

Analitička i numerička rješenja kao pedagoški alati

Darko Fischer, Ferit, Osijek (umirovljenik)

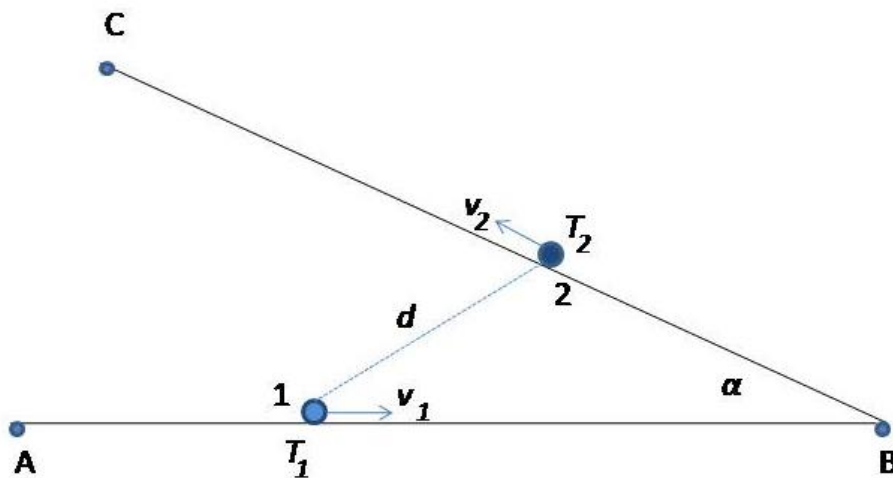


Teme

- Najmanja udaljenost
- Progonitelj i proganjeni
- Saonice u polarnom krugu
- Kazaljke na satu



Najmanja udaljenost d



11.

SIMPOZIJ

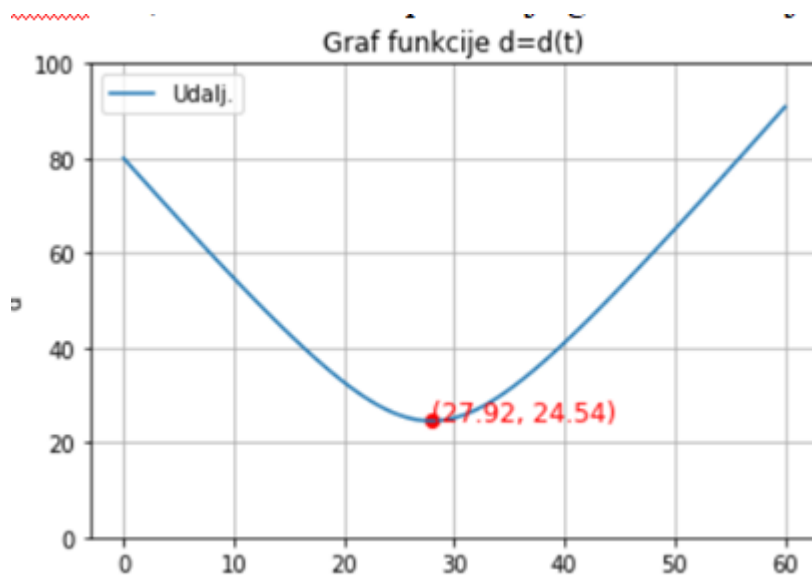
POVIJEST I FILOZOFIJA TEHNIKE

ZAGREB, 14.-15. LIPNJA 2023.



