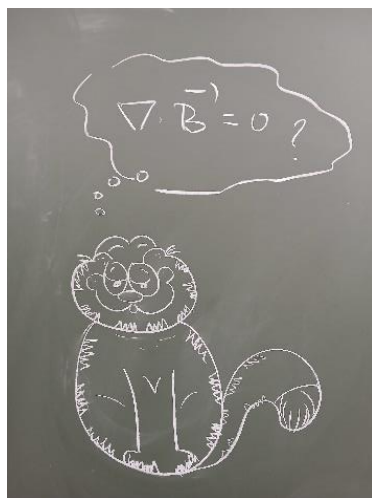


Od klasičnog do kvantnog inženjerskog elektromagnetizma



Dragan Poljak, Mirko Jakić
Sveučilište u Splitu, FESB, FFST



Uvod

- **Klasična fizika** - opservabilna fizikalna veličina je mjerljiva i predstavlja determinističku varijablu
- **Kvantna fizika** – opservabla je slučajna varijabla predočena statističkim momentima.
- Kvantne opservable nužno je predočiti kvantnim operatorom uparenim s vektorom stanja.
- Njihov zapis daje se u vidu bekonačno dimenzionalne matrice i vektora.
- **Kvantni operator** ponaša se kao *vektor stanja* koji definira stanje kvantnog sustava.



Uvod

- Tek odnedavno kvantna fizika, a posebno **kvantni elektromagnetizam**, postaju discipline od sve većeg interesa za inženjere.
- Čitavo stoljeće nakon ustoličenja kvantne mehanike postoje značajne dvojbe oko interpretacije kvantne teorije.
- I danas je uglavnom dominantna tzv. **kopenhagenska interpretacija** (*Shut up and calculate!*) - kvantno stanje sustava nije određeno dok ne nastupi mjerenje.



Uvod

- Po Einsteinu je, pak, *kvantno stanje* određeno prije provedbe mjerenja, a kvantni teorijski okvir, stoga do kraja svog života, smatra nepotpunim.

Meni izgleda izvjesno da je fundamentalno statistički karakter teorije jednostavno posljedica nepotpunosti opisa.

Albert Einstein

- U ovom radu razmatra se jednostavan, uvelike intuitivan, prijelaz s klasičnog na kvantni elektromagnetizam po principu homomorfizma Maxwellovih jednadžbi.
- Daju se usporedbe u pojmovima klasične i kvantne fizike te neki filozofski aspekti.



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- *Kvantna fizika*, za razliku od klasične, nema čvrsta uporišta u pojmovima *realizma* i *lokalnosti*.
- *Klasična fizika* - pod realizmom se podrazumijeva stanovište da čestica ima inherentna svojstva koja se ne mijenjaju uslijed postupka mjerenja ili opservacija.
- *Lokalnost* - bilo kakvo djelovanje ne može se ostvariti brzinom većom od brzine svjetlosti.

... ukoliko ste realist, morate vjerovati da je kvantna mehanika pogrešna.

Lee Smolin



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- Gotovo u maniri Witgensteina kvantna fizika nam ne omogućava da govorimo o fenomenima koje ne možemo, makar u principu, opažati.
- Štoviše, otklanja se čak i mogućnost poimanja tih fenomena.
- Dakle, funkcija ove teorije nije opis realnosti već puko postavljanje statističkih korelacija između opažanja.

Ja sam uvjeren da je teorijska fizika zapravo filozofija.

Max Born



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- U kvantnoj fizici nema vizualnog modela pojave.
- Pod modelom se u prirodnim i tehničkim znanostima podrazumjeva mentalna predodžba koja se koristi za opis događaja u stvarnom svijetu.
- Različiti modeli, mada različite razine točnosti, uvijek predstavljaju grubi, manjkavi, približni model neke prirodne pojave.

Svi modeli su pogrešni, ali neki su korisni.

George E.P. Box



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- Kvantna teorija umjesto fizikalne slike koristi matematičku apstrakciju pa bi je se čak moglo okarakterizirati prije kao „*kvantnu matematiku*“ nego kao *kvantnu fiziku*.
- U kvantnoj fizici stanje kvantnog sustava je neodređeno dok se nad njim ne provede postupak mjerenja.
- Kvantno stanje - prezentacija svega što je moguće znati o nekom kvantnom objektu, a omogućava proračun vjerojatnosti za fundamentalno slučajne ishode u izabranoj shemi mjerenja.



