

DR JOSIP LONČAR
OSNOVI ELEKTROTEHNIKE
KNJIGA DRUGA
ČETVRTO IZDANJE



DR JOSIP LONČAR
PROFESOR ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA SVEUČILIŠTA U ZAGREBU

OSNOVI ELEKTROTEHNIKE

KNJIGA DRUGA
ČETVRTO (PROŠIRENO) IZDANJE

TEHNIČKA KNJIGA
ZAGREB 1958

TISAK »GRAFIČKOG ZAVODA HRVATSKE« U ZAGREBU

SADRŽAJ KNJIGE DRUGE

E) IZ TEORIJE IZMJENIČNIH STRUJA (str. 9 do 138)

Stranica

E-I. OSNOVNI POJMOVI I ZAKONI (E-1. do E-56.)	9
Proizvođenje izmjeničnih struja. Numerička i kružna frekvencija. Mjerenje frekvencija. Momentana, tjemena, efektivna i srednja vrijednost. Odnosi kod sinusoidnih veličina. Faza i razlika faza. Prava ili radna snaga (pravi ili radni učin), faktor snage (faktor učina). Prazna ili jalova snaga; prividna snaga. Sastavljanje istovrsnih sinusoidnih veličina; upotreba vektorskih prikaza. Strujni krugovi sa $R-L$ i sa $R-L-C$. Resonancija. Složeniji spojevi (serijski, paralelni i mješoviti). Simbolička metoda: princip i primjeri primjena (transfiguracije, gubici kondenzatora, mostovi izmjenične struje s mjerenjima induktiviteta i kapaciteta). Primjeri jednostavnijih vektorskih dijagrama.	
E-II. POLIFAZNI SUSTAVI IZMJENIČNIH STRUJA (E-57. do E-90.)	56
Trofazni i dvofazni sustavi. Simetrični i nesimetrični polifazni sustavi. Prstenasta i zvjezdana vezanja. Nulvodič. Linijske i fazne veličine. Gubici napona u polifaznim vodovima. Učin kod trofaznih i dvofaznih sustava: balansirani i nebalansirani sustavi. Mjerenja učina trofaznih sustava. Utjecaji nesimetričnosti kod trofaznih sustava, pomicanja nultoeke zvjezdanog potrošača. Općenita rješenja nesimetričnih opterećenja (s primjenama). Nesimetrični trofazni sustavi (nulta, direktna i inverzna komponenta).	
E-III. O NESINUSOIDNIM IZMJENIČNIM VELIČINAMA (E-91. do E-111.)	84
Konstante redova sinusa i redova sinusa i kosinusa Fourierovih razvoja nesinusoidnih izmjeničnih veličina. Razvoji bez parnih članova, razvoji bez kosinusa, te razvoji bez kosinusa i parnih sinusa. Fourierovi koeficijenti; primjeri. Harmonička analiza krivuljom dane izmjenične veličine. Efektivne vrijednosti nesinusoidnih veličina; faktor distorzije. Učin kod nesinusoidnih napona i struja; proširenje pojma faktora učina. Struje proizvedene nesinusoidnim naponima; resonancija n-tog člana. Nesinusoidnosti kod trofaznih sustava.	

E-IV. SVITAK SA ŽELJEZOM (E-112. do E-120.) 103

Veze između napona, toka i prazne i radne komponente struje svitka sa željezom zanemariva radnog otpora namotaja. Utjecaj serijskog otpora dodanog svitku. Magnetski krugovi svitaka sa željezom; račun pukotinâ induktancijâ (prigušnicâ) sa željezom.

E-V. PRIGUŠNICE SA ZASIĆENJEM; TRANSDUKTORI I TRANSDUKTORSKA POJAČALA (E-121. do E-140.) 110

Zasitljive prigušnice: a) neupravljane i b) upravljane ili transduktori. Odnosi kod nezasićenja i kod zasićenja. Neke nepojačalačke primjene. Magnetska (transduktorska) pojačala: serijski spojevi bez samozasićenja i paralelni samozasićeni spojevi (doubler-spoj s izmjeničnim izlazom i mosni spoj s istosmjernim izlazom). Povezanosti mrežnog napona s naponima i strujama prigušnica i sa strujom tereta. Pojmovi učinskog pojačanja P_N , vremena reagiranja τ i vrsnoće G magnetskog pojačala. Izražavanje učinskih pojačavanja u dB (decibelima).

VJEŽBE UZ POGLAVLJE E): 125

F) POJAVI MEĐUSOBNE INDUKCIJE; TRANSFORMATORI
(str. 139—190)

F-I. TRANSFORMATOR BEZ ŽELJEZA (F-1. do F-20.) 139

Odnosi magnetskih tokova uzdušnog transformatora. Faktori rasipanja. Glavni tok, rasipni tokovi. Rasipni induktiviteti, rasipne reaktancije. Općenita teorija uzdušnog transformatora. Energetički odnosi. Reduciranje transformatorskih veličina (na primarno, odn. na sekundarno). Ekvivalentni krug struje. Vektorski prikaz odnosa uzdušnog transformatora. Kružni diagrami kod neinduktivnog opterećenja; pojam inverzije i primjene inverzije.

F-II. TRANSFORMATORI SA ŽELJEZOM (F-21. do F-57.) 156

Konstruktivni principi jednofaznih i trofaznih željeznih transformatora: jezgre, namotaji, magnetski krug, hlađenje i izolacija, uljni transformatori. Štedni transformatori; indukcione peći. Scottov spoj. Transformacije sa 3 na 6 i 12 faza. Mjerni transformatori. »Naponski« i »strujni« transformatori. Teorija naponskog transformatora. Vektorski prikaz. Ekvivalentni krug struje. Step en djelovanja. Karakteristični trokut; »regulacija« transformatora: Kappov diagram i formule za regulaciju. Paralelni rad transformatora. Tronamotajni transformatori. Ugrijavanja.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE F): 185

G) STROJEVI IZMJENIČNE STRUJE (str. 191 do 268)**G-I. SINHRONI GENERATORI I SINHRONI MOTORI (G-1. do G-38.) 191**

Diametralni jednožlijebni i višežlijebni namotaji sinhronih strojeva. Postizavanje sinusoidne raspodjele magnetskog toka. Proizvedeni napon, zonski faktor. Odnosi kod opterećena stroja. Trofazno i dvofazno proizvedeni rotirajući magnetski tokovi. Jednofazni tok kao kombinacija dvaju suprotno rotirajućih. Armaturni tok; reakcija armature. Sinhronizacija. Sinhroni stroj kao motor. Kut opterećenja. Preuzbuđeni sinhroni motor kao popravljivač faktora učina mreže. Sinhrona reaktancija. Momenti vrtnje sinhronih strojeva.

G-II. ASINHRONI INDUKCIONI MOTORI (G-39. do G-85.). 220

Zakretni transformator. Asinhroni indukcionni motor. Klizanje. Strujni odnosi u rotoru; svođenje na neinduktivno opterećeni transformator. Proizvedeni mehanički učin. Strujna toplina rotora. Indukcionni motor kao općeniti transformator. Stroboskopska metoda mjerenja klizanja. Odnosi kod pokretanja rotorskim otporima. Motori s kratko spojenim (krletkastim) rotorom. Načini pokretanja indukcionnih motora. Načini reguliranja brzine. Kružni strujni diagram indukcionnog motora. Jednofazni indukcionni motori; pomoćna faza s pukotinskom prigušnicom odn. s (elektrolitičkim) kondenzatorom. Kondenzatorski jednofazni indukcionni motori.

G-III. KOLEKTORSKI MOTORI IZMJENIČNE STRUJE (G-86. do G-105.) 252

Klasifikacija. Odnosi kolektorskih strojeva pri pogonu iz izmjenične mreže; napon rotacije i napon transformacije. Kompenzacioni namotaj. Komutacija. Direktno hranjeni serijski motor. Obični i kompenzirani repulzionni motori. Trofazni kolektorski motori.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE G): 264**H) PRETVARAČI I USMJERIVAČI (str. 269 do 298)****H-I. PRETVARAČI (H-1. do H-15.) 269**

Motor-generatori. Jednoarmaturni pretvarači sa 2, 3 i 6 koluta: naponi i struje; gubici; opteretivost jednoarmaturnih pretvarača u odnosu prema istosmjernim generatorima. Kaskadni pretvarači.

H-II. USMJERIVAČI ILI ISPRAVLJAČI (H-16. do H-36.) . . . 278

Vrste usmjerivača. Visokovakuumski usmjerivači. Langmuirova i Richardsonova formula. Stepenn djelovanja. Poluvalno i punovalno jednofazno, te trofazno i šesterofazno usmjerivanje. Usmjerivači s plinovima ili parama i s vrućom katodom. Poluvodički usmjerivači. Živini usmjerivači (s tekućom živom kao katodom). Katodna mrlja. Paljbene i uzbudne anode. Spojevi usmjerivača sa 2, 3 i 6 anoda. Gubici; stepenn djelovanja. Usmjerivači s mrežicama; njihove primjene. Ignitron. Kontaktni ispravljači.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE H): 297

J) PRINCIPI RADIOTEHNIKE (str. 299 do 340)

J-I. ELEKTROMAGNETSKI VALOVI; ANTENE (J-1. do J-19a.) 299

Elektromagnetski valovi: izvod egzistencije i proračunavanje brzine širenja. Područja elektromagnetskih valova; valovi radiotehnike. Elementarni oscilator (Hertzov dipol). Polje i isijavana snaga elementarnog oscilatora i »uzemljene polovice« tog oscilatora; pojam otpora isijavanja. Otpori isijavanja kratke dipolne antene i kratke vertikalne uzemljene antene. Djelotvorna visina antena. Poyntingov vektor gustoće isijavanja.

J-II. O DAVANJU I PRIMANJU RADIOSIGNALA (J-20. do J-55.) 313

Titrajni krugovi. Stanice prigušenih valova i neprigušenih (nemoduliranih i moduliranih) valova. Stanice s gašenim iskrama. Elektronske cijevi općenito. Karakteristike i karakteristične veličine trioda. Cijev kao pojačalo. Reakcija; cijev kao oscilator. Principi prijema moduliranih signala; prijem kristalnim detektorom; prijem cijevima. Prijem nemoduliranih signala. Transistori: način djelovanja, osnovni spojevi, pojačavanje transistorima.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE J): 339

INDEKS (KAZALO) UZ KNJIGU PRVU I KNJIGU DRUGU . . . 342

ISPRAVCI UZ KNJIGU PRVU I KNJIGU DRUGU 347

E) IZ TEORIJE IZMJENIČNIH STRUJA

I) OSNOVNI POJMOVI I ZAKONI

Proizvođenje izmjeničnih struja. Numerička i kružna frekvencija. Mjerenje frekvencija. Momentana, tjemena, efektivna i srednja vrijednost. Odnosi kod sinusoidnih veličina. Faza i razlika faza. Prava ili radna snaga (pravi ili radni učin), faktor snage (faktor učina). Prazna ili jalova snaga; prividna snaga. Sastavljanje istovrsnih sinusoidnih veličina; upotreba vektorskih prikaza. Strujni krugovi sa $R-L$ i sa $R-L-C$. Resonancija. Složeniji spojevi. Simbolička metoda: princip i primjeri primjena (transfiguracije, gubici kondenzatora, mostovi izmjenične struje s mjerenjima induktiviteta i kapaciteta). Primjeri vektorskih diagrama.

1. U današnjoj tehničkoj praksi izmjenične struje stoje po važnosti i raznolikosti svojih primjena daleko ispred istosmjernih. Izmjenične struje *niskih* (»tehničkih«) frekvencija gotovo se isključivo primjenjuju u »tehničar jake struje« kod prenosa energije na velike daljine, i upotrebljavaju za rasvjetne, toplinske i pogonske svrhe, a one *srednjih* i *visokih* frekvencija (»tonfrekventne« i »radiofrekventne«) čine bitni element u »tehničar slabe struje«, kod telefonije (a i telegrafije) i kod radiotehnike, električkog prenosa zvuka, tonfilma itd. Bit će zato općenito korisno potanje razmotriti u ovom poglavlju zakonitosti izmjeničnih struja.

2. Najprije nekoliko riječi o načinu proizvodnje izmjeničnih napona. Po C-63. oni bi se mogli proizvoditi vrteći neki svitak u homogenom magnetskom polju. A moglo bi ih se crpsti i preko kefica prislonjenih na dva klizna koluta spojena s krajevima armaturnog svitka stroja s armaturom dvostruko T po sl. 150., te uopće iz svakoga kolektorskoga istosmjernog stroja snabdjevenog s parom kliznih koluta fiksno priključenih na dva mjesta kolektora udaljena za 180 električkih gradi. Nastali izmjenični naponi bili bi »sinusoidni«, t. j. vremenski promjenljivi po zakonu sinusoide poput onoga po sl. 155., ili bi bili »nesinusoidni«, kao na pr. onaj na sl. 156.

U tehničar jake struje se kod velikih strojevnih generatora izmjenične struje, t. zv. alternatora, svici ostavljaju nepomični, a magneti se gibaju. U tu svrhu svici, odn. njihovi vodiči, smjeste se u žljebove s nutarnje strane armature u obliku vijenca, koji čini mirni dio stroja ili *stator*, a ispred tih vodiča puste se da redom prolaze N- i S-polovi jednoliko rotiranoga »polnog kotača«, t. j. sustava s jednim ili više pari magnetskih polova raspoređenih na rotiranom dijelu stroja ili *rotoru* (polovi se uzbuđuju iz pomoćnog izvora istosmjerne struje, obično malog »uzbuđenog dinama«, koji rotira na istoj osovini s polnim kotačem).

Magnetski tokovi, idući iz N-polova u armaturu i zatvarajući se natrag iz armature kroz S-polove, te pomičući se zbog vrtnje polnog kotača u odnosu prema

vodičima armature, proizvodit će onda u ovim potonjima naizmjenice napone jednoga i drugoga smjera, već prema tomu kako ispred njih budu prolazili sad N-sad S-polovi. A »titrajno vrijeme« ili »period« T nastalih izmjeničnih napona očito će biti jednako vremenu potrebnom da se polni kotač zakrene za opseg jednoga para polova. To znači da će za slučaj polnog kotača sa p pari polova (p N-polova i p S-polova) rotiranoga sa n okr/min ili $n/60$ okr/s, dakle sa $60/n$ sekunda kao vremenom jednoga okretaja, za trajanje titraja T u sekundama (kao vrijeme p -toga dijela jednog okretaja) vrijediti numerička relacija: $T = 60/np$. A za »numeričku frekvenciju« ili broj titrajâ (perioda) na sekundu f proizvedenog napona, kao recipročnu vrijednost »titrajnog vremena« T (C-63.) izraženog u sekundama, vrijedit će numerička relacija:

$$f = \frac{np}{60} \quad (248)$$

Prema tomu generator s određenim brojem p pari polova može proizvoditi napone određene frekvencije f »titrajâ na sekundu«, ili »ciklâ na sekundu« ili »Hz« (»herca«; A-17.), samo ako rotira s posve određenom brzinom n okr/min, odakle i ime *sinhronih* strojeva za spomenute izmjenične generatore. Na pr. za $f = 50$ Hz uz $p = 1, 2, \dots, 24, \dots$ pari polova sinhrona brzine bile bi $n = 3000, 1500, \dots, 125, \dots$ okr/min.

Takoder su važni kao izvori izmjeničnih napona oscilatorski spojevi s »elektronskim cijevima«, osobito kod srednjih ili čak visokih frekvencija, za koje bi bilo teško ili nemoguće graditi strojeve generatore s potrebnima po (248) vrlo visokima p i n . Po potrebi se cijevnim oscilatorima proizvedeni izmjenični naponi još i pojačavaju pojačalačkim cijevnim spojevima do sve većega i većega učina. U novije vrijeme za proizvođenje struja tonских i visokih frekvencija malenih snaga mnogo se upotrebljavaju i transistorski oscilatorski spojevi.

Slabašne izmjenične napone i struje tonских frekvencija susrećemo u telefoniji (kao mikrofonske struje) i kod različitih »zujala«, t. j. naprava koje proizvode tonfrekventne struje za mjerne svrhe.

3. Same naprave za proizvođenje izmjeničnih napona ne će nas međutim na ovom mjestu dalje zanimati; o alternatorima i cijevima bit će i onako još mnogo govora u poglavljima o izmjeničnim strojevima i o radiotehnici. Zasad neka nam bude dovoljna spoznaja da se prikladnim napravama dadu proizvoditi najrazličitiji izmjenični naponi s frekvencijama od samo nekoliko Hz pa do nekoliko stotina milijuna Hz, a i preko toga, pa pitajmo: kakve će oni struje proizvoditi u priključenim potrošačima, i uopće kakve su u tom području zakonitosti.

Najprije skrenimo pozornost na frekvenciju. Svaka izmjenična veličina s titrajinama određenog trajanja T izraženog sekundama izvodi $f = 1/T$ titraja sekundno. Veličina f nazvana je numeričkom frekvencijom izmjenične veličine; ona se javlja

i u izrazu za *momentani* iznos e sinusoidnoga izmjeničnog napona u momentu t , i to po relaciji $e = E_m \sin \omega t$ iz C-63. svojim 2π -kratnikom:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (249)$$

Ta veličina ω također je neka mjera frekvencije, pa se i ona zove tim imenom; samo je, za razliku od *numeričke* frekvencije (ili naprosto: *frekvencije*) f , veličini ω podijeljen naziv *kružne* frekvencije.

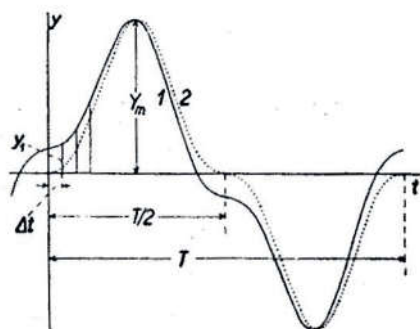
Po relaciji $e = E_m \sin \omega t$ i po sl. 155. iz C-63., produktu ωt pripada karakter kuta, pa kad bi na pr. taj kut ωt postao pravi, pripadni momentani iznos e promatrane sinusoidne veličine poprimio bi *maksimalnu* ili *tjemenu* vrijednost E_m . Očito ni kod nesinusoidnih veličina, poput one na sl. 156. iz C-63., nema zapreke pored f uvesti i neku veličinu $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$. To izlazi na isto kao da se umjesto vremena t u funkcionalnom izrazu za promatranu izmjeničnu veličinu uvede kao nezavisna varijabla izraz ωt proporcionalan sa t , prema čemu bi na pr. vrijednostima t u iznosu četvrtine, trećine, polovine i cijelog perioda T odgovarale vrijednosti ωt u iznosu četvrtine, trećine, polovine i cijeloga punog kuta 2π ili 360° . U navedenom smislu relacija (249) zadržava dakle važnost kod izmjeničnih veličina uopće.

U centralama za rasvjetu i motorni pogon f se danas gotovo općenito uzima u Evropi 50 Hz, u Americi 60 Hz (kod premalo Hz osjećala bi se titranja svjetlosti); pripadno ω iznosi onda 314, odn. 377. U postrojenjima isključivo s motorima, frekvencija je često polovina ili trećina od 50, odn. 60 Hz. Tonske frekvencije (audiofrekvencije) sezale bi od recimo 15 Hz do recimo 15000 Hz (područje akustičkih tonova). Visoke frekvencije (radiofrekvencije) nadovezivale bi se na najviše tonske i sezale bi sve do frekvencija »centimetarskih« radiovalova, dakle do frekvencija reda veličine 10^{10} Hz. Za mjerne svrhe (u mostovima izmjenične struje i sl.) često se odabire $\omega = 5000$ ($f = 796 \text{ Hz} \approx 800 \text{ Hz}$).

Za mjerenja frekvencije izmjeničnih struja služe posebni aparati. Kod niskih frekvencija najviše se upotrebljavaju *mjerila frekvencija s jezičcima*, koja sadrže niz čeličnih jezičaca u magnetskom polju elektromagneta uzbuđivana istraživanom strujom. Jezičci su adjustirani da redom jedan po jedan resonantno titraju pod utjecajem polja na pr. od 45 do 55 Hz u razmacima od pola Hz. Pri priključku elektromagneta na mrežu od 50 Hz najviše će dakle titrati jezičac resonantan na polje od 50 Hz i samo znatno slabije jezičci tik do njega. Kad bi frekvencija mreže pala u interval između 49,5 i 50 Hz, titrali bi najjače jezičci resonantni na 49,5 i 50 Hz, i to jače onaj kojega frekvenciji bi mjerena frekvencija bila bliža. Tako se mogu ovim aparatom prosuđivati frekvencije s točnošću od 0,1 Hz (više u E.M.; opisani su tamo i neki drugi načini mjerenja frekvencije).

4. Upoznali smo dosad »momentanu« vrijednost e i »tjemenu« E_m nekoga napona; isto tako neka i i I_m znače slične vrijednosti struje i , te uopće y i Y_m analogne vrijednosti ma koje izmjenične veličine $y = f(t)$. Međutim za praksu momentana vrijednost nije neposredno upotrebljiva; to je veličina promjenljiva od časa do časa. A tjemena bit će od neposrednog interesa tek iznimno, na pr. kod visokih napona za prosuđivanje opasnosti proboja nekog uzdušnog iskrišta i sl. Naprotiv su direktno praktički upotrebljive prije svega *efektivna* vrijednost E , I , Y , itd., i u manjoj mjeri *aritmetička srednja* (prosječna) vrijednost E'' , I'' , Y'' , itd. apsolutnih iznosa momentanih vrijednosti.

5. Efektivna vrijednost može se definirati kao »granična vrijednost drugoga korijena iz prosječnog iznosa kvadratâ momentanih vrijednosti za vrijeme jednog



Sl. 255.

perioda«. Točnije rečeno: pomislimo po sl. 255. period T izmjenične veličine rastavljen u veliki broj m sićušnih djelića vremena Δt , tako da vrijedi relacija $m \cdot \Delta t = T$, i uzmimo momentane vrijednosti y_1, y_2 , itd., koje odgovaraju vremenima $\Delta t, 2 \cdot \Delta t$, itd.; onda po definiciji kvadrat efektivne vrijednosti nije ništa drugo nego granica kojoj bi težio prosječni iznos kvadratâ iznosâ y_1, y_2 , itd. kad bi Δt konvergiralo k nuli, i po tomu m prema beskonačnom. Matematski izraženo za kvadrat Y^2 efektivne vrijed-

nosti izmjenične veličine $y = f(t)$ ma kakvog vremenskog toka vrijedi:

$$Y^2 = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{y_1^2 + y_2^2 + \dots}{m} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(y_1^2 + y_2^2 + \dots) \cdot \Delta t}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T y^2 \cdot dt \quad (250)$$

A samu efektivnu vrijednost Y dobili bismo vadeći drugi korijen iz ovog izraza.

Lako je razabrati da baš efektivna vrijednost, dakle veličina definirana s pomoću kvadratâ momentanih vrijednosti, mora igrati važnu ulogu kod izmjeničnih struja. Naime praktički važni efekti izmjeničnih struja proporcionalni su kvadratu struje (na pr. ugrijavanje niti sijalica strujnom toplotom). Snaga $I^2 R$ poništena u otporu R protjecanom izmjeničnom strujom efektivne vrijednosti I i analogna snaga $I_0^2 R$ proizvedena istosmjernom konstantnom strujom I_0 bile bi jednake uz ispunjen uvjet $I = I_0$. Mjerni instrumenti za struje i napone redovito mjere efektivne iznose, odn. imaju skale u tim iznosima.

6. Kod aritmetičke srednje vrijednosti apsolutnih iznosa momentanih vrijednosti iznos Y'' odgovarao bi po definiciji granici aritmetičke sredine apsolutnih iznosa vrijednosti y_1, y_2 itd.:

$$Y'' = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{|y_1| + |y_2| + \dots}{m} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{(|y_1| + |y_2| + \dots) \cdot \Delta t}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T |y| \cdot dt \quad (251)$$

uzimajući općenito iznose y_1, y_2 , itd. preko cijelog perioda, a isto tako i integraciju.

Apsolutni se iznosi momentanih vrijednosti uzimaju u (251) zato, što se za I'' obično pita kod »puñovalno ispravljenih« (B-119.) izmjeničnih veličina, kod kojih se ispravljanjem i negativne vrijednosti izmjenične veličine pretvore u pozitivne. Kad bismo mjesto integrala desno u (251) uzeli integral $\frac{1}{T} \int_0^T y \cdot dt$, dobili bismo (obično nezanimljivu) »elektrolitičku srednju vrijednost«. Ova bi uostalom

bila jednaka nuli za sinusoidne veličine, i one iz sl. 156. i 255., te uopće za »čiste« izmjenične veličine, t. j. onakve koje u sebi ne sadrže neku »istosmjernu komponentu«, pa im je ploha nad apscisnom osi obuhvaćena pozitivnim dijelom krivulje jednog perioda jednaka plohi pod apscisnom osi obuhvaćenoj negativnim dijelom krivulje.

Kod dane krivulje izmjenične veličine (na pr. u obliku oscilograma) dovoljno bi bilo za približno proračunavanje efektivne vrijednosti Y i aritmetičke srednje Y'' rastaviti period u konačan oveci broj jednakih intervala, očitati korespondentne momentane iznose y_1, y_2 itd., te za Y potražiti korijen iz aritmetičke sredine njihovih kvadrata, a za Y'' aritmetičku sredinu njihovih apsolutnih iznosa. Kod krivulja sa simetrijama, kao kod krivulje 1 iz sl. 255., dosta bi bilo učiniti to samo za pola perioda, a kod onih sa simetrijama kao kod krivulje 2 iz sl. 255. (dakle i kod sinusoide, kod krivulje po sl. 156. i sl.) dostajalo bi uzeti tek četvrt perioda. I kod proračunavanja integracijom iznosâ Y i Y'' dovoljno je protegnuti integraciju na intervale $\left(0, \frac{T}{2}\right)$ ili $\left(0, \frac{T}{4}\right)$, već prema tomu da li se radi o krivulji tipa 1 ili tipa 2 iz sl. 255.; dakako da onda umjesto faktora $\frac{1}{T}$ ispred integralâ iz (250) i (251) treba staviti faktor $\frac{2}{T}$ ili $\frac{4}{T}$, već prema tomu da li se radi o slučaju integriranja po polovici ili po četvrtini perioda.

7. Za sinusoidu je prema gornjem lako izračunati efektivnu i aritmetičku srednju vrijednost. Neka se na pr. radi o izmjeničnoj struji $i = I_m \cdot \sin \omega t$. Za njezinu efektivnu vrijednost vrijedit će formula:

$$I = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/4} i^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{4 I_m^2}{T} \int_0^{T/4} \sin^2 \omega t \cdot dt}$$

i, da se integracija izvrši, dovoljno je kvadrat sinusa predložiti kosinusom dvostrukog kuta po poznatoj relaciji:

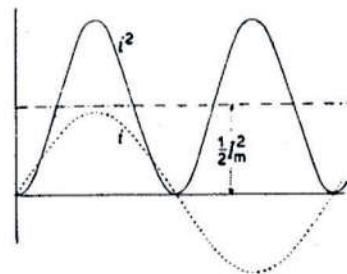
$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos 2 \omega t) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \cos \frac{4\pi}{T} t\right)$$

To, nakon izračunavanja neodređenog integrala i supstitucije gornje i donje granice integracije, daje I izraženo s I_m ovako:

$$I = \sqrt{\frac{4 \cdot I_m^2 \cdot T}{2 \cdot T \cdot 4}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot I_m \quad (252)$$

Efektivna vrijednost može se i bez integracije dobiti crtajući po sl. 256. krivulju kvadratâ i^2 momentanih vrijednosti i promatrane sinusoide, koja će na temelju malo prije spomenute relacije o izražavanju kvadrata sinusa kosinusom dvostrukog kuta biti negativna kosinusoida dvostruke kružne frekvencije 2ω , i uzdignuta nad os apscisa za $\frac{1}{2} I_m^2$. Srednja vrijednost $\frac{1}{2} I_m^2$ krivulje i^2 očito je jednaka

kvadratu efektivne vrijednosti I krivulje i , tako da se može pisati: $I^2 = \frac{1}{2} I_m^2$, što neposredno daje iznos $\sqrt{2}$ za odnos između I_m i I , kao i po (252).

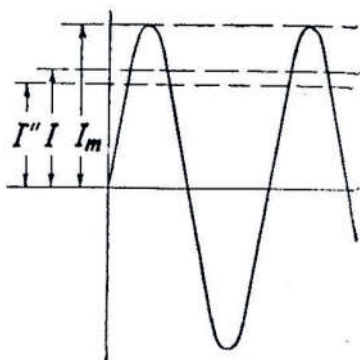


Sl. 256.

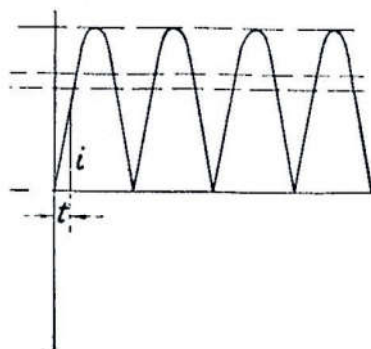
Za aritmetičku srednju vrijednost prema (251) imali bismo:

$$I'' = \frac{4}{T} \int_0^{T/4} I_m \sin \omega t \cdot dt = \frac{4 I_m}{T} \cdot \left[-\cos \frac{2\pi}{T} t \right]_{t=0}^{t=T/4} = \frac{4 I_m}{T} \cdot \frac{-(-1)}{\frac{2\pi}{T}} = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 \cdot I_m \quad (253)$$

Na sl. 257. naznačeni su iznosi I'' , I i I_m za jednu sinusoidu; po sl. 258. oni su isti i za punovalno ispravljenu tu sinusoidu.



Sl. 257.



Sl. 258.

8. Omjer σ tjemene i efektivne vrijednosti zove se *tjemeni faktor*, a omjer ξ efektivne i aritmetičke srednje vrijednosti *faktor oblika* neke izmjenične veličine.

Kod sinusoidnih veličina je $\sigma = \sqrt{2} = 1,41$, a $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} : \frac{2}{\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$; kod veličina sa »šiljastijom« krivuljom, kao kod 1 i 2 u sl. 255., bili bi σ i ξ veći nego kod sinusoide, a kod onih s »plosnatijom« krivuljom, kao na sl. 156. iz C-63., bili bi σ i ξ manji. Tako σ i ξ mogu, bar donekle, poslužiti kao mjerilo za opseg i smisao odstupanja neke izmjenične veličine od sinusoide. Kasnije ćemo u »faktoru distorzije« upoznati točnije mjerilo nesinusoidnosti izmjeničnih veličina.

Kod sinusoidâ za odnos $Y'' : Y : Y_m$, već prema tomu da li se svede na srednju, efektivnu ili tjemenu vrijednost kao jedinicu, vrijedi:

$$Y'' : Y : Y_m = 1 : 1,11 : 1,57 = 0,9 : 1 : 1,41 = 0,637 : 0,707 : 1$$

Prema tomu na pr. kod voltmetrom pokazanog izmjeničnog napona 220 V treba imati na umu da je stvarni napon u momentu maksimuma $1,41 \cdot 220 \approx 310$ V (pogibelj unesrećenja kod neopreznog baratanja s mrežom pod naponom!). Mjerni pak instrumenti sa suhim ispravljačem (E.M.), koji reagiraju na aritmetičku srednju vrijednost punovalno ispravljene struje, no imaju na skali naznačene efektivne vrijednosti suponirane 1,11-struko tolike kao srednje, nužno postaju to više netočni kod nesinusoidnih struja, što više ξ takvih struja odstupa od vrijednosti 1,11 za sinusoidu.

9. Već kod dosadanih razmatranja pokazale su se razlike između sinusoidnih i različitih nesinusoidnih izmjeničnih veličina. Za dalja razmatranja, gdje bi se ovakve razlike još više ispoljavale, mi ćemo privremeno obratiti pažnju najprije jednostavnijim prilikama sa sinusoidnim veličinama.

Za opravdanje ovakvog postupanja mogu se navesti dva razloga. Jedan je razlog da onda problemi postaju matematički relativno jednostavni, pa se spe-

cijalno lako izvede uz pretpostavku sinusoidnih napona osnovni zakoni izmjeničnih struja. A drugi je razlog: da se i proučavanje problema nesinusoidnih veličina dade svesti na proučavanje niza sinusoidnih veličina, u koje se svaka nesinusoidna veličina po Fourierovu stavku dade rastaviti. Kako je poznato, po spomenutom stavku dade se svaka nesinusoidna izmjenična veličina rastaviti u niz takvih sinusoidnih članova da prvi ili *osnovni* član ima istu frekvenciju f kao zadana nesinusoidna veličina, a ostali *gornji* ili *harmonički viši* članovi su općenito frekvencijâ $2f$, $3f$, $4f$, itd., koje su cjelobrojni mnogokratnici frekvencije f osnovnog člana. Pojedini članovi Fourierova reda zovu se i *valovi*; osnovni val ima frekvenciju f , a gornji valovi mogu imati frekvencije $2f$, $3f$, $4f$, itd. Prema tomu proučavanje sinusoidnih veličina će biti i priprava za proučavanje nesinusoidnih, koje se također zovu *viševalne* ili *sastavljene* izmjenične veličine, za razliku od *jednovalnih* ili *jednostavnih* sinusoidnih.

10. Najjednostavniji oblik u kome sinusoidna veličina, na pr. napon e , može biti zadana, bio bi: $e = E_m \cdot \sin \omega t$. No tu se pretpostavlja da je $e = 0$ za $t = 0$, t. j. da se početak perioda slaže s početkom računanja vremena. Kod dvije ma kakve izmjenične veličine, simultano proučavane, općenito će se moći dakako početak računanja vremena odabrati tek tako da se podudara s početkom perioda jedne od obih veličina. Da i drugu možemo matematički izraziti, uvesti ćemo pojam *faze* i *razlike faza* dviju izmjeničnih veličina.

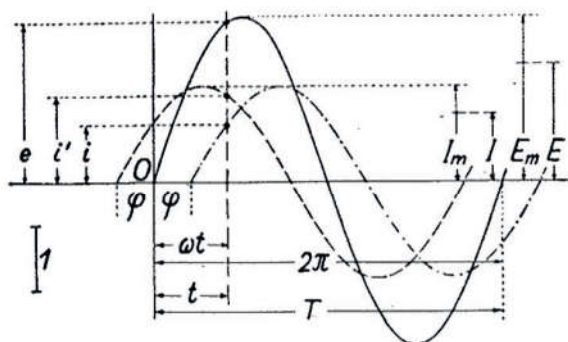
U izrazu $e = E_m \cdot \sin \omega t$ za izvučeno crtanu sinusoidu na sl. 259.

veličina ωt se zove »faza« ili »fazni

kut« izmjenične veličine. Za vrijeme prvog perioda iznos ωt raste od 0 do 2π , odn. od 0° do 360° , za vrijeme drugog od 2π do 4π , odn. od 360° do 720° , itd. U isto vrijeme raste t od 0 do T , od T do $2T$, itd. Recimo sad da imamo po relaciji $i = I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi)$ izmjeničnu veličinu, kojoj bi period počimao ne kao gore u vrijeme $t = 0$ nego u vrijeme t određeno relacijom: $\omega t - \varphi = 0$, kako je to naznačeno točka-crtkanom krivuljom na sl. 259. Kod te veličine »fazom« ili »faznim kutom« zvat ćemo izraz $\omega t - \varphi$.

Slično bismo i kod veličine $i' = I_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$, crtkano naznačene na slici 259., izraz $\omega t + \varphi$ zvali fazom ili faznim kutom; ta veličina započela bi titraj već u momentu t određenom relacijom: $\omega t + \varphi = 0$.

Prema tomu veličine i i i' , jednake frekvencije kao e , razlikuju se, osim tje-menom vrijednošću, od e i faznim kutom: veličina i zaostaje prema veličini e za fazni kut φ , dok je i' fazno ispred e za kut φ . Između e i i postoji »razlika faza« ili »pomak faza« φ , a između e i i' razlika ili pomak $-\varphi$. Nul-točke, maksimâ i



Sl. 259.

minimâ i uopće korespondentni iznosi dviju sinusoidnih veličina, razmaknuti su onda vremenski koliko odgovara pripadnom pomaku faza.

Očito se o određenom pomaku faza može govoriti jedino između veličina iste frekvencije; veličine, o kojima se radi, mogu pri tom biti istovrsne (na pr. dva napona ili dvije struje) ili raznovrsne (na pr. napon i struja).

Određeni pomaci faza, kako ćemo brzo vidjeti, sami se sobom udese između napona i njime proizvedene struje kroz potrošače koji osim običnog otpora imaju još induktiviteta ili kapaciteta, i to tako da kod serijskog spoja otpora i induktiviteta struja zaostaje u fazi za naponom (krivulje e i i u sl. 259.), a kod otpora u seriji s kapacitetom struja bude naprijed u fazi prema naponu (krivulje e i i' u sl. 259.). Kod čistog induktiviteta ili čistog kapaciteta fazni pomak »natrag« ili »naprijed« narastao bi čak na $\pi/2$ ili 90° .

Ako dvije veličine imaju »istu fazu«, t. j. fazni pomak 0, one će imati istodobno nultočke, maksima, minima itd.; isto će biti ako im se faze razlikuju za puni kut 2π ili 360° , dva puna kuta 4π ili 720° , i sl., jer je sinus periodska funkcija s punim kutom kao periodom. Istofaznost postoji na pr. između napona i struje potrošača u obliku čistog otpora (bez induktiviteta i kapaciteta).

Razumije se da se razlika faza osim kutno (u lučnoj mjeri ili u stupnjevima) može izražavati i u vremenskim jedinicama. Kako punom kutu odgovara vrijeme T punog titraja, može se na pr. mjesto o razlici faza $\pi/3$ ili 60° govoriti o razlici faza $T/6$ (šestina perioda).

11. Pitajmo sada kako utječu na učin ili snagu (točnije na srednji iznos t. zv. *pravog* ili *radnog* učina), t. j. sekundno vršenu radnju izmjenične struje izražavanu u V-A-s-m-sustavu (kao i u V-A-s-cm-sustavu) u W , veličine napona i pripadne struje i njihova međusobna razlika faza. Ako napon $e = E_m \cdot \sin \omega t$ proizvodi struju $i = I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi)$, kod proračunavanja elementa radnje dA u elementu vremena dt možemo pretpostavljati da se e i i nisu u vremenu dt praktički ništa promijenili, pa kod traženja dA možemo primijeniti formulu za istosmjerne struje t. j. staviti:

$$dA = e \cdot i \cdot dt = E \sqrt{2} \cdot \sin \omega t \cdot I \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi) \cdot dt$$

Učin u momentu t , t. zv. momentani učin, ili točnije momentani iznos učina, bio bi dakle:

$$\begin{aligned} N_{\text{mom}} &= \frac{dA}{dt} = e \cdot i = 2EI \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \\ &= E \cdot I \cdot [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \end{aligned} \quad (254)$$

(pri tomu smo primijenili poznatu pretvorbu produkta sinusa u polovicu diferencije kosinusa).

Ukupnu radnju A_1 za vrijeme cijelog jednog perioda T našli bismo tako da dA integriramo u granicama $(0, T)$; to daje:

$$A_1 = E \cdot I \cdot \int_0^T [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \cdot dt = E \cdot I \cdot \left[\cos \varphi \cdot t - \frac{\sin(2\omega t - \varphi)}{2\omega} \right] \Big|_{t=0}^{t=T}$$

dakle konačno:

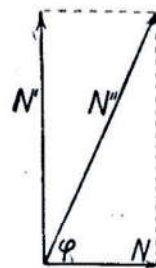
$$A_1 = E \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot T$$

iz čega za traženi srednji ili pravi učin $N = A_1/T$ za vrijeme od jednog perioda, a po tom i od po volji mnogo perioda slijedi:

$$N = E \cdot I \cdot \cos \varphi \quad (255)$$

Radnja A u vremenu t_0 koje je mnogokratnik od T ili je vrlo veliko prema T ($t_0 \gg T$), bila bi: $A = E \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot t_0$ (kod E u V i I u A izišlo bi A u Ws).

12. Kako se vidi, u izrazu (255) za pravi ili radni učin u W dolaze *efektivne* vrijednosti E i I napona u V i struje u A, no općenito N nije, kao kod istosmjernih struja, jednak produktu EI volta i ampera, t. j. nije jednak »volt-amperima«, nego je jednak produktu voltampera i nekoga faktora $k = \cos \varphi$, koji može varirati od $k = 1$ (kod $\varphi = 0$, t. j. kod istofaznosti napona i struje) do $k = 0$ (kod $\varphi = \pi/2$, t. j. kod faznog pomaka »naprijed« ili »natrag« za četvrt perioda između struje i napona). Faktor $k = \cos \varphi$ zove se *faktor učina* (*faktor snage*), a za razliku od pravog učina N u W produkt EI dobio je ime *prividni učin* N'' u VA. S razloga koje ćemo doskora upoznati javlja se katkad u razmatranjima također i *prazni* (*jalovi*) *učin*: $N' = EI \cdot \sin \varphi = N'' \cdot \sin \varphi$. Po sl. 260., koja predočuje odnose između N , N' i N'' , može se N' također izraziti sa N , i to relacijom: $N' = N \cdot \operatorname{tg} \varphi$.



Sl. 260.

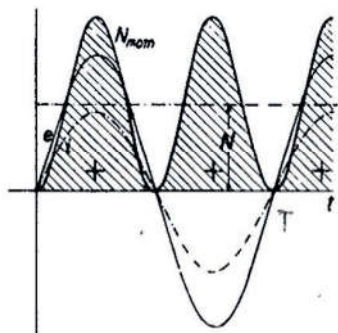
13. Osnovna formula (255) daje se razabrati i bez integracije. Pogledamo li naime izraz (254), vidjet ćemo da N_{mom} »oscilira« oko svoje srednje vrijednosti $N = EI \cos \varphi$, koju N_{mom} postizava kod kutnih iznosa $2\omega t - \varphi$ jednakih $\pi/2$, $3\pi/2$, itd.

Osciliranje momentanog učina zbiva se s dvostrukom kružnom frekvencijom 2ω (i numeričkom $2f$), odn. s polovicom $T/2$ titrajnog vremena. Vrlo je poučno grafički predočiti odnose između e , i i N_{mom} za različite φ . Na sl. 261. to je izvedeno za slučaj istofaznih e i i , na sl. 262. i 263. za i fazno za 45° , odn. 90° u zaostatku prema e .

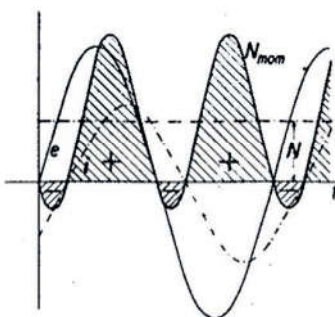
Kako se na sl. 261. vidi, kod istofaznosti struje i napona momentani učin, varirajući između 0 i $2N$, ostaje uvijek pozitivan uz srednju vrijednost $N = EI$ (zbog $\varphi = 0$ je $\cos \varphi = 1$). Naprotiv po sl. 262 uz $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ momentani učin postaje na intervale i negativan; no ipak prevladavaju na slici sa $+$ označene šrafrane plohe, što ih s osi apscisa zatvaraju pozitivni dijelovi krivulje N_{mom} , nad

onima od negativnih dijelova označenima sa —; tako rezultira još pozitivan srednji učin $N = EI \cdot \cos \varphi$. U sl. 263., koja predoduje slučaj kad bi φ već dostiglo 90° , pozitivne i negativne šrafirane plohe bi bile jednake, i srednji učin postao bi $N = 0$, t. j. ne bi ni bilo pravoga učina u W, unatoč tomu što napon djeluje i proizvodi struju. Struja bi bila *bezvatna* ili *prazna* (*jalova*), kako se to također katkad slikovito kaže.

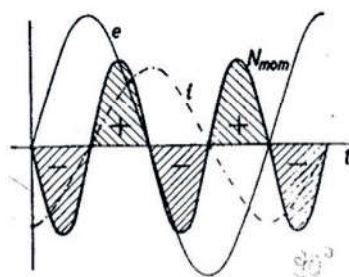
Nastaje pitanje: odakle negativni momentani učini? Negativni učini znače da u pripadnim momentima ne daje energiju izvor potrošaču nego potrošač izvoru.



Sl. 261.



Sl. 262.



Sl. 263.

A da to bude, mora u potrošaču biti induktiviteta ili kapaciteta. Kod induktiviteta se u odsječcima perioda s pozitivnim N_{mom} dio energije privadan iz mreže nagomilava u obliku energije magnetskog polja, pa se ova u odsječcima s negativnim N_{mom} , oslobođena razgrađivanjem polja, vraća u mrežu; a kod kapaciteta je situacija slična, samo što se radi o energiji električkog polja kondenzatora, koji se nabija i izbija. Kod čistih induktiviteta ili kapaciteta energija bi se isključivo ovako »nji-hala«, i to po sl. 263. u intervalima po četvrt perioda napona ili struje, sad u jednom sad u drugom smislu između priključene naprave i mreže. Tako bi se dakako mogle, kad bismo otpor vodiča reducirali na nulu, podržavati uz neokrtnjen princip održanja energije čisto prazne struje.

Uz $\varphi > 90^\circ$ bili bi $\cos \varphi$ i pripadni $N = EI \cos \varphi$ čak negativni (na korespondentnoj slici, analognoj onima od malo prije, negativne šrafirane plohe prevladavale bi nad pozitivnima), i naprava priključena na mrežu davala bi ukupno uzeto više energije mreži nego bi iz nje uzimala, t. j. ona bi uz $\varphi > 90^\circ$ djelovala kao *generator* ili *izvor*, dok bi mreža postala u ovim prilikama *potrošač*. Čitalac će lako sam za ovakav jedan slučaj nacrtati krivulje analogne onima u sl. 261. do 263.

Za određivanje pomaka faza φ , odn. faktora učina (faktora snage) $k = \cos \varphi$, postoji više mogućnosti. Spomenimo dvije najvažnije:

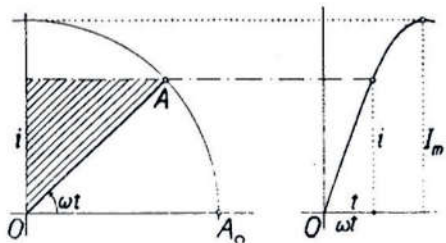
a) Indirektno se φ i $\cos \varphi$ mogu dobiti tako da se istodobno izmjere napon, struja i učin (snaga) voltmetrom, ampermetrom i vatmetrom, pa da se $\cos \varphi = N/EI$ izračuna (kut φ , koji se sam tek rijetko traži, našao bi se iz trigonometrijskih tablica). Ako na pr. $E = 220$ V proizvede $I = 5$ A i $N = 880$ W, bit će $\cos \varphi = 880/1100 = 0,8$, a ovoj vrijednosti kosinusa pripada kut $\varphi = 36,9^\circ$. Ovo vrijedi za jednofazne struje. Kod trofaznih sustava, ako N znači ukupnu snagu jednoliko opte-

rećena sustava, a E i I »linijski napon« i »linijsku struju«, formula za $\cos \varphi$ glasi: $\cos \varphi = N/\sqrt{3EI}$, jer je onda, kako će se pokazati kod trofaznih struja: $N = \sqrt{3EI} \cos \varphi$. A može se kod *simetričnih* i *simetrično opterećenih* trofaznih sustava na $\cos \varphi$ zaključivati iz omjera $\xi = N_2/N_1$ iznosa N_2 i N_1 očitanih na dva vatmetra priključena na trofazni sustav po *metodi dvaju vatmetara* (v. kasnije opis spomenute metode u E-72. do E-74., te formulu za $\cos \varphi$ i pripadnu sl. 370. uz vj. 176.).

b) Ima i posebnih »instrumenata s kazalom« koji direktno pokazuju pomak faza, ili češće odmah njegov kosinus. Ti se instrumenti zovu *mjerila faktora snage* ili $\cos \varphi$ -mjerila; ima ih različitih sustava. Kod $\cos \varphi$ -mjerilâ s »unakrsnim svicima« u nutarnjosti nepomičnoga svitka smješten je vrtivo sustav od dva međusobno »unakrsno« (pod po prilici pravim kutom) fiksirana svitka, i taj sustav, kod prikladnog priključka aparata na mrežu, svojim otklonom pokazuje $\cos \varphi$ (ili φ). Ima i $\cos \varphi$ -mjerilâ s »pomičnim željezom« (E.M.).

14. Kod sinusoidnih veličina momentane je vrijednosti umjesto ordinatama sinusoidne moguće po sl. 264.a) prikazati i tako da se tjemena vrijednost recimo struje $i = I_m \sin \omega t$ predoči nekim vektorom s ishodištem koordinata O kao ishodištem i s OA kao dužinom, pa da se taj vektor OA pusti u misli rotirati iz početnog položaja OA_0 u momentu $t = 0$ kutnom brzinom ω oko ishodišta O u »pozitivnom« smislu (obrnuto od kazala na uri), tako da u momentu t bude u položaju OA pod kutom ωt prema osi apscisa. Iz šrafljanog trokuta na sl. 264.a) odmah se vidi da će onda momentana vrijednost i u svakom momentu biti naprosto jednaka projekciji vektora OA na ordinatnu os.

Na sl. 264.b) izvedena je predodžba sinusoidnom *krivuljom*, ekvivalentna netom uvedenoj predodžbi po sl. 264.a) rotirajućim vektorom. Obje su predodžbe jednako moguće za sinusoidne veličine. No predočivanje krivuljom je općenitije, jer se krivuljom mogu predočivati i nesinusoidne veličine, za koje predočivanje rotirajućim vektorima nije upotrebljivo. Međutim, usprkos ovog ograničenja, predočivanja rotirajućim vektorima praktički se kao kudikamo preglednija i prikladnija općenito upotrebljavaju. Ona su od neocjenjive koristi pri rješavanju izmjeničnih problema, kod kojih se i onako većinom ima posla sa sinusoidnim ili približno sinusoidnim izmjeničnim veličinama. O praktičkoj upotrebljivosti vektorskih prikaza kod nešto jače nesinusoidnih veličina kasnije.



Sl. 264.a)

Sl. 264.b)

15. Da se uvide velike prednosti upotrebe rotirajućih vektora kod problema koji se analitički ili s pomoću predočivanja krivuljama samo dugim i neudobnim postupkom rješavaju, razmotrit ćemo problem *sastavljanja* dviju *istovrsnih* veličina *iste frekvencije*, no *različitih faza*.

Recimo da treba sastaviti izmjenične veličine dane izrazima $x = X_m \sin \omega t$ i $y = Y_m \sin(\omega t + \varphi)$, t. j. tako da je druga naprijed u fazi prema prvoj za kut φ . Ovaj problem može se riješiti: a) ponešto mučnim putem nacrtavši po sl. 265. krivulje za x i y , i zbrajajući algebarski ordinate tih krivulja za svaki moment t ,

tako da bi postepeno izašla neka krivulja $z = x + y$ kao rezultujuća veličina; u danom slučaju, gdje su x i y sinusoidi, i dobivena krivulja z bila bi sinusoida određene tjemene vrijednosti Z_m i određenog pomaka faza ψ prema x , a Z_m i ψ bi se mogli mjerenjem odrediti na toj već nacrtanoj krivulji; b) analitički, t.j. računajući rezultujuću funkciju $z = x + y$ iz izrazâ za x i y , i transformirajući rezultat da Z_m i ψ postanu vidljivi, te c) primjenom metode rotirajućih vektora.

Vidjet ćemo da je ne samo postupanje po a) nego i ono po b) mnogo dulje i neudobnije od onoga po c). O postupku po a) već je govoreno. Po b) bismo stavili za $z = x + y$:

$$z = X_m \sin \omega t + Y_m \sin(\omega t + \varphi) = X_m \sin \omega t + Y_m \sin \omega t \cos \varphi + Y_m \cos \omega t \sin \varphi$$

$$z = (X_m + Y_m \cos \varphi) \cdot \left(\sin \omega t + \frac{Y_m \sin \varphi \cos \omega t}{X_m + Y_m \cos \varphi} \right)$$

i dalje, uvodeći relacijom $\operatorname{tg} \psi = (Y_m \sin \varphi) : (X_m + Y_m \cos \varphi)$ pomoćni kut ψ , te proširujući sa $\cos \psi$:

$$z = \frac{X_m + Y_m \cos \varphi}{\cos \psi} \cdot (\sin \omega t \cos \psi + \cos \psi \operatorname{tg} \psi \cos \omega t)$$

dakle konačno:

$$z = Z_m \sin(\omega t + \psi) \quad (\text{I})$$

gdje je Z_m veličina određena relacijom:

$$Z_m = \frac{X_m + Y_m \cos \varphi}{\cos \psi}$$

ili također:

$$Z_m = (X_m + Y_m \cos \varphi) \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi} = \dots = \dots = \sqrt{X_m^2 + Y_m^2 + 2 X_m Y_m \cos \varphi} \quad (\text{II})$$

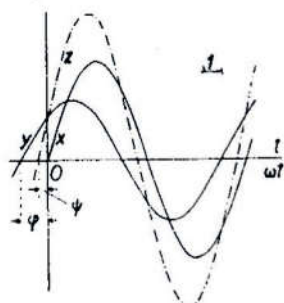
a ψ veličina određena relacijom:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{Y_m \sin \varphi}{X_m + Y_m \cos \varphi} \quad (\text{III})$$

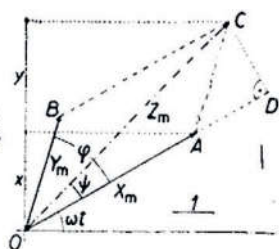
Rezultira dakle po (I) doista sinusoidna izmjenična veličina sa istima f i ω kao i kod x i y , i to s određenom tjemenu vrijednošću po (II) i određenim pomakom faza prema x po (III).

Nasuprot ovom dugom računanju po b), rezultat bi se po c) smjestio vidio. Treba samo po sl. 266., u kojoj je jednako kao i u sl. 267. i 268. jedinica duljine uzeta dvostruko tolika kao u sl. 265., predložiti x i y vektorima OA i OB duljinâ X_m i Y_m , i za moment t priklojenima prema apscisnoj osi za kuteve ωt i $\omega t + \varphi$. Sastavljanjem ovih vektora po zakonu paralelograma u rezultantu OC postali bi smjesti vidljivi tjemena vrijednost Z_m i kut ψ pomaka faza rezultujuće veličine, priklojene prema apscisnoj osi za $\omega t + \psi$ i po tomu prema vektoru OA veličine x za kut ψ .

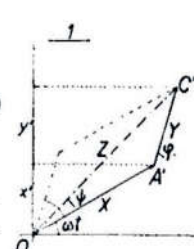
Cijela se opisana procedura osniva i opravdava poznatim stavkom da je »projekcija rezultante jednaka sumi projekcija pojedinih komponenata«; i doista, ako su u jednu ruku z projekcija vektora OC i u drugu x i y projekcije vektorâ OA i $OB = AC$, vrijedi relacija $z = x + y$. Čak se i izrazi (II) i (III) za Z_m i $\text{tg } \psi$ mogu



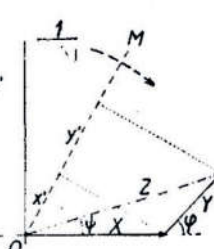
Sl. 265.



Sl. 266.



Sl. 267.



Sl. 268.

neposredno očitati iz sl. 266.: izraz (II) slijedi iz trokuta OAC primjenom kosinusova poučka, a izraz (III) nije drugo nego konstatacija geometrijskih odnosa:

$$\text{tg } \psi = \frac{CD}{OD} = \frac{CD}{OA + AD} = \frac{Y_m \sin \varphi}{X_m + Y_m \cos \varphi}$$

16. Zbog preglednosti i elegancije vektorske metode mi ćemo je ubuduće do daljega isključivo upotrebljavati. Samo treba da još učinimo neke važne primjedbe; to bi bile:

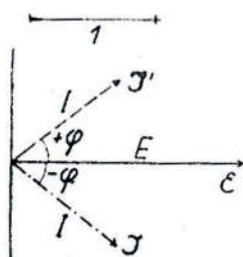
a) Izmjenične (sinusoidne) veličine, iako one stvarno *nisu* vektori, mogu se dovesti u jednoznačnu i recipročnu korespondenciju sa samo geometrijski, na način kako je malo prije pokazano, zamišljenim »rotirajućim vektorima« (»versorima«).

b) Mjesto s »paralelogramom« vektorâ raditi ćemo katkad, pogotovo kod sastavljanja više od dviju veličina, s »poligonom« vektorâ, kako se slično u mehanici katkad radi s poligonom sila; na pr. u sl. 266. mogao bi se na prvi vektor OA nadovezati vektor AC (umjesto OB), i rezultat bi bio opet vektor OC .

c) Pomislimo $\sqrt{2}$ puta umanjenu sl. 266.; time bi nastala sl. 267., u kojoj OA' i $A'C'$ predstavljaju *efektivne* vrijednosti X i Y zadanih veličina x i y , a OC' efektivnu vrijednost Z rezultujuće veličine $z = x + y$. To znači da se konstrukcija po sl. 266. s *tjemnim* vrijednostima može isto tako izvesti i s *efektivnim* vrijednostima. A s efektivnim vrijednostima prirodnije je raditi, jer se one redovito zadaju i redovito traže, pa bi bio suvišan posao zadane efektivne vrijednosti najprije pretvarati u tjemene, i s njima dobiveni rezultat u tjemenoj vrijednosti natrag izražavati efektivnom vrijednošću. Vrlo malo pri tomu smeta da s efektivnim vrijednostima projekcije x' , y' i z' pojedinih vektora ne predstavljaju više neposredno momentane iznose x , y i z pripadnih izmjeničnih veličina, nego $\sqrt{2}$ puta smanjene te iznose, jer je dovoljno znati da bi se iz x' , y' i z' dobile vrijednosti x , y i z .

množenjem sa $\sqrt{2}$. A osim toga za praksu redovito momentani iznosi nisu ni od interesa. Prema tomu ćemo u buduće redovito za duljine vektorâ izmjeničnih veličina uzimati *efektivne* vrijednosti tih vektora.

d) Napokon je jednostavnije, pa ćemo tako u buduće i raditi, umjesto vektora koji rotiraju kutnom brzinom ω nasuprot smislu rotiranja kazala na uri i projiciraju se na pozitivnu os ordinata, zamišljati po sl. 268. *nepomične* vektore, i to vektor $x = X_m \sin \omega t = X \sqrt{2} \cdot \sin \omega t$ kao vektor duljine X (po malo prije ugovorenom) povučen u smjeru pozitivne apscisne osi, zatim vektor $y = Y_m \sin(\omega t + \varphi) = Y \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ kao vektor duljine Y priklonjen prema apscisnoj osi za kut φ , itd. Da bismo dobili projekcije x' , y' , itd. tih vektora kao u prethodnoj slici, morali

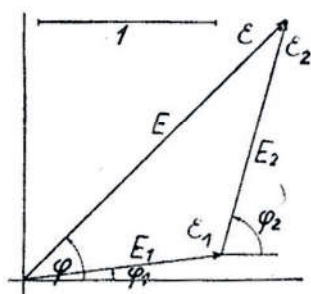


Sl. 269.

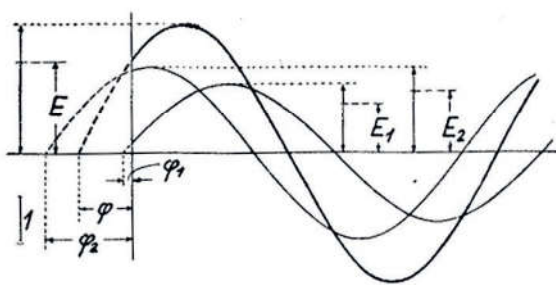
bismo onda pustiti rotirati oko O poluzraku OM, i to rotirati, iz početnog njenog položaja za $t=0$, u smjeru pozitivne ordinatne osi istom po veličini kutnom brzinom ω kao prije vektore, ali u protivnom smislu, dakle u smislu rotiranja kazala na uri. Tu poluzraku OM čak ne treba ni crtati, ako se ispituju samo vektorski odnosi, a nisu od interesa iznosi x' , y' i z' , odn. y , x i z .

e) Dodajmo još da ćemo izmjenične veličine i njihove reprezentante vektore u dosad iznesenom smislu, ma da, kako je već pod a) naglašeno, izmjenične veličine nisu vektorske prirode nego se samo mogu »vektorima« simbolički predočiti, označivati velikim pisanim slovima, na pr. napon sa $\mathcal{E}$ ili $\mathcal{U}$, struju sa $\mathcal{I}$, itd., dok ćemo, kao i dosad velikim kurzivnim slovima E , U , I , itd. naznačivati efektivne iznose tih izmjeničnih veličina.

Prema gornjem na sl. 269. bi $\mathcal{E}$ predstavljalo neki vektor $e = E_m \cdot \sin \omega t$ efektivnog iznosa E i faznog kuta 0 kod $t=0$ (ispuštajući dodatak »kod $t=0$ «



Sl. 270.



Sl. 271.

ukratko ćemo odsad govoriti: »faznog kuta« 0), a vektori $\mathcal{I}$ i $\mathcal{I}'$ bi bili onda vektori strujâ $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ odn. $i' = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ istoga efektivnog iznosa I i suprotnih faznih kuteva $-\varphi$ i $+\varphi$, pri čemu jedinice duljine za E i za I općenito mogu biti različite (na pr. $1 \text{ V} = 1 \text{ mm}$, $1 \text{ A} = 1 \text{ cm}$). Tako bi sl. 269. bila

simbolička ilustracija odnosâ triju krivulja za e , i i i' iz sl. 259. Slično međusobno korespondiraju sl. 270. i 271. o sastavljanju dvaju napona $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$ u rezultantu $\mathcal{E}$ (pazi na različite jedinice duljine u obje slike!).

17. Nakon ovih priprava lako će biti proučavati pojave u strujnim krugovima izmjenične struje. Uzet ćemo *Ohmov zakon za izmjenične struje*, najprije za jednostavniji slučaj potrošača s otporom R i induktivitetom L , a zatim općenitije za serijsku kombinaciju otpora R , induktiviteta L i kapaciteta C .

Neka dakle, po sl. 272., djeluje napon $e = E_m \sin \omega t$ na svitak određenoga otpora R i određenog induktiviteta L . Tim što zahtijevamo konstantni iznos induktiviteta L , privremeno se po C-124. ograničujemo na svitke bez željezne jezgre; utjecaj promjenljivog samoinduktiviteta kod svitaka sa željeznom jezgrom, i komplikacijâ zbog histereze i vrtložnih struja u samoj jezgri, bit će predmet kasnijeg proučavanja (v. odsjek E-IV.: »svitak sa željezom«).

Po rezultatima iz C-123. vanjski napon e trošit će se, proizvodeći u momentu t neku struju i , osim dijelom na pokrivanje gubitka napona Ri u otporu R , također i na svladavanje EMS samoindukcije $L \cdot di/dt$ tako, da će vrijediti »linearna diferencijalna jednadžba prvog reda s desnim članom«:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + Ri = e = E_m \sin \omega t \quad (256)$$

Sličnu diferencijalnu jednadžbu smo već susreli u formuli (215) iz C-127., samo što je tamo vanjski napon bio neki vremenski konstantni napon E , pa je zbog toga bitnog pojednostavnjenja lako bilo u C-127. diferencijalnu jednadžbu (215) općenito integrirati »separacijom varijabli«. Naprotiv u (256) desni je član funkcija nezavisne varijable t , a ne konstanta. Kako je iz matematike poznato, da se općenito integrira diferencijalna jednadžba (256), dovoljno je naći »opći« integral i_1 »prikraćene« (s desnim članom jednakim nuli) jednadžbe, dakle jednadžbe:

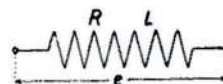
$$L \cdot \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

pa tomu općem integralu pribrojiti jedan »partikularni« integral i_2 »neprikraćene« jednadžbe (256). Dobivena suma $i = i_1 + i_2$ predstavljala bi onda opći integral jednadžbe (256).

Onaj prvi integral i_1 nije drugo nego specijalni slučaj za $E = 0$ integrala (222) iz C-137., koji je opet sa svoje strane samo općenito integrirana netom spomenuta jednadžba (215) iz C-127.; tako možemo postaviti relaciju (sa $e = 2,718\dots$):

$$i_1 = C \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

u kojoj »konstanta integracije« C ovisi o početnim uvjetima. Naprotiv u izrazu za i_2 ne će biti nikakve konstante integracije, i po tomu niti ovisnosti i_2 o početnim uvjetima.



Sl. 272.

18. Treba sad razlikovati kod izraza $i = i_1 + i_2$ dva intervala vremena: a) početni interval ili vrijeme stvaranja struje i , b) konačno ili stacionarno stanje struje i . U početnom intervalu član i_1 , s eksponencijalnim faktorom koji u praksi naglo iščezava s rastućim t , još utječe na vrijednost i . U tom intervalu krivulja $i = f(t)$ još ovisi o početnim uvjetima, t. j. o momentu t i pripadnom iznosu e pri početku priključka potrošača na napon, i mi bismo za početni interval dobili velik broj različitih tipova krivulja za i . Mi međutim ovdje ne ćemo proučavati ove »pojave kod ukapčanja«, koji čine posebno područje, nego ćemo se zadovoljiti okolnošću da oni u praksi vrlo brzo iščeznu, pa da onda nastupa stacionarno stanje, neovisno o početnim uvjetima. I samo ovo potonje ćemo pobliže razmotriti.

Stacionarno je stanje karakterizirano time da je i_1 praktički iščezlo, i po tomu da vrijedi relacija: $i = i_2$. To znači da ćemo traženu struju i lako izračunati kao partikularni integral jednadžbe (256). U tu svrhu pretpostavimo da je $i = i_2$ oblika $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ [račun će već pokazati da ovakav i i iz njega izvedeni di/dt mogu zadovoljiti našu diferencijalnu jednadžbu, kao i koliki I_m i φ odgovaraju partikularnom rješenju]. Deriviranjem dobili bismo: $di/dt = \omega \cdot I_m \cdot \cos(\omega t - \varphi)$. Stavljajući izraze za i i di/dt u (256) i transformirajući na poznati način izraze za $\sin(\omega t - \varphi)$ i $\cos(\omega t - \varphi)$, te stežući, imali bismo:

$$(L\omega I_m \cdot \cos \varphi - RI_m \cdot \sin \varphi) \cdot \cos \omega t + (L\omega I_m \cdot \sin \varphi + RI_m \cdot \cos \varphi) \cdot \sin \omega t = E_m \cdot \sin \omega t$$

Ova relacija mora vrijediti identički, t. j. za svako t . A da to bude, moraju koeficijenti veličina $\cos \omega t$ i $\sin \omega t$ lijevo i desno biti međusobno jednaki, t. j. moraju vrijediti relacije:

$$L \cdot \omega \cdot I_m \cdot \cos \varphi - R \cdot I_m \cdot \sin \varphi = 0 \quad (I)$$

$$L \cdot \omega \cdot I_m \cdot \sin \varphi + R \cdot I_m \cdot \cos \varphi = E_m \quad (II)$$

Relacija (I) daje uređena: $\operatorname{tg} \varphi = L\omega/R$, što znači da je kut φ zaostajanja u fazi struje i prema naponu e jednak kutu pravokutnog trokuta sa R i $X = L\omega$ kao katetama, i to šiljastom kutu uz R (sl. 273.). Hipotenuza toga pravokutnog trokuta bila bi $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$, tako da bi dalje vrijedilo: $\sin \varphi = L\omega : \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$ i $\cos \varphi = R : \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$. Prema tomu relacija (II) mogla bi se pisati:

$$I_m = \frac{E_m}{L\omega \cdot \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} + R \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}} = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = \frac{E_m}{Z}$$

ili, ako uvedemo umjesto tjemernih vrijednosti efektivne i skratimo sa $\sqrt{2}$:

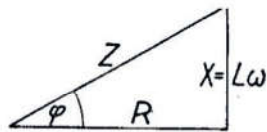
$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{E}{Z} \quad (257)$$

Ova formula za efektivnu vrijednost struje, te malo prije dobivena formula za tangens kuta faznog zaostajanja struje prema naponu:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{R} = \frac{X}{R} \quad (258)$$

predstavljaju potpuno rješenje postavljenog problema.

19. Relacija (257) sjeća nas na Ohmov zakon $I = E/R$ kod istosmjernih struja. Samo ovdje mjesto običnoga »omskog« otpora R dolazi neka veličina Z . Ta veličina zove se zato *prividni otpor* ili *impedancija*. Nju možemo zamisliti po sl. 273.



Sl. 273.



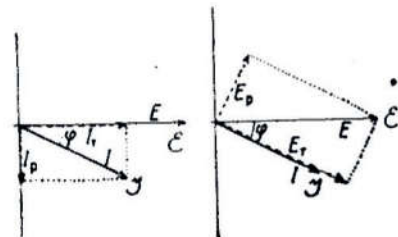
Sl. 274.

sastavljenu od međusobno okomitih komponenata R i $X = L\omega$. Prva se komponenta R zove »omski« otpor, ili općenitije *radni otpor* ili *rezistancija* (jer R kod izmjeničnih struja, osobito kod nešto viših frekvencija i nešto debljih vodiča, često nije, zbog skin-efekta i sl., posve jednako otporu vodiča za istosmjernu struju; v. C-71.). Druga komponenta $X = L\omega$ zove se *prazni (jalovi) otpor* ili *reaktancija*, u ovom slučaju specijalno »reaktancija induktiviteta« ili »induktivni otpor«. Sve tri veličine Z , R i $L\omega$ mjere se u V-A-s-m-sustavu (kao i u V-A-s-cm-sustavu) u Ω (omima).

Za recipročnu vrijednost prividnog otpora Z , dakle za veličinu $1/Z$, uvedeno je ime *prividna vodljiva vrijednost*; neki vele i *admitancija*. Kad bi neki potrošač predstavljao čisti radni otpor R , recipročna vrijednost $1/R$ bila bi mu *radna vodljiva vrijednost* ili *konduktancija*. Konačno se kod potrošača u obliku čistoga praznog otpora X recipročna vrijednost toga otpora $1/X$ zove *prazna (jalova) vodljiva vrijednost* ili *susceptancija*. Sve tri vodljive vrijednosti izražavat ćemo u S (simensima).

20. Odnosaj između napona i struje uz $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ bio bi odnosaj vektora $\mathcal{E}$ i $\mathcal{I}$ na sl. 269. Ekstremno kod $X = L\omega = 0$, te po tomu $Z = R$ i $\varphi = 0^\circ$, smjer vektora $\mathcal{I}$ pao bi u smjer vektora $\mathcal{E}$, a kod protivnog ekstrema sa $R = 0$, te po tomu $Z = X$ i $\varphi = 90^\circ$, odnos između $\mathcal{E}$ i $\mathcal{I}$ bio bi kao u sl. 274.; u prvom slučaju (čistog radnog otpora) struja bi bila potpuno *radna*, u drugom (čistog induktiviteta) bila bi potpuno *prazna (jalova)*.

Međutim pojmovi radne i prazne struje dadu se primijeniti i uz $0^\circ < \varphi < 90^\circ$. U tu svrhu pomislimo po sl. 275. vektor $\mathcal{I}$ pod kutom φ prema $\mathcal{E}$ rastavljen u



Sl. 275.

Sl. 276.

dvije komponente, jednu *u smjeru* napona $\mathcal{E}$ i jednu *normalnu* na $\mathcal{E}$. Prva $I_r = I \cdot \cos \varphi$ zove se onda radna komponenta struje ili *radna struja*, a druga $I_p = I \cdot \sin \varphi$ prazna komponenta ili *prazna (jalova) struja*, u konkretnom slučaju još preciznije: »prazna (jalova) induktivna struja«. Jer doista je I_r u fazi s naponom, a I_p zaostaje za naponom za 90° .

No mi bismo mogli i vektor $\mathcal{I}$ ostaviti nepromijenjen, kao malo prije $\mathcal{E}$, pa onda po sl. 276. rastaviti $\mathcal{E}$ na radnu komponentu $E_r = E \cdot \cos \varphi$ u smjeru vektora $\mathcal{I}$ i praznu $E_p = E \cdot \sin \varphi$ normalnu na $\mathcal{I}$; u tom smislu govorili bismo onda o *radnom naponu* i *praznom (jalovom) naponu*.

Samo treba primijetiti da treba učiniti ili jedan ili drugi rastvor, t. j. ili rastvoriti struju ne rastvarajući napon ili rastvoriti napon uz nerastvorenu struju, a ne oboje istodobno. Već prije uvedeni *pravi* ili *radni* učin N i *prazni* ili *jalovi* N' izrazili bi se sada ovako:

$$N = E \cdot I_r = E_r \cdot I$$

$$N' = E \cdot I_p = E_p \cdot I$$

21. U praksi će slučaj $\varphi = 0$ biti realiziran na pr. kod sijalica, termičkih naprava hranjenih iz električke mreže i sl. Tu se može staviti $L = 0$ i $\operatorname{tg} \varphi = L\omega/R = 0$, pa izlazi struja »u fazi« s naponom, i zbog $\cos \varphi = 1$ prividni učin N'' i pravi N se podudaraju, jer su oba produkt volta i ampera. Približno se tako vladaju uopće krugovi sa $L \approx 0$, koji nemaju svitaka, pogotovo ne onih namotanih na željeznu jezgru. Pogotovo ako ni ω nije vrlo veliko. Naprotiv kod visokofrekventnih struja često se mora zbog vanredno velikog ω računati i kod neznatnog L s takvim $L\omega$ koji se ne može zanemariti. Tako čak svici s malo zavoja i uzdušnom jezgrom imaju u visokofrekventnom području, recimo kod $\omega = 10^7$ ili 10^8 , katkad $L\omega$ znatno veće od R i prema tomu $\operatorname{tg} \varphi$ veliko, odn. φ blizu pravom kutu, dok se kod $\omega = 314$ to dađe postići samo namatajući svitak na željeznu jezgru, zbog koje se magnetski tok svitka, a po tomu i induktivitet svitka, umnogostruče.

Baš ovakvi svici sa željeznom jezgrom i namotajem od debele bakrene žice imaju važnu primjenu u izmjeničnim strujama. Naime radni je otpor R jedne ovakve »induktancije« ili »prigušnice« neznatan prema induktivnom $X = L\omega$ (ako struje odaberemo tako malene da ostanemo na početnom skoro pravocrtinom dijelu magnetske karakteristike i ako zanemarimo gubitke u željezu i pojave skin-efekta, možemo grubo uzeto govoriti o svitku nekoga određenog L i određenog R). Na pr. uz $R = 1 \Omega$ i $L = 1 \text{ H}$ već kod $f = 50 \text{ Hz}$ i $\omega = 314$ bilo bi $X = L\omega = 1 \cdot 314 \Omega = 314 \Omega$ ogromno prema $R = 1 \Omega$ i vrijedilo bi $Z \approx X$, $\varphi \approx 90^\circ$. Dok bi dakle prema istosmjernoj struji induktancija predstavljala neznatan otpor 1Ω , prema struji od 50 Hz ona bi predstavljala mnogostruko veći otpor 314Ω , pa bi uz isti napon kroz ovakvu induktanciju istosmjerna struja prolazila gotovo bez otpora, a već izmjenična struja od samo 50 Hz bi bila stotine puta manje propuštana, dakle »prigušivana« prema istosmjernoj (odatle i ime »prigušnica« za svitke s induktivitetom).

Prema tomu induktancije su vrlo prikladne gdje treba u što većoj mjeri propustiti istosmjernu struju, i u što manjoj izmjeničnu komponentu u smjesi istosmjerne i izmjenične struje.

A zbog svoga velikog prividnog i istodobno neznatnog radnog otpora one su također prikladne za poništavanje napona. Po formuli $E = IZ$ uz dano I poništiti će se kod velikoga Z veliko E , a da pri tomu, uz $X = L\omega$ vrlo veliko prema R i po tomu $\cos \varphi$ vrlo maleno, ostane neznatan gubitak učina $N = EI \cos \varphi$ (koji se u ostalom može izraziti i kao $N = I^2 R$).

U tom pogledu regulacija napona induktancijama bila bi u velikoj prednosti prema regulaciji napona poništavanjem ovoga potonjega u otporima, jer veliki iznosi napona mogu se kod danoga I poništiti samo po iznosu i dimenzijama velikim otporima, u kojima se gubitak napona postizava jedino uz uvjet velikih potrošaka učina u obliku strujne topline. Međutim u mreži veći broj induktancija (također neopterećeni ili slabo opterećeni transformatori predstavljaju uglavnom takve induktancije) ne može biti poželjan. Naime mreža bi se kod toga opteretila praznima mjesto radnim strujama, odn. ukupni $\cos \varphi$ mreže (kosinus pomaka ukupne struje prema naponu) bi pao. A kako se to nikad ne želi, uglavnom centrale zabranjuju reguliranja napona priključkom induktancija.

Protivan slučaj, da se dodavanjem vanredno velikog radnog otpora nastoji udesiti da induktivni otpor $L\omega$ po mogućnosti iščezava prema radnom R , susreće se kod naponskih grana vatmetara; o tom najviše ovisi da vatmetri pokazuju što točnije pravi učin $N = EI \cos \varphi$, pa čak i kod malenih $\cos \varphi$ mjerenoga učina (E.M.).

22. Sad ćemo problem posveopćiti pretpostavljajući da smo po sl. 277. svitku sa R i L dodali u seriju kondenzator kapaciteta C . Mjesto (256) sada bi vrijedila relacija:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i + \frac{q}{C} = e = E_m \cdot \sin \omega t \quad (259)$$

u kojoj je uzeto u obzir da vanjski napon e mora pokrivati i napon q/C od momentanog naboja q kondenzatora. Da bismo ovaj problem *serijskog spoja* L , R i C riješili, nadomjestimo najprije u (259) q sa $\int i \cdot dt$ (jer q ni nije ništa drugo nego $\int i \cdot dt$, odn. obrnuto: $i = dq/dt$, ako pozitivnim uzmemo smjer one struje koja nabija kondenzator; u C-138. i na sl. 193. bilo je naprotiv $i = -dq/dt$, jer nam je tamo bilo zgodnije zvati pozitivnom struju koja izbija kondenzator). A zatim derivirajmo (259) po t ; dobili bismo:

$$L \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{de}{dt} \quad (259')$$

Kod rješavanja ove diferencijalne jednadžbe drugoga reda mi ćemo se opet ograničiti na *stacionarno* stanje, t. j. pustit ćemo s vida pojave kod »ukapčanja«, koji bi ovdje bili još raznoličniji nego kod svitka sa R i L samoga za sebe. Zapitat ćemo dakle: da li oblik $i = I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi)$ može predstavljati partikularno rješenje, pa ako odgovor bude pozitivan i račun nam dade za φ pozitivan iznos, znat ćemo da prema već razbistrenim odnosima struja zaostaje za taj kut u fazi za

naponom, dok će naprotiv negativno φ značiti struju fazno ispred napona za toliki kut. Uz pretpostavljeno i za di/dt i d^2i/dt^2 dobili bismo:

$$\frac{di}{dt} = \omega \cdot I_m \cdot \cos(\omega t - \varphi) \quad \frac{d^2i}{dt^2} = -\omega^2 \cdot I_m \cdot \sin(\omega t - \varphi) = -\omega^2 \cdot i$$

Iz posljednje relacije slijedi obrnuto: $i = -\frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{d^2i}{dt^2}$. A s pomoću ove relacije (259') prelazi u:

$$\left(L - \frac{1}{\omega^2 C}\right) \cdot \frac{d^2i}{dt^2} + R \cdot \frac{di}{dt} = L' \frac{d^2i}{dt^2} + R \cdot \frac{di}{dt} = \frac{de}{dt}$$

gdje smo izraz u zagradi ispred druge derivacije označili kratko sa L' . Ako sad netom dobivenu relaciju pomnožimo sa dt i neodređeno integriramo, dobit ćemo:

$$L' \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = e + K \quad (260)$$

dakle izraz isti po obliku s jednadžbom (256), s tom razlikom da u (256) nije bilo »konstante integracije« K . Međutim i u (260) možemo konstantu K ispustiti, jer je ona svakako jednaka nuli. Po (260) bi naime konstanta K morala biti jednaka algebarskoj sumi od tri sinusoidne funkcije iste frekvencije, a takva suma je uvijek sinusoida, i po tome ne može u svako vrijeme t (»identički«) biti jednaka konstanti, osim ako je ta konstanta baš nula.

No uz $K = 0$ jednadžba (260) potpuno poprima oblik jednadžbe (256). Prema tomu i konsekvencije obih jednadžbi moraju biti istovrsne. To znači da mi na problem serijskog spoja R - L - C možemo bez daljega primijeniti rezultate (257) i (258) dobivene kod problema serijskog spoja R - L , samo ako svagdje umjesto L stavimo $L' = L - \frac{1}{\omega^2 C}$, odn. ako $L\omega$ zamijenimo sa $L'\omega = L\omega - \frac{1}{C\omega}$. Tako se kao konačno rješenje dobiva općeniti Ohmov zakon za izmjenične struje pisan u obliku relacijâ (sa $X = L'\omega = L\omega - 1/C\omega$):

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{E}{Z} \quad (261)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = \frac{X}{R} \quad (262)$$

23. Kako se vidi, i ovdje se javlja prividni otpor Z kao rezultanta dviju okomitih komponenata R i X ; no X je opet sa svoje strane diferencija dvaju vektora, po smjeru suprotnih i po iznosima $L\omega$ i $1/C\omega$ općenito različitih, tako da »trokut otpora« iz sl. 273, sad poprima oblik kao u sl. 278. do 281., već prema iznosima $L\omega$ i $1/C\omega$ u pojedinim slučajevima.

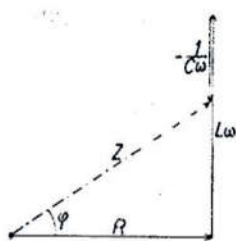
Veličina $X = L\omega - 1/C\omega$ zove se i ovdje »prazni (jalovi) otpor« ili »reaktancija«, no u ovom slučaju ona je diferencija $X_L - X_C$ »induktivnog« praznog (jalovog) otpora ili »induktivne reaktancije« $X_L = L\omega$ i »kapacitivnog« praznog (jalovog) otpora ili »kapacitivne reaktancije« $X_C = 1/C\omega$.

Reaktancija kapaciteta opada kad C ili ω rastu, t. j. kondenzator suprotstavlja izmjeničnoj struji to manji (prazni) otpor što mu je veći kapacitet i što je veća frekvencija izmjenične struje. Slučaj sl. 272. uz dano ω ne bi se izveo iz sl. 277. stavljajući $C = 0$ nego $X_C = 1/C\omega = 0$ ili $C = \infty$ (pomisliti na dvije ploče kondenzatora koje se sve više zbližuju, dok se ne dotaknu!).

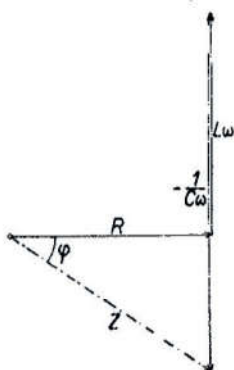
Moglo bi se postaviti pitanje, kako se uopće može govoriti o izmjeničnim strujama kod potrošača s kapacitetom, kad je krug struje prekinut dielektrikumom između obloga pripadnog kondenzatora. Kod primjene konstantnih istosmjernih napona ne će dakako kod postignutog stacionarnog stanja biti struje. Ali kod izmjeničnih napona ipak teče struja, i ako je u strujnom krugu kondenzator. Djelovanjem naime izmjeničnog napona izvode se neprestana nabijanja i izbijanja kondenzatora, što ima za posljedicu trajna strujanja elektriciteta u ostalim dijelovima strujnog kruga, i kondenzator se vlada kao neke vrsti otpor, to manji što mu je veći kapacitet i što je viša frekvencija izmjenične struje. Uostalom mogu se »provodne struje« kroz vodljivi dio strujnog kruga zamišljati i nastavljene kroz dielektrikum kondenzatora u obliku »pomačnih struja«, koje smo upoznali već u A-99. i A-100.

Baš time što ne propuštaju istosmjerne i propuštaju izmjenične komponente (i ove potonje bolje propuštaju kod viših frekvencija), mogu se kondenzatori upotrebljavati za »blokiranje« istosmjernih struja u odnosu prema izmjeničnima, ili niskofrekventnih izmjeničnih u odnosu prema visokofrekventnima, i sl. (»blok-kondenzatori«).

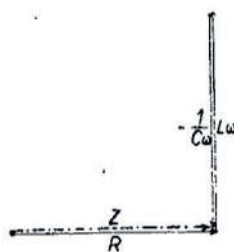
24. Vrlo je poučno diskutirati rezultat izražen formulama (261) i (262). Apstrahirajući od već promatranih slučajeva sa $X_C = 0$ mogu uglavnom tu nastupiti četiri slučaja. Može po sl. 278, prevladavati $X_L = L\omega$ nad $X_C = 1/C\omega$ i po tomu



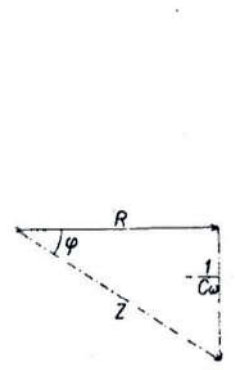
Sl. 278.



Sl. 279.



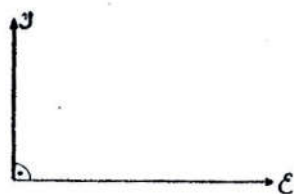
Sl. 280.



Sl. 281.

φ izići pozitivno; u tom bi slučaju struja još zaostajala u fazi za naponom (kao i kod svitka sa R i L). No može po sl. 279. X_C nadvisivati X_L , što znači da je φ postalo negativno, t. j. da je struja fazno *ispred* napona za kut φ (vidi odnos $\mathcal{T}'$ prema $\mathcal{E}$ u sl. 269.). Takva bi struja imala pored radne komponente, suprotno odnosima na sl. 275., praznu *kapacitivnu* komponentu u smjeru pozitivne ordinatne osi, protivnu praznoj *induktivnoj* komponenti u smjeru negativne ordinatne osi iz sl. 275.

Nadalje se može dogoditi, kod izvjesne kombinacije vrijednosti L - C - ω , da bude ispunjen uvjet $X_L = X_C$ ili $L\omega - 1/C\omega = 0$, tako da po sl. 280. postane $Z = R$ i cijeli strujni krug za taj slučaj degenerira u čisti radni otpor, iako u njemu



Sl. 282.

stvarno ima i induktiviteta i kapaciteta. To je vrlo važni slučaj »serijske« resonancije, koji se zato tako zove što pripadna struja poprimi po (261) najveći mogući iznos $I_0 = E/R$ i dođe u istofaznost s naponom. Napokon se može zamisliti i slučaj sa $L = 0$ i po tom $X_L = 0$, dakle slučaj potrošača u obliku serijske kombinacije samo radnog otpora i kapaciteta, gdje trokut otpora vodi po sl. 281. i opet na negativno φ , i po tomu na struju fazno

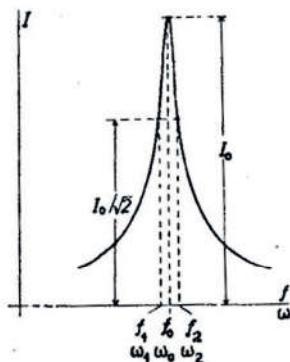
ispred napona. Ekstremno bi taj kut φ dosegao čak iznos -90° i struja bi po sl. 282. imala pomak naprijed za 90° prema naponu. To bi se dogodilo kod čistog kapaciteta, odn. kad bi se R moglo zanemariti prema $1/C\omega$; imali bismo onda »čistu« kapacitivnu praznu struju i učin $N = 0$.

25. Posebnu pažnju zaslužuje slučaj serijske resonancije. Uvjet resonancije $X_L = X_C$ može se, ako ω_0 i f_0 znače kružnu i numeričku »resonantnu frekvenciju«, pisati u obliku:

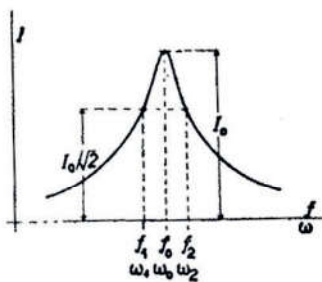
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (263)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (263')$$

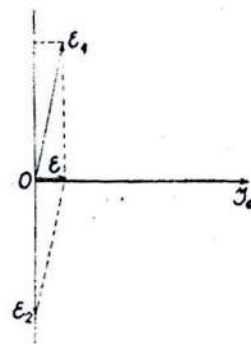
Usporedbom formule (263') s formulom (229') iz C-142. vidi se da resonantna frekvencija f_0 za kombinaciju R - L - C izvanjskim uzrokom narinute struje potpuno odgovara frekvenciji f vlastitih oscilacija »titrajnog kruga« R - L - C sa zanemarivim



Sl. 283.



Sl. 284.



Sl. 285.

R [kod većih R bi po (229) iz C-141. bilo f ponešto ispod f_0]. Slično bi i glazbena viljuška resonantno zatitrala, ako bi bila uzbuđena zvučnim valovima iste visine tona kakvu bi i sama proizvodila.

Dok je izrazima ω_0 i f_0 određena frekvencija kod koje nastupa resonancija, za oštrinu resonancije odlučan je već u C-144. uvedeni i tamo formulom (230) izraženi »logaritmički dekrement prigušenja« δ . To znači: kod danoga vanjskog na-

pona »krivulja resonancije«, t. j. krivulja struje I u ovisnosti od frekvencije f , imat će viši i oštrije izražen maksimum I_0 kod manjega δ (sl. 283.) nego kod većega (sl. 284.). Kao mjerilo za oštrinu resonancije može se uzeti interval na pr. onih frekvencija s ovu i onu stranu resonantne f_0 kod kojih I padne na iznos $\frac{1}{2}I_0$. Ali češće se za mjerilo oštine resonancije uzimlje po sl. 283. i 284. interval $f_2 - f_1$ (odn. interval $\omega_2 - \omega_1$) onih numeričkih (odn. kružnih) frekvencija iznad i ispod resonantne f_0 (odn. ω_0), kod kojih struja I padne do iznosa $I_0/\sqrt{2}$, što kod instrumenata s kvadratičnom skalom daje polovicu otklona dobivena pri struji I_0 .

25a. Uz primjenu netom spomenute metode s poremećenjima do frekvencija f_2 i f_1 (odn. ω_2 i ω_1) korespondentnih iznosu struje $I_0/\sqrt{2}$, vrlo se lako dolazi na izraze za omjer R/L , za logaritmički dekrement prigušenja δ po relaciji (230) iz C-144. i za »omjer vrsnoće« ili »Q-faktor« $L\omega_0/R$ ispitivanog titrajnog kruga. Pri padne veze glase:

$$\frac{R}{L} = \omega_2 - \omega_1 = 2\pi(f_2 - f_1) \quad (263a)$$

$$\delta = \pi \frac{R}{L\omega_0} \left(= \frac{\pi}{Q} \right) \quad (263b)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{L}{R} \omega_0 \quad (263c)$$

Da bismo izveli relaciju (263a), a iz nje i iz relacije (263) odmah slijede i relacije (263b) i (263c), napišimo kvadrirano formule struje I kroz R - L - C -krug specijalno za slučaj struje resonancije I_0 i oba slučaja poremećene resonancije struje $I_0/\sqrt{2}$, označujući u drugoj formuli sa ω nepoznatu frekvenciju pripadnu struji $I_0/\sqrt{2}$. To daje (uz supoziciju stalne EMS E inducirane u titrajnom krugu):

$$I_0^2 = \frac{E^2}{R^2}$$

$$\left(\frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{E^2}{\left(\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2} \right)^2}$$

Dijeljenjem prve jednadžbe s drugom, nakon skraćivanja i uređivanja kvocijenta, dolazi se na vezu:

$$\frac{2}{1} = 1 + \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}{R^2}$$

a daljim preinačivanjem, uz pomoć relacije $\omega_0^2 = 1/LC$, na bikvadratnu jednadžbu s ω kao nepoznanicom:

$$\frac{R^2}{L^2} = \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)^2}{\omega^2}$$

Radicanjem ova se jednačba raspada u dvije kvadratne:

$$\frac{R}{L} = + \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega} \qquad \frac{R}{L} = - \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega}$$

Prva jednačba daje dva korijena, jedan pozitivan i drugi negativan, od kojih međutim u konkretnom slučaju, zbog toga što kružna frekvencija može biti samo pozitivna, dolazi u obzir samo pozitivni korijen:

$$\omega_2 = + \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \omega_0^2} \quad (a)$$

A slično i od dva korijena druge kvadratne jednačbe dolazi u obzir samo pozitivno rješenje:

$$\omega_1 = - \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \omega_0^2} \quad (b)$$

Tražena formula (263a) dobiva se sad neposredno odbijajući (b) od (a).

Za primjer izračunajmo f_0 , R , δ i Q titrajnog kruga sa $L = 128$ mH i $C = 3090$ pF, koji bi kod resonantne frekvencije f_0 propuštao struju 10 A, a kod frekvencija f_2 i f_1 za 40 Hz iznad i ispod f_0 struju 7,07 A ($= 10/\sqrt{2}$ A). Po relacijama (263') te (263a) do (263b) izlazi: $f_0 = 8000$ Hz ($\omega_0 = 50250$), $R = 64,3$ Ω , $\delta = 0,0314$, $Q = 100$. Zbog skin-efekta treba očekivati veće R kod frekvencija oko f_0 nego kad bi se mjerilo istosmjernom strujom.

25b. Umjesto da se uz nepromijenjen titrajni krug varira frekvencija f primijenjene struje, često se resonancija udesi pri stalnoj frekvenciji f_0 u krugu svitka stalnoga R i L u seriji s varijabilnim kondenzatorom. Onda se na R dakako ne može zaključivati po (263a).

Ako pri udešenju C promjenljivog kondenzatora dođe do maksimuma struje I_0 , te ako se poremećenje resonancije do struje $I_0/\sqrt{2}$ postigne povećanjem za $\Delta C''$ odn. smanjenjem za $\Delta C'$ iznosa C , nešto duljim računom, koji napredniji čitalac može i sam pokušati, dobiva se odnos rezistancije R titrajnog kruga prema $\Delta C = \Delta C' + \Delta C''$, C i $\omega_0 = 2\pi f_0$ u obliku približne relacije:

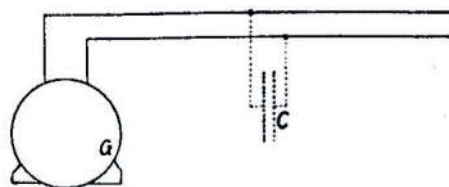
$$R \approx \frac{\Delta C}{2\omega_0 C^2} \quad (263d)$$

Primjer: Krugu iz primjera navedena u 25a., resonantnom uz $R = 64,3$ Ω , $L = 128$ mH i $C = 3090$ pF pri $f_0 = 8000$ Hz, odgovaralo bi po (263d) $\Delta C \approx 62$ pF, pa bi bilo:

$$\Delta C' \approx \Delta C'' \approx 31 \text{ pF.}$$

26. Pojav resonancije od osnovne je važnosti naročito u radiotehnici, gdje se njime na pr. kod prijema radio-signala prijemni krugovi »udešavaju« da reagiraju uglavnom samo na signale određene »resonantne« frekvencije f_0 , odn. pripadne duljine vala $\lambda_0 = c/f_0$ ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s = brzina širenja radio-valova). Udešavanje kruga je to »selektivnije« što mu je δ manje, a vrši se najčešće time da se polagano mijenja C , dok se ne postigne uvjet resonancije (263').

Naprotiv u tehnici jake struje resonancija je redovito vrlo nepoželjna, ne samo zbog neželjene jake resonantne struje, nego i zbog »prenapona« (prevelikih napona) koji se resonancijom stvaraju na oba dijela resonantnog kruga: svitku i kondenzatoru, te mogu značiti proboj izolacije između zavoja svitka ili proboj dielektrikuma kondenzatora. Odatle i ime »naponske« resonancije upotrebljavano katkad za serijsku resonanciju. Da doista kod oštro resonantnih krugova kod serijske resonancije mogu nastati naponi između krajeva svitka i između obloga kondenzatora mnogostruko veći od samog napona mreže, vidi se iz vektorskog prikaza na sl. 285. Tu je ukupni napon, primijenjen na resonantni krug, predodčen vektorom $\mathcal{E}$ u smjeru pozitivne osi apscisa.



Sl. 286.

Isti smjer ima u slučaju resonancije i resonantna struja predodčena vektorom $\mathcal{I}_0$. Ta struja mora *zaostajati* prema naponu $\mathcal{E}_1$ između krajeva svitka prividnog otpora $Z' = \sqrt{R^2 + L^2 \omega_0^2}$ za kut φ određen relacijom $\tan \varphi = L\omega_0/R$ i vrlo bliz pravom kutu kod R malenoga prema $L\omega_0$; no ona istodobno mora biti i fazno *naprijed* za 90° prema naponu $\mathcal{E}_2$ kondenzatora. Kako po tomu vektori parcijalnih napona leže kutno razmaknuto za gotovo 180° , ukupni napon $\mathcal{E}$, kao njihova rezultanta, može biti mnogostruko manji i od jednog i od drugog parcijalnog napona, koji će biti jednaki $I_0 \cdot Z'$ i $I_0 \cdot 1/C\omega_0$, i po tom relativno veliki zbog velikog I_0 .

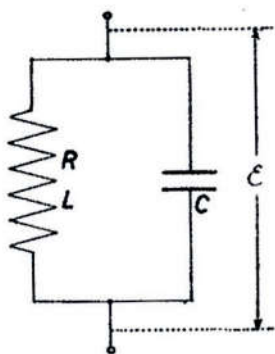
Ako bismo na pr. po sl. 286. na neki alternator za 50 Hz, induktiviteta 0,5 H i neznatnog otpora priključili otvoren (neopterećen) kabel otpora 6Ω , i kapaciteta $2 \mu\text{F}$ porazdijeljenog po cijeloj duljini kabela, u prvoj aproksimaciji to bismo mogli, zamišljajući porazdijeljeni kapacitet koncentriran u sredini kabela, smatrati serijskim spojem od $L = 0,5 \text{ H}$, $R = 3 \Omega$ i $C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$. Uz pretpostavljeni proizvedeni napon $E = 6000 \text{ V}$ stroj bi kod 50 Hz u kabel slao struju I , za koju bi se po (261) dobio iznos $I = 4,16 \text{ A}$. No po (263') kod $f_0 = 160 \text{ Hz}$ ($\omega_0 = 1000$) nastupila bi resonancija, i za resonantnu struju vrijedilo bi: $I_0 = 6000/3 = 2000 \text{ A}$. A kod te struje stroj i kabel dobili bi prenapone od po prilici $I_0 \cdot L\omega_0 = I_0/C\omega_0 = 10^6 \text{ V}$! U praksi dakako nema pogibelji da bi stroj za 50 Hz pojurio 3,2-strukom brzinom da proizvede 160 Hz, ali ako je proizvedeni napon nesinusoidan i ima iole veći »treći harmonički član« (E-9.) od 150 Hz, resonantna frekvencija 160 Hz može biti pogibeljna zbog toga trećeg člana, jer kod neznatno povećane brzine stroja može frekvencija toga trećeg člana dosegnuti iznos od 160 Hz.

27. Osim ove *serijske* ili »naponske« resonancije ima još *paralelna* ili »strujna« resonancija. Po sl. 287. vanjski napon $\mathcal{E}$ djeluje na paralelnu kombinaciju svitka (otpota R i induktiviteta L) i kondenzatora (kapaciteta C). Dok smo kod serijske resonancije za danu struju imali minimum otpora kruga i minimum vanjskog napona, a parcijalni naponi su bili *visoki*, kod paralelne uz dani vanjski napon imaju otpor maksimum i ukupna struja minimum, a parcijalne struje su *velike*. Zasad samo spomenimo rezultat, da se u slučaju paralelne resonancije kod frekvencije f_0 po uvjetu (263') kombinacioni otpor promatranoga paralelnog spoja može smatrati približno »radnim« iznosa $R_0 = L/CR$ (izvod u E-44.). To bi na pr. uz $R = 10 \Omega$, $L = 300 \mu\text{H} = 0,0003 \text{ H}$ i $C = 300 \text{ pF} = 300 \cdot 10^{-12} \text{ F}$ kod $f_0 =$

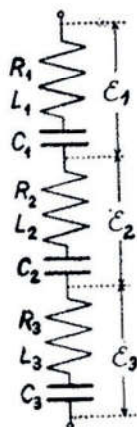
$= 530000 \text{ Hz}$ dalo $R_0 = 100000 \Omega$. Ova se resonancija primjenjuje na pr. u radio-tehnici kod visokofrekventnog pojačavanja.

28. Problemi resonancije doveli su nas na razmatranja serijskih i paralelnih kombinacija svitaka i kondenzatora. To su samo specijalni slučajevi općenitijih problema, gdje se u seriji ili paralelno zamišlja povoljno mnogo elemenata, od kojih svaki općenito može imati otpora, induktiviteta i kapaciteta. Te ćemo probleme sad razmatrati, pa prelazimo najprije na *serijske spojeve*.

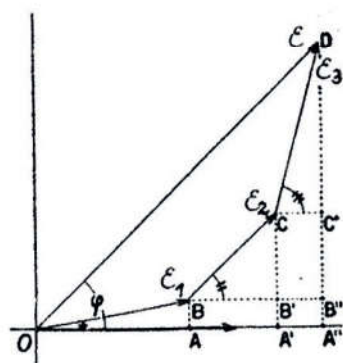
Neka po sl. 288. imamo kombinaciju od više potrošača $R_1-L_1-C_1, R_2-L_2-C_2, \dots$ u seriji. Budući da ista struja I teče redom kroz sve te potrošače, bit će prirodno položiti pripadni vektor struje $\mathcal{I}$ iznosa I u smjer apscisne osi, te prema njemu



Sl. 287.



Sl. 288.



Sl. 289.

crtati ostale vektore. Ako su $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ šiljasti kutevi uz $R_1, R_2, \dots$ u »trokutima otporâ« pojedinih potrošača s prividnim otporima $Z_1, Z_2, \dots$, dakle kutevi određeni relacijama: $\operatorname{tg} \varphi_1 = X_1/R_1, \operatorname{tg} \varphi_2 = X_2/R_2, \dots$ uz $X_1 = L_1\omega - 1/C_1\omega, X_2 = L_2\omega - 1/C_2\omega, \dots$, parcijalni naponi tih potrošača bit će po sl. 289. vektori $\mathcal{E}_1 = OB, \mathcal{E}_2 = BC, \dots$ iznosâ $E_1 = IZ_1, E_2 = IZ_2, \dots$ i priklonâ $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ prema $\mathcal{I}$. A kako ukupni napon $\mathcal{E} = OD$, efektivnog iznosa E i pomaka faza φ prema $\mathcal{I}$, nije drugo nego rezultanta spomenutih parcijalnih napona, mi ćemo vektor $\mathcal{E}$ dobiti kao rezultantu »poligona« naponâ $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots$. Time se različiti problemi serijskih spojeva mogu smatrati riješenima na bazi vektorskih prikaza poput onoga na sl. 289.

Naročito je pažnje vrijedno ono što se iz spomenutog vektorskog prikaza dade izvesti o otporima, parcijalnim i ukupnom. Pomislimo sl. 289. I -struko umanjenu. I naponi $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots$ bili bi onda I -struko umanjeni, a I -struko umanjeni naponi su otpori. Prema tomu je u drugom mjerilu sl. 289. ujedno prikaz odnosâ između različitih otpora pojedinih potrošača i otpora njihove serijske kombinacije, t. j. u tom mjerilu OA bi predstavljalo radni otpor, $AB = A''B''$ prazni i OB prividni otpor prvog potrošača, slično $BB' = AA', B'C = B''C'$ i BC radni, prazni i prividni otpor drugog potrošača, itd., dok bi $OA'', A''D$ i OD bili radni, prazni i

prividni otpor cijele promatrane kombinacije. Iz ovoga se vidi da se kod problema serijskih spojeva može s parcijalnim prividnim otporima postupati kao s vektorima $Z_1, Z_2, \dots$ iznosâ $Z_1, Z_2, \dots$ i kutevâ $\varphi_1, \varphi_2, \dots$, koji se spajaju u rezultantu Z iznosa Z i kuta φ po zakonu paralelograma, odn. po zakonu geometrijske sumacije.

Drugim riječima vrijede relacije (v. sl. 290. za slučaj dvaju otpora):

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2 + \dots)^2 + (X_1 + X_2 + \dots)^2} \quad (264)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{(X_1 + X_2 + \dots)}{(R_1 + R_2 + \dots)} \quad (265)$$

prema kojima se radni otpori zasebno algebarski zbrajaju u ukupni radni otpor R , i slično prazni otpori zasebno algebarski u ukupni prazni otpor X .

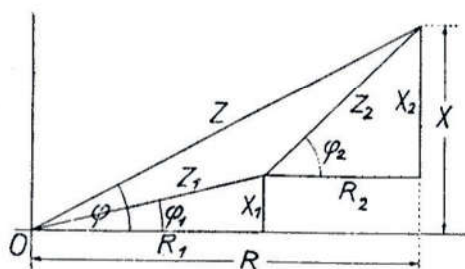
Primjer: Neka se traže kod 50 Hz napon i faktor snage na početku voda otpora $1,2 \Omega$ i induktiviteta $5,1 \text{ mH}$, uz supoziciju da je na kraju voda priključen motor koji radeći kod 220 V s faktorom snage $0,8$ i stepenom djelovanja $0,86$ izvodi korisnu mehaničku snagu 4 kW . Motor bi iz voda uzimao snagu $4000/0,86 = 4650 \text{ W}$ i struju $I = 26,4 \text{ A}$, koja bi se dobila iz relacije $220 \cdot I \cdot 0,8 = 4650$. Ista bi struja tekla i vodom, kome kraj radnog otpora $R_1 = 1,2 \Omega$ i praznog $X_1 = L_1 \omega = 0,0051 \cdot 314 = 1,6 \Omega$ prividni otpor iznosi:

$$Z_1 = \sqrt{1,2^2 + 1,6^2} = 2 \Omega.$$

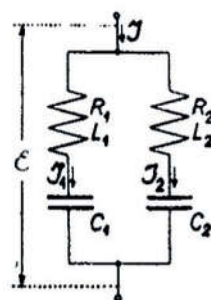
Napon E_1 potrošen u vodu bio bi dakle $E_1 = 26,4 \cdot 2 = 52,8 \text{ V}$, a radna i prazna komponenta bile bi mu $(E_1)_r = 52,8 \cdot 0,6 = 31,7 \text{ V}$ i $(E_1)_p = 52,8 \cdot 0,8 = 42,2 \text{ V}$ (naime vrijednosti $\cos \varphi_1 = 1,2/2 = 0,6$ odgovara vrijednost $\sin \varphi_1 = 0,8$); njegov vektor $\vec{E}_1$ trebalo bi crtati s duljinom $52,8 \text{ V}$ i kutom φ_1 (određenim relacijom: $\cos \varphi_1 = 0,6$) prema vektoru $\mathcal{I}$, koji bismo povukli u smjeru osi apscisa. Na $\vec{E}_1$ bi se nadovezao vektor $\vec{E}_2$ duljine 220 V i kuta φ_2 prema $\mathcal{I}$ određenog relacijom $\cos \varphi_2 = 0,8$; njegove komponente bi bile: $(E_2)_r = 220 \cdot 0,8 = 176 \text{ V}$ i $(E_2)_p = 220 \cdot 0,6 = 132 \text{ V}$. Vektor $\vec{E}$ ukupnog napona po iznosu i faznom kutu našao bi se mjereći duljinu E i kut φ prema $\mathcal{I}$ rezultante $\vec{E}$. Korespondentno djelomično induktivnom opterećenju trebalo bi fazni kut φ napona $\vec{E}$ uzimati pozitivno.

A bolje bi se dale vrijednosti E i $\cos \varphi$ dobiti računski, upotrebom radnih i praznih komponenta parcijalnih napona, što bi dalo za E i za (u ovom slučaju induktivni) $\cos \varphi$:

$$E = \sqrt{(31,7 + 176)^2 + (42,2 + 132)^2} = 271 \text{ V} \quad \cos \varphi = (31,7 + 176)/271 = 0,77(\text{ind.})$$



Sl. 290.



Sl. 291.

29. Kod *paralelnog spoja* dvaju ili više potrošača $R_1-L_1-C_1, R_2-L_2-C_2, \dots$ (v. sl. 291.) na svaku granu djelovao bi cijeli primijenjeni napon i pripadni vektor $\mathcal{E}$ povukli bismo u smjeru osi apscisa. Struje $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \dots$ pojedinih grana odredile bi se po iznosima $I_1, I_2, \dots$ i po kutevima $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ prema $\mathcal{E}$ po formulama (261)

i (262). Rezultujuća struja $\mathcal{I}$ bila bi rezultanta parcijalnih struja, pa bi se pripadni I i φ mogli izmjeriti iz vektorske slike. A računski bi se I i $\cos \varphi$ odredili, slično kao malo prije E i $\cos \varphi$ kod serijskog spoja, upotrebom radnih i praznih komponenata parcijalnih struja. Iznos I mogao bi se dobiti i po kosinusovu poučku, slično postupku uz (II) u E-15. Razumije se da bi se problemi znatno pojednostavili ako bi u pojedinim granama dolazili samo neki od elemenata R, L, C .

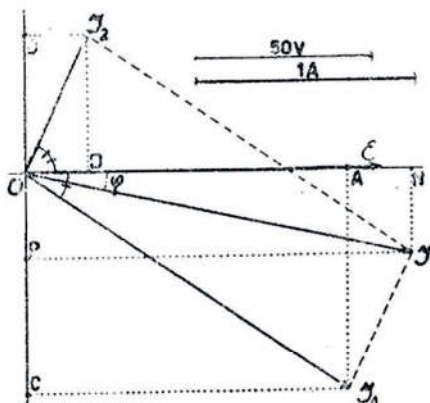
Primjer: Napon od 100 V i 50 Hz neka djeluje na paralelne impedancije $\mathcal{Z}_1$ i $\mathcal{Z}_2$, od kojih neka $\mathcal{Z}_1$ predstavlja svitak otpora 46 Ω i induktiviteta 0,102 H, a $\mathcal{Z}_2$ serijsku kombinaciju radnog otpora 60 Ω i kondenzatora kapaciteta 24,5 μF . Onda izlazi $X_1 = 0,102 \cdot 314 = 32 \Omega$ i $X_2 = -10^3/(24,5 \cdot 314) = -130 \Omega$, dakle dalje: $Z_1 = 56 \Omega$, $\cos \varphi_1 = 46/56 = 0,82$, i $Z_2 = 143 \Omega$, $\cos \varphi_2 = 60/143 = 0,42$, te po tom konačno: $I_1 = 100/56 = 1,79 \text{ A}$. Slično bi se dobilo: $I_2 = 100/143 = 0,70 \text{ A}$.

Trebalo bi dakle prema vektoru $\mathcal{E}$ iznosa $E=100 \text{ V}$ povučenom u smjeru osi apscisa povući vektor $\mathcal{I}_1$ duljine 1,79 A i kuta φ_1 zaostajanja prema $\mathcal{E}$ u iznosu određenom relacijom $\cos \varphi_1 = 0,82$, te vektor $\mathcal{I}_2$ duljine 0,70 A i kuta φ_2 napredovanja prema $\mathcal{E}$ određenog relacijom $\cos \varphi_2 = 0,42$. Njihova rezultanta $\mathcal{I}$ predstavljala bi po veličini i smjeru ukupnu struju iznosa $I=1,80 \text{ A}$ pod kutom zaostajanja prema $\mathcal{E}$ za $\varphi=12,4^\circ$, kako bi se mjerenjem našlo iz sl. 292., koja i kvantitativno ilustrira problem (pazi na naznačena mjerila strujâ i naponâ). U promatranom bi se slučaju radna komponenta I_r struje $\mathcal{I}$ dobila kao suma $ON = OA + OB$, a prazna I_p kao diferencija $OP = OC - OD$ korespondentnih komponenata parcijalnih struja, te bi se vektoru $\mathcal{I}$ pripadni I i (negativni) φ , odn. korespondentni $\cos \varphi$, mogli i računski dobiti upotrebom formula:

$$I = \sqrt{I_r^2 + I_p^2} = 1,80 \text{ A}$$

$$\cos \varphi = I_r/I = 0,977 \text{ (ind.)}$$

30. Kompliciraniji su problemi kod *mješovitih spojeva*. Neka na pr. treba naći struje $\mathcal{I}$, $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$ u pojedinim elementima serijsko-paralelne kombinacije po



Sl. 292.

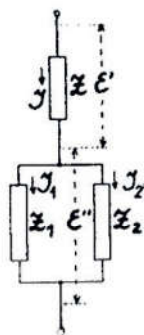
sl. 293. od tri potrošača u obliku sastavljenih otpora $\mathcal{Z}$, $\mathcal{Z}_1$ i $\mathcal{Z}_2$. Po sl. 294. povukli bismo onda najprije vektor $\mathcal{E}'' = OD$ iznosa E'' napona koji proizvodi struje $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$ u $\mathcal{Z}_1$ i $\mathcal{Z}_2$. U odnosu prema tomu vektoru $\mathcal{E}''$ lako bi bilo povući vektore struja $\mathcal{I}_1 = OA$ i $\mathcal{I}_2 = OB$ izračunavši njihove iznose I_1 i I_2 , te kuteve φ_1 i φ_2 prema $\mathcal{E}''$ (na sl. 294. jednostruko i dvostruko precrtane). Rezultanta vektora $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$, vektor $\mathcal{I} = OK$ iznosa I i kuta φ'' prema $\mathcal{E}''$, ujedno je struja kroz $\mathcal{Z}$, pa bi se prema tomu vektoru $\mathcal{I}$ lako odredio napon $\mathcal{E}' = DC$ elementa $\mathcal{Z}$, t. j. iznos E' i kut φ' kod L toga napona prema

$\mathcal{I}$ (čime bi bio određen i kut ψ kod D napona $\mathcal{E}'$ prema osi apscisa). Rezultujući napon $\mathcal{E} = OC$, iznosa E i kuta φ prema $\mathcal{I}$ (trostruko precrtanoga na slici), bio bi geometrijska suma od $\mathcal{E}''$ i $\mathcal{E}'$.

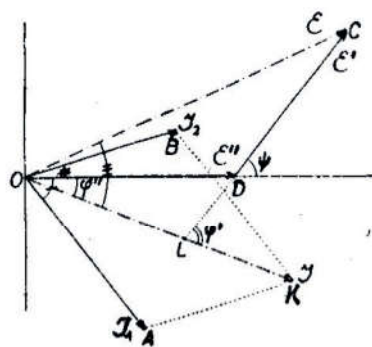
31. Vidjeli smo da se problemi izmjeničnih struja mogu rješavati vektorskim metodama. Međutim tu algebarskim sumiranjima momentanih iznosa odgovaraju geometrijska sumiranja pripadnih vektora. A to zahtijeva konstrukcije po zakonu paralelograma, koje su izvedive samo za konkretne slučajeve i k tomu daju rezultate

ovisne o točnosti crtanja, ili vode na neudobne računske operacije (treba primjenjivati prelaze na radne i prazne komponente struja ili napona, kosinusov poučak i sl.). Zato je s pomoću vektorâ naročito teško ili nemoguće *općenito* rješavati kompliciranije probleme.

No postoji vrlo lijepa metoda, t. zv. *simbolička metoda*, kojom je moguće općenito i specijalno rješavati probleme izmjenične struje neovisno o vektorskim sli-



Sl. 293.

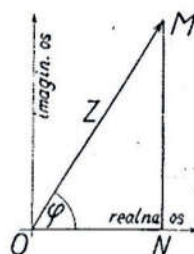


Sl. 294.

kama i njihovim nedostacima. K tomu se dobiva ta bitna prednost da se rezultati izvedeni za izmjenične struje formalno potpuno podudaraju s analognim rezultatima za istosmjerne struje, tako da se i obrnuto cijela razmatranja izvedena za istosmjerne struje mogu bez daljega transkribirati na korespondentne probleme izmjeničnih struja.

32. Nova metoda osniva se na predočivanju izmjeničnih veličina *kompleksnim brojevima*, koje se može smatrati još za korak više simboličnim od vektorskog predočivanja, odakle i ime »simboličke metode« za ovaj postupak.

Kako je poznato, po Gaussu se svaki kompleksni broj $R + j \cdot X$ (uz $j = \sqrt{-1}$ kao i u C-138.), s realnim dijelom R i imaginarnim $j \cdot X$, daje predočiti po sl. 295. u pravokutnom koordinatnom sustavu »ravnine kompleksnih brojeva« točkom M s apscisom $ON = R$ i ordinatom $NM = X$. Mjesto veličinama R i X određen je kompleksni broj $R + jX$ također i veličinama Z i φ , dakle »polarnim koordinatama«; Z se zove *modul* (»apsolutni iznos«), a φ *argument* kompleksnog broja. Između Z i φ , te R i X , postoje relacije:



Sl. 295.

$$\left. \begin{aligned} R &= Z \cdot \cos \varphi \\ X &= Z \cdot \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (266)$$

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + X^2} \\ \operatorname{tg} \varphi &= \frac{X}{R} \quad \left(\varphi = \arctg \frac{X}{R} \right) \end{aligned} \right\} \quad (267)$$

Tako se dobiva, uzimajući u obzir iz matematike poznati stavak:

$$\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi = e^{j\varphi}$$

(sa e kao bazom prirodnih logaritama te sa φ u $e^{j\varphi}$ u radijanima) i uvodeći u ovom djelu za izraz $e^{j\varphi}$ za pisanje jednostavniju i tipografski udobniju kraticu $\|\varphi\|$ (sa φ u radijanima ili u stupnjevima):

$$R + j \cdot X = Z \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) = Z \cdot e^{j\varphi} = Z \cdot \|\varphi\| \quad (268)$$

Manje se prikladnom, ako ne iz drugih a ono već iz tipografskih razloga, piscu čini osobito u engleskoj i američkoj stručnoj literaturi susretana praksa da se $Z \cdot e^{j\varphi}$ naznačuje simbolom $Z \cdot / \varphi$, pa je zato gore i uvedena oznaka $Z \cdot \|\varphi\|$.

33. Prema rečenomu odgovara svakom kompleksnom broju $R + jX$ posve određena dužina Z povučena iz ishodišta posve određenim smjerom, naznačenim kutom φ što ga Z čini s osi apscisa ili »realnom osi« kompleksne ravnine (ordinatna se os kod ovakvih predodžbi zove i »imaginarna os«). Drugim riječima: svakom kompleksnom broju odgovara neki po veličini i smjeru točno određeni vektor $\mathcal{Z}$. Mi taj vektor $\mathcal{Z}$ možemo upravo smatrati reprezentantom broja $R + jX = Z \cdot e^{j\varphi} = Z \cdot \|\varphi\|$. Ali i obrnuto: ako nam je vektor zadan, mi ga uvijek možemo reprezentirati nekim određenim kompleksnim brojem, koji njemu odgovara.

Prema tomu svakom odnosu između vektora mora odgovarati posve određen odnos između njihovih reprezentanata: kompleksnih veličina. I obrnuto, ako utvrdimo neki odnos između kompleksnih veličina, to će značiti i posve određen odnos između vektora, a u daljoj konsekvenciji, ako vektori predočuju izmjenične veličine, i izvjestan odnos između tih izmjeničnih veličina. Ako smo dakle dosad, mjesto da neposredno proučavamo odnose među izmjeničnim veličinama, proučavali, kao preglednije, odnose među pripadnim vektorima, moći ćemo odsad, ako se to pokaže još prikladnijim, proučavati te odnose na kompleksnim brojevima kao reprezentantima tih vektora. A dobivene rezultate trebat će onda znati natrag prenijeti na izmjenične veličine, koje su stvarno jedine objekt proučavanja.

34. To bi bila bit simboličke metode. Dakako da za njezinu praktičku provedivost treba znati baratati s kompleksnim brojevima. Tako je na pr. praktički važno znati brzo prelaziti s jednog oblika kompleksnog broja $R + jX$ na drugi $Z \cdot \|\varphi\|$, pa čak i na *recipročnu vrijednost* toga broja; taj ćemo iznos, uz $R + jX$ uzimano kao »kompleksni otpor«, susresti u E-45. pisan u obliku:

$$Y \cdot \|\varphi'\| = G - jB$$

kao »kompleksnu vodljivu vrijednost«.

35. Kod prelazâ $R + jX \rightleftharpoons Z \cdot \|\varphi\|$ mogu poslužiti formule (266) i (267). Tako izlazi $8,24 + 4,20 \cdot j = 9,25 \cdot \|27,0^\circ\| = 9,25 \cdot \|0,471^\circ\|$ primjenom formulâ (267), i obrnuto $9,25 \cdot \|27,0^\circ\| = 9,25 \cdot \|0,471^\circ\| = 8,24 + 4,20 j$ primjenom formulâ (266), kako je lako razabrati. A postoje i naročite tabele za pretvorbe:

$$R + jX \rightleftharpoons Z \cdot \|\varphi\|$$

Konačno su upotrebljiva za ovakve pretvorbe i obična »logaritmička«, a pogotovo specijalna »vektorska« računala.

Za primjer opišimo postupak kod pretvorbe $R + j \cdot X \rightleftharpoons Z \cdot \varphi \rightleftharpoons Y \cdot \varphi' \rightleftharpoons G - j \cdot B$ kod i inače vrlo upotrebljivog računala tipa »Darmstadt«. Pored ostaloga to računalo ima, uz osnovne skale A i D na »štapi« i B i C na »jeziku«, ispod D-skale još skale: E, S i T. Od njih E-skala ima iznose $\sqrt{1-x^2}$ pod pripadnim iznosima x D-skale, a na S-skali i T-skali crno naznačenim iznosima od 5° do 90° odn. do 45° obilježeni su kutevi α pripadni vrijednostima D-skale shvaćenima kao $\sin \alpha$ odn. $\tan \alpha$ (crveno naznačeni iznosi od 0° do 85° na S-skali i od 45° do 85° na T-skali su komplementi α_k kuteva α na tim skalama).

Ako je sad dano na pr.

$$R + j \cdot X = 8,24 + 4,20j$$

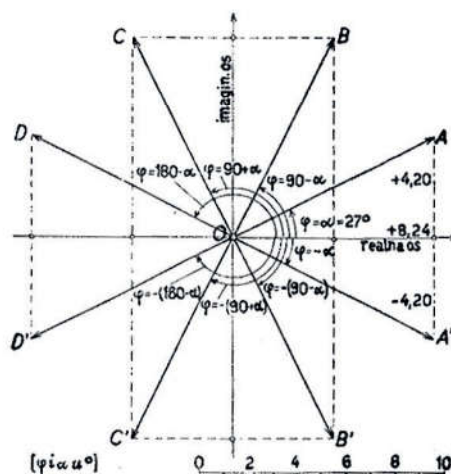
sa R i X pozitivnima, stavi se pomicanjem jezika 8,24 (veći od brojeva R i X) na C-skali nad 10 D-skale i pomicanjem »kazaljke« se crta na njoj dovede nad 4,20 C-skale; onda pod crtom na T-skali stoji iznos $\alpha = 27,0^\circ$, ovdje jednak traženom argumentu φ , dok je $\varphi' = -\varphi = -27,0^\circ$. Da bi se još dobili Z i Y , pomakne se kazaljka da crta padne nad $\alpha = 27,0^\circ$ S-skale, a zatim se jezik postavi tako da pod crtom u novom položaju dođe 4,20 C-skale; nad 10 D-skale stoji onda na C-skali $Z = 9,25$, dok ispod 1 C-skale stoji na D-skali iznos $Y = 0,1081$.

Za G i B treba sad premjestiti jezik da 10 C-skale dođe nad 9,25 D-skale; onda se nad već otprije na $\alpha = 27,0^\circ$ (crne brojke) S-skale udešenom crtom može očitati na C-skali $B = 0,0491$, a pod pomaknutom crtom na $\alpha_k = 27,0^\circ$ (crvene brojke) S-skale nađe se na C-skali $G = 0,0963$. Tako izlazi $8,24 + 4,20j$ pretvoreno u $9,25 \cdot \|27,0^\circ\|$ te $1 : (8,24 + 4,20j)$ u $0,1081 \cdot \| -27,0^\circ \| = 0,0963 - 0,0491j$.

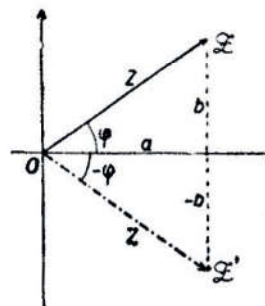
Dodajmo još da će se, tko dobro poznaje principe računala, sam snaći u ponešto drukčijim slučajevima, pa bi na pr. kod $130 + 60j$ počeo tim da 1,30 C-skale stavi nad 1 (ne nad 10) D-skale, kut α na S-skali smatrao bi zapravo tek »prethodnim« kutom, vezanim s traženim argumentom φ na pr. kod 8 mogućih kombinacija između 8,24 i 4,20 vezama po sl. 296., itd. A lako bi se snašao i pri obratnoj pretvorbi: $Z \cdot \varphi \rightarrow R + j \cdot X$. Dobro je još znati veze: Z je između većega od brojeva R i X i njegova $\sqrt{2}$ -kratnika; R i G te X i B su istog predznaka, i uz $|R| \geq |X|$ i $|G| \geq |B|$ (v. E-44.). Kod $\alpha < 5^\circ$ može se staviti Z približno jednako većem apsolutnom iznosu brojeva R i X , dok je α , izraženo u kutnim stupnjevima, približno 57,3-kratnik kvocijenta manjeg i većeg od tih iznosa.

36. Nadalje je potrebno poznavati računske operacije između kompleksnih veličina. Razmatrat ćemo zbrajanje i odbijanje, množenje i dijeljenje, te kod sinusoidno vremenski promjenljivih veličina deriviranje i integriranje.

Zbrajanje i odbijanje veličina oblika $R_1 + j \cdot X_1$ i $R_2 + j \cdot X_2$ (veličine zadane u drugom obliku najprije bi se pretvorile u taj oblik) ne predstavlja nikakvu poteškoću. Izlazi alternativno za zbroj odnosno razliku: $(R_1 \pm R_2) + j \cdot (X_1 \pm X_2)$, što znači da se zasebno zbrajaju ili odbijaju realni i zasebno imaginarni dijelovi. No i vektori pripadni zadanim kompleksnim veličinama $Z_1 \cdot \varphi_1$ i $Z_2 \cdot \varphi_2$ dali bi geometrijski zbrojeni po sl. 290. rezultantu $Z \cdot \varphi = R + jX$ s komponentama $R = R_1 + R_2$ i $X = X_1 + X_2$, koje bi



Sl. 296.



Sl. 297.

odgovarale realnom i imaginarnom dijelu netom izračunate algebarske sume zadanih kompleksnih veličina. Slična korespondencija vrijedi između algebarske diferencije kompleksnih veličina i geometrijske diferencije pripadnih vektora. Općenito dakle *geometrijskom* sumiranju ili suptrahiranju vektora odgovara *algebarsko* sumiranje ili suptrahiranje njihovih reprezentanata: kompleksnih veličina. U bitnosti baš time što se prelazom s vektorskih na kompleksne veličine dolazi na računski udobnije algebarske operacije, nadvisuje, kako ćemo još pobliže vidjeti, simbolička metoda vektorsku.

Poznato je da se brojevi s jednakim realnim i suprotnim imaginarnim dijelovima zovu »konjugirano kompleksni« brojevi (uspor. veličine $\mathcal{Z}$ i $\mathcal{Z}'$ na sl. 297.); njihova je suma realna [na pr.: $(4 + 3j) + (4 - 3j) = 8$].

37. Kod *množenja* kompleksnih veličina $\mathcal{Z}_1$ i $\mathcal{Z}_2$ zadanih u prvom obliku, na pr. kao $\mathcal{Z}_1 = a + bj$ i $\mathcal{Z}_2 = c + dj$, produkt $\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_1 \mathcal{Z}_2$ se može računati po pravilu za množenje binoma binomom, no pazeći na to da je $j^2 = -1$. Tako se dobiva:

$$(a + bj)(c + dj) = (ac - bd) + j(bc + ad)$$

Ovaj rezultat nije pregledan. No pretvorimo li faktore u oblik $Z_1 \cdot e^{j\varphi_1} = Z_1 \cdot \|\varphi_1\|$ i $Z_2 \cdot e^{j\varphi_2} = Z_2 \cdot \|\varphi_2\|$, dobit ćemo znatno pregledniji izraz za produkt $\mathcal{Z} = Z \cdot e^{j\varphi} = Z \cdot \|\varphi\|$:

$$\mathcal{Z} = Z \cdot \|\varphi\| = \mathcal{Z}_1 \mathcal{Z}_2 = Z_1 \cdot \|\varphi_1\| \cdot Z_2 \cdot \|\varphi_2\| = Z_1 Z_2 \cdot \|\varphi_1 + \varphi_2\| \quad (269)$$

iz koga se vidi da se produkt dviju kompleksnih veličina može izračunati tako da se »moduli pomnože i argumenti zbroje«.

Da izvedemo *dijeljenje* veličine $\mathcal{Z}_1$ veličinom $\mathcal{Z}_2$, mogli bismo kod tih veličina, zadanih u prvom obliku, postupati tako da kvocijent pisan u obliku razlomka: $\frac{a + bj}{c + dj}$ proširimo konjugirano kompleksnim iznosom $c - dj$ nazivnika, i time nazivnik razlomka učinimo realnim [jer produkt $(c + dj)(c - dj)$ dvaju konjugirano kompleksnih brojeva kao izraz $(c^2 + d^2) + j(cd - cd)$ predstavlja realan broj $c^2 + d^2$]; to bi dalo:

$$\frac{a + bj}{c + dj} = \frac{(a + bj)(c - dj)}{c^2 + d^2} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j \cdot \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \quad (270)$$

I ovdje rezultat postaje pregledniji kod upotrebe drugoga oblika predočivanja kompleksnih veličina; u tom slučaju izlazi relacija:

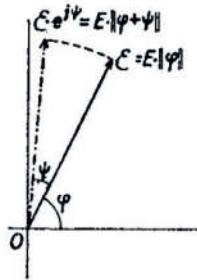
$$\frac{\mathcal{Z}_1}{\mathcal{Z}_2} = \frac{Z_1 \cdot e^{j\varphi_1}}{Z_2 \cdot e^{j\varphi_2}} = \frac{Z_1 \cdot \|\varphi_1\|}{Z_2 \cdot \|\varphi_2\|} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \|\varphi_1 - \varphi_2\| \quad (271)$$

prema kojoj se kvocijent dviju kompleksnih veličina dobiva tako da im se »moduli podijele i argumenti odbiju«.

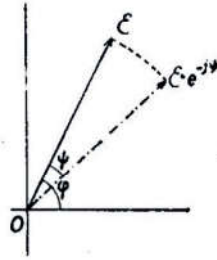
Za naše svrhe važni su naročito specijalni slučajevi: a) zakretanja nekog vektora za povoljan kut ψ u pozitivnom ili negativnom smislu uz nepromijenjen modul,

b) ω -strukoga povećavanja ili smanjivanja modula nekog vektora uz nepromijenjen smjer vektora (ω = realni broj).

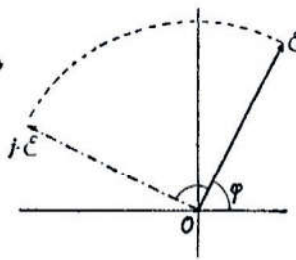
Prvom slučaju u simboličkoj metodi, ako se radi o zakretu u pozitivnom smislu, odgovara množenje pripadne kompleksne veličine veličinom $1 \cdot \|\psi\|$ modula 1 i argumenta $+\psi$, odn. kod zakreta u negativnom smislu dijeljenje dane kompleksne veličine veličinom modula 1 i argumenta $+\psi$, koje se također može uzeti kao množenje vektorom modula 1 i argumenta $-\psi$. Naime po (269) množeći neki



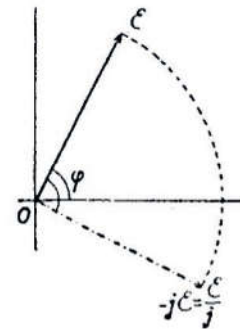
Sl. 298.



Sl. 299.



Sl. 300.



Sl. 301.

kompleksni broj $\mathcal{E} = E \cdot \|\varphi\|$ sa $1 \cdot e^{j\psi} = 1 \cdot \|\psi\|$ dobili bismo kao produkt $E \cdot \|\varphi + \psi\|$, komu je vektor za kut $\varphi + \psi$ priklonjen prema apscisnoj osi, i po tomu za ψ prema vektoru prvobitnog kompleksnog broja (sl. 298.). A kad bismo $\mathcal{E} = E \cdot \|\varphi\|$ podijelili sa $1 \cdot e^{j\psi} = 1 \cdot \|\psi\|$, dobili bismo po (271) veličinu $E \cdot \|\varphi - \psi\|$ korespondentnu vektoru argumenta $\varphi - \psi$, jednako kao i kad bismo $\mathcal{E} = E \cdot \|\varphi\|$ po (269) pomnožili sa $1 \cdot e^{-j\psi} = 1 \cdot \|\psi\|$ (v. sl. 299.).

Još specijalnije: ako bismo željeli zaokrenuti vektor za *pravi kut* u pozitivnom smislu, trebali bismo ga pomnožiti sa $1 \cdot \|\varphi\| = \cos 90^\circ + j \cdot \sin 90^\circ = j$ (v. sl. 300.); množenje pak sa $-j$ ili dijeljenje sa j (= množenje sa $1/j = j/j^2 = -j$) odgovaralo bi zakretu vektora za pravi kut u negativnom smislu (sl. 301.).

Slično kako prema rečenom množenja sa j , $j^2 = -1$ i $j^3 = -j$ predstavljaju zakrete za $\pi/2$ ili 90° , za π ili 180° i za $3\pi/2$ ili 270° (= $-\pi/2$ ili -90°), predstavljalo bi množenje konstantom $a = e^{j \cdot 2\pi/3} = 1 \cdot \|\varphi\|$ zakret vektora za $+2\pi/3$ ili $+120^\circ$, množenje sa a^2 zakret za $+4\pi/3$ ili $+240^\circ$, koji izlazi na isto kao i zakret za $-2\pi/3$ ili -120° (sl. 302.).

Treba li pak ω -struko povećati ili smanjiti modul nekog vektora, dovoljno je pripadnu kompleksnu veličinu pomnožiti odn. podijeliti realnim brojem ω po relacijama:

$$\mathcal{E}' = \omega \cdot \mathcal{E} = \omega \cdot E \cdot \|\varphi\| \qquad \mathcal{E}'' = \frac{\mathcal{E}}{\omega} = \frac{E}{\omega} \cdot \|\varphi\|$$

Ako bismo kombinirano pomnožili neku kompleksnu veličinu i sa j i sa ω , dakle ako bismo je pomnožili sa $j\omega$, to bi značilo da je pripadni vektor zakrenut

za $+90^\circ$ i povećan ω -struko. Dijeljenju pak sa $j\omega$ odgovarao bi zakret za -90° i ω -struko smanjenje vektora.

38. Općenito smo se već prije dogovorili da ćemo *sinusoidne* izmjenične veličine, na pr. konkretno izmjenični napon $e = E_m \sin(\omega t + \varphi) = E\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ predočivati vektorom duljine E i priklona φ prema pozitivnoj osi apscisa. Ako sad taj vektor dalje predočimo pripadnom kompleksnom veličinom $\mathcal{E} = E \cdot \|\varphi\|$, lako ćemo razabrati značenje vremenske derivacije $de/dt = \omega \cdot E\sqrt{2} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$ veličine e , odn. naći kompleksnu veličinu $d\mathcal{E}/dt$ i pripadni vektor koji reprezentiraju de/dt . Naime u izrazu za de/dt u isporodbi s izrazom za e je E zamijenjeno sa ωE , što znači ω -struko povećani modul prvobitne veličine, a mjesto $\sin(\omega t + \varphi)$ dolazi:

$$\cos(\omega t + \varphi) = \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi),$$

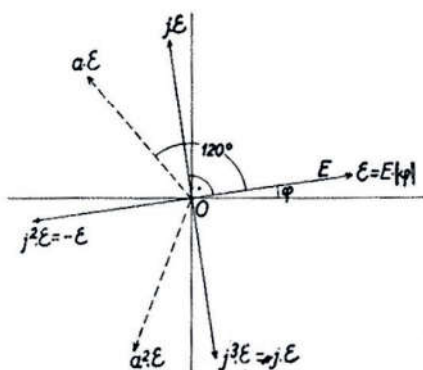
što znači da je fazni kut vremenske derivacije veći za iznos pravoga kuta od faznog kuta prvobitnog vektora. Derivaciji sinusoidne veličine po vremenu t odgovara dakle ω -struko povećani i za pravi kut u pozitivnom smislu rotirani vektor; u formuli izraženo:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = j\omega\mathcal{E} \quad (272)$$

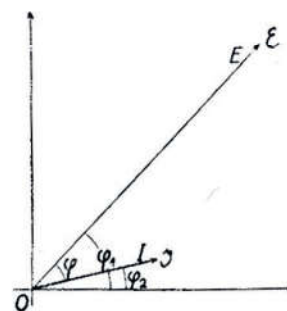
Posve analogno bi se vidjelo da je integriranje (kao operacija protivna deriviranju) ekvivalentno u simboličkoj metodi računanja dijeljenju sa $j\omega$, dakle množenju sa $1/j\omega$ ili također množenju sa $-\frac{j}{\omega}$ (zbog $j^2 = -1$). U formuli izraženo:

$$\int \mathcal{E} \cdot dt = \frac{\mathcal{E}}{j\omega} = -\frac{j}{\omega} \mathcal{E} \quad (273)$$

39. Time bismo bili već dovoljno priređeni za rješavanje izmjeničnih problema simboličkom metodom. Postupak je lako razabrati. Umjesto operacijâ di-



Sl. 302.



Sl. 303.

rektno s izmjeničnim veličinama, odnosno s njima pripadnim vektorima, mi ćemo obavljati ekvivalentne operacije s njihovim simbolima ili reprezentantima: kom-

pleksnim veličinama. Radeći ovako »analitički« doći ćemo lakše do rezultata, a ovaj ćemo onda dakako natrag prevesti u običan govor.

Kao prvu primjenu razmotrimo problem iz E-22. potrošača R - L - C podvrgnuta sinusoidnom naponu, koji napon ćemo po sl. 303. posve općenito predložiti sa $\mathcal{E} = E \cdot \|\varphi_1\| \equiv E/\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_1)$. Struja neka je $\mathcal{J} = I \cdot \|\varphi_2\| \equiv I/\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2)$. Korespondentno tomu će razlika faza između napona i struje biti $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$. Kao i u E-22. možemo reći da u svakom momentu t vanjski napon e mora pokrivati gubitak napona Ri zbog radnog otpora, EMS samoindukcije $L \cdot di/dt$ i napon kondenzatora $\frac{1}{C} \int i \cdot dt$. U simboličkom prikazu, obzirom na činjenicu da vremensko deriviranje znači množenje sa $j\omega$ i vremensko integriranje množenje sa $-j/\omega$, to bi značilo da vanjski napon $\mathcal{E}$ mora odgovarati sumi triju izraza $R \cdot \mathcal{J}$, $L \cdot j\omega \mathcal{J}$ i $\frac{1}{C} \cdot \left(-\frac{j}{\omega} \mathcal{J}\right)$, što odmah daje:

$$\mathcal{E} = \mathcal{J} \cdot \left[R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right] \quad (274)$$

Prema tomu je napon $\mathcal{E}$ jednak produktu struje $\mathcal{J}$ i nekoga izraza u uglatoj zagradi $\mathcal{Z}$, koji za realni dio ima veličinu R i za imaginarni neku veličinu $X = L\omega - 1/C\omega$. Modul toga izraza $\mathcal{Z} = R + jX$ jest $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$, a argument mu je određen relacijom $\operatorname{tg} \varphi = X/R$, a to oboje znači da $\mathcal{Z}$ predstavlja već u (261) i (262) uvedeni »prividni otpor«. Kako je po E-37. modul produkta dviju kompleksnih veličina jednak produktu modula tih veličina, mora vrijediti relacija: $E = IZ$ ili $I = E/Z$ kao u (261). A kako je dalje argument produkta dviju kompleksnih veličina jednak sumi argumenata tih veličina, mora s druge strane vrijediti i relacija: $\varphi_1 = \varphi + \varphi_2$ ili $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$, uz $\operatorname{tg} \varphi = X/R$ kao u (262).

Cijeli je dakle problem općenito riješen tako reći bez računanja, dok je kod razmatranja neposredno na temelju diferencijalne jednadžbe najprije trebalo dugom procedurom rješavati problem R - L -spoja, a zatim ga dugim postupkom posveopćivati za slučaj R - L - C -spoja.

Vektor $\mathcal{Z}$ bio je kod našega računanja prividni otpor sa R kao radnom i sa $X = L\omega - 1/C\omega$ kao praznom komponentom po relaciji $\mathcal{Z} = R + jX$, odakle i ime »kompleksni otpor« za veličinu $\mathcal{Z}$, s kojom se (274) može naprosto pisati u obliku:

$$\mathcal{E} = \mathcal{J} \cdot \mathcal{Z} \quad (274')$$

40. Velika je prednost simboličkog rješavanja izmjeničnih problema da formule za izmjenične struje izlaze u *istom obliku* kao analogne formule kod istosmjernih problema. Tako netom napisana formula (274') potpuno odgovara formuli $E = IR$ Ohmova zakona za istosmjerne struje, samo s razlikom da mjesto istosmjernog napona i istosmjerne struje E i I dolaze sada $\mathcal{E}$ i $\mathcal{J}$, te da mjesto R dolazi kod izmjeničnih struja kompleksni otpor $\mathcal{Z}$.

I s ostalim formulama istosmjerne struje je slično. Prije svega formulama (89) i (91) iz B-32. i B-33. za oba Kirchhoffova zakona razgranjivanja struje, korespondiraju u simboličkoj metodi formalno jednake relacije:

$$\Sigma \mathcal{I} = 0 \qquad \Sigma \mathcal{E}_i = \Sigma \mathcal{I} \cdot \mathcal{Z}$$

A transkribirale bi se slično i formule razgranjivanja (95) i (96) iz B-40., pa formule za pretvorbe »trokuta« u »zvijezdu« i obrnuto iz B-62. i B-63., stavljajući samo svagdje $\mathcal{Z}$ -veličine namjesto R -veličina.

Dakako da sve ove relacije, formalno jednostavne dok su pisane simbolički, sadrže u stvari komplicirane odnose, koji dolaze do izražaja kod prenosa u običan govor. Svaka naime jednadžba između kompleksnih veličina uopće predstavlja dvije neovisne jednadžbe, jednu o jednakosti realnih i jednu o jednakosti imaginarnih dijelova lijeve i desne strane jednadžbe, ili također: jednu o jednakosti modulâ i jednu o jednakosti argumenata lijevo i desno. No baš u tom i jest upotrebljivost simboličke metode što relativno zamršene odnose izriče u preglednoj formi i omogućuje lako tretiranje izmjeničnih problema, a da se u njima skriveni odnosi mogu uvijek izvući iz formalno jednostavnih rezultata.

Bitni razlog svemu ovomu jest da za *momentane* vrijednosti izmjeničnih veličina vrijede isti zakoni kao i kod istosmjernih veličina, no dok nas te vrijednosti kao neprestano promjenljive praktički redovito ne zanimaju, za *efektivne* vrijednosti i *fazne* odnose naponâ, strujâ itd., dakle baš za veličine tražene u praksi, potrebna su predočivanja *vektorima* i po tomu znatno neudobnije vektorske operacije. Na pr. gdje kod momentanih iznosa dolazi algebarsko zbrajanje, kod pripadnih efektivnih iznosa dolazi geometrijsko zbrajanje ili paralelogram vektora, i slično za odbijanje. A sada time, što je daljim prelazom od vektora na *kompleksne* veličine u simboličkoj metodi geometrijske sumacije itd. uspjelo natrag nadomjestiti algebarskima, postalo je opet moguće neposredno računsko tretiranje problema i dobivene su jednako građene formule kao kod momentanih iznosa izmjeničnih veličina, odn. i kod istosmjernih veličina. Zato i možemo kod simboličke metode postupati kod rješavanja problema kao da se radi o istosmjernim problemima; a možemo čak odmah rezultate poznate već iz istosmjernih struja gotove prenijeti u simbolički način izražavanja, i te rezultate neposredno razrađivati u obični način izražavanja. To sve čini simboličku metodu prikladnom naročito za općenita teoretska razmatranja; kod jednostavnijih i numerički zadanih problema njezine prednosti postaju manje izrazite, pa se takvi problemi većinom rješavaju vektorskom metodom, koja je za početnika možda i konkretnija i preglednija.

41. Kao dalje primjene simboličke metode riješimo ponovno probleme serijskih i paralelnih spojeva iz E-28. i E-29.

Za serijski spoj po sl. 288. može se, uz struju $\mathcal{I} = I$ uzetu realnu u skladu sa sl. 289., postaviti simbolička relacija:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \dots = I \cdot \mathcal{Z}_1 + I \cdot \mathcal{Z}_2 + \dots = I \cdot [(R_1 + R_2 + \dots) + j \cdot (X_1 + X_2 + \dots)]$$

iz koje se odmah razabire rezultat iz E-28.: da se radni otpori posebno i prazni posebno sumiraju u rezultujući radni R i prazni X , koji zajedno daju ukupni prividni otpor $\mathcal{Z} = R + jX$.

Kod paralelnog spoja po sl. 291. pisali bismo, uz $\mathcal{E} = E$ realno prema sl. 292., simbolički:

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{Z}_1} + \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{Z}_2} = E \cdot \left(\frac{1}{\mathcal{Z}_1} + \frac{1}{\mathcal{Z}_2} \right)$$

te stavljajući vrijednosti i transformirajući prikladno dobili bismo $\mathcal{I}$ po modulu i argumentu, t. j. po efektivnom iznosu i faznom kutu. A možemo po formuli:

$$\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_1 \mathcal{Z}_2 / (\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2)$$

izračunati najprije kombinacioni otpor $\mathcal{Z}$ dviju paralelnih grana, ili njegov recipročni iznos: »kompleksnu vodljivu vrijednost« $\mathcal{Y} = 1/\mathcal{Z}$, pa $\mathcal{I}$ računati po relaciji:

$$\mathcal{I} = E/\mathcal{Z} = E \cdot \mathcal{Y}$$

Za ilustraciju mogli bismo ponovno riješiti numeričke primjere serijskog i paralelnog spajanja iz E-28. i E-29.

Kod onoga iz E-28. prvi kompleksni otpor bio bi $\mathcal{Z}_1 = 1,2 + 1,6 \cdot j$ i on bi trošio napon $\mathcal{E}_1 = 26,4 \cdot (1,2 + 1,6 \cdot j)$. Motor bi trošio napon $\mathcal{E}_2 = 220 \cdot (0,8 + 0,6 \cdot j)$. Ukupni napon dobio bi se dakle po relaciji:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = (31,7 + 42,2 \cdot j) + (176 + 132 \cdot j) = 207,7 + 174,2 \cdot j$$

i pripadni modul E i $\cos \varphi$ bili bi:

$$E = \sqrt{207,7^2 + 174,2^2} = 271 \text{ V} \quad \cos \varphi = 207,7/271 = 0,77(\text{ind.})$$

Kod paralelnog spoja iz E-29. možemo izračunati vodljivu vrijednost zamke kao:

$$\mathcal{Y} = \frac{\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2}{\mathcal{Z}_1 \cdot \mathcal{Z}_2} = \frac{(46 + 32j) + (60 - 130j)}{(46 + 32j)(60 - 130j)} = 0,01758 - 0,00386j = 0,0180 \cdot \| -12,4^\circ \|$$

ili jednostavnije kao sumu veličina $\mathcal{Y}_1 = 0,01465 - 0,01020j$ i $\mathcal{Y}_2 = 0,00293 + 0,00634j$ nađenih po E-35. iz $\mathcal{Z}_1 = 46 + 32j$ i $\mathcal{Z}_2 = 60 - 130j$; u oba slučaja bi za struju izišlo:

$$\mathcal{I} = 100 \cdot 0,0180 \cdot \| -12,4^\circ \|$$

dakle $I = 1,80 \text{ A}$ i $\varphi = -12,4^\circ$, odn. $\cos \varphi = 0,977(\text{ind.})$.

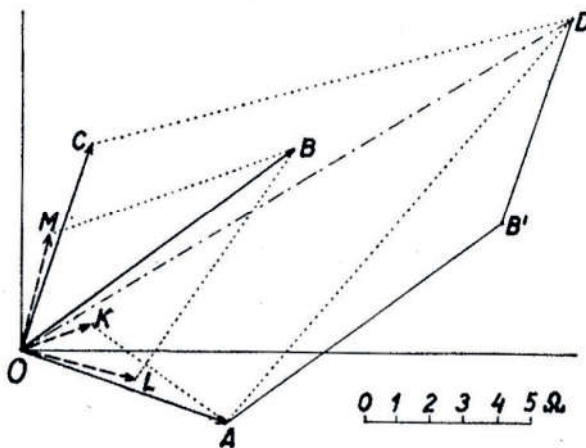
42. Kad smo već kod sastavljanja otpora, spomenimo još, ostavljajući čitaocu da sam izvede dokaze iz pripadnih simboličkih relacija (ili da ih potraži u literaturi, na pr. u: Fraenckel, Theorie d. Wechselströme), grafičke postupke za dobivanje kombinacionog otpora paralelnog spoja dvaju kompleksnih otpora, i za transfiguraciju »trokuta« kompleksnih otpora u »zvijezdu«.

Na sl. 304. neka su OA_0 i OB_0 vektori dvaju paralelnih kompleksnih otpora $\mathcal{Z}_1$ i $\mathcal{Z}_2$. Ako na početku i na kraju tih vektora povučemo na njih okomice OD , A_0C , OC i B_0D i spojimo sjecišta C i D dviju i dviju okomica, traženi vektor kombinacionog otpora $\mathcal{Z}$ bit će jednak okomici OE na CD , tako da će OL i LE predstavljati njegovu radnu odn. praznu komponentu.

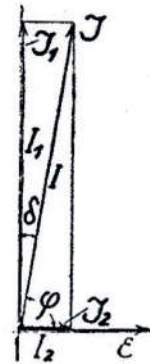
E

zvijezde dobiti čak na dva načina (obično se odabere onaj koji je u danom slučaju konstruktivno točniji).

43. Kao dalju primjenu uzmimo problem »nesavršenih« kondenzatora. O takvim kondenzatorima, i o »kutu gubitaka« δ kao mjeri njihove nesavršenosti, bilo je već govora u A-111. Sad možemo o tom više reći. Kod nesavršenog kondenzatora različiti gubici kod izmjenične struje, praćeni stvaranjem topline u kondenzatoru, mogu se uzeti u račun na taj način da se dani nesavršeni kondenzator zamisli nadomješten paralelnom kombinacijom po sl. 305.a) nekog »savršenog« (bez gubitaka) kondenzatora kapaciteta C_0 i nekog redovito vrlo velikog radnog otpora R_0 , tako da kroz C_0 teče čisto kapacitivna komponenta i kroz R_0 radna komponenta struje nesavršenog kondenzatora. Prema tomu bi se u R_0 pretvarao u toplinu isti učin kao u nesavršenom kondenzatoru. Umjesto o R_0 (u Ω) govori se obično radije o redovito vrlo neznatnom »odvodu« $G = 1/R_0$ (u S) nesavršenog kondenzatora. Po sl. 308. napon $\mathcal{E} = E$ proizvesti će kroz zamišljeni savršeni kondenzator struju $\mathcal{I}_1$ (iznosa $I_1 = E : (1/C_0\omega) = EC_0\omega$ i fazno za $+90^\circ$ pomaknuta prema $\mathcal{E}$), a kroz odvod struju $\mathcal{I}_2$ iznosa $I_2 = E/R_0 = EG$ istofaznu sa $\mathcal{E}$. Tako



Sl. 307.



Sl. 308.

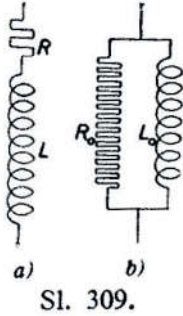
će struja $\mathcal{I}$ cijele kombinacije biti naprijed u fazi prema $\mathcal{E}$ za kut φ manji tek za redovito neznatni iznos δ od pravoga kuta, za koji bi prema $\mathcal{E}$ bila naprijed pomaknuta struja kondenzatora koji ne bi imao gubitaka. Što su gubici kondenzatora, a po tomu i odvod G , i u daljoj konsekvenciji iznos I_2 struje kroz odvod veći, to veće će biti δ , pa je prema tomu taj δ nazvan »kutom gubitaka«. A i kao mjerilo gubitaka služi taj δ , ili točnije njegov tangens, koji se po sl. 308. može izraziti sa:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_2}{I_1} = \frac{G}{C_0 \omega}$$

Praktički kod neznatnih kuteva δ izraženih u lučnoj mjeri može se uostalom uzimati gotovo potpuno točno $\delta \approx \operatorname{tg} \delta \approx \sin \delta$, te prema tomu staviti:

$$\delta \approx \operatorname{tg} \delta = \frac{G}{C_0 \omega} \quad (276)$$

dok će za učin N utrošen u nesavršenom kondenzatoru (C_0, δ) vrijediti: $N = EI \cos \varphi = EI \sin \delta \approx E^2 \omega C_0 \delta$ prema čemu bi gubici kondenzatora osim sa prvom potencijom od δ , koji sa svoje strane ponešto varira sa ω , rasli i s kvadratom od E ; što znači da će se gubici i ugrijavaње nekoga kondenzatora manifestirati osobito kod viših napona.



Sl. 309.

Možemo još paralelnom spoju sa R_0 i C_0 po sl. 305.a) potražiti ekvivalentni serijski spoj sa R i C po sl. 305.b), kojim se također daje nadomjestiti nesavršeni kondenzator. Uvjet ekvivalencije dobio bi se izjednačujući otpor $\mathcal{Z} = R - j/C\omega$ spoja po sl. 305.b) s kombinacionim otporom $\mathcal{Z}_0$ spoja po sl. 305.a), t. j. izjednačujući veličinu $\mathcal{Z} = R - j/C\omega$ s veličinom:

$$\mathcal{Z}_0 = \frac{1}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{1/j\omega C_0}} = \frac{1}{G + j\omega C_0} = \frac{G}{G^2 + \omega^2 C_0^2} - j \cdot \frac{\omega C_0}{G^2 + \omega^2 C_0^2}$$

Stavljajući u jednadžbi $\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_0$ »realno jednako realnom« i »imaginarno jednako imaginarnom« dobili bismo [uz upotrebu relacije (276)]:

$$R = \frac{G}{G^2 + \omega^2 C_0^2} \approx \frac{G}{\omega^2 C_0^2} \quad (277)$$

$$C = C_0 \cdot \left(1 + \frac{G^2}{\omega^2 C_0^2}\right) = C_0 \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \delta) \approx C_0 \quad (278)$$

A s ovim relacijama, kao i s relacijom $\operatorname{tg} \delta = R\omega C$, korespondentnom relaciji (276), može se postavljeni problem smatrati riješenim.

Sličan je problem transfiguracije serijske kombinacije R i L po sl. 309.a) u paralelni spoj sa R_0 i L_0 po sl. 309.b). Neka su $X = L\omega$ i $X_0 = L_0\omega$ induktivitetima L i L_0 pripadni prazni otpori, te neka su $\mathcal{Z}$ i $\mathcal{Z}_0$ kompleksni otpori spojeva po sl. 309.a) i 309.b). Stavljajući $1/\mathcal{Z}_0 = 1/\mathcal{Z}$ i postupajući slično kao malo prije dobili bismo konačno za prelaz sa serijskog spoja na paralelni:

$$R_0 = \frac{R^2 + X^2}{R} \quad (279) \quad X_0 = \frac{R^2 + X^2}{X} \quad (279')$$

Primjeri: a) Kondenzator kapaciteta $10 \mu\text{F}$ i kuta gubitaka $\delta = 0,02$ radijana (ili $\delta^\circ = 1^\circ 9'$) priključen na napon od $E = 220 \text{ V}$ i $f = 50 \text{ Hz}$ trošio bi učin: $N = 220^2 \cdot 314 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 0,02 = 3,04 \text{ W}$ i u njemu bi se sekundno stvarala toplina $Q_1 = 0,24 \cdot N = 0,73 \text{ cal}$. On bi se mogao nadomjestiti savršenim kondenzatorom od $10 \mu\text{F}$ premoštenim otporom $R_0 = E^2/N = 16000 \Omega = 0,016 \text{ M}\Omega$ (komu bi odgovarao odvod $G = 0,0000625 \text{ S} = 62,5 \mu\text{S}$); b) Svitak sa $R = 8 \Omega$ i $X = 6 \Omega$ mogao bi se nadomjestiti paralelnim spojem radnog otpora $R_0 = 12,5 \Omega$ i induktivnog otpora $X_0 = 16,7 \Omega$.

44. Dalje ćemo simboličkom metodom izvesti formulu $R_0 \approx L/CR$, anticipiranu u E-27. Po formuli $\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_1 \mathcal{Z}_2 / (\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2)$, stavljajući za obje grane spoja po sl. 287. vrijednost $\mathcal{Z}_1 = R + j\omega L$ i $\mathcal{Z}_2 = -j/C\omega$, dobili bismo:

$$\mathcal{Z} = \frac{(R + j \cdot L \omega) \cdot \left(-j \cdot \frac{1}{C \omega}\right)}{R + j \cdot \left(L \omega - \frac{1}{C \omega}\right)}$$

a odatle, pretpostavljajući ispunjen uvjet resonancije $L\omega - 1/C\omega = 0$ i aproksimirajući za slučaj R vrlo malenoga prema $L\omega (= 1/C\omega)$, te zamjenjujući $\mathcal{Z}$ sa R_0 , imali bismo dalje: $R_0 = (L\omega : C\omega)/R$, dakle konačno $R_0 \approx L/CR$ kao u E-27.

