobivaju se mehaničke karakteristike prikazane u odjeljku 2.6, ali se to radi u ograničenoj mjeri zbog relativno nepovoljnih svojstava. Poznato je da su gubici u bakru rotora proporcionalni klizanju, pa imalo veći opseg podešavanja nadolje izaziva znatne gubitke. Osim toga, budući da svaka mehanička karakteristika prolazi točkom sinhrone brzine, one su to »mekše« što se niže podešava brzina vrtnje. Zato se izbjegava podešavanje u većem opsegu, pogotovo pri opterećenju konstantnim momentom tereta. Uz centrifugalnu karakteristiku tereta situacija je nešto povoljnija (vidi npr. sl. 4.0—1.c).

Mehaničkim karakteristikama koristi se u cijelosti da bi se elektromotorni pogon s kolutnim asinhronim motorom doveo na nominalnu brzinu vrtnje. Asinhroni motori nisu toliko osjetljivi na kratkotrajna strujna preopterećenja kao istosmjerni, zato se kolutnim motorima redukcija struje u pokretanju izvodi zbog drugih uzroka. Osim danas već gotovo povijesnog razloga da (slaba) mreža ne trpi prevelike udarce, ostao je onaj ozbiljniji — dovoljni pokretni moment. Tako se npr. i na sl. 2.6—4. vidi da veći kolutni motori imaju znatno manji potezni moment od nominalnoga. Priključi li se na rotor dovoljno veliki otpor R_p (sl. 1), može elektromotorni pogon krenuti s pokretnim momentom jednakim npr. dvostrukome nazivnom momentu ($M_k = 2M_n$), otprilike kao na sl. 2. I struja će rotora približno biti proporcionalna tom omjeru. Za nju je iz teorije električnih strojeva poznato da je:



$$I_2 = \frac{s\,E_{20}}{\sqrt{3}\sqrt{R_2^2 + (sX_2)^2}} = \frac{E_{20}}{\sqrt{3}\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}}, \qquad (1)$$

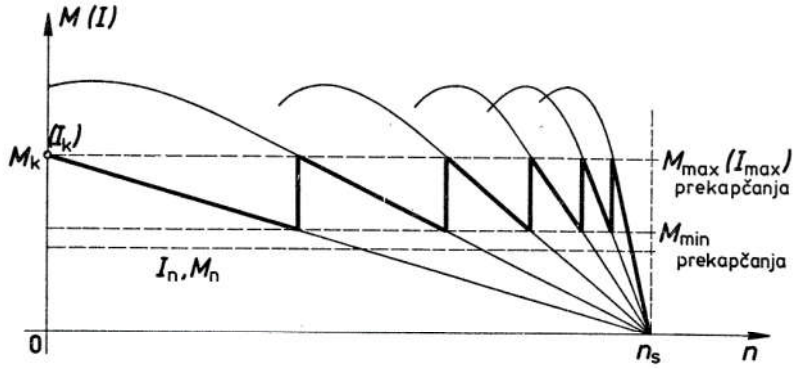
Sl. 1. Skica rotorskih dodatnih otpora asinhronoga kolutnog motora, uz objašnjenje pokretanja i podešavanja brzine vrtnje

pri čemu je E_{20} napon među kliznim kolutima rotora u mirovanju, s je klizanje, R_2 radni, a X_2 rasipni induktivni otpor faze rotora. Budući da je u pokretanju prema sl. 2. ili priključen veliki predotpor uz veće klizanje ili manji predotpor uz manje klizanje, to je $\frac{R_2}{s} \gg X_2$, pa je za praktična razmatranja dopušteno zanemariti induktivni rasipni otpor ($X_2 \cong 0$), te relacija (1) prelazi u:

$$I_2 \doteq \frac{s \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot R_2}. \qquad (2)$$

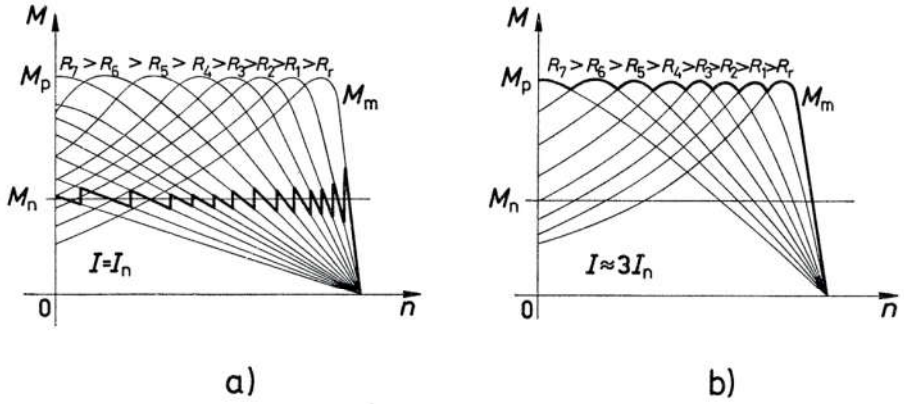
Fazni pomak struje prema induciranom naponu tako je malen da možemo pisati $\cos \varphi_2 \doteq 1$. Budući da je moment $M_m = k \Phi I_2 \cdot \cos \varphi_2$, znači da je on zapravo

proporcionalan struji na cijelom području gdje su mehaničke karakteristike približno pravci. Tako se pokretanje kolutnog motora može u cijelosti tretirati identično pokretanju nezavisno uzbuđenog motora, pa vrijedi sve što je rečeno u odjeljku 4.1.1. O specifičnostima »pokretača« (otpornika za pokretanje) bit će riječi u posebnom odjeljku.



Sl. 2. Skica pokretanja asinhronoga kolutnog motora

Mogućnošću da se kod asinhronog kolutnog motora dopuste i veće struje koristi se katkad za pokretanje s »kontinuiranim« momentom ili za kontinuirano podešavanje brzine vrtnje. Pri tome se želi u prijelaznim pojavama osigurati konstantan moment. Zamislimo li otpornik izveden s vrlo mnogo stupnjeva, moguće je pravodobnim prelaskom s jednoga na drugi stupanj (ručno ili, češće, automatski) dobiti karakteristiku M_m = konst. u dobrom dijelu opsega podešavanja. Dva od više mogućih postupaka prikazuje sl. 3. Sl. 3.a predočuje prijelaz među stupnjevima uz konstantni moment jednak nominalnome ($M_m = M_n$), a na sl. 3.b pri-



Sl. 3. Mogućnosti podešavanja momenta pokretanja za kolutni motor pomoću otpornika s mnogo stupnjeva

jelaz je izveden uz moment jednak prekretnome ($M_m = M_p$). Dakako, što je veći broj stupnjeva i prekapčanja, to je karakteristika bliže pravcu. Zamijeni li se klasični otpornik od metalnih vodiča tekućinskim (vodnim) kod kojeg se promjena otpora izvodi uranjajući elektrode dublje ili pliće u kupku, postiže se potpuni kontinuitet u podešavanju. Takav se postupak susreće npr. kod Ilgnerova agregata i uopće svih elektromotornih pogona asinhronim motorima velike snage, kad se zahtijeva fino podešavanje brzine vrtnje.

Kakav će se konstantni moment M_m odabrati za podešavanje, ovisi o više elemenata. U statičkim stanjima nužno je ostati (iz termičkih razloga) na vrijednosti nominalnog momenta ili manjoj od toga. U dinamičkim stanjima pojava će trajati kraće uz veći moment, ali će se namoti više grijati. Usporedimo na jednom primjeru. Pokrenimo (zaletimo) neki elektromotorni pogon prekapčanjem mnogo stupnjeva otpornika približno kao na sl. 3, i to na dva načina: A) s nominalnim momentom i B) s dvostrukim nominalnim momentom. Neka nema momenta tereta ($M_t = 0$). Budući da je vrijeme zaleta obratno proporcionalno momentu ubrzanja, a u našem primjeru momentu motora ($M_u = M_m$), pokretanje B dvostruko kraće traje, tj.:

$$t_A = 2t_B,$$

a struje pokretanja B dvostruko su veće:

$$I_{1B} \doteq 2 \cdot I_{1A}, \quad I_{2B} \doteq 2 \cdot I_{2A}.$$

Gubici će u bakru statora u pokretanju biti:

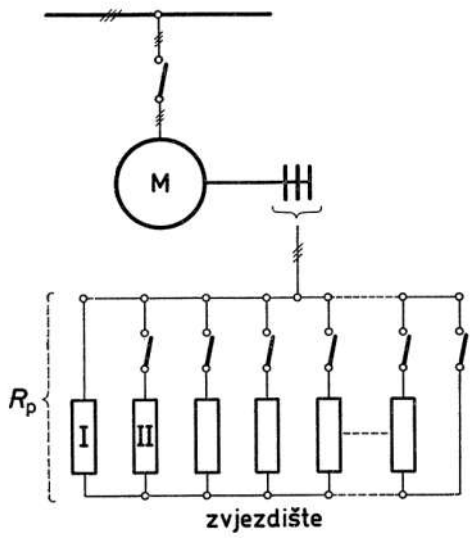
$$A_{Cu1A} = 3 \cdot I_{1A}^2 \cdot R_1 \cdot t_A$$

$$A_{Cu1B} = 3 \cdot (2 \cdot I_{1A})^2 \cdot R_1 \cdot \frac{t_A}{2} = 2 A_{Cu1A}.$$

Gubitak energije u bakru statora zbog pokretanja dvostruko je veći u slučaju B), a kako je i vrijeme dvostruko kraće, to će zagrijavanje bakra statora zbog pokretanja biti dvostruko ili veće nego dvostruko jer i hlađenje traje dvostruko kraće. Gubici energije u rotorskome strujnom krugu u oba slučaja su dakako jednaki, ali su različiti gubici u bakru samoga rotorskog namota (pa stoga i zagrijavanje!) jer je raspodjela gubitaka na namot rotora i otpornik različita u oba slučaja. Gubitke energije u namotima samo rotora možemo izračunati:

$$A_{Cu2A} = 3 \cdot I_{2A}^2 \cdot R_r \cdot t_A$$

$$A_{Cu2B} = 3 (2 \cdot I_{2A})^2 \cdot R_r \cdot \frac{t_A}{2} = 2 A_{Cu2A}.$$



Sl. 4. Rotorski dodatni otpor građen po »američkom« principu

To pokazuje da se rotoru namot u slučaju B) zagrijava također više nego dvostruko jače od onoga pod A). Brzinu zaleta valja »platiti« i većim gubicima u statoru, te jačim zagrijavanjem i statora i rotora.

Za podešavanje brzine vrtnje asinhronog motora pomoću otpornika, razvila su se dva sistema ukapčanja (i dimenzioniranja) otpornika. Na sl. 1. već je u principu prikazani sistem kakav je uglavnom razvijen u Evropi. Sl. 4. načelno predočuje sistem karakterističan za Ameriku. Kod »evropskoga« najveći je otpor uklju-

čen kad su svi parcijalni otpornici (»serijski« otpornici) uključeni, pa se otpor smanjuje isključuju li se pojedini parcijalni otpornici. U »američkom« sistemu najveći je otpornik uključen kad je samo prvi parcijalni otpornik priključen, a ostali isključeni, pa se otpor smanjuje (paralelnim) uključivanjem drugih otpornika. Osim u termičkom dimenzioniranju ima razlika i u eksploataciji. I jedan i drugi sistem imaju prednosti s obzirom na neke slučajeve kvarova, za izbor aparata za uključivanje itd. Vodni otpornici s elektrodama po načinu djelovanja mogu se ubrojiti u »američke« izvedbe.

4.2.2 Podešavanje brzine vrtnje asinhronih motora preklapanjem polova

U praznom hodu vrti se asinhroni motor praktički sinhronom brzinom vrtnje:

$$n_s = \frac{60 \cdot f}{p}. \tag{3}$$

Tu je f frekvencija mreže, a p broj pari polova. U načelu se, dakle, njegova brzina vrtnje podešava u grubim skokovima koji odgovaraju brojevima pari polova p. To je povoljno samo za kavezne motore jer je kod kolutnih skupo i skopčano s mnoštvom problema.

U principu dva su načina prespajanja polova: 1. da se gradi više nezavisnih statorskih namota različita polariteta i 2. prekapčanjem grupe svitaka samo jednoga statorskog namota, tako da dobijemo različite polaritete. Moguća je, dakako, i kombinacija prvog i drugog načina kad se želi više brzina (od dvije). Najčešće su izvedbe polno preklopivih motora s dvije brzine vrtnje, ali se grade i oni s tri pa i četiri brzine, posebno u dizaličnoj tehnici, a za teške centrifuge u šećeranama služe čak i 5-brzinski motori.

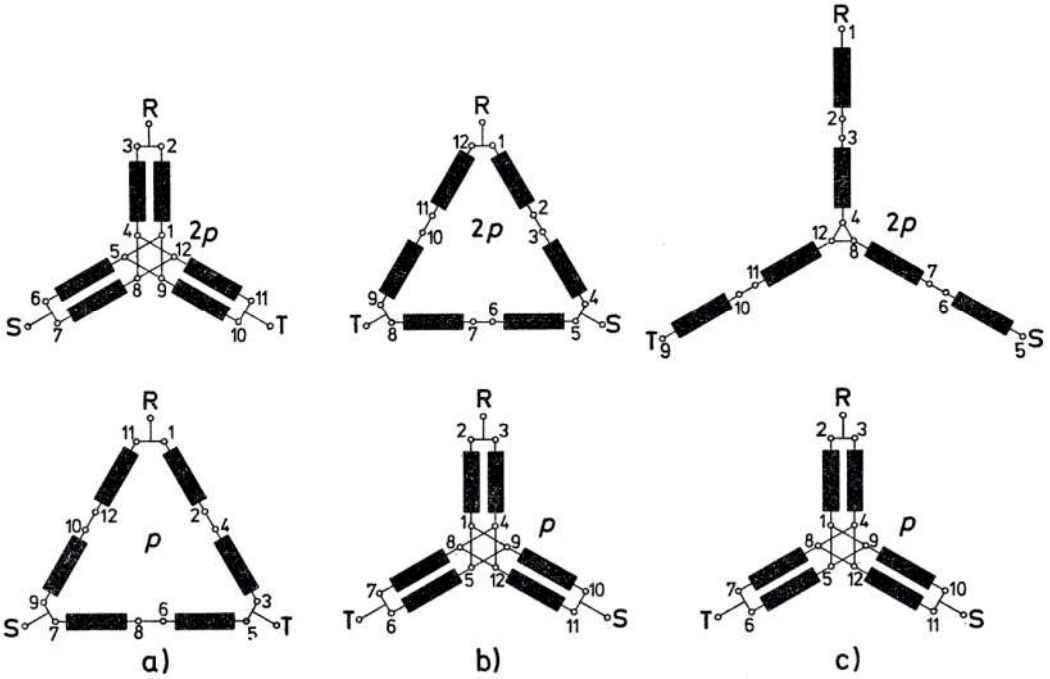
Prvi način gradnje jasan je sam po sebi. Njegova je prednost u tome što se snage i momenti kod pojedinih polariteta mogu nezavisno odrediti, pa se lako prilagođuje raznim pogonskim zahtjevima. Mana je u višoj cijeni zbog većeg utroška bakra i prostora za taj bakar jer su i ostali dijelovi statora nešto povećani.

Drugi način gradnje u principu ćemo prikazati na primjeru. Ima li motor 72 statorska utora i izvede li se svaki od 72 svitka na posebne stezaljke, mogu se kombinirati svici u grupama od $q = 1$ do $q = 12$. Budući da je $N_1 = 2pqm$, uz m (broj faza) $= 3$ i $f = 50$ Hz dobit će se ove kombinacije:

$q = 1$	$p = 12$	$n_s = 250$	24-polni motor
$q = 2$	$p = 6$	$n_s = 500$	12-polni motor
$q = 3$	$p = 4$	$n_s = 750$	8-polni motor
$q = 4$	$p = 3$	$n_s = 1\,000$	6-polni motor
$q = 6$	$p = 2$	$n_s = 1\,500$	4-polni motor
$q = 12$	$p = 1$	$n_s = 3\,000$	2-polni motor

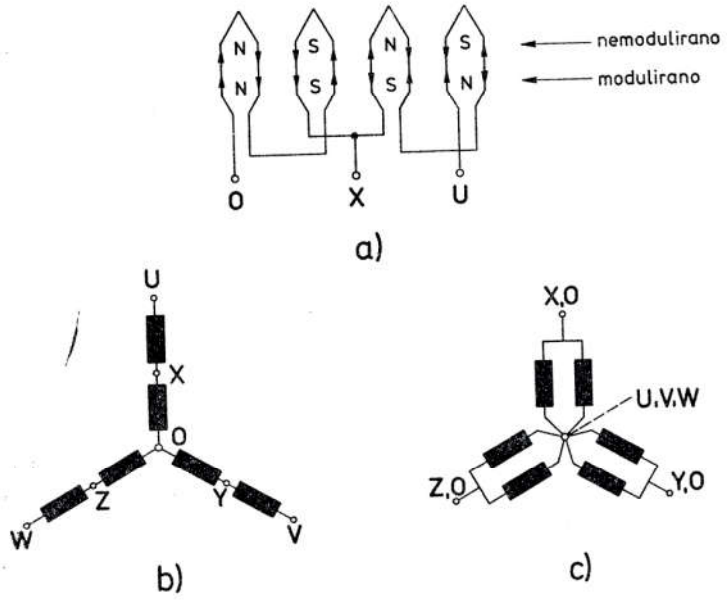
Obično te mogućnosti ne odgovaraju za više od tri brzine jer u pojedinim kombinacijama nastaju teškoće zbog momenta i snage. Naime, moguć je samo jedan krak namota, a taj je relativno povoljan za najviše tri brzine vrtnje. Danas je za dvije brzine vrtnje u omjeru 1 : 2 čest Dahlanderov spoj u svoje tri poznate

varijacije (vidi sl. 5). Spoj prema sl. 5.a odgovara radnim mehanizmima za koje je potrebna približno jednaka snaga (karakteristika kao na sl. 4.0-1.c), onaj po sl. 5.b pogodan je za radne mehanizme kojima se kod obje brzine vrtnje zahtijeva približno konstantan moment (karakteristike kao na sl. 4.0-1.a), a prema sl. 5.c približno onima za koje treba približno centrifugalna karakteristika, slična onoj na sl. 4.0-1.b.



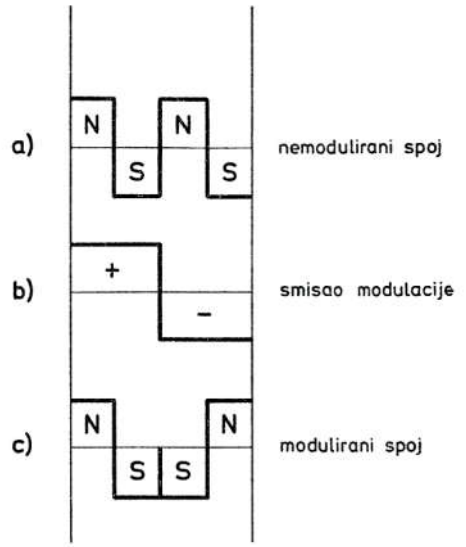
Sl. 5. Dahlanderov spoj: a) za približno konstantnu snagu; b) za približno konstantni moment; c) za približno centrifugalnu karakteristiku

U posljednje vrijeme napredovala je i teorija (a i praktična primjena) asinhronih polno preklopivih motora. Pokazalo se da je Dahlanderov spoj za preklapanje brzine vrtnje u omjeru 1 : 2 samo poseban slučaj opće polno-amplitudne modulacije. Na sl. 6. jedna je od mogućnosti principnoga Dahlanderova spoja i



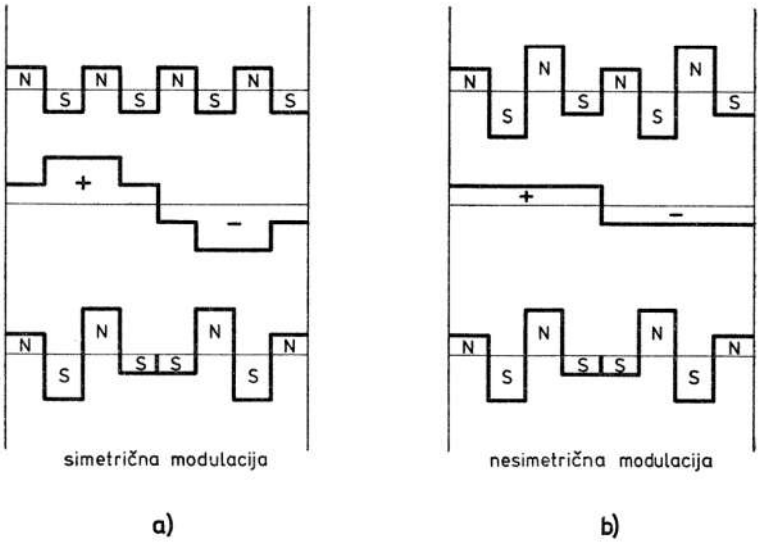
Sl. 6. Principni spoj svitaka pri polno-amplitudnoj modulaciji: a) grupe svitaka jedne faze; b) spoj faza — nemodulirano; c) spoj faza — modulirano

prikazuje se: a) spoj grupe svitaka jedne faze; b) spoj faza u nemoduliranom spoju; c) spoj faza u moduliranom spoju. Na sl. 6.a strelicama je označen smisao struje u nemoduliranom i moduliranom spoju. Formalno je princip modulacije za isti spoj prikazan sl. 7. Na sl. 7.a vidi se smisao magnetskog polja za nemodulirani spoj (u tome jednostavnom primjeru je 4-polni spoj). Namotnu modulaciju predočuje sl. 7.b (područje s — predznakom mijenja smisao magnetiziranja), pa se dobiva moduliran 2-polni spoj (sl. 7.c). Tim se načinom mogu prespojiti sve



Sl. 7. Shematski prikaz principa modulacije: a) raspored magnetskog polja u nemoduliranom spoju; b) smisao modulacije; c) raspored magnetskih polja u moduliranom spoju

kombinacije polova u omjeru 1 : 2, što je poznato kao Dahlanderov spoj, i u prikazanom primjeru odgovara slučaju na sl. 5.c. Slično se moduliraju (prespajaju) svi namoti sa susjednim polaritetima, dakle i 4/6-polni, 6/8-polni, 8/10 itd. Princip je na sl. 8, gdje je 8/6-polno prespajanje (modulacija). Kako se vidi sa sl. 8.a, uz modulaciju simetrično izvedenog namota ne bi se mogao jednostavnom modulacijom (dakle samo prespajanjem smisla dijela svitaka) postići potrebni rezultat, pa je takvo nešto neizvedivo. No raspodjele li se svici nesimetrično po obodu stroja, s promjenljivim brojem svitaka u pojedinoj grupi dobiva se jednostavnim uobičajenim prespajanjem polovice grupa svitaka (dakle jednostavna modulacija) druga



Sl. 8. Princip modulacije za 8/6-polni motor: a) simetrična modulacija (neizvediva); b) izvediva nesimetrična modulacija

brzina vrtnje. To se vidi na sl. 8.b. Dakako, prespajanje se svitaka može i nešto drukčije organizirati nego što je to učinjeno na principnoj sl. 8. Tako se dade izostaviti poneka grupa svitaka za jedan polaritet ili se može i dio svitaka spajati u seriju, a prespajati paralelno itd. Bitan je princip da se iz nemoduliranog spoja dobije p-polni stroj, a iz moduliranoga $(p \pm 1)$-polni, bez obzira na to je li simetričan ili nesimetričan raspored svitaka pojedinih faza po obodu stroja. Taj se princip, koji je teorijski razvijen posljednjih godina, već široko primjenjuje i pojedini se proizvođači pojavljuju s nizovima polno-amplitudno moduliranih asinhronih motora za dvije (»susjedne«) brzine vrtnje. Dakako da je nesimetrični raspored svitaka u grupe uzrok izvjesnim tehničkim nepovoljnostima (redovno nešto smanjen faktor namota, povećan sadržaj harmonika i posljedice zbog toga), koje su dobrim dijelom neželjene, ali se pažljivim projektiranjem i dimenzioniranjem postižu ipak zadovoljavajuće osobine motora.

Iako se brzina vrtnje prespajanjem polova vrlo grubo podešava, ipak je to često u jednostavnijim elektromotornim pogonima. Posebno značenje ima taj postupak u nekim dizaličnim i sličnim pogonima, gdje se uz njegovu upotrebu smanjuju dinamički gubici.

4.2.3. Podešavanje brzine vrtnje asinhronih motora promjenom frekvencije

Brzina je vrtnje asinhronim motorima vezana za frekvenciju izvora iz kojeg se napajaju $\left(n_s = \frac{60f}{p}\right)$. Stoga se, mijenjajući frekvenciju, elektromotornom pogonu s asinhronim motorima može mijenjati brzina vrtnje u relativno širokom opsegu — slično kao podešavamo li brzinu vrtnje istosmjernom motoru pomoću napona. Ipak je za asinhroni motor načelno pitanje podešavanja nešto složenije. Kod istosmjernog motora podešavanoga naponom ovisi brzina vrtnje zapravo samo o visini narinutog napona, pri čemu se promjenom napona u načelu ne utječe na ostale parametre (posebno na magnetski tok) važne za brzinu vrtnje. Promijeni li se samo frekvencija izvora, asinhronom se motoru mijenja i njegov magnetski tok, pa se bitno utječe na vanjsku karakteristiku motora. To znači da u podešavanju brzine vrtnje asinhronom motoru promjenom frekvencije treba na prikladan način mijenjati i visinu priključnog napona želimo li postići određene mehaničke karakteristike motora. Hoćemo li npr. sačuvati slične vrijednosti karakterističnih momenata pri različitim brzinama vrtnje, potrebno je sačuvati gotovo nepromijenjen magnetski tok, a to znači (zbog $E = k\Phi f w_1$) da se i narinuti napon mora mijenjati proporcionalno frekvenciji. Taj primjer podešavanja s $f = kU$ odgovara radnim mehanizmima s konstantnim momentom tereta, $M_t = \text{konst.}$ (vidi sl. 9). Za opći slučaj najjasniji je uvjet održavanja preopteretivosti $\left(\frac{M_p}{M_n} = \text{konst.}\right)$ pri podešavanju frekvencijom, i iz njega se može izračunati u kakvom je odnosu potrebno podešavati narinuti napon. Ako se u izrazu za prekretni moment:

$$M_p = \frac{m \cdot U_1^2}{2\omega_s \sigma_1 [\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + \sigma_1 X_2')^2}]} = \\ = \frac{1}{2} \cdot \frac{p\, m \cdot U_1^2}{2\pi f \sigma_1 (\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_k^2})} \qquad (4)$$

zanemari utjecaj radnog otpora statora ($R_1 \approx 0$) zbog $R_1 \ll X_k$ (što ne vrijedi samo uz sasvim niske frekvencije), dobiva se:

$$M_p \simeq \frac{p\,m \cdot U_1^2}{4\,\pi\,f\,\sigma_1\,X_k} = k' \frac{U_1^2}{f_1^2}. \tag{5}$$

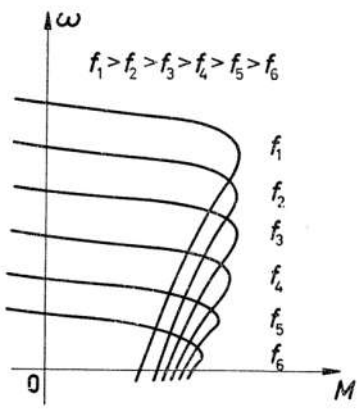
Da se pri raznim frekvencijama (f_1, f_2) održi preopteretivost, valja prekretne momente držati proporcionalnima momentima tereta:

$$\frac{M_{p1}}{M_{p2}} = \frac{M_{t1}}{M_{t2}} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2,$$

iz čega izlazi:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{f_2}{f_1} \sqrt{\frac{M_{t2}}{M_{t1}}}. \tag{6}$$

Međusobna ovisnost napona i frekvencije u podešavanju brzine vrtnje za različite mehaničke karakteristike radnih mehanizama, vidi se iz tablice na sl. 10. Zapažamo da je uz konstantan moment tereta potrebno podešavanje napona proporcionalno podešavanju frekvencije, pri centrifugalnom karakteru momenta tereta podešavanje napona ide s kvadratom podešavanja frekvencije itd.



Sl. 9. Mehaničke karakteristike asinhronog motora pri podešavanju brzine vrtnje frekvencijom i naponom uz $f = kU$

Vrsta mehaničke karakteristike radnog mehanizma	$\frac{M_{m2}}{M_{m1}}$	$\frac{P_2}{P_1}$	$\frac{U_2}{U_1}$
$M_t = M_{tn}(\frac{\omega}{\omega_n})^0 = M_{tn}(\frac{f}{f_n})^0$ (konstantna)	1	$\frac{f_2}{f_1}$	$\frac{f_2}{f_1}$
$M_t = M_{tn}(\frac{\omega}{\omega_n})^1 = (\frac{f}{f_n})^1 M_{tn}$ (proporcionalna)	$\frac{f_2}{f_1}$	$(\frac{f_2}{f_1})^2$	$(\frac{f_2}{f_1})^{\frac{3}{2}}$
$M_t = M_{tn}(\frac{\omega}{\omega_n})^2 = (\frac{f}{f_n})^2 M_{tn}$ (centrifugalna)	$(\frac{f_2}{f_1})^2$	$(\frac{f_2}{f_1})^3$	$(\frac{f_2}{f_1})^2$
$M_t = M_{tn}(\frac{\omega}{\omega_n})^{-1} = (\frac{f}{f_n})^{-1} M_{tn}$ (konstantne snage)	$(\frac{f_2}{f_1})^{-1}$	konst.	$(\frac{f_2}{f_1})^{\frac{1}{2}}$

Sl. 10. Tablica podešavanja napona: vrijednosti snage i momenta asinhronog motora u podešavanju brzine vrtnje frekvencijom mreža za razne mehaničke karakteristike radnog mehanizma — sve za očuvane preopteretivosti motora

Kad se brzina vrtnje asinhronom motoru podešava frekvencijom, zanimljivo je još pitanje koliko se relativno mijenja tvrdoća mehaničke karakteristike motora. Ako relativnu promjenu frekvencije označimo s:

$$\varphi = \frac{f}{f_n}, \tag{7}$$

za obaveznu promjenu napona dobivamo:

$$U = U_n \varphi^a. \tag{8}$$

Indeksom »n« označene su veličine kod nazivne frekvencije, a a je eksponent, ovisan o karakteru momenta tereta, te prema sl. 10. iznosi 0,5 u radnog mehanizma s konstantnom snagom, 1 za konstantan moment, 1,5 uz proporcionalan porast momenta tereta s brzinom vrtnje i 2 kod centrifugalne mehaničke karakteristike. Budući da se induktivni otpori mijenjaju proporcionalno mrežnoj frekvenciji, a radni praktički o njoj ne ovise, to će se prekretno klizanje prema relaciji (2.6—3.a) mijenjati:

$$s_p = s_{pn} \frac{X_{kn}}{X_k} = \frac{1}{\varphi} s_{pn}. \tag{9}$$

Očito je da uz smanjenu brzinu vrtnje (kad pada frekvencija) raste prekretno klizanje obratno proporcionalno promjeni frekvencije, tj. mehaničke karakteristike motora postaju relativno mekše.

Cijeli karakter promjene mehaničke karakteristike ovisno o frekvenciji najbolje se vidi iz Klossove jednadžbe. Ako najprije izrazimo omjer prekretnog momenta iz relacije (5) pri bilo kojoj i pri nazivnoj frekvenciji:

$$\frac{M_p}{M_{pn}} = \frac{\dfrac{p \cdot m \cdot U^2}{4\pi f \sigma_1 X_k}}{\dfrac{p \cdot m \cdot U_n^2}{4\pi f_n \sigma_1 X_{kn}}} = \left(\frac{U}{U_n}\right)^2 \cdot \left(\frac{f_n}{f}\right) \cdot \left(\frac{X_{kn}}{X_k}\right) = \varphi^{2a} \frac{1}{\varphi} \cdot \frac{1}{\varphi}$$

ili:

$$M_p = M_{pn} \varphi^{2a-2} \tag{10}$$

te uvedemo izraze (9) i (10) u (2.6—1.b), dobiva se pojednostavnjena Klossova jednadžba:

$$M_m = \frac{2 M_{pn} \varphi^{2a-2}}{\dfrac{\varphi \cdot s}{s_{pn}} + \dfrac{s_{pn}}{\varphi \cdot s}}, \tag{11}$$

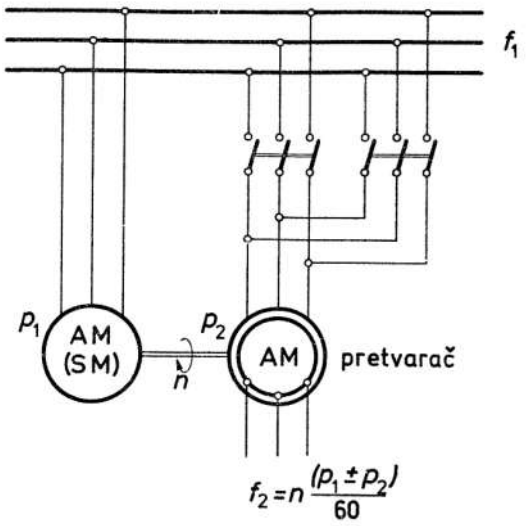
koja je zapravo izraz za mehaničku karakteristiku asinhronog motora za bilo kakva podešavanja frekvencijom.

U podešavanju brzine vrtnje elektromotornom pogonu s asinhronim motorom promjenom frekvencije osnovni je problem izvor promjenljiva napona i frekvencije. Klasično su rješenje pretvarači frekvencije, strojevi ili agregati, slično u principu rješenju Leonardovim spojem za istosmjerne motore. Ima više izvedaba, no spomenimo samo one koje se tehnički upotrebljavaju.

Klasični asinhroni pretvarač frekvencije (sl. 11) dolazi obično u grupnim pogonima drvne industrije za frekvenciju veću od 200 Hz i u nekim transportnim uređajima za frekvenciju manju od 20 Hz. U klasičnoj izvedbi prema slici obično nema uopće podešavanja, već samo pretvaranje, a pri višim frekvencijama i obje mogućnosti, tj. obje frekvencije koje se mogu dobiti iz pretvarača i uz koje je ispunjen uvjet proporcionalnosti s naponom. Ako se mora podešavati u posve uskim gra-

nicama, za pogonski se motor pretvarača prema sl. 11. uzima kolutni motor, kojim se u nekim granicama može agregatu podešavati brzina vrtnje, a s njome i frekvencija.

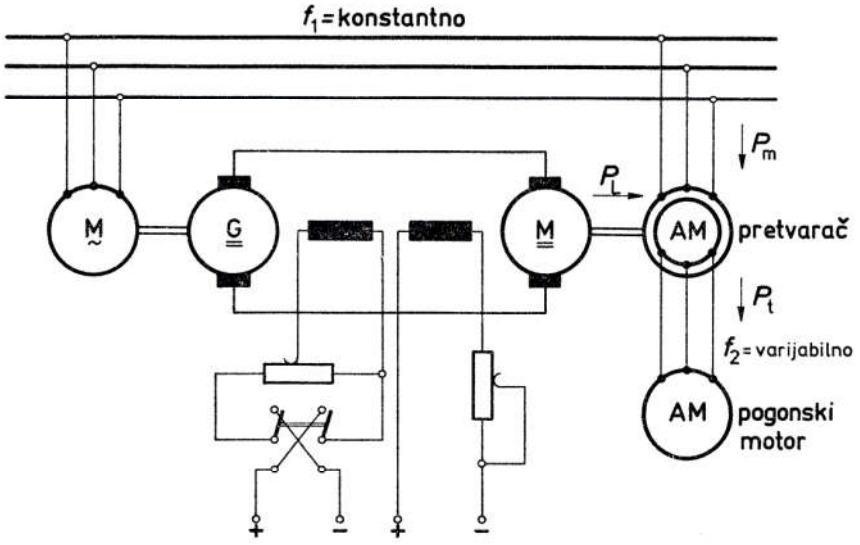
Pravo podešavanje frekvencijom postiže se pomoću asinhronog pretvarača tjeranoga istosmjernim motorom koji se napaja iz Leonardova agregata (sl. 12). Očito je da se tim spojem može rotor pretvarača vrtjeti kontinuirano promjenljivom



Sl. 11. Skica spoja asinhronog pretvarača frekvencije (bez mogućnosti podešavanja)

brzinom vrtnje, i to u smjeru svoga vlastitog okretnog polja, ali i suprotno njemu, i tako kontinuirano podešavati frekvenciju, proporcionalno naponu. Snaga Leonardova pretvarača P_L manja je od snage tereta jer pretvarač frekvencije vuče dio snage iz mreže. Budući da je snaga tereta koju daje pretvarač P_t (vidi sl. 12) električna snaga, vrijedi:

$$P_t = P_m + P_L = P_{okr} - P_{mek} = \frac{P_t}{s} - \frac{P_t}{s}(1 - s) = P_t\frac{f_1}{f_2} + P_t\frac{f_2 - f_1}{f_2}, \qquad (12)$$



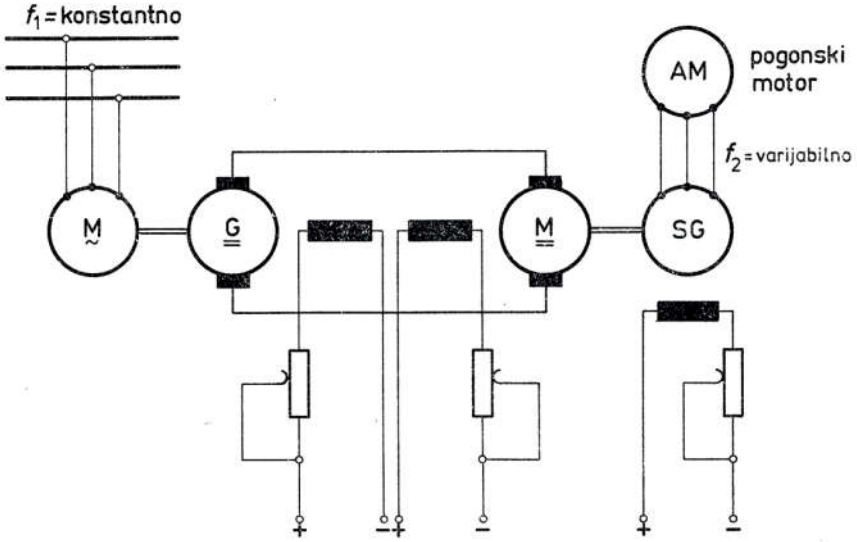
Sl. 12. Skica spoja asinhronog pretvarača frekvencije za podešavanja u širem opsegu

tj. Leonardova grupa mora biti dimenzionirana (zanemarujući gubitke) samo za dio snage tereta:

$$P_L = P_t \frac{f_2 - f_1}{f_2}. \tag{13}$$

Ali, unatoč tome taj je način podešavanja brzine vrtnje izvanredno skup, skuplji od pogona klasičnim Leonardovim spojem i istosmjernim motorom. Zato se upotrebljava samo kad pogonski motor ne može biti istosmjerni (npr. u atmosferi eksplozivnih plinova) ili ako se u grupnome višemotornom pogonu želi s jednog mjesta istodobno podešavati brzina vrtnje (u nekim transportnim uređajima).

Još je skuplji pogon u spoju prema sl. 13, sa sinhronim generatorom, kao izvorom promjenljive frekvencije, i Leonardovim agregatom s istosmjernim motorom, kao pogonskim strojem sinhronog generatora. Taj spoj ima, doduše, šire



Sl. 13. Skica pretvarača frekvencije sa sinhronim generatorom

mogućnosti podešavanja brzine vrtnje jer se napon regulira neovisno o frekvenciji, ali je potrebna čak četverostruka instalirana snaga pretvarača prema snazi pogonskog motora, pa nastaju i četverostruki gubici. Zato se taj spoj pojavljuje samo ondje gdje je nemoguća upotreba istosmjernoga pogonskog stroja, a potrebno je fino podešavanje ili još i točna regulacija brzine vrtnje. To je zahtjev npr. kod najvećih kontinuiranih brzohodnih valjačkih stanova kojima snaga s obzirom na brzinu vrtnje premašuje graničnu snagu istosmjernog stroja (npr. za snagu od 1 000 kW i brzinu vrtnje od 4 000 min^{-1}). Tad se Leonardov pretvarač i motor grade za niže brzine koje se istosmjernom tehnikom mogu svladati, a sinhroni generator za višu frekvenciju u opsegu koji zahtijeva pogon.

Naravno, Leonardov agregat u spojevima na sl. 12. i 13. na odgovarajući se način ponekad zamjenjuje i ispravljačima.

Podešavanje brzine vrtnje pogonima ostvarenima asinhronim motorima promjenom frekvencije u klasičnom obliku, kako je dosad prikazano, očito je neekonomično, pa su rješenja s istosmjernim motorima u Leonardovu ili u ispravljačkim spojevima svakako povoljnija. Samo u nekim perifernim područjima i u po-

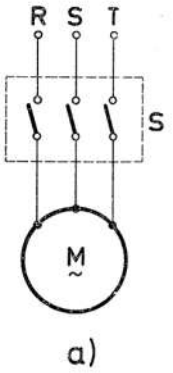
sebnim uvjetima takva su rješenja nalazila svoju opravdanost. Razlog je tome najvećim dijelom visoka cijena pretvarača.

Nove mogućnosti donosi ispravljačka tehnika, statički pretvarač frekvencije, s impulsnim upravljanjem. Ta se tehnika tek počela upotrebljavati i većinom je još u fazi istraživanja, ali obećava nove mogućnosti jer izmjeničnim motorima u ispravljačkim pogonima nastoji sjediniti visoku vrijednost podešavanja i regulacije brzine vrtnje ispravljačkih pogona s pogonskim i ekonomskim prednostima izmjeničnih motora. Više o tome bit će riječi u drugom odjeljku.

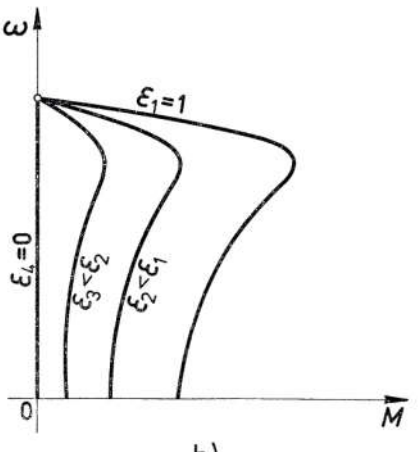
4.2.4. Impulsno upravljanje asinhronim strojevima

Dva su načelna pristupa regulaciji brzine vrtnje izmjeničnih strojeva pomoću impulsnog upravljanja priključnom izmjeničnom mrežom. Prvi je pristup upravljanje naponom, a drugi upravljanje frekvencijom i naponom istodobno, pri čemu je težište na upravljanju frekvencijom.

Impulsno upravljanje naponom slično je načelno impulsnom upravljanju naponom istosmjernih strojeva (vidi odjeljak 4.1.6. i 4.1.7), samo su zbog različitosti mehaničkih karakteristika istosmjernih i asinhronih motora rezultati i upotrebljivost nešto različiti. Pretpostavimo uvodno i ovdje da isključujući i uključujući određene elemente nekom sklopkom, mijenjamo mehaničke karakteristike kaveznih asinhronih motora ne ulazeći pri tome ni u karakter upravljačke sklopke ni u primjenljivost rezultata. Tako u spoju prema sl. 14.a, kod trajno uključenoga tropolnog prekidača S ($\varepsilon_1 = 1$) motor ima svoju normalnu mehaničku karakteristiku (vidi sl. 14.b). Uz stalno isključen sklopnik S motor, dakako, stoji (karakteristika $\varepsilon_4 = 0$ na sl. 14.b). Za sve ostale intermitencije motor kao da je priključen na sniženi napon i pokazuje odgovarajuće »smanjenje« mehaničke karakteristike, npr. one za ε_2 i ε_3 na sl. 14.b. Pri tome se može teorijski zamisliti da se odgovarajućim podešavanjem ili regulacijom impulsa motor pri određenom momentu tereta »uhvati« na nekoj bilo kojoj točki brzine vrtnje, i da tu točku zadrži. Praktično značenje ta mogućnost jedva da ima, zbog visokih gubitaka, ali se načelno



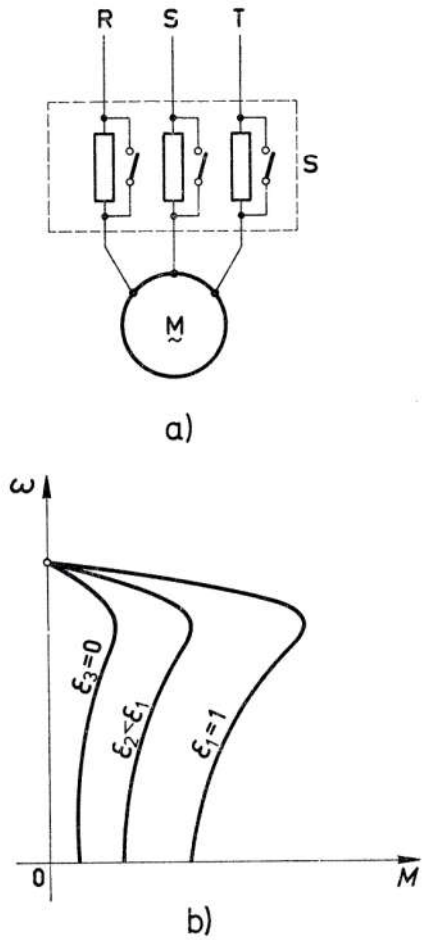
a)



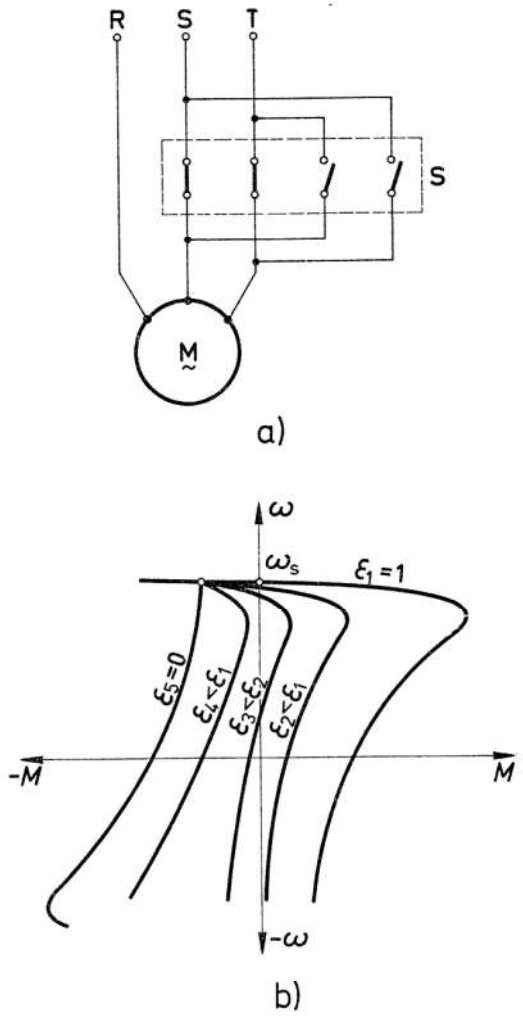
b)

Sl. 14. Impulsno podešavanje mehaničkih karakteristika asinhronome kaveznom motoru

može postići. Sličnu mogućnost pruža i spoj prema sl. 15.a. Uz trajno zatvoren tropolni prekidač S ($\varepsilon_1 = 1$) motor ima normalnu mehaničku karakteristiku (sl. 15.b). Pri trajno otvorenome tropolnom prekidaču S ($\varepsilon_3 = 0$) imat će on onu vanjsku karakteristiku koja odgovara smanjenome priključnom naponu zbog pada napona na predotporima. Za sve ostale vrijednosti ε dobiva se porodica mehaničkih karakteristika koje su između graničnih $\varepsilon_1 = 1$ i $\varepsilon_3 = 0$. Sl. 16.a sadrži



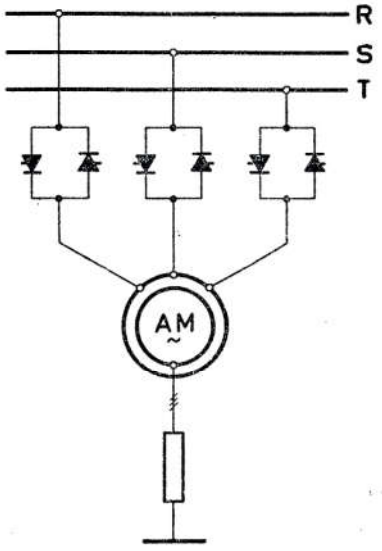
Sl. 15. Impulsno podešavanje asinhronoga kaveznog motora, kao na sl. 14. samo s užim granicama (finije)



Sl. 16. Impulsno podešavanje mehaničkih karakteristika asinhronom motoru impulsima suprotnog okretnog polja

načelnu skicu impulsnog podešavanja vanjskih karakteristika asinhronog motora na osnovi impulsnog mijenjanja smjera okretnom polju. Ako je u jednom položaju četveropolnog preklopnika motor priključen na vrtnju u jednom smjeru, onda je u drugom položaju, zamjenom dviju faza motor uključen za vrtnju u drugom smjeru. Uz trajni priključak preklopnika S u prvom položaju (kao na sl. 16.a) motor ima svoju normalnu mehaničku karakteristiku ($\varepsilon_1 = 1$ na sl. 16.b). Pri trajnom priključku preklopnika S u drugom položaju (obratno nego na sl. 16.a) motor ima istu normalnu mehaničku karakteristiku, samo s obratnim smjerom vrtnje ($\varepsilon_5 = 0$ na sl. 16.a). Za sve ostale ε, između 0 i 1, tj. kad je motor priključen čas za jedan,

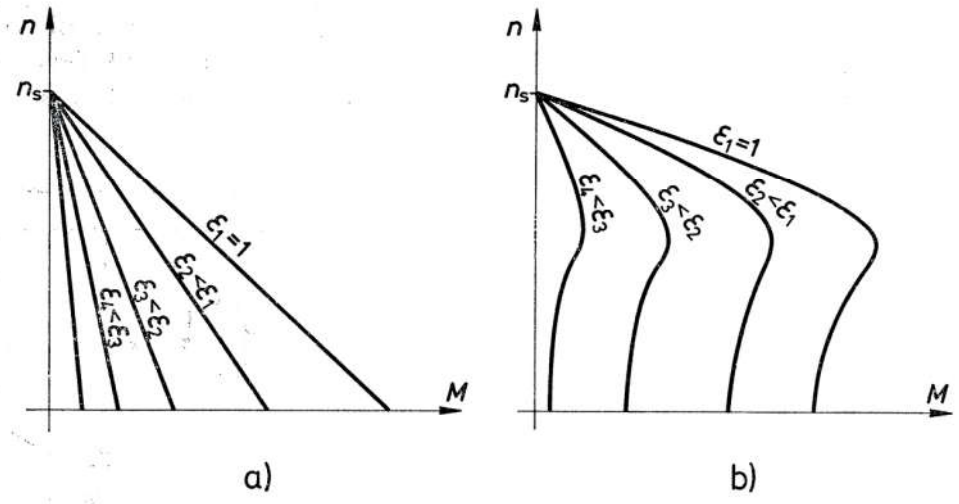
čas za drugi smjer vrtnje, mehaničke su karakteristike između te dvije granične vrijednosti. Što je ε veće i bliže vrijednosti 1, to će i pripadna mehanička karakteristika biti bliže onoj graničnoj $\varepsilon = 1$, i obratno, što je ε manje i bliže vrijednosti 0, i mehanička je karakteristika bliža onoj graničnoj za drugi smjer vrtnje. Sklopke (prekidači, preklopnici) u spojevima na sl. 14.a, 15.a i 16.a mogle bi u osnovi biti bilo kakve, samo da ispravno izvršavaju program uključivanja. Na slikama su formalno crtani mehanički aparati, koji su kontaktni uređaji. Ne ulazeći u sve mane kontaktnog prekidanja strujnih krugova, utvrdimo činjenicu da su ih danas u ovakvim pogonima potpuno istisnuli beskontaktni prekidači, dakle, općenito govoreći, tiristori i čoperi. No u izmjeničnom krugu potreban je u svakoj grani ili par obrnuto spojenih tiristora ili »dvosmjerni« tiristor-triak. Tako bi se pogon prema sl. 14.a mogao ostvariti pomoću beskontaktne sklopke od šest tiristora, kao što je ona na sl. 17, a pogon prema sl. 16.a beskontaktnom sklopkom od 10



Sl. 17. Princip impulsnog upravljanja naponom kolutnog motora

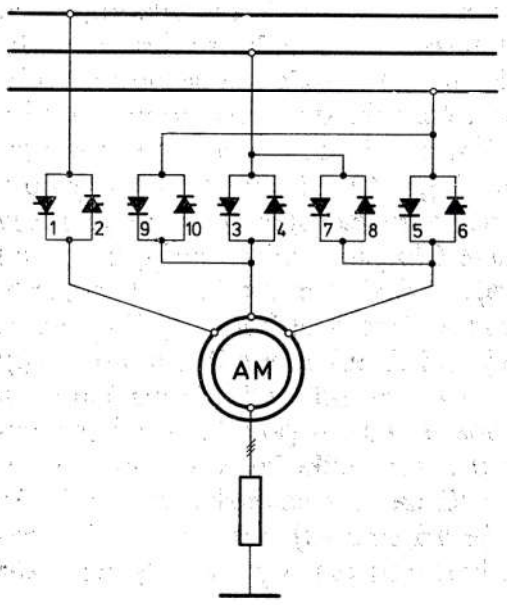
tiristora, kao ona na sl. 19. Još da kažemo riječ, dvije o upotrebljivosti takvih pogona. Uzme li se npr. pogon prema sl. 14.a, pa se njegova brzina vrtnje impulsno podešava na stabilnom dijelu mehaničke karakteristike (između prekretnog klizanja i klizanja $s = 0$), opseg je podešavanja jako malen i praktički se ne upotrebljava. Podešava li se brzina vrtnje na cijelom području tako da se sistemom impulsa takav elektromotorni pogon održava i na nestabilnom dijelu mehaničke karakteristike motora, razvijaju se u samom motoru golemi gubici. Gubici u bakru rotora neizbježno su proporcionalni klizanju. Motor se mora zagrijavati. Zato je takav pogon ostvarljiv samo uz motore vrlo male snage (do par stotina vata), a kad su motori nešto veći, on može biti samo kratkotrajan. Brzinom vrtnje motora nešto veće snage možemo upravljati kod kolutnih motora. Ima više kombinacija koje se već upotrebljavaju u praksi. Na sl. 17. prikazan je principni spoj takva motora, koji osim impulsnog upravljanja naponom statora ima i otpornike određenog iznosa u rotoru. Impulsnim djelovanjem tiristorskog sklopa u statoru postiže se efekt smanjenja (srednje vrijednosti) napona. Doda li se u rotor veliki iznos otpora, mehanička karakteristika motora prelazi u pravac. Budući da se vremenska karakteristika asinhronom motoru mijenja s kvadratom (srednje vrijednosti) napona, to će svakom trajanju uključenja ε impulsnog uređaja odgovarati jedan pravac, tj. za razna

trajanja uključenja dobiva se porodica pravaca na sl. 18.a. Smanje li se otpori u rotoru, nastaje porodica karakteristika prema sl. 18.b. Iako se takve karakteristike motora mogu postići i bez impulsnog upravljanja, ipak ovaj pogon ima neke prednosti u usporedbi s klasičnim upravljanjem pomoću otpora. Kao prvo, upotrebljiv je i u okolici s eksplozivnim karakterom (plinovi, pare), jer nema kontakata, pa ne iskri. Kao drugo, brzina vrtnje u određenoj točki uz određeni sistem upravljanja je čvrsta, kao da je riječ o tvrdim, a ne mekanim karakteristikama, jer se automatika koja djeluje na upravljačke elektrode može tako podesiti da brzinu vrtnje



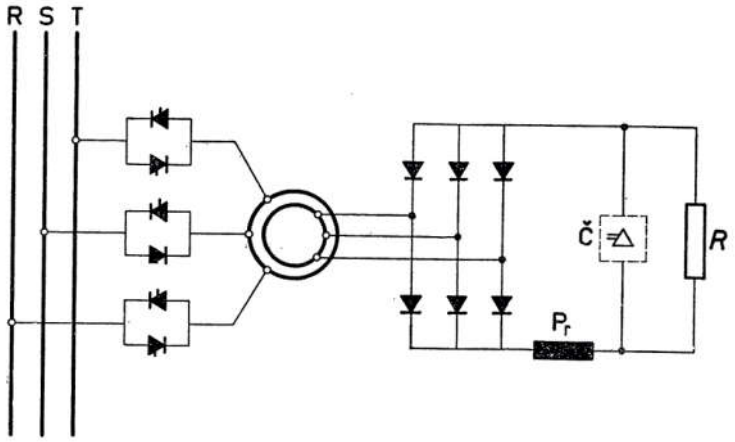
Sl. 18. Mehaničke karakteristike elektromotornog pogona upravljanoga prema sl. 17: a) veliki otpor u rotoru; b) manji otpor u rotoru

održava konstantnom. Mana je takvu pogonu, iako se dio gubitaka stvara u otpornicima izvan motora, što je termički ugrožen i opravdan je samo za pogone s kvadratnom ovisnošću momenta tereta o brzini vrtnje, a uz drukčije karakteristike tereta dolazi samo izuzetno i kratkotrajno. Zahtijeva li se od takvoga elektromotornog pogona i reverziranje ili mogućnost rada s oba smjera vrtnje, potrebno je omogućiti zamjenu priključka dvaju faza priključne mreže, i to beskontaktnim upravljanjem. Načelni spoj prikazuje sl. 19. Vidi se, u usporedbi s pogonom za jedan smjer vrtnje (sl. 17), da za reverzibilni spoj treba više tiristora — čak 10, prema onih 6 koji su potrebni na pogon samo s jednim smjerom vrtnje. Mogućnosti takva pogona kolutnog motora impulsnim upravljanjem napona povećavaju se zamijenimo li rotorske otpore jednim trofaznim (neupravljivim) mostom na koji je priključen



Sl. 19. Principni spoj pri impulsnom upravljanju kolutnim motorom za oba smjera vrtnje

samo jedan otpornik, i to premošten čoperom kojim se po volji (programom) taj otpor kratko spaja ili priključuje. Načelni je spoj na sl. 20. Čoper (Č na slici) može trajno premostiti otpor R ($\varepsilon = 0$), pa motor ima praktički prirodnu mehaničku karakteristiku. Kad je čoper trajno zatvoren ($\varepsilon = 1$), motor ima mehaničku karakteristiku koja odgovara trajno uključenom otporu $R_2 = R$. Otvara li se čoper s nekom intermitencijom $0 < \varepsilon < 1$, motor ima mehaničku karakteristiku koja praktički odgovara onoj s trajno uključenim otporom $R_2 = \varepsilon R$. Tako se čoperom



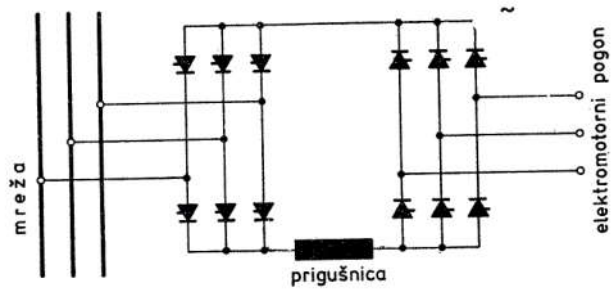
Sl. 20. Principni spoj pri impulsnom upravljanju kolutnim motorom promjenom srednje vrijednosti mrežnog napona i beskontaktnom promjenom vrijednosti rotorskih otpora

motoru kontinuirano mijenja mehanička karakteristika, a ujedno se tiristorskim sklopom na primaru fino podešava napon, pa se postiže vrlo točno podešavanje brzine vrtnje kolutnog motora. Pri tome se ne mogu izbjeći gubici u rotoru koji nužno iznose $s \cdot P_{op}$, tj. s-ti dio snage što ulazi u rotor, ali je prednost u upotrebljivosti motora u eksplozivnoj atmosferi (pare, plinovi). Takav spoj sekundara kolutnog motora kao na sl. 20. moguć je i pri izravno spojenom primaru na trofaznu mrežu, pa se cijelo upravljanje brzine vrtnje izvodi na sekundarnoj strani. Opći je zaključak o regulaciji brzine vrtnje asinhronih strojeva impulsnim upravljanjem naponom da se može prevladati njihova prirođena neprikladnost za rad izvan nekog opsega oko sinhrone brzine vrtnje, ali se ne može postići, izvan tog opsega, povoljna energetska bilanca, a i nepoželjno zagrijavanje. Zato se taj sistem rijetko upotrebljava i samo za male snage pogona, čemu još pridonosi relativno visoka cijena ispravljačkog sklopa i impulsnih uređaja za upravljanje.

Bolja svojstva od impulsnog upravljanja naponom obećava sistem impulsnog upravljanja frekvencijom (i naponom), koji približava tako upravljani asinhroni motor, po njegovim regulacijskim osobinama, istosmjernom motoru. Ipak se problemi povezani s ispravljačkim spojevima za pogon asinhronih motora bitno razlikuju od onih u spojeva kod pogona istosmjernih strojeva. Ispravljački sklopovi istosmjernih strojeva moraju dati kontinuirano promjenljiv istosmjerni napon u pozitivnom i negativnom smislu, s mogućnošću vođenja struje u oba smjera. Kod asinhronog stroja oni valja da omoguće mijenjanje frekvencije i amplitude triju izmjeničnih napona i struja u statorskom ili rotorskom namotu s brzinom vrtnje i opterećenjem. Ispravljački sklop pretvara napon i frekvenciju mreže u pogonski napon i frekvenciju, i to tako da se oni podešavaju ili reguliraju prema potrebi elektromotornog pogona. Takvi se sklopovi zovu još *ispravljački pretvarač* ili konverter frekvencije i napona.

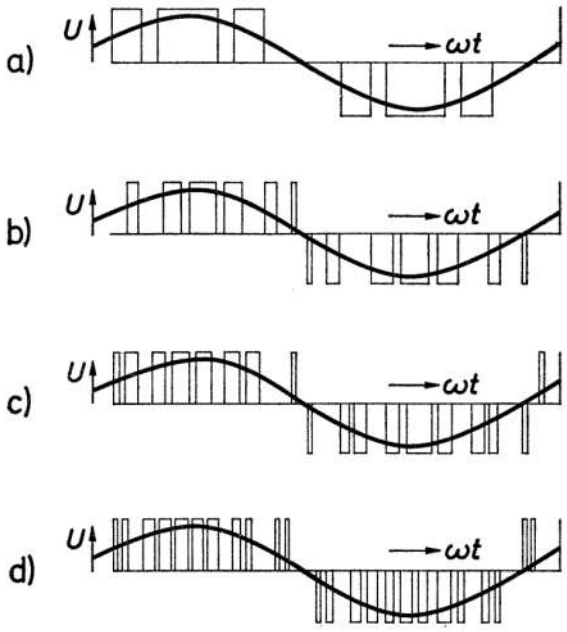
Razvijena su dva sistema pretvarača (konvertera) frekvencije i napona: oni s istosmjernim međukrugom i oni bez njega. Princip rada pretvarača s istosmjer-

nim međukrugom je u tome što se najprije (upravljivim) ventilima ispravi mrežni napon u istosmjerni, a onda se on drugim sistemom (upravljivih) ventila pretvori natrag u višefazni izmjenični, ali s drugim iznosom i drugom frekvencijom napona, no tako da se i frekvencijom i naponom može upravljati ili ih regulirati. Načelna je skica na sl. 21. Istosmjerni međukrug dijeli pretvarač na sl. 21. u



Sl. 21. Principna shema statičkog pretvarača frekvencije s istosmjernim međukrugom

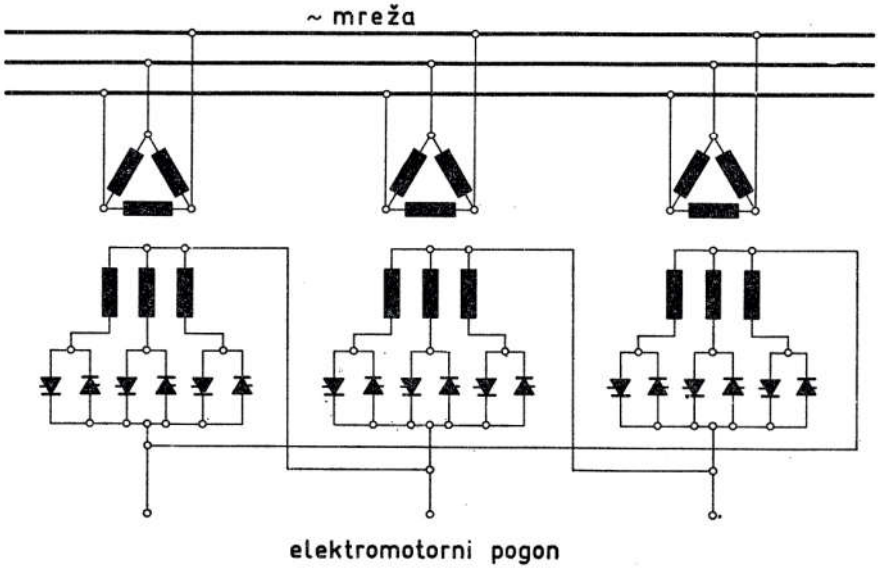
dva dijela: u višepulsni ispravljački i odgovarajući izmjenjivački dio, pri čemu su oba zapravo tiristorski mosni spojevi. U prvoj fazi pretvorbe tiristorskim se mostom izmjenični napon prevede u istosmjerni (koji se još »gladi« prigušnicom), a u drugoj fazi drugim se tiristorskim mostom on pretvori u izmjenični po volji uzete frekvencije. Pri tome se istosmjerni impulsi na izmjenjivačkoj strani ostvaruju takvim rasporedom i trajanjem u pojedinoj fazi izlaza (priključka na EMP) da formiraju približno (prosječan) oblik sinusnih veličina, slično kao što su u impulsnom upravljanju istosmjernim strojem formirali prosječnu vrijednost istosmjernog napona. Približavanje sinusoidi to je veće (bolje) što je broj impulsa po polufazi veći i što su njihova trajanja i razmaci bolje podešeni (vidi sl. 22). Takav konverter frekvencije dopušta prijenos samo radne snage jer jalova ne može kroz istosmjerni »međukrug«. Dakle i sam je konverter potrošač jalove snage. Tu jalovu snagu jedan tiristorski most uzima iz mreže, a drugi iz motora. U načelu se na izlaznoj (motorskoj) strani frekvencija može mijenjati u širokim granicama ispod mrežne frekvencije i iznad nje. Ograničenje su pri tome samo svojstva tiristora i impulsnih uređaja (minimum trajanja impulsa). Grupom spojenom na mrežu upravlja se



Sl. 22. Princip stvaranja sinusnog napona sistemom impulsa: a) sa 3; b) sa 7; c) sa 9; d) sa 11 impulsa za polovicu periode u jednoj fazi

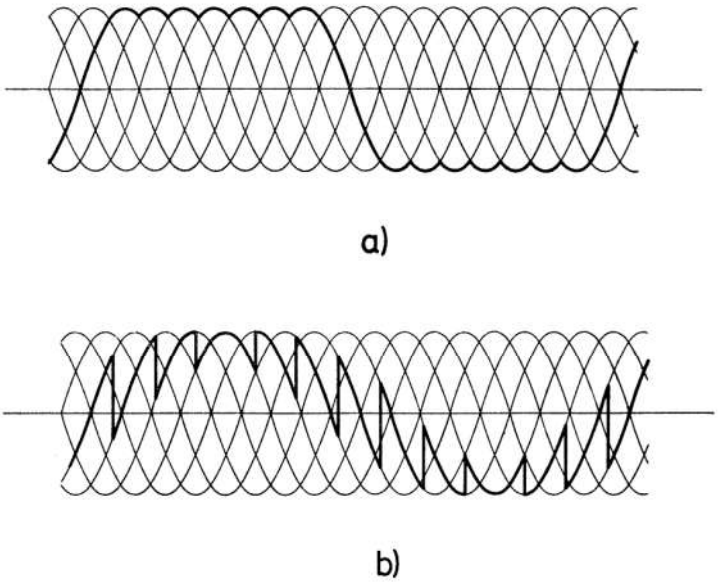
impulsnim uređajem, koji upravljačkim elektrodama daje impulse za promjenu kuta paljenja u ritmu mrežne frekvencije. Druga se grupa upravlja impulsnim uređajem kojemu se taktom i programom impulsa može kontinuirano upravljati, tako da se dobiju zahtijevane frekvencije na izlazu. U praksi su razvijena dva sistema rada ovakvog pretvarača frekvencije. Jedan je kad se konstantni napon i konstantna frekvencija mreže pretvaraju u konstantni napon i konstantnu frekvenciju elektromotornog pogona. Taj se sistem upotrebljava za grupne pogone (drvna industrija, predionice, kotrljače) i nadomješta zapravo strojni pretvarač prikazan na sl. 11. Za takve pogone može ispravljački most mreža — istosmjerni međukrug (vidi sl. 21) biti građen i od dioda umjesto tiristora kad napon mreže i elektromotornog pogona barem donekle odgovaraju jedan drugome. Takvi se pretvarači grade za grupne pogone do nekoliko stotina kilovata snage. Drugi je sistem rada ovakvog pretvarača za pojedinačne pogone (nadomješta strojne pretvarače prema sl. 12. ili 13) gdje se uz konstantni napon i konstantnu frekvenciju mreže zahtijeva promjenljivi napon i promjenljiva frekvencija elektromotornog pogona. Tad su nužno oba mosta pretvarača (vidi sl. 21) tiristori s impulsnim upravljanjem. U takvom je slučaju moguć i kočni režim elektromotornog pogona. U motorskom pogonu motor crpe energiju iz mreže, i tad ispravljački most spojen s mrežom radi kao ispravljač, a ovaj spojen s motorom kao izmjenjivač. Ako se promijeni smjer toka energije (generatorsko kočenje elektromotornog pogona), mostovi međusobno zamjenjuju te svoje funkcije. I u takvoj upotrebi još nisu premašene snage od nekoliko stotina kilovata.

Princip rada statičkog pretvarača frekvencije bez istosmjernog međukruga sastoji se u tome što se trofazni ulaz s mreže tako upravlja sistemom tiristora da se na izlazu iz pretvarača dobiva izmjenični sistem promijenjenog napona i frekvencije kojima se istodobno tim istim sistemom tiristora može u stanovitim granicama upravljati. Pretvarači bez istosmjernog međukruga sadrže tri tiristorske grupe, od kojih se svakom upravlja jednom fazom izlaza (elektromotornog pogona), prema sl. 23. Pri tome se svaka faza izlaza napaja iz sve tri faze primara preko jednoga trofaznog transformatora sa slogom antiparalelno spojenih tiristora u svakoj fazi sekundara transformatora. Tako je svaka izlazna »fazna« grupa sposobna



Sl. 23. Principna shema statičkog pretvarača frekvencije bez istosmjernog međukruga

da vodi struju u jednome ili u drugom smjeru. Frekvencija na izlazu, približno sinusnog napona (»trapezni« napon), promjenljiva je samo ako se na izlazu propušta više »faznih valova« ulaza (vidi sl. 24.a).



Sl. 24. Izgled izlaznog napona konvertera frekvencije prema sl. 23: a) bez podešavanja napona; b) s podešavanjem napona

Stoga je gornja granica frekvencije koja se može postići polovica mrežne frekvencije, tj. 25 Hz za mrežu od 50 Hz. Efektivnom vrijednošću napona može se upravljati kutom paljenja pojedinih tiristora (vidi sl. 24.b). Takav je konverter frekvencije posebno pogodan za vrlo velike sporohodne elektromotorne pogone, gdje se zahtijeva snaga veća od granične snage istosmjernih motora. Također je on prikladan za grupne pogone niske frekvencije gdje je potrebna promjenljiva brzina vrtnje (grupe kotrljača). Pogon je vrlo skup zbog velikog broja elemenata konvertera, ali u industriji već radi više postrojenja opremljenih takvim konverterom usprkos visokoj cijeni. Prednost je ovog konvertera prema onome s istosmjernim međukrugom u tome što svu potrebnu jalovu snagu crpe iz primarne mreže. Dalje, budući da su svi ispravljački ventili spojeni s mrežom, daju se upotrijebiti impulsni uređaji koji daju impulse upravljačkim elektrodama tiristora u taktu mrežne frekvencije.

Danas je u razvoju veći broj raznih spojeva konvertera frekvencije (i napona) koji svi, manje ili više, sliče jednoj od dviju prikazanih vrsta, što se već susreću i u tehničkoj eksploataciji.

Statičkim pretvaračem frekvencije može se u načelu upravljati i frekvencijom rotora (sekundara) kolutnog motora i tako mu mijenjati brzinu vrtnje. Princip je sličan onome u porednoga izmjeničnog kolektorskog motora, gdje ispravljačku funkciju kolektora nadomješta statički pretvarač frekvencije. Više o tome bit će riječi u odjeljku o kaskadnim spojevima elektromotornih pogona s asinhronim motorom.

Upotreba statičkih pretvarača frekvencije za upravljanje frekvencijom elektromotornim pogonima s asinhronim motorima danas još nije jače proširena. Osim više tehničkih detalja koji se usavršavaju važan je razlog i današnja vrlo visoka cijena statičkog pretvarača (skupoća tiristora) i impulsnih uređaja. Kojim će tempom takvo rješenje osvajati elektromotorne pogone, ovisi samo o tim ekonomskim činiocima.

4.3. POKRETAČI (UPUTNICI)

U odjeljcima 4.1. i 4.2, raspravljajući o dovođenju istosmjernih i asinhronih motora na nazivnu brzinu vrtnje, spomenuto je da su pokretači aparati koji služe toj svrsi. Pomoću njih se elektromotor u nekome elektromotornom pogonu samo dovodi do nominalne brzine vrtnje i oni nisu dimenzionirani za podešavanje brzine vrtnje. Pokretači se, naime, nakon izvršenog pokretanja isključuju. U odjeljcima 4.1. i 4.2. teorijski je potpuno razloženo pokretanje, pa će u ovom odjeljku biti riječi uglavnom o pokretaču kao aparatu, o njegovu ispravnom izboru za određeni pogon. Mnogobrojnost raznih tehničkih uvjeta koji mogu, u raznim varijacijama, nastupiti u pogonu elektromotorom doveli su do stanovite standardizacije pojmova i elemenata u internacionalnim i raznim nacionalnim propisima, sa svrhom da se postigne ekonomičnost gradnje i upotrebe pokretača. U ovom odjeljku prikazat ćemo te elemente onako kako ih daju razni standardi, pri čemu se najviše upotrebljavaju VDE-propisi.

4.3.1. Definiranje pojmova — propisi o dimenzioniranju pokretača

Od pokretača se osim njihove glavne zadaće da dovode do nominalne brzine vrtnje, zahtijeva još:

— da drže struju upuštanja u dopuštenim granicama;
— da se postigne mekano pokretanje;
— da se pri pokretanju asinhronih strojeva može dosegnuti maksimalni pokretni moment;
— da se iz rotora prenese najveći dio omskih gubitaka u pokretač.

Moment motora i u pokretanju valja da svlada momente: $M_m = M_u + M_0 + M_t$. Moment ubrzanja M_u i tereta M_t obrađeni su već prije. Moment otpora trenja u vlastitim ležajima M_0 potpuno je zanemariv ako je riječ o valjnim (kugličnim) ležajima. U kliznih ležaja on će biti izražen samo u času pokretanja i onda ga možemo računati na osnovi empirijskih formula:

$$M_0 = 15 \sqrt{\left(\frac{G}{1000}\right)^3} \text{ [kpm] za } G \text{ do 1 500 kp težine} \qquad (1)$$

$$M_0 = 11 \sqrt{\left(\frac{G}{1000}\right)^3} \text{ [kpm] za } G \text{ više od 1 500 kp težine.} \qquad (2)$$

Pri tome je G [kp] težina rotora motora i onog dijela radnog mehanizma koji opterećuje promatrani ležaj.

Čim se rotor okreće, moment M_0 pada na zanemarivo malu vrijednost. Koeficijent trenja μ u mirovanju iznosi 0,25, a u pogonu 0,005.

Prema propisima za standardne se izvedbe pokretača razlikuju tri vrste težine pokretanja:

1. $M_t \leq 0{,}5\, M_n$ »pokretanje s pola tereta«;
2. $M_t \leq 1{,}0\, M_n$ »pokretanje s punim teretom«;
3. $M_t \leq 1{,}3\, M_n$ »teško pokretanje«.

Kad se pokretač dimenzionira, dodaje se za ubrzavanje masa (prema propisima) još 30% snage za pokretače s kliznim kontaktima, odnosno još 50% za pokretače s valjkastim kontaktima i elektrolitske pokretače. Budući da možemo računati kako je u asinhronih motora struja rotora, a kod istosmjernih motora struja armature (uz konstantni mrežni napon) proporcionalna momentu tereta, bit će: $\frac{U \cdot I_{sr}}{U \cdot I_n} = \frac{\text{srednja snaga pokretanja}}{\text{nazivna snaga motora}} = \frac{I_{sr}}{I_n}$ = težina pokretanja, gdje je I_{sr} srednja vrijednost struje pokretanja. Ta srednja vrijednost struje za vrijeme pokretanja morat će biti 30% veća od one koja bi odgovarala teretu kad je pokretač s kliznim kontaktima, a 50% veća ako je on s valjnim kontaktima. Na primjer, pri teškom pokretanju, ako se uzme pokretač s kliznim kontaktima, srednja će vrijednost struje pokretanja iznositi:

$$I_{sr} = 1{,}3 \cdot 1{,}3 \cdot I_n \doteq 1{,}7 \cdot I_n.$$

Proračun trajanja pokretanja t_z određen je propisima pri pokretanju bez tereta, ili s konstantnim momentom tereta, jednadžbom:

$$t_z = 2 \frac{\text{korisna energija}}{\text{snaga pokretanja}}. \tag{3}$$

Po propisima računa se ovo trajanje za snage do 200 kW još i pomoću empirijske jednadžbe (pokretač se ne smije dimenzionirati za kraće trajanje):

$$t_z = 4 + 2\sqrt{P},$$

gdje je

P snaga motora u [kW]. (4)

Odatle izlazi:

snaga motora	$P = 10$ kW	50 kW	100 kW	200 kW
trajanje pokretanja	$t_z = 10{,}3$ s	18 s	24 s	32 s.

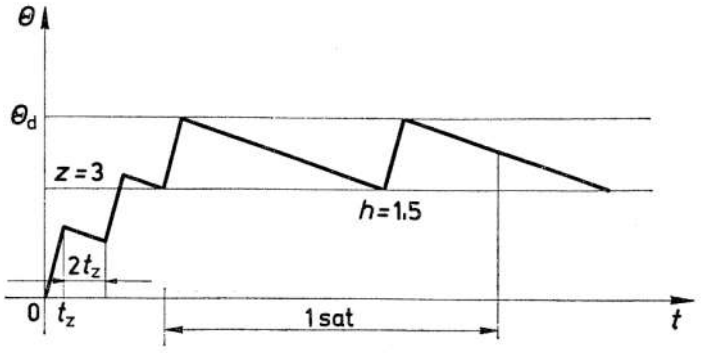
Broj z je broj uzastopnih pokretanja s pauzom od $2t_z$, nakon čega ne smije pokretač premašiti propisima dozvoljenu nadtemperaturu zagrijanja. Taj broj praktički ovisi samo o sposobnosti akumulacije topline u pokretaču jer se u tome kratkom vremenu može zanemariti odvod topline, tj. hlađenje pokretača. Uljni pokretači imaju veću masu od zračnih pa im je i veća mogućnost akumulacije topline, a stoga i veći broj z. Razlika u broju z ipak nije velika jer je, s druge strane, propisima dozvoljena nadtemperatura za uljni pokretač mnogo manja od one za zračni pokretač.

Standardima se za zračne pokretače dopušta da nadtemperatura zraka koji izlazi iz kućišta pokretača bude najviše 175°C, a uz maksimalnu temperaturu okoline od 35°C ona ne smije biti veća od 125°C. Za uljne pokretače određuje se da ulje na najtoplijem mjestu ne smije premašiti nadtemperaturu od 80°C.

Broj h je broj pokretanja na sat u jednakim vremenskim razmacima, uz koje se pokretač ne smije zagrijati na vrijednost višu od propisane nadtemperature. On ovisi o sposobnosti hlađenja pokretača. Zračni se pokretači bolje hlade jer imaju veću rashladnu površinu. Budući da im je i veća dozvoljena nadtemperatura, to je h za njih veći nego kod uljnih pokretača.

Na sl. 1. dijagram je zagrijanja za pokretač s karakterističnim brojevima: $z = 3$ i $h = 1{,}5$.

Broj m je broj kontakata pokretača. Za motore do 200 kW snage upotrebljava se gotovo isključivo pokretač s metalnom otpornom žicom, pa se zato pokretanje može obavljati samo u stupnjevima s kontaktima. Kontakti preko kojih klizi me-



Sl. 1. Uz objašnjenje definicije za brojeve z i h

talna četka priključeni su na otcjepe otpornika. Što je veći broj kontakata, to manje se mijenja struja u toku pokretanja, ali je zbog toga pokretač sve skuplji. Po standardima propisan je minimalni broj kontakata za određenu snagu, prema tablici:

Snaga	Najmanji broj kontakata m
Do 3 kW	2
3— 6 „	3
6—15 „	4
15—30 „	5
Više od 30 „	6

O strujama pokretanja valja reći da je najveća struja pokretanja ona koja se još može dopustiti. To je npr. maksimalna struja na sl. 4.1.—1, gdje je pokretanje već prije objašnjeno. Nazovimo je I_{max} pokretača. Najmanja struja pokretanja je ona koju smo u odjeljku 4.1.1. zvali strujom prespajanja a vidi se na sl. 4.1—1. Nazovimo je ovdje I_{min}. Srednju struju definiramo iz omjera:

$$\frac{I_{max}}{I_{sr}} = \frac{I_{sr}}{I_{min}} \longrightarrow I_{sr} = \sqrt{I_{max}\, I_{min}}. \tag{5}$$

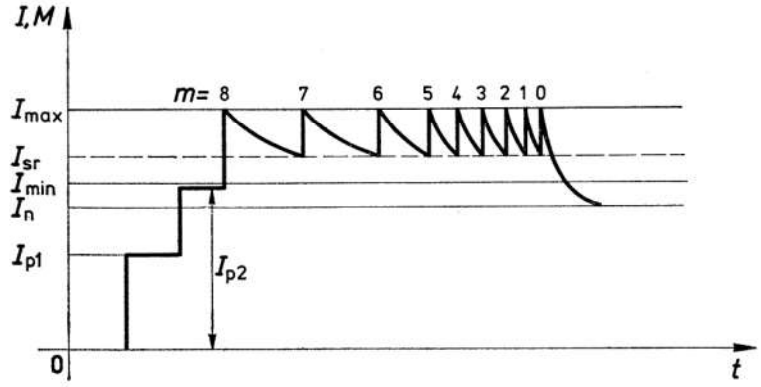
Omjer struja $\frac{I_{max}}{I_{min}}$ označimo s λ, pa je prema tome:

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \lambda, \quad \frac{I_{max}}{I_{sr}} = \sqrt{\lambda} = \frac{I_{sr}}{I_{min}}. \tag{6}$$

Omjer $\frac{I_{sr}}{I_n}$ već smo prije utvrdili s $\frac{I_{sr}}{I_n} = 1{,}3$ (za klizne kontakte), a 1,5 (za valjne kontakte) pri upuštanju s punim teretom.

Da kod velikih motora ne bismo dobili odmah jak udarac struje I_{max}, propisima se određuju predstupnjevi, pomoću kojih možemo struju postepeno povećavati do pune vrijednosti I_{max}. Pretpostavljamo da su te struje (kod predstupnjeva) premalene da se pokrene motor, pa će struja u skokovima rasti do I_{max}, prebacivanjem na iduće kontakte, a da pri tome motor stoji. Kad struja postigne vrijednosti I_{max}, motor će krenuti i dalje upuštanje će se odvijati normalno, kao bez predstupnjeva. Na sl. 2. struje su tih predstupnjeva označene s I_{p1} i I_{p2}. Pri manjim snagama, do 3,1 kW, prema propisima nema predstupnjeva. U sl. 2. dva su predstupnja i osam stupnjeva pokretanja, te zato tu označujemo broj kontakata s:

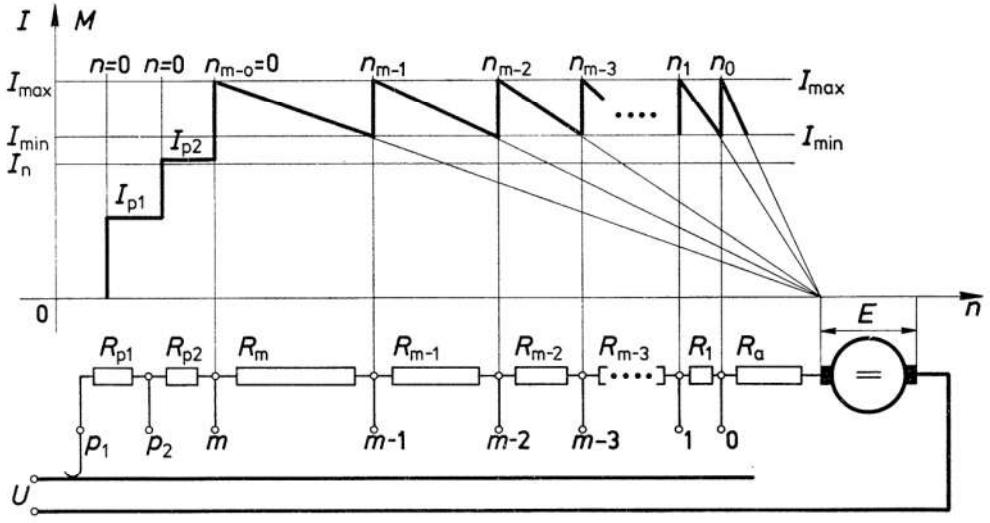
$$m = 2 + 8.$$



Sl. 2. Pokretanje istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora u osam stupnjeva, sa dva predstupnja

4.3.2. Određivanje otpora pokretača za istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor

Otpori pokretača shematski su prikazani na sl. 3, gdje su dva pretkontakta i m kontakata za pokretanje. Iznad sheme motorskog kruga dijagram je struje pokretanja ovisno o brzini vrtnje $I = f(n)$. Budući da je pri konstantnoj uzbudi moment motora proporcionalan struji, možemo na tom dijagramu u drugom mjerilu očitavati na ordinati i moment motora tokom pokretanja. Otpor R_a na toj slici omski je otpor armature rotora i svih vodova te ekvivalentan prijelazni otpor



Sl. 3. Uz objašnjenje kako se izračunava otpor pojedinih stupnjeva otpornika za pokretanje

četkica. Također se vidi iz slike da tek kod kontakta m postižemo maksimalnu struju I_{max} i prema tome s dva pretkontakta do struje I_{max} dolazimo u tri koraka. Pretpostavlja se da se rotor ne okreće dok ne dostignemo kontakt m, pa se do tog momenta ne inducira u mirnom rotoru nikakav napon. Cijeli mrežni napon poništava se u otporima pokretača, spojenih vodova i armature motora.

Struja je prvog predstupnja (I_{p1}) prema propisima određena i iznosi od 47 do 78% I_{max}, ovisno o snazi motora, i to za snage od 4,4 do 100 kW (za veću snagu uzima se I_{p1} manje vrijednosti):

$$R_{p1} = \frac{U}{I_{p1}}. \tag{7}$$

Dalji stupnjevi pretkontakta računaju se tako da se preostala razlika od I_{p1} do I_{max} podijeli na jednake dijelove i ustanove se odgovarajući otpori jednako kao za I_{p1}.

Otpor stupnja m određuje se iz relacije:

$$I_{max} = \frac{U}{R_m}, \qquad R_m = \frac{U}{I_{max}}. \tag{7.a}$$

Na kontaktu m, tj. na prvom kontaktu za pokretanje postigli smo maksimalnu struju pokretanja I_{max} i motor krene. On će vjerojatno krenuti prije, no u proračunu uzimamo kao da se to događa tek pri kontaktu m. Ubrzavanje rotora uzrokuje da raste inducirani napon E linearno s brzinom vrtnje, a zato struja pokretanja linearno pada s povećanjem brzine vrtnje, sve dok se postigne vrijednost I_{min}.

$$I_{min} = \frac{U - E_{m-1}}{R_m}, \qquad R_m = \frac{U - E_{m-1}}{I_{min}}. \tag{8}$$

Inducirani napon E u trenutku kad struja postigne vrijednost I_{min} označili smo indeksom »m-1« jer u tom momentu prebacimo pokretač na kontakt »m-1« i tad struja mora opet narasti do I_{max}, pa će biti:

$$I_{max} = \frac{U - E_{m-1}}{R_{m-1}}, \qquad R_{m-1} = \frac{U - E_{m-1}}{I_{max}}. \tag{9}$$

Iz jednadžbi (8) i (9) izlazi da je:

$$\frac{R_m}{R_{m-1}} = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \lambda. \tag{10}$$

Nakon prebacivanja na kontakt »m-1« opet brzina vrtnje dalje raste, a povećava se i inducirani napon, pa kad struja opet padne na vrijednost I_{min}, dobivamo:

$$I_{min} = \frac{U - E_{m-2}}{R_{m-1}}, \qquad R_{m-1} = \frac{U - E_{m-2}}{I_{min}}, \tag{11}$$

a u istom trenutku prebacimo na kontakt »m-2« te će biti:

$$I_{max} = \frac{U - E_{m-2}}{R_{m-2}}, \qquad R_{m-2} = \frac{U - E_{m-2}}{I_{max}}. \tag{12}$$

Ponovno vidimo da je omjer otpora:

$$\frac{R_{m-1}}{R_{m-2}} = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \lambda,$$

odnosno:

$$\frac{R_m}{R_{m-2}} = \lambda^2. \tag{13}$$

Iz toga dalje zaključujemo kako je:

$$\frac{R_m}{R_{m-x}} = \lambda^x \tag{14}$$

i da za posljednji kontakt ($x = m$) pri kojem su premošteni svi otpori pokretača ostaje još samo otpor »R_a«, koji je omski otpor armature i priključnih vodova. Vrijedi:

$$\frac{R_m}{R_{m-m}} = \frac{R_m}{R_a} = \lambda^m. \tag{15}$$

Pomoću jednadžbe (13) dobivamo:

$$\lambda^m = \frac{R_m}{R_a} = \frac{U}{I_{max} R_a} = \frac{U}{I_{sr} \sqrt{\lambda} R_a}. \tag{16}$$

Prema propisima otpor R_a smije se približno odrediti i tako da gubici u bakru armature, uključujući i vodove, iznose oko 2/3 ukupnih gubitaka motora, tj. ti gubici u bakru u postocima nazivne snage označeni s »p« iznose:

$$p = \frac{2}{3}(100 - \eta)\ \%. \tag{17}$$

Gubici u bakru rotora u postocima nominalne snage istodobno su i omski pad napona u bakru rotora u postocima nazivnog napona, pa pišemo da je:

$$p = 100 \frac{I_n \cdot R_a}{U}\ \% = \frac{2}{3}(100 - \eta)\ \%,\ R_a = \frac{p\,U}{100\,I_n}.$$

Ako, zatim, u jednadžbu (16) za R_a unesemo vrijednost iz netom napisane relacije, bit će:

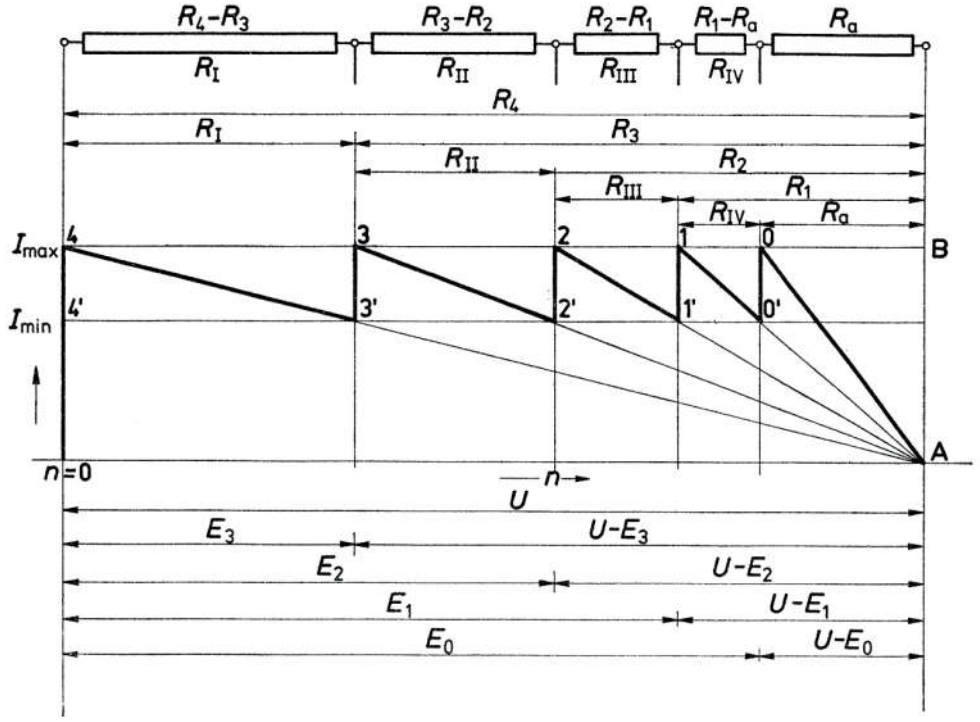
$$\lambda^m = \frac{U}{\sqrt{\lambda}\, I_{sr} R_a} = \frac{100\, I_n}{\sqrt{\lambda} p\, I_{sr}}.$$

Izlazi da je $\lambda^{m+0,5} = \frac{100 \cdot I_n}{p \cdot I_{sr}}$ i, konačno:

$$\lambda = \left(\frac{100}{p \frac{I_{sr}}{I_n}} \right)^{\frac{1}{m+0,5}}. \tag{18}$$

Omjer $\frac{I_{sr}}{I_n}$ izražava težinu pokretanja, a p se na osnovi jednadžbe (17) određuje iz korisnosti stroja. Što je veći broj kontakata, to je manje λ, tj. omjer $\frac{I_{max}}{I_{min}}$, i obrnuto. Kad je određen broj stupnjeva pokretanja m, pomoću jednadžbe (18) izračunat ćemo λ, i obrnuto.

Otpore pokretača moguće je odrediti i grafički. Na apscisu u dijagramu na sl. 4. nanesemo u nekom mjerilu α narinuti napon mreže U. Na ordinatu nanesemo u nekom mjerilu β struje I_{min} i I_{max}.



Sl. 4. Uz tumačenje grafičkog računanja otpornika za pokretanje

Budući da se može pisati:

$$R_m = \frac{U}{I_{max}}$$

i kako je I_{max} konstantno, dobit ćemo:

$$R_m = k \cdot U. \tag{19}$$

Otpore možemo, prema tome, otčitavati na apscisi jednako tako kao napone, no u mjerilu γ. Naponu U odgovara otpor R_m pri struji I_{max} pa pišemo da je:

$$\gamma R_m = \alpha U$$

$$\gamma = \alpha \frac{U}{R_m} = \alpha I_{max}. \tag{20}$$

Prema tome, mjerilom α i strujom I_{max} određeno je i mjerilo γ. Apscisa je proporcionalna induciranom naponu, a prema tome i brzini vrtnje. Budući da je brzina vrtnje pri punome mrežnom naponu i uz zanemarenje gubitaka jednaka idealnoj brzini vrtnje u praznom hodu n_0 (a kod asinhronih motora n_s), to možemo na apscisi otčitati brzinu vrtnje u mjerilu δ:

$$\alpha U = \delta n_0$$

$$\delta = \frac{\alpha U}{n_0}. \tag{21}$$

Kad motor u mirnom stanju ukopčamo preko otpora cijelog pokretača i otpora rotora, dobivamo uz mrežni napon U struju:

$$I_{max} = \frac{U}{R_m}, \qquad R_m = \frac{U}{I_{max}}$$

i u mjerilu γ otpor R_m jednake je duljine kao napon U u mjerilu α. Analogno tome bit će otpor R_{m-1}:

$$I_{max} = \frac{U - E_{m-1}}{R_{m-1}}, \qquad R_{m-1} = \frac{U - E_{m-1}}{I_{max}} \tag{22}$$

itd.

Kad se otpor grafički određuje, valja naprije ustanoviti broj kontakata m, zatim I_{sr}/I_n i R_a, odnosno p. Na osnovi toga naći ćemo λ prema jednadžbi (18). Time je određeno I_{min} i I_{max}. No ako je λ već zadano, može se izračunati potrebni broj kontakata m.

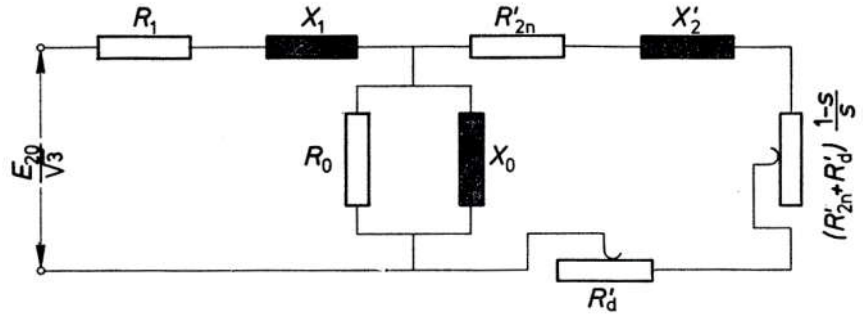
Iz točke B, koja je na visini I_{max}, nanesemo nalijevo otpor R_a u mjerilu γ i tako će se dobiti točka 0. Iz te točke spuštamo okomicu na apscisu i u sjecištu s I_{min} nastaje točka 0′. Ako, dalje, iz točke A povučemo pravac preko 0′, dobit ćemo u sjecištu s I_{max} točku 1 itd. Analognim postupcima naći ćemo sve točke do 4 (na slici je prikazan primjer s $m = 4$). Udaljenosti od točke B do pojedinih točaka u mjerilu γ otpori su pojedinih stupnjeva, kao što se vidi na sl. 4.

4.3.3. Pokretači za asinhrone kolutne motore

Kod asinhronih motora otpornici za pokretanje ne uključuju se u glavni primarni strujni krug, kao u istosmjernih, već u strujni krug rotora. Postiže se ipak ista svrha kao kod istosmjernih strojeva, kako je obrazloženo u odjeljku 4.2.1. Time se smanjuje strujni udarac iz mreže pri pokretanju. Iako se otpori uključuju u rotorski krug, oni se načelno mogu računati jednako kao kod istosmjernih motora, što izlazi iz razmatranja koje donosimo.

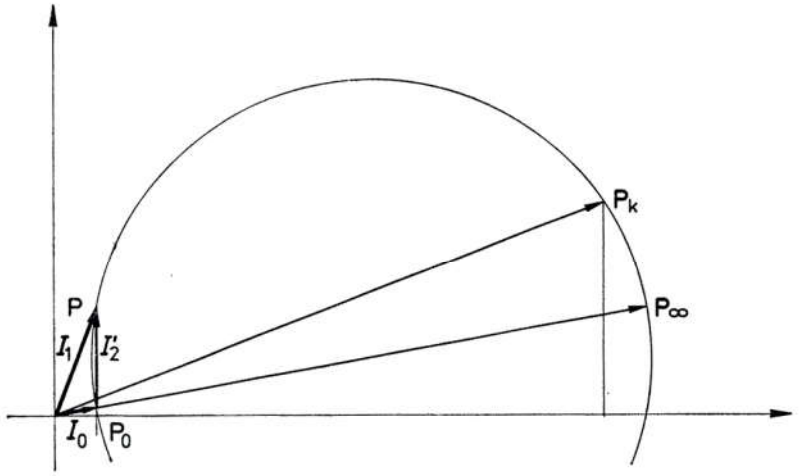
Na sl. 5. ekvivalentna je shema, a na sl. 6. prikazan je kružni dijagram asinhronog motora. Srednja struja pokretanja pri nazivnom teretu s kliznim kontaktima trebalo bi da iznosi 130% nazivne struje, pa njoj odgovara neka srednja pogonska točka pokretanja koja je u kružnom dijagramu približno 30% iznad pogonske točke nazivnog tereta. Za vrijeme pokretanja na bilo kojem stupnju otpornika stvarna se pogonska točka kreće neznatno gore-dolje po kružnom dijagramu,

i to za iznos određen maksimalnom i minimalnom strujom pokretanja. Srednja pogonska točka ne mijenja se, dakle, u toku pokretanja. Naprotiv, mijenja se znatno točka P_k jer se uključujući otpor pokretača u strujni krug rotora ta točka seli krugom prema točki P_0. Iz slike se zapaža kako je struja u praznom hodu I_0 relativno mala prema struji pokretanja I_1 (i I_2') pa se stoga može zanemariti. S time smo zapravo brisali poprečnu granu u ekvivalentnoj shemi, tj. I_2' smo izjednačili s I_1.



Sl. 5. Ekvivalentna shema asinhronog motora s dodatnim otporima u rotorskome strujnom krugu

Također se dadu zanemariti primarni otpori R_1 i X_1 jer su maleni prema sekundarnim $\frac{R_2'}{s} + X_2'$, koji uključuju u sebi i omski otpor pokretača i ekvivalentni omski otpor za mehaničku snagu motora. Dalje možemo vidjeti kako je I_2' praktički radna struja jer je kut φ_2 vrlo malen, što znači da je i induktivni otpor X_2' malen u usporedbi sa sekundarnim ukupnim omskim otporom R_2'/s, pa možemo izostaviti još i induktivni otpor X_2'.



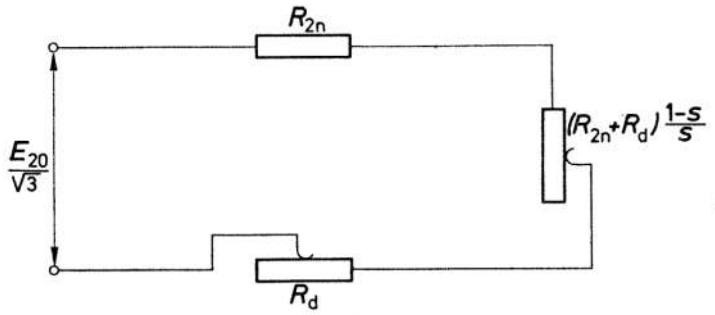
Sl. 6. Principni kružni dijagram asinhronog motora

Dakle, zanemarili smo otpore statora R_1 i X_1, struju u praznom hodu (brisali smo paralelnu granu u ekvivalentnoj shemi R_0 i X_0) i još induktivni otpor rotora X_2'. Na taj smo način dobili pojednostavnjeni strujni krug sa samo omskim otporima, koji u sebi uključuje: radni otpor namota rotora R_{2n}, ekvivalentni radni otpor za mehaničku snagu $(R_{2n} + R_d) \cdot \frac{1-s}{s}$ i otpor pokretača R_d. Shema

je prikazana na sl. 7. Na pojednostavnjeni strujni krug asinhronog motora može se sada primijeniti jednak način računanja otpora pojedinih stupnjeva pokretača kao kod istosmjernih strojeva. Naravno, cijeli taj račun provodi se za rotorski krug, tj. uzima se napon među kliznim kolutima E_{20}, linijska struja rotora I_2 i fazni otpori rotorskog kruga R_2 i $R_2 \frac{1-s}{s}$, uz $R_2 = R_{2n} + R_d$.

Struja I_2 može se točno dobiti iz formule:

$$I_2 = \frac{s \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{R_2^2 + (s \cdot X_2)^2}} = \frac{E_{20}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}}. \tag{23}$$



Sl. 7. Pojednostavnjena ekvivalentna shema rotora asinhronog motora s dodatnim otporima u rotorskome strujnom krugu

Tu prvi izraz izlazi iz fizikalne slike, a drugi je matematički preinačen kako bi se izbjegao promjenljivi induktivni otpor X_2. Nakon što se zanemari induktivni otpor rotora X_2 pojednostavljuje se izraz na oblik:

$$I_2 = \frac{s \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot R_2}. \tag{24}$$

Kao što se iz ovih izlaganja zapaža, cijeli račun se provodi za rotorski krug asinhronog motora, kod kojeg je izbor napona slobodan jer nema standarda za rotorski napon. Zbog toga se rotorski napon može sasvim po volji odabrati, pa on varira kod raznih proizvođača i u motora koji imaju jednaku snagu i jednak statorski napon. Ti različiti naponi stvaraju teškoće proizvođaču pokretača jer bi za svaki motor valjalo izvesti posebno dimenzioniran pokretač. No, da se ta neprilika ipak izbjegne, pokretači su propisima standardizirani pomoću tzv. karakteristične brojke, koja je zapravo omjer u/i, tj. omjer rotorskog napona mjerenoga među kliznim kolutima pri klizanju $s = 1$ i srednje struje upuštanja I_{sr} podijeljene s 1,3 za klizne i s 1,5 za valjne pokretače.

$$\frac{u}{i} = \frac{E_{20}}{\frac{I_{sr}}{1{,}3}}.$$

Pri pokretanju uz nominalni teret bit će $I_{sr} = 1{,}3 \cdot I_{2n}$, pa izlazi:

$$\frac{u}{i} = \frac{E_{20}}{\frac{I_{2n} \cdot 1{,}3}{1{,}3}} = \frac{E_{20}}{I_{2n}}.$$

Karakteristični brojevi, tj. omjeri u/i, svrstani su u sedam grupa:

	I	II	III	IV	V	VI	VII
$\frac{u}{i}$ =	13—24;	7,5—13;	4,2—7,5;	2,4—4,2;	1,3—2,4;	0,75—1,3;	0,42—0,75

Tako su praktički obuhvaćeni svi mogući omjeri u/i kod različitih asinhronih motora. Za jednu skupinu radi se jedna izvedba pokretača. Taj pokretač je proračunat za srednju vrijednost karakterističnog broja određene grupe, ali još ipak odgovara i za granične vrijednosti. Na primjer, pokretač za grupu I, s $\frac{u}{i} = 13—24$, proračuna se za karakteristični broj $\frac{u}{i} = 18{,}5$, a strujno i naponski je tako dimenzioniran da odgovara za sve karakteristične brojeve od 13 do 24.

Umnožak rotorskog napona i rotorske struje $u \cdot i$ izračuna se iz formule:

$$u \cdot i \doteq \frac{1{,}05 \cdot 1\,000 \cdot P}{\sqrt{3}} = 606\,P.$$

Tu je P snaga u [kW], a faktor 1,05 dodatak je zbog omskih gubitaka u rotoru i gubitaka zbog trenja i ventilacije. Pomoću te jednadžbe možemo, ako je poznat samo napon rotora (ili smo ga izmjerili), izračunati približnu struju rotora:

$$i = \frac{u \cdot i}{u} = \frac{606 \cdot P}{u}.$$

Trofazni normalni pokretači (i istosmjerni) grade se po standardima za ove standardizirane snage motora:

3,1 kW, 6,2 kW, 12,5 kW, 25 kW, 50 kW, 100 kW.

Tipna snaga pokretača određena je veličinama iz karakterističnog broja, tj.:

$$P_t = \sqrt{3} \cdot ui = \sqrt{3} \cdot E_{20} \cdot \frac{I_{sr}}{1{,}3},$$

ali je njegova proračunska snaga 30% veća od tipne, dakle je pokretač dimenzioniran za snagu pokretanja:

$$P_p = \sqrt{3} \cdot 1{,}3 \cdot ui = \sqrt{3} \cdot E_{20} \cdot I_{sr}.$$

Za jedan te isti motor, ali za različitu težinu pokretanja potrebno je uzeti pokretač s različitim karakterističnim brojem. Ako je težina pokretanja veća, onda se uzima pokretač s manjim karakterističnim brojem, i obrnuto. Na primjer, pokretač za motor od 25 kW, $E_{20} = 107$ V i $I_{2n} = 140$ A za pokretanje uz nominalni teret imat će:

$$\frac{u}{i} = \frac{E_{20}}{\frac{I_{sr}}{1{,}3}} = \frac{E_{20}}{\frac{M_t \cdot I_{2n} \cdot 1{,}3}{M_n \cdot 1{,}3}} = \frac{E_{20}}{\frac{M_t}{M_n} I_{2n}} = \frac{107}{140} = 0{,}764,$$

gdje je:

$$I_{sr} = \frac{M_t}{M_n} I_{2n} \cdot 1{,}3.$$

Pri pokretanju s pola tereta izlazi:

$$\frac{u}{i} = \frac{E_{20}}{\frac{M_t}{M_n} I_{2n}} = \frac{107}{0{,}5 \cdot 140} = 1{,}528.$$

Znači da za isti motor pokrećemo li ga s nazivnim teretom, valja uzeti pokretač s karakterističnim brojem 0,764, tj. VI grupu, a kod pola tereta onaj s dva puta većim karakterističnim brojem — 1,528, tj. V grupu.

Iz dosadašnjih izlaganja očito je kako se lako proračunaju otpori pojedinih stupnjeva pokretača na jednak način kao za istosmjerne motore. U trenutku uklapanja napisat ćemo da je:

$$I_{max} = \frac{s_m E_{20}}{\sqrt{3} \cdot R_m} \quad \text{ili} \quad R_m = \frac{s_m \cdot E_{20}}{I_{max} \sqrt{3}}. \tag{25}$$

Pri tome je s I_{max} označena maksimalna struja rotora tokom pokretanja, a s R_m cjelokupni stvarni radni otpor rotorskog kruga, tj. uključuje i otpor m-tog stupnja pokretača. Rotor u prvom momentu miruje, dakle je klizanje $s_m = 1$, pa onda uz poznatu dopuštenu maksimalnu rotorsku struju I_{max} i napon E_{20} odredimo otpor R_m:

$$R_m = \frac{E_{20}}{\sqrt{3}\, I_{max}}. \tag{26}$$

S tim otporom motor će krenuti i struja I_2 će padati linearno s klizanjem do vrijednosti I_{min}, do minimalne struje u toku pokretanja. Za taj trenutak možemo napisati:

$$I_{min} = \frac{s_{m-1} \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot R_m} \tag{27}$$

ili, uz poznato I_{min}, izračuna se:

$$s_{m-1} = \frac{\sqrt{3}\, I_{min} R_m}{E_{20}}. \tag{28}$$

U tom trenutku moramo prebaciti pokretač na stupanj $m - 1$, gdje se opet dobiva struja:

$$I_{max} = \frac{s_{m-1} \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot R_{m-1}}, \quad R_{m-1} = \frac{s_{m-1} \cdot E_{20}}{\sqrt{3}\, I_{max}}. \tag{29}$$

Motor će se tad dalje ubrzavati s otporom R_{m-1}, a struja I_2 će opet padati do vrijednosti I_{min}, pa možemo napisati da je:

$$I_{min} = \frac{s_{m-2} \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot R_{m-1}}. \tag{30}$$

Na osnovi toga izračuna se:

$$s_{m-2} = \frac{\sqrt{3}\, I_{min} R_{m-1}}{E_{20}}. \tag{31}$$

Ako se tad pokretač prebaci dalje na stupanj R_{m-2}, struja će skočiti opet na vrijednost I_{max}, pa se odredi R_{m-2}:

$$I_{max} = \frac{s_{m-2} \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot R_{m-2}}, \quad R_{m-2} = \frac{s_{m-2} \cdot E_{20}}{\sqrt{3}\, I_{max}}. \tag{32}$$

Ovim postupkom naći ćemo, dalje, otpore pojedinih stupnjeva pokretača do stupnja R_{m-m}, kad je zapravo pokretač kratko spojen i u rotorskom krugu ostaje samo otpor namota rotora.

Ovisnost između pojedinih klizanja, strujâ I_{max} i I_{min} i otporâ odgovarajućeg stupnja može se lako odrediti ako se uspoređuju jednadžbe (25) i (29):

$$\frac{R_m}{R_{m-1}} = \frac{s_m \cdot E_{20}}{\sqrt{3}\, I_{max}} \cdot \frac{\sqrt{3}\, I_{max}}{s_{m-1} \cdot E_{20}} = \frac{s_m}{s_{m-1}},$$

a uzmu li se za usporedbu izrazi (25) i (27), bit će:

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{s_m \cdot E_{20}}{\sqrt{3} \cdot R_m} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot R_m}{s_{m-1} \cdot E_{20}} = \frac{s_m}{s_{m-1}}.$$

Iz toga izlazi da je:

$$\frac{R_m}{R_{m-1}} = \frac{s_m}{s_{m-1}} = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \lambda. \tag{33}$$

Dalje računajući dobiva se:

$$\frac{R_m}{R_{m-2}} = \frac{s_m}{s_{m-2}} = \lambda^2.$$

Odatle se može napisati općeniti izraz:

$$\frac{R_m}{R_{m-x}} = \frac{s_m}{s_{m-x}} = \lambda^x. \tag{34}$$

U otporima R_m itd. uključen je, naravno, i otpor namota R_{2n}, pa se otpori pojedinih stupnjeva pokretača R_{dm} izračunavaju iz jednadžbe:

$$R_{dm} = R_m - R_{2n}. \tag{35}$$

Tako se mogu dobiti otpori pojedinih stupnjeva pokretača koji osiguravaju pokretanje sa strujom između vrijednosti I_{max} i I_{min}. Tim strujama također pripada i stanoviti moment, koji se kreće između M_{max}, što odgovara struji I_{max}, i M_{min}, što odgovara struji I_{min}, jer uzme li se da je kut φ_2 jako malen, onda je $M = k \cdot I_2 \cdot \Phi$, gdje je tok Φ konstantan, pa je stoga moment proporcionalan struji.

Za faktor λ vrijedi ista relacija kao kod istosmjernih nezavisno uzbuđenih motora, tj.:

$$\lambda = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \left(\frac{100}{p \frac{I_{sr}}{I_n}} \right)^{\frac{1}{m+0,5}}. \tag{36}$$

Tu su p postotni gubici u bakru rotora, koji su numerički jednaki nominalnom klizanju s_n, a m je broj stupnjeva pokretača.

4.3.4. Određivanje otpora pokretača za istosmjerni serijski uzbuđeni motor

Kad se pristupa određivanju otpora pokretača, valja uvodno uočiti razlike u ponašanju između serijski uzbuđenog i nezavisno uzbuđenog motora. Činjenice da se magnetski tok serijskom motoru mijenja sa strujom i da mu moment nije proporcionalan struji, dovode odmah do zaključka da omjer otpora dvaju susjednih stupnjeva pokretača neće biti konstantna veličina. On, dakle, neće biti jednak omjeru maksimalne i minimalne struje u toku pokretanja. Važan je i podatak da serijski motor zbog specifičnosti upotrebe (vuča, dizalice itd.) obično ima teško pokretanje. Zato se određivanje pokretača i njegov proračun obično i ne počinje s težinom pokretanja, već s maksimalno dopuštenom strujom u pokretanju, a srednja se struja pokretanja ostvaruje određenim brojem stupnjeva, pa se zapravo težina pokretanja samo kontrolira na temelju izvršenog proračuna. Dakako da maksimalna I_{max} i minimalna struja pokretanja I_{min} (ako su iste na svim stupnjevima otpornika — vidi sl. 4.1—18) jednoznačno određuju i za serijski motor broj stupnjeva pokretanja m. Najjednostavnije je otpornike i njihove stupnjeve odrediti grafički, na osnovi principa sličnoga onome što je prikazan u odjeljku 2.3. na sl. 2.3—4. Nacrta li se prirodna karakteristika $n = f(I)$ u I kvadrantu pravokutnoga koordinatnog sustava, a u II kvadrantu funkcionalna ovisnost brzine vrtnje o otporu u krugu serijskog motora $n = f(R)$ — vidi sl. 8, postaju struje u sustavu $n = f(R)$ pravci, kako je to već protumačeno u odjeljku 2.3 (vidi sl. 2.3—4). Kao prvo, odredi se vrijednost maksimalne struje I_{max} (obično 1,5—1,6 I_n) i vrijednost minimalne struje I_{min} (većinom 1,1—1,2 I_n) pokretanja. Time su na prirodnoj karakteristici određene i brzine vrtnje n_2 i n_1, označene točkama A i B na sl. 8. Povuku li se paralele konstantne vrijednosti brzina vrtnje n_2 i n_1 u II kvadrant, njihova presjecišta s paralelom ordinate R_a = konst. daju točke A′ i B′ na slici. Pri tome je za ovaj slučaj s R_a označen ukupni otpor na stezaljkama armaturnog kruga u serijskom stroju, dakle je uračunat u njega i otpor uzbudnih namota. A′ je očito jedna točka pravca I_{max} = konst. u II kvadrantu, a B′ jedna točka pravca I_{min} = konst. Da odredimo još po jednu točku potrebnu za konstrukciju pravaca, poslužimo se uvjetima u kratkom spoju ($n = 0$). Tako je:

$$R_m = \frac{U}{I_{max}} \tag{37}$$

$$R_{m+1} = \frac{U}{I_{min}}, \tag{38}$$

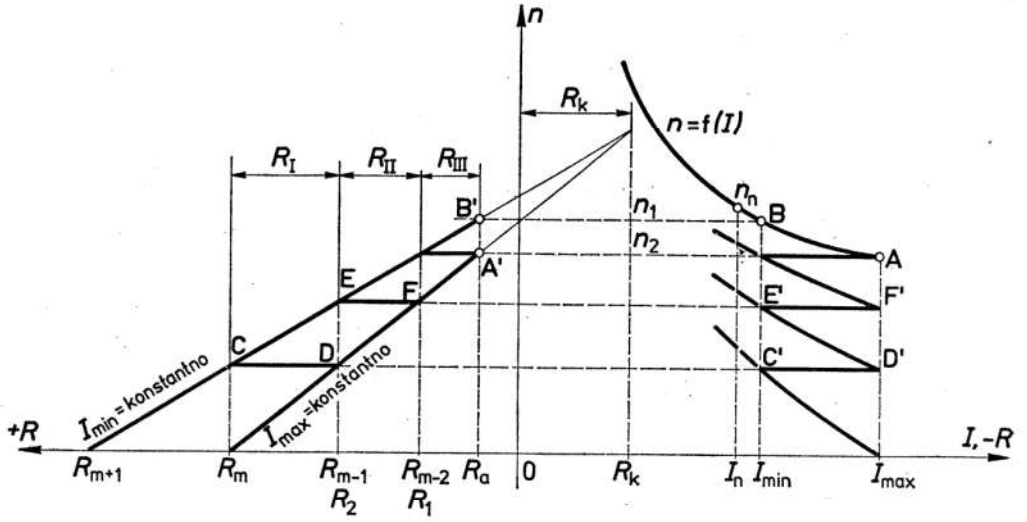
pri čemu je R_m stvarna ukupna vrijednost otpora pokretača (od m stupnjeva) i stroja, a R_{m+1} bi bila ukupna vrijednost otpora na $m + 1$-om stupnju, koje obično nema, već služi ovdje samo kao element za konstrukciju. Nanesemo li R_m i R_{m+1} na os apscisa u II kvadrantu, dobili smo dvije tražene točke za konstrukciju pravaca $I_{max} = \text{konst.}$ i $I_{min} = \text{konst.}$ Podignemo li u točki R_m okomicu, ona siječe pravac $I_{min} = \text{konst.}$ u točki C. Tom je točkom određena brzina vrtnje pri kojoj je struja stroja u pokretanju pala na vrijednost I_{min} (vidi točku C'), i potrebno je isključiti prvi parcijalni stupanj otpornika R_I da struja nanovo poraste na vrijednost I_{max}. Ako povučemo, dakle, točkom C paralelu s apscisom, dobivamo uz točku C' i točku D (u II kvadrantu) i točku D' u I kvadrantu. Točka D' izražava ponovno maksimalnu struju, a točka D, budući da je na pravcu $I_{max} = \text{konst.}$, određuje ukupni otpor u krugu stroja R_{m-1} na $m - 1$-om stupnju otpornika. Pri tome je dužina $\overline{CD} = R_I$, tj. u mjerilu je slike vrijednost prvoga parcijalnog stupnja otpora pokretača. Okomica povučena točkom D osim što izražava vrijednost R_{m-1} siječe pravac $I_{min} = \text{konst.}$ u točki E. Tom je točkom određena nova brzina vrtnje pri kojoj je struja stroja u pokretanju opet pala na vrijednost I_{min}. Dalje se razmatranje ponavlja, samo u drugoj točki pokretanja, pa ga ne treba ponovno opisivati jer je već jasno na osnovi slike. Uzastopno ponavljajući taj postupak sve dok neka m-ta paralela kroz neku točku pravca $I_{min} = \text{konst.}$ presiječe okomicu podignutu u točki R_a (na slici slučajno pada baš u točku A'), konstruira se cijelo pokretanje i svi stupnjevi pokretača (na sl. 8. ima ih 3). Tako se dobiju sve vrijednosti stupnjeva otpornika:

$$R_m,\ R_{m-1},\ R_{m-2},\ \ldots,\ R_{m-m} = R_a$$

i sve vrijednosti otpora parcijalnih dijelova otpornika R_I, R_{II} itd. grafički, kako je prikazano na slici.

Analitički postupak također se temelji na principima koje donosi sl. 8. Jednadžba pravca u sustavu $n = f(R)$ za parametar $I_{min} = \text{konst.}$ ide točkom B' i može se napisati:

$$n = n_1 - \frac{n_1 (R - R_a)}{R_{m+1} - R_a}. \tag{39}$$



Sl. 8. Grafičko konstruiranje broja stupnjeva i vrijednosti otpora pojedinih stupnjeva otpornika za pokretanje elektromotornog pogona istosmjernim serijskim motorom

Za parametar I_{max} = konst. pravac prolazi točkom A′ i odatle je:

$$n = n_2 - \frac{n_2 (R - R_a)}{R_m - R_a}. \tag{40}$$

Ta se dva pravca sijeku pri zajedničkoj brzini vrtnje određujući fiktivni otpor (negativnog iznosa) R_k (vidi sl. 8). Njegova se vrijednost može izračunati iz relacija (39) i (40):

$$R_k = \frac{(n_1 - n_2)(R_{m+1} - R_a)(R_m - R_a)}{n_1 (R_m - R_a) - n_2 (R_{m+1} - R_a)} + R_a. \tag{41}$$

Na sl. 8. zapaža se da su omjeri susjednih otpora mjerenih do točke R_k konstantni; nazovimo ih s:

$$\lambda = \frac{R_{m+1} - R_k}{R_m - R_k} = \frac{R_m - R_k}{R_{m-1} - R_k} = \ldots = \frac{R_1 - R_k}{R_a - R_k} = \frac{R_a - R_k}{-R_k}. \tag{42}$$

Izračunajmo λ iz prvog omjera u izrazu (42):

$$\lambda = \frac{R_{m+1} - R_a - \dfrac{(n_1 - n_2)(R_{m+1} - R_a)(R_m - R_a)}{n_1 (R_m - R_a) - n_2 (R_{m+1} - R_a)}}{R_m - R_a - \dfrac{(n_1 - n_2)(R_{m+1} - R_a)(R_m - R_a)}{n_1 (R_m - R_a) - n_2 (R_{m+1} - R_a)}}.$$

Nakon uređenja dobiva se:

$$\lambda = \frac{n_2 (R_{m+1} - R_a)}{n_1 (R_m - R_a)}. \tag{43}$$

Ukupni omjer otpora pokretača je omjer λ dignut na m-tu potenciju ako je m broj stupnjeva pokretača:

$$\lambda^m = \left[\frac{n_2 (R_{m+1} - R_a)}{n_1 (R_m - R_a)}\right]^m. \tag{44}$$

Taj isti izraz može se izračunati iz relacije (42) jer je tu svaki omjer jednak λ, pa će biti:

$$\lambda^m = \frac{R_m - R_k}{R_a - R_k} = \frac{n_1 (R_{m+1} - R_m)}{(n_1 - n_2)(R_{m+1} - R_a)}. \tag{45}$$

Izjednačujući izraze (44) i (45), za broj stupnjeva pokretača dobiva se:

$$m = \frac{\ln \dfrac{n_1 (R_{m+1} - R_m)}{(n_1 - n_2)(R_{m+1} - R_a)}}{\ln \dfrac{n_2 (R_{m+1} - R_a)}{n_1 (R_m - R_a)}}. \tag{46}$$

Tako se nađe broj potrebnih stupnjeva pokretača uz pretpostavljene vrijednosti I_{max} i I_{min}. Uzmimo da je ovako izračunati broj stupnjeva m cijeli broj. Tad se pokretanje doista odvija između graničnih vrijednosti struja kao u pretpostavci. Otpori pojedinih stupnjeva računaju se stanovitim redom. Iz relacije (43) dobije se λ, a iz (41) R_k. Polazeći od omjera u izrazu (42), počevši od posljednjega, vrijedit će:

$$\frac{R_a - R_k}{-R_k} = \lambda \rightarrow R_a = R_k (1 - \lambda)$$

$$\frac{R_1 - R_k}{-R_k} = \lambda^2 \rightarrow R_1 = R_k (1 - \lambda^2)$$

$$\vdots$$

$$\frac{R_m - R_k}{-R_k} = \lambda^{m+1} \rightarrow R_m = (1 - \lambda^{m+1}) R_k. \qquad (47)$$

Relacija (47) opći je izraz za bilo koji stupanj otpornika. Parcijalne vrijednosti otpora u pojedinim stupnjevima otpornika mogu se dobiti pomoću izraza (47) redom (vidi sl. 8):

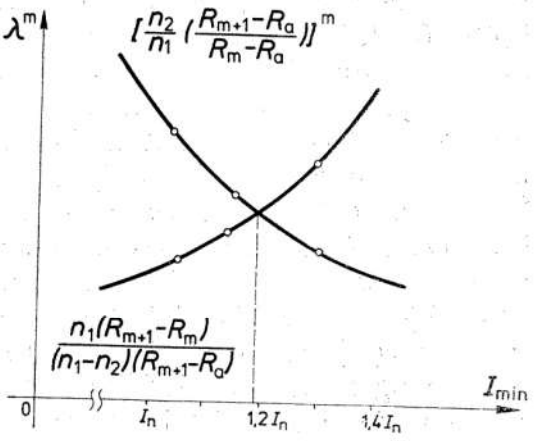
$$R_I = R_m - R_{m-1} = (1 - \lambda^{m+1}) R_k - (1 - \lambda^m) R_k = R_k \lambda^m (1 - \lambda)$$

$$R_{II} = R_{m-1} - R_{m-2} = (1 - \lambda^m) R_k - (1 - \lambda^{m-1}) R_k = R_k \lambda^{m-1} (1 - \lambda)$$

itd. Općenito vrijedi:

$$R_x = R_k \lambda^{m-x+1} (1 - \lambda), \qquad (48)$$

pri čemu je indeksom »x« označena vrijednost po volji uzetoga parcijalnog otpora, a s m ukupni broj stupnjeva otpornika. Međutim, kad m računato iz (46) nije cijeli broj, mora se ono za računanje stupnjeva zaokružiti. To je moguće učiniti na veći ili manji cijeli broj. Posljedica toga je da bi u oba slučaja nastala odstupanja od pretpostavljenih vrijednosti I_{max} i I_{min}, i to pri zaokruženju nadolje struje bi rasle (opasno zbog I_{max}), a pri zaokruženju nagore one bi padale (neugodno zbog momenta pokretanja). Zato je dobro korigirati vrijednost I_{min} tako da se dođe do cijelog broja m. Najprije se odredi m (zaokruži, obično na bližu vrijednost). Tad bi se dosta jednostavno mogla izračunati nova vrijednost I_{min} kad bi $n(I)$ bila analitička funkcija, što redovno nije jer se pokretanje ponajviše odvija sa strujama pri kojima je stroj zasićen. Zato se uz pretpostavku čvrstog I_{max} izračuna za 3—4 pretpostavljene vrijednosti I_{min} i jednako toliko pari vrijednosti za λ^m, i to iz relacija (44) i (45) (vidi sl. 9). Sjecište dviju krivulja daje traženu vrijednost I_{min} za pretpostavljeni broj stupnjeva pokretača m. Nakon što je određen konačan broj



Sl. 9. Grafičko određivanje I_{min}

stupnjeva otpornika m, vrijednosti otpora pojedinog stupnja i parcijalnih stupnjeva, i pošto su utvrđene granične struje pokretanja I_{min} i I_{max}, može se ocijeniti (kontrolirati) i težina pokretanja. Prema izrazu (5) srednja je vrijednost struje pokretanja $I_{sr} = \sqrt{I_{min} \cdot I_{max}}$, pa se težina pokretanja može ocijeniti kao omjer te srednje vrijednosti struje u pokretanju i nazivne struje motora. Ujedno je i umnožak napona U i srednje struje pokretanja stvarno potrebna srednja snaga pokretanja.

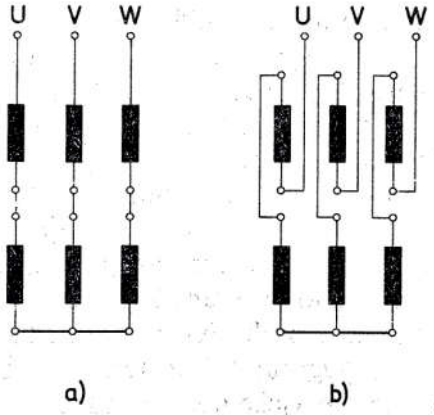
4.4. SPAJANJE I PODEŠAVANJE ELEKTROMOTORNIH POGONA SA SINHRONIM MOTOROM

Sinhroni motor radi normalno kao sinhroni samo u sinhronizmu, kad je njegova mehanička brzina vrtnje potpuno jednaka brzini vrtnje njegova okretnog polja. Ako toga nema, kažemo da motor nije u koraku, da je ispao iz koraka. Zato se sinhroni motor ne može dovesti na njegovu normalnu brzinu vrtnje djelovanjem vlastitog (sinhronog) momenta, pa se i utoliko razlikuje od ostalih vrsta elektromotora. U klasičnom priključku sinhronog motora na trofaznu izmjeničnu mrežu konstantna napona sinhroni motor, dakle, ima dvije osnovne tehničke mane u usporedbi s asinhronim, kojim je po svojim osnovnim svojstvima prirodni takmac u statičkim elektromotornim pogonima s konstantnom brzinom vrtnje. Prva je od njegovih mana u tome što mu je opseg podešavanja brzine vrtnje 1 : 1, a to ga izjednačuje s kaveznim asinhronim motorom, ali zaostaje za kolutnim asinhronim motorom, kojem se otpornicima u rotoru podešava brzina vrtnje, što je ipak ekonomično u nekim uskim granicama i za određene radne mehanizme. Drugi mu je nedostatak što on za zalet treba u principu neku dodatnu intervenciju, bilo u njegovoj gradnji, bilo dodavanjem posebnog motora za zalet, što je skopčano s mnogim problemima. No to je toliko široko pitanje da ga ostavljamo posebnom odjeljku. Osim mana ima sinhroni motor i pogonskih prednosti pred asinhronim. Spomenimo neke značajnije. Prva je od njih u tome što ne troši jalovu energiju (manje struje, manji utrošak bakra na dovodima, manje snage transformatora u mreži itd.), već je, dapače, može davati mreži. U principu može sinhroni motor davati mreži približno toliko jalove energije koliko je asinhroni motor iste snage troši, što može biti od izvanrednog značenja za ekonomičnost cijelog postrojenja s više elektromotornih pogona. Druga je pogonska prednost sinhronog motora pred asinhronim što mu se (zbog konstantne uzbude) maksimalni (prekretni) moment mijenja praktički linearno s promjenom napona, pa lakše od asinhronoga izdrži kratkotrajne padove napona u mreži. Asinhronom se, naime, motoru prekretni (maksimalni) moment mijenja s kvadratom vrijednosti priključnog napona. Stoga pri drastičnim sniženjima napona sinhroni motor ostaje dulje u pogonu od asinhronoga jer mu je u takvim prilikama ispadni moment viši od prekretnog momenta asinhronog motora. No ako napon toliko padne da i sinhroni motor ispadne (a ne samo asinhroni), onda je to definitivno i valja ga nanovo pokretati bez obzira na to kako će se brzo oporaviti mrežni napon, dok se asinhroni, podigne li se napon dovoljno brzo, redovno može sam vratiti u normalan pogon. S obzirom na praktična iskustva s tim problemom ipak je tu sinhroni motor donekle u prednosti. Treća je odlika sinhronog motora njegova dobra osobina da mu je faktor snage $\cos \varphi$ jednako povoljan pri svim opterećenjima, pa i malima, za koje je u asinhronog motora on izričito loš. Dapače, što je manje opterećen, to sinhroni motor može davati više jalove snage u mrežu, pa je ta prednost posebno važna.

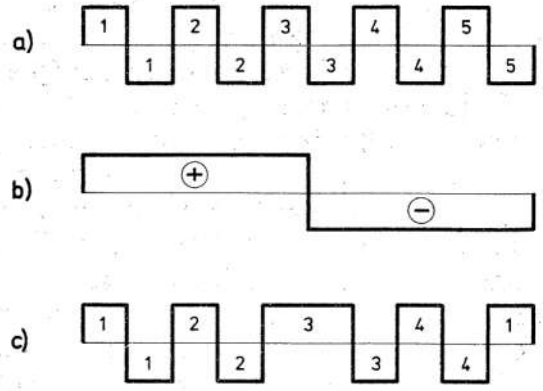
Pri odluci da li upotrijebiti sinhroni ili asinhroni motor za neki elektromotorni pogon (kad se mogu, zbog karaktera opterećenja, uzeti oba) utječe i cijena nabavke. Za male i srednje snage asinhroni (posebno kavezni) motor znatno je jeftiniji zbog svoje jednostavnosti (težine samih strojeva približno su jednake), a sinhroni uz mnogo skuplju izvedbu rotora treba još dodatni izvor uzbude ili odgovarajuću aparaturu. Za veće i posebno velike snage razlika u cijeni sve je manja (osobito kod sporohodnih, mnogopolnih strojeva) jer sinhroni motor sam za sebe postaje nešto lakši (treba manju masu aktivnog dijela statora zbog boljeg faktora snage) od asinhronoga, što kompenzira složeniju izvedbu rotora i dodatne uređaje za uzbudu sinhronog motora. Sumirajući razmatranja o usporedbi ovih dviju vrsta motora, lako se zaključuje da ima područja elektromotornih pogona s konstantnom brzinom vrtnje gdje je sinhroni motor bolje i ekonomičnije rješenje. To su u prvom redu pogoni s velikom (pa i najvećom) snagom, osobito sporohodni i posebno u onim postrojenjima gdje se osjeća znatnija potreba za kompenzacijom jalove snage. Ima i takvih elektromotornih pogona gdje je sinhroni motor jedino ispravno tehničko rješenje. Na primjer, kad u jednoj prostoriji radi dva ili više klipnih kompresora, samo se pogonom sinhronim motorom postiže da različiti kompresori sigurno ne rade u istom taktu. Naime, kompresorima se kutovi mehaničkog spajanja s pogonskim sinhronim motorom tako podese da padaju u različito vrijeme u toku jednog okretaja, a sinhroni motori, držeći se kruto brzine vrtnje proporcionalne frekvenciji, osiguravaju tu »raznovremenost« udaraca i tako štite temelje i cijelu zgradu od eventualnih neželjenih jakih mehaničkih impulsa. Nijedna druga vrsta motora ne može svojim prirodnim karakteristikama postići tu osobinu sigurnog izbjegavanja istodobnih udaraca u takvim pogonima. Još je značajniji primjer isključive upotrebe sinhronih motora kao »reverzibilnih agregata« u akumulacionim hidroelektranama. Agregat sinhroni stroj — turbina radi dio vremena kao generator (kad je manjak električne energije u sistemu), a dio kao pumpni agregat (kad je višak energije u sistemu), pri čemu sinhroni stroj kao motor tjera turbinu kao pumpu puneći akumulaciono jezero vodom. Posljednjih je godina ta vrsta elektrana osobito dobila na važnosti, pa se grade reverzibilni agregati do nekoliko stotina megavata snage u jednoj jedinici, što je ujedno i najveća snaga elektromotornog pogona uopće.

4.4.1. Podešavanje brzine vrtnje sinhronih motora preklapanjem polova

Upravo je upotreba sinhronih motora za pogon pumpnih agregata općenito dovela do izvedbi i polno preklopivih sinhronih motora. Obično su to pogoni s dvije »susjedne« brzine vrtnje — susjedne s obzirom na broj pari polova p, tj. s brzinama vrtnje od kojih jednoj odgovara p-pari polova, a drugoj $(p \pm 1)$-par polova. Očito je riječ o primjeru gdje je namot statora moguće prespojiti na principu polno-amplitudne modulacije, prikazanome u odjeljku 4.2.2. U načelu se tamo iznijetoj teoriji nema, s obzirom na statorski dio, ništa dodati. Tako je 10/8-polno prespajanje polova statora prikazano na sl. 1. i 2. Na sl. 1. predočeno je stvarno prespajanje svitaka statora, a na sl. 2. princip je polno-amplitudne modulacije uz shematski principni raspored magnetskih polja u statoru. Načelno se grupe svitaka mogu spajati i drukčije, a ne samo zvijezda — zvijezda, kao na sl. 1 (ovaj način odgovara statičkoj karakteristici momenta tereta za pumpu). Osim toga je u

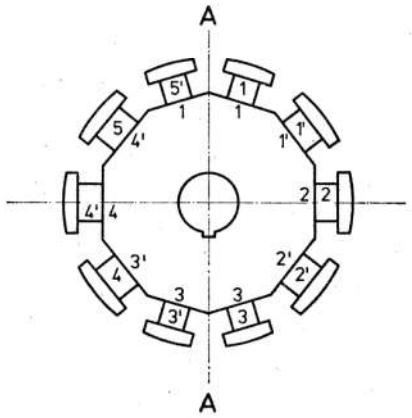


Sl. 1. Prespajanje svitaka statora 10/8--polnoga sinhronog motora: a) 10-polni spoj; b) 8-polni spoj

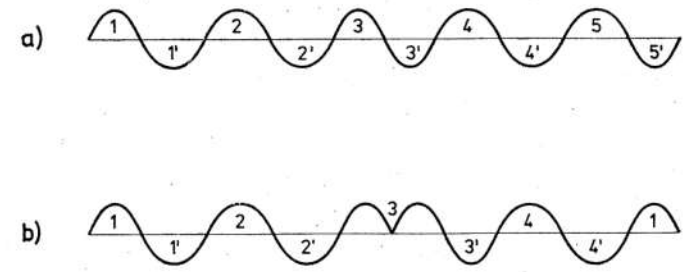


Sl. 2. Princip polno-amplitudne modulacije za stator stroja prema sl. 1: a) nemoduliran $2p = 10$; b) smisao modulacije; c) modulirano $2p = 8$

principu barem pri jednoj od brzina vrtnje raspored polja po obodu statora nesimetričan (vidi npr. sl. 2.c). Taj nesimetrični raspored svitaka pojedinih faza po obodu ima slične neželjene posljedice kakve nastaju i pri polno-amplitudnoj modulaciji asinhronog motora (smanjeni faktor namota, povećan sadržaj viših harmonika itd.), no te posljedice ne onemogućuju pogon, i nisu posebno važne. Ipak, da bi sinhroni motor ispravno funkcionirao, nije dovoljno prespojiti stator, već se to mora učiniti i s rotorom. Radi toga rotor se obično nešto drukčije gradi nego za jednobrzinski motor. Na sl. 3. skica je izvedbe rotora za upravo prikazani princip modulacije statora, tj. za prespajanje polova 10/8. Pri tome se izgradi šest nešto većih polova (oznake: 1′, 2, 2′, 4, 4′ i 5 unutar polova na sl. 3) i četiri nešto manja pola (oznake: 1, 3, 3′ i 5′ unutar polova na sl. 3). Pod većim (ili manjim) polom razumijeva se onaj sa širim (ili užim) obodom od onoga koji bi bio pri simetrično građenom rotoru. U 10-polnom spoju svakim susjednim polom teče magnetski tok suprotnog smisla tako da se formira pet pari polova: 11′, 22′, 33′, 44′ i 55′, kako je to na sl. 3. označeno unutar polova. Raspored magnetskih polja polova rotora principno je prikazan na sl. 4.a. Obrne li se smjer struje u svim polovima smještenima ulijevo od simetrale AA na sl. 3, tj. modulira li se istim principom



Sl. 3. Principni raspored polova i izvedba rotora sinhronog stroja za polno-amplitudnu modulaciju



Sl. 4. Raspored magnetskih polja polova rotora pri polno-amplitudnoj modulaciji: a) nemoduliranо $2p = 10$; b) modulirano $2p = 8$

kao na sl. 2.b jedna polovica polova, i to tako da početak promjene bude između dva »manja« pola, dobiva se raspored magnetskih polja polova na sl. 4.b. To je, očito, raspored koji odgovara stroju s osam polova, pri čemu svaki par »manjih« polova djeluje magnetski kao jedan pol, uz uvjet da svakim od tih manjih polova protječe struja istog smisla kao i u njegovu parnjaku. Novi raspored polova označen je na sl. 3. brojkama ispod polova. Takva se izvedba polno preklopivih sinhronih motora danas sve češće susreće, čak i pri velikim snagama pogona. Što je pogon sporohodniji, tj. što je više osnovnih polova, to su nesimetrije u izvedbi manje. Za vrlo velike jedinice opreme su ponekad uzbudni namoti na pojedinim polovima s otcjepima da se prilikom prespajanja polova može korigirati protjecanje pojedinog pola, sve s ciljem kako bi se donekle kompenzirao nesimetrični raspored polja.

4.4.2. Podešavanje brzine vrtnje elektromotornih pogona sa sinhronim motorom pomoću promjene frekvencije

Brzina vrtnje sinhronog motora kruto je vezana za frekvenciju izvora napajanja. Uzme li se za izvor mjesto mreže čvrste frekvencije neki drugi izvor promjenljive frekvencije, dade se pogonu brzina vrtnje podešavati točno u onom opsegu u kojem se mijenja frekvencija. Prema tome moguća je primjena svih onih metoda upravljanja frekvencijom koje su opisane za pogone s asinhronim motorom (vidi odjeljke 4.2.3. i 4.2.4.). Tako je načelno moguć pogon sinhronog stroja u spoju prema sl. 4.2—12. i 4.2—13, ali upravljanje sinhronog motora strojnim pretvaračima frekvencije bilo je u praksi prilično neuobičajeno. No novije impulsno upravljanje frekvencijom elektromotornog pogona ima mnogo veće značenje i perspektivu. Pri tome dolazi manje u obzir impulsno upravljanje statičkim pretvaračem frekvencije s istosmjernim međukrugom (vidi sl. 4.2—21), ne toliko zbog dosta kompliciranog sistema upravljanja frekvencijom u širem opsegu brzina vrtnje, koliko su uzrok vrlo male snage koje nisu zanimljive u pogonu sinhronim strojem. No zato je upravljanje statičkim pretvaračem bez istosmjernog međukruga (vidi sl. 4.2—23) vrlo povoljno i tad elektromotorni pogon (velikim) sinhronim motorom ima čak bolju perspektivu od pogona asinhronim motorom. Postoji, naime, jedna važna prednost sinhronog motora pred asinhronim pri upravljanju brzine vrtnje frekvencijom. Asinhroni motor općenito dobiva s primara (iz izvora, mreže) i struju potrebnu da se formira moment (snaga) i uzbudnu struju kojom se stvara glavno magnetsko polje. Sinhroni motor, međutim, dobiva s primara samo struju za formiranje momenta (snage), a izvor je uzbudne struje redovno neovisan o mreži, tj. njegov je glavni magnetski tok stvoren nevezano za izvor električne struje. Stoga je izvorna mreža na koju je priključen statički pretvarač frekvencije (i napona) znatno manje opterećena sadržajem viših harmoničkih članova struje kad se pogon ostvaruje sinhronim motorom nego kad to obavlja asinhroni motor. I upravljanje naponom (promjena napona pri upravljanju frekvencijom) jednostavnije je za sinhroni motor. Kako bi se ispravno upravljalo naponom sinhronog motora, dovoljno će biti da je prosječna efektivna vrijednost napona proporcionalna brzini vrtnje, tj. frekvenciji, jer je inducirani napon proporcionalan (uz konstantni glavni magnetski tok) samo još brzini vrtnje. Dakle, nema potrebe da promjena napona bude različita za razne karaktere momenta tereta radnog mehanizma. Pri pogonu asinhronim motorom ta je različitost promjene napona za razne karaktere momenta tereta radnog mehanizma jako poželjna, a katkad i neminovna.

4.4.3. Dovođenje elektromotornog pogona sa sinhronim motorom na radnu (sinhronu) brzinu vrtnje

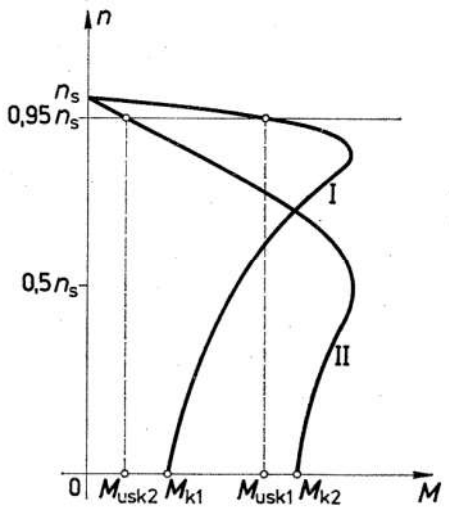
Uvodno je već istaknuto kako sinhroni moment ne može pokrenuti sinhroni stroj iz stanja mirovanja, niti ga može dovesti (zaletjeti) do sinhrone brzine vrtnje, jer djeluje samo u sinhronizmu, tj. u stanju kad brzina vrtnje motora strogo slijedi brzinu vrtnje okretnog polja, dakle frekvenciju izvora (mreže). Budući da radni mehanizmi u elektromotornom pogonu mogu imati i različite momente tereta u toku zaleta, a i različite momente inercije, to će u raznim elektromotornim pogonima zalet biti uzrok sad manjim, sad većim tehničkim teškoćama. Stoga je razvijeno mnoštvo sistema zaleta (pokretanja i dovođenja u sinhronizam) elektromotornih pogona pogonjenih sinhronim motorom. U osnovi ih dijelimo u tri vrste:

a) asinhroni zalet samog motora;
b) zalet uz pomoć posebnoga zaletnog motora;
c) zalet pomoću posebnoga zaletnog izvora promjenljive frekvencije.

a) Asinhroni zalet samog motora

Dogradi li se na obodu rotoru sinhronog motora posebni kavez tik uz sam zračni raspor, pojavit će se u sprezi trofaznog namota i tako nastalog kaveza »asinhroni moment« sinhronog motora. U tom se kavezu u stacionarnome sinhronom pogonu ne inducira nikakav napon, pa on uopće ne djeluje, kao da ga nema. Izvan sinhronizma, pri svakoj brzini koja nije sinhrona ($n \neq n_s$) kavez djeluje kao u asinhronom motoru (kao da je to asinhroni kavezni motor), a sinhronog momenta kao da nema. Možemo s dosta grubim približenjem reći da se takav motor izvan sinhronizma ponaša kao asinhroni, a u sinhronizmu kao sinhroni. Takav se kavez ugrađuje sinhronim motorima s lameliranim polnim nastavcima rotora. Sinhronim motorima s masivnim polnim nastavcima rotora ne dodaje se radi asinhronog zaleta posebni kavez jer masivni polni nastavci djeluju jednako kao i kavez. Naime, okretno polje statora izaziva uz ostalo i vrtložne struje u masivnim polnim nastavcima rotorskih polova koje teku takvim smjerom da masivni pol možemo zamisliti kao niz neizoliranih štapova poredanih jedan do drugoga uzduž pola i spojenih na krajevima prstenom. Dakle, možemo pol fizikalno zamisliti kao neku vrstu kaveza jer ima gotovo jednako djelovanje. Prema tome i za sinhroni motor s masivnim polovima vrijedi u prvom približenju predodžba da se izvan sinhronizma ponaša kao asinhroni, a u sinhronizmu kao sinhroni motor. Zanemarimo li privremeno, zbog jasnoće, tehničke okolnosti koje narušavaju tu predodžbu (postojanje normalnog uzbudnog namota, promjenljiva konfiguracija zračnog raspora, kavez je nepotpun u rotora s izraženim polovima itd.), možemo načelno razmotriti probleme zaleta sinhronog stroja s kaveznim namotom. Osim pitanja koja su poznata za asinhrone motore (veličina poteznog M_k i prekretnog M_p momenta) ovdje je važno i koliko se takvim zaletom približavamo sinhronizmu, tj. hoće li, kad postignemo stacionarnu točku u asinhronom pogonu i uključimo uzbudu, sinhronizirajući moment uvući elektromotorni pogon u sinhronizam, rekli bismo — hoće li motor »uskočiti«. To osim o momentu tereta radnog mehanizma ovisi još o tvrdoći zaletne (asinhrone) karakteristike, ili o tzv. uskočnom momentu. Nazivnim uskočnim momentom (M_{usk}) dogovorno je definiran asinhroni moment sinhronog motora pri 95% sinhrone brzine vrtnje ($0{,}95\, n_s$). Na sl. 5. dvije su različite mogućnosti. U izvedbi motora I s niskom vrijednosti radnog otpora kaveza (specifičnog otpora željeza masivnih polova), vidi se veliki uskočni moment $M_{usk\,1}$, pa će takav

motor relativno lako uskočiti u sinhronizam, ali će mu zato biti malen potezni moment M_{k1}. Obratno, u izvedbi motora II, s visokom vrijednosti radnog otpora kaveza (specifičnog otpora željeza masivnih polova), očit je mali uskočni moment M_{usk2} i relativno veliki potezni moment M_{k2}. Zaključujemo da će se motor izvedbe I teško pokretati i lagano uskočiti u sinhronizam, a motor izvedbe II lako će se pokretati, ali teško uskočiti u sinhronizam. Zahtjev za visokim pokretnim

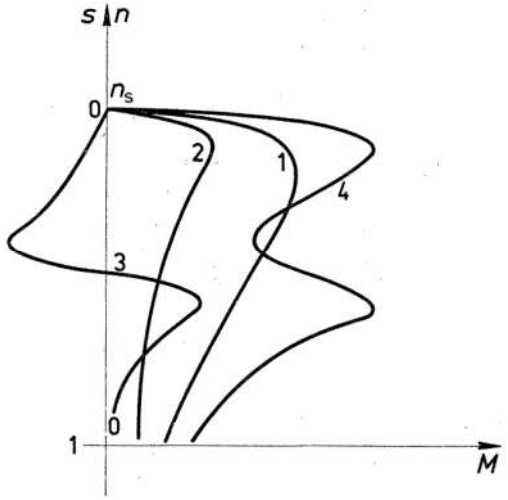


Sl. 5. Mehaničke karakteristike (asinhrone) zaleta sinhronog motora za dvije razne izvedbe njegova kaveza

momentom istodobno je suprotan zahtjevu za visokim uskočnim momentom, pa će ponekad nastati takav stjecaj okolnosti da jedan od momenata neće zadovoljavati. Budući da se pri uključivanju takva pogona često reducira mrežni napon (o čemu će još biti riječi), mora se, pri izboru sinhronog motora za neki elektromotorni pogon i određene prilike u mreži, točno ustanoviti stanje, kako bi se stvorile mogućnosti za izgradnju ispravnog kaveza za zalet. Dalje teškoće nastupaju kad se uzmu u obzir zanemareni utjecaji, a posebno djelovanje normalnoga uzbudnog namota u toku zaleta. Na početku pokretanja inducira se u uzbudnom namotu vrlo visok napon, pa bi mogao nastupiti proboj izolacije ako se on ostavi otvoren. Spoji li se kratko taj namot za vrijeme pokretanja, tad on sudjeluje u stvaranju momenta, i to tako da pri određenim brzinama vrtnje djeluje suprotno asinhronom momentu. To se može i pojednostavnjeno prikazati. Okretno polje statora inducira u uzbudnom namotu napon frekvencije $f_2 = s f_1$. Inducirani napon potjera uzbudnim namotom struju odgovarajućeg iznosa i frekvencije, a ona stvori u osnovi izmjenično pulzirajuće protjecanje Θ_u. Njega možemo zamisliti rastavljenim u dvije komponente — direktnu Θ_{ud}, koja se kreće u istom smjeru kao i okretno polje statora, i inverznu Θ_{ui}, koja je suprotnog smjera. Brzine kretanja obiju komponenata u odnosu na rotor jednake su i iznose $\pm (n_s - n)$, pri čemu je n_s sinhrona brzina vrtnje, a n trenutna vrijednost mehaničke brzine kojom se vrti rotor. S obzirom na stator direktna komponenta Θ_{ud} kreće se brzinom $n_{ud} = n + (n_s - n) = n_s$, a za inverznu komponentu Θ_{ui} bit će $n_{ui} = n - (n_s - n) = 2n - n_s$. Tad magnetsko polje inverzne komponente protjecanja Θ_{ui} inducira u statorskom namotu napon frekvencije:

$$f_{ui} = \frac{p\,(2n - n_s)}{60} = \frac{[2n_s\,(1 - s) - n_s]\,p}{60} = \frac{pn_s}{60}(1 - 2s). \qquad (1)$$

Naprotiv, direktna komponenta inducira napon frekvencije f_1. Zbog induciranog napona poteći će statorskim namotom, preko mreže, odgovarajuće struje. One s poljima odgovarajućih protjecanja Θ_{ud} i Θ_{ui} stvaraju dodatne momente. No, dok je moment nastao zbog sprezanja polja i struje uzrokovane direktnom komponentom po svome smislu djelovanja koristan dodatak asinhronom momentu zaletnog kaveza (vidi sl. 6), moment koji potječe od inverzne komponente ima obratan smi-

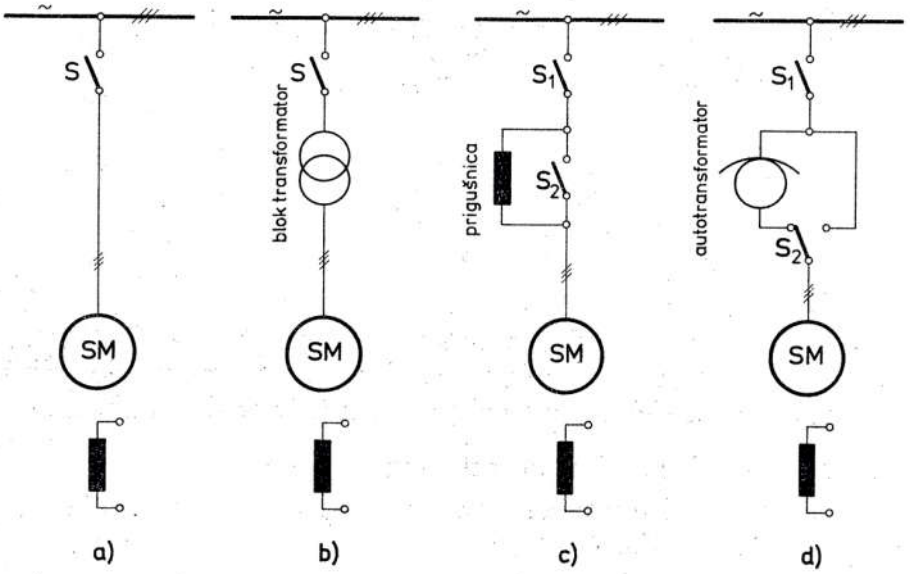


Sl. 6. Superponiranje momenata u zaletu sinhronog motora: 1 — asinhroni moment, 2 — moment zbog direktne komponente uzbudnog namota, 3 — moment zbog inverzne komponente uzbudnog namota, 4 — ukupni moment

sao u jednom dijelu područja brzine vrtnje između $n = 0$ i $n = n_s$. Pri brzini vrtnje jednakoj polovici sinhrone, frekvencija inverzne komponente iščezava ($f_{ui} = 0$), što se vidi iz relacije (1), a relativna brzina inverznoga okretnog polja prema statoru mijenja predznak. Kad su brzine vrtnje rotora manje od polovice sinhrone, okreće se inverzno polje suprotno smjeru okretnog polja statora — $(2n - n_s) < 0$, a uz brzine vrtnje rotora veće od polovice sinhrone, u smjeru okretnog polja statora — $(2n - n_s) > 0$. Uzme li se i smjer struja, dodatni moment zbog inverznog protjecanja Θ_{ui} potpomaže asinhroni moment u području brzina vrtnje rotora od $n = 0$ do $n = 0{,}5\, n_s$, a suprotno djeluje pri brzinama vrtnje većima od $0{,}5\, n_s$ (vidi sl. 6). Budući da je ukupni moment motora u zaletu suma svih momenata koji se razvijaju u rotoru (sl. 6), opasno je da zbog dubokog »sedla« (Görgesov fenomen), uzrokovanoga momentom koji na opisani način potječe od uzbudnog namota, elektromotorni pogon »zapne« — stane kod otprilike polovice brzine vrtnje. To će se dogoditi ako je moment tereta radnom mehanizmu relativno velik i ako je sedlo duboko, tj. kad uzbudni namot razvija znatan moment. Zato ograničavamo moment što ga izaziva uzbudni namot tako da mu smanjimo struju, tj. ne spojimo uzbudni namot u zaletu nakratko, već ga premostimo otpornikom kojemu je radni otpor oko 10 puta (red veličine) veći od njegova vlastitog otpora. Taj dodatni otpor ujedno i pomakne točku maksimalne vrijednosti momenta nastaloga direktnim protjecanjem Θ_{ud} prema većem klizanju, a jednako tako na odgovarajući način priguši sedlo zbog indirektnog protjecanja. Na ukupni moment stroja djeluje još i nejednolikost zračnog raspora uz rotorski obod, i to uglavnom dvojako. Naime, čim se pojavi nesimetričnost u rotoru asinhronog motora, osjeti se i djelovanje indirektnog i direktnog sistema protjecanja i u samome zaletnom kavezu, dakle opet Görgesov fenomen, samo u »asinhronom momentu«. Znači da i asinhroni moment nije onako povoljan kako ga prikazuje sl. 6 (krivulja 1), već i on ima »sedlo« pri otprilike polovici sinhrone brzine vrtnje. No to je sedlo obično manje i izaziva

veće smetnje samo u motora s izraženim polovima kad se kavez ugradi samo u polne nastavke. Zato se za teže zalete gradi kavez uzduž cijelog oboda stroja (i u međupolnom prostoru), a izvedbama s masivnim polovima spoje se polni nastavci susjednih polova nekom vrstom prstena (odsječka) i tako se znatno reducira Görgesov fenomen, što ga uzrokuje nejednolikost zračnog raspora. Druga posljedica nejednolikosti zračnog raspora u rotoru s izraženim polovima je pojava reluktantnog (reaktivnog) momenta. Taj moment izazvan samo međusobnim djelovanjem elektromagneta zbog geometrijske konfiguracije rotora i statora protjecanih strujama, može različito djelovati u zaletu (bez velikog utjecaja), ali uglavnom pomaže (pridonosi) uskočnom momentu stroja. Pojave ostalih momenata u zaletu (zbog histereze, vrtložnih struja pri lameliranom rotoru s kavezom itd.) ne utječu jače na zalet.

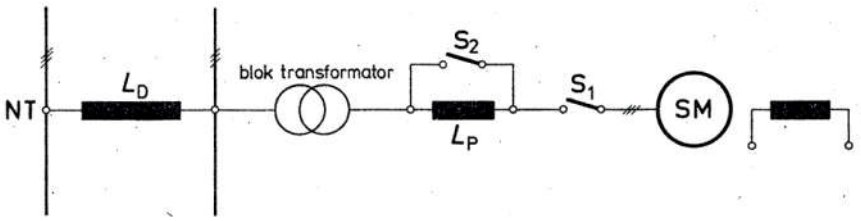
Asinhronim zaletom uključuju se danas sinhroni motori u elektromotornim pogonima praktički svih snaga koje još termički izdrži rotor motora (energija pretvorena u gubitke vodljivih dijelova u rotoru). Pri tome je granica niža za izvedbe rotora s kavezom nego za one s masivnim polovima, ali se uz poduzete sve potrebne mjere ni s izvedbom rotora s masivnim polovima ne mogu zalijetati pogoni snage veće od 200 do 300 MW (i to uz pretpostavku da su protumomenti tereta neznatni). Kao problem pojavljuju se i visoki iznosi struja pokretanja. Relativno mali induktivni rasipni otpori statora i rotora najčešće su posljedica znatno većega zračnog raspora u sinhronom motoru prema asinhronome. Zato se potpuno izravno uključuju samo pogoni manjih i srednjih snaga (vidi sl. 7.a). Uključenjem sklopke S



Sl. 7. Uobičajeni načini asinhronog zaleta sinhronog motora: a) direktno uključivanje na mrežu; b) uključivanje preko blok-transformatora; c) uključivanje uz pomoć prigušnice; d) uključivanje preko autotransformatora

počinje zalet, i kad brzina vrtnje dostigne dovoljnu visinu, uzbudi se rotor i pogon uskoči u sinhronizam. Veće i velike jedinice uključuju se sklopkom S (vidi sl. 7.b) na strani višeg napona blok-transformatora (koji obično ima visok relativni napon kratkog spoja u_k), a dalji je postupak identičan kao u prethodnom slučaju. Kad se motor priključuje na slabije mreže, obično mu se mrežni napon reducira uključenjem prigušnica (vidi sl. 7.c) na iznos 50—80% nominalnoga. Najprije se uključi sklopka S_1 (vidi sl. 7.c) pa kad pogon dostigne brzinu vrtnje 70—80% nazivne,

premosti se prigušnica sklopkom S_2. Postigne li se dovoljna brzina vrtnje, uzbudi se motor i pogon uskače u sinhronizam. Za zalet s reduciranim naponom upotrebljava se i spoj s autotransformatorom (vidi sl. 7.d). Prvo se uključi sklopka S_2 i tako spoji motor s autotranformatorom. Zatim se sklopkom S_1 autotransformator spaja na mrežu. Pri postignutoj brzini vrtnje 70—80% nominalne prespoji se motor sklopkom S_2 izravno na mrežu i, pošto je postignuta dovoljna brzina, uključuje se uzbuda. Slabe strane zaleta s reduciranim naponom (prema sl. 7.c i 7.d) jesu sniženi moment motora na oko 25—60% onoga uz puni napon i troškovi nabavke dodatne opreme, prigušnice ili autotransformatora. Ako više jednakih pogona radi u jednom prostoru, može za zalet svih poslužiti samo jedna grupa prigušnica ili samo jedan autotransformator, što znatno smanjuje troškove. Posebno je težak problem asinhroni zalet najvećih jedinica (reverzibilnih agregata) jer ni najčvršće mreže danas ne izdrže tolike udarne struje, makar i uz uključeni blok-transformator. Zato se takve jedinice uključuju tako da se uz priključak blok-transformatora doda u seriju i prigušnica (vidi sl. 8), a često se, kad dopuštaju

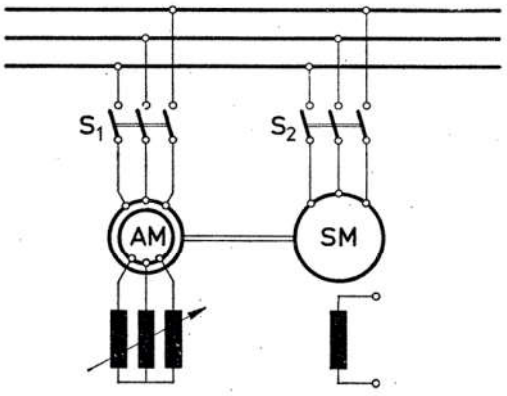


Sl. 8. Jedna od mogućnosti priključka sinhronog motora vrlo velike snage radi asinhronog zaleta: L_D — induktivitet dalekovoda, L_P — induktivitet prigušnice

prilike opće dispozicije uređaja, kao induktivitet upotrebljava i u seriju uključeni dio dalekovoda do napojne točke mreže. Takav primjer načelno je prikazan na sl. 8. Uključivši sklopku S_1 pripoji se sinhroni motor SM na mrežu zapravo u napojnoj točki NT. Struju u prvom trenutku osim rasipnih induktiviteta samog motora i totalnoga rasipnog induktiviteta transformatora ograničuju još induktiviteti prigušnica L_P i dalekovoda L_D. Kad brzina vrtnje dosegne 70—90% nazivne uključenjem sklopke S_2 premošćuje se prigušnica, i kad se brzina vrtnje približi sinhronoj, uključi se uzbuda pa elektromotorni pogon uskače u sinhronizam.

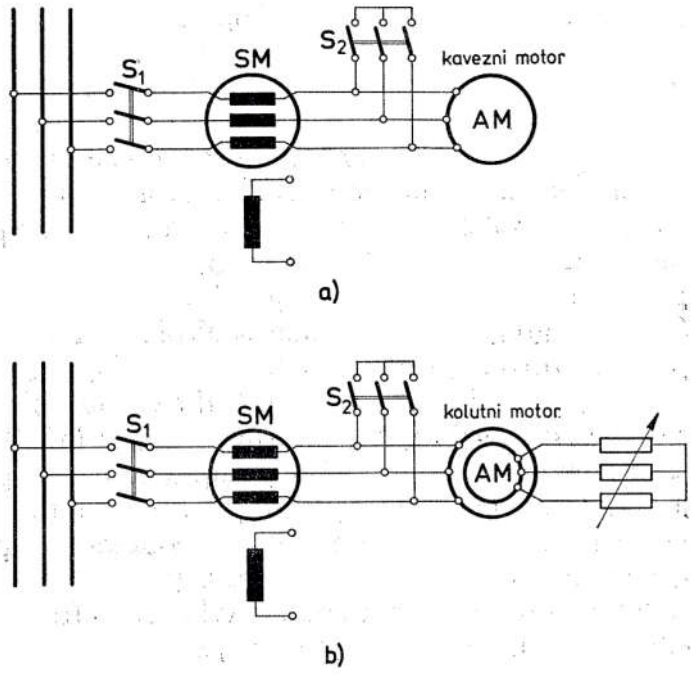
b) Zalet uz pomoć posebnoga zaletnog motora

Jedan od najstarijih sistema pokretanja sinhronog motora bio je onaj s posebnim zaletnim motorom. Klasično rješenje sadrži sl. 9. Na osovinu sinhronom



Sl. 9. Principni spoj elektromotornog pogona sinhronim motorom s posebnim zaletnim motorom

motoru SM mehanički je spojen asinhroni kolutni motor AM, obično jednake sinhrone brzine kao i sinhroni motor. Zalet se provodi asinhronim motorom (uključena sklopka S_1) tako da energiju gubitaka u zaletu apsorbira uglavnom pokretač asinhronog motora. Pri sinhronoj brzini vrtnje, ili blizu nje, uzbudi se sinhroni motor i sklopkom S_2 priključi na mrežu, tako da uskoči u sinhronizam, a zatim se asinhroni motor isključi iz mreže. Veličina asinhronog motora ovisi uglavnom o veličini protumomenta tereta za vrijeme zaleta. Iz ove klasične razvile su se druge izvedbe. Na sl. 10. prikazana je kombinacija direktnog zaleta i zaleta uz pomoć



Sl. 10. Principni spoj zaletnog motora električki vezanog u seriju s glavnim pogonskim sinhronim motorom: a) primjer kaveznoga zaletnog motora; b) primjer kolutnoga zaletnog motora

zaletnog motora. Pogonski sinhroni motor SM i zaletni asinhroni motor mehanički su vezani (što se na slici ne vidi), ali su im i statorski (primarni) namoti i električki povezani u seriju. O ukupnom momentu inercije elektromotornog pogona, a i o veličini protumomenta tereta, ovisi hoće li zaletni motor biti kavezni ili kolutni. Za lakša pokretanja dovoljan je kavezni motor (sl. 10.a), obično s manje pari polova od sinhronoga, a za teže pokretanje potreban je kolutni motor s odgovarajućim pokretačem (sl. 10.b), i on najčešće ima jednak broj pari polova kao i sinhroni motor. Pokretanje se obavlja (uz otvorenu sklopku S_2) uključivši glavnu sklopku S_1 (vidi sl. 10). Zalet se odvija zajedničkim djelovanjem momenata glavnog (sinhronog) i zaletnog (asinhronog) motora. Kad se u zaletu postigne sinhrona brzina vrtnje ili joj se približi (u izvedbi s kaveznim motorom ona se može čak i premašiti), uključi se uzbuda i pogon uskače u sinhronizam. Nakon toga se sklopkom S_2 zatvori zvijezda statorskog (primarnog) namota u pogonskome sinhronom motoru, čime se ujedno i isključi (odstrani) napon sa zaletnog motora. Taj je »kombinirani« sistem zaleta donekle ujedinio dobre osobine obaju sistema — onoga s direktnim uključenjem na mrežu i onoga s posebnim zaletnim motorom. On je posebno pogodan za teška pokretanja, no nedostatak mu je u tome što naponski nivo izolacije pomoćnog motora mora biti jednak kao u glavnog motora. Zanimljivo je da se pokretanje najvećih jedinica (reverzibilnih agregata u akumulacionim hidroelektranama) ponovno vratilo klasičnom sistemu, u principu prikazanome na sl. 9, kao jednoj od mogućnosti pokretanja takvih jedinica. Razlika je u tome

(prema sl. 9) što asinhroni motor obično ne može biti priključen na istu mrežu kao glavni motor jer je obično znatno manje snage od glavnog motora (zovu ga i *pony*-motor), pa se spaja na mrežu preko vlastitog blok-transformatora.

c) Zalet pomoću posebnoga zaletnog izvora promjenljive frekvencije

Elektromotorni pogon sa sinhronim motorom može se i »sinhrono« pokrenuti npr. napajajući ga iz statičkog pretvarača frekvencije kao što je onaj na sl. 4.2—23. Sinhronizam se ostvari pri sasvim niskoj frekvenciji te se polako diže napon i frekvencija do pogonske radne točke. Taj sistem, prirodan sam po sebi za elektromotorne pogone sinhronim motorom koji su trajno priključeni i upravljani statičkim pretvaračem frekvencije, preskup je za sve pogone koji ne trebaju podešavanje frekvencije. Izuzetak je kad se na jednom mjestu nađe veći broj (recimo 5, 6 ili više) jednakih elektromotornih pogona sa sinhronim motorom, pa se samo jednim statičkim pretvaračem oni redom zalete do sinhrone brzine vrtnje i odvoje se od njega, nakon čega se izvrši normalna sinhronizacija na mrežu. U najnovije vrijeme i taj se princip zaleta upotrebljava za reverzibilne agregate (i do najvećih snaga) u hidroakumulacionim elektranama, gdje ima više jednakih agregata. U takvim postrojenjima susreće se i slijedeći sličan primjer »sinhronog« zaleta: Odvoje se dva (mirna) agregata na posebne sabirnice i normalno se uzbude. Jedan se od njih pokrene turbinom kao generator koji sinhrono tjera drugi kao motor. Zajednički taj sklop radi do sinhronizma, kad se motor sinhronizira na mrežu, a generator se zaustavi da može zaletjeti drugi agregat itd. Tako se mogu u jednoj elektrani sinhronizirati svi agregati u pumpni motorski pogon osim, dakako, jednoga, a to je nedostatak takva sistema. Još je teškoća i u tome što u prvom trenutku (mirovanju) nema pravog sinhronizma jer su inducirani naponi strojeva jednaki nuli. Čim se generator počne vrtjeti, inducira napon i poteče struja u motoru. No budući da je struja u tome prvom trenutku vrlo niske frekvencije (gotovo bi se moglo reći — istosmjerna), neizvjesno je na koju će se stranu pokrenuti rotor motora jer to ovisi o trenutnom položaju mirnog rotora. U određenim okolnostima može to prvo gibanje rotora biti u pogrešnom smislu, što opet može npr. oštetiti segmentne ležaje.

Zato se u takvim postrojenjima radije izvodi »djelomično sinhroni zalet« reverzibilnog agregata koji radi kao pumpa. Prvo se na posebne sabirnice odvoji jedan agregat, uzbudi se i potjera turbinom kao generator. Pri brzini vrtnje od 20—40% sinhrone uključi se na te sabirnice drugi agregat, ali neuzbuđen i on se tad pokreće asinhrono. Brzina vrtnje motoru raste, a generatoru može bilo padati, bilo blago rasti, ili čak ostajati nepromijenjena. Kad se brzine vrtnje obaju agregata izjednače, uzbudi se motor, uskoči u sinhronizam i dalje se odvija sinhroni zalet. Taj »djelomično sinhroni zalet« zapravo je kombinacija opisanoga asinhronog i sinhronog sistema zaleta. Važno je napomenuti da brzina vrtnje pri kojoj se uključuje motor mora biti pažljivo odabrana. Priključi li se on uz prenisku brzinu vrtnje generatora, mogla bi se oba zaustaviti ako je moment turbine još toliko nizak da ne može svladati sve momente ubrzanja, trenja i tereta pumpe. Priključi li se motor pri previsokoj brzini vrtnje generatora, zna se dogoditi da generator (turbina) ubrzava brže nego motor, tj. cijeli se zalet izvodi asinhrono, što jako povećava gubitke u rotoru motora i za najveće jedinice može biti termički opasno.

Usporede li se različiti sistemi zaleta elektromotornog pogona sa sinhronim motorom, može se ukratko, bez ulaženja u dublju analizu, reći ovo: Najbrži je zalet asinhroni, a i najjeftiniji s obzirom na opremu, no ujedno troši najviše energije, i to, na nesreću, u vlastitom tijelu rotora. Zato mu je ograničena upotreba

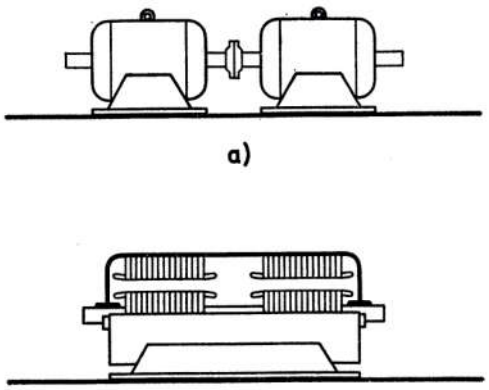
težinom pokretanja. Prikladan je za manje i srednje snage, a kad pokretanje nije teško, i za velike snage, ali ima i tu granicu primjene. Jako napreže motor, i termički i mehanički (velike struje). Sinhroni zalet uz pomoć statičkog pretvarača energije ili posebnoga sinhronog agregata (generatora) dugo traje, ali najmanje napreže motor. Gubici energije mogu biti po volji mali izvodi li se zalet dovoljno sporo. Zalet je uz pomoć posebnoga zaletnog motora prihvatljiv kad je ili zbog ekonomskih ili tehničkih razloga povoljniji od asinhronog i sinhronog zaleta. On je sporiji od asinhronog zaleta, složeniji je i skuplji od njega s obzirom na opremu. Energetski su gubici slični, ali ne zagrijavaju pogonski sinhroni motor, a pri kolutnom motoru može se veći dio toplinskog efekta gubitaka odvesti i izvan zaletnog motora.

4.5. VIŠEMOTORNI POGON — PRILAGOĐIVANJE ELEKTROMOTORNOG POGONA POTREBAMA RADNOG MEHANIZMA

Opremanje jednog radnog mehanizma s više pogonskih motora ima različite uzroke. Često se to mora napraviti zbog mogućnosti izvedbe, ili se žele postići stanovite tehničke ili ekonomske prednosti. Ponekad se time nastoji smanjiti zamašna masa mD^2 u rotaciji, pa se mjesto jednoga velikog motora uzmu dva s pola snage, što je često u valjaoničkoj tehnici. Ponekad potrebna snaga istosmjernog motora premašuje graničnu, pa se grade dva, svaki s pola snage. Nekad je tom zahvatu uzrok ograničen prostor za smještaj strojeva (u brodarstvu, rudarstvu) itd. Ponekad se kombinacijom više motora ostvaruju posebni tehnički ili ekonomski efekti, npr. određene mehaničke karakteristike, bolje mogućnosti podešavanja ili regulacije brzine vrtnje, poboljšanje korisnosti, zatim ušteda energije i slično. U idućim odjeljcima obradit ćemo nekoliko takvih najzanimljivijih kombinacija.

4.5.1. Elektromotorni pogon s dva elektromotora na jednoj osovini

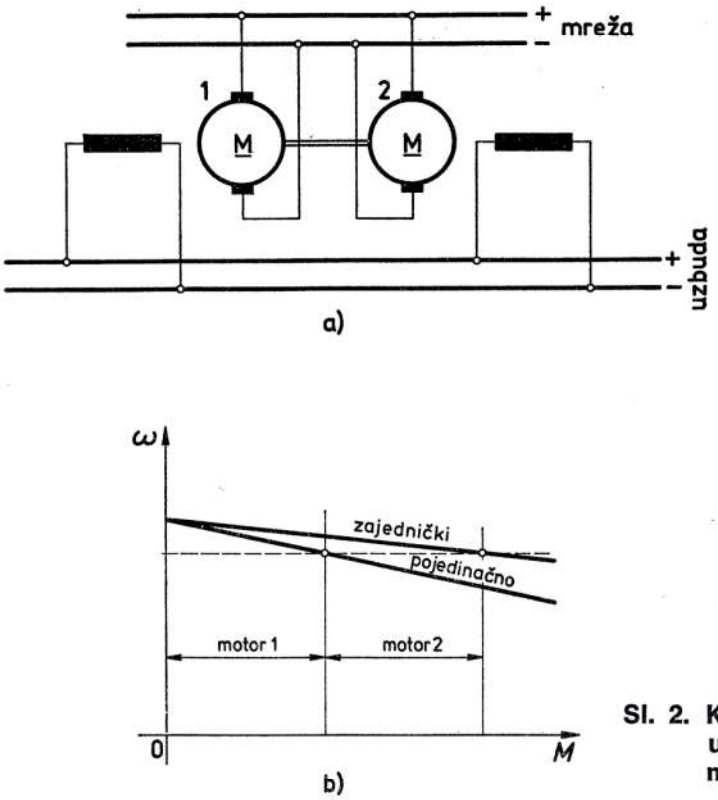
Najjednostavnija kombinacija višemotornoga elektromotornog pogona je ona u kojoj su dva motora kruto spojena na jednoj pogonskoj osovini. Velika većina takvih pogona izvodi se tako da se odvojeni motori mehanički spoje krutom mehaničkom spojkom (sl. 1.a), ali se ponekad i unaprijed grade dva statora i dva



Sl. 1. Mogućnosti dvomotornog pogona s krutim spojem: a) dva motora spojena krutom spojkom; b) izvedba u zajedničkom kućištu

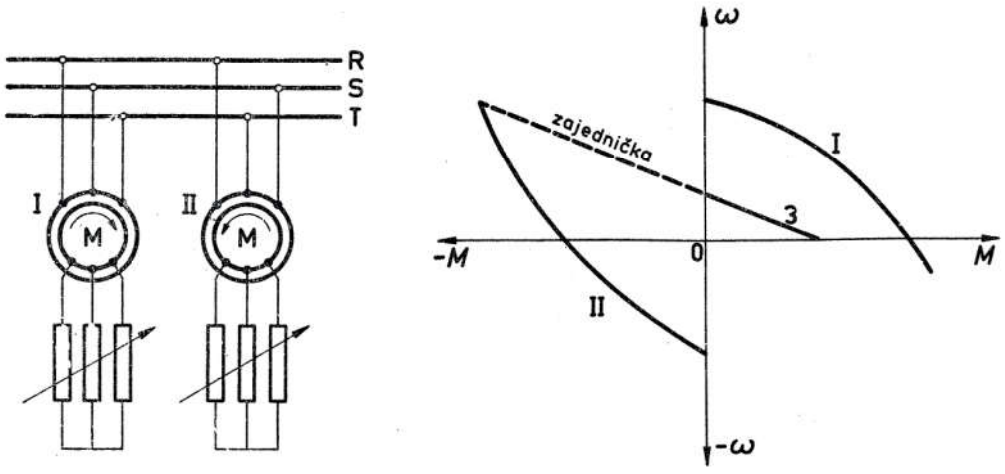
rotora na jednoj osovini i u jednom kućištu (sl. 1.b). Prednost je druge izvedbe u tome što se kod velikih jedinica (često u valjaonicama za najteže valjačke pruge ili u brodarstvu) mogu postići znatne uštede u prostoru.

U načelu izvedivo je mehanički spojiti dva (ili više) bilo kakva motora, bilo koje vrste, brzine vrtnje ili unutrašnjeg spoja. Karakteristično je za tu kombinaciju da je mehanički moment što ga ona predaje radnom mehanizmu jednak sumi momenata koje razvijaju motori pojedinačno, odnosno razlici momenata ako su motori priključeni na mrežu za suprotne smjerove vrtnje. Mehaničke se karakteristike pri tome jednostavno zbrajaju ili oduzimaju. Spoje li se mehanički kruto npr. dva jednaka nezavisno uzbuđena istosmjerna motora (sl. 2.a), i to s jednakim smislom vrtnje, kako se to katkad radi u valjaoničkoj tehnici, dobiva se mehanička karakteristika kakvu prikazuje sl. 2.b.



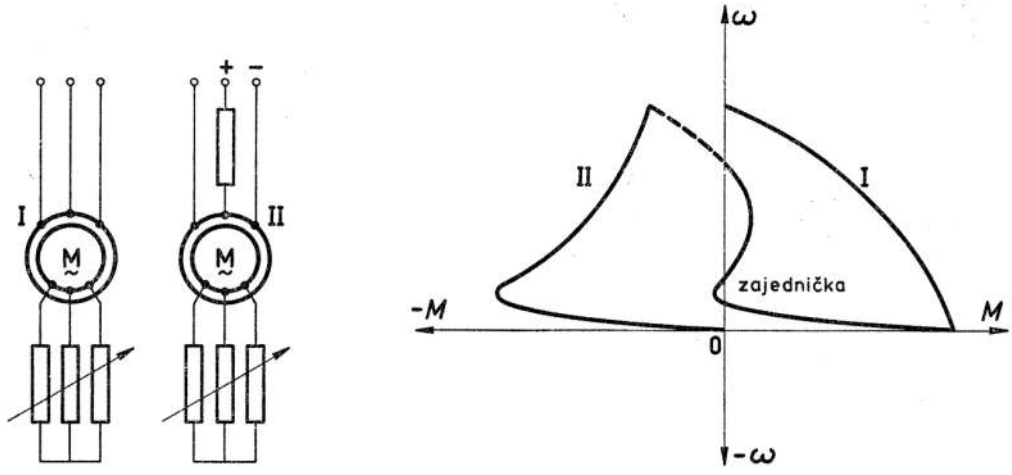
Sl. 2. Kruti spoj dvaju jednakih nezavisno uzbuđenih motora: a) principna shema; b) mehanička karakteristika

Kako je u uvodu spomenuto, razlozi za mehaničko spajanje raznih vrsta motora, u raznim spojevima, mnogobrojni su i mogu biti jako različiti. Uzmimo, opet, primjer iz prakse. U pogonu velikih montažnih dizalica ili izvoznih rudničkih postrojenja zahtijeva se vrlo fino podešavanje brzine vrtnje u blizini mirovanja, kad se ona približava nuli, kako se kaže — »fino dosjedanje«. Uz priključak na izmjeničnu struju, kad je pogon asinhronim kolutnim motorima vrlo tvrde karakteristike dvomotorni umjesto jednomotornoga, fino se dosjedanje postiže ako se odgovarajući otpori dodaju u rotorski krug i istodobno se obrne smisao vrtnje jednome od motora. Pri tome je motor I spojen direktno, a motor II radi u protustrujnom kočenju. Spoj i mehaničke karakteristike prikazuje sl. 3. Još se tvrđe mehaničke karakteristike postižu poveže li se jedan od motora u spoj za elektrodinamičko kočenje, dakako uz uključenje odgovarajućih otpora. Princip spoja i



Sl. 3. Mehanički spoj dvaju asinhronih motora da bi se dobila tvrda mehanička karakteristika: a) principna shema; b) mehanička karakteristika

mehaničke karakteristike sadrži sl. 4. Prikazani spojevi za upravljanje mogu se, dakako, upotrijebiti samo kratkotrajno (što je u opisanom primjeru u redu) jer je korisnost vrlo niska, zbog znatnih gubitaka motora II u kočnom spoju.