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- Kvantni sustav je u superpoziciji višestrukih stanja prije provedbe mjerenja.
- Mjerenje određuje stanje u kojem se kvantni sustav nalazi, tj. postupkom mjerenja superpozicija višestrukih stanja sustava kolapsira u jedno stanje, ono koje proizlazi iz mjerenja (*kolaps valne funkcije*).
- Valna funkcija - prostorno-vremenska evolucija mogućih kvantnih ishoda povezanih s kvantnom česticom.



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- Valna funkcija ne predstavlja direktno kvantnu česticu već prije *informaciju* (u vidu mogućih kvantnih događaja) koja se koristi za predviđanja ishoda mjerenja provedenih na čestici.
- Kvantna čestica kojoj se pridjeljuje odgovarajuća valna funkcija nema određeni položaj u prostoru i može se nalaziti u bilo kojoj točki prostora u kojoj je amplituda valne funkcije različita od nule.



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- Opservacija mijenja valnu funkciju na diskontinuirani način, pošto se od svih mogućih ishoda izabire jedan.
- Drugim riječima, prijelaz iz mogućeg u aktualno događa se prilikom opserviranja.
- Dakle, za razliku od klasične fizike kod koje je pozicija čestice poznata u svakom trenutku, u kvantnoj je teoriji čestica u linearnoj superpoziciji stanja prije mjerenja.
- Čin mjerenja uzrokuje *kolaps valne funkcije*, odnosno čestica se trenutno nađe u jednom stanju.



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- Još jedan bitan pojam kvantne fizike ne postoji u klasičnoj fizici, a naziva se *kvantna spregnutost* ili *kvantna isprepletenost* (eng. quantum entanglement).
- U trenutku mjerenja obavljenog na jednom od dva fotona polarizacija drugog (koja mora biti obrnuta od prvog) je trenutno poznata, neovisno o međusobnoj udaljenosti dva fotona.
- Ovaj fenomen je ilustracija nelokalnog karaktera kvantne superpozicije.



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- **Klasična fizika** - jasna distinkcija između pojma čestice i vala u
- **Kvantna fizika** - *valno-čestični dualizam*.
- Dualnost val-čestica ilustrira se kod eksperimenta prolaska fotona kroz prepreku s dva proreza.
- Kvantna čestica ponaša se kao val kad ju se ne opservira, a kao čestica kad ju se promatra, pošto čin opservacije (mjerjenja) uzrokuje kolaps valne funkcije u točno određenoj lokaciji.

Ne gledaj: val, gledaj: čestica.

Jim Holt



Usporedbe klasične i kvantne fizike

- Što se događa prilikom mjerenja kvantnog sustava? Je li moguće, makar u principu, znati što se događa s česticom kad je se ne promatra?
- *Problem mjerenja* - što se podrazumijeva pod mjerenjem?.
- Mjerenjem kvantnog sustava uzrokuje se slučajni kolaps višestrukih mogućih stanja sustava u jedno definitivno stanje.
- U matematičkom smislu postoji jasna distinkcija između kontinuiranih vremenski simetričnih kvantno-mehaničkih jednažbi gibanja i diskontinuiranog vremenski-asimetričnog procesa mjerenja.



Klasične Maxwellove jednačbe

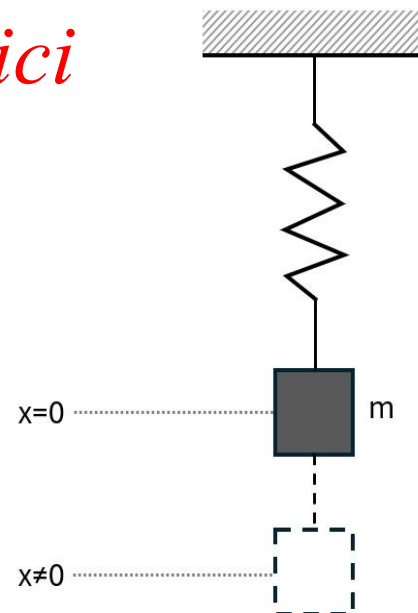
- Klasične Maxwellove jednačbe dadu se izvesti iz Hamiltonove teorije, odnosno iz funkcionala elektromagnetske energije.
- Prilikom prelaska s klasičnog na kvantni elektromagnetizam uputno je koristiti se analogijama koje postoje između klasične mehanike i klasičnog elektromagnetizma.



