

S V E U Č I L I Š T E U S P L I T U

FAKULTET ELEKTROTEHNIKE, STROJARSTVA
I BRODOGRADNJE U SPLITU

Dr MARIJA OŽGOVIĆ

KARLO OŽGOVIĆ

ELEKTRIČNE MREŽE

I



SPLIT, 1977.

Stručna recenzija

Dr BOŽIDAR STEFANINI, dipl.ing.
red.prof. Sveučilišta u Zagrebu

i

ŽELJKO ZLATAR, dipl.ing.,
docent Sveučilišta u Zagrebu

S A D R Ž A J

1. ELEKTRIČNE ENERGETSKE MREŽE -----	1
1.1. Uvod (sl.1-15) -----	1
1.1.1. Mreža i njezini djelovi -----	1
1.1.2. Zadatak, uloga i razvitak sistema -----	2
1.1.3. Kratka povijest elektrifikacije i daljnje perspektive -----	5
1.1.4. Tipovi električnih mreža -----	9
1.1.5. Pogon trofaznih električnih mreža -----	26
1.2. Nadzemni elektroenergetski vodovi (sl.16-50) -----	30
1.2.1. Podjela vodova i njihovi elementi -----	30
1.2.2. Vodiči -----	31
1.2.3. Izolatori -----	40
1.2.4. Pribor -----	44
1.2.5. Stupovi -----	53
1.2.6. Temelji -----	64
1.2.7. Uzemljenje -----	67
1.2.8. Projektiranje nadzemnih vodova -----	68
1.2.9. Pogonska problematika nadzemnih vodova -----	69
1.2.10. Dalekovodi budućnosti -----	70
1.3. Elektroenergetski kabeli (sl.51-65) -----	72
1.3.1. Konstruktivni elementi kabela -----	72
1.3.2. Kriteriji za izbor kabela -----	75
1.3.3. Gubici u kabelu, zagrijavanje, hladjenje -----	77
1.3.4. Kabeli za niske i srednje napone -----	82
1.3.5. Kabeli za visoke i najviše napone -----	86
1.3.6. Hipervodljivi i supravodljivi kabeli (kriokabeli)-	94
2. TROFAZNA MREŽA U PRORAČUNU -----	97
2.1. Električne veličine elementa mreže (sl.66-72) -----	97
2.1.1. Prikaz pasivne i aktivne grane -----	97
2.1.2. Admitantni i impedantni sklop -----	98
2.1.3. Izraz za snagu u simboličkom računu -----	100
2.1.4. Tokovi snaga u elementu mreže -----	101
2.2. Sistemi komponenata (sl.73-81) -----	104
2.2.1. Primjena sistema komponenata -----	104
2.2.2. Dijagonalne komponente -----	105
2.2.3. Simetrične komponente -----	109

2.2.4. Simetrične impedancije nesimetričnog međusobno nezavisnog trofaznog sistema -----	113
2.2.5. Simetrične impedancije nesimetričnog međusobno zavisnog trofaznog sistema -----	115
2.2.6. Simetrične admitancije nesimetričnog trofaznog sistema -----	118
2.3. Izdvajanje povratnog vodiča (sl.82-83) -----	120
2.3.1. Opća formula -----	120
2.3.2. Simetrične impedancije trofaznog sistema s povratnim vodičem -----	122
2.4. Trofazni račun sa simetričnim komponentama (sl.84) --	123
3. PREGLED TEORIJE PRIJENOSA -----	125
3.1. Prijenosne jednačbe (sl.85-90) -----	125
3.1.1. Karakteristične veličine voda -----	125
3.1.2. Telegrafske jednačbe -----	128
3.1.3. Opće rješenje prijenosnih jednačbi -----	128
3.1.4. I oblik prijenosnih jednačbi -----	129
3.1.5. II oblik prijenosnih jednačbi -----	131
3.1.6. III oblik prijenosnih jednačbi -----	131
3.2. Idealni vod (sl.91-99) -----	132
3.2.1. Prilike na idealnom vodu -----	132
3.2.2. Prazni hod -----	133
3.2.3. Kratki spoj -----	137
3.2.4. Refleksija na vodu -----	139
3.2.5. Prirodna snaga -----	140
3.3. Realni vod (sl.100) -----	143
3.3.1. Utjecaj R i G na karakteristične veličine -----	143
3.3.2. Karakteristična pogonska stanja -----	145
4. MATRICE JEDINIČNIH KONSTANTI VODA -----	149
4.1. Djelatni otpor voda (sl.101) -----	150
4.1.1. Proračun skin efekta -----	152
4.2. Induktivitet voda (sl.102-116) -----	154
4.2.1. Ulančeni tok punog cilindričnog vodiča -----	154
4.2.2. Opća formula za ulančeni tok -----	157
4.2.3. Metoda SGU -----	160

4.2.4. Preplet -----	162
4.2.5. Induktivitet kabela -----	169
4.3. Uzdužna matrica impedancija ekvivalentnih faznih vodiča (sl.116-121) -----	170
4.3.1. Zemlja kao povratni vodič -----	170
4.3.2. Izdvajanje dozemnog užeta -----	174
4.3.3. Vezivanje vodiča u snop -----	177
4.3.4. Pogonska impedancija -----	179
4.4. Kapacitet voda (sl.122-141) -----	182
4.4.1. Opća formula za napon -----	183
4.4.2. Utjecaj zemlje -----	184
4.4.3. Matrica kapacitivnih koeficijenata -----	186
4.4.4. Metoda SGU -----	193
4.4.5. Parcijalni kapaciteti -----	195
4.4.6. Kapacitet kabela -----	200
4.5. Odvod voda (sl.142) -----	201
4.5.1. Kritični napon -----	202
4.5.2. Gubici i sprečavanje korone -----	203
4.6. Poprečna matrica admitancija ekvivalentnih faznih vodiča -----	204
4.7. Primjena simetričnih komponenata -----	206
4.7.1. Uzdužna matrica impedancija za simetrične komponente	206
4.7.2. Poprečna matrica admitancija za simetrične komponente -----	209
5. EKVIVALENTNE SCHEME (MODELI) -----	213
5.1. Ekvivalentne sheme voda (sl.143-168) -----	213
5.1.1. Π -shema voda -----	214
5.1.2. T-shema voda -----	215
5.1.3. Korekциони faktori -----	216
5.1.4. Približna Π i T shema voda -----	219
5.1.5. Proračun prijenosa pomoću Π sheme -----	219
5.1.6. Proračun prijenosa pomoću T sheme -----	221
5.1.7. Proračun prijenosa pomoću lanca četveropola -----	222
5.1.8. Daljnja zanemarenja -----	224
5.1.9. Trofazna Π shema neprepletenog voda -----	225
5.2. Ekvivalentne sheme transformatora (sl.169-178) -----	232

5.2.1. Transformator kao element mreže	232
5.2.2. Dvonamotni transformator	236
5.2.3. Tronamotni transformator	245
5.3. Ekvivalentne sheme generatora (sl.179-185)	251
5.3.1. Sinhrona reaktancija	252
5.3.2. Početna i prelazna reaktancija	253
5.3.3. Simetrične reaktancije	259
5.3.4. Djelatni otpor	260
5.4. Ekvivalentne sheme potrošača (sl.186-187)	260
5.5. Četveropol u teoriji prijenosa (sl.188-202)	264
5.5.1. Jednadžbe četveropola	264
5.5.2. Spojevi četveropola	268
5.5.3. Opće konstante elementarnih četveropola	270
5.5.4. Kružni pogonski dijagram	273
5.6. Odredjivanje parametara mjerenjem (sl.203-212)	286
5.6.1. Mjerenje parametara dalekovoda	286
5.6.2. Mjerenje parametara transformatora	291
5.7. Sastavljanje ekvivalentnih shema (sl.213-219)	297
6. NUMERIČKE VELIČINE KOD PRORAČUNA	309
6.1. Metoda otpora (sl.220-229)	310
6.1.1. Zamke koje se ne zaključuju	317
6.2. Metoda jediničnih vrijednosti (sl.230)	321
6.3. Procentualna metoda	324
6.4. Metoda reduciranih admitancija	324
7. PRORAČUN ELEKTRIČNIH MREŽA	327
7.1. Teoremi ekvivalentnosti (sl.231-240)	328
7.1.1. Teorem superpozicije	328
7.1.2. Teorem kompenzacije	329
7.1.3. Teorem reciprociteta	329
7.1.4. Teorem Thevenina	330
7.1.5. Teorem Nortona	333
7.1.6. Teorem Millmana	334
7.2. Opća analiza mreže (sl.241-245)	335

7.2.1. Impedantni i admitantni oblik mreže -----	335
7.2.2. Topološki prikaz mreže -----	337
7.2.3. Metoda grane -----	340
7.2.4. Metoda petlje -----	342
7.2.5. Metoda čvora -----	343
7.3. Distributivne mreže (sl.246-254) -----	345
7.3.1. Pad napona i gubitak snage -----	345
7.3.2. Vod opterećen duž trase u više točaka -----	348
7.3.3. Svodjenje na vod opterećen na kraju -----	351
7.3.4. Vod s kontinuiranim opterećenjem -----	352
7.3.5. Vod s kombiniranim opterećenjem -----	354
7.3.6. Dvostrano napajani vod -----	355
7.3.7. Metoda rezanja -----	358
7.4. Transfiguracija mreže (sl.255-260) -----	361
7.4.1. Transfiguracija opće zvijezde u opći poligon -----	361
7.4.2. Transfiguracija trokuta u zvijezdu -----	363
7.4.3. Određjivanje napona zvijezdišta -----	364
7.4.4. Otvaranje i sastavljanje pojnih točaka -----	365
7.4.5. Prebacivanje tereta -----	366
7.5. Rješavanje simultanih algebarskih jednažbi (sl.261) -	366
7.5.1. Direktne metode -----	367
7.5.2. Iterativne metode -----	375
8. MREŽNI ANALIZATORI -----	383
8.1. Istosmjerni analizatori -----	384
8.2. Izmjenični analizatori -----	385
8.3. Mikromreža (sl.262-264) -----	385
9. ELEKTRONIČKA RAČUNALA I ANALIZA MREŽE -----	389
9.1. Primitivne matrice mreže -----	389
9.2. Matrice incidencije (sl.265-267) -----	392
9.2.1. Matrica incidencija grana - čvor $[\hat{A}]$ -----	392
9.2.2. Matrica incidencija grana - petlja $[C]$ -----	393
9.2.3. Matrica incidencija grana - put $[\hat{K}]$ -----	394
9.3. Jednažbe izvedbe mreže -----	395
9.4. Formiranje matrica izvedbe mreže (sl.268-282) -----	396

9.4.1. singularnom transformacijom -----	396
9.4.2. nesingularnom transformacijom -----	403
9.4.3. metodom mrežnog analizatora -----	408
9.5. Pretvorbe mreže (sl.283) -----	425
9.5.1. Redukcija mreže blok transformacijom matrice $[\bar{Y}_\Sigma]$ ---	425
9.5.2. Redukcija mreže pomoću matrice $[\bar{Z}_\Sigma]$ -----	426
9.5.3. Iskapčanje nezavisne grane -----	427
10. PROGRAMI ZA ODREDJIVANJE TOKOVA SNAGE -----	429
10.1. Problematika -----	429
10.2. Matematski modeli (sl.284-291) -----	432
10.2.1. Gauss-ova iterativna metoda koja koristi $[\bar{Z}_\Sigma]$ -----	432
10.2.2. Gauss-Seidel-ova iterativna metoda koja koristi $[\bar{Y}_\Sigma]$ -----	442
10.2.3. Newton-Raphson-ova iterativna metoda koja koristi $[\bar{Y}_\Sigma]$ -----	448
10.3. Sabirnice s kontrolom napona (sl.292) -----	465
10.4. Banka podataka -----	466
LITERATURA -----	469

Povodom drugog izdanja

Zahvaljujemo svima: nastavnicima i studentima kao i inženjerima u praksi, koji su na bilo koji način doprinijeli da ova naša skripta ispune ulogu za koju su napisane.

Split, 07. 02. 1982.

Autor

P R E D G O V O R

Električne energetske mreže kao bitan fenomen utilitarističkog dijela suvremene civilizacije po svojoj fizikalnoj strukturi, načinu funkcioniranja, prostornoj rasprostranjenosti i odnosu čovjeka prema njemu spadaju u kategoriju velikih tehničkih sistema.

Sveobuhvatni matematski model ponašanja velike električne mreže nije moguće o-stvariti zbog današnje nesavršenosti, premalog kapaciteta, a često i sporosti kompjutorske mašinerije koja nam stoji na raspolaganju.

Nužno se nameće potreba parcijalnog promatranja sistema bilo napose u pojedinim medjusobno različitim režimima rada, bilo samo po pojedinim djelovima. Iz isto-ga se razloga kod promatranja sistema ne mogu uzeti u račun sva svojstva poje-dinih elemenata od kojih je složen već samo ona svojstva koja su bitna za kon-kretnu analizu. U većini slučajeva tako nastale greške u rezultatima su bezna-čajne.

Da bi primarna električna energetska mreža kao sistem uopće mogla funkcionirati, ona mora živjeti u simbiozi s nekoliko podsistema. To su podsistemi za automat-sku zaštitu od kvarova i poremećaja, za mjerenje električkih i neelektričkih veličina, za automatsku regulaciju napona i frekvencije, za prijenos i obradu podataka i konačno radni čovjek sa svojim intelektualnim i fizičkim potencija-lom. Sve savršeniji primarni sistem i sve suvremeniji i pouzdaniji podsistemi dopuštaju da se električna energetska mreža budućnosti zamisli potpuno automati-zirana u svim svojim funkcijama. Autori su nastojali, da čitalac na pojedinim mjestima ovih skripata, uz inače neizbježno suhoparno gradivo, osjeti nešto od disanja električne mreže kao velikog sistema.

Primjena elektroničkih računala za analize električnih mreža zahtjeva odgovara-juće prilagodjenje matematske interpretacije, prvenstveno primjenom matričnog računa. Time se nažalost u većini slučajeva gubi za inženjera toliko dragocjena fizikalna predodžba problema. Nastojali smo redosljedom izlaganja, odgovaraju-ćim uvodnim objašnjenjima i prikladnim primjerima ublažiti prijelaz od fizikal-ne na matematsku interpretaciju i zadržati razumljivost do kraja. Nadamo se da smo u tome uspjeli.

Pojedini elementi mreže obradjeni su u ovim skriptama samo onoliko, koliko je neophodno za razumjevanje osnovnog gradiva. Iznimku čine električki energetske vodovi (nadzemni vodovi i kabele), koji nisu obuhvaćeni nastavnim programom drugih predmeta. Prema tome se gradivo ovih skriptata oslanja na druge predmete npr. na električne strojeve (generatori, transformatori ...), električna postrojenja (elektrane, rasklopna postrojenja ...), tehniku visokog napona i posebno na elektroenergetiku (analiza konzuma, ekonomski dispečing ...). Na nivou podsistema gradivo se oslanja na primjer na automatizaciju proizvodnih procesa, elektronička računala itd.

Gradivo ovih skriptata predstavlja prvi dio problematike električnih mreža iz kojega slijede još dva dijela. Drugi dio u nastavku obuhvaća problematiku naponskih prilika i regulacije napona, problematiku poremećaja (emljospoj, kratki spoj, prekid vodiča), statičku i dinamičku stabilnost te problematiku zaštite. Treći dio sadrži prenos električne energije visokim istosmjernim naponom i detaljnije razradjena neka već dotaknuta poglavlja: tokovi snaga i naponske prilike u mreži, nesimetrije, regulacija napona, optimiranje rada mreže i t.sl.

Smatramo bitnim istaknuti mladim studentima da na području električne mreže, kao uostalom i na drugim područjima ljudskih aktivnosti, nauka nije rekla svoju zadnju riječ i da će ovo područje i dalje biti predmet daljnjih istraživanja i usavršavanja, kako u pogledu sistemskih pitanja tako i u pogledu najsitnijih detalja.

Drago nam je, da ova skripta izlaze u godini, u kojoj se mnogo pažnje posvećuje uspomeni Nikole Tesle, čiji je gigantski intelekt ugrađen i u naše gradivo. U ovoj godini se također slavi 20 godina postojanja organizacije udruženog rada "Elektroprenos" Split, kojoj je tretirana problematika posebno bliska.

Na kraju dužnost nam je zahvaliti se drugarici Hristini Kostiov na prvom, a drugarici Leli Matoš na konačnom strpljivom strojnom prijepisu ovog izuzetno teškog teksta, zatim drugu Anti Leskuru i grupi studenata na izradi slika, te konačno anonimnom osoblju tiskare i knjigovežnice koje je ovim skriptama dalo konačno lice.

Marija i Karlo Ožegović

Split, lipnja 1976.

1. ELEKTRIČNE ENERGETSKE MREŽE

1.1. U V O D

1.1.1. Mreža i njezini djelovi

Pojam "električna energetska mreža" (odnosno kraće "električna mreža" ili jednostavno "mreža") nema uvijek isto značenje. U najširem smislu pojam "električna energetska mreža" je sinonim za "elektroenergetski sistem" i sadrži sve elemente tog sistema, a to su svi na određeni način međusobno povezani generatori, transformatori i vodovi, pa i trošila kod potrošača. Često se pod "mrežom" misli samo na neki određeni dio elektroenergetskog sistema. Takav dio mora radi jasnoće biti naročito označen odnosno nazvan. Tako se katkada govori o mreži jednog nazivnog napona kao dijela cjelokupne mreže, npr. o "220 kV mreži" ili o "mreži niskog napona". Uobičajena je, nadalje, podjela sistema na "izvore", "prijenosnu mrežu" i "distributivnu mrežu". To je podjela po tzv. fazama tehnološkog procesa. Tu se pod "izvorima" smatraju elektrane, dok razgraničenje između prijenosne i distributivne mreže nije jednoznačno. Po "tehničkoj podjeli" "prijenosnu mrežu" sačinjavaju postrojenja i vodovi nazivnog napona 110 kV i više, a ostalo je distributivna mreža. Po "funkcionalnoj podjeli", prijenosna je mreža onaj dio sistema, koji uz izvore sudjeluje, odnosno može sudjelovati u optimiranju vođenja tehnološkog procesa, a ostalo je distributivna mreža bez obzira na nazivni napon.

Mnogi problemi električne mreže su ujedno problemi elektroenergetskog sistema kao cjeline i u principu se samo kao takvi mogu rješavati. Rješavanje problema mreže, koje uzima u obzir sve njezine djelove, veoma je obimno i dugotrajno, a često i nemoguće, čak i onda ako se koriste najsuvislije metode i pomoćna sredstva. Razlog tome leži prvenstveno u veličini mreža, koje u pravilu pokrivaju područja više država, pa i cijelih kontinenata. Pri tome za obim proračuna i analiza nije toliko značajna geografska rasprostranjenost mreže, koliko broj elemenata od kojih se sastoji.

Iako su, kao što je navedeno, problemi mreža često i problemi sistema kao cjeline, gotovo se uvijek mogu analizirati odabrani djelovi sistema odnosno mreže uz zadovoljavajuću točnost rezultata. Pri tome se preostali dio mreže nipošto ne zanemaruje, već se u doticnim točkama uzima u obzir putem određenih podataka, koji moraju

biti poznati. Takove "parcijalne analize" dozvoljavaju i razvijanje metoda prilagođenih specifičnostima pojedinih djelova mreže, npr. mreže niskog napona.

Potrebno je napomenuti, da je uz poznavanje metoda i raspolaganje pomoćnim sredstvima, za sve vrste analiza sistema potreban ogroman broj podataka, što često predstavlja zamašni dio ukupnog posla.

1.1.2. Zadatak, uloga i razvitak sistema

Zadatak je elektroenergetskog sistema snabdijevanje potrošača (odnosno njihovih trošila) električnom energijom. U tome sudjeluju svi djelovi sistema: generatori, transformatori i vodovi.

Električna energija, koja se predaje potrošaču, mora biti kvalitetna. Mjerila kvalitete su frekvencija, napon i trajna raspoloživost.

- Frekvencija (kod nas 50 Hz) mora biti konstantna, a odstupanja od nazivne vrijednosti neznatna. Eventualna odstupanja moraju biti nadoknadjena, tako da srednja frekvencija kroz određeno vremensko razdoblje mora biti precizno 50 Hz, uglavnom zbog sinhronih električnih satova. Znatnija odstupanja od nazivne frekvencije uvijek su znak poremećaja u mreži, pa i onda kada su ta odstupanja namjerna.
- Napon ne može, zbog padova napona, u svim točkama mreže biti jednak nazivnom naponu. Ipak, dimenzioniranjem mreže i sredstvima za regulaciju treba potrošačima osigurati praktički konstantni nazivni napon (veliki potrošači, koji raspolažu vlastitim regulacionim uredjajima za napon, mogu biti iznimka). U samoj mreži napon neizbježno odstupa od nazivnog, ali ne smije prekoračiti propisani maksimalni pogonski napon. Pogon nižim naponom povećava gubitke, a viši napon jače napreže izolaciju i može štetiti uredjajima. Kvalitetni napon trofazne mreže mora još biti simetričan po fazama i sinusoidalnog oblika.
- Trajna raspoloživost električne energije označuje sposobnost elektroenergetskog sistema, da potrošač na mjestu priključka u svako doba može uzimati potrebnu mu električnu energiju po količini i po snazi.

Kvaliteta električne energije mora biti sačuvana i u slučajevima, kada su neki elementi sistema van pogona iz bilo kojeg razloga (re-

monti, kvarovi). Prema tome, sistem mora raspolagati određenom rezervom.

Iz navedenih mjerila za kvalitetu električne energije proizlaze kriteriji za dimenzioniranje i vođenje pogona električne mreže i elektroenergetskog sistema u cjelini.

Sve aktivnosti vezane uz pogon, održavanje i izgradnju elektroenergetskog sistema treba usmjeriti tako, da sistem uz zadovoljavajuću kvalitetu trajno daje potrošačima električnu energiju uz najnižu moguću cijenu. U tome vanredno važnu ulogu igra prijenosna mreža, jer omogućuje međusobno povezivanje i nadopunu u radu s jedne strane elektrana, a s druge strane potrošača s vrlo različitim karakteristikama i lokacijama. Drugim riječima, prijenosna mreža omogućuje ekonomično vođenje elektroenergetskog sistema (dispečiranje električne energije).

Kao elektrane s tipičnim karakteristikama mogu se navesti sljedeće:

- a) Velike termoelektrane (TE) se lociraju neposredno uz nalazište ugljena niske kalorične vrijednosti, jer takav ugljen nije moguće ekonomično transportirati, niti je interesantan za drugu namjenu. Karakteristično je za takve termoelektrane, da imaju veoma visok tehnički minimum, često čak 50% od nazivne snage, kao posljedica težnje ka visokom stupnju djelovanja turbine.
- b) Velike termoelektrane (TE) na tekuće gorivo (teži derivati nafte) lociraju se na mjestima, gdje je snabdjevanje gorivom najpovoljnije (blizina rafinerije, naftovoda, specijalizirane morske ili riječne luke). U pogledu tehničkog minimuma usporedive su s termoelektranama na ugljen.
- c) Nuklearne elektrane (NE) obično su takodjer velike jedinične snage. Pošto nema transporta goriva izbor lokacije im je time olakšan, ali podliježe rigoroznim zahtjevima u pogledu sigurnosti. Tehnički je minimum zbog rada reaktora još viši nego kod klasičnih termoelektrana.

Zajednička je karakteristika svih velikih termoelektrana, uključujući nuklearne, da su im za rad potrebne velike količine vode za hladjenje kondenzatora, što takodjer utječe na njihovu lokaciju (osim kad se primjenjuje skuplje hladjenje u zatvorenom ciklusu).

- d) Toplane (TO) se lociraju u neposrednoj blizini toplinskog konzu-

ma (veliki gradovi) i proizvodnja električne energije kao nuz-proizvoda prilagodjena je potrebama proizvodnje topline.

- e) Protočne hidroelektrane (HE) imaju beznačajnu ili nikakvu akumulaciju vode, pa im mogućnost proizvodnje ovisi o trenutnom protoku rijeke na kojoj su izgrađene. Male akumulacije u vidu kompenzacionih bazena omogućuju im u doba niskih vodostaja izvjesno prilagodjenje zahtjevima konzuma.
- f) Akumulacione hidroelektrane (HE) ovisno o relativnoj i apsolutnoj veličini akumulacije vode mogu vršiti djelomična ili potpuna dnevna, tjedna ili sezonska prilagodjenja vodotoka potrebama konzuma. Ukupna proizvodnja je ovisna o godišnjim količinama oborina slivnog područja.
- g) Pumpne hidroelektrane (PHE) koriste (noćne) viškove električne energije za pumpanje vode u više položene bazene, pa tu vodu u doba (dnevnog) pomanjkanja snage koriste za proizvodnju električne energije. Stupanj iskorištenja im je oko 2/3.
- h) Termoelektrane na tekuće ili plinovito gorivo s plinskim turbinama (PTE) su manje ili srednje snage. Karakteristična im je mogućnost brzog ulaska u pogon i brze obustave pogona, pa služe za pokrivanje vrhova potrošnje i kao rezerva sistema.

I pojedini potrošači odnosno grupe potrošača imaju tipične dijagrame potrošnje tokom dana, tjedna i godine. Dok su jedni praktički konstantni tokom cijele godine (proizvodnja aluminijske legure, karbida, ferolegura), drugi imaju više ili manje izražene maksimume i minimume potrošnje u određeno vrijeme, pri čemu lokalno vrijeme, klimatski uvjeti i geografska dužina imaju značajan utjecaj.

Prijenosom električne energije na veće udaljenosti putem povezane visokonaponske mreže omogućeno je:

- korištenje proizvodnje velikih, ekonomičnih izvora (elektrana) u udaljenim potrošačkim centrima,
- povezivanje elektrana različitih karakteristika i njihovo optimalno prilagodjenje potrebama konzuma,
- smanjenje potrebne rotirajuće i hladne rezerve u elektranama u odnosu na odvojeni rad manjih sistema i
- smanjenje maksimalnog opterećenja izvora povezivanjem potrošača i konzumnih područja različitih karakteristika.

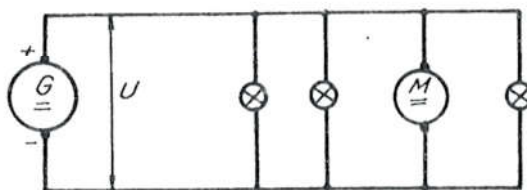
Svrha je ovog prikaza, da istakne značaj prijenosne mreže kao dijela elektroenergetskog sistema za njegovo skladno, potrošnji prilagođeno i ekonomično funkcioniranje. Pri tom treba imati u vidu istovremenost proizvodnje i potrošnje, odnosno nemogućnost uskladištenja električne energije.

Osnova za planiranje rasta elektroenergetskog sistema jeste prvenstveno prognoza potrošnje električne energije po količini (kWh) . snazi (kW) i mjestu trošenja, i to za više godina, pa i decenija unaprijed. Prognoziranje potrošnje oslanja se, uz ostale pokazatelje, i na ostvareni rast u prošlosti. Tako je utvrđeno da potrošnja električne energije u svijetu već decenijama raste po prosječnoj stopi od 7% godišnje, što daje udvostručenje svakih 10 godina. U nizu zemalja taj je porast znatno intenzivniji, pa on tako kod nas iznosi oko 12% godišnje. Prema tome su potrebna velika ulaganja kapitala u elektroenergetski sistem.

Utvrđeno je, da je za održavanje uskladjenog rasta u elektroenergetski sistem potrebno trajno ulagati oko 25 do 30% od ukupnih ulaganja u industriju, oko 10% od sveukupnih investicija, a oko 2,5% od nacionalnog dohotka. Te proporcije potvrđuju potrebu svestranih i savjesnih studija, posebno onih koje služe za donošenje investicionih odluka. Zato su razvijene metode za mnoge tehničke i gospodarske analize. Razvoj tih i novih metoda traje i dalje.

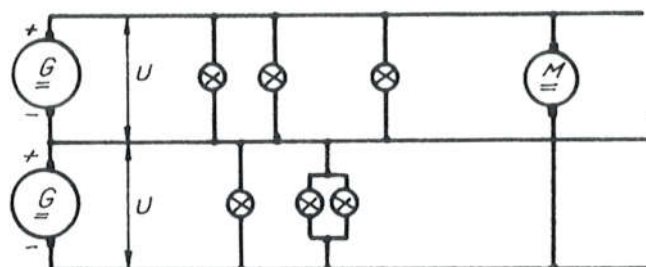
1.1.3. Kratka povijest elektrifikacije i daljnje perspektive

Prva javna elektrana izgrađena je u New Yorku (Edison, 1882.g.) i ta se godina može uzeti kao početak elektrifikacije. Stapni parni stroj pokretao je putem remenskog prijenosa istosmjerni generator (Siemens, 1866.g.), koji je omogućio priključivanje 7000 žarulja s ugljenom niti (Edison, 1879.g.). U vezi s time konstruirano je i prvo brojilo za obračun utrošene električne energije. Cijeli sistem bio je proračunat na temelju Ohmovog ($U = I \cdot R$) i Joule-ovog ($P = U \cdot I$) zakona. Prednost električne rasvjete je bila očigledna. pa su sagrađene i daljnje elektrane, kako za rasvjetu, tako i za pogon istosmjernih motora (Sl.1a).



Sl.1a. - Istosmjerni sistem sa dva vodiča

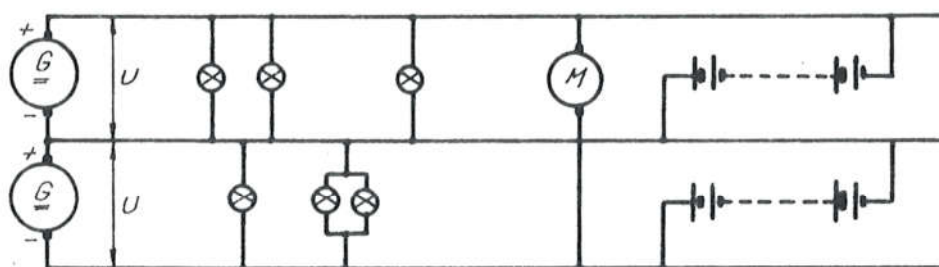
Udaljenost do krajnjeg potrošača je bila ograničena. Ni uvođenje kružnog voda nije donijelo bitne prednosti. Značajan korak naprijed učinjen je primjenom sistema s tri vodiča (Sl.1.b).



Sl.1.b - Istosmjerni sistem sa tri vodiča

Kako je na taj način udvostručen pogonski napon, udvostručen je i domet do krajnjeg potrošača, a da su pri tome pojedina trošila bila priključena na isti napon kao u sistemu sa dva vodiča. Veća trošila, npr. motori, mogli su biti priključeni na ukupni, tj. dvostruki napon. Pod uvjetom da su potrošači podjednako raspoređeni na gornji i donji generator, mogao je srednji vodič (neutralni vodič, nul-vod) imati znatno manji presjek od glavnih vodiča.

Slijedeći korak u razvoju istosmjernih mreža postignut je priključivanjem akumulatorskih baterija (Planté, 1859.g.) relativno velikih kapaciteta na sistem i to obično na suprotnom kraju od generatora (Sl.1.c).



Sl.1.c - Istosmjerni sistem sa tri vodiča i akumulatorskom potporom

Paralelno s razvojem istosmjernih mreža rješavali su se i ostali problemi, kao npr. konstrukcija vodiča, izolacija, komutacija istosmjernih strojeva, konstrukcija sijalica i lučnih svjetiljki itd. Interesantno je, da su se tarifom stimulirali potrošači koji su koristili električnu energiju danju (motori u zanatstvu i industriji,

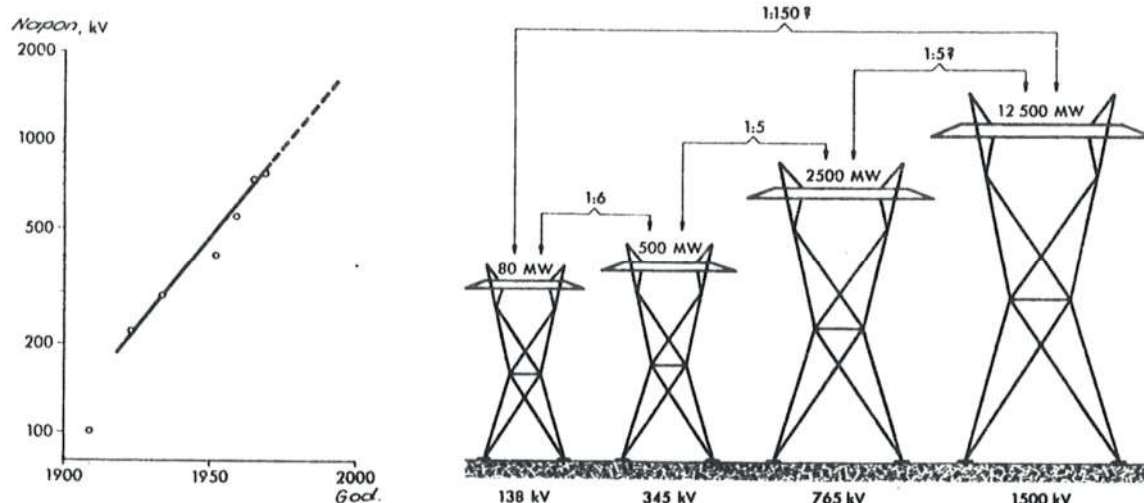
Pošto je napon istosmjernih mreža u svakom slučaju bio ograničen na oko 2 x 250 V, iscrpljene su uskoro daljnje mogućnosti razvoja priključivanjem po nekoliko elektrana na istu mrežu.

Do preokreta u elektrifikaciji došlo je izumom transformatora (1885. g.), te trofazne struje i jeftinog asinhronog motora (Tesla 1887.g.), pa zadnjih godina prošlog stoljeća počinje ekspanzija, koja je dovela do stvaranja velikih elektroenergetskih sistema. Prednosti trofaznog sistema očigledne su jednako kod generatora (dobra iskoristivost materijala i jednostavnost), kod prenosa (mogućnost transformacije na napon pogodan za transport na velike udaljenosti), u distribuciji (mogućnost transformacije na napon pogodan za potrošače i u potrošnji (jednostavni motori). Trofazni sistem je osim toga ekonomičan (povratni odnosno nul-vodič kod niskog napona ima najviše 1/3 presjeka u usporedbi s jednofaznim sistemom, a kod viših napona je povratni vodič nepotreban). I konačno, izmjenična struja (pa i trofazna) omogućuje jednostavno prekidanje strujnog kruga bez obzira na snagu i napon zahvaljujući prolazu struje (zbog sinusoidalnog oblika) kroz vrijednost nula.

Spektakularna demonstracija svih prednosti trofaznih sistema izvršena je 1891. godine u Njemačkoj jednim za tadašnje vrijeme smionim poduhvatom. Vodna turbina na rijeci Neckar kod Laufena, vlasništvo jedne tvornice cementa, korištena je za pokretanje trofaznog generatora 300 KS, 50 V (Oerlikon). Transformirana na 15 kV (transformator AEG, 150 kVA), električna energija je prenošena 15 kV vodom dužine 178 km do Frankfurta n/M, da bi ovdje, na međunarodnoj elektrotehničkoj izložbi, transformirana na 100 V, napajala 1000 žarulja, nekoliko malih motora i konačno glavnu atrakciju izložbe: električnu pumpu snage 100 kW, koja je snabdjevala vodom 10 m visoki vodopad kao uvjerljivi dokaz da je vodna snaga rijeke Neckar prenesena u Frankfurt. Spomenućemo još, da je 1907.g. i u Zagrebu, po sugestijama Nikole Tesle, izgrađena mreža s jednom elektranom i devet transformatorskih stanica 5000/500 V.

Ranije spomenuti eksponencijalni porast potrošnje električne energije izaziva u proizvodnji električne energije sve veće jedinične snage generatora (danas već preko 1000 MW), pa time i odgovarajuće jačanje prijenosne mreže. Kako prijenosna moć dalekovoda raste s kvadratom pogonskog napona, vrši se trajan razvoj u tom smjeru. Tipične etape u stalnom povećavanju pogonskih napona trofaznih sistema su slijedeće:

Godina	Napon kV	Zemlja
1912	110	Njemačka
1913	150	USA
1923	220	USA
1936	287	USA
1952	380	Švedska
1956	400	SSSR
1960	500	SSSR
1962	735	Kanada
1969	765	USZ



Sl.2. - Razvitak pogonskih napona trofazne mreže

Medjunarodna mreža instituta i laboratorija intenzivno istražuje u pravcu izbora slijedećeg višeg pogonskog napona, koji se očekuje u intervalu od 1000 do 1500 kV. Prilikom tih istraživanja otkrivena je anomalija u izolacionoj čvrstoći zraka, koja bi mogla ograničiti daljnje povećavanje pogonskih napona (Sl.2).

Zadnjih godina postaje ponovo aktuelan istosmjerni prijenos, ali sada s vrlo visokim naponom (do sada najviši napon ± 533 kV, odnosno 1066 kV među vodičima, južna Afrika). Suvremeni istosmjerni sistemisu za sada samo prenosni i služe isključivo za povezivanje dvaju trofaznih elektroenergetskih sistema, pa se još ne može govoriti o "mrežama visokog istosmjernog napona".

Ne samo naslućene tehničke poteškoće, već i drugi, uglavnom urbanistički razlozi, ograničiti će, izgleda, daljnji porast pogonskih napona na nekih 1,5 do 2 MV. Mogućnost prijenosa praktički neograničenih snaga može se u budućnosti očekivati primjenom kabela sa supravodljivim vodičima, ohladjenim na vrlo niske temperature.

Svi opisani sistemi od prvih početaka do danas spadaju u grupu sistema "konstantnog napona", kod kojih struje ovise o opterećenju uz približno konstantni napon. Treba spomenuti i sisteme "konstantne struje", kod kojih napon ovisi o opterećenju uz konstantnu struju, a potrošači se uključuju serijski (prijenos Moutiers - Lyon 1900.g., 150 km, 125 kV, 20 MW). Danas su se sistemi s konstantnom strujom zadržali izuzetno samo tamo, gdje to zahtjeva tehnologija potrošnje (npr. pogoni elektrolize).

1.1.4. Tipovi električnih mreža

Suvremeni elektroenergetski sistemi izvedeni su kao trofazni, frekvencije 50 Hz (60, 42 Hz), a obuhvaćaju elektrane, prijenosne vodove, tj. vodove visokih (VN) i vrlo visokih (VVN) napona, te distributivne vodove srednjih (SN) i vodove niskog napona (nn), uz neizbježivu transformaciju, te potrošače.

Našim standardom JUS N.A2 001/1957 predviđeni su za vodove i mreže srednjih i visokih napona nazivni (nominalni) linijski (medjufazni) naponi):

3* 6* 10 20** 35 60** 110 220 380 kV

Nazivni naponi 20 i 60 kV predviđeni su ovim standardom za posebno ekonomski opravdane prilike (20 kV u Sloveniji za napajanje manjih naselja), a naponi 3 i 6 kV za napajanje specifičnih potrošača (veliki motori, rudničke jame i sl.).

Isti standard obuhvaća i niskonaponske vodove i mreže do 1000 V.

istosmjerni	110	220	440	V
jednofazni izmjenični		127*	220	V
trofazni izmjenični sa 4 vodiča		220/127*	380/220	V
trofazni izmjenični sa 3 vodiča	220*,	380*,	500*,	900 V

Vrijednosti s jednom zvijezdicom ne smiju se upotrebiti za javnu elektrifikaciju, a s dvije samo izuzetno.

Nazivni napon od 900 V zamišljen je za ekonomičnu elektrifikaciju zaselaka, jer se za vodove toga napona može koristiti niskonapon-

ski materijal, mada on po definiciji (250 V prema zemlji) ne spada među niske napone. Do sada se nije probio u primjeni.

Dokazano je, da su mreže s manjim brojem nazivnih napona odnosno s većim omjerom susjednih nazivnih napona ekonomičnije u pogledu troškova izgradnje i u tom su pravcu usmjereni naponi mnogih elektroprivreda. Glavna smetnja ostvarenju tih zamisli su već izgrađeni, a još ispravni elementi mreže, koji se ne uklapaju u navedenu novu koncepciju. Put ka cilju je dugotrajan i svodi se na postepenu eliminaciju pojedinih nivoa nazivnih napona, a time izazvani troškovi apsorbiraju dobar dio očekivanog ekonomskog efekta prema idealnom slučaju.

Kao primjer mogu se navesti tendencije da se u Jugoslaviji od niza napona 110 - 35 - 10 - 0,4 kV, prijedje na niz 110 - 20 - 0,4 kV u rjedje, a 110 - 10 - 0,4 kV u gušće naseljenim područjima.

U Francuskoj se razvoj prijenosne mreže usmjerava na eliminaciju napona 150 i 380 kV, da bi konačno ostao niz 750 - 220 - 63 kV. Oblik i način prostorne povezanosti elemenata mreže naziva se ukrajno "konfiguracija" ili "topologija mreže". Kako mreža sadrži vodove odnosno kabele različitih nazivnih napona, djelovi mreže različitih napona povezuju se putem transformatora. Način priključka elektrana na mrežu ovisi prvenstveno o njihovoj snazi, te su u pravilu elektrane veće snage priključene na mrežu višeg nazivnog napona. Slično i snaga potrošača uvjetuje visinu napona na koji će biti priključeni.

U praksi nisu nikada ostvareni uvjeti za idealnu geometrijsku osnovu mreže, jer:

- a) raspored potrošnje na promatranom području nije jednakomjeran,
- b) omjeri susjednih nazivnih napona nisu optimalni i uvijek jednaki (npr. 1:3), jer su uvjetovani pretežno prethodnim razvojem tehnike,
- c) izvore energije nije moguće idealno locirati, a ni sami nisu idealni po svojim karakteristikama,
- d) zahtjevi rezerve dovode do pojave dodatnih elemenata mreže, koji remete idealnu konfiguraciju.

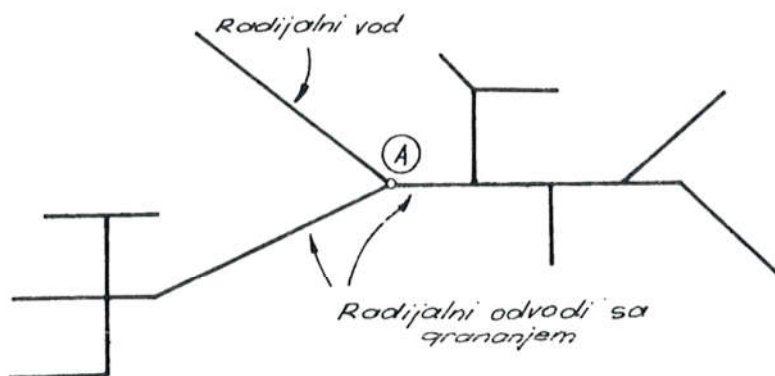
Prema tome treba odmah u početku napustiti ideju o idealnoj geometrijski pravilnoj konfiguraciji i prilagoditi konfiguraciju mreže

stvarnim potrebama sada i u budućnosti.

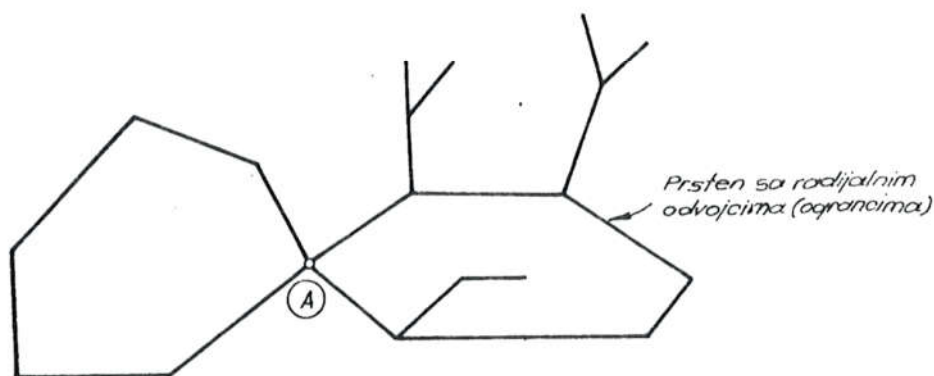
Osnivanje mreže ograničiti će se obično samo na jedan njezin dio, npr. na mrežu jednog određenog naponskog nivoa određenog područja konačne veličine. Mreže susjednog višeg i susjednog nižeg naponskog nivoa uvažavati će se povremenim uskladjivanjem tokom rada. Prema tome možemo, ne ispuštajući iz vida veličinu i postojanje cjelokupnog sistema, uspješno rješavati pojedine njegove dijelove.

Djelovi mreže mogu biti oblikovani po jednoj od principijelnih konfiguracija. Među njima razlikujemo, po načinu napajanja, dvije osnovne:

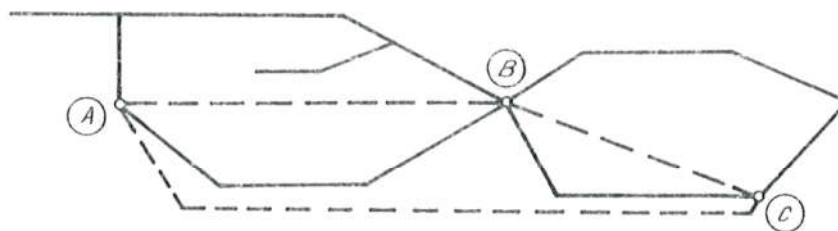
- a) Mreža napajana iz jedne točke može biti radijalna (Sl.3.a) i prstenasta (Sl.3.b).



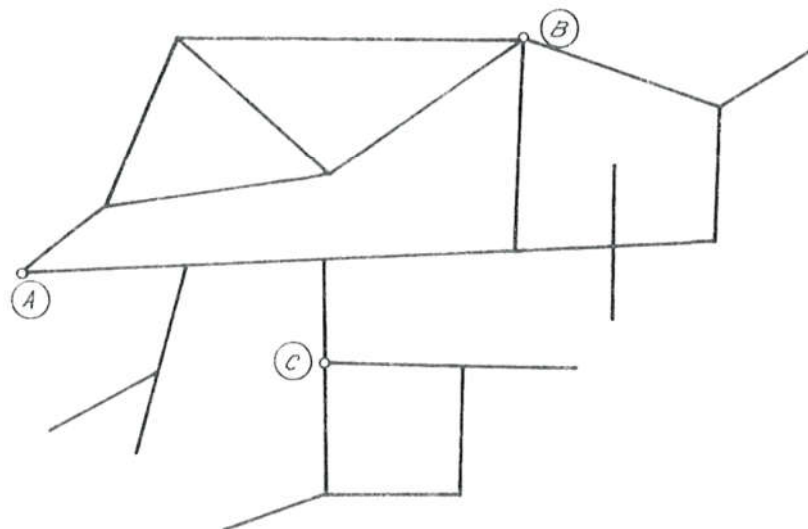
Sl.3.a - Radijalna mreža, pojava na točka A



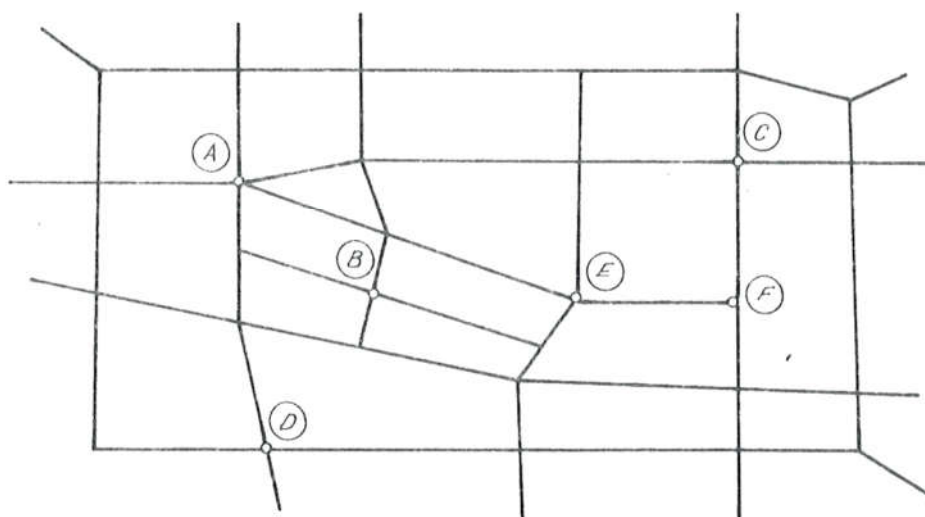
Sl.3.b - Prstenasta mreža, pojava na točka A



Sl.3.c - Zatvorena mreža, pojne točke A,B,C
----- vodovi višeg napona



Sl.3.d - Zamkasta mreža većeg područja,
pojne točke A,B i C

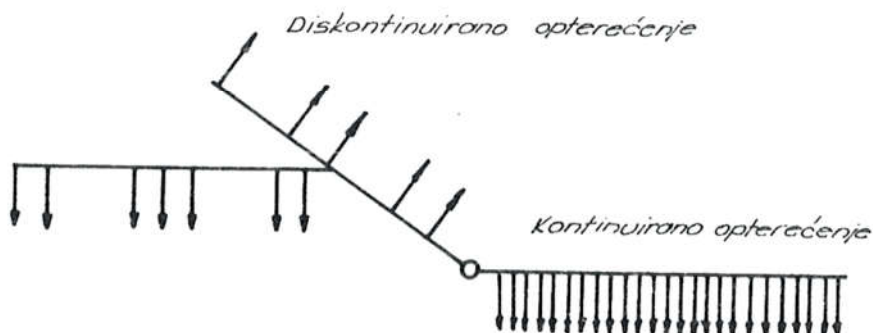


Sl.3.e - Zamkasta mreža gradskog područja. Pojne
točke A do F. Konfiguracija određena
urbanističkom osnovom

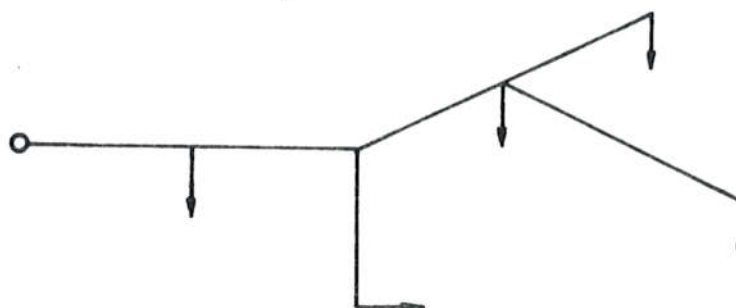
- b) Mreža napajana iz dvije i više točaka može biti zatvorena (Sl. 3.c) i zamkasta (Sl.3.d i 3.e).

Uz navedenu podjelu i pripadne slike treba dati još neka objašnjenja. Ukoliko linije na slikama 3.a-e prikazuju niskonaponske vodove, na njima su relativno gusto (praktički kontinuirano) priključeni potrošači (Sl.4.a). Ukoliko pak linije prikazuju vodove srednjeg ili visokog napona, oduzimanje snage je najčešće samo u čvorištima vodova i na njihovim krajevima (Sl.4.b), a to su onda transformatorske stanice za transformaciju na neki niži napon.

Nadalje treba reći, da je prikazana podjela, ilustrirana na slikama 3.a-e, samo načelna i u terminologiji nije jedinstveno prihvaćena. Kojoj konfiguraciji dio neke mreže pripada ovisi o tome, koliki dio mreže i koliko naponskih nivoa istovremeno promatramo. Tako zatvorena mreža na Sl.3.c može biti shvaćena kao zamkasta, ako su pojedine točke A, B i C spojene vodovima A-B, B-C i A-C višeg napona (crtkane linije na slici).



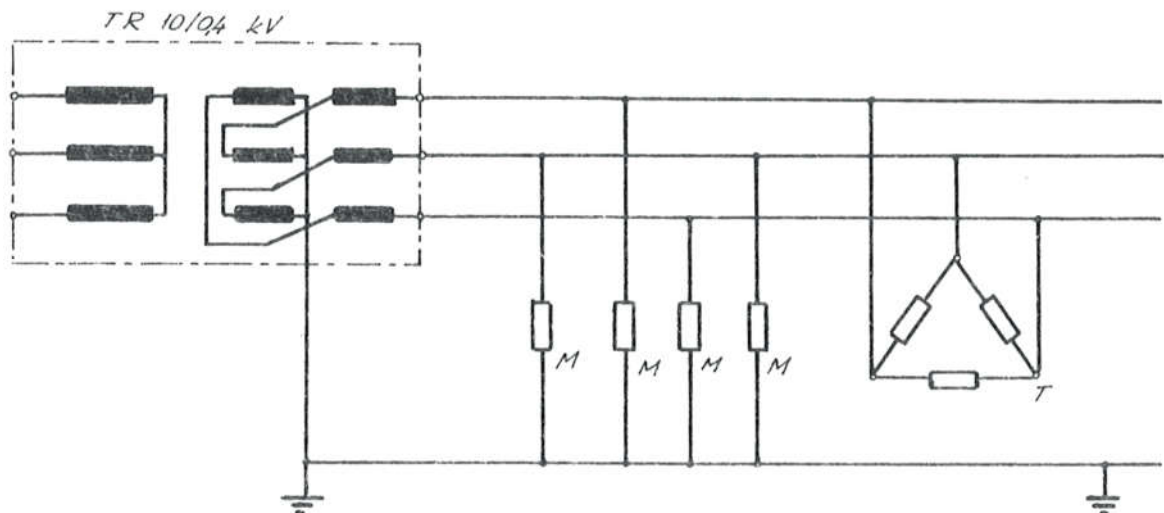
Sl.4.a - Oduzimanje snage iz voda n.n.



Sl.4.b - Oduzimanje snage iz voda S.N. i V.N.

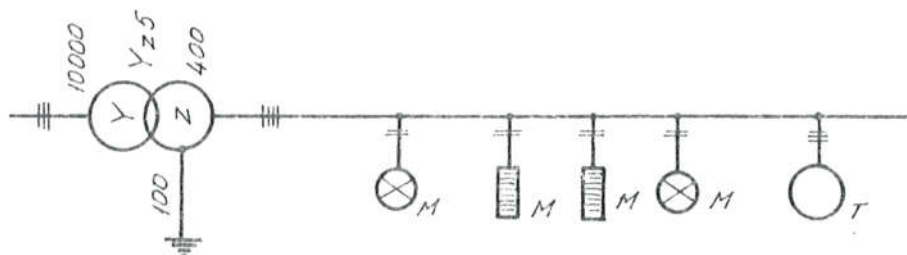
Na raznim nivoima nazivnih napona i u raznim dijelovima mreže mogu biti primjenjene različite osnovne konfiguracije, kao i njihove kombinacije. Isto tako može mreža biti osnovana po jednom, a u pogonu vodjena po drugom principu (npr. prstenasti vod na jednom mjestu otvoren tvori dva radijalna voda).

I mreže istih konfiguracija se mogu razlikovati u nekim detaljima (npr. u jednom slučaju presjek radijalnog voda opada od pojne točke prema kraju kako opada njegovo opterećenje, a u drugom slučaju vod ima svagde isti presjek). To je zato, što se kod osnivanja mreža osim osnovnih kriterija (opteretivost elemenata mreže, naponske prilike i gubici) moraju uvažiti i mnogi drugi ne manje važni kriteriji kao što su: sigurnost pogona, tipizacija opreme i materijala, način zaštite i drugi.



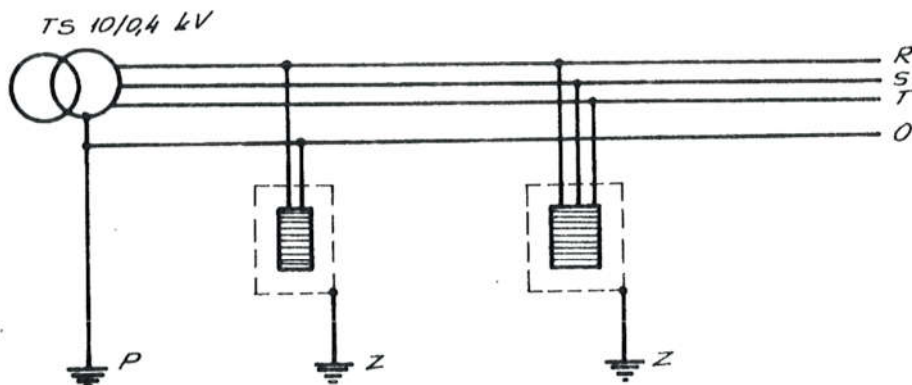
Sl.5.a - Trofazni radijalni vod n.n., trolejni prikaz

M - jednofazno trošilo
T - trofazno trošilo



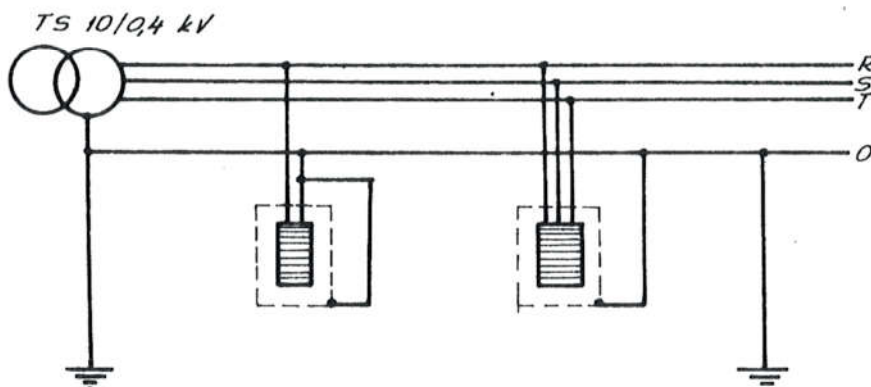
Sl.5.b - Jednopolni prikaz trofaznog radijalnog voda n.n.

Na slici 5.a prikazana je trolejna shema trofaznog radijalnog voda niskog napona s nul-vodičem, a na sl.5.b jednopolna shema istog voda. Jednofazni potrošači priključuju se između jednog od faznih vodiča i nulvoda (220 V), a trofazni potrošači na sva tri faza vodiča (380 V). Izvor ove mreže je najčešće transformatorska stanica 10/0,4 ili 20/0,4 kV (u distributivnim mrežama), odnosno 6/0,4 kV (u industrijskim mrežama). Nulvod je uzemljen u napojnoj transformatorskoj stanici, a često još i na nekim mjestima duž trase (pogonska uzemljenja). Nulvod ima ulogu povratnog vodiča, a kućišta trošila moraju zbog zaštite kod defekta biti spojena s posebnim uzemljivačima (zaštitno uzemljenje, Sl.6.a). Ako nulvod s pripadnim pogonskim uzemljenjima zadovoljava određene tehničke propise definirane uvjete, može i on poslužiti kao zaštita kod defekta (Sl. 6.b). Kaže se da je takva mreža "nulovana".



Sl.6.a - Zaštita trošila uzemljavanjem

P - pogonsko uzemljenje
Z - zaštitno uzemljenje



Sl.6.b - Zaštita trošila nulovanjem

Izvedba niskonaponskih vodova i mreža može biti nadzemna, kabelska ili s izoliranim vodovima u zgradama. Doseg računajući od transformatorske stanice je nekoliko stotina metara što ovisi o opterećenosti i presjeku.

Nastoji se postići jednaka opterećenost svake faze, kako bi nulvod bio što manje opterećen. Proračun trofaznih niskonaponskih vodova i mreža se i vrši uz takovu pretpostavku. Pošto je potrošnja promjenljiva, simetrija opterećenja neće uvijek biti idealno postignuta. Zbog toga je sekunadarna strana napojnog transformatora u spoju cik-cak (spoj transformatora Yz5), jer taj spoj dozvoljava visoki stupanj nesimetrije. Što je broj priključenih potrošača veći, očekivana nesimetrija je manja.

Kod proračuna niskonaponskih vodova i mreža često se pretpostavlja, osim simetričnosti, još i jednolična raspodjela opterećenja vodova (kontinuirano opterećenje, sl.4.a). U tom slučaju opterećenje se задаje u W/m ili VA/m uz određeni faktor snage.

Druga je mogućnost, da se pretpostavi koncentracija određenog broja manjih potrošača i time za proračun bitno smanji broj oduzimanja snage s voda (Sl.7). Koncentracija odabranih oduzimanja vrši se po pravilu jednakih momenata, poznatog iz statike. Ako je mreža razgranata ili zamkasta, pogodno je opterećenja koncentrirati u čvorima. Korištenje navedenih pretpostavki - kontinuirano odnosno koncentrirano opterećenje - znatno olakšava proračun niskonaponskih vodova i mreža. Time učinjena pogreška nije bitna, jer je i onako teško precizno odrediti stvarno opterećenje svakog potrošača u određenom trenutku, pa se opterećenje potrošača većinom procjenjuje na osnovu statističkih promatranja na sličnim konzumnim područjima.



Sl.7.a - Stvarni položaj priključenih potrošača na radijalni vod n.n.



Sl.7.b - Pojednostavljeni prikaz nakon koncentracije priključenih potrošača

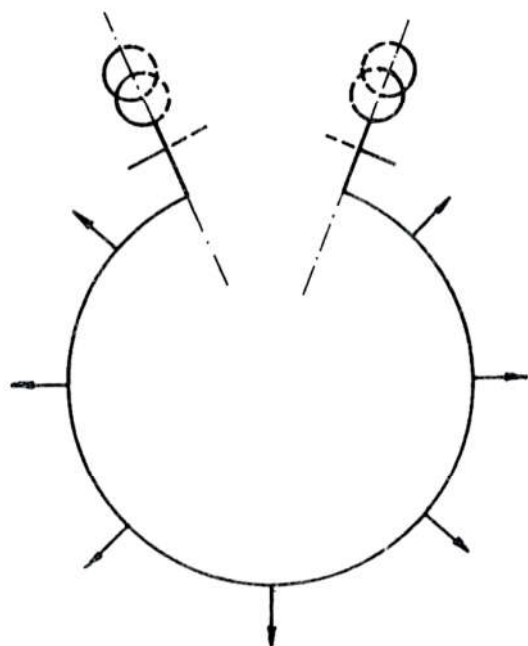
Distributivna mreža niskog napona je često radijalna (Sl.3.a). Iz transformatorske stanice izlazi nekoliko radijalnih odvoda. Ukoliko se odvodi granaju, možemo razlikovati "glavne vodove" (u pravilu većeg presjeka) i "sporedne vodove" ili "ogranke" (u pravilu manjeg presjeka). Ako "glavni vod" na dijelu od transformatorske stanice do prvih nešto udaljenih ogranaka nema oduzimanja snage, taj njegov dio se zove "pojni vod".

Priključci potrošača na niskonaponsku mrežu su jednofazni (obiteljske zgrade) ili trofazni (veće stambene zgrade, zanatski pogoni i sl.). Sve šira primjena električne energije u kućanstvu (grijanje, aparati veće snage) dovodi do toga da su jednofazni priključci potrošača sve rjeđi, a ponegdje čak i zabranjeni. Potrošnja velikih zgrada (soliteri, bolnice, hoteli, administrativne zgrade) je često tolika da zahtjeva posebnu transformatorsku stanicu 10/0,4 kV, pa i više njih. U tom slučaju je niskonaponska mreža identična s "kućnom instalacijom" dotične zgrade. Ako se, za razliku od spomenutog slučaja, radi o industrijskom pogonu, govori se o "industrijskoj mreži".

Karakteristika je radijalne mreže, što je na nju priključeni potrošač napajan samo s jedne strane, pa je snabdjevanje nesigurno. U usporedbi s drugim konfiguracijama radijalna mreža ima veće padove napona i veće gubitke, ali je zato pregledna. Jednostavno se selektivno štiti od kratkih spojeva u niskonaponskim mrežama pretežno osiguračima, a u srednjenaponskim i visokonaponskim mrežama prikladnim, u pravilu jednostavnim uređajima.

Prstenasta mreža (Sl.3.b) omogućuje svakom potrošaču napajanje s dvije strane, ali iz istog izvora. Jedan prsten možemo prikazati i proračunati kao dvostrano napajni vod, kojemu je na krajevima narinut isti napon po iznosu i po fazi (Sl.8). Nadalje, prstenasti vod u usporedbi s radijalnim vodom ima stabilnije naponske prilike i manje gubitke, a pogonski je sigurniji samo ako je podijeljen na odgovarajuće dionice prikladno zaštićene od kratkog spoja.

Mreže niskog i srednjeg napona visoke pogonske sigurnosti mogu se osnivati na principu "zatvorene mreže" (Sl.3.c). Na sl.9 je pokazana mreža uz primjenu tog principa istovremeno na naponu 0,4 i 10 kV, što odgovara za područja velikog specifičnog opterećenja. Pojedine transformatorske stanice A_1 i A_2 u promatranom slučaju imaju odnos



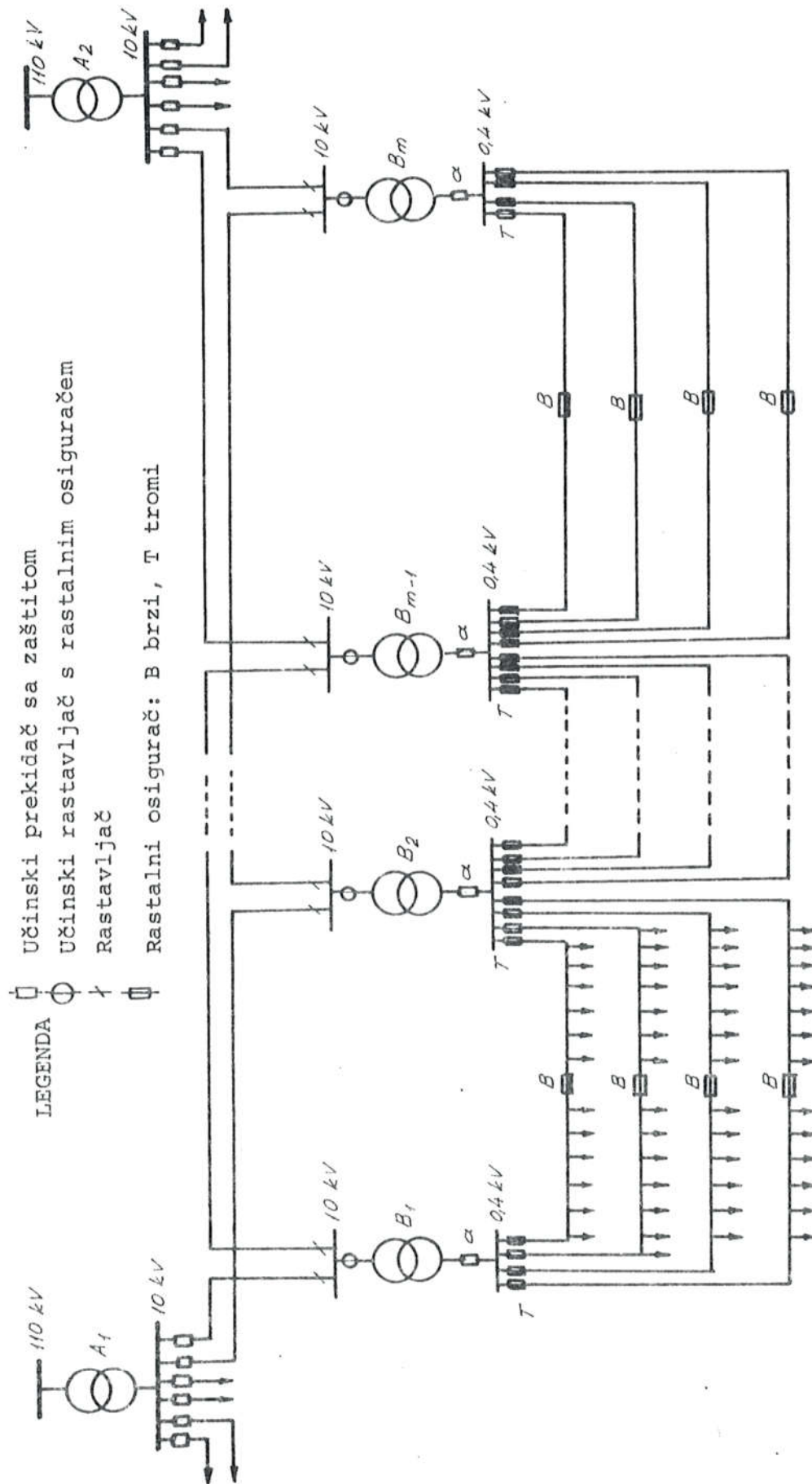
Sl.8 - Prstenasti vod shvaćen kao dvostrano napajani vod

transformacije 110/10 kV, a dolaze još u obzir odnosi 110/20 kV ili 35/10 kV. Promatrano područje se napaja putem dvaju zatvorenih 10 kV (ili 20 kV) vodova. Na njima je naizmjenično priključeno m (orijentaciono $m = 6 \dots 10$) transformatorskih stanica B_1 do B_m omjera transformacije 10/0,4 kV (ili 20/0,4 kV). Transformatorske stanice A trebaju imati najmanje po dva, a stanice B najviše po dva transformatora iste snage. Vodovi niskog napona su također zatvoreni i priključeni uvijek na dvije transformatorske stanice B. Prema tome, svi vodovi 10 kV i 0,4 kV napajani su s dvije strana,

što je bitno za pogonsku sigurnost odnosno kontinuitet napajanja potrošača.

Na sl.9 je istovremeno jednostavnim simbolima prikazan jedan od mogućih načina zaštite od kvarova. Svaki od vodova 10 kV A_1-A_2 je u pogledu zaštite jedna cjelina, pa u slučaju kvara na njemu ispadaju iz pogona sve na njega priključene transformatorske stanice B. Odgovarajućom zaštitom na mjestima označenim s a (Sl.9) valja spriječiti napajanje mjesta kratkog spoja iz niskonaponske mreže (preko stanice B priključene na drugi, zdravi vod). Pravilnim dimenzioniranjem transformatora 10/0,4 kV i niskonaponske mreže preostala polovina transformatorskih stanica B i dalje nesmetano napaja potrošače priključene na niski napon. Nakon pronalaženja mjesta kvara može se pomoću rastavljača isključiti oštećena dionica 10 kV voda i potom uključiti sve stanice B, s time da jedan od 10 kV vodova A_1-A_2 više nije u zatvorenom nego radijalnom pogonu sve do konačnog popravka.

Zatvoreni niskonaponski vodovi, također dvostrano napajani, osigurani su na krajevima tromim, a približno u sredini brzim rastalnim osiguračima. Kod kvara na niskonaponskom vođu ispada iz pogona samo

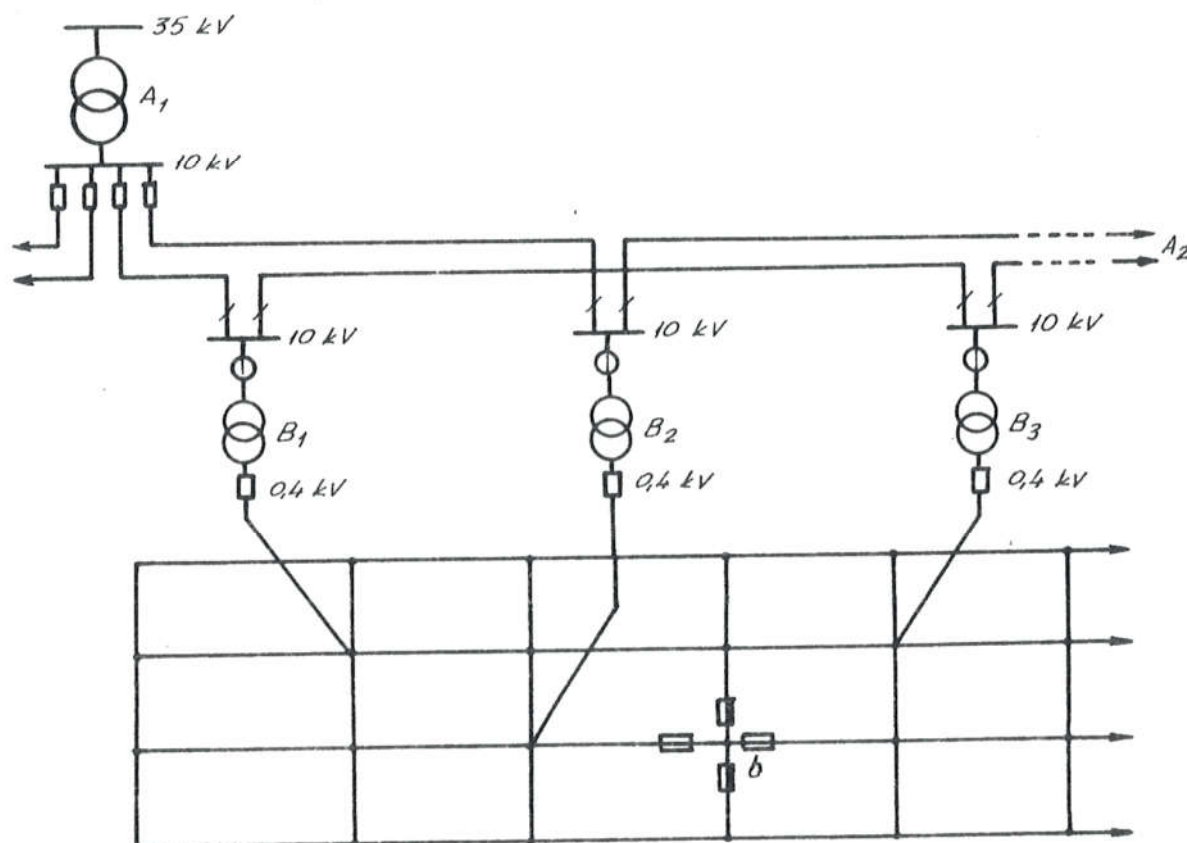


Sl.9 - Zatvorena gradska mreža 10 i 0,4 kV

jedan mali dio cjelokupne niskonaponske mreže, pa bez napajanja ostaje mali broj potrošača.

Koncepcija mreže prema sl.9 dopušta visoki stupanj standardizacije svih ugrađenih elemenata, kao i cijelih transformatorskih stanica.

Sve prednosti dobro osnovane zatvorene mreže ima i zamkasta niskonaponska mreža (sl.10, oznake i simboli kao na sl.9). Osnova 10 kV mreže je u prikazanom slučaju ista kao na sl.9 u primjeru za zatvorenu mrežu. Niskonaponski vodovi su učvorenjeni na raskršćima ulica. U tim je čvorištima locirana i zaštita pojedinih grana u zamci (čvorište b na slici 10). Daljnje prednosti zamkastih mreža su stabilne naponske prilike (neosjetljivost kod uključivanja velikih tereta) i mali gubici. Zato se primjenjuju u gradovima i većim pogonima preradivačke industrije.



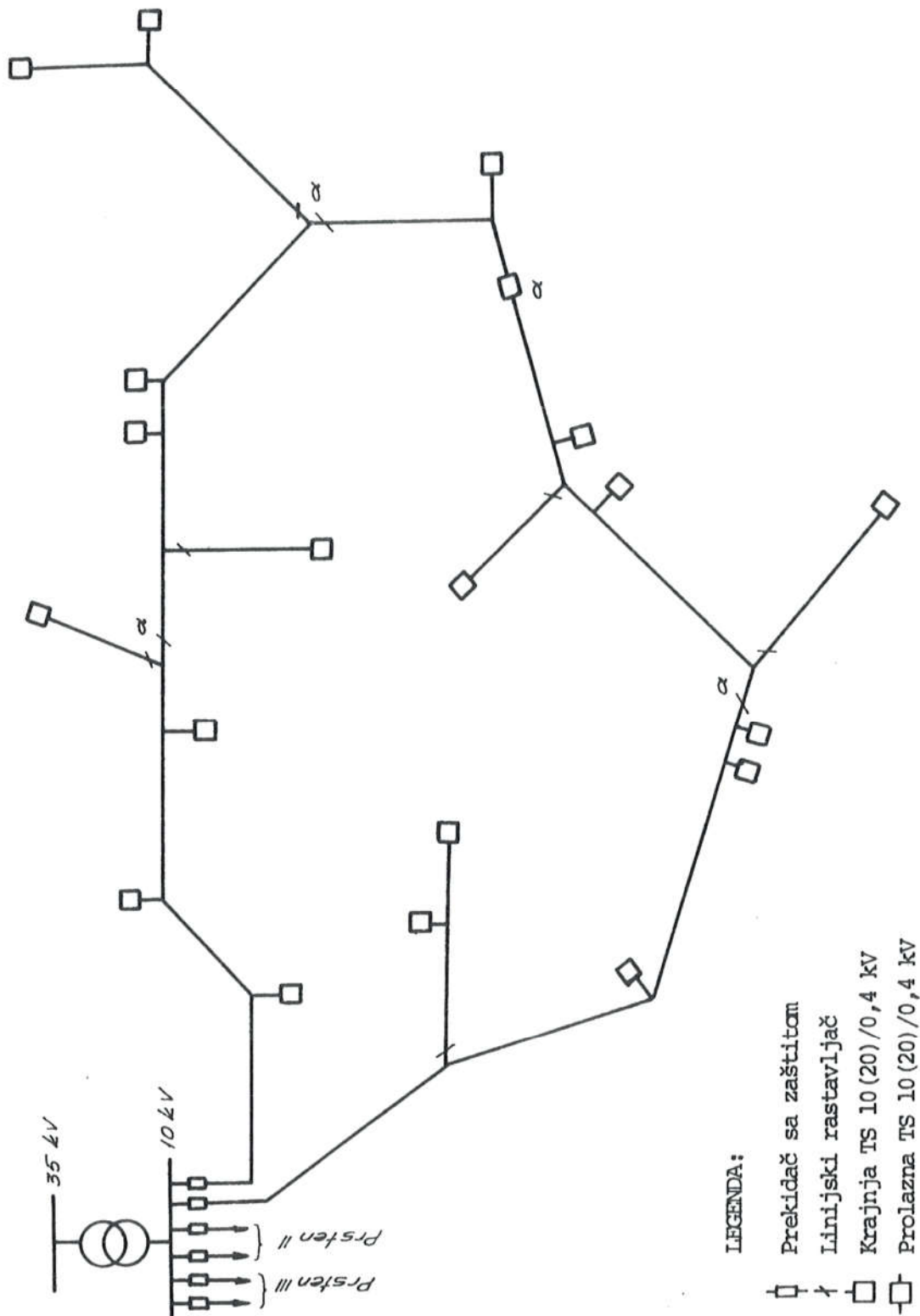
Sl.10 - Zamkasta niskonaponska mreža

Mreža napona 10 ili 20 kV za tzv. seosku elektrifikaciju može biti radijalna (Sl.3.a) sa svim pogonskim manama radijalne konfiguraci-

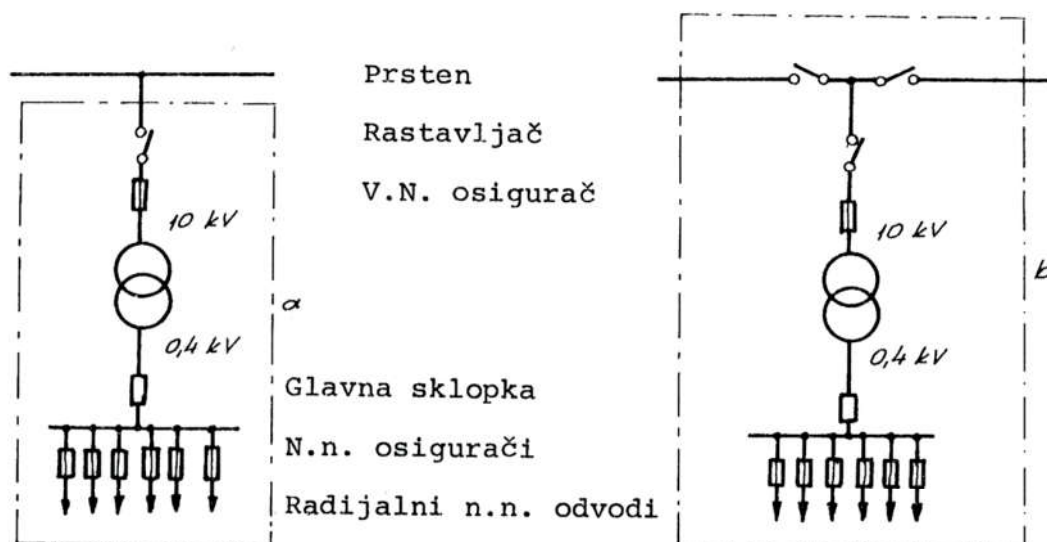
je. Zadovoljava samo potrošače malih zahtjeva u pogledu kvalitete. Napaja se iz transformatorske stanice 35/10 kV ili 110/20 kV. Trasa vodova tangira veća naselja, u kojima se nalaze transformatorske stanice 10/0,4 kV odnosno 20/0,4 kV.

Radijalni pogon uz prstenastu konfiguraciju "seoske" mreže 10 ili 20 kV (Sl.11) donosi značajne prednosti u odnosu na radijalnu konfiguraciju, pod uvjetom da se prsten pomoću rastavljača na dva ili više mjesta dađe pretvoriti u dva radijalna voda. Rastavljanje prstena se najčešće izvodi pomoću tzv. linijskih rastavljača montiranih jednostavno na jednom od stupova voda. Zahvaljujući svojoj konstrukciji oni mogu prekidati i manje struje opterećenja, koristeći strujanje električnim lukom zagrijanog zraka prema gore čime se luk rasteže i konačno gasi. Povoljno je da prsten bude svagdje istog presjeka, što je obično zbog tipizacije i onako slučaj. Transformatorske stanice 10/0,4 kV ili 20/0,4 kV, obično s po jednim transformatorom, nemaju sabirnica na strani višeg napona, već su jednostavno priključene kao duži ili kraći odvojci na prstenu, i to preko linijskog rastavljača na odvojnem mjestu, ako su odvojci duži. Zaštita vodova je jedino u pojnoj točki, i to pomoću visokonaponskih osigurača ili, što je bolje i skuplje, pomoću prekidača s pripadnom zaštitom. To je zaštita koja odgovara najjednostavnijem slučaju radijalne mreže. Transformatori 10(20)/0,4 kV zaštićeni su pomoću rastalnih osigurača (Sl.12).

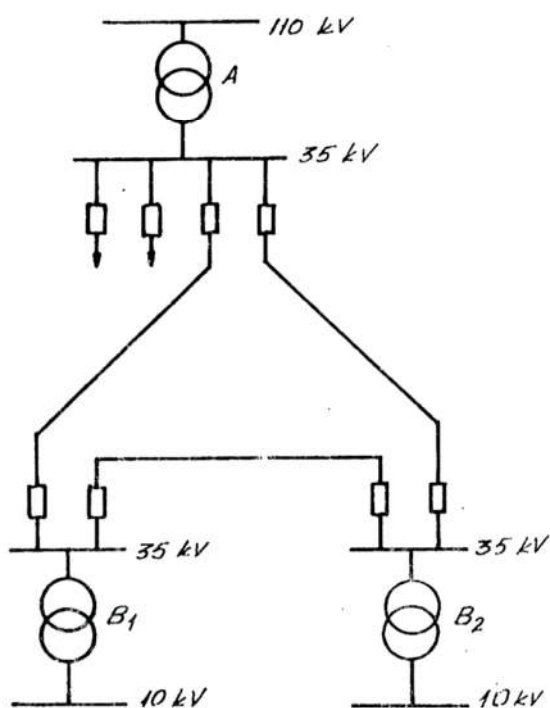
Mreža napona 10 kV na Sl.11 ima 4 rastavna mjesta označena s a. U normalnom pogonu jedno je rastavno mjesto otvoreno (u pravilu ono koje je najbliže mjestu s najnižim naponom), pa je time prsten pretvoren u dva radijalna voda. U slučaju kvara jedan radijalni odvod ispada iz pogona u TS 35/10 kV. Prednost je otvorenog prstena pred radijalnom mrežom, što se relativno brzo, intervencijom jednog čovjeka s motornim vozilom, dio ispale mreže u većini slučajeva može ponovo staviti pod napon s iste ili s druge strane. Bez napona ostaje do definitivnog popravka kvara samo jedna dionica, dakle manji dio potrošača. U tom pogledu su u povlaštenom položaju prolazne transformatorske stanice (sl.12.b), jer se one alternativno mogu priključiti na dvije susjedne dionice, od kojih je jedna vjerojatno uvijek sposobna za pogon. Preveliki broj rastavnih mjesta u prstenu otežava lociranje neispravne dionice u slučajevima kada se kvar teško uočava vizuelnim pregledom voda.



Sl.11 - 10 ili 20 kV mreža za seosku elektrifikaciju
- otvoreni prsten -



12 - Krajnja (a) i prolazna (b) seoska transformatorska stanica 10/0,4 ili 20/0,4 kV



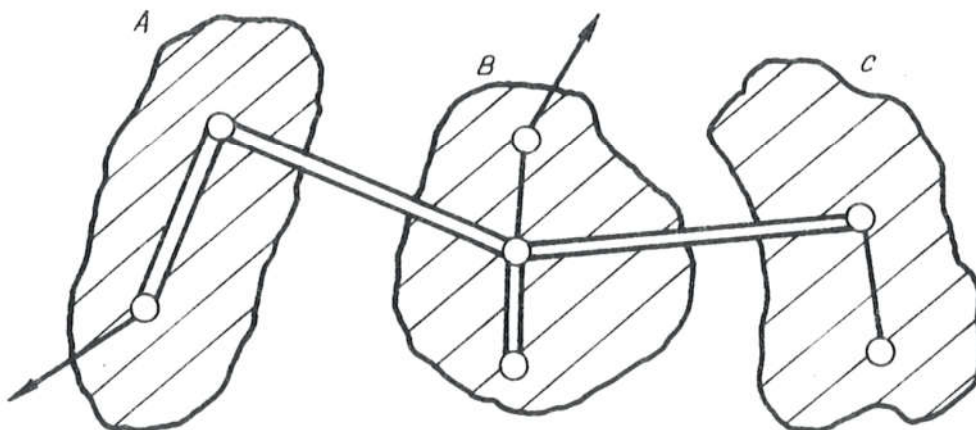
Sl.13 - 35 kV mreža u obliku trokuta

Rad mreže sa sl.11 u zatvorenom prstenu zahtijevao bi postavljanje učinkovitih prekidača sa selektivnom zaštitom na mjestima označenim s "a", što se smatra preskupim za mreže toga tipa. Nasuprot tome, kod napona 35 kV i više, a kadkada već i kod 20 kV, isplati se s obzirom na prenosnu moć vodova tih napona prijeći na rad u zatvorenom prstenu uz odgovarajuće sklopne i zaštitne uređaje. Minimalna konfiguracija osnovana na ovom principu prikazana je na sl.13. i ima oblik trokuta. Obadvije stanice B₁ i B₂ napajane su putem dva voda i uz odgovarajuću selektivnu zaštitu praktički nikada ne ostaju bez napona.

Za neku mrežu napona 35 kV pojna točka je obično jedna ili dvije transformatorske stanice 110/35 kV, a kadkada i elektrana skromnije snage.

Konfiguraciju prijenosne mreže diktiraju geografski odnosi proizvodnih i potrošnih centara, karakteristike proizvodnje s jedne i potrošnje s druge strane itd. Uzalud ćemo u nekoj mreži visokog i najvišeg napona tražiti neku geometrijsku zakonitost, što smo još donekle mogli kod mreža niskog i srednjeg napona. To potvrđuje i pogled na visokonaponsku mrežu Zapadne Evrope. Smjerovi vodova poklapaju se s tokovima energije iz velikih proizvodnih u velika potrošačka područja (vodovi prema regiji Pariza, Ruhrskoj oblasti, sjevernoj Italiji). Osim toga je gustoća mreže ujedno slika urbaniziranosti i industrijaliziranosti područja.

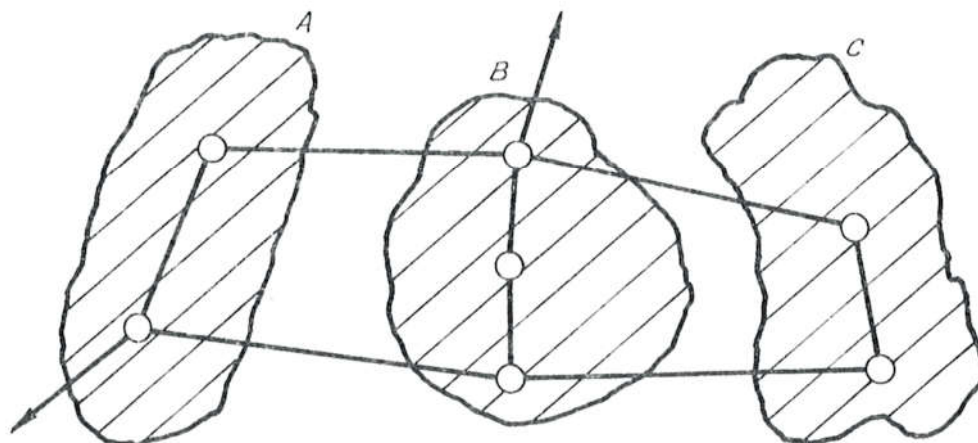
Ipak se donekle mogu razlikovati dva osnovna principa oblikovanja mreže najvišeg napona. To je oblik "kičme" (sl.14.a) i "prstena" (sl.14.b). Pretpostavljeno je, da tri elektroenergetski relativno zaokružena područja treba povezati mrežom najvišeg napona iz razloga koji su obrađeni u poglavlju 1.1.2. Na tu mrežu najvišeg napona



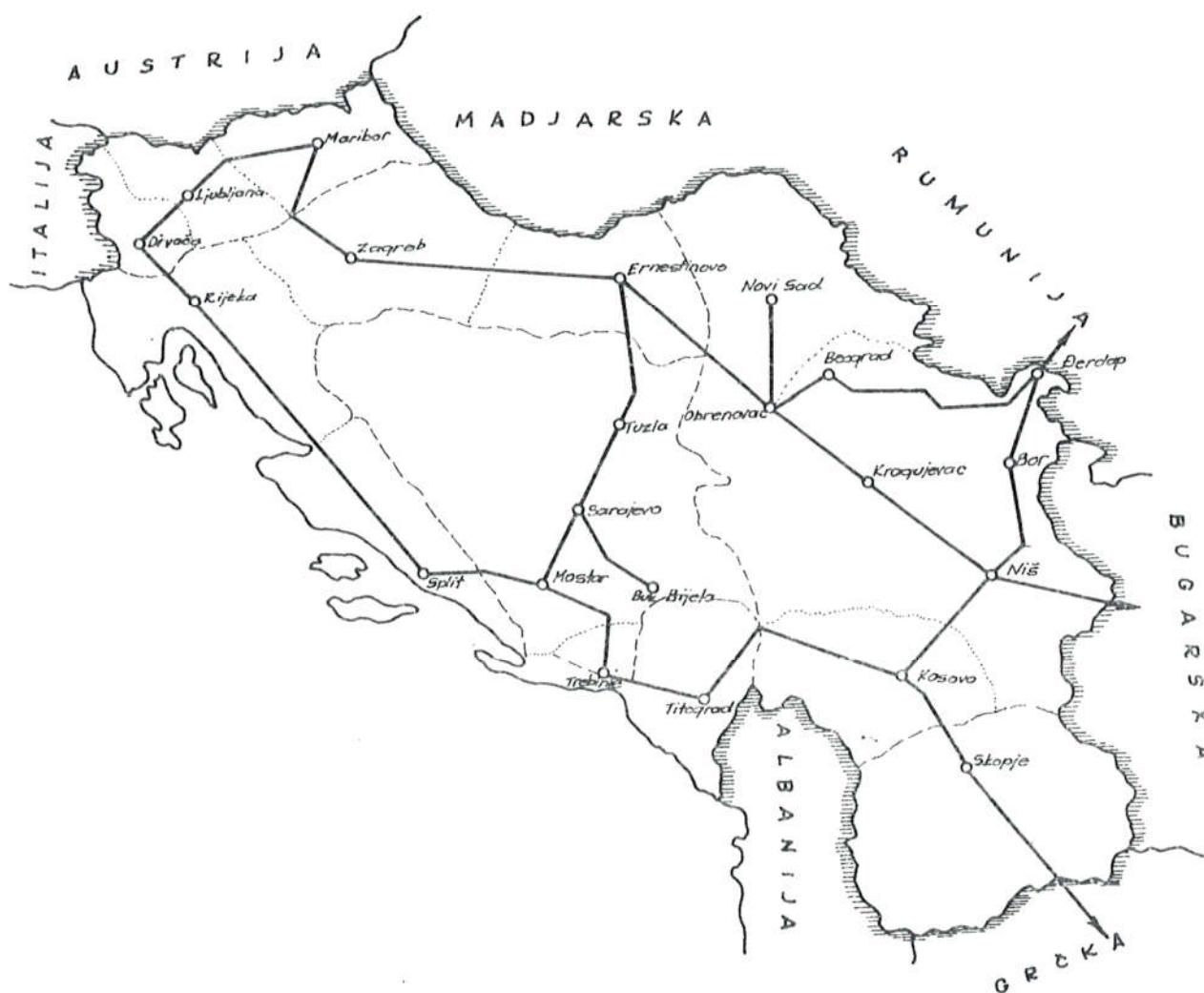
Sl.14.a - Područja A,B,C povezana mrežom najvišeg napona u obliku "kičme"

(često nazvanu i "superponiranom mrežom") neposredno se priključuju elektrane najvećih snaga. Postojanje superponirane mreže ne isključuje povezivanje područja i na nižim naponskim nivoima, pogotovo ako su takove veze ostvarene u prethodnom razdoblju razvoja mreže.

Na slici 15 prikazana je 380 kV mreža Jugoslavije nakon završetka I etape izgradnje.



Sl.14.b - Područja A,B i C povezana mrežom najvišeg napona u obliku "prstena"



Sl.15 - Mreža 380 kV SFRJ oko 1977.g.

1.1.5. Pogon trofaznih električnih mreža

Već je spomenuto, da je istovremenost proizvodnje i potrošnje osnovna karakteristika elektroenergetskog sistema. To ujedno znači istovremenost uzroka i posljedice. Bilo koja promjena u režimu rada trenutno djeluje na cjeli sistem. Uslijed postojanja određenih "tromosti" (mase rotora generatora i turbina, induktiviteti, kapaciteti, tromost regulatora) posljedice u pravilu traju duže nego uzroci. Ekstremno brzim zahvatima treba se prilagoditi novonastalom stanju s ciljem da se sistem ponovo stabilizira. Osim spomenute "tromosti" uslijed kojih nastaju izjednačavajući procesi određenog trajanja postoje "trenja" (uglavnom djelatni otpori elemenata mreže i mehanička trenja gdje su moguća), koja djeluju prigušujuće. Intenzitet i karakter promjena mjerodavni su za intenzitet posljedica, tako da neke od njih prolaze praktički neprimjetno, a ima ih i katastrofalnih. Neugodne posljedice se u pravilu najviše manifestiraju u neposrednom okolišu mjesta gdje se promjena pojavila.

Pogon mreže poznaje dva osnovna stanja:

- a) normalno (uravnoteženo, stacionarno),
- b) poremećeno (neuravnoteženo, nestacionarno).

U normalnom stanju promjene su spore i postupene, pa ih regulacioni uredjaji uredno savladavaju odnosno kompenziraju bez vidljivih posljedica za potrošače. Normalni pogon sistema se vodi s težnjom za kvalitetom električne energije (vidi poglavlje 1.1.2.) i ekonomičnim radom (optimalna raspodjela opterećenja na pojedine elektrane i minimalni gubici). Navedeni cilj postiže se regulacijom djelatne snage i regulacijom napona. Regulacija djelatne snage, u daljnjem tekstu snage, se vrši doziranjem vode odnosno pare pogonskim turbinama u elektranama. U mreži koju napaja jedan generator, regulacijom turbina se osim na snagu djeluje i na frekvenciju. U složenom elektroenergetskom sistemu pravilnije je odvajati pojam regulacije frekvencije od pojma regulacije snage, makar se obje postižu djelovanjem na regulatore turbine. Cilj je regulacije frekvencije da održava konstantnu frekvenciju, a regulacije snage, da uz konstantnu frekvenciju raspoređuje snagu na pojedine elektrane i da osigura programiranu razmjenu snage između dva povezana sistema (npr. između dvije države). Uz sredstva koja sudjeluju u regulaciji snage treba spomenuti i transformatore sa "poprečnom" regulacijom napona.

Za razliku od regulacije snage, napon se prvenstveno regulira uzbu-dom generatora i sinhronih kompenzatora, te "uzdužnom" regulacijom napona kod transformatora prostom promjenom prijenosnog omjera. U procesu regulacije napona sudjeluju i pasivni elementi za kompenza-ciju reaktivne snage (kondenzatori), ukoliko se njihov kapacitet može makar i najgrublje regulirati (zapravo već i samo njihovo u-ključenje i isključenje predstavlja regulacioni zahvat, ukoliko se vrši po određenom kriteriju).

Regulacija napona se neposredno i jednostavno može primjeniti samo na radijalnu mrežu napajanu jednim generatorom. Slično kao što je regulacija djelatne snage neposredno, ali složeno povezana s regu-lacijom frekvencije, u složenom elektroenergetskom sistemu je regu-lacija napona povezana s proizvodnjom i raspodjelom reaktivne sna-ge. Kao što je poznato, svaki potrošač priključen na izmjeničnu mre-žu uzima iz nje potrebnu mu djelatnu snagu uz određeni faktor sna-ge ($\cos \varphi$), odnosno uz djelatnu uzima i reaktivnu, i to skoro bez iznimke induktivnu snagu. Tu reaktivnu snagu također proizvode ge-neratori. Raspodjela reaktivne snage na više generatora vrši se re-gulacijom uzbude po određenom kriteriju. Često je ekonomično pro-izvoditi reaktivnu snagu dodatno još i pomoću sinhronih kompenzato-ra i kondenzatorskih baterija, koji se lociraju na najpovoljnije mjesto u mreži. Zbog povezanosti regulacije reaktivne snage s regu-lacijom napona, i ovi elementi sudjeluju u regulaciji napona. Dok u mrežama niskog i srednjeg napona postoji problem manjka induktivne reaktivne snage, pa je na odgovarajući način treba kompenzirati, do-tle u mrežama najviših napona (zbog velikih pogonskih kapaciteta dalekovoda) postoji višak induktivne reaktivne snage što se rješava prigušnicama.

Ako podjemo od kvalitete i ekonomičnosti kao osnovnih kriterija vo-djenja pogona sistema u normalnom stanju, možemo reći:

- regulacijom djelatne snage održava se konstantna frekvencija i vrši ekonomska raspodjela djelatne snage na elektrane (optimalno korištenje akumulacija, minimum troškova goriva),
- regulacijom reaktivne snage održava se napon mreže i djeluje na tokove reaktivne snage po kriteriju minimalnih gubitaka u mreži.

U principu nam dakle za vođenje sistema stoje na raspolaganju dva osnovna regulaciona zahvata: regulacija vode odnosno pare i regu-lacija uzbude. Oba navedena zahvata su samo u prvoj aproksimaciji

medjusobno nezavisni. U drugoj aproksimaciji dolazi do izražaja logična interakcija. Na primjer, ako se preraspodjelom tokova reaktivnih snaga (uzbuđom) smanje gubici, pojavljuje se u sistemu višak djelatne snage, pa treba intervenirati preko regulatora pare (ili vode).

Poremećeno stanje nastupa uslijed naglih (praktički trenutnih) promjena odnosno poremećaja. Takve su promjene:

- naglo ukapčanje i iskapčanje potrošača značajne snage (u pravilu 10% i više od maksimalnog opterećenja pogodjenog dijela mreže);
- naglo iskapčanje jakih izvora;
- kvarovi na elementima mreže zbog unutrašnjih ili vanjskih uzroka.

Za vrijeme trajanja poremećenog stanja mreža je izvrnuta naprezanjima, koja mogu dovesti do trajnih posljedica. Zato mreža mora biti opremljena uredjajima, koji omogućuju što bržu uspostavu normalnog stanja. Mnogi se zahvati u tom smislu zbog zahtjeva preciznosti i brzine povjeravaju automatskim uredjajima.

Fizikalna slika same mreže ista je u oba osnovna karakteristična pogonska stanja, ali kako svako pogonsko stanje ima svoje specifičnosti i utjecaje, primijenjene analitičke metode prilagođene su svakom pojedinom slučaju. I pojedini elementi mreže (generatori, transformatori, vodovi, potrošači) ponašaju se specifično, pa je potrebno poznavati njihove karakteristike u povezanom radu elektroenergetskog sistema.

Generatori (i sinhroni strojevi uopće) su aktivni elementi mreže, kojima su karakteristike zbog ponašanja magnetskog toka promjenjive i ovise o vremenu proteklom od nastanka poremećaja u mreži (početni, prijelazni i trajni period). Osim toga treba prema prilikama računati s tromošću rotirajućih masa, te karakteristikama regulacijskih krugova snage i uzbude.

Kod transformatora treba osim uzdužnih i poprečne impedancije uzeti u obzir još i prijenosni omjer, uključujući i mogućnosti regulacije (promjene) prijenosnog omjera. Za neke proračune treba poznavati i magnetske prilike u željezu transformatora.

Vodovi zbog svojih po dužini kontinuirano raspoređenih parametara predstavljaju posebnu problematiku, koja dolazi to više do izražaja, što je napon viši i vod duži.

Trošila i grupe potrošača se veoma različito ponašaju i reagiraju kod promjena u mreži, pa je poznavanje i izučavanje njihovih karakteristika veoma važno za kompleksne analize elektroenergetskog sistema. Pojedina trošila samo iznimno imaju linearnu karakteristiku, odnosno impedanciju konstantnu i neovisnu o naponu. Pri tome se djelatna i reaktivna komponenta impedancije potrošača često nejednako ponašaju. Heterogeni skupovi raznoraznih trošila dovode do veoma različitih pogonskih karakteristika grupnih potrošača.

Izgradnja i pogon elemenata elektroenergetskog sistema moraju se vršiti u skladu s nizom tehničkih i administrativnih propisa, među kojima značajno mjesto zauzimaju propisi za zaštitu ljudi i imovine od štetnog utjecaja elektriciteta.

Prema izloženom postoji u elektroenergetskom sistemu velik broj sudionika od proizvodnje do potrošnje, koji se različito ponašaju, svaka promjena se trenutno odražava na cijeli sistem, postoji zahtjev za kvalitetom i ekonomijom u normalnom i zahtjev za brzom uspostavom nove ravnoteže u poremećenom stanju. Iz toga slijedi zaključak, da je vođenje pogona velikog elektroenergetskog sistema složen i kompleksan posao, pa se on provodi na nekoliko hijerarhijskih nivoa upravljanja uz korištenje neophodnog sistema za prikupljanje, prijenos, prikazivanje, obradu i pohranjivanje podataka (informacioni sistem). Centri odlučivanja u vođenju elektroenergetskim sistemom su dispečerski centri, koji su ovisno o hijerarhijskom položaju odgovorni za cijeli sistem (najviši nivo) ili djelove sistema (niži nivo), svaki od njih u okviru dogovorenih nadležnosti.

Suvremenim opremanjem informacionog sistema ugradnjom procesnih elektroničkih računala međusobno hijerarhijski povezanih putem kanala za brzi i pouzdani prijenos podataka u oba smjera omogućuje se automatizirano procesno vođenje elektroenergetskog sistema u realnom vremenu i u zatvorenoj petlji, dakle teoretski bez učešća čovjeka. Zbog ograničene, makar vrlo visoke pouzdanosti kako elemenata elektroenergetskog tako i informacionog sistema, vizija potpuno automatiziranog pogona nije ostvariva.

1.2. NADZEMNI ELEKTROENERGETSKI VODOVI

1.2.1. Podjela vodova i njihovi elementi

Za prijenos električne energije na određenu udaljenost mogu se upotrijebiti nadzemni (zračni, slobodni) vodovi ili kabeli. Po jedinici na određenu udaljenost prenesene snage (V_{Am}) ili energije (W_{sm}) kabeli su nekoliko puta skuplji od vodova, pa se zato kabeli primjenjuju samo onda kada zato postoje valjani tehnički (npr. povezivanje otoka) ili urbanistički (npr. gradska područja, blizina uzletišta) razlozi. U nekim specifičnim slučajevima, kojih će u budućnosti biti sve više, izbor kabela može uslijediti i iz ekonomskih razloga (visoka odšteta za korištenje zemljišta u trasi voda, specijalni kabeli ekstremno visoke prijenosne moći).

Interesantno je i trajanje popravka. Popravak banalnog kvara (probij izolacije) traje kod kabela duže nego kod nadzmenog voda. Tako se, uz inače dobru organizaciju, kod visokonaponskog plinskog kabela mora računati prosječnim bruto trajanjem popravka oko 30 dana, kod visokonaponskih uljnih kabela oko 12 dana, a kod masenih kabela niskog i srednjeg napona oko 3 dana. Kod nadzemnih vodova je bruto trajanje popravka u prosjeku jedan dan (pod bruto trajanja popravka misli se na vrijeme potrebno za utvrđivanje mjesta kvara, organizaciju, pripremu i transport ljudstva, materijala i alata, za otkop kabela i konačno za sam popravak).

Podjela nadzemnih vodova može se izvršiti po više kriterija:

- nazivni napon,
- broj strujnih krugova,
- materijal i konstrukcija vodiča,
- materijal i konstrukcija stupova, itd.

Osnovni elementi nadzmenog voda su:

- temelji,
- stupovi,
- izolatori,
- vodiči,
- spojni, ovjesni i zaštitni materijal (pribor),
- uzemljenje i zaštitna użad.

Vodiči kao osnovni element električnog voda imaju zadatak da vode električnu struju i jedini su aktivni dio voda. Opterećeni su na

vlak i termički.

Izolatori imaju dvojaku ulogu: da električki izoliraju vodiče od stupa i da ih mehanički drže u određenom položaju. Opterećeni su električki i mehanički, a kod pojave električnog luka i termički.

Spojni materijal i pribor osigurava kontinuirani prolaz struje i tamo, gdje se dužine vodiča nastavljaju jedna na drugu. Opterećen je termički (uslijed prolaza struje), a često i mehanički. Ovjesni materijal i pribor mehanički povezuje vodič i izolatore sa stupom. Opterećen je mehanički. Zaštitni materijal i pribor vrši razne zaštitne funkcije, kao što su zaštita od vibracija, otklanjanje električnog luka od vodiča i izolatora, promjena oblika električnog polja i sl. Navedena podjela materijala i pribora u tri grupe nije jednoznačna niti je jedinstveno usvojena.

Stupovi osiguravaju vodičima odgovarajuću visinu nad tlom. Opterećeni su mehanički.

Temelji osiguravaju statičku stabilnost cijelog objekta. Prenose sile sa stupova u tlo, a izvedbe mogu biti veoma različite.

Uzemljenje osigurava dijelove voda koji nisu pod naponom od pojave nedozvoljenog potencijala na njima i time štiti okolinu od opasnosti od napona. Ujedno predstavlja važan element za električnu pogonsku sigurnost voda. Zaštitno uže (jedno ili dva), još nazvano i gromobransko uže ili dozemno uže, je uzemljeno uže koje prati fazne vodiče, položeno je iznad njih, uzemljeno je i predstavlja sastavni dio zaštitnog sistema uzemljenja voda.

Osim djelovanja mehaničkih sila, topline i električnog polja, elementi voda su izloženi i koroziji, pa moraju na odgovarajući način biti zaštićeni.

1.2.2. Vodiči

Za izradu električnih vodiča nadzemnih vodova uzimaju se razni materijali. Od njih se traži dobra električna vodljivost, velika mehanička čvrstoća, dobra mogućnost obrade, otpornost protiv oštećenja, starenja i korozije i prihvatljiva cijena. Sva navedena svojstva ne mogu se naći u jednom materijalu, pa se pribjegava i kombiniranim vodičima.

Bakar ima od ekonomski prihvatljivih materijala najbolju električ-

na svojstva. Kod vodiča se primjenjuje u vidu tvrdo vučenog elektrolitičkog bakra. Kao materijal vrijedan za druge grane industrije uza sva dobra svojstva malo se upotrebljava za nadzemne vodove. Kod nas se izbjegava njegova upotreba na nadzemnim vodovima osim u specijalnim slučajevima (npr. kod kontaktne mreže za električnu vuču).

Aluminij danas prevladava kao materijal za izradu vodiča za nadzemne vodove. U svojstvima zaostaje za bakrom osim u težini.

Usporedimo konstantu materijala α za bakar prema aluminiju, gdje je α omjer specifične mase i specifične vodljivosti:

$$\alpha_{\text{cu}} = \frac{8,9 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^6} = 150 \cdot 10^{-6} \left| \frac{\Omega \text{kg}}{\text{m}^2} \right|$$
$$\alpha_{\text{al}} = \frac{2,7 \cdot 10^3}{34,8 \cdot 10^6} = 77 \cdot 10^{-6} \left| \frac{\Omega \text{kg}}{\text{m}^2} \right|$$

1-1

Vidimo da će aluminijski vodič istog jediničnog otpora kao bakreni biti od prilike za polovicu lakši, tj. približno svakom kilogramu bakra odgovara pola kilograma aluminija. Kako se omjer cijene po jedinici mase kreće otprilike 1:2 ... 1:2,5 u korist aluminija, to je razlog da je aluminij praktički istisnuo bakar u gradnji nadzemnih vodova, ali u formi legura i kombiniranih vodiča, o kojima će biti riječi kasnije.

Aluminij je osjetljiv na mehanička oštećenja i lako korodira (problematika spojeva Al - Cu).

Čelik ima vrlo loša električna, ali odlična mehanička svojstva. Zbog magnetske permeabilnosti (skin-efekt) i magnetskog zasićenja omski je otpor čeličnih vodiča nelinearan i naglo raste sa strujnim opterećenjem. Radi toga se čelik samo iznimno upotrebljava kao materijal za fazne vodiče (npr. za svladavanje velikih raspona), pa i onda se daje prednost kombinaciji čelika i aluminija. Čelični vodiči se često primjenjuju kao zaštitna užad, ali i ovdje vodiči s boljom vodljivošću imaju prednost. Dobra svojstva čelika koriste se, međjutim, kod kombiniranih vodiča. Od korozije se čelični vodiči (bilo homogeni, bilo u kombinacijama) štite pocinčavanjem.

Bronza je legura bakra, kositra i silicija u raznim omjerima kako bi se dobila željena svojstva. Za poboljšanje mehaničkih svojstava žrtvuje se nešto od dobre električne vodljivosti čistog bakra.

Aldrej je legura aluminijsa s malim dodacima mangana, silicija i željeza. Ima dobra mehanička svojstva. Kod nas se aldrej nije uvriježio.

Kombinirani vodiči sastoje se iz raznih konstruktivno vezanih žica.

Alučel je vodič s jezgrom od čelične žice ili užeta i perifernim žicama iz aluminijsa. Čelik preuzima mehaničko opterećenje, a aluminij ima ulogu električnog vodiča. Uzima se čelik 120. Primjenjuju se vodiči najrazličitijeg omjera presjeka aluminij-čelik. Kod nas je standardni omjer 6:1, a po potrebi 4:1, 3:1 ili neki drugi.

Primjenjuje se kombinacija aldrej-čelik, ali ne kod nas.

U USA se primjenjuju čelične žice obložene bakrom (*Copperweld*) ili aluminijem (*Alumoweld*), pletene u uže, kao i vodiči u vidu užeta s djelomično bakrenim, a djelomično brončanim žicama. U Evropi se rijetko upotrebljava.

	El.vodljivost $\kappa S/m \times 10^6 $	Spec.masa $\gamma kg/m^3 \times 10^3 $	Prekidna čvrstoća $\sigma_p daN/mm^2 $
bakar	56	8,9	40
aluminij	34,8	2,7	17-19
bronzas (Cu,Sn,Si)	48-18	8,65-8,9	50-70
aldrej (Al,Mn,Si,Fe)	30	2,7	30
čelik (pocinčani)	7-8	7,8	40-150
bakar - čelik		8,25	60-108
alučel (6:1)		3,45	17/120
aldrej-čelik (6:1)		3,45	30/120

Izvedba vodiča. Vodič u vidu žice upotrebljava se samo na vodovima niskog napona za male presjeke i male raspone. Upotreba žice iz aluminijsa i aldreja je zabranjena. Dozvoljena je upotreba bakrene žice presjeka najviše 16 mm^2 i to za raspone do 80 m.

Užeta su standardna forma za vodiče električnih vodova. Gubljenja su i to im je prednost pred žicom istog presjeka. Normalnom izvedbom užeta smatra se ono uže kojemu su sve žice istog presjeka. U tom slučaju je broj žica u svakom sloju točno određen, a ukupni broj žica n iznosi:

$$n = 3x^2 - 3x + 1$$

gdje je x broj slojeva računajući centralnu žicu kao jedan sloj. Iz tog izlazi broj žica u užetu:

$$n = 1, 7, 19, 37, 61 \text{ itd.} \quad \text{za} \quad x = 1, 2, 3, 4, 5 \text{ itd. slojeva.}$$

Zbog spiralnog sukanja dužina žice je za 2-3% veća od dužine užeta. Faktor punjenja iznosi 75-78%.

Presjeci užeta su normirani nizom

$$10, 16, 25, 35, 70, 95, 120, 150, 185, 240, 300 \text{ mm}^2.$$

To su nazivni presjeci, a stvarni presjeci nešto odstupaju od navedenih vrijednosti, a uzimaju se iz tablica. Kod presjeka za alučel misli se samo na presjek aluminijskog plašta, ali se redovno navodi i presjek čelične jezgre. Tako su npr. za alučel 6:1 normirani slijedeći nazivni presjeci:

$$16/2,5, 25/4, 35/6, 50/8, 70/12, 95/15, 150/25, 185/32, 210/40, 240/40, 300/50$$

Zbog postizanja ranije navedenog uobičajenog omjera Al/če 6:1 ne može promjer aluminijskih i čeličnih žica biti jednak pa se zato užeta često izvode iz žica različitog promjera za aluminijski od onih za čelik.

Postoji antivibraciona izvedba užeta, kod kojih je čelična jezgra slobodna u aluminijskom plaštu. Frekvencije vibracija su različite i time se vibracije prigušuju. Rijetko se upotrebljavaju radi problema spajanja.

Šuplji vodiči nalaze primjenu kod najviših napona. Proizvodnja im je složena. Ekonomični su utoliko što se uz potreban presjek postiže veliki promjer i time smanjuje pojava korone. Šuplji vodiči iz bakra mogu se izvesti iz sukanih segmenata, eventualno sa spiralnim umetcima.

Kod vodiča iz alučela promjer je sam po sebi dosta velik. U USA se katkada primjenjuju vodiči s čeličnom jezgrom obloženom impregniranim papirom unutar aluminijskog plašta. To su tzv. prošireni vodiči.

U Evropi se promjer vodiča svake faze radije prividno povećava upotrebom snopova od 2, 3 i 4 užeta, čime se povećava prijenosna moć voda i ujedno sprečava korona.

Ako se uzmu u obzir sva navedena svojstva, imati ćemo s jedne strane užad od bakra, a s druge strane užad od aluminijskih legura i kombinacija s aluminijem. Uz ekvivalentnu vodljivost, vo-

dič od bakra ima samo jednu prednost, a to je manja horizontalna sila uslijed manje površine koja je izložena vjetru, pa prema tome manje horizontalno opterećenje stupova u smjeru okomito na trasu voda. Uzme li se još u obzir veća težina, dakle veća vertikalna komponenta sile na stup, proizlazi da će odklon vodiča od bakra uslijed vjetra biti manji, pa će i međusobni razmak vodiča moći biti manji (ekonomičnija konstrukcija "glave" stupa). Ostala svojstva idu u prilog "aluminijskoj" grupi, čiji vodiči imaju manje vertikalne sile (jer su lakši), manje provjese (uslijed toga niži stupovi) i manju pojavu korone (jer su većeg promjera).

Na slici 16 do 20 prikazani su presjeci nekih tipičnih vodiča za nadzemne vodove.

Jakost polja u blizini vodiča ne smije prekoračiti električnu čvrstoću uzduha, da ne dodje do tinjavog izbijanja, koje nazivamo korona. Grubo se može uzeti da promjer vodiča u mm mora iznositi barem jednu devetinu linijskog napona u kV.

Kod vodova se vrši i tzv. izbor ekonomskog presjeka. Ukupni godišnji troškovi prijenosa moraju biti minimalni. To su troškovi kapitala, održavanja i gubitaka. Odatle slijedi ekonomska gustoća struje od $1,8 \text{ A/mm}^2$ za bakrene i 1 A/mm^2 za aluminijske vodiče, ali samo za određenu strukturu kalkulativnih troškova. Zbog standardizacije obično se odstupa od idealno ekonomičnog presjeka. Nadalje se vrši kontrola pada napona i kontrola maksimalne strujne opteretivosti.

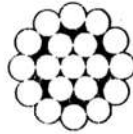
Mehanička sigurnost izabranog vodiča utvrđuje se mehaničkim proračunom vodiča, koji je sastavni dio projekta dalekovoda. Ovdje će biti izloženi samo osnovni pojmovi u vezi s proračunom.

Prethodno mora biti poznat geodetski profil trase dalekovoda (kod nas uobičajeno mjerilo 1:2000 za dužine i 1:500 za visine). Na profilu su naznačeni i svi objekti u trasi ili u njezinoj blizini (ceste, zgrade, rijeke, drugi električni vodovi itd.). Na temelju profila se vrši preliminarni raspored stupova, koji se tokom daljnjeg rada na projektu može i mijenjati. Konačni položaj ovjesišta vodiča određuje se po kriteriju propisane udaljenosti vodiča od zemlje ili drugih objekata, i to kada mu je provjes najveći (Sl.21).

Promatra se najniži vodič, a položaj ostalih vodiča u prostoru definiran je oblikom glave stupa, koja se utvrđuje "električkim proračunom voda".



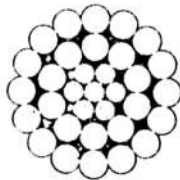
a)



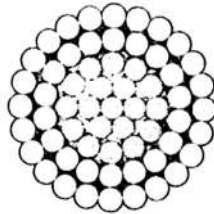
b)

Sl.16 - "Homogeno" uže

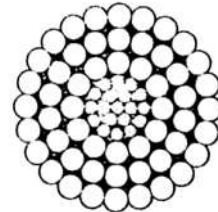
- a) sa 7 žica
b) sa 19 žica



a)



b)



c)

Sl.17 - "Alučel" uže: a) 6:1; b) 2,2:1; c) 8:1



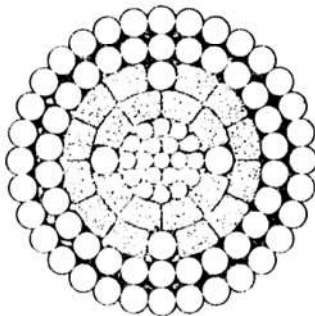
a)



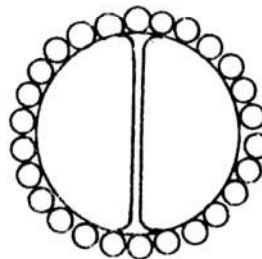
b)

Sl.18 - "Copperweld" ili "Alumoweld"

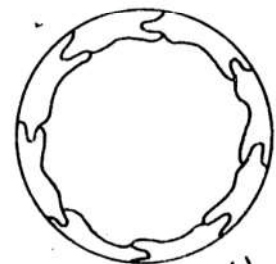
- uže: a) sa 7 žica
b) sa 3 žice



Sl.19 - "Expanded" uže:
segmentni umet-
ci iz použenog
katraniziranog
papira



a)



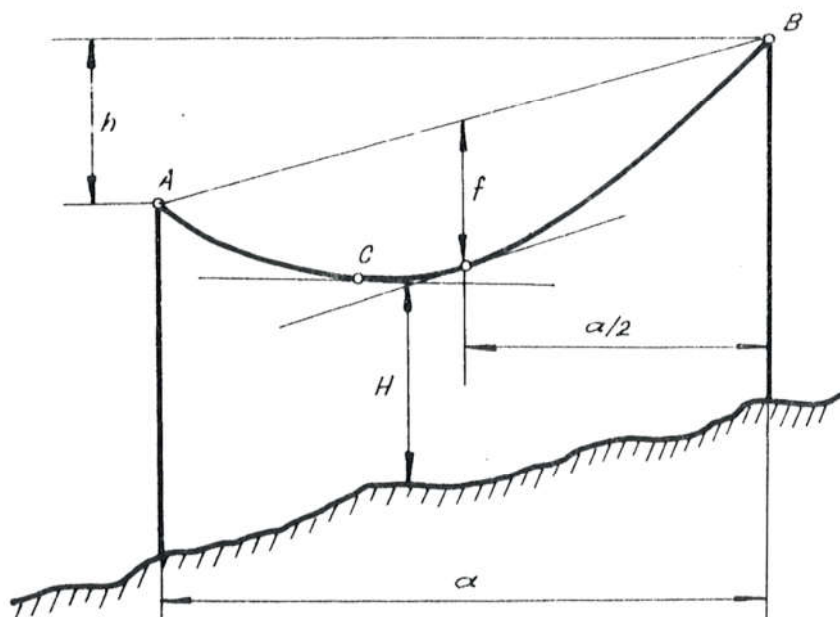
b)

Sl.20 - Šuplji vodiči:

- a) "Anaconda"
b) "HH"

Značenje oznaka na sl.21. je slijedeće:

- a - raspon (razmak projekcija ovjesišta A i B na horizontalu)
f - provjes (najveća udaljenost vodiča od spojnice ovjesišta $\overline{AB}$,
nalazi se u sredini raspona)
H - najmanja udaljenost vodiča od zemlje (kriterij za sigurnost u
odnosu na okolinu)
c - najniža točka vodiča (na mjestu dodira s horizontalnom tangen-
tom)



S1.21 -
Vodič u
rasponu

h - visinska razlika (denivelacija) ovjesišta A i B

A, B - ovjesišta (točke u kojima je vodič učvršćen tj. ovješeni).

Vodič ima svoju vlastitu težinu, označenu sa G_0 [daN/m]. U proračun se ulazi s "reduciranom težinom"

$$g_0 = \frac{G_0}{S_0} \text{ [daN/m, mm}^2\text{]} \quad 1-3$$

S_0 [mm²] je stvarni presjek vodiča.

Pod stanovitim klimatskim okolnostima na vodič se hvata led, inje ili snijeg, koji ga dodatno opterećuje (zaleđjivanje vodiča). Osnovni dodatni teret je

$$G_{\ell 0} = 0,18 \sqrt{d} \text{ [daN/m]} \quad 1-4$$

d - promjer vodiča [mm]

Stvarni dodatni teret uslijed zaleđjivanja je

$$G_{\ell} = k G_{\ell 0} \text{ [daN/m]} \quad 1-5$$

$k = 1; 1,6; 2,5; 4$.

Izbor koeficijenta k vrši se na temelju hidrometeoroloških podataka i iskustva na vodovima istog područja, i to tako, da se teret G_{ℓ} javlja u prosjeku svakih pet godina.

Pretpostavlja se, da zaleđjeni vodič ima temperaturu $\theta = -5^{\circ}\text{C}$.

Reducirana težina zaleđjenog vodiča je:

$$g_z = \frac{G_o + G_l}{S_o} \text{ [daN/m, mm}^2\text{]} \quad 1-6$$

Daljnji uzrok dodatnog opterećenja vodiča je vjetar, koji se uzima u račun kao pritisak $p \text{ [daN/m}^2\text{]}$, primjenjen na površinu koja mu je izložena, eventualno uz "aerodinamički koeficijent" $k_a \leq 1$ ovisan od oblika izloženog predmeta. Pritisak vjetra se također određuje na temelju hidrometeoroloških podataka i iskustva.

Propisi ne obavezuju projektanta i investitora da računaju s istovremenim djelovanjem vjetra i leda, ali je u više slučajeva došlo do teških kvarova baš uslijed takvog kombiniranog opterećenja.

Slično tome se i pritisak vjetra pretpostavlja kao stalan, ali su u praksi poznati slučajevi rušenja stupova uslijed uzastopnih jakih udara vjetra, koji vod naprežu dinamički, a ne samo statički.

Projektantu i investitoru je prepušteno da li će kod proračuna uzeti u obzir i te dodatne momente, što poskupljuje gradnju voda.

Kao najniža temperatura vodiča uzima se $\theta_{\min} = -20^\circ\text{C}$. Još preostaje da se odredi maksimalna temperatura vodiča. Kod manje opterećenih vodova ona se izjednačuje s maksimalnom temperaturom okoline $\theta_{\max} = 40^\circ\text{C}$, a kod jače opterećenih vodova još više (sve do temperature kod maksimalne strujne opterećenosti uz temperaturu okoline od 40°C , tj. 80°C).

U skladu s do sada izloženim možemo definirati tri tipična stanja vodiča:

1. $\theta = -20^\circ\text{C}$, bez leda
2. $\theta = -5^\circ\text{C}$, s ledom
3. $\theta = \theta_{\max} \geq 40^\circ\text{C}$ bez leda

Ni u jednom slučaju ne smije biti ugrožena mehanička čvrstoća vodiča (naprezanje $\sigma \leq \sigma_m$; mjerodavno stanje 1 ili 2), niti smije vodič biti preblizu zemlji (mjerodavno stanje 2 ili 3).

Naprezanje vodiča se označava sa

$\sigma \text{ [daN/mm}^2\text{]}$ - naprezanje općenito

$\sigma_m \text{ [daN/mm}^2\text{]}$ - maksimalno dopušteno naprezanje, javlja se u stanju 1 ili 2 u najnižoj točki raspona

$\sigma_i \text{ [daN/mm}^2\text{]}$ - izuzetno dopušteno naprezanje, javlja se u ovjesištu kod $G_{l1} \geq 2G_l \text{ [daN/m]}$

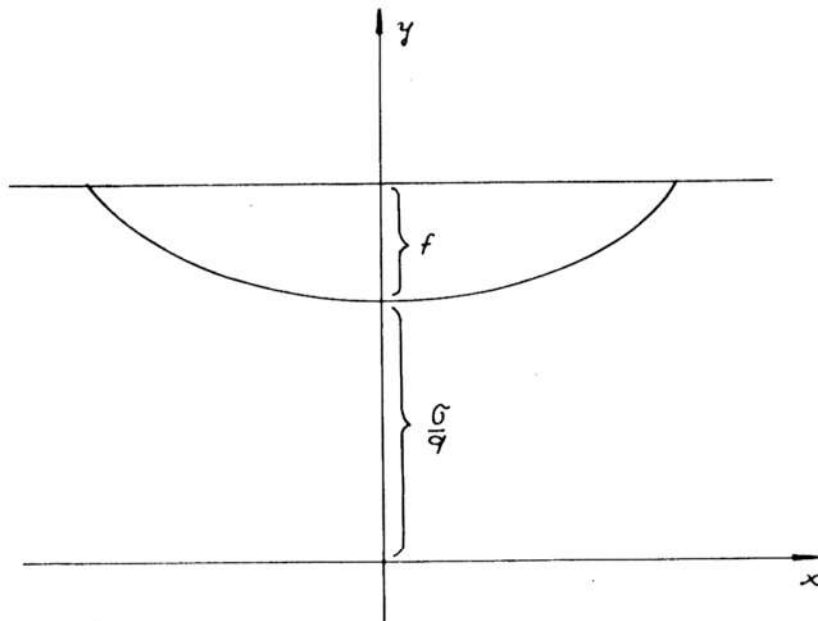
$\sigma_p \text{ [daN/mm}^2\text{]}$ - prekidna čvrstoća vodiča

$$\sigma_m < \sigma_1 < \sigma_p \quad 1-7$$

Pretpostavlja se da je vodič idealno elastičan, pa nije napregnut na savijanje, već samo na vlak.

Vodič u rasponu poprima oblik lančanice (Sl.22):

$$y = \frac{\sigma}{g} \operatorname{ch} \frac{x}{\sigma/g}, \quad 1-8$$



Sl.22

ali se bez veće greške može aproksimirati parabolom, što daje formulu za provjes

$$f = \frac{a^2 g}{8\sigma} [m] \quad 1-9$$

Da bi mogli primjeniti formulu za provjes, nužno je poznavati naprezanje σ , a ovo je poznato samo za jedno od tipičnih stanja (1 ili 2). Sve promjenljive veličine vezane su "jednadžbom stanja", koja se izводи iz promatranja statičke ravnoteže vodiča, a glasi:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{E} + \beta(\theta_1 - \theta_2) = \frac{a^2}{24} \left[\left(\frac{g_1}{\sigma_1} \right)^2 - \left(\frac{g_2}{\sigma_2} \right)^2 \right] \quad 1-10$$

Indeksi 1 i 2 odnose se na dva stanja, od kojih jedno mora biti poznato, da bi jednadžba bila rješiva.

U jednadžbi stanja su upotrebljene nove veličine:

$E [daN/mm^2]$ - modul elastičnosti materijala vodiča

$\beta [1/^\circ C]$ - toplinski koeficijent rastezanja materijala vodiča.

Ostale veličine poznate su od ranije.

Da bi se jednadžba stanja mogla pravilno primijeniti potrebno je istražiti koje stanje će biti početno i poznato.

Utvrđivanjem "kritičnog raspona"

$$a_k = \sigma_m \frac{360 \beta}{\sqrt{g_z^2 - g_o^2}} |m| \quad 1-11$$

ustanoviti će se, da li maksimalno naprezanje σ_m nastupa kod -20°C ($a < a_k$) ili kod -5°C s ledom ($a > a_k$).

Utvrđivanjem "kritične temperature"

$$\theta_k = \frac{\sigma_m}{\beta E} \left(1 - \frac{g_o}{g_t}\right) - 5 |^\circ\text{C}| \quad 1-12$$

ustanovit će se, da li najveći provjes nastupa kod

$\theta = \theta_{\max}$ ($\theta_k < \theta_{\max}$) ili kod $\theta = -5^\circ\text{C}$ s ledom ($\theta > \theta_{\max}$).

Jednadžba stanja je kubna oblika

$$\theta_2 = \frac{A}{\sigma_2^2} - B \sigma_2 + C \quad 1-13$$

(A, B, C su koeficijenti izvedeni od konstanti i poznatih veličina početnog stanja), pa način rješavanja mora biti tome prilagodjen (iterativni, grafički ili kombinirani postupci).

Mehanički proračun vodiča proteže se dalje na razne provjere i specijalne slučajeve: utvrđivanje "graničnog raspona" (najveći raspon što ga vodič uz zadano σ_m , σ_1 , G_ℓ i $G_{\ell 1}$ može podnijeti), proračun "kosog raspona" (denivelacija ovjesišta), "idealnog raspona" (uzima se u obzir mogućnost otklona izolatorskog lanca), "odskoka vodiča" (kod naglog otpadanja leda), proračun vodiča s diskontinuiranim dodatnim opterećenjem (npr. izolatorski lanac u rasponu) itd.

Analogni mehanički proračun vodiča provodi se i kod proračuna sabirnica od užeta u visokonaponskim rasklopnim postrojenjima.

1.2.3. Izolatori

Izolacija nadzemnog voda u načelu je zrak. Međutim na mjestima gdje je vodič ovješten o stup nužno ga je izolirati izolatorima. Izolatori daju vodu električnu čvrstoću i električki odvajaju vodič od stupova i njihovih uzemljenih dijelova. Izolatori međutim vrše

jednako važnu mehaničku ulogu na vodu, time što težinu vodiča i dodatni teret (led, vjetar) s vodiča prenose na stup. Prema tome, osim električkih (izolacionih) svojstava izolatori moraju imati i odgovarajuću mehaničku čvrstoću. Uz ova dva osnovna svojstva izolator mora biti otporan protiv atmosferskih i kemijskih utjecaja, ne smije pretjerano brzo stariti u pogonu i mora biti ekonomičan.

Klasični materijal za izolator je porculan. Dobiva se pečenjem mješavine kaolina (50%) glinenca (25%) i kvarca (25%). Navedeni omjeri su samo približni. Udio pojedinih komponenata utječe na svojstva izolatora. Tehnologija porculana zahtijeva veliko iskustvo i tradiciju, kako u pogledu izbora i omjera sirovine, tako i u pogledu izrade. Svojstva su porculana:

čvrstoća na pritisak	4000 - 4500 daN/cm ²
čvrstoća na vlak	300 - 500 daN/cm ²
probojna čvrstoća	34 - 38 kV/mm

Vanjska se površina izolatora glazira (obično u smeđjoj, a katkada u zelenoj ili bijeloj boji) i time se donekle porozno tijelo porculana idealno štiti od vode i drugih vanjskih utjecaja.

Nadalje se za izolatore upotrebljava steatit, koji ima veću mehaničku čvrstoću i staklo kaljeno na poseban način.

Premda se odavno upotrebljava, staklo nije nikad moglo ozbiljno konkurirati porculanu. Tek iza II svjetskog rata uspjelo je pronaći tipove stakla koji naglo prodiru u primjenu od telegrafskih linija pa sve do vodova najviših napona. Prednost je izolatora od kaljenog stakla u tome što su sva oštećenja vidljiva, dok porculanski izolatori mogu biti loši a na oko neoštećeni.

Izolatori se sastoje od izolacionih tijela i od metalnih dijelova. Po načinu kako nose vodič dijele se na potporne (zvonaste) i ovjesne (lančaste).

U početnoj fazi razvoja dalekovoda susrećemo se s potpornim izolatorima sve do napona 80 kV. Uzor je uzet od telegrafskih izolatora. Danas se potporni izolatori rade za napone do 10 kV, a za 35 kV već dijele mjesto s ovjesnim izolatorima.

Kod primjene potpornih izolatora stupovi su niži. U porculanu dolazi do naprezanja na savijanje. Razlikujemo tipove: HD, VHD, HW i VHW. Tip HD preuzima samo naprezanje na pritisak, jer se vrh potporanja nalazi iznad žlijeba za vodič, ali zato ima nižu probojnu čvr-

stoću. Tipovi veće probojne čvrstoće napregnuti su na savijanje.

Kod ovjesnih izolatora koji su danas u upotrebi postoje tipovi K, VK i L. Ovi nazivi kao i oni za zvonaste izolatore preuzeti su iz njemačke prakse (DIN).

Od ovjesnih izolatora danas se najviše upotrebljavaju kapasti izolatori. Na porculan je odozgo zacementirana kapa, a odozdo usadjen batić zalit olovnom legurom, kitom ili cementom, tako da je porculan napregnut na pritisak. Kapa se izrađuje od temper lijeva, a batić od kovanog čelika, oboje pocinčano vrućim postupkom.

Otporniji na proboj su masivni izolatori tzv. VK izolatori. Kod njih je keramički dio napregnut na vlak, pa se zato za njihovu izradu uz porculan upotrebljava i kvalitetniji ali skuplji steatit. Normalna izvedba ima dvije kape. Kod nas ih ima samo na starijim vodovima.

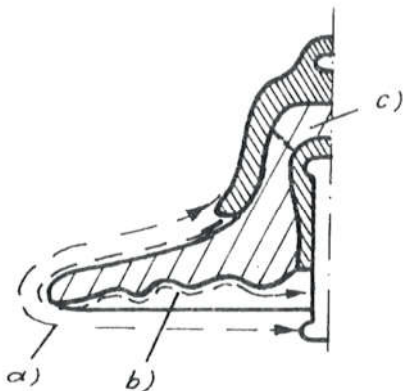
Potrebna električna čvrstoća dobija se nizanjem odgovarajućeg broja članaka, a mehanička čvrstoća paralelnim brojem lanaca.

L ili štapni izolatori takodjer se kod nas nalaze samo na starijim vodovima. Štapni izolatori su takodjer napregnuti na vlak. L izolator je nešto kraći od lanca K ili VK izolatora pa zahtijeva nešto niže stupove.

Lom VK ili L izolatora neminovno dovodi do pada vodiča na tlo. Kad dodje do loma vodiča ovjesni se izolatori kod nosnih stupova naginju i time se donekle rasterećuje konzola stupa.

Kod geometrijskog oblikovanja izolatora, kako ovjesnih tako i potpornih, karakteristične su slijedeće dimenzije:

- a) dužina preskočne staze kroz zrak
- b) dužina staze kliznih struja
- c) dužina staze proboja

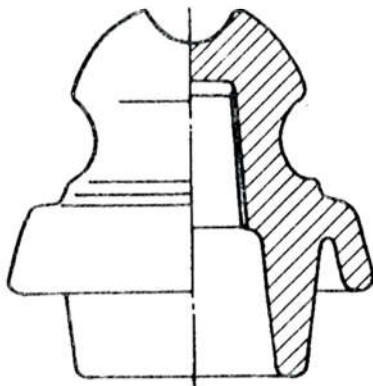


Sl.23. Dimenzije izolatora
odlučne za električ-
na svojstva

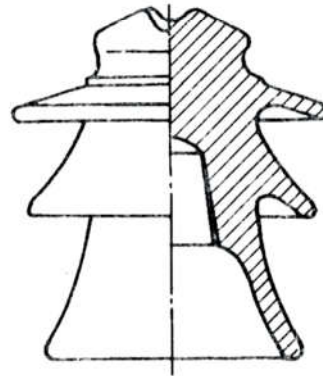
Navedene karakteristične veličine dovele su do specijalnih tipova izolatora, kojima je istaknuta jedna od ovih dimenzija. U nečistoj atmosferi i u područjima s puno magle ide se za povećanjem dužine staze kliznih struja što se postiže isticanjem i povećanjem broja rebra (magleni izolatori).

Na slici 24 do 27 prikazani su neki karakteristični tipovi izolatora.

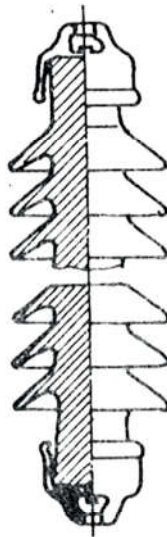
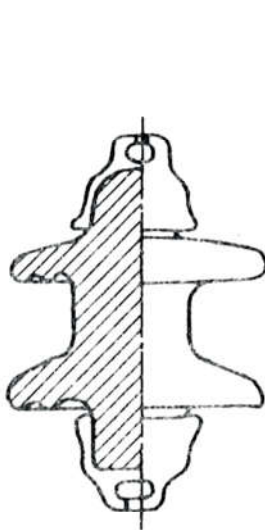
Izolatori su u načelu standardizirani, ali praktički svaka industrijski razvijena zemlja ima svoj standard.



Sl.24 - Niskonaponski potporni izolator prema DIN

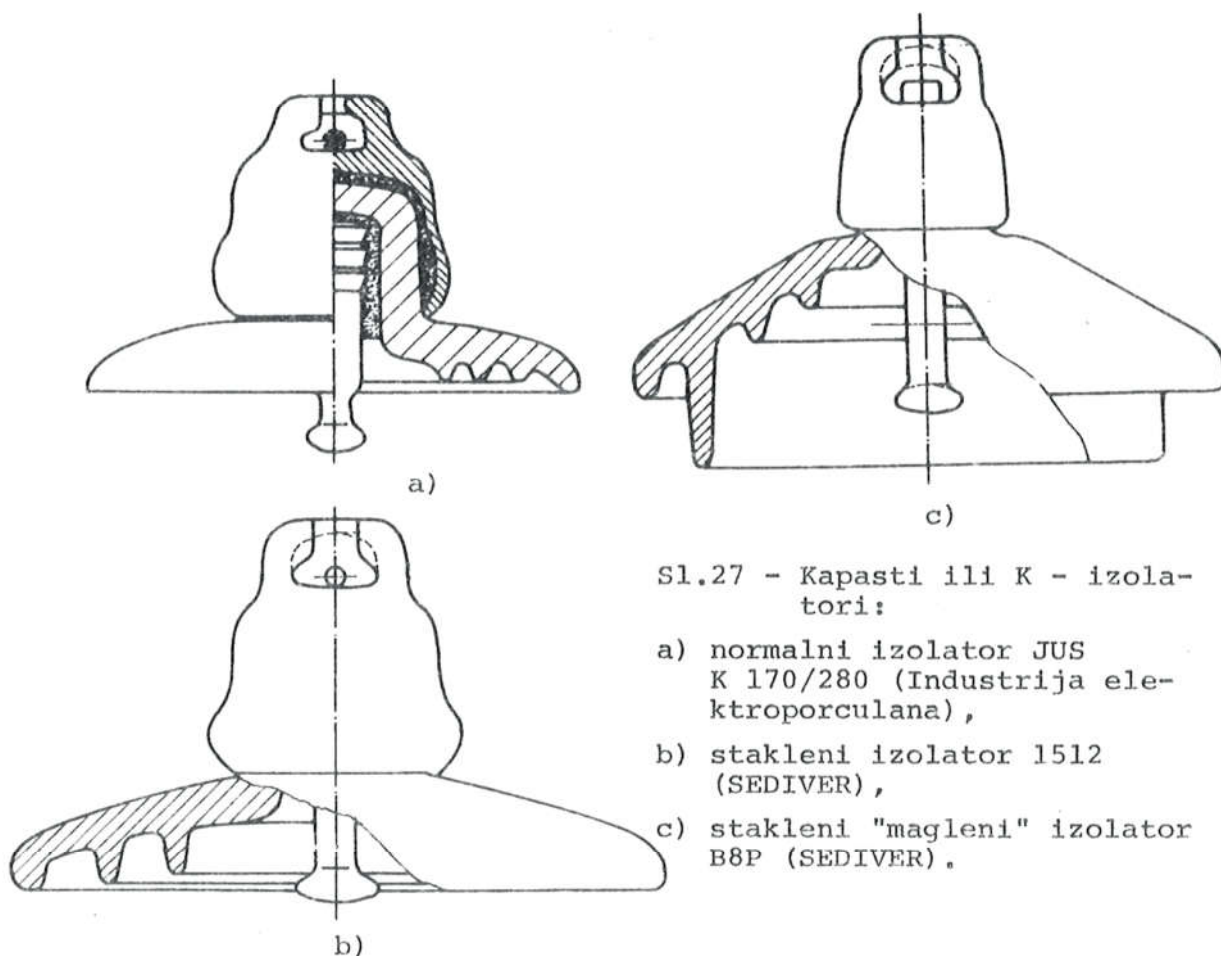


Sl.25 - Potporni izolator za 10 do 35 kV prema JUS



Sl.26 - Masivni (puni) izolatori:

- a) "MOTOR" ili VK - izolator
- b) "štapni" ili L - izolator



Sl.27 - Kapasti ili K - izolatori:

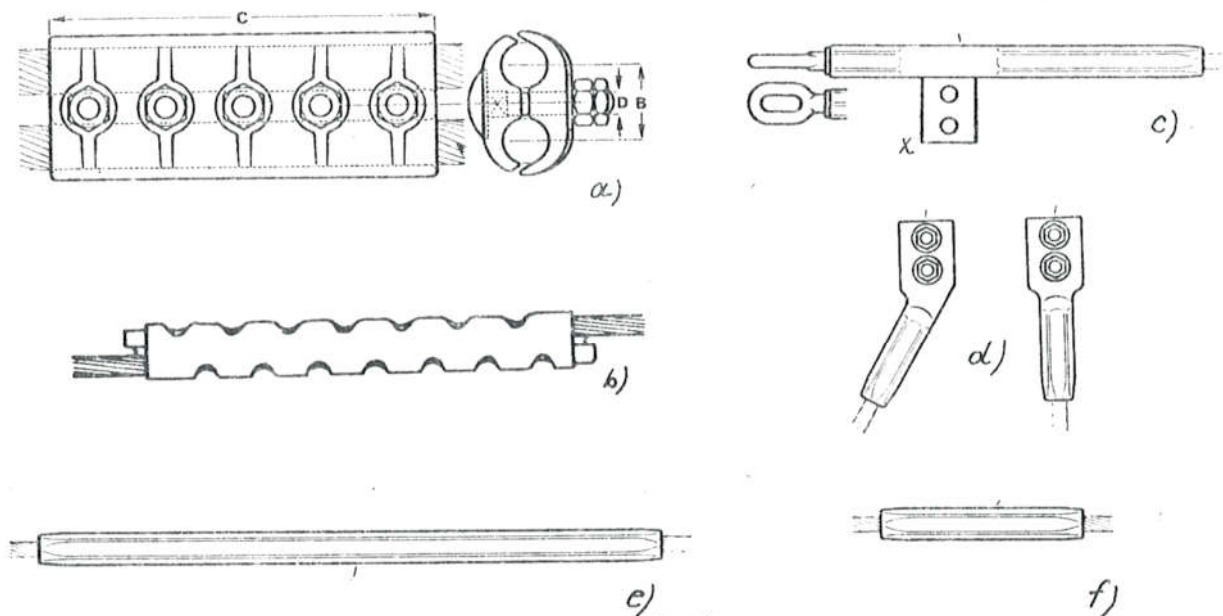
- a) normalni izolator JUS K 170/280 (Industrija elektroporculana),
- b) stakleni izolator 1512 (SEDIVER),
- c) stakleni "magleni" izolator B8P (SEDIVER).

1.2.4. Pribor

Kako je u 1.2.1. već objašnjeno, pribor se može podijeliti u spojni, ovjesni i zaštitni. U principu spojni materijal ima funkciju da omogući prolaz električne struje, ovjesni materijal ima mehaničku funkciju, a zaštitni materijal ostale funkcije. Pojedini elementi pribora imaju često i višestruku funkciju. Tako stezaljke i spojnice mogu imati čisto električku (strujne stezaljke), čisto mehaničku, ili kombiniranu funkciju. Izbor treba vršiti prema funkcijama. Po izvedbi stezaljke i spojnice su vijčane, zakovične, zarezne i kompresione. Za svaki tip spojnice, osim vijčane, potrebni su specijalni alati.

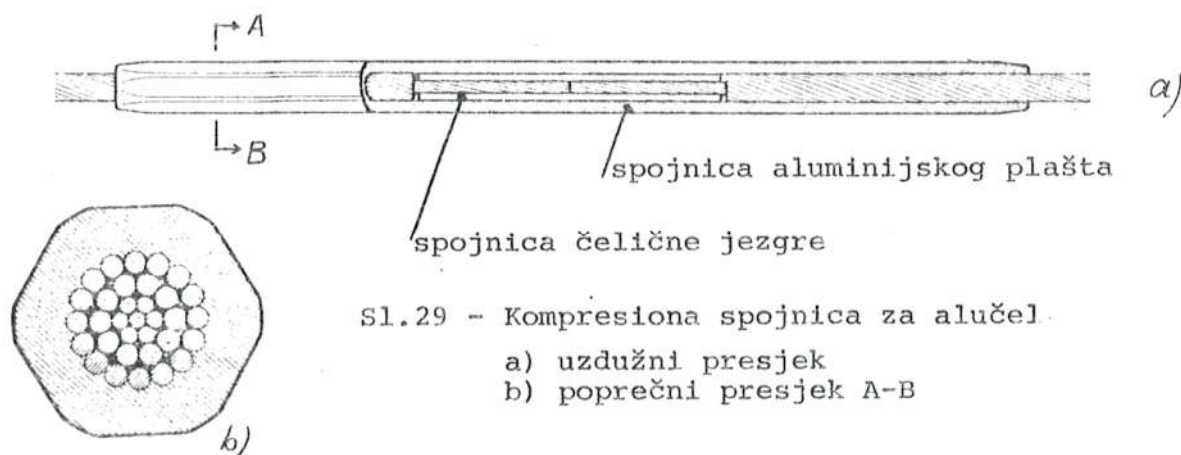
Spajanje bakrenih vodiča na niskonaponskim vodovima malih presjeka može se vršiti i vezanjem bakrenom žicom na točno određeni način. Zbog visoke pouzdanosti i kvalitete na visokonaponskim vodovima se danas pretežno upotrebljavaju kompresione spojnice i stezaljke, no

mana im je što se ne mogu više demontirati. Na sl.28 i 29. su prikazane neke tipične stezaljke i spojnice.



Sl.28 - Stezaljke i spojnice (SALVI-DALEKOVOD)

a) strujna stezaljka, b) zarezna spojnica, c) kompresiona otponska stezaljka (x = zastavica za spajanje priključne stezaljke), d) priključne kompresione stezaljke, e) kompresiona spojnica, f) kompresiona stezaljka za popravak oštećenog alučel vodiča



Sl.29 - Kompresiona spojnica za alučel

a) uzdužni presjek
b) poprečni presjek A-B

Za međusobno spajanje aluminijških i bakrenih vodiča razvijen je niz specijalnih (bimetalnih) stezaljki i spojnice, koje sprečavaju koroziju aluminija zbog postojanja galvanske sprege (Al-Cu spojnice).

Za fiksiranje potpornih izolatora na stupu upotrebljavaju se ravne

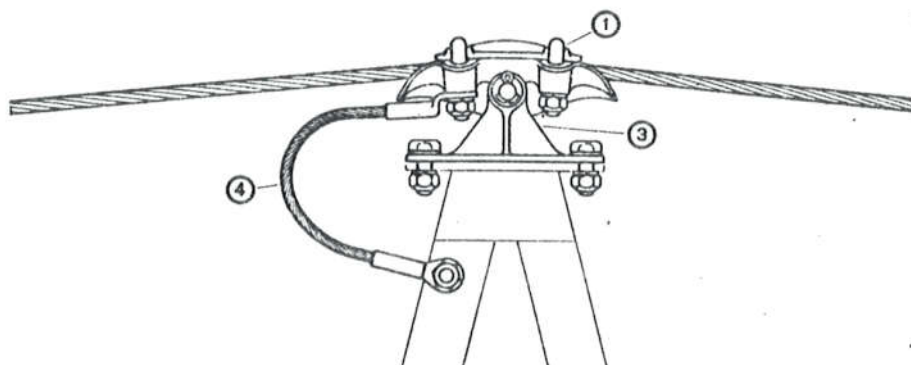
(kod željeznih) i krive (kod drvenih stupova) podupore. Izolatori se na njih navijaju uz pomoć impregnirane kudjelje (niski napon) ili se već isporučuju zajedno sa zacementiranim izolatorom (srednji napon).

Za sastavljanje izolatorskih članaka u kompletan lanac zajedno s ovjesnim elementima sa zavješanjem na stup s jedne i na vodič s druge strane postoji veliki asortiman ovjesnog pribora, kojemu je prilagođen i zaštitni pribor. Pravilan izbor vrši projektant nadzemnog voda, pri čemu vodi prvenstveno računa o osnovnim parametrima, kao npr.:

- nazivni napon voda,
- dimenzioniranje izolacije u skladu s propisima,
- sile koje se s vodiča prenose na stup,
- povećani zahtjevi mehaničke sigurnosti u skladu s propisima,
- da li je izolatorski lanac jednostruki ili višestruki,
- da li je lanac nosni ili zatezni (rasteretni),
- dimenzije, materijal i konstrukcija vodiča,
- da li je vodič po fazi jednostruk ili u snopu,
- da li postoje posebni zahtjevi u pogledu radio smetnji itd.

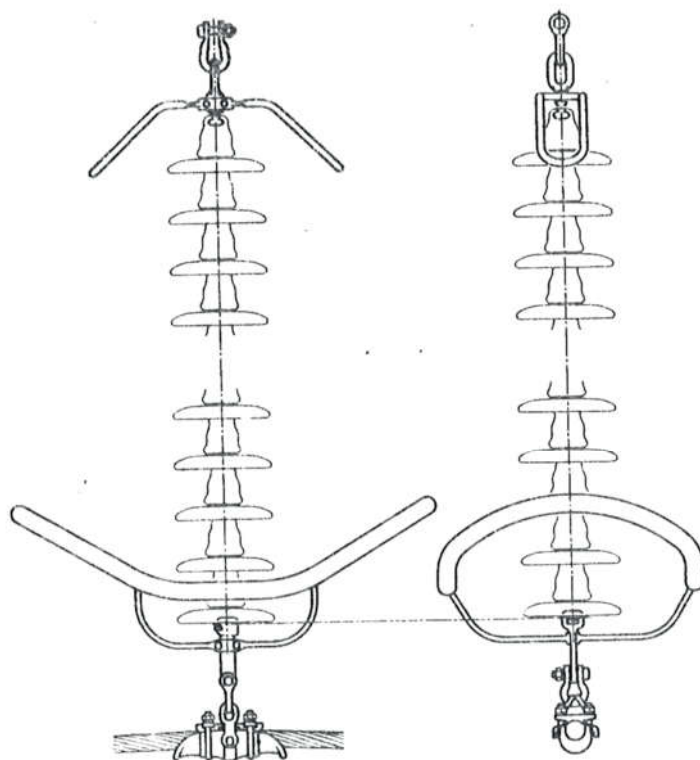
Na sl.31-35 prikazani su neki tipični izolatorski lanci (SALVI-DALEKOVOD) za napon 380 kV.

Zaštitno uže se takodjer na prikladan način mora fiksirati na vrhu stupa, s time da mora biti ostvarena pouzdana galvanska veza sa stupom. Na sl.30 je prikazano jedno rješenje za zavješanje zaštitnog užeta na vrhu željezno-rešetkastog dalekovodnog stupa.