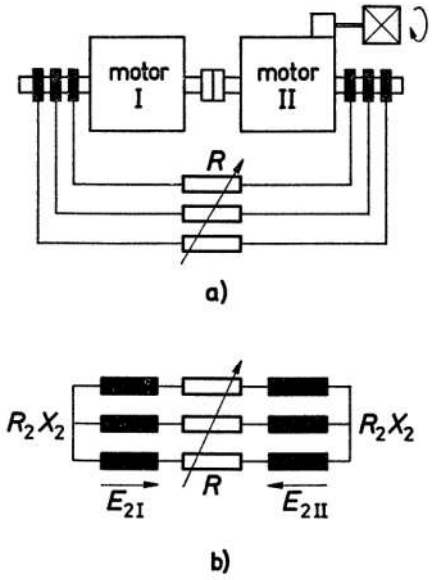


Sl. 4. Mehanički spoj dvaju asinhronih motora od kojih je jedan u elektrodinamičkome kočnom spoju: lijevo principna shema; desno mehanička karakteristika

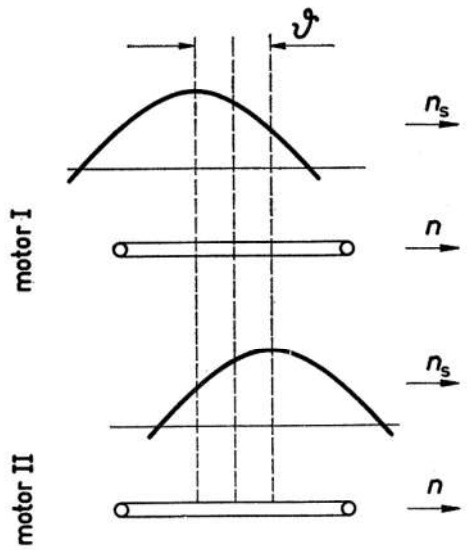
4.5.2. Dvomotorni pogon asinhronim motorima sa zakretanjem statora

Zanimljive osobine elektromotornog pogona ostvaruju se na osnovi krutoga mehaničkog spoja dvaju asinhronih kolutnih motora, od kojih se jednome malim pomoćnim motorom može zakretati stator. Principni je spoj na sl. 5. Dva jednaka kolutna asinhrona motora kruto su mehanički spojena, a rotorski krugovi vezani su na zajednički otpornik. Jedan od statora, i to onaj motora II na slici, može se zakretati za mehanički kut ψ, koji odgovara električkom kutu ϑ. Pri tome se sa sl. 5.b vidi da namotima faza obaju rotora teče zajednička struja. Zakrene li se dru-

gom motoru stator prema prvome unaprijed (u smislu vrtnje okretnoga magnetskog polja), tako da statoru prvog motora okretno polje prostorno zaostane iza onoga drugog motora za električki kut ϑ (vidi sl. 6), prenijeti će se taj fazni pomak u rotor jer su oni kruto spojeni i ne mogu se kretati nezavisno jedan od drugoga.



Sl. 5. Mehanički spoj dvaju asinhronih motora sa zakretanjem jednog statora: a) principna skica; b) spoj rotora



Sl. 6. Shema položaja rotorskih svitaka i statorskih magnetskih okretnih polja motora I i II ako je motoru II stator zakrenut unaprijed za električki kut ϑ

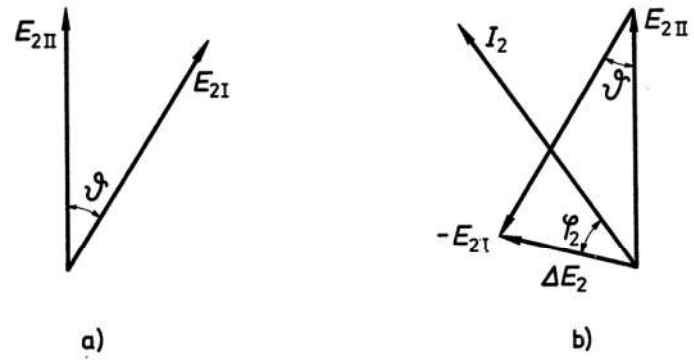
Tako će se u rotorima inducirati u svakom trenutku po iznosu jednaki inducirani naponi E_{2II} i E_{2I}, ali međusobno pomaknuti za kut ϑ (vidi sl. 7.a). Zajedničku struju rotora I_2 tjera, dakle, razlika induciranih napona ΔE_2 (vidi sl. 7.b), prema kojoj je struja pomaknuta za neki kut φ_2. Za kut φ_2, na poznati način, vrijedi:

$$\varphi_2 = \text{arc. tg}\frac{X_2 s}{R_2}, \tag{1}$$

a za struju:

$$I_2 = \frac{\Delta E_2}{2Z_2}, \tag{2}$$

pri čemu je Z_2 kompleksni otpor jedne rotorske faze.



Sl. 7. Vektorski dijagrami spoja rotorske strane prema sl. 5: a) inducirani napon; b) rezultirajući napon i struja

Radi jednostavnosti u relacijama smo s R_2 označili radni otpor jedne faze jednog rotora povećan za polovicu vrijednosti otpora zajedničkog otpornika R. Želimo izračunati okretne momente što ih razvijaju pojedini motori da na osnovi njihova zbroja zaključimo o zajedničkom momentu kombinacije. Za asinhroni motor uvijek vrijedi:

$$M = k \Phi I_2 \cdot \cos \varphi_2 \tag{3}$$

pa za ovaj slučaj moramo proračunati samo realne komponente struja koje djeluju u rotorima pojedinih motora. Za prvi motor vrijedi:

$$I_{21} = \frac{E_{20}\, s - E_{20}\, s \cdot e^{-j\vartheta}}{2 \cdot (R_2 + j X_2 s)} = \frac{E_{20}\, s \left(1 - e^{-j\vartheta}\right)}{2 \cdot (R_2 + j X_2 s)} =$$

$$= \frac{E_{20}\, s \left(1 - e^{-j\vartheta}\right)(R_2 - j X_2 s)}{2 \left[R_2^2 + (X_2 s)^2\right]},$$

pri čemu je s X_2 označen rasipni induktivni otpor faze rotora. Razvijemo li to dalje, dobiva se:

$$I_{21} = \frac{E_{20}\, s}{\sqrt{R_2^2 + (X_2 s)^2}} \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (X_2 s)^2}} \frac{\left(1 - e^{-j\vartheta}\right)\left(1 - j \dfrac{X_2 s}{R_2}\right)}{2}.$$

Prvi faktor na desnoj strani normalni je izraz za struju u jednom rotoru motora I_{2m}, a drugi za faktor snage rotora jednog motora $\cos \varphi_{2m}$, pa uz $\dfrac{R_2}{X_2} \simeq s_p$ izlazi:

$$I_2 = I_{2m} \cdot \cos \varphi_{2m} \cdot \frac{\left(1 - e^{-j\vartheta}\right)\left(1 - j \dfrac{s}{s_p}\right)}{2}.$$

Treći faktor u dva posljednja izraza rezultat je zakretanja struje zbog krutoga mehaničkog spajanja osovina i prisilne zajedničke struje u rotoru. U formiranju momenta sudjeluje realna komponenta tog faktora. Označimo li ga s k_{III} i razvijemo, bit će:

$$k_{III} = \frac{1}{2}(1 - \cos \vartheta + j \sin \vartheta)\left(1 - j \frac{s}{s_p}\right) =$$

$$= \frac{1 - \cos \vartheta + \dfrac{s}{s_p} \sin \vartheta}{2} + j \frac{\sin \vartheta - \dfrac{s}{s_p} + \dfrac{s}{s_p} \cos \vartheta}{2}.$$

Polazeći od tog izraza dobiva se realna komponenta struje za prvi motor koja sudjeluje u formiranju momenta:

$$I_{21i} = I_{2m} \cos \varphi_{2m} \cdot \frac{1 - \cos \vartheta + \dfrac{s}{s_p} \sin \vartheta}{2}$$

i moment prvog motora prema relaciji (3):

$$M_{\mathrm{I}} = k\,\Phi\, I_{2\mathrm{m}} \cos\varphi_{2\mathrm{m}} \frac{1 - \cos\vartheta + \frac{s}{s_{\mathrm{p}}} \sin\vartheta}{2}. \tag{4}$$

Ako se izuzme razlomak, desna strana u jednadžbi (4) zapravo je izraz za moment motora u samostalnom radu, pa je opravdano pisati:

$$M_{\mathrm{I}} = M_{\mathrm{m}} \frac{1 - \cos\vartheta + \frac{s}{s_{\mathrm{p}}} \sin\vartheta}{2}. \tag{4.a}$$

Postupimo li na isti način u računu realne komponente struje drugog motora:

$$I_{2\mathrm{II}} = \frac{E_{20}\, s - E_{20}\, s\, \mathrm{e}^{\mathrm{j}\vartheta}}{2\,(R_2 + \mathrm{j}\, X_2\, s)}$$

$$I_{2\mathrm{IIr}} = I_{2\mathrm{m}} \cos\varphi_{2\mathrm{m}} \frac{1 - \cos\vartheta - \frac{s}{s_{\mathrm{p}}} \sin\vartheta}{2},$$

za moment drugog motora dobiva se:

$$M_{\mathrm{II}} = k\,\Phi\, I_{2\mathrm{m}} \cos\varphi_{2\mathrm{m}} \frac{1 - \cos\vartheta - \frac{s}{s_{\mathrm{p}}} \sin\vartheta}{2}, \tag{4.b}$$

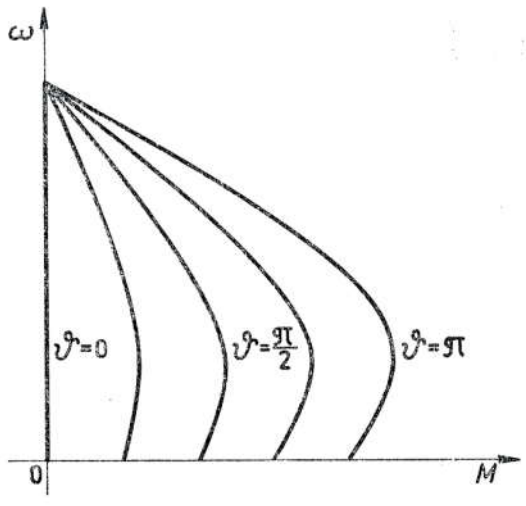
odnosno:

$$M_{\mathrm{II}} = M_{\mathrm{m}} \frac{1 - \cos\vartheta - \frac{s}{s_{\mathrm{p}}} \sin\vartheta}{2}. \tag{4.c}$$

Ukupni je moment kombinacije zbroj momenata pojedinih motora:

$$M = M_{\mathrm{I}} + M_{\mathrm{II}} = M_{\mathrm{m}} \cdot (1 - \cos\vartheta). \tag{4.d}$$

Mehaničke karakteristike ovoga elektromotornog pogona prikazane su na sl. 8. One se mogu mijenjati podešavajući kut zakretanjem statora potpuno kontinuirano. Tvrdoća im se podešava i promjenom iznosa otpora R u rotorskom krugu.



Sl. 8. Mehaničke karakteristike za spoj prema sl. 5.

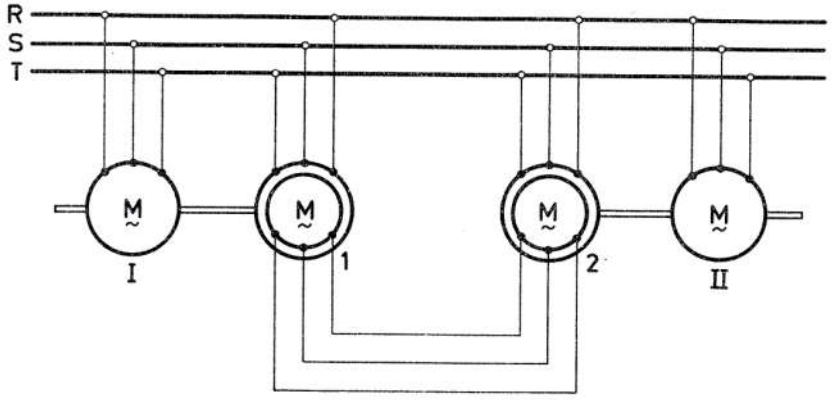
U čemu je prednost i gdje se upotrebljava ovaj sklop? Brzina vrtnje i moment daju se vrlo fino podešavati i pri najvećim snagama; regulacijom se ostvaruje brzina vrtnje često s odstupanjima od svega 0,1%. Snaga motora za zakretanje statora samo je od 0,3 do 0,5% snage agregata. Upotrebljiv je u brzohodnim pogonima velike snage, koje premašuju mogućnosti istosmjernih strojeva, a zahtijeva se fino podešavanje brzine vrtnje, npr. kod aerodinamičkih tunela. Najveći je nedostatak ovakvog rješenja u tome što je podešavanje, inače tehnički moguće u širokom opsegu (cca 1 : 10), ekonomično samo u relativno uskom području u blizini sinhronizma. Pri većim klizanjima, zbog poznatog odnosa proporcionalnosti između gubitaka u bakru rotora i klizanja kod asinhronog motora, utrošak energije znatno raste. Zato je ovakav spoj za veći opseg podešavanja opravdan samo u mehanizmima s centrifugalnom karakteristikom momenta tereta.

4.6. ELEKTRIČNE OSOVINE

Za neke radne mehanizme zahtijeva se sinhroni hod dviju ili više osovina. Ako je razdaljina osovina velika, mehanički spoj postaje složen, a negdje se ne može ni izvesti. Tu električna osovina zamjenjuje mehaničku i osigurava sinhroni hod raznih dijelova radnog mehanizma. Takva tehnika ima široku primjenu (hidrotehnički uređaji, npr. brane, ustave, zatim pokretni mostovi, velike dizalice, transporteri, tekstilni strojevi itd.). Ima više izvedbi, s raznim vrstama električnih strojeva, s pomoćnim motorima za sinhronizaciju i bez njih itd. Svojstvo da se uz pomoć posebnih spojeva osigura jednaka brzina vrtnje mehaničkim napravama koje nisu mehanički spojene omogućuje njihovu upotrebu i izvan najuže domene elektromotornih pogona. Tako se dade pomoću spoja električnih motora sinhronizirati rad i drugih, mehaničkih vrsta motora. Električna osovina može, dakle, poslužiti za bilo kakve motore, dakle i one s unutrašnjim izgaranjem, parne i hidrauličke. Najčešća je, svakako ipak u elektromotornim pogonima koji tjeraju dijelove radnog mehanizma smještene na većoj udaljenosti.

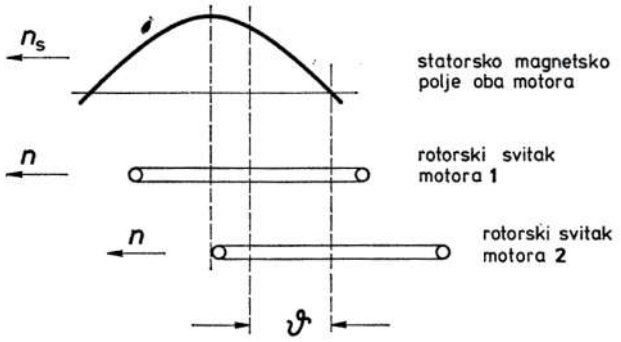
4.6.1. Električna osovina s pomoćnim asinhronim motorima

Električna osovina s pomoćnim strojevima (sl. 1) sastoji se od pogonskih asinhronih motora I i II (obično kaveznih) i pomoćnih asinhronih kolutnih strojeva 1 i 2 kojima su rotori električki spojeni. Motori I i II u principu su jednaki i imaju jednake mehaničke karakteristike. Kad su oba motora jednako opterećena,



Sl. 1. Električna osovina s pomoćnim asinhronim strojevima za izjednačenje

vrte se obje strane, dakle i rotori pomoćnih strojeva 1 i 2, jednakom brzinom vrtnje, pa su im i inducirani naponi u rotoru jednaki. Rotorima pomoćnih strojeva ne teče nikakva struja i nema nikakvog momenta izjednačenja. Optereti li se, zbog bilo kojeg razloga, jedan od motora više, pretpostavimo motor II, on počne više klizati od motora I, pa se njihovi rotori »raziđu« u fazi za neki kut ϑ. To u pomoćnih strojeva znači da i rotor stroja 2 zaostane za rotorom stroja 1, dakle njegov inducirani napon prethodi za kut ϑ. Budući da su im statorski namoti ostali međusobno u fazi, to se u rotorima induciraju naponi zakrenuti za kut ϑ. Trenutnu situaciju prikazuje sl. 2. i ta je situacija električki identična onoj pri dvomotornom pogonu



Sl. 2. Položaj rotorskih svitaka i statorskih magnetskih polja dvaju motora u električnoj osovini

u odjeljku 4.5.1. Za uzete pretpostavke električki raspored polja i svitaka na sl. 2. odgovara onome na sl. 4.5—6. Jednako tako vrijede i tamo izračunate relacije i odnosi za struje rotora i momente (samo s tom razlikom što vrijede za suprotne motore), pa tako moment koji razvija pomoćni stroj 2 iznosi:

$$M_2 = M_m \frac{1 - \cos\vartheta + \frac{s}{s_p}\sin\vartheta}{2}, \tag{1}$$

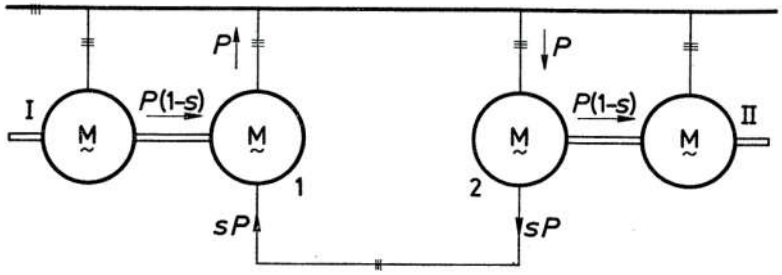
a moment koji stvara pomoćni stroj 1:

$$M_1 = M_m \frac{1 - \cos\vartheta - \frac{s}{s_p}\sin\vartheta}{2}. \tag{2}$$

Iz izraza (1) i (2) odmah se zapaža da je moment pomoćnog motora 2 veći od onoga u pomoćnog motora 1, tj. pomoćni motor 2 ubrzava cijelu drugu osovinu i tako pomaže glavnom motoru II da »nadoknadi« zaostajanje. Odnosi se točnije vide iz analize koju ćemo provesti. Na cijelom području kuta ϑ od 0 do 180° M_1 i M_2 iz jednadžbi (1) i (2) nisu jednaki, što je u načelu u redu jer čim postoji pomak, morala bi postojati i razlika momenata koja ga želi poništiti. Osim toga, za sve vrijednosti ϑ od 0 do 180° M_2 je pozitivno, a M_1 može biti i negativno, što ovisi o veličini kuta (pomaka). Razmatranje ćemo provesti na osnovi kretanja energije (sl. 3). Kad pomoćni stroj 2 razvije pozitivni moment, a to je kad zaostaje — relacija (1) — neka uzima iz mreže snagu P. Zanemare li se gubici, predaje on dio $P \cdot (1 - s)$ osovini glavnog motora II, a $P \cdot s$ šalje rotoru pomoćnog stroja 1. Pri tome pomoćni stroj 2 očito radi kao motor jer predaje snagu na svojoj mehaničkoj osovini. Budući da pomoćni motor 1 prima električnu snagu $P \cdot s$, mora *privedena* snaga na njegovoj osovini iznositi $P \cdot (1 - s)$, što znači da on radi kao ge-

nerator koji u mrežu predaje snagu P. Sve je to označeno na sl. 3. Tu pomoćni motor 2 pomaže zaostalome glavnom motoru II snagom $P \cdot (1 - s)$, a pomoćni motor 1 koči glavni motor I upravo istom snagom. Tako nastaje izjednačenje. No ta nam slika pruža i dalje zaključke važne za razumijevanje električnih osovina:

1. Zbroj razvijenih snaga pomoćnih strojeva mora uvijek biti jednak nuli — energija kruži u krugu pomoćnih strojeva.



Sl. 3. Tok energije u električnoj osovini s pomoćnim asinhronim strojevima za izjednačenje

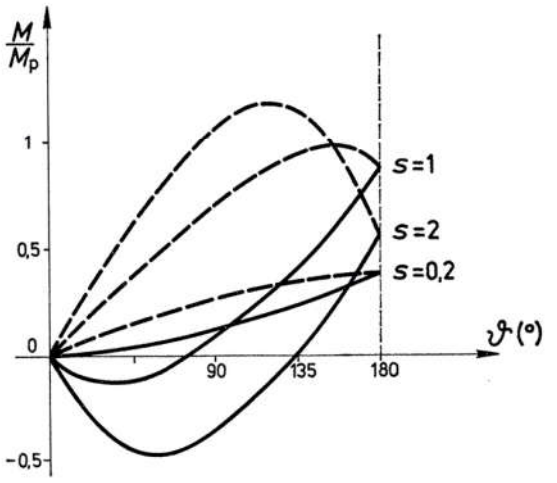
2. Pomoćni strojevi će uvijek zadržati svoju funkciju izjednačivanja, čak i pri trajno znatno različitim opterećenjima glavnih motora sve dok budu mogli prenašati snagu potrebnu za izjednačivanje.

3. Mjerilo za mogućnost izjednačivanja je moment izjednačenja — razlika momenata koje pomoćni strojevi razvijaju. Prema onome što je izraženo pod 1. i 2, on iznosi:

$$M_{izj} = M_2 - M_1 = M_m \frac{s}{s_p} \sin \vartheta = M_m \frac{X_2 s}{R_2} \sin \vartheta. \qquad (3)$$

Vidi se da mogućnost izjednačivanja jako ovisi o klizanju pri kojem strojevi rade! Približnu ocjenu pruža sl. 4, koja daje momente »zaostaloga« pomoćnog stroja izvučene isprekidanom crtom i momente pomoćnog stroja koji prethodi nacrtane punom linijom — sve za vrijednosti klizanja (kao parametra) $s = 0{,}2$, 1 i 2. Maksimalni izjednačujući moment nastupa kod uvjeta:

$$\frac{dM_{izj}}{d\vartheta} = + M_m \frac{X_2 s}{R_2} \cos \vartheta = 0,$$



Sl. 4. Ovisnost momenata pomoćnih strojeva za izjednačenje o kutu s klizanjem kao parametrom; crtkano izvučeno za zaostalu osovinu, a punom crtom za osovinu koja prethodi

tj. pri kutu $\vartheta = 90°$, što se može ocijeniti i sa sl. 4. Budući da u praktičnim pogonskim primjerima kut pomaka ϑ rijetko premaši vrijednost 25—30°, to se visoka vrijednost momenta izjednačenja postiže samo uz visoke vrijednosti klizanja.

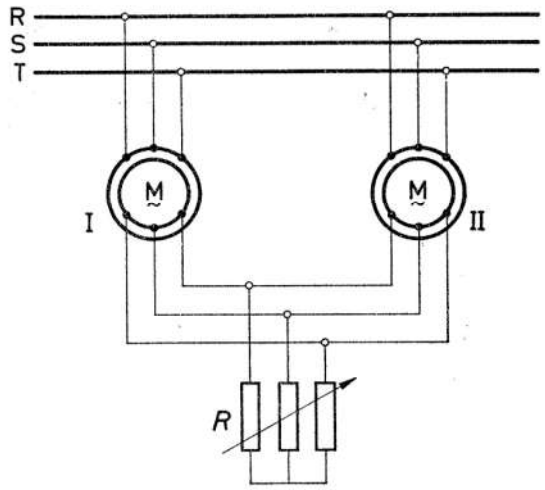
Praktički se pomoćni motori spoje tako da im je vlastiti smjer obrtanja suprotan okretnom polju, tj. tako da rade u kočnom području uz vrijednosti klizanja od 1 do 2. Uz takvo klizanje napon je rotora ($s \cdot E_{20}$!) dovoljno visok da razvije dovoljno visok moment izjednačenja.

4. Budući da su pomoćni motori zatvoreni u svoj strujni krug, pa im je veza s glavnim motorima samo mehanička, to se u osnovi ovim sistemom može izjednačivati brzina vrtnje bilo kakvih, čak i neelektričnih motora.

Jedina ozbiljnija zamjerka električnoj osovini s pomoćnim strojevima ekonomske je prirode. Pomoćni strojevi ne pridonose snazi pogona, a znatno poskupljuju postrojenje i povećavaju mu težinu.

4.6.2. Sinhronizacija asinhronih motora zajedničkim otpornikom u rotorskom krugu

Ta se vrsta osiguravanja sinhronog rada asinhronih strojeva zove još i »električna osovina s otporom«. Načelni spoj prikazan je na sl. 5. Izvedba je nešto jednostavnija od rješenja s pomoćnim strojevima i cijena je nabavke manja.



Sl. 5. Električna osovina asinhronih strojeva sa zajedničkim otporom u rotorskom krugu

Dakako, pri tome je zahtjev da motori budu potpuno jednaki s jednakim karakteristikama važniji nego u prethodnom slučaju, jer za sinhronizaciju nema vanjskog utjecaja, pa je i male razlike među motorima ometaju. Izložit ćemo kako u principu djeluje spoj. Kad je pomak ϑ među rotorima jednak nuli, rotorske struje obaju motora potpuno su jednake. Zajedničkim otpornikom teče struja jednaka zbroju rotorskih struja u oba motora, i ona izaziva odgovarajući napon (pad napona) na otporniku. Pri različitim opterećenjima pojedinih motora opterećeniji motor počinje više klizati od drugoga, pa mu poraste inducirani napon rotora iznad napona drugog motora, što izazove izvjesnu struju izjednačenja. Ta struja teče samo rotorima, a ne i zajedničkim otpornikom R. Osim momenta nastaloga zbog radne struje (koja teče i otpornikom R) pojavi se u svakom rotoru još jedan dodatni moment, koji potječe od struje izjednačenja. Struje izjednačenja usporavaju motor s manjim klizanjem (smanjuju mu moment), a ubrzavaju onaj s većim klizanjem, tako da brzine vrtnje teže k izjednačenju. Izvod izraza za momente pojedinih strojeva i moment izjednačenja znatno je složeniji nego u prethodnom slučaju.

Za pojedini motor općenito vrijedi:

$$M_m = k_m \Phi_{g1} I_2 \cos \varphi_2, \tag{4}$$

pri čemu će konstrukcijska konstanta k_m i glavni magnetski tok Φ_{g1} biti za naš slučaj osovine jednaki za oba motora. Uz pomoć pojednostavnjene Klossove jednadžbe može se općenito za motor napisati:

$$k_m \Phi_{g1} = \frac{M_m}{I_2 \cos \varphi_2} = \frac{2 M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} \frac{1}{I_2 \cos \varphi_2}. \tag{5}$$

Kako je općenito struja u rotoru (fazi) motora:

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}},$$

a faktor je snage u sekundaru (rotoru):

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2/s}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}},$$

polazeći od tih izraza relacija (5) prelazi u:

$$k_m \Phi_{g1} = \frac{2 M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} \cdot \frac{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}{E_2 \frac{R_2}{s}}. \tag{5.a}$$

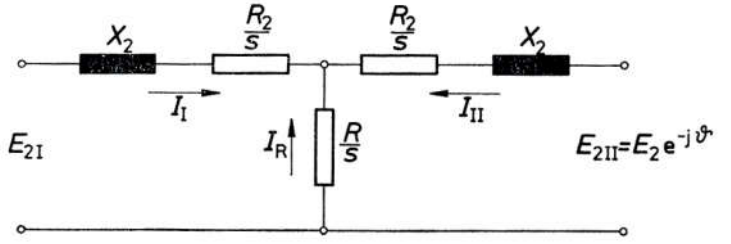
U izvedenim izrazima s je klizanje, s_p prekretno klizanje, M_p prekretni moment motora, R_2 otpor faze rotora, a X_2 je rasipni induktivni otpor faze rotora pri 50 Hz. Ako teret nije jednak, motori I i II osovine (vidi sl. 5) razići će se u kutu (položaju) rotora, pa će imati i različite struje i različite faktore snage u fazama rotora. Označimo li rotorsku struju prvog motora s I_I i drugoga s I_{II}, a jednako tako i faktore snage u rotoru (kutove) s $\cos \varphi_I$ i $\cos \varphi_{II}$, vrijedit će za momente motora u svakom trenutku:

$$M_I = k_m \Phi_{g1} I_I \cos \varphi_I, \quad M_{II} = k_m \Phi_{g1} I_{II} \cos \varphi_{II}. \tag{6}$$

Proračun momenata svodi se, dakle, na proračun rotorskih struja i faktora snage u rotoru motora. Pretpostavimo da je motor I jače opterećen, zbog čega njegov rotor zaostane za rotorom motora II za neki električki kut ϑ. Zato njegove svitke siječe okretno magnetsko polje prije (za taj kut ϑ) pa rotorski inducirani napon E_{2I} prethodi induciranome rotorskom naponu E_{2II} za električki kut ϑ (vidi sl. 7). S jednakim pravom moglo bi se reći da E_{2II} zaostaje iza E_{2I} za kut ϑ.

Situaciju prikazuje ekvivalentna shema na sl. 6. Otpornikom R teče zajednička struja I_R, koja je (vektorski) zbroj struja I_I i I_{II}. Apsolutne vrijednosti induciranih napona rotorskih faza mogu se u osnovi smatrati jednakima za oba motora:

$$|E_{2I}| = |E_{2II}| = E_2, \tag{7}$$

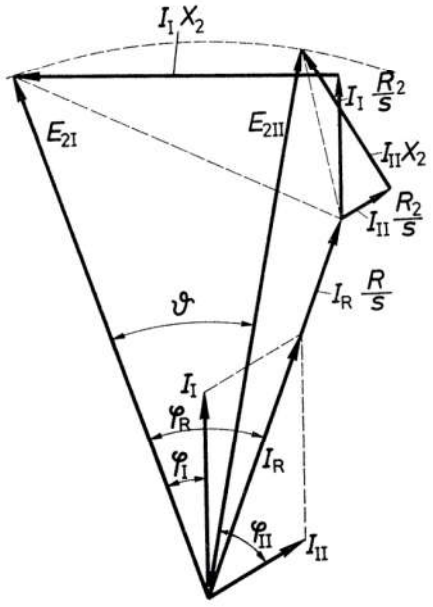


Sl. 6. Ekvivalentna shema rotorskih krugova električne osovine prema sl. 5.

a uzevši i vremenski pomak, one iznose:

$$E_{2I} = E_2, \quad E_{2II} = E_2 \, e^{-j\vartheta}. \tag{8}$$

Svi se ostali odnosi pregledno vide na vektorskom dijagramu na sl. 7, gdje su svi pomaci mjereni prema vektoru induciranog napona prvog motora E_{2I}.



S vektorske se slike prvo zapaža da su struje u rotorskim fazama motora I veće od onih u motora II jer je motor I zaostao zbog trenutnoga većeg opterećenja. Sad se može postaviti dovoljan broj jednadžbi potrebnih da se odrede I_I, I_{II}, $\cos\varphi_I$ i $\cos\varphi_{II}$. Za zajedničku struju I_R vrijedi:

$$I_I \uparrow\downarrow I_{II} = I_R. \tag{9}$$

Za inducirane napone rotorskih faza dobivamo:

$$I_R \frac{R}{s} \uparrow\downarrow I_I \frac{R_2}{s} \uparrow\downarrow I_I X_2 = E_{2I} = E_2 \tag{10}$$

Sl. 7. Vektorski dijagram struje i napona u rotoru za električnu osovinu prema sl. 5. Motor I jače je opterećen!

$$I_R \frac{R}{s} \uparrow\downarrow I_{II} \frac{R_2}{s} \uparrow\downarrow I_{II} X_2 = E_{2II} = E_2 \, e^{-j\vartheta}. \tag{11}$$

Jednadžbe (9), (10) i (11) daju se rastaviti na komponente, uzevši za realnu os E_{2I} (vidi sl. 7):

$$I_I \cos\varphi_I + I_{II} \cos(\varphi_{II} + \vartheta) = I_R \cos\varphi_R \tag{9.a}$$

$$I_I \sin\varphi_I + I_{II} \sin(\varphi_{II} + \vartheta) = I_R \sin\varphi_R \tag{9.b}$$

$$I_R \frac{R}{s} \cos \varphi_R + I_I \frac{R_2}{s} \cos \varphi_I + I_I X_2 \sin \varphi_I = E_2 \tag{10.a}$$

$$I_R \frac{R}{s} \sin \varphi_R + I_I \frac{R_2}{s} \sin \varphi_I - I_I X_2 \cos \varphi_I = 0 \tag{10.b}$$

$$I_R \frac{R}{s} \cos \varphi_R + I_{II} \frac{R_2}{s} \cos (\varphi_{II} + \vartheta) + I_{II} X_2 \sin (\varphi_{II} + \vartheta) = E_2 \cos \vartheta \tag{11.a}$$

$$I_R \frac{R}{s} \sin \varphi_R + I_{II} \frac{R_2}{s} \sin (\varphi_{II} + \vartheta) - I_{II} X_2 \cos (\varphi_{II} + \vartheta) = E_2 \sin \vartheta. \tag{11.b}$$

Razvoj jednadžbi od (9.a) do (11.b) uz primjenu (5.a) vodi do rezultata u relaciji (19).

Da iz jednadžbi izlučimo $I_I \cos \varphi_I$, postupimo na ovaj način. Odbijmo izraz (11.a) od (10.a):

$$\frac{R_2}{s} [I_I \cos \varphi_I - I_{II} (\cos \varphi_{II} + \vartheta)] + X_2 [I_I \sin \varphi_I - I_{II} \sin (\varphi_{II} + \vartheta)] = E_2 (1 - \cos \vartheta). \tag{12}$$

Oduzmimo (10.b) od (11.b):

$$-\frac{R_2}{s} [I_I \sin \varphi_I + I_{II} \sin (\varphi_{II} + \vartheta)] + X_2 [I_I \cos \varphi_I - I_{II} \cos (\varphi_{II} + \vartheta)] = E_2 \sin \vartheta. \tag{13}$$

Zatim pomnožimo relaciju (12) s $\frac{R_2}{s}$, a (13) s X_2 i onda ih zbrojimo, pa nakon sređenja izlazi:

$$I_I \cos \varphi_I - I_{II} \cos (\varphi_{II} + \vartheta) = \frac{E_2 \left[\frac{R_2}{s} (1 - \cos \vartheta) + X_2 \sin \vartheta\right]}{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}. \tag{14}$$

Tako smo dobili izraz za $I_I \cos \varphi_I - I_{II} \cos (\varphi_{II} + \vartheta)$. Da se oslobodimo drugog pribrojnika, nužno je doći do izraza za $I_I \cos \varphi_I + I_{II} \cos (\varphi_{II} + \vartheta)$. Zato ćemo najprije zbrojiti relacije (10.a) i (11.a):

$$2I_R \frac{R}{s} \cos \varphi_R + \frac{R_2}{s} [I_I \cos \varphi_I + I_{II} \cos (\varphi_{II} + \vartheta)] +$$
$$+ X_2 [I_I \sin \varphi_I + I_{II} \sin (\varphi_{II} + \vartheta)] = E_2 (1 + \cos \vartheta), \tag{15}$$

a onda jednadžbe (10.b) i (11.b):

$$2I_R \frac{R}{s} \sin \varphi_R + \frac{R_2}{s} [I_I \sin \varphi_I + I_{II} \sin (\varphi_{II} + \vartheta)] -$$
$$- X_2 [I_I \cos \varphi_I + I_{II} \cos (\varphi_{II} + \vartheta)] = E_2 \sin \vartheta. \tag{16}$$

Uvrstimo li za $I_R \cos \varphi_R$ vrijednost iz relacije (9.a) u (15), a za $I_R \sin \varphi_R$ vrijednost iz (9.b) u (16), dobiva se:

$$\frac{2R + R_2}{s} [I_I \cos \varphi_I + I_{II} \cos (\varphi_{II} + \vartheta)] + X_2 [I_I \sin \varphi_I + I_{II} \sin (\varphi_{II} + \vartheta)] =$$
$$= E_2 (1 + \cos \vartheta) \tag{15.a}$$

$$\frac{2R + R_2}{s} [I_I \sin \varphi_I + I_{II} \sin (\varphi_{II} + \vartheta)] - X_2 [I_I \cos \varphi_I + I_{II} (\cos \varphi_{II} + \vartheta)] = E_2 \sin \vartheta. \tag{16.a}$$

Pomnožimo li izraz (15.a) s $\frac{2R + R_2}{s}$, a (16) s $(- X_2)$, pa to zbrojimo, bit će nakon sređenja:

$$I_1 \cos \varphi_1 + I_{11} \cos (\varphi_{11} + \vartheta) = \frac{E_2 \left[\frac{2R + R_2}{s}(1 + \cos \vartheta) - X_2 \sin \vartheta\right]}{\left(\frac{2R + R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}. \tag{17}$$

Zbroj relacija (14) i (17) podijeljen s 2 daje traženu vrijednost:

$$I_1 \cos \varphi_1 = \frac{E_2}{2}\left[\frac{\frac{R_2}{s}(1 - \cos \vartheta) + X_2 \sin \vartheta}{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2} + \frac{\frac{2R + R_2}{s}(1 + \cos \vartheta) - X_2 \sin \vartheta}{\left(\frac{2R + R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}\right]. \tag{18}$$

Uvrstivši jednadžbe (5.a) i (18) u (6) dobiva se izraz za moment prvog motora:

$$M_1 = \frac{M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} \frac{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X^2}{\frac{R_2}{s}}\left[\frac{\frac{R_2}{s}(1 - \cos \vartheta) + X_2 \sin \vartheta}{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2} + \frac{\frac{2R + R_2}{s}(1 + \cos \vartheta) - X_2 \sin \vartheta}{\left(\frac{2R + R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}\right] =$$

$$= \frac{M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}\left\{1 - \cos \vartheta + X_2 \frac{s}{R_2} \sin \vartheta + \frac{\left[\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2\right]\left[\frac{2R + R_2}{R_2}(1 + \cos \vartheta) - \frac{s}{R_2} X_2 \sin \vartheta\right]}{\left(\frac{2R + R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}\right\}.$$

Pomnože li se brojnik i nazivnik razlomka u vitičastoj zagradi sa $\left(\frac{s}{X_2}\right)^2$ i uz supstitucije (20) i (21), konačno će nakon sređenja moment prvog motora biti:

$$M_1 = M_p\left[\frac{1 - \cos \vartheta + \frac{s}{s_p} \sin \vartheta}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} + \frac{1 + \cos \vartheta - \frac{s}{s_{pp}} \sin \vartheta}{\frac{s}{s_{pp}} + \frac{s_{pp}}{s}}\right], \tag{19}$$

pri čemu su:

$$s_p = \frac{R_2}{X_2} \tag{20}$$

$$s_{pp} = \frac{R_2 + 2R}{X_2} = s_p \frac{R_2 + 2R}{R_2}, \tag{21}$$

tj. s_p je klasična definicija prekretnog klizanja motora gledana s rotorske strane (bez otpornika u krugu rotora), a s_{pp} je vrijednost prekretnog klizanja kad se uzima i zajednički otpor R. Sličnim izvodom izračuna se za moment drugog motora:

$$M_{11} = M_p\left[\frac{1 - \cos \vartheta - \frac{s}{s_p} \sin \vartheta}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} + \frac{1 + \cos \vartheta + \frac{s}{s_{pp}} \sin \vartheta}{\frac{s}{s_{pp}} + \frac{s_{pp}}{s}}\right]. \tag{22}$$

Za slučaj sinhronizma ($\vartheta = 0$), relacije (19) i (22) prelaze u:

$$M_{\mathrm{I}} = M_{\mathrm{II}} = M_{\mathrm{p}} \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_{\mathrm{pp}}} + \frac{s_{\mathrm{pp}}}{s}}.$$

Moment izjednačenja bit će:

$$M_{\mathrm{izj}} = M_{\mathrm{I}} - M_{\mathrm{II}} = M_{\mathrm{p}} \cdot \left[\frac{2\frac{s}{s_{\mathrm{p}}} \sin\vartheta}{\frac{s}{s_{\mathrm{p}}} + \frac{s_{\mathrm{p}}}{s}} - \frac{2\frac{s}{s_{\mathrm{pp}}} \sin\vartheta}{\frac{s}{s_{\mathrm{pp}}} + \frac{s_{\mathrm{pp}}}{s}} \right],$$

$$M_{\mathrm{izj}} = M_{\mathrm{p}} \cdot \frac{2}{\frac{s}{s_{\mathrm{p}}} + \frac{s_{\mathrm{p}}}{s}} \left[\frac{\frac{s_{\mathrm{pp}}}{s_{\mathrm{p}}} - \frac{s_{\mathrm{p}}}{s_{\mathrm{pp}}}}{\frac{s}{s_{\mathrm{pp}}} + \frac{s_{\mathrm{pp}}}{s}} \right] \sin\vartheta,$$

odnosno:

$$M_{\mathrm{izj}} = M_{\mathrm{m}} \cdot \left[\frac{\frac{s_{\mathrm{pp}}}{s_{\mathrm{p}}} - \frac{s_{\mathrm{p}}}{s_{\mathrm{pp}}}}{\frac{s}{s_{\mathrm{pp}}} + \frac{s_{\mathrm{pp}}}{s}} \right] \sin\vartheta. \tag{23}$$

Prikazat ćemo kako se može ocijeniti veličina momenta izjednačenja. Pri $\vartheta = 90°$ nastupit će najveći moment ($\sin\vartheta = 1$). Za praktične kutove pomaka ϑ od 20—30° bit će izjednačujući moment očito malen. Odlučno je tu pitanje zajedničkog otpornika R. Uvede li se relacija (21) u (23), nakon sređenja bit će:

$$M_{\mathrm{izj}} = M_{\mathrm{m}} \frac{s \cdot s_{\mathrm{p}} \cdot \left[\left(\frac{2R}{R_2} + 1 \right)^2 - 1 \right]}{s^2 + s_{\mathrm{p}}^2 \cdot \left(\frac{2R}{R_2} + 1 \right)^2} \sin\vartheta. \tag{23.a}$$

Za $R = 0$ izlazi $M_{\mathrm{izj}} = 0$.

Za $R \gg R_2$ uz zanemarenje jedinice u brojniku i s^2 u nazivniku dobiva se:

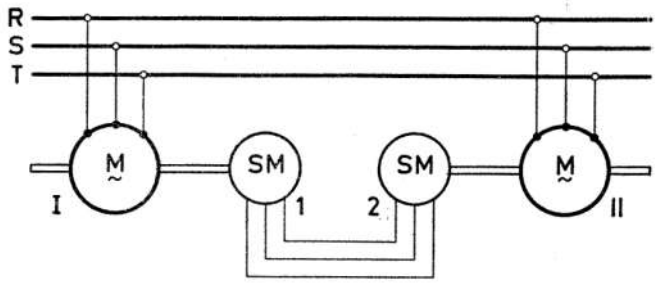
$$M_{\mathrm{izj}} \doteq M_{\mathrm{m}} \frac{s}{s_{\mathrm{p}}} \sin\vartheta, \tag{23.b}$$

što upućuje na to da je potreban veliki dodatni otpor (to znači ujedno veliko klizanje) kako bi moment izjednačenja imao znatniju vrijednost. Vidi se, dalje, iz relacije (23.a) da je pri rasterećenju kad klizanje teži k nuli iščeznuo i moment izjednačenja. Analize potvrđuju fizikalno jasnu činjenicu da se sinhronizam održava padom napona na zajedničkom otporniku R.

Očito je da ovaj spoj pouzdano održava električnu osovinu samo kod znatnijih klizanja i u pogonima gdje se među motorima ne očekuju veće razlike u opterećenju. Mana su mu i veći gubici zbog stalno uključenog otpora, tako da prema osovini s pomoćnim strojevima uopće nema prednosti.

4.6.3. Električne osovine sa sinhronim pomoćnim strojevima

Principni spoj električne osovine sa sinhronim pomoćnim strojevima prikazan je na sl. 8. Pomoćni (sinhroni) strojevi 1 i 2 spojeni su kruto svaki sa svojim glavnim (pogonskim) motorom, i oba su uzbuđena iz nekoga istosmjernog izvora. U radu, kad je npr. opterećenje glavnog motora II veće od opterećenja motora I,



Sl. 8. Električna osovina sa sinhronim pomoćnim strojevima

druga osovina zaostane za prvom za kut ϑ. Zbog toga nastane pomak faza induciranih napona u statorima pomoćnih strojeva. Tako napon pomoćnog stroja 2 zaostane za naponom pomoćnog stroja 1. Pojavi se struja izjednačenja koju »generira« pomoćni motor 1 i šalje pomoćnom motoru 2 — dakle se rasterećena strana optereti generatorskim momentom, a opterećenija strana pomogne se motorskim momentom. U biti sinhronizacijski djeluje poznati sinhroni moment.

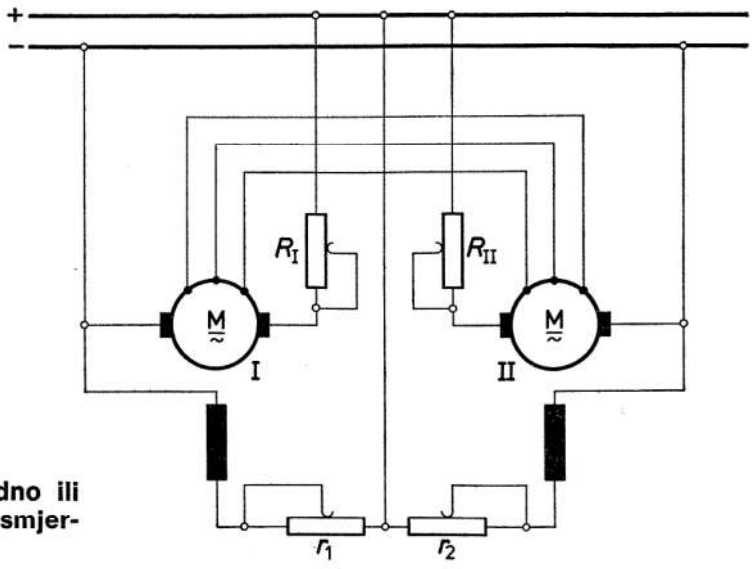
$$M_{izj} = M_{sin} = \frac{m}{\omega_s} \cdot \frac{UE}{X_s} \cdot \sin \vartheta. \qquad (24)$$

Budući da je inducirani napon E proporcionalan brzini vrtnje, to pri malim brzinama vrtnje iščezava moment izjednačenja pa je komplicirano dovesti osovinu u sinhronizam jer ona nije u stanju da sama sinhrono krene. To joj je najveća mana, koja joj je ograničila upotrebu samo na male snage i pogone praktički bez tereta.

4.6.4. Električne osovine s istosmjernim motorima

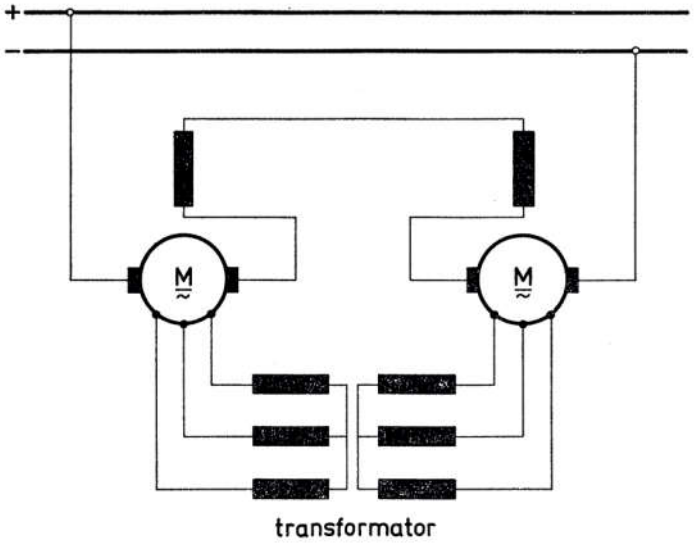
Sinhroni hod kad osovine nisu mehanički povezane može se ostvariti i istosmjernim strojevima, ali se sinhronizirajuće djelovanje postiže tek spoje li se njihovi izmjenični dijelovi. To ćemo potanje izložiti. Osnovni je uvjet za uspostavljanje sinhronizma da se u dva elementa parametri periodički mijenjaju, pa se onda električki nametne istodobnost promjena tih parametara, njihovih karakterističnih točaka itd.

Sl. 9. sadrži shemu spoja električne osovine poredno ili nezavisno uzbuđenih motora. Sinhronizam se ostvaruje izvođenjem kliznih koluta na identičnim mjestima dvaju jednakih motora. Zamislimo li skicu bez izmjeničnih vodova, čak i uz potpuno jednako opterećenje motora, mogli bismo otporima za podešavanje napona R_I i R_{II} te magnetskog polja r_1 i r_2 samo podesiti sinhronu vrtnju, i to za idealne strojeve. Najmanje razlike u otporima, zagrijavanju itd. izvele bi takav pogon iz sinhrone ravnoteže, a da se ne govori o razlikama u teretu koje bi to ubrzale. Djelovanje izmjeničnih vodova izjednačenja preko kliznih kolutova identično je djelovanju dvaju pomoćnih sinhronih strojeva. Rasterećeni stroj »ge-



Sl. 9. Električna osovina s poredno ili nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorima

nerira« struju i šalje ju u opterećeni. Kod serijskih uzbuđenih istosmjernih strojeva može se sinhronizam postići na istom principu, samo se sličnost karakteristika u pogonskih motora dobiva tako da se i uzbudni i armaturni namoti napajaju istom strujom, tj. spoje se i strojevi u seriju (vidi sl. 10). Kad bismo tad izravno (galvanski) spojili vodove za izjednačenje iz jedne armature u drugu, nastao bi kratki spoj. Zato je na sl. 10. spoj izveden preko prikladnog transformatora.



Sl. 10. Električna osovina sa serijski uzbuđenim istosmjernim motorima

U raznim elektromotornim pogonima u načelu dobro će poslužiti sve vrste električnih osovina, samo ako zadovoljavaju pogonske zahtjeve. Od tih je zahtjeva najvažniji u kojem opsegu brzina vrtnje i pri kojim pogonskim stanjima mora električna osovina efikasno djelovati. Sve opisane vrste električnih osovina uspješno rade (razvijaju potrebni moment izjednačenja) u opterećenom stanju i pri visokim brzinama vrtnje. Ali u rasterećenom stanju ne djeluje (gubi moment izjednačenja) električna osovina asinhronih motora sa zajedničkim otpornikom (vidi sl. 5). Jednako se tako gubi moment izjednačenja kad pogon stoji ($n = 0$) ili radi sa sasvim malim brzinama vrtnje električna osovina sa sinhronim mo-

torima (vidi sl. 8), i zato je njezina upotreba ograničena na sasvim male snage. Slično je i s električnim osovinama istosmjernih motora jer je frekvencija u rotoru pri malim brzinama sasvim niska, a u početku pokretanja (mirovanje) čak jednaka 0. Potpunu funkciju u tim uvjetima (mirovanju, zaletu, punoj brzini itd.) ima, dakle, samo električna osovina s pomoćnim asinhronim strojevima za izjednačenje (princip na sl. 1. i 3), bez obzira na to kakvi su pogonski motori samog pogona. Zato je ta električna osovina i najčešća. Električna osovina asinhronih strojeva sa zajedničkim otporima (sl. 6) služi za manje snage i manje potrebne momente izjednačenja, a električne osovine s istosmjernim motorima danas su vrlo rijetke, ne samo zbog neefikasnosti pri malim brzinama vrtnje već i zbog skupe izvedbe samih strojeva i dodatne opreme.

4.7. KASKADNI SPOJEVI ASINHRONIH MOTORA

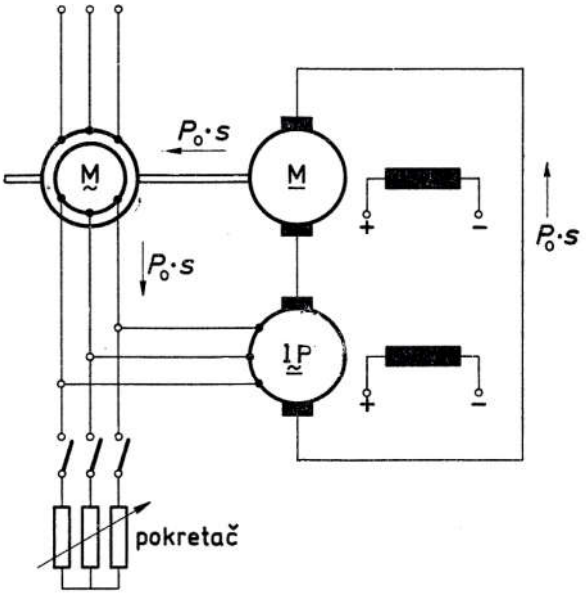
U prošlosti su se često upotrebljavale razne vrste kaskadnih spojeva asinhronih motora, s mnogo varijacija samih spojeva i pomoćnih strojeva kao dijelova kaskade. Današnja praksa zadržala je praktički samo takozvanu Krämerovu kaskadu, u modernijim varijacijama spojeva. U biti se u svim rješenjima kaskadnih spojeva težilo za tim da se prevlada neprikladnost asinhronog motora za podešavanje brzine vrtnje u većem opsegu.

Snaga privedena zračnom rasporu asinhronog motora, snaga okretnog polja, dijeli se na poznat način na mehaničku i električnu snagu:

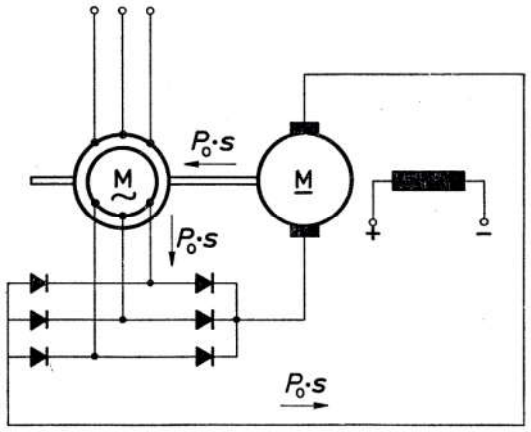
$$P_o = P_{e1} + P_{meh} = s\,P_o + (1 - s)\,P_o. \qquad (1)$$

Električna snaga u kaveznom motoru nužno prelazi u gubitke, a jednako tako i u kolutnome, bilo da je rotor kratko spojen, bilo da su mu pripojeni dodatni otpori. To dovodi do poznate spoznaje da su gubici u rotoru asinhronog motora proporcionalni klizanju, pa je podešavanje brzine izazivajući te gubitke uključenjem otpora uvijek neekonomično. Izlaz se našao kod trofaznih kolektorskih strojeva pomoću kojih se preko kolektora uspjelo spojiti strujni krug rotora motora frekvencije $f_2 = f_1\,s$ s mrežom ili strujnim krugovima primarne frekvencije f_1. Tako je omogućeno podešavanje brzine vrtnje kolektorskim strojevima, ali je riješen problem samo za manje snage, od 200 do 300 kW. Pri većim snagama kolektor trofaznih izmjeničnih strojeva previše je iskrio, prenašao je preveliku snagu. Krämer se dosjetio da samo električnu snagu, snagu klizanja, pretvori u istosmjernu i jednim je istosmjernim motorom vrati na osovinu asinhronog motora te tako postigne podešavanje brzine asinhronog motora bez velikih gubitaka u rotoru. Taj odavno poznati Krämerov spoj prikazan je na sl. 1. Električna energija rotora $P_o\,s$ privodi se posebnom stroju, jednoarmaturnom pretvaraču IP, gdje se ona pretvara u istosmjernu i tjera istosmjerni motor M, koji je zatim vraća osovini asinhronog motora. Dakako, u ovom su razmatranju zanemareni gubici zbog pretvaranja. Istosmjerni motor M i jednoarmaturni pretvarač IP uzbuđeni su iz posebnog izvora. Samo pokretanje agregata moralo se izvesti posebnim pokretačem uz isključeni IP, pa se pošto je postignuta radna brzina vrtnje, jednoarmaturni pretvarač sinhronizirao (uz istodobno iskapčanje pokretača). Taj u osnovi povijesni kaskadni spoj ne gradi se više danas, iako se u pogonu susreću još i takve, nekad izgrađene kaskade. Čim su se razvili suhi ispravljači, zamijenjen je u spoju jednoarmaturni pretvarač ispravljačima u trofaznome mosnom spoju (vidi sl. 2). Brzina

vrtnje ove kaskade podešava se promjenom uzbude istosmjernog motora. Poveća li se istosmjernom motoru uzbuda, a zato i njegov inducirani napon, padne struja u armaturnom krugu jednoarmaturnog pretvarača (sl. 1), odnosno na istosmjernoj



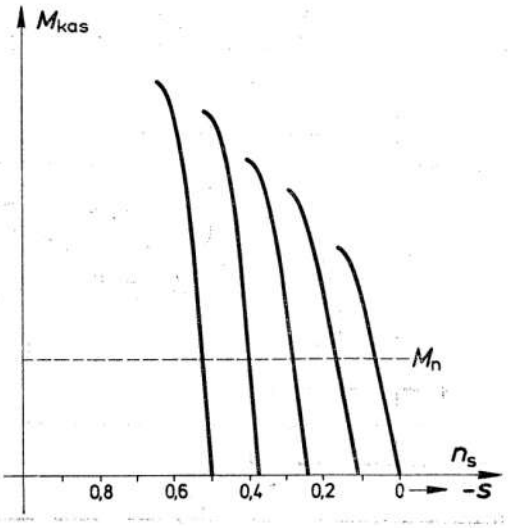
Sl. 1. Krämerova kaskada — kaskada konstantne snage



Sl. 2. Kaskada konstantne snage s ispravljačima

strani ispravljača (sl. 2), što ima za posljedicu smanjenje izmjenične struje u rotoru asinhronog motora, a to, opet, izaziva pad momenta asinhronog motora. No pri jednakom momentu tereta nastane izvjesno usporavanje pogona. Stoga rotoru asinhronog motora porastu klizanje, frekvencija i napon, a preko ispravljača napon i struja istosmjernog motora. Proces ide sve dotle dok se izjednači moment tereta sa zajedničkim momentom obaju motora. Pri tome opada (podešavanje) brzina vrtnje. Svu snagu koja se podešavanjem prebaci s osovine u rotor asinhronog motora, vrati istosmjerni motor ponovno osovini (osim, dakako, vlastitih gubitaka IP ili ispravljača i istosmjernog motora), pa se ta kaskada zove još i kaskada konstantne snage (vidi sl. 3).

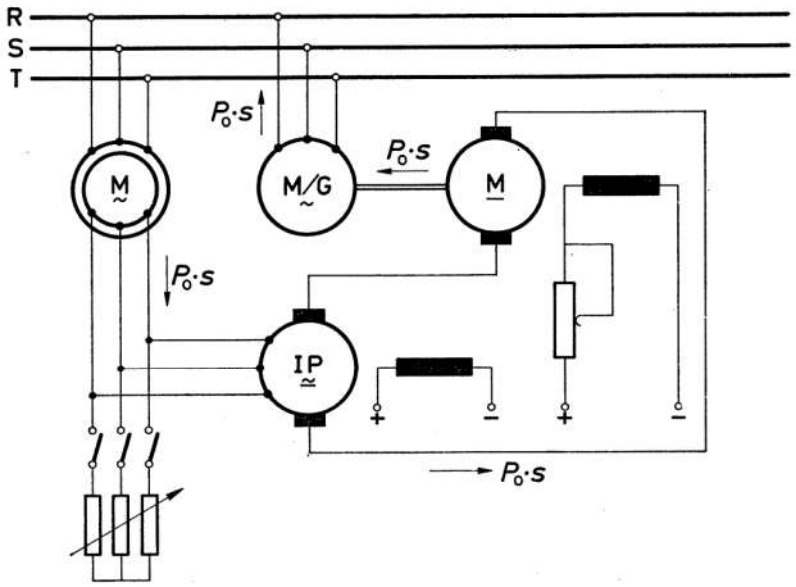
Podešavanje kaskadom konstantne snage vrlo je ekonomično. Pretvarački sklop i istosmjerni motor dimenzioniraju se prema opsegu podešavanja, pa ako je on veći, potrebni su i veći strojevi jer više snage prilazi osovini preko rotorskog kruga. U starijim izvedbama s jednoarmaturnim pretvaračem komutacija je ograničavala opseg podešavanja na oko 1,5 : 1, a danas je s ispravljačkim spojem taj opseg znatno veći. No, o



Sl. 3. Porodica mehaničkih karakteristika asinhrone kaskade konstantne snage

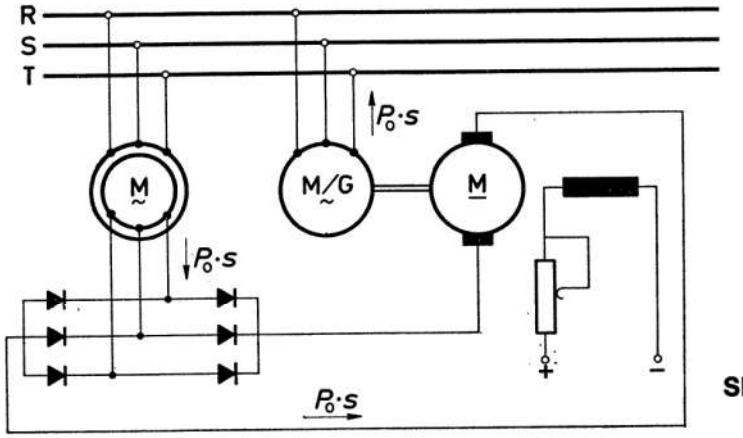
opsegu podešavanja ovisi veličina istosmjernog motora, pa tako i pretvaračke grupe. Što je veći opseg podešavanja, to je veća i električna snaga rotora $P_0 s$ koju mora »vratiti« istosmjerni motor, razviti i korisno upotrijebiti. Zato se i pretvarača (ispravljačka) grupa i istosmjerni motor dimenzioniraju za snagu $P_{mot} = P_0 s$ i za napon koji pretvoren odgovara $E_{20} s$, pri čemu je s klizanje uz najnižu vrijednost pogonske brzine vrtnje, a E_{20} napon rotora asinhronog motora u stanju mirovanja.

Za radne mehanizme uz koje se ne zahtijeva konstantna snaga podešavanje brzine vrtnje kaskadom konstantne snage ne bi bilo ekonomično. Na primjer, uz konstantni moment tereta već sam asinhroni motor može svladati taj zahtjev, pa bi kod iole većeg opsega podešavanja izgradnja većeg pretvarača i istosmjernog motora bila bez prave svrhe. Investicija se ne bi isplatila. Zato se za takav slučaj gradi kaskada konstantnog momenta. Starija izvedba s jednoarmaturnim pretvaračem prikazana je na sl. 4, a novija s ispravljačima u trofaznome mosnom spoju na sl. 5. Izložit



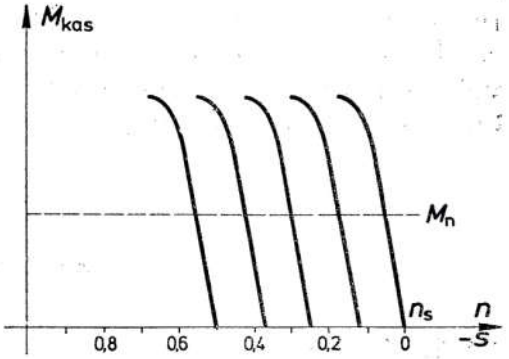
Sl. 4. Kaskada konstantnog momenta u izvedbi s jednoarmaturnim pretvaračem

ćemo razliku u usporedbi s kaskadom konstantne snage. Primljenu energiju $P_0 s$ iz rotora asinhronog motora pretvara jednoarmaturni pretvarač ili ispravljač u istosmjernu i predaje ju istosmjernom motoru M. Na osovinu istosmjernog mo-



Sl. 5. Kaskada konstantnog momenta s ispravljačima

tora mehanički je spojen asinhroni motor i istosmjerni ga motor tjera brzinom vrtnje većom od sinhrone, pa on radi na mrežu kao asinhroni generator, i predaje energiju klizanja natrag mreži. Dakako, dio se te energije izgubi u otporima pretvarača i motora. Brzina se vrtnje podešava jednako kao i u kaskadi konstantne snage. Promjenom uzbude istosmjernog motora izaziva se u ovoj kaskadi isti proces kao i kod kaskade konstantne snage, samo se energija klizanja vrati u mrežu. Pri tome sam asinhroni pogonski motor može razvijati konstantni moment (vidi sl. 6), pa se cijela kaskada zato i naziva kaskadom konstantnog momenta.

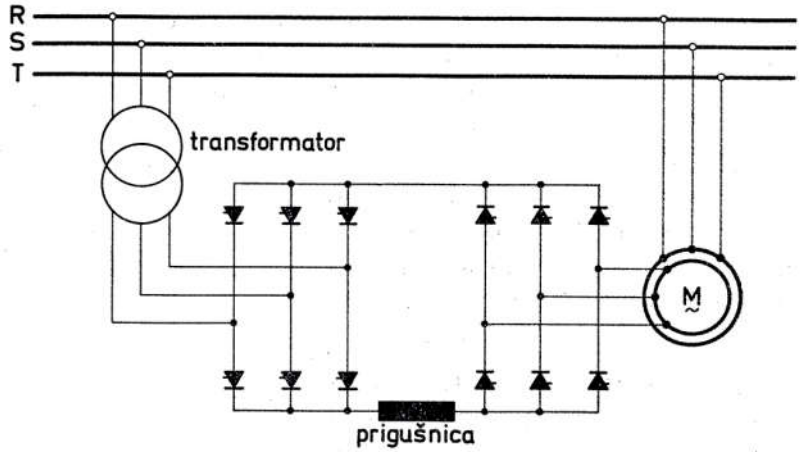


Sl. 6. Porodica mehaničkih karakteristika asinhrone kaskade konstantnog momenta

U obama kaskadnim spojevima asinhronog motora iskorišten je isti princip. Djelovanje otpornika za podešavanje brzine vrtnje u rotoru asinhronog motora, pad napona na njemu, nadomješteno je induciranim naponom istosmjernog motora, a sav ostali uređaj služi samo zato da se uskladi frekvencija. Načelno je svejedno kamo će se vratiti energija što je razvija istosmjerni motor, samo je bitno da se ona korisno upotrijebi, pa se stoga u jednom spoju vraća mreži, a u drugome osovini radnog mehanizma. O karakteru povratka energije odlučuje, dakle, mehanička karakteristika radnog mehanizma.

U načelu kaskade asinhronih strojeva služe za sporo upravljanje ili podešavanje brzine vrtnje elektromotornih pogona većih snaga (valjaonički stanovi, zračne puhaljke, veliki ventilatori, motori za brodsku propulziju itd.).

Već je u odjeljku o podešavanju brzine vrtnje asinhronog motora promjenom frekvencije spomenuta mogućnost da se to obavi kod kolutnog motora uz pomoć statičkog pretvarača frekvencije. Na sl. 7. vidi se principni spoj. Konverter frek-



Sl. 7. Kaskada konstantnog momenta s konverterom frekvencije i transformatorom

vencije zamjenjuje u cjelini ispravljač i motor-generator iz sheme na sl. 5, samo ne može uvijek samostalno uskladiti visinu vlastitoga izlaznog napona s mrežom. Zato je dodan transformator na sl. 7. On se izostavlja samo ako napon sekundara motora pri podešavanju na najmanju brzinu vrtnje upravo odgovara mrežnom naponu (dakako, nakon pretvaranja u trofaznom mostu).

U ovom spoju ima asinhroni motor praktički sve osobine kaskade konstantnog momenta. Očita mu je prednost pred rješenjem sa strojnim pretvaračem u tome što uopće nema kolektora, što je prikladan za brže upravljanje i ukupna je korisnost (η) obično veća jer su gubici u rotorskom krugu manji. Uz današnju visoku cijenu pretvarača frekvencije i uređaja za upravljanje mana su i nešto povećani gubici asinhronog motora (nepovoljan sastav harmoničkih članova rotorske struje). Nepovoljnije je opterećenje mreže jalovom strujom jer se prilikom podešavanja pomoću kuta paljenja jalova energija mora privoditi i rotoru.

4.8. ZADACI I PROBLEMI

4.8.1. Zadaci

1. Univerzalni tokarski stroj pokreće se nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom.

   Podaci o motoru:

   110—220 V, 3—6 KW, 32 A, 640—1 280 min^{-1}.

   Brzine obrade kreću se od 10 do 2 560 min^{-1}.

   a) Izračunajte koliki je potrebni opseg mehaničkog prijenosa.

   b) Odredite stupnjeve mehaničkog prijenosa.

   c) Nacrtajte dijagram momenata po stupnjevima.

2. Elektromotorni pogon manje rotirajuće peći zahtijeva konstantan moment tereta od 1 520 Nm pri brzini vrtnje od 100—160 min^{-1}. Pogon peći ostvaren je preko prijenosnika kojemu je prijenosni omjer prema motoru 1 : 9. Rotirajuća peć radi oko 20% vremena sa 160 min^{-1}, približno 30% vremena sa 120 min^{-1}, a ostatak s oko 100 min^{-1}. To se može smatrati tipičnom operacijom. Odlučite se o izboru motora: asinhroni kolutni ili istosmjerni poredni napajan iz ispravljača, ako je istosmjerna varijanta kod nabavke 2,2 puta skuplja od izmjenične, i ako 1 kWh električne energije čini 1/3 000 cijene 1 kW asinhronoga kolutnog motora s otpornikom. Osnova računa neka bude 10-godišnji neprekidni pogon s 8 000 h u godini, i uz kamatnu stopu od 10% godišnje. Ustanovite i prosječnu korisnost za oba slučaja. Treba pretpostaviti da korisnost i asinhrone i istosmjerne kombinacije pri punoj brzini vrtnje iznosi 90% s 2/3 udjela gubitaka u bakru.

3. Istosmjerni nezavisni motor tjera elektromotorni pogon uz konstantni moment jednak nominalnome. Pri tome se brzine vrtnje podešavaju od 650 do 780 min^{-1}. Podaci o motoru: 100 kW, 500 V, 220 A i 780 min^{-1}.

   Motor napaja generator s dodatnim strojem (buster-spoj). Odredite napone i snage generatora i dodatnog stroja.

4. Elektromotorni pogon male rotirajuće peći ostvaren istosmjernim nezavisnim motorom od 440 V, 200 kW, 500 A i 1 000 min^{-1}, regulira se naponom u području od 800—1 000 min^{-1} uz konstantan moment. Napaja ga vlastiti generator, a regulira se dodatnim generatorom u buster-spoju. Oba generatora građena su za 500 A. Koliki su naponi i snage glavnog i buster-generatora?

5. Serijski uzbuđeni istosmjerni motor (2 kW, 110 V, 17 A i 1 450 min^{-1}) pokreće radni mehanizam koji zahtijeva podešavanje brzine vrtnje u širokim granicama. Motor se napaja iz serijski uzbuđenog generatora jednakih nominalnih podataka. Remanentni tokovi motora i generatora u praznom hodu čine 5% vrijednosti onoga pri nazivnoj brzini vrtnje. Pogon je ostvaren četveropolnim asinhronim kolutnim motorom. Odredite brzinu vrtnje praznog hoda elektromotornog pogona.

6. U elektromotornom pogonu male snage kojem je potrebna tvrda statička karakteristika htio bi se upotrijebiti raspoloživi serijski istosmjerni motor, tako da mu se uzbudni namot prespoji i spoji paralelno armaturi. Pri tome, da bi se izbjegli gubici u predotporu uzbudnog namota, želi se njime impulsno upravljati pravokutnim impulsima.

   Podaci o motoru: 4-polni, 2,5 kW, 220 V, 15,6 A i 1 000 min^{-1}. Izmjereni otpori pri 20°C: armatura (i pomoćni polovi) $R_a = 1{,}33\ \Omega$, serijski namot $R_s = 0{,}89\ \Omega$. Pokusom u praznom hodu ustanovilo se da je u nominalnoj točki motor još potpuno nezasićen. Poznato je da glavni magnetski tok po polu iznosi $0{,}53 \cdot 10^{-2}$ Vs. Broj zavoja serijskog namota je 456 po polu, a sam namot ima četiri paralelne grane. Zahtjev je da se u porednom spoju motor može podešavati za konstantnu snagu slabljenjem polja, i to u opsegu brzina vrtnje od 1 000 do 3 000 min^{-1}.

   Pri 1 000 min^{-1} moment na osovini treba da bude 22 Nm. Kod toga valja cijeli opseg upravljanja uzbudom na cijelome radnom području svladati impulsnom elektroničkom sklopkom kojoj je osnovna perioda 16 ms. Potrebno je:

   a) izračunati koliki se predotpor u uzbudi mora nadomjestiti elektroničkom sklopkom;

   b) ustanoviti relativno trajanje uključenja elektroničke sklopke ε, za pogon s 1 000, 2 000 i 3 000 min^{-1};

   c) odrediti brzine vrtnje u praznom hodu kad je uzbuda podešena na 1 000, 2 000 i 3 000 min^{-1};

   d) izračunati uštedu gubitaka uzbude pri pogonu s 1 000, 2 000 i 3000 min^{-1} zbog nadomještenog predotpora;

   e) naći kolika će biti kolebanja uzbudne struje pri 1 000 i 3 000 min^{-1}.

   Komentirajte sve probleme na koje naiđete tokom rješavanja zadatka!

7. Problem iz 6. zadatka nastoji se riješiti na drugi način. Mjesto elektroničke sklopke za cijeli opseg podešavanja brzine vrtnje pokušava se ugraditi kombinacija predotpora i elektroničke sklopke da bi se smanjila valovitost. Predotpor se mora tako dimenzionirati da upravo odgovara za najveću brzinu vrtnje od 3 000 min^{-1}.

   Tome bi otporu trebalo da bude paralelno priključena elektronička sklopka koja bi za uzbudnu struju pri 3 000 min^{-1} bila trajno isključena, a za ostale brzine vrtnje mora osigurati potrebnu uzbudu.

Treba:

a) odabrati principni spoj;

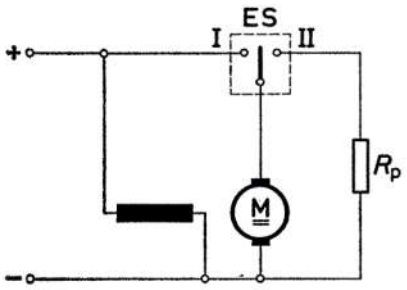
b) odrediti trajanje uključenja za pogon s 1 000 i 2 000 min^{-1};

c) kontrolirati uzbudne struje uz odabrano trajanje ε;

d) proračunati uštedu gubitaka u ovom spoju za 1 000 min^{-1};

e) komentirati prednosti i mane u usporedbi s rješenjem u 6. zadatku.

8. Montažna dizalica za velike terete (pogon za dizanje) mora raditi na cijelom opsegu brzina vrtnje od 0 do 500 min^{-1}. Pogon je ostvaren istosmjernim motorom, a brzina vrtnje podešava se naponom. Mjesto otpornika uzet je spoj s elektroničkom sklopkom (prema sl. 1). Prilikom finog dosjedanja upotrebljava se spoj s elektrodinamičkim kočenjem. Sklopka naizmjenično spaja kontakte I i II na sl. 1.



Sl. 1.

Podaci o radnom mehanizmu: zamašna masa tereta prenosi se na osovinu motora kao 16 kgm^2, a zamašna masa zupčanika, bubnja i užnice kao 30 kgm^2. Kad se diže puni teret brzinom vrtnje od 500 min^{-1}, pogon zahtijeva snagu na bubnju od 65 kW. Pri tome je trenje u prijenosu 8 kW.

Podaci o motoru: istosmjerni poredni kompenzirani motor u dizaličnoj izvedbi, zatvorene konstrukcije, od 75 kW, 220 V, 374 A i 520 min^{-1}. Otpor armature, uključujući pomoćne polove, kompenzacioni namot i prijelazni otpor na četkicama, iznosi $R_a = 0{,}013\,3\ \Omega$ pri temperaturi okoline od 20° (hladno stanje).

U toplom stanju poveća se otpor namota 30%.

Induktivitet armaturnoga strujnog kruga je $L_a = 0{,}001\,34$ H, a zamašna masa motora 64 kgm^2.

Perioda predviđene elektroničke sklopke, pravokutna oblika, iznosi $\tau = 0{,}004$ s.

Valja:

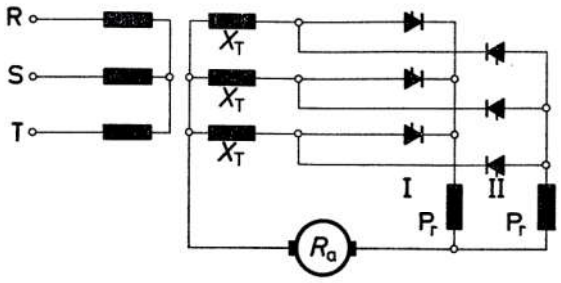
a) izračunati uvodno sve potrebne podatke o pogonu, kako bi se omogućila izrada idućih zahtjeva;

b) odrediti vrijednost predotpora tako da se pri spuštanju punog tereta u elektrodinamičkome kočnom spoju može postići brzina spuštanja od 50 min^{-1} (u hladnom stanju motora!);

c) ustanoviti za rad u praznom hodu (bez tereta!) trajanja uključenja u funkciji brzine vrtnje $\varepsilon = f(n_0)$, za sve brzine vrtnje od mirovanja do prirodne brzine vrtnje u praznom hodu;

d) odrediti za puno opterećenje trajanja uključenja u funkciji brzine vrtnje od dizanja punom brzinom vrtnje (prirodna karakteristika) do spuštanja (elektrodinamičko kočenje) brzinom vrtnje koju još dopušta otpornik (u toplom stanju).

9. Nezavisno uzbuđen istosmjerni motor od 32 kW, 440 V, 1 000 min^{-1} i 83 A, kojem je otpor armature i pomoćnih polova $R_a = 0{,}35\ \Omega$, napaja se preko grupe tiristora spojenih u dvousmjerivačkome antiparalelnom spoju prema sl. 2. Kutom paljenja $\alpha = 30°$ drži se radna točka na konstantnoj brzini vrtnje.



Sl. 2.

Poznate su vrijednosti induktivnog i omskog otpora transformatora po fazi $X_T = 0{,}8\ \Omega$ i $R_T = 0{,}01\ \Omega$. U krug je dodana prigušnica P_r omskog otpora od 0,15 Ω.

Ako tiristorska grupa I prestane voditi, a grupa II prijeđe u invertorski radni režim (jer pogon zahtijeva reverziranje), valja:

a) odrediti brzinu vrtnje u praznom hodu pri invertorskom radu;

b) ustanoviti brzinu vrtnje uz jednako opterećenje ako je kut ranijeg paljenja $\beta = \alpha$;

c) naći koliko bi u istom slučaju iznosila približno brzina vrtnje ($\beta = \alpha$, i za isti transformator) ako se mjesto tiristorskih upotrijebe živini ispravljači;

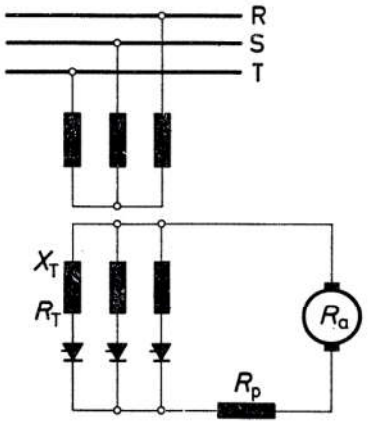
d) nacrtati mehaničke karakteristike za oba slučaja.

Pretpostavite da je pri nazivnoj brzini vrtnje kut paljenja 0°. Pad napona na tiristoru je 1,5 V.

10. Nezavisno uzbuđen istosmjerni motor od 15 kW, 77 A, 220 V i 1 500 min^{-1} pokreće EMP ventilacijskog kanala koji zahtijeva konstantnu brzinu vrtnje od 1 310 min^{-1}, uz 12 kW snage.

Otpor armature, uključujući pomoćne polove i prijelazni otpor na četkicama iznosi 0,22 Ω.

Brzina se vrtnje podešava promjenom kuta paljenja tiristora u spoju prema sl. 3. Sekundarni fazni napon ispravljačkom transformatoru iznosi 230 V, njegov ukupni induktivni otpor po fazi reduciran na sekundar je $X_T = 0{,}7\ \Omega$, a omski otpor po fazi sekundara $R_T = 0{,}07\ \Omega$. Treba uračunati pad napona na tiristoru koji iznosi 1,5 V i omski otpor prigušnice od 0,2 Ω. Potrebno je izračunati:



Sl. 3.

a) kolik mora biti kut paljenja da se postigne zahtijevana brzina od 1 310 min^{-1};

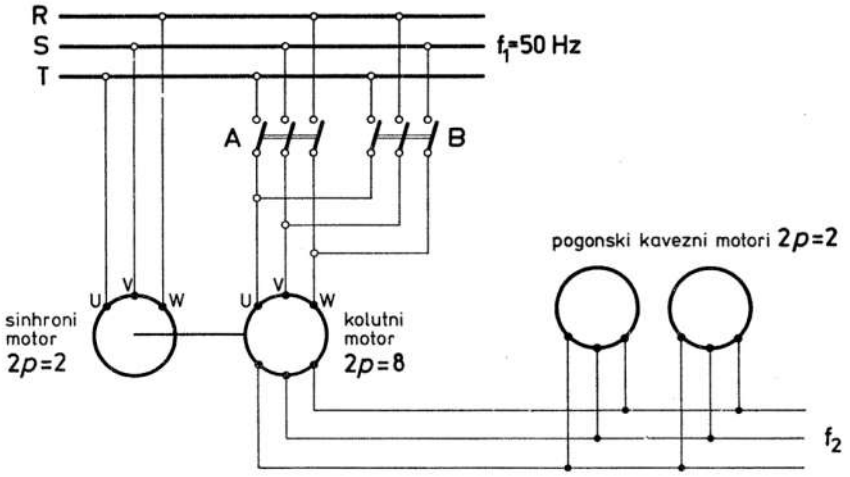
b) koliki cos φ treba očekivati pri toj brzini.

11. Radnom mehanizmu tjeranome istosmjernim nezavisno uzbuđenim motorom od 5 kW, 220 V, 28 A i $n = 1\,500\ min^{-1}$ potrebno je regulirati brzinu vrtnje u granicama od 1 280 do 1 380 min^{-1}, uz konstantnu struju od 25 A. Otpor je armature motorskoga strujnog kruga 1 Ω. U kojim granicama mora biti kut paljenja tiristora ako se motor napaja preko jednofaznoga poluupravljivog tiristorskog mosta? Napon na sekundaru transformatora je 282 V, a vrijednosti njegova induktivnog i omskog otpora po fazi su $X_T = 0{,}3\ \Omega$ i $R_T = 0{,}1\ \Omega$. Za pad napona na tiristoru valja uzeti da je 1,5 V, a za omski otpor prigušnice 0,75 Ω.

12. Pretvarač frekvencije, prema sl. 4, napaja grupu malih kaveznih motora za obradu drva. Normalni je pogonski spoj kad je zatvorena sklopka B. Odgovorite:

a) koja je normalna brzina vrtnje pogonskih motora u praznom hodu;

b) kolika se energija uštedi (u %) na račun gubitaka u bakru rotora ako se zalet cijele grupe obavlja ukapčanjem sklopke A i zatim sklopke B kad motori postignu potrebnu sinhronu brzinu vrtnje. Zalet je bez tereta.



Sl. 4.

13. Asinhroni motor od 4 kW, 380 V, 1 410 min^{-1}, 50 Hz, $M_p = 2{,}5\ M_n$ i $s_p = 0{,}287$ pokreće elektromotorni pogon ljuštilice kojoj je potrebna konstantna snaga od 4 kW. Vlastito se trenje motora zanemaruje. Asinhronim motorom upravlja se pomoću pretvarača frekvencije 15—45 Hz radi podešavanja brzine vrtnje elektromotornog pogona. Asinhroni je motor za nazivne podatke jako nezasićen.
Valja proračunati moment i napon ovisno o brzini vrtnje, a da pri tome bude sačuvana preopteretivost motora. Rezultate prikažite grafički pomoću dijagrama. U svim slučajevima pretpostavite sinusnu raspodjelu frekvencije bez utjecaja harmonika.

14. Treba riješiti upuštanje elektromotornog pogona iz zadatka 2.10—13. Upotrijebit će se tekućinski otpornik kojemu se izračuna otpor uz pretpostavku pokretanja s 1,2 I_n konstantno, što će osigurati graničnik (automatika). Izraču-

nava se trajanje zaleta pri ukupnom momentu inercije elektromotornog pogona $J = 827\ \text{kgm}^2$. Odredite najmanju količinu tekućine (rastopina sode u vodi) ako se za jedno pokretanje ne smije tekućina ugrijati za više od 15°C.

15. Za pogon ventilatora potreban je motor od 1 000 kW, 6-polni s kliznim kolutima. Ventilator mora raditi 10 min s $500\ \text{min}^{-1}$, 20 min sa $750\ \text{min}^{-1}$ i 23,5 sata s nominalnom brzinom vrtnje.

    Koliko će kilograma ulja (približno) trebati za odgovarajući regulacioni pokretač ako mD^2 motora i ventilatora iznosi oko $1\ 000\ \text{kgm}^2$? Specifična toplina ulja je $\frac{0{,}47\ \text{kcal}}{°\text{C kg.}}$.

16. Pogonski motor elektromotornog pogona pumpe poredni je istosmjerni motor od 10 kW, 110 V i 120 A, a otpor mu je rotorskoga strujnog kruga 0,1 Ω. Proračunajte pokretač s tri stupnja koji se iskapčaju pojedinačno kad struja pokretanja padne na 120 A. Pokretač treba dimenzionirati tako da sva četiri strujna udarca budu jednaka.

17. Istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor od 125 V i 23 A ima otpor armature, pomoćnih polova i ekvivalentni otpor na četkicama 0,12 Ω. Ispitivanjem je ustanovljeno da kolektor izdrži udarnu struju od 82 A.

    Može li se motor pokretati pokretačem s dva stupnja bez štetnih posljedica za kolektor ako minimalna struja u toku pokretanja s obzirom na teret ne smije pasti ispod 23 A?

18. Elektromotorni pogon dimnog ventilatora (ekshaustora) pokreće se porednim istosmjernim motorom od 15 kW, 220 V, 77 A i $1\ 400\ \text{min}^{-1}$, i to s pola tereta. Proračunajte analitičkom metodom otpore kliznog pokretača za pokretanje u šest stupnjeva.

19. Elektromotorni pogon miješalice ima pogonski nezavisno uzbuđeni istosmjerni motor. Ukupna zamašna masa na osovini od $89{,}4\ \text{kgm}^2$ pokreće se bez tereta do brzine vrtnje od $1\ 050\ \text{min}^{-1}$. Upotrijebljen je pokretač s kliznim kontaktima koji po vrijednostima otpora odgovara našim zahtjevima. Podaci o pokretaču: snaga motora 12,5 kW, pokretanje pod punim teretom, $z = 3$, $h = 6$ i $m = 7$.

    Koliko puta na sat u jednakim vremenskim razmacima iz toplog stanja možemo pokrenuti motor raspoloživim pokretačem i koliko smije trajati jedan zalet?

20. Trofazni asinhroni kolutni motor od 100 kW, 380 V i $965\ \text{min}^{-1}$ ima rotorski napon $E_{20} = 304$ V, struju rotora $I_2 = 200$ A i otpor rotorskog namota po fazi $R_2 = 0,\ 015\ 5\ \Omega$. Valja odrediti pokretače s kliznim kontaktima za pokretanje sa sedam stupnjeva otpora, zatim omjer među otporima susjednih stupnjeva λ, tipsku snagu pokretača, minimalnu i maksimalnu struju pokretanja (rotorska) i grupu pokretača za tri razna slučaja pokretanja (prema definiciji u odjeljku 4.3.1):

    a) pokretanje s pola tereta;

    b) pokretanje s punim teretom;

    c) teško pokretanje.

21. Elektromotorni pogon male rudničke željeznice za izvlačenje rude ostvaren je serijski uzbuđenim istosmjernim motorom od 60 kW, 500 V, 132 A i nazivne brzine vrtnje od 800 min^{-1}. Otpor na stezaljkama armaturnoga strujnog kruga iznosi $R_a = 0{,}23\ \Omega$. Snimljena je karakteristika opterećenja $n = f(I)$:

I [A]	80	120	160	200	240	280
n [min^{-1}]	1 100	840	740	675	635	615

Potrebno je odrediti pokretač uz pretpostavku da najveća struja u toku pokretanja ne premaši 225 A (zbog komutacije i trošenja kolektora), a da najmanja bude približno određena (zbog efikasnosti zaleta) time što moment u pokretanju ne smije nikad biti manji od 115% nazivnoga. Poželjno je da pokretač nema veliki broj stupnjeva pokretanja. Valja ustanoviti:

a) broj stupnjeva pokretača i maksimalnu i minimalnu struju pokretanja;
b) otpore svih stupnjeva pokretača;
c) parcijalne otpore u pojedinim stupnjevima pokretača;
d) prosječnu snagu pokretanja.

22. U pomanjkanju odgovarajućeg motora elektromotorni je pogon riješen tako da su na jednoj osovini dva nezavisno uzbuđena kompenzirana istosmjerna motora ovih podataka:

Motor I: 220 V, 10 kW, 1 000 min^{-1}, 55 A, otpor rotorskog kruga 0,46 Ω;
Motor II: 220 V, 20 kW, 1 500 min^{-1}, 106 A, otpor rotorskog kruga 0,19 Ω.
Oni rade paralelno uz konstantan moment tereta od 222,7 Nm, pri brzini vrtnje od 1 000 min^{-1}.

Potrebno je:

a) odrediti predotpor R_p koji valja uključiti u seriju s rotorskim krugom motora II da ni jedan motor ne bude preopterećen;
b) nacrtati karakteristiku opterećenja $n = f(M)$ za svaki pojedini motor i sklop.

23. Glavni pogon teške montažne dizalice opremljen je dvostrukim asinhronim kolutnim motorom na istoj osovini. U finim operacijama dosjedanja pogon radi tako da je jedan motor ukopčan na direktni smjer vrtnje, a drugi na suprotni (vidi sl. 4.5—3.a). Podaci o motoru: 90 kW, 500 V, 980 min^{-1}, $E_{2o} = 207$ V i $I_{2n} = 260$ A, a preopteretivost je $M_p/M_n = 2{,}8$. Treba ustanoviti:

a) koliki su predotpori uključeni u faze rotora prvom i drugom motoru ako oni dižu teret s momentom 1,2 M_n i brzinom vrtnje od 200 min^{-1}, a u trenutku je pokretanja moment ubrzanja bio maksimalno moguć (da bi karakteristika bila što tvrđa);
b) koliki je moment agregata pri pokretanju;
c) na koju brzinu poraste vrtnja motora ako se u toj situaciji naglo otkine teret?

24. Za pogon dizalice služi grupni spoj. Asinhroni kolutni motor od 30 kW, 380 V i 725 min^{-1} ima napon između kliznih koluta u mirovanju od 257 V, struju rotora od 74,3 A, a omjer prekretnog i nazivnog momenta $M_p/M_n = 3$. Asinhroni je motor mehanički kruto spojen s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom od 14 kW, 220 V, 78 A i 1 000 min^{-1}. Ukupni otpor u rotorskome strujnom krugu istosmjernog motora iznosi 0,233 Ω.

a) Odredite kolika mora biti vrijednost dodatnih otpora u rotorskome strujnom krugu asinhronog i istosmjernog motora da se postigne brzina vrtnje agregata od 350 min^{-1} uz moment opterećenja od 316 Nm. Istosmjerni stroj radi u režimu elektrodinamičkog (otpornog) kočenja. Zanemarite mehaničke gubitke. Asinhroni se motor ne smije strujno preopteretiti!

b) Nacrtajte karakteristike strojeva $n = f(M)$ i rezultirajuću karakteristiku $n = f(M)$ agregata.

25. Elektromotorni pogon zračnog tunela ostvaren je dvama velikim asinhronim motorima po 2 500 kW, 6 000 V i 990 min^{-1}, mehanički kruto spojenima. Rotori su im spojeni protufazno u seriju, a stator se jednome može pomoćnim mehanizmom zakretati prema drugome za po volji velik kut ϑ. Ta dva motora tjeraju na zajedničkoj osovini velik ventilator. Potrebno je podesiti radnu točku elektromotornog pogona na 910 min^{-1} pri momentu tereta od 35 000 Nm. Radi toga dodan je u serijski spoj rotora u svaku fazu zajednički otpor koji je 20 puta veći od otpora jedne faze jednog rotora. Koliki treba da bude kut ϑ (električki)? Koliki su približno gubici u rotoru takva pogona?

26. Dva jednaka trofazna kolutna asinhrona motora, od kojih je jedan sa zakretnim statorom, a rotori su im mehanički kruto vezani, služe za pogon ventilatora. Podaci za svaki od motora su: 30 kW, 1 455 min^{-1} i prekretno klizanje $s_p = 0{,}15$. Pri kutu zakreta statora $\vartheta_{el} = 180°$ brzina je vrtnje 1 460 min^{-1}. Ako se moment tereta mijenja s kvadratom brzine, a želimo da se ventilator vrti s 1 350 min^{-1}, odredite za koliko geometrijskih stupnjeva treba zakrenuti stator 4-polnog motora.

27. Električna osovina izvedena je pomoću dva pogonska asinhrona kavezna motora od po 100 kW i 980 min^{-1} te dva kolutna asinhrona 6-polna motora za izjednačenje s nazivnim podacima od 100 kW i 980 min^{-1} koji su spojeni nasuprot smjeru vrtnje pogonskih motora. Prekretni moment motora za izjednačenje iznosi 230% nominalnoga, a prekretno klizanje 0,085. U toku pogona nastupa situacija kad je osovina jednoga pogonskog motora opterećena s 200 kW, a drugome je potpuno neopterećena, pri čemu se cijela električna osovina vrti s 980 min^{-1}. Kolik je tad mehanički kut zakreta među rotorima jedne i druge strane osovine?

28. Dva asinhrona motora rade kao električna osovina u spoju prema sl. 26. Podaci o motoru: 380 V, 50 Hz, 10 kW i 976 min^{-1}, a prekretni je moment $M_p = 2{,}1\, M_n$. Iznos otpora za izjednačenje po fazi jednak je trostrukome radnom otporu jedne faze rotora $R = 3\, R_2$.

Ako u jednom momentu pri brzini vrtnje od 810 min^{-1} kut među rotorima iznosi 10° (mehaničkih!), koliki je moment izjednačenja?

29. Sortirna dizalica na rudnom dvoru opremljena je dvama jednakim kolutnim asinhronim motorima (bez potiskivanja) od po 80 kW, 380 V, 582 min^{-1}, 50 Hz, $E_{20} = 294$ V, $I_2 = 167$ A i $M_p/M_n = 3{,}3$, koji rade u spoju električne osovine sa zajedničkim otporom u rotorskom krugu od 0,05 Ω po fazi. Odredite električki kut rotorskog pomaka i momente pojedinih motora ako se električna osovina vrti s 400 min^{-1}, a moment izjednačenja mora iznositi 1 820 Nm.

30. Pogon laboratorijskoga ispitnog generatora koji ima linearnu momentnu karakteristiku ovisno o brzini vrtnje ostvaren je kaskadnim spojem konstantne snage prema sl. 27. Potrebna je regulacija brzine vrtnje u granicama od 75

do 100% ako je puna brzina vrtnje 980 min^{-1}. Asinhroni motor je od 100 kW, 380 V i 980 min^{-1}, napon mu je rotora $E_{2o} = 520$ V, a struja je rotora $I_{2n} = 115$ A. Treba odrediti:

a) napon istosmjernog stroja pri punoj brzini vrtnje kaskade;

b) potrebnu snagu istosmjernog stroja i potrebnu tipsku snagu istosmjernog stroja.

Zanemaruju se gubici u ispravljačkom sklopu i vlastiti gubici istosmjernog stroja.

4.8.2. Rješenja

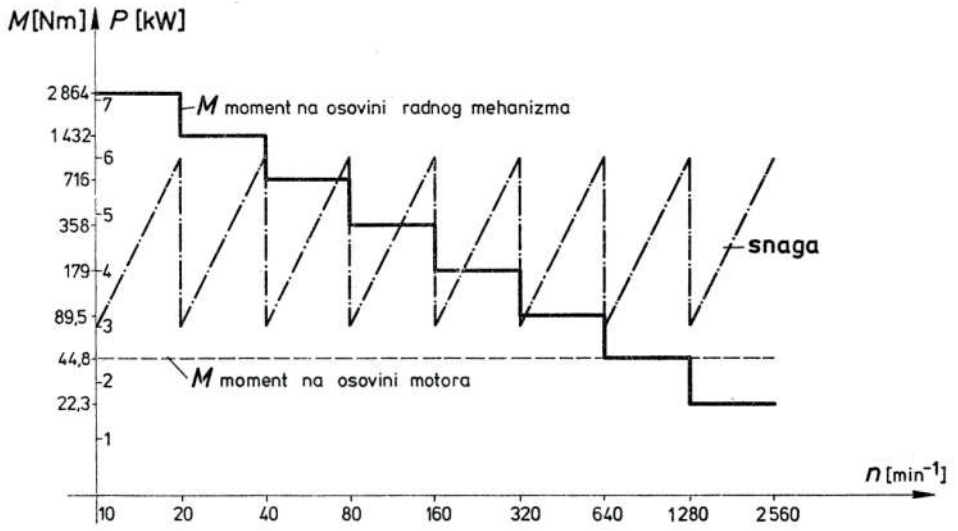
1. a) Ukupni je opseg podešavanja brzine vrtnje $N = 256$, opseg podešavanja brzine vrtnje električnim putem $N_e = 2$, a potrebni broj mehaničkih stupnjeva:

$$q = \frac{\ln N}{\ln N_e} \qquad [q = 8].$$

b) Stupnjevi mehaničkog prijenosa

$[N_1, N_2, \ldots, N_8 = 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1, 0{,}5]$

c) [Vidi sl. 5]



Sl. 5.

2. Za rotirajuću peć potreban je opseg podešavanja 100—160 min^{-1}, ili uz prijenos 1 : 9 motor treba podešavati 900—1 440 min^{-1}.

a) Brzina se vrtnje asinhronom motoru podešava u propisanom opsegu otpornikom.

Pri 160 min^{-1}, što odgovara brzini vrtnje motora od 1 440 min^{-1} (gubitke prijenosnika ne treba uračunati jer su jednaki):

snaga je motora:

$$P_2 = \frac{M n}{9{,}55} \doteq 229 \text{ kW};$$

gubici su motora:

$$P_g = \frac{P_2 - P_2\eta}{\eta} = 25{,}5 \text{ kW};$$

gubici u bakru približno su 2/3 ukupnih gubitaka motora:

$$P_{Cu} = 2/3\, P_g = 17 \text{ kW}$$

$$P_{Fe} = 1/3\, P_g = 8{,}5 \text{ kW};$$

gubici u bakru rotora ne uzme li se trenje bit će:

$$P_{Cu2} = P_2 \frac{s}{1 - s} = 9{,}55 \text{ kW};$$

gubici u bakru statora iznose:

$$P_{Cu1} = P_{Cu} - P_{Cu2} = 7{,}45 \text{ kW}.$$

Uz 120 min^{-1} odnosno pri brzini vrtnje motora od 1 080 min^{-1}:
snaga je motora:

$$P_2' = \frac{M n}{9{,}55} = 171{,}9 \text{ kW};$$

gubici u bakru rotorskog kruga zbog povećanog otpora u otporniku uz zanemareno trenje iznose:

$$P_{Cu2}' = P_2' \frac{s}{1 - s} = 66{,}85 \text{ kW}.$$

U razmatranju ukupnih gubitaka nije uzet porast gubitaka u željezu zbog povećanja rotorske frekvencije, odnosno klizanja. Stoga su ukupni gubici:

$$P_g' = P_{Cu1} + P_{Cu2}' + P_{Fe} = 82{,}8 \text{ kW}.$$

Pri 100 min^{-1}, odnosno uz brzinu vrtnje motora od 900 min^{-1}:
snaga je motora:

$$P_2'' = \frac{M n}{9{,}55} = 143{,}2 \text{ kW};$$

gubici su u bakru rotora:

$$P_{Cu2}'' = P_2'' \frac{s}{1 - s} = 95{,}5 \text{ kW};$$

ukupni su gubici:

$$P''_g = P_{Cu1} + P''_{Cu2} + P_{Fe} = 111{,}45 \text{ kW};$$

srednja je vrijednost korisnosti stroja:

$$\eta_{sr} = \frac{P_2 t + P'_2 t' + P''_2 t''}{(P_2 + P_g) t + (P'_2 + P'_g) t' + (P''_2 + P''_g) t''}$$

$$P_2 t + P'_2 t' + P''_2 t'' = 13\,520 \cdot 10^3 \text{ kWh}$$

$$(P_2 + P_g) t + (P'_2 + P'_g) t' + (P''_2 + P''_g) t'' = 20\,370 \cdot 10^3 \text{ kWh}$$

$$\eta_{sr} = 0{,}664.$$

b) Brzina se vrtnje istosmjernom motoru podešava regulacijom napona. Uz 160 min^{-1}, odnosno 1 440 min^{-1} podaci su:

$$P_2 = 229 \text{ kW}, \; P_g = 25{,}5 \text{ kW}, \; P_{Cu} = 17 \text{ kW}, \; P_{Fe} = 8{,}5 \text{ kW}.$$

Pri 120 min^{-1}, odnosno 1 080 min^{-1} iznose:

$$P'_2 = 171{,}9 \text{ kW}, \; P'_g = P_{Cu} + P'_{Fe}.$$

Uz konstantni M_t bit će $P_{Cu} = \text{konst.} = P_{Cu}$, a gubici se u željezu mijenjaju proporcionalno frekvenciji:

$$P'_{Fe} = P_{Fe} \frac{f'}{f} = P_{Fe} \frac{n'}{n} = 6{,}38 \text{ kW}.$$

Ukupni su gubici:

$$P'_g = 23{,}38 \text{ kW}.$$

Pri 100 min^{-1}, odnosno 900 min^{-1} bit će:

$$P''_2 = 143{,}2 \text{ kW};$$

gubici u željezu:

$$P''_{Fe} = P_{Fe} \frac{f''}{f} = P_{Fe} \frac{n''}{n} = 5{,}31 \text{ kW}$$

$$P''_g = P_{Cu} + P''_{Fe} = 22{,}31 \text{ kW};$$

srednja vrijednost korisnosti stroja:

$$\eta_{sr} = \frac{P_2 t + P'_2 t' + P''_2 t''}{(P_2 + P_g) t + (P'_2 + P'_g) t' + (P''_2 + P''_g) t''} = 0{,}879.$$

Potrošena energija s asinhronom kombinacijom za deset godina iznosi $20\,370 \cdot 10^3$ kWh, a s istosmjernom kombinacijom za jednak vremenski period 15 380 kWh.

Označimo li nabavnu cijenu asinhronog motora s otpornikom C_0, onda stvarni troškovi iznose:

— nabavka asinhrone kombinacije C_0

— nabavka istosmjerne kombinacije $2{,}2\ C_0$

— troškovi energije u asinhronom pogonu $29{,}65\ C_0$

— troškovi energije u istosmjernom pogonu $22{,}39\ C_0$

Troškovi svedeni na kraj perioda od deset godina s 10% kamata godišnje: asinhroni pogon:

$$T_{ra} = C_0\,(1 + 0{,}1)^{10} + \frac{2{,}965\ C_0\,[(1 + 0{,}1)^{10} - 1]}{(1 + 0{,}1 - 1)} = 49{,}85\ C_0;$$

istosmjerni pogon:

$$T_{ri} = 2{,}2\ C_0\,(1 + 0{,}1)^{10} + \frac{2{,}239\ C_0\,[(1 + 0{,}1)^{10} - 1]}{(1 + 0{,}1 - 1)} = 41{,}39\ C_0.$$

[Asinhrona je varijanta 20,4% skuplja od istosmjerne.]

3. Opseg regulacije brzine vrtnje treba da bude 650—780 min^{-1}. Iz poznatog odnosa za brzine vrtnje, zanemari li se otpor armature, dobiva se

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\dfrac{E_1}{k_e \Phi}}{\dfrac{E_2}{k_e \Phi}} = \frac{E_1}{E_2} \doteq \frac{U_1}{U_2}$$

$$U_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1} = 416\ \text{V}.$$

Prema tome treba regulirati napon u području od 416 do 500 V, odnosno:

$$\Delta U = 500 - 416 = 84\ \text{V}.$$

Napon i snaga dodatnog stroja u buster-spoju bit će:

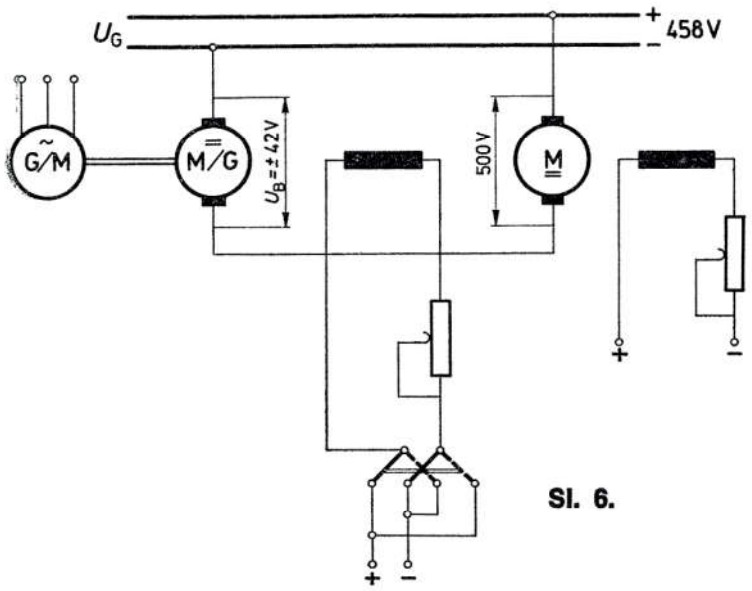
$$U_B = \frac{\Delta U}{2}, \qquad P_B = U_B I$$

$$[U_B \doteq 42\ \text{V},\ P_B \doteq 9{,}25\ \text{kW}]$$

Napon i snaga generatora iznose:

$$U_G = U - U_B = 458\ \text{V}$$

$$P_G = U_G\, I \doteq 100\ \text{kW}.$$



Sl. 6.

Regulacija brzine od 650 do 780 min^{-1} moguća je uz 458 $\pm$ $\pm$ 42 V (vidi sl. 6).

[$U_G = 458$ V,

$P_G \doteq 100$ kW]

4. Napon i snaga glavnog generatora

$$[U_g = 396 \text{ V}, \; P_G = 198 \text{ kW}]$$

Napon i snaga buster-generatora

$$[U_B = 44 \text{ V}, \; P_B = 22 \text{ kW}]$$

5. Brzina elektromotornog pogona u praznom hodu bit će:

$$\omega_0 = \frac{k_{eg} \Phi_{og}}{k_{em} \Phi_{om}} \omega_{og}.$$

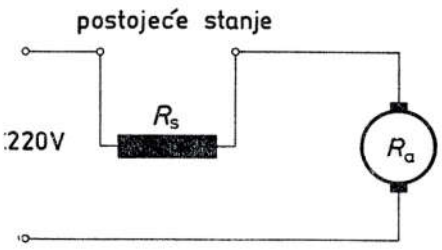
Pri tome su k_{eg} i k_{em} konstante, a Φ_{og} i Φ_{om} remanentni su tokovi praznog hoda generatora i motora.

Budući da su motor i generator jednaki

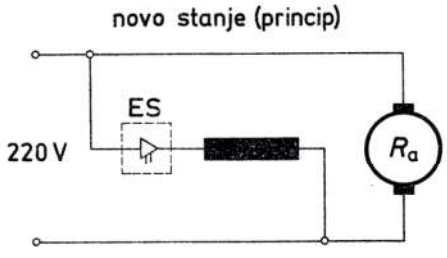
$$\omega_o = \omega_{og}$$

[Brzina vrtnje kombinacije u praznom hodu jednaka je brzini vrtnje generatora u praznom hodu, a to je jednako brzini vrtnje asinhronog motora u praznom hodu koja je približno 1 500 min^{-1}.]

6.



Sl. 7.



Sl. 8.

Radna pretpostavka: reakcija armature djelovat će jednako i u serijskome i u porednom spoju, barem uz teret, pa možemo računati kao da je nema!

Serijski spoj:

$$E_{ts} = U - I_a (R_a + R_s).$$

Valja računati s toplim otporima. U radu pod teretom zagriju se otpori za oko 80°C. Izlazi:

$$R_a = 1{,}32 \cdot 1{,}33 = 1{,}755\,6\ \Omega$$

$$R_s = 1{,}32 \cdot 0{,}89 = 1{,}174\,8\ \Omega$$

$$E_{ts} = 174{,}3\ \text{V}$$

$$c_e = \frac{E_{ts}}{n_{ts}} = 0{,}174\,3$$

$$c_m = \frac{c_e}{0{,}104\,7} \doteq 1{,}665.$$

Moment je na osovini:

$$M_n = \frac{P}{0{,}104\,7 \cdot n_t} = 23{,}87\ \text{Nm};$$

elektromagnetski moment uz nazivnu struju bit će:

$$M_{en} = c_m I_n = 25{,}97\ \text{Nm};$$

vlastito je trenje:

$$M_o = M_{en} - M_n = 2{,}10\ \text{Nm}.$$

Poredni pogon s 1 000 min^{-1} i 22 Nm na osovini (očito je da će se mijenjati magnetski tok!)

Elektromagnetski je moment:

$$M_m = 22 + 2{,}1 = 24{,}1\ \text{Nm}$$

$$I_a = \frac{M_m}{c'_m} = \frac{0{,}104\,7\,M_m}{c'_e} = \frac{2{,}523}{c'_e}$$

$$E_{tp} = U - I_a R_a = U - \frac{M_m}{c'_m} R_a = 220 - \frac{4{,}430}{c'_e}$$

$$E_{tp} = 220 - \frac{4{,}430 \cdot 1\,000}{E_{tp}}$$

$$E_{tp}^2 - 220\,E_{tp} + 4\,430 = 0$$

$$E_{tp} = 197{,}6\ \text{V}$$

$$c'_e = 0{,}197\,6, \quad c'_m = 1{,}887$$

$$I_a = \frac{\Delta U}{R_a} = 12{,}8 \text{ A}.$$

Za pogon s 1 000 min^{-1} mora se povećati tok, i to:

$$\Phi'_{g1} = \Phi_{g1} \frac{c'_e}{c_e} = 1{,}133\, \Phi_{g1}.$$

Budući da je karakteristika linearna, i povećanje je struje uzbude linearno. U serijskom spoju taj bi tok zahtijevao da se poveća uzbudna struja:

$$i'_u = i_u \frac{c'_e}{c_e} = 17{,}68 \text{ A}.$$

U porednom spoju motora prespojit će se sve četiri paralelne grane uzbudnog namota u seriju. Tako će stvarna uzbudna struja pri 1 000 min^{-1} i 22 Nm iznositi:

$$i_u = 4{,}42 \text{ A}.$$

Pretpostavljamo da će taj porast uzbudne struje motor moći termički izdržati iz dva razloga:

I — smanjit će se struja u armaturi, pa će se cijeli stroj nešto manje zagrijavati;

II — motor će na većim brzinama raditi sa znatno manjom strujom uzbude pa će ukupno životni vijek biti sigurno u redu.

Konstantna potrebna snaga iznosi:

$$P = 0{,}104\,7 \cdot 1\,000 \cdot 22 = 2{,}303 \text{ kW}.$$

a) Potrebni »fiktivni« predotpor u uzbudi:

Zbog nezasićenosti mijenjat će se potrebni magnetski tok linearno sa strujom. Da se izračuna potrebna struja, valja odrediti elektromagnetsko stanje stroja pri 3 000 min^{-1}.

Snaga je konstantna pa će moment na osovini biti:

$$M'''_n = \frac{2\,303}{0{,}104\,7 \cdot 3\,000} = 7{,}33 \text{ Nm}.$$

Uz pretpostavku da se moment vlastitog trenja neće promijeniti, dobiva se potrebni elektromagnetski moment:

$$M'''_m = 9{,}43 \text{ Nm};$$

potrebna struja armature:

$$I_a = \frac{M'''_m}{c'''_m} = \frac{0{,}104\,7 \cdot M'''_m}{c'''_e} = \frac{0{,}988}{c'''_e};$$

inducirani napon:

$$E_{t3000} = U - I_a \cdot R_a = U - \frac{1{,}733}{c_e'''}$$

$$E_{t3000} = 220 - \frac{5\,200}{E_{t3000}}$$

$$E_{t3000}^2 - 220\,E_{t3000} + 5\,200 = 0$$

$$E_{t3000} = 193 \text{ V}$$

$$c_e'' = 0{,}064\,35, \quad c_m''' = 0{,}614\,6$$

$$I_a = \frac{\Delta U}{R_a} = 15{,}38 \text{ A}.$$

Struja je još u redu jer je manja od nazivne. Potrebna promjena glavnog toka prema onome uz 1 000 min^{-1} je:

$$\Phi_{gl}''' = \Phi_{gl} \cdot \frac{c_e'''}{c_e'} = 0{,}326\,\Phi_{gl}.$$

Potrebna je uzbudna struja:

$$i_u''' = i_u \cdot 0{,}326 = 1{,}44 \text{ A}.$$

Za tu struju u uzbudnom namotu trebat će ukupni otpor:

$$R = R_u + R_{is} = 152{,}8\ \Omega.$$

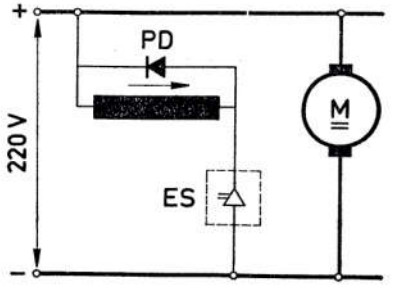
Otpor u uzbudnom namotu nakon prespajanja iznosi:

$$R_u = R_s \cdot 16 = 18{,}8\ \Omega.$$

Potreban bi bio predotpor

$$[R_{is} = 134\ \Omega]$$

b) Elektronička sklopka ostvarena je prema principnoj shemi na sl. 9. Opasno bi bilo totalno prekidati uzbudni strujni krug bez povratne diode koja omogućuje kontinuirani tok struje u uzbudi. Za taj se slučaj trajanje uključenja može računati proporcionalno omjeru potrebnog napona na uzbudi prema punom naponu. U točki e) vidjet će se to i kvantitativno.



Sl. 9.

Za 1 000 min^{-1}:

$$\varepsilon = \frac{i_u R_u}{U} = 0{,}377\,8.$$

Za 3 000 min^{-1}:

$$\varepsilon = 0{,}123\,05.$$

Za 2 000 min^{-1} najprije se izračuna potrebna uzbudna struja prema prijašnjem momentu:

$$M''_m = \frac{2\,303}{0{,}104\,7 \cdot 2\,000} + 2{,}1 = 13{,}1 \text{ Nm}$$

$$I_a = \frac{0{,}104\,7\, M_m}{c''_e} = \frac{1{,}372}{c''_e}$$

$$E_{t\,2000} = 220 - \frac{1{,}756 \cdot 1{,}372 \cdot 2\,000}{E_{t\,2000}}$$

$$E_{t2\,2000} - 220\, E_{t\,2000} + 4\,816 = 0$$

$$E_{t\,2000} = 195{,}35 \text{ V}$$

$$c''_e = 0{,}097\,67, \quad c''_m = 0{,}933$$

$$I_a = \frac{\Delta U}{R_a} = 14{,}04 \text{ A}$$

$$i''_u = 2{,}185 \text{ A}.$$

Relativno je trajanje uključenja pri 2 000 min^{-1}: $\varepsilon = 0{,}186\,6$

$$[\varepsilon = 0{,}377\,8;\ 0{,}186\,6;\ 0{,}123\,05].$$

c) Brzine vrtnje u praznom hodu

Za 1 000 min^{-1}:

$$E_o = U - \frac{M_o R_a}{c'_m} = 218{,}05 \text{ V}$$

$$n_o = \frac{E_o}{c'_e} = 1{,}103 \text{ min}^{-1};$$

za 2 000 min^{-1}:

$$E_o = U - \frac{M_o R_a}{c''_m} = 216{,}05 \text{ V}$$

$$n_o = \frac{E_o}{c''_e} = 2\,212 \text{ min}^{-1};$$

za 3 000 min^{-1}:

$$E_o = U - \frac{M_o R_a}{c'''_m} = 214 \text{ V}$$

$$n_o = \frac{E_o}{c'''_e} = 3\,326 \text{ min}^{-1}$$

$$[n_o = 1\,103;\ 2\,212;\ 3\,326 \text{ min}^{-1}].$$

d) Ušteda gubitaka uzbude

Gubici su u predotporu: $P_{gup} = i_u^2 \cdot R_p$

$$\text{uz } R_p = \frac{U}{i_u} - R_u$$

$$P_{gup} = i_u^2 \left(\frac{U}{i_u} - R_u\right) = i_u U - i_u^2 R_u = U i_u \left(1 - \frac{i_u R_u}{U}\right) = U i_u (1 - \varepsilon)$$

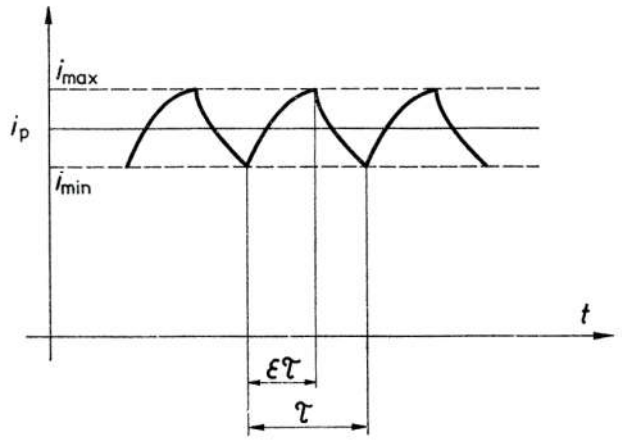
[za 1 000 min^{-1}: $P_{gup} = 606$ W]

[za 2 000 min^{-1}: $P_{gup} = 391$ W]

[za 3 000 min^{-1}: $P_{gup} = 278$ W]

e) Da se ocijeni kolebanje uzbudne struje zbog upravljanja uzbude elektroničkom sklopkom, treba ustanoviti najveću i najmanju struju.

Struja u uzbudnom krugu oscilira oko prosječne vrijednosti i_p. Za trajanja $\varepsilon\,\tau$ (sklopka zatvorena) struji poraste vrijednost za onoliko koliko joj se za trajanja $(1 - \varepsilon)\,\tau$ (sklopka otvorena) smanji (vidi sl. 10). S gledišta pojave



Sl. 10.

riječ je o promjeni struje u pasivnom krugu s radnim otporom R_u i induktivitetom L_u, odnosno s vremenskom konstantom T. Vrijedi:

A) $i_{max} = i_k \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon\tau}{T}}\right) + i_{min}\, e^{-\frac{\varepsilon\tau}{T}}$ _____ porast

B) $i_{min} = i_{max}\, e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T}}$ _____ opadanje

U jednadžbama je i_k struja uzbude uz trajno zatvorenu sklopku.

Kad B) uvrstimo u A), dobit će se:

$$i_{max} = i_k (1 - e^{-\frac{\varepsilon\tau}{T}}) + i_{max}\, e^{-\frac{\varepsilon\tau}{T} - \frac{(1-\varepsilon)\tau}{T}}$$

$$i_{max} = i_k \frac{1 - e^{-\frac{\varepsilon\tau}{T}}}{1 - e^{-\frac{\tau}{T}}}.$$

Prije samog računanja valja odrediti i_k i T.

$$i_k = \frac{U}{R_u} = 11{,}702 \text{ A}$$

Ukupni je tok za $\frac{15{,}6}{4}$ A uzbudne struje:

$$\Phi = \Phi_{gl} + \Phi_{\sigma l} \doteq 1{,}2\, \Phi_{gl} = 0{,}006\,39 \text{ Vs}.$$

Vremenska je konstanta:

$$T = \frac{2 \cdot p \cdot \Phi \cdot w_p}{I_u \cdot R_u} = 0{,}158\,9 \text{ s}.$$

Za 1 000 min^{-1}:

$$i_{max} = 4{,}56 \text{ A}$$

$$i_{min} = 4{,}283 \text{ A}.$$

Prosječna je vrijednost uzbudne struje:

$$i_p = \frac{1}{\tau} \int_0^{\varepsilon\tau} [i_k (1 - e^{-\frac{t}{T}}) + i_{min}\, e^{-\frac{t}{T}}]\, dt + \frac{1}{\tau} \int_{\varepsilon\tau}^{\tau} i_{max}\, e^{-\frac{t-\varepsilon\tau}{T}}\, dt =$$

$$= \frac{1}{\tau} \left\{ \left[i_k t + i_k T\, e^{-\frac{t}{T}} - i_{min}\, T\, e^{-\frac{t}{T}} \right]_0^{\varepsilon\tau} + \left[- i_{max}\, T\, e^{-\frac{t-\varepsilon\tau}{T}} \right]_{\varepsilon\tau}^{\tau} \right\} = 4{,}421 \text{ A}.$$

Vidi se odlična podudarnost jer je pogreška računanja veća od razlike prema pretpostavljenoj vrijednosti.

Kolebanje struje:

$$K_i = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}} = 0{,}031\,3.$$

Za 3 000 min^{-1}:

$$i_{max} = 1{,}504 \text{ A}$$

$$i_{min} = 1{,}377 \text{ A}.$$

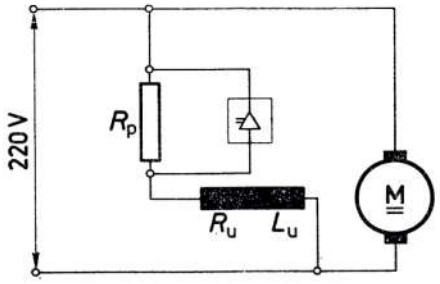
Kolebanje struje iznosi:

$$K_i = 0{,}044.$$

Kolebanje (valovitost) u opsegu podešavanja iznosi 3 — 5%. To je dobro za tako mali motor iako bi eventualno moglo izazvati teškoće s brzinom vrtnje jer je i tok valovit pa će biti otežana komutacija. Mogla bi se odabrati elektronička sklopka s manjom periodom τ.

$$[K_{i1000} = 0{,}031\,3, \quad K_{i3000} = 0{,}044]$$

7. a) Principni spoj prikazuje sl. 11.



Sl. 11.

Sad će uzbudni krug očito imati dvije vremenske konstante. Jednu kad je sklopka uključena (znamo iz prethodnog zadatka):

$$T_u = \frac{L_u}{R_u} = 0{,}158\,9 \text{ s},$$

a drugu kad je sklopka isključena:

$$T_i = \frac{L_u}{R_u + R_p} = T_u \frac{R_u}{R_u + R_p}.$$

Predotpor R_p izračunat je u 6. zadatku: $R_p = 134\ \Omega$ i pri uključenoj sklopci teče struja od 1,44 A, točno potrebna za uzbudu kod 3 000 min^{-1}.

$$T_i = 0{,}019\,55 \text{ s}.$$

b) Radne pretpostavke:

1. kad je sklopka zatvorena, kroz nju protječe sva struja (unutrašnji otpor sklopke = 0);

2. pri otvorenoj sklopci teče cijela struja predotporom.

Kad je sklopka otvorena promjena će struje biti znatno brža zbog manje tromosti kruga. To će bitno utjecati na određivanje trajanja uključenja. Promjene će struje tad teći:

A) $$i_{max} = i_k (1 - e^{-\frac{\tau\varepsilon}{T_u}}) + i_{min} e^{-\frac{\tau\varepsilon}{T_u}}$$ ---- nepromijenjeno

B) $$i_{min} = (i_{max} - i_{po}) e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T_i}} + i_{po} = i_{max} e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T_i}} +$$

$$+ i_{po} (1 - e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T_i}}).$$

Struja i_{po} trajna je struja u krugu i na taj iznos će struja uvijek padati kad se sklopka trajno isključi:

$$i_{po} = \frac{U}{R_p + R_u} = 1{,}44 \text{ A}, \qquad i_k = 11{,}702 \text{ A},$$

što znamo iz 6. zadatka.

Brzina promjene struje opadanja (uz isključenu sklopku) povećava se u omjeru vremenskih konstanti, pa u tom omjeru treba smanjiti i $(1 - \varepsilon)\,\tau$. Kad je vremenska konstanta kod porasta i opadanja struje jednaka, vrijedit će:

$$\text{I} \quad \varepsilon' + (1 - \varepsilon') = 1.$$

Uz različite vremenske konstante to bi dalo:

$$\text{II} \quad \varepsilon' + (1 - \varepsilon')\frac{T_i}{T_u} = X.$$

Znači da se stvarno trajanje uključenja mora linearno povećati u omjeru $\frac{1}{X}$:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{X} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + (1 - \varepsilon')\frac{T_i}{T_u}}.$$

Ukupna moguća promjena struje u našem primjeru je $i_k - i_{po}$, a potrebni je porast $i_p - i_{po}$ jer je i_{po} nivo struje određen predotporom, pa izlazi trajanje uključenja

pri 1 000 min^{-1}:

$$\varepsilon' = \frac{i_p - i_{po}}{i_k - i_{po}} = \frac{4{,}42 - 1{,}44}{11{,}75 - 1{,}44} = 0{,}285$$

$$\varepsilon = 0{,}765;$$

pri 2 000 min^{-1}:

$$\varepsilon' = 0{,}072\,3$$

$$\varepsilon = 0{,}389$$

[$\varepsilon = 0{,}765$, $\varepsilon = 0{,}389$].

c) Uvrsti li se jednadžba pod B) u onu pod A) i uredi, dobit ćemo:

$$i_{max} = \frac{i_k\left(1 - e^{-\frac{\tau\varepsilon}{T_u}}\right) + i_{po}\left(1 - e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T_i}}\right)e^{-\frac{\tau\varepsilon}{T_u}}}{1 - e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T_i} - \frac{\tau\varepsilon}{T_u}}}.$$

$$i_{min} = i_{max}\, e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T_i}} + i_{po}\left(1 - e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T_i}}\right).$$

$$K_i = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}}.$$

Za brzinu vrtnje od 1 000 min^{-1} dobiju se rezultati

[$i_{max} = 4{,}662$ A, $i_{min} = 4{,}098$ A, $K_i = 6{,}435\%$].

Za brzinu vrtnje od 2 000 min^{-1} rezultati su

[$i_{max} = 2{,}386$ A, $i_{min} = 2{,}014$ A, $K_i = 8{,}46\%$].

d) Da bi se izračunala stvarna ušteda gubitaka uzbude, možemo računati gubitke u pogonu s elektroničkom sklopkom:

$$P_u = \frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} i^2 R\, dt = \int_0^{\varepsilon\tau} \left[i_k\left(1 - e^{-\frac{t}{T_u}}\right) + i_{min}\, e^{-\frac{t}{T_u}}\right]^2 R_u\, dt +$$

$$+ \int_{\varepsilon\tau}^{\tau} \left[(i_{max} - i_o)\, e^{-\frac{t-\varepsilon\tau}{T_i}} + i_o\right]^2 (R_u + R_p)\, dt.$$

Kako se ne bi provodila zamorna integracija, gubici se mogu približno odrediti na ovaj način:

za vrijeme kad je sklopka uključena:

$$P'_u = i_p^2\, \varepsilon\, R_u = 275 \text{ W};$$

za vrijeme kad je sklopka isključena:

$$P''_u = i_p^2 (1 - \varepsilon)(R_u + R_p) = 690 \text{ W}$$

$$P_u = P'_u + P''_u = 965 \text{ W}.$$

Kad bi pogon bio s točnim predotporom, gubici bi bili:

$$P_{gup} = 964 \text{ W}.$$

[Znači, uštede nema! To je jasno zamislimo li da struja teče uz povećan otpor za vrijeme isključene sklopke. Za vježbu se može uvjeriti da izvedeni integrali daju jednake vrijednosti, i to prvi za P'_u, a drugi za P''_u.]

e) [Paralelni spoj elektroničke sklopke i predotpora za podešavanje struje uzbude u ovome zadatku u usporedbi prema samoj elektroničkoj sklopci u prijašnjem zadatku nema nikakvih prednosti, nego samo mane:

1. valovitost uzbudne struje znatno je povećana;
2. gubici u uzbudi znatno su veći, i reda su veličine gubitaka s čistim omskim otporom.

Želimo li pogonu u ova dva zadatka smanjiti valovitost uzbudne struje i magnetskog toka, upotrijebit ćemo elektroničku sklopku s manjom periodom (većom frekvencijom) impulsa.]

8. a) Podaci o stroju i pogonu

Unutrašnji je otpor u toplom stanju:

$$R_a = R_{ahl} \cdot 1{,}30 = 0{,}017\,25\ \Omega;$$

električka je vremenska konstanta armature pri dizanju:

$$T_{el} = \frac{L_a}{R_a} = 0{,}077\,5\ \text{s};$$

idealna brzina vrtnje u praznom hodu:

$$n_n = \frac{U - I_a R_a}{c_e}$$

$$c_e = \frac{U - I_a R_a}{n_n} = \frac{220 - 374 \cdot 0{,}017\,25}{520} = 0{,}410\,7$$

$$n_o' = \frac{220}{c_e} = 535{,}7\ \text{min}^{-1};$$

nominalni (razvijeni) moment motora bit će:

$$c_m = \frac{c_e}{0{,}104\,7} = 3{,}922$$

$$M_{en} = c_m \cdot I_n = 1\,467\ \text{Nm};$$

nazivni je moment motora (na osovini):

$$M_n = \frac{P}{0{,}104\,7\, n_n} = \frac{75\,000}{0{,}104\,7 \cdot 520} = 1\,378\ \text{Nm};$$

moment trenja motora iznosi:

$$M_{trm} = M_{en} - M_n = 89\ \text{Nm};$$

moment koji zahtijeva rad dizanja:

$$M_d = \frac{P_d}{0{,}104\,7 \cdot n_d} = \frac{65\,000}{0{,}104\,7 \cdot 500} = 1\,242\ \text{Nm};$$

moment trenja radnog mehanizma:

$$M_{trd} = \frac{P_{trd}}{0{,}104\,7\,n_d} = \frac{8\,000}{0{,}104\,7 \cdot 500} = 153 \text{ Nm};$$

ukupni je moment trenja:

$$M_{tr} = M_{trd} + M_{trm} = 242 \text{ Nm};$$

moment koji mora razviti motor pri dizanju i punom teretu bit će:

$$M_m = M_d + M_{tr} = 1\,484 \text{ Nm};$$

moment tereta pri dizanju (puni teret) iznosi:

$$M_{td} = M_d + M_{trd} = 1\,395 \text{ Nm};$$

moment pri dosjedanju koji mora razviti motor (puni teret):

$$M_{Km} = M_d - M_{tr} = 1\,242 - 242 = 1\,000 \text{ Nm};$$

moment na osovini pri dosjedanju (puni teret):

$$M_K = M_d - M_{trd} = 1\,089 \text{ Nm};$$

struja je kod dizanja punog tereta:

$$I_{ad} = \frac{M_m}{c_m} = 378{,}5 \text{ A};$$

struja kod dosjedanja uz puni teret:

$$I_{ak} = \frac{M_{Km}}{c_m} = 255 \text{ A};$$

elektromehanička je vremenska konstanta pri dizanju:

$$m\,D^2 = mD_m^2 + mD_d^2 = 64 + 16 + 30 = 110 \text{ kgm}^2$$

$$T_{em} = \frac{m\,D^2 \cdot R_a}{38{,}2 \cdot c_e \cdot c_m} = 0{,}031 \text{ s}.$$

b) Određivanje vrijednosti predotpora:

Brzina dosjedanja s hladnim otporom bit će:

$$-n'_d = \frac{I_{ak}\,(R_{ahl} + R_p)}{c_e} = 50 \text{ min}^{-1}$$

$$R_p = \frac{n'_d\,c_e - I_{ak}\,R_{ahl}}{I_{ak}} = 0{,}067\,2\,\Omega;$$

brzina dosjedanja s toplim otporom (puni teret):

$$n_d = \frac{-I_{ak}(R_a + R_p)}{c_e} = -52{,}5\ \text{min}^{-1};$$

vremenske su konstante pri dosjedanju s punim teretom:

$$T'_{el} = T_{el}\frac{R_a}{R_a + R_p} = 0{,}015\,9\ \text{s}$$

$$T'_{em} = T_{em}\frac{R_a + R_p}{R_a} = 0{,}151\ \text{s}$$

$$[R_p = 0{,}067\,2\ \Omega].$$

c) Pretpostavljamo da elektronička sklopka radi tako brzo da se krug struje praktički ne prekida.

Za prazni hod bit će:

I — $\varepsilon = 1$; sklopka je zatvorena u motorskom radu

$$n_o = n'_o - \frac{I_{aod} R_a}{c_e} = n_o - \frac{M_{tr} \cdot R_a}{c_m c_e} = 533{,}1\ \text{min}^{-1}$$

II — $\varepsilon = 0$; sklopka je otvorena (s gledišta motorskog rada)

$$n_o = 0$$

III — ε se općenito računa:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{X} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + (1 - \varepsilon')\dfrac{T'_{el}}{T_{el}}}$$

ε' je ono trajanje uključenja pri kojem bi vremenske konstante (električke) bile jednake i u spoju električne kočnice na kontakt I i u njezinu priključenju na kontakt II.

Elektroničkim upravljanjem osigurava se »prosječna« struja i_p potrebna u namotu da se održe zahtijevane (prosječne) brzine vrtnje n_p. To se osigurava prosječnim naponom na namotu koji će osigurati sklopka:

$$E_p = i_p R_a.$$

Istodobno je trenutni odnos u armaturnom krugu takav da bi u trajnom radu raspoloživi napon na namotu bio:

$$E_r = U - c_e n_p.$$

Uz nepromijenjene otpornike u armaturnom krugu, dakle kad bi električke vremenske konstante bile jednake i u spoju na kontakt I i u spoju na kontakt II, trebalo bi da bude relativno trajanje najvećega iznosa:

$$\varepsilon = \frac{E_p}{E_r} = \frac{i_p R_a}{U - c_e n_p}.$$

U našem je primjeru:

$$n_p = n_o \text{ — za cijeli opseg podešavanja}$$

$$i_p = \frac{M_{tr}}{c_m} = 61{,}7 \text{ A}$$

$$E_p = i_p R_a = 1{,}06 \text{ V}$$

$$E_r = U - c_e n_o$$

$$\varepsilon' = \frac{i_p R_a}{U - c_e n_o}.$$

IV — Granične vrijednosti ε za ovaj primjer:

$$\underline{n_o = 0}$$

$$\varepsilon' = 0{,}004\,818$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{X} \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' + (1 - \varepsilon') \frac{T'_{el}}{T_{el}}} = 0{,}023.$$

Kad je ε manje ili jednako 0,023, pogon stoji.

$$\underline{n_o = 533{,}1 \text{ min}^{-1}}$$

$$\varepsilon = 1$$

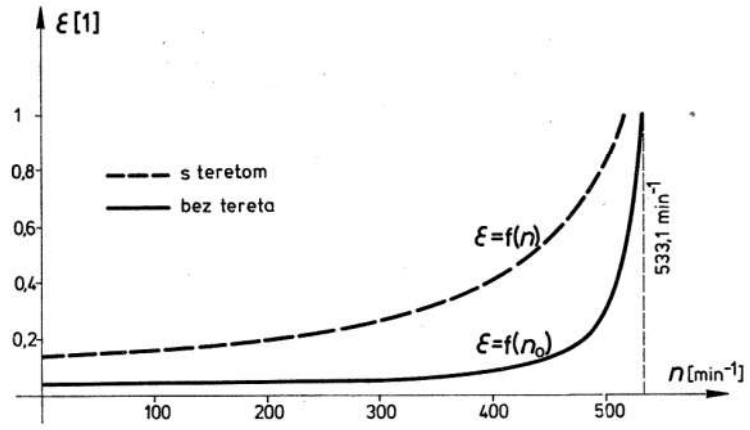
Pogon ide punom mogućom brzinom tek uz $\varepsilon = 1$.

Vrijednosti ε za pet brzina vrtnje proračunate su i prikazane u donjoj tablici. Na osnovi tih točaka prikazana je ovisnost $n_o = f(\varepsilon)$ na sl. 12.

n_o	$c_e n_o$	E_r	ε'	$1 - \varepsilon'$	$0{,}205 (1 - \varepsilon')$	X	ε
100	41,07	178,93	0,005 95	0,994 05	0,204 2	0,210 2	0,028 25
200	82,13	137,86	0,007 72	0,992 3	0,203 6	0,211 3	0,036 5
300	123,20	96,80	0,011	0,989	0,202 9	0,213 9	0,051 4
400	164,27	55,73	0,019 1	0,980 9	0,201	0,220	0,086 7
500	205,34	14,66	0,072 6	0,927 4	0,190 1	0,262 7	0,276

d) $\varepsilon = f(n)$ za puni teret na cijelom području rada i kočenja.

Na području dizanja problematika je identična onoj iz prijašnjeg odjeljka, a pri kočenju se nešto razlikuje.



Sl. 12.

I Dizanje

Maksimalna brzina vrtnje bit će:

$$n = n_o' - \frac{I_{ad} R_a}{c_e} = 519{,}8 \text{ min}^{-1}$$

$$E_p = I_{ad} R_a = 6{,}53 \text{ V}$$

$$E_r = U - c_e \cdot n.$$

Istim postupkom kao u slučaju praznog hoda — točka c) ovog zadatka — računaju se vrijednosti $\varepsilon = f(n)$. Rezultati su u tablici (za 6 odabranih brzina vrtnje) i uneseni su na sl. 12 (crtkanom krivuljom).

n	$c_e \cdot n$	E_r	ε'	$1 - \varepsilon'$	$0{,}205\,(1 - \varepsilon')$	X	ε
0	0	220	0,029 7	0,970 3	0,199	0,228 7	0,13
100	41,07	178,9	0,036 5	0,963 5	0,197 7	0,234 2	0,156
200	82,13	137,86	0,047 4	0,952 6	0,195 4	0,242 8	0,195
300	123,2	96,8	0,067 5	0,932 5	0,191	0,258 7	0,261
400	164,27	55,73	0,117 1	0,882 8	0,181	0,298 2	0,393
500	205,34	14,66	0,445	0,555	0,113 8	0,559	0,796

II Spuštanje

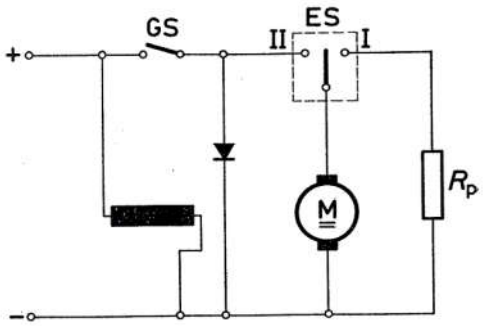
Za spuštanje je potrebno preurediti shemu (vidi sl. 13). Nakon što se trajno isključi glavna sklopka (to je uvjet za elektrodinamičko kočenje brzinama manjima od brzine spuštanja uz uključeni otpornik R_p), prekidala bi se ipak struja u armaturnome strujnom krugu. Stoga se mora ugraditi jedna povratna dioda. Odvod preko diode zapravo zamjenjuje mogućnost smanjivanja otpornika R_p.

Najveća negativna brzina vrtnje prilikom spuštanja u spoju po shemi na na sl. 13 (elektronička sklopka u položaju I, $\varepsilon = 1$) bit će:

$$n_{max} = \frac{-I_{ak}(R_a + R_p)}{c_e} = -52{,}5\ \text{min}^{-1}.$$

Najmanja negativna brzina vrtnje prilikom spuštanja u spoju po shemi na sl. 13 (elektronička sklopka u položaju II, $\varepsilon = 0$) iznosi:

$$n_{min} = \frac{-I_{ak} R_a}{c_e} = -10{,}7\ \text{min}^{-1}.$$



Sl. 13.

U elektrodinamičkom kočenju napon induciran vrtnjom jedini je naponski izvor u armaturnom krugu. Zato je napon strogo proporcionalan brzini vrtnje. Budući da je ε (relativno trajanje uključenja) ujedno i relativna visina napona, može se odmah izraziti

$$\varepsilon = \frac{n - n_{min}}{n_{max} - n_{min}}.$$

U tom bi izrazu već morao biti sadržan i efekt različitih brzina promjene struje (vremenskih konstanti) u trajanju ε (spoj preko predotpora R_p) i $(1 - \varepsilon)$ (spoj preko povratne diode). To ćemo povezati na ovaj način:

Naponska je ravnoteža u armaturnom krugu izražena s:

$$E = i R + L_a \frac{di}{dt}, \qquad n c_e = i R + L_a \frac{di}{dt},$$

a odatle će se za prosječnu promjenu struje (pri $i = i_p$) dobiti:

$$\frac{di}{dt} = \frac{\frac{n c_e}{R} - i_p}{T_{el}}.$$

Za trajanje uključenja sklopke ε u poziciji I ta je promjena (struja pada):

$$-\frac{di}{dt} = \frac{\frac{n c_e}{R_a + R_p} - i_p}{T'_{el}} \cdot \varepsilon,$$

a za trajanje uključenja sklopke $(1 - \varepsilon)$ u poziciji II (struja raste):

$$\frac{di}{dt} = \frac{\frac{n\,c_e}{R_a} - i_p}{T_{el}} (1 - \varepsilon).$$

Te su dvije promjene jednake kad se prosječna brzina vrtnje ne mijenja:

$$\frac{-\frac{n\,c_e}{R_a + R_p} + i_p}{\frac{L_a}{R_a + R_p}} \varepsilon = \frac{\frac{n\,c_e}{R_a} - i_p}{\frac{L_a}{R_a}} (1 - \varepsilon)$$

$$[-nc_e + i_p (R_a + R_p)]\, \varepsilon = (nc_e - i_p R_a)(1 - \varepsilon).$$

Iz toga neposredno izlazi:

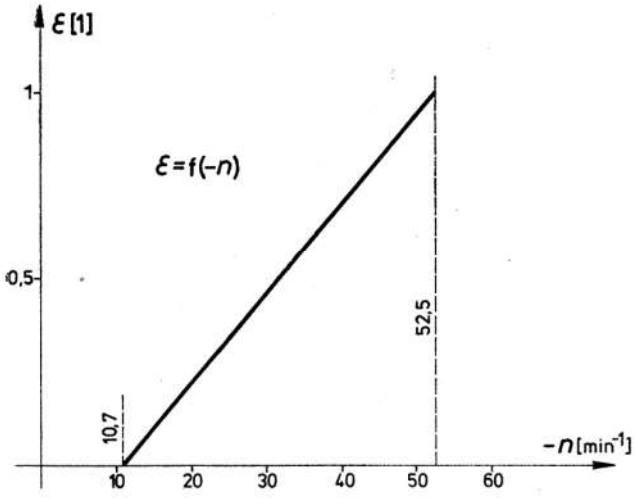
$$\varepsilon = \frac{nc_e - i_p R_a}{i_p (R_a + R_p) - i_p R_a}.$$

Budući da je $i_p R_a = c_e \cdot n_{min}$, a $i_p (R_a + R_p) = c_e \cdot n_{max}$, izravno se dobiva ono što je uvodno postavljeno:

$$\varepsilon = \frac{n - n_{min}}{n_{max} - n_{min}},$$

čime je dokazana tvrdnja da je u toj postavci već sadržana različitost brzine promjene struje kad je spoj preko predotpora, odnosno povratne diode.

Rezultat je dijagram na sl. 14.



Sl. 14.

9. Za nezavisno uzbuđen motor vrijedi:

$$n_n = \frac{E}{k_e \Phi} = \frac{U - I_a R_a}{k_e \Phi},$$

iz čega se računa konstanta $k_e \Phi = 0{,}411$.

Pri nazivnoj brzini pretpostavljen je kut paljenja od 0°, pa je:

$$U = U_{io} - I_a\left(\frac{X_T m}{2\pi} + R_T + R_{pr}\right) - \Delta U_l,$$

odnosno:

$$n_n = \frac{U - I_a R_a}{k_e \Phi} = \frac{U_{io} - I_a\left(\frac{X_T m}{2\pi} + R_T + R_{pr} + R_a\right) - \Delta U_l}{k_e \Phi},$$

a srednja je vrijednost ispravljenog napona:

$$U_{io} = n_n k_e \Phi + I_a\left(\frac{X_T m}{2\pi} + R_T + R_{pr} + R_a\right) + \Delta U_l = 486{,}5 \text{ V}.$$

Taj je napon osnova da se odredi i napon sekundara transformatora. Kad je kut paljenja $\alpha = 30°$, uz isto opterećenje brzina će vrtnje biti:

$$n = \frac{U_{io}\cos\alpha - I_a\left(\frac{X_T m}{2\pi} + R_T + R_{pr} + R_a\right) - \Delta U_l}{k_e \Phi} = 841 \text{ min}^{-1}.$$

Brzina vrtnje u praznom hodu kad je $\alpha = 30°$ (idealna):

$$n_o = \frac{U_{io}\cos\alpha}{k_e \Phi} = 1\,025{,}1 \text{ min}^{-1}.$$

a) Idealna brzina vrtnje u praznom hodu u invertorskom režimu rada uz $\alpha = \beta$ jednaka je kao i u ispravljačkom radu

$$[n_o = 1\,025{,}1 \text{ min}^{-1}].$$

b) Brzina vrtnje ako je $\beta = \alpha = 30°$ uz jednako opterećenje iznosi:

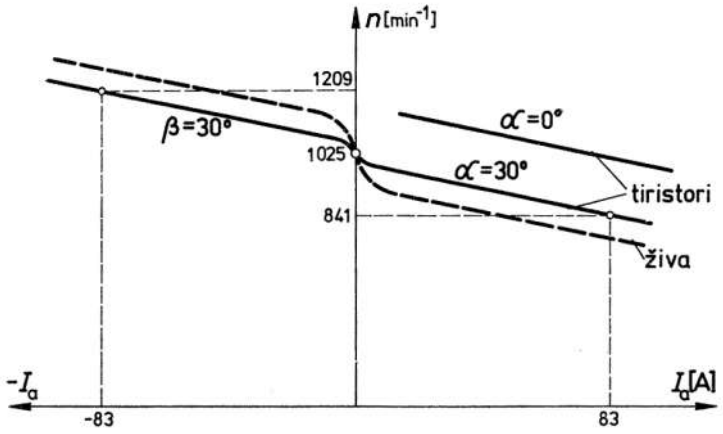
$$n = \frac{U_{io}\cos\beta + I_a\left(\frac{X_T m}{2\pi} + R_T + R_{pr} + R_a\right) + \Delta U_l}{k_e \Phi}$$

$$[n \doteq 1\,209 \text{ min}^{-1}].$$

c) Brzina vrtnje u istim uvjetima, ali uz živin ispravljač s padom napona na luku $\Delta U_l = 25$ V

$$[n \doteq 1\,266 \text{ min}^{-1}].$$

d) [Vidi sl. 15]



Sl. 15.

10. a) Kut paljenja [$\alpha = 28{,}18°$]

b) [$\cos \varphi = 0{,}881\ 5$]

11. Kut paljenja treba da bude $\left(\text{zbog } U_{\text{isred}} = U_{\text{io}} \frac{1 + \cos \alpha}{2}\right)$ između

$$[\alpha = 39°,\ \alpha = 47{,}5°].$$

12. a) Brzina je vrtnje sinhronog motora:

$$n = \frac{f_1\, 60}{p_1} = 3\,000\ \text{min}^{-1};$$

frekvencija pretvarača f_2 u normalnom pogonu (zatvorena sklopka B):

$$f_2 = \frac{n(p_1 + p_2)}{60} = 250\ \text{Hz};$$

brzina pogonskih kaveznih motora:

$$n_2 = \frac{f_2\, 60}{p_3}$$

$$[n_2 = 15\,000\ \text{min}^{-1}].$$

b) Sklopka A zatvorena (B otvorena) daje frekvenciju:

$$f_2' = \frac{n(p_2 - p_1)}{60} = 150\ \text{Hz},$$

i brzinu vrtnje pogonskih kaveznih motora:

$$n_2' = 9\,000\ \text{min}^{-1}.$$

Kad je sklopka A zatvorena, zalet pogonskih kaveznih motora bit će do $9\,000\ \text{min}^{-1}$, a otvori li se sklopka A i zatvori sklopka B — od 9 000 do $15\,000\ \text{min}^{-1}$.

Prema sl. 16. izlazi: $A_{zp} = A'_z + A''_z$

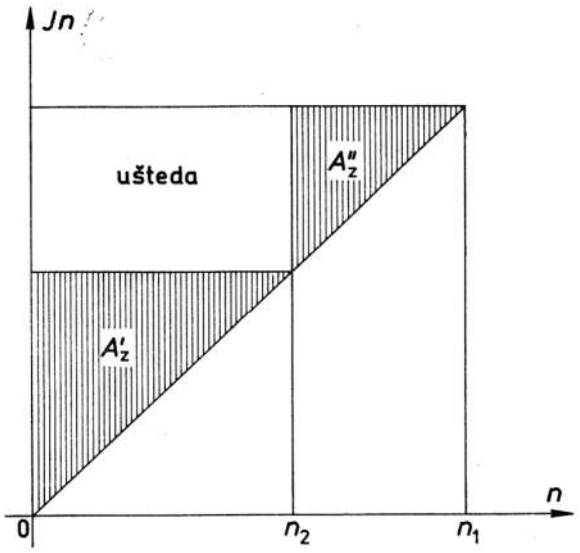
$$A_{zp} = A_z \left(\frac{9\,000}{15\,000}\right)^2 + A_z \left(\frac{15\,000 - 9\,000}{15\,000}\right)^2 = 0{,}52\, A_z,$$

gdje su s A_z označeni gubici energije u bakru rotora pri direktnom zaletu od $n = 0$ do $n = n_1$.

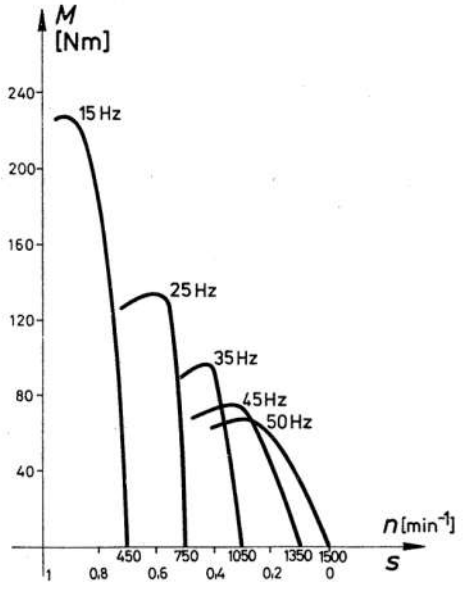
Ušteda je energije prema direktnom zaletu:

$$A_š = A_z - 0{,}52 = 0{,}48\, A_z$$

$$[A_š = 48\%].$$



Sl. 16.



Sl. 17.

13. Pri 50 Hz: $M_n = 27{,}1$ Nm, $M_p = 67{,}75$ Nm

Pri 45 Hz: $M_{45} = M_n \frac{f_n}{f_{45}} = 30{,}1$ Nm, $M_p = 75{,}3$ Nm,

$$U_{45} = U_n \sqrt{\frac{f_{45}}{f_n}} = 360 \text{ V}.$$

Za 35 Hz: $M_{35} = 38{,}7$ Nm, $M_p = 96{,}8$ Nm, $U_{35} = 318$ V

Za 25 Hz: $M_{25} = 54{,}2$ Nm, $M_p = 135{,}5$ Nm, $U_{25} = 269$ V

Uz 15 Hz: $M_{15} = 90{,}3$ Nm, $M_p = 226$ Nm, $U_{15} = 208$ V

[Vidi sl. 17]

14. Upuštanje sa strujom 1,2 I_n mora se konstantno osigurati pomoću tekućinskog otpornika kojem je početna vrijednost otpora već izračunata u zadatku 2.10—13. i iznosi $R_{2dod} = 1\,\Omega$. Iz linearnih odnosa između momenta i struje dobiva se:

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{I_n}{1{,}2\, I_n}$$

$$M_m = 1{,}2\, M_n = 1{,}2 \cdot 13\,910 = 16\,700\ \text{Nm}.$$

Moment je ubrzanja:

$$M_u = M_m - M_t - M_o,$$

gdje je M_o moment trenja, a M_t moment tereta (ekshaustora) kojemu je karakteristika kvadratna (poznato otprije). Ekshaustoru (dimnom ventilatoru) trenje je u mirovanju vrlo veliko ali ono praktički iščezne već pri brzini od $5\ \text{min}^{-1}$. Stoga možemo pretpostaviti da se karakteristika tereta sastoji od dva dijela: jednoga u području brzine vrtnje od 0 do $5\ \text{min}^{-1}$, za koje vrijeme moment padne od 6 120 Nm gotovo na 0, i drugoga od 5 do $590\ \text{min}^{-1}$, koji ima kvadratnu karakteristiku definiranu momentom pri $700\ \text{min}^{-1}$ (poznato otprije).

Prvi dio lako ćemo zanemariti zbog njegova neznatnog utjecaja na ukupni moment ubrzanja.

Moment je ubrzanja drugog dijela:

$$M_u = M_m - M_{t700} \left(\frac{n}{700}\right)^2 - M_o =$$

$$= 16\,700 - 17\,500 \left(\frac{n}{700}\right)^2 - 130 = 16\,570 - 0{,}035\,7\, n^2.$$

Vrijeme trajanja zaleta motora bit će: $t_z = t_z' + t_z''$

pa zanemari li se drukčija karakteristika tereta od 0 do $5\ \text{min}^{-1}$ izlazi:

$$t_z = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_{n_1}^{n_2} \frac{\mathrm{d}n}{M_u} = \frac{4 \cdot 827}{38{,}2} \int_{5}^{590} \frac{\mathrm{d}n}{16\,570 - 0{,}035\,7\, n^2} \doteq 4{,}7\ \text{s}.$$

Razvijena toplina u pokretaču tokom jednog pokretanja iznosi:

$$Q = G\, c\, \Delta\vartheta = A_{gd}.$$

Tu je G količina vode, c specifična toplina vode, a $\Delta\vartheta$ temperaturna je razlika za koju se temperatura vode u toku jednog pokretanja smije povisiti. Gubici enegije u pokretaču mogu se izračunati uz pomoć (3.4—6.b):

$$A_{gd} = \frac{mD^2}{365} \int_{n_1}^{n_2} \frac{M_m}{M_m - M_t} (n_s - n)\, \mathrm{d}n - 3 I_2^2\, R_2\, t_z$$

$$A_{gd} = \frac{mD^2 M_m}{365} \int_0^{590} \frac{(n_s - n)\,dn}{16\,570 - 0{,}035\,7\,n^2} - 3\,(1{,}2\,I_{2n})^2\,R_2\,t_z = 1\,876\,\text{kWs}$$

Minimalno potrebna masa vode (rastopine):

$$G = \frac{A_{gd}}{c\,\Delta\,\vartheta} = 29{,}9\,\text{kg},$$

$$[t_z \doteq 4{,}7\,\text{s},\quad G \doteq 30\,\text{kg}].$$

15. Odmah se valja ograničiti na jednu pretpostavku, a to je da se sva izgubljena energija za vrijeme pokretanja i rada pri brzinama vrtnje manjima od nazivne akumulira u regulacionom pokretaču kao toplina.

Izgubljena je energija u pokretanju:

$$A_{Cu} = A_{Cu1} + A_{Cu2} + A_{Cu3}.$$

Zalet do $500\,\text{min}^{-1}$ iznosi:

$$A_{Cu1} = \frac{mD^2 n_s^2}{365 \cdot 2}(s_1^2 - s_2^2) = \frac{1\,000 \cdot 1\,000^2}{365 \cdot 2}(1^2 - 0{,}5^2) = 1\,027{,}4\,\text{kWs};$$

zalet od 500 do $750\,\text{min}^{-1}$:

$$A_{Cu2} = 256{,}8\,\text{kWs};$$

zalet od $750\,\text{min}^{-1}$ do nominalne brzine vrtnje iznosi:

$$A_{Cu3} = 85{,}6\,\text{kWs}.$$

Ukupna izgubljena energija za pokretanje bit će:

$$A_{Cu} = A_{Cu1} + A_{Cu2} + A_{Cu3} \doteq 1\,370\,\text{kWs}.$$

Pri 50% brzine vrtnje moment je ventilatora:

$$\frac{M_{50}}{M_n} = \left(\frac{n_{50}}{n_n}\right)^2$$

$$M_{50} = \frac{1}{4} M_n,$$

a odnos snaga:

$$\frac{P_{50}}{P_n} = \frac{M_{50}\,n_{50}}{M_n\,n_n} = \frac{1}{8},$$

pa snaga potrebna za pogon ventilatora pri 50% brzine vrtnje iznosi:

$$P_{50} = \frac{1}{8} P_n = 125\,\text{kW}.$$

Korisna će snaga na osovini uz zanemarene mehaničke gubitke biti:

$$P_2 = (1 - s)\, P_o$$

$$P_o = \frac{P_2}{1 - s} = \frac{125}{1 - 0{,}5} = 250\ \text{kW}.$$

Gubici su u bakru rotora:

$$P_{Cu2} = s\, P_o = 250 \cdot 0{,}5 = 125\ \text{kW};$$

izgubljena energija u toku 10-minutnog rada pri $500\ \text{min}^{-1}$:

$$P_{Cu2}\, t = 125 \cdot 10 \cdot 60 = 75\,000\ \text{kWs};$$

uz 75% brzine vrtnje bit će:

$$\frac{M_{75}}{M_n} = \left(\frac{n_{75}}{n_n}\right)^2 = 0{,}562\,5$$

$$M_{75} = 0{,}562\,5\, M_n$$

$$\frac{P_{75}}{P_n} = \frac{M_{75}\, n_{75}}{M_n\, n_n} = 0{,}421\,9;$$

snaga potrebna za pogon ventilatora pri $750\ \text{min}^{-1}$:

$$P_{75} = 0{,}421\,9\, P_n = 421{,}9\ \text{kW}$$

$$P_o = \frac{P_2}{1 - s} = \frac{421{,}9}{1 - 0{,}25} = 562{,}5\ \text{kW}$$

$$P_{Cu2} = s\, P_o = 140{,}6\ \text{kW};$$

izgubljena je energija u toku 20-minutnog rada pri $750\ \text{min}^{-1}$:

$$P_{Cu2}\, t = 140{,}6 \cdot 20 \cdot 60 = 168\,750\ \text{kWs}.$$

Ukupni gubici zaleta i rada uz 500, odnosno $750\ \text{min}^{-1}$ iznose:

$$A_{zp} = 1\,370 + 75\,000 + 168\,750 = 245\,120\ \text{kWs} = 68\ \text{kWh}.$$

Već je pretpostavljeno da se sva ta energija pretvara u toplinu koja zagrijava ulje u pokretaču. Neka još bude dopuštena temperatura ulja 100 °C, iznad koje kontaktni termoelement izbacuje cijeli sistem iz pogona. Za temperaturu okoline od 40° bit će $\Delta\vartheta = 60$ °C.

Prema poznatome termodinamičkom stavku izlazi:

$$Q = G\, c\, \Delta\vartheta = A_{zp},$$

iz čega se dobiva količina potrebnog ulja:

$$G = \frac{Q}{c \cdot \Delta \vartheta}$$

$$[G = 2\,070 \text{ kg}].$$

Kod toga je uzeta dovoljna sigurnost time što se računalo s ukupnom akumuliranom energijom bez odvoda topline.

16. U zadatku je postavljeno da je nominalna struja I_n jednaka po veličini minimalnoj struji pokretanja I_{min}.

Prema definiciji može se pisati:

$$\frac{I_{sr}}{I_{min}} = \sqrt{\lambda},$$

gdje je λ omjer maksimalne i minimalne struje:

$$\lambda = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \left(\frac{100}{p \dfrac{I_{sr}}{I_n}} \right)^{\frac{1}{m+0,5}}.$$

Odatle će gubici u bakru izraženi u postocima nominalnog napona biti:

$$p = 100 \frac{I_n R_a}{U} = 100 \frac{120 \cdot 0,1}{110} = 10,9\%.$$

Srednja se vrijednost struje može izračunati iz relacije:

$$\left(\frac{I_{sr}}{I_{min}} \right)^2 = \lambda = \left(\frac{100}{p \dfrac{I_{sr}}{I_n}} \right)^{\frac{1}{m+0,5}}$$

$$\left(\frac{I_{sr}}{I_{min}} \right)^{2(m+0,5)+1} = \frac{100}{p}$$

$$I_{sr} = \left(\frac{100}{p} \right)^{\frac{1}{2(m+0,5)+1}} I_{min} = 158,3 \text{ A}$$

$$\lambda = \left(\frac{I_{sr}}{I_{min}} \right)^2 = 1,74,$$

pa je maksimalna struja;

$$I_{max} = \sqrt{\lambda}\, I_{sr} = 208,8 \text{ A}.$$

Uzima se jedan predstupanj kojemu otpor treba dimenzionirati tako da strujni udar s I_{max} bude jednak strujnim udarima u ostala tri stupnja.
Struja je predstupnja:

$$I_{p1} = 120\ \text{A} = 0{,}575\ I_{max}$$

$$R_p = \frac{U}{I_{p1}} = \frac{110}{120} = 0{,}917\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{U}{I_{max}} = \frac{110}{208} = 0{,}527\ \Omega$$

$$R_2 = \frac{R_3}{\lambda} = \frac{0{,}527}{1{,}74} = 0{,}303\ \Omega$$

$$R_1 = \frac{R_2}{\lambda} = \frac{0{,}303}{1{,}74} = 0{,}174\ \Omega.$$

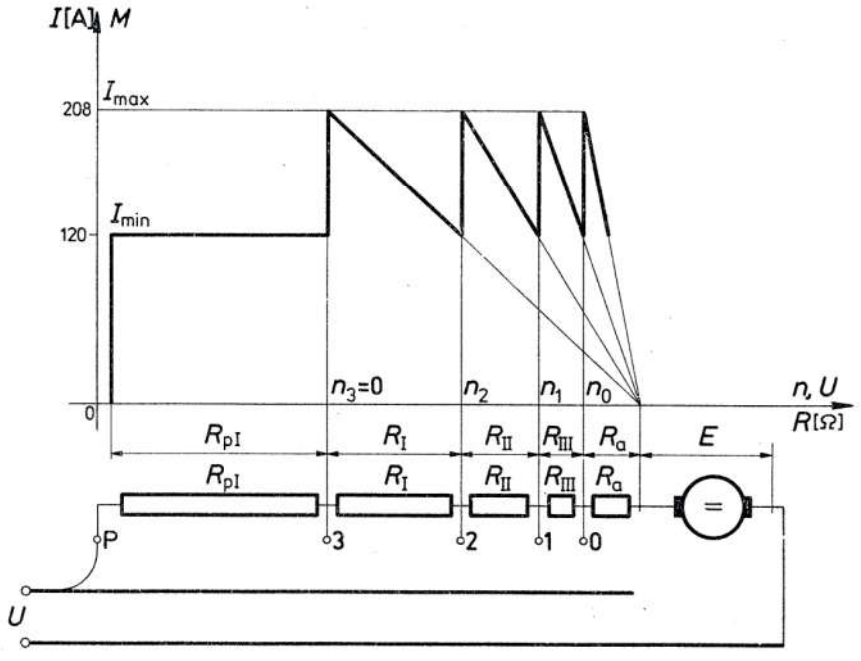
Vrijednosti pojedinih otpora (vidi sl. 18)

$$[R_{pI} = 0{,}390\ \Omega]$$

$$[R_I = 0{,}224\ \Omega]$$

$$[R_{II} = 0{,}129\ \Omega]$$

$$[R_{III} = 0{,}074\ \Omega]$$



Sl. 18.

17. Ako u granicama između 23 i 82 A R_a nije veće od $R'_a = \frac{R_m}{\lambda^m}$, motor će se moći pokretati pokretačem u dva stupnja.

$R'_a = 0{,}12\ \Omega$ [Pokretanje je upravo još moguće.]

18. Omjer između maksimalne i minimalne struje:

$$\lambda = 1{,}588;$$

maksimalna struja: $I_{max} = 63$ A

minimalna struja: $I_{min} = 39{,}6$ A.

Prema propisima za snage motora veće od 3,1 kW određeni su predstupnjevi. U našem slučaju uz šest stupnjeva treba uzeti i jedan predstupanj (oko 70% I_{max}). Struja predstupnja: $I_p = 44$ A

Vrijednosti otpora predstupnja i stupnjeva

$$[R_p = 1{,}51\ \Omega, \quad R_I = 1{,}3\ \Omega, \quad R_{II} = 0{,}814\ \Omega,$$
$$R_{III} = 0{,}512\ \Omega, \quad R_{IV} = 0{,}322\ \Omega, \quad R_V = 0{,}203\ \Omega,$$
$$R_{VI} = 0{,}128\ \Omega]$$

19. *I Pokretač*

Maksimalno vrijeme trajanja pokretanja izračuna se prema empirijskoj jednadžbi:

$$t_z = 4 + 2\sqrt{P} = 11{,}06\ \text{s},$$

a iz toga izlazi da se pokretač ne smije dimenzionirati za kraće trajanje pokretanja. Za pokretač s kliznim kontaktima vrijedi (prema propisima):

$$\frac{I_{sr}}{I_n} = \frac{P_p}{P_n} = 1{,}3$$

$$P_p = 1{,}3\ P_n = 16{,}25\ \text{kW}.$$

Raspoloživa energija pokretanja u toku 1 sata bit će:

$$A_p = P_p \cdot t_z \cdot h = 1\,080\ \text{kWs},$$

gdje je h broj pokretanja na sat u jednakim vremenskim razmacima s obzirom na pokretač.

II Motor

Gubici motora u pokretanju do brzine od 1 050 min^{-1} iznose:

$$A_{Cu} = \frac{mD^2\, n_o^2}{730\,000} = 135\ \text{kWs},$$

a broj dopuštenih pokretanja na sat jest:

$$h = \frac{A_p}{A_{Cu}} = \frac{1\,080}{135} = 8.$$

Motor možemo pokrenuti osam puta na sat u jednakim vremenskim razmacima. Dopušteno trajanje jednog pokretanja iznosi tad:

$$t_z = \frac{A_{Cu}}{P_p}$$

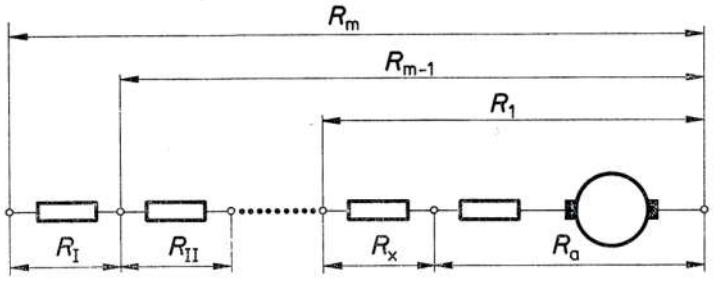
$$[h = 8,\ t_z = 8{,}3\ \text{s}].$$

20. a) $[\lambda = 1{,}656,\ P_t = 50\ \text{kW},\ I_{min} = 101\ \text{A},\ I_{max} = 167\ \text{A};$ grupa pokretača IV]

b) $[\lambda = 1{,}51,\ P_t = 100\ \text{kW},\ I_{min} = 212\ \text{A},\ I_{max} = 320\ \text{A};$ grupa pokretača V]

c) $[\lambda = 1{,}458,\ P_t \doteq 130\ \text{kW},\ I_{min} = 280\ \text{A},\ I_{max} = 408\ \text{A};$ grupa pokretača VI]

21. a) Principnu skicu rasporeda pojedinih stupnjeva prikazuje sl. 19. Da se postigne pokretanje sa što manjim brojem stupnjeva pokretača, valja težiti što većoj vrijednosti maksimalne i što manjoj vrijednosti minimalne struje pokretanja. Efikasnost pokretanja postići će se uz jednake vrijednosti i maksimalne i minimalne struje pokretanja na svim stupnjevima pokretača.



Sl. 19.

Iz toga izlazi:

$$I_{max} = 225\ \text{A},\ R_m = \frac{U}{I_{max}} = 2{,}222\ \Omega.$$

Uz pretpostavku nezasićenog stroja ($M_m = k_m \Phi I = k_m k_\Phi I^2$), minimalnih se 115% momenta pokretanja može postići s:

$$I_{min} = \sqrt{1{,}15}\, I_n \doteq 142\ \text{A}.$$

Uz pretpostavku potpuno zasićenog stroja ($M_m = k_m \Phi I = c_m I$), vrijedi:

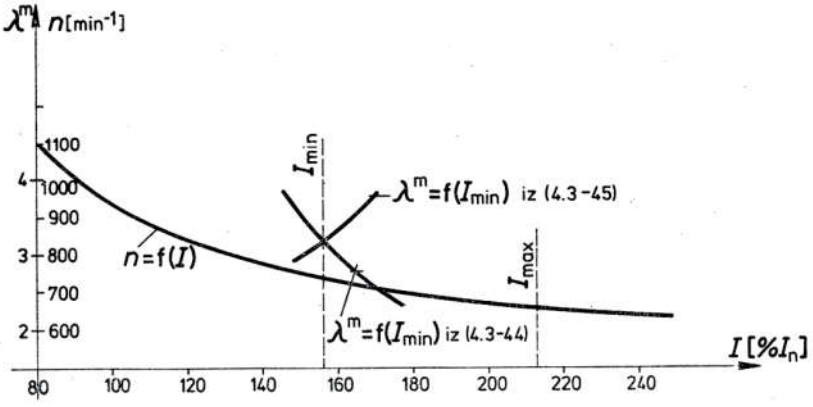
$$I_{min} = 1{,}15\, I_n \doteq 152\ \text{A}.$$

Vjerojatno je stroj u području I_{min} već zasićen, pa za pretpostavljeni moment treba uzeti drugu (veću) vrijednost, tj. za početni račun:

$$I_{min} = 152 \text{ A}, \quad R_{m+1} = \frac{U}{I_{min}} = 3{,}29\ \Omega.$$

Sa sl. 20. otčitaju se vrijednosti brzine vrtnje koje odgovaraju strujama:

$$n_2 = 670 \text{ min}^{-1} \text{ (za } I_{max}), \quad n_1 = 755 \text{ min}^{-1} \text{ (za } I_{min}).$$



Sl. 20.

Broj potrebnih stupnjeva računa se iz relacije (4.3—46):

$$m = \frac{\ln \dfrac{n_1 (R_{m+1} - R_m)}{(n_1 - n_2)(R_{m+1} - R_a)}}{\ln \dfrac{n_2 (R_{m+1} - R_a)}{n_1 (R_m - R_a)}} = 3{,}65.$$

Budući da m mora biti cijeli broj, uzima se $m = 4$. Za nekoliko vrijednosti I_{min} računa se uz pomoć izraza (4.3—38), (4.3—44), (4.3—45) i slično.

I_{min}	n_1	R_{m+1}	λ^m (4.3—44)	λ^m (4.3—45)
155 A	750 min^{-1}	3,227 Ω	3,257	3,14
160 A	740 min^{-1}	3,125 Ω	3,00	3,297
170 A	720 min^{-1}	2,941 Ω	2,57	3,82

Konstrukcijom λ^m (za obje relacije) na sl. 20. određuje se konačno:

$$I_{min} = 156{,}5 \text{ A}, \quad R_{m+1} = 3{,}195\ \Omega, \quad n_1 = 747 \text{ min}^{-1}$$

$$[m = 4, \quad I_{max} = 225 \text{ A}, \quad I_{min} = 156{,}5 \text{ A}].$$

b) Kritični (fiktivni) otpor prema (4.3—41) iznosi:

$$R_k = \frac{(n_1 - n_2)(R_{m+1} - R_a)(R_m - R_a)}{n_1 (R_m - R_a) - n_2 (R_{m+1} - R_a)} + R_a = -0{,}683\ \Omega.$$

Na osnovi (4.3—42) bit će

$$\lambda = \frac{R_a - R_k}{-R_k} = 1{,}337.$$

Otpori stupnjeva pokretača računaju se prema (4.3—47).

$$[R_1 = 0{,}532\ \Omega,\ R_2 = 0{,}942\ \Omega,\ R_3 = 1{,}492\ \Omega,\ R_4 = 2{,}222\ \Omega].$$

c) Parcijalni otpori pojedinih stupnjeva pokretača dobivaju se polazeći od (4.3—48)

$$[R_I = 0{,}73\ \Omega,\ R_{II} = 0{,}55\ \Omega,\ R_{III} = 0{,}41\ \Omega,\ R_{IV} = 0{,}302\ \Omega].$$

d) $$I_{sr} = \sqrt{I_{max} I_{min}} = 187{,}7\ \text{A},\quad P_p = UI_{sr}$$

$$[P_p = 93{,}85\ \text{kW}]$$

22. Nominalni momenti motora I i II

a) $$M_{n1} = 9{,}55 \frac{P}{n} = 95{,}5\ \text{Nm}$$

$$M_{n2} = 127{,}2\ \text{Nm}$$

Za motor I:

$$c_e = \frac{U - I_a R_a}{n} = 0{,}194\ 7$$

$$n_o = \frac{U}{c_e} = 1\ 130\ \text{min}^{-1}.$$

Za motor II:

$$c_e = \frac{U - I_a R_a}{n} = 0{,}133\ 3$$

$$n_o = \frac{U}{c_e} = 1\ 650\ \text{min}^{-1}.$$

Pri 1 000 min^{-1} pojedini motori bit će opterećeni uz linearne odnose momenata i brzina:

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{n_o - n_n}{n_o - n}.$$

Moment je motora I:

$$M_1 = M_n \left(\frac{n_o - n}{n_o - n_n}\right) = 95{,}5 \left(\frac{1\,130 - 1\,000}{1\,130 - 1\,000}\right) = 95{,}5 \text{ Nm}.$$

Motor I bit će opterećen nominalnim momentom, kako je to već naznačeno.

Moment je motora II:

$$M_2 = 127{,}2 \left(\frac{1\,650 - 1\,000}{1\,650 - 1\,500}\right) = 550 \text{ Nm}.$$

Vidi se da je motor II kod brzine od 1 000 min^{-1} jako preopterećen, pa njegovu rotorskom krugu treba dodati predotpor kako bi se smanjilo preopterećenje.

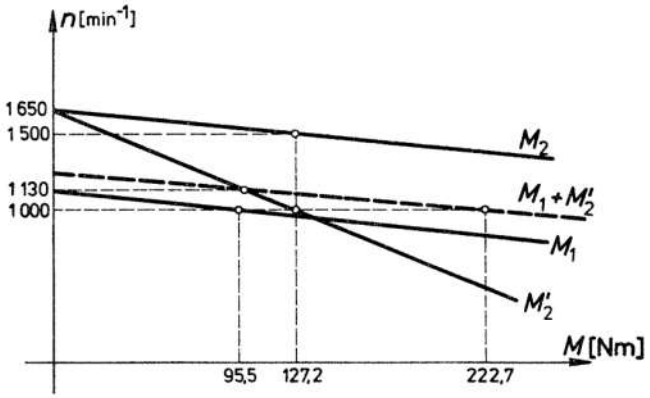
Iz izraza:

$$n = \frac{U}{c_e} - \frac{I_a}{c_e}(R_a + R_p)$$

izlazi

$$[R_p = 0{,}627\ \Omega].$$

b) [Dodatkom predotpora R_p karakteristika M_2 postaje M_2' i pri 1 000 min^{-1} motor II opterećen je nominalnim momentom. Zbroje li se momenti M_1 i M_2', dobiva se karakteristika $M_1 + M'_2$ prema sl. 21.]



Sl. 21.

23. Nominalno je klizanje:

$$s_n = 0{,}02;$$

nominalni moment:

$$M_n = 877 \text{ Nm};$$

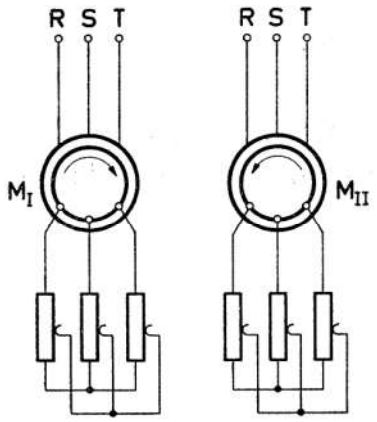
otpor rotora po fazi:

$$R_2 = \frac{s_n E_{20}}{\sqrt{3}\, I_{2n}} = 0{,}009\,19\ \Omega;$$

prekretno je klizanje (prirodno):

$$M_n = \frac{2M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} \qquad s_p = s\left(\frac{M_p}{M_n} + \sqrt{\left(\frac{M_p}{M_n}\right)^2 - 1}\right)$$

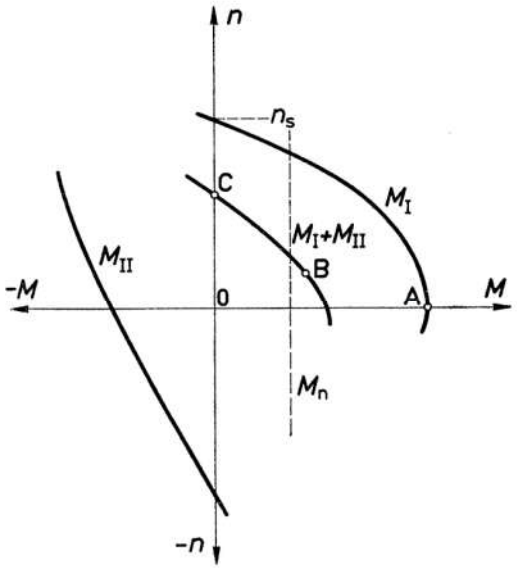
$$s_p = 0{,}108\ 3.$$



Sl. 22.

a) Dodatni otpori

Da se ispune uvjeti zadatka, mora direktni motor imati predotpor kako bi razvio maksimalni moment kod stajanja (točka A), a suprotni motor takav otpor da karakteristika prolazi zadanom točkom B na sl. 23.



Sl. 23.

Za točku A vrijedi:

$$M_I = M_p, \quad s = s_{pI} = 1$$

$$R_{dod\,1} = R_2 \frac{s_{pI}}{s_p} - R_2 = 0{,}075\ 7\ \Omega.$$

Za točku B vrijedi (Klossova jednadžba):

$$M_{\mathrm{I}} - M_{\mathrm{II}} = 1{,}2\, M_{\mathrm{n}} = \frac{2\, M_{\mathrm{p}}}{\frac{0{,}8}{1} + \frac{1}{0{,}8}} - \frac{2M_{\mathrm{p}}}{\frac{1{,}2}{0{,}108\,3\,a} + \frac{0{,}108\,3\,a}{1{,}2}},$$

gdje je »a« faktor kojim valja povećati prekretno klizanje (dakle i otpor rotora) motoru koji koči:

$$1{,}2\, M_{\mathrm{n}} = \frac{2 \cdot 2{,}8\, M_{\mathrm{n}}}{0{,}8 + 1{,}25} - \frac{2 \cdot 2{,}8\, M_{\mathrm{n}}}{\frac{1{,}2}{0{,}108\,3\,a} + \frac{0{,}108\,3\,a}{1{,}2}},$$

odnosno, nakon uređenja:

$$a^2 - \frac{1{,}2}{0{,}108\,3 \cdot 0{,}273}\, a + \frac{1{,}2^2}{0{,}108\,3^2} = 0.$$

Riješivši kvadratnu jednadžbu i odabravši rješenje s fizikalnim smislom, dobit će se:

$$a = 37{,}2$$

$$s_{\mathrm{pII}} = s_{\mathrm{p}} \cdot 37{,}2 = 4{,}03$$

$$R_{\mathrm{dod\,2}} = \left(\frac{4{,}03}{0{,}108\,3} - 1\right) \cdot 0{,}009\,19 = 0{,}333\ \Omega$$

$$[R_{\mathrm{dod\,1}} = 0{,}075\,7\ \Omega,\ R_{\mathrm{dod\,2}} = 0{,}333\ \Omega].$$

b) Moment pri pokretanju iznosi:

$$M_{\mathrm{K}} = M_{\mathrm{I}} - M_{\mathrm{II}} = \frac{2M_{\mathrm{p}}}{\frac{s_{\mathrm{pI}}}{s_{\mathrm{I}}} + \frac{s_{\mathrm{I}}}{s_{\mathrm{pI}}}} - \frac{2M_{\mathrm{p}}}{\frac{s_{\mathrm{pII}}}{s_{\mathrm{II}}} + \frac{s_{\mathrm{II}}}{s_{\mathrm{pII}}}} = 1{,}49\, M_{\mathrm{n}}$$

$$[M_{\mathrm{K}} = 1\,308\ \mathrm{Nm}].$$

c) Rasterećenje

Ako teret naglo padne, vrijedi:

$$M_{\mathrm{II}} - M_{\mathrm{I}} = 0, \text{ odnosno } M_{\mathrm{II}} = M_{\mathrm{I}}$$

$$\frac{2M_{\mathrm{p}}}{\frac{s_{\mathrm{I}}}{s_{\mathrm{pI}}} + \frac{s_{\mathrm{pI}}}{s_{\mathrm{I}}}} = \frac{2M_{\mathrm{p}}}{\frac{s_{\mathrm{II}}}{s_{\mathrm{pII}}} + \frac{s_{\mathrm{pII}}}{s_{\mathrm{II}}}}$$

$$s_{\mathrm{II}} = 2 - s_{\mathrm{I}}$$

$$\frac{s_{\mathrm{I}}}{s_{\mathrm{pI}}} + \frac{s_{\mathrm{pI}}}{s_{\mathrm{I}}} = \frac{2 - s_{\mathrm{I}}}{s_{\mathrm{pII}}} + \frac{s_{\mathrm{pII}}}{2 - s_{\mathrm{I}}}.$$

To je očito kubna jednadžba, ali je napisana u takvom obliku da se može prilično jednostavno riješiti:

$$\frac{s_I}{s_{pI}} - \frac{2 - s_I}{s_{pII}} = \frac{s_{pII}}{2 - s_I} - \frac{s_{pI}}{s_I}$$

$$\frac{s_I \cdot s_{pII} - s_{pI}(2 - s_I)}{s_{pI} \cdot s_{pII}} = \frac{s_I s_{pII} - s_{pI}(2 - s_I)}{s_I (2 - s_I)}$$

$$s_I (2 - s_I)[s_I s_{pII} - s_{pI}(2 - s_I)] = s_{pI} s_{pII}[s_I s_{pII} - s_{pI}(2 - s_I)]$$

$$[s_I (2 - s_I) - s_{pI} s_{pII}][s_I s_{pII} - s_{pI}(2 - s_I)] = 0.$$

Prva zagrada daje:

$$s_I^2 - 2 s_I + s_{pI} \cdot s_{pII} = 0$$

$$s_{I1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - s_{pI} s_{pII}},$$

a druga zagrada:

$$s_I s_{pII} - 2 s_{pI} + s_I s_{pI} = 0 \qquad s_I (s_{pI} + s_{pII}) = 2 s_{pI}$$

$$s_{I3} = \frac{2 s_{pI}}{s_{pI} + s_{pII}}$$

pa će za naš slučaj biti:

$$s_{I1,2} = 1 \pm \sqrt{1 - 4{,}03} \text{ (iracionalno rješenje)}$$

$$s_{I3} = \frac{2 \cdot 1}{1 + 4{,}03} = 0{,}397\,6$$

Tražena je brzina vrtnje nakon rasterećenja:

$$n = n_s (1 - s_{I3}).$$

$$[n = 602{,}4 \text{ min}^{-1}]$$

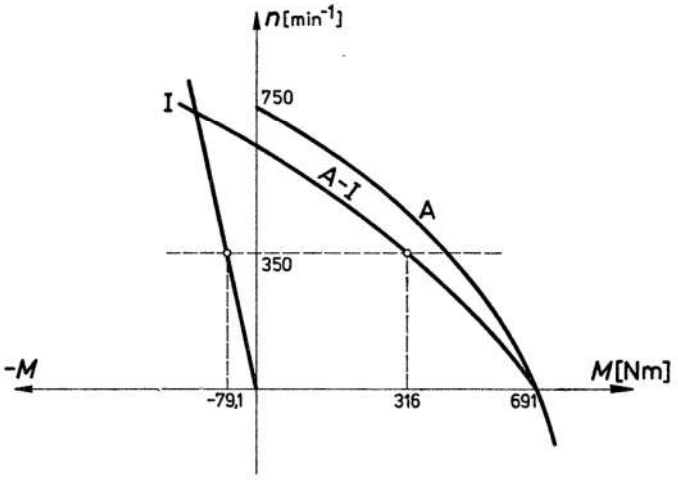
24. a) Dodatni otpor u rotorskom krugu asinhronog motora

$$[R_d \doteq 1{,}00\ \Omega]$$

Dodatni otpor u rotorskom krugu istosmjernog motora

$$[R_d \doteq 1{,}48\ \Omega]$$

b)



Sl. 24.

