

S V E U Č I L I Š T E U Z A G R E B U
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Mladen Dokmanić

ELEKTROENERGETSKE MREŽE

PRVI DIO



ZAGREB 1966

KNJIŽNICA
Elektrotehničkog fakulteta

2457

4564/3



*Odobreno rješenjem Komisije za udžbenike i skripta Sveučilišta u Zagrebu
broj 08-57/1 od 25. I 1966.*

Cijena za studente Sveučilišta u Zagrebu
N. din 28,60—

KNJIŽNICA
ELEKTROTEHNIČKOG FAKULTETA
ZAGREB

Inv. br. 4564 / 3 Sign.: 2457

Umnoženo u tiskari Izdavačkog odjela Sveučilišta u Zagrebu Trg Maršala Tita 14
Broj 686

P R E D G O V O R

Prema programu na našem fakultetu obujam predmeta "ELEKTROENERGETSKE MREŽE" sadrži 4 + 2 sata tjedno obavezno u V. semestru i 3 + 2 sata tjedno u VIII. semestru kao izborni predmet. Smatra se da u obaveznom dijelu svaki student mora upoznati osnovne računske metode i problematiku koju susrećemo u praktičnim energetske, pretežno trofaznim mrežama. Materija koja se ovdje obrađuje nalazi se u okviru distributivnih mreža srednjeg i niskog napona. S velikom aproksimacijom uzimamo da su vodovi takvih mreža građeni s koncentriranim R/LC parametrima, neovisnim o naponu niti o struji kod industrijskih frekvencija. Homogene vodove s distribuiranim R/LC parametrima, koji služe za prijenos velikih snaga na velike udaljenosti vrlo visokim naponima, student sluša u posebnom predmetu "PRIJENOS ENERGIJE" u VII. semestru obavezno i VIII. semestru izborne s jednakim brojem sati kao i gore. Granica je moguće napon 110 ... kV, no ona nije oštra.

Gradivo za V. semestar podijeljeno je u 5 poglavlja. Ona su opširnija negoli se to može svladati u propisanim satima. To je zbog pomanjkanja literature ove vrste na domaćem jeziku. No veliki dio prostora posvećen je primjeni i numeričkim praktičnim zadacima koje student svladava u jednom dijelu raspoloživog vremena za vježbe. Od ukupnog gradiva ipak se pazi na to, da se izdvoji obujam, kojeg prosječni student može apselvirati približno za toliki broj sati koliko je propisano za predavanja. Boljem studentu koji prati predmet u koraku nije potrebno niti tolike vremena.

Prvo poglavlje posvećeno je više općenitim razmatranjima. Oživljavaju se također neki momenti koje student poznaje iz osnova elektrotehnike, a koji su od značaja za analizu energetske mreža u stacionarnom pogonu. Navode se neke osnovne relacije, nazivi i oznake, kojima se konsekventno služimo, Kirchheffevi zakoni u matričnom obliku ipak se još ne koriste u ovim skriptama. Upotreba tega računa dolazi u obzir tek kada student predje gradivo o osnovnim metodama zamke, čvorišta i rezanja.

U drugom poglavlju se upoznajemo s vodičima i njegovom gradnjom, izoliranim vodovima i energetske kabelima. Navode se najnužniji podaci, koje inače nalazimo i u priručnicima. U pogledu izveda L i C za jednofazne ili trofazne vodove težište je na važnim pojmovima parcijalnih kapaciteta, kapacitet petlje i pogonske kapacitete. Slično je s pojmovima za induktivitet petlje i pogonsku induktivitetu. U pomanjkanju domaćih propisa i podataka, parametri R/LC za kabele komentiraju se za standardne izvedbe energetske kabele do napona 60 ... kV prema njemačkim VDE propisima. O uljnim i tlačnim kabelima za visoke i vrlo visoke napone student sluša u "PRIJENOSU ENERGIJE". Tamo će također nadopuniti izved L i C za pletene vodiče prema općenitoj metodi koja koristi pojam srednjeg geometrijskog polumjera vodiča i srednjeg geometrijskog razmaka među vodičima ili prema zemlji.

Razmjerno veliki prostor posvećen je analizi R/L voda u trećem poglavlju. Te imade sveg razloga. Na jednostavnom R/L vodu student upoznaje

osnovne relacije u pogledu napenskih prilika i gubitaka, crtnju dijagrama napona i snaga u kompleksnoj ravnini i tehniku računa. Isti alat i tehnika računa primjenjuje se konsekvantno u analizi radijalnih i složenih mreža, napajane jednim ili povoljnim brojem izvora energije. U okviru ovog poglavlja izvede se neke jednačbe krivulja u kompleksnoj ravnini s realnim promijenljivicama koje se najčešće pojavljuju u analizi mreža, kada se postavljaju jednačbe prema Kirchhoffevim zakonima. U prvom redu to je pravac, kružnica, parabola i druge krivulje, dobivene presjekom stešca. Na nekim tipičnim primjerima prikazuje se upotreba kružnih dijagrama pomoću Thevenin-Helmholtz teorema. Često ćemo koristiti kružne dijagrame za prikaz događaja u složenim i zatvorenim mrežama kada se jedan parametar mreže mijenja. R/LC vodovi, bile u T-shemi ili Pi-shemi, gledani kao četveropol, obradjuje se u "PRIJENOSU ENERGIJE" s različitim prikazima pomoću kružnih dijagrama.

U četvrtom poglavlju razmatra se transformator kao element mreže. Izvode se izrazi za jediničnu impedanciju i admitanciju transformatora na temelju mjernih podataka u kratkom spoju i neopterećenom transformatoru. S ovim veličinama navode se ekvivalentne sheme transformatora u različitim oblicima, koji u manjoj ili većoj mjeri aproksimiraju stvarni transformator. Ovakve sheme koristimo u analizi složenih mreža s transformatorima. Razmatranja su ograničena samo na dvenamotne transformatore. Analiziraju se također posljedice transformatora u paralelnom pogonu s nejednakim karakteristikama.

Peto poglavlje posvećeno je radijalnim ili otvorenim energetskim mrežama. Karakteristika je ovih mreža da se potrošačima dovede energija samo s jedne strane. Ovale spadaju prvenstveno višestruke opterećeni vodovi. Navode se razne metode za račun i dimenzioniranje mreža sve vrste kod različitih karaktera opterećenja. Znatno dio prostora ovog poglavlja zauzima primjena ovih metoda za dimenzioniranje mjesnih ili gradskih mreža niskog napona, kao i za industrijske ili područne mreže srednjeg napona, za seosku elektrifikaciju i t.d.

Drugi dio ovih skripti bavi se složenim i zatvorenim energetskim mrežama napajanim jednim ili povoljnim brojem izvora energije. Proširuju se osnovne metode za račun mreža sve vrste koje je student upoznao u osnovama elektrotehnike. Prvenstveno se to odnosi na metodu zamke, metodu čvorišta i metodu rezanja. Ove metode postaju u novije doba od sve većeg interesa u vezi s ogromnim razvojem automatskih računskih matematičkih pomagala. Postavka jednačbi za bilo kako složenu mrežu može se sistematizirati i šablonizirati, pa taj posao može obavljati i nekvalificirana osoba. Pritom se koriste teoremi iz topologije koji nam omogućuju da jednačbe postavljamo jednostavno, sigurno i bez zabuna. Na topologiju ćemo koristiti i za jednostavnije oblike mreža. Pokazati će se također na koji način možemo rješavati razmjerno složenu mrežu s olovkom u ruci u razumnom vremenskom roku. U ovom dijelu međjutim još ne koristimo matični račun kao daljnji korak u sistematskoj obradi mreža.

Složene i zatvorene mreže predaju se u izbornom dijelu predmeta. Da bi student dobio izvjesnu sliku o izvedbama i problemima energetskih mreža u praksi, izborni dio zahvaća također neka poglavlja više praktične naravi. Navodimo neka poglavlja: (a) Praktična izvedba mjesnih ili gradskih mreža niskog napona bile u kabelu ili nadzemnim vodovima; (b) Neke karakteristike industrijskih mreža; (c) Rastalni osigurači i njihove

karakteristike; (d) Važni faktori koji definiraju krivulju opterećenja; (e) Poredna i serijska kompenzacija jalove snage u industrijskim i prijenosnim mrežama; (f) Zaštita od višestrukih dodirnih napona u mrežama niskog napona i neka druga poglavlja. Instalacije u zgradama jedva se dodiruju. Ipak se zadržava sloboda da se neka poglavlja mijenjaju ili dodaju nova u okviru raspoloživih sati predavanja i vježbi. Neka poglavlja biti će tokom vremena štampana u obliku skripata manjeg formata.

Naša su razmatranja ograničena na analizu energetske mreže u stacionarnom pogonu sinusne uzbude i konstante frekvencije. Za praktičara su od jednakog interesa kratkotrajne prijelazne pojave u energetskim mrežama, gdje se analiza provodi diferencijalnim jednačinama. I ovdje je u zadnje vrijeme postignut ogroman napredak u računskim metodama. Misli se prvenstveno na Laplaceovu transformaciju koja postaje sve više dostupna praktičnom inženjeru. Veliki dio alata i tehnike računa koji će se upoznati u ovim skriptama upotrebljiv je i za studiju mreža s prijelaznim pojavama. Za sistematsku obradu ove materije bili bi potrebni dodatni sati.

Mnogi numerički zadaci u prvom i drugom dijelu skripata razradjuju se isključivo jediničnim računom. Jednom kad se privikne, inženjer više ne će napustiti ovu metodu. Njome se pojednostavljaju računске operacije, skraćuje vrijeme i prostor.

Svi su izvodi formula u MKSA jedinicama kako bi izbjegli suvišna razjašnjenja. Također oznake fizikalnih veličina su prema JUS-u, koji su uskladjeni s oznakama u Međunarodnom sistemu jedinica. Debele štampane slova uvijek označuju fazor ili kompleksnu veličinu za razliku od tanke štampanih slova, koja su realne veličine.

Prirodno je da će se u ovoj prvoj koncepciji skripata uočiti štamparske, numeričke, jezične, pa i pojmovne griješke. Vjerojatno i neki nazivi su sporni. Kad se ove griješke uklone moći će se pristupiti štampanju udžbenika s nekim dodatnim i proširenim poglavljima.

U gradnji materije bila je težnja da se stečeno znanje studenta u osnovama elektrotehnike proširuje postepeno korak po korak i prilagodi praktičnim potrebama u analizi energetskih mreža. S druge strane se nastojalo pružiti zdravu osnovu za mnoge probleme koji se pojavljuju u manje ili više srodnim predmetima u kasnijim semestrima. Student će ipak najbolje osjetiti u kojoj mjeri je postignut željeni cilj.

S A D R Ž A J

PRVI DIO

I POGLAVLJE

OPĆENITA RAZMATRANJA O ENERGETSKIM MREŽAMA

1. IZVOD IZ JUGOSLAVENSKOG STANDARDA ZA NAPONE
2. REGULACIJA IZMEĐU NAPONA I UTROŠKA MATERIJALA VODIČA ZA RAZNE SISTEME
3. USPOREDBA SISTEMA NA BAZI JEDNAKO NAPREZANE IZOLACIJE PREMA ZEMLJI
4. USPOREDBA SISTEMA NA BAZI JEDNAKO NAPREZANE IZOLACIJE MEĐU VODIČIMA
5. PREGLED USPOREDBE
6. OSNOVNE ELEKTRIČKE RELACIJE, OZNAKE I NAZIVI
 - 6.1. Paralelni spoj RLC elemenata
 - 6.2. Ekvivalencija serijskih i paralelnih grana
 - 6.3. Korchhoffovi zakoni
 - 6.4. Korchhoffovi zakoni u matričnom obliku
7. NEKE EKVIVALENTNE SCHEME VODA
8. TIPIČNI OBLICI ENERGETSKIH MREŽA I NJIHOVE EKVIVALENTNE SCHEME
9. IZVORI ENERGIJE I POTROŠAČKE GRANE U ELEKVIVALENTNOJ SCHEMI
 - 9.1. Izvor napona i izvor struje
 - 9.2. Mobilnost izvora
 - 9.3. Millmanov teorem ili teorem paralelnih generatora

II POGLAVLJE

VODIČI, IZOLIRANI VODOVI I ENERGETSKI KABELI

1. VODIČI
 - 1.1. Strujna opteretivost vodiča za nadzemne vodove
2. INDUKTIVNOST NADZEMNIH VODOVA
 - 2.1. Jednofazni sistemi
 - 2.2. Simetrični trofazni sistemi
 - 2.3. Simetrirani trofazni sistem
 - 2.4. Simetriranje na dvostrukom vodu
 - 2.5. Specijalno simetriranje dvostrukog voda
 - 2.6. Međuinduktivnost
 - 2.7. Jednofazni sistem s vodičima u snopu
 - 2.8. Nesimetrični raspored vodiča u snopu
3. KAPACITIVNOST NADZEMNIH VODOVA
 - 3.1. Jednostavni slučaj
 - 3.2. Pojam parcijalne kapacitete
 - 3.3. Račun parcijalne kapacitete na jednostavnom primjeru
 - 3.4. Kapacitivnost trofaznog simetriranog voda bez dozemnog užeta

- 3.5. Dvostruki vod bez dozemnog užeta
- 3.6. Jednostruki i dvostruki vod s jednim dozemnim užetom
- 3.7. Neki važni odnosi između induktivitete i kapacitete na nadzemnim vodovima
- 4. IZOLIRANI VODOVI
- 5. ENERGETSKI KABELI
 - 5.1. Izvedbe
 - 5.2. Kut gubitaka i faktor gubitaka
 - 5.3. Osnovni podaci
 - 5.4. Parametri kabela
 - 5.5. Brzina elektromagnetskog vala u kabelu
 - 5.6. Struja nabijanja i gubici
 - 5.7. Struja zemljospoja u kabelskoj mreži
 - 5.8. Električko naprezanje izolacije jednožilnih kabela
 - 5.9. Admitancija kabela
- 6. KABELI IZ GUME I UMJETNE MATERIJE

III POGLAVLJE

ANALIZA RL VODA

- 1. UVOD
- 2. JEDINIČNI RAČUN
- 3. NAPONSKA JEDNADŽBA I JEDNADŽBA SNAGE RL VODA
- 4. DEFINICIJE I NEKI ZNAČAJNI ODNOSI NA RL VODU
 - 4.1. O predznaku jalovih otpora, struja i snaga
- 5. ZADANO ENERGETSKO STANJE NA POČETKU VODA
 - 5.1. Komponente pada napona
 - 5.2. Jednadžba snage
 - 5.3. Stepen korisnosti i gubici
 - 5.4. Zajednički dijagram napona i snage
 - 5.5. Primjer proračuna voda sa zadanim uvjetima opterećenja na njegovom početku
- 6. ZADANO ENERGETSKO STANJE NA KRAJU VODA
 - 6.1. Stepen korisnosti i gubici
 - 6.2. Zajednički dijagrami napona i snage
 - 6.3. Primjer kompenzacije jalove snage
- 7. ELEKTRIČKO DIMENZIONIRANJE RL VODA
 - 7.1. Kriterij pada napona
 - 7.2. Primjer dimenzioniranja voda na bazi odabranog pada napona
 - 7.3. Kriterij gubitaka
 - 7.4. Primjer dimenzioniranja voda na bazi odabranih gubitaka
 - 7.5. Kriterij graničnog ugrižavanja
- 8. PRIJENOSNE SNAGE NA 10, 35 i 110 ... kV VODOVIMA
- 9. NEKE KRIVULJE U KOMPLEKSNOJ RAVNINI
 - 9.1. Jednadžba pravca
 - 9.2. Kružnica u polarnom obliku
 - 9.3. Jednadžba kružnice u općenitom obliku
 - 9.4. Inverzija
 - 9.5. Presjeci stošca
- 10. KRUŽNI DIJAGRAMI RL VODA
 - 10.1. Praktična upotreba dijagrama

11. GRANIČNE I MAKSIMALNE SNAGE RL VODA
 - 11.1. Granična i maksimalna snaga
 - 11.2. Primjer granične i maksimalne snage na 10 .. kV vodu
12. GRANIČNE PARABOLE
 - 12.1. Anvelopa
 - 12.2. Parametar i žarište parabolične anvelope
 - 12.3. Neke karakteristične tačke anvelope
13. KAPPOVI DIJAGRAMI
 - 13.1. Karakteristične tačke Kappovog dijagrama
 - 13.2. Transformacija Kappovog dijagrama
14. KRUŽNI DIJAGRAMI I THEVENIN-HELMHOLTZ TEOREM
 - 14.1. Utjecaj kompenzacije jalove snage na prijednosne prilike voda
 - 14.2. Kompenzacije kapacitivne struje jednopolnog zemljospoja
 - 14.3. Primjer kompenzacije zemljospoja u gradskoj kabelskoj mreži
 - 14.4. Poremećaj napona sistema u jednopolnom zemljospoju

IV POGLAVLJE

TRANSFORMATOR KAO ELEMENT MREŽE

1. DEFINICIJE I OZNAKE
2. JEDINIČNA IMPEDANCIJA TRANSFORMATORA
3. JEDINIČNA ADMITANCIJA TRANSFORMATORA
4. PREGLED FORMULA ZA NAZIVNU IMPEDANCIJU I ADMITANCIJU TRANSFORMATORA
5. IMPEDANCIJA I ADMITANCIJA TRANSFORMATORA NA RAZNIM BAZAMA
6. EKVIVALENTNE SCHEME TRANSFORMATORA
7. TRANSFORMATORI U PARALELNOJ POGONU
8. PRIMJER KONTROLE OPTEREĆENJA PARALELNIH TRANSFORMATORA
9. UTJECAJ ADMITANCIJE NA PARALELNI RAD
10. PRIPREMA MREŽE ZA ANALIZU
11. PARALELNI POGON S NEJEDNAKIM FAKTOROM TRANSFORMACIJE

V POGLAVLJE

RADIJALNE MREŽE

1. UVOD
2. VIŠESTRUKO OPTEREĆENI RL VOD
3. METODA PREBACIVANJA TERETA NA KRAJEVE VODA
4. TEOREM O GUBICIMA SNAGE
5. JEDNOLIKI RASPORED TERETA NA RL VODU
6. KONTINUIRANO OPTEREĆENJE RL VODA
7. METODA KORAKA
8. NEOPTEREĆENI VOD POD NAPONOM
9. SLOŽENIJA RADIJALNA MREŽA
10. PRIMJENA

- 10.1. Trovodni sistem istosmjerne struje, višestruko opterećen
- 10.2. Kompenzacija jalove snage na trofaznom višestruko opterećenom vodu
- 10.3. Električko dimenzioniranje višestruko opterećenog voda
- 10.4. Prijenosne snage u mjesnim ili gradskim mrežama niskog napona
- 10.5. Doseg mreže 10 ... kV napona
- 10.6. Međunapon 900... volt
- 10.7. Radijalna mreža s međutransformacijom
- 11. PARALELNI VODOVI S NEJEDNAKIM IMPEDANCIJAMA

I P O G L A V L J E

OPĆENITA RAZMATRANJA O ENERGETSKIM MREŽAMA

1. IZVOD IZ JUGOSLAVENSKOG STANDARDA ZA NAPONE

U Jugoslavenskom standardu (JUS) nalazimo standardne napone za mreže niskog napona od $100 \div 1000$ volti i mreže visokog napona od $1 \div 380 \dots$ kilovolti. Podjela energetske mreže u ove dvije grupe podliježe i propisima koji vrijede posebno za mreže niskog i posebno za mreže visokog napona. Standard za napone je osnovni i najvažniji standard za opću elektrifikaciju zemlje. Izbor standardnih napona je problem dvaju oprečnih zahtjeva. Gledano sa stanovišta industrijske proizvodnje elektromaterijala bilo bi poželjno da broj standardnih napona bude što manji, kako bi proizvodnja u velikim serijama bila jeftina. S druge strane projektant u elektroprivredi želi obilniji izbor i raznovrsniji materijal za razne napone, da bi ga mogao ekonomično prilagoditi različitim potrebama u praksi. Očito se tu traži kompromisno rješenje između dva oprečna zahtjeva. U novije doba imade pokušaja i napora za internacionalnu standardizaciju napona.

Izvodimo iz JUS-a za napone samo bitne momente s kratkim komentarom:

- (a) **Nazivni napon mreže** je napon kojim je mreža označena i na koji se odnose neke radne karakteristike.
- (b) **Najviši napon mreže** je najviša vrijednost napona koji se u normalnim pogonskim prilikama pojavljuje u bilo kojem trenutku i u bilo kojoj tački mreže. Ova vrijednost ne uzima u obzir prolazne promjene napona zbog smetnji ili zbog naglog ispada velikog opterećenja.
- (c) **Najniži napon mreže** je najniža vrijednost napona koja se u normalnim prilikama pojavljuje u bilo kojem trenutku i u bilo kojoj tački mreže. Ova vrijednost ne uzima u obzir prolazne promjene napona zbog smetnji.
- (d) **Složeni napon trofazne mreže** je napon među faznim vodičima.
- (e) **Fazni napon trofazne mreže** je napon faznog vodiča prema neutralu sistema.
- (f) **Nazivni napon za jednofazne i trofazne mreže između 100 i 1000 volt (efektivne vrijednosti):**

Jednofazne mreže	Trofazne mreže	
	sa 4 vodiča	sa 3 vodiča
u v o l t i m a		
127 *	220 / 127 *	220 *
220	380 / 220	380 *
—	—	500 *
		900

(g) Nazivni naponi između 100 i 1000 volti za mreže istosmjernje struje:

110 volt

220 volt

440 volt

U mrežama nazivnog napona između 100 i 1000 ...volt za izmjeničnu i istosmjernu struju najviši i najniži napon u pogonu neka se ne razlikuju više od $\pm 10 \%$ od nazivnog napona mreže. Preporuča se međjutim, da se ovo odstupanje snizi na $\pm 5 \%$, gdje to uvjeti razvoda dopuštaju. Ovaj je zahtjev uskladjen s preporukama internacionalnih propisa (IEC).

(h) Nazivni naponi za trofazne mreže iznad 1... kilovolt (efektivne vrijednosti složenih napona):

Nazivni napon	Maksimalni napon
kV	kV
3 *	3,6
6 *	7,2
10	12
20 **	24
35	38
60 **	72,5
110	123
220	245
380	420

Vrijednosti s jednom zvijezdicom ne smiju se upotrebljavati za javnu elektrifikaciju. Vrijednost s dvije zvijezdice mogu se upotrebljavati samo izuzetno, ako je to opravdano ekonomskim razlozima.

Najviši napon u mreži ne smije preći navedene vrijednosti. Najviši napon je bitan za ispitivanje njegove izolacije.

U mrežama visokog napona standard propisuje uz nazivni i najviši napon, a ne i najniži, kao što je to slučaj u mrežama niskog napona od $100 \div 1000$ volt.

Mreže iznad 1....kV nazivaju se i mreže visokog napona i podliježu posebnim propisima u pogledu ispitivanja materijala, izolacije, stepena sigurnosti i t.d. Analogno vrijedi za mreže od $100 \div 1000$ volt, koje se nazivaju i mreže niskog napona s propisima, koji vrijede samo za mreže ovog napona. Standardizirani su takodjer naponi ispod 100...volt, t.zv. mali ili sitni naponi, o kojima se ovdje^{ne} govori. U pogledu zaštite od visokih dodirnih napona postoje posebni propisi, koji vrijede za mreže, u kojima se ne pojavljuje veći napon od 250volt prema zemlji u slučaju defekta.

U području visokih napona praksa često razlikuje d i s t r i b u t i v n e i p r i j e n o s n e mreže, granica je reda veličine 100 kV, no ona nije oštra.

Frekvencija za mreže u svrhu javne elektrifikacije zemlje utvrđena je propisom JUS-a $f = 50 \dots \text{Hz}$.

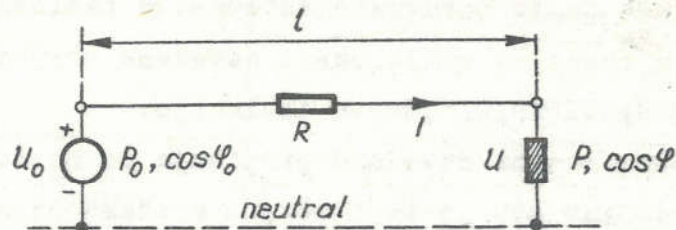
VODIČA

2. RELACIJA IZMEĐU NAPONA I UTROŠKA MATERIJALA ZA RAZNE SISTEME

Kod prijenosnih vodova, bilo nadzemnih ili kabelskih, jedan dio investicionih troškova otpada na materijal vodiča i ostatak su troškovi za izolaciju voda sa svim ostalim dodatnim troškovima, koji su nužni, da se spriječi preboj izolacije bilo prema zemlji ili među vodičima. U slijedećem ćemo usporedjivati potrebnu količinu materijala vodiča različitih sistema na bazi jednakog naprezanja izolacije voda. Drugim riječima, kod ove provedene usporedbe različitih sistema pretpostavljamo, da su troškovi za izolaciju u svim slučajevima jednaki.

Promatramo vod na Sl. 2.1. kao dio bilo kojeg sistema za istosmjernu ili izmjeničnu struju. Radi se dakako o simetričnim i balansiranim

sistemima savršene izolacije, gdje je dovoljno promatrati samo jedan vodič prema neutralu sistema.



Sl. 2.1. Sastavni dio općenitog simetričnog i balansiranog sistema

Označimo sa

- P_0, P --- [W] --- djelatna snaga na početku i kraju voda
 U_0 --- [V] --- napon prema neutralu na početku i kraju voda
 $\cos \varphi_0, \cos \varphi$ --- faktor snage na početku i kraju voda
 I --- [A] --- struja u vodiču
 l --- [m] --- duljina voda
 R --- [Ω] --- djelatni otpor vodiča
 A --- [mm^2] --- presjek vodiča
 γ --- [$1/\Omega \cdot \text{m}$] --- specifična vodljivost materijala vodiča
 ρ --- [kg/m^3] --- specifična masa vodiča
 p --- --- relativni gubici djelatne snage u vodiču
 G --- [kg] --- težina materijala vodiča
 $\alpha = \frac{p}{\gamma}$ --- [$\frac{\Omega \cdot \text{kg}}{\text{m}^2}$] --- konstanta materijala vodiča
 $a = \frac{G}{P_0}$ --- [$\frac{\text{kg}}{\text{W}}$] --- specifični potrošak materijala vodiča

Relativni gubici djelatne snage su prema slici

$$p = \frac{I^2 R}{U_0 I \cos \varphi_0} = \frac{P_0}{(U_0 \cos \varphi_0)^2} \cdot \frac{l}{\gamma A} \quad (2.1.)$$

odakle je

$$P_0 = \frac{p (U_0 \cos \varphi_0)^2 \cdot \gamma A}{l} \quad \text{--- [W]} \quad (2.2.)$$

Budući da je težina materijala vodiča

$$G = A l \rho \quad \text{--- [kg]} \quad (2.3.)$$

dobivamo da je specifični potrošak materijala vodiča

$$a = \frac{G}{P_0} = \frac{\alpha}{p} \left(\frac{l}{U_0 \cos \varphi_0} \right)^2 \quad \text{--- } \left[\frac{\text{kg}}{\text{W}} \right] \quad (2.4.)$$

gdje je

$$\alpha = \frac{p}{\gamma} \text{ ---- } \left[\frac{\Omega \text{ kg}}{\text{m}^2} \right] \text{ ---- } (2.5.)$$

kao konstanta materijala vodiča, zavisna samo o njegovim fizikalnim svojstvima. Iz [2.4.] vidimo, da je kod zadanog p i l potrošak materijala vodiča obrnuto proporcionalan kvadratu napona i kvadratu faktora snage. Dvostruki napon snizi potrošak materijala vodiča na četvrtinu.

Konstante materijala vodiča za bakar i aluminij su

$$\alpha_{Cu} = \frac{p_{Cu}}{\gamma_{Cu}} = \frac{8,9 \cdot 10^3}{56 \cdot 10^6} \div 159 \cdot 10^{-6} \text{ ---- } \left[\frac{\Omega \text{ kg}}{\text{m}^2} \right] \text{ ---- } (2.6.)$$

$$\alpha_{Al} = \frac{p_{Al}}{\gamma_{Al}} = \frac{2,7 \cdot 10^3}{34,8 \cdot 10^6} \div 77,7 \cdot 10^{-6} \text{ ---- } \left[\frac{\Omega \text{ kg}}{\text{m}^2} \right] \text{ ---- } (2.7.)$$

Kod istog p , l , U_0 , $\cos \varphi_0$, težinski odnos utroška materijala vodiča iz Cu i Al jest

$$\frac{\alpha_{Cu}}{\alpha_{Al}} = \frac{159}{77,7} = 1:0,499 \quad (2.8.)$$

Približno svakom kilogramu bakra odgovara pola kilograma aluminija. Ova usporedba vrijedi za isti p , l , U_0 i $\cos \varphi_0$, što slijedi iz [2.4.] Kada bi cijena aluminija bila dvaput veća od bakra, troškovi za materijal vodiča bili bi jednaki s bakrenim i aluminijskim vodičima. Ovaj odnos cijena je u doba između dva svjetska rata. Poslije drugog svjetskog rata ovaj se odnos cijena izmjenio u korist aluminija; odnos cijena za kilogram aluminijskog i bakrenog užeta približno je 1 : 2. To je razlog, da je aluminij praktički istisnuo bakar u gradnji nadzemnih vodova.

Formula [2.4.] može korisno poslužiti za dobivanje informacija o investicionim troškovima voda.

P r i m j e r: Traže se približni investicioni troškovi trofaznog nadzemnog voda nazivnog napona 35... kV s vodičima iz alučela 6 : 1. Zadana je prijenosna snaga na početku voda 3000...kW s faktorom snage 0,80, koja se prenosi na 32... km uz žrtvu 6 % gubitaka. Cijena alučel užeta zajedno s montažom je 1000.- Din/kg. Od ukupnih troškova izgradjenog voda na alučel otpada približno 30 %, i ostatak na stupove, izolatore i t.d. Veličine iz [2.4.] su prema gornjem, sve izražene MKSA jedinicama

$$\Delta = 77,7 \cdot 10^{-6} \quad \text{-----} \left[\frac{\Omega \text{ kg}}{\text{m}^2} \right]$$

$$p = 0,06$$

$$l = 32 \cdot 10^3 \quad \text{-----} [\text{m}]$$

$$\cos \varphi_0 = 0,80$$

$$U_0 = \frac{35000}{\sqrt{3}} = 20200 \quad \text{-----} [\text{V}]$$

$$P_0 = 3000 \cdot 10^3 \quad \text{-----} [\text{W}]$$

Specifični potrošak materijala vodiča je

$$\alpha = \frac{\Delta}{P} \left(\frac{l}{U_0 \cos \varphi_0} \right)^2 = \frac{77,7 \cdot 10^{-6}}{0,06} \left(\frac{32 \cdot 10^3}{20,2 \cdot 10^3 \cdot 0,8} \right)^2 = 5,08 \cdot 10^{-3} \quad \text{---} \left[\frac{\text{kg}}{\text{W}} \right]$$

Ukupna težina aluminija je

$$G = \alpha P_0 = 5,08 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^6 = 15240 \quad \text{---} [\text{kg}]$$

Na jedan vodič trofaznog sistema otpada $G/3 = 5080 \dots \text{kg}$, što odgovara presjeku

$$A = \frac{G}{319} = \frac{5080}{32 \cdot 10^3 \cdot 2,7 \cdot 10^3} = 59 \cdot 10^{-6} \quad \text{---} [\text{m}^2]$$

Biramo najbliži stvarni standardni presjek $66,2 \text{ mm}^2$, koji odgovara nazivnom presjeku alučela 6 : 1

$$A = 70/12 \quad \dots [\text{mm}^2]$$

U standardu takodjer nadjemo težinu alučela ovog presjeka $274,5 \dots \text{kg/km}$, tako da je ukupna težina alučela trofaznog voda

$$G = 3 \cdot 32 \cdot 274,5 = 26300 \quad \dots [\text{kg}]$$

Posljedica prijelaza od dobivenog presjeka 59 na slijedeći viši standardni presjek $66,2 \dots \text{mm}^2$ jest nešto niži gubitak od 6 %, koji je bio zadan.

Troškovi za materijal vodiča su

$$T_v = 1000 \cdot G = 26300000 \quad \text{--- Din}$$

a ukupni troškovi voda

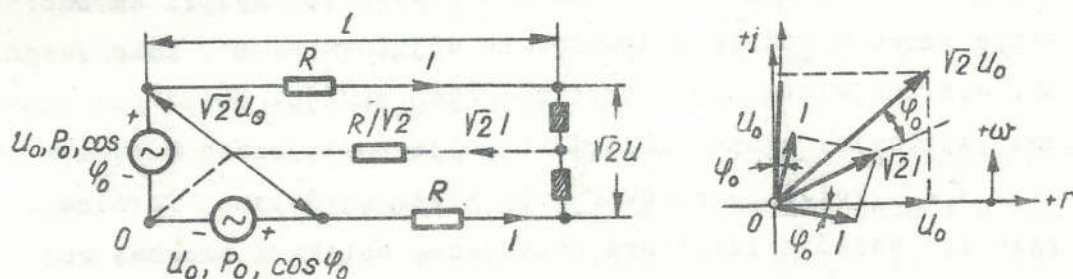
$$T = T_v / 0,30 = 26300000 / 0,30 = 87800000 \quad \text{--- Din}$$

Investicioni troškovi za 1 km voda iznose 2,74 milijona dinara. Cijena prenesenog kilovata je ca 29 270.- Din.

Formulu [2.4.] možemo koristiti takodjer za dvovodne ili trovodne simetrične sisteme istosmjerne struje, kao i za jednofazne, odnosno simetrične dvofazne ili trofazne sisteme. Napon U_0 odnosi se na napon prema neutralu sistema. Kod simetričnog opterećenja struja u nulvodiču

jednaka je nuli, ako je nulvodič prisutan. U tom slučaju nulvodič ne utječe na gubitke p . Utječe međjutim na specifični potrošak materijala vodiča "a". Jednostavno u tom smislu korigiramo formulu, što ovdje ne činimo. Kod sistema za istosmjernu struju stavimo dakako da je $\cos \varphi_0 = 1$.

Pri usporedbi sistema biti će zanimivo da nadjemo specifični potrošak materijala vodiča za nesimetrični i balansirani dvofazni sistem, koji je predložen na Sl. 2.2. Naponi toga sistema su jednaki po modulu, no pomaknuti fazno za 90° . Radi toga je taj sistem nesimetričan. Ako je svaka faza opterećena jednakim teretom, sistem je balansiran, te imade svoje okretno polje.



Sl. 2.2. Nesimetrični i balansirani dvofazni sistem

U srednjem vodiču teče struja $\sqrt{2} \cdot I$, ako je I struja u vanjskim vodičima. Složeni je napon medju vanjskim vodičima takodjer $\sqrt{2} U_0$, kako vidimo iz fazorskog dijagrama napona na desnoj slici. Mi ćemo pretpostaviti da je gustoća struje u vanjskim i srednjem vodiču jednaka, tako da je djelatni otpor srednjeg vodiča $R/\sqrt{2}$.

Ukupna snaga narinuta sistemu

$$P_0 = 2 U_0 I \cos \varphi_0 \quad \text{--- [W]} \quad \text{--- (2.9)}$$

Gubici djelatne snage u vodičima su

$$\Delta P_0 = 2 I^2 R + (\sqrt{2} I)^2 \frac{R}{\sqrt{2}} = I^2 R (2 + \sqrt{2}) \quad \text{--- [W]} \quad \text{--- (2.10)}$$

Relativni gubici djelatne snage

$$p = \frac{\Delta P_0}{P_0} = \frac{I^2 R (2 + \sqrt{2})}{2 U_0 I \cos \varphi_0} = \frac{P_0 (2 + \sqrt{2})}{4 (U_0 \cos \varphi_0)^2} \cdot \frac{1}{\gamma A} \quad \text{--- (2.11)}$$

tako da je

$$P_0 = \frac{p \cdot 4 (U_0 \cos \varphi_0)^2 \gamma A}{(2 + \sqrt{2}) I} \quad \text{--- [W]} \quad \text{--- (2.12)}$$

Ukupna težina materijala vodiča

$$G = I A (2 + \sqrt{2}) \rho \quad \text{--- [kg]} \quad \text{--- (2.13)}$$

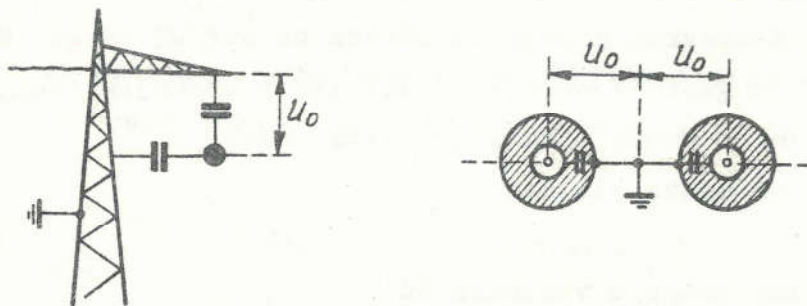
Specifični potrošak materijala vodiča

$$\alpha = \frac{G}{P_0} = 2,91 \frac{\mathcal{L}}{\rho} \left(\frac{l}{U_0 \cos \varphi_0} \right)^2 \text{ --- } \left[\frac{\text{kg}}{\text{W}} \right] \text{ --- } [2.14.]$$

Specifični potrošak materijala vodiča gotovo je 3 puta veći negoli kod simetričnih sistema. Pretpostavka je za ovu usporedbu, da su $\mathcal{L}$, ρ , l , U_0 , $\cos \varphi_0$ u svim slučajevima jednaki.

3. USPOREDBA SISTEMA NA BAZI JEDNAKO NAPREZANE IZOLACIJE PREMA ZEMLJI

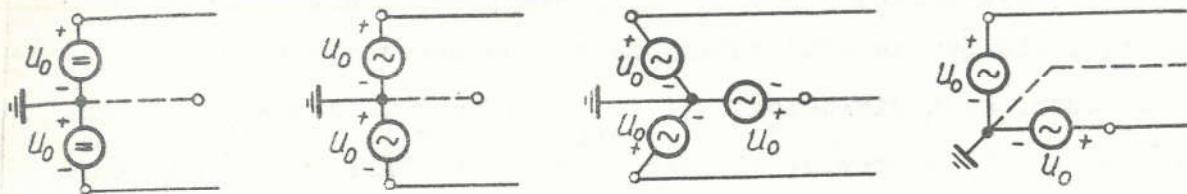
Kod nadzemnih vodova na stupovima mjerodavno je električko naprezanje izolacije između vodiča i uzemljenih dijelova stupa, kako je prikazano na Sl. 3.1. Dijelove stupa tretiramo kao zemlju. Vodič pod naponom tvori prema dijelovima stupa električko polje s izvjesnim kapacitetom prema zemlji C_z . Polje je redovno vrlo složenog oblika, formirano preko potpornih ili visećih izolatora određenog oblika i uzduha, koji izolira vodič od zemlje ili uzemljenih dijelova voda. Ovdje su mjerodavni troškovi izolacije prema zemlji, a ne među vodičima i oni rastu s rastućim naponom. Analogno vrijedi za kabelski vod koji je prikazan na drugoj slici. Kabel je jednožilni s metalnim plaštem, koji je uzemljen.



Sl. 3.1. Jednako naprezana izolacija prema zemlji na nadzemnom i kabelskom vodu

Polazimo dakle iz pretpostavke, da je naprezanje izolacije prema zemlji jednako u svim sistemima koje ćemo uspoređivati, jer im je i napon prema zemlji jednak. Pod ovim idealnim okolnostima uzimamo da su i troškovi izolacije za razne sisteme jednaki.

Na Sl. 3.2. uspoređujemo četiri sistema: istosmjerni, jednofazni, trofazni i nesimetrični dvofazni.



$$a_1 = \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{l}{U_0} \right)^2 \quad a_2 = 2 \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{l}{U_0 \cos \varphi_0} \right)^2 \quad a_3 = 2 \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{l}{U_0 \cos \varphi_0} \right)^2 \quad a_4 = 5,82 \frac{\alpha}{\rho} \left(\frac{l}{U_0 \cos \varphi_0} \right)^2$$

Sl. 3.2. Usporedba sistema na bazi jednako naprezanje izolacije prema zemlji

Dvovodni sistem istosmjerne struje razdijelili smo u dva jednaka i simetrična dijela sa zamišljenim neutralom, koji je uzemljen. U tom obliku možemo koristiti za specifični potrošak materijala vodiča izvedenu formulu [2.4.], u koju stavimo da je $\cos \varphi_0 = 1$.

Analogno smo postupili s jednofaznim sistemom, koji smo u stvari pretvorili u dvofazni simetrični sistem sa zamišljenim i uzemljenim neutralom, kako bi također mogli primjeniti formulu [2.4.]. Istu formulu koristimo i za trofazni sistem, dok za dvofazni nesimetrični sistem moramo upotrebiti formulu [2.14.].

Maksimalni napon prema zemlji u svim sistemima je U_0 , bilo u normalnom pogonu ili u slučaju dozemnog spoja jednog vodiča sa zemljom, čime smo stvorili pravednu bazu za usporedbu sistema. Međutim, kod sistema izmjenične struje moramo računati s maksimalnim a ne efektivnim naponima, kako bi dobili pravilni odnos prema sistemima istosmjerne struje. U tom je slučaju izolacija prema zemlji u svim sistemima jednako napregnuta. U formulama [2.4.] i [2.14.] umjesto U_0 moramo uvrstiti $U_0 / \sqrt{2}$, kada se radi o sistemima za izmjeničnu struju.

U navedenim izrazima za specifični potrošak materijala vodiča na Sl. 3.2. ova je korektura već provedena. Označimo nadalje da je specifični utrošak materijala vodiča za istosmjerni sistem jednak jedinici ili 100 %, onda je uz jednaki α , ρ , l , U_0 i $\cos \varphi_0$ za navedena 4 sistema.

$$a_1 : a_2 : a_3 : a_4 = 1 : \frac{2}{\cos^2 \varphi_0} : \frac{2}{\cos^2 \varphi_0} : \frac{5,82}{\cos^2 \varphi_0} \quad \text{--- [3.1.]}$$

U pogledu potroška materijala vodiča najpovoljniji je sistem za istosmjernu struju. Kod jediničnog faktora snage jednofazni i trofazni sistem

Ipak se pojavljuju slučajji kod kratkih vodova gdje nije mjerodavan niti pad napona niti gubici za strunu opteretivost vodiča. Tada se vodič može dimenzionirati na granično ugrijavaње s nadtemperaturom 40° C. Pritom se služimo podacima u TABLICI 1.1.1. Vrijednosti su utvrđene eksperimentalnim putem

Tablica 1.1.1.

TRAJNA STRUJNA OPTERETIVOST VODIČA ZA NADZEM. VODOVE <i>f = 50 Hz</i> <i>Nadtemperatura 40°C</i>					
Nazivni presjek	Bakar	Aluminij	Aldrey	Alučel	
	Trajna granična struja ugrijavaња			Nazivni presjek	Trajna granič. struja ugrijav.
mm ²	A			mm ²	A
16	115	92	88	16 / 2,5	90
25	151	121	115	25 / 4	125
35	174	149	142	35 / 6	145
50 ¹⁾	234	187	178	50 / 8	170
50 ²⁾	231	185	176	70 / 12	230
70	282	226	215	95 / 15	290
95	357	283	269	120 / 21	345
120	411	329	313		400
					455
150	477	382	363	210 / 36	490
185	544	435	414	240 / 40	530
240 ³⁾	630	502	479	300 / 50	615
240 ⁴⁾	641	513	488	125 / 29	355
300	747	598	568	170 / 40	440
				210 / 50	505
				310 / 100	630
				340 / 110	680
1) 7 - žični 3) 37 - žični (3 sloja) 2) 19 - žični 4) 61 - žični (4 sloja)					

složenim naponom U umjesto U_0 , onda u navedene formule moramo uvrstiti napone prema neutralu koji se dobivaju iz sistema na Sl. 4.2. i to redom

$$\begin{aligned} \text{za sistem istosmjerne struje} & \text{-----} \frac{U}{2} = U_0 \\ \text{za jednofazni sistem} & \text{-----} \frac{U}{2\sqrt{2}} = U_0 \\ \text{za trofazni sistem} & \text{-----} \frac{U}{\sqrt{3}\sqrt{2}} = U_0 \\ \text{za dvofazni nesimetrični sistem} & \text{---} \frac{U}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = U_0 \end{aligned}$$

Uvrstimo li ove napone za U_0 u formule [2.4.] i [2.14.], dobiva se specifični potrošak materijala vodiča a_1, a_2, a_3, a_4 , koji je naveden ispod slika sistema. Pomenute formule izražene su sada složenim naponom U umjesto faznim U_0 . Za usporedbu stavimo da je $a_1 = 1$ ili 100 %, pa slijedi

$$a_1 : a_2 : a_3 : a_4 = 1 : \frac{2}{\cos^2 \varphi_0} : \frac{1,5}{\cos^2 \varphi_0} : \frac{1,91}{\cos^2 \varphi_0} \text{ --- [4.1]}$$

5. PREGLED USPOREDBE

U TABLICI 5.1. vidimo pregledno odnose specifičnog potroška materijala vodiča za 4 sistema, koja smo uspoređivali jednom na bazi jednakih napona prema zemlji i drugiput na bazi jednakih napona medju vodičima.

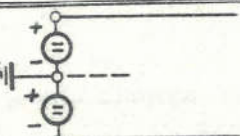
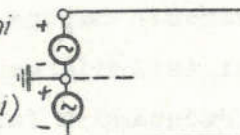
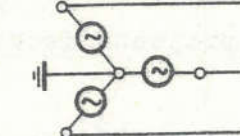
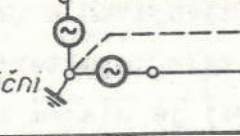
Na osnovi pomenutog kriterija, sistemi istosmjerne struje daleko su superiorni svim sistemima, poglavito ako računamo s faktorom snage manjim od jedinice. To je takodjer jedan od razloga, što se danas ulaže mnogo napora u traženju ekonomskog rješenja za prijenos istosmjernom strujom velikih snaga na velike udaljenosti.

Dvofazni nesimetrični sistem je u najnepovoljnijem položaju i nije se mogao afirmirati u život, prema se primjenjivao u prvo doba elektrifikacije, kada se još nisu dovoljno poznavale karakteristike pojedinih prijenosnih sistema. Iako nesimetričan, ovaj je sistem balansiran, jer posjeduje okretno polje. Njegova je primjena danas u nekim specijalnim područjima.

Na bazi jednakih napona prema zemlji, jednofazni i trofazni sistem su jednakopravni. Na bazi jednakih napona medju vodičima, trofazni sistem je najbliži sistemu istosmjerne struje.

Usporedbu smo mogli nastaviti npr. s četverofaznim sistemom, kojemu su naponi u faznom pomaku 90° . Po dva napona opet su pomaknuta za 180° i dobivamo dva jednofazna ili dva simetrična dvofazna sistema, kod kojih je specifični potrošak materijala vodiča jednak kao i kod jednofaznih sistema (ili dvofazni simetrični). Kada bi svitke u četverofaznom sistemu vezali na taj način da su naponi pomaknuti za 90° , dobili bi dva dvofazna i nesimetrična sistema s odgovarajućim potroškom materijala vodiča, koji smo već odredili. Daljnjim povećanjem broja faza u sistemu ne bismo dobili uštednju na materijalu vodiča. Što više, pojavile bi se komplikacije zbog velikog broja žica na stupovima ili kabelima.

Tablica 5.1.

S I S T E M	Specifični potrošak materijala vodiča na bazi jednako na- prez. izol. prema ze- zemlji	na bazi jednako na- prez. izolacije među vodičima
Istosmjerni 	1	1
Jednofazni (Dvofazni simetrični) 	$\frac{2}{\cos^2 \varphi_0}$	$\frac{2}{\cos^2 \varphi_0}$
Trofazni 	$\frac{2}{\cos^2 \varphi_0}$	$\frac{2}{\cos^2 \varphi_0}$
Dvofazni nesimetrični 	$\frac{5,82}{\cos^2 \varphi_0}$	$\frac{2,91}{\cos^2 \varphi_0}$

Imamo na umu, da smo se u našoj usporedbi ograničili na kriterij jednolikih napona prema zemlji ili među vodičima. Pored ovog kriterija postoje i drugi.

Znamo da trenutna snaga u jednofaznom (ili dvofaznom simetričnom) sistemu nije konstantna, već pulzira dvostrukom frekvencijom. S istom

frekvencijom pulzira i obodna sila na jednofaznom motoru. Trenutna snaga dvofaznog nesimetričnog sistema je konstantna, ako je svaka faza opterećena jednakim teretom.

Trofazni sistem je simetričan i balansirani višefazni sistem s minimalnim brojem vodiča. Simetričan je zato, što su mu jednaki naponi fazno pomaknuti za jednake kuteve 120° . Balansiran je zato, što mu je trenutna snaga konstantna i jednaka sumi triju faznih snaga. Obodna sila na trofaznom motoru je konstantna. Tu je i suština Teslinog trijumfa i afirmacije njegovog sistema.

6. OSNOVNE ELEKTRIČKE RELACIJE, OZNAKE I NAZIVI

Vod, koji služi za prijenos energije od izvora do potrošača, općenito nadomještamo ekvivaletnom shemom sastavljenom iz RLC elemenata u različitim serijskim i paralelnim kombinacijama. Prvotno ćemo posvetiti veću pažnju jednostavnom vodu koji posjeduje samo djelatnu otpornost R i induktivnost L , gdje su oba ova elementa vezana u seriju. U domeni energetskih mreža takav vod često nazivamo **k r a t k i m** vodom. Kod takvih je vodova zanemarena kapacitivnost, kako među vodičima, tako i između vodiča i zemlje. Zanemarena je također vodljivost izolacije među vodičima i između vodiča i zemlje.

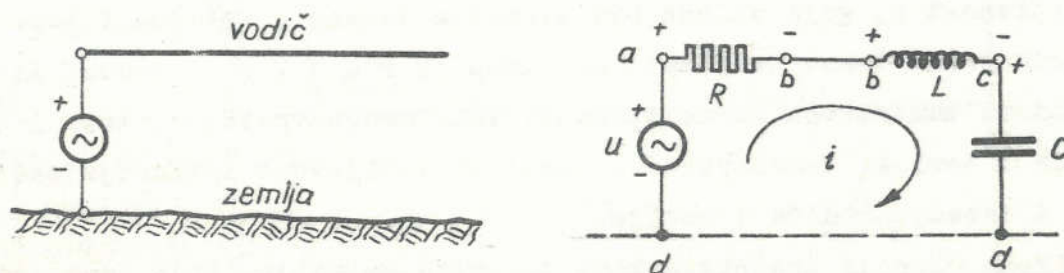
Prema gornjim pretpostavkama općenite relacije, koje ćemo izvesti za RL vod, vrijede za jednofazne, trofazne pa i za vodove istosmjerne struje, bilo sa 2 ili 3 vodiča. Kod vodova za istosmjernu struju stavimo samo da je $\omega = 0$. Nije također bitno da li se radi o kabelskim, nadzemnim ili izoliranim vodovima, koji se upotrebljavaju u zgradama. Pretežno ćemo ipak pretpostavljati trofazni vod, koji je u energetskim mrežama dominantan.

Općenite relacije i tehniku računa, koju ćemo upoznati u analizi RL voda. lako ćemo prenositi i na RLC ili takozvane **d u g e** vodove, kod kojih se kapacitivnost voda više ne može zanemariti. Istu tehniku primjenjivati ćemo i u analizi mreže koja se sastavlja općenito iz više vodova, gradjenih iz RL ili RLC elemenata. U takovu ćemo mrežu uključivati transformatore, koji se pretvaraju u ekvivalentne sheme po analognoj tehnici kao i vod. Kasnije ćemo graditi manje ili više složene mreže

s uključenim transformatorima, napajanje s jednim ili povoljnim brojem izvora energije i povoljnim brojem potrošača. U analizi takovih mreža morati ćemo nadopuniti računске metode, koje smo samo u principu upoznali u osnovama elektrotehnike.

Prethodno žrtvujemo kratki prostor temeljnim relacijama RLC elemenata u serijskom i paralelnom spoju, koji materiju u stvari ponavljamo iz osnova elektrotehnike. To je više zbog naziva, oznaka i prikaza, koji će se u budućim razmatranjima upotrebljavati.

Svaki strujni krug građen je općenito iz RLC elemenata u različitim spojevima. Teorija polja strogo definira pojam RLC elemenata i pretpostavke, pod kojima ove parametre strujnog kruga možemo smatrati neovisnim o naponu i struji. U stvari se ovi parametri izvedu iz jednadžbi polja. Razmjerno već jednostavni strujni krug vodič-zemlja na Sl. 6.1.(a), koji služi u svrhu prijenosa energije od izvora energije na početku do potrošača na njegovom kraju, sadrži u sebi sve pomenute elemente.



Sl. 6.1. Otvoreni vod i njegova pojednostavljena ekvivalentna shema

Otpornost R uključuje ukupni djelatni otpor vodiča, zajedno s djelatnim otporom zemlje i elektroda za uzemljenje, koje nisu na slici označene. U ekvivalentnoj shemi na slici (b) ovu smo otpornost koncentrirali u jednom idealnom otporniku između dvije stezaljke a i b . Induktivnost L proizlazi iz djelovanja magnetskog polja u petlji, što ju tvori sistem vodič-zemlja. U ekvivalentnoj shemi ovo je polje koncentrirano u idealnoj zavojnici između dvije stezaljke b i c . Konačno, kapacitivnost C proizlazi iz djelovanja električkog polja između vodiča i zemlje, koje je polje u ekvivalentnoj shemi koncentrirano u idealnom kondenzatoru između dvije stezaljke c i d .

Očito se ekvivalentna shema odnosi na otvoreni vod i umjesto potrošača na njegovom kraju priključili smo ukupnu kapacitivnost voda, što nas u ovom času ne mora smetati. Kasnije ćemo korigirati takovu ekvivalentnu shemu otvorenog voda.

Pretpostavljamo da su RLC neovisni o naponu i struji; oni zavise samo o fizikalnom svojstvu materijala vodiča i dielektrika, kao i o geometrijskim dimenzijama kruga. Obično se kod vodova R, L i C odredi za jedinicu duljine, tako da je

$$R = R_0 \cdot l \quad \text{---} \text{---} \text{---} [\text{oma}]$$

$$L = L_0 \cdot l \quad \text{---} \text{---} \text{---} [\text{henri}]$$

$$C = C_0 \cdot l \quad \text{---} \text{---} \text{---} [\text{farad}]$$

ako se indeks "o" odnosi na jedinicu dužine, dok je l ukupna duljina voda u metrima ili kilometrima.

S gornjim pretpostavkama ekvivalentna shema na slici (b) predodžuje električki sklop, u kojem su RLC vezani u seriji. Poznata je diferencijalna jednačba takvog sklopa

$$\begin{aligned} u &= Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int \frac{i dt}{t} \\ &= u_R + u_L + u_C \end{aligned} \quad \text{---} \text{---} \text{---} [6.1.]$$

gdje nam pojedini članovi desne strane jednačbe predodžuju odgovarajuće padove napona u pasivnim elementima sklopa, koji drže ravnotežu u svakom trenutku s narinutim naponom izvora prema drugom Kirchhoffovom zakonu. Ako je polaritet napona izvora poznat, onda i pasivnim elementima sklopa možemo pripisati polaritet (+) i (-), kako je naznačeno na slici. Obilazeći zamku u smjeru kretanja kazaljke na satu, kojim smo definirali pozitivni smisao struje, svi pasivni elementi u jednačbi dobivaju pozitivni i aktivni negativan predznak.

Prema [6.1.] vidimo da su RLC matematički simboli ili koeficijenti linearne diferencijalne jednačbe. U ekvivalentnoj shemi međjutim su elementi mreže ili idealne fizikalne aparature za koje zamišljamo da sadrže u sebi između dvije stezaljke čistu djelatnu otpornost, odnosno induktivnost i kapacitivnost.

Lako razabiremo da je ekvivalentna shema na slici (b) samo jedna aproksimacija stvarnog voda na slici (a). Vod je u stvari gradjen iz niz RLC elemenata koji su diskretno distribuirani u prostoru uzduž

voda. Kasnije ćemo upoznati da se takovim gledanjem ekvivalentna shema može prilagoditi stvarnom vodu poželjnom aproksimacijom. To nam dopušta da analizu voda provodimo u domeni teorije električkih sklopova, kao posebne grane teorije polja. Pored voda pretvarati ćemo dakako i druge dijelove prijenosne mreže u ekvivalentne sheme, a koji služe u svrhu prijenosa električke energije od izvora do potrošača. Spomenimo npr. transformator, generator, motor, sijalicu, trošilo bilo koje vrste i t.d. Svi se ovi uređaji mogu nadomjestiti ekvivalentnom shemom sa R , L , C u različitim kombinacijama, a koja u manjoj ili većoj mjeri aproksimira stvarni uređaj.

Svaki prijenos energije putem voda vezan je s nepovratnim i povratnim gubicima snage i energije. Kod energetske vodova ovi su gubici za nas od posebnog interesa i služe kao važan kriterij za ekonomsko oblikovanje voda. Poznati su izrazi za gubitke snage u elementima mreže

1. u otpornom elementu R $----- Ri^2 ----- [W]$
2. u induktivnom elementu L $----- \frac{1}{2} Li^2 ----- [VAR]$
3. u kapacitivnom elementu C $----- \frac{1}{2} Cu^2 ----- -"$
4. u nesavršenoj izolaciji voda $----- Gu^2 ----- [W]$

U otpornom elementu gubici se pretvaraju nepovratno u džulovu toplinu. Gomilana energija u magnetskom i električnom polju voda je povratna i vraća se natrag izvoru. U tom procesu izmjene magnetske i električke energije između voda i izvora stvaraju se nepoželjni efekti u pogledu dodatnih džulovih gubitaka i pada napona u vodu. Sa G smo označili vodljivost nesavršene izolacije među vodičima i između vodiča i zemlje. Ovi su gubici proporcionalni kvadratu napona i u ekvivalentnoj shemi na slici (b) zamišljamo da je taj novi element vezan paralelno kapacitivnom elementu. Gubici se u ovom elementu pretvaraju nepovratno u džulovu toplinu. Vodljivost G mjerimo u simensima i iskazana je obično za jedinicu dužine voda, tako da je $G = G_0 \cdot l$. Prethodno ćemo ipak pretpostaviti, što se inače često čini za vodove, da je $G = 0$

Kod rješenja jednačbe [6.1.] za sinusnu uzbuđu stavimo da je

$$i = \sqrt{2} / e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

$$\frac{di}{dt} = j\omega\sqrt{2}I e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

$$\int i dt = -\frac{j}{\omega}\sqrt{2}I e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

jer računamo s efektivnim strujama i naponima. Narinuti napon je također sinusnog oblika, pa je

$$u = \sqrt{2}U e^{j(\omega t + \varphi_u)}$$

Kutevi φ_i i φ_u odnose se na odabranu referenciju. Uvrstimo gornje izraze u [6.1.], dobivamo poznatu jednadžbu kruga za RLC u seriji kod stacionarnog pogona sinusne uzbuđbe. Budući da se $\sqrt{2} e^{j\omega t}$ u jednadžbi krati, slijedi

$$U e^{j\varphi_u} = R I e^{j\varphi_i} + j\omega L I e^{j\varphi_i} - j\frac{1}{\omega C} I e^{j\varphi_i} \quad \text{--- (6.2.)}$$

Daljnja naša razmatranja ograničimo isključivo na analizu mreža i vodova u stacionarnom pogonu sinusne uzbuđbe i konstantne frekvencije $f = 50 \dots \text{Hz}$, gdje $\omega = 314 \dots 1/\text{sek.}$. U simboličkom računu koristiti ćemo slijedeća 4 oblika za struju i napon

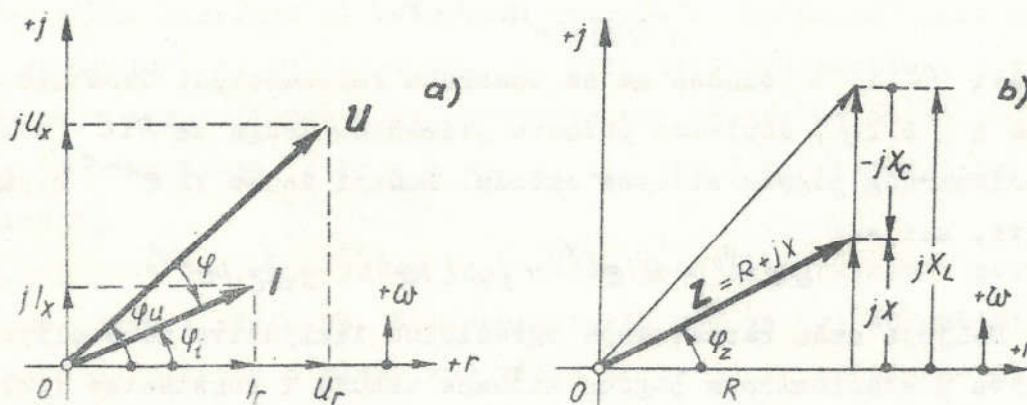
- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|---|---|
| 1. eksponencijalni oblik | --- $I = I e^{j\varphi_i}$ | ; | $U = U e^{j\varphi_u}$ |
| 2. trigonometrijski oblik | --- $= I \cos \varphi_i$ | | $= U \cos \varphi_u + j U \sin \varphi_u$ |
| 3. komponentni oblik | --- $= I_r + j I_x$ | | $= U_r + j U_x$ |
| 4. polarni oblik | --- $= I \angle \varphi_i$ | | $= U \angle \varphi_u$ |

S gornjim oznakama jednadžba (6.2.) prelazi u slijedeći oblik

$$\begin{aligned} U &= [R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})] \cdot I \\ &= [R + j(X_L - X_C)] \cdot I \\ &= (R \pm jX) \cdot I \\ &= Z \angle \pm \varphi_z \cdot I \angle \varphi_i = Z I \angle \pm \varphi_z + \varphi_i \\ &= Z \cdot I \quad \text{--- [6.3.]} \end{aligned}$$

To je ujedno naponska jednadžba otvorenog voda na Sl. 6.1. kojemu je ekvivalentna shema na slici (b) i to za stacionarni pogon sinusne uzbuđbe i konstantne frekvencije. Debelo štampana slova **U**, **I**, **Z** označuju f a z o r e napona, struje i impedancije. Njihovi su moduli U , I , Z kao realne veličine, označene običnim slovima. Napon i struja odnosi se dakako na efektivne vrijednosti. Odgovarajući argumenti fazora su φ_u , φ_i , i φ_z .