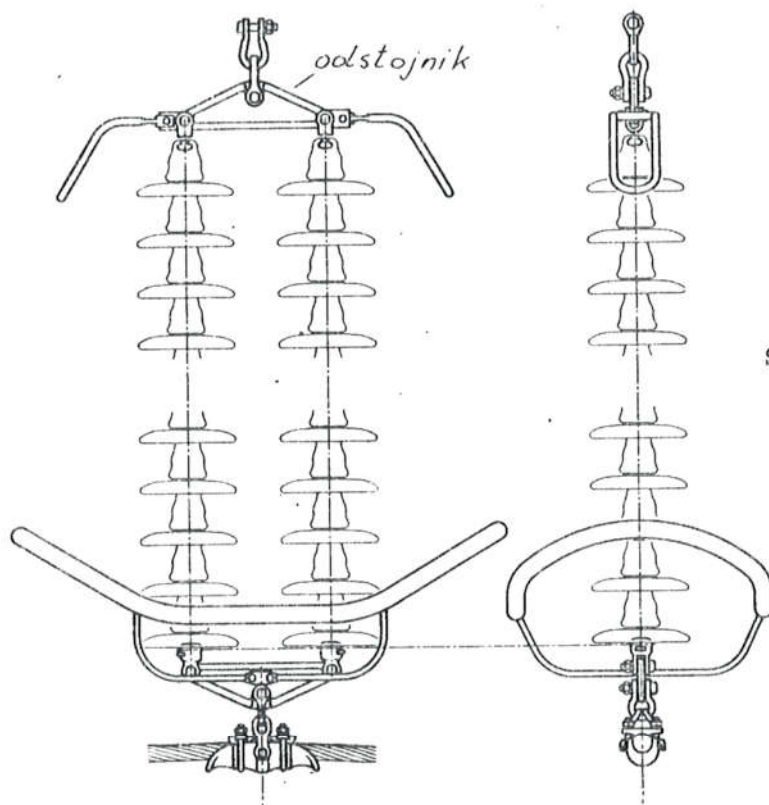


Sl.30 - Nosno zavješanje zaštitnog užeta (SALVI-DALEKOVOD)

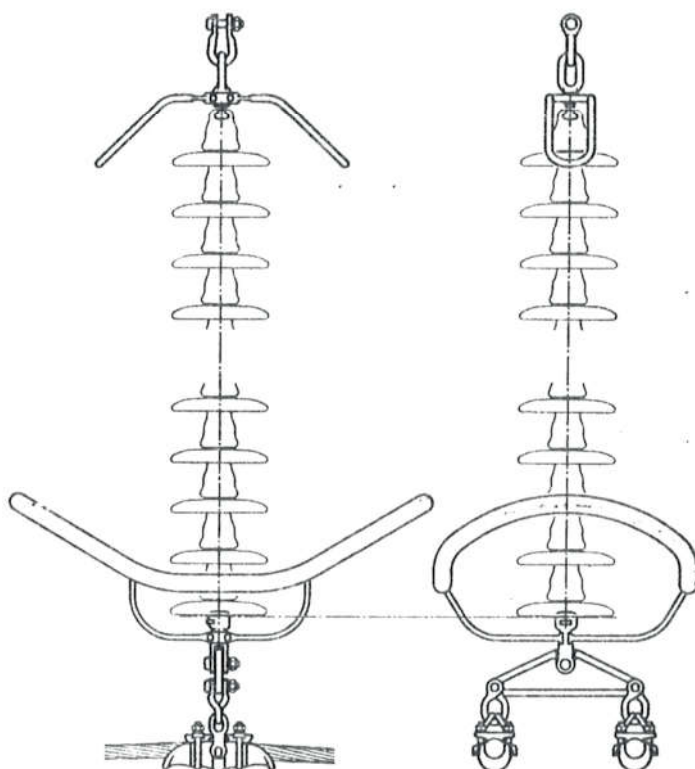
- 1 - nosna stezaljka
- 3 - nosač stezaljke
- 4 - električna veza zaštitnog užeta sa stupom



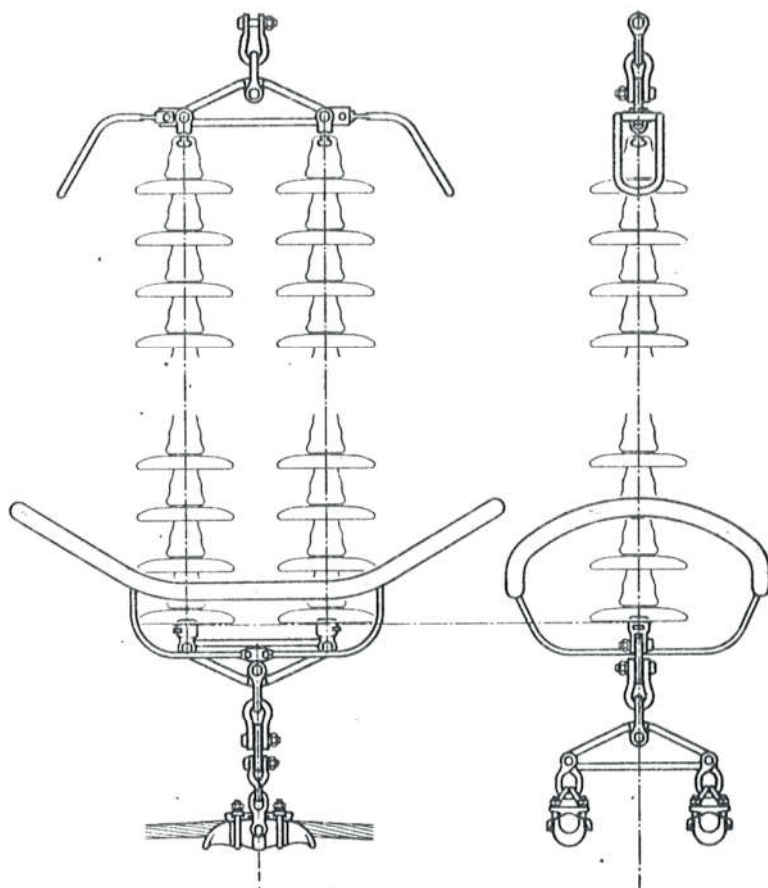
Sl.31 - Kompletni jednostruki nosni izolatorski lanac s jednostrukim vodičem
(pribor: SALVI-DALEKOVOD)



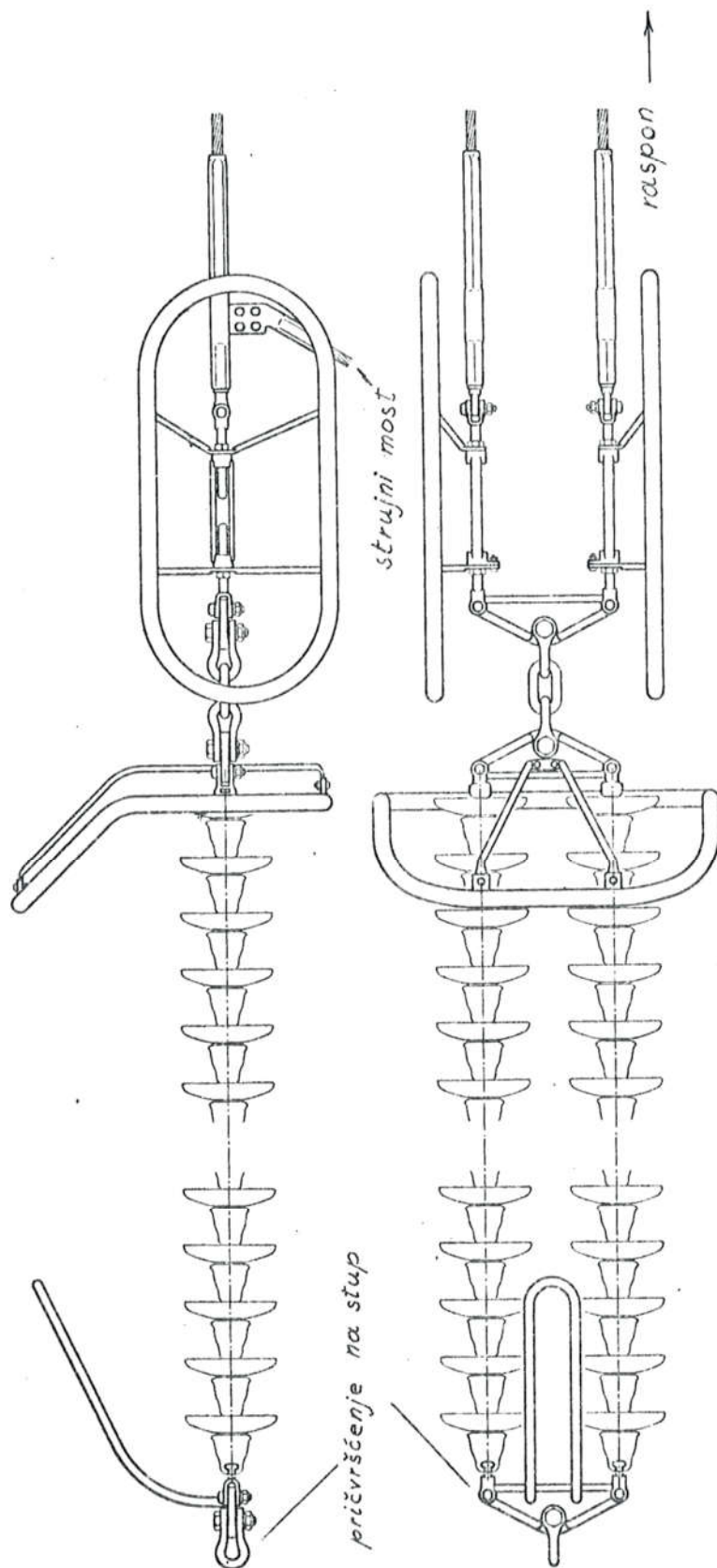
Sl.32 - Kompletni dvostruki nosni izolatorski lanac s jednostrukim vodičem
(pribor: SALVI-DALEKOVOD)



Sl.33 - Kompletni jednostruki nosni izolatorski lanac s dva vodiča u snopu (pribor: SALVI-DALEKOVOD)

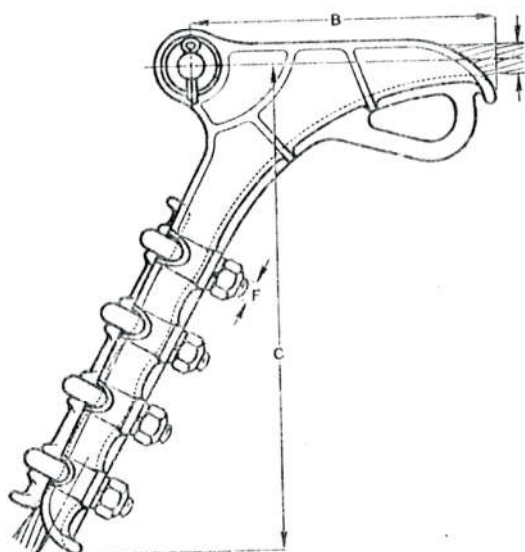


Sl.34 - Kompletni dvostruki nosni izolatorski lanac s dva vodiča u snopu (pribor: SALVI-DALEKOVOD)

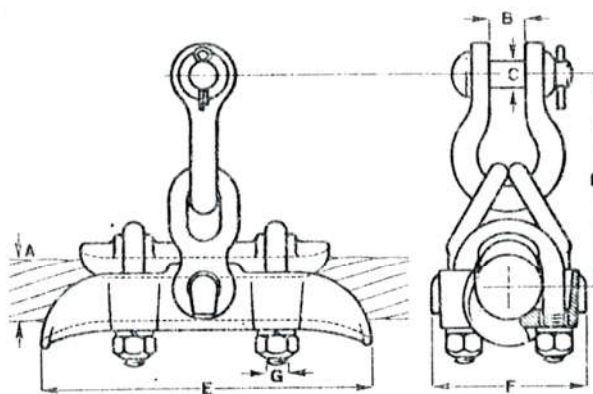


S1.35 - Kompletni dvostruki zatezni izolatorski lanac s dva vodiča u snopu i kompresionim stezaljkama (pribor: SALVI-DALEKOVOD)

Najosjetljiviji dio ovjesnog pribora izolatorskog lanca je otponska i nosna stezaljka, u kojoj počiva vodič. Stezaljka kao zadebljanje vodiča predstavlja čvorište svih savijanja i vibracija, pa na tom mjestu najprije dolazi do loma vodiča uslijed umora materijala. Najpovoljniji oblici nosnih i otponskih stezaljki u velikoj mjeri umanjuju opasnost za vodič, a nosne stezaljke su osim toga u većini slučajeva gibljivo ovješene na izolatorski lanac. Kompresiona otponska (zatezna) stezaljka vidi se na sl.28.c i 35. Jedan od mogućih tipova vijčane otponske stezaljke prikazan je na sl.36.a. a nosne stezaljke na sl.36.b (SALVI-DALEKOVOD):



Sl.36.a - Otponska stezaljka



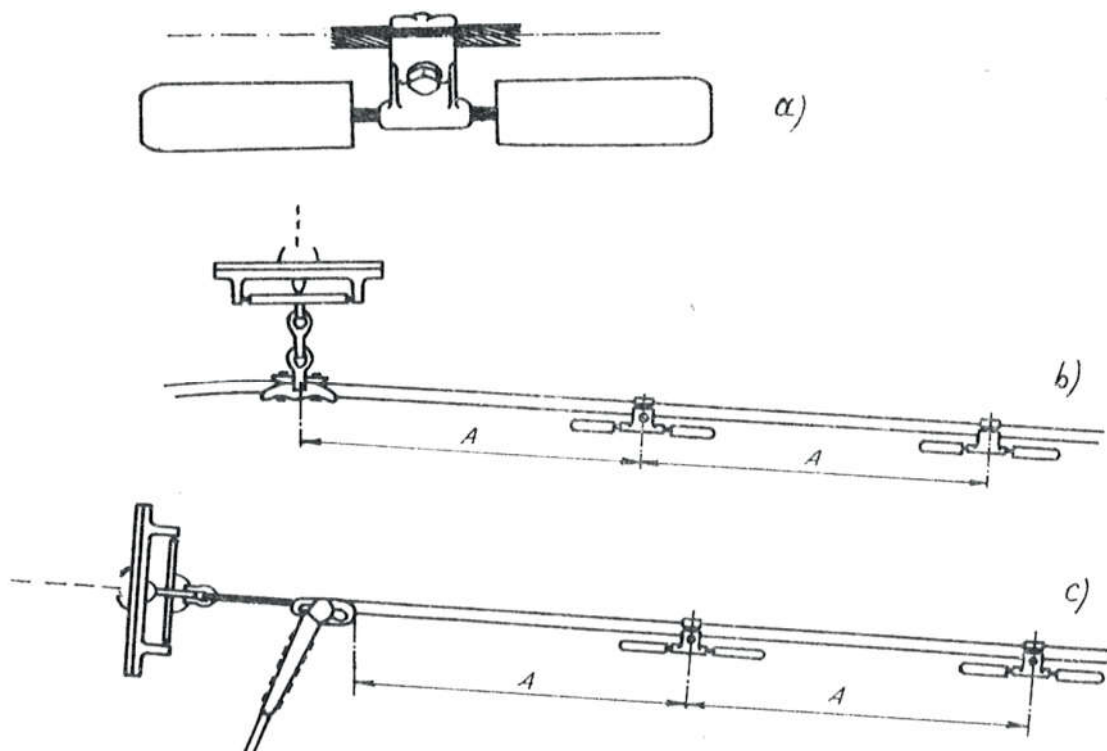
Sl.36.b - Nosna stezaljka

Tipični elementi dvostrukih i višestrukih izolatorskih lanaca su odstojnici (sl.32), a ako iz bilo kojeg razloga treba izolatorski lanac geometrijski (ne električki) produžiti, primjenjuju se produžnici.

Tipični predstavnici zaštitnog pribora su rogovi (otklanjanje električnog luka iz neposredne blizine izolatora) i prstenovi (uz funkciju rogova djeluju još i na oblikovanje električnog polja, sl. 31). Uputno ih je primjeniti kod svih nazivnih napona, a složenost njihove konstrukcije se povećava s porastom napona.

U mehanički zaštitni pribor ubrajaju se prigušivači vibracija, kojima je svrha da spriječe umor materijala vodiča u stezaljci, a ima ih veliki broj više ili manje uspješnih tipova. Na sl.37 prika-

zan je prigušivač sistema STOCKBRIDGE, koji se i kod nas primjenjuje.



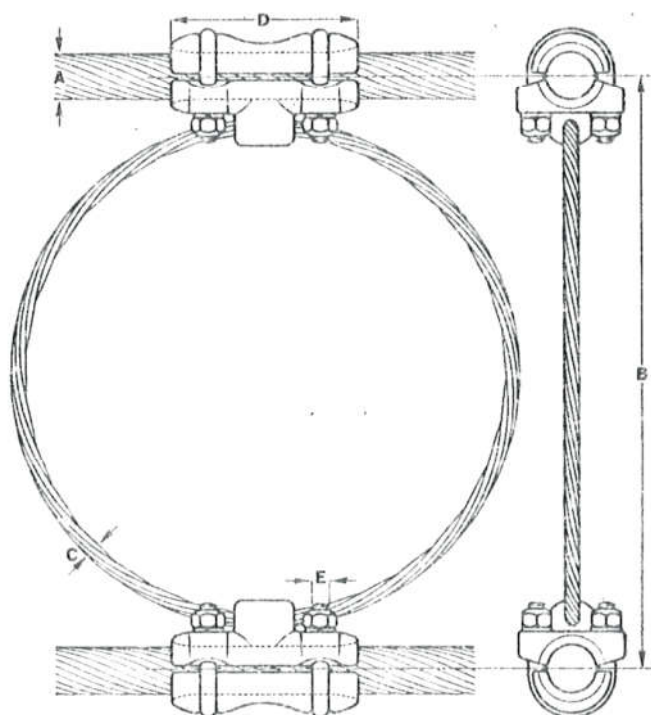
Sl.37 - Prigušivač "STOCKBRIDGE" (SALVI-DALEKOVOD):
Detalj (a), primjena uz nosni lanac (b) i
zatezni lanac (c)

Kod primjene vodiča u snopu treba i duž raspona u određenim razmacima osigurati njihovu međusobnu udaljenost (većinom 400 mm). U tu svrhu služe odstoynici, kojih takodjer ima i više tipova. Odstojnik sistema SALVI prikazan je na Sl.38 i 39 u detalju i u primjeni. Kružni oblik mu daje određenu elastičnost.

Nadalje u pribor spadaju i utezi (od olova, lijevanog željeza ili betona), kojim se dodatno opterećuje nosni izolatorski lanac, ako mu želimo smanjiti otklon uslijed bočnog djelovanja vjetrova.

Ovjesni materijal i pribor izrađuje se od kovanog čelika, tempernog lijeva (zaštita od korozije pocinčavanjem) i od lijevanog aluminija odnosno aluminijskih legura. Rjeđe se susreće lijevana bronza i nehrđajući čelik.

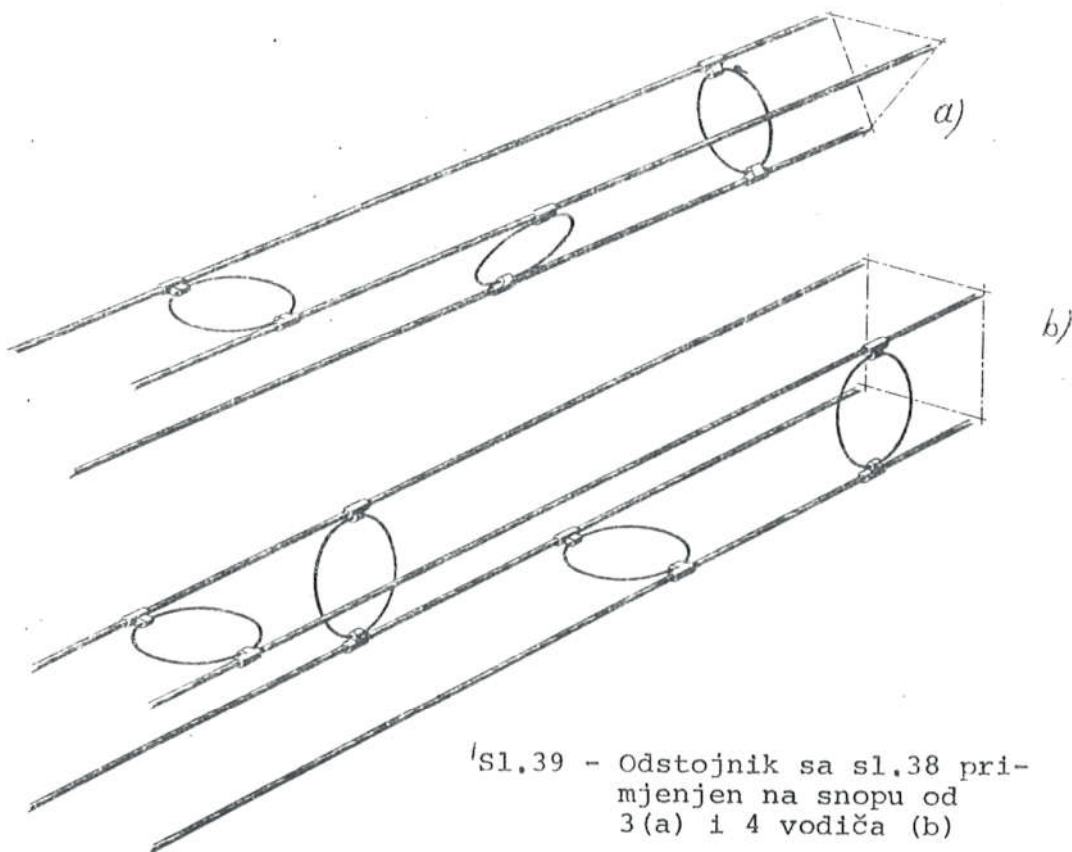
U asortimanu pribora postoji još cijeli niz manjih dijelova kao elementi međusobnog spajanja, prilagođavanja itd.



Sl.38 - Odstojnik sistema SALVI za održavanje razmaka između dva vodiča u snopu

Pojedini članci izolatora spajaju se umetanjem batića u zdjelicu (Sl.27.a). Razdvajanje članaka sprječavaju zatici, obično u tzv. I ili M obliku.

U zadnje vrijeme se u mnogim zemljama popravci na zračnim vodovima svih napona vrše bez isključenja iz pogona, radovi se dakle uz primjenu odgovarajućih radnih metoda obavljaju pod naponom. Osnovne su dvije metode: Američko-švedska (radnik na potencijalu zemlje) i sovjetska (radnik na potencijalu vodiča), a obadviije se danas jedna-



Sl.39 - Odstojnik sa sl.38 primjenjen na snopu od 3(a) i 4 vodiča (b)

ko uspješno usporedno primjenjuju u mnogim zemljama, gdje su čak postale normalni način rada. Bez obzira na primjenjenu radnu metodu, od velike je važnosti da se izolatorski lanac lako rastavlja i sastavlja. To postavlja nove zahtjeve na pribor i tim se zahtjevima može udovoljiti na dva načina: preciznim održavanjem dimenzija i obradjenosti metalnih dijelova, ili pak konstruiranjem specijalnih sistema za pribor prilagodjenih radu pod naponom.

1.2.5. Stupovi

U 1.2.2. su navedene sile, koje se od vodiča preko izolatora prenose na stup. Smjerovi djelovanja tih sila su slijedeći:

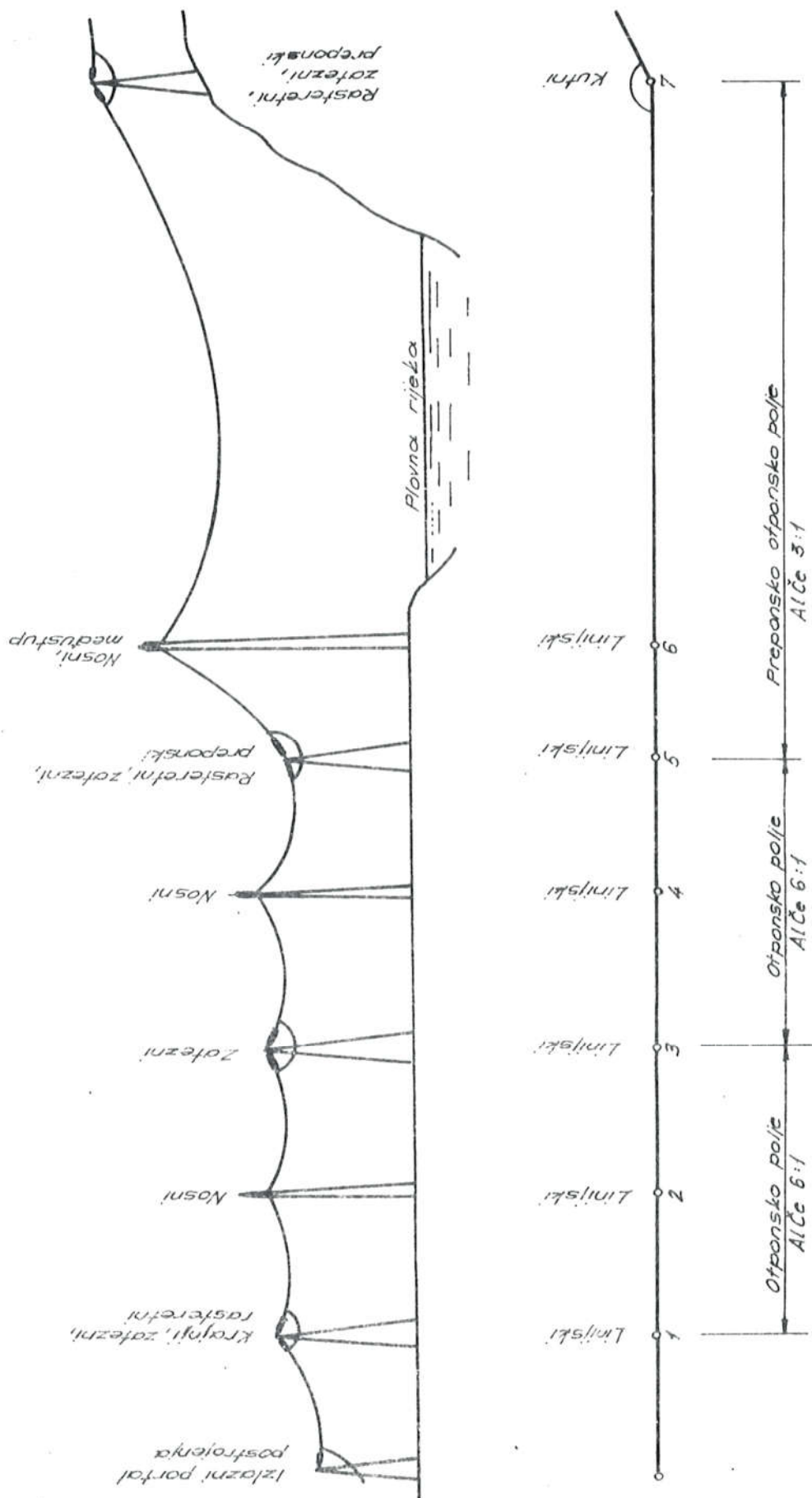
- Vertikalno prema dolje djeluje težina vodiča, težina dodatnog tereta i težina izolatorskih lanaca. Ima slučajeva kada ova sila djeluje prema gore (kod stupova u udolinama, kada su susjedni stupovi na znatno višem nivou).
- Horizontalno u smjeru trase voda djeluju sile horizontalnog zatezanja vodiča. Kod nosnih stupova te se sile poništavaju u cijelosti, a kod drugih stupova u cijelosti ili djelomično. U poremećenom stanju (npr. pucanje jednog ili više vodiča) nastupaju horizontalna dodatna naprezanja u smjeru trase.
- Horizontalno u smjeru okomito na trasu voda djeluje pritisak vjetra na vodiče.

Kod odredjivanja sila koje djeluju na stup treba još voditi računa o okolnostima, koje se mogu objasniti uz pomoć slike 21. Na stup B djelovati će sila vjetra na vodič u dužini $a/2$, ali zato težina vodiča (i dodatnog tereta) od ovjesišta B sve do najniže točke, tj. do C. Ostatak vodiča od C do A djelovati će svojom težinom na stup A.

Na sam stup djeluje još njegova vlastita težina, te pritisak vjetra. Kako se vidi ukupno opterećenje stupova je promjenljivo, jer ovisi i o nizu klimatskih faktora, uključujući i temperaturu vodiča, o kojoj ovisi horizontalno naprezanje.

Djelovanje sila po načinu i veličini ovisi još i o funkciji koju stup ima u vođu. Podjela stupova po funkcijama ilustrirana je na sl.40.

Po položaju u trasi stupovi se dijele na linijske, koji se nalaze



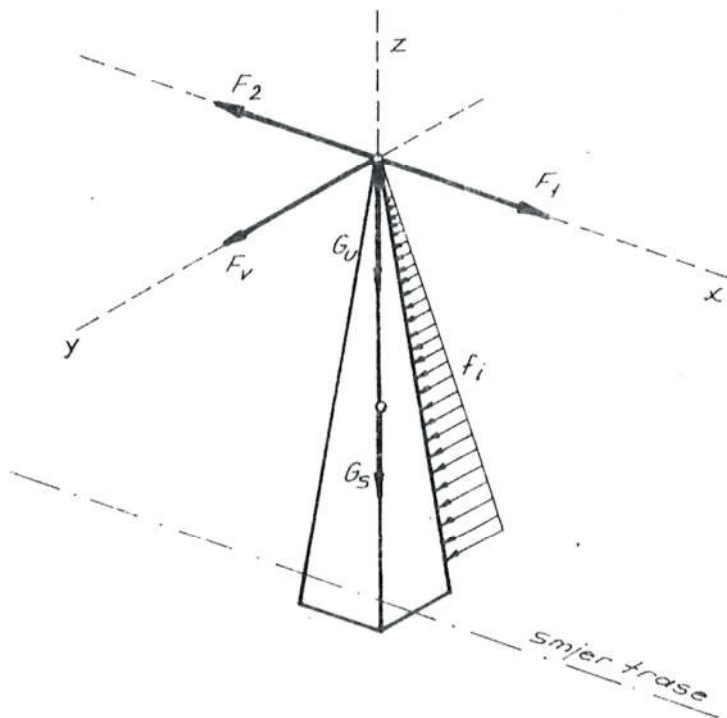
Sl.40 - Stupovi u trasi dalekovoda

u ravnom dijelu vertikalne projekcije trase i kutne, koji se nalaze na mjestima loma vertikalne projekcije trase.

Po načinu zavještenja vodiča stupovi se dijele na nosne (nosni izolatori i izolatorski lanci) i zatezne (zatezni izolatori i izolatorski lanci). U neporemećenom stanju se horizontalne sile u smjeru trase kod nosnih stupova uvijek, a kod zateznih samo kadkada poništavaju. U poremećenom stanju (prekid vodiča) uvijek nastaju jednostrana horizontalna opterećenja u smjeru trase, ali su ona kod zateznih stupova znatno veća. Najstroži uvjeti se traže od rasteretnih stupova, koji moraju izdržati jednostrani prekid svih vodiča.

Kutni stupovi su ujedno i zatezni ili rasteretni. Nosni stup može biti kutni samo ako je lom trase neznatan.

Ako se stup postavi u pravokutni prostorni koordinatni sustav, onda možemo sile na linijski stup prikazati kao na slici 41.



S1.41 -

Sile na
linijski
stup

x, y, z = osi stupa

F_1, F_2 = sile zatezanja vodiča; $F_x = F_1 - F_2$

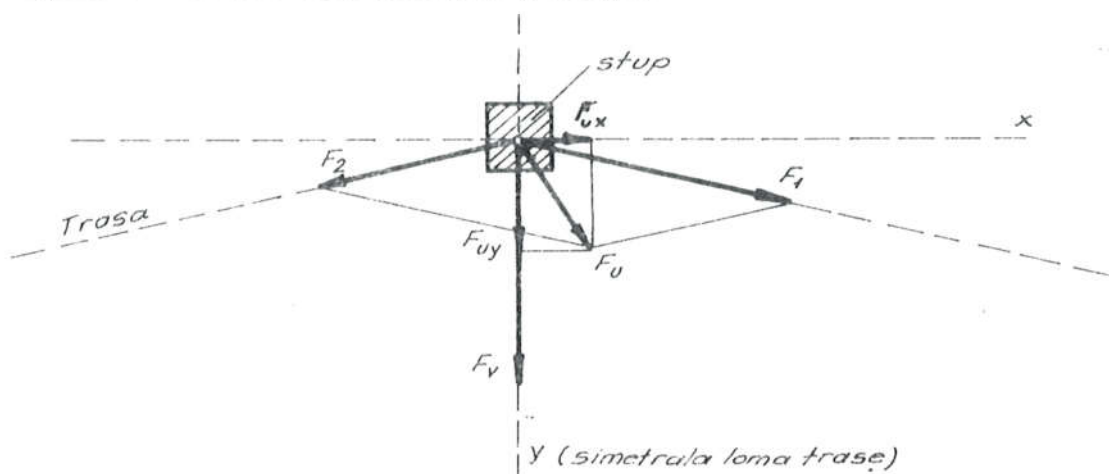
$F_v = F_y$ = sila uslijed djelovanja vjetra na vodiče

G_u = težina vodiča, leda, izolatora i montera

G_s = vlastita težina stupa; f_i = parcijalne sile na stup uslijed vjetra u smjeru y - osi; $f_y = \sum f_i$

Parovi sila F_y , f_y i G_u , G_s imaju isti smjer, ali nemaju isto hvatište. Tako se suma $F_z = G_u + G_s$ može koristiti kod proračuna temelja, ali ne i kod proračuna stupa. Horizontalne sile djeluju pak sa svojim momentima, pa je hvatište pri tome odsudno.

Odnosi horizontalnih sila kod kutnog stupa su složeni zbog nepoklapanja smjera sila zatezanja vodiča F_1 i F_2 (Sl.42). Rezultanta F_u sila F_1 i F_2 ima svoju komponentu F_{uy} i u smjeru osi y, a ne samo u smjeru osi x kao kod linijskog stupa.



Sl.42 - Horizontalne sile u ovjesištu vodiča kod kutnog stupa

F_u = rezultanta sila F_1 i F_2

F_{ux} , F_{uy} = komponente sile F_u

$F_y = F_{uy} + F_v$

ostale oznake kao na slici 41.

Prema posebnim funkcijama u vođu mogu se još spomenuti slijedeći specijalni stupovi (Sl.40).

Krajnji stup je zadnji stup na oba kraja voda prije njegovog spoja na rasklopno postrojenje. Obično je rasteretni.

Preponski stup je stup, koji nije jednako nategnut s obje strane zbog promjene presjeka ili promjene maksimalno dozvoljenog naprezanja vodiča (prijelazi željezničkih pruga, autoputeva, plovnih rijeka, moreuza itd.). Često je rasteretni.

Medjustup je nosni stup umetnut u preponsko otponsko polje da bi vodiči dobili potrebnu visinu, jer je to obično jeftinije nego

graditi jako opterećeni visoki preponski stup.

Križišni stup je prilagodjen križanju s nekim drugim vodom.

Na prepletnom stupu vrši se preplitanje vodiča radi postizavanja električne simetrije voda.

Katkada se specijalnim stupom naziva svaki stup, koji nije nosni. U tom pogledu terminologija nije jedinstvena.

Dio voda između dva zatezna (ili rasteretna) stupa nazivamo otponsko polje. Ako to prirodne prepreke ne spriječe, nastoji se da otponsko polje bude dugo najmanje 3, a po mogućnosti i više kilometara, jer su zatezni stupovi znatno skuplji od nosnih. Kod težih havarija (eventualno s rušenjem stupova), oštećenja se ne prenose na susjedna otponska polja, pa to govori u prilog kraćih otponskih polja.

Materijali za izradu stupa su drvo, čelik i armirani beton.

Drvo se upotrebljava sve do napona 220 kV, ali mu je glavna upotreba kod vodova manjeg napona. Mnogo se upotrebljava u zemljama koje su bogate kvalitetnim drvom (Kanada, USA, SSSR, Skandinavske zemlje). Kod nas se drvo redovito upotrebljava za n.n. i 10 kV vodove, rjeđe za 20 kV vodove, a samo iznimno za 35 kV vodove.

Prednost drveta je u maloj težini i brznoj montaži. Specijalni drveni stupovi zahtijevaju velike iskope. Drveni stupovi su jeftini u gradnji, ali zbog razmjerno male trajnosti skupi su u pogonu.

Od vrsta drveta dolazi u obzir (po redoslijedu kvalitete) pitomi kesten, bor, jela i smreka, te hrast kao tesana i piljena gradnja za pojedine elemente stupa.

Trajnost drveta može se znatno povećati impregnacijom po raznim postupcima i raznim sredstvima.

Trajnost stupa ovisi o lokalnim prilikama. Ravnina trupca na mjestu izlaska iz tla najviše je izložena djelovanju mikroorganizama, plijesni, insekata. Na trajnost drva utječe prosječna vlaga i temperatura kao i njihove varijacije. Prisustvo nekih željeznih spojeva također vrlo razorno djeluje na drvo.

Čelik dominira u gradnji dalekovodnih stupova. Konstrukcija je rešetkasta, osim cijevnih stupova za niski napon i ponegdje za 10 kV. Stup ima 4 (katkada 3) ugaona štapa (pojasnika) koji preuzimaju glavni dio tereta, a ukrućeni su dijagonalnim štapovima (dijagonalama).

Kao sirovina za izradu čeličnih stupova dolazi kutno željezo, a samo iznimno specijalni profili. Katkada se upotrebljavaju cijevi, koje su u mehaničkom pogledu vrlo povoljne i ekonomične, ali zahtijevaju složenu konstrukciju čvorova rešetke, tešku za izradu. Cijevi mogu biti ispunjene betonom i time se dobiva jedna varijanta armiranog betona.

Pojedini elementi čelične rešetke spajaju se u najviše slučajeva pomoću vijaka, a neki manji dijelovi rešetkastog stupa mogu se još u radionici spojiti zakivanjem ili zavarivanjem.

Mana je čeličnih stupova što su kao i ostale čelične konstrukcije izloženi koroziji. Zaštita od korozije može se provesti upotrebom legiranih čelika koji ne hrdjaju, pri čemu se zahtijeva od čelika da zadrži svoja mehanička svojstva. Zbog skupoće legura rijetko se upotrebljavaju (USA).

Drugi način zaštite od korozije je nanašanje zaštitnog sloja. Klasična zaštita sastoji se u bojadisanju kod čega je važan ne samo kvalitet boje nego i priprema površine što je na montiranom stupu vrlo mukotrpan posao. Trajnost zaštitnog sloja je ograničena, pa ga treba povremeno obnavljati. Bojadisanje je srazmjerno skupo i u pogonu neugodno.

Bolje od bojadisanja pokazalo se vruće pocinčavanje. Vruće pocinčavanje je jednostavan tehnološki proces, koji se sastoji od čišćenja čelika u kiselini, zatim pranje u vodi i uranjanje u kupku s rastopljenim cinkom na određeno vrijeme. Uspjeh pocinčavanja jako ovisi o iskustvu i vještini. Pretanki sloj cinka ne predstavlja dovoljnu zaštitu, a predebeli se odvaja (ljušti) od čelika. Ovakova mjesta dađu se popraviti samo bojadisanjem. Vijci treba da su također pocinčani što se izvodi galvanski. Pocinčani djelovi se ne smiju naknadno obradivati ili variti.

Naročita opasnost od korozije postoji na unutarnjim površinama čeličnih cijevi, koje nisu ispunjene betonom, a bojadisanje nije moguće.

Armirani beton upotrebljava se kod gradnje dalekovodnih stupova znatno manje nego čelik. Količina čelika je za polovicu manja nego kod čeličnih stupova, ali je ukupna težina stupova vrlo velika. Betonski stupovi odlikuju se velikom trajnošću bez potrebe za održavanjem, ali samo pod uvjetom da su dobro izvedeni.

Za vodove nižeg i srednjeg napona moguće je stupove proizvesti u tvornicama sa zadovoljavajućom kvalitetom i gotove ih transportirati. Veći stupovi moraju se lijevati na licu mjesta i to pod uvjetima čistoće i radnih metoda koje ne garantiraju kvalitet. Takove stupove treba po nalijevanju vibrirati. Naročito je važna kompaktnost površinskog sloja, koji štiti željeznu armaturu od korozije. Metoda za konzerviranje ovakvih stupova, koja bi ujedno bila trajna i ekonomična zapravo ne postoji.

Betonski stupovi se mogu izgraditi kao armirano-betonske rešetkaste konstrukcije, također lijevanjem na licu mjesta.

Centrifugirani stupovi izrađuju se u tvornici posebnim rotacionim postupkom, koji osigurava tvrdi površinu i homogenost betona.

Kod nas su se do 1954. godine praktično svi dalekovodni stupovi gradili iz armiranog betona (nestašica profilnog čelika). Danas se katkada upotrebljavaju samo industrijski izrađeni armirano-betonski stupovi za vodove niskog i srednjeg napona.

Vrše se eksperimenti, da se osim navedenih triju osnovnih nadju i neki drugi materijali za dalekovodne stupove, pri čemu najviše izgleda imaju aluminij i njegove legure, te neki plastični materijali (poliesteri). Dosadašnji rezultati nisu zadovoljavajući, niti po mehaničkim svojstvima, niti po cijeni.

Kod većine konstrukcija upotrebljava se isti materijal, ali nisu rijetke ni kombinacije drvo-čelik ili beton-čelik.

Silhuete stupova (pojednostavljeni prikaz konstrukcije) mogu biti veoma različite. Visina stupova ovisi prvenstveno o visini nazivnog napona voda (vidi sl.2). Sama konstrukcija mora prvenstveno biti prilagođena primijenjenom materijalu, pri čemu drvetu i betonu odgovaraju jednostavnije konstrukcije. Broj i presjek vodiča. broj zaštitnih užeta, način ovješanja vodiča i raspored vodiča u prostoru utječu na oblik gornjeg dijela stupa.

Tipične silhuete drvenih stupova prikazane su na sl.43, a betonskih stupova na sl.44.

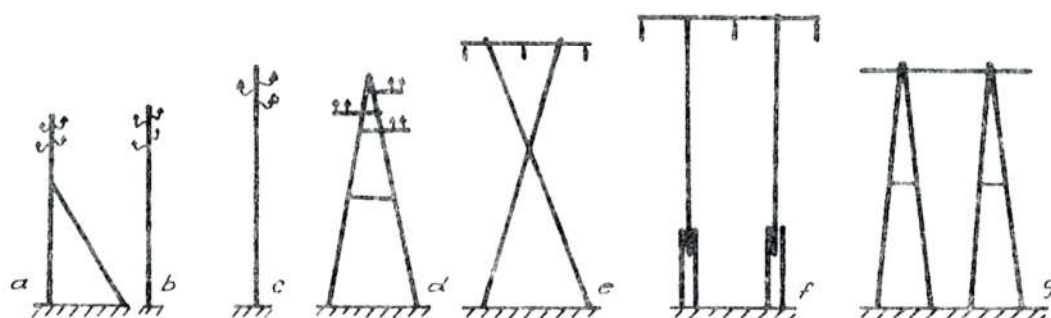
Profilno željezo daje znatno veće mogućnosti za konstruktivno oblikovanje stupova pa je i broj tipova veoma velik. Težnja je svakog konstruktora da konstrukcija bude za zadana opterećenja lagana i racionalna. Pri tome se mogu prepoznati i već poznati osnovni oblici drvenih i betonskih stupova.

Neke tipične silhuete čelično-rešetkastih stupova pokazane su na sl.45, 46 i 47.

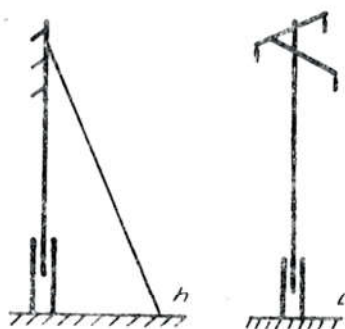
U trupu stupa razlikujemo ugaone štapove (pojasnike), koji preuzimaju najveći dio opterećenja, i dijagonale, koje ukružuju pojasnike. Spojevi pojedinih "pozicija" (pojasnika i dijagonala) stupa su u načelu vijčani (sa ili bez čvornih limova), ali mogu biti i zakovični ili vareni.

Valja skrenuti pažnju i na sidrene stupove (sl.46), kod kojih sama rešetkasta konstrukcija bez sidara (čelično uže) nije stabilna.

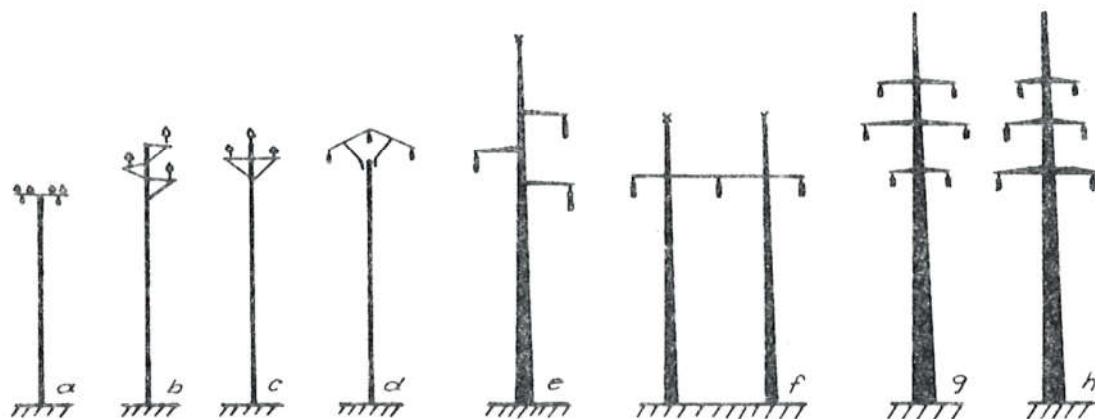
Sve pokazane konstrukcije stupova su uz pretpostavljene sile opterećenja stabilne, tj. ti stupovi nose vodiče. Postoje eksperimentalni vodovi, kod kojih se statička stabilnost postiže za otponsko polje u cjelini, time da nosni stupovi pridržavaju vodiče, ali i vodiči doprinose stabilnosti stupa.



Sl.43 - Tipične silhuete drvenih stupova

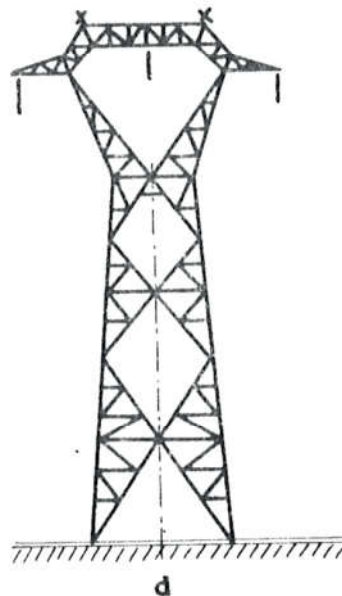
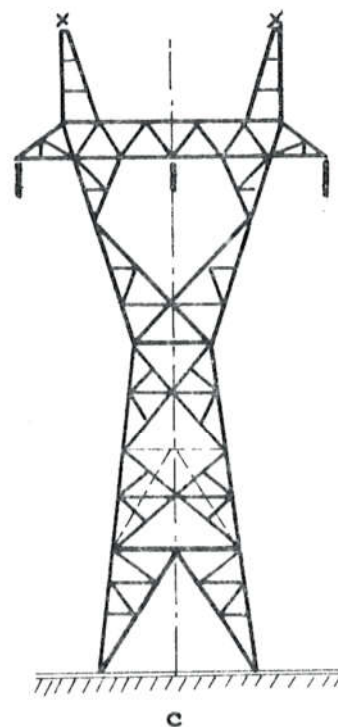
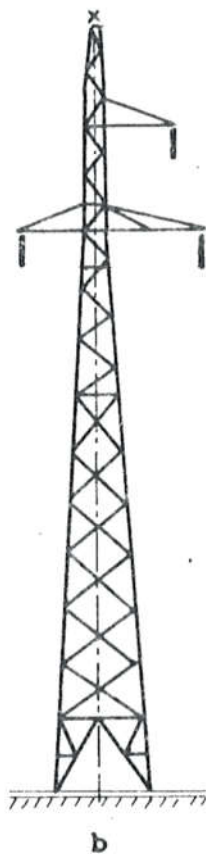
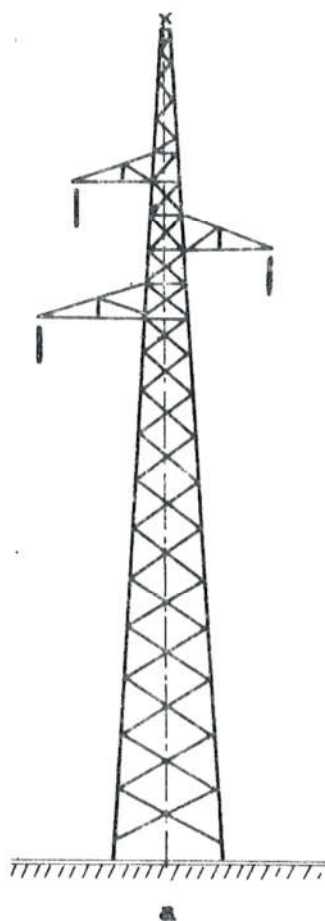


- a - niski napon, kutni
- b - niski napon, linijski
- c - 10-20 kV, linijski
- d - 10-20 kV, kutni A-stup
- e - 35 kV, nosni X-stup
- f - 110 kV, nosni, portal
- g - 35-110 kV, zatezni, kutni, "dvostruka piramida"
- h - 35 kV, kutni, usidreni jarbol ("igla")
- i - 35-110 kV, nosni



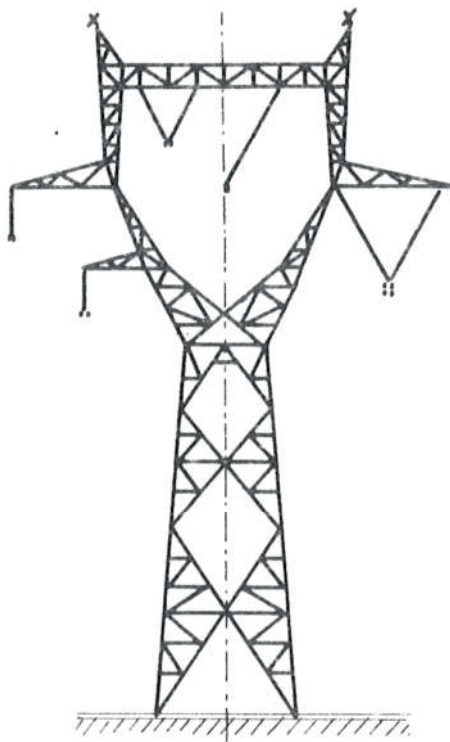
Sl.44 - Tipične silhuete betonskih stupova

- a - niski napon
- b, c, d - 10-20 kV
- e - 35-110 kV, "jela"
- f - 110 kV, "portal"
- g - 35-110 kV, "bačva"
- h - 35-110 kV, "dvostruka jela"

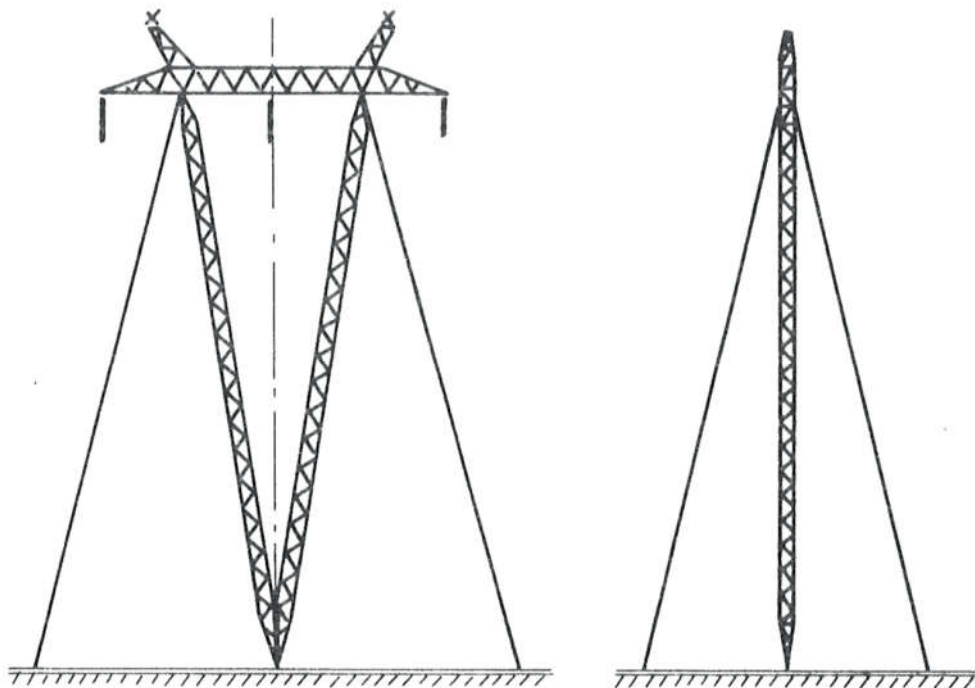


Sl.45.a-d - Jednostruki čelično-rečetskasti stupovi

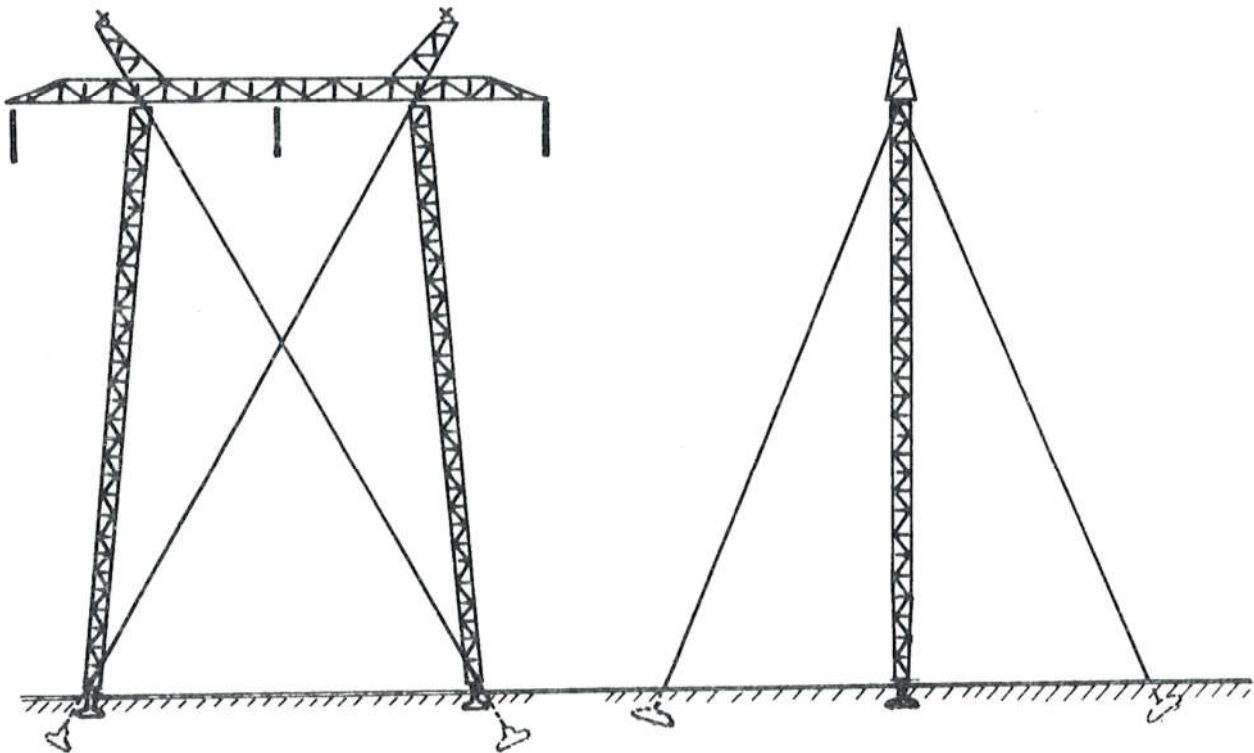
- a) "jela", b) modificirana jela,
- c) Y-stup, d) "mačka"



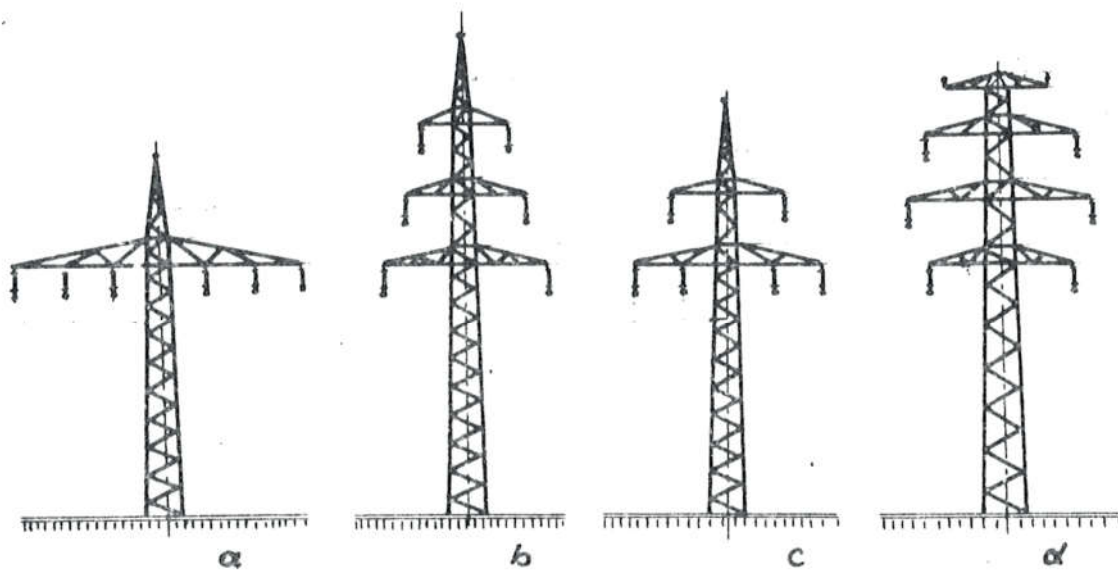
Sl.45.e - Modificirana mačka. Isti stup može biti za dvostruki vod 380 kV ili jednostruki vod 730 kV (EdF)



Sl.46.a - Sidreni čelično-rešetkasti stup "V"



Sl.46.b - Sidreni čelično-rešetkasti stup "finski"



Sl.47 - Dvostruki čelično-rešetkasti stupovi

- a - horizontalni raspored vodiča
- b - dvostruka jela
- c - "Dunav"
- d - "Bačva"

Odabrani raspored vodiča najviše utječe na oblik gornjeg dijela, tzv. "glave stupa". S time u vezi može se reći slijedeće:

- raspored vodiča u jednoj horizontalnoj ravnini zahtjeva manju ukupnu visinu stupa, ali zahtjeva veće razmake vodiča zbog opasnosti dodira kod njihanja uslijed vjetra. Osim toga ovaj raspored nije prikladan na strmim terenima okomito na trasu.
- Raspored vodiča u trokutu (po mogućnosti istostranom) daje simetriju pogonskog induktiviteta.
- Vertikalni raspored vodiča dovodi do opasnosti dodira kod odskoka nižeg vodiča uslijed naglog otpadanja leda.

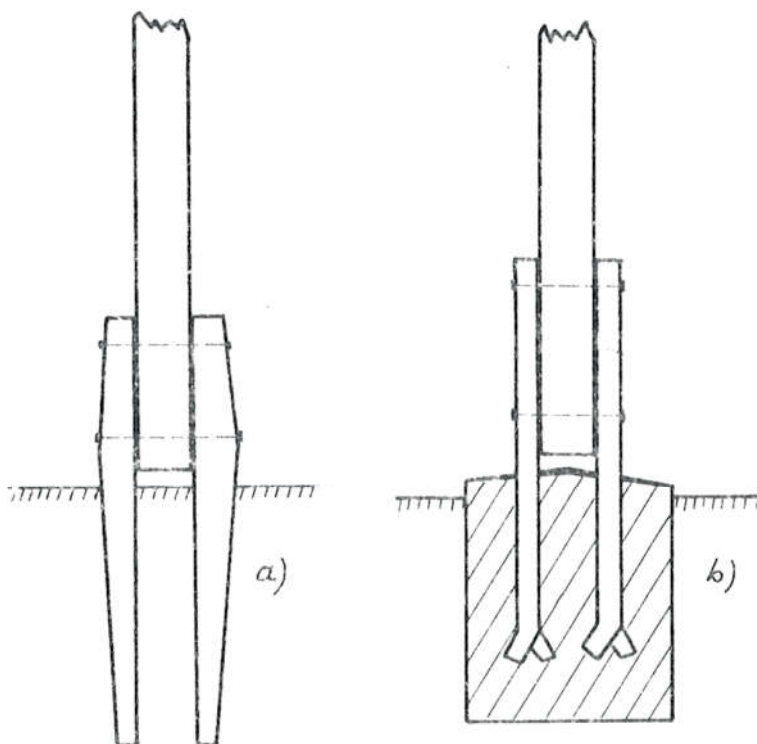
1.2.6. Temelji

Uloga je temelja da sve sile sa stupa prenesu na tlo. Pri tome temelji mogu biti napregnuti vertikalno prema dolje (na pritisak), na izvlačenje i na prevrtanje. Oblik i veličina temelja ovisi o vrsti i veličini naprezanja, te o svojstvima tla. Pri tome treba voditi računa i o eventualnoj prisutnosti podzemne vode, koja umanjuje težinu temelja (Arhimedov zakon). Kod projektiranja temelja stupova svi navedeni elementi moraju biti poznati.

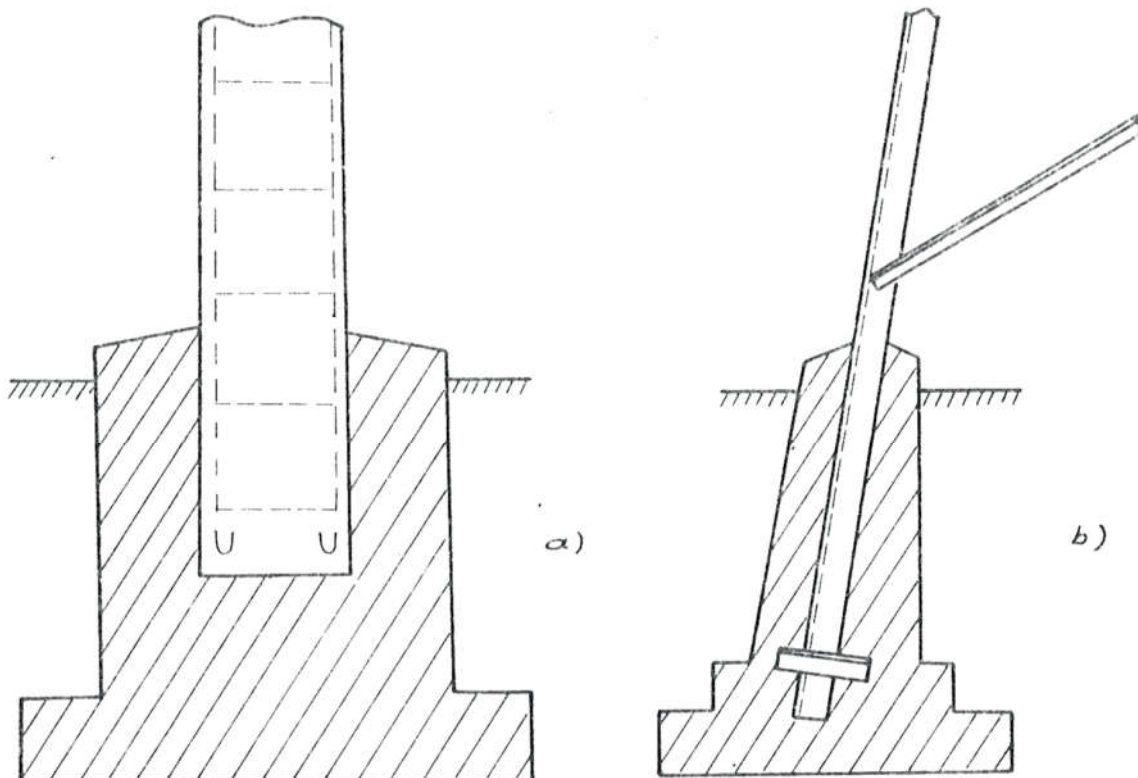
Drveni i neki lakši tipovi tvornički proizvedenih betonskih stupova ukopavaju se u principu neposredno u tlo bez posebnih temelja. Stabilnost stupa se u tom slučaju postiže konstrukcijom onog njegovog dijela, koji se ukopava. Tako su npr. kod drvenih portala, A-stupova i piramida (Sl.43.d,f,g) pojedini balvani pod zemljom povezani temeljnim prečkama ("pločama"). Da bi se drveni stupovi zaštitili od propadanja u tlu, katkada se temelje pomoću betonskih nogara ili temelja (Sl.48). Usadjivanje drvenog stupa neposredno u betonski temelj pogodovalo bi naglom propadanju drveta.

Betonski ili čelično-rešetkasti stupovi imaju temelje od nearmiranog ili armiranog betona. Stupovi s više "nogu" (portalni betonski stupovi i svi čelično-rešetkasti stupovi) mogu imati jedan temelj za cijeli stup (monolitni temelj), ili za svaku "nogu" poseban temelj (rašćlanjeni temelj).

Oblik samog temelja može biti jednostavan (pravokutna prizma, Sl.48.b, ili krnja piramida) ili složen (Sl.49).



Sl.48 - Temeljenje
drvenog
stupa pomo-
ću beton-
skih nogara
(a) i be-
tonskog te-
melja (b)

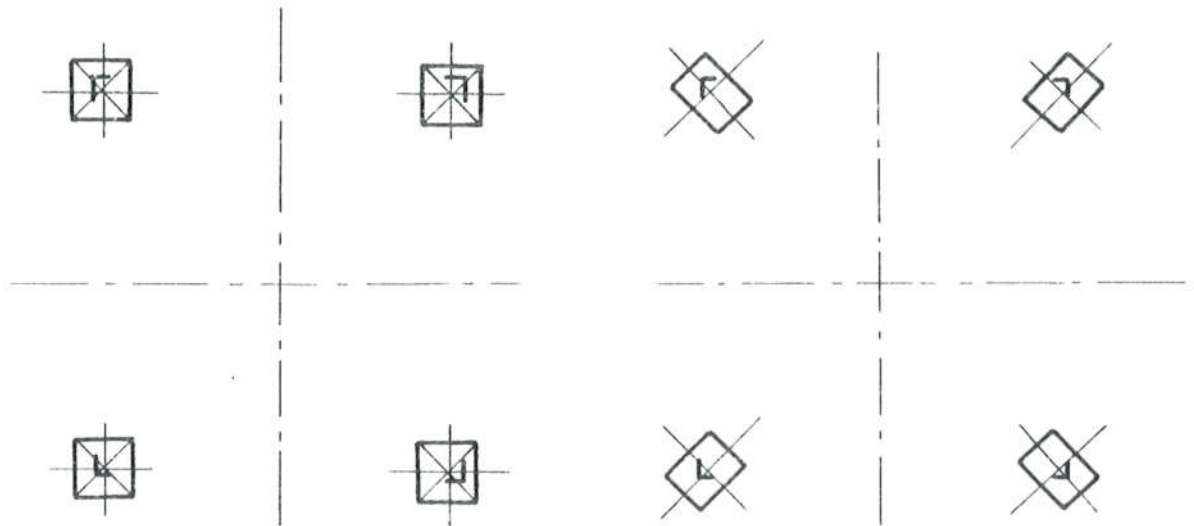


Sl.49 - Složeni betonski temelji

a = za armirano - betonski stup
b = za jednu "nogu" čelično-rečetakastog
stupa

Raščlanjeni temelji čelično-rešetkastih stupova sa 4 "noge" mogu imati dvojaku orijentaciju (Sl.50), a ovisno o konstrukciji stupa mogu biti smješteni u vrhove kvadrata ili pravokutnika.

Postoje i konstrukcije stupova sa tri noge.



Sl.50 - Moguće orijentacije raščlanjenih temelja

Betonski temelji se po potrebi armiraju betonskim željezom. Da bi mjesto ulaska stupa u temelj bilo suho i čisto, vrh temelja mora stršiti cca 20 cm iznad tla, a gornja mu površina mora biti skošena u vidu krova i ožbukana a katkada i bojadisana impregnacionom bojom. Svi do sada opisani betonski temelji (osim nogara sa sl.48. a) betoniraju se na licu mjesta uz odgovarajući prethodni iskop. Da bi se dobio čisti oblik temelja i utrošila samo odgovarajuća količina betona, betoniranje se vrši u oplati. Kod tipiziranih temelja oplata može biti limena za mnogokratnu upotrebu.

Dosta često se primjenjuju unaprijed na industrijski način pripremljeni temelji oblika sličnog onome na (Sl.49.b). Uz povoljne terenske uvjete i primjenu mehanizacije time se mogu postići uštede uz povećanu kvalitetu radova.

Postoje i sasvim specijalne izvedbe temelja. U monolitnom kamenom terenu može se koristeći specijalno svrdlo izbušiti rupa upravo potrebne veličine za temeljni dio stupa, pa je utrošak betona minimalan i služi samo za povezivanje stupa sa stijenom. Nasuprot tome u močvarnim terenima se uz primjenu specijalne mehanizacije izrađuju vertikalni valjkasti temelji (dijametar cca 1 m), koji dopiru desetak i više metara u dubinu. Slično se temelje i stupovi

u koritima rijeka i poplavnim područjima, u tom slučaju i s obrambenim površinama od pokretnog leda.

Spomenimo još, da su stupovi prvog u svijetu 380 kV dalekovoda u Švedskoj temeljeni na pločama izrađenim od drvenih pragova (8 kom. po jednoj nozi portalnog stupa), povezanih profilnim čelikom, s time da je donji dio čelične konstrukcije stupa ukopan u zemlju bez zaštite betonom.

1.2.7. Uzemljenje

Uzemljenje nadzemnog voda u širem smislu obuhvaća cijeli sistem kojemu pripadaju zaštitno uže (ako ga ima), sam uzemljivač, te međusobni galvanski spojevi metalnih dijelova koji nisu pod naponom. Uzemljivač odnosno uzemljenje u užem smislu ima zadatak da uspostavi galvansku vezu sa zemljom uz neki neizbježivi prijelazni otpor.

Uzemljenje igra veoma važnu ulogu kako u pogledu sigurnosti pogona, tako i u pogledu sigurnosti ljudi, koji dolaze u blizinu dalekovodnih stupova. Stoga kod projektiranja uzemljenja treba prvenstveno voditi računa o propisima, koji za određene tipične slučajeve propisuju prelazni otpor, minimalne presjeke i vrstu spojnih vodova, način spajanja itd.

U principu postoje tri vrste uzemljivača. To su cijevni uzemljivači (vertikalno zabijene cijevi duge nekoliko metara), pločasti uzemljivači (vertikalno ukopane ploče), te trakasti uzemljivači (žica, uže ili traka ukopana u zemlju). Uzemljivači moraju biti otporni protiv korozije, što se postiže izborom materijala (bakar) ili zaštitom (pocinčavanje).

Za uzemljenje dalekovodnih stupova primjenjuje se najčešće trakasto uzemljenje, oblikovano kao prstenasto (1-2 prstena na dubini 0,5 - 1 m oko temelja stupa) ili zrakasto (2-4 zvijezdasto položene trake od stupa u suprotnim smjerovima), a često prstenasto i zrakasto istovremeno. Uz poznati (unaprijed izmjereni) specifični otpor tla vrši se proračun uzemljenja, a nakon izvedbe uzemljivača vrši se kontrola mjerenjem i po potrebi dodatno proširenje uzemljivača. Kao posebni slučaj trakastog uzemljivača može se navesti tzv. protutežno uže, položeno kontinuirano od stupa do stupa duž trase voda.

Zaštitno (dozemno, gromobransko) uže ima višestruku funkciju. U

prvom redu štiti fazne vodiče od direktnog udara munje (povećanje pogonske sigurnosti voda), zatim doprinosi pouzdanom radu zaštite kod kratkih spojeva prema zemlji, i konačno galvanski povezuje uzemljivače svih stupova i time poboljšava cjelokupni sistem uzemljenja voda. Prvu funkciju ispunjava i uže iz čelika, ali za ostale dvije je poželjno da zaštitno uže bude iz bolje vodljivog materijala. Zaštitno uže mora na svakom stupu biti pouzdano povezano s uzemljivačem, bilo preko samog stupa (čelično-rešetkasti, vidi sl. 35, ili armirano-betonski stup), bilo putem posebnog dozemnog voda duž stupa (drveni, a katkada i armirano-betonski stup, ako ne postoji dokazana metalna veza kroz armaturu stupa).

Uzemljivači se ne izvode jedino kod niskonaponskih vodova na drvenim stupovima, a katkada ni kod drvenih vodova srednjeg napona bez zaštitnog užeta.

1.2.8. Projektiranje nadzemnih vodova

Nakon što su određeni osnovni parametri voda (broj i presjek vodiča i zaštitne užadi, krajnje točke voda), slijede redom slijedeći poslovi:

- Izbor trase vrši se prema više kriterija, koji su često kontradiktorni. Nije poželjna blizina kuća i naselja, ali je poželjna blizina ceste (radi transporta i pristupačnosti kod popravaka); izbjegavaju se trase, gdje će biti visoke šumske i poljoprivredne odštete, izbjegava se paralelno približavanje telefonskim linijama; izbjegava se križanje sa željezničkim prugama, autoputevima i slično; kod dužih vodova mogu se bez bitnog povećanja dužine izbjeći geografski i klimatski nepovoljna područja; broj kutnih stupova treba da je što manji.
- Izborom glave stupa i tipa stupa u cijelini može se utjecati na cijenu voda, vodeći računa o konfiguraciji terena duž trase. Na visinu stupa utječe još i izbor izolacije.
- Slijedi precizno geodetsko snimanje trase i na temelju toga se vrši razmještaj stupova i određivanje sila na stup (uz prije utvrđene klimatske parametre i izvršeni mehanički proračun vodiča).
- Statički proračun stupa vrši se na temelju prethodnih podataka; teži se ka što manjem broju "tipova" stupa radi jednostavnije i

jeftinije serijske proizvodnje.

- Na temelju geološkog sastava tla određuje se njegova nosivost, te se može uz već poznate elemente (sile na stup, težinu stupa) izvršiti proračun temelja.
- Daljnji dio projekta je specifikacija materijala i predračun cijene koštanja objekta.
- Kao posebni djelovi projekta izrađuju se elaborati za križanja voda s telefonskim linijama, željezničkim prugama, autoputevima i slično.

Mnoge faze projektiranja nadzemnog voda mogu se vršiti automatski na elektroničkom računalu, na primjer crtanje profila trase u mjerilu (na temelju geodetskog snimka), mehanički proračun vodiča, proračun stupova i temelja uz optimiranje konstrukcije, proračun potrebnog materijala, izrada troškovnika i slično.

1.2.9. Pogonska problematika nadzemnih vodova

Nadzemni se vod u pogonu odnosno eksploataciji ponaša slično kao sve tehničke tvorevine. U pogonu je vod izložen mogućnostima oštećenja i kvarova. Izolacija je izložena prenaponima i električnom luku, a i mehaničkim oštećenjima od kamenja i metaka. Vodiči su također izloženi oštećivanju uslijed luka i minerskih radova u blizini voda (npr. gradnje ceste). Dodatno opterećenje i umor materijala može dovesti i do prekida vodiča.

Stupovi su izloženi koroziji, a neki njihovi djelovi i kradji. U katastrofalnim slučajevima (orkanski vjetrovi, jako zaledjivanje) može doći i do loma cijelih stupova ili njihovih djelova.

Vod je potrebno periodično obilaziti, da bi se vršila vizuelna kontrola tehničke ispravnosti. Pri tome se obraća pažnja na stanje vodiča i izolatora, na eventualne pojave korozije i olabavljenja vijaka rešetkaste konstrukcije i na vidljive spojeve s uzemljenjem. Dodatno se registriraju promjene u blizini voda, kao što su novoizgrađene zgrade, drugi vodovi, prometnice i slično. Ukoliko se ne opaze promjene koje zahtijevaju hitnu intervenciju, sva se zapazanja registriraju i o njima se vodi računa prilikom slijedećeg planiranja remonta voda. Kod vodova 110 kV i više, na kojima su montirani porculanski izolatori, može se stanje izolacije odrediti mjerenjem parcijalnih napona na pojedinim izolatorskim člancima

dok je vod u pogonu. Na taj se način otkrivaju i one greške u izolaciji, koje se okom ne vide. Održavanje voda svodi se prvenstveno na periodične remonte (u pravilu vremenski razmaci nisu manji od jedne godine) koji imaju zadatak da otklone sva ranije uočena oštećenja na važnim djelovima voda. Remont je ujedno prilika, da se vod još jednom detaljno pregleda i dovede u sklad s propisima zbog promjena uz trasu. O mogućnosti da se ovi radovi obave pod naponom bilo je govora ranije. Obnavljanje antikorozionog sloja je dug i skup posao, koji se obavlja samo po potrebi. Vod se u tu svrhu stavlja van pogona samo za bojadisanje djelova stupa koji su u opasnoj blizini napona.

Kvarovi na vodu uočavaju se nemogućnošću da se on stavi u pogon. U tom slučaju treba odmah pristupiti popravku. Bitno je što prije otkriti mjesto kvara. Na vodovima visokog napona koriste se lokatori grešaka, koji slično kao distantna zaštita iz impedancije strujnog kruga zaključuju na udaljenost greške, pa makar ona trajala samo manji dio sekunde. Trajni kvarovi (prekid vodiča, spoj vodiča sa zemljom) mogu se locirati promatranjem reflektiranih impulsa na ekranu neke vrste "radara". Kao dopunska mogućnost ostaje u svakom slučaju otkrivanje mjesta kvara vizuelnim pregledom voda, što je u ostalom kod vodova niskog i srednjeg napona obično jedini način.

Onečišćenje izolacije je poseban problem kod nadzemnih vodova. Uzrok mogu biti razna industrijska zagađivanja atmosfere, a u primorskim krajevima još i sol, koju vjetrovi nose s morske površine. Kada je vrijeme suho ili kišovito (kiša pere izolatore) posljedice onečišćenja su rijetke, ali zato postaju neugodne kod ovlaženja sloja uslijed magle ili slabe sitne kiše. Na ugroženim područjima primjenjuju se "magleni izolatori" s produženom kliznom stazom. Dobri rezultati postignuti su premazivanjem izolatora specijalnim mastima na bazi silikona (sloj masti cca 0,1 mm), koje apsorbiraju i obavljanjem neutraliziraju nečistoću, pa izolaciona čvrstoća voda ostaje nepromijenjena. Sloj masti treba periodički obnavljati.

O svim događajima i radovima na vodu treba voditi statistiku radi usporedbe i korištenja iskustva na novim vodovima.

1.2.10. Dalekovodi budućnosti

Prema današnjem stanju razvoja elektroenergetike ne može biti govora o odumiranju električnih mreža, pa ni nadzemnih električnih vodo-

va. Naprotiv, povećanje potrošnje električne energije i sve veće jedinične snage generatora zahtijevaju sve više vodova sve veće prijenosne moći. Zbog toga su i dalekovodi trajni predmet razvojnih studija. Mehanički i električki elementi dalekovoda trajno se poboljšavaju.

Uz nastojanja da se nadju bolja rješenja u okvirima uobičajenih tipova vodova, u toku su istražne studije kojima se žele naći u velikoj mjeri nova rješenja s ciljem da se smanje troškovi gradnje i održavanja uz ista ili poboljšana električka i mehanička svojstva. Uz ekonomske i tehničke kriterije, u zadnje vrijeme se i ekološki problemi nameću kao faktor koji se ne može mimoći. Vodovi visokog napona svojim znatnim dimenzijama vizuelno narušavaju prirodne ambijente i umanjuju upotrebnu vrijednost širokih pojaseva zemljišta.

Glavna nastojanja usmjerena su na pronalaženje novih oblika i konstrukcija dalekovodnih stupova, kao i novih materijala za njihovu izradu, te na pronalaženje novih rješenja za izolaciju vodiča.

U pogledu konstrukcije stupova smatra se, da se pune, jednostavne forme, dakle forme do sada tipične za armirano-betonske stupove, bolje uklapaju u okolinu od čelično-rešetkastih konstrukcija, naročito uz bojadisanje prikladnom bojom. Od novih materijala za stupove treba spomenuti legure aluminijske i neke legure čelika otporne protiv korozije.

Revolucionarne promjene u gradnji dalekovoda srednjih i visokih napona mogu se očekivati u pogledu izolacije. Eksperimentira se sa stupovima, kojima su metalne konzole zamijenjene izolacionim konzolama, koje preuzimaju ulogu izolatora, a zadržavaju prvobitnu mehaničku ulogu. Tako konstruirani vodovi će u pravilu moći imati manje razmake među vodičima, pa će potrebni pojasevi terena biti uži. Osim toga će stupovi imati manju ukupnu visinu, pa će biti jeftiniji i manje upadljivi u okolišu. U tom smislu ispituju se rješenja s pogodno oblikovanim izolacionim štapovima od porculana visoke kvalitete, kao i od sintetičkih materija (npr. poliestar sa staklenim vlaknima).

1.3. ELEKTROENERGETSKI KABELI

1.3.1. Konstruktivni elementi kabela

Pod kabelima podrazumjevamo vodiče iz dobro vodljivog materijala (bakar, aluminij) koji su električki izolirani i smješteni u zajednički vanjski omotač za zaštitu kabela od vanjskih utjecaja (vлага, mehanička oštećenja, korozija). Ovisno o tome u kojoj sredini je kabel položen (neposredno u zemlju, vođu, kabelski kanal itd.) i ovisno o visini napona, biti će pojedini detalji konstrukcije različito naglašeni. O konstrukciji kabela i načinu polaganja ovisi i eksploatacija.

Po broju vodiča ("žila") kabeli mogu biti jednožilni (visoki i najviši napon, te specijalni slučajevi), trožilni (srednji i visoki naponi) i četverožilni (niski napon).

Vodiči su puna okrugla žica (kod malih presjeka) ili od pojedinih žica upredeno uže. Pošto težina i cijena vanjskih slojeva kabela ovisi o promjeru "aktivnog dijela" (vodiči, izolacija), teži se za što boljem "faktoru popunjenosti" vodiča. Zato pojedine žice u užetu često nisu okrugle već profilne, a gdje to jakost električnog polja dopušta (višežilni kabeli većeg presjeka i napona do 10 kV) primjenjuju se i "sektorski vodiči". Kod nekih tipova kabela vodiči imaju centralnu šupljinu (šupljivi vodiči). Kao materijal za vodiče upotrebljava se elektrolitski bakar ili aluminij visoke čistoće.

Uže na svojoj površini ima izbočine (hrptovi pojedinih žica), koje nepovoljno djeluju na oblik električnog polja. Zato se kod viših napona vodič "električki gladi" omatanjem sloja papira, koji je dodatkom grafita ili na drugi način učinjen vodljivim. To je tzv. "poluvodljivi sloj".

Izolacija "klasičnih" kabela je višeslojni papirni namot. Papir je specijalne vrste, debljine oko 0,1 mm i širine 15-25 mm. Na njegovu kvalitetu postavljaju se specijalni mehanički, električki i kemijski zahtjevi. Suha papirna traka namata se posebnim strojem u potrebnom broju slojeva oko vodiča, a zatim u vakuumu oslobadja zadnjih ostataka vlage i impregnira uljem, čija kvaliteta ovisi o tipu kabela. Odmah po impregnaciji kabel dobiva metalni plašt, kako bi se spriječio prodor vlage, koja je najveći neprijatelj izolacije kabela.

Kabeli s drugom vrstom izolacije tj. s gumom i termoplastičnom umje-

tnom materijom imaju prednost prema kabelima s papirnatom izolacijom, uglavnom zbog jednostavnije izvedbe kabelskih glava i nastava, te jednostavnije i bezbrižnije eksploatacije.

Od ovih materijala upotrebljavaju se:

- elastomeri, koji nakon određenog termičkog postupka ostaju konstantno elastični. To su etilen - propilen i butil;
- plastomeri, koji su plastični kod nekih temperatura. To su: polietilen (mrežasti, dobiven kemijski, skraćeno PET) i polivinil klorid (skraćeno PVC).

Navedene "plastične" izolacije se (osim gume) primjenjuju tek u novije vrijeme, pa njihov razvoj još traje. Za PVC se može reći, da će ostati u primjeni za niske i srednje napone, dok će mrežasti polietilen prodrjeti i kod kabela najviših napona (do sada do 220 kV).

Jedno od osnovnih svojstava izolacije je njezina probojna čvrstoća. U tom pogledu je na prvom mjestu papir impregniran uljem (uljni kabeli) s cca 45 kV/mm za izmjenični i 100 do 120 kV/mm za udarni napon. Slijedi PET s cca 30 kV/mm za izmjenični i cca 100 kV/mm za udarni napon. Ostale izolacije znatno zaostaju (papir impregniran kabelskom masom cca 15 kV/mm, PVC cca 8 kV/mm za izmjenični napon; probojna čvrstoća za udarni napon ovdje nije toliko bitna, jer se zbog niske probojne čvrstoće i onako moraju primjeniti deblji slojevi izolacije, koji će zadovoljiti proboj udarnim naponom).

Kasnije će biti navedena još neka svojstva izolacije kabela.

Iznad izolacije se kabeli od srednjih napona na više "električki završavaju" vodljivim zaslonom, koji je najčešće izveden iz aluminijske folije i nalazi se na potencijalu zemlje. Kod višežilnih kabela takav zaslon ima svaka žila posebno, s izuzetkom nekih tipova kabela za srednje napone, gdje su jednim zaslonom obuhvaćene sve tri žile.

Presjek kompletnog kabela je uvijek kružnica (osim u sasvim izuzetnim slučajevima), pa stoga među žilama višežilnih kabela ostaju šupljine. Kod plinskih i uljnih kabela te se šupljine ostavljaju slobodne i služe za cirkulaciju plina, odnosno ulja, a kod drugih tipova kabela se ispunjavaju popunom. Za popunu se uzima materijal sličan izolaciji kabela, npr. upređeni papir ili juta kod papirne izolacije, a manje vrijedna PVC masa ili nevulkanizirana guma kod kabela s PVC ili PET izolacijom.

Do sada opisani konstruktivni elementi kabela od vodiča do zaslona mogu se smatrati "aktivnim" dijelom kabela. Daljnji vanjski slojevi kabela daju aktivnom dijelu potrebnu mehaničku čvrstoću i štite ga od najrazličitijih vanjskih utjecaja.

Kabeli, kojima je izolacija izvedena od papira, moraju se rigorozno zaštititi od vlage odnosno vode. Ovu zaštitnu funkciju preuzima metalni plašt koji osim toga predstavlja i stanovitu mehaničku zaštitu. Metalni plašt kabela najčešće se izrađuje iz olova. Prednost mu je lagana obrada, savitljivost i visoka otpornost protiv korozije. Mana mu je velika specifična masa, mala mehanička čvrstoća i sklonost ka starenju (rekristalizacija uslijed vibracija). Slijedeći materijal za izradu plašta kabela je aluminij. Prednost pred olovom mu je mala specifična masa (lakši kabel), veća mehanička čvrstoća i dobra električka vodljivost, ali je znatno osjetljiviji na koroziju. Kao daljnji materijali koji dolaze u obzir za izradu plašta kabela mogu se još navesti čelik i bakar. Da bi kabeli bili dovoljno savitljivi, plaštevima iz aluminija, čelika i bakra izvode se valovito u uzdužnom smjeru kabela.

Izolacije od PVC, PET i slične same su po sebi nepropusne za vlagu, ali se i tako izoliranim kabelima daje plašt, najčešće od termoplastične mase odgovarajućih mehaničkih svojstava, a katkada od olova.

Kod nekih tipova kabela treba kompenzirati unutrašnje pritiske. Takvi kabeli dobijaju bandažu u obliku metalne trake omotane s preklapanjem iznad plašta. Materijal je pocinčana čelična traka, a ako se čelik ne može primijeniti zbog feromagnetizma (gubici), primjenjuje se legirani bakar.

Kada se može očekivati mehaničko naprezanje i oštećenje kabela (tipični primjer su podmorski kabeli), iznad bandaže se postavlja još i armatura. Izvodi se iz čeličnih pocinčanih žica okruglog ili pravokutnog presjeka i spiralno (s dugim korakom) ovija oko kabela iznad bandaže.

Između plašta, bandaže i armature umeću se mekani slojevi, koji sprječavaju direktno međusobno trenje metala, a ujedno doprinose zaštiti od korozije. Sastav i konstrukcija tih međuslojeva često omogućuje i stanovitu električku vezu između plašta, bandaže, armature i okoline.

Vanjski metalni slojevi moraju se oviti solidnom antikorozionom zaštitom. Klasična zaštita od korozije je juta natopljena katranom,

asfaltom ili bitumenom, a novija zaštita je kontinuirani sloj od PVC. Dok je neoštećen, PVC sloj je bolja zaštita, ali sloj impregnirane jute dozvoljava stanovitu penetraciju vlage i time električno povezivanje vanjskih slojeva kabela s okolinom. Stoga se još uvijek u primjeni susreću kako jedan, tako i drugi način zaštite.

U gradovima se kabeli niskog i srednjeg napona pojavljuju masovno već vrlo rano. To je stimuliralo razvoj kabelske tehnike, pa je razvoj tehnologije tog područja omogućio izradu kabela sve do najviših napona. Interesantno je kod toga da su već u početku kabeli bili izolirani papirom jednako kao i današnji kabeli za najviše napone.

Jedna od vodećih svjetskih tvornica kabela "Les cables de Lyon" u Francuskoj osnovana 1897. god. osvajala je visoke napone slijedećim tempom, a što daje približno sliku svjetskog razvoja. (Svi s papirom izolacijom.)

god. 1897	5 kV	(maseni)
" 1906	50 kV	istosmjerni (maseni)
" 1913	30 kV	(maseni)
" 1921	60 kV	(maseni)
" 1924	150 kV	istosmjerni (maseni)
" 1936	220 kV	(uljni)
" 1952	380 kV	(uljni)
" 1963	735 kV	(uljni)

Ovaj prikaz također jasno pokazuje koliko je lakše konstruirati kabele za visoke istosmjerne napone.

Do sada opisani konstruktivni elementi kabela odnose se na savitljive kabele. Drugu grupu predstavljaju kabeli koji su naknadno uvučeni u specijalnu krutu kabelsku kanalizaciju, koja je u načelu izvedena u formi čelične cijevi ukopane u zemlji (cijevni kabel). Tako položen kabel sadrži samo aktivni dio, jer mu čelična cijev zamjenjuje plašt i ostalu zaštitu i tek zajedno s njome predstavlja tehničku cjelinu. Sama čelična cijev mora, naravno, također biti zaštićena od korozije. Cijev je ispunjena dielektrikom, koji je u pravilu ulje ili plin pod pritiskom.

1.3.2. Kriteriji za izbor kabela

Kabel mora ispunjavati određene mehaničke i električke kriterije, koji su odlučujući kod izbora kabela. Kada za određenu namjenu do-

lazi u obzir više tipova kabela odlučujući je još i ekonomski kriterij, pri čemu se uzimaju u obzir cijena kabela, troškovi polaganja, troškovi održavanja i troškovi pogona (gubici).

Mehanički kriteriji uzimaju u obzir mjesto i način polaganja i time sve moguće vanjske utjecaje. Slijede neki važniji utjecaji (u zagrađama su navedena neka moguća rješenja):

- opasnost od mehaničkih oštećenja (armiranje kopnenih i podmorskih kabela, primjena cijevnih kabela na kopnu);
- opasnost od korozije u kemijski agresivnim sredinama ili morskoj vodi (pojačana antikoroziona zaštita; dodatna obloga od plastične mase);
- izloženost vibracijama, npr. na mostovima (primjena aluminijskog plašta umjesto olovnog; kabel s plastičnom izolacijom bez metalnog plašta);
- izbjegavanje velikog broja sastavaka (spojnica) kod dužih kabelskih trasa (što duži pojedinačni komadi kabela, što ovisi o mogućnostima proizvođača i mogućnostima transporta; jednožilni kabeli se redovito mogu proizvesti i transportirati u većim pojedinačnim komadima od trofaznih);
- savitljivost i otpornost na savijanje, važno npr. kod kabela koji se namjeravaju prelagati, te podmorskih kabela radi prilagodjenja morskom dnu i eventualnog podizanja radi popravaka (izbor gumene izolacije kod napajanja pokretnih bagera srednjim naponima; izbor jednožilnih kabela umjesto trožilnog, koji je kod iste trofazne snage manje savitljiv);
- mogućnost strmog ili okomitog polaganja, što izaziva uzdužni vlak u kabelu i hidrostatski tlak viskoznih sastojaka kabela (armiranje kabela; bandažiranje protiv unutarnjih pritisaka, izbor PVC ili PET izolacije, jer nema viskoznih odnosno tekućih sastojaka);
- potrebna mogućnost proširenja paralelnim kabelom (izabrati cijevni kabel, a paralelno, uz korištenje istog iskopa, položiti odmah i cijevi za daljnja proširenja).

Električki kriteriji se svode na dva osnovna, a to su:

- nazivni napon iz kojeg proizlaze i sve ostale vrijednosti mjero-
davne za naprezanje izolacije (maksimalni pogonski napon; izdr-
žljivost na kratkotrajni povećani izmjenični i istosmjerni napon;

izdržljivost na udarni napon); rješava se izborom i dimenzioniranjem izolacije;

- strujna opteretivost; rješava se izborom materijala i presjeka vodiča, vodeći računa o konstrukciji kabela.

Oba kriterija zajedno daju prijenosnu moć kabela, odnosno prividnu snagu koju kabel može prenijeti. Pri tome je važan i dnevni diagram opterećenja kabela, jer je kabel moguće kratkotrajno opteretiti snagom većom od trajne maksimalne snage.

Slično kao kod svih elemenata mreže i električnih uređaja, prijenosna moć kabela je ograničena zagrijavanjem uslijed gubitaka.

1.3.3. Gubici u kabelu, zagrijavanje, hladjenje

Električna izolacija kabela predstavlja ujedno otpor odvođenju topline nastale uslijed gubitaka. S tim otporom spojen je u seriju i toplinski otpor okoline kabela, koji na sebe preuzima i dalje odvođi nastalu toplinu sve do dovoljno udaljene "hladne sredine", odnosno sredine koja ima prirodnu temperaturu okoline.

Gubici u kabelu mogu se po uzroku nastanka podijeliti u dvije osnovne grupe:

a. Gubici uslijed napona (P_{diel})

Ovi gubici imaju više komponenata, ali se ukratko mogu nazvati "gubicima u dielektriku", u kojemu i nastaju. Kod opterećenosti izmjeničnim poljem, definirani su poznatom formulom

$$P_{\text{diel}} = U_f^2 \omega C \operatorname{tg} \delta \quad [\text{W po fazi}] \quad 1-14$$

P_{diel} = dielektrički gubici po fazi (žili)

U_f = fazni napon

C = kapacitet žile kabela prema zemlji

$\operatorname{tg} \delta$ = faktor gubitaka

Treba uzeti u obzir, da faktor gubitaka raste s temperaturom kod praktički svih tehničkih dielektrika (osim plinova), pa će gubici P_{diel} kod viših temperatura kabela biti veći, što je nepovoljno. Nadalje se dađe zaključiti:

- gubici u dielektriku rastu s kvadratom napona; uslijed toga su oni kod niskog, pa i srednjih napona, praktički beznačajni u odnosu na gubitke uslijed struja, a s daljnjim porastom napona posta-

ju sve značajniji. To se može vidjeti iz slijedeće tablice (vrijednosti su orijentacione):

U_n	P_{diel}
110 kV	0,04 P_{cu}
220 kV	0,13 P_{cu}
380 kV	0,40 P_{cu}

U_n = nazivni linijski napon

P_{cu} = gubici uslijed struje kod nazivnog opterećenja

- gubici u dielektriku su proporcionalni kapacitetu kabla, pa će u dielektriku s manjom relativnom dielektričnošću ϵ_r gubici biti manji,
- faktor gubitaka treba da je što manje temperaturno ovisan.

Slijedeća tablica daje za tipične kabelske dielektrike osnovne podatke od značaja za gubitke:

Izolacija	ϵ_r	tg δ
butil-guma	2,1 2,3	0,004
silikonska guma	2,8 3,5	0,0013 0,002
PVC	3 6	0,02 0,08
PET	2,2 2,4	0,0001 0,0005
suhi papir	2 2,5	0,002 0,004
izolaciono ulje	2,2 2,8	0,001 0,002
papir impregniran uljem	3,3 3,8	0,001 0,005
plinoviti dielektrici	1,0	0,0000

S ekonomskog stanovišta gubici u dielektriku kabla su beznačajni, osim u dugim kabelskim vezama za visoke i najviše napone.

Kod kabla za istosmjerni napon gubici u dielektriku su neznatni u usporedbi s gubicima kod izmjeničnih kabla i ovise samo o specifičnoj vodljivosti dielektrika.

b. Gubici uslijed struje P_{cu}

Prolaz izmjenične struje kroz kabel izaziva više tipova gubitaka:

- gubici u bakru, povećani uslijed skin-efekta, efekta blizine i vrtložnih struja, a nastaju u vodiču,

- gubici u metalnim omotačima kabela (plašt, bandaža, armatura), koji u širokim granicama ovise o konstrukciji kabela, a nastaju u tim omotačima uslijed induciranih i vrtložnih struja. Znatno su manji kod trofaznih trožilnih nego kod jednožilnih kabela, a i kod jednožilnih ovise još i o međusobnom prostornom odnosu pojedinih žila.

Gubici uslijed prolaza struje u jednoj žili mogu se prikazati formulom

$$P_{cu} = I^2 (R_o + \Delta R) \quad 1-15$$

R_o = omski otpor vodiča mjeran istosmjernom strujom

ΔR = prividni prirast otpora R_o uslijed svih ostalih komponenata gubitaka P_{cu} (ovisan i o struji, ako u omotačima ima feromagnetskih materijala)

ΔR se kod kabela s barem jednim metalnim omotačem može kretati u granicama

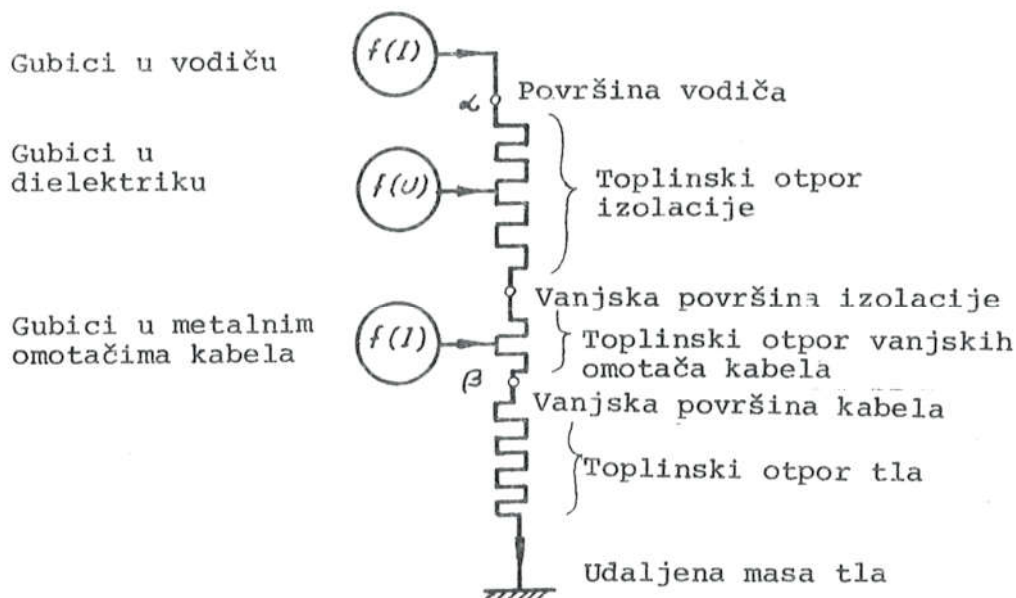
$$\Delta R = 0,08 R_o \dots\dots 0,80 R_o \quad 1-16$$

Smanjenje prirasta ΔR može se postići konstrukcijom kabela, izborom materijala vanjskih omotača, međusobnim prostornim odnosom jednožilnih kabela u "trokutu" uz cijenu lošijeg hladjenja, samo jednostranim uzemljavanjem omotača kabela (često nedopustivo iz sigurnosnih razloga), primjenom trofaznih umjesto jednožilnih kabela i konačno električkim "preplitanjem" metalnih omotača jednožilnih kabela (Sl.115).

Prijenosna moć i strujna opteretivost kabela ograničeni su najvišom dopuštenom temperaturom, koju izazivaju gubici. Pri tome su kritične dvije točke kabela: površina vodiča, čija temperatura je uvjetovana najvišom dopuštenom temperaturom izolacije (stvaranje dilatacija, opasnost od toplinskog proboja), te vanjska površina kabela koja predstavlja mjesto predaje nastale topline okolini. Maksimalna trajna temperatura papirne izolacije uljnog kabela može biti oko 80°C , PET-a oko 65°C , a papirne izolacije masenog kabela i PVC-a oko 55°C . Maksimalne temperature vodiča koje se dozvoljavaju kratkotrajno, kreću se prema vrsti izolacije uglavnom između 100 i 150°C , a mogu nastupiti uslijed kratkog spoja.

Kod kabela neposredno ukopanih u zemlju s prirodnim hladjenjem, a tako se polaže velika većina kabela, površina ne smije biti toplija

od 40°C. Smatra se naime, da već temperatura od 40°C kroz duže vrijeme dovodi do potpunog isušivanja tla, i time do povećanja njegovog termičkog otpora odnosno do pogoršanja uvjeta prirodnog hlađenja kabela.



Sl.51 - Nastajanje i odvođenje topline kabela u radijalnom smjeru (ekvivalentna shema)

α, β - mjesta kontrole temperature

Na sl.51 su u vidu ekvivalentne sheme prikazani "generatori topline" na odgovarajućem mjestu kabela, te radijalno odvođenje topline prema udaljenoj okolini kroz serijski spojene toplinske otpore pojedinih slojeva. Vidi se da u procesu hlađenja kabela toplinski otpor tla igra bitnu ulogu, jer utječe na prijenosnu moć kabela. Kritično mjesto je neposredna okolina kabela, gdje je toplinski tok najgušći i temperaturni gradijent najstrmiji. Dobra svojstva odvođenja topline (mali toplinski otpor) od prirodnih, jeftinih i prikladnih materijala ima pijesak, pogotovo ako se (po potrebi) suho pomiješa s cca 10% cementa. Prirodno hlađenje slobodno položenih kabela (u cijevima koje nisu ujedno vanjski omotač kabela, u kanalima, u tunelima i tome slično) je lošije od hlađenja kabela neposredno položenih u tlo i ovisi kako o temperaturi okoline, tako i o mogućnostima prirodne cirkulacije zraka. U tom slučaju se dio topline prenosi i toplinskim zračenjem. Vrlo dobre uvjete prirodnog hlađenja imaju podvodni kabeli, bez obzira da li su položeni na dno ili ukopani u dno vodotoka, jezera ili mora. Pošto su krajevi podvodnih kabela položeni na kopnu, oni moraju biti dimenzionirani za (lošije) kopnene uvje-

te hladjenja (veći presjek vodiča).

Katkada su kabelaške instalacije ekonomičnije ako se primijeni prisilno hladjenje. Prisilno hladjenje može biti unaprijed projektom predviđeno, a može se primijeniti i naknadno da bi se povećala prijenosna moć već postojećih kabela. U načelu se prisilno hladjenje može izvesti:

- prisilnom cirkulacijom svježeg zraka kod kabela položenih u cijev, kanale i tunele;
- prisilnom cirkulacijom ulja kod uljnih kabela (potreban dovoljan presjek uljnih kanala);
- polaganjem kabela u cijevi ili kanale, kojima cirkulira voda;
- polaganje cijevi s tekućom vodom neposredno u tlo tik uz kabel.

Instalacije s prisilnim hladjenjem zahtijevaju postavljanje odgovarajućih uređaja (pumpe, ventilatori) a u zatvorenom rashladnom ciklusu i odgovarajuća hladila rashladnog sredstva. Rashladne uređaje treba trajno nadzirati i njihov prestanak rada treba automatski da izazove isključenje kabela. Time se umanjuje pogonska sigurnost instalacije.

Ranije je spomenuto, da i dilatacije uslijed promjena temperature ograničavaju maksimalno dozvoljenu temperaturu vodiča. Kod nekih tipova kabela (maseni kabeli) mogu uslijed dilatacije nastati šupljine među slojevima papirne izolacije, koje su ispunjene zrakom. Pošto je ϵ_r zraka samo 1, električno polje je u tim šupljinama 3-4 puta jače nego u okolnom kompaktnom dielektriku. Uslijed toga nastaje tinjavo izbijanje, koje može nakon stanovitog vremena dovesti do termičkog i kemijskog (ozon) razaranja kabela. Takove šupljine mogu nastati i kod uljnih ili plinskih kabela, koji također imaju slojevit papirnu izolaciju. Tu se šupljine međjutim popunjavaju uljem, odnosno plinom pod pritiskom, kojima je probojna čvrstoća tolika, da do tinjanja ne dolazi.

Prijenosna moć kabela smanjuje se, ako je više kabela položeno na maloj međjusobnoj udaljenosti. Koeficijent smanjenja se za kabele niskih i srednjih napona nalazi i u priručnicima, dok je kod kabela visokih i najviših napona potrebno konzultirati isporučioča kabela. Kod izbora trase kabela treba naročito izbjegavati križanje, a pogotovo paralelno vodjenje s toplovodima. Ako su takva križanja neizbje-

živa, treba ih uzeti u obzir kod izbora i dimenzioniranja kabela na mjestu križanja, odnosno približenja toplovodu.

1.3.4. Kabeli za niske i srednje napone

Kod niskonaponskih kabela razlikujemo izolirane vodove koji glavnu primjenu nalaze u stambenim zgradama i uopće u zatvorenim prostorijama i ne smiju se polagati neposredno u zemlju.

Izolacija izoliranih vodova je iz PVC, gume ili kombinirano. Izolacija umjetnim materijama je danas praktički istisnula gumenu izolaciju. Međutim, izolacija iz PVC-a je na hladnoći kruta i osjetljiva na mehaničke udarce. Na tržištu se takodjer pojavljuju specijalni vodovi s izolacijom od polietilena, teflona ili silikonske gume. Prodor umjetnih materija donio je pravu revoluciju u instalacionoj tehnici i ova je još uvijek u toku.

Za prijenos većih snaga govorimo o kabelima kako s papirnatom izolacijom tako i s izolacijom od gume i umjetne materije. Kod četverožilnog kabela za niske napone jedna žila može biti manjeg presjeka, ako služi kao povratni vodič. U nulovanim mrežama su obično sve žile jednakog presjeka. Za posebne svrhe grade se kabeli do 1 kV s dodatnim žilama u svrhu daljinskog upravljanja, za javnu rasvjetu i slično. U koliko je kabel gradjen s plaštem iz aluminijske legure, onda se ovaj koristi kao nulovodič, pa otpada četvrti vodič što kabeu snižava cijenu. U koliko je zaštita od visokih dodirnih napona provedena nulovanjem, potrebna je posebna provjera da li su ispunjeni svi uvjeti za nulovanje.

Za nadzemne niskonaponske mreže danas se mnogo upotrebljavaju samonosivi kabeli. Trofazni samonosivi kabel se obično sastoji od tri fazna aluminijska vodiča i nultog vodiča od aluminijske legure, koji ujedno služi i kao nosivo uže. Kabelske žile izolirane su mrežnim polietilenom, koji je vrlo otporan na promjene temperature. Samonosivi zračni kabeli pružaju interesantna rješenja kod novih, ali često i kod rekonstrukcije postojećih mreža. U Francuskoj distributivnoj mreži svake godine se ugrađuje 9-10 tisuća kilometara nadzemnih vodova niskog napona sa samonosivim kabelima. Za određene tipove samonosivih kabela mora postojati kompletan asortiman dobro prilagođenog ovjesnog i spojnog materijala.

Kod masenih kabela (izolacija papir impregniran kabelskom masom) razlikujemo u prvom redu tzv. pojasni kabel (Sl.52). Svaki vodič ima

svoju izolaciju, a sve tri žile zajedničku pojasnu izolaciju, po kojoj su ovi kabeli dobili ime. Na pojasnu izolaciju navučen je metalni plašt. Linije električnog polja počinju i svršavaju na vodičima i na metalnom plaštu. Raspodjela linija je potpuno nepravilna, a naprezanje je u svim smjerovima. Izrađuju se do napona 15 kV.

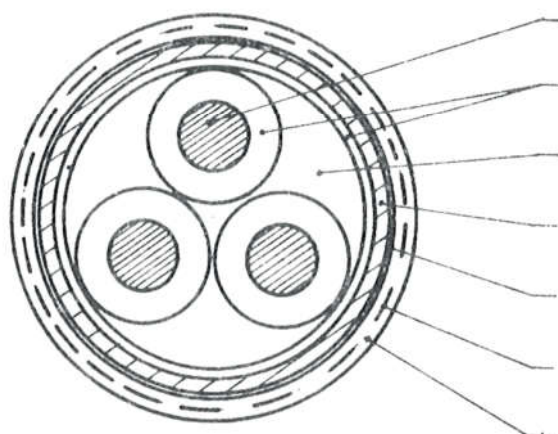
Druga vrst su kabeli zaštićenog ili H tipa (Höchstädter), kod kojih je svaka žila obložena metaliziranim i perforiranim ili grafitiranim papirnatim slojem ili pamučnom trakom protkanom bakrenim nitima (zaslon). Tako izolirane i izvana metalizirane žile upredene su kao uže, a šuplji prostor među žilama ispunjen je impregniranom popunom. Zasloni pojedinih žila su međusobno spojeni dodirom ili posebnim vezama. Linije električnog polja počinju na vodičima i svršavaju na zaslonu, pa je polje radijalno. Izolaciona popuna u prostoru među žilama nije električki naprezana. Ovi kabeli dakakao nemaju pojasnu izolaciju, no imaju zajednički metalni plašt kao i pojasni kabel. Zbog zajedničkog metalnog plašta su manje savitljivi. Izrađuju se za srednje napone.

Treća vrsta masenih kabela su tzv. troolovni kabeli. Radijalno polje se postiže na taj način, da svaka žila dobije vlastiti olovni plašt. Kabeli ove vrste su savitljiviji i ugodniji za montažu od prethodnih, ali je opasnost od stvaranja šupljine između izolacije i plašta povećana. To se izbjegava umetanjem zaslona između izolacije i plašta. Troolovni kabeli izrađuju se za srednje napone sve do 60 kV.

Kabeli izolirani papirom i impregnirani vrlo viskoznom masama, tzv. maseni kabeli, o kojima je upravo bila riječ, mogli su se izraditi za napone najviše do 60 kV još 1921.g. Njihova termička nestabilnost nije dopustila daljnji razvoj. Tek pojava termički stabiliziranih vrsta kabela, konkretno uljnog kabela (1927) omogućila je izradu kabela za više, pa i za najviše napone.

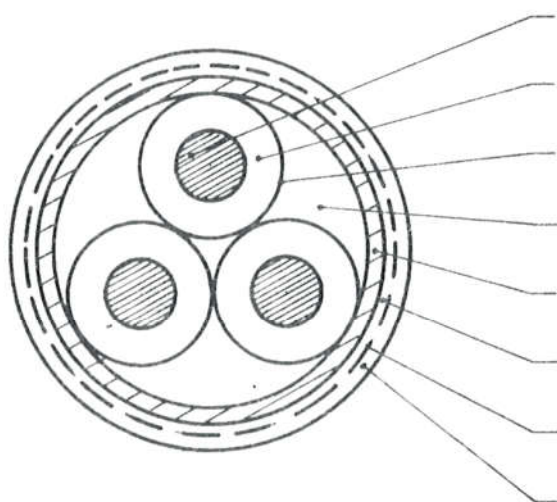
Premda je maseni kabel bilo moguće izraditi i za 60 kV danas se oni rabe do najviše 40 kV. Pa i na području 25-40 kV postepeno prodiru uljni kabeli, a u to područje prodiru i kabeli s izolacijom od plastičnih masa. Ipak i maseni kabeli zbog stanovitih prednosti, npr. cijena, nalaze još široku primjenu do napona 40 kV. Zbog stanovitih prednosti koje posjeduju kabeli iz termoplastičnih masa počeli su se oni već iza 1950.g. izrađivati za napone 6 i 10 kV. Ove napone bilo je lako svladati bez naročitih poteškoća.

Primjena termoplastičnih masa, prvenstveno PVC, za više napone, za-



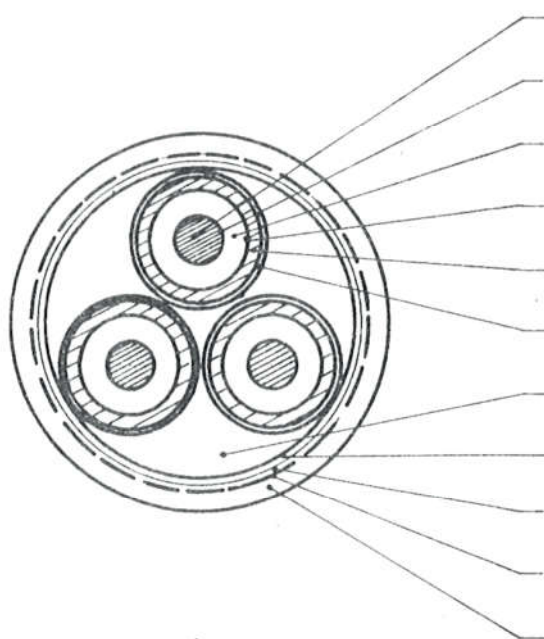
Sl.52 - Pojasni kabel

- Vodič
- Papirna izolacija
- Papir
- Olovni plašt
- Impregnirana papirna traka
- Čelična traka (bandaža)
- Impregnirana juta



Sl.53 - H-kabel

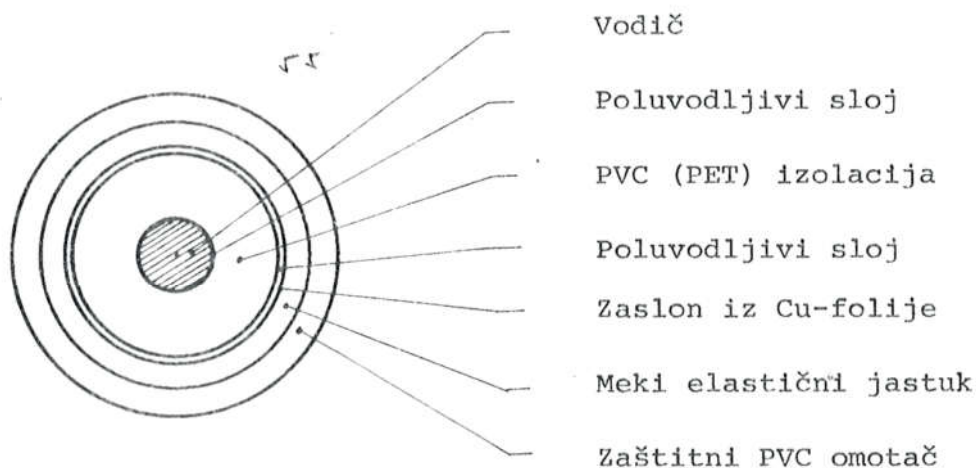
- Vodič
- Papirna izolacija
- Metalizirani papir (zaslon)
- Papir (popuna)
- Olovni plašt
- Impregnirana papirna traka
- Čelična traka (bandaža)
- Impregnirana juta



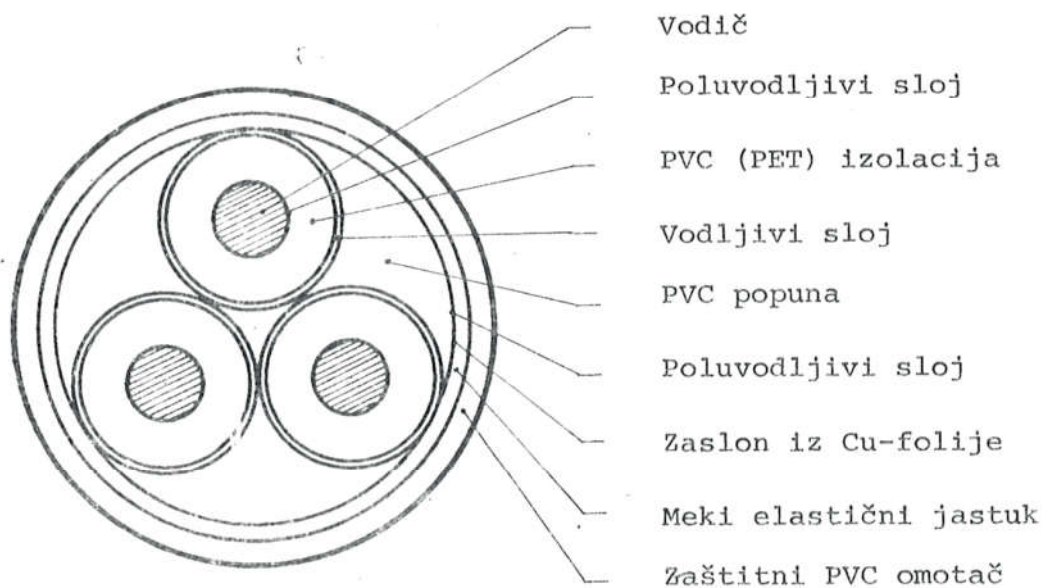
Sl.54 - Troolovni kabel

- Vodič
- Poluvodljivi papir
- Papirna izolacija
- Metalizirani papir (zaslon)
- Olovni plašt
- Impregnirana papirna traka
- Impregnirana juta (popuna)
- Papirna traka
- Impregnirana juta
- Čelična traka (bandaža)
- Impregnirana juta

htijevala je pažljivo odabiranje sirovine i mješavine da bi se dobila bolja električna svojstva. PVC - izolacija je primjenjena do napona 60 kV, ali se normalnim područjem primjene smatraju naponi do 20 kV, eventualno do 40 kV (Sl.55 i 56).



Sl.55 - Jednožilni PVC ili PET kabel srednjeg napona



Sl.56 - Trožilni PVC ili PET kabel srednjeg napona

Kabli s izolacijom iz termoplastičnih masa idu u korak s kabelima kojima je izolacija iz gume. Kabli s PVC izolacijom su skuplji od masenih kabela, a jeftiniji od gumenih. Po potrebi mogu biti armirani.

Šupljine u PVC izolaciji ne mogu naknadno nastati, pa tako ni za PVC izolaciju opasno tinjavo izbijanje. Postoji međjutim opasnost

da do njega dodje uz vodič i na vanjskoj površini izolacije tj. uz zaslon. Zato se vodič i izolacija (prije namatanja zaslona) omataju poluvodljivim slojevima. Ovi slojevi sprečavaju nastajanje zračnih šupljina čak i kod ekstremno jakih savijanja.

Od primjene masenog kabela u korist PVC kabela odustat će se u slijedećim slučajevima:

- kad je trasa kratka. Kabelski zaglavci PVC kabela se izrađuju iz zalivnih masa, koje su prilagođene po sastavu PVC izolaciji, jeftinije su i u pogonu sigurnije od klasičnih kabelskih glava s masom;
- kad je trasa strma. U ovom bi se slučaju masa u masenim kabelima cijedila u niže djelove i prodrla kroz glavu, što kod PVC izolacije nije slučaj;
- kad se mora računati s velikim mehaničkim naprezanjima;
- kad se ne mogu izbjeći oštri zavoji;
- kad se zahtjeva djelomična ili potpuna gibljivost kabela;
- kada kabel mora biti lagan. Ovo je važno kod polaganja na teškim trasama. (Težina kabela može se smanjiti i primjenom masenog kabela s aluminijskim plaštem, ali ako se zahtjevu male težine doda još i zahtjev savitljivosti i mogućnosti polaganja na strminama, PVC kabel ima prednost);
- izolacija PVC - kabela već sama po sebi ne propušta vlagu pa se može odustati od rigorozne zaštite u vidu olovnog plašta. On se zamjenjuje posebnom PVC oblogom, koja se ne mora posebno štiti;
- kao kratki vodovi primjenjuju se PVC kabeli srednjih napona u industrijskim postrojenjima kad je kabel izložen kemijskim utjecajima, vibracijama itd.

1.3.5. Kabeli za visoke i najviše napone

Izolacije kao što su slojeviti papir impregniran kabelskom masom, guma, pa i PVC mogu podnijeti samo dosta skromne jakosti električnog polja i maksimalne pogonske temperature. Povećanje nazivnog napona dovodi do debelih slojeva izolacije, kod kojih već postoji opasnost od toplinskog proboja. Takove izolacije nazivaju se još i termički nestabilnim. Njihova krajnja granica leži kod cca 60 kV nazivnog linijskog napona. Ova naponska barijera savladana je primjenom termički stabilnih izolacija, u koje spada, kao najstarija i do sada nenađmašena, papir impregniran uljem pod trajnim pritiscima.

kom, zatim papir u plinu pod trajnim pritiskom, noviji PET i konačno najnovije konstrukcije kabela u kojima je plin pod pritiskom jedini dielektrik.

Uljni kabel pojavio se je 1927. god. kao prvi termički stabilizirani kabel. Bez bitnih izmjena u konstrukciji to je kabel koji se i danas primjenjuje od srednjih do najviših napona. Kabel ima uzdužnu šupljinu, i to kod jednožilnog u sredini vodiča, a kod trožilnog segmente u međuprostoru oko žila. Ova šupljina je do zadnjeg dijela volumena ispunjena uljem. Ulje je male viskoznosti radi lakše cirkulacije u šupljini. Kada se ulje zagrijavanjem rasteže, višak ulja struji kroz šupljinu prema krajevima kabela i tamo ulazi u posebne posude za izjednačenje.

Kod niskotlačnih uljnih kabela ulje je pod pretlakom 0,03 - 0,6 MPa, koji se održava elastičnim jastucima s plinom, koji se nalaze u posudama za izjednačenje. Eventualne šupljine među slojevima papirne izolacije spontano se napune uljem kao jedinim raspoloživim pokretnim medijem unutar kabela.

Brzina strujanja ulja u šupljini kabela ovisi o tome koliko je nagla promjena temperature. Velike brzine strujanja kod naglih promjena temperature uzevši u obzir i hidraulički otpor strujanja mogu dovesti do pretlaka ili do podtlaka što treba izbjeći dovoljno gustim postavljanjem posuda za izjednačenje. Razmak posuda je nekoliko kilometara, a određuje se, kao i njihov volumen, na temelju odgovarajućeg proračuna.

Kod starijih izvedbi su posude za izjednačenje smještene u posebnim kućicama ili pristupačnim podzemnim šahtovima. Danas se posude, dobro zaštićene od korozije, često ukapaju neposredno u zemlju uz sam kabel. Pristupačni su jedino manometri za kontrolu pritiska ulja.

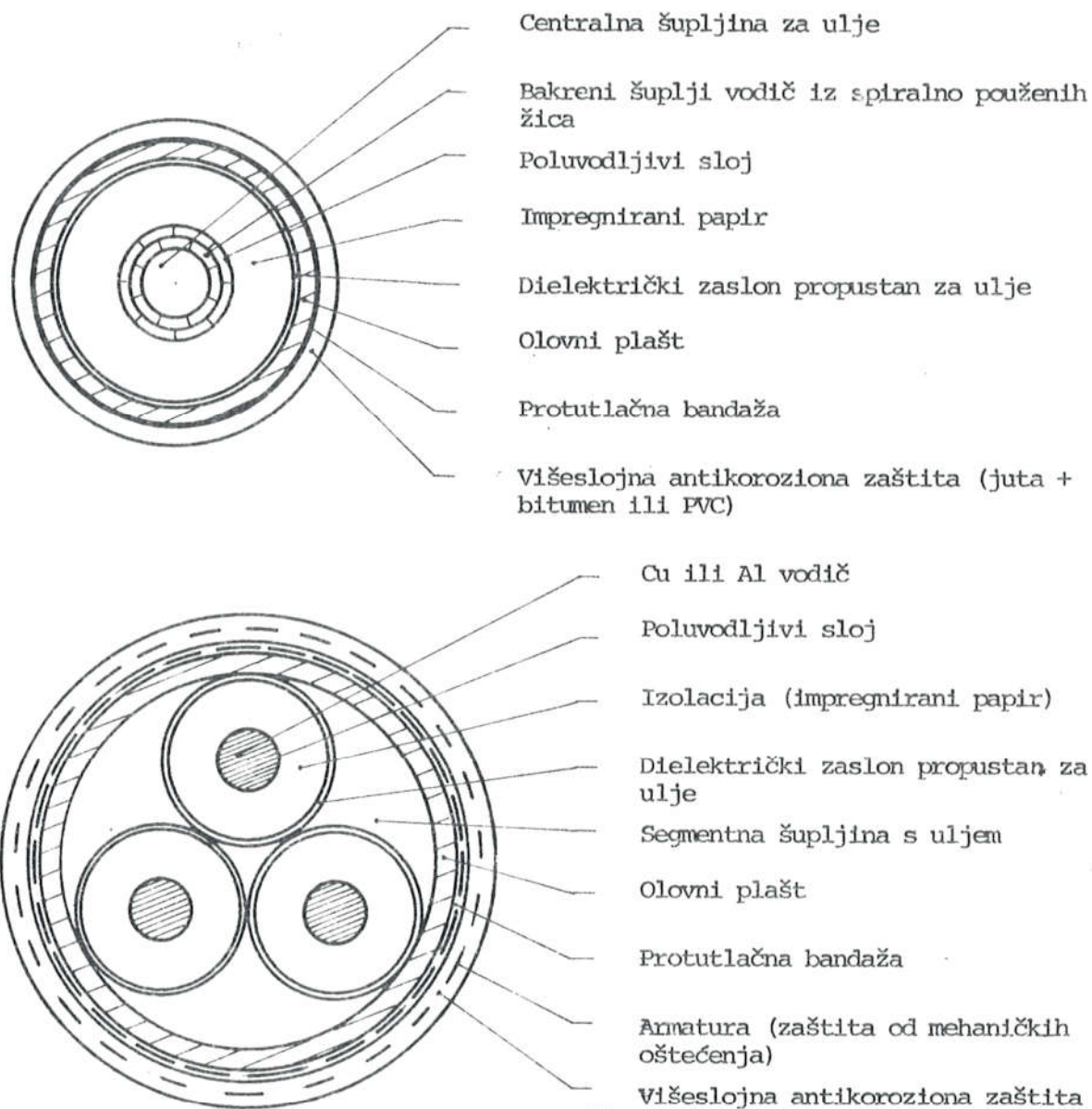
Opadanje pritiska koje se ne može pripisati normalnim kolebanjima u pogonu je znak da je kabel oštećen i da gubi ulje, što još ne mora značiti električnu smetnju. Mjesto oštećenja može se katkada ustanoviti hidrauličkim mjerenjem, a sumnjiva su uvijek mjesta sa spojnica i mjesta gdje su vršeni neki zemljani radovi na kabelskoj trasi. Kod ovoga imaju prednost jednožilni kabeli sa šupljim vodičem jer će oni gubiti ulje mnogo sporije zbog sporog prodiranja ulja iz centralne šupljine kroz vodič i izolaciju.

Iz tehnoloških razloga trožilni uljni kabeli se izrađuju za napone do 132 kV.

Uljni kabeli su u normalnoj izvedbi nepodobni za svladavanje većih

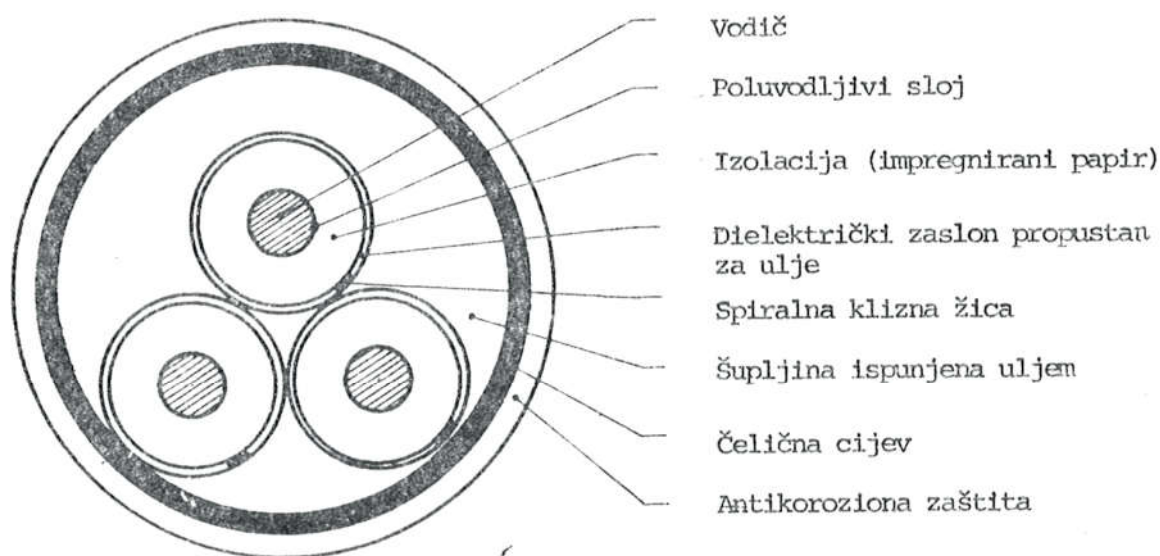
visinskih razlika. Na dnu 110m visokog stupca ulja imamo pretlak od 1 MPa. Da bi se svladale nastale poteškoće uslijed povećanih pritiska kabel mora biti ojačan vanjskim bandažama. Tako je moguće svladati visinske razlike do cca 250 m.

Drugi način u svladavanju visinskih razlika je podjela kabela u hidraulički odvojene sektore pomoću specijalnih spojki nepropusnih za ulje, tzv. zapornih spojki. Zaporne spojke ujedno olakšavaju određivanje mjesta gdje kabel gubi ulje, pa se katkada primjenjuju i kod horizontalnih trasa.



Sl.58 - Armirani trožilni niskotlačni uljni kabel

Još bolja termička stabiliziranost izolacije i povećanje razmaka posuda za izjednačenje pritiska postiže se primijenom visokotlačnih uljnih kabela. Izvedba im može biti jednaka kao i niskotlačnim, s tim da im je bandaža dimenzionirana sa znatno veće pritiske (1 ... 2,5 MPa). Visokotlačni uljni kabeli često se izvođe i kao trožilni cijevni (u čeličnoj cijevi), s uljem pod pritiskom od cca 15 hPa. Konstantni pritisak ulja se održava bilo posudama za izjednačenje (volumen mora biti značajan), bilo pumpnim postrojenjima koja rade automatski. U odnosu na niskotlačne uljne kabele ovi kabeli nešto bolje podnose udarne napone. Izolacija im može biti nešto tanja nego kod plinskih kabela.



Sl.59 - Visokotlačni uljni kabel u cijevnoj izvedbi

Tlačni kabel je u stvari maseni kabel, termički stabiliziran tako da se masa koja je istekla iz izolacije dok je kabel bio topao prisilno utiskuje natrag u izolaciju, tj. u papir, kod ohladjivanja. To se postiže tako da je žila (ili žile) omotana nepropusnim zaslonom ili plaštom koji djeluje kao membrana. Zaslon je izvana podvrgnut visokom pritisku plina ili ulja. Da bi membransko djelovanje bilo pojačano, žile se često izvođe tako, da im presjek bude eliptičan.

Tlačni kabel se izvođa kao cijevni. Kod napona preko 220 kV izolacija postiže odviše velike debljine, što je općenito mana masenih kabela. Premda sadrži plin ili ulje pod pritiskom ovaj kabel ne spada u kategoriju plinskih odnosno uljnih kabela.

Tlačni kabel nije našao masovnu primjenu.

Plinski kabel. Poznato je da u šupljinama kabela izolacije termički nestabiliziranih kabela dolazi do tinjavog izbijanja zbog male probojne čvrstoće zraka i jakog električnog polja.

Kod plinskih kabela koristi se činjenica da uzduhu i općenito svim plinovima raste probojna čvrstoća, ako im se poveća pritisak. Nastale šupljine u izolaciji pune se plinom pod pritiskom i tako se sprečava tinjavo izbijanje. Kako ne bi došlo do oksidacije impregnacione mase primjenjuje se neki inertni plin i to uglavnom dušik, eventualno s dodatkom sumpornog heksafluorida (SF_6).

Pošto se kod plinskog kabela ne ide za tim da se spriječi nastajanje šupljina, jer su one zbog prisustva stlačenog plina bezopasne, primjenjuje se impregnaciono ulje veće viskoznosti. To povećava otpornost ove vrste kabela na udarne prenapone i ujedno onemogućuje cirkulaciju te iste mase duž kabela. Ovo je neobično važno, jer bi istekla masa mogla začepiti plinske kanale. U tom pogledu su se sintetska ulja pokazala bolja od mineralnih.

Plinski kabeli se primjenjuju tamo gdje se uljni ne mogu primjeniti zbog posuda za izjednačenje. Plin kao medij male tromosti ne zahtjeva posude za izjednačenje duž trase, već su dovoljne posude na krajevima praktično bez obzira na dužinu kabela.

Plinski se kabel može bez poteškoća primjeniti na trasama s velikim visinskim razlikama, jer tlak plina ne ovisi o razlikama nivoa kao kod ulja. U tim slučajevima plinski kabel će imati prednost premda se visinske razlike uz stanovite već spomenute zahvate mogu svladati i uljnim kabelom.

Katkad će i činjenica da plinski kabel ne sadrži zapaljivo ulje utjecati na izbor tipa kabela.

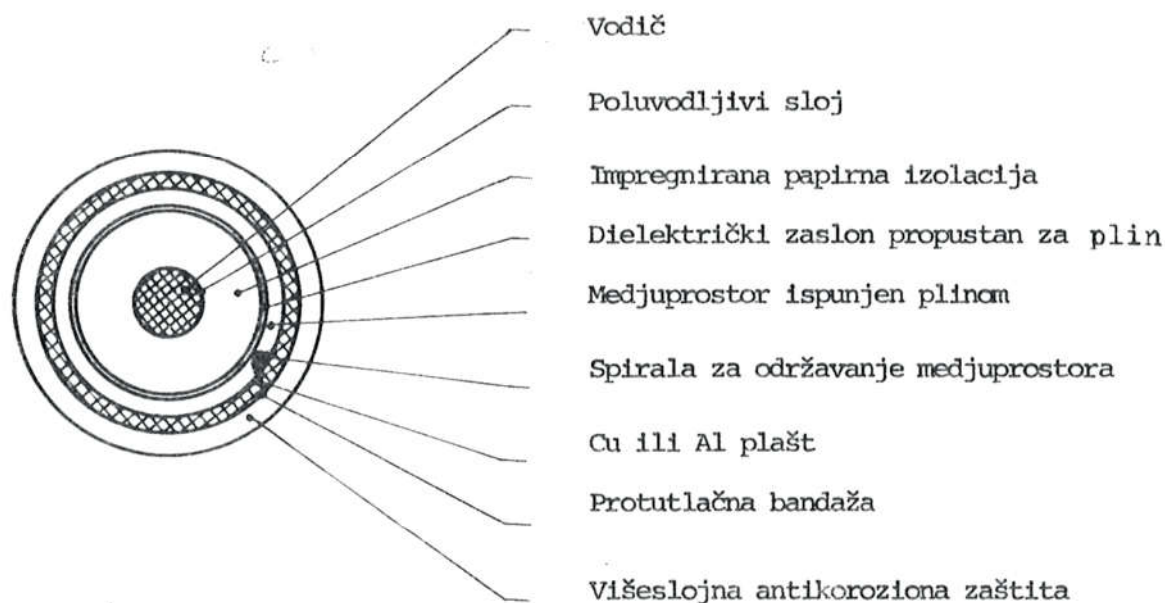
Pritisak dušika je u plinskom kabelu 1-1,5 MPa, ako ne postoji zahtjev da se taj pritisak dalje povisi kao npr. kod podmorskih kabela. Pri likom oštećenja, kroz eventualni otvor na plaštu odnosno cijevi, kod većine tipova uljnih kabela ulje će zbog viskoznosti polagano otjecati, dok će naprotiv dušik izlaziti brzo. Zbog toga mora plinski kabel u pogledu nepropusnosti biti rigorozno izveden.

Plinski kabel se primjenjuje za napone do oko 300 kV.

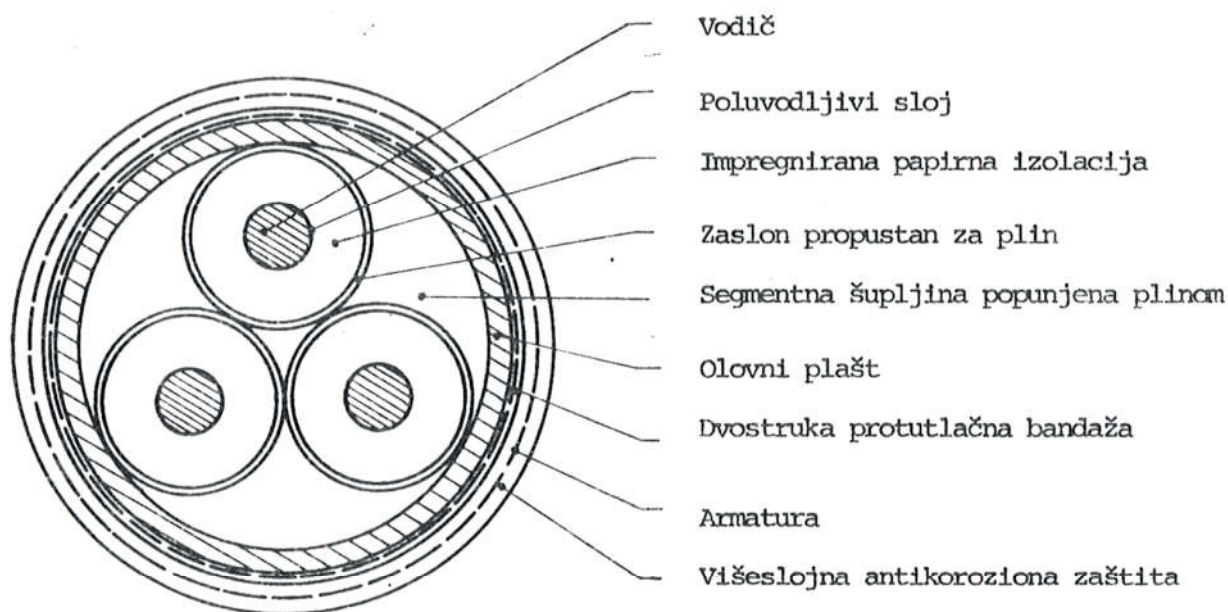
Po izvedbi plinski kabeli se dijele na savitljive kabele s plaštom i

na krute cijevne kabele. Kod plinskih kabela s plaštom aluminijski plašt ima prednost jer je mehanički čvršći. Uz pojačani aluminijski plašt može se uštedjeti relativno skupa bandaža, koja kabele s olovnim plaštem daje potrebnu čvrstoću na unutarnji pritisak plina.

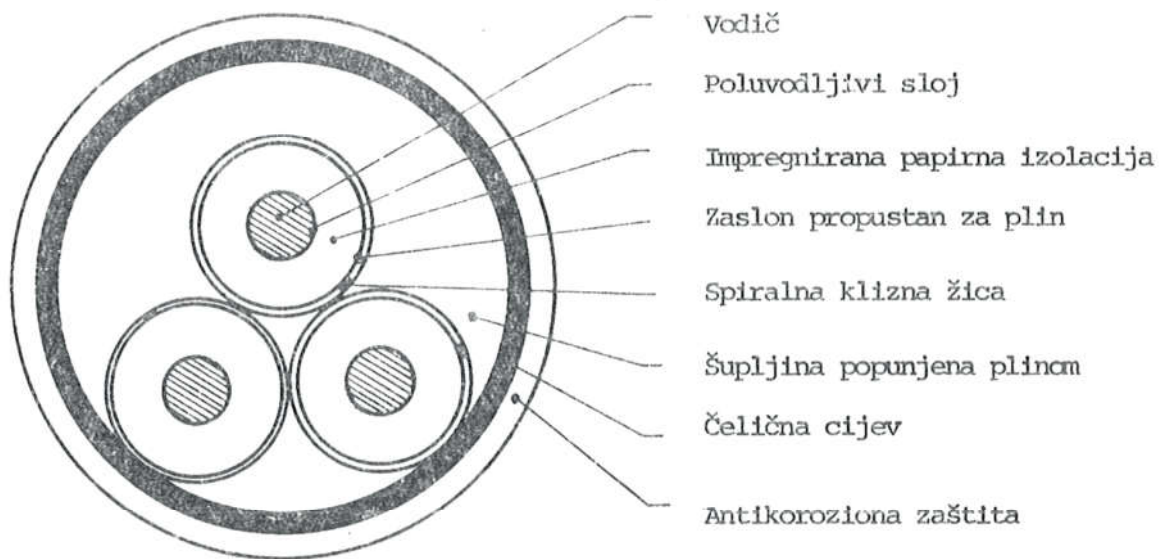
Kod jednožilnih kabela plinski kanal može biti u eventualnoj šupljini vodiča ili pak između zaslona i plašta. Kod trožilnog kabela plinski se kanal prirodno dobiva u segmentima između žila.



Sl.60 - Jednožilni plinski kabel

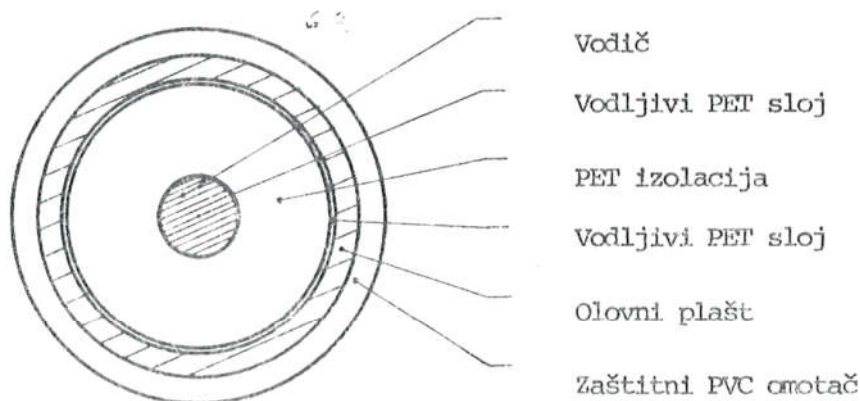


Sl.61 - Trožilni plinski kabel s plaštom



Sl.62 - Trožilni plinski kabel u cijevi

Od svih umjetnih materija najbolja električna i termička svojstva ima polietilen, pa ne samo da naglo osvaja srednje napone, nego se probija u području najviših napona. U Francuskoj se proizvodi do napona 225 kV, a u Engleskoj 275 kV. Prednost je polietilenskog kabela što je suh, tj. nema ni plina ni ulja, a ovo mnogo olakšava održavanje i nadzor.



Sl.63 - Kabel izoliran polietilenom napona 225 kV

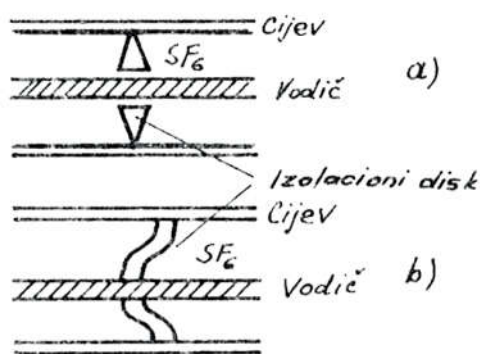
Kabeli punjeni sa SF_6 Ovi kabeli pružaju velike mogućnosti prijenosa velikih snaga. To nisu plinski kabeli u klasičnom smislu. Goli vodič nošen na izolatorima uvučen je u odgovarajuću metalnu cijev koja je napunjena sa SF_6 pod tlakom. Kabel pruža slijedeće prednosti:

- može se primijeniti vrlo veliki presjek vodiča
- može se svladati vrlo visoki napon povećanjem promjera cijevi i tlaka

- plin SF_6 je stabilan kod visokih temperatura
- SF_6 bolje odvodi toplinu nego čvrsta izolacija
- manji pogonski kapacitet ($\epsilon_r = 1$)
- dielektrički gubici su zanemarivi.

S povećanjem tlaka raste visina podnosivog udarnog napona, ali se s tlakom ne smije pretjerati, jer kod niskih temperatura može doći do kondenzacije plina SF_6 , koji će se skupiti na dnu cilindra.

Budućnost ovog kabela je u jednofaznoj ili trofaznoj izvedbi u plaštu od valovitog lima ili u cijevi. Sl. 64 a) i b).



Podzemni trofazni kabeli su nekoliko puta skuplji od nadzemnih vodova iste prijenosne snage i napona. Ova činjenica ograničava primjenu kabela visokih napona na sasvim uska područja. I veliki pogonski kapacitet kabela ograničava mu dužinu. Kabeli visokog napona prvenstveno se primjenjuju:

Sl.64

- u opskrbi velikih gradova električnom energijom. Gradove s preko 500 000 stanovnika teško je napajati iz perifernih TS 110/35 kV. Ove stanice postaju neophodne i na užem gradskom području, gdje je opterećenje po jedinici površine upravo najveće. Milijunski gradovi s opterećenjem od 500, 1000 MW i više mogu se napajati jedino putem prijenosnih sistema napona 220 kV i više. Pošto u gradovima nije moguće zamisliti zračne vodove tako visokog napona, problem se mora riješiti kabelom;
- kod prijelaza širokih rijeka, moreuza i morskih kanala ovisno o njihovoj širini, ako se ne mogu savladati drugačije nego kabelom;
- na priličnim udaljenostima od velikih zračnih luka ne smiju se graditi visoki objekti, pa ni dalekovodni stupovi. Rješenje kabelom je katkada jeftinije od obilaznog zračnog voda, osobito ako je obilazak otežan zbog naselja i slično;
- kod podzemnih hidroelektrana velikih snaga transformatori se nalaze u kaverni uz generatore. Izlaz visokonaponskih vodova u dužini od nekoliko stotina metara moguće je riješiti jedino kabelski;
- u okolišu velikih transformatorskih stanica 380/220/110 kV često

- neće biti dovoljno prostora za rasplet zračnih vodova, koji zauzimaju široke pojase terena. Dio vodova morat će se završiti po-
dalje od TS i u nju ući kabelskim putem. Nadalje u takovim TS kat-
kada razmještaj transformatora neće dozvoliti zračni spoj rasklo-
pišta s transformatorom, pa će spoj biti izveden kabelski;
- u slučajevima kada je nepoželjno što su nadzemni vodovi vidljivi.
Važne vojne instalacije i baze treba uglavnom snabdijevati kabel-
skim putem iz više čvorišta ili elektrana itd.

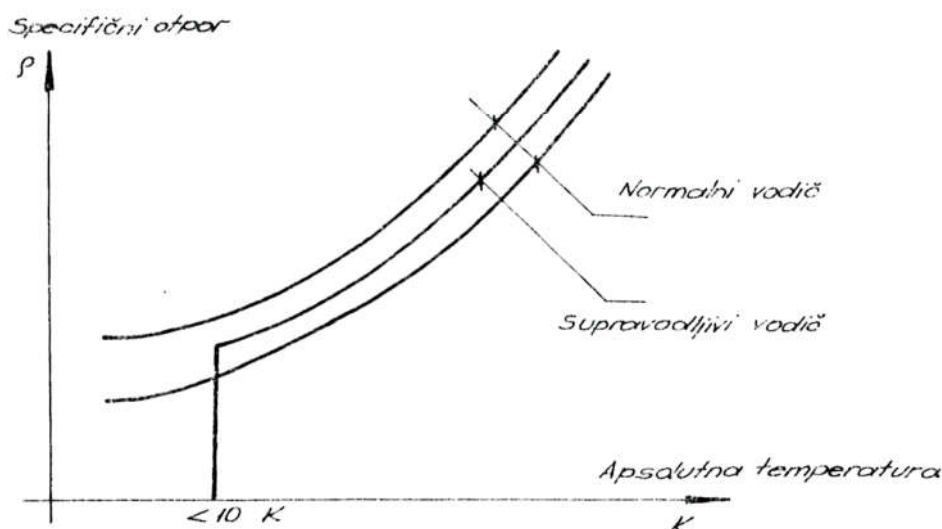
1.3.6. Hipervodljivi i supravodljivi kabeli (kriokabeli)

Na području veleprijenosa električne energije (prijenos snage od vi-
še tisuća MW na udaljenosti više stotina kilometara) razvojna istra-
živanja su usmjerena jednako na nadzemne i na kabelske vodove. U o-
ba slučaja dolazi u obzir prijenos trofaznim izmjeničnim kao i viso-
kim istosmjernim naponima.

Nadzemni vodovi najviših napona, prema sadašnjim rezultatima istra-
živanja, biti će ograničeni na nazivni napon od nekih 1500 kV zbog
tzv. anomalije velikih razmaka, tj. zbog opadanja probojne čvrstoće
zraka kod napona 1000 kV i više. Osim toga takvi nadzemni vodovi svo-
jim ogromnim dimenzijama zauzimaju odviše prostora, pa ih je teško
prihvatiti čak i u manje urbaniziranim sredinama, pogotovo ako se
grade dva ili više njih paralelno. Zbog toga su usmjereni naponi na
pronalaženje prikladne kabelske konstrukcije ekstremno velike prije-
nosne snage.

Već u prethodnoj točki opisani kabeli izolirani plinom (sumporni he-
ksafluorid SF_6 pod pritiskom), kao i "klasični" kabeli najviših na-
pona s prisilnim hladjenjem, omogućuju prijenos značajnih snaga (re-
da barem 2000 MW). Daljnja rješenja se traže na području kriokabela,
tj. kabela s vodičima ohlađenim na vrlo niske temperature, koriste-
ći fizikalna svojstva nekih materijala (Sl.65).

Poznato je da se vodičima s porastom temperature povećava djelatni
otpor. Analogno tome otpor se smanjuje kada temperatura opada. Ovo
svojstvo metala koristi se kod hipervodljivih kabela. Najbolje rezul-
tate dala je konstrukcija kabela s vodičima izvanredno čistog alumi-
nija (99,99%), ohlađenog na temperaturu tekućeg dušika (70 K) u tro-
faznoj cijevnoj izvedbi. Otpor čistog aluminijskog iznosi kod te tempe-
rature svega oko 2% od otpora kod 20°C, pa su shodno tome smanjeni i



Sl.65 -

Ponašanje
vodiča
kod
niskih
temperatu-
ra

gubici. Kod izmjeničnog napona struja se uslijed skin-efekta kreće samo slojem debljine cca 1 mm na površini vodiča. Izolacija kabela je PET, a rashladni medij (koji ujedno odvodi toplinu uslijed gubitaka) je tekući dušik uz prisilnu uzdužnu cirkulaciju u zatvorenom krugu (potrebna povratna cijev). Pošto je temperatura okoline za cca 220°C viša od temperature aktivnog dijela kabela, cijeli kabel je smješten u još jednu cijev većeg promjera. U međuprostoru između cijevima održava se vakuum zbog gotovo apsolutne toplinske izolacije, pri čemu prikladnim ekranom treba spriječiti i radijalni prijenos topline zračenjem.

Hipervodljivi kabeli se smatraju prijelaznom razvojnom fazom ka supravodljivim kabelima. Kod ovih kabela se koristi svojstvo nekih kemijskih elemenata, spojeva i legura da kod ekstremno niskih temperatura (nekoliko K) postaju supravodljivi, tj. da potpuno gube djelatni otpor (Sl.65). Pri tome moraju, osim temperature, biti zadovoljeni još neki uvjeti (gustoća struje i jakost magnetskog polja ispod određenih vrijednosti). Istraživanja su eliminirala stanovi-
ti broj takovih materijala za vodiče da bi se nastavila s Nb (niobij) i $Nb_3 Sn$. Zbog skin-efekta dovoljan je ekstremno tanki sloj aktivnog vodiča (nekoliko desetaka mikrona) i radije se govori o specifičnom opterećenju u A/cm umjesto u A/mm². Vodiči su višeslojni (kombinirani s Cu i Al) zbog stabilizacije glavnog vodljivog sloja kao i zbog mogućnosti preuzimanja struje opterećenja, ako glavni vodljivi sloj iz bilo kojeg razloga izgubi supravodljivost, makar samo lokalno. Niska temperatura se održava tekućim helijem (4 K), a toplinska izolacija se postiže vakuumiranim međuprostori-

ma uz primjenu medjusloja hladjenog tekućim dušikom (77 K).

Pošto se supravodljivi kabeli mogu opteretiti s veoma visokim strujama, otpada potreba da se grade za veoma visoke napone. Sadašnja istraživanja vrše se u rasponu od 60 - 150 kV. predvidivo do 220 kV.

Osim održavanja niskih temperatura uz odgovarajuću toplinsku izolaciju, kod kriokabela se još javlja problem ponašanja izolacije kod niskih temperatura, kao i problem dilatacija zbog velikih temperaturnih razlika.

Za kriokabele se na kraju može reći, da im je razvoj još u početnoj fazi i da je usmjeren na pronalaženje supravodljivog vodiča, koji će se moći hladiti jeftinijim tekućim vodikom (20 K) umjesto helijem (4 K).

Na prvi pogled su kriokabeli skupi u gradnji i složeni u pogonu, ali proračuni već danas jasno pokazuju, da će konačni troškovi prijenosa biti nekoliko puta manji nego kod prijenosa klasičnim kabelima.

2. TROFAZNA MREŽA U PRORAČUNU

2.1. ELEKTRIČNE VELIČINE ELEMENTA MREŽE

2.1.1. Prikaz pasivne i aktivne grane

Generatore, transformatore, vodove i potrošače, koji čine elektroenergetski sistem, pripremamo za proračun tako da ih predstavimo ekvivalentnim shemama (modelima). Ove sheme su trofazne i jednofazne i po mogućnosti što jednostavnije da bi proračun bio lakši. Sastavljene su od jedne ili više grana, a povezane skupa čine mrežu. Grana je osnovni element mreže.

Grana može biti aktivna (ako se u grani nalazi naponski ili strujni izvor) ili pasivna. Osim toga grana može sadržavati idealni transformator.

Računamo s konstantnim parametrima mreže. Ovakovu mrežu nazivamo linearnom radi linearnog odnosa napona i struja. Kada ovo nije ispunjeno, mrežu isto promatramo kao linearnu kroz neki period. Parametri grane jesu djelatni otpor R , induktivitet L , kapacitet C i vodljivost G .

Definiramo:

- ako granom teče struja $\bar{I}$, pad napona izazvan ovom strujom ima protivni smjer od smjera struje;
- struja teče od mjesta višeg napona ka mjestu nižeg napona.

Prikaz grane može biti impedantni ili admitantni. U impedantnom prikazu spojeni su djelatni otpor i reaktancija serijski, a u admitantnom spojeni su vodljivost i susceptancija paralelno. Na slici 66.a nalazi se impedantni i admitantni prikaz pasivne grane.

Za pasivnu granu vrijede relacije:

$$\Delta \bar{V} = \bar{Z} \bar{I} = [R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})] \bar{I} = [R + j(X_L - X_C)] \bar{I} \quad 2-1$$

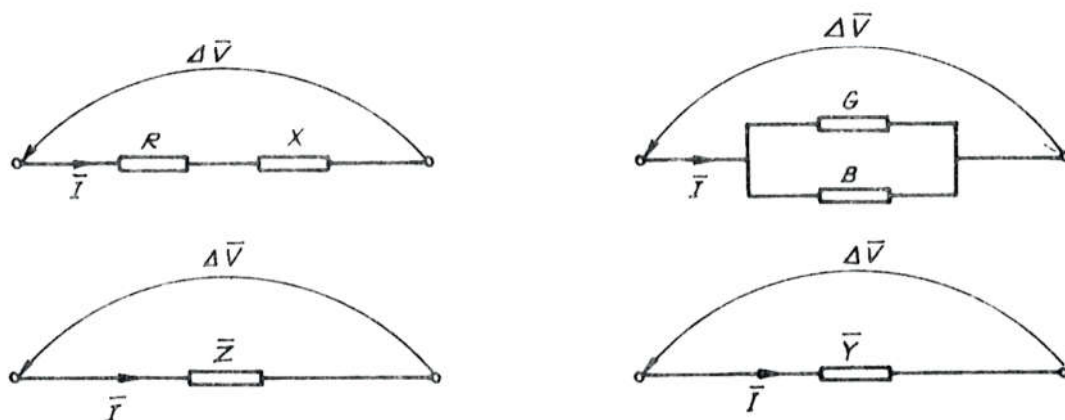
$$\bar{I} = \bar{Y} \Delta \bar{V} = [G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})] \Delta \bar{V} = [G + j(B_C - B_L)] \Delta \bar{V}$$

Kod aktivne grane spojen je izvor napona serijski s impedancijom kada je grana u impedantnom obliku, odnosno izvor struje spojen je paralelno s admitancijom kada je grana u admitantnom obliku, Sl.66.b.

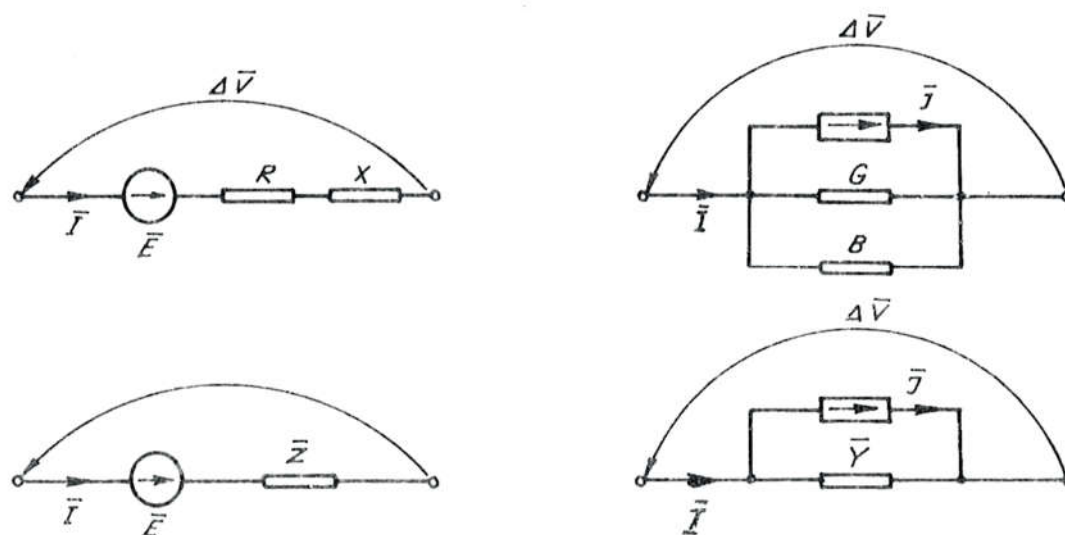
Za aktivnu granu vrijede relacije:

$$\Delta \bar{V} + \bar{E} = \bar{Z} \bar{I} = [R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})] \bar{I} = [R + j(X_L - X_C)] \bar{I} \quad 2-2$$

$$\vec{I} - \vec{J} = \vec{Y}\Delta\vec{V} = [G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})] \Delta\vec{V} = [G + j(B_C - B_L)] \Delta\vec{V} \quad 2-2$$



Sl.66.a - Prikaz pasivne grane



impedantni

admitantni

$\vec{E}$ = naponski izvor

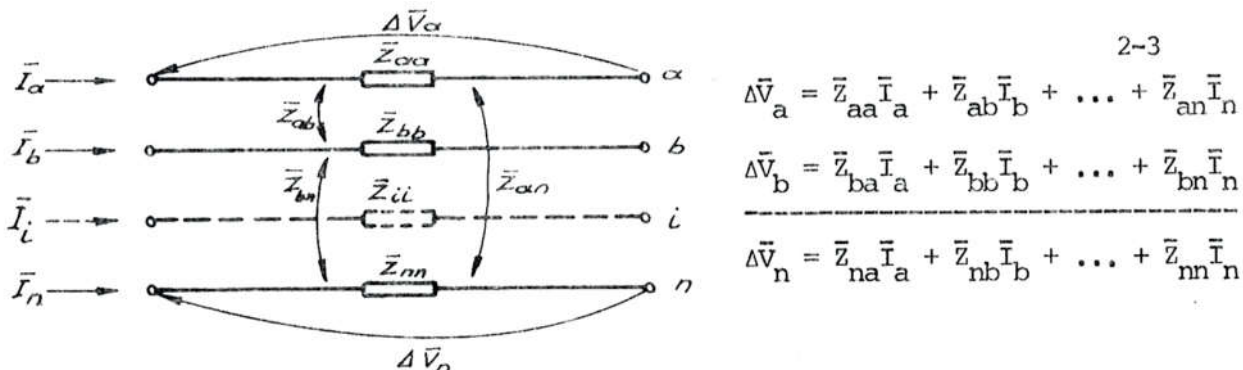
$\vec{J}$ = strujni izvor

Sl.66.b - Prikaz aktivne grane

2.1.2. Admitantni i impedantni sklop

Prema predhodnom prikazu svaka grana definirana npr. svojom impedancijom $\vec{Z}$ predstavlja element mreže. Međutim i sklop od više grana može biti tretiran kao jedan element mreže. Takav je sklop obično trofazni transformator, trofazni vod, ali može takodjer biti veći ili manji dio mreže. Takav složeni element mreže definiran je matricom $[\vec{Z}]$ ili matricom $[\vec{Y}]$, u kojoj su sadržani svi parametri kao i njihovi međusobni utjecaji.

Tako možemo električne prilike na vođu sa n vodiča (Sl.67.a) opisati sustavom jednačbi (2-3), koji prelazi u matričnu jednačbu (2-5). Iz nje slijedi mogućnost prikaza cijelog sklopa kao grane (Sl.67.b).



Sl.67.a - Vođ od n vodiča

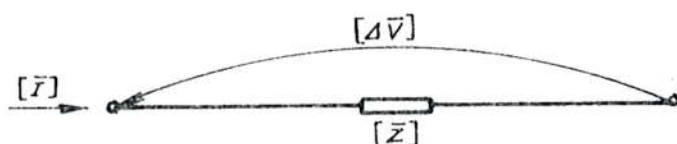
ili

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_a \\ \Delta \bar{V}_b \\ \vdots \\ \Delta \bar{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \dots & \bar{Z}_{an} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \dots & \bar{Z}_{bn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Z}_{na} & \bar{Z}_{nb} & \dots & \bar{Z}_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

ili

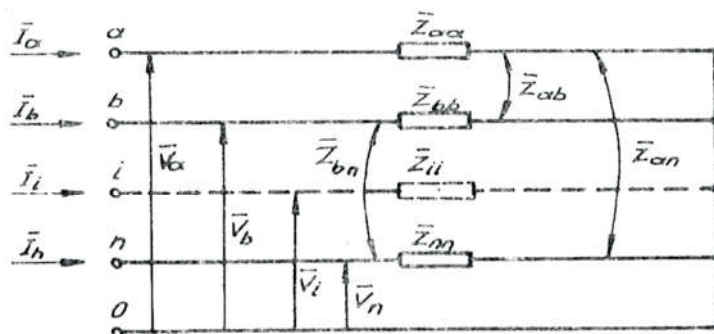
$$[\Delta \bar{V}] = [\bar{Z}][\bar{I}] \quad (2-5)$$

što se može prikazati prema slici 67.b.

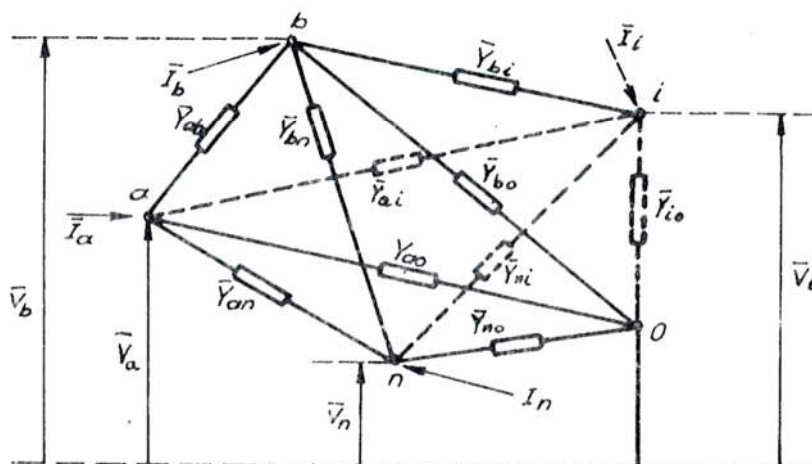


Sl.67.b - Vođ od n vodiča

U metodi čvora matrica $[\bar{Z}]$ opisuje tzv. grabljasti ekvivalentni sklop (Sl.68), dok matrica $[\bar{Y}]$ opisuje sklop od $n(n-1)/2$ grana bez međusobnog utjecaja (tzv. zamkasti ekvivalentni sklop) (sl.69). n je broj čvorova sklopa.