45. Treba li izračunati kompleksnom otporu $\mathcal{Z} = R + jX$ pripadnu kompleksnu vodljivu vrijednost u obliku $\mathcal{Y} = G - jB = 1/\mathcal{Z}$, uvedenu već u E-19., ne smije se staviti naprosto $1/R$ za G i $1/X$ za B nego se mora računati ovako:

$$\mathcal{Y} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{(R + jX)(R - jX)} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \cdot \frac{X}{R^2 + X^2}$$

Iz toga odmah slijede relacije:

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad (280)$$

$$B = \frac{X}{R^2 + X^2} \quad (280')$$

46. U simboličkoj metodi učin N ne smije se računati kao $\mathcal{E}\mathcal{I}$. Ta prividna iznimka prema izrazu $N = EI$ kod istosmjernih struja postat će razumljiva ako se uzme u obzir da je kod izmjeničnih struja pravi učin N »srednja« vrijednost koja ni nema reprezentanta u simbolici. Niti uzimajući u obzir samo realni dio produkta $\mathcal{E}\mathcal{I} = E \cdot \|\varphi_1\| \cdot I \cdot \|\varphi_2\| = EI \cdot \|\varphi_1 + \varphi_2\| = EI \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \cdot EI \sin(\varphi_1 + \varphi_2)$ ne bi se dobilo N . Izraz $N = EI \cos \varphi = EI \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ se istom dobiva množeći jednu od veličina $\mathcal{E}$ ili $\mathcal{I}$ s konjugirano kompleksnom veličinom $\mathcal{I}^K$ ili $\mathcal{E}^K$ druge veličine $\mathcal{I}$ ili $\mathcal{E}$ i uzimajući realni dio rezultata; imaginarni dio, bez obzira na predznak, predstavlja prazni učin $N' = EI \sin \varphi = EI \sin(\varphi_1 - \varphi_2)$. Simbolički se to naznačuje relacijama:

$$N = \text{Re}(\mathcal{E}\mathcal{I}^K) = \text{Re}(\mathcal{E}^K\mathcal{I}) \quad (281)$$

$$N' = \text{Im}(\mathcal{E}\mathcal{I}^K) = \text{Im}(\mathcal{E}^K\mathcal{I}) \quad (282)$$

47. Kao posljednju primjenu taknimo posve kratko vrlo opširno područje *mostova izmjenične struje*. Od općenitog Wheatstoneova mosta za istosmjerne struje po sl. 93. uz B-64. sa četiri stranice otporâ R_1 do R_4 i dvije »dijagonale«, od kojih u jednu dolazi izvor struje u obliku baterije, a u drugu nulinstrument u obliku galvanometra, lako je doći na općeniti Wheatstoneov most za izmjenične struje. Treba samo u stranicama mosta zamisliti općenito ma kakve kompleksne otpore $\mathcal{Z}_1$ do $\mathcal{Z}_4$, na pr. serijske kombinacije $R_1-L_1-C_1$, $R_2-L_2-C_2$, $R_3-L_3-C_3$

i R_4 - L_4 - C_4 kao u sl. 310., a u diagonalama izvor izmjeničnih struja $\sim$ (zujalo, mrežu izmjeničnog napona itd.) i nulinstrument N za izmjenične struje (telefonska slušalica, vibracioni galvanometar, itd.).

Telefonske su slušalice dakako prikladne samo kod struja tonskih frekvencija, najbolje onih od 800 do 1000 Hz, jer slušalice na te struje najosjetljivije reagiraju i uho je za tonove tih visina najosjetljivije (kod niskih frekvencija određivanja nule struje slušalicom već je premalo precizno). Kod 50 Hz osobito se mnogo upotrebljavaju vibracioni galvanometri »s iglom«; no ima i vibracionih galvanometara »s petljom«, resonantno osjetljivih i za mnogo više frekvencije (više o izvorima mjernih izmjeničnih struja i o nulinstrumentima kod mjerenja s tim strujama u E. M.).

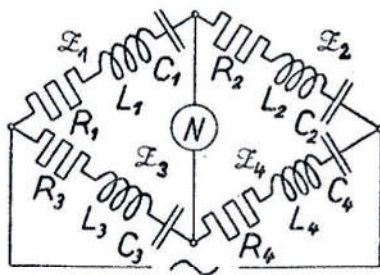
Budući da u simboličkoj metodi vrijede zakoni razgranjivanja istoga oblika kao kod istosmjernih struja, vrijedit će po analogiji s relacijom ravnotežja $R_1 : R_2 = R_3 : R_4$ ili $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$. Wheatstoneova mosta za istosmjerne struje za most po sl. 310. uvjet ravnotežja: $\mathcal{Z}_1 \cdot \mathcal{Z}_4 = \mathcal{Z}_2 \cdot \mathcal{Z}_3$, koji možemo uz $X_1 = L_1\omega - 1/C_1\omega$, itd. također pisati:

$$(R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3) \quad (283)$$

Ova se relacija, po pravilu o jednakosti realnih dijelova međusobno i imaginarnih međusobno, može rastvoriti u dvije:

$$R_1R_4 - X_1X_4 = R_2R_3 - X_2X_3 \quad (I) \quad R_1X_4 + X_1R_4 = R_2X_3 + X_2R_3 \quad (II)$$

No to su samo dvije relacije između osam veličina, što znači da je problem Wheatstoneova mosta u najopćenitijem obliku u velikom stepenu neodređen.



Sl. 310.

Da ga učinimo određenijim, postavljajmo nuzgredne uvjete. Zahtijevajmo na pr. da most po sl. 310. ostane u ravnotežju i kod istosmjerne struje (uz kratko spojene kondenzatore u sve četiri grane i uz praktički nepromijenjene iznose R_1 do R_4 radnih otpora kod istosmjerne i izmjenične struje, t. j. uz zanemariv skin-efekt i sl.); to bi dalo dodatni uvjet $R_1R_4 = R_2R_3$. Time bi se u (I) prvi član lijevo i prvi član desno ukidali, pa bi ostala relacija: $X_1X_4 = X_2X_3$. Iz $R_1R_4 = R_2R_3$ vidimo da se kvocijenti

R_1/R_2 i R_3/R_4 mogu staviti jednakima nekoj konstanti k ; a slično su zbog $X_1X_4 = X_2X_3$ i kvocijenti X_1/X_2 i X_3/X_4 jednaki nekoj konstanti k' . Tako se može pisati: $R_1 = kR_2$, $R_3 = kR_4$, $X_1 = k'X_2$, $X_3 = k'X_4$. Ako bismo ovo posljednje stavili u (II) i uredili, dobili bismo:

$$(k - k') \cdot R_2X_4 = (k - k') \cdot X_2R_4$$

što nakon kraćenja sa $(k - k')$ daje: $R_2/R_4 = X_2/X_4$. No s jedne strane R_2/R_4 zbog $R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ jednako je R_1/R_3 , a s druge strane zbog $X_1X_4 = X_2X_3$ je X_2/X_4

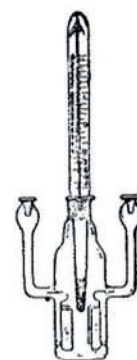
jednako X_1/X_3 , pa kao uvjet da most bude u ravnotežju istodobno za izmjeničnu i konstantnu istosmjernu struju dobivamo:

$$R_1/R_3 = R_2/R_4 = X_1/X_3 = X_2/X_4$$

ili također:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{X_1}{X_2} = \frac{X_3}{X_4} = \frac{L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega}}{L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega}} = \frac{L_3\omega - \frac{1}{C_3\omega}}{L_4\omega - \frac{1}{C_4\omega}} \quad (284)$$

48. Primijenimo dobiveni rezultat na najvažnije specijalne slučajeve mostova izmjenične struje, kojih ima vrlo mnogo varijanata. Uzmimo na pr. da ni u jednoj grani mosta nema kondenzatora, te da i induktiviteti otpadnu. Onda bi od (284) ostao samo uvjet $R_1 : R_2 = R_3 : R_4$ i most bi bio principno ekvivalentan onomu kod istosmjerne struje. Ipak se baš ovakvi mostovi upotrebljavaju i kod izmjeničnih struja, ma da bi se u prvi mah to moglo činiti suvišnim, kraj udobnijih u primjeni mostova s istosmjernom strujom. Radi se to naime kod mjerenja elektrolitičkih otpora. Kod njih bi kod upotrebe istosmjerne struje pojavi polarizacije na elektrodama uronjenima u elektrolitičku tekućinu bitno pomrsili odnose i učinili mjerenje istosmjernom strujom posve nepouzdanim. Kod izmjeničnih struja, uz dovoljne mjere opreza, pojavi polarizacije uopće ne dolaze do izražaja. Osim mjerenog elektrolitičkog otpora u prvoj grani (to bi bila na pr. posuda po sl. 311. s dvije platinene elektrode u tekućini kojoj treba mjeriti električku vodljivost) morala bi dakako i ostala tri otpora mosta biti »neinduktivni« i »nekapacitivni«, dakle na prikladan način konstruirani (E. M.). Omjer $R_3 : R_4$ mogao bi se udešavati i na kliznoj žici, kao kod mosta istosmjerne struje iz B-45. po sl. 79. Da se odredi vodljivost istraživane tekućine, dosta bi bilo usporediti otpore izmjerene kod posude po sl. 311. jednom napunjene tom tekućinom i drugiput tekućinom poznate vodljivosti (na pr. otopine neke soli posve određene koncentracije; E. M.). Kako specifički otpor i vodljivost elektrolita jako variraju s temperaturom, prvi opadajući i druga rastući kod povišenja temperature, dodan je posudi iz sl. 311. i precizan termometar. Također se mjere izmjeničnim strujama i »otpori uzemljenja« (B-70. i B-71.), no tu se pored mjerenog uzemljenja moraju načiniti još dva »pomoćna uzemljenja« (E. M.).

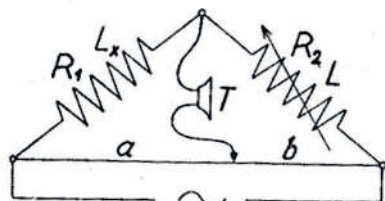


Sl. 311.

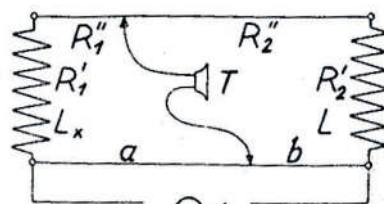
49. Neka sad u trećoj i četvrtoj grani mosta budu čisti radni otpori (kod sheme po sl. 312. bili bi to dijelovi a i b klizne žice), a u prvoj i drugoj neka budu svici sa R_1 i L_1 , odn. R_2 i L_2 . Ako su $L_1 = L_x$ nepoznati induktivitet i $L_2 = L$ poznati varijabilni (po sl. 189. iz C-136.), most u sl. 312. može bez daljega poslužiti za mjerenja induktiviteta L_x . Po (284) tu su međutim potrebna dva udešavanja, jedno u obliku pomicanja pomičnog kontakta na kliznoj žici i drugo u obliku vari-

ranja induktiviteta L ; prvim se udesi $R_1 : R_2 = R_3 : R_4 = a : b$, drugim $L_1 : L_2 = L_x : L = R_1 : R_2$. Samim jednim udešavanjem postigao bi se umjesto potpune nule struje u nulinstrumentu (na pr. slušalici T) tek neki više ili manje slabo izraženi minimum.

Ako $L_2 = L$ nije promjenljivo, može se ipak mjeriti. Samo u tom slučaju treba po sl. 313. dodati još jednu »dodatnu« kliznu žicu, na kojoj se pripadnim pomičnim kontaktom omjer otpora R_1'' i R_2'' obaju njezinih dijelova udesi da R_1'' zajedno s otporom R_1' istraživanog svitka dade takav otpor $R_1 = R_1' + R_1''$



Sl. 312.

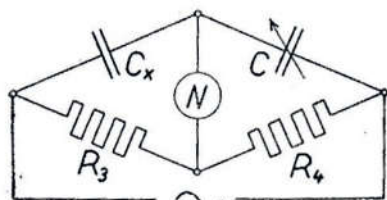


Sl. 313.

prve grane mosta i R_2'' zajedno s otporom R_2' svitka poznatog induktiviteta takav otpor $R_2 = R_2' + R_2''$ druge grane, da omjer $R_1 : R_2$ odgovara omjeru $L_x : L$, prema kojemu se omjeru udesi i omjer $a : b$ pomičnim kontaktom na »glavnoj« kliznoj žici. Onda slušalica T potpuno šuti. Kod obje je dakle varijante mosta za mjerenja induktiviteta uvjet nule struje:

$$L_x : L = R_1 : R_2 = R_3 : R_4 \quad (285)$$

50. Neka je dan konačno most po sl. 314. sa dva savršena kondenzatora u prve dvije grane i s radnim otporima R_3 i R_4 u druge dvije grane. Po (284) ovakav će most moći poslužiti za uspoređivanje nekoga nepoznatog kapaciteta $C_1 = C_x$ s nekim poznatim $C_2 = C$, dakle za mjerenja kapaciteta. U ovom slučaju dovoljno je samo jedno udešavanje. Tako bi kod fiksno C trebalo samo omjer $R_3 : R_4$ otporâ R_3 i R_4 treće i četvrte grane (ili kod klizne žice omjer $a : b$ pripadnih odsječaka a i b) tako udesiti da on, u skladu sa (284), postane jednak omjeru $1/C_x \omega : 1/C \omega$, ili također da bude:



Sl. 314.

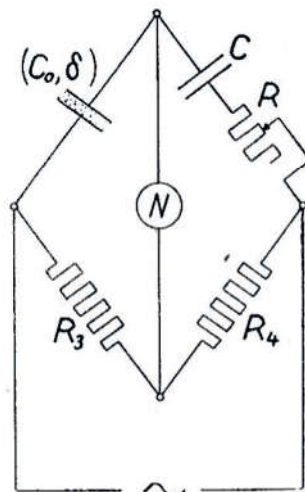
$$C_x = C \cdot \frac{R_4}{R_3} = C \cdot \frac{b}{a} \quad (286)$$

A kod fiksno $R_3 : R_4$ ravnotežje bi se udešavalo iznosom poznatog kapaciteta C , koji bi se u tu svrhu po sl. 314. uzeo varijabilan.

Kod kondenzatora s nešto više gubitaka primijenit će se umjesto jednostavnog spoja po sl. 314. spoj *Wienova mosta* po sl. 315. Kod »jednakokrakog« Wienova mosta, t. j. uz $R_3 = R_4$, kod postignutoga ravnotežja udešavanjem iznosâ R i C u drugoj grani, nesavršeni kondenzator (C_0, δ) u prvoj grani ekvivalentan je serijskom spoju R - C druge grane, pa se mogu primijeniti formule (277) i (278), te relacija $\tan \delta = R\omega C$ iz E-43. A nije teško ni izvesti formule uz $R_3 \neq R_4$.

51. Od ostalih mostova izmjenične struje, koji mjesto jednostavnih L - R - C -kombinacija kao u sl. 310. imaju u pojedinim granama paralelne ili još zamršenije spojeve različitih elemenata i služe za najrazličitija mjerenja, vrijedni su spomena naročito *Maxwellov* most za uspoređivanje L sa C , *Scheringov* most prikladan osobito za visokonaponska ispitivanja nesavršenih kondenzatora, *Robinsonov* most za mjerenja frekvencije izmjeničnih struja i dr. (E.M.).

U gore poblje razmatranim mostovima po (285) i (286) za mjerenja radnih otpora, induktiviteta i kapaciteta ispadala je kraćenjem veličina ω iz uvjeta ravnotežja. Općenito se međutim ω iz (284) ne će dati ukloniti, što znači da će se kod zamršenih mostova događati da uvjet ravnotežja bude zadovoljen samo za jednu određenu kružnu frekvenciju ω , odn. numeričku f , t. j. da će na pr. slušalica šutiti kod određene frekvencije sinusoidne struje i ne će šutiti kod ostalih (na tomu se i osnivaju mjerenja frekvencije Robinsonovim mostom). No to dalje znači da kod izvjesnih mostova pri upotrebi nesinusoidnih mjernih struja, dakle po E-9. smjesa struja različitih frekvencija f , $2f$, $3f$, itd., kakve na pr. daju primitivna zujala u obliku malih induktora, ne će biti moguće proizvesti ravnotežje ni kod koje frekvencije. Ako bi se naime i postiglo ravnotežje za osnovni val frekvencije f , ono općenito ne bi bilo i ravnotežje za gornje valove viših frekvencija, tako da slušalica u takvom slučaju ne šuti nikada potpuno. Zbog toga se često zahtijeva da mjerne struje budu barem uglavnom sinusoidne.



Sl. 315.

52. Sad ćemo donijeti nekoliko jednostavnih primjera t. zv. *vektordiagrama* problema izmjeničnih struja. Povratimo se na predočivanja izmjeničnih problema »vektorskim slikama«, gdje su problemi bili rješavani uz pretpostavku čvrstih konkretnih uvjeta. Mi ćemo sada vektorsku metodu proširiti na općenitije probleme, gdje ćemo pojedine od zadanih veličina zamišljati kontinuirano *varijabilne*, pa će i rezultujuće veličine izlaziti također *varijabilne*. To znači da će rezultati predstavljati beskonačno mnogo rješenja s kontinuiranim prelazima, odn. da će geometrijsko mjesto krajeva pripadnih vektora biti kontinuirane linije, na pr. pravci, kružnice i sl. Baš te linije, koje predočuju variranja traženih veličina u ovisnosti od variranja zadanih uvjeta nekoga problema zovu se »vektordiagrami« ili »vektorski diagrami« toga problema.

Obično se kod vektordiagrama jedna od veličine $\mathcal{E}$ i $\mathcal{I}$ pretpostavlja konstantnom i traži se variranje one druge uz dano variranje izvjesnih elemenata proučavanoga spoja. Prema tomu da li se pita za variranja *struje* (uz stalan napon) ili variranja *napona* (uz stalnu struju) govori se jedamput o *vektordiagramu struje* i drugiput o *vektordiagramu napona*.

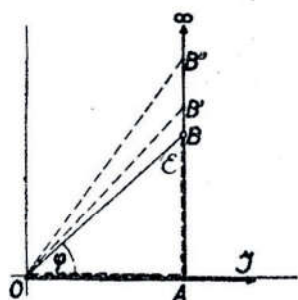
53. Budući da su vektordiagrami izvrsna pomagala u elektrotehnici (kod proučavanja motora, transformatora i sl.), mi ćemo se njima još detaljnije baviti. Zasad ćemo, za ilustraciju, uzeti samo njihove najjednostavnije slučajeve.

Konkretno govoreći razmotrit ćemo četiri slučaja vektordiagrama, i to: a) diagram *napona* $\mathcal{E}$ uz konstantnu struju $\mathcal{I}$ u potrošaču stalnoga R i promjenljivoga L , b) diagram *napona* $\mathcal{E}$ uz konstantnu struju $\mathcal{I}$ u potrošaču stalnoga L i promjenljivoga R , c) diagram *struje* $\mathcal{I}$ uz konstantan napon $\mathcal{E}$ u potrošaču stalnoga R i promjenljivoga L ; d) diagram *struje* $\mathcal{I}$ uz konstantan napon $\mathcal{E}$ u potrošaču stalnoga L i promjenljivoga R .

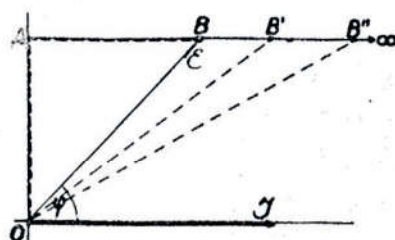
54. U slučaju a) stavit ćemo vektor struje $\mathcal{I}$ u povoljan smjer, na pr. po sl. 316. u smjer apscisne osi. Prema njemu nacrtat ćemo po relaciji:

$$\mathcal{E} = \mathcal{I} \cdot \mathcal{Z} = R \cdot \mathcal{I} + j\omega L \cdot \mathcal{I}$$

vektor napona kao geometrijsku sumu fiksnoga sumanda u obliku vektora $R\mathcal{I} = OA$, istoga smjera kao $\mathcal{I}$ i po iznosu jednakoga RI , i promjenljivoga sumanda $j\omega L \mathcal{I} = AB$, zakrenutoga (zbog faktora j) za $+90^\circ$ prema $\mathcal{I}$ i iznosom jednakoga ωLI . Krajnja točka napona $\mathcal{E} = OB$ ležat će dakle na poluzraci $A-B-B'-B''-\infty$,



Sl. 316.



Sl. 317.

koja će biti traženi vektordiagram za promatrani slučaj. Sa L rastućim od 0 prema ∞ pomicat će se B od početne točke A, preko B, B', B'', itd., prema neizmjereno dalekoj točki diagrama; istodobno će φ rasti od 0° prema 90° .

U slučaju b) polazeći od relacije $\mathcal{E} = \mathcal{I} \cdot \mathcal{Z} = j\omega L \cdot \mathcal{I} + R \cdot \mathcal{I}$ uz $\mathcal{I}$ povučeno po sl. 317. u smjeru apscisne osi predložili bismo napon kao geometrijsku sumu fiksnoga sumanda $j\omega L \mathcal{I} = OA$, iznosom jednakoga ωLI i zakrenutoga za $+90^\circ$ prema $\mathcal{I}$, i varijabilnoga sumanda $R\mathcal{I} = AB$, iznosa RI i smjera jednakoga sa $\mathcal{I}$, tako da bi se krajnja točka B dobivenoga napona $\mathcal{E} = OB$ kod variranja iznosa R od 0 do ∞ pomicala po poluzraci $A-B-B'-B''-\infty$ od A prema ∞ . Ta bi poluzraka predstavljala traženi diagram.

U oba gornja slučaja dobiveni diagrami mogli bi se, u prikladnom mjerilu, smatrati i diagramima prividnog otpora $\mathcal{Z}$, jer uz fiksno $\mathcal{I} = I$ je $\mathcal{Z}$ proporcionalno sa $\mathcal{E}$.

55. U slučaju c) stavili bismo po sl. 318. vektor napona $\mathcal{E}$ u smjer osi apscisa. Polaznu relaciju pisali bismo sada u obliku:

$$\frac{\mathcal{E}}{R} = \mathcal{I} + j \cdot \frac{\omega L}{R} \mathcal{I}$$

iz koga se smjesta razabire da vektor $\mathcal{E}/R = OA$, iznosa E/R i povučen u istom smjeru kao $\mathcal{E}$, predstavlja geometrijsku sumu vektora struje $\mathcal{I} = OB$, pomaknute natrag prema $\mathcal{E}$ a po tomu i prema $\mathcal{E}/R$ za neki kut φ , i vektora $j \cdot \frac{\omega L}{R} \mathcal{I} = BA$, iznosa $\omega LI/R$ i zakrenutoga za $+90^\circ$ prema $\mathcal{I}$, prema čemu je kut kod B pravi kut i krajnja točka vektora $\mathcal{I}$ leži na polukrugu OBA povučenom nad $OA = E/R$ kao diametrom. Taj je polukrug traženi diagram struje u danom slučaju. Kod variranja induktiviteta L od 0 prema ∞ pomicalo bi se B po diagramu u smislu A-B-B'-B''-O, i istodobno bi φ raslo od 0° prema 90° .

Napokon u slučaju d) stavili bismo po sl. 319. napon $\mathcal{E}$ i opet u smjer osi apscisa, no polaznu relaciju $\mathcal{E} = \mathcal{I} \cdot (R + j\omega L)$ preudisili bismo dijeljenjem sa $j\omega L$ (= množenjem sa $-j/\omega L$) u izraz:

$$-j \frac{\mathcal{E}}{\omega L} = \mathcal{I} - j \frac{R}{\omega L} \cdot \mathcal{I}$$

koji lijevo sadrži vektor $-j\mathcal{E}/\omega L = OA$, iznosa $E/\omega L$ i zakrenut za -90° prema $\mathcal{E}$; taj vektor po spomenutoj relaciji mora biti jednak geometrijskoj sumi vektora $\mathcal{I} = OB$ struje za kut φ natrag pomaknutog prema $\mathcal{E}$ i nekoga vektora $-jR\mathcal{I}/\omega L = BA$, iznosa $RI/\omega L$ i zakrenutoga za -90° prema $\mathcal{I}$. To znači da krajnja točka vektora $\mathcal{I}$ mora ležati na polukrugu povučenom nad $OA = E/\omega L$ kao diametrom. Taj polukrug predstavlja traženi diagram. Kod variranja radnog otpora R od 0 prema ∞ pomicalo bi se B po diagramu u smislu A-B''-B'-B-O i pripadni kut φ opadao bi od 90° prema 0° .

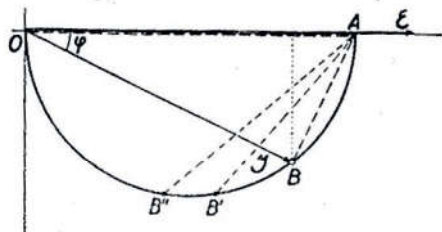
Dobivena dva »kružna« diagrama na sl. 318. i 319. mogla bi se, u prikladnom mjerilu, uzeti za diagrame »prividne vodljive vrijednosti« $\mathcal{Y} = 1/\mathcal{Z}$, jer je ova uz fiksni napon $\mathcal{E} = E$ razmjerna struji $\mathcal{I}$.

56. Da se vidi, kako se iz ovakvih diagrama dadu neposredno pročitati zanimljivi zaključci, koji bi se inače mnogo teže izveli, razmotrimo u sl. 319. projekciju OC vektora $\mathcal{I} = OB$ u smjer vektora $\mathcal{E}$. Ta je projekcija po veličini jednaka $I \cdot \cos \varphi$, pa kako je kod diagrama po sl. 319. uzeto $\mathcal{E} = E$ stalno, ona je razmjerna učinku $N = EI \cos \varphi$, t. j. u prikladnom mjerilu ta projekcija upravo predoduje učin N . Po sl. 319. ta projekcija može postati najviše jednaka OC'', t. j. jednaka polumjeru kruga s promjerom $E/\omega L$. Tako je $OC'' = E/2\omega L$, pa za pripadni maksimalno mogući učin N_0 vrijedi:

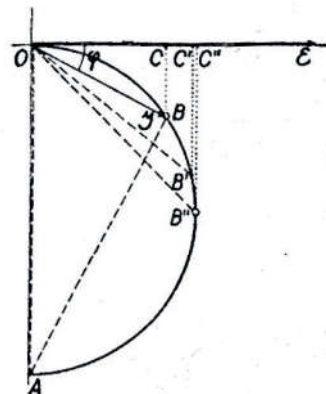
$$N_0 = E \cdot OC'' = E \cdot \frac{E}{2\omega L} = \frac{E^2}{2\omega L}$$

i taj N_0 postizava se kod $\varphi = 45^\circ$ ili $R = L\omega$, t. j. kad radni otpor R , varirajući od 0 prema ∞ , dostigne iznos praznoga (kod manjih R je N usprkos veće struje manje od N_0 zbog velikoga φ i po tomu malenoga $\cos \varphi$, kod većih R postaje φ manji i $\cos \varphi$ povoljniji, no struja je već slabija).

Vektorski diagrami slični onima po slikama 316. do 319. za serijske R - L -kombinacije uz razne pretpostavke dobili bi se dakako i za serijske R - C -kombinacije uz analogne pretpostavke. Samo rasporedaji vektora izlaze onda nešto drukčiji, na pr. kod R - C -diagrama struje pri stalnom naponu uz promjenljivo C dolazi $\mathcal{I}$ -polukrug iznad apscisne osi (zrcalno polukrugu u sl. 318. ispod te osi), a uz promjenljivo R i opet iznad apscisne osi (zrcalno polukrugu u sl. 319. ispod te osi).



Sl. 318.



Sl. 319.

Treba još upozoriti na mogućnosti da se na diagramima učine očitljivima i druge veličine, osim iznosa i faznog kuta napona (ako je struja stalna) ili struje (ako je napon stalan), što se sve može razabrati iz uputa i rezultata uz vj. 167. i 168. i pripadne sl. 368., te onih uz vj. 169. i sl. 369. Glede R -skale na makojoj paraleli s apscisnom osi $PA_0AA_1\dots$ dodajmo još da dijelu PA' te skale odgovara iznos $R=L\omega$, ako je OA' povučeno kroz B' , odn. pod kutom 45° prema ON .

Primjer: Koliki se najveći učin može izvući iz mreže napona 200 V svitkom radnog otpora $R' = 2\Omega$ i praznog otpora $X = 10\Omega$ regulirajući struju dodanim serijskim varijabilnim otporom R'' ? Mora se R'' naregulirati na 8Ω , tako da bude $R' + R'' = X = 10\Omega$. Pripadni maksimalni učin bio bi: $N = 200^2/20 = 2000$ W (za pokus izračunati običnim načinom iznose N za različite iznose R'' i nacrtati krivulju $N = f(R'')$; ta bi krivulja imala doista maksimum kod $R'' = 8\Omega$).

II) POLIFAZNI SUSTAVI IZMJENIČNIH STRUJA

Trofazni i dvofazni sustavi. Simetrični i nesimetrični polifazni sustavi. Prstenasta i zvjezdana vezanja. Nulvodič. Linijske i fazne veličine. Gubici napona u polifaznim vodovima. Učin kod trofaznih i dvofaznih sustava: balansirani i nebalansirani sustavi. Mjerenja učina trofaznih sustava. Utjecaji nesimetričnosti kod trofaznih sustava, pomicanja nultoeke zvjezdanog potrošača. Općenita rješenja nesimetričnih opterećenja (s primjenama). Nesimetrični trofazni sustavi (nulta, direktna i inverzna komponenta).

57. Kudikamo veću važnost nego pojedinačne *jednofazne* izmjenične struje postigli su na području jake struje sustavi od više međusobno na određeni način fazno pomaknutih izmjeničnih struja, t. zv. *polifazni* ili *višefazni* sustavi.

Od višefaznih sistema, koji mogu biti na pr. dvofazni, trofazni, šestrofazni i sl., praktički gotovo isključivo prevladavaju trofazni; dvofazni su već iščeznuli iz prakse, no iznimno se ipak još susreću kao pomagalo kod stanovitih funkcija u nekim jednofaznim napravama i strojevima. A šestrofazni i dvanaesterofazni dolaze u nekim strojevima i aparaturama, te se mogu jednostavno izvesti iz trofaznih, i po tomu i vezati s trofaznim mrežama. Pozabavit ćemo se u ovom odsječku poglavito trofaznima, i donekle dvofaznima sustavima.

Kod trofaznih *simetričnih* sinusoidnih sustava naponâ radi se o tri napona $\mathcal{E}_1$ do $\mathcal{E}_3$ s istom efektivnom vrijednošću E' , odn. istom tjemnom vrijednošću $E'_m = E' \sqrt{2}$, no takva da je svaki napon fazno pomaknut za 120° ili $2\pi/3$ (= za trećinu perioda) prema prethodnom. Numeriraju li se naponi, kako se to normalno čini, da spomenuti fazni pomaci budu zaostajanja u fazi, pripadne momentane vrijednosti e_1 do e_3 bit će prema gornjem:

$$\left. \begin{aligned} e_1 &= E' \sqrt{2} \cdot \sin \omega t \\ e_2 &= E' \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3) \\ e_3 &= E' \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (287)$$

Kod dvofaznih sustava radi se o dva napona $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$, od kojih drugi fazno zaostaje za prvim za 90° ili $\pi/2$ (= za četvrt perioda), tako da kod istog efektivnog iznosa E obaju napona i kod početka brojenja vremena u momentu nultočke drugoga napona, za pripadne momentane iznose vrijedi:

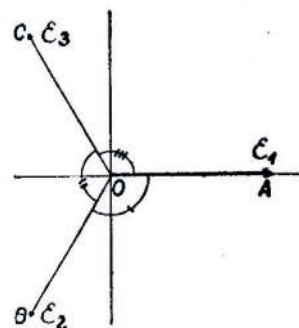
$$\left. \begin{aligned} e_1 &= E \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \pi/2) \\ e_2 &= E \sqrt{2} \cdot \sin \omega t \end{aligned} \right\} \quad (288)$$

Vektorski predložen je trofazni sustav (287) na sl. 320., a dvofazni sustav (288) na sl. 321. Simbolički bi se pak, uz upotrebu faktora a^2 i a za karakterizaciju vektorskih zakreta za $-2\pi/3$ i $-4\pi/3$ (= $+2\pi/3$) u smislu razmatranja iz E-37., sustav (287) naznačio simbolima (uz $a = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, i po tom $a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$):

$$\mathcal{E}_1 = E' \quad \mathcal{E}_2 = a^2 \cdot \mathcal{E}_1 = a^2 \cdot E' \quad \mathcal{E}_3 = a \cdot \mathcal{E}_1 = a \cdot E'$$

Slično bi se dvofazni sustav (288), obzirom na značenje faktora j u simboličkoj metodi, predložio naponima: $\mathcal{E}_1 = j \cdot \mathcal{E}_2 = j \cdot E$ i $\mathcal{E}_2 = E$.

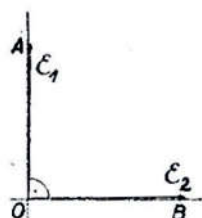
58. Trofazni sustav (287) primjer je *simetričnog* višefaznog sustava. Simetričnima se zovu uopće višefazni sustavi od m »veličina« ili m »faza«, ako su te veličine po efektivnom iznosu jednake i razlika je faza između ma koje dvije veličine što slijede jedna za drugom uvijek ista, naime jednaka $2\pi/m$ (ili m -tom dijelu pu-



Sl. 320.

noga kuta). Pripadni vektorski prikaz predstavlja pravilnu zvijezdu od m jednako dugih vektora s krakovima razmaknutima za m -ti dio punoga kuta (v. sl. 320. za $m = 3$).

Ako pak ma i jedan od obiju uvjeta simetrije, naime uvjeta jednakosti iznosa i uvjeta jednakosti razlika faza između ma koje dvije veličine što slijede jedna za drugom, nije ispunjen, sustav se smatra *nesimetričnim*. Nesimetričan je dakle,



sl. 321.

unatoč jednakosti efektivnih iznosa, dvofazni sustav (288) po sl. 321., jer kod njega drugi napon zaostaje prema prvom za četvrtinu perioda, dok prvi zaostaje prema drugom za tri četvrtine perioda (drukčije izraženo: e_2 postizava svoja maksima itd. četvrt perioda kasnije nego e_1 , no e_1 postizava ponovno maksima itd., tri četvrtine perioda poslije momenata kad je e_2 imalo maksima, itd.); nesimetrija je očita i na sl. 321. S druge strane nesimetričan bi trofazni sustav činila već tri napona nejednakih iznosa

makar razlika faza od jednoga do drugoga i ostala $2\pi/3$, ili tri napona jednakih iznosa uz nejednake pomake faza između susjednih napona. A pogotovo bi nesimetričan bio trofazni sustav s obje nesimetrije.

U praksi se najčešće susreću *simetrični* trofazni, šesterofazni itd. sustavi, a od *nesimetričnih* dvofazni s obje veličine barem iznosom jednake, pa ćemo i u razlaganjima što slijede do daljega pretpostavljati takve sustave. Na nesimetrije, koje se često neželjeno uspostave, na pr. kao posljedice nesimetrija u opterećenjima pojedinih faza, osvrnut ćemo se poslije početnih općenitih razmatranja.

59. Teorijski bi, slično kao u C-63. za jednofazne napone, bilo najjednostavnije zamišljati da se izvjesni višefazni sustav napona proizvodi vrteći kutnom brzinom ω u homogenom magnetskom polju kombinaciju od onoliko međusobno jednakih svitaka koliko sustav ima faza. Ti bi svici morali biti pričvršćeni na istu osovinu i morali bi biti tako raspoređeni da bi njihove ravnine međusobno zatvarale određene kuteve, koji bi odgovarali razlikama faza između pripadnih napona. Specijalno bi se dakle trofazni sustav napona proizveo s tri međusobno neovisna svitka priklonjena pod kutevima $2\pi/3$ ili 120° , a dvofazni s dva svitka jedan na drugi okomita. Očito bi naime napon induciran na pr. u drugom svitku trofaznog sustava zaostajao fazno za trećinu perioda prema onomu induciranom u prvom svitku, ako bi smisao vrtnje bio takav da bi drugi svitak došao nakon trećine okretaja na mjesto prvoga, itd.

Praktički se polifazni sustavi napona redovito proizvode strojevnim sinhronim polifaznim generatorima, kod kojih se naponi induciraju, baš kao i jednofazni naponi kod jednofaznih sinhronih generatora spomenutih u E-2., u armaturnim namotajima na »statoru« stroja, komu »rotor« u obliku polnog kotača s općenito p pari polova rotira kutnom brzinom ω/p . U tom slučaju vrijedi za frekvenciju $f = \omega/2\pi$ dobivenih napona, kao i kod jednofaznih strojeva, relacija $f = np/60$ iz E-2. A da bi se osigurali predviđeni fazni pomaci između pojedinih proizve-

denih faznih napona, dosta je pojedine fazne namotaje na statoru porazmjestiti prostorno razmaknuto za onoliko električkih gradi koliko odgovara pripadnim faznim pomacima. Prema tomu polifazni se generatori ne razlikuju od jednofaznih osim što na statoru umjesto jednoga armaturnog namotaja imaju broju faza korespondentni broj posve jednakih namotaja smještenih prostorno međusobno pomaknuto za onoliko električkih gradi koliko odgovara faznim pomacima između pojedinih napona višefaznog sustava (dakle kod trofaznih generatora stator bi imao tri namotaja u razmacima od 120 električkih gradi). Tako isti magnetski N- i S-polovi jednog jedinog polnog kotača stroja induciraju napone svih m namotaja m -faznog generatora, pa ovaj time u neku ruku ujedinjuje u sebi m jednofaznih generatora, koji bi pojedince proizvodili svaki po jedan napon m -faznog sustava. A kako svaki namotaj ima dva kraja, početak i svršetak, to polifazni generator možemo prvobitno zamišljati s dvaput onoliko statorskih priključaka koliko ima faza, dvofazni dakle sa četiri (dva početka i dva svršetka dvaju namotaja) i trofazni sa šest (tri početka i tri svršetka triju namotaja). A tek sekundarno je da se u praksi pojedini priključci spoje na zajedničke stezaljke, kako ćemo odmah vidjeti. O polifaznim generatorima govorit ćemo više uostalom kasnije (kod sinhronih strojeva).

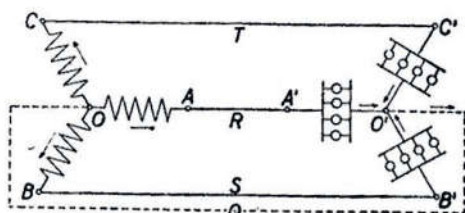
Kako vidimo, svaki se napon polifaznog sustava proizvodi u posebnom namotaju, pa kad bismo htjeli polifazni sustav struja voditi na pr. do motora, sijalica i sl., mogli bismo za svaku »fazu« uzeti dva vodiča, jedan za »tamo« i jedan za »natrag«. Kod trofaznog sustava trebalo bi dakle svega 6 vodiča, kod dvofaznoga 4 vodiča, općenito kod m -faznoga $2m$ vodiča.

No toliki bi broj vodiča bio potreban samo onda, ako bi se htjelo upotrebljavati svaku fazu posve neovisno od ostalih. U tom slučaju imali bismo *nevezani* polifazni sistem. Ako naprotiv, kako se to u praksi redovito i čini, dopustimo da jedan vodič može služiti i za više nego li jednu fazu, ako dakle stručno izraženo pojedine faze »električki povežemo«, onda se u takvom sustavu, koji se zove *vezani* polifazni sistem, broj vodiča daje uvijek reducirati. Brzo ćemo konkretno razabrati da kod *simetričnih* m -faznih sustava umjesto $2m$ vodiča dostaje m vodiča, a kod *nesimetričnih* m -faznih umjesto $2m$ vodiča da treba samo $m + 1$ vodiča. Specijalno kod trofaznog sustava dovoljno je onda upotrebiti 3 vodiča, a kod dvofaznoga, koji je nesimetričan, svega $2 + 1$ vodič, dakle i opet 3 vodiča.

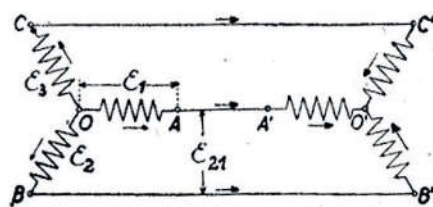
61. U pogledu načina kojim se mogu električki povezati faze nekoga polifaznog sustava postoji više mogućnosti. Dva glavna načina jesu: a) *zvjezdani spoj* namotaja pojedinih faza generatora ili potrošača, kod koga se »počeci« svih namotaja pojedinih faza spoje u jednu točku, zvanu »zvjezdište« ili »čvorište« ili »neutralna točka«, a vodiči *od* generatora ili *do* potrošača priključe se na »svršetke« tih namotaja; b) *prstenasti* ili *poligonalni spoj* (kod trofaznih sistema specijalno *trokutni spoj*), koji nastaje tako da se na »svršetak« prvog svitka ili otpora nadoveže »početak« idućega, na »svršetak« ovoga »početak« daljega po redu, itd., dok se konačno tim načinom stvarani »prsten« (»mnogokut«, »poligon«) ne zatvori veza-

njem svršetka zadnjega s početkom prvoga svitka ili otpora; vodiči *od* generatora ili *do* potrošača priključe se onda na spojna mjesta dvaju i dvaju dijelova prstena, odn. vrhove mnogokuta od m stranica; konačno dolaze još c) kombinacije obaju spomenutih spojeva, na pr. da recimo trofazni generator može biti spojen »u zvijezdu«, a njegov potrošač u »trokut«, da kod više na istu mrežu priključenih potrošača neki mogu biti spojeni u zvijezdu i neki u trokut, i sl.

62. U primjeru po sl. 322. zvjezdano spojenog izvora sa OA, OB i OC kao faznim namotajima i također zvjezdano spojenoga potrošača O'A', O'B' i O'C' (tri grupe sijalica) u prvi mah moglo bi se činiti da će biti potrebna četiri vodiča R, S, T i Q, a ne samo tri, kako smo malo prije tvrdili. Vodiči R, S, T bili bi vodiči »tamo«, a Q kao veza između nultochi O i O' izvora i potrošača bi bio vodič »natrag«, zajednički za struje svih triju faza. Struje kroz R, S i T neka su i_1 , i_2 i i_3 , a struja kroz Q neka bude i_0 . Dade se sada lako razabrati ovo: ako je trofazni sustav simetričan, što ćemo pretpostaviti supponirajući mu napone dane relacijama



Sl. 322.



Sl. 323.

(287), te ako je uz to još u svim fazama *jednoliko* ili *simetrično* opterećen (t. j. ako su u svakoj fazi potrošača ne samo po iznosu Z nego i po faznom kutu φ jednaki, a inače povoljni prividni otpori), onda postaje suvišan četvrti vodič Q, t. zv. *neutralni vodič* ili *nulvodič*, pa doista ostaju potrebna samo tri vodiča R-S-T. Drukčije rečeno: kod *simetričnih* i *simetrično opterećenih* trofaznih sustava, t. j. sustava kod kojih je ne samo efektivni iznos I' struja u svakoj fazi isti, nego je isti i eventualni pomak faza φ svake struje prema pripadnom naponu, struja će kroz neutralni vodič ili nulvodič u svakom momentu biti nula ($i_0 = 0$ za svako t), a prema tomu će i njezin efektivni iznos biti $I_0 = 0$. To znači da kroz neutralni vodič, makar on i postojao, uopće ne će teći struja, pa prema tomu ovoga vodiča u ovakvom slučaju uopće ni ne treba, te preostaje trofazni vod sa samo tri vodiča između izvora i potrošača kao na sl. 323. Još na jedan način izraženo mogli bismo reći da će uz navedene pretpostavke zvjezdišta ili nultochke O i O' izvora i potrošača biti trajno na istom potencijalu.

Za dokaz pomislimo da na momentane iznose struja kroz razgranište O' na sl. 322. primijenimo I. Kirchhoffov zakon razgranjivanja, kako ga izražava formula (89) iz B-32. To bi u našem slučaju dalo: $i_1 + i_2 + i_3 - i_0 = 0$ ili $i_0 = (i_1 + i_2 + i_3)$, pa da dokažemo da je kod simetričnoga i simetrično opterećenoga sustava u svakom momentu t struja $i_0 = 0$, treba samo dokazati da je suma

$i_1 + i_2 + i_3$ jednaka nuli za svako t . Kako naša tvrdnja vrijedi samo za simetrična opterećenja, t. j. uz supoziciju faznih struja $\mathcal{I}_1$ do $\mathcal{I}_3$ istoga efektivnog iznosa I' i istoga faznoga pomaka φ prema pripadnim naponima, možemo staviti za momentane iznose struja:

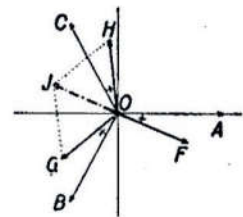
$$\left. \begin{aligned} i_1 &= I' \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi) \\ i_2 &= I' \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi - 2\pi/3) \\ i_3 &= I' \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (289)$$

Supstituirajući ove izraze u sumu $i_1 + i_2 + i_3$ i rastavljajući sinusne članove u izrazima za i_2 i i_3 po formuli za sinus diferencije dvaju kutova (kod i_2 ti kutevi neka budu $\omega t - \varphi$ i $2\pi/3$, kod i_3 pak $\omega t - \varphi$ i $4\pi/3$), dobili bismo konačno:

$$i_1 + i_2 + i_3 = I' \sqrt{2} \cdot \left[\sin(\omega t - \varphi) \cdot \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) - \cos(\omega t - \varphi) \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \right] = 0$$

dakle doista sumu $i_1 + i_2 + i_3$, a time i struju i_0 identički jednake nuli.

Do istog rezultata došli bismo brže vektorskim putem. Po sl. 324. neka su OA, OB i OC vektori faznih napona $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ i $\mathcal{E}_3$, a OF, OG i OH vektori pripadnih struja $\mathcal{I}_1$, $\mathcal{I}_2$ i $\mathcal{I}_3$ istog efektivnog iznosa I' i istog priklona φ (na sl. 324. jednostruko precrtani kutevi) prema $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ i $\mathcal{E}_3$. Tvrdnja da vektor struje $\mathcal{I}_0 = (\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \mathcal{I}_3)$ kroz nulvodič iščezava, izlazi na tvrdnju da je vektorska suma $\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \mathcal{I}_3$ jednaka nuli. Međutim po sl. 324. rezultantu drugoga člana OG = $\mathcal{I}_2$ i trećega OH = $\mathcal{I}_3$ te sume predstavlja vektor OJ iznosom jednak i smjerom suprotan vektoru OF = $\mathcal{I}_1$, tako da vektori OF i OJ daju rezultantu jednaku nuli, prema čemu je doista i $\mathcal{I}_0 = 0$.



Sl. 324.

63. Ako bismo imali nesimetrično opterećenje i ako bismo povukli i nulvodič Q kao na sl. 322., onda bi struja $\mathcal{I}_0$, sada različita od nule, imala prilike teći kroz nulvodič, te bi kod zanemariva otpora nulvodiča zvjezdišta O i O' ipak imala isti potencijal. Kod većih nesimetrija u opterećenju tekle bi nulvodičem i veće struje.

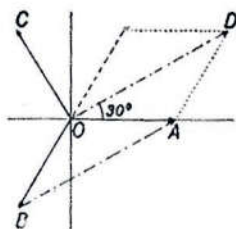
Ovakvi se »zvjezdani spojevi s nulvodičem« baš upotrebljavaju u slučajevima gdje se mogu očekivati nesimetrije opterećenja. Ako na pr. trofazni generator u zvjezdanom spoju hrani tri grupe sijalica također u zvjezdanom spoju (kao u sl. 322.), morat će se predvidjeti da se različite sijalice u pojedinim fazama mogu po volji iskapčati ili ukapčati, a da se ne moraju istodobno jednake sijalice i u jednakom broju iskapčati ili ukapčati i u ostale dvije faze. No iskapčanjem ili ukapčanjem sijalica samo u pojedinim grupama stvorit će se nesimetrije, pa odatle i potreba nulvodiča u takvim slučajevima. Međutim nesimetrije obično ne će biti jako velike, jer će se u praksi nastojati da sijalice na sve tri grupe budu po mogućnosti jednoliko raspoređene; zbog toga se nulvodiču Q u praksi obično daje i manji presjek q_0 nego

li faznim vodičima R-S-T; ako je prerez ovih potonjih q , uzima se prerez nulvodiča često $q_0 = q/2$.

Kad usprkos nesimetrija ne bismo povukli nulvodič, mogle bi (kako ćemo doskora vidjeti kod problema nesimetričnih opterećenja) nastupiti velike razlike potencijala između zvjezdišta O i O' generatora i potrošača i velike nejednakosti napona između krajeva pojedinih krakova potrošačke zvijezde, pa bi na pr. sijalice triju grupa neke zvijezde svijetlile vrlo nejednako, recimo u jednoj grupi preslabo (i time bi neekonomski radile) u drugoj prejako (i time bi brzo pregorile), i sl.

Prema svemu rečenom posve je suvišno povlačiti nulvodič kod simetričnih potrošača (na pr. trofaznih motora), i u takvim se slučajevima može uzeti »zvjezdani spoj bez nulvodiča« po sl. 323. A nije suvišan, nego je čak zbog sprječavanja nejednakosti napona poželjan, nulvodič kod nesimetričnih opterećenja, i u takvim će se slučajevima primijeniti »zvjezdani spoj sa nulvodičem« po sl. 322.

64. Neka je sad dan simetričan i simetrično opterećen zvjezdani spoj bez nulvodiča po sl. 323., pa postavimo pitanje: kakvi naponi će vladati između vodiča trofaznog voda (»linije«). Te napone $\mathcal{E}_{21}$, $\mathcal{E}_{32}$ i $\mathcal{E}_{13}$ zvat ćemo *linijskim* naponima i efektivnu ćemo im vrijednost bilježiti sa E (za razliku od napona $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ i $\mathcal{E}_3$ među krajnjim točkama faznih namotaja, koje smo već nazivali *faznim* i efektivne smo im vrijednosti bilježili sa E'). Slično ćemo razlikovati »linijske« struje (struje kroz pojedine vodiče trofaznog voda) $\mathcal{I}_{21}$, $\mathcal{I}_{32}$ i $\mathcal{I}_{13}$ od »faznih« struja (struja kroz pojedine namotaje trofaznog sustava) $\mathcal{I}_1$, $\mathcal{I}_2$ i $\mathcal{I}_3$, i efektivne ćemo vrijednosti prvih označivati sa I , a drugih sa I' .



Sl. 325

Lako je izvesti relacije koje vežu *linijske* i *fazne* veličine. Tako je specijalno kod zvjezdano spojenih trofaznih sustava linijski napon $\mathcal{E}_{21}$ (sl. 323.) jednak geometrijskoj diferenciji $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$ faznih napona $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$, odn. geometrijskoj sumi napona $\mathcal{E}_1$ i $-\mathcal{E}_2$, t. j. on je jednak vektoru OD, dakle i vektoru BA na sl. 325., gdje OA i OB predstavljaju $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$. Kako se vidi, linijski napon $\mathcal{E}_{21}$ ima fazni kut 30° , a njegov efektivni iznos E , predložen duljinom vektora OD (ili BA) je $\sqrt{3}$ -struko toliki kao efektivni iznos E' vektora faznih napona. Naime po kosinusu poučku primijenjenom na trokut OAD sa $OA = AD = E'$, $OD = E$ i $\sphericalangle OAD = 120^\circ$ vrijedi relacija:

$$E^2 = E'^2 + E'^2 - 2 \cdot E' \cdot E' \cdot \cos 120^\circ = 3E'^2$$

i prema tomu konačno: $E = E' \sqrt{3}$. Ako je na pr. $E' = 220\text{V}$ bit će $E = 381\text{V}$.

Naprotiv između linijskih i faznih struja kod zvjezdanog spoja očito nema razlike, jer iste struje teku kroz fazne namotaje i pripadne vodiče voda, tako da onda vrijedi i relacija jednakosti: $I = I'$.

Vrlo su pregledno predloženi gornji odnosi između faznih i linijskih veličina u sl. 326., gdje se linijski naponi $CB = \mathcal{E}_{32}$, $BA = \mathcal{E}_{21}$ i $AC = \mathcal{E}_{13}$ nadovezuju

u »trokut linijskih napona« opisan »zvijezdi faznih napona« $OA = \mathcal{E}_1$, $OB = \mathcal{E}_2$ i $OC = \mathcal{E}_3$; struje $\mathcal{I}_1$, $\mathcal{I}_2$ i $\mathcal{I}_3$, kod zvjezdanog spoja istodobno fazne i linijske, bit će istoga efektivnoga iznosa $I = E'/Z$ i istoga faznoga zaostajanja φ prema pripadnim faznim naponima uz pretpostavljeni simetrični trofazni sustav jednoliko opterećen kompleksnim otporima istoga iznosa Z i istoga pozitivnog kuta φ .

Rezultat $E = E' \sqrt{3}$ može se dobiti i matematičkim putem radeći s momentanim iznosima. Treba samo u relaciji $e_{21} = e_1 - e_2$ staviti izraze za e_1 i e_2 iz (287) i razviti izraz za e_2 po formuli za sinus diferencije dvaju kuteva, te sve urediti. Izlazi konačno:

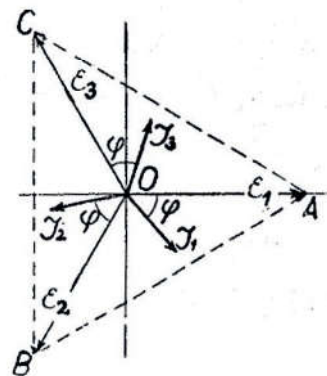
$$e_{21} = E' \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \pi/6)$$

u skladu s onim što je gore rečeno o efektivnom iznosu i o faznom kutu linijskoga napona između prvoga i drugoga vodiča nekoga trofaznog voda.

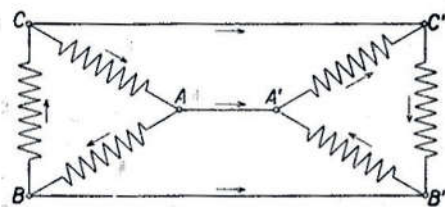
65. Razmotrimo sada prstenasti (poligonalni), odn. specijalno kod trofaznih sustava *trokutni* spoj. Ako na sl. 327. predstavljaju AB, BC, i CA fazne namotaje generatora i A'B', B'C' i C'A' analogne dijelove potrošača, vodiči AA', BB' i CC' trofaznog voda očito služe svaki dvojako: svrsi, jer se na pr. kroz vodič AA' može zamisliti struja $\mathcal{I}_1$ što teče od svršetka A faze CA prema potrošaču i struja $\mathcal{I}_2$ faze AB što se vraća iz potrošača k početku A te faze. Tako bi linijska struja u vodiču AA' bila geometrijska diferencija struja $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$ odn. geometrijska suma struja $\mathcal{I}_1$ i $-\mathcal{I}_2$: $\mathcal{I}_{21} = \mathcal{I}_1 - \mathcal{I}_2$. A slični bi bili odnosi i u vodičima BB' i CC'. Imali bismo dakle analogne veze između linijskih i faznih struja kod trokutnog spoja kao između linijskih i faznih napona kod zvjezdanog spoja, pa možemo, iz sličnih razloga kao tamo za odnos efektivnih iznosa linijskih i faznih napona, ovdje za odnos efektivnih iznosa linijskih i faznih struja odmah pisati: $I = I' \sqrt{3}$. Naprotiv se kod trokutnog spoja fazni i linijski naponi očito podudaraju pa se specijalno za efektivne iznose može staviti: $E = E'$.

Resumirajući možemo dakle reći da su kod zvjezdanog spoja linijski naponi $\sqrt{3}$ -kratnici faznih, a linijske i fazne su struje jednake, dok su kod trokutnog linijski i fazni naponi jednaki, a linijske struje su $\sqrt{3}$ -struke fazne struje.

Moguće je dobivati trofazne struje i iz generatora istosmjerne struje. Ako je na pr. dana dvopolna armatura po sl. 328., treba samo odabrati na namotaju armature ili na pripadnom kolektoru tri točke A-B-C razmaknute za 120° i povući od njih tri odvojka k tri klizna koluta. Keficama mogli bismo onda s tih koluta crpsti trofaznu struju u trofazni vod R-S-T. Kod višepolnih strojeva morali bismo dakako uzeti točke A-B-C razmaknute za 120° »električkih« gradi. Lako je



Sl. 326.



Sl. 327.

vidjeti da ovdje zapravo imamo trokutni spoj generatora. Kako će se pokazati kod jednoarmaturnih pretvarača, postoji čvrsta relacija između napona E trofaznog voda i napona E_0 koji bi stroj davao kao istosmjerni dinamo na keficama kolektora; kod sinusoidnih napona E ona glasi:

$$E = \frac{E_0 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{2}} = 0,612 \cdot E_0 \quad (290)$$

a kod nesinusoidnih E može faktor uz E_0 varirati nešto malo iznad ili ispod iznosa 0,612.

Slično bismo lako iz armature istosmjernog stroja dobili i jednofaznu izmjeničnu struju odvajajući iz dvije točke namotaja ili kolektora razmaknute za 180 «električkih» gradi priključke k dva klizna koluta, spojena preko kefica s jednofaznim vodom.

66. Općenito se kod m -faznoga sustava, kako se lako vidi, može staviti: a) za zvjezdani spoj: $E = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{m} E'$, $I = I'$; b) za prstenasti spoj $E = E'$,

$I = 2 \cdot \sin \frac{\pi}{m} \cdot I'$. Faktor $\sqrt{3}$ u formulama za trofazni sustav je samo specijalni slučaj za $m = 3$; naime doista je $2 \cdot \sin \pi/3 = 2 \cdot \sqrt{3} : 2 = \sqrt{3}$.

67. Kod »dvofaznoga sustava s tri vodiča« po sl. 329. potrošači $\mathcal{Z}_1$ i $\mathcal{Z}_2$ u obliku sijalica itd. priključe se između »srednjeg« vodiča i jednoga i drugoga »vanjskog« vodiča. Kod simetričnog opterećenja struje $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$ u oba vanjska vodiča su jednakoga efektivnog iznosa I i svaka je prema svome naponu pomaknuta za isti kut φ , tako da su im momentani iznosi: $i_1 = I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} - \varphi)$, $i_2 = I\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$. Struja $\mathcal{I}_0$ u srednjem vodiču, kao geometrijska suma struja $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$ kojima su vektori jednake duljine i međusobno okomiti, bit će po efektivnom iznosu $\sqrt{2}$ puta tolika kao I :

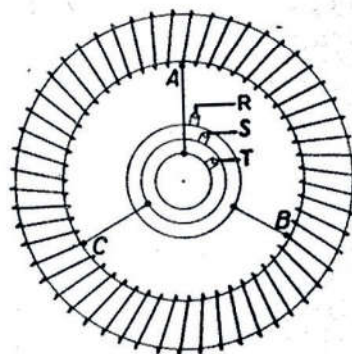
$$I_0 = \sqrt{2} \cdot I$$

(vidi diagonalu kvadrata $OH = \mathcal{I}_0$ na sl. 330., gdje je slučajno sponirano da su struje $OC = \mathcal{I}_1$ i $OD = \mathcal{I}_2$ u vanjskim vodičima istofazne s pripadnim faznim naponima $OA = \mathcal{E}_1$ i $OB = \mathcal{E}_2$). Dakako da bi se formula $I_0 = \sqrt{2} \cdot I$ lako i matematski izvela polazeći od relacije momentanih iznosa: $i_0 = i_1 + i_2$.

Slično bi se za odnos efektivnog iznosa E_0 napona $\mathcal{E}_0$ između dvaju vanjskih vodova prema efektivnom iznosu E faznih napona dobilo:

$$E_0 = \sqrt{2} \cdot E$$

68. Zanimljivi su problemi proračunavanja gubitaka napona u polifaznim vodovima. Neka je recimo dan dvofazni sustav jednoliko opterećen općenito ma kakvim otporima. Ako su vodiči dvofaznog voda čisti radni otpori R (vanjski vodiči) i R_0 (srednji vodič), gubici napona u njima bit će istofazni s pripadnim strujama. Tako bi, uz pretpostavku jednolikog opterećenja čistim radnim otporima na pr. za drugu fazu gubici napona između stezaljki izvora i potrošača, dakle gubici u donjem vanjskom i u srednjem vodiču na sl. 329., bili vektori OA i OB iznosâ



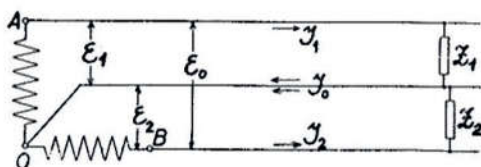
Sl. 328.

$\delta_1 = IR$ i $\delta_2 = I_0 R_0$ i faznih kuteva 0° i 45° korespondentnih faznim kutevima pripadnih struja. Recimo da srednji vodič, kao onaj vodič koji mora podnositi $\sqrt{2}$ -struku struju $I_0 = I\sqrt{2}$ u usporedbi s vanjskima, uzmemo $\sqrt{2}$ -strukog prereza $q_0 = q\sqrt{2}$ i po tomu otpora $R_0 = R\sqrt{2}$; onda bi vektori OA i OB postali iznosom jednaki: $\delta_1 = \delta_2$, i za iznos δ rezultujućega pada napona, t. j. rezultante OC vektora OA i OB na sl. 331., dobilo bi se po kosinusovu poučku:

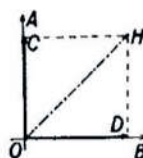
$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_1^2 + 2\delta_1\delta_1\cos 45^\circ} = \sqrt{\delta_1^2 \cdot (2 + \sqrt{2})} = 1,848 \cdot \delta_1 = 1,848 \cdot IR$$

Također kod kompliciranijih slučajeva postupalo bi se analogno, uzimajući uvijek u obzir padove napona ne samo po iznosu nego i po fazi.

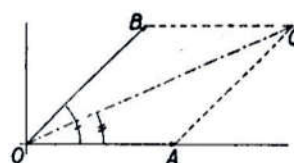
69. Predimo sada na razmatranja o *učinu* kod polifaznih sustava. Kod simetrično opterećenog polifaznog sustava ukupni učin naprosto je jednak sumi učina pojedinih faza; kod trofaznoga dakle trostrukom učinku $E'I'\cos\varphi$ jedne faze, ako



Sl. 329.



Sl. 330.



Sl. 331.

E' i I' znače efektivne iznose faznog napona i fazne struje, a φ razliku faze među njima. Preračunano na linijske veličine E i I to daje i u slučaju trokutnog i u slučaju zvjezdanog spoja (uz netaknuto $\cos\varphi$) isti konačni izraz za ukupni učin, naime:

$$N = \sqrt{3} \cdot E \cdot I \cdot \cos\varphi \quad (291)$$

Dokazi: a) kod trokutnog spoja je $E = E'$, $I = I'\sqrt{3}$, pa se $3 \cdot E'I'\cos\varphi = \sqrt{3} \cdot E' \cdot I' \sqrt{3} \cos\varphi$ može doista pisati i kao $\sqrt{3}EI\cos\varphi$; b) kod zvjezdanog spoja je obrnuto $E = E'\sqrt{3}$, $I = I'$ no supstitucijama se i opet dolazi na formulu (291).

Kod dvofaznog sustava ukupni učin kod jednolikog opterećenja, izražen kao dvostruki učin jedne faze bio bi: $N = 2 \cdot EI\cos\varphi$, ako su E , I i φ fazne veličine; uvodeći E_0 i I_0 iz E-67. to bismo mogli također predložiti kao: $N = E_0 I_0 \cos\varphi$.

Primjer: Trofazni motor priključen na mrežu linijskog napona 381 V radeći sa $\cos\varphi = 0,80$ i $\eta = 0,85$ uzima iz mreže 20 A; on onda troši odn. daje učine:

$$N = \sqrt{3} \cdot 381 \cdot 20 \cdot 0,80 = 10560 \text{ W i } N'' = N \times 0,85 = 8976 \text{ W.}$$

70. Dok kod jednofaznih struja momentani učin N_{mom} vremenski varira »pulzirajući« ili »oscilirajući« po E-13. s kružnom frekvencijom 2ω oko svoje prosječne vrijednosti $N = EI\cos\varphi$ kod simetričnih i simetrično opterećenih polifaznih sustava daje se pokazati da je *ukupni* učin svih faza u svakom momentu isti, dakle

da ne pulzira, odn. da je vremenski konstantan. Tako na pr. za trofazni vrijedi: $N_{\text{mom}} = 3 \cdot E' I' \cos \varphi = \sqrt{3} EI \cos \varphi$. Da to dokažemo ne treba drugo nego u izraz $N_{\text{mom}} = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3$ supstituirati vrijednosti (287) i (289) i dobiveni iznos zgodno urediti (vježba!).

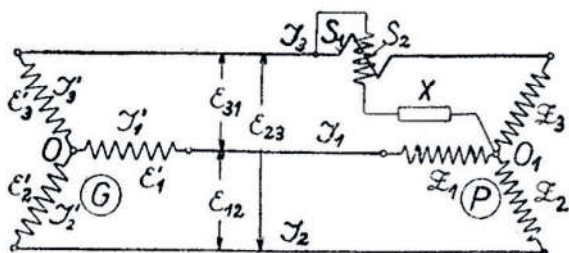
Izraz $N = \sqrt{3} EI \cos \varphi$ ne predstavlja dakle samo srednji nego i momentani učin trofaznoga sustava kod jednolikog opterećenja. Općenito se, već prema tomu da li je kod nekoga polifaznog sustava N_{mom} konstantno ili promjenljivo, sustav zove *balansiran* ili *nebalansiran*. Simetrični su sustavi, kako smo na primjeru trofaznoga vidjeli, balansirani, ako su jednoliko opterećeni. No i nesimetrični sustavi s *jednolikim* opterećenjem mogu biti također balansirani; taj slučaj imamo kod jednoliko opterećenog dvofaznog sustava s tri vodiča.

Svojstvo izvjesnih polifaznih sustava da jednoliko opterećeni daju vremenski konstantan ukupni učin od važnosti je zato jer se za takve sustave mogu graditi motori koji proizvode konstantan moment vrtnje. Kod jednofaznom strujom tjeranih motora nema te mogućnosti, bar ne direktne, jer tamo N_{mom} pulzira s dvostrukom frekvencijom struje.

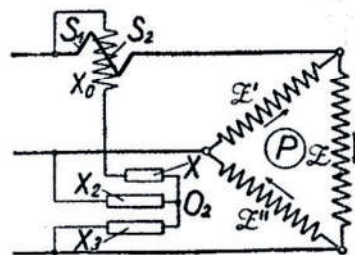
71. Za mjerenja trofaznih učina postoje, već prema tomu da li se radi o simetrično opterećenima sustavima ili nesimetrično opterećenima *bez* nulvodiča ili *sa* nulvodičem: a) metoda jednoga vatmetra, b) metoda dvaju vatmetara, c) metoda triju vatmetara.

Kod *metode jednoga vatmetra*, da bi se odredio trofazni učin kod jednolikog opterećenja, izmjeri se učin jedne faze $E' I' \cos \varphi$ jednim vatmetrom i na ukupni se učin $N = \sqrt{3} EI \cos \varphi$ zaključi množenjem očitana iznosa sa 3 (kod instrumenata isključivo za ovakva mjerenja mogu se već na skalu staviti odmah trostruki iznosi).

Praktički se metoda jednog vatmetra daje bez daljega primijeniti ako se radi o zvjezdanom spoju i ako je nultočka pristupačna. U tom slučaju fazna struja kroz



Sl. 332.



Sl. 333.

strujni svitak S_1 vatmetra dobiva se uključujući po sl. 332., gdje se mjeri učin potrošača P s O_1 kao nultočkom, taj svitak S_1 u jedan od triju vodiča trofaznoga voda, a fazni napon na naponskoj grani vatmetra postizava se priključkom te grane između spomenutoga vodiča i nultočke O_1 . Kod trokutnog spoja i uopće kad je

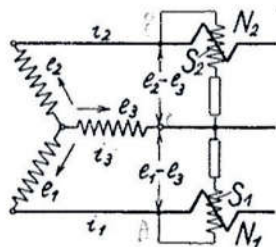
nultočka nepristupačna, ili na pr. zbog udaljenosti teško dohvatljiva, načini se po sl. 333. »umjetna nultočka« O_2 . Čini se to tako da se naponska grana vatmetra, sastavljena od svitka S_2 radnog otpora X_0 i tomu svitku već prema predviđenom opsegu mjerenja dodanog radnog otpora X , dakle grana koja zbog redovito zanemariva induktivnoga otpora svitka S_2 predstavlja radni otpor $X_0 + X$, kombinira po sl. 333. s još dva otporu $X_0 + X$ jednaka radna otpora X_2 i X_3 ($X_0 + X = X_2 = X_3$) u simetričan trofazni potrošač s nultočkom O_2 . Uz takve će odnose i opet kroz strujni svitak teći fazna struja i na naponsku će granu djelovati fazni napon kao i u slučaju sl. 332.

72. Kod metode dvaju vatmetara za trofazne simetrične sustave s nejednolikim opterećenjem bez nulvodiča izbjegnuto je potrebi da se za svaku fazu uzme po jedan vatmetar, nego dva vatmetra mjere odmah sumu triju različitih učin pojedinih faza. Po sl. 334. svici struje obih vatmetara uključe se svaki u po jedan vodič trofaznoga voda, a svici napona između dotičnih vodiča i onog trećeg vodiča. Očito sada u svakom momentu za momentane iznose strujâ vrijedi po I. Kirchhoffovu zakonu: $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, odn. $-i_3 = i_1 + i_2$. Prema tomu će biti:

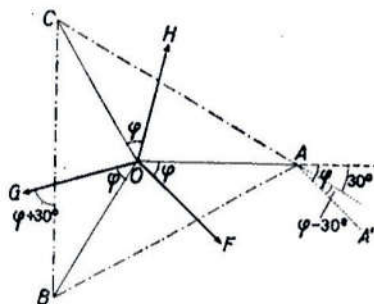
$$N_{\text{mom}} = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3 = e_1 i_1 + e_2 i_2 - e_3 (i_1 + i_2)$$

$$N_{\text{mom}} = i_1 (e_1 - e_3) + i_2 (e_2 - e_3) \quad (292)$$

Ali $e_1 - e_3$ baš je napon naponske grane prvog vatmetra, a $e_2 - e_3$ je napon naponske grane drugog vatmetra. Kako vatmetri pokazuju srednje ili prave učine,



Sl. 334.



Sl. 335.

prvi će pokazivati prosječni iznos N_1 prvoga sumanda a drugi prosječni iznos N_2 drugoga sumanda desno u (292). Ta dva očitavanja uzeta zajedno bit će baš ukupni učin N svih triju faza:

$$N = N_1 + N_2 \quad (292')$$

Treba međutim paziti kod ovih mjerenja na predznake podataka obih vatmetara i postupiti s izrazom desno u (292') kao s algebarskom sumom. Oba očitavanja N_1 i N_2 mogu se uostalom izvesti i jednim jedinim instrumentom i to tako da se ovaj specijalnom preklopkom prebaci najprije u spoj prvoga vatmetra i onda u spoj drugoga vatmetra na sl. 334.

73. Da se dvostruko očitavanje vatmetara i onda algebarsko sumiranje njihovih podataka po formuli (292') izbjegne, grade se u praksi odmah kombinirani

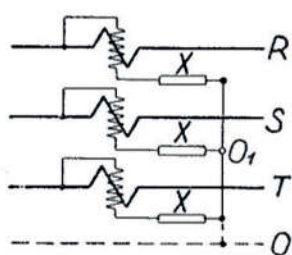
vatmetri za trofaznu struju i nejednolika opterećenja bez nulvodiča, koji se zapravo sastoje od dva pojedinačna vatmetra s pomičnim sustavima pričvršćenima na istu osovinu. Tako se njihovi momenti vrtnje sami po sebi algebarski sumiraju, te naprava odmah pokazuje svojim otklonom ukupni učin N .

Slično kombinacijama dvaju vatmetara kombiniraju se i po dva *brojila* u zajednički sustav za mjerenja ukupne električke radnje u trofaznim sustavima s nejednolikim opterećenjima. Ovakva naprava sa sustavom od dva brojila zapravo nadomješta tri različita brojila, tako da se »Aronovim spojem« po sl. 334., koji bi u ovom slučaju predočivao »metodu dvaju brojila«, postizavaju velike uštednje i na ovom području.

74. Zanimljiv se rezultat dobiva primjenjujući metodu *dvaju* vatmetara na simetričan i simetrično opterećen trofazni sustav. Tim bismo doduše upotrebili jedan vatmetar više nego li bi bilo potrebno za samo mjerenje učina, jer bi se ovo moglo izvesti i metodom jednoga vatmetra, ali bismo zato iz podataka N_1 i N_2 mogli zaključiti ne samo na učin $N = N_1 + N_2$ cijeloga sustava, nego i na pomak faza φ između struje i pripadnog napona ma koje faze. Za tangens toga pomaka vrijedi, kako ćemo odmah pokazati, relacija:

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \cdot \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \quad (293)$$

Za dokaz uzmimo po sl. 335. u obzir da, kod OA, OB i OC kao faznih napona i OF, OG i OH kao faznih struja pomaknutih u fazi prema pripadnim naponima



Sl. 336.

za kut φ , kod spoja po sl. 334. u prvom vatmetru zajedno djeluju zapravo linijski napon CA sa strujom OF prema *tomu* naponu CA fazno pomaknutom za kut $\varphi - 30^\circ$ (to se vidi iz položaja poluzrake AA' paralelne sa OF). A u drugom vatmetru djeluje linijski napon CB sa strujom OG prema *tomu* naponu CB fazno pomaknutom za $\varphi + 30^\circ$. Prema tomu će za učin N_1 pokazan prvim vatmetrom vrijediti: $N_1 = EI \cos(\varphi - 30^\circ)$, a za učin N_2 pokazan drugim vatmetrom: $N_2 = EI \cos(\varphi + 30^\circ)$. Primjenjujući formule za kosinus diferencije i sume dvaju kuteva, pa najprije odbijajući i zatim zbrajajući N_1 i N_2 , dobili bismo:

$$N_1 - N_2 = 2EI \sin \varphi \cdot \sin 30^\circ = EI \sin \varphi$$

$$N_1 + N_2 = 2EI \cos \varphi \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} EI \cos \varphi$$

te dalje dijeljenjem dobivenih izraza neposredno i formulu (293).

75. Kod nesimetrično opterećenih trofaznih sustava sa nulvodičem primjenjuju se *tri* vatmetra u spoju po sl. 336. Svaki vatmetar mjeri potrošak one faze u koju je ukopčan. Ukupni učin dobiva se sumiranjem učina pojedinih faza. Ima i kombiniranih naprava s tri vatmetrička sustava s pomičnim dijelovima vrtivim na istoj osovinu, kod kojih se momenti vrtnje sumiraju, tako da je umjesto čitanja

triju instrumenata dovoljno jedno jedino očitavanje. Slično ima i brojila s tri mjerna sustava za nesimetrično opterećene trofazne sisteme s nulvodičem.

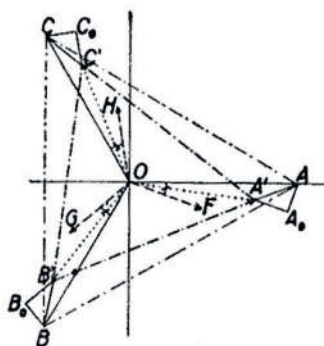
Moguće je vatmetrima mjeriti i prazne učine. Dovoljno je u tu svrhu pobrinuti se da se na naponsku granu vatmetra primijeni napon fazno pomaknut za kut 90° prema onom koji stvarno djeluje u ispitivanom strujnom krugu i po tomu za kut $90^\circ - \varphi$ prema struji I pomaknutoj za kut φ prema prvobitnom naponu. Vatmetar bi onda pokazivao, kod jednakosti efektivnih iznosa E prvobitnog i pomaknutog napona, iznos $EI \cos(90^\circ - \varphi) = EI \sin \varphi$, dakle neposredno prazni učin N' . A baš kod trofaznih sustava prelazi na mjerenja N' lako su izvedivi, jer svakom faznom naponu korespondira bez daljega za 90° fazno pomaknuti linijski, i obrnuto (uspor. na pr. OA sa CB na sl. 335.); nejednakost efektivnih iznosa faznih i linijskih napona lako je uzeti u račun promijenjenim »faktorom očitavanja« instrumenta ili promjenom osjetljivosti instrumenta preuđešavanjem serijskog otpora naponske grane (više u E.M.).

76. Još ćemo razmotriti utjecaje *nesimetričnosti kod trofaznih sustava*. Ma da ćemo redovito nastojati da upotrebljavani višefazni sustavi budu *simetrični* i *simetrično* (jednoliko) opterećeni prividnim otporima posve jednakoga sastava u svakoj fazi, ipak se u praksi mora računati s time da može doći do nesimetričnosti kod polifaznih sustava. Već je bilo spomenuto da nastanu nejednakosti opterećenja kad se u pojedinim fazama ostavljaju ukopčane nejednake grupe sijalica. A kao slučajeve osobito jako nesimetričnih opterećenja mogli bismo navesti prekide spoja pojedinih faza (nastale na pr. time da pripadni osigurač pregori) ili obrnuto kratke spojeve faza. A katkad i sam potrošačkim otporima narinuti trofazni sustav nije simetričan, jer su fazni naponi možda pomaknuti jedan za drugim za trećinu perioda, ali nisu jednaki po veličini, ili je obrnuto slučaj, ili postoji čak oboje. Trokut linijskih napona u tom slučaju nije istostraničan, dok onaj kod simetričnoga sustava po sl. 335. jest istostraničan.

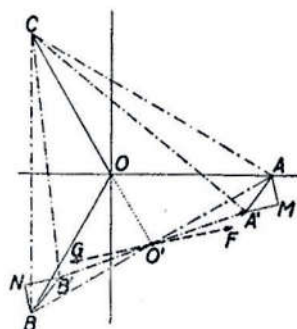
Dakako da u slučaju nesimetrija ne vrijede dosadanja jednostavna razmatranja izvedena za simetrične i simetrično opterećene sustave. Tako kod zvjezdanog spoja po sl. 323., u slučaju da prividni otpori $A'O'$, $B'O'$ i $C'O'$ nisu u svakom pogledu jednaki, nema više govora o jednakosti potencijalâ zvjezdišta O i O' generatora i potrošača, pa i naponi pojedinih faza potrošača postaju nejednaki, i čak često u vrlo znatnoj mjeri.

77. Da bolje istaknemo općeniti karakter promjena koje kod nesimetričnih opterećenja nastaju, razmotrimo najprije slučaj trofaznog sustava u zvjezdanom spoju izvora i potrošača s nultočkama O i O' i bez nulvodiča po sl. 323. pa pretpostavimo da se simetričnom zvijezdom faznih napona $\mathcal{E}_1 = OA$, $\mathcal{E}_2 = OB$ i $\mathcal{E}_3 = OC$ iz sl. 337., odn. pripadnim trokutom linijskih napona podržavanih na stezaljkama izvora i time narinutih početku trofaznog voda iz sl. 323., najprije: a) hrani preko linijskih vodiča AA' , BB' i CC' , jednakih radnim otporom R i praznim induktivnim $X = L\omega$ i time jednakih i kompleksnim otporom $\mathcal{Z}' = R + jX$, potrošač od tri također jednaka kompleksna otpora $\mathcal{Z}$ iznosa Z i kuta φ ; a zatim: b) da se simetrija poremeti time da jedan potrošač, na pr. $C'O'$, bude prekinut, t. j. da otpor pripadnog opterećenja $CC'O'$ postane beskonačan uz ostala dva $AA'O'$ i $BB'O'$ ostavljena nepromijenjena.

78. U slučaju a) potpune simetrije bile bi struje $\mathcal{I}_1 = OF$, $\mathcal{I}_2 = OG$ i $\mathcal{I}_3 = OH$ iz sl. 337., jednake iznosom I i jednake pomakom faza φ_0 prema faznim naponima narinutima sustavu vod + potrošač (jedamput precrtani kutevi). A ovim faznim naponima OA, OB i OC pripadni linijski BA, CB i AC, iznosom $\sqrt{3}$ -struko povećani fazni, činili bi istostraničan trokut ABC. Odbijajući od faznih napona gubitke napona u vodičima AA', BB' i CC' na sl. 323., dakle na pr. za prvu fazu napon na sl. 337. predložen vektorom A'A s komponentama A'A₀ i A₀A iznosâ IR i IX , povučenima paralelno i normalno vektoru struje $\mathcal{I}_1$, i slično za ostale faze, dobili bismo fazne napone OA', OB' i OC' potrošača. Linijski naponi između stezaljki potrošača bili bi onda B'A', C'B' i A'C' i trokut A'B'C' tih potrošačkih linijskih napona bio bi u ovom slučaju potpune simetrije također istostraničan, samo nešto zakrenut i nešto smanjen prema trokutu ABC linijskih napona na



Sl. 337.



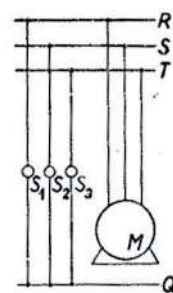
Sl. 338.

početku voda. Na sl. 337. zvjezdište O napona prvobitnog sustava predstavljalo bi u ovakvom slučaju istodobno i zvjezdište O' napona potrošača i potencijali pripadnih točaka O i O' na sl. 323. bi bili isti (jer se središta trokuta ABC i A'B'C' na sl. 337. podudaraju); kroz nulvodič, ako bismo ga i povukli između O i O' na sl. 323., ne bi tekla nikakva struja.

79. Naprotiv u slučaju b) zbog prekida otpora O'C' iz sl. 323. ostaje za proizvođenje struje djelotvoran samo linijski napon BA primijenjen na serijski spoj AA'O' + O'B'B, kao da se radi o nekom jednofaznom naponu koji djeluje na jedno jedino kombinirano opterećenje AA'O'B'B. Sredini O' tog opterećenja odgovarat će dakle potencijal korespondentan sredini O' vektora linijskog napona BA na pripadnoj sl. 338., odn. O'A i O'B na toj slici bit će naponi grana AA'O' i BB'O' i po tomu $CO' = O'O + OC = \frac{3}{2}OC$ napon između krajeva prekinute grane CC'O' ukupnog opterećenja. A odbijajući po sl. 338. od O'A i O'B vektore A'A i B'B gubitaka napona sastavljene iz komponenata A'M i MA, odn. B'N i NB povučenih paralelno i normalno vektorima O'F i O'G pripadne struje, dobili bismo i fazne napone O'A', O'B' i O'C samoga potrošača, te dalje i pripadni trokut linijskih napona A'B'C.

80. Kako se vidi, posljedice asimetrije slučaja b) su ove: 1) dok su kod simetrije na pojedine dijelove AA'O', BB'O' i CC'O' ukupnog opterećenja djelovali prvobitni fazni naponi istog iznosa E' , sada u b) djeluju na AA'O' i BB'O' polovice linijskog napona, dakle naponi $E : 2 = E' \sqrt{3} : 2$, t. j. 0,866-struko *smanjeni* naponi E' (prema čemu će se i struje u dvije grane koje još ostaju pod strujom 0,866-struko smanjiti prema onima otprije), a na prekinutu fazu CC'O' djeluje za polovicu *povećani* prvobitni fazni napon, t. j. napon $1,5 \cdot E'$; 2) utjecajem gubitaka u vodu linijski naponi između stezaljki A'-B'-C' na svršetak voda priključenog potrošača postanu ne samo manji, kako to biva i u slučaju simetrije, nego i nejednaki (trokut linijskih napona A'B'C na sl. 338. nije ni istokračan).

81. Specijalni problem prekida jedne faze uz održanu jednakost ostalih dviju može se gornjim smatrati potpuno riješenim. No izvedena razmatranja imaju i općenitiji karakter. Očito bi naime, ne čineći u grani CC'O' na sl. 323. potpun prekid, nego samo povećavajući uz nepromijenjen kut φ iznos otpora te grane nad iznos onih u ostale dvije grane, imali međuslučajeve između malo prije proučavanih slučajeva a) simetrije i b) prekida jedne faze. A kako smo vidjeli da se kod prelaza od a) na b) nultočka O' opterećenja udaljila iz središta O trokuta narinutih napona do raspolovišta prekinutoj fazi suprotne stranice AB toga trokuta, zbog čega je ona grana kojoj je otpor porastao u beskonačnost dobila povećan napon prema ostale dvije s nepovećanim otporom, bit će opravdano očekivati da će se u malo prije spomenutim međuslučajevima između a) i b) naći O' na međupoložajima između svojih položaja u a) i u b). Naprotiv će se po suprotnosti s gornjim kod analognog smanjivanja otpora treće faze prema nuli moći očekivati pomicanja točke O' od O prema vrhu C trokuta ABC, tako da bi O' kod teženja k nuli otpora grane CC'O', odn. približavanja kratkom spoju te faze, težilo k točki C, t. j. napon bi te faze konvergirao k nuli. No to znači da se kod navedenog načina variranja otpora neke faze kod promjena toga otpora u smislu povećanja nad ostale držane jednake, imaju očekivati povećanja napona te faze prema iznosu kod simetrije, i to sve do 1,5-strukog tog iznosa u slučaju prekida, a kod variranja u smislu smanjivanja otpora da se mogu očekivati smanjivanja napona ispod iznosa kod simetrije, sve do nule kod kratkog spoja (prema čemu se trofazni sustavi odlikuju tendencijom »samopomoći«, odgovarajući na kratke spojeve »slo-mom« napona pripadne faze). Općenitije se mora očekivati da će kod nejednakih i ma kako sastavljenih otpora triju krakova zvijezde trofaznog opterećenja nultočka O' opterećenja općenito imati vrlo različite položaje prema trokutu narinutih napona ABC, prema čemu će onda i fazni naponi O'A, O'B i O'C opterećenja moći biti vrlo različiti, osim ako se nulvodičem između zvjezdišta izvora i potrošača razlika potencijala OO' smanji na neznatan (odn. kod zanemariva otpora nulvodiča zanemariv) iznos, te time naponi O'A, O'B i O'C manje ili više približe naponima OA, OB i OC,



Sl. 339

koji se kod simetrije i bez nulvodiča uspostave na fazama opterećenja. Zato se i povlače nulvodiči, gdje se nesimetrije mogu očekivati i variranja faznih napona nisu poželjna, na pr. kod mješovitih opterećenja po sl. 339., gdje su tri općenito nejednake grupe sijalica S_1 do S_3 priključene između linijskih vodiča R-S-T i nulvodiča Q na fazne napone, na pr. 220 V, a trofazni motor M je priključen na linijske vodiče, između kojih vladaju linijski naponi, u ovom slučaju 381 V.

82. Poblje se dakako odnosi kod nesimetrija mogu obuhvatiti tek kvantitativnim razmatranjima. U tu svrhu riješit ćemo simboličkom metodom posve općenito problem sustava linijskih napona $\mathcal{E}_{21}$, $\mathcal{E}_{32}$ i $\mathcal{E}_{13}$, odn. pripadnog sustava faznih napona $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ i $\mathcal{E}_3$, pretpostavljajući da taj sustav, podržavan na pr. na stezaljkama izvora u sl. 323., hrani potrošač od tri povoljna kompleksna otpora spojena u zvijezdu; vodiče AA', BB' i CC' do toga potrošača zamislimo zanemarivih kompleksnih otpora ili te otpore smatrajmo uključenima u pripadne krakove potrošačke zvijezde, tako da cijelo opterećenje budu otpori zvijezde $\mathcal{Z}_1$, $\mathcal{Z}_2$ i $\mathcal{Z}_3$, odn. njihove vodljive vrijednosti $\mathcal{Y}_1 = 1/\mathcal{Z}_1$, $\mathcal{Y}_2 = 1/\mathcal{Z}_2$ i $\mathcal{Y}_3 = 1/\mathcal{Z}_3$. Naprotiv, da bismo osim slučajeva bez nulvodiča odmah obuhvatili sve moguće slučajeve s nulvodičima, zamislimo spoj po sl. 323. nadopunjen nulvodičem povoljnog otpora $\mathcal{Z}_0$, odn. vodljive vrijednosti $\mathcal{Y}_0 = 1/\mathcal{Z}_0$ između nultocki O i O' izvora i potrošača (slučaj bez nulvodiča slijedit će onda specijalizacijom na $\mathcal{Z}_0 = \infty$, odn. $\mathcal{Y}_0 = 0$).

Ako su po sl. 340. iz E-85. BA, CB i AC zadani linijski naponi i ako po tom trokut ABC i njegovo središte O predstavljaju trokut tih napona i pripadnu simetričnu nultocku, zamišljanu na potencijalu nula, predstavljat će $OO' = \mathcal{E}_0$ napon nultocke potrošača, i po tomu će fazni naponi potrošača O'A, O'B i O'C izlaziti kao geometrijske diferencije:

$$O'A = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0 \quad (294) \quad O'B = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0 \quad (294') \quad O'C = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_0 \quad (294'')$$

faznih napona izvora $OA = \mathcal{E}_1$, $OB = \mathcal{E}_2$, $OC = \mathcal{E}_3$ i napona $OO' = \mathcal{E}_0$ nultocke O'. Pripadne fazne struje bit će dakle:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1 &= (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0)/\mathcal{Z}_1 = (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0) \cdot \mathcal{Y}_1 \\ \mathcal{I}_2 &= (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0)/\mathcal{Z}_2 = (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0) \cdot \mathcal{Y}_2 \\ \mathcal{I}_3 &= (\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_0)/\mathcal{Z}_3 = (\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_0) \cdot \mathcal{Y}_3 \end{aligned}$$

dok će naponom $\mathcal{E}_0$ podržavana struja kroz nulvodič biti: $\mathcal{I}_0 = \mathcal{E}_0/\mathcal{Z}_0 = \mathcal{E}_0 \cdot \mathcal{Y}_0$. Primjenjujući na zvjezdšte O' potrošača I. Kirchhoffov zakon razgranjivanja $\Sigma \mathcal{I} = 0$, dobit ćemo onda: $\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \mathcal{I}_3 - \mathcal{I}_0 = 0$, ili dalje:

$$\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0}{\mathcal{Z}_1} + \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0}{\mathcal{Z}_2} + \frac{\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_0}{\mathcal{Z}_3} - \frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{Z}_0} = 0$$

Iz ove relacije odmah se dobiva osnovna formula:

$$\mathcal{E}_0 = \frac{\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{Z}_1} + \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{Z}_2} + \frac{\mathcal{E}_3}{\mathcal{Z}_3}}{\frac{1}{\mathcal{Z}_1} + \frac{1}{\mathcal{Z}_2} + \frac{1}{\mathcal{Z}_3} + \frac{1}{\mathcal{Z}_0}} = \frac{\mathcal{E}_1 \mathcal{Y}_1 + \mathcal{E}_2 \mathcal{Y}_2 + \mathcal{E}_3 \mathcal{Y}_3}{\mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2 + \mathcal{Y}_3 + \mathcal{Y}_0} \quad (295)$$

koja se može smatrati konačnim rješenjem problema, jer uz proračunano $\mathcal{E}_0$ po (295) i zadane napone $\mathcal{E}_1$ do $\mathcal{E}_3$ ne će biti zapreke da se po (294) do (294'') proračunaju fazni naponi potrošačke zvijezde, a s pomoću njih uz zadane otpore $\mathcal{Z}_1$ do $\mathcal{Z}_3$ i pripadne struje $\mathcal{I}_1$ do $\mathcal{I}_3$. Prema već rečenom može se rješenje (295) primijeniti i na sustave bez nulvodiča ispuštajući samo u takvim slučajevima četvrti član u nazivniku izraza za $\mathcal{E}_0$.

83. Za primjer razmotrimo trofazni vod od tri linijska vodiča R-S-T čistog radnog otpora po $0,2 \Omega$ i nulvodiča Q čistog radnog otpora $0,4 \Omega$ kome je na početku narinut simetričan sustav linijskih napona 381 V , dakle fazni 220 V , a na svršetku voda priključena potrošačka zvijezda ima u prvoj fazi svitak s otporom i induktivitetom kompleksnog otpora $15,8 + 12j \Omega$, u drugoj radni otpor $19,8 \Omega$ i u trećoj serijsku kombinaciju radnog otpora i kapaciteta kompleksnoga otpora $5,8 - 8j \Omega$. Neka se traže: a) u slučaju povučenog nulvodiča iznosi E_0 i I_0 napona nultočke O' potrošača prema nultočki O izvora i struje kroz nulvodič, te b) iznos E'_0 napona između nultočki O' i O u slučaju prekida nulvodiča.

U smislu primjedbe od malo prije možemo otpore vodiča R-S-T uključiti u pripadne krakove zvijezde, tako da problem izlazi na jedan jedini potrošač u obliku zvijezde kompleksnih otpora (u Ω): $\mathcal{Z}_1 = 16 + 12j$, $\mathcal{Z}_2 = 20$, $\mathcal{Z}_3 = 6 - 8j$, odn. pripadnih vodljivih vrijednosti (u S): $\mathcal{Y}_1 = 0,04 - 0,03j$, $\mathcal{Y}_2 = 0,05$, $\mathcal{Y}_3 = 0,06 + 0,08j$. Po (295), obzirom na činjenicu da se može staviti (u V): $\mathcal{E}_1 = 220$, $\mathcal{E}_2 = 220 \cdot \parallel -120^\circ \parallel = -110 - 190,5j$, $\mathcal{E}_3 = 220 \cdot \parallel -240^\circ \parallel = -110 + 190,5j$, imat ćemo sa nulvodičem:

$$\mathcal{E}_0 = \frac{220(0,04 - 0,03j) + (-110 - 190,5j) \cdot 0,05 + (-110 + 190,5j) \cdot (0,06 + 0,08j)}{0,04 - 0,03j + 0,05 + 0,06 + 0,08j + 2,5}$$

pa kad bismo izraz desno uredili i od $\mathcal{E}_0$ u obliku $\mathcal{E}_0 = a + bj$ potražili modul, dobili bismo konačno: $E_0 = 8,69 \text{ V}$ i po tomu $I_0 = 8,69/0,4 = 21,7 \text{ A}$. A u slučaju bez nulvodiča izraz za pripadni $\mathcal{E}'_0$ razlikovao bi se od izraza za $\mathcal{E}_0$ samo time da ne bi bilo posljednjeg sumanda u nazivniku izraza za $\mathcal{E}_0$, pa kad bi se i izraz za $\mathcal{E}'_0$ uredio, lako bismo, tražeći modul toga izraza, dobili: $E'_0 = 144,5 \text{ V}$.

Razumije se da bi imajući jednom $\mathcal{E}_0$ ili $\mathcal{E}'_0$, prema onom što je općenito rečeno uz (295), lako bi bilo naći i fazne napone i s pomoću njih i fazne struje za slučajeve sa ili bez nulvodiča.

84. Kao drugi numerički problem razmotrimo zvjezdani spoj bez nulvodiča triju radnih otpora $\mathcal{Z}_1 = R_1 = 12,5 \Omega$, $\mathcal{Z}_2 = R_2 = 20 \Omega$, $\mathcal{Z}_3 = R_3 = 100 \Omega$, pod-

vrgnutih djelovanju sustava linijskih napona 381 V, odn. pripadnih faznih (u V): $\mathcal{E}_1 = 220$, $\mathcal{E}_2 = -110 - 190,5j$, $\mathcal{E}_3 = -110 + 190,5j$. Uvodeći radnim otporima pripadne radne vodljive vrijednosti, dakle veličine (u S): $\mathcal{Y}_1 = G_1 = 1/R_1 = 0,08$, $\mathcal{Y}_2 = G_2 = 1/R_2 = 0,05$, $\mathcal{Y}_3 = G_3 = 1/R_3 = 0,01$, dobili bismo po (295):

$$\mathcal{E}_0 = \frac{220 \cdot 0,08 + (-110 - 190,5j) \cdot 0,05 + (-110 + 190,5j) \cdot 0,01}{0,08 + 0,05 + 0,01}$$

i konačno, nakon uređenja desne strane: $\mathcal{E}_0 = 78,5 - 54,4j$, dakle $E_0 = 95,5$ V. Dalje bismo za potrošačke napone dobili:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0 = 220 - (78,5 - 54,4j) = 141,5 + 54,4j$$

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0 = (-110 - 190,5j) - (78,5 - 54,4j) = -188,5 - 136,1j$$

$$\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_0 = (-110 + 190,5j) - (78,5 - 54,4j) = -188,5 - 244,9j$$

i po tomu za pripadne efektivne iznose: 151,5, 232,3 i 308,1 V, te dalje za pripadne struje: $I_1 = 151,5/12,5 = 12,1$ A, $I_2 = 232,3/20 = 11,6$ A, $I_3 = 308,1/100 = 3,1$ A, dakle doista više napone u fazama s manjim opterećenjem (s više otpora), kako smo već općenito tvrdili.

Zanimljivo je dobivene struje usporediti s onima koje bi se u istom potrošaču postigle uz povučen nulvodič zanemariva otpora. U tom bi slučaju fazni naponi postali svi 220 V i pripadne fazne struje bile bi: $220/12,5 = 17,6$ A, $220/20 = 11,0$ A i $220/100 = 2,2$ A.

S gledišta potroška učina to daje rezultat da potrošač bez nulvodiča troši manje učina i razvija manje strujne topline nego s nulvodičem. Bez nulvodiča bismo naime imali u konkretnom slučaju ukupni učin:

$$N = 12,1^2 \cdot 12,5 + 11,6^2 \cdot 20 + 3,1^2 \cdot 100 = 5482 \text{ W}$$

a sa nulvodičem ukupni učin:

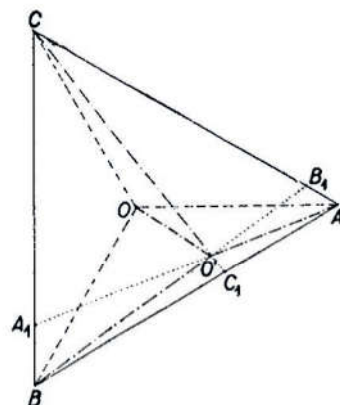
$$N_0 = 17,6^2 \cdot 12,5 + 11,0^2 \cdot 20 + 2,2^2 \cdot 100 = 6780 \text{ W}$$

dakle znatno veći nego bez nulvodiča. Uopće polifazni sustavi bez nulvodiča pokazuju tendenciju proizvodnja što manje strujne topline (trofazna peć s tri nejednaka otpora spojena u zvijezdu grijala bi dakle slabije priključena bez nulvodiča nego sa nulvodičem).

85. Formula (295) prikladna je i za općenite primjene. Uzmimo na pr. praktički dosta česti i netom specijalizirano uzeti slučaj asimetričnog potrošača s općenito različitim čistim radnim otporima R_1 , R_2 i R_3 , odn. čistim radnim vodljivim vrijednostima $G_1 = 1/R_1$, $G_2 = 1/R_2$ i $G_3 = 1/R_3$. Izvesti ćemo iz (295) uz tu pretpostavku vrlo jednostavnu konstrukciju. Njom se, kod pomanjkanja nulvodiča, položaj nultočke potrošača prema trokutu narinutih linijskih napona dobiva tražeći naprosto sjecište O' spojnicâ AA_1 , BB_1 i CC_1 što spajaju vrhove A, B i C toga trokuta s djelištima A_1 , B_1 i C_1 suprotnih stranica koja te stranice dijele u omjeru iznosa korespondentnih potrošačkih otpora. A jednaka bi se konstrukcija dala

dokazati i za slučajeve čistih praznih otpora, bilo kapacitivnih bilo induktivnih, pa čak i za slučajeve potrošača s »istovrsnim« otporima, razumijevajući pod tim kompleksne otpore s istim omjerom radnih i praznih komponenata, dakle usprkos različitih iznosa s istim kutom φ .

Konkretno govoreći, ako bi R_1 bio otpor prve faze, i slično R_2 druge i R_3 treće faze, trebalo bi po sl. 340. razdijeliti stranicu AB točkom C_1 u omjeru $C_1A : C_1B = R_1 : R_2$ i povući spojnicu CC_1 , zatim slično razdijeliti BC točkom A_1 u omjeru $R_2 : R_3$ i CA točkom B_1 u omjeru $R_3 : R_1$ i povući spojnice AA_1 i BB_1 ; sjecište O' tih triju spojnica, koje bi se odredilo već s dvije od njih i treća bi se mogla povući tek za kontrolu, određivalo bi potencijal nultoeke potrošača odn. OO' bio bi po veličini i fazi vektor napona nultoeke potrošača. Nadalje bi $O'A$, $O'B$ i $O'C$ predstavljali fazne napone između stezaljki triju radnih otpora potrošača. Dijeljenjem pak spomenutih faznih napona sa spomenutim otporima dobile bi se odmah i pripadne struje.



Sl. 340.

Za dokaz navedene konstrukcije dosta će biti pokazati da O' leži na pr. na spojnici AA_1 (i iz sličnih razloga i na spojnicama BB_1 i CC_1), odn. pokazati da se vektori $O'A$ i A_1A s istom krajnjom točkom A podudaraju smjerom. A u tu svrhu dovoljno će biti proračunati kvocijent spomenutih vektora i ustanoviti da je taj kvocijent realan broj, što u vezi primjedbom iz E-37. o nemijenjanju smjera vektora množenjem ili dijeljenjem realnim brojem neposredno izlazi na traženi dokaz. Napišimo dakle, uvodeći odmah veličine G_1 do G_3 mjesto veličina R_1 do R_3 , identitet:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1 \cdot \frac{G_1 + G_2 + G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \mathcal{E}_1 \cdot \frac{G_2 + G_3}{G_2 + G_3}$$

Odbijmo sad od ovog identiteta najprije relaciju (295) pisanu sa zadanim G_1 , G_2 i G_3 za točku O' napona $\mathcal{E}_0$ prema O, a zatim istu relaciju (295) pisanu za točku A_1 kao nultoečku napona $\mathcal{E}_0''$ prema O specijalizirano sa $G_1 = 0$ uz G_2 i G_3 ostavljeno nepromijenjeno; drugim riječima odbijmo od identiteta najprije jednu i onda drugu od dviju relacija:

$$\mathcal{E}_0 = \frac{\mathcal{E}_1 G_1 + \mathcal{E}_2 G_2 + \mathcal{E}_3 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \quad \mathcal{E}_0'' = \frac{\mathcal{E}_2 G_2 + \mathcal{E}_3 G_3}{G_2 + G_3}$$

pazeći kod drugoga odbijanja da se i u identitetu stavi $G_1 = 0$. To bi dalo relacije:

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0 = \frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) G_2 + (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3) G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \quad (I)$$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0'' = \frac{(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) G_2 + (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3) G_3}{G_2 + G_3} \quad (II)$$

u kojima izrazi lijevo baš predstavljaju vektore $O'A$ i A_1A kojih kvocijent ima da iziđe realan. No dijeljenjem izraza (I) i (II) za taj se kvocijent doista dobiva relacija:

$$\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0''} = \frac{G_2 + G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \quad (\text{III})$$

u kojoj je izraz desno jednak realnom broju, što je i trebalo dokazati.

U sl. 340. djelišta stranica kvantitativno odgovaraju slučaju iz E-84. potrošačkih otpora 12,5, 20 i 100 Ω , t.j. stranica AB dijeljena je u omjeru 12,5 : 20, stranica BC u omjeru 20 : 100 i stranica CA u omjeru 100 : 12,5. Uz supoziciju linijskih napona 381 V i po tomu faznih 220 V smjesta bi se iz sl. 340., dovoljno povećano crtane (na pr. u mjerilu 1 V = 1 mm), mjerenjem dobilo: $OO' = E_0 = 95,5$ V, $O'A = 151$ V, $O'B = 232$ V, $O'C = 308$ V i odavde računom $I_1 = 151/12,5 = 12,1$ A, $I_2 = 232/20 = 11,6$ A, $I_3 = 308/100 = 3,1$ A. Dakle isti rezultati kao i oni dobiveni računski u E-84., no mnogo udobnije postignuti.

Vrijedno je još primijetiti da se iz opisane konstrukcije s dijeljenjem stranica trokuta linijskih napona u omjeru iznosâ istovrsnih otpora kod potrošača bez nulvodiča neposredno razabire da kod smanjivanja jednoga od tih otpora na nulu kratkim spajanjem jedne faze dolazi do sloma pripadnog faznog napona, kako je to već u E-81. bilo rečeno. Isto slijedi i iz relacije (I), po kojoj $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0$ mora iščezavati ako zbog konvergiranja otpora R_1 k nuli, i prema tome vodljive vrijednosti G_1 k beskonačnom, nazivnik desno u (I) postane beskonačan; to bi vrijedilo i ako bi se u relaciji (I) zamijenilo G_1 do G_3 kompleksnim veličinama $\mathcal{Y}_1$ do $\mathcal{Y}_3$, pa bi $\mathcal{Y}_1$ postalo beskonačno.

86. I za najopćenitije slučajeve asimetrije dadu se na bazi rješenja (295) izvesti konstruktivni postupci za dobivanje nultočke O' , odn. napona $\mathcal{E}_0$. Jedna takva konstrukcija neposredno se vidi iz formule (295), preuđene dijeljenjem sa $\mathcal{E}_1$ u oblik:

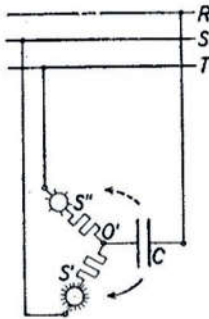
$$\frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}_1} = \frac{\mathcal{E}_1 \mathcal{Y}_1 + \mathcal{E}_2 \mathcal{Y}_2 + \mathcal{E}_3 \mathcal{Y}_3}{\mathcal{E}_1 \mathcal{Y}_1 + \mathcal{E}_1 \mathcal{Y}_2 + \mathcal{E}_1 \mathcal{Y}_3 + \mathcal{E}_1 \mathcal{Y}_0} \quad (296)$$

Kako se vidi, desno u (296) dolazi razlomak komu se brojnik i nazivnik mogu predočiti vektorskim sumama, dakle u zadnjoj liniji nekim vektorima $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ posve određenih iznosa A i B i posve određenih kuteva α_1 i α_2 , ako $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ predočuju brojnik i nazivnik desno u (296). Vektore $\mathcal{A}$ i $\mathcal{B}$ lako je nacrtati nadovezujući po zakonu geometrijske sumacije jedan na drugi vektore pripadne sumandima u brojniku, odn. u nazivniku promatranoga razlomka (specijalno kod sustava bez nulvodiča četvrti bi sumand u nazivniku otpao). A iz oblika $\mathcal{E}_0 : \mathcal{E}_1 = \mathcal{A} : \mathcal{B}$, kojim bi se onda relacija (296) mogla izraziti, vidi se odmah da se $\mathcal{E}_0$ može zamisliti kao stranica trokuta sastavljenoga iz stranica $\mathcal{E}_0$ i $\mathcal{A}$ i sličnoga trokuta sastavljenoga iz stranica $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{B}$. Kako se pak ovaj potonji dade bez daljega nacrtati, jer su sa $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{B}$ zadane dvije stranice ovoga trokuta i kut među njima, a i stranici $\mathcal{B}$ homologna stranica onoga prvoga trokuta može se smatrati zadana vektorom $\mathcal{A}$, to ne će biti poteškoće da se po zakonima sličnosti nacrtat trokutu sastavljenom iz $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{B}$ sličan trokut sa $\mathcal{A}$ kao stranicom homolognom stranici $\mathcal{B}$ i po tomu sa traženim vektorom $\mathcal{E}_0$ kao stranicom homolognom stranici $\mathcal{E}_1$ trokuta sa $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{B}$. A kod jednom konstruiranoga vektora $\mathcal{E}_0$ smjesta postaju vidljivi i fazni naponi potrošača kao geometrijske diferencije $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0$, $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0$ i $\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_0$. Time je otvorena mogućnost da se nađu struje $\mathcal{I}_1$ do $\mathcal{I}_3$ (te još i $\mathcal{I}_0$ uz $\mathcal{Y}_0 > 0$).

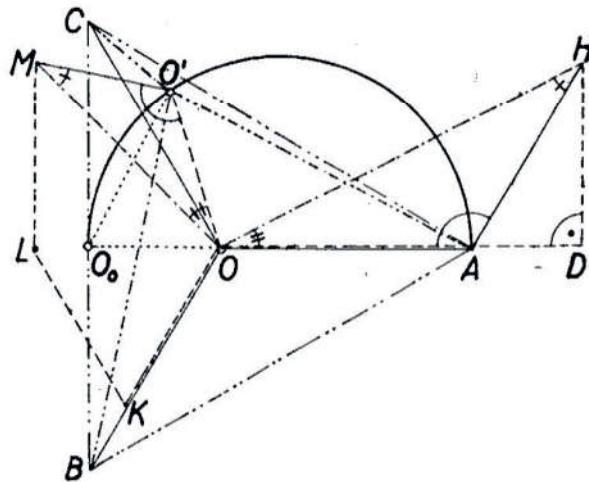
87. Na sl. 342. primijenjena je opisana općenita konstrukcija specijalno na slučaj zvijezde bez nulvodiča po sl. 341. s čistim kapacitivnim otporom $1/j\omega C$ (u obliku kondenzatora kapaciteta C) u prvoj fazi, te s dva jednaka čista radna otpora R (u obliku sijalica S' i S'' , s eventualno dodanima predotporima za poništavanje viših napona nego bi ih sijalice podnijele). Budući da bi ovdje bilo:

$$\mathcal{B}/E' = \mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2 + \mathcal{Y}_3 = j\omega C + 1/R + 1/R = 2/R + j\omega C$$

dosta bi bilo po sl. 342. povući u smjeru realne osi duljinu $OD = 2E'/R$ i nadovezati na nju u smjeru imaginarne osi duljinu $DH = E'\omega C$ (u sl. 342. je baš suponirano $1/R = \omega C$, t. j. da kapacitivni otpor odgovara iznosom radnima, odn.



Sl. 341.



Sl. 342.

da je $DH = \frac{1}{2} OD$). Onda bi OH predstavljalo po smjeru i veličini malo prije spomenuti vektor $\mathcal{B}$, a OAH trokut sa $OA = \mathcal{E}_1$ i $OH = \mathcal{B}$ kao stranicama. S druge strane, da se konstruira vektor $\mathcal{A} = OM$, dosta bi bilo po relaciji:

$$\mathcal{A} = \mathcal{E}_2 \mathcal{Y}_2 + \mathcal{E}_3 \mathcal{Y}_3 + \mathcal{E}_1 \mathcal{Y}_1 = \mathcal{E}_2/R + \mathcal{E}_3/R + j\omega C \mathcal{E}_1$$

povući $OK = KL = E'/R$ i to OK u smjeru vektora $\mathcal{E}_2 = OB$ i KL u smjeru vektora $\mathcal{E}_3 = OC$, te nadovezati LM (u konkretnom slučaju zbog $1/C\omega = R$ iznosom jednako sa OK i sa OL); dobiveni vektor $OM = \mathcal{A}$ predstavljao bi stranicu trokuta $OO'M$ homolognu stranici OH trokuta OAH, tako da bi se iskorišćujući sličnost, na pr. prenoseći jednostruko i dvostruko precrtane kuteve kod H i O u OAH na M i O u $OO'M$, lako neposredno konstruiralo $OO' = \mathcal{E}_0$, čime bi problem bio riješen.

Kako se vidi, fazni naponi O'B grane sa sijalicom S' i O'C grane sa sijalicom S'' bili bi vrlo nejednaki, tako da bi sijalica S' vrlo jako sjala i sijalica S'' vrlo slabo ili nikako. Dakle fazu koja neposredno slijedi iza kondenzatorske faze pokazuje pripadna sijalica jačim sjajem. Da je slijed faza obrnut, gorila bi jače sijalica S'' . Zato se naprava po sl. 341. upotrebljava kao *indikator slijeda faza*, za istraživanje kojim redom vodiče u nekom trofaznomvodu treba označiti sa R-S-T.

Kod variranja kapacitivnog otpora prve faze uz nepromijenjene radne otpore u ostale dvije faze pomicala bi se nultočka O' po polukrugu $O_0O'A$ s visinom O_0A trokuta ABC kao diametrom. To bi se lako izvelo iz relacija analognih relacijama (I) i (II) iz E-85. uspoređujući kao i tamo odnos vektorâ $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0 = O'A$ i $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0'' = O_0A$, gdje $\mathcal{E}_0''$ neka kao i u E-85. znači napon nultočke kod prekinute prve faze.

88. Kao zadnju primjenu formule (295) razmotrimo trofazni vod s nulvodičem ili bez njega, te s linijskim vodičima istih kapaciteta C i po tomu istih kapacitivnih otpora $1/j\omega C$ prema zemlji, i to uz pretpostavku da jedna faza dobije spoj sa zemljom. Taj spoj zamislit ćemo karakteriziran radnim otporom R , koji možemo smatrati paralelnim kapacitivnom otporu te faze prema zemlji. Ako bi se, kao u sl. 345., radilo o prvoj fazi, bilo bi $\mathcal{Y}_1 = 1/\mathcal{Z}_1$ jednako $1/R + j\omega C$, a $\mathcal{Y}_2$ i $\mathcal{Y}_3$ bili bi jednaki $j\omega C$, tako da bismo, supponirajući općenitije nego u sl. 345. ma kakav kompleksni otpor $\mathcal{Z}_0 = 1/\mathcal{Y}_0$ kao spoj nultočke O izvora sa zemljom Z , mogli po (295) pisati:

$$\mathcal{E}_0 = \frac{\mathcal{E}_1 \cdot \left(\frac{1}{R} + j\omega C \right) + \mathcal{E}_2 \cdot j\omega C + \mathcal{E}_3 \cdot j\omega C}{\left(\frac{1}{R} + j\omega C \right) + j\omega C + j\omega C + \frac{1}{\mathcal{Z}_0}}$$

te dalje, množeći brojnik i nazivnik razlomka desno sa R i imajući na umu da je kod simetričnih sustava $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 = 0$, konačno:

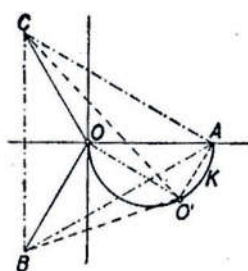
$$\mathcal{E}_0 = \frac{\mathcal{E}_1}{1 + 3j\omega CR + R\mathcal{Y}_0} \quad (\text{I})$$

Dobiveno je rješenje zanimljivo primijeniti na dva specijalna slučaja, naime: a) na slučaj sustava bez nulvodiča sa $\mathcal{Y}_0 = 1/\mathcal{Z}_0 = 0$; b) na slučaj da je spoj između O i Z realiziran čistom induktancijom otpora $\mathcal{Z}_0 = jL\omega$.

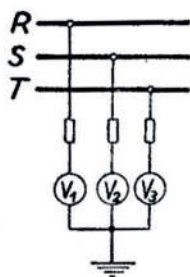
U slučaju a) vrijedi po (I) relacija:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 + 3j\omega RC \cdot \mathcal{E}_0$$

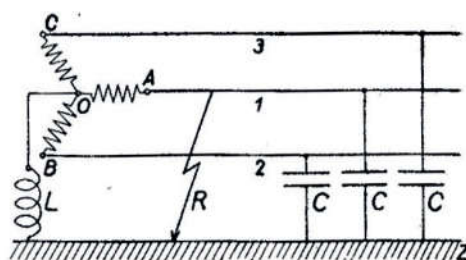
prema kojoj je po sl. 343. vektor $\mathcal{E}_1 = OA$ suma dvaju okomitih vektora, naime vektora OO' iznosa E_0 i vektora $O'A$ iznosa $3\omega RCE_0$, što znači da O' leži na polu-



Sl. 343.



Sl. 344.



Sl. 345.

krugu K nad OA kao diametrom i da će elektrostatski voltmetar, priključen između vodiča s dozemnim spojem malena otpora R i zemlje Z , pokazivati napon $O'A$

mного manji od napona O'B i O'C što bi ih pokazivala dalja dva voltmetra priključena između ostala dva vodiča i zemlje (primjena kod nadziranja dozemnih spojeva trofaznih vodova s tri voltmetra po sl. 344.: kod spoja jednoga vodiča sa zemljom pripadni voltmetar pokaže niži napon i druga dva viši prema istom $\sqrt{3}$ -tom dijelu iznosa linijskog napona što ga sva tri voltmetra pokazuju kod potpuno od zemlje izoliranog trofaznog voda).

U slučaju b) problem je naći takav induktivitet svitka koji spaja O sa Z na sl. 345. da, u slučaju sloma izolacije prema zemlji kojega od vodiča trofaznog voda, uz povoljan iznos R otpora dozemnog spoja, pripadni fazni napon, dakle na pr. kod dozemnog spoja prvoga vodiča napon O'A, padne na nulu, odn. da se točka O' uz svako R , a ne samo kod $R = 0$, nađe na mjestu točke A, pa da bude: $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}_1$. U tu svrhu dosta je da nazivnik desno u (I), sa $R\mathcal{Y}_0 = R/jL\omega = -jR/L\omega$, bude jednak jedinici, i po tomu da bude:

$$3j\omega CR - j\frac{R}{L\omega} = 0$$

što odmah daje važnu »formulu za induktivitet Petersenova svitka«:

$$L = \frac{1}{3\omega^2 C} \quad (297)$$

88a. Osim u E-82. uvedene i kasnije brojnim primjenama ilustrirane metode s traženjem napona $\mathcal{E}_0$ nultočke O' potrošača mogu se problemi nesimetričnih zvjezdastih tereta rješavati i posve drugim putem: upotrebom Kirchhoffovih zakona razgranjivanja. Iako većinom ovaj drugi postupak vodi na dulja računanja nego postupak sa $\mathcal{E}_0$, on se ipak primjenjuje, često kao kontrola prvog postupka, a katkad on i brže dovodi do rezultata.

Neka treba izračunati struje $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3$ kroz ma kakve tri impedancije $\mathcal{Z}_1, \mathcal{Z}_2, \mathcal{Z}_3$ zvijezde kojoj je narinut trokut linijskih napona $\mathcal{E}_{21}, \mathcal{E}_{13}, \mathcal{E}_{31}$ po sl. 345.a). Primjenom I. Kirchhoffova zakona na zvjezdšte potrošača O', uz pretpostavku da nema nulvodiča, dobiva se prva veza između tražene tri struje:

$$\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \mathcal{I}_3 = 0 \quad (a)$$

Ostale dvije jednadžbe (b) slijede primjenom II. Kirchhoffova zakona na petlje O'RSO' odn. O'TRO':

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{I}_1 \cdot \mathcal{Z}_1 - \mathcal{I}_2 \cdot \mathcal{Z}_2 + 0 &= \mathcal{E}_{21} \\ -\mathcal{I}_1 \cdot \mathcal{Z}_1 + 0 + \mathcal{I}_3 \cdot \mathcal{Z}_3 &= \mathcal{E}_{13} \end{aligned} \right\} \quad (b)$$

Sa (a) i (b) uspostavljen je sustav od tri linearne jednadžbe s tri nepoznanice $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3$, koji se može riješiti metodom determinanata, tako da se izračunaju determinanta sustava D i determinante D_1 i D_2 sa stavljenim u D -determinantu

mjesto prvog odn. drugog njenoga stupca $0-\mathcal{E}_{21}-\mathcal{E}_{13}$. Onda za tražene struje vrijede relacije:

$$\mathcal{I}_1 = \frac{D_1}{D} \quad (c) \quad \mathcal{I}_2 = \frac{D_2}{D} \quad (d) \quad \mathcal{I}_3 = -(\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2) \quad (e)$$

Da ilustriramo metodu na konkretnom, relativno jednostavnom slučaju, uzmimo već u E-84. i E-85. izrađeni problem nesimetrične zvijezde s tri rezistancije $R_1-R_2-R_3$ iznosâ $12,5-20-100 \Omega$ i sa simetričnim trokutom linijskih napona:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_{32} &= 381 \cdot \left\| -90^\circ \right\| = -381 \cdot j \\ \mathcal{E}_{13} &= 381 \cdot \left\| +150^\circ \right\| = -330 + 190,5 \cdot j \\ \mathcal{E}_{21} &= 381 \cdot \left\| +30^\circ \right\| = +330 + 190,5 \cdot j \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

Pripadne determinante su onda:

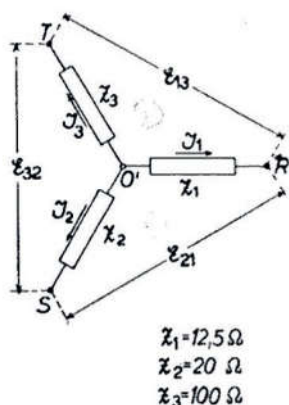
$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 12,5 & -20 & 0 \\ -12,5 & 0 & 100 \end{vmatrix} = -3500$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ +330 + 190,5 \cdot j & -20 & 0 \\ -330 + 190,5 \cdot j & 0 & 100 \end{vmatrix} = -39600 - 15240j$$

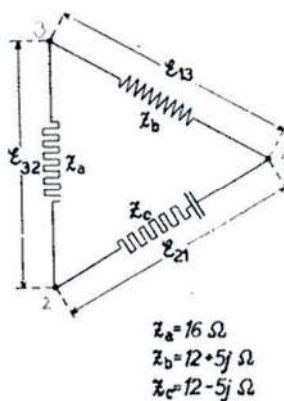
$$D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 12,5 & +330 + 190,5j & 0 \\ -12,5 & -330 + 190,5 \cdot j & 100 \end{vmatrix} = 33000 + 23810j$$

pa po (c) i (d) slijede: $\mathcal{I}_1 = 11,31 + 4,34 \cdot j$, $\mathcal{I}_2 = -9,43 - 6,80 \cdot j$, te po tomu, prema (e): $\mathcal{I}_3 = -1,88 + 2,45 \cdot j$.

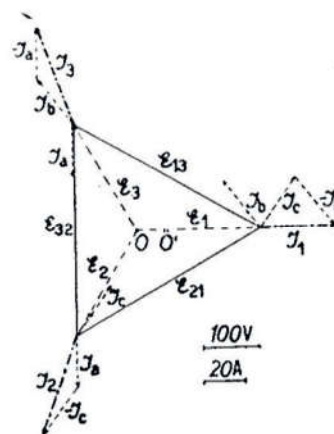
Efektivni iznosi triju struja jesu: $I_1 = 12,12 \text{ A}$, $I_2 = 11,62 \text{ A}$, $I_3 = 3,08 \text{ A}$, u punom skladu s rezultatima dobivenima na prijašnje načine.



Sl. 345.a)



Sl. 345.b)



Sl. 345.c)

88b. Radi li se o nekom nesimetričnom trokutnom potrošaču s impedancijama $\mathcal{Z}_a-\mathcal{Z}_b-\mathcal{Z}_c$, priključenu po sl. 345. b) na simetrični sistem linijskih napona $\mathcal{E}_{32}-\mathcal{E}_{13}-\mathcal{E}_{21}$ (svejedno da li taj sistem dolazio sa stezaljki zvjezdano ili trokutno

spojenog izvora), fazne struje $\mathcal{I}_a$ - $\mathcal{I}_b$ - $\mathcal{I}_c$ moći će se neposredno računati po relacijama:

$$\mathcal{I}_a = \frac{\mathcal{E}_{32}}{\mathcal{Z}_a} \quad (g) \quad \mathcal{I}_b = \frac{\mathcal{E}_{13}}{\mathcal{Z}_b} \quad (h) \quad \mathcal{I}_c = \frac{\mathcal{E}_{21}}{\mathcal{Z}_c} \quad (i)$$

Ako se međutim problem proširi, pa se traže i linijske struje $\mathcal{I}_1$ - $\mathcal{I}_2$ - $\mathcal{I}_3$, onda će se dakako ove moći odrediti konstruktivno kao geometrijske diferencije vektora po dvaju faznih struja, pripadnih svakoj od traženih linijskih struja, na pr. po sl. 345.c) struja $\mathcal{I}_1$ kao diferencija strujâ $\mathcal{I}_c$ i $\mathcal{I}_b$ odn. kao suma struja $\mathcal{I}_c$ i $-\mathcal{I}_b$, i slično za $\mathcal{I}_2$ i $\mathcal{I}_3$. A moći će se $\mathcal{I}_1$ računati i kao diferencija kompleksnih izraza struja $\mathcal{I}_c$ i $\mathcal{I}_b$ odn. kao suma izraza $\mathcal{I}_c$ i $-\mathcal{I}_b$. U slučaju ispravno provedenog računa dobivene struje odgovarat će relaciji:

$$\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \mathcal{I}_3 = 0$$

No mogu se problemi spojeva po sl. 345.b) rješavati, iako to obično zahtijeva mnogo više vremena, transfigurirajući trokut po sl. 345.b) u nesimetričnu zvijezdu impedancijâ $\mathcal{Z}_1$ - $\mathcal{Z}_2$ - $\mathcal{Z}_3$ bez nulvodiča, pa, zamišljajući toj zvijezdi s narinutim naponima $\mathcal{E}_{32}$ - $\mathcal{E}_{13}$ - $\mathcal{E}_{21}$ efektivnog iznosa E korespondentni izvor u zvjezdanom spoju s faznim naponima $\mathcal{E}_1$ - $\mathcal{E}_2$ - $\mathcal{E}_3$ $\sqrt{3}$ -struko manjega efektivnog iznosa $E' = E/\sqrt{3}$, računati $\mathcal{E}_0$ po (295) iz E-82. (no dakako ovaj put uz $1/\mathcal{Z}_0 = \mathcal{Y}_0 = 0$). S dobivenim $\mathcal{E}_0$ s pomoću $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_0$, $\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_0$ i $\mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_0$ lako se onda dolazi na $\mathcal{I}_1$ - $\mathcal{I}_2$ - $\mathcal{I}_3$ po relacijama iz E-82. U konkretnom slučaju po sl. 345.c) bilo bi: $\mathcal{E}_0 = OO'$.

Kao numerički primjer zamislimo po sl. 345.b) impedancije (u omima): $\mathcal{Z}_a = 16$, $\mathcal{Z}_b = 12 + 5j$ i $\mathcal{Z}_c = 12 - 5j$ podvrgnute simetričnom sistemu linijskih napona (u voltima):

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{32} &= 381 \cdot \parallel -90^\circ \parallel = -381j \\ \mathcal{E}_{13} &= 381 \cdot \parallel +150^\circ \parallel = -330 + 190,5j \\ \mathcal{E}_{21} &= 381 \cdot \parallel +30^\circ \parallel = 330 + 190,5j \end{aligned}$$

U sl. 345.c) vide se baš za ovaj slučaj, u naznačenim mjerilima napona i struja, odnosi ~~izvučeno~~ crtanih struja $\mathcal{I}_a$ - $\mathcal{I}_b$ - $\mathcal{I}_c$ prema pripadnim naponima $\mathcal{E}_{32}$ - $\mathcal{E}_{13}$ - $\mathcal{E}_{21}$, pri čemu treba zamišljati struje $\mathcal{I}_a$ - $\mathcal{I}_b$ - $\mathcal{I}_c$ s vrijednostima I_a - I_b - I_c iznosâ (u amperima): 23,8-29,3-29,3, i pripadne vektore povučene prema $\mathcal{E}_{32}$ - $\mathcal{E}_{13}$ - $\mathcal{E}_{21}$: prvi istofazno s prvim naponom, drugi i treći za $22,6^\circ$ fazno zaostalo prema drugom naponu i za $22,6^\circ$ fazno naprijed prema trećem naponu (fazni kutevi impedancija $12 + 5j$ odn. $12 - 5j$ jesu $+22,6^\circ$ odn. $-22,6^\circ$). Konstruktivno bi se po sl. 345.c) došlo do struja $\mathcal{I}_1$ - $\mathcal{I}_2$ - $\mathcal{I}_3$ na pr. praveći diferenciju $\mathcal{I}_1 = \mathcal{I}_c - \mathcal{I}_b$ dodavanjem struji $\mathcal{I}_c$ struje $-\mathcal{I}_b$, suprotne struji $\mathcal{I}_b$ i na slici crtkano naznačene. A slično bi vrijedilo za struje $\mathcal{I}_2$ i $\mathcal{I}_3$.

Neposredno se geometrijske diferencije kojima odgovaraju linijske struje mogu konstruirati na način prikazan u sl. 376. uz vj. 183. kao stranice trokuta FGH.

Kod računskog postupka fazne struje promatranog sistema, zamišljene svedene na vektor referencije u smjeru pozitivne apscisne osi, dobile bi se po relacijama (g) do (i) s vrijednostima (u amperima):

$$\mathcal{I}_a = \frac{-381j}{16} = -23,8j$$

$$\mathcal{I}_b = \frac{-330 + 190,5j}{12 + 5j} = -17,8 + 23,3j$$

$$\mathcal{I}_c = \frac{330 + 190,5j}{12 - 5j} = 17,8 + 23,3j$$

pa bi linijske struje slijedile po relacijama:

$$\mathcal{I}_1 = \mathcal{I}_c - \mathcal{I}_b = 17,8 + 23,3j - (-17,8 + 23,3j) = 35,6$$

$$\mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_a - \mathcal{I}_c = -23,8j - (17,8 + 23,3j) = -17,8 - 47,1j$$

$$\mathcal{I}_3 = \mathcal{I}_b - \mathcal{I}_a = -17,8 + 23,3j - (-23,8j) = -17,8 + 47,1j$$

Lako je uvjeriti se da ovako dobivene fazne i linijske struje i po efektivnim iznosima i po faznim odnosima odgovaraju konstruktivno dobivenim rezultatima po sl. 345.c), kao i da doista izlazi:

$$\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2 + \mathcal{I}_3 = 35,6 + (-17,8 - 47,1j) + (-17,8 + 47,1j) = 0$$

89. Osvrnimo se još kratko na nesimetrične trofazne sustave. Zamislimo najprije dva simetrična trofazna sustava, predložena sustavima jednostruko i dvostruko precrtanih vektora faznih napona na sl. 346. Veći sustav neka je s normalnim slijedom faza, t. j. njegovi naponi neka slijede jedan za drugim kao u sl. 320. i u formuli (287), i po tomu neka budu uz pomoć faktora a iz E-37. i E-57. izraženi sa:

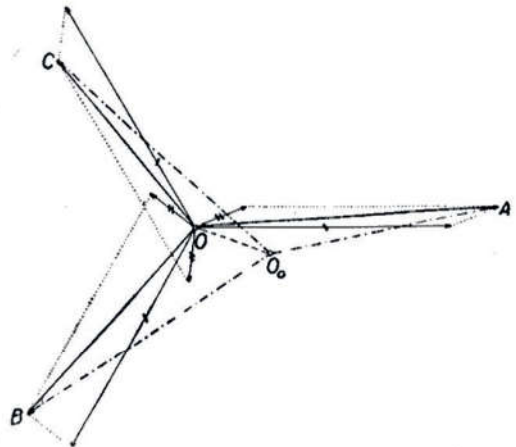
$$\mathcal{E}_1', \quad \mathcal{E}_2' = a^2 \cdot \mathcal{E}_1' \quad \text{i} \quad \mathcal{E}_3' = a \cdot \mathcal{E}_1'$$

A manji sustav neka bude *inverzni* sustav s obrnutim slijedom faza, t. j. njegovi naponi neka budu: $\mathcal{E}_1'', \quad \mathcal{E}_2'' = a \cdot \mathcal{E}_1''$ i $\mathcal{E}_3'' = a^2 \mathcal{E}_1''$, odn. neka je tu svaki napon pomaknut fazno za $+120^\circ$ ili $+2\pi/3$ prema prethodnom (a ne za -120° ili $-2\pi/3$ kao kod dosad uzimanih normalnih *direktnih* sustava). Superpozicijom obih sustava napona u pojedinim fazama dobit će se očito nesimetričan sustav napona $OA = \mathcal{E}_1$, $OB = \mathcal{E}_2$ i $OC = \mathcal{E}_3$ po formulama:

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1' + \mathcal{E}_1''$$

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_2' + \mathcal{E}_2'' = a^2 \cdot \mathcal{E}_1' + a \cdot \mathcal{E}_1''$$

$$\mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_3' + \mathcal{E}_3'' = a \cdot \mathcal{E}_1' + a^2 \cdot \mathcal{E}_1''$$



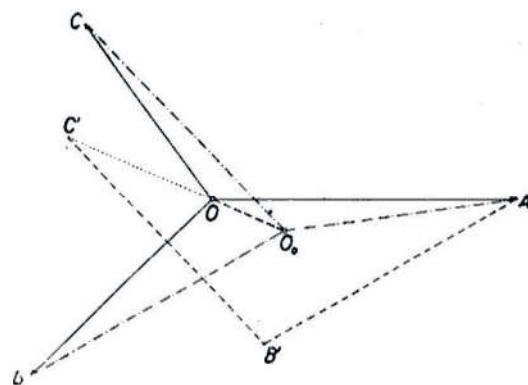
Sl. 346.

no takav da je suma njegovih napona $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3$ jednaka nuli, što je lako vidjeti zbrajajući netom napisane tri relacije i uzimajući u obzir relaciju [sa a i a^2 u obliku $Z \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi)$]:

$$1 + a + a^2 = 1 + \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

Recimo da sad ovom nesimetričnom sustavu, kombiniranom od jedne simetrične *direktne komponente* i jedne simetrične *inverzne komponente*, dalje superponiramo sustav od tri po veličini i faznom kutu jednaka napona $\mathcal{E}_0$, dodajući svakom od njegovih faznih napona isti napon $O_0O = \mathcal{E}_0$, odn. odbijajući napon $-\mathcal{E}_0 = OO_0$. Nastao bi sad još više nesimetričan sustav triju napona $O_0A = (\mathcal{E}_1)_0$, $O_0B = (\mathcal{E}_2)_0$ i $O_0C = (\mathcal{E}_3)_0$, kojih bi suma bila $3\mathcal{E}_0$, dakle različita od nule.

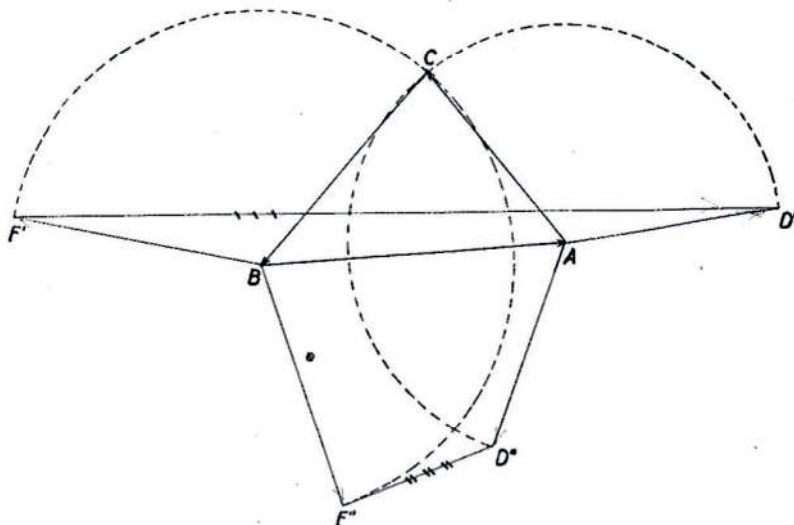
90. Obrnuto se prema gornjem sustav od ma kakva tri napona, kojih je suma različita od nule odn. pripadni se vektori nadovezani jedan na drugi po zakonu geometrijske sumacije ne zatvaraju u trokut, može smatrati sastavljenim od *tri simetrične komponente*, naime od jedne *nulte* koja predstavlja dio jednak po iznosu i faznom kutu u sva tri zadana napona, zatim od jedne veće *direktne* komponente u obliku simetričnog trofaznog sustava s istim slijedom faza kao kod triju zadanih napona, te konačno jedne manje *inverzne* komponente u obliku simetričnog trofaznog sustava sa suprotnim slijedom faza nego kod zadanih napona. Kod sustava triju napona koji daju sumu nula otpada nulta komponenta. Omjer napona inverzne i direktne komponente može se smatrati mjerom za »nesimetriju« sustava.



Sl. 347.

Kako će očito u strojevima, transformatorima, vodovima i sl., različite komponente vrlo različito djelovati, može se proučavanje djelovanja nesimetričnih sustava napona svesti na proučavanje djelovanja njihovih simetričnih komponenta. A lako je po sl. 347. i 348. povoljan sustav triju napona O_0A , O_0B i O_0C rastvoriti u njegove tri simetrične komponente. Po sl. 347. da bi se dobilo $O_0O = \mathcal{E}_0$, ne treba nego da se na vektor O_0A nadovežu vektori AB' i $B'C'$ paralelni i jednaki sa O_0B , odn. O_0C , pa da se od O_0C' odijeli trećina toga vektora $O_0O = \mathcal{E}_0$. Preostaje tako novi sustav vektora OA , OB i OC sa O kao ishodištem, u kojemu su još sadržane direktna i inverzna simetrična komponenta. Da bismo i vektore $\mathcal{E}_1'$ i $\mathcal{E}_1''$ tih komponenata konstruktivno našli, načinimo od vektora OA , OB i OC iz sl. 347. trokut ABC po sl. 348. i zavrtnimo stranicu BC oko B za $+120^\circ$

u položaj BF' i za -120° u položaj BF'' , te slično AC oko A za -120° u položaj AD' i za $+120^\circ$ u položaj AD'' ; onda će $F'D'$ i $F''D''$ biti jednaki po iznosu i po



Sl. 348.

smjeru trokratnicima traženih vektora $\mathcal{E}_1'$ i $\mathcal{E}_1''$ prve faze direktne i prve faze inverzne simetrične komponente.

Na sl. 347. i 348. baš je kvantitativno izvršen rastvor nesimetričnog sustava dobivena sintetički po sl. 346., pa su prema tomu dobivene komponente jednake onima upotrebljenima kod sinteze.

III) O NESINUSOIDNIM IZMJENIČNIM VELIČINAMA

Konstante redova sinusâ i redova sinusâ i kosinusâ Fourierovih razvoja nesinusoidnih izmjeničnih veličina. Razvoji bez parnih članova, razvoji bez kosinusâ, te razvoji bez kosinusâ i parnih sinusâ. Fourierovi koeficijenti; primjeri. Harmonička analiza krivuljom dane izmjenične veličine. Efektivne vrijednosti nesinusoidnih veličina; faktor distorzije. Učin kod nesinusoidnih napona i struja; proširenje pojma faktora učina. Struje proizvedene nesinusoidnim naponima; resonancija n -tog člana. Nesinusoidnosti kod trofaznih sustava.

91. Nesinusoidne izmjenične veličine, po E-9. nazivane, zbog »gornjih« članova primiješanih u njima »osnovnom« članu, također »viševalnima« ili »sastavljenima« (»složenima«), dolaze u elektrotehnici nerijetko, čestoput i neželjeno. Proučavanje ovakvih veličina, dakle općenito povoljnih periodskih funkcija $y = f(t)$ vremena t sa T kao trajanjem perioda, odn. sa $f = 1/T$ i $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ kao numeričkom i kružnom frekvencijom, dade se svesti na proučavanje općenito beskonačnih redova sinusoidnih veličina s periodima $T, \frac{1}{2}T, \frac{1}{3}T, \dots$, odn. numeričkim i kružnim frekvencijama $f, 2f, 3f, \dots$ i $\omega, 2\omega, 3\omega, \dots$, u koje se, po poznatom iz matematike Fourierovu stavku, te veličine općenito dadu razviti.

Pri tomu će općenito pojedini članovi reda imati ne samo različite tjemene vrijednosti nego i različite fazne kuteve. U najopćenitijem slučaju, ako sa C_0 ozna-

čimo neki konstantni član, a sa $C_1, C_2, C_3, \dots$ i $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ tjemene vrijednosti i fazne kuteve članova ranga 1, 2, 3, ... Fourierova reda, imat ćemo dakle beskonačni red sinusâ:

$$y = f(t) = C_0 + C_1 \cdot \sin(\omega t - \varphi_1) + C_2 \cdot \sin(2\omega t - \varphi_2) + \dots \quad (298)$$

koji se daje pisati također i u obliku beskonačnoga reda sinusâ i kosinusâ

$$y = C_0 + A_1 \cdot \sin \omega t + A_2 \cdot \sin 2\omega t + \dots + B_1 \cdot \cos \omega t + B_2 \cdot \cos 2\omega t + \dots \quad (299)$$

Pri tomu vezu između tjemene vrijednosti C_n i faznog kuta φ_n n -toga člana reda sinusâ (298) i tjemених vrijednosti A_n i B_n članova tog indeksa reda sinusâ i kosinusâ (299) čini identitet [dobiven rastvorom člana $C_n \sin(n\omega t - \varphi_n)$ na poznati način]:

$$C_n \cos \varphi_n \sin n\omega t - C_n \sin \varphi_n \cos n\omega t = A_n \sin n\omega t + B_n \cos n\omega t$$

iz kojega neposredno slijede formule:

$$A_n = C_n \cos \varphi_n \quad B_n = -C_n \sin \varphi_n$$

odn. i obrnuto:

$$C_n^2 = A_n^2 + B_n^2 \quad \operatorname{tg} \varphi_n = -B_n/A_n$$

92. Općeniti Fourierov razvoj poprima međutim u slučajevima kakvi se vrlo često susreću u elektrotehnici jednostavnije oblike. Tako na pr. dolaze slučajevi izmjeničnih veličina sa samo malim brojem članova, dakle s koeficijentima ostalih članova jednakima nuli. A onda se već samim pogledom na krivulje izvjesnih izmjeničnih veličina može razabrati da će u pripadnim Fourierovim redovima manjkati izvjesne kategorije članova, odn. da će izvjesne kategorije koeficijenata iščezavati.

Tako će na pr. očito manjkati konstantni član C_0 kod »čistih« izmjeničnih veličina u smislu definicije iz E-6. No i tu su dalje mogući još specijalni slučajevi: a) da zbog iščezavanja pripadnih koeficijenata Fourierova razvoja otpadnu i *parni* članovi sinusâ u (298), odn. *parni* članovi sinusâ i kosinusâ u (299); b) da otpadnu *svi* članovi *kosinusâ* u (299); c) da, u prilikama gdje se susretnu kombinirana oba prethodna slučaja, otpadnu u (299) *svi* članovi *kosinusâ* i *parni* članovi *sinusâ*.

Slučaj a) nastupa kod izmjeničnih veličina kojima obje polovice perioda teku jednako, osim dakako po predznaku, koji im je protivan. Takva je na pr. krivulja 1 na sl. 255. iz E-5. Ako bismo dakle promijenili t u $t + \frac{1}{2}T$, izraz za y morao bi promijeniti predznak:

$$f(t) = -f(t + \frac{1}{2}T)$$

U takvom slučaju oblik negativne polovice vala dobio bi se odslikavanjem pozitivne obzirom na apscisnu os kao simetralu. Da tu zaista iz Fourierova razvoja pored člana C_0 otpadaju i članovi s *parnim* indeksom, vidi se po tomu što bi kod postojanja na pr. člana indeksa 2 moralo biti:

$$C_2 \sin(2\omega t - \varphi_2) = -C_2 \sin[2\omega(t + \frac{1}{2}T) - \varphi_2]$$

dakle dalje: $C_2 \sin(2\omega t - \varphi_2) + C_2 \sin(2\omega t + 2\pi - \varphi_2) = 0$. To konačno znači: $C_2 \cdot 2 \sin(2\omega t - \varphi_2) = 0$. A da to bude za svako t , mora biti $C_2 = 0$. Slično bismo dobili: $C_4 = 0$, itd., tako da bi preostao izraz:

$$y = C_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + C_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + \dots = \\ = A_1 \sin \omega t + A_3 \sin 3\omega t + \dots + B_1 \cos \omega t + B_3 \cos 3\omega t + \dots$$

Za slučaj b) uvjet je da krivulja izmjenične veličine bude simetrična obzirom na ishodište koordinata kao na sl. 349.; tada je:

$$f(t) = -f(-t)$$

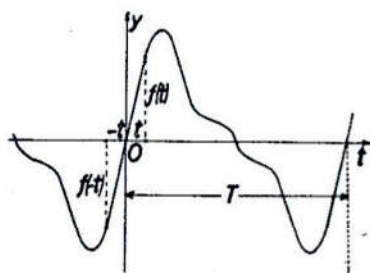
Onda u izrazu (299) očito mogu ostati članovi sa sinusom, jer je funkcija sinus simetrična s obzirom na ishodište. Ali će manjkati član C_0 , te članovi s kosinusom, jer bi na pr. za član kosinusa indeksa 5 moralo vrijediti identički:

$$B_5 \cos 5\omega t = -B_5 \cos(-5\omega t)$$

dakle $B_5 \cdot (\cos 5\omega t + \cos 5\omega t) = B_5 \cdot 2 \cos 5\omega t = 0$, t. j. bilo bi: $B_5 = 0$.

I uopće: $B_1 = B_2 = B_3 = B_4 = \dots = 0$. Tako bi preostalo:

$$y = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + A_3 \sin 3\omega t + \dots$$



Sl. 349.

Ako bismo imali još specijalnije slučaj c) s ispunjena oba uvjeta: $f(t) = -f(t + \frac{1}{2}T)$ i $f(t) = -f(-t)$, onda bi druga polovica perioda bila ponavljanje s protivnim predznakom vrijednosti prve polovice perioda, i svaka polovica perioda sastojala bi se iz dva dijela jednaka i simetrično položena obzirom na paralelu povučenu s ordinatnom osi sredinom dotičnog poluperioda. Takvu pravilnost pokazuje na pr. krivulja

2 na sl. 255. Pripadni razvoj za krivulje s ovakvim pravilnostima glasi:

$$y = A_1 \sin \omega t + A_3 \sin 3\omega t + A_5 \sin 5\omega t + \dots$$

93. Poznato je iz matematike da općenite formule za koeficijente Fourierova reda C_0 ; A_1 , A_2 , A_3 , ...; B_1 , B_2 , B_3 , ... glase:

$$C_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot dt \quad (300)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \sin n\omega t \cdot dt \quad (301) \quad B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cdot \cos n\omega t \cdot dt \quad (302)$$

Formula za C_0 dobila bi se množenjem relacije (299) sa dt i integriranjem od 0 do T ; onda desno svi određeni integrali sa sinusima i kosinusima otpadaju kao jednaki nuli, tako da se nakon izvršene integracije dobiva:

$$\int_0^T y \cdot dt = \int_0^T f(t) \cdot dt = C_0 \cdot T$$

i odatle formula (300). A formule za A_n odn. B_n dobili bismo množeći (299) sa $\sin n\omega t \cdot dt$ odn. sa $\cos n\omega t \cdot dt$ i integrirajući od 0 do T ; od integralâ na desnoj strani ostali bi kao općenito različiti od nule samo članovi sa A_n odn. sa B_n , u kojima A_n odn. B_n dolaze pomnoženi alternativno integralima s kvadratom sinusa odn. kosinusa, naime integralima:

$$\int_0^T \sin^2 n\omega t \cdot dt \quad (\text{I}) \quad \int_0^T \cos^2 n\omega t \cdot dt \quad (\text{II})$$

koji, izračunani s pomoću rastvorâ $\sin^2 n\omega t \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos 2n\omega t) \cdot dt$ odn. $\cos^2 n\omega t \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos 2n\omega t) \cdot dt$, daju kao rezultat integracije od 0 do T i u jednom i u drugom slučaju iznos $\frac{1}{2}T$. Tako se doista, nakon izvedene integracije, dobivaju relacije:

$$\int_0^T f(t) \cdot \sin n\omega t \cdot dt = A_n \cdot \frac{T}{2} \quad \int_0^T f(t) \cdot \cos n\omega t \cdot dt = B_n \cdot \frac{T}{2}$$

iz kojih formule (301) i (302) neposredno slijede.

Što integrali s članovima A_m i B_n ranga $m \neq n$ integracijom u granicama 0 do T ispadaju, ima svoj razlog u tomu da kod proračunavanja pripadnih integrala treba primijeniti uz $m \neq n$ rastvore produkata sinusa odn. kosinusa u polovicu diferencije odn. sume kosinusa po alternativnim formulama:

$$\int_0^T \sin m\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot dt = \frac{1}{2} \int_0^T \{ \cos [(m-n)\omega t] - \cos [(m+n)\omega t] \} \cdot dt = 0 \quad (\text{III})$$

$$\int_0^T \cos m\omega t \cdot \cos n\omega t \cdot dt = \frac{1}{2} \int_0^T \{ \cos [(m-n)\omega t] + \cos [(m+n)\omega t] \} \cdot dt = 0 \quad (\text{IV})$$

Ispadaju također, kod množenja sa $\sin n\omega t \cdot dt$ u svrhu izračunavanja koeficijenata A_n , i obrnuto kod množenja sa $\cos n\omega t \cdot dt$ u svrhu izračunavanja koeficijenata B_n , integrali s onim drugim koeficijentom B_n odn. A_n , i to zbog mogućnosti pretvorbe produkta $\sin n\omega t \cdot \cos n\omega t$ u $\frac{1}{2}\sin 2n\omega t$ i njim uvjetovane relacije:

$$\int_0^T \sin n\omega t \cdot \cos n\omega t \cdot dt = \frac{1}{2} \int_0^T \sin 2n\omega t \cdot dt = 0 \quad (\text{V})$$

Slično i integrali $\int_0^T C_0 \cdot \sin n\omega t \cdot dt$ i $\int_0^T C_0 \cdot \cos n\omega t \cdot dt$ daju kao rezultate nulu.

94. Ako se specijalno radi o izmjeničnim veličinama koje ispunjavaju uvjet a) iz E-92. pa im je tok određen već polovicom perioda, dovoljno je, kako je lako verificirati, umjesto integracije po cijelom periodu po (301) i (302), integrirati

kod proračunavanja neparnih koeficijenata A_n i B_n po pola perioda, postupajući po formulama:

$$A_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cdot \sin n \omega t \cdot dt \quad (301') \quad B_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} f(t) \cdot \cos n \omega t \cdot dt \quad (302')$$

dok parne A_n i B_n kao i C_0 ne treba ni računati, jer prvi i onako iščezavaju u slučaju a) iz E-92., a potonji iščezava čak u svim slučajevima promatranima u E-92.

Ako se pak još specijalnije radi o slučaju c) iz E-92., gdje je cijeli tok krivulje zadan već prvom četvrtinom perioda i gdje je $C_0 = A_2 = A_4 = A_6 = \dots = B_1 = B_3 = B_5 = \dots = 0$, dosta je tražiti samo koeficijente A_n s neparnim n , i to integrirajući samo po četvrtini perioda na bazi formule:

$$A_n = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} f(t) \cdot \sin n \omega t \cdot dt \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \quad (301'')$$

95. S pomoću dobivenih formula lako se računaju Fourierovi redovi za geometrijski jednostavnije oblike krivulja izmjeničnih veličina. Uzmimo na pr. izmjeničnu veličinu s krivuljom u obliku istokračnog trapeza po sl. 350. U dijelu četvrtperioda određenom kutom β , i po tomu vremenom $t_0 = \beta/\omega$, izmjenična veličina neka raste linearno po zakonu: $y = y_1 = k \cdot t$ do tjemena iznosa Y_m , a u preostalom dijelu četvrtperioda, određenom kutom $\beta' = \pi/2 - \beta$, neka ostaje konstantna po zakonu: $y = y_2 = Y_m$. Kako se radi o veličini sa samo sinusnim neparnim članovima, dosta će biti primjeniti formulu (301''), koja će u ovom slučaju glasiti:

$$A_n = \frac{8}{T} \int_0^{t_0} y_1 \cdot \sin n \omega t \cdot dt + \frac{8}{T} \int_{t_0}^{T/4} y_2 \cdot \sin n \omega t \cdot dt$$

što bi nakon supstitucije vrijednosti y_1 i y_2 , neodređene integracije obih sumanda desno i stavljanja gornjih granica t_0 odn. $T/4$ i donjih granica 0 odn. t_0 u dobivene rezultate, dalo: $A_n = 4 Y_m \cdot (\sin n \beta) / \beta \pi n^2$, i po tom Fourierov red za promatranu trapeznu izmjeničnu veličinu:

$$y = \frac{4 Y_m}{\beta \pi} (\sin \beta \cdot \sin \omega t + \frac{1}{9} \sin 3\beta \cdot \sin 3\omega t + \frac{1}{25} \sin 5\beta \cdot \sin 5\omega t + \dots) \quad (303)$$

Elektrotehnički je zanimljivo da će prema dobivenom izrazu najbliži sinusoidi biti onaj trapez u kojemu ne bude člana sa A_3 kao najvećeg člana u razvoju (303) poslije osnovnoga; stavljajući $A_3 = 4 Y_m \cdot (\sin 3\beta) / 9 \beta \pi$ jednakim nuli dobili bismo: $\sin 3\beta = 0$, dakle $\beta = \pi/3 = 60^\circ$. Najviše će se dakle priljubljuvati sinusoidi trapez kod kojega momentani iznos veličine raste u prve dvije trećine četvrtperioda i ostaje stalan u posljednjoj trećini. Takav je baš trapez iz sl. 350. Tjemeni iznos osnovnog člana ovakvog trapeza, t. j. ono s čime je u (303) pomnoženo $\sin \omega t$, jest:

$$Y_1 = \frac{4 Y_m}{\pi \cdot \pi/3} \cdot \sin \frac{\pi}{3} = 1,05 \cdot Y_m$$

Taj je iznos tek neznatno veći od tjemena iznosa same trapezne izmjenične veličine.

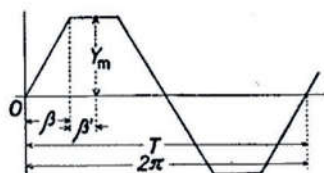
Krivulje pravokutnih i istokračnotrokutnih izmjeničnih veličina po sl. 350.a) i 350.b) mogu se shvatiti kao specijalni slučajevi trapeza po sl. 350. za $\beta=0$, odn. $\beta = \pi/2$, prema čemu i pripadni Fourierovi razvoji neposredno slijede specijalizacijom formule (303). Izlazi, kako se lako vidi, za pravokutnik:

$$y = \frac{4Y_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3 \omega t + \frac{1}{5} \sin 5 \omega t + \dots \right)$$

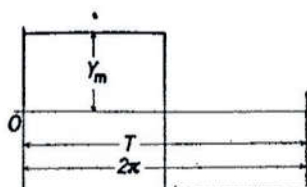
i za istokračni trokut:

$$y = \frac{8Y_m}{\pi^2} \left(\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3 \omega t + \frac{1}{25} \sin 5 \omega t - \frac{1}{49} \sin 7 \omega t \pm \dots \right)$$

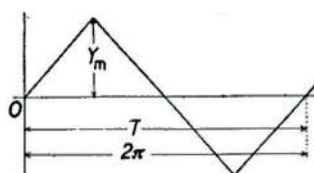
Navedimo, bez dokaza, i formule za Fourierov razvoj još nekih elektrotehnički važnih periodskih veličina. Evo najprije razvoja »punovalno ispravljenog« sinusoidnog izmjeničnog napona e tjemene vrijednosti E_m s krivuljom po sl. 258.



Sl. 350.



Sl. 350.a)



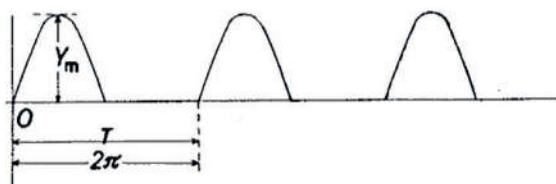
Sl. 350.b)

uz E-7. (kako se ova krivulja može shvatiti kao »nečista« izmjenična veličina kojoj se negativni dio čak smanjio na nulu, razvoj sadrži član sa C_0 ; on ima osim toga samo parne kosinuse):

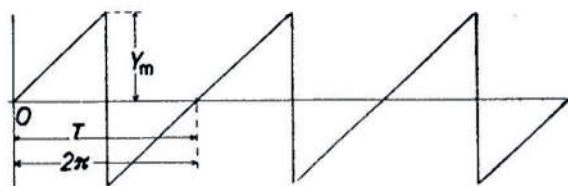
$$e = \frac{4E_m}{\pi} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2 \omega t}{1 \cdot 3} - \frac{\cos 4 \omega t}{3 \cdot 5} - \frac{\cos 6 \omega t}{5 \cdot 7} - \dots \right)$$

Za »poluvalno ispravljeni« napon e tjemnog iznosa E_m prema sl. 351. (uz $Y_m = E_m$) Fourierov razvoj glasi:

$$e = \frac{2E_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \sin \omega t - \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2 \omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4 \omega t - \dots \right)$$



Sl. 351.



Sl. 352.

Konačno »pilasti napon« po sl. 352. (uz $Y_m = E_m$), koji se nastoji proizvesti u »vremenskim bazama« katodnih oscilograma, može se predložiti beskonačnim redom:

$$e = \frac{2E_m}{\pi} \left(\sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2 \omega t + \frac{1}{3} \sin 3 \omega t - \dots \right)$$

96. Matematički jednostavnije krivulje, kao one po sl. 350. do 350.b), od naj-
njeg su interesa u tehničkoj praksi. A kod onih po kompliciranijim izrazima za
 $y=f(t)$ bilo bi i teško (ili nemoguće) izračunavati integrale (300) do (302). Često se
čak izmjenična veličina dobiva tek u obliku oscilograma, za koji nije moguće na-
vesti matematski izraz $y=f(t)$, s kojim bi se računali integrali za C_0 , A_n i B_n .

U takvim slučajevima ne preostaje drugo nego poslužiti se za određivanje
koeficijenata Fourierova razvoja metodama aproksimacije. Metoda za ovakvu
aritmetičku analizu (»harmoničku analizu«) krivulje neke izmjenične veličine ima
više. Opišimo i na jednom primjeru ilustrirajmo najobičniju, koju je razradio Runge.
Ograničimo se na slučaj a) iz E-92., kad je dovoljno promatrati samo polovicu
perioda izmjenične veličine, te iščezavaju koeficijent C_0 i koeficijenti A_n i B_n s par-
nim indeksima, što u praksi gotovo uvijek dostaje. Preostaje prema tomu da se
odrede samo neparni A_n i B_n , odn. amplitude ili tjemene vrijednosti neparnih
članova Fourierova reda. A za te vrijede integrali (301') i (302') iz E-94., koje u
našu svrhu samo treba približno predočiti konačnim sumama, i to integral
iz (301') sa:

$$\frac{4}{T} \left[f(t_1) \sin n \omega t_1 + f(t_2) \cdot \sin n \omega t_2 + f(t_3) \cdot \sin n \omega t_3 + \dots \right] \cdot \Delta t$$

a integral iz (302') sa:

$$\frac{4}{T} \left[f(t_1) \cos n \omega t_1 + f(t_2) \cdot \cos n \omega t_2 + f(t_3) \cdot \cos n \omega t_3 + \dots \right] \cdot \Delta t$$

ako su $t_1, t_2, t_3, \dots$ momenti poluperioda $\frac{1}{2}T$ takvi da je t_1 jednako izvjesnom malom
intervalu vremena Δt računatom od početka perioda, $t_2 = 2 \cdot \Delta t$ dvostrukom takvom
intervalu Δt , $t_3 = 3 \cdot \Delta t$ trostrukom tom intervalu, itd., sve dok se na taj način
ne dođe do kraja promatrane polovice perioda. Što je Δt manje, to bliži će naši
izrazi biti koeficijentima A_n i B_n .