Moment asinhronog motora bit će:

$$M_a = 395{,}1 \text{ Nm}$$

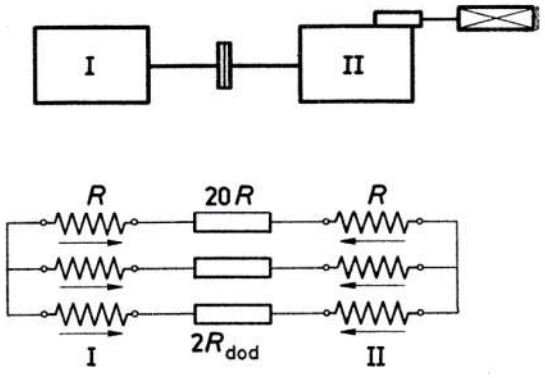
$$M_{pok} = 691{,}1 \text{ Nm},$$

a kočni moment istosmjernog motora:

$$M_{koč} = M_t - M_a = -79{,}1 \text{ Nm}$$

[vidi sl. 24].

25. Nazivni moment svakoga pojedinog motora jest:



Sl. 25.

$$M_n = 9{,}55 \frac{P}{n} = 24\,100 \text{ Nm},$$

a nominalno klizanje pojedinog motora:

$$s_n = \frac{1\,000 - 990}{1\,000} = 0{,}01.$$

Klizanje pojedinog motora uz dodatak otpora deset puta većega od otpora jedne faze (odnosno uz ukupni otpor 11 R) iznosi:

$$s' = 0{,}11.$$

Klizanje pri 910 min^{-1} bit će:

$$s_t = \frac{1\,000 - 910}{1\,000} = 0{,}09.$$

Uz linearne odnose momenta i klizanja, pojedinačni moment motora pri 910 min^{-1} iznosi:

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{s'}{s_t}$$

$$M_m = M_n \frac{s_t}{s'} = 19\,720 \text{ Nm}.$$

Ukupni moment tereta mora biti jednak zbroju momenata pojedinih motora:

$$M_t = M_I + M_{II} = M_m \left(\frac{1 - \cos\vartheta + \frac{s}{s_p} \sin\vartheta}{2} \right) +$$

$$+ M_m \left(\frac{1 - \cos\vartheta - \frac{s}{s_p} \sin\vartheta}{2} \right) = M_m (1 - \cos\vartheta),$$

a kut je zakreta statora:

$$\cos\vartheta = \frac{M_m - M_t}{M_m} = -0{,}775$$

$$\vartheta = 140{,}8°.$$

Približan (za praksu dovoljno točan) odnos gubitaka u rotorskom krugu dvomotornog pogona sa stvarnim teretom i gubitaka u bakru (jednog) motora s nazivnim teretom, može se računati na ovaj način:

dvomotorni pogon:

$$P_{Cur} = s_t (P_{oI} + P_{oII}) = s_t \omega_s (M_I + M_{II}) = s_t \omega_s M_t;$$

jedan motor (nominalni teret):

$$P_{Cu2n} = s_n P_o = s_n \omega_s M_n$$

$$\frac{P_{Cur}}{P_{Cu2n}} = \frac{s_t M_t}{s_n M_n} = \frac{s_t M_m (1 - \cos\vartheta)}{s_n M_n} = \frac{s_t M_n \frac{s_t}{s'} (1 - \cos\vartheta)}{s_n M_n}$$

$$\frac{P_{Cur}}{P_{Cu2n}} = \left(\frac{s_t}{s_n} \right)^2 \left(\frac{R}{R + R_{dod}} \right) (1 - \cos\vartheta) = 13{,}07;$$

točan izraz za omjer gubitaka (zbog usporedbe) bio bi:

$$\frac{P_{\mathrm{Cur}}}{P_{\mathrm{Cu2n}}} = \frac{2I_2^2\,(R + R_{\mathrm{dod}})}{I_{2\mathrm{n}}^2\,R} = \frac{2\,(R + R_{\mathrm{dod}})}{R} \left| \frac{E_{20}\,s_{\mathrm{t}}\,(1 - \mathrm{e}^{j\vartheta})}{2\,(R + R_{\mathrm{dod}} + \mathrm{j}\,s_{\mathrm{t}}\,X_2)} \right|^2 \cdot$$

$$\cdot \left| \frac{R + \mathrm{j}\,s_{\mathrm{n}}\,X_2}{E_{20}\,s_{\mathrm{n}}} \right|^2$$

$$\frac{P_{\mathrm{Cur}}}{P_{\mathrm{Cu2n}}} = \left(\frac{s_{\mathrm{t}}}{s_{\mathrm{n}}}\right)^2 \left(\frac{R}{R + R_{\mathrm{dod}}}\right) (1 - \cos\vartheta) \left[\frac{1 + \left(\frac{s_{\mathrm{n}}}{s_{\mathrm{p}}}\right)^2}{1 + \left(\frac{s_{\mathrm{t}}}{s_{\mathrm{p}}'}\right)^2}\right].$$

Razlika je samo u četvrtom faktoru na desnoj strani posljednje jednadžbe kojem je vrijednost vrlo bliza jedinici

$$[P_{\mathrm{Cur}} \doteq 13{,}07\,P_{\mathrm{Cu2n}},\ \vartheta = 140{,}8°].$$

26. Kad je brzina vrtnje 1 460 min^{-1}, ventilatoru je potreban ukupni moment kombinacije motora:

$$M_{\mathrm{v1}} \doteq 353\ \mathrm{Nm}\ \text{uz kut zakreta statora}\ \vartheta_{\mathrm{e1}} = 180°.$$

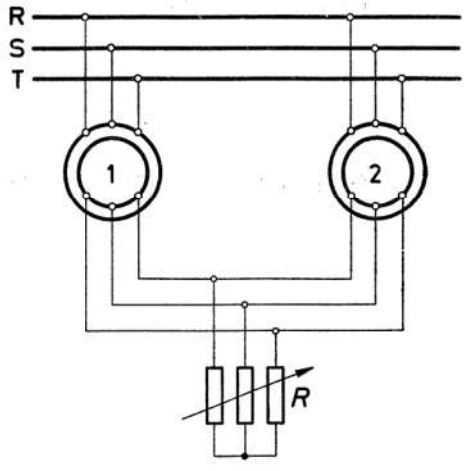
Pri brzini vrtnje od 1 350 min^{-1} i ukupnom momentu motora bit će:

$$M_{\mathrm{v2}} \doteq 302\ \mathrm{Nm}\ \text{uz kut zakreta statora}$$

$$[\vartheta_{\mathrm{meh}} = 34{,}4°].$$

27. Mehanički je kut zakreta među rotorima $[\vartheta_{\mathrm{meh}} = 8{,}6°]$.

28.



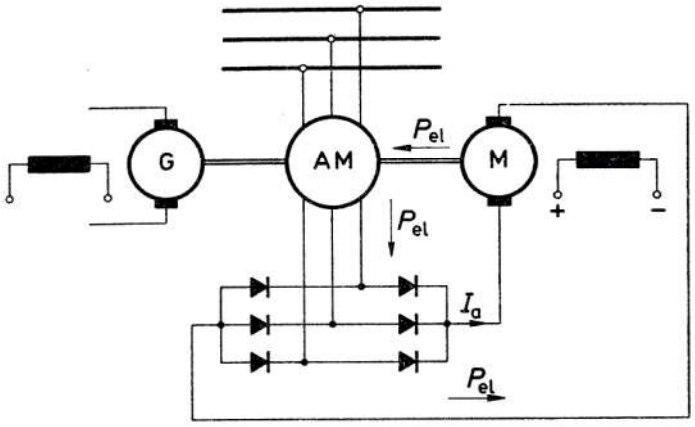
Sl. 26.

Moment je izjednačenja $[M_{\mathrm{izj}} = 150\ \mathrm{Nm}]$.

29. Kut pomaka rotora $[\vartheta_{\mathrm{el}} = 20{,}2°]$

$$[M_{\mathrm{I}} = 2\,116\ \mathrm{Nm},\ M_{\mathrm{II}} = 3\,936\ \mathrm{Nm}]$$

30.



Sl. 27.

a) Prema uvjetima u zadatku (zanemaruju se gubici u ispravljačkom mostu i istosmjernom motoru) za snagu se kaskade općenito (u našem primjeru $P_{gist} = 0$) dobiva:

$$P_{kas} = P_{as} + P_{ist} = P_o (1 - s) - P_{tr} + P_o s - P_{Cu2} - P_{gist} \quad (I)$$

Tu je P_{as} snaga asinhronoga, a P_{ist} istosmjernog motora na osovini kaskade, P_{tr} je snaga izgubljena na vlastito trenje asinhronog motora, P_o snaga okretnog polja asinhronog motora i P_{Cu2} su gubici u bakru sekundara asinhronog motora. Pri nominalnoj brzini vrtnje bit će $P_{Cu2} = P_{Cu2n} = P_o s$, tj. cijelu snagu daje asinhroni motor, dakle je $P_{ist} = 0$, $M_{ist} = 0$. Na sekundaru motora vrijedi: $I_2 = I_{2n} = 115$ A, $U_2 = E_{20} s_n - I_{2n} R_2 = 0$. Na istosmjernoj strani bit će $I_{ist} = I_{2n}/0{,}816 = 141$ A.

$$[U_{ist} = 0 \text{ V}]$$

b) Ako se podijeli jednadžba I s ω (za rad pri bilo kojoj brzini vrtnje), moment kaskade iznosi:

$$M_{kas} = \frac{P_o (1 - s)}{\omega} - \frac{P_{tr}}{\omega} + \frac{P_o s}{\omega} - \frac{P_{Cu2}}{\omega}.$$

Za pojedine članove na desnoj strani jednadžbe vrijedi:

$$\frac{P_o (1 - s)}{\omega} = \frac{P_o (1 - s)}{\omega_s (1 - s)} = M_{as}$$

$$\frac{P_{tr}}{\omega} = M_o$$

$$\frac{P_o s}{\omega} = \frac{P_o}{\omega_s} \frac{s}{1 - s} = M_{as} \frac{s}{1 - s}$$

$$\frac{P_{Cu2}}{\omega} = \frac{P_{Cu2n}}{\omega} \left(\frac{I_n}{I_{2n}}\right)^2 = \frac{P_{Cu2n}}{\omega} \left(\frac{M_{as}}{M_{en}}\right)^2 = \frac{s_n}{1 - s} \frac{M_{as}^2}{M_{en}}.$$

Znači da je:

$$M_{kas} = M_{as}\left(1 + \frac{s}{1-s}\right) - M_o - \frac{s_n}{1-s}\frac{M_{as}^2}{M_{en}}.$$

M_{as} je razvijeni (elektromagnetski) moment asinhronog motora općenito, a M_{en} je u nazivnoj radnoj točki, dok je M_o moment trenja asinhronog motora.

Za najmanju brzinu vrtnje u traženom opsegu će se posljednju jednadžbu (u sređenom obliku) pisati:

$$M_{as}^2 - \frac{M_{as} M_{en}}{s_n} + \frac{M_{en}(1-s)}{s_n}(0{,}75\, M_n + M_o) = 0.$$

Odatle će potrebni razvijeni moment biti:

$$M_{as} = 554{,}1 \text{ Nm}$$

i struja rotora:

$$I_2 = 64{,}4 \text{ A}.$$

Moment je istosmjernog stroja: $M_{ist} = M_{kas} - M_{as} + M_o = 191$ Nm; potrebna snaga istosmjernog motora: $P_p = M_{ist}\,\omega = 14{,}7$ kW; ispravljeni napon i struja na istosmjernoj strani:

$$U_{ist} = \frac{E_{20}}{\sqrt{3}}\left(s - s_n\frac{M_{as}}{M_{en}}\right)\cdot 2{,}34 \doteq 179 \text{ V}, \quad I_{ist} \doteq \frac{I_2}{0{,}816} = 79 \text{ A}.$$

Potrebna tipska snaga istosmjernog stroja dobila bi se kao produkt većeg napona (179 V) i veće struje (141 A), tj. $P_t \doteq 25{,}5$ kW. Međutim, ipak se ne mora uzeti motor tako velike snage jer pri većoj struji (141 A) nema gubitka u željezu zbog toga što je magnetski tok jednak nuli. Za istosmjerne strojeve poznato je da je zagrijanje bakra armature približno proporcionalno ukupnim gubicima u armaturi. Uzme li se da normalan istosmjerni stroj u nazivnoj radnoj točki ima oko 1/3 ukupnih gubitaka u željezu, a 2/3 u bakru, mogla bi se veća struja reducirati sa 141 A na približno $141 \cdot \sqrt{2/3} = 115$ A. Tako će realna tipska snaga iznositi $P_{t=} \simeq 20{,}6$ kW uz $U_{ist} = 179$ V i $I_{ist} = 115$ A. Dobro se vidi kako je kaskadni spoj konstantne snage neekonomičan za radne mehanizme s ovakvim karakterom momenta tereta jer za realno potrebnih 14,5 kW snage istosmjernog motora treba uzeti motor tipske snage $\simeq 20{,}6$. Istodobno je asinhroni motor rasterećen, $P_{as} = M_{as}\,\omega = 42{,}7$ kW, tako da su oba zapravo neiskorišteni.

$$[P_{p=} = 14{,}7 \text{ kW}, \; P_{t=} = 20{,}6 \text{ kW}]$$

5. DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA

Osnovne definicije dinamičkih stanja elektromotornih pogona navedene su već u poglavlju o osnovama dinamike elektromotornih pogona. Sistematska obrada mogućih dinamičkih stanja koja su od tehničkog interesa premašuju danas znatno jednu, makar i vrlo opsežnu knjigu, i ne mogu nipošto biti obuhvaćena jednim udžbenikom. Mnogobrojne vrste motora i radnih mehanizama, sve moguće kombinacije opterećenja i upravljanja, sve varijacije raznih tromosti koje imaju odlučnu ulogu u tretmanu dinamičkih stanja elektromotornog pogona, dovode do nepreglednog niza problema i primjera koji se rješavaju na različite načine. Za nas je mnogo važnija metoda kojom se pristupa rješavanju takvih zadataka. Zato je ostvarljivi zadatak jednog udžbenika da prikaže osnovne metode i načine rješavanja s kojima se može pristupiti svakome dinamičkom stanju, makar putovi određenoga fizikalnog zaključivanja i matematičke obrade budu od slučaja do slučaja različiti. Tako ćemo u ovom poglavlju prikazati nekoliko tipičnih dinamičkih stanja elektromotornih pogona s raznim vrstama motora. Osim toga bit će izložena i neka od pitanja povezanih s pravilnim osnovnim izborom motora za elektromotorni pogon s dinamičkim stanjima, te neka od osnovnih ekonomskih pitanja vezanih za dinamička stanja elektromotornog pogona.

5.1. NEKA DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ISTOSMJERNIM MOTORIMA

Već u 3. poglavlju, gdje se izlažu dinamike elektromotornih pogona, naglašen je poseban interes upravljen na analizu trajanja dinamičkih stanja i na promjene brzine vrtnje i gubitke energije u dinamičkim stanjima općenito. To je posebno naglašeno kad je riječ o elektromotornim pogonima s istosmjernim motorima. Ti se motori, naime, najčešće upotrebljavaju u elektromotornim pogonima s promjenljivom brzinom vrtnje i uopće u reguliranim elektromotornim pogonima, gdje se upravo zahtijeva poznavanje njihova ponašanja u dinamičkim stanjima. U dinamičkim pojavama elektromotornih pogona, uzevši općenito, često se pojavljuju velike struje u elektromotorima, pa ih je potrebno poznavati, ali i njihovu ovisnost o vremenu ili brzini vrtnje. Analiza toka struje u dinamičkim stanjima važnija je za elektromotorne pogone s istosmjernim motorima nego za pogone s ostalim vrstama motora. Istosmjerni (kolektorski) strojevi posebno su osjetljivi na velike struje; zapravo oni ne smiju ni kratkotrajno raditi s velikim strujama (veličina od približno $2\,I_n$) zbog problema komutacije, pa se pojava takvih struja redovno sprečava i ograničuje. Naprotiv, kratkotrajna pojava velikih struja (5—$10\,I_n$) pri izmjeničnim motorima sasvim je dopuštena i normalno se očekuje i koristi se njome u nekim dinamičkim stanjima (zalet, kočenje). Zato se i analizi struje u elektromotornim pogonima s istosmjernim strojevima mora pokloniti mnogo veća pažnja.

Za opću analizu dinamičkih stanja elektromotornih pogona s istosmjernim strojevima redovno se polazi od osnovne naponske jednadžbe za armaturni strujni krug (II Kirchoffov zakon primijenjen na armaturni strujni krug):

$$U = E + iR + L \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

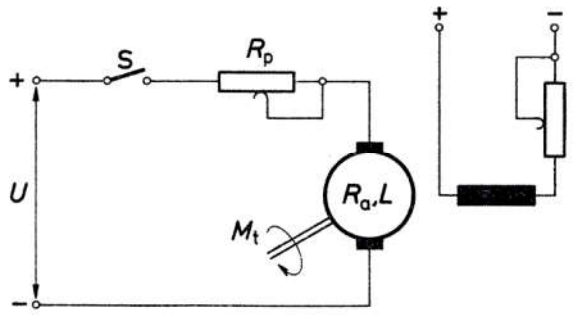
i od osnovne jednadžbe za ravnotežu momenata:

$$M_m = M_u + M_t, \tag{1.3—1.a}$$

poznate već iz 1. poglavlja.

5.1.1. Mehanička dinamička stanja elektromotornog pogona s nezavisno (poredno) uzbuđenim istosmjernim motorom

Sl. 1. prikazuje principni spoj nezavisno (poredno) uzbuđenog motora u elektromotornom pogonu. U armaturnom je krugu njegov radni otpor armature R_a, koji obuhvaća otpore svih u seriju spojenih namota, i još, u općem slučaju, predotpor R_p, tako da je ukupni radni otpor $R = R_a + R_p$. Dalje, tu je induktivitet L, kojim se armatura suprotstavlja promjenama struje. Na motorskoj osovini



Sl. 1. Principna shema nezavisno uzbuđenog istosmjernog motora s oznakom veličina važnih u zaletu s konstantnom uzbudom

djeluje moment tereta M_t, a vrtnji se opire ukupna zamašna masa reducirana na osovinu motora mD^2. Uzbudnim namotom neka teče nazivna uzbudna struja tako da je u motoru razvijen glavni magnetski tok nominalnog iznosa Φ_{gl}. Pretpostavimo da je induktivitet L vrlo malen, znatno manji od ukupnoga radnog otpora R, pa ga stoga ($L \ll R$) možemo zanemariti, tj. smatramo da je:

$$L \doteq 0.$$

To ujedno znači da ne uzimamo električke prijelazne pojave što nastaju u armaturnom krugu, koji se sad ponaša kao čisti omski otpor. S time smo i dinamička stanja takva pogona sveli na mehanička dinamička stanja jer smo pretpostavili da nema električke tromosti. Neka još moment tereta radnom mehanizmu bude konstantan:

$$M_t = \text{konst.}$$

Odaberemo li zalet takvoga elektromotornog pogona od mirovanja do pune brzine vrtnje za prijelaznu pojavu koju želimo analizirati, moramo napisati relacije koje to stanje izražavaju. Naponsko stanje daje jednadžba (1), koja uz pretpostavku $L = 0$ prelazi u:

$$U = E + iR = c_e \cdot n + iR \tag{2}$$

Ravnotežu na osovini daje relacija (1.3—1.a), koja uz (2.2—2) i $M_m = k_m \Phi_{gl}\, i = c_m \cdot i$, te uz (3.1—2.a) daje:

$$M_m = M_u + M_t = c_m \cdot i = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{dn}{dt} + M_t. \tag{3}$$

Pri tome su c_e i c_m u odjeljku 2.2. uvedene konstante konstrukcijske izvedbe. Želimo li najprije analizirati vremenski tok brzine vrtnje, izrazimo struju iz relacije (3):

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2 \cdot c_m} \frac{dn}{dt} + \frac{M_t}{c_m} \tag{4}$$

i uvrstimo u izraz (2) pa izlazi nakon dijeljenja s c_e:

$$\frac{U}{c_e} = n + \frac{mD^2 \cdot R}{38{,}2\, c_e \cdot c_m} \frac{dn}{dt} + \frac{M_t \cdot R}{c_e \cdot c_m}. \tag{5}$$

Analizirajmo pojedine dijelove jednadžbe stanja (5). Lijeva strana $\frac{U}{c_e}$ izražava brzinu vrtnje u praznom hodu — vidi izraz (2.2—5). Budući da je nakon završetka prijelazne pojave u stacionarnom stanju moment motora jednak momentu tereta, $M_{mst} = M_t$, a za M_t se uzima da je konstantan, bit će:

$$\frac{M_t \cdot R}{c_m \cdot c_e} = \frac{M_{mst} \cdot R}{c_e \cdot c_m} = \frac{c_m \cdot I_t \cdot R}{c_e \cdot c_m} = \frac{\Delta U}{c_e}.$$

Tu je I_t struja, a ΔU pad napona u stacionarnom stanju, pa vrijedi:

$$\frac{M_t \cdot R}{c_m \cdot c_e} = \frac{\Delta U}{c_e} = \frac{U - E_t}{c_e} = n_o - n_t.$$

Ovdje je n_t brzina vrtnje u stacionarnom stanju, nakon prijelazne pojave. Uvedemo li još:

$$T_{em} = \frac{mD^2 \cdot R}{38{,}2 \cdot c_e \cdot c_m}, \tag{6}$$

može se uz pokazane relacije izraz (5) pisati kao:

$$n_o = n + T_{em} \frac{dn}{dt} + n_o - n_t,$$

ili:

$$n + T_{em} \frac{dn}{dt} - n_t = 0. \tag{5.a}$$

Tako smo dobili relaciju za brzinu vrtnje u obliku diferencijalne jednadžbe prvog reda. Separacijom varijabli nastaje relacija:

$$-\frac{dt}{T_{em}} = \frac{dn}{n - n_t},$$

kojoj integral glasi:

$$\ln (n - n_t) = -\frac{t}{T_{em}} + \ln C = +\ln e^{-t/T_{em}} + \ln C = \ln (C\, e^{-t/T_{em}}),$$

što znači da je:

$$n - n_t = C \cdot e^{-t/T_{em}}.$$

Konstanta integracije C određuje se iz početnih uvjeta. U početku je pojave $t = 0$ i $n = 0$, što u posljednjoj relaciji daje:

$$0 - n_t = C \cdot 1 \rightarrow C = -n_t.$$

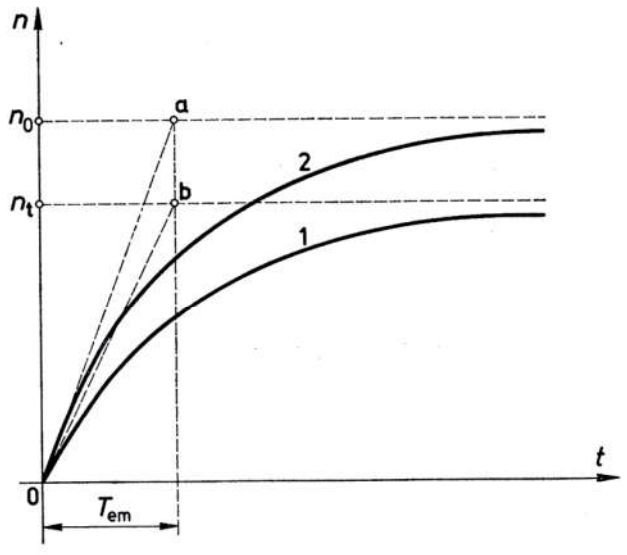
Na osnovi toga jednadžba brzine vrtnje će u algebarskom obliku biti:

$$n = n_t (1 - e^{-t/T_{em}}). \tag{5.b}$$

Brzina vrtnje u zaletu s pretpostavljenim uvjetima raste po poznatome eksponencijalnom zakonu (vidi sl. 2, krivulju 1). Ako nema momenta tereta ($M_t = 0$) za vrijeme zaleta, tj. pri zaletu bez tereta, konačna brzina vrtnje jednaka je brzini vrtnje u praznom hodu ($n_t = n_o$) pa za brzinu vrtnje u takvu zaletu vrijedi:

$$n = n_o (1 - e^{-t/T_{em}}). \tag{5.c}$$

Taj slučaj prikazan je krivuljom 2 na sl. 2. Intenzitet promjene brzine vrtnje očito određuje konstanta T_{em} i o njoj će poslije biti više riječi.



Sl. 2. Brzina vrtnje u zaletu elektromotornog pogona (mehanička prijelazna pojava) s motorom prema sl. 1: 1 — s konstantnim momentom tereta M_t, 2 — bez tereta

Analiza toka struje za pretpostavljeni zalet istosmjernim nezavisno uzbuđenim motorom može se izvesti jednako kao i analiza brzine vrtnje. Struja je u obliku diferencijalne jednadžbe već prikazana izrazom (4):

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2 \cdot c_m} \cdot \frac{dn}{dt} + \frac{M_t}{c_m} = \frac{mD^2}{38{,}2 \cdot c_m} \cdot \frac{dn}{dt} + I_t.$$

Tu je I_t struja tereta u stacionarnom stanju nakon prijelazne pojave. Tad se iz bilo kojeg oblika jednadžbe (5) može izraziti brzina vrtnje, odnosno njezina vremenska derivacija, i uvrstiti je u jednadžbu (4), pa se tako eliminira brzina vrtnje u razmatranju struje. Derivirajući (5.b) dobiva se:

$$\frac{dn}{dt} = -n_t \cdot e^{-t/T_{em}} \cdot \left(-\frac{1}{T_{em}}\right) = \frac{n_t}{T_{em}} e^{-t/T_{em}},$$

što, uvršteno u izraz (4), daje:

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2 \cdot c_m} \cdot \frac{n_t}{T_{em}} \cdot e^{-t/T_{em}} + I_t. \tag{4.a}$$

To možemo dalje razvijati ovako:

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2 \cdot c_m} \frac{R}{c_e} \frac{c_e}{R} \frac{n_t}{T_{em}} \cdot e^{-t/T_{em}} + I_t,$$

pa uz primjenu jednadžbe (6) dobivamo:

$$i = \frac{c_e \cdot n_t}{R} \cdot e^{-t/T_{em}} + I_t.$$

Produkt $c_e \cdot n_t$ inducirani je napon u motoru E_t u trajnom radu nakon zaleta, tj. to je napon smanjen za pad napona uzrokovan strujom tereta I_t pa izlazi:

$$i = \frac{U - I_t \cdot R}{R} \cdot e^{-t/T_{em}} + I_t$$

i konačno $\left(\text{uz } \frac{U}{R} = I_k, \text{ tj. struja kratkog spoja}\right)$:

$$i = (I_k - I_t) \cdot e^{-t/T_{em}} + I_t. \tag{4.b}$$

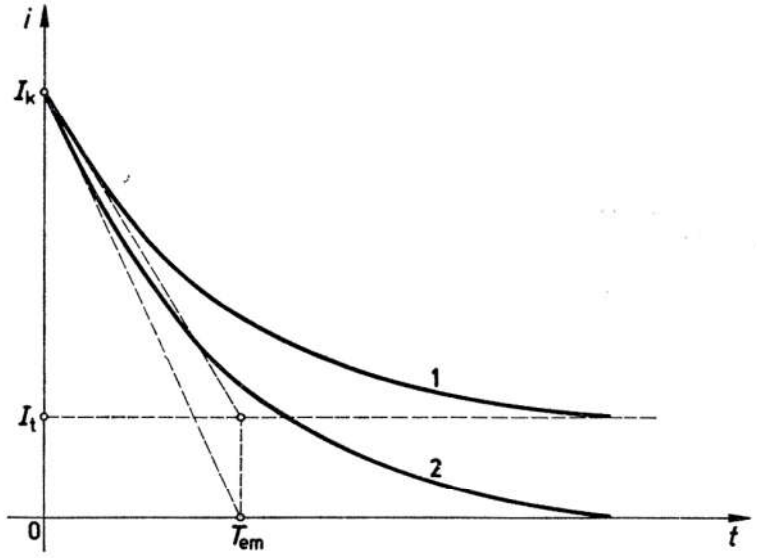
Struja se u zaletu mijenja (opada) po eksponencijalnom zakonu. Na sl. 3. krivulja 1 prikazuje izračunati slučaj. Ako opet pretpostavimo da razmatramo zalet bez tereta ($M_t = 0$, umjesto s konstantnim teretom), onda nema ni struje tereta, tj. $I_t = 0$, pa vrijedi:

$$i = I_k \cdot e^{-t/T_{em}}. \tag{4.c}$$

Eksponencijalna krivulja 2 na sl. 3. predočuje taj slučaj. I tu intenzitet vremenske promjene struje u prijelaznoj pojavi (zaletu) određuje konstanta T_{em}.

Želimo li za naš slučaj računati trajanje zaleta ili dijela zaleta od početne brzine $n = 0$ do neke konačne brzine n, mogli bismo upotrijebiti opći izraz (3.1—3.a):

$$t = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_0^n \frac{dn}{M_m - M_t}.$$



Sl. 3. Struje u zaletu elektromotornog pogona (mehaničke prijelazne pojave) s motorom po sl. 1: 1 — s konstantnim momentom tereta M_t, 2 — bez tereta

Međutim, trajanje zaleta jednostavnije se dobije iz jednadžbe (5.b), za zalet s konstantnim momentom tereta, i (5.c), za zalet bez tereta. Prikaže li se t iz tih izraza eksplicitno, bit će:

$$t = - T_{em} \cdot \ln \frac{n_t - n}{n_t} \tag{7}$$

za zalet s konstantnim momentom M_t, odnosno:

$$t = - T_{em} \cdot \ln \frac{n_o - n}{n_o} \tag{7.a}$$

za zalet bez tereta. Želimo li računati trajanje cijelog zaleta od mirovanja do pune brzine vrtnje u statičkom stanju nakon zaleta, trebalo bi za pogon pri konstantnom teretu uvrstiti $n = n_t$ u izraz (7), i ako nema tereta, uvrstiti $n = n_o$ u relaciju (7.a). No s time bi se dobilo beskonačno trajanje zaleta ($t = \infty$) u oba slučaja jer se brzina vrtnje približuje asimptotski svojoj konačnoj vrijednosti, što se i vidi u relacijama (5.b) i (5.c), a i sa sl. 2. Zato ćemo za praktičku upotrebu u ovakvim slučajevima računati da je mehanička prijelazna pojava okončana kad se postigne brzina vrtnje koja odgovara 95% promjene. To za zalet znači 95% konačne brzine vrtnje. U relaciju (7) valja uvrstiti $n \doteq 0{,}95 n_t$, a u izraz (7.a) $n \doteq 0{,}95\, n_o$. S time se postiže:

$$t \doteq - T_{em} \ln 0{,}05 = - T_{em} (\ln 5 - \ln 100) = - T_{em} (1{,}61 - 4{,}61)$$

$$t \doteq 3\, T_{em}. \tag{7.b}$$

Tako je za praktičke potrebe dovoljno točno proračunata vrijednost trajanja zaleta.

Za nešto općenitiji slučaj promjene brzine vrtnje u prijelaznoj pojavi uzrokovanoj promjenom narinutog napona U ili promjenom iznosa predotpora R_p na sl. 1, daje se izvesti i nešto općenitiji izraz za trajanje prijelazne pojave. Pođe li

se od opće diferencijalne jednadžbe za brzinu vrtnje (5) u razmatranim uvjetima i njezina općeg rješenja:

$$n = n_t + C\,e^{-t/T_{em}}, \tag{5.d}$$

valja samo uvrstiti odgovarajuće početne uvjete za naš općenitiji slučaj. Neka se u početku pojave ($t = 0$) naš elektromotorni pogon vrti nekom početnom brzinom vrtnje n_{po} pa iz (5.d) biva:

$$n_{po} = n_t + C \rightarrow C = n_{po} - n_t$$

i, konačno:

$$n = n_t + (n_{po} - n_t)\,e^{-t/T_{em}}. \tag{5.e}$$

Potraži li se trajanje prijelazne pojave iz relacije (5.e), dobiva se:

$$t = -\,T_{em} \ln \frac{n - n_t}{n_{po} - n_t} \tag{7.d}$$

i ako je pogon bez momenta tereta ($M_t = 0$):

$$t = -\,T_{em} \ln \frac{n - n_o}{n_{po} - n_o}. \tag{7.e}$$

Vrijednosti trajanja prijelazne pojave po relacijama (7.d) i (7.e) konačne su za sve vrijednosti brzine vrtnje osim $n = n_t$ prema (7.d) i $n = n_o$ po (7.e), tj. osim za prelazak u stacionarno stanje. Tad će se morati uvrstiti već dogovorenih 95% promjene, tj. $n = 0{,}95\,(n_t - n_{po})$ u (7.d) i $n = 0{,}95\,(n_o - n_{po})$ u (7.e). Uz pomoć relacije (7.d) i (7.e) lako se računaju npr. trajanja zaleta na pojedinom stupnju otpornika pokretača. Tad za n valja uvrstiti n_k, tj. konačnu brzinu vrtnje na kraju pokretanja u tom stupnju, a n_{po} je početna brzina vrtnje na tom stupnju pokretanja. Konstanta T_{em} računa se iz relacije (6) za odgovarajuće vrijednosti ukupnog otpora pokretača na promatranom stupnju pokretanja.

Račun trajanja pokretanja prema jednadžbama (7.d) ili (7.e) smatramo dovoljno točnim usprkos činjenici što je razmatrana samo mehanička pojava (uz uvodnu pretpostavku $L \doteq 0$). Naime, otpor je u armaturnom krugu na svim stupnjevima pokretanja veći od otpora armature R_a, a prema izrazu (6) vremenska je konstanta T_{em} to veća što je priključeni otpor armaturnoga strujnog kruga veći, a vremenska konstanta koja karakterizira električke prijelazne pojave bit će to manja što je otpor u armaturnome strujnom krugu veći.

5.1.2. Elektromehanička vremenska konstanta

U odjeljku 5.1.1. vidi se jasno da je za promjene brzine vrtnje i struje u zaletu istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora odlučna konstanta T_{em} iz relacije (6):

$$T_{em} = \frac{mD^2 \cdot R}{38{,}2 \cdot c_e \cdot c_m}.$$

Zapaža se na sl. 2. i 3, a i u svim relacijama od (5) do (7), da je to vremenska konstanta sa svojstvima poznatih drugih vremenskih konstanti (električke, mehaničke i toplinske). Uobičajen je u elektromotornim pogonima naziv »elektromehanička«

vremenska konstanta jer ona karakterizira promjene i električkih i mehaničkih veličina, kao što je u našem primjeru bio slučaj sa strujom i i brzinom vrtnje n. Pomnožimo li brojnik i nazivnik izraza (6) za T_{em} strujom kratkog spoja I_k, onda je $I_k \cdot R$ narinuti napon (brojnik), a $c_m \cdot I_k$ je moment u kratkom spoju (nazivnik):

$$T_{em} = \frac{mD^2 \cdot R}{38{,}2 \cdot c_m \cdot c_e} \frac{I_k}{I_k} = \frac{mD^2 \cdot U}{38{,}2 \cdot c_e \cdot M_k}$$

$$T_{em} = \frac{mD^2 \cdot n_o}{38{,}2 \cdot M_k}. \tag{6.a}$$

Tako smo dobili drugi oblik elektromehaničke vremenske konstante po izrazu (6.a). Iz vanjske karakteristike nezavisno uzbuđenog motora na sl. 4. opaža se proporcionalnost razvijenog momenta motora i razlika između brzine vrtnje u praznom hodu i one koja odgovara promatranom momentu. Na primjer, za točku A karakteristike vrijedi na osnovi sličnosti trokuta:

$$M_A : (n_o - n_A) = M_k : n_o,$$

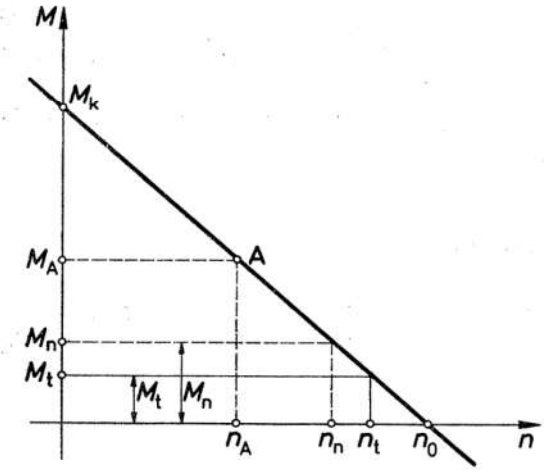
a za nazivnu točku (M_n, n_n):

$$M_n : (n_o - n_n) = M_k : n_o.$$

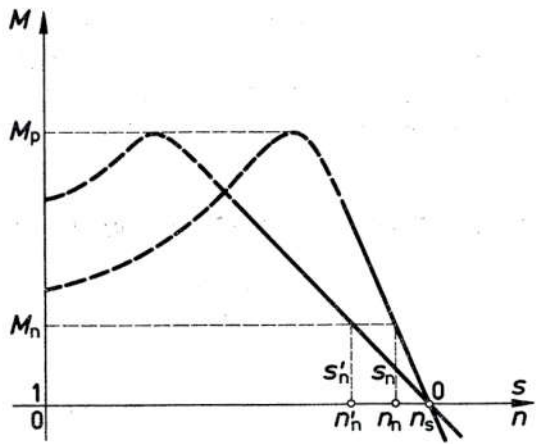
Polazeći od toga može se izraz (6.a) pisati još i kao:

$$T_{em} = \frac{mD^2 \cdot (n_o - n_n)}{38{,}2 \cdot M_n}. \tag{6.b}$$

Dalje se iz toga odmah zaključuje da elektromehanička konstanta karakterizira sva ona mehanička dinamička stanja pri kojima je vanjska karakteristika elektromotora (ili njegova mehanička karakteristika) pravac. To će, znači, vrijediti i kod npr. asinhronog motora ako je prijelazna pojava na dijelu karakteristike koji je približno pravac (vidi sl. 5, puno izvučeni dio karakteristike). Budući da je kod



Sl. 4. Vanjska karakteristika istosmjernog nezavisno uzbuđenog motora — uz objašnjenje odnosa kod elektromehaničke vremenske konstante



Sl. 5. Vanjska karakteristika asinhronog motora — uz objašnjenje elektromehaničke vremenske konstante

asinhronog motora brzina vrtnje u praznom hodu sinhrona brzina vrtnje $n_0 = n_s$, a nominalna brzina vrtnje je $n_n = n_s (1 - s_n)$, gdje je s_n nazivno klizanje za odgovarajuću mehaničku karakteristiku, može se elektromehanička vremenska konstanta za asinhroni motor napisati i kao:

$$T_{em} = \frac{mD^2 \cdot n_s \cdot s_n}{38{,}2 \cdot M_n}. \tag{6.c}$$

Elektromehanička vremenska konstanta po svojoj je formalnoj strukturi slično građena kao mehanička — vidi (3.0—5.a), samo što je za prirodne mehaničke karakteristike strojeva (bez predotpora ili dodatnih otpora) tek neznatni dio mehaničke. To se najjasnije vidi iz izraza (6.b) i (6.c). Veličina elektromehaničke vremenske konstante mijenja se promjenom predotpora u armaturnome strujnom krugu prema (6) istosmjernog motora ili dodatnih otpora u rotorskom krugu kolutnih asinhronih motora, s kojima se proporcionalno mijenja klizanje, pa i klizanje pri nominalnom momentu — prema (6.c). Najmanja je elektromehanička vremenska konstanta nekome elektromotornom pogonu istosmjernom strujom kad je bez predotpora, uz $R = R_a$ u izrazu (6), i bez dodatnih otpora u rotoru asinhronog motora, jer je onda najmanje nazivno klizanje s_n u relaciji (6.c). Povećava li se predotpor u armaturi istosmjernog stroja ili dodatni otpor u rotoru asinhronog stroja, proporcionalno raste elektromehanička vremenska konstanta, a s njome i trajanje onih prijelaznih pojava za koje je ona mjerodavna.

5.1.3. Elektromehanička dinamička stanja elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom

Već je na sl. 3. očita nelogičnost vremenskog toka struje u početku zaleta, kad struja u vremenu nula skokomice poprima vrijednost I_k. Zanemarena je električka prijelazna pojava ($L = 0$) zbog koje se armaturni strujni krug ponaša kao omski otpor, bez tromosti. Zapravo, budući da uvijek postoji induktivitet L u armaturnome strujnom krugu, uvijek strujni tok u zaletu mora početi od vrijednosti nula. Za porast struje nekoga upravo ukopčanog električnog kruga istosmjerne struje mjerodavna je poznata električka vremenska konstanta:

$$T_{el} = \frac{L}{R}.$$

U složenijemu električnom krugu, kao što je armatura istosmjernog stroja gdje osim pasivnih elemenata R i L djeluje još i inducirani napon E, bit će i prijelazne pojave složenije i neće se moći prikazati samo jednom vremenskom konstantom, osim u uvjetima iznesenima u uvodu poglavlja o osnovama dinamike. To znači da naša slika uz zanemareni induktivitet L armaturnoga strujnog kruga približno točno predočuje stanje samo kad je električka vremenska konstanta T_{el} znatno manja od elektromehaničke T_{em}. Općenito se može stvarna prijelazna pojava elektromotornog pogona prikazati samo zajedničkom analizom elektromagnetskih i mehaničkih veličina. Za primjer opće prijelazne pojave elektromotornog pogona (osim toplinske) s nezavisno uzbuđenim motorom, prema sl. 1 (uz konstantni

moment tereta M_t), polazi se od potpunih jednadžbi za električnu i mehaničku ravnotežu:

$$U = E + i R + L \cdot \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

$$M_m = c_m i = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + M_t. \tag{3}$$

Izložit ćemo kako se dobiva opći oblik tih jednadžbi s razdvojenim funkcijama struje i brzine vrtnje. U izrazu (1) zamijenimo E s $c_e n$:

$$U = c_e n + i R + L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \tag{8}$$

i derivirajmo relaciju (8) po vremenu:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = 0 = c_e \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + R \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + L \frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2}, \tag{9}$$

zatim izrazimo i iz jednadžbe (3):

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + \frac{M_t}{c_m} = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + I_t \tag{10}$$

i derivirajmo izraz (10) po vremenu:

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m} \frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}t^2}. \tag{11}$$

Ako podijelimo izraz (8) s c_e i supstituiramo za i relaciju (10), a za $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ izraz (11), izlazi:

$$\frac{U}{c_e} = n + \frac{mD^2 R}{38{,}2\, c_m c_e} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + \frac{I_t R}{c_e} + \frac{mD^2 L}{38{,}2\, c_m c_e} \frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}t^2}.$$

Sređeno se može pisati:

$$\frac{mD^2 R}{38{,}2\, c_m c_e} \frac{L}{R} \frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}t^2} + \frac{mD^2 R}{38{,}2\, c_m c_e} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + n = \frac{U - I_t R}{c_e}.$$

Koeficijenti uz $\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}t^2}$ i $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}$ vremenske su konstante — vidi izraze (6) i (3.0—3), a $U - I_t R = E_t$ inducirani je napon u stacionarnom stanju nakon prijelazne pojave, pa sređeno izlazi:

$$T_{em} T_{e1} \frac{d^2 n}{\mathrm{d}t^2} + T_{em} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + n = n_t. \tag{12}$$

Pri tome je n_t brzina vrtnje u stacionarnom stanju nakon prijelazne pojave. Tako smo došli do općeg izraza brzine vrtnje za naš slučaj u diferencijalnom obliku. Jednadžbu za struju dobit ćemo tako da se iz relacije (10) izrazi

$$\frac{dn}{dt} = (i - I_t) \frac{38{,}2\ c_m}{mD^2}$$

i uvrsti se u jednadžbu (9):

$$0 = \frac{c_e\, c_m\, 38{,}2}{mD^2} (i - I_t) + R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2}.$$

Pomnoži li se dobivena jednadžba s $\frac{mD^2}{38{,}2\, c_e\, c_m}$ i zatim sredi, dobivamo:

$$\frac{mD^2 R}{38{,}2\, c_m\, c_e} \frac{L}{R} \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{mD^2 R}{38{,}2\, c_m\, c_e} \frac{di}{dt} + i = I_t.$$

Koeficijenti uz $\frac{d^2 i}{dt^2}$ i $\frac{di}{dt}$ opet su vremenske konstante — vidi izraze (6) i (3.0—3), pa kad se sredi, izlazi:

$$T_{em}\, T_{e1} \frac{d^2 i}{dt^2} + T_{em} \frac{di}{dt} + i = I_t. \tag{13}$$

Jednadžbe (12) i (13) prikazuju nam opće izraze za brzinu vrtnje i struju elektromotornog pogona prema sl. 1. s konstantnim momentom tereta.

Opća su rješenja tih jednadžbi:

$$n = A \cdot e^{p_1 t} + B \cdot e^{p_2 t} + n_t \tag{12.a}$$

$$i = C \cdot e^{p_1 t} + D \cdot e^{p_2 t} + I_t. \tag{13.a}$$

A, B, C i D konstante su integracije i ovise o vrsti prijelazne pojave (zalet, kočenje, promjena brzine vrtnje itd.), a p_1 i p_2 korijeni su karakteristične jednadžbe:

$$p^2 + \frac{p}{T_{e1}} + \frac{1}{T_{e1}\, T_{em}} = 0 \tag{14}$$

i iznose:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2\, T_{e1}} \pm \sqrt{\frac{1}{T_{e1}} \left(\frac{1}{4\, T_{e1}} - \frac{1}{T_{em}} \right)}.$$

Oni u sebi sadrže samo vremenske konstante i u osnovi određuju karakter prijelazne pojave.

Neka dalje razmatranje bude primijenjeno na prijelaznu pojavu zaleta elektromotornog pogona, i to zbog jednostavnosti uz $M_t = 0$ (bez opterećenja). Iz početnih uvjeta u momentu $t = 0$ i struja i brzina vrtnje također su jednake nuli,

tj. $n = 0$ i $i = 0$. Zbog $i = 0$ bit će iz relacije (10) i $\frac{dn}{dt} = 0$. Međutim, derivacija $\frac{di}{dt}$ jest konačna. Iz jednadžbe (8) dobivamo za $t = 0$:

$$U = c_e \cdot 0 + 0 \cdot R + L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{U}{L} = \frac{U}{R} \frac{R}{L} = \frac{I_k}{T_{e1}}, \tag{15}$$

tj. derivacija struje slijedi zakon porasta struje u pasivnome strujnom krugu. Osim toga, za zalet bez tereta vrijedi u stacionarnom stanju $n_t = n_0$ i $I_t = 0$. S tim uvjetima mogu se izračunati integracione konstante A, B, C i D. Iz jednadžbe (12.a) i njezine derivacije izlazi:

$$A + B + n_0 = 0$$

$$p_1 \cdot A + p_2 \cdot B = \frac{dn}{dt} = 0,$$

a iz jednadžbe (13.a) i njezine derivacije:

$$C + D = 0$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_k}{T_{e1}} = p_1 \cdot C + p_2 \cdot D.$$

Rješenje tih sustava od po dvije jednadžbe daje konstante integracije:

$$A = \frac{n_0 \cdot p_2}{p_1 - p_2}, \quad B = \frac{n_0 \cdot p_1}{p_2 - p_1}$$

$$C = \frac{I_k}{T_{e1} \cdot (p_1 - p_2)}, \quad D = \frac{I_k}{T_{e1} \cdot (p_2 - p_1)}. \tag{16}$$

Na osnovi tih konstanti izrazi za brzinu vrtnje (12.a) i za struju (13.a) glase u algebarskom obliku:

$$n = n_0 \cdot \left(1 + \frac{p_2}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} - \frac{p_1}{p_1 - p_2} e^{p_2 t}\right) \tag{12.b}$$

$$i = \frac{I_k}{T_{e1} \cdot (p_1 - p_2)} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \tag{13.b}$$

Za dalju kvalitativnu analizu moraju se poznavati neki parametri elektromotornog pogona. Uzmimo radi analize granični slučaj $4\,T_{e1} = T_{em}$, granični zbog toga što je tad diskriminanta karakteristične jednadžbe (14) jednaka nuli,

pa je $p_1 = p_2 = -\frac{1}{2\,T_{el}}$. Izrazi za brzinu vrtnje i struju nakon odgovarajućega graničnog prijelaza jesu:

$$n = n_0 \cdot \left[1 - \left(1 + \frac{t}{2T_{el}}\right) \cdot e^{-t/2T_{el}}\right] = n_0 \left[1 - \left(1 + \frac{2 \cdot t}{T_{em}}\right) \cdot e^{-2t/T_{em}}\right] \quad (12.c)$$

$$i = \frac{I_k}{T_{el}}\, t \cdot e^{-t/2T_{el}} = \frac{4\,I_k}{T_{em}}\, t \cdot e^{-2t/T_{em}}. \quad (13.c)$$

Na sl. 6.b nacrtane su vremenske ovisnosti struje $i(t)$ i brzine vrtnje $n(t)$ prema jednadžbama (12.c) i (13.c) u postocima struje I_k i brzine vrtnje n_0. U usporedbi s mehaničkom prijelaznom pojavom brzina vrtnje u početku pojave raste sporije, a poslije brže. Suprotno tome, struja u početku naglo raste, ali doseže maksimalnu vrijednost od svega 73% I_k (za $t = 2\,T_{el} = T_{em}/2$) i zatim opada prema nuli. Razlika se vidi usporedimo li vrijednosti sa sl. 6.b s onima na sl. 2. i 3.

Drukčiji oblik, a i fizikalno značenje, poprimaju jednadžba za brzinu vrtnje (12.b) i jednadžba za struju (13.b) kad je kod konkretnoga pogonskog slučaja elektromehanička vremenska konstanta manja od četverostruke vrijednosti električke vremenske konstante, $T_{em} < 4\,T_{el}$. Tad je diskriminanta karakteristične jednadžbe (14) imaginarna, pa su njezini korijeni konjugirano kompleksni:

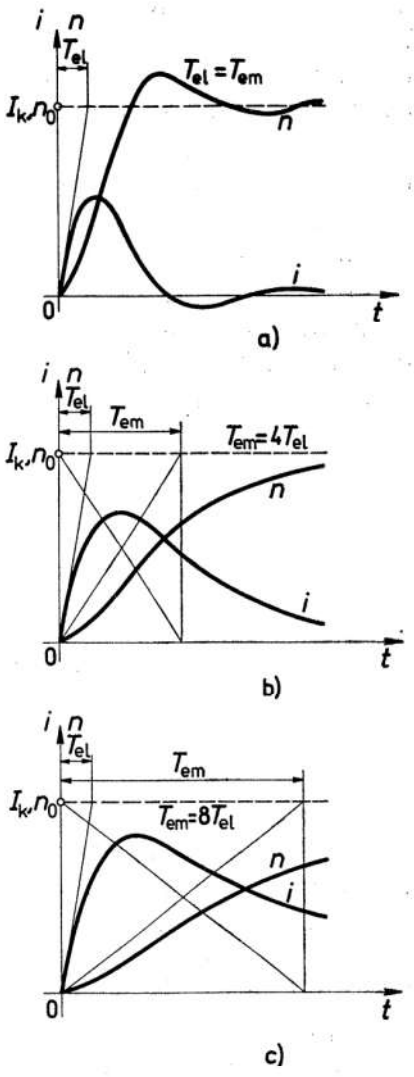
$$p_{1,2} = -\frac{1}{2\,T_{el}} \pm j\sqrt{\frac{1}{T_{el}}\left(\frac{1}{T_{em}} - \frac{1}{4\,T_{el}}\right)}$$

$$p_{1,2} = \frac{1}{2\,T_{el}} \pm j\nu.$$

Kad se to uvrsti u izraze (12.b) i (13.b), dobiva se nakon uređenja:

$$n = n_0 \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \cdot \left(\frac{\sin \nu t}{2\nu\, T_{el}} + \cos \nu t\right)\right] \quad (12.d)$$

$$i = \frac{I_k}{T_{el}\,\nu}\, e^{-t/2T_{el}} \cdot \sin \nu t. \quad (13.d)$$



Sl. 6. Zalet bez tereta elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom uz različite odnose između električke i elektromehaničke vremenske konstante: a) $T_{el} = T_{em}$; b) $T_{em} = 4T_{el}$; c) $T_{em} = 8T_{el}$

Pri tome je ν apsolutna vrijednost diskriminante karakteristične jednadžbe (14), a fizikalno znači kružnu frekvenciju kojom vremenski (prigušeno) titraju i brzina vrtnje n i struja i. To je, dakle, vlastita frekvencija (kružna) elektromotor-

nog pogona. Titranje (kolebanje) i brzine vrtnje i struje prikazuje i sl. 6.a, i to za odnos vremenskih konstanti $T_{el} = T_{em}$. U određenim trenucima raste brzina vrtnje na iznos veći od konačnoga, a struja postaje u stanovitim vremenskim periodima čak i negativna, tj. u tim se periodima elektromotorni pogon (elektromotor) odnosi prema mreži kao generator. U raznim elektromotornim pogonima takvo se stanje uglavnom događa samo kad radni mehanizam ima relativno malen moment inercije u usporedbi s onim u samog motora, i kad nema uključenog predotpora u armaturnome strujnom krugu. Uz te uvjete opisana se pojava (uvjeti kolebanja) češće pojavljuje u pogonima s motorima velike snage nego u onima male snage, a jednako tako češće za sporohodne nego za brzohodne strojeve. Tom ćemo se pitanju još posebno vratiti. Fizikalno se kolebanje može objasniti. U trenutku uključenja ulazi električna energija u stroj i dok se njezin jedan dio troši na stvaranje kinetičke energije, drugi se akumulira u magnetskim poljima. Sposobnost zamašnih masa da prime energiju relativno je mala (maleno T_{em}) i brzina vrtnje naglo raste, a s njome i inducirani protunapon E. Struja prvo prestaje rasti, zatim počinje opadati i magnetsko polje u razgradnji dodaje energiju zamašnim masama, koje se još brže ubrzavaju. Ukupni protunapon još snažnije raste i zbog porasta brzine vrtnje pri određenoj se visini protunapona obrne tok energije — ona teče u smjeru iz motora, pa brzina vrtnje opada. U taktu se proces ponovno odvija, dakako uz odgovarajuće prigušenje u radnom otporu strujnog kruga. Ukratko, kompleks djeluje kao titrajni krug u kojem ulogu kondenzatora imaju zamašne mase. To se donekle može uočiti i na sl. 6.a. Stoga je uvjet $4\,T_{el} = T_{em}$ granica, pa ova pojava kolebanja nastupa samo ako je elektromehanička vremenska konstanta T_{em} ispod granice.

Dalji je mogući slučaj da je elektromehanička vremenska konstanta veća od četverostruke vrijednosti električke vremenske konstante, $T_{em} > 4\,T_{el}$. To je najčešći praktički slučaj. Tad je diskriminanta karakteristične jednadžbe (14) realna, pa su njezini korijeni:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm \sqrt{\frac{1}{T_{el}}\left(\frac{1}{4T_{el}} - \frac{1}{T_{em}}\right)} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm \nu.$$

Nakon što se uvrsti u izraze (12.b) i (13.b), bit će kad se uredi:

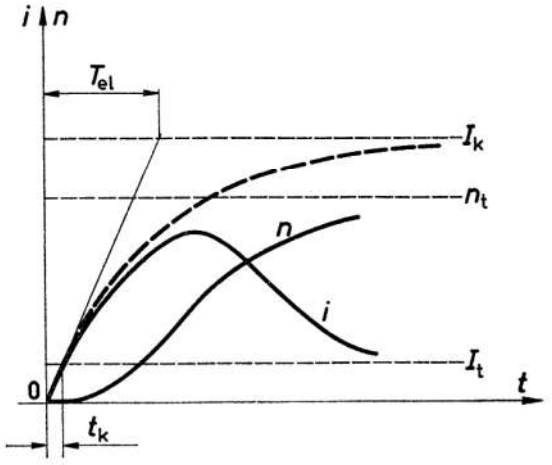
$$n = n_0 \cdot \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \cdot \left(\frac{\operatorname{sh} \nu t}{2\nu T_{el}} + \operatorname{ch} \nu t\right)\right] \tag{12.e}$$

$$i = \frac{I_k}{\nu T_{el}} \cdot e^{-t/2T_{el}} \cdot \operatorname{sh} \nu t. \tag{13.e}$$

Sl. 6.c predočuje tok struje i brzine vrtnje za vrijednost $T_{em} = 8T_{el}$. Vidi se kako povećane mase usporavaju pojavu jer brzina vrtnje znatno sporije raste nego u prije izloženim slučajevima usprkos tome što struja doseže znatno veće iznose. Ova je slika ujedno znatno bliže sl. 2. i 3, pa je očita tendencija koja potkrepljuje tvrdnju iz 3. poglavlja: Što se više razlikuju brzine kojima se dvije pojave odvijaju, to se prije jedna od njih — u našem primjeru kraća, može zanemariti.

Vidjelo se u ovom primjeru, za inače vrlo jednostavni slučaj elektromotornog pogona, da točnije promatranje dinamičkih stanja vodi do složenijih matematičkih operacija i oblika. Obično se za svaki konkretni slučaj mora rješavati iz osovne slike. Pokazat ćemo to na primjeru.

Za zalet istoga elektromotornog pogona kao u prošlom primjeru, ali s konstantnim momentom tereta M_t, mogu se u načelu prikazati isti odnosi, uz nešto složeniji matematički oblik i uz promijenjene granične uvjete. Ali se dio pojave odigrava i fizikalno drukčije. Od prvog trenutka ($t = 0$) pa sve dok struja naraste do iznosa I_t ($t = t_k$) koji odgovara momentu tereta M_t, elektromotorni pogon stoji ($n = 0$) jer motor ne razvija dovoljno velik moment da bi krenuo. Kako osnovna jednadžba za električnu ravnotežu (1) prelazi u oblik ($E = 0$) : $U = iR + L\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$, to se prvi dio prijelazne pojave odvija kao u kratkospojnom krugu, a tek poslije, kod $i > I_t$, prema već prikazanim zakonitostima. Da ne ulazimo u suvišne izvode, principno stanje vidi se na sl. 7.



Sl. 7. Zalet elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim motorom uz konstantni moment tereta — principni vremenski tok struje i brzine vrtnje

Dinamičke karakteristike elektromotornog pogona, u usporedbi sa statičkim karakteristikama elektromotora, ovise o više raznovrsnih parametara i ne mogu se jednoznačno unaprijed odrediti, već se, kad je to nužno, ustanovljuju od slučaja do slučaja. Postupci i metode su jednake bez obzira na vrstu elektromotora, uzimajući u obzir individualne tehničke osobine pojedinih motora.

Karakter dinamičkog stanja očito je da određuju omjeri vremenskih konstanti. Jasno je da tek razlike reda veličine između električke T_{el} i elektromehaničke T_{em} vremenske konstante dovode do situacije da je za relativno točan račun dopušteno zanemariti T_{el}, tj. promatrati samo mehaničku prijelaznu pojavu. Zanimljivo je pitanje kako to izgleda u praksi, što će se dijelom protumačiti u poglavlju o sličnosti dinamičkih veličina, ali se dobar dio može već i ovdje izložiti. Prirodne su vremenske konstante samih elektromotora takve da se gotovo uvijek mogu očekivati složene prijelazne pojave. Promjene unose dva elementa:

1. Zamašne mase radnog mehanizma koje mogu biti i neznatne u usporedbi s masama motora, ali i mnogostruko veće (10-struko i više kod teškog pogona). Porast mehaničke i elektromehaničke vremenske konstante brzo uzrokuje takve odnose prema električkoj vremenskoj konstanti da se može razmatrati samo mehanička prijelazna pojava.

2. Dodatni radni otpor u strujnom krugu rotora djeluje dvojako. Povećava elektromehaničku vremensku konstantu proporcionalno ukupnom otporu i istim intenzitetom smanjuje električku vremensku konstantu (a vrlo malo mehaničku vremensku konstantu), što, opet, brzo dovodi do stanja gdje za tehnička razmatranja zadovoljava i mehanička prijelazna pojava. To je uvijek u elektromotornih pogona istosmjernim i kolutnim asinhronim motorima, koji se zalijeću, koče i podešavaju otpornicima (dizalice, dizala, izvozni strojevi, prevlačnici itd.).

Zanimljivo je pitanje eventualnog kolebanja brzine vrtnje i struje (prigušenog titranja) u realnim elektromotornim pogonima u praksi, posebno uz promjenljiv moment tereta koji se pojavljuje u pogonu nekih radnih mehanizama. Iako će se to posebno obraditi poslije, sad je pravo vrijeme da se načelno razmisli o sposobnosti nekoga elektromotornog pogona da titra (vibrira) u određenim pogonskim uvjetima (dinamičkim stanjima). Spomenuto je da uvjet $T_{em} < 4T_{el}$ valja očekivati samo pri relativno malim momentima inercije, i uz prirodnu mehaničku karakteristiku, te da će sposobnost titranja prije imati strojevi veće snage, i sporohodni strojevi češće nego brzohodni. Za prve dvije tvrdnje jasan je odgovor u upravo iznesenim zaključcima pod 1. i 2. O točnosti drugih dviju možemo se uvjeriti već i grubim razmatranjem uz pomoć zakona sličnosti. Pretpostavimo zbog toga da je moment inercije radnog mehanizma dopušteno zanemariti, pa razmotrimo promjenu električke T_{el} i elektromehaničke vremenske konstante T_{em} u slično građenih strojeva jednake brzine vrtnje, a različite snage. Zadovoljimo se grubom slikom zakona sličnosti poznatih za transformatore, tj. da povećanje linearnih dimenzija od x puta uzrokuje rast mase s trećom potencijom povećanja (x^3), rast snaga s četvrtom (x^4), a gubitaka s trećom potencijom (x^3), te da se induktivitet povećava proporcionalno porastu linearne dimenzije (x), dok radni otpor proporcionalno opada ($1/x$). S tim je pretpostavkama razmatranje u cijelosti primjenjivo barem na strojeve koji se grade uz konstantni omjer promjera rotora i duljine paketa željeza — vidi (2.9—12). Za razmatranje elektromehaničke vremenske konstante najprikladniji je oblik u izrazu (6):

$$T_{em} = \frac{mD^2 R}{c_e c_m 38{,}2}.$$

Budući da c_e i c_m sadrže u sebi glavni magnetski tok, a on se mijenja s kvadratom promjene linearne dimenzije (x^2), pisat ćemo za slično građene strojeve:

$$T_{em} = \frac{mD^2 R}{38{,}2\, c_e c_m} \cdot \cdot \cdot \frac{x^5 \frac{1}{x}}{x^2 x^2} = 1 \cdot \cdot \cdot \text{konst.}$$

Jednako će tako za električku konstantu biti:

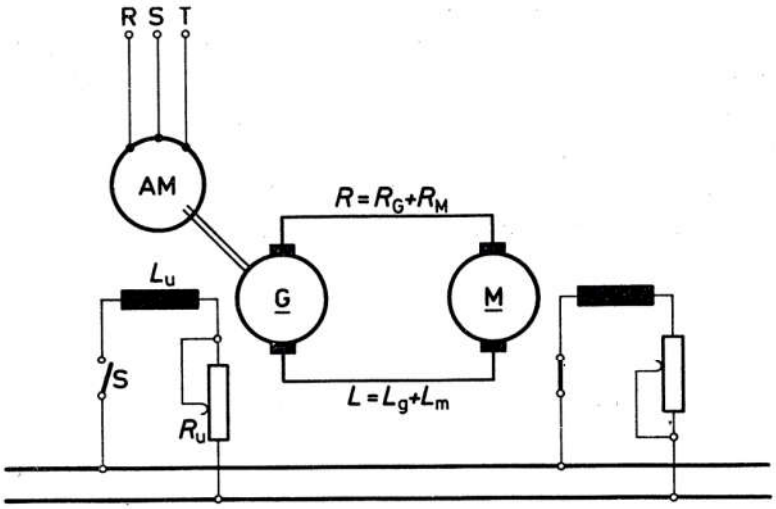
$$T_{el} = \frac{L}{R} \cdot \cdot \cdot \frac{x}{\frac{1}{x}} = x^2 \cdot \cdot \cdot \sqrt{P}.$$

To znači, kad veličina (snaga) stroju raste, ima električka vremenska konstanta tendenciju rasta s drugim korijenom iz snage, a elektromehanička tendenciju zadržavanja konstantne vrijednosti, što sve lakše udovoljava uvjetu $T_{em} < 4T_{el}$ kad stroj raste. Budući da se po prirodi stvari uvjet njihanja ostvaruje već za male snage stroja, to su im veliki strojevi sve skloniji. U razvoju strojeva općenito se teži za sve manjim mehaničkim dimenzijama, tako da se na sve većem području ostvaruje uvjet njihanja, dakako za strojeve same (bez inercije radnog mehanizma). Sklonost sporohodnog stroja da lakše ispuni uvjet njihanja od brzohodnoga jednake snage nemoguće je tako pregledno prikazati kao za velike i male snage uz istu brzinu vrtnje. Naime, svitak se drukčije oblikuje sporohodnom nego brzohodnom stroju, a kako je duljina svitka u paketu proporcionalna duljini željeza, a duljina mu je glave proporcionalna polnom koraku, dakle omjeru dijametra i broja polova, ne

mogu se postaviti jednostavni omjeri. Ipak se može ocijeniti da će iznos električke vremenske konstante pokazivati tendenciju porasta za sporohodni stroj u usporedbi s brzohodnim, a iznos elektromehaničke konstante težit će opadanju, što sve upućuje na uvodnu tvrdnju. Potanje će to biti razloženo u odjeljku 5.5.2.

5.1.4. Dinamička stanja Leonardova agregata

Za elektromotorne pogone kojima pogonski elektromotor ima više od jednoga nezavisnog strujnog kruga i za one riješene s većim brojem strojeva mogu dinamička stanja biti karakterizirana i s više vremenskih konstanti. Od njih mogu neke biti istorodne, kao kad se u više električnih krugova istodobno mijenjaju struje, pa ima više električkih vremenskih konstanti. Za primjer uzmimo elektromotorni pogon s Leonardovim agregatom prema sl. 8. Čest je postupak u izvedbi nekih



Sl. 8. Principna shema za zalet istosmjernoga nezavisno uzbuđenog motora napajanoga Leonardovim agregatom i pokretanog uključenjem generatorskog polja

elektromotornih pogona da im se najprije uzbudi pogonski motor, i da se Leonardov agregat, tj. generator G dovede do pune brzine vrtnje, pa se tek onda uključuje i elektromotorni pogon pomoću uzbude Leonardova agregata (sklopka S na sl. 8). Čim se priključi uzbuda, pojavljuje se napon na stezaljkama istosmjernog generatora i tek taj napon u istosmjernom krugu pokrene motor radnog mehanizma M. Izložit ćemo procese koji nastaju pri takvom pokretanju. Struja u uzbudi generatora G (vidi sl. 8) raste po eksponencijalnom zakonu (uključenje istosmjernoga strujnog kruga). Njezin porast upravljan je električkom vremenskom konstantom $T_u = \frac{L_u}{R_u}$, gdje je R_u radni otpor i L_u induktivitet u uzbudnom krugu. Napon u glavnome (Leonardovu) istosmjernom strujnom krugu U funkcija je uzbudne struje $U = f(i_u)$ i ovisi o njoj na poznati način prikazan obično krivuljom praznog hoda (magnetiziranja) generatora. U nezasićenom stanju generatora taj je odnos proporcionalan. Napon generatora potjera u istosmjernom krugu struju i pokrene motor elektromotornog pogona. U pokretanju struja u tome istosmjernom krugu ovisi o tri elementa. Prvi je promjenljivi narinuti napon U. Drugi

je ukupni radni otpor $R = R_G + R_M$ i ukupni induktivitet $L = L_g + L_m$ u tom krugu (vidi sl. 8), tj. zbroj otpora, odnosno induktiviteta motora i generatora. Treće je zamašna masa motora M i radnog mehanizma koja se opire vrtnji, tj. utječe na brzinu vrtnje, pa stoga i na inducirani pogon E na motoru. Na osnovi toga zaključujemo da onda i brzina vrtnje u pokretanju ovisi o ta ista tri elementa. Prema tome, dakle, tri vremenske konstante karakteriziraju taj slučaj. To je već spomenuta električka vremenska konstanta uzbudnog kruga T_u, zatim električka vremenska konstanta glavnoga (Leonardova) strujnog kruga $T_{el} = \frac{L}{R}$ i elektromehanička vremenska konstanta T_{em}, koja odražava mehaničku tromost elektromotornog pogona i vanjsku karakteristiku pogonskog motora M u Leonardovu spoju (sl. 8). Očito je da će prijelazna pojava u pokretanju tog motora ovisiti o sve te tri konstante. Analizirajmo tok struje i brzine vrtnje takvog pogona. Pretpostavimo, radi jednostavnosti, da se za vrijeme pokretanja ne opire razvijenome motorskom momentu M_m nikakav moment tereta ($M_t = 0$), pa se pokreće bez tereta. Iz istog razloga neka generator u radnom području napona bude nezasićen. Dalje, kako nam je iz teorije električnih strojeva poznato, električka vremenska konstanta uzbudnog kruga mnogostruko je veća od električke vremenske konstante glavnog kruga, pa možemo za prvu sliku stanja zanemariti električku vremensku konstantu glavnoga strujnog (Leonardova) kruga ($L \doteq 0$, $T_{el} \doteq 0$), slično kao što smo to učinili razmatrajući mehaničku prijelaznu pojavu u odjeljku 5.1.1.

Ravnotežu napona u glavnome strujnom krugu daje Kirchoffov zakon:

$$u = E + Ri + L\frac{di}{dt}, \tag{17}$$

gdje je u na poznati način funkcija uzbudne vremenske konstante:

$$u = U_g(1 - e^{-t/T_u}). \tag{18}$$

Ta je jednadžba posljedica proporcionalnosti uzbudne struje induciranom naponu generatora U_g kod nezasićenog stroja, pa je i vremenski tok napona jednak vremenskom toku uzbude struje, pri čemu je U_g konačna vrijednost induciranom naponu generatora u praznom hodu nakon zaleta. S time izraz (17) prelazi u:

$$U_g(1 - e^{-t/T_u}) = E + Ri + L\frac{di}{dt} \tag{17.a}$$

i za naš pretpostavljeni slučaj, sa zanemarenim induktivitetom glavnog kruga ($L \doteq 0$), dobiva se:

$$U_g(1 - e^{-t/T_u}) = E + iR = c_e n + iR. \tag{17.b}$$

Kad je pogon bez tereta ($M_t = 0$), vrijedi $M_m = M_u$ i, dalje:

$$c_m i = \frac{mD^2}{38{,}2}\frac{dn}{dt}. \tag{19}$$

Izrazi li se i iz relacije (19):

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m}\frac{dn}{dt} \tag{19.a}$$

i uvrsti u izraz (17.b), bit će:

$$U_g (1 - e^{-t/T_u}) = c_e n + \frac{mD^2 R}{38{,}2\, c_m} \frac{dn}{dt},$$

što nakon dijeljenja s c_e daje jednadžbu brzine vrtnje u diferencijalnom obliku:

$$n_0 (1 - e^{-t/T_u}) = n + T_{em} \frac{dn}{dt}. \tag{20}$$

Pri tome je s n_0 označena konačna brzina vrtnje u praznom hodu nakon pokretanja (zaleta). Da riješimo jednadžbu (20), prevedimo je Laplaceovom transformacijom u donje područje:

$$\frac{n_0}{T_u} \frac{1}{p (p + 1/T_u)} = n' + T_{em} [p\, n' - n (0)].$$

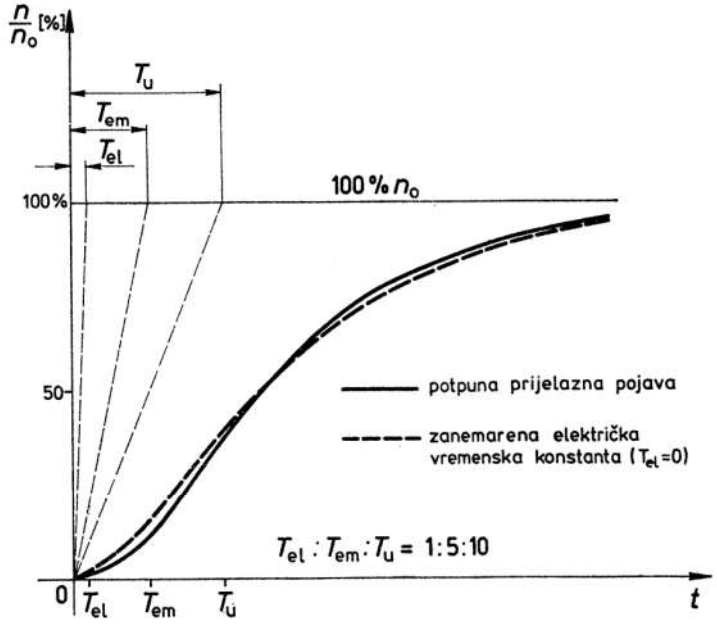
S n' označena je funkcija u donjem području, i zbog početnog uvjeta za $t = 0$, $n(0) = 0$, pa se dobiva izraz za brzinu vrtnje u donjem (Laplaceovu) području:

$$n' = \frac{n_0}{T_u T_{em}} \frac{1}{p \left(p + \frac{1}{T_u}\right) \left(p + \frac{1}{T_{em}}\right)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{\left(p + \frac{1}{T_u}\right)} + \frac{C}{\left(p + \frac{1}{T_{em}}\right)}. \tag{20.a}$$

Rastavi li se izraz na faktore, proračunaju integracione konstante A, B i C te se provede prebacivanje natrag u gornje područje, dobiva se jednadžba za brzinu vrtnje elektromotornog pogona, koja je nakon sređenja:

$$n = n_0 \cdot \left[1 + \frac{1}{T_{em} - T_u} (T_u e^{-t/T_u} - T_{em} e^{-t/T_{em}})\right]. \tag{20.b}$$

Vremenski tok brzine vrtnje prikazan je na sl. 9. crtkanom linijom. Ta slika rađena je za pretpostavljeni elektromotorni pogon prema shemi sa sl. 8. s omjerom



Sl. 9. Tok brzine vrtnje u zaletu istosmjernog motora bez tereta u spoju prema sl. 8.

vremenskih konstanti $T_{el} : T_{em} : T_u = 1 : 5 : 10$, pri čemu je zanemarena električka vremenska konstanta $T_{el} = 0$ za crtkanu liniju. To znači da je omjer T_{em} i T_u, koji jedino sudjeluju u ovom slučaju, jednak 1 : 2.

Da dobijemo vremenski tok struje u zaletu uz jednake uvjete, derivirajmo po vremenu jednadžbu (17.b):

$$\frac{U_g}{T_u} \cdot e^{-t/T_u} = c_e \frac{dn}{dt} + R \frac{di}{dt}.$$

U taj izraz uvrstimo $\frac{dn}{dt}$ uzet iz jednadžbe (19):

$$\frac{U_g}{T_u} e^{-t/T_u} = \frac{38{,}2\, c_m\, c_e}{mD^2} i + R \frac{di}{dt}.$$

Pomnoživši tu jednadžbu s $\frac{T_{em}}{R}$ dobit ćemo:

$$\frac{T_{em} \cdot U_g}{R \cdot T_u} e^{-t/T_u} = I_k \frac{T_{em}}{T_u} e^{-t/T_u} = i + T_{em} \frac{di}{dt}. \tag{21}$$

Izraz (21) daje jednadžbu struje u diferencijalnom obliku, gdje je $I_k = U_g/R$ puna vrijednost struje u kratkom spoju pri punome induciranom naponu U_g.

Da riješimo relaciju (21), prebacimo je u donje područje:

$$I_k \frac{T_{em}}{T_u} \frac{1}{p + \frac{1}{T_u}} = i' + T_{em} [p\, i' - i\,(0)].$$

Budući da je u trenutku ukapčanja $t = 0$ i struja $i(0) = 0$, izlazi za struju u donjem području:

$$i' = \frac{I_k}{T_u} \frac{1}{\left(p + \frac{1}{T_u}\right)\left(p + \frac{1}{T_{em}}\right)}. \tag{21.a}$$

Rastavi li se jednadžba na faktore i izračunaju integracione konstante te se provede prebacivanje u gornje područje, nastaje jednadžba za struju:

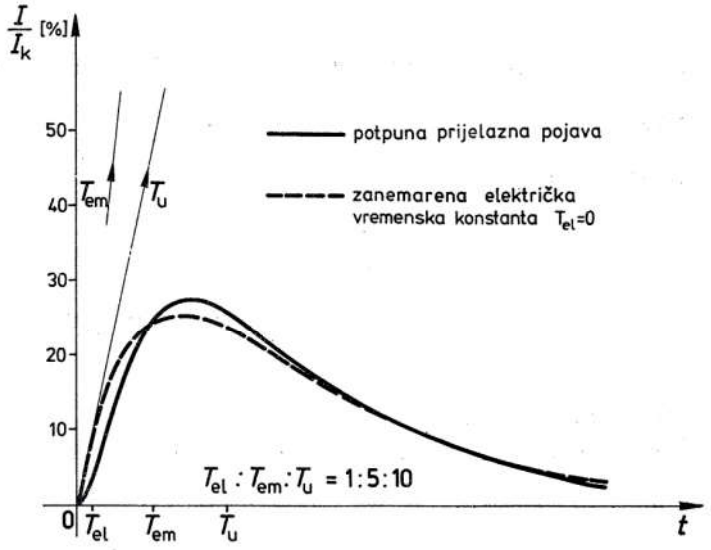
$$i = I_k \frac{T_{em}}{T_u - T_{em}} (e^{-t/T_u} - e^{-t/T_{em}}). \tag{21.b}$$

Taj je strujni tok prikazan crtkanom linijom na sl. 10. za pretpostavljeni konkretni slučaj $T_{el} : T_{em} : T_u = 1 : 5 : 10$ uz naknadno zanemarenje $T_{el} \doteq 0$. Mjerilo apscise na sl. 10. i 9. jednako je da bi se lakše usporedili rezultati za struju s onima za brzinu vrtnje.

Pokušajmo, zatim, riješiti isti primjer pokretanja za spoj prema sl. 8. uz iste pretpostavke ($M_t = 0$, nezasićeni generator G) i isti omjer vremenskih konstanti ($T_{el} : T_{em} : T_u = 1 : 5 : 10$), samo ne zanemarimo vremensku konstantu T_{el} ($L \neq \neq 0$), tj. razmotrimo koliko se pojava promijeni ako je egzaktno razmatramo.

Naponsku ravnotežu u glavnom krugu daje za ovaj slučaj jednadžba (17.a):

$$U_g (1 - e^{-t/T_u}) = E + Ri + L \frac{di}{dt} = c_e n + iR + L \frac{di}{dt}, \qquad (17.a)$$



Sl. 10. Strujni tok u zaletu istosmjernog motora bez tereta u spoju prema sl. 8.

a ravnotežu momenata izraz (19), iz kojeg izlučimo struju:

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m} \frac{dn}{dt}. \qquad (19.a)$$

Derivirajmo relaciju (17.a) po vremenu:

$$\frac{U_g}{T_u} e^{-t/T_u} = c_e \frac{dn}{dt} + R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2}. \qquad (17.c)$$

Izlučimo $\frac{dn}{dt}$ iz jednadžbe (19.a) i malo preuredimo:

$$\frac{dn}{dt} = i \frac{c_m\, 38{,}2}{mD^2} = i \frac{38{,}2\, c_m}{mD^2} \frac{c_e}{R} \frac{R}{c_e} = \frac{i}{T_{em}} \frac{R}{c_e}$$

te uvrstimo u izraz (17.c):

$$\frac{U_g}{T_u} e^{-t/T_u} = \frac{i}{T_{em}} R + R \frac{di}{dt} + L \frac{d^2 i}{dt^2}. \qquad (17.d)$$

Pomnoživši relaciju (17.d) s $\frac{T_{em}}{R}$ dobit ćemo jednadžbu za struju u diferencijalnom obliku:

$$I_k \frac{T_{em}}{T_u} e^{-t/T_u} = i + T_{em} \frac{di}{dt} + T_{em} \cdot T_{el} \frac{d^2 i}{dt^2}. \qquad (22)$$

Rješenje u algebarskom obliku tražimo prebacivanjem u donje Laplaceovo područje:

$$I_k \frac{T_{em}}{T_u} \frac{1}{p + \frac{1}{T_u}} = i' + T_{em}[p\,i' - i(0)] + T_{em}\,T_{el}\left[p^2 i' - p\,i(0) - \frac{di}{dt}(0)\right].$$

U času uklapanja sklopke S ($t = 0$) struja je isto tako $i(0) = 0$, a budući da je i brzina vrtnje $n(0) = 0$, to je zbog izraza (17.a) i $\frac{di}{dt}(0) = 0$, pa izraz za struju u donjem području glasi:

$$i' = \frac{I_k}{T_u\,T_{el}} \frac{1}{\left(p + \frac{1}{T_u}\right)\left(p^2 + \frac{p}{T_{el}} + \frac{1}{T_{em}\,T_{el}}\right)}. \tag{22.a}$$

Drugi faktor u nazivniku na desnoj strani već je poznata karakteristična jednadžba (14) iz odjeljka 5.1.3. i njezini su korijeni kao i tamo:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm \sqrt{\frac{1}{T_{el}}\left(\frac{1}{4T_{el}} - \frac{1}{T_{em}}\right)}, \tag{23}$$

pa izraz za struju u donjem području možemo još pisati:

$$i' = \frac{I_k}{T_u\,T_{el}} \frac{1}{\left(p + \frac{1}{T_u}\right)(p - p_1)(p - p_2)}. \tag{22.b}$$

Rastavljanjem na faktore izlazi:

$$\frac{I_k}{T_u\,T_{el}} \frac{1}{\left(p + \frac{1}{T_u}\right)(p - p_1)(p - p_2)} = \frac{A}{p + \frac{1}{T_u}} + \frac{B}{p - p_1} + \frac{C}{p - p_2}$$

pa izračunavši integracione konstante A, B i C te vrativši se u gornje područje, izlazi jednadžba za struju:

$$i = \frac{I_k}{\frac{T_{el}}{T_u} + \frac{T_u}{T_{em}} - 1}\left(e^{-t/T_u} - \frac{\frac{1}{T_u} + p_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} + \frac{\frac{1}{T_u} + p_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t}\right). \tag{22.c}$$

Vidi se iz relacije (22.c) da sve tri vremenske konstante utječu na struju, a sam izraz znatno je složeniji od onoga (21.b) uz pretpostavku da je $T_{el} = 0$. Za pretpostavljeni omjer vremenskih konstanti strujni tok prikazuje puno izvučena krivulja na sl. 10.

Još ostaje analiza brzine vrtnje u pokretanju. Preuredimo malo izraz (19.a):

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m} \cdot \frac{dn}{dt} = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m} \cdot \frac{R}{c_e} \cdot \frac{c_e}{R} \cdot \frac{dn}{dt} = T_{em} \cdot \frac{c_e}{R} \cdot \frac{dn}{dt} \qquad (19.a)$$

i derivirajmo po vremenu:

$$\frac{di}{dt} = T_{em} \frac{c_e}{R} \frac{d^2 n}{dt^2}. \qquad (24)$$

Zatim oba ta izraza — i iz preuređene jednadžbe (19.a) i $\frac{di}{dt}$ iz (24) — supstituirajmo u jednadžbu (17.a):

$$U_g (1 - e^{-t/T_u}) = c_e n + T_{em} c_e \frac{dn}{dt} + L\, T_{em} \frac{c_e}{R} \frac{d^2 n}{dt^2}.$$

Podijelimo li taj izraz s c_e, nastaje jednadžba brzine vrtnje za naš slučaj u diferencijalnom obliku:

$$n_0 (1 - e^{-t/T_u}) = n + T_{em} \frac{dn}{dt} + T_{em}\, T_{el} \frac{d^2 n}{dt^2}. \qquad (25)$$

Rješenje u algebarskom obliku tražimo uz pomoć prebacivanja u donje Laplaceovo područje:

$$\frac{n_0}{T_u} \frac{1}{p \cdot \left(p + \frac{1}{T_u}\right)} = n' + T_{em} \cdot [pn' - n(0)] + T_{em} \cdot T_{el} \cdot \left[p^2 n' - n(0) - \right.$$

$$\left. - \frac{dn}{dt}(0)\right].$$

Budući da je u trenutku $t = 0$ i brzina vrtnje $n(0) = 0$, a kako je još i struja $i(0) = 0$, to je zbog izraza (19.a) i $dn/dt = 0$. Zato će se nakon uređenja izraza za brzinu vrtnje u donjem području dobiti:

$$n' = \frac{n_0}{T_{em}\, T_{el}\, T_u} \cdot \frac{1}{p \left(p + \frac{1}{T_u}\right)(p - p_1)(p - p_2)}$$

$$n' = \frac{A}{p} + \frac{B}{p + \frac{1}{T_u}} + \frac{C}{p - p_1} + \frac{D}{p - p_2}. \qquad (25.a)$$

Značenje p_1 i p_2 u izrazu jednako je kao i prije. To su korijeni (23) karakteristične jednadžbe (14) iz odjeljka 5.1.3. Algebarski izraz za brzinu vrtnje dobiva se vratimo li izraz (25.a) u gornje Laplaceovo područje:

$$n = A + B\, e^{-t/T_u} + C\, e^{p_1 t} + D\, e^{p_2 t}. \qquad (25.b)$$

Ako se izračunaju integracione konstante iz jednadžbe (25.a) i uvrste u relaciju (25.b), za brzinu vrtnje vrijedi:

$$n = n_0 - \frac{n_0 p_1 p_2}{\left(p_1 + \frac{1}{T_u}\right)\left(p_2 + \frac{1}{T_u}\right)} e^{-t/T_u} - \frac{n_0 p_2/T_u}{(p_2 - p_1)\left(p_1 + \frac{1}{T_u}\right)} e^{p_1 t} + \\ + \frac{n_0 p_1/T_u}{(p_2 - p_1)\left(p_2 + \frac{1}{T_u}\right)} e^{p_2 t}. \qquad (25.c)$$

Taj opći rezultat za promatranu prijelaznu pojavu u izrazu (25.c) pati već od priličnog pomanjkanja preglednosti. Uopće je pri računanju stvarnih primjera često zgodnije računati integracione konstante numerički u donjem području, iz jednadžbi koeficijenata prilikom rastavljanja na faktore, jer se brže dolazi do rezultata i ima manje vjerojatnosti da će se pogriješiti u računu. Izračunaju li se i korijeni p_1 i p_2 za naš pretpostavljeni primjer, dobiva se rezultat prikazan na sl. 9. Puno izvučena krivulja predočuje vremenski tok brzine vrtnje.

Razmotre li se sl. 9. i 10, na kojima su prikazane brzine vrtnje i struje pokretanja elektromotornog pogona prema shemi na sl. 8, ali za dvije varijante — jednu uz zanemarenje, a drugu bez zanemarenja najmanje vremenske konstante T_{el}, izlazi ovaj zaključak: Kad se zanemare vremenske konstante nižeg reda veličine u analizi dinamičkih stanja, razlike funkcija su male, i zanemarenja se mogu dopustiti u najvećem dijelu praktičkih slučajeva. To nije prihvatljivo samo kod posebnog zahtjeva na točnost, i to za onu veličinu na koju zanemarena vremenska konstanta najviše utječe. Na primjer, na postojećim su slikama kod iste zanemarene vremenske konstante T_{el} razlike struja znatno veće od razlika u brzini vrtnje. Obje će nas jednostavnije varijante zadovoljiti kad se traži općenita vrijednost ili struje ili brzine vrtnje. No npr. provodi li se analiza da se ustanovi maksimalno opterećenje kolektora (maksimalne struje), onda bi se struja morala analizirati točnijom metodom jer upravo njezin najveći iznos znatnije odstupa u približnoj varijanti, i to na manje, tj. na nesigurnu stranu računa.

Radi potpunosti izvršimo još i opću analizu rezultata za struju u izrazu (22.c) i brzinu vrtnje (25.c) razmatrane prijelazne pojave, i to za različite odnose vremenskih konstanti T_{el} i T_{em}. Kad je $T_{em} < 4T_{el}$, postaje diskriminanta karakteristične jednadžbe (14) imaginarna i korijeni (23) prelaze u:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm j\nu, \quad \nu = \sqrt{\left|\frac{1}{4T_{el}^2} - \frac{1}{T_{el}\,T_{em}}\right|}. \qquad (23.a)$$

To znači da naš pogon prigušeno titra u prijelaznoj pojavi. Uvrstivši jednadžbu (23.a) u opći izraz za struju (22.c) i brzinu vrtnje (25.c), dobiva se:

$$i = \frac{I_k}{\frac{T_{el}}{T_u} + \frac{T_u}{T_{em}} - 1}\left\{e^{-t/T_u} + e^{-t/2T_{el}}\left[\left(\frac{1}{\nu\,T_u} - \frac{1}{2\nu\,T_{el}}\right)\cdot \sin \nu t - \cos \nu t\right]\right\} \qquad (22.d)$$

$$n = n_0 \left(1 - \frac{T_u}{T_u^2 - T_u T_{em} + T_{el} T_{em}} \left\{ T_u \, e^{-t/T_u} - T_{el} T_{em} \, e^{-t/2T_{el}} \cdot \left[\left(\frac{1}{2T_{el}^2 \nu} - \right. \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. \left. - \frac{1}{T_{el} T_{em} \nu} - \frac{1}{2T_{el} T_u \nu} \right) \sin \nu t - \left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{T_{el}} \right) \cos \nu t \right] \right\} \right). \qquad (25.d)$$

Kad je $T_{em} = 4T_{el}$, diskriminanta karakteristične jednadžbe (14) postaje jednaka nuli i korijeni (23) prelaze u jedan dvostruki korijen:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}}. \qquad (23.b)$$

Za taj se slučaj pogon odvija s graničnim aperiodskim ponašanjem struja. Uvrstivši relaciju (23.b) u opći izraz za struju (22.c) i brzinu vrtnje (25.c) dobiva se nakon odgovarajućeg graničnog prijelaza:

$$i = \frac{I_k}{\frac{T_{el}}{T_u} + \frac{T_u}{T_{em}} - 1} \left[e^{-t/T_u} - e^{-t/2T_{el}} \left(1 - \frac{t}{T_u} + \frac{t}{2T_{el}} \right) \right] \qquad (22.e)$$

$$n = n_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2T_{el} - T_u} \left[T_u \, e^{-t/T_u} - e^{-t/2T_{el}} (2T_{el} + t) \right] \right\}. \qquad (25.e)$$

Ako je $T_{em} > 4T_{el}$, diskriminanta karakteristične jednadžbe (14) postaje realna i oba su korijena izraza (23) realna:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm \nu, \quad \nu = \sqrt{\frac{1}{4T_{el}^2} - \frac{1}{T_{el} T_{em}}}. \qquad (23.c)$$

Kad se ti korijeni uvrste u opće jednadžbe za struju (22.c) i brzinu vrtnje (25.c) izlazi:

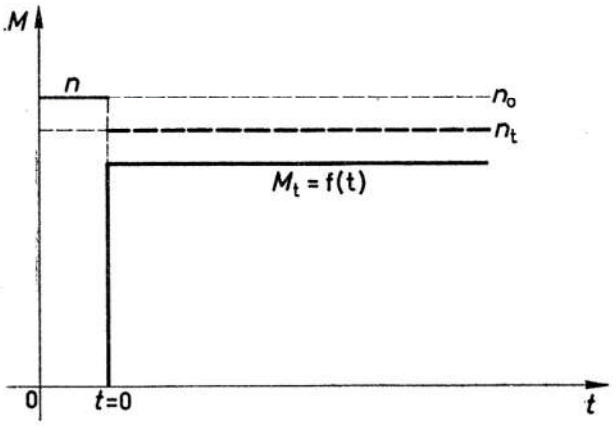
$$i = \frac{I_k}{\frac{T_{el}}{T_u} + \frac{T_u}{T_{em}} - 1} \left\{ e^{-t/T_u} + e^{-t/2T_{el}} \left[\left(\frac{1}{\nu T_u} - \frac{1}{2\nu T_{el}} \right) \operatorname{sh} \nu t - \operatorname{ch} \nu t \right] \right\} \qquad (22.f)$$

$$n = n_0 \left(1 - \frac{T_u}{T_u^2 - T_u T_{em} + T_{el} T_{em}} \left\{ T_u \, e^{-t/T_u} - T_{el} T_{em} \, e^{-t/2T_{el}} \cdot \right. \right.$$

$$\left. \left. \cdot \left[\left(\frac{1}{2\nu T_{el}^2} - \frac{1}{\nu T_{el} T_{em}} - \frac{1}{2\nu T_{el} T_u} \right) \operatorname{sh} \nu t - \left(\frac{1}{T_u} - \frac{1}{T_{el}} \right) \operatorname{ch} \nu t \right] \right\} \right). \qquad (25.f)$$

5.1.5. Promjene opterećenja pri pogonu s nezavisno (poredno) uzbuđenim motorom — udarci tereta

Promjene opterećenja, tj. vremenske promjene momenta tereta, česte su u elektromotornom pogonu. To je posebno zanimljivo kad su promjene momenta tereta nagle i velike po iznosu. Kao tipične slučajeve razmotrimo skokovitu promjenu momenta tereta u elektromotornom pogonu s nezavisno uzbuđenim motorom, i to jednom nagli porast tereta (skokovito opterećenje) i zatim naglo smanjenje tereta (skokovito rasterećenje) osovine motora. Skokovito opterećenje prikazano je u principu na sl. 11. Prije skoka tereta nema momenta opterećenja (M_t =



Sl. 11. Principna skica za objašnjenje pojma skokovitog opterećenja motora

= 0) i elektromotorni se pogon vrti brzinom n_0. U trenutku $t = 0$ (vidi sl. 11) moment tereta trenutno poraste na konstantni iznos M_t, koji traje dovoljno dugo da se brzina vrtnje stabilizira na iznosu n_t. Budući da u toku prijelazne pojave vlada konstantni moment tereta M_t kojem statički odgovara brzina vrtnje n_t, to se brzina vrtnje i struja za vrijeme prijelazne pojave daju prikazati jednadžbama (12) i (13):

$$T_{el}\, T_{em} \frac{d^2 n}{dt^2} + T_{em} \frac{dn}{dt} + n = n_t \tag{12}$$

$$T_{el}\, T_{em} \frac{d^2 i}{dt^2} + T_{em} \frac{di}{dt} + i = I_t. \tag{13}$$

Za njih, dakako, vrijedi i jednako opće rješenje, tj. jednadžbe (12.a) i (13.a), ali samo formalno:

$$n = A\, e^{p_1 t} + B\, e^{p_2 t} + n_t \tag{26}$$

$$i = C\, e^{p_1 t} + D\, e^{p_2 t} + I_t. \tag{27}$$

Stvarna razlika između izraza (26) i (12.a), odnosno (27) i (13.a), sastoji se u tome što su konstante integracije A, B, C i D različite u oba slučaja. Eksponenti p_1 i p_2 opet su, dakako, korijeni karakteristične jednadžbe (14):

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_{el}^2} - \frac{1}{T_{el}\, T_{em}}}. \tag{23}$$

Da se izračunaju konstante integracije, potrebne su još dvije jednadžbe, za što mogu poslužiti derivacije (26) i (27) po vremenu:

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = p_1 A\, \mathrm{e}^{p_1 t} + p_2 B\, \mathrm{e}^{p_2 t} \tag{28}$$

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = p_1 C\, \mathrm{e}^{p_1 t} + p_2 D\, \mathrm{e}^{p_2 t}. \tag{29}$$

Vrijednosti A, B, C i D mogu se sad izračunati iz podataka početne točke promatranja ($t = 0$) — vidi sl. 11. U tom su trenutku $M_\mathrm{m} = 0$, $n = n_0$, a iz $M_\mathrm{m} = c_\mathrm{m} i$ izlazi i $i = 0$. Iz opće jednadžbe stanja (1) pisane uz te uvjete, gdje je $U = U + 0 \cdot R + L \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$, izlazi i da je $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$. Međutim, derivacija brzine vrtnje $\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t}$ mora biti konačna jer trenutno nastupa opterećenje M_t (vidi sl. 11). Budući da je $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = 0$, mora i $\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}t^2}$ biti jednako nuli, što se npr. vidi iz jednadžbe (11), pa kad se svi ti poznati uvjeti uvrste u jednadžbu (12), bit će:

$$T_\mathrm{em} T_\mathrm{el} \cdot 0 + T_\mathrm{em} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} + n_0 = n_\mathrm{t}$$

i odatle je početni uvjet za derivaciju brzine vrtnje u trenutku $t = 0$:

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \frac{n_\mathrm{t} - n_0}{T_\mathrm{em}}. \tag{30}$$

Uvrstivši sve početne uvjete za $t = 0$ u jednadžbe stanja (26), (27), (28) i (29) dobiva se za početak udarca tereta:

$$\left.\begin{aligned} n_0 &= A + B + n_\mathrm{t} \\ \frac{n_\mathrm{t} - n_0}{T_\mathrm{em}} &= p_1 A + p_2 B \\ C + D + I_\mathrm{t} &= 0 \\ p_1 C + p_2 D &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Odatle se mogu izračunati konstante integracije:

$$\left.\begin{aligned} A &= (n_0 - n_\mathrm{t}) \frac{p_2 + \frac{1}{T_\mathrm{em}}}{p_2 - p_1}, \quad B = -(n_0 - n_\mathrm{t}) \frac{p_1 + \frac{1}{T_\mathrm{em}}}{p_2 - p_1} \\ C &= -\frac{p_2 I_\mathrm{t}}{p_2 - p_1}, \quad D = \frac{p_1 I_\mathrm{t}}{p_2 - p_1}. \end{aligned}\right\} \tag{31.a}$$

Polazeći od tih konstanti opće će jednadžbe stanja u algebarskom obliku biti:

$$n = n_\mathrm{t} + \frac{n_0 - n_\mathrm{t}}{p_2 - p_1} \left[\left(p_2 + \frac{1}{T_\mathrm{em}} \right) \mathrm{e}^{p_1 t} - \left(p_1 + \frac{1}{T_\mathrm{em}} \right) \mathrm{e}^{p_2 t} \right] \tag{32}$$

$$i = I_t \left(1 - \frac{p_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t}\right). \tag{33}$$

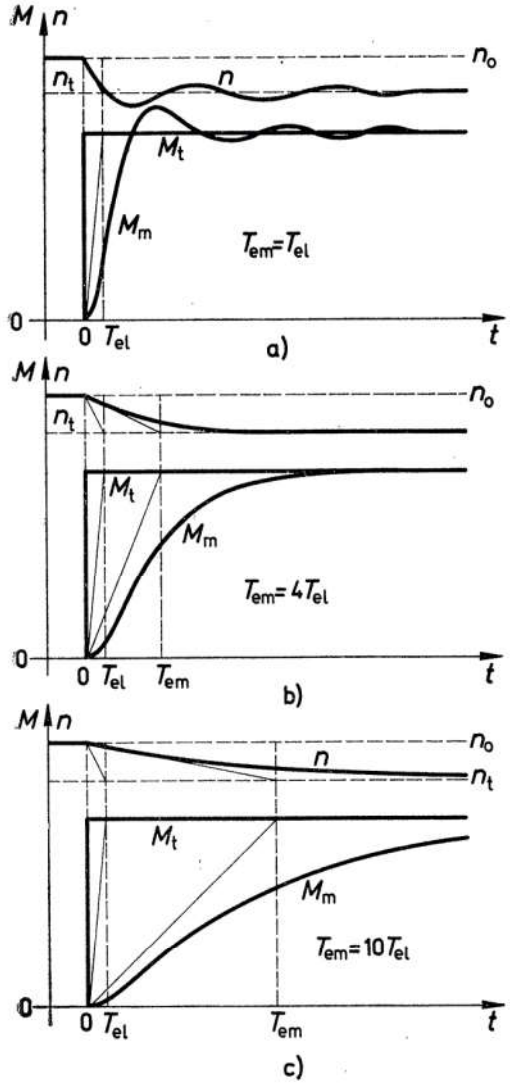
Budući da je struja proporcionalna momentu $c_m i = M_m$, to iz jednadžbe (33) izlazi:

$$M_m = M_t \left(1 - \frac{p_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t}\right). \tag{34}$$

Relacije (32) i (34) daju nam vremenski tok promjene brzine vrtnje i momenta motora pri naglom opterećenju prikazanome na sl. 11. Razlikuju se formalno tri matematička oblika s tri adekvatna fizikalna ponašanja veličina. Za $T_{em} < 4T_{el}$ korijeni karakteristične jednadžbe (14) p_1 i p_2 i njihova diskriminanta jv dani su opet relacijama (23.a) (vidi prije u odjeljku 5.1.4). Tad za brzinu vrtnje i moment motora vrijedi:

$$n = n_t + (n_0 - n_t) e^{-t/2T_{el}} \left[\left(\frac{1}{2v\,T_{el}} - \frac{1}{v\,T_{em}}\right) \sin vt + \cos vt\right] \tag{32.a}$$

$$M_m = M_t \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{2v\,T_{el}} \sin vt + \cos vt\right)\right]. \tag{34.a}$$



Na sl. 12.a vidi se ponašanje brzine vrtnje i momenta motora za konkretni slučaj $T_{el} = T_{em}$.

Za $T_{em} = 4T_{el}$ korijeni karakteristične jednadžbe (14) p_1 i p_2 prikazani su izrazom (23.b) (vidi odjeljak 5.1.4). Tad za brzinu vrtnje i moment motora vrijedi:

$$n = n_t + (n_0 - n_t) e^{-t/2T_{el}} \left[1 + \frac{t}{2T_{el}} - \frac{t}{T_{em}}\right] \tag{32.b}$$

$$M_m = M_t \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \left(1 + \frac{t}{2T_{el}}\right)\right]. \tag{34.b}$$

Na sl. 12.b predočeno je ponašanje brzine vrtnje i momenta motora za taj omjer vremenskih konstanti, koji za elektromotorni pogon znači granični aperiodski slučaj.

Kad je $T_{em} > 4T_{el}$, korijeni p_1 i p_2 te diskriminanta v karakteristične jednadžbe

Sl. 12. Vremenski tok momenta motora i brzine vrtnje pri naglome mehaničkom opterećenju za različite odnose vremenskih konstanti T_{el} i T_{em}

(14) prelaze u oblike izražene relacijama (23.c) — vidi odjeljak 5.1.4. Pri tome se za brzinu vrtnje i moment motora dobiva:

$$n = n_t + (n_0 - n_t)\, e^{-t/2T_{el}} \left[\left(\frac{1}{2v\, T_{el}} - \frac{1}{v\, T_{em}} \right) \operatorname{sh} vt + \operatorname{ch} vt \right] \tag{32.c}$$

$$M_m = M_t \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{2v\, T_{el}} \operatorname{sh} vt + \operatorname{ch} vt \right) \right]. \tag{34.c}$$

Na sl. 12.c prikazano je ponašanje brzine vrtnje i momenta motora za omjer vremenskih konstanti $T_{em} = 10\, T_{el}$.

Konačno, ako elektromehanička vremenska konstanta T_{em} mnogo premašuje električku vremensku konstantu T_{el}, tj. $T_{em} \gg T_{el}$, može se T_{el} i zanemariti. To je praktički elektromotorni pogon kojemu radni mehanizam ima mnogo puta veći moment inercije od onoga u samog elektromotora. Ako u opće jednadžbe za naglo opterećenje (12) i (13) uvrstimo $T_{el} \doteq 0$, izlazi:

$$T_{em} \frac{dn}{dt} + n = n_t \tag{35}$$

$$T_{em} \frac{di}{dt} + i = I_t. \tag{36}$$

Te se diferencijalne jednadžbe prvog reda mogu lako riješiti i, uz prije izražene početne uvjete, daju opće rješenje za tok brzine vrtnje i struje:

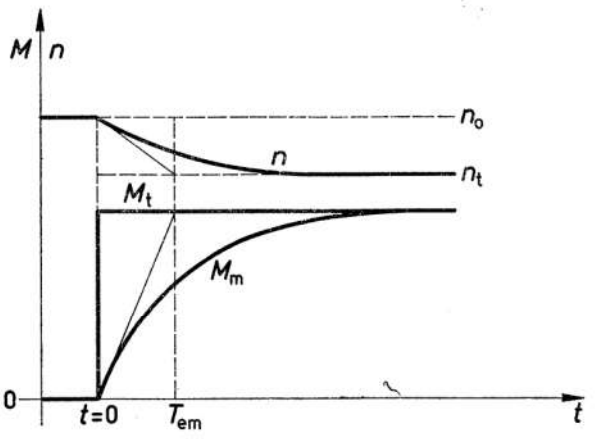
$$n = n_t + (n_0 - n_t)\, e^{-t/T_{em}} \tag{32.d}$$

$$i = I_t\, (1 - e^{-t/T_{em}}). \tag{33.b}$$

Za moment motora će iz relacije (33.b), uz $M_m = i \cdot c_m$, biti:

$$M_m = M_t\, (1 - e^{-t/T_{em}}). \tag{34.d}$$

Na sl. 13. vremenski je tok momenta motora i brzine vrtnje. Naglo opterećenje (udarac tereta) elektromotornog pogona ukratko ćemo ovako opisati: Moment tereta M_t koji se naglo pojavio na osovini motora ne može se u svakom trenutku na po-



Sl. 13. Vremenski tok momenta motora i brzine vrtnje pri naglom opterećenju momentom tereta M_t nezavisno uzbuđenog istosmjernog motora uz $T_{em} \gg T_{el}$

četku pojave izravno pokriti iz mreže, tj. momentom motora M_m, što se lijepo vidi na sl. 12. i 13. Razliku momenta motora M_m i momenta tereta M_t mora prema osnovnoj mehaničkoj jednadžbi (1.3—1.a) pokriti moment ubrzanja. Drugim riječima, naglu potrebu mehaničke energije na osovini elektromotornog pogona pokriva dijelom električna energija iz mreže, a dijelom oslobođena kinetička energija iz momenta inercije elektromotornog pogona, pri čemu se brzina vrtnje adekvatno smanjuje, tj. mijenja prema relacijama od (32.a) do (32.d). Prema tome se moment ubrzanja u svakom trenutku može odrediti iz:

$$M_u = M_m - M_t.$$

Dakle iz jednadžbi od (34.a) do (34.d) izlazi:

I za $T_{em} < 4T_{el}$:

$$M_u = -\,e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{2\nu\, T_{el}} \sin \nu t + \cos \nu t \right) \cdot M_t; \tag{37.a}$$

II za $T_{em} = 4T_{el}$:

$$M_u = -\,e^{t/2T_{el}} \left(1 + \frac{t}{2T_{el}} \right) \cdot M_t; \tag{37.b}$$

III za $T_{em} > 4T_{el}$:

$$M_u = -\,e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{2\nu\, T_{el}} \operatorname{sh} \nu t + \operatorname{ch} \nu t \right) \cdot M_t; \tag{37.c}$$

IV za $T_{em} \gg T_{el}$:

$$M_u = -\,e^{-t/T_{em}} \cdot M_t. \tag{37.d}$$

Dalje, nameće se još jedan zaključak. Budući da je struja proporcionalna momentu motora $c_m i = M_m$, a i snaga uzeta iz mreže (iz izvora) proporcionalna je struji $P_i = Ui$, sve jednadžbe za moment motora vrijede i za struju motora i za snagu uzetu iz mreže, dakako pomnožene odgovarajućim faktorima proporcionalnosti. Sad postaje posebno zanimljiv elektromotorni pogon s malim ukupnim momentom inercije ($T_{em} < 4T_{el}$) jer udarac tereta na osovini izazove kratkotrajno i veći udarac struje, tj. snage iz mreže, nego što to sam moment tereta na osovini zahtijeva — vidi izraz (34.a) i sl. 12.a. Taj će udarac biti relativno to veći što je omjer vremenskih konstanti T_{em}/T_{el} manji. Potražimo opći izraz za iznos maksimalnog udarca u takvom slučaju. Deriviramo li relaciju (34.a) po vremenu i izjednačimo s nulom:

$$\frac{\mathrm{d}M_m}{\mathrm{d}t} = 0,$$

izlazi nakon sređivanja:

$$e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{4\nu\, T_{el}^2} + \nu \right) \cdot \sin \nu t = 0.$$

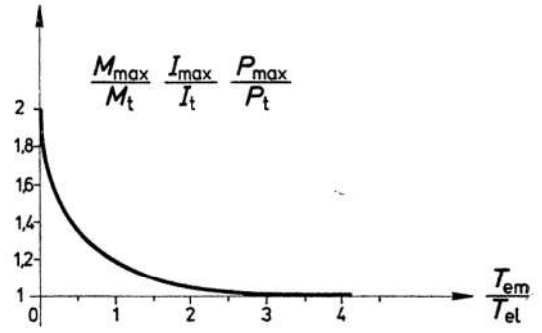
Iz prvog faktora izraza izjednačenoga s nulom dobiva se $t = \infty$, tj. podatak za stacionarno stanje pogona. Iz drugog faktora izjednačenoga s nulom bit će:

$$\nu t = k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$$

Maksimum očito nastupa kad je $k = 1$ i $t = \frac{\pi}{\nu}$ (vidi sl. 12.a). Uvrsti li se taj rezultat u (34.a), omjer će maksimalnog momenta motora M_{max} i momenta tereta M_t biti:

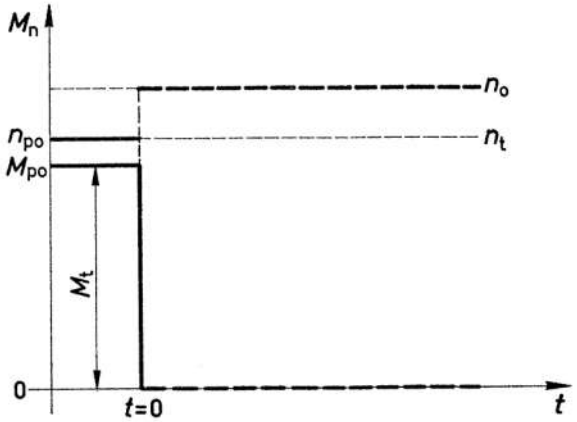
$$\frac{M_{max}}{M_t} = 1 + e^{-\sqrt{\frac{\pi^2 T_{em}}{4T_{el} - T_{em}}}}. \tag{38}$$

Taj isti omjer vrijedi dakako i za struje i za snage. Na sl. 14. predočen je grafički maksimalni udarac momenta, struje ili snage iz mreže za cijelo (teorijsko) područje na kojem može nastupiti, i to u omjeru prema statičkoj vrijednosti udarnog opterećenja. Takav povećani udarac djeluje nepovoljno na mrežu, no na metode suzbijanja još ćemo se vratiti.



Sl. 14. Omjer maksimalnih vrijednosti momenta motora, struje motora i ulazne snage motora prema momentu, struji i snazi tereta u stacionarnom stanju pri naglom opterećenju za različite omjere vremenskih konstanti $\frac{T_{em}}{T_{el}}$

Razmotrimo sad pojavu naglog rasterećenja elektromotornog pogona. Principno je pristup problemu prikazan na sl. 15. Elektromotorni pogon radi u stacionarnom stanju vrteći se brzinom vrtnje n_t, pri čemu moment motora M_m svladava konstantni moment motora M_t. U trenutku $t = 0$ (vidi sl. 15) naglo nestaje tereta



Sl. 15. Principna skica za objašnjenje pojma skokovitog rasterećenja motora

i započinje prijelazna pojava. Označimo iz načelnih razloga početni moment tereta s $M_{po} = M_t$ i početnu brzinu vrtnje s $n_{po} = n_t$. Budući da je konačna brzina vrtnje nakon prijelazne pojave $n = n_0$, a konačna struja tereta $I_t = 0$, jer se pojava završava s praznim hodom motora, to je za općenite diferencijalne jednadžbe

koje predočuju brzinu vrtnje i struju u prijelaznoj pojavi opravdano pisati — (vidi (11) i (12):

$$T_{el}\,T_{em}\frac{d^2n}{dt^2}+T_{em}\frac{dn}{dt}+n=n_0 \tag{39}$$

$$T_{el}\,T_{em}\frac{d^2i}{dt^2}+T_{em}\frac{di}{dt}+i=0. \tag{40}$$

Opće rješenje tih jednadžbi u algebarskom obliku jest:

$$n=A\,e^{p_1t}+B\,e^{p_2t}+n_0 \tag{41}$$

$$i=C\,e^{p_1t}+D\,e^{p_2t}. \tag{42}$$

A, B, C i D konstante su integracije, a p_1 i p_2 su korijeni karakteristične jednadžbe (14) — vidi izraz (23).

Uz pomoć relacija (41) i (42) i njihovih vremenskih derivacija:

$$\frac{dn}{dt}=p_1A\,e^{p_1t}+p_2B\,e^{p_2t} \tag{43}$$

$$\frac{di}{dt}=p_1C\,e^{p_1t}+p_2B\,e^{p_2t} \tag{44}$$

izračunavaju se konstante integracije za poznate početne uvjete. Početni uvjeti se odrede slično kao i pri naglom opterećenju i glase:

$$\left.\begin{gathered}t=0,\ n=n_{po},\ i=I_{po}=I_t,\ M_m=M_{po}=M_t\\ \frac{di}{dt}=0,\ \frac{dn}{dt}=\frac{n_0-n_{po}}{T_{em}}.\end{gathered}\right\} \tag{45}$$

Pođe li se od izraza (45), relacije (41), (42), (43) i (44) daju sistem jednadžbi:

$$\left.\begin{aligned}&n_{po}=A+B+n_0\\ &\frac{n_0-n_{po}}{T_{em}}=p_1A+p_2B\\ &I_{po}=C+D\\ &0=p_1C+p_2D.\end{aligned}\right\} \tag{46}$$

Odatle se računaju konstante integracije:

$$\left.\begin{aligned}&A=-\frac{n_0-n_{po}}{p_2-p_1}\left(p_2+\frac{1}{T_{em}}\right),\quad B=\frac{n_0-n_{po}}{p_2-p_1}\left(p_1+\frac{1}{T_{em}}\right)\\ &C=\frac{p_2}{p_2-p_1}I_{po},\quad D=-\frac{p_1I_{po}}{p_2-p_1}.\end{aligned}\right\} \tag{47}$$

Konačno se dobivaju opće jednadžbe za brzinu vrtnje i struju u algebarskom obliku:

$$n = n_o - \frac{n_o - n_{po}}{p_2 - p_1}\left[\left(p_2 + \frac{1}{T_{em}}\right) e^{p_1 t} - \left(p_1 + \frac{1}{T_{em}}\right) e^{p_2 t}\right] \tag{48}$$

$$i = I_{po}\left(e^{p_1 t}\frac{p_2}{p_2 - p_1} - e^{p_2 t}\frac{p_1}{p_2 - p_1}\right). \tag{49}$$

Za moment motora M_m zbog proporcionalnosti momenta i struje vrijedi:

$$M_m = M_{po}\left(e^{p_1 t}\frac{p_2}{p_2 - p_1} - e^{p_2 t}\frac{p_1}{p_2 - p_1}\right). \tag{50}$$

Relacije (48) i (50) daju sad vremenski tok promjene brzine vrtnje i momenta motora pri naglom rasterećenju prikazanome na sl. 15. I sad se, kao i u naglom opterećenju, razlikuju formalno tri matematička oblika s tri adekvatna fizikalna ponašanja veličina. Za $T_{em} < 4T_{el}$ korijeni karakteristične jednadžbe (14) p_1 i p_2 i njihova diskriminanta jv izraženi su opet relacijama (23.a) — vidi u odjeljku 5.1.4. Tad je brzina vrtnje i moment motora:

$$n = n_o - (n_o - n_{po})\, e^{-t/2T_{el}}\left[\left(\frac{1}{2v\,T_{el}} - \frac{1}{v\,T_{em}}\right)\sin vt + \cos vt\right] \tag{48a.}$$

$$M_m = M_{po}\, e^{-t/2T_{el}}\left(\frac{1}{2v\,T_{el}}\sin vt + \cos vt\right). \tag{50.a}$$

Na sl. 16.a vidi se ponašanje brzine vrtnje i momenta motora za konkretni slučaj $T_{el} = T_{em}$.

Ako je $T_{em} = 4T_{el}$, korijeni karakteristične jednadžbe (14) p_1 i p_2 prikazani su izrazom (23.b) — vidi odjeljak 5.1.4. Tad vrijedi za brzinu vrtnje i moment motora:

$$n = n_o - (n_o - n_{po})\, e^{-t/2T_{el}}\left(1 + \frac{t}{2T_{el}} - \frac{t}{T_{em}}\right) \tag{48.b}$$

$$M_m = M_{po}\, e^{-t/2T_{el}}\left(1 + \frac{t}{2T_{el}}\right). \tag{50.b}$$

Za taj omjer vremenskih konstanti, koji je granični aperiodski slučaj, prikazuje sl. 16.b ponašanje brzine vrtnje i momenta motora.

Kad je $T_{em} > 4T_{el}$, korijeni p_1 i p_2 te diskriminanta v karakteristične jednadžbe (14) prelaze u oblike izražene relacijama (23.c) — vidi odjeljak 5.1.4. S njima izrazi za brzinu vrtnje i moment motora poprimaju oblik:

$$n = n_0 - (n_0 - n_{po})\, e^{-t/2T_{el}}\left[\left(\frac{1}{2v\,T_{el}} - \frac{1}{v\,T_{em}}\right)\operatorname{sh} vt + \operatorname{ch} vt\right] \tag{48.c}$$

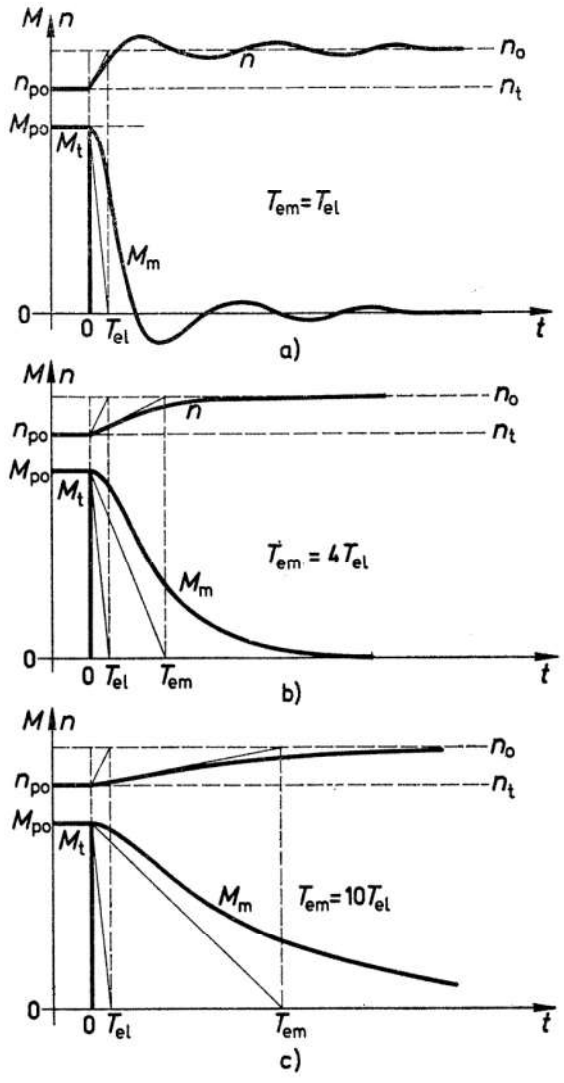
$$M_m = M_{po}\, e^{-t/2T_{el}}\left(\frac{1}{2v\,T_{el}}\operatorname{sh} vt + \operatorname{ch} vt\right). \tag{50.c}$$

Na sl. 16.c prikazano je kako se vladaju brzina vrtnje i moment motora za omjer vremenskih konstanti $T_{em} = 10\,T_{el}$.

U pogonskoj praksi kad elektromehanička vremenska konstanta elektromotornog pogona T_{em} znatno premašuje električku vremensku konstantu motora T_{el}, tj. $T_{em} \gg T_{el}$, može se i T_{el} zanemariti. To je gotovo slučaj elektromotornog pogona kojemu radni mehanizam ima mnogo puta veći moment inercije od onoga u samog elektromotora. Ako u opće jednadžbe za naglo rasterećenje (39) i (40) uvrstimo $T_{el} = 0$, bit će:

$$T_{em}\frac{dn}{dt} + n = n_0 \tag{51}$$

$$T_{em}\frac{di}{dt} + i = 0. \tag{52}$$



Sl. 16. Vremenski tok momenta motora i brzine vrtnje pri naglom mehaničkom rasterećenju za različite odnose vremenskih konstanti T_{el} i T_{em}

Uz početne uvjete u izrazu (46) iz tih dviju diferencijalnih jednadžbi prvog reda dobivaju se rješenja za tok brzine vrtnje i struje:

$$n = n_o - (n_o - n_{po})\,e^{-t/T_{em}} \tag{48.d}$$

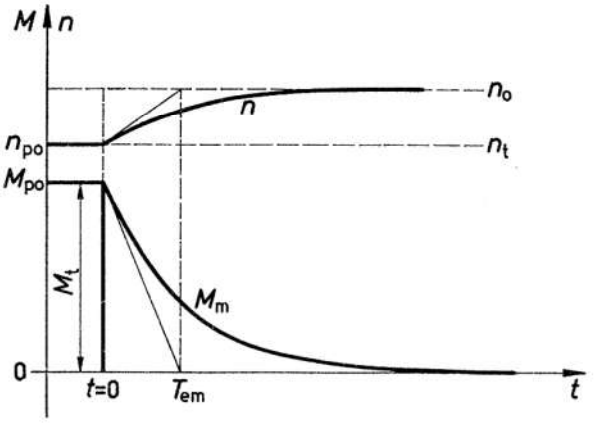
$$i = I_{po}\,e^{-t/T_{em}}. \tag{49.b}$$

Moment motora će prema relaciji (49.b), uz $M_m = ic_m$, biti:

$$M_m = M_{po}\,e^{-t/T_{em}}. \tag{50.d}$$

Na sl. 17. vremenski je tok momenta motora i brzine vrtnje.

Iz razmatranog slučaja naglog rasterećenja elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim motorom uočava se odmah nužnost da se moment motora M_m, koji ne može trenutno iščeznuti kad trenutno nestane moment tereta M_t, pokrije momentom ubrzanja M_u. Moment se motora, dakle, troši na povećanje kinetičke energije elektromotornog pogona, pri čemu brzina vrtnje adekvatno raste ili, bolje rečeno, vremenski se mijenja u skladu s relacijama od (48.a) do (48.d). Prema tome jednadžbe (50.a), (50.b), (50.c) i (50.d) nisu (svojom desnom stranom) samo jednadžbe momenta motora M_m već i momenta ubrzanja M_u. Budući da je, dalje, struja motora proporcionalna njegovu momentu ($c_m i = M_m$), a i snaga uzeta iz



Sl. 17. Vremenski tok momenta motora i brzine vrtnje pri naglom rasterećenju elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom uz $T_{em} \gg T_{el}$

mreže proporcionalna je struji ($P_i = Ui$), te jednadžbe vrijede i za struju motora i za snagu uzetu iz mreže, dakako uz množenje odgovarajućim faktorima proporcionalnosti. Za mrežu je posebno zanimljiv elektromotorni pogon s malim ukupnim momentom inercije ($T_{em} < 4T_{el}$) jer se, nakon rasterećenja, pojavljuje i njihanje snage između mreže i generatora — vidi izraz (50.a) i sl. 16.a. To znači da u vremenskim odsječcima kad je $M_m < 0$, odnosno $i < 0$ (vidi sl. 16.a) djeluje elektromotorni pogon prema mreži kao generator energije. Derivacijom relacije (50.a) po vremenu i izjednačenjem s nulom dobiva se za trenutak najintenzivnijega generatorskog djelovanja:

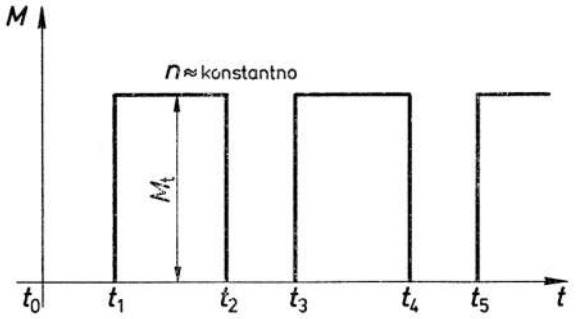
$$t = \frac{\pi}{\nu},$$

tj. slično kao za maksimalni moment motora u prijelaznoj pojavi naglog opterećenja električnog motora. S time će najintenzivnije generatorsko djelovanje elektromotornog pogona prilikom rasterećenja, uvrstivši $t = \frac{\pi}{\nu}$ u izraz (50.a), biti:

$$\frac{M_{min}}{M_{po}} = \frac{i_{min}}{I_{po}} = \frac{P_{min}}{P_{po}} = -\,e^{-\sqrt{\frac{\pi^2 T_{em}}{4T_{el} - T_{em}}}}. \tag{53}$$

Pojave idealnoga naglog opterećenja (sl. 11) ili rasterećenja (sl. 15) nastupaju pri radu nekih radnih mehanizama, no mnogo su češći radni mehanizmi s kratkotrajnim udarnim opterećenjima. Udarni se teret naglo pojavi, zatim nakon nekog vremena naglo iščezne, pa se opet poslije nekog vremena pojavi itd. Takva opte-

rećenja česta su u nekim važnim vrstama elektromotornog pogona, kao u valjaonicama metala, u kovnicama, pri pogonu dubilica itd. Problemi su negdje u održavanju brzine vrtnje ili njezinoj regulaciji, a ponegdje su to udarci snage u priključnoj mreži, pogotovo kad su udarni tereti visoki (valjaonice i do 3 M_n), kad je priključna mreža slaba i kad su vremenske konstante takve da je elektromotorni pogon sklon njihanju ($T_{em} < 4T_{el}$). A upravo je česta pojava (valjaonice) da je moment inercije takvih radnih mehanizama relativno malen prema onome u pogonskog (nezavisno uzbuđenog) motora. Principni vremenski tok momenta tereta



Sl. 18. Primjer udarnog opterećenja (kontinuirani valjački stan)

za takav radni mehanizam prikazuje sl. 18. Elektromotor ili, bolje rečeno, njegova osovina, u vremenskim je odsječcima $\overline{t_0\,t_1}$, $\overline{t_2\,t_3}$, $\overline{t_4\,t_5}$ itd. potpuno rasterećena, a u vremenskim periodima $\overline{t_1\,t_2}$, $\overline{t_3\,t_4}$ itd. potpuno opterećena. Pogon se, očito, može rješavati kao niz naglih (udarnih) opterećenja i rasterećenja koja naizmjence slijede, i to na osnovi postupaka izloženih u ovom odjeljku. Pri tome je posebno važno kolika su trajanja perioda opterećenja i rasterećenja. Kad su oni toliko dugi da se prijelazna pojava u njima praktički završi, a brzina vrtnje i moment motora poprimaju praktički stacionarne vrijednosti, onda se takve pojave mogu računati točno kako je pokazano. Za period opterećenja brzine se vrtnje računaju prema relacijama od (32) do (32.d), a momenti motora od (34) do (34.d). Za period rasterećenja brzine se vrtnje izračunaju prema izrazima od (48) do (48.d), a momenti motora od (50) do (50.d). No kad su period opterećenja i period rasterećenja kratki, i to toliko da unutar perioda prijelazne pojave ne završe, a već se prelazi na drugi period, tj. drugu prijelaznu pojavu, onda se vremenski tok brzine vrtnje i momenta motora može pratiti samo tako da se računa s općim jednadžbama stanja: od (26) do (29) za period opterećenja, a od (41) do (44) za period rasterećenja. Pri tome se za svaki početak novog perioda moraju uzeti novi početni uvjeti, tj. konkretne vrijednosti za n, i, $\frac{dn}{dt}$ i $\frac{di}{dt}$, s kojima završava prethodni period, i s njima se za svaki period moraju računati nove (posebne) konstante integracije. Za svaki period, dakle, valja razvijati posebne oblike algebarskih jednadžbi. To vodi do zamornog izvođenja i izračunavanja. Izuzetak je slučaj $T_{em} \gg T_{el}$, tj. kad je elektromehanička vremenska konstanta elektromotornog pogona toliko velika prema električkoj konstanti motora da se ona može zanemariti ($T_{el} = 0$). Tad se diferencijalne jednadžbe prvog reda (35) i (36) za naglo opterećenje i (51) i (52) za naglo rasterećenje jednostavno rješavaju jer su im dovoljni početni uvjeti za brzinu vrtnje $n = n_{po}$ i za struju $i = I_{po}$, odnosno moment motora M_{po}, i ne treba određivati početne vrijednosti derivacija $\frac{dn}{dt}$ i $\frac{di}{dt}$. Tako su već izvedena rješenja pri naglom rasterećenju za brzinu vrtnje (48.d), struju motora (49.b) i moment motora (50.d), točna za

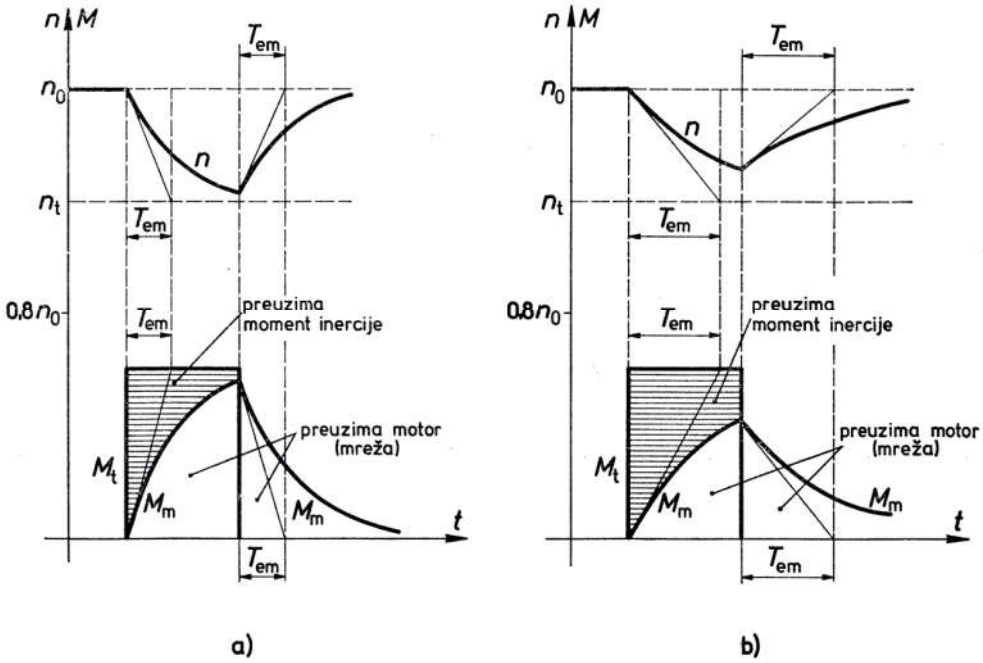
bilo koje početne vrijednosti n_{po}, I_{po} i M_{po}. Za naglo opterećenje s početnim uvjetima $n = n_{po}$, $i = I_{po}$ i $M_m = M_{po}$ izvodi se odmah iz jednadžbi (35) i (36):

$$n = n_t + (n_{po} - n_t)\, e^{-t/T_{em}} \tag{32.e}$$

$$i = I_t\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + I_{po}\, e^{-t/T_{em}} \tag{33.c}$$

$$M_m = M_t\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + M_{po}\, e^{-t/T_{em}}. \tag{34.e}$$

Udarci tereta (momenta) slični onima na sl. 18. neugodni su u pogonu iz više razloga, posebno kad su veliki, često znatno veći od nominalnog momenta motora. Uz neprekidno mehaničko i električko naprezanje elektromotora i spojke nastaju i padovi (kolebanje) brzine vrtnje, što se većinom negativno odražava na tehnološki preces. Jaki strujni udarci izazivaju tešku komutaciju i iskrenje. Posebno su neugodni udarci u elektromotornim pogonima koji su sposobni da (prigušeno) titraju, tj. kojima je $T_{em} < 4T_{el}$, jer su stvarni udarci struje i snage u mreži veći od mehaničkog udarca tereta. Zbog toga se često umjetno povećava elektromehanička konstanta u elektromotornim pogonima s kontinuiranom brzinom vrtnje (nereverzibilne valjaonice, čekići, dubilice itd.). Jer, što je ta konstanta veća, to veći dio tereta preuzimaju zamašne mase, a ujedno to manji dio preuzima motor, a preko njega i mreža. Što je veća elektromehanička konstanta, to je i opterećenje mreže ravnomjernije, manje se osjećaju udarci, a i promjene brzine vrtnje su manje. Za primjer su na sl. 19. prikazana dva slučaja istog pogona s udarcima opterećenja, gdje je drugome (sl. 19.b) elektromehanička konstanta T_{em} dvostruko veća nego prvome (sl. 19.a). Radi jednostavnosti pretpostavlja se da je $T_{em} \gg T_{el}$, tj. zanemarivo su male vremenske konstante T_{el}. Jasno se vidi, usporedimo li sl. 19.a i 19.b, da je uz veću elektromehaničku konstantu maksimalni razvijeni moment



Sl. 19. Usporedba dvaju elektromotornih pogona s jednakim udarcem tereta, ali s različitim elektromehaničkim konstantama T_{em}. U slučaju a) elektromehanička konstanta dva je puta manja nego u slučaju b)

motora manji, a jednako tako su i padovi brzine vrtnje manji. Dalje, zapažamo da će mreža biti ravnomjernije opterećena kad su veće elektromehaničke konstante, a motor će i lakše komutirati, zbog manje vršne struje. Za elektromotorne pogone s udarnim opterećenjem poželjna je, dakle, što veća elektromehanička vremenska konstanta ili, a to je gotovo isto, što veći omjer elektromehaničke i električke vremenske konstante. Povećanje elektromehaničke vremenske konstante iznad prirodne (određene najekonomičnijom konstrukcijom radnog mehanizma i elektromotora, te priključkom motora bez predotpora), kad je to potrebno, može se izvesti u osnovi na dva načina:

1. dodavanjem zamašnjaka na osovinu elektromotornog pogona;

2. dodavanjem otpora (predotpora) u armaturni strujni krug elektromotora.

I jedan i drugi način imaju svoje prednosti i mane. S gledišta nabavne cijene rješenje je s otporom jeftinije, ali je utrošak električne energije veći, pa su i ukupni troškovi veći, dodatni utrošak energije obično nadmašuje dodatnu nabavnu cijenu za zamašnjak. Bit djelovanja na porast momenta radnog mehanizma zapravo je ista. I jednim i drugim načinom povećava se udio momenta ubrzanja pri svladavanju momenta tereta oslobađanjem kinetičke enegije elektromotornog pogona. Prvim načinom može se veća kinetička energija osloboditi zbog povećanja ukupne zamašne mase mD^2 (momenta inercije J), a drugim uslijed veće promjene brzine vrtnje uz istu zamašnu masu. Tako je prednost prvog načina, dakle dodavanja zamašnjaka, manji pad (kolebanje) brzine vrtnje. To je tehnološki bitna prednost, i dvostruka vremenska konstanta na sl. 19.b u usporedbi sa sl. 19.a ostvarena je na taj način. Da je povećanje T_{em} na sl. 19.b postignuto dodatkom predotpora jednakoga po iznosu otporu armature motora, ostao bi vremenski tok promjene momenta isti kao na slici, a padovi bi brzine vrtnje bili točno dvostruki. Iz svega zaključujemo da je elektromotornom pogonu s kontinuiranim smjerom vrtnje, a izloženome udarcima, i ekonomski i tehnološki povoljnije mijenjati (povećavati) elektromehaničku konstantu dodavanjem zamašnjaka.

Ima, doduše, elektromotornih pogona kojima je efikasnije u armaturni strujni krug dodavati predotpor nego zamašnjak. To su pogoni »sposobni za titranje«, tj. gdje je uz prirodne veličine $T_{em} < 4T_{el}$. Uzmimo za primjer pogon kojemu je prirodni odnos $T_{el} = T_{em}$ (vidi sl. 12.a i 16.a). Za taj je odnos vremenskih konstanti vlastita frekvencija njihanja, prema izrazu (23.a):

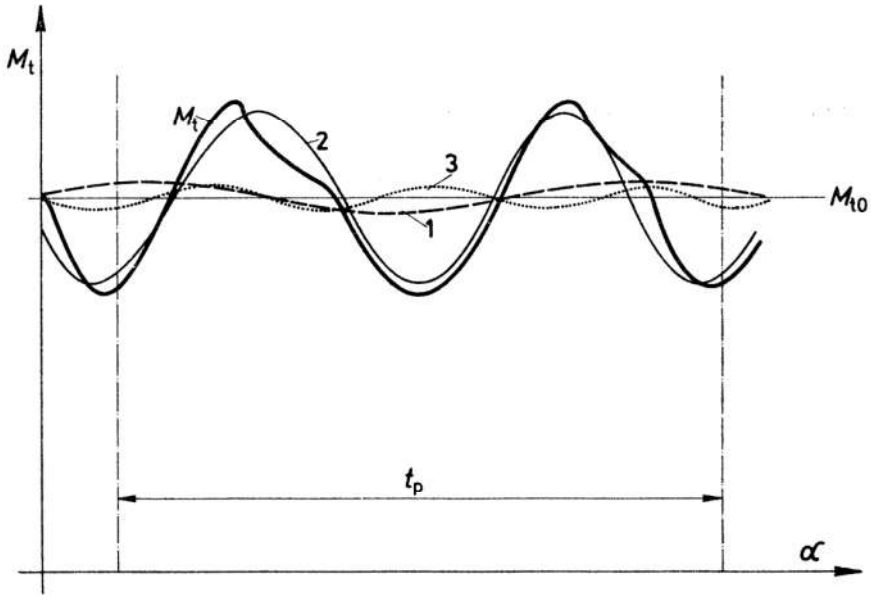
$$\nu = \sqrt{\left| \frac{1}{4T_{ei}^2} - \frac{1}{T_{el}\, T_{em}} \right|}.$$

Želimo li tom pogonu smanjiti udarac momenta motora na vrijednost $M_{max} = M_t$, moramo mu vremenske konstante toliko mijenjati da se dođe barem u granični aperiodski slučaj $\nu = 0$. Budući da otpor u armaturnome strujnom krugu istodobno smanjuje električku i povećava elektromehaničku vremensku konstantu, dovoljno je dodati otpor iznosa jednakoga armaturnome pa da se stvori uvjet $\nu = 0$ jer će se tad električka vremenska konstanta smanjiti napola, a elektromehanička udvostručiti. Želimo li taj efekt postići dodatkom zamašnjaka, potrebna je četverostruka zamašna masa da bude $\nu = 0$, tj. valja dodati zamašnjak trostruko većeg iznosa od zamašnih masa elektromotornog pogona. Dodavanje otpora u armaturni strujni krug bit će, dakle, ipak ponekad korisno, posebno u pogonima gdje se iz bilo kojeg razloga želi promijeniti frekvencija titranja.

Logika povećanja elektromehaničke vremenske konstante T_{em} s opisanim ciljem vrijedi, dakako, samo za one elektromotorne pogone s udarnim opterećenjima koji nemaju nekih drugih dinamičkih stanja. Neprilike nastupaju kad su udarna opterećenja kombinirana s drugim dinamičkim pojavama, npr. sa zaletima, kočenjima ili reverziranjem pogona, kad se zbog toga elektromotornom pogonu ne smije povećati tromost. Tehničkim rješenjima za takve slučajeve vratit ćemo se nešto poslije na drugom mjestu.

5.1.6. Pulzirajuće opterećenje elektromotornog pogona s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom

Neki radni mehanizmi kojima je pogon od tehničkog značenja suprotstavljaju momentu motora promjenljivi pulzirajući moment tereta, i to tako da moment tereta ovisi o položaju (kutu α) $M_t = f(\alpha)$. Tako se pogon stapne pumpe ili pogon klipnog kompresora može shvatiti kao radni mehanizam s nekim prosječnim momentom inercije J, koji suprotstavlja momentu motora M_m, uz neki prosječni moment tereta M_{to}, još i neki pulzirajući moment tereta $M_t = M_{to} + \Delta M(\alpha)$. Sl. 20. načelno prikazuje oblik takva momenta tereta za neki dvocilindrični kom-



Sl. 20. Principna skica momenta tereta u dvocilindričnom kompresoru: M_t — moment tereta, M_{to} — prosječni moment tereta, 1, 2 i 3 — prvi, drugi i treći harmonički član pulzirajućeg momenta tereta, t_p — trajanje jednog okretaja kompresora

presor. Pulzirajući moment $\Delta M(\alpha)$ Fourierovim razvojem razvit ćemo u red sinusnih članova, čime se znatno pojednostavnjuje rješavanje takva pogona. Prva tri člana takvog reda nacrtana su na sl. 20 (vidi 1, 2, 3). U rješavanju takva pogona zanima nas u prvom redu ponašanje brzine vrtnje i momenta motora u kvazistacionarnom stanju, no za rješenje koje vjerno prikazuje odnose valja poći od izraza

za opće stanje elektromotornog pogona. Moment tereta može se na osnovi sl. 20. napisati kao:

$$M_t = M_{to} + \Delta M_1 \sin(\alpha + \beta_1) + \Delta M_2 \sin(2\alpha + \beta_2) + \Delta M_3 \sin(3\alpha + \beta_3) + \\ + \ldots + \Delta M_x \sin(x\alpha + \beta_x) + \ldots \quad (54)$$

U izrazu M_{to} je prosječni moment tereta, $\Delta M_1, \Delta M_2. \ldots, \Delta M_x$ su amplitude, $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_x$ fazni (prostorni) pomaci pojedinih harmoničkih članova, a α je opći kut vrtnje. Općenito vrijedi opći izraz za ravnotežu na osovini motora (1.3—1.a):

$$M_m = M_u + M_t = M_u + M_{to} + f(\alpha),$$

gdje moment tereta $M_t = M_{to} + f(\alpha)$ predstavlja izraz (54).

Utjecaj će se različitih harmoničkih članova iz relacije (54) pojaviti i u momentu tereta i u brzini vrtnje elektromotornog pogona. No sigurno će najizraženiji harmonički član, onaj s najvećom vrijednosti amplitude (kao npr. 2 na sl. 20), uglavnom izazvati ona kolebanja brzine vrtnje i momenta motora koja nas zanimaju u kvazistacionarnom stanju. Očito je da će pogon s momentom tereta prema sl. 20. ili prema izrazu (54) biti neprikladan za jednostavno razmatranje. Zato u prvom pristupu nešto pojednostavnimo sliku. Pretpostavimo da je moment tereta sa samo jednim harmoničkim članom, i to neka bude upravo prvi (osnovni) harmonički član, kojemu je kružna frekvencija jednaka kružnoj frekvenciji vrtnje. (To bi bio harmonik 1 na sl. 20, iako on na toj slici nije posebno velik.) Neka je njegova amplituda $\Delta M_1 = \Delta M$, a postavimo li još početak koordinatnog sustava u pogodnu točku, možemo za moment tereta pisati:

$$M_t = M_{to} + f(\alpha) \doteq M_{to} + \Delta M \sin \alpha. \quad (54.a)$$

Moment će motora tad biti:

$$M_m = M_u + M_{to} + \Delta M \sin \alpha = J \frac{d\omega}{dt} + M_{to} + \Delta M \sin \alpha, \quad (55)$$

pri čemu je J prosječni moment inercije, a $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$ je kutna brzina vrtnje. Podijelimo li izraz (55) konstantom motora c_m — vidi (2.2—8.b), struja je motora:

$$i = \frac{J}{c_m} \frac{d\omega}{dt} + \frac{M_{to}}{c_m} + \frac{\Delta M}{c_m} \sin \alpha. \quad (56)$$

Za vremensku derivaciju struje vrijedi:

$$\frac{di}{dt} = \frac{J}{c_m} \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{\Delta M}{c_m} \cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \frac{J}{c_m} \frac{d^2\omega}{dt^2} + \frac{\Delta M}{c_m} \omega \cos \alpha. \quad (57)$$

Uvrste li se izrazi (56) i (57) u osnovnu naponsku jednadžbu (1) i podijeli se tako dobivena jednadžba konstantom stroja c_e — vidi (2.2—8.b), nakon sređenja se dobiva:

$$T_{el} T_{em} \frac{d^2\omega}{dt^2} + T_{em} \frac{d\omega}{dt} + (1 + T_{el} \Delta\omega_t \cos \alpha) \omega + \Delta\omega_t \sin \alpha = \omega_t. \quad (58)$$

U izrazu je ω_t ona kutna brzina vrtnje koju bi u stacionarnom stanju izazvao moment tereta M_{to}, a:

$$\Delta\omega_t = \frac{\Delta MR}{c_m c_e}$$

je onaj pad (promjena) kutne brzine vrtnje koju bi u stacionarnom stanju uzrokovao moment tereta ΔM kad bi bio konstantan. Pri tome se $\Delta\omega_t$ može shvatiti i kao amplituda kolebanja brzine vrtnje $\omega = \omega_t + \Delta\omega_t$ što bi je u kvazistacionarnom stanju izazvala amplituda momenta tereta ΔM uz uvjet da se vjerno prenese iz dinamičkoga u statičko stanje, tj. bez ikakvog pojačanja ili prigušenja. Budući da se u jednadžbi (58) pojavljuju i kut α i kutna brzina vrtnje ω kao funkcije, može se ona, uz $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$, još pisati i kao:

$$T_{el}\, T_{em} \frac{d^3\alpha}{dt^3} + T_{em} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + (1 + T_{el}\, \Delta\omega_t \cos\alpha) \frac{d\alpha}{dt} + \Delta\omega_t \sin\alpha = \omega_t. \qquad (58.a)$$

Da se nismo ograničili samo na jedan harmonički član u momentu tereta, pojavile bi se jednadžbe (58) i (58.a) u načelno istom obliku, samo bi neki koeficijenti (uz $\frac{d\alpha}{dt}$ i α) bili kompletni Fourierovi redovi. U svakom slučaju, jednadžbe (58) i (58.a), i ovako kako su napisane, i sa složenijim koeficijentima, mogu se riješiti samo numerički za konkretan slučaj, npr. primjenom numeričkih metoda uz pomoć elektroničkog računala, i nisu pogodne za fizikalnu analizu ovakvog pogona. No kako nas zanima samo kvazistacionarno stanje, a ne opće rješenje, dopuštena su u pristupu pojednostavljenja koja omogućuju dobar prikaz pogona (uz dovoljno male pogreške) u kvazistacionarnom stanju, dok prikaz općega dinamičkog stanja može biti i sasvim netočan. Budući da se u kvazistacionarnom stanju s gledišta mehaničkog pogona zahtijeva da kolebanje brzine vrtnje bude malo (maleni postotak od prosječne brzine vrtnje ω_t koja odgovara prosječnom momentu tereta M_{to}), može se u tom stanju kut α smatrati približno proporcionalnim vremenu. S time postaju i pulzacije momenata tereta i motora proporcionalne vremenu, a da se pri tome ne počini neka veća pogreška. No i ta bi pretpostavka vodila do nerješivih oblika (misli se analitički) diferencijalnih jednadžbi ako se još ne pretpostavi da je kružna frekvencija pulzacije momenta tereta nezavisna varijabla, tj. da nije vezana za opću kutnu brzinu vrtnje pogona ω, već za prosječnu stacionarnu brzinu vrtnje (u kvazistacionarnom stanju) ω_t. Označimo tako zamišljenu frekvenciju pulzacije općenito s $\varkappa$. Uz te bismo pretpostavke za moment motora prema sl. 20. napisali:

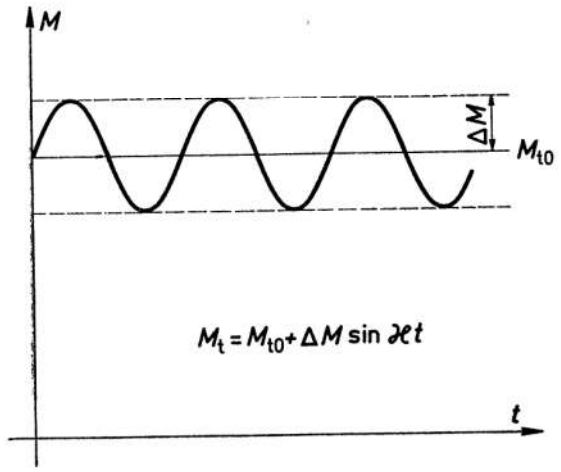
$$M_t = M_{to} + \Delta M_1 \sin(\varkappa_1 t + \varphi_1) + \Delta M_2 \sin(\varkappa_2 t + \varphi_2) + \ldots + \\ + \ldots + \Delta M_x \sin(\varkappa_x + \varphi_x) + \ldots \qquad (59)$$

Pri tome su $\Delta M_1, \Delta M_2, \ldots, \Delta M_x$ amplitude, $\varkappa_1 = \omega_t = \frac{2\pi}{t_p}$, $\varkappa_2 = 2\omega_t, \ldots,$ $\varkappa_x = x\omega_t$ jesu kružne frekvencije, a $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_x$ fazni su pomaci pojedinih harmoničkih članova pulzirajućeg momenta tereta. Radi jednostavnosti pretpostavimo i tu da je moment tereta karakteriziran samo najizraženijim harmoničkim

članom amplitude ΔM i kružne frekvencije $\varkappa$ (vidi sl. 21). Postavimo li ga u koordinatni sustav kao na sl. 21, bit će moment tereta:

$$M_t = M_{to} + \Delta M \sin \varkappa t. \tag{59.a}$$

Dakako, različite frekvencije u teretu motora prema izrazu (59) moraju se pojaviti i u momentu motora M_m i u brzini vrtnje n općenito, te posebno i u kvazistacionarnom stanju, a ne samo odabrana frekvencija $\varkappa$ dominantne amplitude ΔM, kako to prikazuje relacija (59.a) i sl. 21. No, kako smo pretpostavili, linearni odnos



Sl. 21. Idealizirani moment tereta radnog mehanizma s pulzirajućim opterećenjem, prikazan kao funkcija vremena

vremena i kuta nema više međusobnih utjecanja pojedinih frekvencija. Time se pruža mogućnost da se kolebanja brzine vrtnje i momenta motora izračunaju za svaku frekvenciju $\varkappa_1, \varkappa_2, \ldots, \varkappa_x$ posebno, pa se, konačno, daju na odgovarajući način zbrojiti kao niz funkcija vremena. To će se, očito, morati učiniti kad su amplitude ΔM pojedinih harmonika istog reda veličine, a u pogonu gdje je najveća aplituda ΔM za red veličine veća od ostalih, zadovoljit će i rješenje sa samo jednim harmoničkim članom.

Napiše li se mehanička ravnoteža na osovini motora uz pomoć izraza (59.a):

$$M_m = \frac{mD^2}{38{,}2}\frac{dn}{dt} + M_t = \frac{mD^2}{38{,}2}\frac{dn}{dt} + M_{to} + \Delta M \sin \varkappa t,$$

dobiva se dijeleći sa c_m struja:

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m}\frac{dn}{dt} + \frac{M_{to}}{c_m} + \frac{\Delta M}{c_m} \sin \varkappa t. \tag{60}$$

Derivacija struje po vremenu daje:

$$\frac{di}{dt} = \frac{mD^2}{38{,}2\, c_m}\frac{d^2 n}{dt^2} + \frac{\Delta M}{c_m}\varkappa \cos \varkappa t. \tag{61}$$

Podijelimo li osnovnu naponsku jednadžbu (I) s c_e i uvrstimo u nju relacije (60) i (61) za struju i njezinu derivaciju, nakon sređenja bit će:

$$\frac{d^2n}{dt^2} + \frac{1}{T_{el}}\frac{dn}{dt} + \frac{n}{T_{el}\,T_{em}} = \frac{n_{to}}{T_{el}\,T_{em}} - \frac{\Delta n_t}{T_{el}\,T_{em}}(\sin \varkappa t + T_{el}\,\varkappa \cos \varkappa t). \tag{62}$$

T_{el} i T_{em} — električka i elektromehanička vremenska konstanta elektromotornog pogona

$n_{to} = \dfrac{U}{c_e} - \dfrac{M_{to}\,R}{c_e\,c_m}$ — brzina vrtnje koju bi u stacionarnom stanju zahtijevao prosječni moment tereta M_{to}

$\Delta n_t = \dfrac{\Delta M R}{c_e\,c_m}$ — pad brzine vrtnje koju bi sam za sebe izazivao moment ΔM u stacionarnom stanju

Zbroji li se harmoničko gibanje na desnoj strani jednadžbe (62), dobivamo:

$$\frac{d^2n}{dt^2} + \frac{1}{T_{el}}\frac{dn}{dt} + \frac{n}{T_{el}\,T_{em}} = \frac{n_{to}}{T_{el}\,T_{em}} - \frac{\Delta n_t}{T_{em}\,T_{el}}\,a \sin(\varkappa t + \varphi), \tag{62.a}$$

pri čemu je:

$$a = \sqrt{1 + T_{el}^2\,\varkappa^2}, \quad \varphi = \operatorname{arc\,tg}(T_{el}\,\varkappa). \tag{63.a,b}$$

Opće je rješenje diferencijalne jednadžbe (62.a):

$$n = A\,e^{p_1 t} + B\,e^{p_2 t} + n_{to} - \Delta n_t\,\xi \sin(\varkappa t + \varphi + \varphi'). \tag{64}$$

Tu su A i B konstante integracije, p_1 i p_2 korijeni su karakteristične jednadžbe (14), izraženi relacijom (23), ξ je faktor prigušenja (odnosno faktor pojačanja) pulzacije brzine vrtnje, a φ' dodatni fazni pomak, tako da $(\varphi + \varphi')$ znači cijeli fazni pomak pulzacije brzine vrtnje prema pulzaciji momenta tereta. Vrijednost ξ dobiva se iz izvoda prilikom prevođenja relacije (62.a) u (64):

$$\xi = \frac{a}{b} \tag{65}$$

$$b = \sqrt{\varkappa^2\,T_{em}^2 + (1 - \varkappa^2\,T_{el}\,T_{em})^2} \tag{66.a}$$

$$\varphi' = \operatorname{arc\,tg}\left(-\frac{\varkappa\,T_{em}}{1 - \varkappa^2\,T_{el}\,T_{em}}\right). \tag{66.b}$$

Stvarnu vrijednost imat će jednadžba (64) za brzinu vrtnje samo u kvazistacionarnom stanju, kako je u uvodu razjašnjeno, tj. kad $t \to \infty$, odnosno kad je vrijeme t toliko poraslo da aperiodski članovi, ovisni o vremenu, praktički poprime vrijednost 0. Dakle vrijedi:

$$n = n_{to} - \Delta n_t\,\xi \sin(\varkappa t + \varphi + \varphi'). \tag{67}$$

Brzina se vrtnje ponaša tako da je na temeljnu brzinu vrtnje n_{to} (koja odgovara prosječnom momentu M_{to}) superponirana pulzacija brzine vrtnje kojoj iznos i fazni pomak ovise o električkoj i elektromehaničkoj vremenskoj konstanti — vidi relacije (63.a,b), (65) i (66.a,b). Da se ocijeni ponašanje pogona, očito je nužno analizirati kakve vrijednosti može poprimiti faktor prigušenja (pojačanja) ξ. To se dade učiniti na više načina.

Prvi je pristup da se potraži njegova maksimalna vrijednost (ekstrem) uz varijabilnu kružnu frekvenciju $\varkappa$, i to za neki određeni pogon s njegovim prirodnim vrijednostima T_{el} i T_{em}, čime se traži područje frekvencija koje mogu biti neugodne zbog jakog njihanja brzine vrtnje. Iz:

$$\frac{d\xi}{d\varkappa} = 0$$

nakon sređenja dobiva se:

$$\varkappa = \sqrt{-\frac{1}{T_{el}^2} + \sqrt{\frac{2}{T_{el}^3\, T_{em}} + \frac{1}{T_{el}^2\, T_{em}^2}}}, \tag{68}$$

što daje frekvenciju pri kojoj nastupa maksimalna vrijednost faktora pojačanja (prigušenja) ξ. Iz tog izraza izlazi uvjet za maksimum faktora prigušenja (pojačanja) tako da $\varkappa$ prema izrazu (68) bude realan broj. Izjednači li se $\varkappa$ iz relacije (68) s nulom, nakon sređenja bit će:

$$T_{em} = (1 + \sqrt{2})\, T_{el}, \tag{69}$$

tj. kad je $T_{em} > (1 + \sqrt{2})\, T_{el}$, faktor pojačanja (prigušenja) njihanja brzine vrtnje ne može imati ekstrem. Ujedno se može dokazati da pri $T_{em} > (1 + \sqrt{2})\, T_{el}$ nikad ξ nije veće od jedinice. Napiše li se, naime, uvjet da ξ bude 1, dobit ćemo iz jednadžbi (65), (63.a) i (66.a) frekvenciju za koju je $\xi = 1$, tj.:

$$\varkappa_{(\xi=1)} = \sqrt{\frac{1}{T_{em}^2} + \frac{2}{T_{em}\, T_{el}} - \frac{1}{T_{el}^2}}. \tag{70}$$

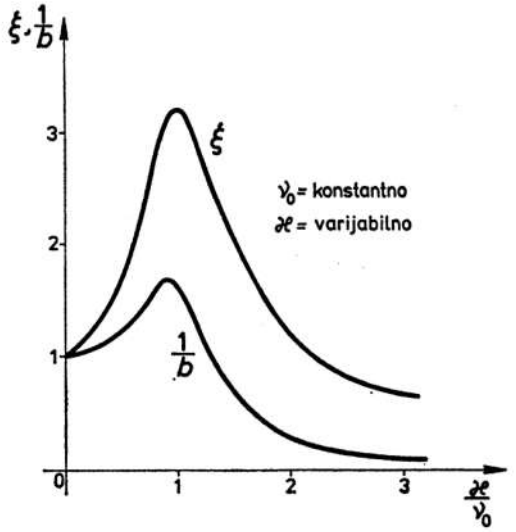
I zatim, iz zahtjeva da $\varkappa$ prema izrazu (70) bude realan broj, izvodi se omjer (69), kad se postavi za $\varkappa = 0$. Znači da je ξ ekstremno samo kad je $T_{em} < (1 + \sqrt{2})\, T_{el}$ i da je tad ξ veće od jedinice. Sad se može iz relacije (68) i (69) ocijeniti hoće li postojati u konkretnim pogonskim slučajevima uvjeti za rad pogona uz nepovoljni faktor prigušenja (pojačanja) ξ. Da kružna frekvencija $\varkappa$ bude imalo veći broj, moraju prema izrazu (68) vremenske konstante T_{el} i T_{em} biti malenog iznosa, i još, zbog relacije (69), mora biti $T_{em} < (1 + \sqrt{2})\, T_{el}$. S prirodnim vrijednostima T_{el} i T_{em} taj je drugi uvjet često ispunjen već pri pogonima sa srednjim, a pogotovu s velikim strojevima (vidi razmatranje o sličnosti u odjeljku 5.1.3). Budući da je frekvencija kolebanja momenta tereta proporcionalna prosječnoj brzini vrtnje u kvazistacionarnom stanju:

$$\varkappa = \frac{n_{to}\,\pi}{30},$$

ili njezinom višekratniku, to još posebno elektromotorni pogoni sa sporohodnim strojevima, zbog relativno male vrijednosti $\varkappa$, poprimaju nepovoljan ili čak ekstreman iznos faktora pojačanja (prigušenja). U grafičkom prikazu ξ dolazi do teškoće da se jednostavno prikaže jer je on funkcija triju varijabli, $\xi = f(T_{el}, T_{em}, \varkappa)$ — vidi izraze (65), (63.a) i (66.a). No dade se on prikazati dosta jednostavno ako se frekvencija $\varkappa$ podijeli vlastitom idealnom frekvencijom elektromotornog pogona. Prema teoriji oscilacija vlastita idealna frekvencija nastupila bi u nekom sistemu (pa i u našemu elektromotornom pogonu) kad ne bi bilo prigušenja. Matematički se to događa kad je faktor uz derivaciju brzine vrtnje u diferencijalnoj jednadžbi, u našem slučaju (62.a), jednak nuli i onda je faktor uz brzinu vrtnje jednak kvadratu vlastite idealne frekvencije titranja. Iz jednadžbe (62.a) vlastita idealna frekvencija iznosi:

$$\nu_0 = \frac{1}{\sqrt{T_{el}\, T_{em}}}. \tag{71}$$

Dakle, ako podijelimo $\varkappa$ s ν_0, koje je za ovo naše razmatranje konstantno, dobiva se (za jedan konkretni slučaj) tipična promjena faktora pojačanja s frekvencijom momenta tereta prikazana na sl. 22.



Sl. 22. Faktori pojačanja njihanja brzine vrtnje ξ i momenta motora $1/b$, kao funkcije promjenjive frekvencije titranja momenta tereta $\varkappa$, uz čvrstu vlastitu frekvenciju elektromotornog pogona

Drugi je mogući pristup analizi faktora pojačanja ξ da se pretpostavi čvrsta vrijednost frekvencije pulzacije motora $\varkappa$, a promjenljiva elektromehaničke vremenske konstante T_{em}. Taj pristup ima i veće praktičko značenje jer često dodajemo zamašnjak takvom pogonu upravo da bismo smanjili amplitude titranja brzine vrtnje, zbog toga što je frekvencija $\varkappa$ određena radnim mehanizmom. Ako, dakle, deriviramo ξ po vremenskoj konstanti T_{em} i izjednačimo s nulom — vidi (65), (63.a) i (66.a):

$$\frac{d\xi}{dT_{em}} = \frac{b'a - a'b}{b^2} = 0,$$

nakon sređenja bit će:

$$T_{em} = \frac{T_{el}}{1 + \varkappa^2\, T_{el}^2}. \tag{72}$$

Uvrsti li se ta vrijednost natrag u relaciju (65) i sredi, izlazi:

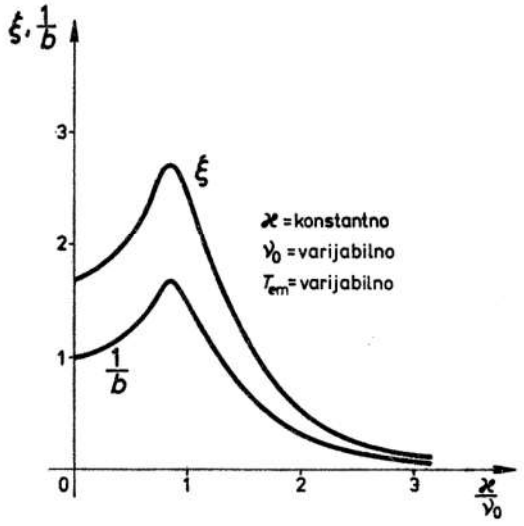
$$\xi_{max} = 1 + \varkappa^2 T_{el}^2. \tag{73}$$

Uvede li se, dalje, jednadžba (72) u izraz (66.b) za fazni pomak, dobit će se nakon sređenja $\varphi' = \text{arc tg}\,(-\varkappa T_{el}) = -\varphi$. Iz toga će ukupni pomak biti $\varphi + \varphi' = 0$, što očito upućuje na to da je riječ o rezonanciji. Vlastita frekvencija elektromotornog pogona ν — vidi (23.a), postaje tako uz uvjet u izrazu (72) rezonantnom (kritičnom) frekvencijom:

$$\nu_{kr} = \frac{1}{2T_{el}}\sqrt{3 + 4\varkappa^2 T_{el}^2}, \tag{74}$$

pri kojoj nastupa maksimalna vrijednost faktora pojačanja ξ.

Ovisnosti za takvo razmatranje daje sl. 23. Na njoj je uz nepromijenjenu vrijednost frekvencije pulzacija $\varkappa$ koju zahtijeva (izaziva) radni mehanizam i uz prirodnu električku vremensku konstantu T_{el}, promjenljiv ukupni zamašni moment



Sl. 23. Faktor pojačanja njihanja brzine vrtnje ξ i momenta motora $1/b$, kao funkcije promjenjive vlastite frekvencije elektromotornog pogona, uz čvrstu frekvenciju njihanja momenta tereta i čvrstu električku vremensku konstantu

J, a s njime elektromehanička vremenska konstanta T_{em} i, dakako, referentna idealna frekvencija vlastitog titranja elektromotornog pogona ν_0 — vidi izraz (71). Iz te se jednadžbe lako nalazi put kojim se dadu, uz pomoć dodatnog momenta inercije (zamašnjaka), ograničiti amplitude njihanja brzine vrtnje Δn_t, i to zahtjevom da faktor pojačanja (prigušenja) ima određenu zahtijevanu vrijednost. Na osnovi relacije (65) pišemo:

$$\xi^2 = \frac{a^2}{b^2} = \frac{1 + T_{el}^2 \varkappa^2}{\varkappa^2 T_{em}^2 + (1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em})^2},$$

a odatle se izračuna:

$$T_{em} = \frac{T_{el}}{1 + \varkappa^2 T_{el}^2} + \sqrt{\frac{T_{el}^2}{(1 + \varkappa^2 T_{el})^2} + \frac{1}{\xi^2 \varkappa^2} - \frac{1}{\varkappa^2 (1 + T_{el}^2 \varkappa^2)}}, \tag{75}$$

tj. potrebna vrijednost elektromehaničke vremenske konstante T_{em}, da bi ξ imalo zadanu (zahtijevanu) vrijednost. Za takvo T_{em} mora ukupni moment inercije iznositi:

$$J = \frac{P}{(\omega_0 - \omega_n)\,\omega_n}\left[\frac{T_{el}}{1 + \varkappa^2 T_{el}^2} + \sqrt{\frac{T_{el}^2}{(1 + \varkappa^2 T_{el}^2)^2} + \frac{1}{\xi^2 \varkappa^2} - \frac{1}{\varkappa^2 (1 + T_{el}^2 \varkappa^2)}}\right]. \tag{75.a}$$

Pri tome je P nominalna snaga motora (W), ω_0 idealna kutna brzina vrtnje praznog hoda, a ω_n je nominalna kutna brzina vrtnje motora. U strojarskoj je praksi uobičajeno takve pogone s pulzirajućim opterećenjem u kvazistacionarnom stanju ocjenjivati »stupnjem nejednolikosti«, koji je definiran razlikom između najveće i najmanje brzine vrtnje podijeljenom prosječnom brzinom vrtnje, dakle:

$$\delta_n = \frac{n_{max} - n_{min}}{n_{to}} = \frac{2\xi\,\Delta n_t}{n_{to}}. \tag{76}$$

Obično se zahtijeva da stupanj nejednolikosti δ_n ne premašuje neku određenu vrijednost. Iz relacije (76) lako se izračunava ξ, a pomoću izraza (75) i (75.a) i potrebna veličina elektromehaničke vremenske konstante, odnosno ukupnog momenta inercije J.

Jasno je da će i u momentu motora takvog pogona nastati pulzacije. Najlakša je analiza tog momenta pomoću trenutne vrijednosti struje. Pođemo li od već pojednostavnjene sl. 21. za moment tereta izraženog jednadžbom (59.a), dobiva se opća jednadžba struje za takav pogon:

$$i = \frac{mD^2}{38{,}2\,c_m}\frac{dn}{dt} + \frac{M_{to}}{c_m} + \frac{\Delta M}{c_m}\sin \varkappa t. \tag{60}$$

Tu je $\frac{M_{to}}{c_m} = I_{to}$, tj. prosječna vrijednost struje u kvazistacionarnom stanju, jer odgovara prosječnom teretu M_{to}, a pri tome je $\frac{\Delta M}{c_m} = \Delta I_t$, dakle vrijednost amplitude pulzacije struje motora koja bi točno odgovarala statičkoj vrijednosti amplitude pulzacije momenta tereta ΔM. Derivira li se po vremenu osnovna jednadžba naponske ravnoteže (1):

$$\frac{dU}{dt} = 0 = c_e\frac{dn}{dt} + R\frac{di}{dt} + L\frac{d^2 i}{dt^2},$$

izvodi se iz nje:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{R}{c_e}\frac{di}{dt} - \frac{L}{c_e}\frac{d^2 i}{dt^2}.$$

Uvrstimo li to u opću jednadžbu za struju (60), bit će:

$$i = -\frac{mD^2 R}{38{,}2\,c_e c_m}\frac{di}{dt} - \frac{R}{R}\cdot\frac{mD^2 L}{38{,}2\,c_m c_e}\frac{d^2 i}{dt^2} + I_{to} + \Delta I_t \sin \varkappa t.$$

Kad sredimo izraz, konačno se dobiva diferencijalna jednadžba za struju u općem slučaju:

$$\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{T_{el}} \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{T_{el}\, T_{em}} = \frac{I_{to}}{T_{el}\, T_{em}} + \frac{\Delta I_t}{T_{el}\, T_{em}} \sin \varkappa t. \tag{77}$$

Opće rješenje te diferencijalne jednadžbe glasi:

$$i = C\, \mathrm{e}^{p_1 t} + D\, \mathrm{e}^{p_2 t} + I_{to} + \Delta I_t \frac{1}{b} \sin (\varkappa t + \varphi'). \tag{78}$$

Množeći s c_m dobiva se opći izraz za moment motora:

$$M_m = c_m\, C\, \mathrm{e}^{p_1 t} + c_m\, D\, \mathrm{e}^{p_2 t} + M_{to} + \Delta M \frac{1}{b} \sin (\varkappa t + \varphi'). \tag{79}$$

U relacijama (78) i (79) C i D su konstante integracije, a p_1 i p_2 poznati su korijeni karakteristične jednadžbe (14), izraženi relacijom (23). Faktor $\frac{1}{b}$ uz varijabilni član na desnoj strani faktor je prigušenja (faktor pojačanja) pulzacije struje, odnosno momenta motora, pri čemu je b izraženo relacijom (66.a), a φ' je fazni pomak iz jednadžbe (66.b). Stvarnu vrijednost imat će jednadžbe (78) i (79) za struju i moment motora samo u kvazistacionarnom stanju, kako je već prije pretpostavljeno, tj. kad $t \to \infty$, odnosno kad vrijeme toliko poraste da aperiodski članovi, ovisni o vremenu, praktički iščeznu. Tad za struju i moment motora vrijedi:

$$i = I_{to} + \Delta I_t \frac{1}{b} \sin (\varkappa t + \varphi') \tag{80}$$

$$M_m = M_{to} + \Delta M \frac{1}{b} \sin (\varkappa t + \varphi'). \tag{81}$$

Usporedimo li ponašanje momenta motora i struje s ponašanjem brzine vrtnje, vidimo da se razlikuju i faktor pojačanja $\left(\xi \text{ i } \frac{1}{b}\right)$ i fazni pomak [φ' i ($\varphi + \varphi'$)]. Međutim, moguća su oba pristupa u analizi ponašanja struje i momenta motora koja su bila primijenjena u analizi ponašanja brzine vrtnje.

Za prvi pristup — traženje najnepovoljnije frekvencije u pulzaciji momenta tereta $\varkappa$ uz prirodne (čvrste) vrijednosti električke T_{el} i elektromehaničke T_{em} vremenske konstante derivacijom $\frac{1}{b}$ iz (66.a):

$$\frac{\mathrm{d}\left(\frac{1}{b}\right)}{\mathrm{d}t} = 0$$

dobiva se nakon sređenja:

$$\varkappa = \sqrt{\frac{2\, T_{el} - T_{em}}{2 T_{el}^2\, T_{em}}}, \tag{82}$$

što daje frekvenciju pri kojoj nastupa maksimalna vrijednost faktora pojačanja $\frac{1}{b}$. Uvjet za realne vrijednosti $\varkappa$ (tj. veće od 0) dobiva se kad se $\varkappa$ iz relacije (82) izjednači s nulom, iz čega izlazi:

$$T_{em} = 2T_{el}, \tag{83}$$

tj. kad je $T_{em} > 2T_{el}$, faktor pojačanja $\frac{1}{b}$ njihanja momenta motora ne može imati ekstrem. Na isti način kao i za faktor pojačanja brzine vrtnje dokazuje se da tad ni iznos $\frac{1}{b}$ ne može biti veći od jedinice ni jednak njoj. Što se tiče ocjene mogućnosti da nastupe nepovoljni faktori pojačanja pulzacija momenta motora u elektromotornim pogonima, može se reći uglavnom ono što je rečeno o jednakim mogućnostima za brzinu vrtnje. Na sl. 22. predočen je $\left(\text{krivulja}\,\frac{1}{b}\right)$ faktor $\frac{1}{b}$ kao funkcija $\frac{\varkappa}{\nu_0}$.

Međutim, u drugom pristupu analizi faktora $\frac{1}{b}$, uz varijabilni moment inercije, a čvrstu vrijednost frekvencije pulzacije momenta tereta $\varkappa$ i električke vremenske konstante T_{el}, dolazi se do istog uvjeta za najnepovoljniju elektromehaničku vremensku konstantu T_{em} kakav je bio u razmatranju brzine vrtnje. Derivira li se, naime, b iz relacije (66.a) po vremenskoj konstanti T_{em}:

$$\frac{db}{dT_{em}} = \frac{1}{2}\,\frac{2(1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em})(-\varkappa^2 T_{el}) + 2\varkappa^2 T_{em}}{\sqrt{(1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em})^2 + \varkappa^2 T_{em}^2}} = 0,$$

dobiva se poznati rezultat iz (72):

$$T_{em} = \frac{T_{el}}{1 + \varkappa^2 T_{el}^2}.$$

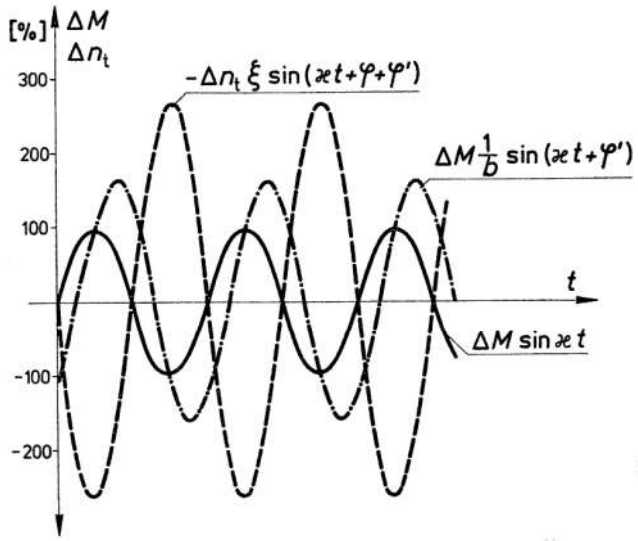
Znači da je i rezonantna frekvencija jednaka onoj kod brzine vrtnje — vidi izraz (74), a maksimalni iznos faktora pojačanja $\frac{1}{b}$ i ukupni fazni pomak nešto su drukčiji. Ako uvrstimo, naime, relaciju (72) u (66.a) i (66.b), dobivamo:

$$\left(\frac{1}{b}\right)_{max} = \sqrt{1 + \varkappa^2 T_{el}^2} \tag{84}$$

$$\varphi'_{kr} = \text{arc tg}\,(-\varkappa T_{el}). \tag{85}$$

Na sl. 23. prikazan je krivuljom $\frac{1}{b}$ taj faktor pojačanja za isti slučaj koji je razmatran za brzinu vrtnje.

Ponašanje pogona, tj. pulzacije promatranih veličina u rezonantnoj točki za neki određeni pogon prema sl. 23. prikazane su na sl. 24. s namjerom da se bolje uoče odnosi pri rezonanciji. Na sl. 25. za taj je isti pogon prikazana radna točka s dodatnim momentom inercije, tolikim da amplitude pulzacija brzine vrtnje i mo-

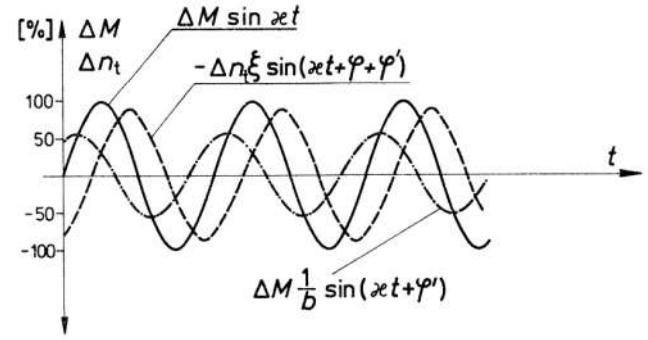


Sl. 24. Pulzacije momenta tereta, momenta motora i brzine vrtnje u rezonantnoj točki prema sl. 23.

menta znatno padnu ispod jedinične vrijednosti faktora pojačanja ξ i $\frac{1}{b}$. Usporedbom obiju slika lijepo se zapaža ne samo smanjenje pulzacija što ih unosi dodatni moment inercije nego i promjene faznih pomaka pojedinih veličina.

Pulzacije snage koju elektromotorni pogon uzima iz mreže (ili drugog izvora) lako se odrede iz jednadžbe (80). Budući da je trenutna snaga izvora jednaka umnošku napona i struje, to je:

$$P_i = U I_{to} + U \Delta I_t \frac{1}{b} \sin(\varkappa t + \varphi'). \tag{86}$$



Sl. 25. Pulzacije momenta tereta, momenta motora i brzine vrtnje u nekoj radnoj točki pogona prema sl. 23.

Kako je UI_{to} snaga koju zahtijeva od mreže prosječni moment tereta M_{to}, to je $U \Delta I_t \frac{1}{b} \sin(\varkappa t + \varphi')$ superponirani harmonički član snage. Očito je da se pulzacije snaga ponašaju jednako kao i pulzacije momenta motora, pa za njih vrijedi sve što je načelno rečeno za pulzacije momenta motora.

Navikli smo u razmatranju ovakvih pogona da pri elektromehaničkoj vremenskoj konstanti znatno većoj od električke ovu možemo zanemariti, ako je $T_{em} \gg \gg T_{el}$; $\rightarrow T_{el} \simeq 0$. To se dade učiniti i u ovom slučaju. Uvedemo li $T_{el} = 0$ redom u izraze (63.a), (63.b), (65), (66.a), (66.b), (67), (75.a), (80), (81) i (86), dakle u sve veličine koje su zanimljive s gledišta ponašanja pogona, dobiva se:

a) za faktore pojačanja ξ i $\frac{1}{b}$:

$$\xi' = \frac{1}{b'} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varkappa^2 T_{em}^2}}; \tag{87}$$

b) za fazne pomake:

$$\varphi = 0, \quad \varphi' = \operatorname{arc\,tg}(-\varkappa T_{em}); \tag{88}$$

c) za brzinu vrtnje:

$$n = n_{to} - \Delta n_t \, \xi' \sin(\varkappa_t + \varphi');$$

d) za potrebni ukupni moment inercije uz zadani faktor pojačanja da bi se ograničile pulzacije brzine vrtnje:

$$J = \frac{P}{(\omega_0 - \omega_n)\,\omega_n} \sqrt{\frac{1 - \xi'^2}{\xi'^2 \varkappa^2}} = \frac{P}{(\omega_0 - \omega_n)\,\omega_n} \sqrt{\frac{b'^2 - 1}{\varkappa^2}}; \tag{89}$$

e) za struju:

$$i = I_{to} + \Delta I_t \, \xi' \sin(\varkappa t + \varphi'); \tag{90}$$

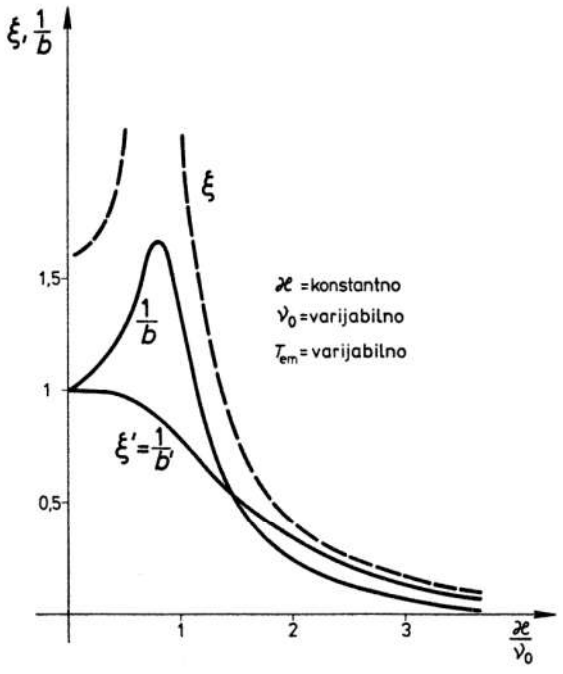
f) za moment motora:

$$M_m = M_{to} + \Delta M \, \xi' \sin(\varkappa t + \varphi'); \tag{91}$$

g) za primljenu snagu motora:

$$P_i = U I_{to} + U \Delta I_t \, \xi' (\varkappa t + \varphi'). \tag{92}$$

U ovoj pojednostavnjenoj verziji sa zanemarenom električkom tromosti sistema nova je predodžba da su faktori pojačanja pulzacije jednaki i za brzinu vrtnje, i za moment motora, i za primljenu snagu. Isto su tako jednaki fazni pomaci za sve tri veličine. Na sl. 26. nacrtane su približne $\xi' = \frac{1}{b'}$, i stvarne ξ, $\frac{1}{b}$, vrijednosti



Sl. 26. Usporedba faktora $\left(\xi, \frac{1}{b'}\right)$ pojačanja pulzacije pri zanemarenoj električkoj konstanti T_{el} prema slučaju sa stvarnom vrijednošću vremenske konstante za konkretni primjer prikazan na sl. 23.

faktora pojačanja, i to uglavnom za područje gdje se ne smije zanemariti električka vremenska konstanta. Osim očitih razlika u rezonantnom području i blizu njega, zapaža se još jedna pojava. Vidi se da što T_{em} više raste na slici, to se stvarni faktor ξ sve više približava približnome $\xi' = \frac{1}{b}$, ali stvarni faktor $\frac{1}{b}$ i dalje znatno odstupa od $\frac{1}{b'} = \xi'$. To se nastavlja i u području $T_{em} \gg T_{el}$, pa će pulzacija momenta motora, struje i primljene snage računate prema izrazima (90), (91) i (92), uz zanemareno T_{el}, ipak prilično odstupati, a pulzacije će brzine vrtnje biti dosta vjerne stvarnima. To odstupanje posebno se negativno odražava u računu potrebnoga ukupnog momenta inercije ako dodajemo zamašnjak da bi se ograničile pulzacije momenta, struje ili snage. Pulzacije momenta, struje ili snage općenito su postotno znatno veće od pulzacija brzine vrtnje jer dok je Δn_t sasvim neznatni postotak n_{to}, dotle npr. ΔM može biti i velik postotak od M_{to}. Tako može lako doći do potrebe da i u području $T_{em} \gg T_{el}$, tj. i za radne mehanizme sa znatnim momentom inercije, još treba dodati zamašnjak da se pulzacije struje, momenta motora i snage svedu na neku dopuštenu vrijednost. Budući da na sl. 26. u tom području $\frac{1}{b'}$, leži znatno ispod $\frac{1}{b}$, može se dogoditi da računajući približno ustanovimo znatno veću vrijednost ukupno potrebnog momenta inercije nego što je to uistinu nužno. Zato valja u takvim slučajevima uvijek uračunati i T_{el}. Ako izraz (66.a):

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em})^2 + T_{em}^2 \varkappa^2}}$$

kvadriramo i izračunamo T_{em} uz zadano $\frac{1}{b}$, dobiva se:

$$T_{em} = \frac{1}{1 + T_{el}^2 \varkappa^2} \left(T_{el} + \sqrt{\frac{b^2 (1 + T_{el}^2 \varkappa^2) - 1}{\varkappa^2}} \right) \tag{93}$$

i potrebni moment inercije:

$$J = \frac{P}{(\omega_0 - \omega_n)\,\omega_n} \cdot \frac{1}{1 + T_{el}^2 \varkappa^2} \left(T_{el} + \sqrt{\frac{b^2 (1 + T_{el}^2 \varkappa^2) - 1}{\varkappa^2}} \right). \tag{94}$$

Ako pretpostavimo da je u relaciji (94) $T_{el} = 0$, nakon sređenja dobivamo jednadžbu (89). Može se uvjeriti da točniji račun prema (94) daje znatno manje vrijednosti potrebnoga zamašnog momenta od približnog računa prema (89), što je za eventualno određivanje zamašnjaka i te kako važno.