Naziv "fazor" je skraćenica za "vektor u kompleksnoj ravnini" koji pripada posebnim pravilima računa. Ovaj se račun potpuno razlikuje od računa prostornih vektora i zbog toga dobiva posebno ime i oznaku. U nas se pojavljuje također pod imenom "v e r z o r", no često još uvijek zastarjeli naziv "v e k t o r".



Sl. 6.2. Fazorski prikaz napona, struje i impedancije u kompleksnoj ravnini

Na Sl. 6.2. (a) vidimo fazorski prikaz napona i struje u kompleksnoj ravnini s referencijom u realnoj osi. Iz pozitivnog smisla vrtnje, koji je na slici posebno označen, zaključujemo da li struja prethodi ili zaostaje naponu. Na dijagramu struja I zaostaje naponu U za $\varphi = \varphi_i - \varphi_u$, kako je naznačeno orijentiranim kutevima. Takav prikaz ograničimo na prvi i četvrti kvadrant kompleksne ravnine, tj. u rasponu od $(-\pi/2)$ do $(+\pi/2)$

U formuli [6.3.] $X_L = \omega L$ znači induktivnu reaktanciju i $X_C = 1/\omega C$ kapacitivnu reaktanciju, mjerenu u omima. Oba jalova otpora razlikuju se u predznaku, induktivni s pozitivnim i kapacitivni s negativnim predznakom. Razlika $X = X_L - X_C$ imade pozitivni ili negativni predznak, već prema tome da li prevladava X_L ili X_C . Impedancija $Z = Z \angle \varphi_z = (R \pm jX)$ prikazana je u posebnoj kompleksnoj ravnini na Sl. 6.2. (b). Tamo je njen argument φ_z pozitivan, jer je $X_L > X_C$. U protivnom je φ_z negativan, gdje bi Z crtkali u četvrtom kvadrantu.

Modul impedancije nadjemo iz izraza

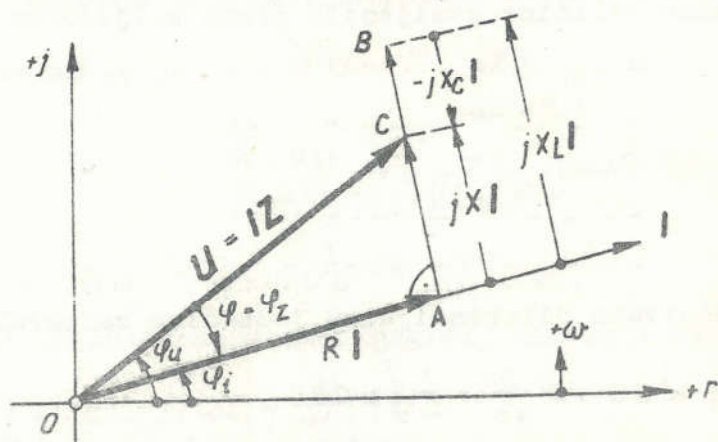
$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \text{--- [6.4.]}$$

i njen argument

$$\operatorname{tg} \varphi_z = \pm \frac{X}{R}$$

-----[6.5.]

Na Sl. 6.3. crtan je fazorski dijagram napona za serijski RLC sklop. Ovdje su pojedini članovi desne strane naponske jednačbe [6.3.] preneti u kompleksnu ravninu i predložuju nam napone koji vladaju na stezaljkama elemenata u ekvivalentnoj shemi otvorenog voda na Sl. 6.1. (b). Kod toga imademo na umu da je fazor definiran s 3 veličine: modulom, smjerom i smislom. Smjer određuje argument, a smisao je označen šiljkom, koji rezultira iz predznaka fazora u jednačbi.



Sl. 6.3. Prijenos pojedinih članova jednačbe [6.3.] u kompleksnu ravninu

Prema tome je

na otpornom elementu

$$U_R = \vec{OA} = R I = R I \angle \varphi_i$$

na induktivnom elementu

$$U_L = \vec{AB} = j X_L I = X_L I \angle (90^\circ + \varphi_i)$$

na kapacitivnom elementu

$$U_C = \vec{BC} = -j X_C I = -j X_C I \angle \varphi_i = X_C I \angle -(90^\circ - \varphi_i)$$

napon izvora

$$U = \vec{OC} = U_R + U_L + U_C$$

$$= R I \angle \varphi_i + X_L I \angle (90^\circ + \varphi_i) + X_C I \angle -(90^\circ - \varphi_i)$$

Naponska komponenta na otpornom elementu imade smjer φ_i i smisao $\vec{OA}$. Naponska komponenta na induktivnom elementu je uvijek okomita na struji. Prema referenciji u realnoj osi ona je zakrenuta za $(90^\circ + \varphi_i)$ u pozitivnom smjeru vrtnje, jer je taj argument pozitivan, pa je njen smisao $\vec{AB}$. Naponska komponenta na kapacitivnom elementu također je uvijek okomita na smjeru struje. U našem slučaju ona je zakrenuta za $-(90^\circ - \varphi_i)$ u negativnom smjeru vrtnje, jer je argument negativni, pa je njen smisao $\vec{BC}$.

Rezultanta triju komponentnih napona drži ravnotežu s naponom izvora $U = U / \varphi_u = IZ / \varphi_i + \varphi_z$. Oznake na dijagramu su takove, da se iz njih može formirati korektna jednačba s predznacima fazora i argumenata u jednačbi. Fazori u polarnom obliku jednostavno pokazuju, da li ga treba rotirati u pozitivnom ili negativnom smjeru.

6.1. PARALELNI SPOJ RLC ELEMENATA

U diferencijalnoj jednačbi za serijski spoj RLC elemenata

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

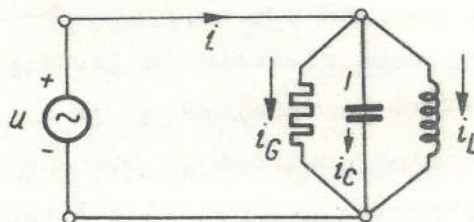
pokušajmo pojedine veličine zamijeniti prema slijedećem pravilu

$$\begin{aligned} u & \text{ --- } sa \text{ --- } i \\ i & \text{ --- } -// \text{ --- } u \\ R & \text{ --- } -// \text{ --- } 1/R = G \\ L & \text{ --- } -// \text{ --- } C \\ C & \text{ --- } -// \text{ --- } L \end{aligned}$$

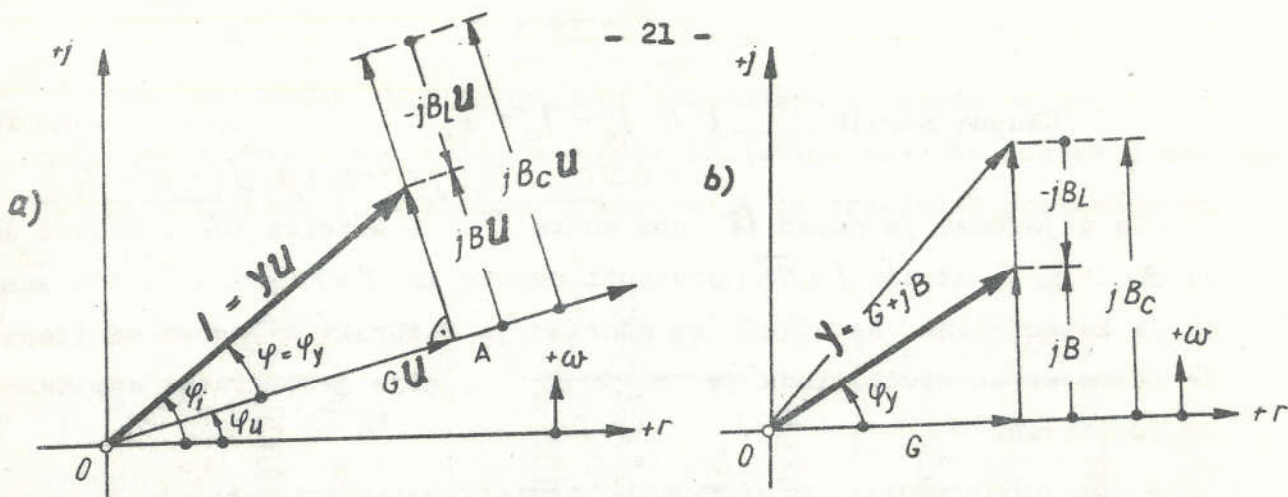
Ovom zamjenom dobivamo diferencijalnu jednačbu za paralelni sklop elemenata

$$\begin{aligned} i &= Gu + C \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} \int u dt \\ &= i_G + i_C + i_L \end{aligned} \quad \text{--- [6.1.1.]}$$

To je druga osnovna shema spoja RLC elemenata, prikazana na Sl. 6.1.1. Kažemo da je takova mreža u dualnom odnosu prema mreži RLC u seriji. Imademo na umu da dualna mreža na Sl. 6.1.1. nije ekvivalentna mreži na Sl. 6.1. (b). Jednačbe za obje mreže imaju samo istu matematsku gradju.



Sl. 6.1.1. Elementi RLC u paralelnom spoju



Sl. 6.1.2. Prijenos strujne jednačbe u kompleksnu ravninu

I ovdje stavimo da je $u = \sqrt{2} U e^{j(\omega t + \varphi_u)}$

$$\frac{du}{dt} = j\omega \sqrt{2} U e^{j(\omega t + \varphi_u)}$$

$$\int u dt = -j \frac{1}{\omega} \sqrt{2} U e^{j(\omega t + \varphi_u)}$$

pa je

$$i e^{j\varphi_i} = G U e^{j\varphi_u} + j\omega C U e^{j\varphi_u} - \frac{1}{\omega L} U e^{j\varphi_u} \quad \text{-----} [6.1.2]$$

Slijedi nadalje uz istu napomenu u pogledu oznake i fazora u serijskom spoju

$$\begin{aligned} I &= [G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})] U \\ &= [G + j(B_c - B_l)] U \\ &= (G \pm jB) U \\ &= Y \angle \pm \varphi_Y \cdot U \angle \varphi_u = Y U \angle \pm \varphi_Y + \varphi_u \\ &= Y U \quad \text{-----} [6.1.3.] \end{aligned}$$

Ovdje je $G = 1/R$ djelatna, $B_c = \omega C$ kapacitivna i $B_l = 1/\omega L$ induktivna vodljivost, mjerena u simensima.

Rezultantni $B = B_c - B_l$, tako da je admitancija $Y = G \pm jB = Y \angle \pm \varphi_Y$ s modulom i argumentom

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2} \quad \text{-----} [6.1.4.]$$

$$\operatorname{tg} \varphi_Y = \pm \frac{B}{G} \quad \text{-----} [6.1.5.]$$

Pojedine članove jednačbe [6.1.3.] prenosimo u kompleksnu ravninu na analogan način kao i kod serijskog spoja.

Na dijagramu Sl. 6.1.2. (a) jest

u elementu djelatne vodljivosti $G \quad I_G = \vec{OA} = G U = G U \angle \varphi_u$

u elementu kapacitivne vodljivosti $C \quad I_C = \vec{AB} = j B_c U = B_c U \angle 90^\circ + \varphi_u$

u elementu induktivne vodljivosti $L \quad I_L = \vec{BC} = -j B_l U = B_l U \angle -(90^\circ - \varphi_u)$

$$\text{Ukupna struja } I = I_c + I_L \quad \text{-----[6.1.6]} \\ = GU \angle \varphi_u + B_c U \angle 90^\circ + B_L U \angle -(90^\circ - \varphi_u)$$

Na dijagramu je napon U pod kutem φ_u i smislom $\vec{OA}$. Budući da je $B_c > B_L$, struja $I = \vec{OA}$ prethodi naponu za $\varphi = \varphi_i - \varphi_u$, što znači da je kapacitivna. Na slici (b) nacrtan je fazorski dijagram admitancije također za slučaj kada je $B_c > B_L$, gdje je argument admitancije pozitivan.

6.2. EKVIVALENCIJA SERIJSKIH I PARALELNIH GRANA

Potrošača kao korisnika energije u mreži možemo zadati u slijedećim oblicima:

- (a) Naponom U i strujom $I = I \angle -\varphi$
- (b) Snagom $S = U \cdot I = P - jQ = S \angle -\varphi$
- (c) Impedancijom ili admitancijom $Z = R + jX$, odnosno $Y = 1/Z = G - jB$

Pod (a) i (b) napon je u osi referencije. Argument struje i snage imade negativni predznak, što znači da je teret induktivan. U praksi je to najčešći slučaj zbog magnetskog polja motora, transformatora i vodova. Ako je argument pozitivan, radi se o kapacitivnom trošilu.

Pretpostavimo da je trošilo zadano veličinama bilo pod (a) ili (b). Za analizu je često prikladno da u ekvivalentnoj shemi mreže trošilo izrazimo impedancijom ili admitancijom. Koristimo pritom poznate odnose

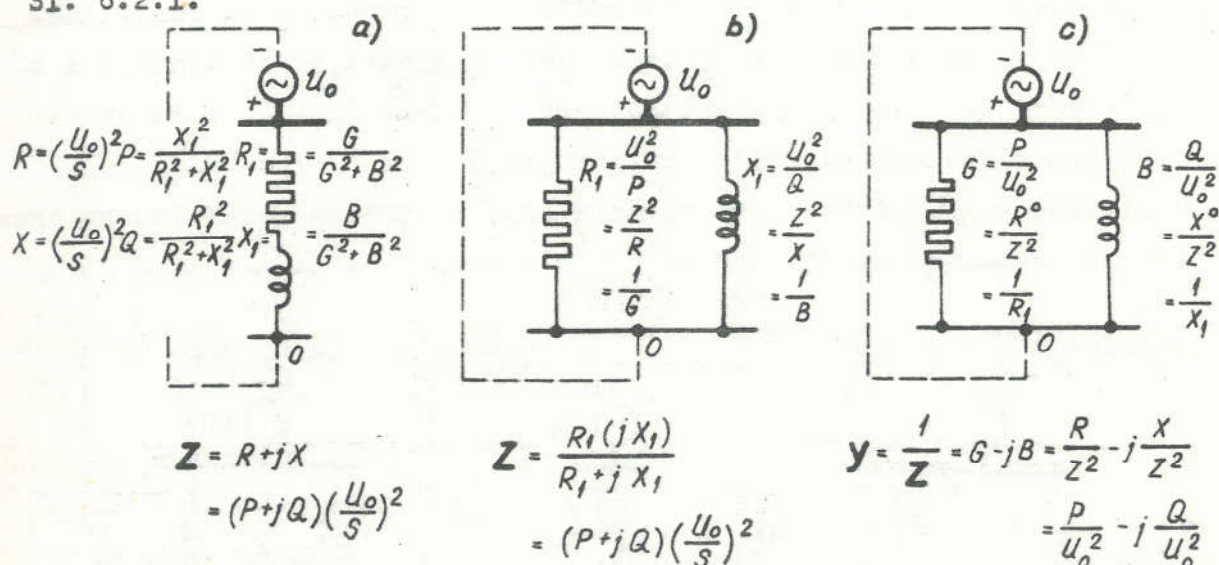
$$Z = R + jX = \frac{U^2}{S} = \frac{U^2}{P - jQ} \quad \text{.....(6.2.1)}$$

$$Y = \frac{1}{Z} = G - jB = \frac{S}{U^2} = \frac{P - jQ}{U^2} \quad \text{....(6.2.2)}$$

Radi li se o trofaznom simetričnom i balansiranom sistemu, napon U je složeni napon i snaga $(P - jQ)$ je ukupna trofazna snaga, dok se Z i Y odnose na jednu fazu trofaznog trošila.

Realni član admitancije G je d j e l a t n a v o d l j i v o s t ili k o n d u k t a n c i j a; imaginarni član B je r e a k t i v n a v o d l j i v o s t ili s u s c e p t a n c i j a, koja može biti induktivna ili kapacitivna, a razlikuju se po predznaku. Prema našem spoznanju struja, snaga i admitancija uvijek imaju negativni argument, ako je teret induktivan i pozitivan, ako je teret kapacitivan. Obrnuto vrijedi za impedanciju.

Prema potrebama trošilo u mreži iskazujemo s impedancijama i admittancijama u različitim oblicima, gdje koristimo poznate odnose u ekvivalenciji serijskih i paralelnih grana, koja je pregledno prikazana na Sl. 6.2.1.



Sl. 6.2.1. Pretvorba trošila u impedantne i admitantne grane u različitim oblicima (Zadan: U_0, P, Q)

Napon U_0 je napon prema neutralu, a tačka „0“ je nultačka sistema. Polazimo iz pretpostavke da nam je potrošač zadan sa U_0, S i P , pa se snage odnose samo na jednu fazu ili 1/3 ukupne snage u trofaznom sistemu. Na slici (a) je potrošač iskazan impedancijom $Z = R + jX$, gdje se R i X dobiva racionalizacijom jednadžbe 6.2.1. Prema tome nam u ekvivalentnoj shemi otpor R predodređuje djelatnu ili aktivnu snagu i otpor X jalovu induktivnu snagu potrošača.

Na slici (b) je isti potrošač iskazan s dvije paralelne grane od kojih je jedna R_1 čista djelatna i X_1 čista induktivna grana. Obje sheme (a) i (b) su ekvivalentne, a u analizi je poželjna ili jedna ili druga.

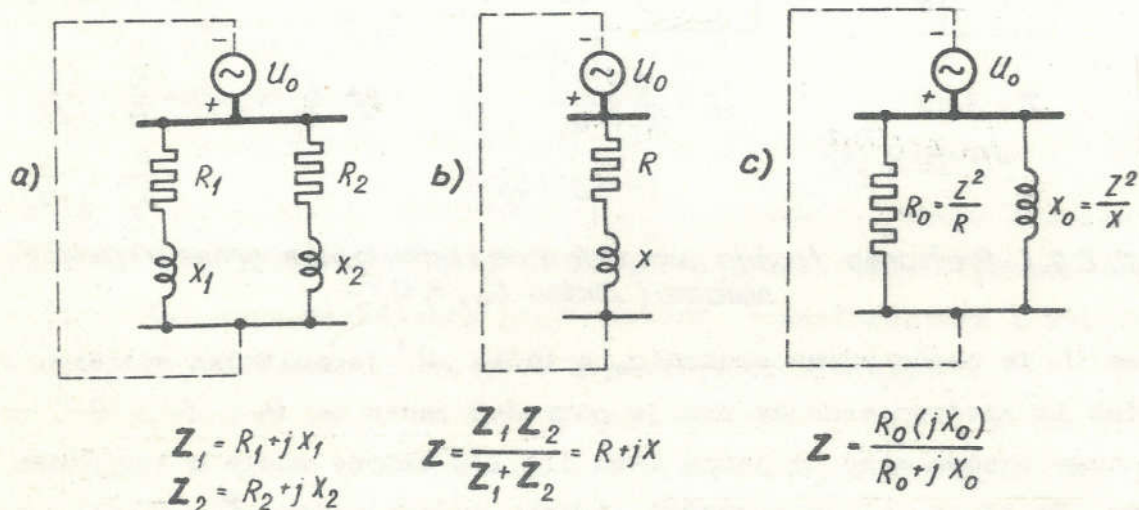
U nekim prilikama opet ugodno je da sve grane u mreži izrazimo admittancijama umjesto impedancijama. Primjer za to je analiza mreže metodom čvorišta. Na slici (c) vidimo kako se potrošač nadomješta admitantnim granama. Jedna grana je čista konduktancija i druga čista susceptancija. Na slikama (a), (b), (c) su naznačene formule kojima prelazimo iz jedne sheme u drugu. Naznačene formule lako provjerimo

jednadžbama (6.2.1.) i (6.2.2.) Primjećujemo da vrijede nejednadžbe

$$G \neq \frac{1}{R} \quad i \quad B \neq \frac{1}{X}$$

Konduktancija u shemi (c) nije jednaka recipročnom otporu u shemi (a), niti je susceptancija recipročna reaktanciji u pomenutim shemama. Imamo na umu da je konduktancija i susceptancija funkcija frekvencije i one rezultiraju kao recipročne vrijednosti iz sheme (b), a ne iz sheme (a). Sve tri sheme dakako predaju isto trošilo.

U slijedećem razmotrimo dva trošila koja su vezana paralelno na mrežu, što je prikazano na Sl. 6.2.2.



Sl. 6.2.2. Ekvivalentne sheme za dva paralelna trošila

Do sheme (a) dolazimo poznatim postupkom ako svakom trošilu poznamo U_0 , S i P . U shemi (b) su oba trošila reducirana na jedno i u shemi (c) su oba trošila prikazana sa dvije grane, od kojih je jedna čisto djelatna i druga čisto jalova. Recipročni R_o i X_o daje nam čistu konduktanciju i čistu susceptanciju za dva trošila.

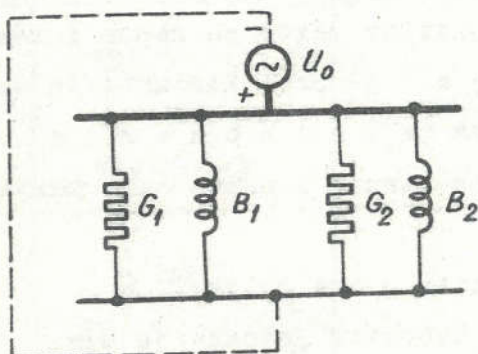
Kada imademo više paralelnih trošila koje želimo reducirati na jedno trošilo, ugodnije je računati admitancijama umjesto impedancijama. Svako trošilo u impedantnom obliku pretvaramo u admitanciju formulama

$$Y_1 = \frac{1}{Z_1} = \frac{R_1 - jX_1}{(R_1 + jX_1)(R_1 - jX_1)} = \frac{R_1 - jX_1}{Z_1^2} = G_1 - jB_1 \quad \text{--- (6.2.3)}$$

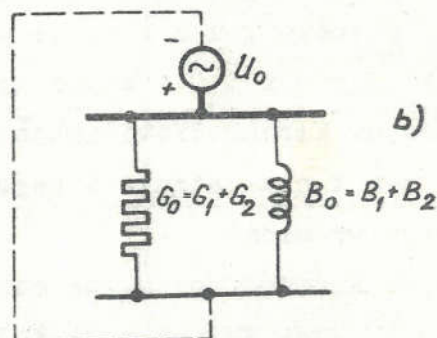
$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{R_2 - jX_2}{(R_2 + jX_2)(R_2 - jX_2)} = \frac{R_2 - jX_2}{Z_2^2} = G_2 - jB_2 \quad \text{--- (6.2.4.)}$$

Prema tome je

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{R_1}{Z_1^2} & i & B_1 = \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2} = \frac{X_1}{Z_1^2} \\ G_2 &= \frac{R_2}{R_2^2 + X_2^2} = \frac{R_2}{Z_2^2} & i & B_2 = \frac{X_2}{R_2^2 + X_2^2} = \frac{X_2}{Z_2^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (6.2.5.)}$$



a)



b)

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = Y_1 + Y_2$$

$$Y = (G_1 + G_2) - j(B_1 + B_2) = G_0 - jB_0$$

Sl. 6.2.3. Pretvorba trošila u admitantne grane

Na Sl. 6.2.3. (a) i (b) vidimo šematski prikaz ove pretvorbe. Sumarna konduktancija i susceptancija je

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= B_1 + B_2 \\ G_0 &= G_1 + G_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (6.2.6.)}$$

dok je rezultatna admitancija

$$Y = G_0 - jB \quad \text{--- (6.2.7.)}$$

Susceptancija je uvijek negativna ako je X_1 i X_2 pozitivan i obrnuto.

Želimo li iz admitancije dobiti rezultatnu impedanciju, onda je

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{G_0 - jB_0} \quad \text{--- (6.2.8.)}$$

gdje racionalizacijom slijedi

$$Z = \frac{G_0 + jB_0}{(G_0 - jB_0)(G_0 + jB_0)} = \frac{G_0}{G_0^2 + B_0^2} + j \frac{B_0}{G_0^2 + B_0^2} = R + jX \quad \text{--- (6.2.9.)}$$

gdje je

$$\left. \begin{aligned} R &= \frac{G_0}{G_0^2 + B_0^2} = \frac{G_0}{Y^2} \\ X &= \frac{B_0}{G_0^2 + B_0^2} = \frac{B_0}{Y^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (6.2.10.)}$$

S razloga koji smo još prije naveli vrijedi nejednadžba

$$R \neq \frac{1}{G_0} \quad i \quad x \neq \frac{1}{B_0}$$

Iz Sl. 6.2.3. očito izlazi da je

$$R_0 = \frac{1}{G_0} \quad i \quad x_0 = \frac{1}{B_0}$$

6.3 KIRCHHOFFOVI ZAKONI

Osnovne metode za analizu mreža baziraju na Kirchhoffovim zakonima. Temelj metodi z a m k e je drugi Kirchhoffov zakon za napon i temelj metodi č v o r i š t a i r e z a n j a je prvi Kirchhoffov zakon za struju. Kirchhoffovi zakoni vrijede za s t a c i o n a r n e i t r e n u t n e struje i napone, gdje je struja i napon bilo kakva funkcija vremena.

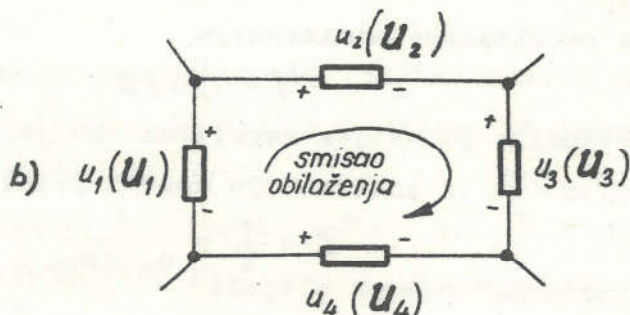
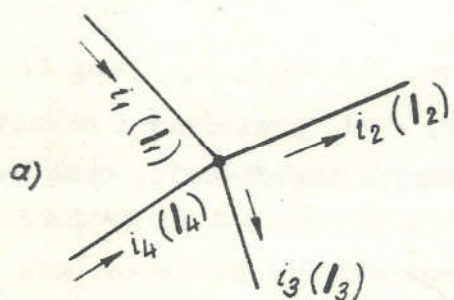
Prvi Kirchhoffov zakon može se izraziti u dva oblika:

1. Suma svih struja koje ulaze u čvorište jednaka je sumi svih struja koje izlaze iz čvorišta.
2. Razlika između sume svih struja koje ulaze i izlaze iz čvorišta jednaka je nuli.

Na Sl. 6.3.1. (a) vidimo jedno čvorište mreže s povolji odabranim pozitivnim smislom bilo trenutnih ili stacionarnih struja u granama koje se stječu u čvorištu. Za trenutne struje vrijede jednadžbe u dva oblika

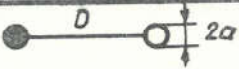
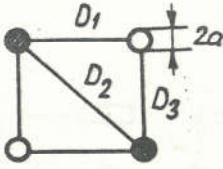
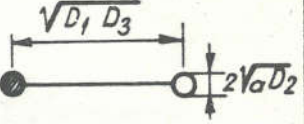
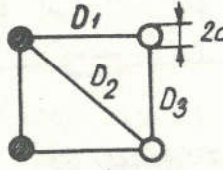
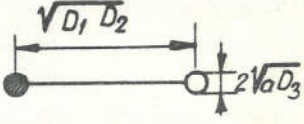
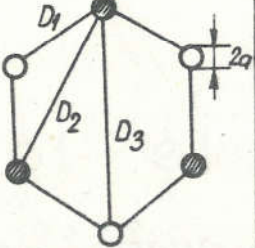
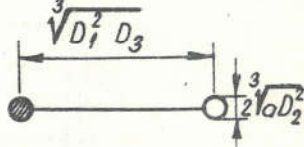
$$i_1 + i_4 = i_2 + i_3 \quad \text{----- (6.3.1.)}$$

$$i_1 + i_4 - i_2 - i_3 = 0 \quad \text{----- (6.3.2)}$$



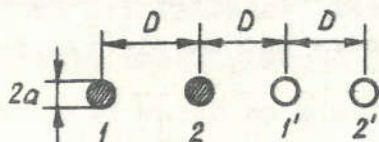
Sl. 6.3.1. Prvi i drugi Kirchhoffov zakon

Tablica 2.7.1.

a		$L_n = \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{a} \right) \frac{\mu}{2\pi} \frac{\text{henri}}{\text{met}}$	Ekvivalentna shema
b		$L_n = \left(\frac{1}{8} + \ln \frac{\sqrt{D_1 D_3}}{\sqrt{a D_2}} \right) \frac{\mu}{2\pi} \frac{\text{henri}}{\text{met}}$	
c		$L_n = \left(\frac{1}{8} + \ln \frac{\sqrt{D_1 D_2}}{\sqrt{a D_3}} \right) \frac{\mu}{2\pi} \frac{\text{henri}}{\text{met}}$	
d		$L_n = \left(\frac{1}{12} + \ln \frac{\sqrt[3]{D_1^2 D_3}}{\sqrt[3]{a D_2^2}} \right) \frac{\mu}{2\pi} \frac{\text{henri}}{\text{met}}$	

2.8. NESIMETRIČNI RASPORED VODIČA U SNOPU

Dodirnjimo također problem nesimetrije i posljedice s tim u vezi. Na sl. 2.8.1. vidimo jednofazni sistem s 4 vodiča po 2 u snopu za jednu fazu. Suma struja u odvodnim vodičima 1 i 2 jednaka je sumi struja u dovodnim vodičima 1' i 2'. Međutim, zbog nesimetrije, struje u pojedinim vodičima nisu jednake. Induktivnost vodiča 1 je veća od vodiča 2, što ćemo u slijedećem ustanoviti.

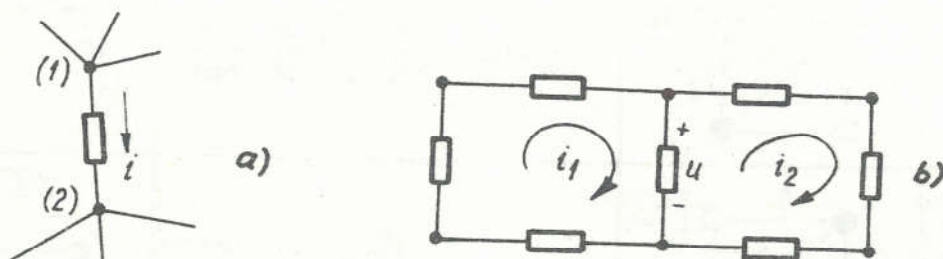


Da bismo mogli odrediti induktivnost bilo koje vodiča, moramo prvotno ustanoviti raspodjelu struja. Budući da su vodiči 1 i 2 vezani zajedno, pad napona u 1 jednak je padu napona u 2

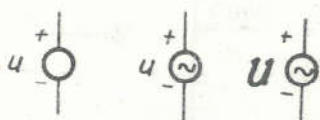
Sl. 2.8.1. Nesimetrični raspored vodiča u snopu jednofaznog sistema

Ukupni pad napona sastoji se od radne i induktivne komponente $(R + jX) I$. Pretpostavimo li sinusnu uzбудu s efektivnim vrijed-

Slično vrijedi za zamke na slici (b). Ako smo jednom odabrali polaritet pojedinih grana u zamci (1), onda je polaritet grane koje veže dvije zamke jednak za obje zamke.



Sl. 6.3.2. Izbor referentnih struja i napona



Sl. 6.3.3. Označivanje izvora napona



Sl. 6.3.4. Označivanje izvora struje

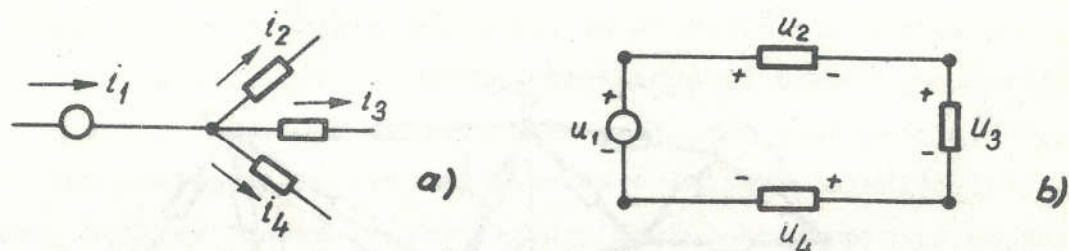
Za označivanje izvora napona i izvora struje služiti ćemo se kao i dosad oznakama na Sl. 6.3.3. i Sl. 6.3.4. Za slučaj (a) prikazan je općeniti slučaj u kojem trenutni napon i struja ne pripada sinusnoj funkciji. Ako se struja i napon s vremenom mijenja po sinusnoj funkciji, onda je to na slici (b) i (c) posebno označeno za trenutne i stacionarne napone i struje.

Tamo gdje se iz jedne grane dovodi struja preko čvorišta drugim pasivnim granama, onda se referencija često odabire kao na Sl. 6.3.5. (a). U tom slučaju postavljamo jednadžbu

$$i_1 = i_2 + i_3 + i_4$$

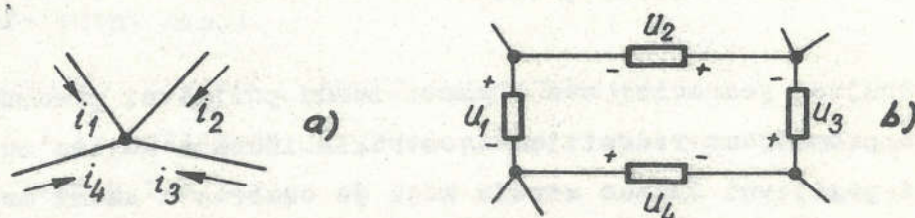
Slično, ako je u jednoj grani zamke izvor napona, dok su preostale grane u zamci pasivne, onda polaritet pojedinih grana često biramo prema slici (b). U tom slučaju postavljamo naponsku jednadžbu

$$u_1 = u_2 + u_3 + u_4$$



Sl. 6.3.5. Izbor referencije za struju i napon u specijalnom slučaju

Navedimo još slučaj kada su sve grane pasivne kao na Sl. 6.3.6. Referencija se tada često bira kako je označeno na slici



Sl. 6.3.6. Izbor referencije za struju i napon za dijelove mreže s pasivnim granama

Ovdje postavljamo jednadžbe

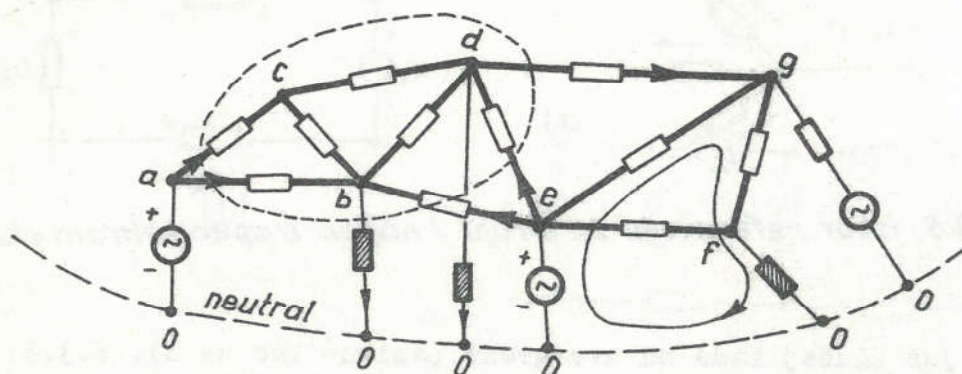
$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

$$u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 0$$

Pri tretiranju strujnog Kirchhoffovog zakona navikli smo da promatramo samo jedno čvorište mreže. U jednoj složenoj mreži pojam prvog Kirchhoffovog zakona možemo proširiti i dati mu općenitiji značaj. Na Sl. 6.3.7. odabrana je povoljna energetska mreža s granama izvora, prijenosnim i potrošačkim granama. U neutralu sistema stjeću se sve grane izvora i potrošačke grane, označene šrafiranim pravokutnicima. Svako čvorište mreže posebno je označeno. Mreža ima ukupno 8 čvorišta i 17 grana, od kojih su 3 aktivne i 14 pasivne. Neutral sistema je jedno čvorište.

S tačkastom linijom označen je prerez mreže koji reže 7 grana i obuhvaća 3 čvorišta b, c, d. Za ovaj kao i za svaki drugi mogući prerez mreže suma struja jednaka je nuli. Na slici je označen odabrani pozitivni smisao struje za 7 grana gdje postavljamo strujnu jednadžbu

$$I_{ac} + I_{ab} + I_{ob} + I_{od} + I_{eb} + I_{ed} + I_{gd} = 0$$



Sl. 6.3.7. Općenitiji pojam Kirchhoffovih zakona

U strujnoj jednadžbi svi članovi imaju pozitivni predznak. No ako pažljivo promatramo redoslijed dvostrukih indeksa kojima su označene struje i pozitivni smisao struja koji je odabran u shemi mreže sa šiljcima, dobivamo

$$I_{ob} = - I_{bo}$$

$$I_{od} = - I_{do}$$

$$I_{gd} = - I_{dg}$$

Suma svih struja koje prodiru u rezanu površinu jednaka je sumi svih struja koje napuštaju istu površinu. To je također jedan način koji sudećemo pri označivanju referencije struje sa dvostrukim indeksima, gdje se redoslijed indeksa koordinira s predznakom struja u jednadžbi s oznakama čvorišta u mreži i šiljcima. Prednost takvog označivanja je u preglednosti shema gdje je potrebno manje znakova. S druge strane struja dobiva dva indeksa što je manje spretno za pisanje.

Slično vrijedi za drugi Kirchhoffov zakon. U bilo kojoj zamci suma elektromotornih sila i padova napona jednaka je nuli. Na Sl. 6.3.7. naznačena je npr. zamka o - e - g - f - o. Primjenimo li označivanje s dvostrukim indeksima, možemo postaviti naponsku jednadžbu bez posebnih oznaka na shemi osim onih, koje su neophodne nužne. Npr.

$$-U_{oa} + I_{ac}Z_{ac} + I_{cb}Z_{cb} + I_{bd}Z_{bd} - I_{de}Z_{de} + U_{eo} = 0$$

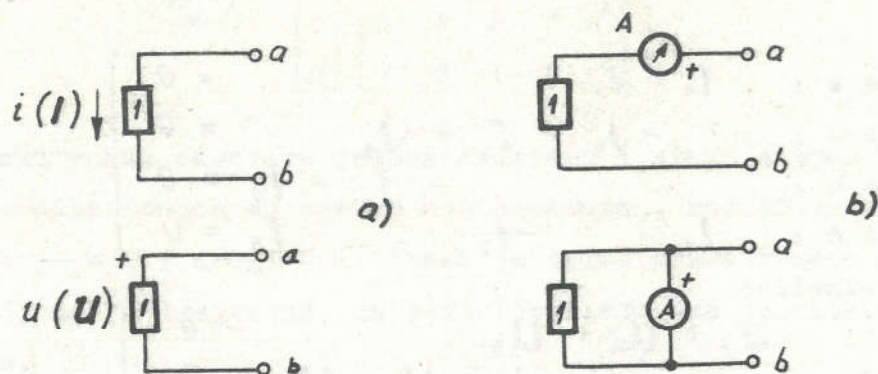
Očito se radi o zamci o - a - c - b - d - e - o, gdje odmah vidimo smisao obilaženja i odabrani polaritet pojedinih grana zamke. Polaritet

izvora napona dakako je poznat i označen je na slici.

Kod postavljanja strujnih jednadžbi za čvorišta ili prerez mreže, odnosno naponskih jednadžbi za zamke, Kirchhoffovi zakoni gube vrijednost, ako predznacima ili referenciji ne poklonimo punu pažnju. U teoriji električnih sklopova neprekidno susrećemo dvije promjenljivice, struju i napon, koje se odnose na jednu granu mreže. Prvu mjerimo ampermetrom i drugu voltmetrom. Korisno je zamisliti da ovi instrumenti imaju nultu skalu. Otklon skale zavisi o načinu kako su instrumenti vezani na mrežu. Izmjenimo li stezaljke instrumenta, dobivamo otklon na protivnu stranu. Potrebno je prema tome specificirati kako ćemo mjeriti struju i napon u svakoj grani mreže i takova specifikacija definira referentnu struju i referentni napon.

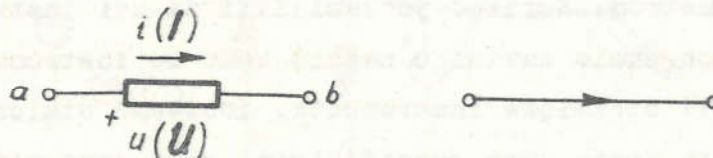
6.4. KIRCHHOFFOVI ZAKONI U MATRIČNOM OBLIKU

Na Sl. 6.4.1. prikazana je jedna grana mreže koja je sa svojim dvijema stezaljkama a i b vezana na bilo kakovu mrežu. Pravokutnik nam općenito označuje sklop iz RLC elemenata u proizvoljnim kombinacijama. Nas međjutim zanima samo struja i napon između dviju stezaljki a i b toga sklopa. Slika (a) prikazuje referenciju i slika (b) mjerni spoj. Znak (+) stoji na pozitivnoj stezaljci instrumenta. Budući da referentnu struju i referentni napon u svakoj grani mreže biramo proizvoljno, nije nužno da postavljamo dva referentna uvjeta. Različiti autori međjutim služe se i različitim oznakama referencije u analizi mreža. Jednu kombiniranu referenciju prikazujemo na



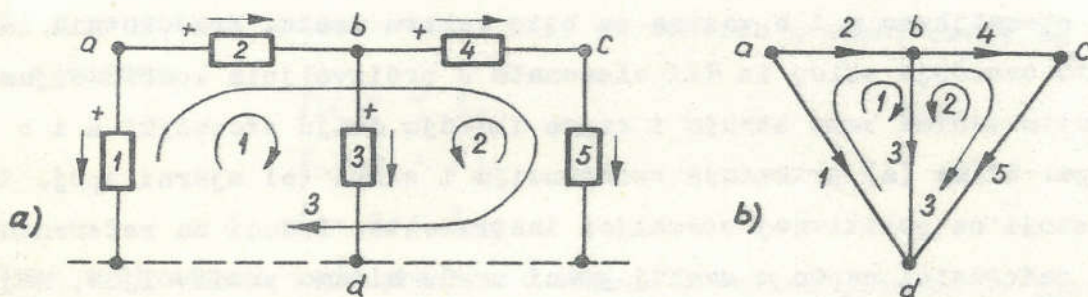
Sl. 6.4.1. Oznake za referentnu struju i referentni napon

Sl. 6.4.2. koja iziskuje moguće minimum oznaka na shemi mreže. Referentni napon ili polaritet grane označen je samo znakom (+) na repu strijelice koja definira referentnu struju, kako je označeno na slici (a) za trenutne i stacionarne vrijednosti. Ova se oznaka poistovjetuje za usmjerene grane u orijentiranom grafu mreže na sl. (b), a primjenjuje se obično kod matričnih računa.



Sl. 6.4.2. Kombinirana referencija

Prema gornjoj konvenciji odabrana je referencija za mrežu na Sl. 6.4.3. (a) i njenim orijentiranim grafom na slici (b).



Sl. 6.4.3. Primjer za postavku strujnih i naponskih jednažbi

Upotrebom Kirchhoffovih zakona slijede strujne jednažbe za stacionarni pogon mreže

$$\left. \begin{array}{lcl} \text{čvorište a :} & I_1 + I_2 & = 0 \\ \text{čvorište b :} & -I_2 + I_3 + I_4 & = 0 \\ \text{čvorište c :} & & -I_4 + I_5 = 0 \\ \text{čvorište d :} & -I_1 & -I_3 - I_5 = 0 \end{array} \right\} \text{--- [6.4.1.]}$$

i naponske jednažbe

$$\left. \begin{array}{lcl} \text{zanka 1 :} & -U_1 + U_2 + U_3 & = 0 \\ \text{zanka 2 :} & & U_3 - U_4 - U_5 = 0 \\ \text{zanka 3 :} & -U_1 + U_2 & + U_4 + U_5 = 0 \end{array} \right\} \text{--- [6.4.2.]}$$

Skupimo li ova dva sistema jednažbi u formi matrice, slijedi

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{-----}(6.4.3.)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{-----}(6.4.4.)$$

Matrica za čvorište mreže u jednađbi (6.4.3.) definirana je sa

$(A_L) = [a_{ik}]$ je reda $N \times G$ za graf mreže sa N čvorišta i G grana
 $a_{ik} = 1$, ako je "k" grana vezana na "i" čvorište s orijentacijom od čvorišta "i"

$a_{ik} = -1$, ako je "k" grana vezana na "i" čvorište s orijentacijom prema čvorištu "i"

$a_{ik} = 0$, ako "k" grana nije vezana na "i" čvorište.

Prema tome elemente matrice jednostavno očitamo na orijentiranom grafu mreže Sl. 6.4.3. (b). Tamo su čvorišta označena sa a, b, c, d, dok su grane označene brojevima 1, 2, 3, 4, 5. Radi lakšeg snalaženja ove su oznake stavljene ispred i iznad matričnog znaka tako da je

$$(A_L) = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{-----}(6.4.5.)$$

Svaki redak odgovara jednom čvorištu i svaki stupac jednoj grani mreže. U svakom stupcu su upravo dva elementa, različita od nule; jedan od njih je +1 i drugi -1. Svaka je naime grana vezana na dva čvorišta i budući da je izmjerena, za jedno čvorište ona je ulazna i za drugo izlazna.

Lako uočimo da je gornja formulacija Kirchhoffovih zakona generalna. Naime, u matričnom obliku prvi Kirchhoffev zakon za struju glasi

$$(A_L)i = (0) \quad \text{-----}[6.4.6.]$$

gdje je (A_c) matrica čvorišta ili incidencije u orijentiranom grafu mreže, dok je vektorska ili jednostupačna matrica

$$i = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_9 \end{bmatrix} \quad \text{-----} (6.4.7)$$

gdje se I_k odnosi na struju u grani k .

Kao što smo utvrdili relaciju između čvorišta i grana u matričnom obliku, možemo također utvrditi matričnu relaciju između grana i zamki u orijentiranom grafu mreže. Na Sl. 6.4.3. (b) nacrtane su u mreži sve moguće zamke sa odabranim pozitivnim smislom obilaženja. Ove su zamke označene brojevima 1, 2, 3. Matricu u formuli (6.4.4.) označimo sa $(B_c) = [b_{ik}]$ gdje je

$b_{ik} = 1$, ako je grana " k " prisutna u zamci " i ", te imade istu orijentaciju kao i kružna struja u toj zamci

$b_{ik} = -1$, ako je grana " k " prisutna u zamci " i ", te imade protivnu orijentaciju kružne struje u toj zamci

$b_{ik} = 0$, ako grana " k " nije prisutna u zamci " i ".

S takovim oznakama možemo neposredno formirati matricu promatranjem grafa na Sl. 6.4.3. (b).

$$(B_c) = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \text{-----} (6.4.8)$$

Iznad znaka matrice je broj grana u mreži 1, 2, 3, 4, 5, pa matrica imade toliko stupaca koliko i grana u mreži. Pred znakom matrice su brojevi 1, 2, 3, s kojima su označene zamke u mreži. Broj retka matrice jednak je prema tome broju zamki u mreži.

U matričnom obliku drugi Kirchhoffov zakon za napon glasi

$$(B_c) u = (0) \quad \text{-----} [6.4.9]$$

gdje je (B_c) matrica z a m k e u orijentiranom grafu, dok je vektorska ili jednostupačna matrica

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_9 \end{bmatrix} \quad \text{--- [6.4.10.)}$$

ako se (U_k) odnosi na napon grane k .

Matrica (A_α) i (B_α) karakterizira mrežu; indeks α nam označuje da su u matrici obuhvaćena sva čvorišta, odnosno sve mogućnosti zamke u grafu mreže. Oznaka matrice bez toga indeksa rezervirana je samo za ona čvorišta odnosno zamke u mreži, koja dovode do nezavisnih strujnih ili naponskih jednačbi koje se postavljaju prema prvom i drugom Kirchhoffovom zakonu. Kako znademo u prvom slučaju broj takovih jednačbi je $(N-1)$ i u drugom slučaju $Z = (G - N + 1)$, ako je N = broj čvorišta, G = broj grana i Z = broj nezavisnih zamki u mreži. U topologiji ćemo upoznati jednostavni postupak kako se nezavisna čvorišta i nezavisne zamke utvrđuju na grafu mreže.

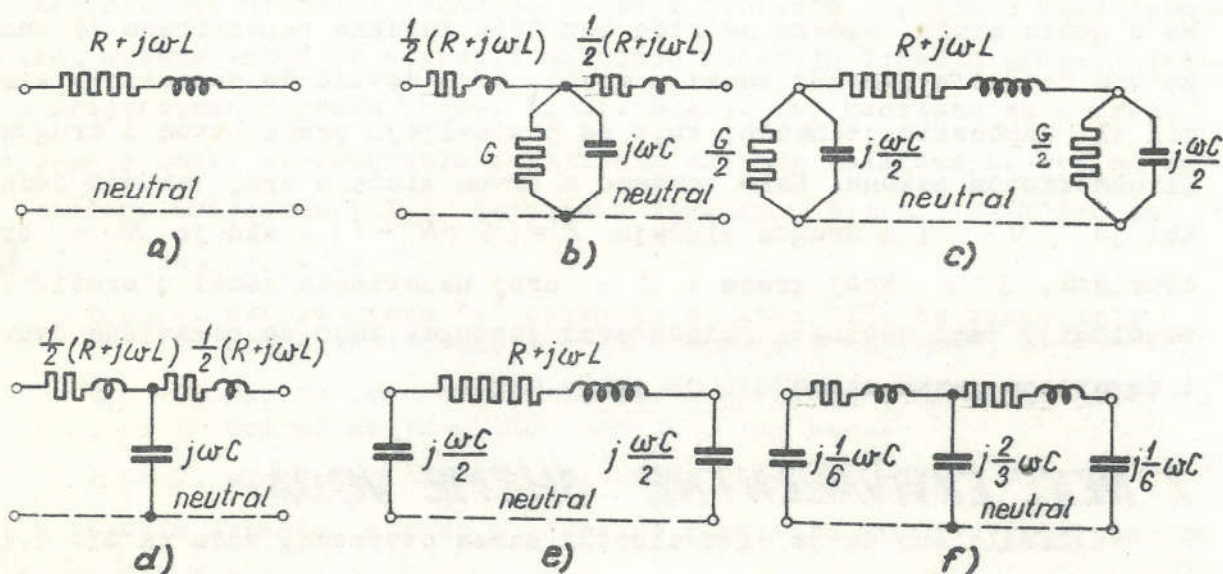
7. NEKE EKVIVALENTNE SCHEME VODA

Naglasili smo da je ekvivalentna shema otvorenog voda na Sl. 6.1. (b) samo jedna aproksimacija stvarnog voda na slici (a). Svu otpornost, induktivnost i kapacitivnost voda koncentrirali smo između dvije stezaljke zamišljenog idealnog otpornika, kondenzatora i zavojnice, što nam omogućuje analizu voda u okviru teorije električkih sklopova.

Za praktične potrebe vod nadomještavamo ekvivalentnom shemom gradjenom općenito iz $RLCG$ elemenata u različitim kombinacijama. Takova shema tada u manjoj ili većoj mjeri aproksimira stvarni vod. Neke ekvivalentne sheme vidimo na Sl. 7.1., a odnose se na simetrični i balansirani trofazni ili jednofazni sistem. Dovoljno je da promatramo samo jedan vodič u sistemu prema njegovom neutralu.

Na slici (a) je ekvivalentna shema RL voda kojom ćemo se posebno baviti. Ukupna otpornost i induktivnost voda, koja se dobiva iz $R = R_o/l$ i $X = X_o/l$, koncentrirana je između dvije stezaljke na početku i kraju voda. Oba su elementa vezana u seriji i tvore t.zv. u z d u ž n u

impedanciju $Z = R + jX$, koja je u smjeru kretanja energije na vodu. Kod ove sheme zanemarimo G i C , što se može tolerirati za vodove do 60... km dužine, jer su kapacitivni efekti neznatni, a pogotovo to vrijedi za odvod G . Ova shema pruža dovoljnu tačnost za račun distributivnih vodova srednjeg i niskog napona. U nekim prilikama, osobito ako se radi o kabelima ili vodovima niskog napona, zanemarujemo L , pa se shema još više pojednostavljuje.



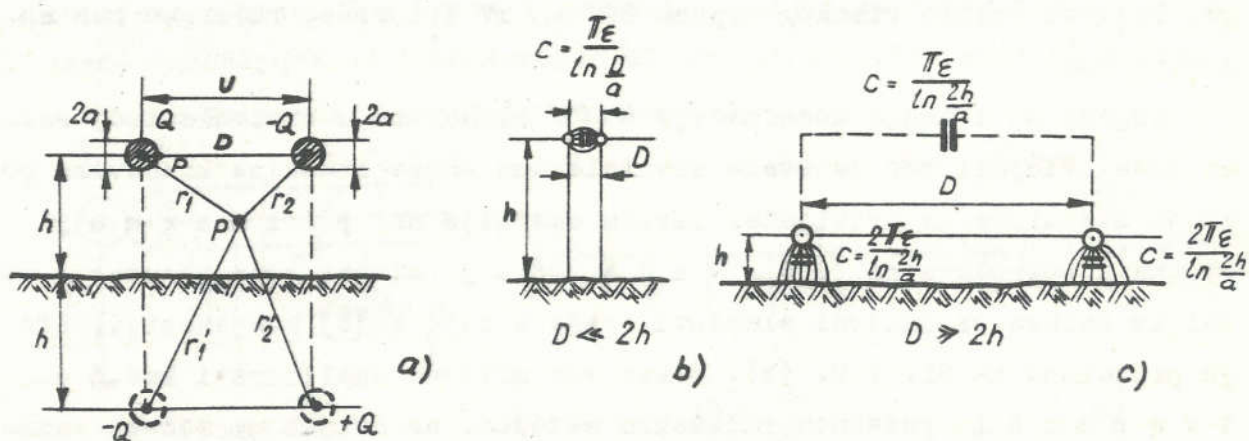
Sl. 7.1. Neke ekvivalentne sheme voda

Tačniju ekvivalentnu shemu voda vidimo na slici (b) u t.zv. simetričnom T- spoju. U sredini voda koncentrirana je ukupna kapacitivna i djelatna vodljivost, dobivena iz $B = B_0/l$ i $G = G_0/l$ koji su vezani paralelno, pa je t.zv. poprečna admittancija $Y = G + jB$ u poprečnom smjeru kretanja energije na vodu. Poprečnu granu obično je ugodnije izraziti s vodljivošću negoli impedancijom. Na slici (c) je ekvivalentna shema voda u t.zv. simetričnom Pi- spoju. Polovica djelatne i kapacitivne vodljivosti koncentrirana je na svakom kraju voda. Obje sheme (b) i (c) praktički daju jednako tačne rezultate. Npr. kod istog napona i opterećenja na kraju voda u obim shemama dobiva se

(d) Utjecaj zemlje na kapacitivnost sistema vodič - vodič.

Ovdje moramo poći iz potencijalne jednačbe [3.8.]. Prema oznakama na sl. 3.1.4.(a) slijedi kod $Q_2 = -Q_1$,

$$U = V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_1'}{r_1} - \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_2'}$$



Sl. 3.1.4. Utjecaj zemlje na kapacitivnost sistema vodič - vodič

U stvari tražimo potencijal na površini vodiča 1 polumjera a . Naboj Q zamišljamo da je koncentriran u središtu vodiča. Pretpostavljamo međutim da su u maloj udaljenosti od osi vodiča potencijalne plohe krugovi i da se jedna takva potencijalna ploha podudara s površinom vodiča. Stavimo prema tome u gornju jednačbu, zanemarujući mali polumjer vodiča u odnosu na ostale dimenzije sistema, gdje P pomaknemo na površinu vodiča kako je prikazano na slici

$$\begin{aligned} r_1 &= a & r_2 &= D \\ r_1' &= 2h & r_2' &= \sqrt{(2h)^2 + D^2} \end{aligned}$$

i dobivamo kapacitivnost za cijelu petlju /odvodni i dovodni vodič/

$$C = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{a} \cdot \frac{2h}{\sqrt{(2h)^2 + D^2}}} \left[\frac{F}{m} \right] \dots\dots (3.1.6.)$$

i struja uzduž voda mijenja se po hiperbolnoj funkciji. Ovdje vrijedi nejednadžba $R \neq R_0/$, gdje bi se npr. R_0 dobio mjerenjem za jedinicu dužine voda. Slično je s ostalim parametrima. I homogeni se vodovi nadomještaju T-shemom ili Pi-shemom, međutim s korekcionim faktorima hiperbolnog oblika, zavisnim od duljine voda. U tom je slučaju formalni račun homogenog voda identičan računu *RLCG* voda s koncentriranim parametrima u T-spoju ili Π -spoju. Vrlo duge vodove, moguće iznad 250 km, koji su obično visokog napona 220 kV ili više, računamo kao homogeni vod.