97. Time bi bila u biti opisana gornja metoda. Za praktičku upotrebu treba
joj samo dati oblik prikladan za brzu i laku primjenu. U tu svrhu razdijelimo cijeli
period u 24 i po tomu promatranu polovicu perioda u 12 jednakih odsječaka Δt ,
tako da bude: $\Delta t = T/24$, i zamislimo očitane odsječcima $\Delta t, 2 \cdot \Delta t, \dots$ pripadne
ordinate $y_1 = f(t_1), y_2 = f(t_2), \dots$; onda bismo specijalno mogli (zamjenjujući još
 ω sa $2\pi/T$) približno pisati:

$$A_n = \frac{4}{T} \cdot \left[y_1 \cdot \sin \left(n \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{24} \right) + y_2 \cdot \sin \left(n \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{2T}{24} \right) + \dots \right] \cdot \frac{T}{24} \quad (304)$$

$$B_n = \frac{4}{T} \cdot \left[y_1 \cdot \cos \left(n \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{24} \right) + y_2 \cdot \cos \left(n \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{2T}{24} \right) + \dots \right] \cdot \frac{T}{24} \quad (305)$$

ili također, ako bismo umjesto lučne mjere uveli stupnjeve:

$$A_n = \frac{1}{6} \cdot [y_1 \cdot \sin(n \cdot 15^\circ) + y_2 \cdot \sin(n \cdot 30^\circ) + \dots + y_{11} \cdot \sin(n \cdot 165^\circ) + y_{12} \cdot \sin(n \cdot 180^\circ)]$$

$$B_n = \frac{1}{6} \cdot [y_1 \cdot \cos(n \cdot 15^\circ) + y_2 \cdot \cos(n \cdot 30^\circ) + \dots + y_{11} \cdot \cos(n \cdot 165^\circ) + y_{12} \cdot \cos(n \cdot 180^\circ)]$$

Vrijednosti y_1 do y_{12} dadu se uvijek izmjeriti na oscilogramu ili na nacrtanoj krivulji neke izmjenične veličine, a vrijednosti sinusa i kosinusa lako je naći u trigonometrijskim tablicama. Tako po upravo napisanim formulama za A_n i B_n možemo redom računati koeficijente $A_1, A_3, A_5, \dots, B_1, B_3, B_5, \dots$, puštajući da n poprimi redom iznose 1, 3, 5, ... Specijalno bismo recimo za koeficijente A_1 i B_1 , stavljajući $n = 1$ i uzimajući u obzir relacije: $\sin 15^\circ = \sin 165^\circ$, $\sin 30^\circ = \sin 150^\circ$, itd., i slično relacije: $\cos 15^\circ = -\cos 165^\circ = \sin 75^\circ$, itd., dobili stegnuto:

$$A_1 = \frac{1}{6} \cdot [(y_1 + y_{11}) \sin 15^\circ + (y_2 + y_{10}) \sin 30^\circ + (y_3 + y_9) \sin 45^\circ + (y_4 + y_8) \sin 60^\circ + (y_5 + y_7) \sin 75^\circ + y_6 \sin 90^\circ]$$

$$B_1 = \frac{1}{6} \cdot [(y_5 - y_7) \sin 15^\circ + (y_4 - y_8) \sin 30^\circ + (y_3 - y_9) \sin 45^\circ + (y_2 - y_{10}) \sin 60^\circ + (y_1 - y_{11}) \sin 75^\circ - y_{12} \sin 90^\circ]$$

Cijela dakle stvar izlazi na to da se načine *sume* s_1 do s_6 i *diferencije* d_1 do d_6 očitanih ordinata po ovoj »Shemi I«:

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
	y_{12}	y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7
	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1

(gdje se iznosi s_1 do s_6 odn. d_1 do d_6 dobivaju zbrajanjem odn. odbijanjem očitanih ordinata u pripadnom stupcu), pa da se onda za A_1 pomnože veličine s_1 do s_6 i za B_1 veličine d_1 do d_6 redom faktorima:

$$k_1 = \frac{1}{6} \sin 15^\circ = \frac{1}{6} \cdot 0,25882 = 0,04314$$

$$k_2 = \frac{1}{6} \sin 30^\circ = \frac{1}{6} \cdot 0,50000 = 0,08333$$

$$k_3 = \frac{1}{6} \sin 45^\circ = \frac{1}{6} \cdot 0,70711 = 0,11785$$

$$k_4 = \frac{1}{6} \sin 60^\circ = \frac{1}{6} \cdot 0,86603 = 0,14434$$

$$k_5 = \frac{1}{6} \sin 75^\circ = \frac{1}{6} \cdot 0,96593 = 0,16100$$

$$k_6 = \frac{1}{6} \sin 90^\circ = \frac{1}{6} \cdot 1,00000 = 0,16667$$

Sumacijom dobivenih šest produkata neposredno bismo onda dobili A_1 odn. B_1 .

98. Daljim razmatranjima izrazâ za A_n i B_n uz $n = 3$, pa uz $n = 5$, itd., lako bi se, sličnim postupkom kao gore kod A_1 i B_1 , razabralo da i kod proračunavanja koeficijenata A_3 i B_3 , A_5 i B_5 , itd., dolaze produkti pozitivnih ili negativnih veličina s_1 do s_6 odn. d_1 do d_6 s određenim netom izračunanim faktorima k_1 do k_6 , no za koeficijente raznih indeksa u raznim kombinacijama. Koeficijenti ranga 1, 3, 5, 7 i 9 dobili bi se po ovoj »Shemi II«:

$k_1 s_1 = \dots$		$k_1 s_5 = \dots$	$k_1 s_6 = \dots$	
$k_2 s_2 = \dots$		$k_2 s_2 = \dots$	$-k_2 s_2 = \dots$	
$k_3 s_3 = \dots$	$k_3(s_1 + s_3 - s_5) = \dots$	$-k_3 s_3 = \dots$	$-k_3 s_3 = \dots$	$k_3(s_1 + s_3 - s_5) = \dots$
$k_4 s_4 = \dots$		$-k_4 s_4 = \dots$	$k_4 s_4 = \dots$	
$k_5 s_5 = \dots$		$k_5 s_1 = \dots$	$k_5 s_1 = \dots$	
$k_6 s_6 = \dots$	$k_6(s_2 - s_6) = \dots$	$k_6 s_6 = \dots$	$-k_6 s_6 = \dots$	$-k_6(s_2 - s_6) = \dots$
$A_1 = \dots$	$A_3 = \dots$	$A_5 = \dots$	$A_7 = \dots$	$A_9 = \dots$
$B_1 = \dots$	$-B_3 = \dots$	$B_5 = \dots$	$-B_7 = \dots$	$B_9 = \dots$

Neposredno radeći kao u tabeli sa sumama s_1 do s_6 i zbrajajući iznose u odnosnim stupcima dobivali bismo koeficijente A_1, A_3, A_5, A_7 , itd. a zamjenjujući sume s_1 do s_6 diferencijama d_1 do d_6 i postupajući inače posve jednako dobivali bismo iznose $B_1, -B_3, B_5, -B_7$, itd., dakle naizmjenice pozitivne i negativne tražene koeficijente. Gornja shema dala bi se dakako nadopuniti i za koeficijente ranga 11, 13, itd., za koje međutim obično ne će biti interesa.

Za konkretan primjer uzmimo da želimo izvršiti analizu neke dane krivulje izmjenične veličine. Mi bismo na njoj, dijeleći prvu polovicu perioda u dvanaest jednakih odsječaka na netom opisani način, izmjerili dvanaest ordinata y_1 do y_{12} ; uzmimo da bismo na taj način dobili iznose:

62,5 82,9 85,3 81,0 78,9 77,0 72,7 67,0 61,1 48,1 19,5 —23,0

Kada bismo, raspoređujući propisno ove iznose, napisali prva dva retka »Sheme I« lako bismo u trećem retku proračunali sume s_1 do s_6 i u četvrtom diferencije d_2 do d_6 tako da bi »Shema I« sad specijalno glasila:

	62,5	82,9	85,3	81,0	78,9	77,0	
— 23,0	19,5	48,1	61,1	67,0	72,7		
	82,0	131,0	146,4	148,0	151,6	77,0	
							→
+ 23,0	43,0	34,8	24,2	14,0	6,2		
							←

Dobili bismo onda, s pomoću sumâ s_1 do s_6 , čitanih iz trećeg retka od lijeva na desno, po »Shemi II« koeficijente A_1, A_3, A_5 :

$0,0431 \times 82,0 = 3,54$		$0,0431 \times 151,6 = 6,54$
$0,0833 \times 131,0 = 10,92$		$0,0833 \times 131,0 = 10,92$
$0,1178 \times 146,4 = 17,25$	$0,1178 \times 76,8 = 9,05$	$-0,1178 \times 146,4 = -17,25$
$0,1443 \times 148,0 = 21,36$		$-0,1443 \times 148,0 = -21,36$
$0,1610 \times 151,6 = 24,41$		$0,1610 \times 82,0 = 13,20$
$0,1667 \times 77,0 = 12,83$	$0,1667 \times 54,0 = 9,00$	$0,1667 \times 77,0 = 12,83$
$A_1 = 90,31$	$A_3 = 18,05$	$A_5 = 4,88$

Slično bismo, s pomoću diferencijâ d_1 do d_6 čitanih iz četvrtog retka naše numeričke sheme od desna na lijevo, dobili B_1 , $-B_3$, B_5 :

$0,0431 \times 6,2 = 0,27$		$0,0431 \times 43,0 = 1,85$
$0,0833 \times 14,0 = 1,17$		$0,0833 \times 14,0 = 1,17$
$0,1178 \times 24,2 = 2,85$	$0,1178 \times (-12,6) = -1,48$	$-0,1178 \times 24,2 = -2,85$
$0,1443 \times 34,8 = 5,02$		$-0,1443 \times 34,8 = -5,02$
$0,1610 \times 43,0 = 6,92$		$0,1610 \times 6,2 = 1,00$
$0,1667 \times 23,0 = 3,83$	$0,1667 \times (-9,0) = -1,50$	$0,1667 \times 23,0 = 3,82$
$B_1 = 20,06$	$-B_3 = -2,98$	$B_5 = -0,02 \approx 0$

Daljom primjenom »Sheme II« dobili bismo još (približno): $A_7 = 0$, $A_9 = 0$, $B_7 = 0$, $B_9 = 0$.

Prema svemu dobivenomu istraživana se krivulja ima vrlo približno smatrati sastavljenom od tri sinusoide kružnih frekvencija ω , 3ω i 5ω i dvije kosinusoide kružnih frekvencija ω i 3ω po relaciji:

$$y \approx 90,3 \cdot \sin \omega t + 18,0 \cdot \sin 3\omega t + 4,9 \cdot \sin 5\omega t + 20,1 \cdot \cos \omega t + 2,98 \cdot \cos 3\omega t$$

Ovaj rezultat praktički potpuno zadovoljava, jer istraživana krivulja nije bila drugo nego »sintetički« složena krivulja po shemi:

$$y = 90 \cdot \sin \omega t + 18 \cdot \sin 3\omega t + 5 \cdot \sin 5\omega t + 20 \cdot \cos \omega t + 3 \cdot \cos 3\omega t$$

Od ostalih metoda harmoničke analize samo spomenimo grafičke postupke osnovane na geometrijskom stavku da p ordinatâ očitanih u jednakim razmacima na m potpunih sinusoida daju sumu nula, ako $m : p$ nije cijeli broj, dok naprotiv, ako $m : p$ jest cijeli broj, očitane ordinate izlaze sve istoga iznosa, i po tomu daju sumu jednaku p -kratniku toga iznosa (Fischer-Hinnen, Vedmore).

99. Postoje i posebni aparati, t. zv. *harmonički analizatori*, koji harmoničku analizu krivulje u Fourierov red izvode automatski.

Prvi upotrebljivi takav aparat bio je od W. Thomsona (Lorda Kelvina), no on u praksi nije bio baš točan. Kasniji aparati, na pr. oni od Yulea i Le Contea, pa od Henricia i Conrada, od Sharpa, od Michelsona i Stratona, i dr., mnogo bolje odgovaraju svojoj namjeni. Aparat od Michelsona i Stratona rješava i obrnuti problem *sastavljanja* neke krivulje kojoj su zadane komponente (članovi Fourierova reda). Za tehničku praksu mnogi od tih mehaničkih aparata su odviše glomazni.

Međutim pored čisto mehaničkih analizatora ima danas već i aparata s istom namjenom s električkim napravama. Takav je harmonički analizator po Walkeru, koji radi sa sinhronim motorom, elektronskom cijevi (radio-cijevi) i vatmetrom.

Neka još budu samo spomenute novije konstrukcije »mjerila gornjih valova« (S&H, AEG itd.), koja u bitnosti rade s resonantnim izdvajanjem pojedinih viših harmoničkih članova neke nesinusoidne veličine. Praktički su od važnosti u mrežama jake struje samo članovi neparnih rangova, koji na pr. pridolaze od trans-

formatora zbog pojavâ magnetiziranja, i od fluorescentnih cijevi zbog pojavâ magnetiziranja prigušnice i pojavâ izbijanja kroz razrijeđene pare, članovi 3., 5., 7. i 9., a od ispravljačkih uređaja oni 5., 7., 11., 13., 17., 19., 23. i 25. ranga reda sinusâ (298) iz E-92.

100. Postavimo sad pitanje *efektivne vrijednosti nesinusoidnih izmjeničnih veličina*. Da odredimo efektivnu vrijednost Y na pr. nesinusoidne čiste izmjenične veličine:

$$y = C_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + C_2 \sin(2\omega t - \varphi_2) + \dots = \\ = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + \dots + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + \dots$$

možemo, ako je krivulja te veličine zadana u obliku oscilograma, i uopće ako je znamo u obliku krivulje, poći naprosto od definicije efektivne vrijednosti iz E-5. Trebalo bi dakle, kako je već i tamo rečeno, samo razdijeliti period T na što veći broj m jednakih dijelova Δt i po (250) naći aritmetičku sredinu kvadratâ očitanih momentanih iznosa y_1 do y_m koji tim dijelovima odgovaraju; ta bi aritmetička sredina bila približno jednaka kvadratu Y^2 efektivne vrijednosti, i po tom bi drugi korijen iz nje bila sama ta efektivna vrijednost Y . Rezultat bi očito bio to točniji što bi veći bio broj dijelova u koji je period razdijeljen. No već podjela perioda u recimo 24 odsječka dat će iznos Y za praksu obično dovoljno točan. Uostalom mjerni instrumenti redovito i direktno pokazuju efektivne iznose.

No možemo postaviti problem i tako da zapitamo: da li se i na koji način se efektivna vrijednost Y promatrane nesinusoidne izmjenične veličine može izraziti koeficijentima Fourierova razvoja te veličine, dakle »tjemenim« vrijednostima $C_1, C_2, \dots$ ili $A_1, A_2, \dots, B_1, B_2, \dots$ pojedinih harmoničkih članova, ili pripadnim »efektivnim« vrijednostima:

$$C_1' = C_1 : \sqrt{2}, \quad C_2' = C_2 : \sqrt{2}, \quad \dots,$$

odnosno:

$$A_1' = A_1 : \sqrt{2}, \quad \dots, \quad B_1' = B_1 : \sqrt{2}, \quad \dots,$$

ili inače kakvom formulom.

Da bismo odgovorili na ovo pitanje, poslužimo se integralom desno u (250), stavljajući u njemu mjesto y^2 kvadrat Fourierova reda zadane veličine y . Kvadrirajući taj red po pravilima za množenje polinoma polinomom dobili bismo tako Y^2 u obliku sume $Y^2 = P + Q$ dvaju beskonačnih redova:

$$P = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 \cdot \int_0^T \sin^2(n\omega t - \varphi_n) \cdot dt \\ Q = \frac{1}{T} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq m}}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} C_n \cdot C_m \cdot \int_0^T \sin(n\omega t - \varphi_n) \cdot \sin(m\omega t - \varphi_m) \cdot dt$$

U P i Q , apstrahirajući od faktorâ pred integralima, dolaze integrali oblika (I) i integrali oblika (III) već susretani u E-93. Kako su integrali (I) jednaki $\frac{1}{2}T$, a integrali (III) iščezavaju pa s njima ne treba ni računati, ostat će za Y^2 konačno samo izraz:

$$Y^2 = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2 \cdot \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot (C_1^2 + C_2^2 + \dots) = \\ = \frac{1}{2} \cdot (A_1^2 + A_2^2 + \dots + B_1^2 + B_2^2 + \dots)$$

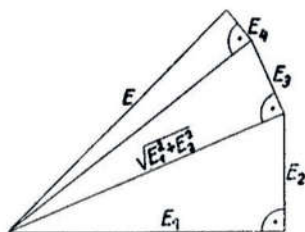
koji se s efektivnim vrijednostima $C_1', C_2', \dots$, odn. $A_1', A_2', \dots, B_1', B_2', \dots$, dade pisati i u obliku:

$$Y^2 = C_1'^2 + C_2'^2 + \dots = A_1'^2 + A_2'^2 + \dots + B_1'^2 + B_2'^2 + \dots$$

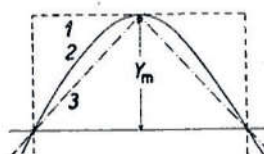
Dobiveno rješenje postavljenog problema mogli bismo riječima ovako izraziti: »kvadrat efektivne vrijednosti nesinusoidne izmjenične veličine jednak je sumi kvadrata efektivnih vrijednosti harmoničkih članova koji tu veličinu sačinjavaju«.

Poučak što smo ga netom izrekli daje nam odmah i jednostavnu grafičku metodu određivanja efektivne vrijednosti nesinusoidne izmjenične veličine kojoj su poznati harmonički članovi. Radi se po shemi u sl. 353., ilustriranoj na primjeru napona efektivnog iznosa E sastavljena od harmoničkih članova ranga 1 do 4 s efektivnim iznosima E_1 do E_4 . Kako se vidi, nadovezano je najprije na E_1 pod pravim kutom E_2 , na dobivenu hipotenuzu nadovezano je pod pravim kutom E_3 , na novu hipotenuzu pod pravim kutom E_4 ; zadnja hipotenuza je onda E .

101. Već su u E-8. bili, za grubu karakterizaciju sinusoidnosti, odn. odstupanja od sinusoidnosti neke izmjenične veličine, definirani *tjemeni faktor* σ i *faktor oblika* ξ , koji su za sinusoidu bili nađeni jednaki 1,41 i 1,11. Kako je već u E-8. primje-



Sl. 353.



Sl. 354.

ćeno, kod nesinusoidnih veličina »plosnatijih« od sinusoide σ i ξ izlaze manji, a kod »šiljastijih« veći od 1,41 i 1,11. Specijalno na pr. za pravokutnik, sinusoidu i istokračni trokut po sl. 354. izlaze za σ iznosi 1, 1,41 i 1,73, a za ξ iznosi 1, 1,11 i 1,15 (kod trokuta po sl. 354. je $Y = Y_m : \sqrt{3}$ i $Y'' = Y_m : 2$).

Razumije se da je ovakva karakterizacija s pomoću faktorâ σ i ξ vrlo nepotpuna. Mnogo bolje je, za karakterizaciju veće ili manje mjere do koje su nekom osnovnom sinusoidnom članu primiješani gornji harmonički članovi, uvesti *faktor distorzije* D . Pod tim se razumijeva kvocijent drugoga korijena iz sume

kvadrata efektivnih iznosâ Y_2, Y_3 , itd., gornjih valova i efektivnog iznosa osnovnog vala:

$$D = \frac{\sqrt{Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2 + \dots}}{Y_1} \quad (306)$$

Za sinusoidu je $D = 0$; inače $D > 0$ daje mjerilo za odstupanje krivulje proučavane izmjenične veličine od sinusoide. Na pr. uz $Y_1 = 80, Y_3 = 8, Y_5 = 2$ i ostale efektivne iznose jednake nuli bilo bi:

$$D = \sqrt{64 + 4} : 80 = 8,25 : 80 = 0,103$$

ili u procentima: $D\% = 10,3\%$. Ima u mjernoj tehnici metoda za mjerenja veličine D .

102. Da bismo izračunali učin N kod nesinusoidnih izmjeničnih napona i struja, proračunajmo radnju za vrijeme jednog perioda i podijelimo je s trajanjem perioda T . Tako bismo dobili relaciju:

$$N = \frac{1}{T} \int_0^T e \cdot i \cdot dt$$

u kojoj neka e znači općenito nesinusoidni napon dan izrazom:

$$e = e_1 + e_2 + \dots = E_1 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \chi_1) + E_2 \sqrt{2} \cdot \sin(2\omega t - \chi_2) + \dots \quad (307)$$

sa $e_1, e_2, \dots$ kao momentanim i $E_1, E_2, \dots$ kao efektivnim iznosima pojedinih harmoničkih članova, i neka i bude tim naponom u povoljnom kompleksnom otporu proizvedena struja s iznosima $i_1, i_2, \dots$ i $I_1, I_2, \dots$ analognim onima kod napona:

$$i = i_1 + i_2 + \dots = I_1 \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - \psi_1) + I_2 \sqrt{2} \cdot \sin(2\omega t - \psi_2) + \dots \quad (308)$$

Supstituirajući izraze (307) i (308) u produkt $e \cdot i$ pod znakom integrala u izrazu za N i razvijajući taj produkt dobili bismo N izraženo sumom dvaju beskonačnih redova integralâ, naime a) reda:

$$\frac{1}{T} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} E_n \sqrt{2} \cdot I_n \sqrt{2} \int_0^T \sin(n\omega t - \chi_n) \cdot \sin(n\omega t - \psi_n) \cdot dt$$

komu članovi, pored konstantnih faktora, sadrže određene integrale u bitnosti srodne onima iz (I) u E-93., dakle integrale koji, uzeti zasebno, iz sličnih razloga kao tamo, daju integrirani rezultate oblika $\frac{1}{2} \cos(\chi_n - \psi_n) \cdot T$; te b) reda:

$$\frac{1}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\substack{m=1 \\ (n \neq m)}}^{\infty} E_n \sqrt{2} \cdot I_m \sqrt{2} \cdot \int_0^T \sin(n\omega t - \chi_n) \cdot \sin(m\omega t - \psi_m) \cdot dt$$

u kome dolaze određeni integrali srodni onima tipa (III) iz E-93., od kojih svaki zasebno izračunan daje rezultat jednak nuli. Prema tomu preostaje kao općeniti

izraz za traženi pravi učin (ako se još uvedu oznake $\varphi_n = \chi_n - \psi_n$ za razlike faza pojedinih harmoničkih članova izraza za struju prema članovima istoga ranga napona):

$$N = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \sqrt{2} \cdot I_n \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cos \varphi_n \cdot T = \\ = E_1 I_1 \cos \varphi_1 + E_2 I_2 \cos \varphi_2 + E_3 I_3 \cos \varphi_3 + \dots$$

Možemo dakle reći posve općenito: ako izmjenični napon (307) izvede struju općenitog oblika (308), ukupni je učin N jednak sumi pojedinačnih učina $N_1 = E_1 I_1 \cos \varphi_1$, $N_2 = E_2 I_2 \cos \varphi_2$, itd., što bi se dobili kad bi svaki član izraza za napon djelovao proizvođački član istoga ranga u izrazu za struju. Naprotiv n -ti član napona s m -tim članom struje uz $n \neq m$ ne pridonose ništa vrijednosti N , oni u neku ruku »ne daju učina«.

Harmonički analizador po Walkeru, spomenut u E-99., baš se i osniva na činjenici da neki harmonički član struje ne može dati učina ni s jednim drugim harmoničkim članom napona osim onim istoga ranga.

Prema gornjem rezultatu da učinku doprinose samo članovi napona i struje istoga ranga očito se izmjenične struje različitih frekvencija mogu međusobno nesmetano slati kroz isti vod.

103. Iz konačnog rezultata prethodnih razmatranja o učinku vidi se ujedno i to da se kod *nesinusoidnih* struja i napona, općenito uzevši, zapravo ni *ne može govoriti o nekom određenom »pomaku faza«* φ struje prema naponu, kad se zapravo mora općenito računati s onoliko pomaka faza $\varphi_1 = \chi_1 - \psi_1$, $\varphi_2 = \chi_2 - \psi_2$, itd., koliko harmoničkih članova imaju napon i njime izvedena struja, i nije vidljivo kako bi se iz tih pojedinačnih pomaka dao kombinirati takav kut φ da bi općenito vrijedilo: $N = EI \cos \varphi$, dakle kut koji bi doista zasluživao naziv »rezultujućega pomaka faza«. To se i neposredno razabire ako se pomisli da općenito treba računati da krivulja struje i krivulja napona iziđu svaka drugoga oblika. A između ma kakvih dviju krivulja istog perioda može postojati odnošaj da njihova maksima i minima padaju u isti čas a nultočke su im jedna prema drugoj pomaknute, ili također obrnuto: da obje krivulje postizavaju zajedno nultočke no maksima i minima da im slijede u nekom vremenskom intervalu. Onaj prvi slučaj susreće se na pr. između krivulje struje i magnetskog toka kod problema »svitka sa željezom«, koji ćemo doskora uzeti [v. tamo sl. 355.b) uz E-115.]. Kod sinusoidnih napona i struja bili smo naprotiv navikli računati s time da je određen pomak između maksimâ ili minimâ struje prema onima napona bio isti kao i pomak nultočki jedne veličine prema drugoj, pa se i moglo govoriti naprosto o »pomaku faza«.

Ipak, ako su E i I »efektivne vrijednosti« nesinusoidnog napona i njime izvedene struje, običaj je pisati $N = k \cdot E \cdot I$, naznačujući time da N općenito nije identično sa $E \cdot I$. A kako se dade pokazati da faktor k , nazivan općenito »faktor učina«, uvijek izlazi manji od 1 ili najviše jednak 1:

$$k \leq 1,$$

moguće je tomu faktoru, kao broju kojemu iznos može varirati između 0 i 1 kao krajnjih granica, uvijek čisto »matematički« pridijeliti neki kut φ takav da bude: $\cos \varphi = k$; onda je čak i formulu pravog učina $N = k \cdot E \cdot I$ moguće pisati s tim $\cos \varphi$ u obliku: $N = E \cdot I \cdot \cos \varphi$, u potpunoj *formalnoj* analogiji s formulom $N = EI \cos \varphi$ kod sinusoidnih napona i struja. Tek u tomu suženom smislu može se govoriti i o »pomaku faza« između nesinusoidnih napona i struja, t. j. radeći sa $\cos \varphi$ ne smijemo zaboraviti da kod nesinusoidnih napona i struja općenito kut φ nema drugog značenja osim računске veličine definirane relacijom

$$\cos \varphi = k = N/EI \text{ (sa } 0 \leq k \leq 1)$$

Da veličini φ ne treba pridavati nikakvo »fizičko« značenje, razabire se odatle što se dade pokazati da baš u nekim slučajevima, u kojima bi se prirodno dalo s preciznošću definirati neke vrsti »rezultujući pomak faza« nesinusoidne struje prema pripadnom naponu, kosinus ovakvog »pomaka faza« numerički ne odgovara »faktoru učina«. Ipak se prema novijim istraživanjima (C. Budeanu i dr.) čisto formalno kvadrat prividnog učina $N'' = EI$ općenito dade predočiti po relaciji $N''^2 = N^2 + N'^2 + N_0^2$ sumom triju kvadratnih članova, naime kvadrata pravog učina N , kvadrata praznog učina N' i kvadrata nekog izraza N_0 u vezi s izobličenjem krivulje struje prema onoj naponu, za koji je predloženo ime »distorzioni učin« (kod sinusoidnih struja proizvedenih sinusoidnim naponima vrijedi po sl. 260. iz E-12.: $N''^2 = N^2 + N'^2$). Faktor učina $k = \cos \varphi$, kao kvocijent N/N'' pravog i prividnog učina, može dakle i kod čisto radnih potrošača ($N' = 0$) izići manji od 1, ako dođe do takve distorzije strujne krivulje prema naponskoj da rezultira N_0 različito od 0. Takve potrošače predstavljaju na pr. naprave s električkim lukom (lučnice, peći, zavarivači), kod kojih zbog neproporcionalnosti struje s naponom i kod sinusoidnih napona nastaju jako nesinusoidne struje.

104. Pretpostavljali smo u E-102. da napon dan razvojem (307) izvodi struju danu razvojem (308). No nismo ništa pobliže rekli o odnosu između tih dviju veličina, t. j. o problemu oblika krivulje struje proizvedene nesinusoidnim naponom. Taj oblik ovisi očito o potrošaču. Pretpostavimo dakle neki potrošač sa serijskim spojem otpora, induktiviteta i kapaciteta R - L - C i podimo od izraza (259') iz E-22. za de/dt . Budući da taj izraz vrijedi za momentane iznose, on vrijedi bez obzira na to da li je napon sinusoidan, kako je u E-22. pretpostavljano, ili je nesinusoidan, kako ćemo sada općenito uzeti. Prema tomu možemo relaciju (259') zamišljati ponovno napisanu i za sada promatrani slučaj. S druge strane nema također ni zapreke da razmotrimo struje i_1 , i_2 , itd., koje bi u danom potrošaču izvodili pojedini članovi e_1 , e_2 , itd., nesinusoidnog napona, primijenjeni svaki za sebe na potrošač R - L - C . Očito bi vrijedile relacije:

$$\frac{de_1}{dt} = R \cdot \frac{di_1}{dt} + L \cdot \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{i_1}{C}$$

$$\frac{de_2}{dt} = R \cdot \frac{di_2}{dt} + L \cdot \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \frac{i_2}{C}$$

.....

.....

Dobili bismo dakle, ako bismo sve ove diferencijalne jednačbe zbrojili, konačnu diferencijalnu jednačbu za ukupni napon $e = e_1 + e_2 + \dots$ oblika:

$$\frac{d(e_1 + e_2 + \dots)}{dt} = \frac{de}{dt} = R \cdot \frac{d(i_1 + i_2 + \dots)}{dt} + L \cdot \frac{d^2(i_1 + i_2 + \dots)}{dt^2} + \frac{i_1 + i_2 + \dots}{C}$$

koja bi prešla u jednačbu (259'), zamišljenu napisanu za naš slučaj, uz uvjet da momentani iznos ukupne struje i bude jednak sumi momentanih iznosa $i_1 + i_2 + \dots$ struja proizvedenih od pojedinih harmoničkih članova napona.

Drugim riječima, izraz $i = i_1 + i_2 + \dots$ općenitoga oblika (308) je sigurno jedno moguće rješenje naše najopćenitije diferencijalne jednačbe, odn. izraz $i = i_1 + i_2 + \dots$ je jedan mogući izraz za struju proizvedenu nesinusoidnim naponom $e = e_1 + e_2 + \dots$. Mi ćemo dopustiti, ograničivši se tim na stacionarno stanje, da je ovo moguće rješenje doista i faktično rješenje našega problema; to možemo učiniti pogotovo zato što time dopuštamo da svaki harmonički član napona izvodi harmonički član struje istoga ranga neovisno o drugim članovima, a već smo kod izračunavanja učina N vidjeli kako pojedini harmonički članovi napona djeluju neovisno jedan o drugom, kao da postoje sami za sebe.

105. Prema gornjem rezultatu lako će biti računati efektivne iznose $I_1, I_2, \dots$ pojedinih harmoničkih članova struje (308) i pomake faza $\varphi_1 = \chi_1 - \psi_1, \varphi_2 = \chi_2 - \psi_2, \dots$ tih članova prema pripadnim članovima izraza (307) za napon. Vrijedit će općenito, za ma koje n , relacije:

$$I_n = \frac{E_n}{\sqrt{R^2 + \left(nL\omega - \frac{1}{nC\omega}\right)^2}} = \frac{E_n}{Z_n} \quad (309)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{nL\omega - \frac{1}{nC\omega}}{R} \quad (310)$$

iz kojih se vidi da određena potrošačka kombinacija R - L - C predstavlja različite prividne otpore $Z_1, Z_2, \dots$ za različite harmoničke članove napona, te da i pripadni pomaci faza $\varphi_1, \varphi_2, \dots$ članova struje prema onima napona ispadaju različiti, već prema rangu članova.

106. Praktičke konsekvencije ovih odnosa vrlo su zanimljive i važne. Diskutirajmo redom slučajeve:

a) slučaj potrošača u obliku čistog radnog otpora R (istoga kod svih frekvencija, dakle uz zanemaren skin-efekt itd.);

b) slučaj potrošača sa samim radnim otporom i induktivitetom R i L (svitak sam za sebe);

c) slučaj serijske kombinacije samog radnog otpora R i kapaciteta C (na pr. otpornik otpora R u seriji s kondenzatorom kapaciteta C);

d) slučajeve s potrošačima po općenitoj shemi $R-L-C$, sa specijalnim osvrtom na slučaj:

e) »resonancije n -tog člana«.

107. U slučaju a) ispada uopće iz izraza za Z_n veličina n , pa prividni otpor potrošača poprima isti iznos $Z_1 = Z_2 = \dots = R$ za sve harmoničke parove struje i napona. Uz to iščezavaju $\operatorname{tg} \varphi_1$, $\operatorname{tg} \varphi_2$, itd., pa su i svi pripadni pomaci faza jednaki nuli: $\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = 0$.

To znači da je svaki harmonički član struje po efektivnom iznosu jednak R -struko umanjenom harmoničkom članu napona istoga ranga, i da je istofazan s tim članom. Vrijede drugim riječima relacije: $I_1 = E_1/R$, $I_2 = E_2/R$, itd., prema kojima izraz (308) za struju nije drugo nego R -struko umanjena kopija izraza (307) za napon. Ili ukratko: struja i napon imaju krivulje potpuno istoga oblika. A za N vrijedi u promatranom slučaju: $N = EI$, kao i kod sinusoidnih napona i struja, ako su istofazni. Mogli bismo također reći da kod primjene nesinusoidnog napona s vremenskim tokom po određenoj ma kakvoj krivulji na čisti radni otpor ne dolazi ni do kakvog »izobličenja« ili »distorzije« ove krivulje u krivulji struje, tako da bi se obje krivulje pri ordinatama crtanim s mjerilima u omjeru $1 : R$ mogle uvijek dovesti do potpunog pokrivanja.

108. Kod slučajeva b) i c) već dolazi do distorzije, i posebno kod b) u tomu smislu da se harmonički viši članovi izraza za napon javljaju u izrazu za struju »potisnuti« prema osnovnom članu, i to u toliko jače koliko je viši rang pojedinog člana, dok se naprotiv kod c) pojavljuju u izrazu za struju »istaknuti« u odnosu prema osnovnom članu, i to u toliko jače koliko je viši rang pojedinog člana.

Očito je naime da kod b) prividni otpori $Z_1 = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$, odnosno $Z_2 = \sqrt{R^2 + (2L\omega)^2}$, itd., rastu s rastućim $n = 1, 2$, itd., pa se zbog toga efektivni iznosi $I_1, I_2, \dots$ harmoničkih članova struje $I_1 = E_1/Z_1, I_2 = E_2/Z_2, \dots$, kao razlomci sa sve većim nazivnicima, sve više smanjuju prema iznosima $E_1, E_2, \dots$ istoga ranga. A zbog ovog sve većeg potiskivanja sve viših harmoničkih članova u izrazu za struju krivulja struje u slučaju potrošača po shemi $R-L$ postaje kod sve većega L u odnosu prema R sve bliža sinusoidi, odn. reprodukcija krivulje napona krivuljom struje postaje sve više nesavršena, t. j. izobličena u smislu iščezavanja viših harmoničkih članova.

Istodobno se kao učinak porasta induktivnog otpora $nL\omega$ sa n javlja takav utjecaj na $\varphi_n = \arctan(nL\omega/R)$ da φ_n s rastućim n konvergira k 90° , dakle da struje viših članova napona pokazuju tendenciju da postanu prazne ili bezvatne. Učin N proizvode u takvom slučaju gotovo jedino osnovni član harmoničkoga reda i članovi koji po rangju slijede blizu iza njega.

Kod suprotnog slučaja c) potrošača u obliku kombinacije $R-C$ prilike su obrnute, jer se po sastavu izrazâ $Z_1 = \sqrt{R^2 + (1/C\omega)^2}$, $Z_2 = \sqrt{R^2 + (1/2C\omega)^2}$, itd., vidi da prividni otpori za članove napona sve višega ranga n sve više opadaju,

težeći k vrijednosti R kad n raste u beskonačnost. A s tim je u skladu da u krivulji struje utjecaj viših harmoničkih članova dolazi jače do izražaja nego u krivulji napona. Ako se krivulja napona razlikuje od sinusoide izvjesnim višim harmoničkim članovima, krivulja struje još će se jače udaljavati od sinusoide, i sve viši harmonički članovi na njoj će se relativno sve više razabirati. Dok dakle induktivitet serijski pridodan radnom otporu »približi« krivulju struje sinusoidi u usporedbi s krivuljom napona, i taj se efekt jače manifestira uz više iznose induktiviteta u odnosu prema radnom otporu, kapacitet serijski pridodan radnom otporu još više krivulju struje »udalji« od sinusoide, i to se udaljivanje jače ispoljava kod manjih iznosa kapaciteta u odnosu prema radnom otporu. Često tek prikladnim kapacitivnim opterećenjem slabiji članovi visokih rangova krivulje napona dolaze pravo do izražaja u krivulji struje.

Eksperimentalno se ovi odnosi daju lijepo dokumentirati snimajući oscilografski krivulje strujâ proizvedenih primjenom istoga nesinusoidnoga napona na potrošače kao gore pod a), b) i c). Doista se dobivaju krivulje struje koje su uz opterećenja kao pod a) jednake oblikom krivulji napona, uz b) manje ili više blize sinusoidi, te uz c) nesinusoidnije od same krivulje napona.

U vezi s izobličenjima struja primijetimo još da efekte potiskivanja viših harmoničkih članova ne izvode samo induktiviteti *serijski* pridodani radnim otporima nego i kapaciteti *paralelni* radnim otporima. Prema tomu ne bi bila neposredna moguća kabelska telefonija na velike daljine, jer bi, kraj potiskivanja viših harmoničkih članova u prenašanim telefonskim strujama djelovanjem »porazdijeljenih« kapaciteta između vodiča telefonskih kabela, u pripadnoj telefonskoj reprodukciji uglavnom manjkali viši harmonički tonovi, pa bi govor postao nerazumljiv i glazba izobličena. Ali je Mihajlo Pupin našao kako se spomenuti učinci mogu kompenzirati prikladnim induktancijama (»Pupinovim svicima«), uklopljenima u telefonske vodove na ovčim razmacima. Ovakvim »pupiniziranim« vodovima mogu se prenositi govor i glazba na daljine od stotina i tisuća kilometara vjerno (te bez atmosferskih i sličnih »smetnja«, kojih često ima mnogo kod telefonije »zračnim« vodovima).

109. Kod slučaja d) potrošača tipa $R-L-C$ prevladavat će učinak samoindukcije ili kapaciteta, već prema tomu koja od tih veličina kod danih prilika i kod danog harmoničkog člana predstavlja više praznoga induktivnog odn. kapacitivnog otpora, pri čemu prvi raste i drugi opada s porastom ranga tog člana. Osobito je zanimljiv specijalno pojav e) resonancije n -tog člana harmoničkog reda, koja nastupa ako slučajno baš za izvjesno $n\omega$ kod danoga L i danoga C dođe do zadovoljenja »uvjeta resonancije n -tog člana«: $nL\omega = 1/nC\omega$ ili:

$$\omega = \frac{1}{n\sqrt{LC}} \quad (311)$$

Uz te prilike prividni otpor potrošača za n -ti član poprima najniži mogući iznos $Z_n = R$, pa pripadna struja I_n postaje razmjerno velika prema strujama ostalih harmoničkih članova, uspoređeno s naponskim članom E_n istoga indeksa u odnosu prema ostalim harmoničkim članovima napona. A kod potrošača naročito male-noga R može »struja resonancije n -tog člana« I_n štoviše znatno nadvisiti sve ostale

članove struje, pa čak također osnovni i njemu po rangu bliže, makar ovi svojim efektivnim iznosima u izrazu za napon daleko nadvisivali one viših rangova (*n*-struko povećanje frekvencije resonancijom).

Prema rečenom će resonancija osnovnog člana nastupiti kod kružne frekvencije $\omega = 1 : \sqrt{LC}$, trećega kod kružne frekvencije $\omega = 1 : 3 \sqrt{LC}$, petoga kod $\omega = 1 : 5 \sqrt{LC}$, itd. Uopće ima toliko mogućnosti resonancije koliko članova ima nesinusoidni napon što izvodi struju u promatranom potrošaču.

110. Prelazeći sad na *utjecaje nesinusoidnosti kod trofaznih sustava* ograničimo se na praktički najvažniji slučaj da fazni naponi imaju samo neparne harmoničke članove. Tada treba pisati (ako su ovaj put $E'_1 = E_1 : \sqrt{2}$, $E'_3 = E_3 : \sqrt{2}$, ... efektivne i po tomu $E_1, E_3, \dots$ tjemene vrijednosti harmoničkih članova):

$$\begin{aligned} e_1 &= E_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + E_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + E_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) + \dots \\ e_2 &= E_1 \sin(\omega t - \varphi_1 - 120^\circ) + E_3 \sin(3\omega t - \varphi_3 - 3 \cdot 120^\circ) + E_5 \sin(5\omega t - \varphi_5 - 5 \cdot 120^\circ) + \dots \\ e_3 &= E_1 \sin(\omega t - \varphi_1 - 240^\circ) + E_3 \sin(3\omega t - \varphi_3 - 3 \cdot 240^\circ) + E_5 \sin(5\omega t - \varphi_5 - 5 \cdot 240^\circ) + \dots \end{aligned}$$

ili uredivši (puni kut 360° i njegove mnogokratnike možemo svaki puta ispustiti, a smijemo i -240° zamijeniti sa $+120^\circ$, te -120° sa $+240^\circ$):

$$\begin{aligned} e_1 &= E_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + E_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + E_5 \sin(5\omega t - \varphi_5) + \dots \\ e_2 &= E_1 \sin(\omega t - \varphi_1 - 120^\circ) + E_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + E_5 \sin(5\omega t - \varphi_5 + 120^\circ) + \dots \\ e_3 &= E_1 \sin(\omega t - \varphi_1 - 240^\circ) + E_3 \sin(3\omega t - \varphi_3) + E_5 \sin(5\omega t - \varphi_5 + 240^\circ) + \dots \end{aligned}$$

Iz ovih formula, dovoljno produženih, izlazi da su članovi ranga 3, 9, 15, 21, ... *jednaki* u sve tri faze, da dalje članovi ranga 7, 13, 19, ..., $6k + 1$, ... čine trofazne sustave s *istim* slijedom faza kao i kod osnovnoga člana, te konačno da članovi ranga 5, 11, 17, 23, ..., $6k - 1$, ... čine trofazne sustave sa *suprotnim* slijedom faza. Iz toga se mogu izvesti ove konsekvencije:

a) Kod *zvjezdanog* spoja linijski naponi kao diferencije po dvaju faznih napona koji slijede jedan za drugim (po relacijama: $e_{21} = e_1 - e_2$, itd.) mogu imati krivulju oblikom znatno različitu od krivulje faznih napona, jer kod odbijanja faznih napona iščeznu sami po sebi treći, deveti, petnaesti, ... član kao jednaki u minuendu i u suptrahendu. Nadalje ne će više vrijediti relacija $E : E' = \sqrt{3}$ za omjer *efektivnih* iznosa E i E' linijskih i faznih napona, nego spomenuti omjer može izići nešto manji. Kad bi na pr. krivulja faznog napona odgovarala oblikom šiljastijoj od sinusoide krivulji 2 na sl. 255. iz E-5., kod koje je osnovnom članu primiješan u smislu izraza $E'_1 \sqrt{2} \cdot \sin \omega t + E'_3 \sqrt{2} \cdot \sin 3\omega t$ samo treći harmonički član, i to u konkretnom slučaju sa 30% iznosa osnovnog člana: $E'_3 = 0,3 \cdot E'_1$, bilo bi: $E' = \sqrt{E'^2_1 + E'^2_3} = 1,044 E'_1$, dok bi linijski naponi, zbog ispadanja trećeg člana, bili sinusoidni i njihov efektivni iznos E bi se računao uzimajući $\sqrt{3}$ -kratnik samo od E'_1 ; tako bismo konačno dobili za omjer $E : E'$ vrijednost $\sqrt{3} : 1,044 = 0,958 \cdot \sqrt{3} = 1,659$, manju od vrijednosti 1,732 kod sinusoidnih veličina. Napokon kod generatora i potrošača spojenih u zvijezdu i kod uzemljene

nultočke O generatora treba, zbog članova indeksa 3, 9, 15, ..., očekivati da će neuzemljena nultočka O' potrošača imati napona prema zemlji čak i kod simetričnih opterećenja, odn. da će također kod uzemljene ili nulvodičem sa O povezane nultočke O' teći struja između O i O' i kod simetričnih opterećenja.

b) Kod *trokutnog* spoja ne će više biti, kao kod sinusoidnih napona, suma $e_1 + e_2 + e_3$ za svako t jednaka nuli, nego će se članovi ranga 3 spajati u napon trostruke amplitude $3E'_3\sqrt{2}$, odn. trostruke efektivne vrijednosti $3E'_3$, i slično će članovi ranga 9 davati napon efektivne vrijednosti $3E'_9$, itd. Radi ovih članova tekla bi struja kod trokutno spojena izvora ne samo u vodiče priključenoga opterećenog trofaznog voda nego bi se zatvarala i u obliku suvišne škodljive »struje izjednačenja« kroz trokut izvora sam u sebi. Ova struja izjednačenja, gotovo neovisna o opterećenju izvora, značila bi dakako gubitak učina, i dovođila bi do dodatnog ugrijavanja namotaja generatora, zbog čega bi se također smanjila opteretivost ovoga potonjega. Ona je jedan od razloga da se trofazni generatori obično ne spajaju u trokut, nego u zvijezdu.

111. Razmotrimo još *nesinusoidne veličine* u pogledu mogućnosti njihova *grafičkog predočivanja vektorima*. Predočivanje rotirajućim vektorima bilo je u E-14. uvedeno izričito samo za sinusoidne veličine. I ono doista strogo samo za njih vrijedi. Ipak se u praksi grafička metoda zbog svoje osobite preglednosti često upotrebljava i kod nesinusoidnih izmjeničnih veličina. U tom se slučaju polazi od formule $N = E \cdot I \cdot k = E \cdot I \cdot \cos \varphi$ u smislu razlaganja iz E-103., pa se nanese na pr. duljina E u povoljnom smjeru kao vektor napona $\mathcal{E}$, i duljina I , pod kutom φ prema $\mathcal{E}$ takvim da je $\cos \varphi = k$, kao vektor struje $\mathcal{I}$. Vektori $\mathcal{E}$ i $\mathcal{I}$ zovu se *ekvivalentni sinusoidni napon* i *ekvivalentna sinusoidna struja*, a φ se zove *ekvivalentni pomak faza*. Stvar je potanjih razmatranja, u koja ne ćemo ulaziti, da se ispita kada i u kojoj mjeri je ovakovo postupanje s nesinusoidnim veličinama praktički dopustivo kao dovoljno točno. Primijetimo samo da se u mnogim slučajevima njime brže nego inače dobivaju doduše ne posve točni, ali upotrebljivi rezultati.

IV) SVITAK SA ŽELJEZOM

Veze između napona, toka i prazne i radne komponente struje svitka sa željezom zane-mariva radnog otpora namotaja. Utjecaj serijskog otpora dodanog svitku. Magnetski krug svitaka sa željezom; račun pukotinâ induktancija (prigušnicâ) sa Fe.

112. Dosad smo izbjegavali da proučavamo struje svitaka sa željeznom jezgrom, kraće: *svitaka sa željezom*, zbog poteškoća što ih u račune unose nepravilnosti krivulje magnetiziranja željeza. S tim su naime nepravilnostima povezane neodređenosti samoinduktiviteta svitaka sa željezom, odn. ovisnosti tih samoinduktiviteta o strujnom opterećenju tih svitaka. A i gubici učina N_h zbog pojava histereze i N_v zbog vrtložnih struja u željeznim jezgrama svitaka protjecanih izmjeničnom

strujom, dakle »gubici u željezu« $N_{Fe} = N_h + N_v$ proračunavani već u C-92. do C-94., također znače utjecaje koje je teško računski obuhvatiti.

Međutim baš tehnika izmjeničnih struja služi se, zbog proizvodjenja što jačih magnetskih tokova i postizavanja što jačih magnetskih vezanja dvaju ili više svitaka, obilno svicima kojima su jezgre od željeza, i to od magnetski mekih vrsta željeza zbog što manjih gubitaka od histereze, te redovito u obliku limova zbog što manjih gubitaka od vrtložnih struja. Ne ćemo dakle moći izbjeći razmatranju svitaka sa željezom, pa ćemo ga sada doista izvesti.

113. Kod svitaka sa željezom ne može se govoriti o konstantnom samoinduktivitetu L . Uzmimo da bismo željeli magnetizirati recimo željeznu jezgru s malenom uzdušnom pukotinom neke induktancije (E-21.) ili nekog transformatora. Kod pojačavanja od nule prema gore iznosa i struje svitka induktancije, ili jednoga od svitaka transformatora (uz drugi svitak ostavljen otvoren), iznos B magnetske indukcije u željezu jezgre, a time i iznos magnetskog toka, koji ćemo pretpostavljati istoga iznosa Φ kroz svaki pojedini od svega w zavoja svitka, ne bi rasli proporcionalno magnetskom polju H , i po tomu ni proporcionalno struji i , koja bi H proizvodila. Naprotiv bi odnos između B i H , dakle u daljoj konsekvenciji i odnos između Φ i i , bio neka krivulja, recimo kao krivulje 1 i 2 na sl. 175. iz C-103., dakle po C-103. *magnetska karakteristika* magnetskoga kruga proučavanog svitka. Baš zato što te karakteristike nisu pravci kroz ishodište, odn. što pojedinačni tok Φ , a s njime i ukupni tok $\Psi' = w \cdot \Phi$ svitka nisu proporcionalni struji svitka i ne može se govoriti o konstantnom kvocijentu $\Psi'/i = L$, koji bi po C-121. služivao naziv nekog određenoga strujno neovisnog »samoinduktiviteta« L svitka. Naprotiv, ako bismo ipak pisali $\Psi' = L' \cdot i$, morali bismo faktor L' smatrati promjenljivim. Prema tomu ne bismo smjeli, izračunavajući apsolutni iznos EMS samoindukcije svitka, pisati naprosto $\frac{d\Psi'}{dt} = L' \cdot \frac{di}{dt}$ nego bismo po pravilima deriviranja produkta dviju funkcija morali staviti:

$$\frac{d\Psi'}{dt} = w \cdot \frac{d\Phi}{dt} = L' \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{dL'}{dt}$$

A to bi kompliciralo i učinilo iluzornim upotrebu veličine L' u ovakvim slučajevima, jer ne bi samo trebalo poznavati strujnu ovisnost veličine L' nego i vremensku derivaciju te veličine. K tomu kod *izmjeničnih* struja poslanih kroz svitak pridolazi pojav histereze, pa magnetsku karakteristiku svitka sa željezom ne predstavlja ista krivulja za uzlazne i silazne struje, nego joj po sl. 355.a) uzlazni dio teče niže od silaznoga, što znači da istim momentanim iznosima i i H struje i pripadnog polja odgovaraju različiti momentani iznosi B i Φ magnetske indukcije i toka, već prema tomu da li se radi o uzlaznim ili silaznim vrijednostima. Time uvjetovano uzimanje u račun histereze i pripadnih gubitaka dalje komplicira rješavanje problema. Konačno baš kod izmjeničnih struja dolaze i već napomenuti gubici zbog vrtložnih

struja u željezu, koje također treba uzeti u račun. Zbog rečenoga problem svitka sa željezom zahtijeva poseban postupak. Kod njega se pri proračunavanju momentanog iznosa EMS samoindukcije neposredno polazi od osnovne formule

$$e_s = -w \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

zakona elektromagnetske indukcije, t. j. umjesto sa samoinduktivitetom radi se neposredno sa samim tokom Φ .

114. Neka dakle na stezaljkama svitka sa željezom djeluje sinusoidni napon $\mathcal{E}$ momentanog iznosa $e = E\sqrt{2} \cdot \sin \omega t$. Neka je R radni otpor svitka i neka je i momentani iznos struje kroz svitak. Naznačujući da se naponu e svitku izvana narinutom superponira napon $e_s = -w \cdot \frac{d\Phi}{dt}$ samoindukcijom u svitku proizveden, i da nastali kombinacioni napon odgovara iznosom produktu Ri otpora i struje svitka, ili također da se e troši dijelom na svladavanje gubitka napona Ri u otporu R i dijelom na svladavanje »protu-EMS« samoindukcije $w \cdot \frac{d\Phi}{dt}$, sada ćemo umjesto relacije (256) iz E-17. pisati:

$$e = E\sqrt{2} \cdot \sin \omega t = Ri + \frac{d\Psi}{dt} = Ri + w \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (312)$$

Pokušajmo sada na temelju postavljene relacije odgovoriti na pitanje: da li će uz sinusoidan napon e biti i struja i svitka sa željezom sinusoidna, kako su sinusoidne izlazile uz sinusoidan napon inače struje ma kakvih strujnih krugova bez željeza. Brzo ćemo razabrati da usprkos sinusoidnog napona ne nastaje sinusoidna struja u svitku sa željezom. Sinusoidno naprotiv varira, kod zanemariva otpora R svitkova namotaja i po tomu ispuštenoga člana Ri iz (312), magnetski tok Φ , a kako već znamo da između Φ i i nema proporcionalnosti, to onda nužno ne može također i varirati sinusoidno. A ovaj slučaj relacije (312) pojednostavljene zanemarjenjem člana Ri baš je u prvom redu od interesa, jer u praksi svici sa željezom redovito imaju namotaje malenih otpora R .

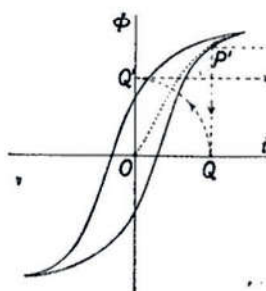
Da Φ doista varira po zakonu sinusoide lako je razabrati integracijom pojednostavljene relacije (312), koja bi (uz $E\sqrt{2} : \omega w$ naznačeno kraticom Φ_m) dala:

$$\Phi = \int \frac{e \cdot dt}{w} = -\frac{E\sqrt{2}}{\omega w} \cdot \cos \omega t = -\Phi_m \cdot \cos \omega t \quad (313)$$

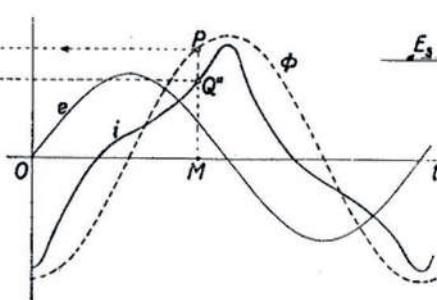
Za momentane iznose Φ toka vrijedi dakle relacija po kojoj se Φ mijenja po zakonu negativne kosinusoide sa $\Phi_m = E\sqrt{2} : \omega w$ kao tjemenom vrijednošću i minimumom u momentu $t = 0$ početka titranja napona e . Kako je ovakva negativna kosinusoida isto što i sinusoida tjemene vrijednosti Φ_m fazno prema e natrag pomaknuta za 90° , što se neposredno razabire iz sl. 355.b), može se sinusoidno variranje veličine Φ smatrati osvijetljenim i s gledišta faznih odnosa veličina Φ i e .

Prema tomu bi kod napona $e = E\sqrt{2} \cdot \sin \omega t$ predložena vektorom $\mathcal{E}$ efektivnog iznosa E u smjeru pozitivne apscisne osi trebalo tok Φ predloživati vektorom efektivnog iznosa $\Phi_{ef} = \Phi_m : \sqrt{2} = E : \omega w$, povučenim u smjeru negativne ordinatne osi (sl. 356.), odn. kod drukčije odabranoga faznog kuta napona e , i po tom drukčijega smjera vektora napona, vektor toka bi se crtao pod kutom -90° prema vektoru napona.

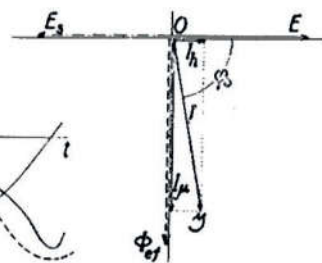
115. Preostaje sada da odredimo krivulju struje i . Da dobijemo u sl. 355.b) struju i , nema druge mogućnosti nego tražiti konstruktivno, na bazi odnosa između Φ i i u sl. 355.a), točku po točku krivulje i . To je doista i učinjeno kod crtanja krivulje i u sl. 355.b). Primjenjivan je prelaz od po volji izabranih ordinata krivulje Φ iz sl. 355.b) na pripadne iznose Φ u sl. 355.a), a korespondentne apscise i ,



Sl. 355.a)



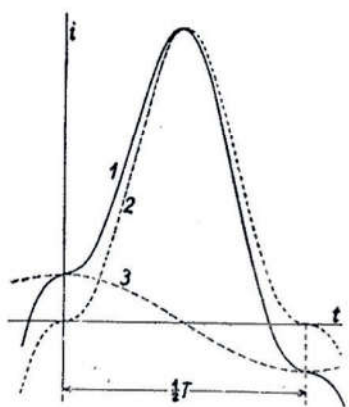
Sl. 355.b)



Sl. 356.

prethodno rotirane iz smjera apscisne osi u smjer ordinatne osi, prenošene su iz sl. 355.a) u sl. 355b). Crtkane linije između obje spomenute slike jasno ilustriraju postupak kod konstrukcije točke Q'' krivulje i pripadne točki P krivulje Φ .

116. Kako se vidi, krivulja i doista nije sinusoidna. Čak joj, radi histereze, ni poluperiodi nisu simetrični obzirom na ordinatu kroz tjemenu točku, te ona



Sl. 357.

po svome obliku spada u kategoriju krivulja obuhvaćenih slučajem a) iz E-92. To znači da u njoj, razvijenoj u Fourierov red po shemi (299) iz E-91., treba predmnijevati pored neparnih članova sinusa i neparne članove kosinusa. U bitnosti se krivulja i može zamisliti po sl. 357. sastavljena u jednu s obzirom na tjemensku ordinatu simetričnu i od sinusoide šiljastiju komponentu i_μ (vidi krivulju 2 na sl. 357.), koja sadrži uglavnom članove $\sin \omega t$ i $\sin 3 \omega t$, s primjesom daljih viših neparnih sinusnih, te jednu kosinusoidnu komponentu i_n (krivulja 3 na sl. 357.), koja se može predložiti osnovnim kosinusnim članom $\cos \omega t$,

s primjesom daljih viših neparnih kosinusnih članova.

Ona prva komponenta i_μ može se smatrati praznom ili bezvatnom kompo-

nentom struje i (nultočke i maksima i minima podudaraju joj se s onima toka Φ , odn. zaostaju za 90° prema onima napona e) i zove se *čista struja magnetiziranja*.

Naprotiv druga komponenta i_h može se smatrati radnom ili vatnom komponentom struje i , proizvedenom učincima histereze (njezine nultočke i ekstremne vrijednosti korespondiraju vremenski onima napona e). Međutim ne treba zaboraviti da u željezu, osim gubitaka zbog histereze, dolazi i do gubitaka zbog vrtložnih struja, koji u konačnoj konsekvenciji daju utjecaj u bitnosti sličan utjecaju proizvedenom gubicima zbog histereze. Stvarno će dakle, da bi se za praksu dovoljno točno uzeli u obzir ukupni gubici u željezu, trebati radnu komponentu i_h zamišljati toliko povećanu, i po tomu cijelu struju i toliko promijenjenu prema onomu što bi neposredno dala konstrukcija po sl. 355. sa zanemarenim gubicima od vrtložnih struja, da i_h doista odgovara gubicima u željezu iz obaju uzroka. I stvarno ćemo ubuduće i_h i i uzimati u navedenom proširenom smislu.

117. Ako dakle, prema svemu rečenomu, sa I_μ i I_h označimo efektivne iznose ekvivalentnih sinusoidnih komponenata kojima se mogu reprezentirati »čista struja magnetiziranja«, kakva bi se uspostavila bez gubitaka u željezu, i »radna struja«, kakva bi kod danog napona bila potrebna za pokrivanje ukupnih gubitaka u željezu, sastavljanjem komponenata I_μ i I_h , prve kao prazne povučene po sl. 356. pod kutom zaostajanja 90° prema vektoru napona (t. j. u smjeru vektora toka) i druge kao radne povučene u smjeru vektora napona, dobila bi se kao rezultanta struja efektivnog iznosa I svitka sa željezom s namotajem zanemariva otpora. Vektor $\mathcal{I}$ te ukupne struje bit će natrag u fazi prema vektoru napona $\mathcal{E}$ za neki kut φ_0 , obično bliz pravom kutu (jer je I_h obično maleno prema I_μ). Struja $\mathcal{I}$ zove se katkad i »ukupna struja magnetiziranja« ili naprosto »struja magnetiziranja« svitka sa željezom, jer kraj suponiranog $R = 0$ doista obje njezine komponente ne služe za drugo nego za podržavanje magnetiziranja željezne jezgre svitka i pokrivanje gubitaka od histereze i vrtložnih struja u njoj. Očito vrijedi za efektivni iznos struje magnetiziranja:

$$I = \sqrt{I_\mu^2 + I_h^2} \quad (314)$$

dok joj je radna komponenta I_h dana relacijom: $N_{Fe} = N_h + N_v = EI_h$.

118. Kako u svitku sa željezom sa $R = 0$ nema gubitaka napona zbog radnog otpora namotaja, može se uzeti da se cijeli svitku izvana narinuti napon troši na svladavanje napona samoindukcije induciranog u namotaju magnetiziranjem željeza. Upravo se može reći da se struja $\mathcal{I}$ svitka tako uspostavi da se nastalim magnetiziranjem jezgre stvara EMS samoindukcije $\mathcal{E}_s$ koja u svakom momentu baš drži ravnotežje izvana narinutom naponu $\mathcal{E}$, prema čemu vektori $\mathcal{E}$ i $\mathcal{E}_s$ moraju biti jednakih efektivnih iznosa E i E_s (sl. 356.) i suprotnih smjerova.

Vrlo je lako naći vezu između efektivnog iznosa E_s napona samoindukcije e_s i tjemnog iznosa Φ_m magnetskog toka Φ . Već smo imali relaciju:

$$\Phi_m = E \sqrt{2} : \omega w$$

pa zbog $E = E_s$ i $\omega = 2\pi f$ možemo dalje pisati:

$$E_s = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi_m \cdot f \cdot w = 4,44 \cdot \Phi_m \cdot f \cdot w \quad (315)$$

koju »relaciju između veličina«, bez daljega ispravnu uz E u V, Φ_m u Vs (Wb) i f u Hz, možemo uz E i f netaknuto no Φ_m zamijenjeno sa $\Phi_m^* \cdot 10^{-8}$, dakle uz magnetski tok izražen sa Φ_m^* u M, specijalno pisati u obliku »numeričke relacije«:

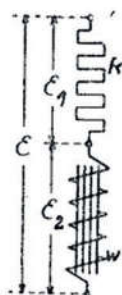
$$E_s = 4,44 \cdot \Phi_m^* \cdot f \cdot w \cdot 10^{-8} \quad (315')$$

119. Dosad smo zanemarivali gubitak napona zbog omskog otpora R namotaja svitka sa željezom. Kako momentana vrijednost toga gubitka napona Ri , baš kao ni i , ne varira sinusoidno, iz sastava izraza:

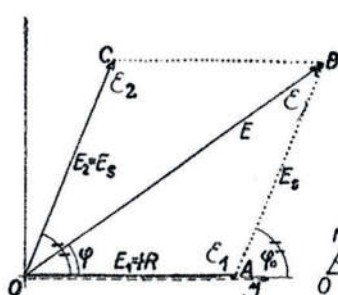
$$e = Ri + w \cdot \frac{d\Phi}{dt}$$

vidi se, ako je e sinusoidno, da ne samo i nego ni $w \cdot \frac{d\Phi}{dt}$, a po tomu ni sam tok Φ , ne će biti (posve) sinusoidni. Općenito vrijedi da će krivulja toka Φ biti to šiljastija (da će imati veći »faktor oblika«) što je veće R .

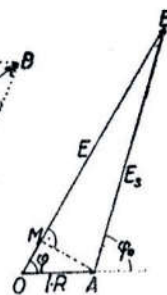
Pokušajmo sad kvantitativno odrediti utjecaj radnog otpora u strujnom krugu svitka sa željezom. Razmatrat ćemo posve općenito serijski spoj nekoga radnog otpora R i svitka sa željezom s namotajem zanemariva otpora (kod svitaka s namotajem nezanemariva otpora može R predstavljati otpor namotaja). Ukupni napon



Sl. 358.



Sl. 359.



Sl. 360.

$\mathcal{E}$ primijenjen na serijsku kombinaciju po sl. 358. bit će rezultanta naponâ $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2$, od kojih će se prvi trošiti na svladavanje radnog otpora R i drugi na podržavanje struje magnetiziranja svitka sa željezom iznosa I . Vektor napona $\mathcal{E}_1$ s efektivnom vrijednošću $E_1 = IR$ trebat će, kao čisto radni napon, crtati u smjeru vektora struje $\mathcal{I}$, na sl. 359. povučenoga u smjeru apscisne osi. Naprotiv vektor napona $\mathcal{E}_2$ trebat će povući u smislu sl. 356. s iznosom $E_2 = E_s$ pod kutom φ_0 prema $\mathcal{I}$. Prema tomu će pomak faza φ između rezultujućeg napona $\mathcal{E} = OB$ i struje $\mathcal{I}$ biti manji od pomaka faza φ_0 u slučaju svitka sa željezom bez otpora. Iz trokuta OAB dobiva se po kosinusu poučku za $E_s = E_2$:

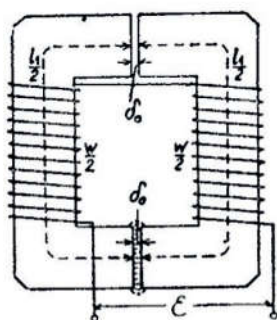
$$E_s = \sqrt{E^2 + E_1^2 - 2EE_1 \cdot \cos \varphi} \quad (316)$$

(umjesto relacije $E_s = E$ kod svitka zanemariva otpora). Međutim redovito će biti $E_1 = IR$ vrlo maleno prema E_s , tako da će trokut OAB iz sl. 359. izgledati po prilici kao u sl. 360. No u tom će se slučaju $E_s = AB$ malo razlikovati od MB (uz AM spuštenu okomito na OB), tako da će se mjesto (316) moći staviti:

$$E_s \approx MB = OB - OM = E - IR \cos \varphi \quad (316')$$

120. Za uzbudne odnose magnetskih krugova svitaka sa željezom vrijede općenite relacije (199) i (202) iz C-99. i C-101.

Samo ovdje, radeći s *maksimalnim* tokom i s pripadnim *maksimalnim* indukcijama i jakostima polja za pojedine dijelove magnetskog kruga, odn. s pripadnim



V) PRIGUŠNICE SA ZASIĆENJEM; TRANSDUKTORI I TRANSDUKTORSKA POJAČALA

Zasitljive prigušnice: a) neupravljanje i b) upravljane ili transduktori. Odnosi kod nezasićenja i kod zasićenja. Neke nepojačalačke primjene. Magnetska (transduktorska) pojačala: serijski spojevi bez samozasićenja i paralelni samozasićeni spojevi (doubler-spoj s izmjeničnim izlazom i mosni spoj s istosmjernim izlazom). Povezanosti mrežnog napona s naponima i strujama prigušnica i sa strujom tereta. Pojmovi učinskog pojačanja P_N , vremena reagiranja τ i vrsnoće G magnetskog pojačala.

121. U prethodnom odsjeku bili su općenito obrađeni osnovni odnosi kod svitaka sa željeznom jezgrom, dakle *željeznih prigušnica*. Ti su odnosi karakterizirani tim da kod sinusoidnog napona momentanih iznosa e , narinutog svitku s namotajem zanemariva otpora, rezultira i sinusoidno variranje momentanih iznosa Φ magnetskog toka svitka, s faznim odnosom Φ -sinusoide prema e -sinusoidi kao u sl. 355.b), odn. sa Φ -sinusoidom predočivom u obliku negativne kosinusoide po relaciji (313) iz E-114.

Dobiveni rezultati ne vrijede samo za pogon izmjeničnom strujom najobičnijih »pukotinskih« prigušnica po sl. 361.a) i 361.b) i sličnih s većim uzdušnim pukotinama, dakle prigušnica već proračunavanih u E-120. i mnogo primjenjivanih na najrazličitije načine, na pr. tako da se one serijski dodaju potrošačima (recimo električkim lučnicama tjeranim izmjeničnom strujom), kako bi se u njima poništavao napon s vrlo malo gubitaka snage (umjesto u predotporima s mnogo gubitaka snage). Rezultati vrijede također za željezne prigušnice s potpuno odn. praktički gotovo potpuno željezom zatvorenim magnetskim krugom, dakle na pr. za svitke namotane na prstenastim jezgrama iz željeznih limova po sl. 171. iz C-97., odn. na jezgrama raznih oblika običajnim kod transformatora sa željezom, s jednom ili više tek neznatnih »doticajnih« pukotina (poput 1' na sl. 170.a) iz C-95. ili 1' do 4' na sl. 174. iz C-97.).

Postoji međutim bitna razlika između obih vrsta željeznih prigušnica. Kod onih s izrazitim pukotinama, kao uostalom i kod svitaka uopće bez željeza (»uzdušnih prigušnica«), može se računati manje ili više s pravocrtnim magnetskim karakteristikama, bez pojava zasićenja i kod visokih iznosa struje svitka (uspor. krivulju 3 na sl. 175. iz C-103.). A kod onih posve bez pukotina, ili samo sa zanemarivim pukotinama, može se strogo ili približno računati s magnetskim karakteristikama danima krivuljom magnetiziranja, odn. kod izmjeničnog magnetiziranja bolje s krivuljom histereze, materijala s kojim je realiziran zatvoreni magnetski krug prigušnice. A to znači magnetske karakteristike s nelinearnošću, s tendencijom k magnetskom zasićenju pri sve više povećavanim iznosima struje svitka (uspor. krivulju 1, pa i krivulju 2, u sl. 175. iz C-103.). Prema tomu u područjima dovoljno visokih momentanih iznosa struje, kod prigušnica sa željezom zatvorenim magnetskim krugom treba očekivati pojave magnetskog zasićenja, odn. dijelove magnetske karakteristike s praktički ne više promjenljivim magnetskim tokom,

i prema tomu s izostalim pojavima samoindukcije usprkos mijenjanja struje prigušnice u tom području. Drugim riječima: željezom zatvorena prigušnica predstavlja napravu s mogućnostima magnetskog zasićenja, dakle *zasitljivu prigušnicu* (saturable reactor, sättigbare Drossel, inductance saturable), koja nužno mora imati naročitih svojstava, nesusretanih kod običnih pukotinskih prigušnica.

122. Baš ovim naročitim svojstvima, te vrlo zanimljivim i važnim mogućnostima primjena tih svojstava, nađenima velikim dijelom tek u novije vrijeme, obratit će se pažnja u ovom odsjeku. No treba odmah reći da će se mnoge pojedinosti ovog kompliciranog i iz dana u dan sve opsežnijeg područja, inače obrađivanog u cijelim specijalnim djelima, moći tek dotaknuti.

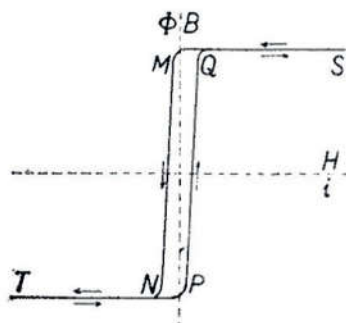
Zapravo su neke mogućnosti primjena zasitljivih prigušnica uočene već prije više decenija, ali velikim poboljšanjima i širokim njihovim primjenama, poimence u funkciji »transduktorskih« ili »magnetskih« pojačala, naprava koje već danas s uspjehom konkuriraju »cijevnim« i drugim pojačalima, stvoreni su preduvjeti tek u novije vrijeme, naročito od g. 1945. dalje.

Tomu je u jednu ruku pridonijelo da su konačno spoznate prednosti zasitljivih prigušnica, izmjeničnom strujom napajanih preko njihova *glavnog* (radnog) namotaja, no istodobno i »predmagnetiziranjem« istosmjernom strujom »upravljanih« preko njihova *upravljačkog* namotaja, pri čemu se ovakve zasitljive prigušnice s upravljačkim pored radnog namotaja, u modernim spojevima redovito upotrebljavane u serijski ili paralelno spojenim parovima, zovu *transduktori*.

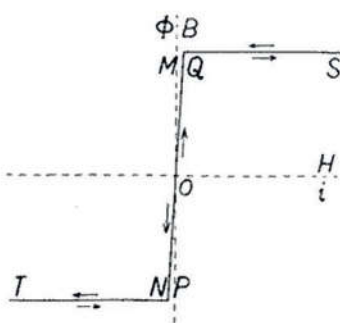
U drugu ruku razvijanju visokovrijednih naprava sa zasitljivim prigušnicama bitno je pripomoglo pojavljivanje baš u novije vrijeme magnetski sve boljih, i također za transformatorske jezgre prikladnih, limova iz željeza sa Si izrađenih posebnim postupcima (hladno valjanje i prikladno naknadno žarenje), te još boljih materijala s mnogo Ni: magnetski ekstremno mekih, s relativno vrlo uskom i strmom »dinamičkom« petljom histereze, s prelazom k zasićenju u oštrom koljenu, te s po mogućnosti visokim iznosom maksimalne indukcije. Primjer materijala s petljom histereze opisanog tipa predstavlja »permenorm« (sa ca. 50% Ni): prstenasta jezgra dobivena spiralnim namatanjem trake lima na pr. varijante 5000Z spomenutog materijala pokazuje kod pogonske frekvencije 50 Hz snimljenu dinamičku petlju histereze po sl. 361.c) s »dinamičkom« koercitivnom silom od samo oko 20 A/m (0,2 A/cm) i sa zasićenjem istom kod blizu 1,6 T (16000 G). Na »dinamičku« petlju histereze, kod frekvencije upotrebljavane izmjenične struje, zato se polaže važnost, jer ova kod magnetski vrlo mekih materijala izlazi, zbog utjecaja gubitaka od vrtložnih struja i sl., znatno šira od »statičke« petlje histereze, snimane istosmjernom strujom, ili izmjeničnom posvema niske frekvencije. Kod razmatranja transduktorskih spojeva pretpostavljat ćemo materijale po mogućnosti s pravokutno ili točnije paralelogramski u srednjem dijelu oblikovanim petljama kao u sl. 361.c), no idealiziranima kao u sl. 361.d), gdje bi uzlazno magnetiziranje

teklo u smislu TPQS i silazno u smislu SMNT. Također moći ćemo zamišljati idealizirane po sl. 361.d), pretpostavljajući, u prikladnim mjerilima, Φ -iznose mjesto B -iznosâ i i -iznose umjesto H -iznosâ, i magnetske karakteristike prstenastih trakastih jezgri iz takvih materijala, pa čak i suvremeno sastavljenih jezgri sa slojevima iz već spomenutih hladno valjanih i magnetski »orijentiranih« limova (sa 2,5 do 3% Si). S ovim potonjim limovima uspijeva u najnovije vrijeme graditi jezgre skoro ekvivalentne trakastim prstenastim jezgrama iz skupih materijala s mnogo Ni, na pr. slažući takve limove u slojeve po sl. 361.e); kako se vidi, tu su naizmjenice jedna na drugu naslagane »U-kombinacije«, po 1) odn. 2) limovâ rezanih uzduž smjera najpovoljnijega magnetiziranja, pri čemu su, zbog iskorištenja orijentacionog svojstva limova, primijenjeni na sastavima obih krakova i dna svake U-kombinacije »diagonalni rezovi« x , a širina dna uzeta je dvostruko tolika kao ona krakova. Tako po 3) sastavljena jezgra, usprkos pukotinama na vrhu pojedinih U-kombinacija vidljivih pod 4), vlada se kao da ni nema tih pukotina, jer se magnetski tok lako zatvara kroz dvostruko široka dna U-kombinacijâ. Kod skromnijih zahtjeva, u transduktorskim stepenima većih snaga, upotrebljavaju se međutim i jezgre iz običnih dinamolimova, no tako građene da se postizava magnetska karakteristika s izrazitim zasićenjem.

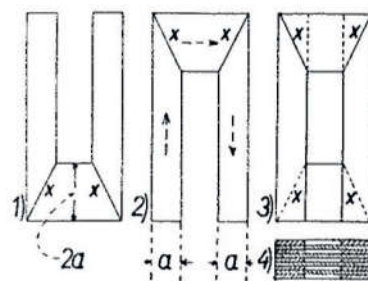
Velik je još zamah napretku transduktorskih (magnetskih) pojačala omogućila spoznaja da se, pri upotrebi paralelnih parova upravljanih zasitljivih prigušnica može postići bitna prednost dodajući svakoj od prigušnica nekog para, serijski



Sl. 361.c)



Sl. 361.d)

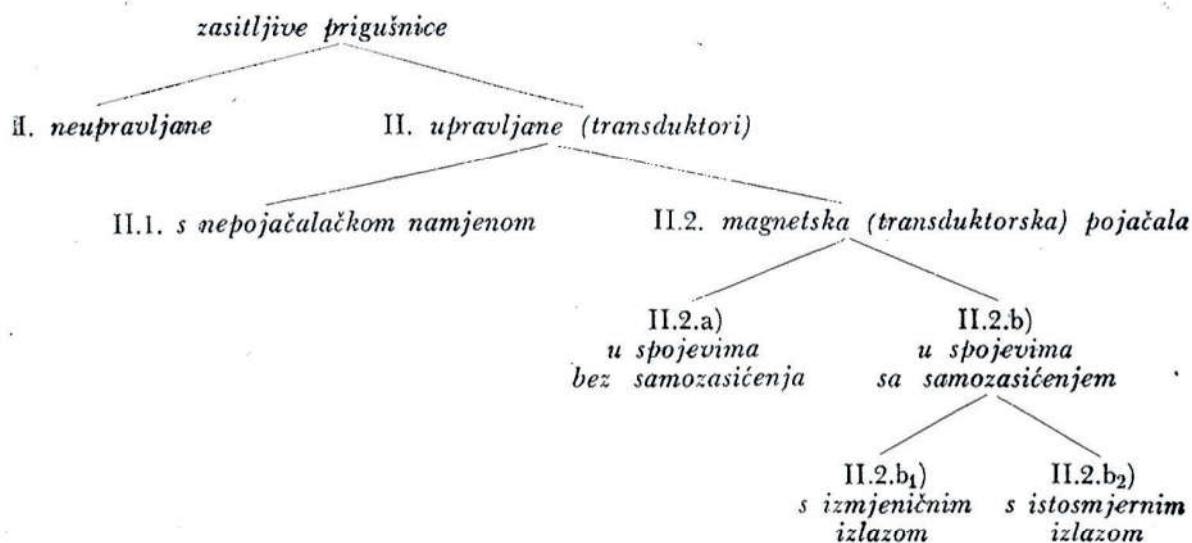


Sl. 361.e)

u svakoj grani i različito polarizirano, po jedan suhi (poluvodički) ispravljač, najčešće selenski; takav je par A_1-A_2 ispravljača dodanih upravljanim prigušnicama U_1-U_2 u sl. 361.s). Pozitivni i negativni polual glavne struje teku onda kroz različite grane paralelnog spoja, jer se suprotnim strujama u svakoj grani suprotstavlja zaporno djelovanje ispravljača odnosne grane. Na taj pak način mogu se postići određena variranja ΔN_T učina struje I_T kroz potrošač T, priključen na transduktorski spoj, s bitno manjim variranjima iznosa struje I_S kroz dani upravljački krug spoja, a time i bitno manjim variranjima učina ΔN_S upravljanja, dakle u zadnjoj liniji bitno viša »učinska pojačanja« $\Delta N_T/\Delta N_S$. Međutim za dobra ma-

gnetska pojačala trebali su usavršeni ispravljači, kakve je približno dala istom novija tehnika: ispravljači gotovo bez otpora u propusnom smislu i što savršenije zaporni u suprotnom smislu. Takve ćemo ispravljače pretpostavljati kod budućih razmatranja. A i za otpore glavnih namotaja upotrebljivanih prigušnica uzimat ćemo idealizirano da iščezavaju.

123. Kako spojeva i pogotovo primjena zasitljivih prigušnica ima vrlo mnogo, za opću orijentaciju dobro će poslužiti da ih se klasificira. To se može učiniti po ovoj shemi:



Razmatrat ćemo redom, u najbitnijem, spojeve kategorijâ I., II.1. i II.2., a kod svake ćemo kategorije navesti nekoliko pripadnih primjera primjene.

124. U pogledu kategorije I. treba primijetiti da će dakako, da bi uopće i došlo do pojava zasićenja po obim horizontalnim dijelovima QS i NT idealizirane magnetske karakteristike po sl. 361.d) neke neupravljane zasitljive prigušnice N, zamišljene u seriji s »potrošačem« ili »teretom« T u obliku općenito ma kakve impedancije $Z = Z \parallel \varphi$, trebati kombinaciji N+T narinuti napon $e = E \sqrt{2} \cdot \sin \omega t$ veći od kritičnog napona $e' = E' \sqrt{2} \cdot \sin \omega t$, s kojim potom bi se pri maksimumu I'_m pripadne struje i' kroz N+T baš još dostigao maksimum Φ_m iznosa toka Φ svitka N. A i kod sistemu N+T narinutih napona dovoljnih da dođe do zasićenja prigušnice N uspostavljala bi se zasićenja samo u intervalima iznosâ struje i većih od I'_m , i to u tom smislu da bi kod sve viših napona na N+T, a time i sve jačih struja prigušnice N, radna točka magnetske karakteristike po sl. 361.d) opisivala sve veće zasićene dijelove te karakteristike od Q nadesno i natrag, odn. od N nalijevo i natrag. Kod primjene sve većih napona na N+T treba dakle računati sa sve duljim intervalima zasićenosti unutar svakog perioda na račun sve manjih intervalâ bez zasićenosti.

Očito će sada prigušnica N u intervalima nezasićenosti, zbog protu-EMS od variranja magnetskog toka Φ njezine jezgre, potpuno zatvorene magnetski mekim materijalom, predstavljati vrlo visoku reaktanciju, pa će sistem $N+T$ pri malenoj impedanciji $\mathcal{Z}$ tereta T propuštati samo neznatnu struju i . A to znači da će u pojedinim momentima t intervalâ nezasićenja prigušnica N zanemariva otpora namotaja trošiti praktički sav napon e narinut kombinaciji $N+T$, dok će na teret T — da fiksiramo ideje zamislimo njegovu impedanciju $\mathcal{Z}$ specijalno u obliku relativno malene čiste rezistancije R — otpadati samo zanemarivi potrošak napona, u zamišljenom slučaju iznosa Ri . Ukratko prigušnica će u intervalima nezasićenosti, idealizirano uzimajući, priječiti poput neke nemehaničke otvorene (u zaporni položaj okrenute) sklopke da išta od napona e djeluje na teret T .

Naprotiv u intervalima zasićenosti ne će biti variranja magnetskog toka, ni potroška napona na svladavanja samoinduktivnih EMS prigušnice, pa će raspoloživi napon e moći sav djelovati na teret T , proizvodeći u njemu struju visokih momentanih iznosa i , a time, kod sve duljih intervala zasićenja, struju sve većih efektivnih iznosa I . Drugim riječima: sada će se prigušnica moći smatrati nemehaničkom sklopkom u propusnom položaju, u tom smislu da pušta da djeluje puni napon e na teret T .

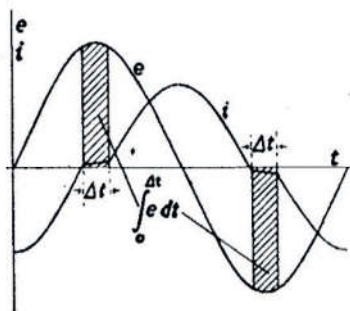
125. Međutim pojedinosti odnosa napona e narinutog kombinaciji $N+T$, te zapornih učinaka nezasićene i propusnih zasićene prigušnice, razabiru se tek ako se uzmu u obzir vremenski integrali $\int u \cdot dt$ nekog napona u , na koji se nailazi kad kod neke prigušnice s tokom jezgre momentanog iznosa Φ i s namotajem od w zavoja dolazi do mijenjanja tog toka. Neka se mijenja tok Φ od nekog početnog iznosa Φ_1 na neki konačni Φ_2 između momenata t_1 i t_2 . Onda se, polazeći od relacije $u = w \frac{d\Phi}{dt}$ osnovane na zakonu elektromagnetske indukcije, integriranjem dobiva formula:

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \frac{1}{w} \int_{t_1}^{t_2} u \cdot dt \quad (316a)$$

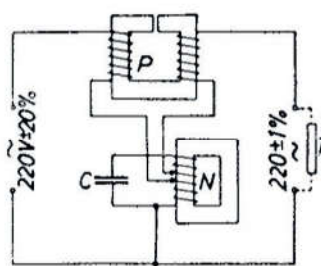
Smisao je ove relacije da svaka promjena toka $\Phi_2 - \Phi_1$ zahtijeva trošenje nekog napona u kroz neki interval vremena $t_2 - t_1$, time da površina u -krivulje dana određenim »vremenskim integralom napona« $\int_{t_1}^{t_2} u \cdot dt$ odgovara proizvedenoj promjeni toka po formuli (316a). Tako specijalno kod još nezasićene prigušnice za promjenu toka od negativnog tjemnog iznosa $-\Phi_m$ do pozitivnog tjemnog iznosa $+\Phi_m$ [prva polovica perioda crtkane negativne kosinusoide u sl. 355.b) iz E-115.] treba potrošiti vremenski integral $\int_0^{T/2} e \cdot dt$ napona e narinutog prigušnici, predodčen plohom prve polovice pripadne e -sinusoide (izvučeno naznačene na istoj slici).

126. Kako će se поближе odraziti intervali nezasićenja i zasićenja prigušnice N pri naponu e narinutom kombinaciji N+T, to dakako ovisi i o iznosu i faznom kutu impedancije $\mathcal{Z}$ tereta T u pojedinim slučajevima. Prema tomu ima različitih mogućnosti primjena već i neupravljenih zasitljivih prigušnica N; od njih ćemo bez поближе analize navesti dvije.

Kod jedne primjene prigušnici N se namjenjuje funkcija t. zv. sinhronizirane »preklopne prigušnice«. Tu se djelovanjem ekstremno jako zasićene, i po tom samo u vrlo kratkim intervalima Δt , razmaknutim po pola perioda, nezasićene prigušnice N, zaporno djelovanje ove potonje u Δt -intervalima tako udesi da struja i kroz teret T, po sl. 361.f), gotovo i ne teče (odn. vrlo sporo varira); uspor. na slici šrafirane plohe integralâ $\int_0^{\Delta t} e \cdot dt$. Onda se u Δt -intervalima na pr. dadu bez poteškoća vršiti ispravljanja izmjenične struje u istosmjernu, kad se takva treba, primjenom mehaničkih sinhronizirano tjeranih kontaktnih naprava, čak i onda kad te naprave ne bi radile dovoljno precizno i brzo, pa ne bi valjano komutirale u momentima preklapanja neku sinusoidnu struju. A dobro služe preklopne prigušnice i kod višefazno tjeranih »kontaktnih ispravljača« (v. H-36.).



Sl. 361.f)



Sl. 361.g)

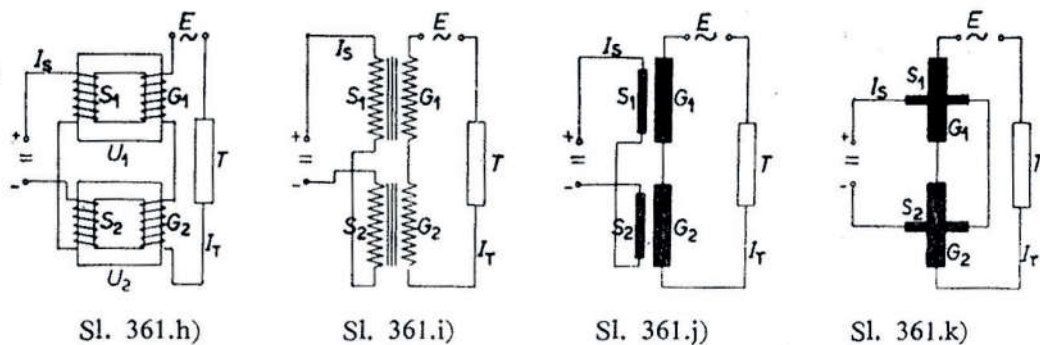
Važna je i primjena neupravljenih zasitljivih prigušnica N u »magnetskim stabilizatorima napona«, napravama po shemi spojeva u sl. 361.g), koje priključene na mrežu i vrlo nestabilnog napona, na pr. napona koji oko svoga nominalnog iznosa 220 V varira do 20% gore i dolje, na njihovom izlazu priključenim potrošačima T impedancije $\mathcal{Z}$ daju napon od 220 V s fluktuacijama od na pr. najviše 1% prema gore i dolje. Bez ulaženja u pojedinosti, primijetimo da takva naprava sadrži pukotinsku (nezasitljivu) prigušnicu P, na koju je prikladno vezana neupravljana zasitljiva prigušnica N, nadopunjena u resonantni krug kondenzatorom ovećeg kapaciteta C (obično više mikrofarada). Naprava daje struje s harmoničkim članovima 3., 5. itd. ranga, a i frekventno je dosta ovisna. Savršeniji su stabilizatori napona s magnetskim pojačalima: pretpojačalom i glavnim pojačalom, no ti su i mnogo skuplji.

Spomenimo još i primjenu kombinacija P-prigušnica s N-prigušnicama za proizvođenje, pri narinutom sinusoidnom naponu frekvencije f , strujâ frekvencijâ $3f$, $5f$ itd. (željena se frekvencija izdvoji na pr. resonantnim krugom). Također nalaze N-prigušnice primjenâ kao »brojače

prigušnice» (ove nagomilavaju primljene naponske impulse), kod naprava koje reguliraju trajanja električkih svarivanja, te kod računskih strojeva (gdje se primjenjuju posve maljušne N-prigušnice za »nagomilavanje« impulsa).

127. Prelazeći na kategoriju II. upravljanih zasitljivih prigušnica U (transduktora), i najprije na grupu II.1. takvih prigušnica, spomenimo da već i spojevi ove potonje grupe, prikladno upotrebljeni, mogu raditi kao magnetska pojačala, t. j. mogu se njima postići već iznosi znatno iznad 1 kvocijenta $\Delta N_T / \Delta N_S$ uvedenoga već u E-122. No kako se danas za svrhe pojačavanja općenito, kao mnogostruko bolji, upotrebljavaju spojevi grupe II.2., s parovima paralelnih prigušnica serijski nadopunjenih poluvodičkim *ispravljačima*, pa se često u užem smislu »magnetskim pojačalima« zovu tek ovi transduktorski spojevi grupe II.2., koji se dalje diferenciraju na one po II.2.a) i one po II.2.b), bit će dovoljno zadržati se samo na nepojačalačkim primjenama spojeva grupe II.1.: kao magnetskih podvostručivača frekvencije po shemi na sl. 361.l), kao naprava za mjerenja vanredno visokih istosmjernih struja s očitavanjem relativno neznatnih istosmjernih struja po shemi na sl. 361.m), te kao naprava za ograničavanja struja; još neke primjene bit će samo nabrojene.

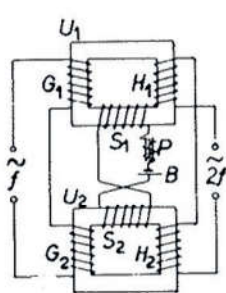
128. Slike 361.h) do 361.k) predložuju, simbolizirano na četiri različita načina (od kojih su dva posljednja naročito prikladna za praksu magnetskih pojačala, a trećim se načinom u novije vrijeme često simboliziraju također transformatori),



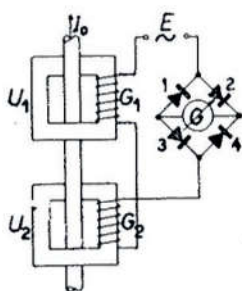
osnovni *serijski* spoj s jednim parom upravljanih prigušnica U_1 i U_2 . U slikama kao 361.j) i 361.k) manjim crnim pravokutnikom označivat će se kod svake prigušnice »upravljački« namotaj, protjecan upravljačkom istosmjernom strujom I_S iz prikladnog izvora, i većim crnim pravokutnikom »glavni« namotaj, napajan pogonskom izmjeničnom strujom iz izmjenične mreže napona E . Bijeli pravokutnik predstavlja teret T , kome se kod magnetskog pojačavanja pri danom E struja I_T varira mijenjanjima upravljačke struje I_S prigušnica U_1 i U_2 . Treba paziti da se par upravljačkih namotaja S_1 - S_2 uključi, kao na sl. 361.h) do 361.k), »protusmisleno« pri »istosmisleno« spojenom paru G_1 - G_2 glavnih namotaja, ili pak da obrnuto kod istosmisleno spojenih upravljačkih budu protusmisleno spojeni glavni namotaji para prigušnica U_1 - U_2 , kao na pr. u sl. 361.m).

Elemente spoja po sl. 361.h) do 361.k), osim tereta T , sadrži i spoj za podvostručenja frekvencije po sl. 361.l), a iste elemente sadrži i spoj za mjerenja vanredno jakih istosmjernih struja po sl. 361.m).

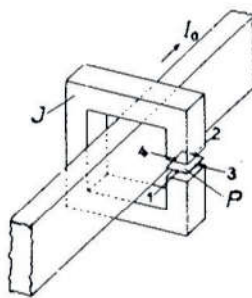
129. Kod spoja po sl. 361.l) samo je još serijski upravljačkom krugu dodana pukotinska prigušnica P zbog sprječavanja izmjeničnih struja, i predviđen je, pored ulaznog namotaja G_1-G_2 , napajanog izmjeničnim naponom frekvencije f , još izlazni namotaj H_1-H_2 za crpanje struje dvostruke frekvencije $2f$, resonantno pojačane potrošačem u obliku prikladne serijske kombinacije induktancije L i kondenzatora C . Kod ulaznog para namotaja G_1-G_2 spojenog istosmisleno, a obih ostalih, upravljačkog S_1-S_2 i izlaznog H_1-H_2 spojenih protusmisleno, te kod istosmjerne struje kroz S_1-S_2 udešene na protusmisleno predmagnetiziranje jezgri obih prigušnica otprilike do zasićenosti, mogu pod utjecajem struja frekvencije f u G_1-G_2 samo naizmjenice po pojedinim poluperiodima varirati tokovi jedne odn. druge jezgre, jer u suprotnim poluperiodima, zbog već predmagnetiziranjem dostignute zasićenosti, mogu tek stagnirati. Lako je sad vidjeti da će, kombinacijom u H_1 i H_2 induciranih napona, protusmisleno spojeni izlazni par



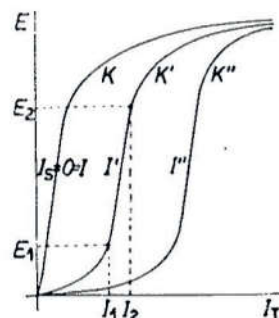
Sl. 361.l)



Sl. 361.m)



Sl. 361.n)



Sl. 361.p)

H_1-H_2 davati napon približno sličan poluvalno ispravljenom naponu frekvencije f , a to znači val s jakim harmoničkim članom podvostručene frekvencije $2f$ (s primjesama daljih parnih harmoničkih članova frekvencija $4f$, $6f$, itd., koje međutim kod udešene resonancije na član frekvencije $2f$ praktički ispadaju).

130. Kod naprave po sl. 361.m) upravljačke namotaje nadomješta kroz obje jezgre provučena sabirnica nekog postrojenja vanredno visoke istosmjerne struje I_0 , na pr. struje 50 ili 100 kA u nekoj tvornici Al, pa se pazi da kod variranja struje I_0 , a time i predmagnetiziranja jezgri obih zasitljivih prigušnica, proporcionalno varira i izmjenična struja kroz glavne namotaje G_1-G_2 . Ako se sad još ova izmjenična struja, preko u slici naznačenog poznatog Graetzova »mosnog spoja« sa četiri poluvodička ispravljača 1 do 4, punovalno ispravi (isti je spoj, samo nešto drukčije crtano, donesen već s elektrolitičkim Al-ispravljačima u sl. 107. uz B-119.), te se kao teret T priključi na pr. instrument G s pomičnim svitkom i permanentnim magnetom; on će pokazivati slabe struje I' proporcionalne mjerenim vanredno visokim strujama I_0 , odn. na njegovu skalu moći će se nanijeti i odmah iznosi I_0 .

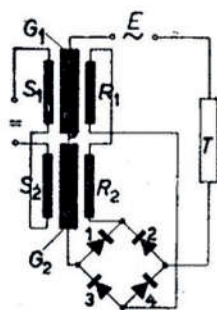
Nuzotpori kod mjerenja vanredno jakih struja I_0 praktički ne dolaze u obzir, jer bi na pr. nuzotpor za struje 50 kA, protjecan strujom od gotovo 50 kA i paralelan galvanometru pada napona 60 mV, trošio kao neka velika peč oko $50\text{kA} \times 60\text{mV}$ ili 3 kW učina! Ali u najnovije vrijeme uvedeni i već u C-15. spomenuti »Hallovi generatori« omogućili su slična mjerenja po shemi u sl. 361.n): uzbuđujući vrlo visokom strujom I_0 dovoljno otvoreni magnetski jaram J (dakle magnetski krug s pravocrtnom karakteristikom), i stavljajući u njegovu pukotinu pločicu P Hallova generatora po sl. 123., pri stalnoj uzdužnoj struji kroz P javlja se poprečni »Hallov napon«, koji, pokazan voltmetrom V i proporcionalan struji I_0 , može služiti za mjerenja ove potonje.

131. Dalji primjer primjene spojeva grupe II.1. predstavljaju »ograničavači struje«: po sl. 361.p) kod raznih iznosa I' , I'' itd. upravljačkih istosmjernih struja kroz S_1 - S_2 prema pripadnim karakteristikama K' , K'' itd. mogu se izmjenične struje I_T tereta u tom smislu ograničavati na povoljne iznose, da na pr. prema karakteristici pripadnoj struji I' unatoč vrlo velikih prirasta od E_1 na E_2 izmjeničnog napona E dođe do samo malenih prirasta od I_1 na I_2 izmjenične struje I_T tereta T.

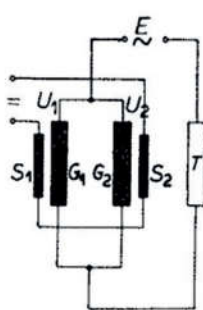
Neka još budu spomenute upotrebe transduktorskih spojeva kao »pomicačelja faza« nekog izmjeničnog napona, i kao proizvađača »naponskih impulsa« s po volji udešavanim faznim kutom (s primjenom na pr. na reguliranje momenata paljbe Hg-ispravljača s mrežicama, na koje se proizvedeni impulsi puste da djeluju).

132. Bilo je rečeno da se s transduktorskim spojevima tipa II.1. već mogu postizavati skromnija pojačavanja. Pojačalačka svojstva mogu se kod ovih spojeva znatno povećati upotrebom po shemi u sl. 361.q) dodanih »reakcionih« namotaja R_1 i R_2 , istosmjerno napajanih energijom iz kruga izmjenične struje tereta, posredstvom mosnog spoja sa četiri ispravljača 1 do 4, poput onoga iz sl. 361.m).

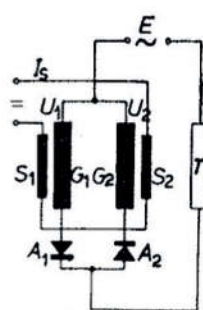
A mogu se dakako dobiti pojačalački spojevi tipa II.1. i s parovima paralelnih zasitljivih upravljanijih prigušnica kao na sl. 361.r).



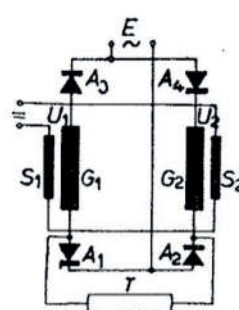
Sl. 361.q)



Sl. 361.r)



Sl. 361.s)

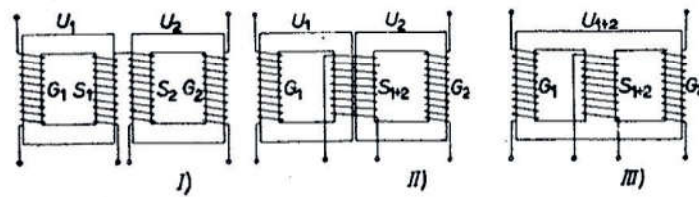


Sl. 361.t)

Ipak je pravi napredak magnetskih pojačala postignut tek t. zv. samozasićenim spojevima tipa II.2.b), s paralelnim parovima upravljanijih zasitljivih prigušnica, kod kojih se glavnim namotajima obih prigušnica U_1 odn. U_2 serijski doda, sa suprotnim polaritetima, po jedan poluvodički (redovito selenski) ispravljač A_1 odn. A_2 , prema čemu nastane osnovni spoj po shemi u sl. 361.s). Kako se time dobivaju paralelni »elementi« $U_1 + A_1$ i $U_2 + A_2$, jedan propustan samo za pozitivne i drugi samo za negativne polovice perioda struje, kod ovakvog spoja, nazivanog često »doubler-spojem«, u svakom od oba pripadna upravljačka namotaja S_1 odn. S_2 dovoljno je varirati istosmjernu struju tek do postizavanja zasićenosti u korespondentnim pri-

gušnicama U_1 odn. U_2 ; uspor. dijelove X_1S i X_2T magnetske karakteristike iz sl. 361.v). Kod samozasićenih se spojeva može dakle izići s bitno manjim strujama, a time i energijama upravljanja, što konačno daje i bitno veća pojačanja.

Kod samozasićenog »doubler-spoja« po sl. 361.s) radi se o spoju tipa II.2.b₁) s izmjeničnim izlazom, t. j. dobiva se izmjenična struja I_T kroz teret T , nastala sastavljanjem strujâ I_{U_1} i I_{U_2} kroz oba elementa spoja. U slučajevima kad se želi istosmjerni izlaz, lako je paralelni samozasićeni spoj tako preudeliti dodatkom daljega para ispravljača A_3 i A_4 da se struje I_{U_1} i I_{U_2} sastave u punovalno ispravljenu, dakle pulzirajuću istosmjernu struju I_T tereta. To se može postići prikladnim »mosnim spojem« tipa II.2.b₂) po sl. 361.t) s ispravljačima A_1 do A_4 .



Sl. 361.u)

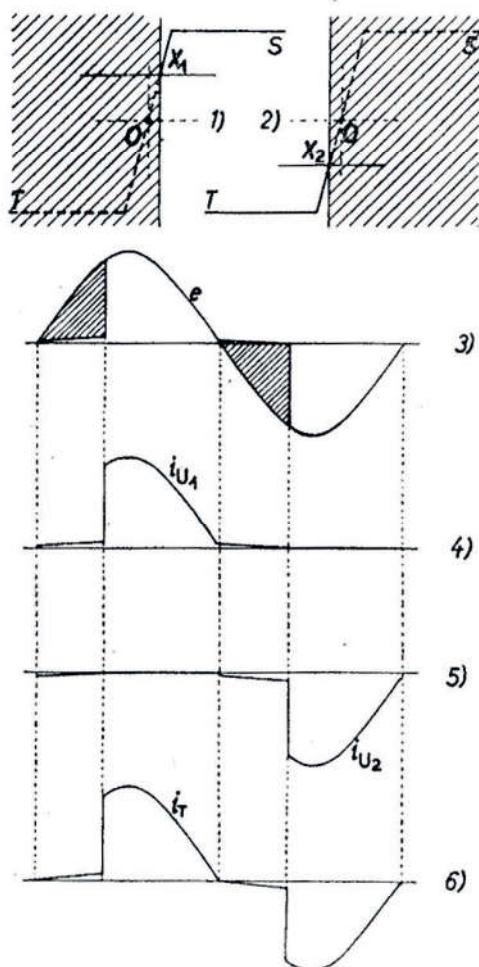
Često se u praktičkim izvedbama upravljački namotaji realiziraju, umjesto s pojedinim parovima namotaja, sa samo jednim namotajem zajedničkim za obje prigušnice; na pr. prema sl. 361.u), umjesto da se primijene dva pojedinačna upravljačka namotaja S_1 i S_2 po I), mogu se zajedničkim upravljačkim namotajem S_{1+2} obuhvatiti magnetski krugovi obih prigušnica po II). A može se, uz upotrebu trokrake »ogrnut« jezgre, namotaj S_{1+2} smjestiti po III) na srednji krak takve jezgre, uz glavne namotaje G_1 i G_2 smještene na oba vanjska kraka.

133. Poblížom analizom odnosâ u intervalima nezasićenosti i zasićenosti danom istosmjernom strujom I_s predmagnetiziranih zasitljivih prigušnica U_1 i U_2 u paralelnim samozasićenim spojevima po sl. 361.s) i 361.t), a na bazi idealizirane magnetske karakteristike po sl. 361.d) upotrebljenih jezgri, idealiziranih ispravljača A_1 i A_2 u seriji s prigušnicama, te uzetih u račun veza danih formulom (316a) iz E-125., moguće je, uz pretpostavku danog efektivnog napona E narinutog pojačalu s dodanim teretom, izvoditi e -sinusoidi napona E i određenoj upravljačkoj struji I_s pripadne krivulje: u' -krivulju napona paralelnih grana $G_1 + A_1$ odn. $G_2 + A_2$ i u'' -krivulju napona tereta T . Pri tom će u intervalima nezasićenja (nepropusnosti) prigušnicâ U_1 odn. U_2 u' -krivulja približno slijediti e -krivulju, a u intervalima zasićenja (propusnosti) prigušnicâ U_1 odn. U_2 će u'' -krivulja približno odgovarati e -krivulji. A dalje će se onda, kod danog tereta T , moći određivati i krivulje momentanih struja i_{U_1} odn. i_{U_2} kroz grane $G_1 + A_1$ odn. $G_2 + A_2$, te kombiniranjem tih struja konačno i i_T -krivulja struje tereta T , izmjenične kod doubler-spoja po sl. 361.s) i ispravljene kod mosnog spoja po sl. 361.t).

Tako bi se za doubler-spoj po sl. 361.s) specijalno kod tereta T u obliku čistog radnog otpora R iz e -krivulje lako izvele u' -krivulja i u'' -krivulja, te iz ovih i i_{U_1} - i i_{U_2} -, te i_T -krivulje prema sl. 361.v), koje očito s variranjima upravljačke struje I_s i

same variraju, pa se na primjer kod jače te struje neiščežavajući odsječci u' -krivulje smanjuju na uže intervale, dok se propusni odsječci krivulja i_{u_1} i i_{u_2} , a time i odsječci i_T -krivulje, povećavaju na šire intervale. A kod sve širih intervala, i prosječno većih momentanih iznosa struje i_T , to donosi sve veće efektivne iznose glavne struje I_T spoja po sl. 361.s), postizavane tek malim povisivanjima i inače samo neznatne struje I_s . To baš i opravdava naziv »magnetskog pojačala« samo-zasićenih spojeva po sl. 361.s), 361.t) i sličnih.

Za ilustraciju, kako se u konkretnim realizacijama odnosa po sl. 361.v) doista s rastućim I_s suzuju intervali u' -krivulje i istodobno proširuju intervali i_T -krivulje



Sl. 361.v)

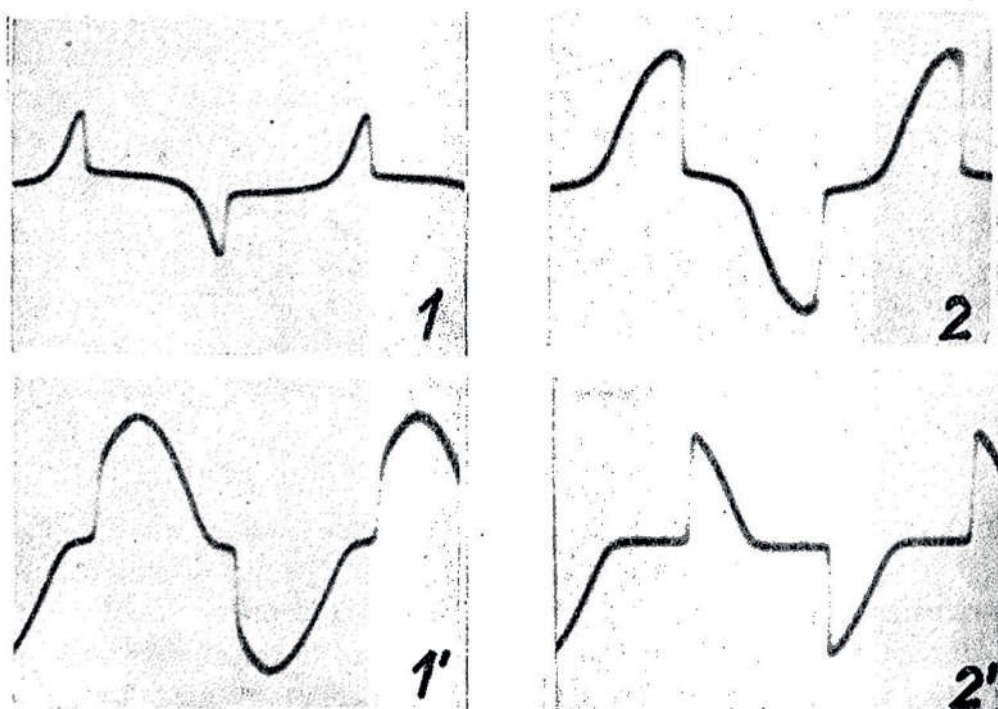
kod samozasićenog spoja s izmjeničnim izlazom, donose se u sl. 361.x) katodnooscilografski snimljena dva para krivulja u' (gore) i i_T (dolje). Kod lijevog para 1-1' pri većoj struji I_s odsječci u' -krivulje 1 zauzimaju znatno ispod četvrtine perioda, i po tom odsječci i_T -krivulje 1 ostatke poluperioda znatno iznad četvrtine perioda, dok su kod drugog para 2-2' u' -odsječci 2 znatno širi, i prema tomu i_T -odsječci 2' znatno uži i prosječno manjih momentanih iznosa. Prema tomu u prvom slučaju treba očekivati veći i u drugom manji efektivni iznos I_T struje tereta, pa ako bi ovaj predstavljala grupa od mnogo paralelnih sijalica, na pr. određenih za rasvjetu neke kazališne pozornice i sl., rasvjeta tim sijalicama bi se na spomenuti način mogla regulirati kontinuirano, te uz to mnogo udobnije i racionalnije nego na pr. poništavanjem napona glomaznim otporima. Regulirati bi se dalo od pune svjetline do punog ugašenja sijalica. A sva ta variranja velikih snaga tereta postizavala bi se uz samo neznatna ulaganja snage na variranja neznatne snage potrebne za upravljanje, što baš i čini bit pojačala uopće, i prema tomu i magnetskih pojačala u konkretnom slučaju.

I doista se magnetska pojačala u novije vrijeme, osim za bezbroj drugih, općenito pojačalačkih i specijalno regulacionih primjena, posljednjih godina sve više upotrebljavaju također za regulacije rasvjete na pozornicama i u dvoranama.

Ni kod pojačalačkih mosnih spojeva s istosmjernim izlazom, po sl. 361.t) i sličnih, odnosi se ne bi bitno razlikovali od onih po sl. 361.s), osim što bi dakako sada struju i_T trebalo zamišljati nastalu punovalnim ispravljanjem struje i_T iz sl. 361.v).

Oscilogrami iz sl. 361.x) snimljeni su u Zavodu za osnove elektrotehnike i električka mjerenja Elektrotehničkog fakulteta u Zagrebu s magnetskim pojačalom tipa AEG VDRz-3.

134. Osim za regulaciju rasvjete, magnetska pojačala dodaju se uopće raznim potrošačima kod kojih se želi kontinuirano upravljanje, s malo utroška snage, najrazličitijih pojava, pri nemijenjanom izmjeničnom naponu E mreže iz koje se napaja potrošač. A posebno zahvalno područje primjena magnetskih pojačala čine spojevi za reguliranja i automatska programska upravljanja u mnogim pogonima. Spomenimo samo kao primjere: reguliranje brzine motora pod raznim uvjetima, na pr. hoda brzih električkih dizala u mnogokatnim zgradama, reguliranja pogona u valjaonicama i inače u teškoj industriji, održavanja stalnosti napona generatora u elektranama (kod velikih generatora magnetska se pojačala često još nadopunjuju »mašinskim pojačalima«, rotirajućim napravama tipa »amplidin«, »rapidin« itd.). Prikladne primjene magnetskih pojačala predstavljaju brza reguliranja položaja elektroda mnogotonskih električkih peći, čeličnih i redukcionih, te reguliranja temperature. Konačno ima i mnogo primjena magnetskih pojačala u malom, gdje se inače često izlazi s cijevnim napravama (s visokoevakuiranim elektronskim cijevima, ili s cijevima punjenim plinovima ili parama, zvanim »tiratronima«).



Sl. 361.x)

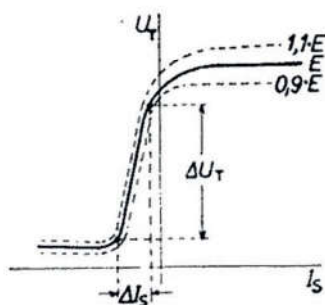
135. Za bliži uvid u pojačalačka svojstva nekog magnetskog pojačala mogu poslužiti karakteristike po sl. 361.y) s iznosima struje upravljanja I_s kao apscisama i efektivnim iznosima napona U_T tereta kao ordinatama. U prvom su redu važni strmi i pravocrtni dijelovi tih karakteristika. Debelo izvučena karakteristika

vrijedi za magnetsko pojačalo s određenim teretom u obliku čiste rezistancije R uz pretpostavku održavanja određenog nominalnog mrežnog napona E ; ostale tanko crtane dvije karakteristike vrijede za mrežne napona $0,9 \cdot E$ odn. $1,1 \cdot E$.

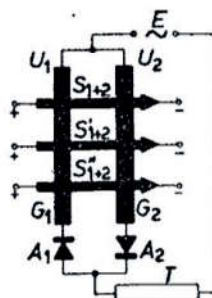
Karakteristike izriču da se, u područjima gdje su one dovoljno strme, već neznatnim promjenama ΔI_S istosmjerne upravljačke struje, i pripadnim utrošcima učina ΔN_S , dadu postići velike promjene ΔU_T napona na teretu T , a time i vrlo velika povećanja ΔN_T učina tereta. No to daje povoljna »pojačanja« (točnije »učinska pojačanja«), već u E-122. definirana kvocijentom:

$$P_N = \frac{\Delta N_T}{\Delta N_S} \quad (316b)$$

136. U pogledu karakteristika po sl. 361.y) i relacije (316b) magnetska se pojačala ponašaju slično cijevnim pojačalima s visoko evakuirani cijevima. Međutim, suprotno nego kod cijevnih pojačala, koja radeći s praktički potpuno bestromim elektronima bez ikakvog zatezanja odgovaraju i na vanredno nagle promjene signala na mrežici pripadnim promjenama u anodnom krugu, pa kod njih u pogledu brzine reagiranja ni nema problema, kod magnetskih se pojačala mora računati s izvjesnim tromim reagiranjem na vrlo nagle promjene upravljačke struje I_S .



Sl. 361.y)



Sl. 361.z)

Karakteristike po sl. 361.y) su naime »statičke« karakteristike, dobivene zamisljajući vrlo polagana mijenjanja upravljačke struje I_S i neposredno uspostavljana stacionarna stanja u krugu tereta T . A od interesa su u praksi vrlo često dovoljno brza reagiranja magnetskih pojačala, od samo vrlo malo trajanja perioda, pa i više od toga, bar kod običnih mrežnih frekvencija ili onih do nekoliko stotina Hz. No takva se brza reagiranja mogu otkupiti, kako će se odmah vidjeti, tek uz žrtvu smanjenja pojačanja P_N . Od interesa su dakle kod magnetskih pojačala, pored njihovih pojačalačkih karakteristika, još i »dinamička« svojstva takvih pojačala, odn. poznavanja stepena tromosti reagiranja tih pojačala, koji se stepen po definiciji mjeri »vremenom reagiranja« τ , o kome će brzo biti govora i koje varira obrnuto proporcionalno pojačanju P_N .

137. Uzrokom više ili manje tromom reagiranju magnetskih pojačala može se smatrati jaka samoinduktivnost upravljačkog kruga, zbog čega se nakon naglih promjena ΔU_S upravljačkog napona uspostavljaju tek s određenim zatezanjem pripadne promjene ΔI_S upravljačke struje, i korespondentne promjene ΔU_T napona tereta T po sl. 361.y). Pojav odgovora slučaju naglo narinutog nekog stalnog napona E svitku sa L i R , gdje također tek sa zatezanjem dolazi do uspostavljanja konačnog iznosa I svitkove struje i , time da se i približava iznosu I tek rastući eksponencijalno po krivulji u sl. 191. iz C-137. Pa ako se već tamo kao karakteristično za zatezanje uspostavljanja struje I upotrebljavala »vremenska konstanta« τ , kao vrijeme nakon koga i postigne $\left(1 - \frac{1}{e}\right)$ -kratnik iznosa I , dakle iznos $0,632 \cdot I$ (okruglo 63% konačnog iznosa), prirodno je da se i kod magnetskih pojačala kao karakteristično za tromost nekoga magnetskog pojačala pri skokovitim promjenama upravljačkog napona uzme kao »vrijeme reagiranja« veličina »vremenska konstanta« τ izražena u sekundama (ili također veličina $\tau' = f \cdot \tau$ izražena trajanjima perioda mrežnog napona E , koji napaja pojačalo), korespondentna vremenu nakon koga se već postigne 0,632-kratnik konačne promjene ΔI_T , pripadne promjeni ΔU_S . Međutim, kao povećavanjem otpora R kod uspostavljanja struje svitka sa L i R , i u upravljačkom krugu magnetskog pojačala se brža reagiranja mogu postići povećavanjima ukupnog otpora R_S upravljačkog kruga, u koju svrhu se namjerno u taj krug serijski uključe prikladni dodatni otpori. Onda, zbog otporu samog upravljačkog namotaja dodanih otpora, raste sve više ukupni otpor R_S upravljačkog kruga, zbog čega za određene upravljačke struje I_S , a time i za određene promjene ΔI_S tih struja, trebaju viši upravljački naponi U_S , odn. viši prirasti tih napona ΔU_S , a time i viši utrošci učina ΔN_S za postizavanje željenih prirasta ΔI_S . A po formuli (316b) kod povećanih iznosa ΔN_S utrošenih za postizavanje istoga ΔU_T opada postignuto pojačanje P_N . Drugim riječima: brža reagiranja odn. manje vremenske konstante danog magnetskog pojačala dadu se iskupiti tek proporcionalno manjim pojačanjima P_N .

138. Ako međutim P_N varira proporcionalno sa τ (odn. $\tau' = f \cdot \tau$), jer brže reagiranje (manje τ') magnetskog pojačala ide ruku o ruku s manjim pojačanjem (nižim P), za karakteriziranje vrijednosti nekog magnetskog pojačala prirodno je uzeti kvocijent veličina P_N i τ' (ili $f \cdot \tau$), pa je zato i uvedena veličina »vrsnoća magnetskog pojačala«:

$$G = \frac{P_N}{\tau'} = \frac{P_N}{f \cdot \tau} \quad (316c)$$

iz koje se doista razabire kako se kod pojačala s danim G mijenjaju P_N i τ' paralelno, kao i to da se pojačanja nekog magnetskog pojačala mogu navoditi samo za određene pretpostavljene ukupne otpore R_S upravljačkog kruga, kakvi se predviđaju kod pogona magnetskog pojačala, jer o njima ovise iznosi τ odn. $\tau' = f \cdot \tau$, što kod danih G i f daje pripadne iznose P_N .

Još prije dva, tri decenija magnetska pojačala su se dala graditi tek s iznosima vrsnoće G oko 1 ili 2. Ogromni napredak magnetskih pojačala u najnovije vrijeme najbolje se vidi po tom što se danas grade pojačala s iznosom G od više stotina, pa i hiljada! Bitno su tom pridonijeli, uz bolje spojeve, naročito neisporedivo bolje magnetske jezgre s modernim magnetski mekim materijalima, kako one prstenaste (sa spiralno namotanim vrpčama), tako i one sa slojevima limova rezanih i raspoređenih po suvremenim principima.

U praksi se vrlo često umjesto po jednog upravljačkog namotaja na svakoj prigušnici U_1 i U_2 predvidi po nekoliko upravljačkih namotaja; uspör. S_{1+2} do S'_{1+2} u sl. 361.z). Mogu to biti: namotaj za stalno predmagnetiziranje, razni upravljački namotaji u užem smislu, koji reagiraju na različite međusobno neovisne pojave (njima se na pr. želi regulaciono utjecati na struju odn. napon tereta), reakcioni namotaj i sl.

Kao primjer navedimo magnetsko pojačalo SSW VV3-3. Kod ovog pojačala u bitnosti s mosnim spojem po sl. 361.t), kod ograničenja na pravocrtni dio karakteristike pojačavanja po sl. 361.y), dovoljno je samo 2,5 mA promjene struje upravljanja da se povisi do $I_T = 0,75A$ struja tereta otpora 25 Ω , što daje koristan učin pojačala: $N_T = 0,75^2 \cdot 25 W = 14 W$. Bez dodatnog otpora u upravljačkom krugu ovo pojačalo s istosmjernim izlazom, koje se može upotrebiti i kao »pretpojačalo« u »kaskadi« s pojačalom većeg izlaznog učina u konačnom stepenu, davalo bi učinsko pojačanje $P_N = 36000$. No za slučajeve gdje bi kod maksimalnog pojačanja ovo pojačalo radi- lo pretromo, predviđeno je da se upravljačkom krugu dodavanjem otpora poveća ukupni otpor do iznosa $R_S = 500 \Omega$, i u tom slučaju pojačalo VV3-3 daje još uvijek učinsko pojačanje $P_N = 3600$, pri već dovoljno malenom $\tau = 0,12 s$ (ili $\tau' = f \cdot \tau = 6$ perioda pri $f = 50 Hz$). Vrsnoća pojačala prema rečenom jest:

$$G = \frac{P_N}{\tau'} = \frac{P_N}{f \cdot \tau} = \frac{3600}{50 \cdot 0,12} = 600.$$

Magnetska pojačala grade se za izlazne snage od nekoliko mW do mnogo kW (čak su iznimno bile izvedene jedinice do 1 MW); ulazni učini sežu im od malo nW do malo kW.

139. Osim njihovim omjernim brojem $P_N = \Delta N_2 / \Delta N_1$ učinska pojačanja mogu se karakterizirati i logaritmom omjernog broja izlaznog učina ΔN_2 i ulaznog ΔN_1 nekog pojačala. Ako se specijalno kod toga upotrebe dekadski logaritmi (log), onda se po definiciji učinsko pojačanje zamišlja karakterizirano veličinom: $\log(\Delta N_2 / \Delta N_1)$ u jedinicama nazvanima »belima« (B). No najčešće se praktički prikladnijim smatra da se učinska pojačanja izražavaju desetinama bela, dakle »decibelima« (dB). Tako se može pisati za pojačanje izraženo u decibelima P'_N :

$$P'_N = 10 \cdot \log \frac{\Delta N_2}{\Delta N_1} = 10 \cdot \log P_N \quad (316d)$$

prema čemu pojačanju $P'_N = 10$ dB odgovara omjer pojačanja $P_N = 10$ ($10 \cdot \log 10 = 10$).

Po tom bi učinskom pojačanju nekoga magnetskog pojačala definiranomu omjerom P_N po (316b) u E-135. s deseterostruko većim ΔN_T od ΔN_S odgovaralo pojačanje P'_N iznosa 10 dB, iznosu $P_N = 100$ iznos $P'_N = 20$ dB, iznosu $P_N = 1000$ iznos $P'_N = 30$ dB, iznosu $P_N = 10000$ iznos $P'_N = 40$ dB, itd. Specijalno u slučaju magnetskog pojačala iz E-138. s učinskim pojačanjem $P_N = 3600$ dobio bi se iznos:

$$P'_N = 10 \cdot \log 3600 = 35,6 \text{ dB.}$$

Prednosti su izražavanja pojačanja u decibelima: a) da se izlazi s manjim brojkama pojačanja, b) da se kod višestepenih pojačala ukupni iznos dB dobiva naprosto sumiranjem iznosa dB pojedinih stepena (na pr. dvostepeno pojačalo s »dobitkom« u 1. stepenu 15,5 dB i s »dobitkom« u drugom stepenu 12,5 dB daje ukupno pojačanje 28 dB).

Na definiciju decibela kod pojačavanja naponâ odn. strujâ osvrnut ćemo se kasnije (kod cijevnih i transistorskih pojačala).

140. Prema iznesenom lako će biti otprilike prosuditi odnos magnetskih pojačala prema ostalim važnim napravama za pojačavanja: cijevnim i transistor-skim pojačalima (o kojima će kasnije još biti govora). Iako su prvi pokušaji magnetskog pojačavanja poduzimani još prije ere cijevnih pojačala, ova potonja su zbog svojih odličnih osobina posve opravdano kroz decenije isključivo prevladavala, da tek u novije vrijeme dobiju ozbiljne takmace s jedne strane u poluvodičkim (transistorskim) i s druge u suvremenim, stotine i tisuće puta prema početnim tipovima usavršenim magnetskim pojačalima. Današnja magnetska pojačala zauzela su i zauzimaju sve više ona područja primjena kod relativno nižih frekvencija gdje dolaze do izražaja njihove prednosti robustnih, mirujućih i mnogim pogon-skim prilikama, naročito za regulacione i srodne svrhe, vrlo prilagodljivih naprava, bez struja grijanja kao kod cijevi, a gdje ne smeta toliko njihovo ne posve momentano reagiranje. Prema već u E-134. spomenutim mašinskim pojačalima može im se upisati u prednost da predstavljaju nepomične (a ne rotirajuće) naprave.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE E):

124. Mrežu izmjenične struje pored a) dvopolnog generatora tjeranoga parnom turbinom brzine 3000 okr/min snabdijevaju također: b) sinhroni generator tjeran vodenom turbinom brzine predviđene između 430 i 590 okr/min, c) sinhroni generator tjeran motorom sustava Diesel brzine predviđene između 144 i 157 okr/min; naći kružnu i numeričku frekvenciju mreže, te brzine i brojeve pari polova direktno tje-ranih strojeva iz b) i c).

[314 i 50 Hz; 500 i 150 okr/min; 6 i 20 pari polova]

125. U svakom od dva svitka smještena u dva para žljebova razmaknuta 6 geo-metrijskih gradi na statoru 10-polnog alternatora inducira se kod brzine rotora 720 okr/min sinusoidni napon efektivnog iznosa $E_1 = 100$ V; naći ukupni efektivni napon E i tjemeni E_m serijskog spoja tih svitaka, te pripadnu kružnu i numeričku frek-venciju.

$[E = E_1 \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} = 193$ V; $E_m = 273$ V; 377 i 60 Hz]

126. Kroz prikladno osjetljive mjerne sustave instrumenata a) s vrućom žicom, b) s pomičnim svitkom (i permanentnim magnetom) šalju se najprije »pravokutna«, onda sinusoidna, pa »istokračnotrokutna«, i zatim punovalno ispravljena sinusoidna struja; koje će otklone pokazati na svojim skalama instrumenti iz a) i b) pretpostavlja-jući sve struje istoga tjemnog iznosa 100 mA.

[a) 100; 70,7; 57,8 i 70,7 mA; b) 0; 0; 0 i 63,7 mA]

127. Naći aritmetičke srednje iznose E'' a) punovalno ispravljenog jednofaznog napona, te ispravljenih sustava naponâ: b) trofaznog i c) šesterofaznog, pretpostavlja-jući u svim slučajevima sinusoidne efektivnog iznosa $E = 100$ V, odn. tjemnog 141,4 V.

[a) $E \cdot 2 \sqrt{2} : \pi$ (90 V); b) $E \cdot 3 \sqrt{6} : 2\pi$ (117 V); c) $E \cdot 3 \sqrt{2} : \pi$ (135 V)]

128. Od neke izmjenične veličine, koja ispunjava uvjet a) iz E-92., dani su za interval $(0, \frac{1}{2}T)$ ovi iznosi ordinata y_1 do y_{12} : 17,3; 25,0; 40,2; 59,5; 74,6; 78,0; 66,8; 44,5; 19,2; -1,0; -11,7; -15,0 (u smislu sl. 255. iz E-5.); nacrtati približno krivulju i naći Y i Y'' , te σ i ξ ove veličine.

$$[Y = 45,6; Y'' = 37,8; \sigma = 1,71; \xi = 1,21]$$

129. Izvršiti harmoničku analizu krivulje iz vj. 128. i pripadnu izmjeničnu veličinu predložiti razvojem po (298) i (299) iz E-91.; nadalje iz dobivenih Fourierovih koeficijenata proračunati faktore distorzije D odn. $D\%$, te ponovno naći iznos Y dane veličine (već drukčije naden u vj. 128.).

$$[A_1 = 60; A_3 = -18; B_1 = 15; C_1 = 61,8 \text{ i } -\varphi_1 = 0,245^\circ = 14,04^\circ; C_3 = -18 \text{ i } \varphi_3 = 0; \text{ostali koeficijenti i ostali kutevi jednaki su svi } 0; D = 0,291 \text{ odn. } D\% = 29,1\%].$$

130. Naći brzinu variranja sinusoidne struje od 5A i od 50Hz u momentu prolaza nultočkom, te momentanu vrijednost i brzinu variranja te struje jednu šestinu perioda kasnije.

$$[2220 \text{ A/s; } 6,12 \text{ A; } 1110 \text{ A/s}]$$

131. Pri određivanju induktivnog otpora X i induktiviteta L svitka bez željeza »U-I-metodom«, s voltmetrom zanemariiva potroška struje paralelnim svitku i ampermetrom serijski pridodanim kombinaciji svitka i voltmetra, pokazali su kod primjene sinusoidnog napona frekvencije 50 Hz: voltmetar $U = 65 \text{ V}$ i ampermetar $I = 2,5 \text{ A}$; ako je $R = 10\Omega$ radni otpor svitkova namotaja, koliko iznose X , L i prividni otpor Z svitka, te pripadni učin N , kao i faktor učina $\cos \varphi$ i kut φ zaostajanja struje prema naponu.

$$[24 \Omega; 76,5 \text{ mH; } 26 \Omega; 62,5 \text{ W; } 0,385; 67,4^\circ]$$

132. Koliki će uz isto U postati X , Z , I , N , $\cos \varphi$ i φ svitka iz vj. 131., ako frekvencija poraste na 500 Hz.

$$[240 \text{ i } 240,2 \Omega; 0,271 \text{ A; } 0,734 \text{ W; } 0,0416; 87,6^\circ]$$

133. Naći R , X , Z i $\mathcal{Z} = R + jX = Z \cdot \|\varphi\|$, te radnu i praznu komponentu I_r i I_p struje za svitak bez željeza koji pri naponu 169 V i struji 1,3 A troši učin 203W; pretpostavljajući $f = 50 \text{ Hz}$ naći također L svitka.

$$[120; 50 \text{ i } 130 \Omega; \mathcal{Z} = 120 + 50j = 130 \cdot \|\varphi\| 22,6^\circ; 1,2 \text{ i } 0,5 \text{ A; } 0,159 \text{ H}]$$

134. Naći iznose G , B , Y i $\mathcal{Y} = G - jB = Y \cdot \|\varphi'\|$ radne, prazne, prividne i kompleksne vodljive vrijednosti svitka iz vj. 133.

$$[7,10; 2,96 \text{ i } 7,69 \text{ mS; } \mathcal{Y} = 0,00710 - 0,00296j = 0,00769 \cdot \|\varphi'\| - 22,6^\circ]$$

135. Svitak sa $R = 30 \Omega$ i $L = 0,1 \text{ H}$ propušta kod napona 400 V struju 8 A; naći kružnu i numeričku frekvenciju napona i struje, faktor učina, te radnu i praznu komponentu E_r i E_p napona.

$$[400 \text{ rad/s i } 63,7 \text{ Hz; } 0,6; 240 \text{ i } 320 \text{ V}]$$

136. Kod mjerenja kapacitivnog otpora X i kapaciteta C kondenzatora spojem »U-I-metode«, analognim onomu iz vj. 131. no s ispitivanim kondenzatorom umjesto svitka, očitano je na voltmetru $U = 91 \text{ V}$ i na ampermetru $I = 0,10 \text{ A}$; pretpostavljajući $\omega = 314$ naći X i C .

$$[910 \Omega; 3,5 \mu\text{F}]$$

137. Kondenzator od $0,4 \mu\text{F}$ propušta pri naponu 100 V struju 0,2 A; naći kružnu i numeričku frekvenciju napona i struje.

$$[5000 \text{ rad/s i } 796 \text{ Hz}]$$

138. Proračunati iznose I , I_r i I_p ukupne, radne i prazne struje, te kuta φ faznoga napredovanja struje prema naponu, kod napona od 87 V i 60 Hz primijenjena na $R = 200\ \Omega$ u seriji sa $C = 12,6\ \mu\text{F}$; navesti također $\mathcal{Z}$ i $\mathcal{Y}$ spoja.

$$[0,3; 0,207 \text{ i } 0,217 \text{ A}; 46,4^\circ; 200 - 210 \text{ j}; 0,00237 + 0,00249 \text{ j}]$$

139. Napon $\mathcal{E} = 220 \text{ V} \cdot \| 85,3^\circ$ djeluje na otpor $\mathcal{Z} = 14 + 48 \text{ j}$; naći struju $\mathcal{I}$, te efektivni iznos I i kut zaostajanja φ te struje prema naponu.

$$[4,4 \text{ A} \cdot \| 11,5^\circ; 4,4 \text{ A}; 73,8^\circ]$$

140. Koliko iznose napon E , učin N i faktor učina $\cos \varphi$ potrošača koji se kod frekvencije 50 Hz snabdijeva strujom $I = 20 \text{ A}$ iz izvora napona $E_0 = 5000 \text{ V}$ i faktora učina $\cos \varphi_0 = 0,647$ s pomoću voda duljine 12 km s vodičima iz bakra vodljivosti $50 \text{ S} \cdot \text{m/mm}^2$, promjera 5 mm i razmaka 50 cm. $[4570 \text{ V}; 54900 \text{ W}; 0,6]$

141. Na serijski spoj svitka sa $R = 50\ \Omega$ i $L = 0,25 \text{ H}$ i kondenzatora sa $C = 1\ \mu\text{F}$ primijenjen je napon $E = 100 \text{ V}$; naći za resonantnu kružnu frekvenciju ω_0 , te za kružne frekvencije ω jednake 0,5-, 0,8-, 0,95-, 1,05-, 1,25- i 2-strukoje resonantnoj, iznose X_L i X_C induktivne i kapacitivne reaktancije, struje I i napon U_1 i U_2 svitka i kondenzatora, pa onda približno povući krivulje navedenih pet veličina u ovisnosti od ω (mjerila: $1\ \Omega = 0,2 \text{ mm}$; $1 \text{ V} = 0,2 \text{ mm}$; $1 \text{ A} = 80 \text{ mm}$; $\omega = 1000$ predočiti sa 60 mm).

[Kod $\omega = 1000-1600-1900-2000-2100-2500-4000$ izlaze X_L i X_C (u Ω): 250-400-475-500-525-625-1000 odn. 1000-625-526-500-476-400-250; I (u A): 0,133-0,434-1,398-2,000-1,429-0,434-0,133; U_1 i U_2 (u V): 34-175-667-1006-754-275-133 i 133-271-735-1000-680-174-33; resonantna numerička frekvencija: 318 Hz]

142. Pretpostavljajući pridodano spoju iz vj. 141. radnoga otpora $150\ \Omega$ naći struje I' za iznose ω kao tamo, te ucrtati pripadnu I' -krivulju u grafički prikaz uz vj. 141.

$$[0,129-0,332-0,485-0,500-0,486-0,332-0,129 \text{ A}]$$

143. Naći resonantnu frekvenciju i resonantnu struju uz najviši dopustivi napon serijske kombinacije svitka sa $R = 20\ \Omega$ i $L = 406 \text{ mH}$ i kondenzatora sa $C = 0,25\ \mu\text{F}$ opteretiva do 7000 V; izračunati ukupni napon kombinacije i pripadni napon svitka.

$$[500 \text{ Hz}; 5,5 \text{ A}; 110 \text{ V}; 7001 \text{ V}]$$

144. Za koliki kapacitet i koliki prividni učin treba dimenzionirati kondenzator koji bi kod frekvencije mreže 50 Hz priključen paralelno potrošaču za 1100 V, 20 A i 13,2 kW kompenzirao praznu induktivnu struju toga potrošača. $[46,3\ \mu\text{F}; 17,6 \text{ kVA}]$

145. Proračunati kondenzator koji bi stavljen na mjesto onoga iz vj. 144. imao samo da popravi $\cos \varphi$ na 0,9.

$$[29,5\ \mu\text{F}; 11,2 \text{ kVA}]$$

146. Naći struju i faktor učina jednofazne mreže od 220 V s paralelno priključena dva motora takva da prvi troši 2112 W uz faktor učina 0,8 i drugi 2508 W pri struji 15 A.

$$[27,0 \text{ A}; 0,778]$$

147. Na paralelni spoj triju potrošača radnih otpora R_1 do R_3 jednakih 24, 40 i $7\ \Omega$ i praznih otpora X_1 do X_3 jednakih 32, 30 i $24\ \Omega$ djeluje sinusoidni napon $E =$

$= 220 \text{ V}$; naći iznose I_1 do I_3 strujâ pojedinih potrošača i njihove fazne pomake φ_1 do φ_3 prema naponu, te s tih šest veličina općenito izraziti i specijalno izračunati iznos I i kosinus faznog pomaka φ ukupne struje spoja.

$$[I = \sqrt{(I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 + I_3 \cos \varphi_3)^2 + (I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2 + I_3 \sin \varphi_3)^2} \text{ i } \cos \varphi = (I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 + I_3 \cos \varphi_3)/I \text{ daju: } I = 18,05 \text{ A i } \cos \varphi = 0,515]$$

148. Pretpostavljajući u problemu vj. 147. potrošače naznačene korespondentnima radnima vodljivim vrijednostima G_1 do G_3 jednakima $0,015$; $0,016$ i $0,0112 \text{ S}$ i praznima B_1 do B_3 jednakima $0,020$; $0,012$ i $0,0384 \text{ S}$ naći I i $\cos \varphi$.

$$[I = E \cdot \sqrt{(G_1 + G_2 + G_3)^2 + (B_1 + B_2 + B_3)^2} = 18,05 \text{ A; } \cos \varphi = 0,515]$$

149. Metodom iz vj. 148. naći I i $\cos \varphi$ paralelnog spoja radnog otpora $R = 140 \Omega$, praznog induktivnog $X_L = 350 \Omega$ i praznog kapacitivnog $X_C = 930 \Omega$, suponorajući primijenjeni napon $E = 200 \text{ V}$.

$$\left[I = E \cdot \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C} \right)^2} = E \cdot Y = 1,472 \text{ A; } \cos \varphi = \frac{1}{RY} = 0,97 \right]$$

149. a) Zadana je paralelna kombinacija svitka sa $R = 600 \Omega$ i $L = 0,16 \text{ H}$ te nasavršenog kondenzatora sa $C_0 = 0,16 \mu\text{F}$ i $\text{tg } \delta = 0,0625$. Naći kompleksne vodljive vrijednosti $\mathcal{Y}_1$ i $\mathcal{Y}_2$ obih grana, ucrtati pripadne G_1 i B_1 odn. G_2 i B_2 kao četiri grane ekvivalentnog spoja kombinacije, i na bazi tog spoja naći frekvenciju f_0 i iznos U napona koji bi kroz kombinaciju slao čistu radnu struju $0,13 \text{ A}$. Naći i pripadni učin N . [796 Hz; 200 V; 26 W]

150. Naći pojedinačne napone E_1 do E_3 strujom $I = 3 \text{ A}$ protjecanoga serijskog spoja čistoga radnoga otpora $R = 21 \Omega$, čistoga induktivnog $X_L = L\omega = 312 \Omega$ i čistoga kapacitivnog $X_C = 1/C\omega = 240 \Omega$, te na bazi vektorskog prikaza problema izraziti sa E_1 do E_3 ukupni napon E i kosinus kuta φ njegova faznog pomaka prema struji. [63, 936 i 720 V; $E = \sqrt{E_1^2 + (E_2 - E_3)^2} = 225 \text{ V}$; $\cos \varphi = E_1/E = 0,28$]

151. Na paralelni spoj svitka sa $R_1 = 28 \Omega$ i $L = 305,7 \text{ mH}$ i kondenzatora sa $C = 28,4 \mu\text{F}$ serijski vezana sa $R_2 = 84 \Omega$ djeluje napon $E = 220 \text{ V}$ sa $f = 50 \text{ Hz}$; naći, i u prikladnom mjerilu predočiti, vektore $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$ struja obih grana (uz vektor napona povučen u smjeru pozitivne apscisne osi), pa iz $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$ naći iznos I i fazni kut φ ukupne struje $\mathcal{I}$, i to: a) konstruktivno, b) računski. [1,78 A; $-28,7^\circ$]

152. Riješiti problem vj. 151. zaključujući na I i na φ iz $\mathcal{I} = E/\mathcal{Z}$ uz $\mathcal{Z}$ određeno konstruktivno po sl. 304. iz E-42. (mjerilo: $1 \Omega = 1 \text{ mm}$), i za kontrolu izračunano kao $\mathcal{Z} = \mathcal{Z}_1 \mathcal{Z}_2 / (\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2)$. [$\mathcal{Z} = 123,8 \Omega \cdot \| + 28,7^\circ \|$; 1,78 A; $-28,7^\circ$]

153. Serijski spoj dvaju svitaka uzima struju 5 A i učin 325 W uz pojedinačne napone jednake 50 i 65 V i ukupni napon jednak 111 V ; naći R_1 i X_{L1} , te R_2 i X_{L2} svitaka a) konstruktivno, b) računski. [8 i 6Ω ; 5 i 12Ω ; ili: 3,2 i $9,5 \Omega$; 9,8 i $8,5 \Omega$]

154. Kod struje od 2 A i 50 Hz kroz serijski spoj a) čistoga radnog otpora R_1 , b) svitka sa R_2 i L , c) kondenzatora sa $C = 20,2 \mu\text{F}$ izmjereni su naponi $E_1 = 80 \text{ V}$,

$E_2 = 260 \text{ V}$ i $E' = 300 \text{ V}$ dijelova a) i b) i kombinacije a) + b); predočiti problem vektorski i naći R_1 , R_2 i L , kao i iznose E_3 i E kondenzatorova napona i ukupnog napona.

[40 i 50 Ω ; 0,382 H; 315 i 195 V]

155. Od nesavršena kondenzatora dani su $C_0 = 2 \mu\text{F}$ i $R_0 = 80 \text{ k}\Omega$, a traže se, pri $f = 50 \text{ Hz}$, R i C u smislu sl. 305 iz E-42; naći također $\text{tg} \delta$ i δ° , te N uz $E = 1000 \text{ V}$.

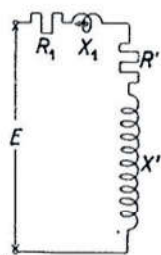
[31,7 Ω ; 2,0008 μF ; 0,02; 1,14°; 12,5 W]

156. Grafički transfigurirati metodom sl. 306. iz E-42. paralelni spoj sa $R_0 = 4000 \Omega$ i $C_0 = 2 \mu\text{F}$ u serijski spoj sa R i C kod frekvencije 50 Hz.

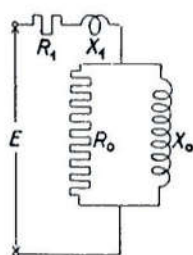
[2,32 μF ; 547 Ω]

157. Kroz svitak bez željeza sa $R_1 = 40 \Omega$ i $X_1 = 31,4 \Omega$ u seriji sa svitkom sa željezom zanemariva otpora namotaja šalje napon od 800 V i 50 Hz struju 2 A kod učina 640 W; naći ekvivalentni spoj sa R_1 - X_1 - R' - X' po sl. 362.a), gdje R' ima da predstavlja gubitke u željezu, te dalje transfiguracijom od R' - X' na R_0 - X_0 ekvivalentni spoj po sl. 362.b); naći i iznosima X_1 - X' - X_0 pripadne iznose L_1 - L' - L_0 .

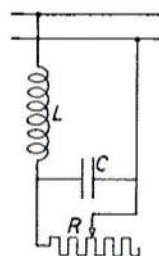
[$R' = 120 \Omega$; $X' = 335 \Omega$; $R_0 = 1055 \Omega$; $X_0 = 378 \Omega$; 0,1; 1,067 i 1,204 H]



Sl. 362.a)



Sl. 362.b)



Sl. 363.

158. Izraziti $\mathcal{Z}_0$ spoja po slici 293. iz E-30. sa $\mathcal{Z} = R = 400 \Omega$, $\mathcal{Z}_1 = jL\omega = 62,8 j$ i $\mathcal{Z}_2 = -j/C\omega = -79,5 j$, te na bazi općenitog vektorskog prikaza strujâ i napona izračunati, uz pretpostavku ukupnog napona $E = 1000 \text{ V}$ i frekvencije $f = 50 \text{ Hz}$, iznose I , $\cos \varphi$, E' i E'' ukupne struje, pripadnog faktora učina i obih parcijalnih napona.

[$\mathcal{Z}_0 = R + jL'\omega$ uz $L' = L : (1 - \omega^2 LC)$; 2 A; 0,8; 800 i 600 V]

159. Na paralelni spoj svitka sa $R = 48 \Omega$ i $L = 121,3 \text{ mH}$ s kondenzatorom sa $C = 0,21 \mu\text{F}$ djeluje napon $E = 760 \text{ V}$ kružne frekvencije ω_0 dane formulom (263) iz E-25.; naći iznose I_0' , I_0'' i I_0 strujâ kroz obje grane i ukupne struje, te točni iznos Z_0 , i približni R_0 po E-44., impedancije spoja u danom slučaju.

[$\omega_0 = 6283$; $f_0 = 1000 \text{ Hz}$; 1,000; 1,002 i 0,063 A; 12058 i 12034 Ω]

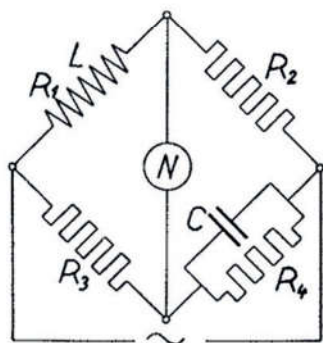
160. Općenito vektorski predočiti problem vj. 159. za ma kakvo $f = \omega/2\pi$, te naći struju I spoja kod 500-800-1200-2000 Hz; s dobivenim iznosima I , i sa I_0 iz vj. 159., povući krivulju s ordinatama I i apscisama f .

[1,5; 0,45; 0,37; 1,5 A; krivulja ima minimum $I = I_0$ za $f = f_0$]

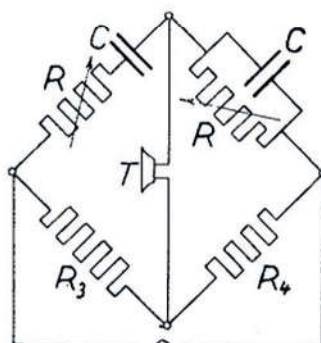
161. Uz koji se induktivitet L (svitka zanemarljiva radnog otpora) i koji kapacitet C (savršena kondenzatora) postizava »Boucherotovim spojem« po sl. 363., uz stalan mrežni napon E kružne frekvencije ω , potrošačka struja stalnog iznosa I i kod promjenljiva općenito kompleksnog potrošača $\mathcal{Z}$ (specijalno u sl. 363. suponirano je $\mathcal{Z}$ u obliku radnog otpora R). $[L\omega = 1 : C\omega = E/I; L = E/\omega I; C = I/\omega E]$

162. Da bi se odredila vodljivost κ neke tekućine, određeni su mostom po E-48. otpori $R = 95\Omega$ i $R_0 = 122\Omega$ uz posudu po sl. 311. napunjenu najprije istraživanom tekućinom i zatim tekućinom otprije poznate vodljivosti $\kappa_0 = 0,002 \text{ S/cm}$ (B-20.); naći κ . $[\kappa = 0,00257 \text{ S/cm}]$

163. Naći uvjete ravnotežja »Maxwellova mosta« za uspoređivanja L sa C po sl. 364. (N = nulinstrument). $[L : C = R_1 R_4 = R_2 R_3]$



Sl. 364.



Sl. 365.

164. Naći uvjet ravnotežja »Robinsonova mosta« za mjerenja frekvencija f izmjeničnih struja po sl. 365. (s dva istodobno varirana jednaka radna otpora R , onim iz prve grane u seriji i onim iz druge grane paralelnim jednakima kapacitetima C , te s odnosom $R_3 = 2R_4$ otporâ treće i četvrte grane; nulinstrument na sl. 365.; telefonska slušalica T). $[f = 1 : 2\pi CR]$

165. Da bi se izmjerio učin N i faktor učina $\cos\varphi$ potrošača P »metodom triju ampermetara« očitani su, kod spoja po sl. 366., na ampermetrima A , A_0 i A_1 iznosi $I = 5 \text{ A}$, $I_0 = 4 \text{ A}$ i $I_1 = 8 \text{ A}$ struje kroz P , struje kroz radni otpor $R = 12\Omega$ paralelan potrošaču, te ukupno crpene struje; izračunati N i $\cos\varphi$ općenito (na temelju vektorskog prikaza problema) i specijalno.

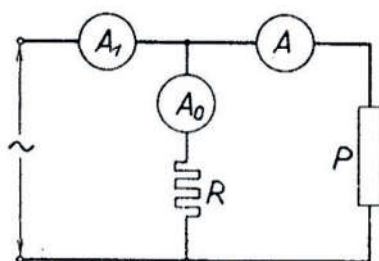
$$[N = (I_1^2 - I_0^2 - I^2) \cdot R/2 = 138 \text{ W}; \cos\varphi = (I_1^2 - I_0^2 - I^2) : 2 \cdot I \cdot I_0 = 0,575]$$

166. Korespondentno problemu vj. 165. neka se izračunaju općenito i specijalno N i $\cos\varphi$ iz iznosa $E = 150 \text{ V}$, $E_0 = 120 \text{ V}$, te $E_1 = 220 \text{ V}$ očitanih na voltmetrima V , V_0 i V_1 spoja sa $R = 25 \Omega$ po sl. 367. za mjerenja N i $\cos\varphi$ »metodom triju voltmetara«.

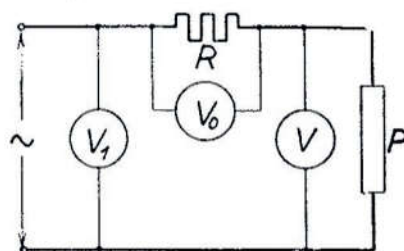
$$[N = (E_1^2 - E_0^2 - E^2) : 2R = 230 \text{ W}; \cos\varphi = (E_1^2 - E_0^2 - E^2) : 2EE_0 = 0,32]$$

167. Napon sa $E = 200 \text{ V}$ i $f = 50 \text{ Hz}$ djeluje na svitak sa $R' = 18 \Omega$ i $L = 0,159 \text{ H}$ u seriji sa R'' promjenljivim od 0 do 57Ω , tako da $R = R' + R''$ izlazi

promjenljivo od 18 do 75 Ω ; nacrtati (s mjerilima: 1 V = 1 mm, 1 A = 30 mm, 1 Ω = 3 mm) pripadni vektordiagram struje i korespondentnu skalu iznosâ učina N, te sliku nadopuniti skalom iznosâ R i $\cos \varphi$ -krugom za očitavanja iznosâ $\cos \varphi$. [Na sl. 368., zamišljenoj u tolikom povećanju da OM postane stvarno 100 mm, leže $\mathcal{I}$ -krug promjera $ON = E/L\omega = 4 \text{ A} = 120 \text{ mm}$ sa $OB = I$ u zadanom mjerilu i N-skalam na osi apscisa sa $OC = N$ u mjerilu 1 W = 30 : 200 mm = 0,15 mm kao na sl. 319. iz E-55.; $\cos \varphi = OD^{(\text{mm})} : 100$ očitava se na polukrugu ODM promjera 100 mm, a $R = PA$ u zadanom mjerilu očitava se na poluzraci iz P paralelnoj s osi apscisa i položenoj za $L\omega = 50 \Omega$ na pr. 150 mm ispod te osi. (Dokaz za R-skalu: zbog sličnosti trokuta ONB i OPA, odn. proporcije: $OA : OP = ON : OB$, je $OA = E : I = Z$, pa pri $OP = L\omega$ slijedi općenito: $PA = R$, i posebno: $PA' = L\omega$]



Sl. 366.



Sl. 367.

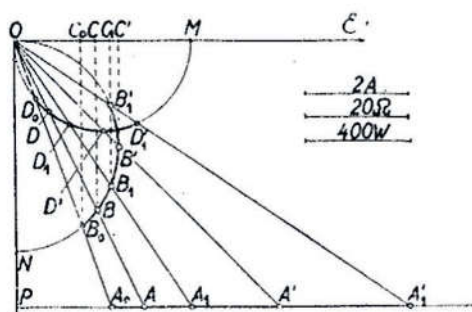
168. Koji dijelovi R-skale, $\mathcal{I}$ -kruga, N-skale i $\cos \varphi$ -kruga na sl. 368. obuhvaćaju variranja prema uvjetima vj. 167. i koliki će specijalno biti a) I, N i $\cos \varphi$ uz $R = 18 \Omega$; b) R, N i $\cos \varphi$ uz $I = 3,6 \text{ A}$; c) R, I i N uz $\cos \varphi = 0,707$; d) R, I i $\cos \varphi$ uz $N = 369 \text{ W}$.

[$A_0AA'_1$; $B_0BB'_1$; $C_0C'C_1$; $D_0DD'_1$; a) 3,8 A; 255 W; 0,34; b) 24,2 Ω ; 314 W; 0,44; c) 50 Ω ; 2,83 A; 400 W (maksimum!); d) 33,3 Ω ; 3,33 A; 0,55; ili: 75 Ω ; 2,22 A; 0,83; kako se vidi, uvjeti zadatka u slučaju d) vode na dva alternativna rješenja]

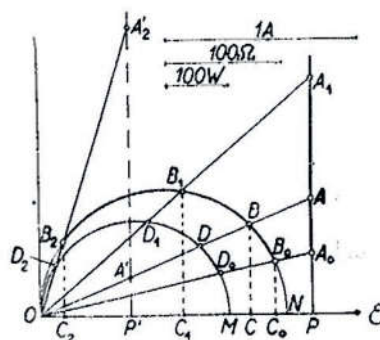
169. Neka se analogno vj. 168. i sl. 368. riješi problem naponu $E = 312 \text{ V}$ podvrgnute serijske kombinacije stalnog radnog otpora $R = 240 \Omega$ i kapacitivnog otpora $X_C = 1/C\omega$ promjenljivog od 53 do 750 Ω , te neka se specijalno očitaju: a) I, N i $\cos \varphi$ za najmanje X_C ; b) I, N i $\cos \varphi$ za najveće X_C ; c) N, X_C i $\cos \varphi$ kod $I = 1,2 \text{ A}$; d) I, N i X_C uz $\cos \varphi = 0,76$ (uzeti: 1 V = 0,5 mm; 1 A = 100 mm; 1 Ω = 0,6 mm ili: 1 Ω = 0,2 mm).

[Na sl. 369., zamišljenoj povećano da promjer OM $\cos \varphi$ -kruga bude stvarno 100 mm, očitavali bi se: $\cos \varphi = OD^{(\text{mm})} : 100$ na polukrugu nad OM, $I = OB$ na $\mathcal{I}$ -krugu promjera $ON = E/R = 1,3 \text{ A} = 130 \text{ mm}$, iznosi $N = OC$ u mjerilu 1 W = 100 : 312 mm = 0,321 mm, te iznosi $X_C = PA = P'A'$ na poluzrakama iz P ili P' paralelnima ordinatnoj osi i udaljenima od O, već prema prvom ili drugom mjerilu oma, 240 Ω = 144 mm, odn. 240 Ω = 48 mm; druga skala potrebna je za veće X_C poput onoga iz b); specijalno izlaze uz zadane uvjete: a) 1,28 A; 388 W; 0,98; b) 0,396 A; 37,7 W; 0,305; te c) 346 W; 100 Ω ; 0,922; d) 0,99 A; 236 W; 205 Ω]

169. a) Paralelan svitku rezistancije $15\ \Omega$ i reaktancije $20\ \Omega$ jest serijski spoj kondenzatora $125\ \mu\text{F}$ i rezistancije varijabilne od 0 do $60\ \Omega$. Naći pripadni vektor-diagram ukupne struje cijelog spoja, te iz njega posebno iznose $I_1 \cos \varphi_1 - N_1$ i



Sl. 368.



Sl. 369.

$I_2 \cos \varphi_2 - N_2$ za vrijednosti 5 odn. $48\ \Omega$ otpora u kondenzatorskoj grani. Napon: $280\ \text{V}$, $50\ \text{Hz}$; mjerilo struja: $1\ \text{A} = 1\ \text{cm}$; vektor napona uzeti u smjeru pozitivne ordinatne osi. $[8,95\ \text{A}, 0,983(\text{kap.}), 2460\ \text{W}; 13,0\ \text{A}, 0,866(\text{ind.}), 3160\ \text{W}]$

170. Trofazna mreža sa $E = 381\ \text{V}$ opterećena je simetričnim potrošačima: prvi je rasvjetni potrošak $50\ \text{kW}$; drugi je motor koji daje $80\ \text{KS}$ kod stepena djelovanja $0,9$ i faktora učina $0,8$, a treći je motor koji uzima $40\ \text{kW}$ kod faktora učina $0,85$; naći linijsku struju i $\cos \varphi$ trofazne mreže. $[262\ \text{A}; 0,903]$

171. Zvezdano spojeni trofazni generator napona stezaljki $5000\ \text{V}$ hrani trokutno spojeni motor koji uz $\cos \varphi = 0,85$ i $\eta = 0,9$ daje $800\ \text{KS}$; naći fazne struje generatora i motora. $[88,9\ \text{i}\ 51,3\ \text{A}]$

172. Trofazni vod s tri vodiča otpora $R = 0,5\ \Omega$, i s linijskim naponima iznosa $E = 381\ \text{V}$ na početku voda, hrani potrošačku zvijezdu sa $Z_1 = 19,5\ \Omega$, $Z_2 = 14,5 + 20j\ \Omega$ i $Z_3 = 23,5 + 7j\ \Omega$; računski odrediti napon E_0 nultočke i dalje grafički ($1\ \text{V} = 1\ \text{mm}$) fazne napone potrošača; naći i pripadne fazne struje.