Najmanja udaljenost d , rješenja

a) Analitičko rješenje



b) Numeričko rješenje

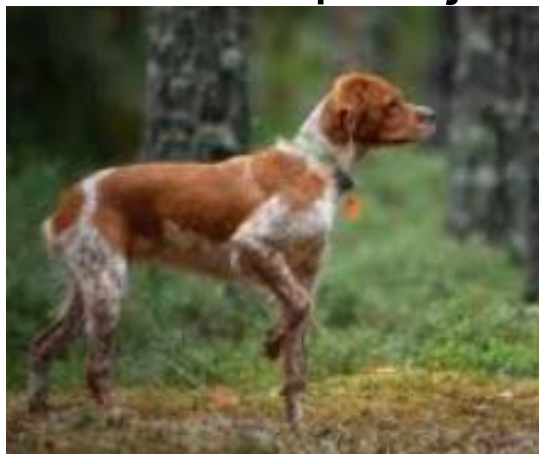
$t[\text{min}]$	$x1[\text{km}]$	$x2[\text{km}]$	$y2[\text{km}]$	Udalj.[km]
0	0.000	80.000	0.000	80.000
1	1.667	79.071	0.836	77.409
2	3.333	78.142	1.673	74.828
3	5.000	77.213	2.509	72.257
4	6.667	76.284	3.346	69.698
24	40.000	57.706	20.074	26.767
25	41.667	56.777	20.910	25.798
26	43.333	55.848	21.747	25.090
27	45.000	54.919	22.583	24.665
28	46.667	53.990	23.420	24.538
29	48.333	53.061	24.256	24.712
30	50.000	52.132	25.092	25.183

Progonitelj i proganjani

Pas lovi lisicu: početni razmak $d=50$ psećjih koraka

Dok pas napravi pet koraka lisica napravi šest koraka

Četiri pseća koraka velika su kao pet lisičjih



Brzina psa $v_p=5$



Brzina lisice $v_l=6 \times 4/5=24/5$

Razlika brzina $dv=1/5$

Koraci psa $dp=d/(v_p-v_l)=1250$ psećjih koraka

Pas lovi lisicu: konstantne brzine

Red. br.	Koraci psa (vrijeme)	Brzina psa	Put psa	Brzina lisice	Put lisice	Lisica uhvaćena
0	0	5	0	4.8	0	ne
1	25	5	125	4.8	120	ne
2	50	5	250	4.8	240	ne
3	75	5	375	4.8	360	ne
4	100	5	500	4.8	480	ne
5	125	5	625	4.8	600	ne
6	150	5	750	4.8	720	ne
7	175	5	875	4.8	840	ne
8	200	5	1000	4.8	960	ne
9	225	5	1125	4.8	1080	ne
10	250	5	1250	4.8	1200	DA

11.

SIMPOZIJ

POVIJEST I FILOZOFIJA TEHNIKE

ZAGREB, 14.-15. LIPNJA 2023.



Pas lovi lisicu: promjenljive brzine

Red. br.	Koraci psa (vrijeme)	Brzina psa	Put psa	Brzina lisice	Put lisice	Lisica uhvaćena
0	0	5	0	4.8	0	ne
1	25	5	125	4.8	120	ne
2	50	5	250	4.8	240	ne
4	100	4.935	493.5	4.752	475.2	ne
5	125	4.935	616.875	4.752	594	ne
6	150	4.935	740.25	4.752	712.8	ne
7	175	4.935	863.625	4.752	831.6	ne
8	200	4.87	974	4.704	940.8	ne
9	225	4.87	1095.75	4.704	1058.4	ne
10	250	4.87	1217.5	4.704	1176	ne
11	275	4.87	1339.25	4.704	1293.6	ne
12	300	4.805	1441.5	4.656	1396.8	ne
13	325	4.805	1561.625	4.656	1513.2	ne
14	350	4.805	1681.75	4.656	1629.6	DA

Saonice u polarnom krugu

Saonice slijede svoju sjenu $\omega = 2\pi/24$ $r = v/\omega$



11.