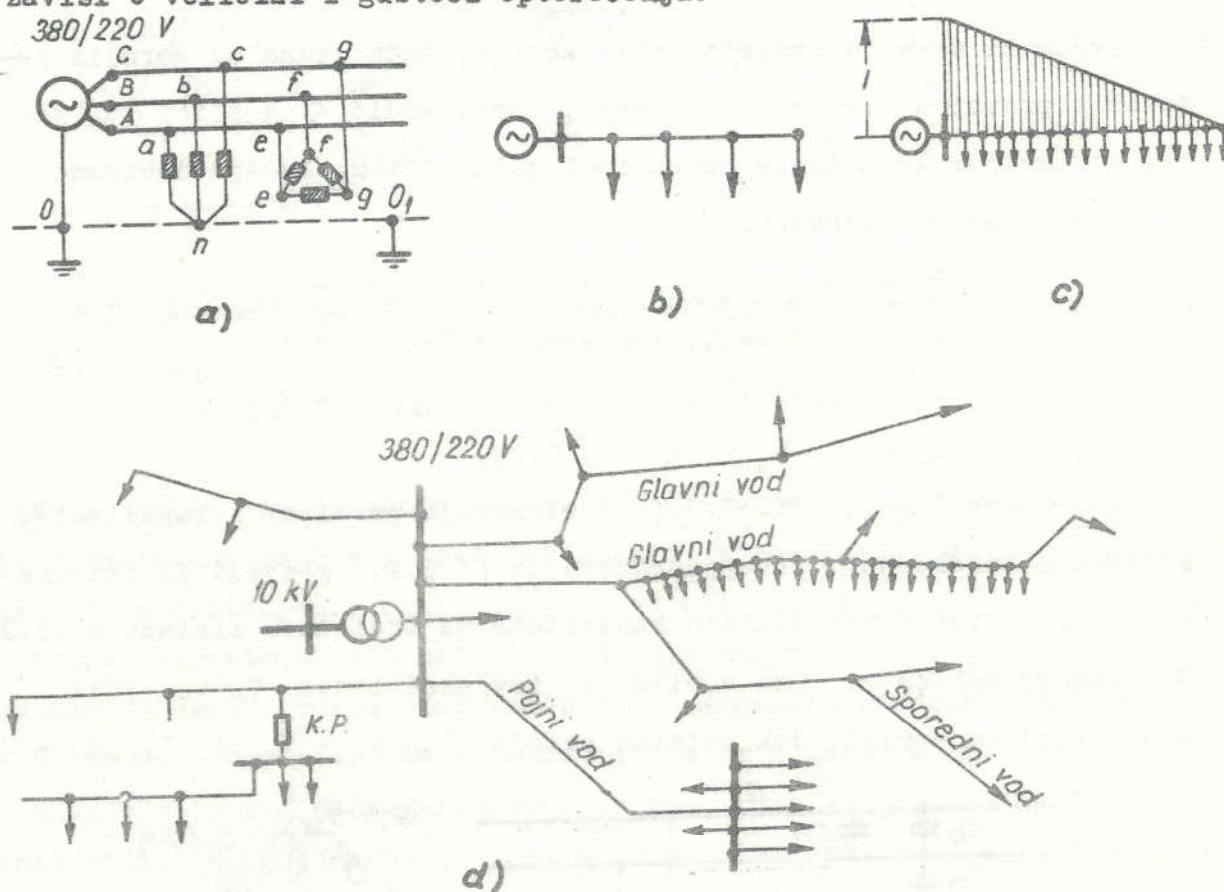
Moguće su i druge kombinacije *RLCG* elemenata u ekvivalentnoj shemi voda. Vidjeli smo da svaka ekvivalentna shema imade na krajevima po dvije stezaljke za priključak izvora energije na primarnoj strani i potrošača na sekundarnoj strani voda. Unutar 4 stezaljke nalaze se pasivni elementi mreže u bilo kojoj kombinaciji, što je prikazano na Sl. 7.2. (b). Takav vod može se analizirati kao četveropol posebnom računskom metodom, no uvijek ga možemo reducirati općenito na nesimetričnu T-shemu ili Π -shemu. Čitaoc to lako provjeri npr. za sklop elemenata na slici (b) transformacijom trokuta u zvijezdu i obrnuto; krajna redukcija unutar 4 stezaljke uvijek je ili T-shema ili Pi-shema. U četveropolu zanimaju nas samo odnosi između struja i napona na primaru i sekundaru voda, a koji rezultiraju iz jednadžbi koje nam pruža teorija četveropola.

8. TIPIČNI OBLICI ENERGETSKIH MREŽA I Njihove EKV. SHEME

Ograničimo se na informativni prikaz nekih tipičnih oblika energetskih mreža, koje praksa upotrebljava u prijenosu i distribuciji. Zadovoljimo se shematskim prikazom s uobičajenim oznakama za elektrane, transformatore i vodove. Pred očima imademo trofazne sisteme standardne frekvencije 50... Hz, koji danas prevladavaju općenito u primjeni. Upotreba istosmjerne struje je specifična i dobiva se uglavnom preko pretvarača iz trofaznih sistema.

Na Sl. 8.1. (a) vidimo trofazni vod standardnog niskog napona 380/220 V s nulvodičem. Kao izvor možemo zamisliti generator, transformator ili bilo koje čvorište mreže, iz kojeg se odvaja trofazni vod.

Nulvodič sistema je uzemljen obično na početku i kraju zbog zaštite ljudi i trošila u defektnoj mreži. Između faznog i nulvodiča raspoloživ je fazni napon $220 \dots V$ za manje potrošače i složeni napon $380 \dots V$ za veće potrošače. Ovaj oblik mreže se općenito upotrebljava za mjesnu i gradsku distribuciju, kao i u industrijskim pogonima. Izvedba je nadzemna, u kabelu ili s izoliranim vodovima u zgradama. Izvor ovim mrežama najčešće je transformator primarnog napona $10 \dots kV$ ili $6 \dots kV$ za industrijske pogone. U mjesnim i gradskim područjima doseg mreža niskog napona, računajući od transformatora, iznosi nekoliko stotina metara, što zavisi o veličini i gustoći opterećenja.



Sl. 8.1. Oblici mreža niskog napona za široku distribuciju

Na slici (b) je šematski prikaz višestruko opterećenog voda na slici (a). Fazna opterećenja razdijeljena su po mogućnosti jednoliko na sve 3 faze, u kojem slučaju kroz nulvodič ne teče struja. U praksi se ova simetrija postiže u manjem ili većem stepenu. Obično se računa sa simetrijom, pa nam strijelice na slici (b) predložuju simetrične potrošače.

nih kapaciteta.

Ako su $V_1, V_2, \dots$ potencijali vodiča onda je za sistem od $n = 4$ na slici (b)

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= C_{12}(V_1 - V_2) + C_{13}(V_1 - V_3) + C_{14}(V_1 - V_4) \\ Q_2 &= C_{21}(V_2 - V_1) + C_{23}(V_2 - V_3) + C_{24}(V_2 - V_4) \\ Q_3 &= C_{31}(V_3 - V_1) + C_{32}(V_3 - V_2) + C_{34}(V_3 - V_4) \\ Q_4 &= C_{41}(V_4 - V_1) + C_{42}(V_4 - V_2) + C_{43}(V_4 - V_3) \end{aligned} \right\} \dots [3.2.1.]$$

U zatvorenom elektrostatskom sistemu uvijek vrijedi relacija

$$\sum Q = 0.$$

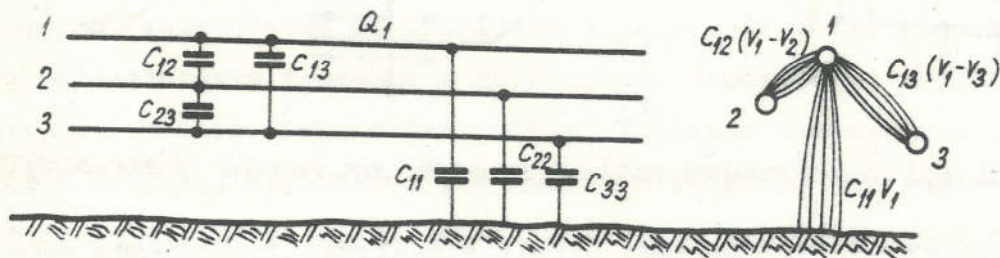
Treba li uzeti u obzir i upliv zemlje, onda jedna od gornjih jednažbi preuzima ulogu zemlje. Neka je npr. vodič 4 na slici (b) vezan sa zemljom koja ima potencijal nule. U tom slučaju dobivamo slijedeći sistem jednažbi

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= C_{11} V_1 + C_{12}(V_1 - V_2) + C_{13}(V_1 - V_3) \\ Q_2 &= C_{22} V_2 + C_{21}(V_2 - V_1) + C_{23}(V_2 - V_3) \\ Q_3 &= C_{33} V_3 + C_{31}(V_3 - V_1) + C_{32}(V_3 - V_2) \\ Q_4 &= -C_{11} V_1 - C_{22} V_2 - C_{33} V_3 \end{aligned} \right\} \dots [3.2.2.]$$

Jednažbe [3.2.1.] i [3.2.2.] definiraju parcijalne kapacitete.

Fizikalni smisao npr. prve jednažbe iz [3.2.2.] slijedi iz istovremenog promatranja parcijalnih kapaciteta na trofaznom sistemu sl.3.2.2

Od ukupnog naboja Q_1 na vodiču 1 izvjesni iznos $C_{11} V_1$ veže protunaboj na zemlji, dok ostatak naboja $C_{12}(V_1 - V_2)$ i $C_{13}(V_1 - V_3)$

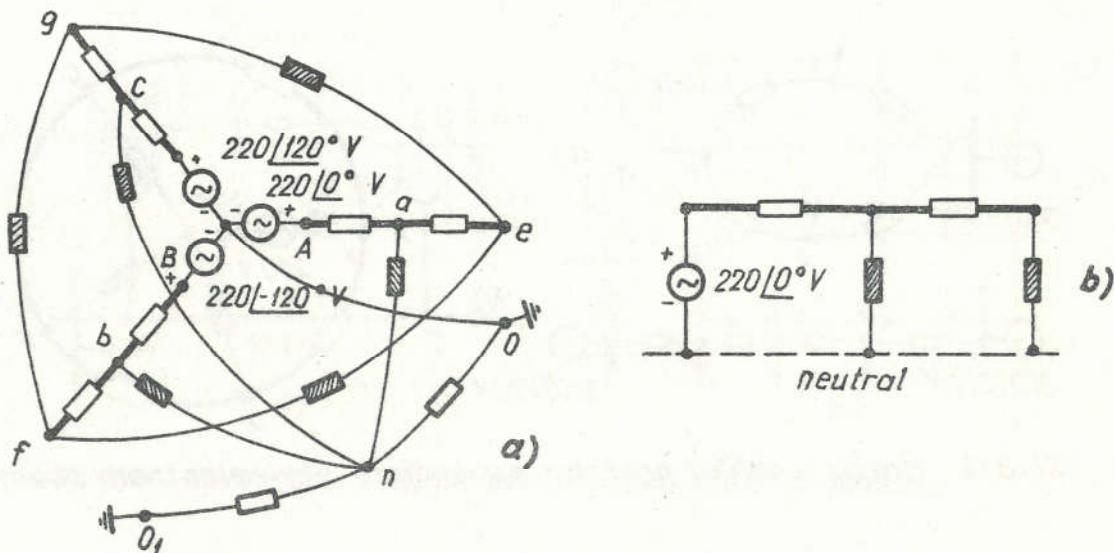


Sl. 3.2.2. Parcijalne kapacitete na trofaznom vodu

veže protunaboje na vodičima 2 i 3. Analogno bi rezonirali drugu jednažbu za vodič 2 itd.

C_{12}, C_{13}, C_{34} su parcijalne kapacitete među vodičima i C_{11}, C_{22}, C_{33}

istim oznakama čvorišta i impedancija. Kada je sistem simetričan i balansirani, ekvivalentna shema prelazi u jednostavni oblik na Sl. 8.2.(b).



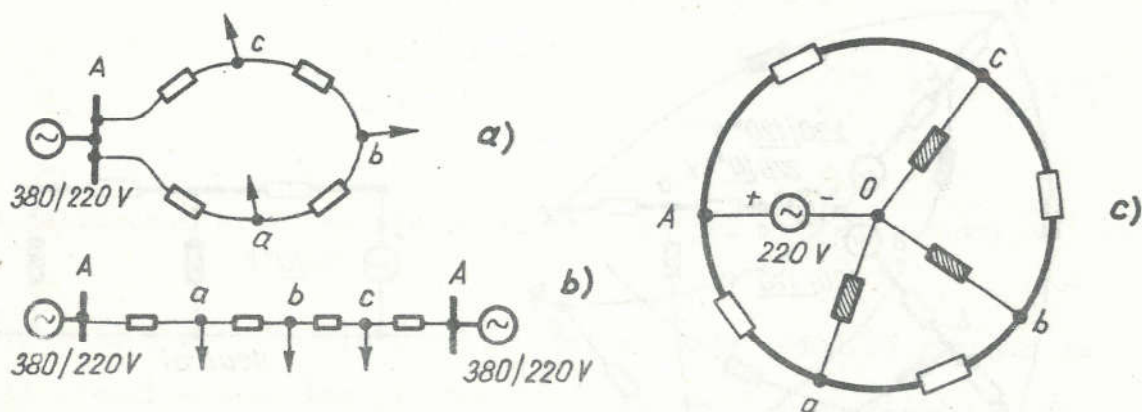
Sl. 8.2. Ekvivalentna shema mreže na Sl. 8.1. a) za nebalansirani i balansirani teret

Teret u trokutu na složenom naponu uvijek možemo transfigurirati u zvezdu na faznom naponu i dovoljno je ako promatramo samo jednu fazu sistema sa zamišljenim neutralom, ne vodeći pritom računa da li on ko-incidira s izvedenim ili neizvedenim nulvodičem. Na gornjem principu pretvarati ćemo stvarne simetrične ili nesimetrične mreže u njihove ekvivalentne sheme i upoznati razne metode za njihov račun.

Radijalna mreža karakterizirana je time, što svaki potrošač u takvoj mreži prima energiju samo s jedne strane. Prednosti radijalne mreže su u preglednosti i jednostavnosti zaštite. Navedimo kao mane malu pogonsku sigurnost, velike gubitke i loše naponske prilike, ako inače uz iste uvjete uspoređujemo radijalnu mrežu sa zatvorenom.

Na Sl. 8.3. (a) prikazana je t.zv. prstenasta mreža, napajana iz jednog izvora energije. Svakom potrošaču osiguran je dotok energije s dvije strane. Prstenastu mrežu možemo promatrati kao vod, napajan s dvije strane na slici (b). Sabirnice izvora su presječene i

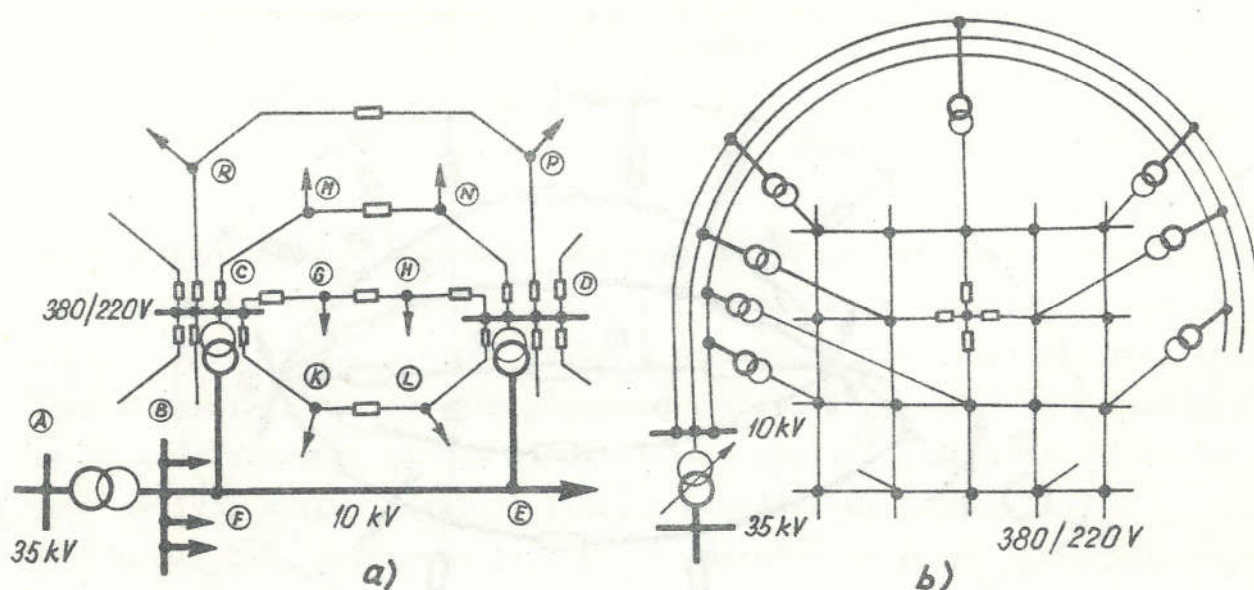
razmaknute, pa su naponi izvora na krajevima razvučenog prstena jednaki po veličini i fazi. Ovaj oblik uklanja mane radijalne mreže, no zaštita je kompliciranija i skuplja.



Sl. 8.3. Mreža u obliku prstena sa svojom ekvivalentnom shemom

Ekvivalentna shema na slici (c) vrijedi za simetrični i balansirani sistem. Do ekvivalentne sheme dolazimo kao i prije da jednu stezaljku grane izvora i grane potrošača vezemo na neutral sistema i drugu stezaljku ovih grana na prijenosnu mrežu. I ovdje su potrošačke grane predočene šrafiranim pravokutnicima za razliku od praznih pravokutnika, koji pripadaju granama prijenosne mreže. Označena čvorišta na slici (c) korespondiraju onima na slici (a) i (b). Neutral sistema pada u jednu tačku O. Mreža ima jednu aktivnu i 7 pasivnih grana i 5 čvorišta.

Iz mnogo mogućih oblika izdvojimo još dva tipa mreže niskog napona na Sl. 8.4. (a) i (b). U oba slučaja kao izvor služi 35/10... kV transformatorska stanica i mreža niskog napona napaja se 10/0,4... kV transformatorskim stanicama. Na prvoj su slici sabirnice niskog napona međusobno vezane glavnim vodovima iz kojih se odvaja sporedna radijalna mreža obično manjih dimenzija za priključak potrošača. To su t.zv. *z a t v o r e n e* mreže velike pogonske sigurnosti. Glavni su vodovi niskog napona osigurani rastalnim osiguračima na izlasku iz sabirnica i negdje u sredini svoje trase, kako je naznačeno na slici. U defektu glavnog voda ispada samo dio između 2 osigurača i prekid dobave energije sveden je na minimalni broj potrošača. Pri ispadu transformatora 10/0,4... kV teret preuzimaju preostali zdravi transformatori. Slično je kod

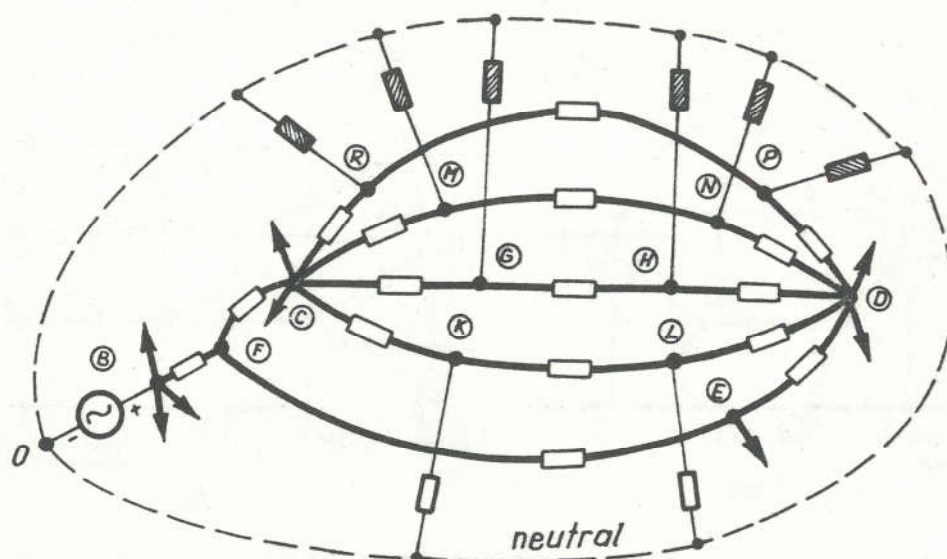


Sl. 8.4. Zatvorena izamkasta mreža niskog napona

ispada jednog 10...kV voda, gdje njegov teret preuzmu drugi. Na jedan 10...kV vod zajedno s transformatorima koji su na njemu priključeni gledamo kao na jedinicu u pogledu zaštite. Takove se mreže grade s jednakim presjecima glavnih vodova. Isto vrijedi i za 10...kV vodove. Na slici je prikazan samo jedan dio mreže koja zahvaća npr. jedno gradsko područje ili dio većeg industrijskog pogona.

Za analizu mreža ove vrste dovoljno je da niz sitnih trošila reduciramo na nekoliko glavnih čvorišta, da bismo dobili ekvivalentnu shemu, pristupačnu za račun. Po poznatom postupku dobivena je ekvivalentna shema na Sl. 8.5. koja nadomješta stvarnu mrežu na Sl. 8.4. (a). Grane, koje pripadaju prijenosnoj mreži, izvučene su debelim linijama. Kao i prije, potrošačke grane su označene šrafiranim pravokutnicima. Mreža ima 14 čvorišta i ukupno 25 grana; od kojih je jedna grana aktivna, 8 potrošačkih i 16 prijenosnih. Neutral sistema je jedno čvorište. Budući da se pojedine grane nalaze u različitim naponskim nivoima 35, 10 i 0,4 kV, moramo sve grane mreže reducirati na jedinstven napon prema postupku, kojega ćemo naknadno upoznati. Prethodno su i transformatori pretvoreni u ekvivalentnu shemu i nadomješteni samo sa njihovom uzdužnom impedancijom.

Na slici je impedancija transformatora 10/0,4...kV i 10...kV voda



Sl. 8.5. Ekvivalentna shema mreže na Sl. 8.4. a)

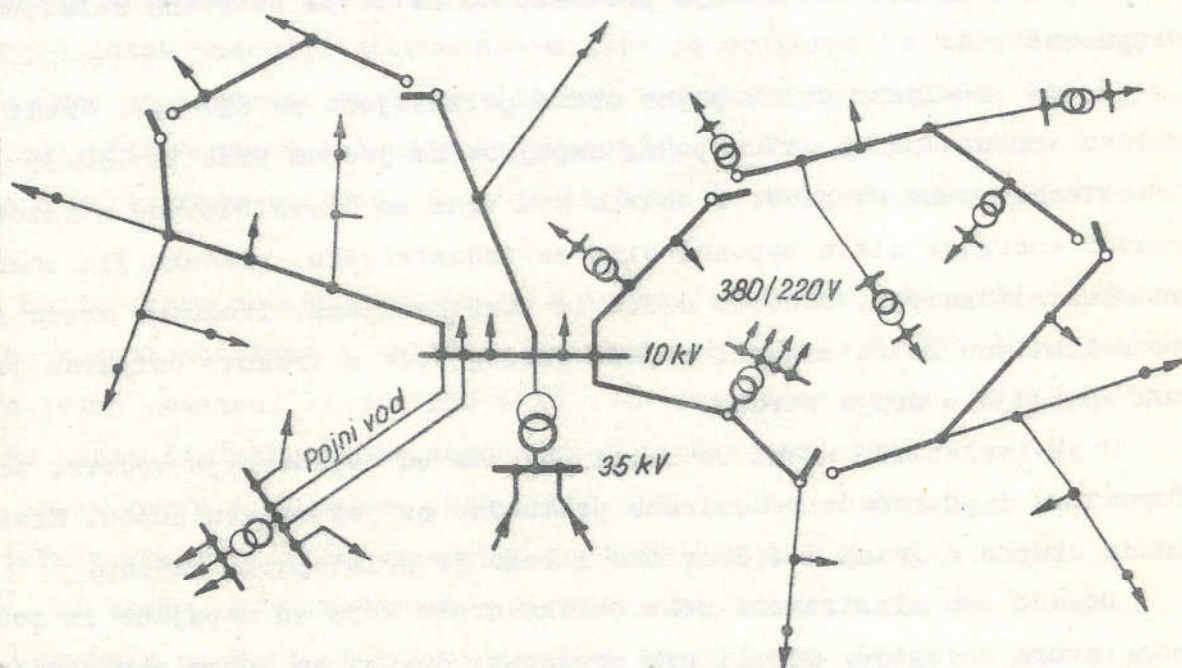
sjedinjena u jednu impedanciju, što je slučaj za grane $C-F$ i $D-E$. Poj-
na 35...kV mreža zajedno s transformatorom 35/10...kV pretvorena je u
granu izvora.

Ekvivalentna shema se ne može predložiti bez ukrštenih grana u jed-
noj ravnini i zbog toga takove mreže nazivamo *n e p l a n a r n i m*
za razliku od *p l a n a r n i h*, kao npr. na Sl. 8.3. (c). Račun raz-
mjerno složene mreže na Sl. 8.5. je mukotrpan i dugotrajan. Da bi se i-
pak mogao provesti s olovkom u ruci, potrebna su daljnja pojednostavlje-
nja mreže, pomoću kojih dolazimo do dovoljno tačnih informacija o pona-
šanju mreže u pogonu. Efikasno se ovakove mreže mogu analizirati pod raz-
ličitim pogonskim uvjetima računskim automatskim strojevima ili analiza-
torima. Na analizatorima su sve grane mreže nadomještene fizikalnim a-
paratima iz koncentriranih R , L , C elemenata, vezanih međusobno
prema ekvivalentnoj shemi.

Na Sl. 8.4. (b) vidimo principni oblik jedne suvremene gradske kabel-
ske mreže niskog napona ili z.zv. *z a m k a s t u* mrežu. Pojedine
gradske četvrti zahvaćene su zamkama koje su učvorene na raskršćima u-
lica. U čvorištima su osigurane, kako je na slici prikazano na jednom

čvorištu. Mreže ovog tipa imaju izvanredno veliku pogonsku sigurnost, odlikuju se dobrim naponskim prilikama i malim gubicima i neosjetljive su na nagla ukapčanja velikih tereta, reda veličine 100... kW i više. Usporedimo li zamkastu i radijalnu mrežu iste pogonske sigurnosti, istih naponskih prilika i gubitaka, zamkasta mreža je jeftinija i ekonomičnija, poglavito kod visokih specifičnih opterećenja. Granica je moguće 1000... kW/km ili još niža. Mreže ovog tipa nalaze svoju primjenu također u važnim industrijskim pogonima s visokim specifičnim opterećenjima gdje je potrebna velika elastičnost u pogledu direktnog upuštanja motora velikih snaga. Presjeci kablskih vodova su jednaki.

Na Sl. 8.6. prikazana je tipična područna mreža za elektrifikaciju sela i poljoprivrednih dobara. Mreža napona 10... kV u našim prilikama napaja se uglavnom iz 35/10... kV transformatorske stanice.



Sl. 8.6. Područna elektrifikacija 10 kV radijalnom mrežom

Mreža u pogonu radi radijalne. Preporuča se mrežu graditi u obliku prstena, koji je okosnica za jedan dio područja. Trasa prstena zahvaća najgušća naselja s najvećim opterećenjima. Prsteni su istog presjeka na koji se vežu sporedni vodovi slabijeg presjeka. Prsten se na nekoliko mjesta

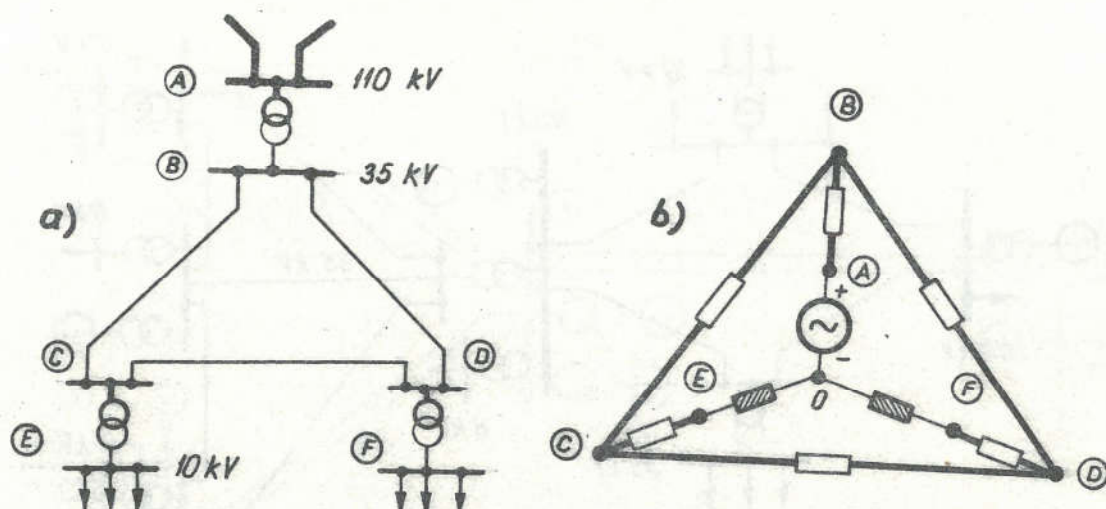
može otvoriti i na taj način prilagoditi uvjetima opterećenja s najpovoljnijim naponskim prilikama i gubicima. Opterećenja se mijenjaju mjesno i vremenski i na mrežu se priključuju neprekidno novi potrošači i transformatorske stanice u manjim ili većim vremenskim razmacima. Prsten se u principu otvara na onom mjestu gdje vlada najmanji napon u doba maksimalnog opterećenja, što se lako ustanovi sezonskim povremenim mjerenjima. Time se u neku ruku imitira prednost koju imade zatvorena mreža. Mogućnost rastavljanja prstena u nekoliko sektora uklanja nemir mreže za slučaj popravaka, nadogradnje i slično. Važniji ili veći pogoni mogu dobiti dvostruki pojni vod na istim ili posebnim stupovima, kako vidimo na slici.

Doseg 10...kV mreže je reda veličine 10...km i jedna 35/10...kV transformatorska stanica pokriva seoski teritorij moguće $300 \div 500 \dots \text{km}^2$. Opisana mreža imade malu pogonsku sigurnost čim je u pogonu radijalna. Ona bi se povećala kod zatvaranja prstena, no za to je potrebna relativno skupa zaštita.

Jedan omiljeni oblik pojne mreže prikazujemo na Sl. 8.7. Mreža u obliku trokuta je 35...kV napon napajana na jednom vrhu iz 110/35...kV transformatorske stanice. U ostala dva vrha su distributivne stanice za razvod energije nižim naponom bilo za industrijsku, gradsku ili područnu elektrifikaciju, odnosno njihovim kombinacijama. Trokutna mreža imade selektivnu zaštitu i pri ispadu jednog voda u trokutu osiguran je dotok energije s druge strane.

U ekvivalentnoj shemi na slici (b) sve su impedancije vodova, transformatora i potrošača reducirane prethodno na jedinstven napon. Mreža imade ukupno 6 grana i 4 čvorišta i lako je pristupačna računu.

Dosada smo ilustrirali neke oblike mreža koje su napajane iz jednog izvora energije. Cijeli niz prednosti donosi sa sobom povezivanje više elektrana u zajednički sistem. Termoelektrane se grade na rudniku uglja koji ne podnosi daleki transport. Slično je s hidroelektranama koje se grade na mjestu raspoloživih vodnih snaga, najčešće na udaljenim i zabačenim područjima. U oba je slučaja potrebno dovesti električnu energiju u središte konzuma na kraću ili veću udaljenost. Povezani hidroenergetski sistemi različitih vodnih karakteristika se nadopunjuju.



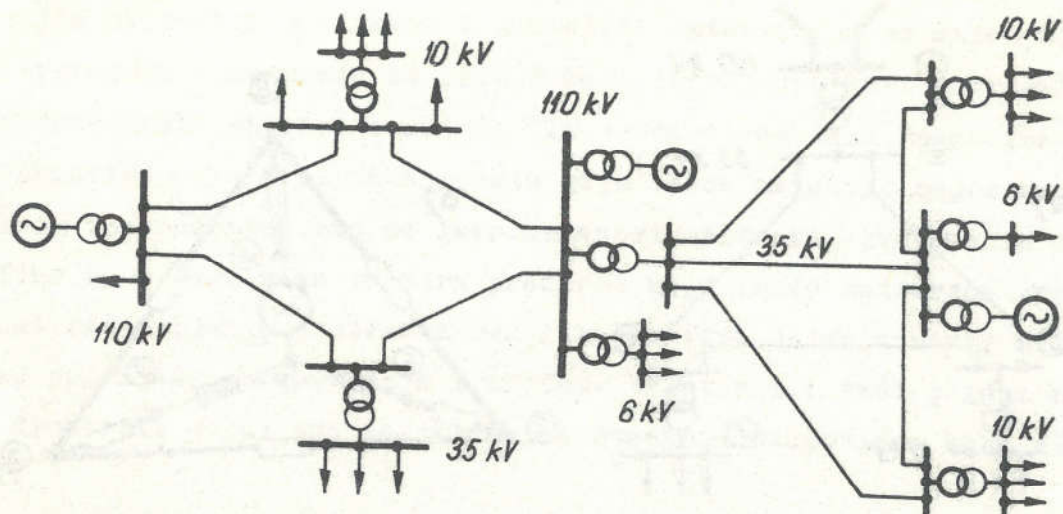
Sl. 8.7. Trokutni oblik pojne mreže sa svojom ekvivalentnom shemom

U jednom zatvorenom sistemu generatorska rezerva može biti razmjerno mala, a dotok energije konzumentu moguće je osigurati s više strana. Veliki broj konzumenata veoma različitih karaktera opterećenja tvore povoljni oblik sumarne krivulje opterećenja, tako da cijena snage i energije u zatvorenom sistemu, koji je napajan iz više elektrana, jest manja.

Oblik mreže dakako zavisan je o lokaciji izvora i konzuma, a napon mreže o udaljenostima i veličini prijenosnih snaga. Na Sl. 8.8. prikazujemo jedan povezani sistem 110 i 35...kV zatvorene mreže, koja napaja mrežu nižih distributivnih napona iz 3 izvora energije.

Mreža ima 4 naponska nivoa: 110, 35, 10 i 6...kV. Mreža 35...kV posjeduje vlastiti izvor energije koji se nadopunjuje s izvorima iz 110...kV mreže. Kod pretvorbe u ekvivalentnu shemu jedan od 4 napona bira se za bazu na koju se reduciraju sve impedancije mreže. Praksa dakako ne voli komplicirane oblike zatvorenih mreža; ona izbjegava npr. paralelni rad 110 i 35...kV voda ili mreža obih napona u bilo kojem obliku, zbog izvjesnih teškoća u zaštiti.

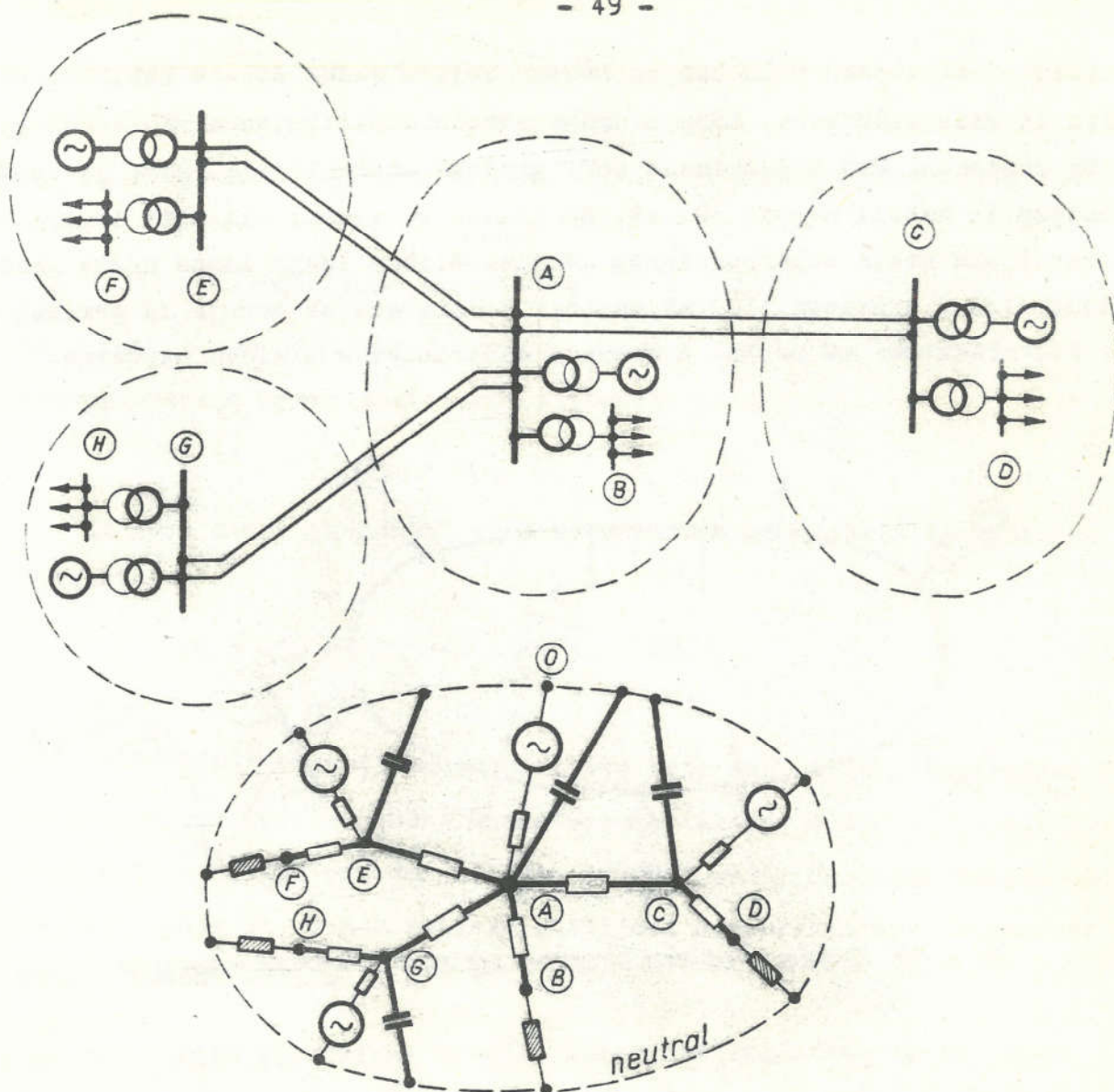
Jednu zatvorenu mrežu, jednostavnu i preglednu u pogonu, prikazujemo na Sl. 8.9. Mreža je u obliku zvijezde s tri kraka, svaki krak građen dvostrukim vodovima. U slučaju ispada jednog voda sistem još uvijek



Sl. 8.8. Tipični oblik zatvorenog sistema, napajanog iz više elektrana

nije raskinut. Možemo zamisliti da su ovo vodovi distributivnih napona, ako se radi o manjim snagama koje se prenose na male udaljenosti. Radi li se o prijenosu velikih snaga na velike udaljenosti, reda veličine $200 \div 400 \dots \text{km}$, naponi vodova su 220 ili 400 $\dots \text{kV}$. To je tada superponirana mreža najvišeg napona i povezuje veliki teritorij koji smo razdijelili u 4 sektora. Svaki sektor imade svoje vlastite izvore energije i vlastitu distributivnu mrežu nižeg napona. Pored toga svi su izvori sistema vezani međusobno preko superponirane mreže, pa se mogu koristiti sve prednosti koje donosi sa sobom paralelni rad elektrana. Konceptcija mreže je jasna i pregledna, jednostavna za manipulaciju u pogonu, kao i u pogledu zaštite.

U ekvivalentnoj shemi su 2 paralelna voda reducirana na jedan vod. Vodovi su ovdje nadomješteni Pi-shemom prema Sl. 7.1. (e). U čvorištu A je skupljena polovična kapacitivnost svih triju vodova u jednu granu. Kako je već bilo spomenuto, ako se radi o dugačkim vodovima visokog napona, njegove kapacitivne efekte ne smijemo zanemariti. Kapacitivne su grane na slici posebno označene i one su vezane između čvorišta i neutrala sistema. U ekvivalentnoj shemi možemo nabrojiti ukupno 5 čvorišta i 15 grana, od kojih su 4 aktivne i preostale pasivne. Prijenosnih grana imade 7, a izvučene su debelim linijama. Među prijenosne grane ubrajamo

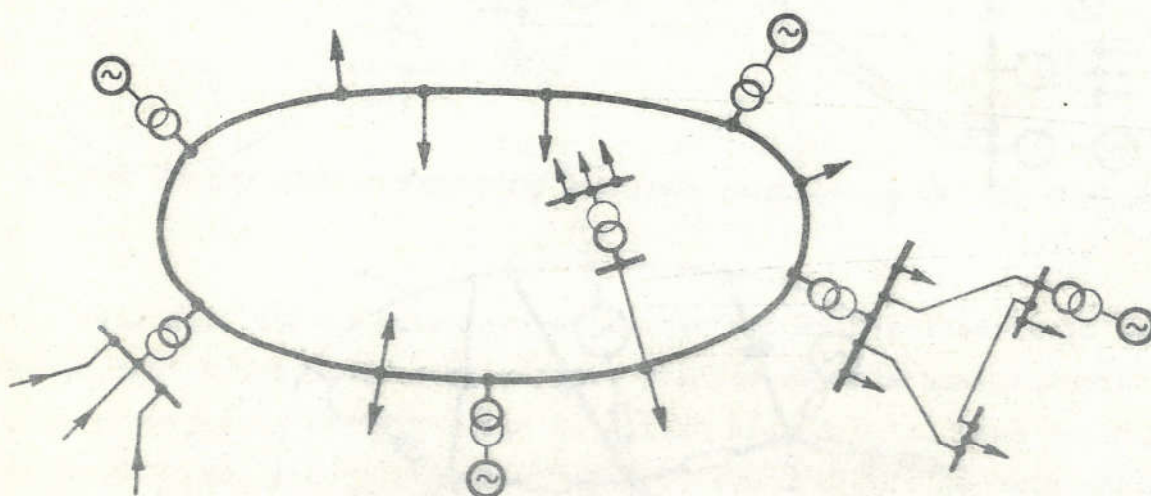


Sl. 8.9. Mreža u obliku zvijezde sa svojom ekvivalentnom shemom

kondenzatorske i transformatorske grane. Međutim, transformator s potrošačem tvori jednu granu kao npr. $A-B-D$, slično kao i generator u blok spoju s transformatorom. Svi potrošači sekundarne mreže, koji su situirani u bilo kako složenoj mreži koja se razvija iz čvorišta B, D, F, H , nadomješteni su s 4 potrošačke grane označene šrafiranim pravokutnicima. U tom obliku ekvivalentnu shemu možemo sada podvrgnuti analizi, kako bismo ustanovili karakteristike stvarne primarne mreže pod različitim uvjetima u pogonu.

Na Sl. 8.10. navodimo još jedan tip zatvorene mreže u obliku prstena.

Prsten služi u neku ruku kao sabirnica koja s jedne strane sabire energiju iz više elektrana, koju s druge strane distribuira u zahvaćeni prostor prstenom. Ovu ideju imade npr. gradska mreža Pariza, gdje je prsten gradjen iz kabela napona 60..kV. Na prsten su vezani vlastiti izvori kao i zemaljska mreža superponiranog napona. Sličnu ideju imade mreža grada Stockholma s prstenom 110..kV napona. Iz prstena se odvaja za gradsko područje mreža 30...kV napona i daljnja distribucija s nižim naponima.



Sl. 8. 10. Mreža u obliku prstena za zbir i razvod energije

Mogli bismo zamisliti da prsten zahvaća teritorije cijele države u kojem slučaju govorimo o zemaljskim sabirnicama superponiranog napona. Iz bezbroj mogućih oblika energetskih mreža izdvojili smo neke tipične. Oblikovanje mnogo zavisi o raspoloživim lokacijama izvora i terenskoj situaciji konzuma. Ipak navodimo neke momente od posebne važnosti: pogonsku sigurnost, preglednost i jednostavnost u pogonu su bitni koji utječu na izbor oblika mreže.

Ove momente imademo na umu kada oblikujemo mrežu u zgradama, industrijskim pogonima, mjesnim ili gradskim područjima, kao i mrežu distributivnih ili superponiranih napona za elektrifikaciju manjih ili većih područja. Spomenimo s tim u vezi problem izbora broja i veličine standardnih napona za gradnju sistema. Moderne su tendencije da broj napona bude minimum i veličina napona veća od potreba u prvo vrijeme. Prvo

Na slici (a) još jednom su označene parcijalne kapacitete u sistemu. Na slici (b) vodič 1 i 2 kratko spojimo i vežemo na zemlju. Izmjerimo kapacitivnost između vodiča 12 - 3 koja je prema slici jednaka

$$C_{12-3} = C_{11} + 2C_{12}$$

Na slici (c) spojimo sva 3 vodiča kratko i izmjerimo kapacitivnost takvog sistema prema zemlji. Iz slike slijedi

$$C_{123-0} = 3C_{11}$$

Iz ovih dviju jednadžbi slijedi pogonska kapaciteta iz mjernih podataka

$$C_n = C_{11} + 3C_{12} = \frac{9C_{12-3} - C_{123-0}}{6}$$

Poznavajući parcijalne kapacitete koje smo utvrdili mjerenjem prema gornjim dvijema jednadžbama možemo također odrediti kapacitivnost petlje (jedan odvodni i jedan dovodni vodič). Promatranjem slike (a), gdje su C_{11} u zvijezdi, slijedi neposredno npr. kapacitet petlje između vodiča 1 i 2 :

$$C_{\text{petlje}} = C_{12} + \frac{C_{12}}{2} + \frac{C_{11}}{2} = 0,5 C_{11} + 1,5 C_{12} = \frac{1}{2} C_n$$

gdje je kapacitivnost petlje jednaka polovici kapacitete prema neutralu. Ovo je već bilo konstatirano pod tač. 3.2. za sistem vodič-vodič.

(3) Promotrimo još jednom izraz

$$C_{11} = \frac{1}{\Delta_{11} + 2\Delta_{12}}$$

u koji uvrstimo vrijednosti za Δ_{11} i Δ_{12} iz [3.4.12.]. Slijedi

$$C_{11} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{2h}{a} \cdot \frac{(2h)^2 + D^2}{D^2}}$$

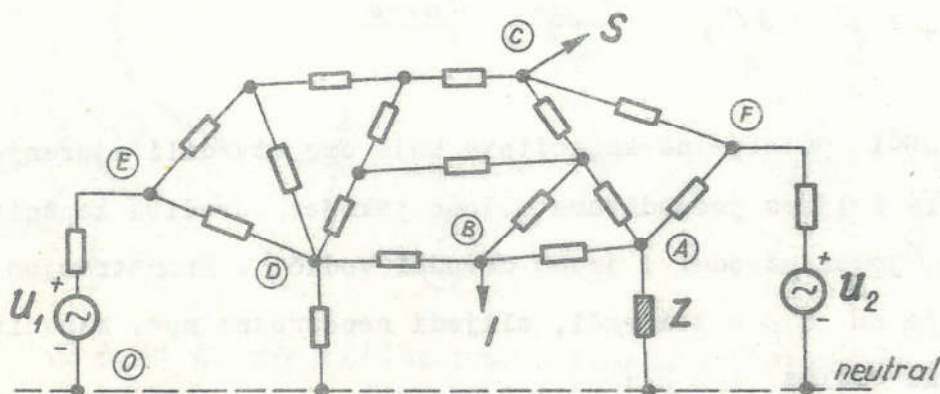
9. IZVORI ENERGIJE I POTROŠAČKE GRANE U EKV. SHEMI

U ekvivalentnoj shemi energetske mreže uvijek možemo izdvojiti:

- (a) Grane u kojima se proizvodi električka energija,
- (b) Prijenosne grane kojima se energija prenosi i
- (c) Potrošačke grane u kojima se energija troši u korisne svrhe.

Ovom diobom možemo definirati pad napona i gubitke ili stepen korisnosti prijenosne mreže, koje su veličine za nas od posebnog interesa. Grane izvora su aktivne, a sve ostale grane u mreži su pasivne.

Na Sl. 9.1. vidimo shematski prikaz bilo kako složene mreže, napajane iz dva izvora energije. Kao i prije, prijenosne i potrošačke grane razlikuju se bijelim i šrafiranim pravokutnicima.



Sl. 9.1. Različiti oblici zadanih potrošačkih grana u ekvivalentnoj shemi

Potrošačka grana, koja je vezana između čvorišta prijenosne mreže i neutrala, u praksi se zadaje obično u 3 oblika:

- | | | |
|-----------------|----------|--------------|
| 1. Impedancijom | Z | (čvorište A) |
| 2. Snagom | S | (" C) |
| 3. Strujom | I | (" B) |

Na slici je u čvorištu A potrošačka grana zadana impedancijom. U čvorištima B i C potrošači su zadani strujom i snagom, s označenim strijelicama. Želimo li da potrošačka grana bude zadana impedancijom, praktičar često polazi od nazivnog napona mreže u čvorištu, na koje je potrošač priključen, jer je priključni uređaj gradjen za taj nazivni napon. Ako je maksimalna snaga potrošača na priključnom čvorištu **S**,

užeta.

Mjerenjem se redovno ustanovi da je C_{11} veći od računске vrijednosti. Uzrok tome su stupovi sa svojim dodatnim kapacitetom prema zemlji, isto tako i rasklopna postrojenja, transformatorske stanice povećavaju C_{11} . Povećanje je tim manje što je napon veći, zbog manjeg broja stupova i stanica. Za pogonske napone 10, 100 i 200... kV red veličine povećanja C_{11} je 16 %, 9 % i 7 %.

3.5. DVOSTRUKI VOD BEZ DOZEMNOG UŽETA

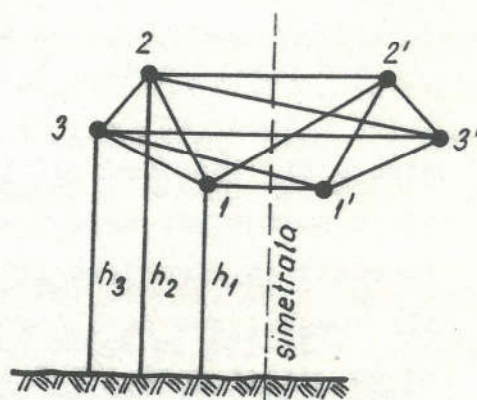
Polazimo opet od jednadžbe [3.8.] Potencijal V_1 vodiča 1 u lijevom sistemu prema sl. 3.5.1. računa se pod pretpostavkom da su vodiči iste faze u lijevom i desnom sistemu smješteni simetrično, prema tome imaju jednake naboje i jednake potencijale. Budući da je $\alpha_{12} = \alpha_{12'}$ i $\alpha_{13} = \alpha_{13'}$, slijedi za potencijal vodiča 1 u lijevom sistemu

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \alpha_{11} Q_1 + \alpha_{12} Q_2 + \alpha_{13} Q_3 \\ &+ \alpha_{11'} Q_1 + \alpha_{12'} Q_2 + \alpha_{13'} Q_3 \end{aligned} \right\} \dots (3.5.1)$$

Članovi jednadžbe u drugom retku predložuju upliv desnog sistema na vodič 1 lijevog sistema.

Koeficijenti α_{11} i α_{12} odrede se prema [3.4.12]. Za druge koeficijente stavimo

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11'} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\left(\frac{2h}{D''} \right)^2 + 1 \right] \\ \alpha_{12'} &= \frac{1}{2 \cdot 2\pi\epsilon} \ln \left[\left(\frac{2h}{D'} \right)^2 + 1 \right] \end{aligned} \right\} \dots [3.5.2.a]$$



Sl. 3.5.1. Kapacitivnost dvostrukog simetriranog voda bez dozemnog užeta

Bilo koja grana mreže energetski je potpuno definirana s bilo koje dvije veličine od pomenutih četiri. Prema tome imademo 6 mogućih kombinacija kojima se grana u mreži može energetski potpuno definirati i to s fazorima

- 1..... U, S
- 2..... U, I
- 3..... U, Z
- 4..... S, I
- 5..... S, Z
- 6..... I, Z

Ako npr. u jednoj potrošačkoj grani poznajemo snagu S , onda za njenu potpunu energetsku definiciju moramo još poznavati ili napon ili struju ili impedanciju. Slično, poznajemo li u toj grani struju I , za njenu energetsku definiciju moramo još poznavati ili napon ili snagu ili impedanciju. Zadaјemo li prema tome potrošačku granu u mreži sa strujom ili snagom, kao na slici u čvorištu B i C , onda time potrošača još nismo strogo energetski definirali. U oba slučaja manjka jedna komponenta, koja se analizom mreže traži.

U analizi energetskih mreža bilo kojeg oblika služiti ćemo se općenito slijedećim pravilima:

- (a) U prvom koraku biramo referentni napon sistema. Obično je to napon na sabirnicama jedne elektrane ili u jednom važnom čvorištu mreže. U principu referentni napon možemo birati u bilo kojem čvorištu mreže. Referentni napon je čvrsta tačka sistema u svim pogonskim prilikama, izuzevši slučaj mreže u defektu. Sve elektrane u sistemu orijentiraju svoj pogon prema odabranom referentnom naponu.
- (b) U drugom koraku uklonimo iz mreže sve grane koje su vezane na neutral sistema, izuzevši grane izvora. U prvom redu se to odnosi na potrošačke grane. U mreži imade međjutim i prijenosnih grana koje su vezane na neutral. Takva jedna grana je prikazana na Sl. 9.1. u čvorištu D . Ona nam npr. označuje kapacitivnu granu dalekovoda u T-shemi ili Pi-shemi. Ili npr. kondenzatorsku bateriju ili sinhroni motor u svrhu dobave jalove energije

sistemu ili bilo koji drugi uređaj koji imade direktnu vezu s neutralom. Učinimo li sada da su i naponi svih elektrana u sistemu jednaki odabranom referentnom naponu po veličini i fazi, onda je takav sistem samo pod naponom i u njemu ne teku nikakove struje. Svaka tačka prijenosne mreže imade prema neutralu referentni napon.

- (c) U trećem koraku uklapamo u pojedina čvorišta neopterećene mreže potrošačke grane bilo u obliku impedancije, struje ili snage i to prema traženjima potrošača. Fazni pomaci ili faktori snage potrošača zadaju se prema tome u odnosu na referentni napon sistema. Opterećenja potrošača, koja su redovno promijenljiva, odnose se na maksimum sistema, jer su ona bitna za analizu. Potom uklapamo i one prijenosne grane u mrežu, vezane na neutral, koje smo prethodno uklonili.

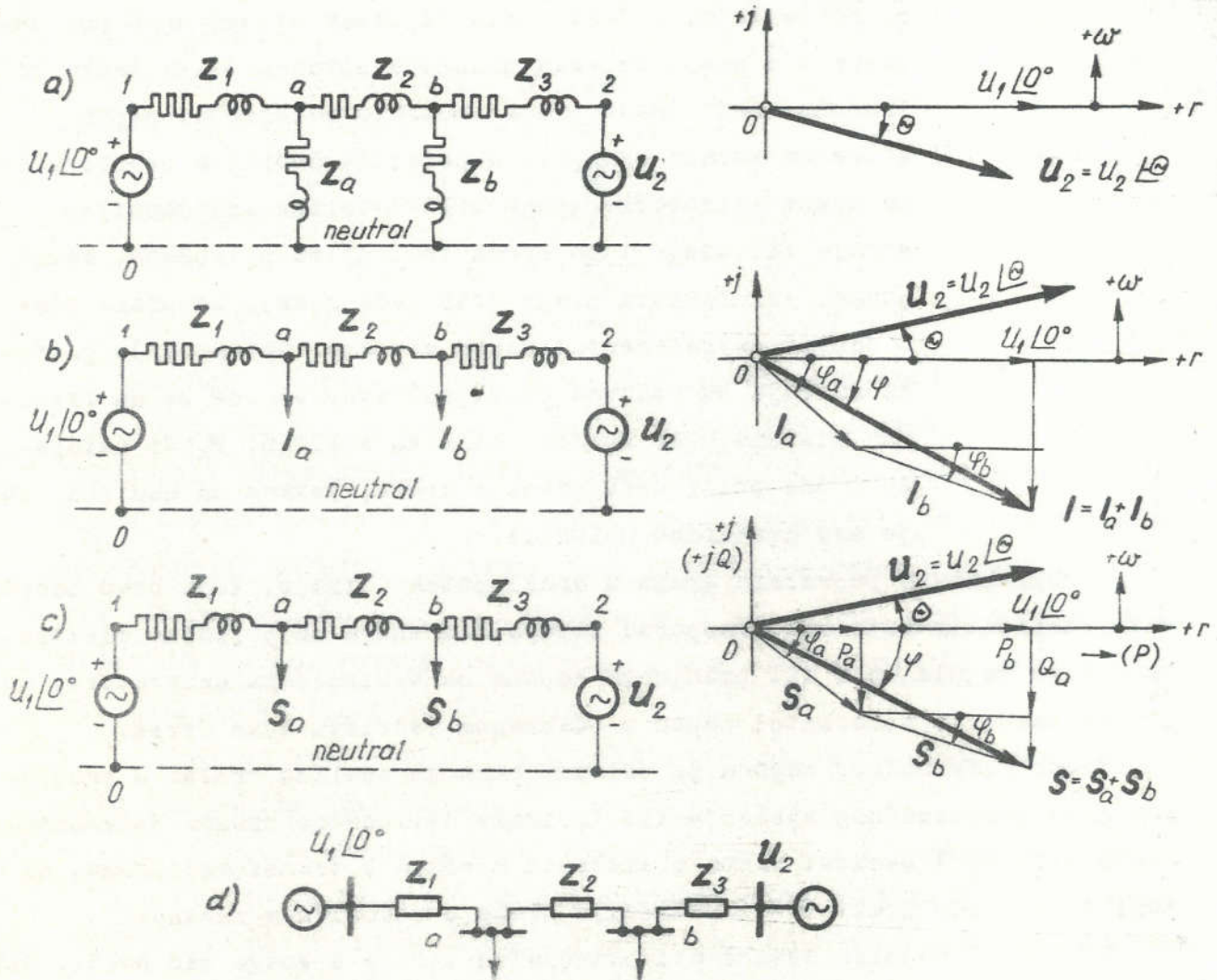
Uklapanjem poprečnih grana u mreži poteku struje, koje ćemo odrediti različitim metodama. Raspored struja ili snaga na pojedine elektrane vršimo regulatorom ili promjenom napona na sabirnicama generatora, no uvijek tako, da referentni napon u odabranom čvorištu bude čvrst.

Izbor referentnog napona je polazna baza za analizu mreže. U protivnom nema jednoznačnog rješenja ili ih imade beskonačno mnogo. Referentni napon biti će i bazični napon u složenim mrežama s transformatorima, na koji će se reducirati sve impedancije mreže u jediničnom računu.

Mi ćemo i nadalje označivati potrošačke struje i snage kao na Sl. 9.1. u čvorištu *B* i *C*. No uvijek imademo na umu, da se one odnose na referentni napon, a stvarne struje i snage potrošača tek analizom tražimo. Zbog preglednosti i jednostavnosti ovu razliku ne ćemo označavati posebnim oznakama ili slovima. Na Sl. 9.1. u generatorske grane su umetnuti bijeli pravokutnici što znači da oni pripadaju prijenosnoj grani. Oni nam označuju unutarnje impedancije koje su izlučene iz izvora energije ili generatora. Smatramo ih konstantama mreže, iako je to samo jedna aproksimacija.

Na Sl. 9.2. odabran je razmjerno jednostavni oblik zatvorene energetske mreže napajane iz dva izvora s dvije potrošačke i tri prijenosne

grane. Mreža se odnosi na jednu fazu trofaznog simetričnog i balansirano-
nog sistema.



Sl. 9.2. Različite mogućnosti zadanih opterećenja u energetskej mreži

- Opterećenje zadano impedancijama
- Opterećenje zadano strujama
- Opterećenje zadano snagama
- Shematski prikaz mreže

Na slici (a) su opterećenja zadana impedancijama Z_a i Z_b . Za referenciju je odabran napon na sabirnicama lijeve elektrane $U_1 \angle 0^\circ$. Ako su zadane trofazne snage potrošača S_a i S_b , dobivamo odgovarajuće

impedancije za jednu fazu trofaznog sistema

$$Z_a = \frac{U_i^2}{S_a} \quad i \quad Z_b = \frac{U_i^2}{S_b}$$

Zadamo li potrošače strujama I_a i I_b , možemo ih opet pretvoriti u impedancije

$$Z_a = \frac{U_i}{\sqrt{3} I_a} \quad i \quad Z_b = \frac{U_i}{\sqrt{3} I_b}$$

U oba slučaja se impedancija potrošača dobiva iz referentnog napona, odnosno iz struja i snaga, koje su zadane u odnosu na referentni napon. Sa U_i smo označili složeni napon trofaznog sistema. Na desnoj strani slike nacrtan je fazorski dijagram napona izvora. Referentni napon $U_i/0^\circ$ položen je u realnu os kompleksne ravnine. Napon drugog izvora općenito je različit po modulu i argumentu od napona prvog izvora. Njega također zadajemo u odnosu na odabrani referentni napon sistema. Na dijagramu U_2 zaostaje naponu $U_i/0^\circ$ za kut $(-\varphi)$. S ovom oznakom ćemo uvijek označavati kuteve među naponima generatora, koji igraju važnu ulogu u problemima prijenosa. Raspored tereta na obe elektrane, kao i stvarna opterećenja potrošača, zavise sada samo o naponu U_2 i njegovom relativnom položaju prema referentnom naponu. Ako je $U_2 = U_i/0^\circ$, naponi izvora su jednaki po veličini i fazi, a raspored tereta na obe elektrane zavisao je sada samo o odnosu impedancije prijenosnih grana. Napomenimo još da polaritet napona izvora u ekvivalentnoj shemi mora biti jasno označen sa (+) i (-).