$[E_0 = 62,3\ \text{V} \cdot \| 109,5^\circ; 248; 264\ \text{i}\ 158\ \text{V}; 12,4; 10,5\ \text{i}\ 6,3\ \text{A}]$

173. Uz uvjete iz vj. 172., no pretpostavljajući dodan nulvodič otpora $R_0 = 2R$, naći iznose E_0 i I_0 napona nultočke potrošača i struje nulvodiča. $[6,7\ \text{V}; 6,7\ \text{A}]$

174. Kod zvezdasto priključena tri radna otpora na trofazni sustav linijskih napona $381\ \text{V}$ naponi i struje prvih dvaju otpora bili su jednakih iznosa $200\ \text{V}$, odn. $10\ \text{A}$; na bazi vektorskog prikaza naponskih odnosa ($1\ \text{V} = 1\ \text{mm}$) naći napon i struju trećeg otpora i iznose svih otpora. $[267\ \text{V}; 6,24\ \text{A}; 20; 20\ \text{i}\ 42,8\ \Omega]$

175. Naći metodom sl. 340. iz E-85. fazne napone i struje potrošačke zvijezde s tri radna otpora $20-30-70\ \Omega$ podvrgnute trokutu linijskih napona $440\ \text{V}$ ($1\ \text{V} = 0,5\ \text{mm}$). $[191-263-327\ \text{V}; 9,5-8,8-4,7\ \text{A}]$

176. Naći »tg φ -formuli« iz E-74. korespondentnu »cos φ -formulu« s iznosima $\cos \varphi$ izraženima omjerom $\xi = N_2/N_1$ (sa $N_2 < N_1$ i $N_2 \geq 0$ uz $N_1 > 0$ može ξ

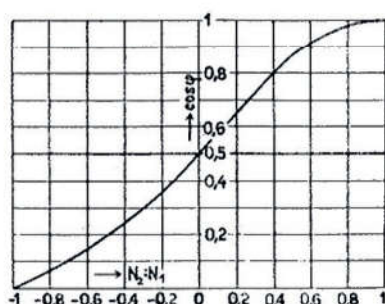
varirati od -1 do $+1$); nacrtati također krivulju sa $\cos \varphi$ kao ordinatama i ξ kao apscisama; naći i $\cos \varphi$ i φ kod kojih N_2 iščezava.

$$\left[\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 3 \left(\frac{1-\xi}{1+\xi} \right)^2}}; \text{sl. 370.}; N_2 = 0 \text{ za } \cos \varphi = 0,5 \text{ ili: } \varphi = \pm 60^\circ \right]$$

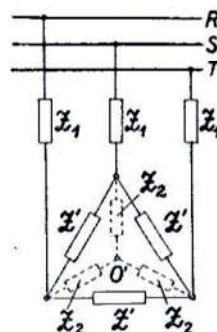
176. a) Izvesti $\cos \varphi$ -formuli navedenoj u rezultatu vj. 176. ekvivalentnu, nešto drukčiju $\cos \varphi$ -formulu.

$$\left[\text{Lakom predezbom formule iz vj. 176. izlazi: } \cos \varphi = \frac{\xi + 1}{2\sqrt{\xi^2 - \xi + 1}} \right]$$

177. Kod mjerenja metodom dvaju vatmetara na simetričnom i simetrično opterećenom sustavu s linijskim naponima 381 V očitavanja su u apsolutnim iznosima bila



Sl. 370.



Sl. 371.

1043 i 417 W; koji bi alternativni iznosi faktora učina (sl. 370.), ukupnog učina i linijske struje tomu odgovarali, već prema ξ iz vježbe 176. pozitivnom ili negativnom.

[0,803; 1460 W i 2,76 A; ili: 0,24; 626 W; 3,97 A]

178. Neki vatmetar priključen strujnim svitkom u prvi vodič simetričnog trofaznog sustava opterećena simetričnim potrošačem spojenim u zvijezdu, a naponskom granom između prvog vodiča i nultoeke zvijezde, pokazao je otklon 3200 W; naprotiv kod strujnog svitka ostavljena netaknuta, no naponske grane priključene između drugog i trećeg vodiča pokazao je 4800 W; naći pravi, prazni i prividni ukupni učin, te $\cos \varphi$ potrošača.

[9600 W; 8310 VAr (voltampera reaktivnih, jed. prazn. učina); 12700 VA; 0,756]

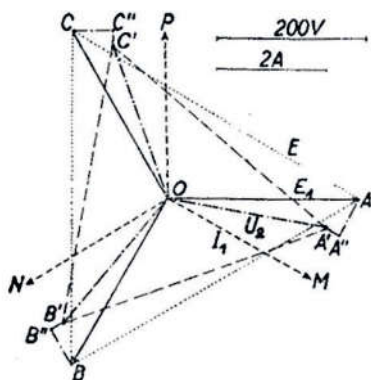
179. Trofazna mreža linijskih napona 442 V hrani po sl. 371. preko dovoda od tri vodiča jednakih otpora $Z_1 = 7 + 18j$ trokut jednakih otpora $Z' = 204 + 66j$; transfigurirati trokut u zvijezdu jednakih otpora Z_2 i izračunati iznose I_1 i I' struja kroz Z_2 i Z' , te iznose U_2 i U' pripadnih napona stezaljki; ilustrirati odnose i vektorskim prikazom (mjerila: 1 V = 0,5 mm; 1 A = 20 mm).

[$Z = Z_1 + Z_2 = 75 + 40j$; $I_1 = 3$ A; $I' = 1,73$ A; $U_2 = 215$ V; $U' = 372$ V (na umanjenom prikazu u sl. 372. čini $OM = I_1$ kut $\varphi = \arctg \frac{40}{75} = 28,1^\circ$ sa $OA = E_1$, dok se $OA' = U_2$ dobiva odbijanjem od $OA = E_1$ komponentama $A'A'' \parallel OM$ i $A''A \perp OM$, jednakih $3 \cdot 7$ V odn. $3 \cdot 18$ V, konačno $I_1 : \sqrt{3}$ i $B'A'$ daju I' i U')]

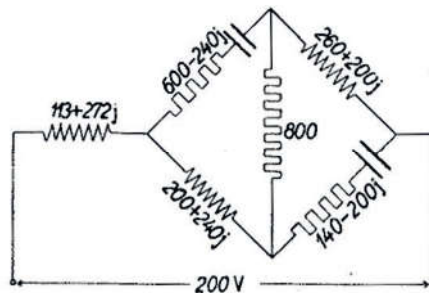
180. Koji kapacitet C i koju opteretivost N'' mora imati svaki od tri kondenzatora koji u trokutnom spoju priključeni paralelno trofaznom motoru linijskog napona 381 V, linijske struje 24 A i primarnog učina 9,5 kW treba da poprave faktor učina na 0,90. [59 μF , 2,67 kVA]

181. Naći primjenom transfiguracije »trokut-zvijezda« $\mathcal{Z}$ spoja po sl. 373., te I , $\cos \varphi$ i N uz primijenjen napon $E = 200 \text{ V}$.

$$[\mathcal{Z} = 400 + 300j = 500 \Omega \cdot \| 36,9^\circ; 0,4 \text{ A}; 0,8; 64 \text{ W}]$$



Sl. 372.

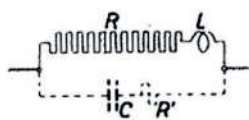


Sl. 373.

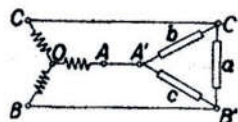
182. Kod realiziranja mjernih otpora R za izmjenične struje smetaju zaostali samoinduktivitet L i vlastiti kapacitet C namotaja (s gubicima u dielektrikumu izolacije predložena sa R' po sl. 374.); naći tangens faznog kuta φ kompleksnog otpora $\mathcal{Z}$ cijele kombinacije (rezultat se često primijenjuje i uz supoziciju: $R' = 0$).

$$\left[\text{tg } \varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} \cdot \left(\frac{L}{C} - R^2 \right) - L\omega \cdot \left(\frac{L}{C} - R'^2 \right)}{R' \cdot (R^2 + L^2\omega^2) + R \cdot \left(R'^2 + \frac{1}{C^2\omega^2} \right)} \right]$$

183. Zadan je spoj po sl. 375. s tri općenito različita kompleksna potrošača a-b-c, spojena u trokut A'B'C' komu je narinut trokut linijskih napona E iz izvora s fazama



Sl. 374.



Sl. 375.

OA-OB-OC u zvjezdanom spoju; izraziti strujama $I_a - I_b - I_c$ potrošača a-b-c, i faznim pomacima $\varphi_a - \varphi_b - \varphi_c$ tih struja prema naponima primijenjenima na a-b-c, struje $I_1 - I_2 - I_3$ faznih namotaja OA-OB-OC izvora, i njihove fazne pomake $\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3$ prema pripadnim faznim naponima.

[Po sl. 376. struja $\mathcal{I}_1 = HF$ iznosa I_1 i faznog pomaka φ_1 prema $\mathcal{E}_1 = OA$ je geometrijska razlika strujâ $\mathcal{I}_c$ i $\mathcal{I}_b$ iznosom jednakih I_c i I_b , te fazno pomaknutih prema $BA = \mathcal{E}_{21}$ i $AC = \mathcal{E}_{13}$ za φ_c odn. φ_b , i po tom fazno pomaknutih prema $OA = \mathcal{E}_1$ za $\varphi_c - 30^\circ$ odn. $\varphi_b + 30^\circ$; s pomoću projekcijâ na OA i MN (sa $MN \perp OA$) slijede za komponente $(I_1)_r$ i $(I_1)_p$ struje $\mathcal{I}_1$ u navedenim smjerovima relacije:

$$(I_1)_r = I_1 \cos \varphi_1 = I_c \cos(\varphi_c - 30^\circ) + I_b \cos(\varphi_b + 30^\circ)$$

$$(I_1)_p = I_1 \sin \varphi_1 = I_c \sin(\varphi_c - 30^\circ) + I_b \sin(\varphi_b + 30^\circ)$$

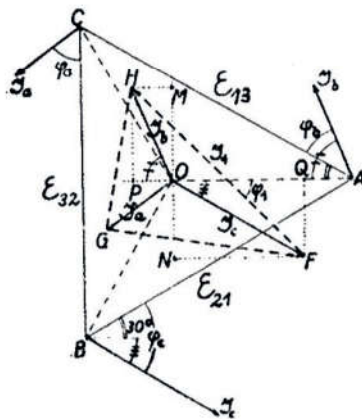
To daje: $I_1 = \sqrt{(I_1)_r^2 + (I_1)_p^2}$ i $\cos \varphi_1 = (I_1)_r / I_1$; slično slijede I_2 i φ_2 , te I_3 i φ_3]

184. Riješiti neposredno grafički metodom sl. 376. problem vj. 183. specijalno uz potrošače a-b-c iz sl. 375. realizirane: radnim otporom $\mathcal{Z}_a = R$, kombinacijom radnog otpora i kondenzatora sa $\mathcal{Z}_b = R \cdot \parallel -30^\circ$ i svitkom sa $\mathcal{Z}_c = R \cdot \parallel +30^\circ$.

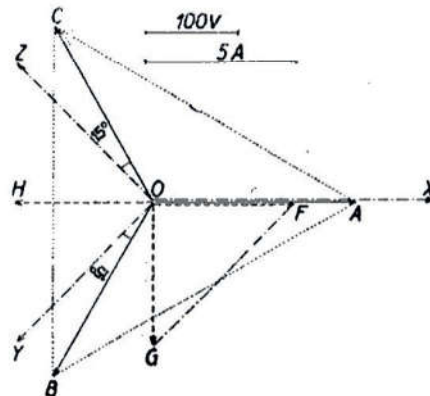
[Po sl. 377. geometrijskim odbijanjima vektorâ $OG-OH-OF$ trokutnih struja kroz a-b-c istog iznosa $I = E/R$ izlaze struje $\mathcal{I}_1-\mathcal{I}_2-\mathcal{I}_3$ dane sa $I_1 = 2I = OX$ uz $\varphi_1 = 0$, zatim sa $I_2 = I\sqrt{2} = OY$ uz $\varphi_2 = +15^\circ$, te konačno sa $I_3 = I\sqrt{2} = OZ$ uz $\varphi_3 = -15^\circ$].

185. Transfigurirati potrošački trokut $\mathcal{Z}_a-\mathcal{Z}_b-\mathcal{Z}_c$ iz vj. 184. u potrošačku zvezdu $\mathcal{Z}_1-\mathcal{Z}_2-\mathcal{Z}_3$ (s vrhovima $A'-B'-C'$ po sl. 375.).

[Sa $R_1 = R : (\sqrt{3} + 1)$ je: $\mathcal{Z}_1 = R_1$; $\mathcal{Z}_2 = R_1 \cdot \parallel 30^\circ$; $\mathcal{Z}_3 = R_1 \cdot \parallel -30^\circ$]



Sl. 376.



Sl. 377.

186. Naći ponovno iznose $I_1-I_2-I_3$ iz vj. 184. iskorišćujući rezultate transfiguracije iz vj. 185., računajući napon $\mathcal{E}_0 = OO'$ nultočke O' i fazne napone $\mathcal{U}_1 = O'A$; $\mathcal{U}_2 = O'B$ i $\mathcal{U}_3 = O'C$ (sl. 378.) potrošača, odn. njihove iznose $U_1-U_2-U_3$, te dalje stavljajući $I_1 = U_1/Z_1$, $I_2 = U_2/Z_2$ i $I_3 = U_3/Z_3$.

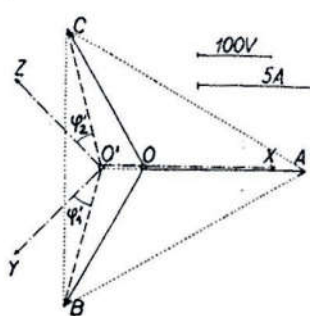
$$[\mathcal{E}_0 = -E_0 = \frac{E}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}; U_1 = \frac{2E}{1+\sqrt{3}}; U_2 = U_3 = \frac{E\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}; \text{ za } I_1-I_2-I_3 \text{ iznosi}$$

su kao u vj. 184.; kod numerički danog E mogu se, nakon lokaliziranja nultočke O' u vektorskom prikazu, fazni naponi i neposredno čitati, na pr. specijalno, iz sl. 378.

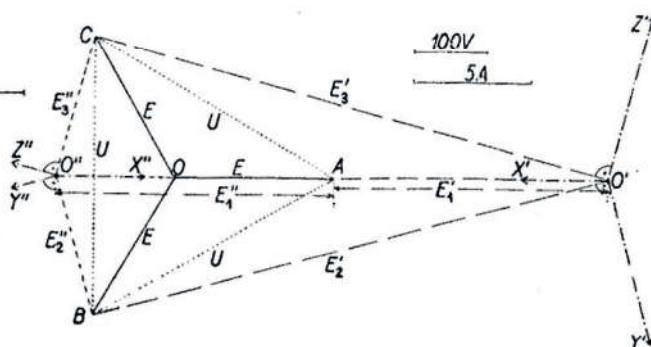
crtane za $E = 381 \text{ V}$ (i dovoljno povećane, recimo na mjerilo: $1 \text{ V} = 1 \text{ mm}$) čitalo bi se: $U_1 = 279 \text{ V}$; $U_2 = 197 \text{ V}$; $U_3 = 197 \text{ V}$, što bi sa $R_1 = 50 \Omega$ dalje dalo kao iznose struja: $I_1 = U_1/R = 5,6 \text{ A}$; $I_2 = U_2/R = 3,9 \text{ A}$; $I_3 = U_3/R = 3,9 \text{ A}$.

187. Koliki su učini N_a - N_b - N_c potrošača a-b-c trokuta iz sl. 375. sastavljena prema podacima vj. 184., i kako bi se N_a - N_b - N_c rasporedilo na iznose N_1 i N_2 pokazane po metodi dvaju vatmetara uz prvi vatmetar priključen strujnim svitkom u vodič AA' i naponskom granom između AA' i BB', a drugi vatmetar priključen strujnim svitkom u CC' i naponskom granom između CC' i BB' (iskoristiti rezultate vj. 184. i vektorski prikaz na slici 377.).

[EI; EI $\sqrt{3}:2$ i EI $\sqrt{3}:2$; EI $\sqrt{3}$ i EI; pokus: $N_a + N_b + N_c = N_1 + N_2$]



Sl. 378.



Sl. 379.

188. Trokut linijskih napona $U = 381 \text{ V}$ djeluje na potrošačku zvijezdu s otporima jednakog iznosa $Z = 100 \Omega$, no čistim radnim u prvoj, čistim kapacitivnim u drugoj i čistim induktivnim u trećoj fazi; naći napon $\mathcal{E}_0'$ nultočke O' i iznose $E_1'-E_2'-E_3'$ i $I_1'-I_2'-I_3'$ faznih napona i struja potrošača; predočiti odnose također vektorski (mjerila: $1 \text{ V} = 0,5 \text{ mm}$; $1 \text{ A} = 10 \text{ mm}$).

[Sa $E = U : \sqrt{3}$ dobiva se: $\mathcal{E}_0' = E_0' = E(\sqrt{3} + 1)$; $E_1' = E\sqrt{3} = U$; $E_2' = E_3' = E_1' \sqrt{2 + \sqrt{3}}$; $I_1' = E_1'/Z$; $I_2' = E_2'/Z$; $I_3' = E_3'/Z$; vektorski prikaz: sl. 379.].

189. Naći napon $\mathcal{E}_0''$ nultočke O'' , te pripadne iznose $E_1''-E_2''-E_3''$ i $I_1''-I_2''-I_3''$ pretpostavljajući međusobno zamijenjene potrošače druge i treće faze iz vj. 188., uz ostale uvjete iste kao tamo.

[Sa $E = U : \sqrt{3}$ bit će: $\mathcal{E}_0'' = -E(\sqrt{3} - 1)$; $E_1'' = E\sqrt{3} = U$; $E_2'' = E_3'' = E_1'' \sqrt{2 - \sqrt{3}}$; $I_1'' = E_1''/Z$; $I_2'' = E_2''/Z$; $I_3'' = E_3''/Z$; vektorski prikaz: sl. 379.].

190. Vodiči trofaznog voda podvrgnuta trofaznom sustavu linijskih napona 381 V imaju svaki kapacitet prema zemlji $C = 0,6 \mu\text{F}$; ako, uz inače izoliran od zemlje vod, vodič prve faze dobije dozemni spoj otpora $R = 1 \text{ k}\Omega$, kakve će iznose pokazati elektrostatski voltmetri $V_1-V_2-V_3$ po sl. 344. iz E-88. (poči od sl. 343. i crtati u mjerilu: $1 \text{ V} = 0,5 \text{ mm}$). [108-292-397 V]

191. Da bi se odredili parcijalni kapaciteti K i K_0 simetričnog trolnog kabla (u smislu razmatranja iz A-125.) izmjeri se kapacitet C_0 između tri međusobno spojena vodiča kabla i plašta kabla, i zatim još alternativno bilo a) kapacitet C' između dva vodiča kod trećega vodiča spojena s plaštom, bilo b) kapacitet C'' između dva međusobno spojena vodiča i preostalog vodiča spojena s plaštom; izraziti K i K_0 sa C_0 i C' , odn. sa C_0 i C'' .

$$[a) K_0 = \frac{1}{3} C_0; K = \frac{2}{3} C' - \frac{1}{9} C_0; b) K_0 = \frac{1}{3} C_0; K = \frac{1}{2} C'' - \frac{1}{3} C_0]$$

192. Prikladnim mostom izmjenične struje kod mjerenja po metodi a) iz vj. 191. dobiveni su za trolni kabel zanemarljivih iznosa radnog otpora, induktiviteta i »odvoda« (E-43.) iznosi $C_0 = 2,79 \mu\text{F}$ i $C' = 0,93 \mu\text{F}$; naći parcijalne kapacitete K i K_0 kabla, te iznos I_c struja koje bi tekle kod 50 Hz u svaki od vodiča otvorenoga kabla priključena na trofaznu mrežu linijskog napona 10 kV, kao i iznos C pripadnoga »pogonskog kapaciteta« kabla.

$$[K_0 = 0,93 \mu\text{F}; K = 0,31 \mu\text{F}; I_c = E\omega C = 3,4 \text{ A sa } E = U : \sqrt{3} \text{ i } C = K_0 + 3K]$$

193. Naći iznos E_0 nulte komponente kao i fazne iznose E' i E'' direktne i inverzne simetrične komponente nesimetričnog sustava triju napona: $\mathcal{E}_1 = 96 + 7j$; $\mathcal{E}_2 = -39 - 72j$ i $\mathcal{E}_3 = -45 + 74j$. [5,0; 88,1 i 8,5 V]

194. Napon $e = e_1 + e_3 = 120 \sin(\omega t + 0,244) + 36 \sin 3\omega t$ sa $\omega = 314$ djeluje: a) na radni otpor 20Ω ; zatim b) na kompleksni otpor $12 + 16j$; te konačno c) na kompleksni otpor $12 - 16j$; naći struju $i = i_1 + i_3$ za sva tri slučaja, te nacrtati pripadne i -krivulje u odnosu prema e -krivulji (mjerila: $1 \text{ V} = 1 \text{ mm}$; $1 \text{ A} = 16 \text{ mm}$).

[a) $i = 6 \sin(314t + 0,244) + 1,8 \sin 942t$ (krivulja korespondentna e -krivulji); te b) $i = 6 \sin(314t - 0,683) + 0,73 \sin(942t - 1,325)$ i c) $i = 6 \sin(314t + 1,172) + 2,74 \sin(942t + 0,418)$ (krivulje s manje i više distorzije, te lijevo i desno pomaknute)].

195. Napon $e = e_1 + e_3 = 100 \sin \omega t + 16 \sin 5\omega t$ djeluje na serijski spoj radnoga otpora R , induktivnoga X_L i kapacitivnoga X_C sa $R = 10 \Omega$, i $X_L = X_C = 60 \Omega$ kod $f = 800 \text{ Hz}$; naći iznose I struje za iznose f jednake:

$$50-100-150-160-170-230-400-600-760-800-840-1000-1200 \text{ Hz}$$

i povući krivulju s ordinatama I pripadnim apscisama f .

[Ordinate su: $I = 0,10-0,24-0,92-1,16-0,95-0,44-0,79-1,94-6,02-7,07-6,10-2,45-1,39 \text{ A}$; tjemena krivulje pri 160 i 800 Hz potječu od resonancijâ prvoga i petoga člana!]

196. Nacrtati krivulje napona $e = e_1 + e_3$ i struje $i = i_1 + i_3$ prema uvjetima vj. 192., no za $f = 160 \text{ Hz}$.

[Na i -krivulji prevladava utjecaj resonantnog 5. gornjeg vala]

197. Koliku bi struju propuštao svitak sa željezom iz E-120. kod ostalih uvjeta kao tamo, no uz po mogućnosti zbližene obje polovice željezne jezgre iz sl. 361.a) (pretpostaviti svaku od obje doticajne pukotine ekvivalentnu sa $0,02 \text{ cm}$ i $S' = S$).

$$[0,64 \text{ A}]$$

198. Uz koje iznose B_m i E bi svitak sa željezom po E-120. i sl. 361.a) propuštao struju od 20 A uz δ_0 isto kao u E-120. (zanemariti reluktanciju željeznog dijela magnetskog kruga prema onoj uzdušnoga). [1,677 T ili 16770 G; 205 V]

199. Ako neki svitak sa željezom radnog otpora namotaja $0,8 \Omega$ pri struji od 20 A i faktoru učina 0,125 troši 505 W, koliko mu iznose napon stezaljki E i napon samoindukcije E_s , gubici u bakru i gubici u željezu, te radna i prazna komponenta struje. [202 i 200 V; 320 i 185 W; 2,5 i 19,8 A]

200. Na koji bi iznos bilo potrebno kod priključka na mrežu napona 110 V udesiti δ_0 prigušnice po E-120. i sl. 361.a), s namotajem radnoga otpora $0,8 \Omega$ i zanemarivim gubicima u željezu, da bi se na nominalnu struju naregulirala svitku serijski dodana lučnica za 32 V i 8 A. [4,2 mm]

200.a) Naći struju I i napon E ogrnute prigušnice po sl. 361.b) na str. 109. Uzeti: $l_1 = 31$ cm, $l_2 = 7$ cm, $\delta_0 = 0,3$ cm; dopustiti u srednjem kraku netto-Fe-presjeka $S = 20$ cm² maksimalnu indukciju 9000 G ili 0,9 T pri polju 8 A/cm ili 800 A/m; ostale netto-Fe-presjeke uzeti $S/2$, a presjeke pukotina $S_0 = 1,1 \cdot S$. Poći od činjenice da bi međusobnim preklapanjem obih polovica jezgre (lijevo i desno od simetrane) rezultirala jezgrasta prigušnica svagdje istog Fe-presjeka. Pretpostaviti: $w = 250$ zavoja. [11,9 A; 100 V]

200.b) Naći P , τ i τ' magnetskog pojačala vrsnoće $G = 200$ koje bi pri izmjeničnoj struji frekvencije 50 Hz davalo pojačanje 26 dB.

[$P = 400$; $\tau = 0,04$ s; $\tau' = 2$ perioda]

200.c) Trofazni generator ima statorski namotaj radnog otpora $0,04 \Omega$ i rasipnog induktiviteta 0,51 mH po fazi i proizvodi fazni napon koji osim osnovnog člana efektivnog iznosa 800 V sadrži i više harmoničke članove 3., 5., 7. i 9. ranga efektivnih iznosa 150, 80, 48 i 32 V. Naći odnos k linijskog i faznog napona zvjezdano spojena stroja, kao i struju izjednačenja I_0 i pripadni gubitak učina N_0 trokutno spojena stroja. [1,700; 312 A; 11,7 kW]

200.d) Naći pri $f = 50$ Hz iznose E , I , N i $\cos \varphi$ serijske kombinacije rezistancije R iznosa 36Ω , pukotinske prigušnice P s namotajem rezistancije 4Ω i kondenzatora K , kao i gubitke N_{Fe} prigušnice P te kapacitet C kondenzatora K . Uzeti da su izmjereni naponi: na R 72 V, na P 129 V, na $R + P$ 160 V i na K 200 V.

[123 V; 2 A; 196,4 W; 0,8(kap.); 36,4 W; 31,8 μ F]

200.e) Na R-S-T-Q-vod linijskih napona 220 V priključeni su: a) na R-S-T motor korisne snage 15 KS, stepena djelovanja 0,92 i faktora snage 0,85(ind.), b) na R i Q potrošač struje 18 A i faktora snage 0,8(kap.), i c) na S i Q peč potroška 3 kW. Naći struje I_R , I_S , I_T , I_Q . [46,8; 58,5; 37,1 i 10,0 A]

200.f) Na R-S-T-vod linijskih napona 381 V priključena je zvijezda impedancija različitih iznosa 25-40-10 Ω no istog faznog kuta 20°; naći očitavanja N_1 odn. N_2 po metodi dvaju vatmetara kojih su strujni svici u R-fazi odn. u S-fazi, kao i ukupno trošenu snagu N . [3975 odn. 2215 W; 6190 W]

F) POJAVI MEĐUSOBNE INDUKCIJE; TRANSFORMATORI

I) TRANSFORMATOR BEZ ŽELJEZA

Odnosi magnetskih tokova uzdušnog transformatora. Faktori rasipanja. Glavni tok, rasipni tokovi. Rasipni induktiviteti, rasipne reaktancije. Općenita teorija uzdušnog transformatora. Energetski odnosi. Reduciranje transformatorskih veličina (na primarno, odn. na sekundarno). Ekvivalentni krug struje. Vektorski prikaz odnosa uzdušnog transformatora. Kružni diagrami kod neinduktivnog opterećenja; pojam inverzije i primjena inverzije.

1. Pojavi međusobnih djelovanja dvaju »induktivno« ili »magnetski« povezanih strujnih krugova (C-122.) u prvom su redu od tehničke važnosti na području izmjeničnih struja. Tu se, zbog neprestanoga vremenskog mijenjanja takvih struja, i s tim u vezi neprestanoga mijenjanja pripadnih magnetskih tokova, međuinduktivna djelovanja trajno podržavaju i mogu biti iskorištavana za prenos strujne energije jednoga od tih krugova na drugi, odn. konkretnije za *transformaciju* struja pri višim naponima na struje pri nižim naponima ili obrnuto.

Tehnički važni i inače, na pr. zbog međusobnog djelovanja vodova na susjedne vodove (poimence vodova jake struje na telefonske vodove), pojavi međusobne indukcije doista se najviše i upotrebljavaju u svrhe transformacije. Pripadne međuinduktivne naprave, *transformatori*, u bitnosti sadrže dva što tjesnije induktivno vezana svitka, primarni i sekundarni, od kojih primarni ima da iz danog izvora, generatora ili mreže izmjenične struje, uzima energiju, koju, induktivno prenesenu na sekundarni svitak, ovaj potonji daje priključenom potrošaču; pri tomu, dakako, u cjelom ovom lancu od izvora do potrošača treba da bude što manje gubitaka.

Čvrsta induktivna veza obih svitaka transformatora postizava se kod tehničkih niskih i kod tonskih frekvencija smještavanjem obih svitaka (obih »namotaja«) transformatora na zajedničku, iz željeznih limova složenu jezgru u obliku magnetski po mogućnosti što bolje zatvorenoga kruga (»transformator sa željezom«, »željezni transformator«). A kod visokofrekventnih struja dovoljna transformatorska djelovanja postizavaju se već između svitaka što tjesnije induktivno povezanih magnetskim tokovima kroz neferomagnetička sredstva, na pr. kroz uzduh (»transformatori bez željeza«, »uzdušni transformatori«).

2. Transformatore bez željeza prve ćemo promatrati; oni su doduše vrlo specijalni i bez praktičnog značenja kod nižih frekvencija, ali dopuštaju egzaktno matematsko tretiranje, jer kod njih s pomanjkanjem željeza ispadaju i sve komplikacije zbog nepravilnosti krivulja magnetiziranja i zbog gubitaka u željezu izazvanih

pojavima histereze i vrtložnih struja. Tako se lakše ispoljuju opće karakteristike mehanizma transformacije, koje se mogu, uz korektore uvjetovane utjecajima željeza, primijeniti i na transformatore sa željezom.

3. Prelazeći na proučavanje pojava u uzdušnim transformatorima nadovežimo na razmatranja o međusobnoj indukciji iz C-119., i posebno na tamošnju sl. 186. s primarnim krugom 1 i sekundarnim 2, tako jedan prema drugom položenima da od ukupnoga magnetskoga toka Ψ_{11} proizvedena strujom i_1 kruga 1 posve određen dio Ψ_{12} prolazi i petljom kruga 2, a ostatak Ψ_{1s} se ne zatvara kroz krug 2 i može se smatrati razasutim dijelom toka Ψ_{11} . Slično neka se i ukupni magnetski tok Ψ_{22} proizveden strujom i_2 kruga 2 zamisli rastavljen u dio Ψ_{21} zakvačen s petljom kruga 1 i razasuti dio Ψ_{2s} nezakvačen s tom petljom.

Prema tome će se, za dani moment t strujâ i_1 i i_2 kroz krugove 1 i 2, moći cjelokupni tokovi kroz krugove 1 i 2, dakle cjelokupni *primarni* i cjelokupni *sekundarni*, naznačiti relacijama:

$$\Psi_1 = \Psi_{11} + \Psi_{21} \quad (317) \quad \Psi_2 = \Psi_{22} + \Psi_{12} \quad (318)$$

koje smo već u C-121. napisali predešeno u obliku relacija:

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \quad \Psi_2 = L_2 i_2 + M i_1$$

s uvedenima, s pomoću formula $\Psi_{11} = L_1 i_1$, $\Psi_{22} = L_2 i_2$, $\Psi_{12} = M i_1$ i $\Psi_{21} = M i_2$, samoinduktivitetima L_1 i L_2 i međuinduktivitetom M krugova 1 i 2, veličinama određenima i konstantnima u konkretnom slučaju strujnih krugova u sredstvima bez željeza. Slično će se razasuti dijelovi primarnim i sekundarnim krugom proizvedenih tokova t. j. *primarni rasipni* tok Ψ_{1s} i *sekundarni rasipni* tok Ψ_{2s} također dati izraziti sa L_1 , L_2 i M relacijama: $\Psi_{1s} = (L_1 - M) i_1 = L_{1s} i_1$ i $\Psi_{2s} = (L_2 - M) i_2 = L_{2s} i_2$, pri čemu su koeficijenti $L_{1s} = L_1 - M$ i $L_{2s} = L_2 - M$ nazvani *rasipnim induktivitetima* (primarnim i sekundarnim).

No moći će se s druge strane, zamišljajući kombinirane u jedan tok $\Phi = \Psi_{12} + \Psi_{21}$ tokove Ψ_{12} i Ψ_{21} , kojih obih silnice prolaze i krugom 1 i krugom 2, govoriti o obim krugovima zajedničkom ili *glavnom* toku promatranoga transformatora. A pored toga glavnog toka preostali bi onda, kao razasuti dijelovi tokova ukupno proizvedenih strujama krugova 1 odn. 2, još *rasipni* tokovi, *primarni* Ψ_{1s} i *sekundarni* Ψ_{2s} , kako su malo prije pobliže uvedeni.

Dok smo rasipne tokove uzdušnog transformatora s dvije jednostavne petlje već izrazili sa L_1 , L_2 i M , za glavni tok bismo pisali: $\Phi = M(i_1 + i_2)$.

Veličine L_1 , L_2 i M dađu se u najjednostavnijim slučajevima naći računom (C-131. do C-134.), no najčešće će se određivati mjerenjima. Tako se iznosi L_1 i L_2 mogu neposredno mjeriti mostovima izmjenične struje po sl. 312. i 313. uz E-49. Ti mostovi mogu poslužiti i za mjerenja iznosâ M , jer se određivanje međuinduktiviteta dade svesti na mjerenja samoinduktiviteta L' i L'' obiju kombinacija koje daju strujni krugovi samoinduktiviteta L_1 i L_2 , ostavljeni u danom međusobnom položaju i spajani serijski jedamput tako da im se magnetski tokovi potpomažu, a drugiput tako da im se magnetski tokovi slabe. Na bazi formula (317) i (318) lako je razabrati

da u prvom slučaju vrijedi relacija $L' = L_1 + L_2 + 2M$, a u drugom relacija $L'' = L_1 + L_2 - 2M$. Iz ove dvije relacije odmah slijedi formula:

$$M = \frac{L' - L''}{4} \quad (319)$$

kojom se iz izmjerenih L' i L'' dobiva traženo M . Ima i specijalnih mostova za neposredna mjerenja međuinuktiviteta, koje međutim ne ćemo razmatrati.

Pojavi međusobne indukcije, osim kod običnih transformatora i sličnih naprava koje se upravo osnivaju na međusobnoj indukciji, opažaju se i inače kad je struja bar u jednom od dva induktivno vezana kruga promjenljiva. Tako na pr. mogu vodovi jake struje znatno djelovati na telefonske vodove montirane na istim stupovima, ili trofazni vodovi jedan na drugi. A i ako su vodiči trofaznog voda nesimetrično raspoređeni, ili ako nisu daleko od zemlje, mogu radi pojava međusobne indukcije nastati nejednakosti u padovima napona u pojedinim vodičima; tim se pojavama daje izbjeći »ispreplitanjem« vodiča trofaznog voda u prikladnim razmacima.

4. Očito se po zakonima elektromagnetske indukcije jače transformatorsko djelovanje može očekivati kod većega stepena vezanja između primarnoga i sekundarnoga kruga, odnosno kod pripadnog manjega rasipanja magnetskih tokova. Da ovo matematski izrazimo, sjetimo se već u C-135. uvedenog omjera $k = M^2/L_1L_2$ i njegova drugog korijena $m = M/\sqrt{L_1L_2}$, koje se obje veličine upotrebljavaju u tehnici za karakteriziranje vezanja strujnih krugova. Kako skrajnjem slučaju potpuno nevezanih krugova sa $k = 0$ očito odgovara najpotpunije rasipanje, a protivnoj skrajnosti najčvršćega mogućeg vezanja sa $k = 1$ po C-135. odgovara pomanjkanje svakog rasipanja, može se iznos $\sigma = 1 - k$, koji kompletira k na jedinicu, po definiciji uzeti za mjeru rasipanja, te nazvati »faktorom rasipanja«. Prema tomu veličina $\sigma = 1 - k = 1 - m^2$, dakle veličina:

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1L_2} \quad (320)$$

karakterizira ukupno rasipanje u tom smislu da kod potpunog vezanja bez rasipanja σ ima iznos 0, te da kod sve slabijih vezanja i sve većih rasipanja σ raste, postizavajući iznos 1 u skrajnjem slučaju magnetski uopće već nepovezanih strujnih krugova.

Pored faktora ukupnog rasipanja mogu se kod međuinuktivnih krugova u obliku jednostavnih petlji po sl. 186., nadovezivanjem na pojam Hopkinsonova koeficijenta iz C-106., uvesti također, kao mjere za pojedinačna rasipanja: faktor primarnog rasipanja $v_1 = \Psi_{11}/\Psi_{12} = L_{11}i_1/Mi_1 = L_1/M$ i faktor sekundarnog rasipanja $v_2 = \Psi_{22}/\Psi_{21} = L_{22}i_2/Mi_2 = L_2/M$. Lako se neposredno supstituiranjem uvjeriti da je σ sa v_1 i v_2 vezano slijedećom relacijom:

$$\sigma = 1 - \frac{1}{v_1v_2} \quad (321)$$

5. Da bismo se više približili odnosima susretanima kod transformatora, zamisljat ćemo odsad međuinuktivne krugove, primarni 1 i sekundarni 2, umjesto jednostavnim strujnim petljama realizirane svicima s više zavoja, primarnim sa w_1 i sekundarnim sa w_2 zavoja. Stezaljke primarnog svitka zamišljat ćemo pod-

vrgnute izmjeničnom sinusoidnom naponu podržavanom prikladnim izvorom struje (mrežom), a na stezaljke sekundarnog svitka, kod određenog transformacijom napona među njima, neka se nadovezuje »potrošač« u obliku kompleksnog otpora povoljnog iznosa i sastava, s graničnim vrijednostima 0 (kratko spojene sekundarne stezaljke, »kratki spoj transformatora«) i ∞ (prekinut sekundarni krug, »prazni hod transformatora«).

Još ćemo, idealizirajući za volju jednostavnosti praktički tek približno dostiže odnose, primarni svitak zamišljati s međusobno jednakim zavojima, realiziranim iz nadasve tanke žice i po mogućnosti tijesno zbliženima u jedinstvenu w_1 -zavojnu petlju. Slično ćemo sekundarni svitak pretpostavljati potpuno koncentriran u njegovu w_2 -zavojnu petlju. Moći ćemo onda računati da, uz dani međusobni prostorni rasporedaj obih svitaka, svaka magnetska linija proizvedena strujama tih svitaka prolazi ili kroz sve zavoje i jednoga i drugoga svitka, ili kroz sve zavoje primarnoga i kroz nijedan sekundarnoga svitka, ili konačno kroz sve zavoje sekundarnoga i kroz nijedan primarnoga svitka, dakle da nema linija »dvovrsno zakvačenih«, koje bi prolazile nekim zavojima jednoga ili drugog svitka i ne bi prolazile ostalim njegovim zavojima. Uz ovakve odnose prirodno će se sad posveopćiti razmatranja pri uvođenju faktora v_1 i v_2 za jednopetljaste međuinduktivne krugove definirajući ovdje kod međuinduktivnih višezavoynih svitaka faktor v_1 kao omjer toka $\frac{L_1 i_1}{w_1}$ struje i_1 kroz jedan zavoj primarnog svitka prema toku $\frac{M i_1}{w_2}$ iste struje kroz jedan zavoj sekundarnog svitka, t. j. stavljajući (konačno uređeno i s kraticom $M' = M \frac{w_1}{w_2}$):

$$v_1 = \frac{L_1}{M \frac{w_1}{w_2}} = \frac{L_1}{M'} \quad (322)$$

te slično definirajući v_2 (uz $M'' = M \frac{w_2}{w_1}$):

$$v_2 = \frac{L_2}{M \frac{w_2}{w_1}} = \frac{L_2}{M''} \quad (323)$$

Uz faktor ukupnog rasipanja σ definiran po (320) lako bismo se uvjerali da ovdje, kao i prije, σ sa v_1 i v_2 veže relacija (321).

Iz dobivenih se rezultata vidi da se kod razmatranja s primarnom strujom kod promatranih transformatora s različitim brojevima w_1 i w_2 primarnih i sekundarnih zavoja umjesto neposredno sa M mora raditi s »na primarno reduciranim međuinduktiviteto« $M' = M \frac{w_1}{w_2}$, a kod razmatranja sekundarno s »na sekun-

darno reduciranim međuinduktiviteto $\llcorner$ $M'' = M \frac{w_2}{w_1}$. Sa M' i M'' mogu se onda i ukupno za svih w_1 odnosno w_2 zavoja razumijevani rasipni tokovi Ψ_{1s} i Ψ_{2s} izraziti kao $\Psi_{1s} = (L_1 - M')i_1$ odnosno $\Psi_{2s} = (L_2 - M'')i_2$, ako se shvati prvi kao w_1 -kratnik razlike $\frac{L_1 i_1}{w_1} - \frac{M i_1}{w_2}$ i analogno drugi. A glavni tok, razumijevan po jednóm zavoju primarno ili sekundarno, bio bi: $\Phi = \frac{M i_2}{w_1} + \frac{M i_1}{w_2}$ (tako da bi ukupno za w_1 zavoja primarno iznosio $w_1 \Phi$ i za w_2 zavoja sekundarno $w_2 \Phi$).

Gornji idealizirani transformator i pripadna razmatranja o Ψ_{1s} , Ψ_{2s} i Φ treba smatrati tek kao nekom shemom odnosâ uzdušnog transformatora. Tu su uzimane u obzir magnetske linije primarne struje i one sekundarne struje zasebno jedne od drugih. Međutim kod transformatora s međuinduktivnim učincima istodobnih primarnih i sekundarnih struja ne mogu se uopće predočiti nekom određenom slikom silnice glavnog ni rasipnih tokova. To već s razloga što omjer momentanih iznosa obih struja transformatora neprestano varira, a i s drugih razloga, od kojih nije najmanji poteškoća da će baš kod uzdušnih transformatora s prostorno protegnutim svcima i neizrazitim magnetskim krugom trebati zamišljati i dijelove magnetskog toka struje jednoga kruga zakvačene s nekima i nezakvačene s ostalima zavojima i samoga toga i onoga drugoga kruga. Ostaje tako, kako bliža razmatranja pokazuju, kod definicije rasipnih tokova i glavnog toka neka samovolja, pa se zato uzdušni transformatori radije proučavaju na bazi veličina L_1 , L_2 i M ; naprotiv kod željeznih transformatora prilike su, zbog izrazitog željezom gotovo potpuno zatvorenog magnetskog kruga i relativno posve neznatnih rasipanja primarno i sekundarno, takve da se praktički može i običava raditi s glavnim tokom Φ (po zavoju) i rasipnima Ψ_{1s} i Ψ_{2s} (po primarnom odn. sekundarnom svitku). Dakako ni pri radu sa L_1 , L_2 i M kod uzdušnog transformatora nema zapreke upotrebi veličina σ , v_1 i v_2 , ako se ove smatra čisto matematski uvedene relacijama (320), (322) i (323) i ne pridaje im se nikakvo bliže fizikalno značenje.

6. Neka sad po sl. 380, radni otpor i induktivitet na sinusoidni napon u_1 priključenoga primarnog svitka budu R_1 i L_1 . Radni otpor i induktivitet sekundarnog svitka, s primarnim svitkom vezanoga međuinduktiviteto $\llcorner$ M , neka su R_2 i L_2 . A na napon stezaljki u_2 sekundarnog svitka vodljivo priključeni, no induktivno sa sekundarnim svitkom nepovezani potrošač neka je općenito ma kakav kompleksni otpor $\mathcal{Z}$; da fiksiramo ideje, zamislimo ga u obliku svitka bez željeza radnog otpora R i induktiviteta L .

Primarni napon stezaljki u_1 morat će onda pokrivati gubitak napona $i_1 R_1$ zbog otpora R_1 primarnog svitka i svladavati napon samoindukcije $L_1 \frac{di_1}{dt}$ proizveden vremenskim variranjem magnetskog toka struje i_1 primarnog svitka, te napon $M \frac{di_2}{dt}$ proizveden mijenjanjem onoga toka što ga promjenljiva struja i_2 sekundarnog svitka šalje kroz primarni svitak. Tako se može u svakom momentu t pisati:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

Sličnim razmatranjima, promatrajući ukupni sekundarni krug sastavljen od sekundarnog svitka sa R_2 i L_2 i od potrošača sa R i L , te uzimajući u obzir da se među-

induktivno stvarani napon $M \frac{di_1}{dt}$ baš poništava naponom $R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}$ što se gubi u sekundarnom svitku, i sekundarnim naponom stezaljki $u_2 = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}$ trošenim po potrošaču, dolazi se na rezultat da algebarska suma svih spomenutih napona mora u svakom momentu t iščezavati, odn. uz neznatno preuđšavanje dolazi se na relaciju:

$$0 = (R_2 + R) i_2 + (L_2 + L) \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Ova se relacija daje pisati i u obliku:

$$-u_2 = -\left(R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}\right) = R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

s lijevo izlučenim sekundarnim naponom stezaljki, negativno brojenim kao »trošenim« izvan transformatora (za razliku od napona u_1 primarno izvana transformatoru »narinutog« i prema tomu pozitivno brojenog).

7. Iz sastava dobivenih relacija vidi se da će sinusoidnom u_1 korespondirati sinusoidni i_1 i i_2 . Moći će se dakle primijeniti simbolička metoda i pisati obje transformatorske jednadžbe ovako:

$$\mathcal{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1) \mathcal{I}_1 + j\omega M \mathcal{I}_2 \quad (324)$$

$$-(R + j\omega L) \mathcal{I}_2 = -\mathcal{U}_2 = (R_2 + j\omega L_2) \mathcal{I}_2 + j\omega M \mathcal{I}_1 \quad (325)$$

U jednadžbama (324) i (325) sadržana je cijela teorija uzdušnog transformatora; treba samo umjeti izvući iz njih što one sadrže. Tako se iz druge jednadžbe može odmah izračunati omjer vektorâ primarne i sekundarne struje, a iz toga omjera lako je naći omjer efektivnih vrijednosti tih struja i kut δ razlike faza između $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$. Iz (325) slijedi:

$$\frac{\mathcal{I}_1}{\mathcal{I}_2} = -\frac{R_2 + R + j\omega(L_2 + L)}{j\omega M} \left(= -\frac{L_2 + L}{M} + j\frac{R_2 + R}{\omega M} \right)$$

i prema tomu za omjer efektivnih iznosa primarne i sekundarne struje:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\sqrt{(R_2 + R)^2 + \omega^2(L_2 + L)^2}}{\omega M} \quad (326)$$

te za tangens razlike faznih kuteva vektorâ $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$:

$$\operatorname{tg} \delta = -\frac{(R_2 + R) : \omega M}{(L_2 + L) : M} = -\frac{R_2 + R}{\omega(L_2 + L)} \quad (327)$$

Po (327) je $\operatorname{tg} \delta$ negativno, i obično je tupi kut δ razlike faza između primarne i sekundarne struje vrlo tup; odn. struje $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_2$ se više ili manje slabe; njihov je odnos to bliži potpunoj protufaznosti i kut je δ to bliži kutu 180° , što je $R_2 + R$ manje u usporedbi prema $\omega(L_2 + L)$.

Da iskoristimo i jednadžbu (324), stavimo u nju iz (325) izračunano $\mathcal{I}_2$; to daje:

$$\mathcal{U}_1 = R_1 \mathcal{I}_1 + j\omega L_1 \mathcal{I}_1 + j\omega M \cdot \frac{-j\omega M}{R_2 + R + j\omega(L_2 + L)} \mathcal{I}_1$$

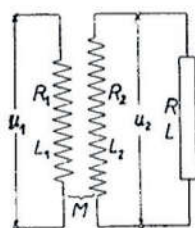
i dalje, nakon proširenja zadnjega člana desno s konjugirano-kompleksnom vrijednošću nazivnika (sa svrhom da se nazivnik načini realnim), te stezanja realnih članova u jedno i imaginarnih u jedno:

$$\mathcal{U}_1 = \mathcal{I}_1 \cdot \left[R_1 + \frac{\omega^2 M^2 (R_2 + R)}{(R_2 + R)^2 + \omega^2 (L_2 + L)^2} + j\omega \left(L_1 - \frac{\omega^2 M^2 (L_2 + L)}{(R_2 + R)^2 + \omega^2 (L_2 + L)^2} \right) \right]$$

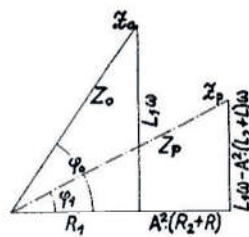
odnosno konačno, uz pomoć omjera $I_2/I_1 = A$ izračunatoga po (326):

$$\mathcal{U}_1 = \mathcal{I}_1 \cdot \left\{ \left[R_1 + \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^2 (R_2 + R) \right] + j\omega \left[L_1 - \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^2 (L_2 + L) \right] \right\}$$

Kako se po članovima u uglatim zagradama vidi, na primarnoj strani opterećenje sekundarnog kruga transformatora manifestira se prividnim povećanjem ot-



Sl. 380.



Sl. 381.

pora R_1 svitka za iznos $A^2(R_2 + R)$ i prividnim smanjenjem njegova samoinduktiviteta L_1 za $A^2(L_2 + L)$, a time i njegova praznog induktivnog otpora $L_1\omega$ za $A^2(L_2 + L)\omega$. Savezno s time mijenja se prividno i fazni kut kompleksnog otpora primarnog svitka od vrijednosti određene relacijom $\tan \varphi_0 = L_1\omega : R_1$ na manju vrijednost određenu relacijom:

$$\tan \varphi_1 = \frac{L_1\omega - A^2(L_2 + L)\omega}{R_1 + A^2(R_2 + R)}$$

To znači da se, po sl. 381., djelovanje opterećenja transformatora smije zamišljati svedeno na to da njime prividno prelazi stvarna impedancija $\mathcal{Z}_0 = R_1 + jL_1\omega$ primarnog kruga u neku promijenjenu: $\mathcal{Z}_p = Z_p \cdot \|\varphi_1\| = R_p + jL_p\omega$ s većom radnom komponentom $R_p = R_1 + (R_2 + R)A^2$ i manjom praznom komponentom $L_p\omega = L_1\omega - A^2(L_2 + L)\omega$, te savezno s time manjim faznim kutom $\varphi_1 = \arctan(L_p\omega/R_p)$ od stvarnoga faznog kuta $\varphi_0 = \arctan(L_1\omega/R_1)$.

Samo kod neopterećena transformatora sa $I_2 = 0$, i prema tomu sa $A = I_2/I_1 = 0$, nema promjena, i prava impedancija $\mathcal{Z}_0$ primarnog svitka dolazi

do izražaja: struja primarnog svitka ostaje po veličini i fazi kako odgovara samom tom svitku, t. j. on se vlada kao da sekundarnoga svitka uopće ni nema.

Stavak da neopterećeni sekundarni krug transformatora uopće ne djeluje na primarni vrijedi dakako samo onda kad se djelovanjem primarnog svitka nigdje ne izazivaju gubici od vrtložnih struja, poput onih u limovima željeznih transformatora, koje zasad ne promatramo; slično utječu i gubici u željezu zbog histereze, koji već po zakonu energije moraju imati izvjestan upliv na učin primarnog svitka.

8. Vrlo je zanimljivo razmotriti energetske bilansu promatranog transformatora. Primarni svitak opterećena transformatora uzimaće iz mreže učin $N = U_1 I_1 \cos \varphi_1$, koji se uz pomoć relacija $U_1 = I_1 \cdot Z_p$ i $\cos \varphi_1 = R_p : Z_p$ (sl. 381.) daje pisati i u obliku:

$$N = I_1^2 R_p = I_1^2 \cdot [R_1 + A^2(R_2 + R)] = I_1^2 R_1 + I_2^2(R_2 + R)$$

Prema tomu opterećenim transformatorom iz mreže crpeni učin N nadvisuje učin $N_1 = I_1^2 R_1$ što se troši na stvaranje Jouleove topline u primarnom svitku. Razlika $N - N_1 = N_2 = I_2^2(R_2 + R)$ ne može propasti, nego se prenosi na sekundarni krug i tamo se na račun toga učina N_2 dijelom $I_2^2 R_2$ stvara Jouleova toplina u samom sekundarnom svitku i dijelom $I_2^2 R$ se pokriva potrošak učina potrošača. Da primarni svitak transformatora uzima iz mreže ne samo učin što ga sam troši, nego i onaj redovito mnogo veći koji se međuinduktivnim djelovanjem prenosi na sekundarni krug, i tamo troši obično samo manjim dijelom u sekundarnom svitku i najvećim dijelom u priključenom potrošaču, odgovara zakonu energije. To ujedno pokazuje da će transformator, kod dovoljno jakih međuinduktivnih djelovanja i kod malenih R_1 i R_2 i po tom malenih gubitaka $I_1^2 R_1$ i $I_2^2 R_2$ u svojim namotajima (uostalom odnosa dostiživih s uzdušnim transformatorom tek kod viših frekvencija), racionalno prenositi učin na potrošač i raditi s dobrim stepenom djelovanja.

9. Iako se s dobivenim jednadžbama odnosi uzdušnog transformatora dadu potpuno slijediti matematski, oni postaju mnogo pregledniji, ako se međusobne veze različitih struja i napona predoče i vektorskim prikazom, na pr. za opterećenje uzdušnog transformatora potrošačem s danom strujom I_2 pri danom naponu U_2 i danom faktoru učina $\cos \varphi_2$.

Pri crtanju ovakvih vektorskih prikaza treba primijetiti da je običaj crtati primarne i sekundarne veličine »reducirane« na isti broj zavoja primarno i sekundarno, dakle na omjer prenošenja $w_1 : w_2 = 1 : 1$. Naime brojevi zavoja primarnog i sekundarnog svitka kod transformatorâ u užem smislu, koji redovito baš služe za »transformiranje« struja uz jedan napon na struje uz drugi napon, obično se i onako vrlo razlikuju, jer o njihovu omjeru ovisi: u kome će se omjeru transformirati viši napon na niži, i obrnuto. Svakako je dakle zgodnije za samu bit transformiranja, ako ovu tako reći akcidentalnu osobinu: »omjer prenošenja« ne unosimo u vektorski prikaz, nego sve vektore crtamo »reducirane« na isti omjer prenošenja, na isti broj zavoja primarno i sekundarno, dakle na omjer $w_1 : w_2 = 1 : 1$.

Samo takvi vektorski prikazi različitih transformatora moći će se direktno međusobno uspoređivati, a faktične veličine za pojedine specijalne omjere prenošenja lako će biti računati iz podataka prikaza i poznatoga stvarnoga omjera prenošenja za promatrani transformator.

Tako se na pr. efektivne vrijednosti $\omega L_1 I_1$ i $\omega M I_1$ elektromotornih sila proizvedenih primarno i sekundarno mijenjanjem primarne struje I_1 odnose kao $L_1 : M$, dakle poradi $v_1 = L_1 w_2 : M w_1$ kao $v_1 w_1 : w_2$. Apstrahirajući od rasipanja, t. j. uz $v_1 = 1$, one su dakle u istom omjeru kao i brojevi zavoja transformatora, i prema tomu vrlo različite kod w_1 i w_2 vrlo različitih, a postale bi jednake kad bi $w_1 : w_2$ postalo jednako jedinici. Prema tomu će za uspoređivanje transformatora raznih omjera $w_1 : w_2$, baš zato da pri tom ne bi smetali različiti omjeri prenošenja, biti najjednostavnije pomišljati sve veličine reducirane na isti broj zavoja primarno i sekundarno. Najčešće se postupa tako da se reducira na primarnu stranu, t. j. da se primarne veličine ostave nepromijenjene i sekundarne da se reduciraju na primarno. No mogu se, dakako, i obrnuto uz nepromijenjene sekundarne veličine reducirati primarne na sekundarno.

10. Ostave li se primarni naponi nepromijenjeni, treba sekundarne napone, da bi se dobili reducirani na primarno, pomisliti pomnožene sa $\frac{w_1}{w_2}$, odn. uzeti ih $\frac{w_1}{w_2}$ -struko. Zbog jednakosti učina treba onda sekundarne struje naprotiv dijeliti sa $\frac{w_1}{w_2}$, dakle uzeti ih $\frac{w_2}{w_1}$ -struko. Slično treba sekundarne otpore, da bi izišli reducirani na primarno, pomnožiti kao kvocijente sekundarnih napona i sekundarnih struja sa $\frac{w_1}{w_2} : \frac{w_2}{w_1}$, t. j. uzeti ih $\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$ -struko, a s istim faktorom treba pomnožiti i veličine L_2 (i $L_2 \omega$) da iziđu reducirane na primarno. Naprotiv veličine M (i $M \omega$), da bi se dobile reducirane na primarno, treba množiti samo sa $\frac{w_1}{w_2}$ (jer njima odgovaraju sekundarni naponi proizvedeni od primarne struje).

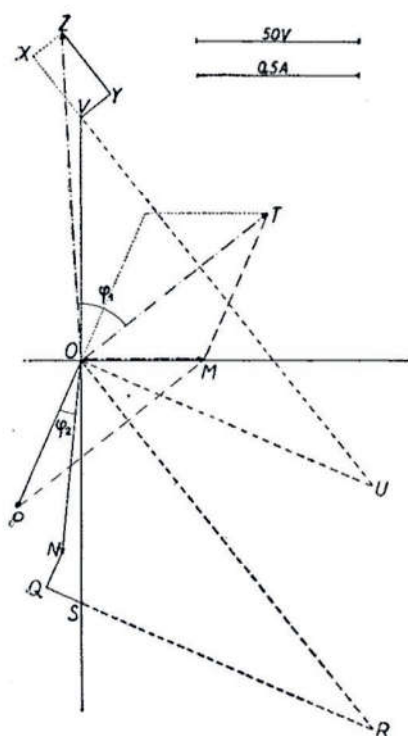
Za reduciranje na sekundarno trebalo bi obrnuto, uz nepromijenjene sekundarne veličine, primarne napone uzimati $\frac{w_2}{w_1}$ -struko, primarne struje $\frac{w_1}{w_2}$ -struko, primarne veličine R_1, L_1 i $L_1 \omega$ $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$ -struko, a veličine M (i $M \omega$) samo $\frac{w_2}{w_1}$ -struko.

Istom ovako reducirane veličine unosit ćemo dakle u naše vektorske prikaze. A da naznačimo da se radi o reduciranim veličinama, označivat ćemo na primarno reducirane veličine s jednom crticom dakle na pr. na primarno reducirani sekundarni otpor R_2 sa $R_2' = R_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$, a na primarno reducirani međuinuktivitet M sa $M' = M \frac{w_1}{w_2}$, dok ćemo na sekundarno reducirane primarne veličine naznačivati

s dvije crtice, te pisati na pr. $R_1'' = R_1 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2$, $M'' = M \frac{w_2}{w_1}$, itd. Sa M' i M'' smo se uostalom već bili susreli u F-5. kod uvođenja faktora $v_1 = L_1/M'$ i $v_2 = L_2/M''$. Spomenimo još da se, jednostavnosti radi, često kod teoretskih razmatranja odmah pretpostavljaju transformatori sa $w_1 : w_2 = 1$. To donosi i prednost da ni ne treba oznaka za reduciranja na primarno ili na sekundarno (uz $w_1 : w_2 = 1$ su stvarne i reducirane veličine identične), a ipak prema rečenom ovakva za transformatore s omjerom $w_1 : w_2 = 1$ izvedena razmatranja, vektorski prikazi i slično vrijede bez daljega za slične transformatore s različitim w_1 i w_2 , uz uvjet da se uz nepromijenjene primarne sve sekundarne veličine uzimaju reducirane na primarno, ili obrnuto: da se pri nepromijenjenima sekundarnim primarne reduciraju na sekundarno.

11. Povratimo se sad na naš prvobitni zadatak i pokušajmo naći vektorske odnose uzdušnog transformatora, koji neka hrani neki potrošač pri naponu U_2 , struji I_2 i faktoru učina $\cos \varphi_2$. Možemo odmah uzeti $w_1 : w_2 = 1$, znajući da isti prikaz ostaje upotrebljiv i u slučajevima s drugim omjerima $w_1 : w_2$ uz primarne

veličine uzete nepromijenjene i sekundarne veličine uzete reducirane na primarno, dakle sa U_2 , I_2 , R_2 , R , L_2 , L itd. zamijenjenima sa U_2' , I_2' , R_2' , R' , L_2' , L' itd., a sa M nadomještenim sa M' .



Sl. 382.

Povucimo, po sl. 382., odabравši prikladna mjerila strujâ i naponâ, najprije iz ishodišne točke O u povoljnom smjeru vektor $ON = \mathcal{U}_2$ zadane duljine U_2 , i prema njemu, pod kutom φ_2 korendentnim zadanom iznosu $\cos \varphi_2$, vektor $OP = \mathcal{I}_2$ zadanog iznosa I_2 . Po (325) vektorska suma vektora $\mathcal{U}_2$ i vektorâ $R_2 \mathcal{I}_2$, $j\omega L_2 \mathcal{I}_2$ i $j\omega M \mathcal{I}_1$ jednaka je nuli, t. j. spomenuta četiri vektora čine zatvoreni poligon. Ako dakle na $ON = \mathcal{U}_2$ nadovežemo vektoru $OP = \mathcal{I}_2$ paralelni vektor NQ duljine $I_2 R_2$, koji reprezentira pad napona zbog otpora sekundarnog svitka, pa zatim još pricrtamo prema smjeru vektora sekundarne struje za 90° naprijed zakrenuti vektor napona QR duljine $\omega L_2 I_2$, koji predoduje samoinduktivni napon sekundarnog svitka, predstavljat će vektor RO sa svršetkom u O vektor $j\omega M \mathcal{I}_1$ iznosa $\omega M I_1$ i smjera za 90° naprijed zakrenutog prema vektoru primarne struje $\mathcal{I}_1$. To znači da se vektor primarne struje mora zamišljati u smjeru OT okomitom na OR . Da bismo odredili i duljinu vektora $\mathcal{I}_1$, zamislimo QR podijeljeno točkom S u omjeru $v_2 = L_2 : M = RQ : RS$. Kako je $QR = \omega L_2 I_2$, bit će $SR = \omega M I_2$ i $QS = \omega (L_2 - M) I_2 =$

$= \omega L_{2s} I_2$. Prema tomu će vektor SR predstavljati po smjeru i veličini strujom $\mathcal{I}_2$ međuinduktivno u primarnom svitku inducirani napon, a vektor QS pad napona zbog »rasipnog induktiviteta« L_{2s} sekundarnog svitka. Očito se sad stranice SR i RO u trokutu OSR odnose kao $I_2 : I_1$. Zato će, po zakonima sličnosti trokuta, sjecište M poluzrakâ PM i OM, prve povučene iz P okomito na OR i druge povučene iz O okomito na OS, predstavljati svršetak iz P kao ishodišta povučenog vektora PM primarne struje, koji se, paralelno prenesen tako da mu ishodište dođe iz P u O, može predočiti i vektorom OT dužine I_1 . Prema tomu će $\angle$ TOP biti onaj tupi kut δ faznog pomaka između vektora $OT = \mathcal{I}_1$ i $OP = \mathcal{I}_2$ koga je tangens bio računan u F-7. Da je doista $OT = PM = I_1$, slijedi iz sličnosti trokuta OMT i OSR (OT i OR, TM i RS, te MO i SO čine parove međusobno okomitih stranica) i činjenice da je $TM = I_2$ smanjeno ωM -struko prema $RS = \omega M I_2$, prema čemu i OT treba smatrati ωM -struko smanjenim u odnosu prema $OR = \omega M I_1$, t. j. pisati $OT = I_1$.

Zanimljivo je značenje vektora OM. On po smjeru i veličini predstavlja primarnu struju $\mathcal{I}_0$ transformatora u »praznom hodu«. Ako naime $TM = \mathcal{I}_2$ opada prema nuli, težit će T prema M i vektor $OT = \mathcal{I}_1$ prema vektoru $OM = \mathcal{I}_0$ iznosa I_0 .

Našavši vektor primarne struje potražimo dalje vektor primarnog napona stezaljki transformatora. U tu svrhu zamislimo paralelno prenesen u smjeru SO trokut OSR da S padne u O. U prenesenom trokutu VOU stranica UV predstavljat će vektor međuinduktivnog napona induciranoga u sekundarnom svitku variranjima primarne struje. Ako se UV produži iz V do točke X takve da bude $UX : UV = L_1 : M = v_1$, bit će UX vektor primarnoga samoinduktivnog napona iznosa $\omega L_1 I_1$, a dodani dio VX iznosa $\omega(L_1 - M)I_1$ odgovarat će gubitku napona u primarnom svitku zbog njegova »rasipnog samoinduktiviteta« $L_{1s} = L_1 - M$. Nadovežemo li na X još gubitak napona zbog otpora R_1 primarnog svitka, dakle vektor XZ dužine $I_1 R_1$ paralelan vektoru $OT = \mathcal{I}_1$, bit će vektor OZ po smjeru i veličini traženi primarni napon stezaljki $\mathcal{U}_1$. Taj naime napon $\mathcal{U}_1$ po (324) doista ni nije drugo nego vektorska suma naponâ $OU = j\omega M \mathcal{I}_2$, $UX = j\omega L_1 \mathcal{I}_1$ i $XZ = R_1 \mathcal{I}_1$, odn. (ponešto drukčije kombinirano) naponâ $OU = j\omega M \mathcal{I}_2$, $UV = j\omega M \mathcal{I}_1$, $VY = R_1 \mathcal{I}_1$ i $YZ = j\omega(L_1 - M)\mathcal{I}_1$, pri čemu međusobno jednakima i paralelnima vektorima VY i XZ treba pridavati značenje gubitka napona zbog primarnog otpora, i slično jednakima i paralelnima vektorima YZ i VX značenje gubitka napona zbog primarnog rasipnog induktiviteta.

Kod jednom određenih vektora $\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{U}_1$ neposredno se daje očitati i kut φ_1 razlike faza primarne struje prema naponu. A i stepen djelovanja transformatora $\eta = U_2 I_2 \cos \varphi_2 / U_1 I_1 \cos \varphi_1$ lako se računa, jer se potrebne veličine sve dadu očitati iz vektorskog prikaza.

12. Zbog veze s običnim transformatorima sa željezom postavimo pitanje značenja fiktivnih naponskih vektora OS i OV. Prvi je kao suma vektora OR i RS

jednak vektoru $-j\omega M(\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2)$, drugi je suprotni prvi. Ovakvi se izrazi javljaju ako se jednačbe (324) i (325), dodavanjem i istodobnim oduzimanjem člana $j\omega M\mathcal{I}_1$ na desnoj strani prve jednačbe i člana $j\omega M\mathcal{I}_2$ na desnoj strani druge jednačbe, preudese u relacije oblika:

$$\mathcal{U}_1 = R_1\mathcal{I}_1 + j\omega(L_1 - M)\mathcal{I}_1 + j\omega M(\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2) \quad (324')$$

$$-\mathcal{U}_2 = R_2\mathcal{I}_2 + j\omega(L_2 - M)\mathcal{I}_2 + j\omega M(\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2) \quad (325')$$

Kako se vidi, krajnji članovi desno odgovaraju vektoru OV i negativno uzetom vektoru OS, tako da vektorima OV i OS treba pridavati značenje elektromotornih sila $\mathcal{E}_1$ i $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1$ induciranih, kod $w_1 = w_2$, u jednakim iznosima E_1 i E_2 djelovanjem »glavnog toka« primarno i sekundarno. Primarno transformatoru izvana narinuti napon $\mathcal{U}_1$ mora po (324') svladavati pored gubitaka napona $R_1\mathcal{I}_1$ i $j\omega(L_1 - M)\mathcal{I}_1 = j\omega L_{1s}\mathcal{I}_1 = jX_1\mathcal{I}_1$, zbog radnog otpora R_1 i »rasipne reaktancije« $X_1 = L_{1s}\omega$ primarnog svitka transformatora, još (i pogotovo) napon $\mathcal{E}_1$ kao protu-EMS, dok se sekundarno po (325') baš iz EMS $\mathcal{E}_2$ pokrivaju gubici napona $R_2\mathcal{I}_2$ i $j\omega(L_2 - M)\mathcal{I}_2 = j\omega L_{2s}\mathcal{I}_2 = jX_2\mathcal{I}_2$ zbog radnog otpora R_2 i zbog »rasipne reaktancije« $X_2 = L_{2s}\omega$ sekundarnog svitka, te podržava napon stezaljki $-\mathcal{U}_2$ potrošača.

13. Prema gornjem, kad bi se iz vektorskog prikaza uopće ispustili vektori SR i RO, odn. OU i UV, koji su u to ime baš i naznačeni u sl. 382. samo crtkano, te kad bi se mjesto s njima radilo neposredno sa OS i OV, to bi dalo već za uzdušni transformator način gledanja na bazi »glavnog« toka i »rasipnih« tokova, koji je uobičajen kod transformatora sa željezom. Ova je primjedba od interesa, iako se kod uzdušnih transformatora u pravilu razmatranja izvode na bazi samoinduktiviteta i međuinuktiviteta, i to ne samo zato što upućuje na jedinstvo bitnosti pojava transformacije u transformatorima bez željeza i sa željezom, nego i zato što vodi na *ekvivalentni krug struje* uzdušnog transformatora. Polazeći od vektora OS i OV, i onoga što je netom rečeno o njima, transformator s vektorskim odnosima po sl. 382. može se zamisliti nadoknađen shemom po sl. 383. Po toj bi se naime shemi, točno kao u vektorskom prikazu, primarnim narinutim naponom $\mathcal{U}_1$ pokrivao, pored gubitaka napona $R_1\mathcal{I}_1$ i $X_1\mathcal{I}_1$ zbog radnog otpora R_1 i rasipne reaktancije X_1 (= praznog induktivnog otpora proizvedena variranjem primarnog rasipnog toka), također (i naročito) kao protu-EMS shvaćeni samoinduktivni napon $j\omega M(\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2)$, koji se može zamišljati proizveden samoinduktivnim djelovanjem nekog svitka čistog induktivnog otpora $X_0 = M\omega$ protjecanog sumom strujâ $\mathcal{I}_1 + \mathcal{I}_2$, t. j. po sl. 382. strujom praznog hoda $OM = \mathcal{I}_0$. A za sekundarnu stranu samoinduktivni napon svitka sa $X_0 = M\omega$ djelovao bi kao EMS i pokrivao bi, pored gubitaka napona $R_2\mathcal{I}_2$ i $X_2\mathcal{I}_2$ zbog radnog otpora i rasipne reaktancije sekundarnog namotaja, još (i naročito) napon $\mathcal{U}_2$ potrošača $\mathcal{L}$.

Transformatorima s omjerom $w_1 : w_2$ različitim od 1 odgovaraju također ekvivalentni krugovi po sl. 383., s jedinom razlikom da im sve veličine treba uzeti

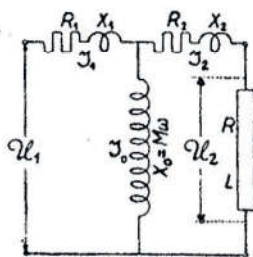
reducirane bilo na primarno bilo na sekundarno, dakle na pr. u prvom slučaju uzimajući R_1 i X_1 nepromijenjene, a R_2 i X_2 (kao i kompleksni otpor $\mathcal{Z}$ potrošača) množenjem sa $(w_1/w_2)^2$ reducirane na R_2' i X_2' (te $\mathcal{Z}'$), kao i zamišljajući X_0 jednako iznosu $M'\omega = M\omega \cdot w_1/w_2$ umjesto iznosu $M\omega$.

Primjer: Uzdušnom transformatoru sa $w_1 : w_2 = 1 : 2$, $R_1 = 16\Omega$, $R_2 = 96\Omega$, $L_1 = 0,073$ H, $L_2 = 0,280$ H, $M = 0,126$ H (i po tom: $L_2' = 0,070$ H, $M' = 0,063$ H), te s teretom danim sa $Z = 480\Omega$ i $\cos \varphi_2 = 0,95$ (ind.), odgovara pri $\omega = 3142$ ($f = 500$ Hz) ekvivalentni strujni krug sa R_1 i L_1 kao gore, $R_2' = 24\Omega$, $X_2' = (0,070 - 0,063) \cdot 3142 = 22\Omega$, $X_0 = 198\Omega$, te $Z' = 120\Omega \parallel 18,2^\circ$.

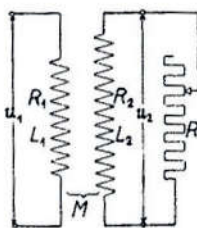
14. Razmotrimo sad naš transformator pod prilikama varijabilnih opterećenja, u kojim se slučajevima, umjesto »vektorskih prikaza« pojedinih slučajeva kao u sl. 382., imaju očekivati već u E-52. uvedeni *vektordiagrami*. Pri tom ćemo, da bismo došli na jednostavne odnose koji vode na kružni diagram, zamišljati opterećenje potrošačem u obliku čistog radnog otpora R , varijabilnog od 0 do ∞ (sl. 384.). Promatrat ćemo dakle, kako se obično kaže, »neinduktivno« (iako bi zapravo trebalo dodati: »i nekapacitivno«) opterećeni transformator u pogonskim stanjima od »kratkog spoja« do »praznog hoda«, problem uostalom sam po sebi vrlo važan, a uz to iskoristiv, kako će se još pokazati, i kod asinhronih indukcionih motora.

Kako je poznato, mogu se tražiti vektorski diagrami napona uz konstantnu struju ili pak struje uz konstantan napon. Pretpostavimo najprije prvi slučaj, i pitajmo kako će varirati primarni napon $\mathcal{U}_1$ kod variranja neinduktivnog opterećenja uzdušnog transformatora uz konstantnom podržavanu primarnu struju $\mathcal{I}_1$. Ako se po sl. 385. povuče vektor $\mathcal{I}_1$ duljine $OT = I_1$ u smjeru pozitivne ordinatne osi, imat će vektor $\mathcal{I}_1 R_1$ isti smjer, a duljina ON toga vektora bit će jednaka $I_1 R_1$. Naprotiv $j\omega L_1 \mathcal{I}_1$ trebat će predočiti vektorom dužine $NP = \omega L_1 I_1$ za $+90^\circ$ zakrenutim prema $\mathcal{I}_1$.

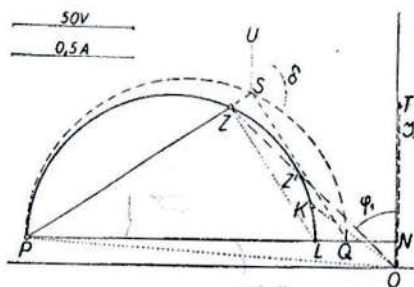
Vektorima ON i NP već su konstruirana prva dva člana izraza za $\mathcal{U}_1$ po prvoj simboličkoj jednadžbi transformatora (324), no zasad nije još vidljivo kako da se



Sl. 383.



Sl. 384.



Sl. 385.

odredi i treći član. Da bismo se naprijed pomaknuli, odsijecimo od $NP = \omega L_1 I_1$ dužinu QP takvu da bude $PQ : PN = M : L_1 = 1 : v_1$ (pretpostavlja se transformator sa $w_1 : w_2 = 1$ ili reduciran na $w_1 : w_2 = 1$ kao i kod sl. 382. i 383.). Onda

će predstavljati $QP = \omega MI_1$ vektor $j\omega M\mathcal{I}_1$. No po drugoj simboličkoj jednadžbi transformatora (325), u kojoj sada uz neinduktivno opterećenje specijalno treba pretpostavljati $L = 0$, mora $j\omega M\mathcal{I}_1$ činiti zajedno s međusobno okomitim vektorima $j\omega L_2\mathcal{I}_2$ i $(R_2 + R)\mathcal{I}_2$ pravokutni trokut s pravim kutom u spojištu S tih dvaju vektora, tako da kao geometrijsko mjesto točke S izlazi na sl. 385. crtkano naznačeni polukrug nad PQ kao diametrom. Prema tomu će tetivom SQ, položenom kroz Q priklonjeno prema smjeru vektora $\mathcal{I}_1$ pod tupim kutom δ , određenim po (327) kraj $L = 0$ relacijom $\operatorname{tg} \delta = -(R_2 + R) : L_2\omega$, biti predložen vektor $(R_2 + R)\mathcal{I}_2$ iznosa $(R_2 + R)I_2$, čime će ujedno biti određen položaj točke S na polukrugu PSQ za određeno R . No dalje će onda PS po smjeru i veličini predstavljati vektor $j\omega L_2\mathcal{I}_2$ iznosa $\omega L_2 I_2$. A ovaj potonji rezultat daje nam mogućnost da dobijemo i traženi treći član izraza za $\mathcal{U}_1$, zbog kojega je cijelo razmatranje polukruga nad PQ i izvedeno. U tu svrhu ne treba drugo nego točkom Z podijeliti PS tako da bude: $PZ : PS = M : L_2 = 1 : v_2$. Onda će PZ predstavljati po smjeru i veličini vektor $j\omega M\mathcal{I}_2$ iznosa ωMI_2 , a baš taj vektor trebalo je, po prvoj jednadžbi transformatora, još pridodati vektorima $ON = R_1\mathcal{I}_1$ i $NP = j\omega L_1\mathcal{I}_1$ da se dobije po smjeru i veličini vektor OZ primarnog napona $\mathcal{U}_1$. Iznos U_1 vektora $\mathcal{U}_1$ određen je duljinom OZ. Neposredno vidljiv postaje sada i kut φ_1 faznog pomaka primarne struje $\mathcal{I}_1 = OT$ prema primarnom naponu $\mathcal{U}_1 = OZ$.

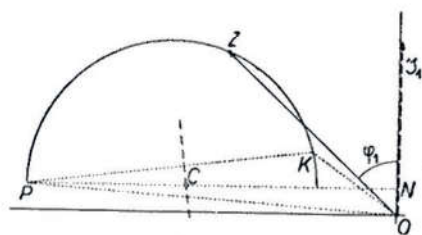
Pita se samo još: kako varira položaj krajnje točke Z vektora $\mathcal{U}_1$ kod variranja neinduktivnog tereta R . Odmah se vidi da za $\mathcal{U}_1$ izlazi »kružni« vektordiagram, odn. da je geometrijsko mjesto točaka Z i opet jedan polukrug, naime na sl. 385. izvučeno naznačeni polukrug PZL nad diametrom PL smanjenim $\frac{L_2}{M}$ -struko prema diametru PQ polukruga PSQ, geometrijskog mjesta točaka S. Da je PZL polukrug, vidi se po tom što se pri različitim položajima točke S na polukrugu PSQ pripadni položaji točke Z dobivaju dijeljenjem duljina PS po stalnom omjeru $PS : PZ = L_2 : M$. Oдавде se ujedno vidi zašto smo pretpostavljali varijabilno neinduktivno opterećenje sa $L = 0$; uz $L > 0$ bili bismo došli na omjer $PS : PZ = (L_2 + L) : M$ varijabilan uz varijabilno L , pa ne bi ni vektordiagram ispaо »kružni«.

15. Diskutirajmo dobiveni diagram i razmotrimo specijalno ekstremne uvjete. Za slučaj »praznog hoda« transformatora, t. j. uz $R = \infty$, dolazi Z u točku P, t. zv. *točku praznog hoda*, jer je $\sphericalangle PLZ$ jednak $\sphericalangle PQS$, i po tome određen omjerom $\omega L_2 : (R_2 + R)$, pa kad R raste u beskonačnost, teže $\sphericalangle PLZ$ i s njime također PZ k nuli. Ako sad R poprima konačne sve manje i manje vrijednosti, t. j. ako se opterećenje transformatora povećava, krajnja točka Z vektora primarnog napona stezaljki gibat će se po svom polukrugu udaljujući se sve više od točke P, te će u slučaju »kratkog spoja«, t. j. uz sekundarne stezaljke neposredno međusobno spojene, doći u točku K, t. zv. *točku kratkoga spoja*, korespondentnu tetivi $KL = I_2 R_2 / v_2$, jer u kratkospojenom transformatoru R iščezava pa ostaje u sekundar-

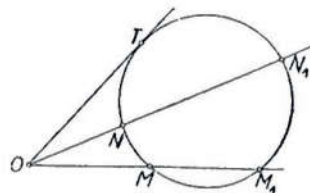
ordinatnoj osi pod kojima se onda nanesu po sl. 388. duljine $OP = U_0$ i $OK = U_k$. Na taj način dobivaju se dvije točke P i K, koje leže na traženom $\mathcal{U}_1$ -krugu. Da bi se taj krug potpuno odredio, dovoljno je naći mu središte C. A ono se lako dobiva kao sjecište simetrale tetive PK s okomicom PN spuštenu iz P na ordinatnu os. Tako je diagram posve određen, pa se iz njega mogu dobiti na pr. iznosi U_1 , φ_1 itd. za različita neinduktivna opterećenja, može se dobiti i točni iznos faktora σ transformatora, i sl.

17. Mi smo u sl. 385. dobili diagram primarnog *napona* uz stalnu primarnu struju. Međutim pogonske prilike transformatora rijetko odgovaraju ovim pretpostavkama; one su obično takve da transformatori priključeni na mrežu određenoga napona zadržavaju stalan primarni napon odgovarajući na promjene opterećenja promjenama primarne struje. U praksi će dakle umjesto izvedenoga »naponskog« diagrama redovno trebati diagram primarne *struje* uz stalan primarni napon, »strujni« diagram. Takav je diagram teže dobiti neposredno, pa ga zato neposredno nismo ni tražili. No to lakše ga je izvesti za neinduktivna opterećenja *inverzijom* iz naponskog diagrama po sl. 385.

Evo o čemu se radi. Naponski diagram po sl. 385. pri stalnoj struji iznosa I_1 zamišljen I_1 -struko umanjen mogao bi se shvatiti kao »diagram otpora«: ON bi mjesto $I_1 R_1$ predstavljalo R_1 , NP bi mjesto $\omega L_1 I_1$ predstavljalo ωL_1 , itd. Umjesto I_1 -struko smanjenog mogli bismo dakako zamišljati nepromijenjeni prvobitni dia-



Sl. 388.



Sl. 389.

gram uz mjerilo otporâ I_1 -struko povećano, pa bi se i sam prvobitni diagram mogao shvatiti kao diagram otporâ. Ukratko: apstrahirajući od mjerilâ svaki se naponski diagram uz stalnu struju može shvatiti i kao diagram otpora, jer uz stalnu struju međusobno korespondentni naponi i otpori variraju proporcionalno. Slično zamislimo da smo već uspjeli nacrtati strujni diagram uz stalan primarni napon iznosa U_1 ; bez obzira na mjerilo ovaj bi se diagram mogao uzeti i za diagram »vodljivih vrijednosti«, jer uz stalan napon međusobno korespondentne struje i vodljive vrijednosti variraju proporcionalno.

Ako međutim svaki naponski diagram bez obzira na mjerila može predstavljati ujedno diagram otporâ, i svaki strujni bez obzira na mjerila ujedno diagram vodljivih vrijednosti, kod prelaza od naponskog i pripadnog otpornog diagrama na diagram vodljivih vrijednosti i pripadni strujni diagram jedini problem može još biti prelaz s diagrama otporâ na onaj vodljivih vrijednosti. A kod toga se može

iskoristiti jedna elementarna geometrijska činjenica. Povuku li se po sl. 389. iz dane točke O na dani krug K poluzrake OMM₁ sa sjecištima M i M₁, pa ONN₁ sa sjecištima N i N₁, itd., bit će po poznatom poučku o »potenciji točke obzirom na krug« vrijednost produkata OM·OM₁ duljinâ OM i OM₁, ON·ON₁ duljinâ ON i ON₁, itd., konstantna, odn. vrijedit će relacija:

$$OM \cdot OM_1 = ON \cdot ON_1 = \dots = OT \cdot OT = t^2$$

ako je $t = OT$ »duljina tangente« iz O na K, dakle neka konstanta. Po tom je OM₁ obrnuto proporcionalno sa OM, odn. upravo proporcionalno s recipročnom vrijednošću od OM. Apstrahirajući od faktora t^2 , t. j. bez obzira na mjerila, može zato OM₁ predočivati recipročnu vrijednost od OM:

$$OM_1 = t^2 \cdot \frac{1}{OM} = \text{konst.} \times \frac{1}{OM}$$

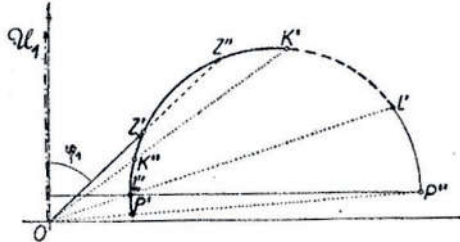
Običaj je zvati OM₁ »invertiranom« duljinom duljine OM, sam postupak dobivanja duljine OM₁ iz duljine OM *inverzijom*, točku O »inverzionim centrom«, krug K »inverzionim krugom« i faktor t^2 »inverzionom potencijom«.

18. Da sad inverziju primijenimo na promatrani problem transformatora, sjetimo se da su otpori i vodljive vrijednosti recipročne veličine. Prema tomu se inverzijom diagrama otporâ dobiva diagram vodljivih vrijednosti. Kad bismo dakle na naponskom diagramu po sl. 385. vektor OZ invertirali u vektor OZ', onda bi, apstrahirajući od mjerilâ i smatrajući OZ naponom i u daljoj konsekvenciji otporom, morali smatrati OZ' pripadnom vodljivom vrijednošću i u daljoj konsekvenciji strujom. Drugim riječima: inverzijom se, ostavljajući po strani mjerila, od »naponskog« diagrama dolazi na »strujni«.

19. Ipak jedno treba kod toga još primijetiti. Ako treba φ_1 u novom invertiranom strujnom diagramu, kao i u starom naponskom, značiti pomak faza između primarnog napona i primarne struje, ne će biti prikladno neposrednom inverzijom vektora napona OZ dobiveni vektor OZ' smatrati vektorom struje, jer u novo invertiranom diagramu sada stalnim pretpostavljeni vektor primarnog napona treba zamišljati u smjeru pozitivne ordinatne osi, u kome je kod starog diagrama bila crtana tada stalnom pretpostavljena struja. Prema tomu, kad bi OZ' na sl. 385. bio vektor struje, taj bi ležao u pozitivnom smislu zakrenuto prema vektoru napona, a uobičajeno je da se prema naponu fazno natrag pomaknuta struja crta vektorom u negativnom smislu zakrenutim prema onomu naponu. No lako je postići ispravan međusobni položaj vektora struje prema onom naponu. Treba samo prije invertiranja cijeli naponski diagram po sl. 385. zamisliti zarotiran za pola okretaja oko ordinatne osi. Time bi cijeli diagram iz sl. 385. nalijevo od ordinatne osi prešao u diagram nadesno od ordinatne osi, prvobitnom diagramu »simetričan« ili »zrcalan« obzirom na ordinatnu os. A ako se ova simetrična slika invertira, izići će strujni diagram sa strujama u negativnom smislu zakrenutima prema naponu, kako i mora biti. Vrijedi dakle pravilo da za dobivanje kružnog diagrama

struje uz stalan napon treba invertirati ne sam kružni diagram napona uz stalnu struju, nego njegovu »simetričnu sliku«.

20. Invertirajući tako simetričnu sliku diagrama iz sl. 385. dobili bismo iz točke K na sl. 385. inverzijom njoj simetrične točke K'' na sl. 390. točku K', pa iz točke P na sl. 385. putem simetrične točke P'' točku P' na sl. 390., te bi na sl. 390. vektori OK' i OP' predstavljali primarnu »struju kratkog spoja« $\mathcal{I}_k$ obično vrlo velikog iznosa I_k , odn. primarnu »struju praznoga hoda« $\mathcal{I}_0$, obično vrlo malenu iznosom I_0 , i to pod kutevima zaostajanja u fazi φ_k i φ_0 .



Sl. 390.

prema stalnom primarnom naponu, predodređenom vektorom $\mathcal{U}_1$ iznosa U_1 u smjeru ordinatne osi. A inverzijom duljini OZ iz sl. 385. simetrične duljine OZ'' dobivena duljina OZ' na sl. 390. bila bi neka povoljna primarna struja $\mathcal{I}_1$ iznosa I_1 i faznog kuta φ_1 zaostajanja

prema $\mathcal{U}_1$. Prema tomu krajnja točka Z' vektora primarne struje na strujnom diagramu po sl. 390. prolazi između praznog hoda i kratkoga spoja kružni luk P'Z'K' kružnog diagrama. A kad bi se dao realizirati idealni kratki spoj, mogla bi točka Z' sezati čak i preko K', do točke L' inverzne točki L'' dobivenoj zrcaljenjem točke L idealnoga kratkog spoja naponskog diagrama po sl. 390. Slično bi se dobili diagrami struje pripadni ekstremnim slučajevima na sl. 386. i 387.

Diagrami po sl. 385. i 390. crtani su za transformatore sa $w_1 : w_2 = 1$, no oni se bez poteškoća mogu primijeniti i na transformatore ma kojega omjera $w_1 : w_2$. Treba samo, analogno onomu što je rečeno uz sl. 382. i 383., sve veličine diagrama reducirati na istu stranu, na pr. primarnu (uzimajući primarne veličine kakve jesu, a ostale reducirane kao R_2' , X_2' itd.).

II) TRANSFORMATORI SA ŽELJEZOM

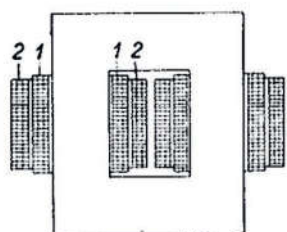
Konstruktivni principi jednofaznih i trofaznih željeznih transformatora: jezgre, namotaji, magnetski krug, hlađenje i izolacija, uljni transformatori. Štedni transformatori, indukcione peći. Scottov spoj. Transformacije sa 3 na 6 i 12 faza. Mjerni transformatori. »Naponski« i »strujni« transformatori. Teorija naponskog transformatora. Vektorski prikaz. Ekvivalentni krug struje. Stepenn djelovanja. Karakteristični trokut; »regulacija« transformatora: Kappov diagram i formule za regulaciju. Paralelni rad transformatora. Tronamotajni transformatori. Ugrijavanja.

21. Transformatori za niske frekvencije, za rasvjetne i pogonske svrhe »jake struje« i sl., pa i oni »slabe struje« za tonske frekvencije, grade se uvijek s jezgrom složenom od željeznih limova na način da magnetski krug transformatora bude što potpunije zatvoren željezom.

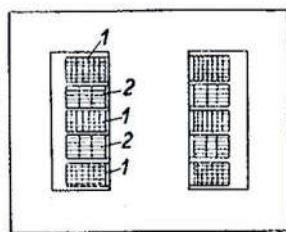
Ne ulazeći u konstruktivne potankosti željeznih jezgara transformatora spomenimo tek da po načinu gradnje jezgre postoje dvije kategorije transformatora:

a) »jezgrasti« transformatori, koji su danas gotovo posvema prevladali, s jezgrom i na njena obadva »kraka« porazmještenim obim namotajima 1 i 2 kod jednofazne izvedbe kao u sl. 391.

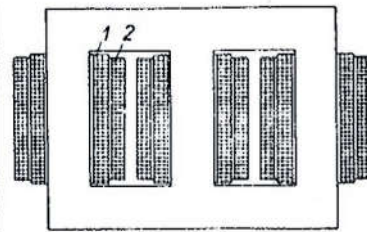
b) »ogrnuti transformatori«, u većim jedinicama danas dosta rijetko susrećani, s magnetskim krugom tako raspoređenim da se uz oba namotaja 1 i 2 smještena na glavnom srednjem kraku magnetski tok toga kraka razdvaja na dvije grane po shemi u sl. 392.; v. i sl. 170.a) uz C-95.



Sl. 391.

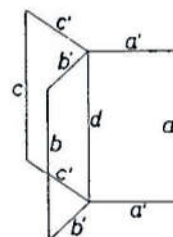


Sl. 392.

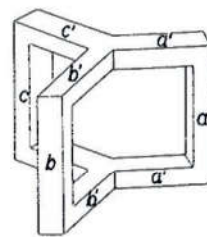


Sl. 393.

22. Na sl. 393. predložen je i trofazni transformator jezgrastog tipa sa sva tri kraka u istoj ravnini. Za taj se tip može zamisliti da je nastao kombinacijom triju jednofaznih jezgrastih transformatora, za svaku fazu po jednoga. Kod smještenih namotaja tih transformatora samo na po jednom kraku svake jezgre, t. j. po sl. 394. na kracima a-b-c, i kod slobodnih od namotaja krakova triju jezgri zamišljenih spojenih u jedan zajednički krak, na sl. 394. nazvan d, zatvarali bi se kroz taj zajednički krak tokovi svih triju transformatora. No ipak zajednički krak ne treba izvoditi s trostrukim prerezom željeza. On može čak uopće otpasti. Kod trofaznog priključka i simetričnog opterećenja transformatora ne će naime biti samo struje u tri transformatora jednake i fazno pomaknute jedna prema drugoj za 120° , nego će isto tako biti jednaki i fazno za 120° pomaknuti i magnetski tokovi triju transformatora, t. j. i oni će činiti simetričan trofazni sustav. Kako se ti tokovi spajaju u jedno u kraku d, a njihova suma iščezava u svakom momentu t (kao i uopće suma ma kakvih triju faznih veličina koje čine simetričan trofazni sustav, na pr. suma triju faznih struja kroz nulvodič kod simetričnog opterećenja), nema uopće nikakvog rezultujućeg toka kroz krak d, pa prema tomu toga kraka doista ni ne treba. Preostao bi dakle rasporedaj sa »simetričnom« trofaznom jezgrom po sl. 395., samo iznimno doista upotrebljavanom za gradnju trofaznih transformatora. No ako se, zbog jednostavnije gradnje, zamisle krakovi a i c s parovima »jarmova« a' i c' dovedeni u istu ravninu, te se spomenuta kombinacija u sredini krakom b kratko premosti, tako da par jarmova b' otpadne, očito će nastati konstruktivno jednostavnija, iako »nesimetrična«, jezgra trofaznog transformatora po sl. 393. U bitnosti je međutim transformator s nesimetričnom jezgrom po sl. 393. srodan onomu sa simetričnom jezgrom po sl. 395., iako s nesimetričnom jezgrom, prema potanjoj teoriji, može doći do izvjesnih nuzgrednih pojava.



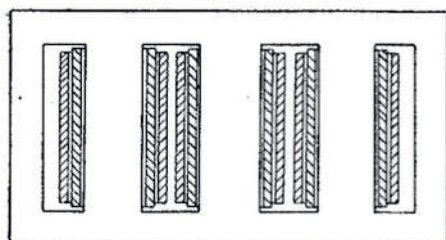
Sl. 394.



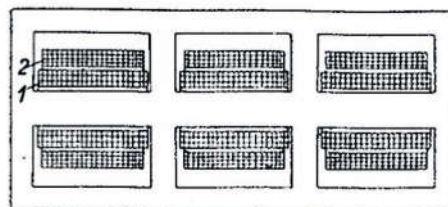
Sl. 395.

Naročito veliki trofazni transformatori grade se katkad i »peterokrako«, s jezgrom po shemi u sl. 396. sa samo tri nutarnja kraka namotana, a oba vanjska, manjega prereza od nutarnjih, bez namotaja.

Na sl. 397. predložen je konačno oblik trofaznog ogrnutog transformatora, kakav bi nastao spajanjem triju jednofaznih ogrnutih.



Sl. 396.



Sl. 397.

23. Trofazni sustavi struja dadu se naravno transformirati također tako da se svaka od triju faza podvrgne transformaciji u po jednom samostalnom jednofaznom transformatoru, magnetski nepovezanom s ostalima; u tom se slučaju i kod električki povezanih namotaja primarno i sekundarno (na pr. obostrano u zvijezdu) tokovi samostalno zatvaraju ne kombinirajući se jedan s drugim, pa se govori o trofaznom transformatorskom sustavu s »nepovezanim« (»slobodnim«) magnetskim tokovima (za razliku od trofaznih trokrakih jezgrastih ili peterokrakih transformatora, koji se baš baziraju na povezanosti magnetskih tokova). Sa sustavima po triju jednofaznih transformatora rade više u Americi, dok je u Evropi običaj raditi s trofaznim transformatorima. Obje metode imaju i svojih nedostataka i svojih prednosti.

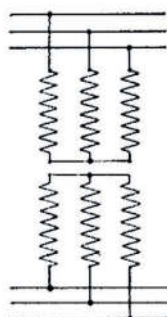
24. Sama električka spajanja namotaja trofaznih transformatora mogu biti primarno i sekundarno »u zvijezdu« (sl. 398.), primarno i sekundarno »u trokut« (sl. 399.), odn. primarno i sekundarno različita: jedno u zvijezdu, jedno u trokut. Na pr. kombinacija primarno s trokutom i sekundarno sa zvijezdom vrlo je prikladna uz sekundarno priključenu mrežu s nulvodičem. No susreću se pored različitih spomenutih kombinacija također trofazni transformatori primarno spojeni zvjezdano ili trokutno, a s »cik-čak-spojem« sekundarno. Na pr. na sl. 400. predložen je transformator primarno u zvjezdanom i sekundarno u cik-čak-spoju; vidi se da su sekundarni fazni namotaji podijeljeni svaki u dvije polovice, te su prve polovice sa svake jezgre spojene u seriju s drugim polovicama s iduće jezgre. Svrha je ovog cik-čak-spoja postizavanje boljih raspodjela opterećenja na različite jezgre u slučajevima sekundarno priključenih vrlo asimetričnih potrošačkih zvijezda.

25. Transformatori se mogu klasificirati i po načinu kako su im raspoređeni primarni i sekundarni namotaji; po tom načelu razlikujemo:

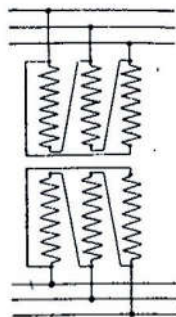
a) transformatore s (najčešće upotrebljavanom) »koncentričnim« ili »cilindričnim« namatanjem, gdje primarni svitak i sekundarni svitak 1 i 2 leže, uz prikladnu

i dovoljnu međuizolaciju, jedan *preko* drugoga na način koaksijalnih cilindara kao na sl. 391., gdje nutarnji namotaj 1 treba zamišljati kao namotaj nižega napona.

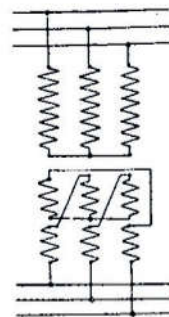
b) transformatore s »plosnatim« namatanjem, gdje su primarni i sekundarni namotaj porazdijeljeni plosnato u sekcije, pa sekcije 1 jednoga namotaja i sekcije



Sl. 398.



Sl. 399.



Sl. 400.

2 drugoga namotaja leže naizmjenice jedne *do* drugih kao na sl. 392., na kojoj namotaj sa sekcijama 1 kao obostrano krajnjima treba zamišljati kao namotaj nižega napona.

26. Magnetski krug transformatora mora zato biti po mogućnosti što potpunije zatvoren željezom da »struja praznog hoda« I_0 zvana i »struja magnetiziranja« transformatora, bude što manja. Treba dakako uzeti u obzir kod proračunavanja iznosa I_0 , koje se može vršiti po načelima kao u C-102. uz uziman ovdje u račun broj primarnih zavoja w_1 mjesto tamošnjega w , da kod magnetskih krugova transformatora sastavljenih iz odrezaka limova treba na sastavnim mjestima zamišljati već u C-97. spominjane uzdušne »doticajne pukotine« (na pr. po 0,005 cm), koje usprkos svoje neznatnosti znatno utječu, zbog nepovoljnoga permeabiliteta uzduha, na iznos I_0 .

Prerez magnetskih jezgara uzima se kod manjih jedinica pravokutan, posebno kvadratičan, a kod većih, zbog omogućavanja namotaja s kružnim zavojima uz istodobno što bolje iskorišćivanje prostora, dolaze mjesto kvadratičnih »jednostepene« (»križne«) jezgre kao u sl. 431. uz vj. 212., ili čak »višestepene« jezgre. Brutto-presjeke S_0 jezgri treba dakako preračunati, uzimajući u obzir izolaciju među limovima, na netto-presjeke S čistoga željeza, koji presjeci S jedini dolaze u obzir pri proračunavanju željeznih dijelova magnetskih krugova; pri tom se upotrebljava relacija $S = a \cdot S_0$ s faktorom $a = 0,88$ kao u C-102., odn. prema prilikama nešto manjim ili nešto većim.

27. Zbog malenih gubitaka u željezu N_{Fe} , koje po C-92. do C-95. treba zamišljati sastavljene od gubitaka N_h zbog histereze i gubitaka N_v zbog vrtložnih struja u limovima transformatora, upotrebljavat će se željezni limovi malenih faktora histereze η ili ε po C-92., te malenih faktora k vrtložnih struja i malenih debljina d limova (na pr. $d = 0,35$ mm), odn. malenih faktora σ iz C-94. A kod

danih limova i dane nominalne frekvencije f transformatora uzimat će se iznos B_m maksimalne indukcije željeza ograničen. Kod povećavanja B_m , t. j. pojačavanja magnetskog opterećenja jezgre, rasti će naglo gubici $N_{Fe} = N_h + N_v$, i to član N_h proporcionalno sa $B_m^{1,6}$ ili $B_m^{1,7}$ sve do B_m^2 , a član N_v uopće sa B_m^2 . Maksimalno dopustivi iznosi B_m odabirali su se zato kod nelegiranih limova sa 0,6 do 0,8 T (6000 do 8000 G), a kod slabije ili jače legiranih limova uzimaju se i sa 1 do 1,2, ekstremno i do 1,4 T (10000 do 12000, odn. 14000 G). Ugrijavanju transformatora pridonose osim »gubitaka u željezu« N_{Fe} i »gubici u bakru« N_{Cu} zbog stvaranja strujne topline u namotajima transformatora, redovito izvađanima iz bakra.

28. I jedni i drugi ovi gubici, oni u željezu i oni u bakru, nisu samo nepoželjni zbog poništavanja energije i njihova nepovoljnog utjecaja na iznos stepena djelovanja transformatora, nego još više zbog pogibelji prejakog ugrijavanja transformatora, odn. poteškoća uklanjanja obim gubicima stvarane topline, isijavanjem i odvođenjem te topline iz vrućega transformatora. A baš u pogledu hlađenja odnosi kod većih transformatora nepovoljniji su nego kod manjih, jer kod transformatora p -struko povećanih linearnih dimenzija izlaze volumen transformatora p^3 -struko i njegova površina samo p^2 -struko povećani, t. j. omjer množine proizvađane topline i pripadne rashladne površine izlazi nepovoljniji. Zato se naročito veliki transformatori, da bi se mogli kod danih dimenzija što više opteretiti, moraju pomno hladiti. Kad nije dostajalo (kod manjih transformatora dovoljno i običajno) hlađenje uzduhom s prirodnom cirkulacijom, u koju se svrhu često predvide i »rashladni kanali« unutar željezne jezgre, pokušavalo se primijeniti uzdušno hlađenje podržavano posebnim elektromotorski tjeranim ventilatorom. No još djelotvornije hlađenje, i istodobno bolju visokonaponsku izolaciju, daje ulje (»transformatori u ulju« ili »uljni transformatori«). Pri tom se cijeli transformator stavi u posudu, t. zv. tank, s mineralnim »transformatorskim« uljem, koje oduzima toplinu željezu i namotajima transformatora. Kod većih jedinica treba dakako ulje dobro hladiti (rashladna rebra na tanku, po potrebi poboljšanja hlađenja cirkulacijom ulja, umjetnim hlađenjem ulja vodom i sl.). Ulje transformatora treba čuvati od vlage (A-109.) i od kisika iz uzduha (koji vruće ulje oksidira na površini); zato se obično na tank preko jedne spojne cijevi nadovezuje manja posuda položena iznad tanka, t. zv. uljni konzervator; ulje onda ispunjava potpuno tank i seže u konzervator, no u ovom potonjem ulje je već hladnije i dolazi u vezu s uzduhom tek s malo površine, a i vlaga se daje bolje držati daleko od tanka.

Transformatori, osobito oni s uljem (koje ima veliku specifičku toplinu u odnosu prema uzduhu), odlikuju se obično velikom sposobnošću preopterećivanja: za kratke pogone mogu se opteretiti do 300%, za »intermitirane« (s pauzama) do 200% nominalne opteretivosti.

Sekundarni napon stezaljki smije obično samo malo varirati između praznoga hoda i punog opterećenja uz stalan primarni napon, na pr. tek za 2 ili 3%. Tomu odgovara da se transformatori grade s malenim otporima primarnog i sekundarnog

svitka, te s malenim magnetskim rasipanjem. Radi malenoga primarnog i sekundarnog otpora su gubici u bakru željeznog transformatora obično maleni, pa kako se i gubici u željezu drže što manjima, a mehaničkih gubitaka zbog trenja od rotacije itd. u transformatoru nema, izlazi stupanj djelovanja osobito većih transformatora redovito vrlo povoljan.

28a. Iako se u osnovnim principima izgradnje transformatora razvoj već dugo može smatrati uglavnom zaključenim, u detaljima su se transformatorima, kao uostalom i rotirajućim električkim strojevima, kondenzatorima jake struje itd., u novije vrijeme otvorile nove perspektive pojavljivanjem boljih magnetskih materijala i prikladnijih materijala za izolaciju i lakiranja namotaja, mogućnostima zamjene običnog transformatorskog ulja, kao sredstva za hlađenje i izolaciju kod visokih napona, neupaljivim tekućinama tipa »askarela«, upotrebom izolacionih masa s hladnim ili vrućim skrućivanjem na bazi lijevanih smola kategorije »araldita«, primjenom izolacija sa »silikonskim« spojevima, koje dopuštaju i vrlo visoka ugrijavanja namotaja, i dr.

U pogledu novih magnetskih materijala već je nešto rečeno u odsječku E-V. o magnetskim pojačalima, gdje su od posebnog interesa što savršeni magnetski krugovi. Dodajmo još samo da su se s običnim legiranim (C-93.) transformatorskim limovima, dobivanim vrućim valjanjem, dali snizivati gubici u željezu N_{Fe} tek vrlo ograničeno: najkvalitetniji takvi limovi pokazivali su pred dvadesetak godina, pri 50 Hz i debljini limova 0,35 mm, konstante gubitaka (C-94.) V_{10} odn. V_{15} ispod 1,0 odn. 2,5 W/kg, a i kod najboljih današnjih vruće valjanih limova na bazi željeza sa silicijem obično ne uspijeva sići ispod 0,85 odn. 2,15 W/kg. No s novima, već u E-122. spomenutima, hladno valjanim (i naknadnim žarenjem u neutralnoj atmosferi »orijentirano« u smjeru valjanja magnetski naročito poboljšanima) limovima uspjelo je smanjiti gubitke u željezu, pri magnetiziranju u smjeru valjanja, na iznose korespondentne vrijednostima V_{10} odn. V_{15} od samo 0,43 odn. 1,05 W/kg. No pri magnetiziranju okomito na smjer valjanja javljaju se oko trostruko veći gubici. Prema tomu treba paziti na orijentaciju novih limova u transformatorskim jezgrama, primjenjivati s njima diagonalne rezove (E-122.) i sl.

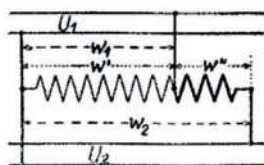
Glede zamjene ulja u velikim visokonaponskim transformatorima neupaljivim tekućinama, općenito zvanim »askarelima«, spomenimo da tu dolaze u obzir tekući klorirani difenili, sve do pentaklordifenila, kojima se zbog smanjenja viskoznosti dodaje nešto triklorbenzola. Trgovački su nazivi takvih tekućina: klofen, piranol i sl.

Aralditi su zapravo lakovi bez topiva, kod kojih se dvije međusobno reagirajuće komponente, eventualno uz dodatak kvarcova pijeska, smiješaju neposredno prije lijevanja. Skrutnuta masa je vrlo čvrsta i odlično izolira. Kod jednog pokusa 1 mm debela pločica iz čistog araldita izdržala je kroz 5 min kod 90°C napon 100 kV!

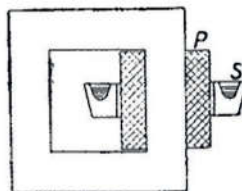
Silikoni su spojevi s lančasto ili prstenasto povezanim SiO-članovima, kojih su slobodne valencije zaposjednute organskim radikalima CH_3 , C_6H_5 i dr. Oni dolaze kao smole, lakovi, paste, ulja i kaučuci. Namotaji iz staklom omotanih žica, silikonski impregnirani, lako podnose i temperature do 180°C, i još više.

29. Posebna vrst transformatora jesu »transformatori u štednom spoju« ili »štedni transformatori« (»autotransformatori«). Kod njih su primarni i sekundarni svitak električki povezani u jedan jedini namotaj: svitak nižega napona naprosto po sl. 401. čini dio svitka višeg napona. Štedni transformatori prikladni su za praksu ako je omjer prenošenja od jednog napona na drugi napon blizu jedinici, jer onda dolaze jače do izražaja smanjeni gubici materijala kod gradnje i smanjeni gubici učina kod pogona ovih transformatora prema normalnima. Može se naime pokazati da štedni transformator sa w_1 namotaja nižega napona U_1 i sa w_2 namotaja višeg napona U_2 kod iste maksimalne indukcije B_m i iste gustoće struje u žicama namotaja treba približno tek $\left(1 - \frac{w_1}{w_2}\right) \cdot 100\%$ ili $\left(1 - \frac{U_1}{U_2}\right) \cdot 100\%$ onog bakra i onog željeza koje bi trebao obični transformator s odijeljenim primarnim i sekundarnim namotajem istoga sekundarnog učina. No onda i gubici štednog transformatora iznose također samo taj postotak gubitka transformatora za isti broj kVA. Drugim riječima: transformator u štednom spoju za sekundarni prividni učin N_2 kVA može se dimenzionirati kao obični transformator učina samo $\left(1 - \frac{w_1}{w_2}\right) \cdot N_2$ kVA.

Uz omjere $w_1 : w_2$ odn. $U_1 : U_2$ blize jedinici to daje doista male faktore $1 - \frac{w_1}{w_2} \approx \approx 1 - \frac{U_1}{U_2}$, te prema tomu velike uštednje u materijalu i u gubicima u bakru i željezu kod pogona. Tako bi na pr. uz $U_1 = 4800$ V i $U_2 = 5000$ V na sl. 401. za $N_2 = 1000$ kVA dostajao štedni transformator za samo $\left(1 - \frac{4800}{5000}\right) \cdot 1000 = = 0,04 \cdot 1000$ kVA, dakle za 40 kVA (prema 1000 kVA za koliko bi morao biti dimenzioniran obični transformator za isti zadatak).



Sl. 401.



Sl. 402.

U praksi bi se zadatak kao netom promatrani susreo na pr. kad bismo željeli na 4800 V pri kraju nekoga duljeg voda smanjeni napon »podići« s nekoga razloga na početni iznos 5000 V. Kad se štedni transformator upotrebljava za podizanje napona mreže, on se zove »booster«.

Ako je omjer $w_1 : w_2$, odn. $U_1 : U_2$, daleko ispod jedinice, gube se prednosti štednoga spoja, jer razlika između 1 i $1 - U_1/U_2$ postaje neznatna. Zato se štedni transformatori ni ne upotrebljavaju kad je niži napon malen dio višega. A to tim više što bi se kod velikih iznosa višeg napona dio uređaja priključen na niži napon našao štednim spojem u konduktivnoj (vodljivoj) vezi s mrežom visokog napona. Kod običnog transformatora potrošač je naprotiv izoliran od primarnog kruga, i postoji samo induktivna (magnetska) veza između oba namotaja.

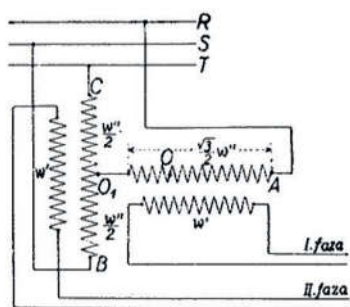
30. I »indukcijske peći« (sl. 402.) nisu ništa drugo do naročita vrst transformatora. Tu se naime sekundarni svitak S sastoji naprosto od jednoga jedinoga zavoja u obliku žlijebe ispunjena kovinom, koja se od jake strujne topline rastali.

31. Specijalnu kombinaciju čini Scottov transformator, koji je nekoć mnogo služio za pretvaranje dvofazne struje u trofaznu i obrnuto, a i danas se još upotrebljava kod snabdijevanja samo dvaju velikih jednofaznih potrošača (na pr. velikih električnih peći) iz trofazne mreže uz što manje nesimetrije u opterećenju primarne mreže.

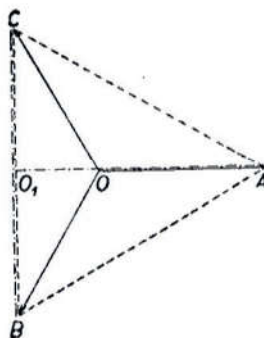
Za razumijevanje sheme po sl. 403. »Scottova transformatora« primijenit ćemo već kod štednih transformatora iskorišteni stavak o približnoj jednakosti omjera brojeva zavoja i omjera napona stezaljki željeznih transformatora, koji ćemo vrlo skoro izvesti.

Trofazna strana lijevoga transformatora na sl. 403. rastavljena je odvojkom O_1 na dvije polovice, svaku sa $w''/2$ zavoja; od O_1 se odvaja spoj k desnom transformatoru sa $\frac{\sqrt{3}}{2}w''$ zavoja na trofaznoj strani. Na dvofaznoj pak strani oba transformatora imaju isti broj w' zavoja.

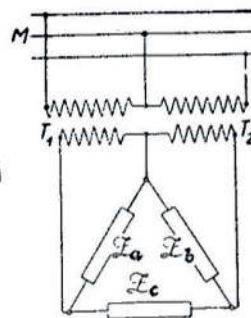
Ako dvofazni sustav čini primarnu stranu, i ako su primijenjeni njegov prvi fazni napon $\mathcal{E}_I$ iznosa E_0 na desni transformator i prema prvom za 90° fazno naprijed pomaknuti drugi fazni napon $\mathcal{E}_{II}$ istog iznosa E_0 na lijevi transformator, moći će se naponi inducirani u gornjoj polovici O_1C i donjoj O_1B sekundarnog namotaja lijevog transformatora predložiti po sl. 404. vektorima O_1C i O_1B istoga iznosa $E_y = \frac{w''}{2w'}E_0$ u smjeru pozitivne odn. negativne ordinatne osi, a napon inducirani u sekundarnom namotaju desnoga transformatora vektorom O_1A iznosa $E_x = \frac{\sqrt{3}w''}{2w'}E_0$ u smjeru pozitivne apscisne osi. To znači da u vektorskom prikazu po sl. 404. postoji odnos: $O_1A : O_1B : O_1C = \sqrt{3} : 1 : 1$, što dalje znači da je trokut ABC istostraničan, odn. da vektori BA, CB i AC linijskih napona,



Sl. 403.



Sl. 404.



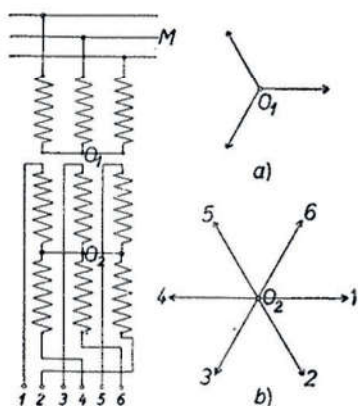
Sl. 405.

što bi se pojavili između vodiča trofaznog voda R-S-T priključenih po sl. 403. na stezaljke A-B-C Scottove kombinacije, čine simetričan trokut trofaznih napona. Rezultat je dakle, ako je O središte trokuta ABC, u konačnoj konsekvenciji isti kao kad bi linijski naponi BA, CB i AC bili proizvedeni priključkom trofaznog

voda na trofazni simetrični sustav s faznim naponima predloženim vektorima OA, OB i OC istog iznosa $E_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}w''}{2w'} \cdot E_0$ i pripadnim linijskima $E = \frac{w''}{w'} E_0$. Doista se dakle Scottovim spojem dvofazni sustav napona može pretvarati u trofazni, a i obrnuto: trofazni u dvofazni.

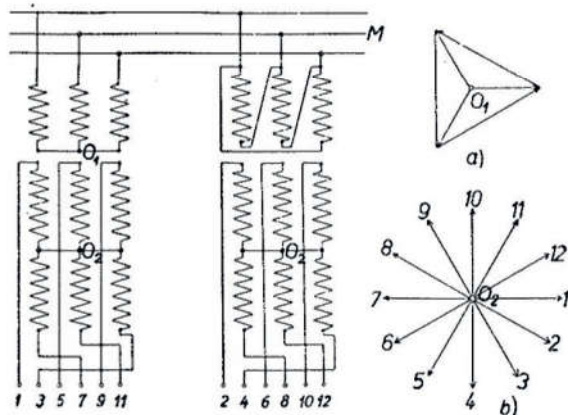
32. Sličnim razmatranjem lako se vidi da se trofazni sustav može transformirati da ostane trofazan već sa samo dva jednofazna transformatora u t. zv. »V-spoju« po sl. 405.

Tako na sl. 405. lijevi i desni od tri trokutno spojena potrošača $Z_a = Z_b = Z_c$ dobivaju neposredno transformatorima T_1 i T_2 transformirane linijske napone, a donji potrošač dobiva geometrijsku diferenciju tih napona, dakle transformirani treći linijski napon. Kako po zakonima razgranjivanja trofaznih struja transformatorske struje moraju biti 1,73-struke potrošačke struje, mora svaki od oba transformatora u V-spoju, uz pretpostavku potroška N'' kVA u svakom od tri zadana potrošača, biti dimenzioniran za $1,73N''$ kVA. To daje svega $3,46N''$ kVA, dok se isti teret može snabdijevati u trokutnom spoju s tri transformatora po N'' kVA, t. j. za svega $3N''$ kVA. Ipak je V-spoj koristan, jer omogućuje trofazni, makar i reducirani, pogon sa samo dva transformatora (na pr. u slučaju nužde, kad jedna faza trofaznog transformatorskog sustava ispadne zbog kvara iz pogona).



Sl. 406.

Sl. 407.



Sl. 408.

Sl. 409.

33. Zanimljivi su dosta brojni transformatorski spojevi za pretvorbe trofaznih sustava napona i struja u šestero- ili čak dvanaesterofazne sustave. Ti su problemi, kako će se kasnije vidjeti, praktički od interesa u slučajevima kad iz trofazne mreže treba preko transformatora tjerati 6- ili 12-fazne jednoarmaturne pretvarače ili živine ispravljače.

Tako je moguća transfiguracija sa 3 na 6 faza na pr. jednim jedinim trofaznim transformatorom u spoju po sl. 406., t. j. s primarnim faznim namotajima u trofaznom zvjezdanom spoju sa zvjezdštem O_1 i odnosima vektorâ naponâ kao u sl. 407.a), te s počecima kao i završecima sekundarnih faznih namotaja izvede-

nima na stezaljke 1 do 6 šesterofaznog sustava, komu je zvijezda O_2 dobivena međusobnim spajanjem središta sekundarnih faznih namotaja. Naime po sl. 407.b) šest 6-faznih napona O_2-1 do O_2-6 uspostavi se tim da se sekundarno razdvoji svaki fazni napon triju faza u dva polovična međusobno suprotna, na primjer prvi u O_2-1 i O_2-4 .

Za pretvorbe 3-faznih u 12-fazne sustave može se primijeniti spoj po sl. 408. s dva trofazna transformatora, od kojih je primarno jedan u zvjezdanom i drugi u trokutnom spoju, a sekundarno su oba spojena 6-fazno u zvijezdu kao i kod spoja po sl. 406. Da doista sekundarno izlazi 12-fazni sustav, vidi se iz vektorskih odnosa primarno i sekundarno prema sl. 409.a) i 409.b), i uzimajući u obzir da primarno na fazne namotaje prvog transformatora djeluju fazni naponi, a na fazne namotaje drugog transformatora u fazi prema prvima pomaknuti linijski naponi (zbog većih iznosa linijskih napona imaju primarno fazni namotaji drugog transformatora broj zavoja razmjerno povećan).

34. Poseban problem predstavljaju transformatori s mogućnostima povoljnog variranja napona, na pr. variranja sekundarnog napona uz stalan primarni. Ako je dovoljno da napon varira samo na skokove, snabdije se namotaj transformatora prikladnim »odvojcima«. Za kontinuirana variranja mjesto ovih »transformatora s odvojcima« ima transformatora po običnom principu transformiranja no posebnih konstrukcija (»transformatori s pomicanjem«). A specijalno su za kontinuirana variranja prikladni transformatori po posve naročitom principu, naime s transformiranjem uz pomoć »zakretnog magnetskog toka«. Taj tok, i pripadne »zakretne transformatore« ili »indukcione regulatore«, upoznat ćemo kod opisivanja sinhronih generatora i motora i asinhronih indukcionih motora.

35. Vrlo su važni *mjerni transformatori*, koji omogućuju mjerenja i vrlo visokih napona (do mnogo kilovolta), te vrlo jakih struja (do stotina i hiljada ampera), s instrumentima za relativno niske napone, recimo do 100 V, odn. relativno slabe struje, recimo do 5 A.

Već prema tomu da li su građeni i upotrebljavani za naponska ili strujna mjerenja mjerni transformatori se dijele na »naponske mjerne transformatore« i »strujne mjerne transformatore«.

Mjerni transformatori, koji moraju biti vrlo pomno građeni, igraju dakle u tehnici izmjeničnih struja analognu ulogu kao serijski otpori (predotpori) odn. shuntovi (nuzotpori) kod istosmjernih struja.

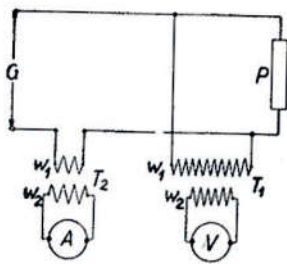
Osnovna ideja naponskih mjernih transformatora jest da kod slabo opterećenih transformatora, poput T_1 na sl. 410. (na kojoj G znači generator i P potrošač), uz primarni namotaj s velikim brojem w_1 zavoja priključen paralelno vodu na mjereni visoki napon U_1 i sekundarni namotaj s malim brojem w_2 zavoja u vezi s voltmetrom V priključenim na sekundarne stezaljke, za napon U_2 između sekundarnih stezaljki, pokazan voltmetrom V, vrijedi vrlo približno relacija: $U_1 : U_2 = w_1 : w_2$. Po toj se relaciji iz očitano U_2 i poznatoga omjera prenošenja trans-

formatora $w_1 : w_2$ može zaključiti na mjereni iznos U_1 . Cijeli je problem samo da se izvedba i opterećenje instrumentima naponskog mjernog transformatora usmjere na što približnije ispunjenje spomenute relacije, pri čemu je baš dobro da voltmetri predstavljaju velike impedancije, odn. neznatne terete, pa njima opterećeni naponski mjerni transformatori ostaju skoro u praznom hodu.

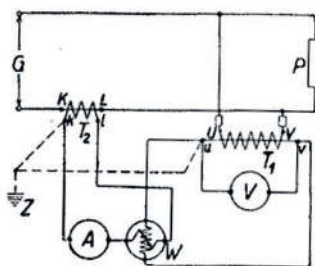
Kod strujnih mjernih transformatora pogonske su prilike baš suprotne, jer oni, priključeni poput T_2 na sl. 410. primarnim namotajem s posve neznatnim w_1 serijski u vod kome treba mjeriti struju, a iz sekundarnog namotaja s prema w_1 povećanim w_2 hraneći ampermetar A neznatne impedancije, nalaze se blizu kratkog spoja. A u tim prilikama može se, kako će se još pokazati, vrlo približno odnos između mjerene mrežne struje I_1 i ampermetrom pokazane I_2 smatrati jednakim obrnutom (recipročnom) omjeru prenošenja transformatora $w_2 : w_1$, t. j. može se pretpostavljati relacija: $I_1 : I_2 = w_2 : w_1$, iz koje se I_1 odmah dobiva. Treba dakako ovdje konstrukciju i opterećenja instrumentima prilagoditi što bližnjem ispunjenju te relacije.

Još se od mjernih transformatora pored prenošenja iznosâ napona odn. struja po određenom stalnom omjeru, traži i fazno ispravno prenošenje mjerenih veličina, tako da na pr. preko mjernih transformatora na naponsku granu vatmetra preneseni napon i na njegov strujni krug prenesena struja budu međusobno po mogućnosti pomaknuti za potpuno isti iznos kuta φ_1 faznog pomaka kao i mjereni napon i struja. Inače bi vatmetar i brojila priključivana preko mjernih transformatora, i kod ispravno preračunanih volta i ampera na mjerene iznose, dali krive iznose vata (kilovata), odn. kilovatsati. Drugim riječima: mjerni transformatori treba da rade ne samo sa što manjim »pogrješkama omjera«, nego i sa što manjim »kutnim pogrješkama«.

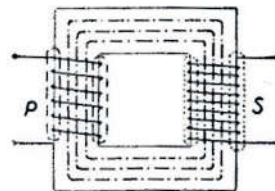
Kod priključivanja vatmetara i brojila spajaju se naponske grane paralelno voltmetru na naponski mjerni transformator, a strujni svici u seriju s ampermetrom na strujni mjerni transformator; v. sl. 411., u kojoj znače W vatmetar i Z zemlju, a U-V i u-v te K-L i k-l su oznake stezaljki mjernih transformatora, naponskog i strujnog.



Sl. 410.



Sl. 411.



Sl. 412.

Razumije se, ako na pr. iznosi strujâ nisu veliki za ampermetar (strujni svitak vatmetra, i sl.), može se raditi i bez strujnog mjernog transformatora, makar voltmetar (naponska grana vatmetra, i sl.) bio priključen preko naponskog mjernog transformatora. A i obrnuto se dadu zamisliti mjerenja s upotrebom strujnog, no bez upotrebe naponskog mjernog transformatora.

Za razliku od »direktnih« mjerenja s neposredno na mrežu priključenim instrumentima ovakva se mjerenja s tek jednim mjernim transformatorom zovu »poluindirektna«, a ona s oba mjerna transformatora »indirektna«. Kod indirektnih mjerenja na visokonaponskim mrežama od velike je prednosti pomanjkanje vodljive veze mjernih naprava s mrežom, pa se kod visokih napona redovito »indirektno« mjeri i onda kad bi se, zbog samih struja koje dolaze u obzir, moglo proći i bez strujnog mjernog transformatora (već prema visini napona mreže ravnaju se izolacije, a time i cijene mjernih transformatora).

Osim za mjerenja mnogo se mjerni transformatori obiju tipova upotrebljavaju i za pogon »releja« (»naponskih«, »strujnih« i dr.).

36. Pogonske prilike nekoga naponskog i nekoga strujnog mjernog transformatora predstavljaju, čak kod apstrahirane razlike da je prvi blizu praznog hoda i drugi blizu kratkog spoja te suponiranih ma kakvih promjenljivih tereta u oba slučaja, dva istaknuta i u neku ruku suprotna pogonska stanja transformatora. Za transformatore priključene na način naponskih mjernih može se reći da su priključeni na mrežni napon kao stalan primarni napon i da reagiraju na promjene svoga tereta promjenama sekundarne i korespondentno tomu primarne struje, dok se kod drugog načina priključivanja radi o transformatorima serijski u mrežu priključenima i protjecanima određenom primarnom strujom mreže, t. j. o transformatorima koji na promjene svoga tereta mogu reagirati samo promjenama sekundarnog i primarnog napona. Susrećemo dakle i kod željeznih transformatora slučajeve *naponskih* transformatora, s konstantnim primarnim naponom a promjenljivom strujom, i *strujnih*, s konstantnom primarnom strujom a promjenljivim naponom, kakve smo morali razlikovati i kod traženja vektordiagramâ strujnih odn. naponskih neinduktivno opterećenih uzdušnih transformatora.

Praktički su gotovo uvijek od interesa samo »naponski« transformatori, jer se transformatori priključuju u pravilu na mreže stalnog napona, dok su »strujni« tek iznimno od važnosti, na pr. baš kao strujni mjerni transformatori. Zato ćemo one prve specijalno razmatrati kod teorije željeznih transformatora, na koju sad prelazimo.

37. Kod razmatranja željeznih transformatora mjesto od L_1 , L_2 i M , koji bi ovdje bili promjenljivi, polazi se radije direktno od magnetskih tokova. Kroz primarni i sekundarni transformatorski svitak prolazi »glavni« tok, koji ćemo, računano za dani moment t po pojedinom zavoju primarno odn. sekundarno, označivati sa Φ . K tomu imat ćemo u momentu t još općenito »rasipne« tokove; ti tokovi, koje ćemo označene sa Ψ_{1s} i Ψ_{2s} razumijevati uzete ukupno za primarni odn. sekundarni namotaj kao cjeline, zatvarat će se djelomice kroz željezo i djelomice kroz uzduh (v. na potpuno shematiziranoj sl. 412., pored točka-crtkano naznačenih linija glavnoga toka, crtkane i točkane linije primarnog odn. sekundarnog rasipnog toka). Zato ćemo, zbog skoro pravocrtne karakteristike magnetskih krugova koji se zatvaraju djelomice kroz uzduh (v. na pr. krivulju 3 na sl. 175. uz C.-102), moći govoriti i o pripadnim »rasipnim induktivitetima« $L_{1s} = \Psi_{1s} : i_1$ i $L_{2s} = \Psi_{2s} : i_2$ (razumijevajući pod i_1 i i_2 momentane iznose primarne i sekundarne struje), pa također i o (rasipnim induktivitetima korespondentnim) »rasipnim reaktancijama«,

t. j. induktivnim otporima zbog svladavanja EMS induciranih mijenjanjima rasipnih tokova transformatora. Tako bismo imali primarnu reaktanciju $X_1 = L_{1s}\omega$ i sekundarnu $X_2 = L_{2s}\omega$.

38. Teorija transformatora posve je jednostavna uz stanovita zanemarenja kod razmatranja. A takva zanemarenja kod željeznih transformatora ni nisu gruba. Na pr. rasipni tokovi kod današnjih tehničkih transformatora tako su neznatni da se praktički ne ćemo mnogo udaljiti od realnosti ako pretpostavimo da nema rasipanja, i da postoji samo glavni tok.

Ako je sad U_1 efektivna vrijednost primarnog napona stezaljki, ako je E_1 efektivna vrijednost primarno zbog promjena glavnog toka inducirane EMS, te ako se analogna značenja pridaju oznakama U_2 i E_2 za sekundarni krug, moći ćemo, supponirajući da se glavni tok sinusoidno mijenja između krajnjih vrijednosti $+\Phi_m$ i $-\Phi_m$ Vs, odn. $+\Phi_m^*$ i $-\Phi_m^*$ M, i uzimajući u obzir brojeve w_1 i w_2 zavoja primarnog i sekundarnog svitka, pisati po formulama (315) i (315') iz E-118. pri frekvenciji f Hz za E_1 i E_2 u voltima:

$$E_1 = 4,44 \cdot \Phi_m \cdot w_1 \cdot f = 4,44 \cdot \Phi_m^* \cdot w_1 \cdot f \cdot 10^{-8} \quad (329)$$

$$E_2 = 4,44 \cdot \Phi_m \cdot w_2 \cdot f = 4,44 \cdot \Phi_m^* \cdot w_2 \cdot f \cdot 10^{-8} \quad (330)$$

Odavde dijeljenjem i skraćivanjem dobivamo fundamentalnu relaciju za transformatore:

$$E_1 : E_2 = w_1 : w_2 \quad (331)$$

prema kojoj se naponi proizvedeni variranjem glavnog toka transformatora odnose *direktno* kao brojevi zavoja primarno i sekundarno.

Blizu praznoga hoda, pa i inače kod ne prevelikih opterećenja, može se uzeti da će se, zbog malenih ostalih gubitaka napona, naponi stezaljki U_1 i U_2 vrlo malo razlikovati od E_1 i E_2 , pa da će vrijediti također približna relacija:

$$U_1 : U_2 \approx w_1 : w_2 \quad (332)$$

na kojoj se osniva i upotreba naponskih mjernih transformatora.

Prema tomu se na pr. transformiranje od 500 V na 5000 V postizava naprosto uzimanjem deseterostrukog broja zavoja sekundarno prema broju zavoja primarno.

39. U praznom hodu transformator se vlada kao svitak sa željezom, pa se vektor struje praznog hoda efektivnog iznosa I_0 može naći slično postupku po sl. 356. kod svitka sa željezom, naime povlačeći po sl. 413. u smjeru vektora glavnog toka OG iznosa Φ_{ef} komponentu $OF = I_\mu$ čiste struje magnetiziranja i pridajući joj na OG okomitu komponentu $FM = I_h$ zbog gubitka od histereze i vrtložnih struja u željezu. Tako rezultira vektor $OM = I_0$ struje praznog hoda kao geometrijska suma komponenta I_μ i I_h , iznosom I_0 zbog malenoga I_h vrlo malo različita od I_μ ($I_0 \approx I_\mu$). Kod željeznih transformatora dakle vektor OM ne leži u smjeru OG glavnog toka, kako je bilo kod uzdušnih transformatora (gdje komponente I_h nije ni bilo, pa je struja praznog hoda bila strogo identična sa strujom čistog magnetiziranja).

Zbog I_h se za održavanje varijabilnog glavnog toka željeznog transformatora troši i učin N_{Fe} »gubitaka u željezu«, čega nema kod uzdušnog transformatora. Čak se vrlo približno vatmetrom u praznom hodu transformatora izmjereni učin N_0 može identificirati sa N_{Fe} , jer N_0 pored N_{Fe} sadrži samo još gubitke praznog hoda u bakru primarnog namotaja iznosa $I_0^2 R_1$, praktički redovito zanemarive zbog neznatnih, kod željeznih transformatora, I_0 i R_1 , te pogotovo neznatnoga $I_0^2 R_1$.

40. Nakon što smo razmotrili transformator kod praznog hoda, mi ćemo sada zamišljati transformator kod vrlo velikih opterećenja, i po tomu kod vrlo jakih primarnih i sekundarnih struja I_1 i I_2 . Tako će se moći uopće smatrati malenim I_0 prema I_1 i I_2 . A omjer »gubitaka u željezu« N_{Fe} prema »gubicima u bakru« $N_{Cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$ u otporima primarnog i sekundarnog namotaja opadati će s porastom opterećenja. Uzme li se još u obzir da je transformator naprava za prenos učina, kod koje zbog malenih R_1 i R_2 gubici N_{Cu} ne će ni kod punog opterećenja biti znatan dio primarno transformatoru privedenog učina, te da će na ovaj potonji također malo utjecati neznatne eventualne rasipne reaktancije X_1 i X_2 primarno i sekundarno, moći će se očekivati kod jačih opterećenja da između po transformatoru primanoga učina N_1 i po njemu davanoga sekundarnog N_2 , te između pripadnih faktora učina $\cos \varphi_1$ i $\cos \varphi_2$, ne će biti bitnih razlika. No za ispunjenje približne relacije $U_1 I_1 \cos \varphi_1 \approx U_2 I_2 \cos \varphi_2$, uz također još i kod jačih opterećenja približno ispunjenu relaciju (332), potrebno je pretpostaviti:

$$I_1 : I_2 \approx w_2 : w_1 \quad (333)$$

ili drukčije pisano: $I_1 w_1 \approx I_2 w_2$. To znači da se primarna i sekundarna struja jako opterećena transformatora odnose približno *indirektno* kao brojevi zavoja primarno i sekundarno, odn. da primarno i sekundarno djeluju približno isti brojevi amperzavoja, dakle približno iste magnetomotorne sile.

41. Dublji razlog ovom jest u *mehanizmu djelovanja* transformatora. Za određenu sinusoidnu EMS indukcije potrebnu u primarnom krugu zbog održavanja ravnotežja primarnom naponu stezaljki, dakle za EMS indukcije koja će biti (uz zanemarive gubitke napona zbog primarnoga otpora i primarne rasipne reaktancije potpuno, a uz nezanemarene ali praktički redovito malene te gubitke uglavnom) primarnom naponu po efektivnom iznosu jednaka i po fazi suprotna, potreban je kroz svaki od w_1 primarnih zavoja određeni promjenljivi tok momentanog iznosa Φ i efektivnog Φ_{ef} . Taj tok podržava u neopterećenu transformatoru (i ujedno pokriva gubitke u željezu) struja praznog hoda, a mora ga uglavnom jednakoga u konačnoj konsekvenciji razvijati i opterećeni transformator (zato su i gubici u željezu i pripadna ugrijavanja željeza uglavnom jednaki u neopterećenom i opterećenom transformatoru). No kod opterećenja (pri nepromijenjenom primarnom naponu stezaljki) sekundarnoga kruga transformatora izvjesnom strujom, tom će se sekundarnom strujom kroz w_2 sekundarnih zavoja proizvoditi određeno uzbuđenje

magnetskog kruga. Može se sad pretpostavljati da će kut faznog pomaka sekundarne struje prema primarnoj biti tup, pa da će uzbuđenje sekundarnom strujom djelovati uglavnom oslabljujući na uzbuđenje primarnom strujom. Ali ako se prvobitno u praznom hodu stvarani tok mora uglavnom održati i kod opterećenja kao rezultujući tok to će se moći samo tako postići da se korespondentno nastajanju struje u sekundarnih w_2 zavoja pojavi toliko pojačana struja u primarnih w_1 zavoja, da se primarnim amperzavojima kompenzira uglavnom suprotno djelovanje sekundarnih amperzavoja, i da još kao suvišak preostane broj amperzavoja potreban za približno prvobitni glavni tok, i njegovim variranjem podržavanu približno prvobitnu EMS indukcije. Na povećanje sekundarne struje transformator mora dakle odgovoriti povećanjem primarne, odn. na povećani sekundarni učin povećanim primarnim, rezultat nađen već u F-8. i ovdje samo s nešto drugoga gledišta ponovno osvijetljen.

Matematski se činjenica da rezultanta vektora $(\overline{AZ})_1$ primarnih i njemu uglavnom suprotnoga vektora $(\overline{AZ})_2$ sekundarnih amperzavoja opterećena transformatora mora približno odgovarati vektoru $(\overline{AZ})_0$ amperzavoja pri praznom hodu izražava vektorskom relacijom:

$$(\overline{AZ})_1 + (\overline{AZ})_2 \approx (\overline{AZ})_0 \quad (334)$$

Specijalno kod jakih opterećenja transformatora, odn. jakih struja primarno i sekundarno, kad $(\overline{AZ})_0$ iznosom iščezava prema $(\overline{AZ})_1$ i $(\overline{AZ})_2$ može se pisati čak: $(\overline{AZ})_1 \approx -(\overline{AZ})_2$, t. j. mogu se primarna i sekundarna struja uzimati baš međusobno protufaznima, a za pripadne vektorske iznose smije se pisati: $(\overline{AZ})_1 \approx (\overline{AZ})_2$, što daje relaciju $I_1 w_1 \approx I_2 w_2$ kao gore. Ova je potonja relacija očito čak još bolje ispunjena kod ekstremnih opterećenja transformatora, sve do kratkoga spoja, samo što dakako kod ekstremnih opterećenja prestaje i približno važiti relacija (332).

42. Sad možemo djelovanje transformatora sa željezom potpuno algebarski slijediti i vektorski predložiti uzimajući točno u račun kako radne otpore R_1 i R_2 obih namotaja tako i rasipne induktivitete L_{1s} i L_{2s} , odn. korespondentne »rasipne reaktancije« $X_1 = L_{1s} \omega$ i $X_2 = L_{2s} \omega$.

Ako je transformator priključen primarnim stezaljkama na napon momentanog iznosa u_1 , a na sekundarnim stezaljkama pri priključenom određenom povoljnom teretu razvija napon stezaljki u_2 , morat će u_1 pri primarnoj struji i_1 svladavati, pored gubitaka napona $i_1 R_1$ i $L_{1s} \frac{di_1}{dt}$ zbog otpora i rasipnog induktiviteta primarno, također i naročito kao protu-EMS shvaćeni napon momentanog iznosa $e_1 = w_1 \frac{d\Phi}{dt}$ stvaran variranjem glavnog toka, tako da će vrijediti relacija:

$$u_1 = i_1 R_1 + w_1 \frac{d\Phi}{dt} + L_{1s} \frac{di_1}{dt} \quad (335)$$

Slično će se, uzimajući u obzir da se variranjem glavnog toka sekundarno inducirani napon momentanog iznosa $e_2 = -w_2 \frac{d\Phi}{dt}$, ovdje shvaćan kao EMS (a ne kao protu-EMS), troši na podržavanje sekundarne struje, te s time u vezi na pokrivanje gubitaka napona $i_2 R_2$ i $L_{2s} \frac{di_2}{dt}$ zbog otpora i rasipne reaktancije sekundarnog namotaja i pogotovo na podržavanje napona u_2 potrošača, moći pisati: $-w_2 \frac{d\Phi}{dt} = i_2 R_2 + L_{2s} \frac{di_2}{dt} + u_2$, odn. također:

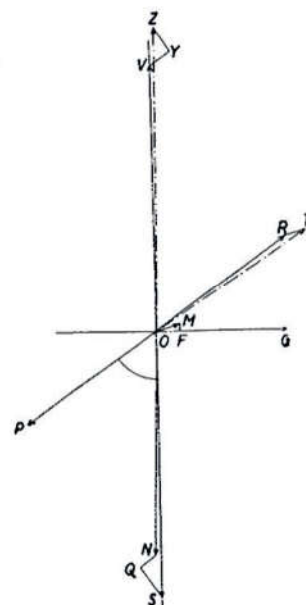
$$-u_2 = i_2 R_2 + w_2 \frac{d\Phi}{dt} + L_{2s} \frac{di_2}{dt} \quad (336)$$

43. U fundamentalnim jednadžbama (335) i (336) sadržana teorija željeznog transformatora u bitnosti se podudara sa shvaćanjem transformatorskih pojava na bazi glavnog toka i onih rasipnih tokova već razrađenim u F-12. za uzdušni transformator. Zato i vektorski prikazi odnosâ željeznog transformatora po sl. 413. i uzdušnog po sl. 382. u bitnosti korespondiraju, ukoliko se iz prikaza po sl. 382. zamisle ispušteni vektori OU i UV, odn. OR i RS, te mjesto njih zamisle povučeni vektori OV i OS naponâ induciranih primarno i sekundarno variranjem glavnog toka, vektori strogo suprotni i kod suponiranog u sl. 382. omjera $w_1 : w_2 = 1$ iznosima E_1 i E_2 jednaki.

Jedina je stvarna razlika sl. 413. prema sl. 382. da u ovoj potonjoj vektor OM struje praznog hoda iznosa I_0 leži okomito na OV i OS, dok u sl. 413. vektor OM struje I_0 praznog hoda ima pored komponente $OF = I_\mu$ čiste struje magnetiziranja i komponentu $FM = I_h$ zbog gubitaka u željezu, pa OM izlazi priklonjeno prema OV pod nekim kutom manjim od pravoga.

A samo će biti još formalna razlika sl. 413. prema sl. 382. crtanoj specijalno za transformator sa $w_1 : w_2 = 1$ da ćemo sl. 413. odmah zamišljati za omjer prenošenja $w_1 : w_2$ općenito različit od jedinice, i to reducirano na primarnu stranu, dakle s primarnim veličinama uzimanima nepromijenjeno i sa sekundarnim preračunima na primarno, t. j. po F-10. sa $E_2' = E_2 \frac{w_1}{w_2}$, sa $I_2' = I_2 \frac{w_2}{w_1}$, i dalje sa $R_2' = R_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$, sa $X_2' = X_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$, te sa $U_2' = U_2 \frac{w_1}{w_2}$.

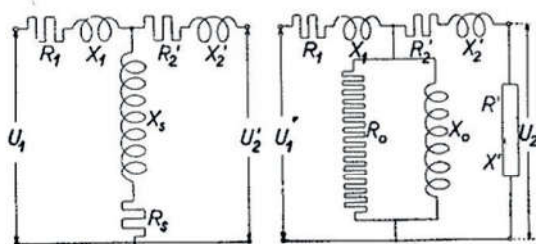
Uz spomenute okolnosti doista se odmah vidi da sl. 413. vektorski potpuno ilustrira relacije (335) i (336), pa da se specijalno u smislu relacije (335) dodavanjem



Sl. 413.

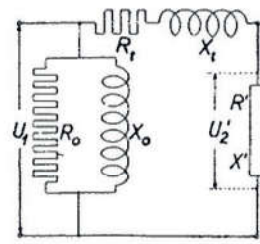
naponu $OV = E_1$, povučenom u smjeru pozitivne ordinatne osi, primarnih gubitaka napona $VY = I_1 R_1$ i $YZ = I_1 X_1$, povučenih paralelno primarnoj struji $OT = I_1$ i za $+90^\circ$ zaokrenuto prema njoj, dobiva primarni napon stezaljki $OZ = U_1$, dok se naprotiv u smislu relacije (336) na sekundarni napon stezaljki $ON = U_2'$ dolazi odbijajući vektorski od napona $OS = E_2'$, fazno suprotnoga i iznosom jednakoga naponu $OV = E_1$, gubitke napona $NQ = I_2' R_2' = I_2 \frac{w_2}{w_1} \cdot R_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 = I_2 R_2 \frac{w_1}{w_2}$ i $QS = I_2' X_2' = I_2 X_2 \frac{w_1}{w_2}$, povučene paralelno i za $+90^\circ$ zaokrenuto prema reduciranoj sekundarnoj struji $OP = I_2' = I_2 \frac{w_2}{w_1}$. Pri tom $OM = I_0$ treba smatrati, korespondentno relaciji (334), vektorskom sumom primarne struje $OT = I_1$ i reducirane sekundarne $OP = I_2'$, i po tomu $OT = I_1$ sumom vektora $OM = I_0$ struje praznog hoda i vektora OR fazno suprotnoga i iznosom I_2' jednakoga reduciranoj sekundarnoj struji $OP = I_2'$. A specijalno se iz sl. 413. razabire da će, naročito kod slabih opterećenja i po tomu neznatnih VY , YZ , NQ , i QS , biti OZ i ON približno protufazni i približno iznosima jednaki: $U_1 \approx U_2'$, što odmah vodi na relaciju (332), dok će naprotiv kod sve jačih opterećenja, i po tomu sve većih OT i OP , postajati OM sve više zanemarivo, odn. sve približnije će biti OT i OP protufazni i iznosima jednaki: $I_1 \approx I_2'$, što neposredno daje relaciju (333).

44. Također i ekvivalentni krugovi struje željeznog transformatora po sl. 414. i 415. stvarno ne diferiraju od kruga po sl. 383. za uzdušni transformator osim time što su shemom po sl. 414. obuhvaćeni i gubici u željezu. Ovi se međutim mogu uzeti u obzir bilo nekim malim otporom R_s serijski po sl. 414. pridodanim čistoj na primarno svedenoj reaktanciji X_s zbog glavnog toka, bilo pridavajući po sl. 415. paralelno veliki otpor R_0 reaktanciji X_0 (jedno se u drugo po E-43. daje



Sl. 414.

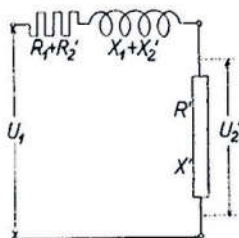
Sl. 415.



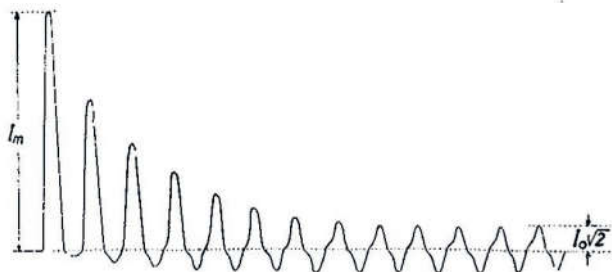
Sl. 416.

uvijek transfigurirati). Običnije je polaziti od sheme sa R_0 i X_0 kao u sl. 415., uostalom crtanoj analogno sl. 414. odmah za ma koji omjer $w_1 : w_2$, reducirano na primarno. Od ukupne struje I_0 kroz paralelni spoj od R_0 i X_0 (mjesto kojih se mogu navesti i njihovi recipročni iznosi $G = 1/R_0$ i $B = 1/X_0$, vodljive vrijednosti obih grana) treba zamišljati komponentu I_h kroz prvu i komponentu I_μ kroz drugu granu. U sl. 415. ucrtan je ujedno i na primarno reducirani iznos $\mathcal{Z}' = R' + jX' = (R + jX) \cdot \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$ tereta $\mathcal{Z} = R + jX$ transformatora.

45. U praksi se katkad nadomješta točni ekvivalentni spoj po sl. 415. pojednostavljenom shemom s paralelnom kombinacijom R_0-X_0 ispred R_1 i X_1 ; nova shema po sl. 416., po kojoj se $R_1 + R_2'$ i $X_1 + X_2'$ mogu zamišljati stegnuti u neki



Sl. 417.



Sl. 418.

radni otpor R_t i neki prazni induktivni X_t , jednostavnija je u primjeni i ne daje mnogo iskrivljene rezultate.

Još je veće pojednostavljenje praktički dopušteno kod jakih opterećenja ili čak kratkog spoja transformatora. Zbog relativno velikih struja primarno i sekundarno, i zanemarive struje praznog hoda prema njima, može se onda bez velike pogriješke zamisliti paralelna kombinacija R_0-X_0 iz shemâ po sl. 415. i 416. uopće ispuštena, tako da jako opterećeni transformator ostane izjednačen sa shemom po sl. 417., po kojoj transformator izlazi kao neki jednostavni izvor struje s EMS jednakom primarnom naponu stezaljki i s unutarnjim »totalnim« prividnim otporom $Z_t = R_t + jX_t$ iznosa Z_t i kuta φ_t , te komponenata: radne $R_t = R_1 + R_2'$ i prazne $X_t = X_1 + X_2'$; na taj izvor kao teret bio bi priključen potrošač u obliku kompleksnog otpora $Z' = R' + jX'$, sve manjega kod sve većih i većih opterećenja, i jednakoga nuli kod kratkog spoja transformatora.

Govoreći gore o strujama transformatora mislili smo dakako struje koje se uspostave u stacionarnom stanju. Međutim baš utjecajem transformatorskog željeza, naročito pri priključku na mrežu transformatora bez tereta, mogu se već u E-18. napomenuti »pojavi kod ukapčanja« jako manifestirati. Prvi maksimum I_m struje ukapčanja transformatora u praznom hodu može pri tom po sl. 418. izići mnogostruko veći od približnog maksimuma $I_0/\sqrt{2}$ stacionarne struje praznog hoda I_0 a proces uspostavljanja stacionarnog stanja može se protegnuti na cijeli niz perioda struje. Pojav ovisi o stadiju perioda mrežnog napona u momentu ukapčanja i o remanentnom toku kroz željeznu jezgru transformatora, i može se ublažiti upotrebom sklopke koja priključuje transformator na mrežu najprije preko nekog predotpota, a zatim taj predotpor kratko spaja i izlučuje. Također nastaju prelazni pojavi pri priključivanju kratko spojenih transformatora na mrežu, te kod kratkog spajanja već u praznom hodu priključenih transformatora.

46. Eksperimentalno se ekvivalentni krug struje transformatora određuje pokusima praznog hoda i kratkog spoja. U oba slučaja izmjere se primarno volt-, amper- i vatmetrom u spojevima po sl. 419.a), odn. sl. 419.b), iznosi U_0 , N_0 i I_0 , odn. U_k , I_k i N_k , napona, struje i učina (prvi spoj je baš onaj koji redovito daje zanemarive već u C-49. spomenute korekture očitanih iznosa vata pod prilikama praznoga hoda, a drugi je baš prikladan zbog zanemarivih korektura pri pokusu kratkog spoja). Iz izmjerenih pri naponu U_0 (obično uzimanom u iznosu nominalnog

primarnog napona U_1) iznosa struje I_0 i učina N_0 dobiva se odmah $I_h = N_0/U_0$ i $I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_h^2}$ odn. $R_0 = 1/G_0 = U_0/I_h$ i $X_0 = 1/B_0 = U_0/I_\mu$. A iz izmjerenih pri struji I_k (obično uzimanoj u iznosu nominalne primarne struje I_1) napona U_k i učina N_k dobilo bi se: $Z_t = U_k/I_k$, $R_t = N_k/I_k^2$, i po tomu $X_t = \sqrt{Z_t^2 - R_t^2}$, tako da ekvivalentni spoj po sl. 416., sa spojenima R_1 i R_2' u R_t te X_1 i X_2' u X_t , izlazi potpuno određen (pokusi daju dakle samo »totalne« iznose radnog otpora, rasipne reaktancije i impedancije transformatora).

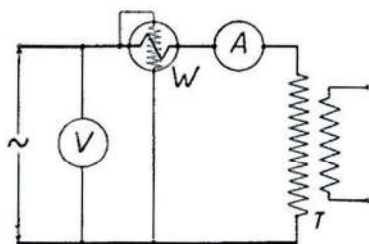
47. Kako je već rečeno, kod transformatora u praznom hodu, zbog neznatnih pripadnih primarnih gubitaka u bakru $I_0^2 R_1$, može se za gubitke u praznom hodu N_0 smatrati da predstavljaju kod raznih opterećenja uz stalan napon stalne po iznosu gubitke N_{Fe} u željezu transformatora. Kod prelaza s praznog hoda na sve veća i veća opterećenja pridolaze sve veći i veći gubici u bakru $N_{Cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$ u namotajima primarno i sekundarno. Kako mreža mora pokrivati jedino još korisni potrošak učina u priključenom teretu, a taj kod sekundarnog faktora učina transformatora $\cos \varphi_2$ iznosi $N_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2$, transformator će primarno uzimati učin, i imati primarni faktor učina, prema ovoj relaciji (uz N_{Fe} praktički identično sa N_0):

$$N_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + N_{Fe} + U_2 I_2 \cos \varphi_2$$

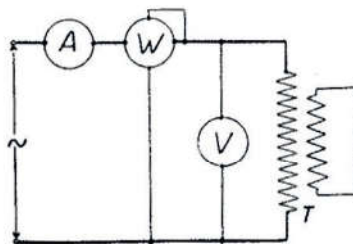
Prema tomu za stupanj djelovanja transformatora, t. j. omjer po transformatoru sekundarno danoga i primarno primljenoga učina, vrijedi formula:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1 \cos \varphi_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_2 I_2 \cos \varphi_2 + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + N_{Fe}} \quad (337)$$

Kod slabih opterećenja željeznih transformatora gubici $N_{Fe} \approx N_0$ su relativno veliki prema gubicima u bakru $N_{Cu} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$, pa iznos η nije baš povoljan. Kod vrlo jakih opterećenja gubici u bakru, rastući s kvadratima struja,



Sl. 419.a)



Sl. 419.b)

postaju relativno veliki, te i opet iznos η ne ispada baš povoljan. Između ovih skrajnosti mora η imati najpovoljniju vrijednost, koja kod racionalno građenih većih transformatora doseže na pr. iznose 0,98 do 0,99, ili slične vrijednosti.

47a. Lako je pokazati da se maksimalni stepen djelovanja η_m uspostavlja pri onoj struji opterećenja I_2 kod koje gubici u bakru N_{Cu} postaju jednaki gubicima u željezu N_{Fe} , od kojih posljednji ostaju stalni pri raznim I_2 . Zamislimo rela-

ciju (337) transformiranu, uz pomoć stalnim uzimanog omjera $I_1 : I_2$ i uz upotrebu konstante $A = U_2 \cos \varphi_2$ i konstante $B = R_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right)^2 + R_2$ (s kojom se N_{Cu} može izraziti u obliku: $N_{Cu} = BI_2^2$), u relaciju:

$$\eta = \frac{AI_2}{AI_2 + BI_2^2 + N_{Fe}} = \frac{A}{A + BI_2 + \frac{N_{Fe}}{I_2}}$$

Očito će η postati najveće kad nazivnik desno dobivenog izraza postane najmanji. A uvjet za to jest da derivacija tog nazivnika po I_2 postane jednaka nuli. To vodi na relaciju:

$$0 = B - \frac{N_{Fe}}{I_2^2}$$

i u daljoj konsekvenciji na uvjet maksimuma η_m veličine η u obliku:

$$BI_2^2 = N_{Cu} = N_{Fe}$$

koji je i trebalo dokazati.

Iako je gornjim pokazano da se maksimalni stepen djelovanja η_m postizava kod opterećenja sa $N_{Cu} = N_{Fe}$, ipak se transformatori obično ne dimenzioniraju tako da kod nominalnog opterećenja bude ispunjen spomenuti uvjet, nego se grade da N_{Cu} znatno nadvisuje N_{Fe} , da bude N_{Cu} na pr. 2- ili čak 4-struko kao N_{Fe} . Treba naime računati da transformatori u pogonu u velikom procentu pogonskog vremena idu samo s dijelovima nominalnog opterećenja, pa katkad čak i neopterećeni.

48. Na iznos N_2 nominalnog učina i na iznos η kod punog ili djelomičnih opterećenja transformatora utječe i $\cos \varphi_2$. Kako se naime opteretivost transformatora može smatrati ograničenom baš sve većim ugrijavanjima namotaja zbog sve većih gubitaka N_{Cu} kod sve jačih struja opterećenja pri stalnom naponu mreže, opravdano je da se nominalno opterećenje transformatora pri nominalnom sekundarnom naponu stezaljki U_2 smatra danim nominalnom strujom I_2 , odn. da se karakterizira prividnim učinkom $U_2 I_2$ (u VA), a ne pravim N_2 (u W). Tako bi transformator za $U_2 = 200$ V i $I_2 = 10$ A, dakle za $U_2 I_2 = 2000$ VA, imao kod $\cos \varphi_2 = 1$ pravi nominalni učin $U_2 I_2 \cos \varphi_2 = 200 \cdot 10 \cdot 1 = 2000$ W, a pri $\cos \varphi_2 = 0,6$ samo $200 \cdot 10 \cdot 0,6 = 1200$ W. Prema tomu bi uz nepromijenjene N_{Cu} i N_{Fe} u (337) nominalni iznosi $U_2 I_2 \cos \varphi_2$ varirali s $\cos \varphi_2$, a iznosi η bi bili manji kod manjih $\cos \varphi_2$.

Sličan se obzir na različite $\cos \varphi_2$ mora uzimati i kod proračunavanja iznosâ η za opterećenja veća ili manja od nominalnoga uz dano $\cos \varphi_2$. Treba samo kod proračunavanja η za različita opterećenja uzeti u obzir mijenjanje primarnih i sekundarnih gubitaka u bakru s kvadratima pripadnih struja i nemijenjanje gubitaka u željezu. Kod jačih opterećenja, zanemarujući razlike između iznosa I_1 i I_2' , bit će

dovoljno točno zamišljati ukupne gubitke u bakru kvadratično proporcionalne struji I_2 , t. j. uzimati ih, uz N_{Cu} razumijevano za nominalno opterećenje, kod 50% nominalnog opterećenja sa $\frac{1}{4}N_{Cu}$, kod 75% ili 125% nominalnog opterećenja sa $\frac{9}{16}N_{Cu}$ odn. $\frac{25}{16}N_{Cu}$, itd. Na ovaj način lako je iz podataka pokusa praznog hoda i kratkog spoja (koji daju N_{Fe} i N_{Cu}) dobiti iznose η i pripadnu η -krivulju za različita opterećenja pri $\cos \varphi_2 = 1$, pa iznose η i pripadnu η -krivulju za opterećenja pri $\cos \varphi_2 = 0,8$, itd.

