



Babilonska metoda rješavanja zadataka iz analitičke geometrije

Zvonko Benčić¹

Jeste li već čuli za Babilonsku metodu rješavanja zadataka iz analitičke geometrije? Naravno da niste. Metodi me je podučio moj unuk, a ja sam joj samo dao naziv.

Ideja te metode je u pragmatizmu. Na testu je važno dobiti točan rezultat, a nije važan način razmišljanja. "Za crtanje slike u koordinatnom sustavu nemam vremena", bunio se unuk. Začudio sam se. Tako me nisu učili moji učitelji. Učili su me da geometrijske probleme rješavam algebarskim metodama, a da algebarske probleme geometrijski predočujem u koordinatnom sustavu i da ih eventualno rješavam geometrijskim konstrukcijama.

Tu, Babilonsku metodu ilustrirat ću na primjeru rješavanja jednog zadatka u vezi hiperbole. Bit metode je da se riješi zadatak ne crtajući krivulje u koordinatnom sustavu, tj. upotrebljavajući samo gramatičke manipulacije između matematičkih formula, ne razmišljajući o njihovom geometrijskom značenju (pogledajte npr. knjigu: Željko Pauše *Matematika i zdrav razum*, Školska knjiga, 2007.).

U moje učeničko doba često smo se opravdavali: "Ne znam formulu, ali je znam izvesti". Danas je češće obratno: "Znam formulu, ali je ne znam izvesti".

Primjer Babilonske metode

Evo zadatka iz udžbenika za treći razred gimnazije. Linearni ekscentricitet hiperbole $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ iznosi 10, a pravac $4x + 3y = 0$ je asimptota hiperbole. Nađi njezinu jednadžbu.

Unuk je razmišljao ovako. Nepoznanice su a i b . Trebam sustav od dvije jednadžbe s dvije nepoznanice. Jedna je definicijska jednadžba za linearni ekscentricitet hiperbole:

$$e^2 = a^2 + b^2 \quad (1)$$

a druga je jednadžba asimptote hiperbole:

$$y = \pm \frac{b}{a}x. \quad (2)$$

Uvrštenjem $e = 10$ u (1) dobije se:

$$10^2 = a^2 + b^2 \quad (3)$$

a usporedbom zadane jednadžbe asimptote

¹ Autor je redoviti profesor u miru na Fakultetu elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, e-pošta: zvonko.bencic@fer.hr

$$y = -\frac{4}{3}x \quad (4)$$

s općom jednadžbom asimptote (2) dobije se:

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3}. \quad (5)$$

Rješavanjem sustava jednadžbi (3) i (5) dobivamo

$$a = 6, \quad b = 8. \quad (6)$$

Svakako treba napomenuti da se bez crtanja krivulja (i pravac je krivulja!) u koordinatnom sustavu mogu lako riješiti samo neki zadaci.

Odakle naziv Babilonska metoda?

U prvi trenutak nisam mogao spoznajno prihvatiti da se ne crta slika u koordinatnom sustavu. A onda sam se sjetio knjige *Science since Babylon* koju je napisao Derek de Solla Price (Yale University Press, treće prošireno izdanje, 1978.), i koju sam davno pročitao.

Babilonci su znali izračunati gibanje Sunca, Mjeseca i planeta na zvjezdanoj pozadini, ali nisu imali (koliko mi znamo) nikakvu geometrijsku sliku ili grafički prikaz glede njihovog gibanja. Računali su s redovima monotono rastućih/padajućih brojeva ili s redovima brojeva čija razlika monotono raste/pada. Možda je najbližnja metoda njihovoj, u današnjoj matematici, Fourierova analiza, tj. rastavljanje periodičke funkcije u red sinusnih funkcija.

Heleni su imali profinjenu geometrijsku predodžbu gibanja nebeskih tijela, ali nisu znali tako točno odrediti položaj Sunca, Mjeseca i planeta kao što su to znali Babilonci. Nakon što je Aleksandar III. Veliki osvojio Babiloniju 331. pr. Kr. počelo je plodonosno međudjelovanje između Babilonske numeričke matematike i Helenske geometrije. To međudjelovanje rezultiralo je velebnim znanstvenim djelom starogrčke civilizacije, djelom od 13 knjiga naslova *Veliki matematički sustav astronomije*, poznatijem pod naslovom *Almagest* (znanost je umijeće modeliranja). Sastavio ga je Klaudije Ptolemej oko 140. godine. U *Almagestu* sjedinjene su na visokoj razini dvije prilično različite znanstvene metode: jedna zasnovana na logici, geometriji i slici, a druga na brojevima i kvantitativnim izračunima.