Klasične Maxwellove jednačbe

Harmonijski oscilator u mehanici

- Tipični harmonijski oscilator u klasičnoj mehanici je sustav žičane opruge konstantne krutosti k i krutog tijela mase m .



Klasični harmonijski oscilator u mehanici –
čvrsto tijelo mase obješeno o oprugu krutosti k



Klasične Maxwellove jednačbe

Sila naprezanja F opruge prema Hooke-ovom zakonu je:

$$F = -kx \quad (1)$$

gdje je k konstanta krutosti, a x pomak u odnosu na stanje mirovanja opruge. S obzirom da je sila negativni gradijent potencijalne energije W , za jednodimenzionalni slučaj može se pisati

$$F = -\frac{dW}{dx} \quad (2)$$

pa dalje jednostavno slijedi

$$\frac{dW}{dx} = kx \quad (3)$$



Klasične Maxwellove jednačbe

Nadalje, rad A se može dobiti kao razlika potencijalnih energija u početnoj i krajnjoj točki odnosno vrijedi

$$A = - \int_{W_{pot}}^{W_{kon}} dW = W_{pot} - W_{kon} \quad (4)$$

Iz relacije (3) i (4) slijedi

$$A = - \int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{k}{2} (x_1^2 - x_2^2) \quad (5)$$

gdje su x_1 početni polazaj opruge i x_2 ravnotežno položaj.



Klasične Maxwellove jednađžbe

Ako se izabere da je ravnotežni položaj $x_2=0$ onda je općenito potencijalna energija opruge

$$W_{pot} = \frac{k}{2} x^2$$

Jednađžba gibanja za klasični harmonijski oscilator je oblika

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0 \quad (7)$$

gdje je kružna frekvencija:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (8)$$

Rješenje diferencijalne jednađžbe uz početni uvjet $x(0)=X_0$ je:

$$x(t) = X_0 \cos(\omega_0 t + \phi) \quad (9)$$



Klasične Maxwellove jednadžbe

Energija klasičnog oscilatora, odnosno Hamiltonian H se može napisati kao suma potencijalne i kinetičke energije; W_{pot} i W_{kin} .

$$H = W_{kin}(x) + W_{pot}(x) \quad (10)$$

gdje je kinetička energija

$$W_{kin}(x) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (11)$$

a potencijalna energija je dana izrazom (6).



Klasične Maxwellove jednačbe

Sada, prelaskom na notaciju preko impulsa (količine gibanja) p i položaja q :

$$p = mv = m\dot{x} = m\dot{q} \quad (12)$$

gdje točka iznad q ukazuje na derivaciju dane veličine po vremenu, slijedi

$$H = \frac{p(t)^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2 q(t)^2 \quad (13)$$

Nadalje, ukupna energija oscilatora je onda:

$$H = \frac{1}{2}m\omega_0^2 X_0^2 \quad (14)$$

pri čemo, u skladu s konceptom klasične fizike, amplituda X_0 može poprimiti proizvoljnu, odnosno kontinuiranu vrijednost.



Klasične Maxwellove jednačbe

Elektromagnetsko polje u rezonatoru

Elektromagnetski ekvivalent mehaničkog harmonijskog oscilatora je elektromagnetsko polje u šupljini (rezonatoru). Ovaj problem daje se opisati skupom, Maxwellovih jednačbi za područje bez izvora:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (15)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (16)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (17)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (18)$$

gdje je E električno polje, a B magnetska indukcija.



Klasične Maxwellove jednađžbe

Za jednodimenzionalnu šupljinu uzduž osi z od $z=0$ do $z=L$ uz idealne električno zidove, pretpostavljena je polarizacija električnog polja E uzduž osi x , a magnetsko polje B je uzduž osi y , tj, vrijedi:

$$\vec{E} = E_x \vec{e}_x \quad (19)$$

$$\vec{B} = B_y \vec{e}_y \quad (20)$$

Rubni uvjeti su dakle:

$$E_x(z = 0) = E_x(z = L) = 0 \quad (21)$$

Iz dvije rotorske Maxwellove jednađžbe (15) i (16) lako je dobiti valnu jednađžbu za električno, odnosno magnetsko polje.