Sl.68 - Grabljasti ekvivalentni sklop



Svakom elementu mreže, u općem slučaju sklopu od jedne ili više grana, pripada-ju jednoznačno ma-trica $[\bar{Y}]$ i matrica $[\bar{Z}]$, samo treba to-čno definirati koja matrica. Čim je u pitanju više grana, matrica mora opisi-vati ne samo parame-

Sl. 69 - Zamkasti ekvivalentni sklop

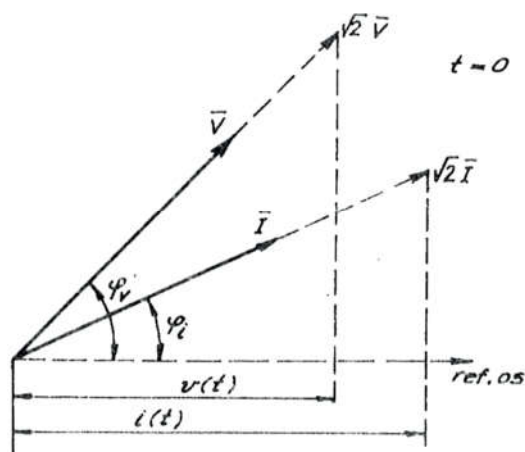
tre svake pojedine grane, nego i njihovu međusobnu vezu, a upravo ta veza može biti opisana na više načina, što će biti pokazano u ne-kim od slijedećih poglavlja.

2.1.3. Izraz za snagu u simboličkom računu

Momentalne vrijednosti za napon i struju prema slici 70 jesu:

$$i(t) = \text{Re } I \sqrt{2} e^{j(\omega t + \phi_i)} = \text{Re } \bar{I} \sqrt{2} \quad 2-6$$

$$v(t) = \text{Re } V \sqrt{2} e^{j(\omega t + \phi_v)} = \text{Re } \bar{V} \sqrt{2} \quad 2-7$$



a momentalna vrijednost djelatne snage

$$\begin{aligned} p(t) &= v(t) \cdot i(t) = \text{Re} \sqrt{2} \bar{V} \cdot \text{Re} \sqrt{2} \bar{I} = \\ &= \sqrt{2} \frac{\bar{V} + \bar{V}^*}{2} \cdot \sqrt{2} \frac{\bar{I} + \bar{I}^*}{2} = \frac{\bar{V}\bar{I} + \bar{V}^*\bar{I} + \bar{V}\bar{I}^* + \bar{V}^*\bar{I}^*}{2} \\ p(t) &= \frac{\bar{V}\bar{I} + (\bar{V}\bar{I})^*}{2} + \frac{\bar{V}\bar{I}^* + (\bar{V}\bar{I}^*)^*}{2} = \\ &= \text{Re } (\bar{V}\bar{I}) + \text{Re } (\bar{V}\bar{I}^*) \end{aligned}$$

ili

Sl. 70 - Vektori napona i struje

$$p(t) = \frac{\bar{V}\bar{I} + (\bar{V}\bar{I})^*}{2} + \frac{\bar{V}^*\bar{I} + (\bar{V}^*\bar{I})^*}{2} = \text{Re } (\bar{V}\bar{I}) + \text{Re } (\bar{V}^*\bar{I}) \quad 2-8$$

Iz ovoga slijedi kompleksna snaga

$$\bar{S} = \bar{V}\bar{I} + \bar{V}\bar{I}^* \quad \text{ili} \quad 2-9$$

$$\bar{S} = \bar{V}\bar{I} + \bar{V}^*\bar{I} \quad 2-10$$

Analizirajmo prvi član koji je jednak u prvom i drugom izrazu

$$\bar{v} \bar{i} = V e^{j(\omega t + \phi_u)} I e^{j(\omega t + \phi_i)} = VI e^{j(2\omega t + \phi_u + \phi_i)} \quad 2-11$$

i drugi član

$$\bar{v} \bar{i}^* = V e^{j(\omega t + \phi_u)} I e^{-j(\omega t + \phi_i)} = VI e^{j(\phi_u - \phi_i)} \quad 2-12$$

$$\bar{v}^* \bar{i} = V e^{-j(\omega t + \phi_u)} I e^{j(\omega t + \phi_i)} = VI e^{j(\phi_i - \phi_u)} \quad 2-13$$

Djelatna snaga jednaka je realnom dijelu prvog i drugog člana u oba slučaja:

$$P = VI \cos [2\omega t + (\phi_u + \phi_i)] + VI \cos (\phi_u - \phi_i) \quad \text{ili} \quad 2-14$$

$$P = VI \cos [2\omega t + (\phi_u + \phi_i)] + VI \cos (\phi_i - \phi_u)$$

Djelatna snaga, a to je snaga koju mjeri vatmetar, sastavljena je od dvije komponente:

- snage $VI \cos [2\omega t + (\phi_u + \phi_i)]$ koja se mijenja dvostrukom frekvencijom i na koju vatmetar neće reagirati ukoliko frekvencija nije sasvim niska. Na tehničku frekvenciju vatmetar neće reagirati zbog tromosti. Srednja vrijednost jednaka je nuli;
- konstantne snage $VI \cos \phi$ koju će vatmetar mjeriti.

Za djelatnu snagu uzimamo samo drugi član i analogno za kompleksnu snagu:

$$\bar{S} = \bar{v} \bar{i}^* \quad \text{ili} \quad 2-16$$

$$\bar{S} = \bar{v}^* \bar{i} \quad 2-17$$

Dakle, da bismo računskim putem dobili ispravan rezultat potrebno je u izrazu za snagu konjugirati ili napon ili struju.

2.1.4. Tokovi snage u elementu mreže

Analiziramo izraz (2-16)

$$\bar{S} = \bar{v} \bar{i}^*$$

i neka npr. neki generator uz napon $\bar{v} = V \angle 0^\circ$ daje u mrežu struju $\bar{i} = I \angle \phi$. To znači da struja zaostaje za naponom, odnosno da potrošač uz djelatni ima još i induktivni otpor.



Sl.71.a - Induktivni potrošač

Snaga koju generator daje u mrežu (za jednu fazu) bit će

$$\bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* = V \angle 0^\circ I \angle -(-\phi) = VI \angle \phi = S \angle \phi = P + jQ$$

Generator uz pozitivnu radnu proizvodi još i pozitivnu reaktivnu (jalovu) snagu, a to znači da smo induktivnoj reaktivnoj snazi dali pozitivan smisao. Generator je izvor induktivne snage. (Sl.71.a)

Neka sada generator uz napon $\bar{V} = V \angle 0^\circ$ daje u mrežu struju $\bar{I} = I \angle \phi$. To znači da struja prednjači pred naponom, odnosno da potrošač uz djelatni ima još i kapacitivni otpor.

Snaga koju generator daje u mrežu (za jednu fazu) bit će:

$$\bar{S} = \bar{V}\bar{I}^* = V \angle 0^\circ I \angle -\phi = VI \angle -\phi = S \angle -\phi = P - jQ$$



Sl.71.b - Kapacitivni potrošač

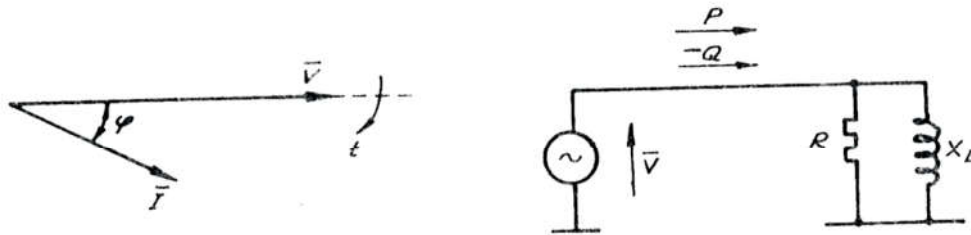
Generator uz pozitivnu radnu proizvodi još i negativnu reaktivnu (jalovu) snagu, a to znači da smo kapacitivnoj reaktivnoj snazi dali negativni smisao. Generator je izvor kapacitivne snage. (Sl.71.b).

Ponovimo ista razmatranja uz odabrani izraz (2-17)

$$\bar{S} = \bar{V}^* \bar{I}$$

Neka generator napaja induktivnog potrošača uz $\bar{V} = V \angle 0^\circ$ i $\bar{I} = I \angle -\phi$. Izraz za snagu glasi

$$\bar{S} = \bar{V}^* \bar{I} = VI \angle -\phi = S \angle -\phi = P - jQ$$

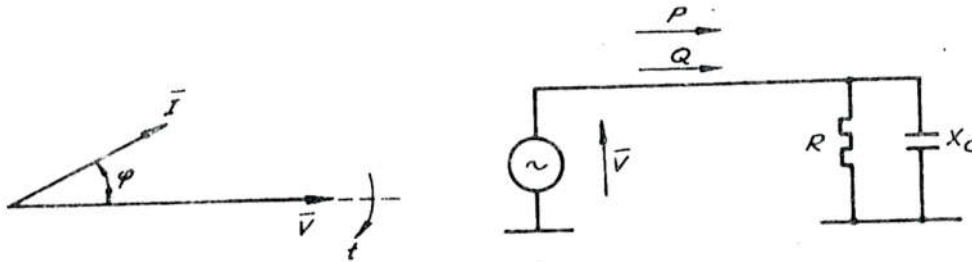


S1.72.a - Induktivni potrošač

Generator uz pozitivnu radnu proizvodi još i negativnu jalovu (reaktivnu) snagu, a to znači da smo induktivnoj reaktivnoj snazi dali negativni smisao. Generator je izvor induktivne snage (S1.72.a).

Neka sada generator uz napon $\bar{V} = V \angle 0^\circ$ daje u mrežu struju $\bar{I} = I \angle \phi$. Izraz za snagu glasi:

$$\bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^* = VI \angle \phi = S \angle \phi = P + jQ$$



S1.72.b - Kapacitivni potrošač

Generator uz pozitivnu radnu proizvodi još i pozitivnu jalovu snagu, a to znači da smo kapacitivnoj reaktivnoj snazi dali pozitivan smisao. Generator je izvor kapacitivne snage (S1.72.b).

Biranjem izraza za snagu dajemo pozitivan predznak u prvom slučaju induktivnoj, a u drugom slučaju kapacitivnoj reaktivnoj snazi. Oba izraza su ravnopravna. Prvi izraz, $\bar{V} \bar{I}^*$, odgovara registraciji brojila reaktivne snage, a kod izraza $\bar{V} \cdot \bar{I}$ snaga $\bar{S}$ ima isti fazni kut prema realnoj osi kao i struja prema naponu, što je praktičnije kod računanja.

Prijenosnim sistemom u jednom te istom momentu teče samo jedna vrst jalove snage. Za induktivnu snagu, koja teče od A prema B možemo kazati da je to kapacitivna snaga koja teče od B prema A i obrnuto, a da time nismo počinili niti pogrešku, niti poremetili fizikalnu sliku. Svejedno je da li kažemo da je generator izvor induktivne snage ili da je generator potrošač kapacitivne snage. Isto tako je svejedno da li kažemo generator je izvor kapacitivne snage ili generator je potrošač induktivne snage.

Smjer strelice označava kuda teče pozitivna jalova snaga, za prvi slučaj induktivna, a za drugi kapacitivna. Smjer strelice možemo promijeniti uz uvjet da iznosu jalove snage promijenimo predznak.

2.2. Sistemi komponenata

2.2.1. Primjena sistema komponenata

Simetrični trofazni sistem ili općenito simetrični višefazni sistem može se promatrati kao jednofazni sistem i tako pojednostavniti proračun. Pretpostavke da su impedancije, naponi i struje simetrični ne moraju uvijek biti ispunjene, pa se mora računati s nesimetričnim impedancijama i admitancijama čija su posljedica nesimetrični naponi i struje iako su proizvedene EMS-e generatora simetrične. Tada se proračun mora provesti na trofaznoj nadomjesnoj shemi. Ako se još tome dodaju međusobni utjecaji kod vodova dobiju se vrlo složeni matematski izrazi.

Kada se u mreži pojavljuju nesimetrije primjenjuje se transformacija originalnog sistema u sistem komponenata. Pri tome se struje, naponi, impedancije i snage pretvaraju u odgovarajuće veličine novog sistema komponenata po utvrdjenim pravilima transformacije. Dobiju se nove jednadžbe kojima odgovaraju nadomjesne sheme komponenata. Račun se provodi u sistemu komponenata, a rezultati se vraćaju natrag u originalni, odnosno prirodni sistem.

Transformacija originalnog sistema ima smisla, ako se dobije shema prikladnija za proračun. To mogu biti npr. međusobno nezavisne jednofazne sheme komponenata, koje su međusobno vezane na mjestu nesimetrije.

Originalni sistem je u osnovi također sistem komponenata, jer se sastoji od faza kao komponenata. Trofazni sistem stoga može biti označen kao abc ili RST sistem komponenata. Tada prelaz u sistem komponenata ne znači ništa drugo nego transformaciju jednog sistema komponenata u drugi.

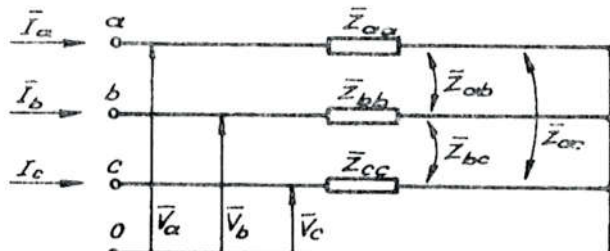
U upotrebi su:

1. Simetrične komponente po C.L. FORTESCUE (1918.g.)
2. Dijagonalne komponente po E. CLARKE (1950.g.)
3. Dvoosne komponente po R.H. PARK (1929.g.)

Svi ovi sistemi komponenata su prikladni za računanje stacionarnih i kvazistacionarnih zbivanja, a dijagonalne i dvoosne komponente pri-

kladne su za računanje prelaznih pojava. Osim toga su dvoosne komponente razvijene i za prikaz el.strojeva i najbliže su teoriji el. strojeva.

Na slici 73. pokazan je trofazni sistem s induktivnom vezom medju fazama. Odnosi napona i struje dani su jednadžbama:



$$\begin{aligned}\bar{V}_a &= \bar{Z}_{aa}\bar{I}_a + \bar{Z}_{ab}\bar{I}_b + \bar{Z}_{ac}\bar{I}_c \\ \bar{V}_b &= \bar{Z}_{ba}\bar{I}_a + \bar{Z}_{bb}\bar{I}_b + \bar{Z}_{bc}\bar{I}_c \\ \bar{V}_c &= \bar{Z}_{ca}\bar{I}_a + \bar{Z}_{cb}\bar{I}_b + \bar{Z}_{cc}\bar{I}_c\end{aligned}\quad 2-18$$

ili

Sl.73 - Trofazni sistem

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}\quad 2-19$$

ili

$$[\bar{V}^{abc}] = [\bar{Z}^{abc}] \times [\bar{I}^{abc}]\quad 2-20$$

Ovakav sistem ne možemo prikazati jednofazno. Transformiramo ga zato u neki drugi sistem komponenata. Potrebno je istražiti u kojim se slučajevima oslobadjamo međjusobnog utjecaja obzirom na parametre matrice $[\bar{Z}^{abc}]$ i obzirom na odabrani sistem komponenata. Dijagonalne komponente promatrat ćemo tek toliko radi usporedbe, dok ćemo glavnu pažnju posvetiti simetričnim komponentama.

2.2.2. Dijagonalne komponente

Neka su zadana tri kompleksna vektora napona $\bar{V}_a$, $\bar{V}_b$ i $\bar{V}_c$. Svaki od ova tri vektora rastavit ćemo na tri vektora:

$$\begin{aligned}\bar{V}_a &= \bar{V}_{ao} + \bar{V}_{a\alpha} + \bar{V}_{a\beta} \\ \bar{V}_b &= \bar{V}_{bo} + \bar{V}_{b\alpha} + \bar{V}_{b\beta} \\ \bar{V}_c &= \bar{V}_{co} + \bar{V}_{c\alpha} + \bar{V}_{c\beta}\end{aligned}\quad 2-21$$

Uz uvjet da je:

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_{ao} &= \bar{V}_{bo} = \bar{V}_{co} = \bar{V}_o \\
 \bar{V}_{a\alpha} &= \bar{V}_\alpha & \bar{V}_{a\beta} &= 0 \\
 \bar{V}_{b\alpha} &= -\frac{1}{2} \bar{V}_\alpha & \bar{V}_{b\beta} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{V}_\beta \\
 \bar{V}_{c\alpha} &= -\frac{1}{2} \bar{V}_\alpha & \bar{V}_{c\beta} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \bar{V}_\beta
 \end{aligned}
 \tag{2-22}$$

Slijedi:

$$\begin{aligned}
 \bar{V}_a &= \bar{V}_o + \bar{V}_\alpha \\
 \bar{V}_b &= \bar{V}_o - \frac{1}{2} \bar{V}_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{V}_\beta \\
 \bar{V}_c &= \bar{V}_o - \frac{1}{2} \bar{V}_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{V}_\beta
 \end{aligned}
 \tag{2-23}$$

U matricnom obliku je:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_o \\ \bar{V}_\alpha \\ \bar{V}_\beta \end{bmatrix}
 \tag{2-24}$$

$$[\bar{V}^{abc}] = [L] [\bar{V}^{o\alpha\beta}]
 \tag{2-25}$$

Matrica transformacije $[L]$ prevodi sistem dijagonalnih komponentata u originalni sistem.

Jednadžbu (2-25) pomnožimo sa $[L]^{-1}$ s lijeve strane. Dobijemo:

$$[\bar{V}^{o\alpha\beta}] = [L]^{-1} [\bar{V}^{abc}]
 \tag{2-26}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_o \\ \bar{V}_\alpha \\ \bar{V}_\beta \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix}
 \tag{2-27}$$

Matrica transformacije $[L]^{-1}$ prevodi originalni sistem u sistem dijagonalnih komponentata.

Transformacija struje identična je transformaciji napona:

$$\begin{aligned}\bar{I}_a &= \bar{I}_{ao} + \bar{I}_{a\alpha} + \bar{I}_{a\beta} \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_{bo} + \bar{I}_{b\alpha} + \bar{I}_{b\beta} \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_{co} + \bar{I}_{c\alpha} + \bar{I}_{c\beta}\end{aligned}\quad 2-28$$

i uz uvjet da je

$$\begin{aligned}\bar{I}_{ao} &= \bar{I}_{bo} = \bar{I}_{co} = \bar{I}_o \\ \bar{I}_{a\alpha} &= \bar{I}_\alpha & \bar{I}_{a\beta} &= 0 \\ \bar{I}_{b\alpha} &= -\frac{1}{2} \bar{I}_\alpha & \bar{I}_{b\beta} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{I}_\beta \\ \bar{I}_{c\alpha} &= -\frac{1}{2} \bar{I}_\alpha & \bar{I}_{c\beta} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \bar{I}_\beta\end{aligned}\quad 2-29$$

Slijedi:

$$\begin{aligned}\bar{I}_a &= \bar{I}_o + \bar{I}_\alpha \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_o - \frac{1}{2} \bar{I}_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{I}_\beta \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_o - \frac{1}{2} \bar{I}_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{I}_\beta\end{aligned}\quad 2-30$$

U matričnom obliku je:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_o \\ \bar{I}_\alpha \\ \bar{I}_\beta \end{bmatrix}\quad 2-31$$

ili

$$\begin{aligned}[\bar{I}^{abc}] &= [L] [\bar{I}^{o\alpha\beta}] \\ [\bar{I}^{o\alpha\beta}] &= [L]^{-1} [\bar{I}^{abc}]\end{aligned}\quad 2-32$$

Matričnu jednadžbu 2-20 koja definira odnose napona i struje u originalnom sistemu (Sl.73) izrazimo dijagonalnim komponentama:

$$\begin{aligned}[L] [\bar{V}^{o\alpha\beta}] &= [\bar{Z}^{abc}] [L] [\bar{I}^{o\alpha\beta}] / [L]^{-1} \\ [\bar{V}^{o\alpha\beta}] &= [L]^{-1} [\bar{Z}^{abc}] [L] [\bar{I}^{o\alpha\beta}] \\ [\bar{V}^{o\alpha\beta}] &= [\bar{Z}^{o\alpha\beta}] [\bar{I}^{o\alpha\beta}]\end{aligned}\quad 2-34$$

$$[\bar{V}^{o\alpha\beta}] = [L]^{-1} [\bar{Z}^{abc}] [L]\quad 2-35$$

$[\bar{Z}^{\alpha\beta}]$ je matrica vlastitih i međusobnih impedancija koja daje odnose dijagonalnih komponenata napona s dijagonalnim komponentama struje. Jednadžbe glase:

$$\bar{V}_0 = \bar{Z}_{00} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{0\alpha} \bar{I}_\alpha + \bar{Z}_{0\beta} \bar{I}_\beta$$

$$\bar{V}_\alpha = \bar{Z}_{\alpha 0} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{\alpha\alpha} \bar{I}_\alpha + \bar{Z}_{\alpha\beta} \bar{I}_\beta$$

2-36

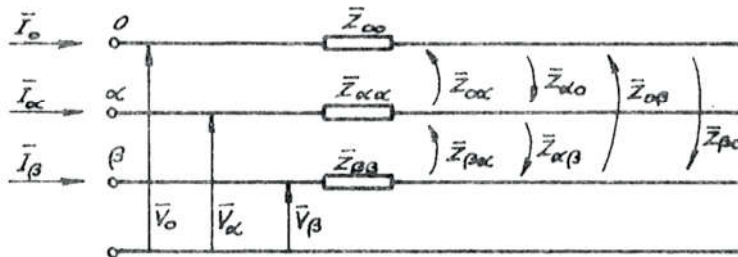
$$\bar{V}_\beta = \bar{Z}_{\beta 0} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{\beta\alpha} \bar{I}_\alpha + \bar{Z}_{\beta\beta} \bar{I}_\beta$$

111

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_\alpha \\ \bar{V}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{00} & \bar{Z}_{0\alpha} & \bar{Z}_{0\beta} \\ \bar{Z}_{\alpha 0} & \bar{Z}_{\alpha\alpha} & \bar{Z}_{\alpha\beta} \\ \bar{Z}_{\beta 0} & \bar{Z}_{\beta\alpha} & \bar{Z}_{\beta\beta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_\alpha \\ \bar{I}_\beta \end{bmatrix}$$

2-37

Matricu $[\bar{Z}^{\alpha\beta}]$ prikazat ćemo grabljastim ekvivalentnim sklopom prema slici



Sl. 74 - Grabljasti ekvivalentni sklop matrice $[\bar{Z}^{\alpha\beta}]$

Specijalni slučajevi:

1. Simetrični trofazni sustav

$$\bar{V}_b = a^2 \bar{V}_a \quad \bar{V}_c = a \bar{V}_a \quad (a = e^{j120^\circ})$$

$$\bar{V}_0 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a^2 \bar{V}_a + a \bar{V}_a) = 0$$

$$\bar{V}_\alpha = \frac{1}{3} (2 \bar{V}_a - a^2 \bar{V}_a - a \bar{V}_a) = \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_\beta = \frac{1}{3} (0 + \sqrt{3} a^2 \bar{V}_a - \sqrt{3} a \bar{V}_a) = -j \bar{V}_a$$

2. Postoji samo $\bar{V}_a$

$$\bar{V}_b = 0 \quad \bar{V}_c = 0$$

$$\bar{V}_0 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + 0 + 0) = \frac{1}{3} \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_\alpha = \frac{1}{3} (2 + 0 + 0) = \frac{2}{3} \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_\beta = \frac{1}{3} (0 + 0 + 0) = 0$$

3. Ne postoji $\bar{V}_c$, $\bar{V}_b = a^2 \bar{V}_a$

$$\bar{V}_o = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a^2 \bar{V}_a + 0) = -\frac{1}{3} a \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_\alpha = \frac{1}{3} (2 \bar{V}_a - a^2 \bar{V}_a + 0) = \bar{V}_a + \frac{1}{3} a \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_\beta = \frac{1}{3} (0 + \sqrt{3} a^2 \bar{V}_a + 0) = \frac{1}{3} a^2 \bar{V}_a = \frac{1}{3} \bar{V}_b$$

4. $\bar{V}_b = \bar{V}_c = -\frac{1}{2} \bar{V}_a$

$$\bar{V}_o = \frac{1}{3} (\bar{V}_a - \frac{\bar{V}_a}{2} - \frac{\bar{V}_a}{2}) = 0$$

$$\bar{V}_\alpha = \frac{1}{3} (2 \bar{V}_a + \frac{\bar{V}_a}{2} + \frac{\bar{V}_a}{2}) = \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_\beta = \frac{1}{3} (-\sqrt{3} \frac{\bar{V}_a}{2} + \sqrt{3} \frac{\bar{V}_a}{2}) = 0$$

U ovom slučaju postoji samo komponenta $\bar{V}_a$.

2.2.3. Simetrične komponente

Neka su zadana tri kompleksna vektora napona $\bar{V}_a$, $\bar{V}_b$ i $\bar{V}_c$. Svaki od ova tri vektora rastaviti ćemo na tri vektora:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_{ao} + \bar{V}_{a1} + \bar{V}_{a2}$$

$$\bar{V}_b = \bar{V}_{bo} + \bar{V}_{b1} + \bar{V}_{b2}$$

$$\bar{V}_c = \bar{V}_{co} + \bar{V}_{c1} + \bar{V}_{c2}$$

2-38

Uz uvjet da je:

$$\bar{V}_{ao} = \bar{V}_{bo} = \bar{V}_{co} = \bar{V}_o$$

$$\bar{V}_{a1} = \bar{V}_1 \quad \bar{V}_{a2} = \bar{V}_2$$

$$\bar{V}_{b1} = a^2 \bar{V}_1 \quad \bar{V}_{b2} = a \bar{V}_2$$

$$\bar{V}_{c1} = a \bar{V}_1 \quad \bar{V}_{c2} = a^2 \bar{V}_2$$

2-39

Slijedi:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_o + \bar{V}_1 + \bar{V}_2$$

$$\bar{V}_b = \bar{V}_o + a^2 \bar{V}_1 + a \bar{V}_2$$

$$\bar{V}_c = \bar{V}_o + a \bar{V}_1 + a^2 \bar{V}_2$$

2-40

što znači da su svi fazni naponi izraženi sa 3 komponente napona faze a. U matricnom obliku je:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} \quad 2-41$$

111

$$[\bar{V}^{abc}] = [\bar{S}] [\bar{V}^{012}] \quad 2-42$$

Matrica transformacije $[\bar{S}]$ prevodi sistem simetričnih komponentata u originalni sistem.

Jednačbu 2.42 pomnožimo sa $[\bar{S}]^{-1}$ s lijeve strane. Dobijemo

$$[\bar{V}^{012}] = [\bar{S}]^{-1} [\bar{V}^{abc}] \quad 111 \quad 2-43$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} \quad 2-44$$

Matrica transformacije $[\bar{S}]^{-1}$ prevodi originalni sistem u sistem simetričnih komponentata.

Transformacija struje identična je transformaciji napona.

$$\bar{I}_a = \bar{I}_{ao} + \bar{I}_{a1} + \bar{I}_{a2}$$

$$\bar{I}_b = \bar{I}_{bo} + \bar{I}_{b1} + \bar{I}_{b2}$$

$$\bar{I}_c = \bar{I}_{co} + \bar{I}_{c1} + \bar{I}_{c2}$$

2-45

i uz uvjet da je

$$\bar{I}_{ao} = \bar{I}_{bo} = \bar{I}_{co} = \bar{I}_0$$

$$\bar{I}_{a1} = \bar{I}_1$$

$$\bar{I}_{b1} = a^2 \bar{I}_1$$

$$\bar{I}_{c1} = a \bar{I}_1$$

$$\bar{I}_{a2} = \bar{I}_2$$

$$\bar{I}_{b2} = a \bar{I}_2$$

$$\bar{I}_{c2} = a^2 \bar{I}_2$$

2-46

Slijedi:

$$\begin{aligned}\bar{I}_a &= \bar{I}_0 + \bar{I}_1 + \bar{I}_2 \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_0 + a^2 \bar{I}_1 + a \bar{I}_2 \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_0 + a \bar{I}_1 + a^2 \bar{I}_2\end{aligned}\quad 2-47$$

što znači da su sve fazne struje izražene s komponentama struje faze a. U matričnom obliku je:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 2-48$$

ili

$$[\bar{I}^{abc}] = [S] [\bar{I}^{012}] \quad 2-49$$

$$[\bar{I}^{012}] = [\bar{S}]^{-1} [\bar{I}^{abc}] \quad 2-50$$

Matričnu jednadžbu 2.20 koja definira odnose napona i struje u originalnom sistemu (Sl.73) izrazimo simetričnim komponentama

$$[\bar{S}] [\bar{V}^{012}] = [\bar{Z}^{abc}] [\bar{S}] [\bar{I}^{012}] / [\bar{S}]^{-1}$$

$$[\bar{V}^{012}] = [\bar{S}]^{-1} [\bar{Z}^{abc}] [\bar{S}] [\bar{I}^{012}]$$

$$[\bar{V}^{012}] = [\bar{Z}^{012}] [\bar{I}^{012}] \quad 2-51$$

$$[\bar{Z}^{012}] = [\bar{S}]^{-1} [\bar{Z}^{abc}] [\bar{S}] \quad 2-52$$

$[\bar{Z}^{012}]$ je matrica vlastitih i međusobnih impedancija, koja daje odnose simetričnih komponenata napona faze sa simetričnim komponentama struje faze. Jednadžbe glase:

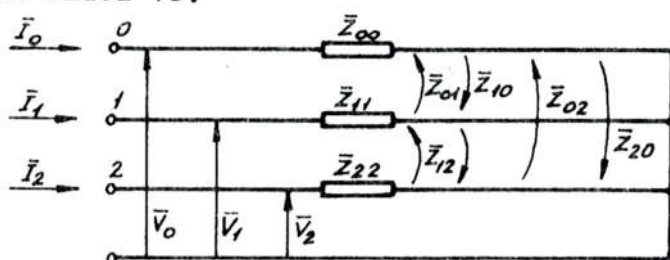
$$\begin{aligned}\bar{V}_0 &= \bar{Z}_{00} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{01} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{02} \bar{I}_2 \\ \bar{V}_1 &= \bar{Z}_{10} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{11} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{12} \bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 &= \bar{Z}_{20} \bar{I}_0 + \bar{Z}_{21} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{22} \bar{I}_2\end{aligned}\quad 2-53$$

ili

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{00} & \bar{Z}_{01} & \bar{Z}_{02} \\ \bar{Z}_{10} & \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{20} & \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

2-54

Matricu $[\bar{Z}^{012}]$ prikazat ćemo grabljastim ekvivalentnim sklopom prema slici 75.



Sl.75 - Grabljasti ekvivalentni sklop matrice $[\bar{Z}^{012}]$

Specijalni slučajevi:

1. Simetrični trofazni sustav

$$\bar{V}_b = a^2 \bar{V}_a \quad \bar{V}_c = a \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_0 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a^2 \bar{V}_a + a \bar{V}_a) = 0$$

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a^3 \bar{V}_a + a^3 \bar{V}_a) = \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_2 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a \bar{V}_a + a^2 \bar{V}_a) = 0$$

Rezultat:

$$\bar{V}_0 = \bar{V}_2 = 0$$

2. Postoji samo $\bar{V}_a$

$$\bar{V}_b = 0 \quad \bar{V}_c = 0$$

$$\bar{V}_0 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + 0 + 0) = \frac{1}{3} \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + 0 + 0) = \frac{1}{3} \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_2 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + 0 + 0) = \frac{1}{3} \bar{V}_a$$

Rezultat:

$$\bar{V}_0 = \bar{V}_1 = \bar{V}_2$$

3. Ne postoji $\bar{V}_c$, $\bar{V}_b = a^2 \bar{V}_a$

$$\bar{V}_0 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a^2 \bar{V}_a + 0) = -\frac{1}{3} a \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a^3 \bar{V}_a + 0) = \frac{2}{3} \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_2 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a \bar{V}_a + 0) = -\frac{1}{3} a^2 \bar{V}_a$$

$$4. \quad \bar{V}_b = \bar{V}_c = -\frac{1}{2} \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_0 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a - \frac{1}{2} \bar{V}_a - \frac{1}{2} \bar{V}_a) = 0$$

$$\bar{V}_1 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a - \frac{1}{2} a \bar{V}_a - \frac{1}{2} a^2 \bar{V}_a) = \frac{1}{2} \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_2 = \frac{1}{3} (\bar{V}_a - \frac{1}{2} a^2 \bar{V}_a - \frac{1}{2} a \bar{V}_a) = \frac{1}{2} \bar{V}_a$$

Rezultat:

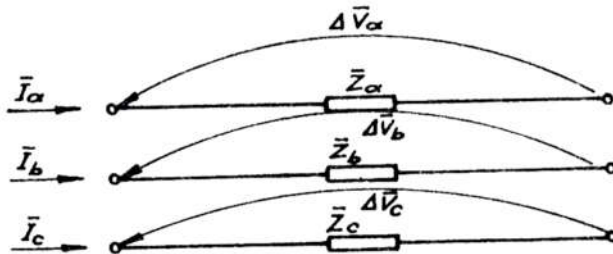
$$\bar{V}_0 = 0$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2$$

2.2.4. Simetrične impedancije nesimetričnog međjusobno nezavisnog trofaznog sistema

Neka je zadan trofazni sistem prema Sl.76.

$$\bar{Z}_a \neq \bar{Z}_b \neq \bar{Z}_c \quad \bar{Z}_{ab} = \bar{Z}_{ba} = \bar{Z}_{ac} = \bar{Z}_{ca} = \bar{Z}_{bc} = \bar{Z}_{cb} = 0$$



Sl.76 - Nesimetrični međjusobno nezavisni trofazni sistem

Matricu impedancija simetričnih komponenata računamo prema izrazu

$$[\bar{Z}^{012}] = [\bar{S}]^{-1} [\bar{Z}^{abc}] [\bar{S}] =$$

	0	1	2
0	$\bar{Z}_a + \bar{Z}_b + \bar{Z}_c$	$\bar{Z}_a + a^2 \bar{Z}_b + a \bar{Z}_c$	$\bar{Z}_a + a \bar{Z}_b + a^2 \bar{Z}_c$
1	$\bar{Z}_a + a \bar{Z}_b + a^2 \bar{Z}_c$	$\bar{Z}_a + \bar{Z}_b + \bar{Z}_c$	$\bar{Z}_a + a^2 \bar{Z}_b + a \bar{Z}_c$
2	$\bar{Z}_a + a^2 \bar{Z}_b + a \bar{Z}_c$	$\bar{Z}_a + a \bar{Z}_b + a^2 \bar{Z}_c$	$\bar{Z}_a + \bar{Z}_b + \bar{Z}_c$

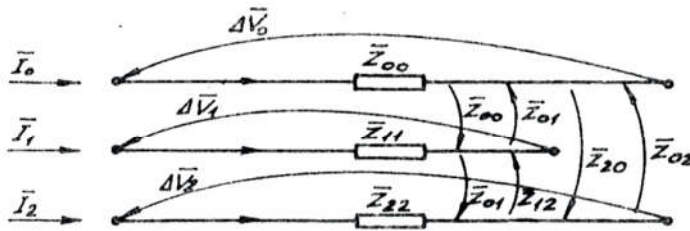
2-56

$$\bar{Z}_{00} = \bar{Z}_{11} = \bar{Z}_{22} = \frac{1}{3} (\bar{Z}_a + \bar{Z}_b + \bar{Z}_c) = \bar{Z}_s$$

$$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{20} = \frac{1}{3} (\bar{Z}_a + a^2 \bar{Z}_b + a \bar{Z}_c) = \bar{Z}_{m1}$$

2-57

$$\bar{Z}_{02} = \bar{Z}_{10} = \bar{Z}_{21} = \frac{1}{3} (\bar{Z}_a + a \bar{Z}_b + a^2 \bar{Z}_c) = \bar{Z}_{m2}$$



Sl.77. Simetrične impedancije sistema sa slike 76

Sistem sa slike 76. transformira se u sistem na sl.77.

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_0 \\ \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s & \bar{Z}_{m1} & \bar{Z}_{m2} \\ \bar{Z}_{m2} & \bar{Z}_s & \bar{Z}_{m1} \\ \bar{Z}_{m1} & \bar{Z}_{m2} & \bar{Z}_s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 2-58$$

Ako se prirodni sistem sastoji od tri različite međusobno nezavisne vlastite impedancije transformacijom u sistem simetričnih komponenata dobije se sistem od 9 simetričnih impedancija u kojem su tri vlastite impedancije jednake. Medjutim, tri simetrična sistema vezana su međusobno s dvije različite međusobne impedancije. Sistemikomponentata nisu nezavisni. Matrica nije simetrična.

Razmotrimo još speijalne slučajeve

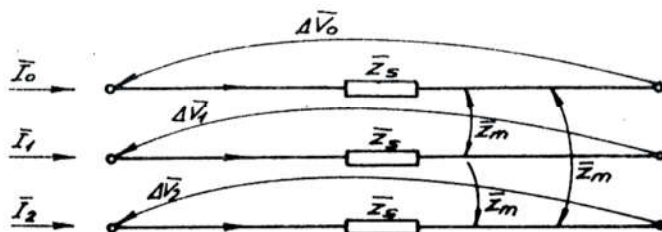
1. $\bar{Z}_a \neq \bar{Z}_b = \bar{Z}_c$

Transformacijom u simetrične komponente dobijemo:

$$[\bar{Z}^{012}] = \frac{1}{3} \begin{array}{c|cc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & \bar{Z}_a + 2\bar{Z}_b & \bar{Z}_a - \bar{Z}_b & \bar{Z}_a - \bar{Z}_b \\ 1 & \bar{Z}_a - \bar{Z}_b & \bar{Z}_a + 2\bar{Z}_b & \bar{Z}_a - \bar{Z}_b \\ 2 & \bar{Z}_a - \bar{Z}_b & \bar{Z}_a - \bar{Z}_b & \bar{Z}_a + 2\bar{Z}_b \end{array} \quad 2-59$$

$$\bar{Z}_{00} = \bar{Z}_{11} = \bar{Z}_{22} = \frac{1}{3} (\bar{Z}_a + 2\bar{Z}_b) = \bar{Z}_s$$

$$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_{02} = \bar{Z}_{10} = \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{20} = \bar{Z}_{21} = \frac{1}{3} (\bar{Z}_a - \bar{Z}_b) = \bar{Z}_m \quad 2-60$$



Sl.78 - Simetrične impedancije sistema sa Sl. 76. uz uvjet da je $\bar{Z}_a \neq \bar{Z}_b = \bar{Z}_c$

Matrica je simetrična, ali sistemi komponenta nisu nezavisni (Sl. 78).

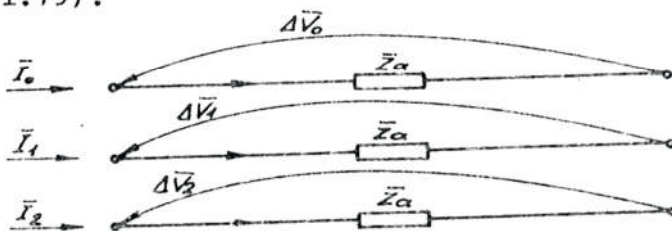
$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_0 \\ \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s & \bar{Z}_m & \bar{Z}_m \\ \bar{Z}_m & \bar{Z}_s & \bar{Z}_m \\ \bar{Z}_m & \bar{Z}_m & \bar{Z}_s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 2-61$$

$$2. \bar{Z}_a = \bar{Z}_b = \bar{Z}_c$$

Transformacijom u simetrične komponente dobijemo

$$[\bar{Z}^{012}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3\bar{Z}_a & 0 & 0 \\ 0 & 3\bar{Z}_a & 0 \\ 0 & 0 & 3\bar{Z}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_a & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_a & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z}_a \end{bmatrix} \quad 2-62$$

Samo u ovom slučaju sva tri sistema mogu biti promatrana odvojeno (Sl.79).



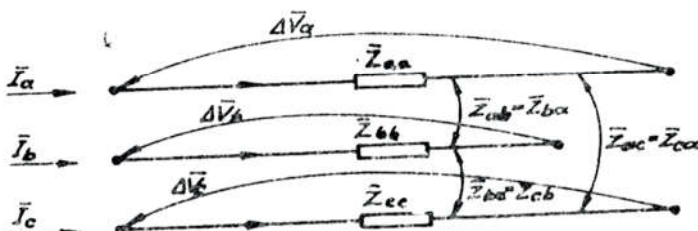
Sl.79 - Simetrične impedancije sistema sa Sl.76. uz uvjet da je $\bar{Z}_a = \bar{Z}_b = \bar{Z}_c$

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_0 \\ \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_s & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z}_s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 2-63$$

2.2.5. Simetrične impedancije nesimetričnog međusobno zavisnog trofaznog sistema

Zadan je trofazni sistem prema Sl.80.

$$\bar{Z}_{aa} \neq \bar{Z}_{bb} \neq \bar{Z}_{cc} \quad \bar{Z}_{ab} = \bar{Z}_{ba}; \bar{Z}_{ac} = \bar{Z}_{ca}; \bar{Z}_{bc} = \bar{Z}_{cb}$$



Sl.80 - Nesimetrični međusobno zavisni trofazni sistem

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_a \\ \Delta \bar{V}_b \\ \Delta \bar{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} \quad 2-64$$

Računamo matricu impedancija simetričnih komponenta:

$$\begin{aligned} [\bar{Z}^{012}] &= [\bar{S}]^{-1} [\bar{Z}^{abc}] [\bar{S}] = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{00} & \bar{Z}_{01} & \bar{Z}_{02} \\ \bar{Z}_{10} & \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{20} & \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} \quad 2-65 \end{aligned}$$

gdje je

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{00} &= \frac{1}{3} [(\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{cc}) + 2 (\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{ac})] \\ \bar{Z}_{11} &= \frac{1}{3} [(\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{cc}) - (\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{ac})] \\ \bar{Z}_{22} &= \bar{Z}_{11} \\ \bar{Z}_{01} &= \frac{1}{3} [(\bar{Z}_{aa} + a^2 \bar{Z}_{bb} + a \bar{Z}_{cc}) - (\bar{Z}_{bc} + a^2 \bar{Z}_{ab} + a \bar{Z}_{ac})] \\ \bar{Z}_{02} &= \frac{1}{3} [(\bar{Z}_{aa} + a \bar{Z}_{bb} + a^2 \bar{Z}_{cc}) - (\bar{Z}_{bc} + a \bar{Z}_{ab} + a^2 \bar{Z}_{ac})] \\ \bar{Z}_{10} &= \bar{Z}_{02} \\ \bar{Z}_{12} &= \frac{1}{3} [(\bar{Z}_{aa} + a^2 \bar{Z}_{bb} + a \bar{Z}_{cc}) + 2 (\bar{Z}_{bc} + a \bar{Z}_{ab} + a^2 \bar{Z}_{ac})] \\ \bar{Z}_{21} &= \frac{1}{3} [(\bar{Z}_{aa} + a \bar{Z}_{bb} + a^2 \bar{Z}_{cc}) + 2 (\bar{Z}_{bc} + a^2 \bar{Z}_{ab} + a \bar{Z}_{ac})] \\ \bar{Z}_{20} &= \bar{Z}_{01} \end{aligned} \quad 2-66$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_0 \\ \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{s0} & \bar{Z}_{m1} & \bar{Z}_{m2} \\ \bar{Z}_{m2} & \bar{Z}_s & \bar{Z}_{m3} \\ \bar{Z}_{m1} & \bar{Z}_{m4} & \bar{Z}_s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 2-67$$

Dobili smo 6 raznih impedancija. Sistem nije nezavisan i matrica nije simetrična. Kada su u originalnom sistemu vandijagonalni članovi

jednaki nuli imamo jedan specijalni slučaj ovog slučaja.

Ostali specijalni slučajevi jesu:

$$1. \bar{z}_{aa} \neq \bar{z}_{bb} \neq \bar{z}_{cc}; \quad \bar{z}_{ab} = \bar{z}_{bc} = \bar{z}_{ac} = \bar{z}_{ba} = \bar{z}_{cb} = \bar{z}_{ca}$$

$$\bar{z}_{oo} = \frac{1}{3} [(\bar{z}_{aa} + \bar{z}_{bb} + \bar{z}_{cc}) + 6 \bar{z}_{ab}]$$

$$\bar{z}_{11} = \bar{z}_{22} = \frac{1}{3} [(\bar{z}_{aa} + \bar{z}_{bb} + \bar{z}_{cc}) - 3 \bar{z}_{ab}] = \bar{z}_s \quad 2-68$$

$$\bar{z}_{o1} = \bar{z}_{2o} = \bar{z}_{12} = \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + a^2 \bar{z}_{bb} + a \bar{z}_{cc}) = \bar{z}_{m1}$$

$$\bar{z}_{o2} = \bar{z}_{1o} = \bar{z}_{21} = \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + a \bar{z}_{bb} + a^2 \bar{z}_{cc}) = \bar{z}_{m2}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_o \\ \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{oo} & \bar{z}_{m1} & \bar{z}_{m2} \\ \bar{z}_{m2} & \bar{z}_s & \bar{z}_{m1} \\ \bar{z}_{m1} & \bar{z}_{m2} & \bar{z}_s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_o \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 2-69$$

Dobili smo 4 razne impedancije. Sistem nije nezavisan, matrica nije simetrična.

$$2. \bar{z}_{aa} = \bar{z}_{bb} = \bar{z}_{cc}; \quad \bar{z}_{ab} = \bar{z}_{bc} = \bar{z}_{ac} = \bar{z}_{ba} = \bar{z}_{cb} = \bar{z}_{ca}$$

$$\bar{z}_{oo} = \bar{z}_{aa} + 2\bar{z}_{ab}$$

$$\bar{z}_{11} = \bar{z}_{22} = \bar{z}_{aa} - \bar{z}_{ab} = \bar{z}_{22} = \bar{z}_s \quad 2-70$$

$$\bar{z}_{o1} = \bar{z}_{o2} = \bar{z}_{1o} = \bar{z}_{12} = \bar{z}_{2o} = \bar{z}_{21} = 0$$

Imamo važan rezultat da sistem simetričnih komponenata nije povezan, da je nezavisan, što znači da svaki sistem možemo promatrati nezavisno:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_o \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{oo} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{z}_s & 0 \\ 0 & 0 & \bar{z}_s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_o \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 2-71$$

Dobili smo 2 različite impedancije.

$$3. \bar{z}_{aa} = \bar{z}_{bb} = \bar{z}_{cc}; \quad \bar{z}_{ab} = \bar{z}_{bc} = \bar{z}_{ca}; \quad \bar{z}_{ba} = \bar{z}_{cb} = \bar{z}_{ac};$$

U prirodnom sistemu vlastite impedancije su medjusobno jednake, a medjusobne u cikličkom i acikličkom smislu. Za simetrične komponente izalzi:

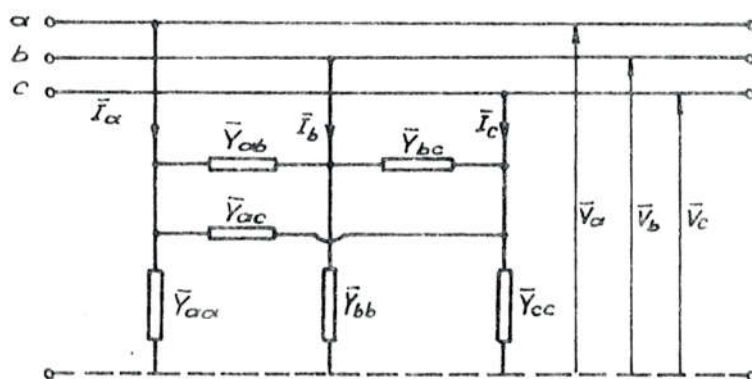
$$\begin{aligned}\bar{Z}_{00} &= \bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{ba} \\ \bar{Z}_{11} &= \bar{Z}_{aa} + a^2 \bar{Z}_{ab} + a \bar{Z}_{ba} \\ \bar{Z}_{22} &= \bar{Z}_{aa} + a \bar{Z}_{ab} + a^2 \bar{Z}_{ba} \\ \bar{Z}_{01} &= \bar{Z}_{02} = \bar{Z}_{10} = \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{20} = \bar{Z}_{21} = 0\end{aligned}\quad 2-72$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{V}_0 \\ \Delta \bar{V}_1 \\ \Delta \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{00} & 0 & 0 \\ 0 & \bar{Z}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}\quad 2-73$$

Dobili smo tri različite impedancije. I ovdje je rezultat da su sistemi simetričnih komponenta nezavisni, tj. da se mogu promatrati zasebno.

2.2.6. Simetrične admitancije nesimetričnog trofaznog sistema

Neka su u trofaznom sistemu priključene admitancije kao na sl.81.



Sl.81 - Nesimetrični trofazni admitanтни sklop

$$\begin{aligned}\bar{I}_a &= \bar{Y}_{aa} \bar{V}_a + \bar{Y}_{ab} (\bar{V}_a - \bar{V}_b) + \bar{Y}_{ac} (\bar{V}_a - \bar{V}_c) \\ \bar{I}_b &= \bar{Y}_{ba} (\bar{V}_b - \bar{V}_a) + \bar{Y}_{bb} \bar{V}_b + \bar{Y}_{bc} (\bar{V}_b - \bar{V}_c) \\ \bar{I}_c &= \bar{Y}_{ca} (\bar{V}_c - \bar{V}_a) + \bar{Y}_{cb} (\bar{V}_c - \bar{V}_b) + \bar{Y}_{cc} \bar{V}_c\end{aligned}\quad 2-74$$

ili

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{Y}_{aa} + \bar{Y}_{ab} + \bar{Y}_{ac}) & -\bar{Y}_{ab} & -\bar{Y}_{ac} \\ -\bar{Y}_{ba} & (\bar{Y}_{bb} + \bar{Y}_{ba} + \bar{Y}_{bc}) & -\bar{Y}_{bc} \\ -\bar{Y}_{ca} & -\bar{Y}_{cb} & (\bar{Y}_{cc} + \bar{Y}_{ca} + \bar{Y}_{cb}) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix}\quad 2-75$$

111

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{aa} & \bar{A}_{ab} & \bar{A}_{ac} \\ \bar{A}_{ba} & \bar{A}_{bb} & \bar{A}_{bc} \\ \bar{A}_{ca} & \bar{A}_{cb} & \bar{A}_{cc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \end{bmatrix} \quad 2-76$$

$$[\bar{I}^{abc}] = [\bar{A}^{abc}] [\bar{V}^{abc}] \quad 2-77$$

Dijagonalni članovi matrice $[\bar{A}^{abc}]$ iznose:

$$\bar{A}_{ii} = \bar{V}_{ii} + \sum_{j=a}^c \bar{V}_{ij} \quad i \neq j \quad 2-78$$

a vandijagonalni:

$$\bar{A}_{ij} = -\bar{V}_{ij} \quad i \neq j \quad 2-79$$

Predjimo sada na simetrične komponente

$$\begin{aligned} [\bar{A}][\bar{I}^{012}] &= [\bar{A}^{abc}] [S][\bar{V}^{012}] / [\bar{S}]^{-1} \\ [\bar{I}^{012}] &= [\bar{S}]^{-1} [\bar{A}^{abc}] [\bar{S}] [\bar{V}^{012}] \\ [\bar{A}^{012}] &= [\bar{S}]^{-1} [\bar{A}^{abc}] [\bar{S}] \end{aligned} \quad 2-80$$

$$\bar{A}_{00} = \frac{1}{3} [(\bar{A}_{aa} + \bar{A}_{bb} + \bar{A}_{cc}) + 2(\bar{A}_{ab} + \bar{A}_{bc} + \bar{A}_{ac})]$$

$$\bar{A}_{11} = \frac{1}{3} [(\bar{A}_{aa} + \bar{A}_{bb} + \bar{A}_{cc}) - (\bar{A}_{ab} + \bar{A}_{bc} + \bar{A}_{ac})]$$

$$\bar{A}_{22} = \bar{A}_{11}$$

$$\bar{A}_{01} = \frac{1}{3} [(\bar{A}_{aa} + a^2 \bar{A}_{bb} + a \bar{A}_{cc}) - (\bar{A}_{bc} + a \bar{A}_{ab} + a^2 \bar{A}_{ac})]$$

$$\bar{A}_{20} = \bar{A}_{01} \quad 2-81$$

$$\bar{A}_{10} = \frac{1}{3} [(\bar{A}_{aa} + a \bar{A}_{bb} + a^2 \bar{A}_{cc}) - (\bar{A}_{bc} + a^2 \bar{A}_{ab} + a \bar{A}_{ac})]$$

$$\bar{A}_{02} = \bar{A}_{10}$$

$$\bar{A}_{12} = \frac{1}{3} [(\bar{A}_{aa} + a^2 \bar{A}_{bb} + a \bar{A}_{cc}) + 2(\bar{A}_{bc} + a \bar{A}_{ab} + a^2 \bar{A}_{ac})]$$

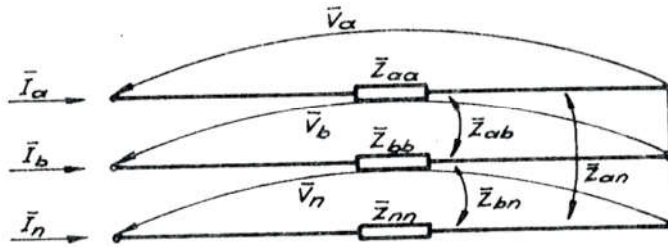
$$\bar{A}_{21} = \frac{1}{3} [(\bar{A}_{aa} + a \bar{A}_{bb} + a^2 \bar{A}_{cc}) + 2(\bar{A}_{bc} + a^2 \bar{A}_{ab} + a \bar{A}_{ac})]$$

Izrazi se pojednostavnjuju ako je $\bar{A}_{ab} = \bar{A}_{bc} = \bar{A}_{ca}$ i ako je $\bar{A}_{aa} = \bar{A}_{bb} = \bar{A}_{cc}$. Tada je sistem komponenata nezavisan u što se je lako uvjeriti.

2.3. Izdvajanje povratnog vodiča

2.3.1. Opća formula

Promatrajmo dva vodiča s povratnim vodičem prema slici 82.



Sl.82 - Sustav od dva vodiča s povratnim vodičem

Za ovaj sistem možemo napisati jednadžbe

$$\begin{aligned}\bar{V}_a &= \bar{Z}_{aa} \bar{I}_a + \bar{Z}_{ab} \bar{I}_b + \bar{Z}_{an} \bar{I}_n \\ \bar{V}_b &= \bar{Z}_{ba} \bar{I}_a + \bar{Z}_{bb} \bar{I}_b + \bar{Z}_{bn} \bar{I}_n \\ \bar{V}_n &= \bar{Z}_{na} \bar{I}_a + \bar{Z}_{nb} \bar{I}_b + \bar{Z}_{nn} \bar{I}_n\end{aligned}\quad 2-82$$

Uvjet: $\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_n = 0$ daje

$$\bar{I}_n = -(\bar{I}_a + \bar{I}_b) \quad 2-83$$

Izraz za $\bar{I}_n$ uvrstimo u gornje jednadžbe i odbijemo treću jednadžbu od prve dvije. Nakon sredjivanja dobijemo:

$$\bar{V}_a - \bar{V}_n = (\bar{Z}_{aa} - 2\bar{Z}_{an} + \bar{Z}_{nn})\bar{I}_a + (\bar{Z}_{ab} - \bar{Z}_{an} - \bar{Z}_{bn} + \bar{Z}_{nn})\bar{I}_b \quad 2-84$$

$$\bar{V}_b - \bar{V}_n = (\bar{Z}_{ab} - \bar{Z}_{an} - \bar{Z}_{bn} + \bar{Z}_{nn})\bar{I}_a + (\bar{Z}_{bb} - 2\bar{Z}_{bn} + \bar{Z}_{nn})\bar{I}_b$$

ili

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a - \bar{V}_n \\ \bar{V}_b - \bar{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa-n} & \bar{Z}_{ab-n} \\ \bar{Z}_{ba-n} & \bar{Z}_{bb-n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \end{bmatrix} \quad 2-85$$

gdje je:

$$\bar{z}_{aa-n} = \bar{z}_{aa} - 2\bar{z}_{an} + \bar{z}_{nn}$$

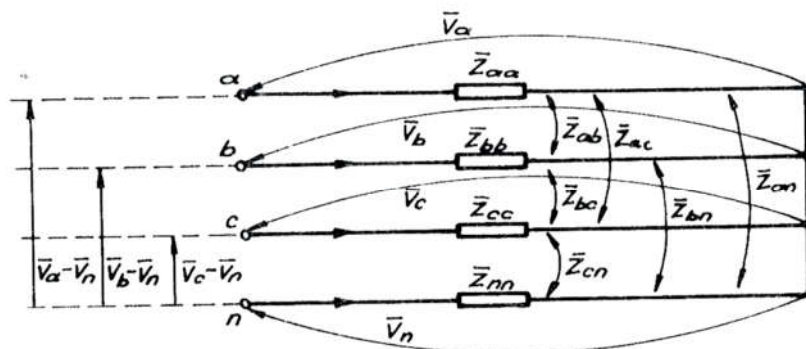
$$\bar{z}_{ab-n} = \bar{z}_{ba-n} = \bar{z}_{ab} - \bar{z}_{an} - \bar{z}_{bn} + \bar{z}_{nn}$$

$$\bar{z}_{bb-n} = \bar{z}_{bb} - 2\bar{z}_{bn} + \bar{z}_{nn}$$

2-86

Matrica je simetrična.

Promatrajmo sada trofazni sistem s povratnim vodičem prema slici 83.



Sl. 83 - Trofazni sistem s povratnim vodičem

Za ovaj sistem možemo napisati jednačbe

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{aa} & \bar{z}_{ab} & \bar{z}_{ac} & \bar{z}_{an} \\ \bar{z}_{ba} & \bar{z}_{bb} & \bar{z}_{bc} & \bar{z}_{bn} \\ \bar{z}_{ca} & \bar{z}_{cb} & \bar{z}_{cc} & \bar{z}_{cn} \\ \bar{z}_{na} & \bar{z}_{nb} & \bar{z}_{nc} & \bar{z}_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \\ \bar{I}_n \end{bmatrix}$$

2-87

Odbijemo zadnju jednačbu od sve tri prve:

$$\bar{V}_a - \bar{V}_n = (\bar{z}_{aa} - \bar{z}_{na})\bar{I}_a + (\bar{z}_{ab} - \bar{z}_{nb})\bar{I}_b + (\bar{z}_{ac} - \bar{z}_{nc})\bar{I}_c + (\bar{z}_{an} - \bar{z}_{nn})\bar{I}_n$$

$$\bar{V}_b - \bar{V}_n = (\bar{z}_{ba} - \bar{z}_{na})\bar{I}_a + (\bar{z}_{bb} - \bar{z}_{nb})\bar{I}_b + (\bar{z}_{bc} - \bar{z}_{nc})\bar{I}_c + (\bar{z}_{bn} - \bar{z}_{nn})\bar{I}_n$$

$$\bar{V}_c - \bar{V}_n = (\bar{z}_{ca} - \bar{z}_{na})\bar{I}_a + (\bar{z}_{cb} - \bar{z}_{nb})\bar{I}_b + (\bar{z}_{cc} - \bar{z}_{nc})\bar{I}_c + (\bar{z}_{cn} - \bar{z}_{nn})\bar{I}_n$$

2-88

i uvrstimo:

$$\bar{I}_n = -(\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c)$$

2-89

Tada dobijemo:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a - \bar{V}_n \\ \bar{V}_b - \bar{V}_n \\ \bar{V}_c - \bar{V}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{aa-n} & \bar{z}_{ab-n} & \bar{z}_{ac-n} \\ \bar{z}_{ba-n} & \bar{z}_{bb-n} & \bar{z}_{bc-n} \\ \bar{z}_{ca-n} & \bar{z}_{cb-n} & \bar{z}_{cc-n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \end{bmatrix}$$

2-90

gdje je:

$$\begin{aligned}
 \bar{z}_{aa-n} &= \bar{z}_{aa} - 2 \bar{z}_{an} + \bar{z}_{nn} \\
 \bar{z}_{bb-n} &= \bar{z}_{bb} - 2 \bar{z}_{bn} + \bar{z}_{nn} \\
 \bar{z}_{cc-n} &= \bar{z}_{cc} - 2 \bar{z}_{cn} + \bar{z}_{nn} \\
 \bar{z}_{ab-n} &= \bar{z}_{ba-n} = \bar{z}_{ab} - \bar{z}_{an} - \bar{z}_{bn} + \bar{z}_{nn} \\
 \bar{z}_{ac-n} &= \bar{z}_{ca-n} = \bar{z}_{ac} - \bar{z}_{an} - \bar{z}_{cn} + \bar{z}_{nn} \\
 \bar{z}_{bc-n} &= \bar{z}_{cb-n} = \bar{z}_{bc} - \bar{z}_{bn} - \bar{z}_{cn} + \bar{z}_{nn}
 \end{aligned}
 \tag{2-91}$$

Matrica je simetrična. Članovi su matrice

$$\bar{z}_{ii-n} = \bar{z}_{ii} - 2 \bar{z}_{in} + \bar{z}_{nn}
 \tag{2-92}$$

$$\bar{z}_{ik-n} = \bar{z}_{ik} - \bar{z}_{in} - \bar{z}_{kn} + \bar{z}_{nn}
 \tag{2-93}$$

Razmatranje možemo proširiti na bilo koji broj vodiča s povratnim vodičem. Uvijek vrijede izrazi (2-92) i (2-93).

Svaki dijagonalni član matrice sadrži, osim vlastite impedancije i impedanciju povratnog vodiča i međusobnu impedanciju između vodiča i povratnog vodiča. Svaki vandijagonalni član također sadrži, osim međusobne impedancije, još i impedanciju povratnog vodiča i međusobne impedancije odgovarajućih vodiča i povratnog vodiča.

Specijalni problem nastaje kada je zemlja povratni vodič. Tada se služimo Carsonovim formulama o kojima će kasnije biti riječi.

2.3.2. Simetrične impedancije trofaznog sistema s povratnim vodičem

Na matricu impedancije u relaciji (2-90) primijenimo transformaciju za simetrične komponente. Dobit ćemo matricu čiji su članovi:

$$\begin{aligned}
 \bar{z}_{00} &= \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + \bar{z}_{bb} + \bar{z}_{cc}) + \frac{2}{3} (\bar{z}_{ab} + \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) + 3\bar{z}_{nn} - 2 (\bar{z}_{an} + \bar{z}_{bn} + \bar{z}_{cn}) \\
 \bar{z}_{11} &= \bar{z}_{22} = \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + \bar{z}_{bb} + \bar{z}_{cc}) - \frac{1}{3} (\bar{z}_{ab} + \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) \\
 \bar{z}_{01} &= \bar{z}_{20} = \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + a^2 \bar{z}_{bb} + a \bar{z}_{cc}) - \frac{1}{3} (a \bar{z}_{ab} + a^2 \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) - (\bar{z}_{an} + a^2 \bar{z}_{bn} + a \bar{z}_{cn}) \\
 \bar{z}_{02} &= \bar{z}_{10} = \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + a \bar{z}_{bb} + a^2 \bar{z}_{cc}) - \frac{1}{3} (a^2 \bar{z}_{ab} + a \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) - (\bar{z}_{an} + a \bar{z}_{bn} + a^2 \bar{z}_{cn}) \\
 \bar{z}_{12} &= \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + a^2 \bar{z}_{bb} + a \bar{z}_{cc}) + \frac{2}{3} (a \bar{z}_{ab} + a^2 \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) \\
 \bar{z}_{21} &= \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + a \bar{z}_{bb} + a^2 \bar{z}_{cc}) + \frac{2}{3} (a^2 \bar{z}_{ab} + a \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc})
 \end{aligned}
 \tag{2-94}$$

Impedancije $\bar{z}_{11}$, $\bar{z}_{22}$, $\bar{z}_{12}$, $\bar{z}_{21}$ ne sadrže međusobne impedancije između vodiča a, b, c i povratnog vodiča n i također ni vlastitu impedanciju povratnog vodiča n.

Ovi izrazi prelaze odmah u izraze za sistem bez povratnog vodiča tj. kada je $\bar{z}_{an} = \bar{z}_{bn} = \bar{z}_{cn} = \bar{z}_{nn} = 0$.

Specijalni slučajevi:

$$1. \bar{z}_{aa} = \bar{z}_{bb} = \bar{z}_{cc} \neq \bar{z}_{nn}; \quad \bar{z}_{an} = \bar{z}_{bn} = \bar{z}_{cn}$$

Formule (2-94) prelaze u:

$$\begin{aligned} \bar{z}_{00} &= \bar{z}_{aa} + \frac{2}{3} (\bar{z}_{ab} + \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) + 3 \bar{z}_{nn} - 6 \bar{z}_{an} \\ \bar{z}_{11} &= \bar{z}_{22} = \bar{z}_{ac} - \frac{1}{3} (\bar{z}_{ab} + \bar{z}_{bc} + \bar{z}_{ac}) \\ \bar{z}_{01} &= \bar{z}_{20} = -\frac{1}{3} (a \bar{z}_{ab} + a^2 \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) \\ \bar{z}_{02} &= \bar{z}_{10} = -\frac{1}{3} (a^2 \bar{z}_{ab} + a \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) \\ \bar{z}_{12} &= \frac{2}{3} (a \bar{z}_{ab} + a^2 \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) \\ \bar{z}_{21} &= \frac{2}{3} (a^2 \bar{z}_{ab} + a \bar{z}_{ac} + \bar{z}_{bc}) \end{aligned} \quad 2-95$$

Utjecaj povratnog vodiča imamo samo u $\bar{z}_{00}$. Izrazi su jednostavniji, međutim matrica je nesimetrična i sistem je zavisan.

$$2. \bar{z}_{aa} = \bar{z}_{bb} = \bar{z}_{cc} \neq \bar{z}_{nn}; \quad \bar{z}_{an} = \bar{z}_{bn} = \bar{z}_{cn}; \quad \bar{z}_{ab} = \bar{z}_{ac} = \bar{z}_{bc}$$

Formule (2-94) prelaze u:

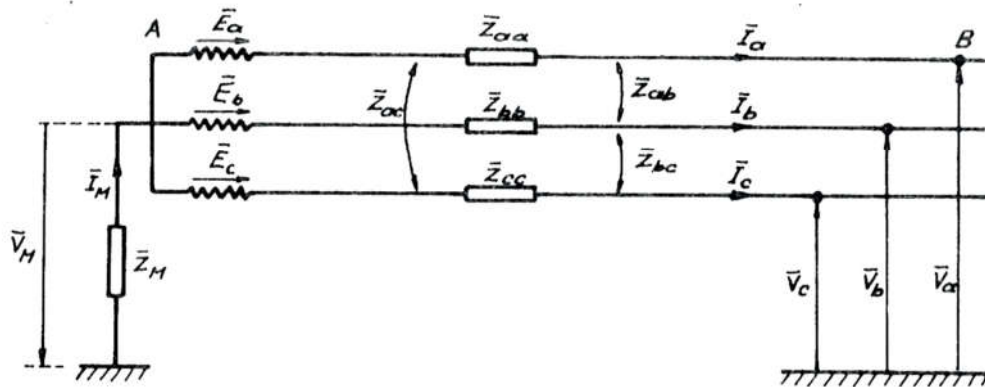
$$\begin{aligned} \bar{z}_{00} &= \bar{z}_{aa} + 2 \bar{z}_{ab} + 3 \bar{z}_{nn} - 6 \bar{z}_{an} \\ \bar{z}_{11} &= \bar{z}_{22} = \bar{z}_{aa} - \bar{z}_{ab} \\ \bar{z}_{01} &= \bar{z}_{02} = \bar{z}_{12} = \bar{z}_{21} = 0 \end{aligned} \quad 2-96$$

Sistem je nezavisan. Utjecaj povratnog vodiča imamo samo u $\bar{z}_{00}$.

Elementi trofaznog sistema nastoje se izvesti simetrično. U normalnom pogonu simetričnog sistema dolazi do izražaja samo $\bar{z}_{11} = \bar{z}_{aa} - \bar{z}_{ab}$. Ova impedancija naziva se pogonska impedancija.

2.4. Trofazni račun sa simetričnim komponentama

Ako su prirodne električne veličine neke mreže obradjene u simetrične, tada se može proračun mreže provesti sa simetričnim veličinama kada to donosi prednost pred računom s prirodnim veličinama. Npr. računamo mrežu prema sl.84.



Sl.84 -
Trofaz-
ni
sistem

Uvjeti na mjestu A daju

$$\bar{I}_m = \bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c \quad 2-97$$

Odnose u prirodnom sistemu napišimo u matričnom obliku

$$\begin{aligned} [\bar{V}^{abc}] &= [\bar{E}^{abc}] - [\bar{Z}^{abc}] [\bar{I}^{abc}] - [\bar{Z}_M^{abc}] [\bar{I}^{abc}] = \\ &= [\bar{E}^{abc}] - ([\bar{Z}^{abc}] + [\bar{Z}_M^{abc}]) [\bar{I}^{abc}] \end{aligned} \quad 2-98$$

Transformiramo u simetrične komponente

$$[\bar{V}^{ol2}] = [\bar{E}^{ol2}] - ([\bar{Z}^{ol2}] + [\bar{Z}_M^{ol2}]) [\bar{I}^{ol2}] \quad 2-99$$

odnosno

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_0 \\ \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{Z}_{00} + 3\bar{Z}_M & \bar{Z}_{01} & \bar{Z}_{02} \\ \bar{Z}_{10} & \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{20} & \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 2-100$$

jer je

$$[\bar{Z}_M^{ol2}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Z}_M & \bar{Z}_M & \bar{Z}_M \\ \bar{Z}_M & \bar{Z}_M & \bar{Z}_M \\ \bar{Z}_M & \bar{Z}_M & \bar{Z}_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\bar{Z}_M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 2-101$$

3. PREGLED TEORIJE PRIJENOSA

3.1. Prijenosne jednačbe

3.1.1. Karakteristične veličine voda

Konstante voda su karakteristične veličine pomoću kojih se definira-ju električne prilike na vodu u svim pogonskim slučajevima.

Brojčane vrijednosti konstanti voda zavise su od svojstava materijala iz kojih su konstruirani, od svojstava sredine koja ih okružuje, te od geometrijskih odnosa djelova voda međusobno i prema sredini. Pri tome treba imati na umu, da su mnoge od spomenutih utjecajnih veličina podložne promjenama, npr. uslijed promjene temperature ili vlažnosti i t.sl.

Konstante voda se navode po jedinici dužine voda, u praksi po kilometru i po jednoj fazi. Ako nije drukčije naglašeno radi se o konstantama za direktni sistem simetriranog voda.

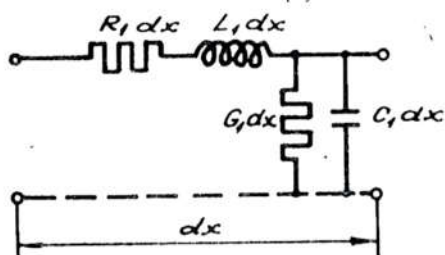
Konstante voda (vidi poglavlje 4) jesu:

- jedinični djelatni otpor: R_1 | Ω/km
- jedinični induktivitet : L_1 | H/km
- jedinični kapacitet : C_1 | F/km
- jedinični odvod : G_1 | S/km

Vod kojemu su sve četiri konstante različite od nule, nazivamo realni vod.

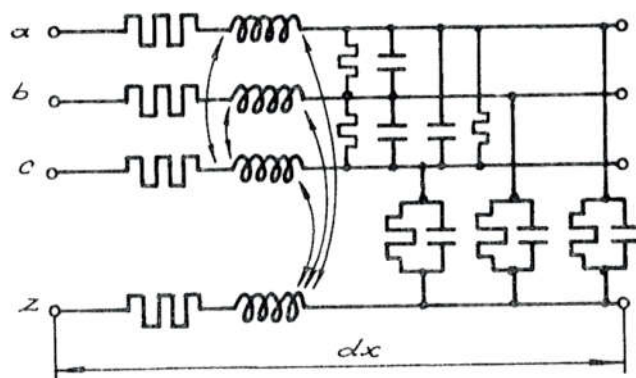
Prolaz struje kroz otpor i odvod izaziva toplinske gubitke, pa konstante dijelimo na "tople" i "hladne". Sve četiri konstante su rasporedjene kontinuirano duž voda, tj. po volji maleni dio voda sadrži sve četiri konstante. Zato ćemo položaj pojedinih konstanti pokazati na infinitezimalnom dijelu jedne faze simetričnog trofaznog voda (Sl.85).

Zbog svog položaja u elementu voda djelatni otpor i induktivitet nazivaju se uzdužnim, a odvod i kapacitet poprečnim konstantama.



Sl.85 - Položaj konstanti voda na dužini dx

Trofazni vod uključujući strujne i naponske prilike može se grafički jednofazno prikazati kao na sl.85 samo ako je simetričan (sve tri faze imaju jednake električne karakteristike) i ako je pogonski slučaj simetričan (po iznosu jednaki, a po fazi za 120° zakrenuti naponi i struje u sve tri faze). U takovom slučaju kroz crtkano prikazani povratni vodič bez impedancije ne teče nikakva struja, a nalazi se na potencijalu zvjezdista sistema. U slučajevima kada vod nije simetričan i (ili) pogonski slučaj nije simetričan, potreban je trofazni grafički prikaz. Trofazni model voda dužine dx prikazan je na Sl.86. Povratni vodič sada fizički postoji u vidu zemlje i obostrano uzemljenog zaštitnog vodiča (ako ga vod ima), a ima i određenu impedanciju. U izvjesnim pogonskim slučajevima kroz njega teče struja.



Sl.86 - Trofazni model voda dužine dx .

Na slici su prikazane sve konstante koje se mogu pojaviti, uključujući međusobne utjecaje. Kod primjene teorije komponentata, impedancija povratnog vodiča služi za određivanje nulte impedancije voda s konstantama R_{10} , L_{10} , G_{10} , C_{10} , koja ulazi u nulti sistem ekvivalentne sheme mreže, no o tome u drugom poglavlju.

U simboličkom računu hladne konstante nam se javljaju u obliku ovisnom o frekvenciji kao:

- jedinični uzdužni induktivni otpor ili jedinična reaktancija:
 $X_1 = \omega L_1 \text{ } \Omega/\text{kml}$
- jedinična poprečna kapacitivna vodljivost ili jedinična susceptancija: $B_1 = \omega C_1 \text{ } \text{S/kml}$

Konstante možemo sastaviti u kompleksne simboličke vrijednosti:

- jedinični uzdužni prividni otpor ili jedinična impedancija:
 $\bar{Z}_1 = R_1 + j X_1 \text{ } \Omega/\text{kml}$
- jedinična poprečna prividna vodljivost ili jedinična admitancija:
 $\bar{Y}_1 = G_1 + j B_1 \text{ } \text{S/kml}$

Za konkretni vod važna je i njegova duljina l . U prijenosnim jednadžbama javljaju se još i izvedene karakteristične veličine.

To su:

- konstanta prodiranja ili valna konstanta:

$$\gamma = \sqrt{\bar{Z}_1 \bar{Y}_1} \text{ 1/km} \quad 3.1$$

- karakteristična impedancija:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\bar{Z}_1 / \bar{Y}_1} \text{ } \Omega \text{ } \quad 3.2$$

Konstanta prodiranja sastavljena je od realnog i imaginarnog dijela

$$\gamma = \alpha + j \beta = [(R_1 + j \omega L_1)(G_1 + j \omega C_1)]^{1/2} \quad 3.3$$

α = konstanta gušenja

β = fazna konstanta.

Karakterističnu impedanciju možemo još izraziti pomoću γ

$$\bar{Z}_c = \frac{R_1 + j \omega L_1}{G_1 + j \omega C_1}^{1/2} = \frac{\bar{Z}_1}{\gamma} = \frac{\gamma}{\bar{Y}_1} \text{ } \Omega \text{ } \quad 3.4$$

Ako jedinične konstante voda pomnožimo s dužinom voda l dobijemo:

- djelatni otpor voda ili rezistenciju: $R \text{ } \Omega$
- induktivni otpor voda ili reaktanciju: $X \text{ } \Omega$
- djelatni odvod voda ili konduktanciju: $G \text{ } S$
- kapacitivnu vodljivost voda ili susceptanciju: $B \text{ } S$

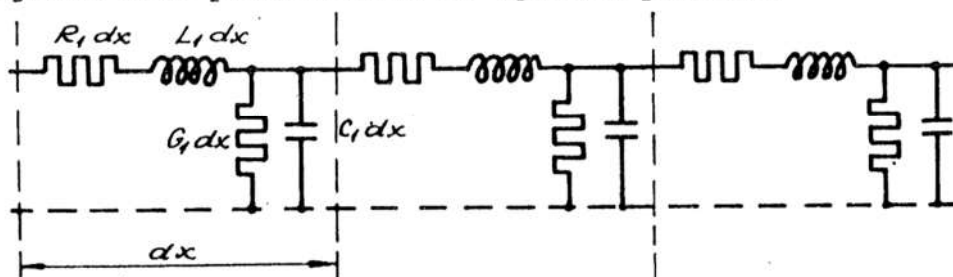
odnosno

- prividni otpor voda ili impedanciju: $\bar{Z} = R + j X \text{ } \Omega$
- prividnu vodljivost voda ili admittanciju: $\bar{Y} = G + j B \text{ } S$

U računu je zgodno uzeti veličinu bez dimenzije θ :

$$\theta = \gamma l = \sqrt{\bar{Z} \bar{Y}} \quad 3.5$$

Prikazivanje konstanta prema slikama 85. i 86. u biti nije ispravno, jer su prikazane kao koncentrirane, a one u stvari to nisu. Međutim, ako takav način prikazivanja primjenimo na sasvim kratke odsječke voda približavamo se vjernom prikazu.

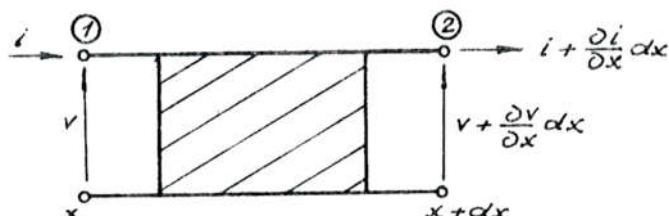


Sl.87 -

Vod kao lanac infinitezimalnih djelova

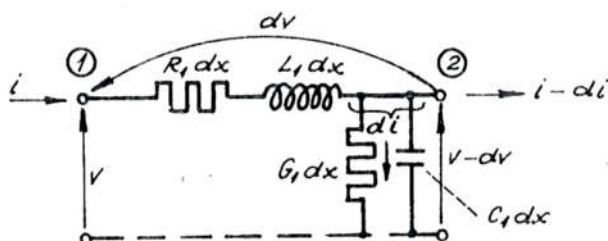
3.1.2. Telegrafske jednađžbe

Struja i napon na vodu mijenjaju se duž voda i tokom vremena. Razmotrit ćemo zbivanje na kratkom odsječku dužine dx i to na dva načina: analitički prema slici 88 i fizikalno prema slici 89.



S1.88 - Promjena struje i napona na vodu dužine dx

v = momentalne vrijednosti napona
 i = momentalne vrijednosti struje



S1.89 - Struje i naponi na vodu dužine dx

$$dv = i R_1 dx + L_1 \frac{\partial i}{\partial t} dx$$

$$di = v G_1 dx + C_1 \frac{\partial v}{\partial t} dx$$

Usporedjenjem analognih napona i struja dobija se

$$v + \frac{\partial v}{\partial x} dx = v - dv = v - i R_1 dx - L_1 \frac{\partial i}{\partial t} dx$$

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} dx = i - di = i - v G_1 dx - C_1 \frac{\partial v}{\partial t} dx$$

i konačno sredjivanjem

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = R_1 i + L_1 \frac{\partial i}{\partial t}$$

3-7

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G_1 v + C_1 \frac{\partial v}{\partial t}$$

Ove diferencijalne jednađžbe zovu se telegrafske jednađžbe, a njihovo rješenje prijenosne jednađžbe.

U simboličkom računu telegrafske jednađžbe se transformiraju u:

$$-\frac{d\bar{v}}{dx} = R_1 \bar{i} + j \omega L_1 \bar{i} = \bar{Z}_1 \bar{i}$$

3-8

$$-\frac{d\bar{i}}{dx} = G_1 \bar{v} + j \omega C_1 \bar{v} = \bar{Y}_1 \bar{v}$$

3.1.3. Opće rješenje prijenosnih jednađžbi

Polazimo od telegrafskih jednađžbi

$$\frac{d\bar{v}}{dx} = -\bar{Z}_1 \bar{i}$$

$$\frac{d\bar{i}}{dx} = -\bar{Y}_1 \bar{v}$$

i diferenciramo ih po x:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} &= - \bar{Z}_1 \frac{d\bar{I}}{dx} = \bar{Z}_1 \bar{Y}_1 \bar{V} = \gamma^2 \bar{V} \\ \frac{d^2 \bar{I}}{dx^2} &= - \bar{Y}_1 \frac{d\bar{V}}{dx} = \bar{Y}_1 \bar{Z}_1 \bar{I} = \gamma^2 \bar{I}\end{aligned}\quad 3-9$$

Opće rješenje ovih jednačbi glasi:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \bar{A}_1 e^{-\gamma x} + \bar{A}_2 e^{\gamma x} = \bar{A}_1 e^{-(\alpha+j\beta)x} + \bar{A}_2 e^{(\alpha+j\beta)x} \\ \bar{I} &= \bar{B}_1 e^{-\gamma x} + \bar{B}_2 e^{\gamma x} = \bar{B}_1 e^{-(\alpha+j\beta)x} + \bar{B}_2 e^{(\alpha+j\beta)x}\end{aligned}\quad 3-10$$

Opće rješenje pokazuje da struja u vođu, a analogno i napon, nastaje superpozicijom dvaju valova, koji se gibaju u suprotnim pravcima. U realnom vođu ti su valovi prigušeni. Za realni zračni vod brzina kretanja valova je približno jednaka brzini svjetlosti c , a kod kabela je ta brzina oko $c/2$.

3.1.4. Prvi oblik prijenosnih jednačbi

Da bi odredili konstante $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$, $\bar{B}_1$ i $\bar{B}_2$ iz općeg rješenja 3-10 prijenosnih jednačbi, moraju biti poznati početni uvjeti, npr. poznate prilike bilo na početku bilo na kraju voda.

Pojam "početak" i "kraj" voda smatramo potrebnim dodatno objasniti. Vod ima dva potpuno ravnopravna kraja, pa striktno uzeto nije opravdano govoriti o njegovom "početku" i "kraju". Kompleksna snaga, koja teče vodom kao elementom složene električne mreže, može poprimiti sve moguće vektorske položaje. Zbog matematske interpretacije nužno je, međjutim, dogovorno utvrditi neki referentni pozitivni smjer (npr. smjer rastuće vrijednosti x), čime se odmah opravdava postojanje početka (strana 1) i kraja (strana 2) voda, a time i prilika na početku ($\bar{V}_1$, $\bar{I}_1$) i na kraju ($\bar{V}_2$, $\bar{I}_2$). Pri tome je jasno, da $\bar{V}_2$ i $\bar{I}_2$ mogu biti zadani tako, da gledajući tok snage strana 2 predstavlja početak voda, mada ona po dogovorenoj matematskoj interpretaciji u svakom slučaju ostaje kraj voda.

Neka nam je poznat napon i struja za početak voda, tj. za $x = 0$ i označimo ih sa $\bar{V}_1$ i $\bar{I}_1$. Tada možemo dobiti jedno partikularno rješenje. Jednačbe 3-10

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \bar{A}_1 e^{-\gamma x} + \bar{A}_2 e^{\gamma x} \\ \bar{I} &= \bar{B}_1 e^{-\gamma x} + \bar{B}_2 e^{\gamma x}\end{aligned}$$

diferenciramo po x i usporedimo sa 3-8:

$$\frac{d\bar{V}}{dx} = -\gamma \bar{A}_1 e^{-\gamma x} + \gamma \bar{A}_2 e^{\gamma x} = -\bar{Z}_1 \bar{I} \quad 3-11$$

$$\frac{d\bar{I}}{dx} = -\gamma \bar{B}_1 e^{-\gamma x} + \gamma \bar{B}_2 e^{\gamma x} = -\bar{Y}_1 \bar{V}$$

Za $x = 0$: $\bar{V} = \bar{V}_1$, $\bar{I} = \bar{I}_1$, pa jednačbe 3-10 i 3-11, uvaživši 3-4 prelaze u

$$\begin{aligned} \bar{A}_1 + \bar{A}_2 &= \bar{V}_1 & \bar{A}_1 - \bar{A}_2 &= \bar{Z}_c \bar{I}_1 \\ \bar{B}_1 + \bar{B}_2 &= \bar{I}_1 & \bar{B}_1 - \bar{B}_2 &= \frac{1}{\bar{Z}_c} \bar{V}_1 \end{aligned} \quad 3-12$$

Time su dobivena dva para jednačbi, čija rješenja glase:

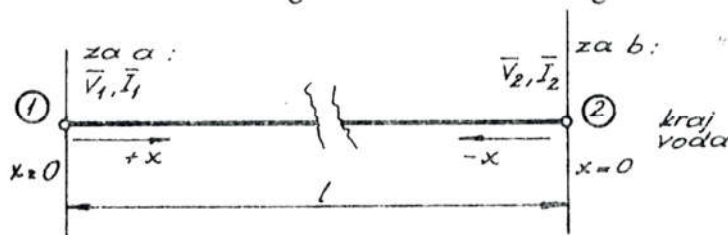
$$\begin{aligned} \bar{A}_1 &= \frac{1}{2} (\bar{V}_1 + \bar{Z}_c \bar{I}_1) & \bar{B}_1 &= \frac{1}{2} (\bar{I}_1 + \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c}) \\ \bar{A}_2 &= \frac{1}{2} (\bar{V}_1 - \bar{Z}_c \bar{I}_1) & \bar{B}_2 &= \frac{1}{2} (\bar{I}_1 - \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c}) \end{aligned} \quad 3-13$$

Uvrštavanje ovih rezultata u 3-10 daje Ia oblik prijenosnih jednačbi:

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \frac{1}{2} (\bar{V}_1 + \bar{Z}_c \bar{I}_1) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\bar{V}_1 - \bar{Z}_c \bar{I}_1) e^{\gamma x} \\ \bar{I} &= \frac{1}{2} (\bar{I}_1 + \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c}) e^{-\gamma x} + \frac{1}{2} (\bar{I}_1 - \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c}) e^{\gamma x} \end{aligned} \quad 3-14$$

Drugu varijantu prvog oblika partikularnog rješenja dobijemo kad poznamo prilike na kraju voda. Ako za kraj voda uzmemo da je $x = 0$, smjer od kraja voda prema početku sa $-x$, a struju i napon na kraju voda označimo sa $\bar{V}_2$ i $\bar{I}_2$ (slika 90) možemo odmah napisati Ib oblik prenosnih jednačbi

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \frac{1}{2} (\bar{V}_2 + \bar{Z}_c \bar{I}_2) e^{\gamma x} + \frac{1}{2} (\bar{V}_2 - \bar{Z}_c \bar{I}_2) e^{-\gamma x} \\ \bar{I} &= \frac{1}{2} (\bar{I}_2 + \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}_c}) e^{\gamma x} + \frac{1}{2} (\bar{I}_2 - \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}_c}) e^{-\gamma x} \end{aligned} \quad 3-15$$



Sl.90 - Prijelaz s oblika a na oblik b prijenosnih jednačbi

Udaljenost od kraja voda sada unosimo u jednadžbe kao pozitivan broj, jer je minus uz x već uzet u obzir.

U prvom obliku prijenosnih jednadžbi još je vidljivo da se struja i napon bilo gdje na vodu dobiju superpozicijom dvaju valova. Svaki sumand je izraz za jedan val.

3.1.5. Drugi oblik prijenosnih jednadžbi

Izlučivanjem $\bar{V}_1$ i $\bar{Z}_c \bar{I}_1$ u jednadžbi 3-15 za $\bar{V}$, odnosno $\bar{I}_1$ i $\frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c}$ u jednadžbi 3-16 za $\bar{I}$, te primjenom Eulerovih formula dobivamo praktičniji oblik prijenosnih jednadžbi

$$\bar{V} = \frac{1}{2} \bar{V}_1 (e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}) + \frac{1}{2} \bar{Z}_c \bar{I}_1 (e^{-\gamma x} - e^{\gamma x}) \quad 3-16$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \bar{I}_1 (e^{-\gamma x} + e^{\gamma x}) + \frac{1}{2} \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c} (e^{-\gamma x} - e^{\gamma x})$$

Kako je:

$$\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} = \text{ch } \gamma x, \quad \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} = \text{sh } \gamma x$$

dobijemo IIa oblik prijenosnih jednadžbi:

$$\bar{V} = \bar{V}_1 \text{ch } \gamma x - \bar{Z}_c \bar{I}_1 \text{sh } \gamma x \quad 3-17$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 \text{ch } \gamma x - \frac{\bar{V}_1}{\bar{Z}_c} \text{sh } \gamma x$$

i analogno IIb oblik prijenosnih jednadžbi:

$$\bar{V} = \bar{V}_2 \text{ch } \gamma x + \bar{Z}_c \bar{I}_2 \text{sh } \gamma x \quad 3-18$$

$$\bar{I} = \bar{I}_2 \text{ch } \gamma x + \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}_c} \text{sh } \gamma x$$

U ovom obliku prijenosnih jednadžbi izgubljen je uvid u valni karakter napona i struje duž voda. Moguće je računati efektivne vrijednosti napona i struje duž voda po veličini i fazi.

3.1.6. Treći oblik prijenosnih jednadžbi

Ako su poznate prilike na početku voda tražimo prilike na kraju voda i obrnuto, onda $x = l$; ujedno ćemo karakterističnu impedanciju izra-

ziti pomoću θ (vidi 3-3):

$$\bar{z}_c = \sqrt{\frac{\bar{z}_1}{\bar{y}_1}} = \frac{\bar{z}_1}{\gamma} = \frac{\gamma}{\bar{y}_1} = \frac{\bar{z}}{\theta} = \frac{\theta}{\bar{y}} \quad 3-19$$

Možemo odmah napisati IIIa oblik prijenosnih jednažbi

$$\bar{v}_2 = \bar{v}_1 \operatorname{ch} \theta - \bar{i}_1 \bar{z} \frac{\operatorname{sh} \theta}{\theta} \quad 3-20$$

$$\bar{i}_2 = \bar{i}_1 \operatorname{ch} \theta - \bar{v}_1 \bar{y} \frac{\operatorname{sh} \theta}{\theta}$$

i analogno IIIb oblik prijenosnih jednažbi

$$\bar{v}_1 = \bar{v}_2 \operatorname{ch} \theta + \bar{i}_2 \bar{z} \frac{\operatorname{sh} \theta}{\theta} \quad 3-21$$

$$\bar{i}_1 = \bar{i}_2 \operatorname{ch} \theta + \bar{v}_2 \bar{y} \frac{\operatorname{sh} \theta}{\theta}$$

Treći oblik prijenosnih jednažbi dopušta nam samo da ustanovimo struju i napon na jednom kraju voda, ako nam je poznata struja i napon na drugom kraju. U literaturi se mogu naći dijagrami i nomogrami za brzo ustanovljavanje potrebnih hiperbolnih funkcija kompleksne varijable.

3.2. Idealni vod

3.2.1. Prilike na idealnom vođu

Neke karakteristične pojave na vođu možemo jednostavnije, a još uvijek dovoljno točno proučiti na idealnom vođu. Ideani vod je onaj vod kod kojega

$$R_1 = 0 \quad G_1 = 0 \quad 3-22$$

a iz ovoga slijedi

$$\gamma = \sqrt{\bar{z}_1 \bar{y}_1} = \alpha + j\beta = \sqrt{j\omega L_1 j\omega C_1} = j\omega \sqrt{L_1 C_1} = j\beta_0 \quad 3-23$$

Zahvaljujući tome u jednažbama I tipa eksponent izraza $e^{\gamma x}$ prelazi u $e^{j\beta_0 x}$. Kako je dalje:

$$L_1 C_1 = \frac{1}{c^2} \quad (c = \text{brzina svjetlosti}), \quad 3-24$$

to je za frekvenciju 50 Hz:

$$\beta_0 = \omega \sqrt{L_1 C_1} = \frac{\omega}{c} = \frac{2 \pi f}{300000} = \frac{2\pi}{6000} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad 3-25$$

pa će $e^{j\beta_0 x}$ poprimiti istu vrijednost svakih 6000 km. Prema tome dužina vala λ uz $f = 50$ Hz na idealnom zračnom vođu iznosi 6000 km. Ujedno se iz navedenog zaključuje, da će brzina rasprostiranja vala (fazna brzina) duž idealnog zračnog vođa biti jednaka brzini svjetlosti, i to bez obzira na frekvenciju.

Nadalje je kod idealnog vođa:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Y}_1}} = \sqrt{\frac{j\omega L_1}{j\omega C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = Z_v \quad | \Omega | \quad 3-26$$

Z_v je realna veličina i naziva se valni otpor. To je čisti djelatni otpor, svojstvo samoga vođa, neovisan o frekvenciji, a prema tome ni o obliku vala. Valni otpor zračnih vodova je cca 400 Ω .

Ako u Eulerove formule uvrstimo $\gamma = j\beta_0$ dobijemo

$$\begin{aligned} \text{ch } \gamma x &= \cos \beta_0 x \\ \text{sh } \gamma x &= j \sin \beta_0 x \end{aligned} \quad 3-27$$

pa ako ovo uz $\bar{Z}_c = Z_v$ uvrstimo u IIb oblik prijenosnih jednažbi dobit ćemo:

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \bar{V}_2 \cos \beta_0 x + j \frac{Z_v}{\bar{V}_2} \bar{I}_2 \sin \beta_0 x \\ \bar{I} &= \bar{I}_2 \cos \beta_0 x + j \frac{\bar{V}_2}{Z_v} \sin \beta_0 x \end{aligned} \quad 3-28$$

Upravo ovaj oblik prijenosnih jednažbi bit će nam zgodan da razmotrimo karakteristična pogonska stanja na vođu.

3.2.2. Prazni hod

Prazni hod je stanje na vođu kada je kraj vođa neopterećen ili "otvoren". U ovom slučaju na kraju vođa ne može teći struja, tj. $\bar{I}_2 = 0$. Veličine duž vođa za ovo pogonsko stanje označimo sa $\bar{V}_0$ i $\bar{I}_0$. Prijenosne jednažbe 3-28 prelaze u:

$$\begin{aligned} \bar{V}_0 &= \bar{V}_2 \cos \beta_0 x \\ \bar{I}_0 &= j \frac{\bar{V}_2}{Z_v} \sin \beta_0 x \end{aligned} \quad 3-29$$

Uz zadani napon $\bar{V}_2$ i određene karakteristike promatranog voda, amplituda i predznak vektora napona duž voda određeni su funkcijom $\cos \beta_0 x$, a struje funkcijom $\sin \beta_0 x$. Napon tvori stojni val s čvorovima (mjestima gdje je amplituda jednaka nuli) u $x = \frac{\lambda}{4} + n \frac{\lambda}{2}$ ($n=0,1,2, \dots$), a struja s čvorovima u $x = n \frac{\lambda}{2}$ ($n = 0,1,2, \dots$). Prema tome će napon imati vrijednost nula za $x = 1500$ km, 4500 km itd., a struja za $x = 0$ km, 3000 km itd. Trbusi (mjestima maksimalnih amplituda) napona će biti na mjestima čvorova struje i obratno.

Kut između napona i struje uvijek i na svakom mjestu jednak je 90° , s time da za $x = 0$ do 1500 km struja prednjači pred naponom, za $x = 1500$ do 3000 km struja zaostaje za naponom i tako naizmjenično dalje u dužinskim intervalima po 1500 km. Položaji vektora napona $\bar{V}_0$ i struje $\bar{I}_0$ duž voda u praznom hođu za tri razna momenta ($t = 0s$, $T/8s$ i $T/4s$) prikazani su na sl.91. ($T = 1/f$ | s |).

Izvor koji napaja vod u praznom hođu, opterećen je impedancijom voda u praznom hođu

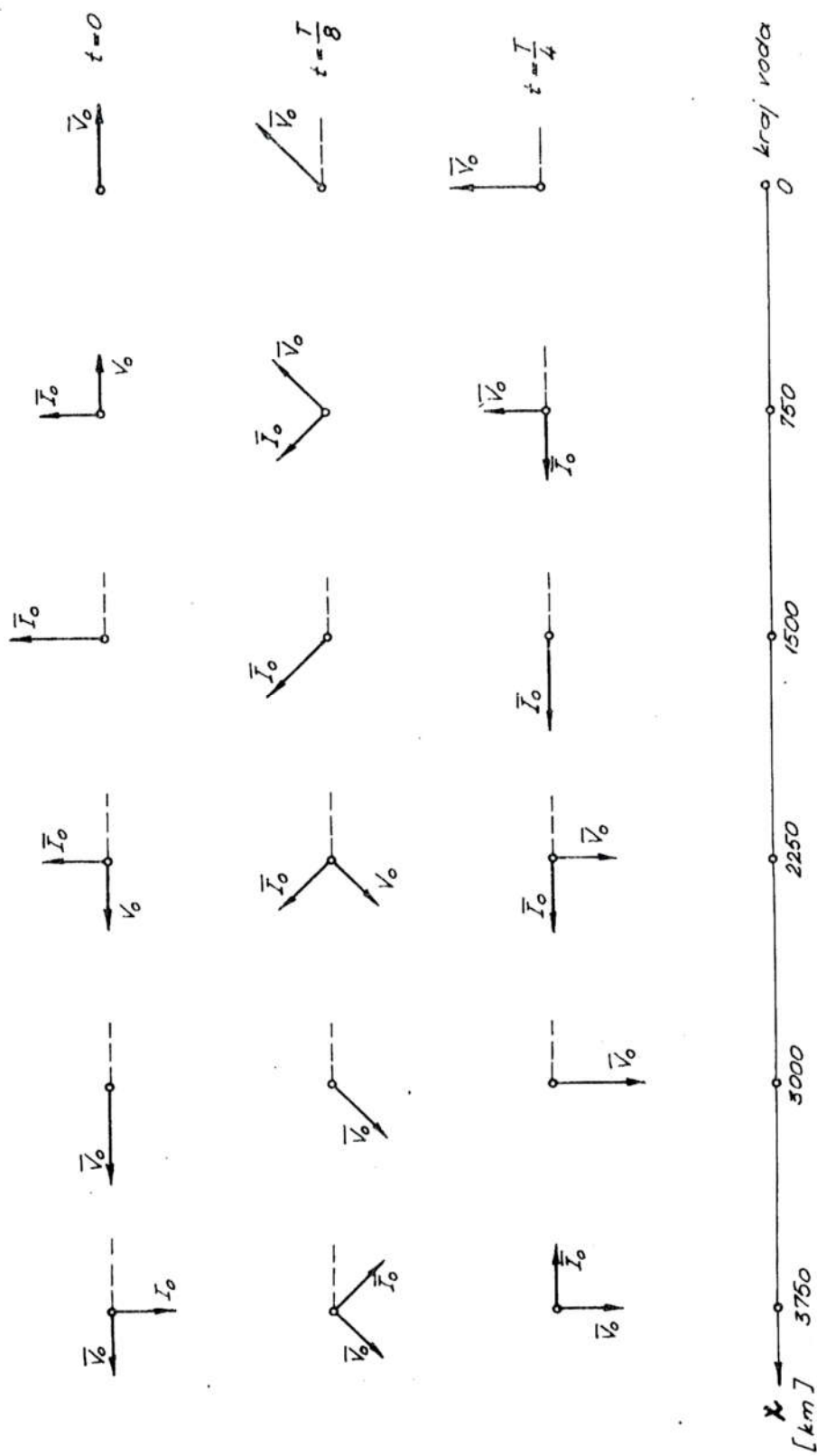
$$\bar{Z}_0 = \frac{\bar{V}_0}{\bar{I}_0} = -j Z_v \operatorname{ctg} \beta_0 x, \quad 3-30$$

koja je:

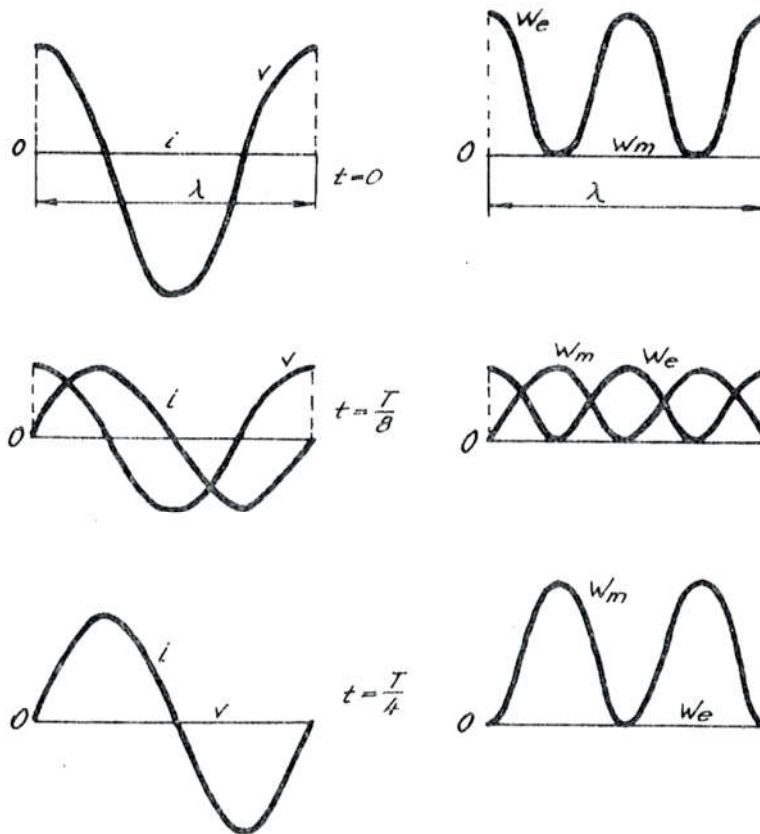
- od 0 km do 1500 km kapacitivnog karaktera i u tom intervalu od beskonačne vrijednosti pada na nulu;
- od 1500 km do 3000 km induktivnog karaktera i raste od nule do beskonačne vrijednosti,

te se dalje pri istoj zakonitosti ciklički mijenja svakih 3000 km odnosno $\lambda/2$. U literaturi se često susreće još i izraz normirana impedancija definirana za idealni vod u praznom hođu sa $\bar{Z}_0/Z_v$ (za realni vod vidi sl.100).

Energija električnog polja proporcionalna je s u^2 , a energija magnetskog polja s i^2 . Momentalne vrijednosti napona v i struje i duž voda i odgovarajuću magnetsku odnosno električnu energiju pokazuje slika 92. Duž voda dolazi do neprekidne razmjene između električne energije u magnetsku i obratno.

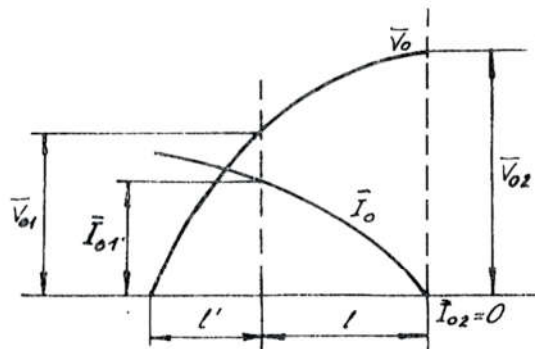


S1.91 - Vektori napona i struje duž idealnog voda u praznom hodu



Sl.92 - Momentalne vrijednosti napona i struje i razmjena energije duž voda u praznom hođu

S naponskim prilikama na vođu u praznom hođu usko je povezan Ferantijev efekt. Razmotrimo prilike na zadnjoj četvrtini valne dužine voda u praznom hođu.



Sl.93 - Efektivne vrijednosti struje i napona na vođu $l < 1500$ km u praznom hođu

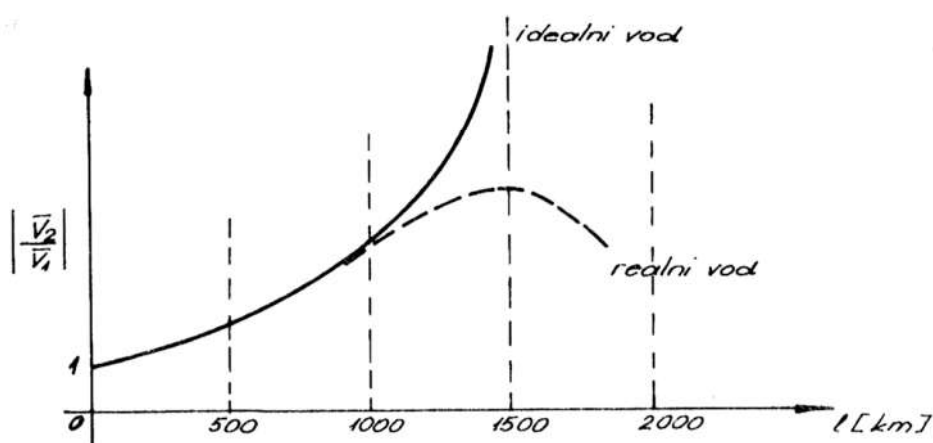
Ako je vođ dug $l \text{ km} < 1500 \text{ km}$ i napajan je naponom $\bar{V}_{o1}$, uzimati će iz izvora u skladu s ranijim razmatranjem kapacitivnu struju $\bar{I}_{o1}$. Ujedno vidimo, da je napon na kraju $\bar{V}_{o2}$ povećan, odnosno da je

$$\frac{|\bar{V}_2|}{|\bar{V}_1|} > 1$$

3-31

Ovo povećanje napona na kraju voda u praznom hođu naziva se Ferrantijevim efektom.

Na slici 94 prikazan je omjer 3-31 za idealni i za realni vođ.



Sl.94 -
Ferantijev
efekt ovi-
sno o du-
ljini voda

3.2.3. kratki spoj

Ako je vod na kraju kratko spojen, onda je $\bar{V}_2 = 0$. Označimo veliči-
ne duž voda za ovo pogonsko stanje s $\bar{V}_k$ i $\bar{I}_k$. Prenosne jednađžbe za
idealni vod prelaze u:

$$\bar{V}_k = j Z_v \bar{I}_2 \sin \beta_0 x \quad 3-32$$

$$\bar{I}_k = \bar{I}_2 \cos \beta_0 x$$

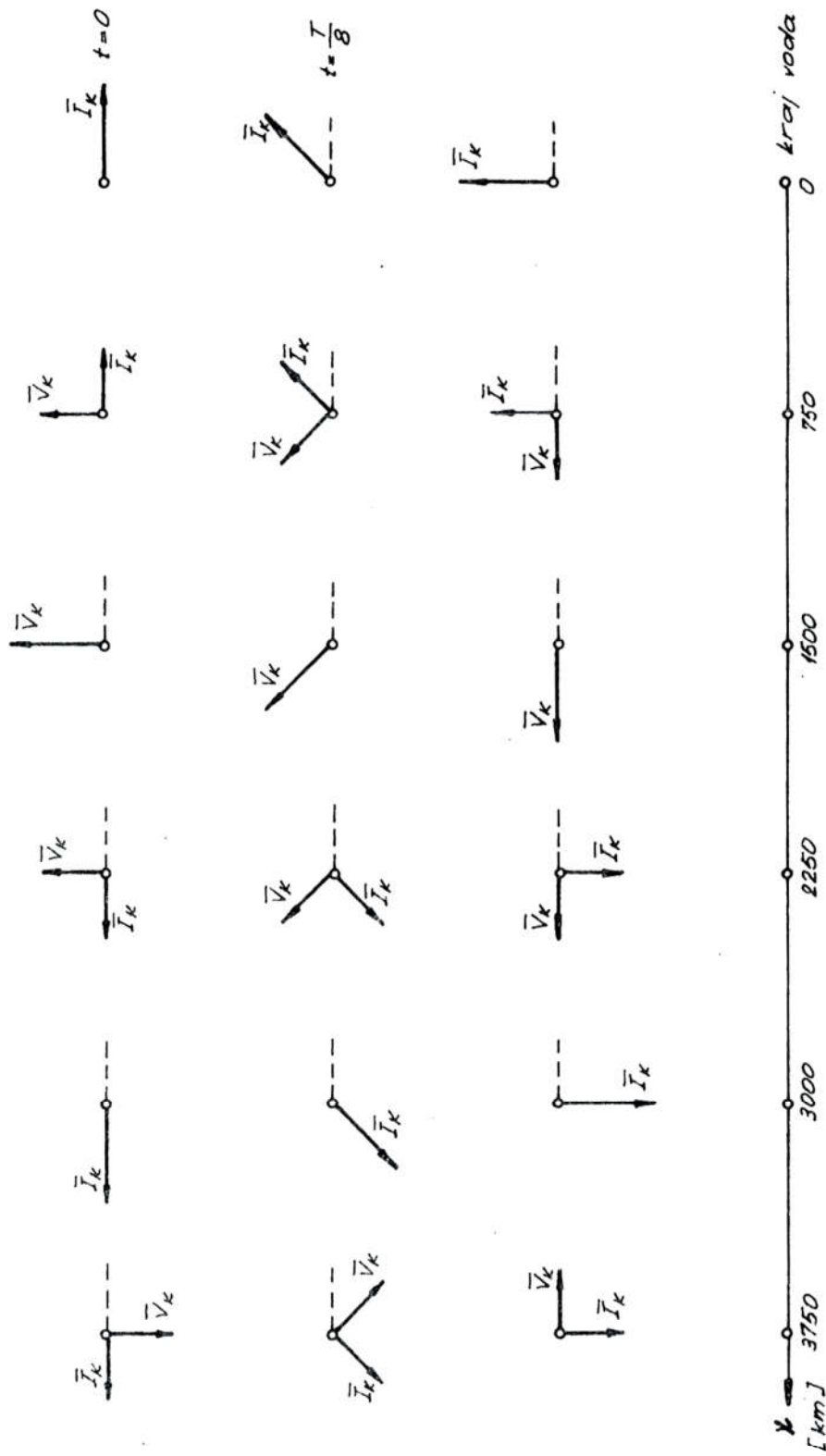
I u ovom slučaju kut između napona i struje iznosi uvijek 90° . Do
dužine 1500 km od kraja struja zaostaje za naponom, od 1500 do 3000
km prednjači, od 3000 do 4500 km zaostaje, a od 4500 do 6000 pred-
njači. U kratkom spoju idealni vod se ponaša kao induktivni ili ka-
pacitivni potrošač ovisno o njegovoj duljini u odnosu na duljinu va-
la. Struja i napon opet tvore stojne valove, ali su se prema praz-
nom hođu međusobno zamjenili položaji trbuha i čvorova. Na slici
95 pokazane su prilike duž voda u kratkom spoju.

Omjer napona i struje duž voda u kratkom spoju $\bar{z}_k$ iznosi

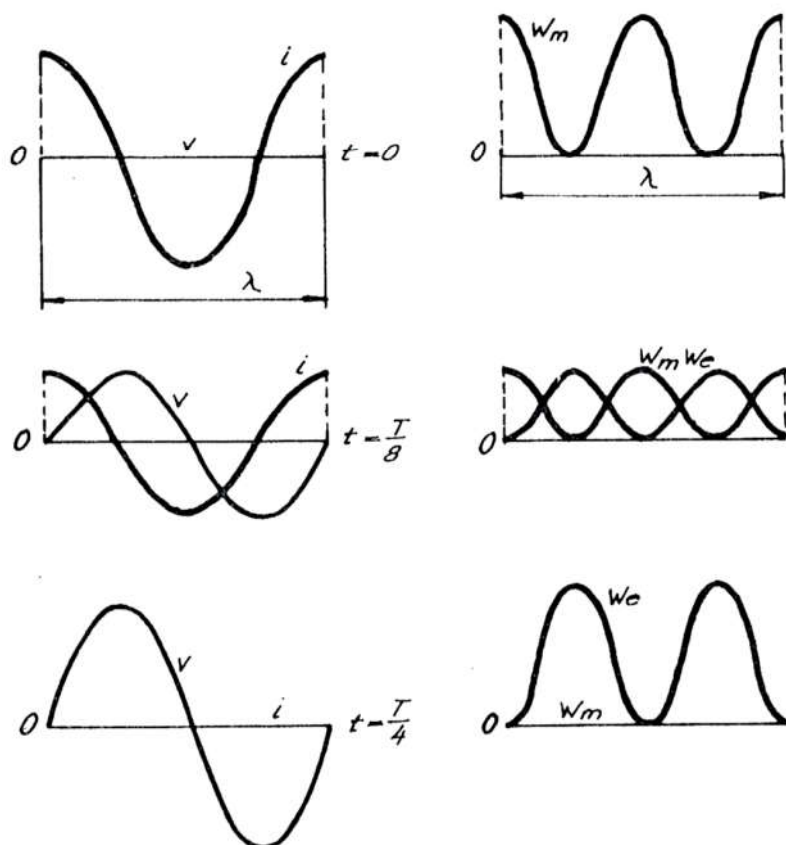
$$\bar{z}_k = \frac{\bar{V}_k}{\bar{I}_k} = j Z_v \operatorname{tg} \beta_0 x \quad 3-33$$

i njome je opterećen izvor koji takav vod napaja.

Momentalne vrijednosti napona i struje duž voda u kratkom spoju i
odgovarajuću magnetsku, odnosno električnu energiju pokazuje sl.96.



sl.95 - Vektori napona i struje duž idealnog voda u kratkom spoju



Sl.96 - Momen-
talne
vrije-
dnosti
napona i stru-
je i razmjena
energije duž
voda u kratkom
spoju

Prazni hod i kratki spoj su dva ekstremna pogonska stanja voda.

3.2.4. Refleksija na vodu

Matematski gledano stojni val može egzistirati samo kod superpozicije dvaju putujućih valova koji se kreću u suprotnim smjerovima. To vrijedi i za slučajeve praznog hoda i kratkog spoja. U razmatranje ćemo uzeti jednadžbe Ib, jer tu još nije izgubljen uvid u valni karakter napona i struje. Za idealni vod ove jednadžbe glase:

$$\bar{V} = \frac{1}{2} (\bar{V}_2 + Z_v \bar{I}_2) e^{j\beta_0 x} + \frac{1}{2} (\bar{V}_2 - Z_v \bar{I}_2) e^{-j\beta_0 x} \quad 3-34$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} (\bar{I}_2 + \frac{\bar{V}_2}{Z_v}) e^{j\beta_0 x} + \frac{1}{2} (\bar{I}_2 - \frac{\bar{V}_2}{Z_v}) e^{-j\beta_0 x}$$

U praznom hodu je $\bar{I}_2 = 0$, pa je:

$$\bar{V} = \frac{1}{2} \bar{V}_2 e^{j\beta_0 x} + \frac{1}{2} \bar{V}_2 e^{-j\beta_0 x} \quad 3-35$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \frac{\bar{V}_2}{Z_v} e^{j\beta_0 x} - \frac{1}{2} \frac{\bar{V}_2}{Z_v} e^{-j\beta_0 x}$$

Val koji se kreće od početka voda prema kraju (polazni val) označit ćemo sa $\rightarrow$, a od kraja prema početku (povratni val) sa $\leftarrow$. Jednadžbe 3-35 moraju biti zadovoljene i za kraj voda:

$$\begin{aligned}\bar{V}_2 &= \bar{V}_{\rightarrow} + \bar{V}_{\leftarrow} & \bar{V}_{\rightarrow} &= \bar{V}_{\leftarrow} \\ 0 &= \bar{I}_{\rightarrow} + \bar{I}_{\leftarrow} & \bar{I}_{\rightarrow} &= -\bar{I}_{\leftarrow}\end{aligned}\tag{3-36}$$

Povratni val nastaje refleksijom polaznog vala tako, da se kod praznog hoda na otvorenom kraju voda val napona reflektira u punoj vrijednosti s istim predznakom, a val struje reflektira u punoj vrijednosti s povratnim predznakom.

Za kratki spoj je $\bar{V}_2 = 0$, pa je

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \frac{1}{2} Z_v \bar{I}_2 e^{j\beta_0 x} - \frac{1}{2} Z_v \bar{I}_2 e^{-j\beta_0 x} \\ \bar{I} &= \frac{1}{2} \bar{I}_2 e^{j\beta_0 x} + \frac{1}{2} \bar{I}_2 e^{-j\beta_0 x}\end{aligned}\tag{3-37}$$

Jednadžbe 3-37 moraju zadovoljavati i kraj voda, pa je uz ranije usvojene oznake za polazni i povratni val

$$\begin{aligned}0 &= \bar{V}_{\rightarrow} + \bar{V}_{\leftarrow} & \bar{V}_{\rightarrow} &= -\bar{V}_{\leftarrow} \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_{\rightarrow} + \bar{I}_{\leftarrow} & \bar{I}_{\rightarrow} &= \bar{I}_{\leftarrow}\end{aligned}\tag{3-38}$$

Val napona se na kratko spojenom kraju voda reflektira u punoj vrijednosti s protivnim predznakom, dok se val struje reflektira u punoj vrijednosti s istim predznakom.

Općenito, kad god vod na nekom mjestu mijenja valni otpor, tj. kad naidje na mjesto nehomogenosti, val se reflektira i to djelomično, a u ekstremnim slučajevima, kao što je to slučaj praznog hoda i kratkog spoja, totalno.

Refleksije većinom nesinusoidalnih valova (koji nisu nosioci korisne pogonske snage) na mjestima nehomogenosti igraju značajnu ulogu u dimenzioniranju izolacije i pogonskoj sigurnosti mreže, a predmet su razmatranja tehnike visokog napona.

3.2.5. Prirodna snaga

Vod na kraju opteretimo potrošačem čiji je otpor jednak valnom otporu voda. Kako nema promjene valnog otpora, na mjestu priključka potrošača neće biti refleksije. Takav potrošač jednostavno "guta" po-

lazni val i fizikalno se postiže isto stanje kao da je vod beskonačno dug. U ovom pogonskom slučaju prenosi se snaga koju nazivamo prirodnom snagom voda.

Uvjete na kraju voda, tj.

$$\bar{V}_2 = \bar{I}_2 Z_v, \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_2}{Z_v} \quad 3-39$$

uvrstimo u jednadžbe 3-28 pa dobijemo:

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \bar{V}_2 \cos \beta_o x + j \bar{V}_2 \sin \beta_o x = \bar{V}_2 e^{j\beta_o x} \\ \bar{I} &= \bar{I}_2 \cos \beta_o x + j \bar{I}_2 \sin \beta_o x = \bar{I}_2 e^{j\beta_o x} \end{aligned} \quad 3-40$$

Omjer napona i struje na kraju voda je Z_v , a isto tako i bilo gdje na vodu. Kako je Z_v realno, to su struja i napon u fazi. Efektivne vrijednosti $\bar{V}$ i $\bar{I}$ duž voda nezavisne su od x jer je $|e^{j\beta_o x}| = 1$.

Kada je vod opterećen upravo prirodnom snagom imamo idealne pogonske prilike. Tada je:

- napon konstantan duž voda
- struja konstantna duž voda
- struja i napon duž voda u fazi. Nema prijenosa reaktivne snage. Nema njihovanja energije duž voda
- nema refleksije na kraju voda (Povratni val vraća jedan dio energije, koji sa sobom nosi polazni val).

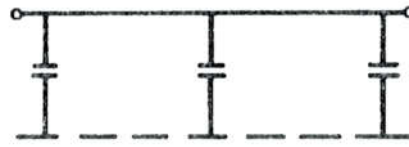
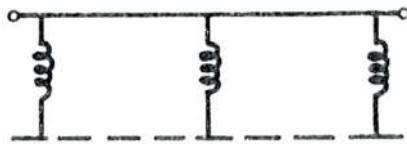
Prirodna snaga trofaznog idealnog voda iznosi:

$$P_{nat} = 3 \left(\frac{U}{\sqrt{3}} \right)^2 \frac{1}{Z_v} = \frac{U^2}{Z_v} \text{ MW}, \quad 3-41$$

ako je linijski napon U zadan u kV.

Uz odredjeni napon voda, na prirodnu snagu se može utjecati jedino promjenom valnog otpora. Npr. primjenom vodiča u snopu smanjujemo induktivitet, a povećavamo kapacitet (mora ostati zadovoljeno $L_1 C_1 = 1/c^2$), pa se time povećava prirodna snaga. U širim se granicama može utjecati na prirodnu snagu priključivanjem koncentriranih kapaciteta i induktiviteta prema sl.97.a i b. Teoretski je moguće postići potpunu kompenzaciju hladnih konstanti prema slici 97.c uz dovoljno gusti raspored pravilno dimenzioniranih koncentriranih uzdužnih (serijskih) kondenzatora i poprečnih (paralelnih) prigušnica.

Ovakav vod bi se u pogonu ponašao kao da se prenosi istosmjerna struja.

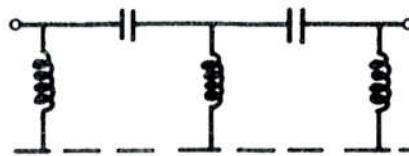


a) smanjenje P_{nat}

b) povećanje P_{nat}

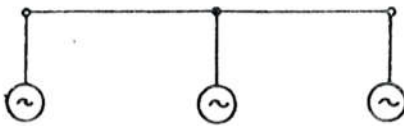
Sl.97 -

Mijenjanje prirodne snage voda

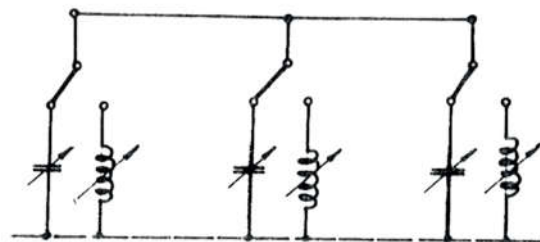


c) kompenziranje L i C voda

Poprečne grane voda se po volji mogu kontinuirano regulirati pomoću sinhronih kompenzatora priključenih na vod (sl.98.a). Ovisno o stanju uzbude sinhroni kompenzatori mogu raditi kako u induktivnom tako i kapacitivnom području (ekvivalentna shema na sl.98.b). U nestacioniranim stanjima treba imati na umu, da je sinhroni kompenzator aktivni element mreže.



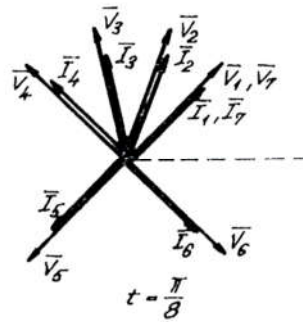
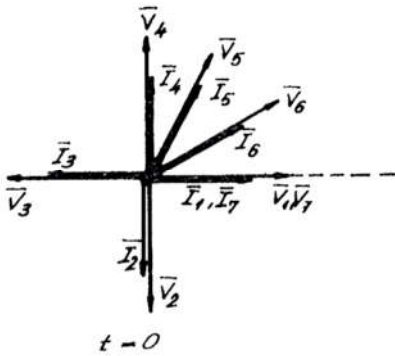
a



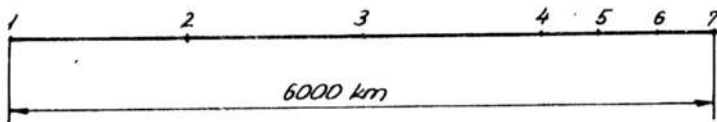
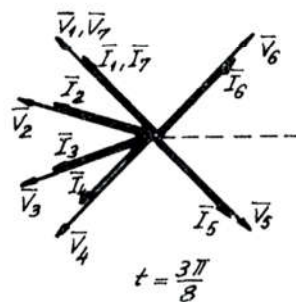
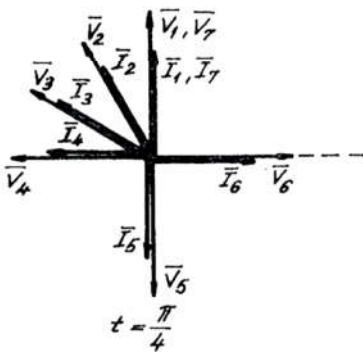
b

Sl.98 - Mogućnosti sinhronog kompenzatora

Na slici 99 pokazane su prilike duž voda kod prijenosa prirodnom snagom.



Sl.99 -
Vektori
napona
i stru-
je duž
idealnog
voda kod
prijeno-
sa pri-
rodnom
snagom



3.3. Realni vod

Zbivanja kod karakterističnih slučajeva promatrali smo zbog jasnoće na idealnom vođu.

Djelatni odvod G_1 realnog voda je u normalnom pogonskom stanju uvijek zanemarivo malen. Djelatni otpor R_1 je kod vodova presjeka 95mm^2 Al otprilike jednak induktivnom otporu X_1 , da bi kod 500mm^2 Al iznosio svega oko 20%, a kod 1000mm^2 svega oko 10% od X_1 . Prema tome se može zaključiti, da će spoznaje stečene na idealnom vođu u velikoj mjeri vrijediti i za realni vod.

U ovom poglavlju biti će razmotrena zbivanja na realnom vođu.

3.3.1. Utjecaj R i G na karakteristične veličine

Uvedimo još pomoćne konstante

$$\text{tg } \delta = \frac{G}{\omega C}$$

$$\text{tg } \epsilon = \frac{R}{\omega L}$$

Kut δ definira gubitke u izolaciji, a kut ϵ definira gubitke u vodi-
ču voda. Čim su kutevi gubitaka različiti od nule iznosi konstanti
 γ , α i β se povećavaju. Rastavljanjem valne konstante na realni i
imaginarni dio prema 3-3 i svodjenjem na faznu konstantu idealnog
voda β_0 dobije se

$$\frac{\beta}{\beta_0} = \left[\frac{1 + \cos(\beta + \epsilon)}{2 \cos \delta \cos \epsilon} \right]^{1/2} \quad 3-43$$

$$\frac{\alpha}{\beta_0} = \left[\frac{1 - \cos(\delta + \epsilon)}{2 \cos \delta \cos \epsilon} \right]^{1/2} \quad 3-44$$

$$\left| \frac{\gamma}{\beta_0} \right| = (\cos \beta \cos \epsilon)^{-1/2} \quad 3-45$$

Prigušnom konstantom se definira doseg vala na vođu

$$d = \frac{1}{\alpha} \text{ km} \quad 3-46$$

Amplituda polaznog vala opadne na duljini d na 0,366-ti dio.

Karakteristična impedancija se može također izraziti kroz valnu im-
pedanciju i kuteve gubitaka

$$\bar{Z}_c = \left(\frac{R + j \omega L}{G + j \omega C} \right)^{1/2} = |\bar{Z}_c| e^{j\phi} \quad 3-47$$

$$|\bar{Z}_c| = Z_v \left(\frac{\cos \delta}{\cos \epsilon} \right)^{1/2}$$

$$\phi = \frac{1}{2} (\delta - \epsilon)$$

Fazna brzina je brzina gibanja određenog mjesta na valu, npr. am-
plitude, duž voda. Ona iznosi:

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\lambda}{T} \quad 3-48$$

Pošto kod realnog voda β nije linearno ovisna o frekvenciji kao β_0
kod idealnog voda, fazna brzina vala na realnom vođu zavisiće o
frekvenciji, odnosno valovi različitih frekvencija će imati razli-
čite brzine. To dovodi do izobličenja svih nesinusoidalnih valova
na realnom vođu, osim u specijalnom slučaju "voda bez izobličenja".

Doseg vala i duljina vala su u odnosu

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{\beta}{2\pi\alpha} = \frac{1}{2\pi} \operatorname{ctg} \left(\frac{\delta + \epsilon}{2} \right) \quad 3-49$$

Doseg vala je veći od duljine vala, ako su gubici maleni, ali može
postati manji od duljine vala, čim gubici poprime veće iznose.

U tabeli na strani 146 dani su iznosi karakterističnih veličina za neke izgrađene energetske vodove.

3.3.2. Karakteristična pogonska stanja

Opet ćemo koristiti IIb oblik prijenosnih jednažbi ali za realni vod prema formulama 3-18.

Za prazni hod $\bar{I}_2 = 0$, pa jednažbe 3-18 glase

$$\bar{V} = \bar{V}_2 \operatorname{ch} \gamma x \quad 3-50$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_2}{\bar{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma x$$

Impedancija praznog hoda sada iznosi

$$\bar{Z}_0 = \bar{Z}_c \operatorname{cth} \gamma x \quad 3-51$$

Za kratki spoj $\bar{V}_2 = 0$. Jednažbe 3-18 prelaze u

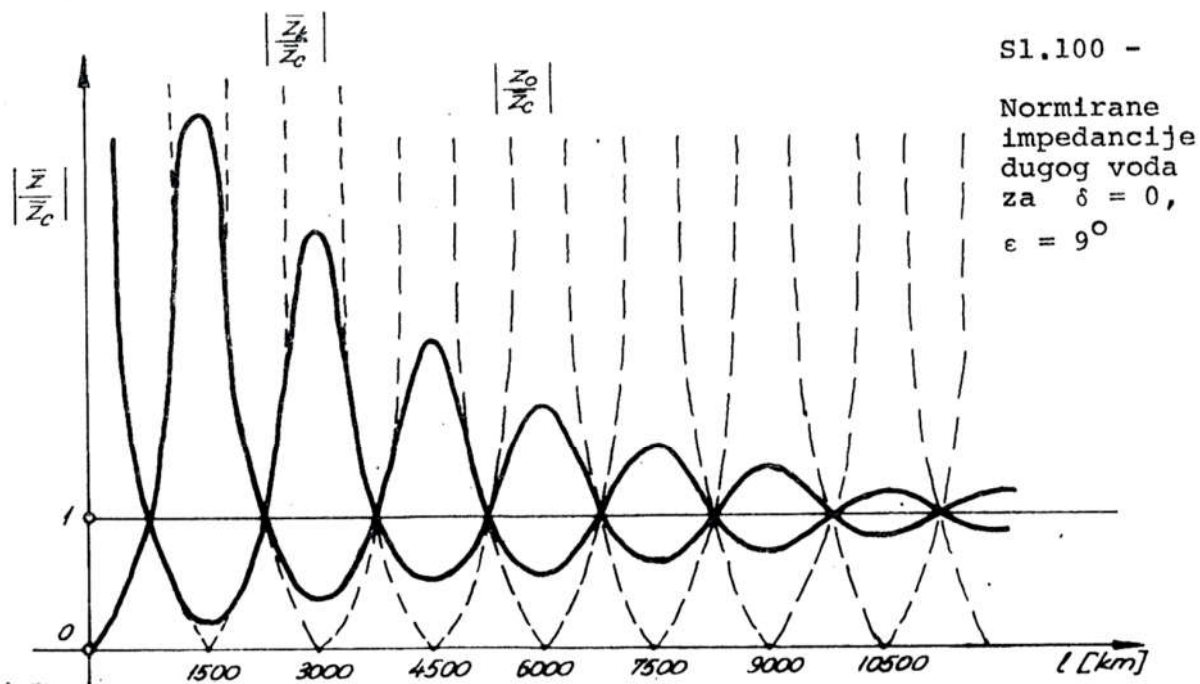
$$\bar{V} = \bar{Z}_c \bar{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x \quad 3-52$$

$$\bar{I} = \bar{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x$$

Impedancija kratkog spoja sada iznosi

$$\bar{Z}_k = \bar{Z}_c \operatorname{th} \gamma x \quad 3-53$$

Na slici 100 pokazana je normirana impedancija $|\bar{Z}_0/\bar{Z}_c|$ praznog hoda i $|\bar{Z}_k/\bar{Z}_c|$ kratkog spoja dugog voda u ovisnosti o duljini voda.



	R_L m Ω /km	L_L mH/km	G_L μ S/km	C_L nF/km	β_O 1/km	$\frac{\alpha}{\beta_O}$	$\frac{\beta}{\beta_O}$	$\frac{ A }{\beta_O}$	d km	Z_V Ω
700 kV dalekovod	11,7	0,91	0,1	12,2	0,001046	0,033522	1,000027	1,000589	28513	273,112
380 kV dalekovod	19	0,84	0,1	13,2	0,001046	0,048069	1,000286	1,002312	19897	252,262
220 kV dalekovod	82	1,34	0,1	8,6	0,001066	0,115604	1,003069	1,009709	8116	394,733
110 kV kabel	119	0,42	0,2	225	0,003052	0,172202	1,174728	1,160573	1902	43,204
35 kV kabel	149	0,37	1,0	320	0,003416	0,565298	1,143152	1,275288	518	34,003
10 kV dalekovod	435	1,12	0,1	10,5	0,001077	0,5608501	1,276901	1,276901	1656	326,599

Karakteristične veličine nekih tipičnih kabla i dalekovoda.

Kod prijenosa prirodnom snagom (vod opterećen impedancijom $\bar{Z}_C$) jednadžbe 3-18 prelaze u

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \bar{V}_2 (\text{ch } \gamma x + \text{sh } \gamma x) = \bar{V}_2 e^{\gamma x} \\ \bar{I} &= \bar{I}_2 (\text{ch } \gamma x + \text{sh } \gamma x) = \bar{I}_2 e^{\gamma x}\end{aligned}\quad 3-54$$

Napon i struja duž voda su u fazi. Nema refleksije. Impedancija je konstantna duž voda. Postoji samo polazni val struje i polazni val napona, ali prigušeni radi konstante α .

Na slici 100 pravac $|\bar{Z}/\bar{Z}_C| = 1$ predstavlja normiranu ulaznu impedanciju voda opterećenog prirodnom snagom.

Zbog gubitaka, a njih vod uvijek ima, sve se manje mijenja ulazna impedancija kako vod postaje dulji i nestaje razlike između praznog hoda i kratkog spoja. Ako je vod duži od 3 d, ulazna impedancija je praktički jednaka karakterističnoj impedanciji bez obzira na pogonsko stanje. Za energetske vodove koji su mnogo kraći od 1500 km ova razmatranja su od čisto teoretskog značaja.

Od teoretskog značaja je u većini slučajeva i prijenos prirodne snage. Tokovi snaga u mreži podložni su velikim dnevnim i sezonskim promjenama, pa je trajni prijenos neke konstantne djelatne snage iluzoran. Također se obično ne može izbjeći prijenos izvjesne reaktivne snage. Stanovito prilagodjenje parametara voda snazi koja se prenosi, a s težnjom da se postigne prijenos prirodne snage, vrši se samo u sasvim iznimnim slučajevima prijenosa na velike udaljenosti (veleprijenosa). Koncentrirani kapaciteti i induktiviteti (uzdužni i poprečni), te sinhroni kompenzatori, koji su u poglavlju 3.2. 5. navedeni kao sredstva za promjenu parametara vodova, primjenjuju se češće radi postizavanja drugih efekata, kao što su poboljšanje statičke i dinamičke stabilnosti, smanjenje gubitaka, poboljšanje naponskih prilika, kompenzacija reaktivne snage itd.

4. MATRICE JEDINIČNIH KONSTANTI VODA

U prethodnom poglavlju služili smo se konstantama voda R_1 , L_1 , G_1 i C_1 , a da o njima nismo ništa pobliže rekli osim da su kontinuirano rasporedjene duž voda. Osim toga promatrali smo direktni sistem simetričnog trofaznog voda, pa nam je odgovarala analiza lanca četve-ropola sa slike 87.

Vod predstavljaju u prvom redu izolirani fazni vodiči, koji mogu biti izvedeni i u snopu.

Kod većine visokonaponskih vodova postavljena su paralelno s faznim vodičima i uzemljena zaštitna užad (obično 1-2). Kod nekih nenormalnih pogonskih stanja struje teku i kroz zemlju kao i kroz zaštitnu užad, ako ona postoje. Ako je vod višestruk ili je više trasa vrlo blizu, onda broj vodiča koje moramo promatrati kao cjelinu (kao jedan vod) uključujući i zemlju, može iznositi i nekoliko desetina. Tada ovisno o zadatku stvarni vod odnosno vodove nadomjestimo ekvivalentnim vodom s manje vodiča.

Medjusobni utjecaj vodiča pojavljuje se kroz vandijagonalne članove matrice. Izvedbe voda, uloga vodiča, pogonsko stanje i vrsta zadatka određuju stupanj moguće redukcije i dijagonaliziranja matrice. Matricu vodiča ili matricu ekvivalentnih vodiča računamo za jedinicu dužine voda. Prijelaz na ukupnu dužinu voda bit će pokazan u sljedećem poglavlju.

Proračun konstanti voda temelji se na osnovnim eksperimentalnim zakonima teorije polja. (Amper, Faraday, Gauss), i to u integralnom obliku. Dovodjenjem vodiča na određeni potencijal stvara se u njihovom okolišu električno polje, a prolaskom struje kroz vodiče nastaje magnetsko polje. U vodiču postoji uzdužna komponenta električnog polja potrebna struji za svlađavanje otpora.

Vodiči voda su paralelni i svugdje po dužini nepromjenjenog presjeka. Vod je izdužen u jednom smjeru, a vodiči su na relativno malom medjusobnom razmaku. Ako se zanemari uzdužna komponenta električnog polja, električne silnice završavaju ortogonalno na površinama vodiča. Magnetsko polje nema longitudinalne komponente, pa se električne i magnetske silnice svih vodiča nalaze u zajedničkoj ravnini. U ravnini presjeka suma svih struja voda jednaka je nuli i suma svih napona među vodičima jednaka je nuli.

Na dovoljno kratkom dijelu voda može se zanemariti pad napona usli-

jed prolaza struje, odnosno može se računati da je taj dio voda po cijeloj dužini na istom potencijalu. Isto tako za dovoljno kratki dio voda može se zanemariti odvajanje struje vodiča. To nam daje mogućnost da uzdužne konstante voda računamo kao da nema poprečnih i obratno. Uzdužne i poprečne konstante ulaze zajedno u račun kroz latic četveropola.

Konstante nas obavještavaju o odnosima u strujnom krugu. To vrijedi i za vod. Jednostavne odnose imamo u petlji gdje je potrošač napajan vodom od dva vodiča. Međutim broj i uloga vodiča energetskog voda uključujući zemlju traži složeni tretman, jer je svaki vodič dio voda i njegove konstante ovise o vodu kao cjelini. Iz podataka o vodu (materijal, konstrukcija, svojstva okoline) treba izračunati matrice jediničnih konstanti vodiča.

Matrice jediničnih konstanti vodiča ne mogu se jednostavno uključiti u proračun mreže. Reduciramo ih na matrice ekvivalentnih faznih vodiča, a transformacijom u simetrične komponente nastojimo dobiti nezavisne odnose.

Pretpostavka o linearnim odnosima, što je u ovim analizama dovoljno točna, daje mogućnost primjene superpozicije. Kako obrađujemo područje izmjeničnih sinusoidalnih struja konstantne frekvencije koristimo simbolički račun što sve skupa olakšava proračun.

Tako npr. sinusoidalni linijski napon, kojemu je momentalna vrijednost

$$u = \text{Re} (\sqrt{2} U e^{j(\omega t + \phi)})$$

simbolički označavamo sa $\bar{U} = U \angle \phi$ i matematski tretiramo kao kompleksni broj. Jednako označavamo vremenski nepromjenjive otporne veličine, npr. impedanciju sa

$$\bar{Z} = Z \angle \varphi = R + jX$$

Ako neka veličina ima još i prostorni smjer, on je u ovom poglavlju eventualno vidljiv samo na slikama.

4.1. Djelatni otpor voda

Djelatni otpor voda je definiran padom napona ili gubitkom snage po jedinici dužine voda, ako vodičem teče istosmjerna struja od 1 ampera

$$R_1 = \frac{\Delta U}{I} = \frac{\Delta P}{I^2} = \frac{\rho}{q} \quad | \Omega / \text{m} |$$

ρ = specifični otpor vodiča u Ω m

q = presjek vodiča u m^2 .

Otpor se povećava kada vodom prolazi izmjenična struja. Gubici u vodiču nastaju prolazom njegove struje i induciranih struja uslijed struja susjednih vodiča. Gubici nastaju i u vodljivim konstruktivnim elementima (plaštevima kabela, armature), pa se koeficijent otpora k_R s kojim moramo množiti otpor za istosmjernu struju sastoji iz koeficijenta skin efekta k_s , blizinskog efekta k_b i konstruktivnih elementa k_k .

$$k_R = k_s + k_b + k_k \quad 4-2$$

Iznos ovih koeficijenata ovisi o materijalu, frekvenciji, obliku vodiča i obliku voda. Kod frekvencije 50 Hz i uobičajenih razmaka vodiča zračnih vodova, utjecaj je zanemariv ($k_R = 1$). Utjecaj skin efekta nije zanemariv kad su vodiči od čelika. Ovdje dolazi do izražaja i promjenljivost permeabilnosti u ovisnosti o jakosti struje kroz vodič. U kabelu dolaze do izražaja svi efekti i ne smiju se zanemariti (vidi 1.3.3.).

Otpor voda povećava se s temperaturom. To je povećanje linearno u granicama koje dolaze u praksi kod prijenosa električne energije. U priručnicima je označeno kod koje temperature imamo navedeni djelatni otpor. Orijentaciono se za aluminij i bakar može uzeti da se omški otpor povećava za 10%, ako temperatura vodiča poraste za 25°C:

$$\begin{array}{ll} \theta_0 \dots\dots\dots R_0 & \\ \theta_0 + 25^\circ\text{C} \dots\dots\dots 1,1 R_0 & \end{array} \quad 4-3$$

Na djelatni otpor utječe izvedba vodiča. U računu treba uzeti stvarni, a ne nazivni presjek. Nazivni presjek je zaokružena vrijednost stvarnog presjeka. Kod vodiča kombiniranih s čelikom obično čelik ne uzimamo u račun za vodjenje struje. Tako je npr. kod alučelika nazivnog presjeka 240/40 mm^2 stvarni presjek aluminijske 236 mm^2 .

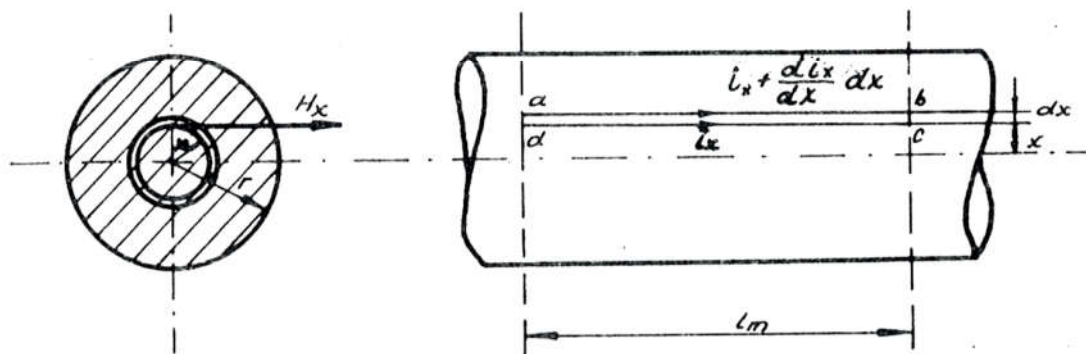
Na veličinu otpora ima utjecaj dužina žice prema dužini užeta radi loše vodljivog sloja koji se uslijed oksidacije stvori na površini žice i koji pojedine žice međusobno izolira.

Kod užeta od alučela nastaje povećanje otpora uslijed toka struje oko čelične jezgre. U jezgri dolazi do gubitaka, naročito kod užeta s jednim slojem aluminijske žice.

Podatke o otporu pojedinih vodiča najbolje je uzeti iz priručnika.

4.1.1. Proračun skin efekta

Proračun pojednostavnimo, ako pretpostavimo da je vodič u obliku okrugle homogene žice, da je struja svugdje paralelna s osi vodiča i da je razdioba struje centralno simetrična. Prema tome gustoća struje jednaka je na istoj udaljenosti od središta, pa uzimamo da su presjeci strujnica koncentrične kružnice. Strujnica u sredini vodiča ulančena je sa svim linijama magnetskog toka i ima najveći magnetski otpor. Promatrajmo dio voda dužine 1 m prema slici 101.



$\bar{i}_x$ = gustoća struje na udaljenosti x

Sl.101 - Magnetsko polje i strujnice vodiča

Struja unutar radiusa x:

$$\bar{I}_x = \int_0^x \bar{i}_x 2\pi x dx \quad 4-4$$

$$\bar{H}_x = \frac{\bar{I}_x}{2\pi x} = \frac{1}{x} \int_0^x \bar{i}_x x dx \quad / \quad x \quad 4-5$$

$$\bar{H}_x \cdot x = \int_0^x \bar{i}_x x dx \quad \text{diferenciramo po } x$$

$$\frac{d\bar{H}}{dx} x + \bar{H}_x = \bar{i}_x x \quad / \quad : x$$

$$\frac{d\bar{H}}{dx} + \frac{1}{x} \bar{H}_x = \bar{i}_x \quad 4-6$$

Ovaj izraz nam daje međusobni odnos jakosti magnetskog polja i gustoće struje na istoj udaljenosti od središta.

Gustoća je magnetskog toka na udaljenosti x

$$\bar{B}_x = \mu \bar{H}_x \quad 4-7$$

pa je tok kroz površinu $l \cdot dx$

$$\phi_x = \mu \bar{H}_x dx \quad 4-8$$

U petlji a-b-c-d-a inducira se napon

$$u_x = \mu j\omega \bar{H}_x dx$$

koji je jednak razlici pada napona u "a-b" i "c-d":

$$u_x = \rho \bar{i}_{ab} = \rho \bar{i}_{cd} = \rho \frac{d\bar{i}_x}{dx} dx \quad 4-10$$

Izjednačimo 4-9 sa 4-10:

$$\mu j\omega \bar{H}_x dx = \rho \frac{d\bar{i}_x}{dx} dx \quad 4-11$$

$$\bar{H}_x = \frac{\rho}{\mu j\omega} \frac{d\bar{i}_x}{dx}$$

diferenciramo po x

$$\frac{d\bar{H}_x}{dx} = \frac{\rho}{\mu j\omega} \frac{d^2\bar{i}_x}{dx^2} \quad 4-12$$

Sada 4-11 i 4-12 uvrstimo u 4-6

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\mu j\omega} \frac{d^2\bar{i}_x}{dx^2} + \frac{\rho}{\mu j\omega} \frac{1}{x} \frac{d\bar{i}_x}{dx} &= \bar{i}_x \\ \frac{d^2\bar{i}_x}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\bar{i}_x}{dx} - j\omega \frac{\mu}{\rho} \bar{i}_x &= 0 \end{aligned} \quad 4-13$$

Diferencijalna jednačba 4-13 daje odnos između gustoće struje i udaljenosti od središta. Rješenje ove jednačbe (Besselova diferencijalna jednačba nultog reda) pokazuje da je gustoća struje najmanja u središtu, a najveća na površini vodiča. Odnos gustoće na površini i osi vodiča bit će to veći što je veći radius vodiča, što je viša frekvencija i što su veći permeabilnost i vodljivost materijala vodiča. Među strujama na raznim udaljenostima postoji i fazni pomak.

Iz istog razloga zbog kojeg dolazi do skin efekta dolazi i do efekta blizine. Struja u jednom vodiču djeluje na razdiobu struje u drugom vodiču, pa razdioba struje nije centralno simetrična. Efekt blizine dolazi više do izražaja što su vodiči bliži, npr. kod vodiča istog snopa.

4.2. Induktivitet voda

Induktivitet je svojstvo petlje da se opire promjeni struje, jer svaka promjena struje izaziva promjenu obuhvatnog toka koja inducira u petlji napon protivnog smjera.

Jedinica za mjerenje induktiviteta je 1 henri (H). Induktivitet 1 H ima onaj strujni krug u kojem se inducira napon 1 V, ako se struja jednolično mijenja za 1 amper u 1 sekundu.

$$1 \text{ H} = 1 \frac{\text{V}}{\text{A/s}} = 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \quad 4-14$$

Kod vodova za prijenos električne energije redovito pretpostavljamo da je permeabilitet konstantan, tj. da su magnetska indukcija i jakost magnetskog polja međusobno proporcionalni. Tada ukupni magnetski tok možemo računati kao sumu magnetskih tokova proizvedenih raznim dijelovima strujnog kruga.

μ je permeabilitet sredine ili materijala u H/m. Permeabilitet za vakuum iznosi

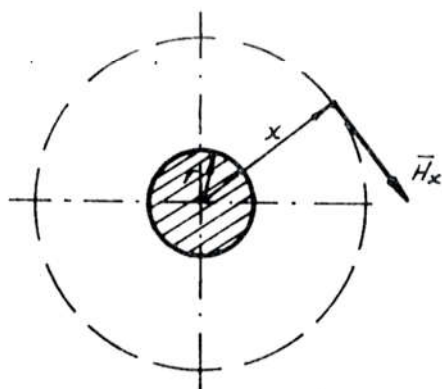
$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m} \quad \text{ili} \quad 4 \cdot \pi \cdot 10^{-4} \text{ H/km} \quad 4-15$$

što vrijedi i za zrak i ostale nemagnetske materijale.

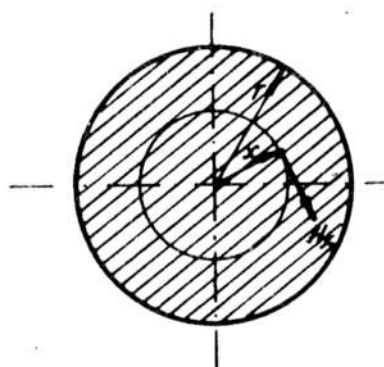
4.2.1. Ulančeni tok punog cilindričnog vodiča

Proračun pojednostavimo, ako pretpostavimo da je vodič od okrugle homogene žice, oko vodiča vakuum, struja u vodiču jednako raspodijeljena i da nema odvajanja struje.

Obuhvatni tok izvan vodiča računamo prema slici 102.a.



a) izvan vodiča



b) unutar vodiča

S1.102 - Magnetsko polje izvan i unutar vodiča

Magnetsko polje na udaljenosti x

$$\bar{H}_x = \frac{\bar{I}}{2\pi x} \quad 4-16$$

$$\bar{B}_x = \mu \bar{H}_x = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\bar{I}}{2\pi x} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\bar{I}}{x} \quad 4-17$$

$$d\bar{\phi} = \bar{B}_x \cdot 1 \cdot dx = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \frac{dx}{x} \quad 4-18$$

Tok $d\bar{\phi}$ obuhvaća cijelu struju $\bar{I}$ pa je jednak obuhvatnom toku

$$d\bar{\Psi} = d\bar{\phi} \quad 4-19$$

Ukupni obuhvatni tok izvan vodiča do udaljenosti x iznosi:

$$\bar{\Psi}_V = \int_r^x d\bar{\Psi} = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \int_r^x \frac{dx}{x} = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \ln \frac{x}{r} \left| \frac{Vs}{m} \right| \quad 4-20$$

Računamo obuhvatni tok unutar vodiča prema slici 102.b.

Uz jednoličnu gustoću struje po presjeku odnose se struje ($\bar{I}_x =$ struja kroz presjek radijusa x)

$$\frac{\bar{I}_x}{\bar{I}} = \frac{x^2 \pi}{r^2 \pi} = \frac{x^2}{r^2} \quad 4-21$$

što daje

$$\bar{I}_x = \bar{I} \frac{x^2}{r^2} \quad 4-22$$

$$\bar{H}_x = \frac{\bar{I}_x}{2\pi x} = \bar{I} \frac{x^2}{r^2 2\pi x} = \frac{\bar{I}}{2\pi r^2} x \quad 4-23$$

Pošto je $\mu = \mu_0 \mu_r$

$$\bar{B}_x = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \mu_r \frac{\bar{I}}{2\pi r^2} x = 2 \cdot 10^{-7} \mu_r \frac{\bar{I}}{r^2} x \quad 4-24$$

$$d\bar{\phi} = \bar{B}_x \cdot 1 \cdot dx = 2 \cdot 10^{-7} \mu_r \frac{\bar{I}}{r^2} x dx \quad 4-25$$

Tok $d\bar{\phi}$ obuhvaća samo dio struje $\bar{I}$ i to struju $\bar{I}_x$. Zato je obuhvatni tok $d\bar{\Psi}$ struje $\bar{I}$:

$$d\bar{\Psi} = d\bar{\phi} \frac{x^2}{r^2} \quad 4-26$$

Ukupni obuhvatni tok unutar vodiča iznosi:

$$\bar{\psi}_u = \int_0^r d\bar{\psi} = 2 \cdot 10^{-7} \mu_r \frac{\bar{I}}{r^4} \int_0^r x^3 dx = 2 \cdot 10^{-7} \mu_r \frac{\bar{I}}{4} \left| \frac{Vs}{m} \right| \quad 4-27$$

Ukupni obuhvatni tok vodiča jednak je zbroju obuhvatnih tokova unutar i izvan vodiča:

$$\bar{\psi} = \bar{\psi}_v + \bar{\psi}_u = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{\mu_r}{4} \right) \left| \frac{Vs}{m} \right| \quad 4-28$$

za $\mu_r = 1$ (nemagnetski materijali)

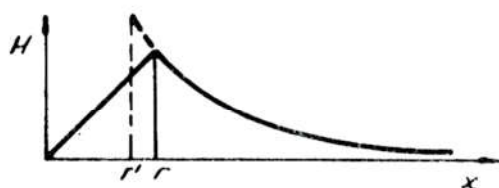
$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \left(\ln \frac{x}{r} + \frac{1}{4} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \left(\ln \frac{x}{r} + \ln e^{1/4} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \left[(\ln x - (\ln r - \ln e^{1/4})) \right] = \\ &= 1 \cdot 10^{-7} \bar{I} \left(\ln x - \ln \frac{r}{e^{0,25}} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \ln \frac{x}{r'} \left| \frac{Vs}{m} \right| \quad 4-29 \end{aligned}$$

$$r' = r e^{-0,25} = 0,7788 r \quad 4-30$$

Veličinu r' nazivamo "reducirani radijus".

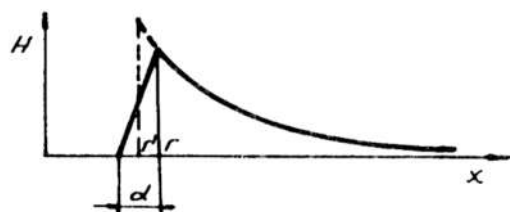
Izraz 4-29 za ukupni obuhvatni tok ima isti oblik kao izraz 4-20 za obuhvatni tok izvan vodiča. Uz istu struju $\bar{I}$ formirati će se u slučaju punog homogenog vodiča radijusa r isti obuhvatni tok, kao i u slučaju šupljeg vodiča beskonačno tanke stijenke, ali radijusa $r' < r$. Lako je uočiti, da će se za svaki tip vodiča bez obzira na konstrukciju moći odrediti pripadni $r' \leq r$ koji uvršten u izraz 4-29 daje ukupni obuhvatni tok. Na sl.103 prikazan je tok jakosti magnetskog polja H (ishodište je položaj osi vodiča), i to izvučeno za stvarni vodič radijusa r , a crtkano za zamjenski šuplji vodič tanke stijenke radijusa r' .

Kasnije ćemo vidjeti, da se pojam reduciranog radijusa može proširiti i na zamjenski šuplji vodič radijusa r' , koji zamjenjuje snop od više vodiča.



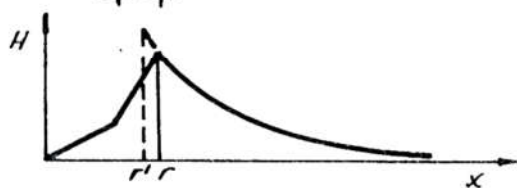
homogeni puni vodič

$$r' = 0,7788 r$$

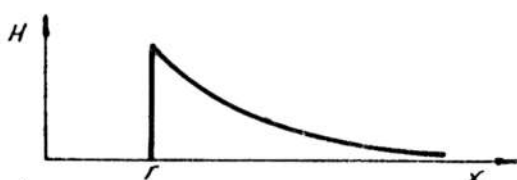


šuplji vodič

d = debljina stijenke



nehomogeno uže



cijev tanke stijenke

$$r' = r$$

Sl.103 - Magnetsko polje vodiča raznih presjeka

4.2.2. Opća formula za ulančeni tok

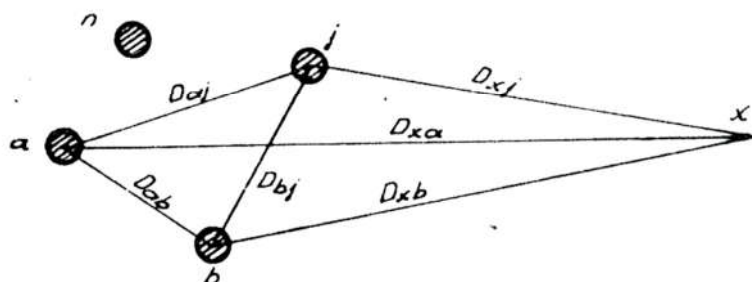
Pripadnost određenog broja vodiča istom strujnom krugu definirana je sa

$$\sum \bar{I} = 0$$

4-31

Posljedice izraza 4-31 jesu, da dovoljno daleko od tako definirane grupe vodiča nema magnetskog toka. Područje integracije jakosti polja u svrhu dobivanja obuhvatnog toka je konačno.

Potražimo opću formulu za ulančeni tok grupe vodiča koji pripadaju istom strujnom krugu. Ukupni ulančeni tok jednog vodiča proizveden je strujama kroz sve vodiče uključujući i promatrani vodič (sl.104).



$$\sum \bar{I}_j = 0 \quad j = a, b, \dots, n$$

Sl.104 - Grupa vodiča istog strujnog kruga

Računamo obuhvatni tok vodiča a uslijed struje u vodičima $j = a, b, \dots, n$

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_a &= 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{D_{xj}}{D_{aj}} = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln D_{xj} + \sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{aj}} \right)\end{aligned}\quad 4-32$$

kada $x \rightarrow \infty$

$$D_{xa} = D_{xb} = \dots = D_{xj} = \dots = D_{xn} \quad 4-33$$

Radi 4-33 je:

$$\bar{\Psi}_a = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln D_{xj} \sum_{j=a}^n \bar{I}_j + \sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{aj}} \right) \quad 4-34$$

Prvi član u zagradi je zbog 4-31 jednak nuli, pa 4-34 prelazi u

$$\bar{\Psi}_a = 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{aj}} \left| \frac{V_s}{m} \right| \quad 4-35$$

i analogno za ostale vodiče

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_b &= 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{bj}} \left| \frac{V_s}{m} \right| \\ \bar{\Psi}_n &= 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{nj}} \left| \frac{V_s}{m} \right|\end{aligned}$$

Dobili smo sustav od n jednačbi sa n nepoznanica.