Na slici (b) su potrošači zadani strujama, koje su na shemi označene samo strijelicama. U pogledu referentnog napona vrijedi kao za sliku (a). Na desnoj skici vidimo fazorski dijagram zadanih struja potrošača u odnosu na referentni napon. Ukupna struja koja je narinuta sistemu u odnosu na referentni napon je

$$I = I_a + I_b \\ = I_a / -\varphi_a + I_b / -\varphi_b = I / -\varphi$$

kako je naznačeno na dijagramu. Stvarne struje potrošača zavise sada samo o naponu $U_2/0^\circ$, koji na dijagramu prethodi referentnom naponu za kut

φ . Njegovom promjenom reguliramo s jedne strane potražnju potrošača i s druge strane raspored ukupnog tereta na obje elektrane prema njihovim raspoloživim snagama i energijama.

Na slici (c) su potrošači zadani snagama i u suštini nema razlike između slika (b) i (c). Jedino su na fazorskom dijagramu potrošači iskazani svojim djelatnim i jalovim snagama, dakako opet u odnosu na referentni napon sistema, kako je prikazano na dijagramu.

Pod ovako zadanim uvjetima u sva 3 slučaja zadaća je jednoznačna u pogledu analize mreže, kojom tražimo raspodjelu struja ili snaga u pojedinim granama mreže, gubitke, stepen korisnosti sistema i t.d. Pritom smo pretpostavili da su nam poznati naponi izvora, impedancije prijenosnih grana i opterećenja potrošača u bilo kojem obliku. Izbor metode za analizu, koja će brzo i najjednostavnije dovesti do cilja, mnogo zavisi o tome, kako su zadani potrošači u mreži.

Na slici (a) imademo 3 zamke za koje treba rješavati 3 jednačbe, ako mrežu analiziramo metodom zamke. Metodom čvorišta dovoljne su dvije jednačbe. Isto toliko i metodom rezanja. Mogući su i razni drugi zahvati različitim teoremima, koji nam stoje na raspoloženju. Zadamo li međjutim potrošačke grane prema slici (b) ili (c), vidjeti ćemo, da se analiza može mnogo uprostiti.

Uvjeti dakako mogu biti zadani i drukčije nego što smo ih postavili gore, što mnogo zavisi o naravi problema, koji mogu biti veoma raznoliki.

9.1. IZVOR NAPONA I IZVOR STRUJE

Definirajmo neke pojmove u vezi aktivnim granama u mreži:

- (a) I z v o r. Pod izvorom općenito zamišljamo uređaj s dvije stezaljke i unutarnjom aktivnošću koja je sposobna da na stezaljkama održava ili napon ili struju. Napon i struja na stezaljkama zamišljenog uređaja obično su u funkcionalnoj vezi koja zavisi i prirodi izvora. Izvor općenito ne mora biti izvor energije; da li on proizvodi ili prima energiju, to ovisi o načinu kako je vezan na mrežu.
- (b) L i n e a r n i i z v o r. Kod linearnog izvora odnos između napona i struje može se izraziti linearnom jednačbom u kompleksnom obliku, ako su napon i struja sinusnog oblika. U analizama mreža obično pretpostavljamo da je izvor linearan, iako je to samo jedna aproksimacija stvarnog

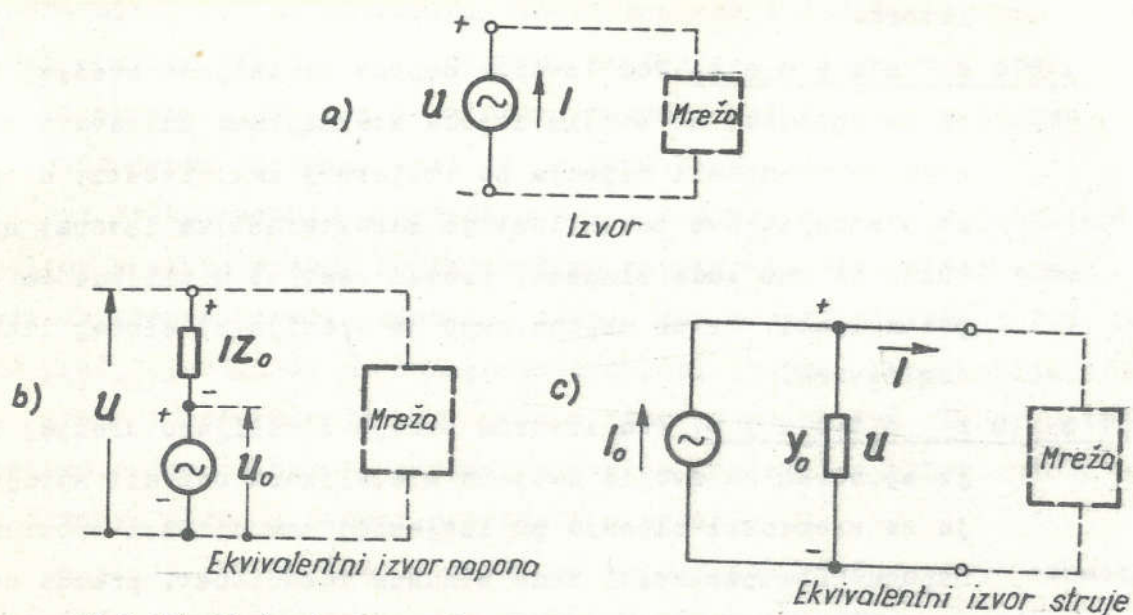
izvora.

- (c) I z v o r n a p o n a. Pod izvorom napona zamišljamo uređaj koji je sposoban na svojim dvjema stezaljkama održavati napon koji se vremenski mijenja po izvjesnoj zakonitosti, neovisno o struji. Ova zakonitost je karakteristika izvora; nije nužno da ona bude sinusna, premda ćemo to u slijedećem pretpostavljati. Izvor napona samo je specijalni slučaj linearnog izvora.
- (d) I z v o r s t r u j e. Pod izvorom struje zamišljamo uređaj koji je sposoban na svojim dvijema stezaljkama odavati struju koja se vremenski mijenja po izvjesnoj zakonitosti neovisno o naponu. Pretpostaviti ćemo sinusnu zakonitost, premda ne mora biti takova. Izvor struje takodjer je specijalni slučaj linearnog izvora.

Na Sl. 9.1.1. (a) zamišljamo linearni izvor na kojem se odnos napona i struje na njegovim stezaljkama može predložiti linearnom jednačbom u kompleksnom obliku

$$U = U_0 - Z_0 I \quad \dots [9.1.1.]$$

Kod stanovite frekvencije U_0 i Z_0 su kompleksne konstante, gdje je U_0 unutarnji napon izvora i Z_0 njegova unutarnja impedancija, koja se obično utvrđuje mjerenjem. Dvije pomenute konstante zavisne su dakle samo o frekvenciji. Specijalni slučaj izvora napona je za $Z_0 = 0$. Jednačbu [9.1.1.] možemo tretirati kao Kirchhoffovu jednačbu za napon prema slici (b), gdje je izvor napona vezan u seriji sa Z_0 . Unutarnji napon U_0 vlada na stezaljkama kada uklonimo mrežu, koja je na slici označena tačkastim linijama. On se prema tome može utvrditi mjerenjem neopterećenog izvora. Ako naprotiv stezaljke izvora kratko spojimo, u jednačbi [9.1.1.] $U=0$, pa se Z_0 dobiva mjerenjem struje kratkog spoja $I_0 = U_0/Z_0$. Mjerenjem napona na neopterećenom izvoru i mjerenjem struje u kratko spojenom izvoru dobivamo konstante U_0 i I_0 s kojima možemo graditi ekvivalentnu shemu izvora napona, kako je predložena na slici (b). Način mjerenja ili detaljni opis prilika i završenih događaja u praktičnim generatorima prelazi okvir naših razmatranja i jednostavno



Sl. 9.1.1. Ekvivalentne sheme izvora napona i izvora struje

uzimamo da su nam U_0 i Z_0 izvora poznate ili zadane veličine.

Drugi oblik jednačbe [9.1.1.] slijedi, ako Z_0 nije jednak nuli, što je inače za praktične izvore uvijek slučaj

$$I = \frac{U_0}{Z_0} - U \left(\frac{1}{Z_0} \right) = I_0 - Y_0 U \quad [9.1.2.]$$

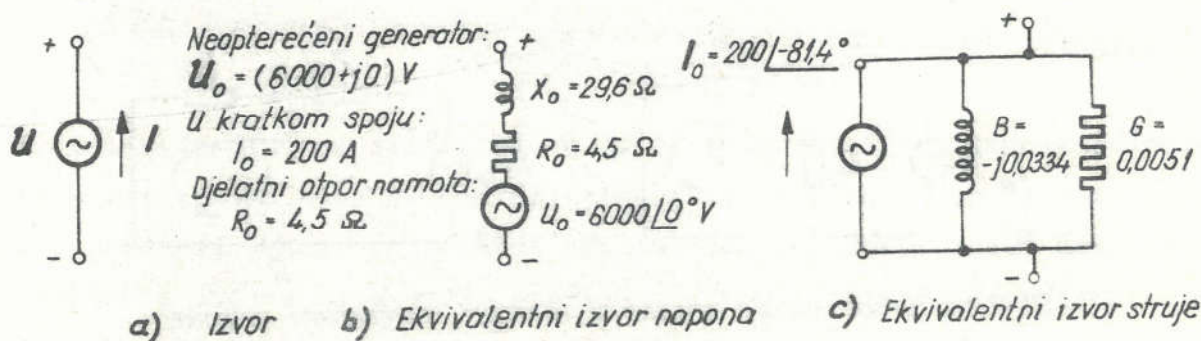
gdje je kao i prije I_0 struja kratkog spoja, a Y_0 admitancija izvora. Jednačbu [9.1.2.] možemo interpretirati kao strujnu Kirchhoffovu jednačbu za mrežu na slici (c), koja nam predstavlja ekvivalentnu mrežu izvora struje.

Kod pretvorbe izvora u ekvivalentni izvor napona ili u ekvivalentni izvor struje imamo na umu, da ova pretvorba vrijedi samo za promatrane napone i struje na stezaljkama izvora. Na Sl. 9.1.1. ekvivalencija vrijedi samo između shema (a) i (b) odnosno između shema (a) i (c). Sheme (b) i (c) nisu ekvivalentne. To lako uočimo kada promatramo gubitke snage u jednoj i drugoj shemi. Pretpostavimo li da je u oba slučaja mreža otvorena, onda u shemi (b) nema gubitaka jer ne teče nikakova struja kroz Z_0 za razliku od sheme (c), gdje to nije slučaj.

Za gornja tretiranja mogli bismo također koristiti Thevenin -
- Helmholtz teorem ili njemu dualni Norton teorem. Sheme na slici (b) i
(c) su oblici ovih teorema.

Bilo je spomenuto da parametar U_o i Z_o , odnosno I_o i Y_o možemo
dobiti eksperimentalnim putem ako mjerimo napon na neopterećenom izvoru
i struju u kratko spojenom izvoru. Za ilustraciju uzimamo jedan praktič-
ni primjer pretvorbe izvora u ekvivalentni izvor napona i struje.

Izmjereni složeni napon na neopterećenom trofaznom generatoru je
10400 ... V; odgovarajući fazni napon je 6000 ... V koji uzimamo da je u
referenciji. Izmjerena struja kratkog spoja $I_o = 200 \dots A$, a izmjereni
djelatni otpor R_o unutarnje impedancije generatora je $4,5 \dots \Omega$. Na
Sl. 9.1.2. (a) naznačene su ove izmjerene veličine.



Sl. 9.1.2. Numerički primjer pretvorbe izvora u ekvivalentni izvor napona
i struje

Iz impedancije

$$Z_o = \sqrt{R_o^2 + X_o^2} = \frac{U_o}{I_o} = \frac{6000}{200} = 30 [\Omega]$$

slijedi induktivni otpor

$$X_o = \sqrt{30^2 - 4,5^2} = 29,6 [\Omega]$$

Unutarnja je impedancija generatora

$$Z_o = 4,5 + j 29,6 = 30 \angle 81,4^\circ [\Omega]$$

Shemu ekvivalentnog izvora napona prikazujemo na Sl. 9.1.2. (b).

Podaci za ekvivalentni izvor struje slijedi iz [9.1.2]. Struja krat-
kog spoja

$$I_o = \frac{U_o}{Z_o} = \frac{6000 \angle 0^\circ}{30 \angle 81,4^\circ} = 200 \angle -81,4^\circ = (29,9 - j 198) \dots [A]$$

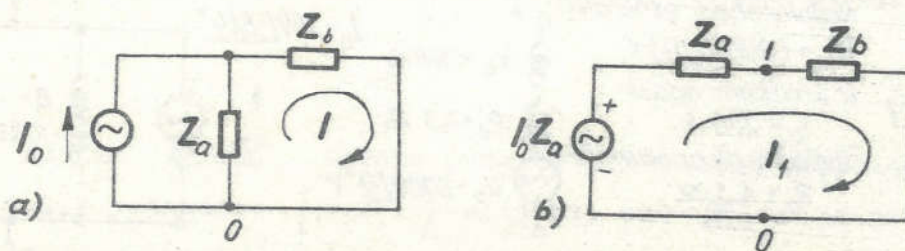
i admitancija

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{30 \angle 81,4^\circ} = 0,0338 \angle -81,4^\circ = (0,0051 - j0,0334) \dots [S]$$

Shemu ekvivalentnog izvora struje prikazujemo na Sl. 9.1.2. (c).

Ako se mreža analizira metodom zamke kojoj je baza drugi Kirchhoffov zakon za napon, onda obično sve izvore iskazujemo kao ekvivalentne izvore napona, a pasivne grane u mreži kao impedancije. Analizira li se mreža metodom čvorišta ili rezanja, kojima je baza prvi Kirchhoffov zakon za struju, onda obično sve izvore pretvaramo u ekvivalentne izvore struje, a pasivne grane u mreži kao admitancije.

U raznim problemima međjutim nailazimo na kombinirane sheme kao npr. na Sl. 9.1.3. (a), gdje je izvor u obliku izvora struje, dok su pasivne grane iskazane impedancijom; paralelno izvora struje je impedantna grana Z_a .



Sl. 9.1.3. Izvor struje u analizi mreže metodom zamke

Želimo li mrežu analizirati metodom zamke, onda ćemo shemu (a) pretvoriti u shemu (b) s ekvivalentnim izvorom napona $I_0 Z_a$ kojemu je unutarnja impedancija Z_a . Ova promjena konfiguracije mreže nema utjecaja na električke prilike u mreži izvan stezaljki izvora (1,0), pa se mreža može analizirati metodom zamke uobičajenom tehnikom. Provjera ove pretvorbe slijedi iz jednadžbe koju postavljamo za zamku ① u shemi (a), naime

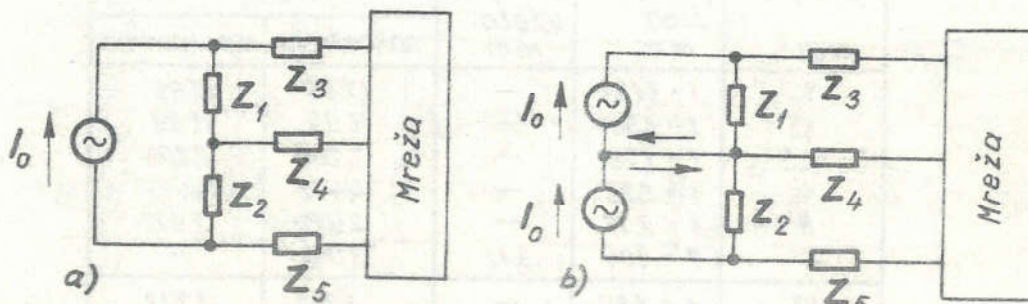
$$(I_1 - I_0) Z_a + I_1 Z_b = 0 \quad \text{odnosno} \quad I_1 (Z_a + Z_b) = I_0 Z_a \quad (9.1.3.)$$

gdje se druga jednadžba odnosi na shemu (b).

Svaki izvor struje u paralelnoj kombinaciji s impedancijom možemo pretvoriti u ekvivalentni izvor napona. S druge strane, izvor napona mora imati impedanciju u seriji, da bismo ga mogli pretvoriti u ekvivalentni

izvor struje. Pretvorba izvora napona bez impedancije u seriji nije moguća u ekvivalentni izvor struje.

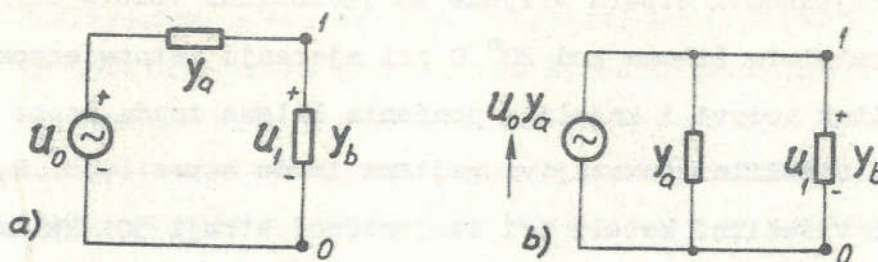
Na Sl. 9.1.4. (a) prikazujemo slučaj u kojem izvor struje nema paralelne grane i čini se da je nemoguća pretvorba izvora struje u ekvivalentni izvor napona.



Sl. 9.1.4. Pretvorba izvora struje u ekvivalentni izvor napona u analizi mreže metodom zamke

Izlaz tražimo na slici (b), u kojoj se jedan izvor struje nadomješta s dva izvora struje. U mreži time nema promjena, jer je suma struja u srednjoj grani, naznačenoj strijelicama, jednaka nuli. Svaki izvor struje dobiva sada svoju paralelnu granu i možemo ga pretvoriti u ekvivalentni izvor napona.

U slijedećem razmotrimo obrnuti slučaj kada su izvori u obliku ekvivalentnog izvora napona u mreži koju želimo analizirati metodom čvorišta. Na Sl. 9.1.5. (a) je izvor napona vezan na dva čvorišta preko serijske grane y_a . Mrežu pretvaramo u oblik na slici (b), budući da ova promjena ne utječe na električke prilike u mreži izvan stezaljki izvora,



Sl. 9.1.5. Izvor napona u analizi mreže metodom čvorišta

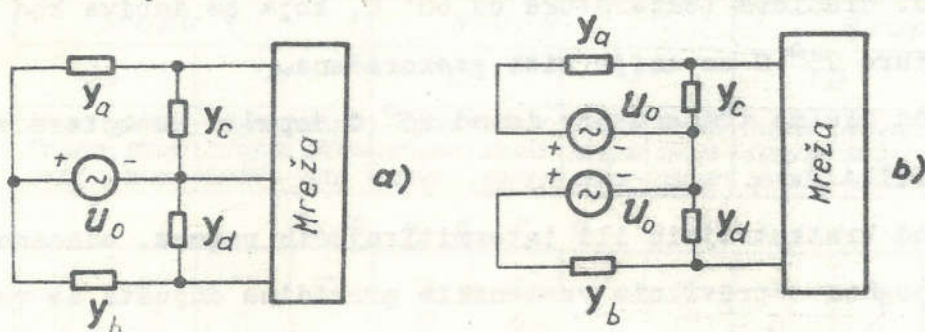
Ekvivalencija slijedi iz jednačbe za čvorište na slici (a)

$$(U - U_0) y_a + U y_b = 0 \quad \text{odnosno} \quad U(y_a + y_b) = U_0 y_a \quad \dots (9.14.)$$

gdje se druga jednačba odnosi na sliku (b).

Spomenimo takodjer slučaj mreže na Sl. 9.1.6. (a) u kojem se izvor napona ne može direktno pretvoriti u ekvivalentni izvor struje, jer u seriji s izvorom napona nema pasivne grane.

Shema na slici (b) je ekvivalentna shemi na slici (a). Jedan izvor napona u shemi (a) nadomještamo sa dva izvora napona na shemi (b), jer to nema utjecaja na električke prilike u mreži izvan stezaljki izvora napona. Daljnja pretvorba izvora napona u ekvivalentni izvor struje moguća je prema poznatom postupku, budući da svaki izvor napona imade pasivnu granu u seriji.



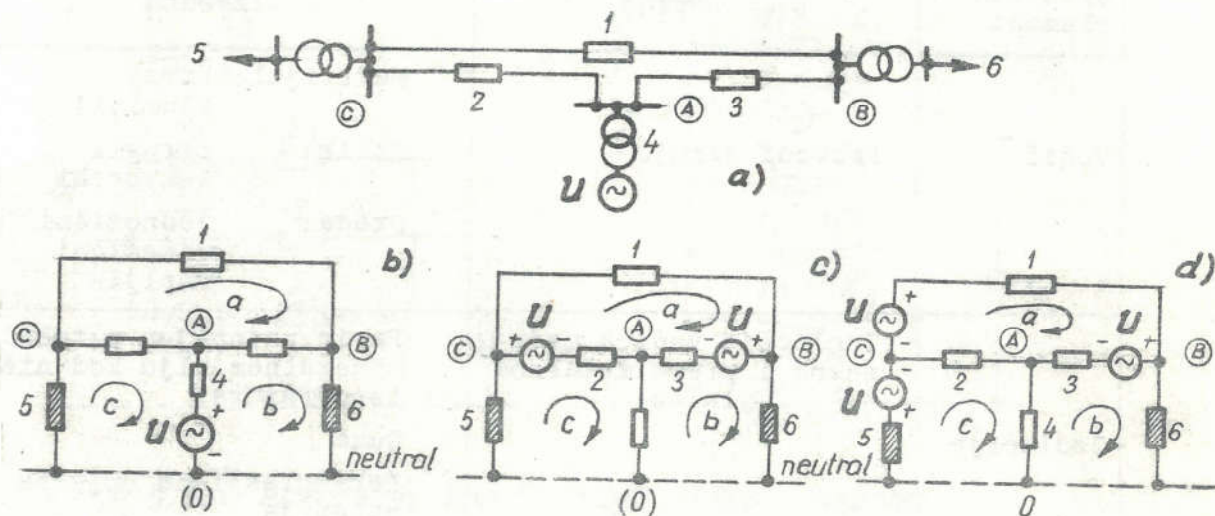
Sl. 9.1.6. Pretvorba izvora napona u ekvivalentni izvor struje u analizi mreže metodom čvorišta

Moguće su i takove sheme mreže u kojima se jedan izvor napona nadomješta sa 3 ili više izvora napona.

9.2. MOBILNOST IZVORA

Spomenuli smo da su kod analize mreže metodom zamke izvori iskazani u obliku ekvivalentnog izvora napona. Za svaku zamku ili petlju postavljamo naponsku jednačbu, u kojoj je suma padova napona u pasivnim granama jednaka sumi elektromotornih sila u aktivnim granama zamke. U nekim situacijama moguće je mijenjati položaj izvora napona u mreži a da se pritom ne promijeni naponska jednačba za bilo koju zamku u mreži. Pokažimo to na jednoj praktičnoj mreži Sl. 9.2.1. (a) s jednim izvorom energije i dvostrukim vodom s opterećenjima na njegovom kraju. Mreža

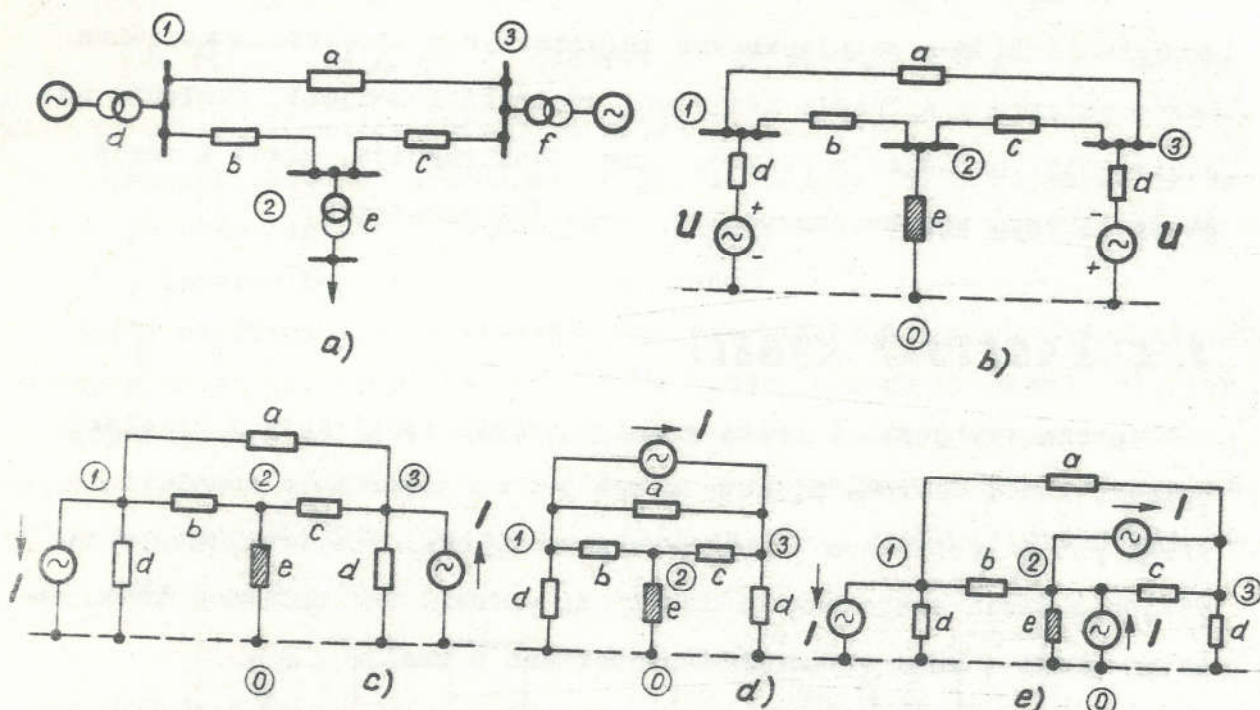
je trofazna s uključenim transformatorima na bilo koji napon.



Sl. 9. 2. 1. Mobilnost izvora napona u konkretnoj mreži

Na slici (b) je ekvivalentna shema originalne mreže (a) s označenim granama i čvorištima koja korespondiraju na obim shemama. Za označene zamke a, b, c na slici (b) postavljamo naponske jednadžbe. Na shemi (c) smo uklonili izvor u grani A-O i nadomjestili s dva izvora napona u granama voda C-A i A-B. Jednadžbe za zamke a, b, c ne trpe pritom nikakvu promjenu. Mreža na slici (c) ekvivalentna je mreži na slici (b). Isto vrijedi za shemu (d), gdje smo stavili jedan izvor u granu voda A-B i C-B i drugi u potrošačku granu 5. U svim shemama naponske jednadžbe su identične za svaku zamku, a ne samo za zamke a, b, c. Svi su izvori napona u shemama jednaki po veličini i fazi, no u shemama (c) i (d) poklanjamo pažnju na njihov polaritet. Impedancija označena s brojem 4 može nam značiti unutarnju impedanciju generatora zajedno s impedancijom transformatora.

Ako analiziramo mrežu metodom čvorišta, onda postavljamo strujne jednadžbe za čvorišta mreže prema prvom Kirchhoffovom zakonu. Sve izvore u mreži pretvaramo sada u ekvivalentne izvore struje, dok impedantne grane iskazujemo admitancijama. I ovdje postoji slična mogućnost prebacivanja izvora struje u druge grane mreže, a da se pritom ništa ne promijeni na strujnim jednadžbama za pojedina čvorišta. To pokazujemo na mreži gdje dva izvora napajaju jednog potrošača kao na Sl. 9. 2. 2. (a).

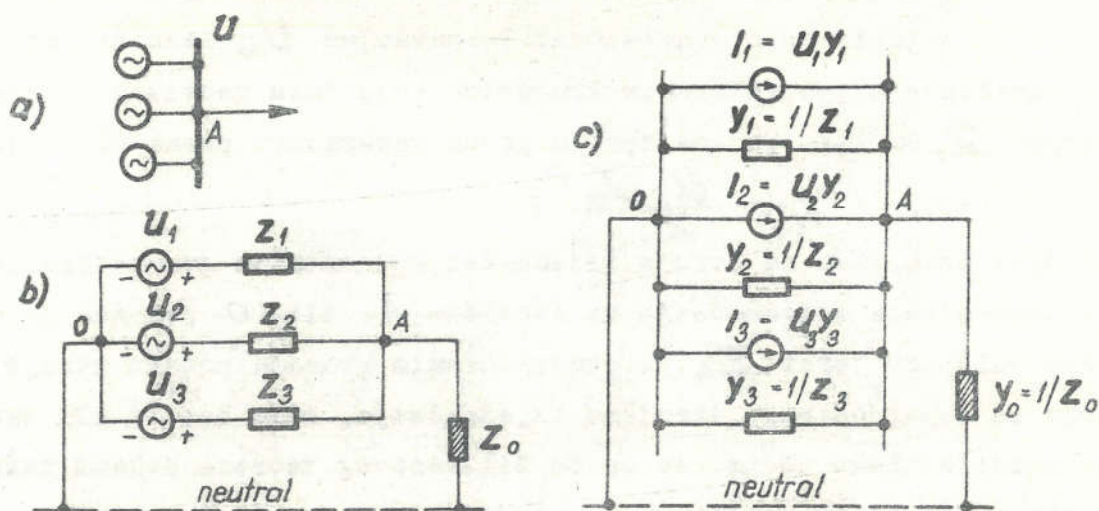


Sl. 9.2.2. Mobilnost izvora struje u konkretnoj mreži

Na slici (b) je ekvivalentna shema originalne mreže s izvorima napona za koje pretpostavljamo da su jednaki po veličini i fazi, no polaritet im je onakav, kako je prikazano na slici. Na slici (c) su izvori napona pretvoreni u ekvivalentne izvore struje. U ostalim shemama (d) i (e) na svim granama vladaju isti naponi kao i u shemi (c). Pažljivim promatranjem možemo se uvjeriti da je suma struja u čvorištima 1, 2, 3, 0 u svim shemama ista. Koristimo pritom razmatranja na Sl. 9.1.4. (a) i (b). U nekim problemima složenih mreža koncepcija pregrupacije izvora olakšava analizu.

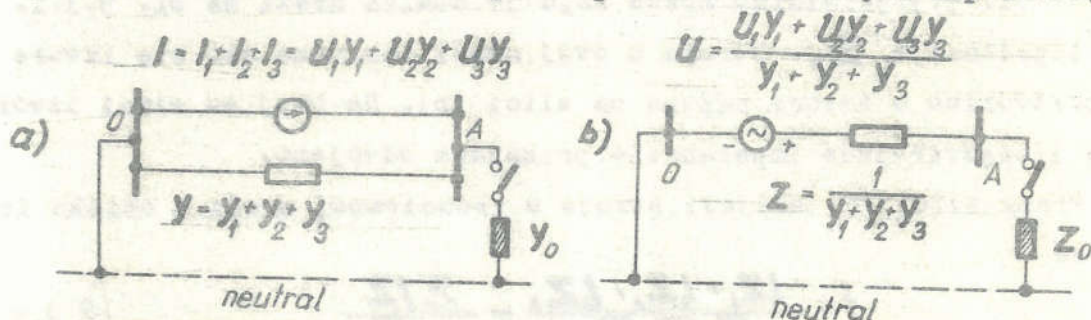
9.3. MILLMANOV TEOREM ILI TEOREM PARALELNIH GENERATORA

Jednostavne kombinacije ekvivalentnih izvora napona i struje često mogu pojednostaviti analizu mreže. Na Sl. 9.3.1. (a) prikazana su 3 paralelna trofazna generatora općenito nejednakih unutarnjih impedanci-ja i napona. Ekvivalentnu shemu vidimo na slici (b), gdje šrafirani pravokutnik nadomješta ukupni teret mreže.



Sl. 9.3.1. Paralelna kombinacija izvora napona

Već male razlike u naponima generatora dovode do struja izjednačenja u generatorskim krugovima. Tri generatora možemo nadomjestiti jednim naponom U i ekvivalentnom impedancijom Z . To su dvije veličine koje tražimo. U tu svrhu izvore pretvaramo u ekvivalentne izvore struje na slici (c). Redukcijom ove sheme dobivamo shemu na Sl. 9.3.2. (a) u obliku reduciranog izvora struje. Konačno, na slici (b) je ekvivalentni izvor napona sa naznačenim unutarnjim naponom i unutarnjom impedancijom.



Sl. 9.3.2. Redukcija više paralelnih generatora u jedan ekvivalentni generator

Ako nema tereta u mreži onda je $Z_0 = \infty$ ili $Y_0 = 0$. U tom slučaju

$$U = U_{0A} = \frac{U_1 Y_1 + U_2 Y_2 + U_3 Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{\sum U Y}{\sum Y} \quad \dots [9.3.1]$$

Napon U_{0A} je sada napon između čvorišta 0 i A ili napon na sabirnicama ekvivalentnog generatora. U tom obliku formula 9.3.1. poznata je pod imenom **M i l l m a n o v t e o r e m**. Vidimo da su u brojniku struje kratkog spoja pojedinačnih generatora. U nazivniku je suma

admitancija pojedinačnih generatora. Poznavanjem U_{oA} lako nadjemo struje izjednačenja u generatorskim krugovima koje teku neovisno o opterećenju mreže Z_o . Tako je ona npr. u prvom generatoru prema Sl. 9.3.1. (b)

$$I_{i1} = \frac{U_i - U_{oA}}{Z_i} \dots\dots\dots (9.3.2.)$$

i analogni izrazi su za struje izjednačenja u ostalim generatorskim granama. Suma struja izjednačenja za čvorišta A ili O jednaka je nuli.

Kad uklopimo teret Z_o , u generatorskim granama poteku struje tereta koje se superponiraju strujama izjednačenja, kako nas to uči teorem superpozicije. Lako uočimo da se do Millmanovog teorema dolazi također Thevenin - Helmholtz teoremom.

Uklapanjem tereta mijenja se i napon na generatorskim sabirnicama. Iz promatranja Sl. 9.3.2. (b) slijedi

$$U_{oA} = U - IZ = U - U \frac{Z}{Z + Z_o} \\ = \frac{U_1 Y_1 + U_2 Y_2 + U_3 Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_o} \dots\dots (9.3.3.)$$

Jedina promjena prema [9.3.1.] jest u tome što se nazivnik poveća za admitanciju tereta Y_o . Prirodno je da Millmanov teorem možemo proširiti na povoljni broj paralelnih generatora.

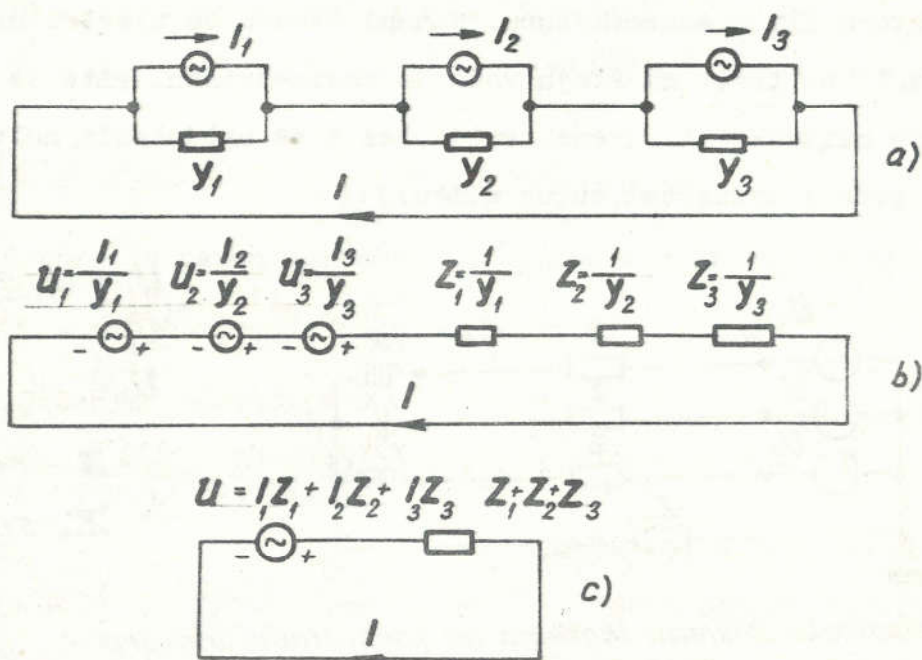
Na Sl. 9.3.3. vidimo mrežu koja je dualna mreži na Sl. 9.3.1. (b) bez impedancije Z_o . Struju u ovoj mreži dobivamo ako sve izvore struje pretvorimo u izvore napona na slici (b). Na ovoj su slici izvori napona i odgovarajuće impedancije prikazane odvojeno.

Prema slici (c) slijedi struja u reduciranoj mreži u obliku izvora napona

$$I = \frac{I_1 Z_1 + I_2 Z_2 + I_3 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} - \frac{\sum IZ}{\sum Z} \dots\dots [9.3.4.]$$

gdje se izraz mreže generalizirati za povoljni broj izvora struje u seriji.

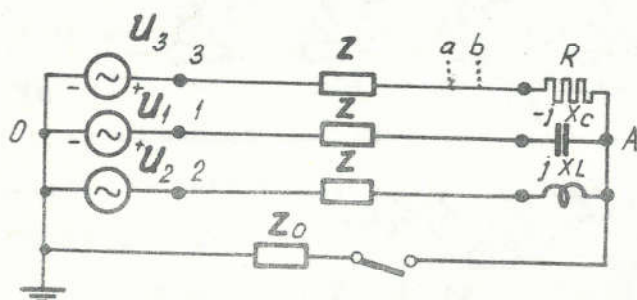
Na tri primjera upoznati ćemo upotrebu Millman teorema koji se pojavljuje također pod imenom kao teorem paralelnih generatora. Njegova je primjena osobito prikladna u mrežama sa 2 čvorišta koja su vezana s više paralelnih grana.



Sl. 9.3.3. Serijska kombinacija izvora struje

A. PRIMJER.

Na sl. 9.3.4. je trofazna mreža s uzemljenim neutralom na generatoru ili transformatoru. Naponi izvora su simetrični i balansirani, no teret na kraju voda je nesimetričan. Pita se koliki je napon nultačke A prema zemlji bez i sa uključenim nulvodičem? Svi podaci naznačeni su uz sliku.



$$U_1 = U_1 \angle 0^\circ = 220 \angle 0^\circ \dots V$$

$$U_2 = 220 \angle -120^\circ \dots V$$

$$U_3 = 220 \angle 120^\circ \dots V$$

$$Z = 3 + j4 = 5,01 \angle 53,1^\circ \dots \Omega$$

$$Z_0 = 5 + j7 = 8,60 \angle 54,4^\circ \dots \Omega$$

$$R = X_c = X_L = 5 \dots \Omega$$

Sl. 9.3.4. Upotreba Millman teorema na konkretnom primjeru

Na zadane napone gledamo kao na unutarnje napone generatora, dok impedancije voda zajedno s teretom možemo smatrati unutarnjim impedancijama generatora. Impedancija nulvodiča je teret sistema, gledamo li mrežu prema Millman teoremu. Napon $U_1 \angle 0^\circ$ odabran je kao referentni napon koji je položen u realnu os kompleksne ravnine.

Veličine koje se pojavljuju u Millmanovoj formuli [9.3.1.]

$$Y_1 = \frac{1}{Z + jX_c} = \frac{1}{3 + j4 - j5} = 0,318 \angle 18,5^\circ = 0,3010 + j0,1010$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z + jX_L} = \frac{1}{3 + j4 + j5} = 0,106 \angle -71,5^\circ = 0,0337 - j0,1002$$

$$Y_3 = \frac{1}{Z + R} = \frac{1}{3 + j4 + 5} = 0,112 \angle -26,6^\circ = 0,100 - j0,0502$$

$$\Sigma Y = 0,4347 - j0,0494 = 0,438 \angle -6,45^\circ \dots [S]$$

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{5 + j7} = 0,1163 \angle -54,4^\circ = 0,0676 - j0,0945$$

$$\Sigma Y + Y_0 = 0,5023 - j0,1437 = 0,522 \angle -16^\circ \dots [S]$$

Nadalje je

$$U_1 Y_1 = 220 \angle 0^\circ \cdot 0,318 \angle 18,5^\circ = 70 \angle 18,5^\circ = 66,20 + j 22,20$$

$$U_2 Y_2 = 220 \angle -120^\circ \cdot 0,106 \angle -71,5^\circ = 23,30 \angle -191,5^\circ = -22,80 - j 4,65$$

$$U_3 Y_3 = 220 \angle 120^\circ \cdot 0,112 \angle -26,6^\circ = 24,65 \angle 93,4^\circ = -1,46 + j 24,40$$

$$41,94 + j 41,95 =$$

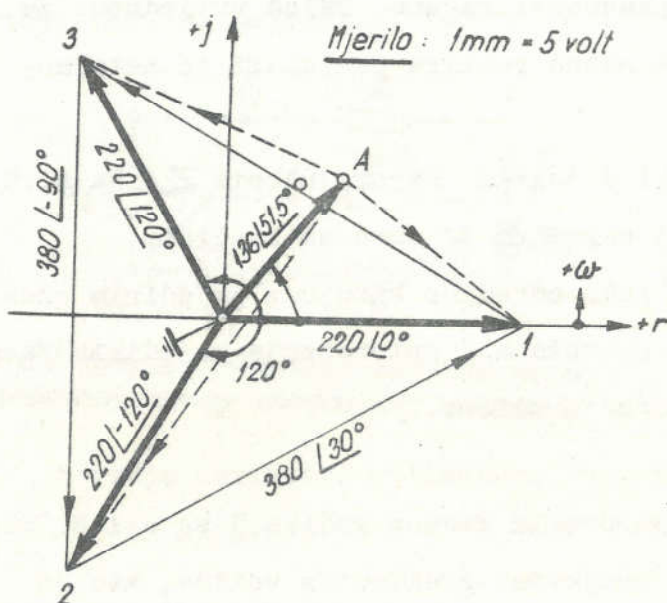
$$\Sigma UY = 59,5 \angle 45^\circ \dots [A]$$

Prema tome je napon nultačke A prema zemlji bez nulvodiča

$$U_{oA} = \frac{\Sigma UY}{\Sigma Y} = \frac{59,5 \angle 45^\circ}{0,438 \angle -6,45^\circ} = 136 \angle 51,45^\circ \dots [V]$$

i sa uključenjem nulvodiča

$$U_{oA} = \frac{\Sigma UY}{\Sigma Y + Y_0} = \frac{59,5 \angle 45^\circ}{0,522 \angle -16^\circ} = 114 \angle 61^\circ \dots [V]$$



Sl. 9.3.5. Napon nultačke potrošača U_{oA} prema zemlji

Na sl. 9.3.5. su nacrtani fazni naponi izvora /generatora ili transformatora/ u kompleksnoj ravнини. Napon $U_1 \angle 0^\circ$ je u realnoj osi, jer je to referentni napon. Čvrsti narinuti trokut složenih napona imade pozitivni smisao rotacije. Tačka 0 je na potencijalu zemlje, pa je $U_{oA} = 136 \angle 51,5^\circ \dots$ volt napon nultačke potrošača prema zemlji za slučaj,

kada je $Z_0 = \infty$. Fazni naponi između nultačke potrošača i stezaljki izvora sada su U_{A1} , U_{A2} i U_{A3} , naznačeni na slici tačkastim linijama sa odgovarajućim šiljcima. Iz slike naime slijedi=

$$\begin{aligned} U_{A1} &= U_1 - U_{oA} = 220 \angle 0^\circ - 136 \angle 51,5^\circ = 220 - (84,5 + j 105,5) \\ &= 135,5 - j 105,5 = 142 \angle -38^\circ \dots [V] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{A2} &= U_2 - U_{oA} = 220 \angle -120^\circ - 136 \angle 51,5^\circ = -194,5 - j 295,5 \\ &= -354 \angle 56,7^\circ \dots [V] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{A3} = U_3 - U_{oA} &= 220/120^\circ - 136/51,5^\circ = -194,5 + j 84,5 \\ &= -212/-23,5^\circ \dots [V] \end{aligned}$$

Ako je račun korektan, mora biti zadovoljen uvjet

$$(U_{A1} + U_{oA}) + (U_{A2} + U_{oA}) + (U_{A3} + U_{oA}) = 0$$

111

$$U_{A1} + U_{A2} + U_{A3} = -3 \cdot U_{oA}$$

$$\begin{aligned} &135,5 - j 105,5 \\ &- 194,5 - j 295,5 \\ &- 194,5 + j 84,5 \\ \hline &- 253,5 - j 316,5 = -3 (84,5 + j 105,5) \\ &- 406/51,3^\circ = -406/51,3^\circ \end{aligned}$$

što nam služi za kontrolu ispravnosti računa. Tačna vrijednost je $3 \cdot 136/51,5^\circ = 408/51,5^\circ$ i neznatna razlika proizlazi iz netačnosti računala.

Slično bi crtali naponski dijagram sa uključenim Z_o . Na sl. 9.3.5 pomak nultačke za taj slučaj naznačen je samo sa kružićem.

Poznavanjem napona U_{oA} lako odredimo struju u pojedinim granama mreže, snage u granama potrošača i opterećenja pojedinih faza generatora /ili transformatora/ i slično.

B. PRIMJER.

Na sl. 9.3.4. naznačen je prekid faznog vodiča 3 sa a i b. Pita se koji napon vlada među krajevima prekinutog vodiča, ako je nulvodič uključen u sistem?

U tom je slučaju $Z_3 = \infty$, pa je $Y_3 = 0$. Slijedi

$$\begin{aligned} U_1 Y_1 + U_2 Y_2 &= 66,20 + j 22,20 \\ &- 22,80 - j 4,65 \\ \hline \Sigma U Y &= 43,40 + j 17,55 = 46,7/22,1^\circ \end{aligned}$$

Ukupna je vodljivost sada

$$\begin{aligned} Y_1 + Y_2 + Y_3 &= 0,3010 + j 0,1010 \\ &0,0337 - j 0,1000 \\ &0,0676 - j 0,0945 \\ \hline \end{aligned}$$

$$\Sigma Y = 0,4023 - j 0,0935 = 0,412 \angle -13,1^\circ$$

Napon između čvorišta 0 i A ili napon prema zemlji

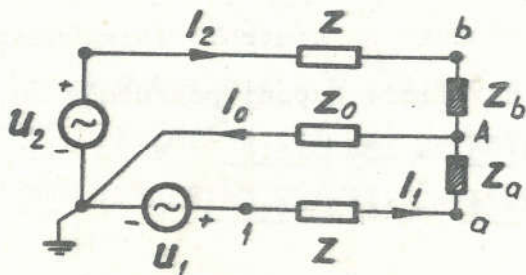
$$U_{0A} = \frac{\Sigma UY}{\Sigma Y} = \frac{46,7 \angle 22,1^\circ}{0,412 \angle -13,1^\circ} = 113,4 \angle 35,2^\circ = (92,5 + j 62,25) \dots V$$

Napon među krajevima prekinutog vodiča

$$\begin{aligned} U_{ab} &= -U_{0A} + U_3 = -92,5 - j 62,25 \\ &\quad - 110,0 + j 190 \\ &= -202,5 + j 127,75 = -240 \angle -32,3^\circ \dots V \end{aligned}$$

C. PRIMJER.

Pitamo se s kojim stepenom korisnosti radi nesimetrični i nebalansirani dvofazni sistem na sl. 9.3.6.? Impedancije potrošača na kraju voda su nejednake. Zadane veličine su naznačene uz sliku.



$$U_1 = 220 \angle 0^\circ \dots V$$

$$U_2 = 220 \angle 90^\circ \dots V$$

$$Z = 3 + j3 = 4,25 \angle 45^\circ \dots \Omega$$

$$Z_0 = 2 + j4 = 4,46 \angle 63,4^\circ \dots \Omega$$

$$Z_1 = 5 + j8 = 9,45 \angle 58^\circ \dots \Omega$$

$$Z_2 = 6 + j4 = 7,21 \angle 33,7^\circ \dots \Omega$$

Sl. 9.3.6. Stepen korisnosti nesimetričnog i nebalansiranog dvofaznog sistema

I ovdje koristimo Millmanovu formulu za napon između 2 čvorišta 0 i A. Ovdje je

$$Y_1 = \frac{1}{Z + Z_1} = \frac{1}{13,6 \angle 53,9^\circ} = 0,0735 \angle -53,9^\circ = 0,0433 - j 0,0594$$

$$Y_2 = \frac{1}{Z + Z_2} = \frac{1}{11,4 \angle 37,9^\circ} = 0,0878 \angle -37,9^\circ = 0,0693 - j 0,0538$$

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0} = \frac{1}{4,46 \angle 63,4^\circ} = 0,2240 \angle -63,4^\circ = 0,1000 - j 0,2000$$

$$\Sigma Y = 0,2126 - j 0,3132 = 0,378 \angle -55,8^\circ$$

Nadalje

$$\begin{aligned} U_1 Y_1 + U_2 Y_2 &= 220 \angle 0^\circ \cdot 0,0735 \angle -53,9^\circ + 220 \angle 90^\circ \cdot 0,0878 \angle -37,9^\circ = \\ &= 16,17 \angle -53,9^\circ + 19,32 \angle 52,1^\circ \end{aligned}$$

$$= 9,525 - j 13,05$$

$$\underline{11,830 + j 15,23}$$

$$\Sigma UY = 21,355 + j 2,18 = 21,41 \angle 5,85^\circ$$

Prema tome je Millmanov napon

$$U_{OA} = \frac{\Sigma UY}{\Sigma Y} = \frac{21,4 \angle 5,85^\circ}{0,378 \angle -55,8^\circ} = 56,6 \angle 61,7^\circ = (26,8 + j 49,8) \dots V$$

Struje u pojedinim granama mreže

$$I_1 = (U_1 - U_{OA}) \cdot Y_1 = [220 - (26,8 + j 49,8)] 0,0735 \angle -53,9^\circ =$$

$$= 14,62 \angle -68,4^\circ = 5,38 - j 13,58$$

$$I_2 = (U_2 - U_{OA}) \cdot Y_2 = [j 220 - (26,8 + j 49,8)] 0,0878 \angle -37,9^\circ =$$

$$= -15,15 \angle -119^\circ = 7,35 + j 13,22$$

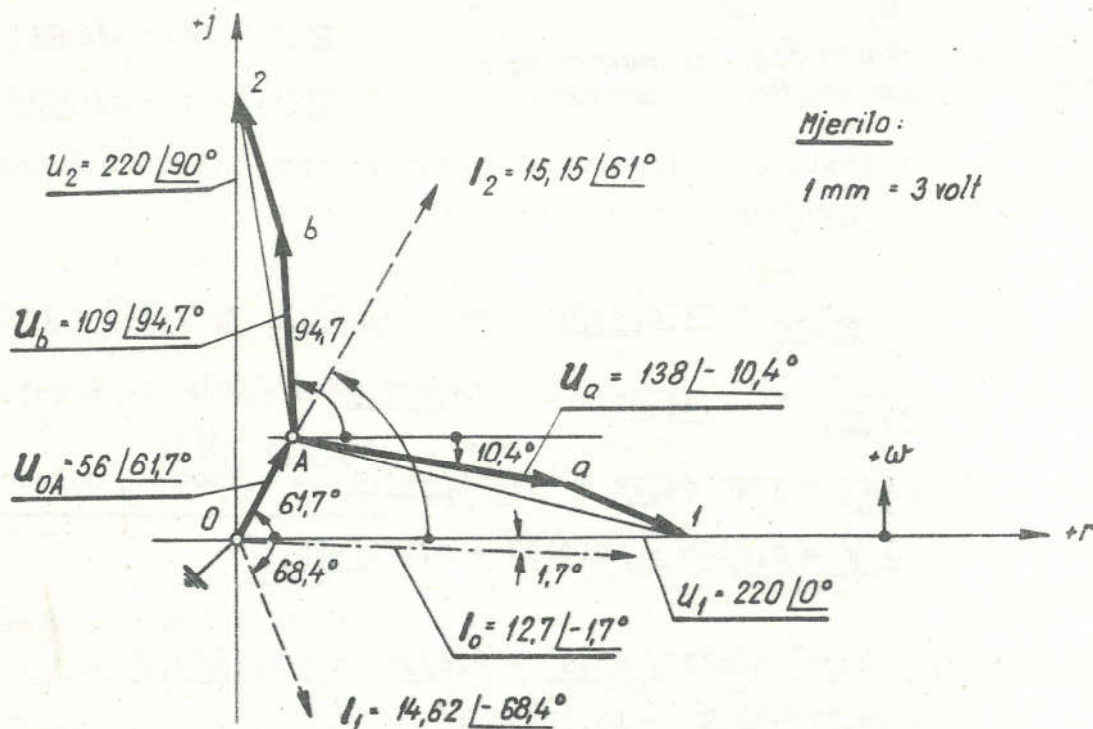
$$I_o = U_{OA} Y_o = 56,6 \angle 61,7^\circ \cdot 0,224 \angle -63,4^\circ =$$

$$= 12,70 \angle -1,7^\circ = 12,70 - j 0,37$$

Vidimo da je $I_1 + I_2 = I_o$, što nam služi za kontrolu ispravnosti računa. Smisao struja je naznačen na slici. Naponi potrošača su

$$U_o = I_1 Z_1 = 14,62 \angle -68,4^\circ \cdot 9,45 \angle 58^\circ = 138 \angle -10,4^\circ \dots V$$

$$U_b = I_2 Z_2 = 15,15 \angle 61^\circ \cdot 7,21 \angle 33,7^\circ = 109 \angle 94,7^\circ \dots V$$



Sl. 9.3.7. Dijagram napona i struja za primjer C.

Na sl. 9.3.7. nacrtan je dijagram napona sa strujama i faznim pomacima. Oznake čvorišta mreže na sl. 9.3.6. korespondiraju oznakama na dijagramu sl. 9.3.7. Napon $U_1/0^\circ$ drži ravnotežu s komponentama $\overline{OA}$, $\overline{Aa}$, $\overline{a1}$ i napon $U_2/90^\circ$ s komponentama $\overline{OA}$, $\overline{Ab}$, $\overline{b2}$. Na dijagramu očitavamo napon nultačke potrošača prema zemlji, napone na stezaljkama potrošača i padove napona u vodovima. Na dijagramu su označene također struje sa svojim argumentima i modulima koji nisu crtani u mjerilu.

S n a g e g e n e r a t o r a:

$$\begin{aligned} U_1^* I_1 &= 220/0^\circ \cdot 14,62/-68,4^\circ = 3220/-68,4^\circ = 1185 - j 3000 \\ U_2^* I_2 &= 220/-90^\circ \cdot 15,15/61^\circ = 3330/-29^\circ = 2910 - j 1615 \\ \Sigma &= 4095 - j 4615 = \\ &= 6180/-48,4^\circ \dots [VA] \end{aligned}$$

S n a g e p o t r o š a č a:

$$\begin{aligned} I_1^2 Z_0^* &= (14,62)^2 \cdot 9,45/-58^\circ = 2025/-58^\circ = 1075 - j 1720 \\ I_2^2 Z_b^* &= (15,15)^2 \cdot 7,21/-33,7^\circ = 1655/-33,7^\circ = 1375 - j 930 \\ \Sigma &= 2450 - j 2650 = \\ &= 3610/-47,2^\circ \dots [VA] \end{aligned}$$

G u b i c i u v o d o v i m a:

$$\begin{aligned} I_1^2 Z^* &= (14,62)^2 \cdot 4,25/-45^\circ = 910/-45^\circ = 643 - j 643 \\ I_2^2 Z^* &= (15,15)^2 \cdot 4,25/-45^\circ = 977/-45^\circ = 690 - j 690 \\ I_3^2 Z^* &= (12,7)^2 \cdot 4,46/-63,4^\circ = 720/-63,4^\circ = 322 - j 644 \\ \Sigma &= 1655 - j 1974 = 2580/-50^\circ \end{aligned}$$

K o n t r o l n i r a č u n:

Snaga generatora mora biti jednaka snazi potrošača i gubicima u mreži, naime

$$\begin{array}{rcl} \text{snaga potrošača} & \dots & 2450 - j 2650 \\ \text{gubici} & \dots & 1655 - j 1974 \\ \hline & & 4105 - j 4624 = 6180/-48,4^\circ \dots [VA] \end{array}$$

i neznatno se razlikuje od snage generatora.

Gubici sistema:

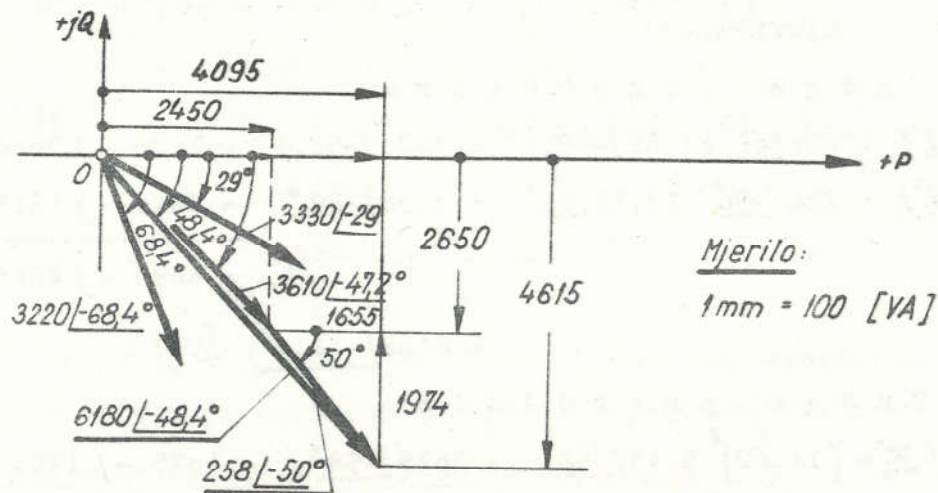
$$p = \frac{1655}{4100} = 0,404 \quad \text{ili} \quad 40,4 \%$$

$$q = \frac{1974}{4630} = 0,428 \quad \text{ili} \quad 42,8 \%$$

Faktori snage:

$$\text{generatora} \dots \cos 48,4^\circ = 0,664$$

$$\text{potrošača} \dots \cos 47,2^\circ = 0,679$$

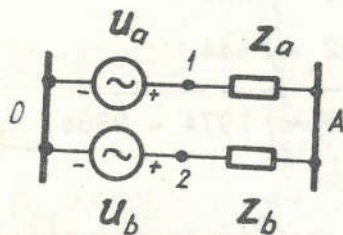


Sl. 9.3.8. Dijagram snaga za primjer C

U ravnini $(P + jQ)$ na sl. 9.3.8. nacrtane su snage izvora, potrošača i gubitaka u mreži.

D. PRIMJER.

S kojom snagom i faktorom snage rade trofazni paralelni generatori na sl. 9.3.9.?



Složeni napon $U_a = 10,4 \angle 0^\circ \dots [\text{kV}]$

" " $U_b = 10,9 \angle -30^\circ \dots [\text{kV}]$

$$Z_a = 0 + j10 = 10 \angle 90^\circ \dots \Omega$$

$$Z_b = 0 + j15,4 = 15,4 \angle 90^\circ \dots \Omega$$

Sl. 9.3.9. Paralelni generatori

Budući da su generatori simetrični i balansirani računamo s faznim naponima

$$U_a = \frac{10,4}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 6 \angle 0^\circ \dots [\text{kV}]$$

$$U_b = \frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} \angle -30^\circ = 6,3 \angle -30^\circ \dots [\text{kV}]$$

Veličine za Millmanovu formulu su slijedeće

$$Y_a = \frac{1}{Z_a} = \frac{1}{10 \angle 90^\circ} = 0,10 \angle -90^\circ \dots [\text{S}]$$

$$Y_b = \frac{1}{Z_b} = \frac{1}{15,4 \angle 90^\circ} = 0,065 \angle -90^\circ \dots [\text{S}]$$

$$\Sigma Y = 0,165 \angle -90^\circ \dots [\text{S}]$$

Struje kratkog spoja:

$$U_a Y_a = 6 \cdot 10^3 \angle 0^\circ \cdot 0,10 \angle -90^\circ = 600 \angle -90^\circ = 0 - j 600$$

$$U_b Y_b = 6,3 \cdot 10^3 \angle -30^\circ \cdot 0,065 \angle -90^\circ = 410 \angle -120^\circ = -205 - j 355$$

$$\Sigma U \cdot Y = -205 - j 955$$

$$= -977 \angle 77,9^\circ \dots [\text{A}]$$

Napon na sabirnicama generatora:

$$U_{0A} = \frac{\Sigma U Y}{\Sigma Y} = - \frac{977 \angle 77,9^\circ}{0,165 \angle -90^\circ} = -5920 \angle 167,9^\circ = 5920 \angle -12,1^\circ =$$

$$= 5790 - j 1240 \dots [\text{V}]$$

Generatorske struje:

$$I_a = (U_a \angle 0^\circ - U_{0A}) Y_a = [6000 - (5790 - j 1240)] 0,10 \angle -90^\circ = 126 \angle -9,6^\circ = 124 - j 21,1 \dots [\text{A}]$$

$$I_b = (U_b - U_{0A}) Y_b = [(5460 - j 3550) - (5790 - j 1240)] 0,065 \angle -90^\circ = -126 \angle -9,7^\circ = -124 - j 21,1 \dots [\text{A}]$$

Struja u oba generatora dakako mora biti jednaka i to nam služi za kontrolu ispravnosti računa. Mala razlika u argumentu proizlazi iz netačnosti na računalu. Negativni predznak struje I_b znači da je njen smisao od čvorišta A prema čvorištu O, a ne obrnuto, kako smo pretpostavili u računu. To je struja izjednačenja koja cirkulira u generatorskom krugu.