5.1.7. Neka pitanja o gubicima energije u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona s istosmjernim motorima

U odjeljcima od 5.1.1. do 5.1.6. prikazana su neka od najvažnijih dinamičkih stanja, zaleti, udarci tereta i pogon s pulzirajućim teretom, i to sve za nezavisno uzbuđeni motor kao pogonski motor elektromotornog pogona. Odabrana su upravo ta stanja jer su vrlo česta u praksi, a nezavisno uzbuđeni motor odabran je ne samo

zato što je najčešći u pogonima s istosmjernim motorima već i zbog mogućnosti relativno jednostavne matematičke analize. Iz istih razloga pretpostavljen je u obradi zaleta konstantan moment tereta. Na osnovi istih principa mogu se analizirati i druga dinamička stanja, kočenja, promjene brzine vrtnje, zatim pogon s regulatorima itd. i uz drukčije uvjete tereta, i to praktički za pogone sa svim vrstama istosmjernih strojeva. Za svaki slučaj bitno je da se postave početni uvjeti i relacije i onda traže rješenja. Pri tome će se od slučaja do slučaja pojaviti različiti oblici matematičkih relacija, koje često neće biti prikladne za fizikalnu analizu, tj. teško će se nalaziti analitička rješenja. Ali u svakome konkretnom slučaju, bez obzira na to kako bili nezgodni matematički oblici, problemi se mogu numerički rješavati uz pomoć elektroničkih računala, tako da se za svaki konkretni slučaj dobije i konkretno rješenje. Za fizikalnu analizu ponekad se određenim zanemarivanjem matematički neprikladni oblici prevode u one rješive, a da se ne naprave bitne pogreške (kako je npr. učinjeno u odjeljku 5.1.6). Ponekad će biti te analize mnogo povoljnije rješavati matematičkom metodom transformacija (Laplace) od klasičnih diferencijalnih jednadžbi jer se veći dio praktičkoga, numeričkog računanja obavlja u donjem području. Važno je pri tome da se prijelazne pojave podijele na više dijelova ako se fizikalni uvjeti u toku pojave tako mijenjaju da se ne može jedna pojava kao cjelina prikazati u jednom obliku, kao primjer na sl. 7. Ta se metoda podjele na odsječke može primijeniti i kad je neka od funkcija u obliku koji se ne da jednostavno analitički predočiti. Na primjer, ima li u nekoj pojavi važnu ulogu krivulja magnetiziranja (zasićenog) stroja, ili je u nekome drugom slučaju mehanička karakteristika radnog mehanizma neanalitička funkcija. Dakako, takvi se slučajevi rješavaju i grafički. Ali se može i takva funkcija podijeliti na odsječke koji se analitički dobro aproksimiraju, pa se onda rješava po tim odsječcima, uz odgovarajuće promjene jednadžbi stanja i početnih uvjeta. Ta se metoda češće upotrebljava za praktičke analize reguliranih elektromotornih pogona.

U pogledu razmatranja gubitaka energije složena dinamička stanja elektromotornih pogona s istosmjernim strojevima ne donose nikakve bitne promjene prema onome što je napisano u poglavlju o osnovama dinamike, u odjeljku 3.4. Tamo je npr. pokazano da se na gubitke u bakru tokom zaleta nezavisno uzbuđenog motora (u neopterećenom stanju pogona) utroši točno toliko energije kolika je kinetička energija elektromotornog pogona nakon zaleta — vidi (3.4—2.b). Taj je rezultat izveden promatrajući samo mehaničko dinamičko stanje, zanemarivši induktivitet strujnog kruga motora, pa je zgodno da se on provjeri promatrajući stvarnu kompleksnu dinamičku pojavu zaleta. Najbrže se dobiva rezultat promotri li se ukupna energija koju u zaletu bez tereta uzme elektromotorni pogon s nezavisno uzbuđenim motorom iz mreže. Za diferencijal te energije vrijedi:

$$\mathrm{d}A_\mathrm{m} = Ui\,\mathrm{d}t. \tag{95}$$

Tu je U konstantni napon mreže, a i promjenljiva vrijednost struje armature tokom zaleta, izražena jednadžbom (13.b). Uzeta će energija iz izvora dakle biti:

$$A_\mathrm{m} = U\int_0^\infty i\,\mathrm{d}t = \frac{UI_\mathrm{k}}{T_\mathrm{el}(p_1 - p_2)}\int_0^\infty (\mathrm{e}^{p_1 t} - \mathrm{e}^{p_2 t})\,\mathrm{d}t$$

$$A_\mathrm{m} = \frac{UI_\mathrm{k}}{T_\mathrm{el}(p_1 - p_2)}\left[\frac{1}{p_1}\mathrm{e}^{p_1 t} - \frac{1}{p_2}\mathrm{e}^{p_2 t}\right]_0^\infty. \tag{96}$$

U izrazu je I_k struja kratkog spoja, T_{el} je električka vremenska konstanta, a p_1 i p_2 korijeni su karakteristične jednadžbe (14):

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_{el}^2} - \frac{1}{T_{el}\,T_{em}}}. \tag{23}$$

Ti su korijeni, bez obzira na vrijednost diskriminante, takvi da imaju stvarne vrijednosti uvijek manje od nule (negativni su). Riješi li se (96) uz tu pretpostavku, bit će:

$$A_m = \frac{UI_k}{T_{el}(p_1 - p_2)}\left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1}\right) = \frac{UI_k}{T_{el}\,p_1\,p_2}. \tag{96.a}$$

Umnožak korijenâ daje $p_1\,p_2 = \frac{1}{T_{el}\,T_{em}}$, na osnovi čega izraz (96.a) prelazi u:

$$A_m = UI_k\,T_{em}. \tag{96.b}$$

Budući da je $I_k = \frac{U}{R}$, $U = c_e\,\omega_0$, a $T_{em} = \frac{JR}{c_e\,c_m}$, dobivamo:

$$A_m = \frac{c_e^2\,\omega_o^2}{R}\,\frac{JR}{c_e\,c_m} = J\,\omega_0^2. \tag{96.c}$$

Uz idealnu kutnu brzinu vrtnje ω_0 sadržaj će kinetičke energije elektromotornog pogona iznositi:

$$A_k = \frac{J\,\omega_o^2}{2}.$$

Pri tome razlika uzete energije i kinetičke energije jest energija izgubljena u otporu armaturnoga strujnog kruga R:

$$A_{Cu2} = A_m - A_k = \frac{J\,\omega_o^2}{2}. \tag{97}$$

Tako je dokazana ispravnost tvrdnji o utrošku energije izraženih u odjeljku 3.4.

Zanimljivo je još razmotriti energetske gubitke u kvazistacionarnom stanju elektromotornog pogona. U posljednjem pasusu odjeljka 3.4. upozoreno je da takav pogon neprestano troši energiju na omske gubitke i zbog promjene (pulziranja) brzine vrtnje. Ti su gubici zapravo dodatni stalnim gubicima u bakru, koji bi bili potrebni da se svlada prosječni moment tereta M_{to} — vidi odjeljak 5.1.6. i sl. 20. i 21. Oni zahtijevaju da se odabere motor veće snage od onoga kojim se normalno svladava prosječni moment tereta M_{to}. Struja takva pogona s pulzirajućim momentom prikazana je jednadžbom (80):

$$i = I_{to} + \Delta I_t\,\frac{1}{b}\sin(\varkappa t + \varphi'),$$

a pojedine veličine te relacije opisane su u odjeljku 5.1.6. Ta će struja izazivati vremenski promjenljive gubitke u bakru trenutne vrijednosti i^2R, gdje je i izraženo jednadžbom (80). Prosječna vrijednost gubitaka izazvanih strujom i odre-

đuje se integracijom gubitaka u toku jedne periode pulzacije (što daje energiju gubitaka u jednoj periodi) podijeljenih trajanjem periode.

Ako je diferencijal energije gubitaka:

$$\mathrm{d}A_g = i^2 R \, \mathrm{d}t,$$

prosječni gubici promatrani u vremenskom odsječku $\overline{t_1 t_2}$ iznose:

$$P_{Cu} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} i^2 R \, \mathrm{d}t. \tag{98}$$

Za ukupne će prosječne gubitke, dakle, uvrstimo li izraz (80) u (98), vrijediti:

$$P_{Cu} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} I_{to}^2 R \, \mathrm{d}t + \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} 2 I_{to} \Delta I_t R \frac{1}{b} \sin(\varkappa t + \varphi') \, \mathrm{d}t +$$

$$+ \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{\Delta I_t}{b}\right)^2 R \sin^2(\varkappa t + \varphi') \, \mathrm{d}t = S_1 + S_2 + S_3.$$

Tu su sa S_1, S_2 i S_3 označeni prvi, drugi i treći integral. Vrijednost prvog integrala bez obzira na to u kojem se vremenskom odsječku promatra jest:

$$S_1 = I_{to}^2 R = P_{Cu\ norm}, \tag{98.a}$$

tj. on znači one gubitke koje izaziva sam za sebe prosječni moment tereta M_{to} i prema kojima bismo u pogonu bez pulzacije normalno odabrali motor. Za rješenje druga dva integrala moraju se odrediti granice tako da se promatra jedna perioda. Odmah, iz izraza za sinusnu funkciju u izrazu (80), izlazi:

$$t_1 = -\frac{\varphi'}{\varkappa}, \quad t_2 = \frac{2\pi - \varphi'}{\varkappa}. \tag{99.a,b}$$

S tim granicama određeni integral S_2 dobiva vrijednost:

$$S_2 = 0. \tag{98.b}$$

Treći integral, S_3, daje nakon izvršene integracije i uvrštenja granica iz izraza (99.a,b) i sređenja:

$$S_3 = \frac{1}{2} (\Delta I_t)^2 \left(\frac{1}{b}\right)^2 R, \tag{98.c}$$

što su očito dodatni gubici nastali pulzacijom. Tako su ukupni gubici:

$$P_{Cu} = P_{Cu\ nom} + P_{Cu\ dod} = I_{to}^2 R + \frac{1}{2} (\Delta I_t)^2 \left(\frac{1}{b}\right)^2 R. \tag{98.d}$$

Da bi se ispravno uočili utjecaji pulzacija, zgodno je promatrati omjer dodatnih i normalnih gubitaka u bakru:

$$p_g = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta I_t}{I_{to}}\right)^2 \frac{1}{b^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta M}{M_{to}}\right)^2 \left(\frac{1}{b}\right)^2. \tag{100}$$

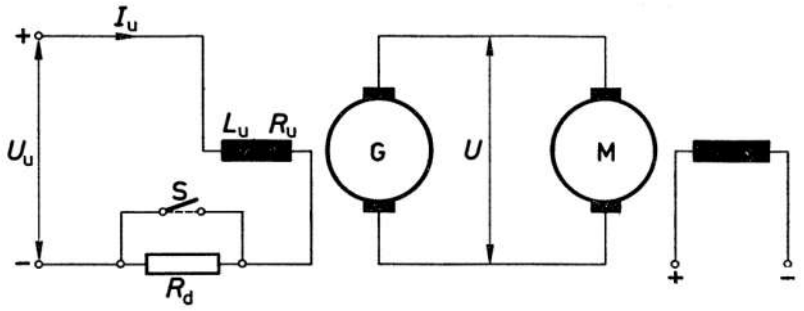
Neka u nekome stvarnom primjeru ΔM bude polovica vrijednosti M_{to}. Pretpostavimo slučaj negdje u zoni rezonancije s faktorom pojačanja $\frac{1}{b} \simeq 2$. S time relacija (100) daje $p_g = 0{,}5$, tj. dodatni gubici u bakru zbog pulzacija iznose polovicu vrijednosti normalnih gubitaka, što znači da je potreban znatno veći motor. Priguši li se kolebanje dodatkom zamašnjaka koji bi faktor pojačanja reducirao na $\frac{1}{b} \simeq 0{,}2$, pada vrijednost p_g na $p_g \simeq 0{,}005$, tj. dodatni gubici u bakru gotovo iščezavaju u usporedbi prema normalnima i može se praktički odabrati motor koji odgovara prosječnoj vrijednosti potrebnog momenta tereta M_{to}.

5.1.8. Forsiranje u dinamičkim stanjima elektromotornih pogona

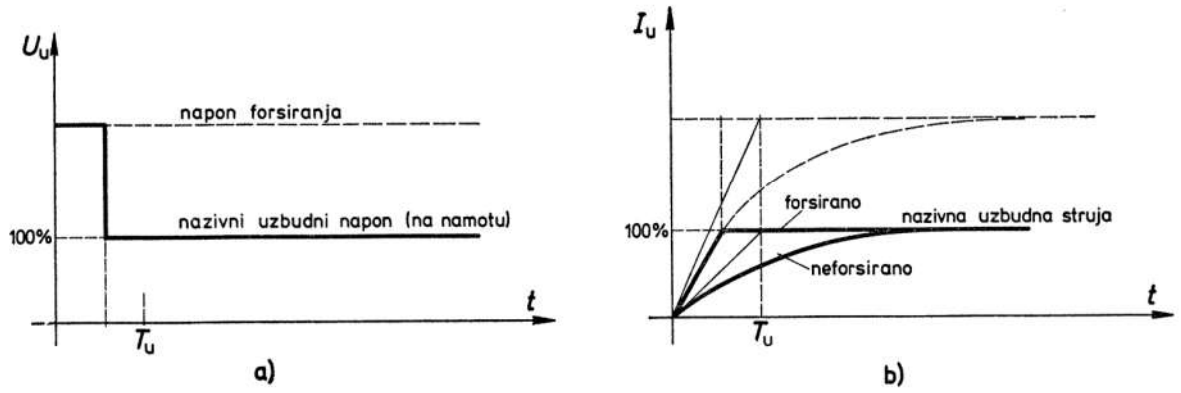
Brzina vremenske promjene bilo koje od fizikalnih veličina u nekome dinamičkom stanju elektromotornog pogona ovisi o više parametara najčešće karakteriziranih odgovarajućim vremenskim konstantama. Poduzme li se zahvat da se takva fizikalna veličina vremenski brže mijenja nego što to određuju njezini prirodni parametri (napon, struja, vremenske konstante itd.), naziva se takav zahvat forsiranjem. Pri tome se, dakako, mora poći od promjene nekih parametara. Forsiranje je očito nastalo zbog toga što su se neke prijelazne pojave presporo odvijale. Na primjer, promjena uzbudne struje istosmjernih strojeva traje dugo zbog velikih vremenskih konstanti uzbudnog kruga. To je ne samo (kronološki) prvi sklop u elektromotornom pogonu na kojem se primijenilo forsiranje već se i danas najčešće izvodi upravo forsiranje uzbude. Zato je i najprikladnije govoriti o forsiranju u odjeljku o dinamici pogona s istosmjernim strojevima, a isto tako o forsiranju uzbude istosmjernog stroja kao o tipičnom primjeru forsiranja. Uzmimo za primjer pogon istosmjernog motora Leonardovim agregatom kojem se brzina vrtnje upravlja naponom Leonardova generatora, prema skici na sl. 27. Napon U u Leonardovu krugu proporcionalan je pri nezasićenom generatoru G uzbudnoj struji I_u u uzbudnom krugu generatora. Pretpostavimo da promatramo zalet motora M općenito. Brzina će vrtnje motoru rasti u skladu s porastom napona U (vidi i odjeljak 5.1.4), a napon U povećat će se proporcionalno struji I_u. Izvedemo li zalet priključivši uzbudni namot na uzbudni napon U_u nominalne vrijednosti (uz zatvorenu sklopku S na sl. 27), struja I_u i napon U rast će u skladu s vremenskom konstantom $T_u = \frac{L_u}{R_u}$. Porast I_u i U bit će spor (vidi krivulju »neforsirano« na sl. 28.b). Jedna od mogućnosti forsiranja (jedan od mogućih spojeva) vidi se na sl. 27.

Narinemo li u prvom trenutku (uz zatvorenu sklopku S) napon U_u znatno veći od nominalnoga na uzbudu generatora (vidi sl. 28.a), rast će uzbudna struja I_u znatno brže uz istu vremensku konstantu T_u (vidi sl. 28.b). Otvorimo li sklopku S u trenutku kad uzbudna struja I_u i napon generatora U postignu nazivnu vri-

jednost, zadržat će se ta vrijednost trajno ako je dodatni otpor R_d prikladno dimenzioniran. Tako je generatoru napon znatno brže porastao (vidi krivulju »forsirano« na sl. 28.b), a stoga se u odgovarajućem odnosu skratio i zalet motora. Vrijednost dodatnog otpornika R_d može se lako odrediti. Očito je da se ukupni



Sl. 27. Principna shema elektromotornog pogona u Leonardovu spoju: M — pogonski nezavisno uzbuđeni motor, G — generator Leonardove grupe, U — napon u Leonardovu krugu, U_u — uzbudni napon generatora, L_u, R_u — induktivitet i radni otpor uzbudnog namota, R_d — dodatni otpor u uzbudnom krugu, S — sklopka za kratko spajanje dodatnog otpora R_d



Sl. 28. Uz objašnjenje forsiranja uzbude prema sl. 27: a) vremenski tok napona na uzbudnom namotu; b) vremenski tok struje uzbude i napona generatora u postupku forsiranja

radni otpor u uzbudnom krugu $R_u + R_d$ mora odnositi prema radnom otporu uzbudnog namota R_u kao uzbudni napon za vrijeme forsiranja prema nazivnome uzbudnom naponu. Sklopka S otvara se automatom ili graničnikom koji djeluje u trenu kad se postigne nominalna uzbudna struja ili čak i pri nešto većoj struji od nazivne, čime se očito još nešto ubrzava proces zaleta motora. Spojnih shema za forsiranje razmatranog slučaja ima mnogo. Moglo se npr. forsirati i bez sklopke S (na sl. 27), tj. priključenjem napona forsiranja i uz uključen dodatni otpor R_d, no odmah se vidi da bi porast uzbudne struje I_u i napona generatora tekao sporije. Jer, koliko bi se smanjila vremenska konstanta T_u, toliko bi opala i konačna vrijednost struje I_u, i proces bi stvarno dulje trajao iako bi početni porast struje u točki $t = 0$, $I_u = 0$ bio jednak. Druga je mogućnost da se forsira bez dodatnog otpornika R_d na sl. 27, kad je izvor uzbudnog napona takav da se U_u može naglo (praktički skokomice) mijenjati. To bi bio primjer uzbude iz tiristorskog mosta koji bi napon forsiranja dao uz puni ispravljeni mrežni napon, a nominalni napon uz odgovarajući kut paljenja, približno po vremenskom programu na sl. 28.a. Ima,

dakako, još mnoštvo mogućnosti za forsiranje uzbude pogona predstavljenoga na sl. 27. i adekvatni niz spojnih shema za forsiranje, od jednostavnih do sasvim složenih, pa je prikazani spoj samo jedna od najjednostavnijih izvedbi.

Efikasnost forsiranja ocjenjuje se faktorom forsiranja K_f. On se definira kao omjer između vremenskog porasta forsirane fizikalne veličine i neforsirane u početnoj točki forsiranja. Za naš primjer zaleta pogona prema sl. 27. bilo bi to:

$$K_f = \frac{\frac{dI'_u(o)}{dt}}{\frac{dI_u(o)}{dt}} = \frac{U'_u}{U_u} = \frac{I_{un}(R_u + R_d)}{I_{un} R_u} = \frac{R_u + R_d}{R_u} = \frac{T_u}{T_{uf}}. \tag{101}$$

Tu su u (101) crticom označene veličine pri forsiranju, a T_{uf} je (formalno) smanjena vremenska konstanta koja odgovara vrijednosti ukupnog otpora u uzbudnome strujnom krugu. Pomoću faktora forsiranja, izraz (101) može se izračunati koliko traju pojedine prijelazne pojave. Na primjer, za naš odabrani zalet ustanovit ćemo kad će se postići nazivna uzbudna struja:

$$I_{un} = \frac{K_f U_{un}}{R_u}(1 - e^{-t_z/T_u}),$$

pri čemu je t_z trajanje porasta uzbudne struje do nominalne vrijednosti. Budući da je po definiciji $I_{un} = \frac{U_{un}}{R_u}$, dobivamo:

$$1 = K_f (1 - e^{-t_z/T_u})$$

i, dalje:

$$t_z = T_u \ln \frac{K_f}{K_f - 1}. \tag{102}$$

Sličnim načinom izvode se izrazi za trajanje poništenja uzbudne struje (pri forsiranom kočenju) ili za trajanje promjene uzbudne struje od punoga pozitivnog do punoga negativnog iznosa (u forsiranom reverziranju):

$$t_k = T_u \ln \frac{K_f + 1}{K_f} \tag{103}$$

$$t_r = T_u \ln \frac{K_f + 1}{K_f - 1}. \tag{104}$$

Prikazani je primjer forsiranja uzbudne struje Leonardova generatora samo jedna od mnogo varijanti forsiranja fizikalnih veličina u elektromotornim pogonima. Forsiranje se primjenjuje na mnogo mjesta i često u mnogo varijanti spojeva i shema, ponajviše da bi se ubrzao tehnološki proces radnog mehanizma elektromotornog pogona. Uvjet da se može forsirati vremenska promjena neke veličine jasan je iz razmatranog primjera. Samo kad je moguće mijenjati onaj parametar (ili one parametre) koji uzrokuje promjenu fizikalne veličine, tad se i forsiranje dade provesti.

5.2. NEKA DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA S ASINHRONIM MOTORIMA

Analiza dinamičkih stanja elektromotornih pogona s asinhronim motorima manje je usmjerena prema istraživanju struja, a više ustanovljivanju trajanja prijelaznih pojava, i (posebno u teških pogona s kaveznim motorima) toplinskim pitanjima. To se razumije s obzirom na struje, jer nema problema komutacije, a zbog mnogo manje osjetljivosti na velike struje češća je pojava asinhronih motora u teškim pogonima, gdje takve struje nastupaju. To je posebno opravdano stoga što se za veliki dio teških pogona uopće ne zahtijeva podešavanje brzine vrtnje, ili barem ono finije, a kad je ono i potrebno, redovno je manjeg opsega. Upravo je iz svih tih razloga za teške pogone povoljan asinhroni motor.

Analitička obrada općih dinamičkih stanja elektromotornih pogona s asinhronim motorima znatno je teža od onih s istosmjernim motorima. Za mehaničku ravnotežu momenata vrijedi, dakako, jednostavna osnovna jednadžba (1.3—1.a):

$$M_m = M_u + M_t.$$

Komplikacije se pojavljuju u egzaktnom tretiranju električkih jednadžbi u dinamičkim stanjima, a posebno kad se povezuju električke i mehaničke relacije, s obzirom na složenost izražavanja trenutne vrijednosti momenta motora. Da pokažemo barem pristup tim složenim pitanjima, pretpostavimo da je riječ o pogonu s kolutnim asinhronim motorima s tri faze na statoru (oznake: indeksi a, b i c) i tri faze na rotoru (oznake: indeksi A, B i C) koje su simetrično namotane i raspoređene po obodu stroja. Za tih šest strujnih krugova vrijedi sistem od šest jednadžbi, vidi sl. 1:

$$\left.\begin{aligned} u_a &= i_a R_s + \frac{d\Psi_a}{dt} \\ u_b &= i_b R_s + \frac{d\Psi_b}{dt} \\ u_c &= i_c R_s + \frac{d\Psi_c}{dt} \\ u_A &= i_A R_r + \frac{d\Psi_A}{dt} \\ u_B &= i_B R_r + \frac{d\Psi_B}{dt} \\ u_C &= i_C R_r + \frac{d\Psi_C}{dt} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

U relacijama (1) R_s označuje radni otpor faze statora, R_r radni otpor faze rotora, $u_a, u_b, \ldots, u_C$ trenutne su vrijednosti napona pojedinih faza statora i rotora, a $\Psi_a, \Psi_b, \ldots, \Psi_C$ trenutne vrijednosti ulančenih magnetskih tokova s odgovarajućom fazom statora ili rotora. Budući da namot svake faze djeluje u zajedničkom prostoru statorskog paketa, rotorskog paketa i zračnog raspora, to je trenutna

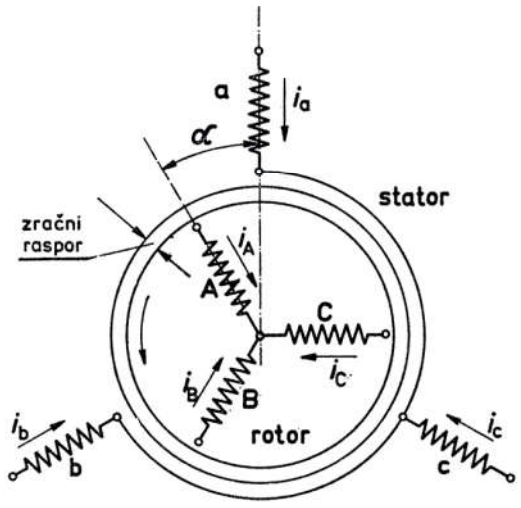
vrijednost ulančenoga magnetskog toka svake faze (Ψ_a, Ψ_b, ..., Ψ_C) uzbuđena i trenutnom vrijednošću struja svih faza:

$$\left.\begin{aligned}
\Psi_a &= L_a i_a + L_{ab} i_b + L_{ac} i_c + L_{aA} i_A + L_{aB} i_B + L_{aC} i_C \\
\Psi_b &= L_{ba} i_a + L_b i_b + L_{bc} i_c + L_{bA} i_A + L_{bB} i_B + L_{bC} i_C \\
\Psi_c &= L_{ca} i_a + L_{cb} i_b + L_c i_c + L_{cA} i_A + L_{cB} i_B + L_{cC} i_C \\
\Psi_A &= L_{Aa} i_a + L_{Ab} i_b + L_{Ac} i_c + L_A i_A + L_{AB} i_B + L_{AC} i_C \\
\Psi_B &= L_{Ba} i_a + L_{Bb} i_b + L_{Bc} i_c + L_{BA} i_A + L_B i_B + L_{BC} i_C \\
\Psi_C &= L_{Ca} i_a + L_{Cb} i_b + L_{Cc} i_c + L_{CA} i_A + L_{CB} i_B + L_C i_C
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

U jednadžbama (2) svi induktiviteti pisani samo jednim indeksom (L_a, L_b, ..., L_C) predstavljaju samoinduktivitet ili vlastiti induktivitet faze označene indeksom, a svi induktiviteti pisani dvama indeksima međuinduktiviteti su između dviju faza označenih indeksima. Pri tome vrijedi npr. $L_{ab} = L_{ba}$ ili $L_{aA} = L_{Aa}$ i slično. Pri uvrštenju (2) u (1) treba imati na umu da u zasićenom stroju svi ti samoinduktiviteti ovise o uzbudi (strujama), pa bi svaki član na desnoj strani svake jednadžbe prilikom deriviranja dao stoga dva člana, kao npr.:

$$\frac{\mathrm{d}\Psi_a}{\mathrm{d}t} = \left(L_a \frac{\mathrm{d}i_a}{\mathrm{d}t} + i_a \frac{\mathrm{d}L_a}{\mathrm{d}t}\right) + \left(L_{ab} \frac{\mathrm{d}i_b}{\mathrm{d}t} + i_b \frac{\mathrm{d}L_{ab}}{\mathrm{d}t}\right) + \ldots$$

Osim toga, kako se zbog vrtnje neprestano mijenja trenutni položaj pojedinih faza, mijenja se i vrijednost svih međuinduktiviteta između pojedinih faza statora i rotora. Naime, svi međuinduktiviteti kojima se indeks sastoji od jednoga malog i jednoga velikog slova funkcije su trenutnog položaja, odnosno kuta α (vidi sl. 1)



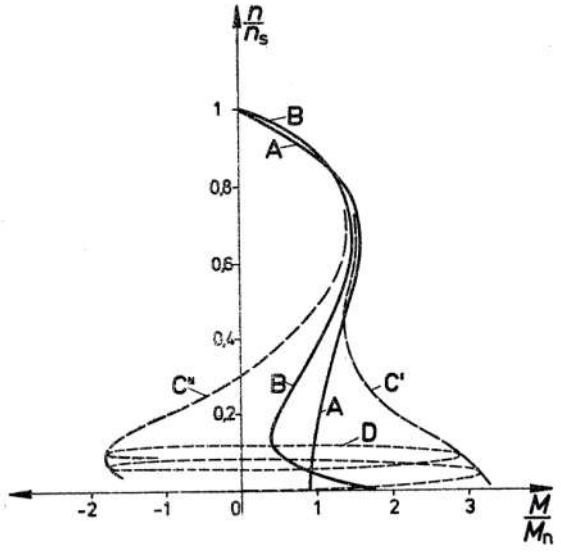
Sl. 1. Principna shema dvopolnoga trofaznoga kolutnog asinhronog motora

među osima namota, pa bi i to valjalo uzeti u obzir kad se deriviraju ulančeni tokovi. U nezasićenom stroju bili bi svi samoinduktiviteti (oblik L_x ili L_X) konstante, a isto tako i svi međuinduktiviteti između faza samo statora ili samo rotora (oblici

L_{xy} ili L_{XY}), dok bi međuinduktiviteti između po jedne faze statora i rotora (oblici L_{xY} ili L_{yX}) bili i dalje funkcije trenutnog položaja, tj. kuta. U svakom slučaju, uvrstimo li jednadžbe (2) u (1), nastaje sistem naponske ravnoteže od šest jednadžbi vrlo složene strukture. Jednako bismo tako, izražavajući trenutnu vrijednost elektromagnetskog momenta motora u općem dinamičkom stanju, dobili vrlo složen izraz. Mogli bismo ga npr. izraziti iz bilance energije ili računajući udio svake ulančene struje i magnetskog toka uzevši i njihove fazne pomake. Nešto jednostavniji sistem bi se dobio zgodnom transformacijom koordinata, no to sve zajedno nije od bitnog interesa za ovo naše izlaganje. Očito je kako se općedinamičke jednadžbe ne mogu napisati u tako jednostavnom obliku da bi se postigla jednostavna integracija kojom bi se mogao fizikalno analizirati neki stvarni pogonski slučaj. Zato je točna analiza dinamičkih stanja elektromotornih pogona s asinhronim motorima nemoguća u općem obliku, već uz relativno jednostavni kolutni motor, a posebno će to biti kad je tu kavezni motor, gdje bi se u sistemima jednadžbi (1) i (2) pojavio znatno veći broj jednadžbi sa znatno većim brojem pribrojnika, i to zbog većeg broja rotorskih faza. Osim toga, za nešto veće strojeve ispriječila bi se još, zbog potiskivanja struje, i ovisnost rotorskih radnih otpora i samoinduktiviteta o brzini vrtnje (frekvenciji rotora). Numerički se, međutim, i takvi složeni sistemi mogu rješavati (integrirati) za određena dinamička stanja u konkretnim pogonskim situacijama, dakako uz pomoć elektroničkih računala opskrbljenih odgovarajućim programima, svim potrebnim podacima o elektromotornom pogonu i početnim uvjetima dinamičkog stanja. Tad se korak po korak izračunavaju potrebne veličine i dobije npr. ovisnost brzine vrtnje o vremenu, momenta motora o vremenu, gubitaka energije o vremenu itd.

Zbog spomenutih teškoća u praksi se opća dinamička analiza elektromotornih pogona svodi na samo mehaničku dinamičku analizu, uz koju se pretpostavlja da se i u dinamičkim stanjima moment motora M_m ponaša kao statički moment motora, tj. da za njega vrijede statičke mehaničke karakteristike prikazane u odjeljku 2.6. Uz tu pretpostavku mogu se računati trajanja pojedinih prijelaznih pojava, energetski gubici u namotima u prijelaznim pojavama i slično. Pitanje je koliko odstupaju tako dobiveni rezultati od onih koji će nastupiti u stvarnosti te koji su uvjeti da u konkretnom pogonu ta odstupanja budu u prihvatljivim granicama. Očito je da će se dinamička karakteristika momenta motora to više približiti statičkoj budu li se mehaničke prijelazne pojave odvijale znatno sporije (za red veličine) od električkih. Tad se može smatrati da se električke prijelazne pojave odigraju skokomice pa je nakon toga tok mehaničkih prijelaznih pojava u skladu sa statičkom mehaničkom karakteristikom. Takva pojava nastupa kad su mehaničke tromosti elektromotornog pogona (ukupni moment inercije) znatno veće od električkih tromosti. To uzrokuje mnogo veće vremenske konstante mehaničkog sistema od onih u električnim strujnim krugovima. Očiti primjer takva odnosa su teški elektromotorni pogoni, kojima je moment inercije radnog mehanizma znatno veći od momenta inercije samog motora. Nije li ispunjen spomenuti uvjet, približni će rezultati, dobiveni na osnovi statičke mehaničke karakteristike, pokazivati veće odstupanje. Za ilustraciju osnove zbog koje nastupaju razlike prikazan je na sl. 2. primjer obrađen elektroničkim računalom. To je zalet pogona koji ima neznatni moment inercije radnog mehanizma, pa su razlike između dinamičkog i statičkog momenta motora znatne. S A je prikazan statički moment motora, s D dinamički (samo djelomično), a s B prikazana je njegova srednja vrijednost. Maksimalne i minimalne trenutne vrijednosti dinamičkog momenta motora nalaze se unutar graničnih krivulja — envelopa C′ i C″. Sudeći po toku stvarnoga dinamičkog momenta u procesu zaleta, pogon će

u određenim trenucima čak i usporavati (vidi D na sl. 2), ali će se približno ponašati kao da motor razvija prosječni dinamički moment motora B, a odstupanja B od A, tj. statičkoga od dinamičkog momenta (srednje vrijednosti), ipak nisu takva da se sa statičkim momentom kao osnovom računa dobiju potpuno neprihvatljive vrijednosti. Načelno valja očekivati veća odstupanja u ocjeni energetskih gubitaka u namotima (velike pulzacije struja i magnetskih tokova, te posljedica



Sl. 2. Usporedba statičkog i dinamičkog momenta motora jednoga konkretnog pogona: A — statički mehanički moment motora, B — srednja vrijednost dinamičkog momenta motora u toku zaleta, C', C'' — envelope maksimalne i minimalne vrijednosti dinamičkog momenta motora u toku zaleta, D — trenutna vrijednost dinamičkog momenta motora u toku zaleta

pulzacija momenta motora) nego u ocjeni trajanja prijelaznih pojava.

Neka dinamička stanja (udarci tereta, rasterećenja, valoviti moment tereta) pri kojima se brzina vrtnje znatnije ne mijenja mogu se ipak zgodnim aproksimacijama obraditi bolje nego na osnovi statičke karakteristike momenta, što će biti poslije razloženo.

No i u analitičkoj obradi mehaničkih dinamičkih stanja elektromotornog pogona s asinhronim motorima, ako se i uzme za osnovu statička mehanička karakteristika momenta motora, nailazi se na teškoće kad ta karakteristika nije analitička funkcija. To posebno vrijedi za veće kavezne motore, kojima se mehanička karakteristika, osim u uskom području brzine vrtnje oko sinhronizma, ne može analitički jednostavno prikazati. Već i u nekim istosmjernim pogonima, posebno s nezgodnim oblikom mehaničke karakteristike radnog mehanizma, valja se poslužiti grafičkim ili grafoanalitičkim rješavanjem nekih pitanja dinamičkih stanja. Ta je potreba kod asinhronih motora češća. Zato je upravo ovdje prikladno da se obrade grafičke i grafoanalitičke metode rješavanja dinamičkih stanja elektromotornih pogona.

5.2.1. Grafičko i grafoanalitičko rješavanje dinamičkih stanja elektromotornih pogona

Ti se postupci svode na poznate matematičke metode grafičkog diferenciranja ili integriranja. Pri tome se cijelo izračunavanje provodi grafički ili samo njegov dio, a dio grafoanalitički. Za probleme koji nastaju u praksi elektromotornih pogona češće se primjenjuju grafoanalitičke metode. Najjednostavnije je prikazati metodu i postupke na nekoliko primjera. Želimo li npr. ustanoviti koliko traje zalet elektro-

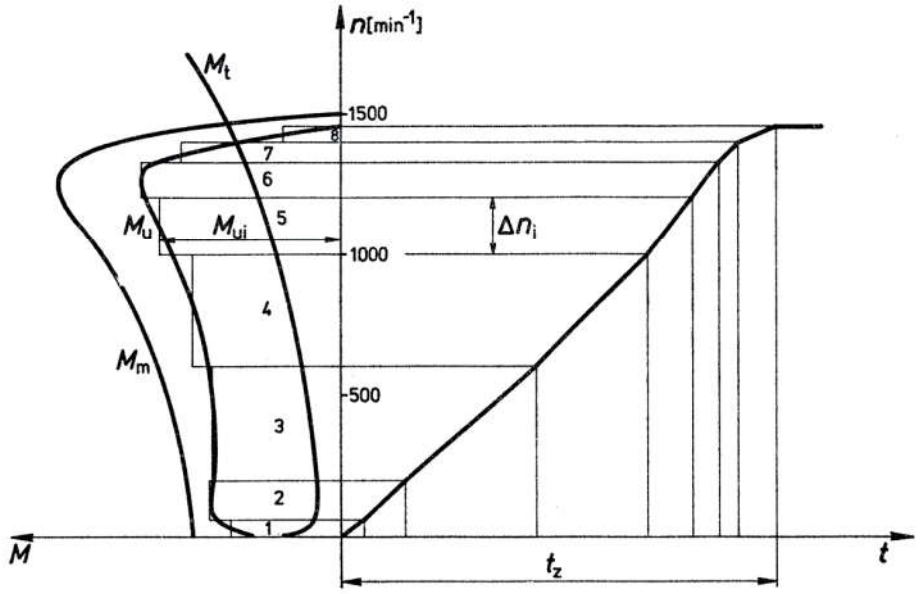
motornog pogona asinhronim motorom, trebalo bi prema odjeljku 3.1. računati na osnovi relacije (3.1—3.a):

$$t = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_{n_1}^{n_2} \frac{\mathrm{d}n}{M_\mathrm{u}}.$$

Za naš zadatak taj će integral biti:

$$t = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_{0}^{n_t} \frac{\mathrm{d}n}{M_\mathrm{m} - M_\mathrm{t}}.$$

Tu je n_t brzina vrtnje koja odgovara stacionarnoj radnoj točki ($M_t = M_m$) nakon zaleta, a M_m je moment motora i M_t tereta. Može li se funkcija $\frac{1}{M_\mathrm{m}(n) - M_\mathrm{t}(n)}$ jednostavno integrirati, zadatak se rješava analitički. U suprotnome upućeni smo na grafoanalitički postupak. Na sl. 3, koja neka konkretizira naš zadatak, krivulja



Sl. 3. Uz objašnjenje grafoanalitičke metode kojom se izračunava trajanje zaleta elektromotornog pogona kaveznim motorom

M_m predočuje moment nekoga kaveznog motora, a krivulja M_t moment radnog mehanizma koji on tjera. M_u je krivulja njihove razlike, momenta ubrzanja. Podijelimo li ordinatu n od $n = 0$ do $n = n_t$ na i odsječaka (na sl. 3. ima ih osam), može se ovako zaključivati: Zbog fine podjele funkcije pravi se vrlo mala pogreška ako zamijenimo promjenljivu vrijednost M_u unutar jednog odsječka nekom prosječnom vrijednosti M_{ui}. Na slici se zapravo kontinuirana funkcija M_u zamijeni stepeničastom (vidi sl. 3). Tad se može

$$\mathrm{d}t = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{\mathrm{d}n}{M_\mathrm{u}}$$

u pojedinom odsječku zamijeniti s:

$$\Delta t_i = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{\Delta n_i}{M_{ui}} \tag{3}$$

i na taj način računati trajanje zaleta Δt_i kroz odsječak brzine vrtnje Δn_i. Cijelo trajanje zaleta dobije se kao:

$$t_z = \sum_{i=1}^{i} \Delta t_i = \sum_{i=1}^{i} \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{\Delta n_i}{M_{ui}} = \frac{mD^2}{38{,}2} \sum_{i=1}^{i} \frac{\Delta n_i}{M_{ui}}. \tag{4}$$

Ako se, zatim, pojedini odsječci Δt_i nanesu u mjerilu redom po rastućem i, može se konstruirati i približni tok funkcije $n(t)$, kako je pokazano na sl. 3.

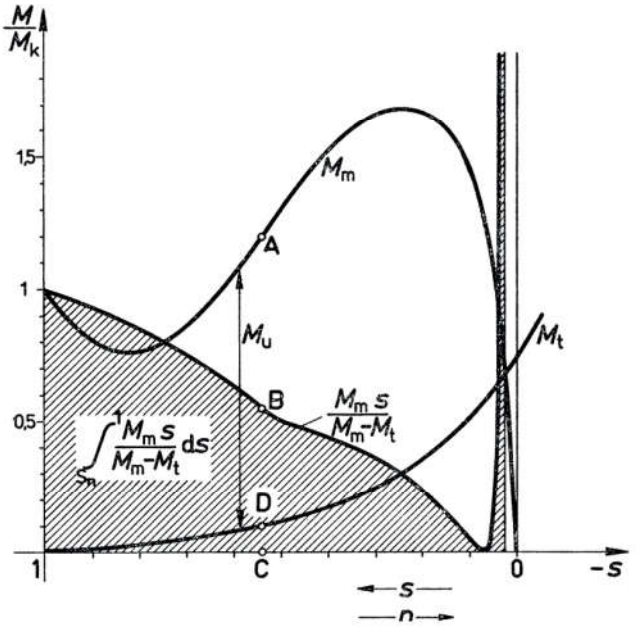
Uzmimo drugi primjer. Treba li izračunati energiju izgubljenu za vrijeme zaleta elektromotornog pogona kaveznim asinhronim motorom u bakru rotora, dolazi se do zadatka približnog integriranja jednadžbe (3.4—6.a):

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2 n_s^2}{365} \int_{s_2}^{s_1} \frac{M_m}{M_m - M_t} \cdot s \cdot ds.$$

Pri zaletu granice su integriranja $s_1 = 1$ i $s_2 = s_t$, tj. klizanje koje odgovara momentu tereta u točki stacionarnog pogona nakon zaleta, tako da se mora približno integrirati:

$$\int_{st}^{1} \frac{M_m}{M_m - M_t} \cdot s \cdot ds.$$

Pokazat ćemo kako se to može učiniti. Za dijagram vanjske karakteristike momenta uzme se mjerilo za moment $M/M_k = 1$, gdje je M_k pokretni moment motora (vidi sl. 4). U taj se dijagram ucrtaju u tako određenom mjerilu vanjske karak-



Sl. 4. Približno integriranje $\frac{M_m s}{M_m - M_t} ds$

teristike motora $M_m(s)$ i karakteristika momenta tereta $M_t(s)$ radnog mehanizma. Zatim se konstruira funkcija $\frac{M_m(s) \cdot s}{M_m(s) - M_t(s)}$ na ovaj način: za neku točku klizanja $s = \overline{OC}$ otčitaju se vrijednosti $M_m(s) = \overline{AC}$, $M_t(s) = \overline{CD}$ i $M_m(s) - M_t(s) = \overline{AD}$, pa se računa:

$$\frac{M_m(s) \cdot s}{M_m(s) - M_t(s)} = \overline{CB} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{OC}}{\overline{AD}}.$$

Tako se dobije točka B na sl. 4. To se ponavlja za više vrijednosti klizanja s toliko »gusto« na apscisi kolika se točnost želi. Kad se sve tako dobivene točke spoje, dobiva se linija $\frac{M_m \cdot s}{M_m - M_t}$, pa je površina ispod te krivulje tražena vrijednost integrala i za rezultat (izgubljenu energiju) nju treba samo još pomnožiti odgovarajućim konstantama iz jednadžbe (3.4—6.a). Takvu je konstrukciju zgodno izvesti na milimetarskom papiru pa se onda prebrojavanjem lako ustanovi površina. Za tu konstrukciju nema većeg značenja što funkcija $\frac{M_m \cdot s}{M_m - M_t}$ za $s = s_t$ poprima vrijednost ∞. Ta se funkcija asimptotski približava ordinati u točki s_t pa je površina iznad visine točke sjecišta M_m i M_t praktički zanemariva.

Metode grafičkog i grafoanalitičkog rješavanja dinamičkih problema ne odlikuju se posebnom točnosti u matematičkom pogledu. Međutim, za praktičko rješavanje tehničkih zadataka one u velikoj većini potpuno zadovoljavaju. I druge grafičke i grafoanalitičke metode slične su prikazanima i nećemo ih ovdje posebno opisivati, jer su one zapravo samo primjena poznatih matematičkih postupaka na konkretne probleme elektromotornih pogona.

5.2.2. Mehanička dinamička stanja elektromotornog pogona s asinhronim motorom

Za asinhrone motore koji nemaju izražen efekt potiskivanja struje u rotoru, dakle za kolutne i jednokavezne motore s niskim štapovima, mogu se dinamička stanja analizirati pomoću Klossove jednadžbe, koja daje mehaničku karakteristiku (statičku) asinhronog motora. Radi jednostavnosti i fizikalne preglednosti rezultata pođimo u prvom pristupu od njezina pojednostavnjenog oblika (2.6—1.b):

$$M_m = \frac{2M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}$$

za koji ćemo pretpostaviti da dovoljno točno izražava mehaničku karakteristiku motora. Želimo li računati trajanje neke prijelazne pojave elektromotornog pogona s asinhronim motorom, polazimo od mehaničke ravnoteže na osovini elektromotora:

$$M_m = \frac{2M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}} = M_u + M_t,$$

gdje je M_u moment ubrzanja. Pretpostavimo, opet radi jednostavnosti, da nema momenta tereta radnog mehanizma M_t ($M_t = 0$), pa će se, osim (mehanički) jednostavnih odnosa, dobiti i trajanje prijelaznih pojava ovisno samo o inerciji elektromotornog pogona. Osim ograničene praktičke primjene na jednostavne slučajeve pruža ovo računanje mogućnost dalje analize elektromotornih pogona s asinhronim motorima. Budući da je pri $M_t = 0$:

$$M_u = M_m = \frac{2M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}$$

i kad se to upotrijebi za računanje trajanja prijelazne pojave prema jednadžbi (3.1—5.a), dobiva se:

$$t = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2} \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_u} = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2} \int_{s_2}^{s_1} \frac{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}}{2M_p} ds,$$

odnosno:

$$t = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2 \cdot 2M_p} \int_{s_2}^{s_1} \left(\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} \right) ds. \tag{5}$$

Konstanta ispred integrala u izrazu (5) može se pisati i kao:

$$\frac{mD^2 n_s}{38{,}2\, M_n} \cdot \frac{M_n}{2M_p}. \tag{6}$$

Ako označimo mehaničku preopteretivost, tj. omjer $\frac{M_p}{M_n}$, s μ, može se drugi faktor u (6) pisati kao $\frac{1}{2\mu}$, pri čemu je μ čvrsta vrijednost reda veličine $\mu = 1{,}5, \ldots, 4$ i redovno je navedena u svim katalozima motora, pa je pristupačna za upotrebu. Osim toga, može se sinhronu brzinu vrtnje shvatiti i kao:

$$n_s = n_s (1 - s_n) + n_s s_n = n_n + n_s s_n,$$

pri čemu je n_n nazivna brzina vrtnje, a s_n nazivno klizanje. Polazeći od toga prvi se faktor u izrazu (6) piše kao:

$$\frac{mD^2 n_s}{38{,}2\, M_n} = \frac{mD^2 n_n}{38{,}2\, M_n} + \frac{mD^2 n_s s_n}{38{,}2\, M_n} = T_m + T_{em} = T_n. \tag{7}$$

Tu je T_m mehanička vremenska konstanta — vidi (3.0—5), a T_{em} je elektromehanička vremenska konstanta uvedena pomoću izraza (5.1—6.c). Zapažamo da je i T_n vremenska konstanta ne samo po obliku (zbroj dviju vremenskih konstanti) već i po svojoj biti. Fizikalno je to vrijeme (trajanje) zaleta određenog pogona od mirovanja do sinhrone brzine vrtnje pod utjecajem konstantnoga nazivnog momenta. Zbog toga je neki i nazivaju »normativno vrijeme zaleta« jer svodi sve motore od-

ređenog broja pari polova na istu usporedbenu normu, tj. gubi se utjecaj (individualnog) klizanja motora. Uvedemo li, zatim, relaciju (6) i njezin razvoj u izraz (5), izlazi:

$$t = \frac{T_n}{2\mu} \int_{s_2}^{s_1} \left(\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} \right) ds \tag{5.a}$$

i nakon integracije:

$$t = \frac{T_n}{\mu} \left(\frac{s_p}{2} \ln \frac{s_1}{s_2} + \frac{s_1^2 - s_2^2}{4 s_p} \right). \tag{5.b}$$

Trajanje promatrane prijelazne pojave proporcionalno je vremenskoj konstanti T_n i obratno proporcionalno mehaničkoj preopteretivosti motora μ, a ovisi o granicama pojave s_1 i s_2, te o veličini prekretnog klizanja s_p.

Tako smo dobili izraz za trajanje prijelazne pojave koji se može izračunati bez teškoća. Potreban je ipak izvjestan oprez. Za zalet našega elektromotornog pogona bile bi granice $s_1 = 1$ (mirovanje) i $s_2 = 0$ (sinhrona brzina vrtnje). Uvrstimo li te granice u izraz (5.b), izlazi da je vrijeme zaleta $t = \infty$. Tu se nanovo susrećemo s problemom da se ne smije uzeti stvarna krajnja granica jer se brzina vrtnje asimptotski približava svojoj krajnjoj granici. Zato se i tu držimo dogovora, spomenutoga već kod istosmjernih strojeva, da se mjesto stacionarne granice (koju daje presjecište mehaničkih karakteristika motora i radnog mehanizma) uzima niža granica, određena obično s 95% promjene brzine vrtnje. Tako bismo ovaj slučaj računali s granicama $s_1 = 1$ i $s_2 = 0{,}05$:

$$t = \frac{T_n}{\mu} \left(\frac{s_p}{2} \ln 20 + \frac{1 - 0{,}002\,5}{4 \cdot s_p} \right),$$

što bi bilo traženo trajanje zaleta elektromotornog pogona.

Jednadžbom (5.b) može se, dakako, računati bilo kakva prijelazna pojava uvrstimo li odgovarajuće granice. No kako su granice za neku određenu prijelaznu pojavu zadane kao čvrste vrijednosti, a za određeni motor je i μ čvrst broj, kao što je za određeni elektromotorni pogon i T_n čvrst broj, to je jedini stvarni parametar kojim se utječe na trajanje t — zapravo prekretno klizanje motora s_p. Očito je da postoji i neko optimalno prekretno klizanje pri kojem je trajanje prijelazne pojave najkraće. Da ga općenito ustanovimo, derivirajmo (parcijalno) jednadžbu (5.b) po prekretnom klizanju i izjednačimo je s nulom, da bismo našli ekstrem:

$$\frac{\partial t}{\partial s_p} = \frac{T_n}{\mu} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{s_1}{s_2} + \frac{s_1^2 - s_2^2}{4} \left(-\frac{1}{s_p^2} \right) \right] = 0.$$

Optimalno prekretno klizanje bit će nakon sređenja:

$$s_p = \sqrt{\frac{s_1^2 - s_2^2}{2 \ln \frac{s_1}{s_2}}}, \tag{8}$$

i s njim se može postići minimalno trajanje prijelazne pojave između granice s_1 i s_2:

$$t_{min} = \frac{T_n}{\mu}\sqrt{\frac{s_1^2 - s_2^2}{2}\ln\frac{s_1}{s_2}}. \tag{9}$$

Analizirajmo pomoću izraza (8) najčešće prijelazne pojave elektromotornog pogona (bez opterećenja) s asinhronim motorom:

1. pri zaletu: $s_1 = 1$, $s_2 = 0{,}05$

$$s_p = \sqrt{\frac{1 - 0{,}05^2}{2 \cdot \ln 20}} \doteq 0{,}41;$$

2. pri protustrujnom kočenju: $s_1 = 2$, $s_2 = 1$

$$s_p = \sqrt{\frac{4 - 1}{2 \cdot \ln 2}} \doteq 1{,}47;$$

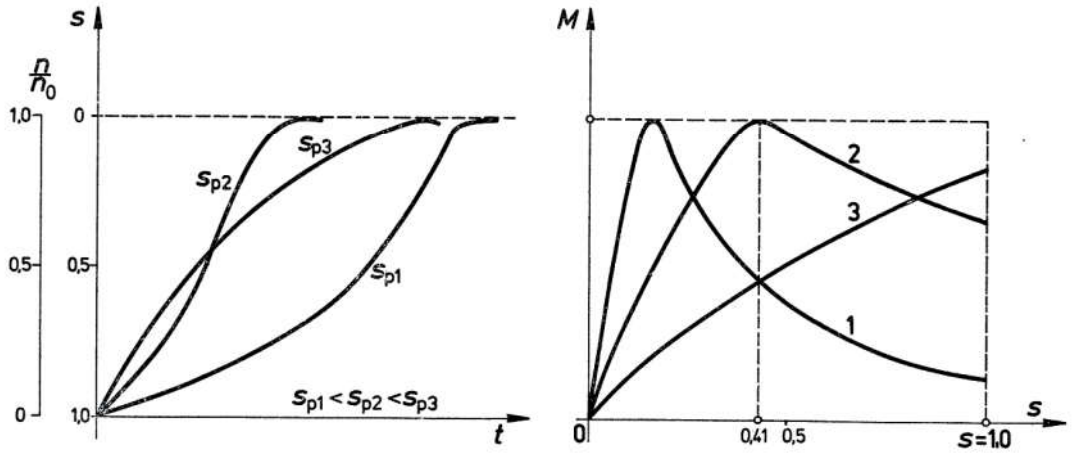
3. pri potpunom reverziranju iz pune brzine vrtnje u jednom smjeru do pune brzine vrtnje u drugom smjeru: $s_1 = 2$, $s_2 = 0{,}05$

$$s_p = \sqrt{\frac{4 - 0{,}05^2}{2 \cdot \ln 40}} \doteq 0{,}735.$$

Vidi se, prirodno, da svakoj prijelaznoj pojavi odgovora posebna optimalna vrijednost prekretnog klizanja.

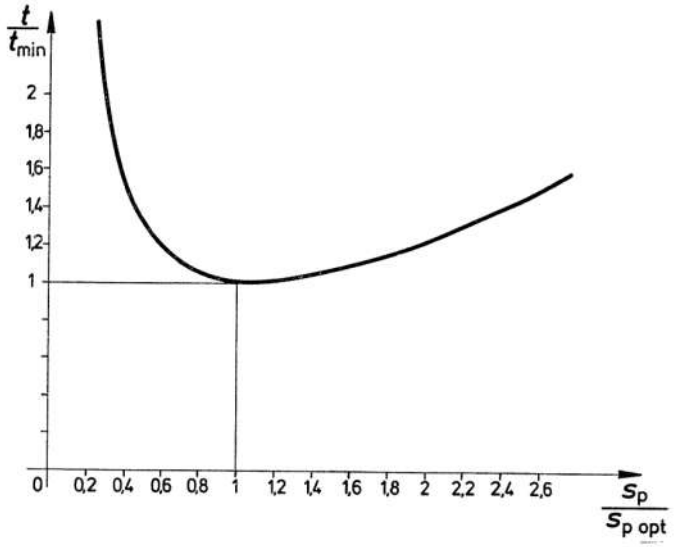
Pokazano svojstvo mehaničke karakteristike asinhronog motora dobro se iskorištava u praksi. Budući da je za asinhroni motor prekretno klizanje izraženo omjerima otpora — vidi jednadžbu (2.6—3.a), $s_p = \frac{\sigma_1 R_2}{X_k}$, može se utjecati na trajanje prijelazne pojave podešavanjem radnog otpora R_2 na vrijednost koja daje potrebno prekretno klizanje za minimalno trajanje prijelazne pojave. Kolutnom se motoru dodatni otpornik dade podesiti na potrebnu vrijednost, a kavezni se motor može posebno graditi za neki elektromotorni pogon da bi imao prirodno taj optimalni otpor. To ima značenja za cijeli niz jednostavnih i grubih elektromotornih pogona, bilo da su pogonjeni posebnim kaveznim motorima, bilo kolutnim motorima s jednim stepenom otpornika (valjaoničke kotrljače, motori za podešavanje teških masa, prevlačnici, okretači, gruba dizala). Sl. 5. prikazuje kvalitativne, a u međusobnom omjeru i kvantitativne odnose vremena zaleta, pri čemu je krivulja momenta 1 prirodna za motore, a ostale se mogu dobiti, ili dodavajući otpor u rotorski krug kod kolutnoga ili posebnom konstrukcijom rotora kod kaveznog motora.

Kad se podešavaju karakteristike motora na određeno optimalno prekretno klizanje, važno je i pitanje »oštrine« minimuma trajanja prema relaciji (9). Drugim riječima, važno je koliko se odstupa od minimalnog trajanja prijelazne pojave kad prekretno klizanje odstupa za neki iznos od optimalnoga. Na sl. 6. prikazan je taj odnos za slučaj zaleta. Zapaža se da je ekstrem »blag« i da i nešto veća odstupanja od optimalnoga prekretnog klizanja ne povećaju jače minimalno trajanje prijelazne



Sl. 5. Usporedba zaleta elektromotornog pogona asinhronim motorima različitoga prekretnog klizanja: a) brzina vrtnje; b) vanjske karakteristike

pojave. To ima određeno ekonomsko značenje jer nije potrebno precizno postići prekretno klizanje i ne zahtijevaju se za kolutni motor neki precizni otpornici ni kod kaveznoga posebno precizna konstrukcija ili izrada.



Sl. 6. Odstupanje od minimalnog trajanja zaleta asinhronog motora kad prekretno klizanje odstupa od optimalnoga

Nešto je složeniji pristup računanju trajanja prijelaznih pojava na osnovi potpune Klossove jednadžbe (2.6—1):

$$\frac{M_m}{M_p} = \frac{2 + \beta}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta},$$

pri čemu je β izraženo jednadžbom (2.6—2):

$$\beta = \frac{2R_1}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + \sigma_1 X_2')^2}}.$$

Nas osim veće točnosti računanja zanima i ispravnost zaključaka dobivenih analizom na osnovi pojednostavnjene jednadžbe (2.6—1.b). Pretpostavi li se (radi jednostavnosti i usporedbe) da i ovdje nema momenta tereta radnog mehanizma ($M_t = 0$), trajanje prijelazne pojave prema izrazu (3.1—5.a) bit će:

$$t = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2} \int_{s_2}^{s_1} \frac{ds}{M_u} = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2(2+\beta)M_p} \int_{s_2}^{s_1} \left(\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta \right) ds.$$

Uz transformacije konstante pred integralom prema relacijama (6) i (7) dobiva se:

$$t = \frac{T_n}{(2+\beta)\mu} \int_{s_2}^{s_1} \left(\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta \right) ds.$$

Nakon provedene integracije i sređenja bit će trajanje prijelazne pojave:

$$t = \frac{T_n}{(2+\beta)\mu} \left[s_p \ln \frac{s_1}{s_2} + \frac{s_1^2 - s_2^2}{2s_p} + \beta (s_1 - s_2) \right]. \tag{10}$$

Relacija (10) točnija je od (5.b); uz $\beta = 0$ prelazi ona u izraz (5.b). Zanimljivo je pitanje mijenja li se uvjet optimuma prekretnog klizanja s_p (ili radnog otpora R_2). Ako se derivira jednadžba (10) parcijalno po prekretnom klizanju s_p, nakon izjednačenja s nulom opet se dobiva relacija (8), u što se možemo uvjeriti kratkim pokusom. To znači da se uvjet optimuma prekretnog klizanja ne mijenja i da je izrazom (8) dan potpuno točno. No mijenja se minimalno trajanje prijelazne pojave. Uvrstimo li relaciju (8) u (10), nakon sređenja dobivamo:

$$t_{min} = \frac{T_n}{(2+\beta)\mu} \left[2 \sqrt{\frac{s_1^2 - s_2^2}{2} \ln \frac{s_1}{s_2}} + \beta (s_1 - s_2) \right]. \tag{11}$$

Jednadžba (11) prelazi, dakako uz $\beta = 0$, u relaciju (9). Da bismo provjerili odstupanje približnog računanja minimalnog trajanja prijelazne pojave s relacijama izvedenima iz pojednostavnjene Klossove jednadžbe (9) prema onima što su izvedene iz potpune jednadžbe (11), uzmimo jednostavan primjer. Neka to bude zalet, uz $s_1 = 1$ i $s_2 = 0{,}05$, i neka β bude jednako 0,3, što je već prilično visoka vrijednost. Izračunamo li s tim vrijednostima t_{min} iz približne jednadžbe (9), dobivamo vrijednost $t_{min} = 1{,}222\ T_n/\mu$. Račun iz točnije relacije (11) daje za iste pretpostavke $t_{min} = 1{,}187\ T_n/\mu$, što znači da u promatranom primjeru približna relacija daje oko 3% dulje trajanje prijelazne pojave. Primjer nam pokazuje da će u većini praktičkih slučajeva zadovoljiti i račun s približnim relacijama (5.b) i (9).

Računanje trajanja prijelaznih pojava elektromotornih pogona s asinhronim motorom za najčešće praktičke slučajeve, tj. kad postoji moment tereta radnog mehanizma M_t, već je složeniji problem. Kad je M_t složenija funkcija brzine vrtnje (klizanja) ili čak neanalitička funkcija, postaje analitička integracija previše zamršena ili nemoguća, pa smo upućeni na grafički ili grafoanalitički postupak (vidi odjeljak 5.2.1. i sl. 3). Međutim, pri jednostavnom odnosu $M_t = \text{konst.}$, koji je

upravo najčešći u pogonskoj praksi, može se izvesti analitičko integriranje. Da to pokažemo, pođimo od ravnoteže na osovini motora:

$$M_m - M_t = M_u$$

$$\frac{M_p(2+\beta)}{\frac{s}{s_p}+\frac{s_p}{s}+\beta} - M_t = M_u = \frac{mD^2}{38{,}2}\frac{dn}{dt} = -\frac{mD^2 n_s}{38{,}2}\frac{ds}{dt}. \tag{12}$$

Iz relacije se dade izraziti diferencijal vremena i on će nakon sređivanja glasiti:

$$dt = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2} \cdot \frac{s^2 + s_p^2 + \beta s s_p}{M_t(s^2 + s_p^2 + \beta s s_p) - s s_p M_p(2+\beta)} ds,$$

odnosno:

$$dt = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2 M_t} \cdot \frac{s^2 + s_p^2 + \beta s s_p}{s^2 + s_p^2 + \beta s s_p - s s_p \frac{M_p}{M_t}(2+\beta)} ds. \tag{13}$$

Prvi od razlomaka (faktora) pomnožen i podijeljen s M_n daje vrijednost $T_n \frac{M_n}{M_t}$. Kad se brojniku drugog razlomka doda i oduzme četvrti pribrojnik nazivnika i sredi, iz svega se dobiva:

$$dt = T_n \frac{M_n}{M_t}\left\{1 + \frac{s s_p \frac{M_p}{M_t}(2+\beta)}{s^2 - s s_p\left[(2+\beta)\frac{M_p}{M_t} - \beta\right] + s_p^2}\right\} ds. \tag{13.a}$$

Nazivnik drugog člana u vitičastim zagradama, izjednačimo li ga s nulom, postaje kvadratna jednadžba:

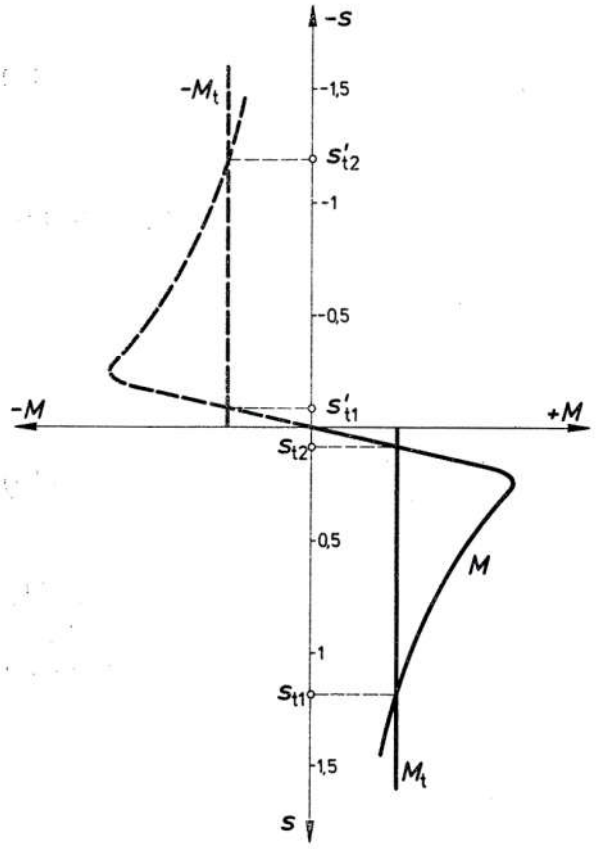
$$s^2 - s s_p\left[(2+\beta)\frac{M_p}{M_t} - \beta\right] + s_p^2 = 0. \tag{12.a}$$

Nju smo mogli dobiti i iz relacije (12) uz $\frac{ds}{dt} = 0$, tj. ona je jednadžba pogona u statičkom stanju. Potražimo li njezine korijene, možemo je napisati u jednostavnijem obliku i uvesti u (13.a) radi jednostavnijeg integriranja. Korijeni su (nakon sređenja):

$$s_{t1} = s_p\left\{\frac{M_p}{2M_t}(2+\beta) - \frac{\beta}{2} + \sqrt{\left[\frac{M_p}{2M_t}(2+\beta) - \frac{\beta}{2}\right]^2 - 1}\right\} \tag{14.a}$$

$$s_{t2} = s_p\left\{\frac{M_p}{2M_t}(2+\beta) - \frac{\beta}{2} - \sqrt{\left[\frac{M_p}{2M_t}(2+\beta) - \frac{\beta}{2}\right]^2 - 1}\right\}. \tag{14.b}$$

Budući su izrazi (14.a) i (14.b) korijeni jednadžbe (12.a), koja je statička jednadžba stanja pogona, to su oni ujedno točke presjecišta statičke karakteristike motora $M_m(s)$ i karakteristike momenta tereta $M_t = \text{konst.}$ (vidi sl. 7). Za pozitivnu vrijednost momenta tereta, $M_t > 0$, tj. motorski pogon, daje s_{t2} normalnu motorsku pogonsku točku (vidi sl. 7), a s_{t1} pogonsku točku (nestabilnu) negdje pri većim klizanjima. Ujedno je jasan i uvjet da pri zaletu mora biti $s_{t1} > 1$ da pogon uopće krene. Ako je predznak momenta tereta M_t (generatorski moment!) negativan dobivaju se također dva presjecišta, ali u generatorskome kočnom području (vidi s'_{t1} i s'_{t2} na sl. 7). Uz pomoć korijena s_{t1} i s_{t2} jednadžbe (12.a) moguće je relaciju (13.a) napisati kao:



Sl. 7. Uz objašnjenje fizikalnog značenja korijena jednadžbe (12.a)

$$\mathrm{d}t = T_n \frac{M_n}{M_t}\left[1 + \frac{s\, s_p \dfrac{M_p}{M_t}(2+\beta)}{(s - s_{t1})(s - s_{t2})}\right] \mathrm{d}s$$

i uz rastavljanje drugog pribrojnika u zagradi:

$$\mathrm{d}t = T_n \frac{M_n}{M_t}\left[1 + \frac{s_p M_p (2+\beta)}{M_t}\left(\frac{K_1}{s - s_{t1}} + \frac{K_2}{s - s_{t2}}\right)\right] \mathrm{d}s. \qquad (13.b)$$

Faktori K_1 i K_2 lako se izračunaju iz odnosa:

$$\frac{s}{(s - s_{t1})(s - s_{t2})} = \frac{K_1}{s - s_{t1}} + \frac{K_2}{s - s_{t2}}$$

i oni iznose:

$$K_1 = \frac{s_{t1}}{s_{t1} - s_{t2}}, \quad K_2 = -\frac{s_{t2}}{s_{t1} - s_{t2}}. \qquad (15)$$

Ako se K_1 i K_2 iz relacije (15) uvrste u (13.b), bit će:

$$\mathrm{d}t = T_n \frac{M_n}{M_t}\left[1 + \frac{s_p M_p (2+\beta)}{M_t (s_{t1} - s_{t2})}\left(\frac{s_{t1}}{s - s_{t1}} - \frac{s_{t2}}{s - s_{t2}}\right)\right] \mathrm{d}s.$$

Tad se bez teškoća provede integracija prijelazne pojave u granicama s_1 i s_2, i dobiva se trajanje prijelazne pojave kao:

$$t = T_n \frac{M_n}{M_t}\left[s_2 - s_1 + \frac{s_p M_p (2+\beta)}{M_t (s_{t1} - s_{t2})}\left(s_{t1} \ln \frac{s_2 - s_{t1}}{s_1 - s_{t1}} - s_{t2} \ln \frac{s_2 - s_{t2}}{s_1 - s_{t2}}\right)\right]. \quad (16)$$

Uz pomoć tog izraza izračunava se svaka prijelazna pojava. Potpunosti radi navedimo još rezultat koji se dobiva krene li se u razvoj upravo obrađenog pitanja uz pojednostavnjenu Klossovu jednadžbu, umjesto potpune. Tad se, uz $\beta = 0$, iz relacija (14.a), (14.b) i (16) dobiva:

$$t = T_n \frac{M_n}{M_t}\left[s_2 - s_1 + \frac{2M_p s_p}{M_t (s_{t1} - s_{t2})}\left(s_{t1} \ln \frac{s_2 - s_{t1}}{s_1 - s_{t1}} - s_{t2} \ln \frac{s_2 - s_{t2}}{s_1 - s_{t2}}\right)\right]. \quad (16.a)$$

$$s_{t1,2} = s_p\left[\frac{M_p}{M_t} \pm \sqrt{\left(\frac{M_p}{M_t}\right)^2 - 1}\right]. \quad (14.c, d)$$

5.2.3. Promjene opterećenja pri pogonu s asinhronim motorom — udarci tereta

Već je u uvodnom dijelu ovog poglavlja pokazano da je točnija analitička analiza složenih dinamičkih stanja elektromotornih pogona s asinhronim motorima skopčana s nepremostivim teškoćama, pa se većinom prisilno zadovoljavamo analizom mehaničkih dinamičkih stanja. No kad je riječ o dinamičkim stanjima elektromotornih pogona s asinhronim motorom na stabilnom dijelu mehaničke karakteristike, u području u kojem se brzina vrtnje samo neznatno mijenja, moguće je izvesti i približnu dinamičku analizu uključujući i složenost takvih pojava. Statička mehanička karakteristika asinhronog motora u području opterećenja od nule do preopterećenja od približno 30—50% ($M_t \doteq 1{,}3$—$1{,}5\, M_n$), vrlo je blizu pravcu kroz ishodište ($s = 0$, $M_m = 0$), što se može zaključiti iz sl. 2.6—1. ili 2.6—2. Zamijeni li se tok stvarne mehaničke karakteristike pravcem u tom području klizanja (brzine vrtnje), poslužit će to za osnovu vrlo dobre približne analize složenih dinamičkih stanja koja se odigravaju u tom okolišu. To su prijelazne pojave pri naglim promjenama opterećenja, rasterećenja, pri udarcima tereta te pulzirajućeg opterećenja. Zamjena stvarne mehaničke karakteristike može se učiniti na dva načina ili, bolje rečeno, karakteristika se dade aproksimirati dvama pravcima. Prvi je od njih tangenta na mehaničku karakteristiku u točki (idealnog) praznog hoda, a drugi je onaj koji prolazi točkom praznog hoda i točkom nazivnog tereta (vidi sl. 8). Analitički izraz za prvi pravac (1 na sl. 8) dobivamo tako da opći izraz za moment asinhronog motora, tj. Klossovu jednadžbu (2.6—1):

$$\frac{M_m}{M_p} = \frac{2+\beta}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta},$$

deriviramo po momentu motora M_m (kao varijabli):

$$\frac{1}{M_p} = -\frac{(2+\beta)\left(\frac{1}{s_p}\frac{ds}{dM_m} - \frac{s_p}{s^2}\frac{ds}{dM_m}\right)}{\left(\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} + \beta\right)^2}.$$

Ako pomnožimo brojnik i nazivnik sa s^2 i sredimo, dobivamo:

$$\left(\frac{s^2}{s_p} + s_p + s\beta\right)^2 = (2+\beta) M_p \left(s_p \frac{ds}{dM_m} - \frac{s^2}{s_p}\frac{ds}{dM_m}\right).$$

Nakon uvrštenja $M_m = 0$, i $s = 0$ bit će nagib tangente u točki praznog hoda:

$$\frac{ds}{dM_m(0)} = \frac{s_p}{(2+\beta) M_p},$$

na osnovi čega izlazi jednadžba pravca 1 na sl. 8:

$$s = \frac{s_p}{(2+\beta) M_p} M_m. \tag{17}$$

Jednadžba drugog pravca dobiva se iz definicije:

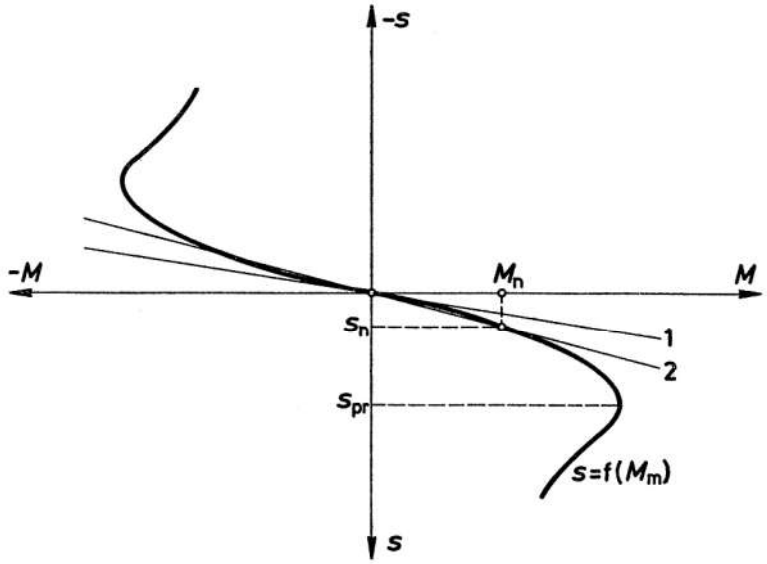
$$s = \frac{s_n}{M_n} M_m. \tag{18}$$

Načelno su oba pravca podjednako dobro primjenljiva za aproksimiranje mehaničke karakteristike, barem što se tiče formalne matematičke obrade. Oni su u stvarnosti mnogo bliži jedan drugome nego što to prikazuje sl. 8, na kojoj je karikirana karakteristika $s(M_m)$, upravo s namjerom da se uspije uočiti razlika među njima. Dalje se za pristup aproksimaciji karakteristike pravcem može tvrditi da podjednako dobro vrijedi i za motore s potiskivanjem struje, koje u zoni klizanja $s_p \geqslant s \geqslant -s_p$ ne dolazi do izražaja, a naše je područje klizanja još znatno uže. U praksi se ipak mnogo češće prihvaća aproksimacija pravcem 2 na sl. 8, tj. jednadžbom (18). Sa sl. 8. zapažamo da su prosječna odstupanja pravca 2 od mehaničke karakteristike $s(M_m)$ manja, u području klizanja koja nas zanimaju, od odstupanja pravca 1. Zato smo aproksimaciju (18) prešutno prihvatili već u odjeljku 5.1. prilikom uvođenja pojma elektromehaničke vremenske konstante — vidi sl. 5.1—5. i relaciju (5.1—6.c). Tako smo ujedno i odredili elektromehaničku vremensku konstantu važnu za ponašanje u dinamičkim stanjima za to područje brzina vrtnje:

$$T_{em} = \frac{mD^2 n_s s_n}{38{,}2\, M_n}. \tag{19}$$

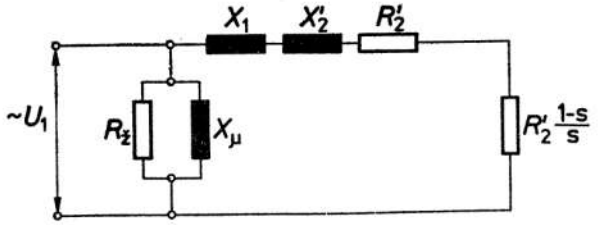
Mehanička karakteristika u obliku pravca kroz točku idealnoga praznog hoda upućuje nas na to da će se u tom području brzina vrtnje elektromotorni pogon s asinhronim motorom ponašati kao i adekvatni elektromotorni pogon s poredno ili nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorom. Osnova je linearne ovisnosti brzine vrtnje o momentu motora pri poredno uzbuđenom motoru konstantnost glavnoga magnetskog toka, i konstantnost priključnog pogona. Ti uvjeti doveli bi i pri asin-

hronom motoru do stvarno linearnih odnosa momenta motora i brzine vrtnje (klizanja), dakako u dijelu karakteristike koja je sama po sebi blizu pravcu. Ona i jest blizu pravcu na tom području jer su neznatne i promjene glavnoga magnetskog toka i priključnog napona. Da se što više i u formalnom prikazu približimo tra-



Sl. 8. Aproksimiranje mehaničke karakteristike asinhronog motora pravcem kroz točku idealnoga praznog hoda: pravac 1 — tangenta u točki $M_m = 0$, $s = 0$, pravac 2 — sekanta kroz točku praznog hoda $M_m = 0$, $s = 0$ i kroz točku $M_m = M_n$, $s = s_n$. Karakteristika $s = f(M_m)$ na slici je namjerno crtana karikirano, tj. zakrivljenija nego što je u stvarnosti

ženoj idealnoj linearnoj karakteristici preuredimo malo uobičajenu ekvivalentnu shemu za asinhroni motor, kako je to učinjeno na sl. 9. Običava se za takva razmatranja poredna grana sheme, tj. grana kojom teče struja magnetiziranja, priključiti formalno prije primarnih otpora. Time se postiže i formalna konstantnost (primarnog) glavnoga magnetskog toka i isključuje se utjecaj gubitaka u željezu. Formalno je i napon bliže konstantnoj vrijednosti, a s tim je ciljem još pretpostavljeno da je radni otpor primara $R_1 = 0$, pa je i izostavljen iz ekvivalentne sheme. Primarni rasipni induktivni otpor X_1 mora ostati u shemi jer bitno mijenja elek-



Sl. 9. Nadomjesna ekvivalentna shema asinhronog motora preuređena tako da bolje odgovara pretpostavci linearne mehaničke karakteristike u području momenata motora manjih od oko 1,5 M_n

tričku tromost motora. U ekvivalentnoj shemi prisutna je i električka vremenska konstanta, pa će za naš slučaj prema sl. 9. biti:

$$T_{e1} \doteq \frac{L_{1\sigma} + L'_{2\sigma}}{R'_2} = \frac{X_1 + X'_2}{2\pi f R'_2}. \qquad (20)$$

U izrazu su $L_{1\sigma}$ iz $L'_{2\sigma}$ rasipni induktiviteti faze primara i (reducirani) faze sekundara, f je frekvencija primara (mreže), a R'_2 reducirani radni otpor faze sekundara.

Elektromotorni pogon na linearnoj karakteristici asinhronog motora s elektromehaničkom vremenskom konstantom T_{em} iz (19) i električkom vremenskom konstantom T_{el} u izrazu (20) ponašat će se kao pogon ostvaren porednim strojem. Stvarna odstupanja ponašanja mogu se grubo ocijeniti kao adekvatna odstupanju stvarne mehaničke karakteristike od pravca kojim je aproksimirana.

Vratimo se pitanju udarnog tereta, onako kako je to postavljeno u odjeljku 5.1.5, sl. 5.1—11, samo sad za pogon s asinhronim motorom mjesto istosmjernoga. Pogon će se u pogledu brzine vrtnje i momenta motora vladati identično pogonu s istosmjernim motorom, pa vrijede i sve analize i zaključci koji su za njega provedeni. Tako vrijede opće jednadžbe (5.1—32) za brzinu vrtnje i (5.1—34) za razvijeni moment motora, s napomenom da idealnoj brzini vrtnje u praznom hodu istosmjernog motora n_0 odgovara sinhrona brzina vrtnje n_s asinhronog motora. Za razmatranje asinhronih motora uobičajili smo promatrati klizanje $s(M_m)$ mjesto brzine vrtnje $n(M_m)$. Zbog toga ćemo važnije relacije iz odjeljka 5.1.5. prevesti u koordinatni sustav (s, M_m), a radi potpunosti pridružit ćemo i momentne jednadžbe. Dakle, za opće jednadžbe ponašanja klizanja i momenta motora analogno dobivamo iz relacija (5.1—32) i (5.1—34):

$$s = s_t - \frac{s_t}{p_2 - p_1}\left[\left(p_2 + \frac{1}{T_{em}}\right) e^{p_1 t} - \left(p_1 + \frac{1}{T_{em}}\right) e^{p_2 t}\right] \tag{21}$$

$$M_m = M_t\left(1 - \frac{p_2}{p_2 - p_1} e^{p_1 t} + \frac{p_1}{p_2 - p_1} e^{p_2 t}\right). \tag{22}$$

U izvedenim (a i idućim) relacijama s_t je klizanje koje odgovara momentu tereta M_t u stacionarnom stanju nakon prijelazne pojave. Dalje, p_1 i p_2 su poznati korijeni karakteristične jednadžbe (5.1—14) i iznose prema izrazu (5.1—23):

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_{el}^2} - \frac{1}{T_{el}\,T_{em}}}. \tag{23}$$

Vremenske konstante T_{em} i T_{el} u relacijama (21), (22) i (23) izražene su jednadžbama (19) i (20). Za pojedine karakteristične odnose vremenskih konstanti vrijede jednadžbe od (5.1—32.a) do (5.1—32.d) i od (5.1—34.a) do (5.1—34b), što daje:

a) Za $T_{em} < 4T_{el}$:

$$s = s_t - s_t e^{-t/2T_{el}}\left[\left(\frac{1}{2\nu\,T_{el}} - \frac{1}{\nu\,T_{em}}\right)\sin \nu t + \cos \nu t\right] \tag{21.a}$$

$$M_m = M_t\left[1 - e^{-t/2T_{el}}\left(\frac{1}{2\nu\,T_{el}}\sin \nu t + \cos \nu t\right)\right] \tag{22.a}$$

Primjer za $T_{em} = T_{el}$ vidi na sl. 5.1—12.a.

b) Za $T_{em} = 4T_{el}$:

$$s = s_t - s_t e^{-t/2T_{el}} \left[1 + \frac{t}{2T_{el}} - \frac{t}{T_{em}}\right] \tag{21.b}$$

$$M_m = M_t \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \left(1 + \frac{t}{2T_{el}}\right)\right]; \tag{22.b}$$

primjer vidi na sl. 5.1—12.b.

c) Za $T_{em} > 4T_{el}$:

$$s = s_t - s_t e^{-t/2T_{el}} \left[\left(\frac{1}{2v\,T_{el}} - \frac{1}{v\,T_{em}}\right) \operatorname{sh} vt + \operatorname{ch} vt\right] \tag{21.c}$$

$$M_m = M_t \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{2v\,T_{el}} \operatorname{sh} vt + \operatorname{ch} vt\right)\right] \tag{22.c}$$

primjer za omjer $T_{em} = 10\,T_{el}$ vidi na sl. 5.1—12c.

d) Za $T_{em} \gg 4T_{el}$, tako da se T_{el} može zanemariti:

$$s = s_t (1 - e^{-t/T_{em}}) \tag{21.d}$$

$$M_m = M_t (1 - e^{-t/T_{em}}); \tag{22.d}$$

primjer vidi na sl. 5.1—13.

Budući da su i sve analize ponašanja momenta motora identične, to i za omjer maksimalnog momenta motora prema momentu motora koji se pojavljuje pri odnosima $4T_{el} > T_{em}$ vrijedi relacija (5.1—38) i prikazana ovisnost na sl. 5.1—14.

Za ponašanje momenta motora i brzine vrtnje elektromotornog pogona pri naglom rasterećenju, onako kako je to pitanje prikazano na sl. 5.1—15, vrijedit će također analize i odnosi izvedeni u odjeljku 5.1.5. Opće jednadžbe ponašanja klizanja i momenta motora analogno se izvode iz relacija (5.1—48) i (5.1—50):

$$s = \frac{s_{po}}{p_2 - p_1} \left[\left(p_2 + \frac{1}{T_{em}}\right) e^{p_1 t} - \left(p_1 + \frac{1}{T_{em}}\right) e^{p_2 t}\right] \tag{24}$$

$$M_m = M_{po} \left(e^{p_1 t} \frac{p_2}{p_2 - p_1} - e^{p_2 t} \frac{p_1}{p_2 - p_1}\right). \tag{25}$$

U relacijama s_{po} je početno klizanje, a M_{po} početni moment motora u trenutku rasterećenja. Za pojedine karakteristične odnose vremenskih konstanti vrijede jednadžbe od (5.1—48.a) do (5.1—48.d) i od (5.1—50.a) do (5.1—50.d), što daje:

a) Za $T_{em} < 4T_{el}$:

$$s = s_{po} e^{-t/2T_{el}} \left[\left(\frac{1}{2v\,T_{el}} - \frac{1}{v\,T_{em}}\right) \sin vt + \cos vt\right] \tag{24.a}$$

$$M_m = M_{po} e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{2v\,T_{el}} \sin vt + \cos vt\right); \tag{25.a}$$

primjer za $T_{em} = T_{el}$ vidi na sl. 5.1—16.a.

b) Za $T_{em} = 4T_{el}$:

$$s = s_{po}\, e^{-t/2T_{el}} \left(1 + \frac{t}{2T_{el}} - \frac{t}{T_{em}}\right) \tag{24.b}$$

$$M_m = M_{po}\, e^{-t/2T_{el}} \left(1 + \frac{t}{2T_{el}}\right); \tag{25.b}$$

primjer vidi na sl. 5.1—16.b.

c) Za $T_{em} > 4T_{el}$:

$$s = s_{po}\, e^{-t/2T_{el}} \left[\left(\frac{1}{2\nu\, T_{el}} - \frac{1}{\nu\, T_{em}}\right) \operatorname{sh} \nu t + \operatorname{ch} \nu t\right] \tag{24.c}$$

$$M_m = M_{po}\, e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{2\nu\, T_{el}} \operatorname{sh} \nu t + \operatorname{ch} \nu t\right); \tag{25.c}$$

primjer za omjer $T_{em} = 10\, T_{el}$ vidi na sl. 5.1—16.c.

d) Za $T_{em} \gg 4T_{el}$, tako da se T_{el} može zanemariti:

$$s = s_{po}\, e^{-t/T_{em}} \tag{24.d}$$

$$M_m = M_{po}\, e^{-t/T_{em}}; \tag{25.d}$$

primjer vidi na sl. 5.1—17.

Za omjer između minimalnog momenta motora i momenta tereta koji se pojavljuje pri odnosu $4T_{el} > T_{em}$ vrijedi relacija (5.1—53).

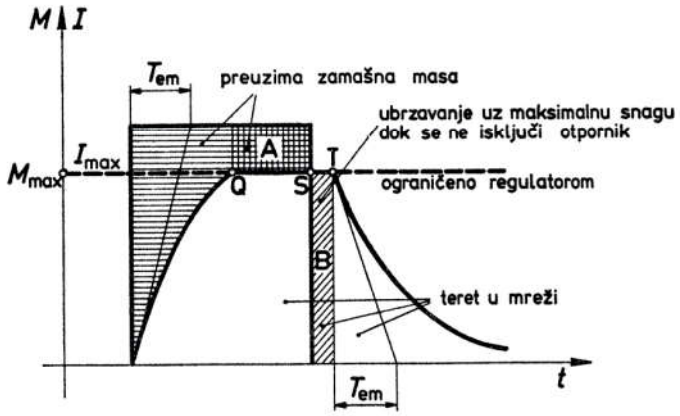
Za elektromotorni pogon s nizom udaraca koji slijede neposredno jedan za drugim (vidi sl. 5.1—18), a trajanja su im i pauze tako kratki da u jednoj prijelaznoj pojavi dolazi prije do nastupa druge nego što prva prijeđe u statičko stanje, vrijede za brzinu vrtnje pogona i moment motora relacije (5.1—32.c) i (5.1—34.e). Dakako, riječ je o slučajevima s $4T_{el} \ll T_{em}$ jer najčešće pri tom odnosu pojave traju dugo. Tad se može T_{el} zanemariti, pa će prema označenim relacijama biti:

$$s = s_t\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + s_{po}\, e^{-t/T_{em}} \tag{21.c}$$

$$M_m = M_t\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + M_{po}\, e^{-t/T_{em}}. \tag{22.e}$$

U odjeljku 5.1.5. komentirano je na završetku pitanje povećanja momenta inercije elektromotornog pogona (dodavanje zamašnjaka) u pogona s prevelikim udarcem tereta u mrežu kao posljedicom visokih razvijenih momenata motora. Jasno je da ti zaključci vrijede i za naše razmatranje o udarnim teretima uz asinhroni motor kao pogonski motor elektromotornog pogona. Ostalo je da se još razmotri, u načelu, pitanje pogona kad bi porast inercije, bio poželjan s gledišta udaraca u mrežu, ali nije prihvatljiv zbog trajanja nekih drugih dinamičkih stanja, dakle kad su pogonski zahtjevi kontradiktorni. Neprilike očito nastupaju kad su u pogonu udarna opterećenja kombinirana s drugim dinamičkim pojavama, npr. sa

zaletima i kočenjima. Takav su primjer teški reverzioni valjaonički stanovi *bluming* i *slabing*, kad elektromotorni pogon poslije svake radne operacije koči do zaustavljanja i ubrzava se do pune brzine vrtnje u suprotnom smjeru, a svako je opterećenje udarno. Proizvodni proces zahtijeva što kraće reverziranje, što manju tromost, a zbog udarnih opterećenja i izjednačenja bila bi povoljnija velika kinetička energija, velika tromost. U velikim modernim valjaonicama udarac iznosi i do 50 MW. Rješenje je, posebno kod slabije mreže, Ilgner-Leonardov agregat (sl. 4.1—14). Pogonski je motor IM, istosmjerni sporohodni (za najveće pogone 40—50 min^{-1}) s malom elektromehaničkom vremenskom konstantom pa su prijelazne pojave kratke. On prenaša udarce »tvrdo« u istosmjerni strujni krug, tj. na generator agregata. Agregat je pogonjen trofaznim asinhronim kolutnim motorom, brzohodnim, tako da ima veliku kinetičku energiju (dodan je i zamašnjak). Stoga agregat mekano prenosi udarce u mrežu. Na rotor asinhronog motora priključen je vodni otpornik s regulatorom kojim se otpor rotora može kontinuirano mijenjati, pa se u udarcima elektromehanička konstanta dade još povećati. Obično se doda posebni uređaj za regulaciju rotorskog otpornika, koji radi i kao graničnik struje. Naime, kad struja dosegne dopuštenu (podešenu) granicu, regulator naglo uključuje otpor u rotor, čime kontinuirano povećava elektromehaničku vremensku konstantu, a cijeli ostatak tereta preuzima zamašna masa agregata, na račun opadanja njegove brzine vrtnje. Primjer prijenosa udarca s ograničenjem preko agregata prikazan je na sl. 10. Kad motor preuzme maksimalni teret (točka Q na sl. 10),



Sl. 10. Podjela opterećenja kod Ilgner-Leonardova agregata s graničnikom struje (tereta)

regulator (graničnik) uranja elektrode takvim tempom da se taj teret na motoru zadrži ne samo dok opterećenje padne (točka S) nego sve dok se uspostavi brzina vrtnje koja je vladala u točki Q, tj. do točke T. U točki Q počne brzina vrtnje naglije opadati. Energija koju zamašne mase predaju osovini u tom periodu proporcionalna je približno površini A. Zato motor nakon udarca najprije vrati isto toliku količinu energije zamašnim masama (približna površina B) i tek onda počinje njegov moment opadati u skladu s jednadžbom (25.d).

Zanimljivo je pitanje udarnih opterećenja motora s potpuno tvrdom mehaničkom karakteristikom, kao što je sinhroni motor. I takav motor ne može skokomice razviti potreban moment, pa brzina elektromotornog pogona mora u početku pojave opadati. Vidi se, i bez ulaska u dublju analizu, da se to događa samo na račun povećanja kuta Θ među statorom i rotorom. Istodobno s porastom kuta Θ i padom brzine elektromotornog pogona motor formira moment koji raste i više od iznosa momenta tereta, zaustavlja pad brzine i stabilizira novo sinhrono pogonsko stanje pri novome povećanom kutu Θ. To se događa kad je udarac tereta

M_t tolik da motor dospije formirati dovoljno veliki moment. Ako je udarac tereta M_t prevelik pa motor ne ostvari dovoljno veliki moment prije nego što kut poraste do prevelikog iznosa — motor ispadne iz koraka i elektromotorni se pogon počne zaustavljati. I tu zamašna masa ima sličnu ulogu akumulatora energije. Uz veću zamašnu masu elektromotornog pogona mijenja se kut Θ sporije pa motor ima više vremena da formira potrebni moment.

Zamašne mase elektromotornog pogona, njegova tromost, djeluju većinom kao neželjene smetnje ili zapreke boljem radu pogona. One produljuju trajanje dinamičkih stanja, uzrokuju gubitke u njima itd. Izuzetak u dosadašnjim razmatranjima njihovo je djelovanje kod udarnih opterećenja, gdje se pojavljuje koristan efekt za svladavanje problema, tj. održava se brzina vrtnje i ublažuju udarci tereta. U načelu se inercija elektromotornog pogona može iskoristiti samo kad se ona upotrijebi kao akumulator kinetičke energije.

5.2.4. Pulzirajuće opterećenje elektromotornog pogona s asinhronim motorom

Uz linearizirani mehanički karakteristiku asinhronog motora na stabilnom dijelu karakteristike (negdje od $M_m = 0$ do oko $M_m \doteq 1{,}5\, M_n$) vrijedi već u odjeljku 5.2.3. razložena podudarnost ponašanja asinhronog i nezavisno uzbuđenoga istosmjernog motora opterećenoga pulzirajućim momentom tereta. Pri tome se moramo ograničiti na ponašanje brzine vrtnje i momenta motora u kvazistacionarnom stanju, pa za njih vrijede sve analize i zaključci izvedeni u odjeljku 5.1.6. Potrebna su, dakako, zanemarenja koja su i tamo učinjena. Dakle, za pogone opterećene momentom tereta M_t prema sl. 5.1—20, koje za razmatranje ponašanja u kvazistacionarnom stanju možemo približno riješiti na osnovi jednadžbe (5.1—59) i njezina pojednostavljenja (5.1—59.a):

$$M_t = M_{to} + \Delta M \sin \varkappa t,$$

vrijedi prikaz pulzirajućeg tereta prema sl. 5.1—21. U kvazistacionarnom stanju brzina se vrtnje vlada prema jednadžbi (5.1—67):

$$n = n_{to} - \Delta n_t\, \xi \sin (\varkappa t + \varphi + \varphi').$$

U toj je jednadžbi n_{to} brzina vrtnje (konstantna) koju bi u stacionarnom stanju zahtijevao prosječni moment tereta M_{to}, $\varkappa$ je kružna frekvencija pulzacije, ξ faktor prigušenja (pojačanja) pulzacije, $\varphi + \varphi'$ fazni pomak pulzacija, a Δn_t je pad brzine vrtnje koji (statički) odgovara veličini pulzacije momenta tereta ΔM (vidi sl.5.1—21). U odjeljku 5.1.6. taj je pad brzine vrtnje (za istosmjerni stroj) definiran kao:

$$\Delta n_t = \frac{\Delta M R}{c_e\, c_m}.$$

To se može dalje razviti:

$$\Delta n_t = \frac{\Delta M R}{c_e\, c_m} = \frac{(M_{max} - M_{to})\, R}{c_e\, c_m} = \frac{I_{max}\, R - I_{to}\, R}{c_e} =$$

$$= \frac{U - E_M - U + E_{to}}{c_e} = - n_M + n_{to} = n_{to} - n_M.$$

Pri tome je M_{max} najveći moment motora, I_{max} najveća struja istosmjernog motora, koji se pojavljuju u toku pulzacije, E_M i E_{to} inducirani su naponi u statičkim stanjima s konstantnim momentom tereta koji odgovara M_{max} i M_{to}, a n_M i n_{to} brzine su vrtnje u statičkim stanjima s takvim momentima. Za asinhroni motor može se Δn_t izraziti kao:

$$\Delta n_t = n_s (1 - s_{to}) - n_s (1 - s_{max}) = n_s (s_{max} - s_{to}),$$

gdje su s_{to} i s_{max} klizanja koja (statički) odgovaraju prosječnom momentu M_{to} i maksimalnom momentu M_{max} pulzacije. Označimo li:

$$\Delta s_t = s_{max} - s_{to}, \tag{26}$$

za Δn_t se dobiva:

$$\Delta n_t = \Delta s_t \, n_s. \tag{27}$$

Uz pomoć izraza (27) moguće je relaciju (5.1—67) za brzinu vrtnje preurediti na relaciju za klizanje asinhronog motora s pulzirajućim teretom:

$$s = s_{to} + \Delta s_t \, \xi \sin (\varkappa t + \varphi + \varphi'). \tag{28}$$

Moment će motora prema (5.1—81) biti:

$$M_m = M_{to} + \Delta M \frac{1}{b} \sin (\varkappa t + \varphi'). \tag{29}$$

Prema odjeljku 5.1.6. dobivamo za razne veličine iz relacija (28) i (29):

$$\xi = \frac{a}{b} \tag{30}$$

$$a = \sqrt{1 + T_{el}^2 \varkappa^2}, \quad b = \sqrt{\varkappa^2 T_{em}^2 + (1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em})^2} \tag{31.a,b}$$

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} (T_{el} \varkappa), \quad \varphi' = \operatorname{arc\,tg} \left(- \frac{\varkappa T_{em}}{1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em}} \right). \tag{32.a,b}$$

Vremenske konstante T_{em} i T_{el} u jednadžbama (31.a,b) i (32.a,b) računaju se za asinhroni motor iz relacije (19), odnosno (20). Tako je problematika pulzirajućeg pogona asinhronim motorom potpuno svedena na poznatu sliku pulzirajućeg pogona istosmjernim nezavisno uzbuđenim motorima prikazanim u odjeljku 5.1.6. Očito je da vrijede svi izvodi, analize i zaključci iz tog odjeljka koji se odnose na ponašanje brzine vrtnje i momenta motora, pa ih nećemo ponavljati.

Radi potpunosti obradimo još pitanje dimenzioniranja zamašnjaka. Ako želimo da stupanj nejednolikosti δ_n iz relacije (5.1—76) ne premaši neku određenu vrijednost, iz njega ćemo u transformiranom obliku:

$$\delta_n = \frac{2 \xi \Delta s_t}{1 - s_{to}} \tag{33}$$

izračunati potrebnu vrijednost faktora prigušenja ξ i pomoću njega minimalno potrebni ukupni zamašni moment inercije pogona:

$$J = \frac{P}{\omega_s^2 s_n (1 - s_n)} \left[\frac{T_{el}}{(1 + \varkappa^2 T_{el}^2)} + \sqrt{\frac{T_{el}^2}{(1 + \varkappa^2 T_{el}^2)^2} + \frac{1}{\xi^2 \varkappa^2} - \frac{1}{\varkappa^2 (1 + T_{el}^2 \varkappa^2)}} \right], \tag{34}$$

pri čemu je ω_s sinhrona kutna brzina vrtnje asinhronog motora, a s_n nazivno klizanje.

Konačno, kad je $T_{em} \gg T_{el}$, tako da se T_{el} može zanemariti, pojednostavnjuju se jednadžbe za ponašanje brzine vrtnje i momenta motora. Prema izrazima (5.1—88) i (5.1—91) dobiva se:

$$s = s_{to} + \Delta s_t \, \xi' \sin (\varkappa t + \varphi') \tag{35}$$

$$M_m = M_{to} + \Delta M \, \xi' \sin (\varkappa t + \varphi'), \tag{36}$$

pri čemu je:

$$\xi' = \frac{1}{b'} = \frac{1}{\sqrt{1 + \varkappa^2 T_{em}^2}} \tag{37}$$

$$\varphi' = \operatorname{arc\,tg} (- \varkappa T_{em}). \tag{38}$$

Tad će za izračunavanje minimalno potrebnog momenta inercije pogona vrijediti:

$$J = \frac{P}{\omega_s^2 s_n (1 - s_n)} \sqrt{\frac{1 - \xi'^2}{\xi'^2 \varkappa^2}} = \frac{P}{\omega_s s_n (1 - s_n)} \sqrt{\frac{b'^2 - 1}{\varkappa^2}}. \tag{39}$$

Još je bitno istaknuti da je pri ograničenju pulzacija brzine vrtnje račun prema relaciji (39) dovoljno točan. No kad je riječ o ograničenjima pulzacije momenta motora, taj izraz daje nepoželjno visok iznos potrebnog momenta inercije, pa se isplati računati na osnovi točnije relacije prema (5.1—94):

$$J = \frac{P}{\omega_s^2 s_n (1 - s_n)} \cdot \frac{1}{1 + T_{el}^2 \varkappa^2} \left(T_{el} + \sqrt{\frac{b^2 (1 + T_{el}^2 \varkappa^2) - 1}{\varkappa^2}} \right). \tag{40}$$

5.2.5. Dinamička stanja teških elektromotornih pogona s asinhronim motorima

Trajanje nekoga dinamičkog stanja proporcionalno je ukupnim zamašnim masama elektromotornog pogona prema poznatom odnosu (3.1—3) iz poglavlja o osnovama dinamike:

$$t = \frac{mD^2}{4} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{M_u} = \frac{mD^2}{4} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{M_m - M_t}. \tag{41}$$

Iz istog poglavlja poznat je i stavak (3.4—6.b), prema kojemu možemo pisati:

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2}{4} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{M_m}{M_m - M_t} (\omega_s - \omega)\, d\omega, \qquad (42)$$

tj. energetski gubici u bakru rotora također su proporcionalni ukupnoj zamašnoj masi elektromotornog pogona. Postoji, međutim, načelna razlika u ocjeni valjanosti spomenutih dviju relacija pri općem dinamičkom stanju elektromotornog pogona. Relacija (41) u biti je nešto preuređeni Newtonov zakon, pa vrijedi općenito dakle i za opće dinamičko stanje, dakako uz pretpostavku da je $M_m - M_t \neq \neq 0$, tj. da nije riječ o stacionarnom stanju. Relacija (42) izvedena je iz zakona o raspodjeli snage u zračnom rasporu asinhronog motora pri simetričnim strujama, dakle za statičko stanje, i zbog toga vrijedi samo onda kad u dinamičkom stanju nema razlika između statičkog i dinamičkog momenta motora. To znači da vrijedi samo kad je mehanička tromost znatno veća od električke. U obratnom slučaju, kad je brzina promjena mehaničkih i električkih veličina istog reda veličine, nastat će općenito znatna odstupanja između stvarnih gubitaka energije u dinamičkim stanjima prema onima koje bismo dobili računom prema izrazu (42). Razlog je tome ne samo činjenica da dinamički moment znatno odstupa od statičkoga (vidi sl. 2) već i to što ga formiraju struje koje u dinamičkim stanjima vrlo »burno«, gotovo slobodno »pulziraju«, stvarajući drukčije gubitke od simetričnih struja koje su pretpostavka za statičko stanje. Već je uvodno u ovom poglavlju rečeno da je matematička analiza dinamičkih stanja povezana s nepremostivim teškoćama, pa tako i analiza struja i momenata. Međutim, numerička analiza konkretnih slučajeva izvedena pomoću elektroničkih računala pokazuje određene tendencije. Na primjer, za potpuni zalet motora, bez tereta ($M_t = 0$) i s vlastitom zamašnom masom, dobiveni su u raznim slučajevima razni rezultati koji pokazuju da su energetski gubici u bakru rotora 30—60% veći od stvarne kinetičke energije, što znači 30—60% veći od računice prema relaciji (42). Za protustrujno kočenje dobivaju se obratne tendencije tj. gubici su manji od poništene kinetičke energije i energije iz mreže itd. Međutim, sve numeričke analize provedene na osnovi pristupa prikazanoga u uvodnom razmatranju ovog poglavlja imaju istu tendenciju, tj. uz dovoljno veliku dodatnu zamašnu masu rezultat točnije kompjutorske analize poklapa se s onim dobivenim iz relacije (42). To znači da se za elektromotorne pogone kojima je moment inercije radnog mehanizma velik u usporedbi s onim u motora, mogu dobiti točne vrijednosti gubitaka u bakru rotora računajući sa statičkim momentom motora, tj. prema izrazu (42). No za taj velik omjer zamašnih masa radnog mehanizma prema zamašnim masama motora prikladna je definicija teških elektromotornih pogona.

Uzevši općenito, zamašna masa motora iste snage, vrste i brzine vrtnje sličnog je iznosa i kod raznih proizvođača. Zamašne mase radnog mehanizma mogu biti od slučaja do slučaja vrlo različite. Obično ih uspoređujemo sa zamašnom masom motora, pa ima elektromotornih pogona gdje zamašna masa radnog mehanizma iznosi svega 10%, ali i onih gdje je 100 puta veća od zamašne mase motora. Jednom se, dakle, ukupna zamašna masa sastoji praktički samo od zamašne mase motora, a ima pogona u kojih zamašna masa motora gotovo iščezava s obzirom na zamašnu masu radnog mehanizma. Može se, dakle, kod dva elektromotorna pogona s jednakim motorima dogoditi da im se ukupne zamašne mase odnose kao

I : 100, pa će se taj omjer približno pojaviti i kod trajanja njihovih dinamičkih stanja, u izrazu (41), i kod količine gubitaka u rotorskome strujnom krugu, prema relaciji (42). Sigurno je da će se uz golemu masu pojaviti i znatna zagrijanja namota motora u dinamičkim stanjima. To ima značenja posebno za elektromotorne pogone većih snaga, sa zamašnom masom radnog mehanizma mnogostruko većom od one u motora. Brzo se dođe do situacije kad svega jedan zalet na sat »potroši« cijelu sposobnost toplinskog opterećenja motora. U takvim elektromotornim pogonima i stacionarni je režim dinamički problem jer ga valja zaletom dovesti u stacionarno stanje. Tako se došlo do tehničkog pojma »teškoga« elektromotornog pogona. Taj pojam nije standardiziran ni normiran, ali se pod njim razumijeva pogon veće snage kod kojega su zamašne mase radnog mehanizma više od 10—20 puta veće od zamašnih masa samog motora. Takav teški elektromotorni pogon može se pokretati istosmjernim nezavisno uzbuđenim ili kolutnim asinhronim motorom uz pomoć dodatnih otpornika, i to s približno nominalnim momentom (sl. 4.2—3.a), pri čemu se veći dio topline razvije u otpornicima izvan stroja, a u samom stroju samo gubici reda veličine nazivnih. Ali to zahtijeva velike i skupe pokretačke otpornike (za velike struje s mnogo kontakata), a često i izvjesnu automatiku za programiranje prespajanja s kontakta na kontakt. Pokretanje je usporeno. Sam je motor skuplji od kaveznoga, posebno istosmjerni, osjetljiviji je i na kvarove u eksploataciji, a sam elektromotorni pogon u cjelini je znatno kompliciraniji, i ima mnogo više osjetljivih mjesta gdje može nastati kvar. Budući da ima mnogo teških elektromotornih pogona koji rade u teškim uvjetima okoline, uz trešnje, prašinu itd. (pogoni drobilica, rotirajućih peći, pogoni mlinova čekićara, teških ventilatora, ekshaustora, pumpi itd.) i da je često važna pogonska sigurnost i jednostavnost posluživanja (ponekad daljinski), grubi kavezni motor, najjeftiniji i najneosjetljiviji, s najmanje potencijalnih izvora kvara, bio bi idealno rješenje da nema problema zagrijavanja u pokretanju, jer se kod njega sva energija koja se izgubi za vrijeme zaleta u rotorskom krugu pretvori u toplinu u samom rotoru. Zbog toga se za takve elektromotorne pogone nastoji pažljivim izborom odrediti kavezni motor koji može izdržati predviđena termička naprezanja. Takvim pogonima zapravo se već, kod gradnje motora posebno analizira termička situacija. Budući da zalet takvoga elektromotornog pogona traje (red veličine) 15—100 s, mora se u principu predvidjeti da se svi gubici zbog zaleta akumuliraju u namotima, tj. da se za vrijeme zaleta namot ne dospije ohladiti. To, dakako, vrijedi za gubitke i u statoru i u rotoru. Gubici rotora u zaletu su prema (3.4—6.a):

$$A_{\mathrm{Cu}\,2} = \frac{mD^2\, n_s^2}{365} \int_{s_n}^{1} \frac{M_m}{M_m - M_t}\, s\, \mathrm{d}s. \tag{43}$$

Za račun gubitaka u statoru za vrijeme zaleta može se krenuti od izraza za trenutne gubitke snage:

$$P_{\mathrm{Cu}\,1}\, \mathrm{d}t = 3\, I_1^2\,(t)\, R_1\, \mathrm{d}t. \tag{44}$$

Iz jednadžbe (3.1—2) dade se $\mathrm{d}t$ izraziti:

$$\mathrm{d}t = \frac{mD^2}{4}\, \frac{\mathrm{d}\omega}{M_u} = \frac{mD^2}{38{,}2}\, \frac{\mathrm{d}n}{M_u} = -\frac{mD^2\, n_s}{38{,}2}\, \frac{\mathrm{d}s}{M_m - M_t}. \tag{45}$$

Uvrsti li se taj rezultat u izraz (44), dobivamo:

$$P_{\mathrm{Cu}\,1}\,\mathrm{d}t = -\,3\,I_1^2(s)\,R_1\,\frac{mD^2\,n_\mathrm{s}\,\mathrm{d}s}{38{,}2\,(M_\mathrm{m}-M_\mathrm{t})}. \tag{46}$$

Integracijom lijeve strane ($P_{\mathrm{Cu}\,1}\,\mathrm{d}t$) od početka do kraja prijelazne pojave sumiraju se gubici snage, tj. dobiju se ukupni gubici energije u bakru statora za vrijeme prijelazne pojave:

$$A_{\mathrm{Cu}\,1} = 3\,R_1\,\frac{mD^2\,n_\mathrm{s}}{38{,}2}\int_{s_2}^{s_1}\frac{I_1^2\,(s)}{M_\mathrm{m}-M_\mathrm{t}}\,\mathrm{d}s. \tag{47}$$

Pod pretpostavkom da se zbog relativno kratkog trajanja prijelazne pojave namoti ne dospiju hladiti i da se praktički svi gubici pretvore u toplinu, iz izraza gubitaka u zaletu, dobit će se zagrijanje za rotor prema relaciji (43):

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{mD^2\,n_\mathrm{s}^2}{365\,c_2\,m_2}\int_{s_\mathrm{n}}^{1}\frac{M_\mathrm{m}}{M_\mathrm{m}-M_\mathrm{t}}\,s\,\mathrm{d}s\;[^\circ\mathrm{C}], \tag{48}$$

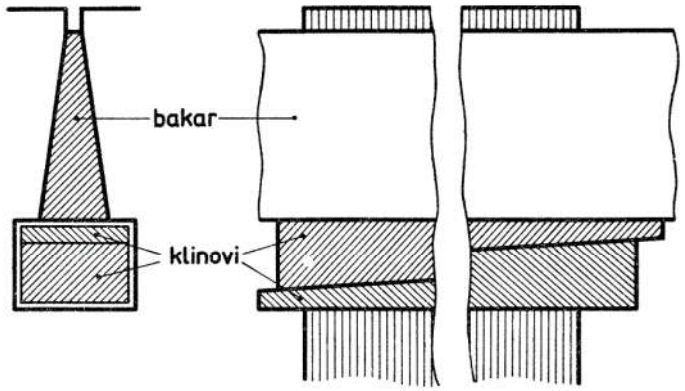
a slično i za stator prema izrazu (47):

$$\Delta\vartheta_1 = 3\,R_1\,\frac{mD^2\,n_\mathrm{s}}{38{,}2\,c_1\,m_1}\int_{s_\mathrm{n}}^{1}\frac{I_1^2\,(s)}{M_\mathrm{m}-M_\mathrm{t}}\,\mathrm{d}s\;[^\circ\mathrm{C}]. \tag{49}$$

Tu su $\Delta\vartheta_1$ i $\Delta\vartheta_2$ zagrijanja zbog zaleta za stator (indeks 1) i rotor (indeks 2), c_1, c_2 $\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{kg}\,^\circ\mathrm{C}}\right]$ specifične su topline namota, m_1 i m_2 mase vodiča, R_1 i I_1 otpor su i struja faze statorskog namota. Vrijednost integrala mora se, dakako, izračunati grafički. Smanjenje (iz izraza za $\Delta\vartheta_1$) zagrijanja statora može se postići povećavajući masu namota m_1, čime ujedno pada i vrijednost otpora R_1, što je uobičajeni konstrukcijski zahvat u takvom slučaju. Dalje, treba birati motor koji uz što veći moment M_m ima što manju struju u zaletu I_1 da vrijednost integrala bude što manja. Sl. 2.6—4. prikazuje prirodne karakteristike $M_\mathrm{m}(n)$ i $I_1(n)$ za velike asinhrone motore. Iz nje se vidi da bi tom uvjetu samo s gledišta gubitaka najbolje odgovarao dvokavezni motor jer ima najveće momente uz pretpostavljene jednake struje.

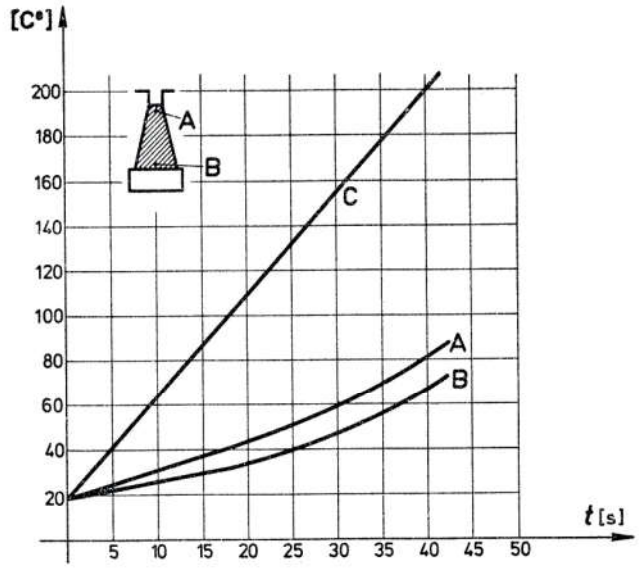
Povećanje momenta motora eventualnim konstrukcijskim zahvatom (povećanjem otpora rotora) u jednokaveznom motoru nije prihvatljivo jer se smanjuje masa namota rotora, pa je taj utjecaj veći od utjecaja povećanja momenta motora, tj. povećava se zagrijanje rotora. Za rotor je ipak kriterij minimalnog termičkog opterećenja više vezan za toplinske odnose jer su mu gubici stvoreni za vrijeme zaleta proporcionalni kinetičkoj energiji (uz $M_\mathrm{t} = 0$), bez obzira na konstrukciju, a moment tereta M_t unosi relativno male promjene. Termički je najpovoljniji rotor s trapeznim štapovima (utorima), zbog velikog odvoda topline jer je bakar klinovima

u utoru (ispod bakra — sl. 11. i 2.6—4) natisnut na željezo, pa se prijelaz topline mnogo brže odvija nego kod dvokaveznog motora, koji iz tehnoloških razloga nužno ima minimalnu zračnost između namota rotora i željeza (svega 1—2 desetinke milimetra), što ipak znatno sprečava prijelaz topline. Konkretni prijelaz topline mijenja se od slučaja do slučaja, ali, kako pokusi pokazuju, pri pokretanju od oko 1 min, dvokavezni namot uspije predati okolini svega do 15%, a trapezni



Sl. 11. Uz objašnjenje o dobrom prijelazu topline s bakra rotora na željezo kod trapeznih utora

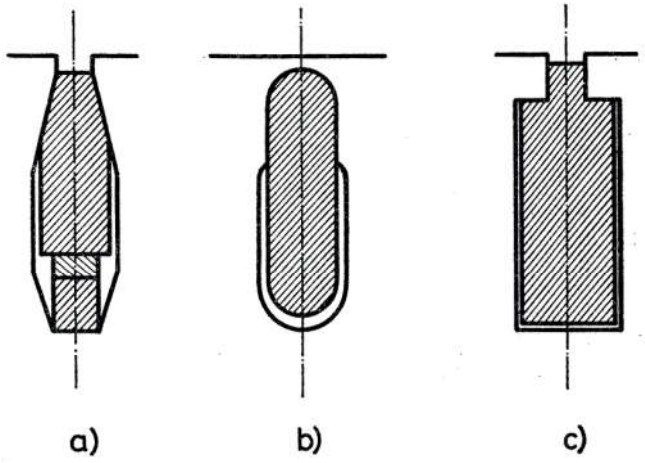
čak i više od 60% stvorene topline. Mogućnosti odvoda topline prikazuje zorno i sl. 12. za jedno od rješenja provedenih u praksi. Tako je jednokavezni rotor s trapeznim štapovima termički neusporedivo najpovoljnija izvedba za teške elek-



Sl. 12. Zagrijavanje jednoga trapeznog štapa u kratkom spoju: A i B — mjerena, C — računska vrijednost bez odavanja topline

tromotorne pogone. To odlučuje i u ukupnom izboru jer je rotor, zbog znatno manje mase bakra namota, kritičniji od statora. Za teške je elektromotorne pogone jednokavezni motor s trapeznim štapovima povoljniji od dvokaveznoga, usprkos nepovoljnijem odnosu između razvijenog momenta i statorske struje. S vremenom razvilo se više konstrukcija kaveznog namota koje imaju sličan princip, tj. poboljšani odvod topline. Na sl. 13. nekoliko je varijanti. Sl. 13.a prikazuje prijelaz od trapeznoga na ravni štap (bakar), ali s osiguranim poboljšanim prijelazom topline na gornjem dijelu štapa, gdje se i očekuje viša temperatura (vidi sl. 12).

Na sl. 13.b izvedba je klasičnoga zaobljenog štapa (bakar), ali u utoru koji nema zračnosti na gornjem dijelu i zahtijeva nasilno ulaganje (utiskivanje) štapa, upravo radi poboljšanog odvoda topline na gornjem dijelu štapa. Na sl. 13.c izvedba je klasičnoga ravnog štapa s »nosićem« (bakar, a kod najvećih motora bronca). Najveć) se gubici zbog potiskivanja stvaraju u »nosiću«, pa je on stiješnjen utorom i zato ji potrebno prisilno ulaganje. Uslijed centrifugalne sile i gornji dio štapa (»ramena«e



Sl. 13. Nekoliko primjera izvedbe štapova kaveza s poboljšanim odvodom topline

naliježe na željezo, što sve vodi poboljšanom odvodu topline na vrhu štapa. I različita druga rješenja s istim ciljem mogu se vidjeti u novijim izvedbama kaveza. Između ostaloga, pojavljuju se već i kod velikih motora izvedbe s kavezom od lijevanog aluminija. Iako takav kavez ima lošija mehanička svojstva, a i granica zagrijavanja mu je znatno niža nego bakru, ipak se sve više pojavljuje u takvim izvedbama zbog osiguranoga odličnog prijelaza topline s namota na željezo paketa.

U teškim pogonima velika je razlika pokreću li se oni iz hladnog ili toplog (pogonskog) stanja elektromotora. Iz hladnog se stanja temperatura njegovih namota tek kreće prema dopuštenoj vrijednosti. Iz toplog se stanja kreće od dopuštene vrijednosti, ili nešto ispod nje ako motor ima izvjesne rezerve u normalnom radu. To znači da pri pokretanju teškoga elektromotornog pogona kaveznim motorom iz toplog stanja, općenito nastupaju termička preopterećenja, posebno kod vrlo teških elektromotornih pogona. Da se izbjegne utjecaj takvih preopterećenja na životni vijek stroja u teškim elektromotornim pogonima s nešto češćim pokretanjem (jednom dnevno ili češće), nužno je odabrati snagu elektromotora 15—30% veću od one koju zahtijeva radni mehanizam, kako bi se period povećanog trošenja životne dobi zbog dinamičkih stanja kompenzirao periodom smanjenog trošenja životne dobi u trajnom radu.

5.3. DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA SA SINHRONIM MOTORIMA

Sinhroni je motor, po svojoj prirodi, najneprikladniji od svih motora za elektromotorne pogone s mehaničkim dinamičkim stanjima. Zato se obično i ne upotrebljava u pogonima koji mijenjaju brzinu vrtnje u toku rada. U klasičnom pogonu poznata su samo četiri markantna slučaja kad je sinhroni motor u (općem) dinamičkom stanju:

1. prijelazne pojave u kojima radi kao asinhroni motor;
2. elektrodinamičko kočenje;
3. proces sinhronizacije motora;
4. prijelazne pojave u pogonima s promjenljivim opterećenjem.

Prijelazne pojave elektromotornog pogona u kojima sinhroni motor radi kao asinhroni svode se na poznate slike dinamičkih stanja asinhronog motora. Elektrodinamičko kočenje dovoljno je obrađeno i prije, u odjeljcima 2.6, 2.7. i 2.10, te u zadatku 2.10—15. Proces sinhronizacije sinhronog motora nije zanimljiv s gledišta ponašanja elektromotornog pogona, tako da za stvarno razmatranje ostaju samo prijelazne pojave elektromotornog pogona sa sinhronim motorom prilikom promjene opterećenja. S pogonske točke gledišta zanimljivi su primjeri nagle promjene opterećenja (udarci tereta, rasterećenja) i slučajevi pulzirajućeg opterećenja, što će upravo biti predmet razmatranja u iduća dva odjeljka.

5.3.1. Promjena opterećenja (nagla) u elektromotornim pogonima sa sinhronim motorom

U dinamičkim stanjima uzrokovanima naglim promjenama momenta tereta (vidi npr. $M_t = f(t)$ na sl. 5.1—11, 5.1—15. i 5.1—18) razvija sinhroni motor općenito tri zakretna momenta: sinhroni, asinhroni i reaktivni. Posljednji od njih praktički iščezava kad je motor s neizraženim polovima. Asinhroni moment pojavljuje se zbog toga što tokom pojave rotorska brzina vrtnje relativno »klizi« prema sinhronoj. Sinhroni moment (vidi sl. 2.7—3. i 2.7—5) izražava se, prema relaciji (2.7—6), kao:

$$M_s = M_{sm} \sin \Theta, \tag{1}$$

pri čemu je Θ električki kut između statora i rotora, a M_{sm} maksimalna vrijednost sinhronog momenta, koja se, prema izvodu relacije (2.7—5), može pisati:

$$M_{sm} = \frac{m U E}{\omega_s X_d}. \tag{2}$$

m — broj faza statora
U — napon faze statora
E — inducirani napon faze statora
ω_s — sinhrona kutna brzina vrtnje
X_d — sinhrona (uzdužna) reaktancija

Reaktivni se moment sinhronom stroju, prema (2.7—9.a), izražava kao:

$$M_r = M_{rm} \sin 2\Theta, \tag{3}$$

pri čemu je s M_{rm} označena maksimalna vrijednost reaktivnog momenta, a može se računati kao:

$$M_{rm} = \frac{m U^2 (X_d - X_q)}{2 X_d X_q \omega_s}. \tag{4}$$

U izrazu je X_q (sinhrona) poprečna reaktancija. Za sinhroni motor s izraženim polovima X_d i X_q znatno se razlikuju po iznosu, tako da je reaktivni moment M_r

važan za cjelokupno razmatranje. Ako je motor s neizraženim polovima, bit će $X_d \approx X_q$, pa reaktivni moment M_r iščezava u ukupnoj bilanci momenata, tj.:

$$M_{rm} \cong 0, \quad M_r = 0. \tag{5}$$

Asinhroni moment može se dovoljno dobro definirati pravcem kroz točku $M_{as} = 0$, $s = 0$, pa je:

$$M_{as} = cs. \tag{6}$$

Sa s označeno je klizanje, a s c nagib pravca, tj.:

$$c = \frac{M_n}{s_n} = \frac{M_{usk}}{0{,}05}. \tag{6.a}$$

Pri tome su M_n i s_n nazivni moment i klizanje, a M_{usk} je nazivni uskočni moment stroja, kako je objašnjeno u odjeljku 4.4. Trenutne vrijednosti kutne brzine rotora ω i kutne brzine okretnoga magnetskog polja statora ω_s nisu u toku dinamičkog stanja jednake jer rotor kliže prema statoru, zbog čega vrijedi poznati odnos $\omega = \omega_s(1 - s)$. Klizanje s daje relativnu brzinu:

$$s = \frac{\omega_s - \omega}{\omega_s} = \frac{\Delta\omega}{\omega_s} = \frac{1}{\omega_s}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\omega_s p}\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}t}. \tag{7}$$

Tu je s α označen mehanički kut između osi statorskoga okretnog polja i položaja rotora. Za odnos mehaničkog i električkog kuta poznato je (p = broj pari polova):

$$\Theta = p\alpha. \tag{8}$$

Uvrsti li se klizanje iz relacije (7) u (6), bit će:

$$M_{as} = \frac{c}{\omega_s}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \frac{c}{p\,\omega_s}\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}t}. \tag{9}$$

Ako za konstantne omjere uvedemo oznake:

$$\frac{c}{\omega_s} = G, \quad \frac{c}{p\,\omega_s} = G', \tag{10}$$

asinhroni je moment:

$$M_{as} = G\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = G'\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}t}. \tag{9.a}$$

Iz svega izlazi da se za ukupni moment sinhronog motora s izraženim polovima pri promjeni opterećenja može pisati:

$$M_m = M_{sm}\sin\Theta + M_{rm}\sin 2\Theta + G'\frac{\mathrm{d}\Theta}{\mathrm{d}t}. \tag{11}$$

Za motor s neizraženim polovima zbog izraza (5) vrijedi:

$$M_m = M_{sm} \sin \Theta + G' \frac{d\Theta}{dt}. \tag{11.a}$$

Očito je da će relacija (11.a) biti samo posebni (jednostavniji) slučaj izraza (11).

Ravnoteža na osovini motora elektromotornog pogona, uz neki moment tereta M_t i ukupni moment inercije pogona J, glasi:

$$M_{sm} \sin \Theta + M_{rm} \sin 2\Theta + G' \frac{d\Theta}{dt} = M_t + J \frac{d\omega}{dt}. \tag{12}$$

Želimo li posljednji član relacije (12) izraziti kutom umjesto kutnom brzinom vrtnje, pisat ćemo:

$$\frac{d\omega}{dt} = \omega_s \frac{d(1-s)}{dt} = -\omega_s \frac{ds}{dt},$$

što uz derivaciju izraza (7) daje:

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{d^2\alpha}{dt^2}. \tag{13}$$

Uvrstivši supstitucije iz jednadžbi (8), (10) i (13) u relaciju (12), dobiva se:

$$M_{sm} \sin p\alpha + M_{rm} \sin 2p\alpha + G \frac{d\alpha}{dt} = M_t - J \frac{d^2\alpha}{dt^2}. \tag{12.a}$$

Moment tereta ovisi, dakako, o radnom mehanizmu. Razmotrimo kad je on još toliko složen da matematički oblik ravnoteže na osovini (12.a) ne postane bitno složenijim, tj.:

$$M_t = M_{to} + k\omega = M_{to} + k\omega_s (1 - s). \tag{14}$$

To je o kutnoj brzini vrtnje linearno ovisan moment tereta koji u sebi sadrži i slučaj (uz $k = 0$) konstantnog momenta tereta. Njegov je konstantni član M_{to} (u točki $\omega = 0$), a kutnoj je brzini vrtnje proporcionalan drugi član, $k\omega$. Možemo ga i drukčije napisati:

$$M_t = M_{to} + k\omega_s - k\omega_s s = M_{ts} - k\omega_s s, \tag{14.a}$$

tj. isti smo moment tereta napisali u pomaknutome koordinatnom sustavu. Tad je M_{ts} konstantni član koji se pojavljuje pri sinhronoj brzini vrtnje, a $-k\omega_s s$ je promjenljivi član proporcionalan klizanju. Nakon supstitucije izraza (7) pišemo:

$$M_t = M_{ts} - k \frac{d\alpha}{dt}. \tag{15}$$

Vrijednost nagiba karakteristike k najlakše se izračunava tako da se u točki sinhrone brzine vrtnje ($s = 0$) napiše izraz (14): $M_t = M_{ts} = M_{to} + k\omega_s$, odakle se dobiva:

$$k = \frac{M_{ts} - M_{to}}{\omega_s}. \tag{15.a}$$

Primijenimo li izraz (15), jednadžba stanja (12.a) nakon sređenja prelazi u:

$$M_{sm} \sin p\alpha + M_{rm} \sin 2p\alpha + (G + k)\frac{d\alpha}{dt} + J\frac{d^2\alpha}{dt^2} = M_{ts}. \tag{16}$$

Kad se pogon ostvaruje motorom s neizraženim polovima, otpada reaktivni moment i jednadžba stanja glasi:

$$M_{sm} \sin p\alpha + (G + k)\frac{d\alpha}{dt} + J\frac{d^2\alpha}{dt^2} = M_{ts}. \tag{17}$$

Tako smo došli do općih izraza (16) i (17) koji vrijede za naglu promjenu tereta. Na žalost, te jednadžbe su nelinearne i ne mogu se analitički točno riješiti. Konkretni primjeri dadu se numerički rješavati npr. uz pomoć elektroničkog računala. Međutim, mogu se radi približne analize, linearizirati jednadžbe (16) i (17), pa se uz određene uvjete dobiva približno ponašanje elektromotornog pogona. U tu svrhu prikažimo mehanički kut α kao:

$$\alpha = \alpha_t + \Delta\alpha, \tag{18}$$

pri čemu je α_t kut koji odgovara momentu motora u statičkom stanju $M_m = M_{ts}$ nakon prijelazne pojave, a $\Delta\alpha$ trenutna je vrijednost razlike između stvarnog (dinamičkog) i statičkog kuta. Uz pomoć izraza (18) se mogu sinusi električkih kutova pisati:

$$\sin p\alpha = \sin(p\alpha_t)\cos(p\Delta\alpha) + \cos(p\alpha_t)\sin(p\Delta\alpha)$$

$$\sin 2p\alpha = \sin(2p\alpha_t)\cos(2p\Delta\alpha) + \cos(2p\alpha_t)\sin(2p\Delta\alpha).$$

Kad je $\Delta\alpha$ toliko malen kut da su $p\Delta\alpha$ i $2p\Delta\alpha$ dovoljno mali kutovi (dakle za ne prevelike promjene opterećenja), vrijedi:

$$\left.\begin{aligned} \cos p\Delta\alpha &\doteq 1, & \sin p\Delta\alpha &\doteq p\Delta\alpha \\ \cos 2p\Delta\alpha &\doteq 1, & \sin 2p\Delta\alpha &\doteq 2p\Delta\alpha \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Na osnovi toga izrazi za sinuse električkih kutova prelaze u:

$$\left.\begin{aligned} \sin p\alpha &\doteq \sin(p\alpha_t) + p\Delta\alpha\cos(p\alpha_t) \\ \sin 2p\alpha &\doteq \sin(2p\alpha_t) + 2p\Delta\alpha\cos(2p\alpha_t) \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Uvrstivši relacije (18) i (20) u jednadžbu stanja (16), dobivamo:

$$M_{sm} \sin(p\alpha_t) + M_{sm}\, p\Delta\alpha \cos(p\alpha_t) + M_{rm} \sin(2p\alpha_t) +$$

$$+ 2M_{rm}\, p\Delta\alpha \cos(2p\alpha_t) + (G + k)\frac{d\Delta\alpha}{dt} + J\frac{d^2\Delta\alpha}{dt^2} = M_{ts}. \tag{16.a}$$

U statičkom stanju nakon prijelazne pojave vrijedi:

$$\alpha = \alpha_t \rightarrow \frac{d\alpha}{dt} = 0 \rightarrow \frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$$

$$\Delta\alpha = 0 \qquad \frac{d\Delta\alpha}{dt} = 0 \qquad \frac{d^2\Delta\alpha}{dt^2} = 0.$$

Ako to uvrstimo bilo u izraz (16), bilo u (16.a), nastaje:

$$M_{sm} \sin p\alpha_t + M_{rm} \sin 2p\alpha_t = M_{ts}, \tag{21}$$

dakle stvarna jednadžba statičkog stanja, što se moglo i očekivati. Odbijemo li tu statičku jednadžbu od jednadžbe stanja (16.a) i uredimo, za motor s izraženim polovima dobiva se:

$$J\frac{d^2 \Delta\alpha}{dt^2} + (G + k)\frac{d\Delta\alpha}{dt} + p\,\Delta\alpha\,(M_{sm} \cos p\alpha_t + 2M_{rm} \cos 2p\alpha_t) = 0, \tag{22}$$

a za motor s neizraženim polovima:

$$J\frac{d^2 \Delta\alpha}{dt^2} + (G + k)\frac{d\Delta\alpha}{dt} + p\,\Delta\alpha\,(M_{sm} \cos p\alpha_t) = 0. \tag{23}$$

Izraz u zagradama u posljednjem pribrojniku relacija (22) i (23) je konstanta; označimo je s Q:

izraženi polovi: $$Q = M_{sm} \cos p\alpha_t + 2M_{rm} \cos 2p\alpha_t \tag{24}$$

neizraženi polovi: $$Q = M_{sm} \cos p\alpha_t \tag{24.a}$$

i kad to uvrstimo, jednadžbe (22) i (23) prelaze u:

$$J\frac{d^2 \Delta\alpha}{dt^2} + (G + k)\frac{d\Delta\alpha}{dt} + p\,Q\,\Delta\alpha = 0. \tag{25}$$

To je traženi izraz za ponašanje kuta rotora (razlike između dinamičkog i statičkog kuta) sinhronog motora prilikom promjene opterećenja elektromotornog pogona. On prikazuje zapravo zbroj triju momenata koji djeluju na elektromotorni pogon u dinamičkom stanju. Pribrojnik $J\frac{d^2 \Delta\alpha}{dt^2}$ očito je moment ubrzanja kojim moment inercije djeluje na pogon. Pribrojnik $(G + k)\frac{d\alpha}{dt}$ prigušni je moment M_{prig}, što možemo zaključiti sjetimo li se da član s prvom derivacijom funkcije u homogenoj linearnoj diferencijalnoj jednadžbi drugog reda predstavlja prigušni element u pojavi, a to je poznato npr. i iz teorije oscilacija. Treći pribrojnik svakako je moment koji uzrokuje oscilacije, dakle (statički gledano) razliku razvijenog momenta motora i momenta tereta $p\Delta\alpha Q = \Delta M_m$. Da riješimo jednadžbu (25) za naglu promjenu tereta, podijelimo je najprije momentom inercije J:

$$\frac{d^2 \Delta\alpha}{dt^2} + \frac{G + k}{J} \cdot \frac{d\Delta\alpha}{dt} + \frac{pQ}{J}\Delta\alpha = 0. \tag{25.a}$$

Algebarska jednadžba karakteristična za rješenje (25.a) glasi:

$$\gamma^2 + \frac{G + k}{J}\gamma + \frac{pQ}{J} = 0. \tag{26}$$

Koeficijent uz γ može se prema izrazima (10), (6.a) i (15) pisati i ovako:

$$\frac{G+k}{J} = \frac{\frac{c}{\omega_s} + \frac{M_{ts} - M_{to}}{\omega_s}}{J} = \frac{\frac{M_n}{s_n \omega_s} + \frac{M_{ts} - M_{to}}{\omega_s}}{J}$$

$$\frac{G+k}{J} = \frac{M_n + s_n M_{ts} - s_n M_{to}}{s_n \omega_s J} = \frac{1}{T_s}. \tag{27}$$

Kad bi se, naime, pretpostavilo da je moment tereta konstantan ($k = 0$):

$$\frac{G}{J} = \frac{M_n}{s_n \omega_s J} = \frac{1}{T_{em}}, \tag{28}$$

koeficijent uz γ u izrazu (26) bio bi recipročna vrijednost elektromehaničke vremenske konstante sinhronog stroja u asinhronom pogonu (bez uzbude!). Zato možemo s T_s označiti recipročnu vrijednost $\frac{G+k}{J}$, tj. smatrati $\frac{J}{G+k}$ elektromehaničkom vremenskom konstantom sinhronog stroja u asinhronom pogonu i s momentom tereta, kako je uvodno zadano. S time se karakteristična jednadžba (26) piše kao:

$$\gamma^2 + \frac{1}{T_s}\gamma + \frac{p\,Q}{J} = 0. \tag{29}$$

Njezini su korijeni:

$$\gamma_{1,2} = -\frac{1}{2T_s} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_s^2} - \frac{p\,Q}{J}}. \tag{30.a,b}$$

Teorijski su moguća tri slučaja ponašanja, što ovisi o diskriminanti karakteristične jednadžbe. U praksi je redovno:

$$\frac{p\,Q}{J} > \frac{1}{4T_s^2}, \tag{31}$$

tako da su korijeni karakteristične jednadžbe:

$$\gamma_{1,2} = -\frac{1}{2T_s} \pm j\nu. \tag{32.a,b}$$

Pri tome je ν kružna frekvencija elektromehaničkog sistema:

$$\nu = \sqrt{\frac{p\,Q}{J} - \frac{1}{4T_s^2}}. \tag{33}$$

Dodajmo još da u teorijskom slučaju bez prigušenja — u karakterističnoj jednadžbi (29) mora iščeznuti pribrojnik s vrijednošću funkcije, dakle $\frac{1}{T_s} = 0$

— dobivamo idealnu vlastitu kružnu frekvenciju sistema kao:

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{p\,Q}{J}}. \tag{34}$$

Opće rješenje diferencijalne jednadžbe gibanja (25.a) ima oblik:

$$\Delta\alpha = Ae^{\gamma_1 t} + Be^{\gamma_2 t}. \tag{35}$$

Konstante integracije A i B određuju se iz početnih uvjeta. U trenutku promjene opterećenja, koji označimo s $t = 0$, vrijedi:

$$\alpha = \alpha_{po}, \quad \Delta\alpha_{po} = \alpha_{po} - \alpha_t, \quad \frac{d\Delta\alpha_{po}}{dt} = 0, \tag{36}$$

pa kad to uvrstimo u jednadžbu (35) i njezinu vremensku derivaciju, dobiva se:

$$\alpha_{po} - \alpha_t = A + B$$

$$0 = \gamma_1 A + \gamma_2 B.$$

Rješenje tih dviju jednadžbi daje konstante integracije:

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{\gamma_2(\alpha_{po} - \alpha_t)}{\gamma_2 - \gamma_1} \\ B &= -\frac{\gamma_1(\alpha_{po} - \alpha_t)}{\gamma_2 - \gamma_1} \end{aligned}\right\} \tag{37}$$

S tim konstantama jednadžba će općeg rješenja (35) biti:

$$\Delta\alpha = \frac{\alpha_{po} - \alpha_t}{\gamma_2 - \gamma_1}(\gamma_2 e^{\gamma_1 t} - \gamma_1 e^{\gamma_2 t}), \tag{35.a}$$

što nakon sređenja prelazi u:

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_{po} e^{-\frac{t}{2T_s}}\left(\frac{1}{2\sqrt{T_s \nu}}\sin \nu t + \cos \nu t\right). \tag{38}$$

Tako je konačno određena jednadžba vremenske promjene kuta za pogonski slučaj promjene opterećenja. Pomoću nje dobivamo i momente koji djeluju u prijelaznoj pojavi, a već prije su naznačeni. Prigušni je moment:

$$M_{prig} = (G + k)\frac{d\Delta\alpha}{dt}. \tag{39}$$

Derivaciju razlike kuta odredimo iz jednadžbe (35.a):

$$\frac{d\Delta\alpha}{dt} = \frac{\Delta\alpha_{po}\gamma_1\gamma_2}{\gamma_2 - \gamma_1}(e^{\gamma_1 t} - e^{\gamma_2 t})$$

što, sređeno i uvršteno u izraz (39), daje:

$$M_{prig} = -\frac{p\,Q\,\Delta\alpha_{po}\,(G+k)}{J\,\nu}\,e^{-\frac{t}{2T_s}}\sin \nu t.$$

Primjenimo li relaciju (34), konačno se dobiva:

$$M_{prig} = -\frac{\nu_o^2}{\nu}\Delta\alpha_{po}\,(G+k)\,e^{-\frac{t}{2T_s}}\sin \nu t. \tag{40}$$

Moment koji uzrokuje njihanje, kako je već rečeno, jest razlika (statička) između momenta motora i momenta tereta:

$$\Delta M_m = p\,Q\,\Delta\alpha = p\,Q\,\Delta\alpha_{po}\,e^{-\frac{t}{2T_s}}\left(\frac{1}{2\,T_s\,\nu}\sin \nu t + \cos \nu t\right). \tag{41}$$

Manje su zanimljivi moment ubrzanja i stvarna brzina vrtnje, ali ih odredimo zbog cjelovitosti prikaza. Moment ubrzanja može se izračunati bilo kao umnožak momenta inercije J i druge derivacije razlike kuta (38), bilo izravno iz jednadžbe stanja (25), jer su poznati ostali momenti. Sređeno on iznosi:

$$M_u = \Delta\alpha_{po}\cdot \nu_o^2\,J\,e^{-\frac{t}{2T_s}}\left(\frac{1}{2\,T_s\,\nu}\sin \nu t - \cos \nu t\right) \tag{42}$$

Vremenski tok kutne brzine vrtnje nije toliko bitan jer se brzina vrtnje neznatno mijenja i samo se nešto koleba oko sinhrone brzine vrtnje. Iz jednadžbe (7) izlazi:

$$\omega = \omega_s - \frac{d\alpha}{dt}.$$

Dalje, budući da je $\alpha = \alpha_t + \Delta\alpha$, bit će:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\Delta\alpha}{dt},$$

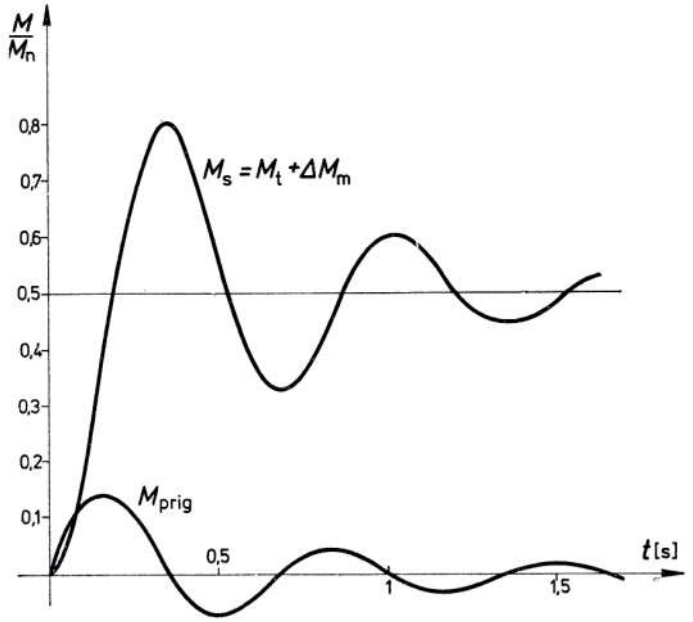
pomoću čega izraz za kutnu brzinu vrtnje prelazi u:

$$\omega = \omega_s - \frac{d\Delta\alpha}{dt}.$$

Uvrsti li se derivacija (35.a) za $\frac{d\Delta\alpha}{dt}$ i sredi, dobiva se konačno:

$$\omega = \omega_s + \frac{\nu_o^2}{\nu}\Delta\alpha_{po}\,e^{-\frac{t}{2T_s}}\sin \nu t. \tag{43}$$

Na sl. 1. prikazan je vremenski tok momenata za jedan stvarni slučaj pri promjeni konstantnog momenta tereta od $M_t = 0$ do $M_t = 0{,}5\,M_n$.



Sl. 1. Vremenski tok momenata za jedan konkretni slučaj udarnog opterećenja sinhronog motora s $M_t = 0{,}5\,M_n$

5.3.2. Elektromotorni pogon sa sinhronim motorom opterećen pulzirajućim teretom

Pretpostavimo elektromotorni pogon ostvaren sinhronim motorom koji tjera radni mehanizam s pulzirajućim momentom tereta. Neka vremensku ovisnost tereta prikazuje sl. 5.1--21, pa je moment tereta izražen relacijom:

$$M_t = M_{to} + \Delta M \sin \varkappa t. \tag{44}$$

Pri tome M_{to} označuje prosječnu vrijednost momenta tereta, ΔM amplitudu pulzacija superponiranih prosječnom teretu, a $\varkappa$ je kružna frekvencija pulzacije. Radi jednostavnosti neka pogonski motor bude s neizraženim polovima. Uvrstimo li vrijednost momenta tereta izraženu jednadžbom (44) u jednadžbu stanja (12.a), izvedenu u prethodnom odjeljku, dobivamo (uz $M_{rm} = 0$):

$$M_{sm} \sin p\alpha + G \frac{d\alpha}{dt} = M_{to} + \Delta M \sin \varkappa t - J \frac{d^2\alpha}{dt^2}. \tag{45}$$

Značenje svih novih veličina u relaciji objašnjeno je u odjeljku 5.3.1. Ta jednadžba, nelinearna u biti i zato neprikladna za analitičko rješavanje, može se linearizirati kako je to prikazano također u prošlom odjeljku. Za dovoljno male kutove α uz pomoć izraza (18), (19) i (20) prelazi relacija (45) nakon sređenja u:

$$J \frac{d^2 \Delta\alpha}{dt^2} + G \frac{d \Delta\alpha}{dt} + p\,Q\,\Delta\alpha = \Delta M \sin \varkappa t. \tag{45.a}$$

U toj jednadžbi Q je određeno izrazom (24.a), a $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_{to}$, pri čemu je α_{to} kut koji statički odgovara prosječnoj vrijednosti momenta tereta M_{to}. Opće je rješenje jednadžbe (45.a):

$$\Delta\alpha = A\,e^{\gamma_1 t} + B\,e^{\gamma_2 t} + C\sin\varkappa t + D\cos\varkappa t. \tag{46}$$

A, B, C i D su konstante integracije, a γ_1 i γ_2 korijeni su, dani relacijom (30.a,b), karakteristične jednadžbe (29). Međutim, nas zanima vladanje pogona u kvazistacionarnom stanju kad su već prošle vremenske prijelazne pojave, tj. kad je već proteklo toliko vremena od uključenja pogona da su aperiodski članovi iščeznuli. Dakle, uz dovoljno veliko t, prelazi jednadžba (46) u oblik koji karakterizira kvazistacionarno stanje:

$$\Delta\alpha = C\sin\varkappa t + D\cos\varkappa t. \tag{47}$$

Ali da odredimo integracione konstante C i D, moramo se ipak poslužiti i općom jednadžbom stanja (46). Uvrstimo li, naime, u nju $\Delta\alpha$, a zatim prvu i drugu derivaciju $\Delta\alpha$ iz relacije (47):

$$\frac{\mathrm{d}\Delta\alpha}{\mathrm{d}t} = \varkappa C\cos\varkappa t - \varkappa D\sin\varkappa t$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\Delta\alpha}{\mathrm{d}t^2} = -\varkappa^2 C\sin\varkappa t - \varkappa^2 D\cos\varkappa t,$$

bit će:

$$-J\varkappa^2 C\sin\varkappa t - J\varkappa^2 D\cos\varkappa t + G\varkappa C\cos\varkappa t - G\varkappa D\sin\varkappa t +$$
$$+ pQC\sin\varkappa t + pQD\cos\varkappa t = \Delta M\sin\varkappa t.$$

Izjednače li se koeficijenti uz iste funkcije na lijevoj i desnoj strani te relacije, nastaju dvije jednadžbe:

$$-J\varkappa^2 C - G\varkappa D + pQC = \Delta M$$
$$-J\varkappa^2 D + G\varkappa C + pQD = 0.$$

Ako ih riješimo, rezultat su konstante integracije:

$$C = \Delta M\frac{pQ - J\varkappa^2}{(J\varkappa^2 - pQ)^2 + (G\varkappa)^2}, \qquad D = -\Delta M\frac{\varkappa G}{(J\varkappa^2 - pQ)^2 + (G\varkappa)^2},$$

koje, uvrštene u izraz (47), daju:

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta M}{(J\varkappa^2 - pQ)^2 + (G\varkappa)^2}\left[(pQ - J\varkappa^2)\sin\varkappa t - G\varkappa\cos\varkappa t\right].$$

Poslužimo li se pravilom o sastavljanju harmoničkih gibanja, konačno se za razliku kutova $\Delta\alpha$ dobiva:

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta M}{\sqrt{(pQ - \varkappa^2 J)^2 + (G\varkappa)^2}}\sin(\varkappa t - \varphi) \tag{48}$$

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\frac{G\varkappa}{pQ - J\varkappa^2}. \tag{48.a}$$

Iz izraza (34) za vlastitu idealnu frekvenciju ν_0 sistema elektromotornog pogona sa sinhronim motorom neposredno izlazi:

$$p\,Q = \nu_0^2 J, \tag{49}$$

pa kad to supstituiramo u jednadžbe (48) i (48.a), nastaje:

$$\Delta a = \frac{\Delta M}{J\sqrt{(\nu_0^2 - \varkappa^2)^2 + \left(\frac{G\varkappa}{J}\right)^2}} \sin(\varkappa t - \varphi) \tag{50}$$

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{G\varkappa}{J(\nu_0^2 - \varkappa^2)}. \tag{50.a}$$

Sad možemo izraziti pulzaciju sinhronog momenta. Očito je da će pulzacije momenta tereta s amplitudom ΔM izazvati pulzacije sinhronog momenta motora iznosa:

$$\Delta M_s = p\,Q\,\Delta a,$$

što uz uvršten izraz (50) za Δa daje:

$$\Delta M_s = \frac{p\,Q\,\Delta M}{J\sqrt{(\nu_0^2 - \varkappa^2)^2 + \left(\frac{G\varkappa}{J}\right)^2}} \sin(\varkappa t - \varphi), \tag{51}$$

pri čemu je pomak φ određen relacijom (50.a).

Podijelimo li brojnike i nazivnike jednadžbi (51) i (50.a) s ν_0^2, uz primjenu izraza (49) i nakon uređenja, dobit ćemo:

$$\Delta M_s = \frac{\Delta M}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2\right]^2 + \left(\frac{G\varkappa}{pQ}\right)^2}} \sin(\varkappa t - \varphi) \tag{52}$$

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{G\varkappa}{pQ\left[1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2\right]}. \tag{52.a}$$

Lakše ćemo analizirati ponašanje sinhronog momenta motora ako razmotrimo izraz $\frac{G\varkappa}{pQ}$, koji se pojavljuje i u amplitudi pulzacije sinhronog momenta i u faznom pomaku. Za pojedine elemente tog izraza možemo utvrditi:

$G = \frac{M_n}{s_n \omega_s}$, što izlazi iz jednadžbi (10) i (6.a);

$\varkappa = \eta\omega_s$, gdje je η omjer kružne frekvencije pulzacije momenta tereta i sinhrone kutne brzine vrtnje motora, tj. broj pulzacija tereta u jednom okretaju motora;

$Q = \varepsilon M_n$, gdje je ε koeficijent opterećenja motora karakterističan za statički (prosječni) teret motora, prema relaciji (24.a).

Iz toga izlazi:

$$\frac{G\varkappa}{pQ} = \frac{M_n \eta \omega_s}{s_n \omega_s p \varepsilon M_n} = \frac{\eta}{s_n p \varepsilon} = a. \tag{53}$$

Konstantna vrijednost a, koja ovisi i o parametrima motora i o uvjetima tereta, očito je da ima važan utjecaj na ponašanje motora (sinhroni moment). S njome izrazi (52) i (52.a) prelaze u:

$$\Delta M_s = \frac{\Delta M}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2\right]^2 + a^2}} \sin\left[\varkappa t - \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2}\right]. \tag{54}$$

Omjer amplitude pulzacija sinhronog momenta ΔM_{sm} i amplitude pulzacije momenta tereta dobivamo iz relacije (54):

$$\frac{\Delta M_{sm}}{\Delta M} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2\right]^2 + a^2}}. \tag{55}$$

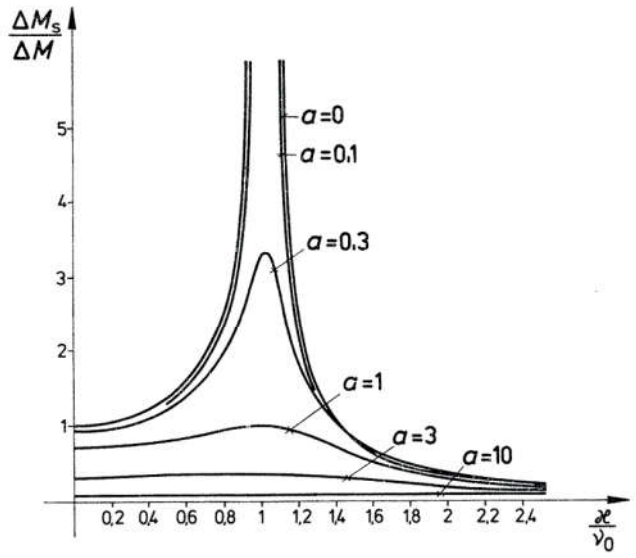
Intenzitet njihanja sinhronog momenta ovisi, svakako, o dva faktora. Jedan je omjer frekvencija $\frac{\varkappa}{\nu_0}$, a drugi parametar a. Kad je $\varkappa = \nu_0$, nastupa rezonancija:

$$\frac{\Delta M_{sm}}{\Delta M} = \frac{1}{a},$$

i koliko će se pojačati ili smanjiti amplituda njihanja sinhronog momenta prema uzroku (amplitudi njihanja momenta tereta), ovisi samo o izrazu a (53). Dakle, parametar a očito je u vezi s prigušenjem njihanja. Mogli bismo $\frac{1}{a}$ nazvati faktorom pojačanja (prigušenja); neki zovu a i faktorom umirenja ili stupnjem umirenja. Jer, u rezonanciji ($\varkappa = \nu_0$) za $a = 0$ teže pulzacije sinhronog momenta k beskonačnosti, a kad a teži prema beskonačnom, one iščezavaju. Fazni pomak pulzacija sinhronog momenta prema pulzacijama momenta tereta u slučaju rezonancije, teži prema $\frac{\pi}{2}$. Dakako da i izvan rezonancije ($\varkappa \neq \nu_0$) parametar a djeluje u istom smislu. Na sl. 2. prikazan je omjer $\Delta M_{sm}/\Delta M$ kao funkcija omjera frekvencije za nekoliko vrijednosti parametara a. Na slici se vidi ne samo odlučujući utjecaj omjera frekvencija $\frac{\varkappa}{\nu_0}$ već i jak utjecaj parametra a. Kako je jako njihanje sinhronog momenta samo po sebi nepoželjno, valja izbjegavati rad u blizini rezonancije, tj. potrebno je:

$$\frac{\varkappa}{\nu_0} \gg 1 \quad \text{ili} \quad \frac{\varkappa}{\nu_0} \ll 1. \tag{56}$$

No i uz taj uvjet veličina pulzacije još bitno ovisi o a. Vidi se sa sl. 2. ili iz relacije (55) da je uz danu frekvenciju poželjna što veća vrijednost a. Pri tome je a to veće — vidi relaciju (53), što je frekvencija pulzacije $\varkappa$ veća, što su broj pari polova motora i opterećenje manji i što je »tvrđa« asinhrona karakteristika sinhronog motora.



Sl. 2. Ovisnost omjera amplituda pulzacija sinhronog momenta i momenta tereta $\frac{\Delta M_{sm}}{\Delta M}$ o omjeru frekvencije $\frac{\varkappa}{\nu_0}$ za različite vrijednosti parametra umirenja a

Točnija predodžba dobije se razmotrimo li ukupni moment sinhronog motora, a ne samo sinhroni moment. Stoga potražimo kako se ponaša asinhroni moment u toku pulzacija. On je prikazan jednadžbom (9.a):

$$M_{as} = G\frac{d\alpha}{dt},$$

što uz $\alpha = \alpha_{to} + \Delta\alpha$ prelazi u:

$$M_{as} = G\frac{d\Delta\alpha}{dt}. \tag{57}$$

Derivirajući izraz (48) po vremenu, za $\frac{d\Delta\alpha}{dt}$ će se dobiti:

$$\frac{d\Delta\alpha}{dt} = \frac{\Delta M\,\varkappa}{\sqrt{(p\,Q - J\,\varkappa^2)^2 + (G\,\varkappa)^2}}\cos(\varkappa\,t - \varphi),$$

a za asinhroni moment:

$$M_{as} = \frac{\Delta M\,G\,\varkappa}{\sqrt{(p\,Q - J\,\varkappa^2)^2 + (G\,\varkappa)^2}}\cos(\varkappa\,t - \varphi) \tag{58}$$

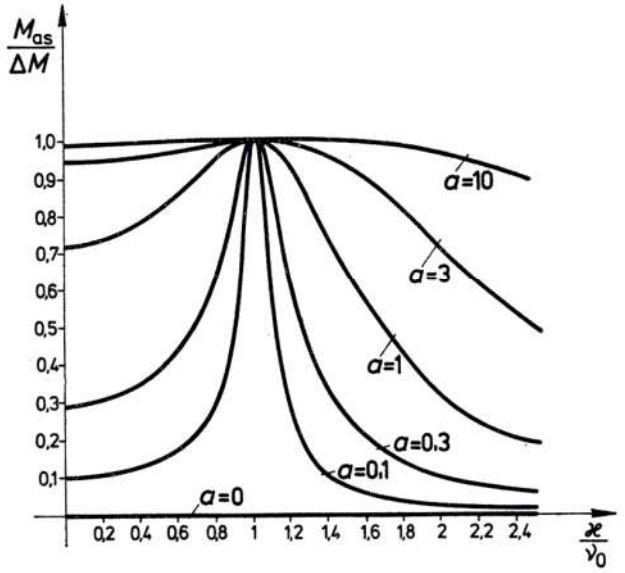
$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\frac{G\,\varkappa}{p\,Q - J\,\varkappa^2}. \tag{58.a}$$

Podijelimo brojnik i nazivnik u jednadžbama (58) i (58.a) s pQ, pa će zbog relacija (49) i (53) biti:

$$M_{as} = \frac{\Delta M\, a}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2\right]^2 + a^2}} \cos(\varkappa t - \varphi) \tag{59}$$

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2}. \tag{59.a}$$

Na asinhroni moment faktor će umirenja a drukčije djelovati nego na sinhroni. U rezonanciji ($\varkappa = \nu_0$) bit će, zapažamo, amplituda M_{as} jednaka amplitudi pulzacije momenta tereta, a pri svim drugim frekvencijama pulzacije ($\varkappa$) bit će amplituda M_{as} manja od ΔM. Pri tome će uz veće a imati veću vrijednost, što je u skladu s prigušnim svojstvom asinhronog momenta sinhronog motora. Na sl. 3. predočen



Sl. 3. Ovisnost omjera amplitude asinhronog momenta i amplitude pulzacije momenta tereta $\frac{M_{as}}{\Delta M}$ o omjeru frekvencija $\frac{\varkappa}{\nu_0}$ za različite vrijednosti parametra umirenja a

je omjer amplituda $M_{as}/\Delta M$ za iste vrijednosti parametra a kao na sl. 2. Pulzacije momenta motora ΔM_m zbroj su asinhronog momenta i pulzacije sinhronog momenta:

$$\Delta M_m = \Delta M_s + M_{as} = \frac{\Delta M}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2\right]^2 + a^2}} [\sin(\varkappa t - \varphi) + a\cos(\varkappa t - \varphi)]. \tag{60}$$

Nakon sređenja, tj. sastavljanja dvaju harmoničkih članova, nastaje, konačno:

$$\Delta M_m = \frac{\sqrt{1 + a^2}\,\Delta M}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2\right]^2 + a^2}} \sin\left[\varkappa t - \operatorname{arc\,tg} \frac{a}{1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2} + \operatorname{arc\,tg} a\right]. \tag{61}$$

Omjer amplituda pulzacije momenta motora i momenta tereta:

$$\frac{\Delta M_{mm}}{\Delta M} = \frac{\sqrt{1 + a^2}}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\varkappa}{\nu_0}\right)^2\right]^2 + a^2}} \tag{62}$$

pruža mogućnost detaljnog uvida u problem.

U slučaju rezonancije, $\varkappa = \nu_0$, bit će:

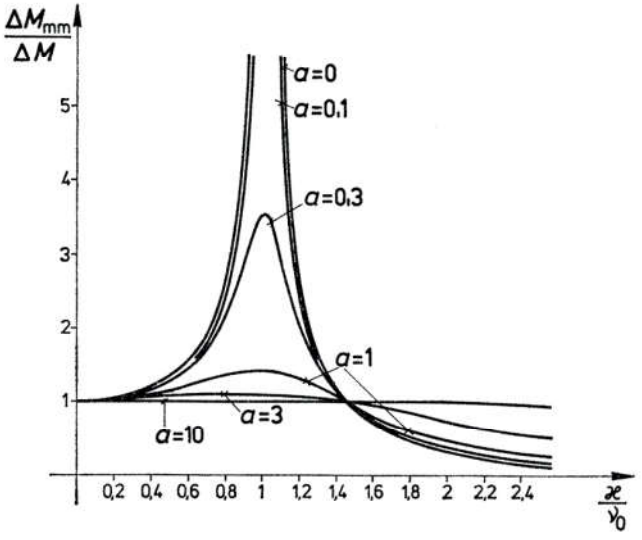
$$\frac{\Delta M_{mm}}{\Delta M} = \frac{\sqrt{1 + a^2}}{a}, \tag{63}$$

a za frekvenciju $\varkappa = \sqrt{2}\,\nu_0$ uvijek je:

$$\frac{\Delta M_{mm}}{\Delta M} = 1 \tag{64}$$

bez obzira na to kakav je faktor umirenja.

Na osnovi toga izlazi zaključak da su za sve $\varkappa < \sqrt{2}\nu_0$ pulzacije momenta motora veće od pulzacija momenta tereta. Na sl. 4. to se lijepo vidi. Parametar umirenja a može sinhronom motoru smanjiti pulzacije momenta, ali samo do neke granice.



Sl. 4. Ovisnost omjera amplitude pulzacije momenta sinhronog motora i amplitude pulzacije momenta tereta $\frac{\Delta M_{mm}}{\Delta M}$ o omjeru frekvencija $\frac{\varkappa}{\nu_0}$ za različite vrijednosti parametra umirenja a

Osim toga, za neki stvarni pogon (zadan teret i frekvencija $\varkappa$) parametar a praktički je nezavisna veličina — vidi izraz (53). On se ne može birati po volji, jedino je prilikom konstrukcije motora moguće težiti što tvrđoj asinhronoj karakteristici motora, a tu su mogućnosti relativno male, ne samo iz tehnološko-konstrukcijskih razloga već i stoga što se tvrdom karakteristikom smanjuje asinhroni moment potreban u toku zaleta (vidi sl. 4.4—5). Želimo li bitno utjecati na smanjenje pulzacija momenta motora, poslužit ćemo se klasičnim zahvatom, tj. povećat ćemo moment inercije motora (dodavanjem zamašnjaka) kako bi se smanjila vlastita frekvencija sistema ν_0, prema izrazu (34), i time došlo u područje većih omjera $\frac{\varkappa}{\nu_0}$ na sl. 4.

Ima i nekih rješenja s posebnim spojevima motora. Princip je u tome da se u taktu njihanja rotora (preko tahogeneratora i pojačala) djeluje na uzbudu i tako na moment motora, pa se postižu slični efekti kao pri ugradnji zamašnjaka.

5.4. MJERE KOJIMA SE SMANJUJU GUBICI U DINAMIČKIM STANJIMA ELEKTROMOTORNIH POGONA

U poglavlju o osnovama dinamike elektromotornih pogona ustanovili smo neugodnu činjenicu da dinamička stanja uzrokuju znatno veće gubitke u namotima motora od onih u stacionarnom stanju. Grubo rečeno, gubici u dinamičkim stanjima jednako su veliki kao i proizvedeni mehanički efekt utrošen na ubrzavanje zamašnih masa elektromotornog pogona kad je to dinamički zalet bez tereta. Ako teret postoji, gubici u toku dinamičkih stanja još su znatno veći. To posebno pogađa motore teških elektromotornih pogona, a i onih koji u svom programu rada imaju česta dinamička stanja, zalijeću se, koče, reverziraju, skokomice mijenjaju brzinu vrtnje itd. Jednako su tako više od ostalih vrsta motora pogođeni kavezni asinhroni, jer se cjelokupni gubici razvijeni u rotorskome strujnom krugu pretvore u toplinu unutar motora. To onemogućuje ili otežava primjenu kaveznih asinhronih motora u mnoštvu elektromotornih pogona kod kojih bi oni inače zadovoljili. Poznato je iz poglavlja o osnovama dinamike da se gubici u dinamičkim stanjima mogu smanjiti postepenim »zadavanjem« brzine vrtnje. To se u kaveznih motora postiže tako da se mjesto običnoga jednobrzinskog upotrijebe višebrzinski polno preklopivi motori.

Razmotrimo mogućnosti koje se u tom pogledu pružaju. Radi jednostavnosti fizikalne slike pretpostavimo da nema momenta opterećenja ($M_t = 0$). Tad su gubici u bakru rotora, prema (3.4—2):

$$A_{Cu2} = J \frac{\omega_s^2}{2} (s_1^2 - s_2^2). \tag{1}$$

Za zalet od stajanja ($s = 1$) do pune brzine vrtnje ($s = 0$) izgubi se energija u namotu rotora:

$$A_z = J \frac{\omega_s^2}{2} = A_k, \tag{2}$$

jednaka kinetičkoj energiji privedenoj rotoru, pa smo je kao tipičnu označili indeksom »z« (zalet). Nanesemo li u dijagram s određenim mjerilom na apscisu kutnu brzinu vrtnje ω, a na ordinatu $J \cdot \omega$, kako je to učinjeno na sl. 1, vidimo da je površina $J \cdot \omega^2$ u tom dijagramu ukupna privedena energija stroju. Pod »površinom« razumijevamo lik što ga u ovom slučaju zatvaraju koordinatne osi i paralele s koordinatnim osima, ali uvijek vučene iz točke iste vrijednosti ω, tj. za onu ordinatu $J \cdot \omega$ koja pripada apscisi ω. Geometrijsko mjesto točaka koje ispunjavaju taj uvjet jest pravac kroz ishodište. Njegovo je svojstvo da dijeli površinu u omjeru energije privedene zamašnoj masi i one pretvorene u gubitke. Na sl. 1. kutna sinhrona brzina vrtnje označena je s ω_1, pa je iz nje povučena paralela s ordinatom. U sjecištu te paralele s pravcem koji razgraničuje područja energije povučena je paralela s apscisom i tako je formiran četverokut površine $J\omega_1^2$. Površina A_z iznad pravca koji dijeli energiju predočuje gubitke u bakru, a površina A_k ispod pravca privedenu

kinetičku energiju zamašnoj masi u rotaciji, pa slika zadovoljava jednadžbu (2). Da se tim likom mogu ustanoviti energetski odnosi i kad nije riječ o potpunom zaletu, dokazat ćemo na primjeru. Promatramo li nepotpuni zalet do točke A s brzinom vrtnje ω_A, predočuje trokut OAB na sl. 1. površinu:

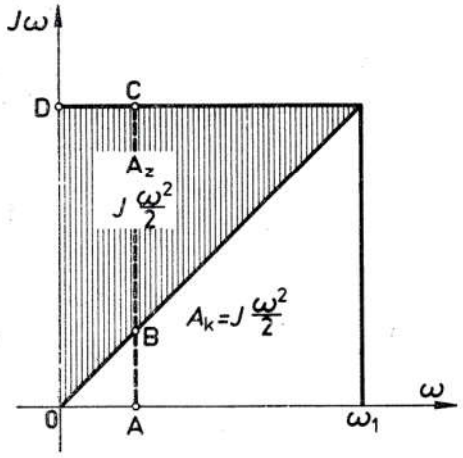
$$J\frac{\omega_1^2}{2}\left(\frac{\omega_A}{\omega_1}\right)^2 = J\frac{\omega_A^2}{2} = A_{kA},$$

što znači kinetičku energiju koju u toj brzini imaju zamašne mase. Lik OBCD omeđuje površinu:

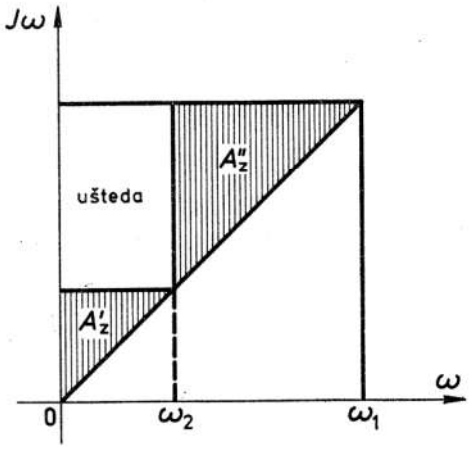
$$J \cdot \left(\omega_1 \cdot \omega_A - \frac{\omega_A^2}{2}\right).$$

Budući da je $\omega_A = \omega_1 \cdot (1 - s_A)$, to razvojem izlazi:

$$J \cdot \left[\omega_1^2 \cdot (1 - s_A) - \frac{\omega_1^2 \cdot (1 - s_A)^2}{2}\right] = \frac{J \cdot \omega_1^2}{2}(1 - s_A^2) = A_{Cu2A}.$$



Sl. 1. Grafički prikaz raspodjele energije u zaletu kaveznog motora bez tereta



Sl. 2. Grafički prikaz raspodjele energije u zaletu dvobrzinskoga kaveznog motora bez tereta

Dakle, lik OBCD predočuje gubitke energije u bakru pri zaletu do brzine ω_A — vidi (1). Cijelo to razmatranje daje nam mogućnost da te energetske prilike razmatramo i na prikazani jednostavni grafički način. Zatim za isti primjer uzmimo dvobrzinski polno preklopivi motor s manjom kutnom sinhronom brzinom ω_2 i većom ω_1 koja je jednaka onoj u običnog motora. Uključimo li motor na manju brzinu, zadali smo mu konačnu kutnu brzinu vrtnje ω_2, pa su u potpunom zaletu do ω_2 nastali u bakru rotora gubici $J \cdot \omega_2^2/2$, koje na sl. 2. predočuje trokut A'_z. Kad je postignuta kutna brzina vrtnje ω_2, prespojimo motor na veću kutnu brzinu vrtnje (»zadamo« mu konačnu kutnu brzinu vrtnje ω_1). U zaletu između kutnih brzina vrtnje ω_2 i ω_1 nastanu u bakru rotora gubici što ih predočuje trokut A''_z na sl. 2. Očito je da razlika između površine A_z na sl. 1. i zbroja površina $A'_z + A''_z$ na sl. 2. jest energija koju smo uštedjeli uzevši polno preklopivi motor.

Dalje nas zanima pitanje koji je optimalni omjer sinhronih brzina vrtnje ω_2 i ω_1 pri kojemu očekujemo najveću uštedu energije. Označimo li s $A_{zp} = A'_z + A''_z$ energiju izgubljenu u rotoru pri zaletu s polno preklopnim motorom, uz pomoć sl. 1. i 2. pisat ćemo:

$$A_{zp} = A'_z + A''_z = A_z \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + A_z \cdot \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1}\right)^2$$

$$A_{zp} = A_z \cdot \left[\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right]. \tag{3}$$

Derivirajmo izraz (3) po omjeru kutnih brzina i izjednačimo ga s nulom:

$$\frac{dA_{zp}}{d\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} = A_z \cdot \left[2\,\frac{\omega_2}{\omega_1} + 2 \cdot \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)(-1)\right] = 0,$$

iz čega izlazi optimalni omjer sinhronih kutnih brzina vrtnje:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{2}. \tag{4}$$

Najveća je ušteda, dakle, kad je manja brzina vrtnje polovica veće, i onda se gubici u rotoru stroja reduciraju na:

$$A_{zp} = \frac{A_z}{2}, \tag{5}$$

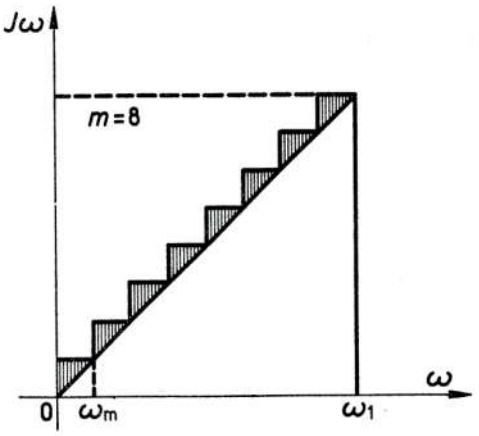
tj. napola u usporedbi s onima u jednobrzinskog motora. To je znatna ušteda energije. Sjetimo se, uzgred, da je to s gledišta povećanja sposobnosti motora da obavlja mehanički rad važnije od ušteda u plaćanju energije.

Primijeni li se slično razmatranje na trobrzinske i višebrzinske motore, može se na isti način pokazati da se optimalni zalet s m brzina vrtnje postiže kad su »koraci« brzina vrtnje jednaki, tj. kad brzine vrtnje čine slijed:

$$\frac{\omega_1}{m},\ \frac{2\omega_1}{m},\ \ldots,\ \frac{(m-1)\cdot\omega_1}{m},\ \omega_1. \tag{6}$$

Tad se gubici energije reduciraju na:

$$A_{zp} = \frac{A_z}{m}. \tag{7}$$

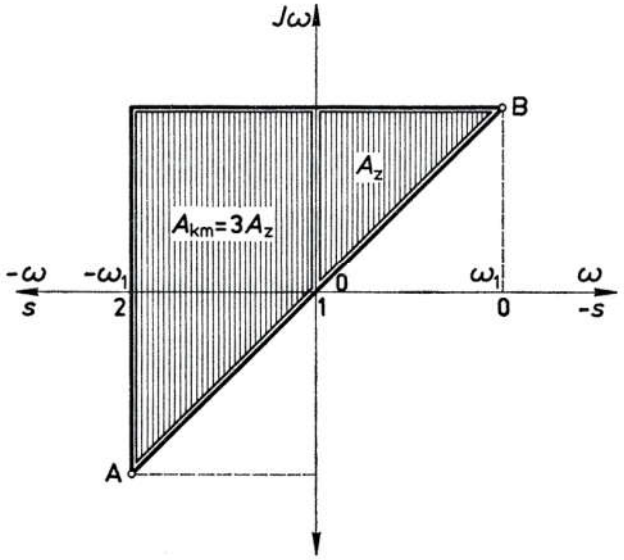


Sl. 3. Zalet elektromotornog pogona bez tereta u osam stupnjeva »zadavanjem« brzine vrtnje

Sl. 3. prikazuje grafički taj odnos za pretpostavljenih osam mogućih brzina ($m = 8$) u jednakim stupnjevima prema izrazu (6). To je, dakako, nemoguće postići kod polno preklopivoga asinhronog motora, gdje se izuzetno ide do četverobrzin-

skog motora, i onda se obično ne može ostvariti optimalni odnos brzina vrtnje prema izrazu (6). Međutim, ta je predodžba važna za istosmjerne motore kod kojih se može po volji zadavati napon. Dakako, obično se ne raspolaže s mrežom s m stupnjeva napona, ali se, recimo, u Leonardovu spoju to može bez teškoće ostvariti. Ta nas mogućnost vodi i dalje. Možemo teorijski zamisliti da bi uz beskonačno mnogo stupnjeva zadavanja napona ($m = \infty$) potpuno iščeznuli gubici zbog zaleta. Toj se teorijskoj slici približava stvarna mogućnost kontinuiranoga postepenog podizanja napona Leonardovim agregatom, i kad bi se to podizanje napona izvelo beskonačno sporo — ostvarili bismo teorijsku sliku! Da ne duljimo, zaključak bi bio: Leonardovim spojem po volji smanjujemo gubitke zaleta, ako samo izvodimo pokretanje dovoljno polako, tj. moramo vremenom platiti uštedu gubitaka. Pri tome se u praksi uvijek zahtijeva logički tehnički kompromis između trajanja prijelazne pojave i gubitaka.

Vratimo se natrag polno preklopnim motorima, i to dvobrzinskim, koji se najšire upotrebljavaju. Provjerimo uštedu energije na gubicima pri kočenju i reverziranju. Prije toga razmotrimo grafički inače poznate odnose u jednobrzinskog motora. Stanje prikazuje sl. 4, konstruirana na već razloženom principu. U tre-



Sl. 4. Grafički prikaz raspodjele energije u kočenju i reverziranju kaveznog motora bez tereta

nutku uključenja na protustrujno kočenje (motor je u sinhronoj kutnoj brzini vrtnje $-\omega_1$, $s = 2$) zadali smo konačnu kutnu brzinu vrtnje ω_1, pa iz točaka A i B povučemo odgovarajuće paralele. Vidi se da pri kočenju do nule u bakru rotora izgubimo $A_{km} = 3A_z = 3J\omega_1^2/2$, a u reverziranju

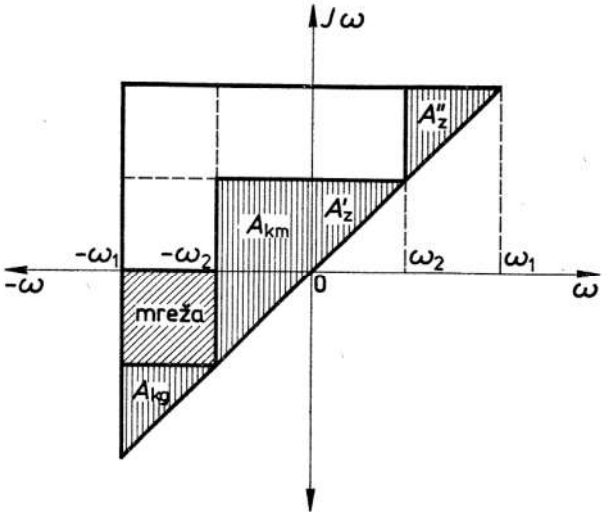
$$A_r = A_{km} + A_z = 4A_z = 4\frac{J\omega^2}{2},$$

što je u skladu s vrijednostima u 3. poglavlju, o osnovama dinamike elektromotornog pogona. Uzmemo li polno preklopni motor s $\omega_2/\omega_1 = 1/2$, moći ćemo najprije generatorski kočiti od brzine $-\omega_1$ do $-\omega_2$, a onda protustrujno od $-\omega_2$ do 0. Dalje će se motor sam zaletjeti do ω_2 i, kad prespojimo, do ω_1. Stanje predočuje sl. 5. Gubici za vrijeme generatorskog kočenja očito su $A_{kg} = A_z''$, a za njih otprije znamo koliki su:

$$A_{kg} = A_z \cdot \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1}\right)^2 = A_z'.$$

Osim toga, dio se kinetičke energije vrati u »mrežu« (preko statora motora) — vidi na sl. 5. šrafiranu površinu »mreža«. Gubici u protustrujnom kočenju su $A_{km} = 3 \cdot A'_z$, pa je:

$$A_{km} = 3 \cdot A'_z = 3 \cdot A_z \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2.$$



Sl. 5. Grafički prikaz raspodjele energije kod kočenja i reverziranja dvobrzinskoga kaveznog motora bez tereta

Ukupni gubici u bakru rotora kad se koči polno preklopnim motorom bit će:

$$A_{ko} = A_{kg} + A_{km} = A_z \cdot \left[\left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right]. \tag{8}$$

Za pretpostavljeno $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{2}$ gubici su $A_{ko} = A_z$, što je prema kočenju jednobrzinskim motorom (sl. 4) svega jedna trećina. Još se manje plaća izgubljena energija jer je u kočenju dio vraćen mreži! Ustanovimo njegov iznos usporedivši površine. Ako se od $A_{ko} = A_z$ odbije energija (površina na sl. 5) vraćena »mreži«, plaća se svega $\frac{1}{2} A_z$, tj. samo jedna šestina u usporedbi s jednobrzinskim motorom.

Već običan pogled na sl. 5. dovodi nas u sumnju da je pri kočenju optimalan isti odnos brzina vrtnje kao u zaletu: $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{2}$. Čak bi se moglo govoriti o dva kriterija za optimum — o dva optimuma. Prvi se odnosi na gubitke koji se pretvaraju u toplinu (smanjuju radnu sposobnost stroja), a drugi na gubitke koji se plaćaju. Ustanovili smo već da je prvi kriterij za nas važniji, pa ga smatrajmo mjerodavnim. Derivirajmo relaciju (8) po omjeru brzina i izjednačimo je s nulom:

$$\frac{dA_{ko}}{d\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} = A_z \cdot \left[2 \cdot \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)(-1) + 6\frac{\omega_2}{\omega_1}\right] = 0,$$

iz čega dobivamo:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{4}. \tag{9}$$

Pri kočenju najmanje se energije utroši u bakru rotora kad niža brzina vrtnje iznosi svega četvrtinu više. Tad se u toplinu pretvori svega $\frac{3}{4} A_z$, dakle je samo $\frac{1}{4}$ gubitaka u usporedbi s jednobrzinskim motorom.

Slični se odnosi izvode i za potpuno reverziranje od sinhrone brzine vrtnje u jednom smjeru do sinhrone brzine vrtnje u drugom smjeru. Gubici u rotoru dvobrzinskog motora A_r sastoje se (vidi sl. 5) od gubitaka zbog kočenja i onih što nastaju zbog zaleta, pa ih dobivamo zbrojivši relacije (3) i (8):

$$A_r = A_{zp} + A_{ko} = A_z \cdot \left[2 \cdot \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right]. \tag{10}$$

Derivira li se izraz (10) po omjeru brzina i izjednači s nulom, izlazi:

$$\frac{dA_r}{d\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} = A_z \cdot \left[4 \cdot \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}\right)(-1) + 8\frac{\omega_2}{\omega_1}\right] = 0,$$

iz čega dobivamo:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{3}. \tag{11}$$

Uvrstimo li taj rezultat u relaciju (10), ustanovit ćemo minimalne gubitke u bakru pri reverziranju $A_r = \frac{4}{3} A_z$, tj. u toplinu se pretvori samo $\frac{1}{3}$ gubitaka u usporedbi s jednobrzinskim motorom.

Radi cjelovitosti prikaza obradimo i pitanje optimalnog odnosa sinhronih kutnih brzina vrtnje ω_2/ω_1 dvobrzinskog motora prilikom kočenja i reverziranja, ali po kriterijima minimalno plaćene (utrošene) energije. Sa sl. 5. zapažamo da se dio energije za vrijeme generatorskog kočenja vraća mreži, pa to valja uračunati kad se ocjenjuje ukupno utrošena energija, pa i cijena energije kojom se plaća jedna operacija.

Za *kočenje* će energija koju valja platiti A_{plk} biti:

$$A_{plk} = A_{ko} - A_{mr}, \tag{12}$$

tj. od energije A_{ko} pretvorene u toplinu u namotu rotora mora se odbiti energija vraćena mreži A_{mr}, vraćena dakako preko statora motora. Iz sl. 5. može se odrediti:

$$A_{mr} = (J\omega_1 - J\omega_2)\,\omega_2 = J(\omega_1\omega_2 - \omega_2^2),$$

što, svedeno na energiju utrošenu u zaletu jednobrzinskog motora $A_z = J\omega_1^2/2$, iznosi:

$$A_{mr} = 2A_z \left[\frac{\omega_2}{\omega_1} - \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right]. \tag{13}$$

Utrošena energija A_{plk} razlika je izraza (8) i (13), što, kad se sredi, daje:

$$A_{plk} = A_z \left[1 - 4\frac{\omega_2}{\omega_1} + 6\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right]. \tag{14}$$

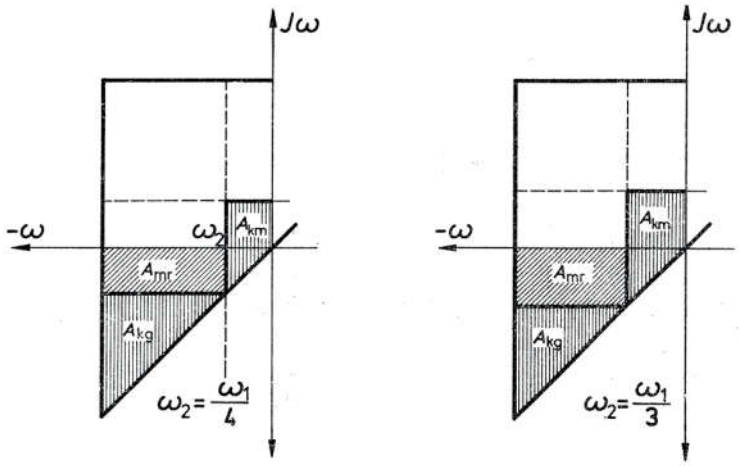
Optimum omjera kutnih sinhronih brzina vrtnje dobiva se iz derivacije (14) izjednačene s nulom:

$$\frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{plk}}}{\mathrm{d}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} = A_z\left(0 - 4 + 12\frac{\omega_2}{\omega_1}\right) = 0,$$

a iz toga odmah izlazi:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{3}. \tag{15}$$

Pri kočenju se, dakle, minimum energije utroši (iz mreže) kad manja brzina vrtnje polno preklopivog motora čini jednu trećinu veće. Tad se iz mreže na račun gubitaka uzme samo $\frac{1}{3}A_z$, odnosno samo $\frac{1}{9}$ gubitaka koje bi za kočenje uzeo jednobrzinski motor. Taj »ekonomski« optimum razlikuje se od »termičkoga« koji govori o najmanjim gubicima — vidi izraz (9). Oba su, radi usporedbe, prikazana na sl. 6.