Jednačbe možemo preglednije napisati u matričnom obliku:

$$\begin{bmatrix} \bar{\Psi}_a \\ \bar{\Psi}_b \\ \dots \\ \bar{\Psi}_n \end{bmatrix} = 2 \cdot 10^{-7} \begin{bmatrix} \ln \frac{1}{D_{aa}} & \ln \frac{1}{D_{ab}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{an}} \\ \ln \frac{1}{D_{ba}} & \ln \frac{1}{D_{bb}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{bn}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \ln \frac{1}{D_{na}} & \ln \frac{1}{D_{nb}} & \dots & \ln \frac{1}{D_{nn}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \dots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} \quad 4-36$$

$D_{aa}, D_{bb}, \dots D_{nn}$ jesu reducirani radijusi vodiča $a, b, \dots n$. Matrica je simetrična jer je $D_{ab} = D_{ba}, D_{ac} = D_{ca} \dots \dots$ itd.

Jednadžbu 4-36 možemo pisati i ovako:

$$\begin{bmatrix} \bar{\psi}_a \\ \bar{\psi}_b \\ \vdots \\ \bar{\psi}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & \dots & L_{an} \\ L_{ba} & L_{bb} & \dots & L_{bn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{na} & L_{nb} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} \quad 4-37$$

ili

$$[\bar{\psi}] = [L] [\bar{I}] \quad 4-38$$

Matrica $[L]$ je matrica parcijalnih induktiviteta. Dijagonalni članovi su vlastiti induktiviteti, a vandijagonalni su međusobni induktiviteti. Matrica $[L]$ daje vezu između ulančenog toka svakog pojedinog vodiča i struje kroz svaki vodič cijelog strujnog kruga.

Fizikazno ispravno bilo bi govoriti o induktivitetu zamke. Jednofazni prikaz sistema prisiljava nas međutim da uvedemo pojam induktiviteta jedne faze, odnosno kod voda induktiviteta jednog vodiča gdje je to moguće. Induktivitet jednog vodiča možemo izračunati kod voda od 2 vodiča i kod voda od 3 vodiča koji su smješteni u vrhovima istostranog trokuta i koji se tada zove pogonski induktivitet tj. induktivitet direktnog sistema.

Kada su vodiči istog presjeka možemo pisati za članove matrice $[L]$:

$$\begin{aligned} L_{ii} &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{1}{r} = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{1}{r} + \ln \frac{r}{r} \right) = L_v + L_u \end{aligned} \quad 4-39$$

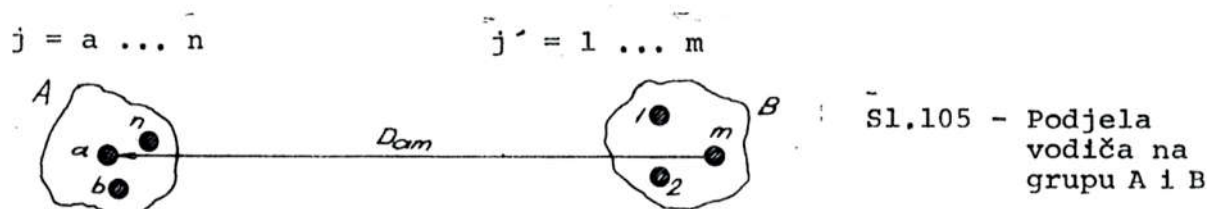
L_v naziva se vanjski induktivitet, a L_u unutarnji induktivitet.

$$L_{ik} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{1}{D_{ik}} \quad i \neq k \quad 4-40$$

4.2.3. Metoda srednjih geometrijskih udaljenosti (metoda SGU)

Uvjet $\sum \bar{I} = 0$ omogućuje nam da sve vodiče voda, bez obzira koliko ih ima, podijelimo u dvije grupe i tako formiramo petlju. Primjenom metode SGU na tako formiranu petlju možemo izračunati induktivitet jedne grupe vodiča. U okviru ove metode možemo odrediti i reducirani radijus vodiča raznih presjeka, užeta i vodiča u snopu. Ovom metodom može se također odrediti pogonski induktivitet trofaznih prepletenih (preplitanjem simetriranih) vodova.

Na slici 105. vodiči su podijeljeni u dvije grupe, u grupu A od n vodiča kojom teče ukupna struja $+\bar{I}$ i grupu B od m vodiča kojom teče ukupna struja $-\bar{I}$.



Za grupe vrijedi

$$\sum_{j=a}^n \bar{I}_j = \bar{I} \qquad \sum_{j'=1}^m \bar{I}_{j'} = -\bar{I} \qquad 4-41a$$

a istovremeno i

$$\bar{I}_j = \frac{\bar{I}}{n} \qquad \bar{I}_{j'} = -\frac{\bar{I}}{m} \qquad 4-41b$$

Izrazi 4-41a i b su polazni za metodu SGU. Dok su izrazi 4-41a egzaktni bez obzira na način podjele vodiča u grupe, dotle su izrazi 4-41b samo pretpostavka, i to na prvi pogled proizvoljna i veoma gruba. Rezultati metode ipak su ispravni, ako se pravilno primjenjuju na slučajeve gdje je to moguće i ako se pravilno interpretiraju. Parametri konačnih formula su neke srednje (geometrijske) vrijednosti, pa tako i rezultati predstavljaju neke srednje vrijednosti.

Ako koristimo metodu SGU da bi neku grupu (snop) vodiča zamijenili jednim ekvivalentnim vodičem "reduciranog radijusa" kojim teče suma struja prvobitne grupe bez obzira kako je ta struja bila raspoređena na pojedine vodove, možemo prihvatiti i pretpostavku danu u 4-41b. Metoda SGU daje i induktivitet ekvivalentnog vodiča, ali ne i indu-

ktivitet svakog vodiča prvobitnog snopa posebno. Kod "sredjenih" grupa od n vodiča možemo u najboljem slučaju uzeti, da je induktivitet jednog vodiča n -ti dio induktiviteta ekvivalenta, dakle srednji induktivitet. Greška će biti neznatna, ako su grupe sredjene, tj. ako su vodiči promatrane grupe u koncentriranom snopu dovoljno daleko od ostalih vodiča i ako su istog ili sličnog presjeka. Kod trofaznih vodova metoda SGU daje rezultate kao da je vod simetričan, bio on to stvarno ili ne (vidi primjer 4-3).

Računamo obuhvatiti tok grupe vodiča A

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_a &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{aj}} + \sum_{j'=1}^m \bar{I}_{j'} \ln \frac{1}{D_{aj'}} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\bar{I}}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{aj}} - \frac{\bar{I}}{m} \sum_{j'=1}^m \ln \frac{1}{D_{aj'}} \right) \\ \bar{\psi}_b &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\bar{I}}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{bj}} - \frac{\bar{I}}{m} \sum_{j'=1}^m \ln \frac{1}{D_{bj'}} \right) \\ &\text{-----} \\ \bar{\psi}_n &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{\bar{I}}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{nj}} - \frac{\bar{I}}{m} \sum_{j'=1}^m \ln \frac{1}{D_{nj'}} \right)\end{aligned} \quad 4-42$$

Ukupni tok ulančen sa svim vodičima grupe A iznosi:

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_A &= \frac{1}{n} (\psi_a + \psi_b + \dots + \psi_n) \\ \bar{\psi}_A &= 2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{n} \left(\frac{\bar{I}}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{aj}} - \frac{\bar{I}}{m} \sum_{j'=1}^m \ln \frac{1}{D_{aj'}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{I}}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{bj}} - \frac{\bar{I}}{m} \sum_{j'=1}^m \ln \frac{1}{D_{bj'}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\bar{I}}{n} \sum_{j=a}^n \ln \frac{1}{D_{nj}} - \frac{\bar{I}}{m} \sum_{j'=1}^m \ln \frac{1}{D_{nj'}} \right) \\ &\text{-----} \\ \bar{\psi}_A &= 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \ln \frac{\sqrt[nm]{D_{a1} \dots D_{an} \cdot D_{b1} \dots D_{bm} \cdot D_{n1} \dots D_{nm}}}{n^2 \sqrt[nm]{D_{aa} \dots D_{an} \cdot D_{ba} \dots D_{bn} \cdot D_{na} \dots D_{nn}}}\end{aligned} \quad 4-43$$

$$\psi_A = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I} \ln \frac{D_m}{D_s} \quad 4-44$$

$$L_A = \frac{\bar{\psi}}{\bar{I}} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_s} \left| \frac{H}{m} \right| \quad 4-45$$

4-46

D_m = medjusobna SGU = srednja geometrijska udaljenost vodiča od ostalih vodiča

D_s = reducirana vlastita SGU (u smislu r')

D_{ss} = stvarna vlastita SGU (u smislu r)

Za vlastite SGU još se može naći naziv "udaljenost vodiča od samog sebe".

Neke vrijednosti za D_s prikazane su na sl.106.



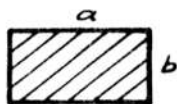
$$\bar{D}_s = 0,7788 r$$



$$\frac{S}{R} < 0,5, \quad D_s = R - 0,3 s$$

Sl.106 -

D_s vodiča
raznih presjeka



$$D_s = 0,2235 (a+b)$$

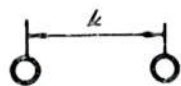
za uže od n žica i vanjskog promjera R iznosi reducirana vlastita SGU:

$n = 3$	$D_s = 0,677 R$
$n = 7$	$D_s = 0,726 R$
$n = 19$	$D_s = 0,758 R$
$n = 37$	$D_s = 0,768 R$
$n > 61$	$D_s = 0,7788 R$

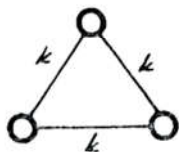
Vodiče snopa razmještene na medjusobnoj udaljenosti k možemo zamjeniti jednim vodičem. Reducirana vlastita SGU za tipične snopove dana je na sl.107.

4.2.4. Preplet

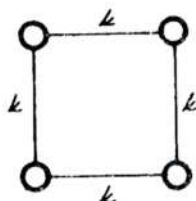
Ako su osi triju vodiča trofaznog voda smještene u vrhovima istostraničnog trokuta kažemo da je vod simetričan i sva tri vodiča, ako im je presjek isti, imati će isti induktivitet. Međutim, konstrukcijom vodova se ta simetrija rijetko postiže. Pojedini vodiči istog voda tada imaju nejednake induktivitete, pa zbog toga i nejednake reaktan-



$$D_s = \sqrt{r' k}$$



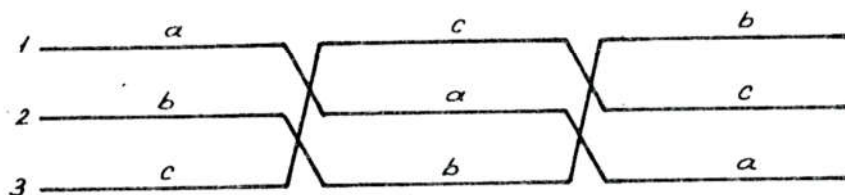
$$D_s = \sqrt[3]{r' k^2}$$



$$D_s = \sqrt[4]{1,41 r' k^3}$$

Sl.107 - Reducirana
vlastita
SGU snopa

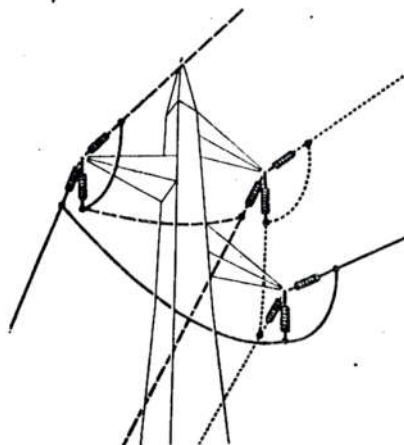
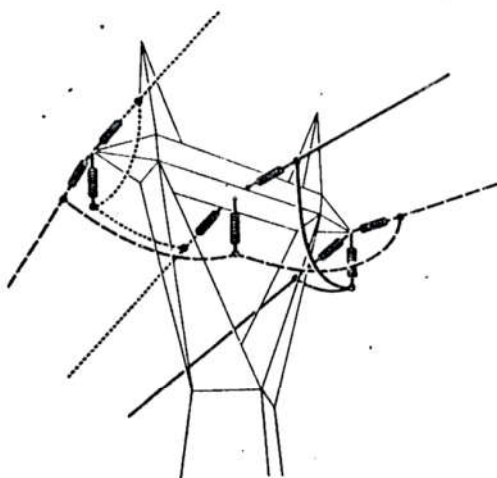
cije. Različiti padovi napona u pojedinim fazama dovode u pogonu do izobličenja zvijezde napona i do pogonskih poteškoća. Zbog toga se konstruktivno osigurava električna simetrija vodova, koji su geometrijski nesimetrični, cikličkom zamjenom položaja vodiča na stupu odnosno tzv. preplitanjem. Sl.108.



1,2,3 - položaji
vodiča na
stupu
a,b,c - oznake faze

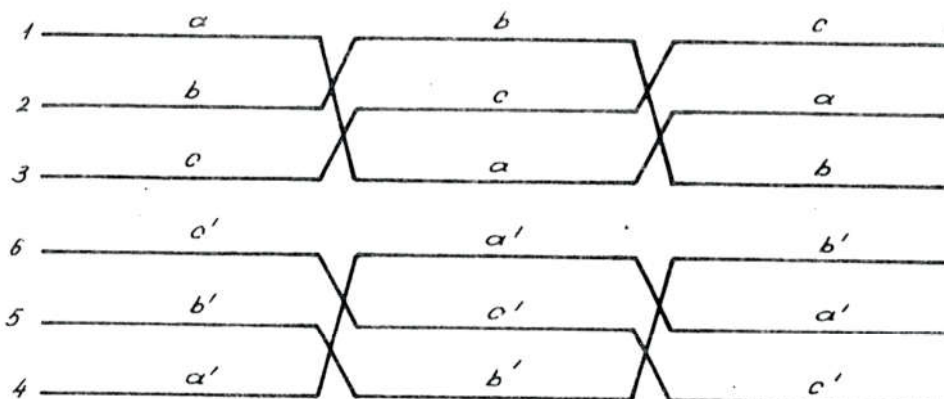
Sl.108. Preplet voda

Vod se po dužini podijeli na 3 dijela. Potrebna su dva preplitanja da bi svaki vodič zauzeo sve moguće položaje.

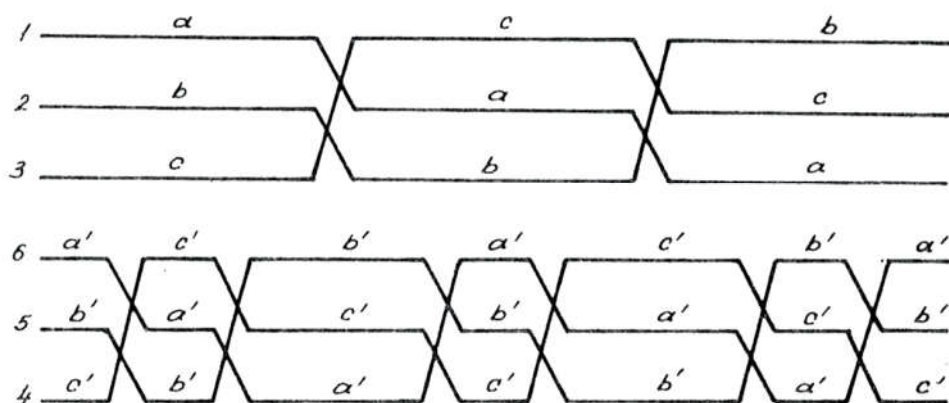


Sl.109 -
Preplitanje
kod nekih
jednostavnih
vodova

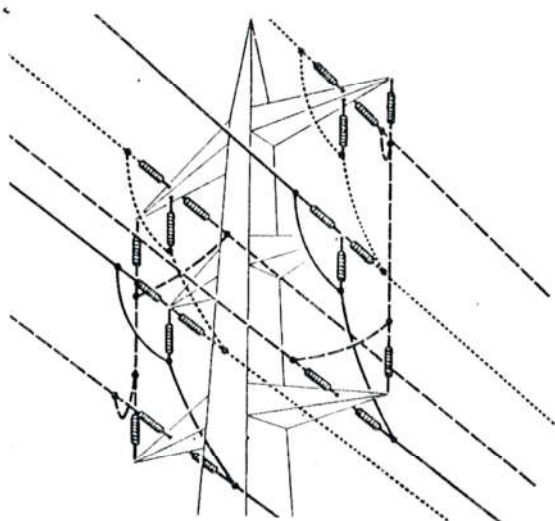
Kod dvostrukih vodova razlikujemo djelomični (Sl.110.a) i potpuni preplet (Sl.110.b). Kod djelomičnog prepleta međusobni induktiviteti među vodovima nisu jednaki i premda su vodovi svaki za sebe potpuno simetrizirani, simetrija nije postignuta. Kratki vodovi se ne prepliću.



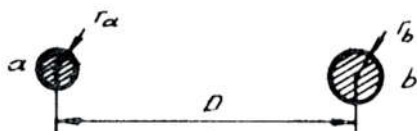
Sl.110.a -
Djelomični
preplet
dvostrukog
voda



Sl.110.b -
Potpuni
preplet
dvostrukog
voda



Sl.111 - Preplitanje kod
nekih dvostrukih
vodova



Primjer 4-1. Treba izračunati induktivitet voda od dva vodiča prema slici 112 (presjeci različiti).

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b = 0$$

Sl.112 - Vod od dva vodiča

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_a &= 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{aj}} = 2 \cdot 10^{-7} (\bar{I}_a \ln \frac{1}{D_{aa}} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{ab}}) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} (\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'_a} - \bar{I}_a \ln \frac{1}{D}) = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I}_a \ln \frac{D}{r'_a}\end{aligned}$$

$$L_{1a} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_a}$$

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_b &= 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^n \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{bj}} = 2 \cdot 10^{-7} (\bar{I}_a \ln \frac{1}{D_{ba}} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{bb}}) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} (-\bar{I}_b \ln \frac{1}{D} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{r'_b}) = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I}_b \ln \frac{D}{r'_b}\end{aligned}$$

$$L_{1b} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_b}$$

Induktivitet voda: $L_1 = L_{1a} + L_{1b}$

$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D^2}{r'_a r'_b}$$

Do istog rezultata dolazimo metodom SGU.

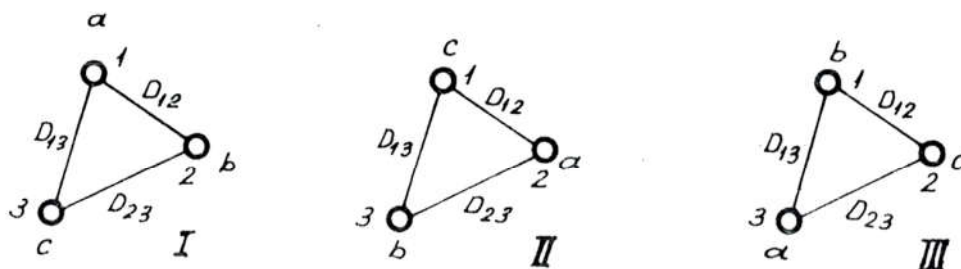
$$\begin{aligned}m &= 1 & D_m &= D \\ n &= 1 & D_{sa} &= r'_a & D_{sb} &= r'_b\end{aligned}$$

$$L_a = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_a}$$

$$L_b = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r'_b}$$

$$L_1 = L_{1a} + L_{1b} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D^2}{r'_a r'_b}$$

Primjer 4.2. Treba izračunati pogonski induktivitet trofaznog simetriranog voda prema slici 113.



Sl.113.a - Raspored vodiča po dionicama trofaznog voda

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0$$

$$\bar{\psi}_a = 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^c \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{aj}}$$

$$\bar{\psi}_b = 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^c \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{bj}}$$

$$\bar{\psi}_c = 2 \cdot 10^{-7} \sum_{j=a}^c \bar{I}_j \ln \frac{1}{D_{cj}}$$

$$\bar{\psi}_{aI} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{12}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{13}} \right)$$

$$\bar{\psi}_{aII} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{32}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{12}} \right)$$

$$\bar{\psi}_{aIII} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{13}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{23}} \right)$$

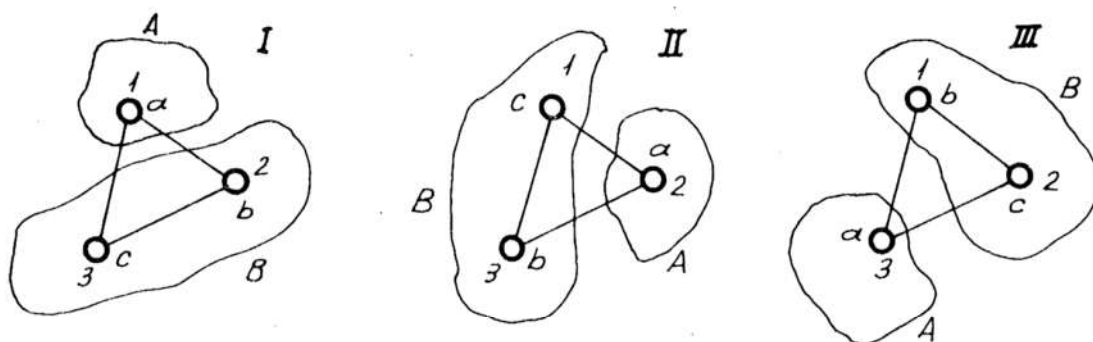
Srednja vrijednost ukupnog obuhvatnog toka po jedinici dužine vodiča a jednaka je

$$\begin{aligned} \bar{\psi}_a &= \frac{1}{3} (\bar{\psi}_{aI} + \bar{\psi}_{aII} + \bar{\psi}_{aIII}) = \\ &= \frac{1}{3} 2 \cdot 10^{-7} \left(3 \bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_{12} D_{13} D_{23}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_{13} D_{12} D_{23}} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r'} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{\sqrt[3]{D_{13} D_{12} D_{23}}} \right) \end{aligned}$$

Označimo sa $D_m = \sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}$ pa je

$$\begin{aligned}
 \bar{\psi}_a &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r} + \bar{I}_b \ln \frac{1}{D_m} + \bar{I}_c \ln \frac{1}{D_m} \right) = \\
 &= 2 \cdot 10^{-7} \left[\bar{I}_a \ln \frac{1}{r} + (\bar{I}_b + \bar{I}_c) \ln \frac{1}{D_m} \right] = \\
 &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\bar{I}_a \ln \frac{1}{r} - \bar{I}_a \ln \frac{1}{D_m} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \bar{I}_a \ln \frac{D_m}{r} \\
 L_1 &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{r}
 \end{aligned}$$

Do istog rezultata l'že dolazimo metodom SGU (Sl.113.b)



Sl.113.b - Podjela na grupe A,B

I dionica: $D_{mI} = \sqrt{D_{13} D_{12}} \quad D_s = r'$

$$L_{aI} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_{mI}}{r'}$$

II dionica: $D_{mII} = \sqrt{D_{12} D_{23}} \quad D_s = r'$

$$L_{aII} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_{mII}}{r'}$$

III dionica: $D_{mIII} = \sqrt{D_{13} D_{23}} \quad D_s = r'$

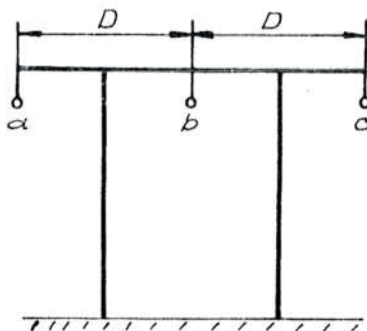
$$L_{aIII} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_{mIII}}{r'}$$

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{3} \left(\ln \frac{\sqrt{D_{13} D_{12}}}{r'} + \ln \frac{\sqrt{D_{12} D_{23}}}{r'} + \ln \frac{\sqrt{D_{13} D_{23}}}{r'} \right)$$

$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{3} \left(\ln \frac{\sqrt[6]{D_{13} D_{12} D_{12} D_{23} D_{13} D_{23}}}{r^3} \right) =$$

$$= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}}{r} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{r}$$

Primjer 4.3. Treba izračunati pogonski induktivitet voda s rasporedom faza prema slici 114.



$$D = 6,6 \text{ m}$$

$$r = 13,3 \text{ mm}$$

Sl.114 - Raspored vodiča kod portala

Pretpostavimo da vod nije prepleten

faza a:

$$L_a = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r} \sqrt{2}$$

faza b:

$$L_b = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r}$$

faza c:

$$L_c = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r} \sqrt{2}$$

Srednja vrijednost induktiviteta vodiča

$$L_1 = \frac{L_a + L_b + L_c}{3} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{1}{3} \left(\ln \frac{D}{r} \sqrt{2} + \ln \frac{D}{r} + \ln \frac{D}{r} \sqrt{2} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r} \sqrt[3]{2}$$

Pretpostavimo sada da je vod prepleten

$$L_1 = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{\sqrt[3]{D \cdot D \cdot 2D}}{r'} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{r'} \sqrt[3]{2}$$

Dobili smo iste izraze, što znači da smo u slučaju neprepletenog voda računali kao da je vod prepleten. Ovako grube netočnosti toleriraju se često u analizama mreže u kojoj ima kratkih neprepletenih vodova.

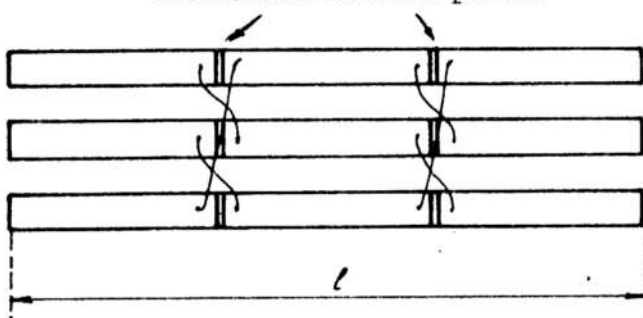
4.2.5. Induktivitet kabela

Za proračun induktiviteta kabela možemo upotrijebiti iste metode kao i kod proračuna nadzemnih vodova. Za magnetsku permeabilnost izolacije uzima se permeabilnost vakuumu.

U metalnom plaštu kabela općenito može teći neka struja. Kod trožilnih kabela u normalnom pogonu plašt nije ulančen magnetskim tokom ($\Sigma \vec{I} = 0$) i nema utjecaja na pogonski induktivitet. Kod tri jednožilna kabela inducira se u plaštevima napon. Kada su plaštevci međusobno spojeni u njima će moći teći struja što ima utjecaja na induktivitet, pa se induktivitet smanjuje za 5 do 10%.

Već spomenute mjere protiv induciranih struja u plaštevima jednožilnih kabela (vidi 1.3.3.) znače ujedno eliminiranje utjecaja plašta na induktivitet kabela.

izolacioni umetci u plaštu



Sl.115 - Električno preplitanje jednožilnih kabela

Plašt svakog od tri jednožilna kabela može se podijeliti izolacionim umetcima na tri dijela. Plaštevci se vodljivo povežu prema slici 115.

Kod kabela se obično računa s izmjerenim vrijednostima ili prema podacima

tvornice, a približne vrijednosti za razne izvedbe mogu se naći u priručnicima.

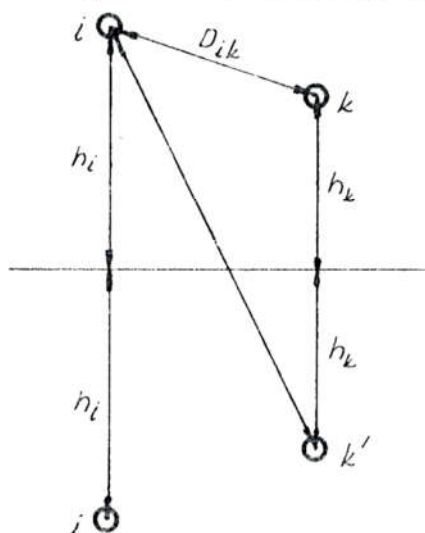
4.3. Uzdužna matrica $|\bar{Z}^{abc}|$ ekvivalentnih faznih vodiča

4.3.1. Zemlja kao povratni vodič

Kad trofaznim vodovima teku struje nultog redoslijeda, tj. struje jednake u svakoj fazi, one se moraju zatvoriti kroz zemlju i kroz dozemnu užad. Pod pretpostavkom da nema dozemnih užeta povratni vodič je samo zemlja.

Carson je 1926.g. izradio metodu koja počiva na pretpostavci da povratna nulta struja kroz zemlju protječe zamišljenim vodičem, koji je paralelan s vodičima voda, a prolazi ispod površine zemlje udaljen od njih za D_e i ima reducirani geometrijski radius 1 m. Tako se mogu koristiti izvodi za proračun induktiviteta.

Na temelju velikog broja eksperimentalnih mjerenja Carson je došao do slijedećih izraza za induktivitet (Sl.116).



$$L_{ii-z} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{2h_i}{r} + 2Q + \ln \frac{r}{r} \right) \text{ H/m } \quad 4-47$$

$$L_{ik-z} = 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{D_{ik}'}{D_{ik}} + 2Q \right) \text{ H/m } \quad 4-48$$

i za djelatni otpor

$$R_{ii-z} = R + 2\mu \text{ fP } \text{ } \Omega/\text{m } \quad 4-49$$

$$R_{ik-z} = 2\mu \text{ fP } \text{ } \Omega/\text{m } \quad 4-50$$

gdje je

Sl.116 - Uz izraze
4-47 i 4-48

$$P = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}} \lambda \cos \theta + \frac{\lambda^2}{16} \cos 2\theta (0,6728 + \ln \frac{2}{\lambda}) + \\ + \frac{\lambda^2}{16} \theta \sin 2\theta + \frac{\lambda^2}{45\sqrt{2}} \cos 3\theta - \frac{\pi \lambda^2}{1536} \cos 4\theta + \dots \quad 4-51$$

$$Q = -0,0386 + \frac{1}{2} \ln \frac{2}{\lambda} + \frac{\lambda}{3\sqrt{2}} \cos \theta - \frac{\pi \lambda^2}{64} \cos 2\theta + \\ + \frac{\lambda^3}{45\sqrt{2}} \cos 3\theta - \frac{\lambda^4}{384} \sin 4\theta - \frac{\lambda^4}{384} \cos 4\theta (\ln \frac{2}{\lambda} + 1,0895) + \dots \quad 4-52$$

Kod toga je za korekturu vlastite impedancije

$$\lambda = 1,6 \pi h_1 \sqrt{\kappa \mu f} \quad \theta = 0 \quad 4-53$$

a za korekturu međusobne impedancije

$$\lambda = 1,6 \pi \frac{D'_{1k}}{2} \sqrt{\kappa \mu f} \quad \theta = \arccos \frac{h_1 + h_k}{D'_{1k}} \quad 4-54$$

Za izvedene nadzemne vodove $\lambda \leq 0,2$ i θ je malo, pa je dovoljno uzeti:

$$P = \frac{\pi}{8} \quad 4-55$$

$$Q = -0,0386 + \frac{1}{2} \lambda \ln \frac{2}{\lambda} = \frac{1}{2} \ln \frac{1,854}{\lambda} \quad 4-56$$

Uvrstimo ove izraze u 4-47 i 4-48

$$\begin{aligned} L_{11-z} &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{2h_1}{r} + \ln \frac{1,854}{\lambda} \right) + L_u = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{2h_1 \cdot 1,854}{r \cdot 1,6\pi h_1 \sqrt{\kappa \mu f}} + L_u \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_e^2}{r} + L_u \quad | \text{H/m} | \end{aligned} \quad 4-57$$

$$D_e^2 = \frac{2h_1 \cdot 1,854}{1,6\pi h_1 \sqrt{\kappa \mu f}} = 658 \sqrt{\frac{\rho}{f}} \quad | \text{m} | \quad 4-58$$

$$\begin{aligned} L_{1k-z} &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{D'_{1k}}{D_{1k}} + \ln \frac{1,854}{\lambda} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \left(\ln \frac{D'_{1k}}{D_{1k}} + \ln \frac{1,854 \cdot 2}{1,6\pi D'_{1k} \sqrt{\kappa \mu f}} \right) = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D'_{1k} \cdot 1,854 \cdot 2}{D_{1k} \cdot 1,6\pi D'_{1k} \sqrt{\kappa \mu f}} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{658}{D_{1k}} \sqrt{\frac{\rho}{f}} = \\ &= 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_e^2}{D_{1k}} \quad | \frac{\text{H}}{\text{m}} | \end{aligned} \quad 4-59$$

Izrazi za djelatne otpore glase

$$\begin{aligned} R_{ii-z} &= R_1 + R_E = R_1 + 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} f \frac{\pi}{8} = \\ &= R_1 + \pi^2 f \cdot 10^{-7} \quad | \Omega/m | \end{aligned} \quad 4-60$$

$$R_{ik-z} = 2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\pi}{8} = \pi^2 f \cdot 10^{-7} \quad | \Omega/m | \quad 4-61$$

f = frekvencija u Hz

ρ = specifični otpor zemlje u Ωm , a ovisi o vrsti tla, npr.:

morska voda	1 Ωm
močvara	30 "
zemlja	100 "
suhi krupni šljunak	1000 "
kamenjar	3000 "

R_1 = jedinični djelatni otpor vodiča.

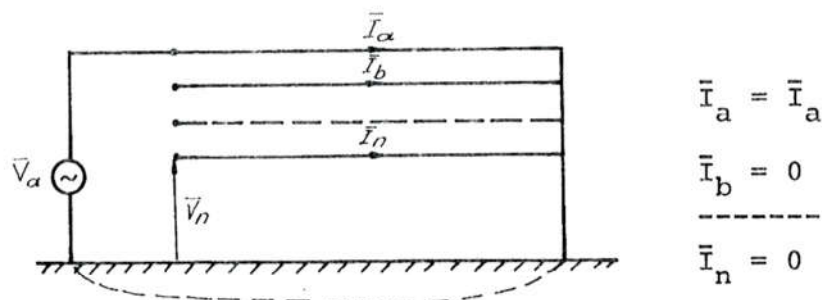
Sada možemo napisati izraze za vlastite i međusobne impedancije vodiča s utjecajem zemlje

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{ii-z} &= R_1 + \pi^2 f \cdot 10^{-4} + j\omega (2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{658}{r} \sqrt{\frac{\rho}{f}} + L_u) = \\ &= R_1 + 0,05 + j(0,1445 \log \frac{658}{r} \sqrt{\frac{\rho}{f}} + 0,0157) | \Omega/km | \end{aligned} \quad 4-62$$

$$\bar{Z}_{ik-z} = 0,05 + j 0,1445 \log \frac{658}{D_{ik}} \sqrt{\frac{\rho}{f}} | \Omega/km | \quad 4-63$$

Dobivene impedancije vodiča možemo sredjeno prikazati kao uzdužnu jediničnu matricu $[\bar{Z}_1]$ vodiča, koja uzima u obzir zemlju kao povratni vodič.

Na slici 117 prikazano je značenje matrice impedancija vodiča.



Sl.117 - Računanje stupca a

$$\begin{array}{rcl}
 \bar{V}_a & = & \bar{Z}_{aa-z} \bar{I}_a \\
 \bar{V}_b & = & \bar{Z}_{ba-z} \bar{I}_a \\
 \text{-----} & & \\
 \bar{V}_n & = & \bar{Z}_{na-z} \bar{I}_a
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 \bar{Z}_{aa-z} & = & \frac{\bar{V}_a}{\bar{I}_a} \\
 \bar{Z}_{ba-z} & = & \frac{\bar{V}_a}{\bar{I}_a} \\
 \text{-----} & & \\
 \bar{Z}_{na-z} & = & \frac{\bar{V}_a}{\bar{I}_a}
 \end{array}
 \qquad
 4-64$$

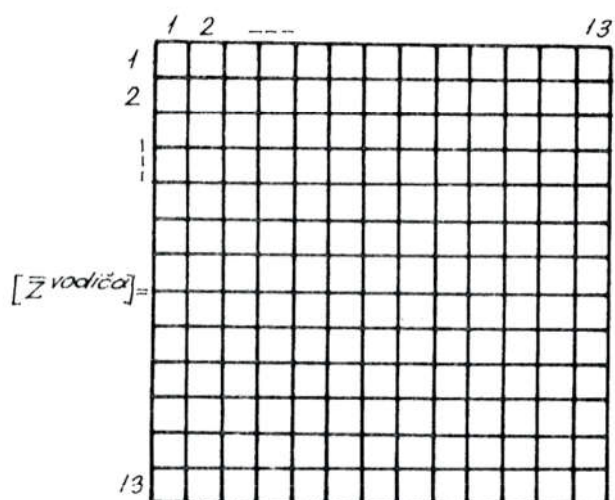
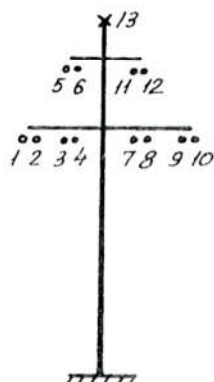
Ponovimo postupak za sve ostale vodiče. Dobit ćemo sve stupce matrice.

Kako se radi o jediničnim vrijednostima impedancija, možemo analogno izrazu 3-8 odnose napona, struja i impedancija vodiča izraziti matričnom jednačinom

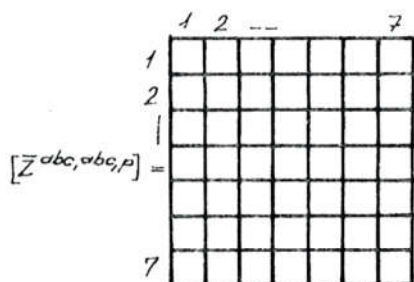
$$- \frac{d}{dx} [\bar{V} \text{ vodiča}] = [\bar{Z}_1 \text{ vodiča}] [\bar{I} \text{ vodiča}] \qquad 4-65$$

Matrica $[\bar{Z}_1 \text{ vodiča}]$ ima onoliko redaka i stupaca koliko vod ima vodiča (dozemna užad, vodiči u snopu), pa je računanje s ovakvim maticama nemoguće. Zato je potrebno da iz matrice $[\bar{Z}_1 \text{ vodiča}]$ izračunamo matricu ekvivalentnih faznih vodiča $[\bar{Z}_1^{abc}]$.

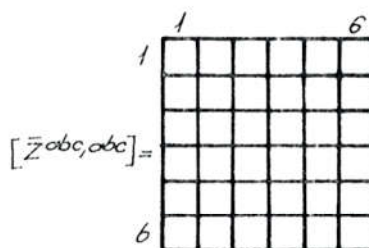
Na slici 118 pokazan je proces transformacije matrice $[\bar{Z}_1 \text{ vodiča}]$



Nakon vezivanja vodiča u snop:



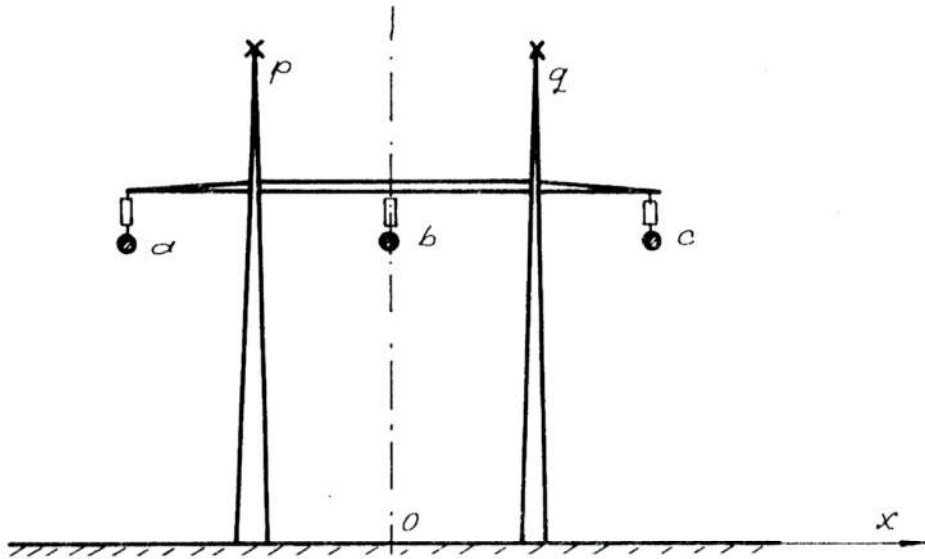
Nakon eliminacije vodiča 13:



Sl.118 -- Transformacija matrice dvostrukog voda

4.3.2. Izdvajanje dozemnog užeta

Imamo vod s dva dozemna užeta p i q prema slici 119. Matrica impedancije vodiča imati će 5 redaka i 5 stupaca. Prema općem izrazu 4-65 napišimo jednadžbe 4-66. Vrijednost pojedinih članova matrice $[Z]$ određuje se prema 4-62 i 4-63, pa je time zemlja već uzeta u obzir. Indeks z izostavljen je radi preglednosti.



Sl.119 -

Portal sa
dva do-
zemna
užeta

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \bar{V}_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{ap} & \bar{Z}_{aq} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{bp} & \bar{Z}_{bq} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} & \bar{Z}_{cp} & \bar{Z}_{cq} \\ \bar{Z}_{pa} & \bar{Z}_{pb} & \bar{Z}_{pc} & \bar{Z}_{pp} & \bar{Z}_{pq} \\ \bar{Z}_{qa} & \bar{Z}_{qb} & \bar{Z}_{qc} & \bar{Z}_{qp} & \bar{Z}_{qq} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ \bar{I}_b \\ \bar{I}_c \\ \bar{I}_p \\ \bar{I}_q \end{bmatrix} \quad 4-66$$

ili skraćeno

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}^I & \bar{Z}^{II} \\ \bar{Z}^{III} & \bar{Z}^{IV} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \\ \bar{I}^{pq} \end{bmatrix} \quad 4-67$$

Dozemna užeta su uzemljena, pa je napon na njima jednak nuli. To nam omogućuje, da se riješimo redaka i stupaca dozemnih užeta blok transformacijom

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dx} [\bar{V}^{abc}] &= [\bar{Z}^I] [\bar{I}^{abc}] + [\bar{Z}^{II}] [\bar{I}^{pq}] \\ [0] &= [\bar{Z}^{III}] [\bar{I}^{abc}] + [\bar{Z}^{IV}] [\bar{I}^{pq}] [\bar{Z}^{IV}]^{-1} \\ [\bar{I}^{pq}] &= -[\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}] [\bar{I}^{abc}] \\ -\frac{d}{dx} [\bar{V}^{abc}] &= [\bar{Z}^I] [\bar{I}^{abc}] - [\bar{Z}^{II}] [\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}] [\bar{I}^{abc}] \\ -\frac{d}{dx} [\bar{V}^{abc}] &= ([\bar{Z}^I] - [\bar{Z}^{II}] [\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}]) [\bar{I}^{abc}] \end{aligned} \quad 4-68$$

Konačno se matrica, koja uzima u obzir osim zemlje još i dozemnu užad, dobiva pomoću izraza

$$[\bar{Z}] = [\bar{Z}^I] - [\bar{Z}^{II}] [\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}] \quad 4-69$$

i ima onoliko redaka i stupaca, koliko je faznih vodiča (3 u slučaju voda sa Sl.119).

Primjer 4.4. Za neprepleteni vod sa slike 119 treba izračunati matricu impedancije vodiča. To je vod 220 kV Titograd - Albanija dužine 20,91 km AL/Fe 360/60 + 2 x Fe 50,

Broj	vodič	omski otpor Ω/km	promjer mm	X m	Y m
1	a	0,0802	26,2	- 6,6	12,46
2	b	0,0802	26,6	0	12,46
3	c	0,0802	26,6	6,6	12,46
4	p	3,020	9,0	- 4,592	18,8
5	q	3,020	9,0	4,592	18,8

	a	b	c	p	q
a	0,13+j0,79	0,05+j0,38	0,05+j0,34	0,05+j0,38	0,05+j0,34
b	0,05+j0,38	0,13+j0,79	0,05+j0,38	0,05+j0,37	0,05+j0,37
c	0,05+j0,34	0,05+j0,38	0,13+j0,79	0,05+j0,34	0,05+j0,38
p	0,05+j0,38	0,05+j0,37	0,05+j0,34	3,07+j0,86	0,05+j0,36
q	0,05+j0,34	0,05+j0,37	0,05+j0,38	0,05+j0,36	3,07+j0,86

| Ω/km |

Nakon eliminiranja dozemnih užeta dobili smo matricu ekvivalentnih faznih vodiča

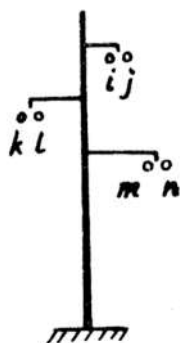
	a	b	c
a	0,19+j0,74	0,12+j0,33	0,11+j0,20
b	0,12+j0,33	0,19+j0,74	0,12+j0,33
c	0,11+j0,29	0,12+j0,33	0,19+j0,74

| Ω/km |

4.3.3. Vezanje vodiča u snop

U ovom slučaju koristimo činjenicu da su vodiči snopa vezani paralelno, pa svi vodiči snopa imaju jednaki napon, a struja faze jednaka je sumi struja vodiča snopa.

Neka nam je zadan vod bez dozemnog užeta s vodičima u snopu prema slici 120. Kod toga je:



$$\begin{aligned} \bar{I}_a &= \bar{I}_i + \bar{I}_j & \bar{V}_i &= \bar{V}_j = \bar{V}_a \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_k + \bar{I}_l & \bar{V}_k &= \bar{V}_l = \bar{V}_b \\ \bar{I}_c &= \bar{I}_m + \bar{I}_n & \bar{V}_m &= \bar{V}_n = \bar{V}_c \end{aligned} \quad 4-70$$

Sl.120 - Jela bez dozemnog užeta

Ispišimo jednačbe za vodiče kod kojih je uzeta u obzir zemlja. Izostavit ćemo oznaku z , tj. $\bar{Z}_{11-z} = \bar{Z}_{11}$

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dx} \bar{V}_i &= \bar{Z}_{ii} \bar{I}_i + \bar{Z}_{ij} \bar{I}_j + \bar{Z}_{ik} \bar{I}_k + \bar{Z}_{il} \bar{I}_l + \bar{Z}_{im} \bar{I}_m + \bar{Z}_{in} \bar{I}_n \\ -\frac{d}{dx} \bar{V}_j &= \bar{Z}_{ji} \bar{I}_i + \bar{Z}_{jj} \bar{I}_j + \bar{Z}_{jk} \bar{I}_k + \bar{Z}_{jl} \bar{I}_l + \bar{Z}_{jm} \bar{I}_m + \bar{Z}_{jn} \bar{I}_n \end{aligned} \quad 4-71$$

$$-\frac{d}{dx} \bar{V}_n = \bar{Z}_{ni} \bar{I}_i + \bar{Z}_{nj} \bar{I}_j + \bar{Z}_{nk} \bar{I}_k + \bar{Z}_{nl} \bar{I}_l + \bar{Z}_{nm} \bar{I}_m + \bar{Z}_{nn} \bar{I}_n$$

Uvrstimo

$$\begin{aligned} \bar{I}_i &= \bar{I}_a - \bar{I}_j & \bar{V}_i &= \bar{V}_a \\ \bar{I}_k &= \bar{I}_b - \bar{I}_l & \bar{V}_k &= \bar{V}_b \\ \bar{I}_m &= \bar{I}_c - \bar{I}_n & \bar{V}_m &= \bar{V}_c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dx} \bar{V}_a &= \bar{Z}_{ii} (\bar{I}_a - \bar{I}_j) + \bar{Z}_{ij} \bar{I}_j + \bar{Z}_{ik} (\bar{I}_b - \bar{I}_l) + \bar{Z}_{il} \bar{I}_l + \bar{Z}_{im} (\bar{I}_c - \bar{I}_n) + \bar{Z}_{in} \bar{I}_n \\ -\frac{d}{dx} \bar{V}_j &= \bar{Z}_{ji} (\bar{I}_a - \bar{I}_j) + \bar{Z}_{jj} \bar{I}_j + \bar{Z}_{jk} (\bar{I}_b - \bar{I}_l) + \bar{Z}_{jl} \bar{I}_l + \bar{Z}_{jm} (\bar{I}_c - \bar{I}_n) + \bar{Z}_{jn} \bar{I}_n \\ -\frac{d}{dx} \bar{V}_n &= \bar{Z}_{ni} (\bar{I}_a - \bar{I}_j) + \bar{Z}_{nj} \bar{I}_j + \bar{Z}_{nk} (\bar{I}_b - \bar{I}_l) + \bar{Z}_{nl} \bar{I}_l + \bar{Z}_{nm} (\bar{I}_c - \bar{I}_n) + \bar{Z}_{nn} \bar{I}_n \end{aligned} \quad 4-72$$

Sredimo sve jednađžbe:

$$\begin{aligned}
 -\frac{d}{dx} \bar{V}_a &= \bar{z}_{11} \bar{I}_a + (\bar{z}_{1j} - \bar{z}_{11}) \bar{I}_j + \bar{z}_{1k} \bar{I}_b + (\bar{z}_{1\ell} - \bar{z}_{1k}) \bar{I}_\ell + \bar{z}_{1m} \bar{I}_c + (\bar{z}_{1n} - \bar{z}_{1m}) \bar{I}_n \\
 -\frac{d}{dx} \bar{V}_j &= \bar{z}_{j1} \bar{I}_a + (\bar{z}_{jj} - \bar{z}_{j1}) \bar{I}_j + \bar{z}_{jk} \bar{I}_b + (\bar{z}_{j\ell} - \bar{z}_{jk}) \bar{I}_\ell + \bar{z}_{jm} \bar{I}_c + (\bar{z}_{jn} - \bar{z}_{jm}) \bar{I}_n \\
 \hline
 -\frac{d}{dx} \bar{V}_n &= \bar{z}_{n1} \bar{I}_a + (\bar{z}_{nj} - \bar{z}_{n1}) \bar{I}_j + \bar{z}_{nk} \bar{I}_b + (\bar{z}_{n\ell} - \bar{z}_{nk}) \bar{I}_\ell + \bar{z}_{nm} \bar{I}_c + (\bar{z}_{nn} - \bar{z}_{nm}) \bar{I}_n \quad 4-73
 \end{aligned}$$

Sada odbijemo drugoj jednađžbi prvu, četvrtoj treću i šestoj petu i poredamo ih redom: prva, treća, peta, druga, četvrta, šesta. Isto premještanje načinimo i sa sumandima u samim jednađžbama.

$$\begin{aligned}
 -\frac{d}{dx} \bar{V}_a &= \bar{z}_{11} \bar{I}_a + \bar{z}_{1k} \bar{I}_b + \bar{z}_{1m} \bar{I}_c + (\bar{z}_{1j} - \bar{z}_{11}) \bar{I}_j + (\bar{z}_{1\ell} - \bar{z}_{1k}) \bar{I}_\ell + (\bar{z}_{1n} - \bar{z}_{1m}) \bar{I}_n \\
 -\frac{d}{dx} \bar{V}_b &= \bar{z}_{k1} \bar{I}_a + \bar{z}_{kk} \bar{I}_b + \bar{z}_{km} \bar{I}_c + (\bar{z}_{kj} - \bar{z}_{k1}) \bar{I}_j + (\bar{z}_{k\ell} - \bar{z}_{kk}) \bar{I}_\ell + (\bar{z}_{kn} - \bar{z}_{km}) \bar{I}_n \\
 -\frac{d}{dx} \bar{V}_c &= \bar{z}_{m1} \bar{I}_a + \bar{z}_{mk} \bar{I}_b + \bar{z}_{mm} \bar{I}_c + (\bar{z}_{mj} - \bar{z}_{m1}) \bar{I}_j + (\bar{z}_{m\ell} - \bar{z}_{mk}) \bar{I}_\ell + (\bar{z}_{mn} - \bar{z}_{mm}) \bar{I}_n \\
 0 &= (\bar{z}_{j1} - \bar{z}_{11}) \bar{I}_a + (\bar{z}_{jk} - \bar{z}_{1k}) \bar{I}_b + (\bar{z}_{jm} - \bar{z}_{1m}) \bar{I}_c + \\
 &\quad + (\bar{z}_{jj} - \bar{z}_{j1} - \bar{z}_{1j} + \bar{z}_{11}) \bar{I}_j + (\bar{z}_{j\ell} - \bar{z}_{jk} - \bar{z}_{1\ell} + \bar{z}_{1k}) \bar{I}_\ell + (\bar{z}_{jn} - \bar{z}_{jm} - \bar{z}_{1n} + \bar{z}_{1m}) \bar{I}_n \\
 0 &= (\bar{z}_{\ell 1} - \bar{z}_{k1}) \bar{I}_a + (\bar{z}_{\ell k} - \bar{z}_{kk}) \bar{I}_b + (\bar{z}_{\ell m} - \bar{z}_{km}) \bar{I}_c + \\
 &\quad + (\bar{z}_{\ell j} - \bar{z}_{\ell 1} - \bar{z}_{kj} + \bar{z}_{k1}) \bar{I}_j + (\bar{z}_{\ell \ell} - \bar{z}_{\ell k} - \bar{z}_{k\ell} + \bar{z}_{kk}) \bar{I}_\ell + (\bar{z}_{\ell n} - \bar{z}_{\ell m} - \bar{z}_{kn} + \bar{z}_{km}) \bar{I}_n \\
 0 &= (\bar{z}_{n1} - \bar{z}_{m1}) \bar{I}_a + (\bar{z}_{nk} - \bar{z}_{mk}) \bar{I}_b + (\bar{z}_{nm} - \bar{z}_{mm}) \bar{I}_c + \\
 &\quad + (\bar{z}_{nj} - \bar{z}_{n1} - \bar{z}_{mj} + \bar{z}_{m1}) \bar{I}_j + (\bar{z}_{n\ell} - \bar{z}_{nk} - \bar{z}_{m\ell} + \bar{z}_{mk}) \bar{I}_\ell + (\bar{z}_{nn} - \bar{z}_{nm} - \bar{z}_{mn} + \bar{z}_{mm}) \bar{I}_n \quad 4-74
 \end{aligned}$$

Iz zadnje tri jednađžbe izrazimo $\bar{I}_j$, $\bar{I}_\ell$ i $\bar{I}_n$ i uvrstimo u prve tri ili koristimo blok transformaciju. Postupak je isti kada imamo više vodiča vezanih u snop. Moramo dobiti jednađžbe koje, osim prve tri, imaju na lijevoj strani nule.

Odredjivanje matrice impedancija kod vodova s vodičima u snopu je dug račun, bilo da se rješava pomoću matrica ili nekim drugim postupkom za rješavanje jednađžbi. Kako se u snopu radi o vodičima na maloj međjusobnoj udaljenosti, obično se snop zamjeni jednim vodičem odgovarajućeg srednjeg geometrijskog radiusa. Pogreška je zanemariva.

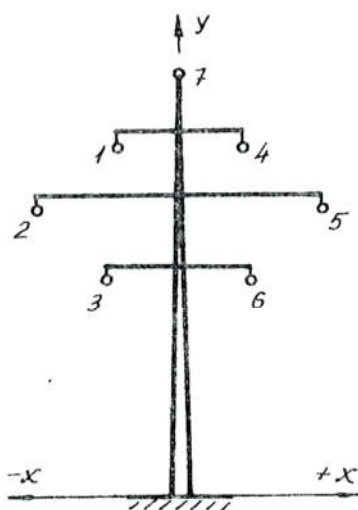
Ispisivanjem Carsonovih formula za svaki vodič, vezivanjem vodiča u

snop, te izdvajanjem dozemne užadi dolazimo do sistema ekvivalentnih faznih vodiča. Za jednostruki vod to je matrica 3x3, a za dvostruki vod 6x6.

Dijagonalni elementi ove matrice su uzdužne vlastite impedancije na jedinicu dužine zamke koju tvori ekvivalentni fazni vodič i zemlja kao povratni vodič. Vandijagonalni elementi jesu uzdužne međusobne impedancije na jedinicu dužine među ekvivalentnim faznim vodičima i i k .

Primjer 4.5. Za vod Bilice - Orlovac, 82,05 km

Alče 360/57 + Alumoweld 117 (Sl.121), odredi matricu vodiča i matricu ekvivalentnih faznih vodiča



broj vodiča		djel. otpor (Ω/km)	Promjer (mm)	X (m)	Y (m)
1	a	0,0802	26,6	4,5	27,4
2	b	0,0802	26,6	6,5	21,4
3	c	0,0802	26,6	5,0	15,4
4	a	0,0802	26,6	-4,5	27,4
5	b	0,0802	26,6	-6,5	21,4
6	c	0,0802	26,6	-5,0	15,4
7	p	0,7426	13,86	0	36,4

Vod nije prepleten

Rezultate vidi na str.180.

Sl.121 - Vod Bilice - Orlovac

4.3.4. Pogonska impedancija

Pretpostavimo da su svi vodovi u mreži simetrični, te da je mreža simetrično opterećena. Kako generatori proizvode simetrične EMS-e to će kroz mrežu, a tako i kroz vodove teći simetrična struja. To znači da će struja teći samo kroz vodiče faza i da kroz zemlju i dozemnu užad neće biti struje.

Račun proveden jednačbama vodiča ili proveden jednačbama ekvivalentnih faznih vodiča mora dati isti rezultat.

$[\bar{z}^{1234567}] =$

	a	b	c	a	b	c	p
a	0,13+j0,76	0,05+j0,36	0,05+j0,32	0,05+j0,34	0,05+j0,32	0,05+j0,31	0,05+j0,33
b	0,05+j0,36	0,13+j0,76	0,05+j0,36	0,05+j0,32	0,05+j0,32	0,05+j0,32	0,05+j0,30
c	0,05+j0,32	0,05+j0,36	0,13+j0,76	0,05+j0,31	0,05+j0,32	0,05+j0,33	0,05+j0,29
a	0,05+j0,34	0,05+j0,32	0,05+j0,31	0,13+j0,76	0,05+j0,36	0,05+j0,32	0,05+j0,33 Ω/km
b	0,05+j0,32	0,05+j0,32	0,05+j0,32	0,05+j0,36	0,13+j0,76	0,05+j0,36	0,05+j0,30
c	0,05+j0,31	0,05+j0,32	0,05+j0,33	0,05+j0,32	0,05+j0,36	0,13+j0,76	0,05+j0,29
p	0,05+j0,33	0,05+j0,30	0,05+j0,29	0,05+j0,33	0,05+j0,30	0,05+j0,29	0,79+j0,81

$[\bar{z}^{abc,abc}] =$

	a	b	c	a	b	c	Ω/km
a	0,18+j0,67	0,09+j0,28	0,09+j0,25	0,09+j0,25	0,09+j0,24	0,09+j0,23	
b	0,09+j0,28	0,17+j0,69	0,08+j0,29	0,09+j0,24	0,09+j0,24	0,08+j0,25	
c	0,09+j0,25	0,08+j0,29	0,16+j0,7	0,09+j0,23	0,08+j0,25	0,08+j0,27	
a	0,09+j0,25	0,09+j0,24	0,09+j0,23	0,18+j0,67	0,09+j0,28	0,09+j0,25	
b	0,09+j0,24	0,09+j0,24	0,08+j0,25	0,09+j0,28	0,17+j0,69	0,08+j0,29	
c	0,09+j0,23	0,08+j0,25	0,08+j0,27	0,09+j0,25	0,08+j0,29	0,16+j0,7	

Sistem jednađbi vodiča glasi:

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}^I & \bar{Z}^{II} \\ \bar{Z}^{III} & \bar{Z}^{IV} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}^{abc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad 4-75$$

što daje

$$-\frac{d}{dx} [\bar{V}^{abc}] = [\bar{Z}^I][\bar{I}^{abc}] \quad 4-76$$

a sistem jednađbi ekvivalentnih vodiča

$$-\frac{d}{dx} [\bar{V}^{abc}] = [\bar{Z}^{abc}][\bar{I}^{abc}] \quad 4-77$$

Budući da se radi o simetriranom vođu moramo u oba slučaja računati s prosječnim međusobnim impedancijama.

Matrica $[\bar{Z}^I]$ iz jednađbe 4-76 i matrica $[\bar{Z}^{abc}]$ iz jednađbe 4-77 nisu jednake. Međutim za ovaj posebni pogonski slučaj moraju dati iste rezultate.

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ a^2 \bar{V}_a \\ a \bar{V}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s^V & \bar{Z}_m^V & \bar{Z}_m^V \\ \bar{Z}_m^V & \bar{Z}_s^V & \bar{Z}_m^V \\ \bar{Z}_m^V & \bar{Z}_m^V & \bar{Z}_s^V \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ a^2 \bar{I}_a \\ a \bar{I}_a \end{bmatrix} \quad 4-78$$

$$-\frac{d}{dx} \bar{V}_a = \bar{Z}_s^V \bar{I}_a + a^2 \bar{Z}_m^V \bar{I}_a + a \bar{Z}_m^V \bar{I}_a = (\bar{Z}_s^V - \bar{Z}_m^V) \bar{I}_a \quad 4-79$$

a jednađba 4-77:

$$-\frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ a^2 \bar{V}_a \\ a \bar{V}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_s^e & \bar{Z}_m^e & \bar{Z}_m^e \\ \bar{Z}_m^e & \bar{Z}_s^e & \bar{Z}_m^e \\ \bar{Z}_m^e & \bar{Z}_m^e & \bar{Z}_s^e \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_a \\ a^2 \bar{I}_a \\ a \bar{I}_a \end{bmatrix} \quad 4-80$$

$$-\frac{d}{dx} \bar{V}_a = \bar{Z}_s^e \bar{I}_a + a^2 \bar{Z}_m^e \bar{I}_a + a \bar{Z}_m^e \bar{I}_a = (\bar{Z}_s^e - \bar{Z}_m^e) \bar{I}_a \quad 4-81$$

$\bar{Z}_s^V, \bar{Z}_m^V$ = vlastita i međusobna impedancija vodiča

$\bar{Z}_s^e, \bar{Z}_m^e$ = vlastita i međusobna impedancija ekvivalentnih faznih vodiča.

Iz jednakosti napona i struja jednađžbi 4-79 i 4-81 proizlazi jednakost:

$$(\bar{z}_s^V - \bar{z}_m^V) = (\bar{z}_s^e - \bar{z}_m^e) = \bar{z}_1 \quad 4-82$$

$\bar{z}_1$ je pogonska impedancija i analogno tome pogonski induktivitet. Upravo ovaj pogonski induktivitet računali smo uvijek kada nam je pomoću opće formule za ulančeni tok uspjelo izračunati induktivitet.

Primjer 4.6.: Pretpostavimo da je vod sa slike 119 prepleten i izračunajmo pogonsku impedanciju.

$$\bar{z}_s^V = 0,13 + j 0,79$$

$$\bar{z}_m^V = \frac{1}{3} (0,05 + j0,38 + 0,5 + j0,34 + 0,05 + j0,38) = 0,05 + j0,37$$

$$\bar{z}_1 = 0,13 + j0,79 - 0,05 - j0,37 = \underline{0,08 + j0,42} \quad \Omega/\text{km}$$

$$\bar{z}_s^e = 0,19 + j 0,74$$

$$\bar{z}_m^e = \frac{1}{3} (0,12 + j0,33 + 0,11 + j0,29 + 0,12 + j0,33) = 0,11 + j0,32$$

$$\bar{z}_1 = 0,19 + j0,74 - 0,11 - j0,32 = \underline{0,08 + j 0,42} \quad \Omega/\text{km}$$

4.4. Kapacitet voda

Kapacitet vodiča daje odnos između količine naboja na vodiču i visine napona na kojem se vodič nalazi. Jedinica za mjerenje kapaciteta je farad (F). Kapacitet 1 F ima onaj vodič kod kojega povećanje napona za 1 V dovede do povećanja naboja za 1 As.

$$1 \text{ F} = 1 \frac{\text{As}}{\text{V}} \quad 4-83$$

Svi vodiči voda zajedno sačinjavaju električki povezani sustav vodiča. Razlike napona među vodičima i količine naboja na vodičima u čvrstoj su međusobnoj vezi. Električno polje u prostoru nastaje djelovanjem naboja svih vodiča, a naboj svakog vodiča nastaje utjecajem svih ostalih vodiča.

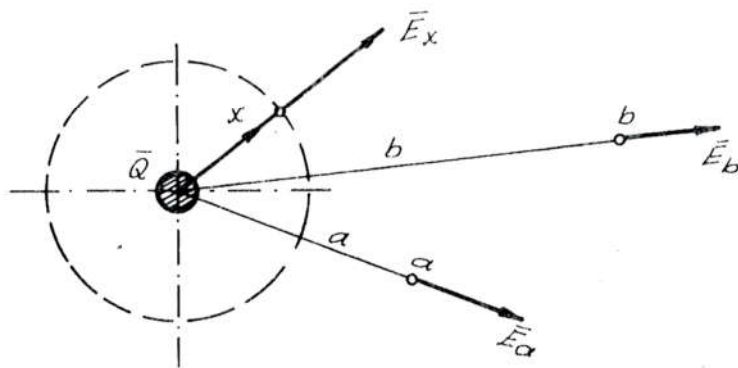
Napon je razlika potencijala. Jednu ekvipotencijalnu plohu moramo odabrati za referentnu, a to je obično ploha nultog potencijala i prema toj plohi određujemo napon svih vodiča.

ϵ je dielektrična konstanta sredine, a za vakuum iznosi

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^9} \left| \frac{F}{m} \right| \quad \text{ili} \quad \frac{1}{36 \cdot \pi \cdot 10^6} \left| \frac{F}{km} \right| \quad 4-84$$

4.4.1. Opća formula za napon

Računamo električno polje oko dugog punog cilindričnog vodiča. Na promatranoj duljini od 1 m nema pada napona. Oko vodiča je vakuum. (Sl.122).



Uslijed djelovanja naboja $\bar{Q}$ na vodiču na udaljenosti x od vodiča iznosi gustoća električnog toka

$$\bar{D}_x = \frac{\bar{Q}}{2\pi \cdot x \cdot 1} \left| \frac{C}{m} \right| \quad 4-85$$

i jakost električnog polja

Sl.122 - Električno polje oko vodiča

$$\bar{E}_x = \frac{\bar{D}_x}{\epsilon_0} = \frac{\bar{Q}}{2\pi x} 36 \cdot \pi \cdot 10^9 = 18 \cdot 10^9 \cdot \frac{\bar{Q}}{x} \left| \frac{V}{m} \right|$$

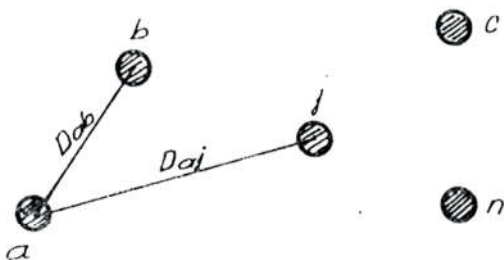
Razlika napona između a i b iznosi

$$\bar{U}_{ab} = - \int_b^a \bar{E}_x dx = 18 \cdot 10^9 \bar{Q} \ln \frac{b}{a} |V| \quad 4-86$$

Neka je zadan sustav od n vodiča uz uvjet da je sustav zatvoren tj. da je:

$$\sum_{j=1}^n \bar{Q}_j = 0 \quad 4-87$$

što znači da dovoljno daleko od sustava nema vodljivih tijela. Sl. 123.



$$\sum_{j=1}^n \bar{Q}_j = 0$$

Napon između vodiča a i b uslijed naboja na vodiču j iznosi prema 4-86

$$\bar{U}_{(ab)j} = 18 \cdot 10^9 \bar{Q}_j \cdot \ln \frac{D_{bj}}{D_{aj}} \quad 4-88$$

Sl.123 - Sustav od n vodiča

dok je djelovanje naboja na svim vodičima na vodič a:

$$\bar{U}_{ab} = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{bj}}{D_{aj}}$$

$$\bar{U}_{ac} = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{cj}}{D_{aj}}$$

4-89

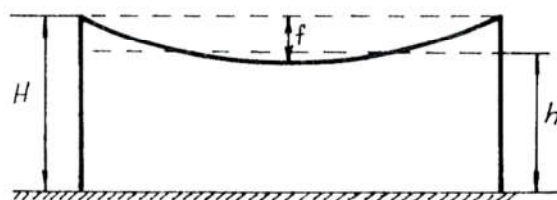
$$\bar{U}_{an} = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{nj}}{D_{aj}}$$

Dobili smo n-1 nezavisnu jednažbu.

4.4.2. Utjecaj zemlje

Površinu zemlje možemo smatrati površinom vodljivog tijela, na kojoj se pod utjecajem naboja vodiča takodjer skupi električni naboj.

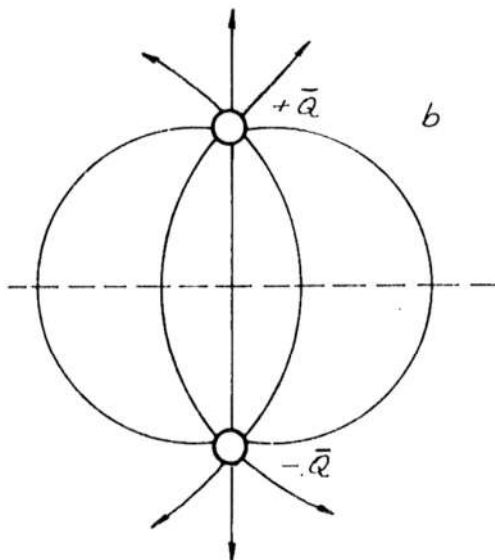
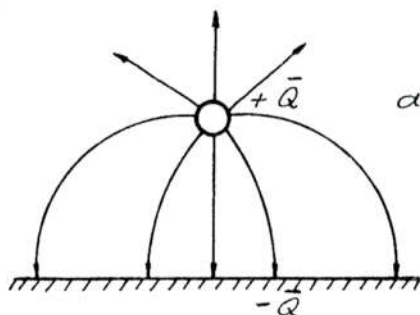
Važna je visina vodiča iznad tla. Uzimamo prosječnu visinu i to onu koju dobijemo, ako od visine ovjesišta na stupu odbijemo 7/10 provjesa (Sl.124).



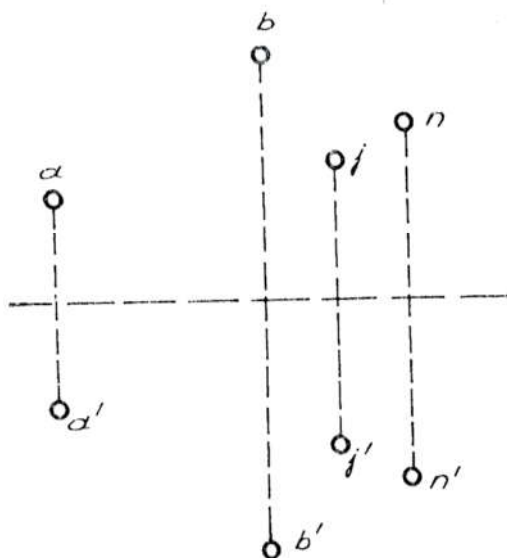
Sl.124 - Položaj vodiča iznad zemlje

$$h = H - 0,7 f \quad 4-90$$

Metoda zrcaljenja nam pomaže da u račun uključimo zemlju bez potrebe za određivanjem naboja na površini zemlje (Sl.125.a). Slika polja između vodiča i zemlje ista je kao i dio slike polja između dva vodiča na dvostrukoj udaljenosti (Sl.125.b).



Sl.125 - Vodič i zemlja (a); vodič i njegova zrcalna slika (b).



Kad imamo više vodiča zemlju eliminiramo tako da svakom vodiču pridodjemo njegovu zrcalnu sliku (Sl.126).

$$\bar{Q}_j' = -\bar{Q}_j$$

$$D_{a'j'} = D_{aj}$$

$$D_{a'j} = D_{aj'}$$

Primjenimo opću formulu za napon

Sl.126 - Sustav vodiča nad zemljom

$$\begin{aligned}\bar{U}_{aa'} &= 2\bar{V}_a = 18 \cdot 10^9 \left(\sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}} + \sum_{j'=a'}^{n'} \bar{Q}_{j'} \ln \frac{D_{aj'}}{D_{a'j'}} \right) \\ &= 18 \cdot 10^9 \left(\sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}} - \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{aj}}{D_{a'j}} \right) = \\ &= 18 \cdot 10^9 \left(\sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}} + \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}} \right) = \\ &= 18 \cdot 10^9 2 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}}\end{aligned}$$

Naponi prema zemlji iznose:

$$\bar{V}_a = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}}$$

$$\bar{V}_b = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{b'j}}{D_{bj}}$$

4-91

$$\bar{V}_n = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{n'j}}{D_{nj}}$$

Dobili smo n nezavisnih jednažbi sa n nepoznanica. Napišimo ih u matričnom obliku

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_a \\ \bar{V}_b \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} = 18 \cdot 10^9 \begin{bmatrix} \ln \frac{D_{a'a}}{D_{aa}} & \ln \frac{D_{a'b}}{D_{ab}} & \dots & \ln \frac{D_{a'n}}{D_{an}} \\ \ln \frac{D_{b'a}}{D_{ba}} & \ln \frac{D_{b'b}}{D_{bb}} & \dots & \ln \frac{D_{b'n}}{D_{bn}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \ln \frac{D_{n'a}}{D_{na}} & \ln \frac{D_{n'b}}{D_{nb}} & \dots & \ln \frac{D_{n'n}}{D_{nn}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{Q}_a \\ \bar{Q}_b \\ \vdots \\ \bar{Q}_n \end{bmatrix} \quad 4-92$$

odnosno:

$$[\bar{V}] = [P] \times [\bar{Q}] \quad 4-93$$

Matrica $[P]$ naziva se matrica potencijalnih koeficijenata sastavljena od članova P_{ii} i P_{ik} u kojima se pojavljuju

$D_{aa} \ D_{bb} \ \dots \ D_{ii} \ D_{nn} =$ stvarni vlastiti SGR vodiča

$D_{ab} \ \dots \ D_{ik} \ \dots \ D_{a'a} \ \dots =$ međusobne udaljenosti vodiča i vodiča od zrcalnih slika.

Kada su vodiči istog presjeka možemo pisati za članove matrice $[P]$:

$$P_{ii} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{2h_i}{r} \left| \frac{V_m}{A_s} \right| \quad 4-94$$

$$P_{ik} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_{i'k}}{D_{ik}} \left| \frac{V_m}{A_s} \right| \quad 4-95$$

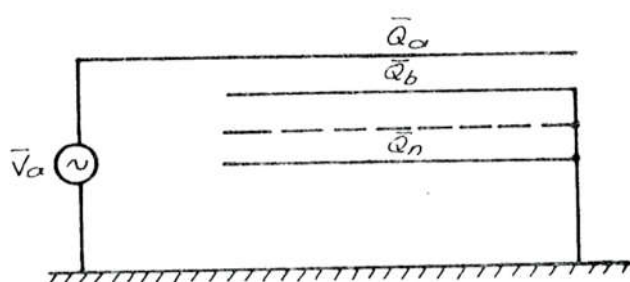
4.4.3. Matrica kapacitivnih koeficijenata

Matrica $[P]$ je realna kvadratna simetrična matrica, čiji članovi ovise jedino o geometriji voda u ravnini presjeka. Ako jednačbu 4-93 pomnožimo sa $[P]^{-1}$ dobijemo:

$$\begin{aligned} [\bar{Q}] &= [P]^{-1} [\bar{V}] \\ [\bar{Q}] &= [K] [\bar{V}] \\ [K] &= [P]^{-1} \end{aligned} \quad 4-96$$

Matrica $[K]$ je matrica kapacitivnih koeficijenata. Ona daje vezu između naboja na vodičima i napona vodiča prema zemlji.

Na slici 127 pokazano je značenje matrice kapacitivnih koeficijenata. Prema slici 127 pod naponom je samo vodič a.



$$\bar{V}_a = \bar{V}_a$$

$$\bar{V}_b = 0$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\bar{V}_n = 0$$

Sl.127 - Računanje stupca a

$$\begin{aligned} \bar{Q}_a &= K_{aa} \bar{V}_a & K_{aa} &= \frac{\bar{Q}_a}{\bar{V}_a} \\ \bar{Q}_b &= K_{ba} \bar{V}_a & K_{ba} &= \frac{\bar{Q}_b}{\bar{V}_a} \\ \dots\dots\dots & & & \\ \bar{Q}_n &= K_{na} \bar{V}_a & K_{na} &= \frac{\bar{Q}_n}{\bar{V}_a} \end{aligned}$$

4-98

Ponovimo postupak za sve ostale vodiče i dobijemo sve stupce matrice [K]

Pomnožimo jednadžbu 4-96 sa ωj :

$$j\omega [\bar{Q}] = j\omega [K][\bar{V}]$$

$$[\bar{I}] = j\omega [K][\bar{V}]$$

4-99

$$[\bar{I}] = j [B][\bar{V}]$$

4-100

Množenjem matrice [K] sa ω dobijemo matricu kapacitivnih susceptancija [B]

$$[B] = \omega [K]$$

4-101

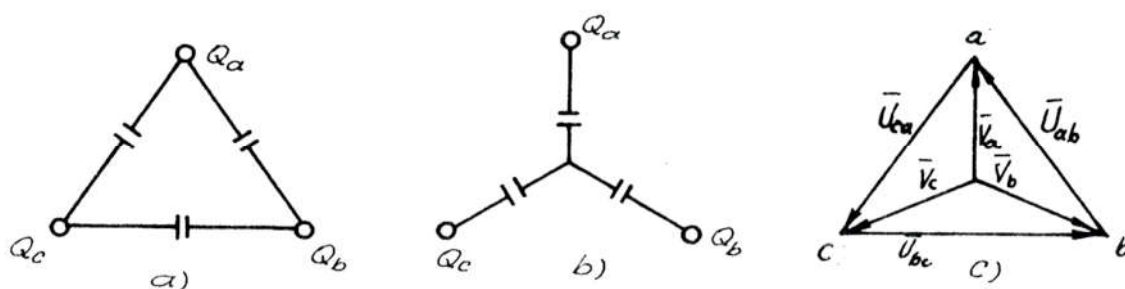
Radi 4-97 možemo također pisati

$$[B]^{-1} = \frac{1}{\omega} [P]$$

4-102

Matricu kapacitivnih susceptancija računamo prema izrazu 4-102.

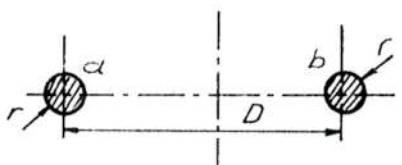
Pogonski kapacitet je kapacitet direktnog sistema simetriranog voda. Pomoću jednadžbi 4-89 možemo izračunati pogonski kapacitet za vod od tri vodiča koji su smješteni u vrhovima istostraničnog trokuta. (Sl.128). To je kapacitet vodiča prema pravcu koji prolazi težištem trokuta i ima nulti potencijal.



Sl.128 - Kapacitet simetričnog voda (a), nadomjesni kapacitet istog voda (b), trokut narinutih napona (c).

Kapacitet jednog vodiča možemo izračunati i kod voda od dva vodiča. To je kapacitet prema ekvipotencijalnoj plohi nultog potencijala, neutralnoj plohi, koja prolazi simetrično između vodiča.

Primjer 4.7. Zadan je vod od dvije žice. Treba odrediti kapacitet vodiča. Slika 129.



Sl.129 - Vod od dvije žice

$$\bar{Q}_a + \bar{Q}_b = 0$$

$$\bar{Q}_a = \bar{Q} \quad \bar{Q}_b = -\bar{Q}$$

$$D_{aa} = D_{bb} = r$$

$$\begin{aligned} U_{ab} &= 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{bj}}{D_{aj}} = \\ &= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{D_{ab}}{D_{aa}} + \bar{Q}_b \ln \frac{D_{bb}}{D_{ba}} \right) = \\ &= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q} \ln \frac{D}{r} - \bar{Q} \ln \frac{r}{D} \right) = 18 \cdot 10^9 2\bar{Q} \ln \frac{D}{r} \end{aligned}$$

$$\bar{V}_a = 18 \cdot 10^9 \bar{Q} \ln \frac{D}{r}$$

$$C_a = \frac{\bar{Q}_a}{\bar{V}_a} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} \quad \left| \frac{F}{m} \right|$$

Primjer 4.8. Zadan je vod s rasporedom vodiča prema slici 128.a. Treba izračunati pogonski kapacitet.

$$\bar{Q}_a + \bar{Q}_b + \bar{Q}_c = 0$$

$$D_{aa} = D_{bb} = D_{cc} = r$$

$$\bar{U}_{ab} = \bar{V}_a - \bar{V}_b$$

$$\bar{U}_{ac} = \bar{V}_a - \bar{V}_c = -U_{ca}$$

$$\bar{U}_{ab} + \bar{U}_{ac} = 3\bar{V}_a$$

$$\bar{U}_{ab} = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{bj}}{D_{aj}} =$$

$$= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{D_{ba}}{D_{aa}} + \bar{Q}_b \ln \frac{D_{bb}}{D_{ab}} + \bar{Q}_c \ln \frac{D_{bc}}{D_{ac}} \right) =$$

$$= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{D}{r} - \bar{Q}_b \ln \frac{D}{r} \right) =$$

$$= 18 \cdot 10^9 (\bar{Q}_a - \bar{Q}_b) \ln \frac{D}{r}$$

$$\bar{U}_{ac} = 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{cj}}{D_{aj}} =$$

$$= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{D_{ca}}{D_{aa}} + \bar{Q}_b \ln \frac{D_{cb}}{D_{ab}} + \bar{Q}_c \ln \frac{D_{cc}}{D_{ca}} \right) =$$

$$= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{D}{r} + \bar{Q}_b \ln \frac{D}{D} + \bar{Q}_c \ln \frac{r}{D} \right) =$$

$$= 18 \cdot 10^9 (\bar{Q}_a - \bar{Q}_c) \ln \frac{D}{r}$$

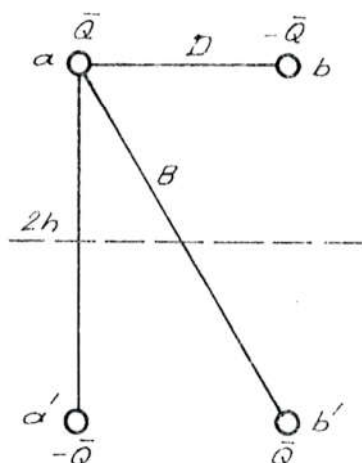
$$\begin{aligned} \bar{U}_{ab} + \bar{U}_{ac} &= 3\bar{V}_a = 18 \cdot 10^9 (\bar{Q}_a - \bar{Q}_b + \bar{Q}_a - \bar{Q}_c) \ln \frac{D}{r} = \\ &= 18 \cdot 10^9 3\bar{Q}_a \ln \frac{D}{r} \end{aligned}$$

Pogonski kapacitet sada možemo izračunati:

$$C_a = C_b = C_c = C_1$$

$$C_1 = \frac{\bar{Q}_a}{\bar{V}_a} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} \quad \left| \frac{F}{m} \right|$$

Primjer 4.9. Utjecaj zemlje na vod s dva vodiča (Sl.130).



$$\bar{Q}_a = \bar{Q}$$

$$\bar{Q}_b = -\bar{Q}$$

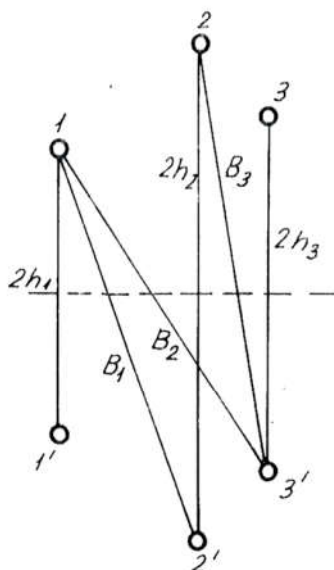
Sl.130 - Vod od dva vodiča na udaljenosti h od zemlje

$$\begin{aligned}\bar{V}_a &= 18 \cdot 10^9 \sum_{j=a}^n \bar{Q}_j \ln \frac{D_{a'j}}{D_{aj}} = \\ &= 18 \cdot 10^9 (\bar{Q}_a \ln \frac{D_{a'a}}{D_{aa}} + \bar{Q}_b \ln \frac{D_{a'b}}{D_{ab}} = \\ &= 18 \cdot 10^9 (\bar{Q} \ln \frac{2h}{r} - \bar{Q} \ln \frac{B}{D}) = \\ &= 18 \cdot 10^9 \bar{Q} \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}\end{aligned}$$

$$C_a = \frac{\bar{Q}_a}{\bar{V}_a} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}} \quad \left| \frac{F}{m} \right|$$

Kako je $\frac{2h}{B} < 1$ znači da utjecaj zemlje povećava kapacitet.

Kada $\frac{2h}{B} \rightarrow 1$ utjecaj zemlje nestaje.



Primjer 4.10. Trofazni prepletni vod i zemlja (Sl.131). Treba odrediti pogonski kapacitet.

$$\bar{Q}_a + \bar{Q}_b + \bar{Q}_c = 0$$

$$H = \sqrt{h_1 h_2 h_3}$$

$$B = \sqrt{B_1 B_2 B_3}$$

$$D = \sqrt{D_{12} D_{13} D_{23}}$$

$$D_{aa} = D_{bb} = D_{cc} = r$$

Sl.131 - Položaj vodiča kod trofaznog voda

Napon po dionicama:

$$\bar{V}_{aI} = 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{2h_1}{r} + \bar{Q}_b \ln \frac{B_1}{D_{12}} + \bar{Q}_c \ln \frac{B_2}{D_{13}} \right)$$

$$\bar{V}_{aII} = 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{2h_2}{r} + \bar{Q}_b \ln \frac{B_3}{D_{23}} + \bar{Q}_c \ln \frac{B_1}{D_{12}} \right)$$

$$\bar{V}_{aIII} = 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{2h_3}{r} + \bar{Q}_b \ln \frac{B_2}{D_{12}} + \bar{Q}_c \ln \frac{B_3}{D_{23}} \right)$$

Srednja aritmetička vrijednost napona iznosi:

$$\begin{aligned} V_a &= \frac{\bar{V}_{aI} + \bar{V}_{aII} + \bar{V}_{aIII}}{3} = \\ &= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{2\sqrt[3]{h_1 h_2 h_3}}{r} + \right. \\ &\quad \left. + \bar{Q}_b \ln \frac{\sqrt[3]{B_1 B_2 B_3}}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{13}}} + \bar{Q}_c \ln \frac{\sqrt[3]{B_1 B_2 B_3}}{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{13}}} \right) = \\ &= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{2h}{r} + \bar{Q}_b \ln \frac{B}{D} + \bar{Q}_c \ln \frac{B}{D} \right) = \\ &= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{2h}{r} - \bar{Q}_a \ln \frac{B}{D} \right) = 18 \cdot 10^9 \bar{Q}_a \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B} \end{aligned}$$

$$C_a = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}} \quad \left| \frac{F}{m} \right|$$

Kao i kod voda od dva vodiča utjecaj zemlje pojavio se je kroz faktor $2h/B$ u nazivniku izraza za kapacitet.

Primjer 4.11. Za vod sa slike 131 odredi matricu [P], matricu [K] i matricu [B].

$$h_1 = h_2 = h_3 = 12,46 \text{ m} = h$$

$$D_{12} = D_{23} = 6,6 \text{ m}$$

$$D_{13} = 13,2 \text{ m}$$

$$r = 13,3 \text{ mm}$$

Računamo

$$B_1 = B_3 = \sqrt{24,92^2 + 6,6^2} = 25,78 \text{ m} ; \quad B = \sqrt[3]{25,78^2 \cdot 28,20} = 26,56 \text{ [m]}$$

$$B_2 = \sqrt{24,92^2 + 13,2^2} = 28,20 \text{ m} ; \quad D = \sqrt[3]{6,6^2 \cdot 13,2} = 8,315 \text{ [m]}$$

Koristimo izraze 4-94 i 4-95 pa je:

	a	b	c
a	135,64	24,53	13,66
b	24,53	135,64	24,53
c	13,66	24,53	135,64

$[P] =$

$10^6 \left| \frac{1}{F/\text{km}} \right|$

Prema 4-97 izlazi:

	a	b	c
a	7,660	-1,288	-0,538
b	-1,288	7,838	-1,288
c	-0,538	-1,288	7,660

$[K] = [P]^{-1} =$

$10^{-9} \left| \frac{F}{\text{km}} \right|$

i prema 4-102:

	a	b	c
a	2,406	-0,405	-0,169
b	-0,405	2,462	-0,405
c	-0,169	-0,405	2,406

$[B] = \omega[K] =$

$10^{-6} \left| \frac{S}{\text{km}} \right|$

Za prepleteni vod vandijagonalni članovi su

$P_{ij} = 18 \cdot 10^9 \ln \frac{B}{D},$ pa je

	a	b	c
a	135,64	20,90	20,90
b	20,90	135,64	20,90
c	20,90	20,90	135,64

$[P] =$

$$[B] = \begin{matrix} & \begin{matrix} a & b & c \end{matrix} \\ \begin{matrix} a \\ b \\ c \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2,416 & -0,323 & -0,323 \\ -0,323 & 2,416 & -0,323 \\ -0,323 & -0,323 & 2,416 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad 10^{-6} \left| \frac{S}{km} \right|$$

4.4.4. Metoda SGU

Za vod bez gubitaka vrijedi

$$L_1 C_1 = \frac{1}{c^2} \quad 4-103$$

c = brzina svjetlosti u vakuumu

$$c = 3 \cdot 10^8 \left| \frac{m}{s} \right|$$

Za stvarni vod

$$L_{1v} C_1 = \frac{1}{c^2} \quad 4-104$$

L_{1v} je vanjski pogonski induktivitet

$$L_{1v} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_{ss}} \left| \frac{H}{m} \right|$$

Električko polje se ponaša na površini vodiča kao u statičkom stanju, pa je za proračun kapaciteta mjerodavan induktivitet vodiča tanke stijenke radiusa r . U izrazu 4-39 za vlastiti induktivitet vodiča ovakvog voda radi $r' = r$ postaje $L_u = 0$, pa je

$$L_{ii} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{1}{r} = L_v$$

Iz jednadžbe 4-104 slijedi

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{c^2 L_{1v}} = \frac{1}{9 \cdot 10^{16} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{D_{ss}}} = \\ &= \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_m}{D_{ss}}} \left| \frac{F}{m} \right| \quad 4-105 \end{aligned}$$

Značenje indeksa identično je kao u odjeljku 4.2.3.

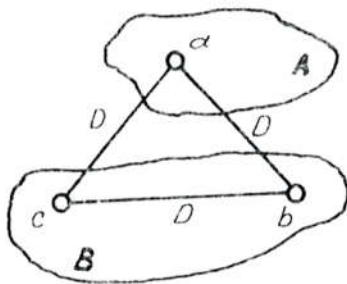
Primjer 4.12. Treba odrediti kapacitet vodiča prema slici 129 metodom SGU.

$$m = 1 \quad D_m = D$$

$$n = 1 \quad D_{ss} = r$$

$$C_a = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_m}{D_{ss}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} \quad \left| \frac{F}{m} \right|$$

Primjer 4.13. Treba odrediti kapacitet vodiča smještenih prema slici 128 metodom SGU.



$$m = 2$$

$$n = 1$$

$$D_m = \sqrt{DD} = D$$

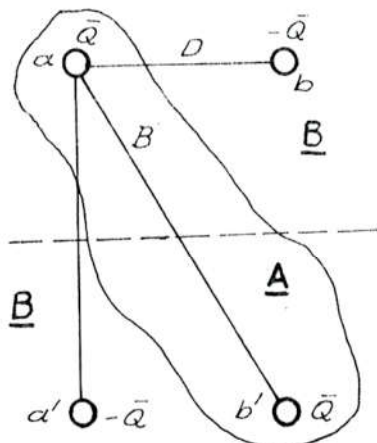
$$D_{ss} = r$$

Sl.132 - Podjela vodiča na grupe A i B

$$C_a = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_m}{D_{ss}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r}} \quad \left| \frac{F}{m} \right|$$

Primjer 4.14. Metodom SGU odredi kapacitet vodiča s utjecajem zemlje (slika 130).

Podijelimo vodiče na grupu A u kojoj su vodiči s nabojem $\bar{Q}$ i grupu vodiča B u kojoj su vodiči s nabojem $-\bar{Q}$. (Slika 133)



$$m = 1 \quad n = 2$$

$$Q_a = Q_b = Q$$

$$Q_b = Q_a = -Q$$

$$D_m = \sqrt{(D - 2H)^2} = \sqrt{D - 2h}$$

$$D_{ss} = \sqrt{(rB)^2} = \sqrt{r B}$$

Sl.133 - Podjela vodiča na grupe A i B

$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \sqrt{\frac{D}{rB} \frac{2h}{rB}}}$$

$$C_a = \frac{1}{2} C_A = \frac{1}{2} \frac{1}{18 \cdot 10^9 \frac{1}{2} \ln \frac{D2h}{rB}} =$$

$$= \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D}{r} \frac{2h}{B}} \quad \left| \frac{F}{m} \right|$$

4.4.5. Parcijalni kapaciteti

Naboj na vodiču je suma naboja odredjenog razlikama napona izmedju tog i ostalih vodiča uključujući zemlju, pa možemo pisati:

$$\bar{Q}_a = C_{aa} \bar{V}_a + C_{ab} (\bar{V}_a - \bar{V}_b) + \dots + C_{an} (\bar{V}_a - \bar{V}_n)$$

$$\bar{Q}_b = C_{ba} (\bar{V}_b - \bar{V}_a) + C_{bb} \bar{V}_b + \dots + C_{bn} (\bar{V}_b - \bar{V}_n)$$

4-106

$$\bar{Q}_n = C_{na} (\bar{V}_n - \bar{V}_a) + C_{nb} (\bar{V}_n - \bar{V}_b) + \dots + C_{nn} \bar{V}_n$$

Sredimo ove jednačbe

$$\bar{Q}_a = (C_{aa} + C_{ab} + \dots + C_{an}) \bar{V}_a - C_{ab} \bar{V}_b - C_{ac} \bar{V}_c \dots - C_{an} \bar{V}_n$$

$$\bar{Q}_b = -C_{ba} \bar{V}_a + (C_{ba} + C_{bb} + \dots + C_{bn}) \bar{V}_b - C_{bc} \bar{V}_c \dots - C_{bn} \bar{V}_n$$

$$\bar{Q}_n = -C_{na} \bar{V}_a - C_{nb} \bar{V}_b \dots + (C_{na} + C_{nb} + \dots + C_{nn}) \bar{V}_n$$

U ovim jednačbama je:

C_{ii} = dozemni kapacitet

C_{ij} = medjusobni kapacitet

Usporedimo jednačbe 4-96 s jednačbama 4-102. Izlazi da je:

$$K_{ii} = C_{ii} + \sum_{k=a}^n C_{ik} \quad i \neq k \quad 4-108$$

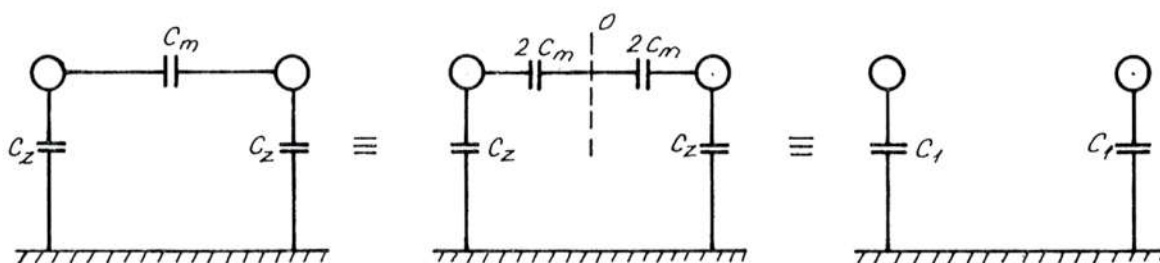
$$K_{ik} = -C_{ik} \quad i \neq k \quad 4-109$$

C_{ii} i C_{ij} nazivaju se parcijalni kapaciteti.

Jednake dozemne kapacitete označit ćemo sa C_z , a jednake međusobne kapacitete sa C_m .

Iz parcijalnih kapaciteta možemo izračunati pogonski kapacitet samo u slučaju kada je vod simetričan. To znači da svi dozemni kapaciteti moraju biti jednaki, a isto tako i svi međusobni kapaciteti. Tada je moguć proračun kapaciteta između vodiča i neutralne točke, jer je potencijal neutralne točke jednak potencijalu zemlje (nuli) ako se na vod narine simetričan napon.

Na slici 134 pokazan je proračun pogonskog kapaciteta za vod od dva vodiča jednako udaljena od zemlje.



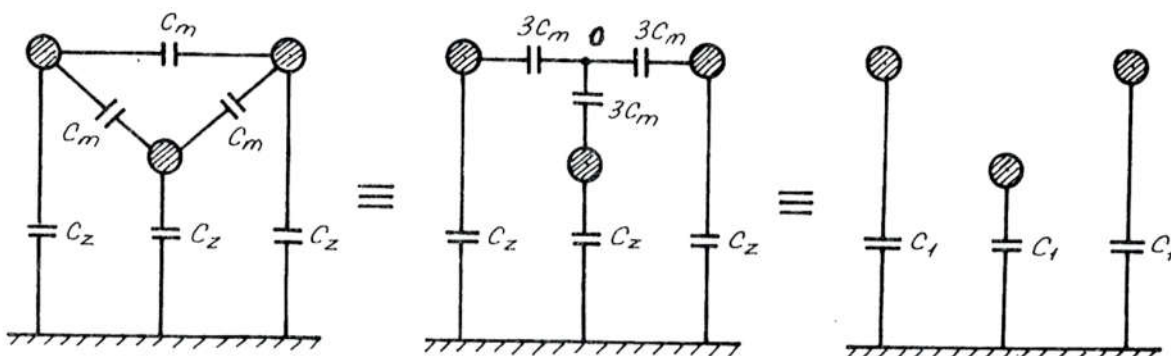
Sl.134 - Pogonski kapacitet voda od 2 vodiča

Pogonski kapacitet vodiča jednak je

$$C_1 = 2 C_m + C_z$$

4-110

Na slici 135 pokazan je proračun pogonskog kapaciteta trofaznog simetričnog voda. Mora biti ispunjeno $C_{ab} = C_{bc} = C_{ca} = C_m$ i $C_{aa} = C_{bb} = C_{cc} = C_z$.

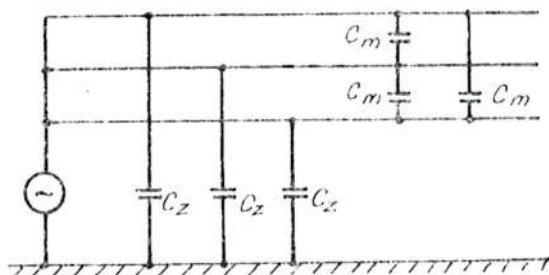


Sl.135 - Pogonski kapacitet trofaznog voda

Pogonski kapacitet voda jednak je:

$$C_1 = 3 C_m + C_z$$

4-111



Sl.136 - Nulti sistem

Dozemni kapacitet C_z je od posebnog interesa za nesimetrične naponske prilike, jer kod narinutog nultog napona sva tri vodiča prema zemlji poprime isti potencijal i djelotvoran ostaje samo dozemni kapacitet C_z . U stvari je to nulti kapacitet po teoriji komponenata. (Sl.136)

Za jednostruki vod bez dozemnog užeta kreću se iznosi kapaciteta

$$C_1 = 9 \cdot 10^{-9} \quad (\text{F/km})$$

$$C_z = 5 \cdot 10^{-9} \quad (\text{F/km})$$

$$C_m = 1,3 \cdot 10^{-9} \quad (\text{F/km})$$

Primjer 4.15. Dozemni kapacitet dvaju vodiča (Sl.137)

$$m = 2; \quad n = 2;$$

$$D_m = \sqrt[4]{(2hB)^2} = \sqrt{2hB}; \quad D_{ss} = \sqrt[4]{rDrD} = \sqrt{rD};$$

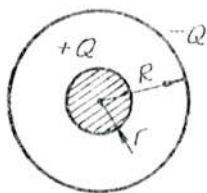
$$C_A = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{D_m}{D_{ss}}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \sqrt{\frac{2hB}{rD}}}$$

$$C_z = \frac{1}{2} C_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{2hB}{rD}} = \frac{1}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{2hB}{rD}} \quad [\text{F/m}]$$

$$\begin{aligned}\bar{v}_a &= 18 \cdot 10^9 \left(\bar{Q}_a \ln \frac{2h_a}{r_a} - \bar{Q}_a \frac{\ln \frac{B}{D}}{\ln \frac{2h_p}{r_p}} \ln \frac{B}{D} \right) = \\ &= 18 \cdot 10^9 \bar{Q}_a \left[\ln \frac{2h_a}{r_a} - \frac{(\ln \frac{B}{D})^2}{\ln \frac{2h_p}{r_p}} \right] \\ C_a = C_o &= \frac{1}{18 \cdot 10^9 \left[\ln \frac{2h_a}{r_a} - \frac{(\ln \frac{B}{D})^2}{\ln \frac{2h_p}{r_p}} \right]} \quad | \text{ F/m } |\end{aligned}$$

4.4.6 Kapacitet kabla

Kod jednožilnog kabla i kod zakriljenog trožilnog kabla nalazi se oko vodiča koncentrični metalni plašt odnosno metalno zakrilje. Kod ovih kabla silnice električnog polja završavaju na metalnom zakrilju odnosno plaštu pa je područje polja od r do R . Plašt je uzemljen, a $\epsilon_r \neq 1$ tako da opća formula za napon glasi:



$$v_a = \frac{18 \cdot 10^9}{\epsilon_r} Q_a \ln \frac{R}{r} \quad |V| \quad 4-112$$

$$C_a = \frac{\epsilon_r}{18 \cdot 10^9 \ln \frac{R}{r}} \quad | \text{ F/m } | \quad 4-113$$

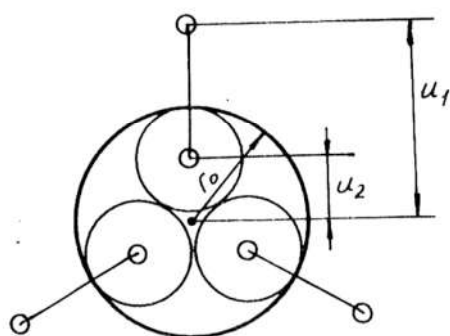
Sl.140 - Jednožilni kabel

Kod ovih kabla ovo je ujedno dozemni i pogonski kapacitet:

$$C_a = C_z = C_1 \quad 4-114$$

Kod pojasnog kabla nemamo tako jednostavnu sliku. Silnice električnog polja završavaju na plaštu i na drugim vodičima. Radi lakšeg računanja plašt možemo zamjeniti sa tri zrcalna vodiča. Položaj zrcalnog vodiča mora odgovarati uvjetu

$$u_1 u_2 = r_o^2 \quad 4-115$$



Sl.141 - Pojasni kabel

4.5. Odvod voda

Odvod voda nastaje uslijed nesavršenosti izolacije. Sastavljen je od dva dijela.

$$G_1 = G_o + G_d \quad 4-116$$

Odvod G_o pokazuje koliko je strujno vodjenje izolacije, a odvod G_d nastaje zbog pojave gubitaka u izolaciji pri izmjeničnoj polarizaciji.

Odvod možemo definirati kao odnos gubitaka po jedinici dužine voda prema kvadratu napona ili kao odnos djelatne komponente poprečne struje po jedinici dužine prema naponu.

$$G_1 = \frac{\Delta I_r}{V} = \frac{\Delta P}{V^2} \quad \left| \text{S/km} \right| \quad 4-117$$

Formula vrijedi i onda ako se uzmu trofazni gubici, a za napon linijski napon.

U normalnim prilikama može se računati da je za nadzemne vodove

$$G_1 = 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ | S/km |} \quad 4-118$$

a za kabele

$$G_1 = 0,005 \omega C_1 \text{ | S/km |} \quad 4-119$$

Provodne struje teku između vodiča međusobno i između vodiča i zemlje. Teku prvenstveno po površini izolatora, ako su ovi onečišćeni i ovlaženi.

U izvanrednim prilikama, kada jakost električnog polja prekorači električnu čvrstoću uzduha dolazi oko vodiča do električnih izbijanja, povećanih gubitaka energije i znatno povećanog odvoda. Po-

java se naziva korona.

Glavni dio izolacije kod nadzemnih vodova čini uzduh oko vodiča, koji je uvijek nešto ioniziran. Pod utjecajem električnog polja nastaje kretanje iona. Kod dovoljno velike brzine stvaraju se pri sudarima novi ioni i uzduh postaje vodljiv. Pri temperaturi od 25°C i tlaku od 0,1 MPa to se događa kod jakosti polja od oko 30 kV/cm, što prema tome predstavlja električnu čvrstoću uzduha.

Radi velike udaljenosti medju vodičima kod nadzemnih dalekovoda ne dolazi do proboja kroz uzduh iako napon dignemo dovoljno visoko, nego samo do tinjavog izbijanja oko vodiča tj. do korone. Jakost električnog polja je najjača oko vodiča, pa se oko vodiča stvori vodljivi sloj uzduha, dok na većoj udaljenosti uzduh zadrži svoja izolacijska svojstva.

Korona dolazi do izražaja kao vijenac modrikastog svijetla oko vodiča. Čuje se siktanje i osjeća miris ozona. Kod izmjeničnog napona korona traje dok je momentalna vrijednost napona u blizini tjemene vrijednosti, te se tinjava izbijanja neprekidno pale i gase. Nastaju elektromagnetski valovi, koji prave smetnje radio uređajima i televiziji, dok ozon djeluje agresivno na materijal vodiča.

4.5.1. Kritični napon

Kritični napon je onaj pogonski napon kod kojega jakost električnog polja taman dosegne vrijednost električne čvrstoće uzduha.

Jakost električnog polja kontroliramo na površini vodiča jer je tamo jakost polja najveća. Račun pojednostavimo tako da pretpostavimo beskonačno dug, glatki okrugli vodič i radijalnu razdiobu polja. Na-
boj možemo zamisliti koncentriran u osi vodiča.

$$D = \frac{Q}{2\pi r} \quad \left| \frac{C}{m^2} \right| \quad 4-120$$

$$\begin{aligned} E = \frac{D}{\epsilon_0} &= \frac{Q}{2\pi r \epsilon_0} = \frac{Q}{2\pi r} 36 \cdot \pi \cdot 10^9 = 18 \cdot 10^9 \frac{Q}{r} = \\ &= 18 \cdot 10^9 \frac{VC}{r} \quad \left| \frac{V}{m} \right| \quad 4-121 \end{aligned}$$

Uvodimo linijski kritični napon U_{KR} . Iz jednadžbe

$$\sqrt{3} \frac{30}{\sqrt{2}} = 18 \cdot 10^9 \frac{U_{KR} \cdot C}{r} \quad (r \text{ u cm})$$

$$U_{KR} = \frac{\sqrt{3} \cdot 21,1 \cdot r}{18 \cdot 10^9 C} = \frac{36,5 \cdot r}{18 \cdot 10^9 C} \quad | \text{ kV} | \quad 4-122$$

Za trofazni simetrični vod

$$U_{KR} = \frac{36,5 \cdot r}{18 \cdot 10^9} \ln \frac{D}{r} = 36,5 r \ln \frac{D}{r} \quad | \text{ kV} | \quad 4-123$$

Pretpostavka o glatkom vodiču, temperaturi i tlaku neće biti uvijek ispunjena, pa izraz za kritični napon korigiramo faktorom m i ρ gdje je

ρ = relativna gustoća uzduha. Njoj je proporcionalna električna čvrstoća uzduha

$m \leq 1$ = faktor hrapavosti vodiča.

Izraz za kritični napon sada glasi:

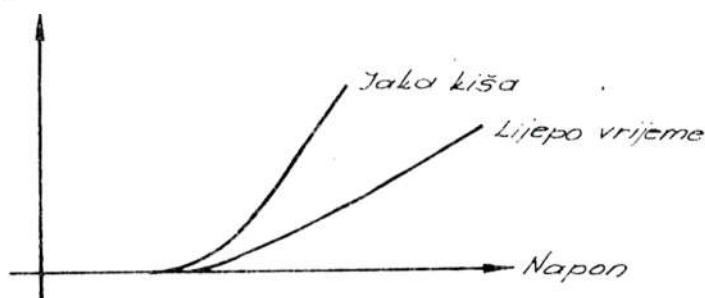
$$U_{KR} = \frac{36,5 \cdot r}{18 \cdot 10^9 \cdot C} \rho m \quad | \text{ kV} | \quad 4-124$$

odnosno za trofazni simetrični vod

$$U_{KR} = 36,5 \cdot r \cdot \rho m \ln \frac{D}{r} \quad | \text{ kV} | \quad 4-125$$

4.5.2. Gubici i sprečavanje korone

Gubici



Sl.142 - Gubici na vodu

Gubici energije, koji se pojavljuju s pojavom korone to su veći što je napon viši od kritičnoga. Gubici se obično određuju eksperimentalnim putem. Mnogi autori pokušali su na temelju ispitivanja dati formule za izračunavanje gubitaka.

Poznata je npr. Pikova formula (Peek). U literaturi možemo naći dijagrame kao rezultate izvršenih ispitivanja, npr. slično slici 142.

Najefikasnije sredstvo za sprečavanje korone je povećanje vanjskog promjera vodiča. Ovo je i dovelo do primjene šupljih vodiča. Ako uvrstimo neke prosječne vrijednosti u izraz za kritični napon npr.:

$$\frac{D}{r} = 500, \quad \rho = 0,95, \quad m = 0,83$$

možemo izračunati najmanji dozvoljeni dijametar

$$U_{KR} = 36,5 \cdot r \cdot 0,95 \cdot 0,83 \ln 500 = 180 r \rightarrow d \text{ [mm]} \geq \frac{U \text{ [kV]}}{9} \quad 4-126$$

Kao sredstvo za sprečavanje korone dolazi izvedba vodiča u snopu što se danas sve više primjenjuje. Svi vodiči zajedno djeluju kao da je vodič većeg promjera. Primarno kod toga ipak je smanjenje induktiviteta.

4.6. Poprečna matrica $[\bar{Y}_1^{abc}]$ ekvivalentnih faznih vodiča

Odnos struje i napona prema 3.2. možemo pisati

$$- \frac{d}{dx} [\bar{I}^{\text{vodiča}}] = [\bar{Y}_1^{\text{vodiča}}] [\bar{V}^{\text{vodiča}}] \quad 4-127$$

Matricu $[\bar{Y}_1^{\text{vodiča}}]$ možemo rastaviti na realni i imaginarni dio

$$\bar{Y}_1^{\text{vodiča}} = [G_1^{\text{vodiča}}] + j [B_1^{\text{vodiča}}] \quad 4-128$$

U većini slučajeva uopće ne računamo s odvođom, a u slučajevima kada računamo onda su to približne vrijednosti. Zato ćemo pokazati kako dobijemo matricu $[B_1^{abc}]$ kada je odvod jednak nuli. Matricu odvoda lako uklopimo u račun bilo da se radi o matrici vodiča ili o ekvivalentnim faznim vodičima.

Za sistem vodiča ispišemo matricu potencijalnih koeficijenata prema relaciji 4-94 i 4-95. Za vodiče na slici 118 to će biti matrica 13×13 . Na isti način kao i kod uzdužnih impedancija riješit ćemo se snopa i dozemnog užeta. Prije blok transformacije treba pripremiti jednadžbe vodiča u snopu, dok za dozemnu užad ne treba. Možemo primijeniti srednji geometrijski radius snopa i startati odmah s matricom 7×7 . Nakon blok transformacije raspolažemo matricom potencijalnih koeficijenata za ekvivalentne fazne vodiče.

Između matrice $[P]$ potencijalnih koeficijenata i matrice $[K]$ ka-

pacitivnih koeficijenata postoji jednostavna veza prema relaciji 4-97 i 4-102

$$[K] = [P]^{-1}$$

$$[B] = \omega [K] = \omega [P]^{-1} \quad | \text{ S/km } |$$

$$[B]^{-1} = \frac{1}{\omega} [P] \quad | \Omega \cdot \text{km} |$$

Primjer 4-18. Za vod sa slike 119 nađji matricu vlastitih i međusobnih susceptancija ekvivalentnih faznih vodiča (vidi pr.4.4)

$$\frac{1}{\omega} [P_1^{abc}] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} & a & b & c & p & q \end{array} \\ \begin{array}{ccccc} a & 4,3 \cdot 10^5 & 7,8 \cdot 10^4 & 4,3 \cdot 10^4 & 8,9 \cdot 10^4 & 5,4 \cdot 10^4 \\ b & 7,8 \cdot 10^4 & 4,3 \cdot 10^5 & 7,8 \cdot 10^4 & 8,0 \cdot 10^4 & 8,0 \cdot 10^4 \\ c & 4,3 \cdot 10^4 & 7,8 \cdot 10^4 & 4,3 \cdot 10^5 & 5,4 \cdot 10^4 & 8,9 \cdot 10^4 \\ p & 8,9 \cdot 10^4 & 8,0 \cdot 10^4 & 5,4 \cdot 10^4 & 5,2 \cdot 10^5 & 8,2 \cdot 10^4 \\ q & 5,4 \cdot 10^4 & 8,0 \cdot 10^4 & 8,9 \cdot 10^4 & 8,2 \cdot 10^4 & 5,2 \cdot 10^5 \end{array} \end{array} \quad | \Omega \text{ km} |$$

Nakon eliminiranja dozemnih užeta dobili smo matricu ekvivalentnih faznih vodiča.

$$\frac{1}{\omega} [P_1^{abc}] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & b & c \end{array} \\ \begin{array}{ccc} a & 4,13 \cdot 10^5 & 5,9 \cdot 10^4 & 2,8 \cdot 10^4 \\ b & 5,9 \cdot 10^4 & 4,1 \cdot 10^5 & 5,9 \cdot 10^4 \\ c & 2,8 \cdot 10^4 & 5,9 \cdot 10^4 & 4,1 \cdot 10^5 \end{array} \end{array} \quad | \Omega \text{ km} |$$

Inverzijom gornje matrice dobijemo matricu vlastitih i međusobnih susceptancija ekvivalentnih faznih vodiča.

$$[B_1^{abc}] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} a & b & c \end{array} \\ \begin{array}{ccc} a & 2,5 \cdot 10^{-6} & -3,4 \cdot 10^{-7} & -1,2 \cdot 10^{-7} \\ b & -3,4 \cdot 10^{-7} & 2,5 \cdot 10^{-6} & -3,4 \cdot 10^{-7} \\ c & -1,2 \cdot 10^{-7} & -3,4 \cdot 10^{-7} & 2,5 \cdot 10^{-6} \end{array} \end{array} \quad | \text{ S/km } |$$

4.7. Primjena simetričnih komponenta

4.7.1. Uzdužna matrica impedancije [$\bar{Z}^{012}$] za simetrične komponente

Primjenimo transformaciju u sistem simetričnih komponenta na matricu ekvivalentnih faznih vodiča. Ako je vod simetrično izveden možemo prema 2-94 odmah napisati izraze za impedancije simetričnih komponenta. Označimo:

$$D_{ik} = D_m \quad Z_{ik-z} = \bar{Z}_m \quad \bar{Z}_{ii} = \bar{Z}_s$$

dobijemo

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{11} = \bar{Z}_{22} = \bar{Z}_s - \bar{Z}_m &= R_l + 0,05 + \\ &+ j(0,1445 \log \frac{658}{r} \sqrt{\frac{\rho}{f}} + 0,0157) - \\ &- 0,05 - j 0,1445 \log \frac{658}{D_m} \sqrt{\frac{\rho}{f}} = \\ &= R_l + j (0,1445 \log \frac{D_m}{r} + 0,0157) \quad | \Omega/\text{km} | \end{aligned} \quad 4-129$$

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{00} = \bar{Z}_s + 2\bar{Z}_m &= R_l + 0,05 + j (0,1445 \log \frac{658}{r} \sqrt{\frac{\rho}{f}} + 0,0157) + \\ &+ 2(0,05 + j 0,1445 \log \frac{658}{D_m} \sqrt{\frac{\rho}{f}}) = \\ &= R_l + 0,15 + j (0,1445 \log \frac{658}{r} \sqrt{\frac{\rho}{f}} + \\ &+ 2 \cdot 0,1445 \log \frac{658}{D_m} \sqrt{\frac{\rho}{f}} + 0,0157) \quad | \Omega/\text{km} | \end{aligned} \quad 4-130$$

Utjecaj zemlje pojavljuje se samo u nultoj impedanciji. Impedancija direktnog sistema identična je s pogonskom impedancijom o kojoj je već bilo riječi u 4.3.4.

Nesimetrične vodove simetriramo preplitanjem. Tada je uzdužna matrica impedancije prosjek matrica impedancija svih triju sekcija preplitanja kod jednostrukog ili svih devet sekcija preplitanja kod potpunog prepleta dvostrukog voda.

$$3 \begin{bmatrix} \bar{Z}_1^{abc} \\ \bar{Z}_1^{abc} \\ \bar{Z}_1^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{ba} \\ \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} & \bar{Z}_{ca} \\ \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{aa} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Z}_{cc} & \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} \\ \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} \\ \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} \end{bmatrix} \quad 4-131$$

Ako se sad uzme u obzir da je matrica impedancija ekvivalentnih faznih vodiča simetrična matrica, tj. da je

$$\bar{z}_{ab} = \bar{z}_{ba}, \quad \bar{z}_{ac} = \bar{z}_{ca}, \quad \bar{z}_{bc} = \bar{z}_{cb}$$

dobiju se srednje vrijednosti za vlastite i međusobne impedancije

$$z_s = \frac{1}{3} (\bar{z}_{aa} + \bar{z}_{bb} + \bar{z}_{cc}) \quad 4-132$$

$$z_m = \frac{1}{3} (z_{ab} + z_{bc} + z_{ca})$$

Matrica ekvivalentnih faznih vodiča za prepleteni vod sada glasi:

$$[\bar{z}_1^{abc}]_{\text{prepl.}} = \begin{bmatrix} \bar{z}_s & \bar{z}_m & \bar{z}_m \\ \bar{z}_m & \bar{z}_s & \bar{z}_m \\ \bar{z}_m & \bar{z}_m & \bar{z}_s \end{bmatrix} \quad 4-133$$

Matricu 4-133 transformiramo u simetrične komponente:

$$[\bar{z}_1^{012}] = [S]^{-1} [\bar{z}_1^{abc}]_{\text{prepl.}} [S] =$$

$$= \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & \bar{z}_s + 2 \bar{z}_m & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \bar{z}_s - \bar{z}_m & 0 \\ 2 & 0 & 0 & \bar{z}_s - \bar{z}_m \end{array} \quad 4-134$$

Sistemi komponenata prepletenog voda su nezavisni. Simetrične impedancije jesu:

$$\begin{aligned} \bar{z}_{00} &= \bar{z}_s + 2 \bar{z}_m \\ \bar{z}_{11} &= \bar{z}_{22} = \bar{z}_s - \bar{z}_m \end{aligned} \quad 4-135$$

Transformaciju u simetrične komponente lako proširimo na dvostruke i višestruke vodove. Tako npr. za dvostruki vod možemo napisati matrice jednadžbe:

$$- \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \bar{V}_I^{abc} \\ \bar{V}_{II}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{I,I}^{abc} & \bar{Z}_{I,II}^{abc} \\ \bar{Z}_{II,I}^{abc} & \bar{Z}_{II,II}^{abc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_I^{abc} \\ \bar{I}_{II}^{abc} \end{bmatrix} \quad 4-136$$

ili

$$- \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} [S] \times [\bar{V}_I^{012}] \\ [S] \times [\bar{V}_{II}^{012}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{Z}_{I,I}^{abc}] & [\bar{Z}_{I,II}^{abc}] \\ [\bar{Z}_{II,I}^{abc}] & [\bar{Z}_{II,II}^{abc}] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [S] \times [\bar{I}_I^{012}] \\ [S] \times [\bar{I}_{II}^{012}] \end{bmatrix} \quad 4-137$$

ili

$$- \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} [S] \\ [S] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [\bar{V}_I^{012}] \\ [\bar{V}_{II}^{012}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{Z}_{I,I}^{abc}] & [\bar{Z}_{I,II}^{abc}] \\ [\bar{Z}_{II,I}^{abc}] & [\bar{Z}_{II,II}^{abc}] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [S] \\ [S] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [\bar{I}_I^{012}] \\ [\bar{I}_{II}^{012}] \end{bmatrix} \quad 4-138$$

Kako je

$$\begin{bmatrix} [S] \\ [S] \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} [S]^{-1} \\ [S]^{-1} \end{bmatrix} \quad 4-139$$

dobijemo

$$[\bar{Z}_1^{012,012}] = \begin{bmatrix} [S]^{-1} & \\ & [S]^{-1} \end{bmatrix} [\bar{Z}_1^{abc,abc}] \begin{bmatrix} [S] \\ [S] \end{bmatrix} \quad 4-140$$

Iznos dijagonalnih članova matrice $[\bar{Z}_1^{012}]$ ovisi o izvedbi voda i o tome da li je vod simetriran ili ne, a kod dvostrukih vodova $[\bar{Z}_1^{012,012}]$ ovisi još i o stupnju simetriranja. Članovi izvan dijagonale redovito su mnogo manji nego dijagonalni članovi. Vod je to bolje simetriran, što manji faktor nesimetrije kojega definiramo sa

$$N = \left| \frac{\bar{Z}_{01}}{\bar{Z}_{00}} \right| \cdot 100\% \quad 4-141$$

a daje procentualnu vezu medju sistemima nultog i pozitivnog redoslijeda.

4.7.2. Poprečna matrica admitancija $[\bar{Y}_1^{012}]$ za simetrične komponente

Ista ova razmatranja možemo primjeniti na poprečnu matricu $[\bar{Y}_1^{abc}]$ ekvivalentnih faznih vodiča. Za neprepleteni vod u matrici $[\bar{Y}_1^{012}]$ vandijagonalni članovi imat će neku vrijednost i sistemi komponentenata neće biti nezavisni.

Za jednostruki prepleteni vod analogno 4-134 imamo:

$$[\bar{Y}_1^{012}] = [S]^{-1} [\bar{Y}_1^{abc}]_{\text{prepl.}} [S] =$$

$$= \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline \bar{Y}_s + 2 \bar{Y}_m & & \\ \hline & \bar{Y}_s - \bar{Y}_m & \\ \hline & & \bar{Y}_s - \bar{Y}_m \\ \hline \end{array} \end{array} \end{array} \quad 4-142$$

gdje je:

$$[\bar{Y}_1^{abc}]_{\text{prepl.}} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_s & \bar{Y}_m & \bar{Y}_m \\ \bar{Y}_m & \bar{Y}_s & \bar{Y}_m \\ \bar{Y}_m & \bar{Y}_m & \bar{Y}_s \end{bmatrix} \quad 4-143$$

$$\bar{Y}_s = \frac{1}{3} (\bar{Y}_{aa} + \bar{Y}_{bb} + \bar{Y}_{cc})$$

$$\bar{Y}_m = \frac{1}{3} (\bar{Y}_{ab} + \bar{Y}_{bc} + \bar{Y}_{cb})$$

4-144

Simetrične admitancije jesu

$$\bar{Y}_{00} = \bar{Y}_s + 2\bar{Y}_m$$

4-145

$$\bar{Y}_{11} = \bar{Y}_{22} = \bar{Y}_s - \bar{Y}_m$$

Primjer 4-19. Izračunaj parametre voda sa slike 119 za simetrične komponente i to: a) vod je neprepleten i b) vod je prepleten.

Primjenom simetrične transformacije na matricu $[\bar{Z}_1^{abc}]$ iz primjera 4-4 dobit ćemo matricu impedancije ekvivalentnih faznih vodiča za simetrične komponente:

	0	1	2	
$\bar{Z}_1^{012}$				
0	0,42+j 1,38	0,01-j 0,008	-0,01-j 0,005	Ω/km
1	-0,01-j 0,005	0,08+j 0,42	-0,02+j 0,01	
2	0,01-j 0,008	0,03+j 0,01	0,08+j 0,42	

Stupanj nesimetrije iznosi:

$$N = \left| \frac{0,01-j 0,008}{0,42+j 1,38} \right| \cdot 100 = \frac{0,0128}{1,442} \cdot 100 = 0,888\%$$

Ako vod prepletemo dobit ćemo prema 4-132

$$\bar{Z}_s = \frac{1}{3} (\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{bb} + \bar{Z}_{cc}) = 0,19 + j 0,74 \quad | \Omega/km |$$

$$\bar{Z}_m = \frac{1}{3} (\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}_{bc} + \bar{Z}_{ca}) =$$

$$= \frac{1}{3} (0,12 + j 0,33 + 0,11 + j 0,29 + 0,12 + j 0,33) =$$

$$= 0,12 + j 0,32 \quad | \Omega/km |$$

a prema 4-135

$$\bar{Z}_{00} = \bar{Z}_s + 2 \bar{Z}_m = 0,43 + j 1,38 \quad | \Omega/km |$$

$$\bar{Z}_{11} = \bar{Z}_{22} = \bar{Z}_s - \bar{Z}_m = 0,07 + j 0,42 \quad | \Omega/km |$$

Primjenom simetrične transformacije na matricu $[B_1^{abc}]$ iz primjera 4-18 dobit ćemo matricu kapacitivnih susceptancija ekvivalentnih faznih vodiča za simetrične komponente:

$$[B^{012}] = 10^{-6} \times \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 1,97+j\ 0,00 & 0,03+j\ 0,05 & 0,03-j\ 0,05 \\ 1 & 0,03-j\ 0,05 & 2,76+j\ 0,00 & -0,08-j\ 0,14 \\ 2 & 0,03+j\ 0,05 & -0,08+j\ 0,14 & 2,76+j\ 0,00 \end{array} \quad | \text{ S /km} |$$

Ako vod prepletemo onda je prema 4-144

$$\begin{aligned} B_s &= \frac{1}{3} (B_{aa} + B_{bb} + B_{cc}) = 2,5 \cdot 10^{-6} \quad | \text{ S/km} | \\ B_m &= \frac{1}{3} (B_{ab} + B_{bc} + B_{ca}) = \\ &= \frac{1}{3} (-3,4 \cdot 10^{-7} - 1,2 \cdot 10^{-7} - 3,4 \cdot 10^{-7}) = -2,66 \cdot 10^{-7} \quad | \text{ S/km} | \end{aligned}$$

i prema 4-145

$$\begin{aligned} B_{00} &= B_s + 2 B_m = 1,97 \cdot 10^{-6} \quad | \text{ S/km} | \\ B_{11} &= B_{22} = B_s - B_m = 2,77 \cdot 10^{-6} \quad | \text{ S/km} | \end{aligned}$$

Prema tome je:

$$\begin{aligned} \text{jedinična pogonska reaktancija:} & \quad 0,42 \quad \Omega/\text{km} \\ \text{jedinična pogonska susceptancija:} & \quad 2,77 \cdot 10^{-6} \quad \text{S/km} \end{aligned}$$

U primjeru 4.3 izvedene su formule za pogonski induktivitet

$$\begin{aligned} L_1 &= 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{13} D_{23}}}{r} = 2 \cdot 10^{-4} \ln \frac{\sqrt[3]{6,6 \cdot 13,2 \cdot 6,6}}{0,7788 \cdot 0,0133} = \\ &= 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,303 \cdot 2,905 = 13,38 \cdot 10^{-4} \quad | \text{ H/km} | \\ X_1 &= \omega L_1 = 314 \cdot 13,38 \cdot 10^{-4} = 0,42 \quad | \Omega/\text{km} | \end{aligned}$$

Ako zanemarimo utjecaj dozemnih užeta tada je prema primjeru 4.14

$$C_1 = \frac{1}{18 \cdot 10^6 \ln \frac{D_m}{r} \frac{2h}{B}} \quad | \text{ F/km } |$$

$$D_m = \sqrt[3]{6,6 \cdot 13,2 \cdot 6,6} = 8,33 \text{ m}$$

$$h = 12,46 \text{ m}$$

$$B = \sqrt[3]{25,8 \cdot 28,2 \cdot 25,8} = 26,6 \text{ m}$$

$$C_1 = \frac{1}{18 \cdot 10^6 \ln \frac{8,33 \cdot 24,92}{0,0133 \cdot 26,6}} = 0,0087 \cdot 10^{-6} \quad | \text{ F/km } |$$

$$B_1 = \omega C_1 = 3,14 \cdot 0,0087 \cdot 10^{-6} = 2,74 \cdot 10^{-6} \quad | \text{ S/km } |$$

5. EKVIVALENTNE SCHEME

Za proračun električnih prilika u mreži treba pribaviti podatke o svakom elementu mreže. Ove podatke nećemo moći neposredno koristiti. Podatke treba tako pripremiti da svaki element bude prikazan svojom ekvivalentnom shemom, koja je načinjena od koncentriranih otpornih elemenata, idealnih generatora i idealnih transformatora, već prema tome o kakvom se elementu mreže radi.

Ekvivalentne sheme su trofazne ili jednofazne. Kod proračuna simetričnih prilika u mreži (normalni pogon, trolni kratki spoj) koristit ćemo jednofazne sheme za proračun i za prikaz rezultata. Za proračun nesimetričnih prilika u mreži koristit ćemo jednofazne sheme sistema simetričnih komponenata, a za prikaz rezultata trofazne sheme prirodnog sistema. U nekim slučajevima služiti ćemo se trofaznim ekvivalentnim shemama i za proračun (vidi i 3.1.1.).

Generator predstavljamo serijskim spojem idealnog generatora i impedancije, a potrošača samo impedancijom.

Transformator je specifičan utoliko, što ima dva naponska nivoa. Zato se u ekvivalentnoj shemi transformatora pojavljuje idealni transformator. Brojčana vrijednost parametara ekvivalentne sheme transformatora ovisi o položaju idealnog transformatora u shemi.

Vodove također prikazujemo ekvivalentnom shemom sastavljenom od koncentriranih otpornih elemenata. Kod vodova većih dužina moramo prilikom proračuna brojčanih vrijednosti elemenata ekvivalentne sheme uzeti u obzir i valni karakter kretanja električnih veličina.

5.1. Ekvivalentne sheme voda

U prethodnom poglavlju 4. je pokazano kako se računaju matrice jediničnih konstanti voda. Primjenom simetričnih komponenata na simetrični vod dobit ćemo uzdužne jedinične impedancije komponenata bez međusobnog utjecaja, a isto tako i poprečne jedinične admitancije komponenata bez međusobnog utjecaja.

$$[\bar{z}_1^{012}] = \begin{bmatrix} \bar{z}_1^{00} & & \\ & \bar{z}_1^{11} & \\ & & \bar{z}_1^{22} \end{bmatrix}; [\bar{y}_1^{012}] = \begin{bmatrix} \bar{y}_1^{00} & & \\ & \bar{y}_1^{11} & \\ & & \bar{y}_1^{22} \end{bmatrix} \quad 5-1$$

gdje ujedno definiramo:

$$\bar{Z}_1^{11} = \bar{Z}_1^{22} = \bar{Z}_1$$

$$\bar{Y}_1^{11} = \bar{Y}_1^{22} = \bar{Y}_1$$

5-2

$\bar{Z}_1$ = jedinična uzdužna pogonska impedancija

$\bar{Y}_1$ = jedinična poprečna pogonska admitancija

Vod određenih jediničnih konstanti i određene dužine možemo prikazati nadomjesnim četveropolom za direktni sistem i nadomjesnim četveropolom za nulti sistem.

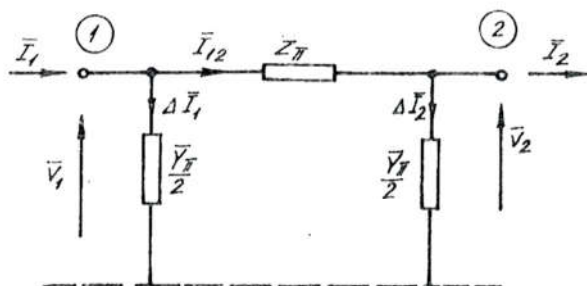
Elementi unutar četveropola moraju biti tako odabrani da uz bilo koje odabrane prilike na ulazu, koji odgovara početku voda, prilike dobivene na izlazu budu jednake onima na kraju voda (objašnjenje pojma "početak voda" i "kraj voda" vidi u poglavlju 3.1.4.).

Vodovi su većinom homogeni, pa će ekvivalentni četveropol biti simetričan. U tom se slučaju ulaz i izlaz bez posljedica mogu međusobno zamijeniti. Kod proračunavanja prilika pomoću četveropola pristupačni su nam ulaz i izlaz, tj. možemo određivati samo prilike na početku i kraju voda, dok prilike duž voda ne odgovaraju onima "duž četveropola".

U praksi se elementi četveropola voda raspoređuju po Π ili po T shemi. Ekvivalentne (nadomjesne) sheme odnosno četveropoli vodova služe za računsko i eksperimentalno određivanje prilika na krajevima voda.

5.1.1. Π shema voda

Pretpostavimo da su zadani struja $\bar{I}_2$ i napon $\bar{V}_2$ na kraju voda, a moramo odrediti prilike na početku voda. Prema prijenosnim jednažbama II-b iz teorije prijenosa (formule 3-18) uz $x = l$ napon na početku voda iznosi:



$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \bar{I}_2 \bar{Z}_C \operatorname{sh} \gamma l \quad 5-3$$

Isti napon moramo dobiti računajući s četveropolom prema slici 143.

Sl.143 - Jednofazna Π shema voda

$\bar{Z}_{II}$ = uzdužna grana
 $\bar{Y}_{II}$ = poprečna grana

$$\Delta \bar{I}_2 = \bar{V}_2 \frac{\bar{Y}_{II}}{2}$$

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_2 + \Delta \bar{I}_2 = \bar{I}_2 + \bar{V}_2 \frac{\bar{Y}_{II}}{2}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 + \bar{I}_{12} \bar{Z}_{II} = \bar{V}_2 + (\bar{I}_2 + \bar{V}_2 \frac{\bar{Y}_{II}}{2}) \bar{Z}_{II} = \\ &= \bar{V}_2 (1 + \frac{\bar{Y}_{II}}{2} \bar{Z}_{II}) + \bar{I}_2 \bar{Z}_{II} \end{aligned} \quad 5-4$$

Usporedimo sada jednadžbu 5-3 sa 5-4 i izjednačimo koeficijente.
 Dobit ćemo:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{II} &= \bar{Z}_C \operatorname{sh} \gamma \ell \\ 1 + \frac{\bar{Y}_{II}}{2} \bar{Z}_{II} &= 1 + \frac{\bar{Y}_{II}}{2} \bar{Z}_C \operatorname{ch} \gamma \ell = \operatorname{ch} \gamma \ell \end{aligned}$$

Tražene veličine elemenata nadomjesne II-sheme jesu:

$$\bar{Z}_{II} = \bar{Z}_C \operatorname{sh} \gamma \ell \quad 5-5$$

$$\frac{\bar{Y}_{II}}{2} = \frac{1}{\bar{Z}_C} \frac{\operatorname{ch} \gamma \ell - 1}{\operatorname{sh} \gamma \ell} \quad 5-6$$

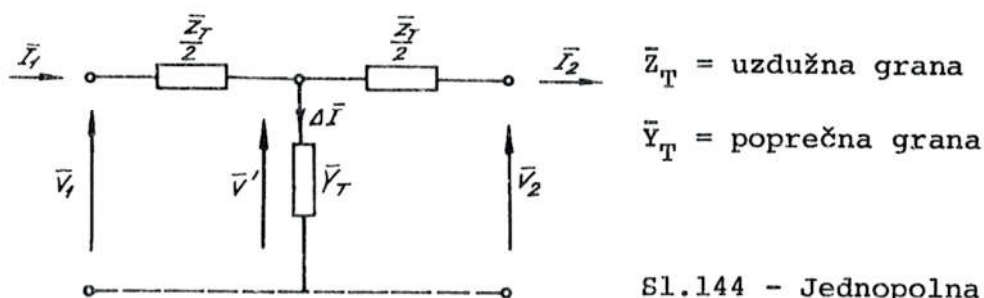
$\bar{Z}_{II}$ i $\bar{Y}_{II}$ mogu se izvesti iz jediničnih konstanti voda, jer su iz tih konstanti izvedeni $\bar{Z}_C$ i γ .

5.1.2. T - shema voda

I sada ćemo jednako kao u 5.1.1. pretpostaviti da su zadane prilike na kraju voda, a računamo prilike na početku. Prema prijenosnim jednadžbama III-b iz teorije prijenosa (formule 3-18) uz $x = \ell$ struja na početku voda iznosi:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 \operatorname{ch} \gamma \ell + \bar{V}_2 \frac{1}{\bar{Z}_C} \operatorname{sh} \gamma \ell \quad 5-7$$

Istu struju moramo dobiti računajući s četveropolom u obliku T-sheme prema slici 144:



Sl.144 - Jednopolna T-shema

$$\bar{V}' = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 \frac{\bar{Z}_T}{2}$$

$$\Delta \bar{I} = \bar{V}' \bar{Y}_T = (\bar{V}_2 + \bar{I}_2 \frac{\bar{Z}_T}{2}) \bar{Y}_T$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_2 + \Delta \bar{I} = \bar{I}_2 + \bar{V}_2 \bar{Y}_T + \bar{I}_2 \frac{\bar{Z}_T}{2} \bar{Y}_T = \\ &= \bar{I}_2 (1 + \frac{\bar{Z}_T}{2} \bar{Y}_T) + \bar{V}_2 \bar{Y}_T \end{aligned}$$

5-8

Usporedimo sada jednadžbu 5-7 sa 5-8 i izjednačimo koeficijente. Dobit ćemo:

$$\bar{Y}_T = \frac{1}{\bar{Z}_C} \operatorname{sh} \gamma \ell$$

$$1 + \frac{\bar{Z}_T}{2} \bar{Y}_T = 1 + \frac{\bar{Z}_T}{2} \frac{1}{\bar{Z}_C} \operatorname{sh} \gamma \ell = \operatorname{ch} \gamma \ell$$

Tražene veličine elemenata nadomjesne T sheme jesu

$$\bar{Y}_T = \frac{1}{\bar{Z}_C} \operatorname{ch} \gamma \ell$$

5-9

$$\frac{\bar{Z}_T}{2} = \bar{Z}_C \frac{\operatorname{ch} \gamma \ell - 1}{\operatorname{sh} \gamma \ell}$$

5-10

$\bar{Y}_T$ i $\bar{Z}_T$ mogu se izvesti iz jediničnih konstanti voda.

5.1.3. Korekcionni faktori

Ekvivalentne sheme prethodno izvedene u 5.1.1. i 5.1.2. iz prijenosnih jednadžbi su bez ikakvih zanemarenja i zovemo ih točnim Π shemama odnosno točnim T-shemama. Izrazi za $\bar{Z}_\Pi$, $\bar{Y}_\Pi/2$, $\bar{Z}_T/2$ i $\bar{Y}_T$ mogu se dalje transformirati uzevši u obzir da je:

$$\bar{Z}_C = \frac{\bar{Z}}{\theta} = \frac{\bar{Z}/2}{\theta/2}$$

$$\bar{Z} = \bar{Z}_1 \ell$$

5-11

$$\frac{1}{\bar{Z}_c} = \frac{Y}{\theta} = \frac{Y/2}{\theta/2} \quad \bar{Y} = \bar{Y}_1 \quad \ell \quad 5-12$$

$$\frac{\operatorname{ch} \theta - 1}{\operatorname{sh} \theta} = \operatorname{th} \frac{\theta}{2} \quad \theta = \sqrt{\bar{Z} \bar{Y}} \quad 5-13$$

za elemente točne II sheme sada je:

$$\bar{Z}_{II} = \bar{Z}_c \operatorname{sh} \gamma \ell = \bar{Z} \frac{\operatorname{sh} \theta}{\theta} \quad 5-14$$

$$\frac{\bar{Y}_{II}}{2} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \frac{\operatorname{ch} \gamma \ell - 1}{\operatorname{sh} \gamma \ell} = \frac{\bar{Y}/2}{\theta/2} \frac{\operatorname{ch} \theta - 1}{\operatorname{sh} \theta} = \frac{\bar{Y}}{2} \frac{\operatorname{th} \theta/2}{\theta/2} \quad 5-15$$

a za elemente točne T sheme

$$\bar{Y}_T = \frac{1}{\bar{Z}_c} \operatorname{sh} \gamma \ell = \bar{Y} \frac{\operatorname{sh} \theta}{\theta} \quad 5-16$$

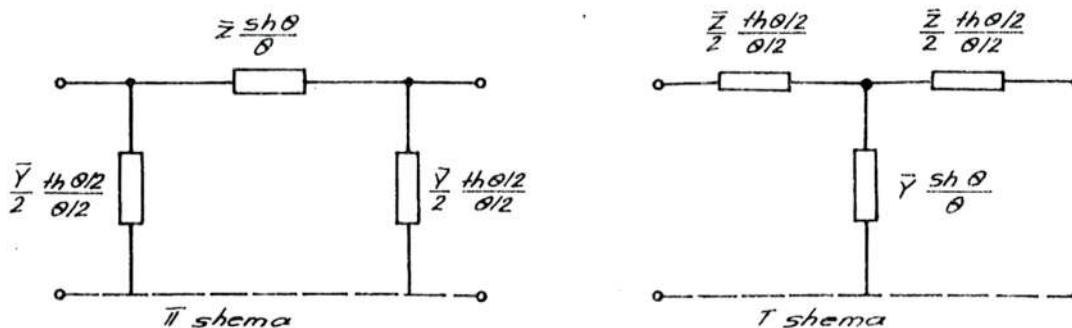
$$\frac{\bar{Z}_T}{2} = \bar{Z}_c \frac{\operatorname{ch} \gamma \ell - 1}{\operatorname{sh} \gamma \ell} = \frac{\bar{Z}/2}{\theta/2} \frac{\operatorname{ch} \theta - 1}{\operatorname{sh} \theta} = \frac{\bar{Z}}{2} \frac{\operatorname{th} \theta/2}{\theta/2} \quad 5-17$$

Kako vidimo iz 5-14 do 5-17 parametre točnih ekvivalentnih shema dobijemo tako da upotrebimo uzdužnu impedanciju i poprečnu admitanciju cijelog voda pomnožene s tzv. korekcionim faktorima

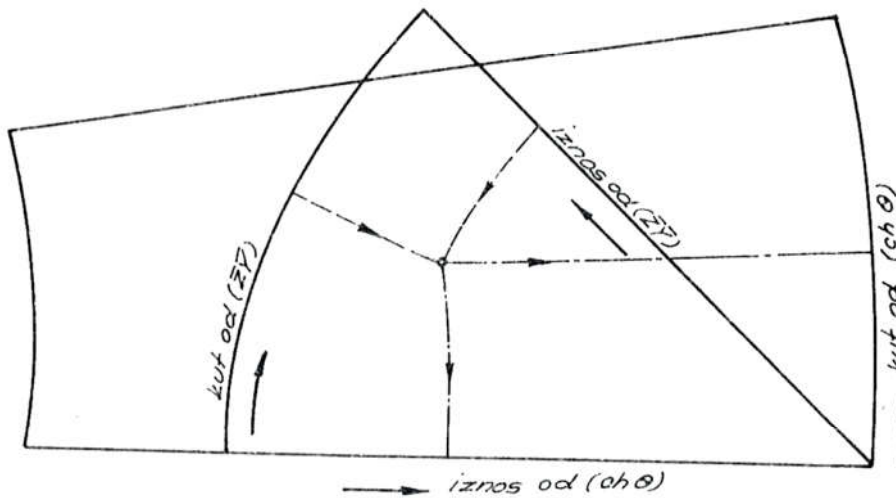
$$\frac{\operatorname{sh} \theta}{\theta} \quad \text{i} \quad \frac{\operatorname{th} \theta/2}{\theta/2} .$$

Dobili smo ekvivalentne sheme voda s koncentriranim parametrima (Sl.145).

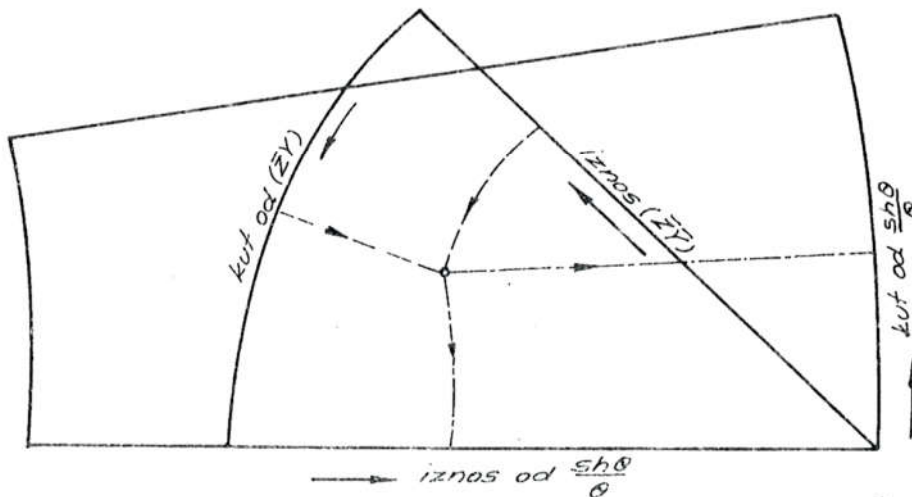
Vrijednosti za korekzione faktore možemo lako očitati iz Woodruff-ovih dijagrama, čiji je načelni oblik prikazan na slikama 146,147 i 148.



Sl.145 - Točne ekvivalentne sheme voda

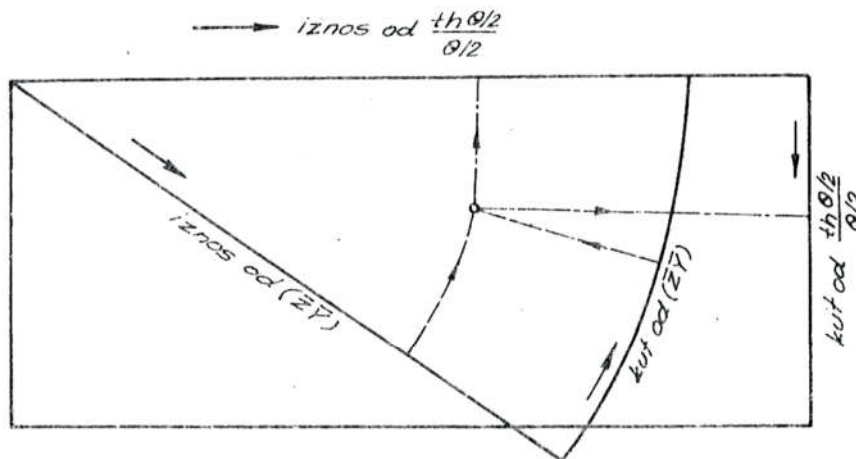


Sl.146 - Dijagram za određivanje $sh \theta$ (princip)



Sl.147 -

Dijagram za određivanje $\frac{sh \theta}{\theta}$ (princip)



Sl.148 -

Dijagram za određivanje $\frac{th \theta / 2}{\theta / 2}$ (princip)

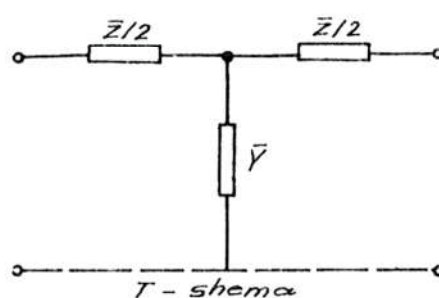
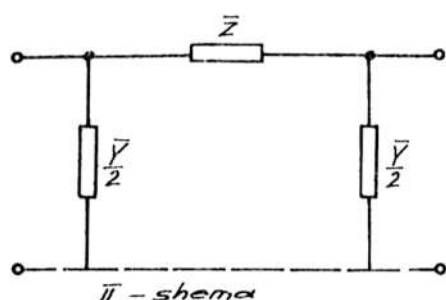
Sve izvedeno jednako vrijedi i za nulti sistem komponenta samo što će se mjesto direktne (inverzne) impedancije odnosno admitancije raditi s nultom impedancijom odnosno admitancijom.

5.1.4. Približna Π i T shema voda

Lako je pokazati da se kod kraćih vodova korekcionni faktori $\frac{\text{sh}\theta}{\theta}$ i $\frac{\text{th}\theta/2}{\theta/2}$ približavaju jedinici, pa se bez veće greške mogu zanemariti. Tako dolazimo do pojma približnih ekvivalentnih shema. Npr. za $\theta = 0,3 + j0$ imamo

$$\frac{\text{sh } 0,3}{0,3} = \frac{0,3045}{0,3}$$

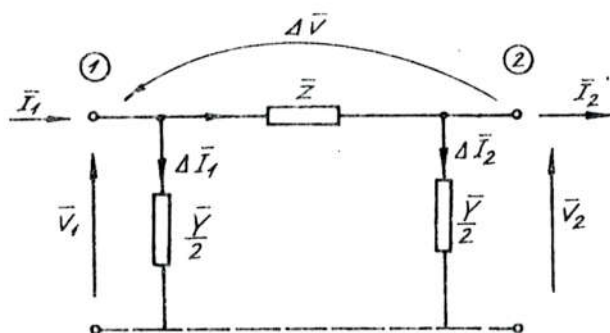
$$\frac{\text{th } 0,15}{0,15} = \frac{0,1489}{0,15}$$



Sl.149 - Približne ekvivalentne sheme voda

Kada se vod dužine 200 km računa po približnoj ekvivalentnoj shemi, greška ne prelazi 0,5%, a to je u granicama točnosti ostalih faza analize mreže. Inače na niže opisani tok proračuna ne utječe da li je shema izračunata točnim ili približnim postupkom.

5.1.5. Proračun prijenosa pomoću Π sheme



Na slici 150 ponovo je nacrtana Π shema voda.

$$\bar{Z} = R + j X$$

$$\frac{\bar{Y}}{2} = \frac{G}{2} + j \frac{B}{2}$$

Sl.150 - Struje i naponi Π sheme

Neka su zadane prilike na kraju voda s U_2 , P_2 i Q_2 . Pri tome moramo znati da li je snaga Q_2 kapacitivna ili induktivna. U_2 je linijski

napon, a P_2 i Q_2 trofazne snage. Pošto se proračun odnosi na jednu fazu treba izračunati fazni napon. Fazni napon $\bar{V}_2$ postaviti ćemo u referentnu os. Struju dobijemo iz izraza

$$\bar{S}_2 = P_2 + j Q_2 = 3 \bar{V}_2 \bar{I}_2^* \rightarrow \bar{I}_2 = \frac{P_2 - j Q_2}{3 \bar{V}_2} \quad 5-18$$

Proračun teče ovako

$$\Delta \bar{I}_2 = \bar{V}_2 \frac{\bar{Y}}{2}$$

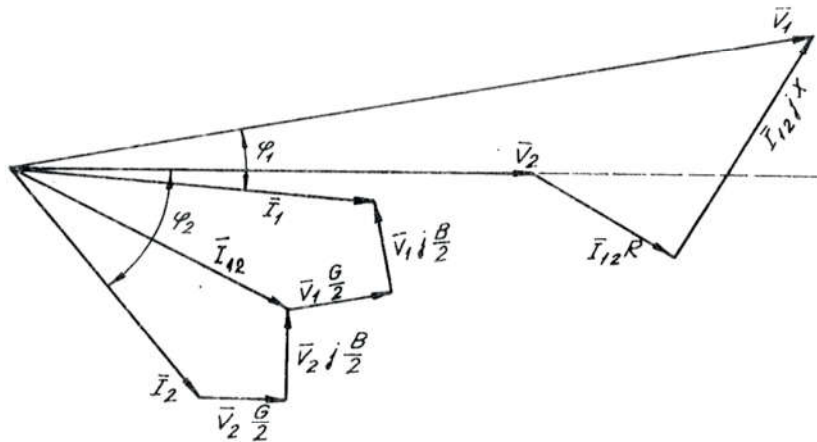
$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_2 + \Delta \bar{I}_2$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \Delta \bar{V} = \bar{V}_2 + \bar{I}_{12} \bar{Z} \quad 5-19$$

$$\Delta \bar{I}_1 = \bar{V}_1 \frac{\bar{Y}}{2}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{12} + \Delta \bar{I}_1 \quad 5-20$$

Neka se radi o induktivnoj snazi Q_2 . Vektorski dijagram prikazan je na slici 151. Na slici 151, 152, 154 i 155 vrijednosti od R i G su namjerno prenaplašene radi bolje preglednosti grafičkog prikaza.



S1.151 - Vektorski dijagram za zadane prilike na kraju voda

Neka su sada zadane prilike na početku voda s U_1 , P_1 i Q_1 . Napon $\bar{V}_1$ postaviti ćemo u referentnu os, a struju izračunati iz izraza

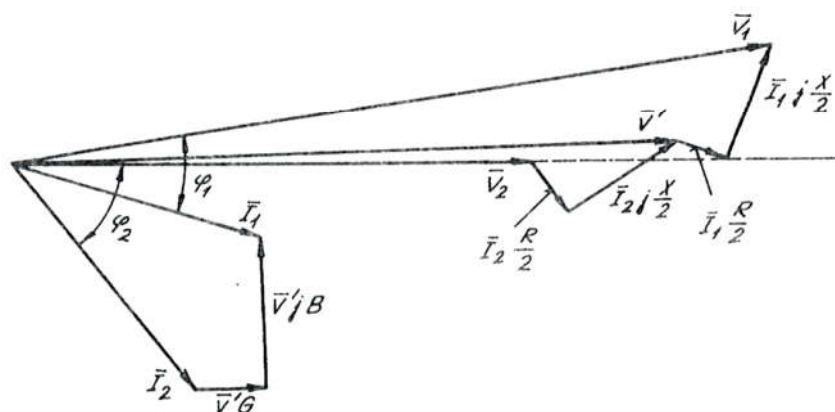
$$\bar{S}_1 = P_1 + j Q_1 = 3 \bar{V}_1 \bar{I}_1^* \rightarrow \bar{I}_1 = \frac{P_1 - j Q_1}{3 \bar{V}_1} \quad 3-21$$

Proračun teče ovako:

$$\Delta \bar{I}_1 = \bar{V}_1 \frac{\bar{Y}}{2}$$

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_1 - \Delta \bar{I}_1$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - \Delta \bar{V} = \bar{V}_1 - \bar{I}_{12} \bar{Z} \quad 5-22$$



Sl.154 -

Vektorski dijagram za zadane prilike na kraju voda

Neka su sada zadane prilike na početku voda s U_1 , P_1 i Q_1 . Napon $\bar{V}_1$ postaviti ćemo u referentnu os, a struju izračunati iz izraza:

$$\bar{I}_1 = \frac{P_1 - jQ_1}{3\bar{V}_1}$$

$$\bar{V}' = \bar{V}_1 - \Delta\bar{V}_1 = \bar{V}_1 - \bar{I}_1 \frac{\bar{Z}}{2}$$

$$\Delta\bar{I} = \bar{V}' \bar{Y}$$

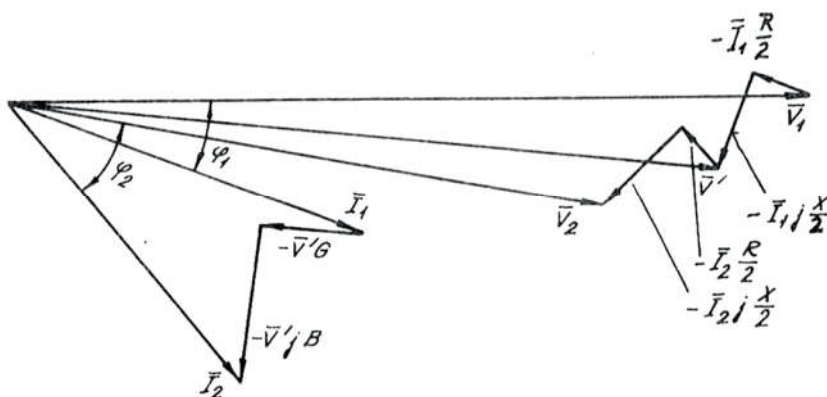
$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 - \Delta\bar{I}$$

5-26

$$\bar{V}_2 = \bar{V}' - \Delta\bar{V}_2 = \bar{V}' - \bar{I}_2 \frac{\bar{Z}}{2}$$

5-27

Neka se radi o induktivnoj snazi Q_1 . Vektorski dijagram prikazan je na slici 155.



Sl.155 - Vektorski dijagram uz zadane prilike na početku voda

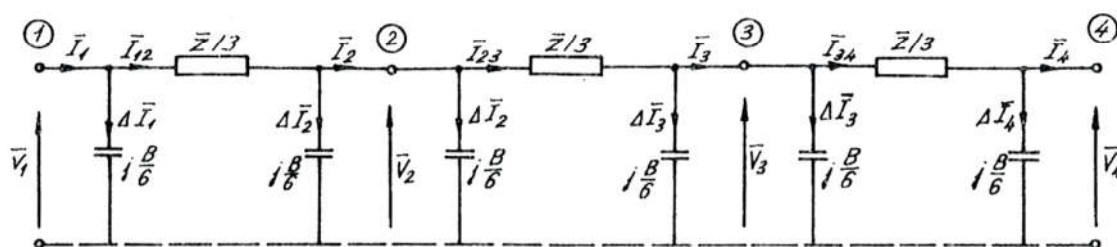
5.1.7. Proračun prijenosa pomoću lanca četveropola

Prije smo vidjeli, da parametre dugih vodova ne smijemo odrediti približnim postupkom (bez korekcionih faktora) radi greške koja bi

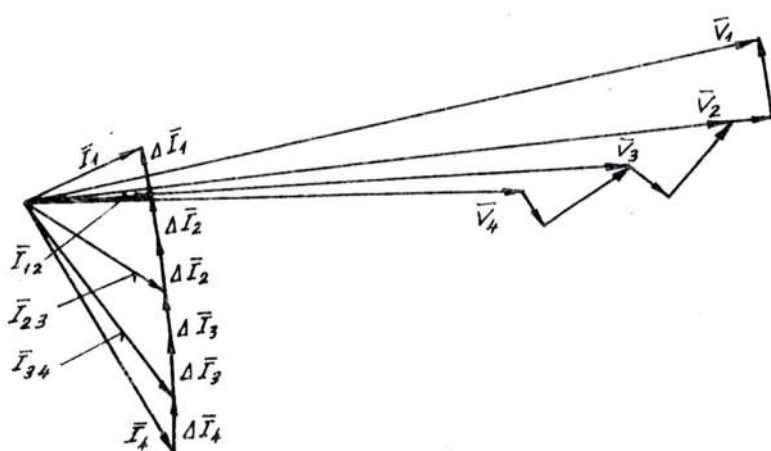
tako nastala. Ako pak dugi vod podijelimo na sektore kraće od 200 km, parametre ekvivalentne sheme svakog sektora smijemo odrediti približnim postupkom. Dobivene ekvivalentne sektore povežemo u lanac četveropola.