Prema tome su snage pojedinih generatora

$$S_a = \sqrt{3} U_a^* I_a = \sqrt{3} \cdot 10,4 \cdot 126 \angle -9,6^\circ = 2260 \angle -9,6^\circ = 2220 - j 378$$

$$S_b = \sqrt{3} U_b^* I_b = \sqrt{3} \cdot 10,9 \angle 30^\circ (-126 \angle -9,7^\circ) = -2380 \angle 20,3^\circ = -2220 - j 827$$

$$S_a + S_b = 0 - 1205 = 1205 \angle -90^\circ \dots [\text{kVar}]$$

II P O G L A V L J E

VODIČI, IZOLIRANI VODOVI I ENERGETSKI KABELI

1. VODIČI, IZOLIRANI VODOVI I KABELI

Materijal vodiča s kojim se grade vodovi jest bakar, aluminij, kombinacija aluminija i čelika, aldrey, u iznimnom prilikama bronca i čelik. U nekim zemljama za gradnju nadzemnih vodova upotrebljavaju kombinaciju bakra i čelika, uglavnom tamo, gdje se prenose male snage s malim presjekom vodiča, pa se povećanom mehaničkom čvrstoćom vodiča dobiva ušteda na stupovima.

U gradnji nadzemnih vodova aluminij je praktički potpuno istisnuo bakar, koji je danas prevrijeđan materijal za ove svrhe. Zbog male mehaničke čvrstoće aluminija grade se kombinirani aluminijski vodiči s čelikom. Od aluminija se zahtijeva stepen čistoće 99,5 %; primjese stranog materijala tvore sitne elektrolitske elemente koji su uzrokom korodiranja i izjedanja materijala.

Aldrey je aluminijska legura (0,3 ÷ 0,5 % Mg, 0,4 ÷ 0,7 % Si, 0,3 % Fe, ostatak Al). Dodaci su ovim količinama ne izazivaju koroziju, znatno povećavaju mehaničku čvrstoću, dok specif. el. vodljivost pada samo na 86 % vodljivosti čistog aluminija. Specifična masa aluminija i aldreya je jednaka, no mehanička čvrstoća aldreya je dvostruko veća.

A. Bakar koji se upotrebljava u elektrotehnici mora imati najmanje slijedeću specif. vodljivost ili specif. otpornost kod 20° C :

1. Za odžareno vučene žice $\gamma = 57 \dots S \frac{m}{mm^2}$; $\rho = 0,0175 \dots \Omega \frac{mm^2}{m}$
2. Za hladno vučene žice čvrstoćom većom od 30...kp/mm²:
ako je promjer veći ili jednak 1,0...mm $\gamma = 56 \dots - " -$; $\rho = 0,01786 \dots - " -$
ako je promjer manji od 1,0...mm $\gamma = 55 \dots - " -$; $\rho = 0,01818 \dots - " -$
3. Za odžareno vučene žice, pokositrene:
ako je promjer veći ili jednak 0,3...mm $\gamma = 56,5 \dots - " -$; $\rho = 0,01770 \dots - " -$

ako je promjer između 0,3 i 0,1 mm $\gamma = 55,5$ - " - ; $\rho = 0,01802$ - " -

ako je promjer manji od 0,1 mm $\gamma = 54$ - " - ; $\rho = 0,01852$ - " -

Za pojedinačne žice iz bakra kojima se pletu užeta za vodiče nadzemnih vodova važe vrijednosti pod A.2. Pod A.3. grade se vodiči za izolirane vodove i kabele.

B. Vodiči iz aluminijske u elektrotehnici moraju imati najmanje čvrstoću 99,5 % i specifični otpor kod 20°C za odžareno vučeni aluminij

$$\rho = \frac{1}{36} = 0,02778 \dots \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Izolirani vodovi i kabeli s aluminijskim vodičima mogu imati najmanju čvrstoću 99,3 % . Za odžareno vučeni aluminij je najmanji specifični otpor kod 20°C

$$\rho = \frac{1}{34} = 0,02941 \dots \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Djelotvorni presjek kod izoliranih i kabelskih vodova dobiva se mjerenjem otpora. Pod djelotvornim presjekom razumijeva se električki a ne geometrijski presjek, dobiven mjerenjem otpora istosmjernom strujom. Pritom se uzima u obzir čvrstoća žice, tolerancija u debljini žice i pouzdanje koje zahtijeva veću duljinu žice, pa se zbog toga računa sa specifičnim otporom kod 20°C

$$\rho = \frac{1}{33} = 0,03030 \dots \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Kod pojedinačnih žica u aluminijskom užetu koji se upotrebljava u gradnji nadzemnih vodova najveći specifični otpor kod 20°C ne smije prijeći granicu

$$\rho = \frac{1}{34,8} = 0,02874 \dots \Omega \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

Ova vrijednost također vrijedi za užeta iz alučela.

U TABLICI 1.1. nalazimo podatke za neka mehanička i fizikalna svojstva vodiča koji nam služe za mehanički račun nadzemnog voda. Vodiči iz bronce i čelika izrađuju se s različitim čvrstoćama koje su potrebne za manje ili veće prijepona rijeka, dolina itd. Slično je s

Tablica 1.1.

Mehanička i fizička svojstva vodiča za gradnju nadzemnih vodova (prema VDE 0210, DIN 48200, 48201 i 48204)					
Materijal vodiča	Specifična masa ρ	Toplinski koeff. rastez. β_t	Modul elasti- cитета $E = 1/\alpha$	Čvrstoća na vlak	Ispitna, čvrstoća
—	kg/cm ³	na 1°C	kp/mm ²		
Bakar	$8,9 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	13000	30	40
Bronca Bz I				40	50
Bronca Bz II	$8,65 \cdot 10^{-3}$	$1,66 \cdot 10^{-5}$		50	60
Bronca Bz III				62	70
Aluminij	$2,7 \cdot 10^{-3}$		5600	12	18
Aldrey			6000	24	30
Čelik I	$7,8 \cdot 10^{-3}$	$1,23 \cdot 10^{-5}$	19 200	32	40
Čelik II		$1,1 \cdot 10^{-5}$	19 600	56	70
Čelik III			20 000	90	120
Čelik IV				110	150
Alučel 6:1	$3,45 \cdot 10^{-3}$	$1,95 \cdot 10^{-5}$	7500	—	Al 18
Alučel 4:3:1	$3,65 \cdot 10^{-3}$	$1,76 \cdot 10^{-5}$	7900		Fe 120
Alučel 3:1	$3,98 \cdot 10^{-3}$	$1,66 \cdot 10^{-5}$	8700		

alučelom kojima je odnos presjeka aluminija i čelika 6:1, 4,3:1 i 3:1. Na terenima s teškim klimatskim prilikama u pogledu vjetra, le-
da, snijega itd. koristimo alučel s jačom čeličnom jezgrom.

U TABLICI 1.2. vidimo podatke o specifič. el. vodljivosti i otporu za materijale vodiča koji se upotrebljavaju za gradnju nadzemnih vodo-
va. Podaci za temperaturu 20°C. Za svaku drugu temperaturu je

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_{20} [(1 + \vartheta(t-20))] \\ R &= R_{20} [(1 + \vartheta(t-20))] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.1.)$$

gdje je ϑ temperaturni otporni koeficijent, naveden u TABLICI 1.2.
Umjesto tačne formule (1.1.) mogu se upotrebiti jednostavniji dovolj-
no tačni izrazi koji vrijede za R i ρ

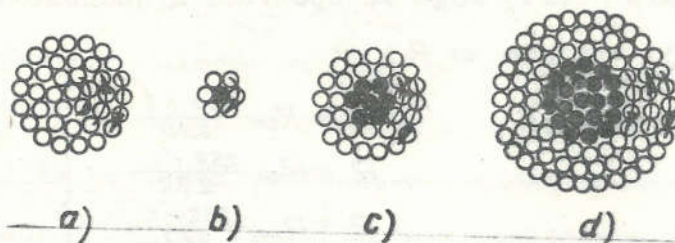
$$\left. \begin{aligned} \text{Al, Bz I, Bz II, Bz III, } \dots\dots\dots R &= R_{20} \frac{230+t}{250} \\ \text{Aldrey } \dots\dots\dots R &= R_{20} \frac{258+t}{278} \\ \text{Bakar } \dots\dots\dots R &= R_{20} \frac{242+t}{262} \\ \text{Čelik I } \dots\dots\dots R &= R_{20} \frac{202+t}{222} \\ \text{Čelik II, III, IV } \dots\dots\dots R &= R_{20} \frac{198+t}{208} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.2.)$$

Tablica 1.2.

<i>Električka svojstva vodiča za nadzemne vodove kod 20°C</i>			
<i>Materijal vodiča</i>	<i>Električka vodljivost γ</i>	<i>Specifični otpor ρ</i>	<i>Temperaturni otporni koeficijent α</i>
—	<i>S · m / mm²</i>	<i>$\Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$</i>	<i>1/°C</i>
Bakar	56	0,01786	0,00382
Bronca I	48	0,02082	0,0040
Bronca II	36	0,02777	
Bronca III	18	0,05555	
Aluminij	34,8	0,02874	
Aldre	30	0,0333	0,0036
Čelik I	~ 7,9	0,143 0,111	0,0045
Čelik II	~ 6,7	0,149	0,0048
Čelik III	~ 6,5	0,154	
Čelik IV	~ 6,3	0,159	
Alučel 6:1	34,8	0,02874	0,0040
Alučel 4,3:1			
Alučel 3:1			

Otpori u TABLICI 1.2. za čelik odnose se na istosmjernu struju. Isto tako kod alučela uzimamo u obzir samo aluminijski plašt; za čeličnu jezgru uzima se kao da ne vodi struju. Vrijednosti su također za istosmjernu struju.

Na sl. 1.1. Pokazujemo konstrukciju užeta za nadzemne vodove; puna žica upotrebljava se samo za male presjeke (6, 10 i 16 mm² za Cu, bronz i čelik). Vodič koji je pleten kao uže ima veću fleksibilnost od punog vodiča. Pored toga puni vodič je sklon vibra-



Sl. 1.1. Konstrukcija užeta za nadzemne vodove

ciji kod većih raspona, prouzrokovanoj od vjetrova. Na uporištu vodiča dolazi do umaranja materijala i tokom vremena do prekida. Na slici (a)

je vodič građen iz više žila istog materijala. U središtu je jedan vodič kao jezgro oko kojeg su jedan ili više slojeva pleteni u spirali kao uža. Pojedini slojevi imaju 6, 12, 18, 24 ... žila. Ako je broj slojeva „n“, onda je ukupni broj žila

$$N = 3n(n+1) + 1$$

Kod tri sloja kao na slici (a) broj žila je prema tome 37. Struje u pojedinim žilama takovog užeta su separirane i budući da su žile okruglog oblika, one se dodiruju samo u jednoj liniji. Pored toga površina žila obložena je oksidnim slojem pa možemo smatrati da su međusobno izolirani. Rezultat toga je da struja u spiralnom toku žile imade veći put negoli srednja žila, pa se otpornost zbog toga povećava.

Na slici (b) vidimo građu alučela koji kod srednjih presjeka imade jednu čeličnu žicu i jedan vanjski sloj iz aluminijskih žila. Kod većih presjeka jezgro alučela građeno je iz jednog ili dva sloja žila kao na slici (c) i (d). Promjer čeličnih žila je jednak, no na slici (d) središnja čelična žila je nešto većeg presjeka. Sve su čelične žile pocinčane. Ispitna čvrstoća čelične žice kod alučela 6:1 i 4,3 : 1 iznosi najmanje 120...kp/mm² i kod alučela 3:1 najmanje 70...kp/mm². Ovi potonji upotrebljavaju se za vodove najviših napona.

Aluminijski plašt kod manjih presjeka alučela sastoji se iz jednog sloja, kod većih presjeka iz dva sloja i kod alučela 3:1 iz tri sloja. Smisao spiralnog namatanja pojedinih slojeva je onakav, kako je strelicama naznačen na slici. Dva susjedna sloja imaju protivan smisao namatanja.

Treba primjetiti da kombiniramo uža iz čelika i aluminijske imade dodatne gubitke zbog vrtložnih struja i histereze. Poglavitito to vrijedi za užeta manjeg presjeka kojemu je jezgra iz jedne čelične žile kao na slici (b). Radi magnetiziranja čelične jezgre izmjeničnom strujom dobiva se veći djelatni otpor nego kod istosmjerne struje.

Tamo gdje očekujemo visoko i trajno strujno opterećenje vodiča, ne ćemo odabrati alučel uže sa 7 žila koje je prvenstveno prikladno za manja opterećenja na vodovima srednjeg napona. Kod većih presjeka s aluminijskim plaštem iz 2 ili više sloja gubici zbog vrtložnih struja i histereze nisu od značenja. Ovdje je naime spiralni namot susjednih slojeva protivnog smisla, u neku ruku kao bifilarni namot, iako totalna kompenzacija magnetskog polja nije moguća.

U TABLICI 1.3. navodimo osnovne podatke o vodičima iz bakra, aluminija, aldreya, bronce i čelika za gradnju nadzemnih vodova. U prvoj vertikalnoj koloni su nazivni presjeci od $6 \div 300 \text{ mm}^2$. Nazivni i stvarni presjeci iz konstruktivnih razloga nešto se razlikuju. Druga kolona nam pokazuje konstrukciju i geometrijske dimenzije žica i užeta. Puna žica izrađuje se samo za 6, 10 i 16 mm^2 i to iz bakra i bronce; vodiči iz ostalog materijala imaju minimalni presjek 16 mm^2 koji je već građen kao uže. Do 50 mm^2 uže imaju jedan sloj žica oko jezgre, od $50 \div 120 \text{ mm}^2$ dva sloja itd. Navedeni promjer užeta služi nam kao podatak za račun induktivitete i kapacitete vodiča. U trećoj vertikalnoj koloni su električki podaci. U četvrtoj koloni su podaci o težini vodiča između donje i gornje granice. Uzrok ovoj razlici na težini je tolerancija promjera žica u užetu i način spiralnog namotavanja koje može biti s manjim ili većim korakom.

U mjesnim nadzemnim mrežama niskog napona presjeci 16, 25 i 35 mm^2 iz aluminija obično se upotrebljavaju za kućne priključke i 50, 70 i 95 mm^2 za građu mjesne mreže.

U TABLICI 1.4. navodimo osnovne podatke o vodičima iz alučela 6:1, 4,3:1 i 3:1, koji se upotrebljavaju za gradnju nadzemnih vodova. U prvoj vertikalnoj koloni alučel uže označuje se prema nazivnom presjeku aluminijskog plašta i nazivnom presjeku čelične jezgre. Ukupni promjer užeta u drugoj koloni je podatak za određivanje induktivitete i kapacitete vodiča. Djelatna otpornost u trećoj koloni raču-

Tablica 1.3.

OSNOVNI PODACI O VODIČIMA IZ BAKRA, ALUMINIJA, ALDREJA, BRONCE I ČELIKA ZA GRADNJU NADZEH. VODOVA
(prema DIN 48200 i 48201)

Presjek nazivni stvarni m ²	Žice broj promj. mm	Ukupni promjer žice ili užeta mm	Strujni djelatni otpor kod 20 °C Ω / km						Težina (u gramicama) kg / km			
			Bakar	Aluminij	Aldrey	Bronca			Bakar i Bronca I	Aluminij i Aldrey	Bronca II i III	Čelik
						Bz I	Bz II	Bz III				
6	1	2,75	3	—	—	3,5	4,7	9,4	52,9	—	51,3	46,9
10	1	3,55	1,8	—	—	2,1	2,8	5,6	88,1	—	85,5	—
16	1	4,5	1,1	—	—	1,3	1,75	3,5	141,5	—	137,5	124
10	7	1,35	1,786	1,807	2,096	2,086	2,785	5,571	84 ÷ 99	—	82 ÷ 96	73 ÷ 88
16	7	1,7	1,123	1,187	1,377	1,314	1,794	3,486	136 ÷ 155	41 ÷ 47	132 ÷ 151	115 ÷ 141
25	7	2,1	0,738	0,845	0,980	0,857	1,143	2,286	208 ÷ 236	63 ÷ 72	202 ÷ 230	175 ÷ 215
35	7	2,5	0,525	0,586	0,680	0,600	0,814	1,628	298 ÷ 332	90 ÷ 101	289 ÷ 322	252 ÷ 300
50	7	3	0,364	0,414	0,480	0,414	0,557	1,114	428 ÷ 467	130 ÷ 142	416 ÷ 453	368 ÷ 426
50	19	9	0,372	0,599	0,694	0,432	0,574	1,147	416 ÷ 472	126 ÷ 143	405 ÷ 459	353 ÷ 427
70	19	10,5	0,271	0,435	0,505	0,316	0,421	0,842	566 ÷ 643	172 ÷ 195	550 ÷ 625	477 ÷ 585
95	19	12,5	0,192	0,309	0,358	0,221	0,300	0,600	809 ÷ 903	246 ÷ 274	787 ÷ 878	686 ÷ 817
120	19	14	0,153	0,246	0,285	0,179	0,237	0,474	1021 ÷ 1128	310 ÷ 342	992 ÷ 1096	869 ÷ 1016
150	37	15,8	0,122	0,196	0,227	0,141	0,189	0,378	1270 ÷ 1434	385 ÷ 435	1235 ÷ 1394	1073 ÷ 1300
185	37	17,5	0,098	0,158	0,183	0,1135	0,1541	0,308	1577 ÷ 1761	478 ÷ 534	1533 ÷ 1711	1337 ÷ 1592
240	61	20,3	0,074	0,118	0,137	0,0853	0,1148	0,229	2085 ÷ 2365	635 ÷ 717	2036 ÷ 2298	1770 ÷ 2145
300	61	22,5	0,060	0,096	0,112	0,0689	0,0934	0,1868	2600 ÷ 2904	789 ÷ 881	2527 ÷ 2823	2206 ÷ 2625

Tablica 1.4.

OSNOVNI PODACI O VODIČIMA IZ ALUČELA ZA GRADNJU NADZEMNIH VODOVA (prema DIN 48204)													
Presjek		Promjer užeta		Srednji dječati otpor kod 20°C		Grada čelične jezgre				Grada aluminijstog plašta			Odnos $\frac{Al}{Fe}$
						Žice		Promjer užeta	Presjek	Broj	Žice		Prosječna težina
						Broj	Promjer				Broj	Promjer	
Nazivni	Stvarni za aluminij	Ukupni	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	kg/km
16/25	15,3	17,8	54	1,833	—	—	—	—	2,55	6	1,8	—	61,8
25/4	23,8	27,8	68	1,200	—	—	—	—	4,0	6	2,25	—	96,6
35/6	34,3	40,0	81	0,833	—	—	—	—	5,7	6	2,7	—	139,1
50/8	48,3	56,3	96	0,600	—	—	—	—	8,0	6	3,2	—	195,5
70/12	66,2	77,8	116	0,435	4,35	145	4,35	11,6	11,6	26	1,8	—	274,5
95/15	90,0	105,0	134	0,319	4,95	165	4,95	15,0	15,0	26	2,1	—	368,0
120/21	122,6	143,5	15,7	0,235	5,85	195	5,85	20,9	20,9	26	2,45	—	505,0
150/25	148,9	174,3	17,3	0,192	6,45	215	6,45	25,4	25,4	26	2,7	—	614,0
185/32	183,8	215,5	19,2	0,158	7,20	24	7,20	31,7	31,7	26	3,0	—	760,0
210/36	209,1	244,9	20,5	0,138	7,65	2,55	7,65	35,8	35,8	26	3,2	—	864,0
240/40	236,0	276,1	21,7	0,123	8,10	2,7	8,10	40,1	40,1	26	3,4	—	971,0
300/50	294,9	344,4	24,2	0,096	9,0	3,0	9,0	49,5	49,5	26	3,8	—	1208,0
125/29	124,6	153,7	16,1	0,23	9,6	2,9	9,6	29,1	29,1	30	2,3	—	576,0
170/40	171,8	211,9	18,9	0,167	8,1	2,7	8,1	40,1	40,1	30	2,7	—	794,0
210/50	212,1	261,6	21,0	0,137	9,0	3,0	9,0	49,5	49,5	30	3,0	—	980,0
310/100	305,0	405,2	26,6	0,095	13,2	1 × 2,92 + 18 × 2,57	13,2	100,2	100,2	78	2,23	—	1668,0
340/110	341,2	451,8	28,1	0,085	13,9	1 × 3,1 + 18 × 2,7	13,9	100,6	100,6	78	2,36	—	1864,0

nata je za nazivni presjek aluminijskog plašta sa specifičnom vodljivošću od $34,8 \dots S \cdot m/mm^2$. Kod djelatne otpornosti čelična jezgra nije uzeta u obzir. Navedene vrijednosti djelatnog otpora vrijede za istosmjernu struju. U četvrtoj i petoj koloni vidimo građu čelične jezgre i aluminijskog plašta. Središnja žica čelične jezgre imade nešto veći promjer od ostalih za alučel 3:1, dok je u svim ostalim slučajima promjer svih žica u čeličnoj jezgri jednak. Težina užeta u šestoj koloni računata je sa $2,7 \dots kg/dm^3$ za aluminij i $7,85 \dots kg/dm^3$ za čelik. Pritom se uzima da je korak spiralnog namota kod 1-slojnog i 2-slojnog aluminijskog plašta jednak 12-strukom promjeru sloja. Kod užeta sa 3 Al sloja korak spiralnog namota čelične jezgre je 12-struki i kod Al slojeva 12, 11,5 i 11-struki od promjera odgovarajućeg sloja, računajući od unutar prema van.

1.1. STRUJNA OPTERETIVOST VODIČA ZA NADZEMNE VODOVE

Vodiči u nadzemnim vodovima nemaju izolaciju koja bi bila osjetljiva na ugrijavanje, kao što je to npr. kod kabela, pa se oni mogu zbog toga znatno više termički opteretiti. Na vodičima iz različitog materijala istraživanja su pokazala da se ne bi smjela dopustiti nadtemperatura vodiča iznad $40^{\circ} C$. Računamo li naime u ljeti s maksimalnom temperaturom uzduha $40^{\circ} C$ i isto toliko s nadtemperaturom, dobivamo temperaturu vodiča $80^{\circ} C$. Smatra se da je to približno granica do koje vodič još ne gubi na svojoj mehaničkoj čvrstoći.

Strujna opteretivost vodiča za stanovitu nadtemperaturu u velikoj mjeri zavisi o jačini vjetra. Obično se uzima da je kod $40^{\circ} C$ uzduh miran, tako se vodič može trajno opteretiti strujom koja dignu njegovu temperaturu najviše na $80^{\circ} C$. Općenito se kod nadzemnih vodova rijetko postiže ova temperatura bilo zbog pada napona ili gubitka koji su mjerodavni za strujnu opteretivost vodiča; nadtemperatura leži većinom ispod $20^{\circ} C$.

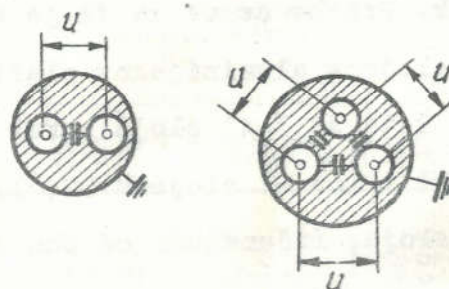
zahtijevaju dvostruko veći presjek vodiča. Najnepovoljniji je u tom pogledu dvofazni nesimetrični sistem. Poželjno je da faktor snage bude što bliži jedinici; već kod $\cos \varphi_0 = 0,8$ dobivamo povećanje presjeka za

$$1/(0,8)^2 = 1,56 \text{ ili } 56\%$$

4. USPOREDBA SISTEMA NA BAZI JEDNAKO NAPREZANE IZOLACIJE MEĐU VODIČIMA

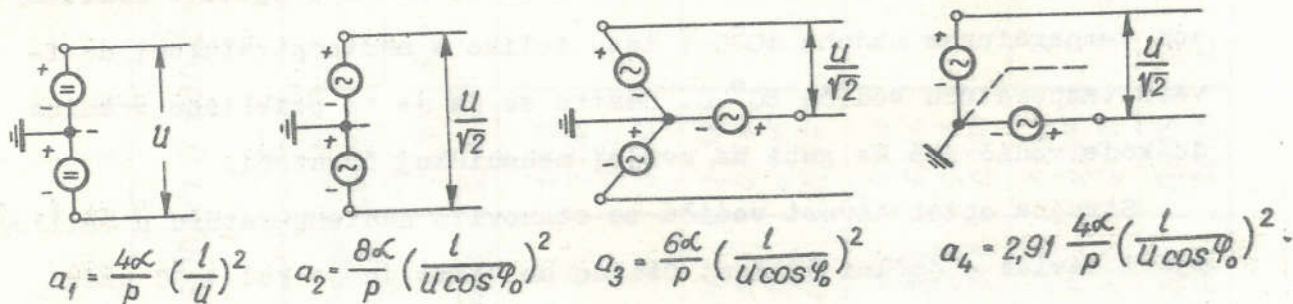
Ovaj slučaj pojavljuje se kod kabelskih vodova, gdje za kriterij usporedbe moramo primjeniti maksimalno naprezanje izolacije među vodičima, a ne između vodiča i zemlje. Na

Sl. 4.1. prikazan je dvožilni i trožilni pojasni kabel, koji su karakterizirani time, što imaju zajednički metalni plašt (olovo, aluminij) na potencijalu zemlje. Očito je da se maksimalno električko naprezanje izolacije pojavljuju među vodičima, gdje vlada složeni napon



Sl. 4.1. Dvožilni i trožilni kabel s maks. naprezanjem izolacije među vodičima

Na Sl. 4.2. ponovo su predloženi različiti sistemi s naznačenim složenim naponima među vodičima, koji je jednak za sve sisteme. Kod sistema izmjenične struje moramo dakako računati s tjemnim umjesto efektivnim naponom, kako je na slikama naznačeno.

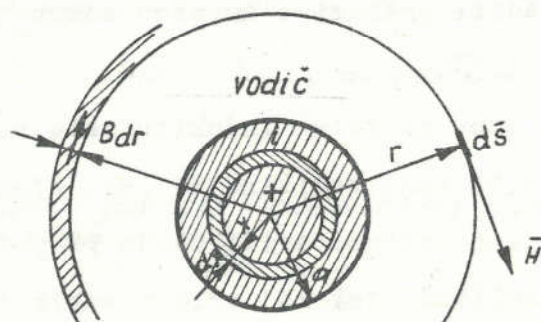


Sl. 4.2. Usporedba sistema na bazi jednako naprezane izolacije među vodičima

I ovdje ćemo za usporedbu primjeniti izraze [2.4.] i [2.14.] u kojima se računalo s naponom prema neutralu U_0 . Želimo li računati sa

2. INDUKTIVNOST NADZEMNIH VODOVA

Promatrajmo dugi vodič okruglog presjeka kako je prikazan na sl. 2.1. Struja koja teče vodičem vraća se natrag drugim vodičem, no mi pretpostavimo, da je taj drugi vodič u beskonačnoj udaljenosti. To nam pojednostavljuje račun jer tada možemo pretpostaviti da su magnetske silnice koncentrični krugovi oko središta vodiča



Sl. 2.1. Vodič ulančen magnetskim poljem

Induktivnost nam predložuje jednu mjeru za induktivni pad napona u vodiču. Struja u vodiču stvara magnetsko polje unutar i izvan vodiča. Čim je to polje ulančeno s vodičem, ono inducira u njemu izvjesni napon. Taj je napon tim veći što je i brzina promjene struje s vremenom veća. Fizikalna koncepcija induktivitete biti će nam jasnija ako pođemo iz prve Maxwellove jednadžbe koja glasi

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = i + \oint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad [2.1.]$$

gdje je

$\vec{H} \dots [\frac{A}{m}]$	vektor jakosti magnetskog polja
$\vec{s} \dots [m]$	duljina
$i \dots [A]$	provodna struja u vodiču
$\vec{D} \dots [\frac{As}{m^2}]$	vektor električke indukcije
$t \dots [s]$	vrijeme
$\vec{A} \dots [m^2]$	površina

U gornjoj jednadžbi s lijeve strane zatvoreni linijski integral po konturi „s” jednak je provodnoj struji u vodiču „i” na desnoj strani jednadžbe zajedno s povučenom strujom kroz površinu „A” koja je zahvaćena konturom „s”. Svi su članovi jednadžbe izraženi u amperima. Tačkica označuje skalarni produkt dvaju vektora. Kod računa induktivitete međutim mi zanemarujemo drugi član desne strane jednadžbe koji nam predočuje struju u dielektrikumu oko vodiča. U tom slučaju prva Maxwellova jednadžba prelazi u Amperov zakon

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = i \dots \dots \dots [2.2.]$$

koji nam služi kao baza za račun induktivitete vodiča. Kod nižih frekvencija, poglavito reda veličine 50...Hz, efekt pomaćnih struja je zanemariv. Tada možemo pretpostaviti da je raspodjela struje kroz presjek vodiča jednolična. Tek kod vrlo visokih frekvencija dolazi do potistikavanja struje prema površini vodiča ili do tzv. pojave skin-efekta, u kojem slučaju je potrebna korektura izraza za induktivnost.

Na sl. 2.1. prvenstveno uzimamo da je polje oko vodiča simetrično. Jakost magnetskog polja u svakoj tački kružnice je ista, te imade tangencijalni smjer na kružnicu. Pod ovom pretpostavkom možemo staviti da je $\vec{H}$ izvan znaka integracije, dok je $S = 2 r \pi$. Prema tome je $H \cdot 2 \cdot r \cdot \pi = i$, odnosno, jakost magnetskog polja za $r > a$ jest

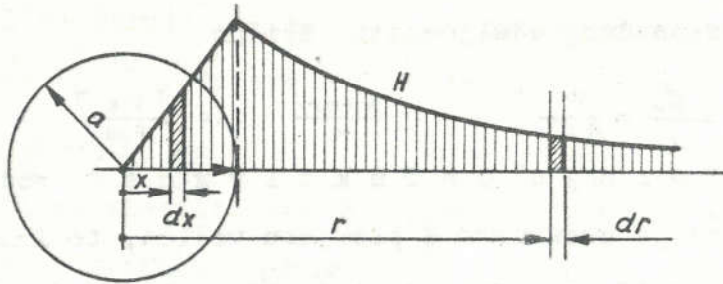
$$H = \frac{i}{2 r \pi} \dots \dots \dots \left[\frac{A}{m} \right] \dots \dots \dots (2.3.)$$

Ako promatramo magnetsko polje unutar vodiča, onda je $x < a$. Takav krug ne ulančuje ukupnu struju vodiča. Budući da zanemarujemo pojavu skin efekta, gustoća struje kroz presjek vodiča je jednolika. S oznakama na slici prema tome dobivamo da je jakost magnetskog polja unutar vodiča

ili $2 \cdot x \cdot \pi \cdot H = \left(\frac{x}{a} \right)^2 \cdot i$

$$H = \frac{1}{2 \pi} \cdot \frac{x}{a^2} \cdot i \dots \dots \dots (2.4.)$$

Vidimo da na površini vodiča, gdje je $x = r = a$, jakost magnetskog polja jednaka je prema formulama (2.3.) i (2.4.). Unutar vodiča H je direktno proporcionalan polumjeru; izvan vodiča H je obrnuto proporcionalan polumjeru i ovu relaciju pokazujemo na sl. 2.2.



Sl. 2.2. Raspodjela jakosti magnetskog polja unutar i izvan vodiča

Magnetska indukcija izvan vodiča je prema (2.3.)

$$B_v = \mu \cdot H = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot r \cdot \pi} \dots \dots \dots \text{tesla ili } \left[\frac{Vs}{m^2} \right] \dots (2.5.)$$

i unutar vodiča prema (2.4.)

$$B_u = \mu H = \frac{\mu \cdot x \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot a^2} \dots \dots \dots - " - \dots (2.6.)$$

gdje je " μ " permeabilitet prostora unutar i izvan vodiča. Za prazni prostor $\mu = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ henri/met ili $[Vs/Am]$ i praktički ista permeabiliteta vrijedi za uzduh kao izolator oko vodiča. Također za bakar ili aluminijsku relativna permeabiliteta $\mu_r = 1$, pa i u (2.6.) možemo staviti da je $\mu = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$, jer su ovi materijali nemagnetični.

U slijedećem tražimo magnetski tok izvan i unutar vodiča za dužinu vodiča $l = 1$ m. Za vanjsko polje jest

$$\Phi_v = \int_a^\infty B_v \cdot 1 \cdot dr = \int_a^\infty \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{dr}{r} = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi} \ln \frac{\infty}{a} \dots \dots \frac{\text{veber}}{m} \left[\frac{Vs}{m} \right]$$

i za polje unutar vodiča

$$\Phi_u = \int_0^a \left(\frac{x}{a} \right)^2 \cdot B_u \cdot 1 \cdot dx = \int_0^a \left(\frac{x}{a} \right)^2 \cdot \frac{\mu \cdot x \cdot i}{2 \cdot \pi \cdot a^2} \cdot dx = \frac{\mu \cdot i}{8 \cdot \pi} - " - (2.7.)$$

tako da je ukupni tok

$$\Phi = \Phi_v + \Phi_u = \frac{\mu \cdot i}{2 \cdot \pi} \ln \frac{\infty}{a} + \frac{\mu \cdot i}{8 \cdot \pi} \dots \dots \dots (2.8.)$$

Odnos

$$L_v = \frac{\Phi_v}{i} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{\infty}{a} \dots \dots \frac{\text{henri}}{m} \quad \text{ili} \quad \left[\frac{Vs}{Am} \right] \dots \dots [2.9.]$$

naziva se v a n j s k a i n d u k t i v n o s t vodiča za 1...m njegove dužine. Ona je beskonačno velika ako pretpostavimo da je povratni vodič u beskonačnoj udaljenosti. Slično

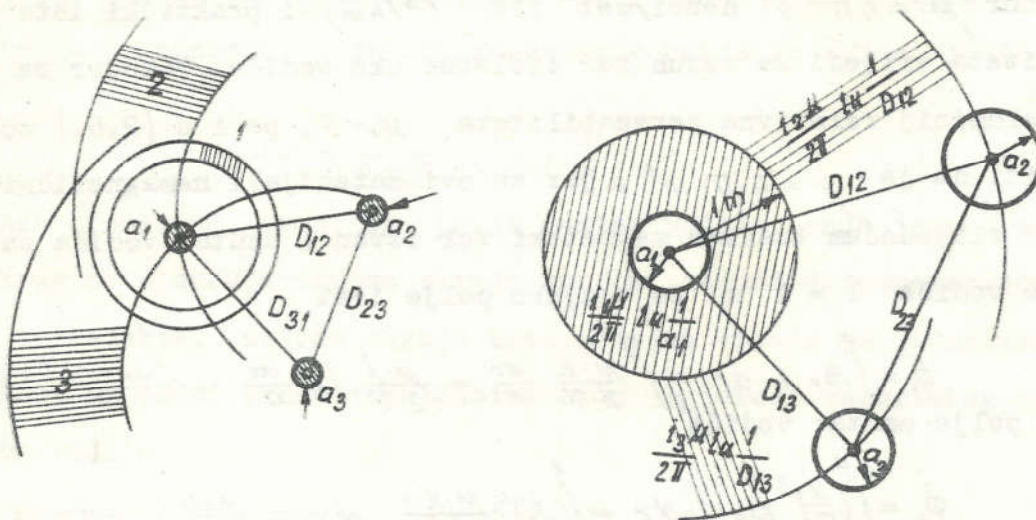
$$L_u = \frac{\Phi_u}{i} = \frac{\mu}{8\pi} \dots \dots \frac{\text{henri}}{m} \quad \text{ili} \quad \left[\frac{Vs}{Am} \right] \dots \dots [2.10.]$$

naziva se u n u t a r n j a i n d u k t i v n o s t vodiča za 1...m njegove dužine. Ona je nezavisna o promjeru vodiča, te imade iste dimenzije kao i permeabilnost. Ukupnam induktivnost za $i = 1...m$ iznosi prema tome

$$L = L_v + L_u = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{\infty}{a} + \frac{\mu}{8\pi} \dots \dots \frac{\text{henri}}{m} \quad \text{ili} \quad \left[\frac{Vs}{Am} \right] [2.11.]$$

Lako pamtimo da je indutkvinnost polje što ga stvara struja jednog ampera, kako nam to pokazuju formule [2.9.] i [2.10.]

Naša razmatranja sada proširimo na jedan sistem s više vodiča. Neka su npr. 3 vodiča na sl. 2.3. (a) s polumjerima a_1, a_2, a_3 i međusobnim udaljenostima D_{12}, D_{23}, D_{31} . U vodičima teku struje i_1, i_2, i_3 .



Sl. 2.3. Ulančeni magnetski tokovi u sistemu s tri vodiča

U ravnini presjeka vodiča uvijek vrijedi relacija

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad \dots \dots \dots [2.12.]$$

Da bismo sada dobili ukupni ulančeni tok Φ oko vodiča 1, moramo imati na umu, da se vlastitom toku 1 od struje i_1 superponirani tokovi 2 i 3 od struja i_2, i_3 . Ovi su tokovi na slici posebno označeni brojevima 1, 2, 3. Tokove 2 i 3 odredimo formulom (2.6.), tako da je

$$\Phi_2 = \frac{\mu i_2}{2\pi} \ln \frac{\infty}{D_{12}} \quad i \quad \Phi_3 = \frac{\mu i_3}{2\pi} \ln \frac{\infty}{D_{13}} \quad \dots (2.13.)$$

Budući da se vlastiti tok Φ dobiva iz (2.8.), tada je ukupni ulančeni tok oko vodiča 1 jednak

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi + \Phi_2 + \Phi_3 \\ &= \frac{\mu i_1}{2\pi} \ln \frac{\infty}{a_1} + \frac{\mu i_2}{2\pi} \ln \frac{\infty}{D_{12}} + \frac{\mu i_1}{8\pi} + \frac{\mu i_3}{2\pi} \ln \frac{\infty}{D_{13}} = \\ &= \left[(i_1 + i_2 + i_3) \ln \infty + i_1 \left(\ln \frac{1}{a_1} + \frac{1}{4} \right) + i_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + i_3 \ln \frac{1}{D_{13}} \right] \frac{\mu}{2\pi} \end{aligned}$$

Uzmemo li u obzir da je $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, slijedi ulančeni tok oko vodiča 1

$$\Phi_1 = \left[i_1 \left(\ln \frac{1}{a_1} + \frac{1}{4} \right) + i_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + i_3 \ln \frac{1}{D_{13}} \right] \frac{\mu}{2\pi} \dots \dots \left[\frac{Vs}{m} \right] \dots (2.14.)$$

Prvi član u zagradi odnosi se na magnetski tok što ga proizvodi struja, i_1 u vodiču 1. Ovaj tok se sastoji iz toka u unutrašnjosti vodiča $\frac{i_1}{4} \cdot \frac{\mu}{2\pi}$ i vanjskog toka oko vodiča od a_1 do udaljenosti 1..m. To je naznačeno šrafiranom plohom na sl. 2.3. (b) i izrazom za ovo polje $i_1 \ln \frac{1}{a_1} \cdot \frac{\mu}{2\pi}$. Ova dva toka tvore vlastito polje proizvedenom strujom i_1 u vodiču 1.

Drugi i treći član u zagradi su polja ulančena vodičem 1, no proizvedena od struja i_2 i i_3 na udaljenostima od 1...m do D_{12} , odnosno D_{13} , kako je šematski prikazano na slici (b).

Na isti način našli bi Φ_2, Φ_3 za vodiče 2, 3 i nije potrebno da to posebno izvodimo. Radi sistematike i preglednosti označimo da je za sistem s povoljnim brojem vodiča

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{a_1} + \frac{1}{l_1} \right) \\ a_{22} &= \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{a_2} + \frac{1}{l_2} \right) \\ a_{33} &= \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{a_3} + \frac{1}{l_3} \right) \end{aligned} \right\} \dots (2.15.)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{12} &= \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{12}} \\ a_{23} &= \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{23}} \\ a_{31} &= \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{31}} \end{aligned} \right\} \dots (2.16.)$$

Dobivamo prema tome opći oblik jednačbi za ulančene tokove

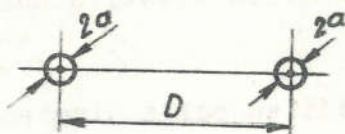
$$\left. \begin{aligned} \Phi_1 &= a_{11} i_1 + a_{12} i_2 + a_{13} i_3 + \dots \\ \Phi_2 &= a_{21} i_1 + a_{22} i_2 + a_{23} i_3 + \dots \\ \Phi_3 &= a_{31} i_1 + a_{32} i_2 + a_{33} i_3 + \dots \end{aligned} \right\} \dots (2.17.)$$

gdje je a_{11} koeficijent polja vodiča 1 i a_{12} koeficijent polja vodiča 1 prema vodiču 2 itd. Značenje ovih koeficijenata već smo upoznali prije i prikazali slikovito na sl. 2.3. (b).

Primjećujemo da smo u izvodima pretpostavili da je dielektrikum oko vodiča uzduh kojemu je $\mu_r = 1$, pa je $\mu = \mu_0$. Također za sve vodiče koji su nemagnetični vrijedi $\mu_r = 1$. Općenito to ne mora biti i lako bi korigirali izraze za neki drugi dielektrikum gdje je $\mu_r \neq 1$ ili za vodiče koji su feromagnetni.

2.1. JEDNOFAZNI SISTEM

Prema sl. 2.1.1. slijedi za dovodni i odvodni vodič jednakog presjeka u jednofaznom sistemu



Sl. 2.1.1. Induktivnost vodiča u jednofaznom sistemu

$$\Phi_1 = a_{11} i_1 + a_{12} i_2$$

Budući da je $i_2 = -i_1$, te ako uvrstimo vrijednosti za koeficijente iz (2.15.) i (2.16.)

$$\Phi_1 = \lambda_1 \left(\ln \frac{1}{a} + \frac{1}{4} - \ln \frac{1}{D} \right) \frac{\mu}{2\pi}$$

odnosno

$$\Phi_1 = \lambda_1 \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi}$$

Induktivnost jednog vodiča, koja se naziva i p o g o n s k a induktivnost ili induktivnost p r e m a n e u t r a l u, iznosi sada

$$L = \frac{\Phi_1}{\lambda_1} = 2 \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-7} \dots \frac{\text{henri}}{\text{m}} \text{ ili } \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] [2.1.1.]$$

Za odvodni i povratni vodič induktivnost je dvostruka. Tada je to i n d u k t i v n o s t p e t l j e .

Kada su nejednaki polumjeri vodiča onda i induktivnost odvodnog i povratnog vodiča nije jednaka. Veći imade onaj vodič kojemu je polumjer manji, što lako provjerimo iz jednažbi.

2.2. SIMETRIČNI TROFAZNI SISTEM

Raspored vodiča u simetričnom trofaznom sistemu dobivamo kada su vodiči smješteni na vrhovima jednakokraničnog trokuta kao na sl.

2.2.1. Polumjeri vodiča također su jednaki.

Slijedi

$$\Phi_1 = a_{11} \lambda_1 + a_{12} \lambda_2 + a_{13} \lambda_3$$

gdje je

$$a_{12} = a_{13}$$

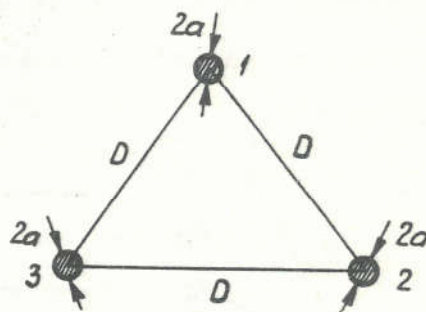
$$\lambda_1 = -(\lambda_2 + \lambda_3)$$

pa je

$$\Phi_1 = (a_{11} - a_{12}) \cdot \lambda_1$$

odnosno

$$\Phi_1 = \lambda_1 \left(\ln \frac{1}{a} + \frac{1}{4} - \ln \frac{1}{D} \right) \frac{\mu}{2\pi}$$



Sl. 2.2.1. Simetrični trofazni vod

$$L = \frac{\Phi_1}{\lambda_1} = 2 \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-7} \dots \frac{\text{henri}}{\text{m}} \text{ ili } \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] \dots [2.2.1.]$$

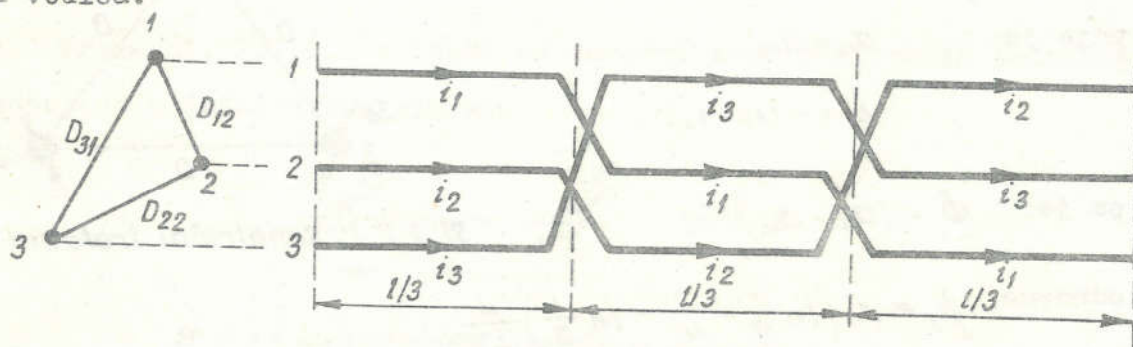
Između formula [2.1.1.] i [2.2.1.] nema razlike ako promatramo in-

duktivnost samo jednog vodiča u sistemu. Kada bi polumjeri vodiča bili nejednaki, trofazni sistem tada ne bi bio simetričan, niti onda, ako je $D = D_{12} = D_{23} = D_{31}$. Iz općih formula lako bi u tom slučaju odredili L_1, L_2, L_3 . Induktivnost prema [2.2.1.] naziva se **p o g o n s k a** induktivnost ili induktivnost prema zamišljenom **n e u t r a l u** trofaznog sistema.

2.3. SIMETRIRANI TROFAZNI SISTEMI

Iz konstruktivnih razloga vodiči redovno nisu smješteni na stupovima simetrično. Kako bi ipak održali za svaku fazu jednaki L , onda se kod duljih vodova provodi i tzv. **s i m e t r i r a n j e** vodiča. Na sl. 2.3.1. je D_{12}, D_{23}, D_{31} razmak među vodičima trofaznog nesimetričnog voda. Ipak pretpostavimo da su polumjeri svih vodiča jednaki, što je u praksi redovno slučaj.

U svakoj trećini voda provodimo križanje vodiča kako je naznačeno na slici. U drugoj trećini vodič 1 zauzima poziciju vodiča 2 i u trećoj poziciji vodiča 3. Takovim križanjem eliminiramo razlike u ulančenim tokovima od struja i_2 odnosno i_3 na vodič 1, koje nastaju zbog nejednakih razmaka među vodičima. Slično vrijedi za ostala dva vodiča.



Sl. 2.3.1. *Simetriranje trofaznog voda*

Za koeficijente polja uzimamo prema tome prosječnu vrijednost tako da je ulančeni tok za vodič 1

$$\Phi_1 = a_{11} i_1 + \left(\frac{a_{12} + a_{13} + a_{33}}{3} \right) i_2 + \left(\frac{a_{31} + a_{23} + a_{12}}{3} \right) i_3$$

Očito je da su izrazi u zagradi jednaki i uzmemo li u obzir relaciju

$i_1 = -(i_2 + i_3)$, slijedi

gdje je
$$\Phi_1 = \left(a_{11} - \frac{a_{12} + a_{13} + a_{31}}{3} \right) i_1$$

$$a_{11} = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \frac{1}{a} + \frac{1}{4} \right)$$

$$a_{12} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{12}}$$

$$a_{23} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{23}}$$

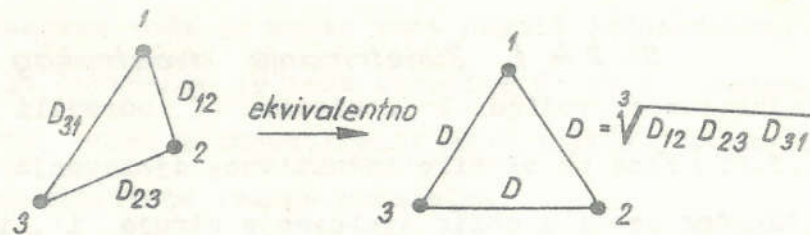
$$a_{31} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{31}}$$

Dobivamo time

ili
$$\Phi_1 = \left[\ln \frac{1}{a} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \left(\ln \frac{1}{D_{12}} + \ln \frac{1}{D_{23}} + \ln \frac{1}{D_{31}} \right) \right] \frac{\mu \cdot i_1}{2\pi}$$

$$\Phi = \left[\ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}}{a} + \frac{1}{4} \right] \frac{\mu \cdot i_1}{2\pi} \quad \dots \quad (2.3.1.)$$

Vidimo da nesimetrični trokut nadomještamo jednakokraničnim trokutom, kakò je prikazano na sl. 2.3.2.



Sl. 2.3.2. Pretvaranje nesimetričnog trokuta u ekvivalentni simetrični

Induktivnost je prema tome

$$L = \frac{\Phi_1}{i_1} = \left[\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right] \frac{\mu}{2\pi} \dots \dots \dots \frac{\text{henri}}{m} \text{ ili } \left[\frac{Vs}{Am} \right] [2.3.2.]$$

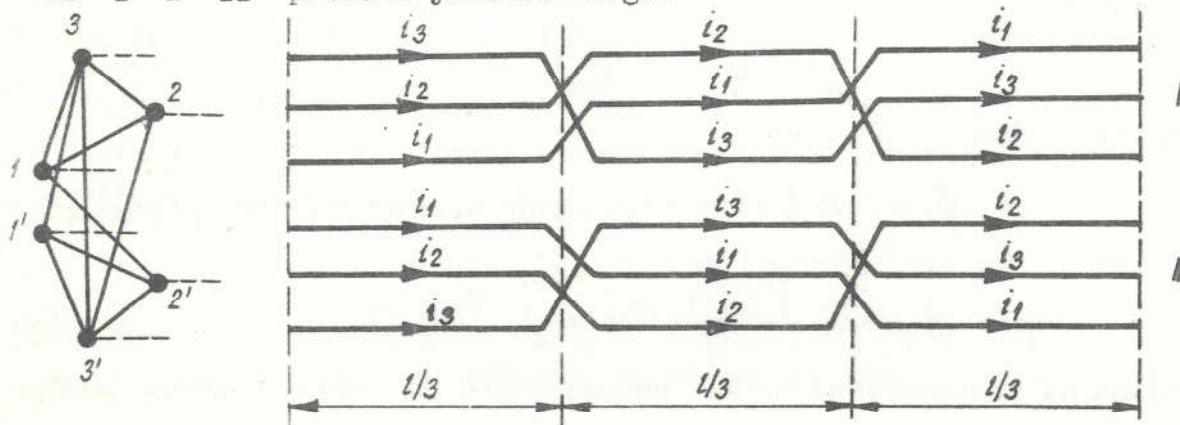
gdje je D geometrijska srednja vrijednost iz faznih udaljenosti

$$D = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} \dots \dots [m] \quad [2.3.3.]$$

2.4. SIMETRIRANJE NA DVOSTRUKOM VODU

Na sl. 2.4.1. vidimo dvostruki trofazni vod na jednom stupu. U stvari je to jedan vod kojemu je svaka faza razdijeljena na dva vodiča. Svi važniji vodovi visokog napona danas se manje ili više grade u tom obliku. Vodiči 1, 1 pripadaju jednoj fazi i priključeni su na iste sabirnice. Isto vrijedi i za vodiče 2, 2 i 3, 3.

Pretpostavimo da su svi vodiči jednakog presjeka i poželjno je dakako da kroz svaki vodič protiče jednaka struja. To možemo postići ako svaki vodič imade jednaki R, L, C , u kojem slučaju sistem I i II prenose jednaku snagu.



Sl. 2.4.1. Simetriranje dvostrukog voda

Induktivnost vodiča 1 u sistemu I odredili bi prema formuli (2.3.2.) kada ne bi bilo induktivnog djelovanja sistema II. Moramo također uzeti u obzir djelovanje struja i_1, i_2, i_3 u sistemu II na vodič 1 u sistemu I. Budući da je to djelovanje u svakoj trećini voda drukčije, moramo tražiti srednju vrijednost koeficijenta polja. Ulančeni tok oko vodiča 1 u sistemu I koji nastaje djelovanjem sistema II iznosi

$$\Phi_{II1} = \left(\frac{a_{11'} + a_{22'} + a_{33'}}{3} \right) \cdot i_1 + \left(\frac{a_{12'} + a_{23'} + a_{31'}}{3} \right) \cdot i_2 + \left(\frac{a_{13'} + a_{21'} + a_{32'}}{3} \right) \cdot i_3$$

gdje nam npr. $a_{22'}$ znači koeficijent polja vodiča 2' prema vodiču 2, tako da je $a_{22'} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{1}{D_{22'}}$, ako je $D_{22'}$ udaljenost između vodiča 2 i 2'. Izrazi u drugoj i trećoj zagradi su jednaki, te uz

$i_1 = -(i_2 + i_3)$ dobivamo

$$\Phi_{II_1} = \left(\frac{a_{11'} + a_{22'} + a_{33'}}{3} - \frac{a_{12'} + a_{23'} + a_{31'}}{3} \right) i_1$$

Kada uvrstimo odgovarajuće koeficijente slijedi

$$\Phi_{II_1} = \frac{\mu \cdot i_1}{2\pi} \cdot \ln \sqrt[3]{\frac{D_{12'} D_{23'} D_{31'}}{D_{11'} D_{22'} D_{33'}}}$$

Ovom izrazu moramo dodati ulančeni tok iz formule (2.3.2.) tako da je

$$\Phi_1 = \left[\ln \frac{D}{a} + \ln \sqrt[3]{\frac{D_{12'} D_{23'} D_{31'}}{D_{11'} D_{22'} D_{33'}}} \right] \frac{\mu i_1}{2\pi}$$

Označimo nadalje da je

$$\left. \begin{aligned} D &= \sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}} \\ D' &= \sqrt[3]{D_{12'} D_{23'} D_{31'}} \\ D'' &= \sqrt[3]{D_{11'} D_{22'} D_{33'}} \end{aligned} \right\} \text{--- (2.4.1.)}$$

dobivamo izraz za induktivnost

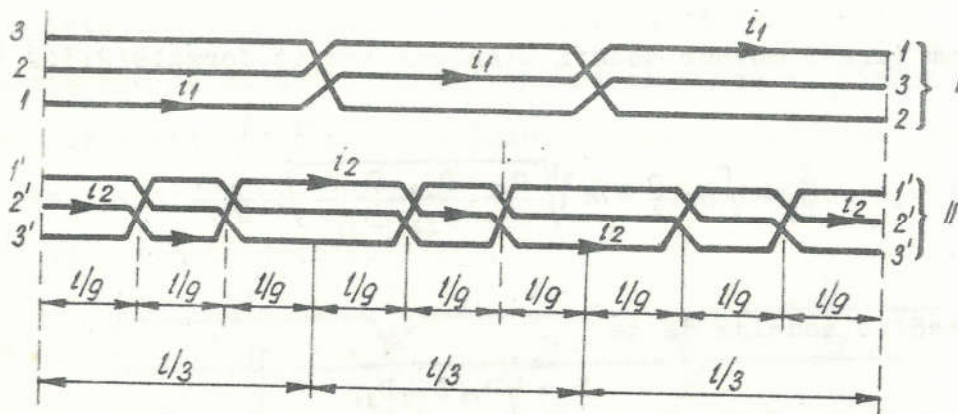
$$L = \left[\ln \frac{D}{a} \frac{D'}{D''} + \frac{1}{4} \right] \frac{\mu}{2\pi} \text{--- henri ili } \left[\frac{Vs}{Am} \right] \text{--- (2.4.2.)}$$

Induktivnost ovakvog voda je nešto veća negoli jednostrukog voda prema sl. 2.3.1. Povećanje je reda veličine 5 ÷ 15 %. Gledamo li oba voda kao cjelinu, onda je induktivnost za 2 vodiča jednaka $L/2$, jer su to dvije induktivitete vezane paralelno.

Moguće je i takvo simetriranje dvaju paralelnih vodova da se potpuno eliminira magnetski utjecaj jednog sistema na drugi. Dok se jedan vod simetrira normalno u svakoj trećini svoje dužine, drugi i njemu paralelni sistem simetrira se u svakoj trećini prvog voda. To se rijetko provodi zbog dodatnih troškova za specijalne stupove na kojima se vrši križanje vodiča.

2.5. SPECIJALNO SIMETRIRANJE DVOSTRUKOG VODA

Ako je dvostruki vod simetriran prema sl. 2.5.1. tada je eliminirano magnetsko djelovanje između oba sistema I i II. Promatrajmo najprije tok struje i_2 u sistemu II koji ulančuje struju i_1 u sistemu I.



Sl. 2.5.1. Specijalno simetriranje dvostrukog voda

Dobivamo da je od struje i_1 ulančeni tok

$$i_2 \left(\frac{a_{12'} + a_{13'} + a_{11'} + a_{21'} + a_{22'} + a_{23'} + a_{31'} + a_{32}}{9} \right)$$

Za struju i_1 i i_3 sistema II koja djeluje na i_1 sistema I dobivamo isti izraz u zagradi. Budući da je $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, djelovanje triju struja sistema II na sistem I jednako je nuli.

Za ovako simetriranje dvostrukog voda vrijedi jednačba (2.3.2.)

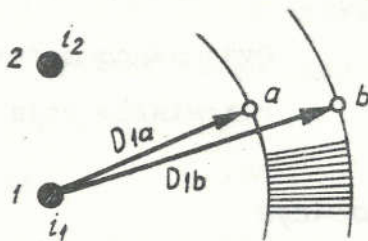
$$L = \left[\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right] \frac{\mu}{2\pi} \dots \frac{\text{henri}}{\text{met}} \text{ ili } \left[\frac{Vs}{Am} \right] \dots (2.5.1)$$

2.6. MEĐUINDUKTIVNOST

Kod dviju petlji u blizini jedna promjena struje u jednoj petlji inducira napon u drugoj petlji. Znamo da je međuindukcija jednaka odnosu induciranog napona u jednoj petlji i brzini promjene struje u drugoj petlji, naime

$$M_{21} = - \frac{u_2}{\frac{di_1}{dt}} \dots \text{henri} \text{ ili } \left[\frac{Vs}{A} \right] \dots (2.6.1)$$

Takovi naponi mogu se inducirati u jednom vodu od struja koje teku u susjednom vodu. Poznate su smetnje u telefonskom vodu ako je njegova trasa u blizini i paralelna energetska vodu. Na sl. 2.6.1. prikazana su dva paralelna voda, jedan jednofazni i drugi telefonski.