Primjer: Transformator za 3 kVA i 150 V sa N_{Fe} u iznosu 72 W i N_{Cu} pri nominalnoj struji 20 A u iznosu 128 W imao bi opterećen a) sa 20 A pri faktoru učina 1, b) sa 15 A pri faktoru učina 1, te c) sa 10 A pri faktoru učina 0,6 ove stepene djelovanja:

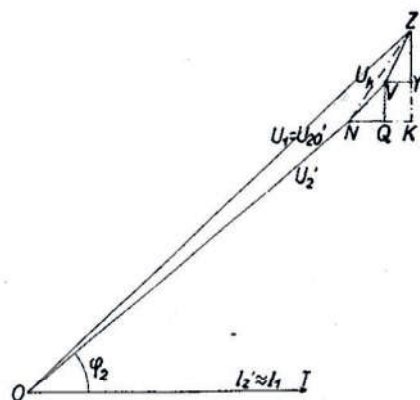
$$a) \eta = \frac{3000}{3000 + 72 + 128} = 0,938, \quad b) \eta = \frac{2250}{2250 + 72 + 72} = 0,940, \quad c) \eta = \frac{900}{900 + 72 + 32} = 0,896$$

pri čemu iznos pod b) s izjednačenima gubicima u željezu i bakru predstavlja maksimalno η . Pri struji 40 A i faktoru učina 1 izišlo bi $\eta = 0,911$ (za sam numerički najpovoljniji način računanja iznosâ η v. uputu uz vj. 216.).

49. Zakretom sekundarnih vektora u sl. 413. oko O za 180° došlo bi do pokrivanja vektorâ OS i OV, te vektorâ OP i OR, pa bi nastala jednostavnija slika. A dalje bi se pojednostavljenje postiglo ako bi se, uz supoziciju jakih opterećenja i po tomu zanemarive struje praznog hoda prema strujama opterećenja primarno i sekundarno, zanemarila neznatna razlika u smjeru i veličini vektora $OR = I_2'$ prema vektoru $OT = I_1$. U novom vektorskom prikazu po sl. 420. sa oko O za 180° zakrenutim sekundarnim veličinama i s vektorom OT primarne a sada i reducirane sekundarne struje povučenim horizontalno, trebalo bi gubitke napona VY i NQ zbog R_1 i R_2' crtati paralelno vektoru OT i gubitke napona YZ i QV zbog X_1 i X_2' za $+90^\circ$ zakrenuto prema vektoru OT, pa bi se oba prva gubitka napona mogla zamisliti spojena u jedan jedini NK, koji bi se mogao zamišljati uzrokovan »totalnim« radnim otporom $R_t = R_1 + R_2'$ transformatora, a oba druga gubitka napona mogla bi se spojiti u jedinstveni gubitak napona KZ zbog »totalne« rasipne reaktancije $X_t = X_1 + X_2'$ transformatora; k tomu bi se i sami gubici NK i KZ mogli kombinirati u gubitak NZ zbog »totalne« impedancije Z_t transformatora.

50. Dok se dakle kod praznog hoda, pri nikakvim gubicima napona sekundarno i posve neznatnim gubicima napona primarno, može govoriti o praktičkom podudaranju vektorâ primarnog i reduciranog sekundarnog napona, i po tom specijalno o jednakosti s nominalnim iznosom U_1 pretpostavljanoga prvoga i reduciranog iznosa kod praznog hoda U_{20}' drugoga napona: $U_1 \approx U_{20}' = U_{20} \frac{w_1}{w_2}$, mora se kod jačih opterećenja, pa specijalno i onih s nominalnom strujom I_2 pri različitim danima φ_2 , kakvo jedno neka prikazuje sl. 420., računati sa zamjetljivim razlikama i po iznosu i po fazi vektora reduciranoga sekundarnog napona stezaljki $ON = U_2'$ prema stalnom nominalnom $OZ = U_1$, i to radi vektora gubitka napona $NZ = U_k = I_1 Z_t = I_2' Z_t$ kod danoga kompleksnog totalnog otpora transformatora $\mathcal{Z}_t = Z_t \cdot \|\varphi_t\| = R_t + jX_t$ (uz φ_t određeno relacijom: $\tan \varphi_t = X_t/R_t$).

Spomenute razlike dolaze praktički do izražaja u svakako nepoželjnim »padovima« iznosa sekundarnog napona stezaljki opterećena transformatora prema onima kod praznog hoda. Točnije: uz pretpostavku opterećenja nominalnom strujom pri različitim faktorima učina opažaju se smanjenja na primarno reduciranih iznosa $U_2' = U_{20}'$ po sl. 420. prema iznosu $U_{20}' \approx U_1$ sekundarnog napona transformatora pri nominalnom primarnom naponu i pri praznom hodu. Nastaju diferencije $\Delta U = U_{20}' - U_2' = U_1 - U_2'$. Ove će diferencije očito biti različite kod pretpostavljanoga istoga nominalnog I_2 za različite φ_2 , a inače ovisne i o iznosu I_2 , ako se ovaj ne uzme u nominalnom iznosu.



Sl. 420.

Kako su diferencije ΔU karakteristične za dani transformator, trokut NKZ na sl. 420., koji je za njih od odlučna utjecaja, zove se »karakteristični trokut« transformatora. Taj trokut nije uostalom drugo nego I_1 -strukturalni trokut »totalne impedancije« transformatora (katete: R_1 i X_1 , hipotenuza: Z_1), i prema tomu se i NKZ može odrediti pokusom kratkoga spoja, odakle mu i drugo ime: »trokut kratkoga spoja«.

51. Praktički međutim nisu toliko zanimljive same diferencije ΔU , nego njihov odnos prema iznosu $U_{20}' = U_1$ na primarno reduciranoga sekundarnog napona praznog hoda, t. j. od interesa su »relativni padovi napona« (»relativne regulacije«) $\frac{\Delta U}{U_1}$ ili njihovi iznosi u % sa U_1 , kao 100%, dakle »postotni padovi napona« (»postotne regulacije«) $\frac{\Delta U}{U_1} \cdot 100$. Ako na pr. neki transformator, sa 220 V i 110 V primarno i sekundarno pri praznom hodu, pokaže kod nominalne sekundarne struje uz primarnih 220 V pri faktoru učina 0,6 (ind.) sekundarnih 105,5 V, dakle, reduciranih sekundarnih 211 V, reći će se da su mu, za nominalno opterećenje i pri faktoru učina 0,6 (ind.), relativna odn. postotna regulacija 0,041 odn. 4,1%. Prema ovim iznosima kao 0,041 odn. 4,1% udešavaju se povišenja primarnog napona potrebna u slučajevima da se sekundarni napon usprkos opterećenja želi naregulirati na iznos kao kod praznog hoda; odatle i ime »regulacije«.

52. Uz poznat karakteristični trokut transformatora lako je odrediti regulacije transformatora za različite veličine i vrsti opterećenja. Grafički se na pr. ΔU dobiva malom preudezbom i nadopunom sl. 420. u »Kappov diagram« po sl. 421. Ako se naime povuku, iz krajnjih točaka M i O hipotenuze »karakterističnog trokuta« OLM kao središta, kružnice k_1 i k_2 polumjera U_1 , bit će vektor povučen iz M do točke P na kružnici k_2 pod kutom $+\varphi_2$ prema smjeru vektora MT struje geometrijska diferencija vektorâ $MZ = U_1$ i $PZ = OM = U_k$, ako je trokut PKZ

dovoljno točno zamišljati ukupne gubitke u bakru kvadratično proporcionalne struji I_2 , t. j. uzimati ih, uz N_{Cu} razumijevano za nominalno opterećenje, kod 50% nominalnog opterećenja sa $\frac{1}{4}N_{Cu}$, kod 75% ili 125% nominalnog opterećenja sa $\frac{9}{16}N_{Cu}$ odn. $\frac{25}{16}N_{Cu}$, itd. Na ovaj način lako je iz podataka pokusa praznog hoda i kratkog spoja (koji daju N_{Fe} i N_{Cu}) dobiti iznose η i pripadnu η -krivulju za različita opterećenja pri $\cos \varphi_2 = 1$, pa iznose η i pripadnu η -krivulju za opterećenja pri $\cos \varphi_2 = 0,8$, itd.

Primjer: Transformator za 3 kVA i 150 V sa N_{Fe} u iznosu 72 W i N_{Cu} pri nominalnoj struji 20 A u iznosu 128 W imao bi opterećen a) sa 20 A pri faktoru učina 1, b) sa 15 A pri faktoru učina 1, te c) sa 10 A pri faktoru učina 0,6 ove stepene djelovanja:

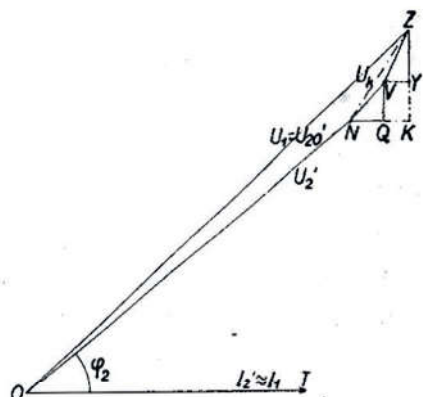
$$a) \eta = \frac{3000}{3000 + 72 + 128} = 0,938, \quad b) \eta = \frac{2250}{2250 + 72 + 72} = 0,940, \quad c) \eta = \frac{900}{900 + 72 + 32} = 0,896$$

pri čemu iznos pod b) s izjednačenima gubicima u željezu i bakru predstavlja maksimalno η . Pri struji 40 A i faktoru učina 1 izišlo bi $\eta = 0,911$ (za sam numerički najpovoljniji način računanja iznosâ η v. uputu uz vj. 216.).

49. Zakretom sekundarnih vektora u sl. 413. oko O za 180° došlo bi do pokrivanja vektorâ OS i OV, te vektorâ OP i OR, pa bi nastala jednostavnija slika. A dalje bi se pojednostavljenje postiglo ako bi se, uz supoziciju jakih opterećenja i po tomu zanemarive struje praznog hoda prema strujama opterećenja primarno i sekundarno, zanemarila neznatna razlika u smjeru i veličini vektora $OR = I_2'$ prema vektoru $OT = I_1$. U novom vektorskom prikazu po sl. 420. sa oko O za 180° zakrenutim sekundarnim veličinama i s vektorom OT primarne a sada i reducirane sekundarne struje povučenim horizontalno, trebalo bi gubitke napona VY i NQ zbog R_1 i R_2' crtati paralelno vektoru OT i gubitke napona YZ i QV zbog X_1 i X_2' za $+90^\circ$ zakrenuto prema vektoru OT, pa bi se oba prva gubitka napona mogla zamisliti spojena u jedan jedini NK, koji bi se mogao zamišljati uzrokovan »totalnim« radnim otporom $R_t = R_1 + R_2'$ transformatora, a oba druga gubitka napona mogla bi se spojiti u jedinstveni gubitak napona KZ zbog »totalne« rasipne reaktancije $X_t = X_1 + X_2'$ transformatora; k tomu bi se i sami gubici NK i KZ mogli kombinirati u gubitak NZ zbog »totalne« impedancije Z_t transformatora.

50. Dok se dakle kod praznog hoda, pri nikakvim gubicima napona sekundarno i posve neznatnim gubicima napona primarno, može govoriti o praktičkom podudaranju vektorâ primarnog i reduciranog sekundarnog napona, i po tom specijalno o jednakosti s nominalnim iznosom U_1 pretpostavljanoga prvoga i reduciranog iznosa kod praznog hoda U_{20}' drugoga napona: $U_1 \approx U_{20}' = U_{20} \frac{w_1}{w_2}$, mora se kod jačih opterećenja, pa specijalno i onih s nominalnom strujom I_2 pri različitim danima φ_2 , kakvo jedno neka prikazuje sl. 420., računati sa zamjetljivim razlikama i po iznosu i po fazi vektora reduciranoga sekundarnog napona stezaljki $ON = U_2'$ prema stalnom nominalnom $OZ = U_1$, i to radi vektora gubitka napona $NZ = U_k = I_1 Z_t = I_2' Z_t$ kod danoga kompleksnog totalnog otpora transformatora $Z_t = Z_t \cdot \|\varphi_t\| = R_t + j X_t$ (uz φ_t određeno relacijom: $\tan \varphi_t = X_t/R_t$).

Spomenute razlike dolaze praktički do izražaja u svakako nepoželjnim »padovima« iznosa sekundarnog napona stezaljki opterećena transformatora prema onima kod praznog hoda. Točnije: uz pretpostavku opterećenja nominalnom strujom pri različitim faktorima učina opažaju se smanjenja na primarno reduciranih iznosa $U_2' = U_1$ po sl. 420. prema iznosu $U_{20}' \approx U_1$ sekundarnog napona transformatora pri nominalnom primarnom naponu i pri praznom hodu. Nastaju diferencije $\Delta U = U_{20}' - U_2' = U_1 - U_2'$. Ove će diferencije očito biti različite kod pretpostavljana istoga nominalnog I_2 za različite φ_2 , a inače ovisne i o iznosu I_2 , ako se ovaj ne uzme u nominalnom iznosu.



Sl. 420.

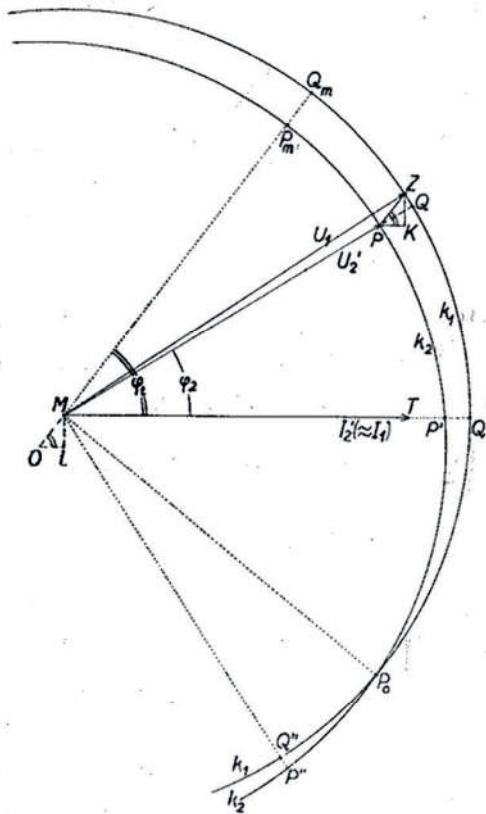
Kako su diferencije ΔU karakteristične za dani transformator, trokut NKZ na sl. 420., koji je za njih od odlučna utjecaja, zove se »karakteristični trokut« transformatora. Taj trokut nije uostalom drugo nego I_1 -struki trokut »totalne impedancije« transformatora (katete: R_1 i X_1 , hipotenuza: Z_1), i prema tomu se i NKZ može odrediti pokusom kratkoga spoja, odakle mu i drugo ime: »trokut kratkoga spoja«.

51. Praktički međutim nisu toliko zanimljive same diferencije ΔU , nego njihov odnos prema iznosu $U_{20}' = U_1$ na primarno reduciranoga sekundarnog napona praznog hoda, t. j. od interesa su »relativni padovi napona« (»relativne regulacije«) $\frac{\Delta U}{U_1}$ ili njihovi iznosi u % sa U_1 , kao 100%, dakle »postotni padovi napona« (»postotne regulacije«) $\frac{\Delta U}{U_1} \cdot 100$. Ako na pr. neki transformator, sa 220 V i 110 V primarno i sekundarno pri praznom hodu, pokaže kod nominalne sekundarne struje uz primarnih 220 V pri faktoru učina 0,6 (ind.) sekundarnih 105,5 V, dakle, reduciranih sekundarnih 211 V, reći će se da su mu, za nominalno opterećenje i pri faktoru učina 0,6 (ind.), relativna odn. postotna regulacija 0,041 odn. 4,1%. Prema ovim iznosima kao 0,041 odn. 4,1% udešavaju se povišenja primarnog napona potrebna u slučajevima da se sekundarni napon usprkos opterećenja želi naregulirati na iznos kao kod praznog hoda; odatle i ime »regulacije«.

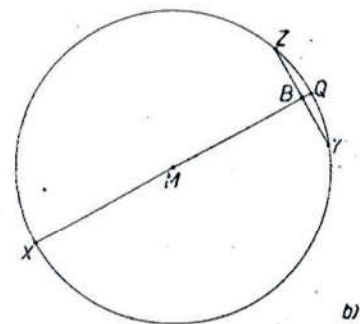
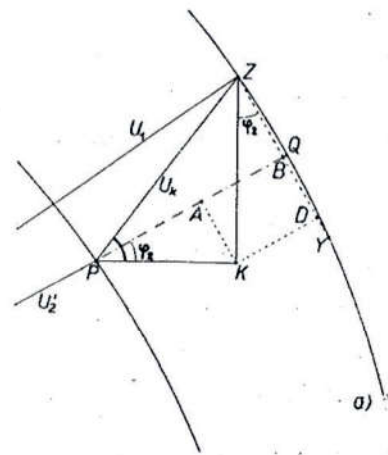
52. Uz poznat karakteristični trokut transformatora lako je odrediti regulacije transformatora za različite veličine i vrsti opterećenja. Grafički se na pr. ΔU dobiva malom preuvedbom i nadopunom sl. 420. u »Kappov diagram« po sl. 421. Ako se naime povuku, iz krajnjih točaka M i O hipotenuze »karakterističnog trokuta« OLM kao središta, kružnice k_1 i k_2 polumjera U_1 , bit će vektor povučen iz M do točke P na kružnici k_2 pod kutom $+\varphi_2$ prema smjeru vektora MT struje geometrijska diferencija vektorâ $MZ = U_1$ i $PZ = OM = U_k$, ako je trokut PKZ

dobiven paralelnom translacijom trokuta OLM tako da je došlo O u P. Prema tomu će on predstavljati vektor $MP = U_2'$ onoga reduciranog sekundarnog napona koji odgovara opterećenju uz dato $\cos \varphi_2(\text{ind.})$. U skladu s time će duljina PQ dobivena produljujući duljinu MP do točke Q na kružnici k_1 očito predstavljati traženo ΔU za promatrani slučaj. Za neki drugi kut pomaka faza φ_2 povukle bi se iz M duljine do k_1 i k_2 pod tim kutom φ_2 , pa bi i opet razlika tih duljina predstavljala ΔU za taj slučaj.

Zanimljivo je da se prema navedenoj konstrukciji najveća regulacija, odn. maksimum $(\Delta U)_m$ razlike ΔU iznosâ U_1 i U_2' , mora očekivati za ono φ_2 kod koga je duljina iz M do k_1 i k_2 povučena u smjeru vektora $OM = U_k$, dakle za opterećenje kod induktivnog faktora učina $\cos \varphi_2$ sa $\varphi_2 = \varphi_t$ uz $\varphi_t \nlessgtr \text{MOL}$ kao u F-50.; v. duljinu $P_m Q_m$ na sl. 421.



Sl. 421.



Sl. 422.

Kad se φ_2 smanjuje prema 0, i pripadni faktor učina raste prema 1, opada ΔU uz stalnu nominalnu struju, i kod čistog radnog tereta ($\varphi_2 = 0$) bit će već dosta maleno (v. duljinu $P'Q'$ na sl. 421.) Postaje li čak opterećenje sve više kapacitivno, t. j. varira li φ_2 od 0° prema -90° , i po tom kapacitivno $\cos \varphi_2$ od 1 prema 0 ΔU će i dalje opadati, te će postići kod izvjesnog negativnog φ_2 iznos 0 (v. točku P_0 u sl. 421.; transformatoru sekundarni napon ostaje stalan pri promjenama optere-

ćenja). A kod još jače kapacitivnih opterećenja ΔU čak promijeni predznak i postane negativno (v. P''Q'' na sl. 421). Ovo potonje znači da transformator kod dovoljno jako kapacitivnih opterećenja može pokazati povišeni sekundarni napon prema onomu u praznom hodu, vladanje doista neočekivano za onoga koji bi, naučen da pomišlja na gubitke napona u izvorima istosmjernje struje, očekivao uvijek smanjenje napona stezaljki kod opterećenja izvora struje.

52a. Iako principno metodi Kappova diagrama nema prigovora, ipak se njom, kao uostalom i svim grafičkim metodama, mogu postizavati tek ograničene točnosti rezultata. Nije naime lako, s preciznošću kakva bi se često željela, očitavati relativno malene dužine kao PQ, P'Q' itd., koje predočuju padove napona ΔU za razne $\cos \varphi_2$ po sl. 421., ako se cijela slika ne nacrtá u naročito velikom mjerilu, i k tomu vrlo precizno. Zato se u praksi često veličine ΔU , i pripadne »relativne« i »postotne« regulacije prema F-51., radije određuju računski po prikladnim približnim formulama.

Zamislimo slučaj transformatora opterećena strujom I_2 pri $\cos \varphi_2(\text{ind.})$ sa $\Delta U = PQ$ kao u sl. 421. Prema povećano u sl. 422. pod a) crtanom »srcu diagrama« dužina PQ može se zamisliti sastavljena iz tri dijela:

$$\Delta U = PQ = PA + AB + BQ = PA + AB + a \quad (\text{I})$$

od kojih prva dva dijela PA i AB daleko nadilaze treći $BQ = a$. Dijelove pak PA i AB, kao projekcije na PQ obih kateta PK i KZ »karakterističnog trokuta« transformatora s $PK = U_r$ i $KZ = U_x$, s hipotenuzom $PZ = U_k$ i s $\text{tg } \varphi_1 = U_x/U_r$, moguće je predočiti, s obzirom na to da su priklonjeni PK prema PQ pod kutom φ_2 i KZ prema PQ pod kutom $90^\circ - \varphi_2$, relacijama: $PA = U_r \cos \varphi_2$ i $AB = KD = U_x \sin \varphi_2$.

Ako se dakle, u prvoj aproksimaciji, u relaciji (I) zanemari $BQ = a$, moći će se očitó pisati približna formula za ΔU :

$$\Delta U \approx U_r \cos \varphi_2 + U_x \sin \varphi_2 \quad (\text{II})$$

Ako se međutim, u drugoj aproksimaciji, ne dopušta zanemarenje dijela $BQ = a$, nego se on bar približno uzme u obzir, dobit će se nešto točniji iznos za ΔU . Tu se može primijeniti poznata elementarna geometrijska veza, vidljiva iz crteža u sl. 422. pod b):

$$XB \cdot BQ = ZB \cdot BY$$

no s tim da se XB zamijeni u praksi samo neznatno različitom duljinom XQ; onda, uz upotrebu oznake $ZB = BY = b$, za $BQ = a$ slijedi pri $XQ = 2U_1$ približno:

$$a \approx \frac{b^2}{2U_1}$$

U ovoj relaciji veličina $b = ZB$ može se shvatiti prema sl. 422. pod a) kao diferencija duljina ZD i BD, od kojih se prva ZD, kao projekcija katete KZ na

YZ pod prikloном φ_2 može izraziti sa $U_x \cos \varphi_2$, a druga, kao projekcija na YZ katete PK pod prikloном $90^\circ - \varphi_2$, sa $U_r \sin \varphi_2$. To konačno daje za a približnu relaciju:

$$a \approx \frac{(U_x \cos \varphi_2 - U_r \sin \varphi_2)^2}{2U_1}$$

a time i za ΔU točniju nego (II) relaciju:

$$\Delta U \approx U_r \cos \varphi_2 + U_x \sin \varphi_2 + \frac{(U_x \cos \varphi_2 - U_r \sin \varphi_2)^2}{2U_1} \quad (\text{III})$$

Odabere li se pri crtanju takva jedinica duljine da s njom U_1 izlazi duljine 100, i računa li se prema tomu svuda sa $U_1 = 100$, iz relacijâ (II) odn. (III) lako se dobivaju pripadni aproksimativni izrazi za »procentnu regulaciju« $r^0/\text{‰} = 100 \frac{\Delta U}{U_1}$. Ovi izrazi, nakon uređivanja, poprimaju, u praktički kod transformatora skoro jedino važnom području $\cos \varphi_2$ (ind.) sve do $\cos \varphi_2 = 1$, oblik:

$$r^0/\text{‰} \approx U_r \cos \varphi_2 + U_x \sin \varphi_2 \quad (\text{II}')$$

$$r^0/\text{‰} \approx U_r \cos \varphi_2 + U_x \sin \varphi_2 + \frac{(U_x \cos \varphi_2 - U_r \sin \varphi_2)^2}{200} \quad (\text{III}')$$

pri čemu, dakako, U_r i U_x treba zamišljati izražene u ‰ od U_1 , dakle s mjerilom duljinâ s kojim izlazi $U_1 = 100$.

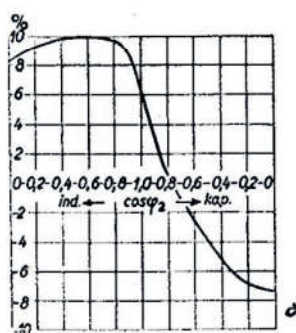
Da su izvedene relacije dovoljno približne i međusobno za praksu dosta podudarne, vidi se iz ovog konkretnog primjera: transformator sa $U_r = 6\text{‰}$ i $U_x = 8\text{‰}$, dakle s maksimalnom regulacijom $U_k = 10\text{‰}$, neka je kod pune struje I_2 opterećen jedamput pri $\cos \varphi_2 = 0,8$ (ind.) i drugiput pri $\cos \varphi_2 = 1$. Regulacija $r^0/\text{‰}$ računata po (II') odn. (III') pri $\cos \varphi_2 = 0,8$ (ind.) izlazi $9,600\text{‰}$ odn. $9,6039\text{‰}$, a pri $\cos \varphi_2 = 1$ izlaze vrijednosti $6,000\text{‰}$ odn. $6,320\text{‰}$. Posve točne pak $r^0/\text{‰}$ -vrijednosti (po znatno složenijoj formuli bez ikakvih zanemarenja, koja se ovdje ne izvodi, jer ona u području $\cos \varphi_2$ (ind.) ne daje bitno bolje rezultate od (III'), a zahtijeva više računanja) bile bi $9,604\text{‰}$ uz $\cos \varphi_2 = 0,8$ (ind.), odn. $6,321\text{‰}$ uz $\cos \varphi_2 = 1$.

Čitalac neka sam razmotri kako se formule (II) i (III), odn. (II') i (III') mijenjaju i postaju manje točne kod prelaza u područje s $\cos \varphi_2$ (kap.); v. vj. 232. a) na str. 190.

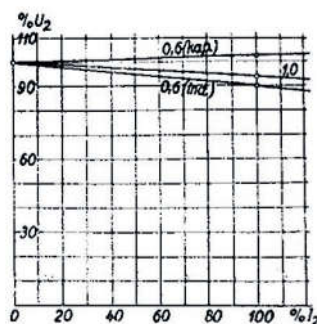
52b. Razumije se da bi se metodom sl. 421. lako određivali i padovi napona na pr. pri samo pola sekundarne struje i različitim φ_2 ; u tom slučaju trebalo bi samo poći od na polovicu smanjenog karakterističnog trokuta.

Kod određenih za različite struje i faktore učina iznosâ ΔU mogu se rezultati sabrati u krivulje. To mogu biti »regulacione krivulje« sa procentnim regulacijama kao ordinatama i faktorima učina, počevši od 0 (ind.) preko 1 sve do 0 (kap.), kao apscisama, razumijevane uz stalnu (redovito nominalnu) sekundarnu struju (sl. 423.). A mogu se povući i »naponske karakteristike«

transformatora s iznosima sekundarnog napona kao ordinatama i sekundarnim strujama kao aps-
cisama, na pr. jedna krivulja za $\cos \varphi_2 = 0,2$ (ind.), iduća za $0,4$ (ind.), itd., te za $1,0$ pa $0,8$ (kap.),



Sl. 423.



Sl. 424.

$0,6$ (kap.), itd.; prva bi od njih bila najjače silazna, ostale bi se spuštale postepeno polaganije, a one za najniže kapacitivne faktore učina bi čak ispale uzlazne (v. sl. 424.).

53. Problem pada napona od osobitog je interesa kod *paralelnog rada* više transformatora. Za dva se jednofazna transformatora veli da rade paralelno ako su, po sl. 425., i primarno i sekundarno paralelno spojeni, tako da su im nužno jednaki primarni naponi stezaljki međusobno i sekundarni međusobno.

Prije svega očito treba da obim transformatorima budu omjeri prenošenja jednaki, da bi se kod priključenih obih primarnih namotaja na isti napon sami po sebi uspostavili pri praznom hodu jednaki sekundarni naponi, i pri tom izbjegla, kod ispravno povezanih parova sekundarnih stezaljki, »struja izjednačenja« između oba transformatora. Ako sad oba paralelno spojena transformatora A i B pri primarnom, na sekundarno reducirano razumijevanom, naponu stezaljki U_1 treba da pri sekundarnom naponu stezaljki U_2 hrane određeni potrošač ukupnom strujom iznosa I pri faktoru učina $\cos \varphi$, odn. da daju ukupni korisni učin $N = U_2 I \cos \varphi$, problem će biti: kako će se, kod općenito različitih za oba transformatora omjerâ $R_A : X_A$ i $R_B : X_B$ totalnih radnih otpora R_A i R_B prema totalnim rasipnim reaktancijama X_A i X_B , i opet razumijevanima reducirano na sekundarno, sastavljati struja $\mathcal{I} = I \cdot \|\varphi\|$ iz pojedinačnih sekundarnih struja $\mathcal{I}_A = I_A \cdot \|\varphi_A\|$ i $\mathcal{I}_B = I_B \cdot \|\varphi_B\|$, te učin N iz pojedinačnih učinâ $N_A = U_2 I_A \cos \varphi_A$ i $N_B = U_2 I_B \cos \varphi_B$ tih transformatora?

Uzimajući u obzir da se paralelni transformatori jednakih omjera prenošenja mogu, promatrani s gledišta sekundarnog kruga, smatrati po F-45. paralelnim jednostavnim izvorima struje jednakih EMS U_1 , i općenito različitih unutarnjih kompleksnih otpora $\mathcal{Z}_A = R_A + jX_A$ i $\mathcal{Z}_B = R_B + jX_B$, dade se problem raspodjele opterećenja riješiti primjenjujući simbolički pisane Kirchhoffove zakone razgranjivanja izmjeničnih struja analogno postupku po B-57. kod problema paralelnoga rada dvaju generatora istosmjerne struje. Čak se i konačni rezultati mogu dobiti simboličkom transkripcijom tamošnjih formula (108) i (109), uzimajući u

danom slučaju još u obzir jednakost EMS obih izvora koji predstavljaju transformatore. Tako za struje $\mathcal{I}_A$ i $\mathcal{I}_B$ izlaze simboličke relacije:

$$\mathcal{I}_A = \frac{\mathcal{I} \mathcal{Z}_B}{\mathcal{Z}_A + \mathcal{Z}_B} \quad (338)$$

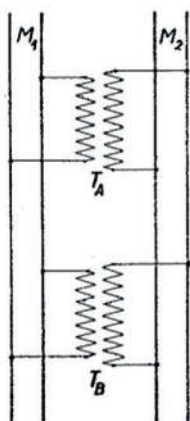
$$\mathcal{I}_B = \frac{\mathcal{I} \mathcal{Z}_A}{\mathcal{Z}_A + \mathcal{Z}_B} \quad (339)$$

dok bi kod nejednakih omjera prenošenja, i prema tomu nejednakih na sekundarno reduciranih napona stezaljki usprkos istog napona stezaljki primarno, vrijedile naprotiv simboličke relacije s dodatnim članovima zbog struje izjednačenja, analognim onima posve desno u formulama (108) i (109) iz B-57.

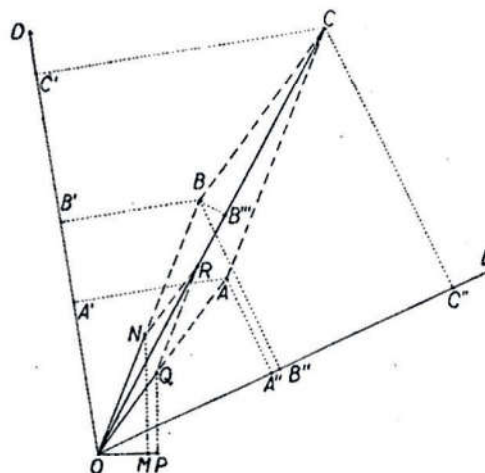
Iz formula (338) i (339) lako bi se dalje našli upotrebom pravila da u simboličkim jednadžbama moraju biti jednaki rezultujući moduli lijevo i desno kao i rezultujući argumenti lijevo i desno, iznosi I_A i I_B , te fazni kutevi φ_A i φ_B sekundarnih struja obih transformatora, pa konačno i iznosi $N_A = U_2 I_A \cos \varphi_A$ i $N_B = U_2 I_B \cos \varphi_B$ njima prenašanih učina. Specijalno bi se za odnos struja obih transformatora dijeljenjem jednadžbi (338) i (339) dobila proporcija:

$$\mathcal{I}_A : \mathcal{I}_B = \mathcal{Z}_B : \mathcal{Z}_A \quad (340)$$

prema kojoj su iznosi I_A i I_B sekundarnih struja, a po tomu i od njih kod jakih opterećenja samo faktorom $w_2 : w_1$ različitih pripadnih primarnih struja, obrnuto



Sl. 425.



Sl. 426.

proporcionalni iznosima Z_A i Z_B impedancija obih transformatora, a razlika faza prve struje prema drugoj jednaka je razlici kuteva φ_{II} i φ_I što ih čine stranice Z_B i R_B trokuta otpora drugog transformatora i stranice Z_A i R_A trokuta otpora prvog transformatora.

Korespondentno ovim odnosima uspostavlja se onda i omjer $N_A : N_B$ učinâ preuzetih po oba transformatora. Tako stvarno uspostavljeni omjer opterećenja izlazi ovisan o impedancijama paralelnih transformatora, i naročito kod paralelnog pogona konstruktivno vrlo različitih transformatora ne mora odgovarati nekoj že-

ljenoj raspodjeli, na pr. u omjeru njihovih opteretivosti. Zato će se događati da, recimo kod opterećenja sa 30 kW uz faktor učina 1 dvaju paralelnih transformatora za 10 i 20 kVA nominalno prvi transformator preuzme 18 i drugi 12 kW opterećenja, t. j. da prvi ide silno preopterećen i drugi nepotpuno iskorišten. U takvim slučajevima može se ipak iznuditi povoljnija podjela opterećenja, i to umjetnim povećavanjem totalne impedancije transformatora koji se želi rasteretiti na račun onoga drugoga, na pr. dodavanjem prikladnih induktancija u seriju s primarnim namotajem.

54. Brže nego li računski po (338) i (339) može se podjela opterećenja dvaju paralelnih transformatora odrediti konstrukcijom po sl. 426., koju je lako verificirati na bazi dosadanih razmatranja.

Neka su OMN i OPQ trokuti totalnih impedancija paralelnih transformatora, dakle za prvi transformator sa $OM = R_A$ i $MN = X_A$, te po tom sa $ON = Z_A$ i analogno za drugi transformator. Ako se sad konstruira sa ON i OQ kao komponentama rezultanta OR, te ako se u smjeru OR položi vektor $OC = I$ struje ukupnog opterećenja, predstavljat će s pomoću $CA \parallel NO$ konstruirana i u smjeru OQ položena komponenta OA vektora OC vektor $OA = I_A$ struje prvog transformatora: slično u smjeru ON položena komponenta vektora OC predstavlja vektor $OB (= AC) = I_B$ struje drugog transformatora. Ako se dakle pod kutom φ prema vektoru $OC = I$ povuče vektor $OD = U_2$ sekundarnog napona stezaljki, predstavljat će projekcije OC' , OA' i OB' ($= A'C'$) na smjer vektora $OD = U_2$ iznose $I \cos \varphi$, $I_A \cos \varphi_A$ i $I_B \cos \varphi_B$, odn. pri U_2 -struko smanjenom mjerilu učinâ prema mjerilu struja i učine N , N_A i N_B . Na sl. 426. predočeno je također kako bi se sa OA'' i $A''C'' = OB''$ odredili i pojedinačni učini ovih transformatora uz pretpostavku $\cos \varphi$ (kap.) i korespondentno povučenoga sekundarnog napona $OE = U_2$.

55. Gornja razmatranja o raspodjeli opterećenja vrijede i za paralelni rad trofaznih transformatora; no treba još imati na umu da kod različitih trofaznih transformatora mogu postojati i primarno i sekundarno različiti spojevi faznih namotaja (zvijezda, trokut, sekundarno još i cik-cak). Zato se kod trofaznih transformatora, zamišljenih paralelnih istodobno nekoj primarnoj i nekoj sekundarnoj mreži, može dogoditi da linijski naponi sekundarno ne ispadnu podudarni u fazi, nego recimo za 30° , 60° itd. fazno različiti, pod kojim uvjetima transformatori uopće ne ispunjuju uvjet za paralelni rad.

Tako mogu paralelno raditi dva transformatora, ako su oba spojena obostrano zvjezdano ili oba obostrano trokutno, pa i ako je jedan u spoju zvijezda-zvijezda i drugi u spoju trokut-trokut, ali se ne smije transformatoru spoja zvijezda-zvijezda ili trokut-trokut dodati paralelno transformator spoja trokut-zvijezda ni onaj spoja zvijezda-trokut.

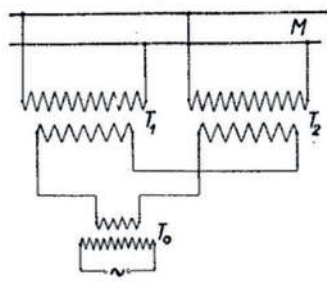
U transformatorskim propisima predviđa se 12 vrsta spojeva trofaznih transformatora, kategoriziranih u 4 grupe po 3 spoja takve da se samo transformatori kojih spojevi pripadaju istoj spojnoj grupi mogu spajati na paralelni rad.

56. Spomenimo još transformatore s tri namotaja (ima ih i sa četiri i više namotaja). Mogu to biti: a) transformatori s dva primarna namotaja hranjena iz različitih izvora i s jednim sekundarnim s priključenim teretom, b) transformatori s jednim primarnim namotajem i dva sekundarna s priključenim na svaki od ovih potonjih po jednim samostalnim potrošačem, c) trofazni transformatorski sustavi koji, određeni da rade u spoju zvijezda-zvijezda, imaju dodatni treći (tercijarni) namotaj, kratko spojen u trokut zbog kompenzacije nepoželjnih učinaka kod spoja zvijezda-zvijezda pri jakim nesimetrijama opterećenja.

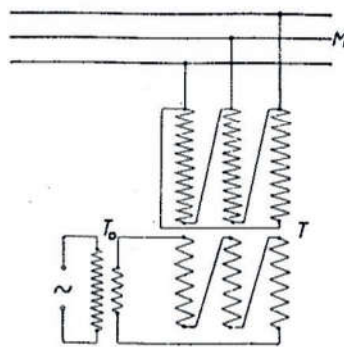
Jednostavnije relacije (omjeri napona, omjeri struja i energetske odnosi kod jakih opterećenja) dobivaju se kod tronomotajnih transformatora slično lako kao i kod dvonomotajnih. No za točnije tretiranje tronomotajnih transformatora potrebno je poći od tri osnovne diferencijalne jednačbe, umjesto od dvije kao kod običnih transformatora.

57. Među običajna ispitivanja transformatora spadaju prije svega pokusi praznog hoda i kratkog spoja; kako je već pokazano, oni mogu dati $R_0 - X_0$ i $R_t - X_t$ transformatora, te njegove stepene djelovanja i regulacije za različite pogonske prilike.

Još je običaj vršiti i temperaturna ispitivanja transformatora. Da se motri postepeno ugrijavanje i postigne stacionarno toplinsko stanje normalnog pogona, ne mora se transformator doista nominalno opterećivati više sati, što bi bilo skupo.



Sl. 427.



Sl. 428.

kod većih jedinica, nego se približno isti vremenski tok ukupnog ugrijavanja može postići i transformatorom s jednim namotajem u kratkom spoju i drugim podvrgnutim neznatnom naponu, baš tolikom da transformator uzima učin korespondentan sumi gubitaka u željezu i u bakru pri nominalnom opterećenju, koji će se ovdje kod zanemarivih gubitaka u željezu javiti u obliku povećanih gubitaka u bakru. Iako pri tom sami namotaji pokazuju nešto malo veća ugrijavanja, kod uljnih transformatora ulje se ugrijava kao kod nominalnog opterećenja transformatora.

Kod raspoloživa dva jednaka jednofazna transformatora bolje je primijeniti ideju »protuspoja« sekundarnih namotaja po sl. 427. Paralelno priključeni na mrežu M nominalnog napona ispitivani transformatori T_1 i T_2 vladaju se, zbog protuspoja sekundarno, kao u praznom hodu, pa mreža podmiruje gubitke u željezu

transformatorâ T_1 i T_2 . A prikladno reguliranim naponom dodatnog transformatora T_0 iznude se nominalne struje sekundarno, a tim i primarno, u T_1 i T_2 , tako da T_0 podmiruje gubitke u bakru transformatorâ T_1 i T_2 . Slična se ugrijavanja kao kod punog opterećenja mogu proizvesti već s jednim jedinim trofaznim transformatorom T , koji se po sl. 428. priključi primarno trokutno spojen na trofaznu mrežu M nominalnog napona, a sekundarno sa serijski u »otvoreni trokut« kombiniranim faznim namotajima na dodatni transformator T_0 .

Krivulja povišenja ϑ temperature u st. C u ovisnosti od vremena t u satima (h) teče praktički po zakonu i -krivulje na sl. 191. uz C-137., t. j. po formuli:

$$\vartheta = \Theta \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (341)$$

sa Θ kao konačnim povišenjem temperature i τ kao »vremenskom konstantom« ugrijavanja u smislu C-137. i tamošnje tabele IV., pa je na Θ lako zaključiti iz poznata bar dva para iznosâ ϑ i t .

Još se naravno na gotovim transformatorima vrše izolacione probe s povišenim naponima, a kod visokonaponskih i posebna visokonaponska ispitivanja.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE F):

201. Mostom po E-48. izmjereni su iznosi 0,40 i 0,30 H samoinduktiviteta primarnoga i sekundarnoga svitka nekoga uzdušnoga transformatora, i iznosi 1,06 i 0,34 H samoinduktiviteta serijskih kombinacija tih svitaka s međusobnim pomaganjem i međusobnim odmaganjem njihovih magnetskih tokova kao u C-136.; naći međusobni induktivitet, te faktor magnetskog vezanja i faktor ukupnog rasipanja, kao i, savezno s vj. 95. uz pogl. C), momentani iznos magnetske energije transformatora u momentu t s momentanim iznosima 3 i 2 A primarne i sekundarne struje.

[0,18 H; 0,27; 0,73; 3,48 Ws]

202. U mjerilima $1 \text{ V} = 2 \text{ mm}$ i $1 \text{ A} = 200 \text{ mm}$ vektorski prikazati struje i napone uzdušnoga transformatora sa $w_1 : w_2 = 1 : 3$; $R_1 = 16 \Omega$; $R_2 = 216 \Omega$; $L_1 = 0,073 \text{ H}$; $L_2 = 0,63 \text{ H}$; $M = 0,189 \text{ H}$, koji sekundarno kod $f = 500 \text{ Hz}$ daje $U_2 = 180 \text{ V}$ kod induktivnoga opterećenja sa $I_2 = 0,1667 \text{ A}$ pri $\cos \varphi_2 = 0,95$; iz prikaza očitati I_0 , I_1 , U_1 i naći $\cos \varphi_1$, te izračunati i pripadni r_i .

[0,38 i 0,74 A; 101 V; 0,58; 0,66]

203. Naći ekvivalentni krug struje transformatora i pripadnog tereta $\mathcal{Z}$ danih podacima iz vj. 202.

[Po sl. 383. uz F-13., i uz neprimarne veličine reducirane na primarno, R_1 i R_2' , te, L_1 , L_2' i M' bili bi 16 i 24 Ω , odnosno 0,073, 0,070 i 0,063 H, a $\mathcal{Z} = 1080 \Omega \cdot \| 18,2^\circ$ dalo bi, na primarno reducirano, impedanciju tereta izraženu sa $\mathcal{Z}' = 120 \Omega \cdot \| 18,2^\circ$]

204. Izvesti isti vektorski prikaz i potražiti iste veličine kao u vj. 202. za transformator kao tamo, no opterećen kod $U_2 = 180 \text{ V}$ sa $I_2 = 0,1667 \text{ A}$ pri $\cos \varphi_2 = 1$.

[Vektorski prikaz i račun daju: 0,37 i 0,66 A; 95 V; 0,68; 0,70]

205. Kod ispitivanja uzdušnog transformatora sa $w_1 = w_2$ i $v_1 : v_2 = 1,04$ pri stalnoj primarnoj struji 0,66 A izmjereno je a) u praznom hodu: $U_0 = 152$ V i $N_0 = 7,05$ W; b) u kratkom spoju: $U_k = 42$ V i $N_k = 15,4$ W; u mjerilima iz vj. 202. nacrtati naponski diagram transformatora za neinduktivna opterećenja, i iz njega očitati σ transformatora, te U_1 , $\cos \varphi_1$ i η : a) za $I_2 = 0,5$ A i b) za ono I_2 koje daje minimalno φ_1 .

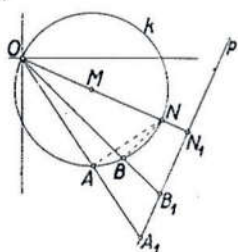
[Smanjen diagram v. na slici 385. uz F-14.; $\sigma = 0,222$; a) pri $I_2 = 0,5$ A i po tom $I_2(R_2 + R) = 72$ V izlazi: $U_1 = 95$ V; $\cos \varphi_1 = 0,68$; $\eta = 0,70$; b) za minimalno $\varphi_1 = 44^\circ$ izlazi: $U_1 = 72$ V; $\cos \varphi_1 = 0,72$; $\eta = 0,58$ korespondentno sekundarnoj struji iznosa $I_2 = 0,55$ A i pripadnom teretu u obliku radnog otpora $R = 65,4 \Omega$]

206. Izvesti stavak da je krugu k koji prolazi kroz točku O (na pr. ishodište koordinata) uzetu za inverzioni centar inverzan svaki pravac p okomit na poluzraku povučenu iz O kroz središte M kruga k (specijalno su na pr. na sl. 368. uz vj. 167. polukrug NBO i poluzraka $PA \infty$ bili u takvom odnosu).

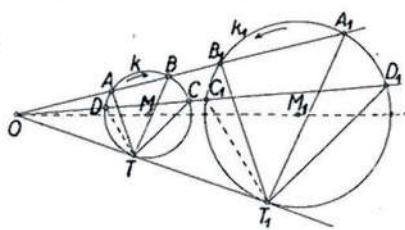
[Po sl. 429. tražene relacije $OA \cdot OA_1 = \dots = ON \cdot ON_1 = P$ (s konstantom $P = r^2$, obično zvanom »inverzijska potencija«) slijede iz vezâ kao: $\triangle ONA \sim \triangle OA_1N_1$, itd.]

207. Dokazati da je inverzijska krivulja kruga k koji ne prolazi inverzionim centrom O svaki krug k_1 takav i tako položen da O čini »točku sličnosti« krugova k i k_1 , pri čemu su smislovi obilaženja obih kružnica suprotni (na sl. 389. uz F-17. su se specijalno oba kruga k i k_1 podudarala).

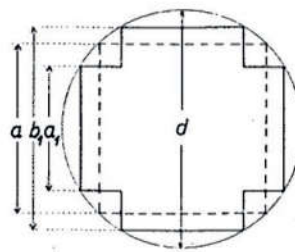
[Po slici 430. tražene relacije $OA \cdot OA_1 = OB \cdot OB_1 = \dots = OT \cdot OT_1 = P$ slijede iz odnosa sličnosti parova trokuta kao: $\triangle OAT \sim \triangle OB_1T_1$; $\triangle OBT \sim \triangle OA_1T_1$; itd.]



Sl. 429.



Sl. 430.



Sl. 431.

208. Zbog indirektnog mjerenja antenske struje frekvencije 79,6 kHz neke radio-stanice bio je namjesto antenskog ampermetra priključen primarni namotaj uzdušnog transformatora komu je sekundarni namotaj, vezan na primarni međuinduktivitetom $50 \mu\text{H}$ i predstavljajući sam radni otpor 2Ω i samoinduktivitet $160 \mu\text{H}$, hranio termički ampermetar radnog otpora 6Ω ; pretpostavljajući da je ovaj potonji pokazao 5 A izračunati antensku struju.

$$\left[I_1 = I_2 \frac{L_2}{M} \sqrt{1 + \frac{(R_2 + R)^2}{\omega^2 L_2^2}} \approx I_2 \frac{L_2}{M} \left(1 + \frac{(R_2 + R)^2}{2 \omega^2 L_2^2} \right) \approx 16 \text{ A} \right]$$

209. Naći w_1 i w_2 transformatora s neznatnima R_1 i X_1 određena da kod $U_1 = 380$ V dade pri 50 Hz u praznom hodu $U_2 = 1000$ V, pretpostavljajući sa $B_m = 10000$ G opterećenu jezgru iz transformatorskih limova (brutto-)prereza $S_0 = 75$ cm² (prerez S samoga željeza jezgre uzeti sa $0,88 \cdot S_0$ kao i u C-102.).

[259 i 682 zavoja]

210. Koliko će iznositi I_μ , I_h , I_0 i $\cos \varphi_0$ uz uvjete kao u vj. 209., ako uz $B_m = 10000$ G pripada $H_m = 5$ A/cm i ako se pretpostavi jezgra iz limova konstante gubitaka $V_{10} = 2,6$ (C-94.) i specifičke težine $\gamma = 7,65$ kg/dm³, te srednja duljina puta magnetskih linija u željezu ukupnog iznosa 60 cm i četiri doticajne pukotine vrijedne ukupno $4 \times 0,005$ cm.

[1,25; 0,21 i 1,27 A; 0,16]

211. Trofazni jezgrasti transformator prenosi pri 50 Hz učin s trofazne mreže linijskog napona 381 V na trofaznu mrežu linijskog napona 5000 V, a spojen je primarno u trokut i sekundarno u zvijezdu; naći brojeve zavoja w_1 i w_2 po kraku transformatora kod (netto-)prereza jezgre $S = 66$ cm² i dopustivog opterećenja željeza sa $B_m = 1,3$ T.

[200 i 1520 zavoja]

212. Izraziti promjerom d opisanog kruga kao na sl. 431. stranicu a maksimalnog kvadratičnog prereza S i dimenzije a_1 i b_1 maksimalnog jednostepenog (križnog) prereza S_1 jezgara za transformatore s kružnim zavojima, te izračunati pripadne »faktore punjenja željezom«, t. j. omjere prereza čistoga željeza, računanih sa $0,9 S$ i $0,9 \cdot S_1$, prema površini kruga.

[0,707 d; 0,526 d i 0,851 d; 0,57; 0,71]

213. Koliko bi iznosili U_1 , I_1 i I_2 , te prerezi q_1 i q_2 , kao i ukupna težina G bakra, obih s gustoćom struje 3 A/mm² opterećenih namotaja sa $w_1 = 159$ i $w_2 = 212$ zavoja srednje duljine 0,6 m običnog transformatora opterećena sa $N_2 = 1728$ W pri $U_2 = 240$ V i $\cos \varphi_2 = 0,8$ (zanemariti sve gubitke i struju magnetiziranja; pretpostaviti $\gamma_{Cu} = 8,9$ kg/dm³).

[180 V; 12 i 9 A; 4 i 3 mm²; 6,8 kg]

214. Isti problem kao u vj. 213., no pretpostavljajući mjesto običnoga štedni transformator po shemi u sl. 401. (pored U_1 , I_1 i I_2 naći struje I' i I'' i brojeve zavoja w' i w'' »odvojenog« i »neodvojenog« dijela namotaja i pripadne prereze q' i q'' ; naći također ukupnu težinu bakra G' i usporediti je sa G iz vj. 213.).

[U_1 - I_1 - I_2 kao u vj. 213.; 3 i 9 A; 1 i 3 mm²; $G' = \frac{1}{4} G = 1,7$ kg]

215. Naći linijske struje primarno i sekundarno te struje u odvojenim i neodvojenim dijelovima faznih namotaja trofaznog štednog transformatora spojena u zvijezdu i određena da prenosi simetrično opterećenje od 200 kW pri faktoru učina 0,6 s mreže linijskog napona 440 V na potrošač linijskog napona 381 V.

[437 i 506 A; 69 i 437 A]

216. Transformator za sekundarno 5 kVA ima puno opterećen gubitke u bakru 625 W i gubitke u željezu 400 W; naći mu iznose η za $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ i $\frac{5}{4}$ punog opterećenja: a) uz $\cos \varphi_2 = 1$, b) uz $\cos \varphi_2 = 0,6$ (ind.), c) uz $\cos \varphi_2 = 0,6$ (kap.). Računski je povoljnije, ako su G ukupni gubici transformatora, primijeniti relaciju $\eta =$

$$= 1 - \frac{G}{N_2 + G} \text{ dobivenu iz } \eta = \frac{N_2}{N_2 + G} \text{ dodavanjem u brojniku članova } + G \text{ i } - G.$$

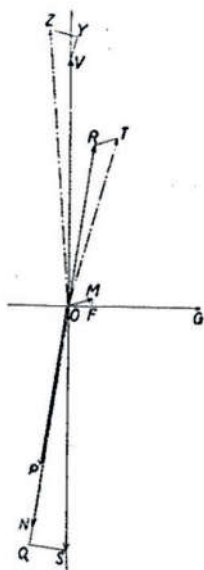
[a): 0,818; 0,832; 0,830 i 0,819; b) i c): 0,730; 0,749; 0,745 i 0,731]

217. Jednofazni transformator za sekundarnih 4000 V i 100 A ima nominalno opterećen $N_{Cu} = 12 \text{ kW}$ i $N_{Fe} = 4 \text{ kW}$; kod koje će se frakcije x nominalne struje I_2 gubici u bakru izjednačiti s onima u željezu, te koje će iznose η_i i η_m imati transformator kod strujâ I_2 odn. xI_2 , obaput uz $\cos \varphi_2 = 0,8$.

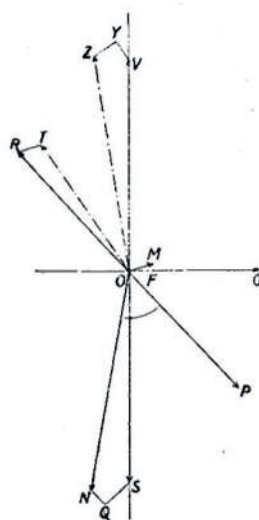
$$[x = 0,578; \eta_i = 0,952; \eta_m = 0,976]$$

218. Naći maksimalne stepene djelovanja i pripadne sekundarne učine transformatora iz vj. 216.; a) pri $\cos \varphi_2 = 1$, b) pri $\cos \varphi_2 = 0,6$ (ind.) ili $\cos \varphi_2 = 0,6$ (kap.).

$$[0,833 \text{ i } 0,750; 4000 \text{ i } 2400 \text{ W}]$$



Sl. 432.



Sl. 433.

219. Koliku će struju, i uz koji faktor učina, crpsti iz mreže napona 220 V transformator sa $w_1 = 180$ primarnih zavoja koji hrani dva potrošača $\mathcal{Z}_1 = 22 \Omega \cdot \| 36,86^\circ$ i $\mathcal{Z}_2 = 4 \Omega \cdot \| 53,14^\circ$ preko dva namotaja, sekundarnoga i tercijarnoga, pri naponima 110 i 44 V; naći također brojeve zavoja w_2 i w_3 sekundarno i tercijarno (zanemariti sve gubitke i padove napona).

$$[4,65 \text{ A}; 0,714; 90 \text{ i } 36 \text{ zavoja}]$$

220. Trofazni transformator nosi na svakom od svoja tri kraka $w_1 = 2400$ zavoja primarno i $w_2 = 1800$ zavoja sekundarno, i priključen primarno u trokutnom spoju na trofazni vod linijskih napona iznosa U_1 hrani sekundarno u cik-cak-spoju simetričnu potrošačku zvijezdu s iznosom $U_2 = 3250 \text{ V}$ naponâ potrošača zvijezde; naći iznos U_1 .

$$[U_1 \approx U_2 \cdot 1,155 \text{ } w_1/w_2 = 5000 \text{ V}]$$

221. Naći iznos na koji padne ukupna opteretivost $3N''$ trofazne stanice s tri jednofazna transformatora po $N'' = 400 \text{ kVA}$, ako jedan transformator pregori i stanica zbog toga prede na snabdijevanje simetrično opterećene trofazne mreže dvjema transformatorima u »V-spoju«.

$$[0,58 \cdot 3N'' = 694 \text{ kVA}]$$

222. U mjerilima $1 \text{ V} = 0,5 \text{ mm}$ i $1 \text{ A} = 10 \text{ mm}$ vektorski prikazati odnose napona i struja transformatorâ sa $w_1 : w_2 = 1 : 2$ i $R_1 = 2,7 \Omega$; $R_2 = 10 \Omega$; $X_1 = 3,2 \Omega$;

$X_2 = 18\Omega$; $I_\mu = 1,2\text{ A}$; $I_h = 0,35\text{ A}$, opterećenih pri $U_2 = 440\text{ V}$ sa $I_2 = 4\text{ A}$, specijalno: a) pri $\cos \varphi_2 = 0,6(\text{ind.})$, b) pri $\cos \varphi_2 = 1$, c) pri $\cos \varphi_2 = 0,6(\text{kap.})$; iz dobivenih prikaza očitati svakiput iznose U_1 , I_1 , φ_1 i izračunati $\cos \varphi_1$ i η .

[Prikazi u danim mjerilima (prema sl. 413., 432. i 433.) dali bi: a) 299 V ; $9,2\text{ A}$; 56° ; $0,56$; $0,69$; b) 273 V ; $8,6\text{ A}$; 20° ; $0,94$; $0,79$; c) 211 V ; $7,5\text{ A}$; 25° ; $0,90$; $0,73$]

223. Predočiti transformator iz vj. 222. a); predočiti i tri opterećenja po vj. 222. ekvivalentnim strujnim krugom reduciranim na primarno.

[Na sl. 415. uz F-44. bili bi: $R_1 = 2,7\Omega$; $R_2' = 2,5\Omega$; $X_1 = 3,2\Omega$; $X_2' = 4,5\Omega$; $R_0 = 745\Omega$ i konačno $X_0 = 217\Omega$; tereti korespondentni slučajevima a) do c) po vj. 222., bili bi: a) $\mathcal{Z}' = 16,5 + 22,0j\Omega$; b) $\mathcal{Z}' = 27,5\Omega$; c) $\mathcal{Z}' = 16,5 - 22,0j\Omega$]

224. Transformator za 50 Hz građen za učin $N_2 = 4\text{ kVA}$ i primarni napon $U_1 = 200\text{ V}$ dao je kod nominalne struje pri pokusu kratkog spoja po shemi u sl. 419.b). uz F-46. iznose: $U_k = 10\text{ V}$, $N_k = 120\text{ W}$; izračunati mu maksimalnu regulaciju u $\%$ i pripadni faktor učina. [5%; 0,6]

225. Transformatoru iz vj. 224. odrediti metodom Kappova diagrama postotne iznose regulacije uz nominalna opterećenja pri vrijednostima faktora učina $0,2-0,4-0,6-0,8-1,0-0,8-0,6-0,4-0,2$ s iznosima lijevo od $1,0$ razumijevanima za slučajeve s induktivnima i onima desno za terete s kapacitivnima opterećenjima; povući i krivulju s dobivenima regulacijama kao ordinatama i pripadnim faktorima učina kao apscisama. [4,5; 4,8; 5,0; 4,8; 3,1; 0,8; -1,3; -2,3; -3,2%]

226. Transformatoru iz vj. 224. sa $w_1 : w_2 = 1 : 2$ određeni su kod istosmjerne struje otpori R_1^- i R_2^- obih namotaja u iznosima $0,132$ i $0,572\Omega$; naći faktor $a = R_1 : R_1^-$ povećanja (zbog skin-efekta, učinak blizine i sl.; C-71.) ukupnog ekvivalentnog otpora R_t transformatora pri 50 Hz prema korespondentnom iznosu R_t^- računatom iz R_1^- i R_2^- , te uzimajući faktor a jednakim primarno i sekundarno izračunati R_1 i R_2 transformatora. [$a = 0,30 : 0,275 = 1,09$; $0,144$ i $0,624\Omega$]

227. Primjenjujući kod Scottova spoja po sl. 403. uz F-31. na oba transformatora zakon amperzavoja (334) uz zanemarenu struju praznog hoda, i I. Kirchhoffov zakon razgranjivanja na čvorište O_1 , naći simboličke relacije između struja $\mathcal{I}_1$ - $\mathcal{I}_2$ - $\mathcal{I}_3$ i $\mathcal{I}_I$ - $\mathcal{I}_{II}$ na trofaznoj i dvofaznoj strani promatranoga spoja.

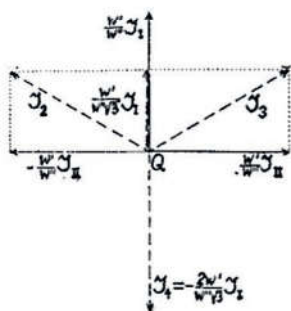
$$\left[\mathcal{I}_1 = -\frac{w'}{w''} \frac{2}{\sqrt{3}} \mathcal{I}_I; \mathcal{I}_2 = \frac{w'}{w''} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \mathcal{I}_I - \mathcal{I}_{II} \right); \mathcal{I}_3 = \frac{w'}{w''} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \mathcal{I}_I + \mathcal{I}_{II} \right) \right]$$

228. Ilustrirati rezultate vj. 227. vektorskim prikazom odnosa trofaznih struja $\mathcal{I}_1$ - $\mathcal{I}_2$ - $\mathcal{I}_3$, i dvofaznih $\mathcal{I}_I$ - $\mathcal{I}_{II}$, te specijalno naći iznose I_1 - I_2 - I_3 za slučaj pogona dviju jednofaznih peći za 600 i 400 kW kod napona 200 V i faktora učina 1 uzimajući trofaznu mrežu linijskih napona 1000 V . [$w'' : w' = 5 : 1$; $693-529-529\text{ A}$]

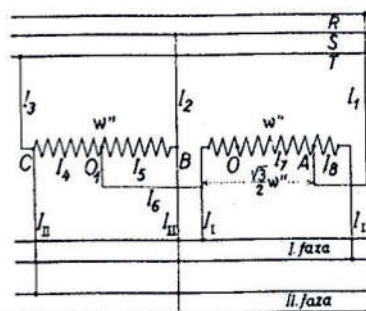
229. Kakav postaje i na što ukazuje vektorski prikaz po vj. 228. za simetrična dvofazna opterećenja prividnim otporima po relaciji $\mathcal{Z}_I = \mathcal{Z}_{II}$, i po tomu strujama po relaciji $\mathcal{I}_I = j\mathcal{I}_{II}$. [Vidi sl. 434.; sustav struja $\mathcal{I}_1$ - $\mathcal{I}_2$ - $\mathcal{I}_3$ izlazi simetričan.]

230. Specijalizirati spoj po sl. 403. uz F-31. na slučaj dvaju transformatora u štednom spoju sa $w' = w''$, te uz $I_I = I_{II} = 100$ A.

[Po sl. 435. su: $I_1 = I_2 = I_3 = 115,5$ A; $I_4 = I_5 = 57,7$ A; $I_6 = 115,5$ A; $I_7 = 15,5$ A; $I_8 = 100$ A]



Sl. 434.



Sl. 435.

231. Kod dva jednofazna transformatora A i B pokusima praznog hoda i kratkog spoja nađeni su omjeri prenošenja istoga iznosa 1 : 2, dok su na sekundarno svedeni totalni radni otpori izišli 0,25 i 0,40 Ω , a totalne rasipne reaktancije 0,60 i 0,30 Ω ; pretpostavljajući oba transformatora primarno paralelno priključena na mrežu napona E takvoga da transformatori sekundarno paralelno snabdijevaju neki potrošač kod $U = 200$ V sa $I = 60$ A pri $\cos \varphi$ iznosâ: a) 0,8(ind.), b) 1, c) 0,8(kap.); naći sekundarne struje I_A i I_B , te pripadne učine N_A i N_B pojedinih transformatora, kao i primarni napon E za slučaj a).

[27,0 i 35,1 A; 3,17 i 6,43 kW; 5,16 i 6,84 kW; 5,09 i 4,51 kW; 108,6 V]

232. Namotaj nekog puno opterećenog transformatora s početnom temperaturom 20°C pokazao je nakon 1 h i nakon 2 h povišenja temperature 22 i 33 st. C. (određena iz promjene otporâ po B-27.); pretpostavljajući tok povišenja temperature po formuli (341) iz F-57. izračunati povišenje temperature i samu temperaturu u stacionarnom stanju, vremensku konstantu ugrijavanja, te vrijeme potrebno za postizavanje 95% povišenja temeperature.

[44 st. C.; 64°C; 1,44 h; 4,3 h]

232. a) Naći napone E_1 do E_3 na početku jednofaznog voda rezistancije 2,5 Ω i reaktancije 4 Ω , koji bi na svršetku imao, naizmjenice, potrošače istog napona $U = 4$ kV i iste struje $I = 120$ A, no različitih faktora snage: 0,8(ind.), 1 odn. 0,6(kap.). Naći i napon E_t (i pripadni $\cos \varphi_t$) takav da E_t maksimalno nadilazi U , te onaj $\cos \varphi$ kod koga pripadni E_0 ne diferira od U . Kod E_1 do E_3 raditi, zbog usporedbe, i a) s prvom i b) s drugom regulacionom formulom iz F-52.a) (paziti na potrebnu promjenu predznaka u slučaju s E_3); osim toga kontrolno kod E_1 do E_3 , te isključivo kod E_t i E_0 , primijeniti Kappov diagram po sl. 421.

[4528 i 4533 V; 4300 i 4311 V; 3796 i 3831 V; 4566 V i 0,53(ind.); 0,88(kap.)]

232. b) Iz R-S-T-voda napona 6 kV, preko transformatora sa $B_m = 1,2$ T i $S_{Fe} = 100$ cm² u spoju a) zvijezda-zvijezda i b) trokut-trokut, indukcioni motor potježe snagu $\sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 381 \cdot 42 \cdot 0,87$. Naći za oba slučaja po fazi transformatora: brojeve zavoja w_1 i w_2 , napone U_1 i U_2 , te struje I_1 i I_2 . Gubitke zanemari! [a) 1300 i 83; 3465 i 220 V; 2,68 i 42 A; b) 2252 i 143; 6000 i 381 V; 1,55 i 24,3 A]

G) STROJEVI IZMJENIČNE STRUJE

I) SINHRONI GENERATORI I SINHRONI MOTORI

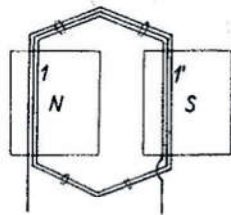
Diametralni jednožlijebni i višežlijebni namotaji sinhronih strojeva. Postizavanje sinusoidne raspodjele magnetskog toka. Proizvedeni napon, zonski faktor. Odnosi kod opterećena stroja. Trofazno i dvofazno proizvedeni rotirajući magnetski tokovi. Jednofazni tok kao kombinacija dvaju suprotno rotirajućih. Armaturni tok; reakcija armature. Sinhronizacija. Sinhroni stroj kao motor. Kut opterećenja. Preuzbuđeni sinhroni motor kao popravljivač faktora učina mreže. Sinhrona reaktancija. Moment vrtnje sinhronih strojeva.

1. Po E-2. i E-59. jednofazni i višefazni generatori izmjeničnih struja, među njima naročito kudikamo najobičniji trofazni, izvode se s armaturnim namotajem, u kome se proizvode izmjenični naponi, raspoređenim u žljebovima mirnog dijela stroja: »statora«, i s magnetnim sustavom u obliku »polnog kotača« s jednim ili više pari polova, smještenim na rotiranom dijelu stroja: »rotoru«. Po E-2 ovakvi su »alternatori« sinhroni strojevi, t. j. kod njih je frekvencija f Hz proizvedenih struja s brzinom n okr/min i brojem p pari polova stroja čvrsto vezana osnovnom relacijom $f = np/60$, tako da određeni stroj za određenu frekvenciju treba tjerati određenom *sinhronom* brzinom.

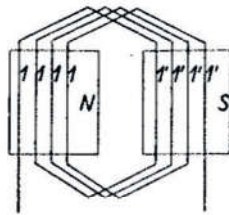
2. Prelazeći na proučavanje sinhronih generatora razmotrimo najprije njihove armaturne namotaje. Očito će se *vodiči* (»štapovi«) namotaja morati voditi kroz žljebove armature tako da se elektromotorne sile vodiča koji slijede jedan za drugim podupiru. To znači: ako se po sl. 200. uz D-14. ispred jednog vodiča A »naprijed-natrag« u određenom momentu nađe N-pol ili jedan od N-polova polnog kotača, treba da je nadovezani vodič B »natrag-naprijed« tako povučen da on u promatranom momentu bude u području protivnoga, t. j. S-pola.

Uzmimo najprije da namatamo *jednofazni* generator i da imamo na raspolažanju samo jedan žlijeb na širinu svakoga pola, t. j. da izvodimo *jednožlijebno* namatanje. Tada bismo mogli kroz par žljebova koji odgovara jednom paru polova povući svitak od samo jednog zavoja s obim stranama svitka realiziranim s po jednim vodičem, ili općenitije svitak s w' zavoja i po tomu w' vodiča u svakoj strani svitka, na pr. po sl. 436. svitak sa $w' = 3$ zavoja i po tomu sa 3 vodiča u svakom žlijebu. Kod strojeva s više pari polova nastavilo bi se jednako namatanje, nakon što bi prvi par žljebova bio ispunjen, kroz analogan par žljebova drugog para polnih područja, pa trećeg itd., tako da bi jednožlijebno namotani generator sa p pari polova imao svega $2p$ jednoliko po cijeloj nutarnjoj strani statora porazdijeljenih žljebova, i u svakom bi žlijebu bilo w' vodiča.

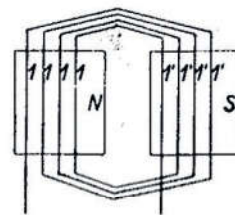
3. Mnogo je međutim prikladnije vodiče armaturnog namotaja umjesto na 1 par žljebova porazdijeliti na 2, 3, 4 ili više pari žljebova po paru polova, t. j. namatanje izvesti »dvožljebno«, »trožljebno«, »četverožljebno«, itd. Tako je na pr. na sl. 437.a) predloženo četverožljebno namatanje s jednozavojnim svicima. Ono se može zamisliti nadomješteno raspoređajem po sl. 437.b), električki očito ekvivalentnim i praktički prikladnijim. Jednofazni generator sa p pari polova mora kod k -žljebnog namatanja imati $2p$ grupa po k namotanih žljebova.



Sl. 436.

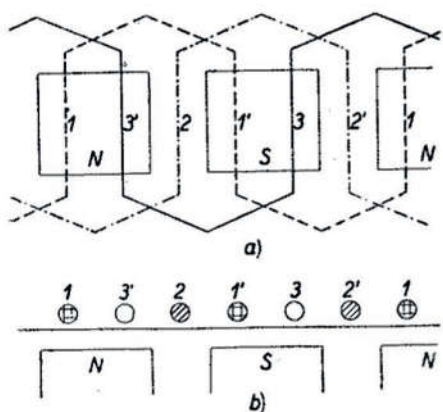


Sl. 437.a)

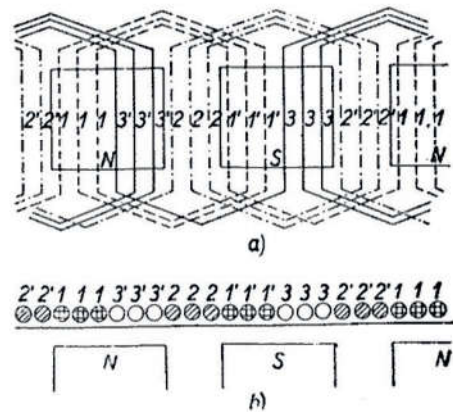


Sl. 437.b)

4. Kod trofaznih strojeva trebalo bi kod »jednožljebnog« namatanja imati tri žljeba na širinu svakog pola, odn. općenito kod m -faznih namatanja m žljebova po polnom području. Na sl. 438.a) vidi se dio trofaznog jednožljebnog namotaja višepolnog stroja sa p pari polova. Različite faze naznačene su različitim brojkama uz vodiče pojedinih faza, i to vodiči »naprijed-natrag« sa 1-2-3 i vodiči »natrag-naprijed« sa 1'-2'-3'. Razmak ma koga vodiča jedne faze i korespondentnog vodiča iduće faze iznosi uvijek 120 električkih ili $120/p$ geometrijskih gradi. Tako bi uz navedene odnose armatura imala svega $2p \cdot 3$ žljebova, raspoređenih jednoliko po armaturi u razmacima od 60 električkih ili $60/p$ geometrijskih gradi (općenito bi kod m fazâ trebalo $2p \cdot m$ žljebova). Na sl. 438.b) predložen je namotaj po sl. 438.a) malo drukčije i jednostavnije.



Sl. 438.



Sl. 439.

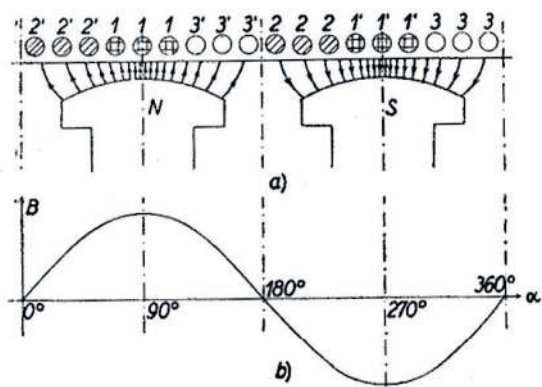
Kod k -žljebnih namotaja m -faznih strojeva s posebnim žljebom za svaku stranu svakoga svitka trebalo bi predvidjeti m -struko toliko žljebova kao kod jedno-

faznog stroja. Kod stroja sa p pari polova to bi dalo ukupno $2pm$ grupa po k žljebova, dakle svega $2pmk$ žljebova. A da se raspoloživi prostor armature jednoliko i potpuno iskoristi višefaznim namotajem, svih se $2pmk$ žljebova jednoliko raspoređi po cijeloj armaturi.

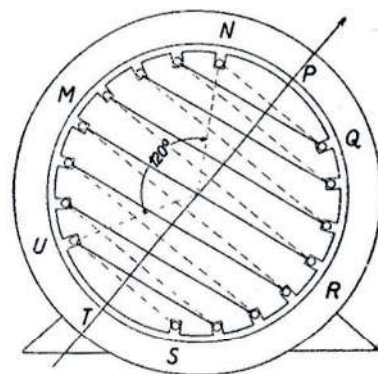
Tako bi na pr. na armaturi trofaznog 8-polnog stroja s trožlijebnim namatanjem po sl. 439., i opet predloženim na oba načina a) i b), te sa svicima raspoređenim na način sl. 437.b), moralo biti svega $2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 72$ žljeba raspoređena u razmacima od 20 električkih ili 5 geometrijskih gradi.

5. Da proizvedena EMS stroja bude sinusoidna već kod jednožlijebnog namatanja, dovoljno je: a) da se magnetska indukcija B u prostoru između polnih nastavaka i armature mijenja uzduž područja svakog para polova po zakonu sinusa, dakle da »krivulja magnetske indukcije« (ili, kako neki manje točno vele, »krivulja polja«) stroja bude po mogućnosti sinusoidna, te b) da svici namotaja imaju širinu razmaka dvaju polova (diametralno namatanje), tako da pojedine njihove petlje, u najpovoljnijem položaju, obuhvataju sav tok Φ iz jednoga pola.

Prvi uvjet može se praktički realizirati time da se osobitim oblikom polnih nastavaka, odnosno promjenljivom širinom uzdušne pukotine stroja po prilici po sl. 440.a), utječe na podjelu gustoće magnetskih linija uzduž armature u smislu zahtijevane sinusoidne krivulje po sl. 440.b). No može se krivulja po sl. 440.b) približno dobiti i time da se rotor stroja umjesto s »izrazitim« polovima izvede s prikladno »porazdijeljenim« magnetskim namotajem, smještenim u žljebove



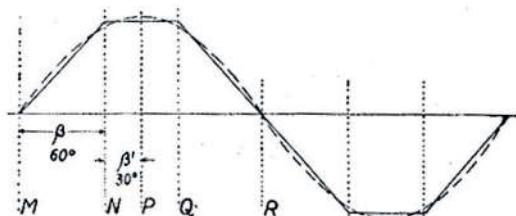
Sl. 440.



Sl. 441.

uzduž vanjskoga plašta cilindrički izvedenoga rotora. Za dvopolni stroj takav bi porazdijeljeni namotaj bio po shemi u sl. 441., po kojoj se doista i postupa kod generatorâ sa $p = 1$ za $f = 50$ Hz direktno tjeranih parnim turbinama sa $n = 60f/p = 3000$ okr/min. Kako se vidi, namotaj se smjesti u području od dvaput po 120° , tako da ostanu nenamotana dva suprotna dijela plašta rotora, svaki od 60° . Kod rotora s više nego jednim parom polova umjesto geometrijskih 2×120 i 2×60 gradi dolaze u obzir po svakom paru polova 2×120 i 2×60 električkih

gradi. Očito rotor kao onaj na sl. 441. izvodi kod M gustoću magnetskih linija $B = 0$, a zatim B raste na luku MN približno po stepenicama koje korespondiraju žljebovima, i po tom kod većega broja žljebova grubo linearno, jer i broj korisnih



Sl. 442.

uzbudnih amperzavoja tako raste. Zatim od N do Q ostaje B uglavnom jednako, dok od Q do R pada B grubo linearno prema nuli. A na RSUM vrijednosti B slično variraju kao MNQR, samo su negativne.

Imamo dakle po sl. 442. zapravo približno »trapezni« zakon za B kod op-hoda područja jednog para polova. No

kako je po E-95. osobito trapez kao na sl. 442. sa $\beta = 60^\circ$ i $\beta' = 30^\circ$ vrlo bliz sinusoidi, crtkano markiranoj na slici, to je gore postavljeni uvjet sinusoidne krivulje za B u ovakvom slučaju približno ispunjen, pa se i EMS koje u pojedinim vodičima armature nastaju mogu pretpostavljati kao praktički sinusoidne.

6. U ovom što slijedi uzimat ćemo da su ispunjeni uvjeti a) i b) iz G-5. za sinusoidne EMS pojedinih svitaka, te da su rotor cilindrički s »punim« polovima (s porazdijeljenim namotajem). Nuzgredne pojave kod rotora s »izrazitim« polovima, kao i uopće utjecaje drugih konstruktivnih pojedinosti, pustit ćemo po strani u ovom tek općenitom i kratkom pregledu svojstava sinhronih strojeva.

Dodajmo samo usput da je i uz nesinusoidni, pa čak i pravokutni, zakon za B moguće kod višežljebnih namotaja, kombinacijom pojedinih samih za sebe nesinusoidnih napona induciranih u pojedinim svicima smještenima u pojedine parove žljebova, dobiti približno trapezni, a po tomu i približno sinusoidni ukupni (konačni) proizvedeni napon stroja. Pri tomu približavanje sinusoidi postaje bolje kod većeg broja upotrebljenih žljebova, odn. kod gušćih žljebova. O svemu tomu može se naći u specijalnoj literaturi.

7. Lako je izračunati proizvedeni napon E_1 što se kod jednožljebnog namotaja stvara u svitku od w_1 zavoja stroja s jednim parom polova, ili u više svitaka s ukupno w_1 zavoja stroja s više pari polova. Može se postupati izračunavajući iznos E_1'' EMS stvorene u w_1 zavoja za vrijeme od pola perioda $\frac{1}{2}T$, koje je potrebno da ispred svitka ili svitaka nestane N-pola ili N-polova rotora i na njegovo ili njihovo mjesto dođu S-pol ili S-polovi. Ako dakle na početku promatranoga vremenskog intervala ide tok Φ Vs ili $\Phi^* M$ iz svakog N-pola u svitak, na svršetku će teći tok Φ Vs ili $\Phi^* M$ iz svitka u S-pol. Prema tomu je početni tok svakog svitka $\Phi_0 = +\Phi$ i konačni $\Phi_1 = -\Phi$, pa se po formuli (180) iz C-64., izrazivši ta-mošnje veličine t_1 i w sa $T/2 = 1/2f$ i w_1 kao i uzevši u obzir odnos između Φ i Φ^* , može staviti: $E_1'' = w_1 \cdot [(+\Phi) - (-\Phi)] \cdot 2f = w_1 \cdot [(+\Phi^*) - (-\Phi^*)] \cdot 2f \cdot 10^{-8}$, dakle stegnuto (sa E_1'' u V i Φ u Vs odn. Φ^* u M):

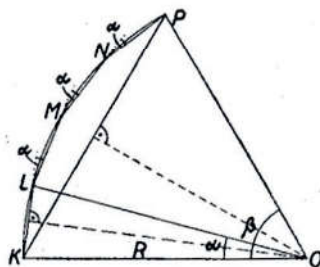
$$E_1'' = 4 \cdot \Phi \cdot w_1 \cdot f = 4 \cdot \Phi^* \cdot w_1 \cdot f \cdot 10^{-8}$$

A iz ove prosječne vrijednosti lako se dobiva i efektivna vrijednost E_1 množenjem iznosa E_1'' »faktorom oblika« pripadnim krivulji inducirane EMS. Ako

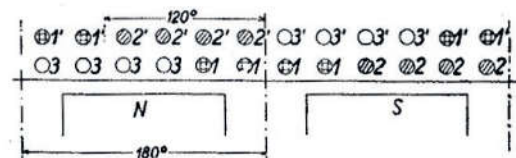
smo dakle odnose udesili za sinusoidnu EMS, faktor oblika E_1/E_1'' bit će $\xi = 1,11$, tako da će za iznos $E_1(V)$ traženog proizvedenog napona jednofaznog sinhronog stroja s jednožlijebnim namotajem vrijediti:

$$E_1 = 4,44 \cdot \Phi \cdot f \cdot w_1 = 4,44 \cdot \Phi^* \cdot f \cdot w_1 \cdot 10^{-8} \quad (342)$$

8. Dobivena formula ne može se bez daljega primijeniti i na strojeve s višežlijebnim namotajima. U slučaju višežlijebnog namatanja mogu se po njoj računati samo naponi E_1 pojedinih svitaka. Ali se ti naponi E_1 ne smiju naprosto algebarski sumirati da bi se dobio ukupni napon E stroja. To je zato što su pojedini svici višežlijebnog namotaja prostorno pomaknuti jedan prema drugome, pa su i naponi E_1 inducirani u tim svicima međusobno pomaknuti u fazi. A efektivne vrijednosti sinusoidnih veličina smiju se zbrajati samo geometrijski, kao vektori. Konkretno rečeno: ako je namotaj po shemi u sl. 437.a) ili 437.b) četverožlijebni sa svicima jednakog broja w_1 zavoja, pa ako su dva susjedna svitka pomaknuta za kut α° (kod višepolnih strojeva to bi bili dakako električki gradi), onda uz pretpostavku da N i S rotirajući idu od lijeva na desno, i tako najprije dosižu prvi svitak, pa tek nešto kasnije drugi, itd., mora napon E_1 induciran u drugom svitku fazno zaostajati za pomak faza α° prema naponu istog iznosa E_1 induciranom u prvom svitku, i slično mora zaostajati napon induciran u trećem svitku prema onom drugog svitka, itd. Tako ukupno u sva četiri svitka proizvedeni napon, kod



Sl. 443.



Sl. 444.

dvopolnog stroja ujedno i ukupni napon stroja E , izlazi kao geometrijska suma od četiri vektora duljine E_1 , koji bi se u tu svrhu po sl. 443. nadovezali po zakonu »poligona vektorâ« jedan na drugi, tako da bi svaki bio za kut α zakrenut prema prethodnomu (v. vektore KL, LM, itd.). Rezultujući vektor KP iznosa E izlazi onda manji nego kad bi se iznos E smio računati naprosto uzimajući algebarsku sumu $4E_1$ iznosâ naponâ proizvedenih u pojedinim svicima. Ako je dakle w ukupni broj zavoja u svima serijski spojenima svicima dvopolnog stroja, ukupni proizvedeni napon stroja ne će se računati naprosto stavljajući u (342) mjesto w_1 ukupni broj w zavoja namotaja, nego E izlazi toliko umanjeno koliko odgovara kvocijentu rezultujućeg proizvedenog napona i algebarske sume proizvedenih napona u svim svicima, dakle specijalno za slučaj sl. 437. kvocijentu $\zeta = E : 4E_1$. A kako se kod višepolnih strojeva odnosi jednog para polnih područja samo ponavljaju kod idućih

parova polnih područja, to se, pri serijskom spoju svih svitaka stroja, kod proračunavanja E pored ukupnog broja w zavoja na jednaki način mora uzimati u obzir višežlijebnost namotaja, određena također kod višežlijebnih strojeva faktorom ζ , koji se zove *zonski* ili *namotajni* faktor stroja (jer ovisi o širini zone koju unutar jednog polnog područja zauzima namotaj jedne faze). Prema tomu za proračunavanje veličine E vrijedi, umjesto samo za jednožlijebne namotaje ispravne relacije (342), općenita relacija (sa Φ u Vs odn. Φ^* u M i E u V):

$$E = 4,44 \cdot \Phi \cdot f \cdot w \cdot \zeta = 4,44 \cdot \Phi^* \cdot f \cdot w \cdot \zeta \cdot 10^{-8} \quad (342')$$

9. Očito je kod jednožlijebnog namatanja $\zeta = 1$, i u tom slučaju formula (342') prelazi u formulu (342). A kod dvo- ili višežlijebnih namotaja bit će $\zeta < 1$.

S gledišta postizavanja što većeg E povoljnije je kad je ζ što bliže jedinici. Razmotrimo dakle kako ζ ovisi o širini zone namatanja. Na sl. 437.a) i 437.b) namotaj zauzima zonu od četiri žlijebna razmaka ili kut $\beta = 4\alpha$, ako je α kut za koji su razmaknuta dva susjedna žlijeba. Općenito kod k -žlijebnog namatanja širina namotane zone iznosi $\beta = k\alpha$. A taj β je ujedno prema sl. 443. središnji kut kruga posve određenog polumjera R , kome bi veličine KL , LM , itd., svaka duljine E_i , bile tetive. Kod nešto većeg broja k žljebova približavat će se jako suma kE_i malih tetiva $\overline{KL}$, $\overline{LM}$, ... duljini luka $\widehat{KP}$ kruga polumjera R . A napon E je tetiva $\overline{KP}$ koja odgovara spomenutom luku. Tako možemo praktički dovoljno točno izraziti ζ približnim iznosom ζ' jednakim kvocijentu tetive i luka:

$$\zeta \approx \zeta' = \frac{\overline{KP}}{\widehat{KP}} = \frac{2R \sin \frac{\beta}{2}}{R \cdot \beta} = \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}} \quad (343)$$

pri čemu međutim treba imati na umu da ni proračunavanje na bazi sl. 443. *točnoga* iznosa ζ omjera $\overline{KP} : (\overline{KL} + \overline{LM} + \dots)$, koji se također upotrebljava u literaturi umjesto ζ' , ne čini nikakvih poteškoća (v. kasnije vj. 233.). No kako se približni izraz ζ' tek neznatno razlikuje, u slučajevima koji su od tehničkog interesa, od točnoga:

$$\zeta = \left(\sin \frac{k\alpha}{2} \right) : \left(k \sin \frac{\alpha}{2} \right) \quad (344)$$

i ima još prema ovomu potonjemu prednost da je izražen jednom veličinom β , dok točni izraz ζ sadrži dvije veličine k i α , mi ćemo redovito u (342') za zonski faktor mjesto točnog iznosa ζ zamišljati stavljan približni iznos ζ' po (343).

Kako se vidi, konvergira ζ' za maleno β , dakle uz malenu širinu namotane zone, k jedinici. No i kad je β prilično veliko, t. j. kad je prilično velik dio armature iskorišten za namotaj jedne faze, još uvijek je kvocijent veličinâ $\sin(\beta/2)$ i $\beta/2$ (sa β u električkim radijanima) dosta bliz jedinici, dakle povoljan. Na pr. uz $\beta = \pi/18 = 10^\circ$ izlazi $\zeta' = \frac{\sin(\pi/36)}{\pi/36} \approx 1$, za $\beta = \pi/6 = 30^\circ$ izlazi $\zeta' = 0,989$,

za $\beta = \pi/3 = 60^\circ$ je $\zeta' = 0,955$ (u praksi će se pri $\beta = \pi/3 = 60^\circ$ obično uzimati $\zeta = \zeta' = 0,96$). Još se i kod $\beta = \pi/2 = 90^\circ$, pa čak i kod $\beta = 2\pi/3 = 120^\circ$ isplati trošiti bakar za namatanje, jer izlazi u prvom slučaju $\zeta' = 0,900$, a u drugom još uvijek $\zeta' = 0,827$ (u praksi će se pri $\beta = 2\pi/3 = 120^\circ$ raditi sa $\zeta \approx \zeta' = 0,83$). Naprotiv $\beta = \pi = 180^\circ$ dalo bi već loš zonski faktor $\zeta' = 0,637$, kao iznos kvocijenta veličina $\sin \pi/2$ i $\pi/2$ jednakoga $2/\pi$. Kod toga kuta bi uostalom E bilo najveće što uopće može biti, jer za $\beta = \pi = 180^\circ$ tetiva prelazi u diameter. Zato iznosi β veći nego odgovara spruženom kutu, t. j. namatanja širine zone veće nego odgovara razmaku polova, ne dolaze uopće ni teoretski u obzir.

10. Budući da je uz $\beta = 180^\circ$ vrijednost $\zeta (\approx \zeta')$ već vrlo nepovoljna, namataju se u praksi uostalom čak i jednofazni namotaji sa manjom širinom namotane zone. Na pr. zgodno je raditi sa $\beta = 120^\circ$; u tomu slučaju biva dakako iskorišteno za namatanje samo dvaput po 120° oboda armature, a ostatak od $2 \times 60^\circ$ ostaje nenamotan. Ali i to je bolje, nego li namotati cijelu armaturu, potrošivši mnogo Cu za preostalih $2 \times 60^\circ$, a dobiti zbog mnogo lošijeg ζ kod $\beta = 180^\circ$ samo malo veće E stroja.

Kod polifaznih namotaja širina β namotane zone uzima se još manja, da bi u žljebovima bilo mjesta za namotaje svih faza. Tako bi se na pr. dvofazni namotaj racionalno izveo sa $\beta = 90^\circ$, pa bi polovicu žljebova armature zauzeo namotaj jedne faze i drugu polovicu namotaj druge faze, tako da bi svi žljebovi bili baš puni; pri tom bi ζ imalo već povoljni iznos 0,90.

Kod trofaznih namotaja slično je vrlo racionalno uzeti $\beta = 60^\circ$ (s već vrlo povoljnim $\zeta = 0,96$); u tomu se slučaju za svaku fazu potroši $2 \times 60^\circ$ ili jedna trećina oboda armature, t. j. trećina žljebova, pa su i opet svi žljebovi, raspoređeni jednoliko po armaturi, baš iskorišteni, i u svakom je po jedna strana nekoga svitka (»jednoslojno namatanje«.) Takav je namotaj markiran na pr. na sl. 439.a), odn. na sl. 439.b); širina namotane zone za svaku fazu jest baš trećina polnog razmaka ili 60° . Kod polifaznih strojeva uopće dakle ni ne ostaje nenamotanih dijelova armature, kao što je to slučaj kod jednofaznih.

Često će se međutim kod trofaznih namotaja raditi i s kutom β većim od 60° ; ali tada nekoji žljebovi moraju primiti i namotaje različitih faza. U tomu slučaju svakako je racionalno raditi odmah sa $\beta = 120^\circ$, jer onda su svi žljebovi okolo naokolo po cijeloj armaturi dvostruko zaposjednuti (svaki je jednako pun i sadrži po dvije strane različitih svitaka u dva sloja); vidi sl. 444. s trofaznim ovakvim »dvoslojnim« namotajem sa $\beta = 120^\circ$.

Spomenimo još da se, pored gore razmatranih *diametralnih* namatanja, također upotrebljavaju zbog izvjesnih prednosti i *tetivna* namatanja, kod kojih je širina svitka za kut γ električkih gradi manja od polnog razmaka, t. j. umjesto 180 električkih gradi ona je samo $180 - \gamma$ električkih gradi, odn. pripadni svici su za γ električkih gradi »prikraćeni«. U tom slučaju ne smiju se više algebarski zbrajati kao istofazni ni naponi inducirani u obje strane istog svitka, nego se pripadna

razlika faza mora uzeti u obzir t. zv. *tetivnim faktorom* $\zeta_t = \cos \frac{\gamma}{2}$ (uspor. vj. 236. i pripadnu sl. 508.). Ako je uz to namotaj još i višežlijeban, pridolazi *zonski faktor* ζ (uzimajući prema malo prije rečenom: $\zeta \approx \zeta'$), pa treba u (342') onda zamišljati ζ nadomješteno »ukupnim faktorom namatanja« ζ_u , jednakim produktu $\zeta \cdot \zeta_t$ »zonskog« faktora ζ i »tetivnog« ζ_t .

U konstruktivne detalje o tomu kako se u praksi vode »namotajne glave« pojedinih svitaka polifaznog stroja, zatim o obliku žljebova armature, o izolaciji namotaja itd., ne ćemo zalaziti.

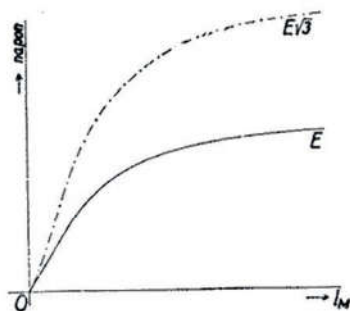
Primjer: Trofazni 6-polni generator ($p = 3$) ima diametralni jednoslojni četverožlijebni namotaj. Koliko žljebova ima njegova armatura i koliko svitaka ima njegov namotaj? Na svako polno područje otpadaju po fazi 4 žlijeba, dakle $3 \cdot 4 = 12$ žljebova na sve tri faze, a kako ima svega $2p = 6$ polova, to armatura mora imati ukupno $6 \cdot 12 = 72$ žlijeba (uz $\beta = 60^\circ$). Svitaka ima 36, jer jedna polovica (jedna strana) svakoga svitka dolazi u jedan žlijeb, a druga u drugi žlijeb. Razmaku žljebova $\alpha = 5$ geometrijskih gradi = 15 električkih gradi odgovaralo bi $\beta = 4\alpha = 60$ električkih gradi, i pripadni zonski faktor bio bi: $\zeta = 0,96$. Uz pretpostavku $w_1 = 8$ zavoja po svitku, t. j. $w = 12 \cdot 8 = 96$ zavoja po namotaju jedne faze, to bi pri toku $\Phi^* = 4 \cdot 10^6$ M po polu dalo po (342') za iznos E proizvedenih faznih napona generatora, tjeranog brzinom $n = 1000$ okr/min korespondentnom frekvenciji $f = 50$ Hz:

$$E = 4,44 \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 50 \cdot 96 \cdot 0,96 \cdot 10^{-8} = 814 \text{ V}$$

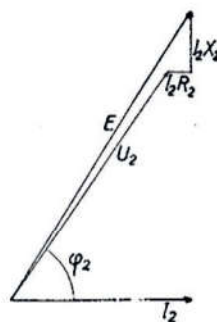
prema čemu bi stroj u praznom hodu, uz pretpostavku zvjezdanog spoja armature, davao napon stezaljki $814\sqrt{3}$ V ili 1410 V.

11. Opisavši namotaje sinhronih strojeva možemo sad razmotriti svojstva ovih strojeva u pogonu. Najprije ćemo to učiniti za sinhronne strojeve kao generatore, i to suponorajući odmah općenito namotaje od po volji mnogo faza.

Dok sinhroni generator ne daje struje, njegov fazni napon stezaljki iznosa E i linijski iznosa $E\sqrt{3}$ (uz pretpostavku trofaznog namotaja u zvjezdanom spoju)



Sl. 445.



Sl. 446.

bit će određeni vrijednošću E kakva bi slijedila po formuli (343') za proizvedeni napon. Prema tomu će fazni i linijski napon u praznom hodu varirati proporcionalno magnetskom toku po polu Φ , pa će u određenom mjerilu magnetska karakteristika stroja, s iznosima toka po polu kao ordinatama i iznosima istosmjerne uzbudne struje magnetâ stroja I_M kao apscisama, predstavljati po sl. 445. ujedno i fazni izmjenični napon E u ovisnosti od I_M , a onda i krivulja s $\sqrt{3}$ -strukim

ordinatama linijski napon $E/\sqrt{3}$. Drugim riječima: moguće je, kao i kod istosmjernih strojeva, zamišljati i mjerenjima određivati *karakteristiku praznog hoda* sinhronog stroja, prema kojoj se svakom željenom iznosu napona praznog hoda generatora može naći potrebno istosmjerno uzbuđenje magnetâ.

12. No u slučaju simetričnog opterećenja generatora, kad vodičima armature protječu određene izmjenične struje, kojima ćemo iznos bilježiti sa I_2 da naznačimo da je namotaj armature »sekundarni« dio stroja, nastupaju vrlo zanimljive promjene. Kao što istosmjerni generator kod opterećenja strujom I_A daje napon stezaljki E_A manji od proizvedenoga u armaturi napona E_0 , i to u bitnosti manji za iznos $I_A R_A$ pada napona zbog svladavanja otpora armature R_A (D-10.), tako i opterećeni izmjenični generator pokazuje između stezaljki namotaja pojedinih faza neki napon različit od proizvedenoga. Čak dok se kod istosmjernog generatora radi samo o jednom gubitku napona $I_A R_A$, te E_0 podržavajući E_A i pokrivajući gubitak $I_A R_A$ rezultira kao suma dvaju članova: $E_0 = I_A R_A + E_A$, kod izmjeničnog generatora gubitak je dvovrstan i vektor $\mathcal{E}$ iznosa E proizvedenog napona izlazi po sl. 446. kao geometrijska suma od tri člana, naime recimo za prvu fazu ponajprije od vektora faznog napona stezaljki $\mathcal{U}_2$, iznosa U_2 , koji se troši na podržavanje fazne struje $\mathcal{I}_2$ iznosa I_2 u vanjskom krugu generatora, zatim od gubitka napona zbog radnog otpora R_2 po fazi armature, predstavljena vektorom paralelnim vektoru $\mathcal{I}_2$ i iznosom jednakim $I_2 R_2$, te napokon od gubitka napona zbog »rasipne reaktancije« X_2 (praznog otpora zbog rasipnog samoinduktiviteta po faznom namotaju armature), reprezentirana vektorom iznosa $I_2 X_2$ i smjera za $+90^\circ$ zakrenutoga prema smjeru vektora $\mathcal{I}_2$.

Prema tomu, ako se uz U_2 i I_2 daje i faktor učina $\cos \varphi_2$ opterećenja po fazi, a time i pripadni kut φ_2 razlike faza veličina $\mathcal{U}_2$ i $\mathcal{I}_2$, bila bi veza između $\mathcal{E}$ i $\mathcal{U}_2$ potpuno određena. No mora se još uzeti u obzir da ni vektor $\mathcal{E}$ iznosa E proizvedenog napona opterećena generatora ne će ostati potpuno jednak korespondentnom vektoru kod neopterećena stroja. Treba naime znati da kod izmjeničnih generatora, kao i kod istosmjernih, veličina Φ glavnog magnetskog toka po polu, dakle veličina odlučna za iznos proizvedenog napona izmjeničnoga ili istosmjernog generatora, ne će biti naprosto jednaka veličini Φ' glavnog toka, proizvedenog uzbuđivanjem polova istosmjernom strujom. A ne će biti zato što će se djelovanju toka Φ' superponirati na posve određen-način kod istosmjernih generatora djelovanje toka proizvedena armaturnom strujom, a kod polifaznih generatora djelovanje tokova proizvedenih faznim strujama kroz pripadne fazne namotaje armature.

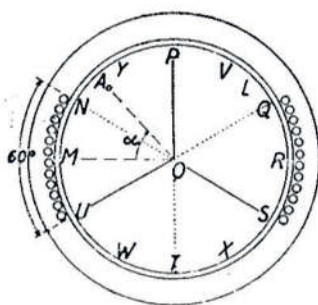
I kod izmjeničnih strojeva, kao i kod istosmjernih, treba dakle računati s utjecajem *reakcije armature*. Pokazat ćemo brzo da je taj utjecaj ekvivalentan kod simetrično opterećenih polifaznih generatora određenom, zajedno s rotorom i njegovim tokom Φ' rotirajućem armaturnom toku Φ_A . Ovaj tok je korespondentan armaturnom toku Φ_A kod istosmjernih strojeva, no može mnogo raznoličnije nego armaturni tok ovih potonjih utjecati na rezultujući tok Φ' , a time i na iznos E proizve-

denog napona, već prema različitim pogonskim stanjima sinhronog stroja, odn. specijalno prema iznosima faznih struja i njihovih pomaka faza prema pripadnim proizvedenim naponima. Kako dakle rezultujući tok Φ i iznos E proizvedenog napona sinhronog stroja i sami variraju s veličinom i vrsti opterećenja, to predstavlja još jedan razlog da se iznos U_2 faznih napona stezaljki mijenja s opterećenjem.

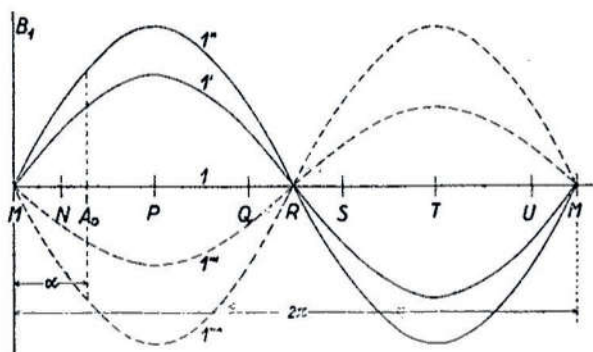
13. Da bismo upoznali narav armaturnog toka Φ_A polifaznih generatora, razmotrimo odnose specijalno na primjeru trofaznih strojeva, kao onih koji dolaze normalno u praksi. Komplikacije su očito u tom što armaturni tok trofaznog generatora rezultira od tri fazna toka proizvedena strujama u tri fazna prostorno za 120° jedan prema drugomu pomaknuta namotaja, a i te struje su izmjenične, te fazno, dakle vremenski, jedna prema drugoj pomaknute. Genijalna je bila spoznaja Nikole Tesle da i uz ovako zamršene odnose izlazi jednostavan rezultat: da nastaje kod simetričnog sustava struja u generatoru rotirajući (rotacioni, zakretni) magnetski tok Φ_A , koji je jednake naravi s istosmjernim tokom Φ' polnog kotača i rotira kao i ovaj potonji brzinom polnog kotača, dakle sinhronom brzinom stroja. Tako prostorni odnos po načinu stvaranja potpuno različitih, a po naravi ipak potpuno srodnih tokova, armaturnog Φ_A i onog od polnog kotača Φ' , ostaje trajno isti, pa je moguće ta dva rotirajuća toka kombinirati u jedan zajednički, također sinhrono rotirajući tok Φ . Tokove poput Φ_A , proizvedene sistemima polifaznih struja kroz sisteme polifaznih namotaja, i kasnije ćemo, kod asinhronih strojeva, neprestano susretati i primjenjivati.

Već znamo da u žljebovima porazdijeljeni uzbudni namotaji na rotoru generatora daju po sl. 441. i 442. prostorno uzduž armature približno trapezne ili praktički sinusoidne raspodjele iznosa B magnetske indukcije. Očito će se sada u bitnosti isto ovakva raspodjela magnetskih linija, i po tom isto onakav tok kao za neki određeni momentani položaj magnetskog kotača, moći zamisliti proizvedeni također namotajem smještenim umjesto u žljebove rotora po sl. 441. u korespondentne žljebove u $2 \times 120^\circ$ statora, ili, uz manje tijesnu no još za nuždu dovoljnu aproksimaciju pripadnog trapeza osnovnom sinusoidom, makar i u $2 \times 60^\circ$ statora. Kad bismo kroz takav statorski namotaj pustili istosmjernu stalnu struju, proizvedeni tok bi bio vremenski stalan. A kad bi se namotaj uzbuđivao izmjeničnom strujom, recimo kad bi to bio namotaj prve faze generatora protjecan pripadnom faznom strujom, proizvedeni »prvi fazni tok« bio bi vremenski promjenljiv. To znači da bismo, zamišljajući postupkom kao na sl. 442. nadomještene trapeze prostorne raspodjele iznosâ magnetske indukcije pripadnim osnovnim sinusoidama i pretpostavljajući uglavnom pravocrtnu magnetsku karakteristiku stroja, morali prvi fazni tok označiti ne samo prostorno po zakonu sinusoide porazdijeljenim uzduž armature dvopolnog stroja, i općenitije uzduž svakog para polnih razmaka na armaturi višepolnog stroja, nego još i vremenski sinusoidno promjenljivim s kružnom frekvencijom ω prve fazne struje koja bi ga proizvodila, te istofaznim s tom strujom.

Tako bi tjemeni iznos sinusoidâ koje bi predočivale momentane raspodjele vrijednosti magnetske indukcije promatranog faznog toka, odnosno određenije iznos B' magnetske indukcije po sl. 447. na mjestu P najveće magnetske indukcije, prolazio u momentu iščezavanja pripadne struje danomu relacijom $t = 0$ vrijednošću nula. A zatim bi taj iznos postavši pozitivan rastao sve do maksimalne vrijednosti B_m , koja bi bila postignuta u momentu t određenom relacijom $\omega t = \frac{\pi}{2}$ kad bi i pripadna fazna struja prolazila svojim maksimumom $I_2 \sqrt{2}$. Iza toga bi padao opet k nuli, i prošavši nulu postajao sve više negativan sve do postignuća iznosa $-B_m$ na mjestu P na sl. 447., zatim bi se opet vraćao k nuli, itd. (uspor. slijed sinusoidâ 1-1'-1''-1'-1-1'''-1''''-1'''-1 na sl. 448. s mjestima M-N-P-Q-R-S-T-U-M korespondentnima onima s istim oznakama na sl. 447.). Ukratko govoreći:



Sl. 447.



Sl. 448.

u skladu s nepomičnošću osi OP (sl. 447.) prvoga faznoga toka u odnosu prema armaturi ostaju sinusoide na sl. 448. nepomične prema apscisnoj osi, imajući sve početak na istom mjestu M, sve tjeme na istom mjestu P, itd., no s obzirom na sinusoidno *vremensko* variranje njihovo iznosi B' korespondentni mjestima P njihovih amplituda varirat će po zakonu $B' = B_m \sin \omega t$ između granica $+B_m$ i $-B_m$ kao ekstremâ. A dosljedno tomu, s obzirom na također sinusoidnu *prostornu* raspodjelu promatranog toka, općenito za neko mjesto A_0 pomaknuto za električki kut $+\alpha$ prema M, iznos B_1 magnetske indukcije toka prve faze bit će:

$$B_1 = B' \cdot \sin \alpha = B_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin \alpha$$

14. Što se sad može reći za drugi i treći fazni tok? I drugi će fazni tok biti sinusoidno vremenski varijabilan, kao i pripadna druga fazna struja, a bit će također praktički sinusoidno raspoređen uzduž armature i nepomičan prema njoj. No zbog dvojega će se odnosi drugoga faznog toka razlikovati od onih prvoga: a) zbog vremenskog ili faznog zaostajanja za trećinu perioda struje druge faze prema prvoj faznoj struji, b) zbog prostornog pomaka za električki kut $\frac{2\pi}{3}$ namotaja druge faze prema namotaju prve faze (uspor. smještaj namotaja druge faze po sl. 447. na PQ i UT i smjer osi OS pripadnog toka prema smještaju namotaja prve faze

na UN i SQ i prema smjeru osi OP njegova toka). Zbog prve razlike sinusoida drugoga toka korespondentne sinusoidama prvoga toka na sl. 448. varirat će vremenski amplitudom B'' između $+B_m$ i $-B_m$ za trećinu perioda fazno zaostajući prema variranjima amplitude B' prvog toka, tako da će vrijediti relacija: $B'' = B_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$. A zbog druge razlike mjesto V početka računanja sinusoida prostorne raspodjele i mjesto S maksimalnih iznosa B'' magnetske indukcije drugoga toka ležat će po sl. 447. pomaknuto za električki kut $\frac{2\pi}{3}$ prema korespondentnim mjestima M i P za prvi tok. Prema tomu, kad bismo htjeli ucrtavati u sl. 448. i sinusoida drugoga faznog toka, morali bismo njihove prve polovice smjestiti korespondentno području V-W iz sl. 447. za kut $\frac{2\pi}{3}$ pomaknuto prema području M-R prvih polovica sinusoida prostorne raspodjele prvoga faznog toka. A kako bi savezno s tim fiksnu točku A_0 pomaknuto prema početku M sinusoida prostorne raspodjele prvoga faznog toka za kut α trebalo smatrati pomaknutom za kut $\alpha - \frac{2\pi}{3}$ prema početku V sinusoida prostorne raspodjele drugoga faznog toka, bio bi momentani iznos B_2 magnetske indukcije koju bi u A_0 proizveo u momentu t drugi fazni tok sam za sebe određen izrazom:

$$B_2 = B_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)$$

15. Posve analogno kod trećega faznog toka, proizvedena strujom treće faze, koja je vremenski natrag pomaknuta prema prvoj faznoj struji za dvije trećine perioda ili fazni kut $\frac{4\pi}{3}$ i koja struji kroz treći fazni namotaj prostorno pomaknut prema prvomu za električki kut $\frac{4\pi}{3}$ (takav bi specijalno bio na sl. 447. namotaj smješten na ST i PN), fiksna mjesta X i U početka i tjemnih iznosa sinusoidnih raspodjela toga toka u različitim momentima t ležala bi za električki kut $\frac{4\pi}{3}$ pomaknuto prema korespondentnim mjestima M i P prvog faznog toka. Tako bi fiksna os trećeg toka na sl. 447. bila OU, sinusoida njegove prostorne raspodjele crtale bi se u sl. 448. korespondentno njihovim počecima kod X i tjemnima kod U na sl. 447., a pripadni iznosi magnetske indukcije specijalno na mjestu U varirali bi po relaciji: $B''' = B_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$, odn. općenito iznos magnetske indukcije u momentu t na mjestu A_0 , kao mjestu položenom pod kutom $\alpha - \frac{4\pi}{3}$ prema mjestu X početka računanja sinusoidne raspodjele promatranog toka, bio bi:

$$B_3 = B''' \cdot \sin\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) = B_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)$$

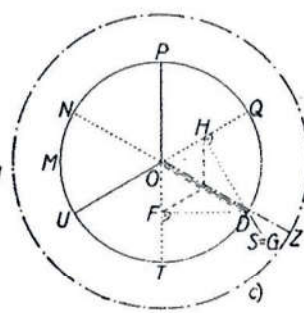
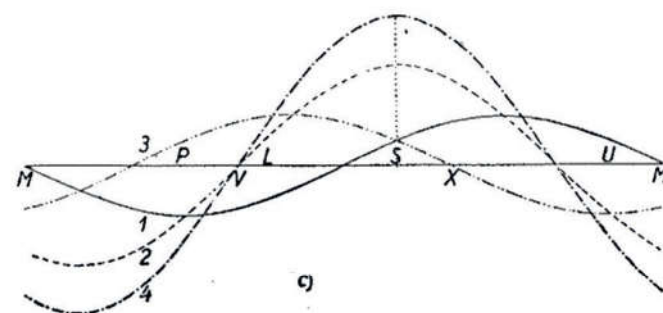
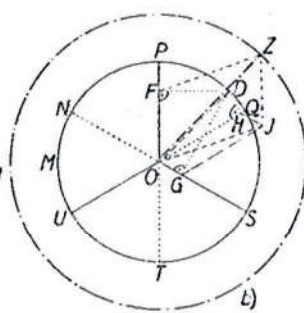
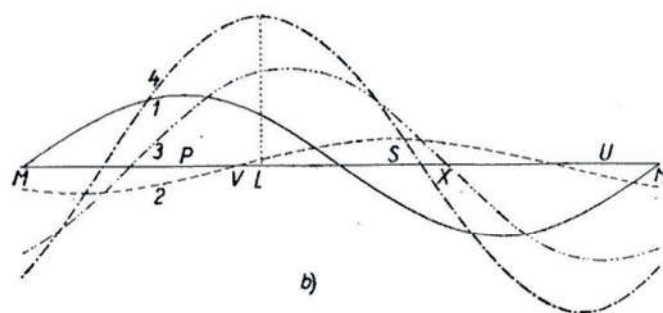
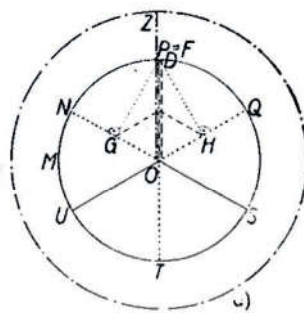
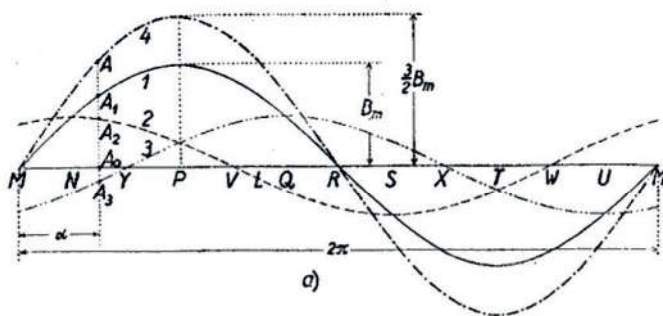
16. U stvari će sad kod simetrično opterećena trofaznog stroja istodobno teći sve tri fazne struje kroz pripadna tri fazna namotaja, pa će se njihovi tokovi superponirati u svakom momentu t i u svakoj točki A_0 po relaciji: $B = B_1 + B_2 + B_3$.

To znači da se momentani iznosi B za pojedine točke A , mogu dobiti algebarskim zbrajanjem ordinata sinusoida 1-2-3 prostornih raspodjela triju faznih tokova, povučenih prema razlaganjima od malo prije u pravim položajima za svaku fazu i s pravim tjemenim iznosima za dani moment. A kako se zbrajanjem ordinata triju sinusoida kao 1-2-3, prostorno pomaknutih i tjemenim iznosima različitih, dobivaju opet ordinate neke sinusoida 4, izlazi da će raspodjela ukupnog armaturnog toka biti predočena u svakom momentu tom sinusoidom 4, odn. da će također armaturni tok biti sinusoidno porazdijeljen uzduž armature.

Samo se još pobliže može pitati, kako se u različitim momentima t odnosi amplitudom i položajem sinusoida 4 prema sinusoidama 1-2-3. Odgovor na to može se dobiti, ako se za različite momente t stvarno konstruiraju točku po točku sinusoida 4 algebarskim zbrajanjem ordinata sinusoida 1-2-3. Na sl. 449.a) do 449.c) to je učinjeno: a) za moment t po relaciji $\omega t = \frac{\pi}{2}$ maksimuma $+B_m$ tjemenog iznosa *magnetske indukcije prvog* faznog toka, b) za moment t po relaciji $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ osminu perioda kasniji, c) za moment t po relaciji $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}$ trećinu perioda iza onoga pod a), dakle moment kad već *drugi* fazni tok postizava maksimum $+B_m$ tjemenog iznosa indukcije. U sl. 449.a) do 449.c) su sinusoida 1 crtane izvučeno, sinusoida 2 crtkano i sinusoida 3 dvotočka-crtkano, a momentani tjemeni iznosi sinusoida 1-2-3 su konstruktivno određivani po sl. 450.a) do 450.c) kao projekcije OF-OG-OH nekoga zamišljenoga pomoćnog vektora $OD = +B_m$, spuštene na tri dijela TOP-NOS-QOU, pod kutnim razmacima $\frac{2\pi}{3}$ položena korespondentno osima OP-OS-OU triju faznih tokova na sl. 447. Onda, analogno postupku po sl. 264. uz E-14., brzinom ω nadesno rotirani vektor OD treba zamišljati: 1) za $t = 0$ u početnom položaju OM za četvrt okretaja pomaknuto prema OP (tako da OD doista nakon četvrt okretaja padne u OP), 2) nakon izvršene trećine okretaja u OS, i 3) nakon dalje trećine okretaja u OU, kako i odgovara maksimumima $+B_m$ tjemenih iznosa sinusoida 1, 2, odn. 3 u momentima danim relacijama $\omega t = \frac{\pi}{2}$, $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}$, odnosno $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{3}$. Duljine OF-OG-OH što kod projiciranja vektora OD padnu na izvučeno crtane »pozitivne« polovice OP-OS-OU dijelova TOP-NOS-QOU treba dakako smatrati pozitivnima tjemenim iznosima sinusoida 1-2-3, a one što padnu na točkano naznačene »negativne« polovice OT-ON-OQ negativnim tjemenim iznosima. Na pr. na sl. 450.b) za moment t po relaciji $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ projekcije OF i OG padajući na OP i OS daju u sl. 449.b) sinusoida s korespondentnim pozitivnim tjemenim iznosima B' i B'' kod P odn. S, a projekciju OH, koja pada na OQ, treba računati negativno, i njoj na sl. 449.b) odgovara sinusoida s korespondentnim u danom momentu negativnim tjemenim iznosom B''' kod U.

17. Kako bi se iz sl. 449.a) do 449.c), dovoljno povećano crtanih, neposredno vidjelo, rezultiraju za tri momentana stanja predočena tim slikama, a isto bi vrije-

dilo i inače za druge momente t , sinusoide 4 *stalnog* tjemenog iznosa $\frac{3}{2} B_m$, a ne sinusoide vremenski varijabilnih tjemenih iznosa kao 1-2-3. S druge strane za razliku od sinusoidâ 1-2-3 s nepomičnim tjemenim mjestima P-S-U tjemena mjesta sinusoidâ 4 pomiču se nadesno jednolikom brzinom ω , t. j. odnosi su takvi kao da se jedna jedina sinusoida 4 stalnog tjemenog iznosa $\frac{3}{2} B_m$ pomiče nadesno brzinom ω , i to, po onomu što pokazuju sl. 449.a) i 449.c), tako da mjesto nje-



Sl. 449.

Sl. 450.

zinog tjemena dostizava fiksno mjesto P tjemena toka prve faze baš u momentu maksimuma $+B_m$ tjemenog iznosa ovoga potonjeg, da zatim dosiže fiksno tjemeno mjesto S drugoga faznog toka baš pri dostignutom maksimumu $+B_m$ tjemenog iznosa toga toka, itd. Može se također reći: dok sinusoide 1-2-3 pojedince uzete daju sliku triju »stojnih« valova, kojima bi tjemeni iznosi fazno pomaknuto titrali s amplitudom B_m , a mjesta bi tih iznosa bila međusobno pomaknuta no prostorno za svaku sinusoidu fiksna, rezultanta 4 sinusoidâ 1-2-3 daje sliku »progresivnog«

vala, koji pri stalnoj amplitudi $\frac{3}{2} B_m$ napreduje brzinom ω prevaljujući u vremenu t kut ωt .

18. Činjenica stalnog tjemenog iznosa $\frac{3}{2} B_m$ sinusoide 4 i njezinog pomicanja brzinom ω može se razabrati također iz konstruiranih na sl. 450.a) do 450.c) (postupkom po sl. 266. i 267. uz E-15.) amplitudâ OZ sinusoide 4 geometrijskim sumiranjem amplituda OF-OG-OH sinusoidâ 1-2-3. Kako se precizno konstruirajući vidi, izlazi OZ doista uvijek iste duljine $\frac{3}{2} B_m$, no istodobno vektor $OZ = \frac{3}{2} B_m$, podudarajući se smjerom stalno s pomoćnim vektorom $OD = B_m$, rotira kao i ovaj kutnom brzinom ω . U skladu s prolazima tjemenâ sinusoide 4 preko mjesta P, S i U po sl. 449. u momentima maksimâ sinusoidâ 1, 2 i 3, postizava zajedno sa OD i os OZ rezultujućeg toka redom smjerove OP, OS i OU pojedinih faznih tokova u momentima kad ovi baš prolaze svoje maksimalne amplitude.

19. Konačno je neposredno trigonometrijskim formulama lako i strogo potvrditi stalan tjemeni iznos $\frac{3}{2} B_m$ i jednoliko pomicanje brzinom ω sinusoide 4 na sl. 449., odn. verificirati stalnost iznosa duljine $OZ = \frac{3}{2} B_m$ vektora ukupnog armaturnog toka, njegovo rotiranje zajedno s $OD = B_m$ kutnom brzinom ω , itd. Već su u G-13. do G-15. nađeni izrazi ordinatâ B_1 - B_2 - B_3 sinusoidâ 1-2-3 u momentu t i na mjestu A_0 udaljenom za kut α od M na sl. 449. Ordinata B sinusoide 4, u istom momentu i na istom mjestu, dobila bi se algebarski sumirajući spomenute izraze. A kako u ovima dolaze produkti sinusa, oni bi se na poznati način izrazili polovicama diferencija kosinusa. Dobio bi se tako za B izraz sa šest članova, od kojih bi tri člana davala identički sumu nula (iz sličnog razloga zbog kojega iščezava i suma triju napona trofaznog sustava), a tri preostala bi dala:

$$B = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t - \alpha) = \frac{3}{2} B_m \sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega t - \alpha\right) \quad (345)$$

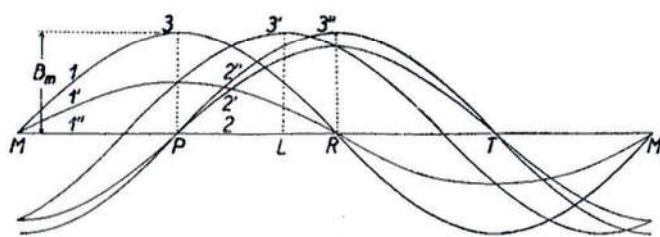
Dobiveni izraz predstavlja sinusoidu stalne amplitude $\frac{3}{2} B_m$, te pomičnu brzinom ω (jer će B poprimiti specijalno na pr. trajno tjemeni iznos $\frac{3}{2} B_m$, ako argument desno u (345) ostane $\frac{\pi}{2}$, dakle ne samo uz $\alpha = 0$ pri $\omega t = 0$, kako bi odgovaralo maksimumu sinusoide 4 na mjestu M, nego i uz $\alpha = \frac{\pi}{2}$ pri $\omega t = \frac{\pi}{2}$ kako bi odgovaralo mjestu P i slici 449.a), pa uz $\alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ pri $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ prema mjestu L i slici 449.b), zatim uz vrijednost $\alpha = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}$ pri $\omega t = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3}$ prema mjestu S i slici 449.c), itd.

20. Sve gornje spoznaje o rezultujućem toku triju faznih tokova trofazne armature pokazuju da rezultujući tok, sinusoidno porazdijeljen uzduž armature kao i fazni tokovi, zadržava stalan tjemeni iznos, kako je to slučaj i kod istosmjernom

strujom uzbuđivanoga magnetnog toka stroja, i rotira u odnosu prema mirnoj armaturi sinhronom brzinom stroja, kakvom rotira i magnetni sustav stroja zbog mehaničke vrtnje rotora; pri tom os rezultujućeg armaturnog toka rotirajući koincidira s osima pojedinih faznih tokova u momentima maksimâ svakog od ovih potonjih. Samo ovdje kod trofaznog armaturnog toka svojstva vremenske stalnosti i rotiranja postignuta su električkim sredstvima; s pomoću trofaznog sustava struja poslanoga kroz mirni armaturni namotaj, i sve je to postignuto kombinacionim djelovanjem pojedinačnih faznih tokova, baš naprotiv vremenski promjenljivih i prostorno nepomičnih. Što bi se dakle moglo činiti izvedivo samo s mehanički rotiranim stalnim magnetima uspijeva evo — a razabrat ćemo još dalekosežne konsekvencije toga — i s trofaznim strujama kroz mirne trofazne namotaje.

21. Vidjeli smo da je stalni maksimum indukcije trofaznog toka jednak $\frac{3}{2} B_m$. Da smo analogna razmatranja izveli općenito za polifazni sustav od m faza, rezultat bi bio sličan: dobili bismo i opet rotirajući magnetski tok, no s tom razlikom da bi mu za stalnu amplitudu magnetske indukcije izašao $\frac{m}{2}$ -kratnik maksimalne tjemene vrijednosti B_m za jednu fazu. Vrijednost $\frac{3}{2} B_m$ za trofazni sustav jest dakle samo specijalni slučaj toga stavka.

Prema rečenomu bi kod dvofaznih sustava stalni maksimalni iznos magnetske indukcije ukupnog armaturnog toka bio $\frac{2}{2} B_m$ ili B_m . To se može i direktno pokazati s pomoću sinusoidâ poput onih u sl. 449. ili s pomoću predodžbi s vektorima analogno kao u sl. 450. Na sl. 451. predočene su sinusoidama 1-1'-1'', odn. za $\frac{\pi}{2}$ dalje pomaknutima sinusoidama 2-2'-2'', prostorne raspodjele faznih tokova prve i druge faze za momente t - t' - t'' dane relacijama: $\omega t = \frac{\pi}{2}$, $\omega t' = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}$ i $\omega t'' = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}$, pa doista izlaze tri sinusoida 3-3'-3'' rotirajućeg dvofaznog toka stalne amplitude B_m jednake maksimalnom iznosu amplitudâ faznih tokova, i



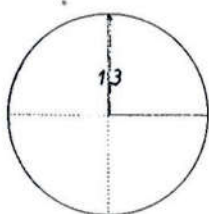
Sl. 451.

svaka je od sinusoida 3-3'-3'' pomaknuta prema prethodnoj koliko odgovara kutnoj brzini pomicanja ω i momentima t - t' - t'' (na sl. 451. 1 i 3 u momentu t i 2'' i 3'' u momentu t'' koincidiraju). Na sl. 452. do 454. predočeni su ponovno odnosi po sl. 451., no za svaki od momenata t - t' - t''

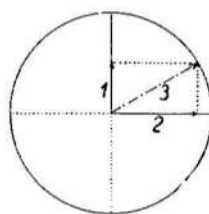
posebno; na sl. 452. fazni tok 1 ima maksimum i fazni tok 2 iščezava, pa ukupni tok 3 koincidira s 1, na sl. 453. fazni tok 1 je već smanjen i fazni tok 2 je narastao, pa ukupni tok 3 rezultira iz 1 i iz 2, dok je na sl. 454. fazni tok 1 iščeznuo i fazni tok 2 ima maksimum, pa ukupni tok 3 koincidira s faznim tokom 2.

22. Kako smo vidjeli na primjerima dvofaznih i trofaznih rotirajućih armaturnih tokova, os tih tokova pada u smjer nekoga faznog toka u momentu kad ovaj potonji ima svoj maksimum. Tim je ujedno određen i smisao vrtnje rotirajućeg toka. Prema namotaju jedne faze trofazne armature i pripadnoj osi OP desno i lijevo uvijek leže na armaturi namotaji ostalih dviju faza s osima OS i OU za električki kut $\frac{2\pi}{3}$ pomaknutima prema OP u smislu vrtnje kazala na uri i u suprotnom smislu. Ako u nekom momentu smjer osi rotirajućeg toka koincidira sa smjerom osi toka prvog namotaja, smisao vrtnje rotirajućeg toka bit će prema osi onoga namotaja koji će prije dostići svoj maksimum toka.

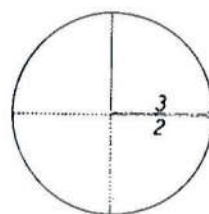
Iz toga se vidi da je vrlo lako obrnuti smisao rotacije rotirajućeg toka. Ako trofazni namotaj dobiva struju iz trofazne mreže, dosta je zamijeniti dva priključka na stroju, pa će se smisao rotacije rotirajućeg toka obrnuti. Ako se smjer rotacije magnetskog kotača polifaznog generatora obrne, obrnut će se također i smjer rotacije armaturnog toka stroja.



Sl. 452.



Sl. 453.



Sl. 454.

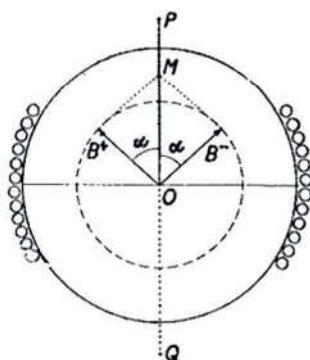
23. Kako se rotirajući tokovi mogu proizvesti tek polifaznim namotajima protjecanima polifaznim sistemima struja, potrebni su za rotirajuće tokove bar dvofazni namotaji protjecani dvofaznim strujama, iako se u praksi danas redovito radi trofazno, jer je to s više razloga prikladnije. S jednofaznim namotajima i pripadnim strujama ne dobiva se rotirajući vremenski stalni, nego nepomični i vremenski oscilatorni tok. No ipak se i jednofazni sustavi dadu dovesti u vezu s rotirajućim tokovima. Tok takvog sustava, s maksimalnim iznosom B_m na mjestu najveće magnetske indukcije u momentu maksimuma struje, može se uvijek smatrati nastalim kombinacijom *dvaju* rotirajućih tokova stalnih amplituda $\frac{1}{2} B_m$ koji bi rotirali u suprotnim smjerovima brzinom ω . Maksimalne indukcije B^+ i B^- ovakvih dvaju tokova Φ^+ i Φ^- dale bi naime zajedno po sl. 455., u momentu t položaja pripadnih rotirajućih vektora B^+ i B^- pod kutevima α nalijevo i nadesno od osi OP izmjeničnog toka, rezultantu OM, očito vremenski sinusoidno varijabilnu s kružnom frekvencijom ω između $OP = +B_m$ i $OQ = -B_m$ kao ekstremnih iznosa.

Da se jednofazni tok može rastaviti u dva rotaciona, suprotnih smjerova rotacije i s jakostima jednakim polovici maksimuma vrijednosti jednofaznog toka, može

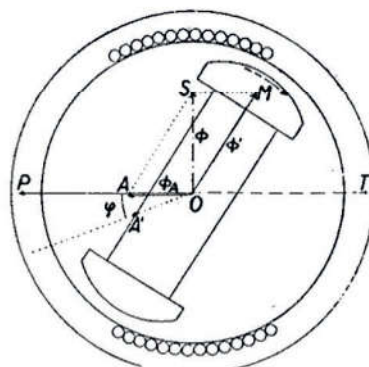
se izvesti i iz činjenice da se sinusoide »stojnog« vala amplitude B_m po sl. 448. mogu zamisliti dobivene superpozicijom dvaju »progresivnih« valova amplitudâ $\frac{1}{2} B_m$, od kojih bi jedan napredovao s lijeva nadesno i drugi u suprotnom smjeru.

Gornja spoznaja o nadomjestivosti jednofaznih tokova dvjema suprotnim rotacionima primjenjuje se kod razmatranja strojeva jednofazne izmjenične struje.

24. Sada, kad smo upoznali rotirajući armaturni tok Φ_A polifaznog stroja, možemo se vratiti na problem koji nas je i naveo na razmatranja tokova polifaznih namotaja. To je problem utjecaja ili reakcije armaturnog toka Φ_A na funkciju opterećena trofaznog generatora.



Sl. 455.

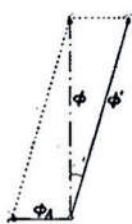


Sl. 456.

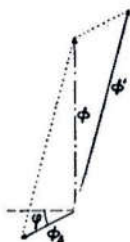
Jednu konsekvenciju činjenice da opterećeni namotaj trofaznog sinhronog stroja izvodi rotacioni tok Φ_A , dakle tok istog karaktera i iste brzine rotacije kao i tok Φ' istosmjernom strujom uzbuđenih i mehanički gibanih magneta stroja, već smo navijestili u G-12.: istovrsni i relativno jedan prema drugomu uvijek jednako prostorno raspoređeni tokovi Φ' i Φ_A mogu se međusobno kombinirati, t. j. rotirajući vektori OM i OA iznosâ Φ' i Φ_A , zamišljani u svakom momentu t u položajima korespondentnima osim spomenutih tokova, mogu se po sl. 456. sastavljati u rezultujući tok stroja, predložen vektorom OS geometrijske sume vektorâ OM i OA, tako da duljina Φ vektora OS naznačuje stalni iznos rezultujućeg toka, i smjer vektora OS da naznačuje smjer vektora rezultujućeg toka u danom momentu.

25. Nastaje sad dalje pitanje, kako vektori Φ' - Φ_A - Φ stoje jedan prema drugom kod različitih pogonskih prilika trofaznog generatora. Uzet ćemo najprije slučaj istofaznosti proizvedenih faznih napona iznosa E i pripadnih faznih struja iznosa I_2 , dakle čisto radno opterećenje sekundarnog kruga, odn. $\cos \varphi = 1$. Uz tu pretpostavku, ako se os ukupnog toka Φ stroja zamisli po sl. 456. pod električkim kutom $\frac{\pi}{2}$ prema osi prvog faznog namotaja na armaturi, napon induciran u tom faznom namotaju u pripadnom momentu bit će baš najveći, jer će silnice

toka Φ sjeći vodiče promatranog namotaja baš onim dijelom gdje su one najgušće. No kod čisto radne struje I_2 moment maksimuma napona je ujedno moment maksimuma struje, pa promatrani fazni namotaj ima u danom momentu također maksimum svoga faznog toka. A to dalje donosi sa sobom da i os ukupnog reakcionog toka armature Φ_A pada u tom momentu u smjer osi faznog namotaja, jer je već pokazano da rotirajući tok, dakle u našem slučaju Φ_A , uvijek pada svojom osi u smjer osi toka onoga faznog namotaja, koji u određenom momentu ima baš maksimum. Prema tomu su dvjema od triju vektora Φ' - Φ_A - Φ za slučaj čisto



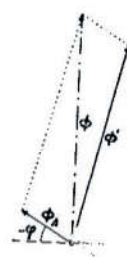
Sl. 457.



Sl. 458.



Sl. 459.



Sl. 460.



Sl. 461.

neinduktivnog opterećenja generatora već unaprijed dani smjerovi u promatranom momentu: vektor armaturnog toka $OA = \Phi_A$ treba zamišljati u smjeru osi promatranog faznog namotaja, na koju vektor $OS = \Phi$ mora biti baš pod kutom $\frac{\pi}{2}$. A kako je faznim strujama I_2 opterećenja pri fiksnim odnosima magnetskog kruga stroja određena i veličina vektora Φ_A , dok je veličina vektora Φ' određena strujom uzbuđenja I_M , to je zapravo konstrukcija rezultujućeg toka Φ posve određen problem: smjer vektora Φ' , a po tom i položaj polnog kotača stroja, moraju po sl. 456. biti takvi da duljina $OM = AS = \Phi'$ predstavlja hipotenuzu pravokutnog trokuta OAS , kome su katete $OA = \Phi_A$ i $OS = \Phi$. Tom konstrukcijom, ponovno donesenom na sl. 457., lako se određuje veličina Φ za različita opterećenja čistim radnim strujama I_2 , koje određuju Φ_A , i za različita uzbuđenja magnetâ pojedinim uzbudnim strujama I_M , koje određuju Φ' .

Kako se vidi, tok armature slabi ponešto tok polnog kotača kod neinduktivnog (radnog) opterećenja, ali za umjerena opterećenja relativno malo, jer u pravokutnom trokutu OAS s malenim kutom kod S dulja kateta $OS = \Phi$ tek je malo manja od hipotenuze $AS = \Phi'$.

26. Pređimo sada na djelomično induktivna simetrična opterećenja sinhronog trofaznog generatora. U slučaju nekog takvog opterećenja proizvedeni napon će, uz isti po sl. 458. prema osi promatranog faznog namotaja za $\frac{\pi}{2}$ zakrenuti smjer rezultujućeg toka Φ stroja, i opet imati svoj maksimum. No kako struja sad za-

ostaje fazno prema naponu za kut φ , određen faktorom učina $\cos \varphi$ između napona i struje, a struja je ona koja izvodi fazni tok, sad će maksimum fazne struje i s njime zajedno i maksimum faznog toka nastupiti malo kasnije, koliko odgovara kutu faznog zaostajanja φ , pa ukupni armaturni tok Φ_A ne će u promatranom momentu još imati smjer OA na sl. 456., nego smjer nešto natrag pomaknut, i to za električki kut φ korespondentno pomaku faza φ struje prema naponu. Trebat će u danom momentu vektor Φ_A zamišljati ne pod kutom $\frac{\pi}{2}$ nego pod kutom $\frac{\pi}{2} + \varphi$ natrag pomaknut prema Φ , dakle na pr. na sl. 456. u položaju OA' pod kutom φ natrag od OA, što vodi na konstrukciju vektora ukupnog toka Φ po sl. 458. Vidimo da će sad po sl. 458. armaturni tok izvoditi jači učinak slabljenja magnetnog toka Φ' nego kod čisto neinduktivnog opterećenja stroja po sl. 457. Rezultat će prema tomu jače smanjeni ukupni tok iznosa Φ u Vs i brojčano 10⁸-struko tolikog iznosa Φ^* u M, a time prema relaciji (342') iz G-8. i jače smanjeni proizvedeni fazni napon E , te dosljedno tomu i manji fazni napon stezaljki U_2 generatora. Prema tomu napon stroja jače opada s porastom djelomično induktivnih opterećenja nego s porastom čisto radnih opterećenja, i taj je učinak to izrazitiji što je veći fazni pomak φ , odn. što je manje $\cos \varphi$.

Kod ekstremnog slučaja čisto induktivnog opterećenja stroja, dakle uz $\varphi = \frac{\pi}{2}$ i $\cos \varphi = 0$, armaturni tok Φ_A bi trebalo crtati čak za kut $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ pomaknuto prema Φ , pa bi Φ_A prema sl. 459. direktno slabilo Φ' , tako da bi tok Φ bio čak algebarska diferencija tokova Φ' i Φ_A . U tom slučaju bi sinhroni stroj pokazivao najjači pad napona s porastom opterećenja.

Baš da ne bi dolazilo do odviše velikih padova napona, osobito kod jače induktivnih opterećenja generatora, nastoji se udesiti da magnetni tok Φ' bude relativno snažan, da ga armaturni tok Φ_A ne može tako lako oslabiti. U to se ime uzdušne pukotine sinhronih strojeva ne uzimaju jako neznatne, kao na pr. kod asinhronih indukcionih motora, nego nešto veće (nekoliko mm kod većih jedinica). Tako treba relativno mnogo amperazvoja za proizvođenje magnetnog toka, i armaturni tok ne može jako oslabiti magnetni tok.

27. Posve protivno ponašanje pokazuje sinhroni generator kod kapacitivnih opterećenja. Uzmimo da je struja naprijed u fazi za neki kut φ . Tada očito treba crtati armaturni tok Φ_A po sl. 460. pod kutom $\frac{\pi}{2} - \varphi$, pa Φ_A čak pomaže Φ' , odn. rezultujući je tok Φ veći nego da nema djelovanja toka Φ_A .

Naročito se to pomaganje manifestira u slučaju čisto kapacitivnog opterećenja, u kome slučaju smjerovi od Φ_A i Φ' koincidiraju, t. j. Φ je naprosto po sl. 461. jednako algebarskoj sumi od Φ' i Φ_A , odn. Φ_A direktno pomaže Φ' .

Kod dosta jako kapacitivnih opterećenja, a naročito u skrajnjem slučaju čisto kapacitivnog opterećenja, proizvedeni napon E povisuje se dakle s porastom opterećenja generatora, a to može dovesti i do povisivanja iznosa U_2 faznog napona stezaljki.

Kod opterećenja dakle pri sve manjima $\cos \varphi$ (ind.) napon generatora sve naglije opada s porastom opterećenja, dok se naprotiv kod sve manjih $\cos \varphi$ (kap.) mogu pojaviti sve neznatniji padovi napona, pa i jednakost, a konačno i porasti napona; pojedinima $\cos \varphi$ pripadne krivulje $U_2 = f(I_2)$ ne bi bile bitno različite od onih po sl. 424. Na pr. ako se na neopterećeni generator priključi neopterećeni dugi kabel, koji predstavlja kondenzator velikog kapaciteta, voltmetar stroja može pokazati znatno više napona nego kad je stroj bio bez veze s kabelom, dok kod opterećenja nezavisno uzbuđenih istosmjernih generatora reakcijom armature dolazi samo do pada napona.

Pad napona izmjeničnih generatora može se predusresti povisivanjem uzbuđenja I_M , a tim i magnetnog toka Φ' stroja. Reguliranje struje I_M vrši se kod većih jedinica obično regulatorima koji automatski reagiraju na promjene napona stroja.

O utjecaju armaturnog toka na funkciju jednofaznih generatora ne ćemo potanje raspravljati; ovi i onako rijetko dolaze u praksi. Ukratko se može reći da se kod proučavanja problema iskorišćuje činjenica da se jednofazni tok može nadomjestiti po G-23. kombinacijom dvaju rotirajućih.

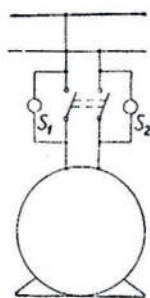
28. Zanimljiv je problem paralelnog spajanja sinhronih strojeva. Pomislimo mrežu snabdijevanu već izmjeničnom strujom iz nekog sinhronog generatora. Ako bismo na tu mrežu htjeli paralelno prvom stroju priključiti još drugi sinhroni stroj, to bismo smjeli učiniti samo onda kad bi bio postignut »sinhronizam«. Dok kod paralelnog spajanja istosmjernih generatora dostaje da napon priključivanog stroja bude praktički jednak naponu mreže i da se stezaljke stroja priključe svaki na vodič mreže označen istim predznakom, dotle kod sinhronih strojeva osim: a) jednakosti efektivnih iznosa napona mreže i priključivanog stroja treba zahtijevati još: b) jednakost frekvencija stroja i mreže, što znači da se sinhroni stroj smije tek onda priključiti kad je već potjeran na sinhronu brzinu $n = 60f/p$ korespondentnu frekvenciji mreže i broju pari polova stroja, te c) jednakost faza, t. j. da, neposredno prije ukapčanja, nultočke, maksima, minima itd. napona mreže i stroja budu istovremeni, jer inače ne bi u momentu ukapčanja napon mreže i napon stroja mogli jedan drugom držati ravnotežje (pa bi između mreže i stroja nastala vrlo jaka »struja izjednačenja«). Kod trofaznih strojeva potrebno je još osigurati i: d) isti »slijed faza«.

29. Konstatirati da je postignut sinhronizam može se prikladnim napravama. U najjednostavnijem slučaju to su »sinhronizacione sijalice«, koje se mogu spajati na različite načine.

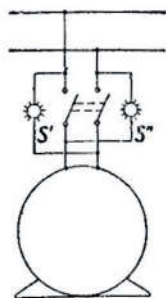
Kod jednofaznih strojeva sijalice mogu biti a) u t. zv. *tamnom spoju* ili b) u t. zv. *svijetlom spoju*.

Kod »tamnog spoja« dvopolna sklopka kojom se priključuje stroj na mrežu premesti se sijalicama S_1 i S_2 po shemi u sl. 462.a). Sijalice moraju biti dimenzionirane za dvostruki napon mreže. Dok nema približne jednakosti napona, one trajno svijetle. Kod približno jednakih iznosa naponâ, ali još ne posve postignute jednakosti frekvencije i faza, sijalice čas zasvijetle čas potamne, jer su naponi

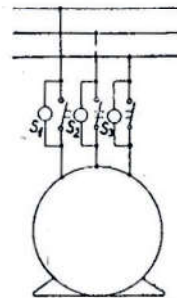
mreže i stroja čas protivni (pa se za sijalice sumiraju), čas jednaki (pa se za sijalice približno ukidaju). Što bliže dolazi frekvencija stroja onoj mreže, to sporijim tempom izmjenjuju se svjetlost i tama sijalica, dok se konačno, kod približno po-



Sl. 462.a)



Sl. 462.b)



Sl. 463.

stignute jednakosti frekvencija, ne postigne u intervalu tame sijalicâ kroz nešto dulje vrijeme i približna jednakost faza, pa se može bez nepravilnosti usred tog intervala priključiti stroj dvopolnom sklopkom.

Kod »svijetlog spoja« sijalice S' i S'' su priključene »unakrsno« po shemi u sl. 462.b). Situacija je inače slična kao kod tamnog spoja, samo što se sad ukapča kod maksimuma svjetlosti sijalica, a taj se može osobito točno zamijetiti.

Kod trofaznih strojeva ukapča se u *tamnom* spoju po sl. 463. S ovako spojene tri sijalice S_1 - S_2 - S_3 razabire se također da li je spoj faza stroja na trofazni sustav mreže dobar i po slijedu faza. Ako je dobar, onda sve sijalice istodobno svijetle i istodobno tamne; ukapča se dakako u momentu tame.

Ako sve tri sijalice ne zasvijetljaju i ne potamnjuju istodobno, slijed faza stroja ne odgovara mreži i dva od triju dovoda k stezaljkama stroja moraju se međusobno izmijeniti. Ima i drugih trofaznih spojeva sinhronizacionih sijalica.

Fazne sijalice po sl. 463. moraju biti građene kod zvjezdanog spoja stroja za dvostruki fazni napon ($= 1,15$ -kratnik linijskog napona). Kod sinhronih strojeva za više napone sijalice bi se priključile preko prikladnih naponskih mjernih transformatora, dimenzioniranih sekundarno prema nominalnom naponu sijalica. Ima i posebnih aparatura, t. zv. »sinhronoskopa«, s kojima se sinhronizira vrlo udobno (E. M.).

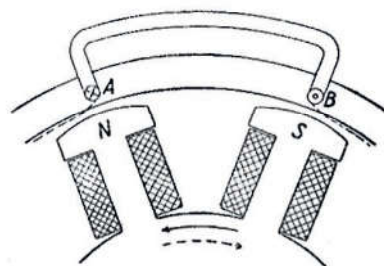
Sinhroni strojevi moraju se na ovako neudoban način, uz prethodni pogon na sinhronu brzinu i uz primjenu sinhronizacionih naprava, ukapčati i onda kad rade kao sinhroni motori, o kojima ćemo odmah govoriti; to je svakako jedan od nedostataka ovih u drugom pogledu, naime zbog popravljivanja faktora učina mreže, za mrežu poželjnih motora.

Kad je sinhroni stroj u sinhronizmu priključen, sinhronizam se dalje sam podržava zbog djelovanja *sinhronizacione sile*, koja sinhroni stroj vuče naprijed ako malo zaostaje ili natrag ako je malo naprijed.

30. Sad ćemo razmatrati sinhroni stroj kad radi kao motor. Budući da svaki istosmjerni generator može bez daljega poslužiti kao motor, blizu je misao da se i izmjenični sinhroni stroj upotrebi kao motor. Ta je misao i izvediva, pa čak i kod jednofaznih strojeva, ali uz preduvjet: da stroj u momentu ukapčanja već ima sinhronu brzinu.

Kad bismo naime pustili naprosto izmjeničnu struju u armaturu mirnog sinhronog stroja, na pr. stroja s jednofaznim jednožlijebnim namotajem kao u sl. 464., a magneti stroja bi bili već uzbuđeni iz nekog vanjskog izvora istosmjerne struje, magnetski kotač ne bi uopće rotirao, jer bi mehaničke sile koje bi na njega djelovale mijenjale smjer svake polovice perioda.

To se lako vidi. U momentu koji prikazuje sl. 464. ispred vodiča A, kojim teče struja prema natrag, nalazi se baš pol N, a ispred vodiča B, sa strujom protivnog smjera, nalazi se pol S. Da su polovi N i S nepomični, a armatura da je gibljiva, prema »Flemmingovu pravilu« o djelovanju magnetskog pola na vodiče protjecane strujom, i pripadnoj sl. 140. (C-40.), nastale bi sile koje bi nastojale zaokrenuti armaturu nadesno. Naprotiv ovako, uz nepomičnu armaturu i pomične polove, nastale bi po zakonu jednake akcije i reakcije sile koje bi u momentu prikazanom na sl. 464. nastojale gibati polni kotač nalijevo, dakle u smjeru izvučene strijelice. No to bi trajalo samo vrlo kratko vrijeme, jer bi već u idućoj polovici perioda izmjenične struje kroz vodiče armature tekle protivne struje, koje bi nastojale pomaknuti polni kotač u suprotnom smislu, t. j. u smislu crtkane strijelice. Ta djelovanja na magnetni kotač, naizmjenice u vrlo brzim impulsima sad u jednom sad u drugom smislu vrtnje, imala bi naravno za posljedicu da se kotač, zbog tromosti svoje mase, praktički ne bi ni pomaknuo.

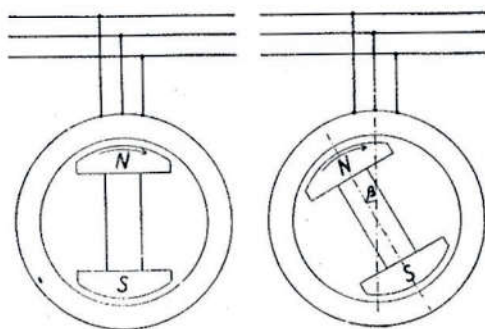


Sl. 464.

No posve druge prilike nastaju ako magnetnom kotaču stroja već prije priključka na mrežu ma kojim načinom, na pr. tako da ga mehanički potjeramo, dajemo sinhronu brzinu, t. j. brzinu od $n = 60f/p$ okr/min (dakle uz $f = 50$ Hz kod dvopolnog stroja sa $p = 1$ brzinu 3000 okr/min, kod četveropolnog sa $p = 2$ brzinu 1500 okr/min, itd.). Kod sinhrono gibanoga naime motora u prvoj polovici perioda, dok struje tek u vodičima A i B kao na sl. 464., stajat će pored vodiča A recimo kao u momentu po sl. 464. pol N, a ispred vodiča B pol S, pa će na polni kotač djelovati sila u smjeru izvučene strijelice. A pola perioda kasnije, kad struje u vodičima A i B budu obrnute, bit će, ako polni kotač rotira sinhrono u smislu izvučene strijelice, ispred A pol S i ispred B pol N, pa će sile koje će djelovati na kotač sada biti i opet u smjeru izvučene strijelice, dakle u smjeru vrtnje kotača. Drugim riječima: polni kotač doveden u sinhronu brzinu bit će dalje tjeran silama uvijek istoga smjera, koje će ga održavati u njegovoj sinhronoj vrtnji, odn. stroj će sam, i bez vanjskog mehaničkog pogona, dalje rotirati sinhronom brzinom kao motor, zvan *sinhroni motor*. Posve analognim razmatranjima izlazi i za dvofazne, trofazne i uopće polifazne strojeve da mogu, priključeni na pripadnu polifaznu mrežu, funkcionirati kao sinhroni motori, nakon što su drugim kojim načinom dovedeni na sinhronu brzinu (o ovomu potonjemu će biti više govora u G-38.).

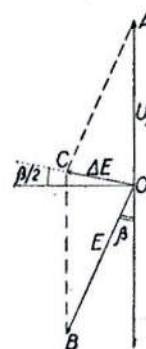
31. Da vidimo sada kako sinhroni motor reagira na različita mehanička opterećenja, i kakav utjecaj ima mijenjanje istosmjerne struje I_M uzbuđenja magnetâ na funkciju stroja.

Pomislmo najprije da motor sve manje i manje mehanički opterećujemo, tako da se konačno kod praznog hoda motora mehanički protumoment vrtnje M' , koji se protivi gibanju rotora, približi k nuli. U tom slučaju može biti praktički jednak nuli i proizvedeni moment vrtnje M sinhrono gibanog motora, a to znači da tada vodičima armature mogu teći praktički zanemarive struje. A da bi se ovo posljednje postiglo, očito proizvedeni naponi po fazi iznosa E moraju baš držati ravnotežje kao protu-EMS naponima mreže po fazi iznosa U_2 . Kako u promatranom slučaju zanemarivih struja u namotajima armature nema kod polifaznog prak-



Sl. 465.a)

Sl. 465.b)



Sl. 466.

tički neopterećena sinhronog stroja ni rotirajućeg armaturnog toka Φ_A , može se pretpostaviti da je praktički ukupni tok Φ stroja identičan s magnetnim tokom Φ' . Tako u ovom slučaju Φ' određuje zbog $\Phi = \Phi'$ proizvedeni napon po fazi E . To znači da se mora, ako se želi da kod iščezavanja mehaničkog opterećenja sinhronog motora dođe doista do poništavanja naponâ E i U_2 , i time iščezavanja iznosa I_2 faznih struja što ih motor uzima iz mreže, dati magnetima motora neka posve određena »normalna« struja uzbuđenja I_M , kakva odgovara toku Φ' takvom da pripadno E ispadne baš jednako U_2 .

32. Što bi se sad dogodilo da motor mehanički opteretimo, tako da on mora razvijati neki moment vrtnje M potreban za svladavanje mehaničkog protumomenta M' tereta? Novom opterećenju, koje će stroj nastojati zaustaviti u vrtnji, motor će se prilagoditi naprosto tako da zaostane prema svom položaju prije opterećenja za neki određeni električki kut β , t. zv. »kut opterećenja«, i dalje će rotirati sinhronom brzinom ostajući trajno pomaknut po sl. 465.b) u smislu suprotnom vrtnji rotora za kut β prema položajima po sl. 465.a) koje bi zauzimao u pripadnim momentima mehanički neopterećen. Sad naravno polovi motora prolaze nešto kasnije ispred različitih vodiča armature, i motorom proizvedeni protunapon zaostaje nešto u fazi prema prije. Napon mreže i protu-EMS motora ne drže više

jedan drugom ravnotežje kao dva jednaka i fazno potpuno suprotna napona, nego sad od napona mreže i protu-EMS motora rezultira neki »diferencijski napon« iznosa ΔE jednak rezultanti OC dobivenoj po sl. 466. sastavljanjem pripadnih vektora $OA = U_2$ i $OB = E$, priklonjenih ne više pod kutom π nego pod kutom $\pi - \beta$. Taj diferencijski napon proizvodi sad u faznim namotajima armature motora struje iznosa I_2 . Na određeno mehaničko opterećenje sinhroni »normalno« uzbuđeni motor odgovara dakle idući dalje sinhrono sa zaostajanjem za kut opterećenja pripadan određenom diferencijskom naponu koji je potreban da se njime proizvede tolika struja opterećenja motora kolika treba da se proizvede moment vrtnje M koji će svladavati mehanički protumoment tereta M' . Jača mehanička opterećenja motora povlače prema tomu za sobom potrebu jačih struja opterećenja, dakle većih diferencijskih napona, i po tom većih kuteva opterećenja. I sinhroni se dakle motor manjim ili većim opterećenjima sam prilagođuje uzimajući manje ili više armaturne struje.

33. Međutim ako mehaničko opterećenje poraste makar i kratko vrijeme na iznos kod koga kut opterećenja pređe električki kut $\frac{\pi}{2}$, onda, kako se potanjim razmatranjem lako razabire, sinhroni motor ne može više svladavati teret i stane, »ispadne iz koraka«. Jer kad je samo na čas stao, on se, kako znamo, ne može više sam staviti u vrtnju ni s umanjnim teretom, dok se opet za novo priključivanje naročitim sredstvima ne dovede na sinhronu brzinu. Ova mogućnost *ispadanja iz koraka* je za praksu svakako neugodno svojstvo sinhronog motora. Zbog njega, zatim zbog često nepoželjne potpune nepromjenljivosti brzine, pa zbog potrebe da sinhroni motor jednako kao sinhroni generator ima pridodan mali istosmjerni »uzbudni dinamo« kao izvor struje uzbuđivanja magnetâ, te konačno zbog potrebe udešavanja sinhronizma pri ukapčanju, sinhroni se motori susreću u praksi obično samo u većim jedinicama, u kakvima su poželjni zbog njihova povoljnog učinka na faktor učina mreže, dok se inače, osobito u malom, upotrebljavaju asinhroni indukcionni motori, na koje ćemo vrlo brzo doći.

34. Da vidimo kako sinhroni motori mogu popravljati faktor učina mreže. Taj je učinak dragocjeno svojstvo sinhronih motora, pa se oni često drže u pogonu i mehanički neopterećeni, samo zbog povećavanja $\cos \varphi$ mreže, odn. zbog popravljivanja prevelikog kuta φ zaostajanja struje mreže prema njenom naponu, ma da je još racionalnije, ako ima prilike, sinhroni motor osim u funkciji »popravljača faza« iskoristiti opteretivši ga i mehanički kao motor (to je povoljnije nego uzeti za svaku svrhu posebni stroj).

Ukratko: sinhroni motor postat će popravljač faza mreže s lošim $\cos \varphi$ (ind.), na pr. mreže s prejakom induktivnim teretima, kakve su mreže s priključenima tek slabo opterećenima transformatorima i asinhronim indukcionim motorima, time da se uzbudi strujom I_M iznad »normalnog« iznosa. Tako »preuzbuđen« motor naime opterećuje mrežu manje ili više kapacitivno. A kako kapacitivne

komponente struje kao suprotne induktivnima djeluju s gledišta mreže kompenzacijom na ove potonje, mreži se popravi kod potpune kompenzacije faktor učina na 1, a kod nepotpune se postigne bar poboljšanje faktora učina, na pr. od 0,5 na 0,9.

To omogućuje da se mreža može bolje iskoristiti: da se pri punoj struji kroz njezine vodiče prenosi više pravog učina nego uz nepopravljeno $\cos \varphi$. K tomu i motori priključeni na mrežu s boljim $\cos \varphi$ bolje rade.

Po G-31. kod nekog određenog »normalnog« uzbudjenja mehanički neopterećeni sinhroni motor ne crpi struju iz mreže, jer stroj proizvodi magnetni tok Φ' jednak ukupnom toku Φ traženom za napon stroja protufazan i iznosom baš jednak onomu mreže, pa oba napona drže jedan drugomu ravnotežje. Recimo da sada, ostavivši motor i dalje mehanički neopterećen, pojačamo struju uzbudjenja I_M , dakle da motor »preuzbudimo«. Što bi se onda dogodilo? Napon stezaljki motora morao bi se i opet prilagoditi naponu mreže, pa bi zato, uz zanemarene gubitke napona u armaturi, motor povukao iz mreže toliko struje da nastali rotacioni armaturni tok Φ_A oslabi zbog preuzbudjenja prejaki tok Φ' magnetâ na prvobitni iznos Φ . No mi znamo da Φ_A prema sl. 459. direktno slabi Φ' ako sinhroni stroj daje čisto induktivnu struju u mrežu, što izlazi na isto kao da stroj prima iz mreže struju suprotnu induktivnoj, a to je kapacitivna. Da neopterećeni sinhroni motor prisilimo da povlači iz mreže kapacitivnu struju, doista je dakle dovoljno regulirati mu uzbudnu struju tako da magneti budu preuzbudjeni. Mogli bismo reći i ovako: preuzbudjeni motor šalje u mrežu induktivnu struju, i rasterećuje mrežu time da tom induktivnom strujom hrani druge motore, transformatore, itd., koji trebaju takve struje, zbog čega sama mreža ne treba da te struje više njima dobavlja.

Slabije nego li normalno uzbudjeni (»poduzbudjeni«) motor vladao bi se dakako protivno: uzimao bi induktivnu struju iz mreže. Ali za tu funkciju obično nema u praksi potrebe.

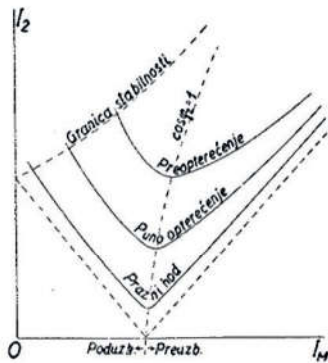
34 a. Razumije se, popravak $\cos \varphi$ može se postići, odn. danas se i postizava, također drugim potrošačima kapacitivnih struja kao što su kondenzatori, pa se u suvremenim postrojenjima baš kondenzatorske kombinacije mnogo primjenjuju kao popravljajući faktora snage [v. vj. 144., 145. i 180. uz pogl. E)], no i danas se sinhroni motori smatraju dobro upotrebljivi i kao popravljajući pomaka faza.