Neka su zadane prilike na kraju voda dugog između 400 i 600 km. Provesti račun pomoću lanca četveropola. Odvod zanemaren.

Vod razdijelimo u 3 sektora. Za svaki sektor nacrtamo Π shemu i povežemo ih u lanac (slika 156). Vektorski dijagram prikazan je na slici 157.



Sl.156 - Lanac četveropola



Proračun i dijagram nam daju napone i struje osim na krajevima još i u točkama 2 i 3 duž voda.

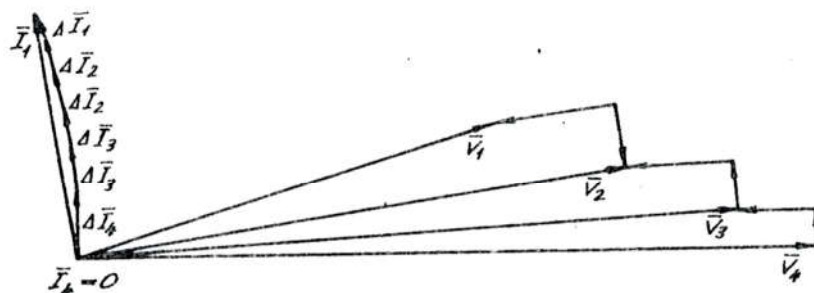
Isti proračun možemo provesti pomoću lanca T - četveropola.

Slika 158 prikazuje vektorski dijagram za lanac četveropola u

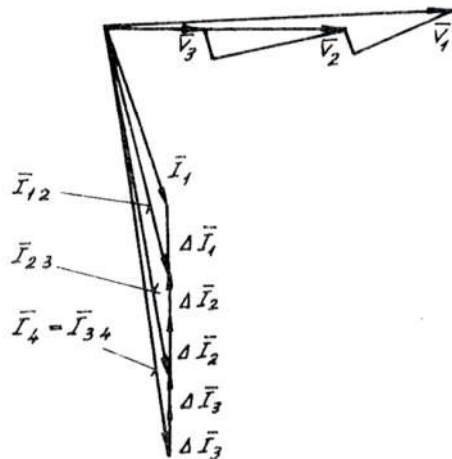
Sl.157 - Vektorski dijagram lanca četveropola praznom hođu, a slika

159 u kratkom spoju.

Premda se radi o realnomvodu mogu se konstatirati okolnosti uočene ranije kod idealnog voda.



Sl.158 - Prazni hod



$$\bar{V}_4 = 0$$

$$\Delta \bar{I}_4 = 0$$

Sl.159 - Kratki spoj

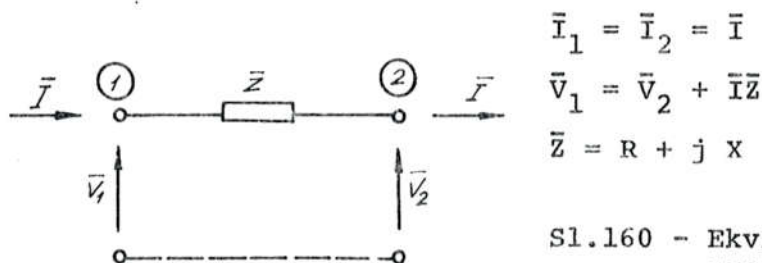
5.1.8. Daljnja zanemarenja

Shvatimo li prijelaz od točne na približnu ekvivalentnu shemu prvim zanemarenjem, možemo učiniti i daljnja zanemarenja, ako nam pri tome ne nastanu odviše velike pogreške.

Čak i kod vodova najviših napona, pogotovo onih ispod 200 kV, zanemarenje odvoda nam neće unižeti veliku pogrešku u računu. Pošto su međjutim vodovi visokog napona ujedno i dugi, radit će se po prenosnim jednadžbama ili točnim ekvivalentnim shemama, pa to zanemarenje neće predstavljati bitnu uštedu u računu.

Prema tome, vodove do 200 km i 200 kV možemo računati po približnoj II shemi (ili T shemi) uz zanemarenje odvoda.

Kod vodova napona manjeg od 40 kV će struje kroz poprečne grane biti neznatne u usporedbi s pogonskom strujom, pa ćemo poprečne grane moći potpuno zanemariti. Ekvivalentna shema takovih vodova atrofirat će na slijedeći oblik (Slika 160):



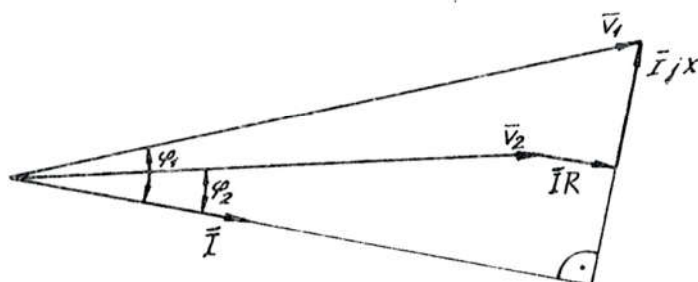
$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = \bar{I}$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{I}\bar{Z}$$

$$\bar{Z} = R + jX$$

Sl.160 - Ekvivalentna shema voda srednjeg napona

Vektorski dijagram napona i struje prikazan je na slici 161.



Sl.161 - Vektorski dijagram uz sl.160.

Osim za proračun prijenosa, ekvivalentna shema voda dobivena u potrebnoj točnosti poslužit će nam također i za proračun mreže u kojoj je dotični vod ugrađen kao dio ekvivalentne sheme mreže.

5.1.9. Trofazna II shema neprepletenog voda

Za vod kraći od 200 km možemo izostaviti korekcijske faktore. Ako je vod neprepleten, pišemo polazeći od jediničnih konstanti:

$$[\bar{Z}^{abc}] = [\bar{Z}_1^{abc}] \ell \quad 5-28$$

$$[\bar{Y}^{abc}] = [\bar{Y}_1^{abc}] \ell \quad 5-29$$

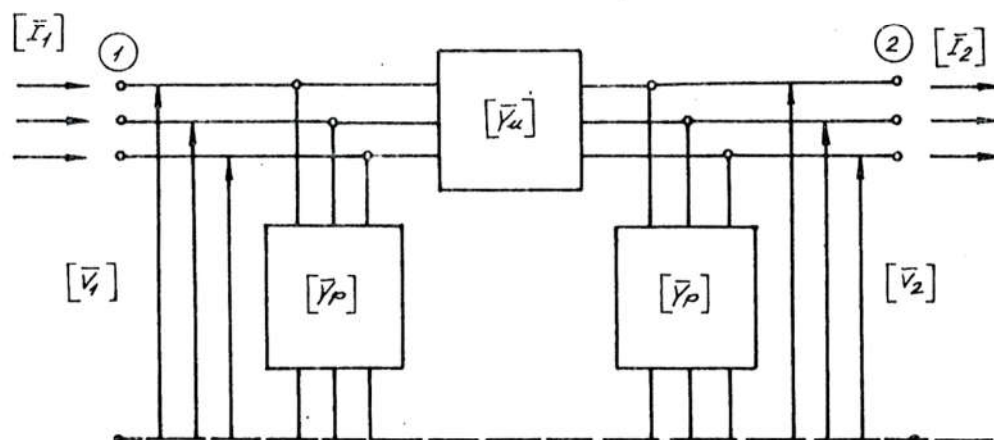
$$\ell < 200 \text{ km}$$

Pomoću $[\bar{Z}^{abc}]$ i $[\bar{Y}^{abc}]$ definiramo trofaznu II shemu za dužinu ℓ . Uvodimo poprečnu $[\bar{Y}_p]$ i uzdužnu $[\bar{Y}_u]$ matricu admitancije:

$$[\bar{Y}_p] = \frac{1}{2} [\bar{Y}^{abc}] \quad 5-30$$

$$[\bar{Y}_u] = [\bar{Z}^{abc}]^{-1} \quad 5-31$$

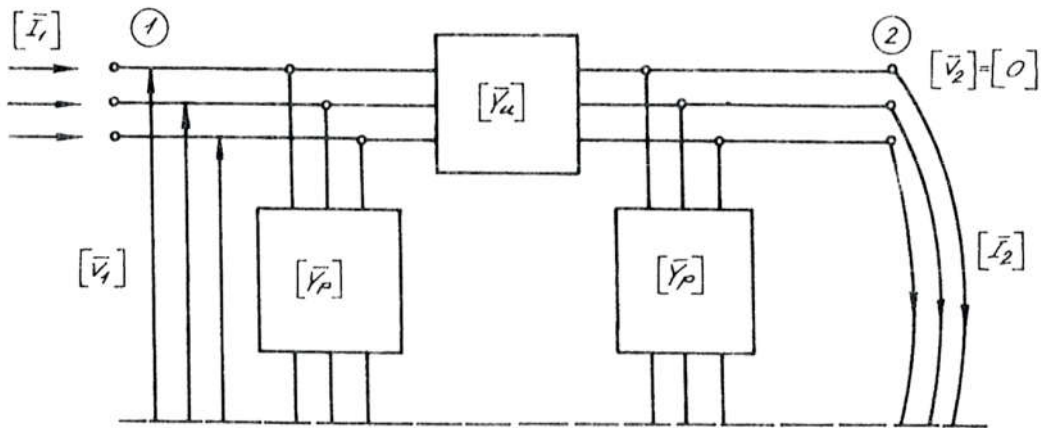
Njihovo značenje pokazano je na slici 162.



Sl.162 - Trofazna II shema za vod duljine $\ell < 200 \text{ km}$

Iz pokusa kratkog spoja sa slike 163 i 164 možemo odrediti matricu

$$\begin{bmatrix} [\bar{I}_1] \\ [\bar{I}_2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{Y}^I] & [\bar{Y}^{II}] \\ [\bar{Y}^{III}] & [\bar{Y}^{IV}] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [\bar{V}_1] \\ [\bar{V}_2] \end{bmatrix} = [\bar{Y}] \times \begin{bmatrix} [\bar{V}_1] \\ [\bar{V}_2] \end{bmatrix} \quad 5-32$$



Sl.163 - Kratki spoj na strani 2.voda

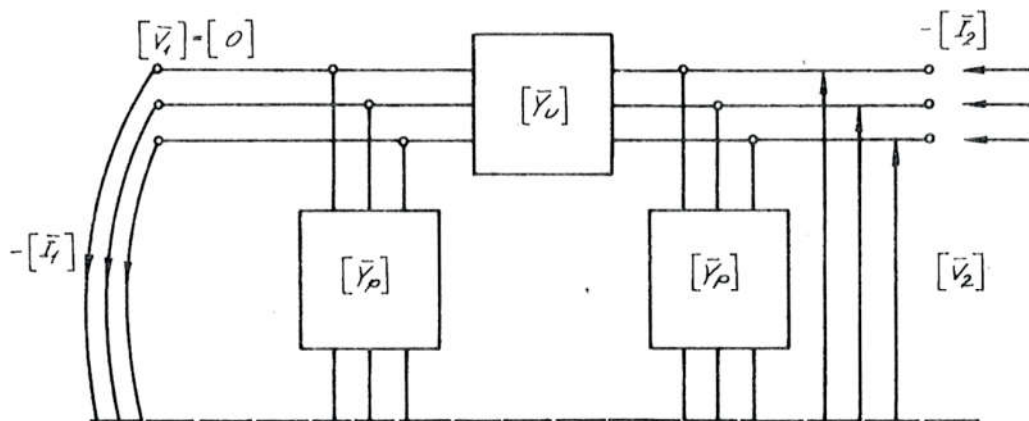
Iz pokusa sa slike 163. dobijemo $[\bar{Y}^I]$ i $[\bar{Y}^{III}]$

$$[\bar{I}_1] = ([\bar{Y}_p] + [\bar{Y}_u]) [\bar{V}_1]$$

$$[\bar{I}_2] = [\bar{I}_1] - [\bar{Y}_p] [\bar{V}_1] = [\bar{Y}_u] [\bar{V}_1]$$

$$[\bar{Y}^I] = [\bar{Y}_p] + [\bar{Y}_u] \quad 5-33$$

$$[\bar{Y}^{III}] = [\bar{Y}_u] \quad 5-34$$



Sl.164 - Kratki spoj na strani 1.voda

Iz pokusa sa slike 164 dobijemo $[\bar{Y}^{II}]$ i $[\bar{Y}^{IV}]$

$$- [\bar{I}_2] = ([\bar{Y}_p] + [\bar{Y}_u]) [\bar{V}_2]$$

$$- [\bar{I}_1] = - [\bar{I}_2] - [\bar{Y}_p] [\bar{V}_2] = [\bar{Y}_n] [\bar{V}_2]$$

$$[Y^{II}] = - [\bar{Y}_u] \quad 5-35$$

$$[\bar{Y}^{IV}] = - ([\bar{Y}_p] + [\bar{Y}_u]) \quad 5-36$$

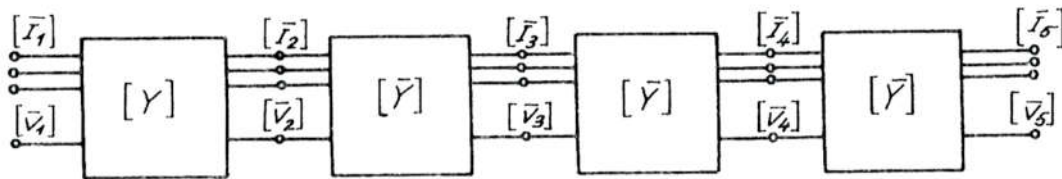
Kada je vod duži od 200 km, možemo izostaviti korekzione faktore ako ga podijelimo na više jednakih dionica, od kojih je svaka kraća od 200 km. Da bi se mogao primijeniti niže opisani postupak, broj dionica mora osim toga zadovoljiti izraz

$$K = 2^k \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

K = broj dionica

Neka je vod podijeljen na 4 jednake dionice. Svakoj dionici odgovara matrica $[\bar{Y}]$ (Slika 165)

$$[\bar{Y}] = \begin{bmatrix} [\bar{Y}^I] & [\bar{Y}^{II}] \\ [\bar{Y}^{III}] & [\bar{Y}^{IV}] \end{bmatrix} \quad 5-37$$



Sl.165 - Vod podijeljen u 4 jednake dionice

Pošto su matrice $[\bar{Y}]$ za sve dionice jednake, vrijedi za prvu dionicu izraz 5-32, a analogno tome za drugu dionicu

$$\begin{bmatrix} [\bar{I}_2] \\ [\bar{I}_3] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{Y}^I] & [\bar{Y}^{II}] \\ [\bar{Y}^{III}] & [\bar{Y}^{IV}] \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [\bar{V}_2] \\ [\bar{V}_3] \end{bmatrix} \quad 5-38$$

Raspolažemo dakle jednadžbama

$$[\bar{I}_1] = [\bar{Y}^I] [\bar{V}_1] + [\bar{Y}^{II}] [\bar{V}_2] \quad 5-39a$$

$$[\bar{I}_2] = [\bar{Y}^{III}] [\bar{V}_1] + [\bar{Y}^{IV}] [\bar{V}_2] \quad 5-39b$$

$$[\bar{I}_2] = [\bar{Y}^I] [\bar{V}_2] + [\bar{Y}^{II}] [\bar{V}_3] \quad 5-39c$$

$$[\bar{I}_3] = [\bar{Y}^{III}] [\bar{V}_2] + [\bar{Y}^{IV}] [\bar{V}_3] \quad 5-39d$$

Izjednačimo jednadžbe 5-39b i 5-39c i izlučimo $[\bar{V}_2]$. (Sve su podmatrice 3×3):

$$[\bar{V}_2] = ([\bar{Y}^{IV}] - [\bar{Y}^I])^{-1} ([\bar{Y}^{II}] [\bar{V}_3] - [\bar{Y}^{III}] [\bar{V}_1]) \quad 5-40$$

(5-40) uvrstimo u jednadžbe 5-39a i 5-39d:

$$[\bar{I}_1] = ([\bar{Y}^I] - [\bar{Y}^{II}] ([\bar{Y}^{IV}] - [\bar{Y}^I])^{-1} [\bar{Y}^{III}]) [\bar{V}_1] + [\bar{Y}^{II}] ([\bar{Y}^{II}] - [\bar{Y}^I])^{-1} [\bar{Y}^{II}] [\bar{V}_3] \quad 5-41$$

$$[\bar{I}_3] = -[\bar{Y}^{III}] ([\bar{Y}^{IV}] - [\bar{Y}^I])^{-1} [\bar{Y}^{III}] [\bar{V}_1] + [\bar{Y}^{III}] ([\bar{Y}^{IV}] - [\bar{Y}^I])^{-1} [\bar{Y}^{IV}] [\bar{V}_3] \quad 5-42$$

Prema tome je za dvije dionice matrična jednadžba

$$\begin{bmatrix} [\bar{I}_1] \\ [\bar{I}_3] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{Y}_N^I] & [\bar{Y}_N^{II}] \\ [\bar{Y}_N^{III}] & [\bar{Y}_N^{IV}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\bar{V}_1] \\ [\bar{V}_3] \end{bmatrix} \quad 5-43$$

gdje je

$$[\bar{Y}_N^I] = [\bar{Y}^I] - [\bar{Y}^{II}] ([\bar{Y}^{IV}] - [\bar{Y}^I])^{-1} [\bar{Y}^{III}] \quad 5-44$$

$$[\bar{Y}_N^{II}] = [\bar{Y}^{II}] ([\bar{Y}^{IV}] - [\bar{Y}^I])^{-1} [\bar{Y}^{II}] \quad 5-45$$

$$[\bar{Y}_N^{III}] = -[\bar{Y}^{III}] ([\bar{Y}^{IV}] - [\bar{Y}^I])^{-1} [\bar{Y}^{III}] \quad 5-46$$

$$[\bar{Y}_N^{IV}] = [\bar{Y}^{III}] ([\bar{Y}^{IV}] - [\bar{Y}^I])^{-1} [\bar{Y}^{II}] + [\bar{Y}^{IV}] \quad 5-47$$

Kako su prema 5-33 do 5-36

$$[\bar{Y}^{III}] = -[\bar{Y}^{II}] \quad 5-48$$

$$[\bar{Y}^{IV}] = -[\bar{Y}^I] \quad 5-49$$

to izrazi 5-44 do 5-47 prelaze u jednostavniji oblik:

$$[\bar{Y}_N^I] = - [\bar{Y}_N^{IV}] = [\bar{Y}^I] - \frac{1}{2} [\bar{Y}^{II}] [\bar{Y}^I]^{-1} [\bar{Y}^{II}] \quad 5-50$$

$$[\bar{Y}_N^{II}] = - [\bar{Y}_N^{III}] = - \frac{1}{2} [\bar{Y}^{II}] [\bar{Y}^I]^{-1} [\bar{Y}^{II}] \quad 5-51$$

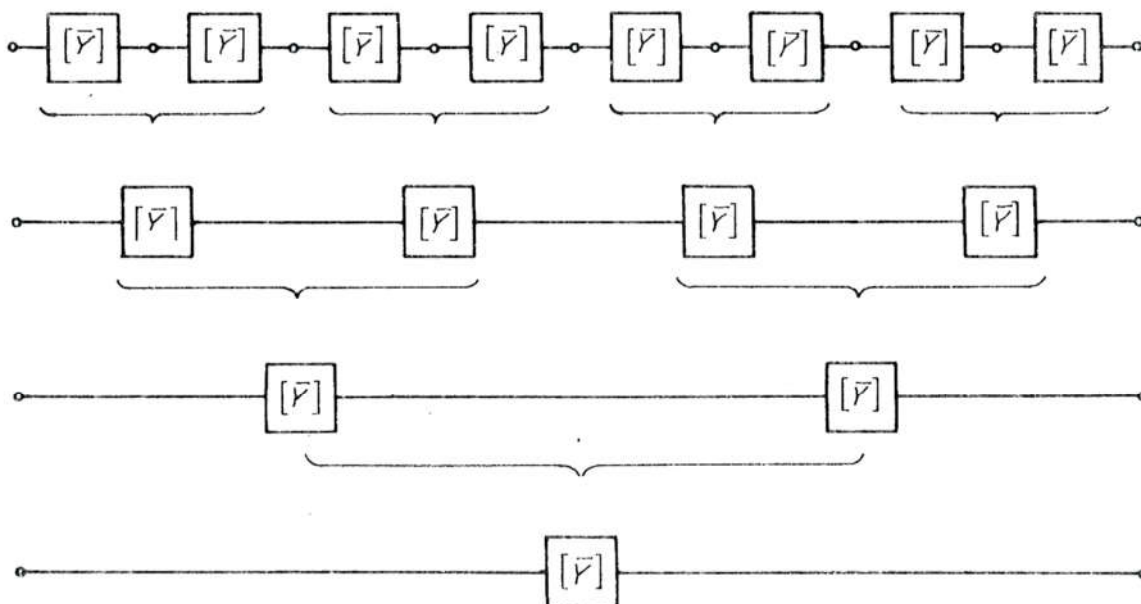
Iste jednačbe nam vrijede i za zadnje dvije dionice. Tako smo dobili jednačbe za vod od dvije dionice. Ponovimo postupak još jednom pa dobijemo jednačbe koje daju odnose početka i kraja voda, odnosno dobijemo matricu $[\bar{Y}]$ cijeloga voda. Iz matrice $[\bar{Y}]$ računamo parametre Π -sheme cijeloga voda na jednostavan način:

$$[\bar{Y}_u] = - [\bar{Y}^{II}] \quad 5-52$$

$$[\bar{Y}_p] = [\bar{Y}^I] + [\bar{Y}^{II}] \quad 5-53$$

$$[\bar{Z}_u] = [\bar{Y}_u]^{-1} \quad 5-54$$

Opisani postupak vrijedi za $K = 2^k$ ($K = 0, 1, 2, 3, \dots$) jednakih dionica (vidi sliku 166 za $k = 3$, $K = 8$).



Sl.166 - Slikoviti prikaz računanja matrice $[\bar{Y}]$ neprepletenoga voda

Dijagram toka na slici 167 pokazuje svu jednostavnost opisanog postupka.

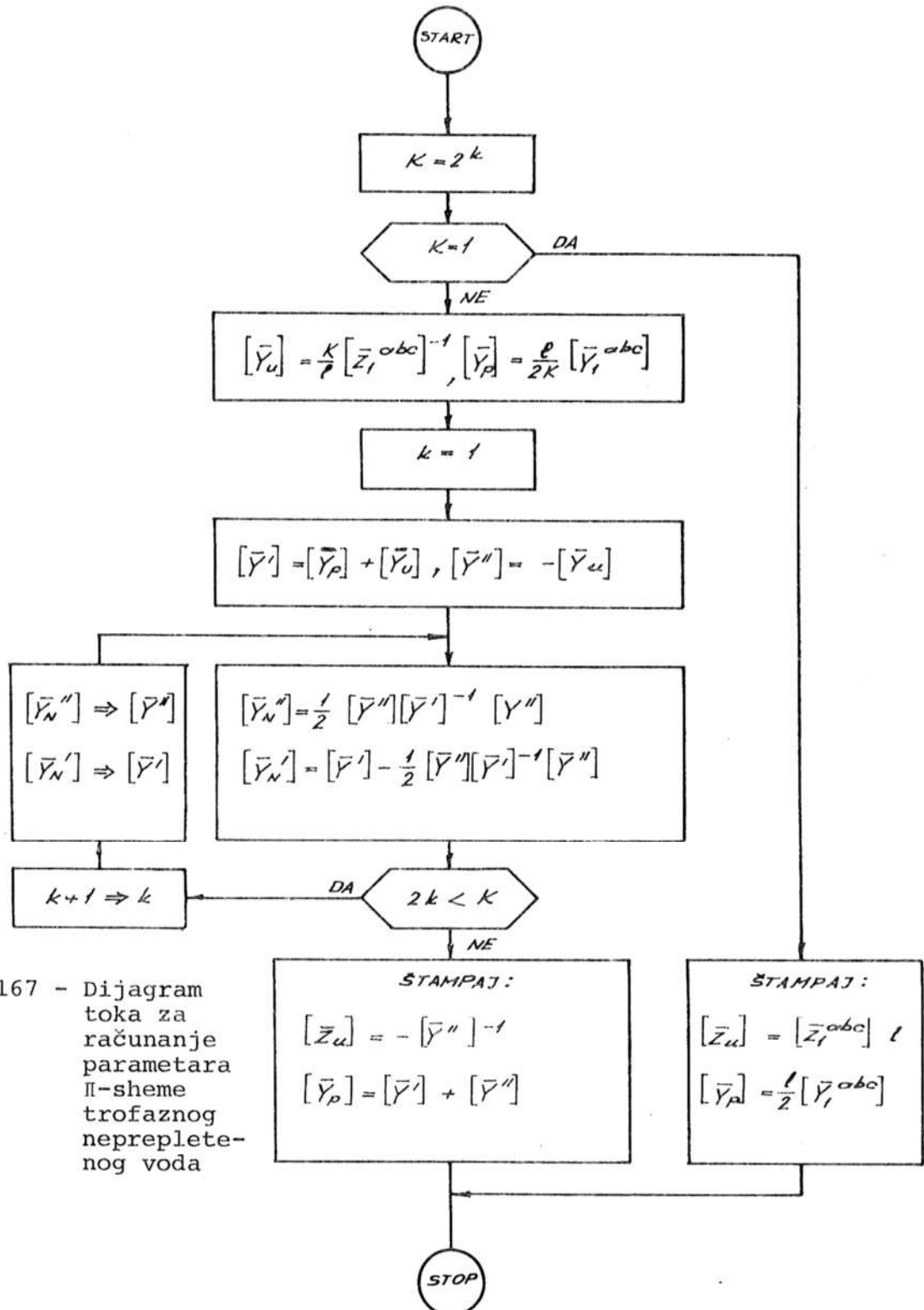
Zadaje se:

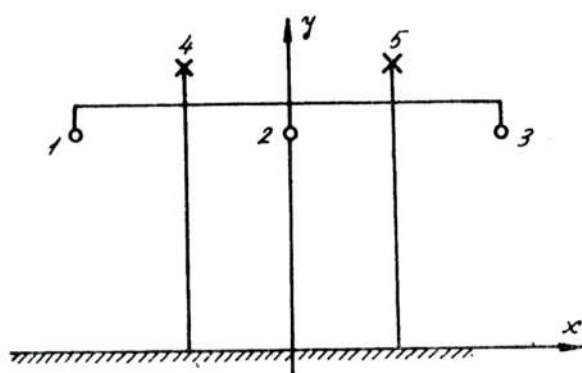
l = dužina dalekovoda

k = broj kojim se definira broj dionica $K = 2^k$

$[\bar{Z}_1^{abc}]$ = matrica jediničnih impedancija ekvivalentnih faznih vodiča

$[\bar{Y}_1^{abc}]$ = matrica jediničnih admitancija ekvivalentnih faznih vodiča





Primjer 5.1.

Dalekovod 220 kV Titograd - Baĳina Bašta duĳinom od 114,30 km prolazi kroz Srbiju. Za ovaj dio voda potrebno je odrediti trofaznu Π -shemu spajanjem 4 jednakih 28,57 km dugih dionica. Podaci dalekovoda su na slici 168.

Broj vodiĳa	x-koord. m	y-koord. m	promjer vodiĳa mm
1	- 8,6	13,5	26,55
2	0,0	13,5	26,55
3	8,6	13,5	26,55
4	- 5,4	19,9	9,00
5	5,4	19,9	9,00

Sl.168 - Stup dalekovoda Titograd - Bajina Bašta

Vod je izveden iz Al/Fe 360/57 + 2 x Fe 50. Specifiĳni otpor tla iznosi 300,00 Ω m.

Izraĳunata je matrica jediniĳnih impedancija i matrica jediniĳnih admitancija za sistem ekvivalentnih faznih vodiĳa.

		a	b	c	
$[\bar{Z}_1^{abc}] =$	a	0,179+j 0,711	0,1+j 0,291	0,098+j 0,249	Ω /km
	b	0,1 + j 0,291	0,184+j 0,708	0,1 + j 0,291	
	c	0,098+j 0,249	0,1 + j 0,291	0,179+j 0,711	

		a	b	c	
$[B_1^{abc}] =$	a	$2,429 \cdot 10^{-6}$	$-0,281 \cdot 10^{-6}$	$-0,091 \cdot 10^{-6}$	S/km
	b	$-0,281 \cdot 10^{-6}$	$2,48 \cdot 10^{-6}$	$-0,281 \cdot 10^{-6}$	
	c	$-0,091 \cdot 10^{-6}$	$-0,281 \cdot 10^{-6}$	$2,429 \cdot 10^{-6}$	

Prema dijagramu toka na slici 167 naĳinjen je program za elektroniĳko raĳunalo UNIVAC. Rezultati koje je dao stroj jesu:

$$[\bar{Y}_p] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & a & b & c \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 0,053+j \ 139,03 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 0,017-j \ 16,026 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 0,022-j \ 5,168 \\ \hline \end{array} \end{array} \quad \begin{array}{c} 10^{-6} \\ |S| \end{array}$$

$$[\bar{Z}_u] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & a & b & c \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 20,287+j \ 80,978 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 11,332+j \ 33,043 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 11,016+j28,238 \\ \hline \end{array} \\ & \begin{array}{|c|} \hline 11,332+j \ 33,043 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 20,804+j \ 80,677 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 11,332+j33,043 \\ \hline \end{array} \\ & \begin{array}{|c|} \hline 11,016+j \ 28,238 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 11,332+j \ 33,043 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline 20,287+j80,978 \\ \hline \end{array} \end{array} \quad |\Omega|$$

5.2. Ekvivalentne sheme transformatora

5.2.1. Transformator kao element mreže

Kao što se trofaznom asinhronom motoru zbog njegove jednostavnosti pripisuje odlučujuća zasluga za pobjedu trofaznog sistema nad ostalim elektroenergetskim sistemima, tako je transformator općenito zaslužan za pobjedu izmjeničnog sistema nad istosmjernim. Zahvaljujući transformatoru može se u svakoj fazi tehnološkog procesa elektroenergetike (proizvodnja, prijenos, distribucija, potrošnja) primijeniti najprikladniji odnosno optimalni napon uz prihvatljivu cijenu.

Transformator je pasivni element mreže, premda u zamkaskoj mreži pod stanovitim okolnostima može biti uzrokom "strujama izjednačenja" koje su posljedica elektromotorne sile nastale u transformatoru pobudom same mreže, što izaziva privid aktivnog elementa. Ta se okolnost uostalom katkada i namjerno koristi, a u analizama tokova snaga u mreži čini proračun složenijim. Ako izuzmemo specijalni slučaj "izolacionih transformatora" kojima je broj zavoja jednak na obadvi-je strane (svrha im je isključivo galvansko odvajanje dvaju djelova mreže), transformator ima najmanje dva naponska nivoa, čiji se omjer navodi kao "prijenosni odnos" ili "omjer broja zavoja". Kako će kasnije biti izloženo, i ovu činjenicu treba uzeti u obzir već u pripremnoj fazi analize mreže.

Kod trofaznih transformatora namoti pojedinih faza istog naponskog nivoa mogu biti spojeni na tri načina (grupe spoja): u zvijezdu

(simbol Y,y) trokut (D,d) ili cik-cak (Z,z). Različiti način spajanja namota raznih naponskih nivoa dovodi redovito i do faznog pomaka vektora napona za neki kut koji je višekratnik od 30° . U oznaci grupe spoja, npr. Y d 5 prvo (veliko) slovo označuje spoj namota višeg napona, drugo (malo) slovo označuje spoj namota nižeg napona, a broj je višekratnik kojim treba množiti 30° da bi se dobio kut zakretanja vektora napona uzetih s istoimenih stezaljki (npr. A i a) transformatora. U primjeru grupe spoja Yd 5 pomak je 150° , pri čemu niži fazni napon zaostaje za 150° za višim faznim naponom za istoimene stezaljke. Grupa spoja ima značajan utjecaj na ponašanje transformatora u pogonu. Za ponašanje transformatora u pogonu još je značajno, da li je zvjezdište namota u spoju Y ili Z izolirano ili je spojeno sa zemljom posredno ili neposredno. Da bi se zvjezdište moglo spojiti sa zemljom, ono mora biti izvedeno iz kotla transformatora pomoću provodnog izolatora.

Nije rijedak slučaj, da trofazni transformatori imaju više od dva naponska nivoa, pa su to onda, za razliku od dvonamotnih, tronamotni i višenamotni transformatori. Dvonamotni transformatori grupe spoja Yy često imaju treći tzv. tercijarni namot spojen u trokut(d), a dimenzioniran obično za jednu trećinu snage glavnih namota. Tercijarni namot utječe na pogonska svojstva transformatora, a najčešće je konstruiran tako, da se može koristiti i za oduzimanje snage (napajanje neke mreže trećeg naponskog nivoa), dakle kao tronamotni transformator. Dok je kod dvonamotnih transformatora jedino logično da su oba namota dimenzionirana za istu snagu, kod višenamotnih nazivna snaga svakog namota može biti različita (to je bio slučaj i kod "tercijara"), ovisno o očekivanim tokovima snage kroz transformator. U tom slučaju treba nadzirati opterećenje svakog namota posebno.

Kao posebna izvedba primjenjuje se i transformator u štednom spoju (autotransformator). Mada je autotransformator izrazito ekonomičan kod malih prijenosnih odnosa (ne mnogo različitih od jedan), u mrežama visokih i najviših napona često se primjenjuje i za prijenosne odnose do 2 pa i veće. Značajne razlike među trofaznim transformatorima postoje u pogledu izvedbe magnetskog kruga. Najčešća evropska izvedba trofaznih transformatora za sve napone je ona s magnetskom jezgrom s tri stupa u istoj ravnini, koji su povezani jarmovima (normalni jezgrasti tip). Kod veoma velikih snaga dodaje se če-

tvrti i peti stup zbog smanjenja visine aktivnog dijela, a time i ukupne visine transformatora (peterostupni jezgrasti tip). Kao posebna i rijetka izvedba javlja se i ogrnuti tip.

Rjedje u Evropi, ali zato češće u Americi i zemljama pod njezinim tehničkim utjecajem, susreću se trofazne grupe sastavljene iz tri međusobno spojene zasebne jednofazne jedinice. Svaka od njih opet može imati magnetski krug jezgrastog tipa ili pak ogrnutog tipa sa 3,4 ili 5 stupova.

Kombiniranjem raznih grupa spojeva i raznih tipova magnetskih krugova dobiva se veliki broj mogućih varijanata koje se u pogonu različito ponašaju. Pri izboru se kao najvažniji uzimaju slijedeći kriteriji:

- mogućnost trajnog opterećenja zvjezdišta bez bitne deformacije zvijezde napona (važno za transformatore koji napajaju niskonaponske mreže, gdje se mogu očekivati nesimetrična opterećenja);
- mogućnost zatvaranja nulte komponente struje kod poremećaja u mreži, a pri tome osim internog spoja transformatora još igra ulogu da li je zvjezdište (ili zvjezdišta) transformatora uzemljeno ili ne;
- mogućnost razvijanja (odnosno zatvaranja) viših harmonika struje nastalih magnetiziranjem jezgre samog transformatora ili iz nekog vanjskog izvora (generatori, ispravljači);
- mogućnost transporta (važno kod velikih snaga: tu prednost mogu imati trofazni transformatori peterostupnog jezgrastog tipa ili tri jednofazne jedinice);
- cijena koštanja.

U praksi je broj varijanata znatno manji od teoretski mogućih. Općenito se može reći slijedeće:

- za spoj generatora s mrežom upotrebljava se grupa spoja Yd5, jer je povoljno (viši harmonici, odvajanje od nultog sistema ostale mreže) da generator bude priključen na namotaj spojen u trokut;
- za napajanje niskonaponskih mreža upotrebljavaju se grupe spoja Yz5 (manje jedinice) i Dy5 (veće jedinice) zbog mogućnosti nesimetričnog opterećivanja, odnosno Yy0, ako se ne očekuje nesimetrija veća od 10%;

- za povezivanje mreža srednjeg napona (npr. 35 i 10 kV) prevladavaju transformatori s grupom spoja Yd5;
- za međusobno povezivanje mreža visokih i najviših napona, te visokih sa srednjim naponima, najčešći su transformatori u spoju Yy0 s tercijarnim namotima i autotransformatori također s tercijarnim namotom; ako za to postoje izričiti razlozi, primjenjuju se još i grupe spoja Yd5 i Dy5.

Osim za prostu transformaciju napona, transformator se koristi i za održavanje poželjnih naponskih prilika u mreži, dakle za regulaciju napona. Već pravilnim izborom omjera broja zavoja, koji ovisno o položaju transformatora u mreži može biti i različit od omjera nazivnih napona transformatorom povezanih mreža, može se postići pozitivan utjecaj na opće naponske prilike. Kod transformatora serijske proizvodnje (npr. 35/10 kV i 10/0,4 kV), za koje se ne može unaprijed odrediti mjesto ugradnje pa tako ni optimalni prijenosni odnos, predviđa se mogućnost promjene broja zavoja na strani višeg napona obično u rasponu $\pm 4\%$ ili $\pm 5\%$ sa 3 ili 5 položaja. Takav transformator pruža dakle mogućnost da se naknadno prilagodi mjestu ugradnje pravilnim izborom jednog od tri (ili pet) moguća prijenosna odnosa. Prijelaz na drugi odnos moguć je samo u isključenom stanju.

Praktički kontinuiranu regulaciju napona promjenom prijenosnog omjera pod opterećenjem, dakle bez isključenja iz pogona, imaju "regulacioni transformatori", i to u rasponu najmanje $\pm 15\%$. Broj zavoja je u pravilu promjenljiv na onoj strani, gdje se očekuju varijacije napona, a nepromjenljiv na onoj strani, na kojoj se napon želi održavati približno konstantnim. Transformatori za napajanje distributivnih mreža iz prijenosne (npr. 110/35 kV i 110/20 kV) uvijek su regulacioni.

Transformatori za više napone (npr. 380/220 kV, 380/110 kV, 220/110 kV) izvode se kao regulacioni, ako se prethodno u analizama utvrdi da je to potrebno ili pak radi tipizacije. Kod ovih naponskih nivoa nije rijedak slučaj, da se transformatoru bez regulacije doda odvojeni regulacioni dio.

U grupu regulacionih transformatora treba uvrstiti i transformatore za poprečnu regulaciju napona. Oni, za razliku od do sada opisanih ne reguliraju apsolutni iznos napona, već fazni kut uz konstantnu apsolutnu vrijednost (ovdje se ne radi o faznom pomaku izazvanom od

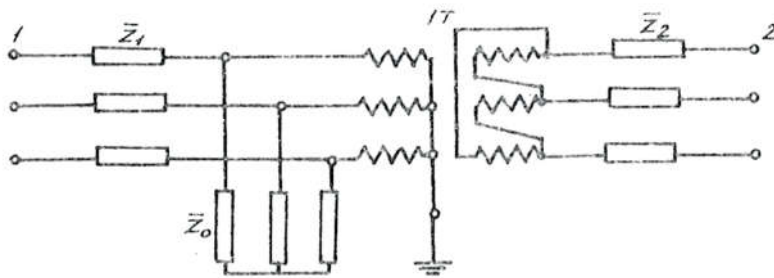
strane grupe spoja). Transformatorom za poprečnu regulaciju može se u zamkastim mrežama izazvati preraspodjela tokova radne snage, pri čemu se takav transformator prividno ponaša kao aktivni element.

Za specijalne namjene primjenjuju se i specijalni tipovi transformatora. Tako se jednofazni transformatori osim u trofaznim grupama, upotrebljavaju još i za napajanje (jednofaznih) kontaktnih mreža elektrovuče. Trofazni i jednofazni transformatori za napajanje elektro- lučnih peći moraju imati veoma široki opseg regulacije prijenosnog odnosa u opterećenom stanju. Transformatori za napajanje ispravljačkih uređaja velike snage (npr. elektrolize aluminija) redovito osim širokog opsega regulacije imaju veći broj sekundarnih namotaja, kako bi se odgovarajućim njihovim spajanjem mogao dobiti višefazni (npr. 12-fazni) sistem, pogodan za napajanje ispravljačkih ventila. Kod kaskadnog spoja ispravljačkih grupa (npr. u pretvaračkim stanicama za prijenos električne energije visokim istosmjernim naponom) posebnu pažnju treba posvetiti izolaciji transformatorskih namotaja prema položaju u kaskadi. "Transformatori za uzemljenje" postavljaju se tamo, gdje se zvjezdište sistema želi uzemljiti, a nema za to druge mogućnosti (nema uopće transformatora snage ili mu je namotaj tog naponskog nivoa spojen u trokut, ili mu pak zvjezdište nije izvedeno iz kotla).

Na kraju ovog sažetog prikaza o transformatoru kao elementu mreže još valja napomenuti, da je transformator priključen na mrežu ujedno i potrošač. Za pokrivanje vlastitih gubitaka uzima iz mreže djelatnu snagu. Dio te snage je praktički konstantan ("gubici u željezu"), a dio raste s kvadratom opterećenja ("gubici u bakru"). Za magnetiziranje jezgre transformator opterećuje mrežu induktivno praktički neovisno o opterećenju, ali strujama koje sadrže više harmoničke članove zbog nelinearnosti magnetske karakteristike željeza. Veliki transformator opterećuje mrežu još i snagom potrebnom za pokretanje rashladnih uređaja.

5.2.2. Dvonamotni transformator

Trofazna ekvivalentna shema dvonamotnog transformatora pokazana je na slici 169.



Sl.169 - Trofazna ekvivalentna shema dvonamotnog transformatora

Jednu stranu (npr. primarnu) označiti ćemo sa 1, a drugu (u tom slučaju sekundarnu) sa 2. Impedancija $\bar{Z}_1$ reprezentira uzdužnu reaktanciju i djelatni otpor primarnog namotaja, a $\bar{Z}_2$ analognu veličinu sekundarnog namotaja. $\bar{Z}_0$ je impedancija poprečne grane, koja je definirana strujom magnetiziranja i gubicima u željezu. Ekvivalentna shema transformatora ima prema tome oblik T-sheme, s time da i svojstvo transformacije napona moramo prikazati u shemi. To je postignuto umetanjem idealnog transformatora IT (sl.169).

Položaj idealnog transformatora u shemi možemo proizvoljno odabrati. Na Sl.169 on je između $\bar{Z}_0$ i $\bar{Z}_2$, ali bi isto tako mogao biti i između 1 i $\bar{Z}_1$ ili $\bar{Z}_1$ i $\bar{Z}_0$ ili $\bar{Z}_2$ i 2. Ako pretpostavimo da su numeričke vrijednosti impedancija $\bar{Z}_1$, $\bar{Z}_0$ i $\bar{Z}_2$ na sl.169 ispravno izračunate, promjena položaja idealnog transformatora zahtijeva preračunavanje ovih veličina, koje time prelaze na drugu stranu idealnog transformatora, a imaju karakter otpora. Kod preračunavanja se polazi od snage kroz idealni transformator, koja je invarijantna veličina bez obzira na njegov položaj u shemi. Tako ćemo neku primarnu veličinu (npr. $\bar{Z}_1$) preračunati na sekundarnu stranu polazeći od

$$\bar{S} = \frac{U_1^2}{\bar{Z}_1} = \frac{U_2^2}{\bar{Z}_1''} \quad 5-55$$

odakle izlazi

$$\bar{Z}_1'' = \bar{Z}_1 \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \quad 5-56$$

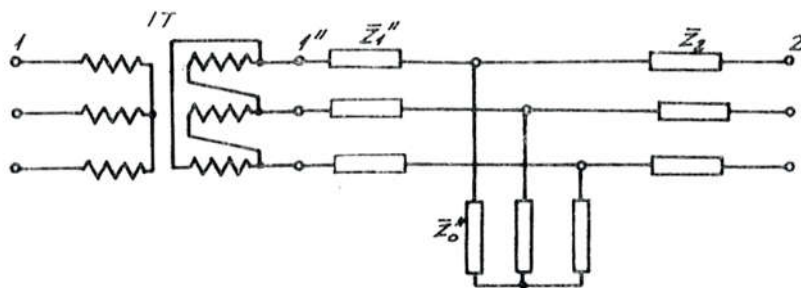
i analogno sekundarnu (npr. $\bar{Z}_2$) na primarnu stranu polazeći od

$$\bar{S} = \frac{U_2^2}{\bar{Z}_2} = \frac{U_1^2}{\bar{Z}_2'} \quad 5-57$$

odakle izlazi

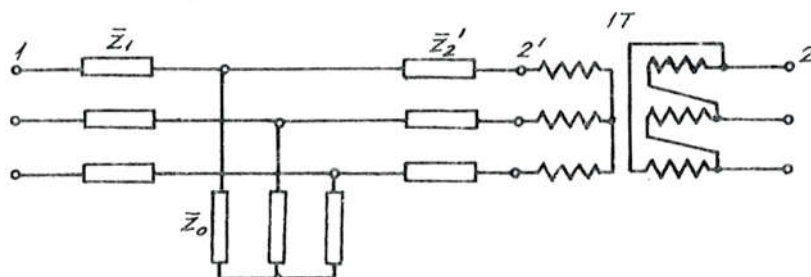
$$\bar{Z}_2' = \bar{Z}_2 \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2$$

5-58



Sl.170a - Parametri dvonamotnog transformatora preračunati na sekundarnu stranu

Tako primjenom formule 5-56 na $\bar{Z}_1$ i $\bar{Z}_0$ shema sa sl.169 prelazi u shemu na sl. 170a, odnosno primjenom formule 5-58 na $\bar{Z}_2$ u shemu na sl.170b.

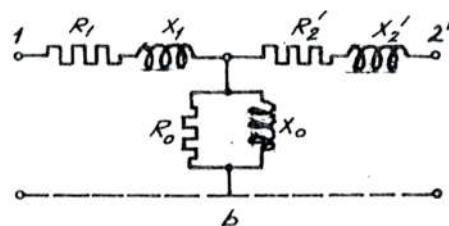
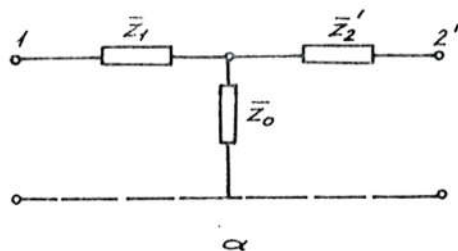


Sl.170b -

Parametri dvonamotnog transformatora preračunati na primarnu stranu

Transformator se obično promatra između krajeva 1'' - 2 ili 1-2', pa se u ekvivalentnim shemama ne crta idealni transformator. Kako se rješavamo idealnih transformatora u mreži pokazano je u glavi 6. Bez obzira na izvedbu trofazni transformator možemo smatrati simetrično izvedenim elementom mreže, bez međusobnog utjecaja faza, pa se u računu isključivo koriste jednofazne sheme.

T-shema od koje smo pošli u prethodnom razmatranju predstavlja najtočniji ekvivalentni prikaz transformatora. Na sl.171a je prikazana jednofazna verzija, kako ona proizlazi iz sheme na sl.170b, a na sl. 171b su parametri rastavljeni još i na komponente.



Sl.171 - T-shema transformatora

Poprečnu reaktanciju $\bar{Z}_O$ prikazanu na sl.171b prevodimo u odgovarajuću admitanciju na slijedeći način:

$$\bar{Z}_O = \frac{R_O + jX_O}{R_O + jX_O} \quad 5-59$$

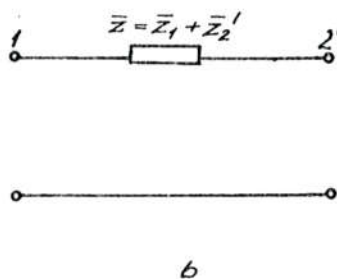
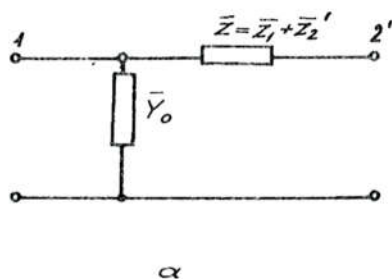
$$\bar{Y}_O = \frac{1}{\bar{Z}_O} = \frac{R_O + jX_O}{R_O + jX_O} = \frac{1}{R_O} - j \frac{1}{X_O} \quad 5-60$$

$$G_O = \frac{1}{R_O} \quad 5-61$$

$$B_O = - \frac{1}{X_O} \quad 5-62$$

Manje točna je T-shema, ali u praksi zadovoljava u svim proračunima osim u najtočnijima (Sl.172a). Treba imati još u vidu, da najčešće nećemo raspolagati podacima iz kojih bi mogli izračunati impedancije $\bar{Z}_1$ i $\bar{Z}_2$ svaku za sebe.

U mrežama srednjih napona zadovoljava I shema (Sl.171b), kod koje je poprečna grana potpuno zanemarena. Ova najjednostavnija shema zadovoljit će i u svim slučajevima kod proračuna prilika u kratkom spoju.



Sl.172 -

T-shema a)
i I-shema b)
transformatora

Parametri za ekvivalentnu T-shemu dvonamotnog transformatora mogu se odrediti na temelju podataka koji su o transformatoru redovito poznati. To su:

- U_{n1} = nazivni linijski napon primarnog namotaja
- U_{n2} = nazivni linijski napon sekundarnog namotaja
- S_n = nazivna snaga (trofazna)
- e_k = relativni napon kratkog spoja
- P_k = gubici kratkog spoja
- i_o = relativna struja magnetiziranja
- P_o = gubici praznog hoda

Iz definicionog izraza za e_k možemo izračunati apsolutnu vrijednost impedancije uzdužne grane:

$$e_k = \frac{|\bar{Z}| I_n}{U_n / \sqrt{3}} \quad 5-63$$

$$|\bar{Z}| = e_k \frac{U_n}{\sqrt{3}} \frac{1}{I_n} \frac{U_n}{U_n} = e_k \frac{U_n^2}{S_n} \quad 5-64$$

Djelatna komponenta uzdužne grane računa se iz podataka o gubicima kratkog spoja

$$P_k = 3 I_n^2 R = 3 \left(\frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} \right)^2 R = \left(\frac{S_n}{U_n} \right)^2 R \quad 5-65$$

$$R = \left(\frac{U_n}{S_n} \right)^2 P_k \quad 5-66$$

Time smo odredili apsolutnu vrijednost i realnu komponentu impedancije $\bar{Z}$, pa se iz ova dva podatka može odrediti reaktancija X iz relacije

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} \quad 5-67$$

Apsolutnu vrijednost admitancije poprečne grane izračunat ćemo iz podataka o struji praznog hoda

$$i_o = \frac{I_o}{I_n} = \frac{|\bar{Y}_o| U_n / \sqrt{3}}{S_n / \sqrt{3} U_n} = \frac{U_n^2}{S_n} Y_o \quad 5-68$$

$$|\bar{Y}_o| = \frac{S_n}{U_n^2} i_o \quad 5-69$$

Djelatna komponenta poprečne grane proizlazi iz podataka o gubicima praznog hoda

$$P_o = 3 \left(\frac{U_n}{\sqrt{3}} \right)^2 G_o = U_n^2 G_o \quad 5-70$$

$$G_o = \frac{P_o}{U_n^2} \quad 5-71$$

Susceptanciju B_o sada možemo odrediti iz relacije

$$B_o = \sqrt{Y_o^2 - G_o^2} \quad 5-72$$

Parametri Γ sheme dobiveni na opisani način nisu potpuno točni. Naime, kad smo uzeli da je uzdužna grana definirana strujom i gubicima kratkog spoja zanemarili smo postojanje poprečne grane. Isto tako smo kod računanja parametara za poprečnu granu zanemarili činjenicu da se u praznom hodu poprečna grana napaja preko dijela uzdužne grane tj. preko $\bar{Z}_1$, pri čemu u $\bar{Z}_1$ nastaje izvjestan pad napona i gubici.

Točni parametri, pa prema tome i točne ekvivalentne sheme transformatora mogu se dobiti rješavanjem jednadžbi postavljenih za prazni hod i kratki spoj, a uvrštavanjem preciznih kompleksnih veličina dobivenih mjerenjem s obje strane transformatora. Međutim i precizna mjerenja se u pogledu točnosti približavaju T ili Γ -shemi pa se učinjena zanemarenja ne odrazuju na rezultate proračuna mreže.

Uobičajene karakteristike transformatora su slijedeće:

$$\begin{aligned} e_k &= 4 \dots 12\% \quad (\text{od } U_n) \\ i_o &= 2,5 \dots 1\% \quad (\text{od } I_n) \\ P_k &= 2,5 \dots 0,5\% \quad (\text{od } S_n) \end{aligned}$$

Lijeva vrijednost vrijedi za male ($\sim 20\text{kVA}$), a desna za velike ($\geq 100\text{ MVA}$) transformatore.

Navedene vrijednosti su orijentacione jer su transformatori s boljim karakteristikama ujedno i skuplji. Takodjer i e_k može namjerno odstupati od "prirodne" vrijednosti i to na više ako se žele smanjiti snage kratkog spoja u mreži, a na niže, ako se žele smanjiti padovi napona.

Za P_o se može navesti da je

$$P_o = 0,15 \dots 0,4 P_k,$$

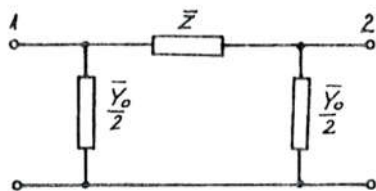
što ovisi o predviđenom režimu rada transformatora. Trajno jako opterećeni transformatori treba da imaju relativno male P_k , a malo opterećeni transformatori relativno male P_o .

Uzme li se da je kod uobičajenih tipova transformatora srednje snage otprilike

$$\begin{aligned} e_k &= 10\% \\ i_o &= 2,5\% \\ P_k &= 0,01 S_n \\ P_o &= 0,25 P_k = 0,0025 S_n \end{aligned}$$

izlazi da je $\bar{Z} = Z_k / 90^\circ$ s greškom oko 0,25% u apsolutnom iznosu i od cca 1° u faznom kutu.

Poprečna grana je takodjer zanemariva zbog veoma male vodljivosti, osim kod specijalnih proračuna (Prilike u praznom hođu, proračun gubitaka).



Sl.173 - II-shema transformatora

U nekim slučajevima računamo sa II shemom mjesto sa I-shemom (Sl.173). Razlika je jedino u tome što ćemo sada poprečnu granu podijeliti na dvije poprečne grane (Sl.173). Ovakva shema nije ništa točnija od I-sheme, jer ne polazi od točne T sheme.

Ekvivalentna shema direktnog sistema autotransformatora određuje se i prikazuje na isti način kao kod dvonamotnog transformatora.

Ekvivalentna shema nultog sistema u načelu je grafički jednaka shemi direktnog sistema. Kako će se transformator uklopiti u nultu ekvivalentnu shemu mreže ovisi međjutim i o tretmanu zvjezdišta. Ako transformatoru nije uzemljeno ni jedno zvjezdište, on za nulti sistem predstavlja izolacionu točku jednako u uzdužnom i poprečnom smislu (Sl.174a-c).

Poprečna grana transformatora, koja reprezentira nultu struju magnetiziranja, postoji i u nultoj shemi transformatora, a označiti ćemo je sa $\bar{Z}_{00}$. U svim slučajevima gdje se nultoj struji kroz jedan namotaj može suprostaviti odgovarajući broj amperzavoja u suprotnom namotaju, $\bar{Z}_{00}$ će biti veoma velika i prema tome zanemariva. Isti slučaj je kod transformatora gdje se magnetsko polje slobodno razvija kroz željezo (peterostupni trofazni transformator i trofazna grupa jednofaznih transformatora). Tamo gdje se nulto magnetsko polje prisilno zatvara pretežno kroz zrak i željezo transformatorskog kotla, impedancija $\bar{Z}_{00}$ će biti velika, ali ne i zanemariva (Sl.174e). Nadalje, ako spoj transformatora i tretman zvjezdišta uvjetuje spoj nultog sistema sa zemljom, $\bar{Z}_{00}$ će biti premoštena kratkospojnim mostom i time eliminirana. U shemama na sl.174 $\bar{Z}_{00}$ je usprkos tome svagdje prikazana.

Ako je zvjezdište transformatora spojeno sa zemljom preko neke impedancije $\bar{Z}_z$, ona se u jednofaznom ekvivalentu pojavljuje na određenom mjestu s trostrukim iznosom ($3\bar{Z}_z$).

	Spoj	Kompletna ekvivalentna shema	Nulte impedancije	Shema transformatora u mreži (sa zanemarivim)	Nulta reaktancija
a			$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}_2$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 = \infty$
b			— // —		— // —
c			— // —		— // —
d			— // —		$X_0 = X_1 + X_2 = X \approx \bar{Z}$
e	Trofazni transf. 		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}_2$ $\bar{Z}_{00} = 8 \dots 15 \bar{Z}_1$		$X_0 \approx 10 X \approx 10 \bar{Z}$

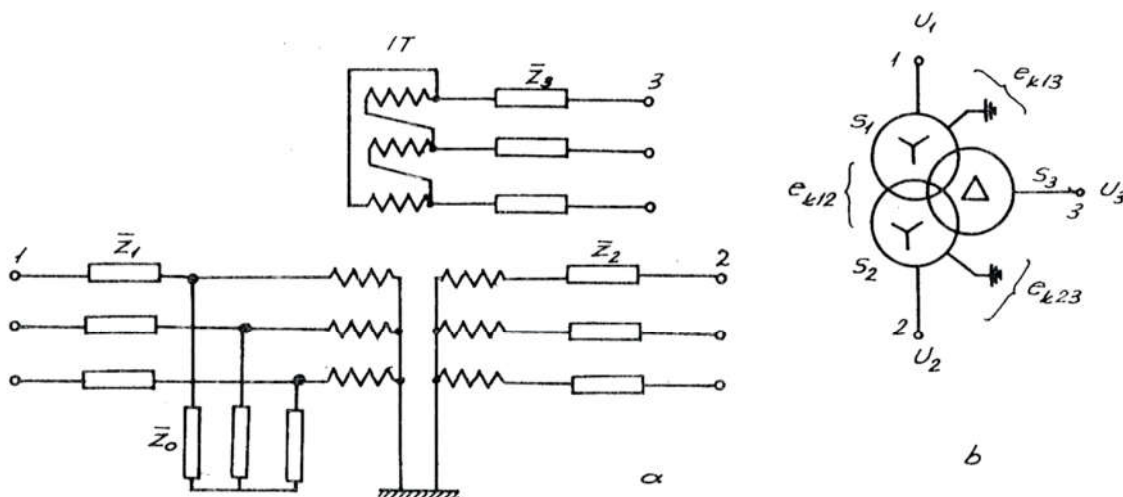
Sl.174a-e - Ekvivalentne sheme nultog sistema dvonamotnog transformatora

	Spolj	kompletna ekvivalentna shema	Nulte impedancije	Shema transfer- motora u mreži (sa zanemarenjima)	Nulta reaktancija
f	3 jednof. transf.		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}_{02} = \bar{Z}_2'$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 = \infty$
g			$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}_{02} = \bar{Z}_2'$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 = X \doteq \bar{Z} $
h			$\bar{Z}_{01} \doteq \bar{Z}_1$ $\bar{Z}_{02}' = Q_1 \bar{Z}$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 \doteq Q_1 X \doteq Q_1 \bar{Z} $
i			za trofazni $\bar{Z}_{01} + \bar{Z}_{02}' \doteq 10 \bar{Z}$ za 3 jedno fazna $\bar{Z}_{01} + \bar{Z}_{02}' = \infty$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		za trofazni $X_0 \doteq 10 X$ za 3 jedno fazna $X_0 = \infty$
j			$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}_{02}' = \bar{Z}_2'$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 = X \doteq \bar{Z} $

Sl.174f-j - Ekvivalentne sheme nultog sistema dvonamotnog transformatora (nastavak)
i autotransformatora

5.2.3. Tronamotni transformator

Trofazna ekvivalentna shema tronamotnog transformatora pokazana je na slici 175a, a odgovarajući jednopolni simbol na sl.175b.



Sl.175 - Trofazna ekvivalentna shema tronamotnog transformatora

Kao i kod dvonamotnog transformatora invarijantnost snaga kroz idealni transformator određuje preračunavanje veličina $\bar{Z}$ odnosno $\bar{Y}$.

$$\bar{Z}_1' = \bar{Z}_1 \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \quad 5-73$$

$$\bar{Z}_1'' = \bar{Z}_1 \left(\frac{U_3}{U_1} \right)^2 \quad 5-74$$

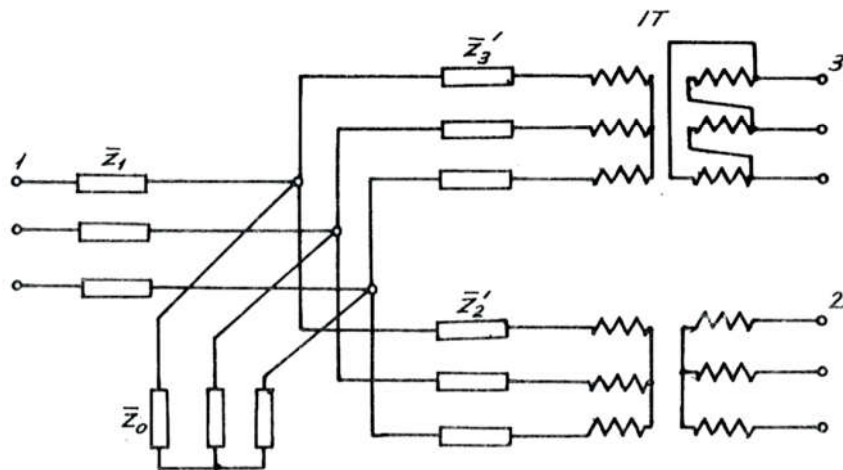
$$\bar{Z}_2' = \bar{Z}_2 \left(\frac{U_1}{U_2} \right)^2 \quad 5-75$$

$$\bar{Z}_2'' = \bar{Z}_2 \left(\frac{U_3}{U_2} \right)^2 \quad 5-76$$

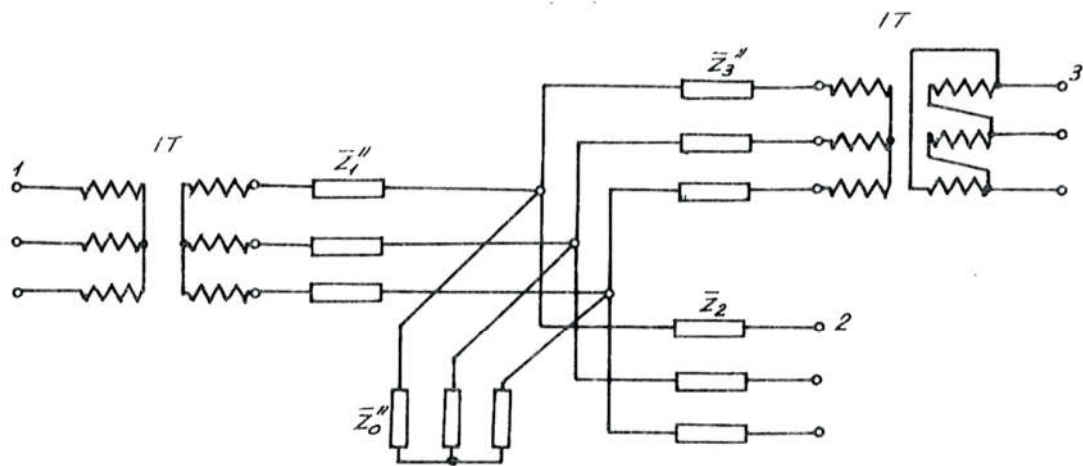
$$\bar{Z}_3' = \bar{Z}_3 \left(\frac{U_1}{U_3} \right)^2 \quad 5-77$$

$$\bar{Z}_3'' = \bar{Z}_3 \left(\frac{U_2}{U_3} \right)^2 \quad 5-78$$

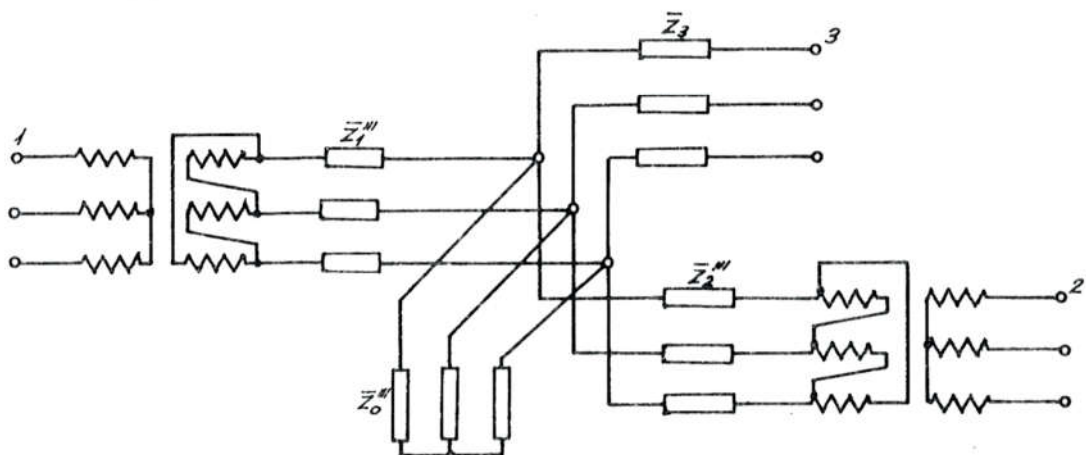
Preračunavanjem svih parametara transformatora na jedan naponski nivo dobit ćemo ekvivalentne sheme prema slici 176a), 176b) ili 176c).



Sl.176a) -
Parametri
tronamotnog
transformato-
ra preraču-
nati na pri-
marnu stranu

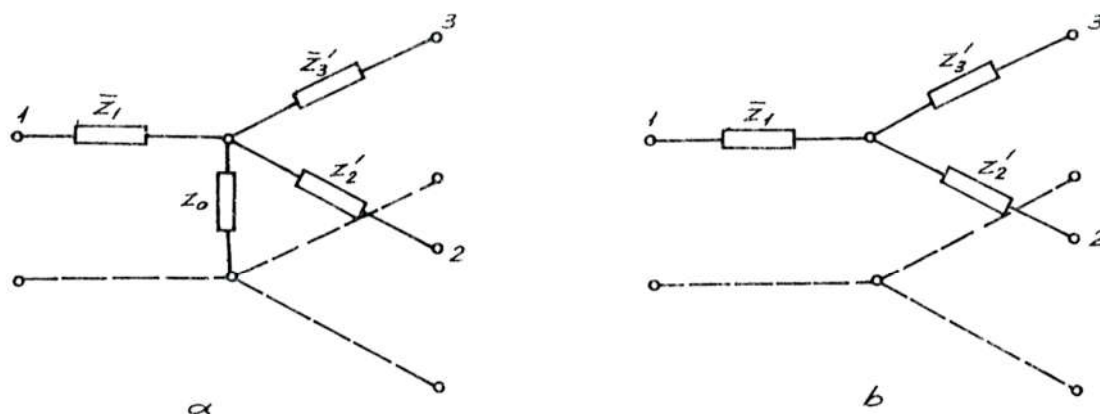


Sl.176b) - Parametri tronamotnog transformatora preračunati na sekundarnu stranu



Sl.176c) - Parametri tronamotnog transformatora preračunati na tercijarnu stranu

Veličine R_o i X_o priključene u zvijezdište ekvivalentne sheme u praksi se smatraju vrlo velikima i obično se zanemaruju. Slika 177a pokazuje jednofaznu ekvivalentnu shemu nastalu iz sheme na sl.176a (izostavljeni idealni transformatori). Na sl.177b zanemarena je struja magnetiziranja i gubici u željezu.



Sl.177 - Jednofazna shema tronamotnog transformatora

Kada nazivne snage pojedinih namotaja tronamotnog transformatora nisu međusobno jednake, moramo u računu uzeti prolaznu snagu, ako nije drugačije napomenuto uz podatke o transformatoru. Prolazna snaga je nazivna snaga slabijeg od dva promatrana namotaja (Sl.175b). Tako je

$$\begin{aligned} |\bar{Z}_{12}| &= e_{k12} \frac{U^2}{S_i} & i &= 1 \text{ ili } 2 \\ |\bar{Z}_{13}| &= e_{k13} \frac{U^2}{S_j} & j &= 1 \text{ ili } 3 \\ |\bar{Z}_{23}| &= e_{k23} \frac{U^2}{S_m} & m &= 2 \text{ ili } 3 \end{aligned} \quad 5-79$$

U sve tri formule uvrstimo isti napon i to nazivni napon onog namotaja na čiji naponski nivo želimo odrediti ekvivalentnu shemu.

Iz ekvivalentne sheme se vidi da je:

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{12} &= \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 \\ \bar{Z}_{13} &= \bar{Z}_1 + \bar{Z}_3 \\ \bar{Z}_{23} &= \bar{Z}_2 + \bar{Z}_3 \end{aligned} \quad 5-80$$

što daje poznate izraze

$$\bar{z}_1 = \frac{1}{2} (\bar{z}_{12} + \bar{z}_{13} - \bar{z}_{23})$$

$$\bar{z}_2 = \frac{1}{2} (\bar{z}_{12} + \bar{z}_{23} - \bar{z}_{13})$$

5-81

$$\bar{z}_3 = \frac{1}{2} (\bar{z}_{13} + \bar{z}_{23} - \bar{z}_{12})$$

Ekvivalentna shema nultog sistema tronamotnog transformatora ne razlikuje se od one direktnog sistema, ako se mogu razviti nulte struje, što dakako ovisi o spoju transformatora i o tretmanu zvijezdišta. Na slici 178 pokazane su ekvivalentne sheme nultog sistema tronamotnog transformatora.

Za ekvivalentnu shemu tronamotnog transformatora može se pri proračunu koristiti i spoj u trokutu umjesto zvijezde. Impedancije trokuta tada treba izračunati iz impedancije zvijezde transfiguracijom.

Ekvivalentne sheme direktnog sistema autotransformatora s tercijarom jednake su onima običnih transformatora, a parametri se određuju na isti način.

Ekvivalentna shema nultog sistema autotransformatora s tercijarom (stranu višeg, nižeg i tercijarnog napona označujemo redom sa 1, 2 i 3) poprima oblik i vrijednosti sa slike 178g ako je zvijezdište uzemljeno. Ekvivalentna shema takvog transformatora s izoliranim zvijezdištem i njeni parametri utvrđuju se složenim računom ili mjerenjem (vidi američku literaturu).

Spolj	Kompletna ekvivalentna shema	Nulte impedancije	Shema transformatora u mreži (sa zanemarljivima)	Nulta reaktancija
α		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}'_2$ $\bar{Z}'_{03} = \bar{Z}'_3$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 = \infty$
b		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}'_2$ $\bar{Z}'_{03} = \bar{Z}'_3$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 = X_1 + X'_2 = X_{12} = \bar{Z}_{12} $
c		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}_2$ $\bar{Z}'_{03} = \bar{Z}'_3$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_{01} = X_1 = \bar{Z}_1 $ $X'_{02} = X'_2 = \bar{Z}'_2 $ $X'_{03} = X'_3 = \bar{Z}'_3 $
α		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}'_2$ $\bar{Z}'_{03} = \bar{Z}'_3$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 = X_1 + X'_3 = X_{13} = \bar{Z}_{13} $

Sl.178a-d - Ekvivalentne sheme nultog sistema tronamotnog transformatora

Spolj	Kompletna ekvivalentna shema	Nulte impedancije	Shema transformatora u mreži (sa zamenjenjima)	Nulta reaktancija
C		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}'_2$ $\bar{Z}'_{03} = \bar{Z}'_3$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_{01} = X_1 \approx \bar{Z}_1 $ $X'_{02} = X'_2 \approx \bar{Z}'_2 $ $X'_{03} = X'_3 \approx \bar{Z}'_3 $
f		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}'_2$ $\bar{Z}'_{03} = \bar{Z}'_3$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_0 = X_1 + \frac{X'_2 X'_3}{X'_2 + X'_3} \approx \bar{Z}_1 + \frac{ \bar{Z}'_2 \bar{Z}'_3 }{ \bar{Z}'_2 + \bar{Z}'_3 }$
g		$\bar{Z}_{01} = \bar{Z}_1$ $\bar{Z}'_{02} = \bar{Z}'_2$ $\bar{Z}'_{03} = \bar{Z}'_3$ $\bar{Z}_{00}$ VELIKO		$X_{01} = X_1 \approx \bar{Z}_1 $ $X'_{02} = X'_2 \approx \bar{Z}'_2 $ $X'_{03} = X'_3 \approx \bar{Z}'_3 $

Sl.178e-g - Ekvivalentne sheme nultog sistema tronamotnog transformatora i autotransformatora s tercijarom

5.3. Ekvivalentna shema generatora

Jedini pravi trajno aktivni elementi u elektroenergetskim sistemima su sinhroni strojevi. Ovamo spadaju:

- sinhroni generatori sa zadatkom da proizvode djelatnu i reaktivnu energiju za sistem i potrošače, a pokreće ih neki pogonski stroj (turbina);
- sinhroni motori za pogon radnih strojeva (npr. pumpi), uz istovremenu mogućnost proizvodnje pozitivne ili negativne reaktivne energije;
- sinhroni kompenzatori sa zadatkom da proizvode pozitivnu i negativnu reaktivnu energiju za pokrivanje potreba sistema i potrošača za tom vrstom energije ("kompenzacija reaktivne snage"), a uz neke sekundarne efekte (povećanje stabilnosti sistema, bolje naponske prilike, smanjenje gubitaka).

Ovdje treba još navesti da se kod određenih vrsta poremećaja u mreži kao kratkotrajno aktivni elementi mogu ponašati još i asinhroni motori, kao i svi elementi koji mogu biti nosioci akumulirane energije električnih i magnetskih polja.

Ekvivalentna shema sinhronog stroja je u svojem grafičkom prikazu veoma jednostavna i sastoji se iz impedancije spojene u seriju s idealnim generatorom napona (jednofazni prikaz). Fizikalna slika sinhronog stroja može nasuprot tome biti veoma složena, kako u stacionarnom, tako i u poremećenom režimu rada. Neki od razloga složenosti sinhronog stroja jesu:

- "izraženi polovi" rotora izazivaju nejednako reagiranje generatora na uzdužnu i poprečnu komponentu struje opterećenja u odnosu na "električku os" stroja;
- tromost magnetskog kruga izaziva privid veoma različitih vrijednosti parametara ekvivalentne sheme istog stroja u različitim pogonskim režimima;
- u uskoj vezi s prethodnim je i dvojnost uzbude magnetskog kruga: s jedne strane "strana uzbuda" rotora iz nezavisnog izvora, a s druge strane uzbuda strujom opterećenja;
- zamašna (rotirajuća) masa rotora sinhronog stroja uvećana zamašnom masom mehanički povezanih rotirajućih djelova u određenim pogonskim režimima apsorbira odnosno daje djelatnu snagu;

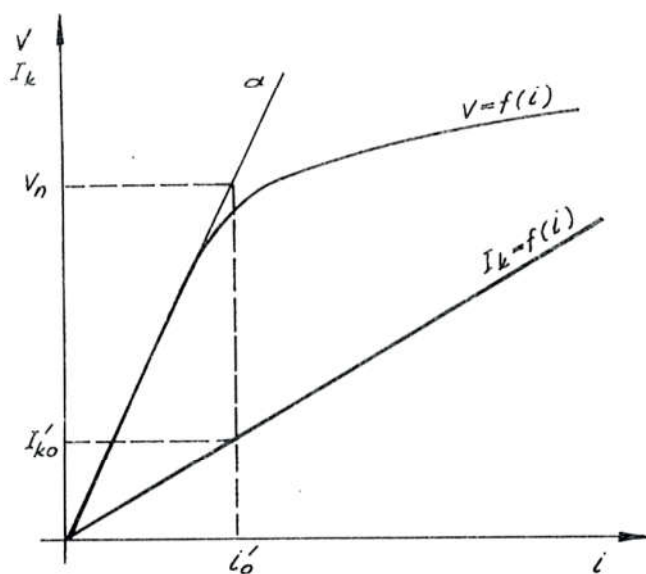
- statičke i dinamičke karakteristike uzbuđnog kruga sinhronog stroja uključujući i pripadne regulacione uređjaje igraju značajnu ulogu u ponašanju stroja;
- kod sinhronih generatora utječu još i karakteristike pogonskog stroja i pripadnog regulatora snage;
- zbog nazubljenosti statora i rasporeda statorskog namotaja, te zbog nazubljenosti rotora i rasporeda rotorskog namotaja odnosno izraženosti polova rotora inducirani napon nije idealno sinusoidalni;
- na karakteristike sinhronog stroja utječe i prigušni namotaj, ako takav postoji.

Za određenu vrstu analize mreže treba uzeti u obzir samo neke od karakteristika sinhronog stroja što znatno pojednostavljuje problem.

U svakom slučaju uloga sinhronog stroja u mreži je veoma složena i nije ograničena samo na pretvorbu mehaničke energije u električnu ili obratno.

5.3.1. Sinhrona reaktancija

Sinhrona reaktancija X_d definira se obično kao omjer između nazivnog faznog napona V_n i struje kratkog spoja kroz kratkospojeni generator. Pri tome je generator uzbuđen strujom uzbuđenja, koja je potrebna za napon V_n u praznom hodu uz pretpostavku da se radi o nezasićenom generatoru (Sl.179).



$V = f(i)$ karakteristika praznog hoda
 $I_k = f(i)$ karakteristika kratkog spoja
 $a =$ karakteristika praznog hoda nezasićenog generatora
 $V_n =$ nazivni fazni napon
 $i =$ struja uzbuđenja

Sl.179 - Određjivanje sinhrona reaktancije

Prema tome je:

$$X_d = \frac{V_n}{I_{ko}} \quad |\Omega| \quad 5-82$$

Veličina koja nema fizikalno značenje je nazivna reaktancija, a definira se kao omjer nazivnog faznog napona i nazivne struje

$$X_n = \frac{V_n}{I_n} \quad |\Omega| \quad 5-83$$

pa je procentualna vrijednost sinhronne reaktancije

$$X_d\% = \frac{X_d}{X_n} 100 = \frac{I_n}{I_{ko}} 100 \quad 5-84$$

Procentualnu vrijednost sinhronne reaktancije možemo prikazati i sljedećom relacijom:

$$X_d\% = X_d \frac{V_n}{I_n} 100 = X_d \frac{3V_n I_n}{3V_n^2} 100 = X_d \frac{S_n}{U_n^2} 100, \quad \text{odakle} \quad X_d = \frac{X_d\%}{100} \frac{U_n^2}{S_n} \quad 5-85$$

Za turbogeneratore sinhrona reaktancija je neovisna o međusobnom položaju polova i polja statora. Za generator s izraženim polovima to nije slučaj, pa se radi različitog magnetskog otpora razlikuju tokovi, što dovodi i do različitih vrijednosti reaktancije. U tom slučaju razlikujemo uzdužnu X_d i poprečnu X_q sinhronu reaktanciju.

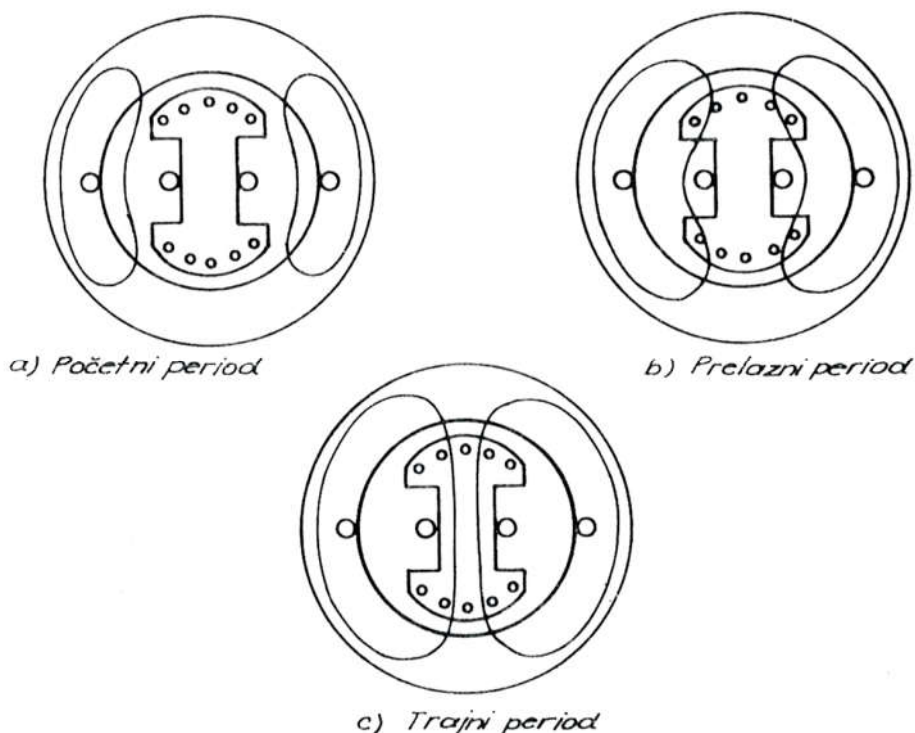
5.3.2. Početna i prelazna reaktancija

Zbog inertnosti magnetskog polja generator se kod nagle promjene opterećenja (npr. kratki spoj) ponaša drukčije nego u stacionarnom stanju. U analizama, koje upravo treba da odrede električne veličine prije nego se ustali novo pogonsko stanje, to moramo uzeti u obzir.

Na slici 180 nacrtana su tri stanja u sinhronom generatoru. Radi preglednosti stroj ima jedan par izraženih polova. Pretpostavljen je i prigušni namotaj.

Najjednostavniji je slučaj kada je uzbuda tokom prelazne pojave nepromjenjena. Dokle god se ne postigne ustaljeno stanje, ovoj uvijek istoj uzbudi odgovarat će razne elektromotorne sile ovisno o prodoru toka izazvanog strujom statorskog namotaja u rotor. Iz istog razloga tokom prelazne pojave mijenjat će se reaktancija generatora. Što se

više magnetske silnice zatvaraju kroz zrak, to će reaktancija biti manja i obratno.



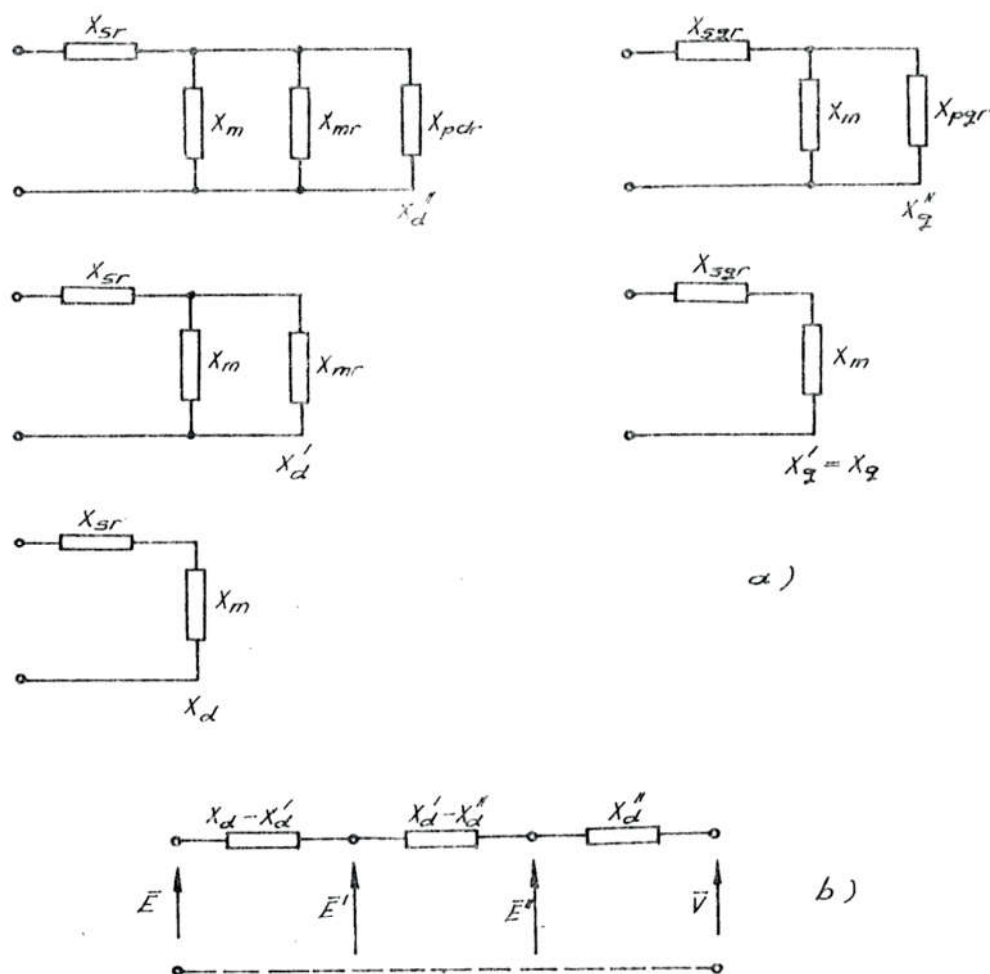
Sl.180 - Prodor statorskog toka (reakcije armature) u rotor

Od svih stanja tokom prelazne pojave (a ima ih beskonačno, jer se promjene odvijaju kontinuirano) promatraju se tri karakteristična:

- početni period (subtranzijentni). Sl.180a). Statorski tok zatvara se samo kroz zrak. Ovom periodu odgovara početna reaktancija X_d' i elektromotorna sila iza početne reaktancije $\bar{E}'$.
- prelazni period (tranzijentni). Sl.180b). Statorski tok je prodro kroz prigušni namotaj u polove rotora. Ovom periodu odgovara prelazna reaktancija X_d' i elektromotorna sila iza prelazne reaktancije $\bar{E}'$.
- trajni period Sl.180c). Statorski tok svladao je rotorske namotaje; zatvara se maksimalno kroz željezo. Ovom periodu odgovara sinhrona reaktancija X_d i elektromotorna sila iza sinhronne reaktancije $\bar{E}$.

Inertnost magnetskog toka razlog je da nam se tokom prelazne pojave isti generator javlja s različitim reaktancijama. Fiksirajući

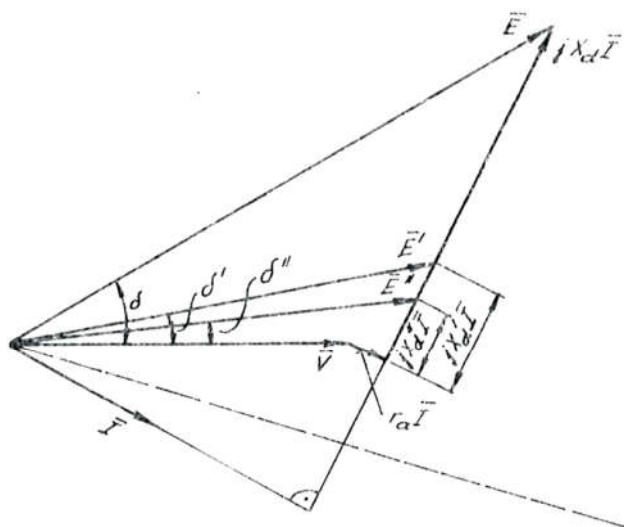
tri karakteristična stanja, početno, prelazno i trajno, računamo kao da je kroz subtranzijentni period uključena u mrežu reaktancija X_d' i EMS-a $\bar{E}'$, zatim da je kroz tranzijentni period uključena u mrežu reaktancija X_d' i EMS-a $\bar{E}'$ i da je na koncu u stacionarnom stanju uključena u mrežu reaktancija X_d i EMS-a $\bar{E}$. Vezu između ekvivalentnih shema istog generatora možemo pokazati kao na slici 181a ili slici 181b.



Sl.181 - Ekvivalentne sheme istog generatora u karakterističnim periodima nakon poremećaja

Elektromotorne sile iza početne, prelazne i sinhronne reaktancije računamo iz poznatih prilika na sabirnicama generatora neposredno pred početak prelazne pojave. Nutarnja EMS-a koja odgovara uzbuđi bila je $\bar{E}$, a dobijamo je kao zbroj napona na sabirnicama i pada napona na sinhronoj reaktanciji. Prema tome uz istu uzbuđu genera-

tora za X_d'' odgovara $\vec{E}''$, za X_d' odgovara $\vec{E}'$, a za X_d odgovara $\vec{E}$ (Slika 182).



Za računanje elektromotornih sila generatora, u skladu s vektorskim dijagramom na slici 182, vrijede relacije:

$$\vec{E}'' = \vec{V} + j \vec{I} X_d''$$

$$\vec{E}' = \vec{V} + j \vec{I} X_d' \quad 5-86$$

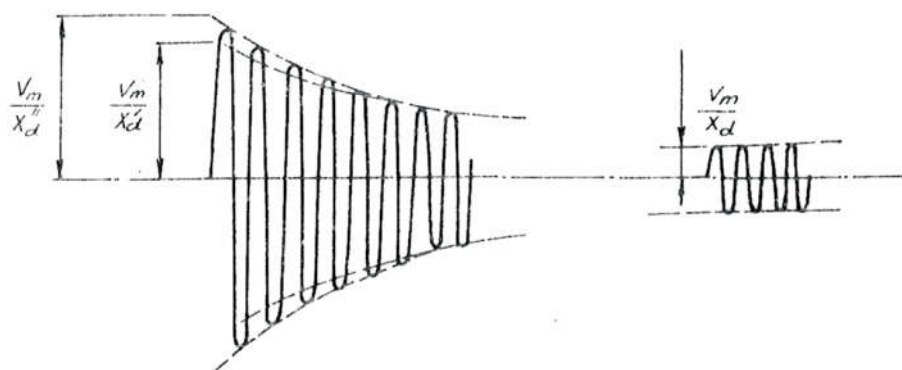
$$\vec{E} = \vec{V} + j \vec{I} X_d$$

(r_a zanemareno).

Sl.182 - Naponski vektorski dijagram turbogeneratora

Uključivanje generatora u račun mreže nije tako jednostavno, ako priroda zadatka traži da se uzme u obzir promjena uzbude, kontinuirana promjena reaktancije, te utjecaj isturenosti polova preko poprečnih reaktancija.

Impedancija je omjer napona i struje što vrijedi i za generator, pa nam oscilogram struje kratkog spoja (Sl.183) može poslužiti za neposredno određivanje reaktancija.

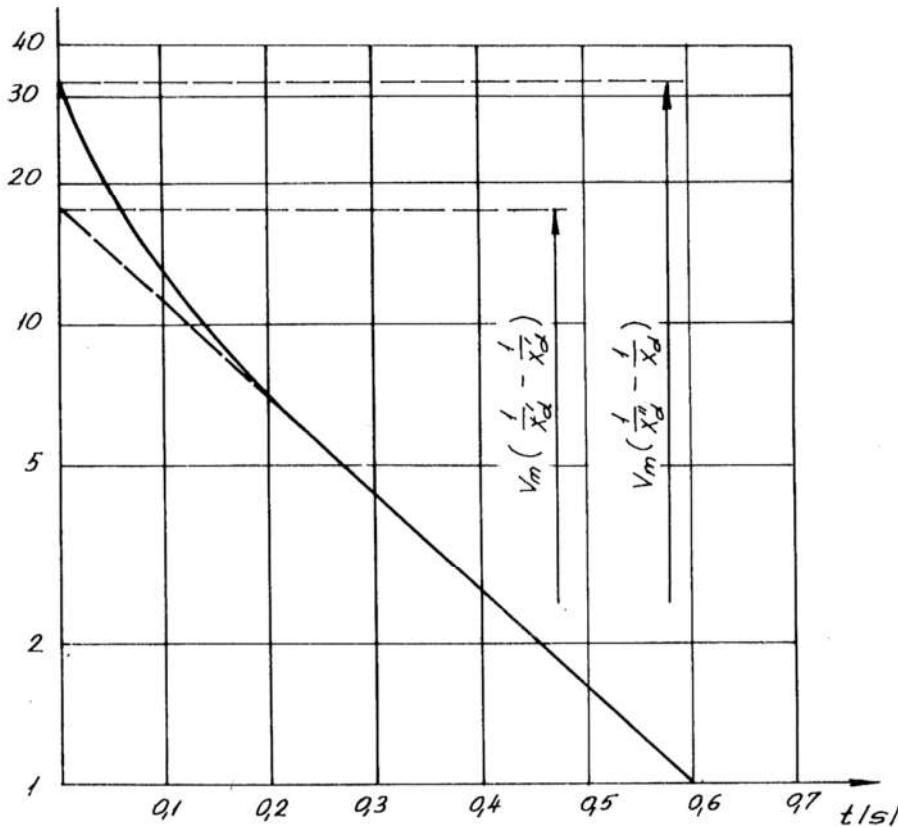


Sl.183 -

Oscilogram struje kratkog spoja kad nema istosmjerne komponente

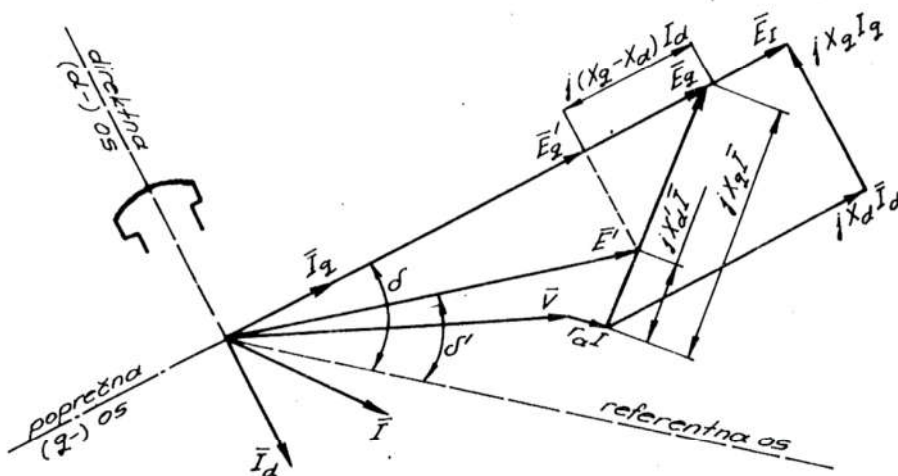
Neka je V_m tjemena vrijednost napona prije nastanka kratkog spoja. Maksimalna ordinata anvelope predstavlja omjer V_m/X_d'' , odakle se može izračunati X_d'' . Za stotinjak perioda struja praktički postiže stacionarnu vrijednost, pa možemo računati da je $t = \infty$. Tada vrijednost anvelope iznosi V_m/X_d , odakle se može računati X_d .

Za određivanje prelazne reaktancije služimo se polulogaritamskim koordinatnim sustavom (Sl.182) u koji treba u nekom mjerilu unjeti vrijednosti anvelope umanjene za V_m/X_d . U tom dijagramu produžimo ravni dio krivulje do ordinate (na slici crtkano). Iz ovako dobivenog odsječka ordinate uz već poznatu reaktanciju X_d određujemo prelaznu reaktanciju X_d' .



S1.184 -

Odredjivanje pre-
lazne re-
aktancije



S1.185 - Naponski vektorski dijagram generatora s izraženim polovima

U računu kratkog spoja za-
nemarit ćemo isturenost po-
lova kod hidro-
generatora. U računu dinamič-
ke stabilnosti to već neće bi-
ti slučaj. Vek-
torski dijagram napona za odre-

djivanje EMS-e iza tranzientnih reaktancija pokazuje slika 185.

Tablica relativnih reaktancija generatora

Relat. reaktancija	Turbo-generatori	Generatori s izraženim polov. i prigušnim namotom	Generatori s izraženim polov. bez prigušnih namota	Sinhroni kompenzatori
x_d''	$\frac{0,12}{0,07-0,17}$	$\frac{0,24}{0,13-0,35}$	$\frac{0,37}{0,20-0,50}$	$\frac{0,25}{0,18-0,38}$
x_q''	$\frac{0,15}{0,10-0,20}$	$\frac{0,34}{0,23-0,45}$	$\frac{0,75}{0,40-1,00}$	$\frac{0,30}{0,23-0,43}$
x_d'	$\frac{0,23}{0,12-0,28}$	$\frac{0,37}{0,20-0,50}$	$\frac{0,37}{0,20-0,50}$	$\frac{0,40}{0,30-0,60}$
x_d'	$\frac{1,08}{0,92-1,42}$	$\frac{0,75}{0,40-1,00}$	$\frac{0,75}{0,40-1,00}$	$\frac{1,15}{0,95-1,40}$
x_d	$\frac{1,10}{0,95-1,45}$	$\frac{1,15}{0,60-1,50}$	$\frac{1,15}{0,60-1,50}$	$\frac{1,80}{1,50-2,20}$
x_q	$\frac{1,08}{0,92-1,42}$	$\frac{0,75}{0,40-1,00}$	$\frac{0,75}{0,40-1,00}$	$\frac{1,15}{0,95-1,40}$
x_i	$\frac{0,12}{0,07-0,17}$	$\frac{0,24}{0,13-0,35}$	$\frac{0,48}{0,35-0,65}$	$\frac{0,24}{0,17-0,37}$
x_o	$\frac{0,03}{0,01-0,10}$	$\frac{0,18}{0,02-0,21}$	$\frac{0,18}{0,02-0,21}$	$\frac{0,14}{0,03-0,15}$

U tablici na strani 258 dane su prosječne relativne reaktancije (iznad crte) i granice relativnih reaktancija (ispod crte) sinhronih generatora i kompenzatora. U skladu sa sl.180 vidimo da je $x_q' = x_q$ i da je za generatore bez prigušnog namotaja $x_d'' = x_d'$, $x_q'' = x_q'$.

Vremensko mjenjanje reaktancija uzima se u obzir u izrazima za struju preko vremenskih konstanti. U slijedećoj tablici dane su u sekundama prosječne vremenske konstante (iznad crte) i granice vremenskih konstanta (ispod crte) sinhronih generatora i kompenzatora. Poblje o tome vidi u literaturi (npr. [L.1]).

Tablica vremenskih konstanti:

Vremen- ska konstan- ta	Turboge- neratori	Generatori s izrazitim polovima i prigušnim namotom	Generatori s izrazitim polovima i bez priguš. namota	Sinhroni kompensator
T'_{do}	$\frac{5,0}{2,0-10,0}$	$\frac{3,0-5,0}{1,5-10,0}$	$\frac{3,0-5,0}{1,5-10,0}$	$\frac{9,0}{6,0-14,0}$
T'_d	$\frac{0,6}{0,2-1,2}$	$\frac{1,5}{0,5-3,3}$	$\frac{1,5}{0,5-3,3}$	$\frac{2,0}{1,2-2,8}$
T''_d	$\frac{0,035}{0,02-0,05}$	$\frac{0,035}{0,01-0,05}$	-	$\frac{0,035}{0,02-0,04}$
T_a	$\frac{0,13}{0,04-0,24}$	$\frac{0,15}{0,03-0,25}$	$\frac{0,30}{0,10-0,50}$	$\frac{0,17}{0,10-0,30}$

Generator veće snage ima veću vremensku konstantu. Vremenska konstanta $T'_q = T'_d$.

5.3.3. Simetrične reaktancije

Nesimetrična opterećenja izazivaju nesimetričnu statorku struju. Magnetski tok direktne komponente struje nepomičan je u odnosu na rotorske namotaje i za direktni sistem vrijedi sve do sada rečeno o generatorskim reaktancijama. Inverzna komponenta statorkse struje proizvodi inverzno polje, koje u odnosu na rotor rotira dvostrukom sinhronom brzinom. Prodor inverznog magnetskog toka u rotor je praktički nemoguć, pa se silnice zatvaraju kroz zrak. Situacija je vrlo slična početnom periodu i inverzna reaktancija približno je jednaka početnoj.

Kod turbogeneratorsa može se uzeti da je $X_i = X''_d$, dok se kod generatorsa s izraženim polovima u prvom približenju uzima

$$X_i = \frac{X''_d + X''_q}{2} \quad 5-87$$

odnosno kad generator nema prigušnog namotaja

$$X_i = \frac{X'_d + X'_q}{2} \quad 5-88$$

Kod odredjivanja nulte reaktancije generatorsa treba uzeti u obzir slijedeće:

- Generator je vezan na mrežu preko transformatora koji je na generatorskoj strani vezan u trokut, pa se nulti sistem iz mreže ne prenosi na generatorsku stranu.
- Nulti sistem struja može se u generatorskom strujnom krugu razviti jedino ako se zvjezdište generatora spoji sa zemljom. Pošto bi u tom slučaju kod proboja statorsche izolacije došlo do teškog oštećenja statorskih limova (skupi popravak) zvjezdište generatora se ostavlja izolirano. Zvjezdište generatora može se smatrati izoliranim i onda, ako je spojeno sa zemljom preko otpornika velikog otpora, čija je svrha da omogući protjecanje neznanih nultih struja (1-2% nazivne struje generatora) koje su kriterij za rad nekim tipovima zaštite statora.

Prema tome, u analizama mreža najčešće neće biti potrebno poznavati nultu reaktanciju generatora.

5.3.4. Djelatni otpor

Djelatni otpor sinhronih strojeva iznosi kod malih snaga ispod 10% od sinhrone reaktancije, a kod većih snaga ispod 3%. Zbog toga će se on kod svih analiza mreža moći zanemariti. Uzeti ćemo ga u obzir jedino kod određivanja ekonomičnosti i stupnja djelovanja stroja, te tamo gdje djelatni otpor ima prigušujuće djelovanje na oscilatorne pojave.

5.4. Ekvivalentne sheme potrošača

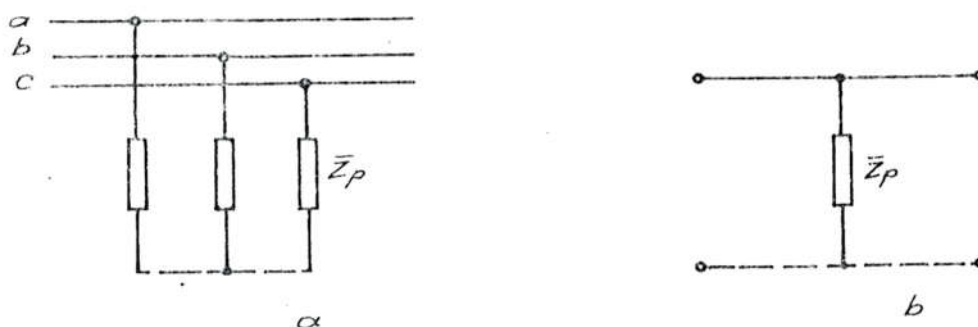
Prilikom analize elektroenergetske mreže pod pojmom "potrošač" može se zavisno o prirodi problema misliti striktno na pojedinačno trošilo (sijalica, grijač, motor ili sl.), ali se znatno češće misli na manju ili veću grupu trošila, priključenih na neki čvor (stan, stambena zgrada, tvornički pogon, cijela tvornica, stambeni blok, poljoprivredno gospodarstvo, selo, gradski predio, grad itd. itd.). O zastupljenosti pojedinih tipova trošila (kod motora npr. utječe čak i karakteristika pogonjenog stroja) zavisiti će i ponašanje cijele grupe. Iz toga slijedi, da je potrošač kao element mreže veoma složen i prema tome promjenljivih karakteristika uslijed vanjskih utjecaja. Pri tome se djelatna i reaktivna komponenta potrošača može mijenjati po različitim zakonitostima. Odredjene analize mreže ne nalažu, međjutim, da se uzmu u obzir sva svojstva potrošača, već samo ona koja su za dotičnu analizu interesantna. Kao i drugdje, pri-

bjegava se i ovdje stanovitim zanemarenjima. Kako će se potrošač uspješno interpretirati u ekvivalentnoj shemi mreže i tokom neke računske analize mreže ovisi:

- a) o karakteristikama potrošača,
- b) o ponašanju mreže u čvorištu na koje je potrošač priključen i
- c) o vrsti analize za koju se ekvivalentna shema priprema.

U pravilu se potrošači računaju kao trofazni i simetrični. Iznimku čine npr. samo proračuni kućnih instalacija, a u visokonaponskim mrežama izrazito nesimetrični potrošači (izmjeničnim naponom napajane kontaktne mreže elektrovuče, jednofazne elektrolučne peći i slično). Kontrola nesimetričnosti trofazne mreže obično je potrebna samo u neposrednoj okolini takvih potrošača.

Jednofazni ekvivalent simetričnog trofaznog potrošača grafički se prikazuje kao "poprečna grana" između faze i neutralnog vodiča, dakle u obliku koji se još naziva "I-shema". Prema tome pojedine faze ekvivalentnog trofaznog potrošača spojene su u zvijezdu. (Sl.186).



Sl.186 - Trofazna i jednofazna ekvivalentna shema potrošača

Impedancija odnosno admitancija jedne faze tako prikazanog trofaznog potrošača određuje se po formulama

$$\bar{Z} = \frac{|\bar{U}|^2}{\bar{S}^*} ; \quad \bar{Y} = \frac{\bar{S}^*}{|\bar{U}|^2} \quad 5-89$$

ako je kompleksna snaga definirana sa $\bar{S} = \sqrt{3} \bar{U} \bar{I}^*$, odnosno

$$\bar{Z} = \frac{|\bar{U}|^2}{\bar{S}} ; \quad \bar{Y} = \frac{\bar{S}}{|\bar{U}|^2} \quad 5-90$$

ako je kompleksna snaga definirana sa

$$\bar{S} = \sqrt{3} \bar{U}^* \bar{I} .$$

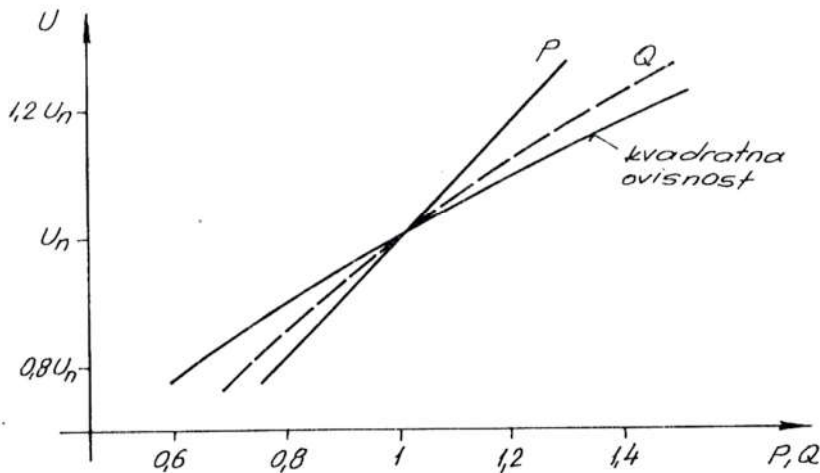
Izrazi su praktički univerzalni, jer su potrošači električne energije gotovo uvijek zadani podatkom o snazi, uz dodatno navodjenje nazivnog napona.

Ako se trenutno ograničimo na skup potrošača, koji zadovoljavau naprijed navedene obrasce (kvadratna ovisnost impedancije o naponu) možemo taj skup podijeliti na dva podskupa, koji se razlikuju po mjestu priključka na mrežu. U prvi podskup ulaze potrošači priključeni na neki čvor mreže srednjeg ili niskog napona, gdje im nije garantiran nazivni napon, već isti varira uslijed padova napona u vodovima. Impedancija ovih potrošača izračunava se pomoću naprijed navedenih obrazaca uz uvrštavanje nazivnog napona pojedinačnog trošila (ipak obično silom prilika nazivnog napona mreže) i ta je impedancija tokom daljnjeg proračuna konstantna, bez obzira na napon. Takvim se potrošačima dakle stvarna snaga koju uzimaju iz mreže mijenja s naponom.

U drugi podskup spadaju potrošači (obično veoma velike grupe pojedinačnih trošila) priključeni na neki čvor "i" mreže preko regulacionog transformatora pa će napon na stezaljkama potrošača biti konstantan. Tim se potrošačima snaga neće mijenjati bez obzira na naponske prilike na primarnoj strani regulacionog transformatora, odnosno u čvoru "i". Prema tome će se impedancija potrošača promatrana iz "i" prividno mijenjati ovisno o vrijednosti $|\bar{U}_i|$, pošto je $\bar{S}$ konstanta. Kako je napon $\bar{U}_i$ veličina koju analizom tek treba utvrditi moći će se prividna impedancija potrošača izračunati samo približno, npr. uz pretpostavku $\bar{U}_i = U_n$. Točni napon $\bar{U}_i$, a time i točna prividna impedancija potrošača (promatrana iz čvora "i"), moći će se utvrditi proračunom (analizom) uz primjenu metode postepenog približenja odnosno interativnim postupkom, koji ne mora obavezno u svim slučajevima konvergirati. O tim problemima će biti dosta riječi kasnije.

O potrošačima drugog podskupa može se još reći, da zapravo nije bitno njihovo ponašanje kod promjena napona, jer im je napon na stezaljkama zahvaljujući regulaciji i onako konstantan. To međjutim vrijedi samo onda, ako su promjene napona u napojnom čvoru "i" dovoljno spore, da ih regulacioni transformator može kompenzirati. Ako se analiziraju slučajevi kod kojih su promjene napona tako brze da ih regulacioni transformator ne može slijediti, potrošač se mora tretirati kao da pripada prvom podskupu ili drugom skupu.

U drugi skup možemo svrstati sve potrošače, za koje ne vrijedi gore navedeni kvadratni odnos snage i napona, odnosno kojima impedancija ovisi o naponu, a zbog razloga koji su o potrošačima heterogene strukture navedeni ranije. Ovisnost snage takvih potrošača o naponu prikazuje se grafički (primjer na sl.187), a utvrđuje mjerenjem na živoj mreži. Obično se navodi posebno za radnu, a posebno



Sl.187 - Primjer ovisnosti aktivne i reaktivne snage potrošača o naponu

za reaktivnu snagu, jer se najčešće ponašaju različito. Za numeričku obradu potrebno je odrediti matematski izraz krivulje.

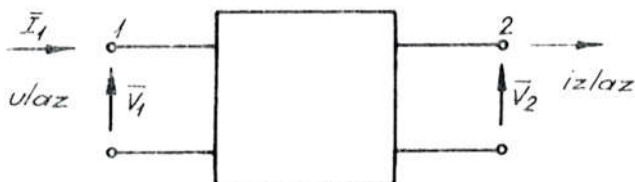
Od ostalih osnovnih svojstava potrošača, koja su bitna za neke analize, navesti ćemo još dva.

Velika grupa potrošača, pa tako i svi potrošači jednog elektroenergetskog sistema, imaju frekventnu karakteristiku koja pokazuje kako se aktivna odnosno reaktivna snaga potrošača mijenja s frekvencijom mreže. U intervalu u kojem se mogu očekivati kolebanja frekvencije (najviše 48 ... 52 Hz kod $f_n = 50$ Hz odnosno $f_n \pm 4\%$) taj je odnos približno linearan i za djelatnu komponentu se navodi kao regulaciona snaga sistema u $|\text{MW/Hz}|$.

Za neke potrošače je potrebno analizirati smetnje koje oni svojim radom izazivaju u mreži. Tako npr. veliki ispravljački uređaji za industrijske elektrolize generiraju struju i napone frekvencija koji su višekratnici nazivne frekvencije (viši harmonički članovi), a koji izazivaju negativne reperkusije na ostale elemente mreže. Elektrolučne peći za talenje željeza u pojedinim fazama talenja šarže imaju znatne i brze promjene opterećenja s mogućim neugodnim reperkusijama na rasvjetu ("flickeri"), elektroničke uređaje i još neke tipove potrošača.

5.5. Četveropol u teoriji prijenosa

Četveropol je element mreže s dva prilaza: ulazom i izlazom. (Slika 188).



Simetričan je onaj četveropol kod kojega bez posljedica možemo međusobno zamijeniti ulaz i izlaz.

Sl.188 - Shema četveropola

Recipročan je onaj četveropol kod kojega vrijedi:

- narinemo li napon s ulaza na izlaz moći ćemo na ulazu mjeriti struju koju smo ranije mjerili na izlazu, i analogno;
- narinemo li struju s ulaza na izlaz moći ćemo na ulazu mjeriti napon koji smo prije imali na izlazu.

Poznavajući prilike na ulazu i izlazu četveropola kod pokusa kratkog spoja i praznog hoda postavljamo jednadžbe četveropola.

5.5.1. Jednadžbe četveropola

Strujne jednadžbe četveropola glase:

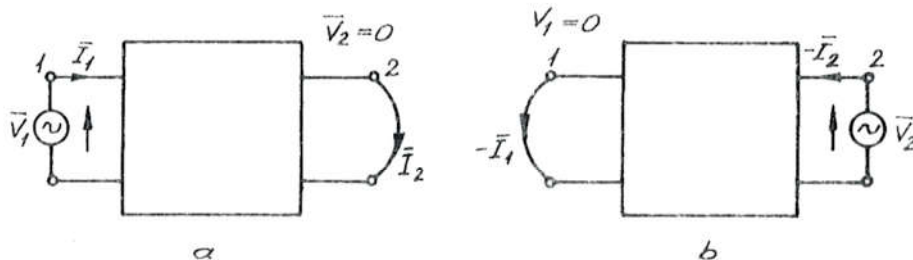
$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix}$$

5-91

ili

$$[\bar{I}] = [\bar{Y}][\bar{V}]$$

Matricu admitancija $[\bar{Y}]$ odredimo iz dva pokusa kratkog spoja (slika 189).



Sl.189 -

Pokusi uz određivanje matrice $[\bar{Y}]$

Pokus sa slike 189a) daje:

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 & \bar{Y}_{11} &= \frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_1} = \bar{Y}_{11} \\ \bar{I}_2 &= \bar{Y}_{21} \bar{V}_1 & \bar{Y}_{21} &= \frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_1} = \bar{Y}_{21} \end{aligned} \quad 5-93$$

Pokus sa slike 189b) daje:

$$\begin{aligned} -\bar{I}_1 &= \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 & \bar{Y}_{12} &= -\frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_2} = -\bar{Y}_{12} \\ -\bar{I}_2 &= \bar{Y}_{22} \bar{V}_2 & \bar{Y}_{22} &= -\frac{\bar{I}_2}{\bar{V}_2} = -\bar{Y}_{22} \end{aligned} \quad 5-94$$

Strujne jednađžbe četveropola možemo pisati i ovako

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & -\bar{Y}_{12} \\ \bar{Y}_{21} & -\bar{Y}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} \quad 5-95$$

Recipročan je onaj četveropol kod kojega je

$$\bar{Y}_{21} = \bar{Y}_{12} \quad 5-96$$

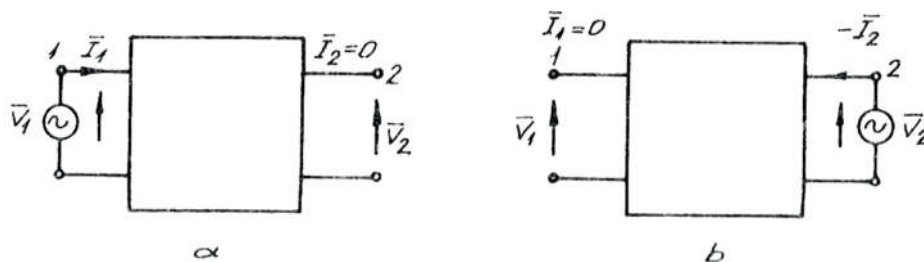
Naponske jednađžbe četveropola glase:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} \\ \bar{Z}_{21} & \bar{Z}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 5-97$$

ili

$$[\bar{V}] = [\bar{Z}][\bar{I}] \quad 5-98$$

Matricu impedancija $[\bar{Z}]$ odredimo iz dva pokusa praznog hoda (slika 190).



Sl.190 -
Pokusi
uz odre-
đivanje
matrice
[$\bar{Z}$]

Pokus sa slike 190a) daje:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{Z}_{11} \bar{I}_1 & \bar{Z}_{11} &= \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_1} = \bar{z}_{11} \\ \bar{V}_2 &= \bar{Z}_{21} \bar{I}_1 & \bar{Z}_{21} &= \frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_1} = \bar{z}_{21}\end{aligned}$$

5-99

Pokus sa slike 190b) daje:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{Z}_{12} (-\bar{I}_2) & \bar{Z}_{12} &= -\frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_2} = -\bar{z}_{12} \\ \bar{V}_2 &= \bar{Z}_{22} (-\bar{I}_2) & \bar{Z}_{22} &= -\frac{\bar{V}_2}{\bar{I}_2} = -\bar{z}_{22}\end{aligned}$$

5-100

Naponske jednađžbe četveropola možemo pisati i ovako:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{11} & -\bar{z}_{12} \\ \bar{z}_{21} & -\bar{z}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

5-101

Recipročan je onaj četveropol kod kojega je:

$$\bar{z}_{12} = \bar{z}_{21}$$

5-102

Prijenosne jednađžbe četveropola glase:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix}$$

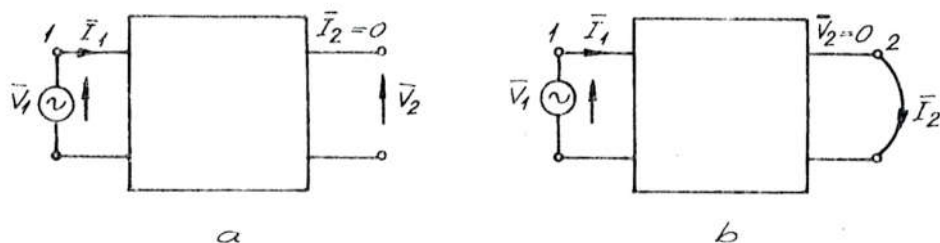
5-103

$\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ i $\bar{D}$ nazivaju se opće konstante prijenosa, a matrica [$\bar{L}$] lančana matrica

$$[\bar{L}] = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix}$$

5-104

Matricu $[\bar{L}]$ možemo odrediti iz dva pokusa: praznog hoda i kratkog spoja. (Sl.191).



Sl.191 - Pokusi uz određivanje matrice $[\bar{L}]$

Pokus sa sl.191a) daje:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{A} \bar{V}_2 & \bar{A} &= \frac{\bar{V}_1}{\bar{V}_2} \\ \bar{I}_1 &= \bar{C} \bar{V}_2 & \bar{C} &= \frac{\bar{I}_1}{\bar{V}_2} \end{aligned} \quad 5-105$$

Pokus sa slike 191b) daje:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{B} \bar{I}_2 & \bar{B} &= \frac{\bar{V}_1}{\bar{I}_2} \\ \bar{I}_1 &= \bar{D} \bar{I}_2 & \bar{D} &= \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \end{aligned} \quad 5-106$$

Recipročan je onaj četveropol kod kojega je

$$\bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1 \quad 5-107$$

Za recipročni četveropol možemo napisati drugi tip prijenosnih jednažbi:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_2 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{D} & -\bar{B} \\ -\bar{C} & \bar{A} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} \quad 5-108$$

Hibridne jednažbe četveropola glase:

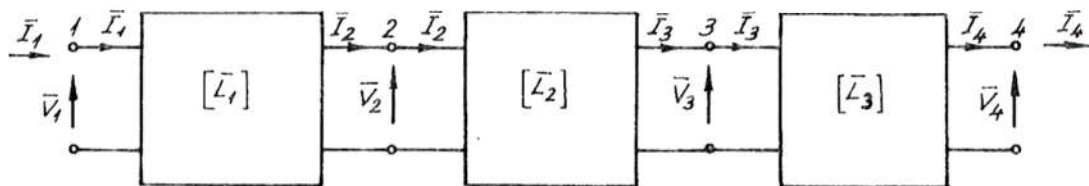
$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{H}_{11} & \bar{H}_{12} \\ \bar{H}_{21} & \bar{H}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} \quad 5-109$$

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{G}_{11} & \bar{G}_{12} \\ \bar{G}_{21} & \bar{G}_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_2 \end{bmatrix} \quad 5-110$$

Prema izloženome četveropol se može jednoznačno definirati sa 4 konstante (parametra). Recipročni četveropoli se mogu definirati sa 3 konstante. (Recipročni četveropoli su i svi pasivni četveropoli kuda spadaju i naši prijenosni sistemi). Ako je četveropol k tome još i simetričan (homogeni dalekovod), dovoljno je poznavati dvije konstante. Pojedine četvorke konstanta mogu se preračunavati jedne u druge.

5.5.2. Spojevi četveropola

Lanac četveropola dobijemo kada niz četveropola spojimo tako da je početak slijedećeg četveropola spojen s krajem prethodnog četveropola (Sl.192).



Sl.192 - Lanac četveropola

Lanac četveropola nadomjestimo jednim četveropolom čija je lančana matrica umnožak lančanih matrica pojedinih četveropola.

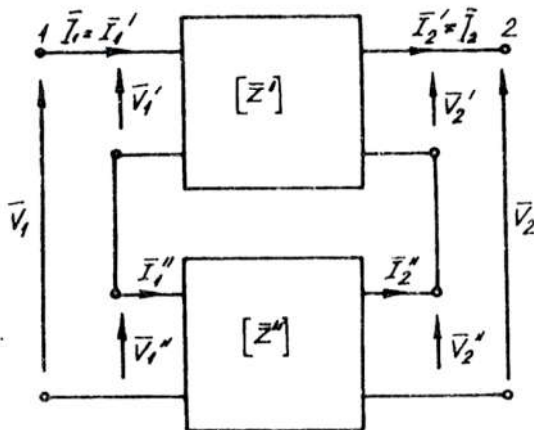
$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{B}_1 \\ \bar{C}_1 & \bar{D}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{A}_2 & \bar{B}_2 \\ \bar{C}_2 & \bar{D}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{A}_3 & \bar{B}_3 \\ \bar{C}_3 & \bar{D}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_4 \\ \bar{I}_4 \end{bmatrix}$$

za n četveropola spojenih u lanac:

$$[\bar{L}] = [\bar{L}_1][\bar{L}_2][\bar{L}_3] \dots [\bar{L}_n] \quad 5-112$$

Serijski spoj četveropola dobijemo, ako početak i kraj niza četveropola spojimo tako da je za nadomjesni četveropol napon ulaza jednak zbroju napona ulaza svih četveropola i napon izlaza jednak zbro-

ju napona izlaza svih četveropola (Sl.193).



$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_1' + \bar{V}_1'' \\ \bar{V}_2 &= \bar{V}_2' + \bar{V}_2'' \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_1' = \bar{I}_1'' \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_2' = \bar{I}_2''\end{aligned}\quad 5-113$$

Sada zbrojimo naponske jednačbe četveropola u koje smo prethodno uvrstili izraze 5-113

Sl.193 - Serijski spoj četveropola

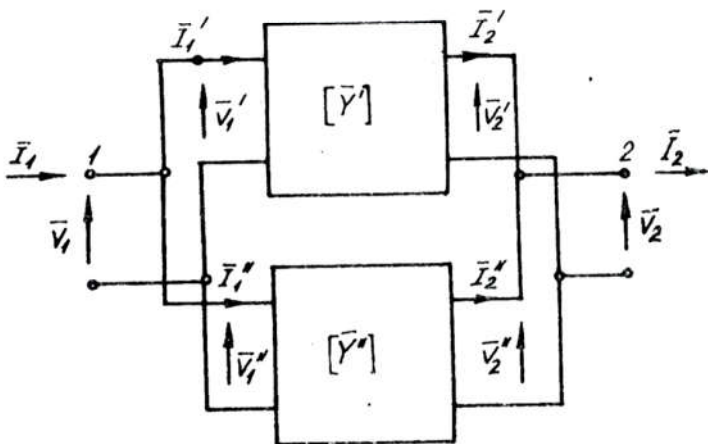
$$\begin{aligned}[\bar{V}] &= [\bar{V}'] + [\bar{V}''] = [\bar{Z}'] [\bar{I}] + [\bar{Z}''] [\bar{I}] = \\ &= ([\bar{Z}'] + [\bar{Z}'']) [\bar{I}] = [\bar{Z}] [\bar{I}]\end{aligned}$$

Za spoj na sl.193: $[\bar{Z}] = [\bar{Z}'] + [\bar{Z}'']$

dok je za serijski spoj od n četveropola

$$[\bar{Z}] = [\bar{Z}'] + [\bar{Z}''] + \dots + [\bar{Z}^n] \quad 5-114$$

Matrica impedancija serijskog spoja četveropola jednaka je zbroju matrica impedancija pojedinih četveropola. Paralelni spoj četveropola dobijemo ako početak i kraj niza četveropola spojimo tako da je za nadomjesni četveropol struja ulaza jednaka zbroju struje ulaza svih četveropola i struja izlaza jednaka zbroju struja izlaza svih četveropola (Sl.194).



$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' \\ \bar{I}_2 &= \bar{I}_2' + \bar{I}_2'' \\ \bar{V}_1 &= \bar{V}_1' = \bar{V}_1'' \\ \bar{V}_2 &= \bar{V}_2' = \bar{V}_2''\end{aligned}\quad 5-115$$

Sada zbrojimo strujne jednačbe četveropola u koje smo prethodno uvrstili izraze 5-115.

Sl.194 - Paralelni spoj četveropola

$$[\bar{I}] = [\bar{I}'] + [\bar{I}''] = [\bar{Y}'] [\bar{V}] + [\bar{Y}'''] [\bar{V}] =$$

$$= ([\bar{Y}'] + [\bar{Y}''']) [\bar{V}] = [\bar{Y}] [\bar{V}]$$

Za spoj na sl.194: $[\bar{Y}] = [\bar{Y}'] + [\bar{Y}''']$

dok je za paralelni spoj od n četveropola:

$$[\bar{Y}] = [\bar{Y}'] + [\bar{Y}'''] + \dots + [\bar{Y}^n] \quad 5-116$$

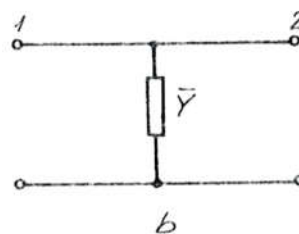
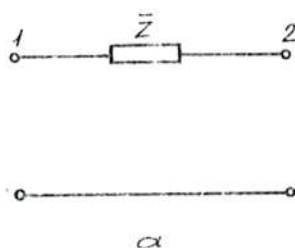
Matrica admitancija paralelnog spoja četveropola jednaka je zbroju matrica admitancija pojedinih četveropola.

5.5.3. Opće konstante elementarnih četveropola

U jakoj struji primjenjuju se najviše opće konstante, pa ćemo odrediti opće konstante nekih elementarnih četveropola polazeći od prijenosnih jednažbi:

$$\bar{V}_1 = \bar{A} \bar{V}_2 + \bar{B} \bar{I}_2 \quad 5-117$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C} \bar{V}_2 + \bar{D} \bar{I}_2$$



Sl.195 -

- a) Uzdužna impedancija
- b) poprečna admitancija

Prijenosne jednažbe četveropola sa sl.195a) glase:

$$\bar{V}_1 = 1 \cdot \bar{V}_2 + \bar{Z} \bar{I}_2 \quad 5-118$$

$$\bar{I}_1 = 0 \cdot \bar{V}_2 + 1 \bar{I}_2$$

što daje odmah

$$[\bar{L}]_z = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 5-119$$

Prijenosne jednažbe četveropola sa slike 195b) glase:

$$\bar{V}_1 = 1 \cdot \bar{V}_2 + 0 \cdot \bar{I}_2$$

5-120

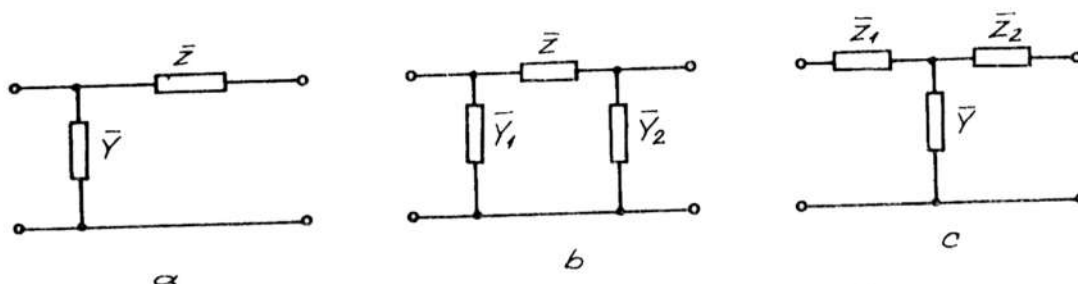
$$\bar{I}_1 = \bar{Y} \cdot \bar{V}_2 + 1 \cdot \bar{I}_2$$

što daje odmah

$$[\bar{L}]_Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix}$$

5-121

Koristeći formulu za spajanje u lanac četveropola možemo lako izračunati lančanu matricu raznih pasivnih četveropola kao npr. onih sa sl.196.



Sl.196 - a) Γ -shema; b) Π -shema; c) T-shema

Za Γ -shemu

$$[\bar{L}] = [\bar{L}]_Y [\bar{L}]_Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ \bar{Y} & \bar{Z}\bar{Y} + 1 \end{bmatrix}$$

5-122

za Π -shemu

$$[\bar{L}]_{\Pi} = [\bar{L}]_{\Gamma} [\bar{L}]_{Y2} = \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z} \\ \bar{Y}_1 & \bar{Z}\bar{Y}_1 + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bar{Y}_2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \bar{Z} \bar{Y}_2 & \bar{Z} \\ \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Z} \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 & \bar{Z} \bar{Y}_1 + 1 \end{bmatrix}$$

5-123

Za T-shemu

$$\begin{aligned}
 [\bar{L}]_T &= [\bar{L}]_{Z1} [\bar{L}]_r = \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z}_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \bar{Z}_2 \\ \bar{Y} & \bar{Z}_2 + \bar{Y} + 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \bar{Z}_1 \bar{Y} & \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_2 \bar{Y} \\ \bar{Y} & 1 + \bar{Z}_2 \bar{Y} \end{bmatrix} \quad 5-124
 \end{aligned}$$

Kao primjer navesti ćemo kako se mogu dobiti parametri Π -sheme ako su poznate opće konstante. Upravo smo konstatirali da je za Π -shemu

$$\begin{aligned}
 \bar{A} &= 1 + \bar{Z} \bar{Y}_2 \\
 \bar{B} &= \bar{Z} \\
 \bar{C} &= \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_1 \bar{Y}_2 \bar{Z} \\
 \bar{D} &= 1 + \bar{Z} \bar{Y}_1
 \end{aligned} \quad 5-125$$

odakle slijedi da je:

$$\begin{aligned}
 \bar{Z} &= \bar{B} \\
 \bar{Y}_1 &= \frac{\bar{D} - 1}{\bar{B}} \\
 \bar{Y}_2 &= \frac{\bar{A} - 1}{\bar{B}}
 \end{aligned} \quad 5-126$$

Vidimo da veličina $\bar{C}$ ne dolazi u izrazima 5-126. Shema je recipročna, pa su dovoljno tri parametra. Četvrta opća konstanta ovisi od ostale tri prema izrazu 5-107.

Usporedbom prijenosnih jednažbi za dalekovod (vidi 3-21) možemo naći njegove opće konstante:

$$[\bar{L}]_{DV} = \begin{bmatrix} \text{ch } \Theta & \bar{Z} \frac{\text{sh } \Theta}{\Theta} \\ \bar{Y} \frac{\text{sh } \Theta}{\Theta} & \text{ch } \Theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{ch } \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} & \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} \text{sh } \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} \\ \sqrt{\frac{\bar{Y}}{\bar{Z}}} \text{sh } \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} & \text{ch } \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} \end{bmatrix} \quad 5-127$$

Kada su dva prijenosna sistema spojena paralelno dobivamo opće konstante ekvivalentnog sistema koristeći izraze 5-128.

$$\bar{A} = \frac{\bar{A}_1 \bar{B}_2 + \bar{B}_1 \bar{A}_2}{\bar{B}_1 + \bar{B}_2}$$

$$\bar{B} = \frac{\bar{B}_1 \bar{B}_2}{\bar{B}_1 + \bar{B}_2}$$

5-128

$$\bar{C} = \bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \frac{(\bar{A}_1 - \bar{A}_2)(\bar{D}_2 - \bar{D}_1)}{\bar{B}_1 + \bar{B}_2}$$

$$\bar{D} = \frac{\bar{B}_1 \bar{D}_2 + \bar{D}_1 \bar{B}_2}{\bar{B}_1 + \bar{B}_2}$$

Ovi izrazi se dobiju rješavanjem postavljenih prijenosnih jednažbi uz uvjete paralelnog spoja za napone i za struje.

5.5.4. Kružni pogonski dijagram

Za svaki prijenosni sistem s općim konstantama $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ i $\bar{D}$ može se izraditi kružni pogonski dijagram polazeći od prijenosnih jednažbi. Dijagram nam omogućuje brzo ustanovljavanje električnih veličina za razna pogonska stanja.

Kod konstrukcije dijagrama usvaja se izraz za snagu

$$\bar{S} = \bar{V}^* \bar{I}$$

pa je reaktivna snaga $+Q$ kapacitivna, a $-Q$ induktivna.

Konstruiramo dijagram uz poznati napon na kraju voda. Napon na kraju voda je konstantan i postavlja se u referentnu os:

$$\bar{V}_2 = V_2 \angle 0^\circ = \text{konst.}$$

Polazimo od prijenosne jednažbe:

$$\bar{V}_1 = \bar{A} \bar{V}_2 + \bar{B} \bar{I}_2 + \bar{B} \bar{I}_2 / : V_2$$

$$\frac{\bar{V}_1}{V_2} = \bar{A} + \bar{B} \frac{\bar{I}_2}{V_2} \frac{V_2}{V_2} = \bar{A} + \frac{\bar{B}_2}{V_2} \bar{I}_2 V_2$$

Kako je

$$\bar{S}_2 = \bar{V}_2^* \bar{I}_2 = V_2 \bar{I}_2$$

kapacitivnu jalovu snagu. Koordinatni sustav za snagu postavljamo s ishodištem u točki 0 s realnom osi u smjeru vektora $\bar{B}$ i s jalovom osi okomito na smjer vektora $\bar{E}$.

Kružnice sa slike 197 određuju sekundarnu snagu $\bar{S}_2$ uz konstantne napone na početku i na kraju. Svakoju kružnici odgovara određeni napon na početku uz uvijek isti napon na kraju.

Točka M u koordinatnom sustavu snaga definira snagu $\bar{S}_2$ na kraju prijenosa. Ovoj snazi odgovara sasvim određena snaga $\bar{S}_1$ na početku, koju takodjer možemo fiksirati u istom koordinatnom sustavu snaga.

Ispišimo prvu jednadžbu iz 5-108

$$\bar{V}_2 = \bar{D} \bar{V}_1 - \bar{B} \bar{I}_1$$

odatle slijedi

$$\bar{B} \bar{I}_1 = \bar{D} \bar{V}_1 - \bar{V}_2$$

Ovaj izraz pomnožimo sa $\frac{\bar{V}_1^*}{V_2^2}$. Dobijemo:

$$\frac{\bar{B} \bar{I}_1 \bar{V}_1^*}{V_2^2} = \bar{D} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^2 - \frac{\bar{V}_1^*}{V_2}$$

Budući da je $\bar{S}_1 = \bar{I}_1 \bar{V}_1^*$ slijedi

$$\frac{\bar{B}}{V_2^2} \bar{S}_1 = \frac{\bar{B}}{V_2^2} (P_1 + jQ_1) = \bar{D} \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^2 - \frac{\bar{V}_1^*}{V_2} \quad 5-131$$

Snaga $\bar{S}_1$ pomnožena je s istim faktorom kao i snaga $\bar{S}_2$, pa je možemo unijeti u isti koordinatni sustav snaga. Ovaj vektor sastavljen je od vektora $\bar{D}$ pomnoženog s $(V_1/V_2)^2$ i negativnog konjugiranog relativnog primarnog napona. Vidi konstrukciju na slici 198.

Ako se odlučimo da sve promatramo u koordinatnom sustavu napona sa središtem u 0_2 , onda moramo sve veličine izraziti pomoću napona $\bar{V}_2$ i $\bar{V}_1$. Zato uvodimo pomoćne definicije

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= V_1' + j V_1'' = V_1 \underline{\delta}_1 ; & \bar{V}_2 &= V_2' + j V_2'' = V_2 \underline{\delta}_2 \\ \bar{I}_1 &= I_1' + j I_1'' ; & \bar{I}_2 &= I_2' + j I_2'' \\ \bar{A} &= a' + j a'' = A \underline{a} ; & \bar{B} &= b' + j b'' = B \underline{b} \\ \bar{C} &= c' + j c'' = C \underline{c} ; & \bar{D} &= d' + j d'' = D \underline{d}\end{aligned}\quad 5-133$$

s time da je nadalje

$$\begin{aligned}f &= b' d' + b'' d'' \\ g &= a' b' + a'' b'' \\ h &= d' b'' - d'' b' \\ j &= a' b'' - a'' b'\end{aligned}\quad 5-135$$

Primarnu djelatnu snagu možemo pisati

$$\bar{P}_1 = \operatorname{Re} \bar{I}_1 \bar{V}_1^* = \operatorname{Re} (I_1' + j I_1'') (V_1' - j V_1'') = I_1' V_1' + I_1'' V_1'' \quad 5-135$$

Iz izraza

$$V_2 = \bar{D} \bar{V}_1 - \bar{B} \bar{I}_1$$

dobit ćemo struju $\bar{I}_1$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \frac{1}{b' + j b''} [(d' + j d'') \cdot (V_1' + j V_1'') - V_2] = \\ &= \frac{1}{B^2} \{ [V_1' (b' d' + b'' d'') + V_1'' (b'' d' - b' d'') - b' V_2] + \\ &+ j [V_1' (b' d'' - b'' d') + V_1'' (b' d' + b'' d'') + b'' V_2] \} \quad 5-136\end{aligned}$$

Izraz 5-136 uvrstimo u 5-135 i sredimo. Dobijemo:

$$B^2 P_1 = (V_1'^2 + V_2'^2) \cdot (b' d' + b'' d'') - V_1' V_2 b' + V_1'' V_2 b'' \quad 5-137$$

Nadalje imamo izraz za sekundarnu snagu ($V_2' = 0$, $V_2'' = V_2$):

$$P_2 = I_2' V_2 \quad 5-138$$

Iz izraza

$$\bar{V}_1 = \bar{A} V_2 + \bar{B} \bar{I}_2$$

sljedeći za struju $\bar{I}_2$

$$\begin{aligned} \bar{I}_2 &= \frac{1}{b' + jb''} (V_1' + jV_1'' - a'V_2 - ja''V_2) = \\ &= \frac{1}{B^2} [(V_1' b' - V_2 a' b' + V_1'' b'' - V_2 a'' b'') + \\ &\quad + j(-V_1' b'' + V_2 a' b'' + V_1'' b' - V_2 a'' b')] \end{aligned} \quad 5-139$$

Izraz 5-139 uvrstimo u 5-138 i sredimo. Dobijemo:

$$B^2 P_2 = V_1' V_2 b' + V_1'' V_2 b'' - V_2^2 (a' b' + a'' b'') \quad 5-140$$

Sada možemo uvrstiti izraze 5-137 i 5-140 u izraz 5-132 i to srediti, pa dobijemo konačno

$$\left(\frac{V_1'}{V_2}\right)^2 + \left(\frac{V_1''}{V_2} - \frac{b'}{f}\right)^2 = \frac{B^2 \Delta P}{U_2^2 f} - \frac{g}{f} + \left(\frac{b'}{f}\right)^2 \quad 5-141$$

Iz izraza 5-141 vidimo da se radi o koncentričnim kružnicama u koordinatnom sustavu napona.

Središte je kružnica (točka P) na realnom pravcu na udaljenosti od ishodišta O_2 :

$$\overline{O_2 P} = p = \frac{b'}{f} \quad 5-142$$

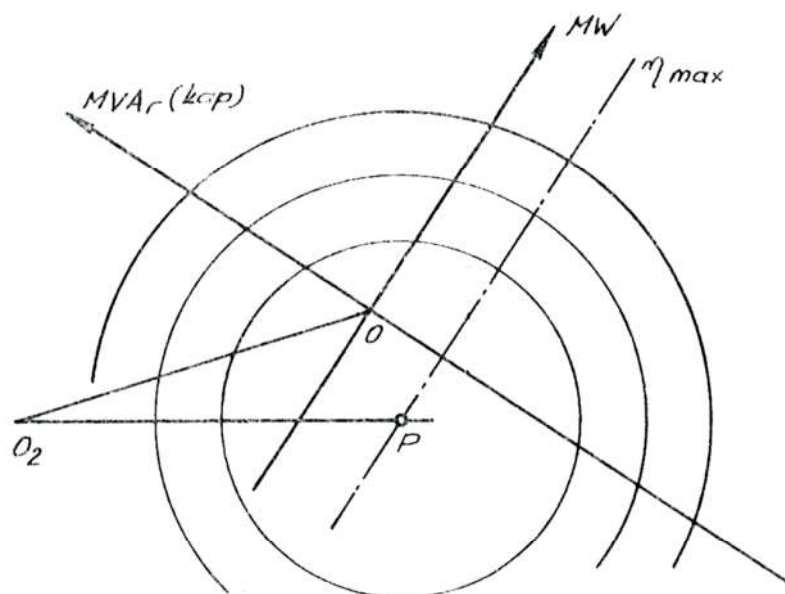
Radius kružnica ovisi o odabranoj veličini ΔP , te iznosi

$$r_p = \sqrt{\frac{B^2 \Delta P}{U_2^2 f} - \frac{g}{f} + p^2} \quad 5-143$$

Radiusu $r = 0$ odgovaraju minimalni gubici. To je prijenos kada točka M padne u točku P. Pravac $\eta_{\max}$ daje prijenos određene radne snage uz najmanje djelatne gubitke. Sl.199. Ne postoji prijenos s manjim gubicima od ovih. Npr. ako u 5-143 uvrstimo $\Delta P = 0$, r_p neće biti realan broj.

Gubici jalove snage definirani su izrazom

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 \quad 5-144$$



Sl.199 -

Kružnica
 $\Delta P = \text{konst}$
 i pravac $\eta_{\max}$

Kao i za djelatne gubitke promatramo sve u koordinatnom sustavu napona, pa je

$$Q_1 = \text{Im}(\bar{I}_1 \bar{V}_1^*) = \text{Im} (I_1' + jI_1'') (V_1' - jV_1'') = V_1' I_1'' - V_1'' I_1' \quad 5-145$$

Komponente struje $\bar{I}_1$ imamo već u izrazu 5-136. Uvrstimo ih u izraz 5-145 i sredimo. Dobit ćemo:

$$B^2 Q_1 = (V_1'^2 + V_1''^2) (b'd'' - b''d') + V_1' V_2 b'' + V_1'' V_2 b' \quad 5-146$$

Nadalje imamo za sekundarnu jalovu snagu

$$Q_2 = V_2 I_2'' \quad 5-147$$

Komponente struje $\bar{I}_2$ imamo već u izrazu 5-139, uvrstimo u izraz 5-147 i sredimo. Rezultat je:

$$B^2 Q_2 = -V_1' V_2 b'' + V_1'' V_2 b' + V_2^2 (a'b'' - a''b') \quad 5-148$$

Uvrštenjem izraza 5-146 i 5-148 u izraz 5-144 i sredjivanjem dobijemo konačno:

$$\left(\frac{V_1''}{V_2}\right)^2 + \left(\frac{V_1'}{V_2} - \frac{b''}{h}\right)^2 = \left(\frac{b''}{h}\right)^2 - \frac{j}{h} - \frac{B^2 \Delta Q}{V_2^2 h} \quad 5-149$$

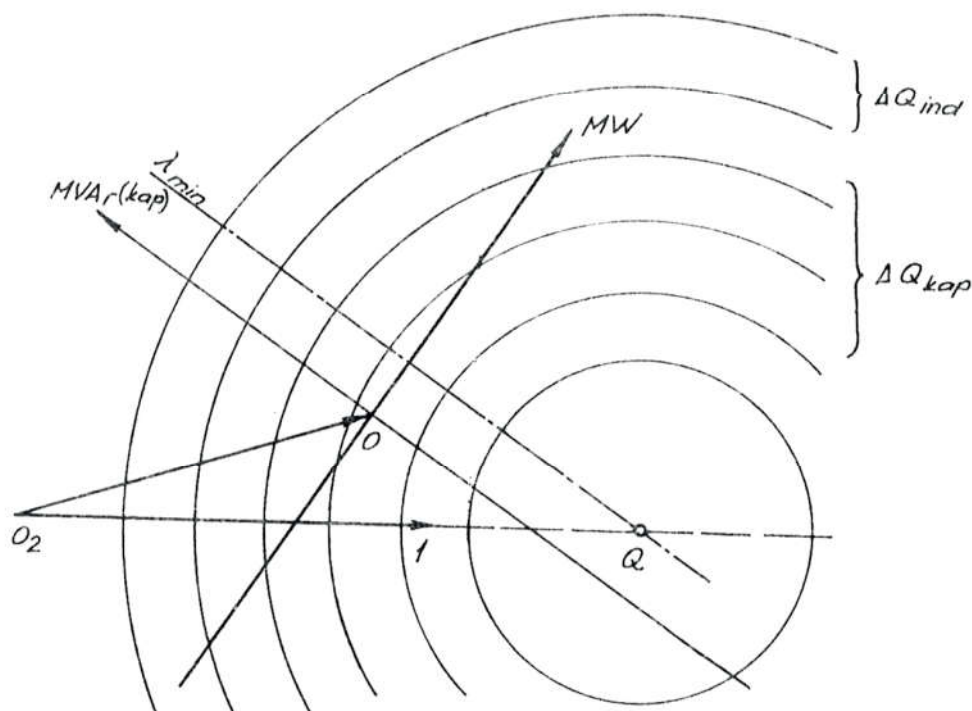
Iz izraza 5-149 vidimo da se radi o koncentričnim kružnicama u koordinatnom sustavu napona. Središte kružnica (točka Q) nalazi se na realnom pravcu i to na udaljenosti

$$\overline{O_2 Q} = q = \frac{b''}{h} \quad 5-150$$

Radijus kružnice ovisi o odabranoj veličini Q , te iznosi

$$r_Q = \sqrt{q^2 - \frac{j}{h} - \frac{B^2}{V_2^2} \frac{\Delta Q}{h}} \quad 5-151$$

Radijus $r_Q = 0$ odgovaraju maksimalni jalovi gubici. To je prijenos kada točka M padne u točku Q . Kružnici radijusa $\Delta Q = 0$ odgovara prijenos kada sam prijenosni sistem pokriva potrebe prijenosa za jalovom energijom. Jalova snaga na ulazu prijenosnog sistema jednaka je jalovoj snazi na izlazu.



Sl.200 - Kružnica $\Delta Q = \text{konst.}$ i pravac λ_{min}

Pravac λ_{min} daje prijenos određene jalove snage uz najveće jalove gubitke (Sl.200).

Isti izvodi vrijede ako se računa s linijskim naponom i trofaznom snagom, pa vrijedi i isti kružni pogonski dijagram uz odgovarajuća mjerila. U praksi se redovito računa s trofaznom snagom i linijskim naponom.

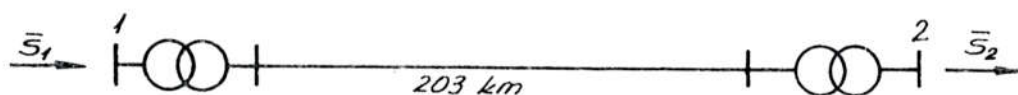
Kod analiziranja prilika u prijenosnom sistemu često imamo takav slučaj da je zadan napon na početku, a ne na kraju prijenosnog sistema. Konstrukciju dijagrama možemo razviti za $\bar{V}_1 = \text{konst.}$, analogno za $\bar{V}_2 = \text{konst.}$ Međutim, to nije potrebno jer su oznake 1 i 2 uzete proizvoljno za početak i kraj prijenosnog sistema.

Ako kraj označen indeksom 2 smatramo početkom, a kraj označen indeksom 1 krajem, onda nam dijagram za $\bar{V}_2 = \text{konst.}$ vrijedi za slučaj zadanog konstantnog napona na početku. Kako prijenos energije ide u protivnom smjeru moramo promijeniti predznake u koordinatnom sustavu snaga ili, što je isto, u koordinatni sustav snaga ulaziti s promijenjenim predznakom snage.

Primjer 5.2.

Zadan je 380 kV-tni prijenosni sistem, koji se sastoji od dalekovo-
da i po jednog transformatora na oba kraja (Slika 201):

115/400	$R_1 = 0,029$	Ω/km	400/231
300 MVA	$X_1 = 0,334$	Ω/km	400 MVA
11,1%	$G_1 = 0,1 \cdot 10^{-6}$	S/km	11%
	$B_1 = 3,38 \cdot 10^{-6}$	S/km	



Za oba transformatora

$$\begin{aligned} P_k &= 0,007 \quad S_n \\ P_o &= 0,2 \quad P_k \\ i_o &= 2,3\% \end{aligned}$$

Sl.201 - Zadani prijenos

Traži se snaga koja se može prenjeti ovim sistemom uz uvjet da je $U_1 = 115 \text{ kV}$ i $U_2 = 231 \text{ kV}$ i $\Delta P = 20 \text{ MW}$. Koliki su jalovi gubici i koliki je kut δ ?

Dalekovod

$$\bar{Z} = (0,029 + j 0,334) 203 = 5,89 + j 67,8 = 68,053 \angle 85,03^\circ \quad |\Omega|$$

$$\bar{Y} = (0,1 + 3,38) 10^{-6} \cdot 203 = (20,3 + j 686,1) \cdot 10^{-6} =$$

$$= 686,3 \cdot 10^{-6} \angle 88,3^\circ \quad |S|$$

$$\bar{Z} \bar{Y} = 0,0467 \angle 173,33^\circ$$

Prema izrazima 5-127

$$\bar{A}_V = 0,987 \angle 0,15^\circ$$

$$\bar{B}_V = 67,51 \angle 85,1^\circ \quad \Omega$$

$$\bar{C}_V = 680,8 \cdot 10^{-6} \angle 88,37^\circ \quad S$$

$$\bar{D}_V = A_V = 0,987 \angle 0,15^\circ$$

$$[L]_V = \begin{array}{|c|c|} \hline 0,987 \angle 0,15^\circ & 67,5 \angle 85,1^\circ \\ \hline 680,8 \cdot 10^{-6} \angle 88,37^\circ & 0,987 \angle 0,15^\circ \\ \hline \end{array}$$

Transformator 1.

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{TI} &= \left(\frac{U_n}{S_n} \right)^2 P_k \left[1 + j \sqrt{\left(\frac{e_k}{100} \frac{S_n}{P_k} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= \left(\frac{400}{300} \right)^2 2,1 \left[1 + j \sqrt{\left(\frac{11,1}{100} \frac{300}{2,1} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= 3,73 (1 + j 15,83) = 3,73 + j 59,03 = 59,15 \angle 86,38^\circ \quad \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{TI} &= \frac{P_o}{U_n^2} \left[1 - j \sqrt{\left(\frac{S_n}{P_o} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= \frac{0,2 \cdot 2,1}{400^2} \left[1 - j \sqrt{\left(\frac{300 \cdot 0,023}{0,2 \cdot 2,1} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= 2,625 \cdot 10^{-6} (1 - j 16,398) = \\ &= (2,63 - j 43,05) \cdot 10^{-6} = 43,13 \cdot 10^{-6} \angle -86,5^\circ \end{aligned}$$

Prema izrazima 5-122 za r-shemu možemo pisati za transformator

$$\bar{A} = 1$$

$$\bar{B} = \bar{Z} = 3,73 + j 59,03 = 59,15 \angle 86,38^\circ \quad |\Omega|$$

$$\bar{C} = \bar{Y} = (2,63 - j 43,05) \cdot 10^{-6} = 43,13 \cdot 10^{-6} \angle -86,5^\circ \quad |S|$$

$$\bar{D} = \bar{Z} \bar{Y} + 1 = 1,0025 - j 0,0000 = 1,003 \angle 0^\circ$$

$$[L]_{T1} = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 59,15 \angle 86,38^\circ \\ \hline 43,13 \cdot 10^{-6} \angle -86,5^\circ & 1,003 \angle 0^\circ \\ \hline \end{array}$$

Transformator 2

$$\bar{Z}_{T2} = \left(\frac{400}{400}\right)^2 2,8 \left[1 + j \sqrt{\left(\frac{11}{100} \frac{400}{2,8}\right)^2 - 1} \right] =$$

$$= 2,8 [1 + j 15,6] = 2,8 + j 43,68 = 43,76 \angle 86,32^\circ \quad |\Omega|$$

$$\bar{Y}_{T2} = \frac{0,2 \cdot 2,8}{400^2} \left[1 - j \sqrt{\left(\frac{400 \cdot 0,023}{0,2 \cdot 2,8}\right)^2 - 1} \right] =$$

$$= 3,5 \cdot 10^{-6} (1 - j 16,398) =$$

$$= (3,5 - j 57,393) 10^{-6} = 57,5 \angle -86,5^\circ \quad |S|$$

$$\bar{A} = 1$$

$$\bar{B} = 2,8 + j 43,68 = 43,76 \angle 86,32^\circ \quad |\Omega|$$

$$\bar{C} = (3,5 - j 57,393) 10^{-6} = 57,5 \angle -86,5^\circ \quad |S|$$

$$\bar{D} = 1,0025 + j 0,000 = 1,003 \angle 0^\circ$$

$$[L]_{T2} =$$

1	43,76 $\angle 86,32^\circ$
$57,5 \cdot 10^{-6} \angle -86,5^\circ$	1,003 $\angle 0^\circ$

Lančana matrica cijelog prijenosa:

$$[L]_P = [L]_{T1} [L]_V [L]_{T2} =$$

$$=$$

0,954 $\angle 0,36^\circ$	167,64 $\angle 86^\circ$
$583,3 \cdot 10^{-6} \angle 87,47^\circ$	0,967 $\angle 0,3^\circ$

$$\bar{A} = 0,954 + j 0,006 = 0,954 \angle 0,36^\circ$$

$$\bar{B} = 11,695 + j 167,23 = 167,64 \angle 86^\circ \quad |\Omega|$$

$$\bar{C} = (25,745 + j 582,73) 10^{-6} = 583,3 \cdot 10^{-6} \angle 87,4^\circ \quad |S|$$

$$\bar{D} = 0,967 + j 0,005 = 0,967 \angle 0,3^\circ$$

$$f = 11,695 \cdot 0,967 + 167,23 \cdot 0,005 = 12,145$$

$$g = 0,954 \cdot 11,695 + 0,006 \cdot 167,23 = 12,055$$

$$h = 0,967 \cdot 167,23 - 0,005 \cdot 11,695 = 161,821$$

$$j = 0,954 \cdot 167,23 - 0,006 \cdot 11,695 = 159,467$$

$$p = \frac{11,695}{12,145} = 0,9629$$

$$p^2 = 0,9272$$

$$q = \frac{167,23}{161,821} = 1,0334$$

$$q^2 = 1,0679$$

$$\frac{q}{f} = 0,9926 \quad \frac{j}{h} = 0,9854$$

$$r_p = \sqrt{\left(\frac{167,64}{400}\right)^2 \frac{\Delta P}{12,145} - 0,9926 + 0,9272} = \sqrt{0,01446 \Delta P - 0,0654}$$

ΔP	r_p
10	0,281
20	0,473
30	0,607
40	0,716

$$r_Q = \sqrt{1,0679 - 0,9854 - \left(\frac{167,64}{400}\right)^2 \frac{\Delta Q}{161,821}} =$$

$$= \sqrt{0,0825 - 0,0010854 \Delta Q}$$

ΔQ	r_Q
0	0,287
50	0,167
-50	0,37
-100	0,437
-150	0,495

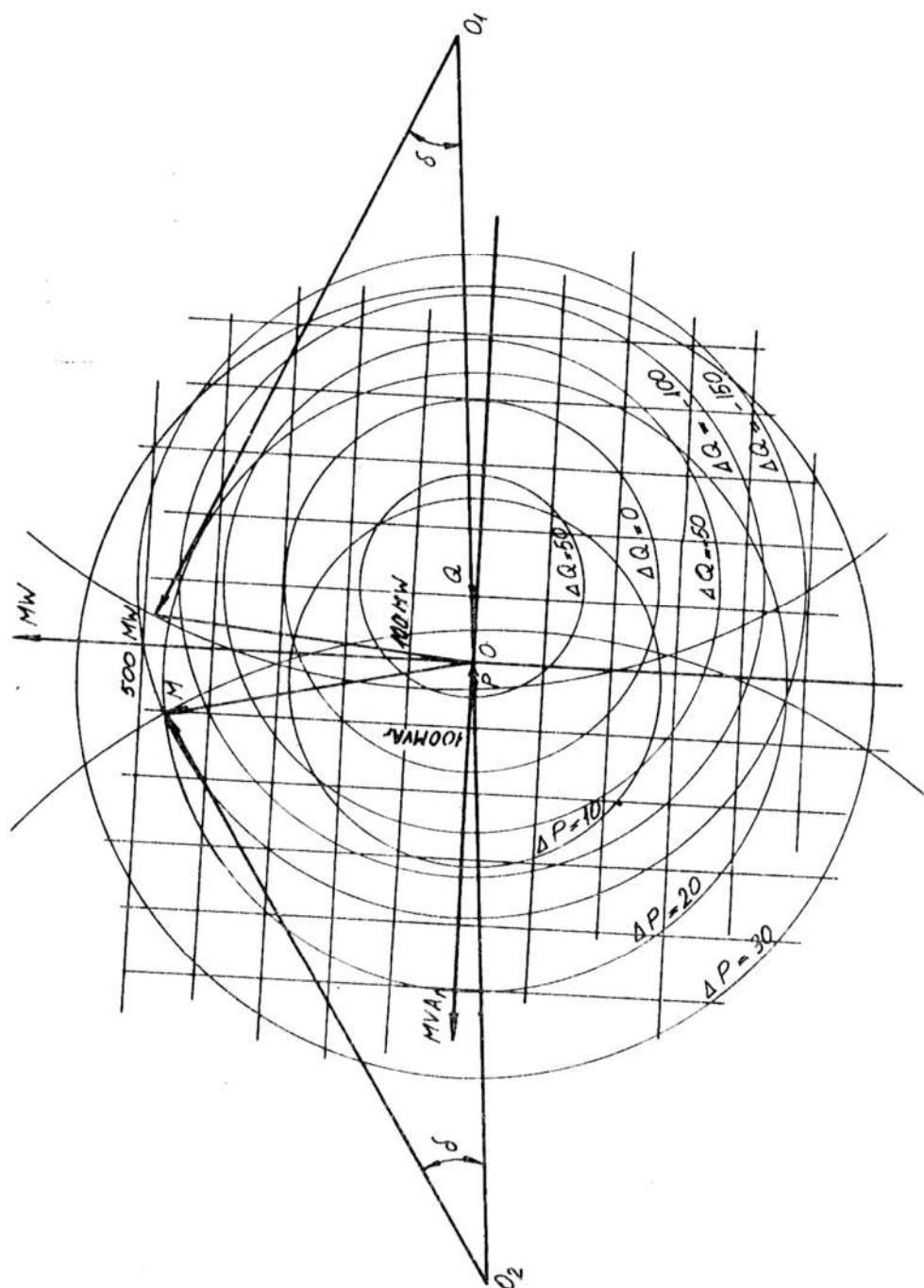
Sada možemo nacrtati kružni pogonski dijagram. Iz dijagrama slijedi da je za zadane uvjete

$$\bar{S}_2 = 480 \angle 12,5^\circ = 468,6 + j 103,9$$

$$\bar{S}_1 = 490,3 \angle -4,8^\circ = 488,6 - j 41,1$$

$$\Delta Q = -145 \text{ MVar}$$

$$\delta = 28^\circ$$



sl.202 - Kružni pogonski dijagram prijenosa sa sl.201

5.6. Odredjivanje parametara nekih elemenata mreže mjerenjem

Ovdje će biti ukratko obradjena mjerenja koja se često vrše u pogonu na već ugrađenim objektima sa svrhom da se dopune postojeći ili provjere izračunati podaci o nekom elementu mreže. Od opreme potreban je odgovarajući slog mjernih instrumenata, čija točnost ne mora biti izuzetno visoka, te izvor napajanja (obično transformator s odvojcima na sekunadrnoj strani). Ograničiti ćemo se na najjednostavnija mjerenja pogonskih konstanti.