Sl. 2.6.1. Međuindukcija

Tok proizveden strujom i_1 ulančuje petlju ab , no za nas je od interesa onaj dio toka koji je omeđen polumjerima D_{1b} i D_{1a} . Ovaj je tok jednak

$$\Phi_1 = \frac{\mu i_1}{2\pi} \ln \frac{D_{1b}}{D_{1a}}$$

Ovome treba dodati tok proizveden od struje $i_2 = -i_1$, tako da kroz petlju ab prolazi ukupni tok

$$\Phi = \frac{\mu i_1}{2\pi} \ln \frac{D_{1b}}{D_{1a}} + \frac{\mu i_2}{2\pi} \ln \frac{D_{2b}}{D_{2a}} = \frac{\mu i_1}{2\pi} \ln \frac{D_{1b} \cdot D_{2a}}{D_{1a} \cdot D_{2b}} \quad (2.6.1.a.)$$

pa je međuindukcija

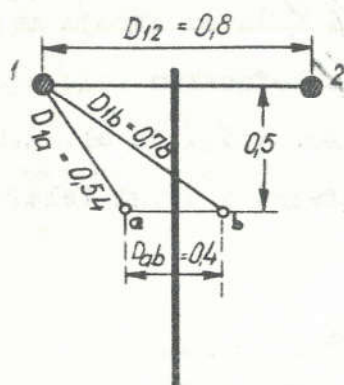
$$M_{21} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D_{1b} \cdot D_{2a}}{D_{1a} \cdot D_{2b}} \quad \text{--- henri ili } \left[\frac{Vs}{Am} \right] \quad (2.6.2.)$$

Kada bi imali trofazni vod s vodičima 1, 2, 3, onda jednadžbu (2.6.1.) proširimo na 3 člana. Inducirani napon tada možemo izračunati analognim postupkom.

(a) P r i m j e r. Pokažimo na jednom primjeru magnetskog djelovanja energetskog voda na telefonski vod na istim stupovima, kako je prikazano na sl. 2.6.2. Naznačene mjere su u metrima.

Formulom (2.6.2.) na demo

$$M = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{0,78 \cdot 0,78}{0,54 \cdot 0,54} = 2 \cdot 10^{-7} \ln 2,09 = 1,48 \cdot 10^{-7} \text{ --- } \left[\frac{H}{m} \right]$$



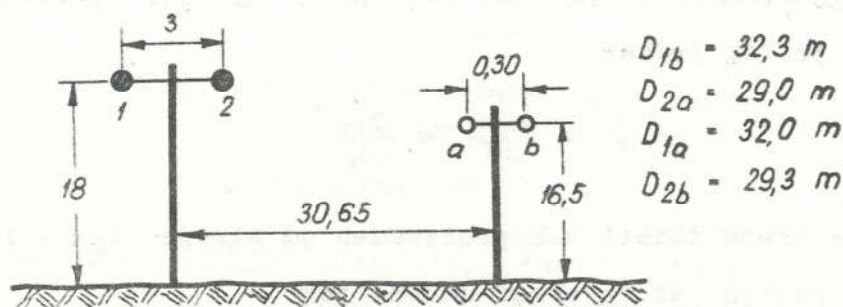
Inducirani napon za 10...km iznosi kod struje $I = 100 \dots A$

$$\omega \cdot M \cdot l \cdot I = 314 \cdot 1,48 \cdot 10^{-7} \cdot 10^4 \cdot 100 = 46,6 \dots [V]$$

Ovaj napon možemo izbjeći simetriziranjem energetskog voda na polovici njegove dužine.

Sl. 2.6.2. Primjer međuindukcije

(b.) P r i m j e r. Na sl. 2.6.3. energetski i telefonski vod imaju paralelnu trasu na duljini $l = 30 \dots km$. Struja u energetskom vodu $I = 150 \dots A$ kod $f = 50 \dots Hz$. Potrebne dimenzije su označene na slici u metrima.



Sl. 2.6.3. Paralelni energetski i telefonski vod

Formulom 2.6.2. nađemo M i odgovarajući inducirani napon u telefonskom vodu

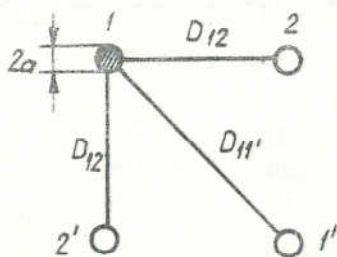
$$\omega M l \cdot I = 314 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \left[\ln \frac{32,9 \cdot 29,0}{32,0 \cdot 29,3} \right] 30 \cdot 10^3 \cdot 150 = 0,274 \dots [V]$$

Izraz pod logaritmom iznosi $-0,00097$ i negativni predznak ovdje nema značaja.

2.7. JEDNOFAZNI SISTEM S VODIČIMA U SNOPU

Općeniti izraz za ulančeni tok možemo primjeniti za račun induktivnosti takovih sistema kojima su vodiči građeni u snopu ili pramenu. Svaka faza sistema sastoji se iz 2 ili više vodiča. Zbog jednostavnosti ograničimo račun na jednofazni sistem s dva vodiča jednakog presjeka po jednoj fazi. Postupak se analogijom prenosi

na trofazne sisteme. Raspored vodiča neka je prema sl. 2.7.1. Po



dva vodiča koji pripadaju jednoj fazi naznačena su crnim i bijelim kružićima. Vodiči 11 vezani su zajedno na sabirnice oba kraja voda kao i vodiči 22 na druge sabirnice.

Budući da je raspored vodiča simetričan struje u vodičima 1 i 1' su jednake takođe da je

$$i_1 = i_{1'} = \frac{1}{2} i$$

Također za povratni snop vodiča

$$i_2 = i_{2'} = -\frac{1}{2} i$$

Iz općeg izraza za ulančeni tok slijedi za vodič 1 polumjera a

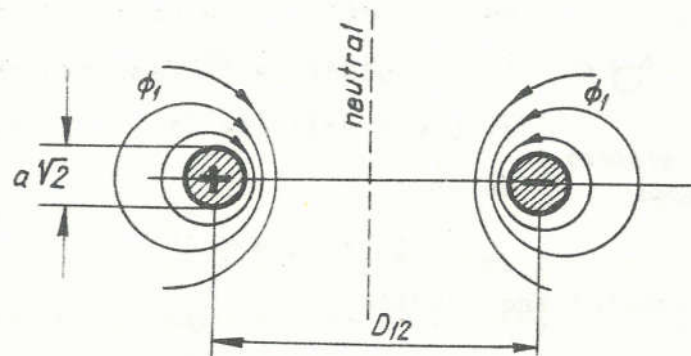
$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \left(i_1 \frac{1}{4} + i_1 \ln \frac{1}{a_1} + i_{1'} \ln \frac{1}{D_{11'}} + i_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + i_{2'} \ln \frac{1}{D_{12'}} \right) \frac{\mu}{2\pi} \\ &= \frac{i_1}{2} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{1}{a_1} + \ln \frac{1}{D_{11'}} - \ln \frac{1}{D_{12}} - \ln \frac{1}{D_{12'}} \right) \frac{\mu}{2\pi} \\ &= \frac{i_1}{2} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D_{12}^2}{a_1 D_{11'}} \right) \frac{\mu}{2\pi} \\ &= \frac{i_1}{2} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D_{12}}{a_1 \sqrt{2}} \right) \frac{\mu}{2\pi} \quad \text{-----} \frac{\text{veber}}{\text{met}} \text{ ili } \left[\frac{Vs}{m} \right] \quad \text{--- (2.7.2.)} \end{aligned}$$

Računali smo za duljinu vodiča $l = 1 \dots m$. Ako dijelimo Φ , sa $i_1/2$, dobivamo izraz za induktivnost vodiča a_1 . Dijelimo li međutim Φ , sa i_1 , dobivamo izraz za induktivnost snopa vodiča 1 i 1' prema neutralu, naime

$$L_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D_{12}}{a_1 \sqrt{2}} \right) \frac{\mu}{2\pi} \quad \text{---} \frac{\text{henri}}{\text{met}} \text{ ili } \left[\frac{Vs}{Am} \right] \quad \text{--- (2.7.2.)}$$

To je također pogonska induktiviteta sistema. S ovom induktivitetom određujemo pad napona u paru vodiča 1 i 1' s ukupnom strujom „i“. U tom slučaju polje Φ , ulančaje par vodiča 1 i 1'.

Jednaki je pad napona u paru povratnih vodiča 2 i 2', ako su svi presjeci vodiča jednaki i struje u njima jednake. Za ukupni pad napona odvodnog i dovodnog para vodiča mjerodavan je sada $2L_n$ koji definira induktivnost petlje.



Sl. 2.7.2. Redukcija jednofaznog sistema s 4 vodiča u ekvivalentni sistem s dva vodiča

Iz 2.7.2. vidimo da sistem s 4 vodiča možemo nadomjestiti sistemom s 2 vodiča prema sl. 2.7.2. Ekvivalentni razmak vodiča je D_{12} i ekvivalentni polumjer $a\sqrt{2}$. Na slici je naznačeno polje Φ , oko ekvivalentnih vodiča, između neutrala i beskonačnosti.

Sličnim postupkom odredili bi induktivnost jednofaznih sistema s vodičima u pramenu različitih konfiguracija. U TABLICI 2.7.1. navodimo neke oblike i odgovarajuće formule za induktivnost s ekvivalentnim shemama. Navedene formule odnose se na pogonsku induktivnost. Svi su vodiči jednakog presjeka. Za usporedbu navodi se također formula za induktivnost jednofaznog sistema s jednim vodičem.

Ako vodiči u jednom snopu imaju promjer a_1 i u drugom a_2 , onda u formuli stavimo $a = \sqrt{a_1 a_2}$, što se jednostavno može provjeriti računom.

Gornja metoda je općenito primjenjiva za povolji broj vodiča u pramenu, ako su simetrijom osigurane jednake struje u svim vodičima. Nije li to slučaj potrebna su dodatna razmatranja.

Drugi Kirchhoffov zakon takodjer izrazimo u dva oblika:

1. Pri obilaženju zamke suma svih padova napona u pasivnim granama jednaka je sumi svih elektromotornih sila u aktivnim granama zamke.
2. Pri obilaženju zamke razlika između sume padova napona u pasivnim granama i sume elektromotornih sila u aktivnim granama jednaka je nuli.

Na slici (b) vidimo jednu zamku kao dio općenite mreže. Polaritet pojedinih grana zamke odabire se proizvoljno, pa je

$$u_1 + u_4 = u_2 + u_3 \quad \text{-----} (6.3.3.)$$

$$(u_1 + u_4) - (u_2 + u_3) = 0 \quad \text{-----} (6.3.4.)$$

Smisao obilaženja zamke odabran je proizvoljno.

Ako su naponi i struje sinusnog oblika jednake frekvencije, onda trenutne struje i napone zamijenimo stacionarnim, tako da nam

$$I_1 \text{ simbolizira } i_1 = \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t + \varphi_{i_1})$$

$$I_2 \quad \text{---} \quad i_2 = \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t + \varphi_{i_2})$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

Analogno vrijedi za napone, pa nam

$$U_1 \text{ simbolizira } u_1 = \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t + \varphi_{u_1})$$

$$U_2 \quad \text{---} \quad u_2 = \sqrt{2} U_2 \sin(\omega t + \varphi_{u_2})$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

Za stacionarni pogon vrijede sada Kirchhoffove jednačbe za struju i napon prema slici (a) i (b)

$$\left. \begin{aligned} I_1 + I_4 &= I_2 + I_3 \\ (I_1 + I_4) - (I_2 + I_3) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} (6.3.5.)$$

$$\left. \begin{aligned} U_1 + U_4 &= U_2 + U_3 \\ (U_1 + U_4) - (U_2 + U_3) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} (6.3.6.)$$

Jednom usvojenog smisla obilaženja zamke moramo se konzekventno pridržavati. Obično je to u smjeru kretanja kazaljke na satu. Ako imamo pred sobom jedno izolirano čvorište ili izoliranu zamku, referentne uvjete biramo proizvoljno. Na Sl. 6.3.2. (a) su međjutim dva čvorišta (1) i (2). Referentne struje u granama koje stječu u čvorištu (1) biramo proizvoljno. Ta sloboda više ne vrijedi za čvorište (2), gdje je pozitivan smisao struje u grani 1-2 već definiran izborom referencije za prvo čvorište.

nostima za napon i struju dobivamo

$$\begin{aligned}\Delta U_1 &= R_1 I_1 + j X_1 I_1 \\ &= R_2 I_2 + j X_2 I_2 \dots \text{volt}\end{aligned}\quad \text{--- (2.8.1.)}$$

Izrazimo li X sa ωL , slijedi

$$R_1 I_1 + j \omega L_1 I_1 = R_2 I_2 + j \omega L_2 I_2 \quad \text{--- (2.8.2.)}$$

odnosno

$$R_1 I_1 + j \omega \Phi_1 = R_2 I_2 + j \omega \Phi_2 \quad \text{--- (2.8.3.)}$$

Iz općeg izraza za ulančeni tok slijedi za jednaki polumjer svih vodiča

$$\Phi_1 = \left(I_1 \cdot \frac{1}{4} + I_1 \ln \frac{1}{a} + I_2 \ln \frac{1}{D} + I_{1'} \ln \frac{1}{2D} + I_{2'} \ln \frac{1}{3D} \right) \frac{\mu}{2\pi} \quad \text{--- (2.8.4.)}$$

Simetrija je takova da je

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= -I_{2'} \\ I_2 &= -I_{1'} \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (2.8.5.)}$$

pa dobivamo za ulančeni tok

$$\Phi_1 = \left[I_1 \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{3D}{a} \right) + I_2 \ln 2 \right] \frac{\mu}{2\pi} \quad \text{--- (2.8.6.)}$$

Analogno je s ulančenim tokom oko vodiča 2

$$\begin{aligned}\Phi_2 &= \left(I_2 \frac{1}{4} + I_2 \ln \frac{1}{a} + I_1 \ln \frac{1}{D} + I_{1'} \frac{1}{D} + I_{2'} \ln \frac{1}{2D} \right) \\ &= \left[I_2 \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{a} \right) + I_1 \ln 2 \right] \frac{\mu}{2\pi}\end{aligned}\quad \text{--- (2.8.7.)}$$

Ako vrijednosti za Φ_1 i Φ_2 uvrstimo u (2.8.3.), dobiva se jedna-džba u kojoj su jedine nepoznanice I_1 i I_2 . Zanima nas međutim odnos ovih struja i lako provjerimo da je

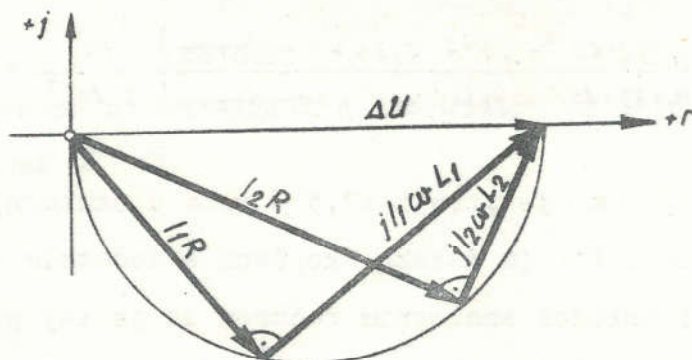
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2 + j \omega \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{2a} \right) \frac{\mu}{2\pi}}{R_1 + j \omega \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{3D}{2a} \right) \frac{\mu}{2\pi}} = \frac{R + j \omega L_2}{R + j \omega L_1} \quad \text{--- (2.8.8.)}$$

jer smo pretpostavili da je $R_1 = R_2 = R$. Vidimo da je $L_2 < L_1$, jer je $\ln \frac{D}{2a} < \ln \frac{3D}{2a}$. Za istosmjernu struju $\omega = 0$, pa je $I_1 = I_2$. Ista jednadžba pisana je u drugom obliku

$$I_1 (R + j \omega L_1) = I_2 (R + j \omega L_2) = \Delta U \quad \text{--- (2.8.9.)}$$

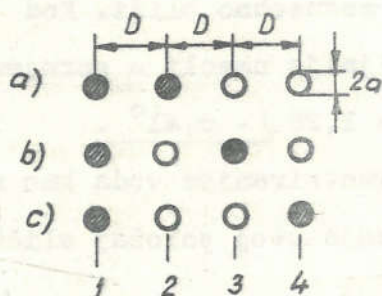
Grafički se ona daje prikazati s polukrugom promjera ΔU i odgo-varajućim komponentama pada napona u vodičima 1 i 2, kako je prik-

zano na sl. 2.8.2.



Sl. 2.8.2. Grafički prikaz jednačbe (2.8.9)

Za ilustraciju uzimamo primjer na sl. 2.8.3. u tri moguće kombinacije (a), (b), (c) u pogledu povezivanja vodiča koji pripadaju jednoj fazi. U prvoj kombinaciji (a) paralelno je vezan vodič 1 i 2, odnosno 3 i 4. U drugoj kombinaciji (b) vezan je 1 i 3, odnosno 2 i 4. I u trećoj kombinaciji (c) vezan je 1 i 4, odnosno 2 i 3.



Sl. 2.8.3.

Različite kombinacije vodiča u pramenu na jednofaznom vodu

Iz simetrije polja zaključujemo da u kombinacijama (a) i (b) oba vanjska i unutarnja vodiča imaju jednake struje. U kombinaciji (a) polje među unutranjim vodičima pojačano je poljem što ga stvaraju vanjski vodiči. U kombinaciji (b) je obrnuto. U kombinaciji (c) je polje simetrično i kroz sva četiri vodiča protiče jednaka struja.

Za numerički prikaz uzmimo alučel uže 150/25 sa slijedećim podacima:

$$D = 1,0 \text{ m}$$

$$2a = 0,0173 \text{ m}$$

$$R = 0,192 \cdot 10^{-3}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

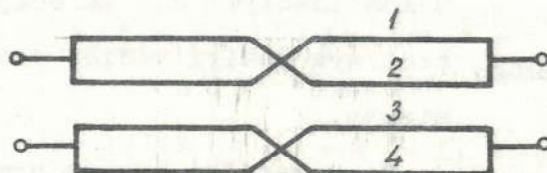
Za kombinaciju (a) slijedi prema formuli (2.8.8.)

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{0,192 \cdot 10^{-3} + j314(0,25 + \ln \frac{3}{0,0173}) \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{0,192 \cdot 10^{-3} + j314(0,25 + \ln \frac{1}{0,0173}) \cdot 2 \cdot 10^{-7}} = 1,175 \angle 5,9^\circ$$

U kombinaciji (a) je struja 17,5 % veća u unutarnjim negoli u vanjskim vodičima, što je dakako skopčano s dodatnim gubicima u sistemu. Našli bi također analognim računom da je taj procenat za kombinaciju (b) nešto manji. Razlog je tome što su polja među unutarnjim vodičima suprotna. Najpovoljnija je kombinacija (c), jer su struje u svim vodičima jednake.

Uzrok nejednakoj razdiobi struja zadire u dublji pojam pojave skinefakta i efekta blizine. Svuda tamo gdje struja prolazi kroz snop vodiča, u svim vodičima pad napona mora biti jednak. Ako je pozicija vodiča takova da neki vodiči u pramenu imaju različitu induktivnost, onda preuzima na sebe veću struju onaj vodič kojemu je manja induktivnost. Unutarnja petlja u kombinaciji (a) i (b) imade manju induktivnost od vanjske petlje jer su vodiči međusobno bliži. Kod visokih frekvencija prilike su daleko nepovoljnije negoli u gornjem primjeru. Kod $f = 1000 \dots \text{Hz}$ već je taj odnos $1,26 \angle -0,41^\circ$.

Pomenutu neugodnost možemo eliminirati simetriranjem voda kao na sl. 2.8.4. Međusobna pozicija vodiča mijenja svoj položaj slično kako smo to upoznali već prije.



Sl. 2.8.4. Simetriranje jednofaznog nesimetričnog voda s vodičima u pramenu

Ako je vod simetriran, njegovu aktivnost nađemo razmjerno jednostavno. Ulančeni tok je za svaki vodič jednak, pa su i struje $I_1 = I_2$. Prema tome dobivamo formulu za pogonsku induktivnost s 2 vodiča u

snopu, računajući s prosječnim tokom Φ_1 i Φ_2

$$L_n = \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{2D\sqrt{3}}{a} \right) \cdot \frac{\omega}{2\pi} \text{ --- } \frac{\text{henri}}{\text{met}} \text{ ili } \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] \text{ --- (2.8.10)}$$

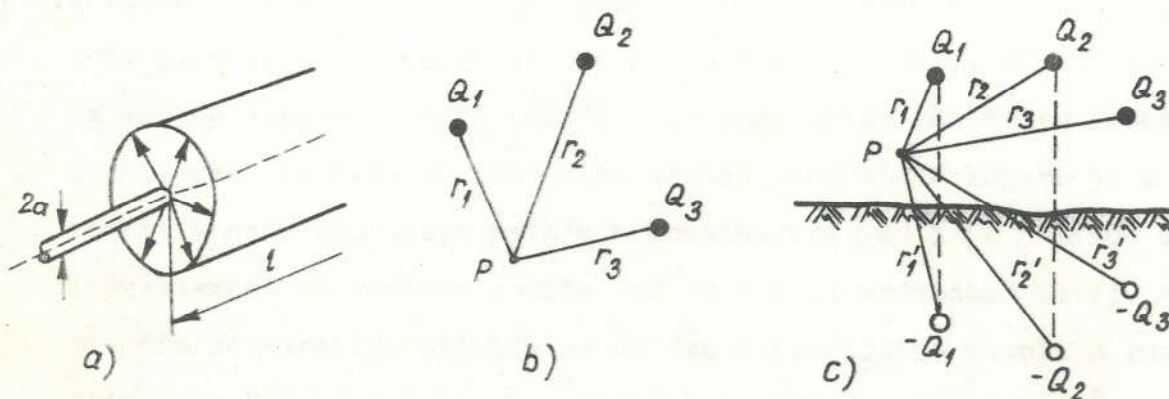
Vod u pramenu možemo nadomjestiti s dva vodiča polumjera "a" udaljena međusobno za $2D\sqrt{3}$.

3. KAPACITIVNOST NADZEMNIH VODOVA

Pri određivanju induktivnosti voda služili smo se prvom Maxwellovom jednačinom gdje smo zanemarili pomaćne struje. Jednačina tada prelazi u Amperov zakon. Za određivanje kapacitivnosti voda koristiti ćemo treću Maxwellovu jednačinu koja se koklapa s Gaussovim zakonom:

$$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \dots [As] \dots [3.1.]$$

Ova nam jednačina kaže da je zatvoreni integral normalne komponente električne indukcije preko zatvorene plohe jednak ukupnim slobodnim nabojima, koji su ovom plohom zatvoreni.



Sl. 3.1. Određivanje kapacitivnosti voda

Na sl. 3.1. (a) zamišljamo ravni vodič polumjera „a“ i duljine „l“. Dovoljno je da promatramo duljinu $l = 1 \dots m$ s jednolikom raspodjelom naboja na vodiču $+Q \dots As/m$. Povratni vodič s nabojem $-Q$ nalazi se u beskonačnoj udaljenosti. Ova će nam pretpostavka opet pojednostavniti račun kao i kod određivanja induktivnosti. Električno je polje tada radijalno i simetrično i prostire se u beskonačnost. Zbog simetrije možemo pisati prema [3.1.]

$$D = \frac{Q}{2r\pi} \dots \left[\frac{As}{m^2} \right] \dots (3.2.)$$

gdje je D električna indukcija u radijalnom smjeru na udaljenost „r“

od osi vodiča, kako prikazuje slika (a). Vidimo ovdje analogiju s jednačbom (2.3.), ako zamijenimo D sa H i Q sa „ i “.

Električka jakost polja rezultira iz poznatog odnosa između električke indukcije i dielektričke konstante

$$E = \frac{D}{\epsilon} \dots \left[\frac{V}{m} \right] \dots (3.3.)$$

gdje je $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$, ako je ϵ_r relativna dielektrička konstanta i za prazni prostor

$$\epsilon_0 \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \text{ ili } \left[\frac{As}{Vm} \right] \dots (3.4.)$$

izraženo sve u MKSA jedinicama. Električka jakost polja može se također izvesti iz potencijalne funkcije V gdje pišemo

$$-\frac{dV}{dr} = E = \frac{Q}{2\pi r \epsilon} \dots \left[\frac{V}{m} \right] \dots (3.5.)$$

U našem slučaju potencijalne plohe su koncentrični valjci oko osi vodiča. Integracijom (3.5.) slijedi

$$V = -\frac{Q}{2\pi \epsilon} \ln r + C \dots [V] \dots (3.6.)$$

U ovoj jednačbi C je integraciona konstanta koju ćemo utvrditi naknadno. Prema (3.6.) potencijal je logaritamska funkcija udaljenosti „ r “.

Imademo li više vodiča s nabojima $Q_1, Q_2, \dots$, onda se potencijali u bilo kojoj tački prostora superponiraju. Za tri takva naboja na slici (b) dobivamo prema gornjem potencijal za neku tačku p

$$V = -\frac{1}{2\pi \epsilon} (Q_1 \ln r_1 + Q_2 \ln r_2 + Q_3 \ln r_3 + C')$$

i za povoljni broj vodiča slijedi općenita jednačba

$$V = -\frac{1}{2\pi \epsilon} (Q_1 \ln r_1 + Q_2 \ln r_2 + \dots + C) \dots [3.7.]$$

To će nam biti prva potencijalna jednačba za određivanje kapacitivnosti u sistemu s povoljnim brojem vodiča. Prirodno je da u jednom zatvorenom sistemu uvijek vrijedi relacija

$$(Q_1 + Q_2 + \dots) = 0$$

Potrebna nam je još jedna druga jednačba ako želimo uzeti u ob-

zir utjecaj zemlje na kapacitivnost. Vodove ne možemo graditi osamljeno i njegovi vodiči su manje ili više udaljeni od zemlje. Zemlju pritom smatramo kao ravnu idealnu plohu beskonačne vodljivosti i silnice električkog polja padaju na ovu plohu okomito. U elektrostatici poznajemo **p r i n c i p z r c a l e n j a**, po kojem nabijeni vodič prema zemlji stvara isto polje kao i njegova zrcalna slika kada bi uklonili zemlju. Na sl. 3.1. (c) zemlju možemo ukloniti i nadomjestiti zrcalnim nabojima negativnog predznaka. Potencijal u bilo kojoj tački P, koja je na slici naznačena, jednak je prema [3.7.]

$$V = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(Q_1 \ln \frac{r_1'}{r_1} + Q_2 \ln \frac{r_2'}{r_2} + \dots \right) \dots [3.8]$$

To će nam biti druga potencijalna jednačba za određivanje kapacitivnosti vodiča u sistemu kada uzimamo u obzir i utjecaj zemlje.

Dvije jednačbe [3.7.] i [3.8.] služiti će nam kao osnova za račun kapacitete vodiča. One strogo vrijede samo za slučaj kada je presjek vodiča veoma malen u odnosu na druge dimenzije. Ova je pretpostavka kod nadzemnih vodova u punoj mjeri ispunjena.

U [3.8.] smo stavili da je integraciona konstanta jednaka nuli. Ona se dobiva iz uvjeta $V = 0$ i za svaku tačku zemlje potencijal jednak je nuli. Tada je i prema slici (c) $r_1 = r_1'$, $r_2 = r_2'$ itd., pa je u [3.8.] $C = 0$.

Općenito ćemo kapacitivnost dobivati iz odnosa

$$C = \frac{Q}{U} \dots \dots \frac{\text{farad}}{\text{met}} \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \dots [3.9]$$

gdje U potencijalna razlika izražena u voltima. Kapacitivnost nam prema tome znači potrebnu množinu električkog naboja koja je potrebna da se stvori razlika napona 1 volt.

3.1. JEDNOSTAVNI SLUČAJI

(a) . K a p a c i t i v n o s t k o a k s i a l n i h k a b e l a .

Na sl. 3.1.1. je unutrašnji i vanjski vodič s nabojima $+Q$ i $-Q$, koji međusobno tvore kondenzator. Ovdje primjenimo jednadžbu (3.6.) za prostor među vodičima. Naime

$$V_2 = -\frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln R + C$$

i za unutrašnji

$$V_1 = -\frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln a + C$$

Potencijalna razlika

$$U = V_1 - V_2 = \int_a^R \vec{E} d\vec{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{a}$$

iz kojeg izraza dobivamo kapacitivnost

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R}{a}} \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \text{ ili } \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \dots (3.1.1)$$

(b) S i s t e m v o d i č - v o d i č . Na sl. 3.1.2. su dva vodiča općenito različitih polumjera. Bez utjecaja zemlje primjenimo jednadžbu [3.7.] i stavimo $Q_1 = -Q_2$.

Za bilo koju tačku P

$$V = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} + C$$

Za vanjsku površinu vodiča 1 vrijedi

$$r_1 = a_1 \text{ i } r_2 = D$$

dok je za vodiče 2

$$r_1 = D \text{ i } r_2 = a_2$$

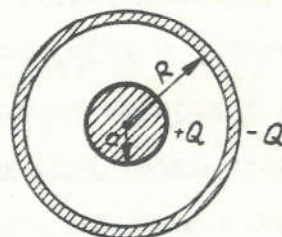
Prema tome je

$$U = V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \left(\ln \frac{D}{a_1} - \ln \frac{a_2}{D} \right)$$

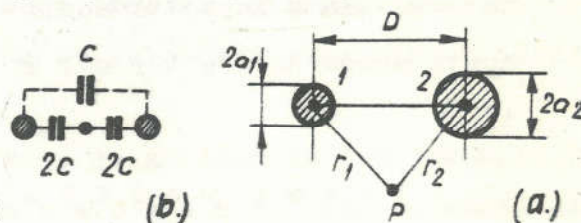
ili

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{\sqrt{a_1 a_2}}} \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \text{ ili } \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \dots (3.1.2)$$

Kod jednakih polumjera $a_1 = a_2 = a$ slijedi



Sl. 3.1.1. Kapacitivnost koaksialnog kabla



Sl. 3.1.2. Kapacitivnost sistema vodič - vodič

$$C = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{D}{a}} \dots \left[\frac{F}{m} \right] \dots (3.1.3.)$$

Izrazi (3.1.2.) i (3.1.3.) koje smo izveli iz potencijalne jednadžbe nisu matematički potpuno korektni. Kada bismo nacrtali tačnu sliku električkog polja, uzimajući u obzir tzv. električku os vodiča u kojoj možemo zamisliti da je koncentriran ukupni naboj vodiča i koja se ne poklapa s geometrijskom osi vodiča, dobili bismo tačan izraz koji ovdje samo navodimo

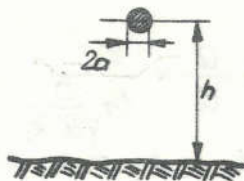
$$C = \frac{\pi \epsilon}{\ln \left(\frac{D}{2a} + \sqrt{\left(\frac{D}{2a} \right)^2 - 1} \right)} \dots \left[\frac{As}{Vm} \right] \dots (3.1.4.)$$

Ako je $D/2a \gg 1$, izraz prelazi u oblik (3.1.3.). U praksi je to redovno slučaj pa se može primjeniti jednostavnija formula. Moramo primjetiti da se gornji izrazi za kapacitivnost odnose na kompletnu petlju, tj. na odvodni i povratni vodič. Za jedan vodič prema neutralu kapacitivnost je dvostruko tako velika, jer su to dvije kapacitete u seriji, kakò nam prikazuje sl. 3.1.2. (b). U prvom slučaju govorimo o kapacitivnosti petlje i u drugom o kapacitivnosti prema neutralu ili tzv. pogonskoj kapaciteti.

(c) S i s t e m v o d i č - z e m l j a . Kapacitivnost jednog vodiča prema zemlji odredimo iz formule (3.1.3.). Zamišljamo naime da zemlja s vodičem tvori isto polje kao i zrcalna slika vodiča kada uklonimo zemlju. Prema tome u (3.1.3.) stavimo $D = 2h$, pa je

$$C = \frac{2\pi \epsilon}{\ln \frac{2h}{a}} \dots \left[\frac{F}{m} \right] \dots (3.1.5.)$$

Faktor 2 rezultira iz dvije jednake kapacitete u seriji.



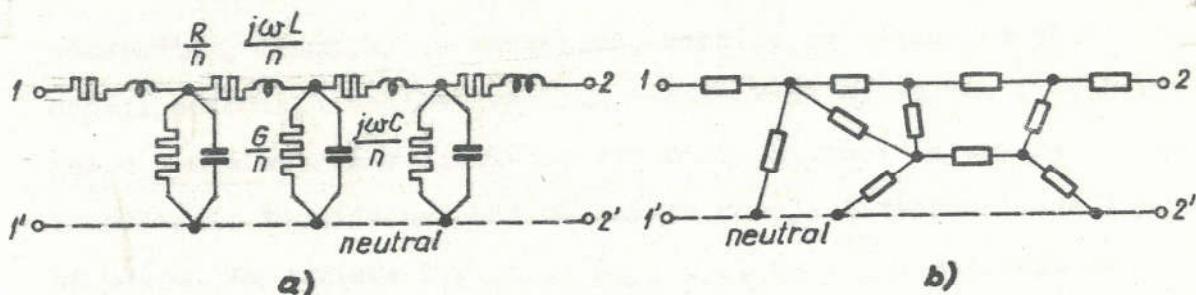
Sl. 3.1.3. Kapacitivnost sistema vodič - zemlja

izračunata razlika napona na početku manja od 1 %. Pritom je u T-spoju griješka prema dolje i obrnuto u Pi-spoju. Po ovim shemama možemo računati duge vodove reda veličine 250... km ili nešto više, što zavisi o traženoj tačnosti računa. Izbor T-spoja ili Pi-spoja zavisi o okolnostima; često je prikladniji Pi-spoj, ako je vod uključen u složenu mrežu. Transformacijom trokuta u zvijezdu ili obrnuto možemo pretvarati jedan oblik u drugi.

Ekvivalentne sheme na slici (d) i (e) također pripadaju T-spoju i Pi-spoju. One se u praksi najčešće primjenjuju jer je odvod G veoma mali, pa se zanemaruje. Kao što je već bilo spomenuto, odvod G proizlazi iz nesigurne procjene otpora izolacije među vodičima i između vodiča i zemlje. Ovamo bi trebalo uračunati također gubitke zbog pojave t.z. k o r o n e, no vodovi se redovno grade tako, da do ove pojave ne dolazi u normalnom pogonu voda. Za nadzemne vodove često se navodi orijentacioni $G_0 = 0,1 \cdot 10^{-6}$... simens/km. Kod kabelskih vodova pojavljuju se gubici u izolaciji kabela i gubici dielektrične histereze, koji su zavisni o izvedbi kabela. O ovim gubicima još ćemo posebno govoriti.

Na slici (f) prikazana je Steinmetzova ekvivalentna shema koja je još više aproksimirana stvarnom vodu. Dvije trećine ukupne kapacitivnosti koncentrirano je u sredini i po jedna trećina na krajevima voda. Djelatna je vodljivost zanemarena, no može se uključiti paralelno kondenzatorima u istim proporcijama.

Konačno navodimo vod na Sl. 7.2. koji je gradjen iz "n" jednakih $RLCG$ elemenata. Kada $n \rightarrow \infty$, dobivamo h o m o g e n i vod sa kontinuiranim rasporedom elemenata uzduž voda. Takva ekvivalentna shema u cijelosti nadomješta stvarni vod. Jednadžbe homogenog voda su hiperbolnog oblika, nazvane također t e l e g r a f s k e j e d n a d ž b e. Napon



Sl. 7.2. Homogeni vod za $n \rightarrow \infty$ i četveropol

Vidimo da je utjecaj zemlje takav da se kapacitivnost nešto povećava, premda u vrlo maloj mjeri. Do ove konstatacije dolazimo usporedbom formula (3.1.6.) i (3.1.3.). U graničnom slučaju $D \ll 2h$ dobivamo kapacitet za 2 vodiča bez upliva zemlje kako je prikazano na slici (b). U drugom graničnom slučaju $D \gg 2h$ slijedi slika (c),

naime
$$C = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{2h}{a}} \dots \left[\frac{F}{m} \right] \dots (3.1.7.)$$

a to je rezultanta dviju kapaciteta prema zemlji u seriji prema sl. 3.1.4. (b).

Za ilustraciju uzimamo vodič iz alučela 240/40 kojemu je promjer 21,7... mm. Neka je $D = 2h = 2...m$. Utjecaj zemlje na povećanje kapacitete odredimo iz odnosa formule (3.1.6.) i (3.1.3.),

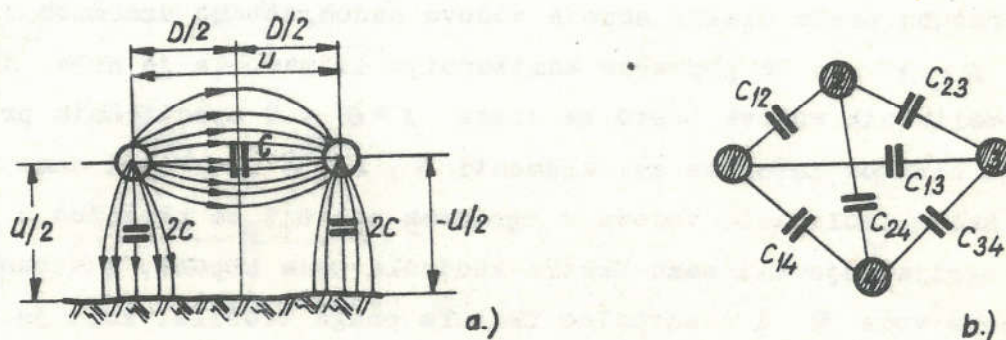
naime

$$\frac{\ln \frac{D}{a}}{\ln \frac{D}{a \sqrt{1 + \left(\frac{D}{2h}\right)^2}}} = \frac{\ln \frac{2}{0,01085}}{\ln \frac{2}{0,01085 \sqrt{1+1}}} = \frac{\ln 184,5}{\ln 130,5} = \frac{5,225}{4,875} = 1,072 \text{ ili } 7,2 \%$$

Kod uobičajenih rasporeda vodiča na stupovima nadzemnih vodova utjecaj zemlje na kapacitivnost je puno manji i redovno iznosi daleko ispod 1 %. Zbog toga se u praksi ovaj utjecaj zanemaruje.

3.2. POJAM PARCIJALNE KAPACITETE.

Promotrimo li dva vodiča koji su pod naponom U kao na sl.3.2.1, (a), govorimo tada o kapaciteti C koja vlada između ova dva vodiča. To je kapaciteta petlje i odnosi se na odvodni i povratni vodič. Ako međutim između dvavodiča zamislimo simetralnu ravninu koja prolazi središtem razmaka D , onda je to ujedno nivoploha, jer sve električke silnice probadaju ovu ravninu okomito. Potencijal ove plohe jednak je nuli kao i potencijal zemlje. Jednofazni sistem s dva vodiča raspodijelili smo time u dva dijela: jedan vodič s kapacitetom $2C$ i naponom $U/2$ prema zemlji i drugi vodič s kapacitetom $2C$ i naponom $-U/2$ prema zemlji. Dvije kapacitete prema zemlji u seriji daju kapacitet C među vodičima pod naponom U . U tom slučaju možemo govoriti o kapaciteti jednog vodiča prema neutralu sistema, koji smo pojam donekle upoznali u predašnoj tački. Nazvali smo je također *p o g o n s k o m* kapacitetom.



Sl. 3.2.1. Pojam parcijalne kapacitete

Promatrajmo sada jedan sistem sa „ n “ izoliranih vodiča s odgovarajućim potencijalnim razlikama, kako je prikazano na slici (b). Naboji pojedinih vodiča, razlika napona među njima kao i električko polje u dielektrikumu, može se utvrditi iz osnovnih zakona u elektrostatici. Teorija nas uči da između naboja i napona vlada linearni odnos. Kapacitete C_{12} , C_{13} , C_{14} , C_{23} , C_{24} , C_{34} nazivaju se *p a r c i j a l n e* kapacitete. Na slici (b) su 4 vodiča i 6 parcijalnih kapaciteta. Općenito „ n “ vodiča daju $\frac{n}{2}(n-1)$ parcijal-

Tereti su općenito koncentrirani, nejednoliki i nejednako raspoređeni uzduž voda. Oni se i vremenski mijenjaju, kako se i trošila povremeno uključuju i isključuju u mreži.

Kod mjesnih i gradskih mreža računamo s kontinuiranim i jednolikim rasporedom tereta uzduž voda kao na slici (c). Teret je zadan u amperima ili vatima po metru dužine, a raspodjela struje je po trokutu, kako je nacrtano na slici.

Na slici (d) je tipični oblik radijalne distribucije koji ima široku praktičnu primjenu. Iz transformatorske stanice izlaze nekoliko glavnih vodova koji zahvaćaju pojedina mjesna ili gradska područja. Na glavne vodove nadovezuju se sporedni manjih dimenzija za periferiju. Iz sabirnica transformatorske stanice često se povlače pojni vodovi do središta konzuma. Ovakve se vrši daljnja distribucija, kako je naznačeno na slici. Pojni vodovi su tada oslobođeni od tereta uzduž trase. Na jednomvodu naznačen je kućni priključak K.P. za razvod energije u zgradi. Kod većih zgrada priključak je trofazni, a daljnji razvod do brojila u stanovima je jednofazni ili trofazni.

U računu mreža niskog napona vodove nadomještamo uzdužnom impedancijom $R + jX$, a za poprečnu admitanciju uzimamo da je nula. Kod kabela i izoliranih vodova često se uzima $X = 0$. U specifičnim problemima mogu biti od interesa svi elementi R , L , G , C ili samo neki od njih. Račun izoliranih vodova u zgradama sastoji se pretežno u kontroli na ugrijavanje ili samo kratka kontrola pada napona, izazvanog samo od otpora voda R i eventualno faktora snage trošila, koji je samo kod termičkih trošila jednak jedinici. Izuzetak su velike zgrade, javne ustanove, balnice i slično.

Pretpostavimo da su na slici (a) potrošači na faznom i složenom naponu iskazani impedancijama, općenito nejednakim. Dijelove faznih vodiča i nulvodiča također prikazimo impedancijama. U ekvivalentnoj shemi ove mreže na Sl. 8.2. (a) impedancije potrošača i vodiča se razlikuju praznim i šrafiranim pravokutnicima. Izvor smo nadomjestili s 3 jednaka generatora kojima su naponi u faznom pomaku 120° . Kod crtnje ekvivalentne sheme polazimo od čvorišta do čvorišta označenim na originalnoj mreži, koja se potom prenose korak po korak u ekvivalentnu shemu s

su parcijalne kapacitete prema zemlji. Parcijalne kapacitete među vodičima često se malo razlikuju. Slično vrijedi i za parcijalne kapacitete prema zemlji. Ako vod posjeduje dozemno uže u svrhu zaštite od atmosferskih prenapona, onda među parcijalnim kapacitetama prema zemlji mogu nastati veće razlike. Simetriziranjem faznih vodiča nesimetrija voda kao cjeline može biti eliminirana.

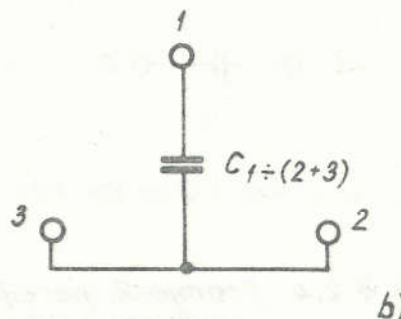
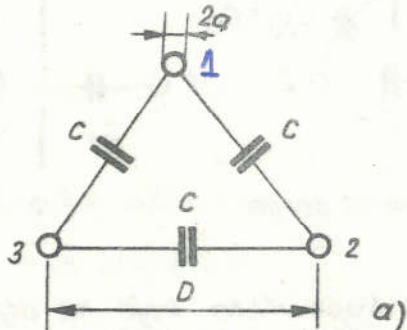
Na sl. 3.2.3.(a) je simetrični trofazni vod gdje ne uzimamo u obzir utjecaj zemlje na njegovu kapacitivnost. Kapacitivnost petlje npr. između vodiča 1 i 2 jednaka je prema (3.1.3.)

$$C_{\text{petlje}} = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{D}{a}}$$

Zbog simetrije parcijalne kapacitete $C_{12} = C_{23} = C_{31} = C$, tako da je

$$C_{\text{petlje}} = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2} C$$

$$C = \frac{2}{3} C_{\text{petlje}} = \frac{2}{3} \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{D}{a}}$$



Sl. 3.2.3. Parcijalna kapacitivnost

a) Simetrični trofazni vod

b) Kapacitet petlje vodiča 1 prema (2+3)

Ako sada vodič 2 i 3 na slici (a) spojimo kratko, dobivamo sliku (b) i pitamo se, kolika je kapacitivnost vodiča 1 prema kratko spojenim vodičima (2 + 3)? Neposredno zaključujemo da je

$$C_{1 \div (2+3)} = 2 C = \frac{4}{3} \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{D}{a}}$$

i ova je kapacitivnost manja od dvostruke kapacitete petlje prema (3.1.3.).

Gornjim primjerima htjeli smo pokazati kako se pomoću parcijalnih kapaciteta u sistemu, koje smo izračunali ili izmjerili može odrediti pogonska kapacitivnost. Pojam pogonske kapacitete biti će nam važan u simetričnom trofaznom pogonu.

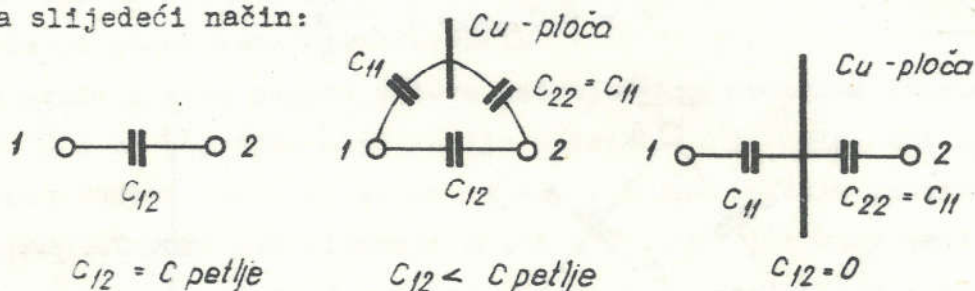
Povežemo li npr. vodič 1 i 4 kratko na sl. 3.2.1.(b), time nastane jedan novi vodič kojega označimo sa „a“. Preostalo je još $n = 3$ vodiča sa odgovarajućim parcijalnim kapacitetama, naime

$$C_{a2} = C_{12} + C_{24}$$

$$C_{a3} = C_{13} + C_{34}$$

$$C_{23} = C_{23}$$

Ako u jednom sistemu vodiča u kojem poznajemo parcijalne kapacitete, unesemo novi vodič, prvotne parcijalne kapacitete tada mijenjaju svoje veličine. To vrijedi također za slučaj ako uvrštenjem novog vodiča slika električkog polja u sistemu ne pretrpi promjenu. To tumačimo na slijedeći način:



Sl. 3.2.4. Promjena parcijalnih kapaciteta koja ne utječe na promjenu slike električkog polja sistema

Na sl. 3.2.4 imademo najprije dva ravna vodiča koji tvore petlju. Kapacitivnost ove petlje prema (3.1.3) je identična s parcijalnom kapacitetom C_{12} . Na srednjoj slici unosimo novi vodič u obliku bakrenog tankog lima na simetrali vodiča 1 i 2. Kapacitivnost petlje ne trpi time nikakovu promjenu, niti električko polje mijenja svoj oblik, budući da se bakrena ploča nalazi u nivoplohi. Uvođenjem ploče u sistem parcijalne kapacitete mijenjaju svoju veličinu, tako da je

$$C_{petlje} = C_{12} + \frac{C_{11}}{2}$$

gdje je C_{12} postao manji. U graničnom slučaju bakreni lim se proteže kroz cijelu nivoplohu na trećoj slici pa je

$$C_{petlje} = \frac{C_{11}}{2}$$

$$C_{12} = 0$$

U sva 3 slučaja nije se mijenjala niti slika električkog polja niti kapacitivnost petlje. Promjena je nastala samo u parcijalnim kapacitetima i to od početne vrijednosti C_{petlje} do nule.

3.3. RAČUN PARCIJALNE KAPACITETE NA JEDNOSTAVNOM PRIMJERU

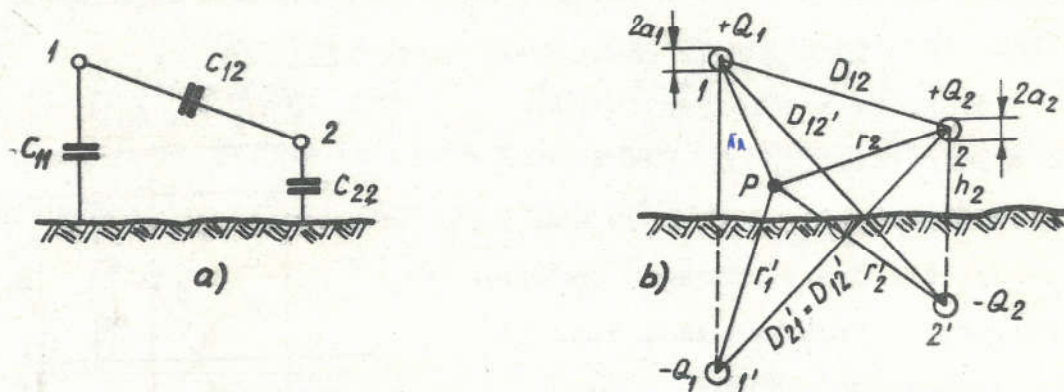
Odaberimo jednostavni slučaj sa $n = 3$ vodiča od kojih je jedan zemlja, kao na sl. 3.3.1 (a). Ovdje su tri parcijalne kapacitete C_{12} , C_{11} , C_{22} koje treba izračunati. Polazimo opet iz osnovne jednačbe 3.8. gdje tražimo potencijal u nekoj tački P za koju je prema slici (b)

$$V = \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_1'}{r_1} + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_2'}{r_2} \dots (3.3.1)$$

U ovom zatvorenom sistemu vrijedi

$$Q_1 + Q_2 + Q_z = 0$$

Ako za krajne tačke uzmemo površine oba vodiča i zemlju, dobivamo potencijalne jednačbe



Sl. 3.3.1. Određivanje parcijalnih kapaciteta za 3 vodiča od kojih je jedan zemlja

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{21}'}{D_{12}} + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_2}{a_2} \\ V_1 &= \frac{Q_1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_1}{a_1} + \frac{Q_2}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{12}'}{D_{12}} \end{aligned} \right\} \dots (3.3.2.)$$

Zemlju zamišljamo kao nivplohu s potencijalom nula. U nekim situacijama u sistemu mogu postojati i druge nivplohe s potencijalom nula, kao što je to bio slučaj na sl. 3.2.4. u simetralnoj ravni između dva vodiča.

Radi skraćanja stavimo

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{11} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_1}{a_1} \\ \alpha_{22} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_2}{a_2} \\ \alpha_{12} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{12}'}{D_{12}} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{D_{21}'}{D_{21}} = \alpha_{21} \end{aligned} \right\} \dots (3.3.3.)$$

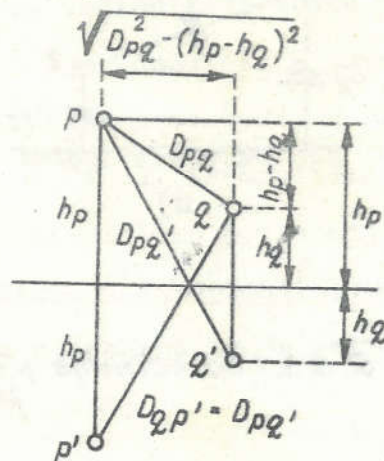
Prema tome je

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \alpha_{11} Q_1 + \alpha_{12} Q_2 \\ V_2 &= \alpha_{21} Q_1 + \alpha_{22} Q_2 \end{aligned} \right\} \dots (3.3.4.)$$

gdje su $\alpha_{11}, \alpha_{22}, \alpha_{12} = \alpha_{21}$ potencijalni koeficijenti koji imaju dimenzije $[Vm/As]$, jer smo sve izvođe ograničili na 1...m duljine vodiča. Za duljinu 1...m sve potencijalne koeficijente dijelimo s ovom duljinom tako da u tom slučaju imaju dimenziju $[V/As]$.

U izrazu za koeficijent α_{12} možemo eliminirati $D_{12}' = D_{21}'$ koji se da izraziti sa D_{12} i h , kako nam prikazuje sl. 3.3.2. Tamo su općenito dva vodiča označena sa p i q. Iz slike neposredno slijedi

$$\begin{aligned} D_{pq'}^2 &= (h_p + h_q)^2 + D_{pq}^2 - (h_p - h_q)^2 \\ &= 4h_p h_q + D_{pq}^2 \end{aligned}$$



Sl. 3.3.2. Račun koeficijenta α_{12}

$$\frac{D_{pq}}{D_{pq}} = \sqrt{\frac{4h_p h_q}{D_{pq}^2} + 1} \dots\dots\dots (3.3.5)$$

Općenito možemo pisati na dva vodiča p i q

$$L_{pq} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \sqrt{\frac{4h_p h_q}{D_{pq}^2} + 1}$$

Prema tome su općeniti izrazi za potencijalne koeficijente za l...m dužine vodiča

$$\left. \begin{aligned} L_{pq} &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \left(\frac{4h_p h_q}{D_{pq}^2} + 1 \right) \\ L_{pp} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_p}{a_p} \end{aligned} \right\} \dots\dots [3.3.6]$$

Ove ćemo izraze koristiti u sistemu s povoljnim brojem vodiča, kada se uzima u obzir i efekt zemlje na kapacitivnost vodiča.

Jednadžbu (3.3.4.) riješimo sada za Q_1 i Q_2

$$Q_1 = \frac{L_{22} V_1 - L_{12} V_2}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2}$$

$$Q_2 = \frac{-L_{12} V_1 + L_{11} V_2}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2}$$

Malim zahvatom iste jednadžbe slijedi

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= \frac{L_{22} - L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \cdot V_1 + \frac{L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \cdot (V_1 - V_2) \\ Q_2 &= \frac{L_{11} - L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \cdot V_2 + \frac{L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \cdot (V_2 - V_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.3.7)$$

Ovaj oblik jednadžbi se podudara s osnovnom jednadžbom [3.2.2.] pa možemo neposredno pisati parcijalne kapacitete

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{L_{22} - L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \dots\dots\dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \text{ ili } \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \\ C_{22} &= \frac{L_{11} - L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ C_{12} &= \frac{L_{12}}{L_{11} L_{22} - L_{12}^2} \quad \text{---} \quad \text{---} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.3.8)$$

Nazivnik u ovim izrazima jednak je determinanti jednadžbe (3.3.4.)

Ukupna kapacitivnost petlje prema sl. 3.3.1 (a) iznosi

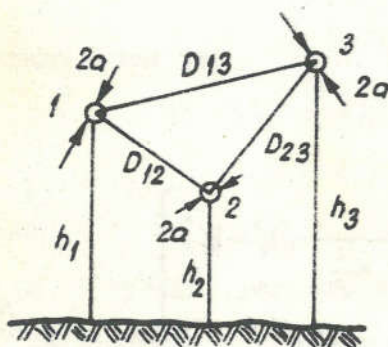
$$C = C_{12} + \frac{C_{11} C_{22}}{C_{11} + C_{22}} \dots \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \text{ ili } \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \dots \dots (3.3.9.)$$

3.4. KAPACITIVNOST TROFAZNOG SIMETRIRANOG VODA BEZ DOZEMNOG UŽETA

Ovdje proširimo jednadžbu 12.3.4. na 3 člana tako da je

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \alpha_{11} Q_1 + \alpha_{12} Q_2 + \alpha_{13} Q_3 \\ V_2 &= \alpha_{21} Q_1 + \alpha_{22} Q_2 + \alpha_{23} Q_3 \\ V_3 &= \alpha_{31} Q_1 + \alpha_{32} Q_2 + \alpha_{33} Q_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots (3.4.1.)$$

Na sl. 3.4.1. vodiči na stupu općenito su nesimetrično situirani no pretpostavljamo da je vod simetriran prema poznatom postupku. Neka su također vodiči jednakog polumjera a . Uzimamo prema tome da je srednja geometrijska visina



voda nad zemljom

$$h = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3} \dots \dots (3.4.2.)$$

i srednja geometrijska udaljenost među vodičima

$$D = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} \dots \dots (3.4.3.)$$

Prema općim izrazima za potencijalne koeficijente [3.3.6.] slijedi

Sl. 3.4.1. Kapacitivnost trofaznog voda

$$\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{31} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \left[\left(\frac{2h}{D} \right)^2 + 1 \right] \dots \dots (3.4.4.)$$

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} = \alpha_{33} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h}{a} \dots \dots (3.4.5.)$$

Jednadžbama 3.4.1. možemo dati nešto drukčiji oblik

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \alpha_{11} Q_1 + \alpha_{12} Q_2 + \alpha_{12} Q_3 \\ V_1 - V_2 &= (\alpha_{11} - \alpha_{12}) Q_1 + (\alpha_{12} - \alpha_{11}) Q_2 + 0 \\ V_1 - V_3 &= (\alpha_{11} - \alpha_{12}) Q_1 + 0 + (\alpha_{12} - \alpha_{11}) Q_3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \\ & \cdot \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} \\ & \cdot \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} \end{aligned}$$

Množimo drugu i treću jednadžbu sa naznačenim izrazima i sva tri

zbrojene daju

$$V_1 + (V_1 - V_2) \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} + (V_1 - V_3) \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} = (\alpha_{11} + 2\alpha_{12}) Q_1$$

Odatle slijedi

$$Q_1 = \frac{1}{\alpha_{11} + 2\alpha_{12}} V_1 + \frac{\alpha_{12}}{(\alpha_{11} + 2\alpha_{12})(\alpha_{11} - \alpha_{12})} (V_1 - V_2) + \frac{\alpha_{12}}{(\alpha_{11} + 2\alpha_{12})(\alpha_{11} - \alpha_{12})} (V_1 - V_3) \dots \quad \dots (3.4.6)$$

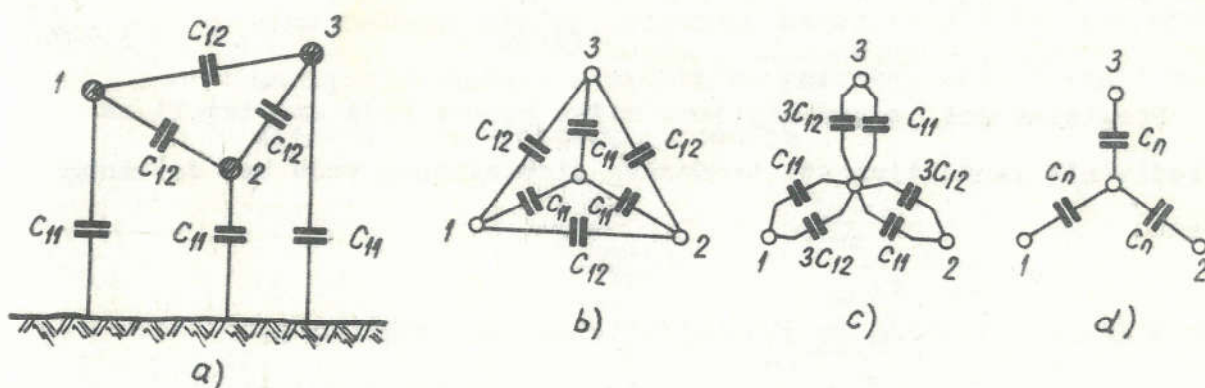
Ovaj bolik odgovara osnovnom obliku jednačbi s parcijalnim kapacitetama [3.2.2.] i neposredno pišemo

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{1}{\alpha_{11} + 2\alpha_{12}} \\ C_{12} &= \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} C_{11} \end{aligned} \right\} \dots (3.4.7)$$

pa (3.4.6.) prelazi u oblik

$$Q_1 = C_{11} V_1 + C_{12} (V_1 - V_2) + C_{12} (V_1 - V_3) \dots (3.4.8)$$

Na osnovu ovih odnosa zaključujemo da od ukupnog naboja Q_1 na vodiča 1 jedan dio vezan je na zemlju preko kapacitete C_{11} kod napona prema zemlji V_1 ; drugi i treći dio naboja vezan je na vodiče 2 i 3 preko kapacitete $C_{12} = C_{13}$ s potencijalnim razlikama $(V_1 - V_2)$ i $(V_1 - V_3)$, kako je prikazano na sl. 3.4.2.(a).