U pogledu kondenzatora jake struje u baterijama za popravak $\cos \varphi$ treba reći da se u tu svrhu najprije upotrebljavani kondenzatori slabe struje, s papirom impregniranim voskom ili parafinom, nisu pokazali doraslim jačim strujama i višim naponima, i to zato što je rastaljeni (zbog ugrijavanja pri pogonu) vosak ili parafin kod skrućivanja stvarao mjehuriće, a u ovima su se pri kasnijim opterećenjima zbivali pojavi ionizacije, koji su brzo dovodili do proboja kondenzatora. Odlučan je napredak postignut pred tridesetak godina boljim papirima i upotrebom kvalitetnih mineralnih ulja za impregnaciju i hlađenje. Još prikladnijima su se pokazali kondenzatori s već u F-28a. spomenutim klofenom, kome je relativna dielektrička konstanta 4,5 povoljna (ulje: oko 2,2).

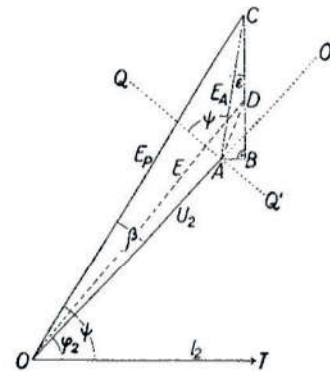
35. Kod preuzbudjenja mehanički opterećena motora situacija bi bila takva da bi motor, pored radne komponente struje, povlačio iz mreže također manje ili više kapacitivnu komponentu. Tako bi sinhroni motor za neko određeno mehaničko opterećenje pri izvjesnom »normalnom« uzbudjenju trošio praktički čistu

radnu struju, t. j. motor bi radio s $\cos \varphi_2 = 1$; preko spomenutog uzbuđenja postepeno sve više uzbuđivani motor uzimao bi sve više kapacitivne struje i radio bi sa sve manjima $\cos \varphi_2$ (kap.), te bi djelovao istodobno i kao popravljaj faktor učina $\cos \varphi$ mreže; postepeno sve slabija uzbuđenja ispod »normalnog« dala bi stanja kod kojih bi motor radio kao potrošač sa sve lošijima $\cos \varphi_2$ (ind.).

Kod normalnog uzbuđenja struja I_2 sinhronog motora uz neki dani učin izlazi najmanja što može biti za to uzbuđenje, i potpuno je u fazi s naponom mreže. A za svako je drugo jače ili slabije uzbuđenje struja uz isti učin veća, i to tim veća što se jače uzbuđenje udaljuje od normalnoga. Uzmemo li dakle struje I_2 motora kao ordinate uz struje uzbuđenja I_M kao apscise, izlazit će za pojedine iznose korisnog mehaničkog učina N_2 motora krivulje po sl. 467. po prilici u obliku slova »V« s minimumima za svaku krivulju korespondentnima »normalnom« uzbuđenju za pripadni učin. Manjim mehaničkim učинима odgovarale bi niže krivulje; crtano naznačena krivulja odgovarala bi »idealnom« praznom hodu motora (bez ikakvog mehaničkog protumomenta, pa niti onog od trenja).



Sl. 467.



Sl. 468.

36. Razmotrimo sad utjecaj variranja struje uzbuđenja na sinhroni generator priključen na mrežu stalnog napona. Kod istosmjernih nezavisno uzbuđenih generatora pojačanjem uzbuđenja postizavalo se jače opterećenje generatora, t. j. prisililo se generator da daje više učina u mrežu. Tim jednostavnim načinom lako se dala postići raspodjela po volji opterećenja na pojedine strojeve priključene paralelno na istu mrežu. Kod sinhronih strojeva naprotiv samo pojačanje uzbuđenja ima tek za posljedicu da generator šalje u mrežu više induktivne struje, a ne da daje više pravog učina. Kako se onda može prisiliti sinhroni generator da priključen paralelno drugim generatorima počne davati u mrežu određeni pravi učin? Naprosto tim da se regulator pogonskog stroja sinhronog generatora tako makne da se stroj mehanički potjera određenom jakošću, Tim magnetni kotač u prvi mah bude pomaknut za neki kut β naprijed, pa dalje rotira sinhrono. Taj pomak naprijed za »kut opterećenja« β ima za posljedicu da se poremeti ravnotežje između napona mreže i napona stroja, pa nastali diferencijski napon izazove struju koja odgovara kutu β . Uopće je vladanje sinhronog stroja kao generatora u mno-

gome korespondentno onom stroja kao motora, samo što su različiti kutevi β za različita opterećenja kod generatora »kutevi naprijed«, a kod motora »kutevi natrag« (u odnosu prema srednjem položaju rotora pod kutom $\beta = 0$ korespondentnomu posve neopterećenom stroju).

Za sinhroni $2p$ -polni stroj s armaturom u zvjezdanom spoju priključenom na mrežu linijskih napona $U(V)$ i frekvencije $f(Hz)$, te s rotorom pod električkim kutom opterećenja β , može se za proizvedeni moment vrtnje $M(kg \cdot m)$, uz neznatan radni otpor $R_s(\Omega)$ po fazi armaturnog namotaja, pisati približno:

$$M = - \frac{\sqrt{3} \cdot p \cdot U \cdot I_k \cdot \sin \beta}{2\pi f \cdot 9,81} \quad (346)$$

u kojoj veličina $I_k(A)$ predstavlja iznos »strujâ kratkog spoja«, t. j. faznih struja koje bi stroj sinhrono rotiran proizveo, pri nepromijenjenom uzbuđenju, u *kratko spojenom* (u svim fazama) vlastitom armaturnom namotaju. Kvocijent $Z = E_p/I_k$ faznog napona praznoga hoda kod nekog uzbuđenja I_M i fazne struje I_k kratkog spoja kod istog uzbuđenja nazvan je *sinhronom impedancijom*, a veličina

$$X = \sqrt{Z^2 - R_s^2}$$

sinhronom reaktancijom stroja. Uostalom X i Z ponešto opadaju s rastućim I_M (sl. 510. uz vježbu 238.). Tek se u ograničenom području variranja toka stroja mogu grubo uzimati X , a time i Z , konstantnim veličinama.

Kut β treba uzimati kod motorâ negativno, a kod generatorâ pozitivno. Tako kod motorâ izlazi onda pozitivni proizvedeni moment vrtnje, od koga se na korisni moment vrtnje motora dolazi odbijajući redovito maleni moment vrtnje utrošen na svladavanje gubitaka trenja itd. A kod generatorâ pogonski stroj osim proizvedenog momenta kao protumomenta mora svladavati još i protumoment trenja itd.

Najveći iznos M_k proizvedenog momenta vrtnje može se izračunati iz (346) stavljajući $\beta = 90^\circ$, odn. $\sin \beta = 1$. Kod postignutoga $M = M_k$ stroj ispadajući iz koraka kao motor zaustavlja se, a kao generator ubrzava se na nadsinhronu brzinu.

Sada, nakon uvođenja kutova opterećenja u oba smisla, bit će razumljiva i već u G-29. spomenuta »sinhronizaciona sila« (»sinhronizacioni moment vrtnje«). Specijalan efekt te sinhronizacione sile može se na pr. između sinhronih generatora paralelno priključenih na istu mrežu manifestirati u obliku t. zv. *njihanja* (oscilatornih nepravilnosti u gibanju sinhronih strojeva, koje mogu biti izazvane naglim jednokratnim ili periodskim mehaničkim impulsima ili promjenama opterećenja, a postaju osobito neprijatne ako se frekvencija proizvedenih titraja približi vlastitoj titrajnoj frekvenciji sinhronog agregata).

37. Poblje se značenje »sinhrone reaktancije« X razabire zamišljajući fazne napone koje bi stvarao rotirajući armaturni tok Φ_A sam za sebe u njihovim utjecajima na fazne napone koje bi proizvodio rotirajući magnetni tok Φ' sam za sebe nadomještene samoinduktivnim naponima stvaranima u određenima čistim reaktancijama X' , zamišljanima u svakoj fazi armaturnog namotaja. Prema onomu

što je pri promatranju reakcije armature rečeno o odnosima između armaturnog toka i faznih struja polifaznog sinhronog stroja u vrtnji moguće je rečeni cilj postići baš fiktivnim »dodatnim« reaktancijama X' koje bi u svakoj fazi prividno povećavale stvarno postojeću (i već kod mirnog stroja zamjetljivu) »rasipnu« reaktanciju X_2 (G-12.) na »sinhronu« reaktanciju $X = X_2 + X'$, prema čemu bi onda, uz radni otpor R_2 po fazi, rezultirala i »sinhrona« impedancija $\mathcal{Z} = R_2 + jX$ iznosa $Z = \sqrt{R_2^2 + X^2}$.

Napomenimo još samo posve kratko bez zalaženja u potankosti, da uvođenje veličina X i Z omogućuje da se na pr. sinhroni generator s određenom strujom uzbuđenja I_M može ma kako opterećen približno zamišljati kao neki izvor polifaznih struja s EMS stalnog iznosa E_p induciranima samim magnetnim tokom Φ' pripadnim struji I_M , te s unutarnjim radnim otporom R_2 i praznim X po fazi. Odnosi sinhronih generatora time dolaze u analogiju s odnosima po F-45. transformatorâ shvaćenih kao izvorâ struje s EMS jednakom primarnom naponu stezaljki i s unutarnjim otporom jednakim totalnoj impedanciji $\mathcal{Z}_t = R_t + jX_t$ transformatora. Mogu se čak analogno vektorskom prikazu opterećena transformatora s karakterističnim trokutom PKZ po sl. 421. vektorski predočiti fazni odnosi opterećenja sinhronog generatora s karakterističnim trokutom ABC po slici 468., I_2 -kratnikom trokuta sinhrone impedancije. Dijelovi OA-AB-BD-OD na sl. 468. korespondiraju vektorima U_2 - I_2R_2 - I_2X_2 - E iz sl. 446., a s nadopunama $DC = I_2X'$ (odn. odmah uzimajući: $BC = I_2X$), te s $AC = E_A = I_2Z$ i $OC = E_p$ dobiva se vektorski prikaz koji neposredno može poslužiti kod određivanja variranja faznog napona stezaljki U_2 opterećena sinhronog generatora u odnosu prema naponu $U_{20} = E_p$ u praznom hodu; $AC = E_A$ u tom prikazu predstavlja gubitak napona zbog sinhrone impedancije, a β kut opterećenja (v. sliku 468. i slike 512. i 513. uz vježbu 242.). Zbog odnosa kod motora, gdje se gubici $AB = I_2R_2$ i $BC = I_2X = I_2(X_2 + X')$ zbog radne i prazne komponente sinhrone impedancije pribrajaju naponu $OC = E_p$ (jer je mrežni napon $OA = U_2$ sada onaj koji mora pokrivati sve nabrojene napone: E_p , I_2R_2 i I_2X), vidi sliku 511. uz vježbu 241. i slike 514. i 515. uz vježbu 242.

38. Načinâ stavljanja u pogon sinhronih strojeva, specijalno načinâ »pokretanja« dovođenjem u sinhronizam sinhronih motora, ima više. Principno nema zapreke dovesti i sinhroni motor na sinhronu brzinu mehaničkim pogonom iz naročitog pogonskog stroja, kako se to kod generatora samo po sebi razumije. Samo kako uz motor ne će biti na raspolaganju mehanički pogonski stroj, pogon na sinhronu brzinu se onda izvede posebnim malim pomoćnim asinhronim indukcionim motorom, hranjenim za to vrijeme iz mreže. A mogu se kod polifaznih sinhronih motora primijeniti i posebni »prigušni« namotaji na statoru, građeni na način »krletkastih namotaja« asinhronih indukcionih motora (G-54.); zbog njih stroj kreće kao asinhroni motor, pa, kad je dovoljno blizu sinhronoj vrtnji, bude povučen u sinhronizam, i dalje radi kao sinhroni motor.

II) ASINHRONI INDUKCIONI MOTORI

Zakretni transformator. Asinhroni indukcionni motor. Klizanje. Strujni odnosi u rotoru; svodenje na neinduktivno opterećeni transformator. Proizvedeni mehanički učin. Strujna toplina rotora. Indukcionni motor kao općeniti transformator. Stroboskopska metoda mjerenja klizanja. Odnosi kod pokretanja rotorskim otporima. Motori s kratko spojenim (krletkastim) rotorom. Načini pokretanja indukcionih motora. Načini reguliranja brzine. Kružni strujni diagram indukcionog motora. Jednofazni indukcionni motori; pomoćna faza s pukotinskom prigušnicom odn. s kondenzatorom. Jednofazni kondenzatorski indukcionni motori.

39. Kod uvođenja rotacionih tokova pokazano je da se takvi tokovi mogu proizvesti u nekom stroju bilo mehanički, rotiranim i stalnom strujom uzbuđenim magnetima, bilo električki, šaljući kroz mirni polifazni namotaj polifazni sustav struja. Kod sinhronih strojeva primjenjivan je bio za proizvođenje magnetnog toka Φ' prvi način, no ujedno su struje armature sinhronog generatora, dakle »sekundarnog« dijela stroja, proizvodile i veći ili manji reakcioni armaturni tok Φ_A po drugom načinu, već prema većem ili manjem opterećenju stroja. I baš djelovanjem mehanički stvaranoga primarnog i električki stvaranoga sekundarnog toka stroja nastale su one raznolikosti utjecaja pri opterećenju kojima se u pogonu ističu sinhroni strojevi.

Može se sada pojaviti misao da se kuša realizirati i takav stroj kod koga ni primarni tok ne bi bio proizveden mehanički, nego električki, dakle s pomoću mirnog polifaznog namotaja hranjenoga polifaznim sustavom struja. Kod takve kombinacije bismo dakle rotor u obliku polnog kotača sinhronih strojeva nadomjestili mirnim cilindrom iz željeznih limova, s polifaznim namotajem u njegovim žljebovima, i kroz namotaj bismo morali poslati polifazni sustav struja. Iz praktičkih razloga ovu bismo kombinaciju odmah mogli zamisliti preuđesenu u tomu smislu da tjeramo stroj snabdijevajući mu mrežnom strujom statorski namotaj, pa da stator sa svojim polifaznim namotajem bude primarni dio stroja, kao kod motora, a rotor sa svojim polifaznim namotajem sekundarni dio, na koji ćemo po potrebi priključivati na pr. potrošače otpora R po fazi, ili ćemo sekundarni namotaj kratko spajati, ostavljati ga otvorenog itd.

Treba sad razlikovati dva slučaja: a) kad rotor *miruje*, jer na pr. mehanički fiksiran u nekom određenom položaju ne može rotirati, i b) kad rotor *može rotirati*.

U slučaju pod a) dobiva se jedan specijalni oblik transformatora za kontinuirano varijabilan napon, poznat u tehnici pod imenom *zakretni transformator* ili *indukcionni regulator* (regulator potencijala), dok ono pod b) vodi na *asinhronne indukcijske motore*.

40. Razmotrimo najprije *zakretni transformator*, kojemu neka namotaji na statoru i rotoru budu polifazni istog tipa, na pr. oba trofazni i dvopolni, ili trofazni i četveropolni, ili uopće namotaji s jednakim brojem m faza i jednakim brojem $2p$ polova.

Ako je rotor sa svojim sekundarnim namotajem na miru, i ako je uz to i električki neopterećen (ne daje struju), linije primarnog statorskog toka, zbog rotiranja spomenutog toka sinhronom brzinom, sijeku vodiče sekundarnog namotaja na rotoru istom brzinom kao i vodiče primarnog namotaja na statoru, apstrahirajući dakako od primarnih »rasipnih« linija, koje otpadaju zbog magnetskog rasipanja. U neopterećenom sekundarnom dijelu stroja inducirat će se dakle zbog rotiranja primarnog toka polifazni sustav napona, slično kako se induciraju naponi u neopterećenom sekundarnom krugu običnog transformatora od mirnoga no vremenski promjenljivog primarnog toka.

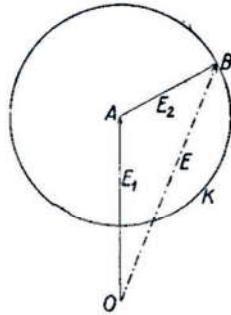
Ako sad sekundarni polifazni namotaj, uz rotor tako pričvršćen da se ne može gibati, još električki opteretimo, dakle ako recimo na sekundarni namotaj u zvjezdanom spoju priključimo zvijezdu prikladnih jednakih (radnih ili kompleksnih) otpora, tako da rotor daje struju, nastale sekundarne rotorske struje proizvesti će i sa svoje strane novi rotacioni magnetski tok, dakle sekundarni magnetski tok, koji će rotirati sinhronom brzinom stroja kao i primarni. Slično sekundarno opterećeni transformator izvodi svoj sekundarni tok, samo što ovaj ne rotira nego vremenski varira. Sekundarni rotacioni tok naše naprave, apstrahirajući od sekundarnih »rasipnih« linija, poremetio bi sad ravnotežje u primarnom krugu, djelujući na prvobitni primarni rotacioni tok i stvarajući s njime neki rezultujući tok. No kako se ovaj potonji u bitnosti drži kod svakog opterećenja na istoj visini, jer je njegova vrijednost određena približnom ravnotežom koja mora vladati između mrežom primarno po fazi narinutih faznih napona i pripadnih napona samoindukcijske primarnog namotaja, opterećenje će sekundarnog namotaja imati za posljedicu da će u primarni namotaj poteći iz mreže jače fazne struje, te će novi pojačani primarni tok dati sa sekundarnim kao rezultantu u bitnosti i opet onakav rotacioni tok kakav se uspostavio prvobitno kod praznog hoda.

To znači da na manje ili veće opterećenje sekundarnog namotaja primarni namotaj odgovara manjim ili većim opterećenjem mreže. Dakle ista slika prenosa energije s primarnog na sekundarni dio kao kod običnih transformatora priključenih na mrežu stalnog napona.

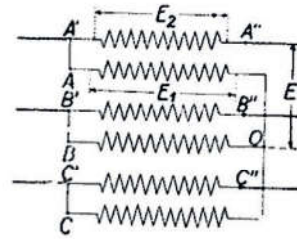
41. Naša naprava sa statorom i rotorom polifazno namotanima, naprava u kojoj ćemo kod slobodno vrtivog rotora dobiti najobičniji motor izmjenične struje: indukcionni motor, predstavlja dakle kod fiksiranog rotora naprosto transformator osobitog oblika. Taj oblik transformatora ima čak prema običnom obliku transformatora jednu prednost, koja se i u praksi iskorišćuje u slučajevima gdje su potrebni kontinuirano i u širokim granicama promjenljivi naponi. Kod običnog oblika transformatora sekundarni je naime napon, uz stalan primarni, uglavnom određen, i mijenja se tek unutar vrlo uskih granica. To je svojstvo običnih transformatora većinom u praksi poželjno, ali ima ipak slučajeva da se želi imati napone promjenljive u širokim granicama. Naša naprava s polifazno namotanima statorom i rotorom, te s rotorom koji se daje zakrenuti i onda fiksirati u različite položaje

prema statoru, daje mogućnost da se napon udobno regulira kontinuirano i u vrlo širokom području. Odatle i imena: indukcionni regulator, regulator potencijala, zakretni transformator.

Naime pomaku faza između primarnoga statorskog i sekundarnoga rotorskog napona očito je moguće dati ma kakve vrijednosti time da se rotoru dadu više ili manje zakrenuti no fiksni položaji prema statoru. Jer, koliko je jače namotaj rotora zakrenut prema namotaju statora, toliko će jače pomaknuto u fazi sjeći rotacioni



Sl. 469.



Sl. 470.

magnetski tok naprave vodiče sekundarnoga namotaja prema vodičima primarnog namotaja. U faznim namotajima rotiranjem zajedničkog (»glavnog«) toka Φ inducirani naponi E_1 i E_2 , primarni i sekundarni, bit će dakle, već prema položaju u kome fiksiramo rotor, u različitim fazama, pa njihova kombinacija, rezultanta $OB = E$ vektorâ $OA = E_1$ i $AB = E_2$ prema sl. 469., može očito postići sve vrijednosti između $E = E_1 - E_2$ i $E = E_1 + E_2$, već prema vrijednosti $\angle OAB$ vektorâ OA i AB (geometrijsko mjesto krajnjih točaka vektora $OB = E$ je kružnica K polumjera E_2). Kad bi na pr. naponi E_1 i E_2 bili 250 i 150 V, zakrećući rotor indukcionog regulatora imali bismo mogućnost da proizvedemo sve iznose naponâ od $250 \text{ V} - 150 \text{ V} = 100 \text{ V}$ do $250 \text{ V} + 150 \text{ V} = 400 \text{ V}$.

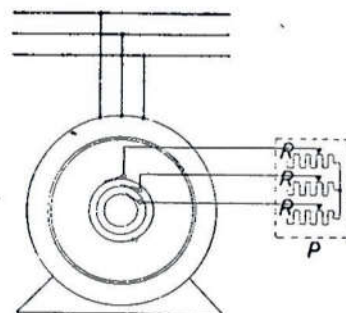
42. Na sl. 470. vidi se točnije jedan način spajanja statorskog i rotorskog namotaja trofaznog zakretnog transformatora, koji priključen na lijevu mrežu stalnih linijskih napona $E_1 \sqrt{3}$ i po tom faznih E_1 daje u desnoj mreži varijabilne fazne napone E i po tom linijske $E \sqrt{3}$. U shemi po sl. 470. treba pomišljati primijenjene fazne napone E_1 na zvjezdano spojeni rotorski namotaj $OA-OB-OC$ sa zvjezdištem O kao primarni dio, a sekundarni dio, u kome se induciraju fazni naponi E_2 , bio bi onda realiziran statorskim namotajem $A'A''-B'B''-C'C''$. Električki je dakako isto ako zamijenimo uloge rotora i statora, ali praktički je prikladnije ovako priključiti napravu. Spojevi $AA'-BB'-CC'$ između statora i rotora mogu se realizirati bilo fleksibilnim komadima kabela, koji dopuštaju potrebna zakretanja rotora, bilo da se $A-B-C$ izvedu na tri »klizna koluta« (kakvi se upotrebljavaju kod asinhronih indukcionih motora; v. na pr. sl. 471.). Odatle priključe se onda, preko kefica, priključci $AA'-BB'-CC'$.

Indukcioni regulatori spajaju se u praksi osim na način sl. 470. još i na druge načine. Malo je neprilično kod zakretnih transformatora (i njima po konstrukciji u bitnosti jednakih asinhronih motora) da između statora i rotora mora biti neka, makar i malena, uzdušna pukotina, da se rotor može zakrenuti, odn. kod motora trajno okretati. To ima za posljedicu znatno veću »struju praznog hoda«, i veća »magnetska rasipanja« kod zakretnog transformatora nego kod običnog transformatora. Dakako, zakretni se transformatori i indukcioni motori grade sa što manjim pukotinama, ne većim od dijelova mm (razlika prema onom što je rečeno u G-26. o uzdušnim pukotinama sinhronih strojeva). Za redovne svrhe prikladniji su ipak obični transformatori, a zakretni su transformatori naprave dragocjene u slučajevima kad se traže opsežna variranja napona.

Također smeta kod većih zakretnih transformatora što im treba jakim mehaničkim sredstvima zadržavati rotor u mirovanju. Redovito je rotor u vezi s pužnikom (za polaganje zakretanje rotora na željeni kut) i sa zaporom (koji zakrenuti rotor drži u određenom položaju). Kod većih jedinica često se uzmu dva jednaka zakretna transformatora postavljena na zajedničku osovinu, ali s tendencijama vrtnje u protivnim smislovima, tako da se momenti vrtnje obih sprava sami međusobno poništavaju: jedan rotor drži drugi na miru.

43. Ako je kombinacija s međusobno pomičnima polifaznim namotajima dala već uz fiksirani rotor vrlo zanimljivu napravu: zakretni transformator, ona pogotovo postaje važna ako joj rotor može slobodno rotirati.

Već je rečeno da se u tom slučaju dobiva *indukcioni asinhroni motor*. Razmotrimo odnose поближе. Prije svega jasno je da će, uz stator kao primarni dio priključen na polifaznu mrežu, na pr. trofaznu ako je namotaj trofazan, rotirati rotor samo onda kad njegovim namotajem teku struje. Jer mehaničkih sila od magnetskih polja može biti samo na vodiče kojima teku struje. Priključimo dakle, po shemi u sl. 471., na pr. na krajeve trofaznog namotaja rotora u zvjezdanom spoju klizne kolute, pa opteretimo preko prislonjenih kefica rotor električki s tri jednaka radna otpora R , tako da kroz fazne namotaje rotora i priključene potrošačke otpore poteku sekundarne struje iznosa I_2 . Posljedica će biti da će rotor, ako ga ne zaustavlja odviše velik protumoment vrtnje, pojuriti kao motor u smjeru rotacionog polja stroja. To postaje samo po sebi jasno ako se pomisli da je uzrok u rotoru induciranih napona, i od njih kod opterećenja rotora podržavanih struja, baš u tomu što magnetski tok stroja rotira prema još mirnom rotoru, pa njegove magnetske linije sijeku vodiče rotora.



Sl. 471.

Međutim po osnovnim zakonima elektromagnetske indukcije imaju elektromotorne sile i struje indukcije uvijek takav smjer da nastoje spriječiti ili ukloniti uzrok indukciji. Kako je u ovom slučaju taj uzrok relativno rotiranje magnetskog toka stroja prema rotoru, javit će se, pod utjecajem djelovanja magnetskih linija stroja na strujom protjecane vodiče rotora, sile koje će rotor potjerati u smislu rotiranja magnetskog toka stroja, nastojeći mu podati isto onakvu brzinu kakvu ima i rotirajući tok. U tom naime slučaju ne bi bilo više relativnog pomicanja rotacionog toka prema rotoru, pa magnetske linije toka ne bi više sjekle vodiče rotora.

No punu »sinhronu« brzinu $n_1 = 60 f_1 / p_1$ rotacionog toka, za kojom rotor prema gornjem teži, ne će ovaj nikada postići, nego će joj se samo manje ili više približiti. Naime stroj kao motor, već prema manjem ili većem mehaničkom teretu (protumomentu vrtnje) što ga rotor mora svladavati kod rotacije, mora razviti manji ili veći vlastiti moment vrtnje, a da taj razvije, moraju kroz rotorske vodiče teći jače ili slabije struje, t. j. moraju se stvarati u rotoru ipak neki veći ili manji inducirani sekundarni naponi. Rotor dakle mora bar nešto zaostajati u brzini svoje vrtnje za rotacionim magnetskim tokom, da bi linije toga toka ipak sjekle vodiče rotora i inducirale u njima napone. Čak i kod motorâ koji rotiraju bez vanjskog mehaničkog opterećenja, dakle u praznom hodu, ne će biti potpunoga sinhronizma s rotacionim poljem, nego će i tu rotor neznatno sporije rotirati, jer i u praznom hodu mora motor svladavati nešto malo mehaničkog opterećenja, zbog trenja i drugih zapreka gibanju. Drugim riječima: naš motor ne će sinhronu brzinu nikad posve dostići, kao što čini sinhroni motor, nego će joj se tek manje ili više približiti, i to tim više što je slabije opterećen. Odatle ime *asinhroni* motor za stroj koji smo upoznali, ili još točnije *indukcioni asinhroni* motor, jer ima i izmjenični motor koji su također asinhroni, ali su drugog tipa, s kolektorom, pa se zovu »kolektorski asinhroni motori«.

44. Vidjeli smo da će kod svakog gibanja rotora asinhronog indukcionog motora vlastitom silom, t. j. bez tjeranja izvanjskim mehaničkim pogonom, brzina rotora n_2 okr/min morati biti manja od brzine rotacionog toka n_1 okr/min. Bit će manja za neki iznos $n'' = n_1 - n_2$, koji varira s pogonskim prilikama motora; n'' je ujedno i brzina kojom bivaju sječeni vodiči rotora od brže rotirajućeg toka stroja, te o n'' ovisi i frekvencija naponâ induciranih u rotoru, i njima proizvedenih struja.

Da karakteriziramo ovu razliku brzina rotacionog toka motora i njegovog rotora, uvesti ćemo pojam *klizanja*. Pod »klizanjem« s razumijeva se omjer razlike $n_1 - n_2$ brzina rotacionog toka i rotora prema brzini rotacionog toka n_1 . Vrijedi dakle relacija:

$$s = (n_1 - n_2) : n_1 = n'' : n_1 \quad (347)$$

a po tom i relacija:

$$n_2 = n_1 \cdot (1 - s) \quad (347')$$

Često se s izražava u procentima kao $s\% = 100 \cdot s = 100 \cdot (n_1 - n_2) : n_1$. Veličina s je kod motora očito iznosom manja od 1, a veličina $s\%$ manja od 100%. Kod potpuno mirnog rotora bilo bi klizanje $s = 1$, odn. $s\% = 100\%$. U pogonu će biti na pr. $s = 0,04$, odn. $s\% = 4\%$, ili slično; klizanje navedenog iznosa imao bi specijalno na pr. motor sa četveropolnim statorom ($p_1 = 2$) i četveropolnim rotorom ($p_2 = 2$), koji bi pri statorskoj struji frekvencije $f_1 = 50$ Hz imao sinhronu brzinu $n_1 = 60 \cdot 50 / 2 = 1500$ okr/min i rotor bi mu rotirao brzinom $n_2 = 1440$ okr/min za 4% nižom od sinhrone [kontrola: $n_2 = 1500 \cdot (1 - 0,04) = 1440$].

45. Neka je sada f_2 frekvencija strujâ u rotoru. Ograničimo li se na praktički osobito važan slučaj da su namotaji statora i rotora izvedeni za isti broj $p_1 = p_2 = p$ pari polova, dakle da je namotaj rotora jednako kao i onaj statora $2p$ -polni (pri čemu se statorski i rotorski namotaj općenito mogu i razlikovati po brojevima m_1 i m_2 faza, ma da će obično biti $m_1 = m_2 = 3$), bit će očito: $f_1 = n_1 p / 60$ i $f_2 = n'' p / 60 = (n_1 - n_2) p / 60$, i odatle dalje:

$$f_1 : f_2 = n_1 : (n_1 - n_2) = n_1 : n'' = 1 : s \quad (348)$$

ili drukčije pisano: $f_2 = f_1 \cdot s$. Tako bi u netom promatranom primjeru četvero-polnog motora tjeranog strujom frekvencije 50 Hz kod pretpostavljene brzine rotora 1440 okr/min vrijedila relacija: $50 : f_2 = 1500 : (1500 - 1440) = 1500 : 60$, i frekvencija rotorskih struja bila bi $f_2 = 2$ Hz, dakle vanredno niska.

Struje frekvencije f_2 , tekući polifaznim namotajem rotora, izvide rotacioni magnetski tok, koji se u odnosu prema rotoru vrti frekvenciji f_2 pripadnom sinhronom brzinom $n'' = 60 f_2 / p$ okr/min. No kako rotor već sam rotira brzinom n_2 u odnosu prema mirnom statoru, to rotorski tok u odnosu prema statoru ima brzinu:

$$n_2 + n'' = n_2 + (n_1 - n_2) = n_1$$

Prema tomu, relativno prema mirnom statoru, istu brzinu rotiranja n_1 imaju i primarni statorski i sekundarni rotorski tok: razlika je samo u tomu što primarni tok rotira brzinom n_1 iz električkih razloga, dok sekundarni tok svoju brzinu prema statoru ima da zahvali dvjema okolnostima: što rotor rotira mehanički brzinom n_2 i što od njega proizvedeni tok rotira iz električkih razloga brzinom $n'' = n_1 - n_2$ prema rotoru, tako da je uvijek suma brzina $n_2 + n''$ jednaka n_1 . Tako bi u malo prije navedenom primjeru rotor rotirajući sa 1440 okr/min proizvodio vlastiti tok pomičan prema rotoru brzinom 60 okr/min, i po tom prema statoru brzinom $1440 + 60 = 1500$ okr/min.

Odnosi su dakle, obzirom na rotacione tokove i konsekvencije od njihova djelovanja, isti kao da rotor *miruje* i njime teku *struje frekvencije* f_1 , dakle isti kao kod zakretnog transformatora. Asinhroni indukcionni motor daje međutim šarolikiju sliku transformiranja energije nego zakretni transformator, jer kod njega rotor može rotirati i vršiti mehaničku radnju.

46. Da bismo dobili detaljniju sliku o funkciji indukcionnog motora kao transformatora energije, razmotrimo rotor u gibanju kod klizanja s . Pomislimo da smo već iskopčali, umanjujući ih postepeno, ona tri priključena radna otpora R iz sl. 471., jer oni i onako redovito igraju samo ulogu pokretačkih otpora, koji se odmah nakon priključka motora smanjuju na nulu. Pomislimo dakle da je ostao, spojen u kratki spoj, sam trofazni namotaj rotora s radnim otporom R_2 u svakoj fazi. Po izvodima i formuli (342') iz G-8. može se reći da će iznos E_2 naponâ induciranih po fazi u rotirajućem rotoru od rotirajućeg glavnog toka stroja biti proporcionalan frekvenciji f_2 , koja je određena brzinom n'' spomenutog toka prema rotoru. Taj napon E_2 ima da svlada radni otpor R_2 i prazni induktivni otpor $2\pi f_2 \cdot L_{2s}$ zbog rasipnog

samoinduktiviteta L_{2s} po fazi rotorskog namotaja, tako da u rotoru kad rotira nastaju fazne struje iznosa:

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi f_2 \cdot L_{2s})^2}}$$

Uz mirni pak rotor inducirali bi se neki fazni naponi iznosa E_2' jednake frekvencije f_1 kao kod struje statora. Iznos E_2' bio bi međutim proporcionalan sa f_1 , odn. vrijedila bi relacija:

$$E_2' : E_2 = f_1 : f_2$$

ili također: $E_2 = s \cdot E_2'$. A supstituirajući u izraz za I_2 nađenu vrijednost za E_2 dobili bismo, nakon neznatnog preučešavanja, vrlo interesantnu osnovnu relaciju:

$$I_2 = \frac{E_2'}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + (2\pi f_1 \cdot L_{2s})^2}} = \frac{E_2'}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + X_2^2}} \quad (349)$$

U ovoj relaciji dolazi i veličina $X_2 = 2\pi f_1 \cdot L_{2s}$, prazni »induktivni otpor rasipanja« (zbog rasipnog induktiviteta L_{2s}) pri rotoru u *mirnom* stanju. T. j. X_2 je »rasipna reaktancija mirovanja« po fazi rotora, ili manje točno ali kraće: »rasipna reaktancija« rotora. A kako je E_2' također iznos naponâ koji bi se inducirali uz mirni rotor, može se po (349) reći da bi se u mirnom rotoru inducirale fazne struje *istog* iznosa I_2 kao i u rotoru kad rotira s klizanjem $s = \frac{f_2}{f_1}$ uz jedan jedini uvjet: da faktične radne otpore R_2 po fazi rotora zamislimo *povećane* kod mirnog rotora na iznos $\frac{R_2}{s}$. To drugim riječima znači da se rotor u vrtnji može zamisliti uvijek nadomješten mirnim rotorom, no s radnim otporima povećanima od iznosa R_2 na iznos $\frac{R_2}{s}$ dakle povećanima *za* iznos:

$$\frac{R_2}{s} - R_2 = R_2 \frac{1-s}{s}$$

Konkretno kod već citiranog primjera rotora četveropolnog motora sa sinkronom brzinom kod 50 Hz jednakom 1500 okr/min, i s rotorom pri klizanju $s = 0,04$ i po tomu pri brzini 1440 okr/min, trebalo bi, da se postigne ekvivalencija fiksnog rotora s rotorom u vrtnji, zamisliti R_2 povećano na $\frac{R_2}{0,04} = 25 R_2$, t. j. *na* 25-struki iznos. Otpor R_2 izlazi time povećan *za* iznos $24 R_2$.

47. Iznos N_2 učina što ga motor sekundarno troši u sve tri faze očito se može tako dobiti da se uzme trostruko Jouleova toplina što bi se stvorila u radnom otporu svake faze zaustavljena rotora, dovedena u ekvivalenciju s rotorom u vrtnji. Prema tomu će biti:

$$N_2 = 3 I_2^2 \frac{R_2}{s} \quad (350)$$

A kako u rotirajućem rotoru postoji u svakoj fazi stvarno samo radni otpor R_2 , tako da se u Jouleovu toplinu u sve tri faze pretvara samo učin $3 I_2^2 R_2$, to ostaje *suvišak* potrošenoga učina:

$$N' = N_2 - 3 I_2^2 R_2 = 3 \cdot I_2^2 R_2 \frac{1-s}{s} \quad (351)$$

koji se očito troši na neku drugu svrhu: na mehaničku radnju što je rotor vrši, razvijajući moment vrtnje M potreban da se svlada isto toliki mehanički protumoment vrtnje M' koji se protivi vrtnji rotora brzinom n_2 .

48. Mehanički »proizvedeni« učin N' (W) vezan je s »proizvedenim« momentom vrtnje M (kg*m) pri brzini n_2 (okr/min) numeričkom relacijom, općenito vrijednom kod motora (v. D-52.):

$$N' = 1,028 \cdot M \cdot n_2$$

Izjednačujući ovaj izraz N' s izrazom za N' po formuli (351), i zamjenjujući n_2 sa $n_1(1-s)$, dobili bismo, izraženo sa n_1 okr/min, specijalno za »proizvedeni« moment vrtnje indukcionog motora:

$$M = \frac{3 I_2^2 R_2}{1,028 \cdot n_1 s} \quad (352)$$

i dalje, računajući I_2^2 po formuli (349), također:

$$M = \frac{3 E_2'^2 R_2}{1,028 \cdot n_1 \left(\frac{R_2^2}{s} + X_2^2 s \right)} \quad (352')$$

U nazivniku izraza za M dolazi fiksni iznos n_1 sinhronne brzine stroja. Za E_2' može se staviti $E_1 \cdot \frac{w_2}{w_1}$, ako je E_1 primarni po fazi inducirani napon i ako statorski i rotorski namotaj imaju isti zonski faktor namatanja ζ . A ako je dalje E primarni izvana po fazi narinuti napon, može se približno staviti za E_2' također $E \cdot \frac{w_2}{w_1}$. Tako se uz E uzimano konstantno može E_2' smatrati približno konstantnim.

Kao i u D-52., kod istosmjernih motora, »korisni« moment vrtnje M'' indukcionih motora jest dakako nešto manji, i to za iznos M_t momenta vrtnje potrebnog za svladavanje trenja, otpora uzduha itd. pri gibanju rotora: $M'' = M - M_t$. Dosljedno tomu vrijedilo bi i za »korisni« mehanički učin motora: $N'' = N' - N_t$, gdje bi N_t bio učin koji bi bio potreban za podržavanje u vrtnji vanjskim teretom neopterećena rotora pri brzini n_2 .

49. Indukcioni motor u vrtnji pronašli smo ekvivalentnim mirnom zakretnom transformatoru opterećenu sustavom čisto radnih otpora, dakle *neinduktivno opterećenu* transformatoru: mehaničko opterećenje motora izlazi na isto kao da se radi o mirnom transformatoru opterećenom električki radnim otporima $R_2 \frac{1-s}{s}$ po fazi, koji se svaki otpor u strujnom krugu svake faze pribraja već posto-

jećem otporu po fazi R_2 , tako da ukupno rezultira otpor $\frac{R_2}{s}$. Drugim riječima: posve istu električku sliku opterećenja imali bismo kad bismo spriječili motor da rotira i kad bismo istodobno na njegove klizne kolute priključili tri otpora pokretačke kombinacije iz sl. 471. naregulirana na iznos $R = R_2 \frac{1-s}{s}$.

Indukcioni motor izlazi tako u neku ruku kao neki naročiti transformator, koji ne transformira električku energiju jedino u električku, nego se kod njega na sekundarnu stranu preneseni učin N_2 samo dijelom pretvara u električki učin $3 I_2^2 R_2$ trošen na stvaranje strujne topline u namotaju rotora, a drugi i u praksi kudikamo veći dio pretvara se u mehanički učin. Indukcioni motor predstavlja tako općenitiji oblik transformatora, kome bi ekstremni slučajevi bili s jedne strane zakretni i obični transformator (mirni sekundarni namotaj, klizanje $s = 1$ ili $s\% = 100\%$, sav sekundarni učin električki), a s druge strane sinhroni motor (sinhrona brzina, klizanje $s = 0$ ili $s\% = 0\%$, sav s primarnoga dijela na sekundarni dio preneseni učin javlja se kao mehanički učin). Stojeći između obje spomenute krajnosti indukcioni motor izlazi kao naprava koja može i *električki* i *mehanički* transformirati. A uz to je on naprava koja može sa strujama frekvencije f_1 u statoru proizvesti struje frekvencije f_2 u rotoru (»frekventni transformator«). Konačno on je i naprava koja može broj faza polifaznog sustava transformirati u drugi: ako se naime stator i rotor snabdiju namotajima s različitim brojevima faza, na pr. stator dvofaznim i rotor trofaznim namotajem, inducirat će se od dvofaznih statorskih struja trofazne struje u rotoru (»transformator broja faza«).

Doista je dakle kombinacija s polifaznim namotajima na statoru i rotoru naprava posve univerzalnih funkcija: *općeniti transformator*.

50. Razmotrimo dalje trofazni indukcioni motor koji rotira uz klizanje s . Od ukupnog sekundarnog učina N_2 privedena rotoru pretvara se dio $3 I_2^2 R_2$ u strujnu toplinu. To je gubitak učina, i pogotovo nepriličan jer grije stroj, pa se u praksi nastoji da taj gubitak čini što manji dio učina N_2 . Kako je $N_2 = \frac{3 I_2^2 R_2}{s}$, vidi se da uz određeno N_2 izraz $3 I_2^2 R_2 = N_2 \cdot s$ varira proporcionalno klizanju s . Može se također reći da je *klizanje s jednako omjeru učina strujne topline u namotaju rotora $3 I_2^2 R_2$ i ukupnog učina N_2 prenesenog na rotor*.

Zato će se, zbog postizavanja što manjeg iznosa učina strujne topline rotora, morati nastojati da bude klizanje s manje; relativno veliko klizanje imalo bi za posljedicu da bi se i relativno velik postotak učina N_2 pretvarao u strujnu toplinu u rotorskom namotaju, i manji bi postotak odlazio na stvaranje mehaničke radnje, ukratko da bi motor radio s lošim stepenom djelovanja η . U praksi uvijek ostaje klizanje s maleno; na pr. kod punog opterećenja klizanje asinhronih indukcionih motora pušta se da dosegne najviše 3% (kod većih jedinica) do 5% (kod manjih jedinica). Prema gornjem i brzina $n_2 = n_1(1 - s)$ indukcionog motora praktički

je vrlo malo promjenljiva zbog uskih granica unutar kojih se u praksi pušta varirati s (na pr. između $s \approx 0$ u praznom hodu i $s = 0,04$ kod punog opterećenja). Tako će četveropolni motor pri 50 Hz pokazati brzine nešto ispod 1500 do 1440 okr/min između praznog hoda i punog opterećenja. Indukcioni motor pokazuje dakle slabu tendenciju padanja brzine s porastom opterećenja, odn. motor nastoji približno držati konstantnim svoj broj okretaja na minutu. U tom pogledu on je sličan porednom istosmjernom motoru.

Ovo svojstvo samo malo promjenljive brzine katkad je poželjno, no često i smeta, pa se može označiti kao nedostatak indukcionih motora da se oni ne mogu izvoditi i s karakteristikama jako silazne brzine pri porastu opterećenja, kakvima se kod istosmjerne struje odlikuju serijski motori. Drugi bi nedostatak inače upravo idealnih, jednostavnih (beskolektorskih) i pouzdanih po Tesli pronađenih indukcionih motora bio, da oni kod punog opterećenja rade na pr. s faktorima učina od samo 0,8(ind.) ili 0,9(ind.), a slabo opterećeni s još znatno lošijima, te nije moguće postići s njima povoljnije faktore učina, ili čak popravljati faktor učina mreže, kako je to izvedivo sa sinhronim motorima.

Ilustrirajmo numeričkim primjerom neracionalna funkcioniranja indukcionih motora kod velikih klizanja. Zamislimo najprije motor sa $s = 0,04$ i sa $n_2 = 1440$ okr/min pri $n_1 = 1500$ okr/min. Od prenesenih na sekundarni dio svakih 10000 W otpalo bi onda $0,04 \cdot 10000 = 400$ W na gubitke u bakru rotora, a 9600 W dalo bi proizvedeni mehanički učin, i po tom bi, uz pretpostavku 100 W gubitaka zbog trenja i sl., korisni mehanički učin bio 9500 W. Pri svega 430 W ostalih gubitaka (gubitaka u bakru i u željezu statora; gubici u željezu rotora bi bili zanemarivi zbog neznatnog f_2) stepen djelovanja motora $\eta = 9500/10430 = 0,91$ izašlo bi dosta povoljan. No kod prenašanih 10000 W na sekundarni krug pri $s = 0,40$ otpalo bi na rotorske gubitke 4000 W i na proizvedeni mehanički učin samo 6000 W, t. j. već pri samoj toj fazi pretvorbe učina iskorišćenje ne bi bilo veće od 60%, a ukupno iskorišćenje η bilo bi, s obzirom na još ostale gubitke čak i niže.

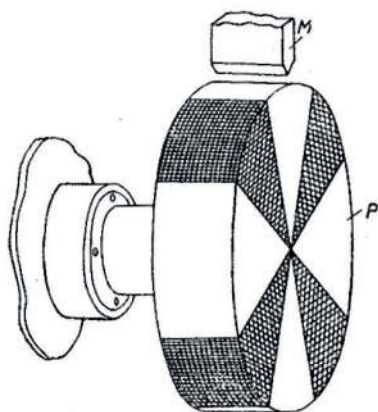
51. Za mjerenja klizanja indukcionih motora ne bi bilo prikladno postupati očitavajući brzinu n_2 rotora na »mjerilu broja okretaja na minutu« (tahometru) prislonjenomu na osovinu motora, i zatim zaključujući, pri poznatoj, kod dane frekvencije f_1 mreže i danog broja p pari polova, sinhronoj brzini $n_1 = 60f_1/p$, na diferenciju $n'' = n_1 - n_2$, a iz ove traženo klizanje $s = n''/n_1$. Naime već i pri relativno malim netočnostima mjerenja iznosa n_2 to bi dalo relativno vrlo netočno određene iznose n'' , praktički redovito vrlo malene prema n_1 i n_2 , pa bi i iznosi klizanja s izišli mnogopostotno nesigurni. Tako bi recimo uz 1,6-postotnom klizanju $s = 0,016$ pripadnu brzinu 1476 okr/min četveropolnog motora pri frekvenciji 50 Hz, tahometarski očitavanu sa nesigurnošću ± 9 okr/min ili $\pm 0,61\%$, t. j. uz $n_2 = 1476 \pm 9$ okr/min, izlazili $n'' = 24 \pm 9$ okr/min i $s = 0,016 \pm 0,006$ s nesigurnošću 37,5% od stvarnog iznosa.

Zato je principno prikladnije polaziti od neposredno određene diferencije $n'' = n_1 - n_2$, i iz nje zaključivati na s . A veličinu n'' moguće je udobno i točno mjeriti *stroboskopskom metodom*. Ova, bazirajući na motrenju prikladno priredene osovine ispitivanoga motora, samo intermitirano osvjetljavane na pr. neonskom tinjalicom (B-89.), ima još i tu prednost da radi bez ikakvih na osovinu motora

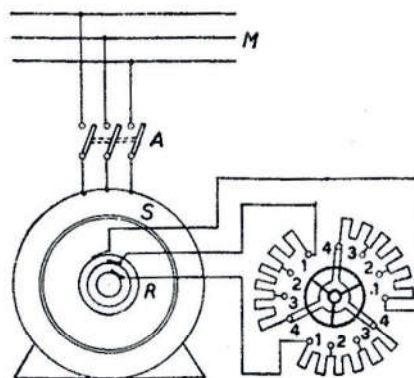
prislonjenih mehaničkih mjernih naprava, koje bi kod malih motora mogle izazvati povećano klizanje prema prvobitnom što ga treba mjeriti.

Da bi se priredila za mjerenje, osovina se $2p$ -polnog motora snabdije valjkastom pločicom s brojem $2p$ radijalnih (na pr. crno na bijeloj podlozi u pravilnom raspoređaju crtanih) sektora na bazi ili pruga na plaštu (sektori ili pruge mogu se nacrtati odmah i na remenici motora). Na sl. 472. predloženi su na pločici P četverokraka sektorska zvijezda i pripadni sustav pruga za četveropolni motor.

Osvijetljena bljeskovima iz motorove mreže hranjene neonske tinjalice, ili koje savršeniije specijalne svjetiljke za stroboskopske bljeskove, sektorska zvijezda ili sistem pruga, kad bi u stvari rotirali zajedno s osovinom sinhronom brzinom n_1 , činili bi se motriocu nepomični. Naime tinjalice, i uopće stroboskopske svjetiljke, svijetle samo u intervalima oko maksima i u intervalima oko minima napona mreže



Sl. 472.



Sl. 473.

i gase se u intervalima oko nultočaka napona. No u razmacima po pola perioda mrežnoga napona između pojedinih bljeskova dopijevaju pojedini sektori ili pruge da se pomaknu baš točno na mjesta svojih prethodnika, što daje dojam nepomičnosti sistema sektora odn. pruga.

Naprotiv kod brzine n_2 manje od sinhronne brzine n_1 za neki iznos $n'' = n_1 - n_2$, vezan s klizanjem asinhronog indukcionog motora relacijom $s = n''/n_1$, sustav sektora ili pruga, iako će on stvarno rotirati brzinom motora n_2 , prividno će pod bljeskovima tinjalice rotirati brzinom n'' u smislu obrnutom od smisla vrtnje osovine motora. Ovaj »stroboskopski učinak« nastaje tim što kod podsinhronne brzine n_2 pri bljeskovima u sinhronim razmacima od polovice perioda sektori i pruge ne dopijevaju da se nađu točno na položajima prethodnika, nego neprestano bivaju osvjetljivani u malko zaostajućim položajima. Zbog tromosti čovječjeg oka za motrioca se ovi utisci slijevaju u dojam unatragne rotacije stroboskopski osvjetljenoga sustava sektora ili pruga, i to, kako je lako vidjeti, rotacije s brzinom n'' okr/min. Da bi se izmjerilo klizanje s , dovoljno je dakle odrediti broj a sektora ili pruga što prividno projure pokraj neke fiksne markice M u jednoj minuti, pa onda zaključiti

na n'' po relaciji $n'' = a/2t$, i po tom na s po relaciji $s = a/2pn_1$ (odn. na $s\%$ po relaciji $s\% = 100 a/2pn_1\%$).

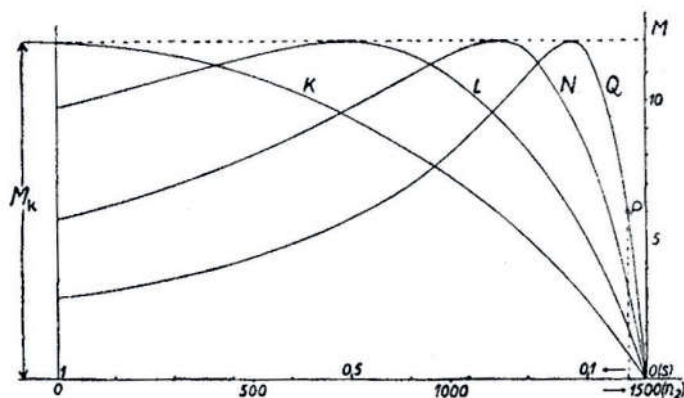
Za primjer uzmimo da motreći rasporedaj po sl. 472. ustanovimo da minutno pored čvrste markice prolazi 90 sektora ili pruga ploče. To bi značilo da brzina rotora zaostaje iza sinhrone brzine za 22,5 okr/min, te da motor ima klizanje $s = 22,5/1500 = 0,015$ (odn. $s\% = 1,5\%$). Stroboskopskom se metodom lako mjere manja klizanja, pri kojima pored fiksne markice sektori ili pruge prolaze u većim vremenskim razmacima; no i kod klizanja oko 4 ili 5%, preko kojih se rijetko u praksi ide, još će moći brojiti prolazeće sektore ili pruge vještiji motrilac.

52. Da bi gubici u rotoru i kod jakih opterećenja ostali što manji, izvode se rotorski namotaji indukcionih motora s vrlo malo otpora R_2 u svakoj fazi, i spajaju se u pogonu u kratki spoj. Onda i kod jakih opterećenja ostaje klizanje s maleno. Otpori R na sl. 471. služe tek kod pokretanja, oni čine *pokretač* motora, koji ostaje priključen na rotor samo u prvim momentima nakon ukapčanja motora, da se ublaži »udar struje« pri priključivanju motora, dok ovaj još nije postigao svoju brzinu određenu veličinom tereta. Međutim kad je proces pokretanja dovršen i otpori R nisu više potrebni, postaju zapravo suvišne i kefice prislonjene na klizne kolute rotora, jer se rotor može dovesti u kratki spoj i direktno na samomu sebi. Zato veći motori rade za vrijeme pokretanja s rotorom priključenim na pokretač preko kliznih koluta, no nakon svršenog pokretanja im se kefice podignu i namotaj sam u sebe kratko spoji posebnim »uređajem za podizanje kefica i kratki spoj rotora«.

Praktički se pokretači priključivani na rotore indukcionih motora mogu izvoditi, kao uostalom po D-61. i pokretači motora istosmjernje struje, osim s »kovnim« još i s »tekućinskim« otporima. Kod »kovnih pokretača« indukcionih motora zvijezda P iz sl. 471. triju sve do nule smanjivanih otpora R realizira se po shemi u sl. 473. trima kovnim otporima, koji se odvojcima i pripadnim kontaktima rasporede u više stepena, pa se vrtnjom trokrake ručke, kojoj kraci međusobno spajaju istovrijedne i redom sve manjim iznosima R pripadne kontakte triju grupa otpora pokretača, postizavaju postepena smanjivanja na rotor priključenih otpora, te napokon pri ručki u konačnom položaju potpuno iskapčanje pokretača i kratki spoj rotorskog namotaja. Kod »tekućinskih pokretača« sve manji iznosi R mogu se postići sve dubljim uronjivanjem triju međusobno spojenih pločastih metalnih elektroda u elektrolitički vodljive tekućine (na pr. vodene otopine sode Na_2CO_3), kojima su napunjene tri metalne posude priključene na klizne kolute rotora; pri završetku pokretanja sistem elektroda dođe neposredno u kontakt s posudama, što daje kratki spoj rotora.

53. Pokretanje s pomoću otpora priključenih preko kliznih koluta po sl. 471. povoljno je također po tomu što se povećavanjem otpora R_2 pojedinih faza namotaja otporima R pokretača na iznose $R_2 + R$ motor osposobljava da u intervalu pokretanja bolje vuče teret, i prije postizava brzinu n_2 korespondentnu teretu, nego bez otpora R . Moment vrtnje što ga motor razvija ovisi naime o klizanju motora, t. j. o momentanoj brzini stroja, i to za različite iznose $R_2 + R$ po različitim krivuljama kao K-L-N-Q na sl. 474., s iznosima M kao ordinatama i iznosima s (odn. pripadnima n_2 pri $n_1 = 1500$ okr./min.) kao apscisama. Krivuljom K prikazana su variranja proizvedenog momenta vrtnje M motora kod $R_2 + R$ uzetog u 8-strukom iznosu R_2 , krivuljama L i N predloženi su iznosi M uz $R_2 + R$ uzeto 4- i 2-struko kao R_2 , a krivuljom Q uz samo R_2 ostavljeno u svakoj fazi sekundarno. Kako se vidi,

motor bi po krivulji Q, uz mirni no već kratko spojeni rotor, razvijao samo maleno M , no s dodanim pokretačkim otporom R korespondentno krivulji K razvijao bi u prvom stadiju pokretanja momente vrtnje velikih iznosa M , potežući inten-



Sl. 474.

zivno teret i brzo se ubrzavajući na sve veće brzine. Kod već nešto većih brzina smanjio bi se R pokretača, pa bi se i opet postigli veliki momenti vrtnje po krivulji L, najvišoj za novo područje brzina. Kod još viših brzina bi se R dalje smanjilo, tako da bi M dalje variralo po krivulji N, a konačno kod kratko spojenog rotora zakon variranja veličine M bio bi po krivulji Q, sve dok se ne bi doseglo stacionarno stanje s iznosom M prema točki P korespondentnoj konačnom klizanju s , i pripadnoj konačnoj brzini n_s pri danom teretu i kratko spojenom rotoru.

Iz sl. 474. se vidi da kod indukcionih polifaznih motora maksimalni moment vrtnje M_k izlazi jednak uz različite otpore $R_2 + R$, samo što većima $R_2 + R$ odgovaraju krivulje s razmjerno više prema većim klizanjima pomaknutima tjemenima inače jednako visokih krivulja kao Q-N-L-K (kako ćemo vidjeti, kod jednofaznih motora tomu nije tako).

54. Omjer »maksimalnog« momenta vrtnje M_k i »nominalnog« M , koji motor razvija po krivulji kao Q kod punog opterećenja, dakle kvocijent M_k/M , kreće se kod trofaznih indukcionih motora na pr. oko 2, ili slično, i zove se »preopterativost« motora.

Praktički je maksimalni moment vrtnje M_k po tom važan što on za većinu vrsta motornih pogona predstavlja kritični iznos momenta vrtnje, kod kojega nestaje stabilnosti pogona i motor se zaustavlja (zato bismo M_k mogli zvati i »kritičnim« momentom vrtnje). Uzmimo na pr. da mehanički protumoment vrtnje M' , što ga motor svladava razvijajući pri malom klizanju s isto toliki vlastiti moment vrtnje M postepeno raste. Sa M' povećavanjem do iznosa M_k raslo bi i M do iznosa M_k , a time bi raslo i klizanje s prema krivulji Q iz sl. 474. do pripadnog iznosa s_k . Ako bi sad M' samo neznatno dalje poraslo, motor ne bi mogao odgovoriti vlastitim M većim od maksimalnoga M_k , pa bi se usporavao, odn. dobivao bi klizanja s veća od s_k . No kod poraslih preko iznosa s_k klizanja s motor bi prema krivulji Q davao sve manje i manje M , i sve bi se jače usporavao, dok konačno ne bi stao, razvijajući uz silno povećan potrošak struje samo još malen moment vrtnje M_p pripadan mirnom kratko spojenom rotoru i dan ordinatom krivulje Q pripadnom klizanju $s = 1$. Ponovno bi sad motor, ako bi izdržao kratki spoj, pojurio sam od sebe tek ako

bi M' palo ispod ovog potonjeg iznosa M_p (a ne bi bilo dovoljno da padne ispod iznosa M_k).

55. Lako je naći za neki motor krivulju različitih iznosâ M u ovisnosti od pripadnih iznosâ s pri kratko spojenom rotoru otpora R_2 po fazi. Iznosi M variraju s iznosima s po formuli (352'), iz koje se, uz R_2 , n_1 i X_2 konstantno i E_2' približno konstantno, supstitucijom različitih iznosa s dobivaju pripadni iznosi M , što daje krivulju poput Q na sl. 474. Da bi se odredila apscisa pripadna maksimumu M_k spomenute krivulje, dovoljno je po poučku o ekstremnim vrijednostima funkcijâ potražiti specijalni iznos s_k klizanja s kod kojega derivacija po s izraza u zagradi u nazivniku desno u (352') iščezava, t. j. treba pisati: $-\frac{R_2^2}{s_k^2} + X_2^2 = 0$. A to odmah daje približni uvjet:

$$s_k = \frac{R_2}{X_2} \quad (353)$$

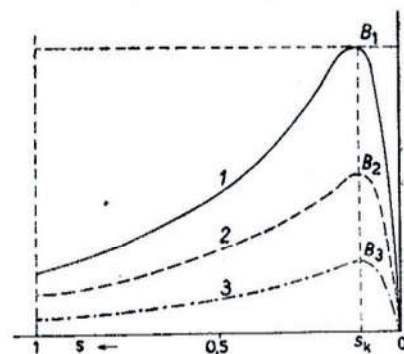
i dalje za pripadno M_k , nakon supstitucije u (352') i male transformacije, važnu približnu relaciju:

$$M_k = \frac{3 E_2'^2}{1,028 \cdot n_1 \cdot 2 X_2} \quad (354)$$

Kod krivulja kao N-L-K na sl. 474. račun bi bio sličan kod proračunavanja apscisa s_k' - s_k'' - s_k''' njihovih tjemenâ, samo bi R_2 trebalo zamijeniti u (353) pripadnom vrijednošću $R_2 + R$ za računanu krivulju. Prema tomu proporcionalno omjeru $(R_2 + R) : R_2$ rasli bi pomaci maksimalnih ordinata krivulja Q-N-L-K nalijevo od ordinatne osi. Naprotiv po (354), u kojoj uopće nema ni R_2 ni $R_2 + R$, maksimalne ordinate svih M -krivulja iziše bi istoga iznosa M_k , na što je već malo prije, kod uvođenja sl. 474., bilo upozoreno.

56. Poučno je razmotriti konsekvencije relacije (354). Uzimajući u obzir da izraz (354) za M_k , ne sadržavajući ni R_2 ni $R_2 + R$, ima $E_2'^2$ u brojniku i X_2 u nazivniku, mogu se, osim već malo prije iskorištene tvrdnje a) da na maksimalni moment M_k nemaju uopće utjecaja iznosi $R_2 + R$, pa specijalno ni povećavanja rotorskih radnih otpora po fazi dodavanjem otporima R_2 namotaja nekih vanjskih otpora R , sažeti još u ove dvije dalje tvrdnje:

b) maksimalni momenti M_k , a kod stalnih R_2 i X_2 uopće i sve ordinate M -krivuljâ poput Q na sl. 474., variraju upravno proporcionalno kvadratu napona $E_2'^2$, i po tom približno i kvadratu E^2 iznosa E primarnih faznih napona, i u konačnoj konsekvenciji kvadratu U^2 iznosa U linijskih mrežnih napona, danoga kod zvjezdano spojenog statora sa $U = E\sqrt{3}$; to ima za posljedicu vrlo nepovoljne utjecaje smanjenja napona na M_k i uopće M -iznose indukcionih motora, te na pr. po sl. 475.



Sl. 475.

kod napona smanjenog na 75% i 50% prvobitnog iznosa izlaze M -krivulje 2 i 3 s ordinatama tjemena B_2 i B_3 i ostalim ordinatama smanjenima na 56% i 25% ordinate tjemena B_1 i ostalih ordinata prvobitne M -krivulje 1;

c) maksimalni moment M_k indukcionih motora smanjuje se u istom omjeru u kome se povećavaju njihove »rasipne reaktancije mirovanja« X_2 , pa kako se ove mogu izraziti sa $2\pi f_1 \cdot L_{2s}$, za veće M_k bit će povoljnije manje frekvencije f_1 (na pr. mjesto 50 samo 25 Hz) i manji sekundarni rasipni induktiviteti L_{2s} (postignuti recimo poluotvorenim umjesto zatvorenim žljebovima rotora), pri čemu međutim treba držati na umu da bi uz premalene f_1 i premalene L_{2s} izlazile prevelike struje praznog hoda motora.

Treba još dodati da je u dosadanjim razmatranjima E_2' uzimano stalnim, što je, pri stalnom iznosu E primarnih faznih napona, moglo zbog gubitaka napona u statoru biti samo približno ispravno. Tako su i izrazi (353) i (354) za s_k i M_k izišli približni. Točniji rezultati, ako su R_1 , X_1 i E iznosi po fazi radnog otpora, rasipne reaktancije i faznoga napona stezaljki statora trofaznog indukcionog motora (svi reducirani na sekundarno), glase:

$$s_k = \frac{R_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2)^2}} \quad (353')$$

$$M_k = \frac{3E^2}{1,028n_1 \cdot 2[R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2)^2}]} \quad (354')$$

Iz ovih izraza, koji očitio pri zanemarivo neznatnim statorskim veličinama R_1 i X_1 , i savezno s time zanemarivoj razlici između E i E_2' , prelaze, kako i treba da bude u relacije (353) i (354), vide se i utjecaji statora na iznose s_k i M_k . Specijalno po (354') za veće M_k treba željeti da također i primarni radni otpor R_1 i primarna rasipna reaktancija X_1 motora budu što manji (statorski namotaj iz dovoljno debele žice, također statorski žljebovi poluotvoreni). Kod rotorskih je veličina trebalo naprotiv željeti R_2 manje zbog manjih klizanja i manjih gubitaka strujne topline u rotoru, i samo X_2 manje zbog većega M_k .

57. Zanimljivo je usporediti iznose M i M_k po (352') i (354). Kraćenjem i uređivanjem dolazi se na formulu:

$$\frac{M}{M_k} = \frac{2}{\frac{s_k}{s} + \frac{s}{s_k}} \quad (355)$$

iz koje se razabire: a) za malene s , kakvi se uspostave u pogonu, može se s/s_k zanemariti, pa izlazi: $M : 2M_k \approx s/s_k$; b) za motor pri početku pokretanja kod velikih s i malenih s_k/s izlazi: $M : 2M_k \approx s_k : s$. Ono pod a) daje jednadžbu crtkano na sl. 476. naznačenog pravca kroz ishodište koordinata i kroz točku A ($s_k, 2M_k$), a ono pod b) daje na sl. 476. crtkanu istostranu hiperbolu s koordinatnim osima kao asimptotama, koja također prolazi točkom A ($s_k, 2M_k$). I doista se na sl. 476. obje crtkane linije približavaju M -krivulji, prva za brzine rotora u blizini sinhrona i druga za neznatne brzine rotora.

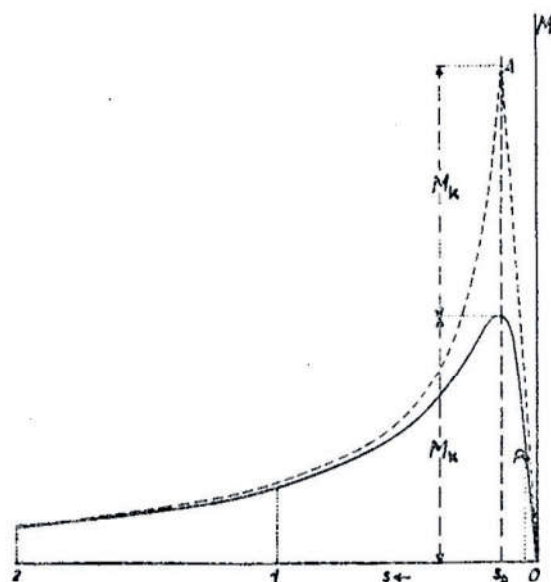
58. Osim upotrebom pokretača s otporima priključenima na rotor preko kliznih koluta mogući su i drukčiji načini pokretanja indukcionih motora, koji dobro dolaze osobito kod manjih motora. Svi ovi načini ostavljaju rotor stroja

netaknut, pa on onda uopće i ne treba kliznih koluta, odn. namotaj mu se već kod gradnje izvede sam u sebe kratko spojen. Tako nastaju *motori s kratko spojenim rotorom*. Čak se u tom slučaju rotorski namotaj ni ne mora izvesti na način polifaznog porazdijeljenog višežlijebnog namotaja sa svicima, nego se gradi s mnogo jednostavnijim, t. zv. *krletkastim* namotajem: u svaki žlijeb dode po jedan vodič (štap), i svi se vodiči na obje strane rotora kratko spoje po sl. 477. s po jednim prstenom od bakra. Tako izlazi razmještaj vodiča koji sjeća na plašt okrugle krletke, odakle je i proizašao naziv »krletkasti rotor«.

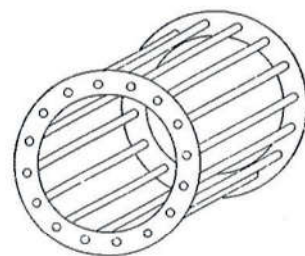
Rotori s krletkastim namotajem, nemajući ni kolektora ni kliznih koluta, upravo su idealno jednostavni rotirajući dijelovi, kakvima se mogu pohvaliti samo indukcionni motori. Krletkasti namotaj predstavlja zapravo polifazni namotaj s onolikim brojem faza

koliko žljebova rotora otpada na svaki par polova statorskog namotaja.

59. Motori s kratko spojenim rotorom mogu dakako biti pokretani samo sa strane statora. Najjednostavnije izgleda da se priključi pokretač s otporima između mreže i statora. I doista se kod nešto većih motora s kratko spojenim rotorom katkad tako postupa. No umjesto pokretanja s otporima radije se uzimaju transformatorski pokretači, s odvojcima na (redovito štednom) transformatorskom namotaju za postepeno povišivanje napona. U sl. 478. predložen je primjer spoja za pokretanje sa statorske strane uz pomoć trofaznog transformatora u štednom spoju. Kako se vidi, pokretački transformator T ima u svakom faznom namotaju samo po jedan odvojak u sredini. Pokretanje se vrši šesteropolnom preklopkom A, koja je spojena kao u slici i može se postaviti u tri položaja. Kod lijevog položaja preklopke motor još uopće ne će biti priključen. Kod srednjeg položaja motor djelovanjem štednog transformatora dobiva samo polovicu mrežnog napona. Konačno kod desnog položaja preklopke transformator će biti isključen i na stator će djelovati neposredno puni napon mreže (na slici simboliziraju S u zvijezdu spojeni stator i R krletkasti rotor). Katkad se kod pokretanja po sl. 478. trofazni štedni transformator nadomješta kombinacijom od dva u jednu jedinicu spojena jednofazna štedna transformatora u V-spoju (F-32.).

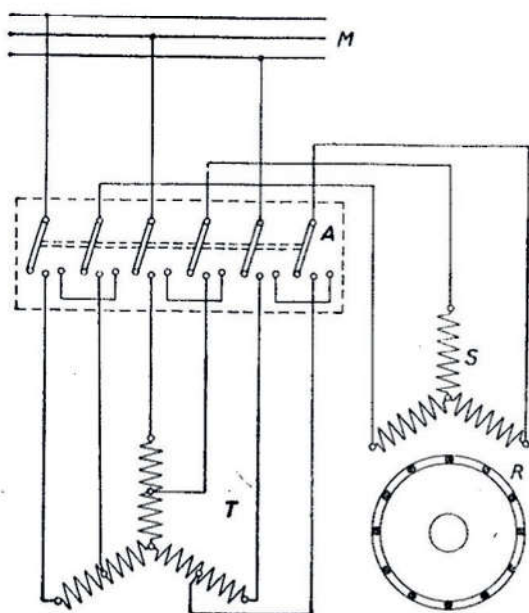


Sl. 476.



Sl. 477.

I jedan i drugi spomenuti način pokretanja imaju manu da daju relativno slabe početne momente vrtnje zbog manjih početnih statorskih napona. A k tomu su pokretanja sa statorske strane i skupocjena. Međutim, ako se već upotrebljavaju



Sl. 478.

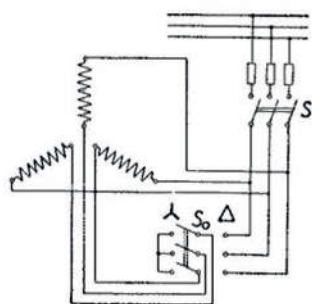
motori s kratko spojenim rotorom, to redovito nisu veliki strojevi, a kod takvih se mogu primijeniti i jednostavniji načini pokretanja, bez pokretača. Ne preveliki motori pokreću se na pr. vrlo udobno upotrebom »sklopke zvijezda-trokut« po sl. 479. Okrene li se takva sklopka nalijevo, bit će stator priključen u zvjezdanom spoju, pa će mu svaka faza dobiti samo $\frac{1}{\sqrt{3}}$ -kratnik linijskog napona mreže (kod trofazne mreže od $3 \times 381 \text{ V}$ dakle samo 220 V). A kad se motor već zaletio, obrne se sklopka nadesno, pa stator, došavši sada u trokutni spoj, dobiva po fazi puni linijski napon, za koji je i građen (u našem primjeru 381 V). I ovdje je, zbog

smanjenja početnog napona, početni moment vrtnje slab, pa je teško ili nemoguće pokretati motor pod punim teretom.

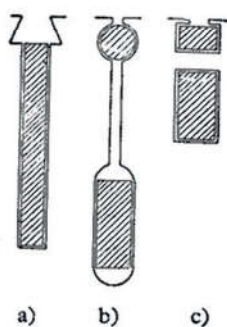
Manji motori pokreću se konačno i direktnim priključivanjem na puni napon mreže, ako pri tom ne izvede nikakvoga nedopustivoga strujnog udara.

Ima i »mehaničkih pokretača«, koji djeluju na pr. centrifugalnom silom; oni puštaju motor da tek iza pokretanja vuče cijeli teret. Tako se motor pokreće svladavajući tek malo opterećenja i izvedući samo malen strujni udar u mreži.

60. Motori s kratko spojenim rotorom bore se manje ili više svi a) s poteškoćama ublaživanja strujnog udara kod pokretanja, te b) s nedostatkom da je moment vrtnje koji poteže teret odmah



Sl. 479.



Sl. 480.

iza ukapčanja malen. Kod običnih motora iznad 3 kW već su uostalom neprikladna inače jednostavna pokretanja s preklapanjem »zvijezda-trokut«, jer daju nedopušteno velike strujne udare. U spomenute poteškoće unijeli su olakšanje specijalni motori, kojima rotor ima vrlo uske i duboke ili opet dvo-

struke žljebove. U vrlo uske i duboke žljebove po sl. 480.a) i 480.b) dolaze po jedan uski vodič, ili jedan nad drugim dva vodiča od dvaju krletkastih

namotaja, kojih se vodiči mogu smjestiti i u dvostruke žljebove po sl. 480.c). Sad kod rotora kad istom kreće prilike su pri visokoj frekvenciji rotorskih struja zbog rasipnih induktiviteta takve da uglavnom struje teku kroz vanjski dio štapova po sl. 480.a) ili kroz vodiče vanjske krletke po sl. 480.b) i 480.c), a ne i kroz nutarnji dio vodiča na prvoj slici, odn. kroz vodiče nutarnje krletke na druge dvije slike. A to je isto kao da je otpor rotora povećan. Kasnije, kad rotor pojuri većom brzinom, i frekvencija sekundarnih struja u njemu postane malena, faktori koji izvide potiskivanja struje iz unutarnjih dijelova rotorskog namotaja uglavnom prestanu djelovati, te struje teku gotovo s jednakom gustoćom kroz sav prerez vodiča na prvoj slici i kroz jedne i druge vodiče po drugoj i trećoj slici, pa otpor rotora postane manji. Ovakav rotor varira dakle sam svoj otpor u poželjnom smislu: otpor mu je kod pokretanja velik i automatski se snizuje kad se rotor ubrzava do svoje pogonske brzine. A to su u bitnosti prilike kao kod rotora s kliznim kolutima pokretanih pokretačima s postepeno smanjivanim otporima. Kod ovakvih specijalnih motora moguće je i kod većih jedinica primjenjivati pokretanja neposrednim priključivanjem na mrežu, ili bar pokretanja upotrebom »sklopke zvijezda-trokut«, bez nedopušteno visokih strujnih udara u mreži.

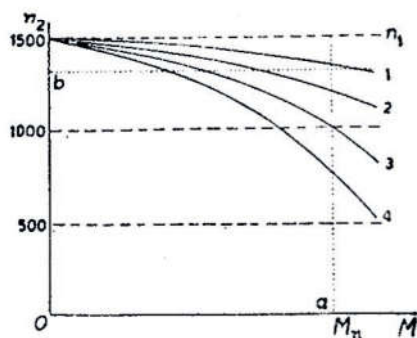
61. Usprkos normalno tek neznatno promjenljive brzine indukcionih motora moguće je po potrebi naročitim sredstvima iznuditi *reguliranje brzine* tih motora u nešto širim granicama, iako samo uz cijenu manjih ili većih komplikacija konstrukcije ili njihova lošijeg funkcioniranja. Navedimo, i ukratko karakterizirajmo, različite postupke za tu svrhu.

No treba unaprijed reći da, analogno odnosima kod porednih istosmjernih motora, kod indukcionih motora nema mogućnosti za istodobno široka, kontinuirana i s malim gubicima skopčana reguliranja brzine, te da indukcionih motora s karakteristikama brzine sličnima onima serijskih istosmjernih uopće nema.

62. Ponajprije je moguće postići reguliranje brzine indukcionog motora dodajući njegovu otporu R_2 po fazi rotorskog namotaja manje ili više izvanjskog otpora R . Kod ovog *reguliranja otporima* u strujnom krugu rotora pokretački otpori ne smanjuju se dakle na nulu pri kraju pokretanja, nego ostaju kao regulacioni otpori priključeni u strujnom krugu rotora, prema čemu se naravno ovakva regulacija ni ne može vršiti nego kod motora snabdjevenih rotorima s normalno izvedenim polifaznim namotajima i kliznim kolutima. Pokretački otpori moraju onda dakako biti jače dimenzionirani, za trajan pogon. Razlog, zašto kod većega dodanog otpora R po fazi izlazi brzina motora manja, leži u tom što kod tereta s danim iznosom M momenta vrtnje po (352') omjer klizanja s' i s motora kod povećanog otpora po fazi $R_2 + R$ rotorskog kruga i kod kratko spojenog rotora otpora po fazi R_2 mora odgovarati relaciji:

$$\frac{s'}{s} = \frac{R_2 + R}{R_2} \quad (356)$$

A iz ove »formule za regulaciju« slijedi odmah da kod $R_2 + R$ većeg u određenom odnosu prema R_2 mora i klizanje s' biti veće u istom odnosu prema s .



Sl. 481.

Da bi se iz formule (352') izvela relacija (356), dosta je sjetiti se da u (352'), pored konstantnih veličina 3 i $1,028n_1$ i pored pri konstantnom mrežnom naponu približno konstantne veličine E_2' , dolazi samo još omjer veličina R_2 i $\frac{R_2^2}{s} + X_2^2s$. Ako se dakle prva veličina R_2 toga omjera zamisli nadomještenu na pr. 5-struko većom veličinom $R_2 + R$, morat će se, da bi M ostalo nepromijenjeno, i mjesto druge veličine omjera zamisliti također 5-struko veća veličina. A u tu svrhu dosta je da klizanje s skoči na 5-struki iznos s' , jer onda će rezultirati 5-struko povećani i svaki od članova $\frac{(R_2 + R)^2}{s'}$ i X_2^2s' , a time će i njihova suma postati 5-struka.

63. Kolikogod je ovakvo reguliranje jednostavno, toliko je neracionalno i nepraktično kod reguliranja brzine u iole širim granicama. Neracionalno je, jer iole jače smanjenje brzine znači znatno povećanje klizanja motora, a znamo da je povećanje klizanja motora skopčano s povećanjem gubitaka zbog Jouleove topline u strujnom krugu rotora u odnosu prema proizvedenom mehaničkom učinku. K tomu rotoru komu su dodani regulacioni otpori daje manje mehaničkog učina, a i faktor učina s kojim motor radi postaje lošiji (manji). Napokon će kod opterećenja s različitim momentima vrtnje proizvedeni momenti M biti različiti, a kako klizanje s' nije samo funkcija otpora $R_2 + R$ nego i proizvedenog momenta vrtnje M , moraju se za različita opterećenja i istu brzinu motora udešavati različiti iznosi pripadnih regulacionih otpora. Zato se reguliranje otporima u rotorskom krugu primjenjuje obično samo za malena variranja brzine indukcionih motora.

Kad bi se na pr. reguliranje vršilo s pomoću trostepenog pokretača po sl. 473., no s pojačano dimenzioniranim otporima prema potrebama regulacije, pri konačnom položaju ručke ovakvog pokretača-regulatora, t. j. pri kratko spojenom rotoru, brzina n_2 motora padala bi po krivulji 1 na sl. 481. ne udaljujući se mnogo ispod sinhrona n_1 pri sve većim momentima vrtnje M motora. Kod ručke pomaknute na prethodni stepen brzina bi već padala s porastima momenta vrtnje po naglije silaznoj krivulji 2. Kod ručke dalje pomaknute na iduće niže stepene pokretača-regulatora sve do početnoga, dakle u smislu sve većih iznosa rotoru dodanih radnih otpora R , brzine n_2 bi opadale po još strmijim krivuljama 3 odn. 4 pri sve većima M . Savezno s tim razlike brzina n_2 pri danomu M_n (sl. 481.), kao recimo razlika brzina pri punom i polovičnom momentu vrtnje motora, bile bi neznatne kod nereguliranih brzina po krivulji 1, i sve znatnije kod sve više reguliranih brzina po krivuljama 2 do 4.

64. Racionalnije radi, ali dopušta samo regulaciju brzine na skokove, reguliranje prekapčanjem na drugi broj pari polova. Pomislimo motor s tako izvedenim statorskim namotajem da se vodiči toga namotaja mogu zgodnom preklopkom kombinirati u dva namotaja s različitim brojem polova, na pr. tako da kod jedne kombinacije izide dvopolni ($p' = 1$) i kod druge četveropolni ($p'' = 2$) namotaj na statoru. Kako indukcion motor bez izvana dodanih otpora u strujnom krugu

rotora rotira brzinom tek nešto manjom od sinhrona, a ova je kod 50 Hz za dvopolni namotaj 3000 i za četveropolni 1500 okr/min, to će motor u prvom spoju imati brzinu recimo oko 2900 i u drugom oko 1450 okr/min. Dobit će se dvije vrlo različite brzine. Ima li pak stator dva različita namotaja, svaki s drugim brojem polova, recimo jedan dvopolni i jedan šesteropolni, pa se preklopom dvopolni možda još može preklopiti u četveropolni, stroj će moći davati tri različite brzine. A tako bi se slično dale kombinirati i četiri brzine.

Kod ove metode nema gubitaka zbog dodanih regulacionih otpora, ni ostalih nedostataka spomenutih u G-63., ali se katkad kao nepriličnost osjeća što treba omogućiti preklapanje, te što reguliranje daje zapravo samo određeni broj praktički čvrstih brzina motora.

Rotor je kod motora reguliranih opisanim načinom redovno kratkospojeni (krletkasti). Taj odgovara svakom broju polova statorskog namotaja. Rotori s kliznim kolutima bi bili manje prikladni, jer bi kod njih trebalo predvidjeti dvostruke ili višestruke namotaje, odn. i kod njih preklapanja prema promijenjenom broju polova statorskog namotaja.

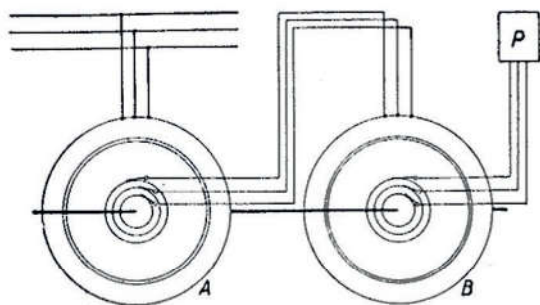
65. Kompliciraniju, ali inače dobru regulacionu kombinaciju čini *kaskadni spoj* dvaju indukcionih motora. Gubici kod reguliranja dodatnim otporima u strujnom krugu rotora nepoželjni su, jer se u spomenutim otporima beskorisno stvara toplina. Da bi se postiglo racionalnije reguliranje, mogu se struje iz rotora nekog motora umjesto u regulacione otpore pustiti u jedan drugi indukcioni motor, u kome se najveći dio privedene energije može pretvoriti u mehaničku, korisno upotrebljivu radnju. To je osnovna ideja kaskadnog spoja dvaju indukcionih motora, koji se po shemi u sl. 482. tako izvodi da se prvi neposredno na mrežu priključeni motor A, t. zv. »prednji« motor, mehanički čvrsto, na pr. istom osovinom, poveže s drugim, t. zv. »stražnjim« motorom B, tjeranim strujama iz rotora prvog motora, tako da oba motora moraju rotirati jednako brzo. A ako ovako »u kaskadu« i električki i mehanički povezana dva motora imaju isti broj p pari polova, mogu se postići dvije asinhrona brzine: jedna bi bila ona koju bi motori imali nespojeni u kaskadu, odn. idući sami za sebe, a druga bi bila jednaka polovini prve brzine i postigla bi se sa oba stroja u kaskadnom spoju. Ako bi ipak prednji motor imao p' pari polova i stražnji neki drugi broj p'' pari polova, onda bi se na spomenuti način mogle lako dobiti tri brzine: jedna s prvim motorom nešto ispod $60f_1/p'$, druga s drugim motorom nešto ispod $60f_1/p''$, te treća s kaskadnim agregatom, koji bi dao brzinu nešto ispod $60f_1/(p' + p'')$.

66. Ima još i drugih specijalnih kombinacija strojeva za racionalnije reguliranje brzine nego s otporima pridodanima rotoru, a istodobno i kontinuirano, umjesto na skokove kao s prekapčanjem na drugi broj polova i spajanjem u kaskadu. No tu se upotrebljavaju kolektorski strojevi. Ti specijalni agregati, koje ovdje ne ćemo opisivati, mogu služiti i za popravljavanje faktora učina mreže.

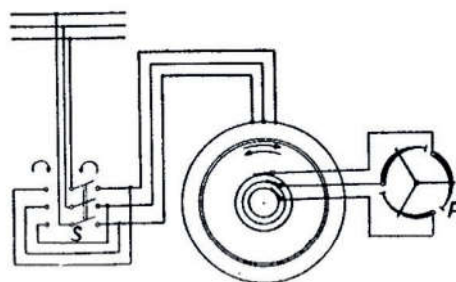
Baš okolnost da se istodobno udobna i besprikorna reguliranja brzine dadu zapravo postići tek s više ili manje skupim kombinacijama čini da svojstvo skoro stalne brzine indukcionih motora ostaje kao nepoželjno svojstvo ovih motora pri jednostavnijim rasporedajima pogona. Ono

se jednostavnim sredstvima može samo ublažiti. To je jedan od razloga da su se razvile i održale mnogobrojne varijante kolektorskih motora izmjenične struje, o kojima će međutim biti posebno govora.

67. Jedan se zahvat može izvesti lako. A to je promjena smisla vrtnje indukcionih motora. Ako su pogonske prilike takve da se motor mora puštati rotirati sad u jednom sad u drugom smislu, onda po G-22. treba samo zamijeniti pri-



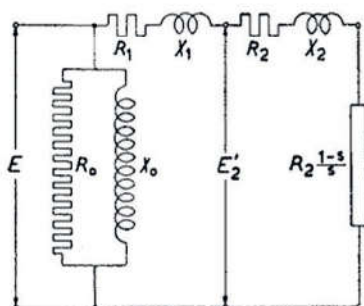
Sl. 482.



Sl. 483.

ključke dvaju dovoda od mreže k statoru. To se može izvesti jednostavnom preklopkom za tu svrhu spojenom na način predložen na sl. 483.

68. Da bi se moglo pregledno slijediti ponašanje na mrežu stalnog napona priključena indukcionog motora kod variranja njegovih pogonskih prilika, mi



Sl. 484.

ćemo uvesti *strujni diagram* takvog motora. Već smo kod transformatora vidjeli da neinduktivno opterećen uzdušni transformator daje kružni diagram primarne struje uz stalan primarni napon (sl. 390. uz F-20.). Međutim baš indukcion motor ponaša se kao transformator neinduktivno opterećen u pojedinim fazama tolikim otporima da u njima poništeni učin odgovara mehaničkom učinku proizvedenom po motoru. Kad bismo apstrahirali od ne toliko bitne okolnosti da su indukcion motori građeni sa želje-

zom, mogli bismo i kod ovih potonjih očekivati već zbog navedene sličnosti *kružne* strujne diagrame.

69. No moguće je izvesti postojanje *kružnih* strujnih diagrama i strože, ne zanemarujući utjecaje željeza. Dosta je u tu svrhu pozvati se na neinduktivno i nekapacitivno opterećene željezne transformatore, odn. na njihov ekvivalentni strujni krug po shemi u sl. 415. uz F-44., koja se često, grubo približno za praksu, može nadomjestiti jednostavnijom shemom po sl. 416. uz F-45. Pri tom se neinduktivnost i nekapacitivnost sekundarno priključenog tereta mora time uzeti u obzir da se taj teret zamisli u obliku čistog radnog otpora, i po tom s reaktancijom nula. Posebno bi se ovakav specijalizirani ekvivalentni strujni krug, transponiran na slučaj asinhronog indukcionog motora s kratko spojenim rotorskim namotajem

radnog otpora po fazi R_s , svodio na shemu po sl. 484., gdje bi, uz pretpostavku omjera prenošenja 1 : 1 statora prema rotoru ili svih primarnih veličina razumijevanih reducirano na sekundarno, R_1 i R_2 bili radni otpori i X_1 i X_2 rasipne reaktancije statora i rotora po fazi (ova potonja po G-46. pri mirnom rotoru). Teret bi predstavljao radni otpor po fazi $R_2 \frac{1-s}{s}$. A R_0 i X_0 bi bili fazni radni i prazni otpor, kroz koje bi fazni napon stezaljki E motora izvodio radnu komponentu I_h i praznu I_μ fazne struje I_0 pri potpunom praznom hodu motora, dok bi EMS E_2' u gibanju spriječenog rotora pokrivala gubitke napona u cijelom rotorskom krugu sa $R_2 + R_2 \frac{1-s}{s} = \frac{R_2}{s}$ kao ukupnim radnim i X_2 kao praznim otporom po fazi.

Vektorski prikaz odnosâ ovakvog strujnog kruga odgovarao bi sl. 432. uz vj. 222., ako bi $OM = I_0$ (s komponentama $OF = I_\mu$ i $FM = I_h$) predstavljalo struju praznog hoda motora, $OP = OR = I_2$ rotorsku i $OT = I$ ukupnu struju motora, geometrijsku sumu struja $OM = I_0$ i $OR = I_2$. Sve to dakako pri određenom klizanju motora s , pri kome bi gubitak napona zbog mehaničkog tereta $ON = I_2 R_2 \frac{1-s}{s}$ i rotorski gubici napona $NQ = I_2 R_2$ i $QS = I_2 X_2$, geometrijski zbrajani, bili pokriveni sa $OS = E_2'$. Statorski pak gubici napona po fazi bili bi $VY = IR_1$ i $YZ = IX_1$, i njih bi, pored primarne EMS $OV = E_1$ (sa $OV = OS$), pokrивao fazni napon stezaljki $OZ = E$.

Prema rečenom, i po ekvivalentnom strujnom krugu iz sl. 484. i po vektorskom prikazu iz sl. 432. ukupna struja motora izlazi kao geometrijska suma dviju razgranjenih struja, naime struje praznog hoda motora i rotorske struje, od kojih se prva može smatrati praktički konstantnom, a druga se, pri variranjima klizanja s i pripadnog ekvivalentnog otpora $R_2 \frac{1-s}{s}$ korespondentnim variranjima mehaničkog opterećenja motora, može smatrati strujom strujnog kruga stalnog praznog i promjenljivog radnog otpora, t. j. supsumirana, kraj E_2' približno konstantnoga uz konstantno E , pod slučaj *kružnog* strujnog diagrama po sl. 319. uz E-55. Međutim to znači da struja motora kao geometrijska suma jednog fiksnog člana i jednog člana koji tako varira da se krajnja točka pripadnog vektora pomiče po određenoj kružnici, mora i sama tako varirati da se i krajnja točka toj struji pripadnog vektora također pomiče po već spomenutoj kružnici. A time se egzistencija *kružnog* diagrama indukcionih motora može smatrati i na ovaj način dokazanom.

70. Razmatrajući kružni diagram asinhronog indukcionog motora mi ćemo iz njega, osim veličina koje on direktno daje, a to su: a) iznosi I primarne fazne struje i b) kutevi φ pomaka faza struje prema stalnim uzimanomu primarnom faznom naponu iznosa E , izvesti također druge praktički važne veličine, koje su u diagramu implicitno sadržane, pa treba zgodnim konstrukcijama do njih doći. Tako se specijalno mogu još iz diagrama određivati za povoljna opterećenja:

c) iznosi $\cos \varphi$ primarnog faktora učina, d) iznosi N primarnog električkog pravog učina koji motor uzima iz mreže, e) iznosi N' proizvedenoga mehaničkog učina motora, f) iznosi M proizvedenoga momenta vrtnje, g) iznosi s i n_2 klizanja i pripadne brzine motora, i h) iznosi η ili $\eta\% = 100 \eta$ stepena djelovanja motora. Čak se iz diagrama razabire i to, kako asinhroni indukcioni stroj radi u *izvan-motorskim* pogonskim stanjima: kao *kočnica* pri $1 < s < \infty$ («suprotna vrtnja») i kao *asinhroni generator* pri $s < 0$ («nadsinhrona vrtnja», za razliku od «pod-sinhrona vrtnje» pri $0 < s < 1$ kod motornog pogona).

Kako je točno razmatranje nekih konstrukcija na bazi kružnog diagrama indukcionog stroja specijalna stvar, a u ovom općenitom prikazu se ide više za tim da se demonstrira praktička upotrebljivost diagrama indukcionih motora, dopustit ćemo kod izvoda neka zanemarenja, te dopustiti i neke približne no za praksu dovoljno točne konstrukcije. A neke ćemo konstrukcije samo opisati.

71. Opišimo najprije kako se uopće može konstruirati kružni diagram trofaznog indukcionog motora. Vektor $OM = E$ primarnog napona jedne faze nacrtat ćemo na sl. 485. u smjeru pozitivne ordinatne osi. Da se dobiju dvije točke kruga na kome završavaju krajnje točke pripadnih vektora primarne fazne struje kod ekstremnih pogonskih prilika indukcionog stroja treba izvesti: a) »pokus praznog hoda« i b) »pokus kratkog spoja«.

Kod a) se uz nominalni voltmetrom mjereni iznos U primarnih linijskih napona (jednak $\sqrt{3}$ -strukom iznosu E faznih napona kod zvjezdano spojena statora) izmjere ampermetrom onaj iznos I_0 primarnih linijskih (kod zvjezdanog spoja statora istodobno i faznih) struja i vatmetrom onaj ukupni primarni učin N_0 što ih motor uzima iz mreže idući bez mehaničkog opterećenja, dakle u praznom hodu. Točnije neka očitavanja I_0 i N_0 budu pri potpunom praznom hodu, t. j. uz motor ne samo bez vanjskog mehaničkog opterećenja, nego i uz otpore trenja i uzduha svladane vanjskom mehaničkom pomoću (koju obično ne će biti teško realizirati), i po tom uz motor doveden posve na sinhronu brzinu.

Kod b) bi naprotiv rotor, s namotajem u kratkom spoju, trebalo zaustaviti u rotaciji, jer to se razumijeva pod kratkim spojem motora, pa bi uz isti iznos U kao pod a) trebalo odrediti pripadne iznose I_k i N_k struja kratkog spoja i učina kratkog spoja. No kako namotaji ne bi ni za kraće vrijeme podnijeli prejake struje kratkog spoja pri mreži pod punim naponom, postupa se u praksi recimo tako da se mjerenje izvede kod toliko reduciranog iznosa U' linijskih napona da pripadni I_k' struja kratkog spoja odgovara iznosu struja punog opterećenja motora u normalnom pogonu. U tome slučaju izlazi i iznos N_k' učina kratkog spoja smanjen. A na I_k zaključi se onda po relaciji: $I_k = I_k' \cdot U/U'$. Usput neka bude spomenuto da je dobro kod pokusa posve polagano gibati rotor, jer kod različitih relativnih položaja rotora prema statoru iznosi I_k' i N_k' izlaze ponešto različiti.

72. Iz podataka pokusa a) i b) lako se sad mogu nacrtati dva vektora struje $OP_0 = I_0$ i $OP_k = I_k$, kojih krajnje točke P_0 i P_k predstavljaju dvije točke traženog kruga vektordiagrama struje. Naime kutovi priklona vektora $OP_0 = I_0$ i $OP_k = I_k$

prema $OM = E$ određeni su faznim pomacima φ_0 i φ_k spomenutih dviju struja prema faznom naponu $OM = E$, a ti su kutovi opet određeni relacijama: $\cos \varphi_0 = N_0 : (\sqrt{3} U I_0)$, odn. $\cos \varphi_k = N_k : (\sqrt{3} U I_k) = N'_k : (\sqrt{3} U' I'_k)$. Da bi se konstruirao prikloni kut φ_0 vektora OP_0 prema vektoru OM , treba samo povući na sl. 485. crtkano naznačeni polukrug, zvan »cos φ -polukrug«. Taj cos φ -polukrug prolazeći ishodištem koordinata O ima središte N na osi ordinata i promjer OZ jednak 100 mm (ili drugih jedinica duljine). Ako se dakle na njemu odmjeri tetiva duga onoliko mm (jedinica duljine) koliko stotinki iznosi $\cos \varphi_0$, kut te tetive prema osi ordinata bit će kut φ_0 , pa će i $OP_0 = I_0$ trebati povući u smjeru spomenute tetive, a u duljini korespondentnoj iznosu I_0 i odabranom mjerilu struja. A slično bi se s pomoću $\cos \varphi_k$ i I_k dobio i vektor $OP_k = I_k$.

No da krug diagrama bude potpuno određen, nije dosta znati mu dvije točke P_0 i P_k . Treba još jedan podatak. Taj se može odnositi na centar O_1 traženog kruga. Ovaj dakako leži na simetrali aa tetive P_0P_k , te ostaje još pitanje, u kojoj točki te simetrale leži O_1 . Za praksu je dovoljna približna konstrukcija po kojoj se O_1 dobiva kao sjecište simetrale aa i paralele DO_1 s apscisnom osi povučene kroz raspolovište D duljine P_0C , pri čemu C označuje točku u kojoj paralela iz P_0 s ordinatnom osi siječe vektor OP_k . Tim je dana mogućnost da se traženi krug nacrtat; uostalom redovito je središte O_1 tek malo iznad pravca P_0Q' povučenoga kroz P_0 paralelno s osi apscisa, odn. ono je specijalno u praksi obično vrlo blizu sjecištu simetrale aa i paralele P_0Q' , pa je često, naročito kod većih motora, bez daljega dopušteno O_1 pretpostavljati u ovom potonjem sjecištu (konkretno uvjeriti se da oba određivanja središta izlaze gotovo na isto na primjeru motora iz vj. 261.).

73. Sva moguća pogonska stanja stroja kao motora karakterizirana su sad kružnim lukom P_0PP_k , pa bi specijalno za točku P , ako bi to bila točka punog opterećenja motora, vektor $OP = I$ i pripadni kut φ na sl. 485. predstavljali jakost primarnih faznih struja motora i njihov pomak faza prema pripadnim faznim naponima. Kutu pak φ pripadna tetiva OU cos φ -polukruga K_1 davala bi $\cos \varphi$. A ostale točke na luku P_0PP_k predočivale bi slično niža i viša opterećenja motora, od praznog hoda do kratkog spoja.

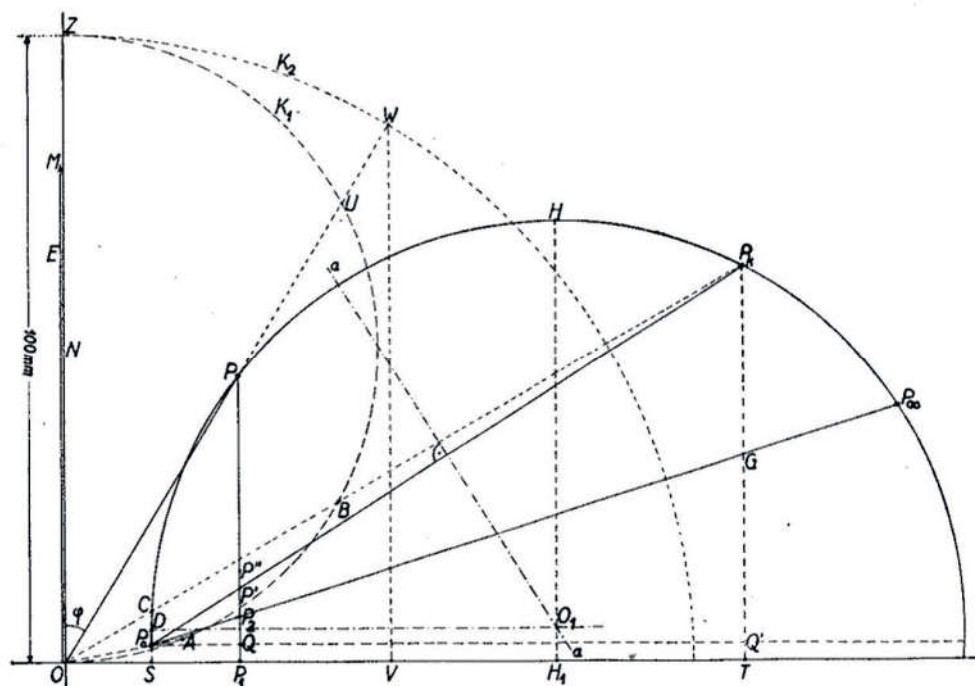
Alternativno se, umjesto sa OU uz pomoć polukruga K_1 , iznosi $\cos \varphi$ mogu predočivati i sa VW uz pomoć kružnog kvadranta K_2 sa središtem u O i s polumjerom 100 mm.

74. Međutim za potpuno iskorištenje dobivenog vektordiagrama trebat će nam pored P_0 i P_k još treća temeljna točka. A to je točka P_∞ pripadna klizanju $s = \infty$. Ona već ne odgovara motorskom pogonskom stanju stroja.

Može se u prvi mah malo neobičnim činiti da se govori o beskonačnom klizanju, kad je pokazano da pogonska stanja indukcionog motora leže između klizanja 1 i klizanja 0. No pomislimo da motor, koji je u pogonskom stanju korespondentnom točki P_k već zaustavljen i ima $s = 1$, izvanjskim mehaničkim silama sve brže i brže potjeramo u protivnom smislu nego li on nastoji rotirati, dakle u smislu nasuprot rotacionom toku. Tako bi brzina n_2 motora postizavala sve veće i veće

negativne iznose, a stroj bi pri tom, nastojeći spriječiti ovo rotiranje u negativnom smislu, djelovao kao »kočnica«, a ne kao »motor«. A po definiciji klizanja $s = (n_1 - n_2) : n_1$ premašivat će s uz negativno n_2 vrijednost 1, i uz n_2 povećavano u beskonačnost raslo bi s također u beskonačnost. Tako na pr., kad motor dobije sinhronu negativnu brzinu $n_2 = -n_1$, klizanje već iznosi $s = (n_1 + n_1) : n_1 = 2$, kod negativne brzine u iznosu dvostruke sinhronne klizanje bi postiglo vrijednost $s = 3$, itd., te bi konačno kod $n_2 = -\infty$ bilo: $s = \infty$. Dakle i »beskonačno klizanje« ima određen smisao, pa prema tomu mora postojati na kružnom diagramu i točka P_∞ koja tomu stanju odgovara.

Međutim nije tu točku moguće tako neposredno odrediti kao točke P_0 i P_k . Ali na temelju teorijskih razmatranja našlo se metodâ da se točka P_∞ ipak konstruira iz podataka o motoru. Jedna osobito jednostavna približna konstrukcija



Sl. 485.

točke P_∞ jest ova: uz supoziciju da su se pri stanju predloženom točkom P_k gubici u bakru porazdijelili najednako na stator i rotor, točka P_∞ dobila bi se tako da se iz P_0 kroz raspolovnicu G okomice $P_k Q'$ spuštene iz P_k do paralele kroz P_0 s apscisnom osi povuče poluzraka, pa gdje bi ta poluzraka sjekla kružnicu kroz P_0 i P_k sa središtem u O_1 , tamo bi ležala točka P_∞ . Ako se pak spomenuta najednaka podjela gubitaka ne može očekivati, postupajući točnije povući će se pravac $P_0 G P_\infty$ točkom G na $P_k Q'$ takvom da se $G Q'$ i $P_k Q'$ odnose kao točki P_k pripadni statorski i ukupni »gubici u bakru« motora, odn. također, svedeno na jednu fazu i primarno i sekundarno trofazno namotanog stroja, tako da se $G Q'$ i $P_k G$ odnose kao sta-

torski i rotorski gubici u bakru po fazi (pri tome treba još poznavati radni otpor R_1 po fazi statorskog namotaja, koji se posebno odredi; uspor. vj. 261.).

75. Kad su određene tri točke P_0 - P_k - P_∞ , lako je konstruirati za različita opterećenja veličine važne za karakterizaciju pogonskog stanja motora. Osim netom razmatranih u G-70. pod a) do c) navedenih veličina I , φ i $\cos \varphi$ lako je dobiti iz diagrama i veličine pod d) do h) iz G-70.

Da bismo dobili primarni učin N motora, pomislimo konkretno trofazni stroj koji iz mreže uzima učin $N = \sqrt{3} UI \cos \varphi$. Veličina N očito će biti predložena, apstrahirajući od konstantnog faktora $\sqrt{3} U$, projekcijom $I \cdot \cos \varphi$, dakle duljinom PP_1 okomice spuštene iz promatrane točke P pripadne nekoj struji opterećenja I sve do njezinog nožišta P_1 na apscisnoj osi. Prema tomu specijalno P_0S daje učin što ga motor troši kod potpunog praznog hoda, P_kT daje učin kratkoga spoja, itd. Da bi se dobili iznosi učina N , treba dakle iz radnih točaka diagrama spuštati okomice uvijek na isti pravac: apscisnu os; ta os se zato zove *linija primarnih učina*.

Može se čak lako odrediti i mjerilo za N , t. j. mogu se veličinama kao PP_1 predloživati iznosi N ne samo u nekoj relativnoj skali, nego direktno u W ili u kW. Ako je vektor struje nanašan u mjerilu $1 \text{ cm} = a$ ampera, onda će očito duljina PP_1 predloživati veličinu $N = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$ u takvom mjerilu da bude (uz PP_1 u cm):

$$N = \sqrt{3} \cdot U \cdot a \cdot PP_1 \text{ W} = 0,001 \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot a \cdot PP_1 \text{ kW} \quad (357)$$

76. Glede veličina N' i M vrijedi ovo: dužina PK okomice po sl. 486. iz radne točke P na pravac P_0P_k predstavljala bi u nekom određenom mjerilu mehanički učin N' motora, a okomica PL povučena iz P na pravac P_0P_∞ predloživala bi, opet u svom mjerilu, moment vrtnje M što bi ga motor razvijao u pogonskom stanju pripadnom točki P . Drugim riječima: pravac P_0P_k je *linija proizvedenih mehaničkih učina*, a pravac P_0P_∞ je *linija proizvedenih momenata vrtnje*.

Međutim u praksi očito nije potrebno da radimo baš s okomicama PK i PL na P_0P_k , odn. P_0P_∞ , nego bismo P mogli projicirati na P_0P_k , odn. P_0P_∞ , umjesto pod pravim i pod kojim kosim kutom, no dakako onda za sve pogonske točke P pod istim kutom za sve veličine N' , i analogno pod općenito drugim no stalnim kutom za sve veličine M . Tim bi se izmijenila samo mjerila u kojima bi pripadne duljine predloživale N' , odn. M . Specijalno je za praksu udobno, ako se projicira pod takvim kosim kutevima da se mjesto PK i PL kao reprezentanti veličina N' i M dobiju duljine PP' i PP_2 na sl. 486. paralelne s tangentom P_0F u točki P_0 kružnog diagrama. A još je jednostavnije kao na sl. 485. vući PP' i PP_2 paralelno s ordinatnom osi (kojoj je u praksi uostalom tangenta P_0F , skoro paralelna), tako da PP' i PP_2 postanu dijelovi od PP_1 . U tom slučaju, ako PP'_2P_1 siječe u Q paralelu kroz P_0 s apscisnom osi, ukupni motoru privedeni učin PP_1 može se zamisljati rastavljen na dijelove QP_1 , P_2Q , P'_2P_1 i PP' , od kojih QP_1 predstavlja stalne gubitke u željezu motora (uglavnom u statoru), P_2Q gubitke u bakru statora, P'_2P_1

gubitke u bakru rotora, i konačno PP' proizvedeni mehanički učin. Prema tomu bi PP_2 predstavljao ukupni na rotor preneseni učin N_2 («sinhronu vate»). Međutim po relaciji $N_2 = 1,028 \cdot n_1 M$, koja neposredno slijedi iz formule (352) kombinirane s formulom (350) i sadrži kao konstantu *sinhronu* brzinu n_1 , N_2 je u odnosu direktne proporcionalnosti sa M , pa zato u izvjesnom mjerilu PP_2 predoduje također M , odn. linija P_0P_∞ može se smatrati također linijom momenata vrtnje M , kako je već gore bila nazvana.

S obzirom na mjerila za učin N' u W ili kW imamo, kao prije za N , i s istim značenjem oznake a , ovu relaciju pri PP' u cm:

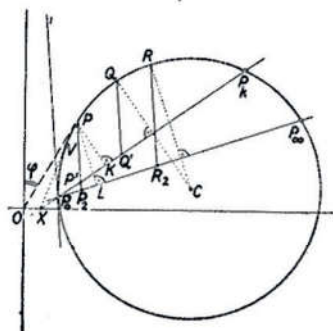
$$N' = \sqrt{3} \cdot U \cdot a \cdot PP' \quad W = 0,001 \cdot \sqrt{3} \cdot U \cdot a \cdot PP' \quad \text{kW} \quad (358)$$

dok za moment vrtnje M , kod stroja sa p pari polova priključena na mrežu frekvencije f_1 , izlazi uz PP_2 u cm numerička relacija:

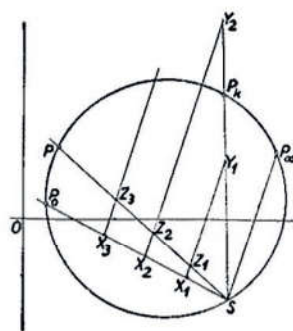
$$M = \frac{p \sqrt{3}}{2 \pi f_1} \cdot \frac{U \cdot a}{9,81} \cdot PP_2 \quad \text{kg} \cdot \text{m} \quad (359)$$

Iz «proizvedenih» N' i M , dobivenih s pomoću PP' i PP_2 , dobili bi se dalje «korisni» N'' i M'' uzimajući u račun mehanički učin N_t i mehanički moment vrtnje M_t trošene na svladavanje (osovinskog i uzdušnog) trenja, i to kod motorskog pogona stroja odbijajući po G-48. N_t od N' i M_t od M (uspor. na pr. na sl. 485. $PP'' = PP' - P'P'$ korespondentno relaciji $N'' = N' - N_t$).

77. Konstruktivno određivanje klizanja s može se izvesti po općenitoj shemi na sl. 487. i specijaliziranoj na sl. 488. Općenito odaberimo po sl. 487. na kružnici diagrama po volji točku S , t. zv. «pol», i povucimo spojnice SP_0 , SP_k , SP_∞ i SP k trima točkama P_0 - P_k - P_∞ i k radnoj točki P za koju želimo odrediti klizanje s . Ako se sada paralelno sa SP_∞ povuče segment X_1Y_1 dug 100 mm (ili općenitije:



Sl. 486.



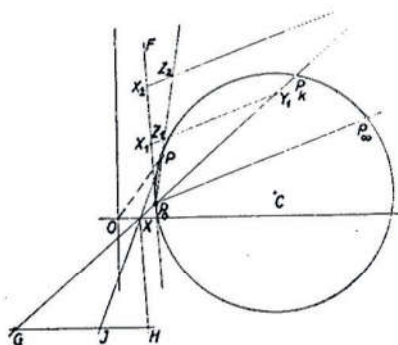
Sl. 487.

dug 100 jedinica duljine), te takav da je X_1 na SP_0 i Y_1 na SP_k , onda duljina X_1Z_1 u mm (jedinicama duljine) daje klizanje u postocima, ako je Z_1 sjecište od SP i X_1Y_1 . Drugim riječima: X_1Y_1 je segment klizanja, odn. duljina na kojoj se klizanje mjeri. Međutim kako je klizanje relativno maleno, to na pr. pri $X_1Y_1 = 100$ mm iznosi X_1Z_1 redovito tek malo mm, pa se teško očitava. Zato se umjesto X_1Y_1 mogu pomisliti povučene u dvostruko, trostruko itd. daljini od SP_∞ paralele X_2Y_2 ,

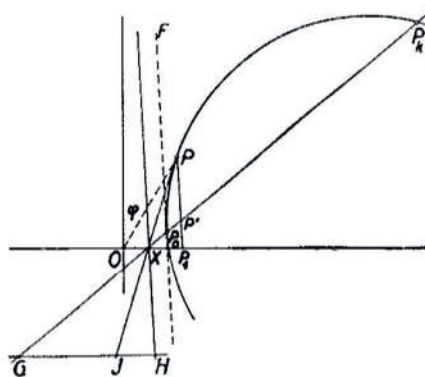
X_3Y_3 itd., jednake 200, 300 itd. mm, ili barem počeci tih paralela, pa se, po sličnosti trokuta, klizanja na ovim paralelama mogu točnije dvostruko, trostruko itd. povećano očitavati.

U praksi je običaj konstrukciju klizanja specijalizirati, puštajući da S iz sl. 487. padne baš u P_0 . Onda SP_0 pređe po sl. 488. u tangentu P_0F na kružnicu. Također na sl. 488., uz X_1Y_1 paralelno sa P_0P_∞ i po duljini jednako 100 mm, svaki mm dužine X_1Z_1 sa Z_1 kao sjecištem poluzraka P_0P i X_1Y_1 značio bi 1% klizanja, dok bi se klizanja na dvostruko povećanom segmentu X_2Y_2 lakše točno očitavala.

78. Da se konačno dobije stepen djelovanja motora $\eta = N''/N$ (odn. $\eta\% = 100 \cdot \eta$), može se η računski tražiti kao omjer $PP'' : PP_1$, sa PP'' i PP_1 uzetima po sl. 485. i specijalno sa PP'' dobivenim smanjujući PP' za $P''P'$ prema G-76. A zaokruženo će se, zanemarujući mehaničke gubitke, moći staviti naprosto: $N'' \approx N'$, što vodi na ovu približnu konstrukciju veličine η po sl. 488. i 489.: P_kP_0 se produži do sjecišta X s osi apscisa, kroz to sjecište X se povuče paralela



Sl. 488.



Sl. 489.

XH s tangentom P_0F (ili, što je praktički isto, normala na spojnicu ishodišta koordinata i središta P_0PP_k -kruga; obje su linije praktički paralelne s osi ordinata). Onda se povuče recimo 100 mm (jedinicâ duljine) duga paralela GH s osi apscisa. Ako se sada iz radne točke P povuče kroz X poluzraka, pa ako ta poluzraka siječe GH u točki J, onda duljina GJ u mm (jedinicama duljine) daje stepen djelovanja u postocima: $\eta\%$, odn. vrijedi približna relacija: $\eta = GJ : GH$.

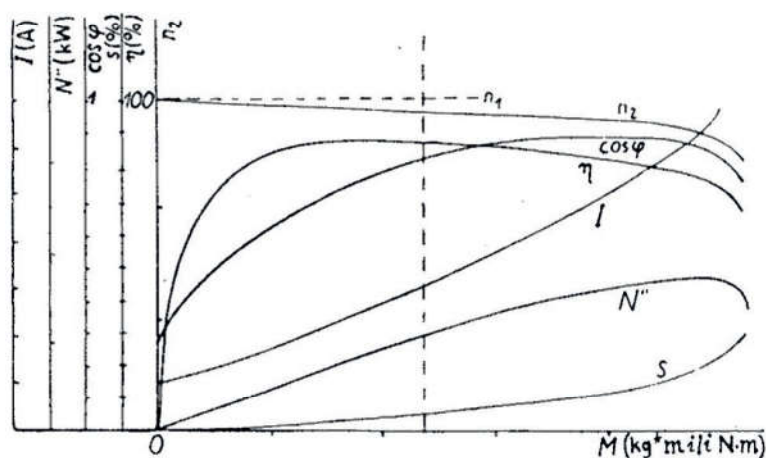
Dokaz konstrukcij za η relativno je jednostavan. Povučemo li se na sl. 489. PP' kao na sl. 486. paralelno sa P_0F , i povučemo li se također PP_1 paralelno sa P_0F , tako da učinu N' proporcionalni odsječak PP' bude dio duljine PP_1 koja predodređuje ukupni učin N crpen motorom iz mreže, onda se dokaz relacije: $\eta \approx N'/N$ može izvesti iz sličnosti trokuta. Očito je:

$$\eta \approx \frac{PP'}{PP_1} = \frac{PP_1 - P'P_1}{PP_1} = 1 - \frac{P'P_1 : XP_1}{PP_1 : XP_1} = 1 - \frac{XH : GH}{XH : JH} = 1 - \frac{JH}{GH} = \frac{GJ}{GH}$$

79. Zanimljive su u kružnim diagramima naročite pogonske točke, pripadne ekstremnim vrijednostima pojedinih veličina. Na pr. najmanji fazni pomak φ (najveći faktor učina $\cos \varphi$) motora dobiva se ako se potraži radna točka vektora

struje baš tangencijalnog na kružni diagram. Maksimalni primarni učin dobiva se spuštajući po sl. 485. vertikalnu HH_1 iz najviše točke H kružnog diagrama. Na sl. 486. maksimalni sekundarni učin QQ' davala bi na kružnom diagramu radna točka Q iz koje bi okomica na P_0P_k ispala najdulja. A maksimalni moment vrtnje $M_k = RR_2$, bio bi određen točkom R kružnog diagrama na sl. 486. iz koje bi okomica na P_0P_∞ ispala najdulja. Moment vrtnje M_p koji bi motor razvijao pri početku pokretanja uz kratko spojen rotor bio bi predodčen sa P_kG na sl. 485.

80. Na temelju podataka pokusa praznog hoda i pokusa kratkog spoja mogu se prema gornjem određivati razne veličine a) do h) iz G-70. Ako se to učini za što više pogonskih točaka P, vrlo se pregledna slika detalja funkcioniranja indukcionog motora može dobiti predočujući rezultate karakterističnim krivuljama



Sl. 490.

različitih spomenutih veličina u ovisnosti od jedne između njih odabrane za nezavisnu varijablu. Obično se za ovu potonju odabire moment vrtnje M . Uz iznose M kao apscise izlaze onda krivulje s iznosima I , $\cos \varphi$, N'' , s , n_2 , η itd. kao ordinatama (v. sl. 490.).

Za praktičke svrhe gornja bi razmatranja uglavnom dostajala. Primijetimo samo da se na bazi vektordiagrama indukcionog stroja može slijediti i funkcija stroja kad djeluje kao kočnica s pogonskim stanjima po kružnom luku P_kP_∞ po sl. 487., kao i kad djeluje kao sinhroni generator s pogonskim stanjima po luku P_0SP_∞ kružnog diagrama, šaljući energiju u mrežu već i drugim izvorima snabdijevanu.

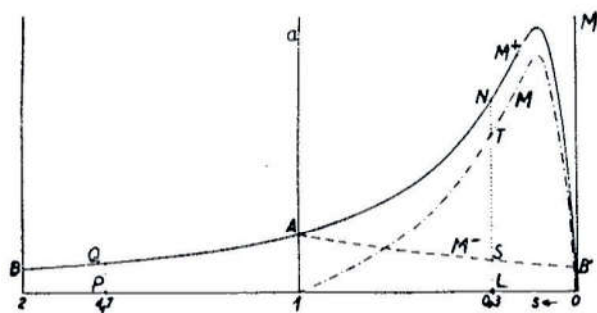
Osim opisanoga kružnog diagrama, koji je u elektrotehniku uveo uglavnom Ossanna (Ossannin diagram), postoji još jedan manje točni no ponešto jednostavniji kružni diagram asinhronog indukcionog motora, koji se prije više primjenjivao: Heylandov diagram. Taj diagram radi s tri kruga, od kojih prvi ima centar na osi apscisa, a druga dva ispod te osi.

81. U praksi se susreću kod jednofaznih mreža *jednofazni indukcionni motori*. Ovi dakako imaju na statoru jednofazni namotaj, i to čak jedino taj namotaj, ako se radi o motoru koji se kod pokretanja potjera mehaničkim sredstvom. No obično se stator osim tim »glavnim« namotajem, koji ostaje trajno priključen na jedno-

faznu mrežu, snabdi je još jednim »pomoćnim« namotajem, koji se redovito ostavlja samo kratkotrajno ukopčan kod pokretanja. Naprotiv rotor jednofaznih motora izvodi se polifazno kao i kod višefaznih motora, obično trofazno, i za isti broj pari polova kao stator, te može biti onda s kliznim kolutima. A može rotor biti i kratko-spojeni »krletkasti«.

82. Da vidimo kako ovakav jednofazni motor funkcionira. Pomislimo motor bez pomoćnog namotaja sa samo jednofaznim namotajem na statoru, i priključimo ga na jednofaznu mrežu. Motor se ne će maknuti. Ali mehanički dosta jako potjeran on će dalje sam rotirati u ovom ili onom smislu, već prema tome u komu se smislu potjera, i moći će onda i sam rotirajući s određenim klizanjem vršiti mehaničku radnju kao motor.

Da shvatimo ovakvo vladanje stroja, sjetimo se da jednofazni namotaj statora izvodi jednofazni tok, koji vremenski sinusoidno oscilira s tjemenom vrijednošću B_m na mjestu maksimalne indukcije i ima os fiksnoga smjera, no da se ovakav jednofazni tok može po G-23. uvijek zamisliti rastavljen u dva suprotno rotirajuća.



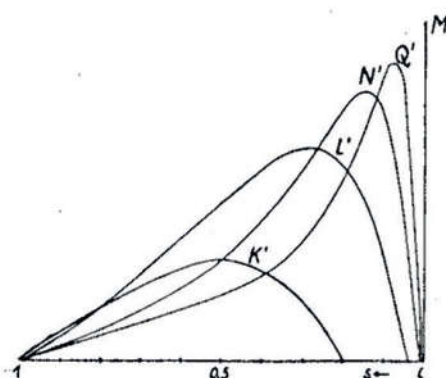
Sl. 491.

rotaciona toka Φ^+ i Φ^- , svaki stalnog tjemnog iznosa $\frac{1}{2} B_m$ sinusoidne prostorne raspodjele magnetske indukcije. Dok je sad rotor na miru, on prema oba ova komponentna rotaciona toka ima isto klizanje, naime $s = 1$, pa se i pripadni veličinom jednaki i smislom djelovanja suprotni momenti vrtnje tih tokova ukidaju: jednofazni motor kod mirnog rotora ne razvija nikakav moment vrtnje, on se sam ne pokreće.

Potjeramo li naprotiv rotor mehanički u smislu prvoga od spomenuta dva toka, tako da klizanje rotora prema tomu toku postane manje od 1, i klizanje prema protivnom toku postane veće od 1, nestat će simetrije. A rezultujući moment vrtnje M , kao razlika momenata vrtnje M^+ i M^- proizvednih obim rotacionim tokovima u koje smo rastavili jednofazni tok, bit će na pr. kod klizanja motora 0,30 prema prvom i po tom klizanja 1,70 prema drugom rotacionom toku jednak po sl. 491. razlici TL ordinatâ NL i SL = QP krivuljâ M^+ i M^- za njima pripadna klizanja 0,30 i 1,70. To znači da će se kod rotora, kad dođe u vrtnju, ipak javiti neki diferencijalski moment vrtnje M , koji će rotor dalje tjerati i dovesti ga na brzinu koja

odgovara opterećenju. Ordinate krivulje rezultujućeg momenta M za ostala klizanja jednofaznog motora dobili bismo očito slično, pa se može reći da na sl. 491. točkacrtkana M -krivulja rezultira odbijanjem ordinata izvučene M^+ -krivulje za klizanja $s = 1$ do $s = 0$ i ordinata iste krivulje za klizanja $s = 1$ do $s = 2$, u koju se svrhu obično rotiranjem za 180° oko osi a dio AB M^+ -krivulje prebaci s lijeva na desno da daje crtani dio AB' . Kako se vidi, iznosi momenta vrtnje jednofaznih motora padaju naglije kod porasta klizanja prema $s = 1$ nego kod polifaznih motora, i kod klizanja 1 padnu na nulu (što se slaže s tim da se kod mirnog rotora uopće ne razvija moment vrtnje).

83. I jednofazni statori mogu dakle dati asinhronne indukcijske motore, samo što ovi nisu ni izdaleka tako dobri kao polifazni. Oni ili ne mogu uopće sami kre-



Sl. 492.

nuti, pa ih treba potjerati izvanjskom silom, ili ako imaju pomoćnu fazu, kojoj ćemo djelovanje odmah opisati, mogu da kreću tek uz jake struje pokretanja, te nikako ili slabo mehanički opterećeni. Osim toga su η i $\cos \varphi$ ovih motora lošiji nego kod indukcijskih polifaznih. Njihov pak moment vrtnje nema isti maksimum uz različite rotorske otpore, kako to jest kod polifaznih, nego maksimum momenta vrtnje postaje sve manji i manji kod pridodavanja otpora rotorskom strujnom krugu. Tako mjesto odnosa kod polifaznih motora po

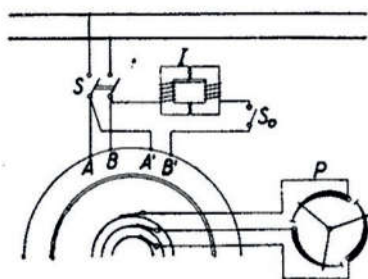
sl. 474. s krivuljama Q-N-L-K jednako visokih tjemenâ imamo ovdje kod jednofaznih motora odnose po sl. 492. s krivuljama Q'-N'-L'-K' sa sve nižima tjemenima. Zato je i reguliranje brzine motora otporima priključenima na rotor po G-62. kod jednofaznih motora skoro neupotrebljivo, odn. izvedivo je samo za vrlo uska variranja brzine.

Trofazni motori rotiraju dalje kod prekida jednog od triju dovoda od mreže do motora, na pr. zbog toga što pregori jedan osigurač. U tom slučaju motor naime ide dalje kao jednofazni (ako teret nije prevelik). To se lako vidi: pomisliti stator na pr. spojen trokutno i jedan dovod prekinut.

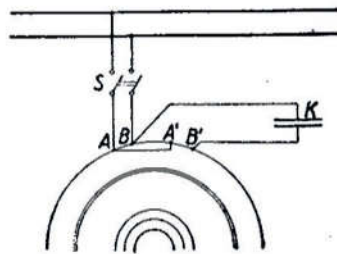
84. Naročito kod većih motora potrebno će biti da jednofazni motor sam kreće, pa čak i djelomično pod teretom. U tu svrhu mora motor već u momentu pokretanja razvijati neki početni moment vrtnje. A to se postizava upotrebom pomoćnog namotaja, koji se zbog njegove samo pomoćne funkcije dimenzionira slabije od glavnog namotaja, samo za trenutni pogon. Pomoćni namotaj dolazi na pr. u $2 \times 60^\circ$ žljebova statora što preostanu nenamotani nakon namatanja $2 \times 120^\circ$ »glavnog« namotaja, te tako prostorno pomaknut za 90° prema glavnom daje zajedno s ovim potonjim dvofazni sustav. A takav će sustav dati uglavnom rotaciono polje ako se još odnosi tako udese da kroz pomoćni namotaj teče struja vremenski približno za četvrt perioda pomaknuta prema struji glavnog namotaja.

Zato se ukapčavajući sklopku S stezaljke A' i B' pomoćnog namotaja ni ne priključuju direktno na jednofaznu mrežu, kao stezaljke A i B glavnog, nego tek preko kakve naprave koja struju namotaja A'-B' fazno pomakne uglavnom za četvrt perioda, bilo prema »natrag« bilo prema »naprijed« u odnosu prema glavnoj struji. Naprava koja donekle izvodi prvo jest svitak sa željezom (pukotinska prigušnica) ispred pomoćnog namotaja, dok se ono drugo može postići prikladnim kondenzatorom za jake struje dodanim između mreže i pomoćnog namotaja.

Na sl. 493. prikazana je shema spojeva indukcionog jednofaznog motora s »indukcionom« pomoćnom fazom, realiziranom serijskim dodavanjem pomoćnom namotaju A'-B' pukotinske prigušnice I. Da bi se pak proizvela »kapacitivna« pomoćna faza, dovoljno bi bilo prigušnicu I iz sl. 493. zamijeniti kondenzatorom K velikog kapaciteta. Za takve kondenzatore, ako oni treba da služe samo kratkotrajno pri ne prečestim pokretanjima motora, u novije se vrijeme većinom uzimaju relativno jeftini elektrolitički kondenzatori (B-120.). Ali u ovom slučaju



Sl. 493.



Sl. 494.

to moraju biti, umjesto elektrolitičkih kondenzatora običnog (unipolarnog) tipa, elektrolitički kondenzatori nepolariziranog (bipolarnog) tipa, s obje elektrode elektrolitički »formirane«, da mogu kroz kondenzator prolaziti izmjenične struje. Takvi specijalni kondenzatori mogu služiti samo za pokretanja, jer ne podnose trajni pogon.

Iz sl. 493. vidi se da se uz rotor, ako se ovaj izvede s kliznim kolutima, priključuje jednaki trofazni pokretač P kao kod analognih trofaznih motora; kod manjih motora može rotor biti dakako krletkast, bez kliznih koluta, pa motor ni nema pokretača P na rotorskoj strani.

85. Pomoćna »faza«, bilo ona induktivna s induktancijom I kao u sl. 493., bilo ona kapacitivna s kondenzatorom K mjesto induktancije, isključi se dakako iza kako je pokretanje dovršeno, da se mreža suvišno ne opterećuje praznim induktivnim strujama, odn. da elektrolitički kondenzator ne strada od predugog prolaženja struje. To se može tako izvesti da se iskopča jednopolna sklopka S₀. Kod motora s pokretačem s rotorskim otporima redovno se ručkom pokretača pri kraju pokretanja odmah izvede i iskapčanje pomoćne faze.

Ako pomoćna faza ima doduše skuplji i veći, ali za trajni pogon sposobni »papirnati« kondenzator K, kao na sl. 494., dobro je ostaviti tu fazu, ako je ona

dovoljno dimenzionirana, ukopčanu za cijelo vrijeme pogona motora, jer prazne kapacitivne struje popravljaju $\cos \varphi$ motora. Motori s ovakvim pomoćnim strujnim krugom s trajno ukopčanim kondenzatorom rade u bitnosti kao dvofazni motori (takvi se motori obično zovu »kondenzatorski motori«).

III) KOLEKTORSKI MOTORI IZMJENIČNE STRUJE

Klasifikacija. Odnosi kolektorskih strojeva pri pogonu iz izmjenične mreže; napon rotacije i napon transformacije. Kompenzacioni namotaj. Komutacija. Direktno hranjeni serijski motor. Obični i kompenzirani repulzionni motori. Trofazni kolektorski motori.

86. Svi dosad opisani motori za izmjenične struje, sinhroni i asinhroni, imaju prema motorima istosmjerne struje jednu osobitost: da nemaju kolektora ili komutatora. Pomanjkanje komutatora, a po tomu i poteškoća komutacije, svakako je i konstruktivno i u pogonu prednost, pa nije čudo da su se motori bez komutatora, osobito asinhroni indukcionni motori, tako općenito proširili u praksi (sinhroni se upotrebljavaju obično tek u većim jedinicama zbog inače kompliciranije građe i manje jednostavnog pogona).

Komutator ili kolektor uveden je uostalom prvobitno u elektrotehniku kako bi se omogućilo da se preko prislonjenih kefica crpu istosmjerne struje iz istosmjernih generatora, kojih armaturni vodiči jure naizmjenice sad ispred N-pola sad ispred S-pola, pa se u njima samima zapravo induciraju izmjenične struje, dok je opet kod istosmjernih motora privedenu istosmjernu struju trebalo kolektorom na naročiti način dijeliti na vodiče armature, da bi se motorno djelovanje trajno podržavalo. Naprotiv dosad opisani izmjenični motori, sinhroni i indukcionni asinhroni, odlikovali su se radeći na posve drugim principima baš prednošću da im je kolektor bio nepotreban. Morali su zato biti važni razlozi da su se ipak za specijalne svrhe razvili i kompliciraniji i neudobniji kolektorski motori izmjenične struje. Razlozi su: već prije spominjani nedostaci beskolektorskih motora, koji obično malo broje u odnosu prema velikim prednostima tih motora, no pod specijalnim uvjetima pogona mogu biti neprilični. Naročito to vrijedi za neprilagodljivost beskolektorskih motora pogonima u kojima se traže karakteristike brzine poput onih što se susreću kod serijskih istosmjernih motora. Specijalno što indukcionnih motora s navedenim »serijskim karakteristikama« nema, a jednofazni indukcionni su po G-83. još i inače vrlo loši strojevi, pretvara se danas živinim ispravljačima (i pretvarala se do nedavna jednoarmaturnim pretvaračima) izmjenična struja za tramvaje u istosmjernu, da bi se pogon tramvaja mogao vršiti istosmjernim serijskim motorima. Međutim za jednofazni pogon na veće daljine uz veće prenosne napone, kod električkih željeznica, a i inače, baš su dobro došli jednofazni motori sa svojstvima serijskih istosmjernih. A takvi su se mogli dobiti samo kao kolektorski motori u različitim varijantama. Kad je pak uspjelo usavršiti jedno-

fazne kolektorske motore, došlo je i do trofaznih kolektorskih motora, koji su prema samima po sebi dobrima trofaznim indukcijama nastupili osim svojstvom lakog variranja brzine još i svojstvom da mogu raditi s povoljnijim faktorom učina i drugo. Međutim ove prednosti skupo su plaćene komplikacijama od uvođenja kolektora, pa su kolektorski motori dobitak samo pri naročitim pogonskim prilikama. To vrijedi posebno kod jednofaznih pogona, jer indukcijom jednofaznih motora zapravo ni nema dobrih, nego samo još za nuždu dobrih, tako da su se upravo jednofazni kolektorski motori lakše proširili u praksi.

Promatranje kolektorskih izmjeničnih motora nije uostalom samo od direktne praktičke vrijednosti, nego je korisno i samo po sebi, jer pokazuje kako se neslućena šarolikost može postići različitim modifikacijama kolektorskih strojeva tjeranih izmjeničnim strujama.

87. Mi ćemo vrlo specijalno i opširno područje kolektorskih izmjeničnih motora ovdje samo kratko taknuti. No i uz ograničenje samo na najbitnije vrste susresti ćemo kod jednofaznih i trofaznih kolektorskih motora brojne tipove.

Jednofazne kolektorske motore možemo klasificirati na: 1) »direktno hranjene« serijske jednofazne kolektorske motore, 2) »indirektno hranjene« jednofazne kolektorske motore, koji se opet sa svoje strane mogu podijeliti: a) na one sa »statorskim uzbuđenjem« (obični repulzioni motori) i b) na one s »rotorskim uzbuđenjem« (kompenzirani repulzioni motori).

Trofazni pak kolektorski motori dolaze kao: 1) trofazni serijski motori, 2) trofazni motori s »porednom karakteristikom«, t. j. karakteristikom brzine sličnom onoj kod porednih motora istosmjerne struje.

88. Razmotrimo najprije razliku između kolektorskog motora tjerana jedamput istosmjernom strujom i drugiput izmjeničnom strujom. Ako se u istosmjerni motor pošalje struja protivnog smjera, smisao njegove rotacije ostat će isti kao i prije, jer se istodobno promijene i polaritet magneta i smjer struje armature. Kako izmjenična struja u bitnosti nije ništa drugo nego struja koja neprestano mijenja smjer, izgledalo bi po tom da će dostajati da se motor građen za istosmjernu struju naprosto priključi na izmjeničnu mrežu, pa da on radi. No u stvari motor priključen na izmjeničnu mrežu radi znatno kompliciranije, jer se pojavima susretanima već kod istosmjerne struje pridružuju, zbog naglog osciliranja jakosti izmjenične struje koja hrani motor, također pojavi transformatorskog djelovanja i drugi, koji čine da se motor određen za pogon iz izmjenične mreže mora čak i drukčije graditi nego li onaj određen samo za istosmjernu struju.

Tako na pr. magnetno kućište, polne jezgre i polni nastavci jednofaznoga kolektorskog motora bivaju protjecani od izmjeničnoga a ne od stalnoga magnetskog toka, pa moraju prema tomu biti izvedeni ne od masivnog željeza nego od željeznih limova, koji lakše propuštaju promjenljivi magnetski tok i daju manje gubitke u željezu. Inače sam magnetni sustav stroja može imati izrazite polove, no vrlo se rado izvodi s namotajem »porazdijeljenim« u žljebove. Tako se može

više ili manje približno uzimati da izmjenični tok stroja ima sinusoidnu raspodjelu magnetske indukcije uzduž armature. Armatura, koja ovdje čini rotor stroja, građena je kao i kod istosmjernih motora.

89. Kod *jednofaznih kolektorskih motora*, koje ćemo sada specijalno razmatrati, induciraju se u vodičima armature osim napona koji nastaju kao i kod istosmjernog stroja zbog rotacije armature, i prema tomu se zovu »naponi rotacije« ili »naponi zbog gibanja«, još i naponi zbog čisto transformatorskog djelovanja primarnog magnetnog namotaja stroja na sekundarni armaturni namotaj; ovi posljednji t. zv. »naponi transformacije« nisu uzrokovani ni uvjetovani gibanjem rotora prema statoru, nego bi nastali i kod mirnog rotora, pa ih zato neki zovu i »naponi mirovanja«.

90. Izračunajmo sad ukupni napon rotacije E_r i ukupni napon transformacije E_t stvarane u namotaju armature, te razmotrimo kako oni dolaze do izražaja u izmjeničnom motoru.

Napon E_r dobiva se očito upotrebom formule (235) ili (235') iz D-12. Samo, da bi se dobila efektivna vrijednost E_r napona rotacije, koji vremenski varira sinusoidno kao i magnetski tok koji ga proizvodi, treba tjemenu vrijednost, koja bi se spomenutom formulom dobila kod supstituirane u nju tjemene vrijednosti Φ_m Vs (Wb) ili $\Phi_m^* M$ magnetskog toka po polu, podijeliti sa $\sqrt{2}$. Tako izlazi (uz oznake i jedinice kao u D-12.):

$$E_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{p}{a} \cdot \frac{\Phi_m \cdot n \cdot z}{60} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{p}{a} \cdot \frac{\Phi_m^* \cdot n \cdot z}{60 \cdot 10^8} \quad (360)$$

Ovaj se izmjenični napon E_r pokazuje između kefica prislonjenih na kolektor u neutralnoj zoni. Frekvencija toga napona, s gledišta kefica u neutralnoj zoni, jednaka je, neovisno o brzini vrtnje armature, frekvenciji izmjeničnog toka magneta, dakle ujedno frekvenciji izmjenične mreže koja daje uzбудnu struju magnetnom namotaju stroja. Napon rotacije je nadalje u fazi s magnetnim tokom: kad je ovaj jednak nuli, maksimalan, itd., prolazi i napon rotacije kroz nulu, maksimum itd.

91. Napon E_t nastaje zbog toga što varijabilni magnetni tok stroja, prolazeći u isti mah kroz magnetni i kroz armaturni dio stroja, na određeni način magnetski veže magnetni i armaturni namotaj, tako da se prvi može shvatiti kao »primarni« i drugi kao »sekundarni« namotaj nekog »transformatora«. Kako očito onaj zavoj armaturnog namotaja koji u danom momentu baš leži u neutralnoj zoni YY na sl. 495. biva protjecan cijelim momentanim tokom, to se za taj zavoj efektivni iznos transformatorski proizvedenog napona u promatranom pojedinačnom zavoju ($w = 1$) može predočiti po relaciji (315) ili (315') iz E-118. (već prema tomu da li se uzme Φ_m u Vs ili Φ_m^* u M) izrazima $\frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m \cdot f$ ili $\frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m^* \cdot f \cdot 10^{-8}$.

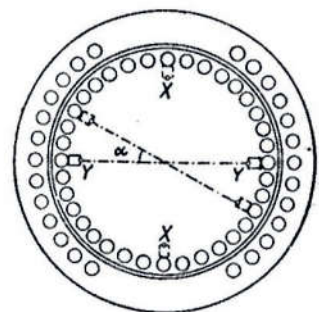
Naprotiv da bi se izračunao isti napon za neki drugi zavoj armaturnog namotaja položen po sl. 495. pod kutom α prema neutralnoj zoni YY, mora se još pri-

dodati faktor $\cos \alpha$, jer od sinusoidno porazdijeljeno uzduž armature zamišljanog toka maksimuma Φ_m s osi u smjeru XX treba s promatranim zavojem smatrati zakvačenim samo dio s maksimumom $\Phi_m \cdot \cos \alpha$. Tako bi specijalno za zavoj položen pod kutom $\alpha = 90^\circ$, dakle zavoj u položaju XX na sl. 495., čak napon transformacije bio jednak nuli, jer kroz tako položen zavoj ne bi ni bilo magnetnog toka.

Kad bi se sad stavile kefice u položaj XX okomito na neutralnu zonu YY, svi bi se naponi transformacije pojedinih zavoja armature sumirali. No kako oni nisu za sve zavojne isti, nego su proporcionalni sa $\cos \alpha$, to bi se kod proračunavanja prosječnoga efektivnog napona transformacije po zavoju morao još dodati faktor $\frac{2}{\pi}$, jer je $\frac{2}{\pi}$ prosječna vrijednost apsolutnih iznosa sinusoida ili kosinusoida (E-7.). A od ovog prosječnog napona po zavoju bi se na efektivnu vrijednost E_t ukupnog napona od svih zavoja raspoloživoga za kefice u položaju XX došlo množeći prosječni napon po zavoju faktorom $\frac{w}{2a}$ ili $\frac{z:2}{2a}$, koji uzima u obzir broj zavoja po grani armaturnog namotaja. Postupajući na opisani način dobili bismo konačno E_t ovako izraženo:

$$E_t = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m \cdot f \cdot \frac{z}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m^* \cdot f \cdot \frac{z}{a} \cdot 10^{-8} \quad (361)$$

92. Napon E_t mogao bi se mjeriti, na keficama XX postavljenima okomito na neutralnu zonu, na kojima ne bi uopće došao do izražaja napon rotacije E_r . Baš obrnuto na keficama u neutralnoj zoni YY dolazio bi u punoj mjeri do izražaja napon E_r , a ne bi bilo nikakva učinka od napona transformiranja, jer bi se na pr. EMS transformacije inducirane u vodičima lijevo i desno u gornjoj polu armature na sl. 495., međusobno ukidale, a isto tako bi se ukidale EMS inducirane lijevo i desno u donjoj polu. Za vanjski napon narinut keficama u položaju YY napon E_t bio bi dakle mrtav; vanjski napon ne bi trebalo trošiti na njegovo svladavanje. Napon E_t ima frekvenciju mreže, no, zaostajući kao svaki sekundarni napon transformacije fazno za četvrt perioda prema magnetnom toku koji ga inducira, on je toliko fazno natrag pomaknut i prema rotacionom naponu E_r , za koji smo vidjeli da je istofazan s magnetnim tokom. Nadalje napon E_t uopće ne ovisi o brzini stroja i nije njom ni uvjetovan, dok je napon E_r proporcionalan brzini n vrtnje armature, koja u (360) dolazi kao faktor.



Sl. 495.

93. Prema gornjem magnetni izmjenični tok stroja tjemnog iznosa Φ_m Vs. ili $\Phi_m^* M$ daje transformacioni napon E_t koji bi se dao konstatirati voltmetrom priključenim na kefice XX na sl. 495. To je već vrijedilo kod stroja u praznom hodu. No kod opterećena motora, kad armaturu, priključenu preko kefica u položaju YY, protječu izmjenične struje opterećenja iz mreže, javlja se još i arma-

turni izmjenični tok. Za razliku od »uzdužnog« magnetnog toka s osi XX ovaj armaturni tok je »poprečan« s osi YY, kao i kod istosmjernih strojeva, a kako je on k tomu još izmjenični tok, mora taj tok izazvati napon samoindukcije u vodičima armature. Ali voltmetar koji bi ga mjerio očito bi najviše pokazivao priključen na kefice YY. Prema tomu dok bi napon E_t magnetnog uzbudnog toka bio mrtav obzirom na kefice YY, ukupni napon proizveden u armaturi mijenjanjem vlastitog toka armature, dakle zapravo EMS samoindukcije armature, nije mrtav obzirom na kefice YY, nego baš za kefice u položaju YY dolazi potpuno do izražaja. A kako on kod jačih armaturnih struja, i po tom jačeg armaturnog toka, nipošto ne će biti neznatan, velik dio na armaturi preko kefica YY primijenjenoga vanjskog napona trošio bi se na svladavanje te za funkciju stroja kao motora nepotrebne EMS samoindukcije armature, pa bi stroj slabo radio kao motor. Zato je za valjano funkcioniranje izmjeničnih motora vrlo važno primijeniti već kod istosmjernih strojeva upoznato sredstvo da se neželjeni armaturni tok poništi u djelovanju: *kompenzacioni namotaj*.

94. Jednofazni motori imat će dakle kao važnu pojedinost kompenzacioni namotaj, koji se kod istosmjernih strojeva upotrebljava samo kod većih jedinica. Kompenzacioni namotaj dolazi u žljebove polnih nastavaka kod statora s izrazitim polovima kao na sl. 223. uz D-38., ili se dodaje u žljebove statora s porazdijeljenim magnetnim namotajem, dakle na pr. dodaje se kao nutarnji statorski namotaj vanjskom magnetnom statorskom namotaju na sl. 224. uz D-38., tako da svakom armaturnom vodiču odgovara u svakom momentu suprotnom armaturnom strujom protjecani kompenzacioni vodič. Kompenzacioni namotaj ima dakle os YY, kao i armaturni namotaj pri normalnom položaju kefica u neutralnoj zoni. Ako se uzbudni namotaj s osi XX okomitom na os YY stavi porazdijeljeno u iste žljebove s kompenzacionim, te ako se želi više trapezna, dakle približno sinusoidna raspodjela magnetnog toka uzduž armature, on će se po sl. 495. staviti samo u $2 \times 120^\circ$ dijelova statorskih žljebova (dok bi uz potpuno ispunjeni stator uzbudnim namotajem širine $2 \times 180^\circ$ nastala više trokutna raspodjela toka uzduž armature); žljebovi područja $2 \times 120^\circ$ u koje po sl. 495. pored vodiča kompenzacionog namotaja dolaze i oni uzbudnog bit će dakako više produbljeni od onih s područja $2 \times 60^\circ$ sa samima kompenzacionim vodičima.

95. Zanimljivo je da se baš zbog transformatorskog djelovanja armature na kompenzacioni namotaj ovaj ni ne mora doista ukopčati u seriju s armaturom, kako se to čini kod istosmjernih strojeva, nego se umjesto toga može kompenzacioni namotaj sam za sebe kratko spojiti. Onda armatura kao primarni namotaj inducira u kratko spojenom kompenzacionom namotaju kao sekundarnom namotaju praktički jednako jake struje, pa je konačno djelovanje isto kao da direktno teku armaturne struje kroz kompenzacioni namotaj.

96. Kako se vidi, u jednofaznom kolektorskom motoru s armaturnim namotajem A, kompenzacionim K i magnetnim M ima zapravo, osim učinaka zbog rotacije

armature sličnih onima kod istosmjernog stroja, još i učinaka dvaju transformatora: transformatora M-A i transformatora A-K. Pojavi kod jednofaznih motora su zato znatno zamršeniji od onih kod istosmjernih motora, što se naročito manifestira u poteškoćama komutacije kod motora izmjenične struje.

Rečeno je da napon mirovanja (napon transformacije M-A) ne dolazi do izražaja za kefice u položaju YY. Zato od vanjskog napona priključenog na kefice YY ne treba ništa trošiti na svladavanje napona mirovanja. A ni u samom namotaju armature ne izvodi napon mirovanja nikakvih izjednačenja. No kod *komutiranja* postaje vrlo neugodan baš napon transformiranja M-A induciran u kratko spojenom komutacionom svitku. Pogotovo zato jer se svitak u momentu komutacije nalazi baš u neutralnoj zoni, pa prema tomu njega probada cijeli uzбудni tok i inducira u njemu najveći izmjenični napon. Ako je već kod istosmjernih strojeva bilo zato poteškoća komutiranja što se struja kod brze vrtnje armature morala brzo obrnuti od struje jedne grane u suprotnu struju druge grane, i ove se poteškoće nužno mogu pretpostavljati i kod izmjeničnih strojeva, kod ovih potonjih očito se moraju očekivati i dalje poteškoće komutacije zbog napona transformiranja u kratko spojenom svitku. A te dalje poteškoće ne će biti čak ni uvjetovane vrtnjom stroja, pa će se iskre na komutatoru zbog njih javljati i kod stroja koji istom kreće, da bi se kod stroja u zaletu postepeno pojačavale zbog pridošlih komutacionih iskara kao kod istosmjernih strojeva. Pri tom je svakako nepovoljno da se EMS od transformiranja od EMS samoindukcije nastale kao pri komutaciji kod istosmjernih strojeva također i fazno razlikuje za četvrt perioda, te da svaka od njih ovisi o drugim faktorima, zbog kojih razloga mora biti teže boriti se protiv poteškoća komutacije kod izmjeničnih motora nego kod istosmjernih. Tako se specijalno ne uspijeva potpuno popravljati komutaciju nekim komutacionim poljem proizvedenim djelovanjem pomoćnih polova, premda se ovi polovi redovito predviđaju na izmjeničnim motorima. Naročito, kako pitanja razmatranja pokazuju, ne može komutaciono polje pomoći kad armatura istom kreće, jer ne uklanja EMS transformacije svitka u komutaciji.

97. Tako jednofazni motori osobito kod pokretanja naginju na iskrenje. Međutim, ako se naponi inducirani kod komutacije drže u dovoljno niskim granicama prikladnim praktičkim protumjerama, oni ne će mnogo smetati, i jednofazni motor može onda ipak odlično raditi. Samo treba reći da ove protumjere predstavljaju tek pomagala za praktičko uklanjanje komutacionih poteškoća, no ne i radikalno rješenje problema.

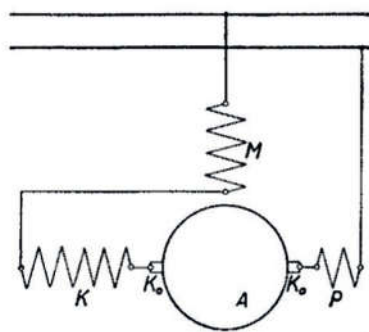
Ta bi pomagala bila: a) što niža frekvencija izmjenične struje, na pr. kod željeznica tjeranih jednofaznim motorima frekvencija od samo $16\frac{2}{3}$ Hz; b) vrlo tvrde ugljene kefice, na pr. takve, koje zbog velikog prelaznog otpora, mogu podnijeti i više volta napona u kratko spojenom krugu bez iskrenja; c) malo zavoja po svitku, na pr. samo 1 ili 2 zavoja po svitku; d) malen uzbudni tok (slabo uzbuđeni magneti); a pokušavani su čak: e) otpori između svitaka i lamela kolektora,

premda oni znače jake gubitke. A još i ovako se armature izmjeničnih komutatorskih motora mogu dobro graditi samo do malo stotina volta, na pr. pri frekvenciji $16\frac{2}{3}$ Hz do oko 500 V, a kod viših frekvencija za još manje volta. No ovdje to mnogo ne smeta, jer mrežni napon može kod pogona izmjeničnih motora biti znatno viši, budući da se priključak motora na mrežu može uvijek izvesti preko transformatora.

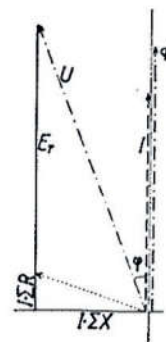
98. Kad smo tako općenito opisali pojave u izmjeničnim motorima, lako ćemo razumjeti pojedine njihove tipove. Razmotrimo najprije obični *jednofazni serijski kolektorski* motor (poredni i onako praktički ne dolazi u obzir kraj dobrih asinhronih indukcionih motora s karakteristikama kao kod porednih istosmjernih motora). Shema spajanja bila bi kao na sl. 496., gdje M znači uzбудni (magnetni) namotaj, K kompenzacioni, P namotaj pomoćnih polova i A armaturu. Dakle, zajedno s armaturnim, četiri namotaja kroz koje mrežni napon ima da redom šalje struju. Ako znače ΣR sumu radnih otpora svih namotaja i ΣX sumu praznih induktivnih otpora od rasipnih induktiviteta tih namotaja, morat će prema sl. 497. vektor napona mreže U svladavati vektor praznog napona $I \cdot \Sigma X$ okomit na vektor struje I (koji je sa svoje strane u fazi s vektorom toka efektivnog iznosa Φ), zatim vektor radnog napona $I \cdot \Sigma R$ istosmjeran s vektorom struje, i konačno napon E_r , koji je mjera za proizvedeni mehanički učin motora. Što je brzina motora veća, to je veći (uz stalno I) i napon E_r , pa tako postaju pomak faza φ između struje i napona sve manji, i pripadni faktor učina $\cos \varphi$ sve bliži jedinici, što motor brže ide. No $\cos \varphi = 1$ obični serijski kolektorski motor nikad ne dostigne potpuno.

Inače je karakteristika brzine ovog motora u bitnosti slična onoj kod istosmjernoga serijskog motora; uz stalan napon motor se jako usporava kod povećanja tereta, no zato dobro vuče. Ostale varijante jednofaznog serijskog kolektorskog motora ne ćemo ovdje opisivati.

99. Promatrani serijski jednofazni motor po shemi u sl. 496. bio je »direktno«, t. j. vodljivo ili konduktivno, priključen na izvor struje (na mrežu, ili bar na sekun-



Sl. 496.



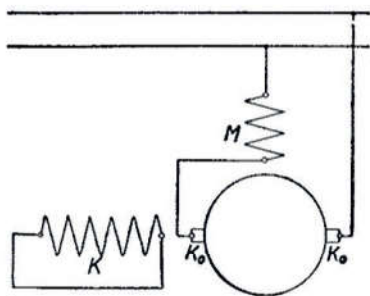
Sl. 497.

darni namotaj transformatora ukopčanog između motora i mreže). Kod ovakvog stroja armatura je dakle dobivala struju »direktno« priključena na izvor struje: motor je bio *direktno hranjeni*.

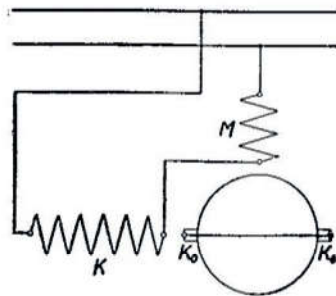
S druge strane zbog već opisanih transformatorskih djelovanja između armature i kompenzacionog namotaja, te armature i uzbudnog namotaja, nije u prin-

cipu potrebno da se svaki dio jednofaznog komutatorskog motora zamišlja baš direktno konduktivno priključen na izvor struje, nego se može prepustiti transformatorskim djelovanjima da induciraju potrebne struje u ovom ili onom dijelu stroja. Tako specijalno već iz G-95. znamo da kompenzacioni namotaj K na sl. 496. ne bi morao biti ukopčan u seriju s magnetnim M i s armaturnim A (na koji može biti nadovezan još na sl. 496. posebno predočeni, te zato i posebno sa P označeni namotaj pomoćnih polova, koji ubuduće ne ćemo crtati, nego ćemo ga zamišljati, ako ga ima, supsumirana u K). Jer zbog transformatorskog djelovanja kombinacije A-K kompenzacioni namotaj K isto bi tako dobro djelovao i naprosto sam u sebe kratko spojen. Tako bi nastao oblik stroja po shemi u sl. 498., koji međutim ne bi predstavljao nikakvu naročitu prednost. No blizu je sada suprotna pomisao: da se uloge armature i kompenzacionog namotaja kod transformatorskog djelovanja zamijene, pa da se kompenzacioni namotaj ukopča u seriju s magnetnim namotajem, a armatura da se kratko spoji, time da joj se kefice K_0-K_0 s položajem u neutralnoj zoni kratko spoje. Tako nastaje *indirektno hranjeni* motor po shemi u sl. 499., kod koga armatura uopće nema direktne ili vodljive veze s izvorom struje, ali bi se transformatorskim djelovanjem preko kompenzacionog namotaja K kao primarnog inducirale potrebne za rad motora struje armature A kao sekundarnog dijela transformatora K-A, zbog čega se u ovom slučaju namotaj K katkad i zove »radni« namotaj (a M ostaje »uzbudni«).

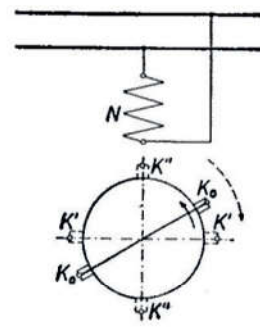
100. Međutim isti bismo efekt kao na sl. 499. očito mogli postići također kad bismo umjesto dva namotaja M i K, od kojih prvi M ima os okomito položenu na os kefica K_0-K_0 a drugi K ima os u smjeru kefica K_0-K_0 , snabdjeli stator stroja,



Sl. 498.



Sl. 499.



Sl. 500.

po sl. 500., samo jednim jedinim namotajem, recimo namotajem N u položaju prvobitnog namotaja M iz sl. 499., no kad bismo i istodobno (kratko spojene) kefice K_0-K_0 na kolektoru po sl. 500. iz položaja $K'-K'$ korespondentnog prvobitnom njihovom položaju po sl. 499. pomaknuli za neki (električki) kut α u novi položaj K_0-K_0 . Za kefice zamišljene u položaju $K'-K'$, nazovimo taj položaj »početnim« položajem kefica, statorski naime namotaj N bio bi čisti uzбудni namotaj poput M na sl. 499. Naprotiv kod kefica pomaknutih u drugi ekstremni položaj

$K''-K''$, dakle za električki kut α u iznosu pravog kuta, statorski namotaj N očito bi igrao ulogu namotaja K iz sl. 499. Ako su dakle kefice u nekom srednjem položaju K_0-K_0 po sl. 500., dakle ako su zakrenute za električki kut α po relaciji $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, onda će djelovanje statorskog namotaja N biti dvojako: on će zamjenjivati oba namotaja M i K na sl. 499. Mi naime N možemo zamisliti rastavljeno u M-komponentu i K-komponentu, odn. nadomješteno s dva međusobno okomita namotaja M i K, i kako bi kut α povećavali, opadala bi M-komponenta, kojom se podržava uzbuđenje motora, i rasla bi K-komponenta, zbog koje se transformatorski induciraju radne struje u armaturi. To znači da se mijenjanjem kuta α mogu mijenjati pogonske prilike stroja: samim pomicanjem kratko spojenih kefica relativno prema jednom jedinom namotaju na statoru stroja po sl. 500., koji se zove (*obični*) *repulzioni motor* ili *motor s kratko spojenim rotorom*, možemo po volji varirati omjer komponenata M i K »uzbudnog« i »radnog« namotaja motora, te time utjecati i na svojstva motora. Ovakav se motor može samim pomicanjem kefica pokretati, a može mu se takvim pomicanjem i brzina varirati, pa čak i smisao vrtnje mijenjati. Tako je dovoljno za pokretanje motora kratko spojene kefice K_0-K_0 postepeno pomicati iz početnog položaja $K'-K'$ relativno prema namotaju statora, dok motor ne postigne željenu brzinu. Već prema kutu α pod kojim se kefice fiksiraju motor će razvijati ovaj ili onaj moment vrtnje i razvijat će ovu ili onu brzinu, prema čemu je reguliranje brzine repulzionoga motora doista vrlo jednostavno.