Potrebni podaci dobivaju se iz potrebnog broja pokusa praznog hoda i kratkog spoja. Nužni broj pokusa ovisi o tome, dali je element simetričan (ovdje se ne misli na simetriju po fazama, za vod je bolje reći "homogen") ili samo recipročan te da li je zbroj svih "ulaza" i "izlaza" (jednofazno promatrano) veći od dva. Da bi mjerni rezultati bili što pouzdaniji treba što više isključiti strane vanjske utjecaje, npr. one koji dolaze od drugih vodova pod naponom. Isključenje utjecaja postiže se tako, da se pokus kratkog spoja vrši sa što jačom strujom, a pokus praznog hoda što višim naponom. Pokus praznog hoda će se ipak rjeđe vršiti punim pogonskim (nazivnim) naponom, makar to prema upravo izloženom izgleda najbolje. Kod pokusa praznog hoda javljaju se naime struje koje su za 1-2 reda manje od nazivnih; strujni transformatori ugrađeni u dalekovodna odnosno transformatorska polja će ih prenositi s odviše velikom greškom.

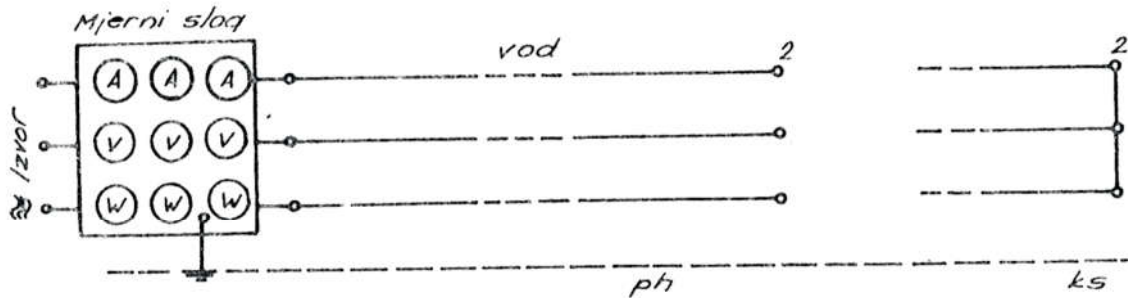
Od stranog utjecaja treba takodjer zaštititi i spojeve do instrumenata, kao i same instrumente.

5.6.1. Mjerenje parametara dalekovoda

Za izračunavanje induktiviteta i kapaciteta dalekovoda postoje egzaktni izrazi, ali ulazni podaci kod realnih vodova nisu uvijek pouzdani. Medjusobni razmak vodiča i njihova udaljenost od zemlje odstupaju od podataka iz projekta, a osim toga se i tokom vremena mijenjaju. Na omski otpor utječe kvalitet materijala i tolerancije u konstrukciji vodiča, a takodjer i skin-efekt, makar neznatno. Na konstante nultog sistema utječu osim prije spomenutih varijabli još i specifični otpor tla koji za jedan dalekovod praktički nije moguće ustanoviti. On se naime mijenja kako duž trase tako i po dubini zbog razumljivih nehomogenosti, a osim toga mijenja se još i sezonski zbog promjene vlažnosti tla. Sve ovo ukazuje na potrebu da se pogon-

ski parametri voda osim računom provjere još i mjerenjem. Pri tome se moramo pomiriti s činjenicom, da djelatni odvod nećemo moći zbog njegove male vodljivosti odrediti niti mjerenjem, odnosno da će dobiveni podatak za G biti posve nepouzdan.

Za određivanje parametara direktnog (i inverznog) sistema vršimo pokus praznog hoda (ph) i kratkog spoja (ks) prema sl.203.



Sl.203 - Pokus praznog hoda i kratkog spoja na vodu za direktni sistem

Pretpostaviti ćemo, da je vod homogen, pa mjerenja neće trebati ponoviti na strani 2. Omjer napona i struje dati će nam za svaki pokus pripadnu apsolutnu vrijednost (modul) impedancije, a za određivanje faznog kuta (argumenta) koristimo podatak vatmetara. Kako vidimo, radi se zapravo o mjerenju impedancije tzv. U-I metodom. Pošto će fazni kutevi biti veoma veliki ($45 \dots 80^\circ$ kod pokusa kratkog spoja, a blizu 90° kod praznog hoda), upotrebljeni vatmetri moraju biti izvedeni s višestruko preopteretivom strujnom granom.

Pošto će se i kod prepletenih vodova pojaviti nesimetrije po fazama, a želimo imati pogonske parametre po fazi pod pretpostavkom da je vod simetričan, uzeti ćemo aritmetičku sredinu triju analognih podataka po fazama.

Konačno ćemo nakon pokusa prema sl.203 raspolagati slijedećom grupom od šest podataka, izraženih kompleksnim brojevima.

Prazni hod

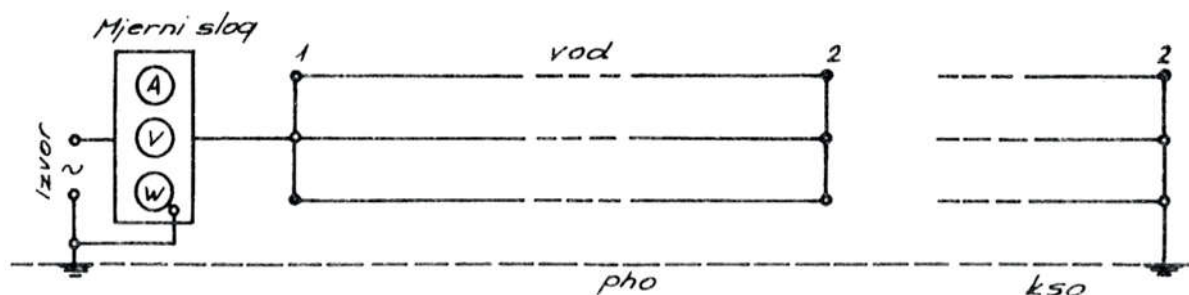
$$\bar{z}_{ph} = \frac{\bar{v}_{ph}}{\bar{i}_{ph}}$$

Kratki spoj

$$\bar{z}_{ks} = \frac{\bar{v}_{ks}}{\bar{i}_{ks}}$$

5-152

Za određivanje parametara nultog sistema (0) vršimo pokus praznog hoda (pho) i kratkog spoja (kso) prema sl.204.



Sl.204 - Pokus praznog hoda i kratkog spoja na vodu za nulti sistem

Ovdje moramo kod interpretacije mjernih podataka voditi računa o tome, da ampermetar i vatmetar registriraju struju odnosno snagu za sve tri faze, pa za podatke svedene na jednu fazu treba ući s jednom trećinom mjerene vrijednosti. Ako stoga struju koju pokazuje ampermetar označimo crticom, te ako uvažimo ono što je izloženo kod opisa pokusa za direktni sistem, nakon pokusa prema sl.204 raspolagati ćemo slijedećom grupom od šest podataka, izraženih kompleksnim brojevima:

Prazni hod

Kratki spoj

$$\bar{I}_{pho} = \frac{\bar{I}'_{pho}}{3}$$

$$\bar{I}_{kso} = \frac{\bar{I}'_{kso}}{3}$$

$$\bar{V}_{pho}$$

$$\bar{V}_{kso}$$

5-153

$$\bar{Z}_{pho} = \frac{\bar{V}_{pho}}{\bar{I}_{pho}}$$

$$\bar{Z}_{kso} = \frac{\bar{I}_{kso}}{\bar{V}_{kso}}$$

Grupu podataka 5-152 za direktni odnosno 5-153 za nulti sistem možemo koristiti prema potrebi na više načina, npr. za određivanje općih konstanti ($\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$, $\bar{D}$).

Prijenosne jednačbe 5-117

$$\bar{V}_1 = \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 ; \quad \bar{I}_1 = \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2$$

svode se u praznom hodu na

$$\bar{V}_{ph1} = \bar{A}\bar{V}_{ph2} \quad \text{i} \quad \bar{I}_{ph1} = \bar{C}\bar{V}_{ph2} , \quad \text{jer} \quad \bar{I}_{ph2} = 0.$$

Omjerom se uz uvažavanje identiteta s mjerenim veličinama

$$\bar{V}_{ph1} = \bar{V}_{ph}, \quad \bar{I}_{ph1} = \bar{I}_{ph} \quad \text{dobiva}$$

$$\frac{\bar{A}}{\bar{C}} = \frac{\bar{V}_{ph}}{\bar{I}_{ph}} = \bar{Z}_{ph} \quad 5-154a$$

Analogno u kratkom spoju

$$\bar{V}_{ks1} = \bar{B}\bar{I}_{ks2} \quad \text{i} \quad \bar{I}_{ks1} = \bar{D}\bar{I}_{ks2}, \quad \text{jer} \quad \bar{V}_{ks2} = 0,$$

pa izlazi:

$$\frac{\bar{B}}{\bar{D}} = \frac{\bar{V}_{ks}}{\bar{I}_{ks}} = \bar{Z}_{ks} \quad 5-154b$$

Nadalje vrijedi opći uvjet

$$\bar{A}\bar{D} - \bar{B}\bar{C} = 1 \quad 5-154c$$

i zbog homogenosti voda

$$\bar{A} = \bar{D} \quad 5-154d$$

Rješenje jednačbi 5-154a-d glasi:

$$\bar{A} = \bar{D} = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{ph}}{\bar{Z}_{ph} - \bar{Z}_{ks}}} \quad \bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_{ph}} \bar{A}$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_{ks} \bar{A} \quad 5-155$$

Uvrštavanjem odgovarajućih izmjerenih podataka iz grupe 5-152 u izraze 5-155 dobivamo opće konstante direktnog sistema za dotični vod.

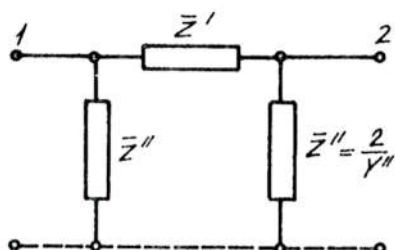
Analogno kao za direktni sistem možemo dobiti opće konstante za nulti sistem uvrštavanjem odgovarajućih izmjerenih podataka iz grupe 5-153 u izraze

$$\bar{A}_0 = \bar{D}_0 = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{ph0}}{\bar{Z}_{ph0} - \bar{Z}_{kso}}} \quad \bar{B}_0 = \bar{Z}_{kso} \bar{A}_0$$

$$\bar{C}_0 = \frac{1}{\bar{Z}_{ph0}} \bar{A}_0 \quad 5-156$$

Mjerene podatke grupe 5-152 možemo koristiti i za utvrđivanje parametara II-sheme voda za direktni sistem (odnosno grupu 5-153 za nulti sistem).

Ako na Π -shemi (Sl.205) zamislimo pokus kratkog spoja i pokus praznog hoda mora biti



$$\bar{Z}_{ks} = \frac{\bar{Z}'\bar{Z}''}{\bar{Z}' + \bar{Z}''} \quad 5-157$$

$$\bar{Z}_{ph} = \frac{\bar{Z}''(\bar{Z}' + \bar{Z}'')}{2\bar{Z}'' + \bar{Z}'} \quad 5-158$$

Sl.205 - Π -shema voda

Iz 5-157 neposredno izlazi

$$\bar{Z}' = \frac{\bar{Z}_{ks} \bar{Z}''}{\bar{Z}'' - \bar{Z}_{ks}} \quad 5-159a$$

što uvršteno u 5-158

$$\bar{Z}_{ph} = \frac{\bar{Z}''^2}{2\bar{Z}'' - \bar{Z}_{ks}}, \quad \text{odakle}$$

$$\bar{Z}'' = \bar{Z}_{ph} \left(\sqrt{1 - \frac{\bar{Z}_{ks}}{\bar{Z}_{ph}}} + 1 \right) \quad 5-159b$$

Na desnoj strani izraza 5-159b se pojavljuju samo poznate, mjerenjem utvrđene veličine, pa se $\bar{Z}''$ može izračunati. Dobivena vrijednost za $\bar{Z}''$ se potom uvrštava u 5-159a i time su određeni parametri Π -sheme voda za direktni sistem.

Uvrštavanje odgovarajućih podataka iz grupe 5-153 u izraze 5-159a i b određuje se $\bar{Z}'_0$ i $\bar{Z}''_0$ Π -sheme za nulti sistem.

Treba napomenuti, da se i kod mjerenja kao i u pogonu manifestira valni karakter pojava na vodu, pa su prema tome opće konstante i parametri Π -sheme utvrđjeni ovim postupkom identični s točnim vrijednostima, dakle bez zanemarenja korekcionih faktora. O tome treba voditi računa ako želimo iz mjerenih rezultata odrediti jedinične konstante dužih vodova, što je dosta složeno.

Iz izraza 5-127, uz razvoj hiperbolnih funkcija u red imamo:

$$\bar{A} = \bar{D} = \text{ch} \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} = 1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{2} + \frac{\bar{Z}^2\bar{Y}^2}{24} + \frac{\bar{Z}^3\bar{Y}^3}{720} + \dots \quad 5-160$$

$$\bar{B} = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}} \operatorname{sh} \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} = \bar{Z} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{6} + \frac{\bar{Z}^2\bar{Y}^2}{120} + \frac{\bar{Z}^3\bar{Y}^3}{5040} + \dots \right) \quad 5-161$$

$$\bar{C} = \sqrt{\frac{\bar{Y}}{\bar{Z}}} \operatorname{sh} \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}} = \bar{Y} \left(1 + \frac{\bar{Z}\bar{Y}}{6} + \frac{\bar{Z}^2\bar{Y}^2}{120} + \frac{\bar{Z}^3\bar{Y}^3}{5040} + \dots \right) \quad 5-162$$

gdje je

$$\bar{Z} = \ell (R_1 + j X_1) \quad 5-163$$

$$\bar{Y} = \ell (G_1 + j B_1)$$

Iz 5-160 se metodom pokušavanja odredi produkt $\bar{Z}\bar{Y}$, a zatim iz 5-161 i 5-162 napose $\bar{Z}$ odnosno $\bar{Y}$. Sada je koristeći 5-163 moguće odrediti i same jedinične konstante R_1 , X_1 , G_1 i B_1 .

Kod kraćih vodova jedinične konstante proizlaze neposredno iz pomoću 5-159 utvrdjenih parametara Π -sheme:

$$Z' = \ell (R_1 + j X_1) \quad 5-164$$

$$\frac{2}{\bar{Z}''} = \bar{Y}'' = \ell (G_1 + j B_1)$$

Postupak za nulti sistem je isti.

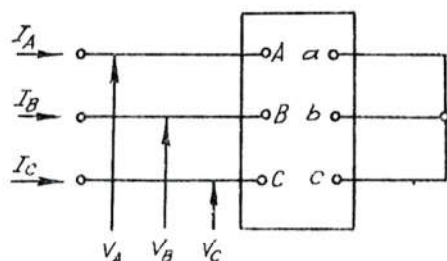
Polazeći od sl.117 i 127, te pripadnih definicija, mogu se provesti i specijalna precizna mjerenja za dobivanje kompletne električne slike voda s proizvoljnim brojem vodiča, uvažavajući nesimetrije i međjusobne utjecaje. U pogonske svrhe se od tih mjerenja katkada provode samo ona pod nazivom "faza - zemlja", da bi se potom izrazima 4-135 i 4-145 utvrdili pogonski parametri direktnog i nultog sistema zbog kontrole vrijednosti dobivenih prije opisanih postupaka. Takodjer u pomanjkanju trofaznog izvora mjerenje pogonske impedancije direktnog sistema može se provesti jednofaznim napajanjem zamke u kojoj jedan vodič služi kao polazni, a drugi kao povratni vodič. Ovo se mjerenje ponavlja tri puta s raznim kombinacijama faza.

5.6.2. Mjerenje parametara transformatora

Dogadja se, da kod starijih transformatora ne raspolažemo nekim bitnim podatkom za odredjivanje ekvivalentne sheme. To se najčešće odnosi na podatke za nulti sistem. Ako se ne zadovoljavamo podacima za nulti sistem izvedenim iz direktnog sistema prema navodima iz litera-

ture, ili nemamo čak ni podatke za direktni sistem, pristupiti ćemo potrebnim mjerenjima. Obično ćemo se ograničiti na određivanje apsolutne vrijednosti impedancije, mjerenjem struje i napona u pokusu kratkog spoja bez određivanja faznog kuta. Taj je kut naime toliko blizu pravom kutu, da ćemo ga teško odrediti mjerenim uređajima kojima raspolažemo van tvorničke ispitne stanice. Isto tako ćemo se obično odreći mjerenja poprečne grane, koju često u ekvivalentu zanemarujemo čak i onda kada je poznata; prema tome pokus praznog hoda neće biti potreban. Ne smiju nas iznenaditi poteškoće kod prekidanja strujnog kruga kod pokusa kratkog spoja zbog velikog induktiviteta transformatora.

Dvonamotni transformator, direktni sistem.



Pokus kratkog spoja provodi se prema sl.206 bez obzira na grupu spoja transformatora. Izračunaju se aritmetičke srednje vrijednosti izmjerenih triju struja, a isto tako napona. Reaktancija direktnog sistema je

$$X \doteq Z = \frac{V}{I} \quad 5-165$$

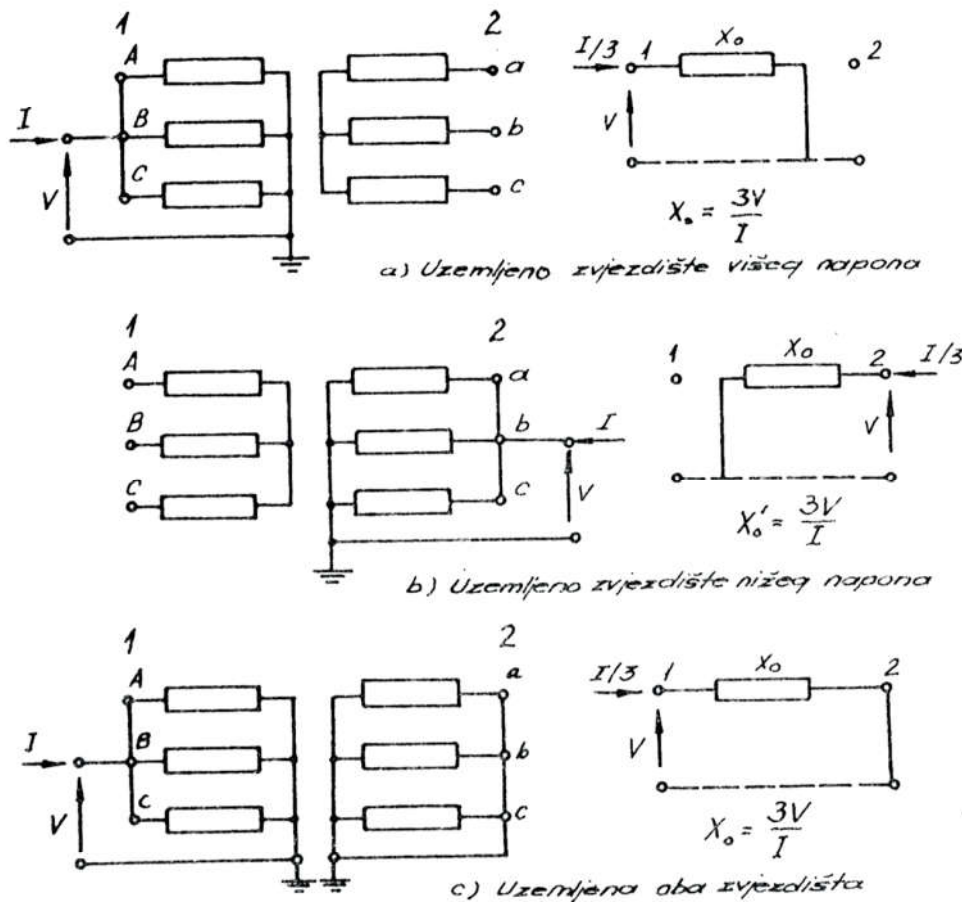
Sl.206 - Pokus kratkog spoja dvonamotnog transformatora

Izmjerena reaktancija jednaka je svedenoj na onu stranu, na kojoj je vršeno napajanje prilikom pokusa (na sl.206 to je strana višeg napona).

Dvonamotni transformator, nulti sistem

Ako je transformator u spoju Yd, neće biti potrebno mjerenje nulte reaktancije, jer je ona jednaka direktnoj pod uvjetom da je zvjezdište uzemljeno.

Mjerenje nulte reaktancije transformatora u spoju Yy može biti interesantno, ako je uzemljeno jedno ili oba zvjezdišta. Ovdje treba uzeti u obzir, da je mjerena struja jednaka trostrukoj struji jedne faze. Na sl.207 je prikazan način mjerenja i izračunavanje rezultata.



Sl.207 -

Mjerenje nulte reaktancije transformatora zvijezda-zvijezda za razne slučajeve tretmana zvjezdišta

U slučajevima a i b na sl.207 mogu se očekivati nulte impedancije koje nisu zanemarive, makar pripadni pokusi u suštini spadaju u kategoriju pokusa praznog hoda.

Tronamotni transformator, direktni sistem

Tipični spoj tronamotnog transformatora je Yyd. Kod starijih transformatora može se dogoditi, da u podacima nisu navedene veličine e_{k13} i e_{k23} pa neće biti moguće rekonstruirati ekvivalentnu shemu. Na sl.208 su prikazana tri pokusa kratkog spoja, pomoću kojih dobivamo potrebne podatke uz zanemarenje djelatnih otpora i poprečne grane. (Naponi V su fazni).

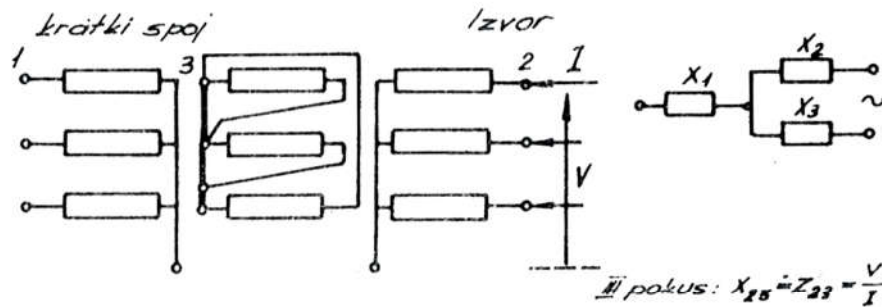
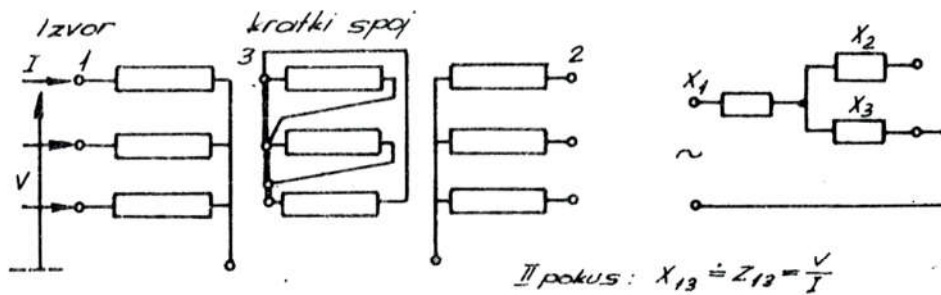
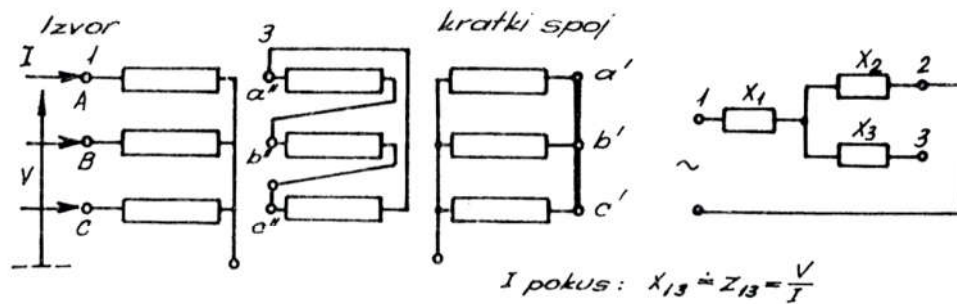
Kada sve izmjerene reaktancije svedemo na isti naponski nivo (na sl. 208 rezultat pokusa I i II dobiva se sveden na stranu 1, a rezultat pokusa III na stranu 2), možemo izračunati, po već otprije poznatim izrazima

$$X_1 = \frac{1}{2} (X_{12} + X_{13} - X_{23})$$

$$X_2 = \frac{1}{2} (X_{12} + X_{23} - X_{13})$$

$$X_3 = \frac{1}{2} (X_{13} + X_{23} - X_{12})$$

5-166

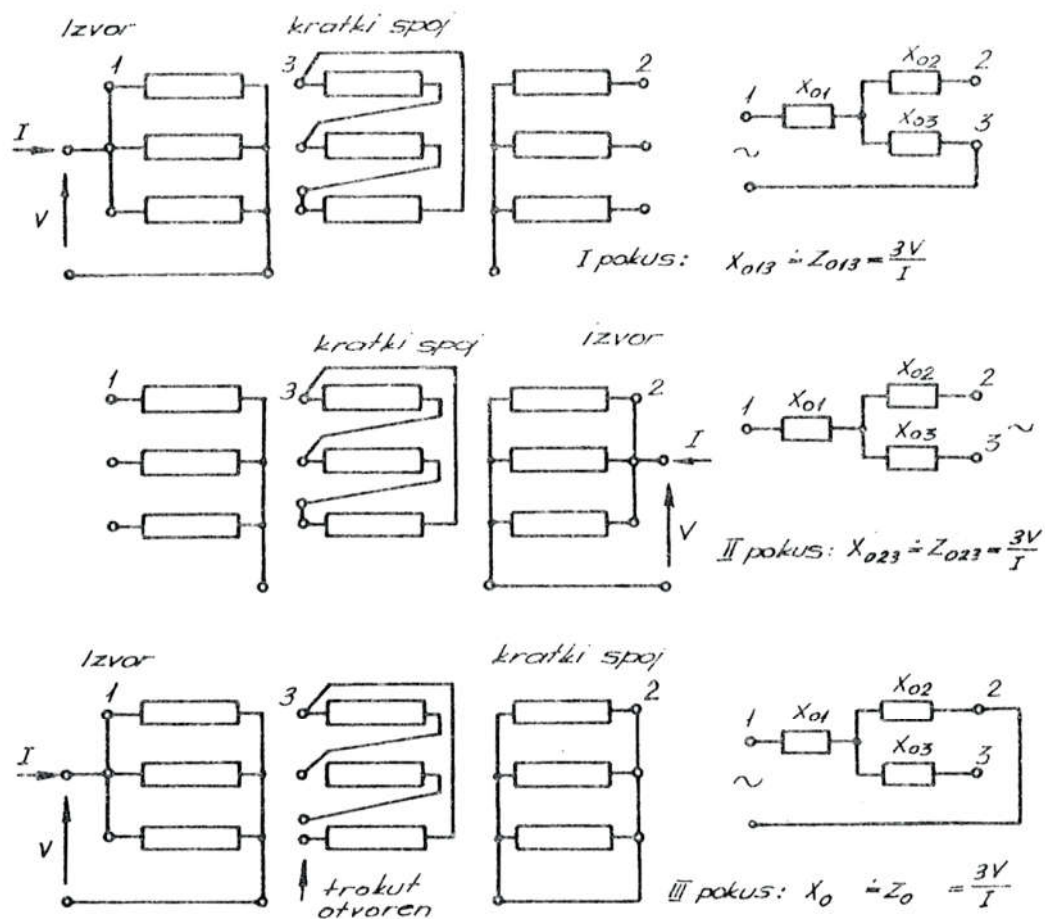


Sl.208 - Mjerenje reaktancija direktnog sistema
tronamotnog transformatora

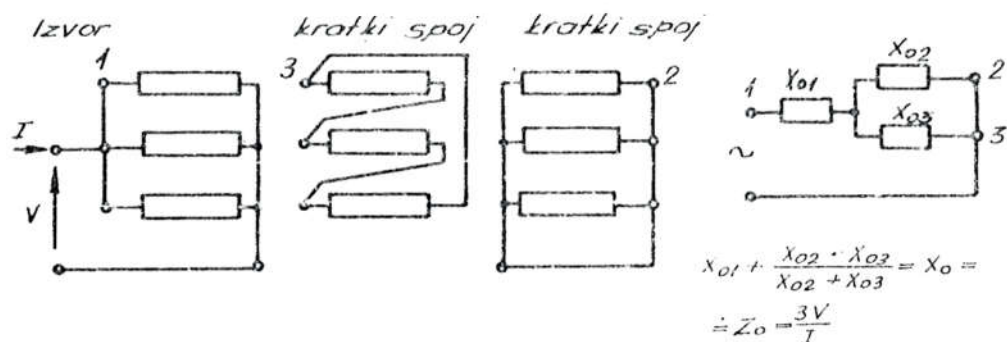
Tronamotni transformator, nulti sistem

Na sl.209 prikazana su shematski tri pokusa, a uz svaki pokus njegova interpretacija na jednofaznom ekvivalentu, te rezultat svakog pokusa. Primjenom izraza 5-166 dobivamo reaktancije svake grane jednofaznog ekvivalenta nultog sistema X_{01} , X_{02} i X_{03} . Valja napomenuti, da se III pokus može provesti samo onda, ako tercijarni namotaj ima 4 izvoda, što omogućuje njegovo otvaranje (stvaranje "otvo-

renog trokuta"). Ako to nije moguće, III pokus se mora zamijeniti pokusom na sl.210. U tom slučaju pokus I i II sa sl.209 i pokus sa sl.210. daju odnose:



Sl.209 - Mjerenje reaktancija nultog sistema
trifaznog transformatora



Sl.210 - III pokus kratkog spoja za nulti sistem kod
trifaznog transformatora s trokutom koji
se neda otvoriti.

$$\begin{aligned} X_{o1} + X_{o3} &= X_{o13} \\ X_{o2} + X_{o3} &= X_{o23} \\ X_{o1} + \frac{X_{o2} X_{o3}}{X_{o2} + X_{o3}} &= X_o \end{aligned}$$

i nakon sredjivanja

$$X_{o3} = \sqrt{X_{o23} (X_{o13} - X_o)} \quad 5-167$$

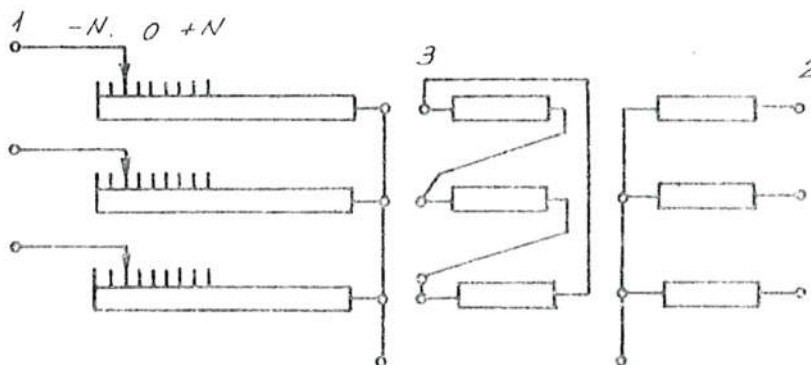
$$\left. \begin{aligned} X_{o1} &= X_{o13} - X_{o3} \\ X_{o2} &= X_{o23} - X_{o3} \end{aligned} \right\} \quad 5-168$$

Pomoću 5-167 dobivamo dakle X_{o3} , a zatim ostale dvije reaktancije pomoću 5-168.

Regulacioni transformator ima promjenjivi broj zavoja jednog od namotaja, zbog čega i ekvivalentna shema mijenja svoje parametre. Promjenu brojčanih vrijednosti parametara izazivaju dva momenta:

- smanjenje ili povećanje broja zavoja utječe na impedanciju (reaktanciju) dotičnog namotaja;
- promjena broja zavoja izaziva i promjenu prijenosnog omjera, pa prema tome i promjenu koeficijenta preračunavanja parametara ekvivalenta s jednog naponskog nivoa na drugi.

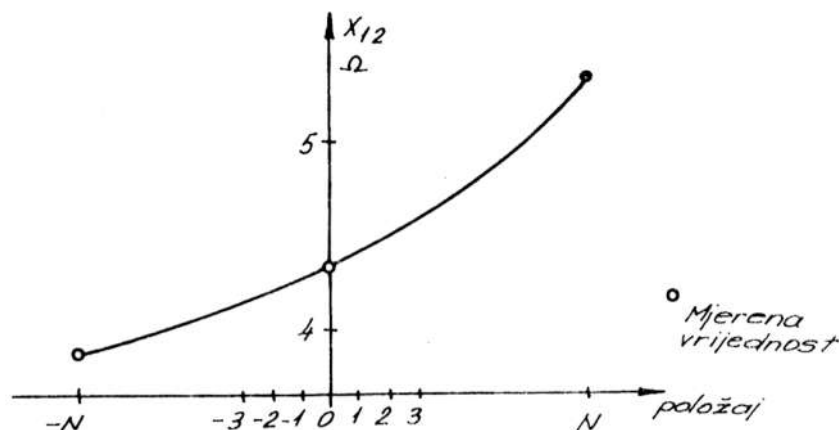
Ukoliko se u dokumentaciji transformatora ne nalazi podatak o promjeni e_k s promjenom položaja regulacione sklopke, možemo ga i u pogonu izmjeriti. Mjrenje se može obaviti kako za direktni tako i za nulti sistem, ali se za nulti sistem obično neće vršiti, jer se kod proračuna prilika u mreži u kratkom spoju promjene reaktancija uslijed regulacije obično zanemaruju.



Uzet je primjer tronamotnog regulacionog transformatora s regulacijom broja zavoja na strani višeg napona, i to u $2N+1$ stupnjeva. Stupnjevi su $-N, -N+1, \dots, -2, -1, 0, +1, +2, \dots, +N-1, N$

Sl.211- Regulacioni tronamotni transformator

(Sl.211). Položaj 0 je prema tome srednji položaj.



Sl.212 - Ovisnost reaktancije X_{12} o položaju regulacione sklopke

Neće biti potrebno izvršiti mjerenje u svakom položaju regulacione sklopke, već će biti dovoljno mjeriti u položajima $-N$, 0 i $+N$, a reaktancije u ostalim položajima dobiti ćemo interpolacijom, npr. koristeći grafički prikaz (Sl.212).

I i II pokus provesti ćemo dakle po 3 puta, svaki puta uz drugi položaj regulacione sklopke. III pokus će biti dovoljno izvršiti samo jednom, jer promjena broja zavoja na strani 1 ne utječe na rezultat. Međutim, kod svodjenja III pokusa na utvrđene vrijednosti za X_{23} na stranu 1, ako za tu stranu utvrđujemo ekvivalent, morati ćemo za svaki položaj primijeniti odgovarajući prijenosni omjer.

Uvrštavanjem utvrđenih i obradjenih vrijednosti za X_{12} , X_{13} i X_{23} u formule 5-166 odredjujemo konačno parametre pojednostavljenog ekvivalenta, tj. vrijednosti X_1 , X_2 i X_3 , i to za svaki položaj regulacione sklopke posebno.

5.7. Sastavljanje ekvivalentnih shema

Od ekvivalentnih shema pojedinih elemenata mreže, uz poznatu topologiju mreže, sastavljamo ekvivalentnu shemu mreže.

Za istu mrežu razlikujemo 5 shema. To su:

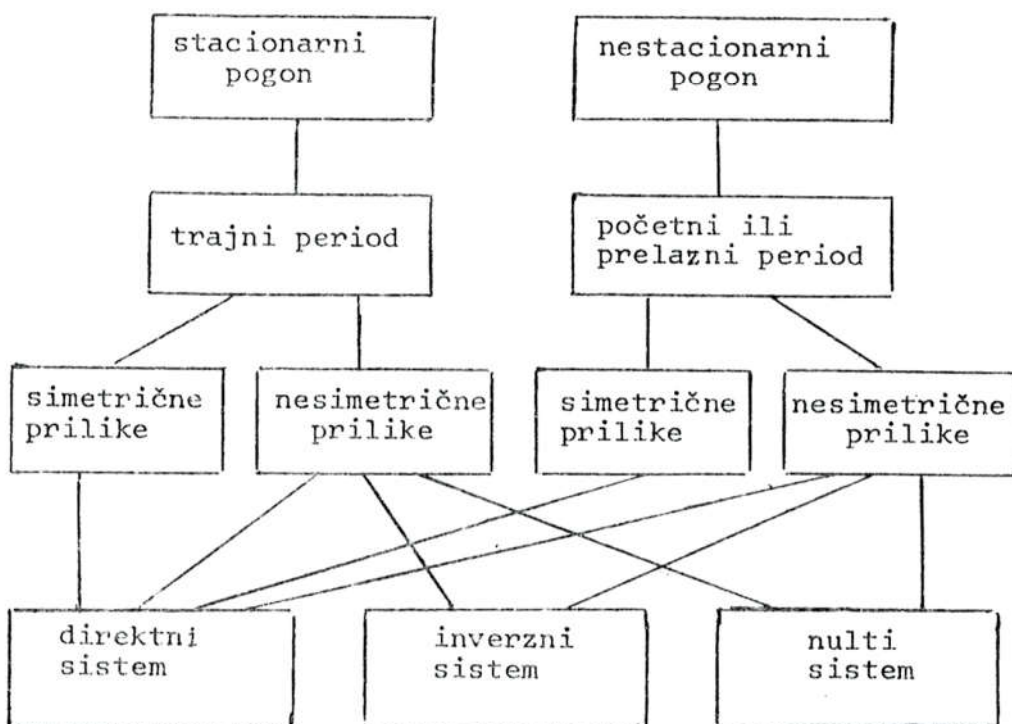
- ekvivalentna shema direktnog sistema za početni period
- ekvivalentna shema direktnog sistema za prelazni period
- ekvivalentna shema direktnog sistema za trajni period
- ekvivalentna shema inverznog sistema
- ekvivalentna shema nultog sistema.

Na slici 213 pokazano je korištenje ovih shema.

Sve tri sheme direktnog sistema i shema inverznog sistema topološki su potpuno jednake. Razliku među ovim shemama čine iznosi impedancija generatora i iznosi EMS-a (u inverznom sistemu EMS-e jednake su nuli).

Ekvivalentna shema nultog sistema bitno se razlikuje od ostalih shema, što izaziva poteškoće u proračunu, pogotovo ako se koriste algoritmi koji postavljaju specijalne zahtjeve.

Formiranje ekvivalentnih shema pokazat ćemo na slijedećem primjeru.



Sl.213 - Primjena ekvivalentnih shema mreže

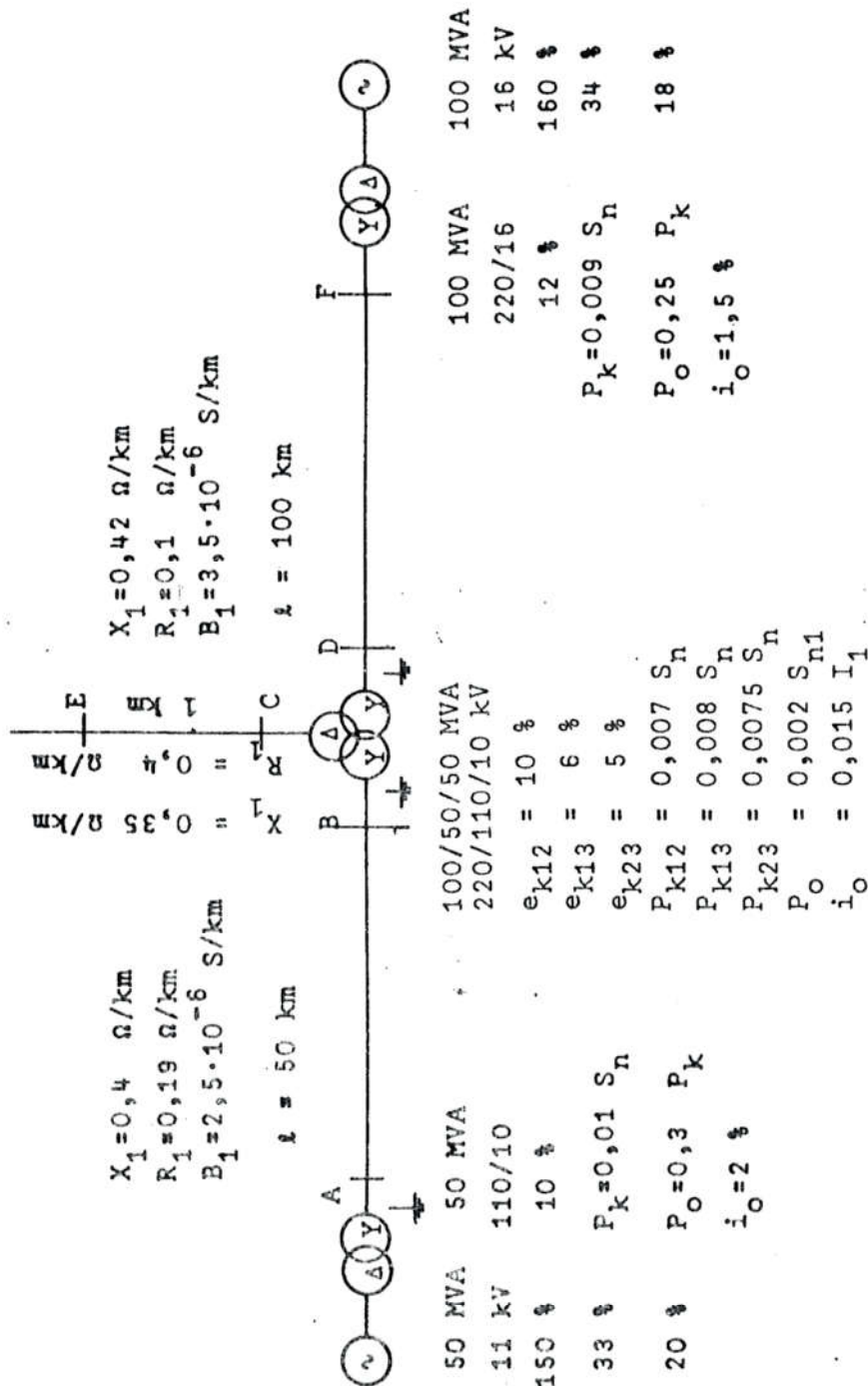
Primjer. 5.3.

Zadan je elektroenergetski sistem prema slici 214. Potrebno je:

- na temelju podataka o elementima zadanog sistema izračunati parametre ekvivalentne sheme, pogodne za proračun naponskih prilika i raspodjele snaga; nacrtati ekvivalentnu shemu i unijeti izračunate parametre;
- na temelju podataka o elementima zadanog sistema izračunati parametre ekvivalentne sheme, pogodne za izračunavanje struja i snaga nesimetričnog kratkog spoja; nacrtati ekvivalentnu shemu pod pret-

postavkom da se ima računati jednopolni kratki spoj na sabirnicama D.

U slučaju a) radi se o stacionarnom pogonu. Eventualne nesimetrije (neprepleten vod, itd.) mogu se zanemariti. U slučaju b) mogu se zanemariti poprečne grane uključujući potrošače i djelatni otpori uzdužnih grana.



Sl. 214. Jednopolna shema zadanog elektroenergetskog sistema

Rješenje:

Računamo parametre elemenata mreže:

Generator u A:

$$X = \frac{x_d \%}{100} \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{150}{100} \frac{11^2}{50} = 3,63 \Omega$$

$$X'' = \frac{x_d' \%}{100} \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{20 \cdot 11^2}{100 \cdot 50} = 0,484 \Omega$$

Transformator u A:

$$\begin{aligned} \bar{Z} &= \left(\frac{U_n}{S_n} \right)^2 P_k \left[1 + j \sqrt{\left(\frac{e_k}{100} \frac{S_n}{P_k} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= \left(\frac{10}{50} \right)^2 0,5 \left[1 + j \sqrt{\left(\frac{10}{100} \frac{1}{0,01} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= 0,02 (1 + j 9,95) = 0,02 + j 0,199 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \frac{P_o}{U_n^2} \left[1 - j \sqrt{\left(\frac{S_n}{P_o} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= \frac{0,3 \cdot 0,5}{10^2} \left[1 - j \sqrt{\left(\frac{50 \cdot 0,02}{0,3 \cdot 0,5} \right)^2 - 1} \right] = \\ &= 0,0015 (1 - j 6,59) = 0,0015 - j 0,00989 S \end{aligned}$$

Vod A-B

$$\begin{aligned} R &= R_1 \ell = 0,19 \cdot 50 = 9,5 \Omega \\ X &= X_1 \ell = 0,4 \cdot 50 = 20 \Omega \\ B &= B_1 \ell = 2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 125 \cdot 10^{-6} S \end{aligned}$$

Transformator B-C-D

$$\begin{aligned} Z_{12} &= \frac{e_{k12}}{100} \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{10}{100} \frac{110^2}{50} = 24,2 \Omega \\ Z_{13} &= \frac{e_{k13}}{100} \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{6}{100} \frac{110^2}{50} = 14,52 \Omega \\ Z_{23} &= \frac{e_{k23}}{100} \frac{U_n^2}{S_n} = \frac{5}{100} \frac{110^2}{50} = 12,1 \Omega \end{aligned}$$

$$R_{12} = \left(\frac{U_n}{S_n}\right)^2 P_{k12} = \left(\frac{110}{50}\right)^2 0,007 \cdot 50 = 1,694 \, \Omega$$

$$R_{13} = \left(\frac{U_n}{S_n}\right)^2 P_{k13} = \left(\frac{110}{50}\right)^2 0,008 \cdot 50 = 1,936 \, \Omega$$

$$R_{23} = \left(\frac{U_n}{S_n}\right)^2 P_{k23} = \left(\frac{110}{50}\right)^2 0,0075 \cdot 50 = 1,815 \, \Omega$$

$$X_{12} = \sqrt{Z_{12}^2 - R_{12}^2} = \sqrt{24,2^2 - 1,694^2} = 24,141 \, \Omega$$

$$X_{13} = \sqrt{Z_{13}^2 - R_{13}^2} = \sqrt{14,52^2 - 1,936^2} = 14,39 \, \Omega$$

$$X_{23} = \sqrt{Z_{23}^2 - R_{23}^2} = \sqrt{12,1^2 - 1,815^2} = 11,963 \, \Omega$$

$$\bar{Z}_{12} = 1,694 + j \, 24,141 \, \Omega$$

$$\bar{Z}_{13} = 1,936 + j \, 14,39 \, \Omega$$

$$\bar{Z}_{23} = 1,815 + j \, 11,963 \, \Omega$$

$$\bar{Z}_1 = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{13} - \bar{Z}_{23}) = 0,908 + j \, 13,284 \, \Omega$$

$$\bar{Z}_2 = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23} - \bar{Z}_{13}) = 0,787 + j \, 10,857 \, \Omega$$

$$\bar{Z}_3 = \frac{1}{2} (\bar{Z}_{23} + \bar{Z}_{13} - \bar{Z}_{12}) = 1,029 + j \, 1,106 \, \Omega$$

$$\ddot{Y} = \frac{P_o}{\frac{U_n^2}{2}} \left[1 - j \sqrt{\left(\frac{S_n i_o}{P_o}\right)^2 - 1} \right] =$$

$$= \frac{0,002 \cdot 100}{12100} \left[1 - j \sqrt{\left(\frac{100 \cdot 0,015}{0,002 \cdot 100}\right)^2 - 1} \right] =$$

$$= 0,0000165 [1 - j \, 7,43] = 0,0000165 - j \, 0,000123 \, \text{S}$$

$$= 16,5 - j \, 123 \, \mu\text{S}$$

Vod D-F

$$X = X_1 \, \ell = 0,42 \cdot 100 = 42 \, \Omega$$

$$R = R_1 \, \ell = 0,1 \cdot 100 = 10 \, \Omega$$

$$B = B_1 = 3,5 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 350 \cdot 10^{-6} \, \text{S}$$

Transformator u F

$$\bar{Z} = \left(\frac{16}{100}\right)^2 0,9 [1+j \sqrt{\left(\frac{12}{100} \frac{100}{0,9}\right)^2 - 1}] =$$

$$= 0,023 (1+j 13,3) = 0,023 + j 0,306 \quad \Omega$$

$$\bar{Y} = \frac{0,25 \cdot 0,9}{16^2} [1 - j \sqrt{\left(\frac{1,5}{0,25 \cdot 0,9}\right)^2 - 1}] =$$

$$= 0,000879 [1-j 6,59] = 879 - j 5793 \quad \mu S$$

Generator u F

$$X = \frac{160}{100} \frac{16^2}{100} = 4,1 \quad \Omega$$

$$X'' = \frac{18}{100} \frac{16^2}{100} = 0,461 \quad \Omega$$

Vod C-E

$$X = 0,35 \cdot 1 = 0,34 \quad \Omega$$

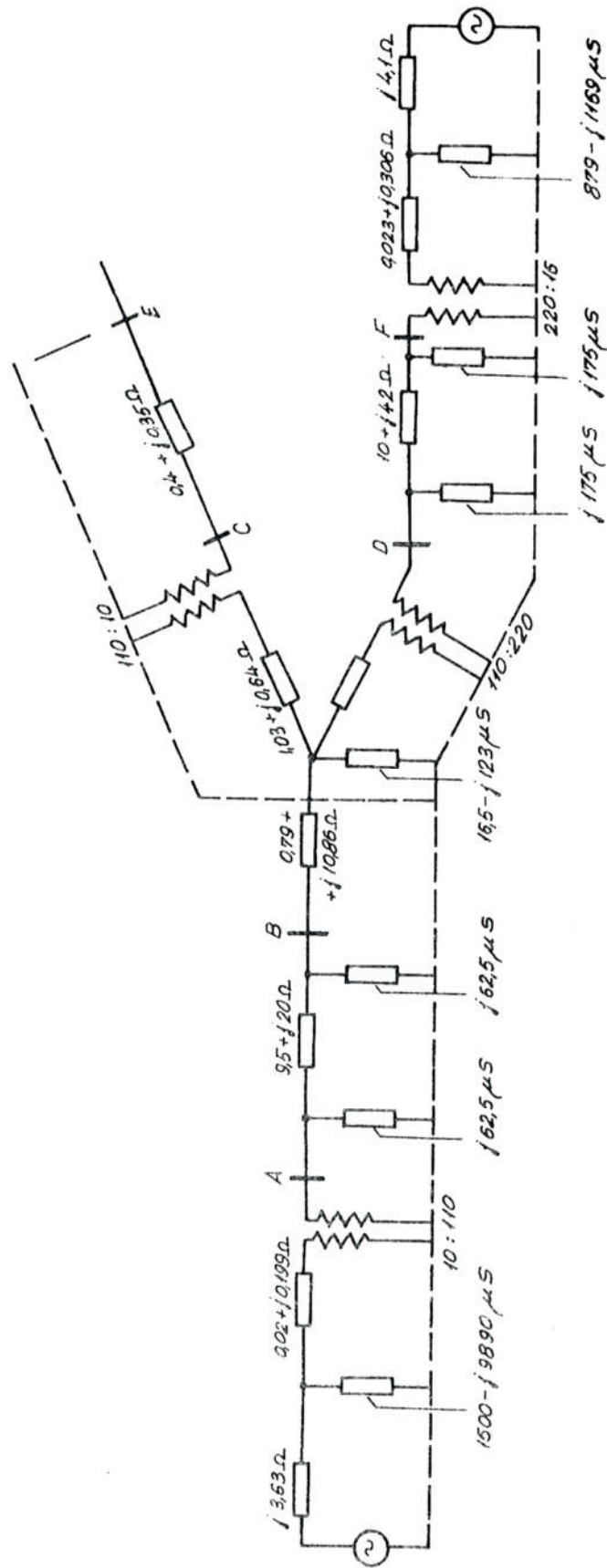
$$R = 0,4 \cdot 1 = 0,4 \quad \Omega$$

- a) Na slici 215 nacrtana je ekvivalentna shema i unešeni podaci impedancija i admitancija. Pošto su mreže, potrošači i narinute EMS-e simetrični, to je dovoljna jednofazna ekvivalentna shema direktnog sistema za trajni period.
- b) Za proračun jednofaznog kratkog spoja nacrtat ćemo ekvivalentne sheme simetričnih komponenata i unijeti podatke. Ekvivalentnu shemu direktnog sistema (Sl.215) nacrtat ćemo ponovo, ali bez poprečnih grana i potrošača. Zanimariti ćemo djelatne otpore, a za generatore unijet ćemo početnu reaktanciju (Sl.216).

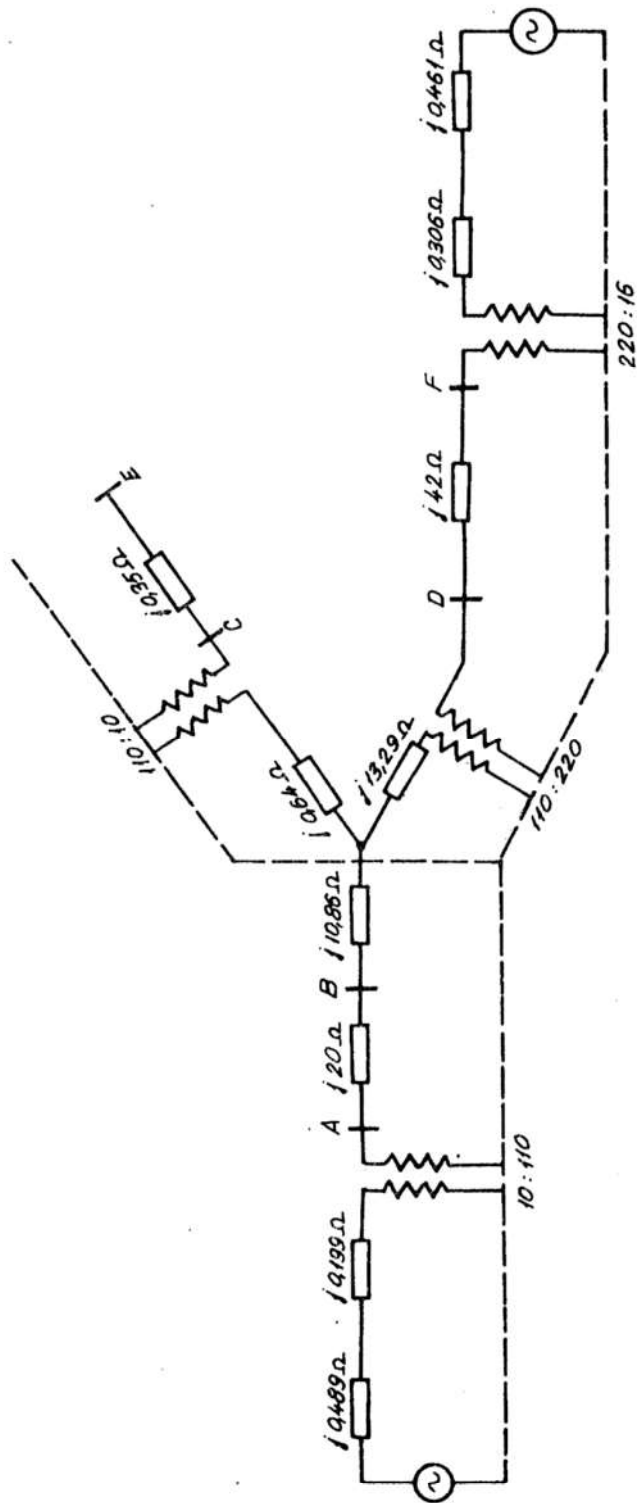
Na slici 217 nacrtana je ekvivalentna shema inverznog sistema. U pomanjkanju podatka za inverznu reaktanciju generatora može se uzeti da je ova jednaka direktnoj. Grafički je shema jednaka shemi direktnog sistema s premoštenim elektromotornim silama.

Ekvivalentna shema nultog sistema ovisi o spoju i uzemljenju zvijezdišta transformatora. Osim toga nulte reaktancije vodova razlikuju se od direktnih odnosno inverznih. Uzeto je približno da je za vodove nulta reaktancija jednaka trostrukoj direktnoj. (Slika 218).

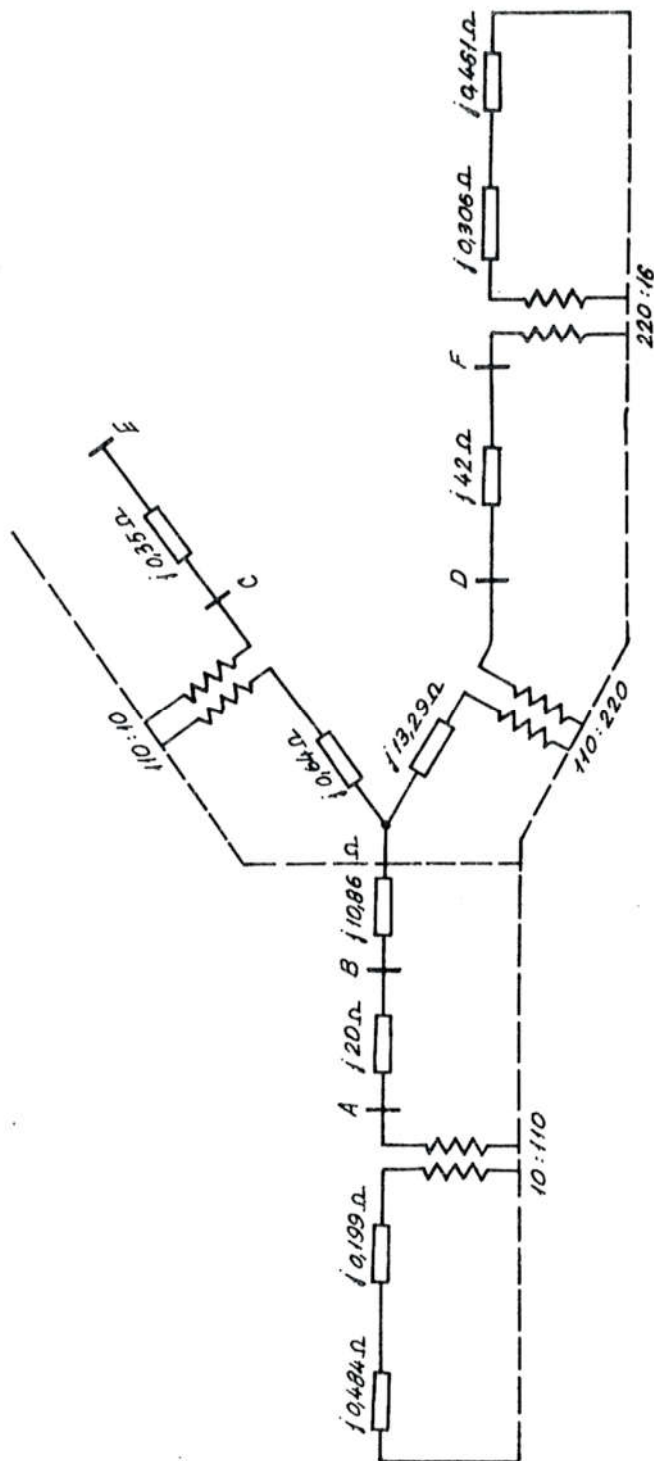
Na slici 219 povezane su sve tri sheme prema uvjetima jednopolnog kratkog spoja na sabirnicama D. Uz zadane EMS-e generatora u momentu nastanka kratkog spoja možemo izračunati struje i napone u cijeloj mreži. Struje i napone faza dobijemo iz komponenata prema teoriji simetričnih komponenata.



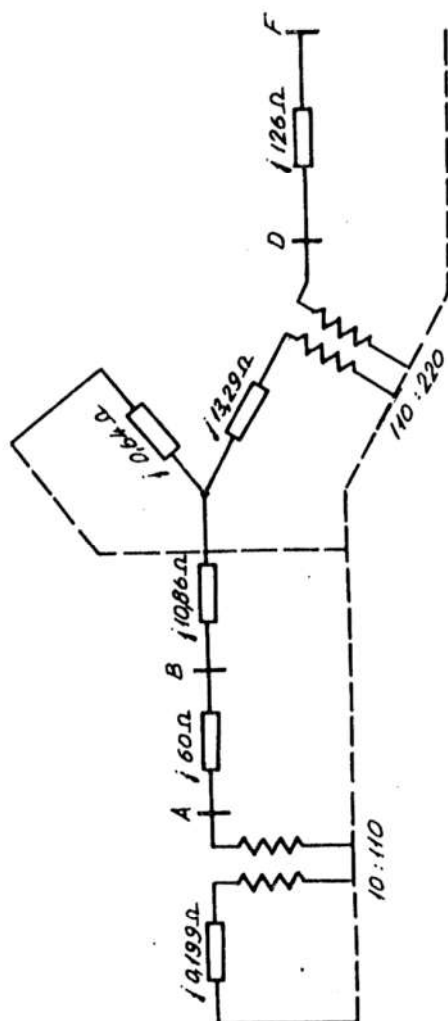
Sl.215 - Ekvivalentna shema direktnog sistema za trajni period mreže sa sl.214 (Proračun tokova snaga i napona)



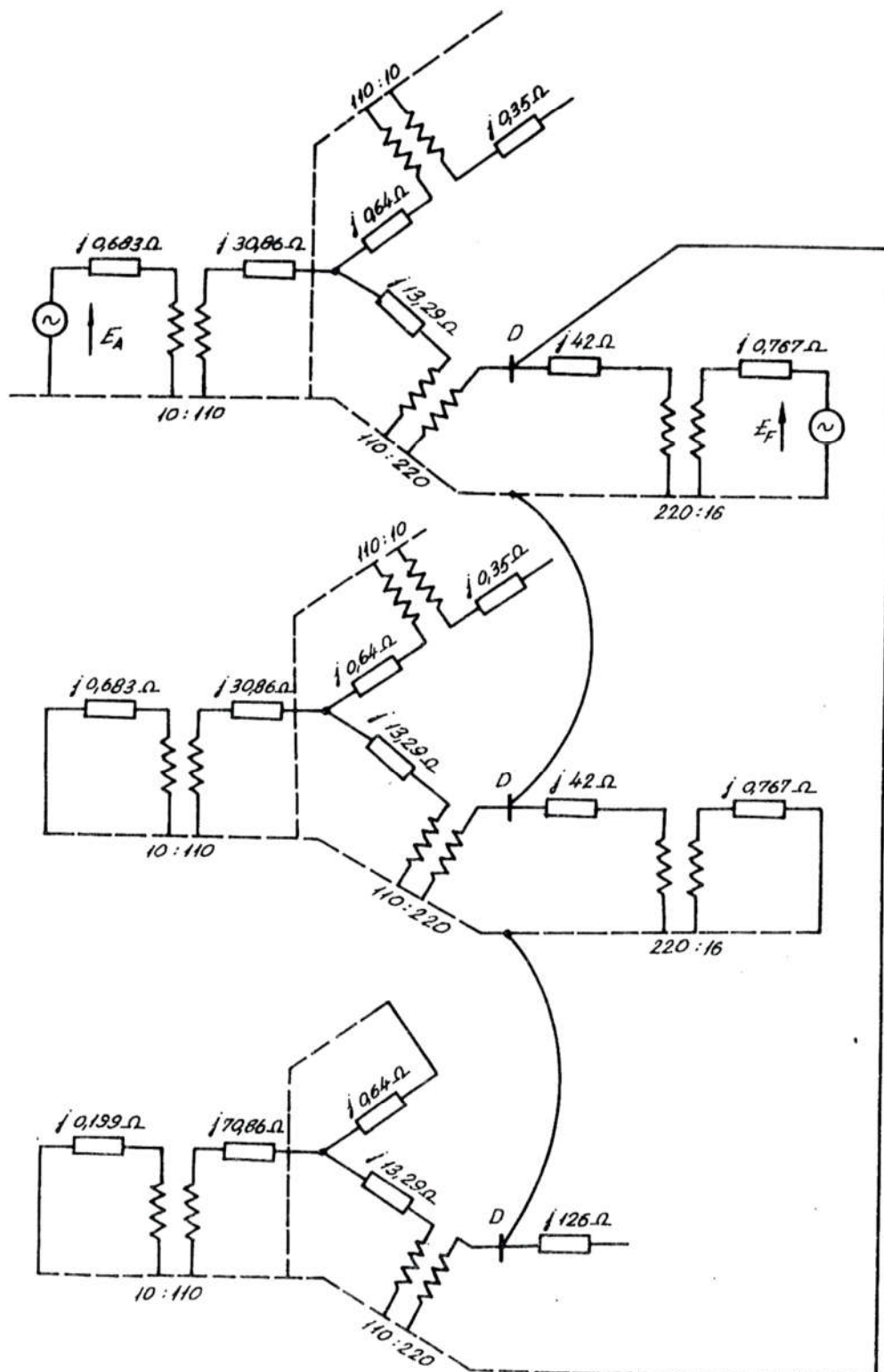
sl.2l6 - Ekvivalentna shema direktnog sistema mreže
sa sl.2l3 (subtranzientni period)



Sl. 217 - Ekvivalentna shema inverznog sistema mreže sa sl. 213



sl.218 - Ekvivalentna shema nultog sistema mreže
sa sl.213



Sl.219 - Ekvivalentna shema mreže sa sl.213 u računu
jednopolnog kratkog spoja na sabirnicama D

6. NUMERIČKE VELIČINE KOD PRORAČUNA

Bez obzira da li se za proračun primjenjuju elektronička računala ili ne, proračun mreže izvodimo na ekvivalentnoj shemi mreže u kojoj su svi parametri svedeni na jedan naponski nivo. Tako se izbjegava neugodno računanje s transformatorima. Samo kada se neka zamka ne zaključuje, pojavit će se i u ovakvoj ekvivalentnoj shemi transformator. Međutim, u većini slučajeva broj time uvjetovanih transformatora biti će jako malen ili ih uopće neće biti.

Metoda, u kojoj se mreža svodi na jedan naponski nivo, naziva se metodom otpora ili metodom apsolutnih vrijednosti. Ova metoda ima nekoliko varijanata u kojima se računa s relativnim vrijednostima. To su metoda jediničnih vrijednosti (per unit), procentualna metoda i metoda reduciranih admitancija.

Razlikujemo stvarne, nazivne, bazne, reducirane i relativne veličine.

Nazivne veličine su one za koje je uređaj gradjen. Snaga S_n , struja I_n i napon U_n daju uvid u mogućnosti prijenosa, strujnog i električnog naprezanja, dok nazivni prijenosni odnos r_n daje omjer broja zatvoja transformatora kada je regulaciona sklopka u srednjem položaju. Ako transformator nije regulacioni, nazivni prijenosni odnos jednak mu je stvarnom.

Stvarne veličine $\bar{S}$, $\bar{U}$, $\bar{I}$ i $\bar{Z}$ su stvarne fizikalne veličine i mogu se utvrditi mjerenjem. Njima nećemo dodijeliti indeks i računati ćemo da je takva veličina stvarna, ako nije drukčije naglašeno.

Tako i stvarni prijenosni odnos regulacionog transformatora označavamo sa r . Kao posebni slučaj stvarne veličine (osim stvarnih impedancija koje su invarijantne tokom pogona) mogu poprimiti vrijednost nazivnih. Stvarni prijenosni odnos regulacionog transformatora može kao posebni slučaj poprimiti i vrijednost omjera nazivnih napona tim transformatorom povezanih mreža.

Bazne veličine S_B , U_B , I_B i Z_B dobijemo kod idealnog praznog hoda mreže uz stvarni prijenosni omjer transformatora. Proizvoljno se odabire bazna snaga koja je jednaka za cijelu mrežu i bazni napon jednog naponskog nivoa. Iako u idealnom praznom hodu u mreži ne teku nikakove struje, definiramo bazne struje kao veličine izvedene iz bazne snage i baznih napona.

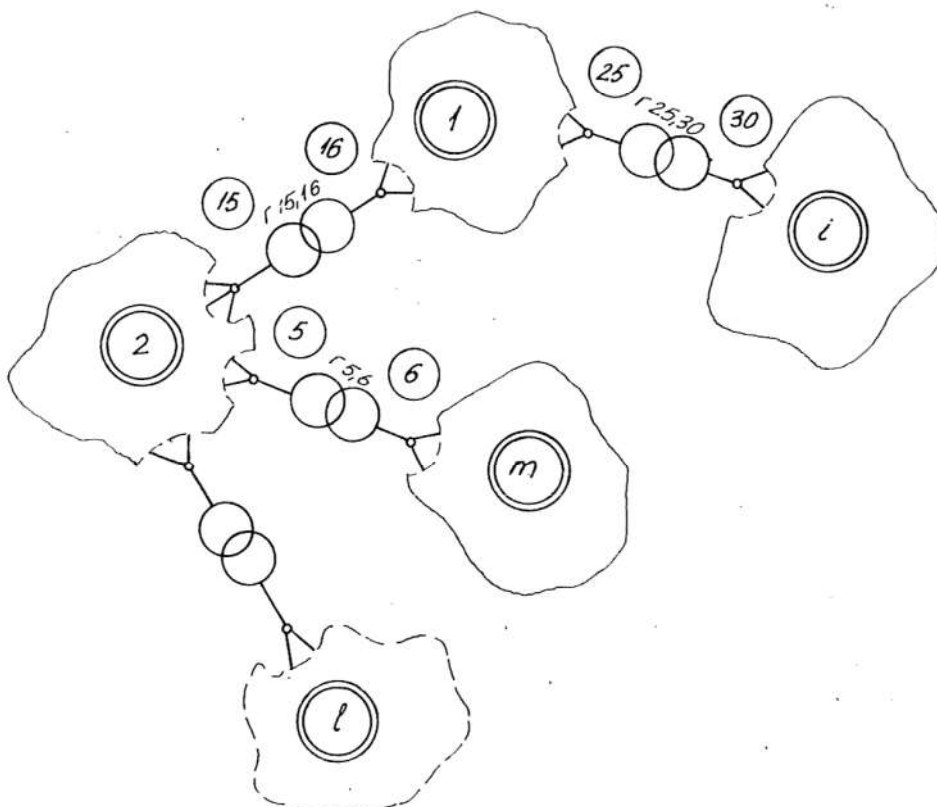
Reducirane veličine $\bar{S}_r$, $\bar{U}_r$, $\bar{I}_r$, $\bar{Z}_r$ dobijemo kada cijelu mrežu pre- računamo (reduciramo) na jedan naponski nivo. Reducirane veličine onog naponskog nivoa, na koji su proračunati ostali, jednake su stvarnima (metoda otpora).

Relativne veličine su omjer stvarnih i baznih.

Iz tvorničkih podataka, podataka mjerenja ili računanjem možemo ustanoviti stvarne vrijednosti parametara ekvivalentne sheme elementa mreže za napon za koji je taj element mreže gradjen (Vidi glavu 5.)

6.1. Metoda otpora

Cjelokupnu mrežu rastavimo na onoliko dijelova koliko imamo naponskih nivoa povezanih transformatorima. Dijelove mreže numeriramo od 1 do m (Sl.220). Odaberimo mrežu na čiji naponski nivo želimo svesti cijelu mrežu. Neka to bude npr. mreža 1.



Sl.220 - Numerirani naponski nivoi

U metodi otpora bazne napone nije nužno uvoditi, ali ih ipak uvodimo, jer je s njima lakše i preglednije računati nego s prijenosnim omjerima transformatora.

Bazne napone određujemo pomoću stvarnih prijenosnih omjera transformatora, pošto su omjeri baznih napona identični sa stvarnim prijenosnim omjerima transformatora kojima su te mreže povezane. Bazni napon onog dijela mreže, kraće mreže, kojoj smo dodijelili broj 1 označit ćemo sa U_{B1} , a analogno i ostale do U_{Bm} .

U mreži na čiji naponski nivo svodimo cijelu mrežu vrijedi:

$$\bar{Z}_r = \bar{Z} \quad \bar{U}_r = \bar{U} \quad \bar{I}_r = \bar{I} \quad 6-1$$

Usvojimo li da je:

$$r_{ik} = \frac{1}{r_{ki}}$$

i, k = čvorovi mreže

možemo pisati:

$$\frac{U_{B1}}{U_{B2}} = r_{16,15} \rightarrow U_{B2} = r_{15,16} U_{B1}$$

$$\frac{U_{B1}}{U_{Bi}} = r_{25,30}$$

$$\frac{U_{B2}}{U_{Bm}} = r_{5,6} \rightarrow U_{B1} r_{15,16} = U_{Bm} r_{5,6}$$

$$\frac{U_{B1}}{U_{Bm}} = r_{5,6} \cdot r_{16,15}$$

Odnose između stvarnih i reduciranih veličina izražavamo omjerima baznih napona. Pošto su reducirana i stvarna snaga jednake

$$\bar{S}_r = \bar{S} \quad 6-3$$

za cijelu mrežu moraju nam vrijediti slijedeći odnosi:

$$\bar{U}_{ri} = \bar{U}_i \frac{U_{B1}}{U_{Bi}} \quad \text{ili} \quad \bar{U}_i = \bar{U}_{ri} \frac{U_{Bi}}{U_{B1}} \quad 6-4$$

$$\bar{I}_{ri} = \bar{I}_i \frac{U_{Bi}}{U_{B1}} \quad \text{ili} \quad \bar{I}_i = \bar{I}_{ri} \frac{U_{B1}}{U_{Bi}} \quad 6-5$$

Kontrola:

$$\sqrt{3} \bar{U}_{ri} \bar{I}_{ri}^* = \sqrt{3} \bar{U}_l \frac{U_{Bl}}{U_{Bi}} \bar{I}_i^* \frac{U_{Bi}}{U_{Bl}} = \sqrt{3} \bar{U}_i \bar{I}_i^*$$

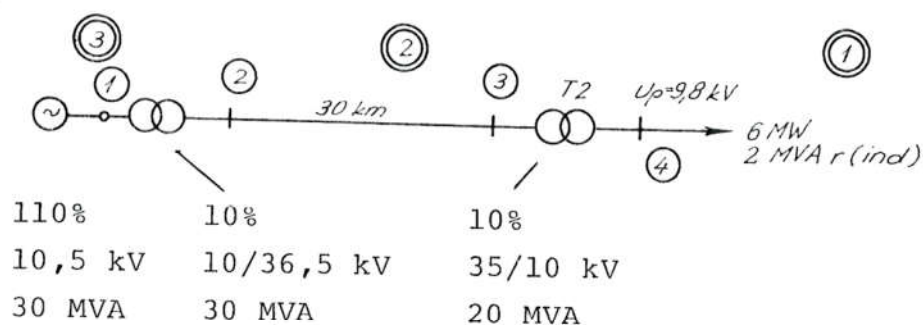
$$\bar{Z}_{ri} = \frac{\bar{U}_{ri}^2}{\bar{S}} = \frac{\bar{U}_{ri}^2}{\bar{U}_i^2} \bar{Z}_i = \bar{U}_i^2 \frac{U_{Bl}^2}{U_{Bi}^2} \frac{\bar{Z}_i}{\bar{U}_i^2} = \bar{Z}_i \left(\frac{U_{Bl}}{U_{Bi}} \right)^2$$

6-6

i obrnuto

$$\bar{Z}_i = \bar{Z}_{ri} \left(\frac{U_{Bl}}{U_{Bi}} \right)^2$$

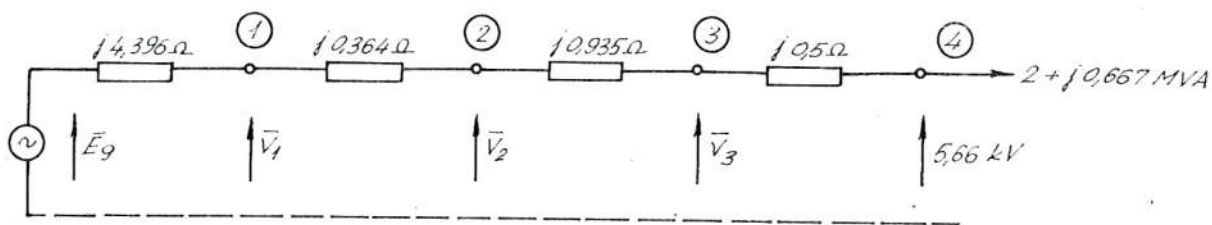
Primjer 6.1. Zadana je mreža prema slici 221. Treba izračunati električne prilike u mreži uz zadanu snagu i napon potrošača.



Stvarni prijenosni odnosi jednaki su nazivnima

Sl.221 - Jednopolna shema mreže

U jednopolnoj shemi numeriramo naponske nivoe. Mrežu svodimo na onaj naponski nivo u kojem imamo najviše elemenata ili o kojem imamo najviše podataka. Ovdje će to biti mreža 1.



Sl.222 - Nadomjesna shema mreže sa sl.221

Računamo stvarne reaktancije

$$X_G = \frac{110}{100} \frac{10,5^2}{30} = 4,04 \Omega$$

$$X_{T1} = \frac{10}{100} \frac{36,5^2}{30} = 4,44 \Omega$$

$$X_V = 0,38 \cdot 30 = 11,4 \quad \Omega$$

$$X_{T2} = \frac{10}{100} \frac{10^2}{20} = 0,5 \quad \Omega$$

Računamo omjere baznih napona

$$\frac{U_{B1}}{U_{B2}} = \frac{10}{35} = 0,286$$

$$\frac{U_{B1}}{U_{B3}} = \frac{10}{35} \frac{36,5}{10} = 1,043$$

Računamo reducirane reaktancije

$$X_G = 4,04 \cdot 1,043^2 = 4,04 \cdot 1,088 = 4,396 \quad \Omega$$

$$X_{T1} = 4,44 \cdot 0,286^2 = 4,44 \cdot 0,082 = 0,364 \quad \Omega$$

$$X_V = 11,4 \cdot 0,286^2 = 11,4 \cdot 0,082 = 0,935 \quad \Omega$$

$$X_{T2} = 0,5 \quad \Omega$$

Podatke unesemo u ekvivalentnu shemu kako je to učinjeno na sl.222.

Napon potrošača neka bude u realnoj osi

$$\bar{I}_r = \frac{\bar{S}_P^*}{\sqrt{3}U_p} = \frac{6-j2}{\sqrt{3} \cdot 9,8} = 0,354 - j 0,118 \text{ kA}$$

$$\bar{U}_{3r} = 9,8 + \sqrt{3} (0,354 - j 0,118) j 0,5 = 9,902 + j 0,306 \text{ kV}$$

$$\bar{U}_{2r} = 9,902 + j 0,306 + \sqrt{3} (0,354 - j 0,118) j 0,935 = 10,093 + j 0,879 \text{ kV}$$

$$\bar{U}_{1r} = 10,093 + j 0,879 + \sqrt{3} (0,354 - j 0,118) j 0,364 = 10,167 + j 1,102 \text{ kV}$$

$$E_{gr} = 10,167 + j 1,102 + \sqrt{3} (0,354 - j 0,118) j 4,396 = 11,064 + j 3,794 \text{ kV}$$

Kontrola:

$$\bar{Z}_p = \frac{9,8^2}{6-j2} = \frac{96,04(6+j2)}{40} = 14,406 + j 4,802 \quad \Omega$$

$$\bar{Z}_r = 14,406 + j 10,997 \quad \Omega$$

$$\bar{I}_r = \frac{11,064 + j 3,794}{\sqrt{3}(14,406 + j 10,997)} = \frac{11,064 + j 3,794}{24,922 + j 19,025} =$$

$$= \frac{(11,064 + j 3,794)(24,922 - j 19,025)}{983,056} = 0,354 - j 0,118 \text{ kA}$$

$$\bar{U}_3 = (9,902 + j 0,306) \frac{1}{0,286} = 34,622 + j 1,07 \text{ kV}$$

$$\bar{U}_2 = (10,093 + j 0,879) \frac{1}{0,286} = 35,29 + j 3,073 \text{ kV}$$

$$\bar{U}_1 = (10,167 + j 1,102) \frac{1}{1,043} = 9,748 + j 1,057 \text{ kV}$$

$$\bar{E}_G = (11,064 + j 3,794) \frac{1}{1,043} = 10,608 + j 3,638 \text{ kV}$$

$$I_P = 0,354 - j 0,118 \text{ kA}$$

$$I_V = (0,354 - j 0,118) \cdot 0,286 = 0,101 - j 0,034 \text{ kA}$$

$$I_G = (0,354 - j 0,118) 1,043 = 0,369 - j 0,123 \text{ kA}$$

Mrežu možemo svesti na naponski nivo 2. Računamo omjer baznih napona:

$$\frac{U_{B2}}{U_{B1}} = \frac{35}{10} = 3,5$$

$$\frac{U_{B2}}{U_{B3}} = \frac{36,5}{10} = 3,65$$

Računamo reducirane reaktancije

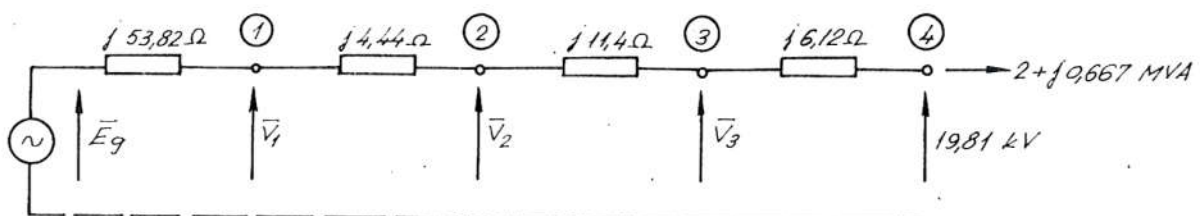
$$X_G = 4,04 \cdot 3,65^2 = 53,82 \Omega$$

$$X_{T1} = 4,44 \Omega$$

$$X_V = 11,4 \Omega$$

$$X_{T2} = 0,5 \cdot 3,5^2 = 6,12 \Omega$$

Podatke unesemo u ekvivalentnu shemu kako je to učinjeno na sl.223.



Sl.223 - Nadomjesna shema mreže sa sl.221

$$U_{pr} = 9,8 \cdot 3,5 = 34,3 \text{ kV}$$

$$I_r = \frac{2 - j 0,667}{29,81} = 0,10 - j 0,03 \text{ kA}$$

Račun teče dalje s reduciranim veličinama.

Mrežu možemo svesti na naponski nivo 3.

Računamo omjere baznih napona:

$$\frac{U_{B3}}{U_{B2}} = \frac{10}{36,5} = 0,27$$

$$\frac{U_{B3}}{U_{B1}} = \frac{10}{36,5} \frac{35}{10} = 0,96$$

Računamo reducirane reaktancije:

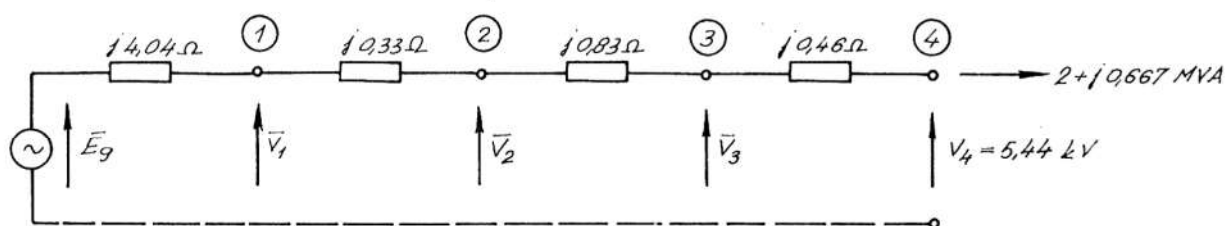
$$X_G = 4,04 \quad \Omega$$

$$X_{T1} = 4,44 \cdot 0,27^2 = 0,33 \quad \Omega$$

$$X_V = 11,4 \cdot 0,27^2 = 0,83 \quad \Omega$$

$$X_{T2} = 0,5 \cdot 0,96^2 = 0,46 \quad \Omega$$

Podatke unesemo u nadomjesnu shemu kako je to učinjeno na slici 224.



Sl. 224 - Nadomjesna shema mreže sa sl. 221

$$\bar{U}_{pr} = 9,8 \cdot 0,96 = 9,41 \text{ kV}$$

$$I_r = \frac{2 - j 0,667}{5,44} = 0,37 - j 0,12$$

Račun teče dalje s reduciranim veličinama.

Mrežu možemo reducirati i na neki zamišljeni naponski nivo preko fikativnog idealnog transformatora.

U nekim manje točnim proračunima, kao što je npr. račun kratkog spoja tek planirane mreže, stvarni prijenosni odnosi transformatora biti će uzeti jednaki nazivnima, a ovi opet jednaki omjerima nazivnih napona mreža. Račun je tada mnogo jednostavniji.

Račun tokova snaga i napona mreže u pogonu nije tako jednostavan kako je pokazano. U mreži postoje regulacioni transformatori i tokom proračuna mijenja se položaj regulacione sklopke. Ove promjene možemo unijeti u račun na dva načina. Jedan je način da uvažimo novi pri-

jenosni omjer transformatora i izračunamo nove odnose baznih napona, nove reducirane impedancije i ostale veličine. Drugi je način da zadržimo već izračunate reducirane veličine, a da novi prijenosni omjer transformatora unesemo u mrežu preko idealnih transformatora.

Primjer 6.2. Zadan je prijenos prema slici 225a. Stvarne reaktancije za vodove iznose:

$$X_{1-2} = 0,4 \cdot 20 = 8 \quad \Omega$$

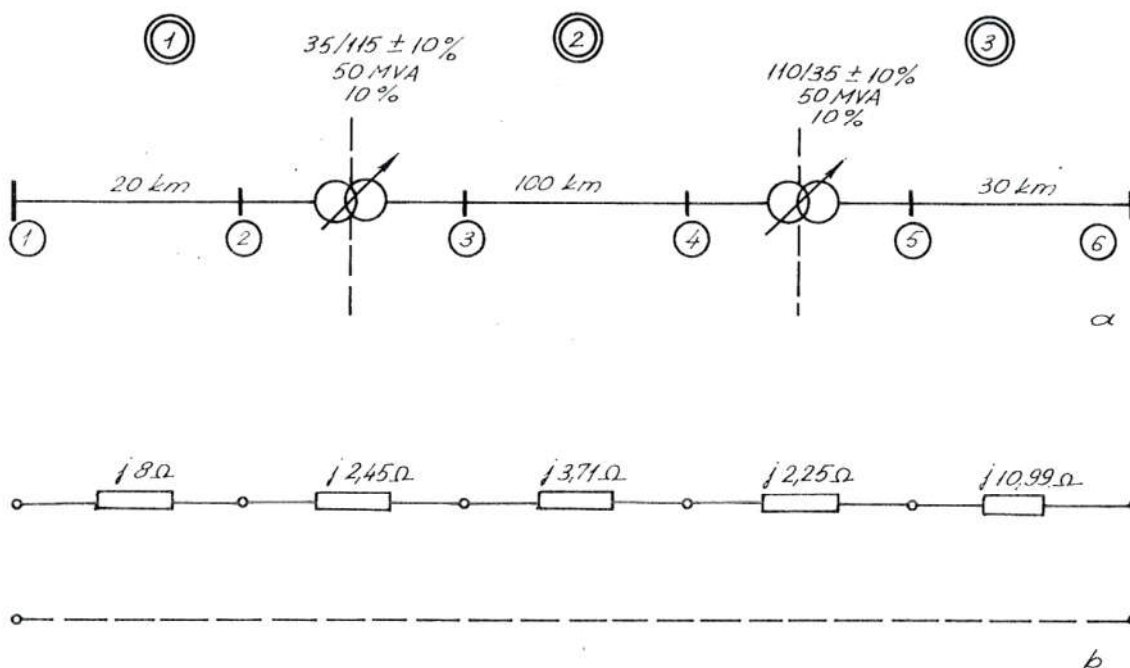
$$X_{3-4} = 0,4 \cdot 100 = 40 \quad \Omega$$

$$X_{5-6} = 1,4 \cdot 30 = 12 \quad \Omega$$

Stvarne reaktancije transformatora računate na 110 kV strani iznose

$$X_{2-3} = \frac{10}{100} \frac{115^2}{50} = 26,45 \quad \Omega$$

$$X_{4-5} = \frac{10}{100} \frac{110^2}{50} = 24,2 \quad \Omega$$

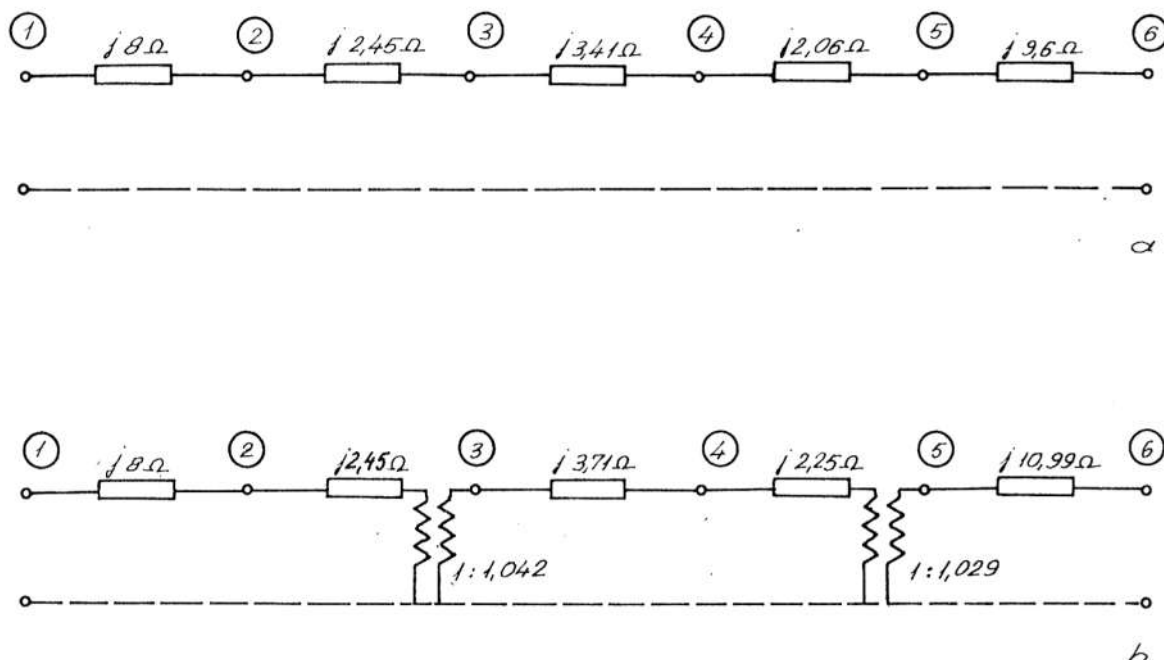


Sl.225 - a) Jednopolna shema
b) Ekvivalentna shema

Neka su transformatori na nominalnom odnosu transformacije. Svesti ćemo cijelu mrežu na naponski nivo 1. Ekvivalentna shema prikazana je na slici 225b.

Reguliramo sada transformatore na neki drugi prijenosni omjer, npr. $r_{23} = 35/120$ i $r_{45} = 110/36$. Nova ekvivalentna shema s novim reaktancijama pokazana je na slici 226a.

Na slici 226b zadržane su stare reaktancije, ali su u ekvivalentnoj shemi postavljeni idealni transformatori čiji je prijenosni omjer upravo takav da kroz njih reducirana mreža daje iste reaktancije kao na slici 226a.



Sl.226 - Ekvivalentna shema nakon regulacije

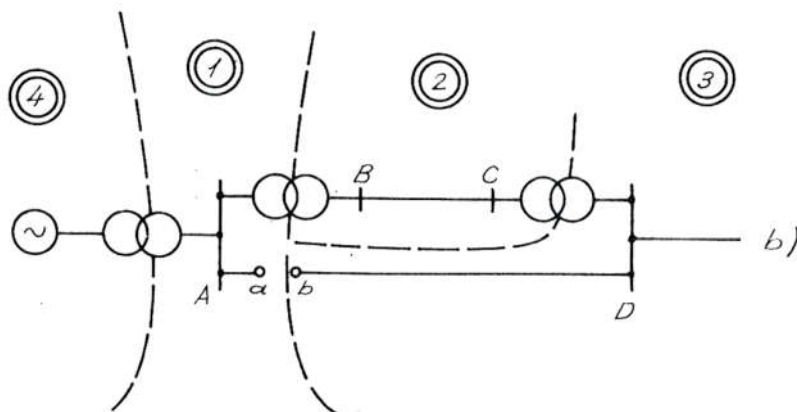
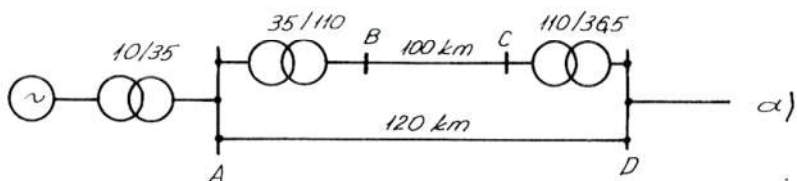
- a) preračunavanjem reaktancija
- b) uvođenjem idealnih transformatora

6.1.1. Zamke koje se ne zaključuju

Slijedeći problem je problem tzv. "zamke koje se ne zaključuju". Ako uzduž zamke stvarni prijenosni omjeri transformatora ne daju ravnotežu elektromotornih sila, u zamki će teći struja izjednačenja. Zaključivanje ili nezaključivanje zamke ne ovisi o tome da li su transformatori na nominalnom ili nenominalnom odnosu transformacije, nego o tome da li je umnožak stvarnih prijenosnih omjera transformatora duž zamke jednak jedinici ili ne. Drugim riječima zamka se zaključuje kada obilazeći zamku dolazimo na isti bazni napon od kojeg smo pošli.

U mreži sa zamkom koja se ne zaključuje mogu se odrediti bazni naponi samo tako da se zamka otvori i ostvari idealni prazni hod. Na mjestu prekida se pojavljuje u ekvivalentnoj shemi idealni transformator. Otvaranje zamke, odnosno broj idealnih transformatora u ekvivalentnoj shemi mreže ne ovisi o broju transformatora u zamki. Zamku je dovoljno otvoriti na jednom mjestu i to bilo gdje.

Na slici 227a pokazan je slučaj zamke koja se ne zaključuje. Da bismo odredili bazne napone moramo zamku otvoriti. To je učinjeno na mjestu A. Mrežu ćemo reducirati na naponski nivo mreže označene brojem 1.



Sl.227 - Jednopolna shema petlje koja se ne zaključuje

Stvarni naponi u točkama a i b su prije otvaranja zamke prisilno jednaki:

$$\bar{U}_a = \bar{U}_b \quad 6-7$$

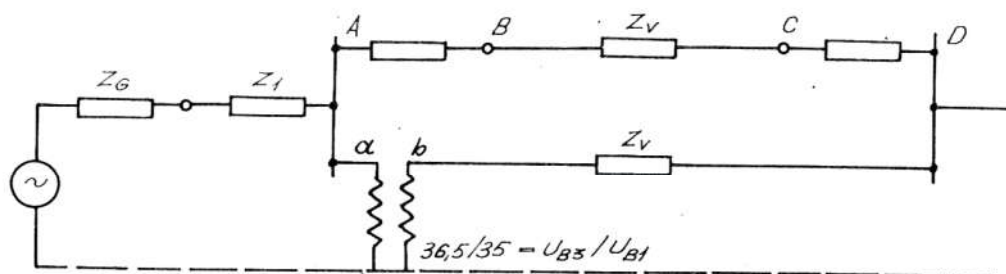
Stvarne napone izrazimo s reduciranim naponom i prema 6-7 međusobno izjednačimo:

$$\bar{U}_a = \bar{U}_{ar} \quad \bar{U}_b = \bar{U}_{br} \frac{U_{B3}}{U_{B1}} \quad 6-8$$

$$\bar{U}_{ar} = \bar{U}_{br} \frac{U_{B3}}{U_{B1}} \quad 6-9$$

$$\frac{\bar{U}_{ar}}{\bar{U}_{br}} = \frac{U_{B3}}{U_{B1}} \quad 6-10$$

Kako $U_{B3} \neq U_{B1}$, to u reduciranoj mreži $\bar{U}_{ar} \neq \bar{U}_{br}$. U reduciranoj mreži se točke a i b moraju spojiti preko idealnog transformatora prijenosnog omjera U_{B3}/U_{B1} (Sl.228).



Sl.228 - Ekvivaletna shema petlje koja se ne zaključuje

Umetnuti transformator ima i svoje opravdano fizikalno značenje. U stvarnoj mreži spajanjem točaka a i b izazivamo struju izjednačenja u zamci, koja se superponira ostalim strujama u pogonu. Redukcijom impedancija na jedan naponski nivo transformatori gube svojstva transformatora i ostaju jedino impedancije. Time transformatori gube mogućnost da izazivaju struje izjednačenja, pa dodatni idealni transformator ovo preuzima na sebe.

Primjer 6.3. U mreži sa sl.227a treba odrediti prilike u praznom hodu za $U_A = 34$ kV. Za sve transformatore e_k iznosi 10%, a nazivna snaga 20 MVA. Stvarni prenosni omjer transformatora jednak je nazivnom. Generatorski podaci: $U_n = 10,5$ kV, $S_n = 20$ MVA, $X_d = 115\%$. Računamo omjere baznih napona:

$$\frac{U_{B1}}{U_{B2}} = \frac{35}{110} = 0,318$$

$$\frac{U_{B1}}{U_{B4}} = \frac{35}{10} = 3,5$$

$$\frac{U_{B1}}{U_{B3}} = \frac{35}{36,5} = 0,959$$

Stvarne reaktancije

$$X_G = \frac{115}{100} \frac{10,5^2}{20} = 6,339 \quad \Omega$$

$$X_T = \frac{10}{100} \frac{35^2}{20} = 6,125 \quad \Omega \quad (2 \text{ transformatora})$$

$$X_V = 0,4 \cdot 100 = 40 \quad \Omega$$

$$X_T = \frac{10}{100} \frac{110^2}{20} = 60,5 \quad \Omega$$

$$X_V = 0,4 \cdot 120 = 48 \quad \Omega$$

Reducirane reaktancije:

$$X_G = 6,339 \cdot 3,5^2 = 77,653 \quad \Omega$$

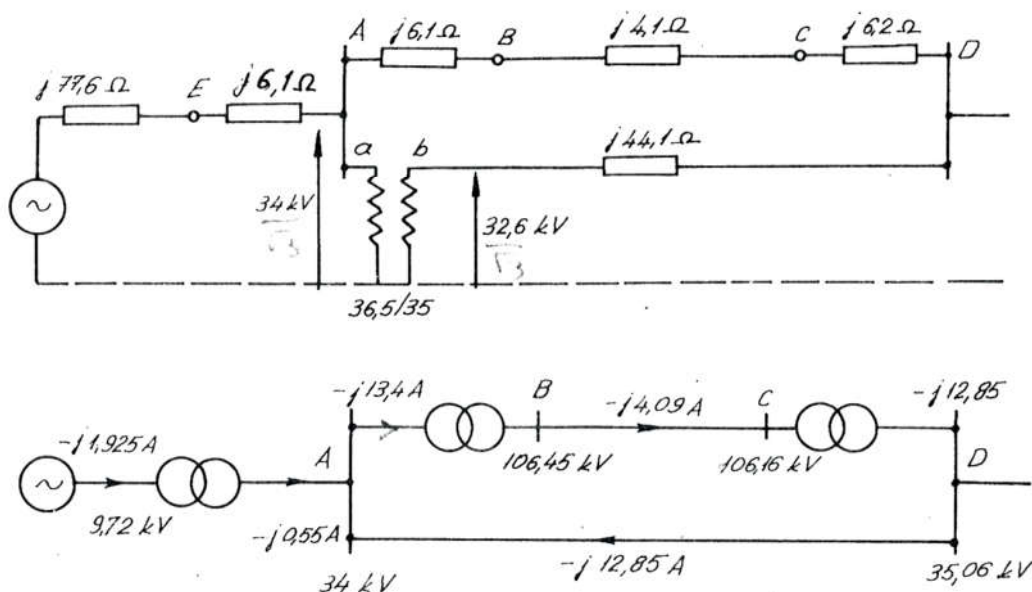
$$X_T = 6,125 \quad \Omega \quad (2 \text{ transformatora})$$

$$X_V = 40 \cdot 0,32^2 = 4,096 \quad \Omega$$

$$X_T = 60,5 \cdot 0,32^2 = 6,195 \quad \Omega$$

$$X_V = 48 \cdot 0,959^2 = 44,145 \quad \Omega$$

Reducirane reaktancije unesene su u ekvivalentnu shemu na slici 229a.



Sl.229 - Proračun petlje koja se ne zaključuje
(mreža u praznom hodu)

Račun u reduciranoj mreži:

$$U_A = U_a = 34 \text{ kV (zadano)}$$

$$U_b = 34 \frac{35}{36,5} = 32,6 \text{ kV}$$

$$U_a - U_b = 34 - 32,6 = 1,4 \text{ kV}$$

$$X = 60,41 \Omega$$

Između sabirnica A i točke b vlada razlika napona od 1,4 kV, pa je struja kroz X jednaka:

$$\bar{I}_b = \frac{1,4}{j \sqrt{3} 60,41} = -j 13,4 \text{ A}$$

Struja u a jednaka je:

$$\bar{I}_a = I_b \frac{35}{36,5} = I_b \frac{32,6}{34} = -j 13,4 \frac{35}{36,5} = -j 12,85 \text{ kA}$$

$$\bar{I}_G = I_b - I_a = -j 13,4 - (-j) 12,85 = -j 0,55 \text{ A}$$

Pošto se radi o čisto induktivnoj mreži, svi su naponi u realnoj osi, ako je U_A u realnoj osi, a struje zaostaju za 90° .

$$U_D = 32,6 - j 13,4 \cdot j 44,1 \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 33,62 \text{ kV}$$

$$U_C = 33,62 - j 13,4 \cdot j 6,13 \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 33,76 \text{ kV}$$

$$U_B = 33,76 - j 13,4 \cdot j 4,05 \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 33,85 \text{ kV}$$

$$U_A = 33,85 - j 13,4 \cdot j 6,13 \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 34 \text{ kV}$$

$$U_G = 34 - j 0,55 \cdot j 6,1 \sqrt{3} \cdot 10^{-3} = 34,006 \text{ kV}$$

Stvarne vrijednosti:

$$\begin{aligned}
 U_A &= 34 \text{ kV} \\
 I_a &= -j 12,85 \\
 I_b &= -j 13,4 \cdot 0,959 = -j 12,85 \text{ A} \\
 I_G &= -j 0,55 \cdot 3,5 = -j 1,925 \text{ A} \\
 I_V &= -j 12,85 \cdot 0,318 = -j 4,09 \text{ A} \\
 U_B &= 33,85 \cdot \frac{1}{0,318} = 106,45 \text{ kV} \\
 U_C &= 33,76 \cdot \frac{1}{0,318} = 106,16 \text{ kV} \\
 U_D &= 33,62 \cdot \frac{1}{0,959} = 35,06 \text{ kV} \\
 U_G &= 34,006 \cdot \frac{1}{3,5} = 9,72 \text{ kV}
 \end{aligned}$$

Ove vrijednosti unesene su u jednopolnu shemu na slici 229b.

6.2. Metoda jedničnih vrijednosti

Prikaz mreže nekim reduciranim veličinama pomoću metode otpora neophodan je čim je u mreži sadržan kao element i transformator. Daljnja razrada u smislu neke druge metode nije neophodna, ali može biti korisna.

U metodi otpora sve su veličine zadržale svoju prvobitnu fizikalnu dimenziju, jer se je reduciranje vršilo pomoću bezdimenzionalnog broja U_{Bi}/U_{Bk} , odnosno pomoću njegovog također bezdimenzionalnog kvadrata. U metodama relativnih vrijednosti sve se veličine promatraju u odnosu na neku osnovnu, baznu veličinu, pa tako promatrane gube dimenziju.

Zamislimo da smo postavili i izračunali impedancije reducirane mreže u metodi otpora i da je mreža na čiji smo naponski nivo sveli ostalu mrežu označena s brojem 1. Bazni napon ove mreže jednak je U_{B1} .

Snaga reducirane mreže jednaka je stvarnoj snazi u cijeloj mreži. Zato i bazna snaga mora biti jednaka za cijelu mrežu, pa je:

$$S_B = \sqrt{3} U_{B1} I_{B1} = \sqrt{3} U_{B2} I_{B2} = \dots \sqrt{3} U_{Bm} I_{Bm} \quad 6-11$$

Da bi nam se jedinične vrijednosti ponašale kao reducirane moraju bazne vrijednosti biti skalari.

Definiciju baznog napona upoznali smo u metodi otpora. Odaberemo li

bazni napon mreže 1 možemo izračunati sve ostale bazne napone. Oda-
beremo li baznu snagu možemo izračunati bazne struje i bazne impe-
dancije za sve dijelove mreže.

$$Z_{B1} = \frac{U_{B1}^2}{S_B}; \quad I_{B1} = \frac{S_B}{\sqrt{3} U_{B1}}$$

$$Z_{B2} = \frac{U_{B2}^2}{S_B}; \quad I_{B2} = \frac{S_B}{\sqrt{3} U_{B2}}$$

6-12

$$\text{-----}$$

$$Z_{Bm} = \frac{U_{Bm}^2}{S_B}; \quad I_{Bm} = \frac{S_B}{\sqrt{3} U_{Bm}}$$

Bazni napon mreže 1 odabire se tako da bude što bliže pogonskom na-
ponu. Najčešće je to nazivni napon te mreže. Bazna snaga S_B odabire
se proizvoljno, ali ipak obično kao okrugli broj koji je najbliži
nazivnoj snazi što većeg broja elemenata promatrane mreže.

Ako uvedemo oznake

$\bar{s}$ = jedinična snaga

$\bar{u}$ = jedinični napon

$\bar{i}$ = jedinična struja

$\bar{z}(x)$ = jedinična impedancija (reaktancija)

tada je:

$$\bar{s} = \frac{\bar{S}}{S_B} = \frac{\bar{S}_r}{S_B} \quad 6-13$$

$$\bar{u}_i = \frac{\bar{U}_{ri}}{U_{B1}} = \frac{\bar{U}_i}{U_{B1}} \frac{U_{B1}}{U_{Bi}} = \frac{\bar{U}_i}{U_{Bi}} \quad 6-14$$

$$\bar{i}_i = \frac{\bar{I}_{ri}}{I_{B1}} = \frac{\bar{I}_i}{I_{B1}} \frac{U_{Bi}}{U_{B1}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\bar{I}_i U_{Bi} \sqrt{3}}{I_{Bi} U_{Bi} \sqrt{3}} = \frac{\bar{I}_i}{I_{Bi}} \quad 6-15$$

$$\bar{z}_i = \frac{\bar{Z}_{ri}}{Z_{B1}} = \frac{\bar{Z}_i}{Z_{B1}} \frac{U_{B1}^2}{U_{Bi}^2} = \frac{\bar{Z}_i}{U_{B1}^2} \frac{S_B U_{B1}^2}{U_{Bi}^2} = \frac{\bar{Z}_i}{Z_{Bi}} \quad 6-16$$

Jedinične vrijednosti dobili smo preko metode otpora kao omjere
stvarnih i baznih vrijednosti mreže u kojoj se element mreže nala-
zi.

Iz izraza za jediničnu snagu

$$\bar{s} = \frac{\bar{S}}{S_B} = \frac{\sqrt{3} \bar{U} \bar{I}^*}{\sqrt{3} U_{B1} I_{B1}^*} = \frac{3 \bar{V} \bar{I}^*}{3 V_{B1} I_{B1}^*} = \bar{u} \bar{i}^* = \bar{v} \bar{i}^* \quad 6-17$$

vidimo da je jedinični linijski napon jednak jediničnom faznom naponu.

Primjer 6.4. Električne prilike u mreži sa sl.221 treba izračunati u metodi jediničnih vrijednosti.

Odabiremo: $\underline{S_B = 20 \text{ MVA}}$ $\underline{U_{B1} = 10 \text{ kV}}$

$$U_{B2} = 10 \frac{35}{10} = 35 \text{ kV}$$

$$U_{B3} = \frac{35}{10} \frac{10}{36,5} = 9,59 \text{ kV}$$

$$I_{B1} = \frac{20}{\sqrt{3} 10} = 1,6 \text{ kA}$$

$$I_{B2} = \frac{20}{\sqrt{3} 35} = 0,33 \text{ kA}$$

$$I_{B3} = \frac{20}{\sqrt{3} 9,59} = 1,21 \text{ kA}$$

$$I_{B1} = \frac{10^2}{20} = 5 \text{ } \Omega$$

$$Z_{B2} = \frac{35^2}{20} = 61,25 \text{ } \Omega$$

$$Z_{B3} = \frac{9,59^2}{20} = 4,6 \text{ } \Omega$$

Jedinične reaktancije:

$$x_G = \frac{4,04}{4,6} = 0,878$$

$$x_{T1} = \frac{4,44}{61,25} = 0,072$$

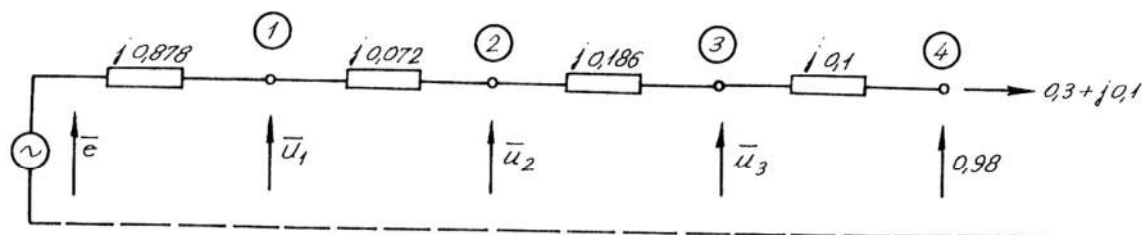
$$x_V = \frac{11,4}{61,65} = 0,186$$

$$x_{T2} = \frac{0,5}{5} = 0,1$$

$$\bar{u}_p = \frac{9,8}{10} = 0,98 \text{ kV}$$

$$\bar{s}_p = \frac{6+j2}{20} = 0,3 + j 0,1$$

Podatke unesemo u ekvivalentnu shemu kako je to učinjeno u slici 230.



Sl.230 - Ekvivalentna shema mreže sa slike 221 u jediničnim vrijednostima

Napon potrošača postavimo u realnu os. Tada je struja

$$\bar{i} = \frac{0,3 - j0,1}{0,98} = 0,306 - j 0,102$$

i naponi

$$\bar{u}_3 = 0,98 + (0,306 - j0,102) j0,1 = 0,9902 + j 0,0306$$

$$\bar{u}_2 = 0,9902 + j0,306 + (0,306 - j0,102) j0,186 = 1,0091 + j0,0875$$

$$\bar{u}_1 = 1,0091 + j0,0875 + (0,306 - j0,102) j0,072 = 1,0164 + j0,1095$$

$$\bar{e} = 1,0164 + j0,1095 + (0,306 - j0,102) j0,878 = 1,105 + j0,3782$$

$$\bar{U}_3 = (0,9902 + j0,0306) 35 = 34,657 + j 1,071 \text{ kV}$$

$$\bar{U}_2 = (1,0091 + j0,0875) 35 = 35,319 + j 3,063 \text{ kV}$$

$$\bar{U}_1 = (1,0164 + j0,1095) 9,59 = 9,747 + j 1,05 \text{ kV}$$

$$\bar{E}_G = (1,105 + j0,3782) 9,59 = 10,597 + j 3,627 \text{ kV}$$

$$\bar{I}_P = (0,306 - j0,102) 1,16 = 0,355 - j 0,118 \text{ kA}$$

$$\bar{I}_V = (0,306 - j0,102) 0,33 = 0,101 - j 0,034 \text{ kA}$$

$$\bar{I}_G = (0,306 - j0,102) 1,21 = 0,370 - j 0,123 \text{ kA}$$

6.3. Procentualna metoda

Po procentualnoj metodi se računa s vrijednostima, koje su izražene kao postotak od odgovarajućih baznih vrijednosti. U suštini to su jedinične vrijednosti 100 puta uvećane. Kako ova metoda ne pruža nikakove prednosti u usporedbi s metodom jediničnih vrijednosti, ona ovdje neće biti detaljno opisana. Čitalac će po potrebi lako naći odgovarajuće upute u literaturi.

6.4. Metoda reduciranih admitancija

Metoda reduciranih admitancija je specijalni slučaj metode jediničnih vrijednosti (per unit). U specijalnom slučaju, kada se račun kratkog spoja provodi za neku planiranu mrežu i kada se može grubo

uzeti da su nazivni naponi mreža jednaki nazivnim naponima transformatora i da su ovi na nominalnom odnosu transformacije, ova metoda daje rezultate neposrednije od ostalih metoda.

U metodi reduciranih admitancija za baznu snagu uzima se 1 MVA, a sve otporne veličine izraze se u admitancijama. Svi bazni naponi jednaki su nazivnim naponima. Prema tome za sve mreže je:

$$U_B = U_n \quad \text{kV} \quad 6-18$$

$$I_B = \frac{1}{\sqrt{3} U_n} \quad \text{kA} \quad 6-19$$

$$Z_B = U_n^2 \quad \Omega \quad 6-20$$

$$Y_B = \frac{1}{U_n^2} \quad \text{S} \quad 6-21$$

a reducirane vrijednosti:

$$\bar{s} = \frac{\bar{S}}{I} = \bar{S} \quad 6-22$$

$$\bar{u} = \frac{\bar{U}}{U_n} \quad 6-23$$

$$\bar{i} = \frac{\bar{I}}{1/\sqrt{3} U_n} = \sqrt{3} U_n \bar{I} \quad 6-24$$

Reducirana struja ima brojčanu vrijednost snage.

Reducirane impedancije odnosno admitancije su

$$\bar{z} = \frac{\bar{Z}}{U_n^2} \quad 6-25$$

$$\bar{y} = \bar{Y} U_n^2 \quad 6-26$$

Za strojeve je

$$z = e_k \frac{U_n^2}{S_n} \quad \text{ili} \quad y = \frac{1}{e_k} \frac{S_n}{U_n^2} \quad 6-27$$

pa dobijemo reducirane admitancije

$$y = \frac{1}{e_k} \frac{S_n}{U_n^2} U_n^2 = \frac{S_n}{e_k} \quad 6-28$$

Snaga kratkog spoja nekog elementa jednaka je snazi koja teče tim elementom kod narinutog nazivnog napona.

$$I_k = \frac{U_n}{\sqrt{3}} Y \quad 6-29$$

$$S_k = \sqrt{3} U_n \frac{U_n}{\sqrt{3}} Y = U_n^2 Y = y \quad 6-30$$

Reducirana admitancija pojedinog elementa mreže ima brojčanu vrijednost snage kratkog spoja tog elementa. Prema tome, čim smo izračunali reduciranu admitanciju neke mreže, dobili smo odmah i brojčanu vrijednost snage kratkog spoja u čvoru za koji je ta admitancija izračunata.

7. PRORAČUN ELEKTRIČNIH MREŽA

Proračunati električnu mrežu znači uglavnom u nekoj zadanoj mreži uz neke također zadane uvjete (napon nekog čvora, potrošač, itd.) izračunati tokove radnih i jalovih snaga, opterećenja izvora, visine napona i slično. Opseg zadatka raste progresivno s veličinom mreže i s brojem varijacija. Proračun mreže naziva se još i analiza mreže.

Osnivanje novih mreža također se svodi na analizu. Na temelju iskustava ili na temelju prethodne analize pretpostavi se oblik i parametri mreže i izvrši analiza tipičnih stanja. Do sada još ne postoje metode sinteze električnih mreža koje bi na temelju zadanih zahtjeva dale idealnu konfiguraciju i parametre energetskih mreža.

Složenost problema ogleda se u velikom broju varijabli, među kojima je veliki broj nepoznat. Osim toga je osnovni kvalitet tehničkog elektriciteta snaga kao produkt struje i napona, pa problem nije linearan. Treba još uzeti u obzir da se kod izmjeničnih struja računa s kompleksnim vrijednostima, što naročito povećava obim rada.

Proračun mreže temelji se na Ohmovom (1827) i Kirchhoff-ovim (1845) zakonima i na nizu teorema. Za aktivne mreže glavni su teoremi superpozicije i kompenzacije, a mnogo se koriste Theveninov (1883) i Nortonov teorem. Slijedi niz teorema za pasivne mreže kao: transformacija zvijezda - trokut, teorem eliminacije čvorišta, tj. pretvorba opće zvijezde u opći poligon (1924), teorem reciprociteta.

Po sredstvima koja koriste, a i po historijskom razvoju možemo metode za proračun mreže podijeliti u 3 grupe:

- klasične metode
- metode koje koriste modele mreža
- metode koje koriste elektronička računala.

Klasične metode su razvijene od prvih početaka elektrifikacije i bile su uglavnom poznate prije više od pola stoljeća. Vezane su neposredno uz fizikalnu sliku mreže i temelji su razumijevanja problema elektroenergetskog sistema.

Metode koje koriste modele mreže nastoje simulirati mrežu u nekakvom mjerilu. Kod toga se često simulira matematski model problema. Nastale su iz potrebe za pomoćnim sredstvom kada je ručno računanje postalo nemoguće (1929).

Korištenje elektroničkih računala počelo je tako rekuć nedavno (1950) i uzelo je takvog maha, da se danas ne može zamisliti projektiranje, izgradnja i vođenje pogona bez dobro opremljenog računskog centra. Zahtjevi koje stavlja analiza elektroenergetskog sistema su takovi da dolaze u obzir samo vrlo velika po memoriji i vrlo brza elektronička računala.

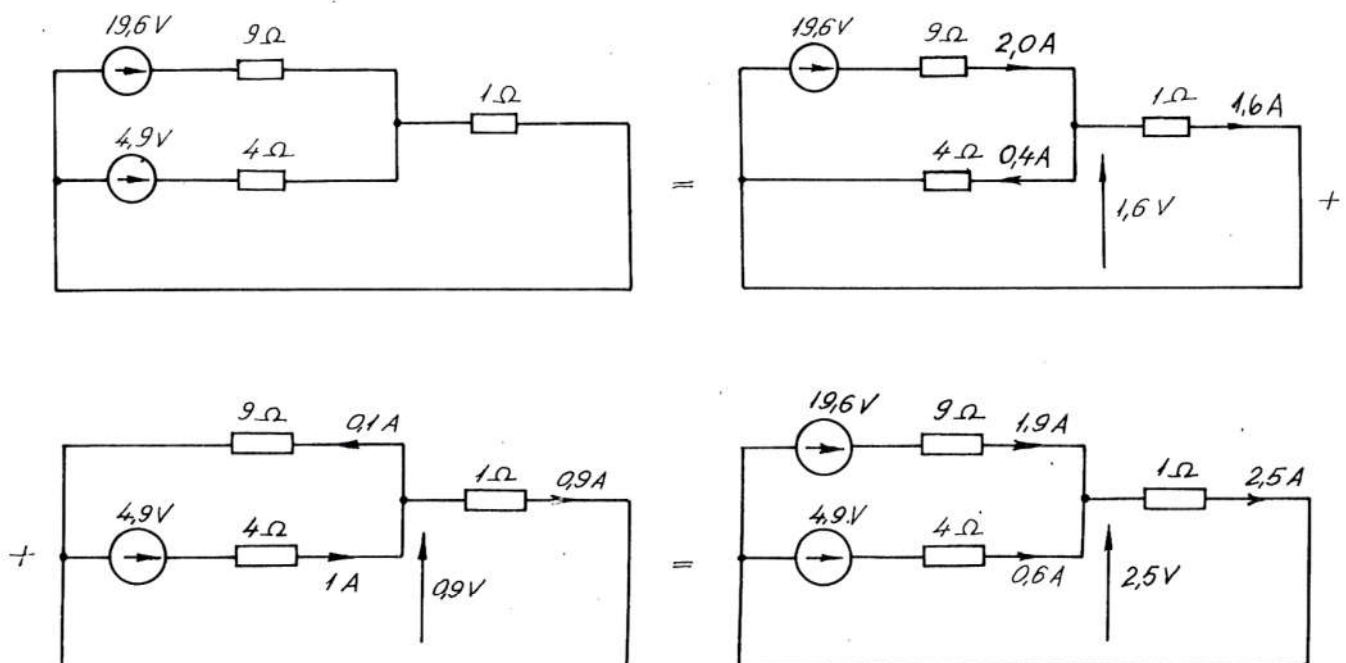
7.1. Teoremi ekvivalentnosti

7.1.1. Teorem superpozicije

Teorem superpozicije kaže da svaka elektromotorna sila proizvodi u linearnoj mreži struje nezavisno od struja proizvedenih nekom drugom elektromotornom silom. Konačno stanje dobije se sumiranjem pojedinačnih struja i analogno pojedinačnih padova napona.

Superponirati se mogu i heterogene struje, npr. simetrične s nesimetričnim što je baza metode komponenata, izmjenične s istosmjernim, struje različitih frekvencija itd.

Primjer 7.1. Zadana je mreža prema slici. Treba izračunati napone i struje koristeći teorem Superpozicije. (Sl.231.)



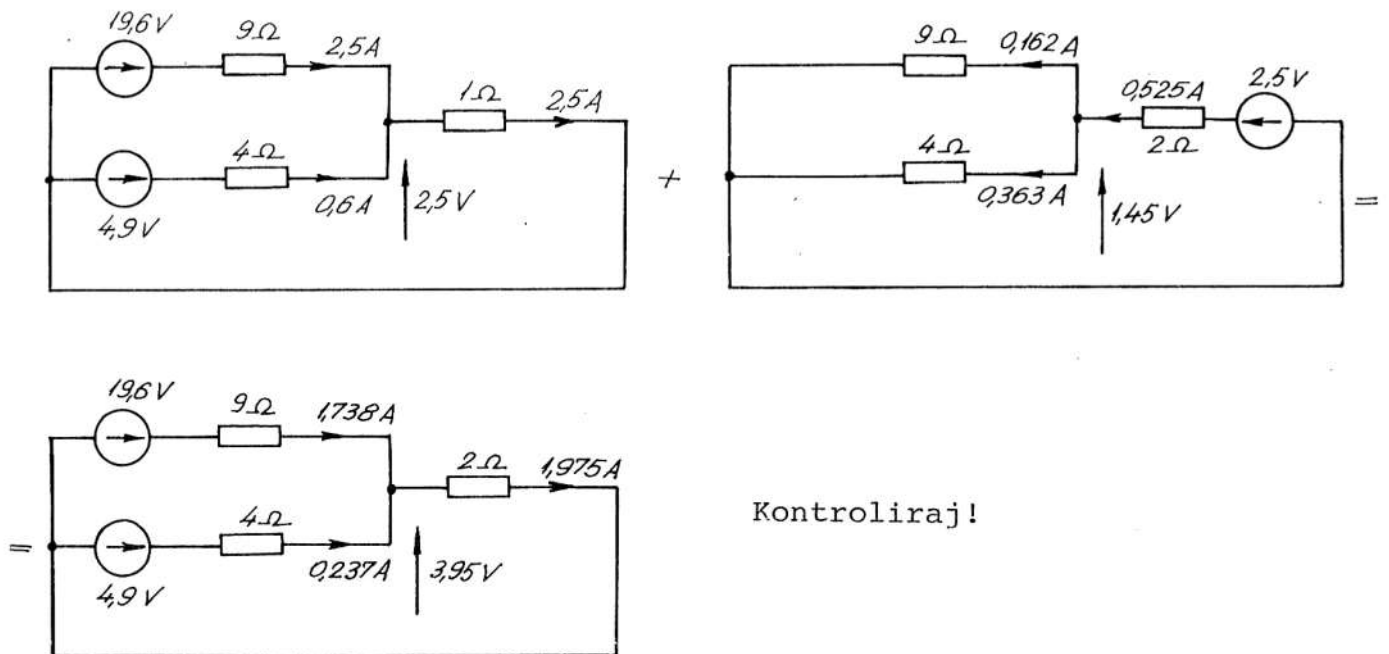
Sl.231 - Primjena teorema superpozicije

7.1.2. Teorem kompenzacije

Teorem kompenzacije nam služi da korigiramo pojedine impedancije mreže, a da ne ponavljamo cijeli proračun. Teorem glasi:

Ako se u jednoj grani mreže poveća impedancija za $\Delta \bar{Z}$, promjena struja u svim granama bit će jednaka struji, koju bi proizvela EMS veličine - $\Delta \bar{Z} \bar{I}$ spojena u seriju s promjenjenom granom. $\bar{I}$ je struja koja je u toj grani tekla prije promjene.

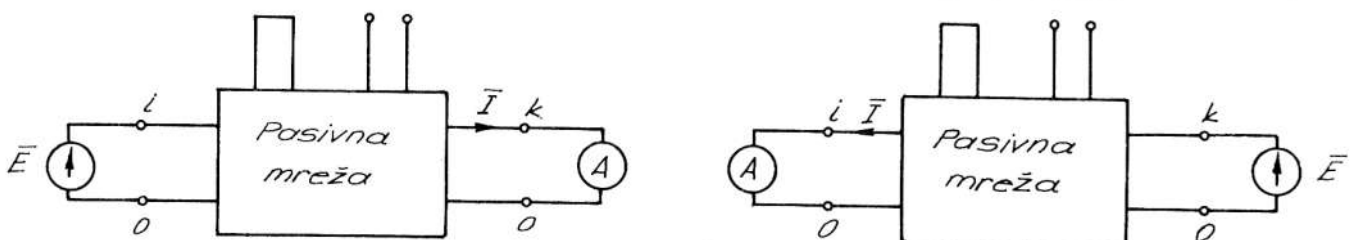
Primjer 7.2. Potrošačku granu prethodnog primjera povećat ćemo za 1Ω . Treba naći nove struje i napone koristeći teorem kompenzacije. Sl.232.



Sl.232 - Primjena teorema kompenzacije

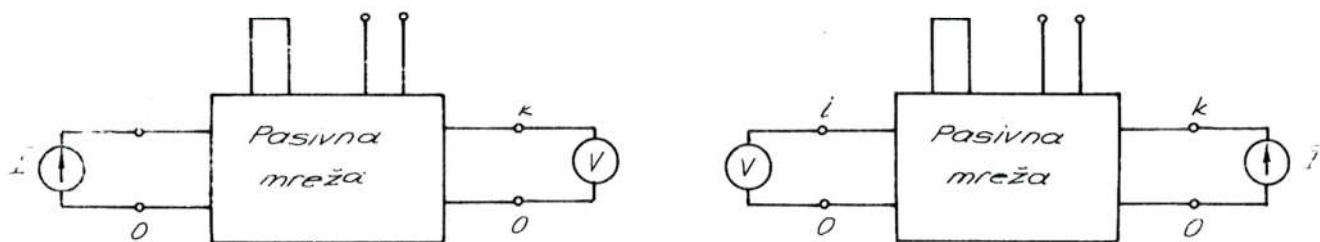
7.1.3. Teorem reciprociteta

Teorem reciprociteta glasi: neka u pasivnoj mreži djeluje jedna jedina elektromotorna sila na odabranom paru čvorova. Ampermetar priključen na neki drugi par čvorova pokazat će određeni otklon. Ako zamjenimo ampermetar i EMS-u otklon će biti isti (Sl.233a).



Sl.233a - Zamjena naponskog izvora u recipročnoj mreži

Teorem vrijedi i onda ako umjesto naponskog imamo strujni izvor. (Sl. 233b).



Sl.233b - Zamjena strujnog izvora u recipročnoj mreži

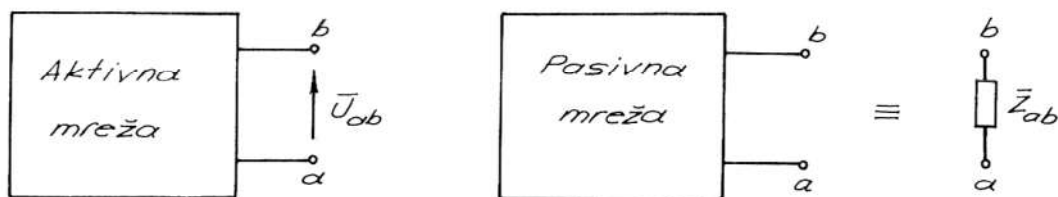
Teorem reciprociteta vrijedi u recipročnim mrežama.

7.1.4. Teorem Thevenina

Ovaj teorem tvrdi da svaku stvarnu aktivnu mrežu promatranu iz dva čvora možemo nadomjestiti fiktivnom mrežom koja je serijski spoj impedancije $\bar{Z}_T$ i EMS-e $\bar{E}_T$, a naziva se Theveninov ekvivalent. (Sl.234).



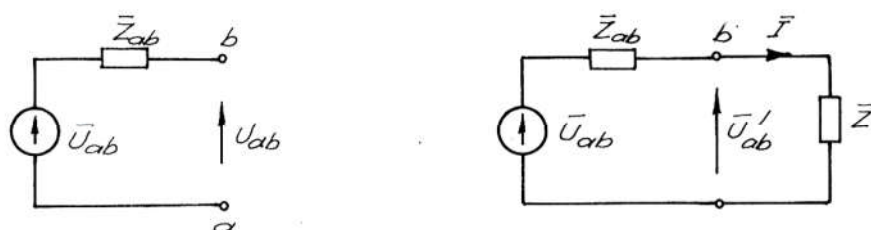
$$E_T = \bar{U}_{ab} ; \bar{Z}_T = \bar{Z}_{ab}$$



Sl.234 - Theveninov ekvivalent

$\bar{Z}_{ab}$ je ekvivalentna impedancija mreže kod premoštenih EMS-a gledano s priključnica a i b.

Ako su nam poznati $\bar{U}_{ab}$ i $\bar{Z}_{ab}$ možemo nacrtati Theveninov ekvivalent. Theveninov ekvivalent je serijski spoj impedancije kratkog spoja i napona praznog hoda sve promatrano iz čvorova a i b.



Sl.235 - Naponi i struje Theveninovog ekvivalenta

Ako fiktivnu mrežu opteretimo potrošačem $\bar{Z}$ pojavit će se struja (Sl. 235)

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}_{ab}}{\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}} \quad 7-1$$

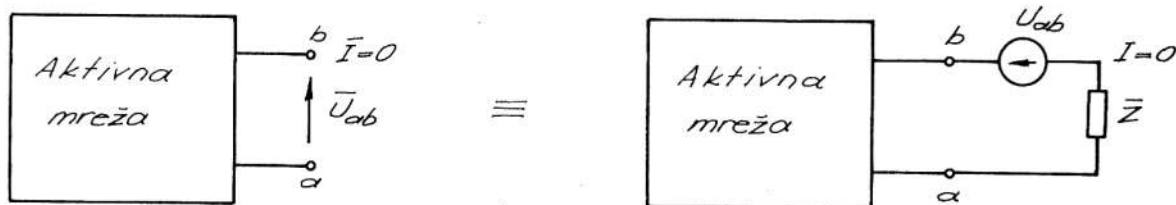
Upravo takova struja tekla bi kroz potrošač $\bar{Z}$, ako bi ga priključili na stvarnu mrežu između čvorova a i b. Pri tome će napon $\bar{U}_{ab}$ pasti na napon $\bar{U}'_{ab}$

$$\bar{U}'_{ab} = \bar{U}_{ab} - \bar{I}\bar{Z}_{ab} = \frac{\bar{Z}}{\bar{Z}_{ab} + \bar{Z}} \bar{U}_{ab} \quad 7-2$$

Vidimo da nam Theveninov teorem omogućuje obradu mreže, a da ne poznajemo elektromotorne sile u samoj mreži.

Struja $\bar{I}$ izaziva u ekvivalentnoj impedanciji $\bar{Z}_{ab}$ stanovite gubitke koji nisu jednaki gubicima stvarne mreže. To se vidi, ako se promatra Theveninov ekvivalent prije priključenja potrošača $\bar{Z}$. Tada kroz $\bar{Z}_{ab}$ ne teče nikakova struja, pa nema ni gubitaka. U stvarnoj mreži teku struje i gubici postoje.

Interesantan je dokaz Theveninovog teorema.

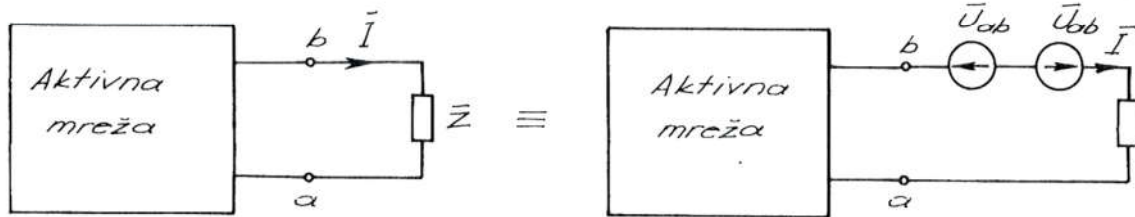


Sl.236a - Prazni hod obzirom na par čvorova a i b

Ako mreži koja je u praznom hodu obzirom na čvorove a i b priključimo na taj par čvorova impedanciju $\bar{Z}$ u seriji s EMS-om koja je jednaka naponu prije priključenja a suprotnog je predznaka, struja $\bar{I}$ će i dalje biti jednaka nuli. (Sl.236a.)

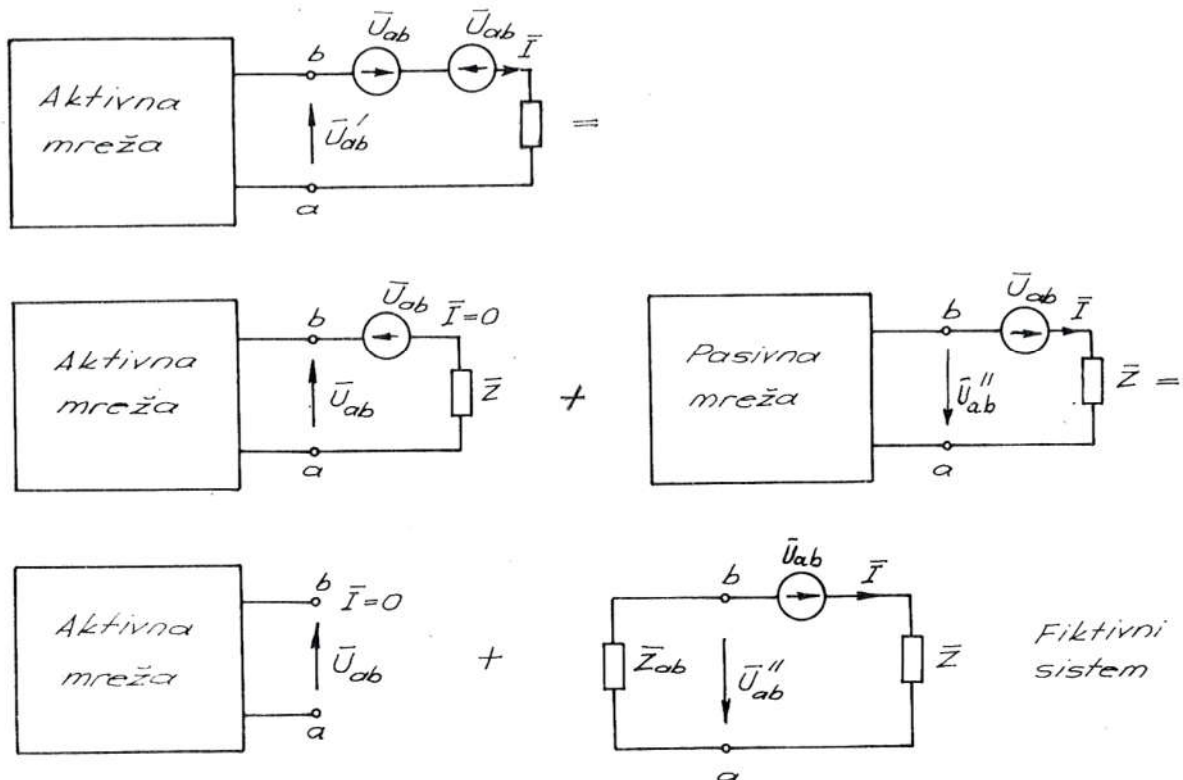
Ako istoj mreži priključimo u paru čvorova a i b potrošač $\bar{Z}$ u seri-

ji s dvije elektromotorne sile istog iznosa, a suprotnog smjera, po-
teći će struja $\bar{I}$ kroz potrošač $\bar{Z}$. (Sl.236b.)



Sl.236b - Opterećenje na paru čvorova a i b

Izvedimo zaključke pomoću teorema superpozicije.



Sl.236c - Dokaz Theveninovog teorema

Struja kroz priključenu granu $\bar{Z}$ jednaka je struji fiktivnog siste-
ma, dok je napon na priključnicama a i b jednak.

$$\bar{U}'_{ab} = \bar{U}_{ab} + \bar{U}''_{ab} = \bar{U}_{ab} - \bar{I}\bar{Z}_{ab}$$

7-3

a to upravo odgovara Theveninovom ekvivalentu.

Sam dokaz Theveninovog teorema daje nam vezu između dva stanja i
to stanja kada je isključena grana $\bar{Z}$ i stanja kada je ta grana u-
ključena.

Neka je stanje isključene grane $\bar{Z}$ neko normalno stanje, a neka uključena grana $\bar{Z}$ predstavlja promjenu. Ako je $\bar{Z}$ dovoljno malo ili čak jednako nuli, onda će uključivanje grane $\bar{Z}$ predstavljati poremećaj. Možemo kazati:

Struje i napone za vrijeme poremećaja računamo superpozicijom struja i napona prije poremećaja i struja i napona fiktivnog sistema, tj. struja i napona mreže u kojoj je samo jedna EMS-a i to ona fiktivnog generatora. I dalje:

Struju na mjestu promjene ili poremećaja možemo izračunati tako da u mreži premostimo sve elektromotorne sile, a na mjestu promjene uključimo fiktivni generator u seriji s impedancijom promjene.

7.1.5. Teorem Nortona

Teorem Nortona analogan je teoremu Thevenina. Teorem tvrdi da svaku stvarnu aktivnu mrežu promatranu iz dva čvora možemo nadomjestiti fiktivnom mrežom, koja je paralelni spoj admitancije i strujnog izvora, a naziva se Nortonov ekvivalent. (Sl.237.)



Sl.237 - Nortonov ekvivalent

Nortonov ekvivalent možemo izvesti iz Theveninovog:

Prilike na krajevima a i b uvijek moraju biti iste bilo da je mreža nadomještena Theveninovim ili Nortonovim ekvivalentom. To vrijedi i za prazni hod i za kratki spoj obzirom na čvorove a i b. (Sl.238.)



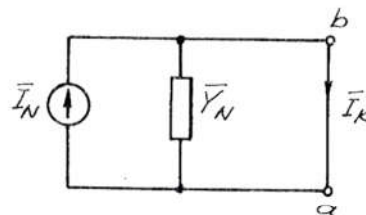
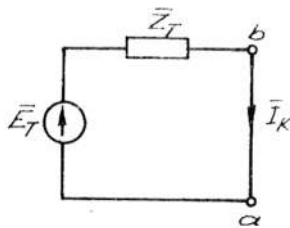
Sl.238a - Theveninov i Nortonov ekvivalent za prazni hod obzirom na par čvorova a i b

$$\bar{U}_O = \bar{E}_T$$

$$\bar{I}_N = \bar{U}_O \bar{Y}_N = \bar{E}_T \bar{Y}_N$$

$$\bar{E}_T = \frac{\bar{I}_N}{\bar{Y}_N}$$

7-4



Sl.238b - Theveninov i Nortonov ekvivalent za kratki spoj obzirom na par čvorova a i b

$$\bar{I}_K = \bar{I}_N$$

$$\bar{E}_T = \bar{I}_K \bar{Z}_T = \bar{I}_N \bar{Z}_T$$

$$\bar{I}_N = \frac{\bar{E}_T}{\bar{Z}_T}$$

7-5

Iz izraza 7-4 i 7-5 slijedi:

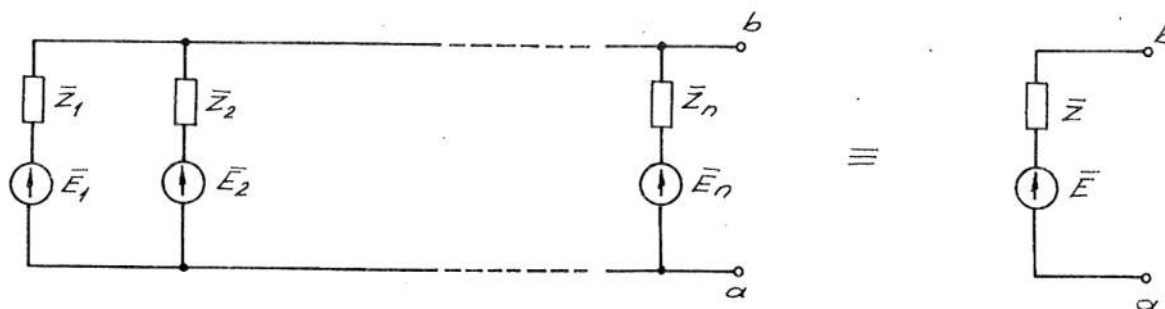
$$\bar{I}_N \bar{Z}_T = \bar{E}_T = \frac{\bar{I}_N}{\bar{Y}_N}$$

$$\bar{Z}_T = \frac{1}{\bar{Y}_N} \quad \bar{Y}_N = \frac{1}{\bar{Z}_T}$$

7-6

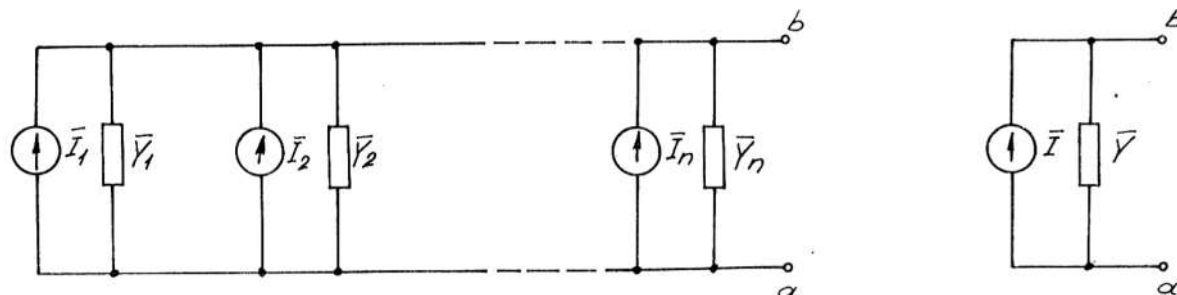
7.1.6. Millmanov teorem

Millmanov teorem koristi Theveninov i Nortonov teorem. Treba naći ekvivalent mreže sa slike 239 na priključnicama a i b.



Sl.239 - Millmanov ekvivalent

Koristimo Nortonov teorem, pa sve grane koje su serijski spoj EMS-e i impedancije pretvorimo u paralelni spoj strujnog izvora i admitancije, ili što je isto mreži koja je u impedantnom obliku (Sl.239) damo admitantni oblik (Sl.240).



Sl.240 - Mreža sa sl.239 u admitantnom obliku

Za svaku granu vrijedi

$$\bar{Y}_\ell = \frac{1}{\bar{Z}_\ell} \quad \bar{I}_\ell = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_\ell} \quad 7-7$$

Zbrojimo sve struje i sve admitancije

$$\bar{I} = \sum_{\ell=1}^n \bar{I}_\ell \quad \bar{Y} = \sum_{\ell=1}^n \bar{Y}_\ell \quad 7-8$$

Prelazimo ponovo na impedantni oblik

$$\bar{E} = \frac{\bar{I}}{\bar{Y}} = \frac{\sum_{\ell=1}^n \bar{I}_\ell}{\sum_{\ell=1}^n \bar{Y}_\ell} = \frac{\sum_{\ell=1}^n \frac{\bar{E}_\ell}{\bar{Z}_\ell}}{\sum_{\ell=1}^n \frac{1}{\bar{Z}_\ell}} \quad 7-9$$

$$\bar{Z} = \frac{1}{\bar{Y}} = \frac{1}{\sum_{\ell=1}^n \bar{Y}_\ell} = \frac{1}{\sum_{\ell=1}^n \frac{1}{\bar{Z}_\ell}} \quad 7-10$$

7.2. Opća analiza mreže

7.2.1. Impedantni i admitantni oblik mreže

Prema 2.1. prikaz grane je impedantni ili admitantni. Podaci elementa elektroenergetskog sistema (generatora, transformatora, vodova i potrošača) vode nas u prvom koraku redovito do mreže s impedancijama u uzdužnim granama i admitancijama u poprečnim granama. Generatori su jedini aktivni elementi mreže i donose aktivnu granu u impedantnom obliku. Generatori i potrošači dolaze u shemama često kao

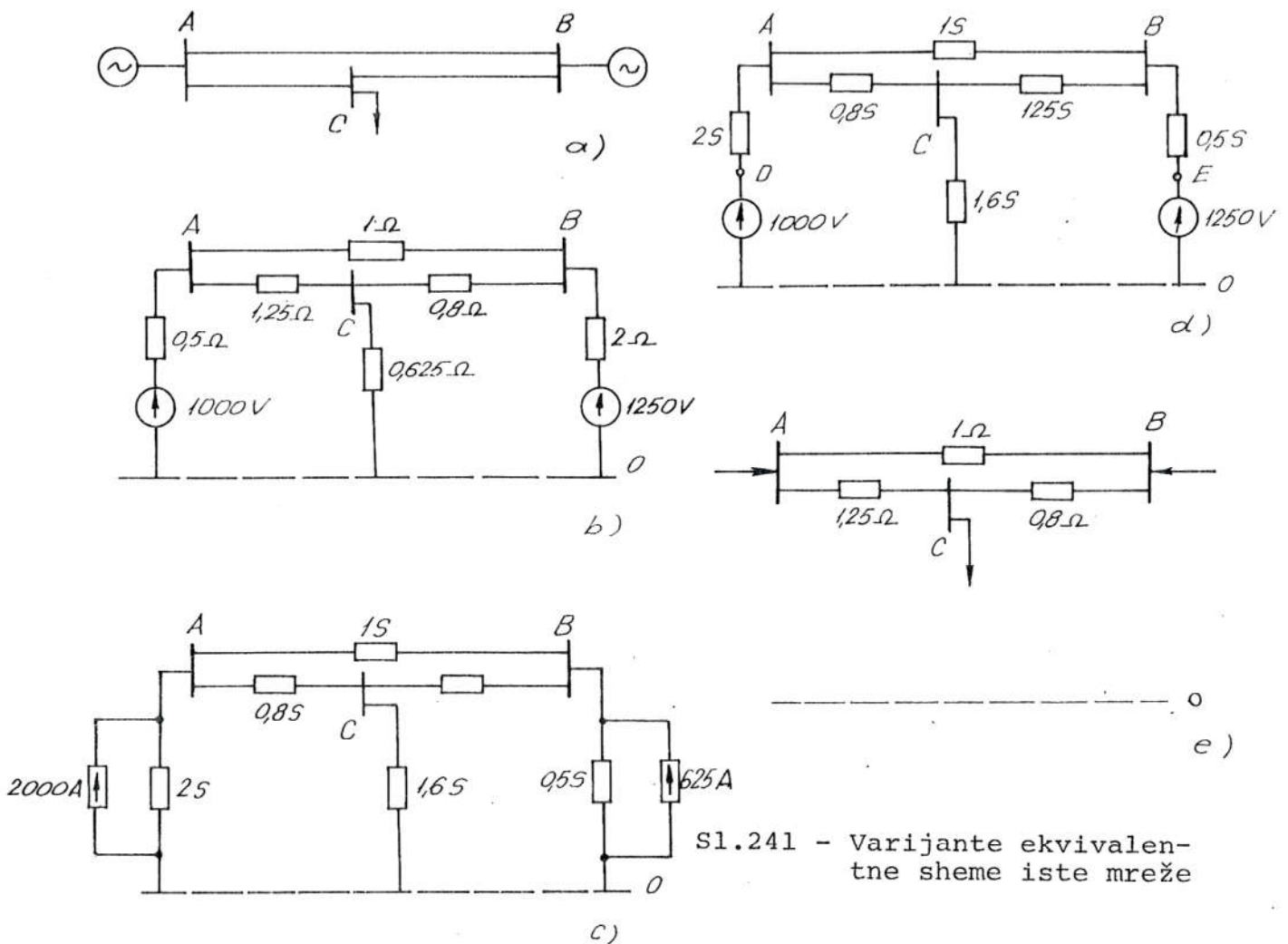
injektirane struje ili snage čvora. Čvorove s injektiranim strujama ili snagama nazivamo aktivnim.

Mrežu možemo pretvoriti u čisti impedantni ili čisti admitantni oblik, ako nam to traži proračun. Pretvorba impedancija u admitancije i obratno je jednostavna kada nema međusobnog utjecaja među granama.

Nekad uvodimo pomoćni čvor iza impedancije generatora i s impedancijom generatora dalje postupamo kao i s ostalim pasivnim granama.

Mrežu možemo analizirati u metodi grana, čvora, petlje i presjeka. Ispišemo i riješimo niz simultanih jednažbi. Jednažbe je najlakše ispisati u metodi grana, ali ih je obzirom na broj najteže riješiti. Za energetske mreže najprikladnija je metoda čvora.

Na slici 241b-e pokazane su neke ekvivalentne sheme mreže sa slike 241a u raznim alternativama.



Sl.241 - Varijante ekvivalentne sheme iste mreže

7.2.2. Topološki prikaz mreže

Kod određivanja struja i napona potrebno je opisati geometrijsku strukturu mreže. Služimo se topološkim prikazom za koji nam je dovoljno poznavanje osnovne koncepcije kombinatorne topologije.

Bez obzira na karakteristike elemenata mreže svaki element prikazujemo jednom dužinom. Ove dužine zovu se elementi ili grane, a njihovi krajevi čvorovima. Čvor i grana se dodiruju, oni su incidentni, ako je čvor kraj grane. Čvorovi ili čvorišta mogu biti incidentni s jednim ili više elemenata.

Graf pokazuje geometrijsku vezu između elemenata mreže. Subgraf je svaki podniz elemenata grafa. Ako je svakom elementu grafa dodijeljen smjer, graf je orjentiran.

Kada u nekoj mreži podjemo od nekog čvorišta i putujemo po granama dodirujući pri tome nova ili već dodirnuti čvorišta i konačno se zaustavimo kod nekog čvorišta onda smo time prešli "put". Ako je početno čvorište različito od završnog kažemo da je put "otvoren". Ako smo se konačno vratili u početno čvorište kažemo da je put "zatvoren".

Otvoreni put je jednostavan, ako se idući njime nijedno čvorište ne prodje dva puta.

Zatvoren put je jednostavan, ako se idući njime nijedno čvorište ne prodje dva puta, osim prvog koje je ujedno i zadnje. Zatvoren jednostavan put naziva se petljom ili zamkom.

Mreža se naziva suvislom ili povezanom, ako su svaka dva različita čvora vezana putom. Ako mreža ima samo jedan čvor smatra se suvislom.

Ako se u nekoj petlji suvisle mreže ukloni bilo koja grana mreža ostaje suvisla.

Suvisla mreža bez petlji naziva se stablo.

Iz svake suvisle mreže koja ima petlje možemo postepenim uklanjanjem nekih grana načiniti stablo s istim brojem čvorova. Treba samo naći petlju i u njoj ukloniti jednu granu pri čemu se mreža ne raspada (ostaje suvisla). Nastavljamo dok ima petlji i tako ostaje stablo. Postupak nije jednoznačan, ali je jednoznačan broj uklonjenih grana.

Stablo je povezani podgraf (subgraf, dio grafa), koji sadrži sve čvorove grafa, a nije zatvoreni put.

Označimo:

n = broj čvorova

g_{MIN} = broj grana stabla

g_{MAX} = broj grana potreban da bi se svi parovi čvorova povezali s po jednom granom

g = ukupni broj grana

p = broj petlji (zamki)

Tada vrijedi:

$$g_{\text{MIN}} = n - 1 \quad 7-11$$

$$g_{\text{MAX}} = \frac{n(n-1)}{2} \quad 7-12$$

Grane koje tvore stablo zovu se zavisne grane, a ostale grane su nezavisne. Broj nezavisnih grana jednak je broju petlji.

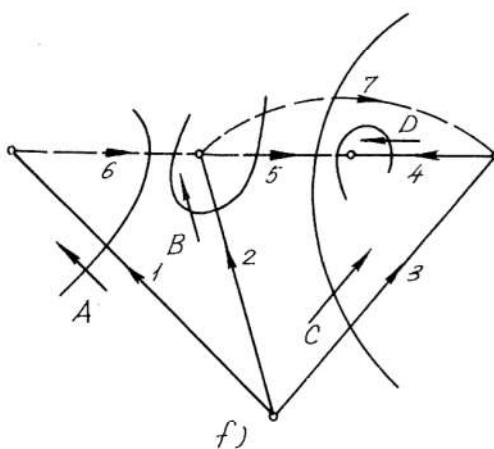
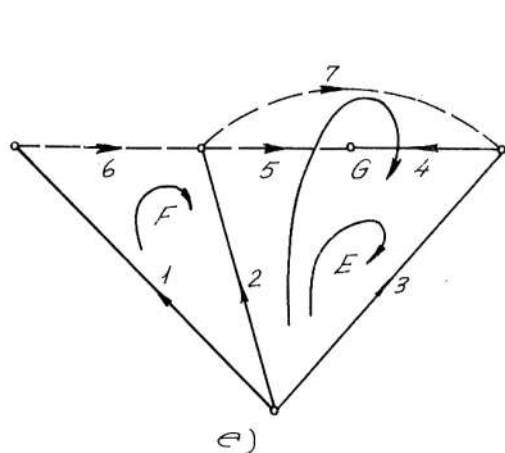
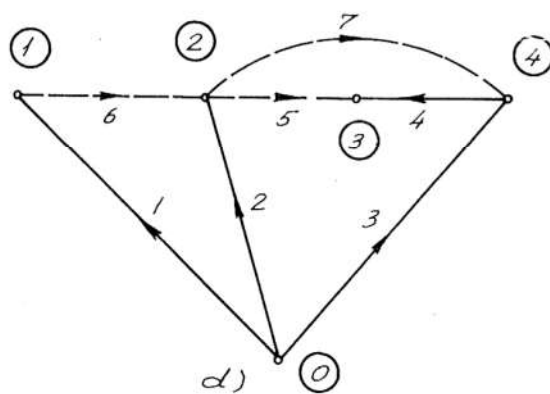
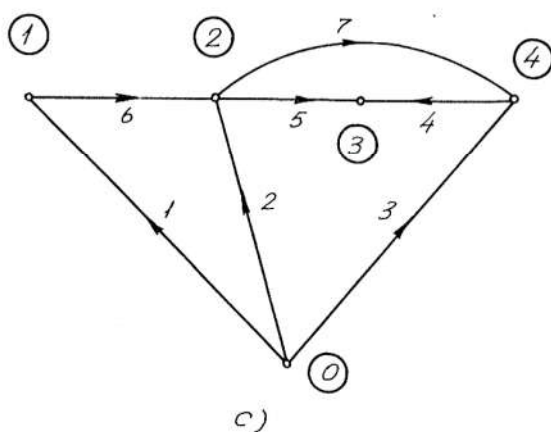
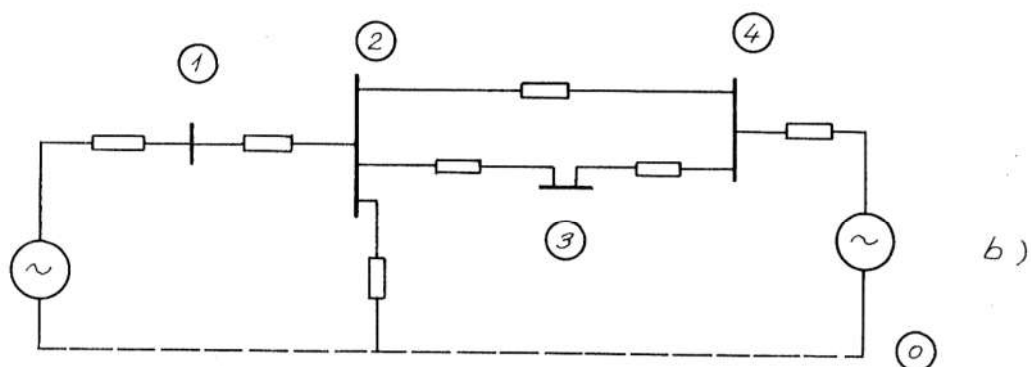
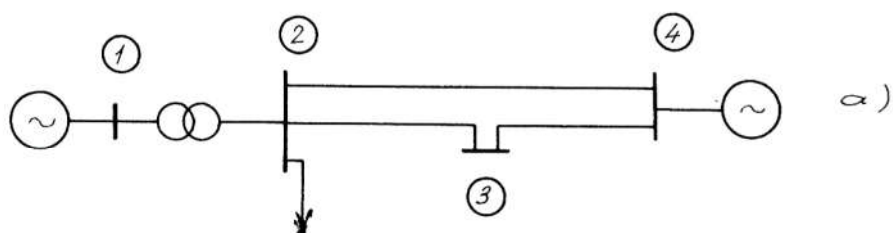
Kada provedemo postupak uklanjanja nezavisnih grana sve dok ne dobijemo stablo, onda upotrebljeni broj p petlji u prvotno zadanoj mreži tvori temeljni sustav petlji, a uklonjene grane sustav nezavisnih grana.