Sl. 6. Grafički prikaz raspodjele energije kad se koči dvobrzinskim kaveznim motorom bez tereta: a) omjer brzina vrtnje za minimum gubitaka u namotu; b) omjer brzina vrtnje za minimum utrošene energije iz mreže

Za *reverziranje* bit će iz mreže uzeta energija (energija koja se plaća):

$$A_{\mathrm{plr}} = A_{\mathrm{r}} - A_{\mathrm{mr}}. \tag{16}$$

Odbivši relaciju (13) od (10), nakon sređenja nastaje:

$$A_{\mathrm{plr}} = A_z\left[8\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - 6\frac{\omega_2}{\omega_1} + 2\right]. \tag{17}$$

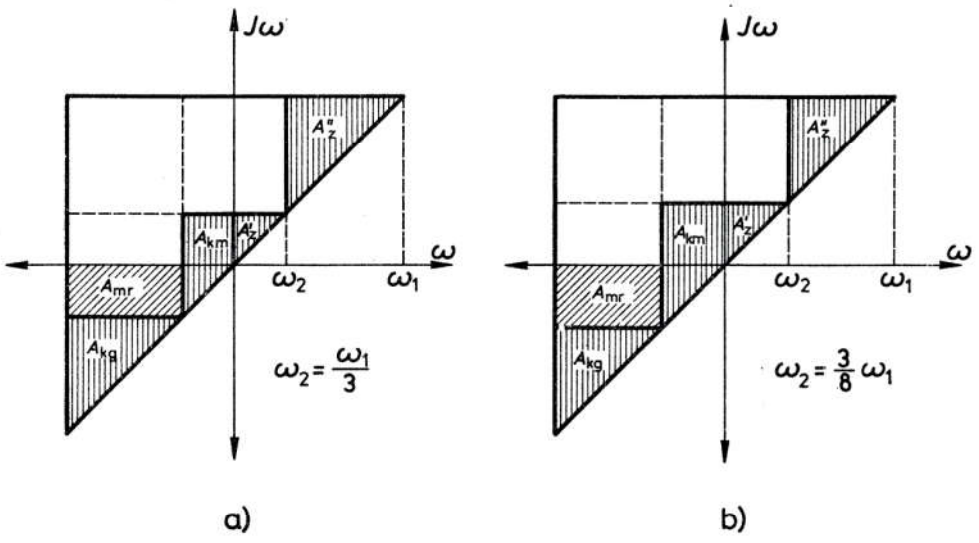
Optimum omjera kutnih brzina vrtnje dobiva se iz derivacije (17) izjednačene s nulom:

$$\frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{plr}}}{\mathrm{d}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} = \left(16\frac{\omega_2}{\omega_1} - 6 + 0\right) A_z = 0,$$

što odmah daje:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{3}{8}. \tag{18}$$

Minimum energije iz mreže utrošio bi, dakle, dvobrzinski motor u reverziranju kad bi mu manja brzina vrtnje iznosila $\frac{3}{8}$ veće. Tad bi se iz mreže zbog gubitaka uzelo samo $\frac{7}{8} A_z$, odnosno samo $\frac{7}{32}$ gubitaka (21,9%) koje bi za reverziranje uzeo jednobrzinski motor. I ovdje se »ekonomski« optimum omjera brzine vrtnje, prema izrazu (18), razlikuje od termičkoga, u relaciji (11). Na sl. 7. prikazana su oba radi usporedbe.



Sl. 7. Grafički prikaz raspodjele energije pri potpunom reverziranju dvobrzinskim kaveznim motorom bez tereta:
a) omjer brzina vrtnje za minimum gubitaka u namotu;
b) omjer brzina vrtnje za minimum utrošene energije iz mreže

Dakako da se omjeri brzine vrtnje odabiru samo u granicama koje pruža prirodna mogućnost jer su sinhrone brzine vrtnje određene (prirodnim) brojevima pari polova. Zato se ne može poštovati optimum omjera baš u svakom slučaju, već se uzima najbliži mogući. Kako to utječe na odstupanje gubitaka u namotima ili gubitaka iz mreže od onih minimalnih, dobro će se vidjeti na primjeru razlika »termičkih« gubitaka pri »ekonomskom« optimumu i razlika »ekonomskih« gubitaka pri »termičkom« optimumu. Prikazat ćemo što se otkriva na osnovi kratkih proračuna.

Kočenje. Uz »termički« optimum kutnih sinhronih brzina vrtnje $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{4}$ termički gubici zbog kočenja iznose 25% gubitaka koje bi imao jednobrzinski motor, a pri tome se iz mreže potroši 12,5% one energije koju bi uzeo jednobrzinski motor. Uz »ekonomski« optimum kutnih sinhronih brzina vrtnje $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{3}$ termički su gubici zbog kočenja 25,9% gubitaka jednobrzinskog motora, a iz mreže se potroši 11,1% energije koju bi potrošio jednobrzinski motor.

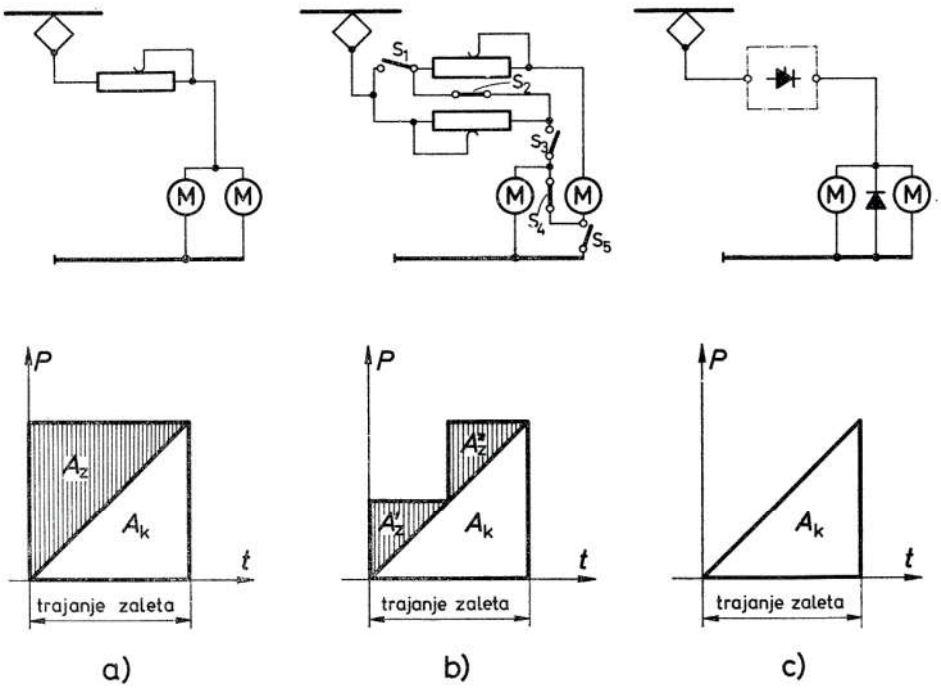
Reverziranje. Uz »termički« optimum kutnih sinhronih brzina vrtnje $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1}{3}$ bit će termički gubici zbog reverziranja 33,3% onih u jednobrzinskog motora, a pri tome se iz mreže potroši 22,2% energije koju bi uzeo jednobrzinski motor. Za »ekonomski« optimum kutnih sinhronih brzina vrtnje $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{3}{8}$ termički su gubici zbog reverziranja 33,6% onih za jednobrzinski motor, a pri tome se iz mreže potroši 21,9% energije koju bi uzeo jednobrzinski motor.

Iz primjerâ se može sigurno zaključiti: birajući stvarni mogući omjer $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ najbliži idealnome, osigurat će se dovoljno velika ušteda i utrošene energije i termičkih gubitaka. Za osnovu se od dvije mogućnosti bira kao idealan uvijek termički optimum jer je zagrijavanje strojeva u dinamičkim stanjima mnogo veći problem od utroška energije.

Optimalni odnosi brzina ovise o karakteru prijelazne pojave i kreću se od 1 : 2 pri zaletu, preko 1 : 3 u reverziranju, do 1 : 4 pri kočenju. Promatrajući radni režim elektromotornog pogona, može se, dakle, odrediti takav omjer brzina vrtnje polno preklopivog motora da se približimo optimalnom stanju. Na osnovi toga znatno se proširuju mogućnosti upotrebe kaveznih asinhronih motora i na područje elektromotornih pogona s velikim udjelom dinamičkih stanja.

Već je u ovom odjeljku spomenuta mogućnost postepenog »zadavanja« brzine vrtnje kod svih vrsta motora kako bi se smanjili gubici zbog dinamičkih stanja. Taj se princip često upotrebljava i kod vučnih pogona. Jedan takav primjer je i pokretanje vučnog vozila s više serijski spojenih istosmjernih motora (vidi sl. 4.1—19), gdje se prespajanjem motora postepeno »zadaje« konačna brzina. Pri tome je, s točke gledišta gubitaka energije zbog dinamičkog stanja, važno samo prespajanje iz pozicije 3 u poziciju 4.

Dalje mogućnosti za uštedu energije donosi impulsno upravljanje. Shvatimo li taj postupak kao određeni način za postepeno »zadavanje« napona, može se s njim, s obzirom na gubitke energije, postići isti rezultat kao pomoću napajanja Leonardovim agregatom. Uzmimo, opet, praktični primjer iz vuče. Na sl. 8. shematski su prikazane tri mogućnosti zaleta vučnog vozila koje ima dva serijski uzbuđena istosmjerna motora. Na prvoj shemi (a) dva se motora paralelno zalijeću uz pomoć promjenljivog otpornika, pa su gubici u rotorskom krugu jednaki kinetičkoj energiji. Na drugoj shemi (b) dio zaleta obavi se uz pola napona zbog serijskog spoja, a dio uz puni napon, pa se gubici energije u zaletu odgovarajući odnose. U trećem slučaju (c, na sl. 8) impulsnim se upravljanjem pri dovoljno sporom pokretanju može postići pokretanje praktički bez gubitaka. Budući da se u sva tri slučaja prema sl. 8. pokreće s konstantnim momentom, mogu se i energetski dijagrami crtati u koordinatama vrijeme-snaga.



Sl. 8. Uz objašnjenje o mogućnostima pokretanja vučnog vozila dvama motorima

5.5. DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNIH POGONA I ZAKONI SLIČNOSTI ELEKTROMOTORA

U odjeljku 2.9. poglavlja o statičkim stanjima elektromotornog pogona pokazani su tehnički i ekonomski elementi koji odlučuju pri osnovnom odabiranju motora za neki elektromotorni pogon sa statičkim opterećenjem. Osnova tog razmatranja poznati su zakoni sličnosti gradnje električnih strojeva povezani s tehničkim i ekonomskim uvjetima proizvodnje strojeva. Tako su izvedene osnovne smjernice u izboru motora za stacionarne elektromotorne pogone. Jasnu prednost imaju brzohodni motori pred sporohodnima, i s gledišta nabavne cijene i s obzirom na pogonske troškove. Samo po sebi postavlja se pitanje vrijede li i koliko tamo utvrđene postavke i za elektromotorne pogone kojima je opterećenje pretežno ili čak samo dinamičko. Uočivši unaprijed da se mnoštvo utvrđenih početnih postavki ne mijenja (cijena brzohodnog motora će uvijek biti manja od sporohodnoga jednake snage itd.), ipak se tek složenijom analizom može sa sigurnošću zaključiti što ima prednost kod dinamičkih stanja. Isto je tako zanimljivo pitanje koji strojevi (male ili velike snage) lakše svladavaju dinamička stanja s obzirom na trajanje tih stanja i gubitke u njima. Važno je, dalje, znati koji su strojevi, brzohodni ili sporohodni, skloniji pojavi kolebanja brzine vrtnje pri udarnim opterećenjima ili rezonantnim pojavama u pogonima s periodički promjenljivim momentom tereta. Ta su pitanja od interesa i pri usporedbi strojeva male i velike snage, a jednake brzine vrtnje. Neka od tih pitanja dotaknuta su već u odjeljku 5.1. i na kraju odjeljka 5.1.3, ali se stvarni zaključci, potrebni za ocjenu, pregled i osnovni pristup izboru motora za pogone s dinamičkim stanjima, mogu dati samo na osnovi potanje analize svakoga od tih pitanja, i to uz pomoć poznatih zakona sličnosti.

U svome osnovnom obliku zakoni su sličnosti električnih strojeva razvijeni već davno za transformatore. Ti zakoni, koji za transformatore vrijede gotovo apsolutno, za električne rotacione strojeve vrijede samo načelno, jer geometrijski odnosi nisu tako jednostavni kao u transformatora. Ipak se uz potrebne dodatne pretpostavke mogu izvesti i jasni odnosi za strojeve, kako je to učinjeno u 2. poglavlju, odjeljak 2.93, i to za osnovne statičke parametre. Računica je nešto grublja jer su potrebna neka zanemarenja i rezultati se odlikuju više točnim tendencijama nego preciznošću. Pri ocjeni dinamičkih parametara nastupaju veće teškoće, posebno promatra li se elektromotorni pogon kao cjelina. Očito je da će ukupne zamašne mase imati bitnu ulogu u ocjenjivanju. No dok se zamašne mase motora mogu tretirati u okviru zakona sličnosti, zamašne mase radnog mehanizma na općem su planu potpuno neobuhvatljive. Zato će se razmatranje morati ograničiti na mogućnost upotrebe elektromotora u elektromotornom pogonu, što je zapravo dovoljno za našu svrhu jer dovodi do jasnih spoznaja o pravilnom izboru motora za određeni pogon. Kao drugo nameće se pitanje što zapravo u dinamičkim pojavama valja analizirati da se dođe do stavova o pravilnom izboru motora; traže se predstavnici za kvalitetu. Bitna su u načelnoj ocjeni mehaničkih dinamičkih stanja elektromotornog pogona pitanja *trajanja* prijelaznih pojava i *gubitaka energije* zbog njih. Za predstavnika ocjene trajanja moglo bi se uzeti mehaničku vremensku konstantu:

$$T_m = \frac{mD^2 n_n}{38{,}2\, M_n} = \frac{J\omega_n}{M_n} \tag{1}$$

jer ona u definiciji sadrži trajanje zaleta izvedenoga nazivnim momentom motora M_n do nazivne brzine vrtnje n_n, odnosno do nazivne kutne brzine vrtnje ω_n. No točnije je uzeti normativno vrijeme zaleta T_n — vidi izraz (5.2—7), koje za bilo koji stroj definirajmo kao trajanje zaleta nazivnim momentom motora M_n do idealne brzine vrtnje u praznom hodu n_o, ili do idealne kutne brzine vrtnje u praznom hodu ω_o:

$$T_n = \frac{mD^2 n_o}{38{,}2\, M_n} = \frac{J\omega_o}{M_n}. \tag{2}$$

Iako su mehanička vremenska konstanta T_m i normativno vrijeme zaleta T_n veličine koje se samo neznatno razlikuju ($\omega_n \simeq \omega_o$; $T_m \simeq T_n$), tako da možemo sve zaključke o jednoj veličini prihvatiti i za drugu, ipak će izvodi uz pomoć T_n biti jednostavniji, što će se ubrzo pokazati. Pri tome u relacijama (1) i (2) dogovorno uzmimo da je s mD^2 označena vlastita zamašna masa i s J vlastiti moment inercije elektromotora. Za predstavnika ocjene gubitaka energije mogu dobro poslužiti gubici energije u strujnim krugovima rotora, i to za pogonski slučaj potpunog zaleta bez tereta:

$$A_{Cu2} = J\frac{\omega_o^2}{2} = A_z. \tag{3}$$

Za ocjenu daljih svojstava, sklonosti pogona kolebanju pri udarnim opterećenjima ili sklonosti pojavama rezonancije pri opterećenju valovitim momentom tereta, dobri su predstavnici električka T_{el} i elektromehanička T_{em} vremenska konstanta pogona. Iz odjeljaka 5.1. i 5.2. poznato je da o omjeru tih veličina ovisi

sklonost elektromotornog pogona kolebanju ili pojavama rezonancije. Pri tome je električka vremenska konstanta:

$$T_{el} = \frac{L}{R} \tag{4}$$

određena omjerom induktiviteta L i radnog otpora R odgovarajućega strujnog kruga, a elektromehanička konstanta za naš slučaj:

$$T_{em} = \frac{mD^2 n_o s_n}{38{,}2 M_n} = \frac{J \omega_o s_n}{M_n} \tag{5}$$

momentom tromosti motora J (ili zamašnom masom mD^2), idealnom brzinom vrtnje u praznom hodu n_o, odnosno kutnom brzinom ω_o, nazivnim klizanjem s_n i nazivnim momentom M_n. Pri tome je za asinhrone i sinhrone motore idealna kutna brzina vrtnje u praznom hodu jednaka sinhronoj ($\omega_o = \omega_s$). Jednako se tako za istosmjerni (nezavisno uzbuđeni) motor može klizanje definirati uz pomoć idealne brzine vrtnje motora:

$$s = \frac{n_o - n}{n_o} = \frac{\omega_o - \omega}{\omega_o}, \tag{6}$$

kao što se za izmjenične motore definira na osnovi sinhrone brzine vrtnje.

Razmatranje i usporedbu svojstava raznih motora može se dakako provesti ako su motori jednako građeni, kako je to objašnjeno u 2. poglavlju, odjeljak 2.9.3, tj. kad su im odnosi osnovnih dimenzija rotora (duljine paketa željeza l i promjera D, odnosno polnog koraka τ) izraženi istim zakonom.

5.5.1. Usporedbe pokazatelja dinamičkih stanja za strojeve jednake snage, a različite brzine vrtnje

Uzmimo najprije u razmatranje pokazatelje za mehanička dinamička stanja. Omjerimo te pokazatelje za dva stroja jednake snage ($P_1 = P_2$, a za izmjenične strojeve i $f_1 = f_2$), ali različitih brzina vrtnje ($n_1 \neq n_2$; $\omega_1 \neq \omega_2$). Omjer njihovih normativnih vremena zaleta, prema izrazu (2), bit će:

$$\frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \frac{\dfrac{J_1 \omega_1}{M_1}}{\dfrac{J_2 \omega_2}{M_2}} = \frac{\dfrac{J_1 \omega_1^2}{P_1}}{\dfrac{J_2 \omega_2^2}{P_2}} = \frac{J_1 \omega_1^2}{J_2 \omega_2^2}, \tag{7}$$

a zatim i omjer gubitaka energije u namotima rotora pri punom zaletu bez tereta, prema izrazu (3):

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{A_{k1}}{A_{k2}} = \frac{J_1 \dfrac{\omega_1^2}{2}}{J_2 \dfrac{\omega_2^2}{2}} = \frac{J_1 \omega_1^2}{J_2 \omega_2^2}. \tag{8}$$

U obje relacije su indeksom 1 označene veličine prvog, a indeksom 2 veličine drugog stroja koji se uspoređuju. Pri tome su s ω_1 i ω_2 označene idealne kutne brzine vrtnje u praznom hodu (sinhrone), a s A_{k1}, A_{k2} sadržaji kinetičkih energija. Važno je istaknuti da su s P_1 i P_2 označene nazivne snage, i to unutrašnje nazivne snage, tj. one koje se prenose na rotor (razvijaju u rotoru). Veza između te snage i mehaničkih dimenzija rotora izvedena je u 2. poglavlju i u raznim oblicima izražena jednadžbama od (2.9—9) do (2.9—9.b). Posljednji od tih oblika:

$$P = Kl\tau^3 p \tag{9}$$

(gdje je K konstanta tipična za određenu vrstu stroja, a p broj pari polova) najprikladniji je za uspoređivanje. U usporedbi relacija (7) i (8):

$$\frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{A_{k1}}{A_{k2}} \tag{10}$$

oba naša pokazatelja jednako se ponašaju, što znači da se uz pretpostavljene uvjete i gubici energije u zaletu bez tereta i normativno trajanje zaleta (a onda i mehaničke vremenske konstante) jednako mijenjaju, pa je dovoljno obraditi samo jednu od tih veličina. Usporedbu, dalje, treba izvršiti za sva tri proizvodno-ekonomska zakona gradnje strojeva uvedena u 2. poglavlju — vidi izraze (2.9—10), (2.9—11) i (2.9—12):

1. $l = 0{,}5\sqrt{p}\,\tau$ (11)

2. $l = K_I \tau$ (12)

3. $l = \frac{D}{K_{II}} = \frac{2p\tau}{\pi K_{II}}$. (13)

Za omjer snaga dvaju strojeva dobiva se prema relaciji (9):

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{l_1 \tau_1^3 p_1}{l_2 \tau_2^3 p_2}.$$

Kad su snage jednake (naš slučaj) bit će snage po polu:

$$\frac{\frac{P_1}{p_1}}{\frac{P_2}{p_2}} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^3 \frac{l_1}{l_2},$$

odnosno vrijedi odnos:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^3 \frac{l_1}{l_2}. \tag{14}$$

1. Omjeri za strojeve građene na osnovi izraza (11). Uvrstimo li odnose dimenzija iz relacije (11) u (14):

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^3 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/2} \frac{\tau_1}{\tau_2} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^4 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/2},$$

omjeri su polnih koraka:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-3/8}. \tag{15}$$

Omjerimo, zatim promjere:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{p_1\tau_1}{p_2\tau_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{5/8}. \tag{16}$$

Za mase rotora (šuplji valjak) vrijedi:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{D_1\pi h_1 l_1}{D_2\pi h_2 l_2},$$

gdje su h_1 i h_2 visine kružnih vijenaca. U 2. poglavlju iz sl. 3. i objašnjenja u tekstu izlazi da su visine kružnih vijenaca proporcionalne polnim koracima. S time i uz izraze (11), (15) i (16) dobiva se:

$$\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^3 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{3/2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{3/8}. \tag{17}$$

Budući da su polumjeri tromosti proporcionalni promjerima rotora, za omjer momenata inercije vrijedi:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{m_1 D_1^2}{m_2 D_2^2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{3/8} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{10/8} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{13/8}. \tag{18}$$

Ako uvrstimo izraz (18) u (8), bit će:

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{J_1\omega_1^2}{J_2\omega_2^2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{13/8} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-3/8}.$$

Zbog relacije (10) konačno vrijedi:

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-3/8}. \tag{19}$$

Vidimo da u ovom slučaju sporohodnim strojevima i manje traju prijelazne pojave i manji su gubici energije u dinamičkim stanjima. Jedan brzohodni motor ($p_1 = 2$) prema jednome dvostruko sporijemu ($p_2 = 4$) imat će odnos tih karakterističnih veličina npr.:

$$A_{z1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3/8} A_{z2} \doteq 1{,}3\, A_{z2},$$

tj. njegove će prijelazne pojave trajati 30% više vremena, i pri tome će stvoriti i 30% više gubitaka.

2. Omjeri za strojeve koji se grade prema relaciji (12).
Nakon uvrštenja te relacije u (14), dobivamo:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^4,$$

tj. za odnos polnih koraka vrijedi:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/4}. \tag{20}$$

Analogno postupku u prvom slučaju bit će:
Omjer promjera rotora:

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/4} \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{3/4}; \tag{21}$$

Omjer masa rotora:

$$\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^3 \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-3/4} \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/4}; \tag{22}$$

Omjer momenata inercije:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{m_1 D_1^2}{m_2 D_2^2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/4} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{6/4} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{7/4}. \tag{23}$$

Na osnovi toga za tražene pokazatelje vrijedi:

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/4}. \tag{24}$$

Vidimo istu tendenciju promjene trajanja i gubitaka u dinamičkom stanju kao u prethodnom slučaju, samo s manjim intenzitetom. Za isti numerički primjer ($p_1 = 2$, $p_2 = 4$) izlazi:

$$A_{z1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1/4} A_{z2} \doteq 1{,}2\, A_{z2}.$$

3. Provjerimo i za treći slučaj gradnje, uobičajen kod strojeva srednje snage.
Prema izrazu (13):

$$l = \frac{D}{K_{II}} = \frac{2p\tau}{\pi K_{II}}$$

uvrštenome u (14) i, dalje, istim redom kao u dva prethodna primjera bit će rezultati:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/2} \tag{25}$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/2} \tag{26}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/2} \tag{27}$$

$$\frac{J_1}{J_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{3/2} \tag{28}$$

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/2}. \tag{29}$$

Tendencija promjene trajanja prijelaznih pojava i gubitaka u dinamičkim stanjima ista je kao i kod velikih strojeva, samo je intenzivnija. Za isti numerički prikaz kao prije ($p_1 = 2$, $p_2 = 4$) izlazi:

$$A_{z1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1/2} A_{z2} \doteq 1{,}4\, A_{z2}.$$

Iako su odnosi sličnosti od (15) do (29) izvedeni uz pojednostavnjene slike s grubim ocjenama i dosta zanemarenih detalja, ipak su vrlo upotrebljivi za konkretno proračunavanje i osnovno odlučivanje prilikom izbora motora. Nas zanimaju posebno odnosi dinamičkih pokazatelja. Rezultati (19), (24) i (29) mogu se, govoreći općenito o električnim strojevima velike i srednje snage, skupiti u jednom izrazu:

$$\frac{A_{k1}}{A_{k2}} = \frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-a} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^{a}, \tag{30}$$

pri čemu je a eksponent:

$$a = 0{,}25 - 0{,}5. \tag{30.a}$$

Ti su omjeri izvedeni za potpuni zalet motora (kad je riječ o energetskim veličinama), ali načelno prikazuju odnose za dinamičko stanje uopće. Rezultat (30) nosi u sebi odgovor na postavljeno pitanje koji su motori prikladni za pogone s potpuno ili pretežno dinamičkim stanjima. Vidi se da brzohodni strojevi u dinamičkim pojavama troše u omjeru od drugog do četvrtog korijena brzina vrtnje više energije na gubitke i da im prijelazne pojave u istom omjeru dulje traju. Pri tome se oštrija vrijednost omjera odnosi na strojeve srednje, a blaža na one veće snage. Za elektromotorni pogon s dinamičkim ili pretežno dinamičkim režimom rada prikladniji je, dakle, skuplji, sporohodni motor — rezultat potpuno suprotan onome u elektromotornog pogona sa stacionarnim režimom rada. Važno je uočiti još jednu pojedinost. Dok je izraz (30) vrlo jasan odnos za ocjenu trajanja prijelaznih pojava, a isto tako i za ocjenu gubitaka energije, za ocjenu zagrijavanja pokazuje samo vrlo grubu tendenciju. A upravo je zagrijavanje stroja u dinamičkim stanjima tek mjerodavno za ocjenu njegove pogodnosti. No iole točnije tretiranje zagrijavanja vodi do sasvim zamršenih odnosa i postupaka. Međutim, za relativno dobru ocjenu moguće je i jednostavno naći dobrog predstavnika. To je energija izgubljena u toku prijelazne pojave (potpunog zaleta bez momenta tereta) svedena

na jedinicu volumena stroja. U odjeljku 5.2.3, gdje se raspravlja o teškim elektromotornim pogonima, pokazano je da se toplina zbog relativno kratkog trajanja dinamičkog stanja najviše akumulira u masi bakra (vodiča), pa je zagrijavanje praktički proporcionalno omjeru energije pretvorene u gubitke i mase vodiča. Uzmemo li, dakle, energiju izgubljenu u rotoru u jednom zaletu i podijelimo je masom aktivnog materijala rotora, dobivamo prihvatljiv pokazatelj za ocjenjivanje, jer postoji i određena gruba proporcionalnost između mase vodiča i ukupne mase aktivnog materijala. Dakle, tako definirani pokazatelj bi bio:

$$p_v = \frac{A_z}{m}. \tag{31}$$

U usporedbi dvaju strojeva dobiva se odnos:

$$\frac{p_{v1}}{p_{v2}} = \frac{\frac{A_{z1}}{m_1}}{\frac{A_{z2}}{m_2}} = \frac{A_{z1}}{A_{z2}} \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^{-1}. \tag{32}$$

1. Usporedimo li dva stroja građena na osnovi prvog načina gradnje, prema izrazu (11), nakon uvrštenja relacija (19) i (17) u (32) bit će:

$$\frac{p_{v1}}{p_{v2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-3/8} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-3/8} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-3/4} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^{3/4}, \tag{33}$$

što znači da su stroju s dvostrukom brzinom vrtnje približno 68% veći gubici po jedinici volumena (mase).

2. Ako usporedimo dva stroja građena na osnovi drugog načina gradnje prema izrazu (12), nakon uvrštenja (24) i (22) u (32) izlazi:

$$\frac{p_{v1}}{p_{v2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/4} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/4} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/2} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^{1/2}, \tag{34}$$

što znači da stroj s dvostrukom brzinom vrtnje ima približno 41% veće gubitke po jedinici volumena.

3. Usporedimo li dva stroja građena na osnovi trećeg načina gradnje, prema izrazu (13) za srednje strojeve, nakon uvrštenja relacija (29) i (27) u (32), dobiva se:

$$\frac{p_{v1}}{p_{v2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/2} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1} = \frac{\omega_1}{\omega_2}, \tag{35}$$

ili stroju s dvostrukom brzinom vrtnje približno su dvostruki gubici po jedinici volumena.

Skupimo (32), (34) i (35) u jedan izraz:

$$\frac{p_{v1}}{p_{v2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-b} = \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^{b} \tag{36}$$

$$b = 0{,}5 - 1. \tag{36.a}$$

Dakle, eksponent b dvostruko je veći od a u izrazu (30.a). To znači da je termička povoljnost sporohodnog stroja u usporedbi s brzohodnim za svladavanje dinamičkih stanja još znatno oštrije izražena od njegova svojstva kraćeg trajanja prijelazne pojave i manjih gubitaka energije. Posljedice takvih ukupnih odnosa očituju se u tome što se u svim elektromotornim pogonima s dinamičkim karakterom rada (naročito za veće snage) pojavljuju sporohodni motori (reverzibilni valjački stanovi, rudnički izvozni strojevi, teški transporteri i dizala itd.).

Za ocjenu sklonosti kolebanja elektromotornog pogona pri naglim opterećenjima i rasterećenjima, ili sklonosti pojavama rezonancije pri opterećenju valovitim teretom, usporedimo vremenske konstante — električku T_{el} i elektromehaničku T_{em}. Znamo otprije da su takvi pogoni to skloniji kolebanju ili rezonanciji što je električka vremenska konstanta relativno veća u usporedbi s elektromehaničkom. Za kolebanje je npr. granica $T_{em} = 4T_{el}$, pa ako je T_{el} veće nego što taj odnos izražava, ili T_{em} manje, nastat će kolebanje brzine vrtnje i struja u takvom pogonu. Električku vremensku konstantu u izrazu (4) možemo raščlaniti:

$$T_{el} = \frac{L}{R} = \frac{kw^2 (\lambda_u l + \lambda_{gl} l_{gl})}{2\varrho \frac{l_v}{q} w} = \frac{kw (\lambda_u l + \lambda_{gl} l_{gl})}{2\varrho \frac{l_v}{q}}. \tag{37}$$

w — broj zavoja namota;

l — duljina paketa željeza i ujedno duljina vodiča u utoru

l_{gl} — duljina vodiča u glavi namota

l_v — duljina vodiča

q — presjek vodiča

ϱ — specifični otpor

λ_u — specifična magnetska vodljiva vrijednost po jedinici duljine utora

λ_{gl} — prosječna specifična magnetska vodljiva vrijednost po jedinici duljine glave namota

k — konstanta proporcionalnosti među veličinama

Za dva stroja jednake razvijene snage ($P_1 = P_2$), ali različite brzine vrtnje, pretpostavimo još, radi jednostavnosti, i jednak inducirani napon ($E_1 = E_2$), što vodi do jednake struje ($I_1 = I_2$). U tom su im slučaju jednaki i presjeci vodiča pa im omjer električkih vremenskih konstanti glasi:

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \frac{w_1}{w_2} \left(\frac{l_{v1}}{l_{v2}}\right)^{-1} \frac{\lambda_{u1} l_1 + \lambda_{gl1} l_{gl1}}{\lambda_{u2} l_2 + \lambda_{gl2} l_{gl2}}. \tag{37.a}$$

Duljina vodiča zbroj je duljine vodiča u utoru i u glavi: $l_v = l + l_{g1}$, a duljina glave proporcionalna je polnom koraku:

$$l_{g1} = C\tau, \tag{38}$$

gdje je konstanta C karakteristična za pojedinu vrstu strojeva i kreće se od $C = 1$ (kavezni namot) do najviše $C = 2$ (namot armature istosmjernog ili asinhronog stroja). Inducirani napon stroja proporcionalan je (uz konstantnu frekvenciju)

produktu magnetskog toka i broja zavoja, odakle ustanovljujemo omjer broja zavoja (uz $E_1 = E_2$):

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{\tau_2 l_2 B_2}{\tau_1 l_1 B_1},$$

što uz jednaku vrijednost indukcija u zračnom rasporu ($B_1 = B_2$), a to je pretpostavka sličnosti, daje:

$$\frac{w_1}{w_2} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{-1} \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{-1}. \tag{39}$$

Ako su strojevi slično građeni i specifične su magnetske vodljive vrijednosti jednake, tj. $\lambda_{u1} = \lambda_{u2} = \lambda_u$ i $\lambda_{gl1} = \lambda_{gl2} = \lambda_{gl}$, i kad to uvrstimo uz jednadžbe (38) i (39) u (37.a), bit će:

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{-1} \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{-1} \left(\frac{l_1 + C\tau_1}{l_2 + C\tau_2}\right)^{-1} \left(\frac{\lambda_u l_1 + \lambda_{gl} C\tau_1}{\lambda_u l_2 + \lambda_{gl} C\tau_2}\right). \tag{37.b}$$

Označimo, dalje:

$$\frac{\lambda_{gl}}{\lambda_u} = F = \text{konst.}, \tag{40}$$

tj. međusobni je omjer specifičnih magnetskih vodljivosti u utoru i glavi namota konstantan. Kako je magnetska vodljivost utora od oko 5 do 8 puta veća od magnetske vodljivosti glave, to se iznos F kreće od približno 0,12 do 0,2. Tako se može, konačno, omjer električkih vremenskih konstanti napisati:

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{-1} \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{-1} \left(\frac{l_1 + C\tau_1}{l_2 + C\tau_2}\right)^{-1} \left(\frac{l_1 + FC\tau_1}{l_2 + FC\tau_2}\right) \tag{41}$$

$$C = 1, \ldots, 2; \quad F = 0{,}12, \ldots, 0{,}2. \tag{41.a}$$

Za elektromehaničku vremensku konstantu pišemo:

$$T_{em} = \frac{J\omega_o s_n}{M_n} = \frac{J\omega_o^2 s_n}{P_{op}} = \frac{J\omega_o^2 P_{Curn}}{P_{op}^2}. \tag{42}$$

Tu su P_{Curn} gubici u namotima (nazivni) rotora, a P_{op} je snaga privedena rotoru. Gubici u namotima rotora proporcionalni su općenito I^2R, pa će omjer elektromehaničkih vremenskih konstanti za dva stroja jednake snage (uz jednak napon i struju), a različitih brzina vrtnje biti:

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = \frac{J_1 \omega_1^2 R_1}{J_2 \omega_2^2 R_2}. \tag{42.a}$$

Pri tome su omjeri otpora:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\varrho_1 \dfrac{l_{v1}}{q_1} w_1}{\varrho_2 \dfrac{l_{v2}}{q_2} w_2} = \frac{l_{v1}}{l_{v2}} \frac{w_1}{w_2},$$

što uz relaciju (39) prelazi u:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_{v1}}{l_{v2}} \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{-1} \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{-1}. \tag{43}$$

Budući da je duljina vodiča $l_v = l + l_{gl}$, to uz izraze (38) i (43) uvršteno u (42.a) i sređeno izlazi konačno:

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = \frac{J_1}{J_2} \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^{-1} \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^{-1} \frac{l_1 + C\tau_1}{l_2 + C\tau_2}. \tag{44}$$

Konstanta C izražena je u relaciji (41.a).

Jednadžbe (41) i (44) daju nam omjere električkih i elektromehaničkih vremenskih konstanti za opći slučaj usporedbe. Primijenimo to na sva tri načina gradnje strojeva.

1. Za prvi način gradnje prema izrazu $l = 0{,}5\sqrt{p}\,\tau$ dobiva se nakon uvrštenja (11), (15) i (18) u (41) i (44) i sređenja:

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/4} \left(\frac{\sqrt{p_1} + 2C}{\sqrt{p_2} + 2C}\right)^{-1} \left(\frac{\sqrt{p_1} + 2FC}{\sqrt{p_2} + 2FC}\right) \tag{45}$$

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/2} \left(\frac{\sqrt{p_1} + 2C}{\sqrt{p_2} + 2C}\right). \tag{46}$$

2. Za drugi način gradnje prema izrazu $l = K_I\tau$, kad se uvrste relacije (12), (20) i (23) u (41) i (44) i sredi, izlazi:

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/2} \tag{47}$$

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = 1. \tag{48}$$

3. Za treći način gradnje prema izrazu $l = \dfrac{2p\tau}{\pi K_{II}}$, nakon što se uvrste relacije (13), (25) i (28) u (41) i (44) i sredi, bit će:

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \left(\frac{2p_1 + \pi CK_{II}}{2p_2 + \pi CK_{II}}\right)^{-1} \left(\frac{2p_1 + F\pi CK_{II}}{2p_2 + F\pi CK_{II}}\right) \tag{49}$$

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1} \left(\frac{2p_1 + \pi CK_{II}}{2p_2 + \pi CK_{II}}\right). \tag{50}$$

Pri tome konstanta K_{II}, tj. omjer promjera rotora i duljina željeza (vidi sl. 2.9—4), ima obično vrijednosti između 0,5 i 1. Lakše će se stvoriti predodžba o ponašanju vremenskih konstanti na primjerima. Uzmimo ih dva. U oba je omjer brzine vrtnje 2 : 1, samo je u prvome $p_1 = 2$, $p_2 = 4$, a u drugome $p_1 = 10$, $p_2 = 20$. Izračunajmo omjere vremenskih konstanti, i to tako da se za konstante C, F i K_{II} uzmu

najprije najmanje vjerojatne vrijednosti ($C = 1$, $F = 0{,}12$, $K_{II} = 0{,}5$), a zatim najveće vjerojatne vrijednosti ($C = 2$, $F = 0{,}2$, $K_{II} = 1$). Rezultati su prikazani u tablici na sl. 1. Razmatranjem relacija od (45) do (50) i tablice na sl. 1. može se zaključiti slijedeće:

Elektromehanička vremenska konstanta brzohodnog stroja veća je od elektromehaničke vremenske konstante sporohodnog stroja ili joj je u graničnom slučaju jednaka.

Električka je vremenska konstanta brzohodnog stroja manja od one u sporohodnog stroja.

Broj pari polova	$p_1 = 2$, $p_2 = 4$		
Način gradnje	$l = 0{,}5\sqrt{p}\,\tau$	$l = K_I\tau$	$l = \frac{D}{K_{II}}$
T_{el1}/T_{el2}	0,728,...,0,737	0,707	0,879,...,0,789
T_{em1}/T_{em2}	1,207,...,1,276	1	1,161,...,1,440

a)

Broj pari polova	$p_1 = 10$, $p_1 = 20$		
Način gradnje	$l = 0{,}5\sqrt{p}\,\tau$	$l = K_I\tau$	$l = \frac{D}{K_{II}}$
T_{el1}/T_{el2}	0,761,...,0,748	0,707	0,941,...,0,855
T_{em1}/T_{em2}	1,128,...,1,196	1	1,073,...,1,239

b)

Sl. 1. Tablica usporedbe električkih i elektromehaničkih vremenskih konstanti za dva slična stroja jednake snage, omjera brzine vrtnje 2 : 1 i za razne načine gradnje: a) $p_1 = 2$, $p_2 = 4$; b) $p_1 = 10$, $p_2 = 20$. Konstante su za vrijednosti na lijevoj strani: $C = 1$, $F = 0{,}12$, $K_{II} = 0{,}5$, a konstante za vrijednosti na desnoj strani: $C = 2$, $F = 0{,}2$, $K_{II} = 1$

Sporohodni stroj jednake snage skloniji je kolebanju brzine vrtnje pri naglim opterećenjima od slično građenoga brzohodnog stroja. Što je stroj sporohodniji, to mu više raste vrijednost električke vremenske konstante, a elektromehanička konstanta to više opada ili u graničnom slučaju (za slučaj gradnje na principu $l = K_I\tau$) ostaje ista.

Ipak valja posebno istaknuti da vrijednost relacija izvedenih u ovom poglavlju nije toliko u njihovoj točnosti i primjenljivosti na konkretan račun, koliko u njihovu konačnom zaključku o osnovnoj orijentaciji pri izboru motora za svladavanje dinamičkih stanja.

Cijeli dosadašnji prikaz odnosa raznih dinamičkih veličina izveden je za strojeve srednje i velike snage. Strojevi male snage grade se jednako kao i oni srednje snage, s osnovnim omjerom dimenzija prema relaciji (13), pa i za njih vrijede iz-

vedeni izrazi, osim jednog detalja i njegovih posljedica. Iako je poznavanje odnosa pokazatelja u dinamičkim stanjima pogona malim strojevima od neusporedivo manje važnosti, pokažimo radi potpunosti i te specifičnosti. Rotor stroja srednje ili velike snage gradi se obično kao šuplji valjak (tj. presjek mu je kružni vijenac), koji je preko rotorske zvijezde učvršćen na osovinu. Pri računu momenta inercije zanemarili smo i osovinu (zbog malog promjera) i rotorsku zvijezdu (zbog male mase) za naše usporedbe ako su strojevi velike ili srednje snage. Strojevi male snage grade se (radi jednostavnije tehnologije) tako da im je aktivni dio (željezo) rotora izravno navučen na osovinu. Promotrit ćemo posljedice. Prema izrazu (13) osnovni je odnos dimenzija:

$$l = \frac{D}{K_{II}} = \frac{2p\tau}{\pi K_{II}}$$

kao i u gradnji stroja srednje snage. Stoga za omjer polnih koraka vrijedi relacija (25), a isto tako za omjer promjera rotora relacija (26). Međutim, za omjer mase rotora, uz jednadžbu (26), vrijedi:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{D_1^2 \pi l_1}{D_2^2 \pi l_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{3/2}. \tag{51}$$

Iz toga se za omjer momenta inercije dobiva:

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{m_1 D_1^2}{m_2 D_2^2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{5/2} \tag{52}$$

i, konačno, za omjer predstavnika trajanja dinamičkih stanja i gubitaka u njima, tj. za omjer normativnih vremena potpunog zaleta bez tereta i gubitaka energije u namotima rotora u tom zaletu:

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/2}. \tag{53}$$

Vidimo da se osnovna tendencija za ova dva pokazatelja potpuno promijenila prema onoj u strojeva srednje (a i velike) snage. Jer, ako je $p_1 = 1$, $p_2 = 2$, bit će:

$$A_{z1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/2} A_{z2} = 0{,}71\, A_{z2},$$

tj. sporohodnom stroju male snage dulje su prijelazne pojave i veći gubici u njima nego u brzohodnog stroja male snage. A taj je zaključak upravo suprotan onome za strojeve srednje i velike snage — usporedi relacije (19), (24), (29) i (30). Međutim, već za omjer pokazatelja p_V, tj. omjer gubitaka u dinamičkim stanjima po jedinici volumena aktivnog materijala:

$$\frac{p_{V1}}{p_{V2}} = \frac{A_{z1}}{A_{z2}} \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/2} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-3/2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1} = \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

što je formalno identično izrazu (35), vrijedio bi formalno isti zaključak koji vrijedi i za strojeve srednje snage. U biti je on uz omjer p_V za strojeve male snage nedovoljno pouzdan da bi se ocijenile termičke prednosti, zbog toga što količina že-

ljeza u rotoru nije određena elektromagnetskim odnosima, već jednostavnošću gradnje (veća je nego što je potrebno za vođenje magnetskog toka).

Zbog drukčijeg omjera momenata inercije pri usporedbi strojeva male snage bit će drukčiji i omjer elektromehaničkih konstanti. Na osnovi relacije (44), uz sukcesivnu primjenu izraza (13), (25) i (52), izlazi:

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = \frac{2p_1 + \pi CK_{II}}{2p_2 + \pi CK_{II}}, \tag{53.a}$$

što vodi do načelno manje elektromehaničke vremenske konstante brzohodnog stroja male snage nego što ona iznosi za sporohodni stroj. I taj je zaključak suprotan onome za strojeve srednje i velike snage, što se vidi usporedimo li relaciju (53.a) s (46), (48) i (50), ali su posljedice manje praktične važnosti jer su promatrana svojstva elektromotornog pogona sa strojevima male snage u dinamičkim stanjima od neusporedivo manjeg interesa nego kad su to pogoni sa strojevima srednje ili veće snage.

5.5.2. Usporedba pokazatelja dinamičkih stanja za strojeve različitih snaga, a jednake brzine vrtnje

Usporedba pokazatelja dinamičkih stanja u slično građenih strojeva jednake brzine vrtnje, a različitih snaga jednostavnija je, a i rezultati su točniji, nego ona za slično građene strojeve jednake snage, a različite brzine vrtnje. Jednostavnija je zbog toga što su omjeri promjera rotora i duljina željeza u rotoru dvaju slično građenih strojeva jednake brzine vrtnje zapravo jednaki. Stoga za osnovne veličine, dimenzije, presjeke, volumen, gubitke, snage itd. vrijede zakoni sličnosti u jednostavnom obliku, u kakvom su izvedeni za transformatore. Zbog istog razloga ne ovisi usporedba ni o tome po kojem su proizvodno-ekonomskom principu građeni strojevi, pa se ne razlikuje ni za različita područja veličina (za male snage, srednje i velike). Bitno je samo da je stroj slično građen. Rezultati usporedbe, tj. omjeri raznih pokazatelja dinamičkih stanja, točniji su zato što nisu prijeko potrebne određene aproksimacije i zanemarenja. To je posebno izraženo pri usporedbi momenata inercije rotora jer je proporcionalnost polumjera tromosti i promjera rotora evidentna kad su slični strojevi jednake brzine vrtnje (a raznih snaga), dok je u sličnih strojeva jednake snage usporedba momenata inercije (i veličina koje o njoj ovise) vezana za određene aproksimacije. Tako smo u odjeljku 5.5.1. pretpostavljali da je masa rotora šuplji valjak, što je omogućilo usporedbe, ali je unosilo i izvjesne pogreške jer se nije uzimala masa (električki) neaktivnog materijala i utjecaj glave namota.

Pri usporedbi pokazatelja dinamičkih stanja slično građenih strojeva jednake brzine vrtnje, a različitih snaga zgodno je poći od izraza za snagu (2.9—8) izvedenoga u 2. poglavlju:

$$P_n = K_8 \frac{D^3 l}{p} \omega_n B_\delta \Gamma_n.$$

Uz konstantnu vrijednost gustoće struje Γ_n i indukcije u zračnom rasporu B_δ za snage slično građenih strojeva jednake brzine vrtnje ($\omega_n = \text{konst.}$, $p = \text{konst.}$, D je proporcionalno l) pisat ćemo:

$$P = k_p D^4. \tag{54}$$

Tu k_p sadrži sve konstantne vrijednosti i proporcionalnosti među veličinama. Dakle, omjer snage dvaju slično građenih strojeva s jednakom brzinom vrtnje:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 \tag{54.a}$$

jednak je četvrtoj potenciji omjera njihovih linearnih dimenzija, pri čemu smo promjer rotora D uzeli za osnovicu. Zbog sličnosti rasta svih linearnih dimenzija i zato što je promjer rotora proporcionalan polumjeru inercije, omjer će momenata inercije biti:

$$\frac{J_1}{J_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5. \tag{55}$$

Sad je pomoću relacija (54) i (55) moguće izvesti omjere za sve pokazatelje važne u dinamičkim stanjima, pri čemu počnimo s pokazateljima važnima za ocjenu mehaničkih dinamičkih stanja. Usporedimo najprije normativna trajanja zaleta — vidi izraz (2):

$$\frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \frac{J_1 \omega_1}{J_2 \omega_2}\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^{-1} = \frac{J_1 \omega_1^2}{J_2 \omega_2^2}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-1}.$$

Zbog $\omega_1 = \omega_2$ bit će:

$$\frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \frac{J_1}{J_2}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{-4} = \frac{D_1}{D_2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/4}.$$

Za normativna trajanja zaleta, dakle, vrijedi:

$$T_{n1} = T_{n2}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/4}, \tag{56}$$

a zbog zanemarivo malih razlika između normativnog trajanja zaleta prema izrazu (2) i mehaničke vremenske konstante, dobiva se:

$$T_{m1} = T_{m2}\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/4}. \tag{57}$$

Izlazi da se s porastom snage stroju povećava i trajanje njegovih prijelaznih pojava, ali je taj porast relativno spor. Ide svega s četvrtim korijenom iz snage, tj. trajanje priraste za svega oko 20% kad se snaga dvostruko poveća.

Ako gledamo gubitke energije, nešto je drukčija situacija. Usporede li se energije izgubljene u namotima rotora prilikom potpunog zaleta rotora bez tereta, i to za dva stroja jednake brzine vrtnje, iz relacija (8) i (55) dobivamo:

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{J_1 \omega_1^2}{J_2 \omega_2^2} = \frac{J_1}{J_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5 = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{5/4}. \tag{58}$$

I tu rastu gubici u dinamičkim pojavama s porastom stroja, ali više od porasta snage. Pri dvostrukoj snazi sličnog stroja gubici zaleta iznose već oko 240% onih u manjeg stroja. Uzme li se da mogućnost odvoda gubitaka raste sporije od porasta

snage, rezultati su za veći stroj još znatno nepovoljniji. To se vidi i iz termičkog pokazatelja p_V, tj. iz gubitaka energije u zaletu bez tereta po jedinici mase aktivnog dijela. Za dva stroja u usporedbi omjer pokazatelja glasi:

$$\frac{p_{V1}}{p_{V2}} = \frac{A_{z1}}{A_{z2}} \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^{-1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{5} \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{-3} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/2}. \tag{59}$$

Znači, porast će temperature namota u dinamičkoj pojavi za dvostruko veći stroj biti približno 40% veći od onoga za manji stroj. Nije naodmet napomenuti da pokazatelj p_V za ovu usporedbu možemo smatrati i omjerom gubitaka energije u zaletu po jedinici mase namota jer je zbog sličnosti linearnih dimenzija ostvarena proporcionalnost mase namota prema masi aktivnog dijela stroja.

Važan je zaključak da s porastom snage stroja znatno opada njegova sposobnost svladavanja mehaničkih dinamičkih stanja. Istu dinamičku pojavu stroj veće snage svladava sporije i uz veće zagrijavanje namota nego stroj manje snage.

Za ocjenu sklonosti pogona kolebanju pri udarnim opterećenjima itd., usporedimo električke T_{el}, u izrazu (4), i elektromehaničke T_{em}, iz relacije (5), vremenske konstante dvaju strojeva jednake brzine vrtnje, a različitih snaga. Omjer električkih vremenskih konstanti dvaju strojeva prema izrazu (37) pišemo ovako:

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \frac{w_1 q_1}{w_2 q_2} \left(\frac{l_{v1}}{l_{v2}}\right)^{-1} \frac{\lambda_{u1} l_1 + \lambda_{gl1} l_{gl1}}{\lambda_{u2} l_2 + \lambda_{gl2} l_{gl2}}.$$

Za presjek vodiča vrijedi $q = \frac{S_{Cu}}{w}$, gdje je S_{Cu} ukupni presjek bakra namota, a kako je u slično građenih strojeva $\lambda_{u1} = \lambda_{u2}$, $\lambda_{gl1} = \lambda_{gl2}$, i budući da su sve linearne dimenzije proporcionalne promjeru, taj izraz može se dalje razvijati:

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \frac{S_{Cu1}}{S_{Cu2}} \left(\frac{l_{v1}}{l_{v2}}\right)^{-1} \frac{D_1}{D_2} = \frac{D_1^2}{D_2^2} \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{-1} \frac{D_1}{D_2}$$

$$\frac{T_{el1}}{T_{el2}} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{2} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/2}. \tag{60}$$

Električka vremenska konstanta za slično građene strojeve jednake brzine vrtnje raste s drugim korijenom iz omjera snaga.

Za omjer elektromehaničkih vremenskih konstanti T_{em} pišemo na osnovi definicije (5) i uz supstituciju izraza (2):

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = \frac{J_1 \omega_1}{J_2 \omega_2} \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^{-2} \frac{s_{n1}}{s_{n2}} = \frac{T_{n1}}{T_{n2}} \frac{s_{n1}}{s_{n2}}.$$

Budući da je nazivno klizanje omjer gubitaka u rotoru i snage prenijete na rotor, to se za strojeve jednake brzine vrtnje, uz supstituciju izraza (56), dobiva:

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = \frac{T_{n1}}{T_{n2}} \frac{P_{Cu1}}{P_{Cu2}} \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-1} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{1/4} \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{3/4} \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{-1}$$

$$\frac{T_{em1}}{T_{em2}} = 1. \tag{61}$$

Elektromehanička vremenska konstanta za slično građene strojeve jednake brzine vrtnje ne mijenja se sa snagom stroja, već ostaje praktički konstantna. Budući da se električka vremenska konstanta povećava s porastom snage stroja, a elektromehanička ostaje konstantna, to se uz porast snage stroja vrijednost električke konstante sve više približava vrijednosti elektromehaničke vremenske konstante. Stoga su strojevi veće snage skloniji pojavi kolebanja brzine vrtnje prilikom gotovo svih dinamičkih stanja. Naime, uz današnje stanje tehnike gradnje električnih strojeva već se za strojeve manje snage praktički postiže granični odnos vremenskih konstanti odlučan za pojavu kolebanja, tj. $T_{em} \approx 4\, T_{el}$, što upućuje na spomenuti zaključak. Ne smije se pri tome zaboraviti da moment inercije radnog mehanizma, koji nije uključen u naše razmatranje, bitno mijenja iznos elektromehaničke konstante, a time i uvjete za kolebanje elektromotornog pogona kao cjeline.

5.5.3. Usporedba pokazatelja dinamičkih stanja za jednake strojeve s vanjskim i unutrašnjim rotorom

U klasičnoj gradnji električnih strojeva vanjski dio stroja redovno je stator (mirni dio), a unutrašnji je rotor (dio koji se vrti). U novije vrijeme pojavljuju se češće izvedbe s obrnutim rasporedom, tj. unutrašnji dio stroja je stator, a vanjski je rotor (vidi npr. sl. 1.2—1). U principu se primarni i sekundarni dio električnog stroja mogu podjednako dobro smjestiti bilo na vanjski, bilo na unutrašnji dio stroja, pa će u osnovi, za određenu snagu i brzinu vrtnje, obje spomenute izvedbe (s vanjskim i unutrašnjim rotorom) imati jednaku snagu, težinu, aktivne dijelove itd., a razlikovat će se samo u detaljima električnog i mehaničkog priključka i u neaktivnom dijelu. Usporedimo li pokazatelje dinamičkih stanja za te dvije varijante izvedbe stroja, ostat će nepromijenjeni pokazatelji koji ne ovise o momentu inercije J (električka vremenska konstanta), a mijenjat će se pokazatelji koji ovise o momentu inercije J (normativno vrijeme zaleta, gubici uzrokovani dinamičkom pojavom, elektromehanička vremenska konstanta). Na osnovi usporedbe momenta inercije J_u za klasični stroj s unutrašnjim rotorom i momenta inercije J_v stroja s vanjskim rotorom, može se ocijeniti prikladnost varijanti za pogone s dinamičkim stanjima. Radi jednostavnosti pretpostavimo da se iznos momenata inercije grubo odnosi kao momenti inercije samo aktivnih materijala, a ove zamislimo kao valjke ili šuplje valjke kojima je presjek načelno prikazan na sl. 2. Sl. 2.a odnosi se na presjek kroz aktivni dio stroja male snage, pri čemu je $D_v = 2R_v$ vanjski promjer vanjskog dijela, $D + 2\delta = 2(R_\delta + \delta)$ je unutrašnji promjer vanjskog dijela, a $D = 2R_\delta$ je vanjski promjer unutrašnjeg dijela stroja. Sl. 2.b prikazuje principni presjek kroz aktivni dio stroja srednje ili veće snage. Oznake su iste kao na sl. 2.a, samo je još s $D_u = 2R_u$ označen unutrašnji promjer unutrašnjeg dijela stroja. Tad možemo pretpostaviti da je u jednoj varijanti vanjski dio rotor, a unutrašnji stator, dok je u drugoj vanjski dio stator, a unutrašnji rotor, i izračunati odatle omjere pripadnih momenata inercije. Izvedimo to najprije za strojeve male snage (sl. 2.a) jer je pojava stroja s vanjskim rotorom u njih češća. Prema izrazu (3.0—1) moment će inercije općenito biti:

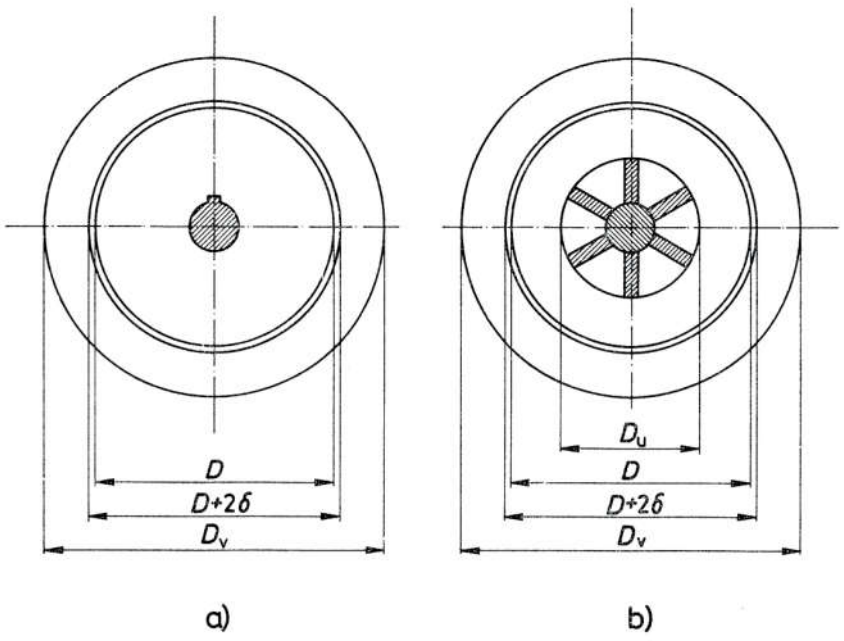
$$J = \int_V r^2 \, \mathrm{d}m, \tag{61}$$

gdje je dm diferencijal mase. Za njega možemo pisati:

$$dm = 2\pi r l \gamma \, dr. \tag{62}$$

Pri tome je l duljina valjka (željeza) aktivnog dijela stroja, a γ specifična gustoća mase za koju, radi jednostavnosti, pretpostavimo da je konstantna. Unutrašnjem dijelu stroja prema sl. 2.a bit će moment inercije:

$$J_u = 2\pi \gamma l \int_0^{R\delta} r^3 \, dr = \pi \gamma l \frac{R_\delta^4}{2} = \frac{\pi \gamma l D^4}{32}, \tag{63}$$



Sl. 2. Pojednostavnjeni principni izgled presjeka aktivnog dijela električnog stroja: a) za stroj male snage; b) za stroj veće ili srednje snage

a vanjskome:

$$J_v = 2\pi \gamma l \int_{R\delta+\delta}^{R_v} r^3 \, dr = \frac{\pi \gamma l}{32} [D_v^4 - (D + 2\delta)^4]. \tag{64}$$

Omjer između momenata inercije u izvedbi s vanjskim i u onoj s unutrašnjim rotorom jest:

$$\frac{J_v}{J_u} = \frac{D_v^4 - (D + 2\delta)^4}{D^4} = \left(\frac{D_v}{D}\right)^4 - \left(1 + \frac{2\delta}{D}\right)^4.$$

Kako je zračni raspor δ sasvim neznatni dio promjera D (red veličine 1‰), pišemo:

$$\frac{J_v}{J_u} \doteq \left(\frac{D_v}{D}\right)^4 - \left(1 + \frac{8\delta}{D}\right) \doteq \left(\frac{D_v}{D}\right)^4 - 1. \tag{65}$$

U praksi je omjer provrta i vanjskog promjera $\frac{D}{D_v} = 0{,}6, \ldots, 0{,}8$. Manja vrijednost odnosi se na brzohodne, a veća je za sporohodne strojeve, čemu odgovara omjer momenta tromosti njihovih aktivnih dijelova:

$$\frac{J_v}{J_u} \doteq 6{,}7, \ldots, 1{,}5 \tag{66}$$

Za strojeve srednje i velike snage (sl. 2.b) moment je inercije vanjskog dijela već dan izrazom (64), a za unutrašnji dio vrijedi:

$$J_u = 2\pi\gamma l \int_{R_u}^{R_\delta} r^3 \, dr = \frac{\pi\gamma l}{32}(D^4 - D_u^4). \tag{67}$$

Omjer je momenata inercije:

$$\frac{J_v}{J_u} = \frac{D_v^4 - (D + 2\delta)^4}{D^4 - D_u^4} \doteq \frac{\left(\frac{D_v}{D}\right)^4 - 1}{1 - \left(\frac{D_u}{D}\right)^4}. \tag{68}$$

Načelno ćemo odrediti vezu između omjerâ $\frac{D_v}{D}$ i $\frac{D_u}{D}$. Razlike $(D_v - D)$ i $(D - D_u)$ moraju u principu biti jednake (npr. ako je motor asinhroni) jer i unutrašnji i vanjski dio stroja vodi isti magnetski tok. Odatle izlazi:

$$\frac{D_u}{D} \approx 2 - \frac{D_v}{D}. \tag{69}$$

Za uobičajene praktičke odnose $\frac{D}{D_v} = 0{,}6, \ldots, 0{,}8$ dobiva se uz jednadžbe (69) i (68):

$$\frac{J_v}{J_u} = 6{,}8, \ldots, 2{,}1. \tag{70}$$

Taj se rezultat ne razlikuje bitno od rezultata (66) za strojeve male snage. Stvarni omjer između momenta inercije stroja s vanjskim rotorom J_v i momenta inercije stroja s unutrašnjim rotorom J_u bit će zapravo još veći nego što to pokazuju izrazi (66) i (70). Uzme li se i neaktivni dio stroja koji se vrti, tad on povećava te odnose jer je u stroju s vanjskim rotorom prostorno smješten na vrlo velikom promjeru (vidi primjer na sl. 1.2—1), a u stroju s unutrašnjim rotorom neaktivni je dio obično unutar najmanjeg promjera D_u. Ispravan je svakako zaključak da je moment inercije stroja s vanjskim rotorom više puta veći od onoga u klasično građenog stroja, a konkretan je omjer veći kad je riječ o brzohodnim strojevima — vidi izraze (66) i (70). To znači da će se mehanička dinamička stanja stroja s vanjskim rotorom odvijati toliko puta sporije kolik je omjer J_v/J_u, a i gubici energije u namotima rotora bit će u tom omjeru veći. To se odmah vidi iz izraza (1), (2) i (3) za mehaničku vremensku konstantu, normativno vrijeme zaleta i gubitke energije u rotoru za potpuni zalet bez tereta, koje smo odabrali za pokazatelje mehaničkih dinamičkih stanja. Iz toga nameće se zaključak da su strojevi s vanjskim rotorom izrazito nepovoljniji za pogone s mehaničkim dinamičkim stanjima od klasično

građenih strojeva s unutrašnjim rotorom. No, u pogonima s čestim udarcima tereta pri konstantnoj brzini vrtnje imaju strojevi s vanjskim rotorom određenu prednost. Budući da je prema relaciji (5) i elektromehanička vremenska konstanta stroja s vanjskim rotorom veća u omjeru J_v/J_u, a električka prema izrazu (4) ostaje gotovo nepromijenjena, stroj je s vanjskim rotorom znatno manje sklon kolebanju brzine vrtnje i momenta prilikom udaraca nego onaj klasično građeni. Stroj s vanjskim rotorom imat će općenito prednost i u svim onim pogonima gdje se zahtijeva veliki moment inercije, npr. u pogonima s ojnicom ili u onima s valovitim momentom tereta.

5.5.4. Zaključci o prednostima motora različitih svojstava za elektromotorne pogone s dinamičkim stanjima

Usporedbe pokazatelja za ocjenu vladanja motora različitih svojstava u dinamičkim stanjima provedene u odjeljcima 5.5.1, 5.5.2. i 5.5.3, pružaju mogućnost jasnog zaključivanja o prednosti i ponašanju pojedinih vrsta i izvedbi motora. Teorija sličnosti električnih strojeva primijenjena na pokazatelje dinamičkih stanja, iako gruba i neprecizna, pouzdanija za ocjenjivanje nego za računanje konkretnih veličina, daje nam nekoliko vrlo važnih zaključaka za izbor motora u pogonima s čestim dinamičkim stanjima. Nabrojmo ih:

1. Za elektromotorne pogone s čestim mehaničkim dinamičkim stanjima sporohodni strojevi su u znatnoj prednosti pred brzohodnima. Iako znatno teži, veći i skuplji, ipak se oni upotrebljavaju jer su, ukupno gledajući, ekonomičniji, a ponekad i jedino tehnički moguće rješenje.

2. Kako raste snaga elektromotornog pogona s pretežno mehaničkim dinamičkim režimom, tako se povećavaju teškoće.

3. Strojevi veće snage skloniji su kolebanjima brzine vrtnje i momenta motora pri naglim promjenama opterećenja od strojeva manje snage (uz jednaku brzinu vrtnje).

4. Sporohodni strojevi skloniji su kolebanjima brzine vrtnje i momenta motora pri naglim promjenama opterećenja nego brzohodni strojevi (uz jednaku snagu).

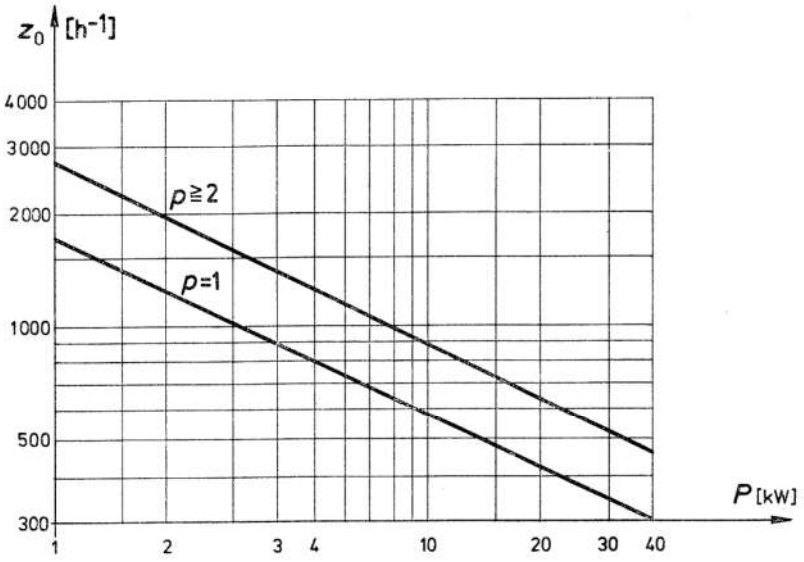
5. Strojevi s vanjskim rotorom znatno su nepovoljniji za pogone s mehaničkim dinamičkim stanjima od klasičnih strojeva s unutrašnjim rotorom. Ali su oni povoljniji za pogone s čestim naglim promjenama opterećenja (pri istoj brzini vrtnje) i uopće za pogone u kojima je potrebna veća mehanička tromost.

5.6. DINAMIČKA STANJA ELEKTROMOTORNOG POGONA I NAZIVNI PARAMETRI ELEKTROMOTORA

Gubici koji se pojavljuju u motoru za vrijeme dinamičkih stanja uzrokuju teškoće kad valja odabrati ispravan motor za neki elektromotorni pogon koji ima pretežno ili, čak, samo dinamička stanja. Normalni nazivni podaci koji se nalaze na nazivnim tablicama motora — snaga, brzine vrtnje, struja, priključni napon itd., upotrebljivi su pri ocjeni prikladnosti motora za stacionarni pogon. Ali sposobnost elektromotora da svlada neki pogon s dinamičkim pogonskim režimom ne vidi se iz njegovih uobičajenih parametara. Čak i ostali parametri koji su obično u katalozima, kao podatak o vlastitoj zamašnoj masi, o pokretnom momentu i slično, bitno ne popravljaju stanje. To je uglavnom zbog toga što se do danas nisu pro-

našli jednostavni i sigurni pokazatelji koji bi omogućivali brzo ocjenjivanje motora s gledišta dinamičkih stanja, kao što ga podaci učinske tablice ocjenjuju s gledišta stacionarnih stanja. Zato izboru motora za određene elektromotorne pogone valja obratiti više pažnje, i to je zapravo sadržaj idućega, 6. poglavlja. Ovdje bismo se zadržali samo na već u praksi uvedenim pokazateljima koji karakteriziraju neke vrste motora, ali samo u »čistim« dinamičkim stanjima, tj. u pogonima ne samo bez stacionarnog stanja nego i bez momenta tereta M_t.

Kad se grade trofazni motori manjih i srednjih snaga općenitije namjene, obično se daje podatak koliko puta može takav motor reverzirati vlastitu zamašnu masu u jednom satu bez da se pregrije, a da osim zaleta i nakon njega ne obavlja nikakav mehanički rad. Taj broj reverziranja z_0 ujedno je i neko mjerilo sposobnosti motora za dinamičke režime (u jednom dijelu literature sa z_0 označuje se broj zaleta). S porastom snage elektromotora broj z_0 pada. Na sl. 1. predočen je



Sl. 1. Broj dopuštenih reverziranja z_0 kaveznih motora (bez tereta i s vlastitom zamašnom masom)

broj reverziranja koji se poklapa gotovo kod svih proizvođača. Broj zaleta zapravo se općenito određuje iz gubitaka, i to obično iz gubitaka u bakru statorskog namota. Kad neki motor u stacionarnome trajnom pogonu ima gubitke u bakru statora u toku jednog sata rada od $P_{Cu1} \cdot 3\,600$, onda se pretpostavlja da će takve gubitke moći imati i u čistome dinamičkom režimu, ali uz uvjet da bude jednako hlađen. Zato se ti gubici još množe nekim faktorom a ($P_{Cu1} \cdot a \cdot 3\,600$), koji ih reducira ako je zbog promjene brzine vrtnje u dinamičkom režimu oslabljeno hlađenje. S druge strane, gubici jednog reverziranja u bakru rotora bez tereta s vlastitom masom iznose $A_{Cu2} = 2 \cdot J \cdot \omega_s^2$ i mogu se lako izračunati iz sinhrone brzine vrtnje i vlastite zamašne mase. Kako se u nekom trenutku gubici u bakru statora $P_{Cu1} = 3I_1^2 R_1$ i u bakru rotora $P_{Cu2} = 3\,I'^2 \varrho\, R_2'$ odnose (uz $I_1 \doteq I_2'$) kao:

$$\frac{P_{Cu1}}{P_{Cu2}} \doteq \frac{R_1}{\varrho \cdot R_2'},$$

to se i gubici energije u zaletu odnose približno kao:

$$\frac{A_{Cu1}}{A_{Cu2}} \doteq \frac{R_1}{\xi \cdot R_2'}.$$

Pri tome je ϱ poznati faktor potiskivanja struje, tj. faktor povećanja otpora u rotoru, a ξ je njegova prosječna vrijednost pri reverziranju (za frekvencije rotora od $f_2 = 2f_1$ do $f_2 = 0$). Tako se može računati da je:

$$z_0 = \frac{P_{Cu1}\, a\, 3\,600}{A_{Cu2}\, \frac{1}{\xi}\, \frac{R_1}{R_2'}}. \tag{1}$$

Jedina je teškoća u faktoru ξ. On je za manje motore, bez potiskivanja struje, $\xi = 1$, a za veće, s potiskivanjem struje, može se grubo uzeti $\xi = h_v$, gdje je h_v visina rotorskog štapa (u cm). Zna li se broj z_0 za neki motor, on se za drugi motor slične konstrukcije (iz istog niza) računa pomoću zakona sličnosti. Kako se gubici u bakru statora mijenjaju proporcionalno trećoj potenciji linearne dimenzije, a zamašna masa proporcionalno petoj potenciji, vrijedi:

$$\frac{z_{01}}{z_{02}} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^{-2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/2}. \tag{2}$$

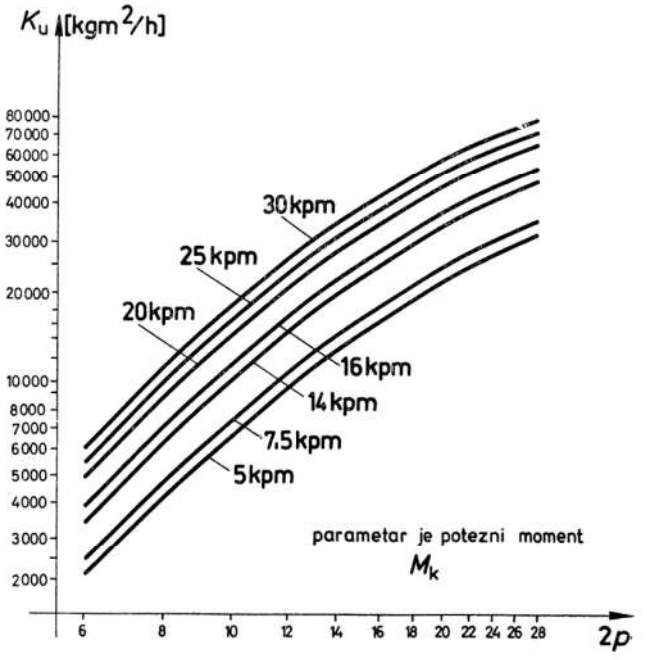
U trofaznih specijalnih motora za valjaoničke kotrljače izvedeni su posebni parametri za ocjenjivanje pogona. Budući da se cijeli pogon sastoji zaista samo od dinamičkih stanja (transport), i bez momenta je tereta M_t (kad se zanemari trenje u vlastitim ležajima), mogu se za taj slučaj uzeti posebni parametri. Na pločicu takva motora piše se sinhrona brzina vrtnje, potezni moment motora (M_k), vlastita zamašna masa i »konstanta ubrzanja« K_u. Konstanta ubrzanja je po definiciji produkt dopuštenog broja zaleta na sinhronu brzinu vrtnje z i vlastite zamašne mase, pa joj je dimenzija [$\mathrm{kgm^2\,h^{-1}}$]. To je, dakle, ukupna zamašna masa koju motor može ubrzati do sinhrone brzine vrtnje u jednom satu pogona:

$$K_u = z \cdot mD_{v1}^2. \tag{3}$$

Iz tog se podatka dade za određeni slučaj izračunati koliko se nekih dinamičkih ciklusa (općenito »q«) može izvesti sa stvarnom zamašnom masom. Na primjer, ako se reverzira s deseterostrukom zamašnom masom:

$$q = \frac{K_u}{4 \cdot mD^2} = \frac{K_u}{4 \cdot 10 \cdot mD_{v1}^2},$$

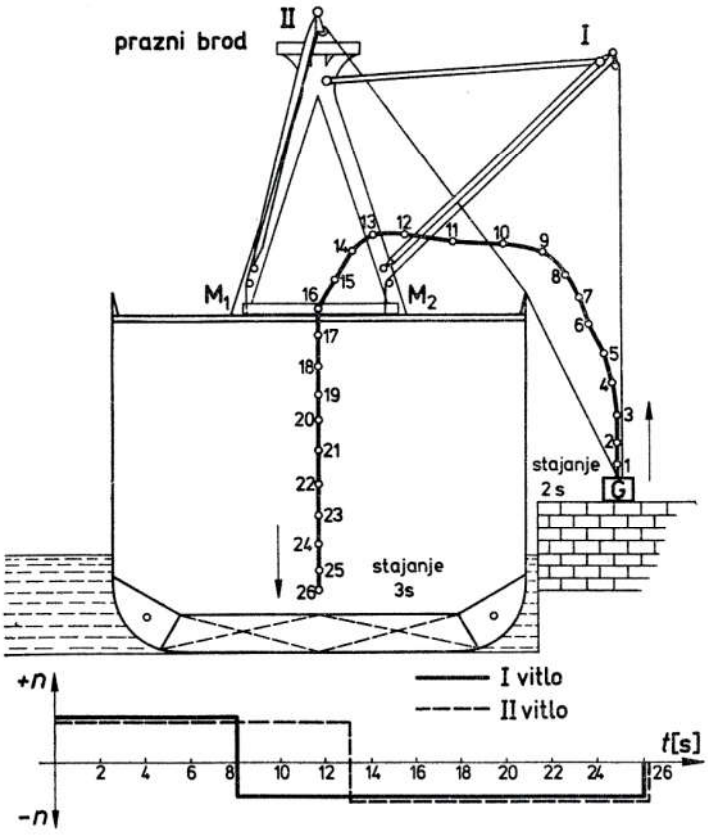
faktor 4 označuje da se u reverziranju utroši u gubitke četiri puta više energije nego pri zaletu. Konstanta ubrzanja, naravno, jako ovisi o sinhronoj brzini vrtnje. Na sl. 2. prikazane su konstante ubrzanja jednoj seriji motora za kotrljače.



Sl. 2. Konstanta ubrzanja niza kaveznih motora za kotrljače, tvornice »Rade Končar«

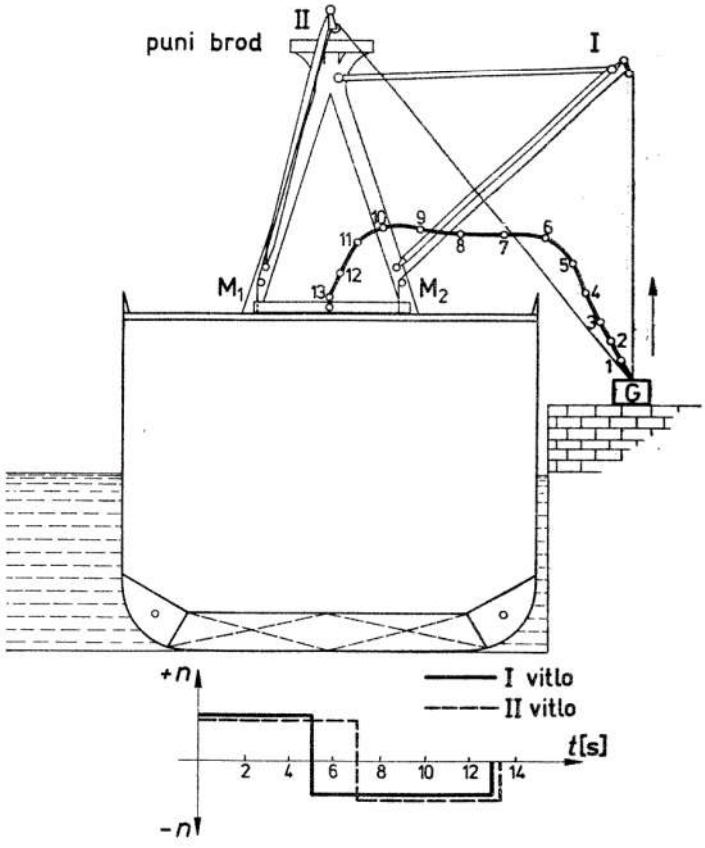
Broj reverziranja z_0 ili konstanta ubrzavanja K_u (uz potezni moment M_k) već su dobar podatak za elektromotorne pogone s idealnim dinamičkim stanjima (bez protumomenta tereta), pa se prema njima može određivati potrebni motor za neki takav pogon. No takvi su pogoni rijetki. Velika većina dinamičkih pogona, posebno novijih, ima kombinirano opterećenje. To znači da osim čestih dinamičkih pojava postoji i moment tereta, često promjenljiv s brzinom vrtnje, a i vremenski. Opis jednoga složenijeg pogona u tom smislu pridonijet će stvaranju ispravnije slike o teškoćama pri ocjeni parametara stroja. Na sl. 3. pojednostavnjena je kinematička shema pogona brodskih teretnih vitala na brodu za generalni teret srednje veličine. Sl. 3.a predočuje operacije ukrcavanja (ili iskrcavanja) na praznome, a sl. 3.b na punom brodu. Dva motora, M_1 i M_2 na slici, smještena su na palubi. Svaki od njih preko bubnja i sistema koloturnika vezan je čeličnim užetom za kuku o koju se vješa teret. Teret G je dakle obješen o dva užeta. Na dijagramu uz skicu dan je približno vremenski raspored komandi (ručki), a krivulja s brojkama opisuje (idealni) put tereta. Brojke na krivulji približno označuju vrijeme (sekunde) nakon početka operacije. Pogonski motori su ili istosmjerni (starija rješenja) ili asinhroni, najčešće višebrzinski kavezni (tri ili četiri brzine vrtnje). Teret se počinje dizati tako da ga u početku dižu oba motora. Nakon nekog vremena, kad je postigao dovoljnu visinu (oko 8 s na sl. 3.a), »vanjski« motor vitla I reverzira pa se teret kreće približno vodoravno do oko 12-e ili 13-e sekunde na sl. 3.a, pa onda reverzira i unutrašnji motor vitla II te se teret spušta i, konačno, oba motora koče. Zapažamo da je moment tereta promjenljiv u toku gotovo cijele operacije. Dalje je jedno ukrcavanje ekvivalentno četirma potpunim reverziranjima jer se kuka nakon ukrcavanja mora obratnim postupkom vratiti na obalu. Trajanje jednoga kompletnog ciklusa ovisi o tome koliko je brod pun i (prema slici) kreće se u granicama od oko 30 s do približno 1 min, tj. od 60 ukrcaja (kad je brod prazan) do 120 ukrcaja (kod punog broda) na sat. Dinamički treba računati s najgorim slučajem, tj. idealno s $4 \times 120 = 480$ reverziranja svakog motora na sat. U praksi je to dinamički znatno više jer idealno rukuje pogonom samo jako iskusni operator. Vitlima upravljaju (u svakoj luci drugi) lučki radnici, koji mnogo više puta koče i ubrzavaju pogon nego što to pokazuje idealna slika, jer ne slijede i ne anticipiraju dovoljno precizno kretanje tereta. Obično su to tereti od 2, 5 ili 10 tona, pa su vitleni motori uz zahtijevane brzine kretanja tereta i dosta velikih snaga (misli se na snage potrebne za rad). A upravo zbog te brzine vlastiti su dinamički gubici (velik vlastiti moment inercije) najveći dio gubitaka koji izazivaju zagrijavanje namota. Iz zadane brzine gibanja tereta i momenta što ga on izaziva na kuki lako bi se mogla procijeniti snaga potrebna za rad. Ali tako odabran motor iz nekog kataloga stradao bi na vitlu već nakon par sati rada. Očito je da treba posebna konstrukcija motora koja će potrebne razvijene momente motora i brzine vrtnje moći svladavati, a da pri tome ima što manji vlastiti moment inercije i što intenzivnije hlađenje. No vratimo se pitanju parametara — pitanju natpisne pločice. Nema parametara koji bi opisali zahtjeve ovakvog pogona. Ipak, motor ima natpisnu pločicu s podacima o snazi, struji, naponu, brzini vrtnje, baš kao da je riječ o motoru opće namjene, koji ne bi zadovoljio ovakav pogon. Pločica je zapravo samo formalnost jer sadrži statičke podatke. A među brodarima se govori o motoru koji, recimo, na 5-tonskom vitlu može izdržati određeni broj ukrcaja na sat, ma kakvi ti ukrcaji bili. To, dakako, nije parametar koji bi tehnički karakterizirao motor i koji bi, napisan na pločici, nešto značio. Ali je dragocjen podatak proizvođaču da se može upustiti u izradu motora koji će izdržati takav pogon. Pogona koji se ne mogu parametrima točno definirati ima jako mnogo. Prikazani se i ne ubraja

u posebno složene. Zato je pitanje izbora motora za pogone s (pretežno) dinamičkim stanjima težak i odgovoran tehnički posao. Neka od tih pitanja obrađivat će se u 6. poglavlju.



dijagram položaja ručki

a)



dijagram položaja ručki

b)

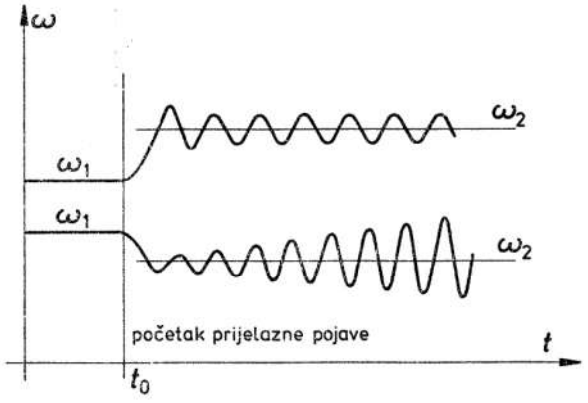
Sl. 3. Pojednostavnjena kinematička shema pogona brodskih teretnih vitala (dizalica): a) operacije na praznom brodu; b) operacije na punom brodu

5.7. DINAMIČKA STABILNOST ELEKTROMOTORNOG POGONA

Pojam statičke stabilnosti elektromotornog pogona, protumačen u odjeljku 3.5, svodi se na ocjenu međusobnih odnosa mehaničke karakteristike elektromotora i radnog mehanizma u okolini radne točke statičkog stanja elektromotornog pogona.

Pojam je dinamičke stabilnosti složeniji i pripada više području reguliranih (automatskih) elektromotornih pogona. Zbog toga ćemo u ovom poglavlju samo raščistiti definicije i fizikalne pojmove ostavljajući po strani analize, koje su sastavni dio teorije reguliranih sistema. Riječima bismo približno mogli definirati dinamičku stabilnost. Kad na kraju nekoga dinamičkog stanja brzina vrtnje poprimi konačnu čvrstu vrijednost, tj. pogon prijeđe u pravo statičko stanje, onda je taj pogon dinamički stabilan. Ili obrnuto, ako na kraju dinamičkog stanja brzina vrtnje ne poprimi konačnu vrijednost u konačnom vremenu, pogon je dinamički nestabilan. To znači da u dinamički nestabilnom pogonu u prijelaznoj pojavi dođe do stanja gdje brzina vrtnje neprigušeno oscilira oko neke vrijednosti. Dinamički je, dakle, stabilan onaj pogon kojem nakon prijelazne pojave brzina vrtnje teži nekoj konačnoj vrijednosti. Ipak definiciji treba dodati jednu ogradu. Ona se ne odnosi na pogone s kvazistacionarnim statičkim stanjem, nego samo na one koji ostvaruju prava statička stanja, tj. (vremenski) jednoznačno sjecište mehaničke statičke karakteristike motora s mehaničkom karakteristikom radnog mehanizma. Za kvazistacionarne pogone kod kojih radni mehanizam suprotstavlja motoru vremenski promjenljivo opterećenje sa sadržajem periodički promjenljivih članova, nemoguće je pravo statičko stanje, pa se ne može govoriti ni o statičkoj stabilnosti pogona, a onda, dakako, ni o dinamičkoj. Stoga se naše definicije i ne odnose na takve pogone. Prema spomenutoj definiciji npr. svi pogoni prikazani na sl. 5.1—6, 5.1—12. i 5.1—16. dinamički su stabilni, pa čak i onaj s $T_{el} = T_{em}$; brzina vrtnje teži konačnoj vrijednosti iako oscilira oko nje, ali je to osciliranje prigušeno. Sl. 1. prikazuje principno kako izgleda brzina vrtnje dinamički nestabilnog pogona nakon dinamičkog stanja promjene brzine vrtnje s ω_1 na ω_2. Takav vremenski tok brzine vrtnje obično ne nastaje u jednostavnome (nereguliranom) elektromotornom pogonu. Većina dinamičkih stanja (nereguliranih) elektromotornih pogona može se matematički prikazati sistemom linearnih diferencijalnih jednadžbi prvog ili drugog reda.

Oscilacije koje se mogu pojaviti u sistemu drugog reda uvijek su u elektromotornim pogonima prigušene jer je takva priroda parametara motora i radnog mehanizma (uz spomenute ograde). Ali kod složenijih elektromotornih pogona, s pomoćnim strojevima i s više uzbudnih namota s povratnim vezama, a pogotovo

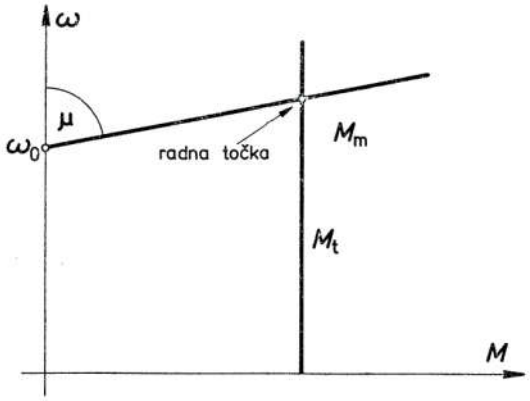


Sl. 1. Principni vremenski tok brzine vrtnje u dinamički nestabilnim elektromotornim pogonima

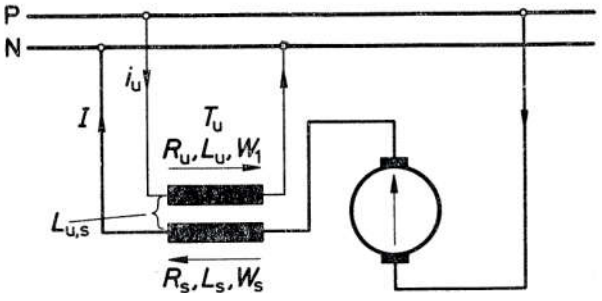
u automatski reguliranih pogona, kad se pogon opisuje sistemom diferencijalnih jednadžbi trećeg ili višeg reda, moguća je i pojava dinamičke nestabilnosti, tj. nastaju ponašanja brzina vrtnje predočena na sl. 1. Uzrok nestabilnosti dinamičkih stanja nije, dakle, u sistemu jednostavnoga elektromotornog pogona, već u složenosti sistema reguliranoga elektromotornog pogona. Tako je razlog za dinamičku nestabilnost obično u regulatoru ili nekome drugom elementu upravljanja elektromotornim pogonom. Na taj način pojam dinamički nestabilnoga elektromotornog pogona pripada više domeni (automatske) regulacije elektromotornih pogona, gdje se obrađuju njegovi konkretni primjeri i uvjeti.

5.7.1. Proširenje uvjeta statičke stabilnosti elektromotornog pogona

Pojam statička stabilnost elektromotornog pogona opisan je u odjeljku 3.5, gdje je uvjet statičke stabilnosti određen relacijom (3.5—6), $\mathrm{tg}\,\mu < \mathrm{tg}\tau$ (vidi sl. 3.5—4). Ograničenost je tog uvjeta u tome što se prilikom njegova izvoda pretpostavljalo kako se u dinamičkom stanju pogona koji je smetnjom izveden iz statičkog stanja, elektromotorni pogon ponaša u skladu sa statičkim mehaničkim karakteristikama. Zapravo, pogon će se vladati u skladu s dinamičkim karakteristikama, i to može donekle promijeniti njegovo ponašanje, ponekad i toliko da izvedeni uvjet $\mathrm{tg}\,\mu < \mathrm{tg}\tau$ ne mora biti točna granica statičke stabilnosti. Za ilustraciju uzmimo primjer. Neka karakter rada radnog mehanizma bude takav da je poželjan blagi rast brzine vrtnje motora s povećanjem tereta. U praksi to može biti npr. elektromotor koji tjera ispitni ili laboratorijski istosmjerni generator, sa zahtjevom da mu napon stezaljki bude konstantan bez obzira na teret. Tad pogonski motor mora imati ne samo krutu mehaničku karakteristiku već treba da još porastom brzine vrtnje s teretom kompenzira i unutrašnji pad napona na generatoru. Takav je primjer i pogonski motor koji tjera preko remenice radni mehanizam s konstantnim momentom tereta i sa zahtjevom konstantne brzine vrtnje. I u tom slučaju mora elektromotoru brzina vrtnje blago rasti s povećanjem tereta da bi se kompenzirao utjecaj klizanja remenice. Situaciju takva pogona prikazuje sl. 2. Budući da je $\mathrm{tg}\,\mu > 1$, a $\mathrm{tg}\,\tau = 0$, to je $\mathrm{tg}\,\mu > \mathrm{tg}\,\tau$, pa je pogon prema kriteriju za statičku stabilnost nestabilan u radnoj točki. Već pri neznatnom porastu brzine vrtnje takav bi pogon morao pobjeći jer je $M_m > M_t$. No ostvari li se takav pogon (slabo) protukompaundiranim nezavisno uzbuđenim motorom (vidi skicu na sl. 3), to se uz



Sl. 2. Mehaničke karakteristike (formalno) statički nestabilnog pogona prema opisu u tekstu



Sl. 3. Skica spoja protukompaundiranog istosmjernog motora s mehaničkom karakteristikom prema sl. 2.

određene uvjete ipak neće dogoditi, ako se razmotri stvarno dinamičko stanje, a ne samo mehaničko dinamičko stanje. To se može i fizikalno opisati. Pretpostavimo da je uzrok izlasku pogona iz radne točke na sl. 2. malo (prolazno) povećanje momenta tereta M_t. Zato će se u prvom trenutku pojaviti tendencija da se smanji brzina vrtnje (kao da motor nema dodatne suprotne uzbude) jer se još nije uspostavilo novo elektromagnetsko stanje u strujnim krugovima pogonskog motora. Zbog tendencije opadanja brzine vrtnje počinje rasti armaturna struja, koja protjecanjem kroz serijski namot slabi glavno magnetsko polje. No kako su uzbudni namoti međusobno čvrsto magnetski ulančeni, promjena magnetskog polja, izazvana strujom serijskog namota, inducira u uzbudnom namotu napon koji jača uzbudnu struju, tj. uzbudni namot dodatnim protjecanjem opire se promjeni glavnoga magnetskog polja. Tako se može pretpostaviti da se, barem kratkotrajno, iznos glavnog polja ne mijenja i da se u tome kratkom vremenu motor ponaša kao da nema protukompaundnog namota. No kako vrijeme odmiče, nestaje dodatna struja u glavnome uzbudnom krugu u skladu s njegovom vremenskom konstantom, pa dolazi do izražaja efekt slabljenja polja i brzina vrtnje počinje rasti. Budući da je električka vremenska konstanta uzbudnoga strujnog kruga znatno veća od one u glavnoga istosmjernog kruga, očita je mogućnost da brzina vrtnje neće premašiti onu koja odgovara statičkoj radnoj točki, te će se pogon ponašati kao da smo ga polaganom promjenom uzbude preveli iz jedne u drugu radnu točku. Bitno je pri tome da se vremenske promjene fizikalnih veličina, a posebno brzine vrtnje, odigravaju aperiodski, bez titranja, a to je ujedno fizikalni uvjet iz kojega se može izračunati kolik još može biti nagib karakteristike momenta motora (porast brzine vrtnje s teretom) prema sl. 2. da se osigura statički stabilan pogon. Matematička analiza ovog slučaja prilično je dugačka i zamorna, pa ćemo je samo opisati i komentirati rezultat. Napišu se četiri diferencijalne jednadžbe za dinamičko stanje pogona s motorom prema sl. 3, i to mehanička jednadžba ravnoteže na osovini motora, električke jednadžbe ravnoteže u uzbudnome strujnom krugu i u armaturnome strujnom krugu, te jednadžba proporcionalnosti glavnoga magnetskog polja s ukupnim protjecanjem (mora se pretpostaviti nezasićeno stanje stroja). Prikladnim supstitucijama dadu se te jednadžbe s raznim vrstama fizikalnih veličina prevesti u četiri jednadžbe s po jednom vrstom veličina. Nije potrebno jednadžbe rješavati, već samo iz koeficijenata odrediti granice za aperiodsko ponašanje brzine vrtnje što uvjetuje statički stabilno ponašanje pogona. To daje, konačno, dva uvjeta:

1. $$2 > (1 - s_t)\left(1 + \frac{I_t R}{E_t}\right) \tag{1}$$

2. $$\frac{T_u}{T_{em}} > -\frac{s_t}{s_t'}(1 - s_t)\left(1 + \frac{I_t R}{E_t}\right). \tag{2}$$

U ovim jednadžbama pojedine oznake znače:

s_t — stvarno klizanje u radnoj točki $s_t = \frac{\omega_0 - \omega_t}{\omega_0}$, koje je negativnog predznaka jer je $\omega_t > \omega_0$

s_t' — fiktivno klizanje koje bi imao nezavisni motor bez serijskog namota u radnoj točki; možemo ga za ovu priliku označiti sa $s_t' = \frac{M_t}{M_k}$, gdje je M_k kratkospojni moment

I_t — struja tereta koja odgovara momentu tereta M_t u statičkom stanju motora

E_t — inducirani napon motora uz moment tereta M_t u statičkom stanju motora

R — ukupni radni otpor u armaturnome strujnom krugu

T_u — električka vremenska konstanta uzbudnoga strujnog kruga motora $T_u = \frac{L_u}{R_u}$

T_{em} — elektromehanička vremenska konstanta motora, za ovu priliku definirana kao $T_{em} = \frac{J\omega_0}{M_k}$, tj. kao da je to nezavisno uzbuđeni motor bez dodatne serijske uzbude.

Za prvi uvjet odmah se vidi da je uvijek ispunjen za pogone kakvi dolaze u praksi. Oba faktora na desnoj strani neznatno su veća od 1, pa im je umnožak uvijek manji od 2. Odlučan je, dakle, drugi uvjet. Desna strana nejednadžbe uvijek je pozitivna (s_t je negativno!), a njezina je veličina proporcionalna omjeru nagiba mehaničkih karakteristika protukompaundiranog i nezavisnog motora. Za faktore proporcionalnosti ustanovili smo da su nešto veći od 1, tako da se desna strana izraza (2) može ocijeniti za nagibe karakterističnih pogona reda veličine 1, ..., 2. To mora biti manje od omjera vremenskih konstanti $\frac{T_u}{T_{em}}$. Taj omjer za sam motor treba da bude reda veličine 1 ili veći, ali ga dodatni moment inercije radnog mehanizma reducira, i to obratno proporcionalno ukupnome zamašnom momentu pogona. Tako će zapravo taj uvjet u određenome pogonskom primjeru odlučivati hoće li pogon s rastućom mehaničkom karakteristikom biti statički stabilan, tj. hoće li uopće biti moguć ili do kojeg će stupnja protukompaundacije motora biti moguć.

Slučajevi da se statička stabilnost ne da dovoljno pouzdano odrediti iz kriterija (3.5—6) vrlo su rijetki, ali se, kad zatreba, u principu mogu odrediti cjelovitom dinamičkom analizom stanja.

5.8. ZADACI I PROBLEMI

5.8.1. Zadaci

1. Elektromotorni pogon iz zadatka 4.8—16. pokreće se bez tereta na osovini. Moment inercije cijelog pogona reduciran na osovinu motora iznosi $J = 2{,}4$ kgm^2, a brzina vrtnje motora uz maksimalni teret je 1 750 min^{-1}. Treba odrediti:

   a) brzine vrtnje pri kojima se provode prekapčanja;

   b) točno trajanje pokretanja na pojedinom stupnju otpornika;

   c) ukupno trajanje pokretanja do nominalne brzine vrtnje, sve uz pretpostavku da prekapčanja nastupaju točno u trenutku kad armaturna struja poprimi vrijednost I_{min}.

2. Za pogon kontinuiranoga valjaoničkog stana upotrijebljen je istosmjerni nezavisno uzbuđeni kompenzirani motor od 720 kW, 600 V, 600 min^{-1} i 1 250 A. Otpor armaturnoga strujnog kruga je 0,02 Ω, a ukupna zamašna masa pogona reducirana na osovinu motora iznosi 1 500 kgm^2. Motor se pokreće

bez tereta (zanemaruje se i trenje) s takvim predotporom da mu je potezni moment jednak dvostrukome nazivnom momentu. Taj je predotpor uključen za cijelo vrijeme zaleta. Uz zanemarenje trenja valja izračunati:

a) kolik je predotpor;

b) na koju se brzinu vrtnje zaleti motor;

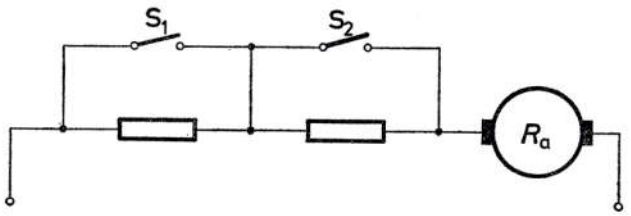
c) kolika je struja armature nakon zaleta;

d) koliko traje zalet do brzine vrtnje od 580 min^{-1}.

3. Istosmjerni poredni motor od 2,6 kW, 220 V i 420 min^{-1}, te s brzinom vrtnje u praznom hodu $n_0 = 520\ min^{-1}$ tjera radni mehanizam konstantna momenta, koji kod 420 min^{-1} zahtijeva upravo 2,6 kW snage. Ukupne su zamašne mase elektromotornom pogonu 20 kgm^2. Koliko (približno) vremena treba motoru da zaleti radni mehanizam pod punim teretom od mirovanja do 400 min^{-1} ako se motor izravno priključi na mrežu. Zanemaruje se električka vremenska konstanta.

4. Kod elektromotornog pogona kotrljače ukapčamo istosmjerni poredni motor od 2 kW, 220 V i 1 500 min^{-1}, s ukupnom zamašnom masom od 20 kgm^2, izravno (bez pokretača) na krutu mrežu od 220 V. Otpor rotorskog kruga i pomoćnih polova, uključivši ekvivalentni pad napona na četkicama, iznosi 4 Ω. Za koje će vrijeme motor postići 98% nominalne brzine vrtnje bez protumomenta tereta? Korisnost motora je 0,8.

5. Istosmjerni poredni motor s podacima: 125 V, 23 A, 2,5 kW, 1 500 min^{-1} i $R_a = 0{,}12\ \Omega$ pokreće se pokretačem u dva stupnja kojemu se otpori kratko spajaju sklopnicima S_1 i S_2 prema shemi na sl. 1.



Sl. 1.

Maksimalno dopuštena struja je 82 A, a minimalna ne smije biti manja od nominalne. Ukupna zamašna masa reducirana na osovini motora iznosi 10 kgm^2. Odredite vrijeme ukapčanja sklopnika S_1 i S_2 ako se pokretanje provodi bez protumomenta tereta (zanemaruje se trenje i ventilacija).

6. Elektromotorni pogon pozicionog postavnika (na nekoj ustavi) tjeran je istosmjernim porednim kompenziranim motorom od 10 kW, 220 V, 2 250 min^{-1} i 52,2 A. Otpor armature, uključujući kompenzacioni namot, pomoćne polove i prijelazni otpor na četkicama, iznosi $R_a = 0{,}21\ \Omega$. Induktivitet armaturnog kruga je $L_a = 4{,}2$ mH, a ukupna zamašna masa 0,7 kgm^2. Karakter je motorskog rada podizanje poluga s protuutegom, dakle potencijalni protumoment tereta. Pogon se zaustavlja elektrodinamičkim kočenjem. Mjerenjem je ustanovljeno da pogon mora početi kočiti iz točke motorskog rada karakterizirane strujom od 30 A. Potrebno je:

a) odrediti otpornik kod kojega početna struja kočenja neće premašiti $2\ I_n$;

b) proračunati približno (zanemarujući električku vremensku konstantu) trajanje kočenja do brzine vrtnje nula i konstruirati krivulje $n = f(t)$ i $i = f(t)$;

c) ustanoviti je li potreban precizniji račun od onoga pod b), i ako jest, provesti ga;

d) izračunati prijeđeni put od početka kočenja do mirovanja.

7. Radni mehanizam nekoga transportnog uređaja pruža elektromotoru praktički konstantan moment otpora od 320 Nm. Pogonski istosmjerni motor s permanentnim magnetima ima zanemarivu reakciju armature. Podaci o motoru: $P = 14{,}5$ kW, $U = 220$ V, $I_a = 77$ A i $n = 300$ min^{-1}. Ukupni otpor na stezaljkama motora u pogonski toplom stanju iznosi $R_a = 0{,}29\ \Omega$, induktivitet je $L_a = 13{,}05$ mH, moment inercije motora 6,8 kgm^2, a radnog mehanizma, svedeno na osovinu motora, 5,2 kgm^2. Valja istražiti može li se taj pogon direktno ukapčati na mrežu, jer se često pokreće, ili mu je potreban predotpor. Motor vrlo dobro komutira i ima veliku rezervu na četkicama tako da se još može dopustiti kratkotrajna struja od 300 A, a veće struje opasne su zbog mogućnosti postepene demagnetizacije. Treba:

a) analizirati potanko tok struje u toku prijelazne pojave direktnog ukapčanja i odrediti njezin maksimalni iznos;

b) prikazati grafički $i(t)$ i $n(t)$ sa svim markantnim vrijednostima;

c) utvrditi je li direktno ukapčanje dopušteno i ako nije, odrediti potrebni predotpor i vrijeme koje pri pokretanju mora biti uključen.

8. Za elektromotorni pogon iz zadatka 4.8—8. potrebno je:

a) kontrolirati ε kad se diže pun teret polovicom nominalne brzine vrtnje te odrediti valovitost struje i brzine vrtnje za taj slučaj;

b) kontrolirati ε ako se spušta pun teret brzinom vrtnje od 45 min^{-1} i odrediti valovitost struje i brzine vrtnje.

9. Za pogon fine drobilice potreban je elektromotor koji će 90% vremena raditi s 1 200 min^{-1}, a samo povremeno brzinama vrtnje manjim ili većim od toga. Drobilica se suprotstavlja konstantnim momentom $M_t = 75$ Nm. Trenje mirovanja drobilice izraženo momentom iznosi 103,4 Nm. Odmah nakon pokretanja vrijednost je momentu 75 Nm. Zamašna masa drobilice je 38,2 kgm^2. Pri ruci se nalazi istosmjerni poredni motor od 12 kW, 220 V, 1 410 min^{-1} i 64 A. Otpor armature, uključujući pomoćne polove i prijelazni otpor četkica, iznosi $R_a = 0{,}27\ \Omega$ u toplom pogonskom stanju, a induktivitet armature je 0,012 H. Moment je inercije motora $J = 0{,}30$ kgm^2.

O pokretanju motora stvorena je ova predodžba: da se uštedi energija, za upravljanje (zalet i održavanje brzine vrtnje) upotrijebit će se elektronička sklopka u armaturnom krugu s periodom $\tau = 0{,}005$ s. Pokretat će se s pokretnim momentom motora od 150% M_n. U početku će regulator brzine vrtnje blokirati elektroničku sklopku, ako se to pokaže potrebnim, dok se postigne 150 % I_n, a onda će otpustiti blokadu.

Impulsni uređaj elektroničke sklopke osigurat će brzinu od 1 200 min^{-1} preko signala s tahometra na pogonskoj osovini.

Potrebno je istražiti:

a) koliko će trajati zalet elektromotora od uključenja sklopke do postizanja radne brzine vrtnje;

b) hoće li biti potrebna vremenska blokada elektroničke sklopke u početku zaleta ili će biti dovoljan graničnik za osiguranje struje od 1,5 I_n;

c) vremenski program elektroničke sklopke $\varepsilon = f(t)$ za vrijeme zaleta;
d) valovitost brzine vrtnje i struje u trajnom radu;
e) kolika je ušteda energije u trajnom radu ako se usporedi s pogonskim otpornikom;
f) kolika je ušteda energije u zaletu u usporedbi s pogonskim otpornikom;
g) valovitost struje i napona ako se isti motor uz istu elektroničku sklopku upotrijebi za radni mehanizam istih karakteristika kao ovaj u zadatku uz pretpostavku da ima zamašnu masu od svega 0,8 kgm^2.

10. Elektromotorni pogon transportnog uređaja ostvaren je nezavisno (poredno) uzbuđenim motorom. Treba provjeriti može li se pogon izravno ukapčati (bez predotpora i uz zanemarenje trenja i tereta) uz prethodno puno uzbuđen motor, ako se dopušta maksimalna struja $I_{max} \doteq 4\, I_n$. Podaci o motoru: 220 V, 5,5 kW, 400 min^{-1}, 32 A, broj vodiča rotora $z = 1\,176$, broj pari paralelnih grana $a = 1$, broj pari polova $p = 2$, otpor armature i pomoćnih polova (hladan) $R_a = 1{,}14\ \Omega$, broj zavoja uzbude po polu $w_u = 1\,550$, otpor uzbude 148 Ω (topal). Induktivitet rotora je 0,04 H, a rasipni tok glavnih polova iznosi 18% glavnoga magnetskog toka.

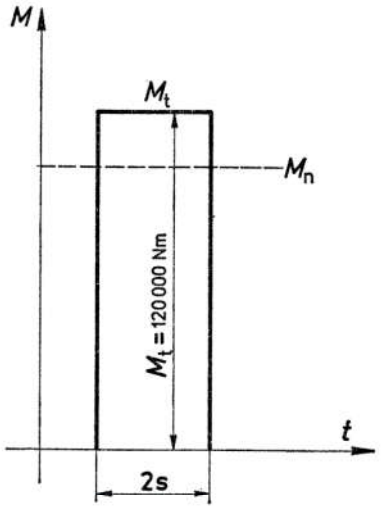
    Ukupna zamašna masa pogona je 6,2 kgm^2. Ujedno treba provjeriti maksimalnu brzinu vrtnje koja će nastupiti pri takvome direktnom ukapčanju.

11. Za elektromotorni pogon iz 10. zadatka valja izračunati koliko prije treba uključiti na mrežu uzbudu motora od priključka armature motora. Kriterij mora biti da maksimalna struja u zaletu ne premaši vrijednost izračunatu u tom zadatku.

12. Elektromotorni pogon predstana kontinuirane pruge za valjanje teških profila ostvaren je nezavisno uzbuđenim kompenziranim istosmjernim motorom od 1 800 kW, 850 V, 2 260 A, s brzinom vrtnje od 175 min^{-1}. Ukupni otpor armaturnoga strujnog kruga iznosi 0,016 5 Ω, a ukupni induktivitet 0,95 mH. Zamašna je masa elektromotornom pogonu 27 000 kgm^2. Tipično opterećenje prikazuje sl. 2. Udarac tereta traje 2 s, pri čemu je moment tereta 120 000 Nm.

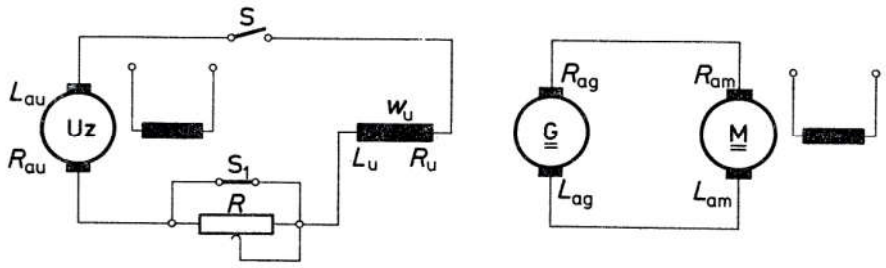
    Odredite:

    a) kolika je maksimalna trenutna snaga koju pogon uzima iz mreže;
    b) koliki bi trebalo dodati zamašnjak na osovinu motora da maksimalni razvijeni moment motora ne bude veći od momenta tereta, i kolika je brzina vrtnje u tom trenutku;
    c) koliki bi se morao dodati zamašnjak da maksimalni moment motora u toku udarca ne bude veći od nominalnog momenta motora, i kolika je u tom trenu brzina vrtnje.



Sl. 2.

13. Bagerski vijenac pogonjen je istosmjernim nezavisno uzbuđenim motorom napajanim iz Leonardova agregata (vidi sl. 3).



Sl. 3.

Podaci o generatoru: 4-polni, 230 V, 155 kW, 675 A, 1430 min^{-1}, struja uzbude od 32 A i otpor uzbudnog namota od 1,5 Ω. Glavni magnetski tok iznosi $9{,}2 \cdot 10^{-2}$ Vs po polu, a rasipanje je glavnog pola 18 %. Otpor armature, uključivši pomoćne polove i pad napona na četkicama, iznosi 0,016 Ω, a induktivitet armature 0,48 mH. Broj zavoja po polu je $w_u = 216$.

Podaci o motoru: 220 V, 135 kW, 670 A i 470 min^{-1}. Otpor armature, uključivši pomoćne polove i pad napona na četkicama, jest 0,021 Ω, a induktivitet armature 0,3 mH. Zamašna je masa elektromotornog pogona 650 kgm^2.

Podaci o uzbudniku: 230 V, 7,5 kW, 32,5 A, 1 450 min^{-1}, $R_{au} = 0{,}42\ \Omega$ i $L_{au} = 0{,}9$ H.

Otpor R u uzbudnom krugu generatora može se podešavati radi realiziranja mogućnosti različitog forsiranja uzbude.

Potrebno je:

a) izračunati sve vremenske konstante koje trebaju za dinamičku analizu pogona;

b) ustanoviti maksimalnu mogućnost forsiranja u postojećem sklopu i maksimalni faktor forsiranja (otpornik R daje pri punom uključenju nazivnu struju uzbude!);

c) izračunati nakon koliko vremena poslije uključenja sklopke S mora automatika isključiti sklopku S_1 (riječ je o zaletu pogonskog motora bez tereta, a kriterij je isključenje kod nominalne struje uzbude; u trenutku uključenja sklopke S uzbudnik je potpuno uzbuđen);

d) naći maksimalnu struju motora u slučaju c) ako ne proradi automatika, tj. ako sklopka S_1 ne bude isključena prije nego se postigne maksimalna struja;

e) izračunati na koju bi se vrijednost morao podesiti otpornik R da, ako zataji automatika, maksimalna struja nikako ne premaši vrijednost od $6I_n$; koliki bi onda trebalo da bude napon forsiranja uzbudnika U'_u i koliki bi bio faktor forsiranja K_{fd};

f) odrediti trajanje zaleta motora do nazivne brzine vrtnje uz različito forsiranje i ocijeniti valjanost forsiranja (približno), tj. koliko se forsiranje općenito isplati. Neka se pretpostavi puni uzbudni napon do trenutka uključenja predotpora R.

14. Asinhroni motor od 260 kW, 6 300 V, 740 min^{-1}, 31 A i $\eta = 0{,}89$ pokreće elektromotorni pogon mlina čekićara kojim se usitnjava ugljen.

Motor mora u zaletu svladati zamašnu masu radnog mehanizma $mD^2 = 4\,600$ kgm^2, a vlastita mu je zamašna masa 290 kgm^2.

Primjenom grafoanalitičke metode valja odrediti ukupno trajanje zaleta i energiju izgubljenu za vrijeme zaleta elektromotornog pogona.

Izmjerene su ove vrijednosti momenta motora i momenta tereta ovisno o brzini vrtnje:

n [min^{-1}]	25	75	125	175	225	275	325	375
M_m [kpm]	650	655	660	665	670	675	680	690
M_t [kpm]	120	70	60	50	50	50	60	65

n [min^{-1}]	425	575	525	575	625	675	725
M_m [kpm]	700	725	770	855	980	1 150	1 000
M_t [kpm]	75	90	115	140	165	195	225

15. Trofazni kolutni asinhroni motor od 55 kW, 380 V i 975 min^{-1} tjera prevlačnik željeza u valjaonici. Ukupna zamašna masa iznosi $mD^2 = 45$ kgm^2, reducirana na osovinu motora. Prekretni je moment motora $M_p = 2{,}3\ M_n$, a motor ga razvije pri brzini vrtnje od 890 min^{-1}. Radni otpor faze rotora iznosi 0,2 Ω. Elektromotorni se pogon pokreće s jednim stupnjem otpora u rotorskom krugu.

    a) Koliko Ω po fazi mora imati otpornik u krugu rotora da zalet od mirovanja do 900 min^{-1} traje što kraće?

    b) Koliko je trajanje toga minimalnog zaleta?

    Zanemaruje se moment tereta na osovini!

16. U pogonu ispitnog agregata asinhroni kolutni je motor od 20 kW, 380 V i 1 425 min^{-1} pri nominalnoj brzini vrtnje puno opterećen. Pokretanje se obavlja uz konstantni moment 40 % veći od nominalnoga. Zamašna masa motora i uređaja reducirana na osovinu motora iznosi 50 kgm^2.

    a) Koliko je vrijeme zaleta motora ako se protumoment tereta mijenja po funkciji $M_t = kn$?

    b) Koliki se dio energije za vrijeme pokretanja izgubi u namotu rotora, a koliki u otporniku za pokretanje?

17. Manju teretnu žičaru pokreće trofazni asinhroni kolutni motor od 11 kW, 380 V, 33 A i 710 min^{-1}. Vlastita je zamašna masa motora $mD_m^2 = 1{,}5$ kgm^2, a cijele žičare (reducirano na osovinu motora) $mD_ž^2 = 10$ kgm^2.

    Koči se tako da se isključi jedna faza statora, a u rotor se dodaju odgovarajući otpori. Za totalno zaustavljanje služi mehanička kočnica. Nakon kojeg vremena se uključuje ta kočnica ako ona mora prihvatiti pri brzini vrtnje od 150 min^{-1}?

    Kod toga su poznate vrijednosti kočnog momenta motora od $M_1 = 100$ Nm kod 710 min^{-1} i od $M_2 = 20$ Nm kod 150 min^{-1}, te moment tereta radnog mehanizma od 130 Nm.

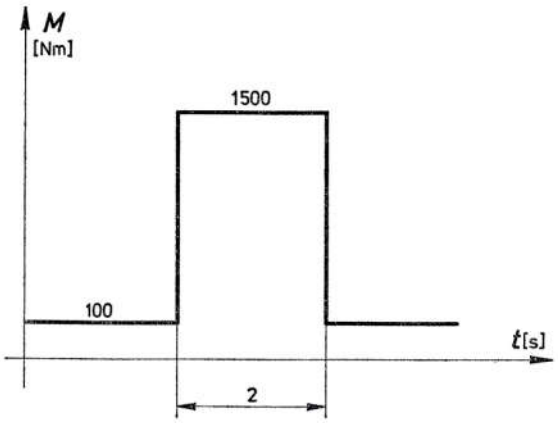
18. Asinhroni motor nazivne snage od 40 kW i nominalne brzine vrtnje od 1 430 min^{-1} opterećen je teretom prema sl. 4.

Ukupna zamašna masa na osovini motora iznosi 600 kgm^2.

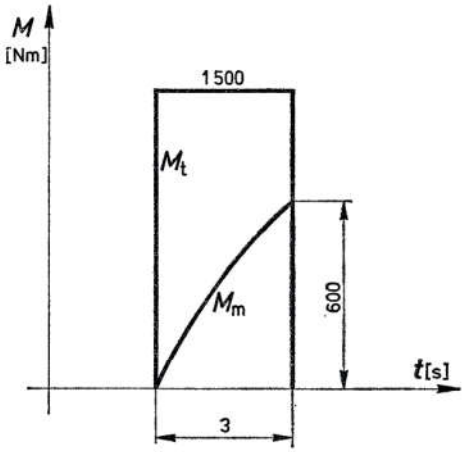
Odredite koliki je bio moment motora i brzina vrtnje na kraju tereta od 1 500 Nm. Motor ima visoku preopteretivost $M_p/M_n \approx 4$. Prikažite na prikladnoj skici vremenski tok momenta motora i brzine vrtnje.

19. Za pogon preše služi asinhroni kolutni motor od 80 kW, 380 V, 582 min^{-1}, 50 Hz, $E_{20} = 294$ V, $I_2 = 167$ A i $M_p/M_n = 3{,}3$, sa zamašnjakom ukupne zamašne mase na osovini motora od 1 000 kgm^2. Udarno opterećenje konstantnog iznosa od 2 500 Nm traje 2 s.

Koliki otpor po fazi treba uključiti u rotorski krug da na kraju udarca motor bude opterećen s 1 500 Nm?



Sl. 4.



Sl. 5.

20. Kod pogona male preše asinhroni kolutni motor snage od 40 kW pri 1 430 min^{-1} opterećen je momentom od 1 500 Nm konstantnog iznosa u toku 3 s. Ukupna zamašna masa na osovini motora iznosi 600 kgm^2.

Koliko otpora (izraženo u % R_2) valja dodati u rotorski krug motora da na kraju opterećenja motor bude opterećen sa 600 Nm (vidi sl. 5)?

21. Elektromotorni pogon male preše ostvaren asinhronim motorom od 50 kW i 970 min^{-1}, sa zamašnjakom ukupne zamašne mase na osovini od 800 kgm^2, vrti se približno sinhronom brzinom i prima udarno opterećenje konstantnog iznosa od 1 200 Nm u toku 2 s.
Odredite:

a) koliki je moment motora na kraju udarca;

b) kolika je brzina motora na kraju udarca;

c) nakon kojeg vremena motor postizava bez opterećenja (kad prođe udarac) 990 min^{-1}.

22. Valjački stan s dvostrukom provlakom tjera asinhroni motor od 100 kW i 1 450 min^{-1}, sa zamašnjakom. Ukupne zamašne mase na osovini su 1 000 kgm^2. Motor prima udarac tereta prema dijagramu na sl. 6.

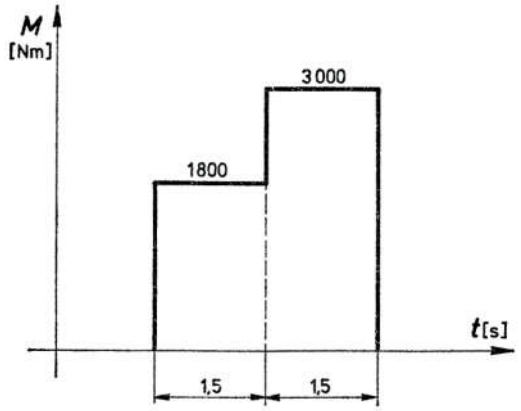
Izračunajte:

a) moment motora na kraju udarca;

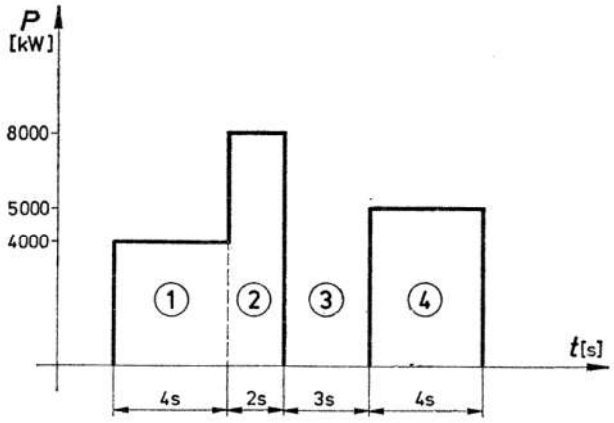
b) brzinu vrtnje na kraju udarca;

c) energiju koju daje zamašnjak.

Brzina vrtnje motora prije nailaska tereta iznosi 1 500 min^{-1}. Karakteristika momenta motora kao funkcija klizanja je linearna.



Sl. 6.



Sl. 7.

23. Ilgnerov agregat (motor-generatorska grupa) opterećen je ciklusom od četiri odsječka prema sl. 7.

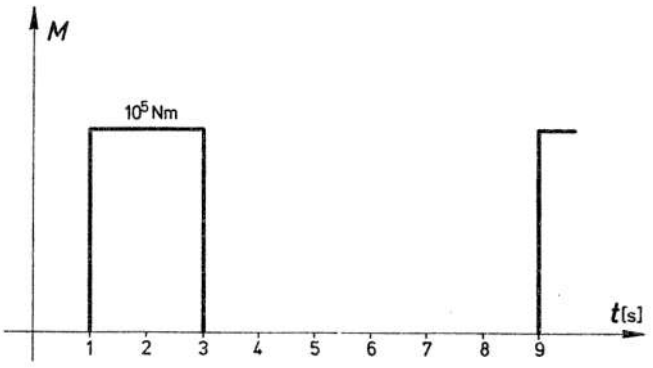
Poslije svakog ciklusa dulja je pauza. Podaci o Ilgnerovu agregatu su ovi: asinhroni motor od 4 000 KS, 700 min^{-1}, 50 Hz, $\eta = 0{,}93$, mD^2 agregatu je oko 250 000 kgm^2 (stalno je uključen dio otpornika).

Agregat je opremljen automatskim regulatorom klizanja koji je podešen na 5 000 KS, tj. graničnik ne dopušta veće opterećenje motora.

a) Izračunajte i nacrtajte raspodjelu tereta, te brzine vrtnje za agregat u tom pogonskom slučaju.

b) Ocijenite bi li trebalo graničnik ili predotpor drukčije podesiti.

24. Pogonski asinhroni motor Ilgner-Leonardova pretvarača ima ove podatke: 5 250 V, 460 A, 3 500 kW, cos $\varphi = 0{,}89$, 50 Hz i 738 min^{-1}. Na stezaljke rotora priključen je tekućinski otpornik kojim upravlja posebni motor za uspostavljanje pozicija rotorskog otpora. Automatom (graničnikom) može se namjestiti maksimalna rotorska struja, koja se prema podešenoj vrijednosti održava na konstantnom iznosu kad je opterećenje veće od podešenoga. U ovom slučaju podešen je graničnik na struju rotora koja odgovara momentu motora od 60 000 Nm. Zamašna masa na osovini pogonskoga asinhronog motora iznosi 150 000 kgm^2. Teret koji se prenosi na osovinu asinhronog motora izgleda kao na sl. 8.



Sl. 8.

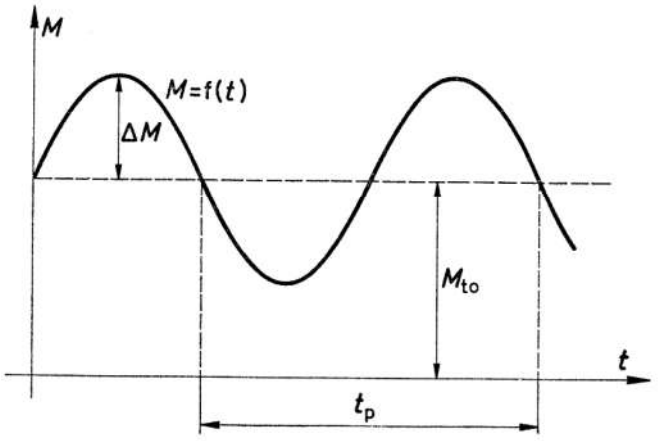
Valja:

a) odrediti brzinu vrtnje pri kojoj proradi graničnik;

b) odrediti minimalnu brzinu vrtnje;

c) skicirati vremenski tok $n = f(t)$ i $M_m = f(t)$ od početka prvog do početka drugog udarca.

25. Neki (nešto idealizirani) elektromotorni pogon ima moment tereta prikazan na sl. 9. kao funkciju vremena.



Sl. 9.

Srednji je moment tereta $M_{to} = 1\,375$ Nm, a promjena momenta $\Delta M = 530$ Nm. Opterećenje se periodički mijenja praktički u toku jednog okretaja motora. Zamašna je masa radnom mehanizmu 30 kgm^2. Pogon je ostvaren motorom s ovim podacima: trofazni kolutni motor od 380 V, 100 kW, 220 A, 50 Hz, 591 min^{-1}, cos $\varphi = 0{,}76$, $M_p/M_n = 3{,}6$, moment inercije $J_m = 15$ kgm^2, radni otpori $R_1 = 0{,}0163\ \Omega$, $R_2' = 0{,}02\ \Omega$ (po fazi), rasipni induktivni otpori $X_1 = 0{,}081\ \Omega$, $X_2' = 0{,}098\ \Omega$. Potrebno je:

a) analizirati pogon i izračunati maksimalni moment koji motor mora razviti, uz pretpostavku da nema dodatnog zamašnjaka;

b) izračunati koliki je potrebni dodatni moment inercije ako je zahtjev da se moment motora ne koleba više od $\pm$ 5 %;

c) ustanoviti koliki je potrebni dodatni moment inercije da se brzina vrtnje motora ne koleba više od $\pm$ 0,3 %;

d) izračunati koliki bi bio potrebni dodatni otpor po fazi rotora ako se zahtijeva da se moment motora ne koleba više od $\pm$ 5 %, i da se ne dodaje zamašnjak.

26. Kavezni asinhroni motor od 970 min^{-1} ima masu rotorskog bakra od 12 kg i ukupna mu je zamašna masa na osovini 80 kgm^2.

Odredite:

a) koliki su gubici u rotoru pri protustrujnom kočenju od polovice sinhrone brzine vrtnje do nule; momenta tereta nema;

b) koliku energiju daje mreža za kočenje pod a);

c) koliko se zagrijao rotorski bakar prema okolini nakon završenog kočenja pod a).

Pretpostavite da nema odvoda topline s bakra za vrijeme kočenja.

27. Okretni most tjera asinhroni kavezni motor $2p = 4$. Ukupna zamašna masa na osovini iznosi 300 kgm^2 i težina bakra rotora 20 kg.

    Kolika je nadtemperatura bakra rotora ako iz hladnog stanja izvršimo zalet, a zatim protustrujno kočenje. Pretpostavite da se za vrijeme zaleta i kočenja odvede 10 % stvarne topline s bakra na željezo rotora. Na osovini za vrijeme zaleta i kočenja nema opterećenja (zanemaruje se trenje).

28. Sinhroni motor od 3 kV, 3 850 kVA, 741 A, $\cos\varphi = 0{,}86$ i $n_s = 1\,000$ min^{-1} tjera valjaonički kontinuirani stan. Ukupni je moment inercije $J = 2\,000$ kgm^2. Uskočni moment motora (uz klizanje 0,05) iznosi 1,1 M_n. Uz konstantnu uzbudu kut opterećenja pri nominalnom teretu ima vrijednost $\Theta = 30°$. Pri valjanju nastupaju iz praznog hoda konstantni udarci tereta veličine $M_t = 0{,}5\ M_n$. Traži se:

    a) koliki je mehanički kut opterećenja nakon prijelazne pojave uz $M_t = 0{,}5\ M_n$;

    b) kolika je minimalna trenutna brzina vrtnje u prijelaznoj pojavi i u kojem trenutku nastupa nakon početka pojave;

    c) prikaz u prijelaznoj pojavi prigušnog i sinhronog momenta kao funkcije vremena.

29. Dva istosmjerna poredna motora, svaki od 15 kW, 220 V i 1 500 min^{-1}, pokreću osovinu radnog mehanizma ukupne zamašne mase od 100 kgm^2. Momenta tereta nema. Zalet se provodi tako da se armature obaju motora spoje u seriju i priključe na konstantni puni napon mreže, a nakon završenog zaleta do 750 min^{-1} prespoje paralelno i priključe na konstantni puni mrežni napon. Kratkospojni moment jednog motora iznosi 1 000 Nm, a brzina vrtnje u praznom hodu 1 700 min^{-1}.

    Odredite:

    a) kolika je poništena energija u rotorskom krugu obaju motora za zalet do brzine od 1 500 min^{-1};

    b) koliku energiju daje mreža za zalet toga elektromotornog pogona do 1 500 min^{-1} ako srednja vrijednost gubitaka (željezo, uzbuda) u toku zaleta u svakom motoru iznosi 800 W.

30. Trofazni trobrzinski motor (s tri namota u statoru) od 60 Hz, 4/25/50 kW i $2p = 24/8/4$ pogoni teretno brodsko vitlo. Ukupna zamašna masa na osovini motora (bez mase tereta) iznosi 7,5 kgm^2.

    Koliko se smanjuju gubici u bakru rotora (za zalet bez opterećenja) do 1 800 min^{-1} ako ga upuštamo postepeno, uključujući najnižu, srednju, pa najvišu brzinu, prema gubicima koji bi nastali direktnim uključenjem najviše brzine?

31. Mali istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor tjera neki laboratorijski radni mehanizam. Uključujemo ga izravno na mrežu napona od 400 V. Pri tome energija izgubljena za zalet iznosi A_z. Na koliko se smanji energija potrebna za gubitke u zaletu ako koristeći se trima naponima koji su pri ruci priključimo najprije isti motor na 110 V, pa kad postigne punu brzinu za taj napon, prekopčamo na 250 V, a zatim ga, pri punoj brzini za taj napon, prespojimo na 400 V?

32. Zamašnu masu ukupnog iznosa $mD^2 = 50$ kgm^2 treba ubrzati na 1 500 min^{-1} i nakon toga zakočiti u stanje mirovanja. Momenta tereta nema. Koliko kWs iznose gubici u bakru rotora, a koliko kWs daje mreža ako se za taj pogon

koristimo kratkospojnim dvobrzinskim asinhronim motorom: $2p_1 = 8$, $2p_2 = 4$? Ciklus se odvija ovim redom: zalet s $2p = 8$; zalet s $2p = 4$, nadsinhrono kočenje s $2p = 8$ i protustrujno kočenje s $2p = 8$. Zanemaruju se gubici u statoru!

33. Zamašnu masu od ukupno 300 kgm^2 valja ubrzati na 1 000 min^{-1} i nakon toga zakočiti u stanje mirovanja. Momenta tereta nema.
    a) Koliko kWs iznose gubici u bakru rotora, a koliko kWs daje mreža ako se pogon ostvaruje asinhronim kratkospojnim dvobrzinskim motorom s $2p_1 = 12$ i $2p_2 = 4$ kod 50 Hz? Ciklus se odvija ovim redom: zalet $2p_1 = 12$, zalet $2p_2 = 4$, nadsinhrono kočenje $2p_1 = 12$ i protustrujno kočenje $2p_1 = 12$.
    b) Kolika je ušteda energije u usporedbi s jednobrzinskim motorom $2p = 4$ koji bi isti ciklus izveo s protustrujnim kočenjem?
34. Asinhroni motor od 22 kW, 960 min^{-1} i zamašne mase $mD^2 = 2{,}6$ kgm^2, zaleti se (bez tereta) sam na 99 % sinhrone brzine vrtnje za 0,3 s. Traži se:
    a) približno trajanje zaleta motora od 22 kW iz iste serije, ali četveropolnoga odnosno 10-polnoga;
    b) koliki će biti gubitak energije za samozalet za sva tri motora od 22 kW — 4,6 i 10-polni (također približni račun za 4-polni i 10-polni).
35. Jedan *bluming* tjeran je dvama valjačkim motorima s ovim podacima za svakoga pojedinog: 1 230 V, 2 420 A, 55—120 min^{-1}, $mD^2 = 280\,000$ kgm^2. Treba odgovoriti na pitanje koliko je ovakav raspored s dva motora povoljniji od onoga s jednim dvostruke snage. Pretpostavite da je motor dvostruke snage izrađen slično postojećima i odgovorite:
    a) kolika je postotna razlika u gubicima pri jednakim dinamičkim opterećenjima;
    b) kolika je postotna razlika u trajanju istih dinamičkih operacija.

    Za osnovu razmatranja valja uzeti da je u oba slučaja zastupljena jednaka automatika i upravljanje.
36. Kotrljača vlastite zamašne mase motora od 1,2 kgm^2, poteznog momenta od 100 Nm i sinhrone brzine od 240 min^{-1} može se zaletjeti 22 000 puta na sat, s dodatnom masom od 1 kgm^2. Doda li se na osovinu mjesto 1 kgm^2 masa od 9,8 kgm^2 i hladi li se površina kotrljače ventilatorom, tako da se mogućnost odvoda topline poveća za 60 %, treba izračunati koliko puta može ta kotrljača reverzirati u jednom satu.
37. Asinhroni kratkospojni motor ima konstantu ubrzanja 6 000 kgm^2/h, 1 000 min^{-1} i vlastitu zamašnu masu od 3,5 kgm^2.

    Ako zanemarimo gubitke u statoru i u praznom hodu, te korisnost reduktora, odredite:
    a) kolik je broj zaleta na sat samog motora;
    b) koliko se puta može reverzirati do pune brzine vrtnje s tim motorom ako je na osovini prijenosnog omjera 1 : 4 dodatna zamašna masa od 160 kgm^2.
38. Asinhroni kavezni motor ima podatke: $M_k = 2\,000$ Nm (pokretni moment), 1 000 min^{-1}, $K_u = 4\,500$ kgm^2/h (konstanta ubrzanja), $mD^2 = 30$ kgm^2 (vlastita zamašna masa).

a) Kolik je broj zaleta na sat?

b) Koliko se puta može reverzirati na sat do pola brzine pomoću tog motora ako je na osovinu prijenosnog omjera 1 : 2 dodana zamašna masa od 120 kgm^2? Zanemarite gubitke u praznom hodu i statoru.

5.8.2. Rješenja

1. a) Općenito je $n = \dfrac{U - I_{\min} R}{c_e}$, a c_e se odredi iz nominalnih podataka: $c_e = 0{,}056$.

Brzine su prekapčanja

$$[n = 0\ \text{min}^{-1},\quad 835\ \text{min}^{-1},\quad 1\,316\ \text{min}^{-1},\quad 1\,591\ \text{min}^{-1}].$$

b) Općenito je trajanje zaleta na jednom stupnju:

$t'_z = T_{em} \ln \dfrac{n_p - n_t}{n_k - n_t}$, pri čemu je $T_{em} = \dfrac{mD^2 R}{38{,}2\, c_e c_m}$, što se odredi za svaki stupanj posebno.

n_t = brzina vrtnje statičkog stanja $= n_o = \dfrac{U}{c_e} = 1\,964\ \text{min}^{-1}$; n_p i n_k su početna i konačna brzina vrtnje na pojedinom stupnju.

$$[t'_z = 2{,}45\ \text{s},\quad 1{,}41\ \text{s},\quad 0{,}81\ \text{s},\quad 0{,}46\ \text{s}]$$

c)
$$t_z = \Sigma t'_z$$

$$[t_z = 5{,}13\ \text{s}]$$

2. a) U kratkom spoju troši se cijeli napon na pad napona u radnom otporu. Budući da je:

$$M_k = 2M_n, \text{ to je } I_k = 2I_n, \text{ pa će, dalje, biti:}$$

$$R = \frac{U}{2I_n} = \frac{600}{2 \cdot 1\,250} = 0{,}24\ \Omega.$$

Iznos je predotpora: $R_p = R - R_a$

$$[R_p = 0{,}22\ \Omega].$$

b) Budući da nema opterećenja, pogon je nakon zaleta u praznom hodu ($n = n_o$):

$$n_o = n_n \frac{U}{E_n} = n_n \frac{U}{U - I_n R_a}$$

$$[n_o = 626\ \text{min}^{-1}].$$

c) $[I_a \doteq 0]$

d) Za nezavisno uzbuđen motor vrijedi u ovom slučaju:

$$M_m : (n_o - n) = 2M_n : n_o, \text{ pa je:}$$

moment motora:

$$M_m = M_u = \frac{2\,M_n\,(n_o - n)}{n_o};$$

nominalni moment:

$$M_n = 9{,}55\,\frac{P}{n} = 9{,}55\,\frac{720 \cdot 10^3}{600} = 11\,460 \text{ Nm};$$

vrijeme zaleta do brzine vrtnje od $580\,\text{min}^{-1}$:

$$t_z = \frac{mD^2}{38{,}2}\int_{n_1}^{n_2}\frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2}{38{,}2}\int_{n_1}^{n_2}\frac{n_o\,dn}{2M_n(n_o - n)}$$

$$[t_z = 2{,}8 \text{ s}].$$

3. $[t_z = 2{,}7 \text{ s}]$

4. [Zalet motora do 98 % nominalne brzine vrtnje postiže se za 24,1 s.]

5. Odnos je maksimalne i minimalne struje:

$$\lambda = \frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{82}{23} = 3{,}565$$

$$\lambda^m = \frac{R_m}{R_a}.$$

Za $m = 2$ vrijedi:

$$R_2 = R_m = \lambda^2 \cdot R_a = 3{,}565^2\,0{,}12 = 1{,}525\ \Omega$$

$$R_1 = \frac{R_2}{\lambda} = \frac{1{,}525}{3{,}565} = 0{,}428\ \Omega.$$

Odredimo potrebne konstante:

$$c_e = \frac{U - I_a R_a}{n} = 0{,}081\,5$$

$$c_m = \frac{c_e}{0{,}104\,7} = 0{,}778.$$

S tako velikim otporima u rotoru, a posebno s velikom masom $T_{em1,2} \gg T_{el}$, može se računati:

$$T_{em1} = \frac{mD^2 R_2}{38{,}2\, c_e c_m} = 6{,}30 \text{ s}$$

$$I_K = \frac{U}{R_2} = \frac{125}{1{,}525} = 82 \text{ A}$$

$$I_1 = I_n = 23 \text{ A}$$

$$I_1 = I_K \, e^{-t_1/T_{em1}}.$$

Poslije uvrštavanja odredit će se vrijeme nakon kojega vrijednost struje s 82 A padne na 23 A. To je ujedno i vrijeme ukapčanja sklopnika S_1, a iznosi $t_1 = 8{,}01$ s. Zatim slijedi:

$$\lambda = \frac{R_2}{R_1} = \frac{T_{em1}}{T_{em2}},$$

iz čega izlazi:

$$T_{em2} = \frac{T_{em1}}{\lambda} = \frac{6{,}30}{3{,}565} = 1{,}77 \text{ s}.$$

Na isti način iz:

$$I_1 = I_K \, e^{-t_2/T_{em2}}$$

dobiva se $t_2 = 2{,}25$ s.

To je ujedno i vrijeme ukapčanja sklopnika S_2.

$[t_1 = 8{,}01 \text{ s}, \quad t_2 = 2{,}25 \text{ s}]$

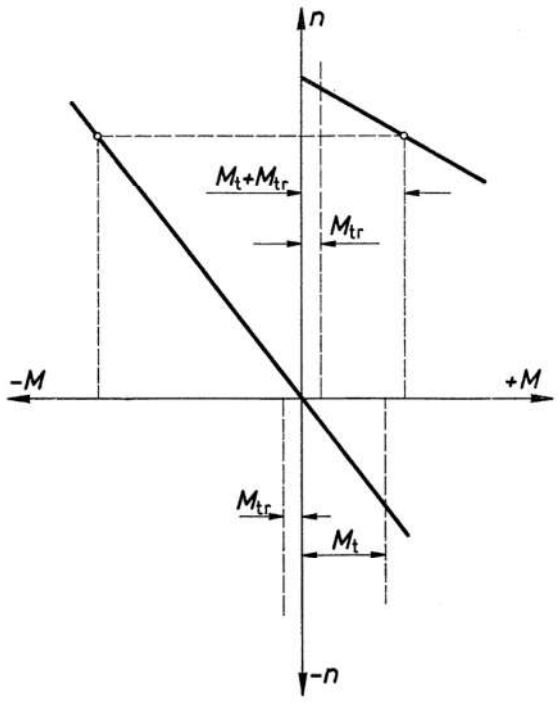
6. a) Skicu kočenja vidi na sl. 10. Nominalni pad napona:

$$\Delta U = I_a R_a = 10{,}962 \text{ V}$$

$$c_e = \frac{220 - 10{,}962}{2\,250} = 0{,}092\,9,$$

$$c_m = \frac{c_e}{0{,}104\,7} = 0{,}887$$

$$n_o = \frac{U}{c_e} = 2\,368 \text{ min}^{-1};$$



Sl. 10.

brzina vrtnje pri kojoj motor radi uz struju od 30 A:

$$n = 2\,368 - \frac{30 \cdot 0{,}21}{0{,}092\,9} = 2\,300\ \mathrm{min}^{-1};$$

nazivni razvijeni moment motora:

$$M_{en} = I_n c_m = 46{,}3\ \mathrm{Nm};$$

nominalni moment na osovini motora:

$$M_n = \frac{10 \cdot 10^3}{0{,}104\,7 \cdot 2\,250} = 42{,}4\ \mathrm{Nm};$$

moment vlastitih gubitaka (zbog trenja):

$$M_{tr} = M_{en} - M_n \doteq 3{,}9\ \mathrm{Nm}.$$

$$U = E + i R_a + L_a \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}.$$

Uz postavljeni uvjet, kad se prijeđe u elektrodinamičko kočenje bit će:

$$2I_n(R_a + R_k) = -c_e n$$

$$R_k = -\frac{c_e n}{2I_n} - R_a = \frac{-2\,300 \cdot 0{,}092\,9}{-104{,}4} - 0{,}21$$

$$[R_k = 1{,}837\ \Omega].$$

b) Približni račun prijelazne pojave:

$$T_{em} = \frac{mD^2R}{38{,}2\,c_e\,c_m} = \frac{0{,}7 \cdot (1{,}837 + 0{,}21)}{38{,}2 \cdot 0{,}092\,9 \cdot 0{,}887} = 0{,}455\ \mathrm{s}.$$

Kočni moment izaziva i motor i teret:

$$M_k = M_m + M_t.$$

Kad ne bi bilo skoka momenta tereta pri brzini vrtnje 0, završila bi prijelazna pojava u točki brzine vrtnje:

$$n_k = -\frac{I_t R}{c_e} = -\frac{30 \cdot 2{,}047}{0{,}092\,9} = -661\ \mathrm{min}^{-1}.$$

S tom pretpostavkom treba računati točno do zaustavljanja, $n = 0$ (vidi sl. 10):

$$M_m + M_t + M_u = i c_m + I_t c_m + \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = 0.$$

To pomnoženo s $\frac{R}{c_m c_e}$ daje:

$$-\frac{i R}{c_e} + \frac{I_t R}{c_e} = -\frac{dn}{dt} T_{em} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (I)$$

$$\frac{n c_e}{c_e} + \left(-\frac{n_k c_e}{c_e}\right) = -\frac{dn}{dt} T_{em}$$

$$\frac{dn}{n - n_k} = -\frac{dt}{T_{em}}$$

$$n - n_k = C e^{-t/T_{em}}$$

$C = n_p - n_k$ za $t = 0$, $n = n_p$ (početna brzina vrtnje)

$$n - n_k = (n_p - n_k)(e^{-t/T_{em}}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

za $n = 0$ (kraj prijelazne pojave) bit će:

$$\frac{-n_k}{n_p - n_k} = e^{-t_k/T_{em}}$$

$$t_k = -T_{em} \ln \frac{-n_k}{n_p - n_k} = -0{,}455 \ln \frac{661}{2\,300 + 661} = 0{,}682 \text{ s.}$$

Isti se rezultat može dobiti promatranjem struje. Derivacijom (II) dobiva se:

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{1}{T_{em}} (n_p - n_k) e^{-t/T_{em}}$$

i uvrstivši u jednadžbu (I):

$$-\frac{i R}{c_e} + \frac{I_t R}{c_e} = \frac{1}{T_{em}} (n_p - n_k) e^{-t/T_{em}} \cdot T_{em} \Big| \cdot \frac{c_e}{R}$$

$$-i + I_t = \left(\frac{n_p c_e}{R} - \frac{n_k c_e}{R}\right) e^{-t/T_{em}} = (I_p - I_t) e^{-t/T_{em}}$$

$$i = I_t - (I_p - I_t) e^{-t/T_{em}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (III)$$

U trenutku zaustavljanja $i = 0$ dobiva se:

$$\frac{I_t}{I_p - I_t} = e^{-t_k/T_{em}}$$

$$t_k = -T_{em} \ln \frac{I_t}{I_p - I_t} = -0{,}455 \left(\ln \frac{30}{104{,}4 + 30}\right) = 0{,}682 \text{ s.}$$

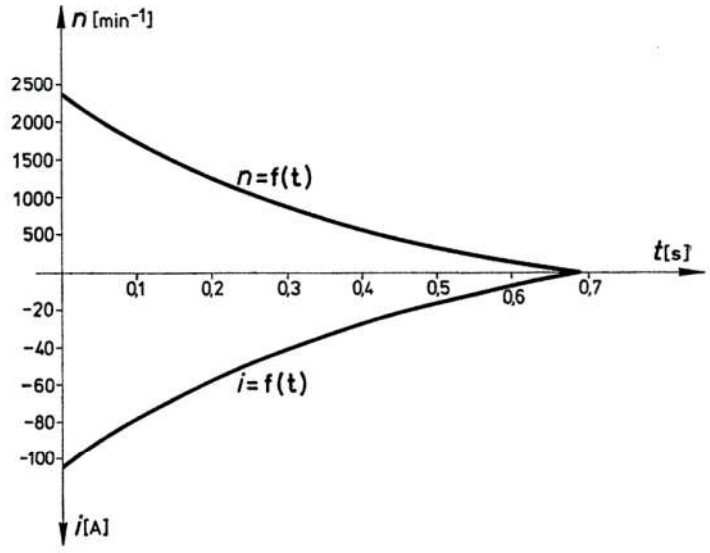
Jednadžbe (II) i (III) razvijene numerički glase:

$$\text{(II)} \quad \ldots\ldots \quad n = -661 + 2\,960 \cdot e^{-t/0,455}$$

$$\text{(III)} \quad \ldots\ldots \quad i = +30 - 134,4 \cdot e^{-t/0,455}.$$

Uvrštavajući razne vrijednosti za t dobiva se $n = f(t)$ i $i = f(t)$, kako je prikazano na sl. 11.

$$[t_k = 0,682 \text{ s}]$$



Sl. 11.

c) Ocjena eventualne nužnosti točnijeg računanja:

$$T_{el} = \frac{L_a}{R} = \frac{L_a}{R_a + R_k} = \frac{0,042}{2,047} = 0,020\,5 \text{ s}$$

$$\frac{T_{em}}{T_{el}} = \frac{0,455}{0,020\,5} = 22,2, \quad \frac{T_{em}}{4\,T_{el}} = 5,55.$$

[Elektromehanička vremenska konstanta toliko je veća od električke, pa će razlika u preciznom računanju (brzina promjene struje nije skokovita!) biti zanemariva.]

d) Prijeđeni put mjeri se brojem okretaja koje još učini motor u kretanju:

$$dN = n\,dt$$

$$N = \int_0^N dN = \int_0^{t_k} n\,dt,$$

pri čemu je n izraženo jednadžbom (II). Važno je istaknuti da je n dano u [min^{-1}]:

$$N = \frac{1}{60} \int_0^{0,682} [-661 + 2\,960 \cdot e^{-t/0,455}]\, dt \doteq 10 \text{ okretaja}$$

$$[N = 10].$$

7. a) Prijelaznu pojavu ukapčanja valja podijeliti u dva dijela — prvi dio dok se motor ne pokrene i drugi nakon toga. U prvom dijelu elektromotorni pogon stoji sve dok struja armature dosegne vrijednost I_t, koja odgovara teretu. Vrijeme stajanja t_k računa se iz:

$$i = I_k (1 - e^{-t/T_{el}}) \rightarrow t_k = T_{el} \ln \frac{I_k}{I_k - I_t}.$$

Na osnovi zadanih podataka izlazi:

$$T_{el} = \frac{L_a}{R_a} = 0,045 \text{ [s]}, \quad I_k = \frac{U}{R_a} = 758 \text{ [A]}$$

$$M_n = \frac{P_n}{0,104\,7\, n_n} = 462 \text{ [Nm]}, \quad c_e = \frac{U - I_{an} R_a}{n_n} = 0,659$$

$$c_m = \frac{c_e}{0,104\,7} = 6,29, \quad M_{en} = I_{an}\, c_m = 485 \text{ [Nm]}$$

$$M_o = M_{en} - M_n = 23 \text{ [Nm]}.$$

Ukupno se vrtnji suprotstavlja vlastiti moment trenja motora i zadani moment tereta:

$$M_t = 320 + 23 = 343 \text{ [Nm]}, \quad I_t = \frac{M_t}{c_m} = 54,5 \text{ A}.$$

Trajanje je prvog dijela prijelazne pojave (vidi sl. 12):

$$t_k = 0,003\,4 \text{ [s]}.$$

U drugom dijelu pojave ponaša se struja po jednadžbi (5.1—13) s općim rješenjem:

$$i = C\, e^{p_1 t} + D\, e^{p_2 t} + I_t.$$

Za početne uvjete $t = 0$, $n = 0$, $i = I_t$ bit će prema jednadžbi (5.1—1)

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_k - I_t}{T_{el}}, \text{ a iz } (5.1—3) \frac{dn}{dt} = 0.$$

S tih pet početnih uvjeta dobivaju se konstante integracije iz jednadžbe općeg rješenja i njezine vremenske derivacije:

$$C = -D = \frac{I_k - I_t}{T_{el}(p_1 - p_2)}.$$

Pomoću toga se za vremenski tok struje u drugom dijelu prijelazne pojave, računajući s trenutkom t_k kao početkom, dobiva:

$$i = \frac{I_k - I_t}{T_{el}(p_1 - p_2)}(e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) + I_t.$$

Tu su p_1 i p_2 korijeni karakteristične jednadžbe (5.1—14), važni za formalni matematički oblik jednadžbe za struju. Oni ovise o vremenskim konstantama:

$$T_{el} = 0{,}045 \text{ [s]}, \quad T_{em} = \frac{m D^2 R_a}{38{,}2\, c_e c_m} = 0{,}088 \text{ [s]}.$$

Budući da je $4\,T_{el} > T_{em}$, to su:

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2T_{el}} \pm j\nu, \quad \nu = \sqrt{\left|\frac{1}{T_{el}}\left(\frac{1}{4T_{el}} - \frac{1}{T_{em}}\right)\right|} = 11{,}37.$$

Jednadžba za struju prelazi, konačno, u:

$$i = \frac{I_k - I_t}{T_{el}\,\nu} e^{-t/2T_{el}} \sin \nu t + I_t.$$

Derivirajući tu jednadžbu po vremenu i izjednačivši je s nulom, nalazimo trenutak t_{max} u kojem nastupa maksimalna struja:

$$t_{max} = \frac{1}{\nu} \operatorname{arc\,tg}(2T_{el}\,\nu) = 0{,}069\,5 \text{ [s]}.$$

Uvrstivši to u istu jednadžbu, dobiva se iznos maksimalne struje u pojavi:

$$I_{max} = 505{,}8 \text{ [A]}.$$

[Time je analiziran tok struje u prijelaznoj pojavi. Ustanovljeno je da maksimalna struja premašuje dopuštenu vrijednost od 300 A, pa će se morati uključiti predotpor prilikom ukapčanja elektromotornog pogona — vidi c).]

b) Uvrštavajući razne vrijednosti za t, nacrtan je vremenski tok struje $i(t)$ na sl. 12.

Da bi se nacrtao vremenski tok brzine vrtnje, utvrđeno je ovo: U prvom dijelu prijelazne pojave (0,003 4 s) $n = 0$. Za drugi dio pojave vrijedi opća jednadžba (5.1—12), kojoj je opće rješenje:

$$n = Ae^{p_1 t} + Be^{p_2 t} + n_t.$$

Vrijednost n_t koja odgovara momentu tereta od 343 [Nm] jest:

$$n_t = \frac{U - I_t R_a}{c_e} = 310\ [\text{min}^{-1}].$$

Konstante integracije A i B dobivamo kad se uvrsti pet poznatih početnih uvjeta u jednadžbu općeg rješenja i njezinu derivaciju:

$$A = \frac{p_2 n_t}{(p_1 - p_2)}, \quad B = \frac{p_1 n_t}{(p_2 - p_1)}.$$

Na osnovi toga prelazi algebarska jednadžba općeg rješenja u konkretan slučaj:

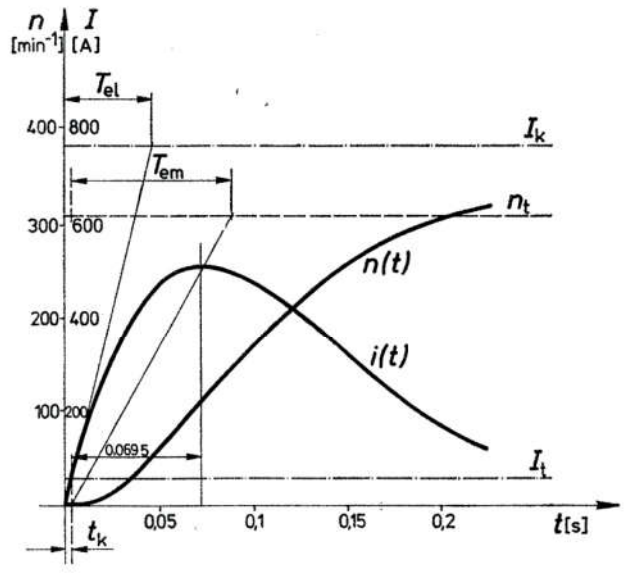
$$n = \frac{p_2 n_t}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} + \frac{p_1 n_t}{p_2 - p_1} e^{p_2 t} + n_t,$$

što s prije izračunatim korijenima p_1 i p_2 daje:

$$n = n_t \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{\sin \nu t}{2 T_{el} \nu} + \cos \nu t\right)\right].$$

Uvrštenjem raznih vrijednosti za t nacrtan je vremenski tok brzine vrtnje $n(t)$ na slici.

[Vidi sl. 12]



Sl. 12.

c) Zbog prevelike maksimalne struje potrebno je za vrijeme pokretanja uključiti predotpor R_p da se reducira maksimalna struja na dopuštenu vrijednost. Odrediti točnu vrijednost predotpora R_p pri kojem bi se struja reducirala na (točno) 300 A, nema pravog smisla jer se promjenom ukupnog otpora u armaturnom krugu mijenjaju i vrijednosti vremenskih konstanti T_{el} (koja pada) i T_{em} (koja raste), pa se mijenja vremenski tok i struje i brzine

vrtnje. Sigurno je, ograniči li se vrijednost struje kratkog spoja na 300 A, da će se udovoljiti zahtjevu, a postupak je sasvim jednostavan:

$$I_k = \frac{U}{R_a + R_p}, \text{ i uz } I_k = 300 \text{ A}:$$

$$R_p = \frac{U}{I_k} - R_a = 0{,}444\ \Omega.$$

S vrijednošću ukupnoga radnog otpora u armaturnome strujnom krugu promijenile su se vremenske konstante — električka na 0,017 8 [s], a elektromehanička na 0,223, tj. elektromehanička je 12,5 puta veća od električke. Taj odnos toliko mijenja brzinu promjene struje i brzine vrtnje da se može utjecaj električke vremenske konstante zanemariti, tj. računati vrijeme uključenja predotpora pri pokretanju kao da se struja mijenja skokovito. Iz naponske ravnoteže $U = iR_a + nc_e$ uz $I_{ud} = 300$ A dobiva se brzina vrtnje kod koje se smije iskopčati predotpor:

$$n = \frac{U - I_{ud} R_a}{c_e} = 202\ [\text{min}^{-1}].$$

U pokretanju s predotporom (s početnom brzinom vrtnje $n_p = 0$) trajanje je uključenja:

$$t_{uk} = T_{em} \ln \frac{n_p - n_t}{n - n_t} = 0{,}235\ [\text{s}].$$

To bi vrijeme trebalo radi sigurnosti povećati za približno 10 % jer se zalet ipak nešto usporuje zbog električke vremenske konstante koju smo zanemarili (vidi sl. 5.1—6.c), gdje su redovi veličina vremenskih konstanti slični.

$$t_{uk} \simeq 0{,}27\ [\text{s}]$$

[Zaključak: potreban je predotpor prilikom uključivanja od 0,444 Ω, koji se smije isključiti istom nakon 0,27 s.]

8. a) Zadana brzina vrtnje je polovica nazivne:

$$n = \frac{n_n}{2} = 260\ \text{min}^{-1}.$$

$$\varepsilon' = \frac{I_n R_a}{U - c_e n} = 0{,}057\ 7$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{X} = 0{,}23, \quad (1 - \varepsilon) = 0{,}77$$

Dokazati ispravnost ε moglo bi se riješivši opće diferencijalne jednadžbe za struju i brzinu vrtnje, i to za period uključene (motorski) i isključene (kočni) elektroničke sklopke, i s uvjetima ovog zadatka. To daje četiri jed-

nadžbe s četiri nepoznanice (n_{min}, n_{max}, i_{min}, i_{max}) i jedan parametar ε, tj. trajanje uključenja je $\varepsilon\tau$, a isključenja $(1 - \varepsilon)\tau$. To je rješenje vrlo zamorno i numerički teško jer se mora računati s vrlo mnogo znamenaka (decimala).

Kako su pojave vrlo kratke:

$$\varepsilon\tau = 0{,}004 \cdot \varepsilon = 0{,}000\,92 \text{ s}$$

$$(1 - \varepsilon)\,\tau = 0{,}004\,(1 - \varepsilon) = 0{,}003\,08 \text{ s},$$

znatno kraće od vremenskih konstanti, neće se bitno pogriješiti ako se računa s linearnom promjenom struje. Kad bi prosječni porast struje po vremenu odgovarao onome s početkom u stacionarnoj pogonskoj točki, bilo bi:

$$L_a \frac{di}{dt} = U - E - iR_a$$

$$T_{el} \cdot \frac{di}{dt} = \frac{U - E}{R_a} - I_t$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{I_K - \dfrac{c_e \cdot n_t}{R_a} - I_t}{T_{el}} = 79\,810 \frac{A}{s}.$$

S time bi pri »zaletu« promjena struje iznosila:

$$\Delta i_z = \frac{\Delta i}{\Delta t} \varepsilon\tau = 73{,}4 \text{ A}.$$

To znači da bi minimalna struja bila:

$$i_{min} \doteq 378{,}5 - 36{,}7 = 341{,}8 \text{ A}, \text{ a maksimalna:}$$

$$i_{max} \doteq 378{,}5 + 36{,}7 = 415{,}2 \text{ A}.$$

Provedimo kontrolu:

$$i_{min} = 415{,}2\, e^{-(1-\varepsilon)\tau/T'_{el}} \doteq 342 \text{ A},$$

koja pokazuje da je izbor parametara i približne metode opravdan. Dakako, i u tretiranju brzine vrtnje postoji slična mogućnost.

Ubrzanje se, naime, mijenja sa strujom!

$$M_m = M_t + M_u = M_t + \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{dn}{dt} \Bigg| \cdot \frac{R_a}{c_e c_m}$$

$$\frac{(i - I_t) \cdot R_a}{c_e \cdot T_{em}} = \frac{dn}{dt}.$$

Pri minimalnoj struji ubrzanje je negativno (brzina vrtnje pada) i to traje sve dok struja dostigne vrijednost struje tereta $i = I_t$. Nakon toga ubrzanje je pozitivno i raste. Lako je zaključiti da je upravo negdje u sredini zaleta ekstrem brzine vrtnje, i to negativni! U toj je točki najlakše i izračunati brzinu vrtnje! Tako možemo pisati za polovicu perioda $\varepsilon\tau$ kad struja raste:

$$n_k = n_p + \int_0^{\varepsilon\tau/2} \frac{dn}{dt}\, dt = n_p + \frac{R_a}{c_e \cdot T_{em}} \int_0^{\varepsilon\tau/2} (i - I_t)\, dt.$$

Tu je n_k konačna brzina, n_p početna brzina, a δ_n je njihova razlika. U tom je periodu:

$$i = I_t + \frac{i_{max} - I_t}{\frac{\varepsilon\tau}{2}}\, t.$$

Dalje prema priloženoj sl. 13, na kojoj se jasno vidi tok struje i brzine vrtnje za drugu polovicu perioda ($\varepsilon\tau$), kada struja raste, bit će:

$$\delta_{n1} = n_k - n_p = \frac{R_a}{c_e \cdot T_{em}} \int_0^{\varepsilon\tau/2} \frac{i_{max} - I_t}{\frac{\varepsilon\tau}{2}}\, t \cdot dt = \frac{R_a}{c_e \cdot T_{em}} \left[\left(\frac{i_{max} - I_t}{\frac{\varepsilon\tau}{2}} \right) \frac{t^2}{2} \right]_0^{\varepsilon\tau/2}$$

$$\delta_{n1} = \frac{R_a\, \varepsilon\, \tau}{4 \cdot c_e \cdot T_{em}} (i_{max} - I_t) = 0{,}011\,43\ \text{min}^{-1}.$$

Za drugu polovicu perioda $(1 - \varepsilon)\tau$, kad struja pada, lako se može pokazati (vidi sl. 13):

$$\delta_{n3} = \frac{(R_a + R_p)(1 - \tau)\,\tau}{4c_e \cdot T'_{em}} (i_{min} - I_t) = -0{,}038\,27\ \text{min}^{-1}.$$

Za prvu polovicu perioda porasta struje može se dokazati na isti način da je:

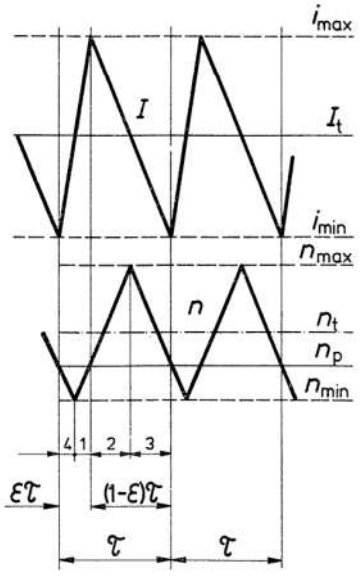
$$\delta_{n4} = -0{,}011\,43\ \text{min}^{-1}.$$

Za prvu polovicu perioda opadanje struje može se dokazati:

$$\delta_{n2} = +0{,}038\,27\ \text{min}^{-1}.$$

Valovitost je brzine vrtnje:

$$K_n = \frac{n_{max} - n_{mix}}{n_{max} + n_{min}} = \frac{\delta_{n2} + \delta_{n1}}{2n_t} = 0{,}000\,095\,58$$



Sl. 13.

$$K_n = 0{,}009\,558\ \%$$

$$n_{max} = n_t + K_n \cdot n_t = 260{,}024\,8\ \text{min}^{-1}$$

$$n_{min} = n_t - K_n \cdot n_t = 259{,}975\,2\ \text{min}^{-1},$$

a valovitost je struje:

$$K_i = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}} = 0{,}097$$

$$[K_i = 9{,}7\ \%,\quad K_n = 0{,}009\,558\ \%].$$

Tako velika razlika valovitosti struje i brzine vrtnje može se protumačiti golemom razlikom ubrzanja $\frac{dn}{dt}$ i derivacije struje $\frac{di}{dt}$, tj. dok je promjena struje diktirana velikim skokovima napona, dotle je ubrzanje diktirano manjim (numerički) promjenama struje — ono je druga posljedica primarnog uzroka!

b) Valovitost struje i brzine vrtnje pri spuštanju s $45\ \text{min}^{-1}$. Zbog vrlo malene valovitosti brzine vrtnje — (vidi a) mogu se električke pojave promatrati odvojeno.

$$\varepsilon \doteq \frac{45 - 10{,}7}{52{,}5 - 10{,}7} = 0{,}820\,6.$$

I — Uključen predotpor za trajanja ε; struja pada s maksimalne na minimalnu vrijednost:

$$i_{min} = (i_{max} - I'_K)e^{-\varepsilon\tau/T'_{e1}} + I'_K.$$

II — Uključena dioda za trajanja $(1 - \varepsilon)$; struja raste s minimalne na maksimalnu vrijednost:

$$i_{max} = i_{min} + (I''_K - i_{min})\,(1 - e^{-(1-\varepsilon)\tau/T_{e1}}).$$

Iz I i II dobivamo:

$$i_{max} = \frac{I''_K\,(1 - e^{-(1-\varepsilon)\tau/T_{e1}}) + I'_K\,(1 - e^{-\varepsilon\tau/T'_{e1}})\,e^{-(1-\varepsilon)\tau/T_{e1}}}{1 - e^{-\varepsilon\tau/T'_{e1}} \cdot e^{-(1-\varepsilon)\tau/T_{e1}}}.$$

Pri tome je:

$$I'_K = \frac{nc_e}{R_a + R_p} = 218{,}8\ \text{A}$$

granica kojoj teži struja pri opadanju, a:

$$I''_K = \frac{nc_e}{R_a} = 1\,071{,}3\ \text{A}$$

granica kojoj teži struja u porastu. Izlazi:

$$i_{max} = 259{,}33 \text{ A}$$

$$i_{min} = 251{,}78 \text{ A}$$

$$I_t = \frac{M_{Km}}{c_m} = 255{,}56 \text{ A}.$$

Valovitost je struje:

$$K_i = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}} = 0{,}014\,8$$

$$K_i = 1{,}48\ \%.$$

Valovitost brzine vrtnje izračunavamo na principu izvoda u a). Moment tereta svladava i motorski moment (u kočenju, bilo na otpornik, bilo preko diode) i ubrzanje:

$$M_t = M_m + M_u = c_m I_t = c_m i + \frac{m D^2}{38{,}2} \frac{dn}{dt} \Bigg| \cdot \frac{R}{c_e \cdot T_{em}}$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{R}{c_e \cdot T_{em}} (I_t - i).$$

Na sl. 14. u 1. stupcu prikazanog dijagrama brzina raste, u 2. i 3. opada, a u 4. nanovo raste.

Prema izvodu pod a) bit će:

$$\delta_{n1} = n_{max} - n_p = \frac{R_a (1 - \varepsilon)\, \tau}{c_e \cdot T'_{em} \cdot 4} (I_t - i_{min})$$

$$\delta_{n1} = 0{,}000\,918 \text{ min}^{-1}$$

$$\delta_{n2} = -\delta_{n1} = -0{,}000\,918 \text{ min}^{-1}$$

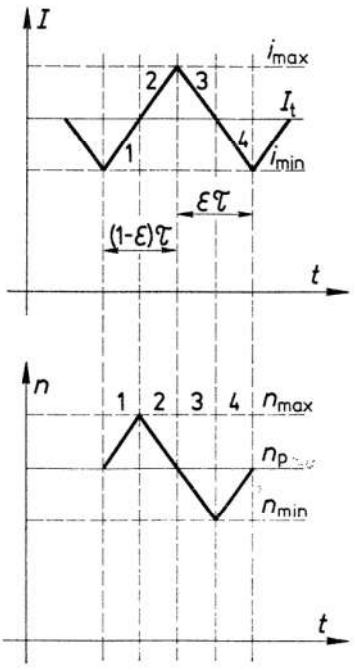
$$\delta_{n3} = \frac{(R_a + R_p)\, \varepsilon\, \tau}{4 \cdot T_{em} \cdot c_e} (I_t - i_{max}) = -0{,}004\,22 \text{ min}^{-1}$$

$$\delta_{n4} = -\delta_{n3} = 0{,}004\,22 \text{ min}^{-1}.$$

Valovitost je brzine vrtnje:

$$K_n = \frac{n_{max} - n_{min}}{n_{max} + n_{min}} = \frac{\delta_{n1} + \delta_{n4}}{2 n_t} = 0{,}000\,057\,1$$

$$[K_n = 0{,}005\,71\ \%, \quad K_i = 1{,}48\ \%].$$



Sl. 14.

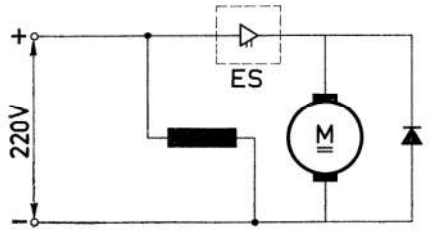
9. Principni spoj prikazan je na sl. 15. Za ovu snagu potrebna je svakako povratna dioda da ne nastanu teškoće prilikom prekida kruga.

a) Kad se uključi motor, struja raste do 150 % I_n, odnosno:

$$I_p = 96 \text{ A}.$$

Dok motor ne razvije 110 Nm (moment mirovanja, koji će se poslije izračunati) pogon stoji, a čim krene, suprotstavlja se vrtnji momentom tereta i momentom trenja motora:

$$M_s = M_t + M_{tr}.$$



Sl. 15.

Nazivni moment motora (na osovini) iznosi:

$$M_n = \frac{P}{0{,}104\,7 \cdot n_n} = 81{,}3 \text{ Nm};$$

nominalni razvijeni moment (elektromagnetski):

$$c_e = \frac{U - I_a R_a}{n_n} = 0{,}143\,8$$

$$c_m = \frac{c_e}{0{,}104\,7} = 1{,}373$$

$$M_{en} = c_m \cdot I_n = 87{,}9 \text{ Nm};$$

moment je trenja motora:

$$M_{tr} = M_{en} - M_n = 6{,}6 \text{ Nm};$$

statički protumoment:

$$M_s = M_t + M_{tr} = 75 + 6{,}6 = 81{,}6 \text{ Nm};$$

moment motora u zaletu s konstantnim ubrzanjem iznosi:

$$M_m = c_m \cdot I_p = 131{,}8 \text{ Nm};$$

moment ubrzanja nakon što je struja dostigla 150 % I_n:

$$M_u = M_m - M_s = 50{,}2 \text{ Nm};$$

moment mirovanja bit će:

$$M_0 = M_{od} + M_{tr} = 110 \text{ Nm};$$

struja kod koje se pogon počinje vrtjeti:

$$I_{kr} = \frac{M_0}{c_m} = 80{,}1 \text{ A};$$

trajanje zaleta nakon kretanja s mjesta:

$$t_z = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2 (n_2 - n_1)}{38{,}2 \cdot M_u}$$

$$mD^2 = mD_m^2 + mD_r^2 = 0{,}3 \cdot 4 + 38{,}2 = 39{,}4 \text{ kgm}^2$$

$$t_z = \frac{39{,}4 \cdot 1\,200}{38{,}2 \cdot 50{,}2} = 24{,}66 \text{ s}.$$

Uključenje prije kretanja motora s mjesta:

Od trenutka kad se uključi sklopka ($i = 0$) do vrijednosti struje od 80,1 A, struja raste po:

$i = I_k (1 - e^{-t/T_{el}})$, gdje je:

$$T_{el} = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0{,}012}{0{,}27} = 0{,}044\,4 \text{ s}, \quad \text{a} \quad i_k = \frac{U}{R_a} = 815 \text{ A}.$$

Vrijeme za koje struja poraste na 80,1 A iznosi:

$$t = - T_{el} \ln \left(1 - \frac{i}{I_k}\right) = 0{,}004\,6 \text{ s}$$

$$[t_z = 24{,}66 \text{ s}].$$

b) Trajanje početnog porasta struje može se zanemariti. Pogotovo to vrijedi za trajanje porasta struje od 80,1 na 96 A, a i brzine vrtnje koju će u tom trenutku imati motor. Može se praktički za cijelo to trajanje »predzaleta« pisati:

$$t = -T_{el} \ln \left(1 - \frac{96}{815}\right) = 0{,}005\,6 \text{ s}.$$

[Budući da je to svega 5,6 ms, nije potrebno da elektronička sklopka ($\tau = 5$ ms) bude blokirana, već može odmah krenuti s odgovarajućim trajanjem uključenja za 150 % I_n, dakle samo s graničnikom struje. Njega će nakon zaleta (1 200 min^{-1}) isključiti graničnik brzine vrtnje.]

c) I — U kratkom spoju:

$$\varepsilon = \frac{\text{potreban napon}}{\text{raspoloživi napon}} = \frac{1{,}5\, I_n R_a}{U} = \frac{1{,}5\, I_n}{I_K} = 0{,}117\,8$$

II — U radnoj točki:

$$M_m = M_s = 81{,}6 \text{ Nm i } n = n_t = 1\,200 \text{ min}^{-1},$$

dakle za trajni rad:

$$I_t = \frac{M_s}{c_m} = 59{,}4 \text{ A}.$$

Raspoloživi je napon:

$$E_r = U - c_e n_t = 47{,}5 \text{ V}.$$

Potreban napon na namotu iznosi:

$$E_p = \Delta U = I_a R_a = 16 \text{ V}$$

$$\varepsilon = \frac{E_p}{E_r} = 0{,}338.$$

III — Za ostale brzine vrtnje sa strujom u zaletu (96 A):

t	n	$E = c_e \cdot n$	$E_r = U - E$	$I_a R_a$	ε
[s]	[min^{-1}]	[V]	[V]	[V]	[%]
4	195	28	192	25,92	0,135
8	389	56	164		0,158
12	584	84	136		0,190 6
16	779	112	108		0,24
20	973	140	80		0,324
24	1 168	168	52		0,498
24,66	1 200	172,6	47,44		0,546

Potrebna idealna promjena trajanja uključenja elektromotorne sklopke »ε« nacrtana je na dijagramu (sl. 16).



Sl. 16.

d) Ocijenimo najprije utjecaj zamašne mase pogona na stanje.

Elektromehanička je vremenska konstanta:

$$T_{em} = \frac{mD^2 R_a}{38{,}2\, c_m c_e} = 1{,}41 \text{ s}$$

$$\frac{T_{em}}{T_{el}} = 31{,}74.$$

Mehanička pojava odvija se znatno sporije. Zato se, radi ocjene, ne mora ići u kompliciranu računicu. Da se ocijeni kolebanje struje dovoljno točno, valja razmotriti fizikalnu sliku.

Kod isključene sklopke inducirani napon motora je blokiran povratnom diodom. Zato se mora postojeća struja zatvoriti kroz diodu. Brzina vrtnje i njezina promjena ne utječu na struju, nego samo na inducirani napon, koji se mijenja s dn/dt, ali ne utječe na promjenu struje. Povratna dioda na sl. 15. zapravo je odvojila mehanički krug energije od električnoga u smislu da mehanička pojava ne utječe na električku, ali struja stvara moment vrtnje.

Gubici u strujnom krugu pokrivaju se iz energije rasipnoga magnetskog polja (armature) u razgradnji. Tako je za naš »pasivni« električni krug:

$$i_{min} = i_{max}\, e^{-(1-\varepsilon)\tau/T_{el}} = 0{,}928\,2\, i_{max}.$$

Valovitost struje bit će:

$$K_i = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}} = 0{,}037\,22$$

$$i_{max} = \frac{2I_t}{1 + 0{,}928\,2} = 61{,}61 \text{ A}$$

$$i_{min} = 57{,}19 \text{ A}.$$

Promjena brzine vrtnje:

Ponašanje brzine vrtnje dok struja raste računamo na principu izvoda u zadatku 8.a).

Pad brzine u prvoj polovici trajanja ε:

$$\delta_{n1} = \frac{R_a\, \varepsilon\tau}{4c_e\, T_{em}} (i_{min} - I_t) = -0{,}001\,243 \text{ min}^{-1}.$$

Porast brzine u drugoj polovici trajanja ε:

$$\delta_{n2} = \frac{R_a\, \varepsilon\tau}{4c_e\, T_{em}} (i_{max} - I_t) = +0{,}001\,243 \text{ min}^{-1}.$$

Za kočni period vrijedi:

$$M_m - M_s = J\frac{d\omega}{dt} = \frac{mD^2}{38{,}2}\frac{dn}{dt}\Bigg| \cdot \frac{R_a}{c_e\, c_m}$$

$$\frac{R_a}{c_e\, T_{em}}(i - I_t) = \frac{dn}{dt}.$$

Brzina vrtnje raste sve dok razlika struje postane jednaka nuli.

$$i = i_{max}\, e^{-t_p/T_{el}} = I_t,$$

gdje je t_p trenutak promjene predznaka ubrzanja:

$$t_p = -\ln\left(\frac{I_t}{i_{max}}\right) T_{el} = 0{,}001\,624 \text{ s}.$$

Vidi se da je t_p vrlo blizu $\dfrac{(1-\varepsilon)\,\tau}{2} = 0{,}001\,655$ s.

$$\delta_{n3} = n_{max} - n_p = \frac{R_a}{c_e\, T_{em}} \int_0^{0{,}001624} (i_{max}\, e^{-t/T_{el}} - I_t)\, dt =$$

$$= \frac{R_a}{c_e\, T_{em}} [-\, T_{el}\, i_{max}\, e^{-t/T_{el}} - I_t\, t]_0^{0{,}001624} = 0{,}002\,5 \text{ min}^{-1}$$

Brzina vrtnje pada sve od trenutka ($i = I_t$) — vidi sl. 17, tj. $t = 0{,}001\,624$ do $t = (1 - \varepsilon)\,\tau = 0{,}003\,31$ s

$$\delta_{n4} = \frac{R_a}{c_e\, T_{em}} \int_{0{,}001624}^{0{,}00331} (i_{max}\, e^{-t/T_{el}} - I_t)\, dt = -\,0{,}002\,5 \text{ min}^{-1}.$$

$$n_{max} = n_t + \delta_{n3} = 1\,200{,}002\,5 \text{ min}^{-1}$$

$$n_{min} = n_t - \delta_{n2} = 1\,199{,}998\,57 \text{ min}^{-1}$$

Valovitost je:

$$K_n = 0{,}000\,001\,55.$$

Valovitosti praktički nema zbog jako velike mase. Radi lakšeg razumijevanja vremenski tok brzine vrtnje i struje prikazan je na sl. 17.

$$[K_n = 0{,}000\,155\ \%, \quad K_i = 3{,}722\ \%]$$

e) Ušteda energije na sat u trajnom radu može se izračunati jednostavno, a dovoljno točno.

U trajnom radu trebao bi predotpor:

$$R_p = \frac{c_e (n_o - n_p)}{I_t} - R_a, \quad n_0 = \frac{U}{c_e} = 1\,530 \text{ min}^{-1}$$

$$R_p = 0{,}529\ \Omega.$$

Ušteda u pogonu s elektroničkom sklopkom mjesto predotpora upravo je gubitak koji bi nastao na tom predotporu, dakle:

$$P_u = 0{,}529\, I_t^2$$

$$[P_u = 1{,}867 \text{ kWh/h}].$$

f) Ušteda energije u zaletu

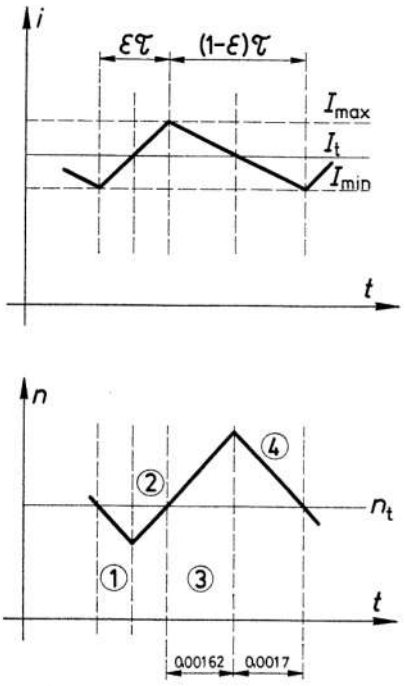
U zaletu bi trebao promjenljivi otpornik:

$$R_p = \frac{c_e (n_0 - n)}{1{,}5\, I_n} - R_a.$$

Zbog jednolikog ubrzanja bit će:

$$n = \frac{38{,}2\,(M_m - M_t)\, t}{mD^2} = 48{,}7\, t$$

$$R_p(t) = \frac{U}{1{,}5\, I_n} - c_e \frac{48{,}7\, t}{1{,}5\, I_n} - R_a.$$



Sl. 17.

Gubitak (dodatni) u svakom trenutku pogona s predotporom bio bi:

$$P_u = (1{,}5\, I_n)^2\, R_p,$$

pa je ušteda energije:

$$A_u = (1{,}5\, I_n)^2 \int_0^{t_z} \left(\frac{U}{1{,}5\, I_n} - R_a - c_e \frac{48{,}7\, t}{1{,}5\, I_n} \right) \mathrm{d}t$$

$$[A_u = 225 \text{ kWs}].$$

g) Radni mehanizam sa zamašnom masom od 0,8 kgm²

Zahtijeva se provedba što točnije analize!

Ukupna je zamašna masa:

$$mD^2 = mD_r^2 + mD_m^2 = 0{,}8 + 4 \cdot 0{,}3 = 2\ \mathrm{kgm}^2.$$

Elektromehanička vremenska konstanta iznosi:

$$T_{em} = \frac{mD^2 R_a}{38{,}2\, c_m c_e} = 0{,}071\ 6\ \mathrm{s}$$

$$\frac{T_{em}}{T_{el}} = 1{,}611.$$

Iz perioda u kojemu je isključena elektronička sklopka računa se prema onome prije:

Prilikom kočenja, za vrijeme trajanja $(1 - \varepsilon)\tau$, ne utječe mehanička prijelazna pojava na struju pa vrijedi:

$$i_{min} = i_{max} e^{-\frac{(1-\varepsilon)\tau}{T_{el}}} = 0{,}978\ 2\, i_{max}.$$

Valovitost je:

$$K_i = \frac{i_{max} - i_{min}}{i_{max} + i_{min}} = 0{,}037\ 22.$$

Ne čini se gotovo nikakva pogreška ako se uzme:

$$I_t = \frac{i_{max} + i_{min}}{2} = 0{,}964\ 1\ i_{max}$$

$$I_t = i_{max}\, e^{-t_p/T_{el}},$$

gdje je t_p već izračunato.

$$\delta_{n1} = \frac{R_a}{c_e T_{em}} \int_0^{t_p} I_t \left(\frac{1}{0{,}9641} e^{-t/T_{el}} - 1 \right) dt = 0{,}046\ 8\ \mathrm{min}^{-1}$$

To je porast brzine vrtnje od vremena definiranoga početkom opadanja struje pa do trenutka maksimuma brzine vrtnje.