Klasične Maxwellove jednačbe

Primjenom operatora rotacije na (15) uz kombiniranje s relacijom (16) slijedi

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (22)$$

S obzirom da vrijedi:

$$\nabla^2 \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla \times \nabla \times \vec{E} \quad (23)$$

uz (17) jednačba (22) postaje:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (24)$$



Klasične Maxwellove jednađžbe

Za jednodimenzionalni slučaj uz danu polarizaciju električnog polja (19), valna jednađžba (24) prelazi u jednostavniji oblik

$$\frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial z^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E_x(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (25)$$

Valna jednađžba (25) standardno se rješava primjenom separacije varijabli pa se rješenje parcijalne diferencijalne jednađžbe (25) dađe napisati

$$E_x(z, t) = E(z)p(t) \quad (26)$$

Sada parcijalna diferencijalna jednađžba (25) poprima oblik:

$$\frac{1}{E(z)} \frac{\partial^2 E(z)}{\partial z^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{1}{p(t)} \frac{\partial^2 p(t)}{\partial t^2} = 0 \quad (27)$$



Klasične Maxwellove jednačbe

odnosno razbija se na dvije linearno nezavisne obične diferencijalne jednačbe

$$\frac{1}{E(z)} \frac{d^2 E(z)}{dz^2} = -k^2 \quad (28)$$

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{1}{p(t)} \frac{d^2 p(t)}{dt^2} = -\beta^2 \quad (29)$$

pri čemu onda vrijedi:

$$-k^2 + \beta^2 = 0 \quad (30)$$



Klasične Maxwellove jednačbe

Nadalje, opće rješenje jednodimenzionalne Helmholtzove diferencijalne jednačbe

$$\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + k^2 E(z) = 0 \quad (31)$$

je oblika

$$E(z) = C \sin k z + D \cos k z \quad (32)$$

Rubni uvjeti daju: $D=0$ i $\sin k L = 0$, odnosno slijedi: $kL = m\pi$ pa je

$$E_m(z) = C \sin \frac{m\pi}{L} z \quad (33)$$

Konačno, primjena ortogonalnosti [3]



Klasične Maxwellove jednačbe

Nadalje, opće rješenje jednodimenzionalne Helmholtzove diferencijalne jednačbe

$$\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + k^2 E(z) = 0 \quad (31)$$

je oblika

$$E(z) = C \sin k z + D \cos k z \quad (32)$$

Rubni uvjeti daju: $D=0$ i $\sin k L = 0$, odnosno slijedi: $kL = m\pi$ pa je

$$E_m(z) = C \sin \frac{m\pi}{L} z \quad (33)$$



Klasične Maxwellove jednačbe

$$\int_0^L E_m(z) E_n(z) dz = \delta_{mn} \quad (34)$$

gdje je δ_{mn} Kroneckerov simbol, daje

$$C^2 \int_0^L \sin^2 \frac{n\pi}{L} z \cdot dz = 1 \quad (35)$$

Dalje je

$$C^2 \cdot \frac{1}{2} \int_0^L \left(1 - \cos \frac{2n\pi}{L} z\right) dz = 1 \quad (36)$$

odakle jednostavno slijedi

$$C^2 = \frac{2}{L} \quad (37)$$

pa se konačno dobije:

$$E_k(z) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin k z, \quad k = k_m = \frac{m\pi}{L} \quad (38)$$

Klasične Maxwellove jednadžbe

gdje k predstavlja indeks moda pa se onda može pisati [3]

$$E_k(z, t) = -\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0}} p(t) E_k(z) \quad (39)$$

$$B_k(z, t) = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0}} q(t) \frac{\partial}{\partial z} E_k(z) \quad (40)$$

pri čemu je

$$p(t) = \dot{q}(t) \quad (41)$$



Klasične Maxwellove jednačbe

Odgovarajući Hamiltonia za dani problem je oblika:

$$H_k = \frac{1}{2} \int_0^L \left[\varepsilon_0 E_k^2(z, t) + \frac{1}{\mu_0} B_k^2(z, t) \right] \cdot dz = \frac{1}{2} [p_k^2(t) + \omega_k^2 q_k^2(t)] \quad (42)$$

gdje je

$$\omega_k = \frac{k}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad (43)$$

Očito je da je mod elektromagnetske šupljine ekvivalentan klasičnom oscilatoru jedinične mase.