Temeljni sustav petlji općenito nije jednoznačno određen i može ovisiti o tome koje petlje odabiremo i koje grane uklanjamo iz odabranih petlji. Ono što je određeno to je broj petlji sustava i on iznosi:

$$p = g - g_{\text{MIN}} = g - (n-1) = g - n + 1 \quad 7-13$$

Uklanjanjem niza grana tako da se graf podijeli na dva za sebe suvisla podgraфа, dobivamo presjek. Nezavisni presjek sadrži samo jednu zavisnu granu. Orjentacija presjeka određena je orjentacijom zavisne grane. Temeljni sustav presjeka je niz presjeka grana stabla. Broj presjeka u temeljnom sustavu jednak je broju grana stabla.

Izloženi pojmovi ilustrirani su na sl.242.



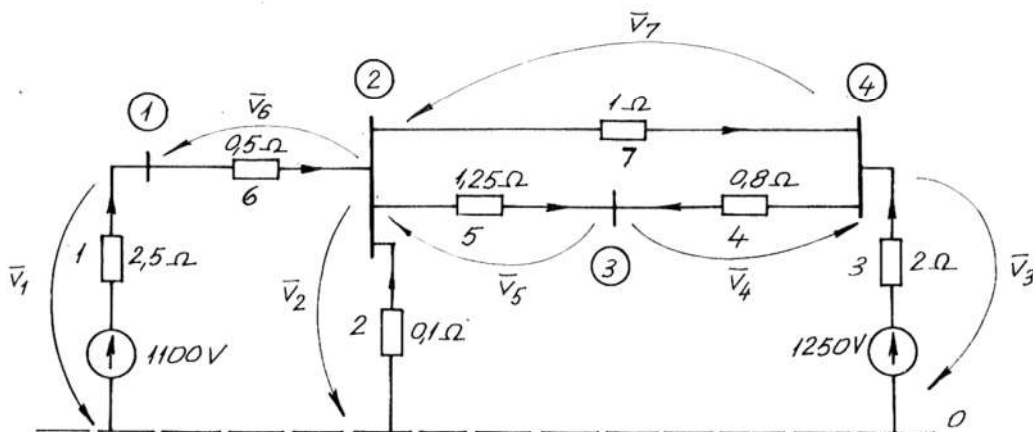
Sl.242 - a) Jednopolna shema nekog sistema; b) Ekvivalentna shema nekog sistema; c) orjentirani povezani graf; d) zavisne (stablo) i nezavisne grane; e) temeljni sustav petlji; f) temeljni sustav presjeka

7.2.3. Metoda grane

Ispisujemo jednađžbe, koje se temelje na Ohmovom, I Kirchhoffovom i II Kirchhoff-ovom zakonu. Ohmov zakon primjenimo na sve grane, I Kirchhoff-ov na $n-1$ čvor, a II Kirchhoff-ov zakon na sve petlje. Tako dobijemo $g + n - 1 + p = 2g$ jednađžbi.

Primjer 7.3. Zadana je mreža prema slici 243. Odredi prilike u mreži metodom grana.

Numerirajmo čvorove i grane i orijentirajmo grane.



S1.243 -

Numeriranje čvorova i orijentacija grana

Ohmov zakon: $\bar{v} + \bar{e} = \bar{z} \bar{i}$

- | | |
|---------------------------------------|----------|
| 1) $\bar{v}_1 = 2,5 \bar{i}_1 - 1100$ | grana: 1 |
| 2) $\bar{v}_2 = 0,1 \bar{i}_2$ | grana: 2 |
| 3) $\bar{v}_3 = 2 \bar{i}_3 - 1250$ | grana: 3 |
| 4) $\bar{v}_4 = 0,8 \bar{i}_4$ | grana: 4 |
| 5) $\bar{v}_5 = 1,25 \bar{i}_5$ | grana: 5 |
| 6) $\bar{v}_6 = 0,5 \bar{i}_6$ | grana: 6 |
| 7) $\bar{v}_7 = 1 \cdot \bar{i}_7$ | grana: 7 |

I. Kirchhoff-ov zakon $\sum \bar{i} = 0$

- | | |
|--|---------|
| 8) $\bar{i}_1 - \bar{i}_6 = 0$ | čvor: 1 |
| 9) $\bar{i}_2 - \bar{i}_5 + \bar{i}_6 - \bar{i}_7 = 0$ | čvor: 2 |
| 10) $\bar{i}_4 + \bar{i}_5 = 0$ | čvor: 3 |
| 11) $\bar{i}_3 - \bar{i}_4 + \bar{i}_7 = 0$ | čvor: 4 |

II. Kirchhoff-ov zakon $\sum \bar{v} = 0$

Odredjujemo stablo 1-0-2-3-4

12) $\bar{v}_1 - \bar{v}_2 + \bar{v}_6 = 0$	petlja: 0-1-2-0
13) $\bar{v}_2 - \bar{v}_3 - \bar{v}_4 + \bar{v}_5 = 0$	petlja: 0-2-3-4-0
14) $\bar{v}_4 - \bar{v}_5 + \bar{v}_7 = 0$	petlja: 2-4-3-2

Dobili smo 14 jednažbi sa 14 nepoznanica.

Jednažbe 1)-7) uvrstimo u 12) - 14) pa zajedno sa 8)- 11) dobijemo 7 jednažbi sa 7 nepoznanica:

8) $\bar{i}_1 - \bar{i}_6 = 0$
9) $\bar{i}_2 - \bar{i}_5 + \bar{i}_6 - \bar{i}_7 = 0$
10) $\bar{i}_4 + \bar{i}_5 = 0$
11) $\bar{i}_3 - \bar{i}_4 + \bar{i}_7 = 0$
12') $2,5 \bar{i}_1 - 1100 - 0,1 \bar{i}_2 + 0,5 \bar{i}_6 = 0$
13') $0,1 \bar{i}_2 + 1,25 \bar{i}_5 - 0,8 \bar{i}_4 - 2 \bar{i}_3 + 1250 = 0$
14') $\bar{i}_7 - 1,25 \bar{i}_5 + 0,8 \bar{i}_4 = 0$

Rješimo ovaj sistem linearnih jednažbi bilo kojom poznatom metodom.

$\bar{i}_1 = 340,689$	A
$\bar{i}_2 = - 779,316$	A
$\bar{i}_3 = 438,626$	A
$\bar{i}_4 = 143,812$	A
$\bar{i}_5 = -143,812$	A
$\bar{i}_6 = 340,689$	A
$\bar{i}_7 = -294,814$	A

Sada možemo izračunati napone grana

$\bar{v}_1 = 2,5 \cdot 340,689 - 1100 = - 248,277$	V
$\bar{v}_2 = 0,1 (- 779,316) = - 77,932$	V
$\bar{v}_3 = 2 \cdot 438,626 - 1250 = - 372,748$	V
$\bar{v}_4 = 0,8 \cdot 143,812 = 115,05$	V
$\bar{v}_5 = 1,25 (- 143,812) = - 179,765$	V
$\bar{v}_6 = 0,5 \cdot 340,689 = 170,344$	V
$\bar{v}_7 = 1 (- 294,814) = - 294,814$	V

Ako jednažbe 12) - 14) izrazimo neposredno pomoću struja grana tj. u obliku 12') - 14'), metoda nosi naziv metoda struja u granama.

Ako se sustav jednažbi postavi tako, da su naponi grana nepoznanice, tj. ako se struje grana u jednažbama 8) - 11) izraze u ovisnosti od napona grana, metoda nosi naziv metoda napona u granama.

7.2.4. Metoda petlje

U svakoj se mreži može izabrati više kombinacija nezavisnih petlji. Svaka petlja sadrži jednu i samo jednu nezavisnu granu. Kroz tu granu teče samo jedna struja petlje.

Primjenjujemo II Kirchhoff-ov zakon. U svakoj zavisnoj grani teče suma struja petlji kroz tu granu i ta ukupna struja uzrokuje pad napona u toj grani. Kroz svaku nezavisnu granu teče samo struja tom granom definirane petlje.

Postoje principi po kojima se odabiru petlje. To su preglednost i što manje grana u petlji. Ako se traže struje samo u nekim granama, nastojimo da te grane budu nezavisne.

Primjer 7.4. Zadana je mreža prema slici 243. Odredi prilike u mreži metodom petlje.

Odredimo stablo mreže i izaberimo petlje. Zatim orjentirajmo i numerirajmo petlje. (Slika 244.)

II Kirchhoff-ov zakon

$$(2,5 + 0,5 + 0,1) \bar{I}_1 - 0,1 \bar{I}_2 = 1100$$

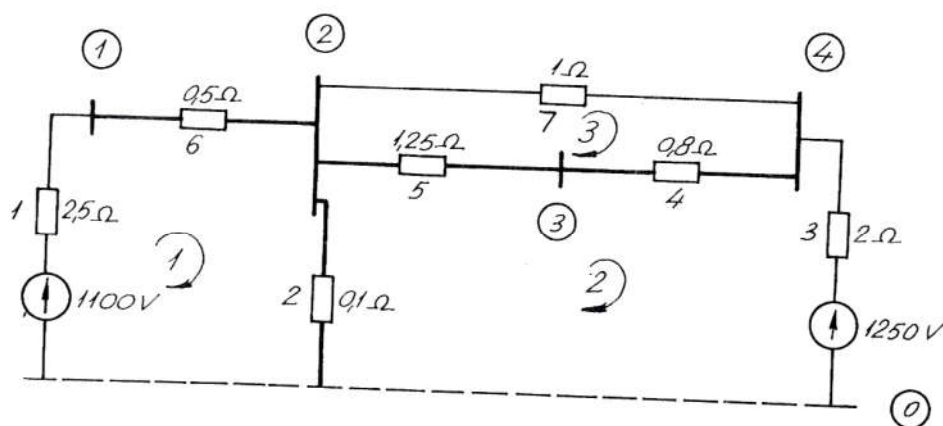
$$(0,1 + 1,25 + 0,8 + 2) \bar{I}_2 - 0,1 \bar{I}_1 - (1,25 + 0,8) \bar{I}_3 = -1250$$

$$(1,25 + 1 + 0,8) \bar{I}_3 - (1,25 + 0,8) \bar{I}_2 = 0$$

petlja: 1

petlja: 2

petlja: 3



S1.244 -

Stablo i
orjentirane
petlje

i sredjeno:

$$3,1 \bar{I}_1 - 0,1 \bar{I}_2 = 1100$$

$$- 0,1 \bar{I}_1 + 4,15 \bar{I}_2 - 2,05 \bar{I}_3 = -1250$$

$$- 2,05 \bar{I}_2 + 3,05 \bar{I}_3 = 0$$

Rješimo ovaj sistem linearnih jednadžbi bilo kojom poznatom metodom

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= 340,689 \quad |A| \\ \bar{I}_2 &= -438,626 \quad |A| \\ \bar{I}_3 &= -294,815 \quad |A|\end{aligned}$$

Struje grana računamo iz struja petlji

$$\begin{aligned}\bar{i}_1 &= \bar{I}_1 = 340,689 \quad |A| \\ \bar{i}_2 &= \bar{I}_2 - \bar{I}_1 = 779,315 \quad |A| \\ \bar{i}_3 &= -\bar{I}_2 = 438,626 \quad |A| \\ \bar{i}_4 &= \bar{I}_3 - \bar{I}_2 = 143,811 \quad |A| \\ \bar{i}_5 &= \bar{I}_2 - \bar{I}_3 = -143,811 \quad |A| \\ \bar{i}_6 &= \bar{I}_1 = 340,689 \quad |A| \\ \bar{i}_7 &= \bar{I}_3 = -294,815 \quad |A|\end{aligned}$$

dalje računamo napone grana kao u prethodnom primjeru.

Jednadžbe mreže u metodi petlje možemo napisati ovako:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_{11} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{12} \bar{I}_2 + \dots + \bar{Z}_{1p} \bar{I}_p &= \bar{E}_1 \\ \bar{Z}_{21} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{22} \bar{I}_2 + \dots + \bar{Z}_{2p} \bar{I}_p &= \bar{E}_2 \\ \hline \bar{Z}_{p1} \bar{I}_1 + \bar{Z}_{p2} \bar{I}_2 + \dots + \bar{Z}_{pp} \bar{I}_p &= \bar{E}_p\end{aligned}$$

7-14

U ovim je jednadžbama:

- Dijagonalni član $\bar{Z}_{ii}$ ($i = 1 \dots p$) jednak sumi impedancija petlje i naziva se vlastita impedancija petlje.
- Vandijagonalni član $\bar{Z}_{jk}$ ($j \neq k$) jednak impedanciji koja je zajednička za petlju j i petlju k . $\bar{Z}_{jk}$ je negativan, ako petlje imaju protivan smjer. Naziva se međusobna impedancija petlje.
- $\bar{E}_i$ je elektromotorna sila petlje i jednaka je zbroju svih EMS-a petlje. Pozitivne su EMS-e koje su u smjeru, a negativne koje su protiv smjera orijentacije petlje.

7.2.5. Metoda čvora

Struje čvora su injektirane struje, a naponi čvora su naponi prema jednom odabranom, referentnom čvoru.

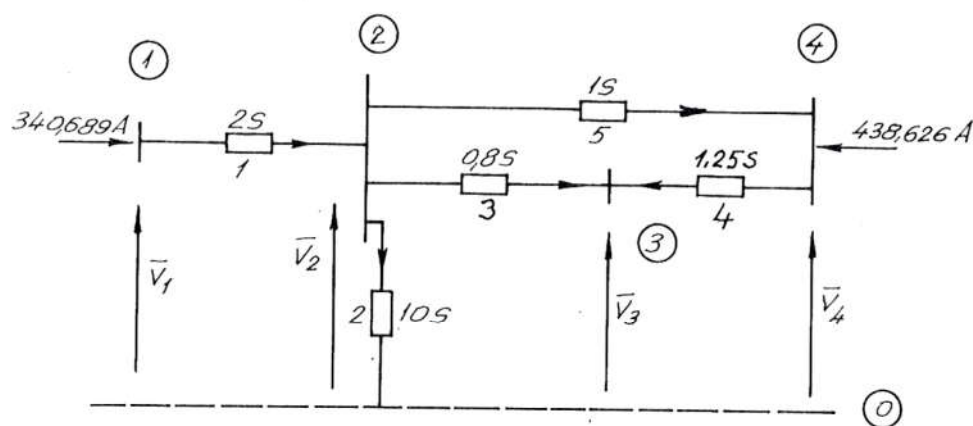
Istoj mreži odgovarat će za proračun različite ekvivalentne sheme ovisno o zadanim podacima. Tako npr. mrežu sa slike 241a možemo računati u metodi čvora po ekvivalentnim shemama sa slike 241b-e. U energetske mrežama obično su zadane prilike na sabirnicama genera-

tora, a tada odgovara shema sa slike 241e.

Koristimo I Kirchhoff-ov zakon i napišemo jednađbe za sve čvorove. Jednađba za referentni čvor je zavisna jednađba, linearna kombinacija ostalih, pa je ne ispisujemo. Radi toga je uobičajeno da se u shemi ne označavaju struje referentnog čvora. U trofaznoj mreži je logično da referentni čvor bude nula sistema, ali to nije uvijek.

Primjer 7.5. Zadana je mreža sa slike 241a. Poznate su struje čvora 1 i čvora 4 (Sl.245). Odredi prilike u mreži metodom čvora.

Potrebno je numerirati čvorove i izabrati referentni čvor. Neka je to čvor nula.



Sl.245 -

Numeriranje
čvorova, oda-
biranje re-
ferentnog
čvora i orjen-
tiranje grana

I Kirchhoff-ov zakon

$$340,689 - \bar{i}_1 = 0$$

čvor: 1

$$\bar{i}_1 - \bar{i}_2 - \bar{i}_3 - \bar{i}_5 = 0$$

čvor: 2

$$\bar{i}_3 + \bar{i}_4 = 0$$

čvor: 3

$$\bar{i}_5 + 438,626 - \bar{i}_4 = 0$$

čvor: 4

Izrazimo sad struje grana s naponima čvora

$$\bar{i}_1 = 2 (\bar{V}_1 - \bar{V}_2)$$

$$\bar{i}_2 = 10 \bar{V}_2$$

$$\bar{i}_3 = 0,8 (\bar{V}_2 - \bar{V}_3)$$

$$\bar{i}_4 = 1,25 (\bar{V}_4 - \bar{V}_3)$$

$$\bar{i}_5 = 1 (\bar{V}_2 - \bar{V}_4)$$

i uvrstimo u jednađbe za čvorove:

$$2 \bar{V}_1 - 2 \bar{V}_2 = 340,689$$

$$- 2 \bar{V}_1 - 13,8 \bar{V}_2 - 0,8 \bar{V}_3 - \bar{V}_4 = 0$$

$$- 0,8 \bar{V}_2 + 2,05 \bar{V}_3 - 1,25 \bar{V}_4 = 0$$

$$- \bar{V}_2 - 1,25 \bar{V}_3 + 2,25 \bar{V}_4 = 438,626$$

Rješimo ovaj sistem linearnih jednažbi bilo kojom poznatom metodom.

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= 248,276 & |V| \\ \bar{V}_2 &= 77,932 & |V| \\ \bar{V}_3 &= 257,697 & |V| \\ \bar{V}_4 &= 372,747 & |V|\end{aligned}$$

Napone grane računamo iz napona čvora

$$\begin{aligned}\bar{v}_1 &= \bar{V}_1 - \bar{V}_2 = 170,344 & |V| \\ \bar{v}_2 &= \bar{V}_2 = 77,932 & |V| \\ \bar{v}_3 &= \bar{V}_2 - \bar{V}_3 = -179,765 & |V| \\ \bar{v}_4 &= \bar{V}_4 - \bar{V}_3 = 115,05 & |V| \\ \bar{v}_5 &= \bar{V}_2 - \bar{V}_4 = -294,814 & |V|\end{aligned}$$

a odavde struje grana.

Jednažbe mreže u metodi čvora možemo napisati ovako:

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 + \dots + \bar{Y}_{1n} \bar{V}_n &= \bar{I}_1 \\ \bar{Y}_{21} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{22} \bar{V}_2 + \dots + \bar{Y}_{2n} \bar{V}_n &= \bar{I}_2 \\ \hline \bar{Y}_{n1} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{n2} \bar{V}_2 + \dots + \bar{Y}_{nn} \bar{V}_n &= \bar{I}_n\end{aligned}$$

7-15

U ovim je jednažbama:

- dijagonalni član $\bar{Y}_{ii}$ ($i = 1 \dots n$) jednak sumi admitancija grana koje su vezane za čvor i i naziva se vlastita admitancija čvora,
- vandijagonalni član $\bar{Y}_{jk}$ ($j \neq k$) jednak je admitanciji grane koja povezuje čvor j s čvorom k i ima negativni predznak,
- I_i je struja čvora i . Ako struja I_i ulazi u čvor ima pozitivni predznak, a ako izlazi iz čvora ima negativni predznak.

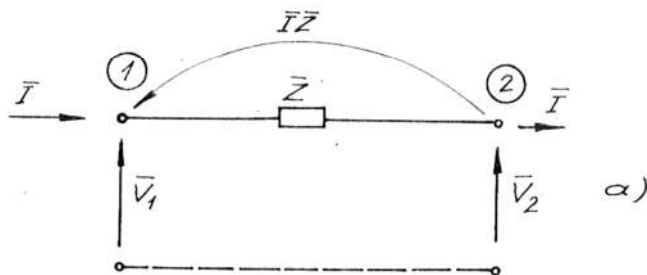
7.3. Distributivne mreže

7.3.1. Pad napona i gubitak snage

Proračun vodova distributivnih mreža temelji se na zahtjevu da se najudaljenijem potrošaču osigura napajanje električnom energijom uz uvjet da odstupanje napona od nazivnog bude u dozvoljenim granicama, a gubici snage i napona podnošljivi. Pri tome je još potrebno provjeriti termička i dinamička naprezanja voda.

Izvori napajanja u distributivnim mrežama jesu pojne točke (vidi glavu 1). Polazimo od pretpostavke da su naponi pojnih točaka zadani po iznosu i po kutu. Ova pretpostavka nije daleka od stvarnosti pošto se pojne točke nalaze na reguliranoj strani regulacionog transformatora, a radi male udaljenosti medju pojnim točkama razlike kuta su zanemarive.

Distributivni vodovi su po pravilu kraći i nižih napona, pa se utjecaj kapaciteta, a pogotovo odvoda, može zanemariti. Uzima se u obzir samo djelatni otpor i induktivitet, odnosno samo impedancija voda (Sl.246a).



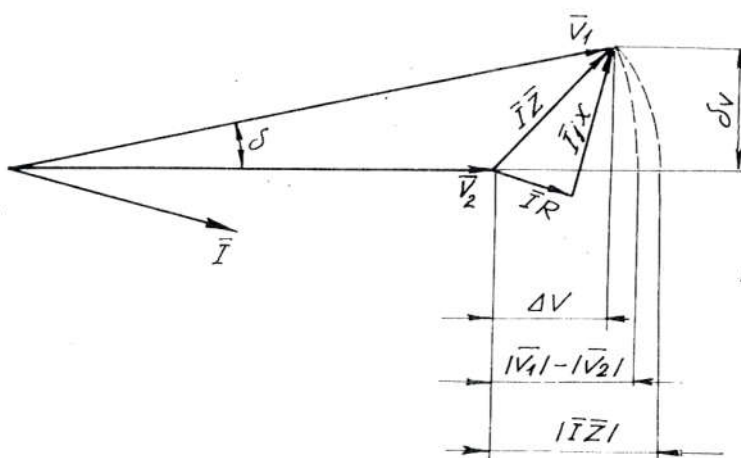
U praksi je uobičajeno da se pod gubitkom napona podrazumjeva algebarska razlika napona za koju vrijedi (vidi sl.246b):

$$|\bar{I} \bar{Z}| > |\bar{V}_1| - |\bar{V}_2| > \Delta V \quad 7-16$$

Neka je snaga dana izrazom $\bar{S}_2 = \bar{V}_2 \bar{I}^*$, tada je (uz $\bar{V}_2$ u realnoj osi)

$$\begin{aligned} \bar{I} \bar{Z} &= \frac{\bar{S}_2^*}{\bar{V}_2} \bar{Z} = \frac{P_2 - jQ_2}{V_2} (R + jX) = \\ &= \frac{P_2 R + Q_2 X}{V_2} + j \frac{P_2 X - Q_2 R}{V_2} = \Delta V + j\delta V \end{aligned} \quad 7-17$$

$$|\bar{V}_1| = \sqrt{(V_2 + \Delta V)^2 + (\delta V)^2}$$



Sl.246 - Gubitak napona i pad napona

$$\delta = \arctg \frac{\delta V}{V_2 + \Delta V} \quad 7-18$$

Kako je u praksi $\delta V \ll V_2 + \Delta V$, to je kut δ vrlo mali kut. Apsolutna vrijednost napona na početku voda ne odstupa mnogo od apsolutne vrijednosti napona na kraju voda uvećane za $|\bar{V}_1| - |\bar{V}_2| = \Delta V$.

Zato se računski za pad napona uzima

$$\Delta V = \frac{P_2 R + Q_2 X}{V_2} \quad 7-19$$

Ako u brojniku zanemarimo gubitke, tada je

$$P_2 + j Q_2 - P_1 + j Q_1 = P + j Q \quad 7-20$$

i ako u nazivniku uvrstimo prosječan napon (uzima se nazivni napon), možemo pisati

$$\Delta V = \frac{PR + QX}{V} = \frac{PR}{V} + \frac{QX}{V} = \Delta V_P + \Delta V_Q \quad 7-21$$

gdje je

ΔV_P = pad napona uslijed prolaza radne snage

ΔV_Q = pad napona uslijed prolaza jalove snage

Relativni pad napona iznosi

$$\Delta U = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta U}{U} = \frac{PR + QX}{U^2} \quad 7-22$$

Uz isti oblik formule rezultat je ispravan, ako u brojniku uvrstimo trofaznu snagu, a u nazivniku linijski napon.

Prijenos snage vrši se uz djelatne (aktivne) gubitke ΔP i jalove (reaktivne) gubitke ΔQ . Ti gubici iznose

$$\Delta P = \operatorname{Re} \Delta \bar{S} = \operatorname{Re} (\bar{I} \bar{Z} I^*) = \operatorname{Re} (|\bar{I}|^2 \bar{Z}) = |\bar{I}|^2 R$$

$$\Delta Q = \operatorname{Im} \Delta \bar{S} = \operatorname{Im} (\bar{I} \bar{Z} I^*) = \operatorname{Im} (|\bar{I}|^2 \bar{Z}) = |\bar{I}|^2 X$$

Kako

$$|\bar{I}| = \frac{|\bar{S}|}{|\bar{V}|}, \quad \text{dobivamo}$$

$$\Delta P = \frac{P^2 + Q^2}{V^2} R \quad 7-23$$

$$\Delta Q = \frac{P^2 + Q^2}{V^2} X$$

Ako za snagu koristimo trofaznu snagu, a za napon linijski napon dobijemo trofazni gubitak snage

$$\Delta P = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} R \quad 7-24$$

$$\Delta Q = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} X$$

Relativni gubici djelatne snage iznose $\Delta p = \frac{\Delta P}{P_1}$ 7-25

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{3 I^2 R}{\sqrt{3} U_1 I \cos \phi_1} = \frac{\sqrt{3} I R U_1 \cos \phi_1}{(U_1 \cos \phi_1)^2} = \\ &= \frac{P_1}{(U_1 \cos \phi_1)^2} \frac{1}{\kappa} \frac{\ell}{q} \end{aligned} \quad 7-26$$

Iz relacije 7-26 slijedi

$$P_1 = \frac{\Delta p (U_1 \cos \phi_1)^2 \kappa q}{\ell} \quad 7-27$$

Specifični potrošak materijala iznosi:

$$a = \frac{G}{P_1} = \frac{q \cdot \ell \cdot \gamma \cdot \ell}{\Delta p (U_1 \cos \phi_1)^2 \kappa q} = \frac{\alpha}{\Delta p} \left(\frac{\ell}{U_1 \cos \phi_1} \right)^2 \left| \frac{\text{kg}}{\text{W}} \right| \quad 7-28$$

$G = q \cdot \ell \cdot \gamma$ = masa materijala u kg

γ = specifična masa u $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

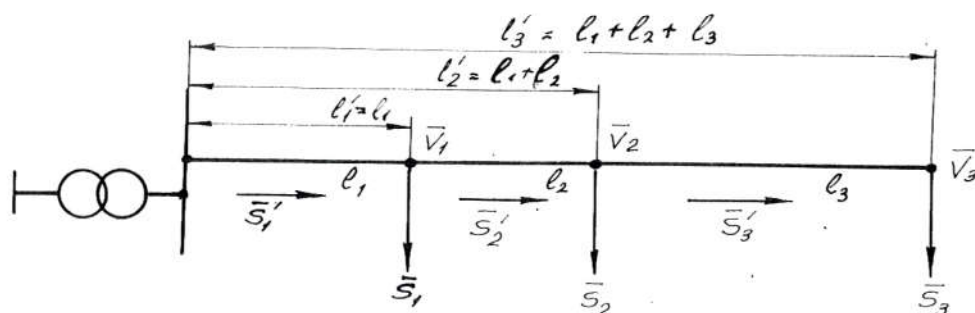
$\alpha = \gamma / \kappa$ = konstanta materijala u $\frac{\Omega \text{kg}}{\text{m}^2}$

Iz relacije 7-28 vidimo da je potrošak materijala za vod određene dužine i zadanih relativnih gubitaka snage p obrnuto proporcionalan kvadratu napona i kvadratu faktora snage. Primjenom dvostrukog napona sniziti će se potrošak materijala vodiča na četvrtinu. Proračun presjeka voda vrši se pomoću izraza 7-40 do 7-43, ako se uvaži da za vod opterećen na kraju $m = 1$.

7.3.2. Vod opterećen duž trase u više točaka

Broj potrošača na vodu obično je to veći, što je niži nazivni napon. U niskonaponskim mrežama susrećemo se s velikim brojem malo udaljenih potrošača, a kod viših napona duž voda se nalazi malo potrošača tj. priključenih transformatorskih stanica (vidi glavu 1).

Promatramo jednu fazu trofaznog homogenog voda (u povratnom vodiču nema pada napona) s tri različita jednofazna potrošača (Slika 247).



Sl.247 - Vod opterećen duž trase

Zanemarimo li gubitke snage, koji iznose mali dio od ukupne snage koja se prenosi, možemo mjesto sa strujama računati sa snagama po granama odnosno dionicama voda, koje su dane sa

$$\bar{S}'_1 = P'_1 + jQ'_1 = \sum_1^3 \bar{S}_i = \sum_1^3 P_i + j \sum_1^3 Q_i \quad 7-29$$

$$\bar{S}'_2 = P'_2 + jQ'_2 = \sum_2^3 \bar{S}_i = \sum_2^3 P_i + j \sum_2^3 Q_i$$

a za i-tu dionicu (m = ukupni broj dionica) u općem slučaju

$$\bar{S}'_i = P'_i + jQ'_i = \sum_i^m \bar{S}_i = \sum_i^m P_i + j \sum_i^m Q_i$$

Za svaku dionicu primjenimo izraz za ΔV

$$\Delta V_i = \frac{P'_i R_i}{V_i} + \frac{Q'_i X_i}{V_i} \quad 7-30$$

Napon potrošača duž voda samo će se neznatno razlikovati, pa možemo uzeti da je:

$$V_1 = V_2 = \dots V_i \dots = V \quad 7-31$$

Ako uzmemo u obzir da je

$$R_i = R_1 \ell_i \quad X_i = X_1 \ell_i$$

izraz za pad napona u svakoj dionici iznosi

$$\Delta V_i = \frac{\ell_i}{V} (P'_i R_1 + Q'_i X_1) \quad 7-32$$

Ukupni pad napona na vodu jednak je zbroju padova napona svih m dionica

$$\Delta V = \frac{1}{V} (R_1 \sum_1^m P'_i \ell_i + X_1 \sum_1^m Q'_i \ell_i) \quad 7-33$$

Umjesto sa snagama koje protječu kroz pojedine dionice možemo računati sa snagama potrošača $P_i + jQ_i$ i njihovim udaljenostima od početka voda

$$\begin{aligned} \sum_1^m P'_i \ell_i &= (P_1 + P_2 + \dots + P_m) \ell_1 + (P_2 + P_3 + \dots + P_m) \ell_2 + \dots \\ &\dots + (P_i + P_{i+1} + \dots + P_m) \ell_i + \dots + P_m \ell_m = \\ &= P_1 \ell_1 + P_2 (\ell_1 + \ell_2) + P_3 (\ell_1 + \ell_2 + \ell_3) + \dots \\ &\dots + P_i (\ell_1 + \ell_2 + \dots + \ell_i) + \dots + P_m (\ell_1 + \ell_2 + \dots + \ell_m) \end{aligned} \quad 7-34$$

i analogno:

$$\sum_{i=1}^m Q_i' l_i = Q_1 l_1 + Q_2 (l_1 + l_2) + Q_3 (l_1 + l_2 + l_3) + \dots \\ \dots + Q_i (l_1 + l_2 + \dots + l_i) + \dots + Q_m (l_1 + l_2 + \dots + l_m) \quad 7-35$$

Uvažimo li oznake sa slike 247 imamo

$$\sum_{i=1}^m P_i' l_i = P_1 l_1' + P_2 l_2' + \dots + P_i l_i' + \dots + P_m l_m' = \sum_{i=1}^m P_i l_i' \quad 7-36$$

$$\sum_{i=1}^m Q_i' l_i = Q_1 l_1' + Q_2 l_2' + \dots + Q_i l_i' + \dots + Q_m l_m' = \sum_{i=1}^m Q_i l_i' \quad 7-37$$

Izraz za ukupni pad napona sada glasi:

$$\Delta V = \frac{1}{V} (R_1 \sum_{i=1}^m P_i l_i' + X_1 \sum_{i=1}^m Q_i l_i') \quad 7-38$$

Zbog analogije s izrazom za moment zakretanja u statici, ovdje govorimo o momentima snaga obzirom na početak voda.

Induktivni otpor se mijenja u vrlo uskim granicama, pa za zadani nazivni napon, zadana opterećenja i duljine dionica pad napona ovisi jedino o jediničnom djelatnom otporu.

Ako nam je zadan pad napona, onda uz gore navedene poznate veličine možemo izračunati jedinični otpor, a iz ovoga za određeni materijal računamo presjek:

$$R_1 = \frac{1}{\kappa q} = \frac{V_n \Delta V - X_1 \sum_{i=1}^m Q_i l_i'}{\sum_{i=1}^m P_i l_i'} \quad 7-39$$

$$q = \frac{\sum_{i=1}^m P_i l_i'}{\kappa (V_n \Delta V - X_1 \sum_{i=1}^m Q_i l_i')} \quad 7-40$$

Za vod od dvije žice pod istosmjernim naponom ovaj izraz prelazi u:

$$q = \frac{\frac{2}{1} \sum_{i=1}^m P_i l_i'}{\kappa V_n \Delta V} = \frac{\frac{2}{1} \sum_{i=1}^m P_i l_i'}{\kappa V_n \Delta V} \quad 7-41$$

Za jednofazni vod s povratnim vodičem istog presjeka imamo:

$$\begin{aligned}
 q_{1\sim} &= \frac{2 \sum_{i=1}^m P_i' \ell_i}{\kappa (V_n \Delta V - 2 X_1 \sum_{i=1}^m Q_i' \ell_i)} = \\
 &= \frac{2 \sum_{i=1}^m P_i \ell_i'}{(V_n \Delta V - 2 X_1 \sum_{i=1}^m Q_i \ell_i')}
 \end{aligned}
 \tag{7-42}$$

Za trofazni simetrično opterećeni vod, pod uvjetom da uvrstimo trofaznu snagu imamo

$$\begin{aligned}
 q_{3\sim} &= \frac{\sum_{i=1}^m P_i' \ell_i}{\kappa (U_n \Delta U - X_1 \sum_{i=1}^m Q_i' \ell_i)} = \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^m P_i \ell_i'}{\kappa (U_n \Delta U - X_1 \sum_{i=1}^m Q_i \ell_i')}
 \end{aligned}
 \tag{7-43}$$

7.3.3. Svodjenje na vod opterećen na kraju

Često je u proračunima udobno računati s jednim opterećenjem na kraju voda umjesto s više opterećenja duž trase. Računamo s fiktivnim opterećenjem na kraju voda ili s ukupnim opterećenjem na fiktivnoj udaljenosti. U oba slučaja moramo dobiti isti ukupni pad napona kao na stvarnom vodu.

Izjednačimo padove napona uslijed prolaza djelatne snage i uslijed prolaza jalove snage.

$$\frac{R_1}{V} \sum_{i=1}^m P_i \ell_i' = \frac{R_1}{V} \sum_{i=1}^m P_i' \ell_i = \frac{R_1}{V} P_{\text{fikt}} \ell = \frac{R_1}{V} P_{\text{fikt}}^\ell P
 \tag{7-44}$$

$$\frac{X_1}{V} \sum_{i=1}^m Q_i \ell_i' = \frac{X_1}{V} \sum_{i=1}^m Q_i' \ell_i = \frac{X_1}{V} Q_{\text{fikt}} \ell = \frac{X_1}{V} Q_{\text{fikt}}^\ell Q
 \tag{7-45}$$

odakle proizlazi

$$P_{\text{fikt}} = \frac{\sum_{i=1}^m P_i \ell_i'}{\ell} = \frac{\sum_{i=1}^m P_i' \ell_i}{\ell}
 \tag{7-46a}$$

$$Q_{\text{fikt}} = \frac{\sum_{i=1}^m Q_i \ell_i'}{\ell} = \frac{\sum_{i=1}^m Q_i' \ell_i}{\ell} \quad 7-46b$$

Ako vod ukupne dužine ℓ opteretimo na kraju sa P_{fikt} i Q_{fikt} , pad napona će na kraju biti isti kao da je vod opterećen na m mjesta sa P_i i Q_i :

$$V = \frac{P_{\text{fikt}} R_1 \ell + Q_{\text{fikt}} X_1 \ell}{V} \quad 7-47$$

$$\ell_{\text{fikt } P} = \frac{\sum_{i=1}^m P_i \ell_i'}{P} = \frac{\sum_{i=1}^m P_i' \ell_i}{P} \quad 7-48a$$

$$\ell_{\text{fikt } Q} = \frac{\sum_{i=1}^m Q_i \ell_i'}{Q} = \frac{\sum_{i=1}^m Q_i' \ell_i}{Q} \quad 7-48b$$

Ako je fiktivni vod na udaljenosti $\ell_{\text{fikt } P}$ od početka opterećen sa $P = \sum_{i=1}^m P_i$, a na udaljenosti $\ell_{\text{fikt } Q}$ od početka opterećen sa $Q = \sum_{i=1}^m Q_i$, izračunati pad napona će biti isti kao da je vod opterećen na m mjesta sa P_i i Q_i :

$$\Delta V = \frac{P R_1 \ell_{\text{fikt } P} + Q X_1 \ell_{\text{fikt } Q}}{V} \quad 7-49$$

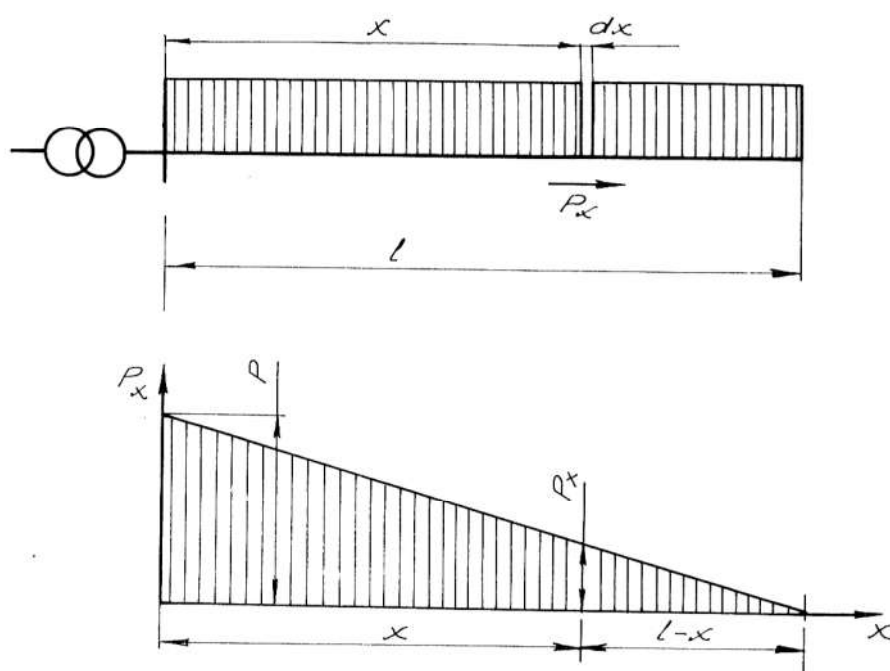
7.3.4. Vod s kontinuiranim opterećenjem

U naseljima s velikom gustoćom zgrada i velikim brojem priključaka duž vodova niskog napona zamjenjujemo diskretna opterećenja kontinuiranim opterećenjem koje je definirano po fazi sa

$$\sigma_P = \frac{P}{\ell} = \text{konst} \left| \frac{w}{m} \right| \quad 7-50$$

$$\sigma_Q = \frac{Q}{\ell} = \text{konst} \left| \frac{\text{Var}}{m} \right| \quad 7-51$$

gdje je P odnosno Q snaga koja ulazi u vod (Sl.248).



Sl.248 -

Vod s kontinuiranim opterećenjem (analogni prikaz vrijedi za Q)

Kroz elementarnu dionicu voda dx , udaljenu za x od početka voda, prenosi se djelatna snaga

$$P_x = \sigma_P (\ell - x) \quad 7-52$$

a udio je ovog prijenosa u uzdužnoj komponenti pada napona

$$d(\Delta V_P) = \frac{P_x dx}{V} R_1 = \frac{\sigma_P (\ell - x) dx}{V} R_1 \quad 7-53$$

pa je za cijelu dužinu ℓ voda

$$\Delta V_P = \frac{\sigma_P R_1}{V} \int_0^\ell (\ell - x) dx = \frac{\sigma_P \ell^2}{2V} R_1 = \frac{P \ell}{2V} R_1 \quad 7-54$$

Udio prijenosa reaktivne snage

$$Q_x = \sigma_Q (\ell - x) \quad 7-55$$

u ukupnom padu napona iznosi

$$d(\Delta V_Q) = \frac{Q_x dx}{V} X_1 = \frac{\sigma_Q (\ell - x)}{V} X_1 dx \quad 7-56$$

a za cijeli vod:

$$\Delta V_Q = \frac{\sigma_Q X_1}{V} \int_0^\ell (\ell - x) dx = \frac{\sigma_Q \ell^2}{2V} X_1 = \frac{Q \ell}{2V} X_1 \quad 7-57$$

Prema tome ukupna uzdužna komponenta pada napona u vodu iznosi:

$$\begin{aligned}\Delta V &= \Delta V_P + \Delta V_Q = \frac{\ell}{2V} = (P R_1 + Q X_1) = \\ &= \frac{\ell^2}{2V} (\sigma_P R_1 + \sigma_Q X_1)\end{aligned}\quad 7-58$$

Gubitak djelatne snage uslijed prolaza radne i jalove snage na kontinuirano opterećenom vodu iznosi

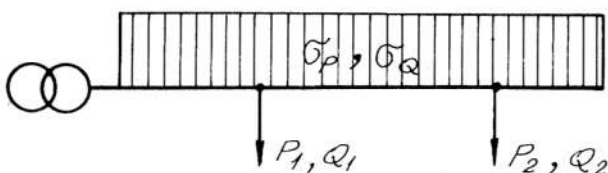
$$\begin{aligned}\Delta P &= \Delta P_P + \Delta P_Q = \int_0^\ell \frac{P_x^2 + Q_x^2}{V^2} dx R_1 = \\ &= \frac{\sigma_P^2 + \sigma_Q^2}{V^2 \kappa q} \int_0^\ell (\ell - x)^2 dx = \frac{(\sigma_P^2 + \sigma_Q^2) \ell^3}{3V^2 \kappa q} = \\ &= (\sigma_P^2 + \sigma_Q^2) \frac{R_1 \ell^3}{3V^2} = \frac{R_1 \ell}{3 V^2} (P^2 + Q^2)\end{aligned}\quad 7-59$$

Ako za snagu uvrstimo trofaznu snagu, a za napon linijski napon, možemo pisati za trofazne gubitke

$$\Delta P = \frac{R_1 \ell}{3 U^2} (P^2 + Q^2) = \frac{R_1 \ell^3}{3 U^2} (\sigma_P^2 + \sigma_Q^2) \quad 7-60$$

Vidimo da je pad napona na vodu izazvan kontinuiranim opterećenjem jednak padu napona kojega bi izazvalo takovo koncentrirano opterećenje na polovici voda ili pola takovog opterećenja koncentriranog na kraju voda. Gubitak snage jednak je trećini gubitka snage kod istog opterećenja, ali koncentriranog na kraju voda.

7.3.5. Vod s kombiniranim opterećenjem



Sl.249 - Vod s kombiniranim opterećenjem

U praksi se susrećemo s opterećenjima koja ne možemo obraditi ni kao kontinuirana ni kao pojedinačna, pa ih moramo uzeti kombinirano. Ukupni pad napona proizveden od svih potrošača je

$$\begin{aligned}\Delta V &= \Delta V_\sigma + \Delta V_S = \\ &= \frac{\ell^2}{2V} (\sigma_P R_1 + \sigma_Q X_1) + \frac{1}{V} (R_1 \sum_1^m P_i \ell_i' + X_1 \sum_1^m Q_i \ell_i') = \\ &= \frac{\ell^2}{2V} (\sigma_P R_1 + \sigma_Q X_1) + \frac{1}{V} (R_1 P_{fikt} \ell + X_1 Q_{fikt} \ell) =\end{aligned}$$

$$= \frac{R_1 \ell}{2V} (P_\sigma + 2P_{\text{fikt}}) + \frac{X_1 \ell}{2V} (Q_\sigma + 2Q_{\text{fikt}}) \quad 7-61$$

gdje su P_{fikt} i Q_{fikt} fiktivno djelatno i reaktivno opterećenje na kraju voda izazvano diskretnim opterećenjima (primjena formula 7-46), a

$P_\sigma = \ell \sigma_P$ i $Q_\sigma = \ell \sigma_Q$ djelatno ili reaktivno opterećenje koje ulazi u vod uslijed kontinuiranog opterećenja.

Ovaj izraz vrijedi i za linijske napone, samo treba uvrstiti trofaznu snagu:

$$U = \frac{\ell}{2U} [R_1 (P_\sigma + 2P_{\text{fikt}}) + X_1 (Q_\sigma + 2Q_{\text{fikt}})] \quad 7-62$$

Primjer 7.6. Provjeri naponsko stanje na kraju 150 m dugog trofaznog voda izvedenog sa $R_1 = 0,32 \Omega/\text{m}$ i $X_1 = 0,25 \Omega/\text{km}$. Nominalni napon voda je $U = 380/220 \text{ V}$, a opterećenja na vodu dana su sa:

$$\sigma_P = 0,40 \text{ kW/m}$$

$$\sigma_Q = 0,20 \text{ kVAr/m}$$

$$P_1 = 20 \text{ kW}, \cos \phi_1 = 0,85, \ell_1' = 60 \text{ m}$$

$$P_2 = 16 \text{ kW}, \cos \phi_2 = 0,8, \ell_2' = \ell = 150 \text{ m}$$

Rješenje:

$$P_{\text{fikt}} = \frac{20 \cdot 60 + 16 \cdot 150}{150} = 24 \text{ kW}$$

$$Q_1 = P_1 \tan \phi_1 = 20 \cdot 0,62 = 12,4 \text{ kVAr}$$

$$Q_2 = P_2 \tan \phi_2 = 16 \cdot 0,75 = 12,0 \text{ kVAr}$$

$$Q_{\text{fikt}} = \frac{12,4 \cdot 60 + 12 \cdot 150}{150} = 16,9 \text{ kVAr}$$

$$P_\sigma = 0,40 \cdot 150 = 60 \text{ kW}$$

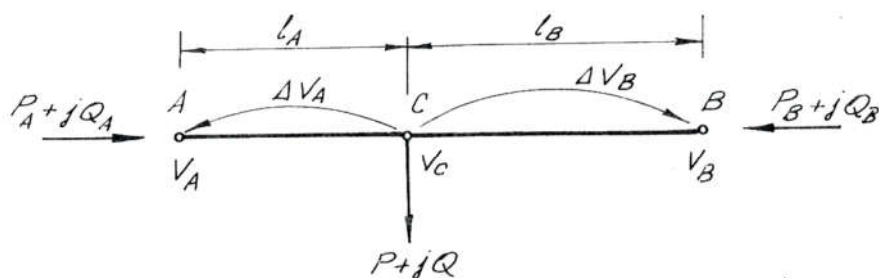
$$Q_\sigma = 0,20 \cdot 150 = 30 \text{ kVAr}$$

$$\Delta U = \frac{0,32 \cdot 150}{2 \cdot 380} (60 + 2 \cdot 24) + \frac{0,25 \cdot 150}{2 \cdot 380} (30 + 2 \cdot 16,9) = 9,98 \text{ V}$$

$$u = 100 \frac{\Delta U}{U} = 100 \frac{9,98}{380} = 2,62\%$$

7.3.6. Dvostrano napajani vod

Promatrat ćemo najprije slučaj dvostrano napajanog voda s jednim opterećenjem u točki C negdje na trasi (Sl.250). Poznata je snaga potrošača i naponi u točkama A i B. Ako zanemarimo gubitke snaga, što



možemo bez daljnijega uraditi, tada je ukupna snaga koja ulazi u vod jednaka snazi potrošača.

$$P = P_A + P_B \quad Q = Q_A + Q_B \quad 7-63$$

Sl.250 - Dvostrano napajani vod

Razlike napona uslijed prolaza djelatne snage iznose:

$$\Delta V_{AP} = (V_A - V_C)_P = \frac{P_A R_A}{V} = \frac{P_A}{V} \frac{l_A}{\kappa q} \quad 7-64$$

$$\Delta V_{BP} = (V_B - V_C)_P = \frac{P_B R_B}{V} = \frac{P_B}{V} \frac{l_B}{\kappa q}$$

Kako je $P_B = P - P_A$ i $l_B = l - l_A$

$$\begin{aligned} (V_A - V_B)_P &= \frac{1}{V \kappa q} \cdot (P_A l_A - P_B l_B) = \\ &= \frac{1}{V \kappa q} (P_A l_A - P l_B + P_A l - P_A l_A) = \\ &= \frac{l}{V \kappa q} P_A - \frac{l_B}{V \kappa q} P \end{aligned} \quad 7-65$$

$$P_A = \frac{(V_A - V_B)_P V \kappa q}{l} + P \frac{l_B}{l} \quad 7-66$$

i analogno

$$P_B = \frac{(V_B - V_A)_P V \kappa q}{l} + P \frac{l_A}{l} \quad 7-67$$

Snage koje ulaze u vod dobili smo kao zbroj dvaju međusobno nezavisnih snaga.

Analognim postupkom dobijemo za jalove snage

$$Q_A = \frac{V}{X_1} \frac{(V_A - V_B)_Q}{l} + Q \frac{l_B}{l} \quad 7-68$$

$$Q_B = \frac{V}{X_1} \frac{(V_B - V_A)_Q}{l} + Q \frac{l_A}{l} \quad 7-69$$

Indeksi P odnosno Q u izrazima 7-65 do 7-69 imaju samo formalno značenje, ako je V_A i V_B unaprijed zadano.

Prvi član u ovim izrazima ovisi o razlici napona pojnih točaka A i B i predstavlja snagu odnosno struju izjednačenja. Idealan je slu-

čaj kada je $V_A = V_B$, tj. kada je ova struja jednaka nuli. Drugi član predstavlja udio snage pojne točke u snazi potrošača.

Za $V_A = V_B$ teče kroz vod

$$P_A + j Q_A = \frac{\ell_B}{\ell} (P + jQ) \quad 7-70$$

$$P_B + j Q_B = \frac{\ell_A}{\ell} (P + jQ) \quad 7-71$$

Sada znamo snage kroz dionicu ℓ_A i kroz dionicu ℓ_B , pa možemo izračunati pad napona i gubitak snage kao kod radijalnog voda.

Kada duž dvostrano napajano vod ima više potrošača, uz uvjet da je $V_A = V_B$, pojne točke A i B napajati će proizvoljnog i-tog potrošača snagama:

$$P_{Ai} = P_i \frac{\ell_{Bi}}{\ell} \quad Q_{Ai} = Q_i \frac{\ell_{Bi}}{\ell} \quad 7-72$$

$$P_{Bi} = P_i \frac{\ell_{Ai}}{\ell} \quad Q_{Bi} = Q_i \frac{\ell_{Ai}}{\ell}$$

a zbrojem svih 1 - n potrošača dobivamo udjele snaga pojmih točaka za taj vod

$$P_A = \sum_{i=1}^n P_{Ai} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \ell_{Bi}}{\ell} \quad 7-73$$

$$P_B = \sum_{i=1}^n P_{Bi} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \ell_{Ai}}{\ell} \quad 7-74$$

$$Q_A = \sum_{i=1}^n Q_{Ai} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i \ell_{Bi}}{\ell} \quad 7-75$$

$$Q_B = \sum_{i=1}^n Q_{Bi} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i \ell_{Ai}}{\ell} \quad 7-76$$

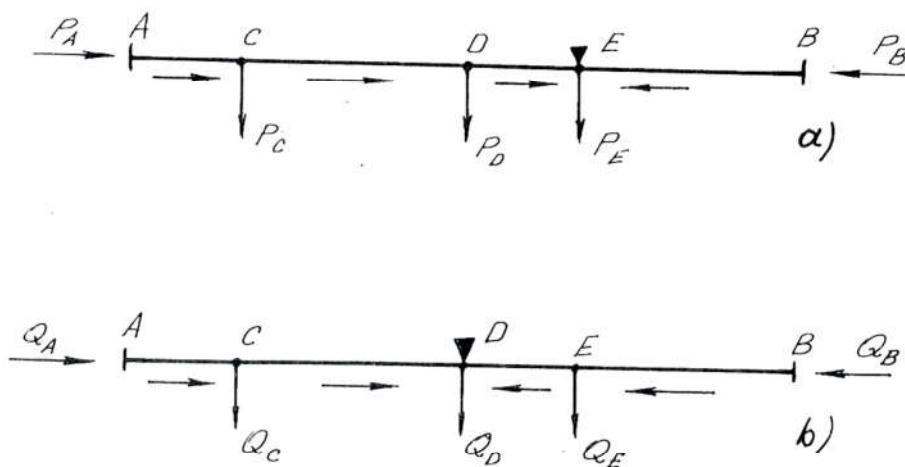
Snaga pojmih točaka ne ovisi o presjeku voda, ali samo ako je taj presjek isti od A do B, kao što je i pretpostavljeno.

U slučaju $V_A \neq V_B$ potrebno je na upravo dobivene snage udjela superponirati odgovarajuće snage izjednačenja, koje se mogu izračunati primjenom prvih članova izraza 7-66 i 7-68. Snage izjednačenja ovise, naravno, o presjeku voda.

Poznavajući udjele aktivnih i reaktivnih snaga koje iz pojmih toča-

ka A i B ulaze u vod, te zadane snage pojedinih potrošača, možemo lako ustanoviti snage koje teku u pojedinim odsječcima voda. Na temelju toga računa se pad napona i gubitak snage od točke do točke po formuli za vod opterećen na kraju. Rekonstrukcija naponskih prilika pokazati će nebitne netočnosti zbog učinjenih zanemarenja.

Sada je moguća npr. kontrola presjeka na zagrijavanje, usporedba pada napona s dozvoljenim i t.sl. Uobičajena je i kontrola cijelog voda za slučaj ispada najopterećenije dionice.



Očigledno je da na takvomvodu postoji neki i-ti potrošač kojemu djelatna snaga dolazi s obje strane i neki k-ti potrošač kojemu jalova snaga dolazi s obje strane. Imamo dakle posebni razdjelni potrošač za djelatnu a posebni za jalovu snagu (Sl.251). Ako svi potrošači imaju isti $\cos \phi$, $i = k$.

Sl.251. a) Radzjelni potrošač za djelatnu snagu
b) za jalovu snagu

Sl.251. a) Radzjelni potrošač za djelatnu snagu
b) za jalovu snagu

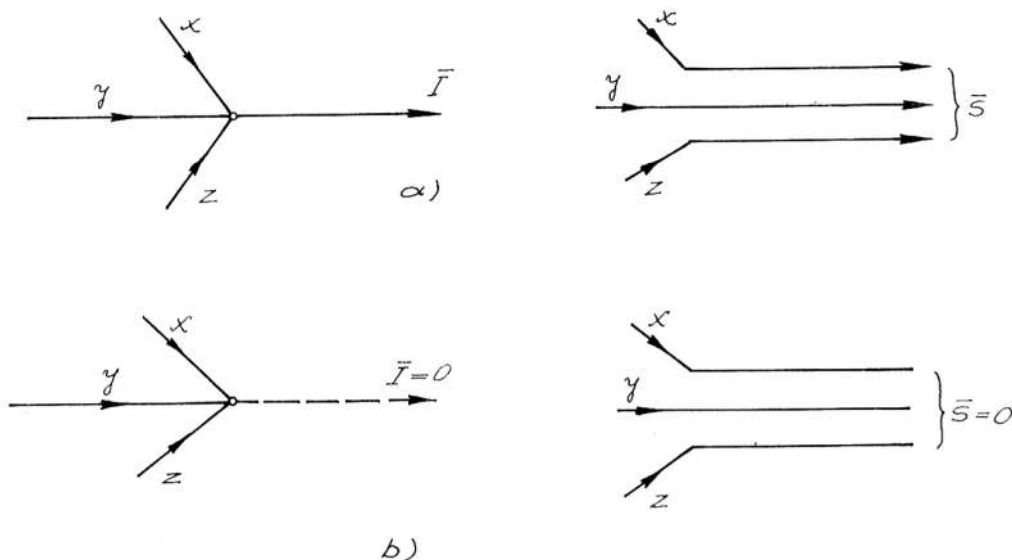
7.3.7. Metoda rezanja

Zatvorenu ili zamkastu mrežu računamo također kao radijalnu mrežu. Kao što je već rečeno, nećemo mnogo pogriješiti, ako pretpostavimo da je napon svih pojnih točaka jednak po iznosu i po fazi ili da je jednak po fazi uz poznate razlike po iznosu.

Poznavanje napona pojnih točaka je općenito polazna pretpostavka kod proračuna distributivnih mreža, tj. mreža iza regulacionih transformatora.

U metodi rezanja zatvorenu ili zamkastu mrežu režemo u zamišljenim razdjelnicama struje. Mrežu možemo rezati:

- na mjestu opterećenja (Sl.252a);
- na mjestu gdje nema opterećenja (Sl.252b).



Sl.252 - Razdjelnice struje

Rezanjem se mreža raspada na onoliko suvislih radijalnih mreža, koliko ima pojnih točaka. Svaka pojna točka tada napaja jednu radijalnu mrežu.

Jednadžbe dobijemo iz uvjeta da je pad napona od mjesta reza do po-

jne točke jednak bez obzira kojim putem idemo. Za svaki rez dobijemo jednu linearnu jednadžbu. Potrebni broj dobijemo iz izraza:

$$r = p + po - 1 \quad 7-77$$

r = broj rezova

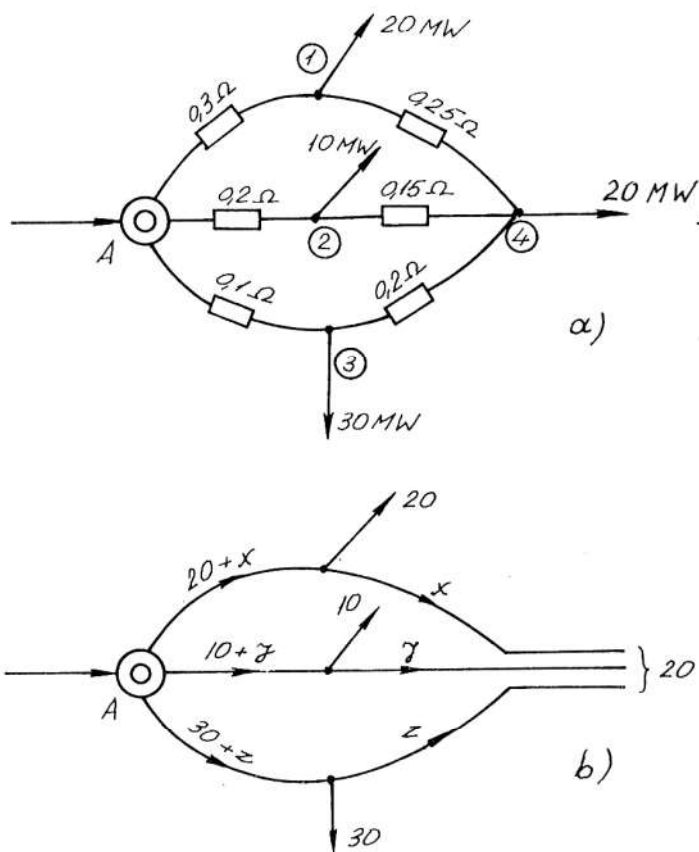
p = broj petlji

po = broj pojnih točaka

Ako zanemarimo gubitke snage, možemo računati sa snagama umjesto sa strujama.

Primjer 7.7. Zadana je zatvorena mreža s jednom pojnom točkom prema slici 253a. Potrebno je odrediti tokove snaga.

Proizvoljno odaberemo dva reza ($r = 2 + 1 - 1 = 2$). Na



Sl.253 - Zadana zatvorena mreža

sl.253b to je učinjeno u čvoru 4. Postavljamo jednađbe.

$$x + y + z = 20$$

$$0,25 x + 0,3 (20 + x) = 0,15 y + 0,2 (10 + y)$$

$$0,2 z + 0,1 (30 + z) = 0,15 y + 0,2 (10 + y)$$

$$x + y + z = 20$$

$$x = - 0,326 \text{ MW}$$

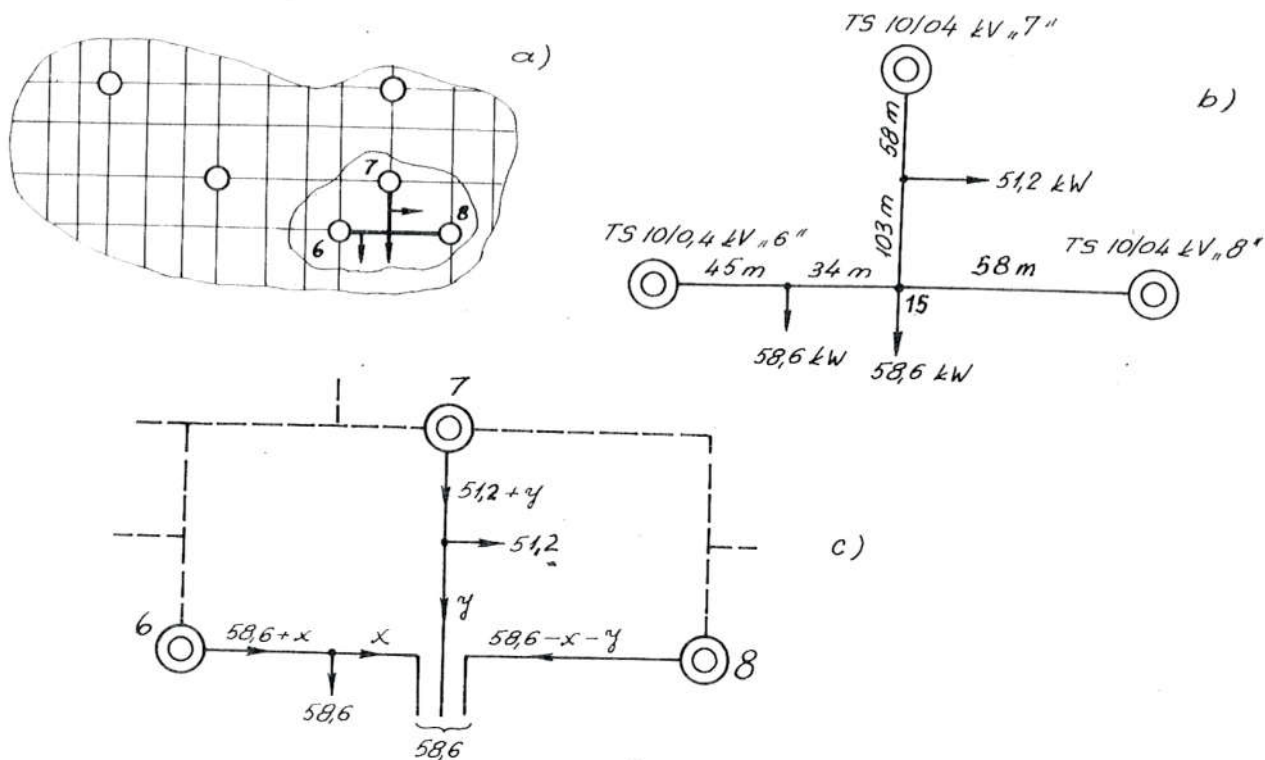
$$0,55 x - 0,35 y = - 4$$

$$y = 10,917 \text{ MW}$$

$$- 0,35 y + 0,3 z = - 1$$

$$z = 9,408 \text{ MW}$$

Primjer 7.8. Zamislimo niskonaponsku mrežu s mnogo pojnih točaka. (Sl.254a). Tražimo raspodjelu snaga u jednom dijelu mreže. Zadane su snage potrošača i dužine vodova. Vodovi su istog presjeka.



Sl.254 - Proračun niskonaponske mreže

Presjecimo mrežu u čvoru 15.

$$U_6 = U_7 = U_8$$

$$(58,6 + x) 45 + 34 x = (51,2 + y) 58 + 103 y$$

$$(58,6 + x) 45 + 34 x = (58,6 - x - y) 58$$

$$79 x - 161 y = 332,6$$

$$137 x + 58 y = 361,8$$

$$x = 2,91 \text{ kW} ; \quad y = - 0,638 \text{ kW}$$

Ako pretpostavimo jednak $\cos\phi$ potrošača, onda se jalova snaga raspodjeljuje kao i radna, pa je nije potrebno računati.

7.4. Transfiguracija mreže

Transfiguracija (pretvorba) mreže u neki drugi oblik da bi se olakšao proračun prati proračun mreže od prvih početaka. Razlikujemo pretvorbu pasivne i pretvorbu aktivne mreže. Pretvorba pasivne mreže je matematski točna što nije uvijek slučaj s aktivnom mrežom.

Najjednostavniji oblik pretvorbe pasive mreže je serijsko i paralelno spajanje grana. Zatim slijede transfiguracije opće zvijezde u opći poligon i trokuta u zvijezdu. Ovim transfiguracijama svaka se pasivna mreža može svesti na proizvoljan broj čvorova.

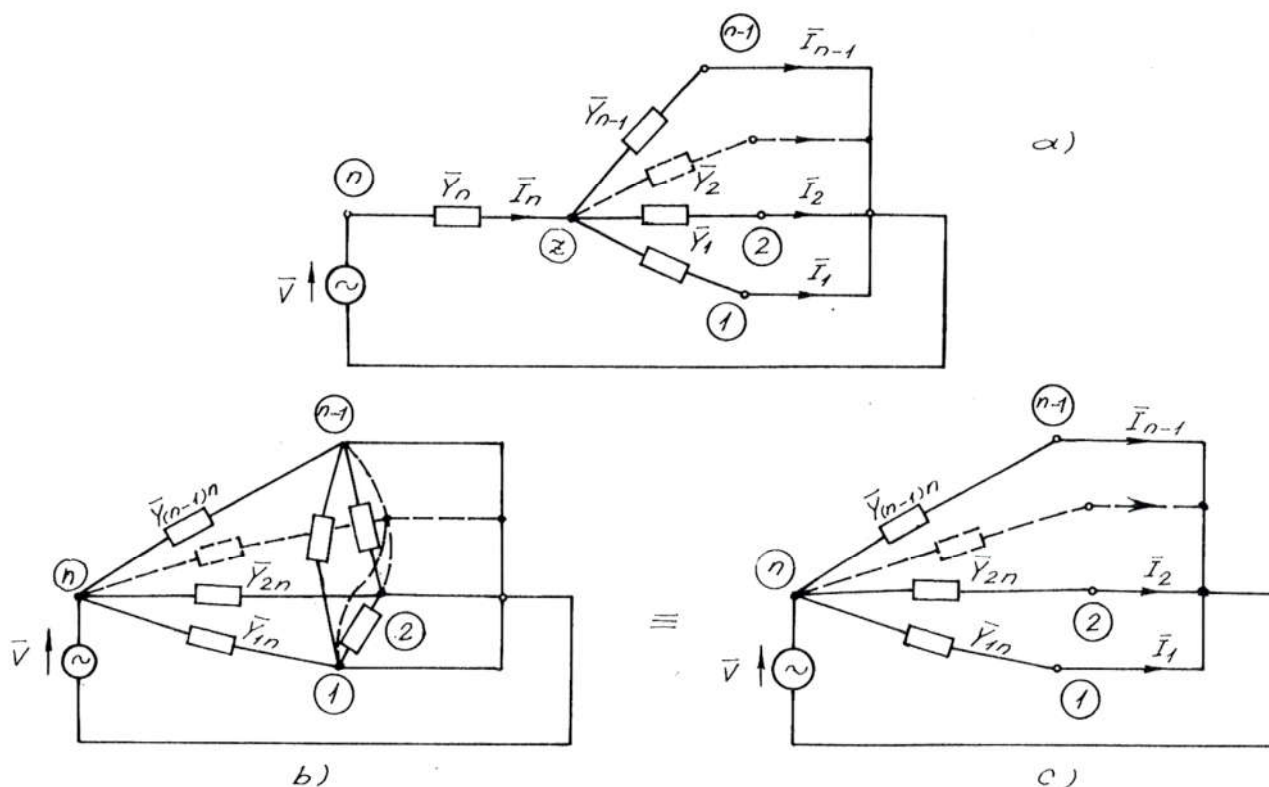
Theveninovim ili Nortonovim ekvivalentom može se nadomjestiti aktivna mreža promatrana iz dva čvora. Aktivnu mrežu promatranu iz više od dva čvora ne možemo nadomjestiti matematski točnim ekvivalentom.

U transfiguraciju aktivne mreže spada i prebacivanje tereta. Prebacivanje tereta na dva čvora u mreži je izvodivo bez obzira gdje se teret nalazi. (Kod više tereta u mreži koristimo teorem superpozicije).

7.4.1. Transfiguracija opće zvijezde u opći poligon

Ovom transfiguracijom mreža gubi jedan čvor, i to zvijezdište zvijezde. Taj čvor mora biti pasivan, tj. ne smije sadržavati injektirane struje. Rezultat je transfiguracije da se svi parovi čvorova koji ostaju spoje s po jednom granom. Broj vrhova poligona bit će jednak broju krakova zvijezde koja se transfigurira. Broj krakova zvijezde, koja se može transfigurirati nije ograničen.

Prilike izvan transfigurirane zvijezde moraju biti jednake onima prije transfiguracije bez obzira na uklopno stanje. Pogodno je istražiti prilike prema slici 255. Po ovoj shemi kratko su spojeni čvorovi od 1 do $n-1$ kod zvijezde i kod poligona, pa se kod poligona, sl.255b) stvara situacija pokazana na slici 255c). Usporedbom struja u 255a) i 255c) dobijemo odnose admitancija zvijezde i admitancija poligona.



Sl.255 - Pretvorba opće zvijezde u opći poligon

Prema slici 255a) imamo:

$$\bar{I}_n = \bar{V} \frac{\bar{Y}_n \sum_{i=1}^{n-1} \bar{Y}_i}{\bar{Y}_n + \sum_{i=1}^{n-1} \bar{Y}_i} = \bar{V} \frac{\bar{Y}_n \sum_{i=1}^{n-1} \bar{Y}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{Y}_i} \quad 7-78$$

$$\frac{\bar{I}_1}{\sum_{i=1}^{n-1} \bar{I}_i} = \frac{\bar{Y}_1}{\sum_{i=1}^{n-1} \bar{Y}_i} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_n} \quad 7-79$$

Iz 7-78 i 7-79 slijedi

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_n \frac{\bar{Y}_1}{\sum_{i=1}^{n-1} \bar{Y}_i} = \bar{V} \frac{\bar{Y}_n \sum_{i=1}^{n-1} \bar{Y}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{Y}_i} \frac{\bar{Y}_1}{\sum_{i=1}^{n-1} \bar{Y}_i} = \bar{V} \frac{\bar{Y}_n \bar{Y}_1}{\sum_{i=1}^n \bar{Y}_i} \quad 7-80$$

Prema slici 255c) imamo

$$\bar{I}_1 = \bar{V} \bar{Y}_{1n} \quad 7-81$$

Izjednačimo obje struje, tj. 7-80 i 7-81:

$$\bar{V} \bar{Y}_{ln} = \bar{V} \frac{\bar{Y}_n \bar{Y}_1}{\sum_{i=1}^n \bar{Y}_i}$$

slijedi

$$\bar{Y}_{ln} = \frac{\bar{Y}_1 \bar{Y}_n}{\sum_{i=1}^n \bar{Y}_i} \quad 7-82$$

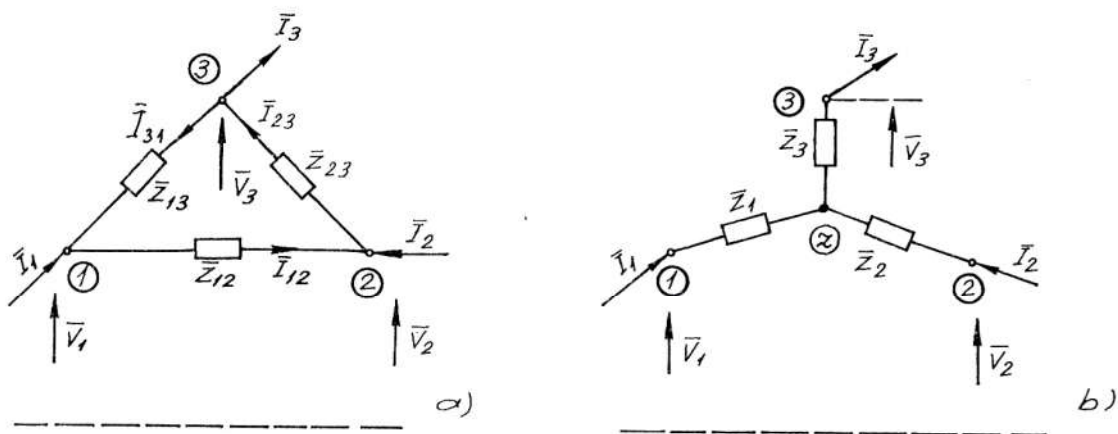
i općenito za admitanciju stranice poligona između čvorova j i k

$$\bar{Y}_{jk} = \frac{\bar{Y}_j \bar{Y}_k}{\sum_{i=1}^n \bar{Y}_i} \quad j \neq k \quad 7-83$$

gdje i ide po svim krakovima zvijezde.

7.4.2. Transfiguracija trokuta u zvijezdu

Nije moguć obrnuti postupak, tj. pretvorba općeg poligona u opću zvijezdu. Jedino je moguća pretvorba trokuta u zvijezdu. Prilike na vrhovima trokuta na slici 256a) moraju biti iste kao kod zvijezde na slici 256b).



Sl.256 - Pretvorba trokuta u zvijezdu

Obilazni napon petlje trokuta jednak je nuli

$$\bar{I}_{12} \bar{Z}_{12} + \bar{I}_{23} \bar{Z}_{23} + \bar{I}_{31} \bar{Z}_{13} = 0 \quad 7-84$$

U ovu jednadžbu uvrstimo:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{23} &= \bar{I}_{12} + \bar{I}_2 & \bar{I}_{31} &= \bar{I}_{12} - \bar{I}_1 \\ \bar{I}_{12} \bar{Z}_{12} + \bar{I}_{12} \bar{Z}_{23} + \bar{I}_2 \bar{Z}_{23} + \bar{I}_{12} \bar{Z}_{13} - \bar{I}_1 \bar{Z}_{13} &= 0 \end{aligned} \quad 7-85, 7-86$$

Sada možemo struju grane $\bar{I}_{12}$ izraziti sa strujama čvora $\bar{I}_1$ i $\bar{I}_2$.

$$\bar{I}_{12} = \frac{\bar{I}_1 \bar{Z}_{13} - \bar{I}_2 \bar{Z}_{23}}{\bar{Z}_{12} + \bar{Z}_{23} + \bar{Z}_{13}} = \frac{\bar{I}_1 \bar{Z}_{13} - \bar{I}_2 \bar{Z}_{23}}{D} \quad 7-87$$

Pad napona $\bar{V}_1 - \bar{V}_2$ u trokutu izrazimo sa strujama $\bar{I}_1$ i $\bar{I}_2$.

$$\bar{V}_1 - \bar{V}_2 = \bar{I}_{12} \bar{Z}_{12} = \frac{\bar{I}_1 \bar{Z}_{13} - \bar{I}_2 \bar{Z}_{23}}{D} \bar{Z}_{12} \quad 7-88$$

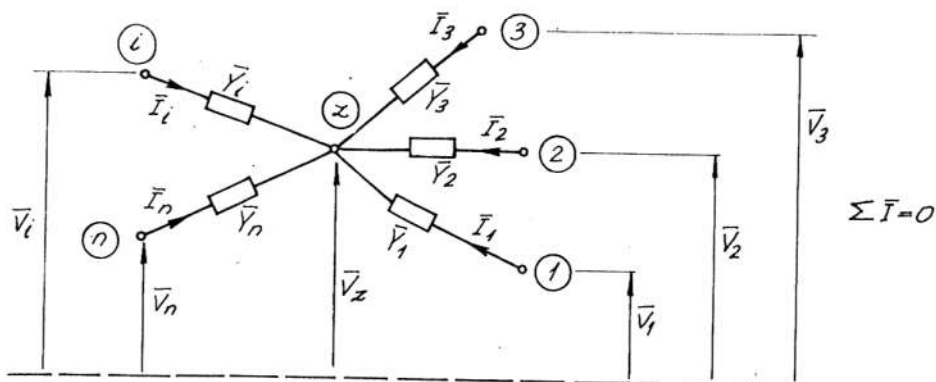
Isti pad napona $\bar{V}_1 - \bar{V}_2$ izrazimo u zvijezdi s istim strujama čvora $\bar{I}_1$ i $\bar{I}_2$.

$$\bar{V}_1 - \bar{V}_2 = \bar{I}_1 \bar{Z}_1 - \bar{I}_2 \bar{Z}_2 \quad 7-89$$

Koeficijenti uz struje moraju biti jednaki iz čega izlazi:

$$\bar{Z}_1 = \frac{\bar{Z}_{13} \bar{Z}_{12}}{D} \quad \bar{Z}_2 = \frac{\bar{Z}_{23} \bar{Z}_{12}}{D} \quad \bar{Z}_3 = \frac{\bar{Z}_{13} \bar{Z}_{23}}{D} \quad 7-90$$

7.4.3. Odredjivanje napona zvijezdišta



Sl.257 - Odredjivanje napona zvijezdišta

Ako su nam poznate admitancije krakova zvijezde i naponi u vrhovima možemo odrediti napon zvijezdišta Z.

Primjenimo I Kirchoff-ov zakon (Sl.257):

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \dots + \bar{I}_n = 0 \quad 7-91$$

$$(\bar{V}_1 - \bar{V}_Z) \bar{Y}_1 + (\bar{V}_2 - \bar{V}_Z) \bar{Y}_2 + \dots + (\bar{V}_n - \bar{V}_Z) \bar{Y}_n = 0$$

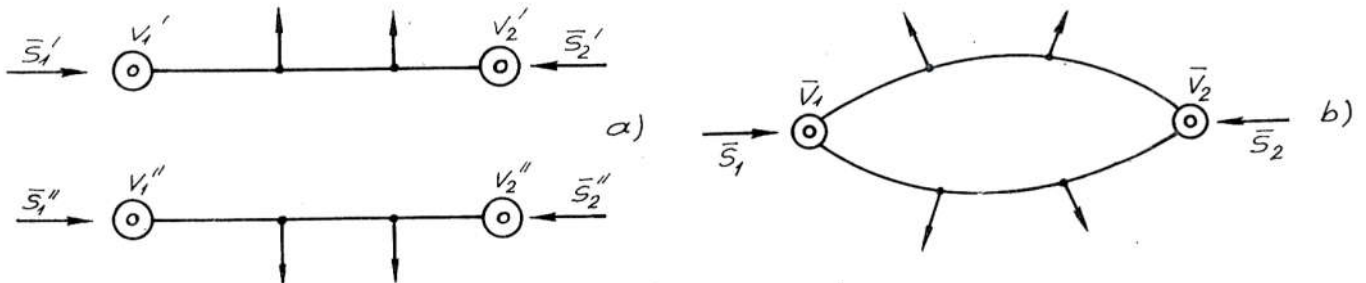
$$\bar{V}_1 \bar{Y}_1 + \bar{V}_2 \bar{Y}_2 + \dots + \bar{V}_n \bar{Y}_n = \bar{V}_Z (\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \dots + \bar{Y}_n)$$

$$\sum_{i=1}^n \bar{V}_i \bar{Y}_i = \bar{V}_Z \sum_{i=1}^n \bar{Y}_i$$

$$\bar{V}_Z = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{V}_i \bar{Y}_i}{\sum_{i=1}^n \bar{Y}_i} \quad i = 1 \dots n \quad 7-92$$

7.4.4. Otvaranje i sastavljanje pojnih točaka

Primjenjuje se kod proračuna distributivnih mreža. Sastavljati možemo samo pojne točke istog potencijala (Sl.258).

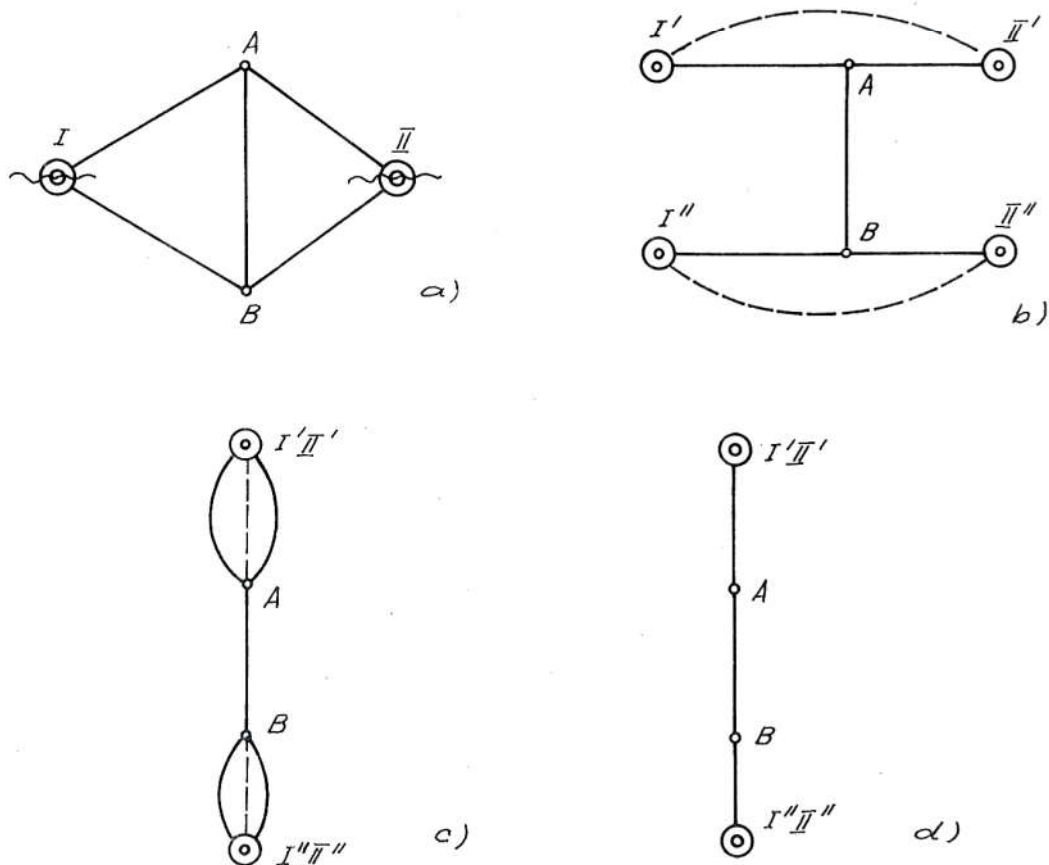


$$V_1' = V_1'' \quad V_2' = V_2''$$

$$\bar{S}_1 = \bar{S}_1' + \bar{S}_1''; \quad \bar{S}_2 = \bar{S}_2' + \bar{S}_2''$$

Sl.258 - Sastavljanje pojnih točaka

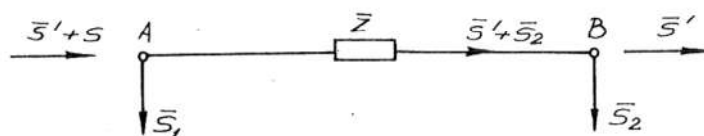
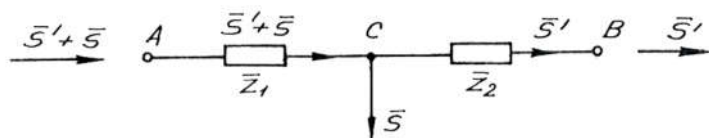
Na otvaranje pojnih točaka idemo kod zamkastih mreža. Slika 259. pokazuje primjer takove pretvorbe kad duž trase vodova nema opterećenja.



Sl.259 - Pretvorba mreže otvaranjem i sastavljanjem pojnih točaka

7.4.5. Prebacivanje tereta

Opterećenje prebacujemo u druge čvorove uz uvjet da naponi i snage (struje) tih čvorova ostanu nepromijenjeni. Na slici 260 prebacujemo opterećenje iz C u A i B.



Postavljamo uvjet da je

$$\bar{S} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 \quad \bar{Z} = \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 \quad 7-93$$

Pad napona između A i B u slučaju sa slike 260a mora biti jednak padu napona između A i B sa slike 260b.

Uz zanemarenje gubitaka možemo računati sa snagama umjesto strujama.

$$(\bar{S}' + \bar{S})\bar{Z}_1 + \bar{S}\bar{Z}_2 = (\bar{S}' + \bar{S}_2)(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)$$

što daje

$$7-94$$

Sl.260. Prebacivanje tereta

$$\bar{S}\bar{Z}_1 = \bar{S}_2(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2)$$

sljedeći

$$\bar{S}_2 = \bar{S} \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}$$

$$7-95$$

i analogno

$$\bar{S}_1 = \bar{S} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2}$$

$$7-96$$

Opterećenja možemo i spojiti. Tada je

$$\bar{Z}_1 = \bar{Z} \frac{\bar{S}_2}{\bar{S}_1 + \bar{S}_2}$$

$$7-97$$

$$\bar{Z}_2 = \bar{Z} \frac{\bar{S}_1}{\bar{S}_1 + \bar{S}_2}$$

$$7-98$$

Kada gubici nisu zanemarivi računamo sa strujama, a ne sa snagama.

7.5. Rješavanje simultanih algebarskih jednačbi

Vidjeli smo da se prilike u mreži u ustaljenom stanju mogu matematski izraziti nizom simultanih jednačbi oblika

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = I_1$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = I_2$$

$$\text{-----}$$

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = I_n$$

$$7-99$$

gdje su f_i funkcije koje vežu nepoznate varijable x_i s poznatim parametrima. Jednadžbe su nelinearne, ako je barem jedna od funkcija nelinearna. Ako su sve funkcije linearne sistem je linearan.

Za rješavanje linearnih algebarskih jednadžbi imamo direktne i iterativne metode, a za rješavanje nelinearnih samo iterativne metode.

7.5.1. Direktne metode

Ima više metoda, a svima je cilj da omoguće što brže i točnije rješenje. Kod svih direktnih metoda jednom učinjena pogreška se ne ispravlja nego se vuče do rezultata.

Poznato je rješenje pomoću determinanti odnosno Cramerovo pravilo.

Rješenje glasi:

$$x_1 = \frac{|A_1|}{|A|}$$

$$x_2 = \frac{|A_2|}{|A|}$$

$$x_n = \frac{|A_n|}{|A|}$$

7-100

Primjer 7.9. Zadan je sistem jednadžbi

$$4x_1 - x_2 + 2x_3 = 1$$

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1 + 2x_2 - 0,5x_3 = -2$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -0,5 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & -0,25 & 0,5 \\ 2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -0,5 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & -0,25 & 0,5 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 2,25 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 4 \begin{vmatrix} -\frac{3}{2} & 0 \\ \frac{9}{4} & -1 \end{vmatrix} = 4 \left(-\frac{3}{2}\right)(-1) = 6$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & -0,5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 3,5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -5 \\ 0 & 3,5 \end{vmatrix} = 3,5$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -0,5 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & 0,25 & 0,5 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & -0,5 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & 0,25 & 0,5 \\ 0 & 2,5 & 0 \\ 0 & -2,25 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 4 \begin{vmatrix} 2,5 & 0 \\ -2,25 & -1 \end{vmatrix} = -10$$

$$|A_2| = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & -0,25 & 0,25 \\ 2 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 4 \begin{vmatrix} 1 & -0,25 & 0,25 \\ 0 & -1,5 & 0 \\ 0 & 2,25 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= 4 \begin{vmatrix} -1,5 & 2,5 \\ 2,25 & -2,25 \end{vmatrix} = 4(-1,5) \begin{vmatrix} 1 & -\frac{2,5}{1,5} \\ 2,25 & -2,25 \end{vmatrix} = -9$$

$$x_1 = \frac{3,5}{6}$$

$$x_2 = -\frac{10}{6}$$

$$x_3 = -\frac{9}{6}$$

Praktičnija je Gaussova metoda eliminiranja. U ovoj metodi se moramo pobrinuti da dijagonalni članovi ne budu jednaki nuli što je uvijek moguće premještanjem jednačbi. Račun teče ovako:

Prvi koeficijent prve jednačbe svede se na jedinicu. Prvu jednačbu pomnožimo s prvim koeficijentom slijedeće jednačbe i odbijemo od nje. Tako eliminiramo x_1 u drugoj jednačbi. To ponovimo s ostalim jednačbama. Zatim prelazimo na drugi koeficijent druge jednačbe i eliminiramo x_2 u trećoj i daljnjim jednačbama. Slijedi treći koeficijent treće jednačbe itd.

Primjer 7.10. Zadan je sistem jednačbi

$$4 x_1 - x_2 + 2 x_3 = 1 \quad / : 4$$

$$2 x_1 - 2 x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1 + 2 x_2 - 0,5 x_3 = -2$$

$$x_1 - 0,25 x_2 + 0,5 x_3 = 0,25$$

$$2 x_1 - 2 x_2 + x_3 = 3$$

$$x_1 + 2 x_2 - 0,5 x_3 = -2$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 0,25 x_2 + 0,5 x_3 & = & 0,25 \\ - 1,5 x_2 & & = 2,5 \quad / : (-1,5) \\ 2,25 x_2 - x_3 & = & - 2,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 0,25 x_2 + 0,5 x_3 & = & 0,25 \\ x_2 & & = 5/3 \quad / \cdot 2,25 \\ 2,25 x_2 - x_3 & = & - 2,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 0,25 x_2 + 0,5 x_3 & = & 0,25 \\ x_2 & & = - 5/3 \\ - x_3 & = & 1,5 \quad / : (-1) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 0,25 x_2 + 0,5 x_3 & = & 0,25 \\ x_2 & & = - 5/3 \\ x_3 & = & - 1,5 \end{array}$$

$$x_3 = - 1,5 \quad x_2 = - \frac{5}{3} \quad x_1 = \frac{3,5}{6}$$

Gauss-Jordanova metoda daje odmah iznos variabli. Postupak je isti, samo što elimineramo variable iz svih jednažbi, a ne samo iz slijedećih. Metoda je prikladna za elektroničko računalo.

Primjer 7.11. Zadan je sistem jednažbi:

$$\begin{array}{rcl} 4 x_1 - x_2 + 2 x_3 & = & 1 \quad / : 4 \\ 2 x_1 - 2 x_2 + x_3 & = & 3 \\ x_1 + 2 x_2 - 0,5 x_3 & = & - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 0,25 x_2 + 0,5 x_3 & = & 0,25 \\ 2 x_1 - 2 x_2 + x_3 & = & 3 \\ x_1 + 2 x_2 - 0,5 x_3 & = & - 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 0,25 x_2 + 0,5 x_3 & = & 0,25 \\ - 1,5 x_2 & & = 2,5 \quad / : (-1,5) \\ 2,25 x_2 - x_3 & = & - 2,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 - 0,25 x_2 + 0,5 x_3 & = & 0,25 \\ x_2 & & = -5/3 \\ 2,25 x_2 - x_3 & = & - 2,25 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 & + 0,5 x_3 & = - \frac{0,5}{3} \\ x_2 & & = - 5/3 \\ & - x_3 & = 1,5 \quad / : (-1) \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 & + 0,5 x_3 & = - \frac{0,5}{3} \\ x_2 & & = - 5/3 \\ & - x_3 & = 1,5 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 & & = 1,75/3 \\ x_2 & & = - 5/3 \\ x_3 & & = - 1,5 \end{array}$$

Cijeli postupak možemo provesti tako da po istom ključu obradjujemo proširenu matricu koeficijenata.

4	- 1	2	1
2	- 2	1	3
1	2	-0,5	-2

prvi redak podijelimo sa a_{11}

1	-0,25	0,5	0,25
2	-2	1	3
1	2	-0,5	-2

prvi redak pomnožimo sa 2 i odbijemo od drugog. Zatim pomnožimo sa 1 i odbijemo od trećeg

1	-0,25	0,5	0,25
	-1,5		2,5
	2,25	-1	-2,25

drugi redak podijelimo sa a_{22}

1	-0,25	0,5	0,25
	1		-5/3
	2,25	-1	-2,5

drugi redak pomnožimo sa $(-0,25)$ i odbijemo od prvog. Zatim drugi redak pomnožimo sa 2,25 i odbijemo od trećeg

1		0,5	$-\frac{0,5}{3}$
	1		$-\frac{5}{3}$
		-1	1,5

treći redak podijelimo sa a_{33}

1		0,5	$-\frac{0,5}{3}$
	1		$-\frac{5}{3}$
		1	-1,5

treći redak množimo sa 0,5 i odbijemo od prvog

1			$1,75/3$
	1		$-\frac{5}{3}$
		1	-1,5

na desnoj strani nalaze se rješenja

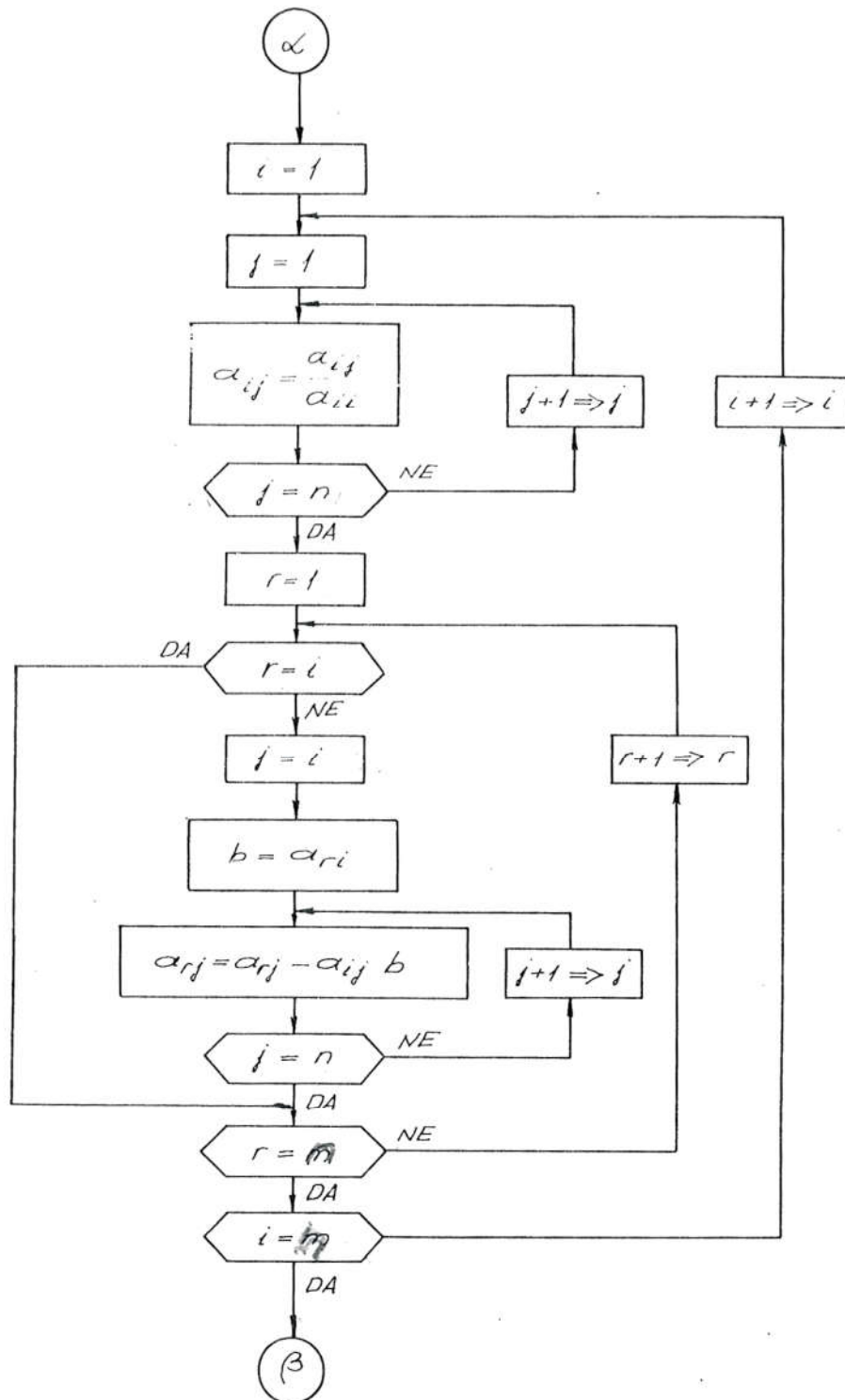
Zamislamo sada da se sve ovo događa na jednoj tabeli, jer nam u slijedećem koraku ne treba više prethodni. Tako radi elektroničko računalo, što je pokazano na dijagramu toka sl.261.

i = brojač redaka $i = 1 \dots m$

j = brojač stupaca $j = 1 \dots n$

r = brojač redaka $r = 1 \dots m$

Osim proširene matrice koeficijenata potrebno je zadati konstante m i n . U našem slučaju $n = m + 1$.



Sl.261 - Gauss-Jordanova eliminacija

Gauss-Jordanova eliminacija nas vodi i do vrlo elegantnog postupka za invertiranje matrice. Zadaјmo matričnu јednađbu

$$[A][x] = [J] / [A]^{-1} \quad 7-101$$

$$[x] = [A]^{-1}$$

$[J]$ = јedinična matrica

Napisat ćemo sada povećanu matricu ($n = 2m$) i primjeniti elementarne transformacije kao što smo radili u Gauss-Jordanovoj metodi.

Kada na mjestu matrice $[A]$ dobijemo јediničnu matricu, tada na mjestu matrice $[J]$ imamo rješenje.

Primjer 7.12. Treba naći inverznu matricu matrice koeficijenata iz prethodnog primjera

4	-1	2	1		
2	-2	1		1	
1	2	-0,5			1

1	-0,25	0,5	0,25		
2	-2	1		1	
1	2	-0,5			1

1	-0,25	0,5	0,25		
	-1,5		-0,5	1	
	2,25	-1	0,25		1

1	-0,25	0,5	0,25		
	1		1/3	-2/3	
	2,25	-1	-0,25		1

1		0,5	1/3	$-\frac{0,5}{3}$	
	1		-1/3	-2/3	
		-1	-1	4,5/3	1

1			$-\frac{0,5}{3}$	$-\frac{1,75}{3}$	0,5
	1		1/3	- 2/3	
		1	1	$-\frac{4,5}{3}$	-1

Kontrola:

Rješenje jednadžbi iz prethodnog primjera takodjer je

$$[x] = [A]^{-1} [y]$$

$$[x] = \begin{bmatrix} -\frac{0,5}{3} & \frac{1,75}{3} & 0,5 \\ 1/3 & -2/3 & \\ -0,5 & -4,5/3 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = -\frac{0,5}{3} \cdot 1 + \frac{1,75}{3} \cdot 3 + 0,5 \cdot (-2) = \frac{1,75}{3}$$

$$x_2 = \frac{1}{3} \cdot 1 + (-\frac{2}{3})3 = -\frac{5}{3}$$

$$x_3 = 1 \cdot 1 + (-\frac{4,5}{3})3 + (-1) \cdot (-2) = -1,5$$

7.5.2. Iterativne metode

Iterativni postupak je računanje niza približnih rješenja, koja moraju konvergirati pravim rješenjima. Svako novo računanje približnih rješenja je jedan korak odnosno iteracija. Proces računanja se prekida kada je niz približnih rješenja dovoljno blizu pravim rješenjima.

Broj iteracija ovisi u prvom redu o matrici koeficijenata koja definira fizikalni sistem. Ovisno o karakteristikama matrice proces može konvergirati brzo, polako ili čak divergirati. Proces je konvergentan kada je ispunjeno za svaku varijablu

$$x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)} < x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)} \quad 7-103$$

gdje je k redni broj iteracije.

Kada je razlika $x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}$ dovoljno malena prihvaćamo približno rješenje $x_i^{(k)}$ kao stvarno.

Na konvergenciju procesa, broj iteracija i vrijeme računanja utječe i izbor početnih vrijednosti. Potrebno je zadati početne vrijednosti što bliže pravim rješenjima. Ako nam to nije moguće uzimamo da je

$$x_1^{(0)} = \frac{y_1}{a_{11}}, \quad x_2^{(0)} = \frac{y_2}{a_{22}}, \quad \dots \quad x_n^{(0)} = \frac{y_n}{a_{nn}} \quad 7-104$$

U Gauss-ovoj iterativnoj metodi ispisujemo jednadžbe u obliku:

$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 + \phi_1 (x_2, x_3, \dots, x_n) \\ x_2 &= y_2 + \phi_2 (x_1, x_3, \dots, x_n) \\ &\dots \dots \dots \\ x_n &= y_n + \phi_n (x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) \end{aligned} \quad 7-105$$

Račun počinje tako da se na desnoj strani uvrste $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$.. i izračuna lijeva strana koju označimo sa

$x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}$. Sada postupak ponovimo tako da $x_1^{(1)}, x_2^{(2)}$

uvrstimo u desnu stranu jednadžbe. Na lijevoj strani dobijemo $x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots, x_n^{(2)}$, itd.

Za sistem linearnih algebarskih jednadžbi dobijemo formule:

$$\begin{aligned} x_1^{(k+1)} &= \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2^{(k)} - \frac{a_{13}}{a_{11}} x_3^{(k)} \dots \dots \frac{a_{1n}}{a_{11}} x_n^{(k)} \\ x_2^{(k+1)} &= \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}} x_1^{(k)} - \frac{a_{23}}{a_{22}} x_3^{(k)} \dots \dots \frac{a_{2n}}{a_{22}} x_n^{(k)} \\ &\dots \dots \dots \\ x_n^{(k+1)} &= \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}} x_1^{(k)} - \frac{a_{n2}}{a_{nn}} x_2^{(k)} \dots \dots \frac{a_{nn}^{n-1}}{a_{nn}} x_{n-1}^{(k)} \end{aligned} \quad 7-106$$

Primjer 7.13. Zadan je niz linearnih jednadžbi

$$\begin{aligned} 0,6270 x_1 + 0,1930 x_2 + 0,0100 x_3 &= 1,0 \\ 0,1930 x_1 + 0,4840 x_2 + 0,1711 x_3 &= 1,0 \\ 0,0100 x_1 + 0,11711 x_2 + 0,6960 x_3 &= 1,0 \end{aligned}$$

Treba naći rješenje Gaussovom iterativnom metodom uz točnost

$$\Delta x \leq 0,0001$$

Jednadžbe ispisujemo prema 7-105:

$$\begin{aligned}x_1 &= 1,5949 - 0,3078 x_2 - 0,0159 x_3 \\x_2 &= 2,0661 - 0,3988 x_1 - 0,3535 x_3 \\x_3 &= 1,4368 - 0,0144 x_1 - 0,2458 x_2\end{aligned}$$

Odaberimo: $x_1^{(0)} = 1,0$; $x_2^{(0)} = 1,0$; $x_3^{(0)} = 1,0$

Rješenja Gauss-ovom iterativnom metodom po iteraciji $k = 0, 1 \dots 12$ pokazana su u tabeli

k	x_1	x_2	x_3
0	1,0	1,0	1,0
1	2,2711	1,3138	1,1766
2	1,1717	1,1433	1,0955
3	1,2255	1,2116	1,1389
4	1,2038	1,1748	1,1213
5	1,2154	1,1897	1,1307
6	1,2107	1,1818	1,1269
7	1,2132	1,1850	1,1289
8	1,2121	1,1833	1,1280
9	1,2127	1,1840	1,1285
10	1,2125	1,1836	1,1283
11	1,2126	1,1838	1,1284
12	1,2125	1,1837	1,1283

U Gauss-Seidel-ovoj iterativnoj metodi vrijednosti k-te iteracije unesemo u prvu jednadžbu i izračunamo $x_1^{(k+1)}$. U drugu jednadžbu unosimo $x_1^{(k+1)}$, $x_3^{(k)}$ $x_n^{(k)}$ i izračunamo $x_2^{(k+1)}$. U treću jednadžbu unosimo

$$x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, x_4^{(k)} \dots x_n^{(k)}.$$

Tako odmah koristimo bliža rješenja i ubrzavamo postupak.

U ovoj metodi za sistem linearnih jednadžbi računamo sa slijedećim formulama

$$\begin{aligned}x_1^{(k+1)} &= \frac{y_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}}{a_{11}} x_2^{(k)} \dots \dots \dots - \frac{a_{1n}}{a_{11}} x_n^{(k)} \\x_2^{(k+1)} &= \frac{y_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}}{a_{22}} x_1^{(k+1)} \dots \dots \dots - \frac{a_{2n}}{a_{22}} x_n^{(k)}\end{aligned}$$

$$x_i^{(k+1)} = \frac{y_i}{a_{ii}} - \frac{a_{i1}}{a_{ii}} x_1^{(k+1)} \dots - \frac{a_{i,i-1}}{a_{ii}} x_{i-1}^{(k+1)} - \frac{a_{i,i+1}}{a_{ii}} x_{i+1}^{(k)} \dots - \frac{a_{in}}{a_{ii}} x_n^{(k)}$$

$$x_n^{(k+1)} = \frac{y_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}}{a_{nn}} x_1^{(k+1)} \dots \dots \dots - \frac{a_{n,n-1}}{a_{nn}} x_{n-1}^{(k+1)}$$

7-107

Primjer 7.14. Za sistem jednađbi iz prethodnog primjera nadji rješenje Gauss-Seidel-ovom iterativnom metodom uz iste početne vrijednosti i istu točnost.

Rješenja po iteraciji $k = 0, 1 \dots 6$ pokazana su u tabeli:

k	x_1	x_2	x_3
0	1,0	1,0	1,0
1	1,2711	1,2057	1,1221
2	1,2059	1,1886	1,1273
3	1,2111	1,1847	1,1281
4	1,2122	1,1839	1,1283
5	1,2125	1,1838	1,1284
6	1,2125	1,1837	1,1283

Do rezultata smo došli nakon 6 iteracija dok je u Gauss-ovoj metodi trebalo 12.

Postoje još metode koje su varijacije u stvari iste primjenjene tehnike kao npr. metoda sukcesivne korekcije, metoda relaksacije itd. Sve ove metode mogu se koristiti za rješavanje linearnih i nelinearnih algebarskih jednađbi.

Za rješavanje sistema nelinearnih algebarskih jednađbi postoji Newton-Raphson-ova metoda koja je prikladna u slučajevima kada su početne vrijednosti za x_i blizu rješenjima. Ova metoda bitno se razlikuje od Gaussove metode, a temelji se na Taylorovom teoremu za funkciju od dvije ili više promjenljivih, koji glasi

$$\begin{aligned}
 f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2, \dots, x_n + \Delta x_n) &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \\
 &+ \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \Delta x_2 + \dots + \frac{\partial}{\partial x_n} \Delta x_n \right) \cdot \\
 &\cdot f(x_1, x_2, \dots, x_n) + R_n
 \end{aligned}
 \tag{7-108}$$

Neka je zadan niz od n nelinearnih jednačbi

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_1 \\
 f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_2 \\
 \hline
 f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_n
 \end{aligned}
 \tag{7-109}$$

i neka je početni procjenjeni vektor rješenja:

$$x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$$

dok su prava rješenja

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Razlika između procjenjenog rješenja i stvarnog neka je

$$\Delta x_1^{(0)}, \Delta x_2^{(0)}, \dots, \Delta x_n^{(0)}$$

pa je stvarno rješenje

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} \\
 x_2 &= x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} \\
 \hline
 x_n &= x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}
 \end{aligned}
 \tag{7-110}$$

U sistem zadanih jednačbi uvrstimo izraze za $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) &= y_1 \\
 f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) &= y_2 \\
 \hline
 f_n(x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)}, x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n^{(0)}) &= y_n
 \end{aligned}$$

7-111

Sistem linearnih jednađbi 7-115 može biti riješen na bilo koji način. Nepoznanice su $\Delta x_1^{(k)}$, $\Delta x_2^{(k)}$, ... $\Delta x_n^{(k)}$.

Uvrstimo $x_1^{(0)}$, $x_2^{(0)}$, ... $x_n^{(0)}$ u gornje jednađbe i dobijemo $\Delta x_1^{(0)}$, $\Delta x_2^{(0)}$, ... $\Delta x_n^{(0)}$. S ovim vrijednostima računamo nove približne vrijednosti $x_1^{(1)}$, $x_2^{(1)}$, ... $x_n^{(1)}$, a pomoću ovih $\Delta x_1^{(1)}$, $\Delta x_2^{(1)}$, ... $\Delta x_n^{(1)}$. Proces se nastavlja dok $\Delta x_1^{(k)}$, $\Delta x_2^{(k)}$, ... $\Delta x_n^{(k)}$ ne postane dovoljno maleno.

Primjer 7.15. Newton-Raphsonovom metodom riješi sistem nelinearnih jednađbi:

$$\begin{aligned} 4x_1 - x_2^2 &= -4 \\ x_1 - 2x_2 &= -2 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\text{Uzmi početne vrijednosti} \\ x_1^{(0)} &= -1, \quad x_2^{(0)} = 1 \end{aligned}$$

$$f_1(x_1, x_2) = 4x_1 - x_2^2 \quad y_1 = -4$$

$$f_2(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 \quad y_2 = -2$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = 4 \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = -2x_2$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = 1 \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = -2$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2x_2^{(k)} \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 - (4x_1^{(k)} - x_2^{(k)2}) \\ -2 - (x_1^{(k)} - 2x_2^{(k)}) \end{bmatrix}$$

k = 0

$$x_1^{(0)} = -1$$

$$x_2^{(0)} = 1$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta x_1^{(0)} = 0$$

$$\Delta x_2^{(0)} = -0,5$$

k = 1

$$x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} = -1 + 0 = -1$$

$$x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(1)} \\ \Delta x_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta x_1^{(1)} = 0,07143$$

$$\Delta x_2^{(1)} = 0,03571$$

k = 2

$$x_1^{(2)} = x_1^{(1)} + \Delta x_1^{(1)} = -1 + 0,07143 = -0,92857$$

$$x_2^{(2)} = x_2^{(1)} + \Delta x_2^{(1)} = 0,5 + 0,03571 = 0,53571$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1,07142 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(2)} \\ \Delta x_2^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00127 \\ -0,00001 \end{bmatrix}$$

$$\Delta x_1^{(2)} = 0,00035$$

$$\Delta x_2^{(2)} = 0,00018$$

k = 3

$$x_1^{(3)} = x_1^{(2)} + \Delta x_1^{(2)} = -0,92857 + 0,00035 = -0,92822$$

$$x_2^{(3)} = x_2^{(2)} + \Delta x_2^{(2)} = 0,53571 + 0,00018 = 0,53587$$

itd.

8. MREŽNI ANALIZATOR

Računske analize srednjih i velikih elektroenergetskih sistema su zbog ogromnog volumena posla praktički neprovedive bez odgovarajućih pomagala, pogotovo ako se uzme u obzir da se pojedina stanja mreže obično moraju izračunati u većem broju varijanata. To je sredinom ovog stoljeća dovelo do pojave mrežnih analizatora, poznatih još pod nazivom "model mreže". Mrežni analizator je umanjeni fizikalni model mreže, koji u određenom mjerilu prikazuje sliku stvarne mreže. S obzirom na namjenu i očekivane rezultate, razvila su se tri osnovna tipa mrežnih analizatora: istosmjerni analizatori i izmjenični analizatori kao jednofazni statički modeli i mikromreže kao trofazni dinamički modeli.

Mrežni analizatori su u suštini analogna računala specijalne namjene. Pojedini elementi mreže (generatori, transformatori, vodovi i potrošači) modelirani su električki na odgovarajući način ovisno o tipu analizatora. Mrežni analizatori su s izuzetkom mikromreže danas potpuno istisnuti primjenom elektroničkih računala, unatoč tome što su analizatori imali stanovite prednosti. Promjene konfiguracije mreže i pogonskog stanja moguće je na analizatoru brzo i pregledno provesti. Mana je analizatora relativno visoka cijena, određene konstruktivne poteškoće (npr. eliminiranje prijelaznog otpora na spojnim mjestima, održavanje konstantne snage modela elektrane ili potrošača), relativno dugotrajno postavljanje neke osnovne mreže na analizator, dugotrajno snimanje rezultata s mjernih instrumenata i konačno dugotrajno preračunavanje rezultata u stvarne vrijednosti uz mogućnost zabune. Veličina analizatora ograničava veličinu analizirane mreže. Analizatori visokog kapaciteta zauzimaju znatni prostor i skupi su. Elementi im moraju biti precizni i tako izradjeni, da im se svojstva ne mijenjaju s temperaturom ni tokom vremena.

Osnovne principe modeliranja možemo objasniti preko pojma baznih veličina posebno za model, a posebno za stvarnu mrežu.

Analizator kao i mreža ima određenu opteretivost odnosno uslijed preopterećenja može biti oštećen, pa su bazne veličine analizatora time definirane, npr.

$$u_B = 50 \text{ V} \quad \text{i} \quad i_B = 0,05 \text{ A}$$

odakle se dalje izvodi

$$z_B = 1000 \, \Omega$$

Bazne veličine stvarne mreže moraju se izabrati tako, da elementima (modelima) teku takve struje, koje ih neće toplinski oštetiti, ali će dati dovoljne otklone za točno očitavanje mjernih instrumenata. Tako za neku stvarnu mrežu možemo odabrati

$$U_B = \frac{100}{\sqrt{3}} \, \text{kV} \qquad I_B = 300 \, \text{A}$$

odakle se dalje izvodi

$$z_B = 192,45 \, \Omega$$

Na ove baze moramo preračunati cjelokupnu stvarnu mrežu.

Element stvarne mreže otpora $1 \, \Omega$ prikazat ćemo na modelu otpornikom $1000 : 192,45 = 5,196 \, \Omega$.

Izmjerena struja od $1 \, \text{mA}$ na modelu odgovarati će struji od $6 \, \text{A}$ u stvarnoj mreži. Izmjereni napon od $1 \, \text{V}$ na modelu između faze i nulvoda odgovarati će faznom naponu $1,1547 \, \text{kV}$ ili linijskom naponu $2 \, \text{kV}$ u stvarnoj mreži.

Istosmjerni i izmjenični analizatori su po izvedbi jednofazni ali se i na njima koristeći teoriju komponenata mogu ispitivati i nesimetrična stanja. U takvim se slučajevima posebno modeliraju direktni, inverzni i nulti sistem i na odgovarajući način međusobno spoje.

8.1. Istosmjerni analizatori

Na istosmjernim analizatorima elementi mreže su modelirani omskim otporima, a cijeli model mreže napaja se istosmjernom strujom. Rezultati će biti dovoljno točni samo u slučajevima gdje se fazni pomaci mogu zanemariti. To je slučaj kod mreža niskog i donekle srednjeg napona. Tipična analiza za istosmjerni analizator je račun kratkog spoja.

Na istosmjernim analizatorima se može modelirati i promatrati ponašanje raznih neelektričkih konfiguracija, koje tvore mrežu i kod kojih važe analogni zakoni Ohmovom i Kirchhoffovim zakonima. Tipični slučaj je vodovodna mreža, naftovodi i slično.

Istosmjerni analizatori su u ovoj kategoriji uređaja najjednostavniji i najjeftiniji.

8.2. Izmjenični analizatori

Na izmjeničnim analizatorima elementi mreže su izvedeni kao vjerni modeli s induktivitetima, kapacitetima i omskim otporima. Zbog toga su izmjenični analizatori nekoliko puta skuplji od istosmjernih za istu veličinu mreže. Tome odgovara i točnost dobivenih rezultata. Da bi se snizila cijena i umanjio volumen reaktivnih elemenata modela (induktiviteti, kapaciteti), često se napajanje modela vrši povećanom frekvencijom, npr. 500 Hz.

8.3. Mikromreža (dinamički model mreže)

Mikromreža je umanjena trofazna mreža, kod kojega su svi elementi vjerno umanjena kopija stvarnih. Takovi modeli su veoma skupi, ali omogućuju simuliranje gotovo svih stacionarnih i prijelaznih stanja u mreži, kako simetričnih, tako i nesimetričnih. Zbog toga je mikromreža jedini tip mrežnog analizatora, koji se i danas još primjenjuje i razvija. Broj mikromreža u svijetu nije velik, a jedina u Jugoslaviji nalazi se u "Elektroprenosu" - Sarajevo. Opis elemenata odgovara upravo rješenjima sarajevske mikromreže.

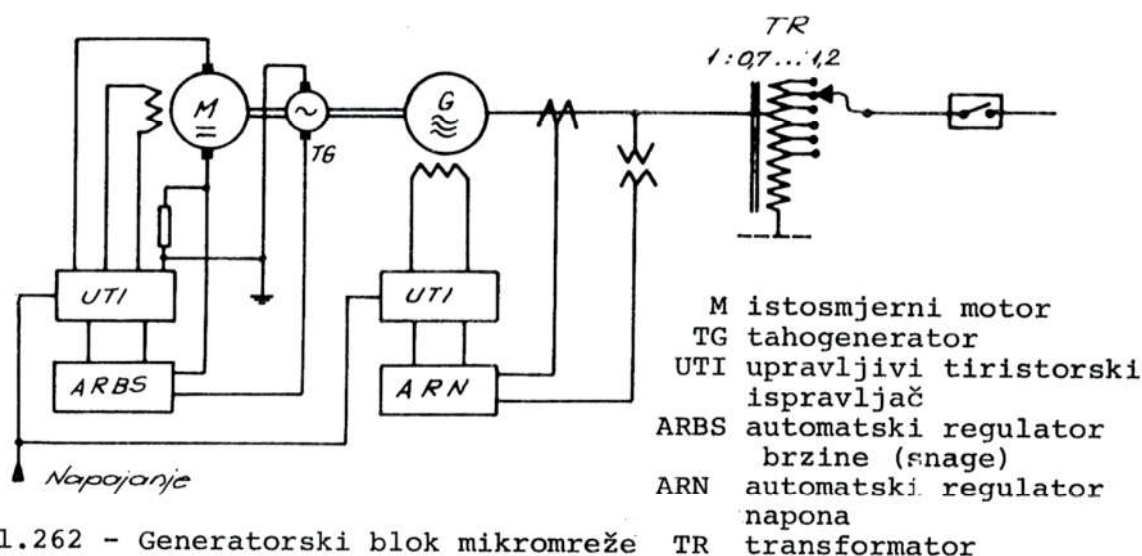
Turbina i generator (Sl.262)

Model turbine izveden je kao istosmjerni motor napajan iz tiristor-skog ispravljača kojim upravlja automatski regulator brzine.

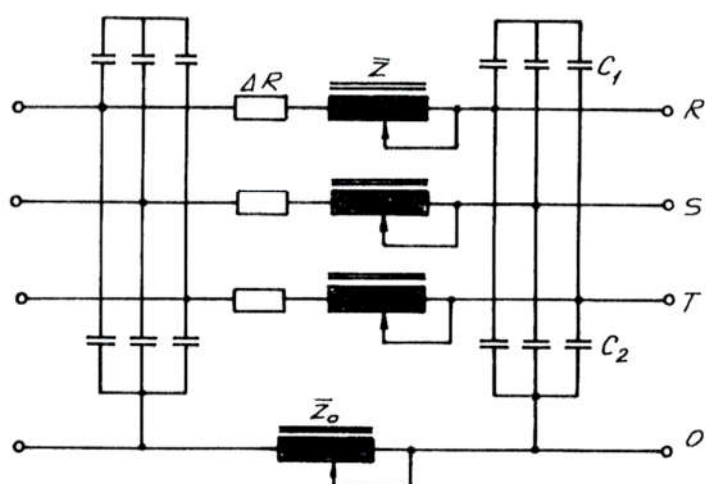
Model generatora je izveden kao trofazni sinhroni generator nazivnog napona 400 V i snage reda veličine 10 kVA. Izvedba rotora je s izraženim polovima za model hidrogeneratora i s neizraženim polovima za model turbogeneratora. Uzbudom upravlja automatski regulator napona.

U bloku s generatorom je trofazni regulacioni autotransformator snage 20 kVA i prijenosnog omjera 1:0,7 ... 1,2. Identično su izvedeni i ostali modeli transformatora.

Osim promjena karakteristika regulatora, moguće je dodavanjem željeznih diskova mijenjati zamašnu masu agregata, a predmagnetiziranjem željeza rotora i izborom prijenosnog omjera transformatora mijenjati X_d odnosno X'_d . Na taj se način model generatora zajedno sa svojim regulacionim sistemom može u velikoj mjeri po ponašanju približiti svojem uzoru u stvarnoj mreži.

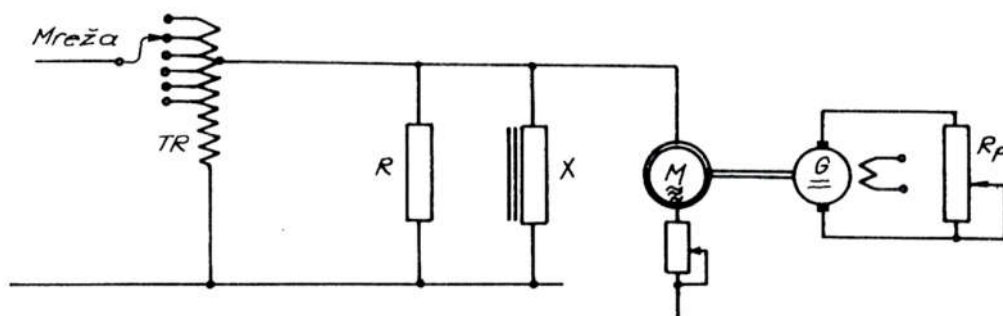


Dalekovod (Sl.263)



Dalekovod je modeliran u obliku trofazne Π -sheme s povratnim vodom. Impedancije su izvedene kao prigušnice sa željeznom jezgrom, a dodatnim otporom ΔR može se postići ispravan omjer $R : X$. Omjerom kapaciteta kondenzatora C_1 i C_2 postiže se ispravan odnos između pogonskog kapaciteta i dozemnog kapaciteta.

Potrošač (Sl.264)



Osim određene impedancije ostvarene pomoću R i X , potrošač sadrži i asinhroni motor opterećen prema shemi na sl.264. Promjenom raspoloživih parametara može se postići vjerno ponašanje modela potrošača prema uzoru grupe potrošača (konzumnog područja) stvarne mreže, odnosno simuliranje karakteristike $P(U)$, $Q(U)$, $P(f)$ i $Q(f)$.

Vodjenje i kontrola pogona mikromreže zahtijeva obiman instrumentarij. Simuliranje određenog niza događaja u stanovitim vremenskim razmacima postiže se programatorom. Njime se programira npr. ispad i ponovni uklop voda (jednofazno ili trofazno), ispad potrošača ili generatora, kratki spoj pa potom ispad voda itd. Programator također daje impuls za start registrirajućim instrumentima.

Događaj na modelu registrira se na osciloskopima, višekanalnim oscilografima, registratorima događaja i slično. Raspoloživi materijal se kasnije obrađuje.

Na mikro-mrežu se mogu priključiti i realni automati i regulatori (npr. distantni releji) i tako ih ispitati u uvjetima koje je u pravoj mreži nemoguće namjerno postići bez smetnje u pogonu, a na ispitnom stolu nemoguće vjerno simulirati.

Mikromreža "Elektroprenosa" Sarajevo ima nakon proširenja 1974. g. 13 modela generatora i 65 modela vodova dužine do 100 km.

Poteškoću u analizama na mikromreži predstavlja obrada velikog broja podataka koji se nagomilaju u kratkom vremenu koliko pojava traje. Rješenje ovog problema je u priključivanju mjernih senzora mikromreže na procesno elektroničko računalo, koje izvrši registraciju i naknadnu obradu podataka. Ako se na računalo priključe još postavni organi regulatora i prekidača može se računalu povjeriti ne samo uloga programatora, već i sve funkcije što ih procesna elektronička računala imaju ili mogu imati u dispečerskim i upravljačkim centrima velikih mreža. Time se znatno proširuje spektar studijskih i pedagoških zadataka, koji se mogu rješavati pomoću mikromreže.

9. ELEKTRONIČKA RAČUNALA I ANALIZA MREŽE

Prva elektronička računala, malog kapaciteta i ograničene primjene pojavila su se koncem 1940. godine i razvijala se dalje kao komercijalna i naučna računala za rutinska računanja. Početkom 1950. godine bila su proizvedena ekonomski prihvatljiva računala i to je značilo prekretnicu u njihovom razvoju. Prihvaćaju ih i inženjeri, jer im omogućuju brže napredovanje na stručnim i naučnim zadacima. Veliki interes za elektroničkim računalima potakao je njihov razvoj tako da se danas govori o proizvodnji računala neograničene memorije i ogromnih brzina računanja.

Svako područje analize elektroenergetskog sistema zahtijeva specijalne matematske modele prikladne za rješenje problema na elektroničkom računalu.

Elektroničko računalo je sposobno da izvede 4 osnovne računske operacije. Stoga se rješenje problema mora dobiti numeričkom tehnikom, koja koristi 4 osnovne operacije. Treba izabrati takav matematski model, koji je praktičan za računanje strojem i koji daje željene rezultate trošeći racionalno prostor i vrijeme stroja. Matrične metode proračuna pokazale su se vrlo prikladne za rad s digitalnim računalima.

9.1. Primitivna matrica mreže

Primitivna matrica mreže je matrica, koja daje vezu između napona grana i struje grana. Ova matrica nam ništa ne kaže o tome kako su grane međusobno spojene. Ona opisuje karakteristike svakog elementa mreže i induktivnu vezu između elementima mreže.

Napišimo jednadžbe napona grana u ovisnosti o strujama grana.

$$\begin{array}{l} \bar{v}_1 + \bar{e}_1 = \bar{z}_{11} \bar{i}_1 + \bar{z}_{12} \bar{i}_2 + \dots + \bar{z}_{1G} \bar{i}_G \\ \bar{v}_1 + \bar{e}_2 = \bar{z}_{21} \bar{i}_1 + \bar{z}_{22} \bar{i}_2 + \dots + \bar{z}_{2G} \bar{i}_G \\ \hline \bar{v}_g + \bar{e}_g = \bar{z}_{g1} \bar{i}_1 + \bar{z}_{g2} \bar{i}_2 + \dots + \bar{z}_{gG} \bar{i}_G \\ \hline \bar{v}_G + \bar{e}_G = \bar{z}_{G1} \bar{i}_1 + \bar{z}_{G2} \bar{i}_2 + \dots + \bar{z}_{GG} \bar{i}_G \end{array} \quad 9-1$$

ili

$$[\bar{v}_g] + [\bar{e}_g] = [\bar{z}_g][\bar{i}_g] \quad 9-2$$

gdje je:

- $[\bar{z}_g]$ = matrica vlastitih i međusobnih impedancija grana
 $\bar{v}_g$ = napon grane
 $\bar{e}_g$ = elektromotorna sila u grani
 $\bar{i}_g$ = struja grane
 $\bar{z}_{gg}$ = vlastita impedancija grane
 $\bar{z}_{ge}$ = međusobna impedancija grane g i grane e ($g \neq e$)

Matrica $[\bar{z}_g]$ je regularna matrica. To nam omogućuje da s impedantnog oblika 9-2 predjemo na admitantni oblik

$$\begin{aligned}
 [\bar{v}_g] + [\bar{e}_g] &= [\bar{z}_g][\bar{i}_g] / [\bar{z}_g]^{-1} \\
 [\bar{i}_g] - [\bar{z}_g]^{-1}[\bar{e}_g] &= [\bar{z}_g]^{-1} \bar{v}_g
 \end{aligned}
 \tag{9-3}$$

Izraz 9-3 po analogiji s izrazom 2-2 možemo formalno pisati

$$[\bar{i}_g] - [\bar{j}_g] = [\bar{y}_g][\bar{v}_g] \tag{9-4}$$

$$[\bar{j}_g] = [\bar{z}_g]^{-1}[\bar{e}_g] \tag{9-5}$$

$$[\bar{y}_g] = [\bar{z}_g]^{-1} \tag{9-6}$$

$[\bar{y}_g]$ = matrica vlastitih i međusobnih admitancija grane.

Jednadžbe 9-4 možemo također pisati

$$\begin{aligned}
 \bar{i}_1 - \bar{j}_1 &= \bar{y}_{11} \bar{v}_1 + \bar{y}_{12} \bar{v}_2 + \dots + \bar{y}_{1N} \bar{v}_N \\
 \bar{i}_2 - \bar{j}_2 &= \bar{y}_{21} \bar{v}_1 + \bar{y}_{22} \bar{v}_2 + \dots + \bar{y}_{2N} \bar{v}_N \\
 \hline
 \bar{i}_g - \bar{j}_g &= \bar{y}_{g1} \bar{v}_1 + \bar{y}_{g2} \bar{v}_2 + \dots + \bar{y}_{gN} \bar{v}_N \\
 \hline
 \bar{i}_N - \bar{j}_N &= \bar{y}_{N1} \bar{v}_1 + \bar{y}_{N2} \bar{v}_2 + \dots + \bar{y}_{NN} \bar{v}_N
 \end{aligned}
 \tag{9-7}$$

Za energetske mreže, kao što smo vidjeli u poglavlju 5, ekvivalentna shema mreže u izvornom obliku je impedantna. Naponski izvori (EMS-e) spojeni su u seriju s impedancijama (generatori), a među granama može postojati induktivna veza (vodovi).

Kada ne postoji međusobna induktivna veza među granama (matrica $[\bar{z}_g]$ dijagonalna) tada izraz 9-5 ima fizikalno značenje. Naime, svaku granu iz izraza 9-2, zadanu u impedantnom obliku, pretvorili smo u admitantni oblik, vidi 7.1.5. U tom slučaju matrica $[\bar{y}_g]$ također je dijagonalna.

Već smo rekli u poglavlju 7, da je za proračun energetskih mreža najprikladnija metoda čvora što vrijedi i za matrične metode pro-

računa mreže. U toj metodi formira se mreža s pasivnim granama i aktivnim čvorovima, pa jednačbe 9-2 i 9-4 prelaze u:

$$[\bar{v}_g] = [\bar{z}_g] [\bar{i}_g] \quad 9-8$$

$$[\bar{i}_g] = [\bar{y}_g] [\bar{v}_g] \quad 9-9$$

Najjednostavniji je slučaj kada su u relacijama 9-8 i 9-9 matrice $[\bar{z}_g]$ i $[\bar{y}_g]$ dijagonalne matrice.

Primjer 9.1. Mreži sa slike 243 ispiši matricu $[\bar{z}_g]$ i matricu $[\bar{y}_g]$

$[\bar{z}_g] =$

	1	2	3	4	5	6	7
1	2,5						
2		0,1					
3			2				
4				0,8			
5					1,25		
6						0,5	
7							1

$[\bar{y}_g] =$

	1	2	3	4	5	6	7
1	0,4						
2		10					
3			0,5				
4				1,25			
5					0,8		
6						2,0	
7							1,0

Primjer 9.2. Mreži sa slike 244 ispiši matricu $[\bar{z}_g]$ i matricu $[\bar{y}_g]$

$$[\bar{z}_g] =$$

	1	2	3	4	5
1	0,5				
2		0,1			
3			1,25		
4				0,8	
5					1,0

$$[\bar{y}_g] =$$

	1	2	3	4	5
1	2,0				
2		10			
3			0,8		
4				1,25	
5					1,0

9.2. Matrice incidencija

To su matrice koje nam kazuju geometrijsku strukturu mreže. Za određivanje matrica incidencije dovoljno je poznavati orijentirani graf mreže.

9.2.1. Matrica incidencije grana - čvor $[\hat{A}]$

Ova matrica daje incidenciju grana i čvorova. Elementi matrice jesu:

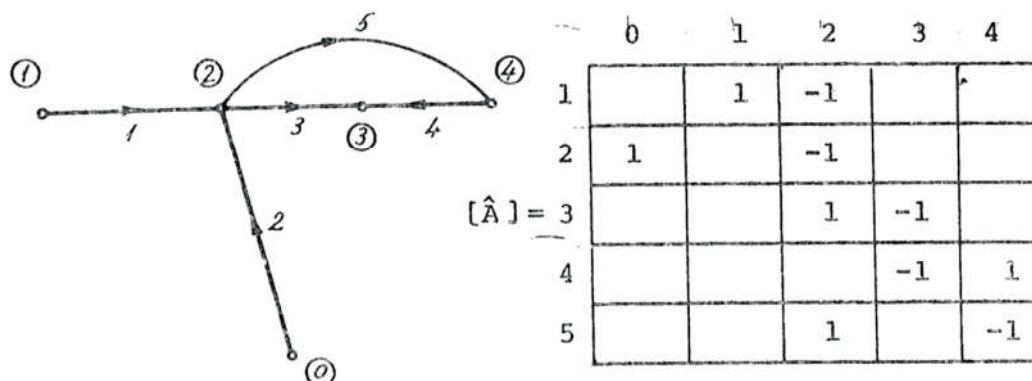
$a_{ij} = 1$ ako se i-ta grana dodiruje s čvorom j i orijentirana je od j-tog čvora

$a_{ij} = -1$ ako se i-ta grana dodiruje s čvorom j i orijentirana je prema j-tom čvoru

$a_{ij} = 0$ ako se i-ta grana ne dodiruje s j-tim čvorom.

Dimenzija matrice $[\hat{A}]$ je $g \times n$.

Primjer 9.3. Za mrežu sa slike 245 odredi matricu $[\hat{A}]$



Sl.265 - Rješenje primjera 9.3.

Stupci su linearno zavisni. Matrica ima rang $n-1$, pa je dovoljno da izbacimo jedan, bilo koji stupac i da stupci postanu linearno nezavisni. Čvor, čiji smo stupac izbacili, nazivamo referentnim čvorom.

Svaki čvor grafa može biti izabran kao referentni čvor. Tada su variable drugih čvorova mjerene prema referentnom. Ako u matrici $[\hat{A}]$ precrtamo stupac referentnog čvora dobili smo matricu incidencije grana - sabirница $[A]$, koja ima dimenziju $g \times (n-1)$.

Primjer 9.4. Mreža sa slike 245; odredi matricu $[A]$.
Neka je referentan čvor 0.

	1	2	3	4
1	1	-1		
2		-1		
3		1	-1	
4			-1	1
5		1		-1

$[A] =$

9.2.2. Matrica incidencija grana-petlja $[C]$

Ova matrica pokazuje incidenciju grana i petlji. Elementi matrice jesu

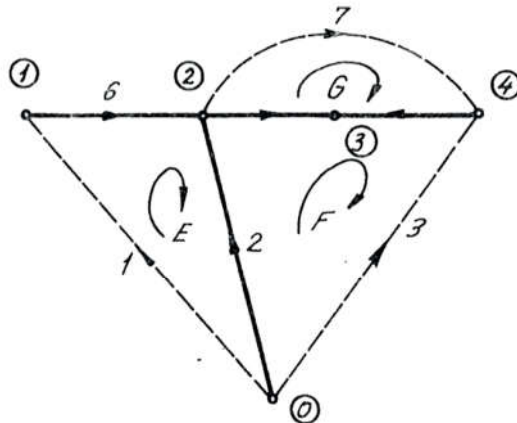
$c_{ij} = 1$ ako je i -ta grana u j -toj petlji i orijentirana u istom smjeru kao i j -ta petlja

$c_{ij} = -1$ ako je i -ta grana u j -toj petlji i orijentirana u suprotnom smjeru kao i j -ta petlja

$c_{ij} = 0$ ako i -ta grana nije u j -toj petlji

Matrica incidencija grana-petlja ima dimenziju $g \times p$ odnosno $g \times (g - n + 1)$

Primjer 9.5. Za mrežu sa slike 243 odredi matricu $[C]$



$[C] =$

	E	F	G
1	1		
2	-1	1	
3		-1	
4		-1	1
5		1	-1
6	1		
7			1

Sl.266 - Rješenje primjera 9.5.

9.2.3. Matrica incidencije grana - put $[\hat{K}]$

Ova matrica pokazuje incidenciju grana i puta. Pri tome treba prijeći put od svakog čvora do referentnog čvora preko grana stabla i puteve po osnovnim petljama. Elementi matrice jesu:

$k_{ij} = 1$ ako je i-ta zavisna grana na putu od j-te sabirnice prema referentnom čvoru i orjentirana u istom smjeru kao i put

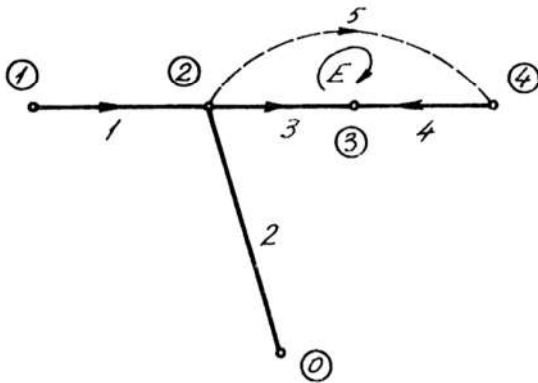
$k_{ij} = -1$ ako je i-ta zavisna grana na putu od j-te sabirnice prema referentnom čvoru i orjentirana u protivnom smjeru od puta

$k_{ij} = 0$ ako i-ta zavisna grana nije na putu od j-te sabirnice prema referentnom čvoru

U stupcima koji se odnose na petlje treba postupiti kao u matrici incidencije grana - petlja $[C]$ (vidi 9.2.2.)

Matrica incidencije grana - put ima dimenziju $g \times g$. To je kvadratna matrica ranga g .

Primjer 9.6. Za mrežu sa slike 245 odredi matricu $[\hat{K}]$



$$[\hat{K}] =$$

	1	2	3	4	E
1	1				
2	1	1	1	1	
3			-1	-1	-1
4				1	1
5					1

Sl.267 - Rješenje primjera 9.6.

9.3. Jednadžbe izvedbe mreže

Mreža je načinjena od niza povezanih elemenata. U metodi sabirnica ili čvora izvedba povezane mreže određuje odnose napona i struja čvora preko $n-1$ nezavisne jednadžbe čvora. U matričnom bilježenju te jednadžbe jesu:

$$[\bar{V}_\chi] = [\bar{Z}_\chi][\bar{I}_\chi] \quad 9-10$$

$$[\bar{I}_\chi] = [\bar{Y}_\chi][\bar{V}_\chi] \quad 9-11$$

gdje je:

$[\bar{V}_\chi]$ = vektor sabirničkih napona mjerenih u odnosu na referentni čvor (neka sabirnica ili nula sistema)

$[\bar{I}_\chi]$ = vektor narinutih struja

$[\bar{Z}_\chi]$ = matrica vlastitih i međjusobnih impedancija sabirnica

$[\bar{Y}_\chi]$ = matrica vlastitih i međjusobnih admitancija sabirnica

Veza izmedju $[\bar{V}_\chi]$ i $[\bar{Z}_\chi]$ je slijedeća:

$$[\bar{V}_\chi] = [\bar{Z}_\chi][\bar{I}_\chi] / [\bar{Z}_\chi]^{-1}$$

$$[\bar{I}_\chi] = [\bar{Z}_\chi]^{-1} [\bar{V}_\chi]$$

$$[\bar{Y}_\chi] = [\bar{Z}_\chi]^{-1} \quad 9-12$$

U metodi petlje izvedba povezane mreže određuje odnose napona i struja petlji preko $p = g - n + 1$ nezavisne jednadžbe petlje. U matričnom bilježenju te jednadžbe jesu:

$$[\bar{E}_p] = [\bar{Z}_p][\bar{I}_p] \quad 9-13$$

$$[\bar{I}_p] = [\bar{Y}_p][\bar{E}_p] \quad 9-14$$

gdje je:

- $[\bar{E}_p]$ = vektor elektromotornih sila petlje
- $[\bar{I}_p]$ = vektor struje petlji
- $[\bar{Z}_p]$ = matrica vlastitih i međusobnih impedancija petlje
- $[\bar{Y}_p]$ = matrica vlastitih i međusobnih admitancija petlje

Veza između $[\bar{Y}_p]$ i $[\bar{Z}_p]$ je slijedeća:

$$\begin{aligned} [\bar{E}_p] &= [\bar{Z}_p][\bar{I}_p] / [\bar{Z}_p]^{-1} \\ [\bar{I}_p] &= [\bar{Z}_p]^{-1} [\bar{E}_p] \\ [\bar{Y}_p] &= [\bar{Z}_p]^{-1} \end{aligned} \quad 9-15$$

9.4. Formiranje matrica izvedbe mreže

Ima više načina da se formira matrica izvedbe mreže počevši od ispisivanja jednadžbi navedenih u sedmom poglavlju. Ovdje će biti pokazan jedan način za dobijanje matrice petlje, te više načina za dobijanje matrice čvora.

9.4.1. Formiranje matrica mreže singularnom transformacijom

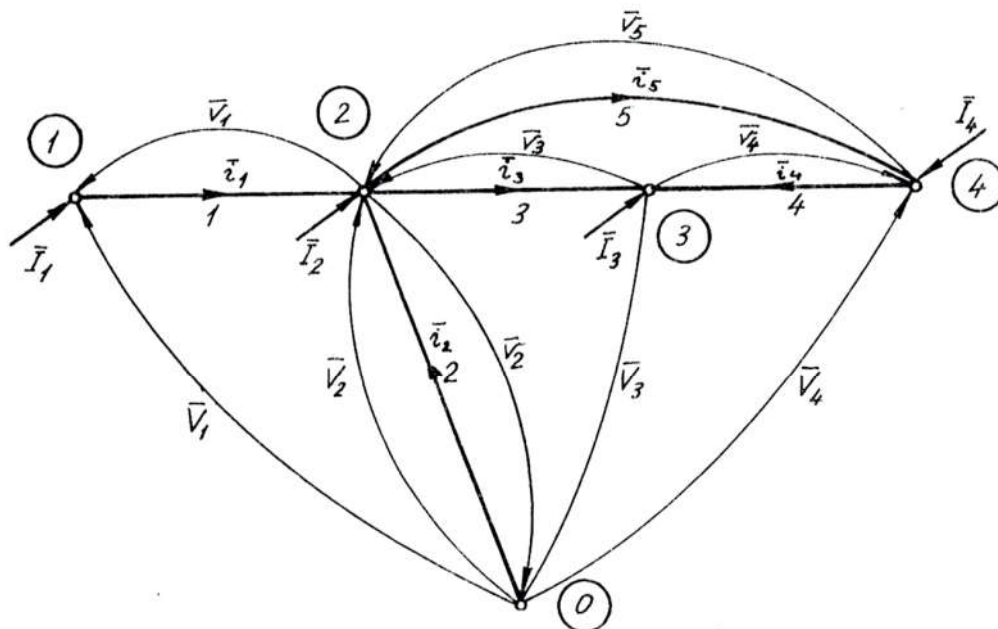
Matrica incidencije sabirnice $[A]$ daje vezu grana - čvor što nam upravo treba da povežemo veličine vezane za grane s veličinama vezane za čvorove.

Jednadžbe grana mreže 9-9 pomnožimo s transponiranom matricom A

$$[i_g] = [\bar{y}_g][\bar{v}_g] / [A]^t \quad 9-16$$

$$[A]^t [\bar{i}_g] = [A]^t [\bar{y}_g][\bar{v}_g] \quad 9-17$$

Na primjeru sa slike 268 odredit ćemo značenje lijeve strane gornje jednadžbe.



S1.268 - Orjentirani graf mreže sa sl.245 sa strujama i naponima čvora i strujama i naponima grana

	1	2	3	4	5
1	1				
2	-1	-1	1		1
3			-1	-1	
4				1	-1

 $\times$

$\bar{i}_1$
$\bar{i}_2$
$\bar{i}_3$
$\bar{i}_4$
$\bar{i}_5$

 $=$

$\bar{i}_1$
$-\bar{i}_1 - \bar{i}_2 + \bar{i}_3 + \bar{i}_5$
$-\bar{i}_3 - \bar{i}_4$
$\bar{i}_4 - \bar{i}_5$

 $=$

$\bar{i}_1$
$\bar{i}_2$
$\bar{i}_3$
$\bar{i}_4$

Vidimo da je:

$$[A]^t [\bar{i}_g] = [\bar{i}_\Sigma] \quad 9-18$$

Gubici u mreži su razlika snaga koje ulaze na sabirnice u mrežu i sa sabirnica izlaze iz mreže. Oni nastaju u granama mreže. Zato snaga izražena strujama i naponima grana mora biti jednaka snazi izraženoj strujama i naponima čvora.

$$[\bar{i}_g^*]^t [\bar{v}_g] = [\bar{i}_\Sigma^*]^t [\bar{v}_\Sigma] \quad 9-19$$

a za naš primjer

$$G = \begin{bmatrix} \bar{i}_1^* & \bar{i}_2^* & \bar{i}_3^* & \bar{i}_4^* & \bar{i}_5^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \\ \bar{v}_3 \\ \bar{v}_4 \\ \bar{v}_5 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \bar{i}_1^* & \bar{i}_2^* & \bar{i}_3^* & \bar{i}_4^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{v}_2 \\ \bar{v}_3 \\ \bar{v}_4 \end{bmatrix}$$

U jednadžbu 9-19 uvrstimo izraz 9-18

$$[\bar{i}_g^*]^t [\bar{v}_g] = ([A]^t [\bar{i}_g])^{*t} [\bar{v}_\check{c}]$$

$$[\bar{i}_g^*]^t [\bar{v}_g] = ([A]^t [\bar{i}_g^*])^t [\bar{v}_\check{c}]$$

$$[\bar{i}_g^*]^t [\bar{v}_g] = [\bar{i}_g^*]^t [A] [\bar{v}_\check{c}]$$

$$[\bar{v}_g] = [A] [\bar{v}_\check{c}]$$

9-20

što možemo provjeriti:

$$\begin{bmatrix} 1 & \bar{v}_1 \\ 2 & \bar{v}_2 \\ 3 & \bar{v}_3 \\ 4 & \bar{v}_4 \\ 5 & \bar{v}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & & \\ 2 & & -1 & & \\ 3 & & & 1 & -1 \\ 4 & & & & -1 & 1 \\ 5 & & & 1 & & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \bar{v}_1 \\ 2 & \bar{v}_2 \\ 3 & \bar{v}_3 \\ 4 & \bar{v}_4 \end{bmatrix}$$

Računamo sada matricu vlastitih i međusobnih admitancija čvora tako da u 9-18 uvrstimo 9-16 i potom 9-20

$$[\bar{I}_\check{c}] = [A]^t [\bar{Y}_g] [\bar{v}_g] = [A]^t [\bar{Y}_g] [A] [\bar{v}_\check{c}]$$

$$[\bar{I}_\check{c}] = [\bar{Y}_\check{c}] [\bar{v}_\check{c}]$$

$$[\bar{Y}_\check{c}] = [A]^t [\bar{Y}_g] [A]$$

9-21

$$[\bar{Z}_\Sigma] = ([A]^t [\bar{Y}_g] [A])^{-1}$$

9-22

Primjer 9.7. Za mrežu sa sl.245 odredi matricu $[\bar{Y}_\Sigma]$ i $[\bar{Z}_\Sigma]$ singularnom transformacijom.

$$[\bar{Y}_\Sigma] = [A]^t [\bar{Y}_g] [A] =$$

1				
-1	-1	1		1
		-1	-1	
			1	-1

x

2				
	10			
		0,8		
			1,25	
				1

x

x

1	-1		
	-1		
	1	-1	
		-1	1
	1		-1

x

=

2	-2	0	0
-2	13,8	-0,8	-1
0	-0,8	2,05	-1,25
0	-1	-1,25	2,25

$$[\bar{Z}_\Sigma] = [\bar{Y}_\Sigma]^{-1}$$

=

0,59	0,09	0,10	0,10
0,09	0,09	0,10	0,10
0,09	0,09	0,84	0,51
0,09	0,09	0,51	0,77

Vidi i primjer 9.9.

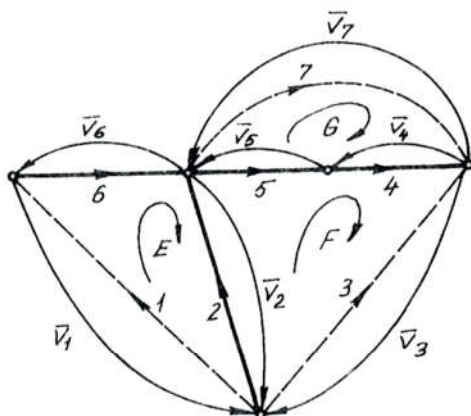
Matrica incidencije petlje $[C]$ daje vezu grana-petlja što nam upravo treba da povežemo veličine vezane za grane s veličinama vezanim za petlje.

Jednadžbe grana mreže pomnožimo s transponiranom matricom $[C]$

$$[\bar{v}_g] + [\bar{e}_g] = [\bar{z}_g][\bar{i}_g] / [C]^t \quad 9-23$$

$$[C]^t ([\bar{v}_g] + [\bar{e}_g]) = [C]^t [\bar{z}_g][\bar{i}_g] \quad 9-24$$

Na primjeru sa slike 269 odredit ćemo što predstavlja lijeva strana gornje jednadžbe;



Sl.269 - Orjentirani graf mreže sa sl.244, orjentirane petlje i naponi grana

	1	2	3	4	5	6	7
E	1	-1				1	
F		1	-1	-1	1		
G				1	-1		1

x

$\bar{v}_1 + \bar{e}_1$
$\bar{v}_2 + \bar{e}_2$
$\bar{v}_3 + \bar{e}_3$
$\bar{v}_4 + \bar{e}_4$
$\bar{v}_5 + \bar{e}_5$
$\bar{v}_6 + \bar{e}_6$
$\bar{v}_7 + \bar{e}_7$

=

$$= \begin{bmatrix} \bar{e}_1 - \bar{e}_2 + \bar{e}_6 \\ \bar{e}_2 - \bar{e}_3 - \bar{e}_4 + \bar{e}_5 \\ \bar{e}_4 - \bar{e}_5 + \bar{e}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{E}_E \\ \bar{E}_F \\ \bar{E}_G \end{bmatrix}$$

Možemo zaključiti da je

$$[C]^t ([\bar{v}_g] + [\bar{e}_g]) = [\bar{E}_p] \quad 9-25$$

Snaga koju daju generatori u mreži je snaga koja se troši u granama mreže, pa možemo pisati:

$$[\bar{i}_g^*]^t ([\bar{v}_g] + [\bar{e}_g]) = [\bar{i}_p^*]^t [\bar{E}_p] \quad 9-26$$

a za naš primjer

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} \bar{i}_1^* & \bar{i}_2^* & \bar{i}_3^* & \bar{i}_4^* & \bar{i}_5^* & \bar{i}_6^* & \bar{i}_7^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{v}_1 + \bar{e}_1 \\ \bar{v}_2 + \bar{e}_2 \\ \bar{v}_3 + \bar{e}_3 \\ \bar{v}_4 + \bar{e}_4 \\ \bar{v}_5 + \bar{e}_5 \\ \bar{v}_6 + \bar{e}_6 \\ \bar{v}_7 + \bar{e}_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{i}_E^* & \bar{i}_F^* & \bar{i}_G^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{E}_E \\ \bar{E}_F \\ \bar{E}_G \end{bmatrix}$$

U jednadžbu 9-26 uvrstimo izraz 9-25

$$\begin{aligned} [\bar{i}_g^*]^t ([\bar{v}_g] + [\bar{e}_g]) &= [\bar{i}_p^*]^t [C]^t ([\bar{v}_g] + [\bar{e}_g]) \\ [\bar{i}_g^*]^t &= [\bar{i}_p^*]^t [C]^t && \text{transponiramo} \\ [\bar{i}_g^*] &= [C][\bar{i}_p^*] && \text{konjugiramo} \\ [\bar{i}_g] &= [C][\bar{i}_p] \end{aligned} \quad 9-27$$

što možemo provjeriti

$$\begin{bmatrix} \bar{i}_1 \\ \bar{i}_2 \\ \bar{i}_3 \\ \bar{i}_4 \\ \bar{i}_5 \\ \bar{i}_6 \\ \bar{i}_7 \end{bmatrix} = \begin{array}{c|ccc} & E & F & G \\ \hline 1 & 1 & & \\ 2 & -2 & 1 & \\ 3 & & -3 & \\ 4 & & -1 & 1 \\ 5 & & 1 & -1 \\ 6 & 1 & & \\ 7 & & & 1 \end{array} \times \begin{bmatrix} \bar{i}_E \\ \bar{i}_F \\ \bar{i}_G \end{bmatrix}$$

Računamo sada matricu vlastitih i međusobnih impedancija petlje:

$$[\bar{E}_p] = [C]^t [\bar{z}_g] [\bar{I}_g] = [C]^t [\bar{z}_g] [C] [\bar{I}_p]$$

$$[\bar{E}_p] = [\bar{z}_p] [\bar{I}_p]$$

$$[\bar{z}_p] = [C]^t [\bar{z}_g] [C]$$

9-28

$$[\bar{Y}_p] = ([C]^t [\bar{z}_g] [C])^{-1}$$

Primjer 9.8. Za mrežu sa slike 244 odredi matricu $[\bar{z}_p]$ singularnom transformacijom.

$$[\bar{z}_p] = [C]^t [\bar{z}_g] [C] =$$

1	-1				1	
	1	-1	-1	1		
				-1		1

x

x

2,5						
	0,1					
		2				
			0,8			
				1,25		
					0,5	
						1

x

x

1		
-1	1	
	-1	
	-1	1
	1	-1
1		
		1

=

3,1	-0,1	0
-0,1	4,15	-2,05
0	-2,05	3,05

9.4.2. Formiranje matrice mreže nesesingularnom transformacijom

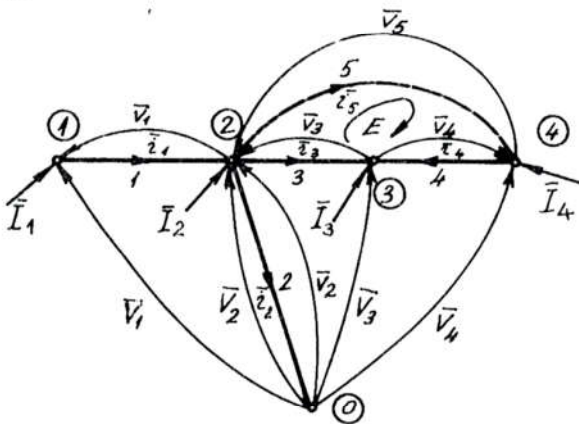
Matrica incidencija grana-put $[\hat{K}]$ daje vezu između grana te čvorova i petlji.

Jednadžbe grana mreže pomnožimo s transponiranom matricom K

$$[\bar{v}_g] = [\bar{z}_g][\bar{i}_g] / [K]^t \quad 9-30$$

$$[K]^t [\bar{v}_g] = [K]^t [\bar{z}_g][\bar{i}_g] \quad 9-31$$

Na primjeru sa slike 270 odredit ćemo lijeve strane gornje jednadžbe.



Sl.270 - Orjentirani graf neke mreže, struje i naponi čvora i orjentirane petlje, naponi grana

	1	2	3	4	5
1	1	1			
2		1			
3		1	-1		
4		1	-1	1	
E			-1	1	1

 $\times$

$\bar{v}_1$
$\bar{v}_2$
$\bar{v}_3$
$\bar{v}_4$
$\bar{v}_5$

 $=$

$\bar{v}_1 + \bar{v}_2$
$\bar{v}_2$
$\bar{v}_2 - \bar{v}_3$
$\bar{v}_2 - \bar{v}_3 + \bar{v}_4$
$-\bar{v}_3 + \bar{v}_4 + \bar{v}_5$

 $=$

$\bar{v}_1$
$\bar{v}_2$
$\bar{v}_3$
$\bar{v}_4$
0

$$[\hat{K}]^t [\bar{v}_g] = [\hat{v}_c]$$

9-32

Možemo zaključiti da je $[\hat{K}]^t [\bar{v}_g]$ vektor čiji su elementi naponi čvora i obilazni naponi petlji. Možemo govoriti o povećanom vektoru napona čvora i povećanom vektoru struja čvora za napone i struje petlji. Kako je obilazni napon petlji jednak nuli možemo izraz za snagu napisati s povećanim veličinama:

$$\begin{aligned}
 [\bar{v}_g][\bar{i}_g^*] &= [\hat{v}_c]^t [\hat{i}_c^*] \\
 [\bar{v}_g]^t [\bar{i}_g^*] &= ([\hat{K}]^t [\bar{v}_g])^t [\hat{i}_c^*] \\
 [\bar{v}_g]^t [\bar{i}_g^*] &= [\bar{v}_g]^t [\hat{K}][\hat{i}_c^*] \\
 [\bar{i}_g^*] &= [\hat{K}][\hat{i}_c^*] \\
 [\bar{i}_g] &= [\hat{K}][\hat{i}_c]
 \end{aligned}
 \tag{9-33}$$

		1	2	3	4	E			
$\bar{i}_1$	=	1	1				x	$\bar{i}_1$	
$\bar{i}_2$		2	1	1	1	1		$\bar{i}_2$	
$\bar{i}_3$		3			-1	-1		-1	$\bar{i}_3$
$\bar{i}_4$		4				1		1	$\bar{i}_4$
$\bar{i}_5$		5						1	$\bar{i}_E$

Sada napišimo jednadžbu koja daje vezu između povećanog vektora struje čvora za struje petlji i povećanog vektora napona čvora za obilazne napone petlji. Tu vezu predstavlja povećana matrica vlastitih i međusobnih impedancija čvora.

$$\begin{aligned}
 [\hat{v}_c] &= [\hat{K}]^t [\bar{z}_g][\bar{i}_g] = [\hat{K}]^t [\bar{z}_g][\hat{K}][\hat{i}_c] \\
 [\hat{v}_c] &= [\hat{Z}_c][\hat{i}_c]
 \end{aligned}
 \tag{9-34}$$

$$[\hat{Z}_c] = [\hat{K}]^t [\bar{z}_g][\hat{K}]
 \tag{9-35}$$

Matricu vlastitih i međusobnih impedancija čvora dobijemo blok transformacijom povećane matrice impedancije čvora. Jednadžbu 9-34 možemo pisati

$$\begin{bmatrix} \bar{v}_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{matrix} N \\ P \end{matrix} \begin{bmatrix} \bar{Z}^I & \bar{Z}^{II} \\ \bar{Z}^{III} & \bar{Z}^{IV} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{i}_c \\ \bar{i}_p \end{bmatrix}
 \tag{9-36}$$

Iz ove jednadžbe slijedi:

$$[\bar{V}_g] = [\bar{Z}^I][\bar{I}_g] + [\bar{Z}^{II}][\bar{I}_p]$$

$$[0] = [\bar{Z}^{III}][\bar{I}_g] + [\bar{Z}^{IV}][\bar{I}_p] / [\bar{Z}^{IV}]^{-1}$$

$$[\bar{I}_p] = -[\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}][\bar{I}_g]$$

što uvršteno u prvu jednažbu daje:

$$[\bar{V}_g] = [\bar{Z}^I][\bar{I}_g] - [\bar{Z}^{II}][\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}][\bar{I}_g]$$

$$[\bar{V}_g] = ([\bar{Z}^I] - [\bar{Z}^{II}][\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}]) [\bar{I}_g] \quad 9-37$$

$$[\bar{Z}_g] = [\bar{Z}^I] - [\bar{Z}^{II}][\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}] \quad 9-38$$

Primjer 9.9. Za mrežu sa sl.245 treba izračunati matricu $[\bar{Z}_g]$ ne-singularnom transformacijom.

$$[\hat{\bar{Z}}_g] = [\hat{K}]^t [\bar{Z}_g] [\hat{K}] =$$

	1	2	3	4	5
1	1	1			
2		1			
3		1	-1		
4		1	-1	1	
p			-1	1	1

x

	1	2	3	4	5
1	0,5				
2		0,1			
3			1,25		
4				0,8	
5					1

x

	1	2	3	4	p
1	1				
2	1	1	1	1	
3			-1	-1	-1
4				1	1
5					1

=

	1	2	3	4	5
1	0,6	0,1	0,1	0,1	0
2	0,1	0,1	0,1	0,1	0
3	0,1	0,1	1,35	1,35	1,25
4	0,1	0,1	1,35	2,15	2,05
p	0	0	1,25	2,05	3,05

$$[\bar{Z}_g] = [\bar{Z}^I] - [\bar{Z}^{II}][\bar{Z}^{IV}]^{-1} [\bar{Z}^{III}] =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 1,35 & 1,35 \\ 0,1 & 0,1 & 1,35 & 2,15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1,25 \\ 2,05 \end{bmatrix} \times 0,328 \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1,25 & 2,05 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 1,35 & 1,35 \\ 0,1 & 0,1 & 1,35 & 2,15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,51 & 0,84 \\ 0 & 0 & 0,84 & 1,38 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,84 & 0,51 \\ 0,1 & 0,1 & 0,51 & 0,77 \end{bmatrix}$$

Matricu $[\bar{Z}_G]$ možemo dobiti inverzijom matrice $[\bar{Y}_G]$ koju smo izračunali singularnom transformacijom (Vidi primjer 9.7.):

2	-2			1			
-2	13,8	-0,8	-1		1		
	-0,8	2,05	-1,25			1	
	-1	-1,25	2,25				1

1	-1			0,5			
-2	13,8	-0,8	-1		1		
	-0,8	2,05	-1,25			1	
	-1	-1,25	2,25				1

1	-1			0,5			
	11,08	-0,8	-1		1		
	-0,8	2,05	-1,25			1	
	-1	-1,25	2,25				1

1	-1			0,5			
	1	-0,07	-0,08	0,08	0,08		
	-0,8	2,05	-1,25			1	
	-1	-1,25	2,25				1

1		-0,07	-0,08	0,58	0,08		
	1	-0,07	-0,08	0,08	0,08		
		2,00	-1,31	0,06	0,06	1	
		-1,32	2,17	0,08	0,08		1

1		-0,07	-0,08	0,58	0,08		
	1	-0,07	-0,08	0,08	0,08		
		1	-0,66	0,03	0,03	0,5	
		-1,32	2,17	0,08	0,08		1

1			-0,13	0,58	0,08	0,04	
	1		0,13	0,08	0,08	0,04	
		1	-0,66	0,03	0,03	0,5	
			1,3	0,12	0,12	0,66	1

1			-0,13	0,58	0,08	0,04	
	1		-0,13	0,08	0,08	0,04	
		1	-0,66	0,03	0,03	0,5	
			1	0,09	0,09	0,51	0,77

1				0,59	0,09	0,10	0,10
	1			0,09	0,09	0,10	0,10
		1		0,09	0,09	0,84	0,51
			1	0,09	0,09	0,51	0,77

Velike razlike od 10% su rezultat ručnog računanja.