Sl. 3.4.2. Sastavljanje pogonske kapacitete iz parcijalnih kapaciteta

Jednačbu (3.4.8.) možemo također pisati

$$Q_1 = C_{11} V_1 + C_{12} (2V_1 - V_2 - V_3)$$

i budući da je kod simetričnog sistema

$$V_1 + V_2 + V_3 = 0$$

slijedi

$$Q_1 = (C_{11} + 3C_{12}) \cdot V_1 \quad \dots (3.4.9)$$

U trofaznom sistemu dakle naboj Q_1 proporcionalan je naponu prema zemlji V_1 . Dolazimo na taj način do važnoj pojma **p o g o n s k e** kapacitete kod trofaznog sistema koja je pod naponom prema zemlji $V_1 = V$ Iz (3.4.9) slijedi naime

$$C_n = \frac{Q_1}{U_1} = C_{11} + 3C_{12} \quad \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \quad \dots [3.4.10]$$

I ovdje se ona naziva također kapaciteta prema **n e u t r a l u**. Na sl. 3.4.2. (b), (c) i (d) vidimo kako se pogonska kapaciteta sastavlja iz parcijalnih kapaciteta prema zemlji i među vodičima. Na slici (b) prikazana je još jednom situacija parcijalnih kapaciteta. Tamo najprije pretvaramo trokut parcijalnih kapaciteta C_{12} u ekvivalentnu zvijezdu. Svaka grana ove zvijezde je $3C_{12}$, kako je prikazano na sl. (c). Obe grane u zvijezdi $3C_{12}$ i C_{11} daju kao rezultantu pogonsku kapacitetu na slici (d). Iz (3.4.1) slijedi:

$$V_1 = \alpha_{11} Q_1 + \alpha_{12} (Q_2 + Q_3)$$

Kako je $Q_2 + Q_3 = -Q_1$ možemo pisati također

$$C_n = \frac{1}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} \quad \dots \frac{\text{farad}}{\text{m}} \quad \dots [3.4.11]$$

Pregledno još jednom napišemo važne odnose koje smo izveli za određivanje kapacitivnosti trofaznog simetriranog voda bez dozemnog užeta:

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{1}{\alpha_{11} + 2\alpha_{12}} \quad \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \\ C_{12} &= \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} C_{11} \quad \dots -''- \\ C_n &= \frac{1}{\alpha_{11} - \alpha_{12}} = C_{11} + 3C_{12} \quad \dots -''- \\ \alpha_{11} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h}{a} \quad \dots \frac{\text{met}}{\text{farad}} \\ \alpha_{12} &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \left[\left(\frac{2h}{D} \right)^2 + 1 \right] \quad \dots -''- \end{aligned} \right\} \quad \dots [3.4.12.]$$

Polumjer svih vodiča je jednak, dok su h i D srednje geometrijske udaljenosti prema zemlji, odnosno među vodičima. Dielektrična konstanta za prazni prostor ili uzduh u gornjim formulama iznosi

$$\epsilon = \frac{10^{-9}}{4\pi \cdot 9} \dots \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \text{ ili } \left[\frac{\text{A}}{\text{Vm}} \right]$$

U vezi s gornjim napominjemo slijedeće:

- (1) . Uvrstimo u formulu za C_n iz [3.4.12] odgovarajuće vrijednosti za α_{11} i α_{12} , dobivamo izraz za kapacitivnost vodiča prema neutralu na trofaznom simetriranomvodu

$$C_n = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{D}{2h}\right)^2}}} \dots \dots \frac{\text{farad}}{\text{met}} \dots (3.4.13)$$

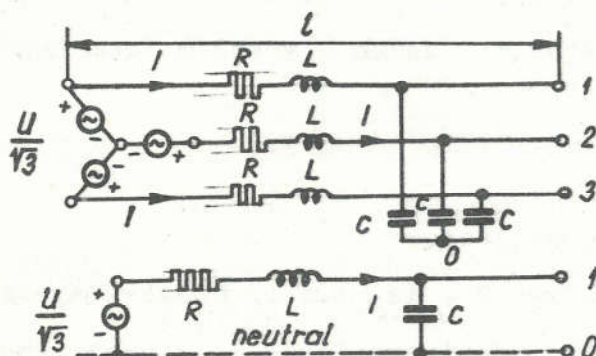
Izraz pod korijenom definira utjecaj zemlje na kapacitivnost i u istom obliku već smo ga upoznali za sistem vodič - vodič pod tač. 3.1. (d) . Ovdje, kao i tamo, možemo utvrditi da zemlja imade praktički zanemariv utjecaj na pogonsku kapacitivnost voda. Izraz je pod logaritmom koji se sporo mijenja i kada je $D \ll 2h$, što je na nadzemnim vodovima redovno slučaj, pogonsku kapacitetu s velikom aproksimacijom računamo za praktične potrebe prema formuli koja ne uzima u obzir prisutnost zemlje

$$C_n \cong \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{a}} \dots \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \dots [3.4.14]$$

To je dvostruko veća vrijednost od kapacitete petlje vodič-vodič prema formuli (3.1.3.)

Iako smo zanemarili upliv zemlje na oblik električkog polja među vodičima, to još je znači, da je parcijalna kapaciteta među vodičima C_{12} . Ova činjenica u prvi čas zbunjuje, no tu je i suština dubljeg razumijevanja pojma parci-

jalne kapacitete.



$$R = \frac{l}{\sigma A} \text{ --- } \text{oma}$$

$$L = \frac{\mu l}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \text{ henri}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{D}{a}} \text{ --- } \text{farad}$$

$$\mu = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ --- } \frac{\text{henri}}{\text{met.}}$$

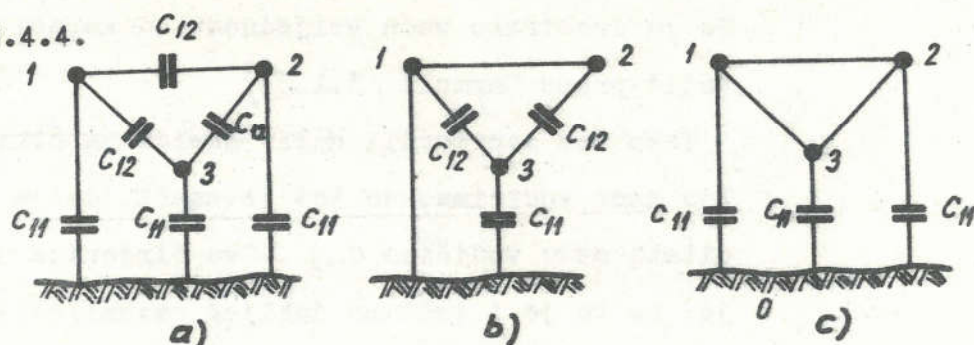
$$\epsilon = \frac{10^9}{4\pi \cdot 9} \text{ --- } \frac{\text{farad}}{\text{met.}}$$

Sl. 3.4.3. Konstante trofaznog simetriranog voda u trolnoj i jednofaznoj shemi

Na sl. 3.4.3. prikazujemo konstante za trofazni simetrirani vod i osnovne formule kojima se one izračunavaju. Sve konstante R , L , C odnose se na jedan vodič sistema i za svaki vodič one su jednake. Struje u sva 3 vodiča su jednake ako je teret voda simetričan i ako je narinuti trokut napona simetričan. Takav sistem je balansiran i simetričan, pa ga možemo tretirati u njegovoj jednofaznoj shemi s neutralom, jer su i R , L , C sada pogonske konstante prema neutralu. Znamaren je odvod G , koji je vezan paralelno sa C . Za većinu računa ovo zanemarenje je opravdano. Za izvjesne probleme međutim moramo i o odvodu voditi računa.

(2) . Neutral sistema općenito ne mora biti pristupačan (nultačka transformatora ili generatora), pa se kapacitivnost prema neutralu odredi indirektnim putem ili mjerenjem parcijalnih kapaciteta. Jedan od uobičajenih načina mjerenja prikazujemo na

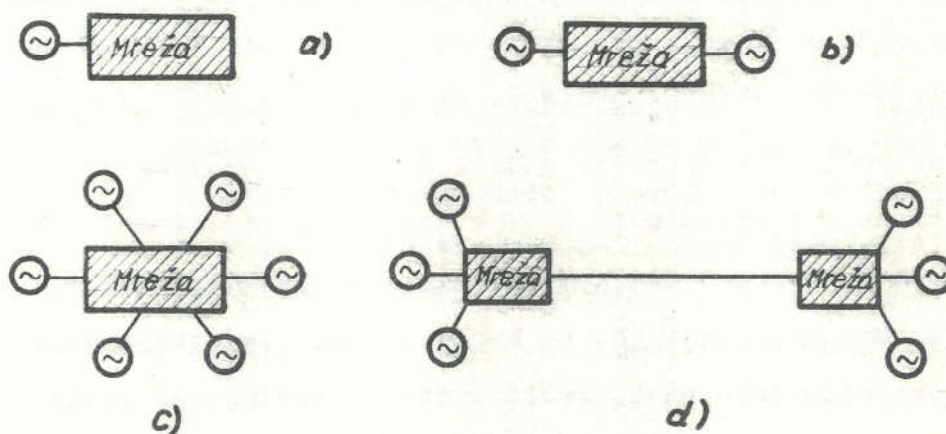
sl. 3.4.4.



Sl. 3.4.4. Kapaciteta prema neutralu dobivena mjerenjem parcijalnih kapaciteta

zbog jeftine proizvodnje materijala i aparata kojim je industrija opterećena sa što manjim brojem tipova u velikim serijama i drugo zbog glada^{za} električnom energijom koji je neprekidan. Smišljenim izborom oblika i koncepcije mreže kao i njeno planiranje, koje je često dugoročno, možemo postići, da cijena snage i energije bude u granicama dobre ekonomije.

Na kraju sumirajmo šematski različite oblike mreža na Sl. 8.11. U šrafiranom pravokutniku zamišljamo bilo kakovu mrežu, otvorenu ili zatvorenu odnosno u kombinacijama, bez ili s uključenim transformatorima, koji dijele mrežu u različite naponske nivoe. Na slici (a) je mreža napajana iz jednog izvora energije i na slici (b) iz dva izvora, koji donosi sa sobom novu problematiku paralelnog rada dviju elektrana. Na slici (c) je sistem napajan s povoljnim brojem elektrana i analiza takove mreže je složenije prirode. Na slici (d) vidimo specifični oblik mreže: vod povezuje dva sistema i služi za izmjenu velikih snaga u oba smjera. Često su to dugački vodovi najviših napona, koje moramo računati kao homogeni vod na Sl. 7.2.



Sl. 8. 11. Shematski prikaz različitih oblika napajanja mreže

U grubom se procijenjuje da od ukupnih troškova za elektrifikaciju jedne zemlje oko $(30 \div 35) \%$ otpada na elektrane, oko $(15 \div 20) \%$ na mrežu najvišeg napona zajedno s transformacijom toga napona i ostatak na distributivnu mrežu srednjeg i niskog napona sve do priključka potrošača.

Pretpostavimo da je $D \ll 2h$, dobivamo

$$C_{11} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{(2h)^3}{a D^2}} \approx \frac{2\pi\epsilon}{3 \ln \frac{2h}{\sqrt{a D^2}}}$$

Vidimo da je ovdje $3C_{11}$ kapacitivnost prema zemlji koju tvori pramen od 3 vodiča. Sva tri vodiča nadomještamo jednim ekvivalentnim polumjerom

$$a = \sqrt[3]{a \cdot D^2}$$

koji je udaljen od zemlje h ...m. Ovi izrazi igraju važnu ulogu u analizi voda simetričnim komponentama, kada je simetrični trofazni vod opterećen nesimetričnim teretom.

- (4) U formulama za kapacitivnost pojavljuje se „h“ kao srednja udaljenost triju faza nad zemljom. Visina h međutim nije konstanta zbog provjesa vodiča, koji se i inače mijenja promjenom temperature. Obično se zadovoljavamo ako za h uvrstimo vrijednost koja odgovara težištu vodiča, naime

$$h = H - 0,7 f$$

gdje je f provjes vodiča, dok je H srednja udaljenost prema zemlji od uporišta vodiča na stupu. Provjes je dakako ovisan o temperaturi, a time također i kapaciteta. Obično se uzima onaj provjes koji odgovara temperaturi 10^0 C.

Moramo napomenuti da se kapacitivnost voda vrlo malo mijenja ako mijenjamo udaljenosti vodiča i visinu nad zemljom. Ove se veličine nalaze pod logaritmom koja u funkciji sporo mijenja u predjelu koji dolazi u pitanje za praktične nadzemne vodove.

Pogonska kapaciteta je reda veličine $9 \cdot 10^{-9} \dots F/km$ za vodove visokog napona, prema zemlji $C_{11} \approx 5 \cdot 10^{-9} \dots F/km$ i $C_{12} \approx 4,3 \cdot 10^{-9} \dots F/km$.

Navedene vrijednosti vrijede za jednostruki vod bez dozemnog

tada je za trofaznog potrošača

$$Z = \frac{U_n^2}{S} = \frac{U_n^2}{S \cos \varphi} = \frac{U_n^2}{S} \cos \varphi \dots [\Omega]$$

gdje je U_n složeni nazivni napon. U praksi su potrošačke snage ili struje najčešće induktivne, pa imaju negativni argument φ . Neka je npr. nazivni napon čvorišta A 35 ... kV i maksimalna snaga trofaznog potrošača $5000 / -36.9^\circ \dots KVA$, tada je $Z = 245 / 36.9^\circ = 196 + j 147 \dots \Omega$. Analogno bi postupili za sve ostale potrošače u mreži, gdje bi oni bili iskazani impedancijama.

Medjutim, stvarne snage potrošača, koji su iskazani u mreži impedancijom, možemo tek odrediti, kad poznamo raspodjelu struja u granama mreže. One zavise o narinutim naponima izvora i padovima napona i gubitaka u prijenosnoj mreži. Izvori reguliraju svoje napone tako, da mogu pokriti onu snagu, koju potrošači trenutno traže. Snaga u potrošačkoj grani Z , koja je sada konstanta mreže, zavisi samo o struji koja protiče ovom granom i jednaka je $I^2 Z^*$, ili o naponu u čvorištu A, gdje je snaga jednaka U_A^2 / Z . Ova struja i napon zavise dakako samo o narinutim naponima izvora i gubicima u prijenosnoj mreži.

Drukčije su prilike kada potrošače u mreži zadajemo strujama ili snagama, kako je označeno na slici za čvorište B i C. Radi li se o jednostavnomvodu, s izvorom na početku i potrošačem na kraju, ne pojavljuju se nikakve teškoće, jer potrošača možemo zadati bilo strujom ili snagom na početku ili kraju voda. U praksi je obično zadan jedan čvrsti napon, na početku ili kraju voda i pored toga struja ili snaga, kojom je potrošač na vodu jasno definiran.

U složenoj mreži, kao na Sl. 9.1., potrošače u pojedinim čvorištima ne možemo strogo definirati niti strujama niti snagama. Struja I u čvorištu B imade općenito izvjesni fazni pomak prema naponu U_B koji nam je nepoznat. Ovaj napon zavisi o narinutim naponima izvora i padovima napona u prijenosnoj mreži. Slično vrijedi za snagu S u čvorištu C, koju takodjer možemo izraziti produktom struje i napona.

U analizi mreže neprekidno operiramo s četiri veličine izražene općenito kao fazori

$$U, S, I, Z$$

gdje je

$$\left. \begin{aligned} D'' &= \sqrt[3]{D_{11'} \cdot D_{22'} \cdot D_{33'}} \\ D' &= \sqrt[3]{D_{12'} \cdot D_{23'} \cdot D_{31'}} \end{aligned} \right\} \dots [3.5.2.(b)]$$

Jednadžbu (3.5.1.) pišemo u drugom obliku

$$V_1 = (\alpha_{11} + \alpha_{11'}) Q_1 + (\alpha_{12} + \alpha_{12'}) Q_2 + (\alpha_{13} + \alpha_{13'}) Q_3$$

te ako radi skraćivanja označimo

$$\left. \begin{aligned} \beta_{11} &= \alpha_{11} + \alpha_{11'} \\ \beta_{12} &= \alpha_{12} + \alpha_{12'} \end{aligned} \right\} \dots (3.5.3.)$$

dobivamo

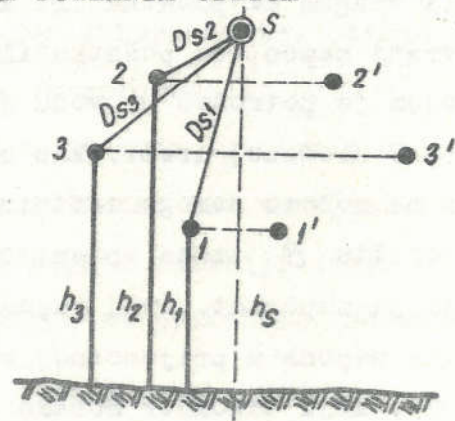
$$V_1 = \beta_{11} Q_1 + \beta_{12} Q_2 + \beta_{13} Q_3$$

Slične jednadžbe bi postavili za V_2 i V_3 . Oblik ovih jednadžbi se podudara sa (3.4.1.), pa možemo neposredno postaviti za parcijalne i pogonsku kapacitetu

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{1}{\beta_{11} + 2\beta_{12}} \\ C_{12} &= \frac{\beta_{12}}{\beta_{11} - \beta_{12}} C_{11} \\ C_n &= \frac{1}{\beta_{11} - \beta_{12}} = C_{11} + 3C_{12} \end{aligned} \right\} \dots [3.5.4.]$$

3.6. JEDNOSTRUKI I DVOSTRUKI VCD S JEDNIM DOZEMNIM UŽETOM

Ograničimo izvod formula za kapacitivnost istovremeno jednostrukog i dvostrukog voda s jednim dozemnim užetom na sl. 3.6.1. Polazimo od dvostrukog voda s potencijalnim koeficijentima β'_{11} i β'_{12} gdje dobivamo potencijale za 3 vodiča i posebno za potencijal dozemnog užeta



Sl. 3.6.1. Kapacitivnost jednostrukog i dvostrukog voda s jednim dozemnim užetom

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \beta'_{11} Q_1 + \beta'_{12} Q_2 + \beta'_{13} Q_3 + \alpha_{1s} Q_s \\ V_2 &= \beta'_{12} Q_1 + \beta'_{11} Q_2 + \beta'_{13} Q_3 + \alpha_{1s} Q_s \end{aligned} \right\} \dots (3.6.1.)$$

$$\left. \begin{aligned} V_3 &= \beta'_{12} Q_1 + \beta'_{12} Q_2 + \beta'_{11} Q_3 + \alpha_{1s} Q_s \\ V_s &= 0 = \alpha_{1s}(2) Q_1 + \alpha_{1s}(2) Q_2 + \alpha_{1s}(2) Q_3 + \alpha_{ss} Q_s \end{aligned} \right\} \dots (3.6.1)$$

Četvrti član u prve tri jednačbe uzima u obzir uticaj dozemnog užeta s nabojem Q_s na potencijal vodiča. Ako je h_s visina dozemnog užeta nad zemljom dobivamo prema [3.3.6.]

$$\alpha_{1s} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \left(\frac{4hh_s}{D_s'^2} + 1 \right) \quad \text{--- (3.6.2.)}$$

gdje je

$$D_s' = \sqrt{D_{s1} D_{s2} D_{s3}} \quad \text{--- (3.6.3.)}$$

kao srednja geometrijska udaljenost dozemnog užeta od 3 vodiča.

Četvrta jednačba daje potencijal nulu jer je dozemno uže vezano na zemlju. Ako je a polumjer dozemnog užeta, slijedi

$$\alpha_{ss} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{2h_s}{a_s} \quad \text{--- (3.6.4.)}$$

U zadnjoj jednačbi brojka (2) vrijedi samo za dvostruki vod jer naboj Q , na desnom i lijevom sistemu imade stanoviti utjecaj na potencijal dozemnog užeta. Kod jednostrukog voda brojku (2) nadomještamo brojkom (1). Množimo li zadnju jednačbu (3.6.1.) s odnosom α_{1s}/α_{ss} i oduzmemo od prve, dobivamo

$$V_1 = \left(\beta'_{11} - (2) \frac{\alpha_{1s}^2}{\alpha_{ss}} \right) Q_1 + \left(\beta'_{12} - (2) \frac{\alpha_{1s}^2}{\alpha_{ss}} \right) Q_2 + \left(\beta'_{12} + (2) \frac{\alpha_{1s}^2}{\alpha_{ss}} \right) Q_3$$

i radi skraćenja naka je

$$\frac{\alpha_{1s}^2}{\alpha_{ss}} = \alpha_s \quad \text{--- (3.6.5.)}$$

pa je u slučaju dvostrukog voda

$$\left. \begin{aligned} \beta_{11} &= \beta'_{11} - 2\alpha_s = \alpha_{11} + \alpha_{11}' - 2\alpha_s \\ \beta_{12} &= \beta'_{12} - 2\alpha_s = \alpha_{12} + \alpha_{12}' - 2\alpha_s \end{aligned} \right\} \text{--- [3.6.6.]}$$

i u slučaju jednostrukog voda

$$\left. \begin{aligned} \beta_{11} &= \beta'_{11} - \alpha_s = \alpha_{11} - \alpha_s \\ \beta_{12} &= \beta'_{12} - \alpha_s = \alpha_{12} - \alpha_s \end{aligned} \right\} \text{--- [3.6.7.]}$$

Sada jednačba prelazi u oblik

$$V_1 = \beta_{11} Q_1 + \beta_{12} Q_2 + \beta_{12} Q_3 \quad \text{--- [3.6.8.]}$$

Vrijedi prema tome odnos [3.5.4.], ako za β_{11} i β_{12} uvrstimo vrijednosti iz [3.6.6.] i [3.6.7.].

Slično bi tražili kapacitivnost za vodove s više dozemnih užeta

što ovdje ne činimo.

Dozemna kapaciteta kod dvostrukog voda s dozemnim užetom iznosi reda veličine $C_{11} = 3,5 \cdot 10^{-12} \dots \text{F/m}$ što iznosi oko 40% pogonske kapacitete. Parcijalna kapaciteta za isti slučaj je reda veličine $C_{12} = 1,8 \cdot 10^{-12} \dots \text{F/m}$ ili oko 50% od C_{11} .

Izraze za kapacitivnost jednostrukih ili dvostrukih vodova s dva ili više dozemnih užeta nalazimo u specijalnoj literaturi.

3.7. NEKI VAŽNI ODNOSI IZMEĐU INDUKTIVITETE I KAPACITETE NA NAD-ZEMNIM VODOVIMA

Navodimo još jednom približne formule za pogonsku induktivnost i kapacitivnost trofaznih vodova

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{a} \dots \dots \frac{\text{henri}}{\text{met}} \quad \text{ili} \quad \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] \dots \dots (3.7.1)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{a}} \dots \dots \frac{\text{farad}}{\text{met}} \quad \text{ili} \quad \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \dots \dots (3.7.2)$$

U prvoj formuli je zanemarena unutarnja induktivnost vodiča a koja iznosi $\mu/8\pi$. Ona je tek nekoliko procenata ukupne induktivnosti vodiča kod $f = 50 \dots \text{Hz}$. Kod vrlo visokih frekvencija struja je zbog skinefeka potisnuta na površinu vodiča, pa u unutrašnjosti vodiča nema magnetskog polja. Prema tome formula (3.2.1.) vrijedi samo za vanjsku induktivnost vodiča kod nižih frekvencija ili za ukupnu induktivnost kod vrlo visokih frekvencija.

Druga formula je također približna. Ona vrijedi pod pretpostavkom da se geometrijska i električka os vodiča podudara. Pored toga zanemaren je utjecaj zemlje. Ustanovili smo da je ovaj utjecaj veoma malen i za praktične vodove zanemariv kao i efekt blizine prema prvoj pretpostavci.

S gornjim primjedbama postavimo:

(a) P r o d u k t L C

Imamo na umu da se L i C uvijek odnosi na jedinicu dužine voda, pa je

$$L C = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{a} \cdot \frac{2\pi \epsilon}{\ln \frac{D}{a}} = \mu \epsilon$$

Za nadzemne je vodove prema tome

$$v \approx c = \frac{1}{\sqrt{\mu C}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 3 \cdot 10^8 \dots \frac{\text{met}}{\text{sek}} \dots [3.7.3]$$

Nadamo li npr. C iz formule (3.7.2.), L slijedi iz brzine svijetlosti prema [3.7.4.] Vrijedi i obrnuto. Za $f = 50 \dots \text{Hz}$ L korigiramo dodatkom unutarnje induktivnosti $\mu/8\pi$.

(b) V a l n i o t p o r v o d a Z_0

V a l n i. otpor ili k a r a k t e r i s t i č n a impedancija Z_0 je konstanta voda koja se mjeri u omima. Nju dobivamo ako izjednačimo magnetsku i električnu energiju

$$\frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} C U^2$$

iz čega slijedi

$$\frac{U}{I} = Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \dots \text{oma} \dots [3.7.4]$$

Istim pravom izjednačujemo magnetsku i električku energiju u bilo kojoj tački prostora oko vodiča gdje je prisutno magnetsko i električko polje. Ako je u toj tački jakost magnetskog polja H i jakost električkog polja E , slijedi

$$\frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2$$

ili

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36\pi \cdot 10^9} = 377 = Z_0 \dots \text{oma} \dots [3.7.5]$$

Valni otpor Z_0 je otpor koji se opire širenju elektromagnetskog vala na vodu. Kad bi on bio jednak nuli, brzina vala bila bi beskonačno velika. Za uzduh ili prazni prostor $Z_0 = 377 \dots \text{oma}$ i u svakoj tački prostora oko vodiča je konstantan. Pri ovim razmatranjima zanemarujemo otpor vodiča R i vodljivost izolacije G . Utjecaj ovih veličina je takav da je brzina vala na nadzemnom vodu znatno manja od brzine svijetlosti. To se može pokazati ako u

[3.7.4.] uvrstimo izraz za L i C prema (3.7.1.) i (3.7.2.), naime

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D}{a}}{\frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{a}}}} \approx 60 \ln \frac{D}{a} \quad \dots (3.7.6.)$$

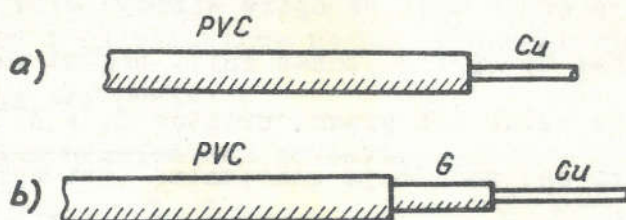
gdje smo za " μ " i " ϵ " uvrstili vrijednosti za uzduh ili prazni prostor.

U TABLICI 3.7.1 vidimo pregledno neke električke i konstruktivne podatke vodiča iz alučela 6 : 1 za gradnju nadzemnih vodova napona 0,4; 10 ÷ 20; 30 ÷ 35; 110...kV s uobičajenim srednjim geometrijskim razmakom D . Navedene su i formule kojima je računat L i C . Doista se možemo uvjeriti da se Z_0 jedva razlikuje po formuli (3.7.6.) i (3.7.5.) .

4. IZOLIRANI VODOVI

Izolirani vodovi nalaze glavnu primjenu u zgradama i zatvorenim prostorijama. Fabrikacija, primjena, strujna opteretivost i instalacija ovih vodova jest prema JUS-ovim propisima. Izolacija je iz gume i polivinila PVC .

Razlikujemo izolirane vodove za čvrsto polaganje i izolirane vodove za priključak pokretnih trošila. Za čvrsto polaganje najčešće se danas upotrebljavaju vodovi PVC izolacijom koji prema JUS-u imaju oznaku P. Takav vod sastoji se iz bakrenog vodiča i jednog sloja polivinilne izolacije, kao na sl. 4.1. Nazivni napon je 1000...volt.



Sl. 4.1. Tipovi izoliranih vodova s PVC izolacijom i kombiniranom PVC i gumenom izolacijom

ELEKTRIČKE KONSTRUKTIVNE KARAKTERISTIKE ALUČELO 6:1

Nazivni presjek		Al / Fe	mm ²	16 / 2,5	25 / 4	35 / 6	50 / 8	70 / 12	95 / 15	120 / 21	150 / 25	185 / 32	210 / 36	240 / 40	300 / 50
Stvarni presjek		Al / Fe		15,3 / 2,55	23,8 / 4,0	34,3 / 5,7	48,3 / 8,0	66,2 / 11,6	90,0 / 15,0	122,6 / 20,9	148,9 / 25,4	183,8 / 31,7	209,1 / 35,8	238,0 / 40,1	294,9 / 49,5
Odnos presjeka		Al / Fe	—	6	6	6	6	5,7	6	5,8	5,8	5,8	5,8	5,9	6
Čelična jezgra	Konstrukcija		mm	1 × 18	1 × 2,25	1 × 2,7	1 × 3,2	7 × 1,45	7 × 1,65	7 × 1,95	7 × 2,15	7 × 2,4	7 × 2,55	9 × 2,7	7 × 3
	Promjer			18	2,25	2,7	3,2	4,35	4,95	5,85	6,45	7,2	7,65	8,1	9,0
Aluminijski ploš	Konstrukcija		—	6 × 18	6 × 2,25	6 × 2,7	6 × 3,2	28 × 18	28 × 2,1	28 × 2,45	28 × 2,7	28 × 3,0	28 × 3,2	28 × 3,4	28 × 3,8
	Slojeva			1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
Ukupni presjek		Al + Fe	mm ²	17,8	27,8	40,0	56,3	77,8	105,0	143,5	174,3	215,5	244,9	276,1	344,4
Promjer užeta		2a	mm	5,4	6,8	8,1	9,6	11,6	13,4	15,7	17,9	19,2	20,6	21,7	24,2
Djelatni otpor kod 20°C		R ₀	Ω/km	1,875	1,205	0,837	0,594	0,434	0,319	0,234	0,194	0,156	0,137	0,121	0,097
Granično struja ugrijavanja (nadtemperatura 40°C)			A	90	125	145	170	235	290	345	400	455	490	530	615
Nazivni Složeni napon trofaznog sistema	Srednji geometrijski razmak vodiča	D = √(D ₁ · D ₂ · D ₃)	m												
400	10 000 ÷ 20 000	30 000 ÷ 35 000	110 000												
				$\chi_0 = \omega L_0 = \frac{\omega \mu}{2\pi} \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right)$ $B_0 = \omega C_0 = \frac{2\omega \pi \epsilon}{\ln \frac{D}{a}}$ $f = 50 \text{ Hz}$ $\mu = 4 \pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right]$ $\epsilon = \frac{109}{36\pi} \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right]$											

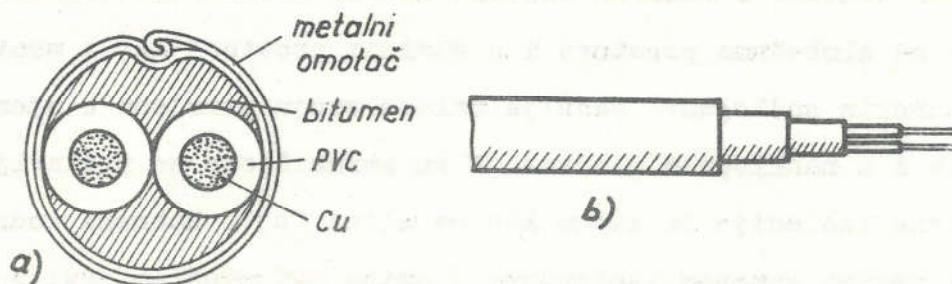
Općenito se P vodovi polažu u izolirane cijevi nad ili pod žbukom ili također u čelične cijevi. Oni su također prikladni za polaganje na slobodnom prostoru i u vlažnim prostorijama s montažom na izolacionim podlogama. Nadalje nalaze svoju primjenu u mjernim uređajima i u rasklopnim pločama. U tu svrhu često se postavlja zahtjev pojačane izolacije sa gumom kao na slici (b). Bakreni vodič najprije je omotan gumenom izolacijom i potom PVC plaštem. Ovi su vodovi samo nešto deblji od P vodova no prednost im je da su više savitljivi i ugodniji za montažu.

Kombinirana izolacija PVC i gume prikladna je za priključne vodove koji služe za vezu između mreže niskog napona na krovnim nosačima preko cijevi nosača do priključne kutije u zgradi. Takovi vodovi moraju biti otporni od atmosferskih nepogoda, velikih hladnoća i vrućina i starenja. Zbog kratkog spoja ne smiju biti zapaljivi. Ovi zahtjevi mogu biti ispunjeni dvoslojnom izolacijom. Opreмимо li takove vodove s keramičkim perlina, dobivamo dodatnu sigurnost izolacije i zaštite od kontakta. U nekim zemljama upotrebljavaju u ovu svrhu vodove izolirane umjetnim kaučukom ili neoprenom koji zadovoljava svim navedenim zahtjevima.

Izolacija umjetnim materijama praktički je danas istisnula vodove s gumenom izolacijom. No treba primjetiti da je PVC izolacija u hladnoći osjetljiva na mehaničke udarce.

Tamo gdje ne dolazi u obzir polaganje izoliranog voda u cijevi, tada se upotrebljavaju za čvrsto polaganje višežilni izolirani vodovi sa dvije do pet žila. Ovdje spadaju tzv. cijevni vodovi i vodovi s olovnom plaštem. Žile jednih i drugih imaju izolaciju s umjetnom materijom. Cijevni vodovi napona 380...volt imaju izolirane žile sa zajedničkim plaštem gdje je šuplji prostor ispunjen bitumenom, kako je prikazano na sl. 4.2. Preko toga je metalni plašt iz cinka ili aluminijski i rijetko iz čelika. Njihova je zgodna upo-

treba za polaganje na zidu i naročito u prostorijama u kojima se vrši naknadna instalacija.



Sl. 4.2. Cijevni vodovi

Ako se metalni plašt obavije posebnim zaštitnim omotačem, dobivamo tzv. omotane cijevne vodove za nazivni napon 500...volt i mogu se upotrebljavati u vlažnim prostorijama nad ili pod žbukom. Zaštitni omotač mora biti otporan od kemijskih nagrizanja i od vlage. Omotač je iz pamučnog vlakna natopljenog u bitumenskoj masi ili u novije doba iz PVC materije koja imade prednost da je površina omotača glatka i čista, a može se proizvoditi u svijetlim bojama. Takav jedan omotani cijevni vod vidimo na sl. 4.2. (b) .

Kod osobito visokih zahtjeva, npr. u rudarskoj i kemijskoj industriji, upotrebljavaju se vodovi s olovnim plaštem do nazivnog napona 500...volt. To su vodovi slični cijevnim vodovima, koji umjesto metalnog plašta imadu olovni plašt. Zaštitni omotač preko olovnog plašta sastoji se od sloja papira i opleta od kudjelje, jute, pamuka ili sličnog materijala, koji mora biti impregniran pogodnim sredstvom. Postoji li opasnost od mehaničkih oštećenja, takovi vodovi dobivaju povrhu zaštitnog omotača dva sloja čelične trake i jedan omot od papira i impregniranog opleta od pamuka, jute ili konoplja. Takovi vodovi su već slični kabelu, no ne smiju se polagati u zemlju. U mnogo slučaja cijevni vodovi s plaštem iz umjetne materije mogu danas nadomjestiti vodove s olovnim plaštem.

Na sl. 4.3. vidimo izolirani vod bez metalnog plašta, a može se upotrebljavati nad žbukom, u žbuci i pod žbukom i u cijelosti mogu

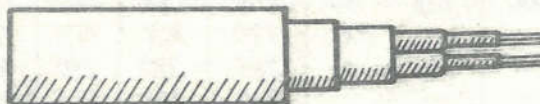
nadomjestiti izolirani vod s olovnim plaštem. Nazivni napon je 500 volt. Žile su izolirane umjetnom materijom i preko toga jedan zajednički plašt sa ispunjenom šupljinom. Vanjski omotač je također iz umjetne materije.



Sl. 4.3. Izolirani vod bez metalnog plašta

Vodovi koji su trajno izloženi visokim temperaturama dobivaju izolaciju iz anorganske materije. Prikladan materijal u ovu svrhu je azbest. Vodiči se također mogu ugraditi u izolacioni materijal koji podnese visoku temperaturu, npr. magnezijev oksid.

Za priključak pokretnih trošila osobito su prikladni vodovi iz gumenih cijevi. Bakreni vodiči, građeni iz tankih pokositrenih žica, izolirani su gumom i obloženi gumenom cijevi. Kao pokretno trošilo spomenimo npr. ručnu svijetiljku, ručnu električnu bušilicu itd. Za veće aparate s povećanim mehaničkim zahtjevima vod s gumenom cijevi može izgledati prema sl. 4.4. Preko zajedničkog unutarnjeg gumenog plašta je tekstilni oplet i preko njega drugi gumeni plašt. Vodovi s gumenom cijevi prikladni su također za povremeni priključak na mrežu niskog napona.



Sl. 4.4. Vodovi s gumenim cijevima

Na tržištu se također pojavljuju specijalni vodovi s izolacijom iz polietilena, teflona ili silikonske gume. Nužne podatke za upotrebu ovih vodova nalazimo u prospektu tvornica, koje ih proizvode.

Strujna opteretivost izoliranih vodova i njihova zaštita rastal-

nim osiguračima određena je propisom. Propisom su također definirane oznake za izolirane vodove različitih izolacija, njihovih nazivnih i ispitnih napona, minimalni presjeci vodiča, način polaganja u cijevima itd. Granična temperatura za gumenu izolaciju je 60° C dok za izolaciju s umjetnom materijom ona može iznositi i 70° C.

U TABLICI 4.1. nalazimo strujnu opteretivost izoliranih vodova s bakrenim vodičima i pripadajućim nazivnim strujama rastalnih osigurača.

Tablica 4.1. Trajna strujna opteretivost izoliranih vodova sa Cu i Al vodičima i odgovarajuće nazivne struje rastalnih osigurača

Nazivni presjek mm ²	Grupa 1				Grupa 2.				Grupa 3.			
	Cu		Al		Cu		Al		Cu		Al	
	Trajna strujna opter.	Naziv. struja osig.	Trajna strujna opter.	Naziv. struja osig.	Trajna strujna opter.	Naziv. struja osigur.	Trajna strujna opter.	Naziv. struja osigur.	Trajna strujna opter.	Naziv. struja osigur.	Trajna strujna opter.	Naziv. struja osigur.
A m p e r a												
0,75	—	—	—	—	13	10	—	16	16	10	—	—
1	12	6	—	—	16	10	—	—	20	15	—	—
1,5	16	10	—	—	20	15	—	—	25	20	—	—
2,5	21	15	16	10	27	20	21	15	34	25	27	20
4	27	20	21	15	36	25	20	20	45	35	36	25
6	35	25	27	20	47	35	37	25	57	50	45	35
10	48	35	38	25	65	50	51	35	78	60	61	50
16	65	50	51	35	87	60	68	50	104	80	82	60
25	88	60	69	50	115	80	90	60	137	100	107	80
35	110	80	86	60	143	100	112	80	168	125	132	100
50	140	100	110	80	178	125	140	100	210	160	165	125
70	—	—	—	100	220	160	173	125	260	200	205	160
95	—	—	—	—	265	200	210	160	310	225	245	200
120	—	—	—	—	310	225	245	200	365	260	285	225
150	—	—	—	—	355	260	280	225	415	300	330	260
185	—	—	—	—	405	300	320	260	475	350	375	300
240	—	—	—	—	480	350	380	300	560	430	440	350
300	—	—	—	—	555	430	435	350	645	500	510	430
400	—	—	—	—	—	—	—	430	770	600	605	500
500	—	—	—	—	—	—	—	—	880	700	690	600

Grupa 1 : do 3 izolirana vodiča u cijevima, odnosno (3+1) s nulvodičem. Također za gole cijevne izolirane vodove.

Grupa 2 : omotani cijevni vodovi, vodovi s olovnim ili metalnim plaštem, višežilni vodovi na slobodnom zraku, vodovi za priključak pokretnih trošila.

Grupa 3 : Jednožilni vodovi položeni slobodno u zraku, razmaknuti međusobno najmanje za promjer izoliranog voda, jednožilni vodovi za priključak pokretnih trošila.

Sva opterećenja vrijede također za 4-žilne i 5-žilne izolirane vodove u trofaznom sistemu, gdje je četvrta žila nulvodič i peta služi u zaštitne svrhe. Opterećenja su za granično ugrijavanje vodiča 35°C . Granična temperatura od 60°C , koja se dobiva kod okolne temperature 25°C ne smije biti prekoračena.

Kod okolne temperature iznad 25°C dopušta se opterećenje prema TABLICI 4.2.

Kod kratkotrajnih ili intermitirajućih pogona, odnosno kod trajnog pogona s pravilnim vremenskim prekidima dopušta se veće strujno opterećenje. Ako poznamo dovoljno karakter takvog opterećenja, računom se može odrediti ovo preopterećenje.

Najmanji presjeci vodiča za čvrsto polaganje voda su za Cu 1,5 za Al $2,5\text{ mm}^3$. Kod polaganja voda na izolatorima u zgradama ili na slobodnom prostoru minimalni presjek za Cu je 4 mm^2 i za Al 6 mm^2 , ako je uporište veće od 1 m, no najviše 20...m

Temper. okoline $^{\circ}\text{C}$	Dopušteno opterećenje μ % vrijednosti tablice 4.1 $^{\circ}\text{C}$
30	92
35	85
40	75
45	65
50	53
55	38

U TABLICI 4.3. vidimo osnovne podatke o građi i djelatnoj otpornosti bakrenih vodiča za izolirane i kableske vodove za stalno polaganje prema JUS propisima. Za meko odžareni bakar je $\rho = 17,241 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot m$ kod $20^\circ C$.

Tablica 4. 3.

Osnovni podaci o građi i otporu R izolir. bakrene vodove				
Nazivni presjek mm^2	Broj i promjer žica mm	ϕ golog užeta mm	Djelatni otpor R kod $20^\circ C$ Ω / km	
			pokositreni	nepokositreni
1	1 × 1,13	—	17,89	17,89
1,5	1 × 1,38	—	11,99	11,99
2,5	1 × 1,78	—	7,208	7,208
4	1 × 2,26	—	4,472	4,472
6	1 × 2,77	—	2,977	2,977
6	7 × 1,04	3,12	3,048	—
10	1 × 3,57	—	1,792	1,792
10	7 × 1,35	4,05	1,809	1,791
16	1 × 4,51	—	1,123	1,123
16	7 × 1,70	5,10	1,140	1,296
25	7 × 2,13	6,40	0,7265	0,7195
35	7 × 2,52	7,56	—	0,5140
35	19 × 1,53	7,65	0,5188	—
50	19 × 1,83	9,15	0,3626	0,3591
70	19 × 2,17	10,85	0,2579	0,2554
95	19 × 2,52	12,6	0,1912	0,1894
120	37 × 2,03	14,21	0,1513	0,1499
150	37 × 2,27	15,89	0,1210	0,1199
185	37 × 2,52	17,64	0,0982	0,0973
240	61 × 2,24	20,16	0,0754	0,0745
300	61 × 2,50	25,5	—	0,0599
400	61 × 2,88	26,0	—	0,0452
500	91 × 2,65	29,2	—	0,0358
625	127 × 2,50	32,5	—	0,0288
800	127 × 2,83	36,8	—	0,0225
1000	127 × 3,16	41,1	—	0,0188

Navedene vrijednosti otpora vrijede za jednožilne vodove ili višežilne s paralelnim žilama kod $20^\circ C$ pri mjerenju istosmjernom strujom. Višežilni vodovi i kabeli s použenim žilama imaju otpor $1,02 \cdot R_{20}$. Višežilni savitljivi gajtani imaju otpor $1,05 \cdot R_{20}$.

Armirani višežilni kabeli pri izmjeničnoj struji 50...Hz imaju povećani otpor $1,02 \cdot R_{20} + 0,01 \dots \Omega / km$. Otpor R_x kod temperature

$x^{\circ}\text{C}$ je $R_x = R_{20} [1 + (X - 20)]$.

Ograničili smo se na osnovne informacije o izoliranim vodovima. Razne podatke o njihovim nazivima, upotrebi i namjeni, nazivnim naponima itd. nalazimo u priručnicima. Konstrukcija, građa i montaža izoliranih vodova provodi se prema JUS propisima.

5. ENERGETSKI KABELI

U praksi ne postoji oštra granica između izoliranih i kablskih vodova. Kod istovrsne njihove građe jednom govorimo o kabeu i drugi put o izoliranom vođu. Kabeli se uglavnom upotrebljavaju za prijenos većih snaga negoli izolirani vodovi. Oni uglavnom imaju metalni plašt i mogu se ukopati neposredno u zemlju.

Izolirani vodovi imaju pretežnu primjenu u zgradama i kućnim instalacijama kao i za priključak pokretnih trošila ili fiksnih strojeva. Oni se ne smiju ukapati u zemlju.

Energetski kabeli do napona 60...kV imaju papirnatu izolaciju. Iznad toga napona građe se uljni ili tlačni kabeli. Specijalne konstrukcije razvile su se za specifične svrhe, ovdje se ograničimo na opis kabela do 60...kV normalne izvedbe.

Kao zaštita za prodiranje vlage u kabel služi olovni plašt. U novijim konstrukcijama on se zamjenjuje aluminijem ili čeličnim lihom. Do srednjih napona plašt može također biti iz gume ili umjetne materije, iz kojeg se materijala sastoji i izolacija vodiča.

Građevne elemente kabela vidimo u TABLICI 5.1.

TABLICA 5.1.

Građevni element	Svrha	Izvedba
Vodič	Provodi struju	Materijal: bakar aluminij Oblik: okrugli sektorski Građa: jednožični višežični šuplji
Izolacija	Izolacija vodiča međusobno i prema metalnom plaštu	Papir natopljen u tekućem mineralnom ulju kod nižih temperatura. Guma Termoplastična umjetna materija
Plašt	Zaštita od prodiranja vlage	Metal: olovo i njegove legure aluminij čelik Nemetal: guma termopl.umjetna materija
Zaštita	Mehanička zaštita	Čelik kao čelični oplet plosnate trake okrugle žice profilne žice
Vanjska zaštita	Koroziona zaštita metalnog plašta	Natopljeni papir u tekućem bitumenu, natopljena juta, guma i termoplast.umjetna materija

Oznake za razne izvedbe kabela utvrđene su propisom i nalazimo ih u priručnicima. Razne izvedbe kabela pregledno su prikazane u TABlici 5.2.

TABLICA 5.2.

Oznaka	Izolacija	Izvedba
Papirna izolacija kabela s metalnim plaštem	Papir natopljen uljem	Jednožilni i višežilni kabel, pojasni i s više plašta Höchstädter Kabel do 60...kV.
Uljni kabel	Papir i tekuće ulje.	Uljni kabel s umetcima, jednožilni uljni kabel za najviše napone.
Tlačni kabel	Čelična cijev pod tlačnim plinom	Trožilni kabel za najviše napone.
Gumom i umjetnom materijom izolirani kabel s metalnim plaštem	Guma ili termoplastična umjetna materija	Jednožilni i višežilni kabel do 1...kV izmjeničnog ili 1,5...kV istosmjernog napona
Kabel sa nemetalnim plaštem	Guma ili termoplastična umjetna materija	Jednožilni i višežilni kabel do 1...kV

Žile u p o j a s n o m k a b e l u imaju zajedničku pojasnu izolaciju i zajednički olovni plašt. Kod trožilnog kabela s 3 p l a - š t a svaka izolirana žila imade olovni plašt, Ovakovi se kabeli grade u pravilu za napone iznad 15 kV. Kod H ö c h s t ä d t e r kabela izolacija svake žile je metalizirana.

Iz TABLICE 5.1. vidimo da su građevni elementi kabela

vodič

izolacija

metalni ili nemetalni plašt

zaštita i vanjski zaštitni omotač

Vodič je iz elektrolitskog bakra ili čistog aluminijsa. Građen je ili kao puna žica ili iz više žica pletenih kao uža. Presjek vodiča imade okrugli ili sektorski oblik. Vodič kod jednožilnog uljnog kabela većinom je izveden kao šuplji vodič kojemu šupljina služi kao uljni kanal. Vodič tlačnog kabela sastavljen je iz više žica s presjekom valnog oblika, kako vidimo na sl. 5.1.



Sl. 5. 1. Različiti oblici kabelskih vodiča

Najmanji dopušteni presjeci su

za 10...kV	-----	10...mm ²
" 20..."	-----	25..."
" 30..."	-----	35..."
" 60..."	-----	95..."

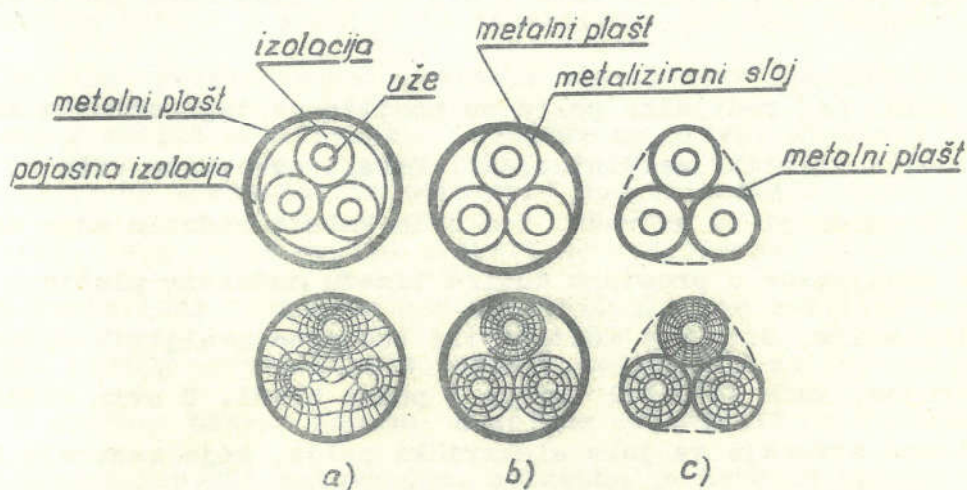
Zbog teškoća u montaži najveći presjek kabela iznosi 300...mm². Za specifične svrhe grade se jednožilni kabele do 1000...mm². Kod izbora kabela uzimamo u obzir trajnu strujnu opteretivost kao i snagu kratkog spoja i njezino trajanje. Kod četverožilnog kabela za 1...kV jedna žila može biti manjeg presjeka ako ona služi kao srednja ili zaštitni vodič. U nulovanim mrežama obično uzimamo sve žile jednakog presjeka, kako bi ispunili uvjete zaštite od visokih dodirnih napona. Za posebne svrhe grade se kabele do 1...kV sa dodatnim žilama u svrhu daljinskog upravljanja, za javnu rasvjetu i slično.

Vodiči kabela su međusobno kao i prema plaštu izolirani višeslojnim papirnim namotom. Papir je specijalne vrste, debljine oko 0,1...mm i širine 15 i 25 mm. Na njegovu kvalitetu postavljaju se izvjesni zahtjevi u pogledu mehaničke, kemijske i električke osobine. Nakon što se papir dobro osuši u vakumu, gdje se njegova vlaga ispari, natapa se uljem koje ispunjava sve njegove pore, da bi se dobila izolaciona sposobnost. U takvom stanju namota se oko vodiča i odmah potom dobiva metalni plašt, kako bi se spriječio prodor vlage, koja je najveći neprijatelj kabela.

Druga vrsta izolacije je guma i termoplastična umjetna materija. Kabeli s takvom izolacijom vodiča pružaju prednost prema kabelima s papirnom izolacijom, budući da otpadaju posebne kabelske glave. Najmanja debljina izolacije vodič/vodič i vodič/olovni plašt kod kabela s papirnom izolacijom kao i kod kabela s izolacijom iz gume ili umjetne materije određena je propisom .

Kod konstrukcije i građe kabela možemo utjecati da raspodjela električkog polja u njemu bude što pravilnija. Ideja potječe od H ö c h s t ä d t e r a još iz 1943.godine po kojemu su takovi kabe-
beli dobili njegovo ime. Od tog doba fabrikacija kabela mogla se razvijati za visoke i najviše napone.

Na sl. 5.2. su 3 osnovna tipa kabela s raspodjelom električkog polja u njima.



Sl. 5.2. Raspodjela električkog polja u kabelu

- a) Pojasni kabel
- b) Kabel s metaliziranim žilama
- c) Kabel s 3 plašta

Na slici a je tzv. p o j a s n i kabel. Svaka žila dobiva svoju izolaciju i sve 3 žile zajedničku pojasnu izolaciju, po kojoj su ovi kabe-
beli dobili svoje ime. Na pojasnu izolaciju navučen je me-
talni plašt. Silnice električkog polja počinju i svršavaju na vo-
dičima i na metalnom plaštu. Raspodjela silnica je potpuno nepravil-

na, pa je električko naprezanje izolacije u svim smjerovima, radijalnom i tangencijalnom.

Na slici (b) je prema Höchstädteru svaka izolacija vodiča obložena metaliziranim i perforiranim ili grafitiranim papirnatim slojem. Tako izolirane i metalizirane žile pletene su kao uža, a šuplji prostor među žilama ispunjen kabelskom masom. Metalizirani slojevi pojedinih žila su u kontaktu posebnim vezama. Slika pokazuje da je električko polje radijalno, potpuno različito od električkog polja u pojasnom kabelu. Kabelska izolacija u prostoru među žilama električki nije naprezana, zbog čega je sigurnost od proboja u pogonu znatno porasla. Takovi kabeli dakako nemaju pojasnu izolaciju, no imaju zajednički metalni plašt kao i pojasni kabeli. Zbog zajedničkog metalnog plašta kabeli ove vrste nisu dovoljno savitljivi.

Na slici (c) radijalno polje se postiže na taj način da svaka žila dobiva vlastiti metalni plašt. Kabeli ove vrste više su savitljivi i ugodniji za motnažu. Kod ovih kabela međutim mogu se pojaviti šupljini u prostoru dodira između metalnog plašta i papirnate izolacije, bilo kod montaže ili kod promijenljivih opterećenja strujom, kada se kabel ugrije i potom hladi. U ovim sitnim šupljinicama stvaraju se jaka električka polja, koja razaraju izolaciju. Da do toga ne dođe, u prostoru između metalnog plašta i izolacije vodiča stavlja se također Höchstädterov metalizirani sloj, kojim se eliminiraju eventualna jaka električka polja na dodirnim plohama plašta i izolacije.

Najveća jakost električkog polja pojavljuje se na površini vodiča i na tim mjestima izolacija je najviše električki neprezana. Poglavitito to vrijedi za neravnu površinu golog vodiča koja nikad nije idealno glatka. Kod kabela za visoke napone dobiva se povoljnija razdioba polja ako se površina vodiča navuče očađenim papirom

kao poluvodičem. Obložimo li površinu vodiča ovakvim poluvodičem, njegova površina postane glatka. Zona najvećeg električkog napreznja pomakne se sada na dodirnu površinu poluvodiča i izolacije. Time se također izbjegne stvaranje šupljinica između površine vodiča i izolacije, koje su uzročnik proboja kabela. Istraživanja su pokazala da takovi kabe li s oglađenom površinom vodiča imaju veću električku čvrstoću i podnose veće udarne napone negoli kabe li normalne građe.

Kabelski plašt je danas pretežno od olova. Prednost olova je lagana obrada, savitljivost i dobra koroziona zaštita. Mana mu je visoka specifična masa i mala mehanička čvrstoća.

Još pred drugim svjetskim ratom tražio se je drugi materijal za plašt kabela, koji bi nadomjestio olovo. Tako su se pojavile konstrukcije kabela s plaštem iz alumini ja i čelika. Prednost alumini ja je mala specifična masa, visoka elastičnost i mehanička čvrstoća kao i velika vodljivost. U odnosu na olovo, alumini j je više osjetljiv na koroziju, te zato mora dobiti osobito dobru korozionu zaštitu. Zbog svoje velike električke vodljivosti plašt iz alumini ja koristi se istodobno kao nulvodič ili kao zaštitni vodič. Kod kabela niskog napona otpada četvrti vodič, što snižuje cijenu kabela. U mrežama niskog napona, u kojima se zaštita od visokih dodirnih napona provodi nulovanjem, potrebna je posebna opreznost u pogledu ispunjavanja uvjeta nulovanja, ako se kao nulvodič upotrebljava aluminijski plašt kabela.

Čelični plašt se sastoji iz čeličnog lima kojim se obavije kabel u jednu cijev, koja se električki zavari. Takovi kabe li imaju veliku savitljivost zbog valovitog lima kao i veliku mehaničku čvrstoću. Mana im je velika osjetljivost prema koroziji kao i kod alumini ja.

Nemetalni plaštev i sasto je se iz gume ili termoplastične umjetne

materije. Za konstrukciju kabela ove vrste do napona 1...kV vrijede propisi; za više napone razvoj je u toku.

5.1. IZVEDBE

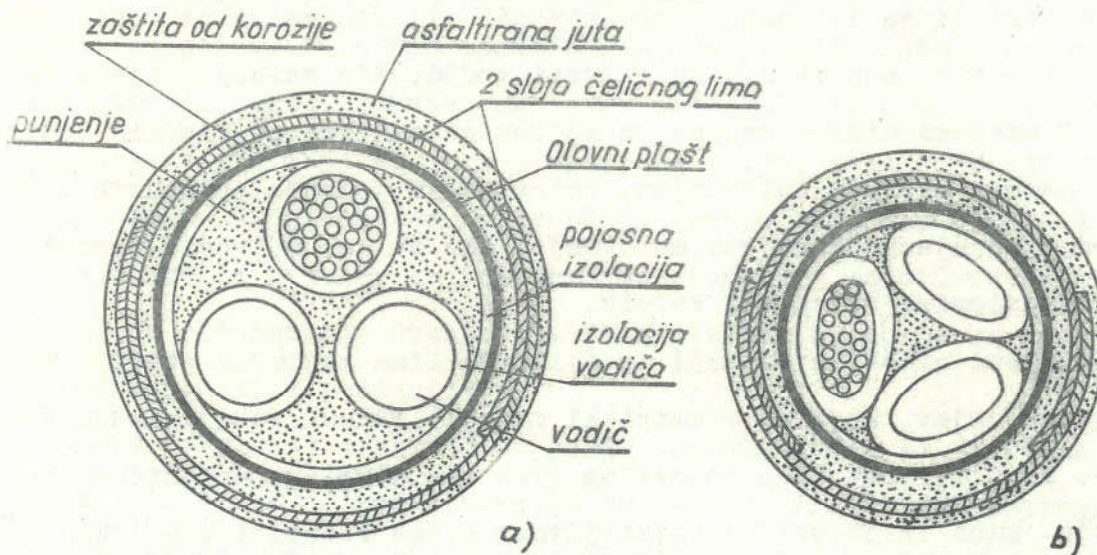
Prema izvedbi razlikujemo slijedeće energetske kabele:

- (a) Kabeli s papirnom izolacijom i metalnim plaštem;
- (b) Kabeli s izolacijom iz gume ili umjetne materije i metalnim plaštem;
- (c) Kabeli s nemetalnim plaštem i
- (d) Kabeli za specifične svrhe.

Kabele s papirnom izolacijom i metalnim plaštem možemo podijeliti u slijedeće grupe:

- (a) Pojasni kabeli;
- (b) Höchstädter (H) - kabeli;
- (c) Kabele s više plašteva
- (d) Kabeli za visoke napone

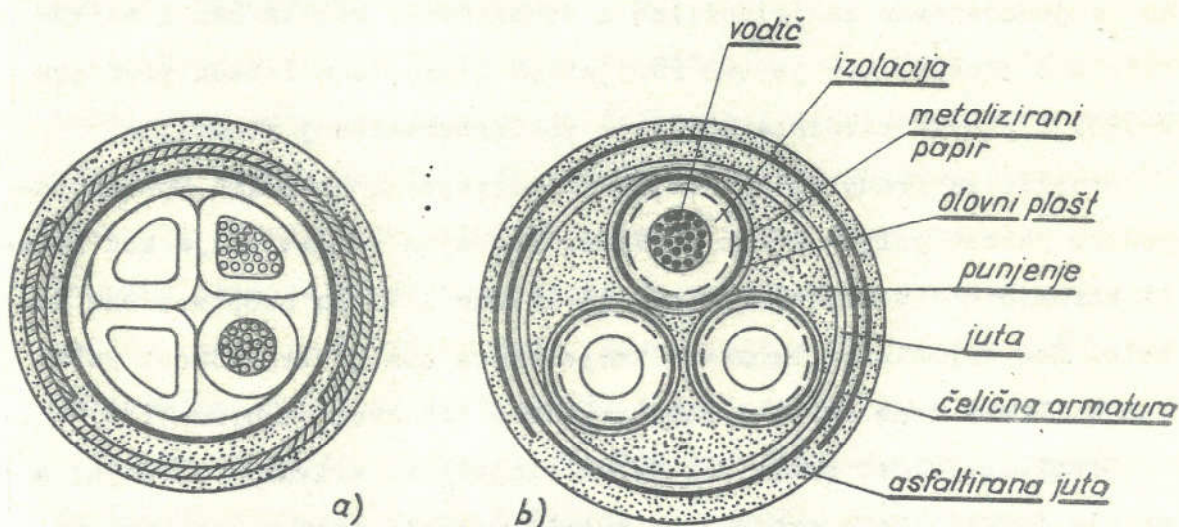
Na sl. 5.1.1. prikazana je građa pojasnog kabela



Sl. 5.1.1. Pojasni kabel s okruglim i sektorskim vodičima

Kod istog presjeka sektorski kabel ušteduje prostor, olovo i željezo, pa mu je cijena manja. Električko naprezanje izolacije kod sektorskog kabla ipak je nepovoljnije negoli kod kabla s okruglim presjecima i zato se oni upotrebljavaju samo do napona 10...kV. Inače se pojasni kabeli grade do napona 20...kV.