U početnom položaju kefica $K'-K'$, dakle za $\alpha = 0$, statorski namotaj djeluje sav kao uzbudni, odn. motor još ne razvija momenta vrtnje, jer se armaturne struje još ne induciraju, budući da nema K-komponente statorskog namotaja, ni njezina transformatorskog djelovanja. Kod povećavanja kuta α djelovanje K-komponente postaje sve veće, dok uzbudna M-komponenta slabi. U krajnjem položaju $K''-K''$, pri $\alpha = 90^\circ$, cijeli statorski namotaj djelovao bi kao radni K-namotaj, no usprkos jakih struja u armaturi i opet ne bi bilo momenta vrtnje, jer sad ne bi bilo uzbudnog djelovanja, ni uzbudnog toka. Kad cijeli statorski namotaj pri $\alpha = 90^\circ$ djeluje kao K na sl. 499., motor se uopće ponaša kao čisti transformator s kratko spojenim sekundarnim namotajem, pa su struje u tom slučaju velike, i u praksi se motor ni ne će zbog prejakih struja s ovako namještenim keficama upotrebljavati.

101. Zanimljivo je da se lako daje odrediti smisao kojim će repulzioni motor rotirati. Taj je smisao suprotan onomu kojim se kefice pomaknu iz početnog položaja. Ako su dakle kefice pomaknute kao na sl. 500. u smislu izvučene strijelice, motor će rotirati u suprotnom smislu, u smislu crtkane strijelice.

Naime svaki kratko spojeni zavoj ili svitak postavljen u izmjenično magnetsko polje podvrgnut je, zbog djelovanja na vodiče protjecane strujom i po Lenzovu zakonu, uvijek silama koje zavoj ili svitak nastoje postaviti najkraćim putem u položaj pri komu magnetski tok kroz zavoj ili svitak postaje minimalan. Zavoj ili svitak gibat će se dakle tako da mu os postane okomita na smjer osi magnetskog toka. Ovo »repulziono« ili »odbojno« djelovanje izmjeničnog magnetskog polja

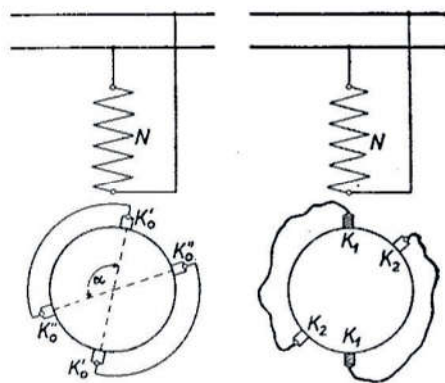
na kratko spojeni svitak u tom polju dade se demonstrirati jednostavnim pokusom. Kako se sad i armatura na sl. 500. može shvatiti kao kratko spojeni svitak s osi K_0-K_0 , morat će se armatura očito gibati u smislu koji bi doveo kefice iz položaja K_0-K_0 u položaj $K'-K'$, dakle doista u smjeru crtkane strjelice na sl. 500., protivnom od smisla pomaka kefica za kut α . Kako međutim kefice ostaju stalno u položaju pomaknutom prema $K'-K'$ za kut α , to i armatura stalno rotira u smislu protivnom od smisla kojim su pomaknute kefice iz početnog položaja. Zbog ovog repulzionog djelovanja motori s kratko spojenim rotorom zovu se baš repulzioni.

Iz gornjeg se odmah vidi da je vrlo lako obrnuti smisao rotacije repulzionog motora, i da za to ne treba nikakvog prekapčanja. Za spomenutu svrhu dovoljno je naprosto pomaknuti kefice na protivnu stranu od početnog položaja nego li su bile pomaknute prvobitno.

102. Motor po shemi u sl. 500. zapravo je tek jedan osobito jednostavan oblik pod kakvim dolaze u praksi repulzioni motori. Osim ovog jednostavnog repulzionog motora s jednim parom kefica, »diametralno« razmaknutih za 180 električkih gradi i kratko spojenih, ima još i izvedbi repulzionih motora kod kojih su kefice razmaknute tek za »tetivu« od recimo kojih 140 električkih gradi, a u tom slučaju umjesto jednog para kefica, kao na sl. 500., motor ima dva para kratko spojenih kefica po shemi u sl. 501. (kao da se svaka kefica K_0 iz sl. 500. »rascijepila« na dvije K_0' i K_0''). Sve četiri kefice kod motora po sl. 501. istodobno se pomiču kod reguliranja motora. Ovakvi motori, kojih djelovanje ne ćemo pobliže tumačiti, imaju prednost da mogu raditi s boljim $\cos \varphi$, te da su i inače bolji. Zato se veći repulzioni motori obično grade po shemi na sl. 501.

Međutim ima još jedan tip repulzionog motora s dva para diametralnih kefica kod koga jedan par kefica ostaje nepomičan, a jedan se par pomiče. Svaka od dvije nepomične kefice K_1 spojena je po sl. 502. fleksibilnim spojem s po jednom pomičnom iz para pomičnih kefica K_2 . Prednosti su ovog motora da se njime finije dade regulirati brzina, jer se kefice K_2 mogu pomicati tako da svaka od njih zauzima položaje između njoj pripadne kefice K_1 pa sve do suprotne kefice K_1 , t. j. za 180 električkih gradi (a ne samo za 90 takvih gradi kao kefice n. sl. 500.). A bolje radi ovaj motor i kod pokretanja.

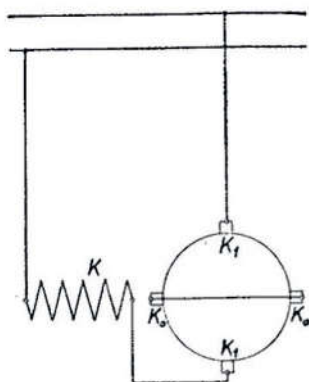
103. Sve tri opisane modifikacije repulzionoga motora imaju to zajedničko svojstvo da im je rotor »indirektno hranjen«, t. j. da se rotorske struje induciraju preko »radne« komponente statorskog namotaja, kojoj bi na sl. 499. odgovarao namotaj K. Tu se dakle iskorišćuje transformacija K-A. No i kombinacija M-A čini, kako znamo, transformator. Tomu se transformatoru M-namotaj može uzeti za primarni namotaj, pa bi onda A-namotaj bio sekundarni. No kako je taj trans-



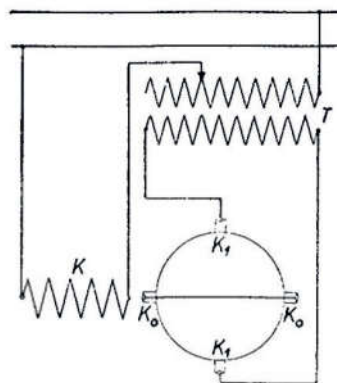
Sl. 501.

Sl. 502.

formator mrtav za kefice u neutralnoj zoni, t. j. za kefice u položaju K_0-K_0 na sl. 499., morali bismo, da oživimo transformator M-A, očito zamisliti kefice u smjeru osi M-namotaja, dakle okomito na kefice K_0-K_0 iz sl. 499. No zlo bismo uradili kad bismo možda te kefice naprosto kratko spojili, kao što smo spojili kefice K_0-K_0 na sl. 499. položene u smjeru osi kompenzacionog namotaja. Jer time bi se samo poništio ili kompenzirao uzбудni tok stroja, koji je baš potreban za rad motora. Sekundarni krug transformatora M-A mora dakle ostati neopterećen. No nešto drugo se zato može učiniti: može se naprosto uzeti armatura kao primarni na-



Sl. 503.



Sl. 504.

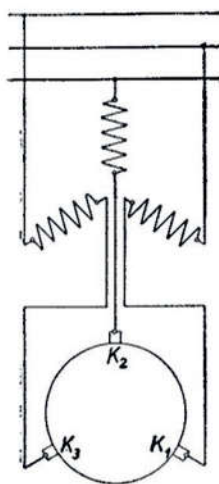
motaj, i po tom M-namotaj kao sekundarni, t. j. može se kroz armaturu preko posebnih kefica K_1-K_1 po sl. 503. zakrenutih za 90 električkih gradi prema normalnim keficama K_0-K_0 poslati struja iz mreže. A onda dakako uzбудni namotaj M kao sekundarni mora ostati neopterećen. No namotaj koji mora ostati neopterećen, dakle otvoren, može se naprosto i ispustiti.

104. To znači da će se novi oblik motora dobiti ispuštajući na statoru uopće po sl. 503. M-namotaj, i ostavljajući samo K-namotaj, te snabdijevajući armaturu s dva para kefica, naime s parom kratko spojenih kefica K_0-K_0 u neutralnoj zoni i s parom kefica K_1-K_1 za električki pravi kut zakrenutih prema prvom paru, te takvim da struja iz mreže prolazi redom kroz armaturu (priključena preko K_1-K_1) i kroz K-namotaj stroja. Radne struje u armaturi induciraju se onda preko K-namotaja, tako da armatura kao i na sl. 499. ostaje »indirektno hranjena«, odn. motor ostaje repulzioni. No uzбудni učinak, umjesto posebnim M-namotajem na statoru, sad se izvodi s pomoću struje poslana kroz rotor preko kefica K_1-K_1 (»rotorsko uzbuđenje«). Na ideju po sl. 503. motora indirektno hranjenih i uzbuđivanih sa strane rotora, koji se i opet u praksi izvode u različitim varijantama, došli su skoro istodobno s jedne strane Winter i Eichberg i s druge Latour, odakle i ime W.-E.-L.-motori za motore ove kategorije. Radne kefice K_0-K_0 ostaju kod motora po sl. 503. kratko spojene i motor je »repulzioni«, ali se određenije zove »kompenzirani repulzioni«, jer se kombinacijom po sl. 503., i njoj srodnima, može

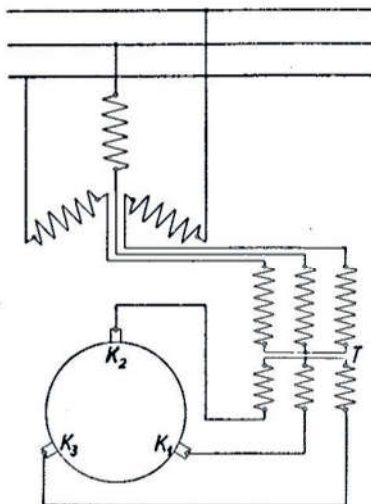
kompenzirati pomak faza između struje i napona, te motor može raditi s $\cos \varphi = 1$. Inače su svojstva novih motora slična svojstvima običnih repulzionih.

Bolja izvedba od one po sl. 503. bila bi izvedba po shemi sl. 504., prema kojoj se struja za rotorsko uzbuđivanje motora dobiva iz mreže posredstvom naročitog transformatora T, ukopčanoga s primarnim namotajem u seriju sa statorskim namotajem, dok su uzbudne kefice K_1 - K_1 priključene sekundarno. Kako transformator T ima primarno varijabilan broj zavoja, može se uzbuđenje motora po sl. 504. prilagoditi raznolikostima pogona. Motor po sl. 504. naročito ne pokazuje poteškoća komutacije pri pokretanju.

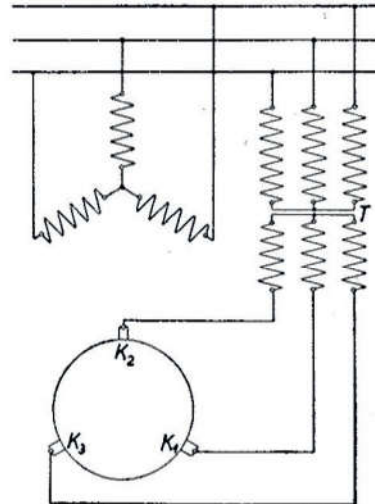
105. Nakon jednofaznih razvili su se i trofazni kolektorski motori. Snabdije li se stator trofaznim namotajem, i pusti li se u taj namotaj trofazni sistem struja, nastat će, kako znamo iz G-20., rotirajući magnetski tok. Vrlo je zanimljiva bila sad ideja u taj rotirajući tok staviti armaturu namotanu na način armaturâ istosmjernih strojeva, dakle armaturu s kolektorom. Statorski i rotorski namotaj neka dakako budu za isti broj pari polova. Ako se sad na kolektor armature stavi sistem kefica, i to na svaki par polova po tri kefice razmaknute za 120 električkih gradi,



Sl. 505.



Sl. 506.



Sl. 507.

nastat će trofazni kolektorski motor. Shemu jednog takvog dvopolnog trofaznog kolektorskog motora prikazuje sl. 505. I ne ulazeći pobliže u dijelom vrlo komplicirane odnose u ovakvim strojevima recimo samo kratko da ovakvi motori pokazuju prema trofaznim asinhronim indukcionim motorima stanovite prednosti, zbog kojih se u specijalnim slučajevima upotrebljavaju. Trofazni indukcioni motori su uostalom dobri strojevi, pa kod trofaznih pogona potreba za kolektorskim motorima nije ni bila tako velika kao za jednofaznim kolektorskim motorima pri jednofaznim pogonima. Ipak trofazni kolektorski motori imaju važnih prednosti: da im se lakše regulira brzina, da mogu raditi s boljim $\cos \varphi$, itd. A u usporedbi s istosmjernim motorima dopuštaju upotrebu većih mrežnih napona, kakvi su neophodni za prenošenje učina na veće daljine. Oni doduše neposredno ne podnose iole više napone, ali je moguće kod izmjeničnih struja uvijek umetnuti između motora i mreže

transformator, dakle mirujuću napravu odličnog stepena djelovanja, dok kodl inače dobrih istosmjernih motora napon mreže i napon motora moraju jedan drugom. odgovarati.

Sl. 505. prikazuje tek najjednostavniju izvedbu serijskog trofaznog kolektorskog motora. U praksi se obično ovakav motor izvodi ponešto drukčije. Tako se često, uzimajući u obzir da armatura zbog poteškoća komutacije teško podnosi nešto više napone, priključak armature na mrežu izvede po sl. 506. preko naročitog trofaznog transformatora T, komu se u zvijezdu spojeni primarni namotaj serijski nadoveže na statovski. Armatura pak priključi se na sekundarni zvjezdano spojeni namotaj transformatora T. Tako motor ostaje serijski i zadržava svojstvo lakog variranja brzine. Ima još raznih varijanata serijskih trofaznih motora (ima motora s dvostrukom grupom kefica, itd.).

Osim motora sa serijskom karakteristikom ima i trofaznih kolektorskih motora s porednom karakteristikom. Shemu spajanja jednoga osobito jednostavnog ovakvog motora prikazuje: sl. 507.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE G):

233. Dokazati za k -žlijebni namotaj sa $\beta = k \cdot \alpha$ općeniti izraz točnog zonskog faktora ζ , kako je naveden već u G-9. na bazi sl. 443. i postavka $\zeta = \overline{KP} : (\overline{KL} + \overline{LM} + \dots)$, te specijalno usporediti za $\beta = 60^\circ$ iznose ζ' po (344) s iznosima ζ , samo malo različite još i pri malima $k = 4$ i $k = 3$, pa čak i pri $k = 2$.

$$[0,955 \text{ i } 0,958; 0,955 \text{ i } 0,960; 0,955 \text{ i } 0,966; \zeta' \approx \zeta \approx 0,96]$$

234. Naći brzinu, zonski faktor, fazni napon i napon stezaljki neopterećena i natok po polu 0,05 Vs (Wb) uzbudena trofaznog osmeropolnog zvjezdano spojenog generatora za 50 Hz s jednoslojnim diametralnim armaturnim namotajem smještenim u svega 72 žlijeba po 18 vodiča. [750 okr/min; 0,96; 2300 i 3980 V]

235. Naći I_2 i η puno opterećena pri $\cos \varphi_2 = 1$ trofaznog zvjezdano spojenog generatora za nominalnih 1000 kVA i 5000 V s namotajem radnog otpora po fazi 0,3 Ω , gubicima u željezu 20 kW, gubicima uzbudnog dijela 3 kW, te gubicima trenja i sl. 10 kW. [115,5 A; 0,957]

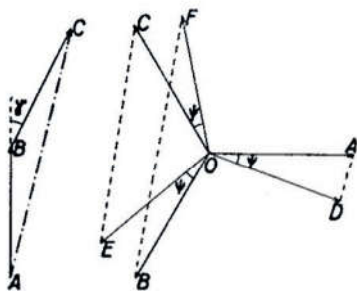
236. Kojim se »tetivnim faktorom« ζ_t mora uzeti u obzir smanjenje induciranih napona pojedinih svitaka sinhronog generatora namatanog tetivno sa stranama svitaka razmaknutima po sl. 508. za $180^\circ - \gamma^\circ$ u odnosu prema naponima induciranim u diametralnim svicima sa stranama razmaknutima za 180° kao u G-9. itd.; specijalno naći ζ_t i ukupno $\zeta_u = \zeta \zeta_t = 0,96 \cdot \zeta_t$ uz pretpostavku namotaja po vj. 234. zamijenjena tetivnim s prikratom za 1 žlijeb, t. j. sa svicima širine $\frac{8}{9}$ diametra.

$$[\zeta_t = \cos \frac{\gamma}{2}; 0,985 \text{ i } 0,946]$$

237. Pokazati da pri preuđešenom tamnom sinhronizacionom spoju po sl. 463. u mješoviti sa S_1 spojenom kao tamo no sa S_2 i S_3 unakrsno spojenima (slično kao S' i S'' na sl. 462.b) rezultiraju takvi naponi sijalica S_1 - S_2 - S_3 da se prema redu svijetljenja sijalica u uzlaznom ili u silaznom smislu njihovih indeksa može prepoznati da li priključivani generator rotira prepolagano ili prebrzo; naći i stanje sijalica pri postignutom sinhronizmu, te ekstremni efektivni napon E_s sijalica.

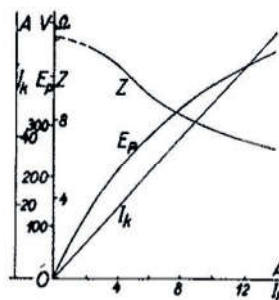
[Na sl. 509. su AD-BF-CE naponi sijalica S_1 - S_2 - S_3 , pa već prema pozitivnom ili negativnom naponskom sustavu OD-OE-OF nastaju paljbe sijalica jednim ili drugim redom; kod sinhronizma S_1 ostaje tamna, a S_2 i S_3 trajno svijetle; E_s iznosi $2 \cdot OA$]

238. Pri praznom hodu i pri kratkom spoju sinhronog generatora očitani su pri iznosima I_M uzetima 2-4-6-8-10-12-14 A iznosi E_p i I_k od 117-213-278-334-380-420-451 V i 10-20-30-40-50-60-70 A; nacrtati krivulje za E_p , I_k i Z u ovisnosti od I_M . [V. sl. 510. s naznačenim mjerilima; Z ponešto opada kad I_M raste.]

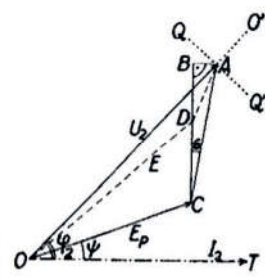


Sl. 508.

Sl. 509.



Sl. 510.



Sl. 511.

239. Kakva bi shema korespondirala sl. 468. za sinhroni generator u slučaju da se radi o sinhronom motoru? [V. sl. 511.]

240. Postupajući sa sinhronom reaktancijom X u ne preširokom području iznosâ I_M kao konstantom naći na bazi sl. 468. i 511. vezu između E_p i U_2 generatora i motora uz dano R_2 , U_2 , I_2 i $\cos \varphi_2$, i to: a) približno (projicirajući na OO') b), točno (s pomoću Pitagorina poučka).

$$[E_p \approx U_2 \pm I_2 R_2 \cdot \cos \varphi_2 \pm I_2 X \cdot \sin \varphi_2; E_p^2 = (U_2 \cdot \cos \varphi_2 \pm I_2 R_2)^2 + (U_2 \cdot \sin \varphi_2 \pm I_2 X)^2]$$

241. Dokazati formulu (346) za M projicirajući na QQ' u sl. 468. i 511. položeno pod kutom ψ prema $AC = E_A$.

242. Kakve bi slike, umjesto onih po sl. 468. i 511. uz $\cos \varphi$ (ind.), predočivale odnose uz $\cos \varphi = 1$ i $\cos \varphi$ (kap.) a) za generator, b) za motor.

[a) sl. 512. i 513.; b) sl. 514. i 515.]

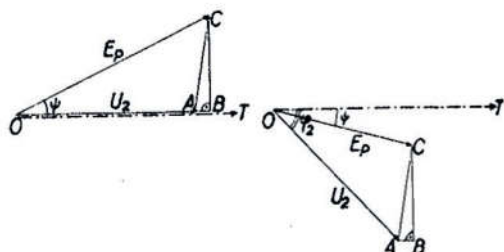
243. U mreži s učinkom 500 kW i faktorom učina 0,7(ind.) zamijenjen je jedan asinhroni motor, koji je pri $N'' = 150$ KS radio sa $\eta = 0,92$ i $\cos \varphi_2 = 0,8$ (ind.), sinhronim motorom istoga N'' i istoga η uzbuđenim da radi sa $\cos \varphi_2 = 0,8$ (kap.); naći poboljšani iznos faktora učina mreže. [0,835]

244. Trofazni četveropolni zakretni transformator omjera prenošenja 1 : 1 priključen je na mrežu linijskih napona 381 V; naći fazni napon E po sl. 469. kod rotora u položaju najvećeg E i kod rotora zakrenutoga za geometrijskih 15° i 90° prema prvom položaju. [440 V; 425 V; 0 V]

245. Trofazni indukcionni osmeropolni motor ide pri 50 Hz s klizanjem 0,04 kod prenašanih na rotor 10 kW; naći mu n_2 , f_2 i $3I_2^2 R_2$. [720 okr/min; 2 Hz; 400 W]

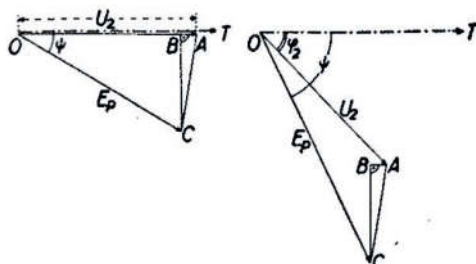
246. Trofazni indukcionni motor sa $p = 3$, $R_2 = 0,016 \Omega$ i $X_2 = 0,265 \Omega$, te s omjerom prenošenja 7:4, priključen na mrežu linijskih napona 381 V i frekvencije 50 Hz rotira s 950 okr/min imajući statorske gubitke 2,2 kW i gubitke zbog trenja i sl. 2 kW; naći mu s , f_2 , I_2 , $3I_2^2 R_2$, M , N' , N'' i η .

[0,05; 2,5 Hz; 303 A; 4,4 kW; 85,6 kg*m; 83,5 kW; 81,5 kW; 0,905]



Sl. 512.

Sl. 513.



Sl. 514.

Sl. 515.

247. Kod mirnog rotora i iskopčanog pokretača napon između kliznih koluta četveropolnog indukcionog motora sa R_2 i X_2 jednakima 0,01 i 0,2 Ω bio je 277 V; naći M_k motora, a zatim proizvedene momente vrtnje pri početku pokretanja a) uz kratko spojen rotor, b) uz rotor spojen preko pokretača s otporima po fazi 0,09 Ω ($f = 50$ Hz).

[124,4 kg*m; 12,4 i 99,8 kg*m]

248. Kolike bi trebalo uzeti pokretačke otpore motora iz vj. 247. da ovaj već u času ukapčanja pokretača daje najveći moment vrtnje, i koliki bi ovaj potonji bio.

[0,19 Ω ; 124,4 kg*m]

249. Pokusi praznog hoda i kratkog spoja s trofaznim četveropolnim motorom dali su: $U_0 = 381$ V, $I_0 = 10,8$ A, $N_0 = 1,5$ kW i $U_k' = 78$ V, $I_k' = 42$ A, $N_k' = 1,6$ kW; pretpostavljajući gubitke u bakru najednako porazdijeljene na stator i rotor, nacrtati kružni diagram, te iz njega odrediti: I_1 , $\cos \phi_1$, M , $s\%$, n_2 i $\eta\%$ pri $N' = 22$ kW.

[41,4 A; 0,91; 14,8 kg*m; 3%; 1455 okr/min; 88,5%]

250. Naći maksimalni moment vrtnje M_k , te moment M_p u času pokretanja motora iz vj. 249. pri kratko spojenom rotoru; naći i momentu M_k pripadne iznose brzine i stepena djelovanja.

[37,4 kg*m; 12,1 kg*m; 1275 okr/min; 0,725]

251. Trofazni šesteropolni motor ima M'' i M_t po G-48. iznosâ 16 i 1,3 kg*m pri frekvenciji rotorskih struja 1,5 Hz i frekvenciji mreže 50 Hz, a statorske gubitke 700 W; naći mu N'' , $3I_2^2 R_2$, primarni učin i stepen djelovanja.

[15,94 kW; 0,534 kW; 18,50 kW; 0,863]

252. Trofazni motor primarnog učina 50 kW ima statorske gubitke i one zbog trenja 2 odn. 1,1 kW; naći mu gubitke u bakru rotora, te proizvedeni i korisni mehanički učin pri klizanju 5%.

[2,4 kW; 45,6 i 44,5 kW]

253. Naći R_2 trofaznog indukcionog motora sa $p = 3$ koji dajući korisni mehanički učin 24 KS pri rotorskoj struji 30 A i imajući gubitke zbog trenja 340 W rotira sa 960 okr/min.

[0,278 Ω]

254. Trofazni zvjezdano spojeni četveropolni motor omjera prenošenja 3 : 2 sa R_2 i X_2 iznosā 0,2 i 1,8 Ω priključen je na mrežu od 381 V i 50 Hz; naći mu M i N' pri $s = 0,04$, te (približne) iznose M_k i s_k . [7,4 kg*m; 11 kW; 11,6 kg*m; 0,11]

255. Trofazni indukcionni motor dajući korisnih 25 KS radi priključen na mrežu od 660 V i 50 Hz sa $\cos \varphi = 0,85$ i $n_2 = 950$ okr/min. Mehanički su mu gubici 2,4 KS, statorski 1,5 kW. Odrediti s , $3I_2^2 R_2$, f_2 , I , N i η motora.

[0,05; 1,06 kW; 2,5 Hz; 23,4 A; 22,8 kW; 0,808]

256. Trofazni indukcionni motor priključen na mrežu od 50 Hz rotira svladavajući određeni moment vrtnje sa 364 okr/min; naći mu broj pari polova, te klizanje pri kratko spojenju rotoru i pri rotorskim otporima povećanima na dvostruko.

[8; 2,9%; 5,8%]

257. Četveropolni trofazni motor sa $R_2 = 0,3 \Omega$ svladavajući određeni moment vrtnje rotira sa 1425 okr/min; koliko bi trebalo dodati otpora po fazi rotora da bi se motor usporio na 1200 okr/min.

[0,9 Ω]

258. Trofazni motor sa R_2 i X_2 jednakim 0,02 i 0,1 Ω svladava pri mrežnom naponu 381 V dani moment vrtnje uz $s = 0,05$; na koliko bi trebalo sniziti mrežni napon da mu klizanje poraste na 0,50.

[314 V]

259. Koliki će biti omjer struje pokretanja prema nominalnoj struji trofaznog indukcionnog motora pokretanog iz mreže od 381 V s pomoću preklopke »zvijezda-trokut«, ako su nominalne veličine motora $N'' = 15$ KS, $\cos \varphi = 0,85$ i $\eta = 0,88$, a motor kod pokusa kratkog spoja uzima pri polovici mrežnog napona struju 42,3 A (zanemariti I_0).

[1,26]

260. Trofazni šesteropolni indukcionni motor uzimajući iz mreže od 440 V i 60 Hz pri klizanju 3% struju 50 A i radeći s faktorom učina 0,85 ima statorske gubitke 1400 W i mehaničke gubitke 1200 W; naći mu brzinu, učin prenesen sa statora na rotor (»sinhrone vate«, G-76.), gubitke u bakru rotora, proizvedeni i korisni mehanički učin, te stepen djelovanja.

[1164 okr/min; 31000 W; 930 W; 40,8 i 39,2 KS; 0,89]

261. Trofazni četveropolni indukcionni motor s omjerom prenošenja 1 : 1 i zvjezdano spojenim satorom troši u idealnom praznom hodu kod punog linijskog napona 381 V struju 10 A pri faktoru učina 0,20, a uz kratko spojen i pridržan rotor kod reduciranog linijskog napona 80 V struju 51 A pri faktoru učina 0,35. Mjerenje pak radnog otpora između dvije stezaljke statora daje iznos 0,28 Ω . Naći R_1 i približni $R_t = R_1 + R_2$ motora, pa nacrtavši u mjerilu 1 A = 1 mm kružni diagram (s uzetom prema sl. 485. točkom O_1 po G-72. na pravcu kroz D i P_2 i točkom G po G-74. korespondentno razmjeru $P_k Q' : G Q' = R_t : R_1$) odrediti klizanju 5% pripadne n_2 , I , $\cos \varphi$, N , N_2 , N' i M , a izračunati također N'' i $\eta = N''/N$ pretpostavljajući $N_t = 600$ W.

[0,14 Ω ; 0,32 Ω (pri tom je uzeto: $1,732 \cdot 80 \cdot 51 \cdot 0,35 = 3 \cdot 51^2 \cdot R_t$); 1425 okr/min; 60,0 A; 0,93; 37,0, 34,2 i 32,4 kW; 22,2 kg*m; 31,8 kW (43,2 KS); 0,86]

262. Potražiti iz kružnog diagrama prethodne vježbe još maksimalne iznose M_k i N'_m momenta vrtnje i proizvedenog mehaničkog učina i pripadna klizanja; naći i M_p (v. G-54. i G-79.). [45,4 kg*m i 57,3 kW; 0,21 i 0,165; 20,0 kg*m]

263. Proračunati motoru iz vj. 261. približni ekvivalentni strujni krug $R_0-X_0-R_1-X_1-R_2-X_2$ prema sl. 484. uzimajući $X_1 = X_2$; naći i pripadni ekvivalentni teret za $s = 0,05$. [110-22,5-0,14-0,43-0,18-0,43Ω; 3,42 Ω]

264. Polazeći od približne ekvivalentne sheme po sl. 484., i izvoda iz E-56. o N_0 , naći promjenjivost d kruga kružnog diagrama a) općenito i b) specijalno za diagram iz vj. 261. [a) $d = E : (X_1 + X_2)$; b) 256 mm (na diagramu: 249 mm)]

265. Naći padu za 9% iznosa mrežnog napona (uz istu frekvenciju) pripadne približne promjene veličina indukcionoga motora: Φ (tok), I_0 , N_{Fe} , d (vj. 264.), M_k i N'_m (vj. 262.), te (pri istom N') I , N_{Cu} , s i n_2 .

[Padnu: Φ za 9%, I_0 za preko 9%, N_{Fe} za oko 17%, d za 9%; porastu: I za 10%, M_k , N'_m , N_{Cu} i s za 21%; zbog potonjeg uz nepromijenjeno n_1 padne n_2 za 17%]

266. Analogan problem kao u vj. 265., samo uz pretpostavku porasta za 10% frekvencije (i nevariranja iznosa) mrežnog napona.

[Padnu kao u vj. 265. Φ , I_0 i d ; ne variraju: N_{Fe} , I , N_{Cu} i s , međutim uz isto s poraste n_2 zbog povećanog n_1 za 10%; M_k i N'_m padnu za više odn. manje od 9%]

267. Naći E_r jednofaznog kolektorskog dvopolnog motora s petljastim namotajem od 276 vodiča, tokom po polu $2,6 \cdot 10^6$ M i brzinom 1420 okr/min. [120 V]

268. Kolektorski »univerzalni« motor sa sumom radnih otpora ΣR i sumom rasipnih induktiviteta ΣL_s jednakima 25 Ω i 0,4 H priključen istosmjerno na 220 V uzima struju 1 A i ide sa 1800 okr/min. Koju će brzinu razviti uz struju 1 A i s kojim će faktorom učina raditi priključen na izmjeničnu mrežu od 220 V i 50 Hz?

[1435 okr/min; 0,82]

268. a) Naći broj statorskih žljebova i brzinu pri 50 Hz trofaznog osmeropolnog generatora s dvoslojnim diametralnim četverožljebnim namotajem uz 12 zavoja po svitku. Naći pri magnetnom toku po polu 0,02 Vs proizvedene fazne napone E_0 odn. E neopterećena odn. toliko uz faktor učina 0,5(ind.) opterećena stroja da armaturni tok dosegne 20% magnetnoga. [96 žljebova; 750 okr/min; 1430 odn. 1180 V]

268. b) Naći brzinu, klizanje, sinhronu vate i primarni učin trofaznog indukcionog osmeropolnog motora sa statorskim i rotorskim gubicima 850 odn. 740 W, uz frekvencije statorskih i rotorskih struja 60 odn. 3 Hz.

[855 okr/min; 0,05; 14860 i 15650 W]

268. c) Pri punom naponu na satoru trofazni četveropolni indukcionni motor pokazuje kod otvorena rotora 120 V među kliznim kolutima. Ako mu R_2 i X_2 iznose 0,2 odn. 1,6 Ω, kolike će biti rotorske struje po fazi I_2 odn. I_2' pri kratko spojenoj rotoru i klizanju 0,04 odn. pri zaustavljenju rotoru s pokretačkom zvijezdom radnih otpora po 2 Ω na kliznim kolutima. [13,2 i 25,5 A]

H) PRETVARAČI I USMJERIVAČI

I) PRETVARAČI

Motor-generatori. Jednoarmaturni pretvarači sa 2, 3 i 6 koluta: naponi i struje; gubici; opteretivost jednoarmaturnih pretvarača u odnosu prema istosmjernim generatorima. Kaskadni pretvarači.

1. Kako su danas na području jake struje potpuno prevladale izmjenične struje, specijalno trofazne, a ima ipak pogona kod kojih je potrebna ili bar poželjna istosmjerna struja (električki tramvaji i željeznice, elektrokemijski pogoni, lučnice u kinoprojektorima, itd.), od važnosti su u elektrotehnici i takve naprave koje priključene na mrežu izmjenične struje (jednofazne ili višefazne) omogućuju dobivanje istosmjerne struje.

Naprave koje to rade s rotirajućim strojevima zovu se *pretvarači*, dok se mirujuće naprave koje preobrazuju izmjeničnu struju u istosmjernu zovu *usmjerivači* ili *ispravljači*. Pretvarači mogu lako vršiti i obrnutu funkciju: pretvorbu istosmjerne struje u izmjeničnu, što se međutim rjeđe zahtijeva u praksi. I za ovu obrnutu funkciju, pa i za niz drugih, kao na pr. promjenu izmjenične struje jedne frekvencije u izmjeničnu struju druge frekvencije, mogu se uostalom danas primijeniti i živini usmjerivači, kojima se »anode« onda moraju okružiti »rešetkama«.

2. Pretvarači mogu biti: 1) »motor generatori«, 2) »jednoarmaturni pretvarači«, 3) »kaskadni pretvarači«.

Kod motor-generatora se, kako samo ime kaže, iz izmjenične mreže podržava u pogonu motor izmjenične struje, koji mehanički tjera s njime čvrsto zajedničkom osovinom vezani generator istosmjerne struje, te se onda, već prema tomu da li se za pogonski motor uzme sinhroni ili asinhroni stroj, specijalnije govori o *sinhronom* motor-generatoru ili o *asinhronom* motor-generatoru.

Kod jednoarmaturnih pretvarača radi se zapravo o kombinaciji u istoj jedinici sinhronog izmjeničnog stroja s istosmjernim strojem, t. j. zajednički su obim strojevima magneti (na statoru) i armatura s pripadnim namotajem (na rotoru).

Kaskadni se pak pretvarači sastoje od dva stroja istodobno električki i mehanički vezana, kako je to uvijek slučaj kod kaskadnih spojeva (G-65.); učin se kod njih prenosi s izmjenične na istosmjernu stranu dijelom čisto mehanički na način djelovanja motor-generatora i dijelom na način djelovanja jednoarmaturnog pretvarača.

U području vrlo jakih struja pri relativno niskim naponima prodiru odnedavna naprave zvane i kontaktni pretvarači (no bolje zvane kontaktni ispravljači; v. H-36.).

3. *Motor-generatore* je principno lako neposredno shvatiti. Njihova je mana da su relativno skupi, jer se sastoje iz dva stroja od kojih drugi, naime istosmjerni

generator, mora biti dimenzioniran da može davati puni predviđeni istosmjerni učin N_0 , a prvi, naime izmjenični motor, mora biti građen čak za znatno veći iz mreže primani učin $N_1 = N_0 : \eta$, ako je η ukupni stepen djelovanja motor-generatora. Uz to, kako je η vezano relacijom $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2$ s pojedinačnim stepenima djelovanja motora i generatora, a već sami η_1 i η_2 će biti kod punog opterećenja motor-generatora tek umjereno povoljni, a kod djelomičnih opterećenja čak nepovoljni, to će pogotovo produkt $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2$ izlaziti već dosta nepovoljan kod prenosa punog istosmjernog učina N_0 , i posve nepovoljan kod prenosa recimo samo polovice ili čak četvrtine toga učina. Tako bi, uz iznose η_1 i η_2 jednake 0,9 i 0,9 pri punom istosmjernom učinku, i jednake 0,7 i 0,6 pri četvrtini spomenutog učina, izlazilo u prvom slučaju $\eta = 0,81$, a u drugom čak samo $\eta = 0,42$. Ti relativno vrlo loši stepeni djelovanja pri djelomičnim opterećenjima čine dalji nedostatak motor-generatora.

Zbog gornjega se motor-generatori rijetko upotrebljavaju, iako oni s druge strane, pri pogonima s vrlo naglim varijacijama opterećenja, pokazuju i prednosti prema (inače mnogo povoljnijim) jednoarmaturnim pretvaračima.

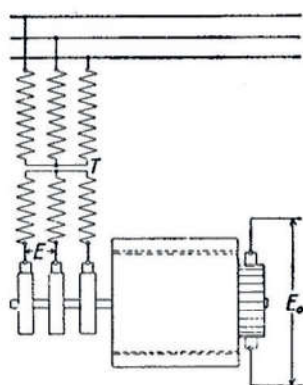
4. *Jednoarmaturni pretvarači* mogu se principno jednako lako izvoditi jednofazno s dva klizna koluta, trofazno s tri klizna koluta, šesterofazno sa šest kliznih koluta, preko kojih se vrši priključak na izvor izmjenične struje, dok zbog crpenja istosmjerne struje uvijek imaju kolektor.

U praksi se upotrebljavaju redovito trokolutni (sl. 516.) i šesterokolutni (sl. 517.) jednoarmaturni pretvarači; pri tomu se, po shemi u sl. 517., i ovi potonji mogu bez daljega tjerati iz trofazne mreže, preko već u F-33. opisanog transformatora za pretvorbu trofaznog sustava u šesterofazni.

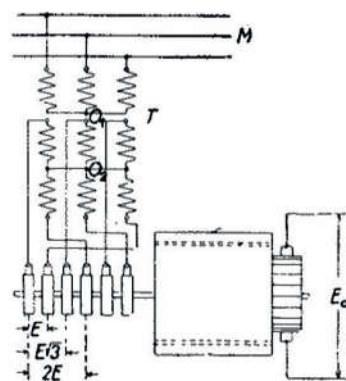
Kako je malo prije rečeno, stator jednoarmaturnog pretvarača čini magnetni sustav i kod izmjenične i kod istosmjerne funkcije stroja. No istosmjerna struja za uzbuđivanje magneta u pravilu se odvoji s kolektora pretvarača slično kao kod porednih istosmjernih generatora, pa stroj ne treba posebnog uzbuđnog dinama kao obični sinhroni strojevi. Jedna te ista je za izmjeničnu i istosmjernu stranu i armatura pretvarača, odakle i ime »jednoarmaturni« pretvarač. Armatura je namotana na način cilindričnih armatura istosmjernih strojeva sa zatvorenim samim u sebe namotajem, od koga istodobno vode na istosmjernu stranu, prema lamelama kolektora, spojevi kao kod istosmjernih strojeva, i na izmjeničnu stranu, do kliznih koluta, odvojci od određenih točaka namotaja, i to u razmacima od električkih 180° k obim kolutima jednofaznog pretvarača, u razmacima od električkih 120° ili električkih 60° k trima kolutima trofaznog, odn. šesterima kolutima šesterofaznog stroja. Tako se armatura, gledana s izmjenične strane, može smatrati razdijeljena kod jednofaznog rasporedaja u dvije paralelne grane, a kod trofaznih i drugih višefaznih izvedbi izlazi spojena trokutno, odn. općenitije poligonalno ili prstenasto.

Obično se međutim klizni koluti ne priključuju neposredno na izmjeničnu mrežu, nego preko transformatora prikladnog omjera prenošenja, što omogućuje da se, kod po volji danoga napona izmjenične mreže, postignu između parova koluta pripadnih pojedinim faznim naponima pretvarača takvi izmjenični naponi E kakvi su potrebni da pretvarač daje na kolektoru neki po volji dani istosmjerni napon E_0 , jer između E i E_0 postoji, kako ćemo odmah vidjeti, praktički čvrsti odnos, različit kod pretvarača s različitim brojem kliznih koluta. Kod šesterokolutnog pretvarača transformator onda još dodatno vrši već spomenutu funkciju veze trofazne mreže i šesterofaznog stroja; uspor. primjer spoja po sl. 517.

5. Djelovanje jednoarmaturnog pretvarača lako je ukratko opisati. Recimo da smo stroj potjerali kojimgod načinom na sinhronu brzinu korespondentnu frekvenciji izmjenične mreže, na pr. pokrećući ga kao istosmjerni motor strujom uvedenom iz nekog istosmjernog izvora (akumulatori), ili potjeravši ga na koji od



Sl. 516.



Sl. 517.

načinâ uobičajenih kod sinhronih motora. Armaturu sinhroniziranoga stroja priključimo sada preko kliznih koluta na mrežu, odn. na sekundarni namotaj transformatora koji veže pretvarač s mrežom. Ona će dalje sama rotirati kao sinhroni motor, jer obzirom na mrežu ona ni nije drugo nego sinhroni stroj, s razlikom prema običnom sinhronom stroju da je armatura ovdje na rotoru umjesto na statoru.

Dok stroj ne daje istosmjerne struje, on rotira kao sinhroni motor u praznom hodu, svladavajući samo gubitke trenja i sl. (uzbudnu struju crpenu na keficama zanemarimo, ili je, privremeno, zamislamo crpenu iz stranoga istosmjernog izvora). Međutim zbog djelovanja kolektora pokazivao bi voltmetar priključen između obih kolektorskih kefica stroja istosmjerni napon. Ako bismo sada zamislili na taj napon priključene prikladne električke potrošače (otpore, motore, pa i magnetnu granu samog stroja), potekla bi istosmjerna struja, t. j. stroj bi bio istosmjerno opterećen, postao bi istosmjerni generator. No armatura svakog istosmjernog generatora razvija kod opterećenja neki moment vrtnje koji se protivi vrtnji te armature, dakle neki mehanički »protumoment«, i to tim veći protumoment što je jače opterećenje generatora, pa će se i istosmjerno opterećena armatura jedno-

armaturnog pretvarača protiviti to više vrtnji što bude jače opterećena. Armaturni namotaj bit će zato prisiljen, kao što je to uvijek kod mehanički opterećena sinhronog motora, da zaostaje za određeni »kut opterećenja«, odn. da jače opterećen poteže iz izmjenične mreže više radne struje, tako da od stroja kao sinhronog motora proizvedeni moment vrtnje može povrh protumomenta vrtnje zbog trenja i sl. svladavati protumoment vrtnje korespondentan danom istosmjernom opterećenju, računajući tu i uzbuđivanje magneta. Tako doista jednoarmaturni pretvarač pretvara energiju izmjenične struje u onu istosmjernu.

6. Kako kod sinhronih motora tako dakako i kod jednoarmaturnih pretvarača postoji mogućnost da se udešavanjem uzbuđenja stroj prisili da radi kod nekoga za dano opterećenje određenoga »normalnog« uzbuđenja sa $\cos \varphi = 1$, t. j. uzimajući samo čistu radnu struju iz izmjenične mreže. Uzbuđen iznad toga uzbuđenja, dakle »preuzbuđen«, pretvarač bi čak, poput ostalih sinhronih motora, uzimao iz mreže pored radne struje također i kapacitivnu praznu struju, odn. opterećujući mrežu strujom koja je fazno naprijed pomaknuta prema naponu, i kompenzirajući time induktivne mrežne struje ostalih potrošača fazno natrag pomaknute prema naponu, on bi mogao raditi kao »popravljač faktora učina« mreže. Preslabo uzbuđen ili »poduzbuđen« pretvarač bi naprotiv opterećivao mrežu više ili manje induktivno. Međutim u praksi se redovno uzbuđenje tako udesi da pretvarač radi s $\cos \varphi = 1$, jer je, kako ćemo odmah vidjeti, to inače povoljno za stroj.

7. Zbog naročitog sastava jednoarmaturni pretvarač pokazuje neke specijalne osobitosti. Tako su ne samo naponi E i E_0 , izmjenični između koluta (kod 6-kolutnog pretvarača: *najmanji* napon između koluta; v. napon E na sl. 517.) i istosmjerni između kefica kolektora, povezani uglavnom čvrstim odnosima, ovisnima samo o broju faza pretvarača i neovisnima o veličini ili drugim odnosima stroja, nego i za omjere struja I i I_0 , fazne izmjenične struje uzimane po armaturi i istosmjerne davane od armature, vrijede u glavnom fiksni odnosi, koji međutim variraju sa $\cos \varphi$ pretvarača, i najpovoljniji su uz uzbuđenje udešeno na $\cos \varphi = 1$.

Da bismo odredili odnos $E : E_0$ za pretvarač s određenim brojem faza, zamislimo najprije jednofazni pretvarač (s 2 koluta). Za njega vrijedi između E i E_0 relacija:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot E_0 \quad (362)$$

Kad armatura rotira, momentani iznos izmjeničnoga napona E između kefica na kliznim kolutima na sl. 518. varira sinusoidno (uz sinusoidnu raspodjelu magnetskog toka uzduž armature, koju suponiramo), te će biti očito najveći i istodobno jednak baš istosmjernom naponu E_0 u momentu kad odvojci A_1-A_2 k kliznim kolutima dođu baš u položaj ispod kolektorskih kefica K_0-K_0 , t. j. u položaj zakrenut prema smjeru uzdužnog magnetskog toka stroja za električkih 90° . Maksimum ili tjemena vrijednost izmjeničnog napona podudara se dakle sa stalnim iznosom E_0 istosmjernog napona, kakav će vladati između kefica K_0-K_0 kolektora. Efektivna

vrijednost izmjeničnoga sinusoidnog napona, dakle veličina E , bit će $\sqrt{2}$ -put manja od tjemene vrijednosti toga napona, dakle i $\sqrt{2}$ -put manja od E_0 . Time se relacija (362) može smatrati dokazanom.

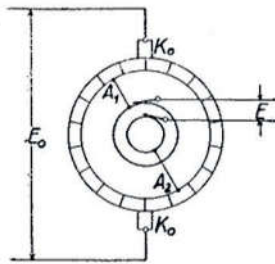
8. Za trofazni pretvarač po shemi u sl. 516. moraju, i opet uz sinusoidnu raspodjelu magnetskog toka uzduž armature, E i E_0 biti u odnosu:

$$E = \frac{\sqrt{3} \cdot E_0}{2\sqrt{2}} = 0,612 \cdot E_0 \quad (363)$$

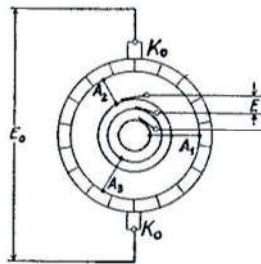
a za šesterofazni po sl. 517. u odnosu:

$$E = \frac{E_0}{2\sqrt{2}} = 0,354 \cdot E_0 \quad (364)$$

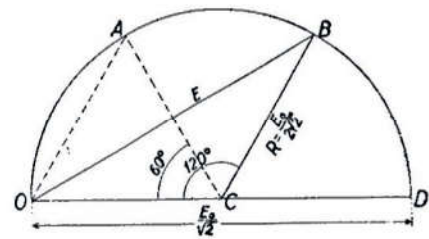
Da bismo dokazali relaciju $E = 0,612 \cdot E_0$ za trofazni pretvarač, sjetimo se da su prema sl. 519. odvojci A_1 - A_2 - A_3 do triju kliznih koluta trofaznog pretvarača razmaknuti za električki kut 120° , dakle da napon E između dva klizna koluta odgovara zapravo efektivnom faznom naponu što se inducira u namotaju poraz-



Sl. 518.



Sl. 519.



Sl. 520.

mještenom na električkih 120° opsega armature. No efektivni iznos napona svakog višezliječnog namotaja, i onoga malo prije razmatranoga jednofaznog zonske širine 180° kao i ovoga faznog namotaja zonske širine 120° u trofaznom stroju, lako je dobiti. On se po G-8. i sl. 443. može predočiti duljinom tetive određene lukom što korespondira nizu vektora pojedinačnih napona induciranih u jednozliječnim elementima iz kojih se promatrani fazni višezliječni namotaj može zamisliti sastavljen. Središnji kut luka i pripadne tetive odgovara uvijek širini namotaja, koja kod jednofaznog pretvarača iznosi električki kut 180° , a kod trofaznog električki kut 120° , pa ako je gore spomenuti luk predočen na sl. 520. polukrugom $\widehat{OABD}$ za jednofazni i lukom $\widehat{OAB}$ za trofazni stroj, onda pripadne duljine diametra $\overline{OD}$ i tetive $\overline{OB}$ predstavljaju prva iznos izmjeničnog napona jednofaznog pretvarača, za koji je kod izvoda relacije (362) pokazano da je jednak $E_0 : \sqrt{2}$ (tako da se diametru $\overline{OD}$ pripadni polumjer može izraziti sa $R = \overline{OC} = \overline{BC} = E_0 : 2\sqrt{2}$),

a druga iznos E traženog izmjeničnog napona trofaznog pretvarača. Kako sad očito vrijedi: $\frac{1}{2} \cdot \overline{OB} = R \cdot \sin 60^\circ$, može se bez daljega staviti:

$$E = 2 \cdot R \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{E_0}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

a to neposredno daje relaciju (363).

Posve analogno dokazala bi se relacija (364) za šesterofazni pretvarač. Tu širina namotaja po fazi iznosi električkih 60° , pa pripadni luk $\widehat{OA}$ i tetiva $\overline{OA}$ na sl. 520. odgovaraju središnjem kutu 60° , što znači da je napon E po fazi šesterofaznog pretvarača predložen tetivom nad šestinom kruga, t. j. tetivom jednakom polumjeru kruga, tako da se može staviti $\overline{OA} = \overline{OC}$ ili $E = E_0 : 2\sqrt{2}$, a ovo potonje nije drugo nego dokazivana relacija (364).

U dobivene tri relacije E i E_0 predstavljaju dakako zapravo »proizvedene napone«, no kako su kod pretvarača gubici zbog opterećenja maleni, vrlo približno E i E_0 predstavljaju i napone stezaljki s izmjenične i istosmjerne strane stroja.

Ako magnetski tok nije uzduž armature sinusoidno porazdijeljen, kvocijenti E/E_0 odstupaju od onih po relacijama (362) do (364), no tek u uskim granicama. Na pr. u praksi već prema obliku krivulje polja mogu se kod trofaznih pretvarača za E/E_0 umjesto iznosa 0,612 postići iznosi od 0,500 do 0,670 kao krajnjih granica. Prema tomu morat će se u pravilu između jednoarmaturnog pretvarača i mreže predviđati transformatori kao T na sl. 516. i 517. No kraj malenih gubitaka pretvarača i još manjih gubitaka transformatora kombinacija pretvarača s transformatorom još je uvijek povoljnija od kombinacije dvaju strojeva u obliku motor-generatora.

9. Potražimo sada *omjere strujâ* u jednoarmaturnim pretvaračima različitih brojeva faza. Ako je I_1 izmjenična struja što je troši jedna faza namotaja trofaznog pretvarača, te ako je E napon (fazni i ujedno linijski, jer je spoj armature trokutni), onda pri pomaku faza φ između struje i napona ukupni učin što ga pretvarač uzima iz trofazne mreže iznosi $3EI_1 \cos \varphi$. Ako se zanemare (i onako maleni) gubici jednoarmaturnog pretvarača, pa se pretpostavi da se učin svih faza pretvara u učin $E_0 I_0$ istosmjerne struje pri istosmjernom opterećenju pretvarača strujom I_0 , moći će se, ako se još fazna struja I_1 izrazi kao $I : \sqrt{3}$ linijskom strujom I , dakle onom koju dobivaju klizni koluti, pisati:

$$3E \frac{I}{\sqrt{3}} \cos \varphi = E_0 I_0$$

pa ako se sad dalje u dobivenoj relaciji E izrazi po (363) sa E_0 , dobit će se konačno za trofazni pretvarač (nakon skraćivanja):

$$I = \frac{2\sqrt{2}}{3 \cdot \cos \varphi} I_0 = \frac{0,943}{\cos \varphi} I_0 \quad (365)$$

Slično bi se za jednofazni i šesterofazni pretvarač dobile alternativne relacije:

$$I = \frac{\sqrt{2}}{\cos \varphi} \cdot I_0 = 1,414 \cdot \frac{I_0}{\cos \varphi} \quad (366) \quad I_0 = \frac{\sqrt{2}}{3 \cdot \cos \varphi} \cdot I_0 = 0,472 \cdot \frac{I_0}{\cos \varphi} \quad (367)$$

Kako se vidi, omjer strujâ jednoarmaturnih pretvarača nije u tolikoj mjeri fiksiran kao omjer naponâ. Na njega se može utjecati varirajući uzbuđenje magnetâ,

a time i $\cos \varphi$ pretvarača. Očito će međutim biti najpovoljnije ako uz danu istosmjernu struju I_0 izmjenična struja I postane najmanja. A to će biti ako se pretvarač normalno uzbudi, da radi s $\cos \varphi = 1$. Imali bismo onda, uz zanemarene gubitke, odnose po ovoj tabeli:

Tabela V.

Broj faza	Broj koluta	Omjer naponâ E/E_0	Omjer strujâ I/I_0 pri $\cos \varphi = 1$
1	2	0,707	1,414
3	3	0,612	0,943
6	6	0,354	0,472

10. U pitanja razmatranja gubitaka zbog strujne topline u armaturi ne ćemo ovdje ulaziti. Međutim rezultat ćemo navesti, jer je vrlo zanimljiv. Ti su gubici mnogo manji kod normalno uzbuđenih jednoarmaturnih pretvarača nego li kod jednako dimenzioniranih istosmjernih generatora jednakog učina. Za omjer ν gubitaka u armaturi jednoarmaturnog pretvarača s brojem faza m i faktorom učina $\cos \varphi$ prema gubicima u armaturi istosmjernog generatora pri istima E_0 i I_0 izlazi približno:

$$\nu = 1 + \frac{8}{m^2 \cdot \sin^2 \frac{180^\circ}{m} \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{16}{\pi^2} \quad (368)$$

Također će po toj formuli biti povoljno ako pretvarač radi sa $\cos \varphi = 1$, jer onda drugi član u izrazu za ν postizava minimum, a time sam omjer ν izlazi najmanji, dakle najpovoljniji za pretvarač. Istodobno je očito zbog što manjega spomenutoga člana, a time i što manjega ν , povoljnije ako je broj faza m pretvarača veći.

11. Kako je od velikog interesa da pretvarač radi normalno uzbuđen, dakle tako da mu je $\cos \varphi = 1$, te sa što većim brojem m faza, razabire se najbolje ako se po formuli (368) proračunaju iznosi ν za različite $\cos \varphi$ i različite m . Onda se lijepo vidi da ν opada kad se $\cos \varphi$ približava jedinici i kad m raste. To pokazuje ova tabela:

Tabela VI.

Broj m faza	Omjer ν pri $\cos \varphi = 1$	Omjer ν pri $\cos \varphi = 0,9$	Omjer ν pri $\cos \varphi = 0,8$	Omjer ν pri $\cos \varphi = 0,7$	Faktor $\sigma = 1 : \sqrt{\nu}$ pri $\cos \varphi = 1$
1	1,38	1,85	2,51	3,46	0,85
3	0,57	0,84	1,23	1,80	1,33
6	0,27	0,48	0,77	1,19	1,93

12. U gornjoj tabeli pridodan je i stupac s iznosima faktora $\sigma = 1 : \sqrt{\nu}$ za različite m pri najpovoljnijem faktoru učina $\cos \varphi = 1$. Taj faktor σ , kako se vidi,

raste s brojem faza m , i taj je porast povoljan za pretvarač, jer s gledišta opteretivosti stroja kao pretvarača faktor $\sigma = 1 : \sqrt{v}$ predstavlja omjer istosmjernih struja, dakle, kod istoga istosmjernog napona, i omjer istosmjernih učina stroja kao pretvarača i istog stroja kao istosmjernog generatora, supponirajući u oba slučaja istu dopuštenu strujnu toplinu u namotaju armature.

Kako naime uglavnom ugrijavaanja zbog strujne topline ograničuju opteretivost električkih strojeva, blizu je pomisao da se na pr. pri $m = 3$ ili $m = 6$ i pri $\cos \varphi = 1$ znatno manji gubici, i s njima povezana znatno manja ugrijavaanja armatura jednoarmaturnih pretvarača, prema gubicima i ugrijavanjima jednakih istosmjernih generatora pri istoj armaturnoj struji, tako iskoriste da se slabije ugrijavani pretvarač optereti pojačanom strujom, a time i pojačanim učinkom, do iste granice ugrijavaanja kao istosmjerni generator. No kako gubici strujne topline rastu proporcionalno s kvadratom struje, jednoarmaturni pretvarač s omjerom gubitaka jednakim v prema formuli (368) mora biti kadar davati $\frac{1}{\sqrt{v}}$ puta jaču

struju, i isto toliko puta veći istosmjerni učin, nego li istosmjerni generator jednakih dimenzija i jednakog ugrijavaanja, pa se $\sigma = 1 : \sqrt{v}$ doista može smatrati mjerilom preopterativosti pretvarača prema istosmjernom generatoru. Tako po Tabeli VI. trofazni pretvarač uzbuđen na $\cos \varphi = 1$ može davati za trećinu više učina od istosmjernog stroja istih dimenzija i istog ugrijavaanja, a kod šesterofaznog pretvarača, uzbuđena na $\cos \varphi = 1$, može se čak uzimati skoro dvostruki učin, što znači da trofazni pretvarač za recimo 400 kW može imati veličinu istosmjernog generatora za 300 kW, a šesterofazni za 400 kW čak veličinu istosmjernog generatora od oko 200 kW.

Oдавде se ujedno razabire, zašto se uopće pretvarači obično grade bar trofazno za manje i srednje učine, a u većim jedinicama, gdje potrošnja materijala igra veću ulogu, čak šesterofazno, makar da se time uvode konstruktivne komplikacije zbog većeg broja kliznih koluta.

Mogu se veličine v i σ računati i uz ponešto druge pretpostavke, pa izlaze nešto malo drukčiji brojevi nego u Tabeli VI. No slika ostaje u bitnosti ista: pretvarač radi to povoljnije, što mu je veći broj faza i što mu je faktor učina bliži jedinici.

13. Naročit problem čini *reguliranje napona* na istosmjernoj strani jednoarmaturnih pretvarača. To reguliranje nije izvedivo kao kod istosmjernih generatora promjenom uzbuđenja, jer ta promjena, kao i kod drugih sinhronih strojeva, ima u bitnosti jedinu posljedicu da se mijenja faktor učina stroja.

Kako je međutim istosmjerni napon E_0 pretvarača vezan čvrstim relacijama (362) do (364) s izmjeničnim naponom E među kolutima, postoji mogućnost da se E_0 mijenja varirajući E . Zato se u pogonima gdje se traži varijabilno E_0 moraju primijeniti sredstva koja mijenjaju E . Ta su sredstva ili transformatori s mogućnošću reguliranja napona (dakle transformatori s odvojcima ili zakretni transformatori i sl.) ili induktivni svici, koji se uključe između transformatora i mreže.

Reguliranje induktivnim svicima osniva se na svojstvu pretvarača da već prema uzbuđenju uzima iz mreže ili šalje u nju više ili manje induktivne prazne struje. U vezi s promjenama pada napona u induktivnim svicima, zbog promjena jakosti struje izazvanih promjenama uzbuđenja pretvarača, mijenja se onda napon E , a time se postizava da varira i napon E_0 . No reguliranje induktivnim svicima i mijenjanjem uzbuđenja nije zgodno zbog opterećivanja mreže praznim strujama, pa se upotrebljava samo kad treba varirati istosmjerni napon E_0 za malo procenata.

14. Kod *pokretanja* jednoarmaturnih pretvarača postoje principno dvije mogućnosti. Prva je mogućnost pokretanje s istosmjerne strane. Ako je pretvarač u vezi s takvom istosmjernom mrežom koja mu bar u početku može davati struju (na pr. struja može biti iz baterije akumulatora koja radi kao pufer-baterija paralelno pretvaraču), lako će biti dovesti pretvarač kao istosmjerni motor na sinhronizam i priključiti ga onda, sinhronizirana, na izmjeničnu mrežu; nakon toga on može davati struju istosmjernoj mreži. S druge strane, i to je slučaj običniji u praksi, moguće je pokretati pretvarač s izmjenične strane. Kod toga se primjenjuju iste metode kao kod sinhronih motora (G-38.).

Jednoarmaturni pretvarači su vrlo dobri strojevi, i ekonomični kod nabavke i u pogonu, čak i uzeti zajedno s pripadnim transformatorom, te imaju i inače prednosti pred motor-generatorima, iako u izvjesnim prilikama oni u pogonu pokazuju nedostataka (na pr. kod naglih promjena napona izmjenične mreže i sl., a naročito pri obrnutoj upotrebi: kod proizvodnje izmjenične struje iz istosmjerne). U upotrebi su ih međutim danas gotovo posve potisnuli još prikladniji živini usmjerivači, a u najnovije vrijeme i kontakti ispravljači.

15. Samo u specijalnim pogonskim prilikama primjenjuju se katkad *kaskadni pretvarači*. Za razliku od kaskadnog spoja za regulaciju brzine po G-65., s obim strojevima kao asinhronim indukcionim motorima, imaju kaskadni pretvarači kao prvi ili prednji stroj asinhroni indukcionim trofazni motor sa statorom hranjenim iz izvora izmjenične struje, a na taj je motor vezan, mehanički istom osovinom i električki time što prima struju iz rotora motora, kao drugi ili stražnji stroj jednoarmaturni pretvarač, dakle sinhroni stroj. S kolektora stražnjeg stroja crpi se istosmjerna struja.

Kako su oba stroja čvrsto vezana istom osovinom, broj okretaja na minutu kaskadnog pretvarača je za oba stroja isti, te uostalom posve određen. Kaskadni naime pretvarač rotira *sinhronom* brzinom $n = 60f/(p_1 + p_2)$, koja odgovara sumi $p_1 + p_2$ pari polova prednjeg i stražnjeg stroja i frekvenciji f izmjenične mreže.

Ako su na pr. oba stroja građena s istim brojem pari polova, rotirat će pretvarač s polovicom sinhrone brzine svakog pojedinog stroja, pa će specijalno kaskadna kombinacija dvaju četveropolnih strojeva pri $f = 50$ Hz rotirati sa $n = 750$ okr/min. Ako je naprotiv prednji motor šesteropolni ($p_1 = 3$) i stražnji stroj četveropolni ($p_2 = 2$), kaskadni pretvarač imat će pri $f = 50$ Hz brzinu $n = 600$ okr/min.

Kao kombinacije dijelom na principu motor-generatora i dijelom na principu jednoarmaturnog pretvarača kaskadni pretvarači povoljno sjedinjuju svojstva mo-

tor-generatora i jednoarmaturnih pretvarača; njihovi su stepeni djelovanja između onih motor-generatora i onih jednoarmaturnih pretvarača, i to redovno bliže iznosima susretanima kod ovih potonjih.

II) USMJERIVAČI (ISPRAVLJAČI)

Vrste usmjerivača. Visokovakuumski usmjerivači. Langmuirova i Richardsonova formula. Stepni djelovanja. Poluvalno i punovalno jednofazno, te trofazno i šestofazno usmjerivanje. Usmjerivači s plinovima ili parama i s vrućom katodom. Poluvodički usmjerivači. Živini usmjerivači (s tekućom živom kao katodom). Katodna mrlja. Paljbene i uzbudne anode. Spojevi usmjerivača sa 2, 3 i 6 anoda. Gubici; stepni djelovanja. Usmjerivači s mrežicama; njihove primjene. Ignitron. Kontaktni ispravljači.

16. U bitnosti se djelovanje »usmjerivača« ili »ispravljača« osniva na činjenici da oni dobro propuštaju električke struje u jednom smislu, i nikako, ili vanredno loše, u suprotnom smislu, dakle na »ventilnim« učincima koje te naprave pokazuju.

Kod većih i najvećih učina, te srednjih i visokih napona, dolaze u obzir uglavnom samo usmjerivači sa živinim parama i tekućom živom kao katodom, ukratko nazivani »živini usmjerivači«; oni se mogu graditi u jedinicama sve do nekoliko hiljada ampera istosmjerne struje. Za ne prejakе struje dobro služe i drugi, »mali« usmjerivači. Takvi su na pr. »plinom punjeni« ili »živinim parama punjeni« usmjerivači s električki usijanom katodom u prostoru s razrijeđenim plemenitim plinom ili živinim parama, a mnogo se danas upotrebljavaju za slične svrhe, no i za posve slabe struje pri naponima sve do najviših, »suhi usmjerivači« oni sa Cu_2O i pogotovo oni sa Se. Zapravo su to »poluvodički« ispravljači sa »zapornim slojem« u graničnom području X-X' po sl. 67.b) uz B-29., koja se odnosila na kombinaciju *n*-vodljivog s *p*-vodljivim Ge ili Si, no koja se može primijeniti i na spomenute suhe ispravljače. Ovi prema tomu imaju karakteristike istoga tipa poput one sa sl. 67.c) uz B-29. A u novije vrijeme sve više konkuriraju inače daleko najčešće upotrebljavanim Se-ispravljačima i već u B-29. razmatrani Ge-ispravljači i Si-ispravljači, pa čak i za jače struje. Za slabije i posve slabe struje, a za napone sve do najviših, vrlo su prikladni, pored netom spomenutih poluvodičkih ispravljača, koje kod viših napona treba dakako primjenjivati u grupama od dovoljnog broja serijski nadovezanih pojedinih elemenata takvih ispravljača, također i naročito »visokovakuumske ventili«, zvani također »visokovakuumske diode« ili »kenotroni«, s vanredno pomno evakuiranim prostorom za izbijanje i s električki užarenom katodom. Kao »cijevne diode« ovakvi visokovakuumski ispravljači mnogo se upotrebljavaju i kod ispravljanja slabih struja pri malim naponima. Također postoje, no nemaju veće praktičke važnosti, i usmjerivači s hladnom katodom i tinjavim izbijanjem u razrijeđenom plinu, itd. Elektrolitički ventili poput onih iz B-118. neprikladni su za upotrebu u većem, i nemaju tehničke upotrebe kao usmjerivači.

U specijalne pogone, s vanredno jakim istosmjernim strujama pri skromnijim naponima, posljednjih godina sve više prodiru »kontaktni ispravljači« (K-ispravljači), koji izmjenične struje, obično višefazne, ispravljaju uz pomoć sustava mehaničkih kontakata, mehanički u prikladnom sinhronom slijedu zatvaranih i otvaranih (s pomoću prikladne sinhrono djelotvorne naprave, na pr. malog sinhronog motora tjeranog iz izmjenične mreže).

17. Usmjerivači se odlikuju prednostima da ne djeluju na način rotirajućih strojeva, da rade bez buke, da se lako priključuju na mrežu, te da redovito mogu raditi bez nadzora. Živini usmjerivači za istosmjerne napone od više stotina volta pa na više, i kontaktni za vrlo jake struje i malo niže napone, pa i oni s Ge za jake struje, uz to su naročito ekonomični u pogonu, te pokazuju to svojstvo čak i kod opterećenja koja su samo malen dio punoga, što nije slučaj kod strojeva. Ovdje ćemo se ponajviše zadržati kod živinih usmjerivača, kao tehnički kudikamo najvažnijih. A prije živinih ćemo imati prilike upoznati visokovakuumske i plinom odn. živinim parama punjene usmjerivače s usijanom katodom, koji se mogu uzeti kao priprava za živine usmjerivače, te štošta dodati o već prije samo letimično dotaknutima selenskim ispravljačima, kao i o najnovijima s germanijem ili silicijem za jake struje, te o kontaktnim ispravljačima.

Treba još reći da se, osim za »ispravljanja« u smislu pretvorbi izmjeničnih struja u istosmjerne, mnogi usmjerivači dadu upotrebiti i za različite druge svrhe (pretvorbe istosmjernih struja u izmjenične, izmjeničnih struja jedne u one druge frekvencije, istosmjernih struja jednog napona u one drugog napona), što pogotovo vrijedi za usmjerivače s plinom ili parama i usijanom katodom snabdjevene »rešetkama« za svrhe upravljanja (»tiratroni«) i za Hg-usmjerivače s rešetkama. No ovdje će se uglavnom govoriti o funkcijama usmjerivača kao običnih ispravljača, a samo kod Hg-usmjerivača će se nešto reći i o mogućnostima koje se otvaraju uvođenjem upravljanja rešetkama u napravama s razrijeđenim parama ili plinovima.

Po tom što kontaktni ispravljači ipak nisu bez gibanih dijelova, i prema tome ni nisu posve mirujuće naprave, neki ih svrstavaju među »pretvarače«, pod imenom »kontaktnih pretvarača«. No kako se kod njih radi tek o gibanom pomoćnom uređaju na pr. malog motora i njime upravljanih kontakata, a ovi potom, jer ispravno otvarani i zatvarani djeluju propusno i zaporno pretvarajući snagu jakih izmjeničnih struja u onu jakih istosmjernih, predstavljaju »ventile«, slične u konačnoj konsekvenciji onima u ostalim ispravljačima, ipak će biti ispravnije ostati kod naziva »kontaktni ispravljači«.

18. Već je u B-14. bilo opisano djelovanje viskovakuumskog usmjerivača s katodom K u obliku užarene niti kao izvorom elektrona i njoj nasuprot hladnom anodom A (sl. 65.). Imena »diode« (dvoelektrodne cijevi) i »kenotroni« (prazne cijevi) treba da sjete na osnovno potrebne dvije elektrode K i A i visoki vakuum u tim cijevima. Jedino elektroni iz užarene katode mogu u valjano evakuiranoj cijevi strujati prema hladnoj anodi, te doista prema anodi i struje kad je ona pozitivna i vuče k sebi elektrone emitirane iz katode, a ne struje kad je anoda nega-

tivna u odnosu prema katodi i odbija od sebe elektrone. Prema tomu ni izmjenični napon primijenjen između elektroda ovakve naprave ne može nego proizvesti elektronska strujanja samo u »pozitivnoj« polovici perioda izmjeničnog napona, kad taj napon podržava anodu pozitivnom, dok naprotiv naprava postaje ventil za prolaz struje u »negativnoj« polovici perioda izmjeničnog napona, kad taj napon čini anodu negativnom.

Smjer je propuštanja rojeva elektrona u visokovakuumskom usmjerivaču od katode prema anodi, što znači da je smjer propuštanja električke struje od anode prema katodi, jer je običaj nazivati smjerom električke struje onaj smjer kojim bi strujali pozitivni nosioci naboja, a taj je suprotan smjeru kojim struje negativni nosioci naboja: elektroni. Prema tomu katodu treba smatrati »pozitivnim« polom s gledišta potrošača priključenih u krug ispravljene struje.

19. Za točnije razmatranje upotrebljivosti visokovakuumskih usmjerivača potrebno je poznavati zakonitosti koje određuju iznose I_a između anode i katode propuštane struje, točnije ovisnost te struje o iznosima U_a pozitivnog napona anode prema katodi. Radi se tu o dvije zakonitosti. Za malene iznose U_a , kako je već u B-14. razloženo, raste I_a , zbog t. zv. »učinaka prostornog naboja« elektrona u prostoru između katode i anode, s U_a po zakonu parabole reda 1,5 t. j. po Langmuir-ovoj (Childovoj) formuli (sa K kao konstantom danog usmjerivača):

$$I_a = K \cdot U_a^{1,5} \quad (369)$$

To znači da krivulja iznosâ I_a u ovisnosti od iznosa U_a teče najprije konkavno prema gore, da dalje postane uglavnom pravčasta kao sve parabole nešto podalje od tjemenâ. No zatim, kod nešto većih iznosâ U_a , krivulja iznosa I_a suprotno relaciji (369) sagiba se nadesno postajući horizontalna. Prema tomu dalja povišavanja iznosa anodnoga napona od neke vrijednosti pa na gore ne donose nikakvih povećavanja iznosa anodne struje preko nekog određenog iznosa, iznosa I_s »struje zasićenosti«, kod koga se može uzeti da praktički svi elektroni emitirani iz katode prispijevaju na anodu. Pri tom je važno da sam iznos I_s struje zasićenosti, a s njim i iznos najmanjega anodnog napona potrebnog da se I_s postigne naglo rastu s temperaturom $t^\circ\text{C}$ usijane katode (v. sl. 66. uz B-14.). To će biti bez daljega razumljivo ako se pomisli da jače usijana nit emitira više elektrona sekundno, a za struju zasićenosti I_s se može pretpostaviti da je podržavaju praktički svi elektroni emitirani iz katode. Poblje se odnos između I_s i apsolutne (Kelvinove) temperature niti $T^\circ\text{K} (= t + 273^\circ\text{C})$, uzimane jednake za cijelu katodu, može izraziti Richardsonovom formulom:

$$I_s = A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{b}{T}} \cdot S \quad (370)$$

gdje e znači bazu prirodnih logaritama, S površinu katode, a A i b konstante (od kojih je prva ista za sve čiste tvari katode, a druga karakterizira tvar katode).

Lako je vidjeti da pri odnosima po (370) doista I_s vanredno naglo raste s povišenjem T .

U Langmuirovoj formuli (369) je K konstanta određena dimenzijama i međusobnim prostornim rasporedajem obih elektroda kenotrona; specijalno pri I_a u A i U_a u V za cilindričnu katodu polumjera r_0 i duljine l i koaksijalno zamišljenu cilindričnu anodu nutarnjeg polumjera r izlazi: $K = 14,66 \cdot 10^{-6} \cdot l/r_0 \beta^2$, gdje je β određeno omjerom $r:r_0$, i kod većih iznosa $r:r_0$ može se β uzeti jednakim jedinici, kako je u dijelu b) vj. 32. uz pogl. B) i učinjeno.

U Richardsonovoj formuli uz I_s u A i S u cm^2 treba stavljati za volframske katode: $A = 60,2$, te $b = 52600$. Po (370) praktički volframska katoda postaje izvor elektrona tek kad je jako usijana. Kod $T = 1900^\circ\text{K}$ svaki cm^2 površine volframove katode emitirao bi tek toliko elektrona koliko bi odgovaralo struji od 0,2 mA, kod $T = 2100^\circ\text{K}$ emisija bi bila 3,5 mA/ cm^2 , a kod »bijelog« žara pri $T = 2300^\circ\text{K}$ odn. $T = 2400^\circ\text{K}$ već bi se dosegnule obilne emisije od 37 odn. 105 mA/ cm^2 . Kod katode pri temperaturi $T = 2500^\circ\text{K}$, koju ni temperaturno naročito otporna volframova nit ne bi dugo izdržala, emisija bi skočila čak na 274 mA/ cm^2 .

Međutim s nitima za katode specijalnog sastava, na pr. onima s primjesom torija, kojima odgovaraju konstante b mnogo manjeg iznosa, uspjelo je dovoljne intenzitete emisije elektrona postići već pri mnogo nižim temperaturama »žutoga« žara, te po tom sa znatnom uštedom strujne topline i učina trošena na grijanje (»štedne niti«).

Još bitno veće uštednje učina trošena na grijanje daju »oksidne katode«, koje se danas pri nižim anodnim naponima daleko najčešće upotrebljavaju, ne samo kod visokovakuumskih i plinom ili parama punjenih ispravljačkih cijevi, nego i kod trioda i drugih prijemnih, pa i emisionih radio cijevi, i sl. Oksidne katode s »direktnim grijanjem« nose na strujom grijanom nosiocu od volframa ili sl. sloj oksida barija Ba (te ostalih »zemnoalkalijskih kovina« stroncija Sr i kalcija Ca). Izlazna radnja za izbacivanje elektrona iz ovakvih slojeva, a time i konstanta b iz formule (370), tako su malene da je niti dovoljno ugrijati do temperatura oko 850°C (1123°K) ili sl. Osnovni pojava našao je već pred pola stoljeća Wehnelt, još prije dolaska radio cijevi, kod kojih je u početku za katode uziman čisti odn. nešto kasnije torirani volfram. Trebalo je dugo dok se pomnim istraživanjima nisu bar uglavnom razbistrili dijelom vrlo zamršeni odnosi u oksidnim katodama, i dok se nisu razvili tehnički postupci za dobivanje kvalitetnih i trajnih oksidnih katoda. Uglavnom za funkciju BaO-katode treba da u njenom aktivnom sloju bude elementarnog Ba, koji se stvara iz BaO. Moderne oksidne katode imaju vrlo čvrste, tanke i glatke oksidne slojeve, koji dopuštaju i neznatne razmake ostalih elektroda od katode, a ekstremno kod najminijaturnijih radio cijevi, na pr. baterijski grijanih za aparate za nagluhe, može se izići i s učinicima grijanja od samo 0,03 ili čak 0,01 W.

Vrlo su običajne danas, u ispravljačkim i drugim cijevima s termičkom emisijom elektrona, »indirektno grijane« katode: na prikladnoj podlozi, snabdjevenoj izmjeničnom strujom grijanom niti N, leži izolirano od N oksidni sloj, koji služi kao katoda K (zbog direktno i indirektno grijanih radio cijevi v. i J-26.).

20. Budući da je usmjerivanje visokovakuumskim usmjerivačima bazirano praktički isključivo na elektronima kao nosiocima struje, ono je provedivo samo uz posebno visok vakuum, koji tek novija tehnika znade osigurati. Obično je vakuum takav da je preostali pritisak tek reda veličine 10^{-6} mm stupca žive (što znači da okruglo od svake milijarde molekula pri normalnom pritisku zaostane neisisan tek po jedan molekul), a često je vakuum još bolji. Takav je vakuum izvrstan izolator, pa usmjerivač ne gubi ventilno djelovanje ni pri skromnim razmacima između katode i anode uz istodobno vrlo visoke primijenjene izmjenične napone. Naprotiv kod loše evakuiranih usmjerivača, odn. kod naknadnog pojavljivanja neznatnih tragova plinova u njima, dolazi do neželjenih pojava ionizacije, čak sve do električkog proboja kod samo nešto viših primijenjenih napona.

21. Dalja su osobitost visokovakuumskih usmjerivača njihovi gubici. Oni su dvojaki: a) gubici učina zbog strujne topline potrebne za grijanje niti, b) gubici učina zbog potroška napona potrebna za svladavanje učinaka prostornog naboja. Zbog ovih potonjih učinaka određena ispravljena istosmjerna struja može se postići samo uz podržavanje i potrošak nekog određenog iznosa napona između anode i katode, pa se prema tomu postizava smanjeni iznos istosmjernog napona. A taj potrošak napona i pripadni gubici učina, kao neovisni za danu cijev o visini usmjerenog napona, mogu iznositi relativno mnogo ako je sam usmjereni napon nizak, pa onda stepen djelovanja visokovakuumskog usmjerivača izlazi nepovoljan. Za još veću nepriliku učinkom trošenim na svladavanje djelovanja prostornog naboja dolazi do ubrzavanja elektrona na putu između katode i anode, a kinetička energija tih elektrona pretvara se u toplinsku kod udaranja elektrona na anodu, koja je redovno od lima (nikaljnog, volframskog, molibdenskog i sl.). Zbog toga se anode, i cijele cijevi usmjerivača, kod pogona manje ili više ugrijavaju (anode ekstremno sve do tamnocrvenog žara). A kod preopterećena usmjerivača anoda se može tako jako usijati da sama postane izvor »sekućdnarnih« elektrona na štetu usmjerivačkog djelovanja cijevi. To ograničuje opteretivost visokovakuumskih usmjerivača na relativno skromne struje.

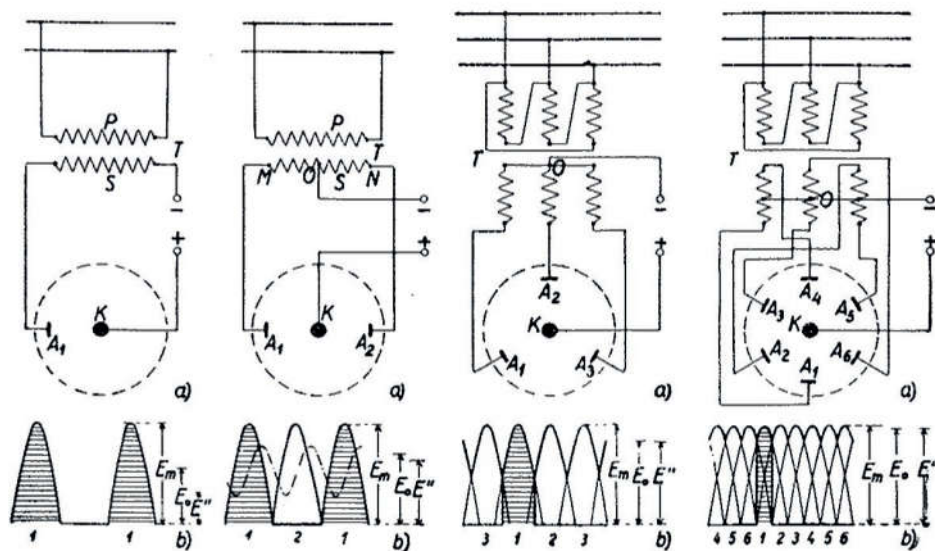
22. Iz svega rečenoga očekivati je da će usmjerivanje visokovakuumskim cijevima biti izvedivo samo uz slabije struje, i racionalno tek uz visoke ili čak najviše napone, zbog čega se posebno pomno građeni veliki visokovakuumski usmjerivači i upotrebljavaju pod imenom »visokonaponski ventili« često za dobivanje vanredno visokih istosmjernih napona iz (transformacijom proizvedenih) visokih izmjeničnih napona. Na pr. za pogon rentgenskih cijevi, za uređaje za obaranje čestica prašine i dima (A-80.), za laboratorijska visokonaponska ispitivanja, itd. A služe kenotroni i za stvaranje manje visokih istosmjernih napona, na pr. za pogon emisionih radio-cijevi. Konačno se susreću visokovakuumske cijevi kao male »ispravljačke cijevi«, na pr. u prijemnicima radija (za proizvođenje, priključkom na rasvjetnu mrežu, anodnih struja za prijemne cijevi tih aparata). U tim se slučajevima ispravljeni napon primjenom serijskih induktancija (prigušnica) i paralelnih kondenzatora »izgladi«, t. j. oslobodi svojih pulzacija. Kod ispravljača za prijemnike radi se o neznatnim učinima, pa nešto nepovoljniji stepen djelovanja igra, pri ostalim prednostima ovakvih naprava, podređenu ulogu, a i gubici u malim ispravljačima su apsolutno uzeto manji.

Za ilustraciju ovisnosti stepena djelovanja η o visini usmjerenog napona neka posluži primjer trofaznog usmjerivanja s tri velika visokonaponska ventila za relativno vrlo jaku struju 5 A. Volframove katode takvih ventila trošit će recimo 50 A struje grijanja pri naponu grijanja 20 V (koji bi se dobivao iz izmjenične mreže preko posebnih malih »transformatora grijanja«), a pad napona zbog prostornog naboja dosegnuo bi u ovako velikim cijevima recimo 1500 V. Kako se u promatranom slučaju može približno računati kao da svaka cijev vodi punu struju 5 A kroz trećinu pojedinih perioda, bio bi gubitak učina zbog efekata prostornog naboja za sve cijevi zajedno 1500 · 5 W ili 7,5 kW, dok gubitke grijanja triju cijevi treba računati sa 3 · 20 · 50 W ili 3 kW. Svega bi dakle gubici u tri ventila iznosili 7,5 + 3 kW ili 10,5 kW. Kod 2 kV ispravljenog napona i

5 A ispravljene struje, dakle kod ispravljenog učina 10 kW, stepen djelovanja bi bio: $\eta = 10 : (10 + 10,5) = 0,488$, dakle još nepovoljan. No kod ispravljenog napona 100 kV uz 5 A struje, odn. ispravljenog učina 500 kW, stepen djelovanja triju ventila postao bi izvanredno povoljan: $\eta = 500 : (500 + 10,5) = 0,98$. Tek nešto niži bi izlazio stepen djelovanja η_0 cijelog usmjerivača, u kome slučaju bi se priračunali i relativno maleni gubici glavnog transformatora koji bi trofazni mrežni napon podigao na iznos potreban za postizavanje predviđenog istosmjernog napona, kao i oni u transformatorima grijanja. Upotreba štednih niti ne bi mnogo snizila gubitke, jer gubici grijanja čine u promatranom slučaju manji dio ukupnih gubitaka.

23. Već je u B-119. bilo govora o »poluvalnom« i »punovalnom« usmjerivanju jednofaznih napona, a malo prije je bilo govora o trofaznom usmjerivanju.

Usmjerivači po shemi u sl. 521.a) sa samo dvije elektrode, katodom K i jednom jedinom anodom A₁, bez obzira na princip njihova djelovanja, očito mogu davati samo poluvalna usmjerivanja, s propuštenima po sl. 521.b) po anodi A₁ samo onim polovicama 1 izmjeničnog napona koje tu anodu čine pozitivnom.



Sl. 521.

Sl. 522.

Sl. 523.

Sl. 524.

Punovalno usmjerivanje jednofaznog napona može se postići, u spoju po sl. 522.a), transformatorom T s odvojkom O u sredini sekundarnog namotaja i »dvoanodnim« usmjerivačem s dvije anode A₁ i A₂ nasuprot jednoj zajedničkoj katodi K. U tom slučaju stezaljke M i N sekundarnog namotaja, i na njih priključene anode A₁ i A₂, postaju naizmjenice pozitivne u razmacima od pola perioda, pa bivaju propuštane sad jednom sad drugom anodom i jedne i druge polovice perioda izmjeničnog napona; ove se na istosmjernoj strani zajedno kombiniraju po sl. 522.b), gdje treba zamišljati šrafirane polovice 1 propuštene anodom A₁ i nešrafirane 2 anodom A₂. Umjesto jedne cijevi s dvije anode, kakve se susreću na pr. u netom spomenutim ispravljačkim uređajima prijemnika radija s pogonom iz rasvjetne mreže, mogu se uzeti i dvije, međusobno neovisne jednostavne ispravljačke cijevi, svaka sa svojom posebnom anodom i pripadnom katodom, odn. uopće

dva jednostavna ispravljačka elementa. Tako se uzimaju kod visokonaponskih uređaja za pogon rentgenskih cijevi dva visokonaponska ventila s po jednom anodom; oni se rasporede nešto drukčije nego po sl. 522.a), no električki ekvivalentno toj shemi; a prikladno nadopunjeni s dva visokonaponska kondenzatora mogu ovakvi uređaji dati čak povišeni istosmjerni napon prema onomu visokonaponskog transformatora (E.M.).

Za potpuna trofazna i šesterofazna usmjerivanja upotrebili bi se po sl. 523.a) i 524.a) usmjerivači s tri i šest anoda, a dobiveni istosmjerni naponi tekli bi po krivuljama u sl. 523.b) i 524.b), gdje brojevi 1, 2 itd. znače propuštene napone po anodama A_1 , A_2 itd. I ovdje se dakako mjesto jednog m -anodnog usmjerivača može uzeti m jednoanodnih (primjer u H-22.).

Osim po sl. 522.a) i 523.a) moguća su punovalna jednofazna i potpuna trofazna usmjerivanja i spojevima sa 4 i 6 jednoanodnih usmjerivača, već donesenima u sl. 107. i 108. uz B-119. za slučaj elektrolitičkih usmjerivača, a mnogo upotrebljavanima kod metalnih suhih usmjerivača.

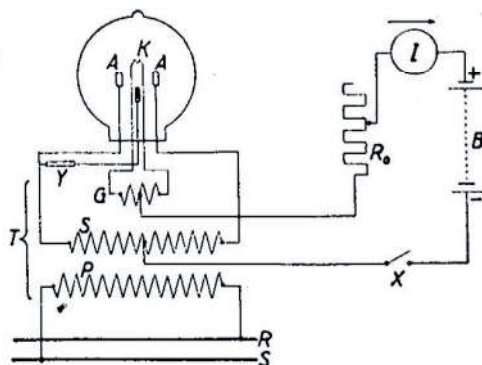
✓ 24. Za malene napone, no i nešto jače struje, pokazale su se prikladne cijevi s užarenom katodom punjene razrijeđenim plemenitim plinom. Ovdje spadaju i cijevi sa živinim parama i užarenom katodom. Za plemeniti plin uzima se obično argon, koga se pusti u cijev toliko koliko odgovara pritisku od nekoliko desetaka mm stupca žive (do 50 mm kod cijevi u hladnom stanju). Zbog živinih para ostave se u cijevi tragovi kapljevite žive, koja se kod pogonski ugrijane cijevi pretvori u živine pare.

Djelovanje plinom ili parama punjenih usmjerivača s vrućom katodom različito je od onoga visokovakuumskih u toliko što elektroni iz katode, postignuvši na putu k anodi dovoljnu brzinu, lako izvode »ionizaciju srazom« (B-13.) u prostoru s razrijeđenim plemenitim plinom ili živinim parama. Ne ulazeći u detalje mehanizma pojavâ u ovakvim usmjerivačima spomenimo samo da se neutralni atomi jednoatomnog plemenitog plina ili žive cijepaju u pozitivno nabijene ione plina ili žive i u elektrone. Nastali ioni, zbog visoke atomne mase tromi i po tom električkim poljem teško ubrzavani na svome putu prema katodi, neutraliziraju sada uglavnom prostorni naboj mnogostruko bržih elektrona, pa ne dolazi do velikih gubitaka napona zbog učinaka prostornog naboja, kao u cijevima s visokim vakuumom.

Obično se kod upotrebe argona pad napona kreće od 10 do 15 V, a nije mnogo drukčiji taj pad ni kod upotrebe živinih para. Mali pad napona u cijevi omogućava postizavanje dobrih ili podnošljivih stepena djelovanja i kod vrlo malenih iznosa usmjerenog napona. No s druge strane granica napona do kojih se usmjerivači s plemenitim plinom mogu upotrebljavati leži dosta nisko: ventilno djelovanje gubi se kod napona ne bitno iznad 100 V. Cijevi s vrućom katodom i živinim parama dadu se međutim graditi i za napone do više kilovolta.

Evo primjera kako plinski ispravljači mogu dati povoljan stepen djelovanja već kad daju napone od samo nekoliko volta. Neka treba nabijati strujom od 5 A bateriju od 6 akumulatorskih

elemenata, koji kod nabijanja troše po 2,25 V. Potrebni istosmjerni napon bio bi 6·2,25 V ili 13,5 V, no uzimajući u obzir pad napona u regulacionom otporu i povišenje napona po elementu pri kraju nabijanja moglo bi se zahtijevati 16 V istosmjernog napona. Usmjereni učin mogao bi se onda uzimati približno 16·5 W ili 80 W. Transformator T po sl. 522.a) ili sl. 525. neka ima gubitke 5 W. U cijevi s dvije anode gubici bi bili: a) zbog grijanja niti oko 40 W, b) zbog pada napona u cijevi od kojih 15 V, što bi pri 5 A dalo 75 W. Tako bi izišlo: $\eta = 80 : (80 + 5 + 40 + 75) = 0,40$, što već nije nepovoljno uz dane uvjete. Već dosta povoljan η bi izašao kod nešto viših usmjerenih napona, na pr. pri nabijanju akumulatora s većim brojem elemenata ili nekoliko serijski spojenih baterija s malo elemenata.



Sl. 525.

Detalji spojeva netom promatranog usmjerivača vide se na sl. 525. Katoda K grije se iz tercijarnog namotaja G transformatora T, komu je primarni namotaj P priključen na mrežu, a sekundarni S daje usmjerivani napon. Osim dviju glavnih anoda A-A (obično iz grafita) predviđena je posve blizu katodi, i priključena je preko sigurnosnog silitnog otpora Y, pomoćna anoda kojom se uvodi »paljba« izbijanja u plinom punjenoj cijevi. X je sklopka, I ampermetar istosmjerne struje, R_0 regulacioni otpor, B baterija priključena na nabijanje.

25. Za slična područja napona i struja kao plinski usmjerivači s užarenom katodom, no također i za ispravljanja visokih napona pri slabim strujama, danas se mnogo upotrebljavaju kombinacije već spominjanih tako zvanih suhih usmjerivača. Tehničku važnost dobili su najprije oni s bakrenim oksidulom Cu_2O , i poslije oni sa selenom Se.

Pri tomu su oni sa Cu_2O u visokom stepenu propusni za struje u smjeru od bakra prema bakrenom oksidulu, a oni sa Se u smjeru od podloge (Fe ili Al) prema selenu itd. A praktički su jedni odn. drugi nepropusni (pri malim naponima) u suprotnom smjeru. Pojedini se »elementi« suhih usmjerivača, da ne izgube svojstvo usmjerivanja, smiju opterećivati tek skromnim iznosima usmjerivanih napona, već prema vrsti ispravljača, recimo ne višima od 5 V kod Cu_2O -ispravljača i 25 do 30 V kod Se-ispravljača. Ipak se, zbog prednosti suhih usmjerivača: da se lako kombiniraju, jer ne trebaju ni prostora za izbijanje ni strujom grijane katode potrebnih kod visokovakuumskih usmjerivača i onih s plinovima ili parama i užarenom katodom, te da nemaju ni tekućine kao elektrolitički usmjerivači, mogu suhim usmjerivačima prikladno kombiniranima usmjerivati i po volji visoki naponi i struje. Tako se čak mogu stvarati serijske kombinacije maljušnih elemenata za usmjerivanja i najviših napona pri slabašnim strujama za rentgenske i druge visokonaponske naprave. A mogu se, spajajući paralelno serijske nizove od malog broja velikih elemenata, od kojih i oni većih površina pojedince usmjeruju recimo samo 10 A istosmjerne struje, postići i jake usmjerene struje pri manjim naponima, na pr. za pogon istosmjernih lučnica.

Stepen djelovanja pojedinih elemenata, a po tom i cijelih kombinacija suvremenih selenskih usmjerivača dosiže 0,80 do 0,91, te se uglavnom ne mijenja

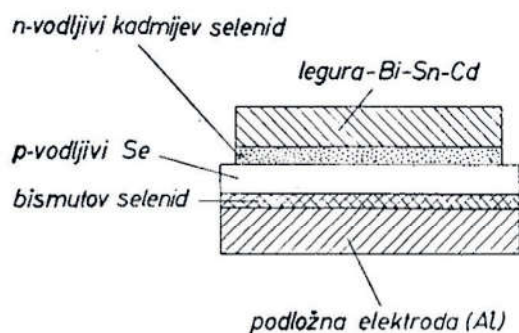
s visinom istosmjernog napona i struje, dok smo kod usmjerivača s užarenom katodom i padom napona u cijevi naišli na stepen djelovanja koji raste s visinom usmjerenoga napona. Trajnost je suhih usmjerivača, uz ispravnu upotrebu, praktički gotovo neograničena.

25a. Po načinu djelovanja suhi ispravljači, poimence selenski, u bitnosti su poluvodički ispravljači slični onima s Ge ili Si. I kod njih se radi o zapornom djelovanju u jednom smjeru i propusnom u drugom smjeru n - p -kombinacije po B-29. i sl. 67.b) n -vodljivog materijala s p -vodljivim materijalom, i to utjecajem uske zone osiromašene na slobodnim nosiocima naboja, elektronima i defektelektronima po B-29., koja se uspostavi pri graničnoj plohi n - i p -područja poput X-X' po sl. 67.b) pod 1). Takva, baš tim osiromašenjem električki gotovo nevodljivom postala zona, zvana »zaporna zona«, proširuje se primjenom na n - p -kombinaciju vanjskih napona u smislu od n prema p , kao u sl. 67.b) pod 2), pa rezultira zaporno djelovanje po dijelu priljubljenom uz apscisnu os negativne strane karakteristike iz sl. 67.c). A primjenom vanjskih napona u smislu od p prema n , kao u sl. 67.b) pod 3), može se zaporna zona dovesti do iščezavanja, i tim učiniti n - p -kombinacija propusnom za struje u smjeru od p prema n ; uspor. pozitivnu stranu karakteristike iz sl. 67.c). Ovi odnosi najprije su uočeni kod n - p -kombinacija Ge odn. Si, nakon što su ispravljači sa Cu_2O i sa Se već prije bili otkriveni i dugo praktički upotrebljavani.

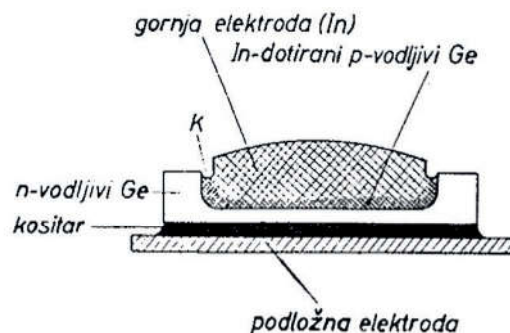
Što se kod previsokih iznosa napona u smislu od n prema p negativna strana karakteristike iz sl. 67.c) već postepeno sve dublje spušta ispod apscisne osi po sl. 67.c), a to znači da se zaporno djelovanje poluvodičkog ispravljača sve više gubi, tomu su uzrok vanredno jaka električka polja, koja se kod spomenutih previsokih negativnih napona uspostave u uvijek uskoj zapornoj zoni n - p -kombinacije. Tim se poljima proizvode emisije nosilaca naboja, te neki drugi nuzgredni efekti. Tako pojedinim primjercima poluvodičkih ispravljača pripadaju manji ili veći iznosi »zapornih napona«, iznad kojih već iščezava ispravno djelovanje ispravljača.

Evo još konkretnog primjera kako je građen moderni selenski ispravljač. Po sl. 525.a) na podlogu iz Al, površine nahrenavljene pješćanim mlazom, nanese se vanredno tanak sloj bismutova selenida. Na njega se dalje, isparivanjem u vakuumu, nanese sloj običnog Se debljine oko 50 mikrona (0,05 mm), koji se pri temperaturi oko 220 °C pretvori u sloj p -vodljivog Se. Na tako priređeni selenski sloj štrcanjem rastaljene lako taljive legure Bi-Sn-Cd nanese se sloj spomenute legure, pri čijem donjem dijelu, reagiranjem Cd iz legure sa Se, dođe do stvaranja n -vodljivog tankog sloja kadmijeva selenida, tijesno nadovezanog na sloj p -vodljivog selena ispod njega. Tako nastane zaporni sloj pri graničnoj plohi p - n -kombinacije i, prema onom što je malo prije bilo rečeno, propusnost za struje u smislu od selena prema kadmijevu selenidu i zapornost u suprotnom smislu. Al i Bi-Sn-Cd su samo priključne elektrode, a bismutov selenid između Al i Se po-

treban je tek zbog osiguranja vodljive veze sa Se bez jednog novog zapornog sloja, koji bi djelovao suprotno sloju pri X-X', kad bi se Al i Se neposredno doticali. Gotovom se selenskom ispravljaču negativna strana karakteristike do neke mjere poboljša »električkim formiranjem« s primjenom jačih negativnih napona: silazni dio negativne strane pomakne se u područje viših negativnih napona iz sl. 67. c).



Sl. 525.a)



Sl. 525.b)

25b. Još bolje poluvodičke ispravljače, čak i za vrlo jake struje, daju već u B-29. spomenute plošne kristalne diode s Ge ili Si. Zbog velike vodljivosti *n*- ili *p*-dotiranih Ge ili Si ovi ispravljači mogu propuštati struje već s neznatnim padovima napona, a time i s neznatnim stvaranjima topline i vrlo povoljnim stepenima djelovanja, na pr. i do 0,99 kod Ge (prema najviše i tek u novije vrijeme, do 0,91 kod Se-ispravljača). K tomu se s Ge, i pogotovo sa Si, mogu primjenjivati mnogostruko veće gustoće struje, i također mnogo viši naponi, nego sa Se. Zbog rečenoga, osim kao sitne kristalne plošne diode za slabašne struje, danas već općenito proširene u radiotehnici, mjernoj tehnici i sl., počeli su se od nedavna graditi i veliki plošni ispravljači s Ge ili Si, dakle s relativno velikim pločicama Ge ili Si, odn. velikim ploham X-X' po 1) u sl. 67.b), te primjenjivati i u postrojenjima s jakim strujama, gdje su inače bili upotrebljavani selenski ili čak živini ispravljači.

Ovakvi »jakostrujni« ispravljači s Ge građeni su obično iz ovećih no vrlo tankih pločica *n*-vodljivog Ge, na koje se po sl. 525.b) nalegira, kod temperature oko 500 °C, sloj rastaljenog indija In ili koje njegove legure. Pri tom se u Ge-pločici stvori udubina, jer dio Ge pređe u rastaljeni In. Kod kasnijeg ohlađivanja izluči se iznad neutrošenog *n*-vodljivog Ge tanki sloj Ge dotiranoga s In u takvoj koncentraciji da nastane *p*-vodljivi Ge, dok iznad njega nastane uglavnom skrnuti In. Dobiva se dakle kombinacija *n*-vodljivog s *p*-vodljivim Ge, s graničnom plohom između njih, i po tomu poluvodički ispravljač, koji međutim kod samo malo većih pločica Ge dopušta i struje do više desetaka ili čak stotina ampera po samom jednom elementu. Spoj pločice *n*-vodljivog Ge na podložnu metalnu (dolu) elektrodu vrši se nalegiranjem te pločice na pokositrenu tu elektrodu. Spoj je

onda praktički »omski« (bez zapornog sloja). Skrutnuti In iznad sloja p -vodljivog Ge daje drugu gornju priključnu elektrodu. Na rubovima p -Ge prema n -Ge onaj prvi se ukloni »jetkanjem«, što ostavi okolo naokolo kanal K po sl. 525.b).

Kraj nezatne mase jakostrujnih Ge-ispravljača treba se bojati, usprkos odličnoga stepena djelovanja, već kod kratkotrajnih prekoračenja inače visokih dopuštenih gustoća struje, prejakih ugrijavanja zapornog sloja, a kako još Ge-ispravljači već i kod samo nešto povišenih temperatura sve lošije rade, a iznad temperatura zapornog sloja 60 do 65 °C već se ni ne preporuča ići, treba dakako kod jakostrujnih Ge-ispravljača prejaka ugrijavanja energično sprječavati brzim odvođenjem stvarane topline (hlađenja uzduhom ili vodom najvećih jedinica; specijalni »brzi« osigurači, ili »momentani« releji).

Prikladnim kombinacijama kako selenskih tako germanijskih ispravljača uspelo je već graditi jedinice koje u mnogim pogonima, na pr. u elektrolitičkim pogonima od pedesetak ili sto volta i mnogo kiloampera, zamjenjuju u njima prije upotrebljavane ispravljače, i nema sumnje da će u skoroj budućnosti osobito Ge-ispravljači, i naročito Si-ispravljači kad se oni budu mogli proizvoditi dovoljno jeftino, prodirati u sve više pogona jake struje.

Osim gornjih *plošnih* dioda (na pr. »legiranih«, s In na Ge), i to onih maljušnih za slabe struje srodan učinak »jednostranog« propuštanja, doduše samo posve slabašnih struja, ali s druge strane i struja najviših frekvencija susretnih u radiotehnici, daju *točkaste* diode (dioda s »točkastim« kontaktom, kod kojih na prikladne vrsti kristala pritište šiljak žice iz prikladnog materijala, na pr. na sitne pločice Ge ili Si šiljak žice iz volframa). Suvremene točkaste diode s Ge ili Si pokazale su vrlo upotrebljive na pr. za »detekciju« pri prijemu radiosignala ultrakratkih pa i decimetarskih odn. centimetarskih radiovalova (»kristalni detektori«). Zanimljivo je da su kristalni detektori bili poznati već u počecima radija (kao vrlo prikladna smatrala se kombinacija: kristal galenit PbS sa recimo srebrenom žicom). Ti su starinski detektori općenito služili za detekciju tada jedino upotrebljivanih dugih i srednjih valova, dok ih na tom području nisu istisnule kasnije nadošle (i osim za detekciju još i za pojačavanja primljenih signala sposobne) »elektronske cijevi«.

26. Revolucionaran napredak i mogućnosti upotrebe pri najvećim učinicima donijeli su još pred više decenija *živini usmjerivači* s »hladnom« živinom katodom. Kod nešto viših napona, i jakih ili čak ekstremno jakih struja, oni su skoro bez takmaca, no dobro rade i kod srednjih struja i ne posve niskih napona.

Kod živinih usmjerivača električki usijavana kruta katoda, susretana kod dosad opisivanih posuda s izbijanjem, zamijenjena je katodom iz tekuće žive, po površini koje se neprestano pomiče vruća i svijetla »katodna mrlja«, a za kompenzaciju prostornog naboja elektrona služe ioni žive, koji se stvaraju iz živinih para što dolaze iz katodne mrlje. Katodna mrlja služi kao nadasve obilan izvor elektrona, a podržava se samim izbijanjem u usmjerivaču. Ujedno mrlja snabdijeva posudu usmjerivača dovoljnom količinom živinih para, koje se iz mrlje, trajno zgađane ionima žive i time podržavane u vrućem stanju, neprestano isparuju. Kako se dalje na gornjim hladnim dijelovima posude živine pare kondenziraju, i u ovako

kondenziranom stanju živa pada natrag katodi, katoda se u neku ruku trajno obnavlja.

27. Međutim, kako se mrlja podržava tek samim izbijanjem, potrebno je uvijek pri stavljanju usmjerivača u pogon prethodno uvesti izbijanje, odn. izvršiti »paljbu« stvarajući katodnu mrlju i potrebnu gustoću živinih para u posudi usmjerivača. A za to se predviđa naročita pomoćna anoda. t. zv. paljbena anoda. Ona se privremeno dovede u kontakt sa živinom katodom usmjerivača, a zatim se spoj prekine. Tako nastane iskra prekidanja i uvede se električki luk između žive i paljbene anode. A kod jednom izvršene paljbe i stvorene katodne mrlje izbijanje se nastavlja između mrlje i jedne za drugom pojedinih glavnih anoda, kojih usmjerivač, već prema broju faza, ima po sl. 522.a) do 524.a) 2, 3 ili 6, a u 12-faznom spoju ima ih 12.

Treba još dodati da se mrlja vanredno brzo hladi, pa se i već uvedeno izbijanje podržava tek uz uvjet da struja pri izbijanju ne padne ni kratkotrajno k nuli, pa čak da ne ostaje trajno ispod nekog minimuma, recimo 3 ili 5 A; inače se luk gasi pa se dalje izbijanje može izazvati tek novom paljbom živina luka. Zato se, da bi se izbjegla mogućnost gašenja usmjerivača i postiglo da mu se luk održava trajno uzbuđen i kod ispadanja glavnog tereta, veće polifazne jedinice snabdijevaju, osim radnim »glavnim« anodama i pomoćnom »paljbenom«, još i dvjema daljim pomoćnim, t. zv. »uzbudnim« anodama, koje se priključuju preko jednofaznog strujnog kruga hranjena iz posebnog transformatora, primarno vezana na jedan od linijskih napona izmjenične mreže. Između uzbudnih anoda i katode osigurana je onda neka za funkciju usmjerivača minimalno potrebna struja, makar se opterećenje glavnog kruga i prekinulo.

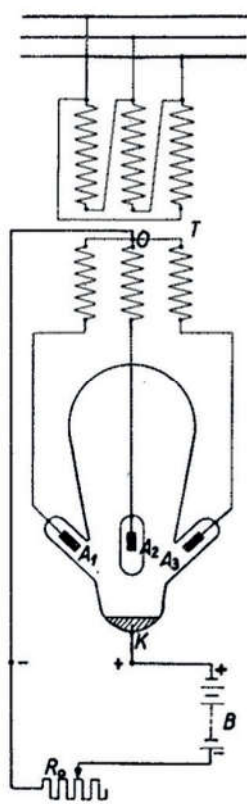
Kod manjih jednofaznih punovalnih usmjerivača bez uzbudnih anoda postoji i pogibelj gašenja usmjerivača u momentima kad anodni naponi po sl. 522.b) prolaze blizu nule; ta se pogibelj izbjegava učinkom zatezanja i izgladivanja što ga izvodi »svitak izgladivanja«, koji jednofazni usmjerivači prema tomu moraju imati [v. točka-crtkanu krivulju struje na sl. 522.b), po kojoj se usmjerena struja još podržava u intervalima kad momentani iznosi napona jedne anode postanu preniski sve dok oni druge anode ne porastu koliko treba za održavanje luka].

Obilnost elektronske emisije iz katodne mrlje vrlo dobro karakterizira podatak da sekundno emitirane množine elektrona po cm^2 mrlje odgovaraju strujama do 4000 A. Prije se pripisivala ta emisija vanredno visokoj temperaturi mrlje, no po novijim istraživanjima elektroni bi bili iz žive više trgnuti djelovanjem silno jakog električkog privlačenja, od gusto tik uz mrlju raspo-
ređenih pozitivnih živinih iona.

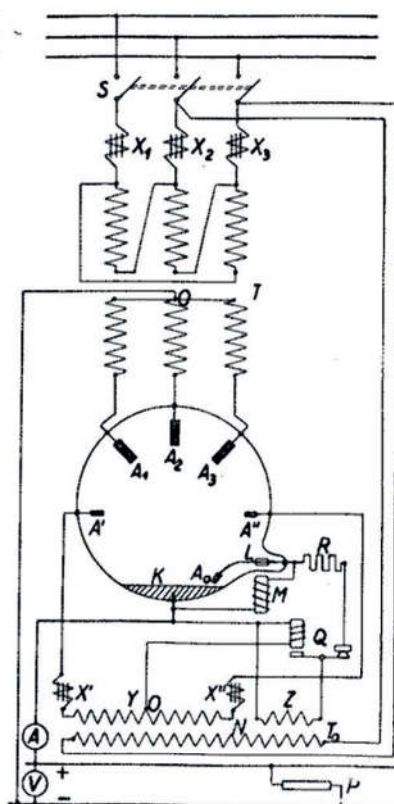
Metoda paljbe ima kod živinih usmjerivača vrlo raznolikih. Tako se kod »paljbi nagibanjem«, upotrebljivanih pri najmanjim jedinicama, nagne na čas posuda usmjerivača, da se živa katode prelije do blize paljbene anode, pa kad se posuda natrag uspravi, na mjestu prekida kontakta uvede se lučno izbijanje. Kod »paljbi uronjivanjem« prikladnim mehanizmom paljbena se anoda uroni na čas u živinu katodu, a zatim iz nje izroni. A ima i paljbi sa štrcanjem žive na paljbenu elektrodu, i mnogih drugih.

✓ 28. Detalji spojeva živinih usmjerivača s 2, 3, 6, 12 itd. anoda variraju prema broju anoda. Na sl. 522.a) tek općenito naznačeni spoj za dvoanodni usmjerivač s punovalnim jednofaznim ispravljanjem detaljizirano je bio donesen za živin usmjerivač već u B-94. Na pripadnoj sl. 101. je D netom spomenuti »svitak izgladivanja«. A paljba je »nagibna«, uz pomoć paljbene anode A_0 ; grana $R''-A_0$ može se i iskopčati nakon izvršene paljbe.

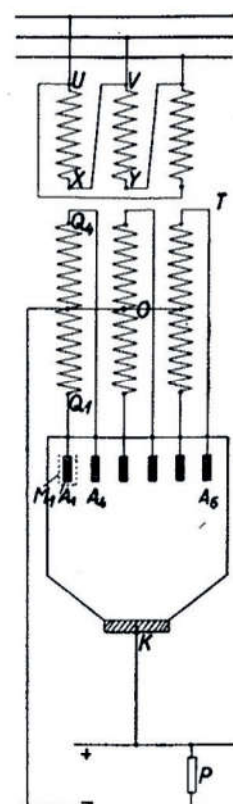
Korespondentno općoj shemi troanodnih ispravljača po sl. 523.a) principna shema spajanja po sl. 526. specijalno trofaznog živinog usmjerivača sa staklenom posudom pokazuje kako se tri anode rasporede u tri kraka, koji bi se u praksi simetrično porazmjestili oko staklenog balona pod kutevima od 120° . Predočeno je, uz ispuštene detalje paljbenog spoja, kako bi se usmjerivačem nabijala akumulatorska baterija B preko regulacionog otpora R_0 .



Sl. 526.



Sl. 527.



Sl. 528.

Mnogo razrađeniije pokazuje sl. 527. odnose kod većih troanodnih usmjerivača, i specijalno onih sa željeznom posudom. Preko sklopke S i serijskih »anodnih induktancija« (koje su potrebne zbog postizavanja »silazne karakteristike« opterećenja usmjerivača, poželjne kod paralelnog rada dvaju ili više usmjerivačkih jedinica) priključen je primarni namotaj glavnog trofaznog transformatora T, koga sekundarni namotaj ima spoj s glavnim anodama $A_1-A_2-A_3$ i preko potrošača P, s katodom K, analogno sl. 526. Međutim sa sklopke S od dva dovoda s mreže odvojen

je još priključak na primarni namotaj N pomoćnog transformatora T_0 , kome su krajevi sekundarnog namotaja Y preko induktancija $X'-X''$ vezani na uzbudne anode $A'-A''$, a središte toga namotaja O vezano je preko isklopnog releja Q na katodu K. Paljbeni strujni krug hranjen je iz tercijarnog namotaja Z transformatora T_0 , koji se zatvara preko kontakta relaisa Q, otpora R, elektromagneta M i katode K. Privlačnim djelovanjem elektromagneta M na kotvu L, smještenu na elastičnom kraku paljbene anode A_0 , biva anoda A_0 uronjena u živu katode («paljba uronjivanjem»). No time M biva kratko premošten i prestane privlačiti L, te anoda A_0 zbog elastičnosti njezina kraka izroni iz žive. Dolazi time do paljbe luka, koja se prenosi na anode $A'-A''$, i pri priključenju teretu P dalje na anode $A_1-A_2-A_3$. No čim uzbudni krug stupi u funkciju, magnet releja Q počne funkcionirati i relej isklopča paljbeni strujni krug. U shemu su još ucertani voltmetar V i ampermetar A za mjerenje napona i struje istosmjerne mreže.

Na sl. 528. predložena je, u skladu sa sl. 524.a) pojednostavljeno na najbitnije, shema šesteroanodnog živina usmjerivača hranjena iz trofazne mreže, kome bi u detaljima spojevi tekli dakako, analogno sl. 527., mnogo zamršenije.

Zbog potpunosti neka bude još dodano da se u praksi primjenjuju često zamršeniji spojevi usmjerivačkih transformatora (na pr. sekundarno: uz tri anode cik-cak spoj, uz šest anoda spoj s »upojnom prigušnicom« pri zvjezdistu šesterofaznog sustava, itd.).

29. Pojavi su u živinim usmjerivačima djelomično vrlo komplicirani. Neophodno potrebno za dobro funkcioniranje usmjerivača jest da su iz njega uzduh i drugi plinovi i pare pomno uklonjeni, tako da kod funkcije usmjerivača sudjeluju samo živine pare, kojih pritisak tada iznosi oko 5 do 30 tisućinki mm stupca žive (iz katodne se mrlje isparuje množina žive od 2 do 7 mg na svaku ampersekundu prostrujale množine elektriciteta).

Kod pogona usmjerivača ugrijavaju se manje ili više, već prema opterećenju, anode i cijeli prostor izbijanja, pa je naročito kod većih usmjerivača važan problem da se predvidi dovoljno hlađenje. Ako se poimence anode nedopušteno jako ugriju duljim preopterećivanjem usmjerivača, može i iz njih početi emitiranje elektrona i može nastupiti »povratna paljba«: ventilno djelovanje prestaje, struja ide ne samo od anoda prema katodi nego i u obrnutom smjeru, ili između anoda, što dovodi do kratkog spoja sekundarnog namotaja usmjerivačeva transformatora. A ima i drugih razloga povratnoj paljbi (loš vakuum, previsoka temperatura živinih para i sl.). Međutim uz suvremene izvedbe usmjerivača i dobro hlađenje pri pogonu danas se može računati da povratna paljba ne će nastupiti ni kod najjačih dopuštenih opterećenja, pa ni kod jakih kratkih preopterećenja. Anode se smiju ugrijati do kojih 600 °C. Živa katode postizava temperature od 50 do 150 °C.

30. Izvedbe živinih usmjerivača mogu biti: a) sa staklenom posudom, evakuiranom i zataljenom, b) s posudom iz željeza i od posude izoliranim elektrodama. Prvi se grade za struje do nekoliko stotina ampera i hlade se uzduhom (s prirodnom cirkulacijom ili s cirkulacijom podržavanom naročitim elektromotorskim venti-

latorom), te imaju obično grafitne anode. Drugi su uvijek veće jedinice, za struje sve do više hiljada ampera, hlađeni su vodom koja cirkulira oko posude usmjerivača, anode su im obično iz željeza i imaju nadograđena rashladna rebra, a za održavanje vakuuma priključene su uz te usmjerivače vakuum-sisaljke, koje od vremena do vremena stupaju u akciju. No doneseni su već i usmjerivači iz željeza bez sisaljki, trajno zatvoreni nakon evakuiranja. Usmjerivači sa staklenom posudom izdrže normalno oko 10000 sati pogona, a često i znatno više, dok oni sa željezom i sisaljkama imaju skoro neograničeno trajanje.

31. Gubici kod prolaza struje kroz živin usmjerivač mogu se raspodijeliti na: a) one zbog pada napona kod prelaza struje (»anodni pad«), b) one zbog pada napona na katodi (»katodni pad«) i c) one zbog pada napona u svijetlom živinom luku (»lučni pad«). Prvi i drugi pad su konstantni, te iznose oko 6 V odn. 5 do 10 V, a treći ponešto raste pri smanjivanju struje opterećenja. Ukupni iznos E_u svih triju padova zajedno kreće se od 18 do 30 V, pa se prosječno može uzimati recimo oko 20 V kod manjih staklenih i oko 25 V kod većih željeznih jedinica.

Kako spomenuti ukupni gubitak napona E_u ostaje isti kod različito visokih istosmjernih napona E_0 koje usmjerivač daje, i skoro ništa ne varira ni s promjenama jakosti I_0 usmjerene struje, živin usmjerivač imat će stepen djelovanja sve povoljniji kod sve većih usmjerenih napona, i uglavnom neovisan o struji opterećenja, budući da se može pisati:

$$\eta = \frac{E_0 I_0}{E_0 I_0 + E_u I_0} = \frac{E_0}{E_0 + E_u} \quad (371)$$

Prema tomu se recimo uz $E_u = 25$ V postizava za η već kod $E_0 = 600$ V vrlo povoljan iznos 0,96, a kod $E_0 = 2500$ V čak 0,99 (ni kod malih usmjerivača za kinoprojektore sa $E_u = 20$ V i $E_0 = 65$ V ne bi pripadni iznos $\eta = 0,77$ još bio baš nepovoljan, iako dakako pravo ekonomičan živin usmjerivač postaje tek od nekoliko stotina volta pa na više).

Cjelokupni stepen djelovanja η_0 kompletnog usmjerivačkog uređaja bio bi dakako nešto manji, zbog gubitaka transformatora i drugih dodatnih naprava: no ti će gubici biti relativno skromni pri punom opterećenju, a samo nešto znatnije će u manjima η_0 doći do izražaja tek pri strujama opterećenja, koje su samo maleni dijelovi struje punog opterećenja. Sve u svemu istosmjerne se struje dobivaju iz izmjeničnih većinom racionalnije živinim usmjerivačima nego jednoarmaturnim i drugim pretvaračima. Uz ostale prednosti živinih usmjerivača to je pridonijelo da su živini usmjerivači potisnuli pretvarače i iz najvažnijih i najvećih pogona.

Strogo uzevši potrebno bi bilo kritički razmotriti: što se ima razumijevati pod gore spomenutim veličinama E_0 , I_0 i E_u . Kod upotrebe usmjerenih struja treba lučiti slučajeve elektrolitičkih pogona, nabijanja akumulatora i sl. od slučajeva motornih pogona, pogona s toplinskim učincima i sl. Kod prvih su odlučne srednje vrijednosti, kod drugih efektivne vrijednosti usmjerenih napona i pripadnih struja. Kod jednofaznog punovalnog usmjerivanja po sl. 522.b) srednja i efektivna vrijednost napona odnosile bi se prema E-8. kao 0,9 : 1, dok bi odnos strujâ bio, zbog

utjecaja uvijek u jednofaznom usmjerivaču prisutnoga »svitka izgladivanja« (H-28.), bliži jedinici, i to više bliži pri većem učinku izgladivanja. Međutim kod polifaznih usmjerivanja, praktički mnogo važnijih, prilike su mnogo jednostavnije: zbog manjih pulzacija napona po sl. 523.b) razlika srednjeg i efektivnog napona već kod trofaznog usmjerivanja tek je oko 1%, i može se zanemariti. A pogotovo ta razlika iščezava kod šesterofaznih, po sl. 524.b), ili čak dvanaestofaznih usmjerivanja. Slično bi bilo i kod struja, čak i neizgladenih. Za polifazna usmjerivanja mogu se dakle »usmjereni« naponi i struje, zamišljeni kao efektivni, uzimati ujedno i kao srednji.

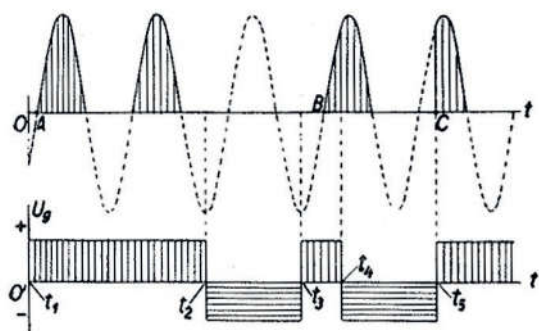
32. Odnose usmjerenog napona E_0 i usmjerene struje I_0 , na primjer prema izmjeničnim efektivnim faznim naponima E_2' i I_2' na sekundarnoj strani glavnog transformatora T šesterofaznog usmjerivača po sl. 528., lako je naći s malo pažnje. Računajući E_2' za dijelove namotaja kao O-Q₁, O-Q₄ itd., i zanemarujući transformatorske gubitke, napon $E_0 + E_u$ odgovarao bi efektivnom iznosu gornjih usmjerenih dijelova sinusoida po sl. 524.b), a napon E_2' efektivnom iznosu potpunih tih sinusoida, pa bi račun dao $E_2' = 0,74 \cdot (E_0 + E_u)$, ili, kod zanemariva E_u prema E_0 , približno: $E_2' = 0,74 \cdot E_0$ [o tom se lako uvjeriti i iz omjera 100 V : 135 V = 0,74 : 1 po vj. 127. uz pogl. E), pri čem se prvobitni srednji iznos 135 V u danim specijalnim prilikama, kako je malo prije rečeno, može smatrati i za efektivni iznos]. Naprotiv I_2' , t. zv. anodna struja, bit će, tekući k pojedinoj anodi samo kroz šestinu svakog perioda, $\sqrt{6}$ -ti dio ili 0,41-kratnik od I_0 , t. j. vrijedit će relacija: $I_2' = 0,41 \cdot I_0$ (a ne možda $I_2' = \frac{1}{6} I_0$, kako bi tko u prvi mah mogao očekivati); to je zbog toga što radnja električke struje raste s kvadratom struje i s prvom potencijom vremena, pa se za istu radnju mjesto 6-kratnog vremena može uzeti samo $\sqrt{6}$ -kratna struja. Prema tomu bi sekundarni namotaj transformatora T trebalo dimenzionirati na učin $6E_2'I_2'$, i po tom za $6 \cdot 0,74 \cdot 0,41$ -kratnik ili 1,82-kratnik istosmjernog učina E_0I_0 . Na primarnoj strani transformatora T, pri omjeru brojeva zavoja 1 : 1 namotajâ kao UX, VY itd. prema onima kao OQ₁, OQ₄ itd., fazni napon E_1' bio bi jednak E_2' . A primarne struje kroz UX, VY i WZ, tekući svaka kroz dvije šestine pojedinih perioda, bile bi efektivnim iznosom $\sqrt{2}$ put veće od I_2' , i po tom $\sqrt{2} \cdot 0,41$ -struko ili 0,58-struko tolike kao I_0 . Primarni dakle namotaj trebalo bi dimenzionirati za učin $3 \cdot E_1I_1$ ili $3 \cdot 0,74 \cdot 0,58 \cdot E_0I_0$, dakle za 1,29-struki istosmjerni učin E_0I_0 . Sam transformator T obično se dimenzionira za recimo 1,5-struki učin. Slično bi se računali odnosi ostalih usmjerivačkih spojeva.

33. Velike mogućnosti otvorile su se živinim usmjerivačima stavljanjem oko anoda posebnih elektroda snabdjevenih otporima, t. zv. mrežica ili rešetki (v. na sl. 528. markiranu mrežicu M₁ oko anode A₁). Mrežice mogu dođuše kroz svoje otvore propuštati izbijanja, no mogu istodobno svojim pozitivnim ili negativnim potencijalom poslužiti za upravljanje pojavima u živinu usmjerivaču.

Ideja da se posude s izbijanjem uz sudjelovanje iona plinova ili para snabdiju mrežastom »elektrodom za upravljanje« donesena je prvobitno za cijevi s plinovima ili parama s užarenom katodom (koje se u tom slučaju nazivaju »tiratroni«), i kasnije je prenesena na živine usmjerivače. No mrežica između anode i užarene katode još je znatno prije primijenjena kod visokovakuumskih cijevi s čisto elektronskim

izbijanjima, i dovela je do »elektronskih cijevi« radiotehnike, onih s jednom mrežicom i po tom tri elektrode (trioda) i onih s više mrežica.

Treba samo odmah upozoriti da je bitna razlika između upravljačkog djelovanja mrežica u živinim usmjerivačima (te ostalima plinom ili parama punjenim posudama s izbijanjem) prema upravljačkom djelovanju mrežica u visoko evakuiranim cijevima. Ovo potonje je u neku ruku neprekidno, t. j. pri strujanju samo elektrona k anodi može se na to strujanje po volji i u svakom momentu djelovati variranjima napona mrežice, tako da kod manje negativne i za elektrone slabije odbojne mrežice nastanu jačanja anodne struje, a kod više negativne i za elektrone



Sl. 529.

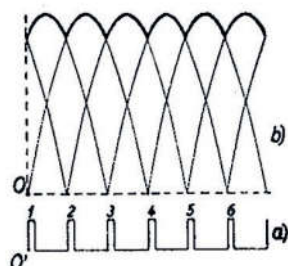
jače odbojne mrežice nastaju slabljenja anodne struje, pa varijacije mrežičinog napona i varijacije anodne struje trajno međusobno korespondiraju. Naprotiv u cijevima s parama ili plinovima dadu se dovoljno pozitivnim naponima mrežice omogućivati paljbe izbijanja, no kod uspostavljenog izbijanja nije moguće dalje utjecati na tok izbijanja. Nije moguće na pr. negativnim potencijalima mrežice prekidati izbijanje, jer kod jednom stvorenih pozitivnih iona u posudi za izbijanje ti

ioni, privučeni negativnom mrežicom i gusto raspoređeni u prostoru tik uz mrežicu, u neku ruku zastiru mrežicu da ne može djelovati. Izbijanje se dakle nastavlja i kod mrežice učinjene negativnom, te može prestati tek padom anodnog napona k nuli. Tako su mrežice u posudama s ionima tek u neku ruku brzi uklopni i isklopni releji. One su neposredno uklopni releji u momentima kad postanu pozitivne, a i anoda je dovoljno pozitivna, te tek posredno i isklopni u tom smislu da kod negativne mrežice izbijanje traje samo do prvog idućeg pada anodnog napona k nuli.

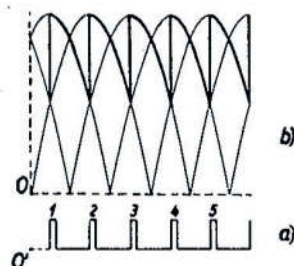
Odnosi su lijepo ilustrirani na sl. 529. s varijacijama napona mrežice U_g po sl. 529. dolje i s tokom paljbi po sl. 529. gore. U momentu t_1 mrežica je pozitivna, no paljba započne tek kod A u času kad i anoda postane pozitivna. Paljba sad traje kroz pozitivne poluperiode do momenta t_2 prekapčanja mrežice na negativni napon, kad paljbe uopće izostaju do momenta t_3 ponovno pozitivne mrežice. Novo izbijanje, zapaljeno kod B, održava se i kad mrežica postane opet negativna u momentu t_4 do svršetka pozitivne polovice izmjeničnog napona. Konačno u momentu t_5 paljba se smjesta uspostavlja, jer je tu već i anoda pozitivna.

34. Ovakve mogućnosti nužno su otvorile široko polje primjena mrežicama baš u živinim usmjerivačima. Ne ulazeći u detalje ovog opširnog područja, koje je još uvijek u razvijanju, spomenimo samo da se živinim usmjerivačima s mrežicama u prikladnim spojevima mogu ne samo a) usmjerivati izmjenične struje u istosmjernu, pri čemu se upotrebom mrežica mogu postići reguliranja usmjerenog napona, koja se mnogo teže postizavaju bez mrežica, nego se mogu i b) postići

pretvorbe energije istosmjerne struje u energiju izmjenične struje, pa c) vršiti pretvorbe istosmjerne struje jednog napona u istosmjernu struju drugog napona, te konačno d) vršiti pretvorbe izmjenične struje u drukčiju izmjeničnu, na pr. s drugim brojem faza ili drugom frekvencijom, itd.



Sl. 530.



Sl. 531.

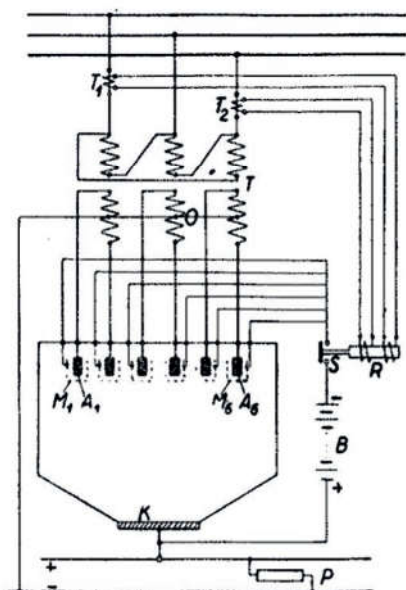
Tako je na sl. 530. i 531. predloženo kako se »sinhronim« pozitivnim naponskim impulsima 1-2-3..., davanima po sl. 530.a) i 531.a) na pr. iz prikladno odabrane baterije mrežicama M_1 do M_6 šesteroanodnog usmjerivača (preko kontaktnog uređaja tjeranoga sinhronim motorom iz izmjenične mreže), već prema udešenju momenata impulsa, a time i momenata paljbi, može postići po sl. 530.b) »puni« napon šesteroanodnog usmjerivača kod impulsa danih mrežicama po sl. 530.a) u najpovoljnijim momentima, dok se napon znatno manjeg efektivnog iznosa po sl.

531.b) postizava kod $\frac{1}{12}$ perioda zakašnjelih impulsa po sl. 531.a). Nadalje kod momenata impulsa udešenih s još više zakašnjenja prema onima po sl. 530.a) postizavaju se još veća smanjenja napona. Konačno se može postići da usmjereni napon izlazi reguliran čak na nulu.

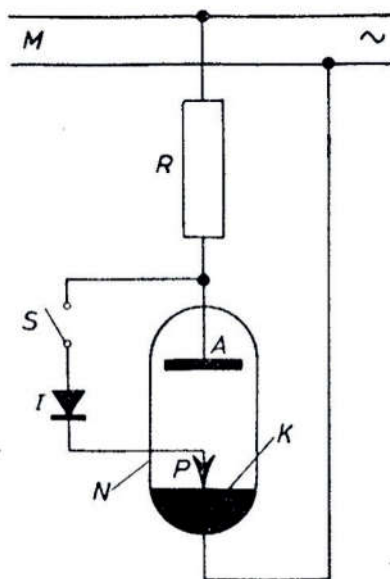
Dalji primjer upotrebe mrežica predložuje sl. 532. Tu sve mrežice istodobno dobiju negativni napon baterije B kad, u momentu kratkog spoja istosmjerne mreže ili povratne paljbe usmjerivača, prejake struje iz trofazne mreže preko strujnih mjernih transformatora T_1 i T_2 stave u akciju relej R u smislu spajanja baterije B s mrežicama M_1 do M_6 ; tim momentom sve se anode koje baš ne rade odmah isključe, a i ona koja upravo radi ispada nakon dijelka perioda kad pripadni anodni napon padne k nuli.

35. Naročiti oblik živina usmjerivača predstavlja *ignitron*. To je zapravo jednoanodni živin usmjerivač s mogućnostima propuštanja vrlo jakih i istodobno vrlo kratkotrajnih struja, potrebnih na pr. kod električkih točkastih svarivanja i drugdje. Po sl. 533. u obično željeznoj posudi N, hladenoj na pr. vodom tjeranom kroz rashladnu spiralu oko N, ignitron, pored izolirane Hg-katode K i (normalno u Hg-ispravljačima prisutne, no ovdje vrlo velike) grafitne anode A, sadrži još, suženim dijelom u živinu katodu uronjenu »paljbenu elektrodu« P iz vrlo teško taljivog poluvodičkog materijala (na pr. karborunduma). Ta elektroda P upravlja izbijanjima između anode i katode, i to tako da, kod primijenjena na nju dovoljnog pozitivnog napona, recimo po sl. 533. iz mreže M »anodnom paljbom« proizvedenom zatvaranjem mehaničke ili elektronske sklopke S i priključka preko na pr. selenskog ispravljača I, dolazi, utjecajem velikog prelaznog otpora pri doticajnoj plohi paljbene elektrode sa živom, do paljbe usmjerivača i električkog živinog luka s jakim strujom između anode A i katode K. No ta se struja održava samo dok

traje pozitivni napon anode A, i kad taj napon padne na oko 10 V, luk se gasi. Dalje nema anodne struje sve do novog pozitivnog naponskog impulsa danog paljbenoj elektrodi u idućem pozitivnom poluvalu izmjenične struje iz mreže M, te njenom paljbom proizvedene anodne struje, koja opet prestaje pri koncu te poluperiode. I tako dalje za iduće pozitivne poluperiode, dokgod je sklopka S zatvorena. Ukratko: već jednostavnim spojem ignitrona po sl. 533. mogu se postizavati, po izboru kroz manje ili više poluperioda, vrlo jaki strujni udari kroz potrošač R u anodnom krugu, prema tomu da li se sklopka S drži kraće ili dulje



Sl. 532.



Sl. 533.

zatvorena. A kod upotrebe ignitronskog ispravljača i paljbenog napona iz stranog izvora može se na paljbe elektrodom P utjecati i fazno. Konačno se s dva »anti-paralelno« spojena ignitrona i s četiri ispravljača mogu iskorištavati i poluperiodi obih predznaka izmjenične struje. Ispravljačem u sl. 533. postizava se da paljbena elektroda može dobiti samo pozitivan napon; pri negativnom naponu ona bi se mogla »amalgamirati«, i izgubiti svoje djelovanje.

36. Za područja vrlo jakih struja pri skromnijim naponima velik se takmac živinim ispravljačima nedavno pojavio u *kontaktnim ispravljačima*. Osnovna ideja, da se ispravljanje postigne mehanički tjeranim kontaktima sinhrono otvaranima pri počecima i zatvaranima pri svršecima pojedinih poluperioda jednofaznih sistema, ili pri počecima odn. svršecima propusnih intervala pojedinih faza kod višefaznih sistema, već se davno primjenjivala kod mehaničkih ispravljača s rotirajućim iglama, na pr. za ispravljanja vrlo visokih napona i neznatnih struja. Kod jakih struja nisu se ni kod niskih napona donedavna dali vršiti naročito prekidi bez iskrenja i lukova, te brzih kvarenja u ovakvim slučajevima potrebnih kvalitetnih parova kontaktnih pločica. Kod novih jakostrujnih kontaktnih ispravljača

(K-ispravljača) ta je poteškoća, osim prikladnim kontaktima neznatnih prelaznih otpora i velikih površina, uklonjena otvaranjima i zatvaranjima kontakata unutar intervala oko prelaza s faze na fazu s upotrebom već u E-126. opisanim preklopnim (točnije: isklopnim i uklopnim) prigušnicama; v. sl. 361.f). Tako suvremeno građeni K-ispravljači mogu raditi sve do mnogo kiloampera i neprekidno u elektrolitičkim i sličnim pogonima. Mnogo se grade na pr. K-ispravljači u »šestero-faznom mosnom spoju«, tjerani iz trofazne mreže preko transformatora primarno trofazno i sekundarno šesterofazno spojena. Oni rade s 3 preklopne prigušnice i s 12 kontaktnih sistema na istoj osovinu, tjeranoj malim sinhronim motorom. U pravilnim intervalima jedne grupe kontakata se zatvaraju, dok se druge otvaraju.

Opisani K-ispravljači, kraj neznatnih gubitaka napona na kontaktima, rade sa znatno boljim stepenom djelovanja nego živini, a daju poput ovih potonjih i kod djelomičnih opterećenja gotovo nesmanjen stepen djelovanja. Kako su K-ispravljači ispunili prazninu na svom području primjenâ, vidi se po tom što na pr. kod 600 V oni dosižu stepen djelovanja do oko 0,99, kod 200 V oko 0,98 i kod 100 V još uvijek oko 0,97, dok uz iste napone Hg-ispravljači, zbog mnogo višega pada napona u njima, ne dostižu nego iznose stepena djelovanja oko 0,96, 0,85 odn. 0,75. Prema tomu je i upotreba K-ispravljača u istosmjernim pogonima sa malo stotina volta i mnogo kiloampera posljednjih godina sve naglije rasla, i danas dalje raste.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE H):

269. Kombinacija po sl. 516. hranjena mrežom od 5000 V daje pri pretvaraču uzbudenu da radi s $\cos \varphi = 1$ na istosmjernoj strani 300 kW uz 600 V; naći transformatoru T omjer prenošenja, te njegove fazne napone i struje primarno i sekundarno (zanemariti gubitke). [13,6 : 1; 2890 V i 34,6 A; 212 V i 472 A]

270. Zbog regulacije napona dodane su iza transformatora kombinacije po sl. 516. tri reaktancije po 0,1 Ω ; pri mrežnom naponu 440 V, omjeru prenošenja 2 : 1 i radnoj komponenti primarne struje 200 A transformatora, te zanemarujući impedanciju transformatora i gubitke pretvarača, naći napone E i E_0 pretvarača uzbudena da radi s faktorom učina 0,8(kap.), 1 i 0,8(ind.). [246-216-186 V i 402-351-304 V]

271. Naći napon i struju primarnih faznih namotaja transformatora sa $w_1 : w_2 = 2 : 1$ stavljena po sl. 517. ispred šesterokolutnog pretvarača koji radeći sa $\eta = 0,95$ i $\cos \varphi = 1$ daje 250 kW uz 500 V. [708 V; 124 A]

272. Šesterokolutni četveropolni petljasto namotani pretvarač s tokom po polu $3 \cdot 10^6$ M, brojem armaturnih vodiča 480 i brzinom 1000 okr/min radeći sa stepenom djelovanja 0,95 i faktorom učina 0,9 opterećen je sa 120 A; naći mu E i I. [85 V; 66 A]

273. Proračunati omjere $E : E_0$ i $I : I_0$, te omjer σ pri $\cos \varphi = 1$ (u smislu posljednjeg stupca Tabele VI. iz H-11.) za jednoarmaturni pretvarač sa 12 koluta.
[0,183; 0,236 : $\cos \varphi$; 2,20]

274. Koliki će iznosom i frekvencijom biti izmjenični napon i struja čistog radnog otpora priključena na dvokolutni četveropolni petljasto namotani pretvarač sa 640 vodiča armature tjeran iz istosmjerne mreže sa 10 A pri 400 V uz rezultujući tok po polu 0,025 Vs (Wb).
[283 V; 14,1 A; 50 Hz]

275. Naći općenite izraze za E_0 i E'' (u smislu sl. 522. itd.) kod m -anodnog usmjerivanja ($m = 2, 3, \dots$) sinusoidnog napona danoga iznosa E_m .

$$\left[E_0 = E_m \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{m}{4\pi} \cdot \sin \frac{2\pi}{m}}; E'' = E_m \cdot \frac{m}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{m} \right]$$

276. Odrediti specijalno omjere $E_m : E_0 : E''$ usmjerivača sa 1, 2, 3, 6 i 12 anoda (v. vj. 275.; za neke E'' v. vj. 127.).

[1 : 0,50 : 0,32; 1 : 0,71 : 0,64; 1 : 0,84 : 0,83; 1 : 0,95 : 0,95; 1 : 0,99 : 0,99]

277. Kod koga će napona E_0 stepen djelovanja živina usmjerivača sa $E_u = 25$ V biti samo 0,80 i kod kojega će se napona popeti na 0,97.
[100 V; 808 V]

278. Naći ukupni stepen djelovanja a) pri punom opterećenju i b) pri četvrtini punog opterećenja usmjerivačkog uređaja po sl. 527. za $E_0 = 600$ V i $I_0 = 500$ A uzimajući E_u sa 25 V, gubitke transformatora sa 2% od $E_0 I_0$ odn. sa 5% od $\frac{1}{4} \cdot E_0 I_0$, gubitke u induktancijama kod pune struje sa 1200 W, te gubitke uzbudnog kruga, hlađenja i sl. stalno sa 1500 W.
[a) 0,934; b) 0,900]

279. Usmjerivač sa 6 anoda prima iz transformatora učin 300 kW i na istosmjernoj strani daje 240 A pri 1225 V; naći E_u i η usmjerivača.
[25 V; 0,98]

280. Pretpostavljajući da maksimalno dostiživi napon E_0 po sl. 530. iznosi 1000 V naći sniženi napon kod mrežnih impulsa fazno pomaknutih po sl. 531. (iskoristiti rezultate vj. 276.).
[884 V]

J) PRINCIPI RADIOTEHNIKE

I) ELEKTROMAGNETSKI VALOVI; ANTENE

Elektromagnetski valovi; izvod egzistencije i proračunavanje brzine širenja. Područja elektromagnetskih valova; valovi radiotehnike. Elementarni oscilator (Hertzov dipol). Polje i isijavana snaga elementarnog oscilatora i »uzemljene polovice« tog oscilatora; pojam otpora isijavanja. Otpori isijavanja kratke dipolne antene i kratke vertikalne uzemljene antene. Djelotvorna visina antenâ. Poyntingov vektor gustoće isijavanja.

1. Već je u A-96. rečeno da je na bazi Faraday-Maxwellovih predodžbi o događajima u dielektričkim sredstvima uspjelo Maxwellu posebnom teorijom obuhvatiti pojave naglo promjenljivih električkih i magnetskih polja, te dokazati da se ma gdje u dielektrikumu izazvana nagla mijenjanja bilo električkoga bilo magnetskoga polja rasprostiru u prostor u obliku korespondentnih istodobno električkih i magnetskih, dakle »elektromagnetskih« perturbacija, i da se to rasprostiranje vrši doduše ogromnim, no posve određenim brzinama, na pr. specijalno u vakuumu brzinom $3 \cdot 10^8$ m/s, kojom se širi i svjetlost. Baš tako šire se u uzduhu kao sredstvu širenja nagli zgušćaji i razrjeđaji izazvani izvorima zvuka. Pa kao što se u ovom potonjem slučaju govori o zvučnim »zgušćajno-razrjeđajnim« valovima u uzduhu, tako se kod širenja perturbacija električke i magnetske prirode govori o »elektromagnetskim« valovima u dielektričkim sredstvima.

2. Poblizi uzrok nastajanju elektromagnetskih valova, i njihovu širenju određenom brzinom ovisnom samo o vrsti dielektrikuma, leži u tom što po I. i II. osnovnoj jednadžbi elektromagnetskog polja, dakle po relacijama (151) i (184) iz C-30. i C-68. primijenjenima na dielektrikum, promjene električkog polja izazivaju »vrtloge« magnetskog polja, a mijenjanja magnetskog polja praćena su »vrtlozima« električkog polja, kako je to već u C-69. istaknuto.

Razradivši u obliku »elektromagnetske teorije svjetlosti« smionu za ono vrijeme (19. stoljeće) hipotezu da je i svjetlost baš takav pojav elektromagnetskih valova Maxwell je otvorio novu epohu poznavanja fizikalnih pojava. Kao elektromagnetski valovi upoznati su onda, pored valova vidljive svjetlosti, kojih frekvencije variraju, već prema spektralnoj boji, otprilike između $400 \cdot 10^{12}$ Hz (krajnja crvena svjetlost u spektru) i $800 \cdot 10^{12}$ Hz (krajnja ljubičasta svjetlost u spektru), također i sporije od zraka crvene svjetlosti oscilatorne nevidljive infracrvene zrake, aktivne osobito toplinski, kao i brže od ljubičastih zraka oscilatorne nevidljive ultraljubičaste zrake, aktivne naročito kemijski. A uspjelo je, još kasnije, sumirati pod elektromagnetske valove također čak kudikamo i od samih ultraljubičastih brže oscilatorne X-zrake rentgenskih cijevi, pa i još znatno brže oscilatorne γ -zrake radioaktivnih tvari.

No pored ovih fizikalnih manifestacija elektromagnetski valovi, i upravo oni kudikamo sporije oscilatorni i od samih valova infracrvenog područja, zadobili su i čisto elektrotehničko značenje u obliku »valova radija«. Ovi valovi radija, dobiveni s pomoću »električkih titraja« čisto električkih aparatura emisionih stanica s »titrajnim krugovima« (C-141.), i emitirani u vanjski prostor »antenskim krugovima« tih stanica, mogu se iskoristiti za bežične prenose signala: za prenošenje Morse-znakova (radiotelegrafija), glazbe i govora (radiotelefonija), te danas već sve više i za prenošenje optičkih scena (televizija). Svi se ovi signali primaju prikladnim aparaturama u prijemnim stanicama. Na ovom mjestu zanimat će nas, dakako samo općenito, principi davanja i primanja upravo ovih radiotehnički iskorištivanih, još uvijek relativno vrlo brzo (visokofrekventno ili radiofrekventno) oscilatornih elektromagnetskih valova.

3. Svratimo najprije pozornost na osnovne odnose iz teorijske fizike koji vrijede za valovite pojave uopće, bez obzira na to koja im je fizikalna narav.

Ako se na nekom mjestu, koje ćemo uzeti za ishodište O koordinatnog sustava, mijenja vremenski neka *skalar*na veličina s , tako da joj momentana vrijednost u času t iznosi $s = f(t)$, te ako se stanje te veličine prenosi *neoslabljeno* u smjeru osi apscisa brzinom v , onda će stanje veličine s u točki P udaljenoj od O za daljinu x očito biti jednako onom stanju veličine s u O koje je odgovaralo momentu za onoliki vremenski interval $\frac{x}{v}$ ranijem koliki je utrošen da se stanje iz O proširi brzinom v na daljinu x do P. Drugim riječima stanje skalarne veličine s u P bit će za moment t karakterizirano jednadžbom: $s = f\left(t - \frac{x}{v}\right)$. Ova relacija upravo karakterizira val koji se širi naprijed samo u određenom smjeru, t. zv. »ravni« val sa širenjem u smjeru pozitivne apscisne osi. Slično, kako se odmah vidi, relacija $s = f\left(t + \frac{x}{v}\right)$ karakterizira ravni val koji se širi u suprotnom smislu (u negativnom smislu apscisne osi). Tako se kao općeniti izraz ravnog vala, kod koga se variranja po zakonu $s = f(t)$ skalarne veličine s prenose *neoslabljeno* uzduž x -osi brzinom v , može pisati:

$$s = f\left(t \mp \frac{x}{v}\right)$$

Kod ravnih valova koji se šire u smjeru $+x$ sa slabljenjem (apsorpcijom) pridolazi u izrazu za s još neki faktor $g(x)$, funkcija daljine x , ali ne i vremena t , tako da izlazi:

$$s = g(x) \cdot f\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Specijalno kod apsorpcije u homogenom sredstvu $g(x)$ jest e^{-ax} , gdje je a »konstanta apsorpcije« dotičnog sredstva, a e je baza prirodnih logaritama. Posebno $a = 0$ znači da uopće nema apsorpcije: $g(x) = 1$. U daljim razmatranjima zanemarivat će se apsorpcija (ukoliko ne bude izričito protivno spomenuto).

4. Važan specijalni slučaj nastaje, ako se uzme da se valovi proizvode uz periodsko mijenjanje veličine s , dakle titranje s određenom frekvencijom f . Onda moraju, u izvjesnom momentu t , ležati u smjeru širenja u jednolikim razmacima, t. zv. *duljinama vala*, mjesta kojima odgovara ista faza titranja, na pr. mjesta maksimâ veličine s . Iz elementarne je fizike poznato i lako je i neposredno razabrati da, uz određenu brzinu širenja valova v i određenu frekvenciju titranja f , vrijedi za duljinu vala λ relacija:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (372)$$

5. Neka je, još specijalnije, titranje veličine s »harmonično«, t. j. neka je ono za točku O , pretpostavljajući da titraji u njoj počinju u momentu $t = 0$, dano relacijom: $s = f(t) = S_m \cdot \sin \omega t$, gdje S_m znači tjemenu vrijednost ili amplitudu titranja, a ω kao i kod izmjeničnih struja 2π -kratnik »numeričke frekvencije« f . Lako je sada vidjeti da se stanje titranja u točki P na apscisnoj osi, udaljenoj od O za daljinu x , osim relacijom $s = f\left(t - \frac{x}{v}\right) = S_m \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$ može također predočiti i parcijalnom diferencijalnom jednačbom:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} \quad (373)$$

u kojoj kao faktor uz $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$ desno u (373), dolazi *kvadrat brzine* v širenja valova. Doista, da se dođe na relaciju (373), ne treba drugo nego izračunati drugu parcijalnu derivaciju po t i drugu parcijalnu derivaciju po x izraza:

$$s = S_m \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

pa načiniti kvocijent prve veličine prema drugoj; izlazi za taj kvocijent iznos v^2 u skladu s gore rečenim.

6. Međutim jednačba oblika (373) ima šire značenje: ona općenito znači kombinaciju dvaju ravnih valova s brzinama širenja v naprijed i natrag uzduž x -osi, pri čemu spomenuti valovi ne samo da ne moraju biti harmonični nego čak ne moraju biti ni periodski, t. j. mogu biti proizvedeni kakvim god vremenskim mijenjanjima skalarne veličine s po zakonu $C_1 \cdot f_1(t)$ prenašanima brzinom $+v$, odn. mijenjanjima po zakonu $C_2 \cdot f_2(t)$ prenašanima brzinom $-v$. Općeniti je naime integral parcijalne diferencijalne jednačbe (373) oblika:

$$s = C_1 \cdot f_1 \left(t - \frac{x}{v} \right) + C_2 \cdot f_2 \left(t + \frac{x}{v} \right) \quad (374)$$

gdje su f_1 i f_2 povoljne funkcije, a C_1 i C_2 povoljne konstante, tako da prvi član desno u (374) znači ma kakav ravni val s brzinom širenja v u pozitivnom

smislu apscisne osi, i drugi ma kakav ravni val koji napreduje s istim apsolutnim iznosom v brzine širenja kao i prvi, no u suprotnom negativnom smislu apscisne osi.

I ovdje bi, da se od (374) dođe na (373), bilo dovoljno načiniti druge parcijalne derivacije po t i po x veličine s izražene sa (374), pa bi se odmah dobilo (373). Prema tomu parcijalna diferencijalna jednačba (373) doista je *najopćenitija* jednačba ravnog vala skalarne veličine s sa širenjem u smjeru x -osi.

7. U prirodi se međutim najčešće susreću takve prilike da se perturbacije ne šire, kao kod ravnih valova, samo u jednom smjeru, nego se širenje valova istom brzinom širenja v zbiva u svim smjerovima prostora, kako je to na pr. kod valova zvuka u uzduhu. Tako se kao plohe iste faze titranja javljaju kugle. U tom slučaju govori se o »kuglastim« valovima.

Pitanje je sada: kakva jednačba dolazi umjesto jednačbe (373) ako treba naznačiti *kuglasti* val *skalarne* veličine s . Pobliza razmatranja pokazuju da onda kvadrat brzine širenja valova v^2 , umjesto sa $\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$ kao u (373), dolazi pomnožen sa Δs , gdje Δ simbolizira konsektivnu primjenu operacija grad i div na skalarnoj veličini s , upotrebljavanu već u A-87. kod izvođenja Laplaceove i Poissonove jednačbe električkog potencijala t. j. operaciju po relaciji $\Delta s = \text{div grad } s$, koja specijalno u sistemu pravokutnih prostornih koordinata izlazi na izraz: $\Delta s = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2}$. Općeniti izraz za kuglasti val skalarne veličine s glasi dakle:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v^2 \cdot \Delta s \quad (375)$$

8. No može se poći još dalje, pa postaviti pitanje: kakvi će biti općeniti izrazi za ravni i kuglasti val u slučajevima da veličina koje se promjene šire iz O u smjeru x -osi, odn. u svim smjerovima prostora, nije skalarne veličine s , nego je neka vektorska veličina $\mathcal{V}$. Vektorska razmatranja vode onda za ravni val na jednačbu $\frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial t^2} = v^2 \cdot \frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial x^2}$ sličnu jednačbi (373), a za kuglasti val na jednačbu analognu jednačbi (375):

$$\frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial t^2} = v^2 \cdot \Delta \mathcal{V} \quad (376)$$

pri čemu treba imati na umu proširenje definicije Δ -simbola na slučaj vektorskih veličina po A-88. i vj. 9. uz pogl. A), kao i tamo donesenu relaciju (53):

$$\text{rot rot } \mathcal{V} = \text{grad div } \mathcal{V} - \Delta \mathcal{V} \quad (377)$$

I ovdje dakako harmonički kuglasti val predstavlja samo jedno partikularno rješenje mnogo općenitije jednačbe (376). A inače, gdje god se naide na jednačbu oblika (376), treba dopustiti kao rješenje općeniti kuglasti val vektorske veličine $\mathcal{V}$ koji se širi brzinom v .

9. Primijenimo ova posve općenita razmatranja da, polazeći od osnovnih jednadžbi električkih i magnetskih polja, dodemo na elektromagnetske valove, te da dobijemo i brzinu v njihova širenja. Drugim riječima: dokažimo da kombiniranjem i preuđenjem I. i II. Maxwellove osnovne jednadžbe izlaze parcijalne diferencijalne jednadžbe vektora električkog polja $\mathcal{F}$ i vektora magnetskog polja $\mathcal{H}$ baš oblika (376), dakle jednadžbe kuglastih valova tih vektora, i to valova iste brzine širenja v , koju ćemo, vadeći drugi korijen iz onoga što u novim jednadžbama bude stajalo namjesto v^2 desno u (376), moći i izračunati iz čisto električkih i magnetskih svojstava sredstva u kome se elektromagnetski val širi.

10. Pomislimo kao prostor električkih i magnetskih pojava savršen dielektrikum. U njemu će se gustoća provodne struje moći staviti jednakom nuli, pa će i pripadni prvi član $\mathcal{G} = \kappa \mathcal{F}$ desno u I. Maxwellovoj jednadžbi (151) iz C-30. otpasti; u II. jednadžbi (184) iz C-68. moći će se staviti $\mathcal{B} = \mu \mathcal{H}$, a osim toga vrijedit će, zbog pomanjkanja prostornog naboja u promatranom dielektrikumu, specijalizirana relacija (34') iz A-64., te relacija (200) iz C-100., u kojoj se potonjoj, kraćenjem sa μ , može uvesti $\mathcal{H}$ mjesto $\mathcal{B}$. Nastaje tako sustav s dva para jednadžbi:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathcal{H} &= \varepsilon \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} \\ \text{div } \mathcal{H} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (378)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathcal{F} &= -\mu \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \\ \text{div } \mathcal{F} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (379)$$

Ako se sada prva od jednadžbi (378) derivira po t , i ako se u deriviranu relaciju stavi vrijednost $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}$ iz prve od jednadžbi (379) dobit će se:

$$\text{rot } \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \cdot \text{rot rot } \mathcal{F} = \varepsilon \frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial t^2}$$

Međutim po relaciji (377) i zbog uvjeta $\text{div } \mathcal{F} = 0$ može se staviti: $\text{rot rot } \mathcal{F} = -\Delta \mathcal{F}$, tako da konačno izlazi:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{F}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon \mu} \cdot \Delta \mathcal{F} \quad (380)$$

Analogno se dobiva, derivirajući po t prvu od jednadžbi (379) i stavljajući vrijednost $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}$ iz prve od jednadžbi (378), te primjenjujući relaciju $\text{rot rot } \mathcal{H} = -\Delta \mathcal{H}$:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon \mu} \cdot \Delta \mathcal{H} \quad (381)$$

No relacije (380) i (381) baš su diferencijalne jednadžbe oblika (376), t. j. to su jednadžbe kuglastog vala vektora električkog polja $\mathcal{F}$ i vektora magnetskog polja $\mathcal{H}$, u kojima ulogu faktora v^2 iz (376) igra izraz $\frac{1}{\varepsilon \mu}$. Brzina širenja v elektromagnetskih valova jest dakle:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \quad (382)$$

11. Specijalno za vakuum treba staviti u V-A-s-m-sustavu pripadne iznose: $\epsilon = \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ iz A-44. i $\mu = \mu_0 = 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ iz C-38., pa izlazi kao brzina širenja elektromagnetskih valova u vakuumu (a praktički također i u uzduhu): $v = c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Ta brzina, izračunana iz čisto električke konstante ϵ_0 i čisto magnetske μ_0 , ujedno je i brzina svjetlosti, što je i razumljivo, kad i svjetlost predstavlja pojav elektromagnetskih valova (uspor. i računanje ϵ_0 u A-44.).