Evo što o tome piše Derek de Solla Price (1922.–1983.), engleski fizičar i povjesničar znanosti, u spomenutoj knjizi, na kraju prvog poglavlja:

“Psihološka istraživanja Roberta Ornsteina (engleski psiholog i pisac, r. 1942.) su pokazala da je razlika u načinima mišljenja u uskoj vezi s aktivnosti lijeve i desne polutke ljudskog mozga. Lijeva polutka mozga upravlja desnom polovicom tijela i čini se da je babilonska, a desna polutka mozga i lijeva polovica tijela da je grčka. Zar je moguće da stare civilizacije tako jasno pokazuju dominaciju ili lijeve ili desne polutke mozga? Ako je tome tako, naša moderna civilizacija, svakako njezine posebne značajke, dobrano se zasnivaju na obrazovanju koje dovodi do međudjelovanja i uzajamne oplodnje dvije odvojene polutke mozga na osobnoj i društvenoj razini.”

To je napisao Derek de Solla Price 1978. godine, dakle prije 35 godina. Njegove spoznaje potvrđuje i današnja znanost.

Današnja znanost o funkcionalnoj organizaciji mozga

Lijeva moždana polutka (analitička strana mozga) većine ljudi odgovorna je za logičko razmišljanje, govorenje, čitanje i pisanje te za programiranje i izvođenje motoričkih obrazaca. *Desna moždana polutka* (kreativna strana mozga) odgovorna je za kreativno razmišljanje, umjetničko izražavanje, prostornu predodžbu i imaginaciju te za intuiciju (Vida Demarin, *Mozart efekt*, knjiga radova sa 7. znanstvenog skupa *Medicina, znanost i umjetnost*, Zagreb, 2006.; članak *Mozak*, Hrvatska enciklopedija, Leksikografski zavod Miroslav Krleža, sv. 7, 2005., str. 487). U brojnim slučajevima se pokazalo da dominacija lijeve moždane polutke suprimira kreativno mišljenje (Demarin, u navedenom članku). Međutim, obje polutke mozga zajedno omogućuju spoznajne sposobnosti i djeluju u prepoznavanju značenja osjetnih informacija.



Funkcionalna organizacija mozga

(<http://medikus.hr/psiha/648-desna-ili-lijeva-strana-mozga.html>)

Primjerice, za percepciju glazbe potrebna je aktivnost centara u obje moždane polutke. Ispitivanjem se ustanovilo da se u neglazbenika tijekom slušanja glazbe aktiviraju samo područja u desnoj polutki mozga (kreativnoj strani mozga), a u glazbenika da se aktiviraju i područja u lijevoj polutki (analitička strana mozga, percepcija i analiza skladbe). Jakost aktivacije centara u lijevoj polutki bila je razmjerna proteklom vremenu od početka glazbene edukacije. Mnogi znanstvenici su bili vrsni glazbenici. Glasovir su svirali: Alexander Graham Bell (1847.–1922.), izumitelj telefona; Thomas Edison (1847.–1931.), nositelj više od 1000 patenata i utemeljitelj prvog istraživačkog industrijskog laboratorija. Violinu je svirao Donald Glaser (1926.–2013.), izumitelj komore na mjehuriće (engl. *bubble chamber*), a violinu i glasovir Albert Einstein (1879.–1955.), utemeljitelj teorije relativnosti i gravitacije. Orgulje je svirao Franjo Dugan st. (1874.–1948.), profesor fizike i matematike.

Ispitni testovi guše kreativno mišljenje

Prema istraživanjima Instituta za društvena istraživanja u Zagrebu, povremene ili stalne instrukcije uzima polovica gimnazijalaca. U drugom razredu čak njih 77.3% uzima instrukcije iz matematike, trećina iz fizike, a dvadesetak posto iz kemije (Mirela

Lilek, *Dosta je skupih instrukcija, učenici traže dopunsku nastavu*, Vjesnik, 10. siječnja 2011.).