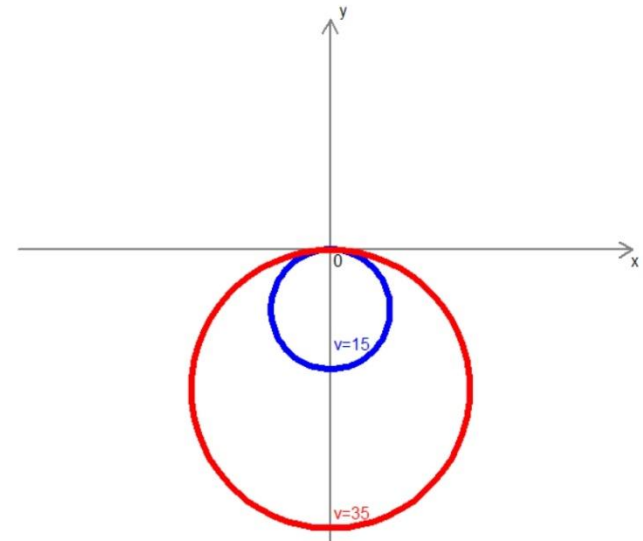
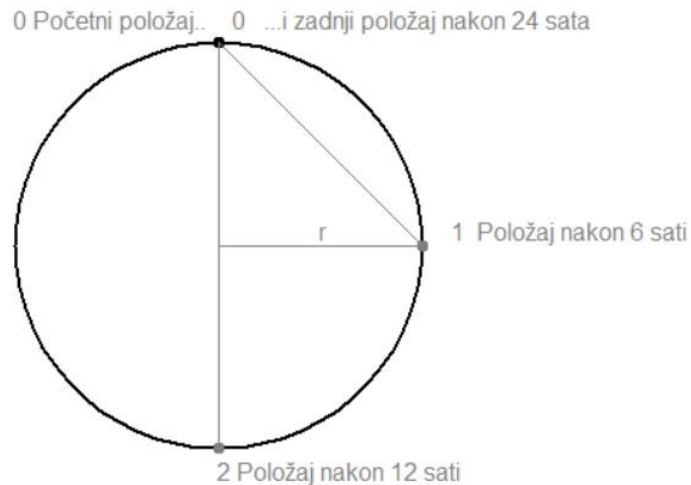
SIMPOZIJ

POVIJEST I FILOZOFIJA TEHNIKE

ZAGREB, 14.-15. LIPNJA 2023.



Putanja saonica i ovisnost o linijskoj brzini v



Putanja saonica, numeričko rješenje

$v=15 \text{ km/h}$

$t [\text{min}]$ $Kut [\text{stup}]$ $x[\text{km}]$ $y[\text{km}]$

0	0.00	0.000	0.000	0.00
1	0.25	0.250	0.000	0.25
2	0.50	0.500	-0.001	0.50
3	0.75	0.750	-0.003	0.75
358	89.50	57.417	-56.671	80.67
359	89.75	57.420	-56.921	80.85
360	90.00	57.421	-57.171	81.03
361	90.25	57.421	-57.421	81.21

$t [\text{min}]$ $Kut [\text{stup}]$ $x[\text{km}]$ $y[\text{km}]$

718	179.50	0.750	-114.588	114.59
719	179.75	0.500	-114.590	114.59
720	180.00	0.250	-114.591	114.59
721	180.25	0.000	-114.591	114.59
722	180.50	-0.250	-114.590	114.59
1437	359.25	-0.750	-0.007	0.75
1438	359.50	-0.500	-0.003	0.50
1439	359.75	-0.250	-0.001	0.25
1440	360.00	0.000	0.000	0.00

Kazaljke na satu



$t=12/11$ sata



11.

SIMPOZIJ

POVIJEST I FILOZOFIJA TEHNIKE

ZAGREB, 14.-15. LIPNJA 2023.



Kazaljke na satu, analitičko rješenje



$$t = (\alpha - 11 \cdot \alpha_{om}) / (11 \cdot \pi/6)$$



Kazaljke na satu numeričko rješenje

Alfa0m	13.84615	[stup.]		
Alfa0v	166.1538	[stup.]		
Traži se	180	[stup.]		
Omega	0.5	[stup./min]		

Vrijeme	<u>Alfam</u>	<u>Alfav</u>	Razlika	<u>Rezul-</u>
[min.]	[stup.]	[stup.]	[stup.]	tat

0.0	13.846	166.152	152.306	Ne
0.1	13.896	166.752	152.856	Ne
0.2	13.946	167.352	153.406	Ne
0.3	13.996	167.952	153.956	Ne
0.4	14.046	168.552	154.506	Ne
0.5	14.096	169.152	155.056	Ne

Vrijeme	<u>Alfam</u>	<u>Alfav</u>	Razlika	<u>Rezul-</u>
[min.]	[stup.]	[stup.]	[stup.]	tat

4.8	16.246	194.954	178.708	Ne
4.9	16.296	195.554	179.258	Ne
5.0	16.346	196.154	179.808	DA
5.1	16.396	196.754	180.358	DA
5.2	16.446	197.354	180.908	Ne
5.3	16.496	197.954	181.458	Ne
5.4	16.546	198.554	182.008	Ne

- Darko Fischer, Ferit Osijek
(umirovljenik)
dfischer1938@gmail.com