Danas poznate kategorije elektromagnetskih valova obuhvataju vrlo široka područja frekvencija f , odn. pripadnih valnih duljina $\lambda = c/f$. Tako se, grubo uzeto, može reći da obasižu: radiovalovi područje frekvencija od 10^4 do 10^{11} Hz , i po tom područje valnih duljina od $3 \cdot 10^8$ do $3 \cdot 10^{-1} \text{ cm}$, optičke (infracrvene, vidljive i ultraljubičaste) zrake frekvencijâ od $3 \cdot 10^{11}$ do $2 \cdot 10^{16} \text{ Hz}$ i time valnih duljina od 10^{-1} do $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$, X-zrake i γ -zrake frekvencijâ od 10^{16} do oko 10^{20} Hz i valnih duljina od $3 \cdot 10^{-6}$ do oko $3 \cdot 10^{-10} \text{ cm}$. Kako se vidi, valovi radija su »kilometarski« do »milimetarski«, i mnogostruko su dulji od valova optičkih zraka, a ovi su opet mnogostruko dulji od valova X-zraka i γ -zraka. Baš zbog svojih relativno velikih duljina radiovalovi imaju takva svojstva širenja da su upotrebljivi za bežičnu signalizaciju do velikih daljina na zemlji, iako se oni najkraći među njima već načinom širenja približavaju optičkim valovima. Najčešće se valne duljine u radiju izražavaju u m i frekvencije u kHz; u tom slučaju u $\lambda = c/f$ treba numerički stavljati $c = 3 \cdot 10^5 \text{ (km/s)}$. Od valova radija obično se oni s duljinama od 30000 do 3000 m zovu *najdulji*, oni od 3000 do 1000 m *dugi* oni od 1000 do 200 m *srednji*, oni od 200 do 100 m *granični*, oni od 100 do 10 m *kratki*, oni od 10 do 1 m *ultrakratki*, i na ove se navedu *decimetarski* odn. *centimetarski* valovi valnih duljina od 10 do 1 dm odn. od 10 do 1 cm, te napokon ekstremno i *milimetarski* valovi valne duljine od 10 mm na niže. Od srednjih valova za radiofoniju odvojeno je, s neznatnim prekoračenjem i u valove ispod 200 m, *uže radiofonsko područje* s valovima od 590 do 188 m (upravo: s frekvencijama od 510 do 1605 kHz); pored srednjevalnih radiofonskih stanica s toga područja ima međutim radiofonskih stanica dugovalnih, kratkovalnih i ultrakratkovalnih (UKV). Na UKV-području rade i televizijske stanice. Decimetarski i centimetarski valovi upotrebljavaju se danas već mnogo za specijalne svrhe (na pr. kod radara). Milimetarski valovi zasad se tek eksperimentalno istražuju, no teško da će oni biti prikladni za bežičnu signalizaciju u nižim područjima atmosfere, jer su oni već svojstvima vrlo blizu valovima dugih infracrvenih radijacija, pa potpadaju kao i ove već apsorpcijama od magla, oblaka, kišnih kapljica i sl., a i apsorpcijama od samih vodenih para. No u budućnosti moglo bi postati od važnosti njihovo prenošenje na daljinu bez većih gubitaka dielektrikumom u šupljim metalnim cijevima (»valovodima«).

Mjesto u kHz frekvencije kraćih radiovalova češće se navode u MHz, pa čak i GHz. Na pr. valu 30 m odgovara frekvencija 10000 kHz ili 10 MHz, valu 3 cm frekvencija 10000 MHz ili 10 GHz.

12. Da pobliže upoznamo odnose električkih i magnetskih polja pri širenju valova radija, mogli bismo postaviti problem da se proračuna električko i magnetsko polje t.zv. *elementarnog oscilatora*, koji se može zamišljati u obliku »Hertzova električkog dipola«. Ovakav dipol je kombinacija dvaju za neznatnu daljinu l razmaknutih i vremenski naglo promjenljivih električkih naboja $+q$ i $-q$, protivnih predznakom i jednakih iznosom q . Ovaj neka u svakom momentu t bude dan relacijom $q = Q_m \cdot \varphi(t)$, gdje je Q_m neki fiksni iznos, a $\varphi(t)$ neka zasad povoljna funkcija vremena t . Tako je produkt iznosa naboja q i njihove daljine l , t. zv. »električki moment dipola«, predstavljen relacijom $M = q \cdot l = Q_m \cdot \varphi(t) \cdot l$.

Neka je sad promatrani dipol smješten, po shemi u sl. 534., u središtu O i u smjeru spojnice polova kugle polumjera r , i neka se traži električko i magnetsko

polje za točku P na kugli, pretpostavljajući da je daljina $OP = r$ priklonjena za kut α prema ravnini ekvatora kugle. Pobljiža izvođenja na temelju osnovnih jednadžbi elektromagnetskog polja, koja uostalom matematski nisu ni posve jednostavna ni kratka, vode na ovaj konačni rezultat: *električko* polje u točki P u svakom momentu t može se zamisliti sastavljeno iz dvije međusobno okomite komponente: jedne *tangencijalne* na meridijan kroz P i jedne u smjeru polumjera OP, dakle *radijalne* komponente, a *magnetsko* polje ima smjer tangente na paralelu kroz P. Ako su F_1' , F_2' i F' , te H' momentani iznosi obih električkih komponenta i njihove rezultante, te magnetskog polja, pa ako se formule pišu u V-A-s-cm-sustavu, rezultati su za električko polje:

$$F_1' = -0,9 \cdot 10^{12} \cdot Q_m \cdot l \cdot \cos \alpha \cdot \left[\frac{\varphi}{r^3} + \frac{\varphi'}{cr^2} + \frac{\varphi''}{c^2 r} \right] \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

$$F_2' = 1,8 \cdot 10^{12} \cdot Q_m \cdot l \cdot \sin \alpha \cdot \left[\frac{\varphi}{r^3} + \frac{\varphi'}{cr^2} \right] \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

i dosljedno tomu: $F' = \sqrt{F_1'^2 + F_2'^2}$, dok s druge strane za magnetsko polje vrijedi:

$$H' = \frac{3 \cdot 10^9}{0,4\pi} \cdot Q_m \cdot l \cdot \cos \alpha \cdot \left[\frac{\varphi'}{cr^2} + \frac{\varphi''}{c^2 r} \right] \left(t - \frac{r}{c} \right)$$

U ovim formulama znače c brzinu širenja valova radija, a φ' i φ'' prvu i drugu vremensku derivaciju funkcije φ , i to, kako je naznačeno i obzirom na to da se radi o valovima razumljivo, pretpostavljajući u φ , φ' i φ'' supstituirano $t - \frac{r}{c}$ za varijablu.

13. Međutim dok izrazi za F_1' i H' sadrže, pored članova koji imaju u nazivniku r^2 i r^3 , također po jedan član koji u nazivniku ima r samo u prvoj potenciji, nema u izrazu za F_2' člana koji bi u nazivniku imao r samo u prvoj potenciji, nego ima samo članova sa r^2 i r^3 u nazivniku. Prema tomu će se kod većih daljina r , zbog iščezavanja članova sa r^2 i r^3 u nazivniku prema onima samo sa r u nazivniku, moći F_2' uopće zanemariti, a izraz za F_1' (sada ujedno izraz za cijelo električko polje F'), kao i onaj za H' , moći će se pisati pojednostavljeno na jedan član; t. j. moći će se praktički stavljati:

$$F' = -0,9 \cdot 10^{12} \cdot Q_m \cdot l \cdot \frac{\cos \alpha}{c^2 r} \cdot \varphi'' \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (383)$$

$$H' = \frac{3 \cdot 10^9}{0,4\pi} \cdot Q_m \cdot l \cdot \frac{\cos \alpha}{c^2 r} \cdot \varphi'' \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (384)$$

14. Iz dobivenih relacija slijedi odmah zanimljiva činjenica da kod većih daljina r stoje u svakom momentu t iznosi F' električkog polja u V/cm i magnetskog polja u A/cm u određenom stalnom odnosu:

$$F' = 120\pi \cdot H' = 377 \cdot H' \quad (385)$$

Prema tomu je, da bi se karakteriziralo stanje u P, zapravo dovoljno navesti samo jakost na pr. električkog polja, jer je onda po (385) time odmah određena i pripadna jakost magnetskog polja.

Nadalje je lako vidjeti da su energije električkog i magnetskog polja u nekom volumenu dv oko P međusobno jednake. Naime energija u promatranom slučaju električkog polja za volumen dv iznositi će po A-98. $\frac{1}{2}\epsilon_0 F'^2 \cdot dv$, a energija magnetskog polja po C-110. $\frac{1}{2}\mu_0 H'^2 \cdot dv$, pa ako se na F'^2 još primijeni relacija (385), i time u izraz za električku energiju uvede faktor H'^2 , onda nakon skraćivanja sa $\frac{1}{2}$, sa H'^2 i sa dv , uvjet jednakosti obih energija izlazi na tvrdnju $\epsilon_0 \cdot (120\pi)^2 = \mu_0$, koju je lako verificirati stavljajući numeričke vrijednosti za ϵ_0 i μ_0 .

Formulom (385) određeni stalni kvocijent $F' : H'$ ima, kako se odmah vidi usporedbom dimenzija veličina F' i H' , dimenziju kvocijenta $V : A$, a to znači Ω , pa mu prema tomu pripada značenje *impedancije* (t. zv. »valnog otpora vakuuma«) iznosa:

$$Z_0 = F' : H' = 377 \Omega$$

15. Možemo sad postaviti pitanje: kako će glasiti izraz za električko polje F' , pri velikoj daljini r od O, specijalno kod *harmoničnog titranja* »elementarnog oscilatora« u O s frekvencijom f , u komu slučaju nastali valovi imaju određenu »duljinu vala« $\lambda = c/f$. Zamišljati u O harmonični oscilator numeričke frekvencije f izlazi na to da se zamišlja »element vodiča« duljine l , protjecan u cijeloj toj duljini l sinusoidnom strujom numeričke frekvencije f i po tome kružne $\omega = 2\pi f$. Ta bi struja imala izvjesnu efektivnu vrijednost I , i po tom tjemenu $I\sqrt{2}$, a lako je uvidjeti da dipolni oscilator sa $q \cdot l = Q_m \cdot \varphi(t) \cdot l = Q_m \cdot \sin \omega t \cdot l$ izlazi na promatrani strujni element uz uvjet da je $\omega Q_m = I\sqrt{2}$.

Da bismo to uvidjeli, načinimo izraz:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Q_m \cdot \sin \omega t)}{dt} = \omega Q_m \cdot \cos \omega t = \omega Q_m \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

i uzmimo u obzir da ono što stoji kao faktor uz sinus u dobivenom izrazu predstavlja tjemenu iznos $I\sqrt{2}$ sinusoidne struje i .

Uz spomenute pretpostavke izraz (383) za momentani iznos F' električkog polja može se, uz upotrebu relacije:

$$Q_m \cdot \varphi'' \left(t - \frac{r}{c} \right) = \frac{d^2 \left\{ Q_m \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] \right\}}{dt^2} = -\omega^2 Q_m \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right]$$

kao i relacijâ: $\omega Q_m = I\sqrt{2}$, $\omega = 2\pi f$ i $f = 3 \cdot 10^{10}/\lambda$, predesiti u oblik:

$$F' = \frac{2\pi}{10^9} \cdot \frac{fIl}{r} \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right] = 60\pi \cdot \frac{Il}{\lambda r} \cdot \cos \alpha \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \left[\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right]$$

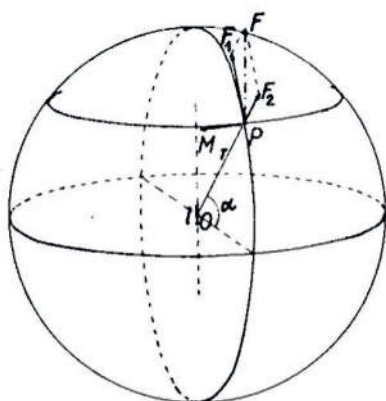
Iz ove se relacije može odmah očitati *efektivna* vrijednost F električkog polja:

$$F = 60\pi \cdot \frac{Il}{\lambda r} \cdot \cos \alpha \quad (386)$$

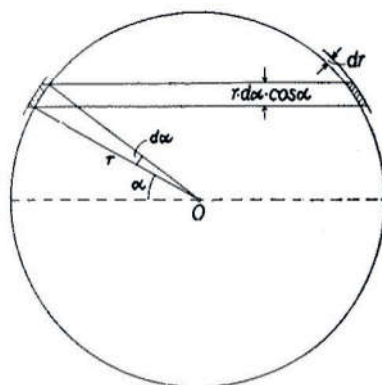
A u vezi s upravo dobivenom relacijom izlazi onda za *efektivnu* vrijednost H magnetskog polja:

$$H = \frac{F}{120\pi} = \frac{Il}{2\lambda r} \cos \alpha \quad (387)$$

16. Dobiveni rezultati mogu se primijeniti da se izvede formula za efektivnu vrijednost jakosti električkog polja F u daljini d od vertikalne uzemljene antene s neznatnom prema λ »djelotvornom« visinom h . Ako antenska struja, mjerena na podnožju antene, ima efektivnu vrijednost I ampera, te ako se može uzeti da je zemlja savršen vodič struje, ovakav zamišljeni uređaj ekvivalentan je, obzirom na intenzitet



Sl. 534.



Sl. 535.

valova u prostoru nad tlom, djelovanju vertikalnog oscilatora duljine $l = 2h$ koji bi titrao sam u slobodnom prostoru. Kao gornja polovica toga oscilatora može se zamišljati antena, dok bi se donja polovica, po principu simetrije, zamišljala ispod zemlje, tako da bi površina zemlje bila ravnina simetrije, odnosno ravnina ekvatora iz sl. 534. Kako nas nadalje zanimaju samo jakosti polja uz površinu zemlje, dolazi u obzir za kut emisije α iz sl. 534. samo vrijednost $\alpha = 0$. Prema tomu treba u (386) i u (387) staviti $r = d$, $l = 2h$, $\cos \alpha = 1$, pa će se u V-A-s-m-sustavu dobiti $F = 120\pi \cdot Ih/\lambda d$ i $H = Ih/\lambda d$. Od ovih dviju formula se obično samo prva uzima za karakterizaciju intenziteta valova. Međutim polja dalekih radiostanica na mjestu prijema redovno su preneznatna da bi se F izražavalo u V-A-s-m-jedinici V/m. Pogotovo je prevelika 100-struko veća V-A-s-cm-jedinica V/cm. Praktički je zgodna jedinica mV/m, 10^3 -struko manja od V/m (iako se katkad, za osobito slaba polja na mjestu prijema, upotrebljava čak i jedinica $1\mu\text{V/m}$, 10^6 -struko manja od mV/m i 10^6 -struko manja od V/m). A da izide F u mV/m, dovoljno će biti, ostavljajući formalno nepromijenjen netom izvedeni izraz $F = 120\pi \cdot Ih/\lambda d$, u njega uz I u A stavljati d u km (mjesto u cm), pa kako se obično još h i λ izražavaju u m, dobiva se konačno, za val koji se širi bez apsorpcije, važna formula:

$$F^{(\text{mV/m})} = 377 \cdot \frac{I^{(\text{A})} \cdot h^{(\text{m})}}{\lambda^{(\text{m})} \cdot d^{(\text{km})}} \quad (388)$$

Potankosti kako se računaju ili eksperimentalno određuju djelotvorne visine pojedinih antena spadaju već u specijalna pitanja radiotehnike. Tako kod vrlo kratkih antena u obliku samog uzemljenog vertikalnog vodiča efektivna visina h iznosi tek oko pola stvarne visine tog vodiča.

U formuli (388) vrijedno je pažnje da jakost polja F opada samo s prvom potencijom od d . Nadalje jasno iz (388) proizlazi važnost da se kod dane duljine vala λ upotrebi antena što veće djelotvorne visine h , te da se proizvede što jača antenska struja I . Uostalom formula (388) je od praktičke vrijednosti poglavito kod duljih valova i ne prevelikih daljina d . Kod nešto većih d mogu već jače doći do izražaja učinci apsorpcije. Ovi se mogu uzeti u račun faktorom oblika e^{-ad} , koji se dodaje desno u (388), pri čemu »apsorpciona konstanta« a (J-3.) ovisi o električkoj vodljivosti tla iznad koga se valovi šire (v. *Austinovu formulu* u vj. 287.). A kod sve kraćih valova, pored sve više iščezavajućih učinaka »direktnih« valova, koji se šire uz zemlju i za koje je formula (388) izvedena uz pretpostavku savršeno električki vodljivog tla, dolaze sve više u velikim daljinama od emisione stanice do izražaja učinci »indirektnih« valova, skretanih k zemlji iz ioniziranih oko 100, 200 odn. 300 km visokih slojeva E_1 , F_1 odn. F_2 iz gornjeg dijela atmosfere (ionosfere), pa prijemne prilike postaju nepravilne i promjenljive (razlike dobrote prijema na velike daljine danju i noću, kolebanja jakosti signala poznata pod imenom »fading« itd.) Kod dugih valova i vrlo velikih daljina treba uzimati u obzir i utjecaje rasporedaja vlage u nižim slojevima atmosfere (troposferi), te zakrivljenost zemljine površine.

Za prijem bežične telefonije jednostavnim kristaldetektorskim aparatima već polja jakosti od 10 mV/m mogu se smatrati dovoljno jakim, s 1 mV/m moguć je još dobar prijem s osjetljivijim jednostavnim cijevnim prijemnicima, kod 0,1 mV/m ili čak 0,01 mV/m potrebni su već naročito osjetljivi višecijevni prijemnici, no tu i utjecaj prosječnih prijemnih smetnja već sve neugodnije dolazi do izražaja. Za prijem telegrafije obično dostaju nešto slabija polja.

17. Primijenimo sada dobivene rezultate da izračunamo ukupnu energiju električkog i magnetskog polja emitiranih radiovalova, te s pomoću nje ukupni učin N isijavan od »elementarnog oscilatora«, zamišljanog u O po sl. 534 i 535. A lako ćemo dalje iz dobivenog izraza za N zaključiti, već u poglavlju A) uvedenom »metodom zrcaljenja«, i na učin N' koji bi isijavala »uzemljena polovica« spomenutog elementarnog oscilatora duljine l , t. j. strujom visoke frekvencije f i efektivnog iznosa I u cijeloj duljini $\frac{1}{2}l$ protjecanog elementa vodiča, okomitoga na savršeno vodljivu beskonačnu ravnu plohu (idealnu »zemlju«), i donjim krajem u vodljivoj vezi s njom.

Pri izvođenju formule za veličinu N treba imati na umu da po formuli (387) jakost električkog polja ne ovisi samo o daljini r , nego je proporcionalna i sa $\cos \alpha$ (tako da je emisija najjača u horizontalnom smjeru, t. j. uz $\alpha = 0$, i postaje sve slabija za sve veće iznose α , dok konačno za vertikalni smjer uz $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ne postane jednaka 0).

Prema tomu se energija električkog i magnetskog polja unutar kugline ljuske s polumjerima r i $r + dr$, dakle ljuske debljine dr , ne može računati tako da se ta energija odredi za element ljuske i proporcionalno preračuna na cijelu ljusku, nego se kod računanja moraju uzimati pojedinačno u obzir redom ljuskinu kolutu poput onoga po sl. 535., kome je baza infinitezimalna kuglina zona omeđena paralelnim krugovima kugle pod kutovima α i $\alpha + d\alpha$. Volumen takvog infinitezimalnog koluta jest $2r\pi \cdot r \cdot d\alpha \cdot \cos \alpha \cdot dr$. A po formuli (58) iz A-98., kao i uzevši u obzir

definiciju »efektivne« vrijednosti kod izmjeničnih veličina, za *prosječnu* gustoću u Ws/cm^3 energije električkog polja u promatranom infinitezimalnom kolutu može se pisati $\frac{1}{2} \varepsilon_0 F^2 = \frac{\pi}{2 \cdot 10^9} \cdot \frac{I^2 l^2}{\lambda^2 r^2} \cdot \cos^2 \alpha$. No kako po (387) i za magnetsko polje treba računati isto toliko prosječne prostorne gustoće energije, to ukupna prosječna energija isijavanja u cijelom volumenu infinitezimalnog ljuskinog koluta iznosi u Ws :

$$2 \cdot \frac{\pi}{2 \cdot 10^9} \cdot \frac{I^2 l^2}{\lambda^2 r^2} \cdot \cos^2 \alpha \cdot 2r \pi \cdot r \cdot d\alpha \cdot \cos \alpha \cdot dr = \frac{2\pi^2}{10^9} \cdot \frac{I^2 l^2}{\lambda^2} \cdot dr \cdot \cos^3 \alpha \cdot d\alpha$$

Integracijom od $\alpha = 0$ do $\alpha = \frac{\pi}{2}$ dobio bi se iznos za cijelu ljusku polovice kugle iz sl. 535., a množenjem sa 2 konačno bi se dobio i izraz za prosječni iznos dA' ukupne energije isijavanja u ljuski debljine dr oko cijele kugle:

$$dA' = 2 \cdot \frac{2\pi^2}{10^9} \cdot \frac{I^2 l^2}{\lambda^2} \cdot dr \cdot \int_0^{\pi/2} \cos^3 \alpha \cdot d\alpha = \frac{8\pi^2}{3 \cdot 10^9} \cdot \frac{I^2 l^2}{\lambda^2} \cdot dr$$

(tu je primijenjena formula integralnog računa: $\int_0^{\pi/2} \cos^3 \alpha \cdot d\alpha = \frac{2}{3}$).

18. Da bi se sad dobio ukupni pravi učin N' isijavan elementarnim oscilatorom u O, sjetimo se da se energija elektromagnetskim valovima prenosi brzinom $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$, pa se zato debljina dr infinitezimalne ljuske prevlači za vrijeme $dt = \frac{dr}{c}$. Tako za traženi učin izlazi u W :

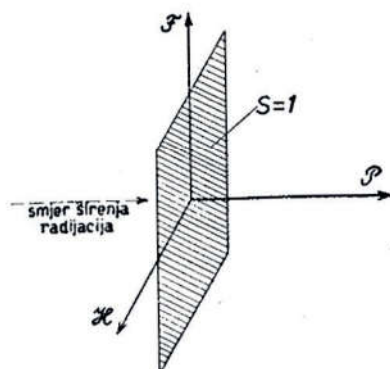
$$N' = \frac{dA'}{dt} = \frac{dA'}{dr} \cdot c = \frac{8\pi^2}{3 \cdot 10^9} \cdot \frac{I^2 l^2}{\lambda^2} \cdot 3 \cdot 10^{10} = 80\pi^2 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot I^2 \quad (389)$$

Iz ove formule lako se dalje dobiva, na bazi odnosâ po sl. 535.a), i učin N emitiran od polovice elementarnog dipola. Treba samo uzeti u obzir da bi ovakav oscilator isijavao samo u prostor iznad »zemlje« Z, koji odgovara gornjoj polukugli u sl. 534., tako da bi isijavani učin N bio tek polovica onoga što bi odgovarao elementarnom oscilatoru duljine l u slobodnom prostoru. Tako se konačno za učin N isijavan u obliku valova duljine λ od uzemljenog oscilatora duljine $\frac{1}{2} l$ protjecane strujom I može pisati:

$$N = \frac{1}{2} \cdot 80\pi^2 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \cdot I^2 = I^2 \cdot 40\pi^2 \cdot \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (389')$$

18a. Idealizirana razmatranja na bazi elementarnog dipola duljine l , i uzemljene polovice takvog dipola duljine $\frac{1}{2} l$, od velike su teoretske vrijednosti, no formule (389) i (389') za po njima isijavane učine ne mogu se bez daljega

Naime kod napajanja strujom I u sredini *dipolne* antene po sl. 535.b), odn. pri dnu *vertikalne* antene nad savršeno vodljivom zemljom po sl. 535.c), puna jakost struje I održava se u svakom kraku h tek pri mjestu napajanja, a kod h vrlo neznatnih prema λ može se uzimati da jakost struje opada linearno s daljinom od mjesta napajanja, s time da struja iščezava pri vrhu svakog kraka h , kako je to predloženo crtkanim pravcima u sl. 535.b) i 535.c). To znači da se svaki od krakova duljine h u obje promatrane slike može shvatiti: bilo kao krak pune duljine protjecan prosječnom strujom $\frac{1}{2}I$, bilo kao elementarni oscilator polovice duljine $\frac{1}{2}h$ protjecane punom strujom I . Drugim riječima: »djelotvorna« duljina svakog od krakova h bila bi tek $\frac{1}{2}h$. Prema tomu dipolnu antenu po sl. 535.b) treba zamišljati kao elementarni oscilator duljine $l = 2 \times \frac{1}{2}h = h$ s isijavanjem učinkom po formuli (389), a vertikalnu antenu po sl. 535.c) kao polovični



Sl. 536.

$$N_S = I^2 \cdot 80\pi^2 \cdot \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = I^2 \cdot 790 \cdot \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \quad (390)$$
$$N'_S = I^2 \cdot 40\pi^2 \cdot \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = I^2 \cdot 395 \cdot \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 \quad (390a)$$

J

dnom antenskom krugu. Tomu faktoru, kao kvocijentu isijavanog učina i kvadrata antenske struje, treba pripisivati značenje nekog (fiktivnog) radnog otpora R_s , zvanoga *radijacioni otpor* ili *otpor isijavanja*. Naziv je došao od toga što bi se, po Jouleovu zakonu, učin $I^2 R_s$ jednak učinku isijavanja trošio u radnom otporu iznosa R_s protjecanom antenskom strujom efektivne vrijednosti I , samo dakako ovaj put ne za isijavanje nego za stvaranje strujne topline.

Za kratku dipolnu antenu ukupne stvarne duljine $2h$ po (390) je: $R_s = 790 \cdot \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$, a za kratku vertikalnu uzemljenu antenu stvarne visine h po (390a) je: $R_s = 395 \cdot \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$.

Ovaj potonji izraz, uvođenjem *djelotvorne visine* vertikalne antene $h_d = \frac{1}{2}h$ mjesto stvarne h može se pisati i u obliku:

$$R_s = 1580 \cdot \left(\frac{h_d}{\lambda}\right)^2 \quad (390b)$$

pri čemu još (390b) može izražavati *otpor isijavanja* čak ma kakvih »uzemljenih antena«, ako se samo, uz: $N_s = I^2 R_s$, kao h_d stavi *djelotvorna* visina dotične antene.

Prema rečenom se antenski krug, ako mu stvarni otpor zbog »gubitaka« iznosi R_0 , vlada zbog isijavanja kao da ima povećan radni otpor iznosom R_s na ukupni iznos $R = R_0 + R_s$, kojega dio R_0 korespondira »učinu gubitaka« $N_0 = I^2 R_0$ u antenskom krugu i dio R_s korespondira učinku $N_s = I^2 R_s$ isijavanom po anteni. Ukupni u antenskom krugu trošeni učin bio bi onda: $N = N_0 + N_s$.

Po samoj definiciji »otpora isijavanja« od interesa je da R_s čini što veći procenat ukupnog otpora $R_0 + R_s$, zbog što boljšega stepena djelovanja (omjera $N_s : N$ ili $N_s : (N_0 + N_s)$ isijavanoga učina prema ukupnom učinku) antenskog kruga, koji se može predočiti i kvocijentom $R_s : (R_0 + R_s)$. A po (390b) uz dano λ postizavaju se veći iznosi R_s uzemljenim antenama s većom djelotvornom visinom h_d .

19a. Kako se elektromagnetskim valovima očito prenosi prostorom energija posredstvom vremenski promjenljivih električkih i magnetskih polja, može se postaviti pitanje o učinku prenašanom kroz jedinicu površine okomite na smjer širenja valova, kraće: o *gustoći učina isijavanja*, ili još kraće: o *gustoći isijavanja*. Na temelju u toku raznih razmatranja, osobito u Knjizi I. ovog djela, već uzetih odnosa o poljima u dielektricima, te uz primjenu stavka o održanju energije, kao i dviju klasičnih relacija vektorske analize, može se pokazati da se tražena »gustoća isijavanja« može u svakom momentu izraziti »Poyntingovim vektorom« $\mathcal{P}$, definiranim »vanjskim« (»vektorskim«) produktom momentanih vrijednosti $\mathcal{F}$ i $\mathcal{H}$ vektorâ električkog i magnetskog polja na ispitivanom mjestu prostora, po relaciji:

$$\mathcal{P} = [\mathcal{F}\mathcal{H}] \quad (390c)$$

Podsjetimo odmah na spomenute dvije relacije vektorske analize, koje ćemo morati upotrebiti. Po prvoj relaciji, za ma kakva dva vektora $\mathcal{F}$ i $\mathcal{H}$ diferencija »nutarnjeg« (»skalarnog«) produkta vektora $\mathcal{H}$ s vektorom $\text{rot}\mathcal{F}$ kao minuenda i nutarnjeg produkta vektora $\mathcal{F}$ s vektorom $\text{rot}\mathcal{H}$ kao suptrahenda jednaka je divergenciji div vanjskog produkta $[\mathcal{F}\mathcal{H}]$ vektora $\mathcal{F}$ s vektorom $\mathcal{H}$; u formuli:

$$\text{div}[\mathcal{F}\mathcal{H}] = \mathcal{H} \cdot \text{rot}\mathcal{F} - \mathcal{F} \cdot \text{rot}\mathcal{H} \quad (390d)$$

Druga pak relacija, zvana Gaussov stavak, pokazuje kako se volumni integral divergencije ma kakvog vektora $\mathcal{P}$, uzet preko prostora volumena V , dade predočiti konturnim plošnim integralom tog vektora preko zatvorene plohe S koja omeđuje spomenuti prostor; u formuli:

$$\int \operatorname{div} \mathcal{P} \cdot dV = \oint \mathcal{P} \cdot d\vec{S} \quad (390e)$$

Ako sad na određenom mjestu dielektrikuma u momentu t zamislimo specijalno vektore $\mathcal{F}$ i $\mathcal{H}$ električkog i magnetskog polja (pripadne oznake F' i H' , te F i H , neka su istog značenja kao u J-12. do J-16.), te ako, po poznatim relacijama o prostornim gustoćama energije električkog i magnetskog polja, izrazimo sa $\left(\frac{1}{2}\epsilon \mathcal{F}^2 + \frac{1}{2}\mu \mathcal{H}^2\right) \cdot dV$ energiju u volumnom elementu dV i po tom sa $A' = \int \left(\frac{1}{2}\epsilon \mathcal{F}^2 + \frac{1}{2}\mu \mathcal{H}^2\right) \cdot dV$ energiju nakrcanu u momentu t u konačnom volumenu V , očito ćemo moći izraziti brzinu vremenskog povećavanja (vremensku derivaciju $\frac{dA'}{dt}$) veličine A' relacijom:

$$\frac{dA'}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\int \left(\frac{1}{2} \epsilon \mathcal{F}^2 + \frac{1}{2} \mu \mathcal{H}^2 \right) \cdot dV \right] = \int \left(\epsilon \cdot \mathcal{F} \cdot \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} + \mu \mathcal{H} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \right) \cdot dV \quad (390f)$$

Ako konačno, primjenjujući obje Maxwelllove jednadžbe (151) i (184), desno u (390f) zamijenimo $\epsilon \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}$ sa $\operatorname{rot} \mathcal{H} - \kappa \mathcal{F}$ i $\mu \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}$ sa $-\operatorname{rot} \mathcal{F}$, dobit ćemo relaciju u kojoj će se pojaviti i izraz $\mathcal{H} \operatorname{rot} \mathcal{F} - \mathcal{F} \operatorname{rot} \mathcal{H}$, koji se međutim po (390d) može dalje nadomjestiti izrazom $\operatorname{div} [\mathcal{F} \mathcal{H}]$, dakle divergencijom Poyntingova vektora $\mathcal{P}$. Tako onda izlazi (ako se još umjesto brzine porasta $\frac{dA'}{dt}$ potraži brzina opadanja $-\frac{dA'}{dt}$ energije volumena V , dakle *momentani* trošeni učin):

$$-\frac{dA'}{dt} = \int \kappa \mathcal{F}^2 \cdot dV + \int \operatorname{div} [\mathcal{F} \mathcal{H}] \cdot dV \quad (390g)$$

Dobivena nam relacija vrlo mnogo govori. Prvi član desno u njoj jest gubitak *momentanog* učina N'_j koji, po elementarnom obliku Jouleova zakona (127) iz B-78., nastaje zbog provodnih struja proizvedenih utjecajem polja $\mathcal{F}$ u nesaavršenom dielektrikumu vodljivosti κ (toga gubitka ni nema u savršenom dielektrikumu sa $\kappa = 0$). Drugi pak član desno u (390g) također je neki *momentani* učin N'_s , koji iščezava iz volumena V u vezi s isijavanjem radijacija u prostor izvan volumena V , dakle kroz konturnu plohu S volumena V .

Da bi se odnosi isijavanja kroz plohu S bolje razabrali, dovoljno je spomenuti član N'_s , koji u (390g) još dolazi u obliku volumnog integrala, prikazati

primjenom Gaussova stavka (390e) u obliku konturnog plošnog integrala. Može se prema tomu član N'_s predočiti kao tok Poyntingova vektora $\mathcal{P} = [\mathcal{F}\mathcal{H}]$ kroz zatvorenu plohu S po relaciji:

$$N'_s = \oint \mathcal{P} \cdot d\vec{S} = \oint [\mathcal{F}\mathcal{H}] \cdot d\vec{S} \quad (390h)$$

Iz ove relacije, na bazi definicije vanjskog produkta, odmah se vidi da je Poyntingov vektor $\mathcal{P} = [\mathcal{F}\mathcal{H}]$ baš tražena veličina, koja daje u svakom momentu t traženu »gustoću učina isijavanja« (N'_s)₁ na jedinicu površine okomite na $\mathcal{P}$. Ta je gustoća isijavanja momentanog iznosa $P' = F' \cdot H' \cdot \sin \alpha'$, ako se općenito pretpostavi da vektori $\mathcal{F}$ i $\mathcal{H}$ zatvaraju kut α' , i usmjerena je tamo kamo pokazuje vektor $\mathcal{P}$, što znači okomito i na $\mathcal{F}$ i na $\mathcal{H}$, a u smjeru širenja radijacija; uspor. sl. 536.

Specijalno u poljima radiovalova treba $\mathcal{F}$ i $\mathcal{H}$ uzimati pod kutom $\alpha' = 90^\circ$. To daje: $[\mathcal{F}\mathcal{H}] = F' \cdot H' \cdot \sin \alpha' = F' \cdot H'$, pa se onda, osim tik oko emisione stanice, za momentani isijavani učin (N'_s)₁ kroz jedinicu površine okomite na smjer radijacija, ako se još uzme u obzir i veza (385) između F' i H' , može pisati izraz:

$$P' = F' \cdot H' = \frac{F'^2}{120\pi} \quad (390j)$$

A za srednji učin (N_s)₁ kroz jedinicu površine, okomito probadane radijacijama, vrijedit će:

$$P = F \cdot H = \frac{F^2}{120\pi} \quad (390k)$$

Primjer: Pri već za prijem obilno jakom polju jakosti $F = 1 \text{ mV/m} = 0,001 \text{ V/m}$ gustoća radijacija ne iznosi više od:

$$P = 0,001^2/377 \text{ W/m}^2 = 0,00265 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2 = 2,65 \text{ nW/m}^2$$

II) O DAVANJU I PRIMANJU RADIOSIGNALA

Titrajni krugovi. Stanice prigušenih valova i neprigušenih (nemoduliranih i moduliranih) valova. Stanice s gašenim iskrama. Elektronske cijevi općenito. Karakteristike i karakteristične veličine trioda. Cijev kao pojačalo. Naponska (odn. strujna) pojačanja u decibelima. Reakcija; cijev kao oscilator. Principi prijema moduliranih signala; prijem kristalnim detektorima i cijevima. Prijem nemoduliranih signala. Transistori: način djelovanja, pojačavanja transistorima.

20. Upoznavši zakone emisije radiovalova razmotrimo kratko osnove uređaja za davanje i uređaja za primanje radiosignala.

Započnimo sa stanicama za davanje (emisionim stanicama, odašiljačima). U bitnosti se kod svake emisione stanice s antenom određene djelotvorne visine h_a , i po tom također određenog otpora isijavanja R_s kod dane duljine λ emitiranog vala, t. zv. »vala nosioca« radiosignala, problem svodi na to da se u antenskom krugu stanice proizvede visokofrekventna struja što većega iznosa I , i frekvencije f baš onolike kolika odgovara relaciji $f = c/\lambda$, koja veže f s onom duljinom vala λ što ga stanica treba emitirati.

Za postizavanje najjače struje iskorišćuje se pojav resonancije po E-24. Antenski će se dakle krug emisione stanice u pravilu udesiti na resonanciju sa strujom frekvencije f .

U tu svrhu sistem A-Z (antena-zemlja), koji treba zamišljati da predstavlja uglavnom kapacitet (s tek nešto samoinduktiviteta), kombinirat će se na pr. po sl. 537. s potrebnim iznosom induktiviteta između A i Z dodanoga »antenskog svitka« X promjenljivog broja zavoja. Udesit će se takav broj zavoja da rezultira strujni krug ekvivalentan serijskoj kombinaciji izvjesnog kapaciteta C i izvjesnog induktiviteta L (i dakako izvjesnog ukupnog radnog otpora $R_0 + R_s$ u smislu razmatranja iz J-19.), takav da pripadnim produktom LC baš bude zadovoljena »formula resonancije«: $f = 1/(2\pi\sqrt{LC})$. Ova se uostalom u radiotehnici često piše numerički, preuđesena upotrebom relacije $\lambda = c/f$ sa $c = 3 \cdot 10^8$ m/s, u obliku $\lambda = 600\pi\sqrt{LC}$ sa λ u m, L u μH i C u μF , ili za praksu prikladnije, sa λ u m, L u μH i C u pF, u obliku:

$$\lambda = 0,600\pi\sqrt{LC} = 1,885\sqrt{LC} \quad (391)$$

Resonancija se prepoznaje antenskim ampermetrom, ukopčanim kao u sl. 537. Slično se, mijenjajući L i C (ili oboje), resonancija udešava u drugim strujnim krugovima sa L i C , kod davanja i kod primanja, pri čemu se specijalno kod primanja postizava i reagiranje prijemne aparature samo na udešeni val i nereagiranje na druge valove koji zgađaju prijemnu antenu.

Kako se vidi, vezana je duljina vala λ nekoga titrajnog kruga ne s pojedinačnim iznosima L i C nego s *produktom* LC , pa se na primjer $\lambda = 360$ m može dosegnuti produktom LC po (391) jednakim 36480, bez obzira na to da li se taj produkt realizira sa $L = 760 \mu\text{H}$ i $C = 48 \text{ pF}$ ili sa $L = 190 \mu\text{H}$ i $C = 192 \text{ pF}$ ili s kojom drugom kombinacijom takvom da LC iziđe 36480.

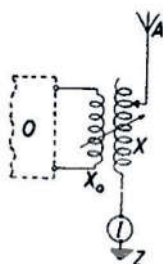
21. Sami električki titraji željene visoke frekvencije f ne izvode se kod suvremenih stanica za davanje neposredno u antenskom krugu, nego u posebnim titrajnim krugovima, u »zatvorenim« oscilatorima, prikladnima za stvaranje titraja no uglavnom bez sposobnosti isijavanja. Učin visokofrekventnih struja proizvedenih u tim oscilatorima prenosi se onda na antenski krug, dakle »otvoreni« (s jakim isijavanjem) titrajni krug. Prenosjenje može biti na pr. kao u sl. 537. na prikladan »stepen vezanja« udešenom varijabilnom induktivnom vezom svitka X_0 oscilatorskog kruga O sa svitkom X antenskog kruga. Preuzeti učin onda antena najvećim dijelom I^2R_s , sa R_s po (390b), isijava u vanjski prostor u obliku radiovalova.

Raspodjela funkcije proizvodnja titraja i funkcije isijavanja valova na odijeljene elemente emisione aparature nije ništa neobično u emisionim sistemima. Dovoljno je samo sjetiti se na akustičnu analogiju glazbene viljuške, koja uzbuđena na mehaničke vibracije titra svojom određenom frekvencijom, ali zbog slabe sposobnosti isijavanja zračnih valova sama za sebe ostaje gotovo nečujna. No ako se njezini titraji prenesu na pr. na ormarić za resonanciju (tim da se viljuška na njega

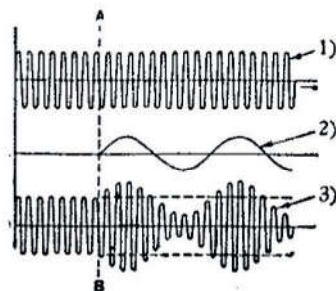
prisloni), zvuk će se čuti mnogostruko jače, jer se resonantni ormarić odlikuje svojstvom jakog isijavanja zvučnih valova.

22. Stanice za davanje mogu se sad, prema postupku upotrebljenom u oscilatoru O iz sl. 537. za stvaranje visokofrekventnih oscilacija i, prema odnosu tih oscilacija prema bežično prenašanim signalima koje antenom emitirani radiovalovi prenose kao nosioci, klasificirati:

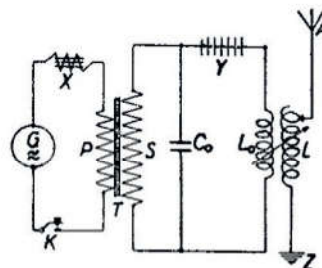
I) na stanice za davanje telegrafije *prigušenim valovima*, koje emitiraju redovno tonfrekventne grupe »prigušenih« (C-141.) visokofrekventnih titraja,



Sl. 537.



Sl. 538.



Sl. 539.

II) na stanice koje proizvode *neprigušene* visokofrekventne titraje, i te titraje ili a) emitiraju onakve kakve su proizvedeni u obliku grupa *neprigušenih valova* davanih u ritmu Morse-signalâ (telegrafija nemoduliranim signalima), ili ih b) prije prenosa na antenski krug podvrgavaju *modulaciji* (najčešće ritmičkim variranjima titrajnih amplituda), bilo tonfrekventnoj (telefonija i modulirana telegrafija), bilo nadtonfrekventnoj (televizija).

Za ilustraciju netom spomenute »amplitudne modulacije« predočena je na sl. 538. modulacija visokofrekventnih titraja 1 vala nosioca frekvencije f tonfrekventnim titrajima 2 frekvencije f_1 ; rezultujući titraji 3 u početku pri odsustvu signala 2 ostaju nemodulirani, no nadolaskom signala 2 postaju modulirani po 3, s amplitudama jačanima i slabljenima u ritmu signala 2. Mnogo se u novije vrijeme na UKV-području upotrebljava »frekventna modulacija«, s mijenjanjem frekvencije umjesto amplitude vala nosioca u ritmu tim nosiocem prenašanih signala. A postoji i »fazna modulacija«, s variranjem faze titraja vala nosioca.

23. Obje se grupe I) i II) stanica za davanje mogu dalje dijeliti, već prema načinu kako se u pojedinim emisionim aparaturama praktički realiziraju visokofrekventni titraji.

Kod stanica *prigušenih* valova možemo biti kratki, jer su one već zastarjele. Dosta će biti tek upozoriti na jedan relativno već savršeniji tip izvedbe ovakvih stanica. Kod stanice po sl. 539. grupe prigušenih visokofrekventnih titraja u tonfrekventnom slijedu dobivaju se tako da napon elektromotorno tjeranog strojevnog generatora G tonfrekventnih izmjeničnih struja transformira transformatorom T na više hiljada volta. Sekundarno je na T priključen kondenzator kapaciteta C_0 , koji je prema tomu podvrgnut nabijanjima u brzom slijedu na visoki napon, dovoljan da se izazove paljba iskrišta Y. Osim Y krug izbijanja kondenzatora sadrži i svitak induktiviteta L_0 .

No po C-141. u krugovima s kapacitetom i induktivitetom, a malenim radnim otporom, izbijanja se zbivaju oscilatorno, s titrajima, i ti se titraji kod prikladno odabranog iznosa produkta LC dviju veličina L i C mogu proizvesti *visokofrekventno* po Thomsonovoj formuli iz C-142., odn. po formuli (391) korespondentno duljini valova λ koje stanica treba emitirati. Te valove antenski krug stanice doista i emitira ako se titraji titrajnog kruga s iskrištem Y prenese, analogno sl. 537., induktivnom vezom svitka induktiviteta L_0 oscilatora i svitka induktiviteta L antenskog kruga na sl. 539., pri čemu dakako iznos L mora biti udešen na resonanciju antenskog kruga na val duljine λ .

Tipkom K daju se Morse-znakovi, kojih se točkice i crtice sastoje od kraćih i duljih nizova tonfrekventnih grupa visokofrekventnih prigušenih titraja. Zato se kod primanja ovakvi signali i čuju u telefonskim slušalicama kao kraći ili dulji tonski (zvučni) signali kombinirani u slova Morseova alfabet.

Za dobro funkcioniranje stanice po sl. 539. potrebno je naročito iskrište koje se gasi čim se energija oscilacija prenese s titrajnog kruga na antenski. Onda antenski krug može isijavati neutjecan od oscilatorskog kruga s iskrištem, odn. bez prenošenja učina natrag na oscilatorski krug. Istom kad je isijavanje jedne grupe valova po antenskom krugu uglavnom dovršeno, i kondenzator C se za to vrijeme dovoljno nabio, treba da nastupi ponovna paljba iskrišta. Kako k tomu grupe prigušenih valova treba da slijede u brzom tonfrekventnom ritmu (zbog isijavanja što većeg učina i zbog prijema signala u obliku tonova), rad iskrišta mora biti precizno udešen: ono mora biti kadro da se tonfrekventno pali i gasi u točno propisanim momentima, na pr. s 1000 paljbi sekundno. Obična iskrišta odviše su troma i ne mogu dati više od 20 do 50 paljbi sekundno. Zato su se kod stanica po sl. 539. upotrebljavala specijalna iskrišta s naglim gašenjima, i to: a) ona s gašenim iskrama po Wienu ili b) rotirajuća iskrišta. Još se za dobro funkcioniranje stanice morao »stepen vezanja« oscilatorskog i antenskog kruga pomno adjustirati.

24. Kod emisionih sustava s *neprigušenim* titrajima upotrebljavale su se tokom razvoja radiotehnike različite metode proizvođenja neprigušenih titraja. Mogu se razlikovati: 1) stanice s titrajima proizvedenima električkim lukom (po Poulsenu), 2) stanice s neprigušenim titrajima dobivanim specijalnim visokofrekventnim strojevnim generatorima različitih tipova (sa željenom visokom frekvencijom proizvedenom direktno u stroju ili s umnožavanjem frekvencije stroja transformatorima u specijalnom spoju), te 3) stanice s cijevima, s titrajima proizvedenima, i na željeni učin pojačanima, uz pomoć »elektronskih cijevi«.

Od ovih su stanice pod 1) i 2) danas već gotovo posve potisnute iz prakse, pa će biti dosta ako se samo spomene da su praktičke realizacije emisionih aparatura obih ovih kategorija zahtijevale mnogo invencioznosti i istraživanja u prvim decenijima radiotehnike. Tako proizvođenje oscilacija dovoljno visokih frekvencija nije bilo izvedivo običnim sinhronim generatorima, koji po formuli $f = np/60$ i kod tehnički najviših mogućih n i p mogu dati tek relativno skromne iznose f . A i proizvođenje oscilacija s titrajnim krugom sastavljenim iz određenoga L i određenoga C i paralelno priključenim električkom svijetlom luku bilo je već doduše otprije poznato, no zbog termičke tromosti običnog luka bilo je ostvarivo samo za velike produkte LC i prema tomu tek za lučne titraje »tonskih« frekvencija (»pjevujući svijetli luk«),

pa je trebalo mnogo istraživanja naravi luka i konstruktivne dovrtljivosti da se proizvedu i »visokofrekventni« lučni titraji. Baš zbog poteškoća postizavanja po volji visokih frekvencija ostale su uostalom i lučne i strojeve stanice uvijek ograničene na područja relativno nižih radiofrekvencija, dakle relativno duljih valova.

Sve valne duljine, od najduljih do najkraćih, lako se naprotiv proizvode kategorijom 3) cijevnih stanica. Na njima ćemo se dulje zadržati. No kako su jezgra tih stanica elektronske cijevi, koje čine također i najvažnije elemente osjetljivih stanica za primanje, bit će potrebno prethodno bliže upoznati elektronske cijevi i osnovne karakteristike njihova funkcioniranja.

25. U bitnosti su elektronske cijevi, kako im i ime kaže, visokovakuumske naprave na načelu strujanja elektrona, koji izlaze iz vruće katode kao izvora i idu prema (u odnosu na katodu pozitivnoj) anodi. Po tom bi se elektronskim cijevima mogle nazvati i već u B-14. opisane, te u H-20. i dalje potanje razrađene visokovakuumske »diode« (cijevi s dvije elektrode: katodom K i anodom A), koje se upotrebljavaju u usmjerivačke svrhe. I doista se diode i u radiotehnici primjenjuju, i to ne samo za usmjerivanje izmjeničnih napona iz mreže jake struje u istosmjerne napone potrebne za pogon ostalih dijelova radioaparatura kao na sl. 547.b), nego su se upotrebljavale, i upotrebljavaju se u vrlo mnogim prilikama i danas, također za usmjerivanja primanih radiosignala, t. zv. »detekciju«, kod prijema. No glavne mogućnosti primjena otvorile su se uvođenjem elektronskih cijevi u užem smislu, dobivenih dodavanjem između katode i anode daljih elektroda: mrežica ili rešetki, na pr. u obliku manje ili više široko razmaknutih metalnih zavojnica, koje kroz svoje otvore mogu propuštati elektrone. Nastale su tako cijevi s jednom mrežicom M i po tom tri elektrode K-M-A, koje su nazvane *triode*, pa kasnije i cijevi s dvije mrežice M_1 i M_2 i četiri elektrode K- M_1 - M_2 -A, dakle *tetrode*, zatim cijevi s tri mrežice i pet elektroda: *pentode*, te konačno i cijevi s još više mrežica.

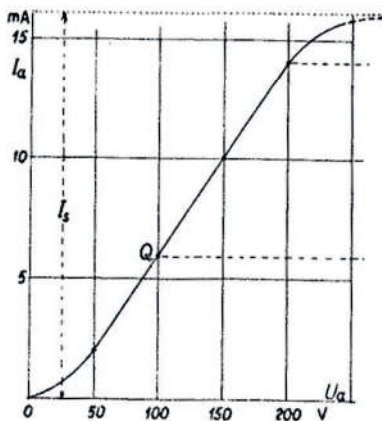
26. Katode K ovih cijevi mogu se podržavati usijane bilo »direktnim« grijanjem s pomoću »struje grijanja« puštene kroz samu katodu u obliku kovne niti N, u kome slučaju N i K koincidiraju, bilo »indirektnim« grijanjem s pomoću posebne grijaće niti N koja, redovito usijavana izmjeničnom strujom, daje toplinu katodi K iz materije koja lako emitira elektrone, u komu slučaju treba razlikovati nit N od katode K. Simboličku shemu direktno grijane triode v. na sl. 543., a shemu indirektno grijane triode sa svega pet priključaka v. na sl. 542. dolje; shema indirektno grijane pentode za prijemne svrhe sadržavala bi sedam priključaka, umjesto šest, koliko bi ih imala direktno grijana (»baterijska«) ovakva pentoda.

Dok su prijemne elektronske cijevi malenih dimenzija, i rade s manjim (anodi i po potrebi drugim elektrodama privedenim) istosmjernim naponima, t. zv. »prednaponima«, emisije cijevi su veće, i trebaju veće napone, a one najviših učina u posljednjim »stepenima« velikih radiostanica za davanje su vrlo velike i troše visoke istosmjerne napone od mnogo kV i istosmjerne učine do više stotina kW,

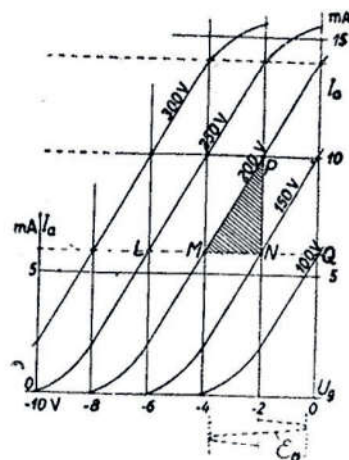
te se moraju pomno hladiti, na pr. jakom umjetno podržavanom cirkulacijom hladne vode.

27. U ovom općenitom prikazu dosta će biti razmotriti triodu, kao najvažnijeg reprezentanta elektronskih cijevi. Upotrebljiva je ona za najraznoličnije funkcije: kao pojačalo, kao oscilator, kao detektor različit od diodskog, kao modulator itd. No najosnovnija joj je funkcija pojačavanje mrežici (rešetki) privedenih signala, i iz nje se dadu izvesti također oscilatorske i druge funkcije triode.

Funkcija mrežice M u triodi bitno se razlikuje od funkcije mrežica u živinim usmjerivačima i u posudama s vrućom katodom punjenima plinovima ili parama (tiratron; H-33.). Kod naprava naime s parama ili plinovima pozitivnim ili negativnim potencijalom mrežica može se, kako je u H-33. do H-34. potanko pokazano, utjecati samo na početak »paljbe«, dok na jednom upaljenu napravu dalje utječu tek naponi na anodama. Naprotiv kod elektronskih cijevi praktički nema, zbog vanredno visokog vakuuma, mogućnosti paljbe izbijanja, ni ionizacije plinova, pa zato više ili manje negativni i pozitivni naponi primijenjeni na mrežice trajno utječu na pojav strujanja elektrona s katode k anodi. Dok su negativne, mrežice će djelujući odbojno na elektrone izvoditi smanjivanja množine elektrona koji će kroz otvore mrežica strujati k anodi, veća ili manja već prema većem ili manjem apsolutnom iznosu mrežnog negativnog potencijala. A manje ili više pozitivne



Sl. 540.



Sl. 541.

mrežice djelovale bi u smislu povećavanja anodne struje (dio elektrona bi skretale i k sebi u obliku t. zv. »struje mrežice«). Tako će se pri stalnom prednaponu anode, stalnim prikladnim prednaponom danim mrežici moći udesiti izvjesna stalna »srednja« anodna struja, a povoljnim izmjeničnim naponskim signalima, superponiranim prednaponu mrežice, moći će se izazivati varijacije anodne struje naizmjenice iznad i ispod njezina srednjeg iznosa, u svakom momentu korespondentne varijacijama samoga signala. Doista su dakle bitno različita djelovanja trajnog upravljanja, u smislu varijacijâ signala, mrežicom u elektronskoj cijevi od

djelovanja samo na način uklopnih i isklopnih releja proizvedanih od mrežica (rešetki) u cijevima s plinovima ili parama.

28. Međutim kako je mrežica znatno bliža katodi nego anoda, svaki volt napona mrežice dolazi do izražaja pojačano, kao mnogo volta napona anode. Na pr. u nekoj danoj cijevi —1 V primijenjen na mrežicu djeluje kao promjena anodnoga napona za —25 V, u kome se slučaju veli da cijev ima *faktor pojačavanja* $m = 25$ ili *prohvat* $D = 1/m = 0,04$, odn. u postocima $D\% = 4\%$. Drugim riječima: kod cijevi sa $m = 25$ ili $D = 0,04$ račun bi dao istu anodnu struju, na pr. 0,006 A ili 6 mA, ne samo kod anodnoga napona $U_a = 100$ V po I_a - U_a -krivulji u sl. 540. zamišljanoj uz napon mrežice $U_g = 0$ (i uglavnom korespondentnoj sl. 66. iz B-14.), te po tom podvrgnutoj zakonitostima (369) i (370) iz H-19., nego bi se ista anodna struja $I_a = 6$ mA postigla i sa $U_a = 150$ V pri $U_g = -2$ V, pa sa $U_a = 200$ V pri $U_g = -4$ V, sa $U_a = 250$ V pri $U_g = -6$ V, itd. (uspor. točke Q, N, M, L, ... na sl. 541.). A slično bi se struja $I_a = 10$ mA dobivena u sl. 540. sa $U_a = 150$ V pri $U_g = 0$ postigla po slici 541. također sa $U_a = 200$ V pri $U_g = -2$ V, sa $U_a = 250$ V pri $U_g = -4$ V, itd. Nastaju tako rojevi karakterističnih I_a - U_g -krivulja («karakteristikâ») elektronskih cijevi, s pojedinim krivuljama valjanima za pojedine vrijednosti U_a (100 V, 150 V, 200 V, ...), i te krivulje potpuno predaju međusobne odnose triju veličina I_a - U_a - U_g .

29. Osim faktora pojačavanja m (ili prohvata D) mogu se iz karakteristikâ po sl. 541. izvesti i dvije dalje važne veličine za funkciju triode, naime »strmina« S i »unutarnji otpor« R_0 . Pod *strminom* u nekoj točki M karakteristike triode za neki dani anodni napon U_a razumijeva se kvocijent neznatnog prirasta anodne struje po toj karakteristici i pripadnog prirasta napona mrežice. A pod *unutarnjim otporom* triode treba razumijevati omjer razlike anodnih napona dviju karakteristika, za neznatno različite anodne napone, prema razlici pripadnih anodnih struja uz isti napon mrežice.

Ograničujući se na sl. 541. na područje karakteristikâ gdje se one smiju smatrati pravocrtanima, paralelnima i jednako razmaknutima, te se gore spomenute infinitezimalne razlike smiju nadomjestiti konačnima, mogli bismo specijalno za promatranu cijev očitati iz sl. 541. da recimo na karakteristici pripadnoj anodnom naponu 200 V porastu struje od 6 na 10 mA, dakle za $\Delta I_a = 4$ mA ili 0,004 A, odgovara porast napona mrežice od —4 V na —2 V, dakle za $\Delta U_g = 2$ V, prema čemu bi strmina u promatranom slučaju iznosila: $S = 0,004/2 = 0,002$ A/V (= 2mA/V). Nadalje se vidi da bi promatrana trioda uz stalan prednapon mrežice —2 V propuštala kod anodnih napona 200 i 150 V anodne struje 10 i 6 mA, odn. 0,010 i 0,006 A dakle da bi na 50 V prirasta anodnog napona reagirala sa 4 mA ili 0,004 A prirasta anodne struje, te bi imala unutarnji otpor $R_0 = 50/0,004 = 12500 \Omega$.

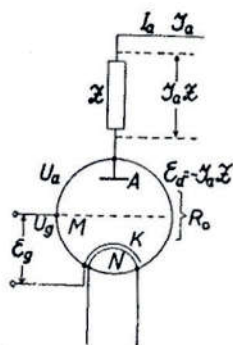
30. Lako se uvjeriti da vrijedi jednostavna formula po kojoj se kod poznate dvije od triju veličina D , S i R_0 treća može izračunati. To je formula:

$$D \cdot S \cdot R_0 = 1 \quad (392)$$

koja u slučaju po sl. 541. izlazi za relaciju: $0,04 \cdot 0,002 \cdot 12500 = 1$, a vrijedi općenito za svako područje karakteristika.

31. Na podlozi karakteristika, odn. njima pripadnih veličina $D(m)$, S i R_0 , lako je slijediti funkciju triode kao pojačala signala primijenjenih na mrežicu. Zbog zanemarive tromosti elektrona pojačani signali mogu biti i vanredno brzo varijabilni, tako da se triodama mogu pojačavati signali radija već i: a) prije detekcije, dok su još »visokofrekventni«, a mogu se specijalno kod radiotelefonijske i modulirane telegrafije pojačavati i: b) poslije detekcije, kad su još samo tonfrekventni. U slučajevima a) govori se o visokofrekventnom pojačavanju, a u slučajevima b) o niskofrekventnom pojačavanju (ovo se potonje primjenjuje i kod električkih naprava za reprodukciju zvuka).

I visokofrekventna i niskofrekventna pojačavanja mogu se praktički vršiti vrlo različitim postupcima, pri čemu se u posebnim slučajevima triode zamjenjuju za pojedine svrhe prikladnijim cijevima s više mrežica, na pr. tetrodama ili pentodama. No osnovno načelo ostaje kod svih pojačavanja cijevima u bitnosti uvijek



Sl. 542.

isto i može se razabrati iz općenite sheme pojačavanja triodom po sl. 542. Kako se vidi, u anodni strujni krug triode, s pretpostavljenim karakteristikama po sl. 541., uključen je neki općenito kompleksni potrošač struje, t. zv. »anodni otpor« $\mathcal{Z}$, koga sastav varira već prema kategoriji i tipu pojačavanja. Neka su sad U_g , odn. U_a i I_a vrijednost stalnog negativnog prednapona mrežice, odn. vrijednosti pozitivnog stalnog napona anode i pripadne stalne anodne struje, koje cijev pokazuje dok još na mrežicu ne djeluje nikakav izvana primijenjeni izmjenični napon signala. Ako se sad pusti da djeluje na mrežicu, i superponira se prednaponu mrežice U_g , neki izmje-

nični napon $\mathcal{E}_g$ koji treba »pojačati« triodom, onda će djelovanjem toga napona $\mathcal{E}_g$ nastati variranja anodne struje, koja se mogu tako karakterizirati da se pomisli superponirana struji I_a neka izmjenična struja $\mathcal{I}_a$. Zbog ove potonje u daljoj konsekvenciji nastaju variranja, oko iznosa $I_a \mathcal{Z}$, pada napona u kompleksnom otporu $\mathcal{Z}$ anodnoga kruga, pa prema tomu u konačnoj konsekvenciji i suprotna variranja anodnoga napona oko iznosa U_a . Ova se potonja variranja mogu naznačiti nekim izmjeničnim anodnim naponom $\mathcal{E}_a$ što bi se superponirao naponu U_a . Tako se triodom »pojačani« napon, raspoloživ na anodnom otporu $\mathcal{Z}$, može izraziti sa $\mathcal{I}_a \mathcal{Z}$, dok izmjenični anodni napon $\mathcal{E}_a$ izlazi jednak $-\mathcal{I}_a \mathcal{Z}$.

32. Ako se dalje kvocijent dobivenog pojačanog napona $\mathcal{I}_a \mathcal{Z}$ i primijenjenog pojačavanog napona $\mathcal{E}_g$ po definiciji nazove »postignutim pojačanjem« $\mathcal{P}$, tako da vrijedi relacija:

$$\mathcal{P} = \frac{\mathcal{I}_a \mathcal{Z}}{\mathcal{E}_g} = -\frac{\mathcal{E}_a}{\mathcal{E}_g} \quad (393)$$

lako je razabrati da za općeniti izraz za $\mathcal{P}$, uz pretpostavku da se uvijek ostaje u području ravnih, paralelnih i najednako raspoređenih dijelova karakteristika cijevi, vrijedi formula:

$$\mathcal{P} = \frac{1}{D} \cdot \frac{\mathcal{Z}}{\mathcal{Z} + R_0} = m \cdot \frac{\mathcal{Z}}{\mathcal{Z} + R_0} \quad (394)$$

Evo dokaza. Po osnovnom značenju veličine S , te po tom što se izmjenični napon $\mathcal{E}_a$ na anodi može po samoj definiciji veličine $D = 1 : m$ zamisliti nadomješten naponom $D \cdot \mathcal{E}_a$ na mrežici, tako da kao ukupni »napon upravljanja« treba uzimati $\mathcal{E} = \mathcal{E}_g + D \cdot \mathcal{E}_a$, može se očito pisati:

$$\mathcal{I}_a = S \cdot \mathcal{E} = S \cdot (\mathcal{E}_g + D \mathcal{E}_a) = S \cdot (\mathcal{E}_g - D \mathcal{I}_a \mathcal{Z})$$

A iz ove relacije, nakon lakih preudezbi (s primjenom definicije za $\mathcal{P}$ i relacije $DSR_0 = 1$) dolazi se bez daljega na formulu (394).

33. Specijalizacijom općenitoga izraza (394) dobivaju se izrazi za postignuta pojačanja pojedinih tipova visokofrekventnih i niskofrekventnih pojačavanja.

Tako bi specijalno kod »otpornog pojačanja« s čistim radnim otporom R u anodnom krugu postignuto pojačanje P bilo $m \cdot R / (R + R_0)$, pa bi se prema tomu s cijevi prohvata $D = 0,04$, i po tom faktora pojačavanja $m = 25$, pri unutarnjem otporu cijevi $R_0 = 12500 \Omega$ i anodnom otporu $\mathcal{Z} = R = 50000 \Omega$ postiglo dvadeseterostruko (naponsko) pojačanje:

$$P = 25 \cdot 50000 / 62500 = 20$$

Kod visokofrekventnog pojačavanja u »spoju zapornog kruga«, pri anodnoj impedanciji $\mathcal{Z}$ prema sl. 542. u obliku paralelnog titrajnog kruga sa L - R - C , i pri udešenom, s pomoću promjenljivoga C , tom krugu na »resonanciju« s primanim signalom, za pojačanje po formuli (394), uzimajući u obzir činjenicu iz E-27. da takav krug za signal na koji je udešen predstavlja radni otpor L/CR , dobio bi se supstitucijom i malom preudezbom pojačanje: $P = mL / (L + CR_0R)$.

Kod niskofrekventnog »transformatorskog« pojačavanja, kod koga se niskofrekventni transformator primarno induktiviteta L_1 i prema $X_1 = L_1 \omega$ zane-mariva radnog otpora R_1 , uključi namjesto anodnog otpora $\mathcal{Z}$, iz sl. 542., napon raspoloživ na sekundarnim stezaljkama neopterećena transformatora, pri $w_1 : w_2$ kao omjeru prenošenja transformatora, dosegno bi $\frac{w_2}{w_1} \cdot m \cdot \frac{X_1}{\sqrt{X_1^2 + R_0^2}}$ puta veći iznos od iznosa napona primijenjena na mrežicu. Specijalno uz m i R_0 kao u primjeru s »otpornim« pojačavanjem, i uz recimo transformator sa $w_1 : w_2 = 1 : 3$ i sa $L_1 = 20 \text{ H}$ i $\omega = 2\pi \cdot 1000 = 6280$, te po tom $X_1 = 125000 \Omega$, omjer obih napona bio bi: $P = \frac{3}{1} \cdot 25 \cdot \frac{125000}{\sqrt{125000^2 + 12500^2}} = 74$.

33a. Već kod magnetskih pojačala, u E-139., izneseno je da se, osim neposredno omjerom P_N izlazne snage ΔN_2 prema ulaznoj ΔN_1 , postignuta učinska po-

jačanja često izražavaju i 10-kratnikom dekadskog logaritma spomenutog omjera po formuli (316d) iz E-139., te da se onda govori o »učinskom« pojačanju P'_N izraženom u decibelima (dB). Često se također *naponska* pojačanja, kakva se dobivaju na pr. cijevnim spojem po sl. 542., umjesto kvocijentom P iznosâ izmjeničnih napona, pojačanog izlaznog i primijenjenog ulaznog, izražavaju iznosom P' u decibelima, no u tom se slučaju zamišlja P' izraženo 20-kratnikom dekadskog logaritma kvocijenta P , dakle decibelskim iznosom:

$$P' = 20 \cdot \log P \quad (394a)$$

Da se kod *naponskih* pojačanja (a slično vrijedi i za ma kojim načinom postignuta *strujna* pojačanja s omjerom struja P_I i pripadnim decibelskim iznosom $P'_I = 20 \cdot \log P_I$) primjenjuje faktor 20, umjesto faktora 10 kod učinskih pojačanja $P'_N = 10 \cdot \log P_N$ po (316d), tomu je razlog što bi, po Jouleovu zakonu, kod istog otpora R , na pr. umnogostručenju napona od iznosa U_1 na iznos U_2 , dakle *naponskom* pojačanju izraženom omjerom $P = U_2/U_1$, odgovaralo *učinsko* pojačanje izraženo omjerom:

$$P_N = \frac{U_2^2}{R} : \frac{U_1^2}{R} = \frac{U_2^2}{U_1^2} = P^2$$

dakle kvadratično veće, pa je zbog toga i trebalo, da bi dosljedno i P'_N izišlo jednako P' , uzeti u (394a) faktor 20, prema 10 u (316d). Slično bi se opravdao faktor 20 i kod P'_I . Čak se u praksi uobičajilo, iako to nije baš korektno, da se i kod nejednakih otpora R ulazno i izlazno, odn. i bez obzira na pripadne učine, stavlja uopće za *naponska* pojačanja: $P' = 20 \cdot \log P$, te za *strujna*: $P'_I = 20 \cdot \log P_I$.

Primjeri: Kod dvostepenog naponskog pojačala neka je pojačanje prvog stepena dano omjerom 40 odn. iznosom 32,0 dB i ono drugog stepena omjerom 30 odn. iznosom 29,5 dB; ukupno pojačanje je onda dano omjerom $40 \cdot 30$ ili 1200 odn. iznosom $32,0 + 29,5$ ili 61,5 dB.

Evo još nekoliko iznosa P' izraženih omjerima P : iznosima 1, 5, 10, 20, 40, 60 i 80 dB naponskih pojačanja odgovaraju omjeri naponâ: 1,12, 1,78, 3,16, 10, 100, 1000 i 10000.

34. Treba još reći da osim opisane najjednostavnije kategorije pojačavanja, i pripadnih t. zv. »naponskih pojačala« ili »A-pojačala« (s iskorišćenjem samo pravocrtnih dijelova karakteristika i istodobnim ograničenjem na područja negativnih napona mrežice za cijelog perioda djelovanja pojačavanog signala), postoje još dvije, načelno drukčije i znatno zamršenije kategorije pojačavanja, i po tom još t. zv. »B-pojačala« i »C-pojačala«.

Treba li na pr. iz konačnog stepena niskofrekventnog pojačavanja izvući mnogo snage za pogon većeg zvučnika, uzet će se koje od »B-pojačala« sa znatno većim negativnim prednaponom mrežice nego kod A-pojačala, a time izazvanima »izobličenjima« pojačavanog zvuka predusresti će se upotrebom dviju konačnih cijevi u »protufaznom spoju« (push-pull). U visokofrekventnom području, kod pojačavanja titraja u velikim emisionim stanicama, uz B-pojačala dolaze i C-pojačala s još jače negativnim prednaponima mrežice. Međutim ono što je gore rečeno

o A-pojačalima bit će dovoljno da se bar načelno osvijetle uopće mogućnosti pojačavanja triodama.

35. Od trioda u funkciji pojačala samo je jedan korak do njihove primjene kao oscilatora, t. j. proizvođača visokofrekventnih (a po potrebi i niskofrekventnih) struja. Pomislimo da se jedan dio energije signalom S_1 na mrežici izazvanog variranja anodne struje prenese s anodnog otpora $\mathcal{Z}$ triode natrag na mrežičin krug t. zv. »reakcijom«, t. j. prikladnim induktivnim, kapacitivnim ili drugim djelovanjem između anodnog i mrežičina kruga, te da se tim dobije na mrežici baš toliki i takvog predznaka signal kojega je podržavanje na mrežici upravo potrebno za izazivanje onih varijacija struje u $\mathcal{Z}$. U tom slučaju cijev sama sebi proizvodi signal S_1 , pa i ne treba za podržavanje spomenutih variranja nikakvoga vanjskog signala: cijev se sama sobom »uzbuđuje« na titranja, koja se podržavaju na račun energije crpene iz izvora anodne struje.

36. Kako se vidi, za »samouzbuđivanje« cijevi na titranje uvjet je primjena dovoljno jake »reakcije«. Općenito se veličina reakcije može karakterizirati omjerom $\mathcal{R} = -\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_a}$ izmjeničnog napona $\mathcal{E}_r$ prenesena reakcijom na mrežičin krug prema izmjeničnom naponu $-\mathcal{E}_a$ raspoloživom u anodnom krugu. Međutim, kako je za podržavanje ovoga potonjega napona potrebno na mrežici cijevi imati na raspolaganju napon $\mathcal{E}_g$ određen relacijom $\mathcal{P} = -\frac{\mathcal{E}_a}{\mathcal{E}_g}$, gdje $\mathcal{P}$ po (393) znači »postignuto pojačanje«, to očito napon $\mathcal{E}_r$, da bi se mogle oscilacije cijevi same sobom podržavati, mora dosegnuti vrijednost $\mathcal{E}_g$ (i mora dakako biti na mrežicu primijenjen u smislu podupiranja titraja, dakle smanjenja prigušenja titrajnog kruga, a ne obratno); kod slabije reakcije ne će doći do samouzbuđivanja cijevi. No to znači da između »pojačanja« $\mathcal{P}$ i »reakcije samouzbuđenja« $\mathcal{R}$ postoji odnos da jedna veličina mora biti jednaka recipročnoj drugoj, odn. da njihov produkt mora biti jednak jedinici. To daje kao »opću formulu samouzbuđenja«:

$$\mathcal{P} \cdot \mathcal{R} = 1 \quad (395)$$

37. Dobiveni opći uvjet samouzbuđenja vrijedi za ma kakve samouzbudne kombinacije na bazi reakcije, na pr. i za oscilatorske kombinacije s više elektronskih cijevi, kod kojih se »ulazni« napon dobiva time da se reakcijom proizvede na mrežici prve cijevi napon koga je iznos izvjesni dio »izlaznog napona« posljednje cijevi.

Za posebni slučaj jedne cijevi formula (395) daje se dalje preurediti supstitucijom izraza (394) za $\mathcal{P}$ u »specijalnu formulu samouzbuđenja« triode s određenima D i R_0 pri danom $\mathcal{Z}$:

$$\mathcal{R} = D \frac{\mathcal{Z} + R_0}{\mathcal{Z}} = D + \frac{DR_0}{\mathcal{Z}} \quad (396)$$

(koja se katkad piše i preuvedena u oblik: $\mathcal{R} = D + 1/S\mathcal{Z}$).

38. Kao primjer uzmimo slučaj oscilatorskog spoja po sl. 543. s »udešenim« (titrajnim) krugom kao anodnim otporom $\mathcal{Z}$, i s »neudešenim« krugom mrežice. Svitak titrajnog anodnog kruga neka ima samoinduktivitet L i radni otpor R , kondenzator toga kruga neka je kapaciteta C . Reakcija neka se postizava induktivnom vezom putem međusobnog induktiviteta M između svitaka anodnog i mrežnog kruga. Od ukupne anodne izmjenične struje $\mathcal{I}_a$ komponenta kroz svitak sa L i R neka je $\mathcal{I}_1$, a komponenta kroz kondenzator neka je $\mathcal{I}_2$. Uz gornje pretpostavke iznos $\mathcal{E}_r$ može se po simboličkoj metodi izraziti sa $j\omega M\mathcal{I}_1$, dok će $-\mathcal{E}_a$ biti identično s izmjeničnim naponom između krajeva svitka sa L i R , dakle jednako izrazu $\mathcal{I}_1 \cdot (R + j\omega L)$. Kako ulogu anodnog otpora $\mathcal{Z}$ ovdje igra kombinacioni otpor paralelnih prividnih otpora $\mathcal{Z}_1$ i $\mathcal{Z}_2$ svitkove i kondenzatorove grane anodnog kruga, moći će se pisati:

$$\frac{1}{\mathcal{Z}} = \frac{\mathcal{Z}_1 + \mathcal{Z}_2}{\mathcal{Z}_1 \mathcal{Z}_2} = \frac{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R + j\omega L) \cdot \left(-\frac{j}{\omega C}\right)}$$

Prema tomu uvjet samouzbuđenja (396) za ovaj slučaj prelazi u relaciju:

$$\frac{j\omega M\mathcal{I}_1}{(R + j\omega L)\mathcal{I}_1} = D + DR_0 \cdot \frac{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R + j\omega L) \cdot \left(-\frac{j}{\omega C}\right)}$$

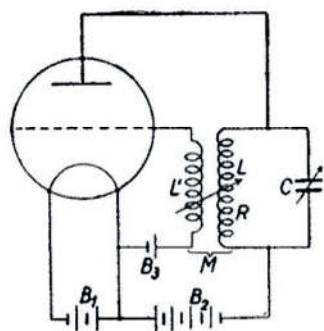
Ako se ova jednadžba pomnoži sa $(R + j\omega L) \cdot \left(-\frac{j}{\omega C}\right)$, i dobiveni se izraz dalje uredi po zakonima računanja kompleksnim brojevima, te ako se onda izjednače realni dijelovi lijevo i desno kao i imaginarni dijelovi lijevo i desno, dobivaju se konačno kao uvjet samouzbuđenja dvije relacije:

$$\left. \begin{aligned} \frac{M}{C} &= D \cdot \left(\frac{L}{C} + R_0 R \right) \\ f &= \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \cdot \sqrt{1 + \frac{R}{R_0}} = f_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{R}{R_0}} \end{aligned} \right\} \quad (397)$$

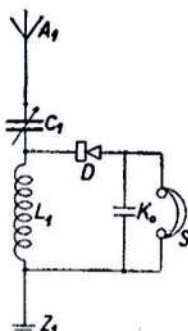
Od ovih relacija prva daje veličinu M međuinduktiviteta potrebnog za samouzbuđenje cijevnog oscilatora, u odnosu prema ostalim veličinama upotrebljene cijevi i pripadnog titrajnog spoja. A druga daje frekvenciju f nastalih titraja, i veli da je ta frekvencija viša onolikostruko koliko to odgovara faktoru $\sqrt{1 + \frac{R}{R_0}}$ od »prirodne« ili »resonantne« frekvencije $f_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$ titrajnog kruga oscilatora (C-142.; E-25.); praktički uostalom vrlo približno vrijedi: $f = f_0$, jer je korijenski faktor u izrazu za f , kraj redovno neznatnoga R u odnosu prema R_0 , vrlo bliz jedinici. Ima još mnogo drukčijih titrajnih spojeva od promatranoga, pa se i relacije samouzbuđenja izvedene iz (396) razlikuju za pojedine spojeve.

39. U emisionim cijevnim stanicama proizvode se redovito oscilacije frekvencije f vala nosioca tek manjim cijevima, i s neznatnijim učinkom, i te se oscilacije prije prenosa na antenski krug podvrgavaju pojačavanjima sve većim, cijevima u stepenima sve veće snage. U stanicama telefonije vrši se elektronskim cijevima i »modulacija« visokofrekventnih oscilacija u tonfrekventnom ritmu mikrofonskih struja (kod modulirane telegrafije modulira se u ritmu tona stalne visine, kod nemodulirane otpada modulacija). Tek na punu (konačnu) snagu pojačani visokofrekventni titraji, po potrebi i modulirani, prenose se onda na antenski krug emisione stanice, i njihova energija velikim se dijelom antenom emitira u obliku radiovalova. Moraju dakako u emisionim stanicama postojati i usmjerivački uređaji koji daju potrebne anodne struje oscilatorskim, pojačalačkim i modulatorskim cijevima stanice. Tako u spojevima ovećih emisionih stanica dolaze cijevi u vrlo različitim funkcijama.

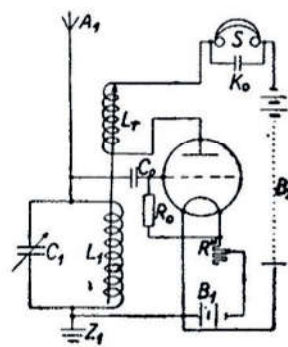
Kod sve viših radiofrekvencija postaje proizvodnje oscilacija normalno građenim elektronkama u običnim reakcionim spojevima zbog raznih nuzefekata sve teže, pa se za oscilatore vanredno visokih frekvencija moraju primjenjivati specijalni spojevi (na pr. spojevi trioda po Barkhausenu s »plesom elektrona«), odn. moraju se čak upotrebljavati cijevi građene po bitno novim principima: magnetroni (C-41.), klistroni itd.



Sl. 543.



Sl. 544.



Sl. 545.

40. Zamislimo sad emitirane valove dospjele do mjesta prijema i postavimo problem *primanja radiosignala*. Recimo konkretno da se radi o primanju bežične telefonije ili modulirane telegrafije. Osnovni je sad princip da se po mogućnosti dobro iskoriste u prijemnoj anteni inducirani visokofrekventni naponi, kojih će iznos E_1 mV biti jednak produktu djelotvorne visine h_1 m prijemne antene i jakosti polja signala F mV/m na mjestu prijema. Da bi se postigla što jača struja u prijemnom krugu, te da bi se istodobno prijemna aparatura učinila »izbirljivo« ili »selektivno« osjetljivom samo za signale uskog područja oko valne duljine primanog vala nosioca signala, i praktički neosjetljivom prema signalima prenašanim ostalim valovima nosiocima, koji će obično istodobno zgađati prijemnu antenu, nadopuni se sistem A_1-Z_1 (antena-zemlja) prijemne radiostanice u titrajni krug, na pr. po sl. 544. dodanim svitkom induktiviteta L_1 i dodanim kondenzatorom

kapaciteta C_1 , koji se potonji varira dok se ne postigne resonancija antenskog kruga s primanim valom.

Kako će sad relativno već i pri neznatnima induciranim E_1 nastati nešto jače resonantne struje I_1 , i ove će proizvesti između krajeva svitka antenskog kruga već nešto veće napone $I_1 L_1 \omega$ primanih signala, mogu se ti naponi odvojiti sa svitka u svrhe »detekcije« ili »rektifikacije«, t. j. poluvalnog usmjerivanja bilo kristalnim detektorom (H-25.b)) bilo cijevnim napravama. Visokofrekventni modulirani signali ne bi naime mogli neposredno stavljati u titranja membranu slušalice prijemnog aparata, već zato jer slušalica ne bi reagirala na visokofrekventne impulse. No poluvalno usmjeren signal predstavljat će grupe samih pozitivnih signala, sad jačanih sad slabljenih u ritmu tonskih frekvencija, a za slušalicu će se grupe impulsa stapati u jedinstvene impulse. Ovi će, nadolazeći u tonfrekventnom ritmu recimo mikrofonskih struja radiotelefonijske, membranu slušalice podržavati u tonfrekventnom titranju korespondentnom primanom signalu kakvim je bio u stanici za davanje moduliran val nosilac.

Prema tomu će biti bez daljeg razumljiva shema po sl. 544. najjednostavnije prijemne stanice s detekcijom pomoću kristalnog detektora D (paralelno telefonskoj slušalici S obično se doda kondenzator K_0 , koji propušta visokofrekventnu komponentu detekcijom usmjerenih signala).

41. Međutim kod vrlo slabih primanih signala, iz udaljenih ili slabih emisionih stanica, potrebno će biti signal prije detekcije visokofrekventno pojačati (u jednom »stepenu« pojačavanja s jednom cijevi, a po potrebi nastavljajući pojačavanje već pojačanog signala i u drugom stepenu visokofrekventnog pojačavanja, itd.). A i nakon detekcije tonfrekventni signali, ako treba da tjeraju umjesto slušalice zvučnik, podvrgavat će se niskofrekventnom pojačanju (u jednom ili više stepena).

Uz to će se kod osjetljivijih aparatura i detekcija vršiti cijevima; ova se dade postići, osim diodama po H-22., još drugim osjetljivijim i običajnijim metodama s upotrebom *triode*, poimence s triodom u spoju »mrežične detekcije« (s triodom kao »audionom«) i s triodom u spoju »anodne detekcije«.

42. Osobito za detekciju slabijih signala prikladan je *audionski* spoj po sl. 545. Zapravo je na toj slici donesen već »audion s reakcijom«, t. j. audionski spoj s dodanim naročitim u anodni krug audiona uključenim »reakcionim svitkom« L_r , kojim se može izvoditi varijabilna reakcija na mrežni krug i time pojačavati osjetljivost i selektivnost prijema iznad onoga što sam audionski spoj može dati; no ostavljajući zasad po strani problem upotrebe reakcije kod prijema mi ćemo, zbog razumijevanja audionskog spoja samog za sebe, zamišljati spoj po sl. 545. bez svitka L_r odn. s kratko premoštenim tim svitkom.

Kako se iz sl. 545. vidi, primani radiosignali, na koje se ulazni (mrežni) krug audiona resonantno udesi variranjem kondenzatora C_1 , ne privode se mrežici audionske triode neposredno vodljivom (konduktivnom) vezom, nego posredno preko fiksnog »mrežičnog kondenzatora« C_0 malena kapaciteta (na pr. 250 pF),

preko kojega se međutim visokofrekventni impulsi od primanog radiosignala lako prenose na mrežicu audiona. Međutim potpuno izolirani, mrežica audiona i s njom spojeni oblog mrežičina kondenzatora ipak ne ostaju: između njih i niti predviđen je u svrhu namjerno nepotpune vodljive veze t. zv. »odvodni otpor« R_0 vanredno visokoga omskog iznosa (na pr. $2\text{M}\Omega$), koji se najbolje stavi, kako je to predočeno u sl. 545., između mrežice i pozitivnog kraja niti audiona, tako da mrežica audiona dobiva neznatan pozitivni prednapon (uz negativni kraj niti računat na potencijalu nula).

43. Što će se sad događati kad se impulsi pozitivnih i negativnih poluperioda primanog visokofrekventnog signala budu prenosili preko kondenzatora C_0 na mrežicu audiona? Prvi pozitivni impuls načinit će mrežicu jače pozitivnom, i time za elektrone više privlačnom, pa će na mrežicu i na nju priključeni oblog mrežnog kondenzatora dostrujati određeni dio elektrona iz katode pod vidom već u J-27. spomenute »struje mrežice«. To će prilaženje elektrona kao negativnih naboja imati učinak da se prednapon mrežice pomakne prema negativnom. Pri negativnom impulsu iza toga ne će biti prilaženja elektrona k mrežici. Kod idućeg pozitivnog impulsa dostrujat će opet nešto elektrona, kod drugog negativnog impulsa opet ne će doći do priliva elektrona. I slično dalje.

Kad sad ne bi bilo odvodnog otpora R_0 , očito bi se doskora, uz izolaciju mrežnog kondenzatora zamišljanu dovoljno savršenom, uspostavilo trajno snizavanje potencijala mrežice zbog postepenog nagomilavanja elektrona dostrujalih pri pojedinim pozitivnim impulsima radiosignala i nemogućnosti njihova odvođenja k niti. A to bi proizvelo i trajno smanjene anodne struje triode. No odvodni otpor R_0 baš je zato predviđen i tako odabran da kroz njega mogu ipak elektroni sabrati na sustavu mrežice i njoj pripadnog obloga mrežnog kondenzatora polagano strujati k niti. Zato bi anodna struja nakon prestanka djelovanja nekog nemoduliranog visokofrekventnog signala postepeno postigla svoju prvobitnu jakost. Kod ponovnog nadolaska takvog signala anodna bi struja opet pala, da se pri ponovnom prestanku ponovno oporavi, i tako dalje.

Međutim audionski spoj zamišljen je za primanje tonfrekventno moduliranih visokofrekventnih signala (radiotelefonijske ili modulirane telegrafije). Tu doduše visokofrekventni signal ne varira nadolazeći i nestajući, ali varira amplitudno, pa se i ovdje, pri prikladnom izboru mrežičinog kondenzatora i odvodnog otpora, mogu očekivati, kao učinci grupnih djelovanja pozitivnih impulsa u intervalima jačih i slabijih amplituda tonfrekventno moduliranoga visokofrekventnoga signala, veća i manja tonfrekventna smanjenja anodne struje prema onoj kod potpuno izostalog signala. Drugim riječima: varijacijama svoje anodne struje audion će uglavnom vjerno slijediti (modulacijom vala nosioca u stanici za davanje narinite) tonfrekventne titraje prenašanih zvukova. U bitnosti će se dakle postići efekt ekvivalentan detekciji ili rektifikaciji (neki vele također: demodulaciji) visokofrekventnih signala. Zato će membrana slušalice S u anodnom krugu titrati tonfrek-

ventno reproducirajući primane zvukove, dok će visokofrekventnu komponentu detektiranih oscilacija propuštati kondenzator K_0 paralelan slušalici S . Povoljno je pri tom da se utjecajima u krugu mrežice izazivaju pojavi u anodnom krugu, što omogućuje da se iskoristi i pojačavalačko djelovanje triode.

44. Kod triode u funkciji *anodne detekcije* visokofrekventni signal prenosi se neposredno na mrežicu, tako da nema mrežičinog kondenzatora i odvodnog otpora susretanih kod audiona. Ali se prikladnim načinom (na pr. iz naročite male »mrežičine baterije«, priključene pozitivnim polom na negativni kraj niti i negativnim na mrežicu triode) dađe mrežici takav negativni prednapon da u slučaju pomanjkanja signala radna točka triode leži već oko donjeg koljena I_a-U_g -karakteristike po sl. 541. pripadne primijenjenom anodnom naponu (a ne kao točka N na sl. 541. oko sredine negativnog pravocrtnog dijela kao kod A-pojačalâ prema J-34.). Sad pozitivni impulsi primanog visokofrekventnog signala podižu mrežici potencijal na iznose kojima odgovaraju jake anodne struje, t. j. pozitivni impulsi bivaju propušteni da djeluju pojačavajući anodnu struju. A negativni impulsi, čineći već i onako jako negativnu mrežicu još jače negativnom, ne mogu izazvati iole znatnija smanjivanja anodne struje, jer je ona i bez signala već blizu nuli. Postizava se dakle efekt usmjerivanja, efekt detekcije, pa slušalica u anodnom krugu triode pri spoju anodne detekcije reproducira iz signala moduliranih u ritmu zvučnih frekvencija prenašane zvukove. I tu je povoljno da se signal primjenjuje na mrežicu, a reprodukcija se vrši u anodnom strujnom krugu.

Općenito se može reći da je osjetljivost audionskog spoja prema slabijim visokofrekventnim signalima mnogo veća od one spoja s anodnom detekcijom, dok naprotiv ovaj potonji daje vjerniju reprodukciju glazbe i govora kod jačih signala. Pogotovo dobru reprodukciju, no s malo osjetljivosti i s ograničenjem na naročito jake signale, može dati detekcija s iskorišćenjem ispravljačkog djelovanja dioda.

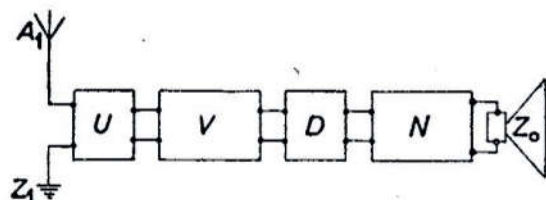
45. Kod audiona s *reakcijom* po sl. 545. reakcioni svitak L_r montiran je gibljivo, pa se može postepeno sve više približavati svitku L_1 mrežnog kruga audiona, i tim s njime manje ili više induktivno vezati. Kod prikladnog smisla djelovanja svitka L_r na svitak L_1 tim se dađe reaktivno u manjoj ili većoj mjeri prenositi energija s anodnog kruga na mrežicu, i tako smanjivati prigušenje ulaznog kruga, a time i povećavati osjetljivost i selektivnost prijema. Ovakvim načinom postaje moguć i prijem s jednom cijevi na vrlo velike daljine, osobito kod kratkih valova.

Međutim kod prijema moduliranih signala reakcija se ne smije tako pojačati da dođe do samouzbuđenja audionske triode po principima iz J-35. do J-39. (nije bitna razlika da su udešeni u oscilatorskom spoju po sl. 543. anodni krug i u reakcionom spoju po sl. 545. mrežni krug). Naime visokofrekventne vlastite oscilacije audionske triode poremećuju primani signal i izazivaju silno izobličenu reprodukciju. A uz to bežično prenesene u okolni prostor smetaju i prijem s drugim blizim prijemnicima.

46. Specijalan postupak zahtijeva prijem *nemodulirane* telegrafije. Tu, baš suprotno onom što je rečeno za prijem telefonije, treba reakciju pojačati da dođe

do vlastitih visokofrekventnih oscilacija audiona, ili treba takve oscilacije proizvesti posebnim oscilatorskim spojem. Od ispravljenih samih nemoduliranih signala slušalica naime ne bi davala zvuka, jer ti signali ni nemaju tonfrekventnih varijacija amplitude. No superponirajući primanim nemoduliranim visokofrekventnim oscilacijama frekvencije f visokofrekventne oscilacije prikladno odabrane ponešto više ili niže frekvencije f_1 , proizvedene u samom prijemniku, mogu se postići kombinacioni efekti u vidu već iz akustičnog analogona poznatih »treptajâ« frekvencije jednake apsolutnom iznosu diferencije frekvencija f_1 i f obih signala (t. j. amplitudna variranja primanog visokofrekventnog signala ekvivalentna tonskoj modulaciji toga signala u ritmu spomenute diferencije frekvencija, ako se f_1 tako udesi da ta diferencija padne u tonfrekventno područje). Tako se u slušalici onda ipak čuju tonski signali, visine tona ovisne o udešenju frekvencije f_1 . Ovakvo »treptajno« zove se katkad »heterodino« primanje (t. j. primanje uz stranu pomoć).

47. Već je rečeno da je i s jednom cijevi u spoju audiona s reakcijom moguće prijem i vrlo dalekih stanica, odn. slabih radiosignala. Međutim kod naročito slabih signala radiotelefoni je poželjno je ili čak nužno, za udoban i selektivan prijem pri neokrnjenoj kvaliteti reprodukcije prenašanih zvukova, da se signali pojačaju već prije detekcije, dok su još visokofrekventni. A kako i detekcijom tonfrekventnim učinjeni signal mora biti jak, ako treba da tjera jači zvučnik, morat će



Sl. 546.

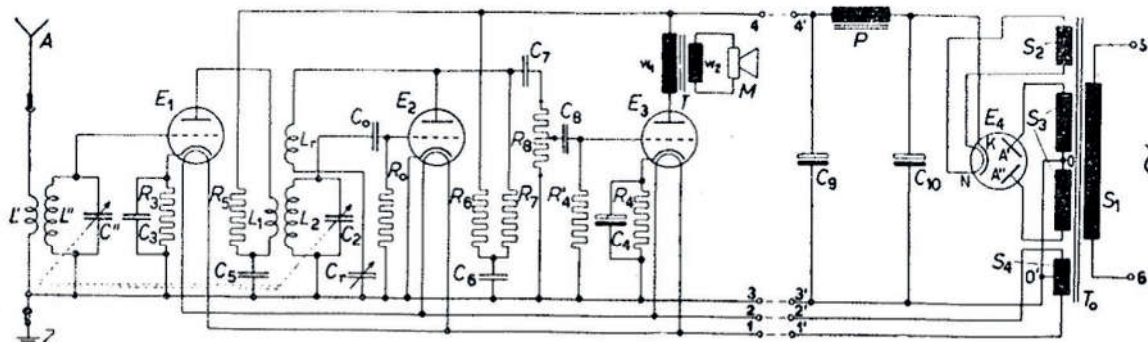
se u praksi pojačavati signali i nakon detekcije, kad su već niskofrekventni. Za prva (visokofrekventna) i druga (niskofrekventna) pojačavanja pružaju po J-31. do J-34. mnogo varijanata elektronske cijevi, triode i one više specijalne.

Tako bi sl. 546. predstavljala općenitu t. zv. blok-shemu »neposrednih prijemnika«, t. j. onakvih koji primani signal podvrgavaju prijemnom procesu bez »transponiranja« (prebacivanja) na stalnu nižu visoku frekvenciju (»međufrekvenciju«). Tu znače A_1 i Z_1 prijemnu antenu i zemlju. U je uređaj za udešavanje na resonanciju s primanim signalom (upravo »prvo« udešavanje, jer će općenito biti i daljih udešavanja u pojedinim »stepenima« visokofrekventnog pojačavanja), V jedan ili više »stepena« visokofrekventnog pojačavanja, D uređaj za detekciju, N jedan ili više »stepena« niskofrekventnog pojačavanja i Z_0 zvučnik (megafon). Svaki stepen pojačavanja zahtijeva po jednu cijev, a i za detekciju treba jedna cijev. Tako traže tri obične triode već skrajnje jednostavni prijemnici s pogonom iz baterija s jednim stepenom visokofrekventnog pojačavanja, s audionom i s jednim stepenom niskofrekventnog pojačavanja.

Razrađeniji neposredni prijemnici imali bi više cijevi, i to u visokofrekventnim stepenima, mjesto prije upotrebljivanih »zaslonskih tetroda«, danas najčešće »visokofrekventne pentode«, u niskofrekventnom dijelu također pentode, itd.

A kako će se u pravilu prijemnik umjesto iz baterija tjerati iz izmjenične rasvjetne mreže, on će imati indirektno grijane prijemne cijevi i potrebni za pogon iz mreže uređaj s »mrežnim transformatorom«, s još jednom daljom (ispravljačkom) cijevi, s prigušnicama, kondenzatorima itd.

47a. Kao primjer uzmimo osobito jednostavan prijemnik tjeran izmjeničnom strujom, sa shemom spojeva po sl. 547.a) i 547.b).



Sl. 547.a)

Sl. 547.b)

Prijemni dio po sl. 547.a) ima tri indirektno grijane triode, prvu u visokofrekventnom transformatorskom stepenu, drugu u detektorskom (audionskom) stepenu s reakcijom i treću u niskofrekventnom izlaznom stepenu. Kako se vidi, antenski prijemni krug sadrži, između zemlje Z i antene A, svitak L' ulaznog visokofrekventnog transformatora $L'-L''$, koji se sekundarno udešava varijabilnim kondenzatorom C'' na frekvenciju primanog vala. Tako se na mrežici prve triode E_1 uspostavlja već relativno znatniji visokofrekventni napon primanog signala. A pojačalačkim djelovanjem cijevi E_1 taj se napon povišestručeno prenese na primarni svitak L_1 drugog visokofrekventnog transformatora L_1-L_2 , i opet sekundarno udešavanoga na primani signal kondenzatorom C_2 . Dobiveni signal biva sad djelovanjem druge triode E_2 u audionskom spoju, sa C_0 i R_0 u istoj funkciji kao u sl. 545., rektificiran u tonfrekventne oscilacije u ritmu valom nosiocem prenašanog zvuka, da bi konačno djelovanjem niskofrekventnog otporno-pojačalačkog spoja preko anodnog otpora R_7 i veze putem kondenzatora C_7 bio upućen k mrežici izlazne triode E_3 prijemnika, te tako, i tonfrekventno pojačan, preko izlaznog niskofrekventnog transformatora T bio prenesen na zvučnik Z. Pri tomu dakako brojevi zavoja namotaja transformatora T treba da odgovaraju prilagođeno primarno anodnom krugu cijevi E_3 i sekundarno upotrebljenom zvučniku Z.

Zbog udobnijeg udešavanja na različite valne duljine kondenzatori C'' i C_2 obično se montiraju s rotorima na istoj osovinu, tako da im se kapaciteti simultano jednako mijenjaju (»udešavanje jednim dugmetom«). Još je, zbog daljeg poboljšanja i selektivnosti i osjetljivosti prijema, predviđena u spoju po sl. 547.a) i reakcija s induktivnim djelovanjem na svitak L_2 reakcionog svitka L_r , vezanog

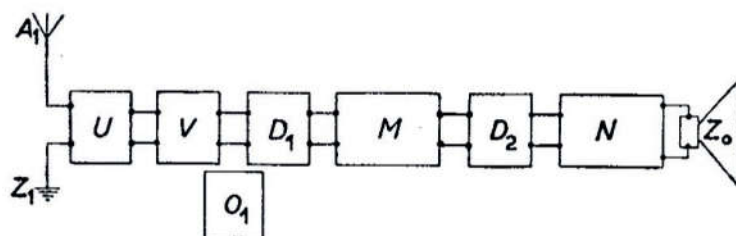
s anodom cijevi E_2 ; željeni stepen reakcije postizava se variranjem reakcionog kondenzatora C_r . Zbog reguliranja jakosti reprodukcije zvuka predviđeno je potencijometrijsko reguliranje putem otpora R_8 , s prenosom preko kondenzatora C_8 . Ne ulazeći u potankosti, spomenimo još samo da su ostali otpori i kondenzatori za razne svrhe: kombinacije C_3-R_3 odn. C_4-R_4 zbog proizvodjenja automatskih prednapona mrežica cijevi E_1 odn. E_3 , C_5-R_5 i C_6-R_6 zbog otklanjanja neželjenih utjecaja među pojedinim stepenima, itd.

47.b.) Na sl. 547.b) prikazan je i spoj naprave za napajanje strujama grijanja i anodnim strujama cijevi netom opisanog prijemnika iz izmjenične (rasvjetne) mreže M . Mrežni transformator T_0 nosi primarni namotaj S_1 i tri sekundarna $S_2-S_3-S_4$, od kojih S_3 i S_4 imaju odvojke O odn. O' u sredini. Priključen primarno na izmjeničnu mrežu, T_0 napaja preko namotaja S_2 strujom grijanja ispravljačku indirektno grijanu cijev s niti N , katodom K i dvije anode A' i A'' za punovalno ispravljanje. Ako se ove anode priključe na namotaj S_3 kako je na slici naznačeno, njegova sredina O bit će minus-pol i katoda K ispravljačice plus-pol ispravljenog napona. Ovaj se međutim, zbog uklanjanja »pulzacija«, mora podvrći još »izgladivanju« prikladnim »filterom«, sastavljenim po sl. 547.b) od pukotinske prigušnice P visokog induktiviteta i dva (redovito elektrolitička) kondenzatora C_9 i C_{10} visokog kapaciteta. Preko namotaja S_4 predviđeno je da se napajaju strujama grijanja triode E_1 do E_3 prijemnika iz sl. 547.a).

Da se prijemnik po sl. 547.a) i naprava za mrežni pogon po sl. 547.b) sastave u jedinstven prijemnik (s ukupno »3 + 1 cijevi«, dovoljno je uspostaviti spojeve 1-1' i 2-2' za grijanje niti N cijevi E_1 do E_3 , te spojevima 3-3' i 4-4' na prijemnik priključiti izvor anodnih struja.

Treba još dodati da bi se i bolji spoj prijemnika dobio uz male izmjene, upotrebom prikladnijih cijevi mjesto trioda: visokofrekventnih pentoda mjesto trioda E_1 i E_2 i izlazne niskofrekventne pentode mjesto triode E_3 .

48. Najosjetljiviji i najselektivniji prijemnici grade se uostalom najčešće kao prijemnici s već spomenutim transponiranjem na određenu međufrekkvenciju (»superheterodini prijemnici« ili »superi«). U tu svrhu po blok-shemi u sl. 548., primanom



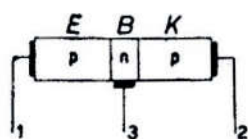
Sl. 548.

(i eventualno umjereno jednim visokofrekventnim stepenom V pojačanom) signalu frekvencije f vala nosioca superponira se u samom prijemniku (samouzbuđivanjem na pr. u posebnom cijevnom oscilatoru O_1 proizvedeni) signal tako udešene visoke

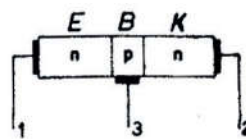
frekvencije f_1 , da kombinacijom obih signala nastane signal s treptajima posve određene »međufrekvencije« dane diferencijom $f_1 - f$ (»superheterodino« kombiniranje signala za razliku od »heterodinog« kombiniranja s treptajima tonske frekvencije pri prijemu nemodulirane telegrafije po J-46). Detekcijom u »prvom« detektorskom stepenu D_1 izdvoji se onda međufrekvencija. A zatim se ovako na novu frekvenciju (i to na nižu, dakle na dulji val) prebaćeni signal pojača u više-stepenom »međufrekventnom pojačalu« M . Ovo se za svoju fiksnu i sniženu frekvenciju dađe stalno udesiti da vrlo djelotvorno pojačava, tako da se postignu mnogo jača pojačanja nego kad bi se neposredno htio jako pojačavati sam signal na prvobitnoj visokoj frekvenciji. Nakon međufrekventnog pojačavanja potrebna je onda samo još »druga« detekcija u detektorskom stepenu D_2 , koja iz međufrekventnog signala izluči niskofrekventne titraje korespondentne primanim zvukovima. Ovi se konačno još niskofrekventno pojačaju u niskofrekventnim stepenima N , te puste djelovati na zvučnik Z_0 . U praksi se kao međufrekvencija odabire na pr. $f_1 - f = 468 \text{ kHz}$ (val 641 m), pa, da bi se ta međufrekvencija postigla pri frekvenciji f primanog signala variranoj od 1500 do 500 kHz (valovi od 200 do 600 m), mora frekvencija f_1 oscilatora biti promjenljiva od 1968 do 968 kHz (valovi od 152 do 310 m). Suvremeni superi mnogo upotrebljavaju specijalne cijevi s više mrežica, i imaju naročite uređaje za kompenzaciju »fadinga« (J-16.), optičku indikaciju ispravnog udešenja na neku primanu stanicu (»magično oko«), itd., a dakako redovito i uređaj za priključak na rasvjetnu mrežu.

Posve su specijalne, i ne možemo dakako u njih ulaziti, aparature za davanje i primanje televizije (električkog gledanja na daljinu). Prijemnici televizije, pored većega broja elektronskih cijevi, kristalnih dioda, itd., sadrže kao bitni sastavni dio visoko evakuiranu »cijev s katodnim zrakama«; na njenom se svjetlucavom zastoru motri televizijska slika.

49. Kod raznih primjena, ne samo u prijemnicima radija nego i u elektroakustičkim pojačalima, te oscilatorskim i drugim uređajima malenih snaga, počeli su elektronskim cijevima, tek zadnjih godina, ozbiljno konkurirati, zbog mnogih prednosti (i usprkos, zasad još, izvjesnih ograničenja) već u B-29. spomenute poluvodičke naprave s Ge ili Si, zvane *transistori*.



Sl. 549.a)

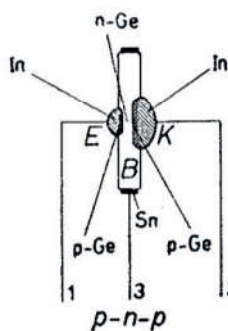


Sl. 549.b)

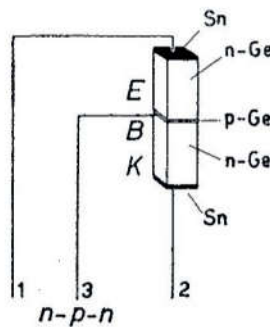
Imajući redovito tri dijela, zvana *baza*, *emiter* i *kolektor*, transistori različitih tipova mogu se, slično odnosima po H-25b. kod njihovih prethodnika: poluvodičkih ispravljača s Ge ili Si, razvrstati u dvije kategorije: onu starijih »točkastih transistora«, s emitterskim i kolektorskim dijelovima realiziranim »točkastim« kontaktima u obliku metalnih šiljaka pritisnutih na poluvodički kristal uzet za

bazu transistora, i onu novijih »plošnih transistora«, s već u B-29. te u H-25a. i H-25b. razmatranim »plošnim« $p-n$ -prelazima (odn. $n-p$ -prelazima), pri čemu se može raditi o prelazima od p -vodljivih emitera E i kolektora K prema B bazi iz n -vodljivog Ge ili Si, pa rezultira plošni $p-n-p$ -transistor po shemi u sl. 549.a), ili o prelazima od n -vodljivih emitera i kolektora prema p -vodljivoj bazi, tako da izlazi plošni $n-p-n$ -transistor po shemi u sl. 549.b). U oba slučaja treba za dobro funkcioniranje transistora da srednji sloj (baza) bude što tanji, pa se on kod transistora za frekvencije do više MHz uzima čak i ekstremno neznatne debljine (na pr. malo desetaka mikrona).

Ovdje ćemo se zadržati tek kod plošnih transistora, kao danas već kod većine primjena prevladalih, a uz to i za razmatranja prikladnijih; dodajmo međutim da i u točkastim transistorima, iako nizom svojstava različitim od plošnih, treba uzimati da oni u zadnjoj konsekvenciji sadrže troslojne kombinacije $p-n-p$ ili $n-p-n$, nastale time da su se pri površini kristala uzetog za bazu točkastog transistora, pretpostavljajući da je ovaj »formiranjem« s pomoću prikladnih »strujnih udara« već osposobljen za upotrebu, uspostavila mikroskopski sitna p -područja, tik ispod na n -vodljivi kristal Ge prislonjenih blizih metalnih šiljaka, emitorskog i kolektorskog (no k tomu još između šiljka i p -područja kolektora i neznatno n -područje).



Sl. 550.a)

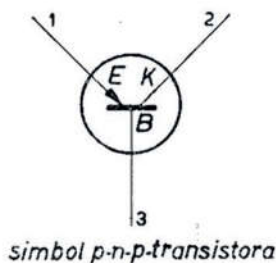


Sl. 550.b)

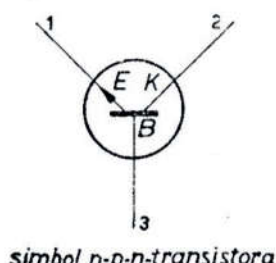
Kod plošnih transistora treba dalje razlikovati pojedine tipove izvedbi. Spomenimo od njih starije »vučene« izvedbe, gdje se na pr. slijed slojeva $n-p-n$ po sl. 549.b) dobiva time da se, na već u B-29. spomenuti način, tokom »uzgajanja« kristala polaganim izvlačenjem iz rastaljene recimo Ge, dotirajući u smislu rastumačenom u B-29. sukcesivno spomenutu rastaljinu najprije »donatorima«, zatim kratko vrijeme »akceptorima« i napokon opet »donatorima« (ta se metoda još mnogo upotrebljava za proizvodnje baš $n-p-n$ -transistora). Novije su »legirane« izvedbe, koje su se kod proizvodnje $p-n-p$ -transistora s Ge uz upotrebu In gotovo općenito uvele. Kod takvih »indijem legiranih« transistora, s n -vodljivim Ge kao bazom, uspostavi se $p-n-p$ -kombinacija time da se nalegira po jedan »jastučić« rastaljenog In sa svake strane bazne pločice iz n -Ge, nakon čega se, analogno već u H-25b. opisanim odnosima kod indijem legiranih jakostrujnih Ge-ispravljača, sami od

sebe stvore na jednoj strani emitterski p -sloj indijem dotiranog Ge i na suprotnoj strani kolektorski takav p -sloj, s tankim slojem među njima nepromijenjenog n -Ge bazne pločice, koja se na rubu obloži kositrom Sn. Na oba kruta In iznad emitera odn. kolektora (u kojima ima i izlučenih kristalića Ge, koji međutim ne smetaju) lako se još pripoje priključci 1 odn. 2 k emiteru odn. kolektoru, a na Sn priključak 3 k bazi. Pojednostaki konstrukcije netom opisanoga legiranog p - n - p -transistora prikazane su na sl. 550.a), a one prije opisanog vučenog transistora, konkretno n - p - n -transistora, mogu se vidjeti na sl. 550.b).

50. Da bi se sad razmotrile pojačalačke mogućnosti plošnih transistora, može se zamisliti jedan od plošnih p - n - p -transistora po sl. 549.a), kojima se (kao uostalom i analognim točkastim transistorima) simboliziraju emiter E, kolektor K i baza B kao u sl. 551.a); analogna razmatranja, jedino po predznacima suprotna, vrijedila bi i za plošne n - p - n -transistore po sl. 549.b), koji bi se (kao i korespondentni točkasti) simbolizirali kao u sl. 551.b).

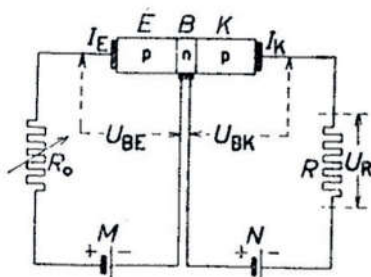


Sl. 551.a)

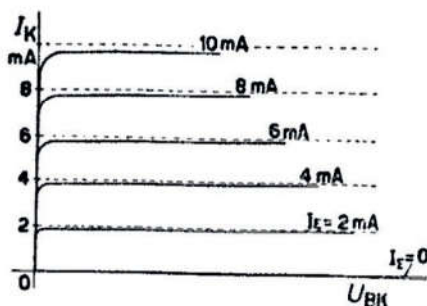


Sl. 551.b)

Pretpostavljajući plošni p - n - p -transistor, mi ćemo ga najprije razmotriti u »baznom« spoju po sl. 552. Ovaj se spoj označuje i simbolizirano kao u sl. 554.a), iza koje su odmah u sl. 554.b) i 554.c) donesena simbolizirana i ostala dva moguća



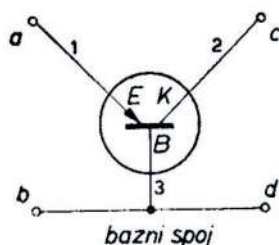
Sl. 552.



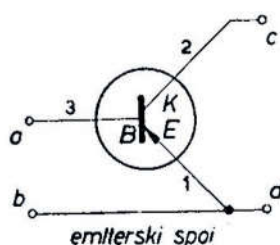
Sl. 553.

spoja p - n - p -transistora: »emitterski« odn. »kolektorski«. Osnovno je kod tih triju spojeva da se oni zovu po onoj elektrodi transistora, koja je zajednička za oba strujna kruga ostalih dviju elektroda.

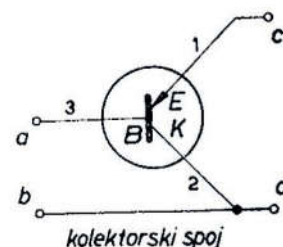
Tako se posebno kod spoja predloženog u sl. 552. više detaljizirano, te u sl. 554.a) više simbolizirano, vidi da se radi o »baznom« spoju, jer se tu kroz bazu B zatvaraju i strujni krug emitera E i onaj kolektora K.



Sl. 554.a)



Sl. 554.b)



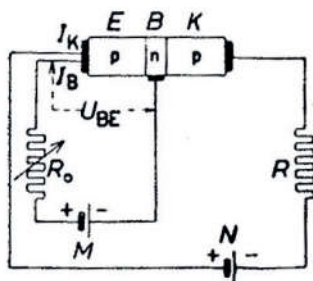
Sl. 554.c)

Kako se razabire iz sl. 552., u emitorski krug uključena je baterija M s takvim polaritetom da, po onom što je u B-29. rečeno o p - n -prelazu s polaritetom kao pod 3) u sl. 67.b), pri granici emitorskog p -sloja i baznog n -sloja nema na nosiocima naboja osiromašene »zaporne zone«, prema čemu se emitorska struja I_E lako uspostavlja, i to u relativno jakim iznosima već pri malim naponima U_{BE} baze B prema emiteru E. Naprotiv u kolektorski krug uključena baterija N takvog je polariteta da, prema onomu što je u B-29. rečeno o n - p -prelazu s polaritetom kao pod 2) u sl. 67.b), pri granici baznog n -sloja i kolektorskog p -sloja postoji zaporna zona osiromašena na nosiocima naboja, i po tom skoro nepropusna, odn. vanredno visokog otpora, prema struji koju bi trebala proizvesti baterija N. Prema tomu, bez utjecaja emitorskog kruga na kolektorski, točnije uz emitorsku struju $I_E = 0$, treba očekivati posve neznatnu kolektorsku struju I_K unutar širokog područja naponâ U_{BK} baze prema kolektoru u kome kombinacija B-K zadržava još zapornost; uspor. na sl. 553. tijesno uz apscisnu os s U_{BK} -iznosima priljubljenu I_K -krivulju s $I_E = 0$ kao parametrom.

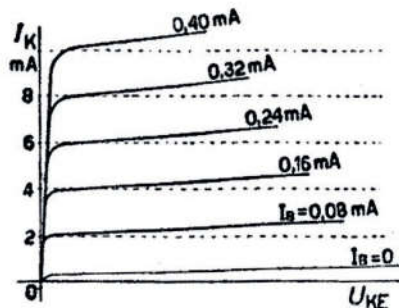
Prema rečenom, bez emitorske struje, dakle uz prekinut emitorski strujni krug, kombinacija B-K bi djelovala tek kao zaporno polarizirani ispravljač, i ne bi dolazila u obzir za pojačavanja. No drukčija situacija nastane čim dođe do struje I_E u emitorskom krugu. Kako je naime ovaj polariziran propusno, uspostavljat će se već pri otporom R_0 udešavanim rastućim neznatnim naponima U_{BE} baze prema emiteru rastuće relativno jake emitorske struje I_E . Nastupa onda t. zv. *transistorski efekt*, pri komu u velikom broju »defektelektroni« ili »rupe« (B-29.) iz p -vodljivog emitorskog sloja, lako prešavši propusni granični sloj kombinacije E-B i doprijevši difuzijom kroz bazni sloj do inače zapornog (za elektrone iz B i defektelektrone iz K) prelaza B-K, bivaju tako reći ubačeni (emitirani) u spomenuti prelaz, i odavde dalje električkim poljem tjerani u kolektorski p -vodljivi sloj, povećavajući time gotovo punom strujom I_E prije toga posve neznatnu struju I_K kroz ovaj sloj, i to na sve veće iznose I_K kod sve većih iznosa I_E ; uspor. na sl. 553. roj I_K -krivulja s parametrima $I_E = 2\text{mA}$, $I_E = 4\text{mA}$, itd.

51. Kao ono bitno, što se raspoređajem po sl. 553. postizava, treba smatrati mogućnost da se emitterskom »ulaznom« strujom I_E upravlja kolektorskom »izlaznom« strujom I_K transistora. Pa ako je kod trioda, iz mogućnosti da se mijenjanjima »ulaznog« napona mrežice po J-31. i sl. 542. utječe na iznose »izlaznog« napona raspoloživog na anodnoj impedanciji na pr. u obliku otpora R rezultiralo naponsko-pojačalačko djelovanje triode, vrijedno je razmotriti ne će li kod transistora utjecajem ulazne struje na izlaznu izići kakvo pojačalačko djelovanje.

U prvom momentu rezultat pri upotrebi baznog spoja po sl. 552. ne izgleda povoljan: do strujno-pojačalačkog djelovanja ne dolazi. Naime: i kad bi se puna emitterska struja I_E pridruživala neznačajnoj kolektorskoj pri $I_E = 0$, omjer prirasta ΔI_K kolektorske struje i prirasta ΔI_E emitterske struje ne bi nadvisivao 1, dok bi kod stvarno pojačavane struje I_E on morao biti veći od 1 (to i može biti kod »točkastih« transistora u baznom spoju). No zbog toga što se, kako je malo prije rečeno, tek »gotovo puna« emitterska struja pridodaje onoj posve neznačajnoj kolektorskoj pri $I_E = 0$, očito će i u najpovoljnijem slučaju, t. j. uz otpor opterećenja R po sl. 552. smanjen na nulu i time »kratko spojen« kolektorski strujni krug, omjer strujnog pojačanja $\Delta I_K : \Delta I_E$ morati ostati čak ispod 1. Tako se zapravo ne će ni raditi o stvarnom strujnom »pojaćanju«, nego o »slabljenju«, iako treba reći da će kvocijent $\alpha = \Delta I_K : \Delta I_E$ pri kratko spojenju kolektorskom krugu, kod dobrih plošnih transistora s vrlo tankim baznim slojem, izlaziti relativno blizu jedinici, s iznosima na pr. 0,90 do 0,99, prosječno recimo s iznosom $\alpha = 0,96$, prema čemu će se raditi o relativno neznačajnom



Sl. 555.



Sl. 556.

(ali ipak postojećem) strujnom slabljenju. Razloga da povećanja I_K -struje nešto malo zaostaju za povećanjima I_E -struje ima više: jedan dio rupa (defektelektrona) iz emitera gubi se zbog nepotpune difuzije u baznom sloju, gdje dolazi do rekombinacijâ (neutralizacijâ rupa s elektronima), nešto malo elektrona struji od baze k emiteru, pojačavajući struju I_E no ne doprinoseći struji I_K , itd.

52. Međutim okolnost manjeg od 1 omjera strujnog pojačanja ne znači da transistor u baznom spoju ne može davati naponsko pojaćanje. Kod povećavanja izlaznog otpora R , trošit će se naime u tom otporu sve veći dio $U_R = I_K R$ napona baterije N , i taj dio, recimo iznosa i više volta, može se smatrati »izlaznim«

naponom transistora. A kako se emitorske struje I_E u za njih propusnom emiter-skom krugu uspostavljaju s neznatnim »ulaznim« naponima U_{BE} baze prema emi-teru, recimo tek s malim dijelovima volta, očito kod danog R omjer prirastâ izlaznog prema ulaznom naponu, a to znači omjer P naponskog pojačanja, može izlaziti na pr. 50, 100 ili više. To znači da će spoj po sl. 552. moći ipak davati prilična pojačanja, ako ne strujna, a ono naponska.

53. No može se spoj plošnog transistora i tako preudeliti da pored znatnog naponskog pojačanja P rezultira i znatno strujno P_I , a time i pogotovo znatno učinsko pojačanje $P_N = P \cdot P_I$. U tu svrhu treba samo iskoristiti okolnost da u spoju po sl. 552. bazna struja I_B , kao diferencija emitorske I_E i od nje samo malo manje kolektorske I_K , ispada vrlo neznatna. Da se ta neznatnost struje I_B iskoristi, ne treba drugo nego primijeniti umjesto baznog spoja po sl. 552. *emitorski* spoj po sl. 555., kojim se očito otvara mogućnost upravljanja kolektorske struje I_K putem variranja neznatne bazne struje I_B (ova se s kolektorskom I_K sastavlja u emiteru u struju I_E).

Pripadni roj karakteristika I_K -struja uz razne neznatne iznose I_B -struja kao parametre prikazan je u sl. 556. Ako se na pr. općenito, pri *kratko spojenoj* kolek-torskom krugu i njemu korespondentnom malo prije uvedenomu određenom α , zamisle (uz dano ΔI_E): $\Delta I_K = \alpha \cdot \Delta I_E$ i $\Delta I_B = \Delta I_E - \Delta I_K = (1 - \alpha) \cdot \Delta I_E$, emi-terkim spojem po sl. 555. dostiživo »kratkospojno« strujno pojačanje ispalo bi:

$$\beta = \frac{\Delta I_K}{\Delta I_B} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad (398)$$

t. j. sa zamišljenim kao u J-52. $\alpha = 0,96$ dostiglo bi se, uz recimo $\Delta I_E = 5$ mA, povećanje kolektorske struje $\Delta I_K = 0,96 \cdot I_E = 4,8$ mA već s povećanjem bazne struje $\Delta I_B = (1 - 0,96) \cdot \Delta I_E = 0,20$ mA, odn. β bi doseglo iznos 24 (sa $\alpha = 0,98$ ispalo bi čak $\beta = 49$).

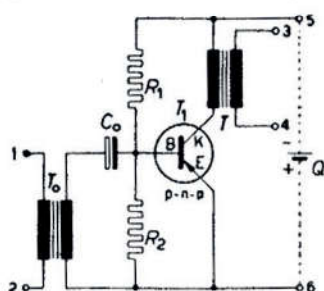
Ako bi se sad dalje, ostajući pri $\alpha = 0,96$, odn. $\beta = 24$, zbog postizavanja i naponskog pojačanja od recimo $P = 100$, udesilo prikladno R , i strujno P_I bi time palo na polovicu onog kratkospojnog, dakle na 12, postignuto učinsko pojačanje P_N s jednim jedinim emitorski spojenim stepenom doseglo bi iznos $P_N = 12 \cdot 100 = 1200$!

Zbog ovako povoljnih odnosa emitorski se spoj najčešće primjenjuje, pogo-tovo jer on i dodatno pruža praktički važnu prednost da se lako može tjerati iz samo jedne pogonske baterije Q (sl. 557.) umjesto iz dvije N i M po sl. 555. (potrebni prednapon emitera može se proizvesti na primjer padovima napona na prikladno uključenim otporima R_1 i R_2 po sl. 557.; v. i otpore R_1 i R_2 te R_3 i R_4 na sl. 558.).

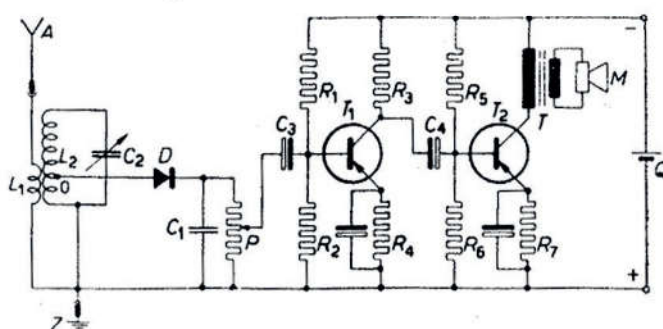
Na kolektorski spoj po sl. 554.c), kao praktički najmanje upotrebljavan, ne ćemo se osvrnati.

54. Iz dosadanih razmatranja više statičkih odnosa prema sl. 552. i 555. tek su se principno mogle razabrati pojačalačke mogućnosti transistora, osobito u

emitorskom spoju po sl. 555. Puštajući po strani niz pojedinosti i specijalnih veza pri sve više dinamičkim prilikama kod pojačavanja sve brže oscilatornih signala, sve do vrlo visokih radiofrekvencija, spomenimo tek da će se u praksi kod takvih pojačavanja emitorskim spojem, variranja napona emitera prema bazi, a time i variranja bazne struje, te u daljoj konsekvenciji i kolektorske struje, umjesto mijenjanjima otpora R_0 iz sl. 555., izvoditi »superponiranjem« napona pojačavanog signala ulaznom baznom krugu s baterijski proizvedenim određenim »prednaponom« emitera prema bazi. Konkretno se na pr. kod tonfrekventnog pojačalačkog stepena po sl. 557. unosi signal, priključen na 1-2, preko ulaznog transformatora T_0 i kondenzatora C_0 . A nastalim variranjima kolektorske struje pojačani signal iznosi se preko izlaznog transformatora T na uređaj za reprodukciju zvuka (konkretno na pr. slušalicu), ili na idući pojačalački stepen.



Sl. 557.



Sl. 558.

Kako su transistorima osim tonfrekventnih moguća i radiofrekventna pojačavanja ne ekstremno visokih frekvencija, te kako se njima daju realizirati također audionski i oscilatorski spojevi, danas se s transistorima već grade cijeli prijemnici, direktni i superheterodinski (pa čak i oni za kratke valove). A velike mogućnosti otvaraju se transistorima i u nizu specijalnih područja: u regulacionoj tehnici (»preklopni transistori«), u napravama za brojanja impulsa i u računskim elektroničkim strojevima (flip-flop-spojevi, itd.). Ne treba zaboraviti ni na mogućnosti pretvaranja poluvodičima (osobito sicilijem) svjetlosne energije u električku (»sunčane baterije« sa Si), i sl.

55. Primjer primjene transistorskog pojačavanja, kristalnom diodom D rektificiranih radiofonskih signala, u dva emitorska stepena s transistorima T_1 i T_2 predložen je u sl. 558.

Kod dobre antene A i dobre zemlje Z ovakav mali prijemnik, s udešavanjem s pomoću kondenzatora C_2 s odvajanjem radiosignala na diodu D s odvojka O na L_2 , te s regulacijom jakosti zvuka potencijetrom P , mogao bi davati dobar prijem (slušalicom ili malim zvučnikom) lokalnih i jakih nešto udaljenijih stanica, a sve to uz pogon s već jednim sitnim elementom od recimo 1,5 V i utroškom snage na pr. nekoliko milivata, u živom kontrastu prema detektorskom prijemniku s dva cijevna niskofrekventna stepena, koji bi trošio bar nekoliko vata.

Otpor R_3 je radni otpor u kolektorskom krugu transistora T_1 , dok otpori R_4 i R_7 i njima paralelni elektrolitički kondenzatori služe općenito stabilizaciji sklopa.

Vrlo su prikladna transistorska pojačala, obično trostepena i sa »subminijaturnim« dijelovima (transistorima, otporima, kondenzatorima, transformatorima, elementima), predstavljajući naprave neznatnih dimenzija i neznatnog potroška snage, kao pomagala za nagluhe, itd.

Pored nesumnjivih važnih odlika: neznatnog volumena, posve neznatnog utroška snage, velike trajnosti itd., transistori imaju i nedostataka u usporedbi s elektronkama: tek specijalni tipovi transistora rade još dobro na pr. do 50 ili 100 MHz, dok specijalne cijevi mogu raditi i do 10 GHz; snage koje transistori mogu davati danas ne nadilaze mnogo vata. No najveće je ograničenje transistora da ne mogu dobro raditi kad se pri pogonu ugriju do samo nešto viših temperatura (temperaturna granica kod Ge-transistora je tek 55 do 60 °C; kod Si-transistora ona je znatno viša). Ipak treba uzeti u obzir da su transistori tek nekoliko godina u razvitku, i da će se iz godine u godinu otvarati, odn. da se već otvaraju, sve veće mogućnosti primjena ovih poluvodičkih naprava s tako zanimljivim i tako poželjnim svojstvima.

VJEŽBE UZ POGLAVLJE 7):

281. Po C-132. i A-107. naći a) stalno L i b) najveće i najmanje C titrajnog kruga realiziranoga jednoslojnim svitkom sa 40 zavoja promjera 10 cm raspoređenih na duljini 4 cm i vrtivim uzdušnim kondenzatorom sa 15 statorskih i 14 rotorskih ploča, sa $d = 0,5$ mm i sa S varijabilnim od 10 do $0,625$ cm²; zatim c) izračunati u m i u kHz valno područje koje bi se dalo udešavati spomenutim krugom (zanemariti vlastiti kapacitet svitka). [185 μ H; 496 i 31 pF; 571 do 143 m; 526 do 2100 kHz]

282. Riješiti zadatak kao pod c) u vj. 281. zamišljajući kondenzator uronjen u ulje sa $\epsilon' = 2$. [809 do 202 m; 371 do 1485 kHz]

283. Koliki učin N treba pri ukopčanom ključu K davača s gašenim iskrama po sl. 539. privoditi kondenzatoru oscilatora kapaciteta C_0 (0,010 μ F) nabijanom do maksimalnog napona U_m (20 kV), pretpostavljajući izbijanja titrajnog kruga s grupnom frekvencijom f_0 (1000 Hz). [$N = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_m^2 \cdot f_0$ (= 2000 W)]

284. Preudesiti formulu (388) da F izide izraženo sa N_s i d , te naći specijalno isijavani učin stanice koja će u daljini 50 km izvoditi polje 30 mV/m.

$$[F^{(mV/m)} = 300 \sqrt{N_s^{(kW)}} : d^{(km)}; 25 \text{ kW}]$$

285. Na koji će induktivitet trebati udesiti svitak S_1 varijabilnog broja zavoja priključen između prijemne antene A_1 i zemlje Z_1 kod primanja vala duljine $\lambda = 480$ m uz sustav A_1 - Z_1 grubo zamišljan kao kondenzator od 350 pF, te koliko će iznositi inducirani napon E_1 i struja I_1 prijemnog kruga, kao i signalom proizvedeni napon stezaljki svitka S_1 , pretpostavljajući otpor prijemnog kruga sa 40 Ω , djelotvornu visinu antene A_1 sa $h_1 = 2,4$ m i jakost polja na mjestu prijema sa $F = 5$ mV/m.

$$[185 \mu\text{H}; 12,0 \text{ mV}; 0,30 \text{ mA}; 0,22 \text{ V}]$$

286. Pretpostaviti da se prijem vrši s iskorišćenjem magnetskog polja $H^{(A/cm)} = F^{(mV/m)} \cdot 10^{-5} / 120 \pi$ signala iz vježbe 285., i to s »ramom« (»okvirnom antenom«) u obliku svitka sa $w = 6$ zavoja pojedinačne površine $S = 0,4 \text{ m}^2$ položenih pod kutom ψ prema smjeru širenja primanog vala, te naći (općenito i specijalno) EMS E_2 u mV induciranu u rami (»antenski efekt« rame zanemariti; F uzeti izraženo u mV/m, λ u m; specijalno uzeti $\psi = 0$). $[E_2 = 2\pi F w S \cdot \cos \psi / \lambda = 0,157 \text{ mV}]$

287. Koliko bi bilo u daljini 80 km električko polje emisione stanice s antenom djelotvorne visine 48 m i s antenskom strujom jakosti 10 A i frekvencije 600 kHz: a) po formuli (388) sa zanemarenom apsorpcijom, b) po točnijoj Austinovoj formuli sa $g(d) = e^{-\alpha \cdot d}$ kao faktorom apsorpcije uz α po J-4. jednako $\alpha: \sqrt{\lambda}$ (sa $\alpha = 0,0015$ pri d i λ u km); naći i pripadne iznose magnetskog polja.

$$[4,52 \text{ i } 3,82 \text{ m/Vm}; 120 \cdot 10^{-9} \text{ i } 101 \cdot 10^{-9} \text{ A/cm}]$$

288. Koliki bi bili otpor isijavanja, isijavani učin i stepen djelovanja antenskog kruga stanice iz vj. 287. pretpostavljajući da otpor gubitaka antenskog kruga iznosi 5,1 Ω .

$$[14,55 \Omega; 1455 \text{ W}; 0,74]$$

289. Zaključiti na djelotvornu visinu h_d u m emisione antene iz mjerenih iznosa struje I u A emisionog antenskog kruga, daljine primanja d u km, duljine primanog vala λ u m, te struje I_2 u A i radnog otpora R_2 u Ω prijemnog kruga, sastavljenog iz rame od w zavoja površine $S \text{ m}^2$, mjernog instrumenta za slabašne visokofrekventne struje i varijabilnog kondenzatora za udešavanje resonancije; uzeti i specijalno za navedene veličine: 34 A, 20 km, 400 m, 0,00012 A, 40 Ω , 6, 0,40 m^2 .

$$\left[h_d = 0,422 \cdot \frac{I_2}{I} \cdot \frac{\lambda^2 d \cdot R_2}{w \cdot S} = 79,5 \text{ m} \right]$$

290. Cijevnim voltmetrom beskonačne impedancije izmjeren je napon 0,423 V podržavan trajnim signalom valne duljine 320 m među oblozima resonantno udešenoga varijabilnog kondenzatora zanemarivih gubitaka, paralelnoga rami sa 4 zavoja pojedinačne površine 1 m^2 , samoinduktivitetom 60 μH i radnim otporom 7 Ω ; pretpostavljajući ramu u najpovoljnijem za prijem položaju naći udešenje kondenzatora, prijemnu struju, induciranu EMS rame i (uz pomoć formule iz vj. 286.) jakost polja na mjestu prijema.

$$[481 \text{ pF}; 1,2 \text{ mA}; 8,4 \text{ mV}; 10,7 \text{ mV/m}]$$

291. Koji bi m , D , S i R_0 odgovarali cijevi s takvima karakteristikama da pri rasporedu točaka M-N-P kao u sl. 541. točka N leži na karakteristici za $U_a = 80 \text{ V}$ i ima apscisu -5 V i ordinatu 5 mA, a točke M i P leže na karakteristici za $U_a = 120 \text{ V}$ i imaju prva koordinate -10 V i 5 mA i druga koordinate -5 V i 9 mA.

$$[8; 0,125; 0,8 \text{ mA/V}; 10000 \Omega]$$

292. Koliko bi, da bi došlo do samouzbuđenja, najmanje moralo iznositi M oscilatorskog spoja po sl. 543. sa $L = 125 \mu\text{H}$, $R = 20 \Omega$ i $C = 400 \text{ pF}$, i to a) s cijevi po J-30. i sl. 541., b) s cijevi s karakterističnim veličinama po vj. 291.; naći i frekvenciju nastalih oscilacija.

$$[9 \mu\text{H}; 25,6 \mu\text{H}; 712 \text{ kHz}]$$

293. Naći teorijski dostiživo visokofrekventno pojačanje pri spoju zapornog kruga sa L - R - C kao u vj. 292. u vezi s triodom strmine $1,2 \text{ mA/V}$ i unutarnjeg otpora 20000Ω . [10,5]

294. Naći postignuta pojačanja po stepenu transformatorskog niskofrekventnog ojačavanja uz uvjete inače kao u specijalnom primjeru iz J-33. za tonsku frekvenciju 1000 Hz , no uz pretpostavku tonskih frekvencija $100, 200$ i 500 Hz . [53,0; 67,1; 73,6]

I N D E K S (K A Z A L O)

(Oznake kao I-108 i II-324 znače »KNJIGA I., str. 108« odn. »KNJIGA II., str. 324«).

A (amper) I-13, I-52, I-233
 Å (angstrom) I-34
 akceptor (primalac) I-138
 A/m odn. A/cm (amper po metru odn. centimetru) I-15, I-217, I-219
 A/m² odn. A/cm² odn. A/mm² (amper po kvadratnom metru odn. centimetru odn. milimetru) I-94, I-128, I-163
 admitancija: v. prividna vodlj. vrijednost
 Ah (ampersat) I-15, I-189
 AJM (atomistička jedinica mase) I-26
 akumulatori: olovni I-188, želježno-nikaljni (i kadmijsko-nikaljni) I-193, srebreno-cinčani I-193
 ampermetar I-146
 antena: dipolna II-310, vertikalna uzemljena II-310
 anioni I-183
 anoda I-122, I-126, I-183, I-194, II-290, II-317
 argument II-37
 aritmetička analiza II-90
 armature istosmjernih strojeva: »dvostruko T« I-311, prstenaste I-313, cilindričke I-319
 armature sinhronih strojeva II-191
 armaturni tok: istosmj. strojeva I-280, I-329, sinhronih strojeva II-208
 As (ampersekunda) I-15, I-22
 As/m² odn. As/cm² (ampersekunda po kvadratnom metru odn. centimetru) I-15, I-52
 asinhroni indukcioni motori: trofazni II-223, jednofazni II-248
 atomske jezgre I-28
 audionski spoj II-326
 AZ (amperzavoj) I-15, I-274, II-170

balansirani sustavi II-66
 balistički galvanometar I-47, I-75, I-257
 baza (transistora) II-332
 betatron I-251
 bifilarno namatanje I-300
 Biot-Savartov zakon I-218

cal (kalorija) I-170
 Carterov koeficijent I-281
 cd (kandela) I-172
 ciklotron I-228
 cosp-mjerila II-19
 Coulombov zakon I-50, I-59

Curieova temperatura I-272
 curl-operacija: v. rot-operacija

dB (decibeli): kod učinskog pojačavanja II-124, kod naponskog odn. strujnog pojačavanja II-322
 defektelektroni (šupljine, rupe) I-137, II-335
 depolarizatori I-187
 detekcija II-326
 diametralni namotaji: I-322, II-193
 dielektrička konstanta: relativna I-51, apsolutna I-51, apsolutna vakuuma I-51
 dielektrička sredstva (dielektrika) I-39, I-91, I-92, I-98, I-165
 dinamoelektrički princip I-377
 dioda: cijevna I-126, II-278, II-317, kristalna, I-139, II-288, II-326
 div-operacija I-67
 djelotvorna visina antene II-307
 donator (davalac) I-138
 doubler-spoj II-118
 dvofazni sustavi II-64
 Δ-operacija I-83

ekvipotencijalne plohe: v. nivô-plohe
 ekvipotencijalne spojke I-326
 ekvivalentne izmjenične veličine II-103
 ekvivalentni krug II-150, II-172
 električka čvrstoća dielektrikuma I-98
 električka polja: elektrostatska (izvorna, bezvrtložna) I-82, elektrodinamska (vrtložna, bezizvorna) I-251, električka polja radio-stanica II-307
 električki potencijal I-75
 električke silnice I-43
 elektrode I-19, I-38, I-83
 elektrodinamska polja: v. električka polja
 elektrodinamski instrumenti I-233
 elektrokemijski ekvivalent I-184
 elektrolitički kondenzatori I-195, II-251
 elektrolitički ventili I-194
 elektroliza I-183
 elektromagneti I-283, I-289
 elektromagnetski valovi I-90, II-299, II-304
 elektromotori: v. motori
 elektroni: naboj I-22, masa I-26, ovisnost mase o brzini I-85, u kovinama I-34, u vakuumu I-126, u magn. polju I-226, u električkom polju I-228

elektronske ljuske I-29
 elektroskopi i elektrometri I-40, I-81
 elektrostatsko polje I-18
 elektrostatski površinski tlak I-63
 elementarni kvantum elektriciteta I-20
 elementarni oblici: Ohmova zakona I-163, Jouleova zakona I-169, I. Kirchhoffova zakona I-163
 elementarni oscilator II-304, uzemljena polovica takvog oscilatora II-308
 elementi: »primarni« I-186, »sekundarni« I-188; načini spajanja u bateriju I-155
 emiter (transistora) II-332
 EMS (elektromotorna sila) I-118
 energija magnetskog polja svitka I-295
 energija električkog polja kondenzatora I-112
 eV (elektronvolt) I-84

F (farad) I-15, I-95
 faktor distorzije II-95
 faktor magnetskog vezanja I-299
 faktor oblika II-14
 faktor pojačavanja (kod cijevi): II-319
 faktor rasipanja (Hopkinsonov): I-279, II-141
 faktori vezanja k i m I-299
 faktor snage (faktor učina) II-17, II-18, Faradayevi zakoni elektrolize I-84
 faza (fazni kut) II-15
 fazni pomak (razlika faza) II-15, II-97
 feromagnetičke tvari I-200, I-255
 Flemmingova pravila: lijeve ruke I-226, desne ruke I-241.
 fluorescentne svjetiljke I-177
 formiranje: akumulatora I-189, selenskog ispravljača II-286
 fotoelementi: s Cu_2O I-119, selenski I-120, fotodiode i fototransistori II-340
 foton I-35
 fotometrija: osnovne veze I-171
 fotometri I-174
 Fourierovi razvoji (redovi) II-84
 frekvencija: »numerička« II-10, »kružna« II-11
 Frischova metoda I-199 (vj. 59.)

G (gaus) I-15, I-225
 galvanometri: uopće I-45, I-147, balistički I-46, I-48, I-247, I-257, kao nulinstrumenti I-150, vibracioni II-50
 generatori konstantne struje I-302
 gibljivosti (nosilaca naboja) I-127, I-128, I-137
 Graetzov spoj I-194, II-177
 gubici: istosmjernih strojeva I-354, transformatora II-174, indukcionih motora II-244, pretvarača II-275, usmjerivača II-282, II-285, II-292, emisionih antenskih krugova II-311, vodova I-180
 gubici u željezu: zbog histereze I-269, zbog vrtložnih struja I-270
 gustoća energije: električkog polja I-92, magnetskog polja I-282

gustoća isijavanja II-311
 gustoća naboja: plošna I-46, I-72, prostorna I-72, linearna I-64
 gustoća silnica: električkih $\mathcal{D}$ -linija I-66, magnetskih $\mathcal{B}$ -linija I-287
 gustoća struje: pomačne I-93, provodne I-116

H (henri) I-15, I-293
 Hallov generator I-210
 Hallov napon I-210, II-118
 harmonička analiza II-90
 harmonički viši članovi II-15
 Hertzov dipol: v. elementarni oscilator
 histereza (magnetska) I-265
 homogeno polje: elektrostatsko I-63, magnetsko I-202
 Hopkinsonov koeficijent I-279
 Hopkinsonova metoda I-356
 Hz (herc) I-31

ignitron II-296
 impedancija: v. prividni otpor
 indikator slijeda faza II-77
 indukcija (magnetska) I-223; pojav »elektromagnetske indukcije« I-236
 indukciona konstanta I-223
 indukcione peći II-162
 indukcioni regulator: v. zakretni transformator
 influenciona konstanta I-51
 inverzija vektordiagrama II-154
 ioni I-21
 ionizacija srazom I-125
 ionizaciona radnja I-32
 instrumenti (mjerni) I-232, I-234, I-235
 isijavana snaga: elementarnog oscilatora II-308, uzemljene polovice takvog oscilatora II-309, dipolne antene II-310, uzemljene vertikalne antene II-310, uzemljene antene zadane djelotvorne visine II-311
 ispadanje iz koraka (sinhronog stroja) II-215
 ispravljači: v. usmjerivači
 istosmjerni generatori: nezavisno uzbuđeni I-338, serijski I-333, poredni I-340, kompaundni I-342
 istosmjerni motori: serijski I-346, poredni I-348, kompaundni I-348
 izbijanja kondenzatora: kroz otpor I-153, kroz svitak I-301
 izlazna radnja I-35
 izmjenične veličine: sinusoidne II-246, II-9, II-14, nesinusoidne II-84
 izolatori I-19, II-161

J (džul): v. Ws (vatsekunda)
 jakost električkog polja I-75
 jakost magnetskog polja I-208
 jakost rasvjete I-172
 jakost svjetlosti I-172

jedinice: sustav m-kg-s-A (odn. V-A-s-m) i sustav V-A-s-cm: I-13, tabela jedinica m-kg-s-A (V-A-s-m) i V-S-s-cm, te njihovih veza sa ESJ, EMJ i STJ I-14/15
 jezgrasti transformatori II-156
 Jouleov zakon: I-169, u elementarnom obliku I-169

K-ispravljači (kontaktni ispravljači) II-296
 kabeći: jednopolni I-101, trojopolni I-111
 kapaciteti: uopće I-95, parcijalni I-109
 kapaciteti vodova: I-101, I-110, I-111
 kapacitivno dijeljenje napona I-109
 karakteristični trokut (transformatora) II-177
 karakteristika praznoga hoda strojeva: istosmjernih I-328, sinhronih II-199
 kaskadni spojevi II-239, II-277
 kationi I-183
 katoda I-122, I-126, I-183, I-193, II-283, II-317
 katodna mrlja II-288
 kcal (kilokalorija) I-170
 Kelvinova formula: v. Thomsonova formula
 Kelvinov dvostruki most: v. Thomsonov dvostruki most
 Kirchhoffovi zakoni I-141, I-163
 klizanje II-224, II-228, II-246
 kolektor (komutator) stroja I-236, I-311, II-252
 kolektor (transistora) II-332
 kompenzaciona metoda I-153
 kompenzacioni namotaj I-338, II-256
 kompleksna vodljiva vrijednost II-49
 kompleksne veličine (rač. operacije) II-40
 kompleksni otpor II-43
 komutacija I-331, II-257
 krivulje komutacije (feromagnetikâ) I-258
 kondenzatori: uopće I-94, pločasti I-49, varijabilni I-97, višeslojni I-103, kuglasti I-100, cilindrički I-101, elektrolitički I-195, II-251, serijsko i paralelno spajanje I-107, energija I-113
 konduktancija: v. radna vodljiva vrijednost konstante (tabela) I-16
 kristali: ionski I-136, elektronski I-136
 kristalni detektori II-288, II-326
 krivulje histereze I-265
 krletkasti (kratko spojeni) rotor II-235
 kružni diagrami II-56, II-132, II-154, II-242
 KS (konjska snaga) I-15, I-170
 kulon (ampersekunda) I-22
 kut gubitaka (kondenzatora) I-99, II-47
 kut opterećenja sinhronih strojeva II-214
 kWh (kilovatsat) I-15, I-170

Langmuirova formula II-280
 Laplaceova jednadžba I-83
 Lenzovo pravilo I-245
 Leonardov spoj I-253
 lm (lumen) I-173
 logaritmički dekrement prigušenja I-306

lom: $\mathcal{D}$ -linija I-86, $\mathcal{B}$ -linija I-287
 lx (luks) I-173

M (maksvel) I-15, I-225
 magnetiziranje feromagnetikâ I-264
 magneti I-283, I-288
 magnetiziranje (intenzitet magnetiziranja) I-262
 magnetometar I-207
 magnetska polja istosmjernog stroja: uzdužno I-329, poprečno I-329
 magnetska karakteristika I-277, I-327
 magnetska pojačala II-116
 magnetski krug I-274
 magnetski krug strojeva I-280, I-326
 magnetski stabilizator napona II-115
 magnetski otpor I-274
 magnetsko rasipanje I-278
 magnetsko starenje I-272
 magnetsko zaslanjanje I-288
 manganin I-132
 masa: elektrona I-26, protona I-26, neutrona I-29, ekvivalencija mase i energije I-85
 Maxwelllova dvoploča I-45
 Maxwelllove jednadžbe: prva I-220, druga I-250
 međuinduktivitet I-291, I-298
 metoda gubitka naboja I-152
 metoda kompenzacije I-153
 mjerilo magnetskih napona I-213, I-249
 mjerni transformatori II-165
 MMS (magnetomotorna sila) I-275
 modul II-37
 modulacija II-315
 momenti vrtnje strojeva I-318, II-218, II-227, II-233
 motori I-236, I-316, II-212, II-252
 mrežice (rešetke): u usmjerivačima II-293, u elektronskim cijevima II-317

N (njutn) I-25
 Nagaokin faktor I-296
 namotaji strojeva izmjenične struje II-191 do II-198
 namotaji istosmjernih armatura: petljasti (paralelni) I-320, valoviti (serijski i serijsko-paralelni) I-323
 namotaji transformatora II-158
 namotajni faktori: zonski II-196, II-264, tektivni i ukupni II-264
 naponi (napetosti): električki I-69, I-80, magnetski I-212
 nesavršeni kondenzatori I-99, I-166, II-47
 nesimetrični trofazni sustavi I-82
 nesinusoidne izmjenične veličine II-84
 nesinusoidnosti kod trofaznih sustava II-102
 neutralni vodič (nulvodič) II-60
 neutron I-29
 nivo-plohe I-73, I-77
 normalni element (Westonov) I-25, I-76
 nultočka II-60
 nuzotpor (poredni otpor) I-149

odslikavanje (zrcaljenje) I-105, II-308
 Oe (ersted) I-15, I-225
 ogrnuti transformatori II-157
 Ohmov zakon I-116, I-139, II-28, II-43
 omjeri pojačavanja: P II-122, II-319, II-337;
 P_1 II-322, II-337; P_N II-122, II-322, II-337
 orijentirani transformatorski limovi II-112
 oscilografi: elektromagnetski I-232, katodni
 I-228, I-144, I-276
 osnovne jednadžbe elektromagnetskoga polja:
 prva I-220, druga I-250
 otkloni katodnih zraka I-226
 otpor isijavanja antenskog kruga II-310
 otpori uopće I-120, I-123, specifički I-123,
 I-130, uzemljenja I-164, kod izmjeničnih
 struja II-25, II-43
 otpornost ili rezistivnost (električka) I-130
 Ω (om) I-15, I-128, I-129

paljba (paljbena anoda) II-289
 paralelni rad: istosmjernih generatora I-157,
 I-341, transformatora II-181, sinhronih stro-
 jeva II-211
 Peltierov pojav I-119
 pentoda II-317
 Planckova konstanta I-31
 permeabilnost I-256
 permanentni magneti I-283
 Petersenov svitak II-79
 Poissonova jednadžba I-83
 pojačavanja: transduktorima II-118, triodama
 II-319, transistorima II-334
 pokretači: uz istosmjerne motore I-349, uz
 indukcione motore II-231
 pokusi kratkog spoja i praznog hoda: kod trans-
 formatora II-152, II-173, kod indukcionih
 motora II-242
 polarizacija: dielektrikuma I-91, elektrolitička
 I-186, magnetska I-261
 polifazni sustavi II-56
 polja: izvorna I-67, vrtložna I-206
 polja: elektrostatska I-36, elektrodinamska I-251,
 strujna I-162, magnetska I-200
 polje ravne elektrizirane plohe I-65
 pomak neutralne zone I-330
 pomoćni polovi I-334
 popravljjanje faktora snage II-215, II-216
 potencijali (električki) I-69, I-75
 Poyntingov vektor II-312
 pozitron I-21
 prazni ili jalovi otpor (reaktancija) II-25
 prazna vodljiva vrijednost (susceptancija) II-25
 predotpor (serijski otpor) I-147
 prefiksi uz jedinice I-52
 preklopne prigušnice II-115, II-297
 prenos energije (gubici) I-180
 pretvarači: motorgeneratori II-269, jednoarma-
 turni II-270, kaskadni II-277
 pretvorbe trokut-zvjezdā I-160, II-45
 prividna vodljiva vrijednost (admitancija) II-25
 prividni otpor (impedancija) II-25

prohvat triode II-319
 proton I-26, I-29
 protu-EMS I-140, I-191, I-314, II-214
 Pupinovi svici II-101

radiovalovi II-304
 radna vodljiva vrijednost (konduktancija) II-25
 radni otpor (resistancija) II-25
 radnja struje I-166
 rasvjetne veličine i jedinice I-172
 reakcija armature I-330, II-199, II-208
 reakcija u radiotehnici II-323, II-328
 reaktancija: v. prazni (jalovi) otpor
 reducirane veličine II-147, II-171
 regulacija transformatora II-177
 reguliranje brzine motora I-250, II-237, II-260
 rektifikacija: v. detekcija
 reluktancija: v. magnetski otpor
 rentgenske cijevi I-166
 rentgenske zrake: I-32, I-167, II-304
 repulzioni motori II-253, II-260, II-261
 resonancija II-30, II-32, II-101, II-314
 resonantna radnja I-32
 rezistancija: v. radni otpor
 Richardsonova formula II-280
 R-L-C-krug II-27, II-43
 rotirajući tok: 3-fazni II-200, 2-fazni II-207
 rot-operacija I-81
 rotor II-191

S (simens) I-15, I-129
 samoindukcija I-289
 samoinduktivitet I-291, I-296
 samouzbuđivanje triode II-323
 sastavljanje izmjeničnih veličina: računsko
 II-19, vektorsko II-21, po simboličkoj me-
 todi II-40
 Scottov transformator II-163
 shunt: v. nuzotpor (poredni otpor)
 sijalice v. svjetiljke
 sile na naboje u električkom polju I-38
 silnice: električke I-43, magnetske I-203
 simbolička metoda II-37
 simetrična i nesimetrična opterećivanja tro-
 faznih sustava II-69
 sinhrona impedancija II-318
 sinhrona reaktancija II-318
 sinhroni generatori II-191
 sinhroni motori II-212
 sinhronizacioni moment (sinhronizaciona sila)
 II-218
 sinhronizacioni spojevi II-211
 skalari I-69
 skin-efekt I-254
 sklopka zvijezda-trokut II-236
 snaga ili učin istosmjerne struje: I-166
 snaga izmjenične struje: II-16, II-49, II-65,
 II-96
 spajanje elemenata I-155
 starteri (za fluorescentne svjetiljke) I-177
 stator II-191

stepen vrsnoće akumulatora I-192
 stepeni vezanja k i m I-299
 stepeni djelovanja I-192, I-354, II-174, II-247, II-282, II-292, II-311
 strmina triode II-319
 stroboskopska metoda II-229
 struje: provodne I-90, I-116, pomaćne I-90, I-93
 struje od nesinusoidnih napona II-98
 strujna toplina I-168
 supravodljivost I-134
 susceptancija: v. prazna vodlj. vrijednost
 sustav triju vodiča I-157, I-181
 svitak u željezom II-103
 svitak u magnetskom polju I-231
 svjetiljke: sijalice I-170, s ugljenim lukom I-178, s parama i plinovima I-176, fluorescentne I-177, sa živinim lukom I-179

štedni transformatori II-162
 šiljci I-79

T (tesla) ili Vs/m^2 I-14, I-225
 temperaturni koeficijent otpora I-131
 teorija kvanta I-31
 termoelementi I-117
 Teslin rotirajući magn. tok: v. rotirajući tok
 tetivni faktor II-198, II-264
 tetroda II-317
 Théveninov teorem I-159
 Thomsonova formula I-315
 Thomsonov dvostruki most I-151, I-162
 tinjava izbijanja I-79, I-125
 tiratron II-293
 tjemeni faktor II-14
 tok dielektr. pomaka I-55
 tok magnetske indukcije I-224
 tok svjetlosti I-172
 tok vektora I-53
 totalni prividni otpor (totalna impedancija) transformatora II-173
 transduktori II-111
 transfiguracija trokut-zvijezda I-160, II-45
 transistori II-331
 transformacije sa 3 na 6 i 12 faza II-164
 transformatori: bez željeza II-139, sa željezom II-156
 titrajni krugovi I-301, II-314
 trioda: uopće II-317, pojačalo II-320, oscilator II-323, detektor II-326
 trofazni transformator: jezgre II-157, spojevi II-158
 trokutni spoj II-63

učin: v. snaga
 učinci prostornog naboja I-127, II-280
 udari: strujni I-147, naponski I-248
 $U-I$ -metoda I-149
 uljni transformatori II-160

unipolarni stroj I-334
 unutarnji otpor triode II-319
 usmjerivači: sa živom I-179, II-288, elektrolitički I-194, poluvodički (suhi) II-285, visokovakuumski II-279, s plinovima i parama II-284
 uzbuđeni atomi I-30
 uzbuđenja sinhronog motora II-215
 uzbudne anode II-289
 uzdušni transformator: v. tr. bez željeza

V (volt) I-13, I-52, I-129, I-241
 $V-A-s-m$ i $V-A-s-cm$ -sustav I-13, I-52, I-129
 VAs/cm ($V-A-s-cm$ -jedinica sile) I-15, I-52
 V/m odn. V/cm (volt po metru odn. centimetru) I-76, II-307
 vakuum kao izolator I-19
 valna duljina II-301
 val nosilac II-313
 valovi uopće: ravni II-300, kuglasti II-302
 valovi (elektromagnetski) II-288, II-299, II-303
 vatmetri: uopće I-234, korekcije I-235
 vektordiagrami: naponski II-53, II-151, strujni II-54, II-154, II-241
 vektori I-37
 vektorpotencijal I-213
 vektorske operacije: grad I-74, div I-67, rot I-85, div grad I-83, rot rot I-83, I-114 (vj. 9)
 vektorski produkt: unutarnji (skalarni) I-54, vanjski (vektorski) I-224
 vježbe (po poglavljima): A) I-113, B) I-195, C) I-306, D) I-357, E) II-125, F) II-185, G) II-264, H) II-297, J) II-339
 visokofrekventne peći I-253
 visokofrekventne struje II-314
 vodljivost (konduktivnost) I-129
 voltmetri (mjerila kulona) I-185
 voltmetri I-79, I-144, I-147
 Vs (voltsekunda) I-15, I-225
 Vs/m^2 odn. Vs/cm^2 (volt po kvadratnom metru odn. centimetru) I-15, I-224
 vremenska konstanta: kruga sa C i R I-153, kruga sa L i R I-301, ugrijavanja (transformatora) II-185
 vrtložne struje I-245, I-253
 V -spoj transformatora II-164

W (vat) I-15, I-170
 Warburgov stavak I-268
 Wb (veber): v. Vs (voltsekunda)
 Westonov normalni element I-76
 Wheatstoneovi mostovi: istosmj. struje I-150, I-162, izmj. struje II-49
 Wilsonova komorica I-23
 Ws (vatsekunda, džul) I-15, I-26, I-170

X -zrake: v. rentgenske zrake

zakon el.-magn. indukcije I-243, I-244
 zakon protjecanja I-211, I-275
 zakon superpozicije I-158
 zakretni transformator II-221
 zasitljive prigušnice II-111
 zaslanjanje: elektrostatsko I-39, magnetsko
 I-288, vrtložnim strujama I-255

zemni spojevi: otpor uzemljenja I-164, tro-
 faznih sustava II-78
 zonski faktor II-196 (v. i II-264, vj. 233)
 zvjezdani spoj II-59

žarulje (sijalice): v. svjetiljke

ISPRAVCI UZ KNJIGU PRVU I KNJIGU DRUGU

(Oznake stranica kao u Indeksu; + 20 i — 11 čitaj redak 20 odozgo i 11 odozdo; → = popravi u)

I-138/+3: atoma → elektrona
 I-159/—6: spo → spoja
 I-210/—2: linijje → linije
 I-222/+20: za → na
 I-225/—6: 1600 → 1200
 I-281/—25: 107 cm → 107 cm²
 I-290/—13: $\mathcal{B}\mathcal{H}$ → $\mathcal{B}/\mathcal{H}$

I-353/—8: u prve → u desne
 I-353/—7: u druge → u lijeve
 II-21/+2: ekcija → jekcija
 II-81/—11: izvučeno → crtkano
 II-139/+1: F → F)
 II-199/—18: $\cos \varphi_2$ → $\cos \varphi_2$
 II-312/—10: (309g) → (390g)

Znak: 147/II-Sv

Izdanje:

Prof. Dr. Josip Lončar

OSNOVI ELEKTROTEHNIKE

Knjiga druga

Četvrto izdanje

Izdavač:

»Tehnička knjiga«

Zagreb, Jurišićeva 10

Za izdavača odgovara:

Kuzman Ražnjević

Urednik:

Ing. Vladislav Šarić

Korigirao:

Ing. Franjo Vešligaj

Tisak:

Grafički zavod Hrvatske

Tisak dovršen:

travnja 1958.