Kvantne Maxwellove jednađžbe

- Kvantne Maxwellove jednađžbe mogu se dobiti postupno.
- Prvo se provodi kvantizacija harmonijskog oscilatora, a potom se po analogiji na klasične provodi prijelaz na operatorske Maxwellove jednađžbe.



Kvantne Maxwellove jednadžbe

3.1 Kvantizacija harmoničkog oscilatora

U svrhu prelaska s klasičnog na kvantnomehanički Hamiltonian provodi se kanonska kvantizacija, tj. veličine koje se pojavljuju u klasičnim jednadžbama zamjenjuju se kvantno-mehaničkim operatorima.

Dakle, klasični moment $p(t)$ i položaj $q(t)$ postaju operatori za moment $\hat{p}(t)$ i kanonski položaj $\hat{q}(t)$ pa relacija (13) postaje

$$H = \frac{\hat{p}(t)^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_0^2\hat{q}(t)^2 \quad (44)$$

Pošto su opservable u kvantnoj fizici opisane operatorima zamjenjivost (komutabilnost) ovih operatora je od iznimnog značaja.

Komutator dva operatora je oblika

$$[\hat{q}, \hat{p}] = \hat{q}\hat{p} - \hat{p}\hat{q} = i\hbar\hat{I} \quad (45)$$

gdje je $\hbar$ reducirana Planckova konstanta, a $\hat{I}$ operator identiteta.



Kvantne Maxwellove jednadžbe

Nadalje, kvantni operatori električnog i magnetskog polja su [3]:

$$\hat{E}_k(z, t) = -\sqrt{\frac{1}{\epsilon_0}} \hat{p}(t) E_k(z) \quad (46)$$

$$\hat{B}_k(z, t) = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0}} \hat{q}(t) \frac{\partial}{\partial z} E_k(z) \quad (47)$$

Vrijedi istaknuti da su $\hat{p}$ i $\hat{q}$ Hermitski operatori i odgovaraju opservabilnim veličinama.

Dok energija klasičnog harmonijskog oscilatora kontinuirana veličina u slučaju kvantnog harmoničkog oscilatora svojstvene (vlastite) funkcije energije, koje su Hermiteovi polinomi, i svojstvene vrijednosti energije su diskretne, odnosno vrijedi [3]

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_0 \quad (48)$$



Kvantne Maxwellove jednadžbe

Najniža moguća energija je onda stanje vakuum [3]

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \quad (49)$$

i evidentno je različita od nule što nije slučaj kod klasičnog oscilatora. Ova energija nulte točke proizlazi iz nekomutativnosti operatora $\hat{p}$ i $\hat{q}$. Za klasični oscilator u odsutnosti fotona elektromagnetsko polje ima nultu energiju $E_n=0$. Za kvantni slučaj ovakva situacija odgovarala bi stanju $q=0, p=0$ koje nije dozvoljeno *principom neodređenosti* koji odgovara nekomutativnim operatorima. Dakle, stanje vakuum je nužno za očuvanje komutatora i samo dosljednosti kvantne fizike.



Kvantne Maxwellove jednađžbe

3.2 Operatorske Maxwellove jednađžbe

Operatorske Maxwellove jednađžbe za područje bez izvora, po principu homomorfizma (analogije) s klasičnim slučajem, su oblika [2]:

$$\nabla \times \hat{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \hat{\mathbf{B}}}{\partial t} \quad (50)$$

$$\nabla \times \hat{\mathbf{B}} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial t} \quad (51)$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{E}} = 0 \quad (52)$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{B}} = 0 \quad (53)$$

U ovoj notaciji klasična polja postaju operatori polja, dakle radi se o kvantnim operatorima koji su definirani u svakoj prostorno-vremenskoj točki. Naravno, u slučajevima kad je valna duljina elektromagnetskog polja puno veća od dimenzija atoma može se koristiti makroskopska (klasična) elektromagnetska teorija.