9.4.3. Formiranje matrice mreže metodom mrežnog analizatora

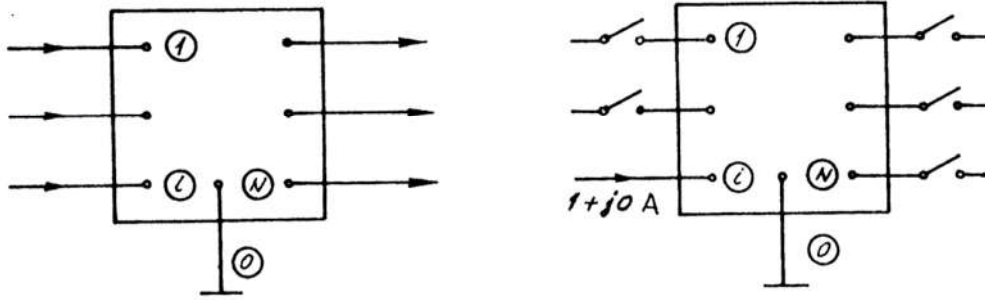
Matricu mreže računamo tako kao da mjerimo na mrežnom analizatoru.

Kod računanja matrice vlastitih i međusobnih impedancija čvora metodom mrežnog analizatora iskopčaju se sve struje čvorova, a u jednom čvoru narine se struja iznosa $1 + j0$ A (S1.271). Neka je to i-ti čvor. Tada jednačbe za napon čvora prelaze u

$$\begin{array}{l}
 \bar{V}_1 = \bar{Z}_{1i} \bar{I}_i \\
 \bar{V}_2 = \bar{Z}_{2i} \bar{I}_i \\
 \hline
 \bar{V}_i = \bar{Z}_{ii} \bar{I}_i \\
 \hline
 \bar{V}_N = \bar{Z}_{Ni} \bar{I}_i
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \bar{Z}_{1i} = \bar{V}_1 \\
 \bar{Z}_{2i} = \bar{V}_2 \\
 \hline
 \bar{Z}_{ii} = \bar{V}_i \\
 \hline
 \bar{Z}_{Ni} = \bar{V}_N
 \end{array}$$

9-39

Numerički iznos izmjerenog napona svakog čvora ($j = 1 \dots N$) odgovara impedanciji toga čvora u stupcu i. Ovo ponovimo za svaki čvor i dobili smo matricu $[\bar{Z}_Z]$.



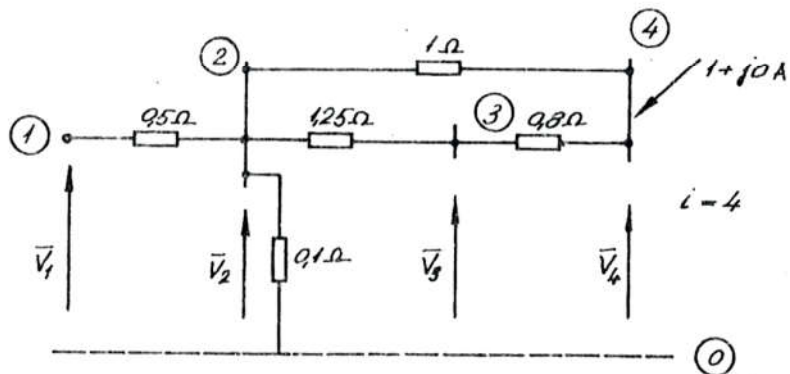
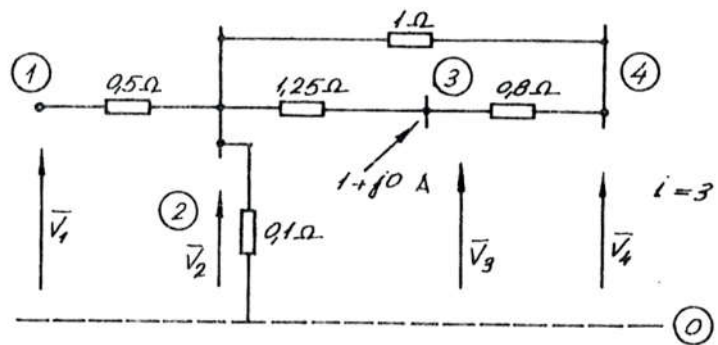
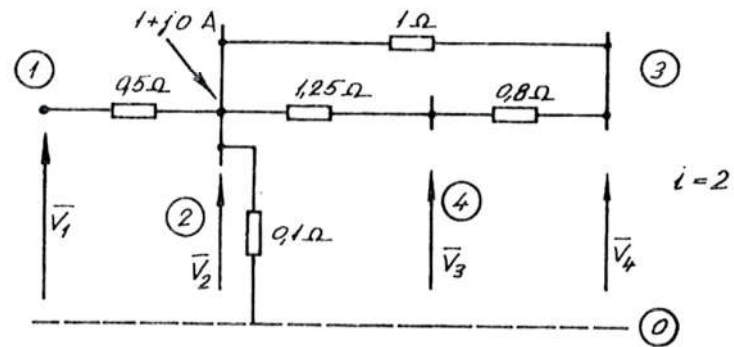
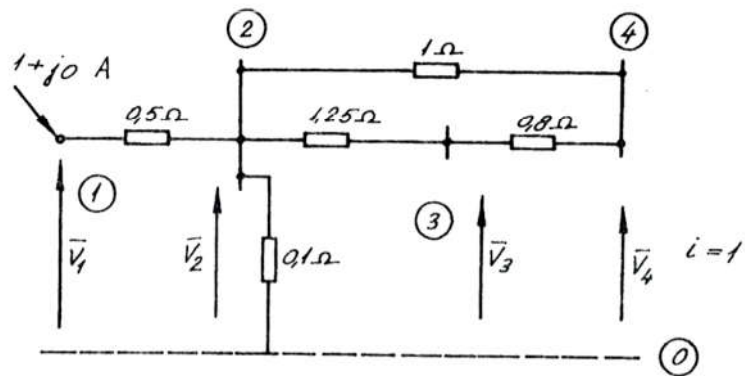
Sl.271 - a) Zadana mreža b) Pokus za određivanje stupca i-tog čvora. Vezu medju čvorovima (nije nacrtana) čine pasivne grane

Primjer 9.10. Metodom mrežnog analizatora treba izračunati matricu $[\bar{Z}_\Sigma]$ mreže sa sl.245. Vidi sliku 272.

$$\begin{aligned} \underline{i = 1} \quad & V_1 = (0,5 + 0,1)(1 + j0) \quad |V| \\ & \bar{Z}_{11} = \underline{0,6} \quad |\Omega| \\ & \bar{V}_2 = 0,1(1 + j0) \quad |V| \\ & \bar{V}_2 = \bar{V}_3 = \bar{V}_4 \quad |V| \\ & \bar{Z}_{21} = \bar{Z}_{31} = \bar{Z}_{41} = \underline{0,1} \quad |\Omega| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{i = 2} \quad & V_2 = 0,1(1 + j0) \quad |V| \\ & \bar{V}_1 = \bar{V}_2 = \bar{V}_3 = \bar{V}_4 \quad |V| \\ & \bar{Z}_{12} = \bar{Z}_{22} = \bar{Z}_{32} = \bar{Z}_{42} = \underline{0,1} \quad |\Omega| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{i = 3} \quad & V_3 = (0,1 + \frac{1,8 \cdot 1,25}{1,8 + 1,25})(1 + j0) = 0,84(1 + j0) \quad |V| \\ & \bar{V}_1 = \bar{V}_2 = 0,1(1 + j0) \quad |V| \\ & \bar{Z}_{13} = \bar{Z}_{23} = \underline{0,1} \quad |\Omega| \\ & \bar{Z}_{33} = \underline{0,84} \quad |\Omega| \\ & \bar{V}_4 = \bar{V}_3 - \frac{1,25}{3,05}(1 + j0) \cdot 0,8 = 0,84 - 0,33 = 0,51 \quad |V| \\ & \bar{Z}_{43} = \underline{0,51} \quad |\Omega| \end{aligned}$$



S1.272 - Računanje matrice $[\bar{Z}_c]$ metodom mrežnog analizatora

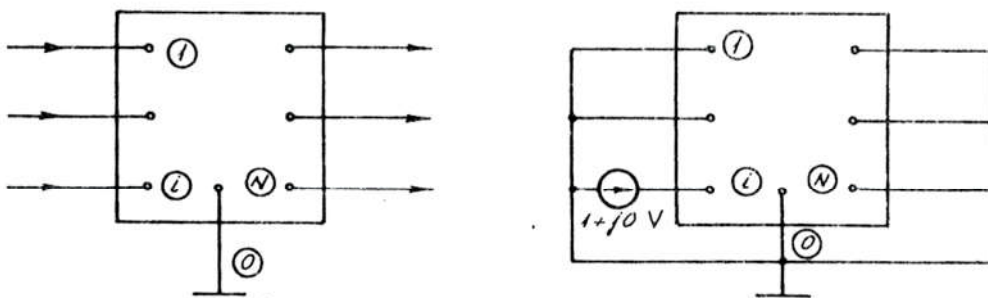
$$\begin{aligned}
 \underline{i} = 4 \quad \bar{V}_4 &= (0,1 + \frac{1 \cdot 2,05}{3,05}) (1+j0) = 0,77 \quad |V| \\
 \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 = 0,1 \quad |V| \\
 \bar{V}_3 &= \bar{V}_4 - \frac{1}{3,05} (1+j0) 0,8 = 0,77 - 0,26 = 0,51 \quad |V| \\
 \bar{Z}_{14} &= \bar{Z}_{24} = \underline{0,1} \quad |\Omega| \\
 \bar{Z}_{34} &= \underline{0,51} \quad |\Omega| \\
 \bar{Z}_{44} &= \underline{0,77} \quad |\Omega|
 \end{aligned}$$

Kod računanja matrice vlastitih i međusobnih admitancija čvora metodom mrežnog analizatora svi se čvorovi uzemlje osim jednog čvora kojemu se narine napon iznosa $1 + j0 |V|$ (Sl.273). Neka je to i -ti čvor. Tada jednađbe za struje čvora prelaze u:

$$\begin{array}{ll}
 \bar{I}_1 = \bar{Y}_{11} \bar{V}_i & \bar{Y}_{11} = \bar{I}_1 \\
 \bar{I}_2 = \bar{Y}_{2i} \bar{V}_i & \bar{Y}_{2i} = \bar{I}_2 \\
 \hline
 \bar{I}_i = \bar{Y}_{ii} \bar{V}_i & \bar{Y}_{ii} = \bar{I}_i \\
 \hline
 \bar{I}_N = \bar{Y}_{Ni} \bar{V}_i & \bar{Y}_{Ni} = \bar{I}_N
 \end{array}$$

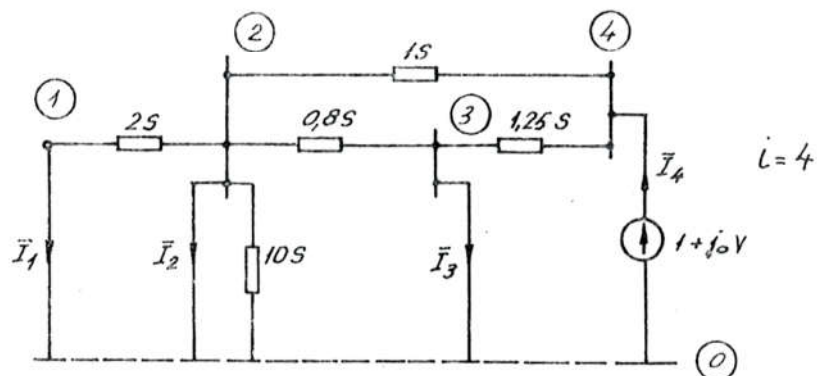
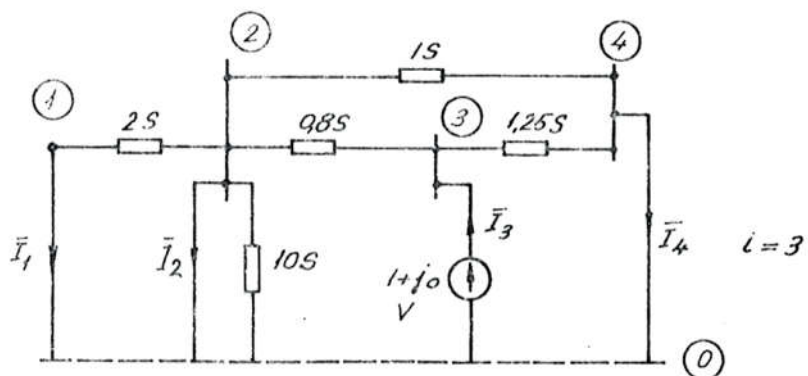
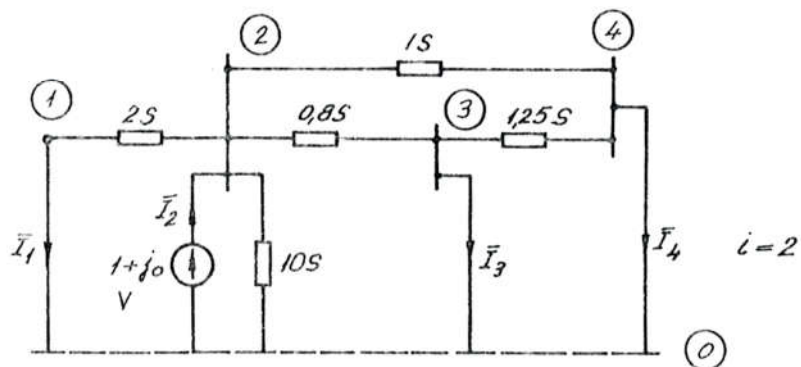
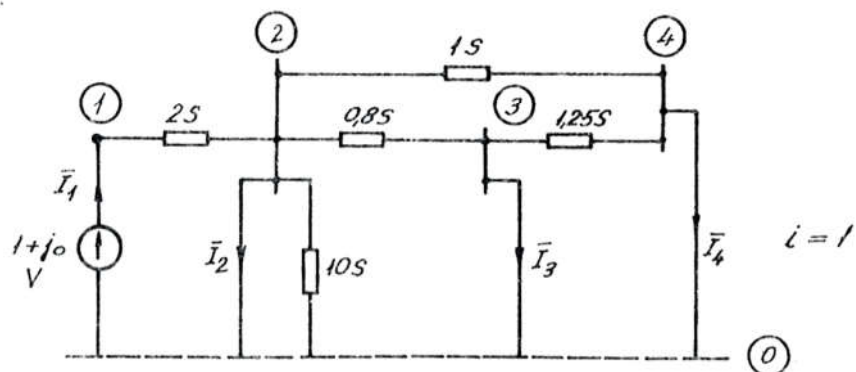
9-40

Numerički iznos izmjerene struje svakog čvora ($j = 1 \dots N$) odgovara admitanciji toga čvora u stupcu i . Ako ovo ponovimo za svaki čvor dobit ćemo matricu $[\bar{Y}_\chi]$.



Sl.273 - a) Zadana mreža b) Pokus za određivanje stupca i -tog čvora. Vezu medju čvorovima (nije nacrtana) čine pasivne grane

Primjer 9.11. Metodom mrežnog analizatora izračunat ćemo matricu $[\bar{Y}_\chi]$ mreže sa slike 245. Vidi sliku 274.



Sl.274 - Računanje matrice $[\bar{Y}_G]$ metodom mrežnog analizatora

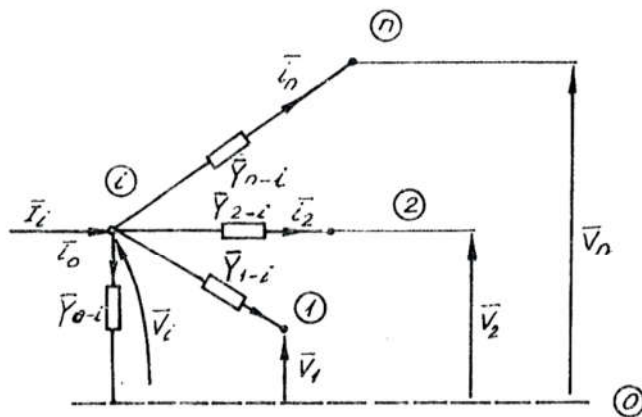
$$\begin{aligned}
 \underline{i = 1} \quad I_1 &= 2 (1+j0) = 2 & |A| \\
 \bar{I}_2 &= - 2 & |A| \\
 \bar{I}_3 &= \bar{I}_4 = 0 & |A| \\
 \bar{Y}_{11} &= \underline{2} & |S| \\
 \bar{Y}_{21} &= \underline{- 2} & |S| \\
 \bar{Y}_{31} &= \bar{Y}_{41} = \underline{0} & |S|
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{i = 2} \quad \bar{I}_1 &= - 2 & |A| \\
 \bar{I}_2 &= (10+0,8+1+2) (1+j0) = 13,8 & |A| \\
 \bar{I}_3 &= - 0,8 (1+j0) = - 0,8 & |A| \\
 \bar{I}_4 &= - 1 (1+j0) = - 1 & |A| \\
 \\
 \bar{Y}_{12} &= \underline{- 2} & |S| \\
 \bar{Y}_{22} &= \underline{13,8} & |S| \\
 \bar{Y}_{32} &= \underline{- 0,8} & |S| \\
 \bar{Y}_{42} &= \underline{- 1} & |S|
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{i = 3} \quad \bar{I}_1 &= 0 & |A| \\
 \bar{I}_2 &= - 0,8 (1+j0) = - 0,8 & |A| \\
 \bar{I}_3 &= (0,8+1,25) (1+j0) = 2,05 & |A| \\
 \bar{I}_4 &= - 1,25 (1+j0) = - 1,25 & |A| \\
 \\
 \bar{Y}_{31} &= \underline{0} & |S| \\
 \bar{Y}_{32} &= \underline{- 0,8} & |S| \\
 \bar{Y}_{33} &= \underline{2,05} & |S| \\
 \bar{Y}_{34} &= \underline{- 1,25} & |S|
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{i} = 4 \quad \bar{I}_1 &= 0 & |A| \\
 \bar{I}_2 &= -1 (1+j0) = -1 & |A| \\
 \bar{I}_3 &= -1,25 (1+j0) = -1,25 & |A| \\
 \bar{I}_4 &= (1+1,25) (1+j0) = 2,25 & |A| \\
 \\
 \bar{Y}_{14} &= 0 & |S| \\
 \bar{Y}_{24} &= -1 & |S| \\
 \bar{Y}_{34} &= -1,25 & |S| \\
 \bar{Y}_{44} &= 2,25 & |S|
 \end{aligned}$$

9.4.4. Formiranje matrica mreže algoritmima



Sl.275

Algoritam za dobivanje matrice $[\bar{Y}_\Sigma]$ vrlo je udoban pa se redovito upotrebljava. Polazimo od pretpostavke da su svi čvorovi međusobno povezani granama admittancije $\bar{Y}_{i-j}$. Veza ne postoji kada je ova admittancija jednaka nuli. Koristimo I Kirchhoffov zakon, Sl.275.

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_i &= \bar{Y}_{0-i} \bar{V}_i + \bar{Y}_{1-i} (\bar{V}_i - \bar{V}_1) + \bar{Y}_{2-i} (\bar{V}_i - \bar{V}_2) + \dots + \bar{Y}_{n-i} (\bar{V}_i - \bar{V}_n) \\
 \bar{I}_i &= (\bar{Y}_{0-i} + \bar{Y}_{1-i} + \dots + \bar{Y}_{n-i}) \bar{V}_i - \bar{Y}_{1-i} \bar{V}_1 - \bar{Y}_{2-i} \bar{V}_2 - \dots - \bar{Y}_{n-i} \bar{V}_n \quad 9-41
 \end{aligned}$$

Prema jednadžbi

$$[\bar{I}_\Sigma] = [\bar{Y}_\Sigma] [\bar{V}_\Sigma]$$

za i-ti čvor vrijedi

$$\bar{I}_i = \bar{Y}_{11} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{12} \bar{V}_2 + \dots + \bar{Y}_{ii} \bar{V}_i + \dots + \bar{Y}_{1n} \bar{V}_n \quad 9-42$$

Usporedimo izraze 9-42 i 9-41. Slijedi:

$$\bar{Y}_{ii} = \bar{Y}_{0-i} + \bar{Y}_{1-i} + \dots + \bar{Y}_{n-i} = \sum_{j=0}^n \bar{Y}_{i-j} \quad k \neq i \quad 9-43$$

$$\bar{Y}_{ij} = -\bar{Y}_{i-j} \quad i \neq j \quad 9-44$$

Dakle, u matrici $[\bar{Y}_g]$ dijagonalni član $\bar{Y}_{ii}$ je suma svih admitancija grana vezanih za taj čvor, a vandijagonalni član $\bar{Y}_{ij}$ admitancija grane koja povezuje čvor i s čvorom j, ali s negativnim predznakom.

Primjer 9.12. Mreži sa slike 245 odredit ćemo matricu $[\bar{Y}_g]$ pomoću gornjeg algoritma.

Dijagonalni članovi:

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{11} &= 2,0 & |S| \\ \bar{Y}_{22} &= 2 + 10 + 0,8 + 1 = 13,8 & |S| \\ \bar{Y}_{33} &= 0,8 + 1,25 = 2,05 & |S| \\ \bar{Y}_{44} &= 1 + 1,25 = 2,25 & |S|\end{aligned}$$

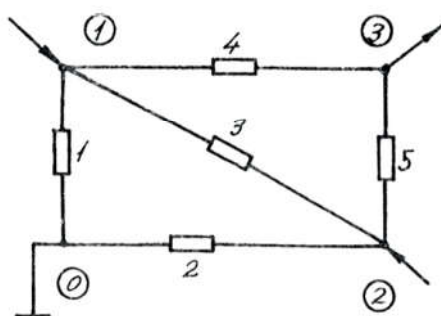
Vandijagonalni članovi

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{12} &= \bar{Y}_{21} = -2,0 & |S| \\ \bar{Y}_{23} &= \bar{Y}_{32} = -8,0 & |S| \\ \bar{Y}_{24} &= \bar{Y}_{42} = -1,0 & |S| \\ \bar{Y}_{34} &= \bar{Y}_{43} = -1,25 & |S|\end{aligned}$$

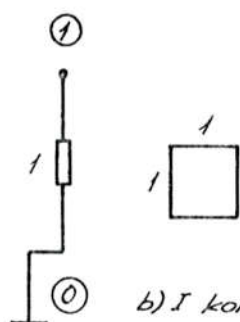
Matricu $[\bar{Z}_g]$ ne možemo dobiti na tako jednostavan način. Ovdje ćemo pokazati algoritam koji se zove "metoda korak po korak".

U metodi korak po korak gradimo zadanu mrežu tako da dodajemo jednu po jednu granu. Svako dodavanje jedne grane predstavlja jedan korak. Nakon svakog koraka mreža mora da ostane suvisla. Matricu mreže određujemo u svakom koraku. Matrica slijedećeg koraka računa se iz matrice prethodnog koraka.

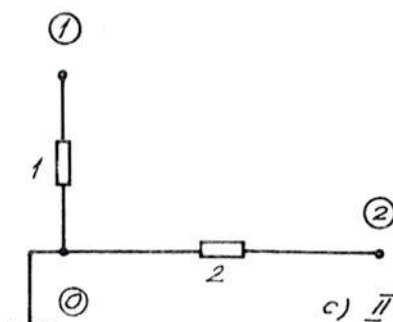
Prvi čvor u mreži je referentni čvor. Uključivanjem zavisne grane gradimo stablo i u mrežu uključujemo novi čvor. Uključivanjem nezavisne grane mreža dobija novu petlju.



a) zadana mreža

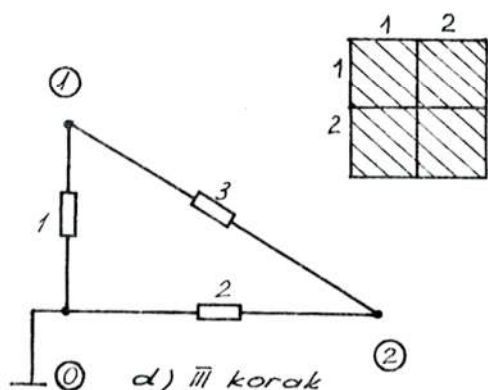


b) I korak

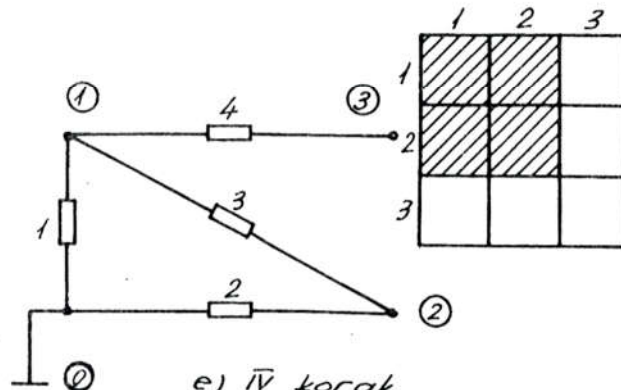


c) II korak

	1	2
1		
2		



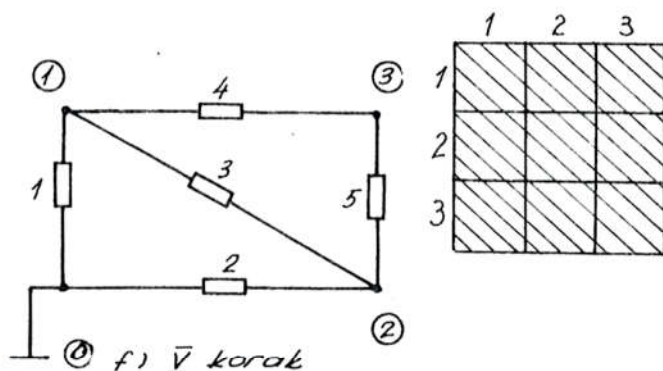
d) III korak



e) IV korak

	1	2
1		
2		

	1	2	3
1			
2			
3			



f) V korak

	1	2	3
1			
2			
3			

////// Stara matrica u novoj

////// Promjena sadržaja stare matrice

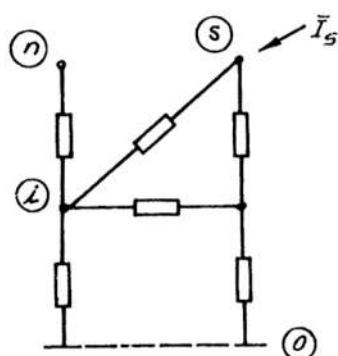
Sl.276 - Matrice $[\bar{Z}_x]$ u metodi korak po korak

Primjer 9.13. Princip metode korak po korak pokazat ćemo na mreži sa slike 276a. Pri tome uključujemo grane slijedećim redoslijedom:

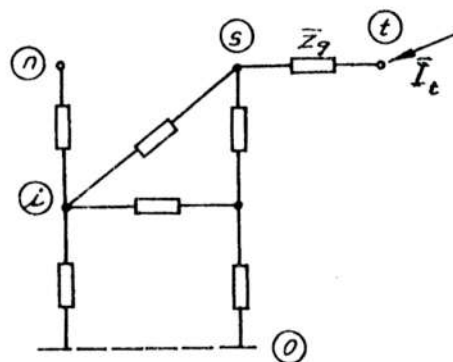
g	s	t	$\bar{z}_{s-t}$
1	0	1	$0,1 + j0,5$
2	0	2	$0,2 + j1,2$
3	1	2	$0,1 + j0,3$
4	1	3	$0,4 + j1,6$
5	2	3	$0,3 + j1,5$

Na taj način mreža raste prema slici 276b-f, a isto tako i matrica $[\bar{z}_x]$.

Uključivanje zavisne grane pokazat ćemo pomoću slika 277a i 277b



a) Stara mreža



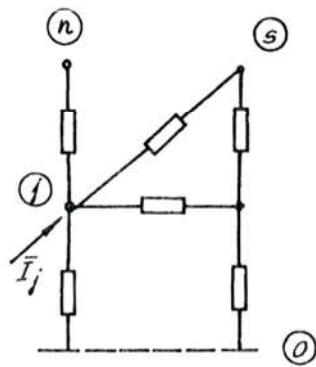
b) Nova mreža

Sl.277 - Uključivanje zavisne grane s-t. Određjivanje t-tog stupca

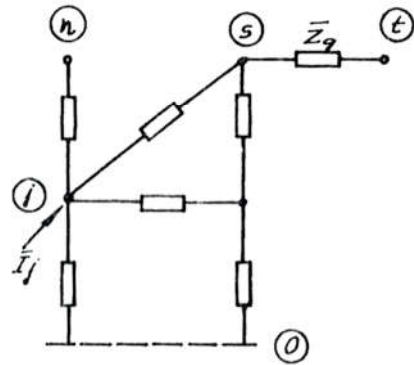
Pretpostavimo da su narinute struje u oba slučaja jednake, tj. da je struja $\bar{I}_s$ iz Sl.277a jednaka struji $\bar{I}_t$ iz Sl.277b. Rezultat je da su naponi čvorova $i=1 \dots s \dots n$ u oba slučaja jednaki, pa prema tome i omjeri ovih napona s narinutim strujama, što daje

$$\frac{\bar{V}_i}{\bar{I}_t} = \frac{\bar{V}_i}{\bar{I}_s} = \bar{z}_{it} = \bar{z}_{is} \quad i = 1 \dots s \dots n$$

Pretpostavimo da struju $\bar{I}_j$ narinemo redom u čvorove $j = 1 \dots s \dots n$ u mreži na sl.278a i u mreži na sl.278b. Naponi u obje mreže će se



a) Stara mreža

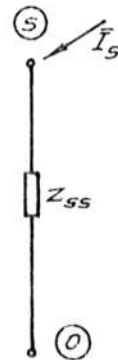
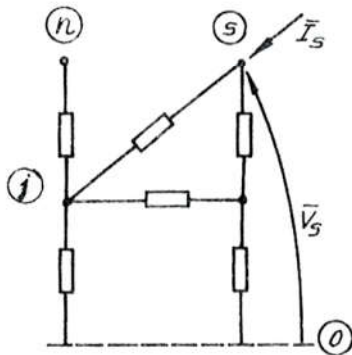


b) Nova mreža

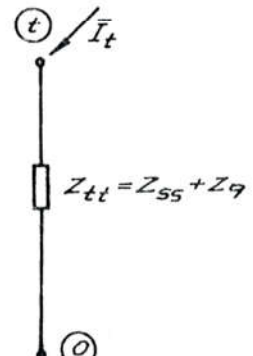
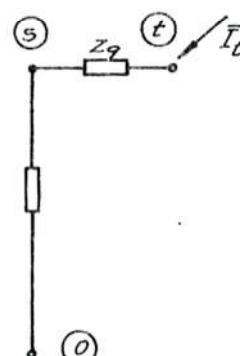
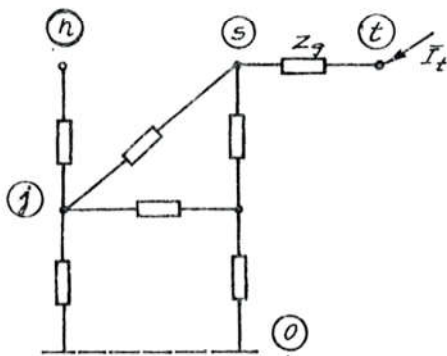
Sl.278 - Uključivanje zavisne grane. Određjivanje t-tog retka.

podudarati, a napon čvora t u mreži 278b biti će jednak naponu čvora s u mreži 278b i u mreži 278a. Zato možemo pisati

$$\frac{\bar{V}_t}{\bar{I}_j} = \frac{\bar{V}_s}{\bar{I}_j} = \bar{Z}_{tj} = \bar{Z}_{sj} \quad j = 1 \dots s \dots n$$



a) Stara mreža



b) Nova mreža

Sl.279 - Uključivanje zavisne grane. Određjivanje dijagonalnog člana.

Dijagonalni član $\bar{z}_{ii}$ ima vrijednost ulazne impedancije mreže mjerene između čvora i i referentnog čvora. To je omjer napona čvora i i struje čvora i . $\bar{z}_{ii}$ je dakle ulazna impedancija mreže mjerena između čvorova i i 0. Svaku pasivnu mrežu gledanu iz dva čvora možemo predstaviti jednom jedinom i to ulaznom impedancijom. Prema slici 279 vidimo da je dijagonalni član $\bar{z}_{tt}$ jednak broju dijagonalnog člana $\bar{z}_{ss}$ stare matrice i impedancije zavisne grane koja se priključuje.

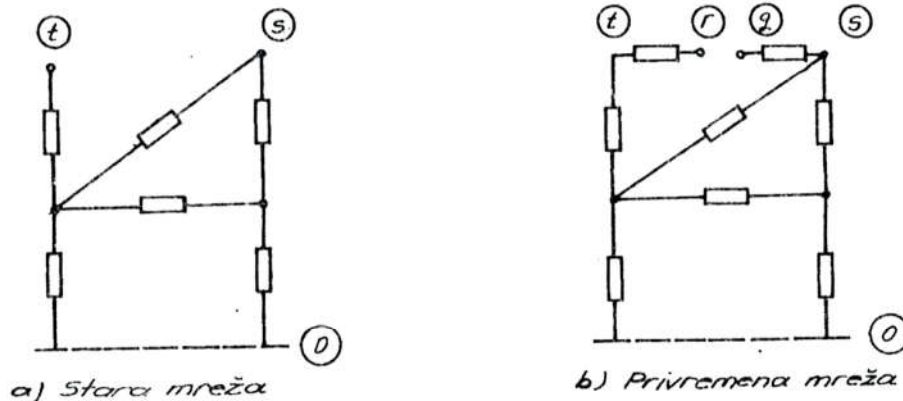
Ako je čvor s upravo referentni čvor onda su vlastita i međusobne impedancije čvora s jednake nuli, pa možemo pisati:

$$\begin{aligned} \text{Za } s \neq 0 \quad \bar{z}_{it} &= \bar{z}_{is} & i &= 1 \dots n \\ \bar{z}_{tj} &= \bar{z}_{sj} & j &= 1 \dots n \\ \bar{z}_{tt} &= \bar{z}_{ss} + \bar{z}_g \end{aligned} \quad 9-45$$

$$\begin{aligned} \text{Za } s = 0 \quad \bar{z}_{it} &= 0 & i &= 1 \dots n \\ \bar{z}_{tj} &= 0 & j &= 1 \dots n \\ \bar{z}_{tt} &= \bar{z}_g \end{aligned} \quad 9-46$$

Uključivanje nezavisne grane donosi novu granu i novu petlju, ali ne donosi novi čvor. Nova matrica ima istu dimenziju kao i stara ali su promjenjeni članovi matrice. Treba naći vezu između članova stare i članova nove matrice. Ovu vezu utvrdit ćemo obilaznim putem.

Novu granu impedancije $\bar{z}_g$ dodajemo opet između čvorova s i t , ali su sada oba čvora stara, tj. postojali su u staroj mreži. Novu granu podijelimo na dva dijela i dodajemo jedan po jedan dio prema pravilima za uključivanje zavisne grane (Slika 280).



Sl.280 - Uključivanje nezavisne grane

Staroj mreži dodat ćemo prvo granu $\bar{z}_{s-q}$, a zatim granu $\bar{z}_{t-r}$.

Nakon ta dva koraka matrica će imati dva retka i dva stupca više.

Novi članovi matrice jesu:

$$\begin{aligned}\bar{z}_{iq} &= \bar{z}_{is} & i &= 1, 2, \dots, n \\ \bar{z}_{gj} &= \bar{z}_{sj} & j &= 1, 2, \dots, n\end{aligned}\tag{9-47}$$

$$\begin{aligned}\bar{z}_{qq} &= \bar{z}_{ss} + \bar{z}_{q-s} \\ \bar{z}_{ir} &= \bar{z}_{it} & i &= 1, 2, \dots, n+1 \\ \bar{z}_{rj} &= \bar{z}_{tj} & j &= 1, 2, \dots, n+1 \\ \bar{z}_{rr} &= \bar{z}_{tt} + \bar{z}_{t-r}\end{aligned}\tag{9-48}$$

Matrična jednačba sistema sa slike 280b, kada se uvaži 9-47 i 9-48, glasi:

		l	s	t	n	q	r	
$\bar{V}_1$. $\bar{V}_s$. $\bar{V}_t$. $\bar{V}_n$ $\bar{V}_q$ $\bar{V}_r$	1	$\bar{z}_{1l} \dots \bar{z}_{1s} \dots \bar{z}_{1t} \dots \bar{z}_{1n} \bar{z}_{1s} \bar{z}_{1t}$	$\bar{I}_1$					
	.	.	.					
	s	$\bar{z}_{sl} \dots \bar{z}_{ss} \dots \bar{z}_{st} \dots \bar{z}_{sn} \bar{z}_{ss} \bar{z}_{st}$	$\bar{I}_s$					
	.	.	.					
	t	$\bar{z}_{tl} \dots \bar{z}_{ts} \dots \bar{z}_{tt} \dots \bar{z}_{tn} \bar{z}_{ts} \bar{z}_{tt}$	$\bar{I}_t$					
	=.	.	.					
	n	$\bar{z}_{nl} \dots \bar{z}_{ns} \dots \bar{z}_{nt} \dots \bar{z}_{nn} \bar{z}_{ns} \bar{z}_{nt}$	$\bar{I}_n$					
q	$\bar{z}_{sl} \dots \bar{z}_{ss} \dots \bar{z}_{st} \dots \bar{z}_{sn} \bar{z}_{qq} \bar{z}_{st}$	$\bar{I}_q$						
r	$\bar{z}_{tl} \dots \bar{z}_{ts} \dots \bar{z}_{tt} \dots \bar{z}_{tn} \bar{z}_{ts} \bar{z}_{rr}$	$\bar{I}_r$						

9-49

Postavimo dodatne uvjete

$$\bar{V}_q = \bar{V}_r \tag{9-50}$$

$$\bar{I}_q = -\bar{I}_r = \bar{I}_p \tag{9-51}$$

$$\bar{z}_{s-q} + \bar{z}_{t-r} = \bar{z}_{s-t} = \bar{z}_q \tag{9-52}$$

U sistemu jednačbi 9-49 odbit ćemo zadnju jednačbu od predzadnje i uvažiti dodatne uvjete 9-50 do 9-52.

$$\bar{V}_q - \bar{V}_r = (\bar{z}_{sl} - \bar{z}_{tl}) \bar{I}_l + \dots + (\bar{z}_{ss} - \bar{z}_{ts}) \bar{I}_s + \dots + (\bar{z}_{st} - \bar{z}_{tt}) \bar{I}_t + \dots$$

$$+ (\bar{z}_{sn} - \bar{z}_{tn}) \bar{I}_n + (\bar{z}_{qq} - \bar{z}_{ts}) \bar{I}_q + (\bar{z}_{s-t} - \bar{z}_{rr}) \bar{I}_r$$

$$0 = \dots \dots \dots (\bar{z}_{qq} - \bar{z}_{ts}) \bar{I}_p + (\bar{z}_{rr} - \bar{z}_{st}) \bar{I}_p \quad 9-53$$

$$0 = \dots \dots \dots (\bar{z}_{ss} + \bar{z}_{s-q} - \bar{z}_{ts} + \bar{z}_{tt} + \bar{z}_{t-r} - \bar{z}_{st}) \bar{I}_p$$

$$0 = \dots \dots \dots (\bar{z}_{ss} + \bar{z}_{tt} - \bar{z}_{s-t} - \bar{z}_{ts} + \bar{z}_g) \bar{I}_p$$

Uvažimo 9-50, 9-51 i 9-52 i za druge retke i stupce, pa dobijemo formule za privremeni redak i privremeni stupac.

$$s \neq 0 \quad \bar{z}_{ip} = \bar{z}_{is} - \bar{z}_{it} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad 9-54$$

$$\bar{z}_{pj} = \bar{z}_{sj} - \bar{z}_{tj} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\bar{z}_{pp} = \bar{z}_{ss} + \bar{z}_{tt} - \bar{z}_{ts} - \bar{z}_{st} + \bar{z}_g$$

$$s = 0 \quad \bar{z}_{ip} = -\bar{z}_{it} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad 9-55$$

$$\bar{z}_{pj} = -\bar{z}_{tj} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\bar{z}_{pp} = \bar{z}_{tt} + \bar{z}_g$$

Vektore i matricu matrice jednadžbe razdijelit ćemo u blokove. Blok transformacijom riješit ćemo se p-tog retka i p-tog stupca.

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}'_{nn} & \bar{z}_{np} \\ \bar{z}_{pn} & \bar{z}_{pp} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_n \\ \bar{I}_p \end{bmatrix} \quad 9-56$$

$$[\bar{V}_n] = [\bar{z}'_{nn}] [\bar{I}_n] + [\bar{z}_{np}] [\bar{I}_p]$$

$$[0] = [\bar{z}_{pn}] [\bar{I}_n] + [\bar{z}_{pp}] [\bar{I}_p] / [\bar{z}_{pp}]^{-1}$$

$$[\bar{I}_p] = -[\bar{z}_{pp}]^{-1} [\bar{z}_{pn}] [\bar{I}_n]$$

$$[\bar{V}_n] = [\bar{z}'_{nn}] [\bar{I}_n] - [\bar{z}_{np}] [\bar{z}_{pp}]^{-1} [\bar{z}_{pn}] [\bar{I}_n]$$

$$[\bar{V}_n] = ([\bar{z}'_{nn}] - [\bar{z}_{np}] [\bar{z}_{pp}]^{-1} [\bar{z}_{pn}]) [\bar{I}_n] \quad 9-57$$

$$[\bar{z}_{nn}] = [\bar{z}'_{nn}] - [\bar{z}_{np}] [\bar{z}_{pp}]^{-1} [\bar{z}_{pn}] \quad 9-58$$

$[\bar{z}_{pp}]$ je jednočlana matrica, pa je

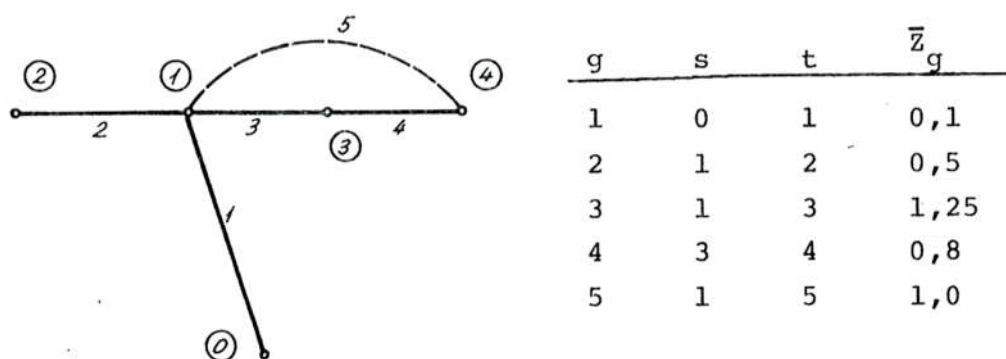
$$[\bar{z}_{pp}]^{-1} = \left[\frac{1}{\bar{z}_{pp}} \right] \quad 9-59$$

U metodi korak po korak svodi se invertiranje matrice na računanje recipročne vrijednosti jednog broja, što je očita prednost. Mana metode je u zahtjevima koji se postavljaju na numeriranje čvorova mreže, da bi mreža u svakom koraku bila suvisla.

Blok dijagram toka za računanje matrice $[\bar{z}_g]$ metodom korak po korak

Podatke za računanje matrice $[\bar{z}_g]$ unosimo na kartice ili traku s liste grana. Ako matricu računamo metodom korak po korak, onda nam redoslijed grana u listi daje redoslijed uključivanja grana u mrežu. Inače iz liste grana možemo nacrtati ekvivalentnu shemu mreže i upisati numeraciju čvorova i impedancije odnosno admitancije grana. Redoslijed uključivanja grana za metodu korak po korak pokazan je na slici 281.

Slika 282 pokazuje blok dijagram toka za metodu korak po korak.

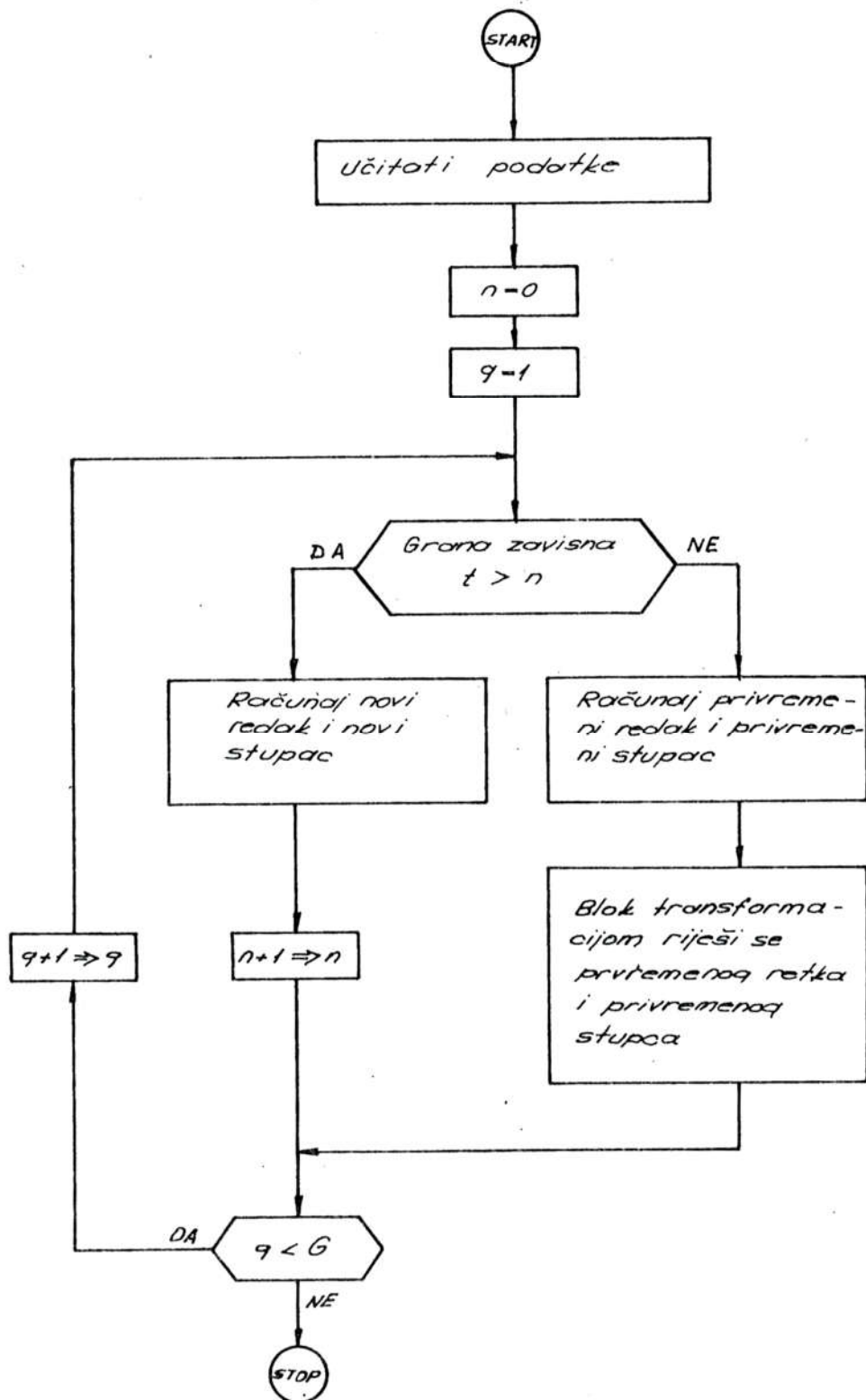


Sl.281 - Graf mreže i lista podataka mreže sa sl.245.

Primjer 9.14. Mreži sa sl.245 treba računati matricu $[\bar{z}_g]$ metodom korak po korak. Mrežu moramo prenumerirati, jer nam jedina grana vezana uz čvor nula može donijeti u prvom koraku samo čvor 1. Na slici 281 pokazan je graf mreže i lista podataka.

Matrica u prvom koraku:

$$[\bar{z}_{nn}] = 1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0,1 \end{bmatrix}$$



Sl.282 - Blok dijagram toka za računanje matrice $[\bar{Z}_x]$ metodom korak po korak

Matrica u drugom koraku

$$[\bar{z}_{nn}] = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ \hline 1 & 0,1 & 0,1 \\ 2 & 0,1 & 0,6 \end{array} \end{array} \quad \bar{z}_{22} = 0,1 + 0,5$$

Matrica u trećem koraku

$$[\bar{z}_{nn}] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 2 & 0,1 & 0,6 & 0,1 \\ 3 & 0,1 & 0,1 & 1,35 \end{array} \end{array} \quad \bar{z}_{33} = 0,1 + 1,25 = 1,35$$

Matrica u četvrtom koraku

$$[\bar{z}_{nn}] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 2 & 0,1 & 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 3 & 0,1 & 0,1 & 1,35 & 1,35 \\ 4 & 0,1 & 0,1 & 1,35 & 2,15 \end{array} \end{array} \quad \bar{z}_{nn} = 1,35 + 0,8 = 2,15$$

Matrica u petom koraku

$$[\bar{z}_{n+1, n+1}] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 & -0,1 & 0 \\ 2 & 0,1 & 0,6 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 3 & 0,1 & 0,1 & 1,35 & 1,35 & -1,25 \\ 4 & 0,1 & 0,1 & 1,35 & 2,15 & -2,05 \\ 5 & 0 & 0 & -1,25 & -2,05 & 3,05 \end{array} \end{array}$$

Računamo matricu $[\bar{z}_{np}] [\bar{z}_{pp}]^{-1} [\bar{z}_{pn}] =$

$$= \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline -1,25 \\ \hline -2,05 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \frac{1}{3,05} \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & -1,25 & -2,05 \\ \hline \end{array} =$$

$$= \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & 0,51 & 0,84 \\ & & 0,84 & 0,38 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{Z}_{nn}] = \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 1,35 & 1,35 \\ 0,1 & 0,1 & 1,35 & 2,15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & 0,51 & 0,84 \\ & & 0,84 & 1,38 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{array}{c} 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ \begin{bmatrix} 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,6 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,84 & 0,51 \\ 0,1 & 0,1 & 0,51 & 0,77 \end{bmatrix} \end{array}$$

Ako zamjenimo retke i stupce prema numeraciji u primjeru 9.9 i primjeru 9.10, odnosno slici 245, dobit ćemo istu matricu $[\bar{Z}_\Sigma]$.

9.5. Pretvorbe mreže

9.5.1. Redukcija mreže blok transformacijom matrice $[\bar{Y}_\Sigma]$

Reducirati mrežu na manji broj čvorova možemo i pomoću matričnog računa. Eliminirati možemo samo one čvorove u kojima nema struje čvorova, dakle samo pasivne čvorove.

Mrežu numeriramo tako da čvorovi koje ćemo zadržati dobiju brojeve 0, 1, 2, ... m, a čvorovi koje ćemo eliminirati brojeve m+1, m+2, ... n. Ispišemo matričnu jednadžbu za sve čvorove.

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_m \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{mm} & \bar{Y}_{mr} \\ \bar{Y}_{rm} & \bar{Y}_{rr} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{V}_m \\ \bar{V}_r \end{bmatrix}$$

r = ukupan broj čvorova koje želimo eliminirati.

Blok transformacijom se riješimo r redaka i r stupaca

$$\begin{aligned}
 [\bar{I}_m] &= [\bar{Y}'_{mm}] [\bar{V}_m] + [\bar{Y}_{mr}] [\bar{V}_r] \\
 [0] &= [\bar{Y}_{rm}] [\bar{V}_m] + [\bar{Y}_{rr}] [\bar{V}_r] \quad / \quad [\bar{Y}_{rr}]^{-1} \\
 [\bar{V}_r] &= -[\bar{Y}_{rr}]^{-1} [\bar{Y}_{rm}] [\bar{V}_m] \\
 [\bar{I}_m] &= [\bar{Y}'_{mm}] [\bar{V}_m] - [\bar{Y}_{mr}] [\bar{Y}_{rr}]^{-1} [\bar{Y}_{rm}] [\bar{V}_m] \\
 [\bar{I}_m] &= ([\bar{Y}'_{mm}] - [\bar{Y}_{mr}] [\bar{Y}_{rr}]^{-1} [\bar{Y}_{rm}]) [\bar{V}_m]
 \end{aligned}
 \tag{9-61}$$

Sada je matrica vlastitih i međjusobnih admitancija čvora reducirane mreže:

$$[\bar{Y}_{mm}] = [\bar{Y}'_{mm}] - [\bar{Y}_{mr}] [\bar{Y}_{rr}]^{-1} [\bar{Y}_{rm}] \tag{9-62}$$

U ovom računu pojavljuje nam se inverzija matrice. Možemo je izbjeći ako redukciju provedemo čvor po čvor (inverzija jednočlane matrice jednaka je recipročnoj vrijednosti jednog broja, tj. njenog jedinog člana). Na slici 283 nalazi se dijagram toka za redukciju mreže čvor po čvor po ovoj metodi.

9.5.2. Redukcija mreže pomoću matrice $[\bar{Z}_\chi]$

Matematski je jednostavnije reducirati mrežu pomoću matrice $[\bar{Z}_\chi]$. Ispišimo matričnu jednadžbu za sve čvorove.

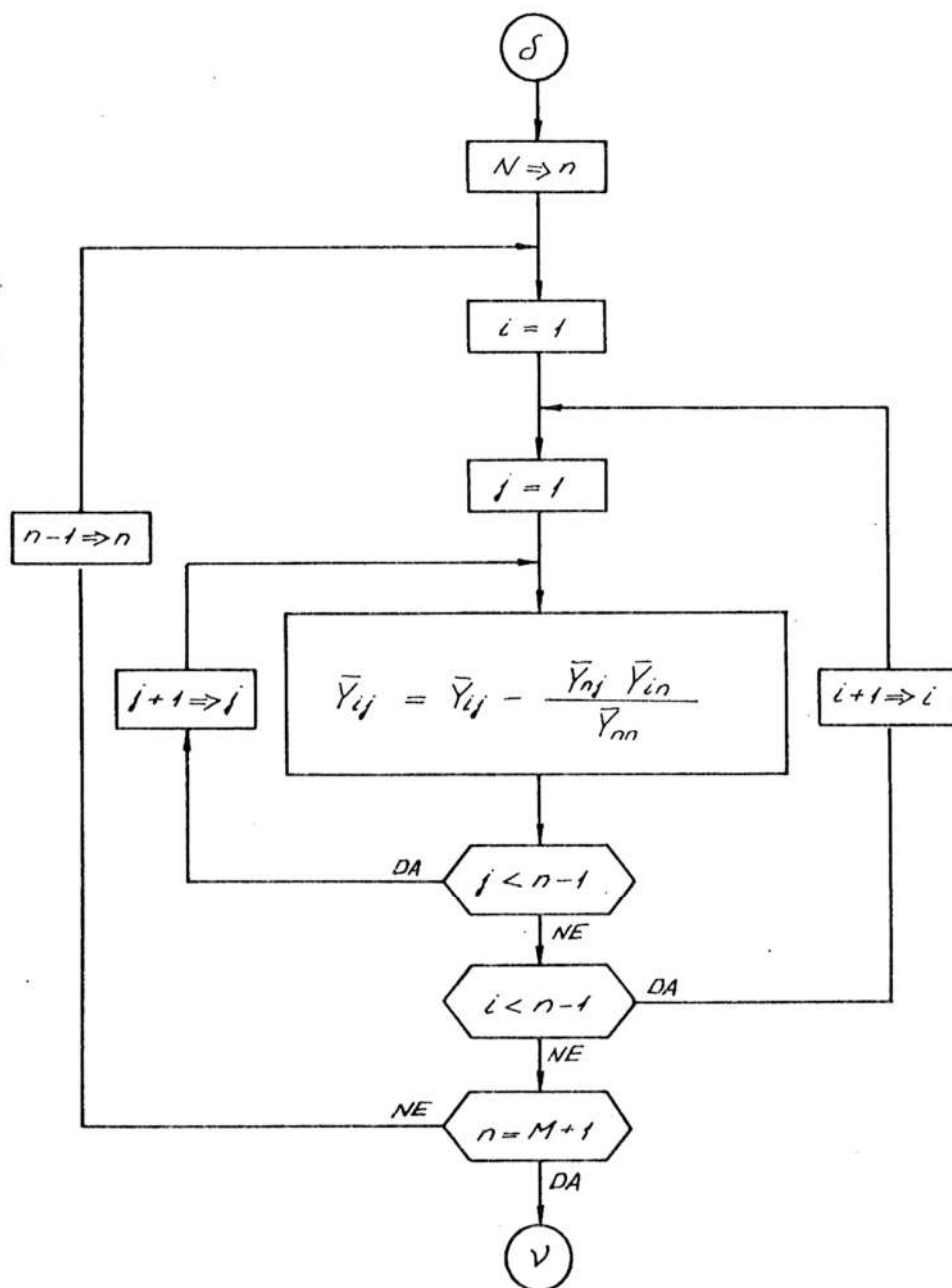
$$\begin{bmatrix} \bar{V}_m \\ \bar{V}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}'_{mm} & \bar{Z}_{mr} \\ \bar{Z}_{rm} & \bar{Z}_{rr} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{I}_m \\ 0 \end{bmatrix}
 \tag{9-63}$$

Iz matrične jednadžbe 9-63 slijedi

$$[\bar{V}_m] = [\bar{Z}'_{mm}] [\bar{I}_m]$$

i odavde odmah

$$[\bar{Z}_{mm}] = [\bar{Z}'_{mm}] \tag{9-64}$$



Sl.283 - Dijagram toka za redukciju mreže blok transformacijom

9.5.3. Iskapčanje nezavisne grane

Kada se isključi nezavisna grana, onda se mijenja samo broj grana, a broj čvorova ostaje nepromijenjen. U matrici $[\bar{z}_g]$ ovu promjenu možemo izvesti na način da grani koju želimo isključiti dodamo paralelno granu takove impedancije, da rezultirajuća impedancija bude beskonačna.

Ako grana koju isključujemo ima impedanciju $\bar{z}_{s-t}$, a grana koju dodajemo da bismo granu $\bar{z}_{s-t}$ isključili impedanciju z_g onda mora vrijediti

$$\frac{\bar{z}_{s-t} \cdot \bar{z}_g}{\bar{z}_{s-t} + \bar{z}_g} = \infty \rightarrow \bar{z}_g = -\bar{z}_{s-t} \quad 9-65$$

Kako elektroničko računalo poznaje samo konačne brojeve, uključivanjem grane $\bar{z}_g$ se na mjestu $\bar{z}_{s-t}$ mora postići neki veliki broj, sa kojim računalo još uvijek može računati.

Grana $\bar{z}_g$ je grana koja donosi novu petlju, pa se mijenjaju svi članovi matrice $[\bar{z}_\chi]$.

U matrici $[\bar{Y}_\chi]$ iskapčanje nezavisne grane znači intervenciju na 4 mjesta u matrici. U odgovarajuća dva dijagonalna člana odbit ćemo admitanciju grane $\bar{Y}_{s-t}$ koju isključujemo, a u dva odgovarajuća vandijagonalna člana matrice pribrojiti ćemo admitanciju grane $\bar{Y}_{s-t}$.

10. PROGRAMI ZA ODREDJIVANJE TOKOVA SNAGA

10.1. Problematika

Karakteristika pogona i dinamika razvoja elektroenergetskog sistema, o kojima je bilo riječi u prvom poglavlju, traže neprekidno istraživanje električnih prilika u mreži u raznim uvjetima. Račun tokova snaga i napona analizira sistem ovisno o mogućnostima regulacije generatora, sinhronih kompenzatora i kondenzatora, o regulaciji prijenosnog omjera transformatora pod opterećenjem, o prenosnoj moći vodova, te o planiranoj razmjeni snage među sistemima. Kako se radi o istraživanju normalnih pogonskih prilika pretpostavlja se u većini slučajeva da je sistem uravnotežen, pa je dovoljan jedno-fazni prikaz mreže.

Ako se želi utvrditi trenutno pogonsko stanje sistema, koriste se rezultati pogonskih mjerenja. Stanoviti broj mjerenih veličina dostavlja se pomoću uređaja za daljinski prijenos elektroničkom računalu, koje onda vrši proračun tokova snaga i napona (State Estimation).

Svaki proračun tokova snaga i napona traži odredjen broj definiranih sabirničkih uvjeta. Za svaku sabirnicu vezane su 4 veličine:

- djelatna snaga
- jalova snaga
- modul napona
- fazni kut napona.

Od ove 4 veličine moraju biti definirane dvije. Prema tome koje su veličine definirane pojavljuju se 3 tipa sabirnica:

- sabirnice regulacione elektrane
- sabirnice s kontrolom napona
- sabirnice snage.

Sabirnicama regulacione elektrane zadan je modul napona i kut. Regulacionoj elektrani mora se ostaviti rezerva u snazi, jer ona pokriva radne i jalove gubitke, koji nisu poznati na početku nego tek na kraju računa.

Na sabirnicama s kontrolom napona unaprijed je odredjena djelatna snaga i modul napona. Jalova snaga se podešava tako da se postigne zadani iznos napona. Pri tome su zadane gornja i donja granica jalove snage, koja se može proizvesti na tim sabirnicama.

Sabirnice snage definirane su zadanom djelatnom i jalovom snagom, a računa se napon sabirnica po iznosu i kutu.

Prvobitni računi tokova snaga i napona koristili su metodu petlje. Ova metoda zahtjeva zamornu pripremu podatka, pa se više ne upotrebljava.

U metodi čvora vrlo je lako pripremiti ulazne podatke, a promjena mreže u slijedećem slučaju proračuna ne izaziva velike probleme u izmjeni matrice mreže. Ovdje ćemo pokazati samo nekoliko matematičkih metoda u metodi čvora.

Prilike u sistemu u metodi čvora definirane su jednačbama:

$$[\bar{I}] = [\bar{Y}_c] [\bar{V}] \quad \text{ili} \quad 10-1$$

$$[\bar{V}] = [\bar{Z}_c] [\bar{I}] \quad 10-2$$

Odaberimo izraz za snagu $\bar{S} = \bar{V}\bar{I}^*$. Izraz za struju u ovisnosti o snazi je:

$$\bar{I} = \left(\frac{\bar{S}}{\bar{V}}\right)^* = \frac{P - jQ}{\bar{V}^*} \quad 10-3$$

što uvršteno u jednačbe 10-1 i 10-2 daje:

$$\left[\left(\frac{\bar{S}}{\bar{V}}\right)^*\right] = [\bar{Y}_c] [\bar{V}] \quad \text{ili} \quad 10-4$$

$$[\bar{V}] = [\bar{Z}_c] \left[\left(\frac{\bar{S}}{\bar{V}}\right)^*\right] \quad 10-5$$

Jednačbe napon-snaga nisu linearne. Rješavamo ih iterativnim postupkom.

Nula sistema može ali ne mora biti referentni čvor.

Kada poprečne grane nisu uključene u parametre mreže, tada je ukupna struja u i-toj sabirnici:

$$\bar{I}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} - \bar{Y}_{0-i} \bar{V}_i \quad 10-6$$

gdje je $\bar{Y}_{0-i}$ ukupna admitancija između čvora i nule sistema.

Po završetku iterativnog postupka računamo struje i snage u dijelovima mreže. Npr.:

Struja kroz vod s-t od s prema t na strani s iznosi

$$\bar{I}_{s-t} = \frac{\bar{V}_s - \bar{V}_t}{\bar{Z}_{s-t}} - \bar{V}_s \frac{\bar{Y}_{s-t}}{2} \quad 10-7$$

a struja kroz isti vod na strani t

$$\bar{I}_{s-t} = \frac{\bar{V}_s - \bar{V}_t}{\bar{Z}_{s-t}} - \bar{V}_t \frac{\bar{Y}_{s-t}}{2} \quad 10-8$$

Ako pomnožimo jednađbu 10-7 sa $\bar{V}_s^*$ i jednađbu 10-8 sa $\bar{V}_t^*$ dobit ćemo konjugirane izraze za snage. Stoga je snaga koja ulazi u vod s-t iz čvora s:

$$P_{s-t} + jQ_{s-t} = \left(\frac{\bar{V}_s - \bar{V}_t}{\bar{Z}_{s-t}} \bar{V}_s^* + |\bar{V}_s|^2 \frac{\bar{Y}_{s-t}}{2} \right)^* \quad 10-9$$

i snaga koja izlazi iz voda s-t u čvor t:

$$P_{s-t} + jQ_{s-t} = \left(\frac{\bar{V}_s - \bar{V}_t}{\bar{Z}_{s-t}} \bar{V}_t^* - |\bar{V}_t|^2 \frac{\bar{Y}_{s-t}}{2} \right)^* \quad 10-10$$

Opterećenje regulacione elektrane dobijemo kao zbroj opterećenja svih vodova i potrošača koji su vezani za sabirnice regulacione elektrane.

U glavi 7 (poglavlje 7) pokazane su metode za rješavanje nelinearnih algebarskih jednađbi, pa u skladu s tamo rečenim jednađbe 10-4 i 10-5 glase:

$$\left[\left(\frac{\bar{S}}{\bar{V}} \right)^* \right] = [\bar{Y}_G] [\bar{V}^{(k-1)}] \quad 10-11$$

$$[\bar{V}^{(k)}] = [\bar{Z}_G] \left[\left(\frac{\bar{S}}{\bar{V}} \right)^* \right] \quad 10-12$$

Varijable su kompleksni brojevi, pa konvergentnost postupaka nije zagarantirana. Može se dokazati da je proces konvergentan uz pretpostavku da su kako u konačnom rješenju tako i u iteracijama vektori napona svih čvorova međusobno približno jednaki. Prilike u elektroenergetskim sistemima su takove da je ovaj uvjet zadovoljen, pa u većini slučajeva dolazimo do rješenja.

Važna je i brzina konvergencije, koja takodjer ovisi o razlici napona u pojedinim iteracijama. Što su te razlike manje, brzina je veća. Vrijeme potrebno da se dodje do rješenja ovisi kako o brzini konvergencije iterativnog postupka tako i o zahtjevanoj točnosti. Uobičajeno

jeno je da se za prvo približavanje (ukoliko se ne raspolaže boljim) uzme nazivni napon mreže za sve čvorove, odnosno da to bude jedinica u metodi per unit.

Zahtjevana tolerancija varira i prema primjenjenoj metodi.

Kod Gauss-Seidelove metode koja koristi matricu $[\bar{Y}_\Sigma]$ obično iznosi 10^{-4} p.u. U istoj metodi, kada koristi matricu $[\bar{Z}_\Sigma]$, iznosi 10^{-3} p.u. Ovo se odnosi na realne i imaginarne komponente napona. U Newton-Raphsonovoj metodi iznosi 10^{-2} p.u. za djelatnu i jalovu snagu.

Često se operira i s faktorima akceleracije. Ovi faktori ubrzavaju rješenje, a dobiju se na temelju iskustva. Ovisi o karakteristikama elektroenergetskog sistema.

Izbor metode ovisi o više faktora. Među njima su najvažniji broj čvorova i kako je problem definiran. Tako je npr. Newton-Raphsonova metoda koja koristi $[\bar{Y}_\Sigma]$ brža od Gauss-Seidelove koja koristi $[\bar{Z}_\Sigma]$ kada se radi o velikom broju čvorova, a sporija kada se radi o malom broju čvorova. Ukoliko u tok računa nisu uključene sabirnice s kontrolom napona Gauss-Seidelova metoda koja koristi $[\bar{Y}_\Sigma]$ ima prednost pred Newton-Raphsonovom metodom i obrnuto.

10.2. Matematski modeli

10.2.1. Gauss-ova iterativna metoda koja koristi $[\bar{Z}_\Sigma]$

Neka je referentni čvor nula sistema. U tom slučaju sve poprečne grane možemo obuhvatiti matricom vlastitih i međusobnih impedancija čvora koja ima onoliko redaka i stupaca koliko ima sabirnica.

Napon sabirnice i prema nuli sistema iznosi:

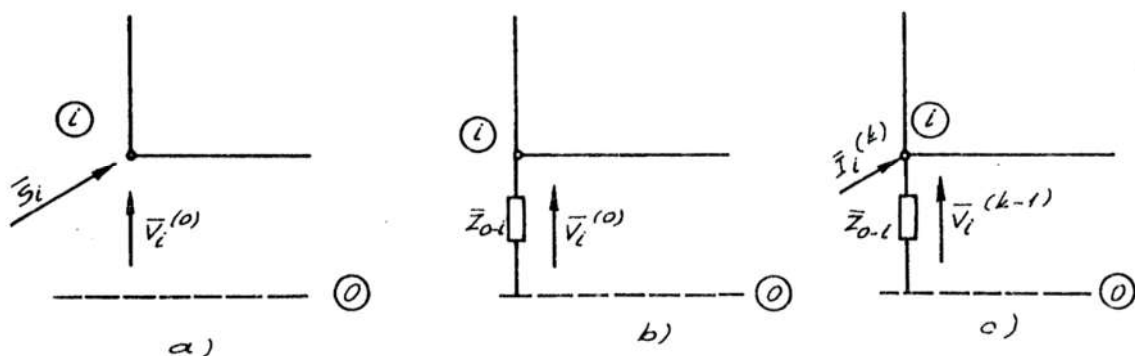
$$\bar{V}_i^k = \sum_{j=1}^n \bar{Z}_{ij} \bar{I}_j^{(k)} \quad j = 1 \dots n \quad 10-13$$

gdje je

$$\bar{I}_j^{(k)} = \frac{P_j - jQ_j}{(\bar{V}_j^{k-1})^*} \quad 10-13a$$

Ukoliko nema poprečnih grana ne možemo računati matricu $[\bar{Z}_\Sigma]$, pa je potrebno barem jednu sabirnicu povezati s referentnim čvorom.

Pretpostavimo u i -tom čvoru zadano opterećenje $\bar{S}_i$ (slika 284a). Napon i -tog čvora je nepoznat pa koristimo napon nulte iteracije da izračunamo impedanciju $\bar{Z}_{0-i}$ (slika 284b).



Sl.284 - Povezivanje i-tog čvora s čvorom 0

$$\bar{Z}_{o-i} = - \frac{|\bar{V}_i^{(0)}|^2}{\bar{S}_i^*} \quad 10-14$$

Ako promijenimo napon i-toj sabirnici, a to se događa tokom proračuna, moramo promijeniti $\bar{Z}_{o-i}$. Promjena $\bar{Z}_{o-i}$ izaziva promjeru matrice $[\bar{Z}_\Sigma]$. Budući da ne želimo mijenjati matricu, zadržat ćemo $\bar{Z}_{o-i}$ za sve iteracije, a nastalu razliku u snazi korigirati injek-tiranom snagom. Izraz za injektiranu struju korekcije glasi (Sl. 284c):

$$\bar{I}_i^{(k)} = \left[\frac{\bar{S}_i}{\bar{V}_i^{(k-1)}} + \left(\frac{\bar{V}_i^{(k-1)}}{\bar{Z}_{o-i}} \right)^* \right] \quad 10-15$$

$$\text{Za } k = 1 \quad \bar{I}_i^{(k)} = 0 \quad 10-16$$

Neka je referentni čvor sabirnica regulacione elektrane, čiji je na-pon prema nuli sistema $\bar{V}_r$. Napon bilo koje sabirnice prema nuli sis-tema iznosi:

$$\bar{V}_i^{(k)} = \bar{V}_r + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq r}}^n \bar{Z}_{ij} \bar{I}_j^{(k)} \quad j = 1 \dots, r-1, r+1 \dots n \quad 10-17$$

gdje je

$$\bar{I}_j^{(k)} = \frac{P_j - jQ_j}{(\bar{V}_j^{(k-1)})^*} - \bar{Y}_{o-j} \bar{V}_j^{(k-1)} \quad 10-17a$$

Matrica $[\bar{Z}_\Sigma]$ ima dimenziju $(n-1) \times (n-1)$.

Blok dijagram toka programa koji koristi ovu metodu pokazan je na slici 185.

Iz podataka o mreži izračuna se matrica $[\bar{Z}_\Sigma]$. Za računanje struje

koriste se u prvom koraku pretpostavljeni naponi, a u slijedećim koracima izračunati naponi u prethodnoj iteraciji.

U svakom koraku postavlja se pitanje da li je proces došao do kraja, odnosno dovoljno blizu pravom rješenju i to za sve čvorove preko izraza:

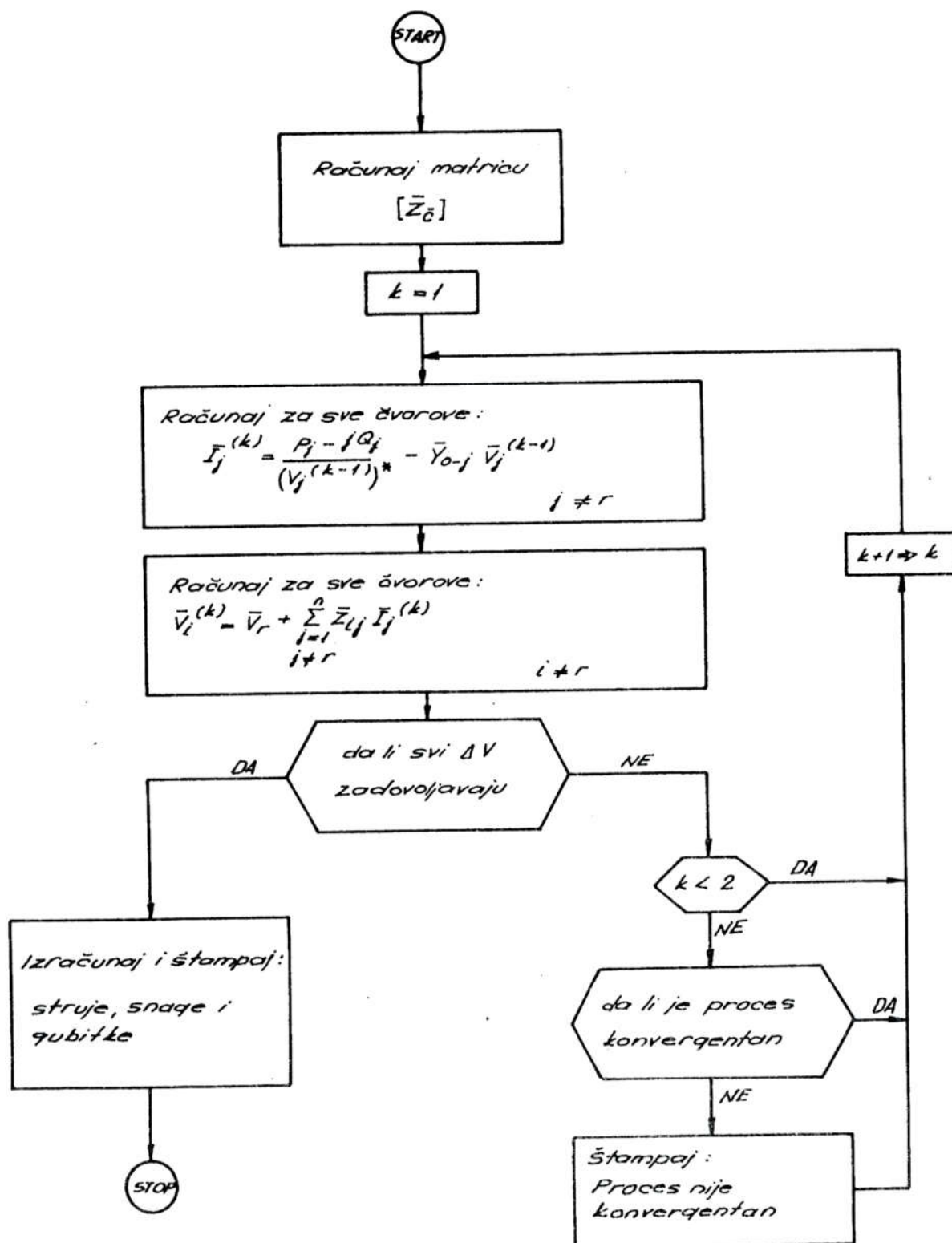
$$\Delta V = ||\bar{V}^{(k)}| - |\bar{V}^{(k-1)}|| \leq \epsilon \quad 10-18$$

gdje je ϵ zahtijevana tolerancija.

Da li je proces konvergentan pitamo se takodjer za sve čvorove preko izraza:

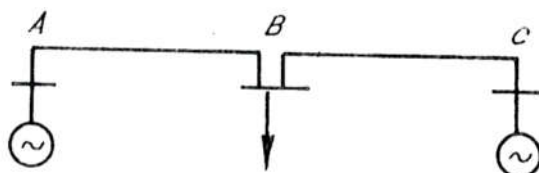
$$||\bar{V}^{(k+1)}| - |\bar{V}^{(k)}|| < ||\bar{V}^{(k)}| - |\bar{V}^{(k-1)}|| \quad 10-19$$

Po ovom dijagramu toka proces ne zaustavljamo ukoliko je u nekom koraku i nekom čvoru divergentan. Nastavljanjem računa pokušavamo doći do kraja.



Sl.285 - Blok dijagram toka programa koji koristi Gaussovu metodu i matricu $[Z_c]$. Referentni čvor su sabirnice regulacione elektrane.

Primjer 10.1. Zadan je elektroenergetski sistem prema slici 286. Treba izračunati tokove snaga Gaussovom metodom, koja koristi matricu $[\bar{Z}_x]$. Za referentni čvor uzeti sabirnice regulacione elektrane.



Sl.286 - Zadani elektroenergetski sistem

Podaci vodova:

s	t	$\bar{Z}_{s-t}$	$\bar{Y}_{s-t}$
A	B	$0,02+j0,06$	$0,0+j0,06$
B	C	$0,08+j0,24$	$0,0+j0,05$

Opterećenje sabirnica

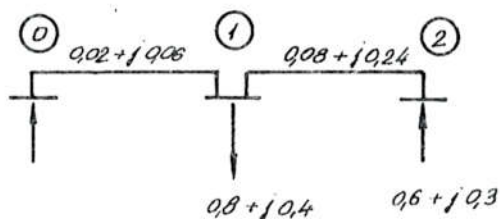
i	generator	potrošač
A	-	-
B	-	$0,8+j0,4$
C	$0,6+j0,3$	-

Napon regulacione elektrane

$$\bar{V}_A = 1,06 + j0,0$$

Rješenje:

Numerirajmo mrežu prema slici 287.



Sl.287 - Numeriranje mreže. Referentni čvor nije nula sistema

Admitancija čvorova:

$$\bar{Y}_{0-1} = 0,0 + j 0,055$$

$$\bar{Y}_{0-2} = 0,0 + j 0,025$$

		1	2
$[\bar{Z}] =$	1	$0,02+j0,06$	$0,02+j0,06$
	2	$0,02+j0,06$	$0,1 + j0,3$

Pretpostavljeni naponi:

$$\bar{V}_1^{(0)} = \bar{V}_2^{(0)} = 1,0 + j 0,0$$

$$\Delta V \leq 0,0005$$

k = 1

$$\bar{I}_1^{(1)} = -0,8 + j0,4 - j0,055 = -0,8 + j0,345$$

$$\bar{I}_2^{(1)} = 0,6 - j0,3 - j0,025 = 0,6 - j0,325$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_1^{(1)} &= 1,06 + (0,02 + j0,06)(-0,8 + j0,345) + (0,02 + j0,06) \\ &\quad (0,6 - j0,325) = 1,0548 - j0,116 = 1,0549 \angle -0,63^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_2^{(1)} &= 1,06 + (0,02 + j0,06)(-0,8 + j0,345) + (0,1 + j0,3) \\ &\quad (0,6 - j0,325) = 1,1808 + j0,1064 = 1,1856 \angle 5,15^\circ \end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|1,0549 - 1| = 0,0549 > 0,0005$$

$$|1,1856 - 1| = 0,1856 > 0,0005$$

Proces nije došao do kraja!

k = 2

$$\begin{aligned} \bar{I}_1^{(2)} &= \frac{-0,8+j0,4}{1,054+j0,0116} - j0,055 (1,054 - j0,0116) = \\ &= -0,7548 + j0,3295 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_2^{(2)} &= \frac{0,6-j0,3}{1,1808-j0,1064} - j0,025 (1,1808 + j0,1064) = \\ &= 0,5294 - j0,2361 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_1^{(2)} &= 1,06 + (0,02 + j0,06)(-0,7548 + j0,3295) + \\ &\quad + (0,2 + j0,06)(0,5294 - j0,2361) = \\ &= 1,0499 - j0,0117 = 1,050 \angle -0,64^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_2^{(2)} &= 1,06 + (0,02 + j0,06)(-0,7548 + j0,3295) + \\ &\quad + (0,1 + j0,3)(0,5294 - j0,2361) = \\ &= 1,1489 + j0,0965 = 1,1529 \angle 4,8^\circ\end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$\begin{aligned}|1,05 - 1,0549| &= 0,0049 > 0,0005 \\ |1,1529 - 1,1856| &= 0,0227 > 0,0005\end{aligned}$$

Proces nije došao do kraja!

Da li je proces konvergentan?

$$\begin{aligned}0,0549 &> 0,0049 \\ 0,1856 &> 0,0227\end{aligned}$$

Proces je konvergentan!

$$k = 3$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_1^{(3)} &= \frac{-0,8 + j0,4}{1,0499 + j0,0117} - j0,055(1,0499 - j0,0117) = \\ &= -0,7583 + j0,3317\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_2^{(3)} &= \frac{0,6 - j0,3}{1,1489 - j0,0965} - j0,025(1,1489 + j0,0965) = \\ &= 0,5428 - j0,2444\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_1^{(3)} &= 1,06 + (0,02 + j0,06)(-0,7583 + j0,3317) + \\ &\quad + (0,02 + j0,06)(0,5428 - j0,2444) = 1,0505 - j0,0112 = \\ &= 1,0506 \angle -0,61^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_2^{(3)} &= 1,06 + (0,02 + j0,06)(-0,7583 + j0,3317) + \\ &\quad + (0,1 + j0,3)(0,5428 - j0,2444) = 1,1525 + j0,0995 = \\ &= 1,1568 \angle 4,93^\circ\end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$\begin{aligned}|1,0506 - 1,05| &= 0,0006 > 0,0005 \\ |1,1568 - 1,1529| &= 0,0039 > 0,0005\end{aligned}$$

Proces nije došao do kraja!

Da li je proces konvergentan?

$$\begin{aligned}0,0049 &> 0,0006 \\ 0,0227 &> 0,0039\end{aligned}$$

Proces je konvergentan!

k = 4

$$\bar{I}_1^{(4)} = \frac{-0,8 - j0,4}{1,0505 + j0,0112} - j0,055 (1,0505 - j0,0112) =$$

$$= -0,7580 + j0,3311$$

$$\bar{I}_2^{(4)} = \frac{0,6 - j0,3}{1,1525 - j0,0995} - j0,025 (1,1525 + j0,0995) =$$

$$= 0,5415 - j0,2426$$

$$\bar{V}_1^{(4)} = 1,06 + (0,02 + j0,06) (-0,758 + j0,3311) +$$

$$+ (0,02 + j0,06) (0,5415 - j0,2426) = 1,0504 - j0,0112 =$$

$$= 1,0505 \angle -0,61^\circ$$

$$\bar{V}_2^{(4)} = 1,06 + (0,02 + j0,06) (-0,752 + j0,3311) +$$

$$+ (0,1 + j0,3) (0,5415 - j0,2426) = 1,1519 + j0,0993 =$$

$$= 1,1562 \angle 4,93^\circ$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|1,0505 - 1,0506| = 0,0001 < 0,0005$$

$$|1,1562 - 1,1568| = 0,0006 > 0,0005$$

Proces nije došao do kraja!

Da li je proces konvergentan?

$$0,0006 > 0,0001$$

$$0,0039 > 0,0006$$

Proces je konvergentan!

k = 5

$$\bar{I}_1^{(5)} = \frac{-0,8 + j0,4}{1,0504 + j0,0112} - j0,055 (1,0504 - j0,0112) =$$

$$= 0,7581 + j0,3311$$

$$\bar{I}_2^{(5)} = \frac{0,6 - j0,3}{1,1519 - j0,0993} - j0,025 (1,1519 + j0,0993) =$$

$$= 0,5418 - j0,2427$$

$$\bar{V}_1^{(5)} = 1,06 + (0,02 + j0,06) (-0,7581 + j0,3311) +$$

$$+ (0,02 + j0,06) (0,5418 - j0,2427) = 1,0504 - j0,0112 =$$

$$= 1,0505 \angle -0,61^\circ$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_2^{(5)} &= 1,06 + (0,02 + j0,06)(-0,7581 + j0,3311) + \\ &+ (0,1 + j0,3)(0,5418 - j0,2427) = 1,152 + j0,0994 = \\ &= 1,1562 \angle 4,93^\circ\end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|1,0505 - 1,0505| = 0,0000 < 0,0005$$

$$|1,1562 - 1,1562| = 0,0000 < 0,0005$$

Proces je došao do kraja!

Tabela napona po iteracijama

k	$\bar{V}_1$	$\bar{V}_2$
0	1,0000 $\angle 0,00^\circ$	1,0000 $\angle 0,00^\circ$
1	1,0549 $\angle -0,63^\circ$	1,1856 $\angle 5,15^\circ$
2	1,0500 $\angle -0,64^\circ$	1,1529 $\angle 4,8^\circ$
3.	1,0506 $\angle -0,61^\circ$	1,1568 $\angle 4,93^\circ$
4.	1,0505 $\angle -0,61^\circ$	1,1562 $\angle 4,93^\circ$
5.	1,0505 $\angle -0,61^\circ$	1,1562 $\angle 4,93^\circ$

Prema tome, naponi sabirnica jesu:

$$\bar{V}_O = \bar{V}_A = 1,06 + j0,0 = 1,06 \angle 0,00^\circ$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_B = 1,0504 - j0,112 = 1,0505 \angle -0,61^\circ$$

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_C = 1,152 + j0,0994 = 1,1562 \angle 4,93^\circ$$

Sada možemo izračunati sve ostale električne veličine u mreži.

Prema relacijama 10-7 i 10-8 računamo struje u vodovima:

Vod A-B

Struja na strani A od A prema B

$$\begin{aligned}\bar{I}_{O-1} &= \frac{\bar{V}_O - \bar{V}_1}{\bar{Z}_{O-1}} + \bar{V}_O \frac{\bar{Y}_{O-1}}{2} = \frac{1,06 - (1,0504 - j0,0112)}{0,02 + j0,06} + 1,06 \cdot j0,03 = \\ &= 0,216 - j0,0562\end{aligned}$$

Struja na strani B od A prema B

$$\begin{aligned}\bar{I}_{O-1} &= \frac{\bar{V}_O - \bar{V}_1}{\bar{Z}_{O-1}} - \bar{V}_1 \frac{\bar{Y}_{O-1}}{2} = \frac{1,06 - (1,0504 - j0,0112)}{0,02 + j0,06} - \\ &- (1,054 - j0,0112) j0,03 = 0,2157 - j0,0564\end{aligned}$$

Vod B-C

Struja na strani B od C prema B

$$\bar{I}_{2-1} = \frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{Z}_{1-2}} - \bar{V}_1 \frac{\bar{Y}_{1-2}}{2} = \frac{1,152 + j0,0994 - (1,0504 - j0,0112)}{0,08 + j0,24} - (1,0504 - j0,0112) j0,025 = 0,5414 - j0,2691$$

Struja na strani C od C prema B

$$\bar{I}_{2-1} = \frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{Z}_{1-2}} + \bar{V}_2 \frac{\bar{Y}_{1-2}}{2} = \frac{1,152 + j0,0994 - (1,0504 - j0,0112)}{0,08 + j0,24} + (1,152 + j0,0994) j0,025 = 0,5392 - j0,214$$

Prema relacijama 10-9 i 10-10 računamo snage u vodovima

Vod A-B

Snaga na strani A od A prema B

$$\begin{aligned} P_{O-1} + jQ_{O-1} &= \left(\frac{\bar{V}_O - \bar{V}_1}{\bar{Z}_{O-1}} \bar{V}_O^* + |\bar{V}_O|^2 \frac{\bar{Y}_{O-1}}{2} \right)^* = \\ &= \left(\frac{1,06 - (1,0504 - j0,0112)}{0,02 + j0,06} 1,06 + 1,06^2 j0,03 \right)^* = \\ &= 0,229 + j0,596 \end{aligned}$$

Snaga na strani B od A prema B

$$\begin{aligned} P_{O-1} + jQ_{O-1} &= \left(\frac{\bar{V}_O - \bar{V}_1}{\bar{Z}_{O-1}} \bar{V}_1^* - |\bar{V}_1|^2 \frac{\bar{Y}_{O-1}}{2} \right)^* = \\ &= \left(\frac{1,06 - (1,0504 + j0,0112)}{0,02 + j0,06} (1,0504 + j0,0112) - \right. \\ &\quad \left. - 1,0505^2 j0,03 \right)^* = 0,2279 + j0,1231 \end{aligned}$$

Vod B-C

Snaga na strani B od C prema B

$$\begin{aligned} P_{2-1} + jQ_{2-1} &= \left(\frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{Z}_{1-2}} \bar{V}_1^* - |\bar{V}_1|^2 \frac{\bar{Y}_{1-2}}{2} \right)^* = \\ &= \left(\frac{1,152 + j0,0994 - (1,0504 - j0,0112)}{0,08 + j0,24} (1,0504 + j0,0112) - \right. \\ &\quad \left. - 1,0505^2 j0,025 \right)^* = 0,5717 + j0,2765 \end{aligned}$$

Snaga na strani C od C prema B

$$\begin{aligned}
 P_{2-1} + jQ_{2-1} &= \left(\frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{Z}_{1-2}} \bar{V}_2^* + |\bar{V}_2|^2 \frac{\bar{Y}_{1-2}}{2} \right)^* = \\
 &= \left(\frac{1,152 + j0,0944 - (1,0504 - j0,0112)}{0,08 + j0,024} (1,152 - j0,0994) + \right. \\
 &\quad \left. + 1,1562^2 j0,025 \right)^* = 0,5999 + j0,3002
 \end{aligned}$$

Snaga regulacione elektrane

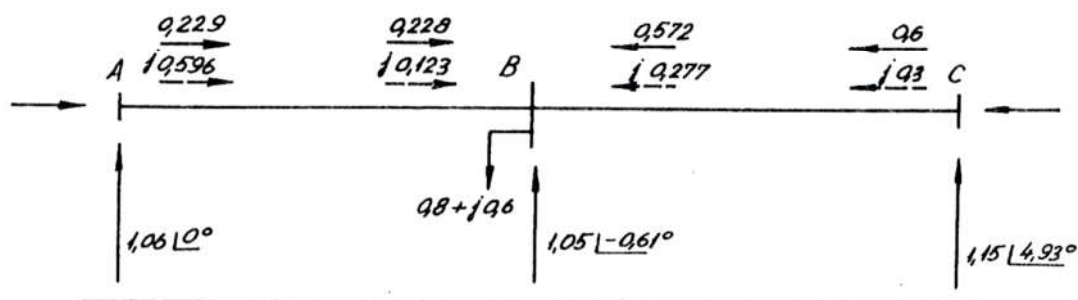
$$P_r + jQ_r = 0,229 + j0,596$$

Djelatni gubici u sistemu:

$$\Delta P = \Sigma P_G - \Sigma P_P = 0,829 - 0,8 = 0,029$$

$$\Delta P\% = \frac{\Delta P}{\Sigma P_G} 100 = \frac{0,029}{0,829} 100 = 3,45\%$$

Rezultati proračuna uneseni su u shemu promatrane mreže na sl.288.



Sl.288 - Tokovi snaga u sistemu sa sl.286.

10.2.2. Gauss-Seidel-ova iterativna metoda koja koristi $[\bar{Y}_\Sigma]$

Ova metoda je varijanta Gauss-ove metode koja koristi $[\bar{Y}_\Sigma]$.

Odaberimo nulu sistema za referentni čvor. Ostale čvorove numerirajmo od 1...n. Kako je napon regulacione elektrane zadan ($\bar{V}_r$ poznato), to za ostale čvorove možemo napisati n-1 jednadžbu u obliku

$$\bar{V}_i^{(k)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} (\bar{I}_i^{(k)} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k-1)}), \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{matrix} \quad 10-20$$

r = sabirnica regulacione elektrane

Struju sabirnica računamo iz poznate snage i pretpostavljenog, odnosno računatog napona:

$$\bar{I}_i^{(k)} = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{(k-1)*}} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{array} \quad 10-21$$

Izraz 10-21 uvrstimo u izraz 10-20:

$$\bar{V}_i^{(k)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{(k-1)*}} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k-1)} \right) \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{array} \quad 10-22$$

Izraz 10-22 predstavlja Gaussov algoritam. Na desnoj strani uvrštavaju se naponi prethodne (k-1) iteracije, na lijevoj strani imamo izračunate napone nove, k-te iteracije.

U Gauss-Seidelovoj metodi za računanje k-te iteracije uzimaju se u i-toj jednadžbi na desnoj strani naponi k-te iteracije za sve čvorove čiji je napon već izračunat, tj. za čvorove 1, 2, ..., (i-1). Za ostale čvorove uvrštavaju se naponi (k-1)-ve iteracije. Kada se ovo uzme u obzir izraz 10-22 prelazi u:

$$\bar{V}_i^{(k)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^{(k-1)*}} - \sum_{j=1}^{i-1} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k-1)} \right) \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{array} \quad 10-23$$

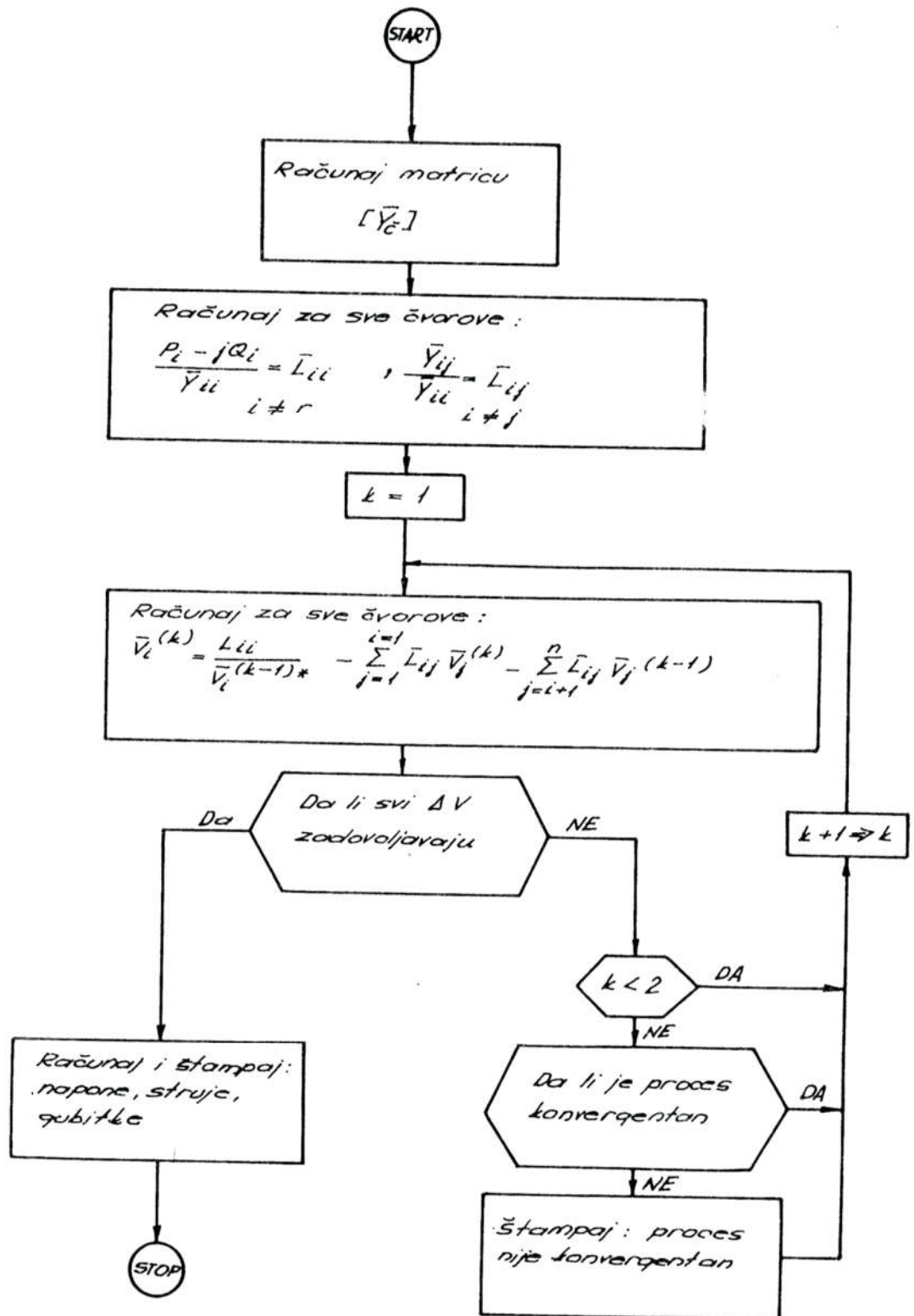
Da bismo skratili vrijeme računanja, odnosno da bismo izbjegli ponavljanje istih računskih operacija u svakoj slijedećoj iteraciji, uvodimo:

$$\frac{P_i - jQ_i}{\bar{Y}_{ii}} = \bar{L}_{ii} \quad \frac{\bar{Y}_{ij}}{\bar{Y}_{ii}} = \bar{L}_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{array} \quad 10-24$$

Sada izraz 10-22 poprima oblik

$$\bar{V}_i^{(k)} = \frac{\bar{L}_{ii}}{\bar{V}_i^{(k-1)*}} - \sum_{j=1}^{i-1} \bar{L}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^n \bar{L}_{ij} \bar{V}_j^{(k-1)} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r \end{array} \quad 10-25$$

Blok dijagram toka za ovu metodu pokazan je na slici 289.

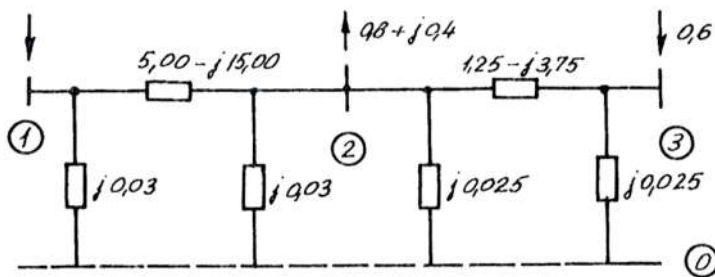


Sl.289 - Blok dijagram toka programa koji koristi Gauss-Seidelovu iterativnu metodu i matricu $[\bar{Y}_C]$

Primjer 10.2. Zadan je elektroenergetski sistem prema slici 286. Treba izračunati tokove snaga Gauss-Seidelovom metodom, koja koristi matricu $[\bar{Y}_{\Sigma}]$. Za referentni čvor uzeti nulu sistema.

Rješenje:

Numerirajmo mrežu prema slici:



Sl.290 - Numeriranje mreže. Referentni čvor: nula sistema

Uzdužne admitancije

$$\bar{Y}_{1-2} = \frac{1}{\bar{Z}_{1-2}} = \frac{1}{0,02+j0,06} = 5,00 - j 15,00$$

$$\bar{Y}_{2-3} = \frac{1}{\bar{Z}_{2-3}} = \frac{1}{0,08+j0,24} = 1,25 - j 3,75$$

Poprečne admitancije

$$\bar{Y}_{0-1} = 0,0 + j0,03$$

$$\bar{Y}_{0-2} = 0,0 + j0,055$$

$$\bar{Y}_{0-3} = 0,0 + j0,025$$

	1	2	3
1	5-j14,97	-5+j15	
2	-5+j15	6,25-j18,695	-1,25-j3,75
3		-1,25+j3,75	1,25-j3,725

$[\bar{Y}] =$

Pretpostavljeni naponi

$$\bar{V}_2^{(0)} = \bar{V}_3^{(0)} = 1,0 + 0,0$$

$$\Delta V = 0,0005$$

$$r = 1$$

$$L_{22} = \frac{-0,8 + j0,4}{6,25 - j18,695} = -0,0321 - j0,0321$$

$$L_{33} = \frac{0,6 - j0,3}{1,25 - j3,75} = 0,121 + j0,1205$$

$$L_{12} = \frac{-5 + j15}{5 - j14,97} = -1,0018 + j0,0006$$

$$L_{13} = \frac{0}{5 - j14,97} = 0,0 + j0,0$$

$$L_{21} = \frac{-5,0 + j15}{6,25 - j18,695} = -0,8021 + j0,0007$$

$$L_{23} = \frac{-1,25 + j3,75}{6,25 - j18,695} = 0,2005 + j0,0002$$

$$L_{31} = 0,0 + j0,0$$

$$L_{32} = \frac{-1,25 + j3,75}{1,25 - j3,75} = -1,006 + j0,002$$

k = 1

$$\bar{V}_1^{(1)} = 1,06 + j0,0$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_2^{(1)} &= -0,0321 - j0,0321 - (-0,8021 + j0,0007)1,06 - \\ &\quad - (0,2005 + j0,0002) \cdot 1,0 = 1,0187 - j0,033 = \\ &= 1,0192 \quad \underline{-1,855^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_3^{(1)} &= 0,121 + j0,1205 - (-1,006 + j0,002)(1,0187 - j0,033) = \\ &= 1,1457 + j0,0852 = 1,1489 \quad \underline{4,253^\circ} \end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|1,0192 - 1| = 0,0192 > 0,0005$$

$$|1,1489 - 1| = 0,1489 > 0,0005 \quad \text{Proces nije došao do kraja!}$$

k = 2

$$\bar{V}_1^{(2)} = 1,06 + j0,0$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_2^{(2)} &= \frac{-0,0321 - j0,0321}{1,0187 + j0,033} - (-0,8021 + j0,0007)1,06 - \\ &\quad - (0,2005 + j0,0002)(1,1457 + j0,0852) = \\ &= 1,0474 - j0,0143 = 1,0475 \quad \underline{-0,782^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_3^{(2)} &= \frac{0,121 + j0,1205}{1,1457 + j0,0852} - (-1,006 + j0,002)(1,0474 - j0,0143) = \\ &= 1,151 + j0,0959 = 1,155 \angle 4,763^\circ\end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|1,0475 - 1,0192| = 0,0283 > 0,0005$$

$$|1,155 - 1,1489| = 0,0061 > 0,0005$$

Proces nije došao do kraja!

Da li je proces konvergentan?

$$0,0192 < 0,0283$$

$$0,1489 > 0,0061$$

Proces nije konvergentan!

k = 3

$$\bar{V}_1^{(3)} = 1,06 + j0,0$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_2^{(3)} &= \frac{-0,0321 - j0,0321}{1,0474 - j0,0143} - (-0,8021 + j0,0007) 1,06 - \\ &- (0,2005 + j0,0002)(1,151 + j0,0959) = \\ &= 1,05 - j0,0119 = 1,05 \angle -0,649^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_3^{(3)} &= \frac{0,121 + j0,1205}{1,151 - j0,0959} - (-1,006 + j0,002)(1,05 - j0,0119) = \\ &= 1,152 + j0,0992 = 1,1563 \angle 4,922^\circ\end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|1,05 - 1,0475| = 0,0025 > 0,0005$$

$$|1,1563 - 1,155| = 0,0013 > 0,0005$$

Proces nije došao do kraja!

Da li je proces konvergentan?

$$0,0283 > 0,0025$$

$$0,0061 > 0,0013$$

Proces je konvergentan!

k = 4

$$\bar{V}_1^{(4)} = 1,06 + j0,0$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_2^{(4)} &= \frac{-0,0321 - j0,0321}{1,05 - j0,0119} - (-0,8021 + j0,0007) 1,06 - \\ &- (0,2005 + j0,0002)(1,152 + j0,0992) = \\ &= 1,0503 - j0,0114 = 1,0504 \angle -0,622^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_3^{(4)} &= \frac{0,121 + j0,1205}{1,152 - j0,0992} - (-1,006 + j0,002)(1,0503 - j0,0114) = \\ &= 1,152 + j0,0992 = 1,1563 \angle 4,992^\circ\end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|1,0504 - 1,05| = 0,0004 < 0,0005$$

$$|1,1563 - 1,1563| = 0,0000 < 0,0005$$

Proces je došao do kraja!

Tabela napona po iteracijama

k	$\bar{V}_2$	$\bar{V}_3$
0	1,0000 $\angle 0,00^\circ$	1,0000 $\angle 0,00^\circ$
1	1,0192 $\angle -1,86^\circ$	1,1489 $\angle 4,25^\circ$
2	1,0475 $\angle -0,78^\circ$	1,155 $\angle 4,76^\circ$
3	1,05 $\angle -0,65^\circ$	1,1563 $\angle 4,92^\circ$
4	1,0504 $\angle -0,62^\circ$	1,1563 $\angle 4,92^\circ$

Račun dalje teče kao u primjeru 10.1.

10.2.3. Newton-Raphsonova iterativna metoda koja koristi $[\bar{Y}_x]$

Problem tokova snaga može se riješiti Newton-Raphsonovom metodom. Rješava se niz nelinearnih jednačbi u kojima se izražava djelatna i jalova snaga u ovisnosti o naponima sabirnica.

Neka je referentni čvor nula sistema.

Snaga u i-tom čvoru dana je izrazom

$$P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* \bar{I}_i \quad 10-26$$

Ako u 10-26 uvrstimo izraz za struju iz jednačbe 10-1 dobit ćemo:

$$P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* \sum_{j=1}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j \quad 10-27$$

Kako je

$$\bar{V}_i = V_i' + jV_i''$$

$$\bar{V}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$$

to jednađbe 10-27

$$P_i - jQ_i = (V_i' - jV_i'') \sum_{j=1}^n (G_{ij} + jB_{ij}) (V_i' + jV_i'') \quad 10-28$$

Sredimo jednađbu 10-28, te odvojimo realni od imaginarnog dijela.

Rezultat je

$$P_i = \sum_{j=1}^n \{V_i' (G_{ij}V_j' - B_{ij}V_j'') + V_i'' (G_{ij}V_j'' + B_{ij}V_j')\} \quad 10-29$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n \{V_i'' (G_{ij}V_j' - B_{ij}V_j'') - V_i' (G_{ij}V_j'' + B_{ij}V_j')\}$$

Izrazi 10-29 vrijede za svaku sabirnicu. Na svim sabirnicama, osim sabirnica regulacione elektrane, poznate su djelatna i jalova snaga, a nepoznate su realne i imaginarne komponente napona. Na sabirnicama regulacione elektrane komponente napona su poznate i ostaju nepromijenjene. Znači, treba riješiti $2(n-1)$ nelinearnu jednađbu, gdje je n broj sabirnica. (U broj n nije uključena nula sistema.)

U Newton-Raphsonovoj metodi formiran je niz linearnih jednađbi kako je to pokazano u glavi 7, relacija 7-114. Matrica zvana Jakobi-jana (7-115) u problemu tokova snaga daje vezu izmedju potrebnih korekcija napona i pogreške proračunatih snaga. (Relacija 10-30).

ΔP_1		$\frac{\partial P_1}{\partial V_1'} \dots \frac{\partial P_1}{\partial V_{n-1}'}$		$\frac{\partial P_1}{\partial V_1''} \dots \frac{\partial P_1}{\partial V_{n-1}''}$		$\Delta V_1'$
...						...
ΔP_{n-1}		$\frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_1'} \dots \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_{n-1}'}$		$\frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_1''} \dots \frac{\partial P_{n-1}}{\partial V_{n-1}''}$		$\Delta V_{n-1}'$

=

ΔQ_0		$\frac{\partial Q_1}{\partial V_1'} \dots \frac{\partial Q_1}{\partial V_{n-1}'}$		$\frac{\partial Q_1}{\partial V_1''} \dots \frac{\partial Q_1}{\partial V_{n-1}''}$		$\Delta V_1''$
...						...
ΔQ_{n-1}		$\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_1'} \dots \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}'}$		$\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_1''} \dots \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}''}$		$\Delta V_{n-1}''$

X

ΔQ_0		$\frac{\partial Q_1}{\partial V_1'} \dots \frac{\partial Q_1}{\partial V_{n-1}'}$		$\frac{\partial Q_1}{\partial V_1''} \dots \frac{\partial Q_1}{\partial V_{n-1}''}$		$\Delta V_1''$
...						...
ΔQ_{n-1}		$\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_1'} \dots \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}'}$		$\frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_1''} \dots \frac{\partial Q_{n-1}}{\partial V_{n-1}''}$		$\Delta V_{n-1}''$

ili

P		J_1	J_2		V'
Q	=	J_3	J_4		V''

10-30

Članove Jakobijane dobijemo deriviranjem izraza 10-29.

U članovima Jakobijane pojavljuju se izrazi za struju koju je probitačno računati posebno

$$I_i' = V_i' G_{ii} - V_i'' B_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (G_{ij} V_j' - B_{ij} V_j'')$$

$$I_i'' = V_i'' G_{ii} + V_i' B_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (G_{ij} V_j'' + B_{ij} V_j')$$
10-31

$$i = 1, 2, \dots, n-1$$

Vandijagonalni članovi $[J_1]$ jesu:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j'} = V_i' G_{ij} + V_i'' B_{ij} \quad i \neq j \quad 10-32$$

Dijagonalni članovi $[J_1]$ jesu:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i'} = V_i' G_{ii} + V_i'' B_{ii} + I_i' \quad 10-33$$

Vandijagonalni članovi $[J_2]$ jesu:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j''} = -V_i' B_{ij} + V_i'' G_{ij} \quad i \neq j \quad 10-34$$

Dijagonalni članovi $[J_2]$ jesu:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i''} = -V_i' B_{ii} + V_i'' G_{ii} + I_i'' \quad 10-35$$

Vandijagonalni članovi $[J_3]$ jesu:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j'} = -V_i' B_{ij} + V_i'' G_{ij} \quad i \neq j \quad 10-36$$

Dijagonalni članovi $[J_3]$ jesu:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i'} = -V_i' B_{ii} + V_i'' G_{ii} - I_i'' \quad 10-37$$

Vandijagonalni članovi $[J_4]$ jesu:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j''} = -V_i' G_{ij} - V_i'' B_{ij} \quad i \neq j \quad 10-38$$

Dijagonalni članovi $[J_4]$ jesu:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i''} = -V_i' G_{ii} - V_i'' B_{ii} + I_i' \quad 10-39$$

Pretpostavljeni naponi uvrste se u jednadžbe 10-29 i izračunaju snage. Ove snage razlikovat će se od zadanih snaga. Rješenje line-

arnih jednađbi 10-30 daje nam potrebnu korekciju napona. U račun sada ulazimo s korigiranim naponima i računamo snage, iz razlika snaga korekcije napona itd. sve dok razlika snaga postane dovoljno malena. Dakle,

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i - P_i^{(k)} \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad 10-40$$

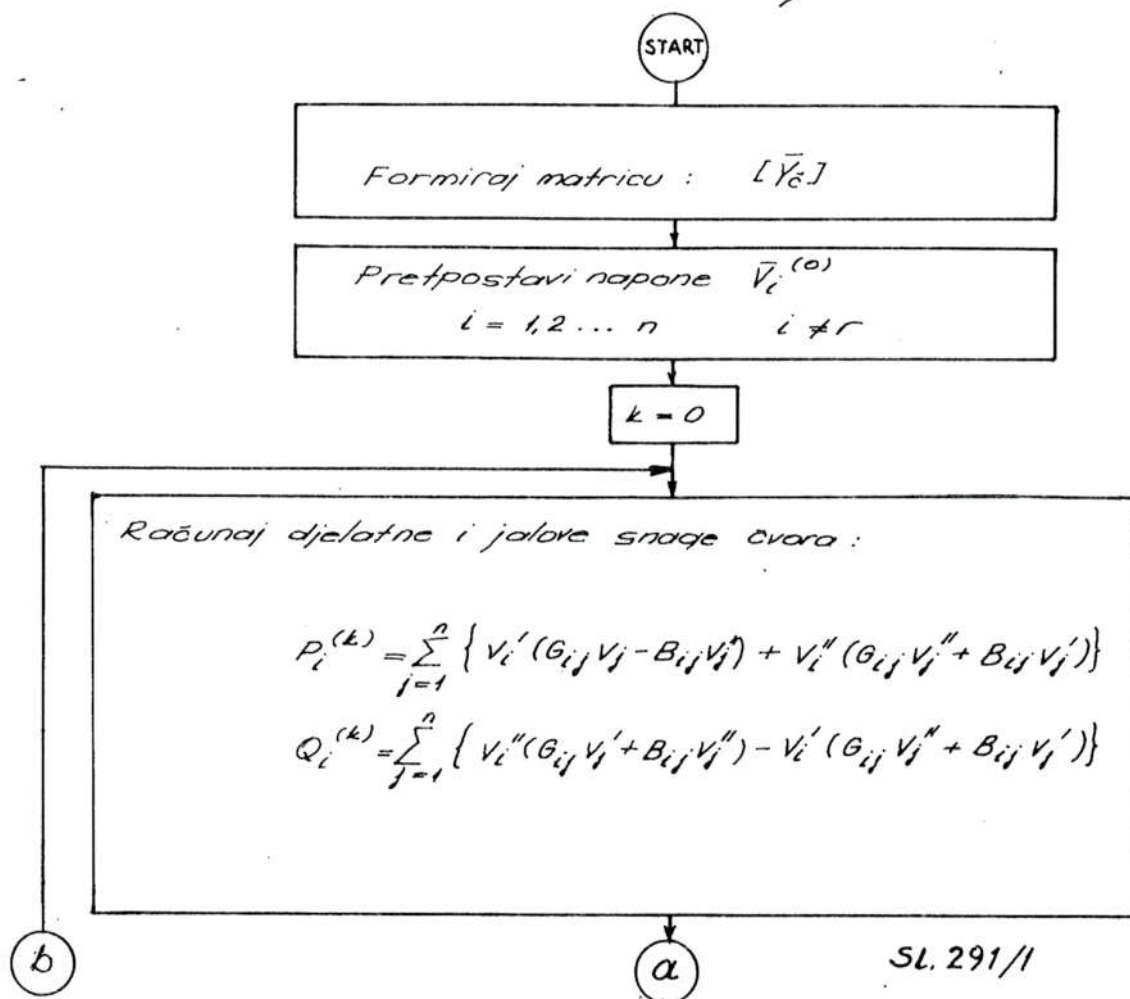
$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i - Q_i^{(k)}$$

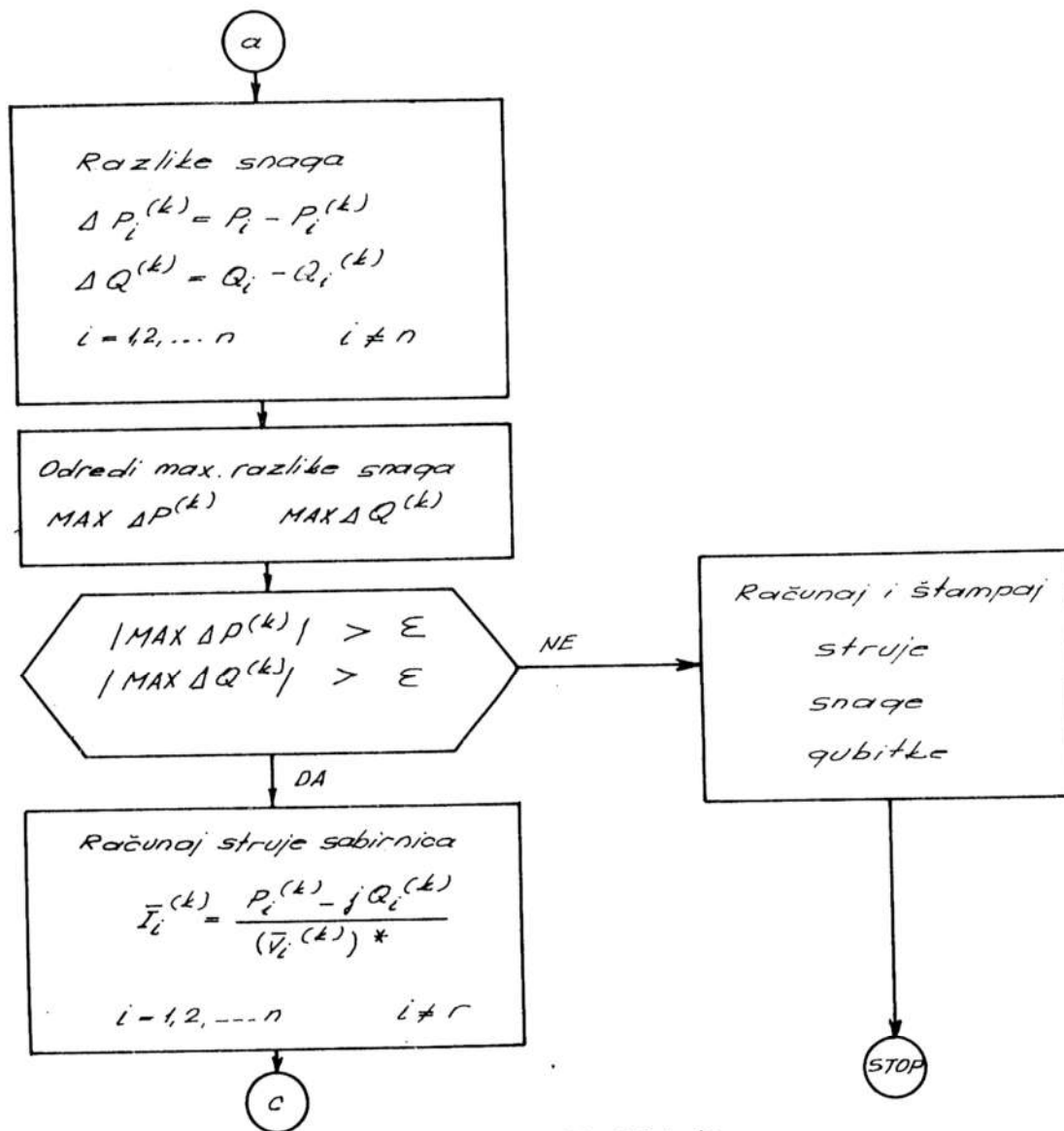
$$V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \Delta V_i^{(k)} \quad 10-41$$

$$V_i^{\prime\prime(k+1)} = V_i^{\prime\prime(k)} + \Delta V_i^{\prime\prime(k)}$$

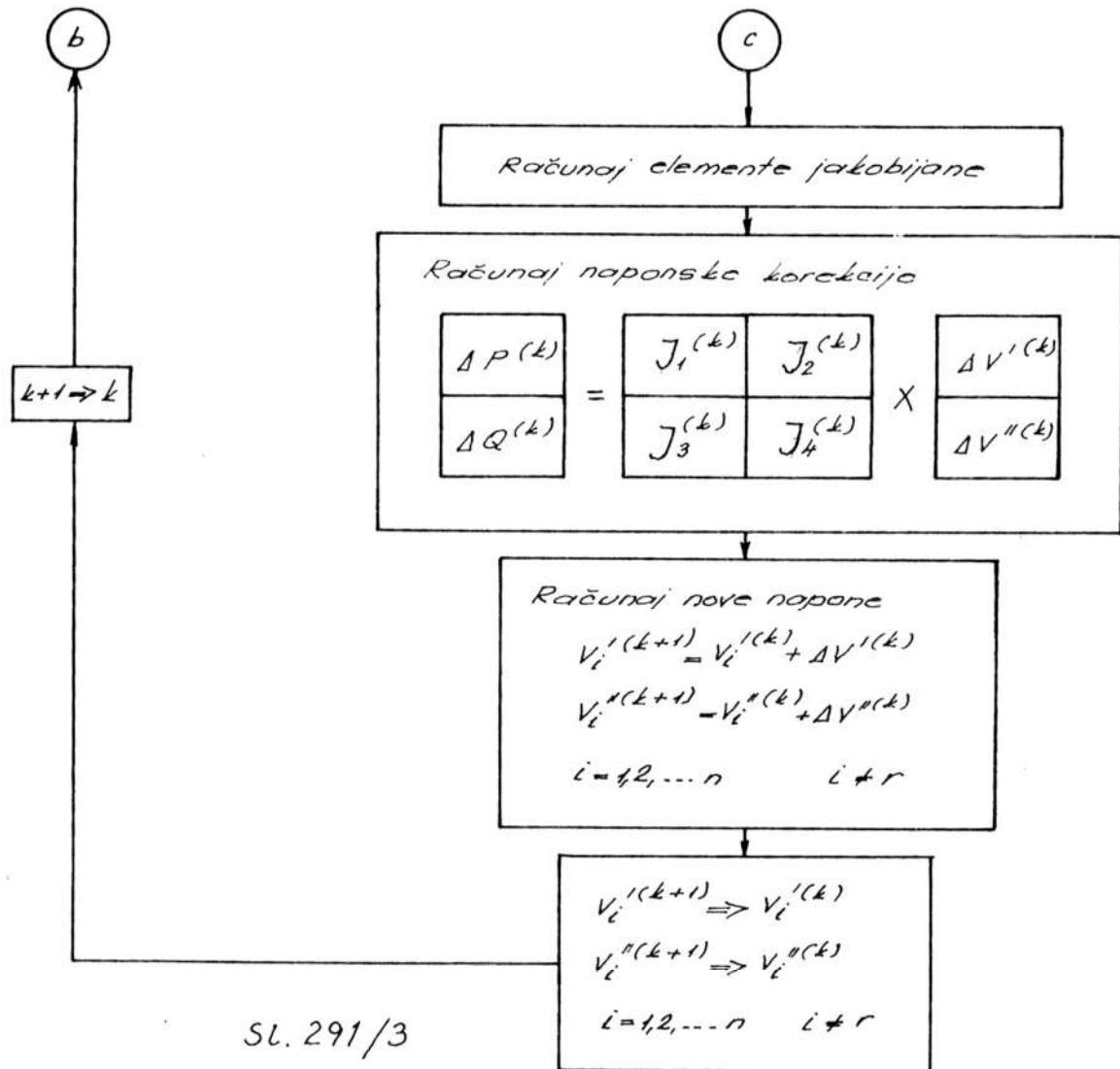
Blok dijagram toka na slici 291 pokazuje slijed koraka po ovom algoritmu.

Po Newton-Raphsonovoj metodi može se također računati kada su jednađbe izražene u polarnim koordinatama (str.455 i dalje).





SL.291/2



Sl. 291/3

Sl.291 - Blok dijagram toka za računanje tokova snaga Newton-Raphsonovom metodom u kartezijevim koordinatima

$$\bar{V}_i = V_i \underline{\delta_i} ; \quad \bar{V}_j = V_j \underline{\delta_j}$$

$$\bar{Y}_{ij} = Y_{ij} \underline{\theta_{ij}}$$

$$P_i + jQ_i = \sum_{j=1}^n V_i Y_{ij} V_j \underline{\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j} \quad 10-42$$

$$P_i = \sum_{j=1}^n V_i Y_{ij} V_j \cos (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad 10-43$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n V_i Y_{ij} V_j \sin (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j)$$

$$i = 1, 2, \dots, n \\ i \neq r$$

Članove Jakobijane dobijemo deriviranjem izraza 10-43.
Vandijagonalni članovi $[J_1]$ jesu:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = V_i Y_{ij} V_j \sin (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad 10-44$$

$$i \neq j$$

Dijagonalni članovi $[J_1]$ jesu:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i Y_{ij} V_j \sin (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad 10-45$$

Vandijagonalni članovi $[J_2]$ jesu:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i Y_{ij} \cos (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad 10-46$$

$$i \neq j$$

Dijagonalni članovi $[J_2]$ jesu:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2V_i Y_{ii} \cos \theta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j \cos (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad 10-47$$

Vandijagonalni članovi $[J_3]$ jesu:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = -V_i Y_{ij} V_j \cos (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad 10-48$$

$$i \neq j$$

Dijagonalni članovi $[J_3]$ jesu:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n V_i Y_{ij} V_j \cos (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad 10-49$$

Vandijagonalni članovi $[J_4]$ jesu:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = V_i Y_{ij} \sin (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad i \neq j \quad 10-50$$

Dijagonalni članovi $[J_4]$ jesu:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2 V_i Y_{ii} \sin \theta_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n Y_{ij} V_j \sin (\delta_i - \theta_{ij} - \delta_j) \quad 10-51$$

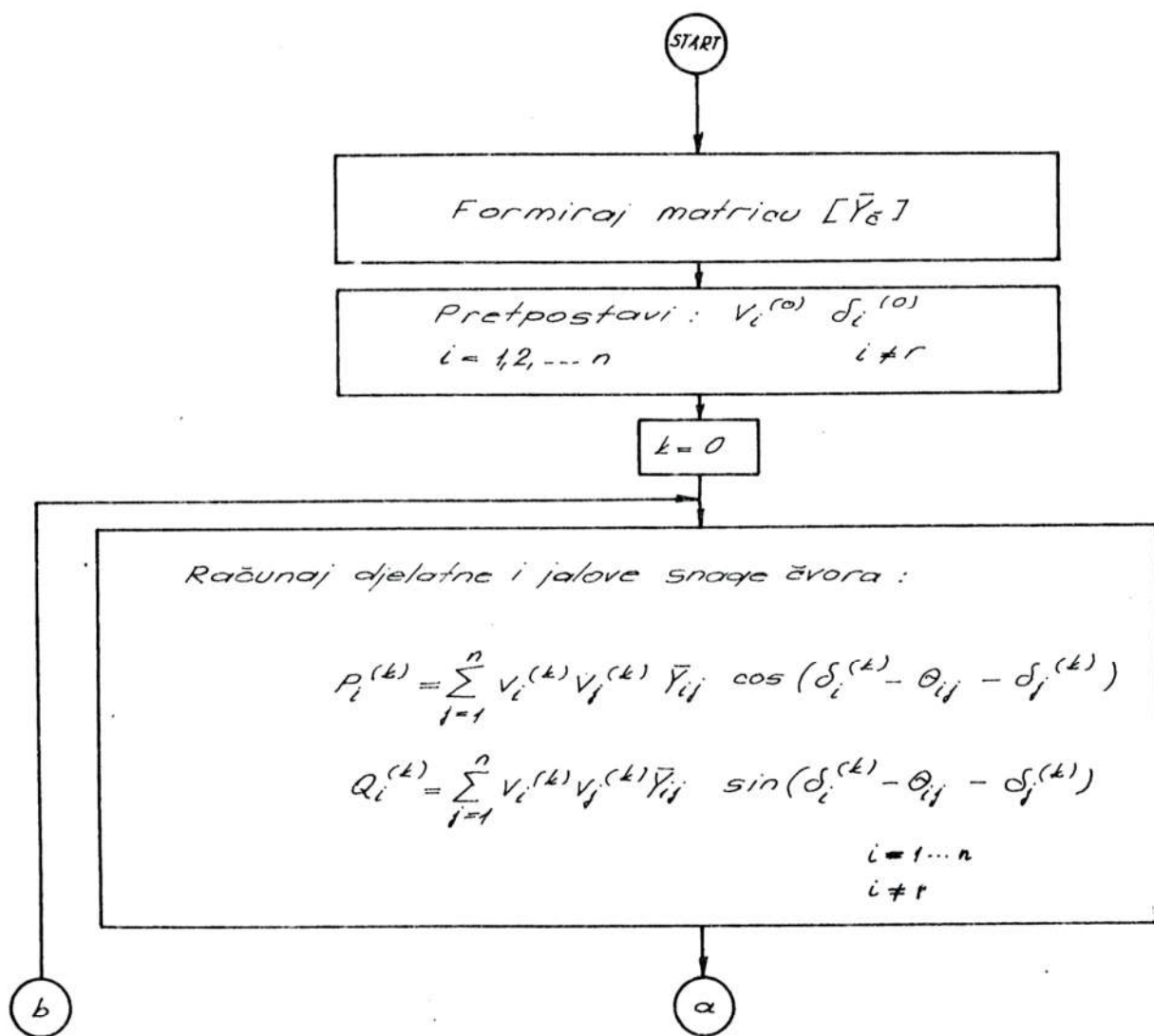
Korekcije modula i kuta napona računaju se sada iz relacija

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad 10-52$$

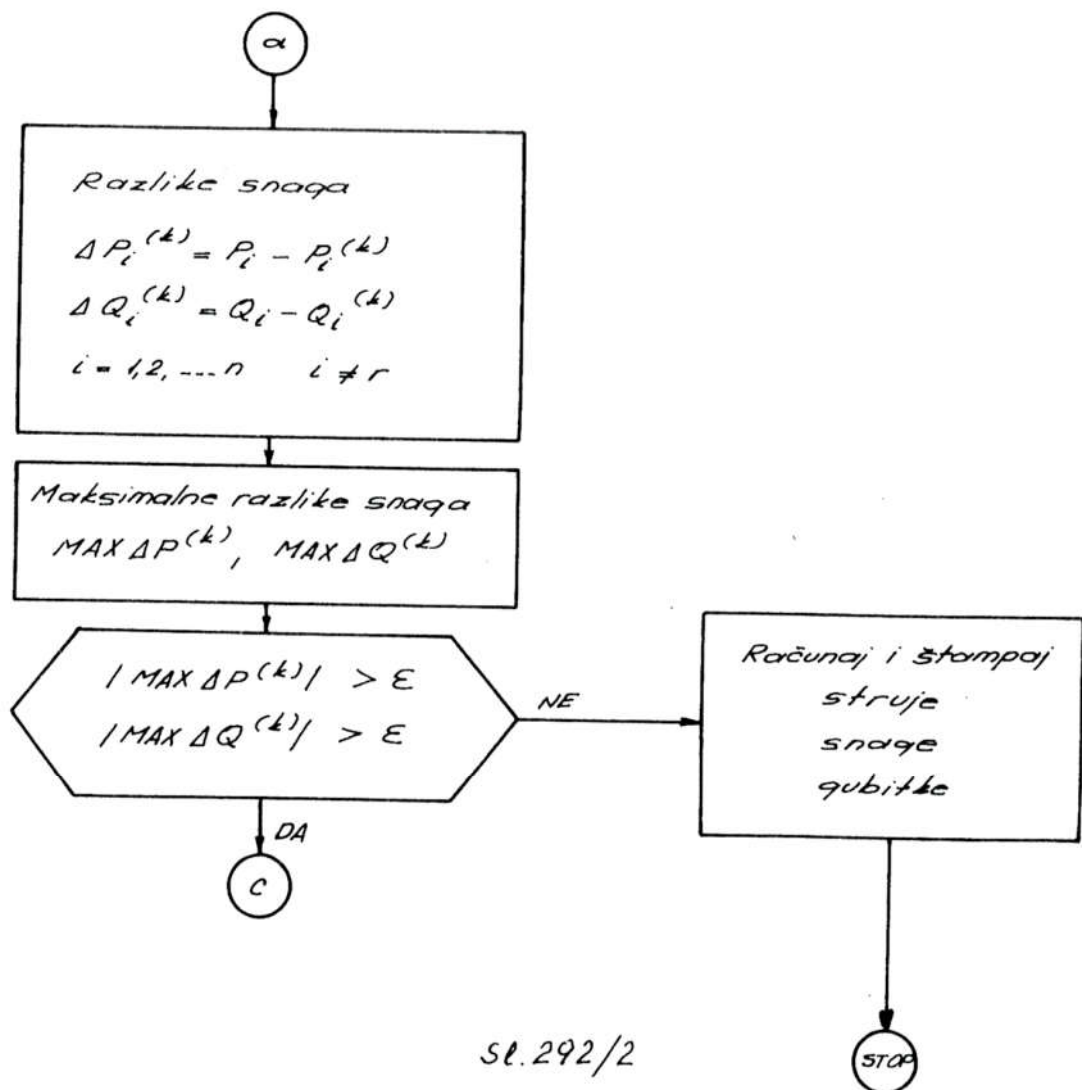
Utjecaj malih promjena modula napona sabirnica na djelatnu snagu je neznatan, a isto tako je neznatan utjecaj malih promjena kuta napona na jalovu snagu. Stoga, kod upotrebe polarnih koordinata, može se pojednostavniti račun tako da se jednadžba 10-52 ispiše na slijedeći način:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad 10-53$$

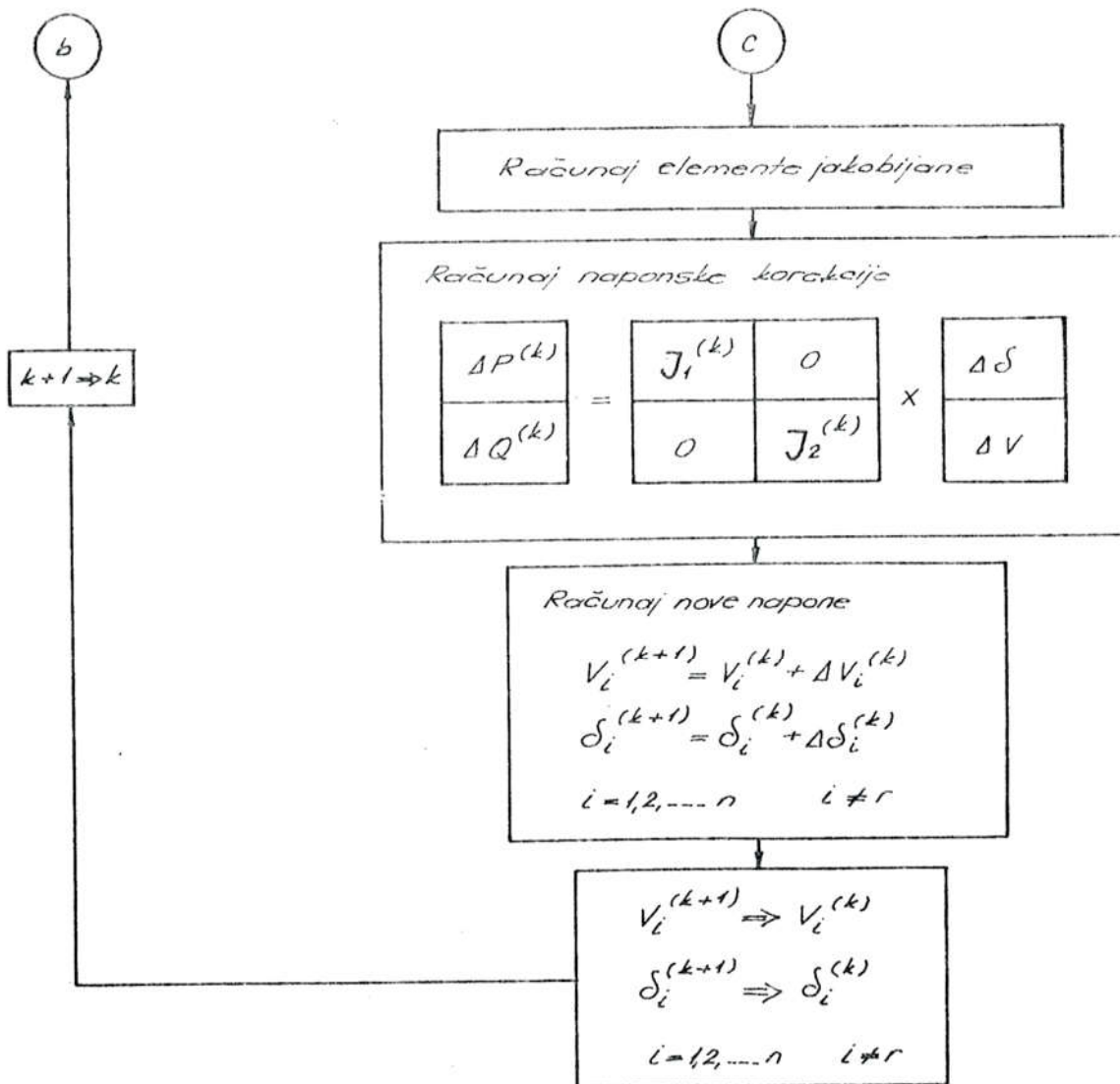
Dijagram toka za ovu metodu pokazan je na slici 292.



SL. 292/1



Sl. 292/2



SL. 292/3

SL.292 - Blok dijagram toka za računanje tokova snaga modificiranim Newton-Raphsonovom metodom u polarnim koordinatama

Primjer 10.3. Zadan je elektroenergetski sistem prema slici 286. Treba izračunati tokove snaga Newton-Raphson-ovom metodom. Za referentni čvor uzeti nulu sistema.

Računat ćemo prema dijagramu toka sa slike 292.

$$[\bar{Y}_c] =$$

15,7829 <u>$\angle -71,531^\circ$</u>	15,8114 <u>$\angle 108,435^\circ$</u>	
15,8114 <u>$\angle 108,435^\circ$</u>	19,7121 <u>$\angle -71,515^\circ$</u>	3,9528 <u>$\angle 108,435^\circ$</u>
	3,9528 <u>$\angle 108,435^\circ$</u>	3,9291 <u>$\angle -71,45^\circ$</u>

k = 0

$$V_1^{(0)} = 1,06 \angle 0,0^\circ$$

$$V_2^{(0)} = 1,00 \angle 0,0^\circ$$

$$V_3^{(3)} = 1,00 \angle 0,0^\circ$$

$$\begin{aligned}
 P_2^{(0)} &= -0,3001 & Q_2^{(0)} &= -0,9549 \\
 P_3^{(0)} &= 0,0000 & Q_3^{(0)} &= -0,025 \\
 \Delta P_2^{(0)} &= -0,5 & \Delta Q_2^{(0)} &= 0,5549 \\
 \Delta P_3^{(0)} &= 0,6 & \Delta Q_3^{(0)} &= 0,325
 \end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$\begin{aligned}
 |\Delta P_2^{(0)}| &= 0,5 > 0,0001 \\
 |\Delta P_3^{(0)}| &= 0,6 > 0,0001 \\
 |\Delta Q_2^{(0)}| &= 0,5549 > 0,0001 \\
 |\Delta Q_3^{(0)}| &= 0,325 > 0,0001
 \end{aligned}$$

Proces nije došao do kraja!

Jakobijana

19,65	-3,75	5,9498	-1,25
-3,75	3,75	-1,25	1,25
-6,55	1,25	17,7402	-3,75
1,25	-1,25	-3,75	3,7

$$\begin{aligned}
 \Delta \delta_2^{(0)} &= -0,0112 & \Delta V_2^{(0)} &= 0,0593 \\
 \Delta \delta_3^{(0)} &= 0,106 & \Delta V_3^{(0)} &= 0,1876
 \end{aligned}$$

k = 1

$$\begin{aligned}
 V_1^{(1)} &= 1,06 \underline{0,0^{\circ}} \\
 V_2^{(1)} &= 1,0593 \underline{-0,6436^{\circ}} \\
 V_3^{(1)} &= 1,1876 \underline{6,0746^{\circ}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_2^{(1)} &= -0,9035 & Q_2^{(1)} &= -0,3016 \\
 P_3^{(1)} &= 0,753 & Q_3^{(1)} &= 0,3843 \\
 \Delta P_2^{(1)} &= 0,1035 & \Delta Q_2^{(1)} &= -0,0843 \\
 \Delta P_3^{(1)} &= -0,153 & \Delta Q_3^{(1)} &= -0,0843
 \end{aligned}$$

Da li je proces došao do kraja?

$$\begin{aligned}
 |\Delta P_2^{(1)}| &= 0,1035 > 0,0001 \\
 |\Delta P_3^{(1)}| &= 0,153 > 0,0001 \\
 |\Delta Q_2^{(1)}| &= 0,0984 > 0,0001 \\
 |\Delta Q_3^{(1)}| &= 0,0843 > 0,0001
 \end{aligned}$$

Proces nije došao do kraja!

Da li je proces konvergentan?

$$\begin{aligned}
 |\Delta P_2^{(0)}| &= 0,5 > 0,1035 \neq |\Delta P_2^{(1)}| \\
 |\Delta P_3^{(0)}| &= 0,6 > 0,153 \neq |\Delta P_3^{(1)}| \\
 |\Delta Q_2^{(0)}| &= 0,5549 > 0,0984 \neq |\Delta Q_2^{(1)}| \\
 |\Delta Q_3^{(0)}| &= 0,325 > 0,0843 \neq |\Delta Q_3^{(1)}|
 \end{aligned}$$

Proces je konvergentan!

Jakobijana

21,2799	-4,501	5,7676	-1,7797
-4,869	4,869	-0,9533	2,1185
-7,9167	2,1135	19,5191	-3,7902
1,0098	-1,0098	-4,5964	4,7472

$$\begin{aligned}
 \Delta \delta_2^{(1)} &= 0,0006 & \Delta V_2^{(1)} &= -0,0086 \\
 \Delta \delta_3^{(1)} &= -0,0193 & \Delta V_3^{(1)} &= -0,0303
 \end{aligned}$$

k = 2

$$\bar{V}_1^{(2)} = 1,06 \underline{0,0^0}$$

$$\bar{V}_2^{(2)} = 1,0597 \underline{-0,6111^0}$$

$$\bar{V}_3^{(2)} = 1,1572 \underline{4,9659^0}$$

$$P_2^{(2)} = -0,8027$$

$$Q_2^{(2)} = -0,3972$$

$$P_3^{(2)} = 0,6044$$

$$Q_3^{(2)} = 0,3027$$

$$\Delta P_2^{(2)} = 0,0027$$

$$\Delta Q_2^{(2)} = -0,0028$$

$$\Delta P_3^{(2)} = -0,004$$

$$\Delta Q_3^{(2)} = -0,0027$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|\Delta P_2^{(2)}| = 0,0027 > 0,0001$$

$$|\Delta P_3^{(2)}| = 0,0044 > 0,0001$$

$$|\Delta Q_2^{(2)}| = 0,0028 > 0,0001$$

$$|\Delta Q_3^{(2)}| = 0,0027 > 0,0001$$

Proces nije došao do kraja!

Da li je proces konvergentan?

$$|\Delta P_2^{(1)}| = 0,1035 > 0,0027 = |\Delta P_2^{(2)}|$$

$$|\Delta P_3^{(1)}| = 0,153 > 0,0044 = |\Delta P_3^{(2)}|$$

$$|\Delta Q_2^{(1)}| = 0,0984 > 0,0028 = |\Delta Q_2^{(2)}|$$

$$|\Delta Q_3^{(1)}| = 0,0843 > 0,0027 = |\Delta Q_3^{(2)}|$$

Proces je konvergentan!

Jakobijana

21,0361	-4,3903	5,8028	-1,6900
-4,6857	4,6857	-1,0179	1,9688
-7,7023	1,9558	19,2649	-3,7938
1,0695	-1,0695	-4,4596	4,5722

$$\Delta \delta_2^{(2)} = 0,0000$$

$$\Delta V_2^{(2)} = -0,0003$$

$$\Delta \delta_3^{(2)} = -0,0006$$

$$\Delta V_3^{(2)} = -0,001$$

k = 3

$$\bar{V}_1^{(3)} = 1,06 \underline{0,0^\circ}$$

$$\bar{V}_2^{(3)} = 1,0504 \underline{-0,6109^\circ}$$

$$\bar{V}_3^{(3)} = 1,1562 \underline{4,9329^\circ}$$

$$P_2^{(3)} = -0,8000$$

$$Q_2^{(3)} = -0,4000$$

$$P_3^{(3)} = 0,6000$$

$$Q_3^{(3)} = 0,3000$$

$$\Delta P_2^{(3)} = 0,0000$$

$$\Delta Q_2^{(3)} = 0,0000$$

$$\Delta P_3^{(3)} = 0,0000$$

$$\Delta Q_3^{(3)} = 0,0000$$

Da li je proces došao do kraja?

$$|\Delta P_2^{(3)}| = 0,0000 < 0,0001$$

$$|\Delta P_3^{(3)}| = 0,0000 < 0,0001$$

$$|\Delta Q_2^{(3)}| = 0,0000 < 0,0001$$

$$|\Delta Q_3^{(3)}| = 0,0000 < 0,0001$$

Proces je došao do kraja!

Tabela napona po iteracijama:

k	$\bar{V}_2$	$\bar{V}_3$
0	1,00 0,0°	1,00 0,0°
1	1,0593 -0,6436°	1,1876 6,0746°
2	1,0507 -0,6111°	1,1572 4,9659°
3	1,0504 -0,6109°	1,1562 4,9329°

Proračun dalje teče kao u primjeru 10.1.

10.3. Sabirnice s kontrolom napona

Do sada smo razmatrali slučaj da su sve sabirnice, osim sabirnica regulacione elektrane, sabirnice snage. Kako je već u 10.1. napomenuto postoji još slučaj sabirnica s kontrolom napona. Na ovim sabirnicama zadan je modul napona i djelatna snaga. Zadani napon postiže se reguliranjem proizvodnje jalove snage.

U Gauss-Seidelovoj metodi koja koristi $[\bar{Y}_x]$ treba računati jalovu snagu na sabirnicama s kontrolom napona prije nego se predje na sam proces računanja napona.

Iz izraza za jalovu snagu na i-tim sabirnicama

$$P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* \sum_{j=1}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j$$

dobijamo izraz 10-29, kojega takodjer možemo pisati

$$Q_i = B_{ii}(V_i'^2 + V_i''^2) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \{ (V_i' (G_{ij} V_j' + B_{ij} V_j'') - V_i' (G_{ij} V_j'' - B_{ij} V_j')) \} \quad 10-54$$

Ako su i-te sabirnice upravo sabirnice s kontrolom napona onda vrijednosti V_i' i V_i'' moraju zadovoljavati uvjet

$$V_i'^2 + V_i''^2 = V_i^2 \quad \text{zadano} \quad 10-55$$

Na sabirnicama s kontrolom napona ulazimo u račun s pretpostavljenim kutem napona, te iz ovog i iz zadane apsolutne vrijednosti napona računamo komponente napona. Sada, kada znamo komponente napona, možemo izračunati jalovu snagu prema 10-53. Čim je izračunata jalova snaga sa sabirnicama se dalje postupak kao da su sabirnice snage.

Račun napona daje nam modul napona koji se razlikuje od zadanoga i kut napona koji se razlikuje od pretpostavljenog. U novu iteraciju ulazimo s novim kutem napona i zadanim modulom napona.

Izračunata jalova snaga na sabirnicama s kontrolom napona može ispasti izvan raspona jalove snage, koju je sposobna da daje elektra-na (ili kompenzator) na tim sabirnicama. Ako je računata snaga veća od maksimalne, tada treba u račun uzeti maksimalnu jalovu snagu, a ako je manja od minimalne, onda treba uzeti minimalnu. Koliko će napon na sabirnicama s kontrolom napona na koncu odgovarati zadanome ovisi o mogućnostima proizvodnje jalove snage na tim sabirnicama.

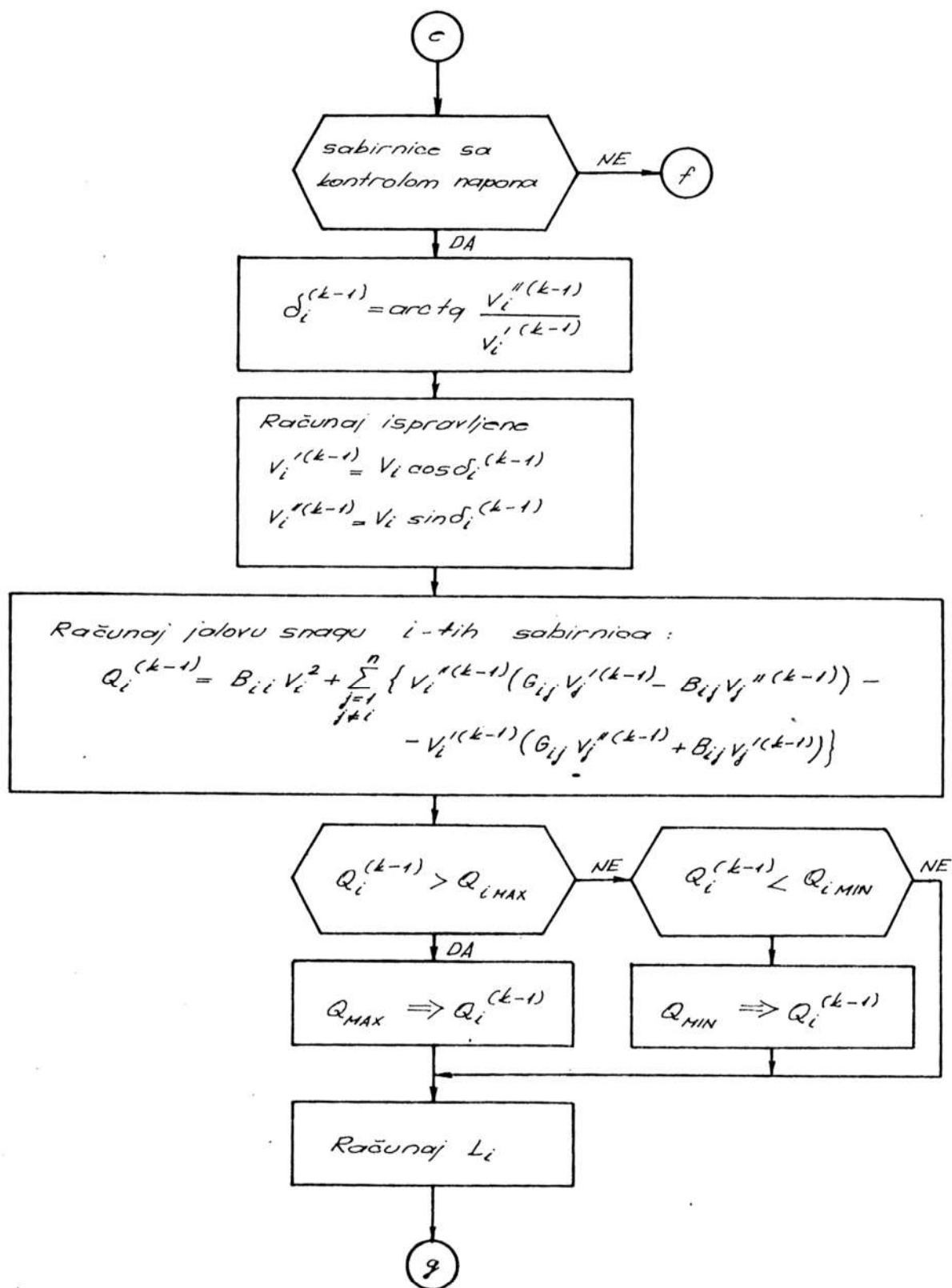
Na slici 293 pokazan je dio diagrama toka, koji se odnosi na sabirnice s kontrolom napona.

10.4. Banka podataka

Na temelju izloženoga može se formirati predodžba o volumenu računanja, koji treba savladati kod analize neke mreže. U načelu, računanje je moguće na dva načina: "ručno" računanje, uz korištenje raznih pomagala (grafovi, nomogrami, stolne računske mašine i tome slično), te "automatsko" računanje, uz korištenje programiranih elektroničkih računala. Premda je teško zamisliti ručno računanje tokova snage i naponskih prilika u zamkastoj mreži s više od 5 čvorova, ipak ćemo pokušati napraviti usporedbu između dvije navedene mogućnosti s aspekta pouzdanosti rezultata. Dva osnovna moguća izvora greške su:

- greške u zadanim podacima i
- greške tokom proračuna.

Kod ručnog računanja su podaci tokom proračuna praktički stalno pred očima analitičara, pa ukoliko je i postojala neka greška (na primjer u položaju decimalnog zareza), velika je vjerojatnost da



Sl.293 - Račun jalove snage na sabirnicama s kontrolom napona

će ona biti otkrivena i pravovremeno korigirana. S druge strane će se greške tokom dugog i zamornog ručnog proračuna jedva moći izbjeći.

Kod automatskog proračuna na elektroničkom računalu po nekom testiranom i provjerenom programu greške tokom proračuna su isključene. Pošto računalo medjutim prihvaća pogrešno zadani numerički podatak jednako kao i pravi, dobit će se u tom slučaju pogrešni i bezvrijedni, mada prividno besprijekorni rezultati. Prema tome uvjet za uspješno automatsko računanje je rigorozna priprema i višekratna kontrola ulaznih podataka.

U svim područjima primjene elektroničke obrade podataka, pa tako i na području analize električnih mreža, teži se ka povećanju pouzdanosti tzv. fiksnih podataka, npr. podataka o elementima mreže s kojim se vrše uvijek nove varijante analiza. Rješenje se sastoji u stvaranju tzv. banke podataka, koja je trajno pohranjena u memoriji elektroničkog računala. Podatak potreban za proračun više se ne zahtijeva uvijek iznova, već se uzima ("poziva") iz banke podataka preko odgovarajuće šifre, koju je lakše kontrolirati, nego npr. cijeli niz podataka koji se odnose na neki vod.

Stvaranje banke podataka je samo prividno jednostavan zadatak. Ako je neki element mreže opisan skupom podataka, onda će za razne tipove analiza biti potrebni samo neki, ali obično različiti podskupovi podataka. To s jedne strane zahtijeva sistematsku organizaciju same banke podataka, a s druge strane odgovarajuću adaptaciju cjelokupne programske biblioteke, koja koristi podatke iz banke. Osim toga treba omogućiti i ažurno provoditi obnovu podataka sinhrono s rastom sistema.

L I T E R A T U R A

1. Hrvoje Požar: Visokonaponska rasklopna postrojenja, Tehnička knjiga, Zagreb 1967.
2. Božidar Stefanini: Prijenos električne energije I (skripta)
3. Božidar Stefanini: Prijenos električne energije - Nadzemni vodovi (skripta)
4. Božidar Stefanini: Prijenos električne energije - Kružni dijagrami prijenosa (skripta)
5. A.J.Rjabkov: Električne mreže i dalekovodi, Nakladni zavod Hrvatske, Zagreb 1949.
6. L.F.Woodruff: Principi prijenosa električne energije, Školska knjiga, Zagreb 1954.
7. H.Koettnitz, H.Pundt: Berechnung elektrischer Energieversorgungsnetze, Band I, Mathematische Grundlagen und Netzparameter, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1968.
8. G.W.Stagg, A.H.El-Abiad: Computer methods in power system analysis, McGraw-Hill 1968.
9. Edith Clarke: Circuit analysis of A-C power systems, Volume I, II, John Wiley 1961.
10. Prenos i distribucija električne energije, Gradjevinska knjiga, Beograd 1964. (t.zv. "Priručnik Westinghouse")
11. Slobodan Despotović: Osnovi analize elektroenergetskih sistema, ZJE, Beograd 1962.
12. Slobodan Despotović: Matematički modeli u analizi elektroenergetskih sistema, ZJE, Beograd, 1965.
13. Slobodan Despotović: Savremene metode u rešavanju problema elektroenergetskih sistema, ZJE, Beograd 1968.
14. Mladen Dokmanić: Elektroenergetske mreže I (skripta)
15. Anton Afrić: Teorija prijenosnih sistema, Analiza (skripta)
16. B.Stefanini, S.Babić, M.Urbiha-Feuerbach: Matrične metode u analizi električnih mreža, Školska knjiga, Zagreb 1975.
17. France Kranjc, Silvin Leskovar, Silvo Štruc, Janez Vidic, Janez Kern, Jože Voršič: Osnovni elektriški parametri trifaznih prostih vodov, Raziskovalni projekt "Kvaliteta električne energije", Ljubljana, 1973.
18. Tomo Bosanac: Teoretska elektrotehnika 1, Tehnička knjiga, Zagreb 1970.