Prilikom zaleta od $\frac{\varepsilon\tau}{2}$ do $\varepsilon\tau$ dobiva se drugi »dio« razlike brzine vrtnje:

$$\delta_{n2} \doteq \frac{R_a\, \varepsilon\tau}{4 c_e T_{em}} (i_{max} - I_t) = 0{,}024\ 5\ \mathrm{min}^{-1}.$$

Ukupna promjena brzine iznosi:

$$\delta_n = \delta_{n1} + \delta_{n2} = 0{,}071\ 3\ \mathrm{min}^{-1}.$$

Valovitost je:

$$K_n = \frac{\delta_n}{2\, n_t} = 0{,}000\,029\,7$$

$$[K_n = 0{,}002\,97\ \%,\quad K_i = 3{,}722\ \%].$$

10. Pretpostavljamo da će se u zaletu motora bez tereta vrijednost otpora povećati za 10 % prema vrijednosti u hladnom stanju:

$$R_a = R_{ahl} \cdot 1{,}1 = 1{,}255\ \Omega$$

$$c_e = \frac{U - I_a R_a}{n} = 0{,}45$$

$$c_m = \frac{c_e}{0{,}104\,7} = 4{,}3.$$

Elektromehanička vremenska konstanta bit će:

$$T_{em} = \frac{mD^2 R_a}{38{,}2\, c_m c_e} = 0{,}105\ \text{s},$$

električka je vremenska konstanta:

$$T_{el} = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0{,}04}{1{,}255} = 0{,}031\,9\ \text{s},$$

a struja kratkog spoja:

$$I_K = \frac{U}{R_a} = \frac{220}{1{,}255} = 175\ \text{A}.$$

Kad je $T_{em} < 4\, T_{el}$, korjeni su karakteristične jednadžbe (5.1—14), vrijedi:

$$p_{1,2} = \frac{1}{2T_{el}} \pm \sqrt{\frac{1}{T_{el}}\left(\frac{1}{4T_{el}} - \frac{1}{T_{em}}\right)} = \frac{1}{2T_{el}} \pm \mathrm{j}\nu.$$

Izraz za struju tad je (5.1—13.d):

$$i = \frac{I_K}{T_{el} \cdot \nu} e^{-t/2T_{el}} \sin \nu t.$$

Tražimo maksimum struje:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{I_K}{2T_{el}^2 \cdot \nu} e^{-t/2T_{el}} \sin \nu t + \frac{I_K}{T_{el}} e^{-t/2T_{el}} \cos \nu t = 0$$

$$t_{max} = \frac{1}{\nu} \operatorname{arc\,tg} 2T_{el}\, \nu,$$

gdje je ν apsolutna vrijednost diskriminante karakteristične jednadžbe:

$$\nu = \sqrt{\frac{1}{T_{el}}\left(\frac{1}{4T_{el}} - \frac{1}{T_{em}}\right)} = 7{,}19.$$

$t_{max} = \frac{1}{7{,}19}$ arc tg $2 \cdot 0{,}031\,9 \cdot 7{,}25 = 0{,}059\,8$ s, pa se uvrstivši t_{max} u izraz za struju dobiva:

$$i_{max} = \frac{I_K}{T_{el} \cdot \nu} e^{-t/2T_{el}} \sin \nu t = 125 \text{ A}.$$

Uvjet za direktno ukapčanje je ispunjen jer maksimalno dopuštena struja ne premašuje vrijednost od $4\,I_n$.

Iz izraza za brzinu vrtnje (5.1—12.d):

$$n = n_0 \left[1 - e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{\sin \nu t}{2\,\nu\,T_{el}} + \cos \nu t\right)\right]$$

tražimo maksimum:

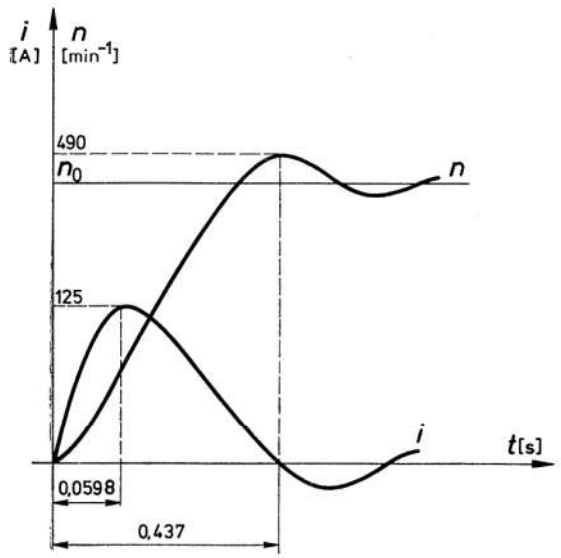
$$\frac{dn}{dt} = n_0 \left[e^{-t/2T_{el}} \left(\frac{1}{4T_{el}^2 \cdot \nu} \sin \nu t + \nu \sin \nu t\right)\right] = 0$$

$$\sin \nu t \left(\nu + \frac{1}{4T_{el}^2 \cdot \nu}\right) = 0$$

$$\sin \nu t = 0.$$

Vrijednosti $0, \pi, 2\pi, \ldots, k\pi$ uvrštene za νt zadovoljavaju tu jednadžbu. Vidi se da νt mora biti između 0 i 2π, pa je to $\pi = \nu t_{max}$. Odatle će biti:

$$t_{max} = \frac{\pi}{\nu} = 0{,}437 \text{ s}.$$



Sl. 18.

Kako je $n_0 = \frac{U}{c_e} = \frac{220}{0{,}45} = 489\ \text{min}^{-1}$, dobiva se iz toga u trenutku t_{max} najveća brzina vrtnje prema (5.1—12.d):

$$n_{max} = 490\ \text{min}^{-1}.$$

$$[i_{max} = 125\ \text{A} < 4I_n,\ n_{max} = 490\ \text{min}^{-1}]$$

11. Da se sigurno ograniči maksimalna struja armature, potrebno je armaturu uključiti tek kad se formira puno glavno magnetsko polje motora:

$$E_n = c_e \cdot n_n = 180\ \text{V}$$

$$\Phi_{gl} = E_n \frac{60\,a}{p n_n z} = 0{,}011\,48\ \text{Vs}.$$

Ukupno magnetsko polje motora bit će:

$$\Phi = \Phi_{gl} + \Phi_\sigma = 1{,}18\,\Phi_{gl} = 0{,}013\,55\ \text{Vs}.$$

Električka vremenska konstanta uzbudnog namota iznosi:

$$T_u = \frac{L_u}{R_u} = \frac{2p\Phi w_u}{U} = 0{,}382\ \text{s}$$

$$t_{min} \doteq 5T_u = 1{,}91\ \text{s}$$

$$[t_{min} \doteq 2\ \text{s}].$$

12. a) Uvodno odredimo nazivni moment motora i karakteristične vremenske konstante:

$$M_n = \frac{P}{\omega} = \frac{P\,30}{n\pi} = 98\,220\ \text{Nm}$$

$$c_e = \frac{U - I_n R_a}{n_n} = 4{,}644, \qquad c_m = c_e \frac{30}{\pi} = 44{,}35$$

$$T_{el} = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0{,}000\,95}{0{,}016\,5} = 0{,}057\,58\ \text{s}$$

$$T_{em} = \frac{mD^2 R_a}{38{,}2\,c_e c_m} = 0{,}056\,63\ \text{s}.$$

Budući da je $T_{em} < 4T_{el}$, maksimalni moment motora bit će veći od momenta tereta; računamo ga iz (5.1—38):

$$M_{max} = M_t \left[1 + e^{-\sqrt{\pi^2 T_{em}/(4T_{el} - T_{em})}}\right] \doteq 140\,000\ \text{Nm}.$$

Maksimalna snaga iz mreže u trenutku maksimalnog momenta iznosi:

$$P_{max} = UI_{max} = UI_n \frac{M_{max}}{M_n}$$

$$[P_{max} = 2\,737 \text{ kW}].$$

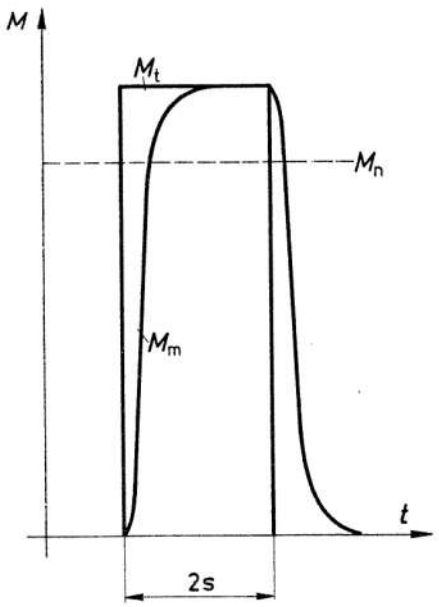
b) Sl. 19. prikazuje kako bi trebalo da se odvija pogon uz dodatnu zamašnu masu koja bi maksimalni moment motora ograničila na vrijednost momenta tereta. Da udarac u mrežu ne premaši onaj koji zahtijeva moment tereta, valja dodati toliki zamašnjak da se prijelazna pojava odvija kao granični aperiodski slučaj, tj. da nova elektromehanička konstanta T'_{em} bude jednaka $4T_{el}$. Izlazi:

$$T'_{em} = 0{,}230\,3 \text{ s}$$

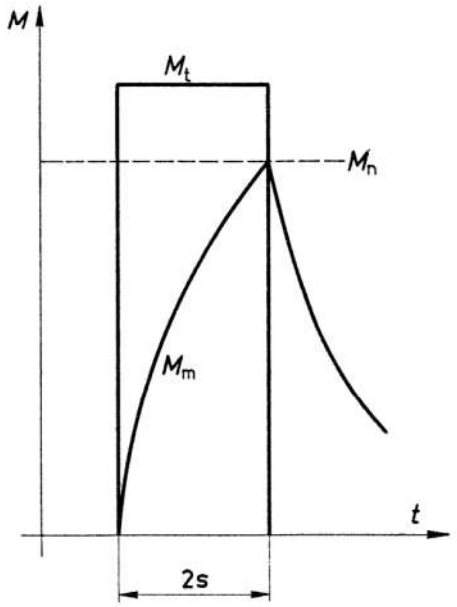
$$\frac{mD^2 + mD^2_{dod}}{mD^2} = \frac{T'_{em}}{T_{em}}$$

$$mD^2_{dod} = mD^2 \left(\frac{T'_{em}}{T_{em}} - 1 \right)$$

$$[mD^2_{dod} = 82\,810 \text{ kgm}^2,\ n_{min} = 173{,}2 \text{ min}^{-1}].$$



Sl. 19.



Sl. 20.

c) Sl. 20. prikazuje kako bi se morao odvijati pogon uz dodatnu zamašnu masu koja bi maksimalni moment motora ograničila na vrijednost nazivnog momenta. Pretpostavljamo da elektromehanička vremenska konstanta mora toliko porasti da se može zanemariti električka ($T_{el} = 0$). Tad izlazi prema izrazu (5.1—34.d):

$$M_n = M_t(1 - e^{-t/T'_{em}}) \rightarrow T'_{em} = -\frac{t}{\ln\left(1 - \frac{M_n}{M_t}\right)} = 1{,}172 \text{ s}.$$

Kako je $T'_{em} \doteq 20{,}4\ T_{el}$, račun je vjerojatan. Provjerimo još moment motora na kraju udarca po točnoj formuli (5.1—34.c):

$$M_m = 99\,010 \text{ Nm} = 1{,}008\ M_n.$$

Razlika je, dakle, manja od 1 %, što zadovoljava. Iz T'_{em} računamo potrebnu dodatnu zamašnu masu kao u b).

$$[mD^2_{dod} = 532\,000 \text{ kgm}^2,\ n_{min} = 175 \text{ min}^{-1}]$$

13. a) Vremenske konstante sistema

Ukupni tok po polu generatora bit će:

$$\Phi = \Phi_{gl} + \Phi_\sigma = 1{,}18 \cdot 9{,}2 \cdot 10^{-2} = 0{,}108\,6 \text{ Vs}$$

$$L_u = \frac{2p\Phi w_u}{i_u} = \frac{4 \cdot 0{,}108\,6 \cdot 216}{32} = 2{,}93 \text{ H}.$$

Vremenska konstanta uzbudnog kruga generatora (bez uključenog predotpora) iznosi:

$$T_u = \frac{L_u + L_{au}}{R_u + R_{au}} = \frac{2{,}93 + 0{,}9}{1{,}5 + 0{,}42} = 1{,}995 \text{ s}.$$

Vremenska konstanta armaturnog kruga je:

$$T_{el} = \frac{L_{ag} + L_{am}}{R_{ag} + R_{am}} = \frac{(0{,}48 + 0{,}3) \cdot 10^{-3}}{0{,}016 + 0{,}021} = 0{,}021\,1 \text{ s}.$$

Elektromehanička konstanta elektromotornog pogona:

$$T_{em} = \frac{mD^2\,(R_{ag} + R_{am})}{38{,}2\ c_e\ c_m}$$

$$c_e = \frac{U_m - I_{am}\,R_{am}}{n_n} = 0{,}438, \quad c_m = 4{,}184$$

$$T_{em} = 0{,}343\,4 \text{ s}$$

$$[T_u = 1{,}995 \text{ s},\ T_{el} = 0{,}021\,1 \text{ s},\ T_{em} = 0{,}343\,4 \text{ s}].$$

b)
$$\Sigma R = \frac{U_{un}}{i_{ug}} = \frac{230}{32} = 7{,}19\ \Omega$$

$$R = \Sigma R - R_u = 5{,}69\ \Omega$$

Prema relaciji (5.1—101) računa se faktor forsiranja:

$$K_f = \frac{\dfrac{di'(0)}{dt}}{\dfrac{di(0)}{dt}} = \frac{U'_u}{U_u} = \frac{i_{un}(R + R_u)}{i_{un} R_u}$$

$$[R = 5{,}69\ \Omega,\ K_f = 4{,}8].$$

c) Vrijeme za koje se postiže nominalna struja uzbude uz puno forsiranje
Budući da je to pasivni istosmjerni krug, struja je općenito:

$$i = I_{ku}(1 - e^{-t/T_u}) = \frac{U_{un}}{R_u}(1 - e^{-t/T_u}) = K_f i_{un}(1 - e^{-t/T_u}).$$

Da bi struja dostigla vrijednost i_{un}, bit će:

$$i_{un} = K_f i_{un}(1 - e^{-t_f/T_u})$$

$$t_f = T_u \ln \frac{K_f}{K_f - 1}$$

$$[t_f = 0{,}466\ \text{s}].$$

d) Uvodno se može zanemariti električka vremenska konstanta Leonardova armaturnog kruga jer je za red veličine manja od ostalih ($0{,}021 \ll 0{,}343\ 4 < < 1{,}99\ 5$). Tad se struja u armaturnome strujnom krugu može računati prema relaciji (5.1—21.b):

$$i_a = I_k \frac{T_{em}}{T_u - T_{em}}(e^{-t/T_u} - e^{-t/T_{em}}).$$

Za I_k može se staviti $I_k = K_f I_{kn}$, kao da generator može linearno prenositi magnetsko polje uzbude. Iako to zbog zasićenja sigurno nije točno, vrijedi pri nižim iznosima uzbudne struje, pa će ili rezultat biti točan, ako dođe dosta rano do maksimalne struje, ili će maksimum struje računski biti veći od stvarnoga.

$$i_a = K_f I_{kn} \frac{T_{em}}{T_u - T_{em}}(e^{-t/T_u} - e^{-t/T_{em}})$$

Ako se izraz derivira i izjednači s nulom, dobivamo:

$$I_{kn} K_f \frac{T_{em}}{T_u - T_{em}}\left(-\frac{1}{T_u} e^{-t/T_u} + \frac{1}{T_{em}} e^{-t/T_{em}}\right) = 0.$$

Slijedi trenutak kad općenito nastupa najveća struja:

$$t_{i\,max} = \frac{T_{em} T_u}{T_u - T_{em}} \ln \frac{T_u}{T_{em}} = 0{,}729\ 9 \simeq 0{,}73\ \text{s}.$$

Za konkretni faktor pojačanja ona iznosi:

$$I_{max} = K_f I_{kn} \frac{T_{em}}{T_u - T_{em}} \left(e^{-\frac{T_{em}}{T_u - T_{em}} \ln \frac{T_u}{T_{em}}} - e^{-\frac{T_u}{T_u - T_{em}} \ln \frac{T_u}{T_{em}}} \right).$$

Struja kratkog spoja u nazivnim uvjetima I_{kn} bit će:

$$I_{kn} = \frac{E_{go}}{R_{ag} + R_{am}} = \frac{U_g + I_{ag} R_{ag}}{R_{ag} + R_{am}} = 6\,508 \text{ A}.$$

S time se za maksimalnu struju dobiva

$$[I_{max} = 3\,730 \text{ A}].$$

e) Maksimalno dopuštena struja iznosi:

$$I_{maxd} = 6 I_n = 6 \cdot 670 = 4\,020 \text{ A};$$

dozvoljeni faktor forsiranja bio bi:

$$I_{maxd} : K_{fd} = I_{max} : K_f$$

$$K_{fd} = K_f \frac{I_{maxd}}{I_{max}} = 4{,}8 \frac{4\,020}{3\,730} = 5{,}17;$$

maksimalna vrijednost otpora bila bi:

$$K_{fd} = \frac{R_u + R_{max}}{R_u} \rightarrow R_{max} = 6{,}255\ \Omega;$$

maksimalna potrebna vrijednost uzbudnog napona je tad:

$$U'_u = i_{un} (R_u + R_{max}) = 248 \text{ V}$$

$$[R_{max} = 6{,}255\ \Omega,\ U'_u = 248 \text{ V},\ K_{fd} = 5{,}17].$$

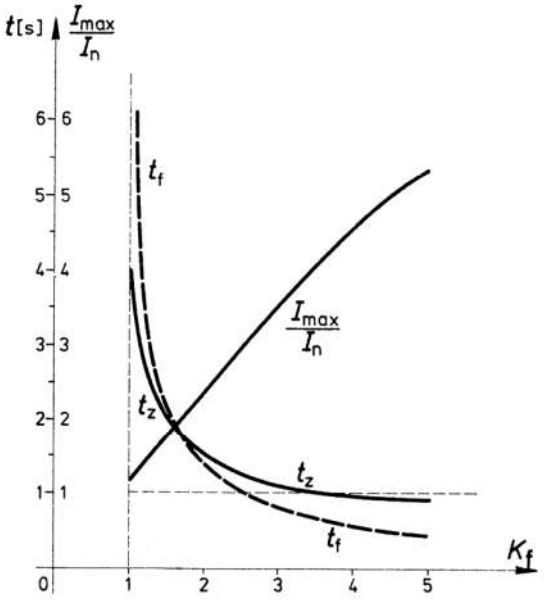
f) Da se stvori mogućnost ocjene vrijednosti i stupnja opravdanosti forsiranja, izračunate su tri vrijednosti kao funkcije faktora forsiranja K_f i unesene u sl. 21. To su trajanje forsiranja t_f, tj. vrijeme od uključenja uzbude do uključenja predotpora R u uzbudi. Zatim je tu trajanje zaleta pogonskog motora t_z od stajanja do nazivne brzine vrtnje motora, i to uz pretpostavku da nema protumomenta tereta ($M_t = 0$), pri čemu je $n_0 = \frac{U_g + I_{ag} R_{ag}}{c_e} =$ $= 549{,}5 \text{ min}^{-1}$. Kad je tako izračunata brzina vrtnje manja od nominalne motora, računa se vrijeme zaleta motora kao $t_f + t_{dod}$, gdje je $t_{dod} = -$ $-T_{em} \ln \frac{n_n - n_o}{n - n_o}$, što izlazi iz relacije (5.1—7.e) uz pretpostavku da se može zanemariti električka vremenska konstanta $T_{el} = 0{,}021\ 1 \ll T_{em} =$ $= 0{,}343\ 4$. Ali kad je brzina vrtnje izračunata s vremenom forsiranja veća

od nazivne brzine vrtnje motora (motor izvrši zalet prije svršetka forsiranja), tad se vrijeme zaleta računa:

$$t_z = -T_u \ln \frac{T_u - T_{em}}{T_u} \left(1 - \frac{n_n}{K_f n_o}\right).$$

To se dobiva iz početnog izraza za brzinu vrtnje ako se on napiše:

$$n_n = K_f n_o \left[1 + \frac{1}{T_{em} - T_u} (T_u e^{-t_z/T_u} - T_{em} e^{-t_z/T_{em}})\right]$$



Sl. 21. Trajanje forsiranja t_f, trajanje zaleta t_z i omjer maksimalne struje motora u toku zaleta prema nominalnoj I_{max}/I_n, sve kao funkcije faktora forsiranja K_f

pa se zanemari drugi pribrojnik u okrugloj zagradi zbog toga što je:

$T_u \approx 2 > T_{em} = 0{,}343\,4$, te je onda $T_u e^{-t_z/T_u} \gg T_{em} e^{-t_z/T_{em}}$. Maksimalna vrijednost struje motora nastupa u trenutku $t_{imax} \doteq 0{,}73$ s, što je već dobiveno u d), pa se računa prema izrazu (5.1—21.b):

$$I_{max} = K_f \cdot 6\,508 \frac{T_{em}}{T_u - T_{em}} (e^{-0{,}73/T_u} - e^{-0{,}73/T_{em}}),$$

i to ako je trajanje forsiranja t_f dulje od 0,73 s. Kad je t_f kraće od $t_{imax} = 0{,}73$ s, maksimalna vrijednost struje računa se kao:

$$I_{max} = K_f \cdot 6\,508 \frac{T_{em}}{T_u - T_{em}} (e^{-t_f/T_u} - e^{-t_f/T_{em}})$$

jer nastupa upravo u trenutku kad je završeno forsiranje, i konačno, omjer maksimalne vrijednosti struje motora u toku zaleta prema nominalnoj struji

motora. Trajanje forsiranja računa se premarelaciji (5.1—102): $t_f = T_u \cdot \ln K_f/(K_f - 1)$. Tad se prema (5.1—20.b) nađe brzina vrtnje koju je postigao motor za vrijeme t_f:

$$n = K_f n_o \left[1 + \frac{1}{T_{em} - T_u} (T_u e^{-t_f/T_u} - T_{em} e^{-t_f/T_{em}})\right]$$

jer struja od tog trena opada praktički po eksponencijalnoj krivulji. Tako su izračunate vrijednosti t_f, t_z i I_{max}/I_n na sl. 21.

[Forsiranjem se znatno skraćuje zalet motora, ali kako raste faktor forsiranja K_f, ušteda vremena sve je manja, a opterećenje kolektora sve veće. U našem slučaju za $K_f = 2$ pada trajanje zaleta približno na 35 % iznosa trajanja zaleta bez forsiranja, a udarna struja iznosi 230 % nominalne, što je još podnošljivo. Za $K_f = 3$ pada trajanje zaleta na 27 %, ali udarna struja raste na 350 %, što već može ozbiljno ugroziti životni vijek kolektora. Forsiranje se, dakle, isplati do neke određene granice faktora forsiranja. Uzgred valja napomenuti da je i tipna snaga uzbudnika, pa i njegova cijena, proporcionalna faktoru forsiranja, što samo učvršćuje osnovni zaključak.]

14. Odredimo najprije krivulju M_u kao razliku između M_m i M_t. Razdijelimo apscisu na i jednakih odsječaka kako bi se unutar svakoga od njih moglo računati s prosječnom vrijednošću M_{ui}. Zbog veće točnosti na mjestima gdje je krivulja M_u strmija podjela je finija, tj. odsječci su gušće raspoređeni. Za i-ti odsječak vrijedi:

$$t_{zi} = \frac{mD^2 \cdot \Delta n_i}{375\, M_{ui}},$$

odnosno ukupno je vrijeme zaleta:

$$t_z = \sum_{i=1}^{n} t_{zi} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m D^2 \Delta n_i}{375\, M_{ui}}.$$

Računajmo prvi odsječak; $\Delta n_1 = 50\ \text{min}^{-1}$, $M_{u1} = 530$ kpm, pa je:

$$t_{z1} = \frac{4\,890 \cdot 50}{375 \cdot 530} = 1{,}23\ \text{s}.$$

U točki A nanosimo $t_{z1} = 1{,}23$ s (vidi sl. 22). I tako redom dodajemo za svaki odsječak odgovarajući t_{zi}, pa se dobiva ukupno vrijeme trajanja zaleta $t_z = 15$ s, što je konstruirano na sl. 22.

Energija izgubljena za vrijeme zaleta elektromotornog pogona iznosi:

$$A_{Cu2} = \frac{\Sigma\, mD^2 n_s^2}{365} \int_{s_2}^{s_1} \frac{M_m}{M_m - M_t} s\, ds.$$

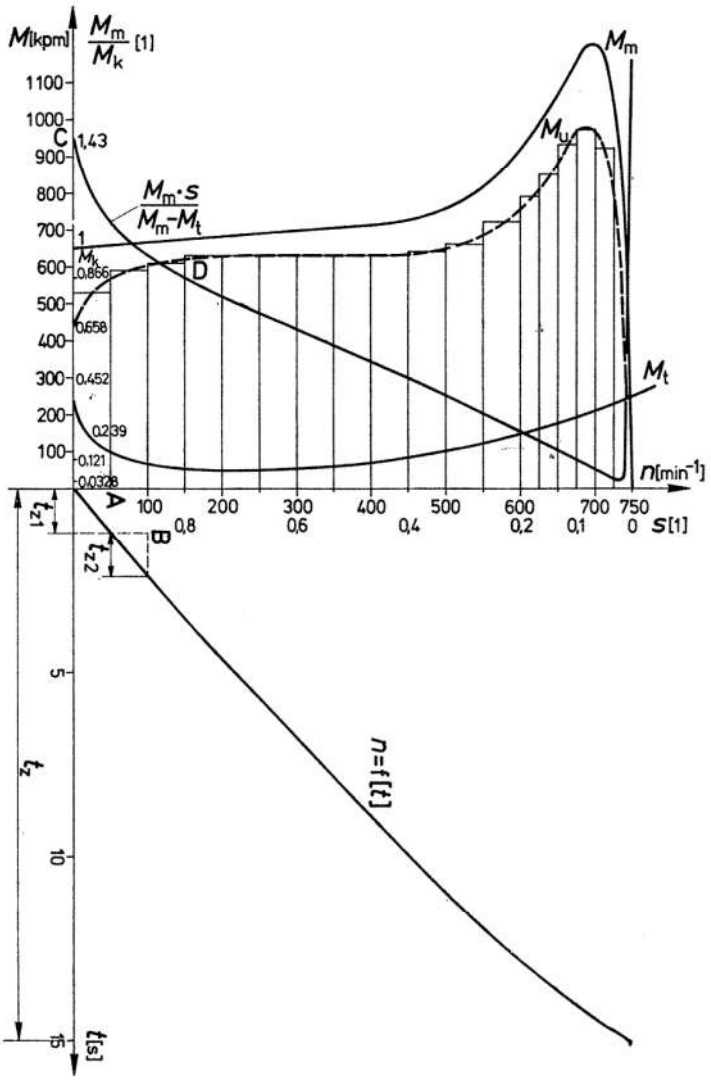
Ako se nacrta u mjerilu M_m, M_t i s, može se izvršiti približno integriranje funkcije:

$$\frac{M_m(s)\, s}{M_m(s) - M_t(s)} = \frac{M_m(s)\, s}{M_u(s)},$$

računajući površinu ispod dobivene krivulje na sl. 22. Radi primjera računamo točku C za $s = 1$:

$$\frac{M_m(s)\,s}{M_u(s)} = \frac{650 \cdot 1}{455} = 1{,}43.$$

Jedinično mjerilo na ordinati određujemo iz $\frac{M_m}{M_k} = 1$ u točki mirovanja ($s = 1$).



Sl. 22.

Slično za točku D dobiva se $\frac{M_m(s)\,s}{M_u(s)} = \frac{660 \cdot 0{,}8}{610} = 0{,}866$. Računajući tako redom za razne vrijednosti klizanja s konstruirat ćemo krivulju (vidi sl. 22):

$$\frac{M_m(s)\,s}{M_u(s)}$$

i odredivši površinu ispod te krivulje jednostavnim »prebrojavanjem« na milimetarskom papiru s granicama 1 i s_t, te množeći konstantom:

$$\frac{\Sigma mD^2 n_s^2}{365}$$

izračunat ćemo izgubljenu energiju:

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2 n_s^2}{365} \int_{s_t}^{1} \frac{M_m}{M_m - M_t} s \, ds = \frac{4\,890 \cdot 750^2}{365} 0{,}555$$

$$[A_{Cu2} = 4\,180 \text{ kWs}, \; t_z = 15 \text{ s}].$$

15. Nominalni je moment:

$$M_n = 9{,}55 \frac{P}{n} = 540 \text{ Nm};$$

prekretni moment bio bi:

$$M_p = 2{,}3 \, M_n = 2{,}3 \cdot 540 = 1\,242 \text{ Nm};$$

prekretno klizanje iznosi:

$$s_p = \frac{1\,000 - 890}{1\,000} = 0{,}11;$$

klizanje pri 900 min^{-1} je:

$$s = \frac{1\,000 - 900}{1\,000} = 0{,}1;$$

moment je ubrzanja:

$$M_u = M_m = \frac{2M_p}{\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s}};$$

trajanje zaleta bit će:

$$t_z = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{M_u} = \frac{mD^2}{38{,}2} \int_{n_1}^{n_2} \frac{1}{2M_p} \left(\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} \right) dn.$$

Ako zamijenimo varijablu brzine varijablom klizanja i integraciju vršimo od $s_1 = 1$ do $s_2 = s$:

$$t_z = \frac{mD^2 (-n_s)}{38{,}2 \cdot 2 M_p} \int_1^s \left(\frac{s}{s_p} + \frac{s_p}{s} \right) ds = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2 \cdot 2M_p} \left[\frac{1}{2s_p} (1 - s^2) + s_p \ln \frac{1}{s} \right],$$

najkraće trajanje zaleta bit će za optimalno s_p, tj. $\frac{dt}{ds_p} = 0$:

$$\frac{dt}{ds_p} = \frac{mD^2 n_s}{38{,}2 \cdot 2M_p}\left[-\frac{1}{2s_p^2}(1 - s^2) + \ln\frac{1}{s}\right] = 0$$

$$s_p' = \sqrt{\frac{s^2 - 1}{2 \ln s}} = \sqrt{\frac{0{,}1^2 - 1}{2 \cdot \ln 0{,}1}} = 0{,}464.$$

Dodatni otpor u krugu rotora iznosi:

$$\frac{s_p'}{s_p} = \frac{R_2 + R_{dod}}{R_2}$$

$$R_{dod} = \frac{R_2 s_p'}{s_p} - R_2$$

$$t_z = \frac{mD_2^2 n_s}{38{,}2 \cdot 2M_p}\left[\frac{1}{2s_p'}(1 - s^2) + s_p' \ln\frac{1}{s}\right]$$

[a) $R_{dod} = 0{,}643\ \Omega$; b) $t_z = 1{,}01$ s].

16. a) Vrijeme zaleta [$t_z = 17{,}4$ s]
    b) Ukupna izgubljena energija [$A_{Cu} = 220$ kWs]
    Energija izgubljena u rotorskom namotu [$A_{Cu2} = 36$ kWs]
    Energija izgubljena u otporniku za pokretanje [$A_p = 184$ kWs]

17. [Mehaničku kočnicu treba uključiti nakon 0,91 s.]

18. Nazivni moment bit će:

$$M_n = 9{,}55\frac{P}{n} = 9{,}55\frac{40 \cdot 10^3}{1\,430} = 267 \text{ Nm}.$$

Iz mehaničke karakteristike motora za koju se pretpostavlja da je pravac dobiva se iz (5.2—22.e):

$$M_m = M_t(1 - e^{-t/T_{em}}) + M_{po}e^{-t/T_{em}}.$$

Elektromehanička vremenska konstanta iznosi:

$$T_{em} = \frac{mD^2 s_n n_s}{38{,}2\, M_n} = 4{,}12 \text{ s}$$

$$s_n = \frac{1\,500 - 1\,430}{1\,500} = 0{,}046\,7.$$

Uvrstimo li, dobiva se za moment motora na kraju tereta:

$$M_m = 1\,500(1 - e^{-2/4{,}12}) + 100\, e^{-2/4{,}12} = 638 \text{ Nm}$$

i preopterećenje:

$$p_r = \frac{M_m}{M_n} = \frac{638}{267} = 2{,}39.$$

Brzina vrtnje na kraju tereta izlazi iz sličnog razmatranja s klizanjima:

$$s = s_t\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + s_{po}\,e^{-t/T_{em}},$$

gdje s_t označuje klizanje koje bi imao motor kad bi bio trajno opterećen teretom.

Uz pretpostavljeni linearni odnos momenta i brzine bit će:

$$s_t = \frac{M_t}{M_n}\,s_n = \frac{1\,500}{267} \cdot 0{,}046\,7 = 0{,}262,$$

čemu bi odgovarala brzina vrtnje:

$$n_t = n_s - s_t n_s = 1\,107\ \text{min}^{-1}.$$

Na isti način (također uz linearne odnose) izlazi:

$$s_{po} = \frac{M_{po}}{M_n}\,s_n = \frac{100}{267} \cdot 0{,}046\,7 = 0{,}017\,5,$$

a tome odgovara brzina vrtnje $n_o = 1\,474\ \text{min}^{-1}$.

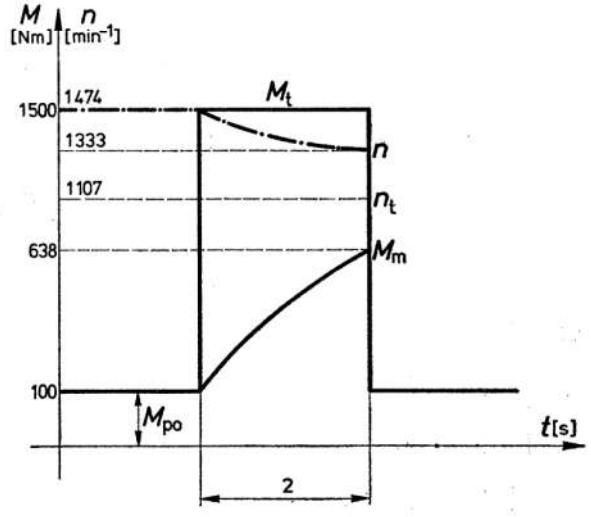
Uvrštavanjem dolazi se do klizanja na kraju tereta:

$$s = 0{,}262\,(1 - e^{-2/4{,}12}) + 0{,}017\,5 \cdot e^{-2/4{,}12} = 0{,}111\,5,$$

pa brzina vrtnje na kraju tereta iznosi:

$$n = n_s - s n_s = 1\,333\ \text{min}^{-1}$$

$$[M_m = 638\ \text{Nm},\ n = 1\,333\ \text{min}^{-1}].$$



Sl. 23.

19. Nazivni moment motora bio bi:

$$M_n = 9{,}55 \frac{P}{n} = 1\,313 \text{ Nm}.$$

Nominalno je klizanje:

$$s_n = \frac{n_s - n}{n_s} = 0{,}03.$$

Moment motora bit će:

$$M_m = M_t (1 - e^{-t/T'_{em}})$$

$$e^{t/T'_{em}} = \frac{M_t}{M_t - M_m} = \frac{2\,500}{2\,500 - 1\,500} = 2{,}5,$$

pa bi nova elektromehanička vremenska konstanta trebalo da bude:

$$T'_{em} = \frac{t}{\ln 2{,}5} = \frac{2}{0{,}915} = 2{,}183 \text{ s}.$$

Postojeća vremenska konstanta iznosi:

$$T_{em} = \frac{mD^2 \cdot n_s \cdot s_n}{38{,}2\, M_n} = 0{,}359 \text{ s}.$$

Iz izraza za gubitke u bakru:

$$m_2 I_2^2 R_2 = M_n \omega_s s_n$$

dobiva se:

$$R_2 = \frac{M_n \omega_s s_n}{I_2^2 m_2} = 0{,}029\,6\ \Omega$$

$$\frac{R_2 + R_d}{R_2} = \frac{s'_n}{s_n} = \frac{T'_{em}}{T_{em}} = 6{,}08.$$

Dakle, mora se po fazi dodati otpor:

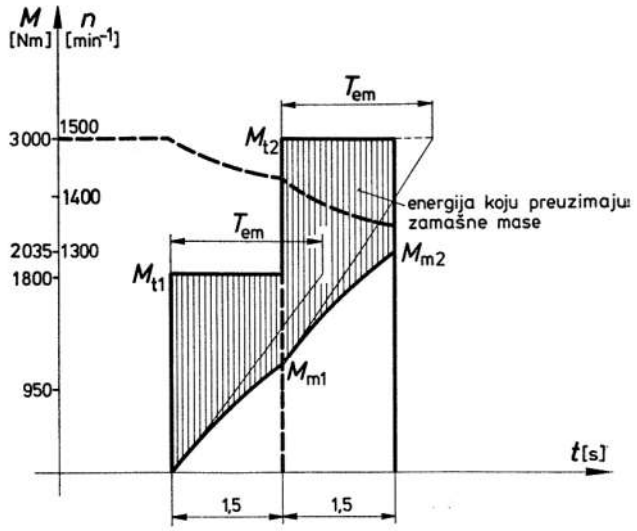
$$R_d = 6{,}08\, R_2 - R_2 = 5{,}08\, R_2$$

$$[R_d = 0{,}150\ \Omega].$$

20. $[R_d = 42\ \%\ R_2]$

21. a) $[M_m = 950 \text{ Nm}]$
    b) $[n = 942 \text{ min}^{-1}]$
    c) $[t = 2{,}24 \text{ s}]$

22. a) Moment motora je na kraju udarca $M_{m2} = 2\,035$ Nm.
b) Brzina je vrtnje na kraju udarca $n_m = 1\,346\ \text{min}^{-1}$.
c) Energija zamašnjaka iznosi $A_z = 604$ kWs.



Sl. 24.

23. Granični je moment:

$$M_{gr} = 7\,024 \frac{P}{n} = 50\,200 \text{ Nm},$$

nominalni moment iznosi:

$$M_n = 7\,024 \frac{P}{n} = 40\,200 \text{ Nm}$$

$$s_n = \frac{750 - 700}{750} = 0{,}066\,6$$

$$s_{gr} = s_n \frac{M_{gr}}{M_n} = 0{,}083\,3,$$

a granična brzina bit će:

$$n_{gr} = n_s - n_s s_{gr} = 687{,}5\ \text{min}^{-1}$$

$$T_{em} = \frac{mD^2 s_n n_s}{38{,}2\, M_n} = 8{,}15 \text{ s}.$$

a) Izračunajmo momente motora i pripadne brzine na kraju svakog udarca tereta:

$$M_{m1} = M_{t1}(1 - e^{-t/T_{em}}) = 54{,}5 \cdot 10^3 (1 - e^{-4/8{,}15}) = 21{,}1 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$s_{m1} = s_t (1 - e^{-t/T_{em}}) = 0{,}035\,1$$

$$s_t = \frac{M_t}{M_n} s_n = 0{,}090\,4$$

$$n_{m1} = 750 - 0{,}035\,1 \cdot 750 \doteq 724\ \text{min}^{-1}$$

$$M_{m2} = M_{t2}\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + M_{m1}\,e^{-t/T_{em}} = 40 \cdot 10^3\ \text{Nm}$$

$$s_{m2} = s_{t2}\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + s_{t1}\,e^{-t/T_{em}} = 0{,}066\,6$$

$$s_{t2} = \frac{M_{t2}}{M_n}\,s_n = 0{,}181$$

$$s_{t1} = \frac{M_m}{M_n}\,s_n = s_{m1} = 0{,}035\,1$$

$$n_{m2} = 750 - 750 \cdot 0{,}066\,6 = 700\ \text{min}^{-1}$$

$$M_{m3} = M_{m2}\,e^{-t/T_{em}} = 27{,}7 \cdot 10^3\ \text{Nm}$$

$$s_{m3} = s_{m2}\,e^{-t/T_{em}} = 0{,}066\,6\,e^{-3/8{,}15} = 0{,}046\,2$$

$$n_{m3} = 750 - 750 \cdot 0{,}046\,2 = 715\ \text{min}^{-1}$$

$$M_{m4} = M_{t3}\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + M_{m3}\,e^{-t/T_{em}} = 43{,}5 \cdot 10^3\ \text{Nm}$$

$$s_{m4} = s_{t4}\,(1 - e^{-t/T_{em}}) + s_{t3}\,e^{-t/T_{em}} = 0{,}072\,2$$

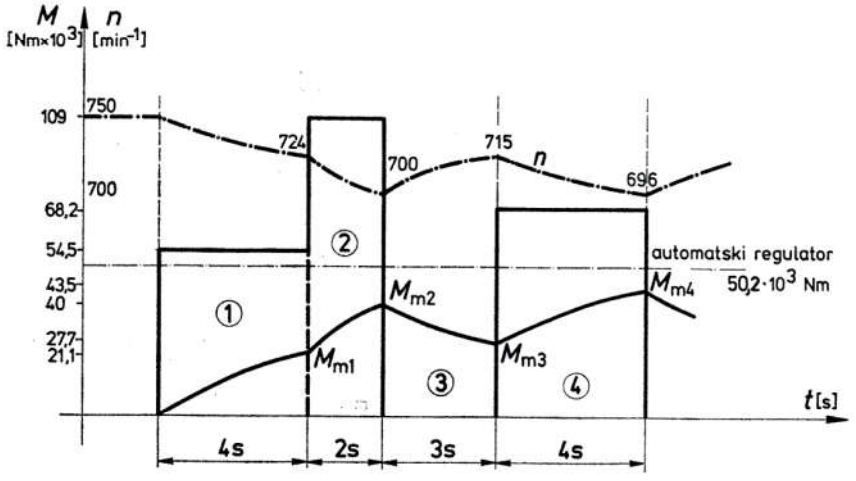
$$s_{t4} = \frac{M_{t3}}{M_n}\,s_n = 0{,}113$$

$$s_{t3} = s_{m3} = 0{,}046\,2$$

$$n_{m4} = 750 - 0{,}072\,2 \cdot 750 = 696\ \text{min}^{-1}$$

[vidi sl. 25].

b) Iz sl. 25, nacrtane na temelju provedenog računa, vidi se da je vrijednost graničnog momenta viša od postignute maksimalne vrijednosti momenta motora za vrijeme cijelog ciklusa.



Sl. 25.

Zbog toga je moguće, kako bi se smanjili gubici, isključiti dio otpornika tako da vrijednost M_{m2} dosegne vrijednost graničnog momenta. Time će na kraju ciklusa kad moment (struja) dosegne dopuštenu granicu, proraditi regulator, što je dopušteno jer je poslije toga dulja pauza.

24. a) Nominalni moment pogonskog motora iznosi:

$$M_n = \frac{P}{0{,}104\,7\,n_n} = 45\,290 \text{ [Nm]},$$

a nominalno klizanje: $s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = 0{,}016.$

Elektromehanička vremenska konstanta bez dodatnog otpornika u krugu rotora bit će:

$$T_{em} = \frac{mD^2(n_s - n_n)}{38{,}2\,M_n} = 1{,}04 \text{ [s]},$$

a brzina vrtnje pri kojoj proradi graničnik:

$$s_{gr} = s_n \frac{M_{gr}}{M_n} = 0{,}021\,2, \quad n_{gr} = n_s(1 - s_{gr})$$

$$[n_{gr} \doteq 734{,}1 \text{ min}^{-1}].$$

b) Brzina vrtnje koja odgovara punom teretu (teorijski) iznosi:

$$s_t = s_n \frac{M_t}{M_n} = 0{,}035\,3, \quad n_t = n_s(1 - s_t) = 723{,}5 \text{ [min}^{-1}],$$

a brzina se vrtnje do granične mijenja po:

$$n = n_t + (n_p - n_t)\,e^{-t/T_{em}}$$

Trajanje pogona dok se postigne granični teret bilo bi:

$$t = T_{em} \ln \frac{n_p - n_t}{n_{gr} - n_t} = 1{,}04 \cdot \ln \frac{750 - 723{,}5}{734{,}1 - 723{,}5} = 0{,}95 \text{ [s]}.$$

Za 0,95 s postigne se granična brzina vrtnje od 734,1 min^{-1}. Od 0,95 do 2 s pretvarač linearno usporava pod djelovanjem konstantnog momenta usporavanja:

$$M_u = M_t - M_{gr} = 40\,000 \text{ [Nm]}$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 38{,}2 \frac{M_u}{mD^2}, \quad \Delta n = (2 - 0{,}95) \cdot 38{,}2 \cdot \frac{40\,000}{150\,000} = 10{,}7 \text{ [min}^{-1}].$$

Minimalna je brzina vrtnje:

$$n_{min} = n_{gr} - \Delta n$$

$$[n_{min} \doteq 723{,}4 \text{ min}^{-1}].$$

c) Do granične brzine vrtnje pretvarač ubrzava pod djelovanjem konstantnog momenta motora $M_m = 60\,000$ Nm. Trajanje će biti:

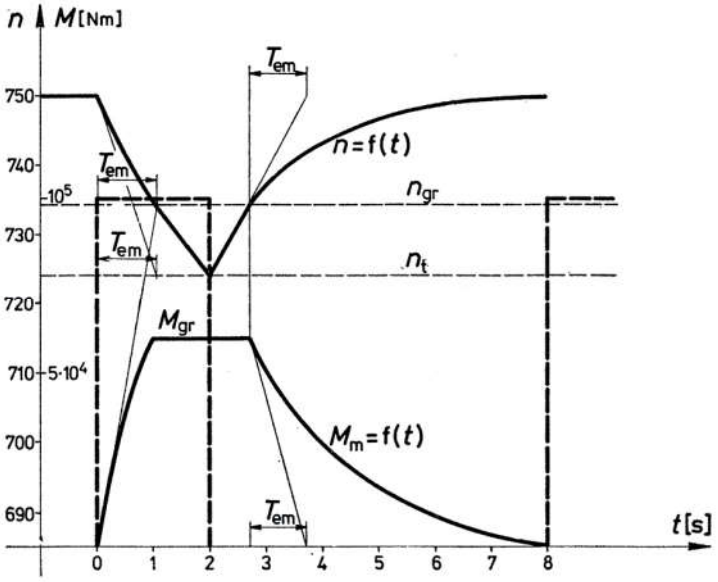
$$\Delta t = (n_{gr} - n_{min}) \frac{mD^2}{M_m\, 38{,}2} = 0{,}7\,\text{s}.$$

Nakon tog vremena ostaje do ponovnog udarca tereta $6 - 0{,}7 = 5{,}3$ s. Za to vrijeme agregat ubrza na:

$$n = n_t + (n_p - n_t)\, e^{-t/T_{em}} \quad \text{uz} \quad n_t = n_s \quad \text{i} \quad n_p = n_{gr}$$

$$n = 750 + (-15{,}9) \frac{1}{e^{5{,}30/1{,}04}} \doteq 750 - 0{,}097 \simeq 750\ \text{min}^{-1}$$

[vidi sl. 26].



Sl. 26.

25. a) Ukupni moment inercije pogona iznosi:

$$J_p = J_{rm} + J_m = 15 + 7{,}5 = 22{,}5\ \text{kgm}^2,$$

električka je vremenska konstanta, prema izrazu (5.2—20):

$$T_{el} = \frac{X_1 + X_2'}{2\pi f R_2'} = \frac{0{,}081 + 0{,}098}{100 \cdot \pi \cdot 0{,}02} = 0{,}028\ 5\ \text{s},$$

nazivni moment motora i nazivno klizanje su:

$$M_n = \frac{P}{\omega_n} = 1\,615{,}8\ \text{Nm}, \quad s_n = \frac{n_s - n_n}{n_s} = 0{,}015,$$

elektromehanička je vremenska konstanta:

$$T_{em} = \frac{J_p \omega_s s_n}{M_n} = \frac{J_p n_s \pi s_n}{30 M_n} = 0{,}013\,1 \text{ s},$$

frekvencija pulzacije tereta:

$$\varkappa = n_{to} \frac{\pi}{30} = n_s \left(1 - s_n \frac{M_{to}}{M_n}\right) \frac{\pi}{30} = 62{,}03 \text{ Hz},$$

a maksimalni je moment motora, prema relaciji (5.2—29) $M_{max} = M_{to} + \frac{\Delta M}{b}$ i prema izrazu (5.2—31.b):

$$b = \sqrt{\varkappa^2 T_{em}^2 + (1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em})^2} = 0{,}925$$

$$[M_{max} = 1\,948{,}1 \text{ Nm}].$$

b) Zahtjev je: $\Delta M_m = \frac{\Delta M}{b'} = 0{,}05 M_{to}$

$$b' = \frac{\Delta M}{0{,}05 M_{to}}.$$

Iz relacije (5.2—31.b), s jedne strane, i izraza za elektromehaničku vremensku konstantu, s druge, dobiva se:

$$J = \frac{M_n}{s_n \omega_s} \left[\frac{T_{el}}{\varkappa^2 T_{el}^2 + 1} + \sqrt{\left(\frac{T_{el}}{\varkappa^2 T_{el}^2 + 1}\right)^2 - \frac{1 - b'^2}{\varkappa^4 T_{el}^2 + \varkappa^2}}\right]$$

$$J = 116{,}57 \text{ kgm}^2, \text{ a dodatno treba } J_{dod} = J - J_p$$

$$[J_{dod} = 94{,}07 \text{ kgm}^2].$$

c) Zadan je maksimalno dopušteni stupanj nejednolikosti $\delta_n = 0{,}006$. Prema relaciji (5.2—33) potreban je faktor prigušenja:

$$\xi = \frac{(1 - s_{to})\,\delta_n}{2\Delta s_t}, \text{ pa je:}$$

$$s_{to} = s_n \frac{M_{to}}{M_n} = 0{,}012\,76, \quad \Delta s_t = s_n \frac{\Delta M}{M_n} = 0{,}004\,92,$$

a prema izrazu (5.2—34):

$$J = \frac{M_n}{\omega_s s_n} \left[\frac{T_{el}}{1 + \varkappa^2 T_{el}^2} + \sqrt{\frac{T_{el}^2}{(1 + \varkappa^2 T_{el}^2)^2} + \frac{1}{\xi^2 \varkappa^2} - \frac{1}{\varkappa^2 (1 - T_{el}^2 \varkappa^2)}}\right]$$

$$J = 57{,}27 \text{ kgm}^2$$

$$[J_{dod} = 34{,}77 \text{ kgm}^2].$$

d) Može se pisati iz relacije (5.2—31.b):

$$b' = \sqrt{\varkappa^2 T_{em}^2 \left(\frac{R_2 + R_{2dod}}{R_2}\right)^2 + (1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em})^2},$$

pa odatle izlazi:

$$R_{dod} = R_2 \left\{ \sqrt{\frac{1}{\varkappa^2 T_{em}^2} \left[\left(\frac{\Delta M}{0{,}05\, M_{to}} \right)^2 - (1 - \varkappa^2 T_{el} T_{em})^2 \right]} - 1 \right\}$$

$$[R_{dod} = 8{,}45\, R_2,\ R'_{dod} \doteq 0{,}17\ \Omega].$$

26. a) Gubici su u bakru rotora u protustrujnom kočenju od polovice sinhrone brzine do nule $[A_{Cu2} = 137\ \text{kWs}]$.
    b) Mreža daje energiju za kočenje $[A_m = 109{,}5\ \text{kWs}]$.
    c) Bakar rotora zagrijao se pri protustrujnom kočenju za $[\Delta\vartheta_2 = 29{,}3°\text{C}]$.

27. $[\Delta\vartheta_2 = 426°\text{C}]$

Takav rezultat nije neočekivan ako se zna da je to teški elektromotorni pogon kojemu je zamašna masa radnog mehanizma mnogostruko veća od one samog motora. Pogon se sastoji kinematički samo od zaleta i kočenja, i traje vrlo kratko, pa bi motor i izdržao tu nadtemperaturu čak kad i ne bi bilo odvoda topline. Naravno, čitava operacija ne smije se ponoviti sve dok se motor potpuno ohladi.

28. a) $P_n = P \cos\varphi = 3\,310\ \text{kW}$, $\quad M_n = \dfrac{P_n}{\omega_s} = 31\,600\ \text{Nm}$

$M_{usk} = 34\,800\ \text{Nm}$, $\quad G = \dfrac{M_{usk}}{0{,}05\,\omega_s} = 6\,640$

$T_s = \dfrac{J}{G} = 0{,}301\ \text{s}$, $\quad \Theta = \arcsin\left(\dfrac{M_t}{M_{sm}}\right) = 14{,}48°$

$$[\alpha_t = 4{,}826°]$$

b) $\Delta\alpha_{po} = \alpha_{po} - \alpha_t = -0{,}084\,34\ [\text{rad}]$

$$Q = M_{sm} \cos(p\alpha_t) = 61\,200$$

$$\nu = \sqrt{\frac{pQ}{J} - \frac{1}{4T_s^2}} = 9{,}44\ [\text{s}^{-1}]$$

$$\nu_0^2 = \frac{pQ}{J} = 91{,}84\ [\text{s}^{-2}]$$

Minimalna brzina vrtnje nastupa u prvom titraju, u trenu kad je derivacija brzine vrtnje jednaka nuli. Derivacija (5.3—43) daje:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\nu_0^2}{\nu} \Delta\alpha_{po}\, e^{-t/2T_s} \left[-\frac{1}{2T_s} \sin \nu t + \nu \cos \nu t \right] = 0,$$

odakle se dobiva:

$$\operatorname{tg} \nu t = \nu 2T_s, \quad t = 0{,}148\ \text{s}$$

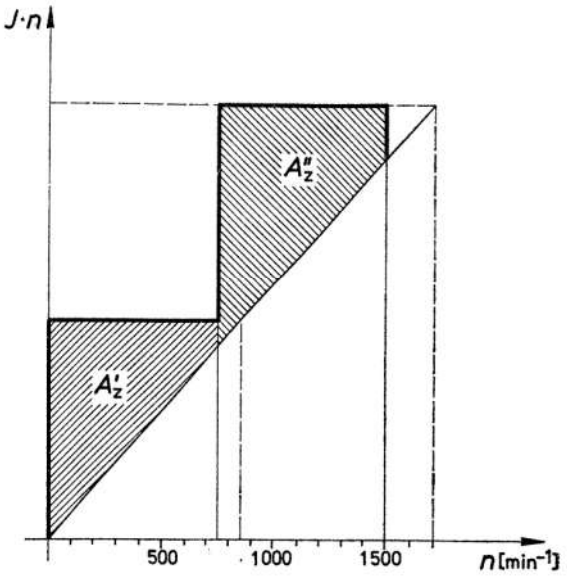
i minimalna brzina vrtnje:

$$n = n_s + \frac{30}{\pi}\frac{v_0^2}{v}\,\Delta a_{po}\,e^{-t/2T_s}\sin vt \doteq 994\ \text{min}^{-1}$$

$$[n \doteq 994\ \text{min}^{-1},\ t = 0{,}148\ \text{s}].$$

c) [Vidi sl. 5.3—1.]

29. a) Prekapča se na polovici brzine vrtnje, tj. pri 750 min^{-1}. Gubici u rotoru prikazani su načelno na sl. 27. u nekom mjerilu.



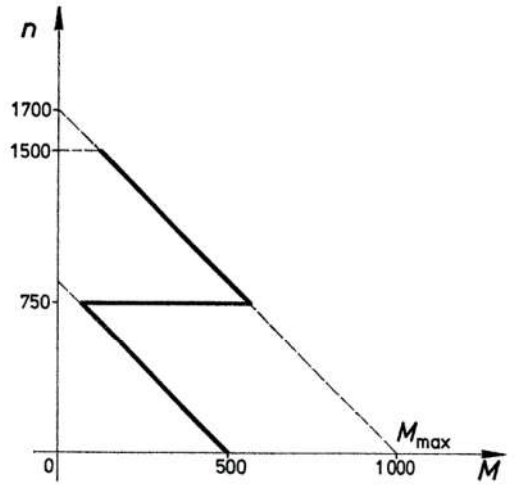
Sl. 27.

$$A_{Cu2} = \int_{t_1}^{t_2} i^2 R\,dt = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J(\omega_0 - \omega)\,d\omega = J\left[\omega_0(\omega_2 - \omega_1) - \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2}\right]$$

$$A_{Cu2} = \frac{mD^2}{4}\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2\left[n_0(n_2 - n_1) - \frac{n_2^2 - n_1^2}{2}\right]$$

Za prvi dio zaleta vrijedi: $n_0 = 850\ \text{min}^{-1}$, $n_2 = 750\ \text{min}^{-1}$, $n_1 = 0$

$$A_z' = 2 \cdot \frac{50}{4}\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2\left[850 \cdot 750 - \frac{750^2}{2}\right] = 97{,}7\ \text{kWs},$$



Sl. 28.

a za drugi dio zaleta: $n_0 = 1\,700$, $n_2 = 1\,500$, $n_1 = 750$

$$A_z'' = 2 \cdot \frac{50}{4}\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \left[1\,700 \cdot (1\,500 - 750) - \frac{1\,500^2 - 750^2}{2}\right] = 118{,}3 \text{ kWs}$$

$$[A_{Cu2} = 216 \text{ kWs}].$$

b) Mreža je osim gubitaka u bakru statora dala i gubitke u željezu i kinetičku energiju

Kinetička energija iznosi:

$$A_k = J\frac{\omega^2}{2} = 2 \cdot \frac{50}{4}\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 \frac{1\,500^2}{2} = 308{,}5 \text{ kWs}.$$

Zalet je po linearnoj karakteristici:

$$M_u = M_m = M_k \frac{n_0 - n}{n_0} = M_k\left(1 - \frac{n}{n_0}\right)$$

$$t_z = \frac{\sum mD^2}{38{,}2} \int_{n_1}^{n_2} \frac{dn}{2M_k\left(1 - \frac{n}{n_0}\right)} = \left[\frac{mD^2 n_0}{38{,}2 \cdot 2M_k} \ln \frac{n_0}{n_0 - n}\right]_1^2$$

$$t_z = \frac{mD^2 n_0}{38{,}2 \cdot 2M_k} \ln \frac{n_0 - n_1}{n_0 - n_2}.$$

Za prvi dio zaleta dobivamo $t_z' = 4{,}76$ s, a za drugi njegov dio $t_z'' = 3{,}47$ s. Zalet traje 8,23 s.

Izgubljena energija u uzbudi i željezu bit će:

$$A_0 = 2 \cdot 800 \cdot 8{,}23 \doteq 13{,}2 \text{ kWs}.$$

Mreža daje ukupno

$$[A_m = A_{Cu2} + A_k + A_0 = 537{,}7 \text{ kWs}].$$

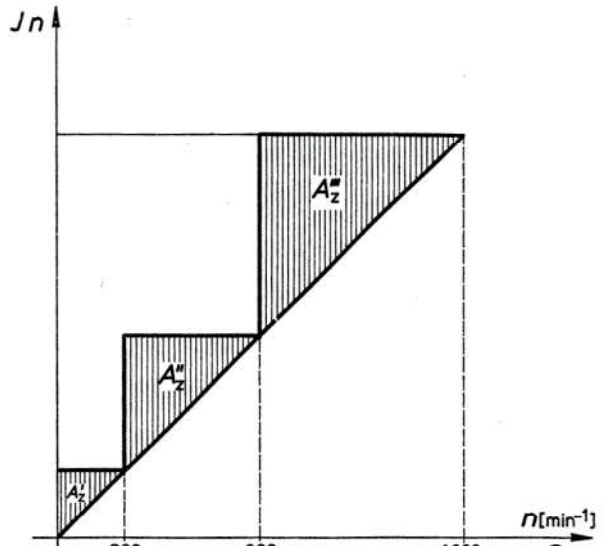
30. Gubici u rotoru nastali direktnim uključivanjem najviše brzine bit će:

$$A_{Cu2} = 33{,}31 \text{ kWs},$$

a ukupni gubici pri zaletu uz postepeno uključivanje svih triju brzina:

$$A_z = 12{,}95 \text{ kWs}.$$

[Smanjenje gubitaka u trobrzinskom upuštanju u usporedbi s jednobrzinskim iznosi 61 %.]



$2p_1$	1	0	-2	-5
$2p_2$	1	0,666	0	-1
$2p_3$	1	0,833	0,5	0

Sl. 29.

31.
$$A_z' = \left(\frac{U^1}{U}\right)^2 A_z = \left(\frac{110}{400}\right)^2 A_z = 0{,}075\,6\,A_z$$

$$A_z'' = \left(\frac{U_2 - U_1}{U}\right)^2 A_z = 0{,}122\,5\,A_z$$

$$A_z''' = \left(\frac{U - U_2}{U}\right)^2 A_z = 0{,}140\,5\,A_z$$

$$A_{zp} = A_z' + A_z'' + A_z'''$$

$$[A_{zp} = 0{,}339\,A_z]$$

32. Pregled stanja za pojedine operacije daje sl. 30. Gubici su u bakru rotora:

$$A_{Cu2} = \Sigma \frac{J\omega_s^2}{2}(s_1^2 - s_2^2) = \Sigma \frac{mD^2}{8}\left(\frac{\pi}{30}\right)^2 n_s^2 (s_1^2 - s_2^2),$$

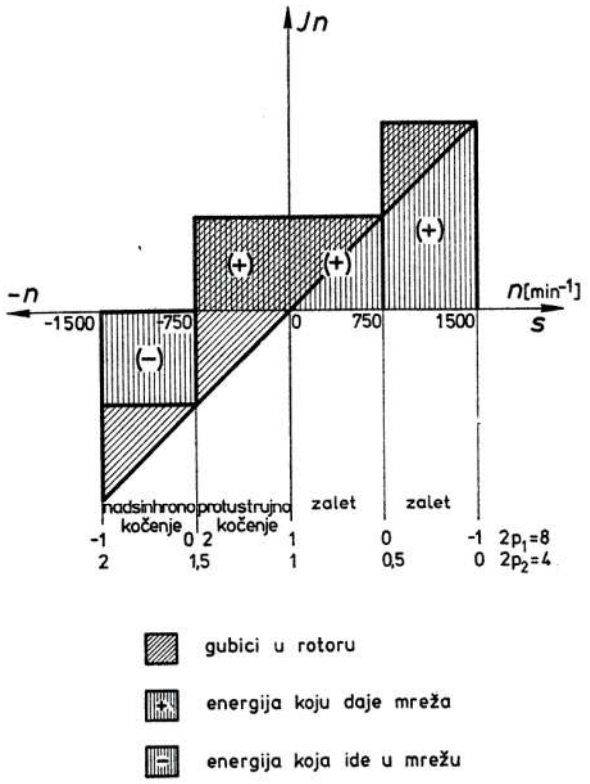
a iz mreže je privedena energija:

$$A_m = \Sigma J\omega_s^2 (s_1 - s_2) = \Sigma \frac{mD^2}{4}\left(\frac{\pi}{30}\right)^2 n_s^2 (s_1 - s_2)$$

$$A_{Cu2} = \frac{50}{8 \cdot 10^3}\left(\frac{\pi}{30}\right)^2 \Big(750^2\,\{(1^2 - 0) + [(-1)^2 - 0] + (2^2 - 1^2)\} + 1\,500^2\,(0{,}5^2 - 0)\Big)$$

$$A_m = \frac{50}{4 \cdot 10^3}\left(\frac{\pi}{30}\right)^2 \{750^2\,[(1 - 0) + (-1 - 0) + (2 - 1)] + 1\,500^2\,(0{,}5 - 0)\}$$

$$[A_{Cu2} = 231{,}32\ \text{kWs},\ A_m = 231{,}32\ \text{kWs}].$$



Sl. 30.

33. a) $[A_{Cu2} = 1\,234$ kWs, $A_m = 1\,234$ kWs]

b) $A_{Cu2} = 3\,700$ kWs

[Ušteda iznosi 66,7 %.]

34. a) Motori srednje snage grade se s omjerom osnovnih dimenzija prema izrazu (5.5—12). Omjer trajanja prijelaznih pojava za strojeve iste snage, a raznih brzina vrtnje daje relacija (5.5—29):

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{-1/2}.$$

Prema tome će trajanja zaleta približno biti

[za $2p = 4$: $t_z \doteq 0{,}367$ s, za $2p = 10$: $t_z \doteq 0{,}232$ s].

b) Energija izgubljena u namotu rotora prilikom zaleta bez tereta do sinhrone brzine vrtnje iznosi:

$$A_z = \frac{J\omega_s^2}{2} = \frac{mD^2}{8}\left(\frac{\pi}{30}\right)^2 n_s^2.$$

Energija za motore raznih brzina vrtnje preračunava se iz relacije (5.5—29) [za $2p = 6$: $A_z = 3{,}564$ kWs, za $2p = 4$: $A_z \doteq 4{,}365$ kWs, za $2p = 10$:

$$A_z \doteq 2{,}76 \text{ kWs}].$$

35. a) Iz relacije (5.5—58) dobiva se za odnos između gubitaka motora s pola snage i onoga pune snage:

$$\frac{A_{z1}}{A_{z2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{5/4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5/4} = 0{,}420, \text{ a}$$

za dvomotorni pogon prema jednomotornome:

$$\frac{2A_{z1}}{A_{z2}} = 0{,}84$$

[Ušteda je gubitaka 15,9 %.]

b) Iz relacije (5.5—56) odnos trajanja prijelaznih pojava bit će:

$$\frac{T_{n1}}{T_{n2}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1/4} = 0{,}84$$

[Ušteda vremena u prijelaznim pojavama jest 15,9 %.] Prema tome, raspored s dva motora povoljniji je i zbog trajanja dinamičkih operacija i u pogledu energetske bilance gubitaka u tim istim dinamičkim operacijama.

36. Broj reverziranja uz dodatnu masu na osovini od 9,8 kgm^2 i uz povećan odvod topline za 60 % iznosi

$$[r = 1\,760\ \text{h}^{-1}].$$

37. a) Broj zaleta [$z = 1\,715\ \text{h}^{-1}$]

b) Broj reverziranja [$r = 111\ \text{h}^{-1}$]

38. Broj zaleta na sat dobije se iz izraza:

$$z = \frac{K_u}{mD_m^2} = \frac{4\,500}{30} = 150\ \text{h}^{-1},$$

a ukupna zamašna masa nakon dodavanja:

$$\Sigma mD^2 = mD_m^2 + mD_d^2\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = 30 + 120\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 60\ \text{kgm}^2.$$

Gubici su energije u namotu rotora:

$$A_{Cu2} = J\frac{\omega_s^2}{2}(s_1^2 - s_2^2),$$

a za zalet s momentom inercije motora bit će:

$$A_{Cu2} = J\frac{\omega_s^2}{2}.$$

Za reverziranje s ukupnim momentom inercije od pola do pola brzine vrtnje vrijedi:

$$A'_{Cu2} = \Sigma J \frac{\omega_s^2}{2}(1{,}5^2 - 0{,}5^2) = \Sigma J \frac{\omega_s^2}{2} \cdot 2,$$

i broj je dopuštenih reverziranja:

$$r = z \frac{J \frac{\omega_s^2}{2}}{\Sigma J \frac{\omega_s^2}{2} 2} = 150 \frac{30}{60} \cdot \frac{1}{2} = 37{,}5$$

a) $[z = 150\ h^{-1}]$ b) $[r = 37{,}5\ h^{-1}]$.

6. IZBOR MOTORA ZA ELEKTROMOTORNI POGON

Pitanja osnovnih odluka pri izboru elektromotora za neki elektromotorni pogon objašnjena su već prije, sukcesivno u prethodnim poglavljima. Tako je već utvrđeno da statičkim elektromotornim pogonima odgovara brzohodni, a pretežno dinamičkima sporohodni motor. Razloženo je kakve vrste motora zadovoljavaju zahtjeve o određenom opsegu podešavanja brzine vrtnje, kakvim se kombinacijama postižu uštede energije i još mnoštvo pitanja koja daju upute za osnovne odluke o elektromotoru ili sklopu elektromotora i električnih strojeva kojima se može ostvariti tehnički ispravan i ekonomski povoljan elektromotorni pogon.

U ovom poglavlju ne razvijaju se dalje ta pitanja, nego je ono namijenjeno prije svega ispravnom izboru snage motora za određeni elektromotorni pogon nakon što su već donesene odluke o vrsti motora, osnovnoj brzini vrtnje i sličnim pitanjima. Osim toga, ovdje će naći mjesta i teme koje se odnose na izbor napona, utjecaj okoline i slične koje se nameću u rješavanju konkretnih tehničkih zadataka. Kod pitanja koja ulaze u okvir zadatka ispravnog odabiranja snage motora, tehnički su dominantna dva zahtjeva. Motor za određeni elektromotorni pogon mora imati sposobnost određene preopteretivosti, definirane vremenski i po iznosu, a uz to valja da bude tako odabran kako bi osiguravao funkcioniranje elektromotornog pogona u dovoljno dugome vremenskom trajanju; mora imati određeni životni vijek.

Pitanje preopteretivosti svodimo najčešće na mehaničku preopteretivost, na odnos maksimalnog i nominalnog momenta. Propisi o gradnji električnih strojeva zahtijevaju sposobnost kratkotrajne preopteretivosti od barem 60 % $\left(\frac{M_{max}}{M_n} = 1{,}6\right)$. Od toga se može samo izuzetno odstupiti, i to na osnovi posebnog dogovora s korisnikom (naručiocem), tako da se preopteretivost od 60 % smatra donjom granicom, minimumom, s kojim možemo računati kod svakog motora. Pri tome pojam šezdesetpostotne preopteretivosti osim definirane mehaničke sposobnosti sadrži u sebi i uvjet da se motoru pri takvim preopterećenjima neće osjetno smanjivati životni vijek, niti će nastupati neka vidljivija oštećenja, kao iskrenje nedopustivog intenziteta u istosmjernih motora. No, velik broj elektromotornih pogona zahtijeva i veća preopterećenja od onoga općenitog kod elektromotora. Za mnoge vrste dizaličnih pogona potrebna su i dvostruka ili i veća preopterećenja. Razni propisi za dizalične motore određuju odnos M_{max}/M_n s 200 %, a neki nacionalni propisi 220 %, pa čak i 250 %. Valjaonički pogoni kontinuiranih valjaonica obično zahtijevaju kratkotrajnu (»udarnu«) opteretivost od 200 % momenta i struje u trajanju od 10 s. U najvećim reverzibilnim valjaoničkim pogonima granične snage pojedini nacionalni propisi utvrđuju udarnu opteretivost od 250 % i neki čak 275 %, a kod manjih snaga od granične i svih 300 %. Kako su valjaonički motori obično istosmjerni, glavna se težina tih zahtjeva odražava u postizanju relativno zadovoljavajuće komutacije struje u tim pogonskim uvjetima. Visoka preopteretivost motora općenito je potrebna za elektromotorne pogone s udarnim opterećenjima,

posebno kad je pogonski motor sinhroni, i tad se može susresti i zahtjev od 400 %. To je ujedno i najveća opteretivost koja se smatra normalnom. Veće preopteretivosti povlače za sobom već i posebne probleme u gradnji strojeva. Dakako, te su velike preopteretivosti dopustive vrlo kratko vrijeme, tek koju sekundu, jer bi iole dulje njihovo trajanje primjetno utjecalo na životni vijek elektromotora. U izboru motora za neki elektromotorni pogon problem je, dakle, jednostavan. Za konkretni elektromotorni pogon treba pri narudžbi samo odrediti koliku preopteretivost mora imati odabrani motor ili, bira li se prema katalogu, treba konstatirati da li je ima.

Koliko je pitanje preopteretivosti motora jednostavno, toliko je pitanje njegova životnog vijeka složeno, uzimajući pri tome elektromotorne pogone kao cjelinu. U osnovnoj definiciji ne bi elektromotorni pogon u svome pogonskom motoru trebalo da izaziva zagrijavanja koja bi prebrzo trošila njegov životni vijek, tj. koja bi prebrzo termički »starila« izolaciju njegovih namota. Problem nije u određivanju dopuštenih granica termičkih naprezanja motora, jer su nam one dobro poznate, već u tome da se odredi kakva bi termička naprezanja izazvao u nekom elektromotoru pogon određenoga radnog mehanizma s malo složenijim režimom opterećenja. Način i put rješavanja svode se na proračun zagrijavanja u namotima nekog elektromotora uz pretpostavku da njime tjeramo određeni elektromotorni pogon. Među mnogobrojnim varijantama elektromotornih pogona samo je jedna jednostavna — elektromotorni pogon sa stacionarnim opterećenjem. Tad na poznati način osiguravamo ispravni motor jednostavnim izborom snage motora veće od one koju zahtijeva radni mehanizam ili njoj jednake, kako je to već razloženo u odjeljku 2.9. Za sve ostale mnogobrojne slučajeve u načelu je potreban drukčiji pristup, određena sistematizacija pitanja i metode kojima se može postići ispravan izbor. Zato će bit ovog poglavlja biti usmjerena u tom pravcu.

6.1. TEORIJA ZAGRIJAVANJA ELEKTRIČNIH STROJEVA KAO OSNOVA PRI IZBORU ELEKTROMOTORA

Teškoće u izboru motora za elektromotorni pogon s dinamičkim opterećenjima svakako proistječu iz činjenice poznate iz poglavlja o osnovama dinamike elektromotornih pogona, a to je da veliki gubici, nastali u toku dinamičkih stanja, toliko zagrijavaju namote elektromotora da se mora smanjiti snaga koju motor može dati na osovinu kako se ne bi pregrijavao. Kad je odabrana brzina vrtnje elektromotornog pogona, onda biramo istodobno nominalni moment i snagu ($P_n = \omega M_n$). Znajući te mehaničke veličine i za konkretne motore i za radne mehanizme, ne možemo, ipak, jednostavno izvršiti izbor ako je elektromotorni pogon s dinamičkim opterećenjima jer je to čvrsto povezano s termičkim pitanjem koje je uvjetovano i dinamičkim gubicima, a ti su u dinamičkim stanjima dominantni. Možemo taj problem tretirati i drukčije. Kad bi se unaprijed znali gubici koje neki pogon izaziva u nekom motoru, lakše bismo birali odgovarajući motor jer bismo lakše računali njegovo zagrijavanje. Tako je pitanje izbora ispravnog motora u svojoj biti termičko pitanje.

Odabiranje motora tako je zapravo, osim u slučaju stacionarnog elektromotornog pogona, rješavanje složenog problema zagrijavanja električnih strojeva. Pitanja zagrijavanja električnih strojeva i transformatora obrađuju se u teoriji električnih strojeva. Princip tretiranja stroja ili dijela stroja kao homogenog tijela, uveden u teoriji električnih strojeva, zadržat ćemo i u razmatranju zagrijavanja motora

u elektromotornim pogonima, kad god nam uvjeti pogona budu omogućivali takav pristup. Općenito, koristit ćemo se ovdje u analizi zagrijavanja i hlađenja elektromotora svim rezultatima i principima iz teorije električnih strojeva smatrajući ih poznatim i potrebnim predznanjem za obradu izbora elektromotora.

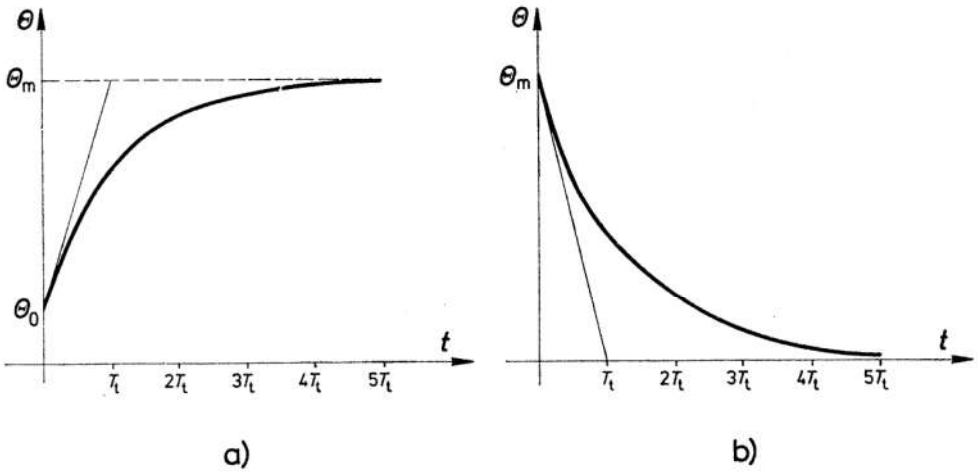
Termička slika zagrijavanja i hlađenja električnog stroja u trajnom radu svodi se na termičku sliku homogenog tijela. Ona vrijedi i za motor elektromotornog pogona. U procesu zagrijavanja vrijedi:

$$\Theta = \Theta_m \cdot (1 - e^{-t/T_t}) + \Theta_0 \cdot e^{-t/T_t}. \tag{1}$$

Tu je Θ_0 iznos nadtemperature (nad okolinom) u početku trajnog rada, Θ_m je konačna vrijednost nadtemperature, a Θ trenutna vrijednost nadtemperature namota stroja (sl. 1.a).

Za hlađenje vrijedi:

$$\Theta = \Theta_p e^{-t/T_t}. \tag{2}$$



Sl. 1. Nadtemperatura homogenog tijela: a) zagrijavanje; b) hlađenje

Pri tome je Θ_p početna nadtemperatura iz koje hlađenje počinje (za potpuno ugrijani stroj $\Theta_p = \Theta_m$, sl. 1.b), a T_t je toplinska vremenska konstanta, uvedena već u 3. poglavlju:

$$T_t = \frac{m \cdot c}{S \cdot h}. \tag{3}$$

Tako napisana vremenska konstanta vrijedi za grijanje i hlađenje homogenog tijela mase m sa specifičnom toplinom c i rashladne površine S s koeficijentom odvoda topline h. Primjena jednadžbi toplinskog stanja (1) i (2) na elektromotor vrijedi, dakle, samo onda kad ga možemo smatrati homogenim tijelom. Dalje, vidimo iz izraza za T_t da brojnik izražava toplinski kapacitet, a nazivnik odvod topline. S povećanjem nominalnog momenta stroja toplinski kapacitet (proporcionalan volumenu) raste brže od odvoda topline (proporcionalnog površini), te prema tome motor većega nominalnog momenta ili, uopće, veće mase ima veću toplinsku vremensku konstantu. Uz jednake dimenzije motoru zatvorene izvedbe T_t bit će veće nego onome otvorene izvedbe jer uz jednak toplinski kapacitet motor zatvorene izvedbe ima manju rashladnu površinu i manji odvod topline. Uz jednake dimenzije

stroju će s prisilnom ventilacijom biti (obično) manje T_t nego onome s vlastitom ventilacijom, jer uz jednak toplinski kapacitet i jednaku rashladnu plohu on ima bolji koeficijent odvođenja topline i veći odvod topline. Modernijim strojevima, budući da imaju manju masu uz bolje hlađenje, i manja je toplinska vremenska konstanta.

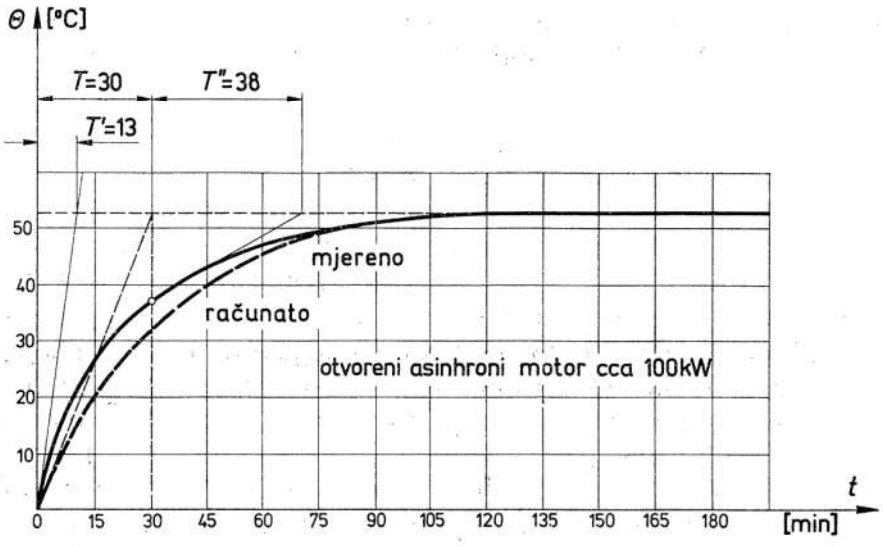
Vremenska konstanta zagrijavanja kreće se od 10 min za male strojeve otvorene izvedbe do nekoliko sati u većih strojeva zatvorene izvedbe.

Dok je toplinska vremenska konstanta nekog transformatora u pogonu praktički uvijek jednaka, kod električnog stroja to ne mora biti. Vladaju li u procesu hlađenja drugi uvjeti (recimo da elektromotorni pogon stoji, pa se mijenja odvođenje topline) nego u procesu zagrijavanja, treba to uzeti u obzir adekvatnom promjenom toplinske vremenske konstante, tj. vremenska konstanta će stroju kad miruje biti veća nego kad se on vrti. Promjena vremenske konstante za taj slučaj individualna je za svaki motor, ali se mogu uočiti granice u kojima se takve promjene kreću. U tablici (sl. 2) približni su omjeri T_t/T_{to}, dakle toplinskih vremenskih konstanti pri nazivnoj brzini vrtnje i pri stajanju za različite vrste strojeva.

Vrsta stroja prema izvedbi i hlađenju	T_t / T_{to}
Zatvoreni bez ikakvog hlađenja	0,95 - 0,98
Zatvoreni s prisilnim hlađenjem (stranim)	0,95 - 1
Zatvoreni s površinskim hlađenjem od vlastitog ventilatora	0,45 - 0,55
Otvoreni asinhroni s vlastitim hlađenjem	0,25 - 0,35
Otvoreni istosmjerni s vlastitim hlađenjem	0,4 - 0,5

Sl. 2. Omjer toplinskih vremenskih konstanti T_t/T_{to}

Pretpostavka da se električni stroj ponaša kao homogeno tijelo dopuštena je za pogone sa stacionarnim opterećenjem, ali ne u svim uvjetima. Važna je, naime, i visina opterećenja. Već i mjerenja zagrijavanja u trajnom radu pokazuju stanovite razlike. Namoti se iz početka brže griju nego homogeno tijelo. Na sl. 3. vidi se



Sl. 3. Odstupanje zagrijavanja električnog motora od procesa karakterističnoga za homogeno tijelo

za jedan konkretni motor, kojemu bi teorijska toplinska vremenska konstanta T_t iznosila 30 min, da se u početku zagrijava kao da mu je T_t svega $T' = 13$ min, a u kasnijem periodu, tj. upravo 30 min nakon početka zagrijavanja, kao da mu je $T'' = 38$ min. Ta činjenica ima određeno značenje za kratkotrajne pogone, a posljedica je upravo »nehomogenosti« električnog stroja kao tijela. U početku zagrijavanja poprima toplinu nastalu zbog gubitaka samo bakar namota, koji je znatno manje mase, pa se ostala toplinska masa stroja postepeno uključuje u proces.

Posebnu važnost ima tok zagrijavanja u početku procesa pri velikim strujnim preopterećenjima, kakva su npr. baš dinamička stanja. Tad bismo zapravo morali računati samo sa zagrijavanjem i hlađenjem bakra namota, što smo već primijenili u 5. poglavlju u razmatranju teških elektromotornih pogona. Ako sad općenito uzmemo toplinski odnos pri zagrijanju bakra bez odavanja topline:

$$m_{Cu}\, c_{Cu}\, d\vartheta = I^2\, R(\vartheta)\, dt, \tag{4}$$

mijenja se radni otpor R s temperaturom po poznatoj relaciji:

$$R(\vartheta) = R_{20}\, \frac{235 + \vartheta}{255}. \tag{5}$$

Pri tome je m_{Cu} masa bakra namota, c_{Cu} je specifična toplina bakra [Ws/kg°C], ϑ temperatura, I struja, t vrijeme, a R_{20} je otpor pri temperaturi od 20°C. Uvrstimo li relaciju (5) u (4) i separiramo varijable:

$$\frac{d\vartheta}{235 + \vartheta} = \frac{I^2\, R_{20}\, dt}{255\, c_{Cu}\, m_{Cu}} \tag{6}$$

te integriramo u granicama od početne vrijednosti temperature $\vartheta = \vartheta_p$, nastaje:

$$\int_{\vartheta_p}^{\vartheta} \frac{d\vartheta}{235 + \vartheta} = \frac{I^2\, R_{20}}{255\, m_{Cu}\, c_{Cu}} \int_0^{\Delta t} dt = K_t \int_0^{\Delta t} dt. \tag{7}$$

K_t je konstanta za određeni slučaj i iznosi:

$$K_t = \frac{I^2\, R_{20}}{255\, m_{Cu}\, c_{Cu}} = \frac{\Gamma^2\, q_v^2\, \varrho_0\, \dfrac{l_v}{q_v}}{255\, q_v\, l_v\, \gamma\, c_{Cu}}.$$

Pri tome je Γ gustoća struje [A/mm²], q_v je presjek vodiča [mm²], l_v duljina vodiča [m], ϱ_0 je 0,017 5 [mm²/m · Ω], γ je specifična masa, za bakar $\gamma = 8{,}9$ [kg/dm³], dok je vrijednost $c_{Cu} = 385$ [Ws/kg°C]. S time K_t prelazi u:

$$K_t = \frac{\varrho_0\, \Gamma^2\, 10^3}{255\, \gamma\, c_{Cu}} = 2\, \Gamma^2\, 10^{-5}. \tag{8}$$

Nakon integracije izraza (7) i sređenja dobivamo zagrijanje:

$$\Theta = \vartheta - \vartheta_p = (235 + \vartheta_p)\, (e^{K_t \Delta t} - 1). \tag{9}$$

Tako se dovoljno točno izračuna zagrijanje veće od početne temperature ϑ_p. Dakako, može se računati i koliki je odsječak vremena Δt potreban da se namot zagrije do neke konačne temperature ϑ_k. Iz relacije (9) izlazi odmah za $\vartheta = \vartheta_k$:

$$\Delta t = \frac{1}{K_t} \ln \frac{235 + \vartheta_k}{235 + \vartheta_p}. \tag{10}$$

Želimo li brzu ocjenu, može se računati i jednostavnije, tako da vrijednost otpora R u toku preopterećenja pretpostavimo konstantnom i približno ocijenimo koja je to prosječna vrijednost prema prosječnoj vrijednosti (pretpostavljenoj) temperature namota. Tad ćemo umjesto relacije (4) pisati:

$$m_{Cu}\, c_{Cu}\, \Delta\vartheta = I^2 R \Delta t, \tag{11}$$

iz čega odmah nastaje:

$$\Delta\Theta = \Delta\vartheta = \frac{\varrho I^2}{\gamma c_{Cu}} \Delta t \cdot 10^3. \tag{12}$$

Uz pretpostavljenu prosječnu temperaturu u toku preopterećenja od 120°C i $\varrho \doteq 0{,}024\,4$ bit će i:

$$\Delta\Theta = 0{,}007\,1\, I^2 \Delta t. \tag{13}$$

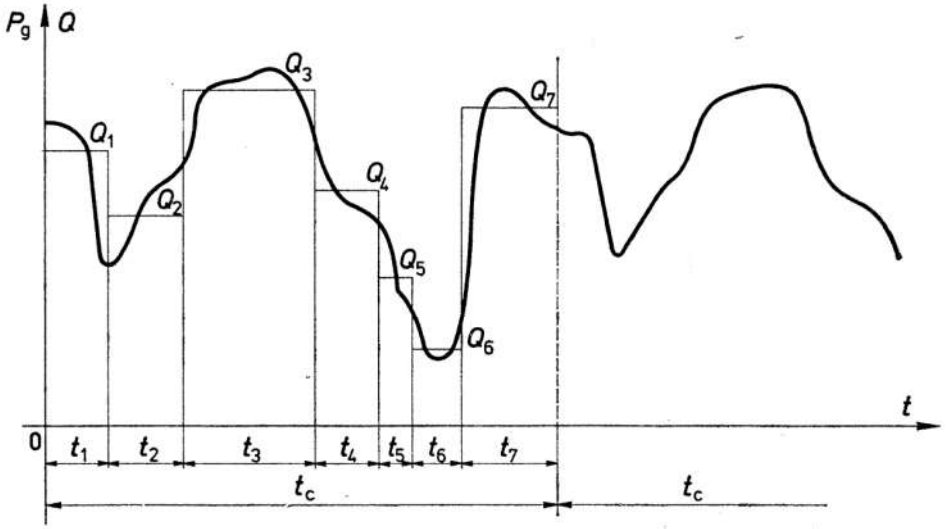
Mnogobrojna iskustva s električnim strojevima normalne gradnje pokazuju slijedeću sliku. Kod zagrijavanja motora može se računati s vremenskom konstantom cijelog motora (kao homogenog tijela) do strujnih opterećenja od približno $2I_n$, tj. po relaciji (1). Ako su strujna opterećenja veća od oko 3,5 I_n, mora se zagrijavanje računati samo s vremenskom konstantom bakra, dakle, prema izrazu (9) ili, približno, relaciji (12), odnosno (13). Za vrijednosti opterećenja u rasponu (2—3,5) I_n moguće je najprije izračunati zagrijavanja na oba načina i onda pravu vrijednost ocijeniti zgodnom interpolacijom. Pri hlađenju motora, budući da se redovno odvija bez opterećenja, uvijek se računa s toplinskom vremenskom konstantom za cijeli motor, tj. prema jednadžbi (2).

Prikazani izvadak iz teorije zagrijavanja i hlađenja električnih strojeva omogućuje nam točan pristup izboru motora, ali, na žalost, prilično mukotrpan. To je zapravo metoda pokušavanja. Izaberemo odoka motor za konkretni radni mehanizam kojemu vremenski program znamo, tj. poznate su nam potrebna (željena) snaga $P(t)$ i brzina vrtnje $n(t)$ u svakom trenutku. Pri tome podijelimo $P(t)$ i $n(t)$ na vrlo male vremenske razmake Δt i izračunamo gubitke za potrebni broj točaka tako da dobijemo gubitke nasumce odabranog motora za konkretni pogon $P_g(t)$. Račun gubitaka dade se točno provesti ako se dobro zna i vremenski tok svih potrebnih elemenata: $I(t)$, $B(t)$, $f(t)$ itd. i ako se i oni tako podijele na vremenske razmake Δt. Ako su ti vremenski razmaci Δt dovoljno mali, naša je slika gubitaka vrlo točna, a gubici su unutar Δt praktički konstantni. Zatim, uz pomoć teorije zagrijavanja i hlađenja električnih strojeva, računamo korak po korak nadtemperaturu i dobivamo konačnu sliku zagrijanja (nadtemperature) kao funkcije vremena $\Theta(t)$. Iz te slike ocjenjujemo je li motor ispravno izabran, tj. ne zagrijava li se preko nadtemperature dozvoljene za njegovu klasu izolacije. Ako se suviše zagrijava ili znatno ispod dozvoljene granice, ponavljamo pokus s motorom veće, ili manje snage, sve dok pronađemo pravo rješenje. Ta metoda ima velikih mana. Zahtijeva golemu

količinu rada jer točnost ovisi o tome koliko je »fina« vremenska podjela, što je posebno važno za dinamička stanja. Praktički se takav postupak isplati samo uz pomoć elektroničkih računala, kad je i redovno posve točan. A tako skupa metoda odabiranja (ili projektiranja) elektromotornog pogona primjenjuje se samo za izuzetno skupe i složene elektromotorne pogone. Kao primjer zamislit ćemo izbor električnih lokomotiva za neku željezničku mrežu. Tad se za određene pruge, težine vlakova i brzine vuče može ispitati svaka od postojećih lokomotiva koja bi bila prikladna. Elektroničkom računalu daju se svi podaci o vuči i o određenoj lokomotivi, a među njima i karakteristike motora, sistem upravljanja itd., i računalo izračunava uz sve eksploatacijske rezultate i zagrijanje motora lokomotive u svakom trenutku i za svaki vučni program, pa se, dakako, između ostaloga može ocijeniti razvijaju li elektromotori lokomotive potrebnu snagu, a da se ne pregrijavaju. Svakako, takav se postupak ne isplati kod nekoga po cijeni prosječnoga elektromotornog pogona. Tamo ćemo se zadovoljiti mnogo jednostavnijim aproksimativnim metodama, kojima je osnova metoda srednje vrijednosti gubitaka ili metoda ekvivalentnih gubitaka.

6.1.1. Metoda srednje vrijednosti gubitaka

Metoda srednje vrijednosti gubitaka u svojoj je biti metoda pokušavanja. Naime, u izboru motora pokušavanje se ne da izbjeći već i zato što ne možemo dovesti u izravne odnose zagrijanje motora s programima opterećenja koje zahtijeva radni mehanizam. Pretpostavimo da je elektromotorni pogon promjenljiva opterećenja koje se ponavlja nakon nekog vremena, dakle u određenim ciklusima. Odaberemo li odoka motor, možemo proračunati za taj elektromotorni pogon gubitke snage motora u pojedinim trenucima. Neka sl. 4. prikazuje te gubitke $P_g(t)$ koji



Sl. 4. Aproksimiranje krivulje gubitaka s *i* odsječaka konstantnog iznosa gubitaka

u mjerilu izražavaju i toplinu $Q(t)$ u koju se pretvaraju gubici snage motora. Podijelimo li jedan ciklus našega elektromotornog pogona na i vremenskih odsječaka trajanja $t_i(t_1, t_2, \ldots, t_7$ na sl. 4), zbroj t_i odsječaka jest trajanje ciklusa t_c. U svakom od odsječaka pretpostavimo srednje gubitke za taj odsječak, koji bi izazvali neku srednju toplinu za vrijeme trajanja tog odsječka. Jednakost površina

ispod stvarne krivulje trajanja P_g (ili Q) i ravne crte srednje vrijednosti (vidi sl. 4) pokazuje da je riječ o istoj ukupnoj vrijednosti gubitaka, ili topline, samo s neznatno drukčijim vremenskim rasporedom. Označimo srednju vrijednost topline u pojedinom odsječku istim indeksom »i« kao i odsječak, pa će na našoj slici za pojedine odsječke biti $Q_1, Q_2, \ldots, Q_7$. Tad se da za svaki odsječak napisati toplinska jednadžba stanja, tj. za svaki odsječak vrijedi prema relaciji (1):

$$\Theta_{ki} = \Theta_{mi} \cdot (1 - e^{-t_i/T_t}) + \Theta_{pi} \cdot e^{-t_i/T_t}. \tag{14}$$

Oznaka Θ_{ki} znači nadtemperaturu na kraju odsječka, Θ_{pi} na početku odsječka, a Θ_{mi} maksimalnu, koja bi se postigla u trajnom radu s P_{gi}. Iz teorije zagrijavanja i hlađenja električnih strojeva znamo da vrijedi:

$$\Theta_{mi} = \frac{Q_i}{Sh}. \tag{15}$$

Osim toga, nadtemperatura na kraju jednog odsječka jednaka je onoj na početku drugog odsječka ($\Theta_{k1} = \Theta_{p2}$, $\Theta_{k2} = \Theta_{p3}$) ili općenito:

$$\Theta_{k(n-1)} = \Theta_{pn}. \tag{16}$$

Sad možemo za razmatrani slučaj (vidi sl. 5) pisati za prvi odsječak:

$$\Theta_{k1} = \Theta_{m1} \cdot (1 - e^{-t_1/T_t}) + \Theta_{p1} \cdot e^{-t_1/T_t} = \frac{Q_1}{Sh}(1 - e^{-t_1/T_t}) + \Theta_{p1} \cdot e^{-t_1/T_t},$$

a za drugi odsječak, uz primjenu jednadžbe (16):

$$\Theta_{k2} = \frac{Q_2}{Sh}(1 - e^{-t_2/T_t}) + \Theta_{k1} \cdot e^{-t_2/T_t} = \frac{Q_2}{Sh}(1 - e^{-t_2/T_t}) +$$

$$+ \left[\frac{Q_1}{Sh}(1 - e^{-t_1/T_t}) + \Theta_{p1} \cdot e^{-t_1/T_t}\right] \cdot e^{-t_2/T_t}$$

$$\Theta_{k2} = \frac{1}{Sh}[Q_2 \cdot (1 - e^{-t_2/T_t}) + Q_1 \cdot (1 - e^{-t_1/T_t}) \cdot e^{-t_2/T_t} + Sh \cdot \Theta_{p1} \cdot e^{-(t_1+t_2)/T_t}].$$

Za treći odsječak bila bi na kraju nadtemperatura:

$$\Theta_{k3} = \frac{1}{Sh}[Q_3 \cdot (1 - e^{-t_3/T_t}) + Q_2 \cdot (1 - e^{-t_2/T_t}) \cdot e^{-t_3/T_t} +$$

$$+ Q_1 \cdot (1 - e^{-t_1/T_t}) \cdot e^{-(t_2+t_3)/T_t} + Sh \cdot \Theta_{p1} \cdot e^{-(t_1+t_2+t_3)/T_t}].$$

Izvede li se razvoj za cijeli jedan ciklus opterećenja, iznosit će nadtemperatura Θ_{kn} na koncu posljednjeg odsječka, pa stoga i ciklusa:

$$\Theta_{kn} = \Theta_{p1} \cdot e^{-t_c/T_t} + \frac{1}{Sh}\{Q_1 \cdot (1 - e^{-t_1/T_t}) \cdot e^{-(t_c-t_1)/T_t} +$$

$$+ Q_2 (1 - e^{-t_2/T_t}) \cdot e^{-[t_c-(t_1+t_2)]/T_t} + \ldots + Q_n (1 - e^{-t_n/T_t})\}. \tag{17}$$

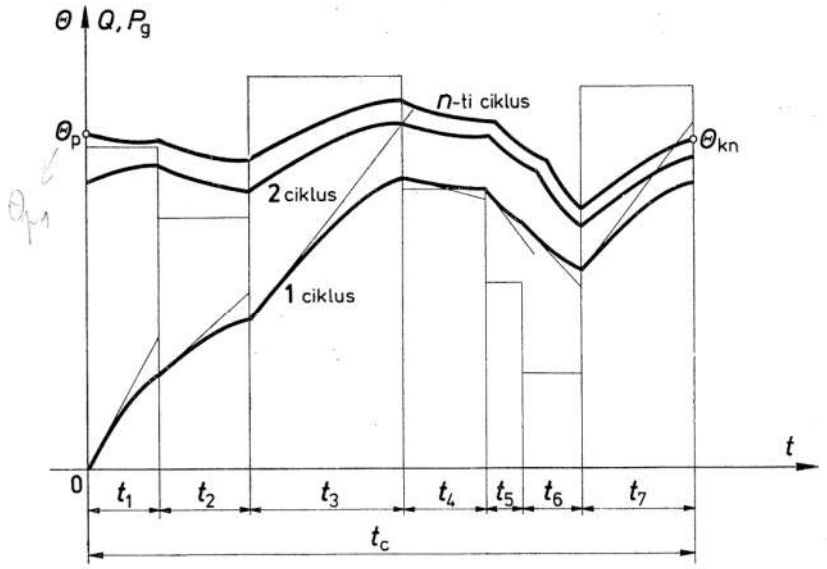
Proslijedimo razvoj na sl. 5. Nakon prvog ciklusa slijedi drugi s jednakim opterećenjem. Formalno vrijedi jednadžba (17), samo je zbog porasta početne nadtemperature iznos Θ_{nk} veći. Pusti li se da proces teče dovoljno dugo, ponavlja se u svakoj vremenskoj točki ciklusa ista nadtemperatura, pa je prema izrazu (16) $\Theta_{kn} = \Theta_{p1}$, odnosno temperature na početku i kraju istog ciklusa su jednake:

$$\Theta_p = \Theta_n.$$

Ako uvedemo taj rezultat u relaciju (17), tako da je $\Theta_n = \Theta_{p1} = \Theta_{nk}$, dobiva se:

$$\Theta_n \cdot (1 - e^{-t_c/T_t}) = \frac{1}{Sh} [Q_1 \cdot (1 - e^{-t_1/T_t}) \cdot e^{-(t_c - t_1)/T_t} + \ldots + Q_n \cdot (1 - e^{-t_n/T_t})]. \quad (18)$$

Zamislimo zatim umjesto stvarnog opterećenja, koje smo aproksimirali pomoću izraza (17), fiktivno opterećenje, po karakteru trajno, koje bi u istom motoru izazivalo trajne gubitke konstantnog iznosa P_{gsr}. Indeks »sr« odnosi se na »srednje«,



Sl. 5. Vremenski tok zagrijavanja za gubitke prema podjeli na sl. 4.

prosječno. Ti bi se gubici pretvarali u toplinu konstantnog (»srednjeg«) iznosa Q_{sr}, i u procesu zagrijavanja postigla bi se konačna nadtemperatura $\Theta_{msr} = Q_{sr}/Sh$. Zamislimo da je konačna nadtemperatura s tim srednjim gubicima jednaka nadtemperaturi Θ_n u relaciji (18), tj.:

$$\Theta_n = \frac{Q_{sr}}{Sh}. \quad (19)$$

Očito je da ta zamišljena srednja toplina izaziva jednako zagrijavanje kao stvarno opterećenje našega elektromotornog pogona jer je to uvjet po kojemu smo je definirali! S time prelazi relacija (18) u:

$$Q_{sr} \cdot (1 - e^{-t_c/T_t}) = Q_1 \cdot (1 - e^{-t_1/T_t}) \cdot e^{-(t_c - t_1)/T_t} +$$

$$+ Q_2 \cdot (1 - e^{-t_2/T_t}) \cdot e^{-[t_c - (t_1 + t_2)]/T_t} + \ldots + Q_n \cdot (1 - e^{-t_n/T_t}). \quad (20)$$

Jednadžbu (20) možemo pisati i ovako:

$$Q_{sr} \cdot (1 - e^{-t_c/T_t}) = Q_1 \cdot [e^{-(t_c - t_1)/T_t} - e^{-t_c/T_t}] +$$
$$+ Q_2 [e^{-(t_c - t_1 - t_2)/T_t} - e^{-(t_c - t_1)/T_t}] + \ldots + Q_n [1 - e^{-t_n/T_t}].$$

Razvijemo li sve eksponencijalne funkcije u red:

$$e^{-x} = 1 - \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} - \ldots + \frac{x^n}{n!}$$

i aproksimiramo li tok funkcije s prva dva člana, izraz (20) prelazi u:

$$Q_{sr} \cdot \left(1 - 1 + \frac{t_c}{T_t}\right) \doteq Q_1 \cdot \left(1 - \frac{t_c - t_1}{T_t} - 1 + \frac{t_c}{T_t}\right) +$$
$$+ Q_2 \cdot \left(1 - \frac{t_c - t_1 - t_2}{T_t} - 1 + \frac{t_c - t_1}{T_t}\right) + \ldots + Q_n \cdot \left(1 - 1 + \frac{t_n}{T_t}\right).$$

Sređeno, to daje:

$$Q_{sr} \frac{t_c}{T_t} = Q_1 \frac{t_1}{T_t} + Q_2 \frac{t_2}{T_t} + \ldots + Q_n \frac{t_n}{T_t},$$

odnosno:

$$Q_{sr} = \frac{Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + \ldots + Q_n t_n}{t_c} = \frac{Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + \ldots + Q_n t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}. \qquad (21)$$

Tako smo aproksimativnom metodom izračunali srednju vrijednost gubitaka Q_{sr}, koja može nadomjestiti stvarne gubitke nastale u pretpostavljenom motoru kod razmatranog režima elektromotornog pogona. Ako su nazivni gubici pretpostavljenog motora manji od izračunatih srednjih gubitaka ili su im jednaki, motor je sposoban da svlada režim elektromotornog pogona. Znači, uvjet je ispravnog izbora:

$$Q_{naz} \geq Q_{sr}. \qquad (22)$$

Dakako da još valja provjeriti odgovara li i preopteretivost motora stvarnom režimu elektromotornog pogona. Nominalni gubici P_{gn}, odnosno njihov toplinski ekvivalent Q_{naz}, dadu se ustanoviti kad se poznaje korisnost η motora, a taj podatak obično sadrže katalozi.

Vidi se da je metoda srednje vrijednosti gubitaka ili ekvivalentnih gubitaka zapravo aproksimacija već u prednjem odjeljku opisane metode točnog računa korak po korak, samo je kod metode srednje vrijednosti rezultat manje točan, i može se očekivati veća pogreška, zbog grubljeg ocjenjivanja krivulje trajanja gubitaka i aproksimiranja eksponencijalnih funkcija pravcima. Zato je dobro kad se računa po toj metodi, za sigurnost uzeti izvjesnu rezervu u snazi.

Za naš slučaj elektromotornog pogona s promjenljivim opterećenjem pretpostavili smo da u svakome vremenskom odjeljku t_i vrijedi ista toplinska vremenska konstanta T_t. S time je formalno izvođenje uvjeta (22) postalo samo nešto jedno-

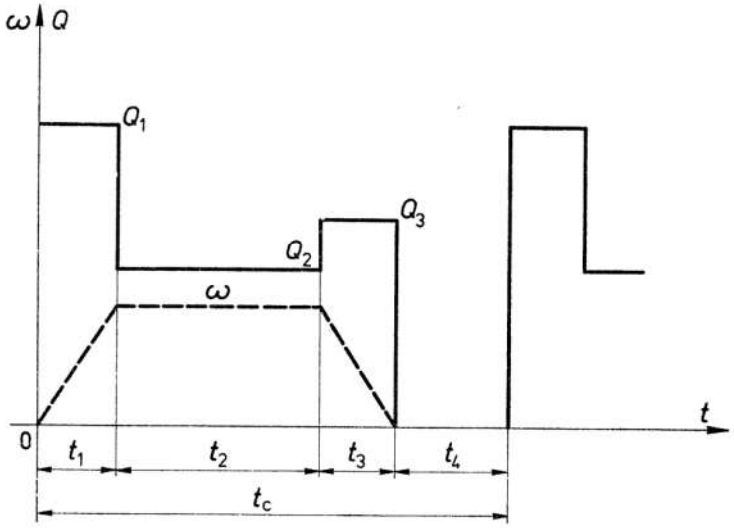
stavnije. Metoda srednje vrijednosti gubitaka može se izvesti i za takve primjere kad u pojedinim ili čak u svim odjeljcima vrijede drukčije toplinske vremenske konstante. Uzmimo općenito da je u prvom odjeljku T_{t1}, u drugome T_{t2} itd. Tad se može pokazati da jednadžba (22) prelazi u općenitiju relaciju:

$$Q_{sr} = \frac{Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + Q_3 t_3 + \ldots + Q_n t_n}{t_1 \frac{T_t}{T_{t1}} + t_2 \frac{T_t}{T_{t2}} + t_3 \frac{T_t}{T_{t3}} + \ldots + t_n \frac{T_t}{T_{tn}}}. \tag{23}$$

U tom izrazu T_t je vremenska konstanta koja odgovara zamišljenome trajnom pogonu s gubicima kojima je toplinski ekvivalent Q_{sr}.

Uzmimo jednostavan primjer.

Dijagram na sl. 6. predočuje nam približni tok gubitaka (topline stvorene u namotima) i brzine vrtnje rudničkoga izvoznog stroja. U prvome vremenskom odsječku (t_1) stroj se zalijeće i razvija gubitke Q_1. U drugome obavlja rad dizanja (t_2, Q_2), a u trećemu (t_3) zaustavlja (koči) s gubicima Q_3. U četvrtom odsječku (t_4) elektromotorni pogon stoji, i nakon toga počinje novi ciklus. Očito je da će



Sl. 6. Približni dijagram trajanja gubitaka i brzine vrtnje kod izvoznoga rudničkog stroja

toplinska vremenska konstanta pri stajanju T_s u četvrtom odsječku biti drukčija nego pri radu u drugom odsječku T_t. Jednako će tako situacija s hlađenjem u zaletu (odsječak t_1) i kočenju (odsječak t_3) biti promjenljiva. Možemo grubo pretpostaviti da je u tim periodima vremena za promjenu zagrijanja mjerodavna neka prosječna toplinska vremenska konstanta T_z. Tad računamo srednju vrijednost ili ekvivalentnu vrijednost gubitaka prema relaciji (23):

$$Q_{sr} = \frac{Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + Q_3 t_3}{\frac{T_t}{T_z}(t_1 + t_3) + t_2 + \frac{T_t}{T_s} t_4}. \tag{24}$$

Kad nemamo podataka proizvođača motora o toplinskim vremenskim konstantama, za grubu ćemo se ocjenu poslužiti onima iz tablice na sl. 2. Neka, recimo, to bude

asinhroni motor otvorenog načina gradnje hlađen vlastitim ventilatorom. Tad je za vrijeme stajanja (u četvrtom periodu):

$$\frac{T_t}{T_s} = \beta = 0{,}25 \div 0{,}35,$$

i zbog sigurnosti birali bismo manju vrijednost. Prosječnu vremensku konstantu u zaletu i kočenju dobili bismo iz aritmetičke srednje vrijednosti odnosa hlađenja pri normalnom hlađenju i onoga u stajanju.

$$\frac{T_t}{T_z} = \alpha = \frac{1+\beta}{2} = \frac{1+\frac{T_t}{T_s}}{2} = \frac{T_s + T_t}{2\,T_s}$$

$$T_z = \frac{2\,T_t\,T_s}{T_s + T_t} \tag{25}$$

Za naš primjer vrijedi:

$$\frac{T_t}{T_z} = \frac{1+0{,}25}{2} \doteq 0{,}625,$$

pa bismo računali ekvivalentne gubitke:

$$Q_{sr} = \frac{Q_1 t_1 + Q_2 t_2 + Q_3 t_3}{0{,}625 \cdot (t_1 + t_3) + t_2 + 0{,}25 \cdot t_4}.$$

U praksi je prilično uvriježeno uvođenje odnosa toplinskih vremenskih konstanti kod nazivne brzine vrtnje i kod stajanja $\beta = \frac{T_t}{T_s}$, te računanje koeficijenta α, odnosno prosječne toplinske vremenske konstante T_z (kako je ovdje pokazano), kao dobra metoda za ocjenjivanje motora.

Metoda srednjih vrijednosti gubitaka razvijala se u dva smjera. Iz nje je potekao i prikazani princip točnog računanja pomoću računskih strojeva kod ekstremno važnih ili skupih mehanizama. Za jednostavne elektromotorne pogone metoda srednje vrijednosti gubitaka je previše zamorna, posebno za brzu ocjenu problema koja se često traži. To je posebno izraženo čim je opterećenje elektromotornog pogona malo složenije, pa se mora ciklus dijeliti na mnogo odsječaka. Zato drugi pravac razvoja te metode vodi u pojednostavljenja: metodu ekvivalentne struje, metodu ekvivalentnog momenta i metodu ekvivalentne snage.

6.1.2. Metoda ekvivalentne struje

Praktički je nedostatak metode srednje vrijednosti gubitaka, između ostaloga, u tome što je potrebno proračunavati gubitke u svakoj točki. Gubici su podatak koji se o nekom elektromotoru obično zna preko korisnosti (npr. iz kataloga) za nominalno stanje, pa se iz toga mogu računati gubici za nazivno stanje. Teškoća nastupa kad valja ustanoviti gubitke za bilo koje stanje, a to treba za svaku radnu točku. Za taj račun morao bi se znati odnos ili udio stalnih (nepromjenljivih) i promjenljivih gubitaka (s opterećenjem) u ukupnim gubicima, a ti podaci gotovo

redovno nisu pri ruci. Dakle, osim neprilika s dugotrajnim računanjem moraju se očekivati i teškoće zbog pomanjkanja podataka. Može se, doduše, nekim aproksimativnim metodama približno odrediti omjer stalnih i promjenljivih gubitaka, ali je onda ipak ugodnije primijeniti neku drugu metodu. Tako dolazi do razvoja metode ekvivalentne struje, koja se dade izvesti iz metode srednje vrijednosti gubitaka.

Za opći odnos stalnih i promjenljivih gubitaka pišemo:

$$P_g = Q = P_0 + P_t = Q_0 + Q_t = Q_0 + k \cdot I^2. \tag{26}$$

Tu smo s $P_0(Q_0)$ označili stalne, a s $P_t(Q_t)$ promjenljive gubitke (toplinu), proporcionalne kvadratu struje, gdje je k faktor proporcionalnosti u principu otpor. Ako relaciju (26) uvrstimo u (21), nastaje:

$$Q_{sr} = Q_0 + kI_e^2 = \frac{(Q_0 + kI_1^2)t_1 + (Q_0 + kI_2^2)t_2 + \ldots + (Q_0 + kI_n^2)t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}, \tag{27}$$

što možemo dalje pisati:

$$Q_0 + kI_e^2 = Q_0 + \frac{k(I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \ldots + I_n^2 t_n)}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}. \tag{27.a}$$

Stalni se gubici Q_0 ukidaju jer su pribrojnik na lijevoj i na desnoj strani jednadžbe, pa se nakon dijeljenja faktorom k dobiva:

$$I_e^2 = \frac{I_1^2 \cdot t_1 + I_2^2 \cdot t_2 + \ldots + I_n^2 \cdot t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}.$$

Tako će za ekvivalentnu struju biti:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_1^2 \cdot t_1 + I_2^2 \cdot t_2 + \ldots + I_n^2 \cdot t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}}. \tag{28}$$

Izbor se, dalje, provodi uz kriterije analogne onima uz metodu srednje vrijednosti gubitaka, prema izrazu (22):

$$I_n \geq I_e, \tag{29}$$

tj. motor se neće pregrijavati ako je opterećen konkretnim pogonom uz uvjet da ekvivalentna struja ne premašuje nominalnu struju motora. Sjetimo li se puta kojim je izvedena metoda srednje vrijednosti gubitaka, i iz nje metoda ekvivalentne struje, mogli bismo jednadžbu (28) pisati i egzaktnije:

$$I_e = \sqrt{\frac{\int_0^{t_c} I^2 \, dt}{t_c}}. \tag{30}$$

Vidimo da tu ekvivalentna struja I_e nije više približna, nego potpuno točna vrijednost.

S obzirom da je metoda ekvivalentne struje neposredno izvedena iz metode srednje vrijednosti gubitaka, mogli bismo očekivati da ona odgovara za sve one slučajeve elektromotornih pogona koje obuhvaća metoda srednje vrijednosti gubitaka, tj. da je upotrebljivost rezultata i točnost računa podjednaka. To, na žalost, nije tako i mogućnosti primjene metode ekvivalentne struje su uže, a i rezultati su ponekad netočniji. Prva se razlika zatječe kod elektromotornih pogona koji su u nekom odsječku zaustavljeni, koji miruju. Tad su u tom x-tom odsječku i $Q_0 = 0$ i $k I_x^2 = 0$, pa ih nema u brojniku izraza (27). Zato se taj izraz ne može običnim matematičkim sređenjem više prevesti u (27.a), pa se, konzekventno tome, ne da više ni izvesti osnovni izraz za I_e, tj. relacija (28). Objašnjenje je jednostavno. Izraz za ekvivalentnu struju (28) može se izvesti samo kad se u cijelom ciklusu razvijaju stalni gubici Q_0 u motoru, jer se motor za vrijeme cijelog ciklusa hladi. To nije tako kad motor unutar trajanja ciklusa neko vrijeme stoji. Ipak se izrazi (28.a) i (30) dadu prihvatiti i za takve slučajeve kao upotrebljivo približenje jer se ekvivalentna struja računa kao da motor ima stalne gubitke Q_0 i onda kad ih zapravo nema, tj. računamo — dakako samo termički — veću vrijednost ekvivalentne struje od stvarne, pa smo na sigurnoj strani računa.

Iz sličnog razloga ne da se metoda ekvivalentne struje egzaktno primijeniti i na slučajeve kod kojih se zbog promjene uvjeta hlađenja mijenjaju vrijednosti vremenske konstante u pojedinim odsječcima, kao što je to kod elektromotornog pogona za rudnički izvozni stroj (dijagrami prema sl. 6). Matematički to ponovno dolazi do izražaja kod prelaska s jednadžbe (27) na (27.a), gdje se ne mogu bez koeficijenta izlučiti na desnoj strani stalni gubici Q_0. Fizikalno značenje je u tome što termički efekt gubitaka Q_0 u režimu s promjenljivim hlađenjem nije više jednak termičkom efektu Q_0 u ekvivalentnom režimu srednjih gubitaka. Ipak će i tu dobro poslužiti relacija slične građe kao i kod metode srednje vrijednosti gubitaka. Možemo po uzoru na izraz (24) formalno pisati:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_1^2 \cdot t_1 + I_2^2 \cdot t_2 + I_3^2 \cdot t_3}{\frac{T_t}{T_z}(t_1 + t_3) + t_2 + \frac{T_t}{T_s} t_4}} \tag{31}$$

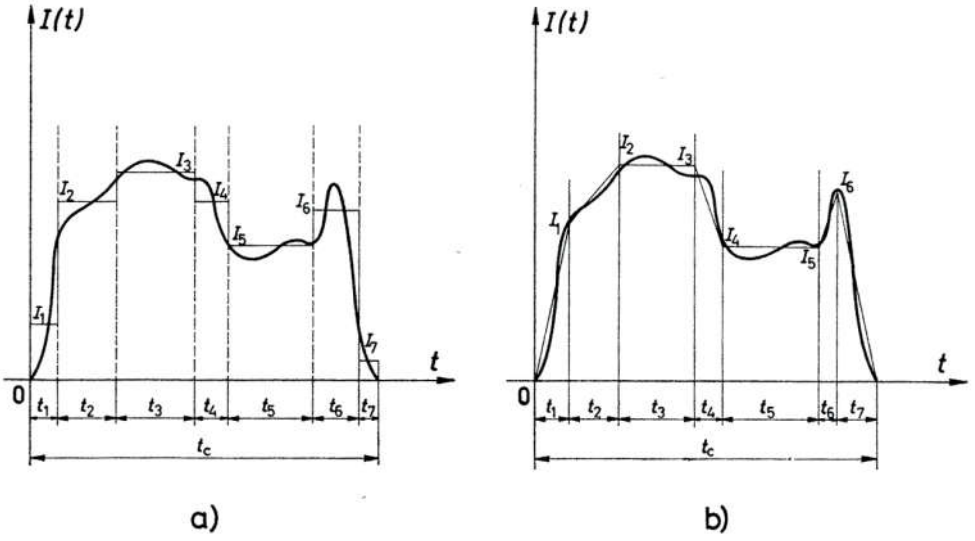
i za isti konkretni primjer kao prije $\left(\beta = \frac{T_t}{T_s} = 0{,}25,\ \alpha = \frac{1+\beta}{2} = 0{,}65\right)$:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_1^2 \cdot t_1 + I_2^2 \cdot t_2 + I_3^2 \cdot t_3}{0{,}625 \cdot (t_1 + t_3) + t_2 + 0{,}25 \cdot t_4}}.$$

Neprilika je u tome što je sad ovako izračunata ekvivalentna struja (termički) premalena, tj. račun je nesiguran, pa u ocjeni određenog motora za konkretni slučaj valja zahtijevati da u I_e bude sadržana još i neka rezerva.

Iz točnog izraza za ekvivalentnu struju (30) zaključujemo da će stvarni rezultati metode ekvivalentne struje biti to točniji što je aproksimacijom dobiveni geometrijski lik bliži stvarnoj krivulji struje. Na sl. 7.a prikazan je neki po volji uzet tok struje $I(t)$ izvučen debelom crtom. Aproksimacija tog toka struje predočena je tankim vodoravnim linijama nakon podjele na n (u ovom primjeru 7) odsječaka. Sad bi se mogla računati ekvivalentna struja na osnovi relacije (28). Međutim, sa sl. 7.b vidi se već odoka da je strujni tok u jednom broju odsječaka aprok-

simiran bolje ravnim crtama različita nagiba, koje sad bolje »prianjaju« uz stvarni tok struje. Unaprijed se može tvrditi da se pomoću dijelova pravca s nagibom dade jedan takav vremenski tok neke funkcije bolje aproksimirati nego horizontalnim dijelovima pravca. Matematički oblik odredit ćemo i iz općeg oblika relacije (30).

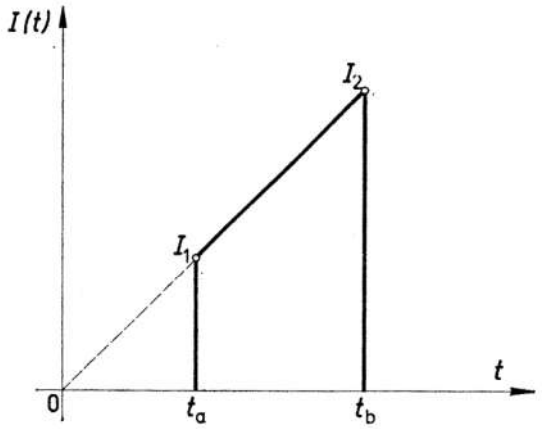


Sl. 7. Mogućnosti aproksimiranja vremenske krivulje struje dijelovima pravaca: a) samo vodoravnim; b) različitog nagiba

Pravac slobodno odabrana nagiba zatvara s dvije vertikale lik trapeza (sl. 8). Analitički je oblik (pravac kroz ishodište) $I = kt$. Iz relacije (30) za ekvivalentnu se vrijednost struje dobiva:

$$I_e = \sqrt{\frac{1}{t_b - t_a}\int_{t_a}^{t_b} I^2(t) \cdot \mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{k^2}{t_b - t_a}\int_{t_a}^{t_b} t^2 \cdot \mathrm{d}t}$$

$$I_e = \sqrt{\frac{k^2 \cdot (t_b^3 - t_a^3)}{(t_b - t_a) \cdot 3}} = \sqrt{\frac{I_2^2 + I_2 \cdot I_1 + I_1^2}{3}}, \qquad (32)$$



Sl. 8. Uz objašnjenje proračuna ekvivalentne struje

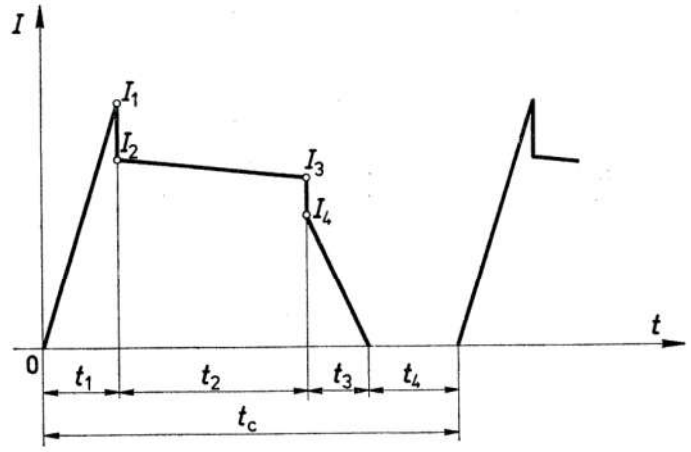
odnosno:

$$I_e^2 = \frac{I_2^2 + I_2 \cdot I_1 + I_1^2}{3}. \tag{32.a}$$

Dakako, isti bismo izraz za ekvivalentnu struju dobili i da produženje pravca struje ne prolazi ishodištem. Isto bi se lako dokazalo ako je to »trokut« mjesto trapeza (kad je jedna od struja na sl. 8. jednaka nuli, recimo struja $I_1 = 0$) da vrijedi:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_2^2}{3}} \tag{33}$$

$$I_e^2 = \frac{I_2^2}{3}. \tag{33.a}$$



Sl. 9. Uz primjer za izračunavanje ekvivalentne struje

S time bi se npr. za strujni tok prikazan na sl. 7.b morali prije izračunati kvadrati ekvivalentne vrijednosti struja u odsječcima t_1, t_2, t_4, t_6 i t_7 uz pomoć izraza (32.a) i (33.a) i zatim prema relaciji (28):

$$I_e = \sqrt{\frac{I_{e1}^2 \cdot t_1 + I_{e2}^2 \cdot t_2 + I_3^2 \cdot t_3 + I_{e4}^2 \cdot t_4 + I_5^2 \cdot t_5 + I_{e6}^2 \cdot t_6 + I_{e7}^2 \cdot t_7}{t_c}}.$$

Isto bismo tako za ponešto idealizirani tok struje i brzine vrtnje prema sl. 9. na temelju dosad stvorenih zaključaka mogli računati ekvivalentnu struju:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_1^2 \frac{t_1}{3} + (I_2^2 + I_2 I_3 + I_3^2) \frac{t_2}{3} + I_4^2 \frac{t_3}{3}}{\alpha (t_1 + t_3) + t_2 + \beta t_4}},$$

uz pretpostavku da u vremenskom odsječku t_4 elektromotorni pogon stoji, u t_1 se zalijeće, a u t_3 koči.

6.1.3. Metoda ekvivalentnog momenta

Kod primjene u praksi metode ekvivalentne struje potrebno je ponekad preračunavanje momenta u struje da bi se uskladio zadatak sa ciljem računanja. Za izvjesne elektromotorne pogone moguće je prijeći na metodu ekvivalentnog momenta. Za one motore kojima je razvijeni moment izravno proporcionalan struji neće biti nikakvih teškoća. Moment motora izrazimo s $M_m = k_m \Phi I$, pa će uz konstantni magnetski tok $\Phi = \text{konst.}$ vrijediti:

$$M_m = c_m I. \tag{34}$$

Za takve motore mogu se jednostavno preurediti svi izrazi za ekvivalentnu struju u izraze za ekvivalentni moment, uz pretpostavke koje su vrijedile kod metode ekvivalentne struje. Tako iz relacija (28) i (30) dobivamo:

$$M_e = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + \ldots + M_n^2 \cdot t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}} \tag{35}$$

$$M_e = \sqrt{\frac{1}{t_c} \int_0^{t_c} M^2 \cdot \mathrm{d}t}. \tag{36}$$

To bi vrijedilo i za, recimo, rudnički izvozni stroj prema sl. 6. ako u cijelome radnom području on radi s konstantnim magnetskim tokom Φ. Prema relaciji (31) bilo bi:

$$M_e = \sqrt{\frac{M_1^2 \cdot t_1 + M_2^2 \cdot t_2 + M_3^2 \cdot t_3}{\frac{T_t}{T_z}(t_1 + t_3) + t_2 + \frac{T_t}{T_s} t_4}}. \tag{37}$$

Vidimo stanovitu prednost u usporedbi s metodom ekvivalentne struje jer se mogu izravno uspoređivati momenti pa se izbor vrši na osnovi kriterija:

$$M_n \geq M_e. \tag{38}$$

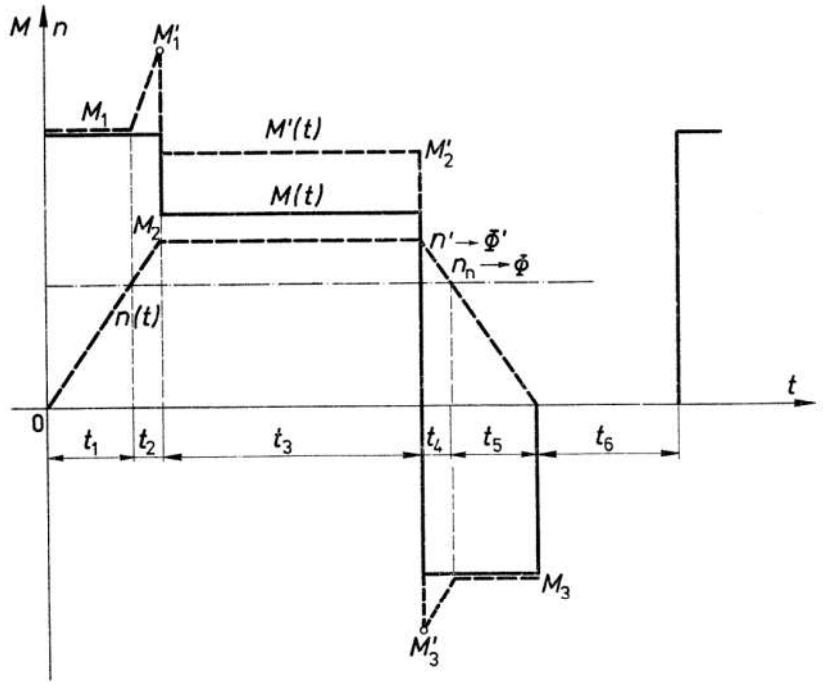
Ali se, na žalost, sužava područje primjene te metode jer osim ograničenja koje vrijedi za metodu ekvivalentne struje dolazi još dodatni uvjet da je magnetski tok u radnom ciklusu nepromjenljiv, $\Phi = \text{konst.}$ Brzo ćemo se uvjeriti da je to znatno sužavanje područja primjene. Metoda očito vrijedi za elektromotorne pogone s nezavisno ili poredno uzbuđenim motorom, ali samo onda kad se podešavanje brzine vrtnje u cijelome radnom ciklusu izvodi samo s naponom. U asinhronih motora kojima je moment još i funkcija kuta između rotorskog napona i struje, $M_m = k I_2 \Phi \cos \varphi_2$, vrijedila bi ta metoda još uz dodatni uvjet da je $\cos \varphi_2$ konstantno u cijelom ciklusu. Ako se zadovoljimo sa zahtjevom neznatno manje točnosti, mogli bismo još dopustiti i da bude $\cos \varphi_2$ približno konstantno ($\cos \varphi_2 \approx \approx \text{konst.}$), a to znači da je u cijelom trajanju ciklusa radna točka motora na kružnom dijagramu između motorskog i generatorskog prekretnog momenta (vidi npr. sl. 4.3—6). U tom je području φ_2 relativno malen pa su male i pogreške u računu ekvivalentnog momenta. Lako je tad zaključiti da se metoda ekvivalentnog momenta ne može primijeniti na pogone s kaveznim motorima koji u radnom ciklusu imaju npr. i zalet. Isto se tako vidi kako je ona prihvatljiva za pogone s ko-

lutnim motorima podešavanima otpornicima u rotorskom krugu, koji drže radnu točku unutar prekretnih momenata.

Prema iznijetome nemoguće je u načelu metodu ekvivalentnih momenata primijeniti na pogone s nezavisno uzbuđenim istosmjernim motorima kad im se brzina vrtnje podešava poljem ($\Phi \neq$ konst.). Tad bismo morali preračunati momentne dijagrame $M(t)$ u strujne dijagrame $I(t)$ i upotrijebiti metodu ekvivalentne struje. No, kako metoda ekvivalentnog momenta daje rezultat direktno, isplati se ponekad mjesto preračunavanja $M(t)$ u $I(t)$ izvršiti preračunavanje stvarnih momenata (s promjenljivim Φ) u fiktivne momente (s konstantnim Φ). Izložit ćemo na čemu se temelji ta mogućnost. Polazeći od pretpostavke da se isti moment formira uz puni magnetski tok s normalnom strujom i uz oslabljeni magnetski tok s povećanom strujom, $k \cdot \Phi \cdot I_a = k \cdot \Phi' \cdot I'_a$, možemo računati povećanu struju $I'_a = I_a \frac{\Phi}{\Phi'}$. Istodobno zbog (gotovo potpuno) jednakih induciranih napona, u tom slučaju vrijedi $n \cdot \Phi = n' \cdot \Phi'$, gdje je n' povećana brzina vrtnje pri oslabljenome magnetskom toku Φ'. Izlazi da možemo zbog te dvostruke obratne proporcionalnosti

$$\frac{I_a}{I'_a} = \frac{n}{n'} = \frac{\Phi'}{\Phi}$$

pisati $I'_a \doteq I_a \frac{n'}{n}$. Povećamo li, dakle, u dijagramu $M(t)$ momente uz promjenljivi magnetski tok u omjeru povećane brzine prema nazivnoj (uz puni magnetski tok) $\frac{n'}{n_n}$, doveli smo fiktivni momentni dijagram u termičke uvjete koji su identični onima kad se računa ekvivalentna struja. Uzmimo jedan primjer. Sl. 10. sadrži pojednostavnjeni dijagram opterećenja rudničkoga izvoznog stroja. Moment op-



Sl. 10. Primjer za konstrukciju »fiktivnih« momenata uz tumačenje primjene metode ekvivalentnog momenta

terećenja prikazuje debela puno izvučena crta $M(t)$, a brzinu vrtnje crtkana linija $n(t)$. Ako pri brzinama vrtnje većima od n_n (iznad tanke točka-crta linije) preračunamo momente obratno proporcionalno brzinama vrtnje (jer je to područje s oslabljenim magnetskim tokom), dobivamo debelu crtkanu liniju koja predočuje fiktivne momente $M'(t)$. Tad možemo na osnovi već donesenih zaključaka podijeliti ciklus u šest odsječaka (kao na slici) i računati *termički* ekvivalentni moment:

$$M_e = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + \frac{t_2}{3}(M_1^2 + M_1 M_1' + M_1'^2) + M_2'^2 t_3 + \frac{t_4}{3}(M_3'^2 + M_3 M_3' + M_3^2) + M_3^2 t_5}{\frac{T_t}{T_z}(t_1 + t_2 + t_4 + t_5) + t_3 + \frac{T_t}{T_s} t_6}}.$$

Taj izraz za ekvivalentni moment napisan je uz pretpostavku da se termička vremenska konstanta motora ne mijenja kod brzina vrtnje većih od n_n. Kad to nije tako, već je termička vremenska konstanta pri najvećoj brzini vrtnje n' (T_t'), zbog boljeg hlađenja, toliko manja od termičke vremenske konstante kod nominalne brzine vrtnje $n_n(T_t)$ da se to osjetno zapaža, može se ekvivalentni termički moment za promatrani slučaj (sl. 10) računati ovako:

$$M_e = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + (M_1^2 + M_1 M_1' + M_1'^2)\frac{t_2}{3} + M_2'^2 t_3 + (M_3'^2 + M_3 M_3' + M_3^2)\frac{t_4}{3} + M_3^2 t_5}{\frac{T_t}{T_z}(t_1 + t_5) + \frac{2 T_t}{T_t + T_t'}(t_2 + t_4) + \frac{T_t}{T_t'} t_3 + \frac{T_t}{T_s} t_6}}.$$

6.1.4. Metoda ekvivalentne snage

Linearna ovisnost snage i okretnog momenta motora, $P = \omega \cdot M$, upućuje odmah na pomisao da se za slučajeve gdje se može primijeniti metoda ekvivaletnog momenta, a radni se ciklus elektromotornog pogona odvija s praktički *nepromjenljivom brzinom vrtnje*, prijeđe na metodu ekvivalentne snage. Osnovni izrazi dobivaju se odmah iz relacija (35) i (36):

$$P_e = \sqrt{\frac{P_1^2 \cdot t_1 + P_2^2 \cdot t_2 + \ldots + P_n^2 \cdot t_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}} \tag{39}$$

$$P_e = \sqrt{\frac{1}{t_c}\int_0^{t_c} P^2 \cdot \mathrm{d}t}. \tag{40}$$

Uvjet ispravnog izbora je onda:

$$P_n \geq P_e. \tag{41}$$

Područje primjene metode ekvivalentne snage još se znatno suzuje u usporedbi s onim za metodu ekvivalentnog momenta. Odmah se vidi da se ne može primijeniti na radne mehanizme s mehaničkim dinamičkim stanjima. Uvjet $n = \text{konst.}$

ograničuje njezinu primjenu na sinhrone i asinhrone motore, a još i na istosmjerne poredne i nezavisno uzbuđene, te trofazne kolektorske, ali samo u pogonima bez promjene brzine vrtnje. Njezina su domena, dakle, elektromotorni pogoni konstantne brzine vrtnje s vremenski promjenljivim opterećenjem (promjenljivim M_t) koje ne izaziva veće promjene brzine vrtnje. Budući da u takvim pogonima nema ni promjene uvjeta hlađenja motora, odvijaju se i termički procesi uvijek uz nepromijenjenu termičku vremensku konstantu T_t.

Sumirat ćemo opću primjenljivost metoda ekvivalentnih i srednjih vrijednosti.

Prednost je njihova u univerzalnosti i mogućnosti da se prema značaju elektromotornog pogona može raditi s manjom ili većom točnosti — do najveće (uz pomoć elektroničkih računskih strojeva). Mana je njihova u tome što su u složenijim slučajevima, kao i sve metode pokušavanjem, zamorne i dugotrajne. Tome pridonosi i nezgodna okolnost da su veličine M, I, P ili P_g, odnosno Q, obično poznate kao funkcije brzine vrtnje, a ne vremena, što za dinamičke pojave zahtijeva još i potrebu kompliciranog preračunavanja.

6.2. VRSTE TIPIČNIH OPTEREĆENJA U ELEKTROMOTORNIM POGONIMA

Tehnička praksa odavno je uvela pojmove nekih tipičnih, a inače čestih opterećenja elektromotornog pogona da bi se pojednostavilo odabiranje motora, barem za neke od mnogobrojnih vrsta elektromotornih pogona. Razni tehnički propisi i standardi (uglavnom nacionalni) svrstavaju dio elektromotornih pogona u više ili manje tipova. *Internacionalna elektrotehnička komisija* (IEC) svojim preporukama pokušava ujednačiti različite nacionalne propise, pa se u posljednje vrijeme gotovo svi nacionalni standardi prilagođuju njezinima. Iako nije svrha ovog razmatranja tumačenje i prikaz propisa i preporuka, pogotovo jer se oni s vremenom mijenjaju, uzmimo ipak za osnovu razmatranja podjelu u vrste prema preporukama IEC-komisije. Neka se, naime, sistematizacija problema mora uzeti za osnovnu, a IEC-ova, objavljena u *Publikaciji* 34-1, najsređenija je i danas praktički općenito prihvaćena. Pri tome ćemo se ograničiti samo na najpotrebnije definicije ne gubeći iz vida cilj, tj. naše razmatranje izbora elektromotora za elektromotorni pogon.

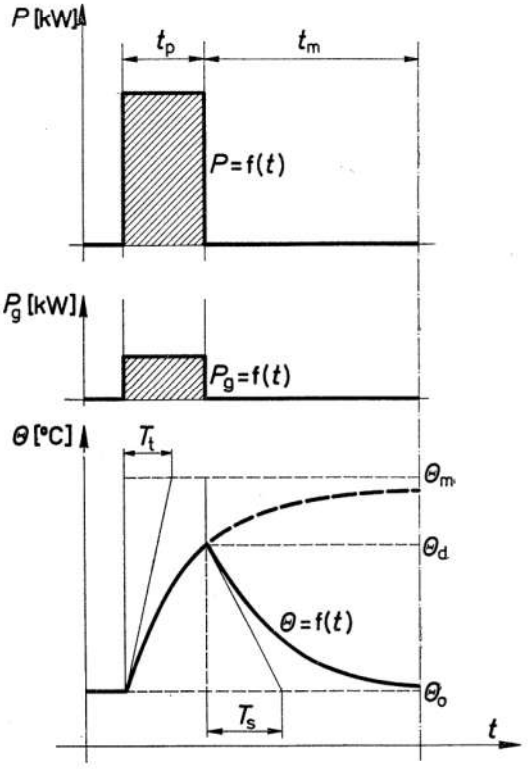
Prihvatimo, dakle, osam osnovnih vrsta opterećenja, označenih sa $S1$, $S2$, ..., $S8$. To su:

a) trajni pogon (opterećenje) ($S1$);
b) kratkotrajni pogon (opterećenje) ($S2$), vidi sl. 1;
c) intermitirani pogon ($S3$), vidi sl. 3;
d) intermitirani pogon s utjecajem zaleta ($S4$), vidi sl. 4;
e) intermitirani pogon s utjecajem i zaleta i kočenja ($S5$), vidi sl. 5;
f) trajni pogon s intermitiranim opterećenjem ($S6$), vidi sl. 7;
g) trajni pogon sa zaletima i kočenjima ($S7$), vidi sl. 8;
h) trajni pogon s ciklusima raznih brzina vrtnje i sa zaletima i kočenjima ($S8$), vidi sl. 9.

Trajni pogon ($S1$) stacionarni je pogon i o njemu nije potrebno više ništa reći. Ostale vrste pokušajmo obraditi logičkim redoslijedom, bez obzira na to kojim ih redom nabrajaju IEC-preporuke.

6.2.1. Kratkotrajni pogon (opterećenje)

Principno opterećenje u kratkotrajnom pogonu (*S2*) prikazuje sl. 1. To je pogon s kratkim trajanjem opterećenja t_p, nakon čega nastaje toliko dugo vrijeme hlađenja (t_m) — stajanja izvan pogona — da se namoti motora dospiju ohladiti do temperature okoline. Takvi su npr. elektromotorni pogoni zasuna na branama i cjevovodima, na okretnim mostovima na vodi i slično. Trajanje opterećenja t_p propisano je raznim standardima s npr. 5, 10, 15, 30 i 45 min i slično, što uglavnom služi za pravljenje kataloških lista, ali se za konkretan pogon može razmatrati, i na temelju njega odabirati stvarno vrijeme t_p koje vrijedi za taj pogonski primjer. Bitno je kod kratkotrajnih pogona da za vrijeme trajanja opterećenja motor ne dosegne granično zagrijanje Θ_m (vidi sl. 1) koje bi postigao s takvim *trajnim* opte-



Sl. 1. Dijagrami snage gubitaka i zagrijavanja pri kratkotrajnom elektromotornom pogonu

rećenjem. On se zaustavlja i počinje hladiti kod Θ_d, tj. upravo ta vrijednost odabire se kao dozvoljena, i zato se može upotrijebiti motor manje tipske snage od one koja je potrebna za trajanja perioda opterećenja. Budući da je Θ_d odabrano baš kao dopuštena nadtemperatura za klasu izolacije namota motora, motor se nikad ne pregrijava. S gledišta trošenja životnog vijeka motora, mogla bi se dozvoljena granica Θ_d odabirati i nešto više od dozvoljene *trajne* nadtemperature, što, međutim, razni propisi ne predviđaju, najvjerojatnije zbog rezerve. Može se, naime, pri nešto pojačanom zagrijavanju, kakav je ovdje slučaj, očekivati da će stvarna toplinska vremenska konstanta biti kraća od one koja odgovara homogenom tijelu. Tako bi se motor nešto brže zagrijavao (kao npr. na sl. 6.1—3), pa postojanje stanovite rezerve ima puno opravdanje. Da ustanovimo odnose bitne za ispravan izbor motora u konkretnom slučaju, analizirajmo termičku situaciju.

Po definiciji se motor ukapča uvijek u hladnom stanju ($\Theta_0 = 0$) pa za period zagrijavanja prema relaciji (6.1—1) vrijedi (vidi sl. 1):

$$\Theta = \Theta_m \cdot (1 - e^{-t/T_t}).$$

Iz toga se izračuna (uz $\Theta = \Theta_d$, što je početna postavka):

$$t_p = T_t \cdot \ln \frac{\Theta_m}{\Theta_m - \Theta_d}. \tag{1}$$

Budući da su maksimalne nadtemperature za dva razna opterećenja proporcionalne gubicima pri tim opterećenjima, a nadtemperatura Θ_d jest ona koja odgovara nominalnim gubicima u pogonu s trajnim opterećenjem, možemo pisati:

$$\frac{\Theta_m}{\Theta_d} = \frac{P_g}{P_{gn}} = p. \tag{2}$$

U izrazu su s P_g označeni gubici u kratkotrajnom pogonu, a s P_{gn} nominalni, pa je p numerički iznos preopterećenja (gubicima). Tako, dalje, razvijamo izraz t_p za trajanje radnog perioda (uz $\Theta = \Theta_d$):

$$t_p = T_t \cdot \ln \frac{p}{p - 1}. \tag{3}$$

Ako motor odabran za elektromotorni pogon ima nominalne gubitke $P_{gn} = P_{Fe} + P_{Cun}$, onda su mu gubici u preopterećenju (kratkotrajnog pogona) $P_g = P_{Fe} + x^2 \cdot P_{Cun}$. Tu su P_{Fe} stalni gubici (u željezu), P_{Cu} promjenljivi (u bakru), a x je omjer preopterećenja strujom, te približno i snagom, što ovisi o vrsti motora. Za gubitke u željezu možemo pisati i:

$$P_{Fe} = \xi P_{gn}, \tag{4}$$

a za nominalne gubitke u bakru:

$$P_{Cun} = \beta \cdot P_{gn}, \tag{5}$$

na osnovi čega se izraz (2) pretvara (uz $\xi + \beta = 1$) u:

$$p = \frac{P_g}{P_{gn}} = \frac{\xi + x^2\beta}{\xi + \beta} = \xi + x^2\beta. \tag{6}$$

S time opet izraz za t_p (3) prelazi u:

$$t_p = T_t \cdot \ln \frac{\xi + x^2\beta}{\xi + x^2\beta - 1}, \tag{7}$$

i uvrstimo li x po definiciji, izlazi:

$$t_p = T_t \cdot \ln \frac{\xi + \left(\frac{I_{kr}}{I_n}\right)^2 \beta}{\xi + \left(\frac{I_{kr}}{I_n}\right)^2 \beta - 1} \doteq T_t \cdot \ln \frac{\xi + \left(\frac{P_{kr}}{P_n}\right)^2 \beta}{\xi + \left(\frac{P_{kr}}{P_n}\right)^2 \beta - 1}. \tag{8}$$

Tu je P_{kr} snaga, a I_{kr} struja u kratkotrajnom pogonu. Tako ćemo, znajući podatke o motoru koji provjeravamo i snagu koja se zahtijeva u kratkotrajnom pogonu, ustanoviti trajanje kratkotrajnog pogona. Možemo postaviti i obratni problem, tj. računati koliku kratkotrajnu snagu može dati neki motor kad mu znamo (zadamo) trajanje preopterećenja t_p. Antilogaritmiramo li relaciju (7) i izrazimo x^2, bit će:

$$x^2 = \frac{e^{t_p/T_t} \cdot (1 - \xi) + \xi}{\beta \cdot (e^{t_p/T_t} - 1)} = \frac{e^{t_p/T_t} \cdot \left(\frac{1}{\beta} - \frac{\xi}{\beta}\right) + \frac{\xi}{\beta}}{e^{t_p/T_t} - 1} =$$

$$= \frac{e^{t_p/T_t} \cdot \left(\frac{P_{gn}}{P_{Cun}} - \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}\right) + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}}{e^{t_p/T_t} - 1} = \frac{e^{t_p/T_t} + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}}{e^{t_p/T_t} - 1} =$$

$$= \frac{1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} \cdot e^{-t_p/T_t}}{1 - e^{-t_p/T_t}}.$$

Odatle odmah dobivamo:

$$I_{kr} = I_n \sqrt{\frac{1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} \cdot e^{-t_p/T_t}}{1 - e^{-t_p/T_t}}} \tag{9}$$

$$P_{kr} \doteq P_n \sqrt{\frac{1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} \cdot e^{-t_p/T_t}}{1 - e^{-t_p/T_t}}}. \tag{10}$$

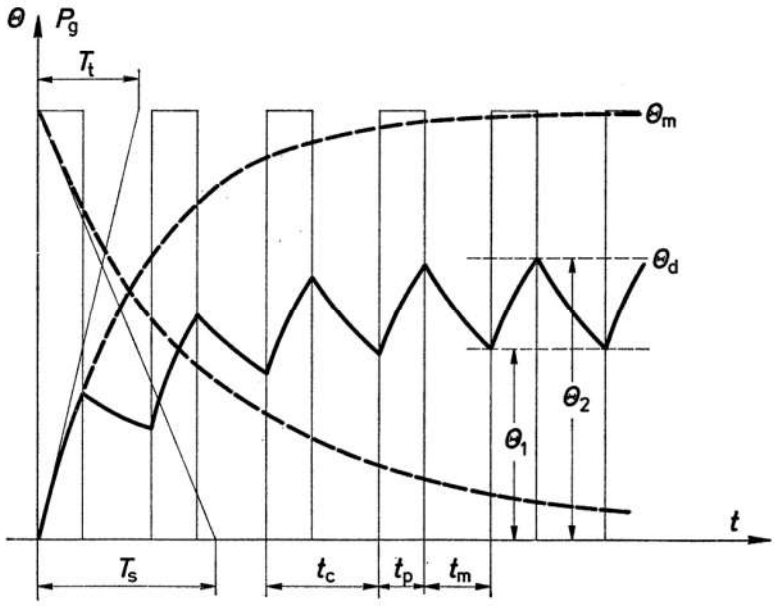
Iz relacija (9) i (10) neposredno izlazi da će veću snagu u kratkotrajnom pogonu razviti motor s većim omjerom stalnih i promjenljivih gubitaka. Zato se npr. i asinhroni motori za kratkotrajne pogone izvode s povećanim magnetskim tokom Φ. Time se osim povećane sposobnosti za kratkotrajni rad postiže i veća preopteretivost zbog povećanja promjera kružnog dijagrama uslijed jačega magnetskog zasićenja.

Važno je još napomenuti da odnosi koji su u ovom poglavlju prikazani kao funkcije vremenske konstante T_t vrijede dok strujna preopterećenja ne premaše dvostruku nazivnu vrijednost. Pri većim strujnim preopterećenjima u kratkotrajnom pogonu valja na prikladan način smanjiti toplinsku vremensku konstantu ili računati na drugi način, npr. samo s toplinskom vremenskom konstantom bakra kod vrlo velikih preopterećenja. Definirajući kratkotrajni pogon (*S2*) preporuke IEC propisuju da gubici u toku zaleta ne čine toliki udio u gubicima da bi on bitno mijenjao stanje prikazano na sl. 1.

6.2.2. Isprekidani ili intermitirani (elektromotorni) pogon (*S3*)

Ako se kratkotrajnome elektromotornom pogonu motor nanovo ukopča na mrežu prije negoli se ohladi do temperature okoline, pa se takav radni ciklus ponavlja (vidi sl. 2), to je intermitirani pogon. Kod njega se smjenjuju radni period t_p s periodom mirovanja t_m. Intermitencija tog pogona definirana je kao odnos trajanja radnog perioda prema trajanju ciklusa $\varepsilon = \frac{t_p}{t_p + t_m} 100\,(\%)$, pri čemu IEC-

-preporuke daju vrijednosti $\varepsilon = 15$, 25, 40 i 60%. Trajanje ciklusa t_c određeno je s $t_c = 10$ min, ako nije drukčije ugovoreno za konkretni pogon, a ta odredba vrijedi i za sve ostale vrste pogona koje se odvijaju u ciklusima. Dalje se smatra da gubici u zaletu i kočenju intermitiranog pogona ($S3$) nisu veći od onih u trajnom radu, što se vidi i sa sl. 3, koja predočuje tim preporukama opisan intermitirani pogon u kojem se već pogonski ciklus termički stabilizirao. Očito je da se u takvu vrstu pogona može uvrstiti mnogo konkretnih elektromotornih pogona, koji se pokreću i koče strujama približno nazivnog iznosa ili nešto većim. To će biti najveći broj dizala, pogona za posluživanje industrijskih peći, transportnih i pomoćnih uređaja u metalurgiji itd., kad su pogonski motori istosmjerni ili asinhroni kolutni motori. Pogone s kaveznim motorima ne može se tretirati na osnovi definicije ($S3$) jer su gubici u zaletu i kočenju mnogo veći od nazivnih. Na sl. 2. i 3. vidi se da je i u intermitiranim pogonima zagrijanje motora manje nego kod pogona u trajnom radu, pa se za određenu intermitenciju mogu definirati snage motora veće od nominalnih u trajnom radu.



Sl. 2. Zagrijavanje kod intermitiranog pogona

Polazeći od sl. 2. zaključujemo da se proces zagrijavanja i hlađenja motora u intermitiranom pogonu stabilizira nakon dovoljno dugog vremena (dovoljnog broja ciklusa) na taj način da nadtemperatura u radnom periodu raste od Θ_1 do Θ_2, a u periodu mirovanja opada od Θ_2 do Θ_1. Ujedno je i Θ_2 ona nadtemperatura koja se još može dopustiti (Θ_d) s obzirom na klasu izolacije namota motora. Za takvo termičko »stabilizirano« stanje vrijedi:

a) pri zagrijavanju u radnom periodu:

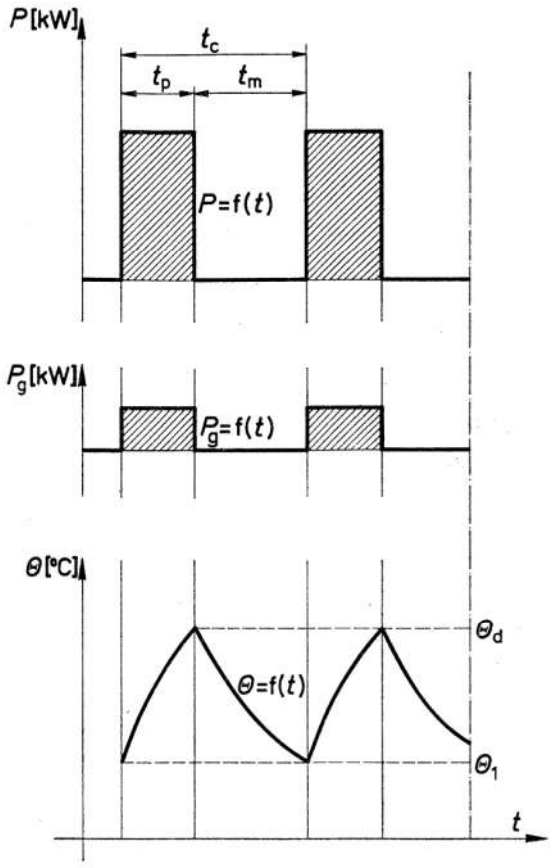
$$\Theta_2 = \Theta_d = \Theta_m \cdot (1 - e^{-t_p/T_t}) + \Theta_1 \cdot e^{-t_p/T_t}; \tag{11}$$

b) pri hlađenju u mirovanju:

$$\Theta_1 = \Theta_d \cdot e^{-t_m/T_s}. \tag{12}$$

U izrazima su T_t i T_s toplinske vremenske konstante pri nominalnoj brzini vrtnje i stajanju, a njihov odnos T_t/T_s prikazan je već na sl. 6.1—2. Veličina Θ_1 iz relacije (12) može se uvrstiti u (13) pa se nakon dijeljenja s Θ_m dobiva:

$$\frac{\Theta_d}{\Theta_m} = 1 - e^{-t_p/T_t} + \frac{\Theta_d}{\Theta_m} \cdot e^{-\left(\frac{t_p}{T_t} + \frac{t_m}{T_s}\right)}$$



Sl. 3. Intermitirani pogon (S3), dijagram gubitaka i zagrijavanja prema definiciji IEC-preporuka

i pošto se sredi:

$$\frac{\Theta_d}{\Theta_m} = \frac{1 - e^{-t_p/T_t}}{1 - e^{-\left(\frac{t_p}{T_t} + \frac{t_m}{T_s}\right)}} = \frac{P_{gn}}{P_g} = \frac{P_{Fe} + P_{Cun}}{P_{Fe} + x^2 P_{Cun}}.$$

Pri tome sve oznake imaju isto značenje kao u prednjem odjeljku o kratkotrajnom pogonu. Ako iz posljednje relacije izrazimo eksplicitno kvadrat omjera struja (odnosno snaga) x^2, izlazi:

$$x^2 = \left(1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}\right) \frac{1 - e^{-\left(\frac{t_p}{T_t} + \frac{t_m}{T_s}\right)}}{1 - e^{-t_p/T_t}} - \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}$$

i dalje, sređeno:

$$x^2 = \frac{1 - e^{-t_p/T_t} \cdot \left[\frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}(1 - e^{-t_m/T_s}) - e^{-t_m/T_s}\right]}{1 - e^{-t_p/T_t}}.$$

Za dopustive struje, odnosno snage, vrijedi analogno postupku pri kratkotrajnom pogonu:

$$I_{int} = I_n \sqrt{\frac{1 + e^{-t_p/T_t} \cdot \left[\frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} (1 - e^{-t_m/T_s}) - e^{-t_m/T_s}\right]}{1 - e^{-t_p/T_t}}} \tag{13}$$

$$P_{int} \doteq P_n \sqrt{\frac{1 + e^{-t_p/T_t} \cdot \left[\frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} (1 - e^{-t_m/T_s}) - e^{-t_m/T_s}\right]}{1 - e^{-t_p/T_t}}}. \tag{14}$$

Zapažamo da i za intermitirani pogon vrijedi u principu zaključak o odnosu stalnih P_{Fe} i promjenljivih P_{Cun} gubitaka, tj. što je taj odnos veći, to je motor sposobniji da preuzme veće opterećenje u intermitiranom radu.

6.2.3. Intermitirani pogoni s utjecajem dinamičkih stanja (*S*4) i (*S*5)

Još u nedavnoj prošlosti stariji propisi, koji su se temeljili na »polaganom« pokretanju elektromotornih pogona pomoću otpornika, nisu se mnogo obazirali na dinamičke gubitke. U novije vrijeme počinju paralelno, uz sve veću upotrebu kaveznih motora u intermitiranim pogonima, i razni propisi raščlanjivati intermitirane pogone na one gdje se ne mora paziti na dinamičke gubitke i one gdje je to prijeko potrebno. Preporuke IEC uvađaju dvije kategorije i takvih pogona. Na sl. 4. prikazan je intermitirani pogon (*S*4) s (termičkim) utjecajem zaleta. Gubici u zaletu očito je da imaju presudan utjecaj pri zagrijavanju motora. Kad se pogon toliko dugo odvija da se termička slika zagrijavanja praktički ponavlja iz ciklusa u ciklus, ne smije najveće zagrijanje premašiti dozvoljenu vrijednost Θ_d. Odrediti motor za takav pogon svakako je mnogo teže od određivanja motora za intermitirani pogon bez utjecaja dinamičkih stanja. Intermitencije takva pogona određuju se:

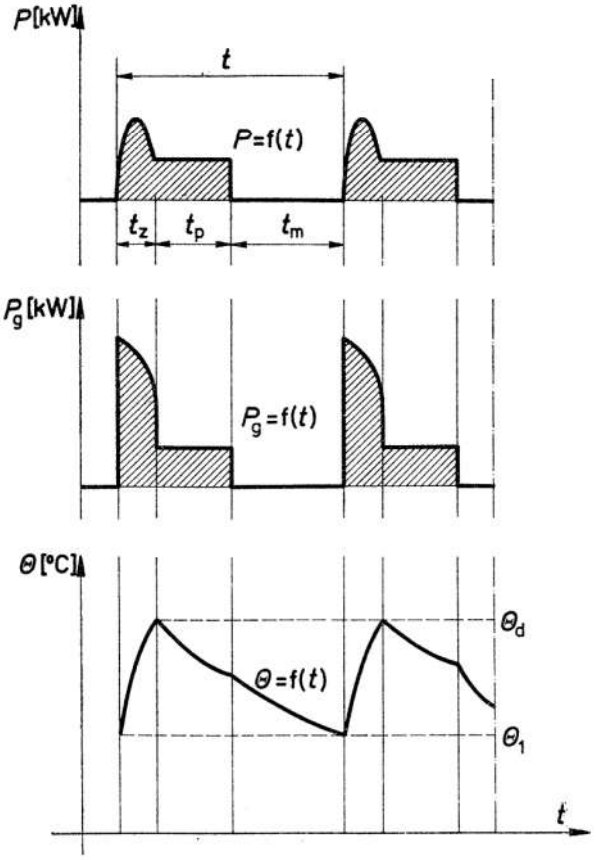
$$\varepsilon = 100 \frac{t_z + t_p}{t_c} = \frac{t_z + t_p}{t_z + t_p + t_m} 100\,[\%], \tag{15}$$

gdje se značenje t_z, t_p i t_m razumije sa sl. 4.

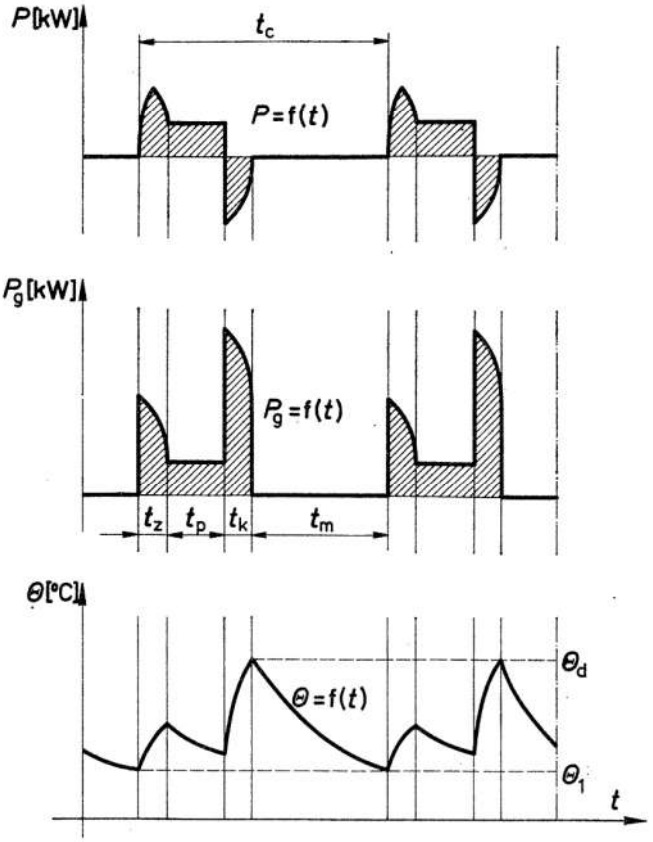
Za izbor motora moraju se poznavati momenti inercije motora i radnog mehanizma te mehanička karakteristika radnog mehanizma $M_t = f(\omega)$, pa se tek onda može odrediti t_z i intermitencija ε. Gubici i zagrijanje Θ_d dadu se odrediti pokušavanjem s konkretnim motorom na osnovi metode srednje vrijednosti gubitaka. Moderniji pogoni obično se češće puštaju u rad od šest puta na sat (što bi odgovaralo trajanju ciklusa od 10 min), pa se obično uz intermitenciju ε zahtijeva i broj zaleta na sat (umjesto zahtjeva za trajanjem ciklusa).

Načelno je sličan opisanom pogonu (*S*4) i intermitirajući pogon s utjecajem i zaleta i kočenja (*S*5). Principnu skicu vremenskog toka snage, gubitaka i zagrijavanja sadrži sl. 5. Fizikalna razlika prema pogonu (*S*4) jest u tome što su gubici zbog kočenja obično veći od gubitaka zaleta, pa se najveće zagrijanje koje ne smije premašiti vrijednost Θ_d pojavljuje obično na kraju kočenja. Intermitencija se računa (vidi sl. 5) kao:

$$\varepsilon = \frac{t_z + t_p + t_k}{t_c} 100\,[\%]. \tag{16}$$



Sl. 4. Intermitirani pogon (*S*4) s utjecajem zaleta, principijelni dijagram snage, gubitaka i zagrijavanja prema definiciji IEC-preporuka



Sl. 5. Intermitirani pogon (*S*5) s utjecajem i zaleta i kočenja, principni dijagram snage, gubitaka i zagrijavanja prema definiciji IEC-preporuka

Potrebni podaci za pristup izboru motora jednaki su kao i za pogon (*S*4), a iste su i metode rješavanja. No ipak se približno određivanje (izbor) motora može i za takve pogone nešto pojednostaviti. U odjeljku 6.3. bit će razložena jedna približna metoda određivanja motora prilagođena upravo takvim pogonima.

6.2.4. Trajni pogon s intermitiranim opterećenjem (*S*6)

Intermitiranom pogonu vrlo je sličan trajni pogon s intermitiranim opterećenjem. Elektromotorni pogon se *trajno* vrti s gotovo konstantnom brzinom vrtnje, pri čemu se smjenjuju vremenski periodi t_p s opterećenjem i t_m bez opterećenja. Tipičan je takav pogon štanci (dubilica) ili nekih kontinuiranih valjaoničkih stanova (sl. 6). Razlika od intermitiranog pogona samo je u tome što je toplinska vremenska konstanta jednaka i u periodu hlađenja i u periodu zagrijavanja ($T_s = T_t$).

Nakon dovoljnog broja ciklusa snaga P, gubici P_g i zagrijavanje Θ_d vremenski se odvijaju prema sl. 7, koja ilustrira osnovnu definiciju IEC-preporuka za tu vrstu pogona. Intermitencija, koja u ovom slučaju daje omjer periode kad motor odaje snagu i periode kad se on zapravo vrti u praznom hodu, računa se ovako:

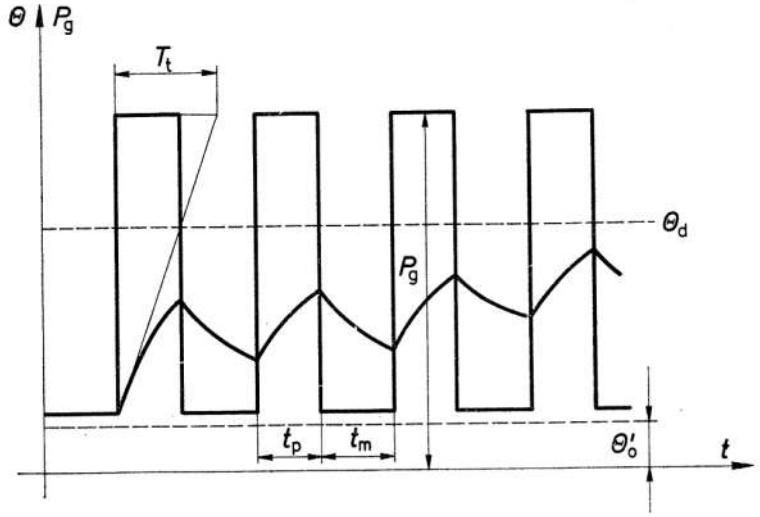
$$\varepsilon = \frac{t_p}{t_p + t_m} 100\ [\%]. \qquad (17)$$

Za period vremena vrtnje u praznom hodu upotrijebljena je ista oznaka t_m koja je za prije prikazane vrste pogona označivala period mirovanja. Sa sl. 6. i 7 (vidi i sl. 2) mogu se ustanoviti ovi odnosi za pogon kad se promjena zagrijavanja već »stabilizirala«: za period opterećenja vrijedi:

$$\Theta_d = \Theta_m \cdot (1 - e^{-t_p/T_t}) + (\Theta_1 - \Theta_0') \cdot e^{-t_p/T_t}, \tag{18}$$

a za period bez opterećenja:

$$\Theta_1 = (\Theta_2 - \Theta_0') \cdot e^{-t_m/T_t} + \Theta_0'. \tag{19}$$



Sl. 6. Tok zagrijavanja kod trajnog pogona s intermitiranim opterećenjem

U relacijama (18) i (19) Θ_0' je nadtemperatura motora u trajnome praznom hodu, dakle ona koja odgovara gubicima u praznom hodu (P_{Fe}) jer je motor trajno uključen. Kad se izraz (19) uvrsti u (18), uz $\Theta_2 = \Theta_d$, i nakon dijeljenja s Θ_m uz sređenje, dobit će se:

$$\frac{\Theta_d}{\Theta_m} = 1 - e^{-t_p/T_t} + \left(\frac{\Theta_d}{\Theta_m} - \frac{\Theta_0'}{\Theta_m}\right) \cdot e^{-\frac{t_m + t_p}{T_t}} = \frac{P_{Fe} + P_{Cun}}{P_{Fe} + x^2 \cdot P_{Cun}}.$$

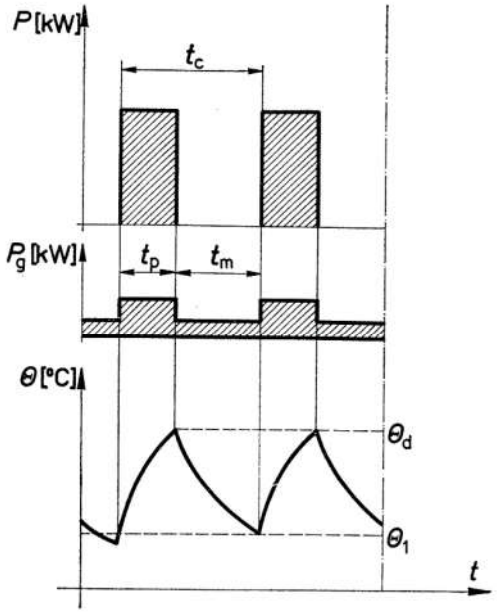
Izrazimo x^2 eksplicitno (nakon sređenja):

$$x^2 = \frac{1 + e^{-t_p/T_t} \cdot \left(\frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} - e^{-t_m/T_t}\right)}{1 - e^{-t_p/T_t}}.$$

Iz toga za dopustive struje, odnosno snage izlazi:

$$I_{int} = I_n \sqrt{\frac{1 + e^{-t_p/T_t} \cdot \left(\frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} - e^{-t_m/T_t}\right)}{1 - e^{-t_p/T_t}}} \tag{20}$$

$$P_{int} \doteq P_n \sqrt{\frac{1 + e^{-t_p/T_t} \cdot \left(\frac{P_{Fe}}{P_{Cun}} - e^{-t_m/T_t}\right)}{1 - e^{-t_p/T_t}}}. \qquad (21)$$



Sl. 7. Trajni pogon s intermitirajućim opterećenjem (*S6*), principni dijagram snage, gubitaka i zagrijavanja prema IEC-definiciji

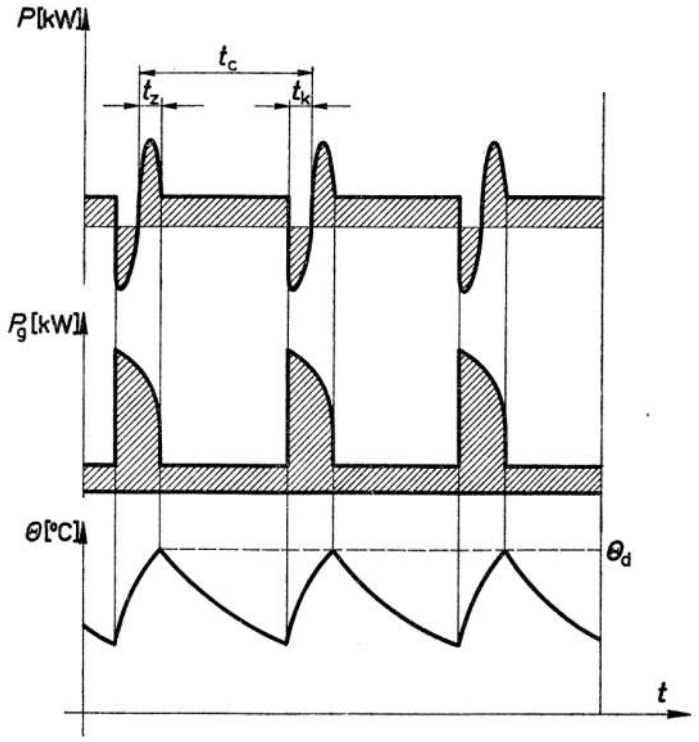
I tu je porast struje (snage) trajnog pogona s intermitiranim opterećenjem u usporedbi sa strujom (snagom) motora u trajnom pogonu to veći što je veći omjer nominalnih gubitaka u željezu P_{Fe} i u bakru P_{Cun}. Stoga se za sve intermitirane pogone općenito grade posebni nizovi motora s povećanim gubicima u željezu na račun gubitaka u bakru, nazvani obično »dizaličnim motorima« po njihovoj najčešćoj upotrebi.

6.2.5. Pogoni u trajnom radu sa znatnim utjecajem gubitaka u dinamičkim stanjima

Trajni pogon sa stalnim zaletima i zaustavljanjima (*S7*), u već termički stabiliziranom procesu sadrži sl. 8.

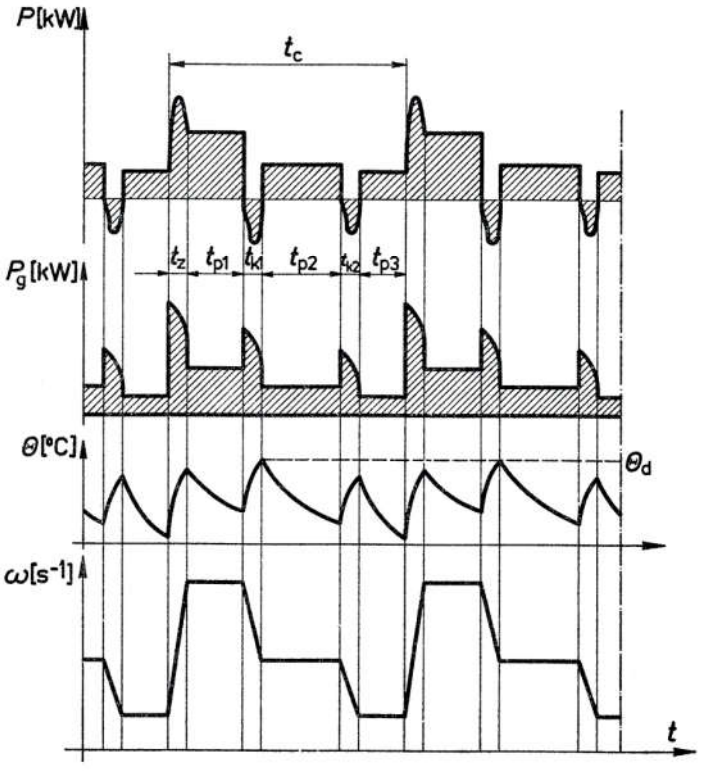
Motor je opterećen konstantnim teretom, ali se često zaustavlja i odmah nanovo kreće u zalet. Najveće zagrijanje u već stabiliziranome termičkom ciklusu trajanja t_c nastupa na kraju zaleta, što je logično jer su sukcesivno uslijedili dinamički gubici zbog kočenja i zaleta. Najveće zagrijanje ne smije premašiti propisima dozvoljeno Θ_d. Pri izboru motora pojavljuju se slični problemi kao u intermitiranom pogonu s utjecajem zaleta i kočenja (*S5*), potrebni su i jednaki podaci, pa se i rješenja traže sličnim putovima, tj. ili pokušavanjem složenom metodom srednje vrijednosti gubitaka (samo se snaga ne određuje iz prosječnih gubitaka, nego prema motoru kojem je maksimalno zagrijanje manje od dozvoljenoga Θ_d) ili približno, što će biti izneseno u odjeljku 6.3. Pri tom se opterećenju, dakako, ne može govoriti o nekoj intermitenciji pogona, već je osnova broj ciklusa z na sat.

Sl. 9. predočuje trajni rad s periodičkim promjenama brzine vrtnje i termičkim utjecajem gubitaka u svim dinamičkim stanjima, zaletima, promjenama brzine vrtnje i kočenjima. IEC-preporuke klasificiraju takvu vrstu pogona oznakom (*S8*).



Sl. 8. Trajni pogon sa stalnim zaletima i zaustavljanjima (S7), principni vremenski tok snage, gubitaka i zagrijavanja, definiran prema IEC-preporukama

U principu može biti i više perioda promjene brzine vrtnje od tri, koliko ih prikazuje definicijska sl. 9, gdje je predočeno stanje u kojem se termički ciklus već ustalio. Najveće zagrijanje ne smije premašiti propisima dozvoljeno Θ_d. Jasno je da su uz ovakav pogon potrebni i detaljni podaci o momentima inercije radnog mehanizma (i motora koji pokušavamo odabrati za taj pogon), trajanje ciklusa opterećenja t_c, odnosno njihov broj na sat. Također su važni podaci o parcijalnom



Sl. 9. Trajni rad s periodičkim promjenama brzine vrtnje (S8), principni vremenski tok snage, gubitaka, zagrijavanja i brzine vrtnje, definiran prema IEC-preporukama

trajanju opterećenja pri pojedinoj brzini pa se mogu dati i u obliku parcijalnih trajanja uključenja. Tako bi na sl. 9. bila parcijalna trajanja uključenja:

$$\varepsilon_1 = \frac{t_z + t_{p1}}{t_c} 100\ [\%] \tag{22}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{t_{k1} + t_{p2}}{t_c} 100\ [\%] \tag{23}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{t_{k2} + t_{p3}}{t_c} 100\ [\%]. \tag{24}$$

Izbor motora za takav pogon već je vrlo težak iako danas ima već mnogo pogona s u principu takvim opterećenjem. Na primjer, elektromotorni pogon brodske dizalice opisan na kraju odjeljka 5.6 (vidi sl. 5.6—3) mogao bi se smatrati sličnim. Jedan zalet i jedno zaustavljanje odgovaraju u načelu sl. 9, uz uvjet da se pogonom idealno rukuje i da je pogonski motor jednobrzinski (pri višebrzinskom motoru bilo bi više perioda od tri). Kako jedna operacija ukrcaja i iskrcaja sadrži četiri takva ciklusa s promjenljivim iznosima i tereta ukupnog momenta inercije (podizanje tereta — 1, spuštanje tereta — 2, podizanje prazne kuke — 3, spuštanje prazne kuke — 4), to je pogon vitla ipak znatno složeniji od pogona definiranoga sa (*S*8). Moglo bi se reći za primjer na sl. 5.6—3. da ga približno opisuje pogon od četiri uzastopna različita ciklusa pogona (*S*8) koji su svaki za sebe složeniji ili, u najboljem slučaju, jednaki po složenosti pogona (*S*8) prema definiciji IEC. Rješavanje pogona (*S*8) — izbor motora za takav pogon već je znatno složeniji od ostalih varijanti vrsta pogona definiranih IEC-preporukama — i ne može se izvesti drukčije nego pokušavanjem (za postojeće motore) ili projektiranjem i gradnjom posebnog motora za taj pogon.

Zapažamo iz primjera usporedbe pogona teretnim brodskim vitlom s vrstom pogona (*S*8) da propisi ne obuhvaćaju i ne mogu obuhvatiti bogatu raznolikost koju zahtijeva tehnička praksa. Ipak je prikazana sistematizacija u stanju da obuhvati vrlo velik broj pogona i odatle izvire i pravi smisao propisa uopće. Ne želeći raspravljati o propisima zbog njih samih, moramo ipak upozoriti na njihovu pravu bit. Neki sistem nacionalnih propisa ili internacionalnih preporuka ima svoju vrijednost dok rezimira tehničko iskustvo i ekonomsku opravdanost upotrebe. No svaki propisi, pogotovo oni o kvaliteti, vrijede »ako se drukčije ne ugovori«, što je klauzula uz mnoge stavke propisa i preporuka. A drukčije od propisa ugovorit će neki detalj kupac i proizvođač, kad je drugi od njih svjestan stanovitih tehničkih i ekonomskih prednosti odstupanja od propisa. Uzmimo primjer pitanja zagrijavanja u kratkotrajnom radu vrste pogona (*S*2). Propisi zahtijevaju da najveće zagrijanje ne premaši iznos dopuštenoga. Budući da to najveće zagrijanje traje relativno kratko, a ostalo je vrijeme namot motora znatno hladniji, to će tako odabrani motor imati znatno dulji životni vijek od, recimo, motora u trajnom radu. Manji motor od onoga izabranog po propisima pregrijavao bi se više od dozvoljene temperature neko kratko vrijeme i u tim kratkim vremenskim razmacima trošio bi svoj životni vijek znatno brže, prema poznatome Montsingerovu zakonu. Ali bi svoj životni vijek trošio znatno sporije u ono vrijeme kad je hladan, pa bi mu ukupni vijek bio još uvijek dovoljno dug, a njegova je cijena znatno manja. Stoga se često i ugovori da motoru za takav pogon može najveće zagrijanje biti čak i dosta veće od dopuštenoga. S te točke gledišta posebno je markantna situacija u mnogim nacionalnim željezničkim propisima o motorima u željezničkoj vuči. Mnogi od

njih dopuštaju zagrijanja takvih motora i 20—40°C veća od dozvoljenih za motore normalne namjene. To tehnički i ekonomski znači smanjenje životnog vijeka (za 20°C) na približno jednu četvrtinu, tj. na oko pet godina. Međutim, prednosti su tolike da se ipak odlučuje na taj korak. Prvo su motori lakši i manji, pa se lakše ostvari težnja da lokomotiva nema preveliku težinu (pritisak na tračnice po osovini lokomotive). Dalje je tu trošenje mehaničkih dijelova lokomotive takvo da se zahtijeva generalna reparatura približno svakih pet godina. Tad se mijenjaju mnogi mehanički dijelovi — lokomotiva je dugo imobilizirana — pa se lako izvrši i prematanje motora. Očito je kako nema svrhe da električni dio uređaja ima znatno dulji životni vijek od mehaničkoga. Prednost manje cijene takvih motora s povećanim zagrijavanjem nije bitna iako pridonosi ukupnoj tehničko-ekonomskoj logici takva izbora. Pri tome određenu sigurnost i potrebnu termičku rezervu ipak pruža činjenica da je barem zimi temperatura okoline niža od 40°C, pa je trošenje životnog vijeka ipak sporije, i on sam duži od pet godina.

6.3. DOPUŠTENI BROJ CIKLUSA OPTEREĆENJA KAVEZNIH ASINHRONIH MOTORA

Raspravljajući o intermitiranim pogonima pokazano je da se tu u klasičnu sliku zagrijavanja i hlađenja motora ne mogu uklopiti motori s čestim dinamičkim stanjima, pogotovo ne kavezni, kod kojih se svi dinamički gubici pretvaraju u toplinu u namotima stroja. Za potrebe modernih elektromotornih pogona s kaveznim motorima također ne odgovaraju ni klasične vremenske definicije u definiranju intermitencije (trajanje ciklusa 10 min i slično). Dovoljan je jedan pogled na sl. 6.2—4. pa da se vidi koliko dinamička stanja utječu pri izboru kaveznog motora za intermitirani pogon, osobito uz veći broj pogonskih ciklusa u jednom satu — vrste pogona (*S*4), (*S*5), a i (*S*7).

Izložit ćemo nešto potanje problematiku elektromotornog pogona s kombiniranim dinamičkim i statičkim opterećenjem koji se ostvaruje kaveznim asinhronim motorima.

Ako kavezni asinhroni motor u trajnom radu uz nazivno opterećenje i nominalnu brzinu vrtnje razvije (gubitke) toplinu Q_n, koja se hlađenjem dade iz njega odvesti, onda se iz toga istog motora kad stoji odvodi samo $\beta \cdot Q_n$ topline u jedinici vremena. Budući da β izražava omjer toplinskog odvoda, to je ono identično već uvedenom omjeru vremenskih konstanti $\beta = \frac{T_t}{T_s}$, a isto tako i vrijednostima iz tablice na sl. 6.1—2. Pri promjenljivoj brzini vrtnje od $n = 0$ do $n = n_n$ motor može prosječno odavati $\alpha \cdot Q_n$ topline na jedinicu vremena, gdje je i α već definirano kao $\alpha = \frac{1 + \beta}{2}$. Time je za pojedina trenutna stanja motora definirana njegova sposobnost hlađenja — odvođenja gubitaka. S druge strane, definirat ćemo gubitke koji u nekom ciklusu opterećenja nastanu u motoru. Neka se ciklus sastoji od elemenata definiranih upravo pomoću sl. 6.2—5, tj. od zaleta, perioda trajnog rada i kočenja. U jednom ciklusu pretvori se u toplinu u namotima stroja iznos od:

$$Q_o = A_z + A_k + Q_t \cdot t_p, \tag{1}$$

pri čemu su A_z i A_k izgubljene količine energije u zaletu i kočenju, Q_t je toplina (gubici) koje izaziva opterećenje (teret M_t), a t_p trajanje onog dijela ciklusa s traj-

nim opterećenjem. Ako dopustimo da u jednom ciklusu treba odvoditi (ohladiti) onoliko topline koliko se i stvori, kako zagrijavanje ne bi premašilo dopuštene granice, dobiva se:

$$A_z + A_k + Q_t \cdot t_p = \frac{1+\beta}{2} Q_n \cdot (t_z + t_k) + Q_n \cdot t_p + \beta \cdot Q_n \cdot t_m. \qquad (2)$$

U relaciji t_z izražava trajanje zaleta, t_k trajanje kočenja, a t_m trajanje mirovanja (stajanje), tako da je prvi pribrojnik na desnoj strani očito toplina koja se može odvesti iz motora za vrijeme dinamičkih stanja, drugi je ona što se može odvesti za trajanja pogonskog statičkog stanja, a treći za trajanja mirovanja (stajanja) — sve u jednom ciklusu. Označimo li trajanje ciklusa s t_c, izračunat ćemo ga ovako:

$$t_c = \frac{3\,600}{z}. \qquad (3)$$

Tu je z broj ciklusa na sat. Pri relativnom uključenju (intermitenciji) ε trajanje periode sa statičkim opterećenjem iznosi:

$$t_p = t_c\,\varepsilon - (t_z + t_k) = \frac{3\,600}{z}\,\varepsilon - (t_z + t_k), \qquad (4)$$

a trajanje stanke — mirovanja:

$$t_m = \frac{3\,600}{z}(1 - \varepsilon). \qquad (5)$$

Uvrstimo li izraze (3), (4) i (5) u relaciju (2), nastaje:

$$A_z + A_k + Q_t\left[\frac{3\,600}{z}\,\varepsilon - (t_z + t_k)\right] = \frac{1+\beta}{2} Q_n (t_z + t_k) +$$

$$+ Q_n\left[\frac{3\,600}{z}\,\varepsilon - (t_z + t_k)\right] + \beta\, Q_n \frac{3\,600}{z}(1 - \varepsilon) \qquad (6)$$

pa izrazimo eksplicitno broj ciklusa:

$$z = 3\,600\,\frac{\varepsilon (Q_n - Q_t) + Q_n\,\beta\,(1-\varepsilon)}{A_z + A_k - (t_z + t_k)\left(Q_t - \frac{1-\beta}{2} Q_n\right)}. \qquad (7)$$

Dalja analiza provodi se ocjenjujući nazivnik. Ako pretpostavimo da je u periodima zaleta i kočenja stvarni vremenski tok gubitaka nadomješten nekim prosječnim gubicima Q_{zk}, tako da vrijedi jednakost:

$$A_z + A_k = Q_{zk}(t_z + t_k),$$

pisat ćemo nazivnik izraza (7):

$$Q_{zk}(t_z + t_k) - (t_z + t_k)\left(Q_t - \frac{1-\beta}{2} Q_n\right).$$

Ocijenimo faktore uz $(t_z + t_k)$, usporedivši ih s Q_n. Teret u radnom periodu ne može biti znatno veći od nominalnoga, pa se Q_t ne razlikuje mnogo od Q_n:

$$Q_t \approx Q_n.$$

Uz minimalni iznos $\beta = 0{,}25$ vrijedi:

$$\left(Q_t - \frac{1-\beta}{2} Q_n\right) \approx \left(1 - \frac{1-0{,}25}{2}\right) \cdot Q_n = 0{,}625\, Q_n.$$

S druge strane, budući da su struje u zaletu i kočenju prosječno od 4 do 5 puta veće od nazivne, a Q_{zk} je proporcionalno kvadratu struje:

$$Q_{zk} \approx (16 \div 25) \cdot Q_n,$$

izlazi da je Q_{zk} približno od 25 do 40 puta veće od $\left(Q_t - \frac{1-\beta}{2} Q_n\right)$, odnosno da treći pribrojnik u nazivniku izraza (7) iznosi svega od 2,5 do 4% zbroja prvih dvaju. Tako možemo pisati:

$$z \doteq 3\,600 \frac{(Q_n - Q_t) \cdot \varepsilon + Q_n \cdot \beta \cdot (1-\varepsilon)}{0{,}97 \cdot (A_z + A_k)} \tag{8}$$

ili:

$$z \doteq 3\,700 \frac{(Q_n - Q_t) \cdot \varepsilon + Q_n \cdot \beta \cdot (1-\varepsilon)}{A_z + A_k}. \tag{9}$$

Iz približnih, ali za praksu dovoljno točnih i sigurnih relacija (8) i (9) broj se dopuštenih ciklusa u elektromotornom pogonu može relativno jednostavno odrediti izračunavajući gubitke u dinamičkim stanjima, a ostale su veličine u spomenutim relacijama poznate, ili se lako odrede. Tako se izračunavanje dopuštenog broja ciklusa z, koje obavlja neki motor u elektromotornom pogonu poznatih podataka i s poznatim režimom, znatno pojednostavnjuje. Jednako se tako u usporedbi s ostalim mogućnostima računanja pojednostavnjuje izbor motora pokušavanjem kad je zadan broj ciklusa z.