Zašto je tome tako? U srednjoj školi osnovni kriterij uspješnosti je ocjena testa. Činjenica ima previše, pa učenik traži od roditelja, prijatelja roditelja ili instruktora da mu identificira činjenice potrebne za rješavanje testnih zadataka i da s njime riješi nekoliko tipičnih testnih zadataka. Tako se ostaje na rutinskom znanju i ne shvati se duh znanstvene discipline koji omogućuje samostalno rješavanje bitnih zadataka.

Nastavnici i profesori! Zašto potičete učenike da uče za test? Tako odustajete od višeg ljudskog cilja, od intelektualnog razvoja učenika. Poticanjem učenika da uče za test djelujete na njegov način razmišljanja. Što će biti na testu? Da li mogu nešto preskočiti? Kako se računa konačna ocjena? Valjda nije jedini cilj završiti školu, dobiti posao i zaraditi novac. Razgovarajte s učenicima da bi ih naučili kreativnom mišljenju! Provjerite da li razumiju naučeno i da li naučeno znaju primijeniti, primjerice mjesec dana nakon testa. Kreativno mišljenje je proces povezivanja pojmova i stvari na nov i nepoznat način, zamjenom veza između pojava i stvari koje nisu uvijek očite (definicija iz članka *Kreativnost*, Hrvatska enciklopedija, Leksikografski zavod Miroslav Krleža, sv. 6, 2004., str. 241). Da bi se mogli povezivati pojmovi na nov i nepoznat način, potrebno je imati dugoročna znanja iz temeljnih disciplina (npr. iz matematike, fizike, logike, teorijskih osnova struke). Jednostavnije rečeno, u svakoj temeljnoj disciplini potrebno je poznavati njezine načine razmišljanja i metode (tzv. duh discipline). Možemo zamisliti da načini razmišljanja i metode tvore mrežu na koju su pričvršćene činjenice (kratkoročna znanja). Mreža povezuje činjenice u jednu logičku cjelinu. Činjenica ne smije biti previše; upravo toliko, koliko je potrebno da se shvati duh znanstvene discipline.

Pogrešno bi bilo pomisliti da se kod adolescentnih ili odraslih osoba ne može povećavati razina kreativnog mišljenja (to je stanovište nepromjenjivosti mozga ili stanovište tzv. neurološkog nihilizma). Tijekom cijelog života mozak se vježbom može prilagoditi zahtjevima okoline ili osobnim željama. Primjerice, bicikl se može naučiti voziti u bilo kojoj dobi života, a nakon moždanog udara moguće je ponovno naučiti govoriti i pisati (funkciju oštećenih centara preuzimaju zdravi dijelovi moždane kore). (V. knjigu: Nicholas Carr, *Plitko – Što Internet čini našem mozgu*, Jesenski i Turk, Zagreb, 2012.) To svojstvo mozga naziva se neuroplastičnost ili kreće *plastičnost mozga*.

Dogma o nepotrebnim znanjima

Mnogo puta sam čuo od učenika i studenata ovu rečenicu: “Zašto moram to učiti, to mi ne će trebati u životu”. Ili još “napredniju” rečenicu na studentskom ispitu: “Pustite me, već znam što ću raditi, to mi nikada ne će biti potrebno”.

Znakovito je da takvo razmišljanje podupire i Bolonjska deklaracija (engl. *The Bologna Declaration on the European space for higher education*, 1999.). Jedna od temeljnih njezinih postavki je: “... uvođenje preddiplomske i diplomske razine u svim državama, s tim da prvi stupanj ne traje kraće od tri godine i da je relevantan za tržište rada; ...”. Prema tome Bolonjska deklaracija preporuča stjecanje rutinskog znanja koje ima tržišnu cijenu, a ne kreativnog znanja koje podiže civilizacijsku razinu društva.

Zaključak

Zaključit ću riječima Aleka Bjeliše, rektora Sveučilišta u Zagrebu: “I ako jedna zemlja odustaje od toga da bude kreativna u najširem smislu riječi, onda se odriče tog najvišeg stupnja znanja i napretka koji iz njega može proizaći” (u članku: *Vlada će monetizirati i fakultete*, Novi list, 27. srpnja 2013.).