Kvantne Maxwellove jednađžbe

3.2 Operatorske Maxwellove jednađžbe

Operatorske Maxwellove jednađžbe za područje bez izvora, po principu homomorfizma (analogije) s klasičnim slučajem, su oblika [2]:

$$\nabla \times \hat{\mathbf{E}} = -\frac{\partial \hat{\mathbf{B}}}{\partial t} \quad (50)$$

$$\nabla \times \hat{\mathbf{B}} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial t} \quad (51)$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{E}} = 0 \quad (52)$$

$$\nabla \cdot \hat{\mathbf{B}} = 0 \quad (53)$$

U ovoj notaciji klasična polja postaju operatori polja, dakle radi se o kvantnim operatorima koji su definirani u svakoj prostorno-vremenskoj točki. Naravno, u slučajevima kad je valna duljina elektromagnetskog polja puno veća od dimenzija atoma može se koristiti makroskopska (klasična) elektromagnetska teorija.



Kvantne Maxwellove jednadžbe

Uz set Maxwellovih jednadžbi (50) – (53) potrebno je riješiti i operatorsku Schrödingerovu jednadžbu oblika

$$\widehat{H}|\psi\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle \quad (54)$$

kojom je određena vremenska evolucija *kvantnog stanja* $|\psi\rangle$ potrebna da bi se potpuno karakteriziralo kvantni sustav [2], pri čemu je operator u Hilbertovom prostoru $\widehat{H}$ Hamiltonian koji odgovara sustavu Maxwellovih jednadžbi (50) – (53).

Kvantno stanje $|\psi\rangle$ je veličina koja potpuno opisuje stanje kvantnog sustava i predstavlja alternativu valnoj funkciji ψ koja u skladu s prvim postulatom kvantne mehanike potpuno opisuje stanje razmatranog kvantnog sustava.



Neki filozofski apsekti

- Ako je logička uzročno-posljedična veza dio urođene nam racionalne strukture koju u spoznajnom smislu uspješno primjenjujemo u objašnjenju fenomena u okviru klasične fizike, *onda svojevrсна neodlučivost primjene ove veze na primjene u modelima objašnjenja kvantne fizike nužno izaziva filozofsko pitanje o mogućim *granicama naše spoznaje.**



Neki filozofski apsekti

- Spoznajna uspješnost logičko-matematičke strukture primjenjene u klasičnoj fizici navodi na misao o odlučivosti o istinitosti pri istraživanju univerzuma.
- Dvojbenost objašnjenja kvantnih fenomena navodi nas, s druge strane, na misao o spoznajnoj istinosnoj neodlučivosti.



Neki filozofski apsekti

- Postavlja se pitanje imamo li uopće pravu predodžbu što realni svijet zapravo jest?
- Filozofski gledano znanost zasigurno ni blizu nije dovršen projekt uma te filozofija svakako ostaje kritička potraga za istinom.
- No, isto tako je i filozofiji nužna potkrijepa fizikalnih činjenica kako ne bi otklizala u spekulativnost, uključivo i u mogući matematički oblik spekulativnosti.



Zaključna razmatranja

- U radu je dan prikaz osnovnih jednadžbi kvantnog elektromagnetizma na temelju analogije s klasičnom elektromagnetskom teorijom polazeći od harmonijskog oscilatora u mehanici.
- Razmatra se usporedba klasične i kvantne fizike te neki filozofski aspekti.
- U radu se navodi kako je valna funkcija čestice matematički opis povezan s vjerojatnošću nalaženja čestice na određenom mjestu u određenom vremenu.



Zaključna razmatranja

- Ističe kako, za razliku od klasične fizike, kvantna fizika ne omogućava vizualni model događaja.
- Također, razmatraju se pitanja valno-čestičnog dualizma, kvantne isprepletenosti te problem mjerenja.
- Hamiltonian za kvantna elektromagnetska polja i kvantne Maxwellove jednadžbe dani su po analogiji na klasični slučaj zamjenom klasičnih polja s kvantnim operatorima.



Hvala na pozornosti!

- Dragan Poljak,
Sveučilište u Splitu,
FESB,
dpoljak@fesb.hr
- Mirko Jakić Sveučilište u
Splitu, FFST,
mirko.jakic@st.t-com.hr