6.4. IZBOR NAPONA MOTORA ZA ELEKTROMOTORNI POGON

Polaznu fizikalnu osnovu za izbor napona elektromotora daje jednadžba induciranog napona na stezaljkama motora. Njezin opći oblik, ne ulazeći zasad u razlike među pojedinim vrstama strojeva, jest:

$$E = k \cdot z \cdot e. \tag{1}$$

Tu je z broj vodiča, e inducirani napon po vodiču, a k je konstrukcijska konstanta, koja ovisi o vrsti stroja, vrsti namota itd.; ona je zaista konstanta kad se uspoređuju strojevi iste vrste i slične izvedbe namota. Napon po vodiču e iznosi:

$$e = B \cdot l \cdot v, \tag{2}$$

pa izlazi da će uz indukciju B, kojoj se vrijednost uglavnom ne mijenja s veličinom stroja, mali strojevi imati mali napon po vodiču zbog malih dimenzija (mala duljina l i relativno mala obodna brzina v zbog malog promjera D). Iz istih razloga na

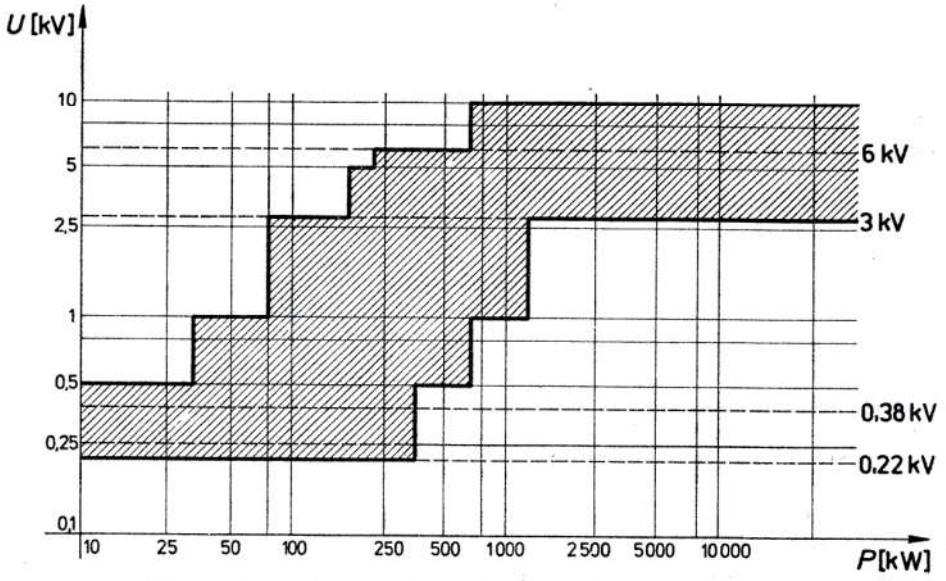
osnovi zakona sličnosti veliki će strojevi (strojevi velike snage) imati relativno velik napon po zavoju jer su im osnovne dimenzije velike. Ako s tom prirodnom tendencijom za napon po zavoju uđemo u razmatranje relacije (1), onda ona izaziva pojavu druge slične tendencije, da je većem stroju prirodan viši napon, a manjemu niži. Ona se, doduše, mora donekle korigirati zbog broja vodiča z, koji može biti različit (ne u jako širokim granicama), ali to samo osigurava određeni raspon napona unutar kojeg je moguće stroj graditi na ekonomičan način. Kad u nekim slučajevima dopustimo mogućnost i manje ekonomičnih rješenja, pojavljuje se nešto širi raspon, s time da izvan njega izvedbe postaju i tehnički nemoguće. Uzmimo primjere. Ne može se graditi stroj s manje od jednog vodiča po utoru (štapni namot) pa se prema izrazu (1) ne da izvesti stroj s naponom manjim od:

$$E = k \cdot 1 \cdot e,$$

a ta je granica zbog visokog e kod velikog stroja znatno viša. Isto je tako nemoguće graditi motor male snage s visokim naponom jer zbog malog e dolazimo do vrlo velikog broja vodiča z koji bi morali biti veoma tanki, a s vrlo debelom izolacijom zbog visokog napona itd. U praksi se stvarno biraju prirodni ekonomski ispravni naponi koji odgovaraju opisanim tendencijama.

Problemi se ipak razlikuju za pojedine vrste strojeva. Iz teorije istosmjernih strojeva poznato nam je da se izborom valovitog ili petljastog namota dade motor nešto lakše prilagoditi naponu, ali su problemi napona po lameli, a posebno komutacija, još drastičnije ograničili mogućnosti. To u sasvim malih strojeva npr. dovodi do toga da ih ne možemo graditi za napon od reda 400 V, a visoki naponi su i za veće strojeve nepovoljni. Kod velikih motora sa štapnim namotom idemo na maksimalno mogući broj paralelnih grana, a da pri tome napon po mogućnosti ne premaši 800 V, i kod najvećih oko 1 600 V. Problem komutacije u najvećih motora tjera nas čak i na nesimetrične namote, a ekonomičnost stroja nastoji se održati tako da se princip okrene, pa se bira optimalni namot, a prihvaća se napon kakav pri tome ispadne.

Za izmjenične strojeve, gdje su naponske mogućnosti izvedbe namota manje (nema toliko slobode u izboru broja paralelnih grana), a standardizacija napona znatno oštrija, svode se mogućnosti izbora napona na još uži raspon. Sl. 1. prika-



Sl. 1. Grafički prikaz ispravnog izbora napona za izmjenične motore

zuje približne raspoložive raspone napona za određene snage motora uz njegovu ekonomičnu gradnju. Tehnički mogući rasponi jedva da su nešto širi. Tako je šrafirana površina na slici, ograničena dvjema izlomljenim crtama, područje ekonomičnog napona za gradnju trofaznih izmjeničnih motora. Dobro podudaranje s iskustvenim granicama napona prema sl. 1. daju neki propisi i preporuke za gradnju strojeva. Tako IEC-preporuke određuju minimalne snage stroja za priključeni napon kako prikazuje tablica na sl. 2. Ako se usporede vrijednosti sa sl. 2. i 1, za-

Nazivni napon [kV]	Nazivna snaga [kW]
$2 < U_n \leq 3{,}3$	100
$3{,}3 < U_n \leq 6{,}6$	200
$6{,}6 < U_n \leq 11$	1 000

Sl. 2. Minimalne snage izmjeničnih motora za određenu visinu nazivnog napona prema IEC-preporuci, Publikacija 34—1

pažamo da se vrijednosti dobro slažu. Dalji izbor napona unutar ekonomičnog područja prikazanoga na sl. 1. pitanje je ekonomike. Tu osim cijene motora, koja je veća pri višim naponima (vidi odjeljak 2.9.3), imaju svoju ulogu i problemi priključne aparature, cijena priključnih vodova, eventualna potreba transformacije i ostala pitanja koja izlaze iz okvira elektromotornih pogona.

6.5. UTJECAJ OKOLINE NA IZBOR ELEKTROMOTORA

Elektromotorni je pogon prodro ne samo u sve tehničke djelatnosti nego i u sva područja ljudskog života i aktivnosti. Zato se on pojavljuje na svim onim mjestima gdje i čovjek, pa čak i ondje gdje je čovjeku boravak nemoguć. Tako ćemo elektromotor naći u najrazličitijim ambijentima, u najraznolikijim uvjetima okoline, koji manje ili više utječu na njegov rad. Motor može biti tako odabran da u tim uvjetima nesmetano obavlja svoju funkciju pokretača elektromotornog pogona, čak i onda kad su oni izuzetno nepovoljni. Kako su uvjeti okoline općenito vrlo raznovrsni, to su u načelu različiti i utjecaji na elektromotor. Zbog nekih se motor mora samo dopunski zaštititi, što se ponekad rješava nekim dodatnim doradama u proizvodnji. Neki od njih tako utječu da je potrebno i posebno konstrukcijsko rješenje, a neki utječu i na osnovno dimenzioniranje motora. Sistematizacija problema najlakše se provede podijelimo li utjecaje okoline na one zbog kojih se, u osnovi iz termičkih razloga, motor mora posebno dimenzionirati ili odabrati i one za koje je pretežno potrebna samo dodatna zaštita, a ne utječu na termičko dimenzioniranje motora.

6.5.1. Izbor (dimenzioniranje) motora s obzirom na temperaturu okoline i visinski smještaj

Mehanička zaštita i zaštita od vode (kiše, prskanja itd.) na prvi pogled bitno ne utječe na dimenzioniranje motora. Ta je zaštita danas široko razrađena u raznim propisima o gradnji motora. Tu se razlikuje više vrsta motora zaštićenih od pristupa stranih tijela i, posebno, vode, od potpuno »otvorene« do potpuno zatvorene i vodotijesne izvedbe. Međutim, ta zaštita bitno utječe na mogućnost hlađenja motora.

Za u osnovi »otvorene« vrste motora moguće je hlađenje motora izvesti direktno, tj. rashladno sredstvo, najčešće zrak, izravno odvodi toplinu s površine namota i željeznog paketa. Za »zatvorene« vrste motora, gdje je spriječen pristup stranim tijelima i vodi u unutrašnjost, onemogućen je pristup i rashladnom zraku, pa je hlađenje takvih motora najčešće posredno, tj. toplina se ne odvodi s površine aktivnih dijelova, već s vanjske površine motora. Takav se motor znatno slabije hladi od otvorenoga, pa su mu zbog potrebe da se smanje gubici i dimenzije veće. Razlika u težini i cijeni kreće se u granicama 15—40% i to manje kod motora manje snage, a više u onih veće snage. Tako je odluka o izboru motora određene mehaničke zaštite skopčana i sa znatnim ekonomskim posljedicama.

Rashladno sredstvo za električne strojeve najčešće je zrak, kojim se oni hlade direktno ili pomoću hladnjaka (izmjenjivača topline), kombinirana bilo zrak-zrak, bilo zrak-voda. Za najveće strojeve upotrebljavaju se i plinovi (vodik), ali se takvi strojevi ne uzimaju za elektromotorni pogon. Grade se danas i strojevi koji se u principu izravno hlade vodom, bilo da su uronjeni u vodu (na brodovima ledolomcima ili plovilima općenito), bilo da se voda direktno provodi kroz dijelove stroja (npr. kroz osovinu) ili, opet za najveće snage, da se ona neposredno provodi šupljim (cjevolikim) vodičima stroja. Smatrajući hlađenje električnog stroja sredstvom koje nije zrak ili neuobičajenim za motore elektromotornog pogona ili rijetkim izuzecima u specijalnim pogonima, govorit ćemo u ovom odjeljku samo o motorima koji se direktno ili indirektno hlade zrakom.

Veliku ulogu u izboru motora imaju i temperatura okoline i njegov visinski smještaj.

Kad je temperatura okoline povišena ili je lokacija elektromotornog pogona na znatnoj nadmorskoj visini, riječ je zapravo o ispravnom izboru snage, jer je opet u središtu pažnje zagrijavanje elektromotora. Svi propisi, ograničavajući zagrijanje namota stroja (nadtemperaturu Θ_d), ograničavaju zapravo (apsolutnu) temperaturu namota, jer utvrđuju neki opći nivo temperature okoline ϑ_{on}, obično 40°C. No bez obzira na to što sadrže pojedini propisi ili IEC-preporuke, pokušajmo najprije pitanja obraditi s fizikalnog gledišta, pa tek nakon toga upoznajmo današnje stajalište normativnih institucija, prije svega upravo IEC-komisije. Dakle, kad je temperatura okoline ϑ_o viša od propisane, mora se smanjiti snaga stroja, da temperatura zagrijanog namota ne premaši vrijednost koju dopuštaju izolacijski materijali (klasa izolacije) stroja. To znači da se gubici pri povišenoj temperaturi okoline moraju reducirati u omjeru dozvoljenih nadtemperatura:

$$\frac{\Theta'_d}{\Theta_d} = \frac{\Theta_d + \vartheta_{on} - \vartheta_o}{\Theta_d} = \frac{P'_{gn}}{P_{gn}} = \frac{P'_{Cun} + P_{Fe}}{P_{Cun} + P_{Fe}} = \frac{x^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fe}}{P_{Cun} + P_{Fe}}. \qquad (1)$$

U izrazu Θ'_d znači dopušteno (novo) zagrijanje u promijenjenim okolnostima, P_{Fe}, P_{Cun} i P_{gn} nazivne su vrijednosti gubitaka u željezu, bakru i ukupnih u stroju, a iste oznake s apostrofom izražavaju nove (nazivne) vrijednosti u promijenjenim okolnostima.

Iz relacije (1) dobivamo za kvadrat omjera struje (i približno snage):

$$x^2 = \left(1 + \frac{\vartheta_{on} - \vartheta_o}{\Theta_d}\right) \cdot \left(1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}\right) - \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}. \qquad (2)$$

Tako se struje (približno i snage) odnose kao:

$$I'_n = I_n \sqrt{\left(1 + \frac{\vartheta_{on} - \vartheta_o}{\Theta_d}\right) \cdot \left(1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}\right) - \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}} \tag{3}$$

$$P'_n \doteq P_n \sqrt{\left(1 + \frac{\vartheta_{on} - \vartheta_o}{\Theta_d}\right) \cdot \left(1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}\right) - \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}}. \tag{4}$$

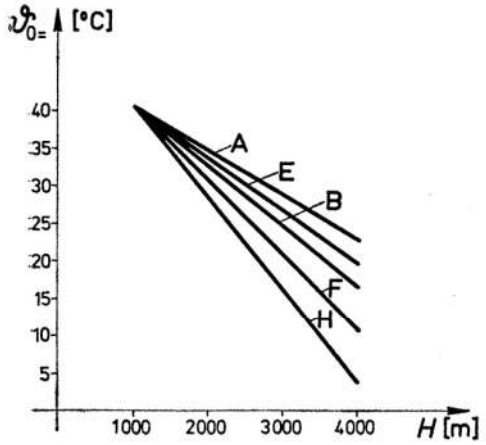
Izrazi (2), (3) i (4) pokazuju koliko treba logički smanjiti dopušteno zagrijanje, struju ili snagu stroja kad je temperatura rashladnog sredstva ϑ_o viša od pretpostavljene normalne ϑ_{on}. Međutim, ako je stvarna (najviša) vrijednost temperature okoline ϑ_o niža od pretpostavljene normalne, logično je očekivati porast dozvoljenog zagrijanja Θ_d za onoliku vrijednost koliko je ϑ_o manje od ϑ_{on}, jer se pri tome zadržava granična vrijednost temperature ϑ_m o kojoj stroju ovisi životni vijek. Pogleda li se izraz (1), vidimo odmah da on u sebi sadrži i takav slučaj, pa relacije (1), (2), (3) i (4) u principu fizikalno vrijede za bilo koju maksimalnu vrijednost temperature rashladnog sredstva (zraka) do visine od 1 000 m nad morem.

S porastom nadmorske visine pada gustoća zraka, pa se elektromotor sve slabije hladi. Do 1 000 m nad morem ne treba računati na oslabljeno hlađenje jer se smatra da do te visine nema bitnih promjena u odvodu topline. Iznad te nadmorske visine taj je utjecaj već osjetan.

Potanja istraživanja pokazuju takvu fizikalnu promjenu hlađenja elektromotora koja bi, uz nepromijenjenu temperaturu rashladnog zraka ($\vartheta_{on} = 40°$), zahtijevala da se za svakih 100 m visinske razlike iznad 1 000 m smanji dopušteno zagrijanje (Θ_d prema klasi izolacije) za 1 %.

$$\Theta'_d = \Theta_d \left(1 - \frac{H - 1\,000}{10\,000}\right), \tag{5}$$

gdje je H [m] nadmorska visina. Budući da je na većim visinama temperatura okoline obično niža od 40°C, što je uobičajena normativna temperatura okoline ϑ_{on} na visinama manjima od 1 000 m nad morem, logično je fizikalno zaključivanje da se iskoristi ta razlika kako se ne bi gubilo previše snage za određeni model (tipnu snagu) motora. Računica osnovana na relaciji (5) pokazuje da bi se uz temperature okoline na određenim nadmorskim visinama prikazane na sl. 1, za pojedine klase izolacije namota, mogle zadržati vrijednosti dopuštenih zagrijanja koje vri-



Sl. 1. Vrijednosti temperature okoline ϑ_o na kojima bi se, fizikalno gledajući, mogle zadržati vrijednosti zagrijanja (za pojedine klase izolacije) koje vrijede za visine do 1 000 m nad morem i $\vartheta_{on} = 40°$

jede do 1 000 m nadmorske visine. No dade se problem postaviti i obrnuto. Za opći slučaj postavljanja elektromotornog pogona na nadmorskim visinama većima od 1 000 m i uz bilo kakvu temperaturu okoline ϑ_o može se najprije izračunati dopušteno zagrijanje Θ'_d uz pretpostavku $\vartheta_o = \vartheta_{on} = 40°C$ uz pomoć relacije (5). Tad se izračuna i P'_{gn} za taj slučaj:

$$P'_{gn} = P_{gn} \frac{\Theta'_d}{\Theta_d} \tag{6}$$

pa, dakako, i:

$$P'_{Cun} = P'_{gn} - P_{Fe}. \tag{7}$$

Tako smo u prvom koraku obradili utjecaj nadmorske visine, a u drugome ćemo na osnovi izraza (2), (3) i (4) uračunati utjecaj promijenjene temperature okoline, dakle:

$$x'^2 = \left(1 + \frac{\vartheta_{on} - \vartheta_o}{\Theta'_d}\right)\left(1 + \frac{P_{Fe}}{P'_{Cun}}\right) - \frac{P_{Fe}}{P'_{Cun}} \tag{8}$$

$$I''_n = I'_n \sqrt{\left(1 + \frac{\vartheta_{on} - \vartheta_o}{\Theta'_d}\right)\left(1 + \frac{P_{Fe}}{P'_{Cun}}\right) - \frac{P_{Fe}}{P'_{Cun}}} \tag{9}$$

$$P''_n \doteq P'_n \sqrt{\left(1 + \frac{\vartheta_{on} - \vartheta_o}{\Theta'_d}\right)\left(1 + \frac{P_{Fe}}{P'_{Cun}}\right) - \frac{P_{Fe}}{P'_{Cun}}}. \tag{10}$$

U relacijama (9) i (10) I'_n i P'_n su već reducirane vrijednosti struje i (približno) snage zbog smanjenog zagrijanja, tj.:

$$I'_n = \sqrt{\frac{P'_{Cun}}{P_{Cun}}}\, I_n \tag{11}$$

$$P'_n \doteq \sqrt{\frac{P'_{Cun}}{P_{Cun}}}\, P_n. \tag{12}$$

Izvedeni izrazi od (1) do (12) logički su fizikalni zaključci koji se temelje na stvarnom odnosu utjecaja okolne temperature i nadmorske visine pri postavljanju elektromotornog pogona, sve uz pretpostavku da se održi životni vijek (izolacije) motora. Međutim, pojedini nacionalni propisi i preporuke IEC-komisije (*Publikacija 34—1*) postavljaju stanovite ograde takvome slobodnom fizikalnom tretiranju problema i mi ćemo iznijeti bit preporuka IEC-komisije koja se odnosi na ovu materiju i obavezna je u krajnjemu, označe li se IEC-preporuke osnovom za određenu isporuku, ili se drukčije ne ugovori. Granična zagrijanja namota za pojedine klase izolacije sadrži tablica na sl. 2 (za $\vartheta_{on} = 40°C$, $H \leqq 1\,000$ m). Za pogone smještene do 1 000 m nadmorske visine, a temperature okoline različite od 40°C IEC-preporuke zahtijevaju:

Klasa izolacije	A	E	B	F	H
Dozvoljeno zagrijanje °C	60	75	80	100	125

Sl. 2. Tablica dopuštenih zagrijanja uz temperaturu okoline od 40 °C i za postavljanje motora do 1 000 m nadmorske visine

a) Ako je $\vartheta_o \leq 30°C$, smije se zagrijanje Θ_d povisiti za 10°C prema vrijednostima tablice na sl. 2. To znači da se ne smiju iskoristiti mogućnosti koje pruža okolina hladnija od 30°, a koje fizikalno predočuju relacije od (1) do (4). Ovom stavu može se naći i logično tumačenje, koje pokazuje iskustvo, da nije samo apsolutna visina temperature bitna za životni vijek već je to i apsolutni iznos zagrijanja koji utječe zbog termomehaničkog djelovanja na izolaciju u procesu zagrijavanja i hlađenja.

b) Ako je $30° < \vartheta_o < 40°$, može se dopušteno zagrijanje povisiti:

$$\Theta'_d = \Theta_d + 40° - \vartheta_o, \tag{13}$$

što točno odgovara fizikalnom objašnjenju i vrijede relacije od (1) do (4).

c) Ako je $40° < \vartheta_o < 60°$, računa se dopušteno zagrijanje prema izrazu (13), tj. vrijede relacije od (1) do (4).

d) Ako je $\vartheta_o > 60°$, dopušteno zagrijanje treba odrediti posebnim dogovorom Za pogone smještene na nadmorskoj visini većoj od 1 000 m, a manjoj od 4 00(m u ovim preporukama IEC su odredbe:

e) Ako je temperatura okoline $\vartheta_o = 40°C$, vrijedi relacija (5).

f) Kad je temperatura okoline specificirana $\vartheta_o \leq 30°$, odgovara izraz:

$$\Theta'_d = \Theta_d \left(1 - \frac{H - 1\,000}{10\,000}\right) + 10. \tag{14}$$

g) Ako je temperatura okoline specificirana $30° < \vartheta_o < 40°$, vrijedi:

$$\Theta'_d = \Theta_d \left(1 - \frac{H - 1\,000}{10\,000}\right) + 40 - \vartheta_o. \tag{15}$$

h) Kad je temperatura okoline specificirana $40° < \vartheta_o < 60°$, odgovara relacij (15).

j) Ako je temperatura okoline specificirana $\vartheta_o > 60°$, dozvoljeno zagrijanje treb odrediti posebnim dogovorom.

k) Kad temperatura okoline nije uopće specificirana, pretpostavlja se da se utjeca razrijeđena zraka okoline na hlađenje motora kompenzira utjecajem smanjen temperature okoline pa su dozvoljena zagrijanja prema tablici na sl. 1. Pretpo stavljene temperature okoline koje dopuštaju takav zaključak sadrži tablica n sl. 3.

Nadmorska visina [m]	Temperatura rashladnog zraka ϑ'_{on} [°C] za klase izolacija				
	A	E	B	F	H
1000	40	40	40	40	40
2000	34	33	32	30	28
3000	28	26	24	20	16
4000	22	19	16	10	3

Sl. 3. Tablica pretpostavljenih vrijednosti temperature okoline ϑ_{on} pri kojima ne treba smanjivati dopušteno zagrijanje za motore pojedinih klasa izolacije

Ako se fizikalno razmatranje utjecaja temperature okoline i nadmorske visine usporedi s IEC-preporukama, zapaža se dobro podudaranje, uz izuzetak stavova preporuka pod a), d), f) i j). Dapače, tablica na sl. 3. za nespecificirane temperature okoline pri nadmorskim visinama većima od 1 000 m i odgovarajuće točke na sl. 1. točno se podudaraju. Razlike u a) i f) mogu se tumačiti nastojanjem da se ograniči termomehaničko djelovanje velikih razlika u temperaturi, a stavovima d) i j) očito se otvara mogućnost razmišljanja korisnika da dopustivši i višu apsolutnu temperaturu namota skrati životni vijek motora na račun manje cijene, nešto slično razmatranju na kraju odjeljka 6.2.

6.5.2. Izbor (dimenzioniranje) motora za rad u eksplozivnoj atmosferi (okolini)

Poseban je problem kad motor elektromotornog pogona treba da radi u atmosferi zapaljivih i eksplozivnih plinova i smjesa. U proizvodnji, preradi i skladištenju zapaljivih tvari nastaju u tehnološkom procesu plinovi, pare i prašina, koji pomiješani sa zrakom stvaraju eksplozivnu smjesu (ovisno o volumskom udjelu zraka u mješavini). S razvojem privrede prostor ugrožen od eksplozivnih smjesa neprestano se povećava. Na početku ovog stoljeća moglo se s eksplozivnim smjesama računati samo u rudnicima ugljena, a danas i u mnogim industrijskim pogonima, posebno u kemijskoj industriji, rafinerijama nafte, tvornicama umjetnog gnojiva, mlinovima itd. U takvoj atmosferi ne smiju se kod elektromotornog pogona pojaviti nikakve iskre, koje bi mogle izazvati zapaljenje ili eksploziju opasne atmosfere, niti se dopušta, ni u kojem trenutku i ni u kakvom stanju pogona, na bilo kojem dijelu elektromotora, pojava toliko visokih temperatura da postanu opasne za paljenje okolne atmosfere. Posebni propisi vrlo potanko klasificiraju uvjete atmosfere, dozvoljene temperature i zahtjeve što se postavljaju pred elektromotore koji se ugrađuju u takvim okolnostima. Osnovno je načelo za takve pogone da elektromotor, priključni, upravljački i spojni elementi (ako su električni) moraju biti izrađeni u odgovarajućoj *eksplozionoj zaštiti*, a i sam radni mehanizam i ostali neelektrični dijelovi pogona ne smiju biti izvor eventualnog paljenja. Ni kod njih se ne smije pojaviti visoka temperatura, iskre izazvane mehaničkim udarcima, statički naboji i slično. U razmatranju ovakvog pogona u okviru ovog teksta glavni objekt eksplozione zaštite jest sam elektromotor. Kako su u ovakvoj materiji fizikalni zakoni bitno vezani s propisima, razmotrimo pitanja koja se odnose na elektromotor u takvom pogonu koristeći se terminologijom i izvacima iz postojećih propisa, pri čemu se i opet oslonimo na preporuke IEC-komisije i JUS. Za elektromotor u ovakvom pogonu tri su moguće vrste zaštite:

a) »neprodorni oklop« (kratica *St*);

b) »povećana sigurnost« (kratica *Ss*);

c) »prisilna ventilacija — nadtlak« (kratica *Sp*).

a) Neprodorni oklop

Osnovni je fizikalni smisao ove zaštite u tome da se moguće zapaljenje eksplozivne smjese ograniči na unutrašnjost kućišta motora, te da se ne prenese na smjesu koja okružuje kućište, tj. na okolinu. Kraće se to zove onemogućivanjem probojnog paljenja. Može se primijeniti na sve vrste motora pa je ta zaštita najuniverzalnija i najrasprostranjenija. Takva zaštita izvodi se posebnom konstrukcijom motora.

Kućište mora izdržati tlak (unutrašnje) eksplozije, a konstrukcijom valja spriječiti da plamen ili užarena čestica iz unutrašnjosti zapale smjesu izvan kućišta. Zato se kućišta tako dimenzioniraju da izdrže predtlak od oko 10^6 Pa, a pravilno oblikujući i dimenzionirajući mehaničke spojeve (dosjed između ležaja i osovine, između ležajnih štitova i tijela kućišta itd.) onemogućuje se prijenos vrućeg plamena i užarenih čestica u okolinu. Kako svi plinovi i pare nemaju ista svojstva na probojno paljenje jer uz iste duljine raspora na spojevima propaljuju kroz različite širine raspora, to se propisima i preporukama svrstavaju sve poznate eksplozivne smjese u razrede i podrazrede, pa se po tome razlikuju i konstrukcije motora. To je zapravo i ekonomska klasifikacija. Takav je motor sam po sebi skup, i to je skuplji što eksplozivna smjesa ima veću moć prodora, te se ne bi isplatilo graditi samo jednu vrstu motora koja bi zadovoljila sve, pa i one najteže slučajeve. Tad bi se za upotrebu u okolini manje zapaljive smjese plaćao znatno skuplji motor. Motor s neprodornim oklopom, bez obzira na to u koji konstrukcijski razred ili podrazred pripadao, ima još jedno ograničenje. Površina kućišta ne smije premašiti određeno zagrijanje. Budući da su te granice zagrijanja kućišta dosta niske, nema potrebe (a ni zahtjeva u propisima) da se ograničuje temperatura (zagrijanje) namota, pa je ona određena samo klasom izolacije kao i u normalnih motora.

b) Povećana sigurnost

Drugi oblik zaštite, za stanovite vrste atmosfere, odnosi se samo na one motore kod kojih ne može nastati iskrenje, npr. na kavezne motore. Pri tome se zahtijeva da ti motori budu tako termički dimenzionirani da ne može doći do opasnih zagrijanja ni pri kratkom spoju ili slično. Takvi motori građeni u zaštiti s povećanom sigurnošću obično su veći i teži, kako bi im se povećao toplinski kapacitet namota i uopće aktivnih dijelova. No da se dobije barem približna slika o problematici, moramo uz oslanjanje na propise reći ipak nešto više o tome. Budući da se razne smjese pale pri raznim temperaturama, to su one po današnjim propisima podijeljene u šest grupa, označenih s $T1$, $T2$,...,$T6$. Manji broj uz oznaku T znači višu temperaturu zapaljenja. Za motore u zaštiti »povećana sigurnost« određuje se propisima (preporukama) ograničenje zagrijavanja, povećanje izolacije u gradnji i još neki manji zahtjevi na konstrukciju. Polazeći od temperature okoline $\vartheta_0 = 40°$ dopušta se zagrijanje prema sl. 4.

Praktički je u prva tri temperaturna razreda ($T1$,...,$T3$) zagrijanje sniženo za 10°C, a u ostalima je drastično niže. To postaje razumljivo kad se pogleda što je

	Klasa izolacije	Temperaturni razredi T1	T2	T3	T4	T5	T6
Izolirani namoti	A	50	50	50	50	50	45
	E	65	65	65	65	60	45
	B	70	70	70	70	60	45
	F	90	90	90	90	60	45
	H	115	115	115	95	60	45
Neizolirani namoti	—	300	260	160	95	60	45

Sl. 4. Dopuštena zagrijanja namota u izvedbi (zaštiti) povećane sigurnosti, IEC i JUS, trajni rad

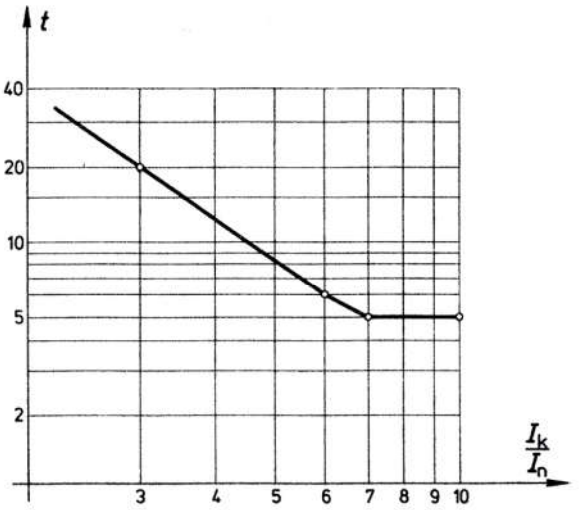
po propisima dopušteno kao maksimalno zagrijanje koje se u bilo kojem pogonskom slučaju smije pojaviti u namotu, a prikazuje ga sl. 5.

Definiran je i najteži pogonski slučaj. Propisima se zahtijeva da motor (namoti) potpuno zagrijan u trajnom radu, nakon kojeg neposredno slijedi kratki spoj određenog trajanja (minimum 5—20 s, što ovisi o omjeru struje kratkog spoja I_k

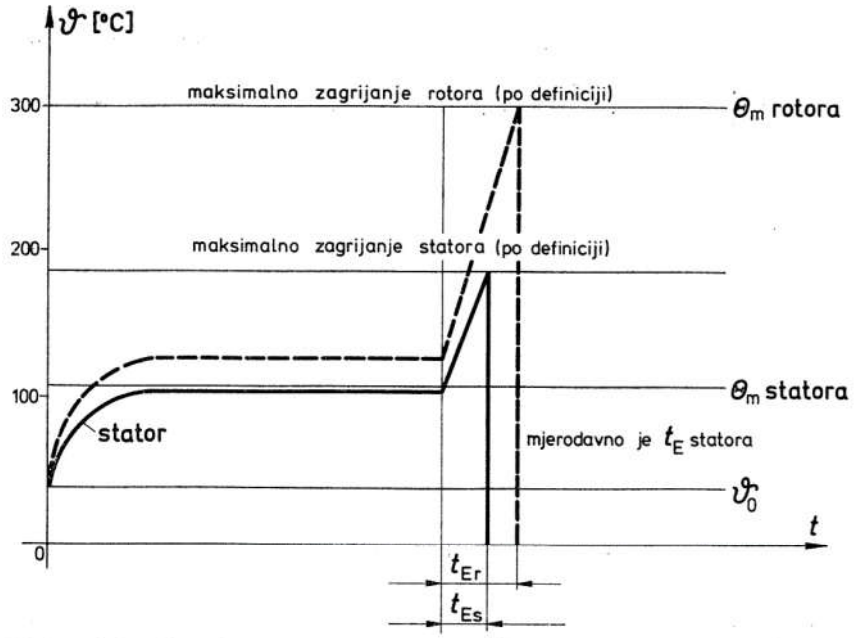
	Klasa izolacije	Temperaturni razredi T1	T2	T3	T4	T5	T6
Izolirani namoti	A	120	120	120	95	60	45
	E	135	135	135	95	60	45
	B	145	145	145	95	60	45
	F	170	170	160	95	60	45
	H	195	195	160	95	60	45
Neizolirani namoti	—	300	260	160	95	60	45

Sl. 5. Dopušteno maksimalno zagrijanje namota u izvedbi (zaštiti) povećana sigurnost, IEC i JUS, najteži pogonski slučaj

i nazivne I_n — vidi sl. 6), ne premaši zagrijanja na sl. 5. Zapravo, na natpisnoj pločici motora uz oznaku temperaturnog razreda piše se i vrijeme t_E u sekundama, koje pokazuje koliko sekundi može motor ostati u kratkom spoju pa da se dostigne vrijednost zagrijanja sa sl. 5. Definiciju bolje razjašnjava sl. 7. Zagrijanja prema sl. 4. i 5. treba dokazati pokusom, a samo se za motore većih snaga (više od 200 kW) priznaju proračunski podaci. Na sl. 7. jasno se vidi da je prirast zagrijanja po vremenu u trenutku kad nastane kratki spoj vrlo velik (strm), pa je potrebna dosta velika razlika između dopuštenoga maksimalnog zagrijanja u kratkom spoju i dopuštenog zagrijanja u trajnom radu, kako bi minimalno trajanje t_E moglo ostati u granicama na sl. 6. Pogledaju li se iznosi dopuštenoga maksimalnog zagrijanja u kratkom spoju na sl. 5. i dopuštenog zagrijanja u trajnom radu na sl. 4, vidi se da te razlike za pojedine temperaturne razrede nisu dovoljno velike. Usporedba sl. 4. i 5. otkriva da se motori mogu zapravo graditi za temperaturni razred $T1,\ldots,T3$, već vrlo teško za $T4$, a gotovo je to nemoguće za $T5$ i $T6$. Radi potpunosti iznesimo zahtjeve koji se postavljaju u vezi s konstrukcijom motora u toj izvedbi (zaštita povećana sigurnost). Svi namoti moraju biti dva puta impregnirani specijalnim lakom. Udaljenosti dijelova pod naponom i uz površinu izolatora stezaljki određene su propisima i veće su nego u normalnih motora. Dimenzije priključnih stezaljki također su propisane (povećane), a priključni ormarić na motoru mora biti u pot-

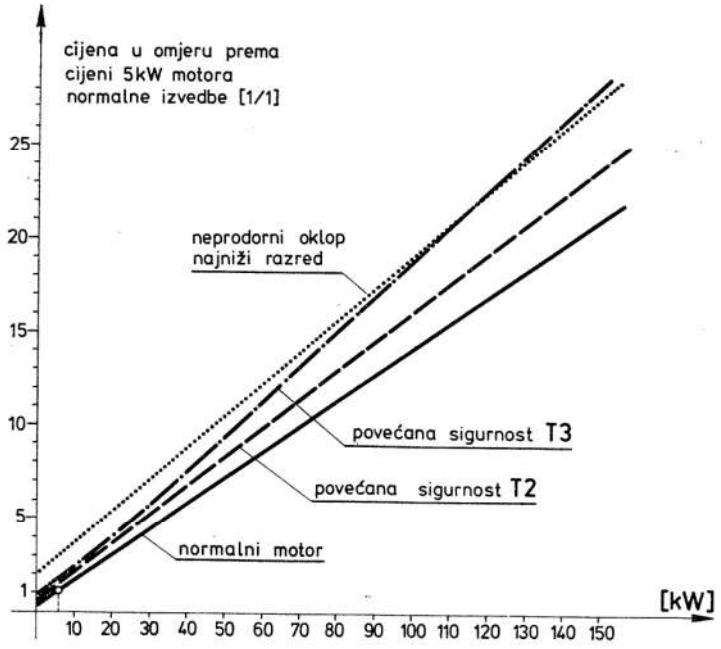


Sl. 6. Minimalno trajanje t_E ovisno o omjeru struje kratkog spoja I_k i nazivne I_n



Sl. 7. Određivanje vremena t_E za neki motor u B-klasi izolacije, kojemu je konstantno zagrijavanje namota statora u trajnom radu 64 °C, a (neizoliranog) rotora 87 °C; temperaturni razred T2

puno zatvorenoj izvedbi. Zračni raspor između statora i rotora (gradi se povećan) te razmak ventilatora od ventilatorske kape treba da su dovoljno veliki kako bi se sa sigurnošću spriječilo iskrenje ili zagrijavanje zbog trenja. Zato ventilatorska kapa mora izdržati mehanička ispitivanja na udar (da se ne ulublјuje), a ventilator ne smije biti od materijala na kojem se može nakupiti statički naboj itd. Očito je da će takvi motori biti skuplji od normalnih ne samo zbog potrebnog povećanja njihova aktivnog dijela, da se smanji zagrijanje (sl. 4), već i zbog mnoštva zahtjeva na konstrukciju i tehnologiju izrade, koji, iako svaki pojedinačno neznatno odstupa od normalne izvedbe, svi skupa uzrokuju znatniji porast cijene. Na sl. 8. usporedbe



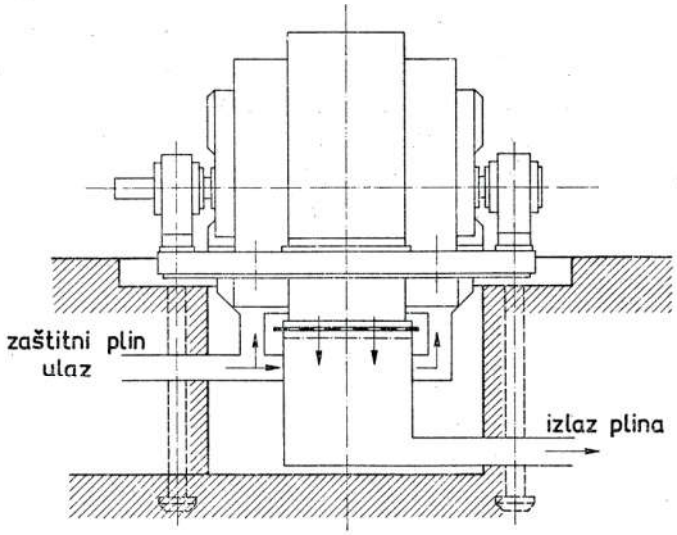
Sl. 8. Usporedba cijene motora u eksplozionoj zaštiti s onom za motore opće namjene

su cijena za neke izvedbe. Cijene se ipak manje razlikuju od onih koje bi dale pojedinačne izrade takvih motora, jer se danas, u tehnički razvijenim sredinama, i do 10% svih motora manjih i srednjih snaga gradi u eksplozionoj zaštiti, pa ima već dosta elemenata poluserijske proizvodnje.

Zanimljiva je činjenica da kod većih snaga izvedbe u neprodornom oklopu postaju jeftinije od onih u povećanoj sigurnosti za visoki temperaturni razred *T*3.

c) Prisilna ventilacija — nadtlak

Kad je riječ o motorima većih snaga, postaju ostale vrste zaštite preskupe i primjenjuju se zaštite s prisilnom ventilacijom i nadtlakom u motoru. Tako se motor zatvorene izvedbe propuhuje (hladi) posebnim zaštitnim rashladnim plinom (gotovo redovito čistim zrakom), koji mu se posebno privodi iz područja izvan okoline sklone (opasne) eksploziji (vidi sl. 9). Pri tome mora u motoru vladati mali



Sl. 9. Principna izvedba motora u eksplozionoj zaštiti prisilna ventilacija — nadtlak

nadtlak nad okolinom od najmanje 5 mm stupca vode. Iz motora rashladni se plin izvodi tako da nastane li električni luk u motoru, gorenje izolacije, iskrenje ili slične pojave, u zapaljivu atmosferu nikako ne dospiju posljedice — užarena prašina, visoko zagrijani zaštitni plin ili slično. Kućište motora i cjevovodi za zaštitni plin moraju biti od nesagorivog materijala, a zagrijanje kućišta na površini treba da ostane u propisima određenim granicama. Prije ukapčanja na mrežu (stavljanja pod napon) motor se mora propuhati, tako da kroz njega prođe najmanje pet puta veća količina zaštitnoga rashladnog plina nego što je volumen kućišta i cijevi. Taj zahtjev treba osigurati automatski, a tako i stalno mjerenje nadtlaka uz isključivanje motora ako on padne ispod propisane vrijednosti.

— · —

Za specijalne elektromotorne pogone u sasvim posebnim uvjetima rada i okoline izrađuju se i sasvim posebni motori. Spomenimo nekoliko primjera. Za pogon dubinskih pumpi za arteške bunare grade se posebni agregati — motor i pumpa u jednoj cjelini — koji se izravno spuštaju u bunare. Motor je redovno kavezni, posebna oblika, zaliven u kemijsku masu. Ponekad je prolazak vodi osiguran i kroz aktivne dijelove motora. Slične su konstrukcije u motora za »riblji rep«, tj. za svrdlo bušilice za naftu, koje u sklopu posebne cjeline u nekim izvedbama prodiru i do 5 000 m duboko. Ima i motora za elektromotorne pogone pod morskom vodom itd.

6.5.3. Izbor motora za elektromotorne pogone u posebnoj okolini (koja ne zahtijeva posebno termičko dimenzioniranje)

Dosad su se spominjali slučajevi kod kojih su uvjeti okoline manje ili više uvjetovali posebno termičko dimenzioniranje. Osim tih uvjeta ima i drugih, koji to ne zahtijevaju, ali je ipak vrlo važno misliti na njih. Za sve je te uvjete u osnovi bitno da se prilikom izrade osigura odgovarajuća zaštita motora.

Cijelo mnoštvo problema može poteći od nedovoljno čiste atmosfere. Za rad u okolici punoj vlage ili pare valja osigurati da namoti motora budu prikladno impregnirani kako izolacija ne bi navlačila vlagu (higroskopnost), što bi izazvalo kvarove zbog proboja. Atmosfera sa sadržajem soli (instalacije na obali, pogoni na brodovima) zahtijeva također posebnu impregnaciju motora, a često i zaštitu metalnih dijelova od korozije. To vrijedi i za atmosfere koje sadrže agresivne pare, npr. u kemijskoj industriji (sadržaj sumpora i slično).

U nekim vlažnim podnebljima, posebno u tropima, često namote motora napadaju plijesni i gljivice, koje mogu čak i potpuno uništiti izolaciju. Za pogone u tim predjelima potrebna je dodatna impregnacija strojeva fungicidnim lakovima. Isto su tako u nekim krajevima opasni i termiti, koji nagrizajući izolaciju namota mogu oštetiti motore. Za takve krajeve ne smiju izolacijski materijali namota sadržavati organske materije ili uopće one koje termiti napadaju.

Određeni elektromotorni pogoni instaliraju se i na takvoj podlozi ili u takvoj okolini koja je izvrgnuta vibracijama. To je često u elektromotornih pogona na prijevoznim sredstvima — brodovima, vlakovima, avionima itd. Susreće se to i u postrojenjima na čvrstoj podlozi (valjaonice, šećerane). Ako je elektromotor izvrgnut vibracijama i udarcima, prijeko je potrebno ne samo da njegova mehanička konstrukcija izdrži te vibracije i udarce nego i da namot, posebno izolacija, bude otporan (»žilav«) na vibracije. To se postiže upotrebom prikladnih izolacijskih materijala i odgovarajućim impregnacionim postupcima i konstrukcijskim zahvatima.

Osobito je važno da se posebni uvjeti u okolini zapaze i ocijene prije nego se instalira elektromotorni pogon, pa da se već u izboru (narudžbi) motora osigura njegova otpornost na te posebne okolnosti. Velika većina »dječjih« bolesti novih postrojenja događa se upravo zbog toga što nisu predviđene takve situacije. Često se manjkavim projektiranjem i u novom postrojenju stvori loša, za motor opasna atmosfera. Poznati su tako česti primjeri projektiranja postrojenja bez dovoljne ventilacije prostorije u inače dobroj atmosferi, pa onda atmosfera bogata npr. uljnim parama ili prašinom (cementna industrija, prerada metala, prerada nemetala) napada motore elektromotornih pogona, koji nisu za rad u takvoj okolini.

6.6. ZADACI I PROBLEMI

6.6.1. Zadaci

1. Idealizirani ciklus jednoga elektromotornog pogona, uz konstantnu brzinu vrtnje od oko 1 000 min^{-1}, izgleda kao na sl. 6 (u rješenju).

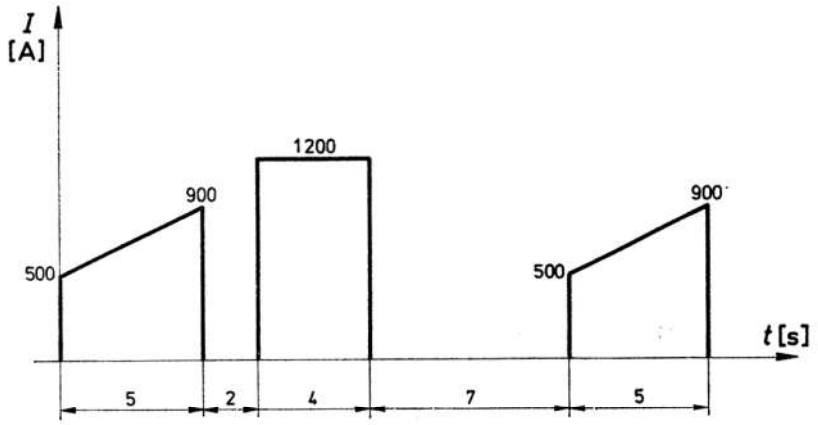
   Treba metodom srednje vrijednosti gubitaka ocijeniti je li pogonski motor preopterećen ili ima rezervu.

   Podaci o motoru: trofazni kavezni asinhroni, 380 V, 35 A, 16 kW, 975 min^{-1}, $\cos\varphi = 0{,}84$, $P_{Cu}/P_{Fe} = 2{,}5$.

Koliko će prosječno biti zagrijan motor ako se uz nominalni teret zagrije 74°C, a zagrijanje je približno proporcionalno ukupnim gubicima? Mehanički gubici motora iznose 200 W.

2. U pogonu drobilice upotrijebljen je asinhroni 3-fazni motor od 50 kW, 380 V, 95 A i 980 min^{-1} koji ima struju praznog hoda od 30 A.
Kolikom se strujom motor smije opteretiti u trajnom radu s intermitiranim opterećenjem pri intermitenciji od 40 %?

3. U nekom pogonu s istosmjernim motorom ciklus strujnog opterećenja ima oblik prikazan na sl. 1 (mjereno) i pri tome se zagrijava do dopuštene granice. Odredite približno snagu motora u trajnom radu pri konstantnom naponu mreže od 600 V (nema tablice na motoru). Motor ima prisilnu ventilaciju.



Sl. 1.

4. Nekome je radnom mehanizmu zamašna masa 1 800 kgm^2. U radu treba da se okreće brzinom od približno 1 450 min^{-1} i pri tome troši snagu od 200 kW.

   Za vrijeme zaleta nema protumomenta tereta. Teret se pojavljuje tek kad je radni mehanizam u punoj brzini vrtnje. Zalet ne smije trajati duže od 20 s. Dostupan je za upotrebu trofazni kavezni asinhroni motor od 220 kW, 6 kV i 1 460 min^{-1}. Vrijeme zaleta s vlastitom masom iznosi 1 s, pokretni je moment $M_k = 1{,}3\ M_n$, prekretni moment $M_p = 1{,}8\ M_n$, a minimalni moment u zaletu iznosi $0{,}8\ M_n$. Potrebno je ocijeniti:

   a) koliki je srednji moment motora u toku zaleta;

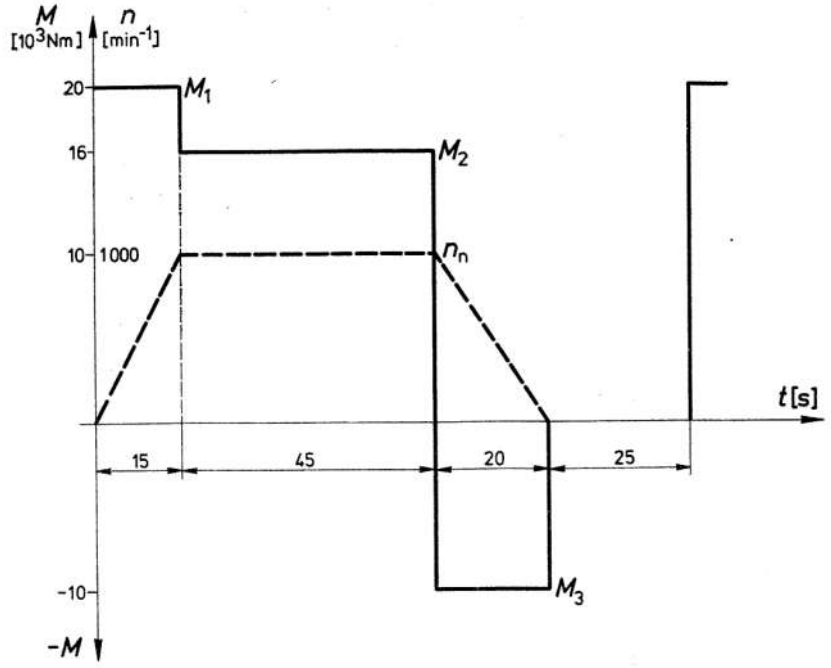
   b) može li se tim motorom udovoljiti zahtjevima pogona radnog mehanizma.

5. Sl. 2 prikazuje grube zahtjeve pri dimenzioniranju elektromotornog pogona za izvozno postrojenje.

   Izračunajte metodom ekvivalentnog momenta koliki je motor potreban za pogon tog postrojenja uz pretpostavku:

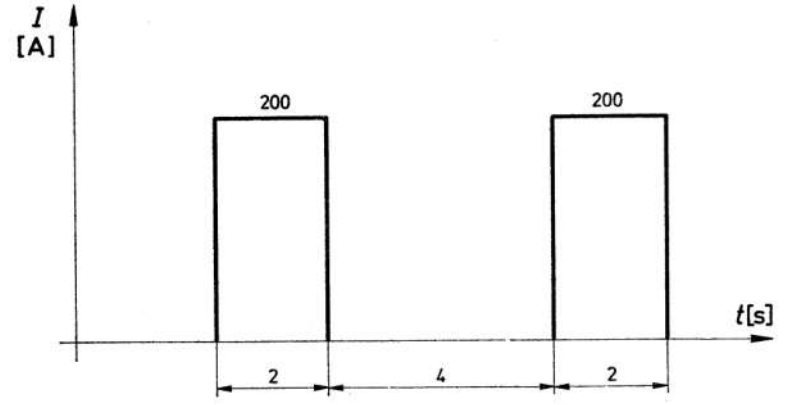
   a) da je nazivna brzina motora 1 000 min^{-1}, a motor ima vanjsko hlađenje;

   b) da je nazivna brzina motora 1 000 min^{-1}, a motor ima vlastito hlađenje, pri čemu se prilikom stajanja hladi tri puta lošije nego kod vrtnje od 1 000 min^{-1}.



Sl. 2.

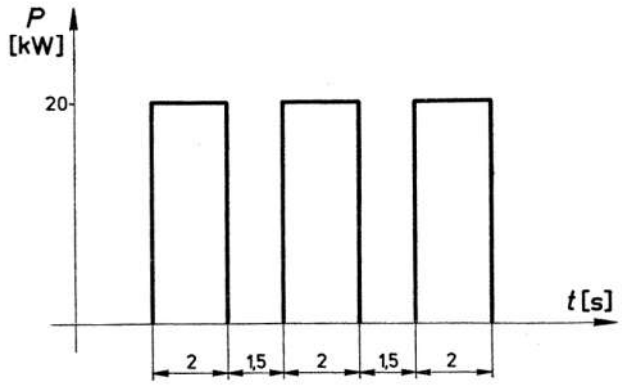
6. Za osnovne podatke prema prednjem zadatku valja metodom ekvivalentnog momenta odrediti snagu motora uz ove pretpostavke:
   a) da je nazivna brzina motora 800 min^{-1}, a motor ima vanjsko hlađenje;
   b) da je nazivna brzina motora 800 min^{-1}, a motor ima vlastito hlađenje, pri čemu se dok stoji tri puta lošije hladi nego pri vrtnji od 800 min^{-1}.
7. Za neki elektromotorni pogon uz strujno opterećenje prema dijagramu na sl. 3. odredite nominalnu snagu trofaznoga asinhronog motora otvorene izvedbe za mrežni napon od 380 V, cos $\varphi = 0{,}8$ i to:



Sl. 3.

   a) za trajni rad s intermitiranim opterećenjem uz zanemarenje struje praznog hoda;
   b) za intermitirani rad.

8. Koliku približnu snagu mora imati asinhroni trofazni kavezni motor za pogon dubilice koja ima opterećenje prema priloženom dijagramu na sl. 4?



Sl. 4.

9. Za elektromotorni pogon iz zadatka 5.8—23. treba izračunati rezervu, odnosno koliko je elektromotorni pogon iskorišten. Pretpostavite da je pauza između dva ciklusa 7 s, da tokom ciklusa teku struje kao što su izračunate u zadatku 5.8—23, da je dopušteno zagrijanje stroja do 80°C i da se temperatura mijenja proporcionalno ukupnim gubicima. U nominalnoj točki omjer gubitaka P_{Fe}/P_{Cu} jest 1 : 3.

10. Za elektromotorni pogon iz zadatka 2.10—15. valja:

    a) odrediti trajanje elektrodinamičkog kočenja;

    b) izračunati zagrijanje statorskog i rotorskog namota nastalo zbog elektrodinamičkog kočenja, ako i statorski i rotorski namot imaju po 36 kg svaki;

    c) grubim računom provjeriti je li termička rezerva, nastala zbog toga što u trajnom radu (spuštanje) motor nije potpuno iskorišten, dovoljna da se kompenzira zagrijavanje pri kočenju koje se događa približno svakih 20 min.

11. Za jedan kratkotrajni pogon (ustava na maloj brani) hitno je potreban elektromotor jer je originalni pregorio. Pogon zahtijeva 38 kW uz oko 700 min^{-1} u trajanju od 25 min. Pogon se ponavlja svakih 6 sati.

    Trenutno su pri ruci dva motora:

    I — 380 V, 24 kW, 705 min^{-1}, $\cos\varphi = 0{,}8$, $P_{Cu}/P_{Fe} = 4{,}1$, toplinska vremenska konstanta približno 40 min, $M_p/M_n = 3$;

    II — 380 V, 22 kW, 715 min^{-1}, $\cos\varphi = 0{,}77$, $P_{Cu}/P_{Fe} = 1{,}6$, toplinska vremenska konstanta oko 45 min, $M_p/M_n = 3{,}4$.

    Valja proračunati uvjete pogona ostvarene alternativno obama motorima i obrazložiti odluku o izboru motora, te o ograničenju u upotrebi.

12. Elektromotorni pogon lopate za dubinsko kopanje radi na ovaj način: najprije je zalet (bez tereta), zatim izvlačenje pod teretom i onda je istresanje, pa kočenje bez tereta.

    Pogon je ostvaren trofaznim asinhronim kaveznim motorom od 380 V, 19,5 A, 7,5 kW, 680 min^{-1}, $\cos\varphi = 0{,}74$ i $P_{Cu}/P_{Fe} = 3$. Rotor je bez potiskivanja struje, a rotorski otpor po fazi reduciran na stator 1,5 puta je veći od statorskoga. Ukupna je zamašna masa 6,5 kgm^2. Teret izvlačenja opterećuje osovinu sa

6,2 kW. Motor se kad stoji hladi približno tri puta slabije nego kad se vrti. Poslije svakog ciklusa motor neko vrijeme stoji tako da se trajanje uključenja tog pogona može ocijeniti s maksimalno $\varepsilon = 65\ \%$. Izračunajte koliko operacija može izvesti taj pogon na sat, a da se motor ne preoptereti.

13. Elektromotorni pogon iz zadatka 4.8—15. jedini je potrošač u svojoj okolini koji se priključuje na mrežu. Dostupan je napon od 35 kV, koji će se dovesti u blizinu elektromotornog pogona. Treba odrediti:

    a) snagu transformatora na koji će se motor priključiti (u bloku);

    b) prijenosni omjer transformatora, tj. napon motora.

    Pri rješavanju poznato je da se transformatori za prijenosne omjere 35/3 kV, 35/6 kV i 35/10 kV grade serijski i da su približno iste cijene. Valja pretpostaviti da su korisnosti i faktori snage motora približno jednaki za nazivnu snagu motora, i to $\eta \approx \cos\varphi \approx 0{,}9$. Nabrojte sve prednosti i mane mogućih rješenja, uz pretpostavku da je sekundar transformatora izravno pripojen na motor relativno kratkim kabelom.

14. Za pogon istosmjernog generatora s trajnim opterećenjem valja odrediti asinhroni motor brzine vrtnje od 1 000 min^{-1}. Agregat mora biti instaliran na nadmorskoj visini od 2 800 m, gdje je maksimalna temperatura 12°C. Zahtijevana snaga je 22 kW. Može se birati između dva motora:

    I — 22 kW, 965 min^{-1}, $P_{Cu}/P_{Fe} = 2{,}5$;

    II — 30 kW, 970 min^{-1}, $P_{Cu}/P_{Fe} = 3$.

    Oba su motora građena u klasi B izolacije.

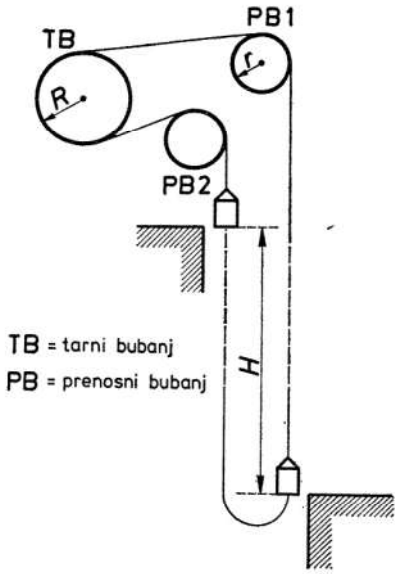
    Izračunajte mogućnosti obaju motora, ocijenite prikladnost, eventualne rezerve i odlučite se za izbor.

15. Trofazni kolutni motor pokreće radni stroj velike zamašne mase. U pokretanju mu je priključen otpornik u rotoru (samo 1 stupanj) kojemu je iznos po fazi jednak otporu jedne faze rotora. Pokretanje je vrlo rijetko, a u samo jednome namot se rotora ugrije do 85 % dozvoljene nadtemperature. Analizom smo ustanovili da bismo brže pokretanje dobili smanji li se vanjski otpor za pokretanje na 30 % dotadašnje vrijednosti. Smijemo li to učiniti s obzirom na zagrijavanje rotora i njegov životni vijek? Moment tereta u toku pokretanja možemo zanemariti.

16. Elektromotorni pogon pumpe tjera asinhroni motor od 20 kW, 380 V i 1 425 min^{-1} kojemu je omjer gubitaka u željezu i bakru 1 : 5 i kod nominalnog se opterećenja zagrijava do nadtemperature od 80°C.
    Koliko možemo u trajnom radu strujno preopteretiti taj motor uz temperaturu okoline od 5°C ako želimo da ukupna temperatura ne premaši dozvoljenu temperaturu klase izolacije B, tj. 120°C?
    Pretpostavite promjenu zagrijanja proporcionalnu ukupnim gubicima.

17. Valja odrediti osnovne podatke za projekt elektromotornog pogona izvoznog stroja u rudničkom postrojenju. Osnovno mehaničko rješenje radnog mehanizma vidi se na sl. 5. Zalet u jednome radnom ciklusu i kočenje treba izvesti uz konstantno ubrzanje odnosno usporenje. Samo dizanje provodi se konstantnom brzinom vrtnje. Dok se puna teretna kabina (košara) diže, dotle se prazna kabina spušta, a postoji i uže za izjednačenje. Motor djeluje preko re-

duktora na osovinu tarnog bubnja, tako da se cijeli rad prenosi trenjem. Za pogon je određen asinhroni kolutni motor (1 ili 2 komada, što se mora odlučiti u zadatku), koji otpornikom s kontinuirano promjenljivim otporom omogućuje potrebnu karakteristiku pogona.



Sl. 1.

Zahtjevi u vezi s pogonom i podaci o radnom mehanizmu:

Visina dizanja	H	$= 810$ m
Masa korisnog tereta	m_K	$= 6\,500$ kg
Masa svake od kabina	m_{kab}	$= 4\,650$ kg
Masa kolica u kabini	m_{vag}	$= 2\,800$ kg
Masa užeta (po dužinskom metru)	m_u	$= 11$ kgm^{-1}
Masa tarnog bubnja	m_t	$= 12\,950$ kg
Masa svakog od prijenosnih bubnjeva	m_p	$= 5\,140$ kg
Promjer tarnog bubnja	D_t	$= 6{,}27$ m
Promjer tromosti tarnog bubnja	d_t	$= 0{,}675\ D_t$
Promjer prijenosnog bubnja	D_p	$= 4{,}85$ m
Promjer tromosti prijenosnog bubnja	d_p	$= 0{,}718\ D_p$
Zahtijevana (nazivna) brzina dizanja	v_n	$= 18{,}2$ ms^{-1}
Ubrzanje u zaletu	a_1	$= 1{,}07$ ms^{-2}
Kočenje (usporenje) pri zaustavljanju	a_3	$= 1{,}17$ ms^{-2}
Pauza za istovar i utovar (prosječno)	t_4	$= 12$ s

Mogućnosti nabavke motora iskazane su u tablici:

PODACI O SERIJI TROFAZNIH KOLUTNIH MOTORA ZA 6 000 V

P [kW]	800	1 000	1 200	1 600	2 000	2 500
mD^2 [kgm^2]	1 120	1 500	1 950	2 800	3 920	5 450
n_n [min^{-1}]	588	589	589	590	591	592
U_2 [V]	840	920	980	1 040	1 110	1 220
I_2 [A]	573	651	765	920	1 078	1 222
P_{tr} [kW]	17	20,5	25	31,5	38,5	47,5
M_p/M_n [1]	2,9	2,7	2,65	2,5	2,4	2,25

Za sve je motore toplinska vremenska konstanta u mirovanju 2,8 puta veća od one pri nominalnoj brzini vrtnje.

Iz iskustva se zna da trenje u ovakvom postrojenju iznosi 20 % korisnog rada, pri čemu se misli na mehanički dio. Reduktor brzine vrtnje između tarnog bubnja i motora ima korisnost od 90,5 % kod nazivne snage i brzine vrtnje, a svojstvo mu je da pruža konstantan moment otpora. Njegova zamašna masa može se uzeti kao 20 % zamašne mase motora.

Valja:

a) izvršiti probni, provizorni izbor motora;

b) izračunati brzine pojedinih dijelova radnog mehanizma;

c) odabrati reduktor;

d) odrediti točnije karakter statičkog tereta (momenata);

e) izračunati vremensko trajanje pojedinih faza ciklusa i cijelog ciklusa;

f) odrediti tromosti sistema;

g) ustanoviti potrebne momente u dinamičkim stanjima i odgovarajuće snage;

h) nacrtati dijagram opterećenja;

j) izračunati ekvivalentni moment opterećenja i ustanoviti odgovara li odabrani motor s gledišta preopteretivosti i zagrijavanja;

k) proračunati kapacitet izvoza;

l) napraviti dijagrame potrebne vremenske promjene predotpora u rotoru za zalet i zaustavljanje;

m) dati skraćeno podatke druge, neodabrane varijante;

n) dati preporuku za nabavku.

18. Manjoj industrijskoj termoelektrani elektromotorni je pogon mlinova čekićara ostvaren asinhronim kaveznim niskonaponskim motorima. Pojedini mlinovi vrlo često ulaze i izlaze iz pogona. Termoelektrana podmiruje samo manji dio potrošnje industrijskog postrojenja, tako da napon diktira vanjska mreža, a on je, po općim podacima, dosta promjenljiv. S elektromotornim pogonom ima dosta teškoća: motori se relativno često kvare (pregaraju), a u zaletu, koji dugo traje, često dolazi do ispadanja (isključuje zaštita), pa se zalet ponavlja. Podaci o motoru: $P = 135$ kW, $U = 380$ V (u spoju trokut), 50 Hz, $I_n = 263$ A, $n_n = 735$ min^{-1}. Zamašna je masa motoru $mD_m^2 = 70$ kgm^2. Podaci o mlinu: zamašna masa $mD_t^2 = 2\,600$ kgm^2, a moment tereta prikazuje tablica:

n [min^{-1}]	0	150	300	450	600	730
M_t [Nm]	1 680	500	195	390	700	1 120

Da bi se dobili barem približni podaci za analizu elektromotornog pogona, učinjeno je ovo:

1. Izvedena su relativno gruba mjerenja ovisnosti brzine vrtnje o vremenu u zaletu, a istodobno (posebno mjerenje) i ovisnost struje i napona o vremenu u toku tog zaleta.

t [s]	0	4	8	12	16	20	24	28
n [min^{-1}]	0	60	90	150	240	400	570	730

t [s]	0	5	10	15	20	25	30
I_1 [A]	1 740	1 690	1 650	1 570	1 420	1 200	210
U [V]	280	282	285	289	295	305	361

2. Motor je rastavljen pa su izmjerene dimenzije:
efektivni je presjek statorskog bakra oko 52 mm^2; rotor ima 114 bakrenih štapova duljine 450 mm i presjeka 2,5 × 40 mm;
presjek kratkospojnih prstena je 3 × 68 mm, a vanjski im je promjer 650 mm.

Potrebno je:

a) konstruirati vanjsku karakteristiku motora i izvesti energetske i termičke analize za mjereni (mekani) pogonski napon u zaletu;

b) konstruirati normalnu vanjsku karakteristiku motora (uz »tvrdi« nominalni napon) i analizirati energetske i termičke prilike, te trajanje zaleta;

c) izvesti zaključke o uzrocima kvarova i dati prijedloge kako da se pogon sanira.

6.6.2. Rješenja

1. Korisnost je stroja:

$$\eta = \frac{P_n}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n \cos \varphi_n} = 0{,}827,$$

a ukupni nominalni gubici iznose:

$$P_{gn} = \frac{P_n - \eta P_n}{\eta} = 3{,}35 \text{ kW}$$

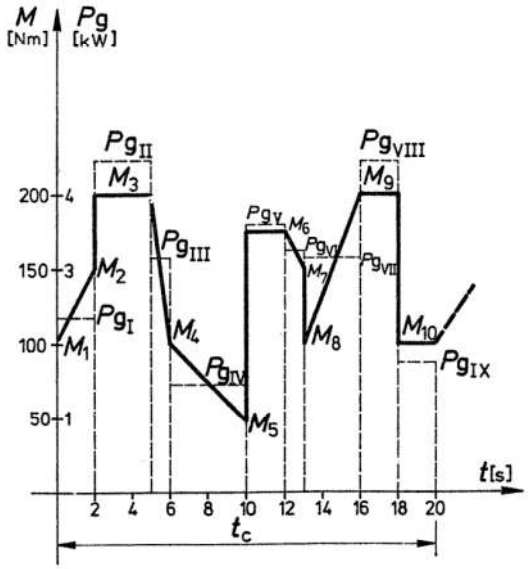
$$P'_{gn} = P_{gn} - P_{meh} = 3{,}35 - 0{,}2 = 3{,}15 \text{ kW} = Q_n$$

$$P'_{gn} = P_{Cun} + P_{Fe} = 3{,}5\, P_{Fe}$$

$$P_{Fe} = \frac{P'_{gn}}{3{,}5} = 0{,}900 \text{ kW}$$

$$P_{Cun} = 2{,}5\, P_{Fe} = 2{,}25 \text{ kW}.$$

Karakteristiku $M = f(t)$ prikazanu sl. 6. treba pretvoriti u karakteristiku $P_g = f(t)$:



Sl. 6.

$$P_1 = \frac{M_1 \cdot n}{9{,}55} = 10{,}21\ \text{kW}$$

$$\frac{P_1}{P_n} = \frac{10{,}2}{16} = 0{,}638$$

$$P_{g1} = 0{,}638^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fe} = 1{,}817\ \text{kW}$$

$$P_2 = \frac{M_2 \cdot n}{9{,}55} = 15{,}32\ \text{kW}$$

$$\frac{P_2}{P_n} = \frac{15{,}32}{16} = 0{,}957$$

$$P_{g2} = 0{,}957^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fe} = 2{,}962\ \text{kW}$$

$$P_{gsr} = \frac{P_{g1} + P_{g2}}{2} = 2{,}389\ \text{kW}$$

$$P_{gI} = 2{,}389\ \text{kW} = Q_I$$

$$P_3 = \frac{M_3 \cdot n}{9{,}55} = 20{,}42\ \text{kW}$$

$$\frac{P_3}{P_n} = \frac{20{,}42}{16} = 1{,}276$$

$$P_{g3} = 1{,}276^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fe} = 4{,}566\ \text{kW}$$

$$P_{gII} = 4{,}566\ \text{kW} = Q_{II}$$

$$P_{g4} = P_{g1} = 1{,}817\ \text{kW}$$

$$P_{gsr} = \frac{P_{g3} + P_{g4}}{2} = 3{,}191 \text{ kW}$$

$$P_{gIII} = 3{,}191 \text{ kW} = Q_{III}$$

$$P_5 = \frac{M_5 \cdot n}{9{,}55} = 5{,}11 \text{ kW}$$

$$\frac{P_5}{P_n} = \frac{5{,}11}{16} = 0{,}319$$

$$P_{g5} = 0{,}319^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fe} = 1{,}129 \text{ kW}$$

$$P_{gsr} = \frac{P_{g4} + P_{g5}}{2} = 1{,}473 \text{ kW}$$

$$P_{gIV} = 1{,}455 \text{ kW} = Q_{IV}$$

$$P_6 = \frac{M_6 \cdot n}{9{,}55} = 17{,}87 \text{ kW}$$

$$\frac{P_6}{P_n} = \frac{17{,}87}{16} = 1{,}117$$

$$P_{g6} = 1{,}117^2 \cdot P_{Cun} + P_{Fe} = 3{,}707 \text{ kW}$$

$$P_{gV} = 3{,}707 \text{ kW} = Q_V$$

$$P_{g7} = P_{g2} = 2{,}962 \text{ kW}$$

$$P_{gsr} = \frac{P_{g6} + P_{g7}}{2} = 3{,}334 \text{ kW}$$

$$P_{gVI} = 3{,}334 \text{ kW} = Q_{VI}$$

$$P_{gVII} = P_{gIII} = 3{,}191 \text{ kW} = Q_{VII}$$

$$P_{gVIII} = P_{gII} = 4{,}566 \text{ kW} = Q_{VIII}$$

$$P_{g10} = P_{g1} = 1{,}817 \text{ kW}$$

$$P_{gIX} = 1{,}817 \text{ kW} = Q_{IX}.$$

Na taj smo način odredili gubitke $P_g(t)$, odnosno toplinu $Q(t)$ stvorenu zbog tih gubitaka.

Za razmatrani režim elektromotornog pogona pretpostavimo mjesto stvarnoga takvo opterećenje uz koje bi gubici u motoru imali trajno prosječnu vrijednost P_{gsr}, a ona bi se pretvarala u toplinu prosječnog iznosa Q_{sr} prema:

$$Q_{sr} = \frac{Q_I t_1 + Q_{II} t_2 + Q_{III} t_3 + Q_{IV} t_4 + Q_V t_5 + Q_{VI} t_6 + Q_{VII} t_7 + Q_{VIII} t_8 + Q_{IX} t_9}{t_c}$$

$$Q_{sr} = 3{,}032 \text{ kW}$$

$$Q_{sr} < P'_{gn}, \quad \Theta_{msr} = \Theta_n \frac{Q_{sr}}{Q_n} = 71°C.$$

[Budući da su nazivni gubici $Q_n > Q_{sr}$, motor će biti sposoban da svlada navedenu operaciju bez preopterećenja, čak i uz stanovitu rezervu.]

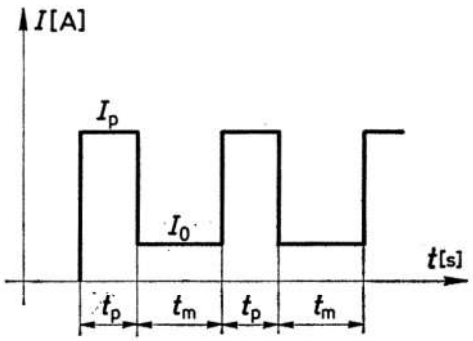
$$[\Theta_{msr} = 71°C]$$

2. Zadana je intermitencija:

$$\varepsilon = 40\ \% = \frac{t_p}{t_p + t_m} 100\ \%.$$

Vremenski raspored struje daje sl. 7, pri čemu je I_p tražena vrijednost.
Primjenom metode ekvivalentne struje po kojoj je:

$$I_e = \sqrt{\frac{I_1^2 t_1 + I_2^2 t_2 + \ldots I_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \ldots t_n}} = \sqrt{\frac{I_p^2 \varepsilon + I_0^2 (1 - \varepsilon)}{\varepsilon + (1 - \varepsilon)}},$$



Sl. 7.

motor se neće pregrijavati ako je trajno opterećen ekvivalentnom strujom kojoj vrijednost ne premašuje iznos nazivne struje.
Pretpostavimo da je $I_e = I_n = 95$ A. Dobiva se iz relacije za I_e:

$$I_p = \sqrt{\frac{I_n^2 \varepsilon - I_0^2 (1 - \varepsilon)}{\varepsilon}}$$

$$[I_p = 145{,}6 \text{ A}].$$

3. Ekvivalentna je struja $I_e = 678{,}1$ A, a ulazna snaga iz mreže $P_{u1} = U I_e \doteq$ $\doteq 407$ kW.
Motor daje približno snagu (uz pretpostavljeni $\eta = 0{,}9$)

$$[P_{mot} \doteq 366 \text{ kW}].$$

4. Nominalni moment iznosi:

$$M_n = 9{,}55 \frac{P}{n_n} = 9{,}55 \frac{220}{1\,460} \cdot 10^3 = 1\,440 \text{ Nm},$$

prosječna je vrijednost momenta u zaletu približno:

$$M_{pr} = \frac{(1{,}3 + 0{,}8 + 1{,}8) \cdot M_n}{3} = 1{,}3\, M_n = 1\,870 \text{ Nm},$$

približan iznos vlastite zamašne mase motora bio bi:

$$mD^2_{vl} \doteq \frac{t_{zvl} \cdot 38{,}2\, M_{pr}}{n_n} \doteq 49 \text{ kgm}^2,$$

a približno trajanje zaleta elektromotornog pogona s raspoloživim motorom:

$$t_z \doteq t_{zvl} \frac{\Sigma mD^2}{mD^2_{vl}} \doteq 37{,}7 \text{ s}.$$

Zalet traje predugo! Za njega bi trebao prosječni moment ubrzanja:

$$M_{upr} \doteq \frac{\Sigma mD^2 \cdot n_n}{38{,}2\, t_z} = 3\,530 \text{ Nm},$$

a to je 36 % više čak od prekretnog momenta postojećeg motora!

[Uz takav motor ne može se udovoljiti zahtjevu da trajanje zaleta ne bude dulje od 20 s.]

5. a) [$P_n = 1\,428$ kW uz vanjsko hlađenje motora]

   b) [$P_n = 1\,671$ kW uz vlastito hlađenje motora]

6. a) Vanjsko hlađenje motora

   Toplinska vremenska konstanta ne mijenja se ovisno o brzini vrtnje.

   Zbog porasta brzine vrtnje iznad nazivne uz slabljenje magnetskog toka mora se povećati struja kako bi se održao konstantni moment.

   Da bi se i tad mogla primijeniti metoda ekvivalentnog momenta (ne preračunavajući momentni dijagram u strujni), valja preračunati stvarne momente u fiktivne (uz konstantan tok). To znači da će se s porastom struje povećati moment u omjeru povećanja brzine.

$$M'_1 = M_1 \frac{n'}{n_n} = 20 \cdot 10^3 \frac{1\,000}{800} = 25 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$M'_2 = M_2 \frac{n'}{n_n} = 16 \cdot 10^3 \frac{1\,000}{800} = 20 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

$$M'_3 = M_3 \frac{n'}{n_n} = -10 \cdot 10^3 \frac{1\,000}{800} = -12{,}5 \cdot 10^3 \text{ Nm}$$

Ekvivalentni je moment uz $t_1 = 12$, $t'_1 = 3$, $t_3 = 16$, $t'_3 = 4$, $\alpha = 1$ i $\beta = 1$ (vidi sl. 8):

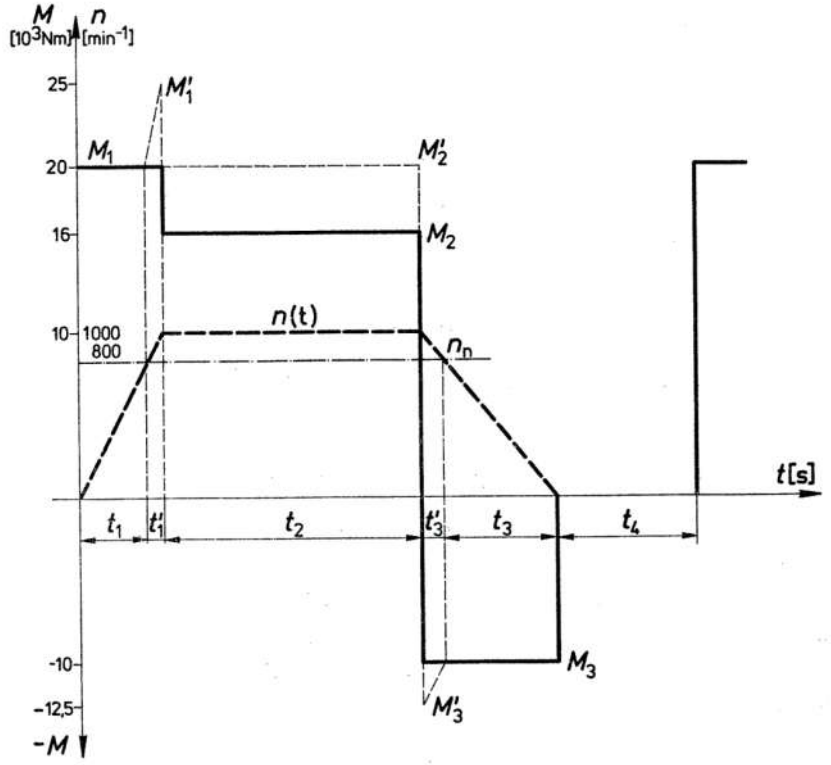
$$M_e = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + (M_1^2 + M_1 M'_1 + M'^2_1)\frac{t'_1}{3} + M'_2 t_2 + (M_3^2 + M_3 M'_3 + M'^2_3)\frac{t'_3}{3} + M_3^2 t_3}{t_1 + t'_1 + t'_3 + t_3 + t_2 + t_4}}$$

$$M_e = 15{,}9 \cdot 10^3 \text{ Nm}.$$

Ako pretpostavimo da nominalni moment mora biti barem jednak M_e, snaga će motora potrebnoga za takav pogon biti:

$$P_n = \frac{M_n n_n}{9{,}55} = \frac{15{,}9 \cdot 800}{9{,}55} = 1\,325 \text{ kW}$$

$$[P_n \doteq 1\,325 \text{ kW}].$$



Sl. 8.

b) Vlastito hlađenje

Osim s fiktivnim momentom trebalo bi računati i s promjenom toplinske vremenske konstante ovisno o brzini vrtnje.
Za sigurnost nećemo računati s boljim hlađenjem, odnosno sa smanjenom toplinskom vremenskom konstantom, nego ćemo pretpostaviti da su konstante jednake pri 800 i 1 000 min^{-1}.

Ekvivalentni moment uz $\alpha = 0{,}666$ i $\beta = 0{,}333$ i $T_t = T'_t$ bit će:

$$M_e = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + (M_1^2 + M_1 M'_1 + M_1'^2)\frac{t'_1}{3} + M'_2 t_2 + (M_3^2 + M_3 M'_3 + M_3'^2)\frac{t'_3}{3} + M_3^2 t_3}{\alpha(t_1 + t_3) + \frac{2T_t}{T_t + T'_t}(t'_1 + t'_3) + \frac{T_t}{T'_t} t_2 + \beta t_4}}$$

$$M_e = 18{,}23 \cdot 10^3 \text{ Nm}.$$

Snaga motora bila bi

$$[P_n \doteq 1\,527 \text{ kW}].$$

7. a) $[P_n \doteq 60{,}8 \text{ kW}]$

   b) $[P_n \doteq 83{,}3 \text{ kW}]$ (Pretpostavite da je $\alpha = 0{,}3$, pa je $I_e \doteq 158{,}1$ A.)

8. Motor bi morao imati snagu veću od $P_e = 15{,}1$ kW

$$[P \doteq 16 \text{ kW}].$$

9. Na osnovi vrijednosti momenta motora izračunatih u zadatku 5.8—23. te dijagrama na sl. 5.8—25. može se za ekvivalentni moment pisati:

$$M_e = \sqrt{\frac{\Sigma \int M^2 \, dt}{t_c}} =$$

$$= \sqrt{\frac{\int_0^4 M_{m1}^2 \, dt + \int_0^2 M_{m2}^2 \, dt + \int_0^3 M_{m3}^2 \, dt + \int_0^4 M_{m4}^2 \, dt + \int_0^7 M_{m5}^2 \, dt}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}},$$

gdje su:

$$\int_0^4 M_{m1}^2 \, dt = \int_0^4 [M_{t1}(1 - e^{-\frac{t}{T_{em}}})]^2 \, dt = 672 \cdot 10^6$$

$$\int_0^2 M_{m2}^2 \, dt = \int_0^2 [M_{t2}(1 - e^{-\frac{t}{T_{em}}}) + M_{m1} e^{-\frac{t}{T_{em}}}]^2 \, dt = 1\,991 \cdot 10^6$$

$$\int_0^3 M_{m3}^2 \, dt = \int_0^3 (M_{m2} e^{-\frac{t}{T_{em}}})^2 \, dt = 3\,396 \cdot 10^6$$

$$\int_0^4 M_{m4}^2 \, dt = \int_0^4 [M_{t3}(1 - e^{-\frac{t}{T_{em}}}) + M_{m3} e^{-\frac{t}{T_{em}}}]^2 \, dt = 5\,325 \cdot 10^6$$

$$\int_0^7 M_{m5}^2 \, dt = \int_0^7 (M_{m4} e^{-\frac{t}{T_{em}}})^2 \, dt = 6\,322 \cdot 10^6$$

$$M_e = \sqrt{\frac{(672 + 1\,991 + 3\,396 + 5\,325 + 6\,322)\,10^6}{20}} = 29{,}8 \cdot 10^3 \text{ Nm}.$$

Nazivna snaga motora iznosi:

$$P_n = 0{,}735\,5 \cdot 4\,000 = 2\,950 \text{ kW}.$$

Stvarna snaga koju motor razvija uz izračunati ekvivalentni moment i pretpostavljenu prosječnu brzinu vrtnje od 715 min^{-1} bit će:

$$P = \frac{29\,800 \cdot 715}{9{,}55} = 2\,230 \text{ kW},$$

a ukupni su gubici pri nominalnoj snazi:

$$P_{gn} = \frac{P_n - P \cdot \eta}{\eta} = \frac{2\,950 - 2\,950 \cdot 0{,}93}{0{,}93} = 220 \text{ kW}$$

$$P_{gn} = P_{Cun} + P_{Fe} = 4P_{Fe},$$

iz čega se dobiva $P_{Fe} = 55$ kW i $P_{Cun} = 165$ kW.

Odnos je stvarne snage prema nazivnoj:

$$\frac{P}{P_n} = \frac{2\,230 \cdot 10^3}{2\,950 \cdot 10^3} = 0{,}756.$$

Budući da je zagrijanje proporcionalno ukupnim gubicima:

$$\frac{\Theta_m}{\Theta_d} = \frac{P_g}{P_{gn}} = \frac{149{,}3}{220} = 0{,}679,$$

dobiva se maksimalna temperatura pri zadanom pogonu:

$$\Theta_m = \Theta_d \frac{P_g}{P_{gn}} = 80 \cdot 0{,}679 = 54{,}3°\text{C}.$$

[Rezerva je u snazi $\Delta P_{rez} = 24{,}4$ %.]

[Toplinska je rezerva $\Delta\vartheta_{rez} = 32{,}1$ %.]

10. a) Trajanje kočenja izračunato je uz pomoć mehaničke karakteristike (sl. 9). Kočna karakteristika motora aproksimirana je pomoću stepeničaste krivulje pa je dobiveno:

$$t_k = \frac{mD^2}{38{,}2} \sum_{i=1}^{i} \frac{n_i}{M_{ui}}.$$

Ukupna zamašna masa iznosi:

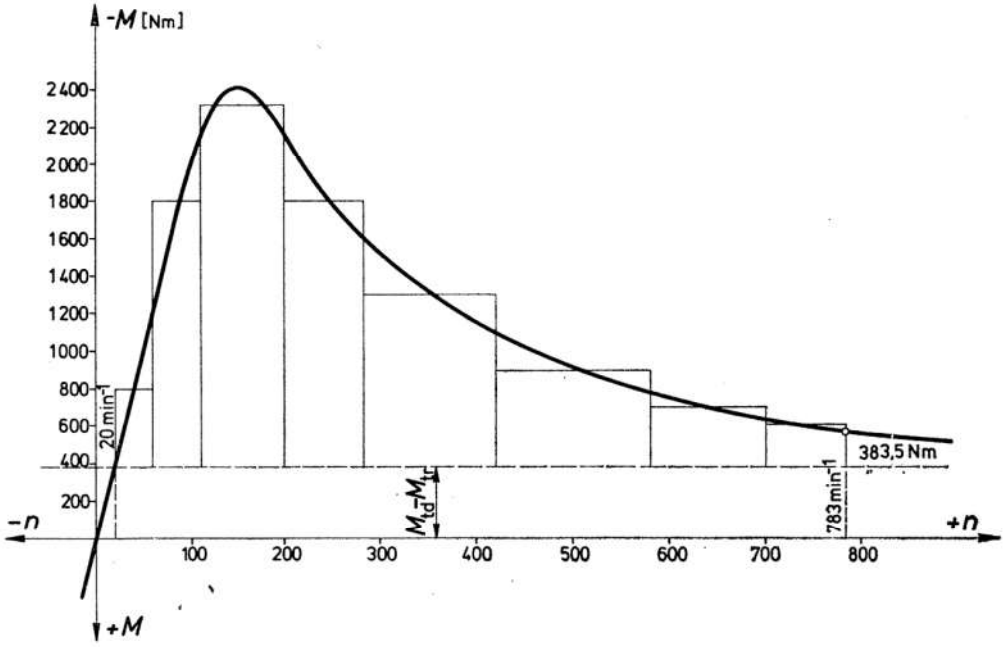
$$mD^2 = 4\,J_m + mD^2_{rm} = 4 \cdot 1{,}32 + 135 = 140{,}28 \text{ kgm}^2,$$

a vrijeme kočenja (elementi uzeti sa sl. 9):

$$t_k = \frac{140{,}28}{38{,}2}\left(\frac{83}{215{,}5} + \frac{120}{315{,}5} + \frac{160}{515{,}5} + \frac{140}{915{,}5} + \frac{80}{1\,415{,}5} + \right.$$

$$\left. + \frac{90}{1\,895{,}5} + \frac{50}{1\,415{,}5} + \frac{40}{415{,}5}\right)$$

$$[t_k = 5{,}38 \text{ s}].$$



Sl. 9.

b) Zagrijanje bakra za vrijeme kočenja

Gubici energije u bakru statora iznose:

$$A_{Cu1} = 2\, I_u^2\, R_1\, t_k = 2 \cdot 364^2 \cdot 0{,}08 \cdot 5{,}38 = 114\,050 \text{ Ws}.$$

Gubici energije u bakru rotora mogu se izračunati na bazi otčitanja struje u pojedinim vremenskim periodima kočenja (iz tablice na sl. 2.10—20):

$$I_{2ekv}'^2 = \frac{1}{t_k} \sum_{i=1}^{8} I_{2i}'^2\, t_i$$

$$A_{Cu2} = 3 I_2'^2\, R_2'\, t_k \doteq 3 \cdot 0{,}19\, \frac{140{,}28}{38{,}2}\, [286{,}5^2\,(0{,}385 + 0{,}381 + 0{,}311) +$$

$$+ 285^2 \cdot 0{,}153 + 283^3 \cdot 0{,}056\,5 + 255^2 \cdot 0{,}047\,5 + 165^2 \cdot 0{,}035\,3 + 90^2 \cdot$$

$$\cdot\, 0{,}094\,2] = 231 \text{ kWs}.$$

Budući da se za tako kratko vrijeme kočenja bakar ne dospije ohladiti, mora se računati da svi gubici odu na porast temperature $\Delta\vartheta = \frac{A_{Cu}}{c_{Cu}\, m_{Cu}}$, gdje je:

$$c_{Cu} = 385 \frac{\text{Ws}}{\text{kg°C}}.$$

Iz kratkoće trajanja zaleta izlazi da u preuzimanju topline sudjeluju samo one faze kojima teče struja, tj. samo 2/3 mase bakra statora:

$$\Delta\vartheta_1 = \frac{114\,500 \cdot 3}{385 \cdot 36 \cdot 2} = 12{,}3°\text{C},$$

a za rotor će vrijediti:

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{231\,000}{385 \cdot 36} \doteq 16{,}7°\text{C}$$

$$[\Delta\vartheta_1 \doteq 12{,}3°\text{C},\ \Delta\vartheta_2 \doteq 16{,}7°\text{C}].$$

c) Kontrola rezerve

Nominalni su gubici motora:

$$\eta = \frac{P}{\sqrt{3}U_1 I_1 \cos\varphi} = \frac{37\,000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 91 \cdot 0{,}72} = 0{,}858$$

$$P_{gn} = \frac{P(1-\eta)}{\eta} = 6\,124\ \text{W},$$

nazivni gubici u bakru motora iznose:

$$P_{Cun} = 3I_1^2 R_1 + 3I_2'^2 R_2' = 3 \cdot 91^2 \cdot 0{,}08 + 3 \cdot 63^2 \cdot 0{,}19 =$$

$$= 1\,990 + 2\,260 = 4\,250\ \text{W},$$

a nepromjenljivi gubici:

$$P_o = 6\,124 - 4\,250 = 1\,874\ \text{W}.$$

Gubici pri spuštanju

U bakru se mijenjaju gubici s kvadratom struje. Budući da je radna točka spuštanja blizu nominalnoj, to se dade pretpostaviti kako se $\cos\varphi_1$ i $\cos\varphi_2$ znatno ne mijenjaju, pa se gubici mijenjaju približno s kvadratom momenta motora:

$$P_{Cus} \doteq 4\,260 \left(\frac{M_s}{M_n}\right)^2 = 4\,250 \left(\frac{383{,}5}{521}\right)^2 = 2\,300\ \text{W},$$

pa ukupni gubici motora u spuštanju iznose:

$$P_{gs} \doteq 2\,300 + 1\,874 \doteq 4\,174\ \text{W}.$$

Uz pretpostavku da se zagrijavanje mijenja proporcionalno gubicima (što nije povoljno za ovu računicu) toplinska će rezerva motora pri spuštanju tereta biti:

$$\Delta\vartheta_{rez} = \Theta_d - \frac{P_{gs}}{P_{gn}}\Theta_d = \Theta_d\left(1 - \frac{P_{gs}}{P_{gn}}\right) = 0{,}318\,\Theta_d.$$

[Za klasu-B rezerva je 25,5°, a to je sasvim dovoljno za postavljene uvjete jer je važan samo stator, a toplinska konstanta takva motora reda je veličine 1/2 sata.]

11.
$$P_{kr} = P_n\sqrt{\frac{1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}e^{-t_p/T_t}}{1 - e^{-t_p/T_t}}}$$

$P_{krI} = 37{,}4$ kW

$P_{krII} = 39{,}3$ kW

[Povoljniji je motor II.]

12. Korisnost je stroja:

$$\eta = \frac{P_n}{\sqrt{3}U_n I_n \cos\varphi_n} = 0{,}79.$$

Ukupni gubici u stacionarnom stanju uz nazivno opterećenje iznose:

$$P_{gn} = \frac{P_n - P_n \cdot \eta}{\eta} = 1{,}997\text{ kW}$$

$$P_{gn} = P_{Cun} + P_{Fe} = 4\,P_{Fe}$$

$$P_{Fe} = \frac{P_{gn}}{4} = 0{,}499\text{ kW}$$

$$P_{Cun} = P_{gn} - P_{Fe} = 1{,}498\text{ kW},$$

razvijena je toplina (gubici) pri nazivnom opterećenju:

$$Q_n = P_{gn} = 1{,}997\text{ kW},$$

opterećenje snagom $P_t = 6{,}2$ kW iznosi:

$$\frac{P_t}{P_n} = \frac{6{,}2}{7{,}5} = 0{,}827$$

$$P_{gt} = \left(\frac{P_t}{P_n}\right)^2 P_{Cun} + P_{Fe} = 0{,}827^2 \cdot 1{,}498 + 0{,}499 = 1{,}523\text{ kW},$$

a razvijena toplina (gubici) izazvana teretom izvlačenja bit će:

$$Q_t = P_{gt} = 1{,}52\text{ kW}.$$

Gubici energije u toku zaleta, odnosno kočenja (bez tereta). Rotorski su gubici u zaletu:

$$A_{\mathrm{Cu2z}} = J\frac{\omega_s^2}{2}(s_1^2 - s_2^2) = 5\ \mathrm{kWs},$$

a rotorski gubici pri kočenju:

$$A_{\mathrm{Cu2k}} = 15\ \mathrm{kWs}.$$

Statorski i rotorski gubici kod zaleta mogu se približno računati:

$$A_{\mathrm{Cu1}} = \int_0^t I_1^2(t)\, R_1\, \mathrm{d}t$$

$$A_{\mathrm{Cu2}} = \int_0^t I_2^2(t)\, R_2\, \mathrm{d}t$$

$$\frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{Cu1}}}{\mathrm{d}A_{\mathrm{Cu2}}} = \frac{I_1^2(t)\, R_1\, \mathrm{d}t}{I_2^2(t)\, R_2\, \mathrm{d}t}.$$

Uz zanemarenje struje magnetiziranja bit će $I_1 = I_2'$, pa vrijednosti sekundara reducirane na primar iznose:

$$I_2' = \frac{w_2}{w_1} I_2, \quad R_2' = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 R^2$$

$$\frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{Cu1}}}{\mathrm{d}A_{\mathrm{Cu2}}} = \frac{I_1^2(t) R_1\, \mathrm{d}t}{I_2'^2(t)\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \cdot R_2'\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 \mathrm{d}t} = \frac{R_1}{R_2'} = \frac{1}{1{,}5} = 0{,}666$$

$$A_{\mathrm{Cu1z}} = 0{,}666\, A_{\mathrm{Cu2}} = 0{,}666 \cdot 5 = 3{,}33\ \mathrm{kWs}.$$

Statorski su gubici pri kočenju:

$$A_{\mathrm{Cu1k}} = 0{,}666 \cdot 15 = 10\ \mathrm{kWs},$$

ukupni gubici u zaletu bili bi:

$$A_z = A_{\mathrm{Cu1z}} + A_{\mathrm{Cu2z}} = 3{,}33 + 5 = 8{,}33\ \mathrm{kWs},$$

a ukupni gubici kod kočenja:

$$A_k = A_{\mathrm{Cu1k}} + A_{\mathrm{Cu2k}} = 10 + 15 = 25\ \mathrm{kWs}.$$

Za vrijeme jedne operacije pretvori se u toplinu energija $A_k + A_z + Q_t \cdot t_p$, gdje je t_p vrijeme trajnog opterećenja.

Hlađenjem se iz motora u jedinici vremena može odvesti toplina (gubici) Q_n ako je on u trajnom radu nominalno opterećen, toplina βQ_n ako je u mirovanju, te toplina αQ_n kad je u zaletu ili kočenju.

Na osnovi uvjeta da zagrijanje ne smije premašiti dopuštenu granicu mora se odvesti onoliko topline koliko se i stvori, dakle:

$$A_k + A_z + Q_t \cdot t_p = a\, Q_n (t_z + t_k) + Q_n \cdot t_p + \beta\, Q_n\, t_s,$$

gdje je t_z trajanje zaleta, t_k kočenja, a t_s mirovanja.

Iz te jednakosti dobiva se prema relaciji (6.3—9) izraz za broj dopuštenih operacija na sat, a da se pri tome motor ne pregrije:

$$z \doteq 3\,700\, \frac{(Q_n - Q_t)\,\varepsilon + Q_n\,\beta\,(1-\varepsilon)}{A_z + A_k}$$

uz $\beta = \frac{T_t}{T_s} = \frac{1}{3} = 0{,}333$

$$[z \doteq 60].$$

13. a) Prividna ulazna snaga motora s nazivnim teretom iznosi:

$$P_{ul} = \frac{P_n}{\eta \cos\varphi} \doteq \frac{1\,000}{0{,}9 \cdot 0{,}9} \doteq 1\,235\text{k VA}.$$

Prividne ulazne snage s kratkotrajnim opterećenjem (10 min sa 125 kW na osovini i 20 min s 422 kW na osovini) očito je da su manje, pa prividna efektivna ulazna snaga sigurno neće biti veća od 1 235 kVA, bez obzira na to kako će se izvoditi zalet. Snagu transformatora treba zaokružiti na prvu veću vrijednost za koju se transformatori grade.

$$[P_{tr} = 1\,250\text{ kVA}]$$

b) Za napon motora prihvatljive su prema sl. 6.4—1. vrijednosti između 3 i 10 kV, a uvjeti odabiranja transformatora dopuštaju 3, 6 ili 10 kV. Cijene su transformatorima podjednake, pa to ne daje prednost ni jednoj varijanti. Cijene kabelâ bit će veće za niske napone (presjek obratno proporcionalan naponu) a i strujni će gubici energije u kabelu biti veći u omjeru presjeka. Cijene motorima rastu s visinom odabranog napona. Prema podacima u odjeljku 2.9.3. cijena 3 kV-nog motora iznosi približno 65% cijene 10 kV-nog motora, a 6 kV-noga 80% cijene 10 kV-nog motora. Taj je utjecaj svakako odlučujući za ukupni izbor u određenom slučaju.

[Napon je motora $U = 3$ kV.]

14. Omjer dopuštenih nadtemperatura može se izraziti omjerom nazivnih gubitaka:

$$\frac{\Theta'_d}{\Theta_d} = \frac{P'_{gn}}{P_{gn}},$$

iz čega, rastavimo li gubitke na one u bakru i željezu, nastaje izraz za snagu:

$$P'_n \doteq P_n \sqrt{\left(1 + \frac{\vartheta'_{on} - \vartheta_o}{\Theta_d}\right)\left(1 + \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}\right) - \frac{P_{Fe}}{P_{Cun}}}.$$

Tu je ϑ'_{on} nova dopuštena nadtemperatura okoline, a ϑ_o stvarna temperatura okoline.

Iako se s porastom nadmorske visine smanjuje gustoća zraka, a time i mogućnost hlađenja motora, u isto vrijeme opada i temperatura okoline.

Nova dopuštena nadtemperatura računa se prema:

$$\vartheta'_{on} = \vartheta_{on} - \frac{\Theta_d}{10^4}(H - 1\,000)$$

$$\vartheta'_{on} = 40 - \frac{80}{10^4}(2\,800 - 1\,000) = 25{,}6^\circ\,\mathrm{C}.$$

Za I motor bit će:

$$P_n \doteq 22\sqrt{\left(1 + \frac{25{,}6 - 12}{80}\right)\left(1 + \frac{1}{2{,}5}\right) - \frac{1}{2{,}5}} \doteq 24{,}5\ \mathrm{kW},$$

a za II motor:

$$P_n \doteq 30\sqrt{\left(1 + \frac{25{,}6 - 12}{80}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3}} \doteq 33{,}2\ \mathrm{kW}.$$

[S obzirom na zahtjeve pogona, a polazeći i od cijene i rezerve, prikladniji se za izbor čini motor I.]

15. Ukupna utrošena energija pri pokretanju uz puni vanjski otpor rotorskog kruga ili samo dio tog otpora, ostaje nepromijenjena:

$$A_{Cu2} = A'_{Cu2}$$

$$\frac{A_{Cu2}}{A'_{Cu2}} = \frac{\int_0^{t_z} P_{Cu2}(t)\,dt}{\int_0^{t'_z} P'_{Cu2}(t)\,dt} = \frac{3(R_2 + R_{d\,od})\int_0^{t_z} I_2^2(t)\,dt}{3(R_2 + R_{dod})\int_0^{t'_z} I_2'^2(t)\,dt} = 1$$

$$2R_2\int_0^{t_z} I_2^2(t)\,dt = 1{,}3\,R_2\int_0^{t'_z} I_2'^2(t)\,dt$$

$$\int_0^{t'_z} I_2'^2(t)\,dt = \frac{2}{1{,}3}\int_0^{t_z} I_2^2(t)\,dt.$$

Energija izgubljena samo u rotorskom namotu bila bi:

$$\frac{A'_{Cu2R}}{A_{Cu2R}} = \frac{3R_2 \int_0^{t'_z} I'^2_2(t)\,dt}{3R_2 \int_0^{t_z} I_2^2(t)\,dt} = \frac{\frac{2}{1,3}\int_0^{t_z} I_2^2(t)\,dt}{\int_0^{t_z} I_2^2(t)\,dt} = \frac{2}{1,3}$$

Uz pretpostavku da se u toku zaleta namot ne dospije ohladiti:

$$\frac{\Delta\vartheta'_2}{\Delta\vartheta_2} = \frac{A'_{Cu2R}}{A_{Cu2R}}$$

$$\Delta\vartheta'_2 = \Delta\vartheta_2 \cdot \frac{A'_{Cu2R}}{A_{Cu2R}} = 0,85\frac{2}{1,3}\Delta\vartheta_d = 1,31\Delta\vartheta_d.$$

[Namot se zagrijao 30 % više od dopuštene granice. Zahvat se smije provesti s obzirom na zagrijavanje rotora jer je pokretanje rijetko, ali se mora računati sa smanjenjem životnog vijeka motora.]

16. [Strujno je preopterećenje $\frac{I'}{I} = 1,235$, odnosno radni mehanizam može trajno trošiti $\approx 24,7$ kW.]

17. a) Prethodni izbor motora

Kad bi motor morao trajno obavljati radnju dizanja nominalnom brzinom dizanja, trebao bi, računajući i na trenje, imati snagu na osovini:

$$P_t = \frac{(1 + K_{tr})\,F_K \cdot v}{\eta_{red}}.$$

Pri tome je K_{tr} koeficijent dodatnog opterećenja nastaloga trenjem, η_{red} je korisnost reduktora, a F_K sila korisnog tereta $= g \cdot m$, pa je:

$$P_t = \frac{1,2 \cdot 6\,500 \cdot 9,81 \cdot 18,2}{0,905} = 1\,540 \text{ kW}.$$

[Kad bi se uzeo motor od 1 600 kW ili dva motora od po 800 kW, ostala bi rezerva snage od 60 kW, promatra li se samo trajni rad. No kako će za dinamička stanja (zalet i kočenje) trebati termička rezerva (prema iskustvu približno 25 %), valja odabrati veći motor. Ostaje mogućnost izbora jednog motora od 2 000 kW ili dvaju po 1 000 kW. Jedan je motor sigurno jeftiniji, ali dva imaju manju tromost, što se vidi iz tablice. Dva motora po 1 000 kW svakako bi lakše svladala pogon i pri tome imala manje troškove (manje dinamičkih gubitaka). Ipak, zbog manje cijene nabavke motora i motorske opreme (reduktori, otpornici itd.) pokušajmo najprije varijantu s jednim motorom od 2 000 kW (podaci u petom stupcu tablice u tekstu zadatka.]

b) Brzine vrtnje dijelova, kod brzine dizanja $v_n = 18,2$ ms^{-1}.

I — Brzina vrtnje motora pri punom teretu

Nominalna je brzina vrtnje motora: $n_n = 591\ \text{min}^{-1}$,
nominalni moment na osovini bit će:

$$M_n = \frac{P}{0{,}104\,7\ n_n} = 32\,350\ \text{Nm}$$

$$M_{trm} = \frac{P_{tr}}{0{,}104\,7 \cdot n} \doteq 620\ \text{Nm},$$

a razvijeni moment motora uz nazivnu brzinu:

$$M_{em} = M_n + M_{trm} = 32\,970\ \text{Nm}.$$

Klizanje će sa stvarnim teretom biti manje:

$$\frac{s_t}{s_n} \doteq \frac{P_t + P_{tr}}{P_n + P_{tr}}$$

$$s_t = s_n \frac{P_t + P_{tr}}{P_n + P_{tr}} = 0{,}015 \frac{1\,540 + 38{,}5}{2\,000 + 38{,}5} = 0{,}011\,62$$

$$[n_m = n_t = (1 - 0{,}011\,62) \cdot 600 = 593\ \text{min}^{-1}].$$

II — Brzina vrtnje tarnog bubnja bila bi

$$\left[n_{tb} = \frac{60\,v_n}{\pi\,D_t} = \frac{60 \cdot 18{,}2}{\pi \cdot 6{,}27} = 55{,}5\ \text{min}^{-1}\right].$$

III — Brzina vrtnje prijenosnih bubnjeva iznosi

$$\left[n_{pb} = \frac{60\,v_n}{\pi D_p} = \frac{60 \cdot 18{,}2}{\pi\,4{,}85} = 71{,}7\ \text{min}^{-1}\right].$$

c) Reduktor

Potrebni prijenosni omjer bit će: $\frac{593}{55{,}5} : 1 = 10{,}67 : 1$,

a moment trenja reduktora (na osovini motora):

$$M_{red} = \frac{(1 - \eta)\,P_t}{0{,}104\,7\,n_t} = \frac{0{,}095 \cdot 1\,540 \cdot 10^3}{0{,}104\,7 \cdot 593} = 2\,360\ \text{Nm}$$

$$[N_r = 10{,}67,\ M_{red} = 2\,360\ \text{Nm}].$$

d) Statički teret

Pri dizanju (statičko stanje) motor je opterećen:

I — Potencijalni teret sastoji se samo iz korisnog tereta (rude) jer su ostali tereti, kao uže, kabine, kolica, uravnoteženi (vidi skicu u zadatku). Potencijalni teret opterećuje tarni bubanj momentom:

$$M_{tar} = F \cdot \frac{D_t}{2} = 9{,}81 \cdot 6\,500 \frac{6{,}27}{2} = 2 \cdot 10^5\ \text{Nm},$$

a na osovini motora djeluje:

$$M_{pot} = \frac{2 \cdot 10^5}{10{,}67} = 18\,760 \text{ Nm}.$$

II — Trenje

Trenje je reduktora: $M_{red} = 2\,360$ Nm,

bubnjeva i ostaloga: $M_b = \dfrac{0{,}2 \cdot 6\,500 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{6{,}27}{2}}{10{,}67} = 3\,760$ Nm,

a motora: $M_{trm} = 620$ Nm,

pa je ukupno trenje:

$$M_{tr} = M_{trm} + M_b + M_{red} = 6\,740 \text{ Nm}.$$

III — Ukupno motor treba razviti u stacionarnom pogonu

$$[M_m = \Sigma M_t = 25\,500 \text{ Nm}].$$

Provjera:

$$M_m = \frac{P_t + P_{tr}}{0{,}104\,7\, n_t} = \frac{1\,578{,}5}{0{,}104\,7 \cdot 593} = 25\,500 \text{ Nm}.$$

e) I — Zalet

Trajanje iznosi: $t_1 = \dfrac{v_n}{a_1} = \dfrac{18{,}2}{1{,}07} = 17$ s,

a prijeđeni put: $h_1 = \dfrac{a_1 t_1^2}{2} = \dfrac{1{,}07 \cdot 17^2}{2} = 154{,}5$ m.

II — Zaustavljanje

Trajanje mu je: $t_3 = \dfrac{v_n}{a_3} = \dfrac{18{,}2}{1{,}17} = 15{,}5$ s,

a prijeđeni put: $h_3 = \dfrac{a_3 t_3^2}{2} = \dfrac{1{,}17 \cdot 15{,}5^2}{2} = 140{,}5$ m.

III — Stacionarni rad

Traje: $t_2 = \dfrac{h_2}{v_n} = \dfrac{515}{18{,}2} = 28{,}2$ s,

a duljina je puta: $h_2 = H - h_1 - h_3 = 810 - 295 = 515$ m.

IV — Trajanje ciklusa

$$t_c = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 72{,}7 \text{ s.}$$

$$[t_1 = 17 \text{ s},\ t_2 = 28{,}2 \text{ s},\ t_3 = 15{,}5 \text{ s},\ t_4 = 12 \text{ s},\ t_c = 72{,}7 \text{ s}]$$

f) Zamašne mase reducirane na osovini motora:

A — Motor: $mD_m^2 = 3\,920 \text{ kgm}^2$

B — Tarni bubanj:

$$mD_T^2 = m_t\, d_t^2 \left(\frac{n_{tb}}{n_m}\right)^2 = 12\,950 \left(0{,}675 \cdot 6{,}27 \frac{55{,}5}{593}\right)^2 = 2\,035 \text{ kgm}^2$$

C — Prijenosni bubnjevi:

$$mD_p^2 = 2m_p\, d_p^2 \left(\frac{n_{pb}}{n_m}\right)^2 = 2 \cdot 5\,140 \left(0{,}718 \cdot 4{,}85 \frac{71{,}7}{593}\right)^2 = 1\,820 \text{ kgm}^2$$

D — Reduktor: $mD_r^2 = 0{,}2mD_m^2 = 784 \text{ kgm}^2$

E — Mase koje se linearno gibaju mD_L^2. Sve mase koje se linearno gibaju čine to jednakom brzinom.

Duljina užeta: $L_u \doteq 2H + 100 = 2 \cdot 810 + 100 = 1\,720$ m, pri čemu je uzeto 100 m za dio namotan na tarnom bubnju i prijenosnim bubnjevima, te za spojne dijelove kod bubnjeva i na dnu okna.

Ukupna je masa užeta: $m_{uu} = m_u L_u = 11 \cdot 1\,720 = 18\,920$ kg, a ukupna masa koja se linearno giba:

$$m_t = m_k + 2m_{kab} + 2m_{vag} + m_{uu} = 6\,500 + 2 \cdot 4\,650 +$$

$$+ 2 \cdot 2\,800 + 18\,920 = 40\,320 \text{ kg}$$

$$mD_L^2 = 365\, m_t \left(\frac{v_n}{n_m}\right)^2 = 365 \cdot 40\,320 \left(\frac{18{,}2}{593}\right)^2 = 13\,850 \text{ kgm}^2,$$

pa je ukupna zamašna masa

$$[mD^2 = mD_m^2 + mD_r^2 + mD_p^2 + mD_L^2 + mD_T^2 = 22\,410 \text{ kgm}^2].$$

g) Momenti i snage u dinamičkim stanjima

I — Potrebni moment ubrzanja u zaletu iznosi:

$$M_{uz} = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{dn}{dt} = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{n_t}{t_1} = \frac{22\,410}{38{,}2} \frac{593}{17} = 20\,450 \text{ Nm.}$$

II — Potrebni moment usporenja u kočenju jest:

$$M_{uk} = \frac{mD^2}{38{,}2} \frac{dn}{dt} = -\frac{mD^2}{38{,}2} \frac{n_t}{t_3} = -\frac{22\,410}{38{,}2} \frac{593}{15{,}5} = -22\,450 \text{ Nm.}$$

III — Potrebni ukupni moment u zaletu bio bi:

$$[M_z = M_m + M_{uz} = 25\,500 + 20\,450 = 45\,950 \text{ Nm}].$$

IV — Potrebni ukupni moment pri kočenju iznosi:

$$[M_k = M_m + M_{uk} = 25\,500 - 22\,450 = 3\,050 \text{ Nm}].$$

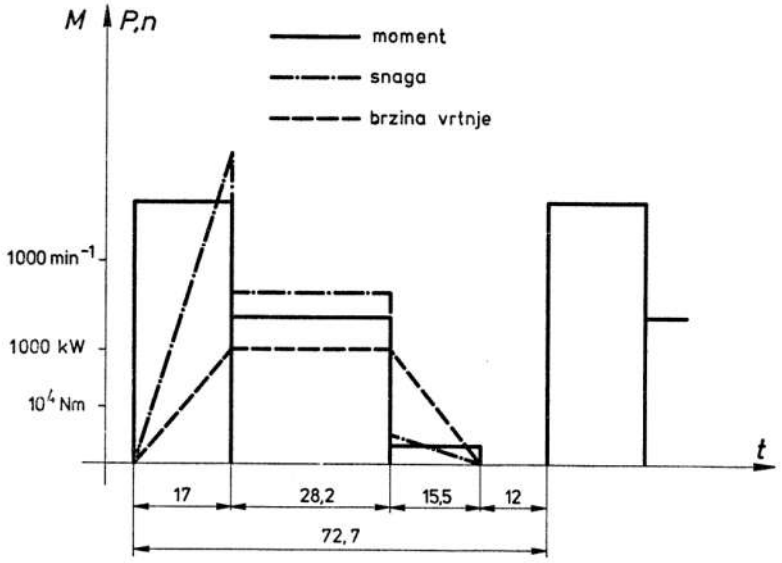
V — Maksimalna je snaga u zaletu

$$[P_{max} = 0{,}104\,7\, nM_z \doteq 0{,}104\,7 \cdot 593\,(45\,950 - 620) \doteq 2\,800 \text{ kW}].$$

VI — Početna snaga kočenja ($n \doteq n_t$) bila bi

$$[P_{kpoč} = 0{,}104\,7 \cdot n \cdot M_k = 0{,}104\,7 \cdot 593 \cdot (3\,050 - 620) \doteq 151 \text{ kW}].$$

h) [Dijagram opterećenja daje sl. 10.]



Sl. 10.

j) Ekvivalentni moment

Kako je toplinska vremenska konstanta motora kad miruje 2,8 puta veća od one u nominalnom radu, to ćemo vrijeme t_4 morati reducirati na $\frac{1}{2{,}8}$, tj. 0,357 puta. U zaletu i kočenju će redukcije t_1 i t_3 iznositi: $\frac{1 + 0{,}357}{2} = 0{,}678\,5$

$$M_e = \sqrt{\frac{M_z^2 t_1 + M_m^2 t_2 + M_k^2 t_3}{0{,}678\,5\,(t_1 + t_3) + t_2 + 0{,}357 \cdot t_4}} = 31\,630 \text{ Nm}.$$

$M_e < M_n$, dakle je motor termički ispravno odabran!

Preopteretivost iznosi:

$$p_r = \frac{2{,}4\, M_n}{M_z} = \frac{2{,}4 \cdot 32\,350}{45\,950} = 1{,}69,$$

što je također u redu za maksimalni teret.

Ekvivalentna (potrebna) snaga bit će:

$$P_e = (31\,630 - 620) \cdot 0{,}104\,7 \cdot 591 \doteq 1\,920\ \text{kW}.$$

[$M_e = 31\,630$ Nm; motor odgovara: $p_r \simeq 1{,}69$, $P_e = 1\,920$ kW.]

k) Kapacitet izvoza bit će:

$$C = m_k z = \frac{m_k\, 3\,600}{t_c} = 6{,}5 \frac{3\,600}{72{,}7} = 322\ \text{t/h}.$$

l) Dijagrami vremenskog mijenjanja predotpora

Rotorski je otpor po fazi:

$$R_2 = \frac{U_2}{\sqrt{3}\, I_2} s_n = \frac{1\,110}{\sqrt{3} \cdot 1\,078} 0{,}015 = 0{,}008\,92\ \Omega.$$

I — Zalet

Klizanje motora pod teretom zaleta, bez predotpora (pretpostavljen linearni odnos momenta i klizanja):

$$s_t = s_n \frac{M_{em}}{M_{en}} = 0{,}015 \frac{45\,950}{32\,970} = 0{,}020\,9,$$

pa je odnos tog klizanja i onoga što se pojavljuje u toku zaleta:

$$s_z : s_t = \frac{R_2 + R_p}{R_2} \ldots\ldots\ldots \text{A)}$$

Vremenska promjena klizanja u zaletu računa se iz jednolikog porasta brzine vrtnje:

$$n_z = (1 - s_z)\, n_s = n_t \frac{t}{t_z} = n_s (1 - s_t) \frac{t}{t_z}$$

$$t_z (1 - s_z) = (1 - s_t)\, t$$

$$s_z = \frac{s_t\, t - t + t_z}{t_z} \ldots\ldots\ldots \text{B)}$$

A) i B) daju:

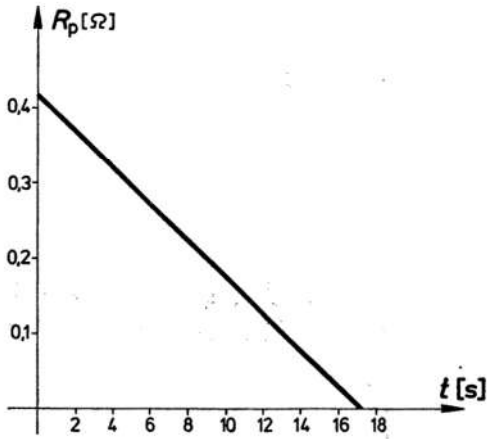
$$R_p = R_2 \frac{(1 - s_t)(t_z - t)}{t_z\, s_t}.$$

Predotpor, očito, linearno ovisi o otporu i valja ga linearno smanjivati počevši od:

$$R_p = R_2 \frac{(1 - s_t)\, t_z}{t_z\, s_t} = \frac{0{,}008\,92 \cdot 0{,}979 \cdot 17}{17 \cdot 0{,}020\,9} = 0{,}418\ \Omega$$

za $t = 0$, do $R_p = 0$, a za $t = t_z = 17$ s.

Ostale vrijednosti prikazane su na dijagramu na sl. 11.



Sl. 11.

II — Kočenje

Klizanje motora pod teretom zaustavljanja (kočenje), bez predotpora iznosi:

$$s_t = s_n \frac{M_k}{M_{em}} = 0{,}015\, \frac{3\,050}{32\,970} = 0{,}001\,39.$$

To nije stvarno stanje, već samo moguće.

Za početak kočenja potreban je predotpor:

$$s_{po} : s_t = \frac{R_2 + R_{po}}{R_2}.$$

Tu je s_{po} klizanje pod stvarnim teretom (bez dodatnog otpora), koje je približno jednako onome pod nazivnim teretom (usporedi brzine vrtnje od 591 i 593 $\min^{-1}$), pa je odatle:

$$R_{po} = R_2 \frac{s_{po}}{s_t} - R_2 = R_2 \left(\frac{s_{po}}{s_t} - 1\right) = R_2 \left(\frac{M_t}{M_k} - 1\right) =$$

$$= 0{,}008\,92 \left(\frac{25\,500}{3\,050} - 1\right) = 0{,}065\,6\ \Omega.$$

Za predotpor općenito vrijedi:

$$s_k : s_{po} = \frac{R_2 + R_{dod}}{R_2 + R_{po}}, \ldots\ldots\ \text{C)}$$

gdje je ukupna vrijednost predotpora:

$$R_p = R_{po} + R_{dod}.$$

Vremenska promjena klizanja pri zaustavljanju nastaje zbog jednolikog pada brzine vrtnje:

$$n_k = (1 - s_k)\, n_s = n_t \frac{t_k - t}{t_k} = n_s (1 - s_t) \frac{t_k - t}{t_k}$$

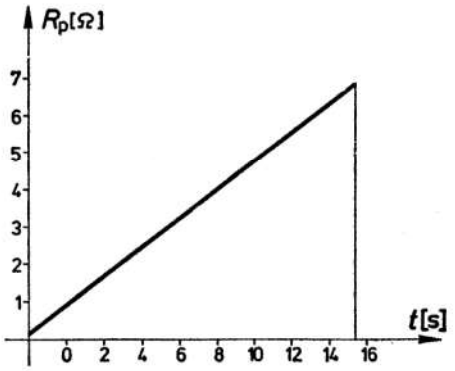
$$s_k = \frac{t_k s_t + t - t s_t}{t_k} \ldots\ldots\ \text{D)}$$

C) i D) daju:

$$R_{dod} = R_2 \left(\frac{1 - s_t}{s_t} \right) \frac{t}{t_k}$$

$$R_p = R_{po} + R_{dod}.$$

R_p se, dakle, linearno mijenja od $R_p = 0{,}065\,6\ \Omega$ na početku zaustavljanja do $6{,}474\ \Omega$ na kraju zaustavljanja (vidi dijagram na sl. 12).



Sl. 12.

[Vidi sl. 11. i 12.]

m) Podaci druge varijante s dva motora po 1 000 kW
Analiza je provedena na isti način kao i za prvu varijantu pa se samo daju pojedini podaci bez objašnjenja. Za izbor motora vidi tablicu!

$2M_n = 32\,550$ Nm
$2M_{trm} = 665$ Nm
$2M_{em} = 33\,215$ Nm
$s_n = 0{,}018\,33$
$s_t = 0{,}014\,2$
$n_t = 591{,}5\ \text{min}^{-1}$

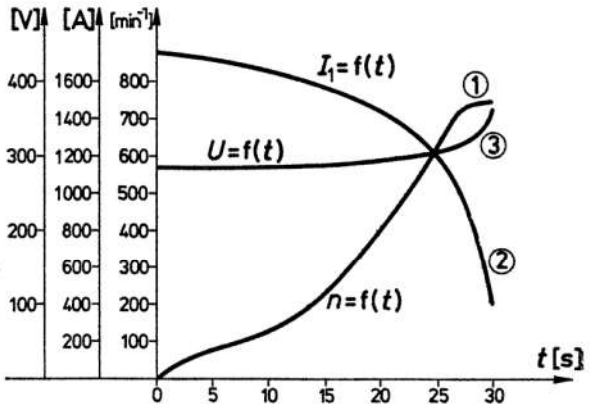
Prijenosni omjer reduktora: 10,66 : 1
Moment reduktora $M_{red} = 2\,360$ Nm
Potencijalni teret $M_{pot} = 18\,700$ Nm
Trenje pogona (bubnjevi i ostalo) $M_b = 3\,750$ Nm
Ukupno trenje $M_{tr} = 6\,775$ Nm

$M_m = \Sigma M_t = 25\,475$ Nm
$2mD_m^2 = 3\,000$ kgm^2
$mD_T^2 = 2\,040$ kgm^2
$mD_p^2 = 1\,830$ kgm^2
$mD_r^2 = 600$ kgm^2
$mD_L^2 = 13\,930$ kgm^2

Ukupna zamašna masa $mD^2 = 21\,400$ kgm^2
Potrebni moment ubrzanja $M_{uz} = 19\,500$ Nm
Potrebni moment usporenja $M_{uk} = -21\,430$ Nm
Potrebni ukupni moment u zaletu $M_z = 44\,975$ Nm
Potrebni ukupni moment pri kočenju $M_k = 4\,045$ Nm
Maksimalna snaga u zaletu $P_{max} = 2\,710$ kW
Početna snaga kočenja $P_{kpoč} = 211$ kW
Ekvivalentni moment $M_e = 31\,000$ Nm
Preopteretivost $p_r = 2{,}0$
Ekvivalentna (potrebna) snaga $P_e = 1\,870$ kW

n) [Obje su varijante tehnički ispravne. Prednost jednomotornog pogona je u manjoj cijeni motora i opreme (sklopke, otpornik, jednostavnija regulacija). Prednost je dvomotornog pogona veća rezerva, kojom se može alternativno povećati brzina za oko 1—2 %, i toliko povećati kapacitet. Odluku o konkretnoj nabavci trebalo bi donijeti uz mnogo detaljniju ekonomsku analizu.]

18. a) Na sl. 13. prikazane su snimljene krivulje brzine vrtnje, struje i napona.



Sl. 13.

U određenim točkama dobiju se vrijednosti $\frac{dn}{dt}$ za te točke, pa se iz:

$$M_u = M_m - M_t = \frac{\Sigma mD^2}{38{,}2} \frac{dn}{dt}$$

izračunaju momenti ubrzanja u traženim točkama.

$$\Sigma mD^2 = mD_m^2 + mD_t^2 = 70 + 2\,600 = 2\,670 \text{ kgm}^2$$

Proračun momenta ubrzanja:

n [min^{-1}]	0	75	150	225	300	375	450	525	660	675	730
s [1]	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0267
$\frac{dn}{dt}$ [min^{-1} s^{-1}]	18	6,7	17,5	25,1	32,5	38,6	42,1	45,9	50,5	67,5	~ 10
M_u [Nm]	1 260	470	1 220	1 750	2 250	2 650	2 950	3 210	3 530	4 720	690

Moment ubrzanja $M_u = f(n)$ ucrtan je u sl. 14 (krivulja 1). Na istu je sliku ucrtan i zadani moment tereta $M_t = f(n)$ kao krivulja 2. Krivulja 3, zbroj momenta ubrzanja i momenta tereta, traženi je moment motora $M_m = f(n)$. Unesena je i struja $I_1 = f(n)$ (krivulja 4).

Zagrijavanje rotora u zaletu

Uz pretpostavku da se za vrijeme relativno kratkog trajanja zaleta bakar rotora ne dospije hladiti, vrijedi:

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{\sum mD^2 n_s^2}{365\, m_2\, c_{Cu}} \int_{s_t}^{1} \frac{M_m}{M_m - M_t}\, s\, ds,$$

gdje c_{Cu} (specifična toplina bakra) iznosi 388 $\frac{W}{°C\,kg}$;

$$m_2 = [114 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}025 \cdot 4{,}5 + 2\pi\,(6{,}5 - 0{,}68)\,0{,}68 \cdot 0{,}03] \cdot 8{,}9 = 52{,}5\ \text{kg}.$$

Vrijednost integrala dobiva se na ovaj način. Računa se $\frac{M_m}{M_u} s$ s vrijednostima sa sl. 14. To je kao krivulja 1 uneseno u sl. 15. Površina ispod te krivulje s granicama 1 i s_n vrijednost je integrala. Vrijednost integrala $\int_{s_n}^{1} \frac{M_m}{M_m - M_t}\, s\, ds$ iznosi 0,83, što je jednostavno ustanovljeno prebrojavanjem na milimetarskom papiru. Tad se računa zagrijanje:

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{2\,670 \cdot 750^2}{365 \cdot 388 \cdot 52{,}5}\, 0{,}83 = 168°\,\text{C}.$$

Zagrijanje će statora u zaletu biti:

$$\Delta\vartheta_1 = 3R_1 \frac{\sum mD^2 n_s}{38{,}2\, c_{Cu}\, m_1} \int_{s_n}^{1} \frac{I_{1f}^2\,(s)}{M_m - M_t}\, ds.$$

Tu je I_{1f} struja po fazi, dakle snimljena vrijednost smanjena $\sqrt{3}$ puta, a R_1 je otpor po fazi koji ne znamo (očito se zaboravio izmjeriti!). Kako se raspolaže s presjekom bakra, to se formula može malo modificirati:

$$I_{1f} = \Gamma_1 S_{Cu1} = \frac{I_1}{\sqrt{3}\, S_{Cu1}} S_{Cu1},$$

pa ako se otpor R_1 izrazi kao:

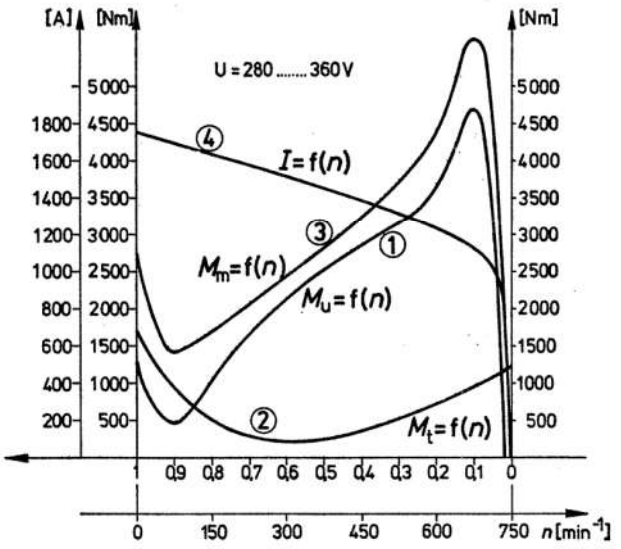
$$R_1\,[\Omega] = \frac{l_v\,[\mathrm{m}]\,w_1}{\varkappa\,[\mathrm{S}]\,S_{Cu}\,[\mathrm{mm}^2]},$$

a m_1 kao:

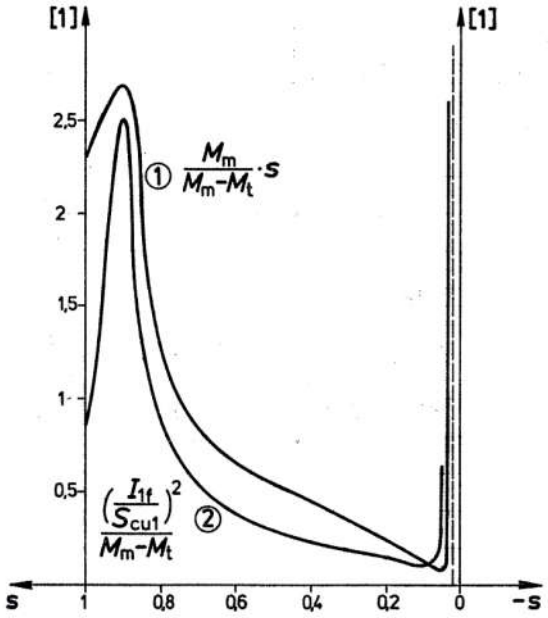
$$m_1\,[\mathrm{kg}] = 3\,w_1\,l_v\,[\mathrm{dm}]\,S_{Cu}\,[\mathrm{dm}^2]\,\gamma\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3}\right]$$

i sve se uvrsti u jednadžbu za porast temperature, dobiva se:

$$\Delta\vartheta_1 = \frac{10^3}{114{,}6}\,\frac{\Sigma\, mD^2\,n_s}{c_{Cu}\,\varkappa\,\gamma}\int_{S_n}^{1}\frac{\left(\frac{I_{1f}}{S_{Cu\,1}}\right)^2}{M_m - M_t}\,\mathrm{d}s.$$



Sl. 14.



Sl. 15.

Tu je $\varkappa$ (vodljivost bakra u toplom stanju) $\doteq 45$ [S], a γ (specifična težina bakra) $= 8{,}9\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{dm}^3}\right]$.

Vrijednosti struje i momenata vide se na sl. 14, pa se podintegralna funkcija može točku po točku konstruirati, što je učinjeno na sl. 15 (krivulja 2). Prebrojavanjem površine dobije se vrijednost integrala:

$$\int_{S_n}^{1}\frac{\left(\frac{I_{1f}}{S_{Cu\,1}}\right)^2}{M_m - M_t}\,\mathrm{d}s \doteq 0{,}57,$$

i, konačno, porast temperature:

$$\Delta\vartheta_1 = \frac{10^3 \cdot 2\,670 \cdot 750}{114{,}6 \cdot 388 \cdot 45 \cdot 8{,}9} \cdot 0{,}57 = 64°\text{C}.$$

b) Ponašanje u uvjetima nominalnog napona
Promjena napona pri nekoj brzini izazvat će linearnu promjenu struje i kvadratnu promjenu momenta motora. Kad napon poraste (što ovdje vrijedi u svim točkama), promjene su zapravo još nešto veće, zbog zasićenja, no to se može teško uzeti u račun. Dovoljno je da je računica na sigurnoj strani.
Tablica struje i momenata izgleda nakon preračunavanja na 380 V ovako:

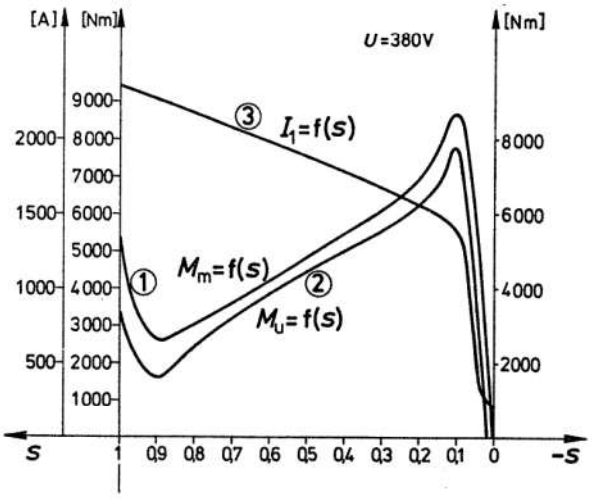
n [min^{-1}]	0	75	150	225	300	375	450	525	600	675	730
s [1]	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,026 7
U' [V]	280	282	285	290	292	294	297	300	303	306	361
M_m [Nm]	5 430	2 580	3 120	3 520	4 170	4 880	5 500	6 100	6 820	8 650	2 100
M_u [Nm]	3 750	1 660	2 620	3 270	3 970	4 630	5 100	5 550	6 070	7 700	920
I_1 [A]	2 360	2 280	2 150	2 030	1 940	1 850	1 770	1 650	1 530	1 420	220

Točke iz tablice ucrtane su u sl. 16. i tako su dobivene krivulje 1, 2 i 3 koje predočuju stvarne karakteristike motora.

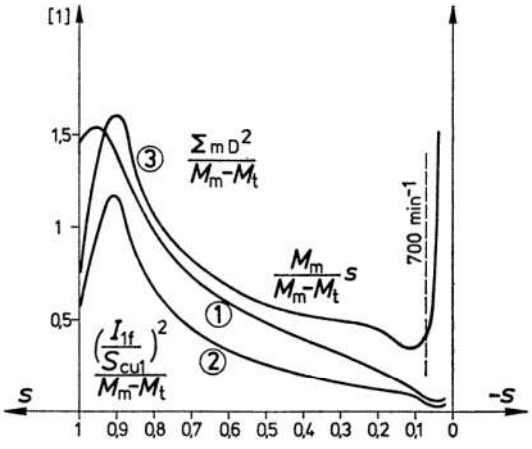
Zagrijanje rotora u zaletu

Funkcija $\frac{M_m}{M_m - M_t} s = \frac{M_m}{M_u} s$ ucrtana je kao krivulja 1 na sl. 17. Površina ispod nje integral je te funkcije u granicama zaleta. Njegova je vrijednost izbrojena i iznosi:

$$\int_{s_t}^{1} \frac{M_m}{M_u} s \, ds \doteq 0{,}62.$$



Sl. 16.



Sl. 17.

Pošavši od toga zagrijanje je bakra rotora u zaletu:

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{2\,670 \cdot 750^2}{365 \cdot 388 \cdot 52{,}5}\,0{,}62 = 125°\text{C}.$$

Zagrijanje bakra statora u zaletu:

Funkcija $\frac{I_{1f}^2}{S_{Cu1}^2 M_u}$ ucrtana je kao krivulja 2 na sl. 17. Površina ispod nje njezin je integral. Izbrojena vrijednost u granicama zaleta iznosi:

$$\int_{s_t}^{1} \frac{\left(\frac{I_{1f}}{S_{Cu1}}\right)^2}{M_m - M_t}\,ds \doteq 0{,}392,$$

pa je s time zagrijanje bakra statora u zaletu:

$$\Delta\vartheta_1 = \frac{10^3 \cdot 2\,670 \cdot 750}{114{,}6 \cdot 388 \cdot 45 \cdot 8{,}9}\,0{,}392 = 44°\text{C}.$$

Trajanje zaleta od 0 do 700 min^{-1} bit će:

$$t_z = \frac{\Sigma mD^2 n_s}{38{,}2} \int_{0{,}067}^{1} \frac{ds}{M_u} = \frac{n_s}{38{,}2} \int_{0{,}067}^{1} \frac{\Sigma mD^2}{M_m - M_t}\,ds.$$

Tu smo ukupnu zamašnu masu uveli pod integral da se dobije bolje mjerilo za grafičku konstrukciju. Tako je podintegralna funkcija ucrtana kao krivulja 3 na sl. 17. U granicama integracije izbrojena je vrijednost:

$$\int_{0{,}067}^{1} \frac{\Sigma mD^2}{M_m - M_t}\,ds \doteq 0{,}698.$$

Tako je trajanje zaleta pri naponu od 380 V:

$$t_z = \frac{750}{38{,}2}\,0{,}698 = 13{,}7\text{ s},$$

a maksimalna (potezna) struja iznosi barem 2 360 A. Prema nominalnoj struji to daje:

$$\frac{I_k}{I_n} = \frac{2\,360}{263} = 9.$$

Nazivni bi moment bio:

$$M_n = \frac{135 \cdot 10^3}{0{,}104\,7 \cdot 735} = 1\,755\text{ Nm}.$$

Motor je u nominalnom radu opterećen:

$$\frac{M_t}{M_n} 100 \doteq \frac{1\,120}{1\,755} 100 \doteq 64\ \%.$$

Iz sl. 16. potezni moment je barem 5 430 Nm, a prekretni 8 650 Nm.

$$\frac{M_k}{M_n} \doteq \frac{5\,430}{1\,755} = 3{,}1, \quad \frac{M_p}{M_n} \doteq \frac{8\,650}{1\,755} \doteq 4{,}93$$

c) Zaključci o uzroku kvarova

I — Motor dobrih mehaničkih karakteristika ima prevelike struje u zaletu $\left(\frac{I_k}{I_n} = 9\right.$ više je nego što bilo koji propisi dopuštaju$\left.\right)$. Vjerojatno je jako mehaničko naprezanje namota u zaletu.

II — Termičko naprezanje u trajnom radu može se (s gledišta trajanja životnog vijeka) zanemariti jer motor ima približno 35 % rezerve.

III — Odlučna su termička naprezanja u zaletu jer su vjerojatno znatno veća od onih s kojima se u projektiranju računalo. Pri tome je bitni uzrok prevelik pad napona u zaletu. On produžuje trajanje zaleta (do 700 min^{-1}) za oko 12 s ili oko 90 % (s 13,7 na približno 25,5 s; vidi sl. 13). Zatim, on povećava termička naprezanja rotora za 43°C po zaletu, ili oko 35 %. Posebno je važan porast termičkog naprezanja statora s 44 na 64°C, ili za 45 %. Pretpostavimo li da se životni vijek motora vrlo malo troši u trajnom radu (motor se malo grije zbog niskog opterećenja), tad pravo trošenje životnog vijeka nastupa prilikom zaleta. Ako tu razlika porasta temperature iznosi 20°C, to upućuje na četverostruku brzinu trošenja životnog vijeka prema Montsingerovu zakonu. Ispadi u zaletu i ponovna zalijetanja potenciraju tu pojavu mnogostruko. Uzroci su velikom padu napona, s jedne strane, prevelika struja u zaletu, a s druge strane, vrlo »mekana« mreža. Vjerojatni su ponavljani ispadi u dva ekstremna slučaja mreže:

1. napon je dosta »tvrd« — isključuje prekostrujna zaštita zbog visokih struja;
2. napon je »mekan« — isključuje termička zaštita zbog povećanog zagrijanja, ili podnaponska zaštita.

Prijedlozi za saniranje pogona:

1. Najjeftinije je povisiti napon na sekundaru transformatora (najviši na preklopci) i odgovarajuće podesiti (podignuti nivo) prekostrujne zaštite. Time se dolazi u termički povoljniju situaciju, ali se nešto povećavaju mehanička naprezanja namota. Ipak to pruža stanovite nade u poboljšanje jer su termička pitanja odlučna za postojeće stanje.
2. Prvu varijantu valja dopuniti zamjenom transformatora onima koji imaju manji u_k i povećati snagu transformacije paralelnim uključivanjem novih transformatora uz postojeće.
3. Valja zamijeniti motore novima koji imaju bolje strujne karakteristike. Posebno bi visokonaponski motori u ovakvoj situaciji bili prikladni da se eliminira pad napona prilikom transformacije. Dakako, to je najskuplje rješenje.

7. PRINCIPI ZAŠTITE ELEKTROMOTORNIH POGONA

Zaštita elektromotornih pogona u općem, širem smislu dio je opće zaštite postrojenja i proizvodnog procesa. Sastoji se od više tehničkih mjera, poduzetih u gradnji i eksploataciji jednoga ili više vezanih elektromotornih pogona kako bi se osiguralo od štete i kvarova postrojenja, te duljih zastoja u proizvodnom procesu. U široj definiciji zaštita obuhvaća mnoga kompleksna tehnička (a u osnovi i ekonomska) pitanja izgradnje pogonskih rezervi, višestrukog osiguranja napajanja električnom energijom itd. U užoj definiciji njome se štiti elektromotorni pogon od predvidivih uzroka uništenja ili oštećenja (onesposobljenja) njegova elektromotora ili radnog mehanizma. I u toj svojoj užoj funkciji mora zaštita polaziti i od ekonomske važnosti određenoga elektromotornog pogona, pa štititi elektromotor i radni mehanizam na način koji najbolje odgovara cjelini. Na primjer, kad je to elektromotorni pogon sidra ili brodskog kormila, ili pogon pumpi na metalurškim pećima, gdje prekid rada elektromotornog pogona može uzrokovati nerazmjerno veće štete od vrijednosti elektromotora, logično je da u trenucima kvara ili preopterećenja motor i dalje radi, čak i uz rizik vlastitog uništenja, sve dok se ukopča rezerva ili poduzme slična mjera. Takva se nužnost posebno nameće kad prekid pogona može ugroziti sigurnost ljudi.

Pitanja zaštite radnog mehanizma većim su dijelom vezana za karakter tehnološkog procesa koji taj radni mehanizam obavlja. To su najčešće problemi strojarstva, kemije, metalurgije, prometa itd., tj. redovito oni neelektričkog karaktera. Izuzetno može i neispravno funkcioniranje elektromotora (izazvano bilo kakvim uzrokom) biti uzrok oštećenja radnog mehanizma, pa se u takvim pogonima mora radni mehanizam zaštititi i s obzirom na tu opasnost. Takav je primjer pobjega elektromotora (kvarovi u radnom mehanizmu zbog prevelikih centrifugalnih sila), zatim razvijanje ekstremno velikog zakretnog momenta elektromotora (mogući lomovi). Nenadano i neželjeno zaustavljanje elektromotora također ponekad izazove znatne štete (kad elektromotorni pogon osigurava hlađenje nekog procesa u raznim područjima tehnologije ili uzrokuje prekide procesa u kemijskoj industriji, ili kad zbog toga ostane užareni komad među valjcima pri valjanju čelika itd.). Zaštita će radnog mehanizma prema tome zahtijevati bilo zaštitne mjere u tehnološkom procesu, bilo osiguranje rezervnog, sigurnosnog, elektromotornog pogona ili bilo kakvog pogona (parne puhaljke na visokim pećima kao rezerva elektromotornog pogona i slično) i gotovo nikada nemaju reperkusija na sam osnovni elektromotorni pogon.

Zaštita elektromotornog pogona u najužem smislu riječi, dakle, samo je zaštita elektromotora, i to od oštećenja ili uništenja u (nenormalnim) pogonskim stanjima, koja mogu nastupiti iz raznih uzroka. Tako u samome radnom mehanizmu, zbog nekih okolnosti (npr. kvara), mogu nastupiti preopterećenja i dovesti motor (povećani gubici) u stanje kad naglo troši svoj životni vijek ili prijeti da će u kraćem vremenu uništiti izolaciju vlastitih namota. Izvor opasnosti ponekad je, opet, napojna mreža, gdje zbog vrlo visokog ili vrlo niskog napona mogu nastupiti znatna strujna preopterećenja u nekim vrstama motora, a ponekad su izvor različitih

opasnosti i neke prijelazne pojave u mreži. Kad oblik napona izmjeničnih motora znatno odstupa od sinusnoga, izaziva ponekad i znatnije dodatne gubitke u motoru. Mehanička oštećenja izolacije namota mogu nastupiti i zbog ulaska u motor oštrih mehaničkih tijela, čestica ili vodljive prašine s rashladnim zrakom, a mogu nastati i zbog vibracija koje potječu od radnog mehanizma. Sve to može izazvati proboj izolacije na nekim mjestima, pa treba zaštititi motor da se takav kvar dalje ne širi.

Dakle, po nastanku opasnog stanja za elektromotor smetnje se dijele na tri osnovna izvora:

a) smetnje koje potječu od radnog mehanizma;

b) smetnje koje potječu od izvora napajanja;

c) smetnje izazvane djelovanjem okoline ili tehnološke sredine.

Pri tome valja razlikovati smetnje koje nastupaju u statičkim stanjima (trajnom radu) od onih koje su povezane s dinamičkim stanjima (prijelaznim pojavama) i, posebno, slučaj kratkog spoja. Ne smije se smetnuti s uma da će problemi zaštite biti ponekad različiti za razne vrste motora, a posebno za motore elektromotornih pogona napajane preko posrednika, motor-generatorskih grupa, ispravljačkih i izmjenjivačkih tiristorskih mostova, konvertera frekvencije itd. Sve to čini i zaštitu elektromotornih pogona vrlo složenom materijom, vrlo velikom po opsegu i vrlo bogatom različitim spojevima, varijantama i mogućnostima. Zato ćemo se u okviru ovog djela zadržati na principima zaštite elektromotornog pogona koji zapravo omogućuju samo osnovni uvid u probleme, i to onoliko koliko je potrebno da se dopuni poznavanje problematike izbora motora za elektromotorni pogon.

7.1. ZAŠTITA OD PREOPTEREĆENJA

Preopterećenje elektromotora tipična je smetnja koja potječe od radnog mehanizma. Zbog bilo kojeg tehnološkog razloga radni mehanizam u stanovitim okolnostima (trajnog rada) suprotstavlja elektromotoru moment tereta veći od nominalnoga. Na primjer, tokarska klupa obrađuje metal koji je žilaviji od očekivanoga ili je uzeta prevelika dubina reza, ili je preveliki posmak. Dalje, kvar radnog mehanizma može izazvati prisilno zaustavljanje (kočenje) elektromotora te on prelazi u kratki spoj. U pogonima s dinamičkim stanjima ponekad se motor (termički) preopteretі bilo izvođenjem prevelikog broja operacija, bilo operacijama uz neadekvatne tehnološke uvjete (valjanje u valjaonici hladnijih komada nego što je tehnološki propisano, ili dizalica koja podiže masu veću od utvrđene, ili kad se lokomotiva optereti težim vlakom nego što dopušta profil pruge itd.).

Osnovna je metoda zaštite elektromotora u preopterećenome elektromotornom pogonu ugradnja takvih mjernih, signalnih i uklopnih uređaja koji isključuju motor s napojne mreže kad nastane kvar, strujno ili termičko preopterećenje i uopće stanje koje bi moglo izazvati oštećenje ili uništenje motora, posebno njegovih namota. Osnovni, povijesno najstariji elementi zaštitnih uređaja preuzeti su iz zaštite električnih mreža i instalacija opće namjene: rastalni osigurači, prekostrujni releji i bimetalni termički releji. Za elektromotorne pogone s trajnim opterećenjem u *stacionarnom stanju* problem zaštite zaista je sličan zaštiti mreža. Nastupi li zbog bilo kakvog uzroka preopterećenje — povećana struja — osigurači, bimetalni ili prekostrujni relej isključe motor s mreže (ili daju znak za uzbunu, a zatim isključe).

Efikasnost takve zaštite u stacionarnom pogonu najbolje ćemo ocijeniti ako razmotrimo (bez dubljeg ulaska u detalje) karakteristike tih zaštitnih elemenata. Ujedno će nam to poslužiti kao baza za ocjenu problematike koja nastaje u dinamičkim stanjima.

7.1.1. Zaštita osiguračima

Osigurač, poznati element za zaštitu na principu rastalne žice, prema propisima (JUS) mora imati svojstvo da dugo vremena izdrži i znatne struje preopterećenja. Općenito ne smije osigurač u normalnoj izvedbi izgorjeti u kraćem vremenu od 10 s pri struji od 1,75 I_n. Potanje se to vidi iz tablice na sl 1. Kako se motoru

Osigurač nazivne struje I_n [A]	ne smije izgorjeti u vremenu od	opterećen trajno strujom od	ali mora izgorjeti unutar tog vremena opterećen strujom od
do 4	1 sat	1,5 I_n	2,1 I_n
preko 4 do 10	1 sat	1,5 I_n	1,9 I_n
preko 10 do 25	1 sat	1,4 I_n	1,75 I_n
preko 25 do 63	1 sat	1,3 I_n	1,6 I_n
preko 63 do 125	2 sata	1,3 I_n	1,6 I_n
preko 125 do 200	3 sata	1,3 I_n	1,6 I_n

Sl. 1. Tablica osnovnih zahtjeva koji se postavljaju za normalne osigurače prilikom trajnog preopterećenja (JUS N.E5.005)

u elektromotornom pogonu ne smiju dopustiti trajna strujna preopterećenja veća od 1,05 do 1,1 nazivne struje, to je osigurač potpuno neprikladna zaštita protiv strujnog preopterećenja. Pri kratkom spoju on može načelno pružiti nužnu zaštitu elektromotornog pogona — vidi tablicu na sl. 2. Od normalnih osigurača za koje vrijede zahtjevi iz tablice na sl. 1. i 2. ponešto se razlikuju tromi osigurači. Za njih

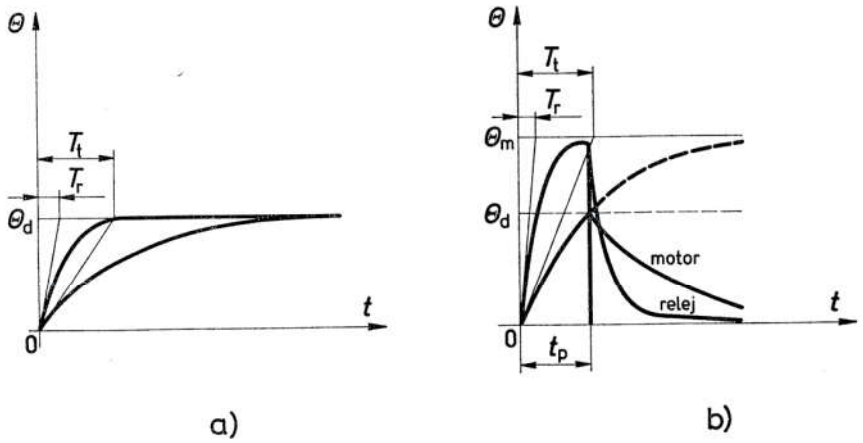
Osigurač nazivne struje I_n [A]	mora pri struji od	izgorjeti unutar vremena od [s]
do 4	5 I_n	0,05
preko 4 do 10	7 I_n	0,10
preko 10 do 25	7 I_n	0,15
preko 25 do 63	7 I_n	0,20
preko 63 do 100	7 I_n	0,35
preko 100 do 200	7 I_n	0,50

Sl. 2. Tablica osnovnih zahtjeva u vezi s normalnim osiguračima prilikom kratkotrajnih velikih preopterećenja (JUS N.E5.005, tablica 11)

u principu vrijede podaci iz tablice na sl. 1, ali ne smiju izgorjeti pod uvjetima iz tablice na sl. 2. Oni prema propisima moraju izdržati velika preopterećenja dulje vremena od nominalnih osigurača (tablica na sl. 2), ali moraju izgorjeti unutar vremena od 6 s opterećeni peterostrukom nominalnom strujom. Principna razlika između svojstava normalnih i tromih osigurača vidi se i na sl. 4. No iako su tromi osigurači prikladniji od normalnih u zaštiti elektromotornih pogona, i oni praktički štite samo od kratkog spoja jer su granice preopterećenja kod »dugotrajnih« preopterećenja isuviše visoke za električne strojeve u trajnom radu.

7.1.2. Zaštita bimetalnim i prekostrujnim relejima

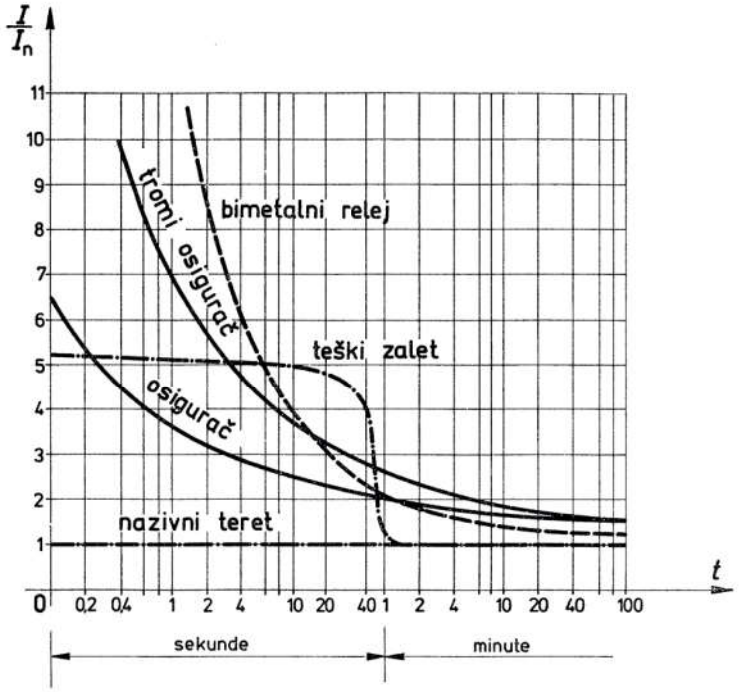
Bolje karakteristike od osigurača pruža bimetalni relej. On se u principu sastoji od dvije dugoljaste pločice od raznog materijala, slijepljene jedna na drugu i protjecane strujom u uzdužnom smjeru. Zbog razvijene topline bimetal se savija jer mu elementi (pločice) imaju različite koeficijente rastezanja — savijanje je proporcionalno kvadratu struje (gubicima u pločicama), i kad se bimetal savije do neke granice, zatvori komandni kontakt. Bimetalni relej radi kao i rastalni osigurač, na termičkom principu. Budući da bimetalni relej termički aktivira struja motora, imat će drukčija svojstva na početku rada elektromotora (hladno stanje) nego nakon stanovitog trajanja pogona (toplo stanje). Razmotrimo opet nekoliko stavki propisa o bimetalnim relejima. Počevši iz hladnog stanja oni ne smiju iskopčati unutar 2 sata pri opterećenju sa 105 % nominalne struje. Istodobno moraju u toplom stanju pogona iskopčati unutar 2 sata uz opterećenje od 120 % nominalne struje, odnosno unutar 2 min kad je opterećenje od 150 %. Iz hladnog stanja razlikujemo brže i tromije vrste. Kod brzih vrsta mora izdržati 600 % nazivne struje najmanje 2 s, a trome vrste 5 s. Moramo, dakako, i tu istaknuti razlike u raznim propisima. Vidi se da bimetalni relej može osigurati zaštitu od prevelikih struja u stacionarnom stanju, dakle štiti od trajnog preopterećenja. Isto tako pruža dobru zaštitu i protiv kratkog spoja. Principna se karakteristika vidi i na sl. 4. Međutim, u općim dinamičkim stanjima on se pokazuje neprikladnim zbog velike razlike vlastitih toplinskih vremenskih konstanti releja T_r i motora T_t. Konstanta T_r je mnogo puta manja od T_t. Pojave će se u principu odigrati prema sl. 3. iako je na njoj zbog vidljivosti pretpostavljeno da je $T_t \approx 4T_r$, a u stvarnosti je taj odnos znatno veći. Pri opterećenju nazivnim teretom u trajnom radu (sl. 3.a) relej će se doduše brže zagrijavati, ali će konačno imati vlastito zagrijanje Θ_d koje odgovara dopuštenom zagrijanju motora Θ_d. Za kratkotrajni pogon u trajanju t_p na sl. 3.b, koji zapravo još i nije



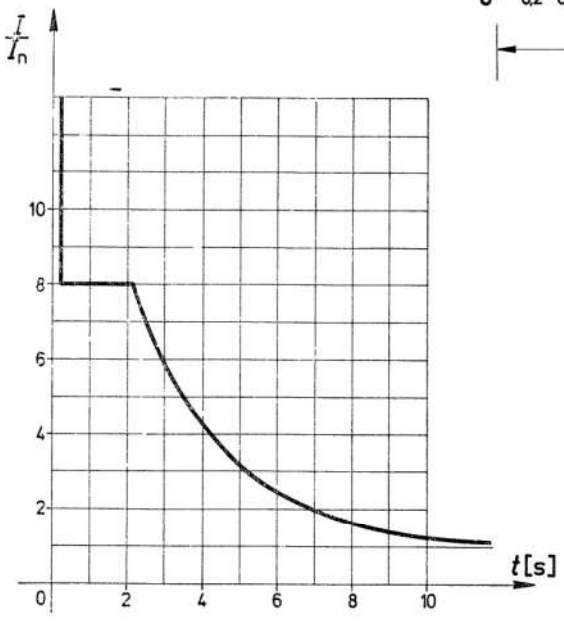
Sl. 3. Razlika u vremenskom toku zagrijavanja releja i motora: a) za nazivni teret; b) za kratkotrajno opterećenje — oboje s početkom pojave iz hladnog stanja

pravo dinamičko stanje, relej će se znatno brže grijati od motora i nepotrebno će prerano isključiti. Dakako da bi se za takav kratkotrajni pogon mogao odabrati i takav relej (za znatno veću struju) kojim bi se donekle slijedila karakteristika zagrijavanja motora, ali nas ovaj kratki primjer upućuje na neprikladnosti bimetalnog releja za dinamičke pogone. O tome svjedoči i sl. 4, koja prikazuje principne karakteristike (vremensku ovisnost) osigurača (tromih i normalnih) i bimetalnog re-

leja. S nje se teško može osjetiti efikasnost zaštite tih aparatura u trajnom radu, pa su zato dani numerički podaci, kao pobliži komentar karakteristikama. Još je jedna razlika. Osigurači se uvijek ugrađuju neposredno u dovod struje, a releji obično preko strujnog transformatora, dakle indirektno. Na sl. 4. ucrtan je i vremenski tok jednoga teškog zaleta, gdje se vidi (opet na jednostavnom primjeru) da ni bimetalni relej ni rastalni osigurač ne odgovaraju takvom pogonu jer će ga prerano isključiti. No kad se ističe neprikladnost bimetalnog releja za dinamička stanja općenito, onda je bitan malo prije spomenuti razlog, tj. razlika između vremenskih termičkih konstanti releja i motora, zbog koje u općemu dinamičkom stanju bimetalni relej, odabran prema nazivnoj struji pogonskog motora, principno isključuje prerano, tj. kad motor stvarno nije zagrijan više od dopuštene vrijednosti. A ako se u općem slučaju odabere relej veće nazivne struje od one u pogonu, onda on uopće ne štiti od preopterećenja.



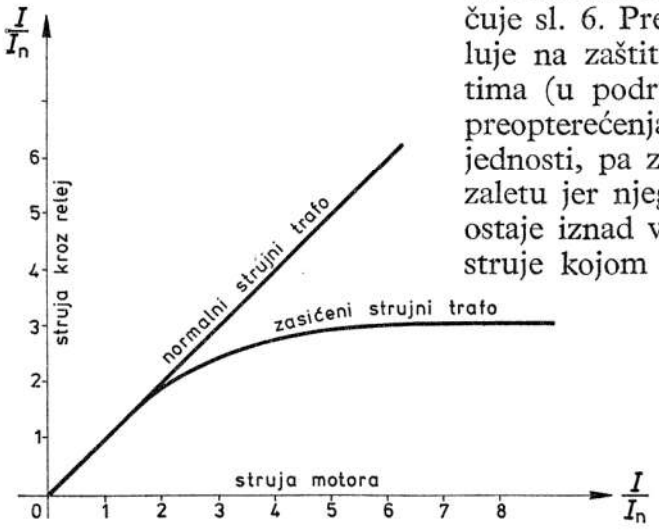
Sl. 4. Karakteristike, vremenske ovisnosti struje preopterećenja i vremena iskapčanja kod osigurača i bimetalnih releja



Sl. 5. Karakteristika prekostrujnog releja

Prekostrujni relej radi na principu elektromagnetske indukcije. Strujom motora (direktno ili preko strujnog transformatora) protjecan je svitak koji uvlači željeznu jezgru, a ona mehanički zatvara komandne kontakte. Položaj jezgre i njezina brzina kretanja ovise o jačini struje — pa prekostrujni relej radi na »strujnom« principu. Na sl. 5. prikazana je principna karakteristika prekostrujnog releja, tj. njegova vremenska ovisnost isključenja o struji kojom je protjecan. I prekostrujni relej može pružiti zaštitu elektromotoru u stacionarnome elektromotornom pogonu slično kao bimetalni relej, i to za preopte-

rećenje ili kratki spoj. No zato su mu i slabosti iste. Kod zaleta svakog pogona bimetalni ili prekostrujni relej koji radi kao zaštita ne smije iskopčati motor zbog visokih struja tokom zaleta. Te struje reda veličine $(4-7)I_n$ mogu ti releji izdržati, a da ne dadu komandu za isključenje samo kratko vrijeme. Sa sl. 4. vidi se npr. da bi peterostruku nazivnu struju izdržao termički relej svega približno 6 s, a prekostrujni uz iste uvjete samo 3,5 s, što se zapaža s (principne) karakteristike na sl. 5. Znači da će za pogone u trajnom radu zaštita pomoću jednog od ta dva releja biti samo onda moguća ako je elektromotornom pogonu zalet toliko kratak ili takvog karaktera da struja u toku zaleta ostane ispod karakteristika releja (sl. 4. i 5). To je ostvareno u manjih elektromotornih pogona koji se postepeno pokreću, npr. asinhronim kolutnim ili istosmjernim strojevima s pokretačem, a isto tako i kod kaveznih motora s relativno malom zamašnom masom elektromotornog pogona. Tad se da upotrijebiti takva zaštita jer zalet relativno kratko traje, pa velika struja zaleta iščezne prije vremena koje je za relej kritično. Na žalost, već pri malo duljem zaletu elektromotornog pogona, posebno teškoga, takva zaštita pogrešno radi, tj. isključi pogon u pokretanju, što se vidi i na sl. 4, gdje karakteristika struje u zaletu teškoga elektromotornog pogona siječe karakteristike ne samo rastalnih osigurača nego i bimetalnog releja (slično je i kod karakteristike prekostrujnog releja), tj. pogon se prekida. Upotrijebi li se bimetalni relej za (znatno) veću nazivnu struju od nominalne struje motora, može se izvršiti zalet, ali tad nema zaštite od preopterećenja jer bimetalni relej proradi pri mnogo većoj struji od nominalne. U takvom slučaju pruža bimetalni relej zaštitu motoru samo u kratkom spoju, ali ne i od preopterećenja, pa je za zaštitu takva pogona neprikladan, upravo kao i osigurač. Zaštita se u zaletu može ipak postići i s bimetalnim, ili prekostrujnim relejom, tako da se on priključi preko posebnoga vremenskog releja. Vremenski relej ukapča zaštitni relej tek kad prođe određeno (za svaki elektromotorni pogon individualno) vrijeme zaleta. Zatezanje se podesi tako da ukapčanje zaštite uslijedi nakon prolaska velikih struja. Druga je varijanta tog principa da strujni transformator koji napaja zaštitu nema linearnu prijenosnu karakteristiku. Odabere se transformator zasićen na dijelu karakteristike koja odgovara većim strujama. Takvu karakteristiku strujnog transformatora predočuje sl. 6. Prema toj karakteristici struja koja djeluje na zaštitu normalna je pri malim vrijednostima (u području nominalne snage i uobičajenih preopterećenja), a znatno smanjena kod velikih vrijednosti, pa zaštitni relej ne proradi ni u teškom zaletu jer njegova vremenska karakteristika struje ostaje iznad vremenske karakteristike »reducirane« struje kojom se napaja.



Sl. 6. Karakteristike prijenosa struje strujnoga zasićenog transformatora

Kako je već rečeno, za elektromotorne pogone s pretežno dinamičkim karakterom opterećenja upravo opisana zaštita uopće ne odgovara jer ne može štititi od velikih struja u dinamičkim stanjima. Za takvu je zaštitu vlastita toplinska vremenska konstanta releja u toplom stanju premalena.

7.1.3. Termička ili temperaturna zaštita

Iz naslova bi se moglo pogrešno zaključiti da se i bimetalni relej ubraja u termičku zaštitu jer djeluje na toplinskom principu. Ali on »mjeri« vlastitu temperaturu izazvanu *strujom* kroz njega, a ne temperaturu štićenog objekta, namota elektromotora, pa mu je djelovanje u krajnjemu ovisno o struji, kao da djeluje na strujnom principu. Termička ili temperaturna zaštita osniva svoje djelovanje na stvarnoj temperaturi štićenog objekta i u tome je načelna razlika. Dakle, elektromotorni pogoni s čestim dinamičkim stanjima uspješno se štite samo takvom zaštitom koja izravno reagira na temperaturu namota. U novije vrijeme sve je više elemenata za takvu zaštitu (otpornički termometri, bimetalne sonde ili sklopke i nelinearni otpornički termometri) koji se direktno ugrađuju u namot stroja, izravno mjere temperaturu i, ovisno o njoj, daju komande za iskapčanje sklopke, ili za ukapčanje alarmnih uređaja. Za niskonaponske motore danas su najvažniji »mjerači« temperature:

a) bimetalna sonda ili sklopka (sl. 7);

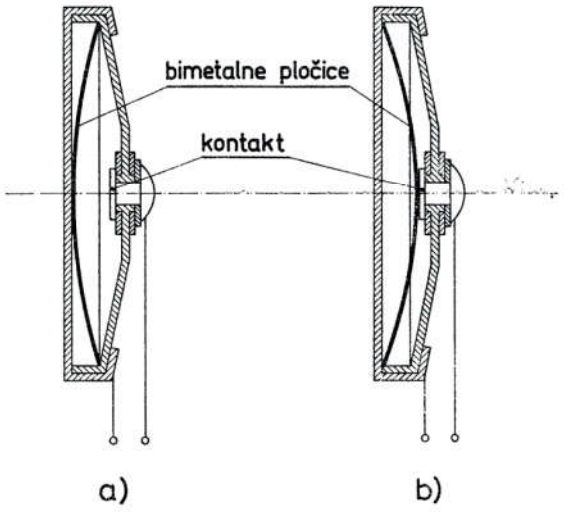
b) poluvodički otpornici s pozitivnim temperaturnim koeficijentom (sl. 8);

c) poluvodički otpornici s negativnim temperaturnim koeficijentom (sl. 9).

Važno je za te elemente da sami imaju što manji toplinski kapacitet kako bi brzo poprimali temperaturu namota koji mjere.

a) Bimetalne sonde

Za primjer je na sl. 7. predočen princip rada male termosonde (bimetalne sklopke). Bimetalna pločica (oko 1 cm promjera) napravljena je tako da se svine na jednu stranu u hladnom stanju (sl. 7.a), tj. ako je hladnija od neke kritične vrijednosti temperature, a na drugu stranu (sl. 7.b) ako je toplija od te vrijednosti, tj. kod te kritične vrijednosti (a to je ona koju još dopuštamo) pločica »preskoči« iz jednog položaja u drugi i zatvori kontakt — dade nalog motorskoj sklopci za isključenje ili alarmnom, odnosno signalnom uređaju. Pomoću više takvih termosondi



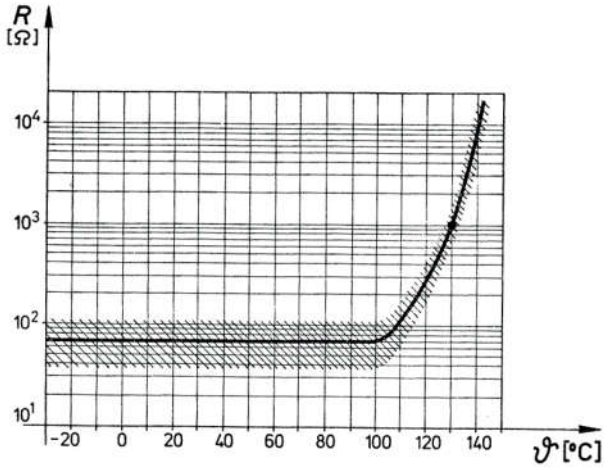
Sl. 7. Skica uz princip djelovanja bimetalne termosonde: a) u normalnom pogonskom položaju; b) u položaju nakon prebacivanja sa zatvaranjem kontakta za isključenje

s različitim temperaturama preskoka u jednom motoru ostvaruju se razne kombinacije zaštite. Na primjer, kad se temperatura namota penje prema dopuštenoj, može prva termosonda uključiti signalni ili alarmni uređaj da označi visoko zagrijanje. Ako temperatura namota dalje raste, mogla bi druga termosonda (građena za višu

temperaturu) isključiti stroj s mreže. U višebrzinskih kaveznih motora s puno ukapčanja na sat, može npr. termosonda s najnižom kritičnom temperaturom signalizirati visoko zagrijanje, termosonda sa srednjom kritičnom temperaturom iskopčati namot za najveću brzinu i blokirati ga, da se smanje dinamički gubici, a tek treća sonda, s najvećom kritičnom temperaturom, potpuno iskopča motor s mreže i zaustavi elektromotorni pogon. Relativna je mana elektrosondi u tome što im je temperatura povratnog ukapčanja (kod hlađenja) nešto niža od temperature iskapčanja, pa obično treba nešto više vremena da se prebaci natrag u položaj koji omogućuje pogon, što može biti smetnja kod nekih elektromotornih pogona. Danas ima mnogo različitih izvedbi termosondi, pa je ona na slici samo jedna od uobičajenih.

b) Poluvodički otpornici s pozitivnim temperaturnim koeficijentom

Njih u praksi još često nazivaju »termistorima«, a u tehnici zaštite »hladnim vodičima«. To su vrlo mali elementi (3—7 mm im je obično najveća dimenzija), a često su veliki kao glavica šibice. Ugrađuju se izravno u namot i napajaju naponom iz pomoćnog izvora. Karakteristika termičke ovisnosti otpora (sl. 8) ima prilično veliku toleranciju, ali je u nazivnoj točki ta tolerancija obično mala (± 2°C). Zagrije li se namot motora do neke određene temperature, otpor počinje naglo rasti, iznad nazivne točke gotovo okomito (u primjeru na sl. 8. oko 1 000 Ω/°C),



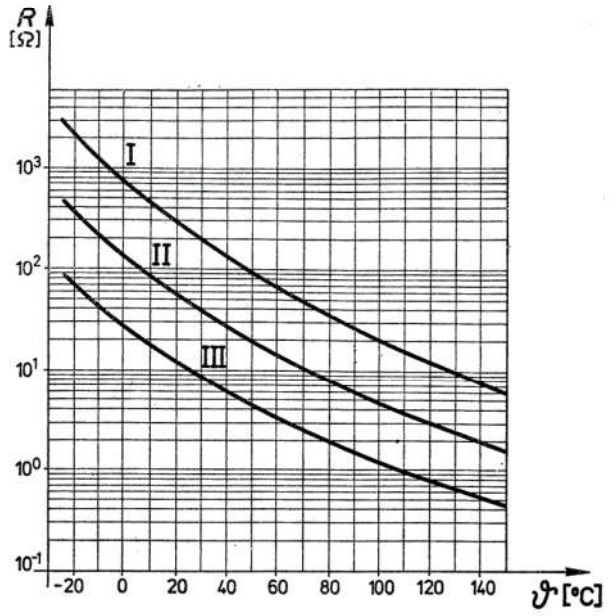
Sl. 8. Principna karakteristika termistora, hladnog vodiča, nazivne temperature od 130 °C; osjenčano područje je područje tolerancije otpora

i praktički prekida strujni krug pomoćnog izvora. Djelovanje je slično onome u termosonde, samo se pomoćni krug formalno galvanski ne prekida. Zaštitno djelovanje (isključenje) može se, dakle, podesiti prema iznosu struje u pomoćnom krugu. Ta okolnost pruža novu mogućnost zaštite. Zaštiti li se namot tim »hladnim vodičima« na više mjesta, tako da se oni povežu u seriju, bit će najtoplije mjesto na kojem je smješten jedan od hladnih vodiča mjerodavno za djelovanje zaštite.

c) Poluvodički otpornici s negativnim temperaturnim koeficijentom

I njih u praksi zovu još termistorima, a u tehnici zaštite »toplim vodičima«. Po dimenzijama su slični »hladnim vodičima«, a i način je ugradnje jednak, tj. direktno u namot i napajaju se iz pomoćnog izvora. Karakteristike im prikazuje (za tri veličine) sl. 9. Otpor im se znatno mijenja u području zanimljivome s gledišta zaštite, tj. između 20 i 140°C približno 30 puta. Tolerancija otpora iznosi oko ± ± 10—20 % u tom području. Promjena je kontinuirana i pruža odlične mogućnosti da se mjerenjem struje u zaštiti osigura postepenost signalizacije, alarma i

isključenja. Zaostaju za »hladnim vodičima« jer se ne mogu vezati u seriju, već svaki topli vodič, kad ih ima više u termičkoj zaštiti jednog motora, mora imati svoj posebni pomoćni strujni krug.



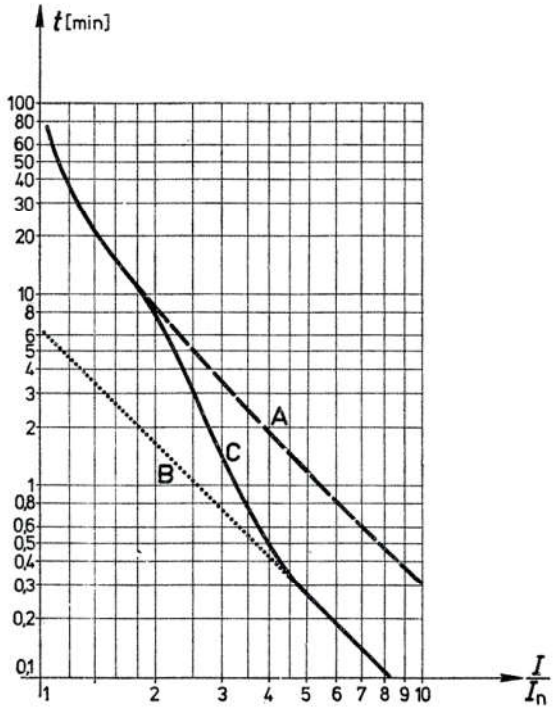
Sl. 9. Tipične karakteristike termistora, toplih vodiča, za tri različite veličine otpora

Dosad opisanim elementima termičke zaštite — termosondama, hladnim vodičima i toplim vodičima, zapravo se ne mogu zaštititi visokonaponski motori. Visokonaponski namoti sami su po sebi izolirani relativno debelim izolacijskim slojem, a i temperaturne mjerače valja izolirati, pa zaštita više nije vjerna; temperatura mjerača kasni za temperaturom namota i posebno je znatno niža pri kratkom spoju. Kako termičke mjerače treba ugraditi uz sam namot (u glave namota) prije konačne impregnacije, tj. i prije visokonaponskih ispitivanja namota, to može pri visokonaponskim probama namota lako doći do promjene svojstava »toplih« i »hladnih« vodiča jer su oni osjetljivi na snažno električno polje, tj. naponska čvrstoća im je niska.

7.1.4. Zaštita visokonaponskih motora

Visokonaponski motori redovno su veće ili velike snage, u skladu s izlaganjima u odjeljku 6.4. Za elektromotorni pogon s relativno malim momentom inercije i sa statičkim režimom opterećenja zadovoljavaju bimetalni ili prekostrujni releji spojeni preko strujnog transformatora. Ako takav pretežno statički pogon ima velik moment inercije (teški pogon), zaštitni se relej kombinira s vremenskim koji isključuje zaštitu za vrijeme zaleta, ili se zaštitni relej spaja preko zasićenog strujnog transformatora (vidi sl. 4. i 6). No za takav elektromotorni pogon s visokonaponskim motorom s čestim dinamičkim pojavama, takva zaštita ne odgovara. Termička zaštita mjeračima temperature opisanima u odjeljku 7.1.3. također nije prihvatljiva, kako je to tamo obrazloženo. Postoji, doduše, mogućnost termičke zaštite pomoću otporničkog termometra koji se redovno ugrađuje u utor, najčešće u izolacijski distancioni uložak između gornjeg i donjeg sloja dvoslojnog namota motora. To je najčešće obični linearni otpornik oblikovan u spljoštenu spiralu, osjetljiv na temperaturu (relativno visok temperaturni koeficijent) i spojen u posebni pomoćni

strujni krug. No i ta zaštita nije efikasna u dinamičkim stanjima jer temperaturno bitno kasni za namotom pri naglim promjenama. Zaštita visokonaponskih motora u dinamičkim stanjima morala bi zadovoljiti neke principe. Već je u 6. poglavlju pokazano da se kod statičkih stanja proces zagrijavanja elektromotora odvija po eksponencijalnom zakonu s vremenskom konstantom T_t koja približno odgovara homogenom tijelu. U dinamičkim stanjima taj je proces znatno brži, toplina relativno sporo prelazi s bakra namota na okolinu pa se zagrijavanje odvija po eksponencijalnom zakonu kojemu bi znatno manja vremenska konstanta odgovarala samo namotu motora kao homogenom tijelu. Približno se toplinske pojave u motoru odvijaju sporo kad su struje manje od $\approx 2I_n$, a brzo uz veće od $4I_n$, dok se unutar vrijednosti struja od $2I_n$ do $4I_n$ brzina toplinskih pojava postepeno mijenja. Zaštitni uređaji na dosad opisanim principima, tj. oni koji se mogu upotrijebiti za visokonaponske motore, nemaju takvu toplinsku karakteristiku, a upravo bi takva morala biti u elektromotornih pogona s češćim dinamičkim stanjima, pri čemu bi još vremenska karakteristika promjene temperature zaštitnog uređaja morala točno odgovarati vremenskoj karakteristici temperaturne promjene za određeni motor koji se želi zaštititi. Sl. 10. predočuje vremensku karakteristiku jednoga konkretnog motora, tj. postizanje dopuštene temperature ovisno o strujnom preopterećenju. Ona odgovara uvodnom opisu jer se do približno $2I_n$ ponaša kao homogeno tijelo, uz više od oko $4I_n$ kao da nema hlađenja namota, a između $2I_n$ i $4I_n$ po nekoj »miješanoj« karakteristici. U osnovi je moguće izgraditi bimetalni relej s termičkim balastom, dakle tijelo se bimetala oklopi tolikom izolacijskom masom da se pri strujama do $\approx 2I_n$ ponaša kao i karakteristika A na puno izvučenom dijelu sl. 10. Pažljivom izolacijom termičke balastne mase i samog bimetala postiže se takav prelazak topline pri opterećenjima većima od $\approx 4I_n$ koji odgovara karakteristici B na punom crtom izvučenom dijelu sl. 10. Tad će se karakteristika releja i za struje između $2I_n$ i $4I_n$ ponašati kao C na sl. 10, tj. takav će bimetalni relej imati potpuno jednaku karakteristiku kao i motor ili, kako se to kaže, bit će vjerna toplinska slika motora. Dakako, takav relej potpuno štiti motor. Mana mu je u tome što je ekstremno skup jer mu se svi detalji pojedinačno izrađuju za određeni motor i potpuna se termička slika vrlo teško može projektirati, već se manje-više pokusom dolazi do prave karakteristike. Cijenu takve zaštite mogu podnijeti samo najveći motori, za važne i skupe pogone, pa je ta zaštita vrlo rijetka u praksi.



Sl. 10. Vremenska karakteristika postizanja dopuštene temperature, počevši od hladnog stanja, jednog konkretnog motora ovisno o strujnom preopterećenju: A — uz toplinsku vremensku konstantu motora, B — kad se namot ne hladi, C — prelazak s jedne na drugu karakteristiku; stvarna karakteristika je na slici izvučena punom crtom

7.2. ZAŠTITA OD SMETNJI KOJE POTJEČU IZ NAPOJNE MREŽE

Podijelimo li napojne mreže na istosmjerne i (trofazne) izmjenične, uočavamo odmah bitnu razliku u snazi, veličini i rasprostranjenosti tih dvaju osnovnih tipova. Snažna, velika, rasprostranjena je izmjenična mreža (bolje je čak govoriti o izmjeničnom sistemu nego o izmjeničnoj mreži), a istosmjerne su mreže male, slabe i redovno ograničene na mali prostor (jedan brod, jedan pogon i slično) ili čak »degeneriraju« u izvor za samo jednog potrošača. Zato, kad govorimo o smetnjama u napojnoj mreži koje mogu štetno utjecati na motor elektromotornog pogona, mislimo gotovo uvijek na trofaznu mrežu i trofazne motore, asinhrone, sinhrone ili kolektorske, pri čemu, opet, najviše na asinhroni motor. Zato će o njemu biti i nešto više riječi nego o ostalim vrstama.

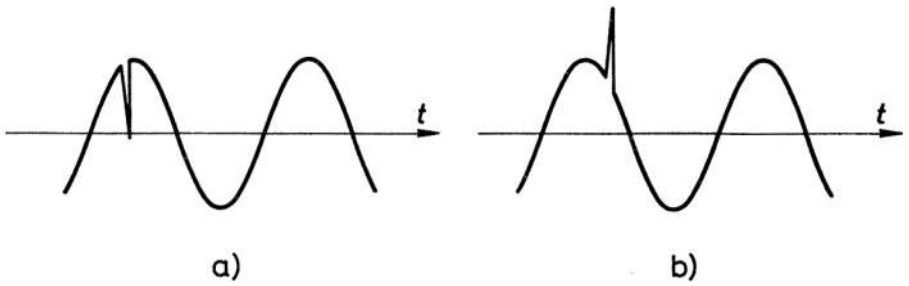
7.2.1. Smetnje zbog nestandardnog oblika napona

Oblik napona u izmjeničnoj mreži redovno nešto odstupa od sinusnoga. Propisi dopuštaju samo neznatna odstupanja od sinusnog oblika, obično ne više od 5 %, i taj se zahtjev održava u većini mreže na strani gornjeg (višeg) napona prijenosa ili razdiobe električne energije. Na strani donjeg (nižeg) napona u razdjelnim mrežama te propisima dopuštene granice odstupanja vrlo se često premašuju, a sadržaj viših harmonika zna biti i obilato veći. Tome je dobrim dijelom u novije vrijeme uzrok i sve veći broj pogona napajanih statičkim pretvaračima napona (tiristorskim mostovima kao izvorima istosmjerne struje) i statičkim konverterima frekvencije koji uzrokuju pojavu obilja viših harmonika u mrežama, i već se gotovo udomaćio naziv da takvi pogoni »zagađuju mrežu« (u analogiji s pojmom zagađivanja okoline). Izmjenični motori priključeni na takvu mrežu ne samo da gube na efikasnosti zbog pojave parazitskih momenata već se u njihovim namotima i aktivnom željezu pojavljuju dodatni gubici. Ukratko, motori se više zagrijavaju. Budući da su efektivne vrijednosti struja motora u takvoj mreži samo neznatno povećane, to normalni prekostrujni ili bimetalni releji ne pružaju nikakvu zaštitu, pa ostaje jedino termička zaštita kojom se može uspješno štititi motor od utjecaja prouzrokovanoga jakim iskrivljenjima oblika napona u napojnoj mreži.

U istosmjernim mrežama s valovitim naponom (što se po analogiji može isto smatrati »zagađenjem« mreže) osim opisanog djelovanja identičnoga onome u izmjeničnih motora (i identičnog reagiranja osnovnih elemenata zaštite), znatan je još i utjecaj viših harmonika na komutaciju strojeva (napon transformacije). Zato se napon takvih mreža, posebno ako su to ispravljene izmjenične mreže, redovito »gladi« prigušnicama.

U slabim izmjeničnim mrežama, kakva je npr. brodska mreža, osobito uz potrošače velike snage, nastaje još jedan fenomen, takozvani flikeri (naponski udari, prolomi; vidi sl. 1). I oni su rezultat viših harmoničkih članova izazvanih pogonima preko ispravljača, ali još i pojavama pri iskapčanju i ukapčanju relativno snažnih potrošača, a oboje vezano za eventualne pojave rezonancije između induktiviteta i kapaciteta (kabeli) mreže. Ti snažni trenutni »padovi« napona, kao onaj na sl. 1.a, odnosno snažni »porasti« napona (prenaponi), kao onaj na sl. 1.b, obično su toliko kratkotrajni da ne remete osnovnu funkciju motora (na slici su širine naponskih udara zbog vidljivosti preširoko nacrtane, a zapravo traju još mnogo kraće), a i ne izobličuju same po sebi oblik napona preko dopuštenih granica. Isto su tako i za elemente zaštite, bilo prekostrujne, bilo podnaponske, isuviše kratki da djeluju —

(isključe) motor, što u osnovi i nije potrebno. Naime, problem nastupa u (slaboj) mreži tek onda kad prenaponi u tim naponskim udarima dosegnu znatnu visinu. U nekim najnepovoljnijim okolnostima izmjereni su na niskonaponskim motorima (mreža od 380 V) i naponski udari do 5 kV. Jedan takav udar sam po sebi obično ne može uništiti (probiti) izolaciju namota jer ekstremno kratko traje, ali niz takvih udara koji se uzastopno pojavljuju u nekome duljem vremenskom trajanju pogona



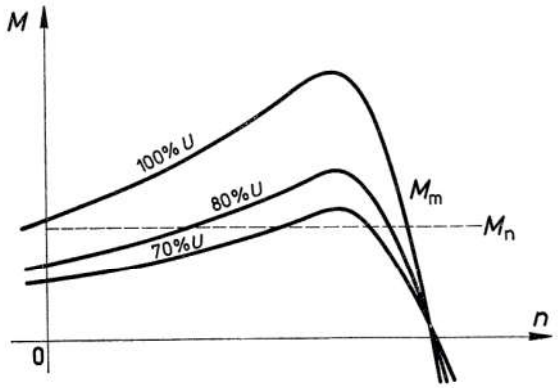
Sl. 1. Snažni padovi (a) ili porast (b) napona, flikeri, prolomi, kao rezonantne pojave u slabim izmjeničnim mrežama — principna skica

nagriza izolaciju. Ujedno se to djelovanje obično kumulira na najslabijim točkama izolacije i konačno nastaje proboj, spoj na masu ili među fazama. Protiv takvog djelovanja nema zaštite koja bi bila dovoljno efikasna, već se u takvoj (slaboj) mreži moraju ukloniti uzroci (neadekvatno upravljanje, ukapčanje, nesimetrije izvora napajanja itd.).

7.2.2. Smetnje zbog promjenljive visine napona

Za izmjenične mreže propisane su vrijednosti osnovnih parametara, visine napona i stalnosti frekvencije. Načelno su svi motori tako građeni da trajno izdrže stanovita odstupanja od parametara mreže. Propisi zahtijevaju da motori bez štetnih posljedica izdrže promjenu frekvencije i priključnog napona u iznosu od nekoliko postotaka, obično $\pm$ 5 % za napon i $\pm$ 1 % za frekvenciju. Pojedini su propisi u pogledu frekvencije još i znatno oštriji, i stvarna promjena frekvencije u pogonu obično je toliko mala da ne izaziva teškoće. Na gornjoj strani napona razdjelnih transformatora propisi o visini napona redovno se poštuju i održava se napon u zahtijevanim granicama. Međutim, u priključnoj mreži (s donje strane napona transformatora), obično je pad napona veći od dopuštenoga, i to prema kraju razdjelne mreže ako je razvod imalo dulji (udaljenost od transformatora velika). To je posebno često u slaboj mreži, gdje se može pretpostaviti da će biti situacija kad se i za neko dulje vrijeme napon toliko promijeni da to može postati opasno za motore. Pretpostavimo dvije mogućnosti. Prva je da napon bude mnogo niži (70—80 %) od nominalnoga i druga da napon bude viši (120—130 %) od nazivnoga. U prvom slučaju znatno su pogođeni npr. asinhroni motori. Možemo razmotriti situaciju na osnovi sl. 2. Motoru uz sniženi napon nešto padne brzina. Ako je opterećen konstantnim momentom tereta, on mora kod sniženog napona vući veću struju iz mreže da zbog smanjenog toka razvije potrebni moment — dakle, strujno se preopterećuje. Ne ulazeći potanje u ostale neprilike, a to su da npr. ne može krenuti zbog premalenog momenta ili može ispasti iz pogona kad mu prekretni moment padne ispod momenta tereta, vidimo da su termičke posljе-

dice jako sniženog napona jednake posljedicama mehaničkog preopterećenja na osovini. Ako je, dakle, motor termički zaštićen od preopterećenja, onda ta zaštita u načelu štiti i u slučaju priključka na preniski napon. Ipak se katkad postavlja i podnaponska zaštita koja iskapča kad priključni napon dulje vrijeme ima prenisku vrijednost. U drugom slučaju, onome s previsokim naponom, asinhroni bi motori morali biti strujno rasterećeni, a nešto bi im se povećali gubici u željezu. Zbog



Sl. 2. Uz objašnjenje ponašanja asinhronog motora pri smanjenome pogonskom naponu

visokog napona naraste magnetski tok pa uz isti moment tereta treba manja radna struja. Može se, međutim, ponekad dogoditi da u jako zasićenih motora toliko poraste struja magnetiziranja da ukupna struja u statoru ipak raste. To je npr. pojava u sporohodnih motora manje snage, kojima je struja magnetiziranja prirodno velika. Dakle, i u takvim slučajevima porasta struje s naponom efikasno djeluje zaštita od strujnog ili termičkog preopterećenja.

Sinhroni se motor padne li mrežni napon ponaša slično asinhronome, uz nešto bolje mehaničke karakteristike jer mu moment motora ovisi linearno o naponu, a asinhronome o kvadratu napona. On će, dakle, pogonski lakše podnijeti kratkotrajna sniženja napona od asinhronoga, tj. teže će »ispasti iz koraka«. Međutim, uz konstantni moment tereta, morat će mu radna struja porasti obratno proporcionalno sniženju napona. Ne dira li se u uzbudu u takvom slučaju, odavat će on i povećanu jalovu struju u mrežu, što ovisi o tome kakva je bila jalova struja uz normalni napon. Od posljedica povećane ukupne struje u toku pada napona štiti ga ista zaštita kao i od preopterećenja. Poraste li napon u mreži, past će sinhronom motoru radna struja, pa ako mu se pri tome ne dira u uzbudu, promijenit će se i jalova struja (vjerojatno će porasti ako je uz normalni napon radio s $\cos \varphi = 1$), što ovisi o tome kakva je bila jalova struja uz normalni napon. Vjerojatno je da pri tome neće nastupiti termičko preopterećenje.

Istosmjerni motori ponašaju se ovisno o svojoj vrsti različito. Pretpostavimo za sve vrste da je moment tereta konstantan i da se ne podešava uzbuda. Tad se motori pri sniženom naponu ponašaju na ovaj način:

a) Nezavisno uzbuđeni motor okretat će se brzinom vrtnje gotovo sasvim proporcionalno naponu uz konstantnu struju. Strujnog preopterećenja nema, a termičko nastupa samo ako se motor zbog smanjene brzine vrtnje bitno lošije hladi. Tu bi djelotvorna bila samo termička zaštita.

b) Poredno uzbuđeni motor jako zasićen u radnoj točki ponaša se identično nezavisno uzbuđenome, ali su mu manji gubici statora. Poredno uzbuđeni motor potpuno nezasićen neće u principu promijeniti brzinu vrtnje jer odnos narinutog

napona i magnetskog toka ostaje konstantan. Ali će mu približno proporcionalno naponu porasti struja, te će vjerojatno biti strujno i termički preopterećen, pa će se ipak neznatno promijeniti i brzina vrtnje (teže će komutirati). Zadovoljava, dakle, zaštita koja djeluje i u preopterećenju.

c) Serijski motor pri smanjenom naponu (uz konstantan moment tereta) promijenit će samo brzinu vrtnje, koja će opasti približno proporcionalno naponu, a struja se neće mijenjati. Ako se zbog sporije vrtnje pregrijava, efikasna je temperaturna zaštita.

Ako je povišen mrežni napon, uz pretpostavku konstantnog momenta tereta i da se ne podešava uzbuda, motori se ponašaju ovako:

a) Nezavisno uzbuđeni motor okretat će se brzinom vrtnje (gotovo potpuno) proporcionalnom naponu uz konstantnu struju, zbog čega će nešto teže komutirati. Nema ni strujnog ni termičkog preopterećenja.

b) Poredno uzbuđeni motor jako zasićen u radnoj točki ponaša se identično nezavisno uzbuđenome, ali su mu povećani gubici u statoru (uzbudi). Poredno uzbuđeni motor potpuno nezasićen neće u principu promijeniti brzinu vrtnje, ali će mu opasti vrijednost struje u armaturi, a porasti struja uzbude.

c) Serijski će se motor vrtjeti povećanom brzinom (gotovo sasvim) proporcionalnom naponu, a struja će ostati ista. Povećat će se gubici u željezu armature, stroj će teže komutirati, ali ne treba očekivati pregrijavanje jer poboljšano hlađenje zbog povećane brzine vrtnje vjerojatno kompenzira djelovanje porasta gubitaka u željezu.

7.2.3. Smetnje zbog nesimetrije trofazne mreže

Nijedan trofazni sistem nije u praksi idealno simetričan. Na strani donjeg napona u razdjelnoj mreži nastaju još povremeno jače nesimetrije faza (iznosa i kuta) zbog nejednolikog opterećenja faza (jednofazni teret). Motor je u takvoj mreži priključen na nesimetrični sistem i na poznati način razvije direktnu i inverznu komponentu okretnog momenta. Rezultat su povećani gubici i, ako su dovoljno veliki, pregrijavanje motora. Identičnu sliku pruža i motor kojem »ispadne« jedna faza, pa radi jednofazno, samo s još mnogo jače izraženim nepovoljnim efektom. Uspješno štiti i temperaturna i prekostrujna zaštita.

7.2.4. Ostale smetnje iz mreže — ponovno ukapčanje

Za motore, posebno za visokonaponske, može mreža biti izvor i drugih neprilika. U načelu postoji opasnost da se prenaponi nastali u mreži prenesu u motore i probojem izolacije stvore zemni ili kratki spoj i onesposobe motor. No kako je prijenosna i distributivna mreža redovno zaštićena od prenapona, to su elektromotorni pogoni koje napaja već zaštićeni, i samo se izuzetno postavlja to pitanje za elektromotore koji su negdje odvojeno postavljeni i napajani posebnim zračnim vodom visokog napona. Tad se obično postavlja i neka zaštita od prenapona, katodni odvodnik ili slično.

Mnogo su važnije opasnosti koje mogu nastupiti u trenucima ukapčanja ili prekapčanja u mreži. Pitanje je vrlo složeno, no prikažimo ga u jednostavnijem obliku.

Najveće struje koje su mogle u klasičnom pogonu bez prekapčanja i ponovnog ukapčanja poteći izmjeničnim motorom bile su udarne struje kratkog spoja I_{ku}, i za njih su motori bili normalno građeni. Neprilike su počele nastupati tek kad je uslijed napretka tehnike došlo do ukapčanja i prekapčanja trofaznih strojeva, naročito velikih, bilo radi radnog kontinuiteta, bilo zaštite procesa, zaštite mreže itd. Markantni su primjeri prekapčanja na sabirnicama (osobito ako nisu sinhronizirane) i brzo automatsko ponovno ukapčanje u mrežama, pa čak i prekapčanje polova višebrzinskim velikim visokonaponskim motorima.

Motori se oštećuju zbog prevelikih struja koje nastupaju u tim pojavama. Sile na namot (motora) proporcionalne su kvadratu struja, a deformacije namota zbog sila ovise o geometrijskoj konfiguraciji glava namota (dulje glave s manjim momentom otpora izložene su većim deformacijama). Tako je kvalitativno prikazana tablicom na sl. 3. podjela motora prema osjetljivosti na deformacije zbog velikih struja.

Manje osjetljivi motori	Više osjetljivi motori
mali motori	veliki motori
sporohodni motori	brzohodni motori
niskonaponski motori	visokonaponski motori
impregnirani motori (u vakuumu)	neimpregnirani motori
novi motori s boljom tehnologijom namota	stariji motori s lošijom tehnologijom namota

Sl. 3. Podjela motora prema osjetljivosti na velike udarne struje

Važno je pri tome da struje koje teku namotom motora ne prekorače granicu koja izaziva plastične deformacije namota. Za sam kvar tipično je da nastaje postepeno. Velike struje u prijelaznim pojavama traju relativno kratko, pa je radnja koja uzrokuje deformacije malena, usprkos velikim silama. Obično je potreban veći broj takvih kratkotrajnih naprezanja da se deformacija poveća do pucanja izolacije — zatim zemnog spoja ili spoja među namotima itd. Oštećeni motori pokazuju tipično »skupljanje« svitaka protjecanih strujom iste faze i »razmicanje« svitaka protjecanih strujama raznih faza.

Sama prijelazna pojava u mreži s mnogo potrošača dosta je zamršena.

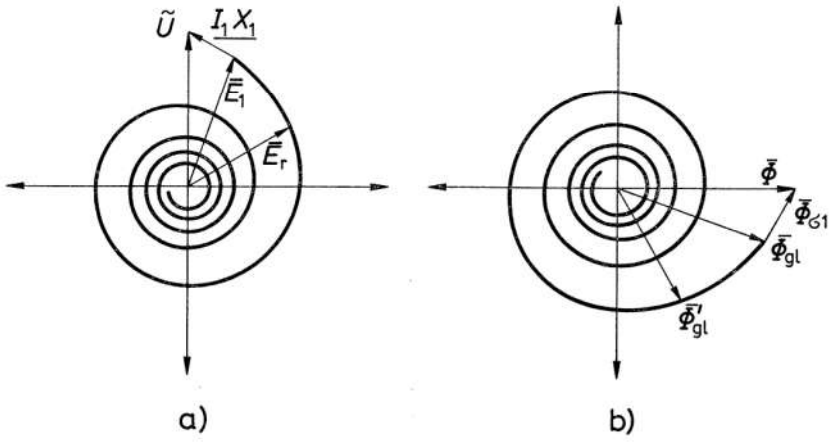
Za lakše razumijevanje pojave pretpostavimo da je iza sklopke s ponovnim ukapčanjem priključen samo jedan motor, i to asinhroni koji je normalno opterećen, daje normalnu snagu na osovini i vrti se stacionarnom brzinom koja odgovara teretu. Ako u tom stanju iskopčamo motor s mreže, počnu istodobno dvije prijelazne pojave, električka i mehanička:

1. nestajanje magnetskog toka u motoru zbog izostanka uzbude (priključnog napona);
2. zaustavljanje elektromotornog pogona uslijed kočenja momentom tereta na osovini.

Zbog prve pojave rasipni tok u željezu statora $\Phi_{\sigma 1}$ padne u vrlo kratko vrijeme na nulu jer se njegovu nestajanju protive samo vrtložne struje u statorskom željezu. Ta pojava odvija se obično u dijelovima jedne periode i može se u našem problemu zanemariti zbog svoje kratkoće. Međutim, *glavni tok* Φ_{g1} stroja i rasipni tok rotora koji su ulančeni rotorskim namotom (bez obzira na to koje je vrste) ne

može naglo iščeznuti. Tako promatranje promjene magnetskog toka možemo započeti od vektora Φ_{g1} na sl. 4.b. S naglim iščezavanjem rasipnog toka statora $\Phi_{\sigma 1}$ istodobno je nestao i induktivni pad napona u fazi primara $I_1 X_1$, gdje je I_1 struja motora u trenutku prije iskapčanja sklopke, a X_1 rasipni otpor koji odgovara $\Phi_{\sigma 1}$ uz nazivnu frekvenciju. Tako naponski razvoj možemo početi promatrati od vektora napona E_1 na sl. 4.a, koji odgovara glavnome magnetskom toku Φ_{g1} u trenutku iskapčanja i nazivnoj frekvenciji. Taj tok Φ_{g1} iščezava brzinom koju mu dopušta njegov namot, odnosno s vremenskom konstantom T_{e1}, gdje je:

$$T_{e1} = \frac{L}{R}, \tag{1}$$



Sl. 4. Vektorski dijagram napona (a) i magnetskog toka (b) u prekapčanju ili ponovnom ukapčanju asinhronog motora: E_1 — inducirani napon koji bi izazvalo okretno polje mreže, E_r — rezidualni inducirani napon zbog rezidualnog magnetskog toka, Φ_{g1} — rezidualni glavni magnetski tok

a L i R su odgovarajući radni otpor faze rotora i induktivitet faze rotora koji predstavlja zajednički glavno i rasipno polje. Proces iščezavanja toka do veličine koja više nije opasna da izazove povećane udarne struje pri ponovnom ukapčanju traje kraće u manjih strojeva, a dulje kod većih, i reda je veličine dijela sekunde za manje strojeve, oko 1 s za srednje i nekoliko sekundi za velike motore.

Nakon iskapčanja motora s mreže on i dalje rotira. Rotaciju podržava kinetička energija masa koje su se zatekle u vrtnji u času iskapčanja, a koči je moment tereta na osovini (i vlastito trenje u ležajima i ono o zrak, koje se uglavnom može zanemariti). Tako nastaje zaustavljanje (kočenje) i taj je proces karakteriziran mehaničkom vremenskom konstantom T_m i momentom tereta M_t kao funkcijom brzine vrtnje. Za ovu priliku definirajmo T_m slično kao i u 5. poglavlju (uz $M_n = M_t$):

$$T_m = \frac{mD^2 \cdot n_s}{38{,}2 \cdot M_t}. \tag{2}$$

Moment tereta kao funkcija brzine vrtnje $M_t(n)$ ili klizanja $M_t(s)$ može biti isto raznovrstan, konstantan, linearno ili kvadratno ovisan o brzini vrtnje, ili čak takve ovisnosti koja se ne da jednostavno analitički prikazati. Može se kvalitativno reći da se elektromotorni pogon to sporije zaustavlja što mu je mehanička vremenska konstanta veća i što mu je moment tereta manji.

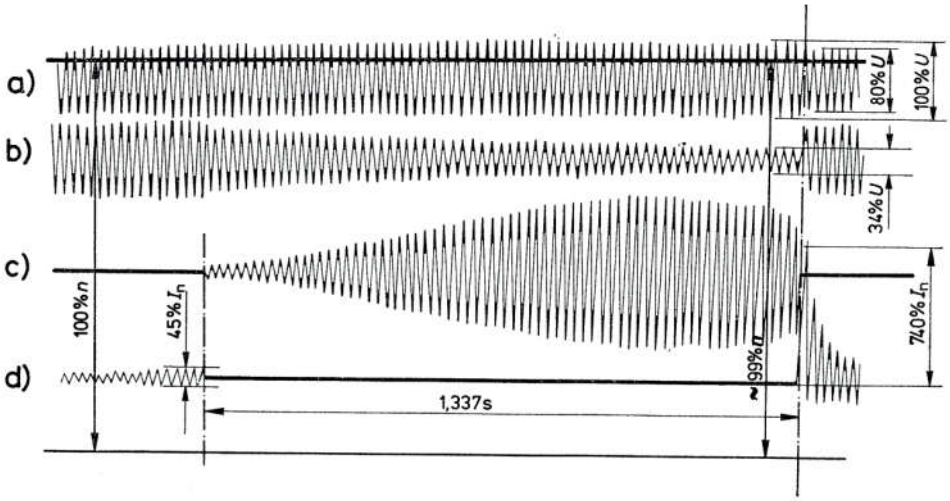
Budući da se opisane dvije prijelazne pojave (nestajanje toka i opadanje brzine vrtnje) istodobno događaju, to magnetski tok (koji nestaje) rotira brzinom koju definira zaustavljanje, pri čemu se inducira u namotu statora napon proporcionalan trenutnom iznosu toka i trenutnoj brzini vrtnje.

»Zaostali« napon na stezaljkama statora može se lijepo vidjeti na oscilogramu sa sl. 5. Taj napon (E_r) ne samo da opada po iznosu:

$$E_r \doteq E_1 \cdot e^{-t/T_{el}} \cdot \frac{n}{n_s}, \tag{3}$$

zbog:

$$\Phi'_{gl} = \Phi_{gl} \cdot e^{-(t/T_{el})}, \tag{4}$$



a = napon mreže ($U \approx E_1$)
b = napon na stezaljkama motora ($\bar{E}_r$)
c = razlika napona $\bar{E}_1 - \bar{E}_r$
d = struja

Sl. 5. Oscilogrami ponovnog ukapčanja velikog asinhronog motora u praznom hodu

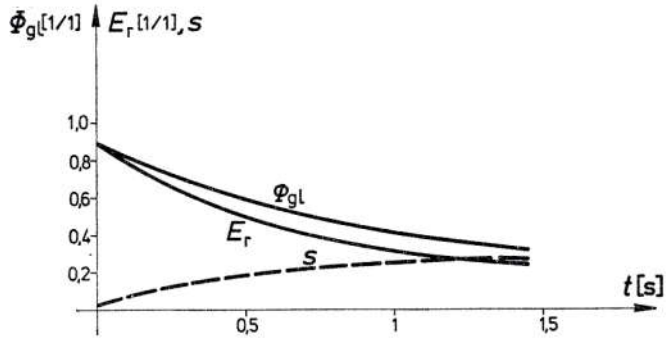
gdje je Φ'_{gl} trenutna vrijednost glavnog toka, i uz početnu brzinu n_{po} kod ukapčanja:

$$n = n_{po} - \frac{38{,}2}{mD^2} \int_0^t M_t(t)\, dt, \tag{5}$$

već se i fazno mijenja prema mrežnom naponu.

Grafički prikaz situacije (nešto pojednostavnjeno, ali dovoljno točno za razmatranje) daje sl. 4. $\bar{E}_1$ je vektor induciranog napona jedne faze kad je motor priključen na mrežu. Taj bi napon rotirao sinhronom električkom kutnom brzinom ω_s. Na sl. 4.a pretpostavljeno je da cijelu pojavu promatramo kao da putujemo skupa s tim vektorom, pa on na slici stoji! $\bar{E}_r$ prikazuje vektor napona induciran tokom koji nestaje (jer je motor iskopčan). On rotira električkom »brzinom zaustavljanja« ω, a za nas (koji s vektorom $\bar{E}_1$ rotiramo brzinom ω_s) brzinom $\omega_s - \omega$. $\bar{E}_r$ se smanjuje kako vrijeme teče — vidi izraz (3), i zauzima kontinuirano sve kutove između 0 i 360° s obzirom na vektor $\bar{E}_1$. Rezidualni glavni magnetski tok $\overline{\Phi}'_{gl}$ rotira kutnom brzinom vrtnje ω jer je ostao prostorno nepomičan prema namotu rotora, tj.

za promatrača u točki vrha vektora $\bar{\Phi}_{gl}$ (sl. 4.b) rotira kutnom brzinom vrtnje $\omega_s - \omega$. Tako se i on s vremenom smanjuje prema izrazu (4), i prelazi kontinuirano sve kutove između 0 i 360° na sl. 4.b. Pri tome $\bar{E}_r$ i $\bar{\Phi}'_{gl}$ zauzimaju stalni električki kut od $\frac{\pi}{4}$. Ima, međutim, razlike u intenzitetu opadanja iznosa E_r i Φ'_{gl}. Ona je očita i na sl. 4. usporede li se 4.a i 4.b, i razlikuje se relativno po iznosu za faktor $\frac{n}{n_s}$, vidi izraze (3) i (4). Za jedan konkretan slučaj prikazuje tu razliku sl. 6. Sad bismo pojavu približno ovako mogli razmatrati. Priključi li se u bilo kojem trenutku nanovo motor na mrežu, može se (zbog $E_1 \doteq U_1$) smatrati kao da je u prvom tre-



Sl. 6. Relativni iznos rezidualnog induciranog napona, rezidualnoga glavnog magnetskog toka i klizanja kao funkcije vremena nakon isključenja jednoga konkretnog motora s mreže

nutku priključen na napon $U \doteq \bar{E}_1 - \bar{E}_r$. Iznos tako definiranog napona jednak je udaljenosti točaka vrhova vektora E_1 i E_r na sl. 4.a, u momentu ukapčanja. Oscilogram na sl. 5. predočuje taj napon snimljen kao razliku potencijala istoimenih faza motora i mreže. Pretpostavimo idealno da brzina vrtnje ne pada s vremenom. Tad i maksimalna udarna struja ukapčanja može u nepovoljnim uvjetima biti proporcionalna tako definiranom naponu, pa želimo li je ograničiti na neku vrijednost, valja osigurati da se ponovno ukopča kad je razlika napona $\bar{E}_1 - \bar{E}_r$ dovoljno malena. Pitanje je sad kolika se struja još može dopustiti kao osnova za kriterij pri ukapčanju. Obično se za nove velike motore (klasične gradnje) dopušta 140 % I_{ku} (gotovo dvostruke sile), ali to neće moći izdržati stariji motori. I ostali elementi »osjetljivosti« prema tablici na sl. 3. imaju svoju ulogu. Dijelom iskustvom, dijelom istraživanjem došlo se do zaključka da motori snage manje od 100 kW sigurno izdrže bilo kakve uvjete. Logično, ta je granica kod niskonaponskih motora viša (oko 200 kW za brzohodne, a 300 kW za sporohodne). Kako se niskonaponski motori vrlo rijetko izvode iznad tih snaga, to samo neznatnom dijelu njih valja kontrolirati osjetljivost na ukapčanje u nepovoljnim uvjetima. Naprotiv, visokonaponski motori uvijek se grade za veće snage od spomenutih, pa se zapravo svi ubrajaju u motore »osjetljive« na ukapčanje u nepovoljnim uvjetima, i treba ih kontrolirati i posebno štititi. Osobito su osjetljivi veliki brzohodni strojevi nominalnog napona većega od 3 kV. Ako želimo da udarne struje kod ponovnog ukapčanja nipošto ne prekorače dopuštenu vrijednost (120—140 % udarne struje u kratkom spoju):

$$I'_{ku} \leq (1{,}2 - 1{,}4) \cdot I_{ku}, \tag{6}$$

ne bi smio u idealnome ni djelotvorni napon u trenutku ponovnog ukapčanja biti veći od:

$$U = \bar{E}_1 - \bar{E}_r \leq (1{,}2 - 1{,}4) \cdot E_1. \tag{7}$$

Gledajući na sl. 4.a jasno se zaključuje da se osjetljivi motor ne smije ponovno ukopčati za trajanja onog vremena kad vektor $\bar{E}_r$ odbijen od vektora $\bar{E}_1$ premašuje vrijednost koja izlazi iz uvjeta (7). Zapravo je stanje još teže. Budući da vrijednost udarne struje određuje zapravo stanje glavnoga magnetskog toka, to je iznos rezidualnog toka, a ne ostatnog napona, mjerodavan kad se smije ili ne smije opet uključiti motor. Približno bi, dakle, naponska relacija, polazeći od izraza (6), (3) i (4), morala biti:

$$U \approx \bar{E}_1 - \bar{E}_r \frac{n_s}{n} \leq (1{,}2 - 1{,}4) \cdot E_1 \tag{8}$$

jer ako jednadžbu (4) pomnožimo s $\frac{2\pi}{\sqrt{2}} w f_n f$, dobiva se:

$$E'_r = E_1 \, e^{-(t/T_{el})},$$

i kad to podijelimo izrazom (3), odgovarajući fiktivni rezidualni napon koji bi bio mjerodavan za veličinu udarne struje jest $E'_r = E_r n_s/n$. Točno ponašanje struje se, dakle, dobiva upravo uz pretpostavku da se rezidualni napon ne smanjuje zbog opadanja brzine vrtnje. Teorijski postoje tri mogućnosti ponovnog ukapčanja bez opasnosti:

1. ponovno se ukopča motor prije nego se vektori »raziđu« na sl. 4. u punom krugu više nego što dopuštamo, nazvano vremenom t_k (kratko vrijeme ponovnog ukapčanja);
2. ponovno se ukopča poslije smanjenja iznosa vektora $\bar{E}_r n_s/n$ na vrijednost $(0{,}4 - 0{,}2)\, E_1$, nazvano ukapčanjem s »dugim« vremenom t_d;
3. ukapča se u onom trenutku kad su rezidualni napon motora i mrežni napon barem približno u fazi (kao pri sinhroniziranju).

Obično se prekapčanje ili ponovno ukapčanje u mreži zbog raznovrsnih razloga ne može izvesti brže od 0,3 s. U tom se vremenu, naoko vrlo kratkom, ipak kod velike većine osjetljivih motora u stvarnim elektromotornim pogonima raziđu vektori $\bar{E}_1$ i $\bar{E}_r$ za više od 90 električkih stupnjeva, tj. ne smije se ukapčati u kratkom vremenu t_k. Realno je očekivati tek za vrlo velike motore, više od 1 000 kW, da će se moći koristiti tom mogućnosti, i to kad su relativno neopterećeni, pa praktički ne gube brzinu vrtnje.

Ostalim osjetljivim motorima ostaje druga mogućnost, tj. da se ponovno ukapčanje izvrši nakon dugog vremena ukapčanja t_d.

Treća mogućnost ukapčanja »u fazi« zastupljena je obično prilikom grubog prekapčanja sabirnica, npr. kod pomoćnih pogona u elektranama. Tad sabirnice valja opremiti posebnim uređajima koji uspoređuju »faze« iskopčane sabirnice s fazama mreže na koju se ukapčaju. Kako su te pojave vrlo brze, to i uklopni aparati i mjerni uređaji moraju biti izvanredno brzi, i zato je ta metoda jako skupa pa se isplati samo za velike grupne pogone, gdje je još i održavanje pogona posebno važno. Grupni pogon više motora na istim sabirnicama ima još prednost u tome što se iskopčana sabirnica neko vrijeme drži u nekome međusobnom »sinhronizmu« jer svi motori nakon iskapčanja imaju izvjesnu individualnu količinu kinetičke energije, akumulirane u zamašnim masama, i magnetske energije, akumulirane u magnetskim poljima.

U mrežama s automatskim ponovnim ukapčanjem osjetljivi se motori moraju individualno zaštititi. Prijeko je potrebno da se, kad iz bilo kojeg razloga proradi mrežna sklopka s automatskim ponovnim ukapčanjem, i svaki osjetljivi motor smjesta isključi vlastitom sklopkom (npr. uz pomoć nul-naponskog releja). Nakon toga svaki se motor individualno nanovo ukapča, vrlo rijetki s »kratkim«, a većina s »dugim« vremenom ukapčanja. Opći je uvjet pri tome da se nijedan motor ne ukopča prije nego je opet ukopčala mrežna sklopka.

»Kratka« i »duga« vremena ukapčanja, t_k i t_d, moraju se, dakako, točno proračunavati. To je skopčano s priličnim teškoćama želimo li potpunu preciznost. Kad se točno napiše prijelazna pojava, polazeći od relacija (3), (4) i (5), uz poznavanje karaktera momenta tereta, mogu se izvesti opće jednadžbe stanja, ali se iz njih vrijeme ne da eksplicitno računati, već samo zamornim pokušavanjem. Ipak se dugo vrijeme ukapčanja t_d za praktičke potrebe dovoljno točno izračunava na ovaj način. Počnemo li, tako, račun ne iz relacije (3) koja je s gledišta napona točna

$$E_r = E_1 \, e^{-(t/T_{el})} \cdot \frac{n}{n_s},$$

već iz (9), koja je u pogledu udarne struje ispravna, jer se prezentira stanje magnetskog toka:

$$E'_r = E_1 \, e^{-(t/T_{el})}, \tag{9}$$

izlazi:

$$t_d = - T_{el} \cdot \ln\left(\frac{E'_r}{E_1}\right) = - T_{el} \cdot \ln\left(\frac{\Phi'_{gl}}{\Phi_{gl}}\right). \tag{10}$$

Iz relacije (6) dobiva se da za $\frac{\Phi'_{gl}}{\Phi_{gl}}$ dopuštamo vrijednost od 0,2 do 0,4. Tako u izrazu (10) uvrstimo onu vrijednost koju dopuštamo i pomoću nje računamo stvarno t_d. Za brzu ocjenu reda veličine, reći ćemo još nešto. Budući da je u trenutku $t = T_{el}$ iznos $\frac{\Phi'_{gl}}{\Phi_{gl}} = 0{,}368$, bit će red veličine:

$$t_d \approx T_{el} \tag{11}$$

jer je rezidualni napon pao već na 37 % vrijednosti.

Najveća neprilika za praktički račun kod nekoga već instaliranog elektromotornog pogona jest činjenica da redovito nema podataka o električkoj vremenskoj konstanti, a katkad se oni ne mogu dobiti ni od proizvođača, posebno za nešto starije motore. Tad se računa s vrlo dobrom približnošću:

$$T_{el} = \frac{L}{R} = \frac{X_\mu + X'_2}{2\pi f R'_2}, \tag{12}$$

pri čemu je X_μ induktivni otpor koji zastupa glavni magnetski tok, X'_2 rasipni je induktivni otpor faze rotora, R'_2 je radni otpor faze rotora, oba reducirani na primar, a f frekvencija mreže (primara). Budući da je $X_\mu \doteq E_1/I_\mu$, tj. omjer induciranog napona i struje magnetiziranja, a osim toga je $X_\mu \gg X'_2$, vrijedit će:

$$T_{el} \doteq \frac{E_1}{I_\mu} \frac{1}{2\pi f R'_2}. \tag{13}$$

Pri tome je vrijednost T_{el} prema izrazu (13) samo neznatno manja od stvarne. Množimo li brojnik i nazivnik u toj relaciji s $3I'^2_{2n}$, gdje je I'_{2n} nazivna struja rotora reducirana na primar, dobiva se:

$$T_{el} \doteq \frac{3 \cdot I'_{2n} E_1}{3 \cdot I'^2_{2n} R'_2} \cdot \frac{I'_{2n}}{2\pi f I_\mu} = \frac{P_n}{P_{Cun}} \frac{I'_{2n}}{2\pi f I_\mu}.$$

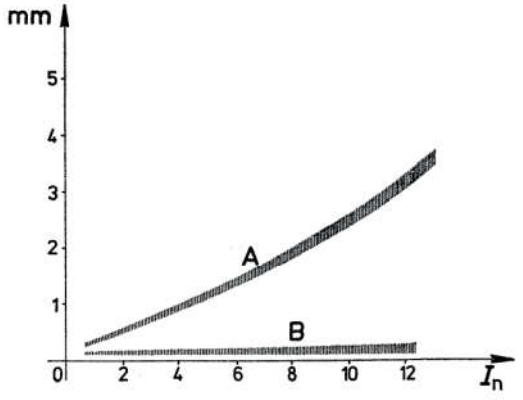
Kako je I'_{2n} manje od I_{n1}, a I_μ manje od I_0 (struja praznog hoda), konačno vrijedi:

$$T_{el} \doteq \frac{I_{1n}}{I_0} \frac{1}{2\pi f s_n}, \tag{14}$$

pri čemu je I_{1n} nazivna struja, I_0 struja praznog hoda, f frekvencija mreže, a s_n nazivno klizanje. I_{1n} je podatak iz natpisne pločice, a I_0 se može ispitati ili dobiti od proizvođača. Nazivno klizanje se računa iz podatka o nazivnoj brzini vrtnje s natpisne pločice, ali je taj podatak vrlo nesiguran zbog zaokruživanja podataka nazivne brzine vrtnje. Zato je bolje da se točan podatak o nazivnom klizanju zahtijeva od isporučioca motora.

Naravno, u sinhronih su motora fizikalna zbivanja u sličnim okolnostima slična. Razlika je u tome što vektor rezidualnog napona $\bar{E}_r$ ne mijenja iznos zbog nestajanja magnetskog polja jer uzbuda sinhronog stroja ne ovisi o mreži. Ali bitna razlika u pogonskim posljedicama jest u problemu sinhronizma. Kut između vektora $\bar{E}_1$ i $\bar{E}_r$ na sl. 4.a u trenutku je ponovnog uključenja zapravo kut između statorskoga okretnog polja i rotora, pa ako se $\bar{E}_1$ i $\bar{E}_r$ za vrijeme dok je motor iskopčan raziđu za više od 90 električkih stupnjeva, motor je zapravo sasvim ispao iz mreže. Iz svega izlazi da šansu ostajanja na mreži imaju samo oni sinhroni motori koji se uspiju »uhvatiti« kratkim vremenom prekapčanja, dakle izrazito veliki motori, ali i oni koji bi imali uređaj za ukapčanje u fazi, tj. kad $\bar{E}_r$ i $\bar{E}_1$ ponovno uđu u fazu, dakle pošto su se razišli za približno 360°, slično onome kako je to opisano za prekapčanje sabirnica. Treća je mogućnost, ali samo za one sinhrone motore koji se zalijeću kao asinhroni, da se nakon iskapčanja mrežne i vlastite sklopke brzo razbude i tako stvore uvjeti ponovnog ukapčanja nakon vremena t_d, dakako kao asinhronih motora.

U posljednjih deset godina sve više proizvođača prelazi na proizvodnju motora koji izdrže prekapčanje u bilo kakvim uvjetima. Razvijaju se tehnologije izrade i učvršćenja namota strojeva svih snaga, izvedbi i napona koji mogu izdržati i višekratne udarne struje kratkog spoja. Na sl. 7. usporedba je osnovana na mjerenju



Sl. 7. Radijalni pomaci glave namota velikog motora ovisno o struji: A — klasična tehnologija, B — nova tehnologija učvršćenja glava namota

prostornog pomaka glave namota za jedan veći visokonaponski stroj klasične izvedbe u klasičnoj i u jednoj od varijanti nove tehnologije. Vidi se da su dovoljno velike struje u namotima s klasičnom tehnologijom izazivale veće radijalne pomake glave namota, a u namotima izvedenima prema novim tehnološkim rješenjima učvršćenja glava ti su radijalni pomaci jedva zamjetljivi. Strojeve u novoj tehnologiji izrade namota ne treba uopće štititi zbog prekapčanja i ponovnog ukapčanja. Dakako, za takve strojeve potrebni su skuplji materijali, složeniji postupci i povećana količina rada pri proizvodnji. Zato su i skuplji od strojeva klasične izrade. Ekonomsko je pitanje hoće li se odabrati skuplji motor bez zaštite od povratnog ukapčanja ili jeftiniji sa zaštitom. Izgleda da će sve češće automatsko ponovno ukapčanje u mrežama ipak donijeti prevagu skupljim, a otpornijim motorima.

7.3. ZAŠTITA OD SMETNJI IZAZVANIH DJELOVANJEM OKOLINE ILI KARAKTEROM TEHNOLOŠKE SREDINE

S obzirom na smještaj elektromotornog pogona, na njegovu okolinu i karakter tehnološkog procesa koji on obavlja, moguće su također smetnje u pogonu motora. Pri tome se, govoreći o smještaju, ne misli na nadmorsku visinu ili okolinu različite temperature, o čemu je bilo riječi u odjeljku 6.5, već se misli na smještaj usred okoline koja može promijeniti način ili efikasnost hlađenja pogonskog elektromotora. U rudnicima, na transportnim trakama, u skladištima može se npr. prekriti motor slojem prašine ili čak djelomično zatrpati. Za motore koji se hlade preko površine kućišta to je bitno pogoršanje uvjeta hlađenja. Zaprašenim motorima raste pad temperature na prelasku s površine motora na rashladni zrak, a kod dijelom zatrpanih smanjuje se efikasna rashladna površina. Stoga se motor više zagrijava, i obično pregrijava pri nazivnom a i manjem opterećenju. Slično je kad je okolina motora puna čestica materije iz tehnološkog procesa. Poznato je da se motorima u tekstilnoj industriji sitnim česticama pamuka ili slične tvari napune rashladni putovi, smanji se količina rashladnog zraka i pogorša prelazak topline. U cementnoj industriji cementna se prašina s vremenom nataloži gotovo na svim površinama motora. Motori koji se hlade pomoću vodnog hladionika često se pregrijavaju kad se u cijevima ili samom hladnjaku nataloži kamenac ili razvije vodno raslinje pa se smanji protok rashladne vode. Svi ti primjeri, a i mnogi slični, uzrokuju pregrijanje motora zbog vanjskih utjecaja okoline ili tehnološkog procesa, i to u uvjetima nazivnog ili čak i manjih opterećenja. Jedina je tad efikasna zaštita termička (temperaturna) jer ostale ne registriraju neželjeno ili opasno zagrijavanje motora. Često i smještaj više elektromotornih pogona u premalenu ili nedovoljno provjetravanu zatvorenu prostoriju uzrok je prekoračenju temperature okoline. Takve se pogreške u projektu prostornog smještaja (pumpne stanice, brodske prostorije) očituju u pregrijavanju motora. I opet je efikasna samo temperaturna zaštita i, dakako, uklanjanje pogreške u smještaju (provjetravanje prostorije) pogona. Događa se ponekad da se prostorno rasporede motori tako kako bi se jedan hladio toplim zrakom koji izlazi iz drugog motora, što je često u motor-generatorskim grupama. Tad se, dakako, motor hlađen toplim zrakom pregrijava. Zaštita i rješenje problema slični su kao u prije izloženom primjeru.

7.3.1. Zaštita u okolini s eksplozivnim smjesama

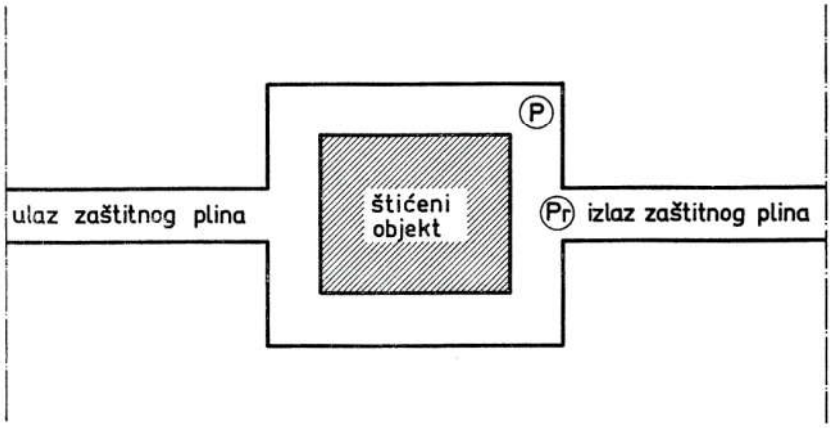
Posebno pitanje zaštite s obzirom na okolinu postavlja se za motore elektromotornih pogona koji rade u eksplozivnoj atmosferi. Tu zaštita mora biti znatno sigurnija nego u slučaju ostalih elektromotornih pogona, jer je u krajnjemu riječ ne samo o golemim štetama, koje mogu izazvati eksplozije, već i o zaštiti ljudi.

Zaštita od preopterećenja u izvedbi neprodorni oklop (*St*) u principu se provodi kao i ona za normalne motore jer su i posljedice od eksplozije u motoru od znatno manjeg značenja nego kad se ona dogodi izvan motora. Uobičajena je prekostrujna zaštita pomoću bimetalnih releja ili, bolje, zaštita termosondama ugrađenima u namote motora. Za motore pogona u stacionarnom stanju sasvim zadovoljavaju uobičajeni bimetalni releji. Dakako, i sami elementi zaštite moraju biti izrađeni u izvedbi sigurnoj od eksplozije. Za potopne rudničke pumpe, gdje izvučena voda hladi motor, ugrađuje se zaštita u namote (termistori ili bimetalne sonde), pa se nakon nestanka vode motor isključi zbog porasta temperature u namotima. U pogonima s dinamičkim stanjima ide se redovno na direktnu temperaturnu zaštitu.

Zaštita od nedopuštenog zagrijavanja najvažniji je dio izvedbe povećana sigurnost (*Ss*). Zaštitni relej mora imati takvu karakteristiku da vrijeme isključenja uz struju kratkog spoja bude kraće od dopuštenog vremena t_E stajanja u kratkom spoju. Pri tome se uzima da je relej u hladnom stanju u trenutku nastanka kratkog spoja (zaustavljanja vrtnje pogona). Za pogone sa stacionarnim režimom rada takvu je zaštitu moguće ostvariti bimetalnim relejima. Propis zahtijeva da karakteristike bimetala moraju biti garantirane (pojedinačno snimljen i ispitan svaki relej i bimetal). Ako se motor pokreće iz toplog stanja, mora vrijeme isključenja releja biti duže od trajanja zaleta. Da ne bi »hladno« podešeni relej uz te uvjete ipak isključio, treba zaštitu blokirati za vrijeme trajanja zaleta. Za teški pogon s ubrzavanjem velikih zamašnih masa ne smije se zaštita predugo blokirati da ne bi nastalo zagrijanje motora iznad vrijednosti dopuštenih za taj temperaturni razred plinova ili eksplozivnih smjesa. Stoga posebni vremenski relej kratkovremeno bimetal kratko spaja, no ta kombinacija mora biti posebno ispitana i imati posebni atest za svaki konkretni slučaj. Za pogone s motorom u izvedbi eksplozione zaštite u povećanoj sigurnosti općenito nisu dopušteni intermitirani pogoni, ili oni s čestim dinamičkim stanjima. Razlozi su, s jedne strane, nemogućnost efikasne i ekonomične kontrole zagrijavanja rotora, a, s druge strane, složenost eventualnog ispitivanja takvog motora prilikom atestiranja, gdje bi valjalo točno imitirati pogonske prilike.

Motorima elektromotornog pogona u eksplozionoj zaštiti izvedbe prisilna ventilacija — nadtlak (*Sp*), može klasična zaštita od preopterećenja ili uopće pregrijavanja biti izvedena kao i motorima u eksplozionoj zaštiti neprodorni oklop (*St*). Posebnu pažnju treba obratiti mjeraču tlaka (nadtlaka) P na sl. 1. i mjeraču protočne količine plina (Pr na sl. 1) koji blokira sklopku za uključivanje. Elementi te zaštite moraju biti posebno ispitani i atestirani.

Općenito se svim elementima zaštite motora u eksplozionoj izvedbi, i to onima o kojima ovisi djelovanje bitno za eksplozionu zaštitu, mora obratiti posebna pažnja prilikom odabiranja ispitivanja i atestiranja. Često se takve zaštite ugrađuju dvostruko, tj. bilo da se dvije jednake ugrade nezavisno jedna od druge, bilo da se dvije (u izvedbi) različite zaštite ugrade, s tim da imaju u principu jednako djelovanje. Tako se znatno smanjuje vjerojatnost eksplozije, ako zakaže zaštita, pa se postiže znatno veća sigurnost u izbjegavanju teških materijalnih šteta i u osiguravanju ljudskih života.



Sl. 1. Smještaj mjerača nadtlaka P i protočne količine rashladnog plina Pr u izvedbi prisilna ventilacija — nadtlak, principna skica

7.4. ZADACI I PROBLEMI

7.4.1. Zadaci

1. Teški elektromotorni pogon ima strujnu karakteristiku u zaletu [$I = f(t)$] jednaku onoj na sl. 7.1—4. Zaštita se može izvesti uz pomoć bimetalnog releja spojenoga ili preko zasićenoga strujnog transformatora ili preko nezasićenoga strujnog transformatora, ali s isključenjem bimetalnog releja za vrijeme zaleta. Ako bimetalni relej za nazivnu struju jednaku onoj u motora ima karakteristiku kao onaj na sl. 7.1—4, treba ustanoviti:
   a) kolika mora biti struja zasićenja zasićenoga strujnog transformatora ako je bimetal spojen preko njega;
   b) koliko mora minimalno trajati isključenje releja prilikom zaleta elektromotornog pogona ako je strujni transformator nezasićen.
2. Elektromotorni pogon ostvaren je kaveznim motorom od 11 kW, 380 V, 25 A i 920 min^{-1}, a momenta inercije od 0,25 kgm^2. Može li taj motor zaštititi prekostrujni relej od 25 A kojemu karakteristika odgovara onoj na sl. 7.1—5?
   Prosječna struja motora u toku zaleta je 5 I_n, motor nema potiskivanja struje, radni mehanizam ne pruža otpor u zaletu, a moment mu je inercije 2,35 kgm^2. Prekretni moment motora iznosi 3,2 M_n.
3. Motor elektromotornog pogona štiti se od pregrijanja pomoću termistora, »hladnih« vodiča, i to trima termistorima karakteristike kao na sl. 7.1—8, smještenima na tri razne točke u motoru i spojenima u seriju i preko svitka komandnog releja na pomoćni istosmjerni napon od 42 V. Od zaštite se očekuje da isključi kad se na bilo kojem mjestu pojavi temperatura veća od 130°C. Svitku komandnog releja otpor je 40 Ω.
   a) Na koju struju približno treba podesiti isključenje komandnog releja ako sva tri termistora imaju točnu karakteristiku (pretpostavka: namot se zagrijava na otprilike 100°C, a samo na jednom mjestu nastaje pregrijanje)?
   b) Pri kojoj će temperaturi isključiti komandni relej ako sva tri termistora imaju karakteristiku na donjoj granici tolerancije, a dva od njih nisu zagrijana više od 100°C?

c) Pri kojoj će temperaturi isključiti komandni relej ako je svim trima termistorima karakteristika na gornjoj granici tolerancije, a dva od njih nisu zagrijana više od 100°C?

4. Namot motora elektromotornog pogona štićen je »toplim« vodičem koji ima točnu karakteristiku II na sl. 7.1—9, a spojen je na pomoćni strujni krug istosmjernog napona od 12 V, i to preko komandnog releja kojemu namot ima 2,5 Ω. Dodatnim otpornikom podešena je struja u upravljačkom krugu tako da komandni relej uključuje komandu za isključenje motora pri temperaturi od 130°C.

   a) Koliki mora biti otpor dodatnog otpornika u pomoćnom krugu ako je komandni relej podešen da proradi pri struji od 2 A?

   b) Pri kojoj će temperaturi signalizirati termistor visoko zagrijanje ako komandni relej uključi signalne kontakte pri struji od 1,7 A?

5. Elektromotorni pogon pumpe u kemijskoj industriji ostvaren je asinhronim kaveznim motorom od 380 V, 160 kW, 297 A, 1 470 min^{-1}, $\cos\varphi = 0{,}9$ i $\eta = 91\ \%$. Omjer je gubitaka $P_{Cu}/P_{Fe} = 3 : 1$. U trajnome nominalnom radu zagrijava se taj motor za 68°C pri nominalnoj gustoći struje od 4,8 A/mm^2. Izolacija je klase B. Kako je za cijelo postrojenje posebno važno da taj pogon ne stane, to se u vezi sa zaštitom pošlo od principa da se u pokretanju do krajnjih granica riskira motor. Tako je za osnovu zaštite odlučeno da namot statora ne smije u najgorem slučaju premašiti temperaturu od 300°C kratkotrajno. Valja izračunati nakon koliko vremena treba isključiti vremenski relej pri kratkom spoju, uz pretpostavku da je toplinsko stanje motora u početku kratkog spoja uzrokovano stvarnim trajnim opterećenjem. Stvarno trajno opterećenje iznosi 139 kW, a struja kratkog spoja 5 I_n.

6. Sinhroni motor od 3 300 kW, 3 kV, 740 A i 750 min^{-1} tjera elektromotorni pogon konstantnog protumomenta jednakoga nominalnom momentu motora. Može li se on u automatskome ponovnom ukapčanju zaštititi na osnovi kratkog vremena ponovnog ukapčanja vlastite sklopke t_k ako je mrežna sklopka automatskoga ponovnog uklapanja podešena na trajanje beznaponske pauze od 0,3 s, a sva »mrtva« vremena iznose oko 0,1 s? Moment je inercije cijeloga elektromotornog pogona 6 800 kgm^2. Pri tome se ne dopušta da (teorijski) strujni udarci premaše 140 % udarne struje kratkog spoja.

7. Koliko je vlastito »dugo vrijeme« ponovnog ukapčanja t_d četveropolnoga asinhronog motora od 1 000 kW, 6 kV i 120 A kojemu su ostali podaci: struja praznog hoda $I_o = 26$ A, nazivno klizanje $s_n = 0{,}013$? Ne dopušta se da (teorijska) udarna struja prilikom povratka na mrežu (50 Hz) premaši iznos od 135 % udarne struje kratkog spoja.

8. Na koliko (maksimalno) vrijeme isključenja t_E valja podesiti relej u eksplozionoj zaštiti »povećana sigurnost« kaveznoga asinhronog motora u okolini s temperaturnim razredom $T3$ ako je o motoru i pogonu poznato ovo:

   1. neizolirani rotor se u kratkom spoju zagrijava brže od statora;
   2. stator je izveden u F-klasi izolacije;
   3. rotor se grije u trajnom radu $\vartheta = 68$°C pri gustoći struje od 4,8 A/mm^2;
   4. struja kratkog spoja za rotor iznosi $I_k = 5{,}4\ I_n$;
   5. temperatura je okoline 30°C.

7.4.2. Rješenja

1. Iz sl. 7.1—4. može se ocijeniti

   a) [struja zasićenja $I = 2{,}1\ I_n$]

   b) [vrijeme isključenja $t_i \geq 45$ s]

2. Treba ocijeniti trajanje zaleta i usporediti s karakteristikom releja.

   Iz pojednostavnjene Klossove jednadžbe izračuna se prekretno klizanje: $s_p = 0{,}5$.

   Trajanje zaleta bit će:

$$t_z = \frac{J\omega_s}{2 \cdot 3{,}2 M_n}\left[s_p \ln\frac{s_1}{s_2} + \frac{s_1^2 - s_2^2}{2s_p}\right] =$$

$$= \frac{(0{,}25 + 2{,}35) \cdot 1\,000\,\pi}{30 \cdot 2 \cdot 3{,}2 \cdot 114{,}18}\left[0{,}5 \ln\frac{1}{0{,}08} + \frac{1^2 - 0{,}08^2}{1}\right]$$

$$t_z = 0{,}84\ [\text{s}].$$

   Sa sl. 7.1—5. se vidi da relej neće uz struju 5,1 I_n proraditi prije otprilike 3,2 s.

   [Relej se može upotrijebiti.]

3. a) [$I_i = 0{,}039\,9 \doteq 0{,}04$ A]

   b) [$\vartheta \simeq 133$°C]

   c) [$\vartheta \simeq 127$°C]

4. a) [$R_{d\,od} = 1{,}2\ \Omega$]

   b) [$\vartheta \simeq 115$°C]

5. Nazivni su gubici:

$$P_{gn} = \frac{P_n - P_n\eta}{\eta} = \frac{160 - 160 \cdot 0{,}91}{0{,}91} = 15{,}83 \text{ kW},$$

   pa na osnovi poznatog omjera gubitaka izlazi:

$$P_{Cun} = 11{,}87\ \text{kW}, \quad P_{Fe} = 3{,}96\ \text{kW}.$$

   Omjer stvarnog opterećenja prema nominalnome jest:

$$\frac{P}{P_n} = \frac{139}{160} = 0{,}869,$$

   gubici su kod stvarnog opterećenja:

$$P_g \doteq \left(\frac{P}{P_n}\right)^2 P_{Cun} + P_{Fe} = 12{,}9\ \text{kW},$$

   a zagrijanje je proporcionalno ukupnim gubicima:

$$\Theta \doteq \Theta_n \frac{P_g}{P_{gn}} = 55{,}5\,°\text{C}.$$

Temperatura motora pri stvarnome trajnom opterećenju bit će prema tome 95,5°C, a to je ujedno i toplinsko stanje motora u početku kratkog spoja.

U kratkom spoju možemo zbog velikoga strujnog preopterećenja ($5\,I_n$) računati samo sa zagrijavanjem bakra bez odvoda topline uz toplinski odnos za jednu fazu.

$$m_{Cu}\, c_{Cu}\, d\vartheta = I^2\, R(\vartheta)\, dt$$

$$t = \frac{m_{Cu}\, c_{Cu}}{I^2} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{d\vartheta}{R(\vartheta)},$$

gdje je:

$$R(\vartheta) = R_{20}\, \frac{235 + \vartheta}{235 + 20}$$

$$t = \frac{m_{Cu}\, c_{Cu}}{I^2\, R_{20}} \int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} \frac{255 \cdot d\vartheta}{(235 + \vartheta)}$$

$$t = \frac{\gamma c_{Cu}\, 255}{\varrho\, I^2} [\ln (235 + \vartheta)]_{\vartheta_1}^{\vartheta_2} = \frac{8{,}9 \cdot 0{,}39 \cdot 255}{0{,}017\,5 \cdot (5 \cdot 4{,}8)^2} [\ln (235 + \vartheta)]_{95{,}5}^{300} = 42{,}3 \text{ s}.$$

U tom će vremenu temperatura porasti od 95,5 do 300°C, tj. to je vrijeme nakon kojega bi vremenski relej morao isključiti.

Približna formula kojom se uzima prosječna vrijednost specifičnog otpora $\varrho = 0{,}029\,9$ mm²V/mA u području između 95,5 i 300°C glasi:

$$t \doteq \frac{\gamma c_{Cu}\, \Delta\vartheta}{\varrho\, I^2} = \frac{8{,}9 \cdot 0{,}39 \cdot (300 - 95{,}5)}{0{,}029\,9 \cdot (5 \cdot 4{,}8)^2} \doteq 41{,}2 \text{ s}$$

$$[t \doteq 42 \text{ s}].$$

6. Treba izračunati električki kut »razilaska« statorskoga okretnog polja koje bi rotiralo s frekvencijom mreže i rotora koji se zaustavlja, i to za najkraće moguće vrijeme ponovnog ukapčanja od 0,4 s. Iz kuta valja ocijeniti bi li udarna struja ostala u granicama.

$$\Theta = p \int_0^t (\omega_s - \omega)\, dt$$

Usporenje će biti:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{koč}}{J} = -\frac{M_n}{J}$$

$$\omega = \omega_s - \int_0^t \frac{M_n}{J}\, dt = \omega_s - \frac{M_n}{J}\, t$$

$$\Theta = p \int_0^t \frac{M_n}{J} t \, dt = \frac{pM_n}{2J} t^2 = \frac{4 \cdot 42\,017}{2 \cdot 6\,800} (0{,}4)^2$$

$$\Theta \doteq 1{,}98 \text{ rad/s} \doteq 113°.$$

[Nije moguće povratno ukapčanje s kratkim vremenom.]

7. $$T_{el} \doteq \frac{I_{1n}}{I_0 \cdot 2\pi f s_n} \approx 1{,}235 \text{ s}$$

$$t_d = - T_{el} \ln \frac{\Phi'_{gl}}{\Phi_{gl}} \simeq 1{,}18 \text{ s}$$

$$[t_d \geq 1{,}18 \text{ s}]$$

8. Dopuštena je maksimalna temperatura rotora 160°C (sl. 6.5—5). Početno je zagrijanje:

$$\Theta_p = 68 + 30 = 98°C.$$

Prema (6.1—10) i (6.1—8) izlazi:

$$t_E = \frac{10^5}{2 \cdot (4{,}8 \cdot 5{,}4)^2} \ln \frac{235 + 160}{235 + 98} = 12{,}7 \text{ s}$$

$$[t_E = 12{,}7 \text{ s}].$$

INDEKS OZNAKA

A — energija, rad

- A_o — izgubljena u željezu i uzbudi (5.8)
- A_{Cu} — izgubljena u bakru zbog promjene brzine vrtnje (4.8, 5.8, 6.6)
- A_{Cu1} — izgubljena u strujnim krugovima statora (5.2, 5.6, 6.6)
- A_{Cu1}, A_{Cu2}, A_{Cu3},... — izgubljena u bakru u prvom, drugom, trećem,..., stupnju promjene brzine vrtnje (4.8)
- A_{Cu1A},A_{Cu1B} — izgubljena u strujnim krugovima statora za pogonski slučaj A, B (4.2)
- A_{Cu1k} — izgubljena u strujnom krugu statora prilikom kočenja (6.6)
- A_{Cu1z} — izgubljena u strujnom krugu statora prilikom zaleta (6.6)
- A_{Cu2} — izgubljena u strujnom krugu rotora (3.4, 3.6, 5.1, 5.2, 5.4, 5.5, 5.6, 5.8, 6.6)
- A_{Cu2A},A_{Cu2B} — izgubljena u strujnim krugovima rotora za pogonski slučaj A, B (4.2)
- A_{Cu2R} — izgubljena u namotu rotora (6.6)
- A_{Cu2k} — izgubljena u strujnom krugu rotora prilikom kočenja (6.6)
- A_{Cu2z} — izgubljena u strujnom krugu rotora pri zaletu (6.6)
- A_g — pretvorena u gubitke (5.1)
- A_{gd} — izgubljena u pokretaču u toku zaleta (4.8)
- A_k — kinetička (motora, pogona) (3.3, 3.4, 5.1, 5.4, 5.8, 6.6)
- A_k — izgubljena u motoru prilikom kočenja (6.3)
- A_{k1}, A_{k2} — kinetička u rotorima dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
- A_{kA} — kinetička pri kutnoj brzini vrtnje ω_A (5.4)
- A_{kg} — izgubljena u rotorskom namotu pri generatorskom kočenju (5.4)
- A_{km} — izgubljena u rotorskom namotu prilikom protustrujnog kočenja (5.4)
- A_{ko} — izgubljena u rotorskom namotu pri kočenju (5.4)
- A_m — privedena motoru iz mreže (ili izvora) (3.6, 5.1, 5.8)
- A_{mr} — vraćena mreži prilikom generatorskog kočenja (5.4)
- A_p — raspoloživa u toku pokretanja (4.8)
- A_p — izgubljena u pokretaču (5.8)
- A_{plk} — uzeta iz mreže pri kočenju (5.4)
- A_{plr} — uzeta iz mreže u reverziranju (5.4)
- A_r — izgubljena u rotorskom namotu pri reverziranju (5.4)
- A_{rot} — privedena rotoru (3.4, 3.6)
- $A_š$ — ušteđena u postepenom zaletu (4.8)
- A_u — ušteđena (5.8)
- A_z — izgubljena u rotorskom namotu pri zaletu jednobrzinskog motora (4.8, 5.4, 5.5, 5.8, 6.6)
- A_z — izgubljena u motoru prilikom zaleta (6.3)
- A'_z, A''_z, A'''_z,... — izgubljena u rotorskom namotu u prvom, drugom, trećem, ..., stupnju zaleta višebrzinskog motora (4.8, 5.4, 5.8)
- A_{z1}, A_{z2} — izgubljena u rotorskim namotima dvaju strojeva u usporedbi (5.5, 5.8)
- A_{zp} — izgubljena u rotorskom namotu prilikom zaleta višebrzinskog motora (4.8, 5.4, 5.8)

A — strujni oblog

- — efektivna vrijednost (2.8, 2.9)
- A_m — maksimalna vrijednost (2.8)
- A_n — stvoren nazivnom strujom (2.9)

A — konstanta integracije (dif. jedn.) (5.1, 5.3, 5.8)

A, A' — koeficijent proporcionalnosti idealne brzine vrtnje i omiera napona podijeljenoga korijenom iz momenta serijskoga istosmjernog motora (2.3, 2.5, 2.8)

A — klasa izolacije (6.5, 6.6)

a — akceleracija (3.1)

- a_1 — u zaletu (6.6)
- a_3 — u kočenju (6.6)

a — broj pari paralelnih grana armaturnog namota (2.2, 2.8, 2.10, 5.8)

a — omjer prekretnog klizanja s predotporom i bez njega (4.8)

a — nazivnik faktora pojačanja ξ pulzacije brzine vrtnje elektromotornog pogona s pulzirajućim opterećenjem (5.1, 5.2)

a — faktor umirenja (stupanj umirenja) u pogonu sinhronog motora s pulzirajućim opterećenjem (5.3)

a — eksponent omjera brzine vrtnje dvaju strojeva u primjeni zakona sličnosti (5.5)

B — magnetska indukcija (2.9, 6.1, 6.4)

- B_{sr} — srednja vrijednost (2.9)
- B_z — na mjestu vodiča z (2.9)
- $B\delta$ — nazivna u zračnom rasporu (2.9)

B — konstanta integracije (dif. jedn.) (5.1, 5.3, 5.8)

B, B' — gubitak brzine vrtnje (Δn, $\Delta\omega$) uzrokovan otporom u krugu serijskoga istosmjernog motora (2.3, 2.5)

B — klasa izolacije (6.5, 6.6, 7.4)

b — nazivnik faktora pojačanja ξ pulzacije brzine vrtnje ili recipročna vrijednost faktora pojačanja pulzacije momenta koji ima motor elektromotornog pogona s pulzirajućim opterećenjem (5.1, 5.2, 5.8)

b — eksponent omjera brzina vrtnje dvaju strojeva u primjeni zakona sličnosti (5.5)

b' — recipročna vrijednost faktora pojačanja pulzacije brzine vrtnje ili pulzacije momenta motora elektromotornog pogona s pulzirajućim opterećenjem u slučaju zanemarene električke vremenske konstante (5.1, 5.2)

b_u — širina utora (2.9)

C — kapacitet kondenzatora (2.6, 2.10, 4.1)

C_1, C_2, C_3,... — raznih iznosa (2.6)

C — kapacitet izvoza izvoznog stroja (6.6)

C — konstanta integracije (dif. jedn.) (5.1, 5.3, 5.8)

C — faktor proporcionalnosti polnog koraka i duljine glave namota (5.5)

C_o — cijena nabavke asinhronog motora s otpornikom za podešavanje brzine vrtnje (4.8)

C_{ij1}, C_{ij2},...,C_{ijx} — cijena prvog, drugog,...,x-tog motora (2.9)

c — faktor proporcionalnosti

- — između asinhronog momenta sinhronog motora i klizanja (5.3)
- — prirasta momenta motora i kutne brzine vrtnje (3.5)
- c_e — induciranog napona i brzine vrtnje istosmjernog stroja (2.2, 2.5, 2.10, 3.4, 3.6, 4.1, 4.8, 5.1, 5.2, 5.8)
- c', c'' — granične vrijednosti c_e (2.10)
- c'_e, c''_e, c'''_e,... — induciranog napona i brzine vrtnje istosmjernog stroja u raznim pogonskim uvjetima (4.8)
- c_m — momenta istosmjernog stroja i struje armature (2.2, 2.5, 2.10, 4.1, 4.8, 5.1, 5.2, 5.8, 6.1)
- c'_m, c''_m, c'''_m,... — momenta istosmjernog stroja i struje armature u raznim pogonskim uvjetima (4.8)
- c_s — između napona rotacije i umnoška brzine vrtnje i struje (2.8)

c — specifična toplina (3.0, 4.8, 6.1)

- c_1 — namota statora (5.2)
- c_2 — namota rotora (5.2)
- c_{Cu} — bakra (6.1, 6.6, 7.4)

c_{ij} — cijena motora (2.9)

D — dimenzija promjera

- — rotora motora (2.8, 2.9, 2.10, 5.5, 6.4)
- — tromosti (3.0, 3.1)
- D_1, D_2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5, 5.6)
- D_1,D_2,...,D_x — rotora motora prvog, drugog,...,x-tog stroja (zakon sličnosti) (2.10)
- D_p — prijenosnog bubnja (6.6)
- $D_.$ — tarnog bubnja (6.6)
- D_u — unutrašnjeg za jaram rotora (5.5)
- D_v — vanjskog za jaram rotora (2.9, 5.5)

D — konstanta integracije (dif. jedn.) (5.1, 5.3, 5.8)

d — dimenzija promjera

d_p — tromosti prijenosnog bubnja (6.6)
d_t — tromosti tarnog bubnja (6.6)

d — najkraća udaljenost težišta tijela od stvarne osi vrtnje (3.0)

E — inducirani napon

— istosmjernog stroja (2.2, 2.3, 2.5, 2.10, 3.4, 4.1, 4.3, 5.1, 5.8)
— izmjeničnog stroja (2.6, 2.7, 2.10, 3.6, 4.2, 4.3, 4.6, 5.8)
— općenito električnog stroja (2.9, 6.4)
E_0 — istosmjernog generatora u praznom hodu (4.1, 4.8)
E_1 — primarnog namota asinhronog ili Schrageova motora (2.8, 2.10, 7.2)
$E_1, E_2, \ldots, E_m$ — istosmjernog motora na prvom, drugom,...,m-tom stupnju pokretača (4.3)
$E_1, E_2, \ldots, E_x$ — istosmjernog stroja u raznim pogonskim uvjetima (4.8)
E_1, E_2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
E_2 — sekundarnog namota asinhronog motora (2.8, 2.10, 3.6, 4.5, 4.6, 4.7)
E_2' — sekundarnog namota asinhronog motora reduciran na primarnu stranu (2.8)
E_{20} — sekundarnog namota asinhronog motora u praznom hodu (2.8, 2.10, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 4.8, 5.8)
$E_{21}, E_{21I}, \ldots$ — sekundarnog namota prvog, drugog,..., asinhronog motora u složenom pogonu ili električnoj osovini (4.5, 4.6)
E_M — istosmjernog motora odgovara (statički!) amplitudi pulzirajućeg momenta tereta (5.1)
E_g — istosmjernog generatora (4.1)
E_{go} — istosmjernog generatora u praznom hodu (4.1, 5.8)
E_m — istosmjernog motora (4.1)
E_n — nazivni, odgovara nazivnoj radnoj točki (5.8)
E_p — istosmjernog stroja, prosječno potreban pri impulsnom upravljanju (4.8, 5.8)
E_r — rotacije serijskoga jednofaznog kolektorskog motora (2.8, 2.10)
E_r — istosmjernog stroja, raspoloživ pri impulsnom upravljanju (4.8, 5.8)
E_r — rezidualni ostatni (7.2)
E_r' — rezidualni fiktivni (7.2)
E_{r2} — rezultantni Schrageova motora (2.8)
E_{r2}' — rezultantni Schrageova motora reduciran na primarnu stranu (2.8)
E_t — transformacije serijskoga jednofaznog kolektorskog motora (2.8)
E_t — istosmjernog motora, odgovara određenom teretu (2.10, 5.1, 5.7)
E_{to} — istosmjernog motora odgovara (statički!) srednjoj vrijednosti pulzirajućeg momenta tereta (5.1)
E_{tp} — istosmjernog porednog stroja, uz određeni statički teret (4.8)
E_{ts} — istosmjernog serijskog stroja, uz određeni statički teret (4.8)

E — klasa izolacije (6.5, 6.6, 7.4)

e — inducirani napon

— po vodiču (2.9, 6.4)

F — sila (2.9, 3.6, 6.6)

F_k — korisnog tereta (6.6)
F_u — ubrzanja (3.1)
F_z — jednog vodiča (2.9)

F — omjer specifičnih rasipnih vodljivosti utora i glave namota (5.5)

F — klase izolacije (6.5, 7.4)

f — frekvencija (2.6, 2.8, 2.9, 2.10, 4.2, 5.2, 5.8, 6.1, 7.2, 7.4)

— struje u rotorskim vodičima istosmjernog stroja (4.8)
f', f'' — struje u rotoru istosmjernog stroja u raznim pogonskim uvjetima (4.8)
f_1 — u primaru izmjeničnog motora (2.8, 4.4, 4.7, 4.8)
f_1, f_2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
$f_1, f_2, \ldots, f_x$ — za slučaj frekventnog upravljanja prvom, drugom, ...,x-tom vrijednošću (4.2)
f_2 — u sekundaru izmjeničnog motora (2.8, 4.4, 4.7, 4.8)
f_m — priključne mreže (2.6)
f_n — nazivna primara motora (4.2)
f_r — u rotoru kolektorskog stroja (zbog rotacije) (2.9)

f_n — namotni faktor općenito (2.8, 2.9, 7.2)

G — masa (tereta), težina (2.10, 4.3)
— tekućine u pokretaču (4.9)
$G_1, G_2, \ldots, G_x$ — težina prvog, drugog,...,x-tog motora (2.9, 2.10)
G_t — masa tereta (3.6)

G — konstanta proporcionalnosti između asinhronog momenta sinhronog stroja i mehaničkog kutnog ubrzanja (5.3, 5.8)

G' — konstanta proporcionalnosti između asinhronog momenta sinhronog stroja i električkog kutnog ubrzanja (5.3)

g — faktor proporcionalnosti prirasta momenta tereta i kutne brzine vrtnje (3.5)

g — gravitaciono ubrzanje (6.6)

H — broj sati rada motora godišnje (2.10)

H — visina [m] (6.5, 6.6)

H — klasa izolacije (6.5, 6.6, 7.4)

h — visina
h_1, h_2 — jarmova dvaju motora u usporedbi (5.5)
h_1, h_2, h_3 — dizanja u prvom, drugom, trećem periodu dinamičkog stanja (6.6)
h_j — jarma (2.9)
h_{pk} — polnog odsječka (2.9)
h_u — utora (2.9)
h_v — rotorskog štapa (5.6)

h — koeficijent odavanja topline (3.0, 6.1)

h — karakteristični broj pokretanja pokretača na sat (4.3, 4.8)

I — struja
— u krugu motora općenito (2.9, 2.10, 3.4, 3.6, 4.1, 4.3, 4.8, 6.1, 7.1, 7.4)
— u krugu istosmjernoga serijskog ili kompaundiranog motora (2.3, 2.4, 2.5, 2.10, 4.1, 4.3, 5.7, 6.6)
— izmjeničnog motora (efektivna vrijednost) (2.7, 2.10, 4.2)
— u krugu jednofaznoga serijskog motora (2.8)
I_0 — praznog hoda izmjeničnog motora (2.6, 2.8, 2.10, 6.6, 7.2, 7.4)
I_1 — u fazi primara izmjeničnog motora (2.6, 2.8, 5.2, 5.6, 6.6, 7.2)
I_1 — efektivna vrijednost u primarnom namotu transformatora ispravljačkog spoja (4.1)
I_1, I_2 — nazivna dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
$I_1, I_2, I_3, \ldots$ — istosmjernog stroja u raznim uvjetima (2.2)
$I_1, I_2, I_3, \ldots$ — motora u raznim odsječcima pogona (6.1, 6.6)
I_{10} — praznog hoda sinhronog stroja (3.6)
I_{11} — efektivna vrijednost osnovnoga harmoničkog člana u primaru transformatora ispravljačkog namota (4.1)
I_{1A}, I_{1B} — u fazi primara asinhronog motora za pogonski slučaj A, B (4.2)
I_{1f} — u fazi namota primara spojenoga u trokut (6.6)
I_{1k} — kratkog spoja sinhronog motora (3.6)
I_{1n} — nazivna u fazi primara (2.10, 7.2, 7.4)
I_2 — u fazi sekundara izmjeničnog motora (2.6, 2.8, 2.10, 3.6, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 4.8, 5.8, 6.1, 6.6)
I_2' — u fazi sekundara, reducirana na primarnu stranu (2.6, 2.8, 2.10, 4.3, 5.6, 6.6)
I_{2I}, I_{2II} — u fazi sekundara prvog, drugog motora u grupnom pogonu (4.5)
I_{2Ir}, I_{2IIr} — radna komponenta u fazi sekundara prvog, drugog motora u grupnom pogonu (4.5)
I_{2A}, I_{2B} — u fazi sekundara asinhronog motora za pogonski slučaj A, B (4.2)
I_{2as} — sekundara asinhronog motora (2.8)
I_{2m} — u fazi sekundara pojedinog motora u grupnom pogonu (4.5)
I_{2n} — nazivna u fazi sekundara izmjeničnog motora (2.10, 3.6, 4.3, 4.8)
I_{2n}' — nazivna u fazi sekundara reducirana na primar (7.2)
I_{2r} — radna komponenta u sekundaru izmjeničnog motora (2.8)
I_I, I_{II} — u fazi sekundara prvog, drugog motora električke osovine (4.6)
I_C — kapacitivna, kroz kondenzator (2.6)
I_R — u zajedničkom dodatnom otporu R električke osovine (4.6)
I_a — armature istosmjernog stroja (2,2, 2.3, 2.4, 2.5, 4.1, 4.3, 5.8, 6.1)
I_a' — u armaturi šantiranoga serijskog motora (2.5)

I'_a — armature istosmjernog motora s oslabljenim poljem (6.1)
I_{ad} — armature istosmjernog motora pri dizanju (4.8)
I_{ag} — armature istosmjernog generatora (5.8)
I_{ak} — armature istosmjernog motora pri kočenju (4.8)
I_{amax} — armature istosmjernog stroja maksimalna (2.10)
I_{an} — armature istosmjernog stroja nominalna (2.10, 3.6, 4.3, 4.8)
I_{at} — armature istosmjernog motora odgovara teretu (2.10)
I_d — komponenta u direktnoj osi (2.7)
I_d — koja teče diodom D (4.1)
I_e — ekvivalentna (6.1, 6.6)
$I_{e1}, I_{e2},\ldots,I_{en}$ — ekvivalentna u prvom, drugom,...,n-tom odsječku elektromotornog pogona (6.1)
I_f — faze sinhronog stroja (2.7)
I_g — generatorska (2.3, 4.1)
I_i — u uzbudi (šantiranoj) serijskog motora (2.5)
I_i — iz izvora napajanja (4.1)
I_{int} — intermitiranog pogona (6.2)
I_{ist} — istosmjernog motora u kaskadnom spoju (4.8)
I_k — kratkog spoja (2.2, 2.10, 4.1, 4.2, 5.1, 5.8, 6.5, 6.6, 7.4)
I_k — kočna (2.6, 3.6)
I'_k — kratkog spoja, granica kojoj teži struja opadanja u slučaju impulsnog upravljanja (5.8)
I''_k — kratkog spoja, granica kojoj teži struja porasta u slučaju impulsnog upravljanja (5.8)
$I_{k1}, I_{k2}, I_{k3},\ldots$ — kratkog spoja u raznim uvjetima (2.3)
I_{kn} — kratkog spoja uz nazivni napon (5.8)
I_{kr} — u kratkotrajnom pogonu (6.2)
I_{kr} — kočna, radna komponenta (2.6)
I_{kr} — kretanja (polaska) (5.8)
I_{ku} — kratkog spoja uzbudna (5.8)
I_{ku} — udarna kratkog spoja (7.2)
I'_{ku} — udarna pri automatskome ponovnom ukapčanju (7.2)
I_m — motorska (2.3, 3.6, 4.1)
I_{max} — maksimalna (2.8, 3.6, 4.2, 4.3, 4.8, 5.2, 5.8)
I_{min} — minimalna (4.3, 4.8, 5.8)
I_n — nazivna (2.8, 2.9, 2.10, 3.6, 4.1, 4.2, 4.3, 4.8, 5.1, 5.8, 6.1, 6.2, 6.5, 6.6, 7.1, 7.2, 7.4)
I'_n — nazivna uz bilo drukčiju temperaturu okoline, bilo uz postavljanje na nadmorsku visinu veću od 1 000 m (6.5)
I''_n — nazivna uz drukčiju temperaturu okoline i uz postavljanje na nadmorsku visinu veću od 1 000 m (6.5)
I_p — u predotporu istosmjernog stroja (2.5)
I_p — kod koje proradi elektronička sklopka (5.8)
I_p — početna vrijednost (5.8)
I_p — u periodu uključenja (intermitirani pogon) (6.6)
$I_{p1}, I_{p2},\ldots$ — na prvom, drugom,..., predstupnju pokretača (4.3, 4.8)
I_{po} — početna vrijednost (prijelazne pojave) (5.1)
I_q — komponenta u poprečnoj osi (2.7)
I_s — srednja vrijednost — impulsno upravljanje (4.1)
I_{sr} — srednja vrijednost — pokretanje (4.3, 4.8)
$I_š$ — u porednom otporu (2.5)
I_t — istosmjernog motora, odgovara statički teretu (5.1, 5.7, 5.8)
I_{to} — istosmjernog motora, odgovara prosječnom teretu koji pulzira (5.1, 5.2)
I_u — uzbudna istosmjernog stroja (2.3, 5.1, 6.6)
I_u — uzbudna — elektrodinamičko kočenje asinhronog motora (2.10, 6.6)
I_{ud} — udarna (5.8)
I_{un} — uzbudna, nazivna (5.1)
I_{un} — nezavisne uzbude kompaundiranog motora (2.4)
I_x — u x-tom odsječku pogona (6.1)
I_z — vodiča (2.9)
I_μ — magnetiziranja izmjeničnog stroja (2.6, 2.10, 7.2)
$I_=$ — istosmjerna (2.6, 2.10)
$I_\sim$ — izmjenična (2.6, 2.10)

$I_{\sim ekv}$ — izmjenična s ekvivalentnim toplinskim i magnetskim efektom kao istosmjerna (2.10)

IEC — Internacionalna elektrotehnička komisija (6.5)

i — struja
— rotora asinhronog motora nazivna (4.3)
— trenutna vrijednost (3.4, 4.1, 4.9, 5.1, 5.2, 5.8)
Δi — prirast (5.8)
i' — trenutna vrijednost u donjem (Laplaceovu) području (5.1)
i_A, i_B, i_C — trenutna vrijednost u fazama A, B, C kolutnog rotora (5.2)
i_a, i_b, i_c — trenutna vrijednost u fazama a, b, c statora asinhronog motora (5.2)
i_i — trenutna vrijednost u isključenom stanju (impulsno upravljanje) (4.1)
i_k — kratkog spoja u uzbudi porednog motora pri impulsnom upravljanju uzbudom (4.8)
i_{max} — maksimalna vrijednost pri impulsnom upravljanju (4.1, 4.8, 5.8)
i_{min} — minimalna vrijednost pri naglom rasterećenju (5.1)
i_{min} — minimalna vrijednost u impulsnom upravljanju (4.1, 4.8, 5.8)
i_p — prosječna vrijednost za slučaj impulsnog upravljanja (4.8)
i_{po} — (početna) granična donja vrijednost pri impulsnom upravljanju (4.8)
$i_{poč}$ — početna vrijednost u prijelaznoj pojavi (4.1)
i_u — trenutna vrijednost u uključenom stanju (impulsno upravljanje) (4.1)
i_u — uzbude porednoga istosmjernog stroja (2.4, 2.10, 4.8, 5.1, 5.7)
i_u', i_u'', i_u''',... — uzbude porednoga istosmjernog stroja u raznim pogonskim uvjetima (4.8)
i_{ug} — uzbudna generatora (5.8)
i_{un} — uzbudna nazivna (5.8)
Δi_z — ukupni prirast za trajanja uključenja elektroničke sklopke pri impulsnom upravljanju (5.8)
$i(A_1)$, $i(A_2)$,...,$i(A_x)$ — trenutna vrijednost u prvom, drugom,...,x-tom tiristoru sklopa (4.1)
$i(C)$ — trenutna vrijednost u kondenzatoru (4.1)
$i(Č)$ — trenutna vrijednost u čoperu (4.1)
$i(D_1)$, $i(D_2)$,..., $i(D_x)$ — trenutna vrijednost u prvoj, drugoj,...,x-toj diodi (4.1)
$i(M)$ — trenutna vrijednost u motoru (4.1)

J — moment tromosti
— elektromotornog pogona općenito (2.9, 2.10, 3.0, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 4.1, 4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 7.4)
J_1, J_2,...,J_x — prvog, drugog,...,x-tog dijela elektromotornog pogona (na raznim osima vrtnje) (3.2)
J_1, J_2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
J_{dod} — dodatni (5.8)
J_k — konstantni dio pri pogonu s ojnicom (5.8)
J_m — motora (3.2, 3.3, 5.8, 6.6)
J_m — kotača ojnice (3.6)
J_{max} — maksimalna vrijednost (3.6)
J_{min} — minimalna vrijednost (3.6)
J_o — ojnice (3.3)
J_{osc} — oscilatorni dio pri pogonu s ojnicom (3.3)
J_p — pogona (5.8)
J_{rm} — radnog mehanizma (5.8)
J_{sr} — srednja vrijednost pri pogonu s ojnicom (3.3, 3.6)
J_u — unutrašnjeg dijela stroja kao rotora (5.5)
J_v — vanjskog dijela stroja kao rotora (5.5)
J_{v1} — vlastiti motora (3.6)
J_z — zamašnjaka (3.6)

JUS — jugoslavenski standardi (6.5, 7.1)

K — konstanta
— faktor dodatne struje prema nazivnoj (2.8)
— integracije (dif. jedn.) (3.6, 5.5)
— proporcionalnosti među veličinama općenito (3.5, 3.6, 5.5)
K_0, K_1, K_2, K_3,... — proporcionalnosti među raznim veličinama (2.9, 5.5)
K_I — omjer duljine željeza i polnog koraka (5.5)
K_I, K_{II}, K_{III},.. — proporcionalnosti među raznim veličinama (2.9)
K_{II} — omjer promjera rotora i duljine stroja (5.5)
K_f — faktor forsiranja (5.1, 5.8)

K_{fd} — dozvoljeni faktor forsiranja (5.8)
K_t — toplinska (6.1)
K_u — ubrzanja (5.6, 5.8)

K — koeficijent
K_1, K_2 — u pribrojnicima prilikom rastavljanja na faktore (5.2)
K_{tr} — dodatnog opterećenja zbog trenja (6.6)
K_u — proporcionalnosti idealne brzine vrtnje i omjera radne komponente napona prema korijenu iz zakretnog momenta jednofaznoga serijskog motora (2.8)

K_i — valovitost (kolebanje) struje (4.8, 5.8)
K_n — valovitost (kolebanje) brzine vrtnje (5.8)
k — faktor proporcionalnosti (konstanta)
— među veličinama (4.2, 4.5, 5.5, 5.8, 6.1, 6.4)
— nagib pravca $M_t(\omega)$ = konst. (5.3)
k' — među veličinama općenito (4.2)
k' — induciranog napona i kutne brzine vrtnje (2.6, 3.6)
k'' — sinhrone reaktancije i kutne brzine vrtnje (2.6, 3.6)
k_e — induciranog napona i umnoška glavnoga magnetskog toka s brzinom vrtnje istosmjernog stroja (2.2, 2.3, 2.5, 2.8, 2.10, 4.1, 4.8)
k_{eg} — induciranog napona i umnoška glavnoga magnetskog toka s brzinom vrtnje istosmjernog generatora (4.1, 4.8)
k_{em} — induciranog napona i umnoška glavnoga magnetskog toka s brzinom vrtnje istosmjernog motora (4.1, 4.8)
k_m — momenta istosmjernog motora i umnoška glavnoga magnetskog toka i struje armature (2.2, 2.3, 2.5, 2.8, 2.10, 4.1)
k_m — momenta asinhronog stroja i umnoška glavnoga magnetskog toka sa strujom i faktorom snage sekundara (4.6)
k_p — snage i četvrte potencije promjera električnog stroja (5.5)
$k\Phi$ — struje i glavnoga magnetskog toka serijskoga istosmjernog stroja (2.3, 2.5, 2.8, 2.10, 4.1)
$k\Phi'$, $k\Phi''$ — struje i glavnoga magnetskog toka serijskoga istosmjernog stroja u zasićenom području (2.3)

k — faktor
k_{III} — u izrazu za struju (moment) dvomotornog pogona asinhronim motorima (4.5)
k_φ — snage u primaru transformatora ispravljačkog uređaja (4.1)

L — induktivitet
— strujnog kruga (3.0, 3.4, 4.1, 5.5, 7.2)
— armaturnoga strujnog kruga istosmjernog stroja (5.1)
$L_1, L_2, \ldots, L_x$ — prve, druge,...,x-te zavojnice u sklopu (4.1)
$L_{1\sigma}$ — rasipni, faze primara motora (5.2)
$L'_{2\sigma}$ — rasipni, faze sekundara motora, reduciran na primar (5.2)
L_A, L_B, L_C — vlastiti kolutnog motora za faze A, B, C (5.2)
$L_{AB}=L_{BA}$ — međusobni faze A i B rotora (5.2)
L_D — dalekovoda (4.4)
L_G — armature generatora u Leonardovu spoju (5.1)
L_M — armature pogonskog motora u Leonardovu spoju (5.1)
L_a — armature istosmjernog stroja (4.1, 4.8, 5.8)
L_a, L_b, L_c — vlastiti kolutnog motora za faze a, b, c (5.2)
$L_{aA}=L_{Aa}$ — međusobni faze a statora i faze A rotora (5.2)
$L_{ab}=L_{ba}$ — međusobni faza a i b statora (5.2)
L_{ag} — armature istosmjernog generatora (5.8)
L_{am} — armature motora (5.8)
L_{au} — armature uzbudnika (5.8)
L_m — vlastiti na priključnim stezaljkama istosmjernog motora (4.1)
L_p — prigušnice (4.4)
L_s — serijskoga uzbudnog namota (5.7)
L_u — uzbudnog namota (2.8, 2.10, 4.8, 5.1, 5.7, 5.8)
$L_{u,s}$ — međusobni porednog i serijskog uzbudnog namota (5.8)

L — duljina
— ukupna električnog stroja (2.9)
L_u — užeta (6.6)

l — duljina
— paketa željeza električnog stroja (2.9, 5.5, 6.4)
— ojnice (3.3, 3.6)
l_1, l_2 — željeznog paketa dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
l_{gl} — vodiča u glavi namota (5.5)
l_{gl1}, l_{gl2} — vodiča u glavi namota dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
l_v — vodiča (5.5, 6.1, 6.6)
l_{v1}, l_{v2} — vodiča dvaju strojeva u usporedbi (5.5)

M — zakretni moment
— općenito (2.9, 3.3, 4.1, 4.2, 4.3, 4.5, 4.8, 5.7, 5.8, 6.1, 6.6)
ΔM — amplituda pulzirajućeg momenta tereta iznad prosječne vrijednosti (5.1, 5.2, 5.3, 5.8)
M' — fiktivni (računski) (6.1)
M_o — vlastitog trenja motora (1.3, 2.1, 4.3, 4.8, 5.8)
M_o — mirovanja elektromotornog pogona (5.8)
M_{od} — mirovanja radnog mehanizma (5.8)
M_1, M_2 — motora, početni i završni u prijelaznoj pojavi (granice integracije) (3.6)
M_1, M_2 — prvog, drugog motora u dvomotornom pogonu (4.8)
M_1, M_2 — prvog, drugog pomoćnog motora u električnoj osovini (4.6)
M_1, M_2 — nazivni dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
M_1, M_2, M_3... — tereta, vrijednosti u raznim vremenskim odsječcima pogona (6.1, 6.6)
ΔM_1, ΔM_2,...,ΔM_x — amplitude prvog, drugog,...,x-tog harmoničkog člana momenta (pulzirajućeg) tereta (5.1)
M'_1, M'_2, M'_3..., — tereta fiktivni, vrijednosti u raznim točkama pogona (6.1, 6.6)
M_I, M_{II} — prvog, drugog motora u električnoj osovini asinhronih motora sa zajedničkim otpornikom u rotoru (4.6)
M_I, M_{II}, M_{III},... — prvog, drugog, trećeg motora u grupnom pogonu (4.5, 4.8)
M_A, M_B, M_C,... — u točkama A, B, C,... (2.2, 2.3, 2.6, 5.1)
M_R — reducijskog uređaja (2.10)
M_a — asinhronog motora u dvomotornom pogonu s motorima raznih vrsta (4.8)
M_a, M_b, M_c,... — u točkama a, b, c,... (2.10)
M_{as} — razvijeni asinhronog motora u kaskadnom pogonu (4.8)
M_{as} — asinhroni, sinhronog motora (5.3)
M_b — tereta, zbog trenja na bubnjevima (6.6)
M_d — tereta (dizanje) (2.10, 4.8)
M_{di} — asinhronog motora direktna komponenta (2.6)
M_e — ekvivalentni (6.1, 6.6)
M_e — tereta ekshaustora (2.10)
M_{em} — motora elektromagnetski (razvijeni) (2.9, 6.6)
M_{en} — motora nominalni elektromagnetski (2.10, 4.8, 5.8, 6.6)
M_{gr} — granični (motora) (5.8)
M_{in} — asinhronog motora inverzne komponente (2.6)
M_{ist} — razvijeni istosmjernog motora u kaskadnom pogonu (4.8)
M_{izj} — izjednačenja (električne osovine) (4.6, 4.8)
M_k — motora u kratkom spoju (potezni) (2.2, 2.6, 4.1, 4.2, 4.4, 4.8, 5.1, 5.2, 5.6, 5.7, 5.8, 6.6)
M_k — kočni, kočenja (3.6, 5.8)
M_k — kočni na osovini pri dosjedanju (4.8)
M_k — motora, ukupno potreban za kočenje (6.6)
M_{k1}, M_{k2}, M_{k3},... — motora u kratkom spoju u raznim uvjetima (2.2, 4.4)
M_{kas} — kaskade (4.7, 4.8)
M_{km} — kočni u motoru pri dosjedanju (4.8)
$M_{koč}$ — kočnice (3.6)
$M_{koč}$ — kočenja općenito (2.10, 4.8, 7.4)
M_m — motora na osovini (1.3, 2.9, 4.0)
M_m — motora elektromagnetski, razvijeni (1.5, 2.2, 2.3, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.10, 3.1, 3.2, 3.4, 3.5, 3.6, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.7, 5.8, 6.1, 6.6, 7.2)
ΔM_m — razlika dinamičkog i statičkog momenta sinhronog motora (5.3)
ΔM_m — motora, pulzacije izazvane pulzacijama tereta (5.3, 5.8)
M'_m, M''_m, M'''_m,... — motora općenito u raznim uvjetima pogona (4.8)
M_{m1}, M_{m2},...,M_{mx} — elektromotora razvijeni pri prvoj, drugoj,...,x-toj vrijednosti frekvencije (4.2)

M_{m1}, M_{m2}, M_{m3},... — motora, u raznim točkama dinamičke pojave (5.8, 6.6)
M_{mas} — motora asinhronoga (2.8)
M_{max} — maksimalni (2.8, 2.10, 3.6, 4.1, 4.2, 4.3, 5.2, 5.8, 6.0)
M_{min} — minimalni (2.10, 4.2, 4.3, 5.1)
ΔM_{mm} — motora, amplituda pulzacije ukupnog momenta sinhronog motora izazvana pulzacijom tereta (5.3)
M_{mp} — motora prije nastupa smetnje (3.5)
M_{mst} — motora u stacionarnom stanju (nakon prijelazne pojave) (5.1)
M_n — nazivni stroja (2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 3.0, 3.6, 4.1, 4.2, 4.3, 4.7, 4.8, 5.2, 5.3, 5.5, 5.8, 6.0, 6.1, 6.6, 7.2, 7.4)
M_{n1}, M_{n2},... — nazivni prvog, drugog,..., motora u višemotornom pogonu (4.8)
M_p — prekretni asinhronog motora (2.6, 2.8, 2.10, 3.6, 4.2, 4.4, 4.5, 4.6, 4.8, 5.2, 5.8, 6.6)
M_{p1}, M_{p2},..., M_{px} — prekretni pri prvoj, drugoj,...,x-toj vrijednosti frekvencije (4.2)
M_{pdi} — prekretni asinhronog motora, direktna komponenta (2.6)
M_{pg} — prekretni asinhronog stroja generatora (2.6)
M_{pin} — prekretni asinhronog motora, inverzna komponenta (2.6)
M_{pm} — prekretni asinhronog stroja motorski (2.6)
M_{pn} — prekretni uz nazivnu frekvenciju (4.2)
M_{po} — motora početni (prijelazna pojava) (5.1, 5.2, 5.8)
M_{pok} — motora u času pokretanja (2.10, 4.8)
M_{pot} — tereta, potencijalni (6.6)
M_{pp} — prekretni Schrageova motora (2.8, 2.10)
M_{pr} — prosječna vrijednost (6.6)
M_{prig} — prigušni u dinamičkom stanju sinhronog motora (5.3)
M_r — reakcioni sinhronog motora (5.3)
M_{red} — zbog trenja reduktora (6.6)
M_{rm} — reakcioni sinhronog motora, amplitudna vrijednost (5.3)
M_s — tereta statički (5.8)
M_s — motora, srednja vrijednost (4.1)
M_s — sinhroni, sinhronog motora (5.3)
ΔM_s — sinhroni, pulzacije sinhronog momenta sinhronog motora zbog pulzacija tereta (5.3)
M_{sin} — sinhroni sinhronog motora (4.6)
M_{sm} — amplitudna vrijednost sinhronog momenta sinhronog motora (5.3, 5.8)
ΔM_{sm} — amplitude pulzacije sinhronog momenta sinhronog motora zbog pulzacija tereta (5.3)
M_t — tereta (1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.6, 2.9, 2.10, 3.1, 3.2, 3.4, 3.5, 3.6, 4.0, 4.1, 4.2, 4.3, 4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.6, 5.7, 5.8, 6.2, 6.3, 6.6, 7.2)
M'_t — tereta na zupčaničkom paru (3.2)
M''_t — tereta na kraju reduktora (3.2)
M_{to} — tereta, prosječna vrijednost pri pulzirajućem opterećenju (5.1, 5.2, 5.3, 5.8)
M_{to} — tereta (u pogonu sinhronim motorom) pri brzini vrtnje n = 0 (5.3)
M_{t1}, M_{t2},...,M_{tx} — tereta prvog, drugog,...,x-toga radnog mehanizma (1.3, 2.3, 2.4, 2.6, 2.8)
M_{t1}, M_{t2},...,M_{tx} — tereta pri prvoj, drugoj,...,x-toj vrijednosti frekvencije (4.2)
M_{t1}, M_{t2}, M_{t3},... — tereta, vrijednosti u raznim fazama dinamičkih pojava (5.8, 6.6)
M_{tar} — tereta na tarnom bubnju (6.6)
M_{td} — tereta drvne mase na žičari (2.10, 6.6)
M_{td} — tereta pri dizanju (4.8)
M_{tn} — tereta nazivni (2.1, 2.10, 4.0, 4.2)
M_{tp} — tereta prije nastupa smetnje (3.5)
M_{tr} — zbog trenja općenito (2.10, 4.8, 5.8, 6.6)
M_{tro} — zbog vlastitog trenja motora (2.10)
M_{tr1}, M_{tr2},...,M_{trx} — tereta zbog trenja na prvom, drugom,...,x-tom paru zupčanika (3.2)
M_{trR} — tereta zbog trenja reduktorskog uređaja (2.9, 2.10)
M_{trd} — tereta zbog trenja samoga radnog mehanizma (4.8)
M_{trm} — tereta zbog trenja samog motora (4.8, 6.6)
M_{trv} — tereta zbog trenja i ventilacije (3.6)
M_{ts} — tereta (u pogonu sinhronim motorom) pri sinhronoj brzini vrtnje (5.3)
$M_{tž}$ — tereta zbog trenja žičare (2.10)
M_u — ubrzanja (1.3, 2.10, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 4.1, 4.2, 4.3, 5.1, 5.2, 5.3, 5.8)
M_{u1}, M_{u2},...,M_{ux} — ubrzanja parcijalni, potreban za ubrzavanje masa na prvoj, drugoj,...,x-toj osi vrtnje (3.2)
M'_{u2}, M'_{u3},..., M'_{ux} — ubrzanja parcijalni, reduciran na prvu (motorsku) os vrtnje (3.2)

M_{ui} — ubrzanja, prosječni u i-tom odsječku promatranja (5.2, 5.8, 6.6)
M_{uk} — ubrzanja pri kočenju (6.6)
M_{upr} — ubrzanja, prosječna vrijednost (6.6)
M_{usk} — uskočni sinhronog motora (4.4, 5.3, 5.8)
M_{usk1}, M_{usk2}, M_{usk3},... — uskočni sinhronog motora u raznim uvjetima zaleta (4.4)
M_{uz} — ubrzanja u zaletu (6.6)
M_{v1}, M_{v2} — tereta (ventilatora) za dvije različite brzine vrtnje (4.8)
M_z — razvijeni, pojedinog vodiča (2.9)
M_z — zaustavljanja (3.6)
M_z — motora, ukupno potreban za zalet (6.6)

m — masa (3,0, 3.1, 3.2, 5.5, 6.1, 6.6)
m_1 — namota (bakra) primara motora (5.2, 6.6)
m_1, m_2 — rotora dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
m_2 — namota (bakra) sekundara motora (5.2, 6.6)
m_{Cu} — bakra (6.1, 6.6, 7.4)
m_k — klipa (3.3, 3.6)
m_k — korisnog tereta (6.6)
m_{kab} — kabine (6.6)
m_o — ojnice (3.3)
m_{o1} — dijela ojnice reduciranoga u hvatište ojnice (3.3)
m_{o2} — dijela ojnice reduciranoga u hvatište klipa (3.3)
m_p — prijenosnog bubnja (6.6)
m_t — tarnog bubnja (6.6)
m_u — užeta po metru duljine (6.6)
m_{uu} — užeta ukupno (6.6)
m_{vag} — kolica, vagoneta, u kabini (6.6)

m — broj
— faza višefaznog stroja (4.1, 4.2, 4.8, 5.3)
— radnih stupnjeva pokretača (4.3, 4.8)
— stupnjeva brzine vrtnje u pogonu s višebrzinskim motorom (5.4)
m_2 — faza sekundara višefaznog motora (2.8)

mD^2 — zamašni moment (masa)
— općenito (3.0, 3.1, 3.2, 3.3, 3.6, 4.1, 4.8, 5.1, 5.2, 5.5, 5.6, 5.8, 6.6, 7.2)
mD_1^2, mD_2^2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
mD_1^2, mD_2^2,...,mD_x^2 — prvog, drugog,...,x-tog dijela elektromotornog pogona na raznim osima vrtnje (3.2)
mD_L^2 — mase koja se linearno gibaju (6.6)
mD_d^2 — dodatni (5.8)
mD_d^2 — dizalice (4.8)
mD_{dod}^2 — dodatni (5.8)
mD_m^2 — motora (4.8, 5.8)
mD_p^2 — prijenosnog bubnja (6.6)
mD_r^2 — radnog mehanizma (5.8)
mD_r^2 — reduktora (6.6)
mD_{rm}^2 — radnog mehanizma (4.8, 6.6)
mD_t^2 — tereta (mlina) (6.6)
mD_t^2 — tarnog bubnja (6.6)
mD_{v1}^2 — vlastiti motora (5.6, 6.6)
$mD_ž^2$ — žičare (2.10, 5.8)

N — broj
— utora (2.9)
— okretaja (3.6, 5.8)
— ukupni opseg podešavanja (prijenos) brzine vrtnje radnog mehanizma u elektromotornom pogonu (4.0, 4.8)
N_1 — utora primara asinhronog motora (4.2)
$N_1, N_2, \ldots, N_x$ — prijenosni omjer na prvom, drugom,...,x-tom stupnju reduktora (4.8)
N_e — opseg podešavanja (prijenos) brzine vrtnje elektromotora (4.0, 4.8)
N_r — prijenos reduktora (6.6)

n — brzina vrtnje
— elektromotora, pogona općenito (1.1, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 3.0, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 4.0, 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.5, 5.8, 6.1, 6.3, 6.6, 7.2)
Δn — promjena, pad, prirast (2.5, 3.6, 5.8)
n' — elektromotornog pogona u donjemu Laplaceovu području (5.1)
n' — pri oslabljenome magnetskom polju (6.1)
$n', n'', n''', \ldots$ — elektromotornog pogona u različitim uvjetima (4.8)
n_o — praznog hoda (1.3, 2.2, 2.4, 2.5, 2.10, 3.6, 4.1, 4.3, 4.8, 5.1, 5.5, 5.8)
n_o' — idealna praznog hoda (4.8)
n_{op} — praznog hoda podešena naponom (4.1)
n_1, n_2 — početna i završna (granice integracije) (3.1, 3.4, 3.6, 4.8, 5.1, 5.2, 5.8)
n_1, n_2 — završna i početna na prirodnoj karakteristici serijskog motora uz minimalnu i maksimalnu struju pokretanja (4.3)
n_1, n_2 — nazivna dvaju motora u usporedbi (5.5)
$n_1, n_2, \ldots, n_x$ — prve, druge,...,x-te osi vrtnje reduktora (3.2)
$n_1, n_2, n_3, \ldots$ — motora, pogona, za razna pogonska stanja (4.8)
$n_1, n_2, \ldots, n_m$ — pokretanja na prvom, drugom,...,m-tom stupnju pokretača (4.3)
$n_A, n_B, n_C, \ldots$ — u točkama A, B, C,... statičke karakteristike (2.10, 5.1)
n_M — trenutna vrijednost koja (statički) točno odgovara maksimalnom momentu motora u pogonu s pulzirajućim opterećenjem (5.2)
n_b — bubnja (3.6)
n_d — pri dizanju (2.10)
n_d — u dosjedanju (4.8)
n_d' — pri dosjedanju s hladnim otporom (4.8)
n_{gr} — granična (5.8)
n_i — idealna serijskog motora (2.3, 2.5, 2.8)
n_i — u i-tom odsječku promatranja (6.6)
Δn_i — prirast u i-tom odsječku promatranja (5.2, 5.8)
n_k — konačna nakon prijelazne pojave (2.10, 5.1, 5.8)
n_k — kočenja (5.8, 6.6)
$n_{koč}$ — pri kočenju (2.10)
n_m — motora (2.2, 3.6, 5.8, 6.6)
$n_{m1}, n_{m2}, n_{m3}, \ldots$ — motora u raznim točkama prijelazne pojave (5.8)
n_{max} — maksimalna (2.10, 4.0, 4.1, 4.8, 5.1, 5.8)
n_{min} — minimalna (2.10, 4.1, 4.8, 5.1, 5.8)
n_n — nazivna (2.8, 2.10, 3.0, 3.6, 4.0, 4.1, 4.8, 5.1, 5.2, 5.5, 5.8, 6.1, 6.3, 6.6)
$n_{n1}, n_{n2}, \ldots, n_{nx}$ — nazivna prvog, drugog,...,x-tog motora (2.9)
n_p — na prirodnoj mehaničkoj karakteristici motora (2.3, 2.10)
n_p — prosječna pri pogonu s impulsnim upravljanjem (4.8)
n_p — početna (5.8)
n_{pb} — prijenosnog bubnja (6.6)
n_{po} — početna u prijelaznoj pojavi (5.1, 7.2)
n_s — sinhrona (2.6, 2.7, 2.8, 2.10, 3.1, 3.4, 3.6, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.8, 6.6, 7.2)
n_{sp} — pri spuštanju (2.10)
$n_š$ — šantiranoga serijskog istosmjernog motora (2.5, 2.10)
$\Delta n_š$ — pad, kod šantiranoga serijskog motora (2.5)
$n_{ši}$ — idealna šantiranoga serijskog motora (2.5)
n_t — za određeni moment tereta (2.9, 2.10, 3.6, 5.1, 5.2, 5.8, 6.6)
Δn_t — amplituda pulzacije koja točno (statički!) odgovara amplitudi pulzacije momenta tereta (5.1, 5.2)
n_{to} — prosječna, elektromotornog pogona s pulzirajućim opterećenjem (5.1, 5.2)
n_{tb} — tarnog bubnja (6.6)
n_{ts} — serijskoga istosmjernog motora, odgovara konstantnom teretu (4.8)
n_{ud} — protjecanja, direktna komponenta (uzbuda) (4.4)
n_{ui} — protjecanja, inverzna komponenta (uzbuda) (4.4)
n_{xkW} — pri snazi od x [kW] (2.10)
n_z — pri pokusu zaustavljanja (3.6)
n_z — u operaciji zaleta (6.6)
$n_=$ — univerzalnog motora priključenoga na istosmjerni napon (2.8)
$n_\sim$ — univerzalnog motora priključenoga na izmjenični napon (2.8)

o — omjer regulacionog napona U_r i induciranog napona E_{20} u rotoru Schrageova motora (2.8, 2.10)

P — snaga

— općenito (4.6, 6.1, 6.2, 6.6)
— električnog stroja općenito (2.7, 2.9, 2.10, 3.6, 4.0, 4.1, 4.3, 4.8, 5.8, 7.4)
— električnog stroja nazivna (5.1, 5.2, 5.5, 5.6, 5.8, 6.4)
P_1, P_2 — nazivna dvaju strojeva u usporedbi (5.5, 5.6, 5.8)
P_1, P_2,...,P_x — prvog, drugog,...,x-tog motora (2.10)
P_1, P_2,...,P_x — koju prenosi prvi, drugi,...,x-ti par zupčanika (3.2)
P_1, P_2,...,P_n — motora u prvom, drugom,...,n-tom režimu pogona (4.0)
P_1, P_2,...,P_x — tereta u raznim odsječcima promatranja (6.1, 6.6)
P_1, P_2,...,P_x — motora u slučaju prve, druge,...,x-te vrijednosti frekvencije (4.2)
$P_{1,2}$ — prenesena s primara na sekundar stroja (2.10)
P_2 — motora na sekundaru (2.8, 4.8)
P_2, P_2', P_2'', ... — u sekundaru motora pri raznim brzinama vrtnje (4.8)
P_B — buster-motora (4.9)
P_G — generatora (4.8)
P_L — koju mehanički daje Leonardova grupa u pretvaraču frekvencije (4.2)
P_M — primljena iz mreže (2.10)
P_{as} — asinhronog motora spojenoga u kaskadu (4.8)
P_e — ekvivalentna (6.1, 6.6)
P_e — ekshaustora (2.10)
P_{el} — električna (4.7)
P_{em} — elektromehanička (pretvorbe) (2.9)
P_{gr} — granična stroja (1.1)
P_{gub} — gubitaka (3.4)
P_i — primljena iz izvora energije (2.10, 5.1)
P_{ist} — istosmjernog motora spojenoga u kaskadu (4.8)
P_{int} — u intermitiranom pogonu (6.2)
P_j — jalova (2.10)
P_{jb} — jalova besplatna (2.10)
P_{kas} — kaskade (4.8)
$P_{kpoč}$ — kočenja početna (6.6)
P_{kr} — kratkotrajnog pogona (6.2, 6.6)
P_m — uzeta od radnog mehanizma (2.10)
P_m — motora (3.6)
P_m — primljena iz mreže od pretvarača frekvencije (4.2)
P_{max} — maksimalna (5.8, 6.6)
P_{meh} — mehanička (3.4, 4.2, 4.8)
P_{min} — minimalna (5.1)
P_{mot} — dodatnog motora u kaskadi (4.8)
P_{mot} — koju daje motor (6.6)
P_n — nazivna električnog stroja (2.9, 2.10, 4.8, 5.8, 6.1, 6.2, 6.5, 6.6, 7.2, 7.4)
P_n' — nazivna električnog stroja uz promjenljive uvjete okoline (6.5)
P_n'' — nazivna uz promijenjenu temperaturu okoline i uz montažu iznad 1 000 m nadmorske visine (6.5)
P_o — okretnog polja asinhronog motora (i u kaskadi) (4.7, 4.8)
P_{oI}, P_{oII}, P_{oIII}, ... — okretnog polja asinhronog motora u raznim uvjetima rada (4.3)
P_{okr} — okretnog polja (3.4, 4.2)
P_{op} — privedena rotoru (4.2, 5.5)
P_p — pokretanja (4.3, 4.8)
P_{po} — početna u prijelaznoj pojavi (5.1)
$P_{p=}$ — potrebna, istosmjernog stroja spojenoga u kaskadu (4.8)
P_{rez} — rezervna (prema nazivnoj) (2.10)
ΔP_{rez} — rezervna u [%] (6.6)
P_{sredi} — srednja vrijednost uzeta iz izvora napajanja (4.1)
P_{sredm} — koju uzima motor, srednja vrijednost (4.1)
P_t — tereta, opterećenje (2.10, 6.6)
P_t — koju uzima motor iz pretvarača frekvencije (4.2)
P_t — tipska, pokretača (4.3, 4.8)
P_{tr} — transformatora (6.6)
$P_{t=}$ — tipska, istosmjernog stroja spojenoga u kaskadu (4.8)
P_u — uštedena (5.8)
P_{ul} — ulazna motora, stvarna (3.4, 3.6, 6.6)

P_{ul} — ulazna motora, prividna [kVA] (6.6)
P_x — koju daje motor u x-tom režimu pogona (4.1)

P — gubici snage
P_o — u praznom hodu motora (2.10, 6.1, 6.6)
P_{Cu} — u bakru električnog stroja (2.10, 4.8, 6.2, 7.4)
P_{Cu1} — u bakru primara motora (4.8, 5.2, 5.6)
P_{Cu2} — u bakru sekundara električnog stroja (2.10, 3.4, 4.8, 5.6, 6.6)
P'_{Cu2}, P''_{Cu2},... — u bakru sekundara električnog stroja pri raznim uvjetima pogona (4.8)
P_{Cu2n} — u bakru sekundara motora, nazivni (4.8)
P_{CuI}, P_{CuII},... — u bakru motora pri raznim uvjetima pogona (4.8)
P_{Cua} — u bakru armature kolektorskog stroja (2.10)
P_{Cudod} — dodatni u bakru motora zbog pulzacije momenta motora izazvanih pulzacijama tereta (5.1)
P_{Cun} — u bakru električnog stroja pri nazivnom teretu (2.10, 6.2, 6.5, 6.6, 7.2, 7.4)
P'_{Cun} — u bakru električnog stroja pri nazivnom teretu, ali u izmijenjenim uvjetima okoline (6.5)
P_{Cunorm} — u bakru motora s pulzirajućim opterećenjem izazvani prosječnim momentom tereta (5.1)
P_{Cur} — u bakru zajedničkog sekundara višemotornog pogona (4.8)
P_{Curn} — u rotoru, pri nazivnoj struji (5.5)
P_{Cus} — u bakru, prilikom spuštanja (6.6)
P_{Fe} — u željezu električnog stroja (2.10, 4.8, 6.2, 6.5, 6.6, 7.4)
P'_{Fe}, P''_{Fe}, ... — u željezu motora pri raznim uvjetima pogona (4.8)
P_R — u reduktorskom uređaju (2.10)
P_g — ukupni u električnom stroju (2.10, 4.8, 6.1, 6.2, 6.6, 7.4)
P'_g, P''_g,... — ukupni u motoru za razne režime pogona (4.8)
P_{g1}, P_{g2},...,P_{gn} — ukupni u motoru u prvom, drugom,...,n-tom režimu opterećenja (4.0, 6.6)
P_{gI}, P_{gII}, P_{gIII},... — ukupni u motoru u raznim odsječcima promatranja (6.6)
P_{gn} — ukupni u električnom stroju nazivni (2.10, 6.2, 6.5, 6.6, 7.4)
P'_{gn} — ukupni nazivni električnog stroja u promijenjenoj okolini (6.5)
P_{gsr} — ukupni u motoru, srednja vrijednost (6.1, 6.6)
P_{gt} — ukupni, promjenljivi s vremenom (6.1, 6.6)
P_{gup} — uštećeni impulsnim upravljanjem (4.8)
P_{gx} — ukupni u motoru u x-tom režimu rada (4.0)
P_{gz1}, P_{gz2}, ...,P_{gzx} — u prvom, drugom,...,x-tom paru zupčanika (3.2)
P_{meh} — mehanički (6.6)
P_p — u predotporu (2.10)
$P_š$ — u porednom otporu (šantu) (2.10)
P_{tr} — trenja (6.6)
P_{trv} — trenja i ventilacije (3.6, 4.8)
P_u — uštećeni spojem ili postupkom (4.8)

p — broj
— pari polova (2.2, 2.8, 2.9, 2.10, 4.2, 4.4, 5.2, 5.5, 5.6, 5.8, 7.4)
p_1, p_2,...,p_x — pari polova prvog, drugog,...,x-tog stroja (2.10, 4.8)
p_1, p_2 — pari polova dvaju strojeva u usporedbi (5.5, 5.8)
p_1, p_2, p_3,... — pari polova višebrzinskog (polno preklopnog) motora (5.8)

p — faktor preopterećenja (3.6, 6.2)

p — postotak gubitaka u bakru rotora od nazivne snage (4.3, 4.8)

p — Laplaceov operator, varijabla algebarske jednadžbe karakteristične za diferencijalnu jednadžbu (5.1, 5.2)
p_1, p_2 — korijeni algebarske jednadžbe karakteristične za diferencijalnu jednadžbu (5.1, 5.2, 5.8)

p_v — energija izgubljena u bakru rotora u dinamičkom stanju po jedinici volumena rotora (5.5)
p_{v1}, p_{v2} — p_v dvaju strojeva u usporedbi (5.5)

p_g — omjer dodatnih i normalnih gubitaka u bakru motora u pogonu s pulzirajućim momentom opterećenja (5.1)

p_r — preopterećenje stroja prema nazivnome (2.10, 5.8, 6.6)

Q — energija pretvorena u toplinu (4.8)
— gubitaka motora (6.1)
Q_o — gubitaka praznog hoda stroja (6.1)
Q_o — gubitaka u jednom ciklusu (6.3)
$Q_1, Q_2,\ldots,Q_x$ — gubitaka stroja u prvom, drugom,...,x-tom odsječku promatranja opterećenja (6.1, 6.6)
Q_i — gubitaka stroja u i-tom ciklusu (6.1)
Q_n — gubitaka stroja pri nazivnom opterećenju (6.3, 6.6)
Q_{naz} — gubitaka struje pri nazivnom opterećenju (6.1)
Q_{sr} — odgovara prosječnim gubicima stroja (6.1, 6.6)
Q_t — odgovara gubicima stroja pri određenom teretu (6.1, 6.3, 6.6)
Q_{zk} — odgovara prosječnim gubicima stroja u toku zaleta i kočenja (6.3)

Q — koeficijent proporcionalnosti između razlike dinamičkog i statičkog momenta sinhronog motora ΔM_m prema razlici dinamičkog i statičkog električkog kuta položaja rotora i statora (5.3)

q — broj
— utora po polu i fazi (4.2)
— stupnjeva mehaničkog podešavanja brzine vrtnje elektromotornog pogona (4.0, 4.8)
— ciklusa (općenito) (5.5)
— omjer korijena zbroja otpora uzbude i otpora šanta prema otporu šanta (2.5)

q — presjek
— vodiča (5.5)
q_1 — štapa (6.1)
q_1, q_2 — vodiča dvaju strojeva u usporedbi (5.5)

R — otpor
— ukupni u armaturnome strujnom krugu (2.2, 2.3, 2.8, 2.10, 4.1, 5.1, 5.2)
— strujnog kruga ili stroja općenito (3.0, 3.4, 3.6, 4.3, 4.8, 5.5, 5.7, 5.8, 6.1, 6.6, 7.1, 7.2, 7.4)
— zajednički za dva asinhrona motora u fazi sekundara (4.5, 4.6, 4.8)
— otpornika za forsiranje u uzbudnom krugu generatora (5.8)
R_0 — nadomjesni za gubitke u željezu u ekvivalentnoj shemi (4.3)
R_1 — faze primarnog namota (2.6, 2.8, 2.10, 4.2, 4.3, 5.2, 5.6, 5.8, 6.6)
R_1, R_2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
$R_1, R_2, R_3,\ldots$ — raznog iznosa (ukupni) u armaturnom krugu (2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.10)
$R'_1, R'_2, R'_3, \ldots$ — raznog iznosa (ukupni) u armaturnom krugu s modificiranom vrijednosti (2.4)
$R_1, R_2,\ldots,R_m$ — na prvom, drugom,...,m-tom stupnju pokretača (4.3, 4.8, 5.8)
$R_1, R_2,\ldots,R_x$ — rotorski asinhronog motora na prvom, drugom,...,x-tom stupnju pokretanja (4.2)
R_2 — faze sekundarnoga strujnog kruga (2.6, 2.8, 2.10, 3.6, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 4.8, 5.2, 5.8, 6.6)
R'_2 — faze sekundarnoga strujnog kruga reducirane na primar (2.6, 2.10, 4.3, 5.2, 5.6, 5.8, 6.6, 7.2)
R_{20} — namota faze sekundara pri temperaturi od 20°C (6.1, 6.6, 7.4)
R_{2n} — namota faze sekundara (4.3)
R'_{2n} — namota faze sekundara reduciran na primar (4.3)
R_{2dod} — dodatni u strujnom krugu sekundara motora (2.10)
R_I, R_{II} — predotpora u armaturi istosmjernih nezavisno uzbuđenih motora spojenih u električnu osovinu (4.6)
$R_I, R_{II}, R_{III},\ldots$ — raznog iznosa (ukupni u krugu motora) (2.6, 2.8)
$R_I, R_{II}, \ldots, R_x$ — parcijalni prvog, drugog,...,x-tog stupnja pokretača (4.3, 4.8)
R_G — ukupni armaturni generatora Leonardove grupe (5.1)
R_M — ukupni armaturni motora napajanoga iz Leonardove grupe (5.1)
R_T — faze sekundara ispravljačkog transformatora (4.1, 4.8)
R_a — armaturni istosmjernog stroja (uključujući pomoćne polove i kompenzacioni namot) (2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.10, 3.6, 4.1, 4.3, 4.8, 5.1, 5.8)
R_a — armaturnog namota serijskoga jednofaznog kolektorskog motora (2.8)
R_a — na stezaljkama armature istosmjernog (bilo kojeg) motora (4.3)
R_{ag} — armature generatora (5.8)
R_{ahl} — armaturni (općenito) u hladnom stroju (4.8, 5.8)
R_{am} — armature motora (5.8)

R_{au} — armature uzbudnika (5.8)
R_d — dodatni u fazi sekundara (2.6, 4.3, 4.8, 5.8)
R_d — dodatni u uzbudnom krugu zbog forsiranja (5.1)
R'_d — dodatni u fazi sekundara reduciran na primar (4.3)
R_{dm} — dodatni za m-ti stupanj pokretača (4.3)
R_{dod} — dodatni u strujnom krugu (2.10, 5.8, 6.6, 7.4)
R'_{dod} — dodatni u fazi sekundara reduciran na primar (6.6)
$R_{dod\,1}$, $R_{dod\,2}$ — dodatni u sekundaru motora u dvomotornom pogonu (4.8)
R_f — faze sekundarnog namota (2.7)
R_g — ukupni u armaturi istosmjernog generatora (4.1)
R_i — uzbudnog namota stroja (2.3, 2.8, 2.10)
R_i — izvora (4.1)
R_{in} — uzbudnoga nezavisnog namota (2.4, 2.10)
R_{is} — uzbudnoga serijskog namota (2.4, 2.10)
R_{is} — predotpora u uzbudnom krugu (4.8)
R_k — kompenzacionog namota (2.8)
R_k — fiktivni (negativni) karakteriziran sjecištem pravaca I_{max} i I_{min} pri grafičkoj konstrukciji otpora pokretača serijskog motora (4.3, 4.8)
R_k — otpornika za kočenje (5.8)
R_k — kočnog (dijela) otpornika (3.6)
R_m — na stezaljkama istosmjernog motora (2.3, 2.4, 2.6, 2.8, 2.10, 4.1)
R_{max} — maksimalna vrijednost uz neki pogonski uvjet (5.8)
R_p — predotpor (2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.8, 2.10, 4.1, 4.2, 4.8, 5.1, 5.8, 6.6)
R_{p1}, R_{p2},... — prvog, drugog,..., predstupnja pokretača (4.3)
R_{pI}, R_{pII} — parcijalni prvog, drugog predstupnja pokretača (4.8)
R_{pi} — predotpor u uzbudnom krugu (2.2, 2.3, 4.1)
R_{po} — predotpor, početna vrijednost (6.6)
R_{pp} — namota pomoćnih polova (2.8)
R_{pr} — prigušnice (4.1, 4.8)
R_r — faze rotora (4,2, 5.2)
R_s — serijskoga uzbudnog namota (4.8, 5.7)
R_s — faze statora (5.2)
$R_š$ — poredni (šant) (2.5, 2.8, 2.10, 4.1)
$R_{šM}$ — poredni (šant) uzbudnog namota (4.1)
R_u — uzbudnoga strujnog kruga (namota) (4.8, 5.1, 5.7, 5.8)
R_v — vanjski (2.2)
$R_ž$ — ekvivalentni, nadomješta gubitke u željezu (5.2)

R — polumjer
— djelovanja momenta (zahvata sile) (2.9)
R_u — unutrašnji (rotora) stroja (5.5)
R_v — vanjski (statora) stroja (5.5)
R_δ — rotora stroja (5.5)

r — otpor
r_1, r_2 — predotpori u uzbudi nezavisnih istosmjernih motora u spoju električne osovine (4.6)
r_1, r_2,...,r_n — prvog, drugog,...,n-tog dijela otpornika s otcjepima (4.1)
r_p — uzbudnog namota poredno uzbuđenog stroja (4.1)

r — broj reverziranja na sat (5.8)

r — polumjer (3.0, 5.5)
— hvatišta ojnice (3.3, 3.6)

S — površina
— rashladna (3.0, 6.1)
S_{Cu} — ukupni presjek bakra namota (5.5)
S_{Cu} — presjek bakra u utoru (2.9)
S_{Cul} — presjek primarnog vodiča (6.6)
S_{Fe} — željeza (2.9)

S_1, S_2,... — iznos, vrijednost prvog, drugog,..., određenog integrala (5.1)
$S1$, $S2$, ..., $S8$ — oznake vrste pogona (6.2, 6.3)
Sp — oznaka eksplozione zaštite »prisilna ventilacija« (6.5, 7.3)

Ss — oznaka eksplozione zaštite »povećana sigurnost« (6.5, 7.3)

St — oznake eksplozione zaštite »neprodorni oklop« (6.5, 7.3)

s — klizanje (2.6, 2.8, 2.10, 3.1, 3.4, 3.6, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 5.2, 5.3, 5.8, 7.2)

- s' — na izvedenoj karakteristici stroja (2.10, 4.8)
- s', s'', s''' — pri raznim uvjetima pogona (4.8)
- s_o — u praznom hodu Schrageova motora (2.8, 2.10)
- s_1, s_2 — početno i završno (granice integracije) (3.1, 3.4, 3.6, 5.2, 5.4, 5.8, 7.4)
- s_1, s_2,...,s_m — u pokretanju na prvom, drugom,...,m-tom stupnju pokretača (4.3)
- s_I, s_{II} — prvog, drugog motora u dvomotornom pogonu (4.5)
- s_A — u točki brzine vrtnje ω_A (5.4)
- s_a — u točki a statičke karakteristike (2.10)
- s_d — pri dizanju (2.10)
- s_g — pri gornjoj brzini vrtnje (u kočnom spoju) (2.6)
- s_{gr} — granično (5.8)
- s_k — u kočenju (6.6)
- s_m — motora u određenoj radnoj točki (3.6, 5.8)
- s_{m1}, s_{m2}, s_{m3},... — odgovara momentu motora u raznim fazama dinamičke pojave (5.7)
- s_{max} — maksimalna vrijednost (statički) (5.2)
- s_n — nazivno (2.10, 3.6, 4.3, 4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.5, 5.8, 6.6, 7.2, 7.4)
- s_{n1}, s_{n2} — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
- s_p — prekretno, asinhronog motora (2.6, 2.8, 2.10, 3.6, 4.2, 4.5, 4.6, 4.8, 5.2, 5.8, 7.4)
- s'_p, s''_p, s'''_p,... — prekretno na raznim izvedenim karakteristikama stroja (2.10, 4.8, 5.8)
- s_{pI}, s_{pII} — prekretno prvog, drugog motora u dvomotornom pogonu (4.8)
- s_{pn} — prekretno, nazivno (4.2)
- s_{po} — početna vrijednost u prijelaznoj pojavi (5.2, 5.8, 6.6)
- s_{pp} — prekretno Schrageova motora (2.8, 2.10)
- s_{pp} — prekretno asinhronog motora u spoju električne osovine sa zajedničkim otporom u sekundaru (4.6)
- s_{sp} — prilikom spuštanja (2.10)
- s_t — odgovara momentu tereta (2.10, 4.8, 5.2, 5.7, 5.8, 6.6)
- Δs_t — razlika (statička!) između kolebanja pri maksimalnom i prosječnom momentu tereta pulzirajućeg opterećenja (5.2)
- s'_t — odgovara teretu za kompaundirani motor kojem je isključen serijski uzbudni namot (5.7)
- s_{to} — odgovara vrijednosti prosječnog momenta tereta pri pulzirajućem opterećenju (5.2)
- s_{t1}, s_{t2} — u presjecištima statičke karakteristike asinhronog motora s motorskom karakteristikom tereta M_t=konst. (5.2)
- s'_{t1}, s'_{t2} — u presjecištima statičke karakteristike asinhronog motora s generatorskom karakteristikom tereta M_t=konst. (5.2)
- s_z — u zaletu (6.6)

T — vremenska konstanta

- — općenito (3.1, 4.1, 4.8)
- — toplinska (6.1)
- T', T'' — toplinska u raznim točkama kad zagrijavanje odstupa od zagrijavanja homogenog tijela (6.1)
- T_{el} — električka (3.1, 4.9, 5.1, 5.2, 5.5, 5.7, 7.2, 7.4)
- T'_{el}, T''_{el}, ... — električka uz različite vrijednosti radnog otpora (4.8)
- T_{el1}, T_{el2} — električka dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
- T_{em} — elektromehanička (4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.6, 5.7, 5.8)
- T'_{em}, T''_{em},... — elektromehanička za različite vrijednosti radnog otpora (4.8)
- T_{em1}, T_{em2} — elektromehanička dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
- T_{em1}, T_{em2}, T_{em3},... — elektromehanička za pojedine stupnjeve pokretanja pokretačem (5.8)
- T_i — električka za period isključenja pri impulsnom upravljanju (4.1, 4.8)
- T_m — mehanička (3.1, 5.2, 5.5, 7.2)
- T_{m1}, T_{m2} — mehanička, dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
- T_n — normativno trajanje zaleta (5.2, 5.5, 5.8)
- T_{n1}, T_{n2} — normativno trajanje zaleta (dvaju strojeva u usporedbi) (5.5)
- T_r — toplinska, releja (7.1)
- T_s — elektromehanička, sinhronog motora u asinhronom radu (5.3, 5.8)
- T_s — toplinska, u periodu stajanja pogona (6.1, 6.2, 6.3, 6.6)

T_t — toplinska (3.1, 6.1, 6.2, 6.3, 6.6, 7.1)
T'_t — toplinska uz povećanu brzinu vrtnje (6.1)
T_{to} — toplinska za miran motor (6.1)
T_{t1}, T_{t2}, T_{t3}... — toplinska za razne pogonske uvjete (6.1)
T_u — električka, za period uključenja pri impulsnom pogonu (4.1, 4.8)
T_u — električka, uzbudnog kruga (5.1, 5.7, 5.8)
T_{uf} — električka, uzbudnog namota uz otpor za forsiranje (5.1)
T_z — prosječna toplinska u toku zaleta (6.1)

T — oznaka grupe paljenja u eksplozionoj zaštiti (6.5)

$T1, T2,...,T6$ — oznaka grupe paljenja u eksplozionoj zaštiti (6.5, 7.4)

$T_{ež}$ — težina motora (2.9)

T_c — trajanje ciklusa (4.1)

T_r — troškovi

— plaćanja snage (2.10)
T_{ra} — asinhrone varijante pogona (4.8)
T_{rg} — plaćanja gubitaka (2.10)
T_{ri} — investicija (2.10)
T_{ri} — istosmjerne varijante pogona (4.8)
T_{rj} — plaćanja jalove snage (2.10)

t — vrijeme (općenito) (2.1, 2.8, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.6, 4.1, 5.1, 5.2, 5.3, 5.7, 5.8, 6.1, 6.5, 6.6, 7.1, 7.2, 7.4)

Δt — prirast (6.1)
t_o — početka prijelazne pojave (5.7)
t_o, t_1, t_2, t_3,... — trenuci nastupanja karakterističnih vrijednosti funkcije (5.1)
t_1, t_2 — početka i kraja pogona (granice integracije) (3.4, 5.1, 5.2)
t_1, t_2,...,t_n — prvi, drugi,...,n-ti trenutak u prijelaznoj pojavi (4.1)
Δt_1, Δt_2,... — prirasti u raznim točkama (4.0, 5.8, 6.1)
t_a — početne vrijednosti struje (6.1)
t_b — završne vrijednosti struje (6.1)
t_d — dugo vrijeme ponovnog ukapčanja (7.2, 7.4)
t_{imax} — trenutak kad nastupa maksimum struje (5.8)
t_k — kratko vrijeme ponovnog ukapčanja (7.2, 7.4)
t_{max} — trenutak kad nastupa maksimum funkcije (5.8)
t_p — trenutak promjene predznaka ubrzanja (5.8)

t — trajanje

— rada, pogona općenito (4.8)
t', t'', t''',... — rada u promjenljivim uvjetima pogona (4.8)
t_1, t_2,...,t_n — rada elektromotornog pogona u prvom, drugom,...,n-tom režimu rada (4.0, 6.1)
t_1, t_2,...,t_n — rada u prvom, drugom,...,n-tom odsječku ciklusa elektromotornog pogona (6.1)
t_1, t_2, t_3,... — uključenja pojedinog stupnja pokretača (5.8)
t_A, t_B, t_C, t_D — trajanje zaleta za radne mehanizme A, B, C, D (3.6)
t_A, t_B, t_C — trajanje zaleta za pogonski slučaj A, B, C (4.2)
t_E — dozvoljeno, kratkog spoja karakteristično za konkretni motor u eksplozionoj zaštiti »povećana sigurnost« (6.5, 7.4)
t_{Er} — dozvoljeno, kratkog spoja karakteristično za rotor konkretnog motora u eksplozionoj zaštiti »povećana sigurnost« (6.5)
t_{Es} — dozvoljeno, kratkog spoja karakteristično za stator konkretnog motora u eksplozionoj zaštiti »povećana sigurnost« (6.5)
t_c — ciklusa (6.1, 6.2, 6.3, 6.6)
t_{dod} — dodatno (5.8)
t_f — forsiranja (5.8)
t_i — dok relej ne isključi (7.4)
t_i — isključenja impulsno upravljanog pogona (4.1)
t_i — rada u i-tom odsječku ciklusa (6.1)
Δt_i — dinamičkog stanja u i-tom odsječku promatranja (5.8)
t_k — kočenja (3.6, 5.8, 6.2, 6.6)
t_k — stajanja u kratkom spoju (5.1, 5.8)
t_k — poništenja uzbudne struje prilikom forsiranog kočenja (5.1)
t_{k1}, t_{k2} — kočenja u raznim fazama pogona (6.2)

t_m — mirovanja (6.2, 6.3, 6.6)
t_{min} — minimalno prijelazne pojave (5.2)
t_{min} — minimalno između ukapčanja uzbude i armature istosmjernoga porednog motora (5.8)
t_p — periode pulzacije momenta tereta (5.1, 5.8)
t_p — pogona (6.2, 6.3, 6.6, 7.1)
t_r — reverziranje uzbudne struje s pune pozitivne na punu negativnu vrijednost prilikom forsiranog reverziranja (5.1)
t_u — uključenja impulsno upravljanog pogona (4.1)
t_{uk} — uključenja (općenito) (5.8)
t_x — rada u x-tom režimu rada (4.0)
t_z — zaleta (3.6, 4.3, 4.8, 5.2, 5.8, 6.1, 6.2, 6.3, 6.6, 7.4)
t_z — porasta uzbudne struje na nazivnu vrijednost prilikom forsiranog zaleta (5.1)
t'_z — zaleta na nekom stupnju pokretača općenito (5.8)
$t'_z, t''_z, t'''_z, \ldots$ — zaleta parcijalno u pojedinim odsječcima zaleta (4.8)
$t_{z1}, t_{z2}, t_{z3}, \ldots$ — zaleta u raznim fazama pogona (6.2)
t_{zi} — zaleta u i-tom odsječku promatranja (5.8)
t_{zvl} — zaleta s vlastitim momentom inercije (6.6)

U — napon
— na priključnim stezaljkama istosmjernog stroja (2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.10, 4.1, 4.8, 5.1, 5.8)
— na četkicama istosmjernog stroja (2.2)
— efektivni mreže (2.6, 2.7, 2.8, 2.10, 3.6, 4.2, 4.3, 5.8, 6.4, 6.6, 7.2)
ΔU — promjena, pad, razlika, prirast (5.1, 5.8)
U' — fiktivna, prosječna vrijednost pri impulsnom upravljanju iz istosmjernog izvora (4.1)
U_1 — nazivni, primarni izmjeničnog motora (4.2, 5.2)
$U_1, U_2, U_3, \ldots$ — raznih vrijednosti priključen na armaturni namot motora (2.2)
$U_1, U_2, \ldots, U_x$ — pri prvoj, drugoj,...,x-toj vrijednosti frekvencije (4.2)
$U_1, U_2, \ldots, U_x$ — u prvom, drugom,...,x-tome pogonskom slučaju (4.8)
U_2 — sekundara ispravljačkog transformatora (4.1)
U_2 — sekundara asinhronog motora (6.6)
U_B — buster-stroja (4.1, 4.8)
U_G — generatora (4.8)
U_a — na armaturi šantiranoga serijskog istosmjernog stroja (2.5)
U_c — na kondenzatoru (2.6)
$\Delta U_č$ — pad na četkicama (4.1)
U_f — faze sinhronog stroja (2.7)
U_g — generatora (4.1, 5.8)
U_g — konačna vrijednost induciranog napona istosmjernog generatora u Leonardovoj grupi (5.1)
U_i — izvora (4.1)
U_{io} — srednja vrijednost na istosmjernoj strani ispravljačkog uređaja s kutom paljenja od 0° (4.1, 4.8)
U_{isred} — srednja vrijednost napona na istosmjernoj strani ispravljačkog uređaja (4.1, 4.8)
U_{ist} — istosmjernog stroja spojenoga u kaskadu (4.8)
ΔU_l — pad na ventilu (luku) (4.1, 4.8)
U_m — fazni asinhronog motora u kondenzatorskome kočnom spoju (2.6)
U_m — na istosmjernom motoru (4.1)
U_n — nazivni motora (2.2, 2.10, 3.6, 4.1, 4.2, 6.4, 6.6)
U_p — izvora (protunapon) u povratnoj vezi (4.1)
U_r — dodatni, regulacioni u sekundaru Schrageova motora (2.8, 2.10)
U'_r — dodatni, regulacioni u sekundaru Schrageova motora reduciran na primar (2.8, 2.10)
U_u — uzbudni, izvora uzbude (5.1, 5.8)
U'_u — napon forsiranja uzbudnika (5.8)
U_{un} — na uzbudnom namotu, nazivna vrijednost (5.1, 5.8)
$U(A_1)$ — na tiristoru A_1 (4.1)
$U(C)$ — na kondenzatoru C (4.1)
$U(M)$ — na motoru M (4.1)
$U_=$ — istosmjerni (4.1)

u — napon
— sekundara zakočenoga asinhronog motora (4.3)
— trenutna vrijednost (5.1)
u_A, u_B, u_C — trenutna vrijednost na fazama A, B, C sekundara motora (5.2)
u_a, u_b, u_c — trenutna vrijednost na fazama a, b, c primara motora (5.2)
u_k — relativni (postotni) kratkog spoja (4.4, 6.6)

V — volumen
— rotora (2.9, 2.10)
— idealna tipska veličina, gabarit stroja (4.0)
V' — stvarna tipska veličina (ovisna o vlastitom hlađenju) (4.0)
$V_1, V_2, \ldots, V_x$ — prvog, drugog,...,x-tog stroja (2.9, 2.10)
V_m — motora (2.9)

v — brzina (2.9, 3.1, 3.2, 3.3, 3.6, 6.4)
v_A — translatornog gibanja točke A (3.3)
v_d — prilikom dizanja (2.10)
v_k — klipa (3.3)
v_n — nazivna prilikom dizanja (6.6)
v_{sp} — spuštanja (2.10)
v_{xA} — gibanja točke A komponente u osi apscise (3.3)
v_{yA} — gibanja točke A komponente u osi ordinate (3.3)

w — broj zavoja
— efektivni motora (2.9, 5.5, 7.2)
w_1 — faze primara izmjeničnog motora (2.6, 2.8, 2.10, 4.2, 6.6)
w_1 — uzbudnog namota (5.7)
w_1, w_2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
w_2 — sekundara izmjeničnog motora (6.6)
w_a — armaturnog namota (efektivni) (2.8)
w_p — porednog uzbudnog namota (4.1, 4.8)
w_s — u fazi sekundara Schrageova motora (2.8)
w_s — serijskoga uzbudnog namota (4.1, 5.7)
w_u — uzbudnog namota po polu (2.8, 5.8)

X — reaktancija (prazni otpor)
— ukupna u strujnom krugu (2.8, 2.10)
X_o — u poprečnoj grani ekvivalentne sheme asinhronog motora (2.10, 4.3)
X_1 — rasipna primara (2.6, 2.8, 2.10, 4.2, 4.3, 5.2, 5.8, 7.2)
X_2 — rasipna sekundara (2.6, 2.8, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6)
X_2' — rasipna sekundara, reducirana na primar (2.6, 2.10, 4.2, 4.3, 5.2, 5.8, 7.2)
X_C — na kapacitetu, kondenzatoru (2.6)
X_T — rasipna faze transformatora (4.1, 4.8)
X_d — ukupna u direktnoj osi sinhronog stroja (2.7)
X_d — sinhrona (2.6, 3.6)
X_d' — sinhrona, reducirana na primar (2.6)
X_k — ukupna rasipna asinhronog motora (2.6, 4.2, 5.2)
X_{kn} — ukupna rasipna asinhronog motora pri nazivnoj frekvenciji (4.2)
X_{pp} — namota pomoćnog pola (2.8)
X_q — u poprečnoj osi sinhronog stroja (2.7)
X_s — sinhrona (4.6)
X_u — uzbudnog namota serijskoga jednofaznog kolektorskog motora (2.8)
X_μ — glavna asinhronog motora (2.6, 2.10, 5.2, 7.2)
X_σ — rasipna (2.8)

X — omjer relativnog trajanja ε i fiktivnoga relativnog trajanja ε' (4.1, 4.8, 5.8)

x — omjer linearnih dimenzija dvaju sličnih motora (5.1)

x — faktor strujnog preopterećenja (6.2, 6.5)

x' — faktor strujnog preopterećenja u uvjetima izmijenjene okoline (6.5)

y — ukupni prijenos reduktorskog uređaja (3.2)
$y_1, y_2, \ldots, y_x$ — prijenos prvog, drugog,...,x-tog zupčaničkog para (3.2)

Z — impedancija (3.6)
Z_2 — faze sekundara (2.9, 4.5, 4.8, 5.8)

z — broj vodiča
— efektivni u bilo kojem stroju (2.9, 5.8, 6.4)
— ukupni, kolektorskog namota (2.2, 2.8, 2.10)

z — broj
— dopuštenih uzastopnih pokretanja pokretača (4.3, 4.8)
— zaleta na sat (5.6, 5.8)
— ciklusa na sat (6.3, 6.6)
z_0 — reverziranja na sat (5.6)
z_{01}, z_{02} — reverziranja na sat dvaju motora u usporedbi (5.6)

α — geometrijski kut (mehanički)
— zakreta (2.1)
— vrtnje (3.3, 3.4, 3.6, 5.1)
— između osi statora i rotora sinhronog motora (5.3)
$\Delta\alpha$ — odstupanje dinamičkog kuta α od statičkoga α_t u prijelaznoj pojavi elektromotornog pogona sa sinhronim motorom (5.3, 5.8)
α_{max} — pri kojem je najveći moment inercije u pogonu s ojnicom (3.6)
α_{min} — pri kojem je najmanji moment inercije u pogonu s ojnicom (3.6)
α_{po} — na početku prijelazne pojave između osi statora i rotora sinhronog motora (5.3, 5.8)
α_t — između osi statora i rotora sinhronog motora, odgovara konstantnom momentu tereta (5.3, 5.8)
α_{to} — između osi statora i rotora sinhronog motora, odgovara prosječnoj vrijednosti momentu tereta (5.3)

α — električki kut
— između induciranog napona E_{r2} i dodatnog napona U_r u sekundaru Schrageova motora (2.8, 2.10)
— kut paljenja ispravljačkog uređaja (4.1, 4.8)
— kut među osima namota faza primara i sekundara (5.2)
$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ — kut paljenja ispravljačkog uređaja u prvom, drugom,...,n-tom pogonskom slučaju (4.8)

α — kut nagiba linearnog dijela karakteristike praznog hoda istosmjernog generatora (4.1)

α — eksponent omjera frekvencija za razne slučajeve momenta tereta pri frekventnom upravljanju asinhronog motora (4.2)

α — mjerilo za napone (4.3)

α — faktor redukcije hlađenja stroja zbog odstupanja brzine vrtnje od nazivne (prosječni) (5.6, 6.1, 6.3, 6.6)

β — kut
— geometrijski trenutnog položaja prema srednjem položaju ojnice (3.3)
— nagiba pravca samoindukcije istosmjernog generatora (5.3)
— električki, ranijeg paljenja invertorskog uređaja (4.1)
$\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ — ranijeg paljenja u prvom, drugom,...,n-tom slučaju (4.1)
$\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_x$ — geometrijski fazni pomak prvog, drugog,...,x-toga harmoničkog člana tereta (5.1)

β — mjerilo za struje (4.3)

β — omjer toplinskih vremenskih konstanti pri nazivnoj brzini vrtnje i mirovanju motora (6.1, 6.3, 6.6)

β — karakterističan omjer otpora asinhronog motora (Klossove jednadžbe) (2.6, 2.10)

β — omjer nazivnih gubitaka u bakru prema ukupnima (6.2)

Γ — gustoća struje (6.1, 7.4)
Γ_1 — primarnog namota (6.6)
Γ_n — uz nazivnu struju (2.9, 5.5)

γ — specifična masa (5.5, 6.1, 6.6, 7.4)

γ — mjerilo za otpore (4.3)

γ — eksponent omjera brzine vrtnje (2.1)

γ — omjer frekvencije primara asinhronog motora u kočnome kondenzatorskom spoju i frekvencije priključne mreže (2.6)

γ_d — pri donjoj graničnoj brzini vrtnje (2.6)
γ_g — pri gornjoj graničnoj brzini vrtnje (2.6)

γ — varijabla algebarske jednadžbe karakteristične za diferencijalnu jednadžbu (5.3)
γ_1, γ_2 — korijeni karakteristične algebarske jednadžbe (5.3)

δ — duljina zračnog raspora (5.5)
δ — mjerilo za brzinu vrtnje (4.3)
δ_J — valovitost momenta inercije u pogonu s ojnicom (3.6)
δ_n — razlika konačne i početne brzine vrtnje (5.8)
δ_n — faktor nejednolikosti brzine vrtnje (5.1, 5.2)
$\delta_{n1}, \delta_{n2}, \delta_{n3},...$ — razlika između konačne i početne brzine vrtnje prvog, drugog, trećeg,..., periode promatranja (5.8)

ε — relativno trajanje uključenja (pogona) (4.1, 4.2, 4.8, 5.8, 6.2, 6.3, 6.6)
ε' — fiktivno (ekvivalentno) (4.1, 4.8, 5.8)
$\varepsilon_1, \varepsilon_2,...,\varepsilon_x$ — prvo, drugo,...,x-to, u raznim uvjetima rada (4.1, 4.2, 6.2)

ε — koeficijent opterećenja motora karakterističan za prosječni (statički) teret motora (5.3)

η — korisnost
— električnog stroja ili elektromotornog pogona (2.9, 2.10, 3.6, 4.3, 4.7, 4.8, 6.6, 7.7)
$\eta_1, \eta_2,...,\eta_x$ — prvog, drugog,...,x-tog para zupčanika reduktora (3.2, 3.6)
η_R — prijenosnog uređaja (remenice, zupčanika) (2.10, 3.2)
η_{red} — reduktora (6.6)
η_{sr} — pogona, srednja vrijednost pri promjenljivom režimu opterećenja (4.0, 4.8)

η — broj pulzacija tereta u jednom okretaju motora (5.3)

Θ — protjecanje
— istosmjernog stroja općenito (4.1)
Θ_o — istosmjernog generatora u praznom hodu (4.1)
Θ_n — istosmjernog generatora u nezavisnome uzbudnom namotu (4.1)
Θ_p — istosmjernog generatora u porednome uzbudnom namotu (4.1)
Θ_{po} — istosmjernog generatora u porednome uzbudnom namotu u praznom hodu (4.1)
Θ_u — uzbudnog namota sinhronog generatora (4.4)
$\Theta_{u1}, \Theta_{u2},...$ — istosmjernog generatora u prvom, drugom,..., uzbudnom namotu (4.1)
Θ_{ud} — uzbudnog namota sinhronog motora, direktna komponenta (4.4)
Θ_{ui} — uzbudnog namota sinhronog motora, inverzna komponenta (4.4)
$\Theta_=$ — namota izazvano istosmjernom strujom (2.10)

Θ — električki kut između napona i induciranog napona u fazi sinhronog stroja (2.7, 2.10, 5.3, 5.8, 7.4)

Θ — nadtemperatura — zagrijanje (6.1, 6.2, 7.1, 7.4)
$\Delta\Theta$ — prirast u nekom procesu (6.1)
Θ_o — nad okolinom početna u nekom termičkom procesu (6.1)
Θ_o — nad temperaturom od 0°C (6.2)
Θ_o' — konačna u praznom hodu (6.2)
Θ_1, Θ_2 — donja i gornja vrijednost pri intermitiranom pogonu (6.2)
Θ_d — dozvoljena (6.2, 6.5, 6.6, 7.1)
Θ_d' — dozvoljena u promijenjenim uvjetima okoline (6.5, 6.6)
$\Theta_{k1}, \Theta_{k2},...,\Theta_{kn}$ — na kraju prvog, drugog,...,n-tog odsječka ciklusa (6.1)
Θ_{ki} — na kraju i-tog ciklusa (6.1)
Θ_n — na kraju ciklusa u stacionarnome termičkom stanju pogona (6.1, 7.4)
Θ_m — maksimalno (6.1, 6.2, 7.1)
Θ_{mi} — maksimalna, koja bi se postigla s gubicima i-tog ciklusa (6.1)
Θ_{msr} — srednja vrijednost u nekome termički stacionarnom ciklusu (6.1, 6.6)
Θ_p — početna (6.1, 7.4)
$\Theta_{p1}, \Theta_{p2},...,\Theta_{pn}$ — početna, prvog, drugog,...,n-tog ciklusa (6.1)
Θ_{pi} — početna i-tog ciklusa (6.1)

ϑ — formalna zamjena za argument ωt (4.1)

ϑ — kut
— električki između dvaju rotorskih protjecanja u višemotornom pogonu ili električnoj osovini (4.5, 4.6, 4.8)

ϑ_{el} — električki kut između dviju strana električne osovine (4.8)
ϑ_{meh} — mehanički kut između dviju strana električne osovine (4.8)

ϑ — temperatura (6.1, 7.1, 7.4)
ϑ_o — okoline (6,5. 6.6)
ϑ_{on} — normativna okoline (6.5, 6.6)
ϑ'_{on} — normativna okoline pri smještaju na više od 1 000 m nadmorske visine (6.5, 6.6)
ϑ_1, ϑ_2 — početna i završna, granice integracije (4.4)
$\Delta\vartheta$ — prirast, zagrijanje (4.8, 6.1, 6.6, 7.4)
$\Delta\vartheta_1$ — prirast, zagrijanje namota primara (5.2, 6.6)
$\Delta\vartheta_2$ — prirast, zagrijanje namota sekundara (3.6, 5.2, 5.8, 6.6)
$\Delta\vartheta'_2$ — prirast, zagrijanje sekundara kad postoji predotpor (6.6)
ϑ_k — konačna (6.1)
ϑ_p — početna (6.1)
$\Delta\vartheta_{rez}$ — temperaturna rezerva (motora) (6.6)

$\varkappa$ — kružna frekvencija pulzacije momenta tereta (5.1, 5.2, 5.3, 5.8)
$\varkappa_1$, $\varkappa_2$,...,$\varkappa_x$ — kružne frekvencije pulzacije prvog, drugog,...,x-tog harmoničkog člana momenta tereta (5.1)

λ — specifična rasipna vodljivost
λ_{gl} — glava namota (5.5)
λ_{gl1}, λ_{gl2} — glave namota dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
λ_u — utora (5.5)
λ_{u1}, λ_{u2} — utora dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
λ — omjer polumjera zahvata i duljine ojnice (3.3, 3.6)
λ — karakterističan omjer otpora dvaju susjednih stupnjeva otpora pokretača (4.3, 4.8, 5.8)

μ — kut tangente na mehaničku karakteristiku motora u radnoj točki s osi pozitivnog smjera kutne brzine vrtnje (3.5, 5.7)
μ — koeficijent trenja (4.3)
μ — mehanička preopteretivost motora (5.2)

ν — kružna frekvencija
— vlastita elektromehaničkog sistema pogona (5.1, 5.2, 5.3, 5.8)
ν_o — vlastita idealna elektromehaničkog sistema pogona (uz zanemareno prigušenje) (5.1, 5.2, 5.3, 5.8)
ν_{kr} — kritična (rezonantna) elektromehaničkog sistema pogona (5.1)
ν — relativna brzina vrtnje prema sinhronoj (2.10)

ξ — faktor
— prosječni povećanja gubitaka u bakru zbog potiskivanja struje za frekvencije cijelog područja reverziranja (5.6)
— pojačanja pulzacije momenta motora prema momentu tereta (5.1, 5.2, 5.8)
ξ' — pojačanja pulzacije momenta motora prema momentu tereta uz zanemarenu električku vremensku konstantu (5.1, 5.2)
ξ_{max} — pojačanja pulzacije momenta motora prema momentu tereta, maksimalni (rezonantni) (5.1)
ξ — omjer efektivnih vrijednosti struje osnovnog harmonika i ukupne u fazi primara transformatora u ispravljačkom spoju (4.1)
ξ — omjer gubitaka u željezu i ukupnih gubitaka (6.2)

ϱ — specifični otpor (5.5, 6.1, 6.6, 7.4)
ϱ_o — uz temperaturu od 20°C (6.1, 6.6)
ϱ_1, ϱ_2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
ϱ — polumjer
— tromosti općenito (3.0, 3.1)
— zahvata bubnja na dizalu (3.2)
ϱ_o — tromosti s obzirom na os vrtnje kroz vlastito težište tijela (3.0)
ϱ_1, ϱ_2,....ϱ_x — zahvata prvog, drugog,...,x-tog para zupčanika (3.2)
ϱ_o — tromosti ojnice (hvatište u osi klipa) (3.3, 3.6)
ϱ — faktor povećanja gubitaka u bakru zbog potiskivanja struje (5.6)

σ_1 — faktor povećanja reaktancije za primarnu stranu (2.6, 2.10, 4.2, 5.2)

τ — korak

— polni (5.5)

τ_p — polni (2.9)

τ_1, τ_2 — polni dvaju strojeva u usporedbi (5.5)

τ — trajanje ciklusa čopera pri impulsnom upravljanju (4.8, 5.8)

τ — kut tangente na karakteristiku momenta tereta u radnoj točki s osi pozitivnog smisla brzine vrtnje (3.5, 5.7)

Φ — magnetski tok po polu

— glavni (2.2, 2.3, 2.5, 2.6, 2.10, 3.0, 3.6, 4.1, 4.2, 4.5, 6.1, 6.2)

— ukupni (4.8, 5.8, 7.2)

Φ' — glavni serijskog motora sa šantiranom uzbudom (2.5)

Φ' — glavni oslabljeni (6.1)

Φ_{og} — remanentni generatora (4.1, 4.8)

Φ_{om} — remanentni motora (4.1, 4.8)

Φ_1, Φ_2 — dvaju strojeva u usporedbi (5.5)

Φ_1, Φ_2, Φ_3,... — u raznim uvjetima (2.2)

Φ_g — glavni generatora (4.1)

Φ_{gl} — glavni (2.8, 2.9, 3.6, 4.1, 4.6, 4.8, 5.1, 5.8, 7.2, 7.4)

Φ'_{gl} — rezidualni, ostatni (7.2, 7.4)

Φ'_{gl}, Φ''_{gl}, Φ'''_{gl},... — glavni u raznim uvjetima pogona (4.8)

Φ_m — glavni motora (4.1)

Φ_z — konstantni dio zasićenoga serijskog istosmjernog stroja (2.3)

$\Phi_{\sigma l}$ — rasipni primarnog namota (4.8, 5.8, 7.2)

φ — kut faznog pomaka

— struje i napona (2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.10, 3.6, 4.1, 4.4, 4.8, 5.8, 7.2, 7.4)

— vremenski, dio, pulzacije brzine vrtnje i momenta tereta (5.1, 5.2)

— pulzacije momenta tereta i sinhronog momenta sinhronog motora (5.3)

φ' — vremenski, dio, pulzacije brzine vrtnje i momenta tereta; ukupni pulzacije momenta tereta i momenta motora (5.1, 5.2)

φ_1 — struje i napona u primaru motora (2.6, 2.8)

φ_1, φ_2,...,φ_x — vremenski, prvog, drugog,...,x-tog harmoničkog člana pulzirajućeg momenta tereta (5.1)

φ_2 — struje i napona u sekundaru motora (2.6, 2.8, 2.10, 4.2, 4.3, 4.5, 4.6, 6.1)

φ_{2m} — struje i napona u sekundaru jednog motora u višemotornom pogonu (4.5)

φ_I, φ_{Ik} — struje i induciranog napona u sekundaru asinhronih motora u električnoj osovini (4.6)

φ_R — struje kroz zajednički otpornik R električne osovine asinhronih motora s otpornikom i induciranog napona prvog motora (4.6)

φ_{kr} — vremenski, pulzacija momenta tereta i momenta motora u slučaju kritične (rezonantne) vlastite frekvencije sistema elektromotornog pogona (5.1)

φ_n — struje i napona pri nazivnoj snazi motora (2.8)

φ — omjer frekvencija (4.2)

Ψ — ulančeni magnetski tok (2.8, 2.9)

Ψ_A, Ψ_B, Ψ_C — trenutna vrijednost u fazama A, B, C sekundara (5.2)

Ψ_a, Ψ_b, Ψ_c — trenutna vrijednost u fazama a, b, c, primara (5.2)

ψ — kut

— električki između strujnog obloga i glavnoga magnetskog toka (2.8)

— mehanički između položaja dvaju statora u dvostrukom pogonu asinhronim motorima sa zakretnim statorom (4.5)

ψ — faktor opterećenja (2.1)

ω — kutna brzina vrtnje

— elektromotora, elektromotornog pogona (1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 3.0, 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 4.1, 4.2, 4.4, 4.5, 4.6, 4.8, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 6.1, 6.2, 7.2, 7.4)

ω_o — praznog hoda (1.3, 2.2, 2.4, 2.5, 3.4, 3.6, 4.1, 4.8, 5.1, 5.5, 5.7, 5.8)

ω_{o1}, ω_{o2}, ω_{o3},... — praznog hoda u raznim uvjetima (2.8)

ω_{og} — generatora Leonardove grupe u praznom hodu (4.1, 4.8)

ω_1, ω_2 — početna i završna (granice integracije) (3.1, 3.6, 5.2, 5.7, 5.8)
ω_1, ω_2 — sinhrona dvobrzinskog motora za veći (ω_2) i manji (ω_1) broj pari polova (5.4)
ω_1, ω_2 — nazivna dvaju strojeva u usporedbi (5.5)
ω_1, ω_2, ω_3, .. — prvog, drugog, trećeg,..., radnog mehanizma (1.3)
ω_1, ω_2, ω_3,... — u prvoj, drugoj, trećoj, . , točki mehaničke karakteristike (2.2, 2.3, 2.4, 2.6)
ω_1, ω_2,...,ω_x — prve, druge, ,x-te osi vrtnje reduktora (3.2)
ω_A — u točki A dijagrama (5.4)
ω_d — donja, granična, pri kondenzatorskom kočenju (2.6)
ω_{el} — električka ($=2\pi f$) (2.6, 2.9, 4.1)
ω_g — gornja, granična pri kondenzatorskom kočenju (2.6)
ω_g — generatora (4.1)
ω_n — nazivna (2.1, 2.9, 3.0, 4.2, 5.1, 5.5, 5.8)
ω_{ns} — nakon prestanka smetnje (3.5)
ω_o — oinice oko hvatišta u zglobu klipa (3.3)
ω_p — prije nastanka smetnje (3.5)
ω_s — sinhrona (2.6, 2.7, 2.8, 3.1, 3.4, 3.6, 4.2, 4.4, 4.6, 4.8, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.8, 7.2, 7.4)
ω_{s1}, ω_{s2} — sinhrone, višebrzinskog motora (2.6)
ω_{sred} — srednja vrijednost pri impulsnom upravljanju (4.1, 4.8)
ωt — električka ($=2\pi f$) (2.8, 4.2)
ω_t — koja odgovara momentu tereta (3.3, 5.1, 5.7)
$\Delta\omega_t$ — amplituda pulzirajućeg člana, koja (statički!) odgovara amplitudi pulzacije momenta tereta (5.1)

ABECEDNO KAZALO

A

aktivni dio stroja (89)
antiparalelni spoj usmjerivača (220)
apsolutna vrijednost diskriminante karakteristične jednadžbe (359)
armaturni strujni krug (348)
asinhroni generator (55)
asinhroni moment sinhronog motora (270, 435, 446)
asinhroni motor (2, 49, 227, 405, 637)
asinhroni polnopreklopivi motor (232)
asinhroni pretvarač frekvencije (236)
asinhroni zalet sinhronog stroja (268)
atmosfera eksplozionih plinova i smjesa (238, 583)
autotransformator (271)

B

bimetalni relej (626)
bimetalni relej s termičkim balastom (632)
bimetalna sklopka (629)
bimetalna sonda (629)
blok-transformator (271)
broj ciklusa opterećenja (574)
broj kontakata pokretača (249)
broj pari paralelnih grana (21)
broj pari polova (21, 90, 231)
broj pokretanja na sat (248)
broj reverziranja (478)
broj uzastopnih pokretanja (248)
broj zaleta (478)
brzina (140)
brzina vrtnje (5, 7, 13, 18, 86)
brzina vrtnje u praznom hodu (20)
brzohodni motor (89, 469)
brzohodni stroj (95, 362, 469, 477)
buster (193)
busterski spoj (193)

C

centrifuga (149)
centrifuga s istjecanjem (150)
cijena stroja (89, 97)

Č

čoper (210, 243)

D

d'Alembertov princip (143)
Dahlanderov spoj (232)
dinamika elektromotornog pogona (133)
dinamička stabilnost elektromotornog pogona (156, 482)
dinamičko stanje elektromotornog pogona (11, 12, 133, 135, 347)
dioda (210, 211, 214)
diskriminanta karakteristične jednadžbe (358, 370)
dodatni gubici u bakru u kvazistacionarnom stanju (400)
donja granična vrijednost frekvencije pri kondenzatorskom kočenju (56)
dugo vrijeme ponovnog ukapčanja (641)
duljina paketa željeza stroja (90)
dvobrzinski polnopreklopivi motor (231, 450)
dvomotorni pogon (275)
dvomotorni pogon asinhronih motora sa zakretanjem statora (277)
dvosmjerni tiristor (241)
dvostruki punoupravljivi most (220)

E

efektivna vrijednost osnovnog harmonika primarne struje (226)
efektivna vrijednost ukupne primarne struje (226)
ekonomski optimum kutnih sinhronih brzina vrtnje (455)
ekvivalentna shema asinhronog motora (56)
ekvivalentni moment inercije (145)
ekvivalentno relativno trajanje uključenja (202)
električka osovina (177, 281)
električka osovina s istosmjernim motorima (290)
električka osovina s otporom (284)

električka osovina s pomoćnim asinhronim strojevima (281)
električka osovina sa sinhronim pomoćnim strojevima (290)
električka prijelazna pojava (133, 348)
električka vremenska konstanta (135, 355, 421, 466, 642)
električka vremenska konstanta uzbudnog kruga (364)
električki kut između statora i rotora (64)
električni motor (1)
elektrodinamičko kočenje (10, 25, 34, 39, 55, 67, 79, 434)
elektrodinamičko kočenje asinhronog motora s kondenzatorima (58)
elektrodinamičko kočenje asinhronog motora s nezavisnom uzbudom (58)
elektrodinamičko kočenje serijskog motora u modificiranome nezavisnom spoju (36)
elektrodinamičko kočenje u samouzbudnom spoju (27)
elektromagnetska vremenska konstanta (135)
elektromagnetski moment motora (10)
elektromehanička vremenska konstanta (353, 420, 439, 467)
elektromotor (5)
elektromotorni pogoni u posebnoj okolini (588)
elektronička sklopka (210)
elektroničko impulsno upravljanje (214)
elementi zaštitnih uređaja (629)

F

faktor forsiranja (404)
faktor namota (90)
faktor prigušenja (pojačanja) pulzacija brzine vrtnje (389, 426)
faktor prigušenja (pojačanja) pulzacija momenta motora (394)
faktor prigušenja (pojačanja) pulzacija struje (394)
faktor snage (64, 81, 90)
faktor umirenja (445)
faze razvoja elektromotornih pogona (2)
fazni pomak pulzacija brzine vrtnje (389, 426)
forsiranje (elektromotornih pogona) (402)
forsirani zalet (404)
forsirano kočenje (404)
forsirano reverziranje (404)
Frahmova aproksimacija (148)
frekvencija impulsa (198)
frekvencija pulzacija momenta (387, 426)

G

generatorski moment električkog stroja (8)
generatorski prekretni moment (50)
generatorsko kočenje (10, 24, 34, 38, 53, 66, 78)
generatorsko pogonsko stanje elektromotornog pogona (5)
glava namota (94)
glavni magnetski tok (90)
glavni uzbudnik (186)
gornja granična vrijednost frekvencije pri kondenzatorskom kočenju (58)
Goergesov fenomen (270)
Graetzov spoj (185)
grafička metoda (32, 408)
grafoanalitička metoda (27, 32, 71, 408)
granična karakteristika (serijskog motora) (32, 48)
granična snaga (3)
graničnik struje (425)
grupni pogon (236)
gubici energije (137)
gubici energije u dinamičkim stanjima (150, 155, 398, 459)
gubici energije u bakru statora (230)
gubici energije u namotima rotora (230, 450)
gubici energije u rotorskome strujnom krugu (230)
gubici u namotu (bakru) rotora (151)
gustoća struje (90)

H

hlađenje (178)
hlađenje ovisno o vlastitoj brzini vrtnje (178)
hladni vodič (zaštitni) (630)

I

idealna brzina vrtnje serijskog motora (72)
idealna karakteristika serijskog motora (32)
idealna vlastita kružna frekvencija sistema (440)
IEC-propisi (96, 562, 578, 581, 584)
Ilgner-Leonardov agregat (192, 229, 425)
impulsno upravljanje (198)
impulsno upravljanje asinhronim motorom (239)
impulsno upravljanje brzine vrtnje elektromotornog pogona (198)

impulsno upravljanje istosmjernim strojem (198)
impulsno upravljanje naponom (239)
indukcioni motor (49)
induktivitet (135)
instalirana snaga (238)
intermitirani pogon (562, 565)
intermitirani pogon s utjecajem zaleta (562, 568)
intermitirani pogon s utjecajem zaleta i kočenja (562, 568)
invertorski režim pogona (215, 219)
ispadanje iz pogona (187)
ispravljač (185, 214)
ispravljački režim pogona (219)
isprekidana struja (223)
isprekidani pogon (562)
istosmjerna mreža (181)
istosmjerni kompaundirani motor (37)
istosmjerni motor (19, 180, 347)
istosmjerni motor s permanentnim magnetima (22, 98)
istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor (19, 181, 348, 635)
istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor sa šantiranom armaturom (42)
istosmjerni poredno uzbuđeni motor (19, 348, 635)
istosmjerni serijski uzbuđeni motor (28, 636)
istosmjerni serijski uzbuđeni motor sa šantiranom armaturom (44)
istosmjerni serijski uzbuđeni motor sa šantiranom uzbudom (44)
izbor motora (543)
izbor motora za rad u eksplozivnoj atmosferi (583)
izbor napona motora (574)
izbor snage motora (543)
izgubljna energija u bakru rotora (151)
izmjenična mreža (215)
izmjenični kolektorski stroj (67)
izmjenjivački režim (215)
izvedena karakteristika motora (18, 32)
izvedene jedinice (13)
izvor energije (177)

J

Jacobijev motor (1)
jalova struja (81)
jednofazno kočenje trofaznoga asinhronog motora (62)
JUS-standardi (584, 625)

K

kapacitivni kočni spoj (58)
karakteristična jednadžba (357)
karakteristika praznog hoda (27)
kaskada konstantne snage (293)
kaskada konstantnog momenta (294)
kaskada s konvertorom frekvencije (295)
kaskadni spojevi asinhronih motora (292)
kavezni (asinhroni) motor (51)
kidanje struje (224)
kinetička energija (95, 144, 151, 400, 425, 450)
Kirchhoffovi zakoni (348)
klip (145)
klipni kompresor (145)
klizanje (49)
klizni koluti (228)
Klossova jednadžba (49, 236, 411)
kočenje asinhronog motora nesimetričnim napajanjem statora (61)
kočenje elektromotornog pogona (18, 137)
kočenje u protuspoju (10)
kočenje višebrzinskim motorom (53)
kočna stanja elektromotornog pogona (24, 34)
kočni režim elektromotornog pogona (9)
kočni spojevi (10)
koeficijent odavanja topline (135, 545)
kolebanje brzine vrtnje (362, 386, 477)
kolebanje momenta motora (386, 477)
kolebanje struje (362)
kolutni (asinhroni) motor (51, 228)
komutacija (istosmjernog stroja) (181, 347)
komutacijska naprezanja (194)
konačna vrijednost nadtemperature (545)
kondenzatorsko kočenje (55)
konstanta ubrzanja (479)
kontriranje (10)
konverter frekvencije i napona (243)
korak utora (90)
korijeni karakteristične jednadžbe (357)
korisnost prijenosnog uređaja (142)
korisnost stroja (90)
Kräemerov generator (188)
kratki spoj (181, 187)
kratko vrijeme ponovnog ukapčanja (641)
kratkotrajni pogon (562, 563)
kratkotrajno udarno opterećenje (381)
krivulja magnetiziranja (29)
križni spoj usmjerivača (221)

kruta mehanička karakteristika motora (18)
kružna frekvencija elektromehaničkog sistema (359, 439)
kružna frekvencija pulzacije momenta (387, 426)
kružna struja (220)
kut paljenja (215, 225)
kut ranijeg paljenja (225)
kutna brzina vrtnje (13, 18, 86)
kutna brzina vrtnje u praznom hodu (20)
kutna sinhrona brzina vrtnje (82)
kvazistacionarni pogon (149)
kvazistacionarno stanje (133, 156, 387)

L

Lagrangeova jednadžba (143)
Leonardov agregat (183, 363, 402)
Leonardova grupa (184)

M

magnetska indukcija (87)
magnetska indukcija u zračnom rasporu (88)
magnetski spajač za održanje remanencije (198)
magnetsko polje (135)
maksimalna struja pokretanja (249)
maksimalni moment motora (543)
masa (134, 135, 140, 545)
mehanička dinamička stanja elektromotornog pogona (133, 348, 411)
mehanička karakteristika elektromotora (7, 18)
mehanička karakteristika nezavisno uzbuđenog motora s porednim otporima (42)
mehanička karakteristika radnog mehanizma (17)
mehanička karakteristika serijskog motora s porednim otporima (44)
mehanička kočnica (10)
mehanička preopteretivost motora (235, 543)
mehanička prijelazna pojava (12, 133)
mehanička sklopka (210)
mehanička vremenska konstanta (136, 412)
mehanička zaštita (578)
mehanički rad (1)
mehaničko dinamičko stanje (12)
mehaničko statičko stanje (12)
mekana mehanička karakteristika motora (19)
metoda ekvivalentne snage (561)
metoda ekvivalentne struje (554)
metoda ekvivalentnog momenta (559)
metoda srednje vrijednosti gubitaka (549)
minimalno opterećenje (32)
moment inercije (tromosti) (134, 136)
moment inercije (tromosti) rotora (95)
moment izjednačenja (283, 289)
moment motora (5)
moment motora na osovini (spojci) (10)
moment motora u kratkom spoju (23)
moment tereta (5, 436)
moment ubrzanja (5, 438)
moment vlastitog trenja motora (10)
motor općenito (1)
motor istosmjerne struje (2)
motor s unutrašnjim izgaranjem (1)
motorski moment električkog stroja (8)
motorski prekretni moment (50)
motorsko pogonsko stanje (5)

N

nadsinhrono kočenje (53)
nadtemperatura okoline (545)
najmanja struja pokretanja (249)
napon rotacije (68)
napon transformacije (68)
nazivna (nominalna) brzina vrtnje (18, 32, 86)
nazivna (nominalna) kutna brzina vrtnje (18)
nazivna (nominalna) snaga (88, 89)
nazivna (nominalna) struja (181)
nazivni (nominalni) moment motora (86, 543)
nazivni (nominalni) moment radnog mehanizma (18, 86)
nazivni (nominalni) razvijeni moment motora (88)
nazivni (nominalni) strujni oblog (88)
nazivni parametri elektromotora (477)
nazivno (nominalno) opterećenje (32)
neaktivni dio stroja (89)
Newtonov zakon (137, 143)
nenormalna pogonska stanja (623)
neprodorni oklop (St) (583, 645)
nesimetrije trofazne mreže (636)
nestandardni oblik napona (633)
nezavisni uzbudni namot (37)
normativno vrijeme zaleta (412, 459)
nul-dioda (210)

NJ

njihanje snage između mreže i generatora (381)

O

odvod topline (545)
odvodna dioda (210)
ojnica (143)
opća svojstva elektromotornog pogona (4)
opći kut vrtnje (144, 386)
opseg podešavanja brzine vrtnje (177)
optimalno prekretno klizanje (413)
oscilatorni moment inercije (dio) (148)
osigurač (625)
otpornički termometar (631)
otporsko kočenje (10, 25)

P

pasivni strujni krug (198)
perioda impulsa (198)
permanetni magnet (22)
početna vrijednost nadtemperature (545)
podešavanje asinhronih motora frekvencijom (234)
podešavanje asinhronog motora otporima u rotorskom krugu (227)
podešavanje brzine vrtnje (183)
podešavanje brzine vrtnje naponom (183)
podešavanje brzine vrtnje poljem (183)
podešavanje istosmjernih motora otporima u armaturnom krugu (181)
pokazatelji dinamičkih stanja (460)
pokretač (182, 247)
pokretanje s pola tereta (247)
pokretanje s punim teretom (247)
pokretni moment (228)
polazni moment (24)
polni korak (90)
polno-amplitudna modulacija (232, 265)
polnopreklopivi motor (231, 265, 450)
polumjer tromosti (134)
polumjer zupčanika (142)
poluupravljivi (trofazni) most (216)
poluvalno napajanje (215)
poluvodički otpornici s negativnim temperaturnim koeficijentom (629)
poluvodički otpornici s pozitivnim temperaturnim koeficijentom (629)
pomične četkice (80)
pomoćni uzbudnik (186)
ponovno ukapčanje (636)
pony-motor (274)
poredni uzbudni namot (37)
porodica karakteristika (mehaničkih) (43, 52)
posebni zaletni motor (272)
potencijalni moment tereta (6)
potezni moment (51, 479)
povećana sigurnost (Ss) (584, 645)
povratna veza (187)
pravac samouzbude (28, 56, 189)
prazni hod (81)
predotpor (181)
preklapanje polova (231, 265)
prekostrujni relej (626)
prekretni moment motora (50, 83, 235, 543)
prekretni moment uzrokovan direktnim okretnim poljem (62)
prekretni moment uzrokovan inverznim okretnim poljem (62)
prekretno klizanje (49, 83)
preopterećenje (187)
pretvarač frekvencije (236)
prigušeno titranje (362)
prigušni moment (438)
prigušnica (220, 271)
prijelazna pojava (12, 133)
prijelazno stanje (18)
prijenosni (redukcioni) uređaj (90)
priključni i upravljački elementi (5)
prirodna karakteristika motora (18, 32)
prisilna ventilacija — nadtlak (Sp) (587, 645)
privedena energija rotoru (151)
promjena opterećenja (18)
promjer rotora stroja (90)
prosječna toplinska vremenska konstanta u zaletu i kočenju (554)
protjecanje (187)
protočna količina zraka (178)
protustrujno kočenje (10, 25, 37, 39, 54, 66, 79, 152)
provrt (90)
prvi elektromotorni pogon (1)
pulzacije momenta motora (393, 448)
pulzacije snage (396)
pulzirajuće opterećenje elektromotornog pogona (385, 442)
pulzirajući moment tereta (385, 442)
punoupravljivi (trofazni) most (216)
punovalno napajanje (215)

R

radni mehanizam (5)
radni režim elektromotornog pogona (9)
rashladna površina (545)
raspon brzine vrtnje (178)
razvijeni moment motora (10)
razvoj elektromotornih pogona (1)
reaktivni moment sinhronog motora (66, 434)

reaktivni moment tereta (6)
reduciranje mehaničkih veličina (139)
reduktor (139)
regulacioni napon (80)
regulirani elektromotorni pogon (347)
relativno trajanje isključenja (198)
relativno trajanje uključenja (198)
remanencija (198)
remanentni magnetski tok (34)
remenica (139)
reverzioni elektromotorni pogon (192)
reverzioni spoj usmjerivača (220)
reverziranje (elektromotornog pogona) (137, 152)
rezonancija (392)
rezonantna (kritična) frekvencija (392)
rezultantno protjecanje (187)
rješenje zadataka (14, 106, 163, 304, 496, 595, 648)

S

samouzbudni spoj (kočni) (27, 35, 56)
samouzbuđivanje (56)
Schrageov motor (67, 79)
serijski jednofazni kolektorski motor (67)
serijski uzbudni namot (37)
serijsko-paralelno ukapčanje i prekapčanje više motora (195)
sinhrona brzina vrtnje (82, 151)
sinhrona reaktancija (59, 64)
sinhroni moment (66, 434)
sinhroni motor (63, 264, 433, 643)
sinhroni motor s izraženim polovima (65, 434)
sinhroni motor s neizraženim polovima (64)
sistematizacija elektromotornih pogona (17)
sklopka (198)
skokovito opterećenje (372)
skokovito rasterećenje (372)
smanjenje gubitaka u dinamičkim stanjima (449)
snaga motora (85)
snaga okretnog polja (151)
specifična toplina (135)
spojni elementi između radnog mehanizma i elektromotora (5)
sporohodni motor (89, 469)
sporohodni stroj (95, 362, 469, 477)
srednja snaga pokretanja (248)
srednja vrijednost dinamičkog momenta motora (408)
srednja vrijednost istosmjernog napona (215)
srednja vrijednost korisnosti elektromotornog pogona (180)
srednja vrijednost snage (213)
srednja vrijednost struje pokretanja (248)
stacionarna stanja (18, 133)
statička karakteristika radnog mehanizma (7)
statička stabilnost elektromotornog pogona (156, 483)
statički moment radnog mehanizma (7)
statički pretvarač frekvencije bez istosmjernog međukruga (245, 267)
statički pretvarač frekvencije s istosmjernim međukrugom (244, 267)
statičko stanje elektromotornog pogona (11, 17, 133)
strojevi za proizvodnju mehaničkog rada (1)
struja kratkog spoja (23)
strujni oblog (87)
stupanj nejednolikosti (393, 427)
stupanj umirenja (445)
sustav jedinica (13)

Š

šant (41)
širina utora (90)

T

tekućinski otpornik (192, 229)
temperaturna zaštita (629)
temperaturni razred (584)
termička zaštita (629)
termička zaštita s otporničkim termometrom (631)
termički optimum omjera kutnih sinhronih brzina vrtnje (455)
termistor (630)
Tesla, Nikola (2)
teški elektromotorni pogon (405, 428)
teško pokretanje (247)
težina pokretanja (247, 248)
težina rotora (95)
težina stroja (89, 97)
tipična opterećenja elektromotornog pogona (562)
tipna snaga pokretača (257)
tiristor (210)
titrajni krug (360)
topli vodič (zaštitni) (630)
toplinska prijelazna pojava (133)
toplinska vremenska konstanta (135, 545)

toplinska vremenska konstanta mirovanja (546)
toplinski kapacitet (135, 545)
trajanje isključenja (198)
trajanje prijelazne pojave (137, 459)
trajanje uključenja (198)
trajanje zaleta (351)
trajni pogon s intermitiranim opterećenjem (562, 569)
trajni pogon sa stalnim zaletima i zaustavljanjima (562, 571)
trajni rad (pogon) (85, 562)
translatorno gibanje (139)
trapezni štap (431)
trapezni utor (431)
trenutna vrijednost nadtemperature (545)
triak (241)
trofazni asinhroni motor (49)
trofazni mosni spoj (216)
trofazni poredni kolektorski motor napajan s rotorske strane (67, 79)
tromi osigurač (627)
tronamotni istosmjerni generator (188)
tronamotni transformator (221)
tvrda mehanička karakteristika motora (19)

U

udarac tereta (372)
udarni teret (422)
ulančeni magnetski tok (90, 419, 434)
univerzalni motor (67)
unakrsni spoj usmjerivača (221)
upravljačka elektroda (214)
uputnik (247)
uskočni moment (268, 435)
usmjerivač (219)
utjecaj okoline na izbor elektromotora (578)
utor (90)
uzbuda (184)
uzbudni namot (37, 402)
uzbudnik (186)

V

valovitost magnetskog toka (227)
valovitost napona (214)
valovitost struje (227)
vanjska karakteristika elektromotora (7)
vanjski promjer stroja (95)
ventil (214)
visina jarma (90)
visina utora (90)
višebrzinski kavezni motor (53, 480)
višemotorni pogon (275)
vlastita frekvencija elektromotornog pogona (359)
vlastita idealna frekvencija elektromotornog pogona (391)
vlastita kružna frekvencija elektromotornog pogona (359)
vlastita kružna frekvencija sistema (440)
vlastiti moment inercije elektromotora (459)
vodni otpornik (192, 229, 425)
volumen rotora (87, 95)
vremenska konstanta (198)
vremenski relej (628)

Z

zadaci i problemi (14, 99, 159, 296, 486, 588, 646)
zakon sličnosti (90, 95)
zakon sličnosti elektromotora (90, 95, 458)
zalet (elektromotornog pogona) (18, 151, 351)
zamašni moment (masa) (136, 192, 348)
zamašni moment (masa) radnog mehanizma (361, 429)
zamašnjak (149, 192, 384, 425, 427)
zasićeni strujni transformator (628)
zasun tiristora (211, 215)
zaštita (187, 623)
zaštita bimetalnim relejom (626)
zaštita elektromotornih pogona (623)
zaštita od preopterećenja (624)
zaštita od smetnji iz napojne mreže (633)
zaštita od vode (578)
zaštita osiguračem (625)
zaštita postrojenja (623)
zaštita prekostrujnim relejom (626)
zaštita radnog mehanizma (623)
zupčanik (139)

Ž

životni vijek stroja (543, 574)

Izdavačko poduzeće »Školska knjiga«
Zagreb, Masarykova 28

Za izdavača
JOSIP MALIĆ

Grafički urednik
MARIJAN GORŠIĆ

Korektor
SLAVICA ŽVAB

Tiskanje završeno u travnju 1978.