U gradskim mrežama niskog napona 380/220...volt uglavnom se upotrebljavaju kabeli s papirnom izolacijom do napona 1...kV. Tri fazna vodiča u pravilu su sektorskog oblika i četvrti je okrugle forme, manjeg ili jednakog presjeka kao i fazni vodič. Takav kabel prikazan je na sl. 5.1.2. (a). Ako je plašt iz aluminijskog, već smo prije spomenuli, da je potrebna opreznost upotrebe aluminijskog plašta kao nulvodiča u sistemu. Tamogdje je zaštita od visokih dodirnih napona provedena nulovanjem, što je najčešće upravo kod gradskih kablskih mreža, moramo biti sigurni da nulvodič u cijeloj mreži nigdje nema prekida, inače bi zaštita bila iluzorna. Pitanje je naime da li je ta veza osigurana na svim spojnim i priključnim mjestima u mreži. Osobito to vrijedi za kućne priključke, gdje je četvrti vodič gotovo uvijek opterećen strujom.



Sl. 5.1.2. Građevni oblici kabla

- a) Četverožilni pojasni kabel za napon do 1 kV
b) Kabel s 3 plašta za visoki napon do 60 kV

Na slici (b) vidimo kabel s 3 plašta gdje svaka žila imade svoj vlastiti olovni plašt. Električko naprezanje izolacije je radijalno, a izolacija među žilama nije električki naprezana. Između izolacije žile i olovnog plašta umetnut je metalizirani papir, kako bi se dobio jednoliki završetak električkih silnica. Svaka žila je omotana asfaltiranim papirom koji štiti plašt od korozije. Tri žile su pletene kao uža i zajedno s punjenom izolacijom među žilama tvore okrugli ili trokutni oblik. Daljnja zaštita je ista kao i kod pojasnog kabela.

Ne ulazimo u opis građe specijalnih, uljnih ili tlačnih kabela.

5.2. KUT GUBITAKA I FAKTOR GUBITAKA

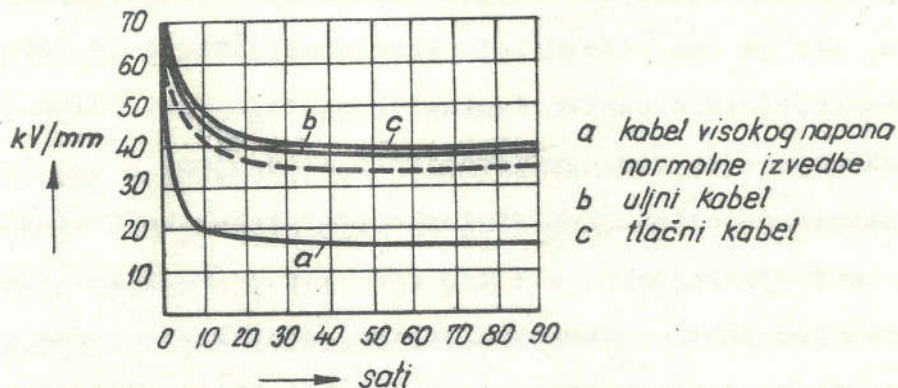
Najvažniji pogonski podaci kabela su nazivni napon, strujna opteretivost i presjek vodiča. U normalnim pogonskim prilikama trajni napon ne smije biti iznad 15% nazivnog napona.

Debljina stijenke papirne izolacije određuje se prema najvećoj dopuštenoj jakosti električkog polja. Općenito se računa s jakosti polja na površini vodiča, gdje je ona najveća. Račun polja razmjerno je jednostavan za jednožilne i Höchstädter kabele kao i za kabele s 3 plašta, jer je ono radijalno. U prostoru između površine vodiča i plašta razdioba polja je po logaritamskoj funkciji.

Propisi za građu kabela obično dopuštaju na površini vodiča pogonsku jakost polja $2 \div 5 \dots \text{kV/mm}$. Probojna jakost polja kod kabela normalnih izvedbi iznosi oko $16 \dots \text{kV/mm}$ i to za neopterećene kabele. Kod normalnih pogonskih temperatura ona je vrijednost nešto manja. Prema tome kabel u pogonu radi s faktorom sigurnosti $3 \div 5$.

Granična jakost polja $16 \dots \text{kV/mm}$ slijedi iz krivulje proboja a na sl. 5.2.1., koja vrijedi za kabele visokog napona normalne izvedbe. Zbog usporedbe nacrtane su krivulje (b) i (c) za uljne i

tlačne kabele.



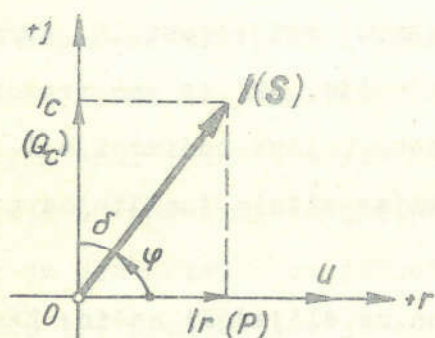
Sl.5.2.1. Krivulja proboja zavisna o vremenu

Na dijagramu je krivulja proboja zavisna o vremenu i vrijedi za okolnu temperaturu kod neopterećenog kabela. Crtkana krivulja odnosi se na uljni i tlačni kabel kod normalnog strujnog opterećenja. Na početku je probojna jakost $50 \div 60 \dots \text{kV/mm}$ za krivulju (a). Između 40 i 100 sati ona pada na stacionarnu vrijednost $16 \dots \text{kV/mm}$. Područje ispod krivulje je stabilno područje. Ako se ono prekorači, dolazi do proboja kabelaške izolacije zbog pojave ionizacije i tinjanja. Ova je pojava u vezi sa stvaranjem sitnih šupljinića u izolaciji, ispunjenih plinovima.

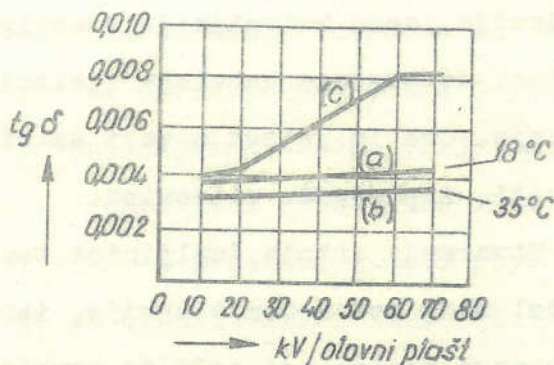
Stvaranje sitnih šupljinića tumačimo na slijedeći način: Kad se kabel zbog opterećenja ugrije, izolaciona masa imade veće rastezanje nego papir; ona teži da poveća unutarnji volumen olovnog plasta. Pri ohlađivanju kabelaška masa se steže i ne vraća se potpuno u prvotno stanje. Postoji opasnost da se upravo u blizini površine vodiča, gdje je polje najjače, stvore sitne šupljiniće, gdje pod uplivom polja dolazi do tinjanja i ionizacije, koja razara izolaciju. Da bi se to izbjeglo, dopušta se relativno mala temperatura koja nam garantira da se nalazimo u području ispod krivulje (a) na sl. 5.2.1.

Treba naglasiti da nije za kabel štetna nadtemperatura kao takova, ako je ona u normalnim granicama, štetna je termička i mehanička promjena svojstva izolacije nastalo tzv. "disanjem kabela" uzrokovano njegovim ugrijavanjem i hlađenjem.

Stvaranje sitnih šupljinića unutar kableske izolacije može se dokazati mjerenjem faktora gubitaka neopterećenog kabela kod rastućeg napona. Faktor gubitaka je jedna važna mjerna veličina koja nam karakterizira kvalitetu dielektrikuma kabela. Kada bi kondenzator kojeg tvori vodič s metalnim plaštem kabela bio bez gubitaka neopterećeni kabel, tada bi struja prethodila naponu tačno 90° . Zbog djelatnih gubitaka u dielektrikumu, uzrokovanih nesavršenom izolacijom i polarizacijom, dobivamo fazni pomak manji od 90° i to za tzv. kut gubitaka.



Sl. 5.2.2. Definicija kuta gubitaka



Sl. 5.2.3. Faktor gubitaka za kabel visokog napona normalne izvedbe u ovisnosti o naponu kod raznih temperatura i pogonskih stanja

Na sl. 5.2.2. je I_c kapacitivna struja nabijanja neopterećenog kabela pod naponom, I_r je djelatna struja, a I ukupna struja narinuta na početku kabela. Odgovarajuće snage su Q , P i S . Vidimo da vrijedi odnos

$$\sin \delta = \cos \varphi = \frac{P}{S} \quad \dots (5.2.1)$$

$$\text{i za male } \delta \text{ je dovoljno tačno } \sin \delta \approx \text{tg } \delta = \frac{P}{Q_c} = \frac{I_r}{I_c} \quad \dots (5.2.2)$$

gdje je $\operatorname{tg} \delta$ faktor gubitaka koji se neposredno može izmjeriti. Što je veći faktor gubitaka, veće su i gubici djelatne snage, pa nam je to mjera kvalitete kabela izolacije.

Na sl. 5.2.3. vidimo krivulje faktora gubitaka jednog kabela visokog napona u ovisnosti o naponu kod različitih pogonskih stanja. Krivulja (a) je snimljena na jednom novom i samo malo opterećenom kabeu kod 18°C . Krivulja (b) vrijedi za isti kabel nakon što je ugrijan na 35°C . Nakon ohlađenja na 18°C dobiva se praktički opet krivulja (a). Ako se preopteretiti termički i električki, dobiva se krivulja tipa (c). Kod jednog stanovitog napona konkretno 20...kV krivulja faktora gubitaka naglo raste. Iz toga zaključujemo da su u kabeu nastale šupljini i odgovarajuće popratne pojave, koje dovode do povećanih gubitaka u dielektrikumu. Iz (5.2.2.) slijedi da su ovi gubici

$$P = Q_c \cdot \operatorname{tg} \delta \quad \dots (5.2.3.)$$

i kapacitivna snaga za jednu žilu iznosi

$$Q_c = U_0 I_c = U_0^2 \omega C_n \quad \dots (5.2.4.)$$

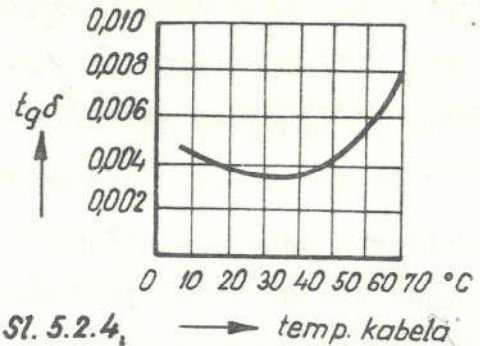
ako je C_n pogonska kapaciteta za jednu žilu kabela. Dielektrični gubici su prema tome

$$P = U_0^2 \omega C_n \operatorname{tg} \delta \quad \dots [5.2.5.]$$

Napon U_0 je dakako fazni napon ili napon prema zemlji. Vidimo, da dielektrični gubici rastu s kvadratom napona. Bitno je u svemu da ne opteretimo kabel onom strujom koja ugrijanjem stvara šupljini u njegovoj izolaciji.

Spomenimo također tzv. **t o p l i n s k i** proboj kabela. Za razumijevanje ovog pojma promatrajmo krivulju faktora gubitaka nekog kabela u ovisnosti o temperaturi kod konstantnog napona, prikazanu na sl. 5.2.4.

Pri porastu temperature faktor gubitaka najprije pada i između 35 i 40° C prima najmanju vrijednost. Nakon duljeg preopterećenja kabela krivulja naglo raste, prije svega nakon 40°C. To je jedan osjetljivi dokaz tzv. procesa starenja kabela.



Sl. 5.2.4.

temp. kabela

Faktor gubitaka kabela visokog napona u ovisnosti o temperaturi kod konstantnog napona nazivaju se i V-krivulje

Pretpostavimo da se nalazimo u rastućem dijelu krivulje. Ako iz bilo kojih razloga dođe do povećane temperature kabela, dolazi također i do povećanih dielektričnih gubitaka. Oni dodatno povišu temperaturu koja je uzrok daljnjeg povećanja $\text{tg } \delta$. Ovaj proces dovodi do toplinskog proboja kabela.

Do toplinskog proboja dolazi također ako se kabel nalazi dulje vremena pod naponom koji je veći od nazivnog napona /Propisom najviše 15% iznad nazivnog/. Iz formule za dielektričke gubitke vidimo da oni rastu kvadratom napona. Često se ne može povući oštra granica između električkog i toplinskog proboja, budući da se dvije pojave prekrivaju.

Od udarnih napona, koji se pojavljuju kod kapćanja ili oni ulaze u kabel preko nadzemne mreže, kabel je dovoljno otporan. Dielektrikum kabela podnosi 80 ÷ 100...kV/mm. Udarni naponski val u kabe- lu brzo se guši i njegovo strmo čelo naglo splasne. Na ugroženim mjestima zaštita se provodi odvodnicama prenapona.

Dielektrična konstanta papirnog dielektrikuma leži općenito između 3,6 ÷ 4,2. Srednja vrijednost $\epsilon_r = 3,8$. Također uljni kabeli imaju praktički jednaku relativnu dielektričku konstantu.

5.3. OSNOVNI PODACI

Najvažniji podaci kabela su nazivni napon, strujna opteretivost i nazivni presjek. Pored ovih navodimo i druge podatke u TABLICA-MA 5.3.1. do 5.3.4., koje ćemo koristiti u numeričkim primjerima. Tako su neki od njih informativni, oni su dovoljno tačni za predračune, u koliko se ne raspolaže tačnim vrijednostima.

U prvoj i drugoj vertikalnoj koloni TABLICE 5.3.1. naveden je nazivni presjek vodiča, njegov oblik i građa. Do napona 30...kV/mm grade se jednožični kabeli najviše do 35...mm²; iznad toga napona vodič je višežični i uvijek okruglog presjeka. Pojasni kabeli sektorskog presjeka grade se samo do napona 10...kV. Cijena im je manja, i zbog toga se redovno upotrebljavaju u mrežama niskog i srednjeg napona do 10...kV. Za mreže niskog napona 380/220...V upotrebljavaju se kabeli nazivnog napona 1...kV. Podaci za ove kabele u tablici imaju 4 žile jednakog presjeka. Četvrta žila služi kao nulvodič i budući da je danas najčešća zaštita od visokih dodirnih napona n u l o v a n j e, poželjno je, da presjek nulvodiča bude jednak presjeku faznog vodiča. Podatke za jednožilne, dvožilne, trožilne ili četverožilne kabele 1...kV kojima je presjek nulvodiča manji od faznog, nalazimo u priručnicima.

(a) S t r u j n a o p t e r e t i v o s t

Trajno strujno opterećenje kabela mora biti ograničeno kako niti na jednom mjestu duljine kabela ne bi prekoračili temperature:

65° C za kabele 1 do 6...kV

55° C " " 10 " 20..."

45° C " " 30 " 60..."

Povišenje temperature zavisi o uvjetima odvoda topline ili hlađenja. Kod određene građe kabela toplinski otpor između vodiča i vanjske površine kabela zavisi samo o specifičnom toplinskom otporu

izolacije i zaštite kabela. Odvod topline u okolinu kabela zavisi opet mnogo o vrsti tla, vlazi i slično. Ako se kabeli polažu u kabele polože u kanale ili na uzduhu, samostalno ili grupno, uvjeti hlađenja moraju biti posve drugačiji.

Zbog toga vrijednost za strujnu opterećivost, navedene u trećoj koloni tablice, vrijede samo kao smjernice.

Ako je kabel položen u zemlju 70 cm duboko, okolne temperature 20°C , računamo s povišenjem temperature vodiča prema gornjem

45°C	kod kabela	za	1	do	6 kV
35°C	"	"	"	10	" 20 "
25°C	"	"	"	30	" 60 "

Kod specifičnog toplinskog otpora izolacije i zaštite kabela $550^{\circ}\text{C} \cdot \text{cm}/\text{W}$ i specifičnog toplinskog otpora zemlje $70^{\circ}\text{C} \cdot \text{cm}/\text{W}$.

U TABLICAMA 5.3.2. do 5.3.4. nalazimo podatke za struju opterećivost kod grupnog polaganja kabela u zemlji, uzduhu ili pod drugim uvjetima okolne temperature kabela.

U trećoj koloni navodi se također snaga dobivena izrazom $\sqrt{3} \cdot U \cdot I$ za trofazni sistem, ako je U i I nazivni napon i struja koja je navedena u koloni 3. Za niski napon $U = 380^{\circ}\text{volt}$.

(b) S t r u j n a o p t e r e t i v o s t k a b e l a u
k r a t k o m s p o j u

Pri izboru kabela vodimo također računa o njegovoj izdržljivosti u kratkom spoju. Struja kratkog spoja ne smije podići temperaturu vodiča izvan stanovite granice, kako ne bi došlo u pitanje oštećenje izolacije. Budući da kratki spoj traje kratko vrijeme, dopušta se maksimalna temperatura vodiča $150 \div 160^{\circ}\text{C}$.

Za dimenzioniranje kabela obzirom na njegovu termičku čvrstoću u kratkom spoju moramo poznavati vremenski tok struje kratkog spoja. Ne ulazimo ovdje u tok opsežnog računa kratkog spoja. Navodi-

mo samo odgovarajuće struje kratkog spoja koju kabel u normalnim okolnostima podnosi 1...sek bez štete obzirom na termičko opterećenje. Ovdje struje navodimo u koloni 4. Dopusštene struje kratkog spoja za druga vremena iskapčanja na koja su udešeni releji mogu se približno odrediti formulom.

$$I_{kx} = I_{k1} \sqrt{\frac{1}{t_x}} \dots \text{amp.} \dots (5.3.1)$$

Kao primjer uzimamo kabel nazivnog napona 6...kV i presjeka 70...mm² iz bakra. U tablici nađemo da se za jednu sekundu dopušta struja kratkog spoja 11,3...kA. za 0,5...sek. slijedi

$$I_{k0,5} = 11,3 \sqrt{\frac{1}{0,5}} = 16 \dots \text{kA}$$

5.4. PARAMETRI KABELA

U koloni 5 TABLICE 5.3.1. nalazimo djelatni otpor R kod 20°C za bakar i aluminij različitih nazivnih presjeka. Stvarni R jest kod pogonske temperature kabela gdje treba uzeti u obzir odgovarajući temperaturni koeficijent za Cu i Al.

U koloni 6 i 7 su informativni podaci o induktivnom otporu za f = 50...Hz i kapacitivnosti kabela, a koji mogu poslužiti za predračunske kalkulacije. Tačne vrijednosti dobivaju se mjerenjem. Induktivni je otpor kabela znatno manji negoli na nadzemnom vodu i vidimo da se on veoma malo mijenja s presjekom i nazivnim naponom. Navedeni induktivni otpor odnosi se dakako na pogonsku induktivnost faznog vodiča. Kod većih presjeka induktivni je otpor reda veličine djelatnog otpora ili nešto veći, kako nam pokazuje tablica. Odnos unutarnje i vanjske induktivitete je znatno veći negoli kod nadzemnog voda.

Induktivni otpor međutim može biti veći kod jednožilnih kabela koji se polažu pojedinačno. Kod takvog polaganja induktivni otpor je reda veličine 0,15 ÷ 0,17...Ω/km ili u specifičnim prilikama i veći, što zavisi o udaljenostima između jednožilnih kabela. Ako je

polaganje jednožilnih kabela nesimetrično, pojedine faze dobivaju tada nejednake induktivne otpore. Simetriranje možemo postići analožno kao kod nadzemnih vodova, kako bismo dobili simetrični i balansirani sistem.

Kapacitivnost kabela naprotiv je znatno veća negoli kod nadzemnih vodova. U tablici je navedena pogonska kapacitivnost i kapacitivnost prema zemlji za pojase kabele. Za kabele s 3 plašta navedena je samo kapacitivnost prema zemlji. Želimo li doznati npr. kapacitivnost petlje takvog kabela, onda se ona odredi poznatim postupkom koji smo već prije upoznali.

Navedena kapacitivnost u tablici odnose se na jednu prosječnu dielektričnu konstantu kabela. Ova je dielektrična konstanta za nas od osobitog interesa u vezi sa brzinom širenja elektromagnetskog vala u kabelu. Danas se naime često primjenjuje za određivanje griješke u kabelu postupak s visokofrekventnim signalima, pa je potrebno tačnije poznavanje brzine vala, koja je ovisna o relativnoj dielektričnoj konstanti kabela. U prvom približenju je

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \approx \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\epsilon_r}} \dots \left[\frac{m}{sek} \right]$$

Ako je $\epsilon_r = 3,8$, dobivamo $v = 1,538 \cdot 10^8 \dots m/sek$. Brzina vala možda je u granicama $(1,618 \div 1,436) \cdot 10^8 \dots m/sek$ u skladu s gornjom i donjom granicom. ϵ_r . No vidjeti ćemo da ova granica može biti znatno veća.

Za veću tačnost treba uzeti u obzir permeabilnost vanjske zaštite kabela. U svakom je slučaju poželjno izmjeriti brzinu vala u zdravom dijelu bolesnog kabela, kako bismo dobili veću tačnost pri traženju griješke u kabelu visoko frekventnim signalima.

Račun induktivnosti kabela u principu bi mogli provesti prema istim formulama koje smo upoznali za nadzemne vodove, ako su nam poznate osnovne dimenzije, kabela. Račun je jednostavan kod okruglih presjeka vodiča. Kod presjeka sektorskog oblika on je slože-

nije prirode. Rijetko dolazimo u priliku da provodimo račun ove vrste i u većini slučajeva oslonimo se na mjerne podatke tvornice koja isporučuje kabel.

U pogledu kapacitete kabela još smo više upućeni na podatke tvornice koja provodi mjerenje i račun. Mjerenje je osobito važno zbog dielektrične konstante ϵ_r koja igra važnu ulogu u nekim problemima, kako je već bilo spomenuto.

Za razliku od jednožilnih ili H-kabela, kapacitivnost pojasnih kabela ne bismo mogli računati po formulama koje smo razvili za nadzemne vodove. Na sl. 5.4.1. vidimo trofazni kabelski vod a sa pojasnim kabelom, (b) sa H-kabelom ili kabelom s 3 metalna plašta i c sa 3 jednožilna kabela. Na slikama su naznačene parcijalne kapacitete C_m među vodičima i C_z prema zemlji. Ove smo kapacitete kod nadzemnog voda označili sa C_{12} i C_{11} . Kao i kod nadzemnog voda ovdje vrijedi odnos za pogonsku kapacitetu ili kapacitetu prema neutralu

$$C_n = C_z + 3C_m$$

Za sliku (b) i (c) međutim vidimo da je $C_m = 0$, pa je $C_n = C_z$. Pogonska kapaciteta za 1-žilni i H-kabel jednaka je parcijalnoj kapaciteti prema zemlji.

Kapacitivnost prema zemlji u oba slučaja odredimo prema formuli za koaksialni kabel

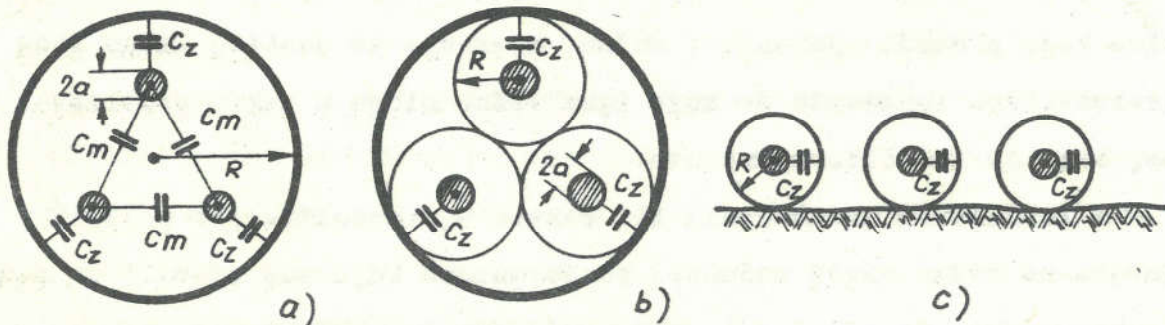
$$C_n = C_z = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R}{a}} \dots \dots \frac{\text{farad}}{\text{met.}} \dots \dots (5.4.2.)$$

Ovdje je R unutarnji polumjer metalnog plašta i "a" polumjer vodiča.

Za pojasni kabel ne možemo koristiti gornju formulu. Ovdje je naime upliv zemlje koju odentificiramo s metalnim plaštem drugačije prirode. Na sl. 5.4.2. prikazana je zrcalna slika vodiča prema

metalnom plaštu kabla i to na taj način da vlada odnos

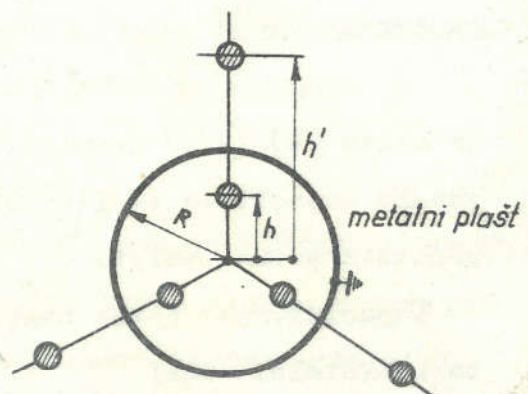
$$h \cdot h' = R^2$$



Sl. 5.4.1. Shema parcijalnih kapaciteta

- (a) pojasni kabel
(b) H-kabel ili kabel s 3 plašta
(c) 3 jednožilna kabla

Udaljenost h' je zrcalna slika od središta kabla određena po zakonu recipročnih polumjera. Ne dokazujemo na ovom mjestu ovaj zakon. Suština je u tome da zrcalni vodiči s vodičima kabla tvore isto električko polje kao i vodiči kabla s metalnim plaštem, koji tada možemo ukloniti. Na osnovi toga mogu se dobiti izrazi za C_z i C_m iz kojih rezultira pogonska kapacitivnost.



Sl. 5.4.2. Određivanje parcijalne kapacitete u pojasnom kabelu prema zakonu zrcalenja recipročnih polumjera

Kod pojasnih kabla približno vrijedi:

za presjeke do 95 mm^2 $C_z \cong 0,53 C_n$

za veće presjeke $C_z \cong 0,60 C_n$

U ovom odnosu su i vrijednosti za kapacitivnost pojasnih kabla u koloni 7. TABLICE 5.3.1.

5.5. BRZINA ELEKTROMAGNETSKOG VALA U KABELU

Prethodno smo govorili o brzini elektromagnetskog vala u kabelu koja je zavisna o svojstvu kabela izolacije. Na ovom mjestu ipak želimo nadopuniti sliku o faktorima koji utječu na brzinu valnog toka energije u kabelu. U ovu svrhu polazimo od poznatog izraza za konstantu brzine širenja vala koja rezultira iz opće jednadžbe homogenog voda s kontinuiranim parametrima

$$\gamma = \sqrt{Z_0 Y_0} = \alpha + j\beta \quad \dots\dots (5.5.1)$$

Ovdje je

$$Z_0 = R_0 + j\omega L_0 \quad \dots\dots [\Omega/m]$$

$$Y_0 = G_0 + j\omega C_0 \quad \dots\dots [S/m]$$

Realne komponente 5.5.1. α je konstanta gušenja i imaginarna komponenta je fazna konstanta voda koja nas u ovom času zanima. Brzina širenja vala elektromagnetske energije jednaka je naime

$$v = \frac{\omega}{\beta} \quad \dots\dots [m/s] \quad \dots\dots (5.5.2)$$

Ako kvadriramo 5.5.1. i izjednačimo realne i imaginarne članove lako provjerimo da je imaginarni član

$$\beta = \sqrt{L_0 C_0} \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left[1 - \frac{R_0 G_0}{\omega L_0 C_0} \right] + \frac{1}{2} \sqrt{\left[1 + \left(\frac{R_0}{\omega L_0} \right)^2 \right] \left[1 + \left(\frac{G_0}{\omega C_0} \right)^2 \right]}} \quad \dots\dots (5.5.3)$$

Stavimo da je

$$K = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} \left[1 - \frac{R_0 G_0}{\omega L_0 C_0} \right] + \frac{1}{2} \sqrt{\left[1 + \left(\frac{R_0}{\omega L_0} \right)^2 \right] \left[1 + \left(\frac{G_0}{\omega C_0} \right)^2 \right]}}} \quad \dots\dots (5.5.4)$$

slijedi

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \cdot K \quad \dots\dots (5.5.5)$$

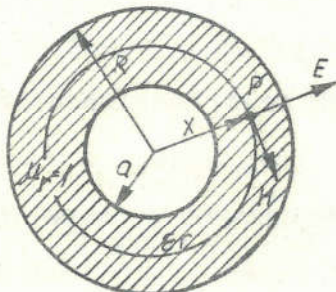
kao opći izraz za brzinu valnog toka energije na vodu. Konstanta K sastavljena je iz jediničnih parametara voda. Kada je $R_0 = G_0 = 0$, $K = 1$. U svakom drugom slučaju $K < 1$ i vidimo da otpor R i vod-

ljivost G voda snižuje brzinu vala. Kod nadzemnih vodova, ako zanemarimo unutarnju induktivnost vodiča i uz uvjet da je $R_0 = G_0 = 0$ dobivamo

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \dots \dots \left[\frac{m}{s} \right] \dots \dots (5.5.6.)$$

pa je brzina vala jednaka brzini svjetlosti. Ova je pretpostavka opravdana i često se zadovoljavamo aproksimacijom da ili L_0 ili C_0 određujemo iz brzine svjetlosti prema gornjoj formuli, kada se radi o nadzemnim vodovima.

Drukčiji su odnosi kod kabela. Da bismo dobili izvjesnu sliku o brzini vala u kabelu, pretpostavimo i nadalje da je $K = 1$, što znači da zanemarujemo utjecaj R_0 i G_0 na brzinu vala koji je inače malen. Na sl. 5.5.1. zamislimo dva koncentrična šuplja valjka



Sl. 5.5.1. Brzina vala u kabelu sa dva koncentrična šuplja valjka

vrlo tankih stijenka gdje jedan služi kao odvodni i drugi kao dovodni vodič. Prostor među njima ispunjen je izolacijom svojstva ϵ_r i $\mu_r = 1$. Elektromagnetski val širi se u šrafiranom prostoru brzinom

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \dots \dots \left[\frac{m}{s} \right] \dots \dots (5.5.7)$$

U prostoru unutar šupljeg valjka polumjera a i izvan šupljeg valjka polumjera R nije prisutno niti magnetsko niti električko polje. Proces širenja

vala i prijenosa energije zbivaju se samo unutar šrafirane izolacije. U jednoj tački P vlada jakost magnetskog polja

$$H = \frac{I}{2\pi x} \text{ ili } B = \frac{\mu I}{2\pi x}$$

Magnetski tok za 1 m dužine kabela

$$\phi = \int_a^R \frac{\mu I}{2\pi} \cdot \frac{dx}{x} = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{R}{a} \dots \dots \frac{\text{veber}}{m} \left[\frac{Vs}{m} \right]$$

pa je induktivnost kabla

$$L_0 = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{R}{a} \dots \frac{\text{henri}}{\text{m}} \left[\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right] \dots (5.5.8.)$$

Već smo prije odredili kapacitivnost koaksialnog kabla formulom

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R}{a}} \dots \frac{\text{farad}}{\text{m}} \left[\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \right] \dots (5.5.9.)$$

Budući da je izolacija nemagnetična, $\mu = \mu_0$, dok je $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ i slijedi iz (5.5.7.)

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_0 \ln \frac{R}{a}}{2\pi} \cdot \frac{2\pi \epsilon_r \epsilon_0}{\ln \frac{R}{a}}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = 3 \cdot 10^8 \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \dots (5.5.10.)$$

koja je formula već spomenuta pod tač. (c).

Ako izjednačimo magnetsku i električku energiju u bilo kojoj tački P izolacije na sl. 5.5.1.

$$\frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \dots (5.5.11.)$$

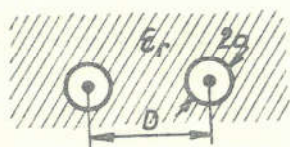
dobivamo poznati izraz za valni otpor ili karakterističnu impedanciju kablanske izolacije

$$Z_0 = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0}} = \frac{\mu_0 c}{\sqrt{\epsilon_r}} \approx 377 \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \dots [\Omega] \dots (5.5.12.)$$

gdje je "c" brzina svjetlosti i $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dots \text{henri/met}$. Valni otpor izražen je u omima i zamišljamo da je to otpor koji se opire širenju elektromagnetskog vala. On je zavisao o relativnoj dielektričnoj konstanti i za prazni prostor $Z_0 \approx 377$, jer je $\epsilon_r = 1$. U prosjeku je za papirnu izolaciju $\epsilon_r = 3,8$, pa je za kabel $Z_0 \approx 194 \dots \text{oma}$. To bi odgovaralo brzini $(194/377) \cdot c = 0,515 \cdot c = 1,545 \cdot 10^8 \dots \text{met/sek}$.

Na sl. 5.5.1. električka i magnetsko polje je pravilnog oblika i u svakoj tački homogene izolacije je Z_0 jednak, pa vrijedi jed-

nadžba (5.5.12.) . Promatramo li međutim dva masivna vodiča na sl. 5.5.2. uronjena u kabelsku izolaciju svojstva ϵ_r , tada više ne vrijedi jednadžba (5.5.12.) . Doduše, Z_0 je jednak u svakoj tački šrafirane izolacije izvan vodiča, kada je izolacija homoge-



Sl. 5.5.2. Masivni vodiči uronjeni u kabelsku izolaciju

na. Unutrašnjost vodiča je sada novi prostor u kojem se također zbiva proces širenja elektromagnetskog vala. Odnos E/H u unutrašnjosti vodiča nije konstantan i zavisen je također o frekvenciji. Sjetimo se na formulu za unutarnju induktivnost vodiča, gdje smo pretpostavili jednoliku raspodjelu struje na presjeku

vodiča. Kod visokih frekvencija struja je potisnuta na površinu vodiča, no uvijek još preostane prostor u unutrašnjosti vodiča u kojem je magnetsko polje prisutno. Imamo također na umu metalni plašt kabla u kojem se induciraju naponi koji poremećuju našu jednostavnu sliku valnog toka energije u kabelskoj izolaciji, kako smo si to predložili na sl. 5.5.1. Prema formulama za induktivnost i kapacitivnost sistema vodič-vodič kao na sl. 5.5.2. slijedi za odvodni i povratni vodič

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\pi} \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln \left[\frac{D}{a} + \sqrt{\left(\frac{D}{a} \right)^2 - 1} \right]}}} < \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad \dots (5.5.13.)$$

i ova je brzina manja od one prema formuli (5.5.10.) koja vrijedi za sl. 5.5.1. gdje u unutrašnjem vodiču nema niti električkog niti magnetskog polja. Kod nadzemnih je vodova D/a redovno velik prema jedinici i s velikom aproksimacijom stavimo

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{met}}{\text{sek}}$$

poglavito ako računamo samo s vanjskom induktivnošću vodiča. To vri-

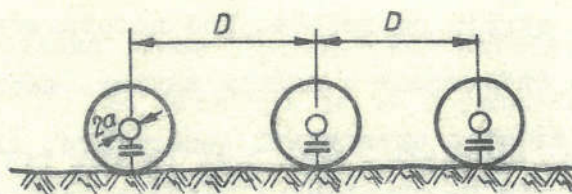
jedi dakako i za trofazne sisteme gdje računamo s induktivitetom i kapacitetom prema neutralu. Unutarnja induktivnost vodiča neznatno snižuje brzinu vala.

Kod kabela ovi odnosi ne vrijede jer je razmak među vodičima reda veličine kao i polumjer vodiča. Pored toga, kao što je bilo poznato, metalni plašt kabela je jedan novi prostor koji sudjeluje u procesu prijenosa energije i za koji ne vrijedi jednačba (5.5.12.)

U sljedećoj tablici vidimo brzine koje se pojavljuju kod trofaznih kabela uz pretpostavku da je $R = 0$ i $G = 0$. Induktivnost i kapacitivnost prema neutralu uzeta je iz TABLICE 5.3.1. Brzina je nešto manja zbog faktora K prema formuli (5.5.4.)

Pojasni kabel	6 kV			10 kV		
Nazivni presjek mm	25	120	300	25	120	300
L_0 henri met.	$0,310 \cdot 10^{-6}$	$0,252 \cdot 10^{-6}$	$0,232 \cdot 10^{-6}$	$0,338 \cdot 10^{-6}$	$0,265 \cdot 10^{-6}$	$0,238 \cdot 10^{-6}$
C_0 farad met.	$0,32 \cdot 10^{-9}$	$0,53 \cdot 10^{-9}$	$0,73 \cdot 10^{-9}$	$0,26 \cdot 10^{-9}$	$0,46 \cdot 10^{-9}$	$0,64 \cdot 10^{-9}$
$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ met sek	$1,005 \cdot 10^8$	$0,873 \cdot 10^8$	$0,770 \cdot 10^8$	$1,065 \cdot 10^8$	$0,905 \cdot 10^8$	$0,813 \cdot 10^8$

Ilustrirajmo u sljedećem prijenos podmorskim trofaznim kabelom koji je sastavljen iz 3 jednožilna kabela presjeka 50...mm i napona 10...kV, kako je prikazan na sl. 5.5.3. Pretpostavimo da je na morskome dnu provedeno simetriranje na svakoj trećini dužine kabela.



Sl. 5.5.3. Podmorski kabel građen iz 3 jednožilna kabela

Kapacitivnost prema zemlji $C_0 = 0,17 \cdot 10^{-9}$ farad/m, dok induktivnost računamo prema neutralu po formuli, bez unutarnje induktivnosti

$$L_0 = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D}{a} \dots \frac{\text{henri}}{\text{met.}}$$

U donjoj tablici vidimo kako brzina vala pada ako povećavamo srednju geometrijsku udaljenost među vodičima.

$D = \sqrt[3]{D_1 D_2 D_3}$ m	L_0 $\frac{\text{henri}}{\text{met.}}$	C_0 $\frac{\text{farad}}{\text{met.}}$	$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ $\frac{\text{met}}{\text{sek}}$
10	$15,4 \cdot 10^{-7}$	$0,17 \cdot 10^{-9}$	$0,618 \cdot 10^8$
50	$18,6 \cdot 10^{-7}$		$0,563 \cdot 10^8$
100	$20,0 \cdot 10^{-7}$		$0,543 \cdot 10^8$
200	$21,3 \cdot 10^{-7}$		$0,525 \cdot 10^8$
500	$23,1 \cdot 10^{-7}$		$0,505 \cdot 10^8$

5.6. STRUJA NABIJANJA I GUBICI

U osmoj koloni TABLICE 5.3.1. nalazi se podatak o struji nabijanja kabela za $f = 50 \dots \text{Hz}$. To je u stvari kapacitivna struja koja teče u kabelu koji je pod naponom i superponira se strujama tereta. Dobiva se iz formule

$$I_c = U_0 \omega C_n \dots [A/km] \dots (5.6.1.)$$

ako je U_0 fazni napon i C_n kapacitivnost prema neutralu. Ona raste s presjekom i naponom, kako nam prikazuje tablica. U razvijenim npr. gradskim kabelskim mrežama nabojne struje u neku ruku kompenziraju induktivnu struju potrošača. Kod neopterećene mreže, ili ako je ona npr. malo opterećena u noćnim satima, nabojne struje već mogu osjetljivo dodatno opteretiti generatore, transformatore i razdjelnu mrežu. S tim su skopčani i dodatni gubici u prijenosnoj mreži koje odredimo izrazom

$$Q_c = 3 U_0^2 \omega C_n \dots [kVar/km] \dots (5.6.2.)$$

no pojavljuju se i djelatni gubici zbog djelatnog otpora R i zbog dielektričnih gubitaka prema formuli (5.2.5.) . Spomenimo kao primjer da je kapacitivna snaga za 30...kV kabel presjeka 150...mm² prema tablici

$$Q_c = \sqrt{3} \cdot 30 \cdot 1,85 = 96 \dots [kVAr/km]$$

Pored djelatnih gubitaka prema formuli

$$P = 3 I^2 R \dots [kW/km] \dots (5.5.6.)$$

pojavljuje se i djelatni dielektrični gubici o kojima je bilo govora. Kod kabela visokog napona moderne izvedbe ovi su gubici reda veličine 1 % gubitaka u vodiču, ako je on opterećen svojom nazivnom strujom prema tablici. Tako je npr. za pomenuti kabel 30...kV iz bakra presjeka 150...mm²...gubitak kod nazivne struje

$$P = 3 \cdot 310^2 \cdot 0,12 \cdot 10^{-3} = 34,6 \dots [kW/km]$$

te ako je $\operatorname{tg} \delta = 0,0035$, dobivamo prema [5.2.5.]

$$P = Q_c \operatorname{tg} \delta = 96 \cdot 0,0035 = 0,336 \dots [kW/km]$$

što čini oko 1 % djelatnih gubitaka zbog R .

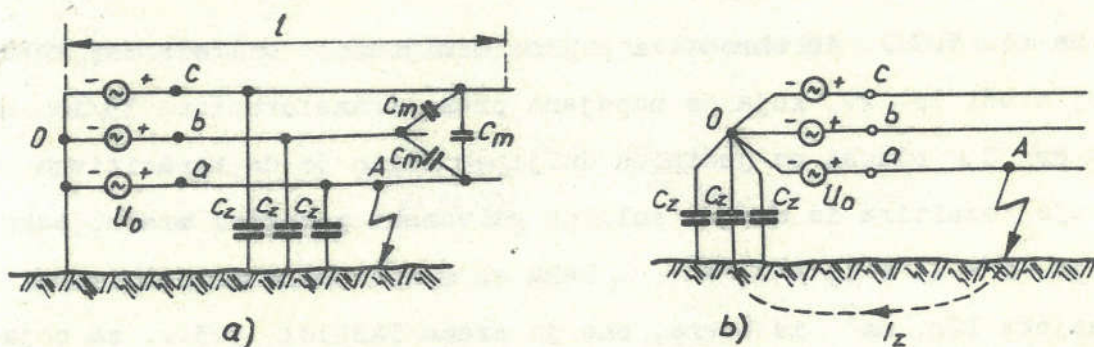
Moramo također spomenuti gubitke u olovnom plaštu kabela. Imade-mo li npr. pred očima 3 jednožilna kabela, lako ćemo uočiti da se u metalnom plaštu induciraju naponi i s tim u vezi vrtložne struje koje izazivaju dodatne gubitke. Kod pojasnih kabela ovi su gubici veoma mali, jer se cijeli elektromagnetski proces zbiva unutar metalnog plašta. Ovi su gubici mogući u granicama (0,2 ÷ 0,4) % nazivnih gubitaka prema (5.6.3.) Kod kabela s 3 plašta oni mogu porasti na (1 ÷ 2) %. Drukčiji je za 3 jednožilna kabela gdje ovi gubici mogu biti znatno veći. Pri polaganju takvog kabela moramo paziti da petlja bude što manja, što znači da pojedine kabele međusobno što više približimo. U svakom slučaju metalne plašteve ovih kabela na stanovitoj udaljenosti moramo vezati i uzemljiti, jer bi

se mogli pojaviti visoki dodirni naponi koji su opasni po život.

Spomenimo na kraju gubitke u zaštitnom omotaču kabla. Oni se pojavljuju u željeznom opletu kao gubici histereze i vrtložnih struja, kao posljedica struje magnetiziranja. Ovi gubici jedva da se mogu računski obuhvatiti. Kod trožilnih kabla oni nisu od značaja. Kod 3 jednožilna kabla zaštitni omotač bi morao biti iz nemagnetiziranog materijala, inače bi mogli očekivati znatne gubitke zbog struje magnetiziranja.

5.7. STRUJA ZEMLJOSPOJA U KABELSKOJ MREŽI

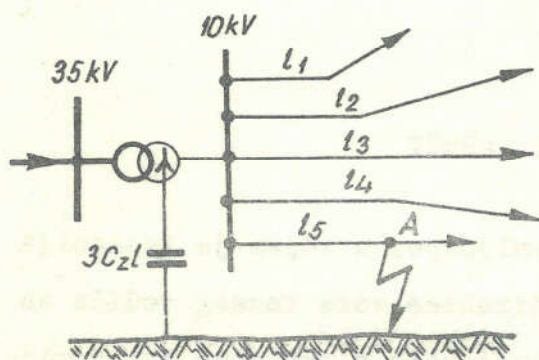
Na sl. 5.7.1. (a) prikazan je zemljospoj u kojem je izolacija jedne žile probijena pa dolazi do direktne veze faznog vodiča sa metalnim plaštem kabla. Metalni plašt kabla smatramo kao zemlju. Na slici su prikazane parcijalne kapacitete prema zemlji C_z i među vodičima C_m . Ovakva situacija vrijedi samo za pojasne kabele. Za struju zemljospoja mjerodavna je samo C_z i C_m ne ulazi u ovu igru budući da je ona vezana među vodičima. Kod kabla s 3 plašta postoji samo C_z prema sl. 5.4.1. (b) koja je ujedno i pogonska kapaciteta kabla. To vidimo također u TABLICI 5.3.1.



Sl. 5.7.1 Kapacitivna struja zemljospoja u kabele

Na C_z gledamo kao na element mreže u kojem je koncentrirana sva kapacitivnost jednog vodiča kabla prema zemlji. Ako se ona odnosi na jedinicu dužine, onda je ukupna kapacitivnost jednog vodiča $C_z l$. Zanimljivo je da R, L, G kabla, što je za ova naša razmatranja oprav-

dano, elemente C_z na sl. 5.7.1. možemo proizvoljno pomicati uzduž dužine kabela lijevo i desno po želji. Na slici (b) su one tako pomaknute, da tvore paralelni sklop od tri kondenzatora u nultački transformatora ili generatora. Prirodno je da to jedna aproksimacija, koja nas međutim veoma dobro zadovoljava.



Sl. 5.7.2. Shematski prikaz zemljospoja u kabelskoj mreži

U slučaju dozemnog spoja u tački A potekne čista kapacitivna struja I_z . Budući da su 3 paralelna kondenzatora pod faznim naponom struja zemljospoja je

$$I_z = 3\omega C_z U_0 \dots [A] \dots [5.7.1]$$

Struja zemljospoja redovno je vezana s pojavom električkog luka koji se pali i gasi u ritmu frekvencije. Ovaj luk razara kabelsku izolaciju i može biti uzrokom dvopolnog ili trofaznog kratkog spoja.

Tim više što je sada kabelska izolacija zdravih faza prema zemlji napregnuta složenim naponom, pa se može očekivati da slabija mjesta u kabelu budu probijena.

Na sl. 5.7.2. je shematski prikaz zemljospoja u trofaznoj kabelskoj mreži 10...kV, koja je napajana preko transformatora 35/10...kV. Ako se C_z odnosi na jedinicu duljine, očito je da kapacitivna struja rezultira iz ukupne duljine galvanski povezane mreže, tako da je $l = l_1 + l_2 + l_3 + \dots$. Neka su npr. 10...kV vodovi istog presjeka 120...mm² iz bakra, ona je prema TABLICI 5.3.1. za pojašni kabel $C_z = 0,28 \cdot 10^{-6}$ F/km. Ako je duljina mreže 50...km, slijedi dozemna struja

$$I_z = 3 \cdot 314 \cdot 0,28 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 5,8 \cdot 10^3 = 77 \dots \text{amp.}$$

i ova je struja dovoljna da učini ozbiljne štete ako nema prikladne zaštite.

5.8. ELEKTRIČKO NAPREZANJE IZOLACIJE JEDNOŽILNIH KABELA

Pretpostavimo jednožilni kabel na sl. 5.8.1. kao sastavni dio trofaznog sistema građenog iz 3 jednožilnih kabela, svaki sa svojim metalnim plaštem. Metalni plaštevci svih triju žila vezani su zajedno i uzemljeni na jednom ili više mjesta. Tri metalna plašta imaju prema tome potencijal zemlje. Polumjer vodiča je „a“, dok je „R“ unutarnji polumjer metalnog plašta. Napon vodiča prema uzemljenom plaštu jednak je faznom naponu U_0 . Promatramo dužinu kabela $l = 1$ m. Jakost električkog polja na udaljenosti x je

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{Q}{2\pi\epsilon x} \dots\dots\dots (5.8.1.)$$

dok je napon prema zemlji

$$U_0 = \int_a^R E dx = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \int_a^R \frac{dx}{x} = \frac{Q}{2\pi\epsilon} \ln \frac{R}{a} \dots\dots\dots (5.8.2.)$$

Iz obje jednačbe (5.8.1.) i (5.8.2.)

slijedi

$$E = \frac{U_0}{x \ln \frac{R}{a}} \dots\dots \left[\frac{V}{m} \right] \dots\dots\dots [5.8.3.]$$

Najveća jakost električkog polja je na površini vodiča za $x = a$, pa je

$$E_{max.} = \frac{U_0}{a \ln \frac{R}{a}} \dots\dots\dots \left[\frac{V}{m} \right] \dots\dots\dots (5.8.4.)$$

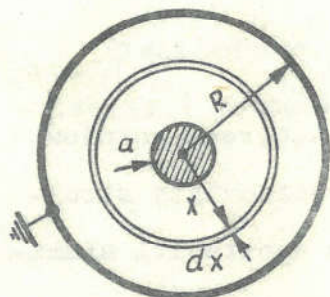
i najmanja za $x = R$, naime

$$E_{min.} = \frac{U_0}{R \ln \frac{R}{a}} \dots\dots \left[\frac{V}{m} \right] \dots\dots\dots (5.8.5.)$$

tako da je

$$\frac{E_{max.}}{E_{min.}} = \frac{R}{a} \dots\dots\dots (5.8.6.)$$

Možemo pokazati da za jedan određen napon U_0 i R postoji iz-



Sl. 5.8.1. Električko naprezanje izolacije u jednožilnom kabeu

vjesni „a“ kod kojeg se dobiva minimalno električko naprežanje izolacije na površini vodiča. Izraz (5.8.4.) je minimum ako je

$$a \ln \frac{R}{a} = \text{maksimum}$$

Drugim riječima

$$\ln \frac{R}{a} = 1$$

gdje je $\frac{R}{a} = e = 2,71828182845906 \dots (5.8.7.)$

Prema tome je za minimalno električko naprežanje izolacija na površini vodiča

$$a = \frac{R}{2,718} \dots [m] \dots (5.8.8.)$$

tako da je dubljina izolacije jednaka

$$R - a = 1,718 a \dots (5.8.9.)$$

Za kabele visokog napona vrijednost za „a“, dobivena gornjom formulom, obično je veća nego je to potrebno sa stanovišta strujnog opterećenja kabela. U takvom slučaju može se upotrebiti aluminij umjesto bakar. Pretpostavimo sada da je

$$\frac{R}{a} > e$$

ili neka je

$$\frac{R}{a} = k \cdot e \quad \text{gdje je } k > 1$$

slijedi

$$E_{max} = \frac{U_0}{a \ln \frac{R}{a}} = \frac{U_0}{\frac{R}{ke} \ln ke} = \frac{ke U_0}{R(1 + \ln k)} \dots (5.8.10)$$

Nadalje pretpostavimo da je izolacija u neposrednoj blizini vodiča probijena. Posljedica je toga ista kao da se polumjer vodiča „a“ povećao, pa je k i E_{max} reduciran sve do granice $k = 1$, kada je E_{max} minimalni. Razvija li se proboj dalje, tada se E_{max} povećava sve dok ne dođe do potpunog proboja. Ipak se takav proces proboja izolacija nije mogao eksperimentalno dokazati. Imamo na umu da gornja teorija proboja izolacije bazira na njenoj homogenosti, što za papirnu izolaciju nije slučaj. Drugi su momenti koji

dominiraju u procesu proboja izolacije o kojima je bilo govora pod tač. 5.2. To još ne znači da nam gornji princip ne može dobro poslužiti u građi kabela s izvjesnom sigurnošću kao i u svim drugim inženjerskim kalkulacijama.

Spomenimo također tzv. *g r a d i r a n j e* kabelaške izolacije gdje su pojedini slojevi izolacije s različitim ϵ_r . Na taj se način može reducirati razlike između E_{max} i E_{min} , uštediti na troškovima izolacije jer je promjer kabela manji. Ova je ideja ipak više od teoretskog interesa.

5.9. ADMITANCIJA KABELA

U slijedećem nas zanima djelatna otpornost ili vodljivost izolacije u jednožilnom kabelu na sl. 5.9.1. Neka je γ specifična vo-

dljivost homogene izolacije. Izraz

$R = \frac{l}{\gamma A}$ možemo primijeniti jedino ako je presjek vodiča jednakolik.

Općenitiji je izraz za djelatnu

otpornost gdje to nije slučaj

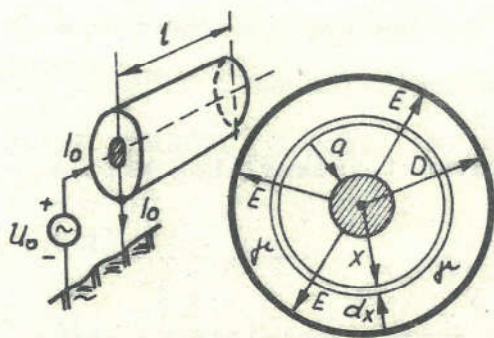
$$dR = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dl}{A} \dots [\Omega] \dots [5.9.1]$$

ako je $\gamma \dots 1/\Omega m$ specifična vodljivost, zavisna samo o fizikalnom svojstvu materijala vodiča, dok je

dl element duljine vodiča presjeka A , kojemu odgovara dR .

Pred očima imademo primjer na slici gdje je A funkcija l u izo-

lacionom otporu jednožilnog kabela. Električko je polje u izolaciji radijalno. Zbog nepotpune izolacije protiču odvodne struje također u radijalnom smjeru. Ovdje je prema tome presjek vodiča funkcija



Sl. 5.9.1. Određivanje djelatne otpornosti izolacije za jednožilni kabel

polumjera „x” i u gornjoj formuli izmjenimo oznake dl sa dx , tražeći pritom ukupni otpor izolacije kabela.

Prema Ohmovom zakonu u elementarnom vektorskom obliku

$$\vec{I} = \gamma \vec{E} \quad \text{---} \quad \left[\frac{A}{m^2} \right] \quad \text{---} \quad (5.9.2.)$$

nađemo za dužinu kabela $l \dots m$ i s oznakama na slici

$$I = \frac{I_0}{2\pi \chi l} \quad \text{---} \quad \left[\frac{A}{m^2} \right]$$

i odgovarajuću jakost električkog polja

$$E = \frac{I_0}{2\pi \chi l \gamma} \quad \text{---} \quad \left[\frac{V}{m} \right]$$

tako da je napon vodiča prema plaštu kabela

$$U_0 = \int_a^D E dx = \frac{I_0}{2\pi \gamma l} \int_a^D \frac{dx}{x} \quad \text{---} \quad [V]$$

Za $l = l \dots m$ dobivamo ukupni otpor izolacije

$$\frac{U_0}{I_0} = R = \frac{1}{2\pi \gamma} \ln \frac{D}{a} \quad \text{---} \quad \left[\frac{\Omega}{m} \right] \quad \text{---} \quad (5.9.3.)$$

ili odgovarajuću vodljivost

$$G = \frac{2\pi \gamma}{\ln \frac{D}{a}} \quad \text{---} \quad \left[\frac{m}{\Omega} \right] \quad \text{---} \quad (5.9.4.)$$

Već smo prije izveli izraz za kapacitivnost jednožilnog kabela

$$C = \frac{2\pi \epsilon}{\ln \frac{D}{a}} \quad \text{---} \quad \left[\frac{F}{m} \right] \quad \text{---} \quad (5.9.5.)$$

Vidimo da su izrazi za G i C iste građe. Zanimljiv je njihov odnos, naime

$$\frac{G}{C} = \frac{\gamma}{\epsilon} \quad \text{---} \quad \left[\frac{1}{sek} \right] \quad \text{---} \quad (5.9.6.)$$

Mjerenjem ili računom triju veličina rezultira četvrta. U nekim problemima ovaj odnos igra važnu ulogu.

U admitanciji jednožilnog kabela djelatne gubitke možemo izraziti ekvivalentnim G koji se odnosi na jedinicu dužine kabela kao i C . Naime

$$Y = G + j\omega C \quad \text{---} \quad \left[\frac{S}{met} \right] \quad \text{---} \quad (5.9.7.)$$

Faktor snage takvog kondenzatora s gubicima je

$$\cos \delta = \frac{G}{\sqrt{G^2 + (\omega C)^2}} = \frac{G}{\sqrt{G^2 + B^2}}$$

Obično je kvaliteta izolacije takova da je $G \ll B$, pa se G zanemari u odnosu B . U praksi se često gubici izolacije izraze odnosom

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{G}{\omega C} = \frac{G}{B} \quad \text{--- (5.9.8.)}$$

gdje je

$$G = \omega C \operatorname{tg} \delta = B \operatorname{tg} \delta \quad \text{--- [5.9.9]}$$

To je nešto drukčiji oblik izraza u tač. 5.2., kada smo teretili dielektrične gubitke u kabelu.

U priručnicima nalazimo kut gubitaka $\operatorname{tg} \delta$ za razne vrste izolacionog materijala. Npr. za tvrdu gumu $\operatorname{tg} \delta = 0,05 \div 0,10$, za impregnirani papir u ulju $\operatorname{tg} \delta = 0,002 \div 0,004$ itd. Tim putem dolazimo do admitancije prema neutralu, koja nam je potrebna kod razmatranja izvjesnih problema prijenosa energije putem kabela. Tako je npr. prema TABLICI 5.3.1. za 30...kV kabel presjeka 150...mm² iz C kod $f = 50...H$

$$B = \omega C = 314 \cdot 0,34 \cdot 10^{-6} = 0,107 \cdot 10^{-3} \quad \text{--- } \left[\frac{S}{km} \right]$$

te ako je $\operatorname{tg} \delta = 0,0035$, slijedi

$$G = 0,107 \cdot 10^{-3} \cdot 0,0035 = 0,375 \cdot 10^{-6} \quad \text{--- } \left[\frac{S}{km} \right]$$

Prema tome je impedancija i admitancija pomenutog kabela

$$Z = R + jX = 0,120 + j0,101 \quad \text{--- } \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

$$Y = G + jB = 0,000375 \cdot 10^{-3} + j0,107 \cdot 10^{-3} \quad \text{--- } \left[\frac{S}{km} \right]$$

Argument admitancije je pozitivan, jer se radi o kapacitivnoj reaktanciji. S gornjim parametrima mogli bi provesti korekciju brzine vala u kabeu prema formuli (5.5.4.) Slično bi odredili parametre za pojasni kabeu. Ovi su parametri u izvjesnoj mjeri zavisni o temperaturi kabela, što zaključujemo iz razmatranja pod tač. 5.2.

Tablica 5.3.1.

1	2	3		4		5		6	7		8		
Presjek vodiča mm ²	Grada	Strujna opterećenost		Struja kr. spoja za sek u KA kod temp. 150 °C		Djelatni otpor Ω / km kod 20°C		Informativno					
		Struja u A	Snaga u MVA kod naz. nap. kabela	Cu	Al	Cu	Al	Cu	Al	Induktivni otpor (50 Hz) Ω/km	Kapacitivnost pogo- nska μF/km	Napojna struja (50 Hz) A/km	
1 kV - Četverožilni pojasni kabel (prema VDE 0255/460)													
4 × 6	Okrugli jednož.	60	45	0,04	0,03	1,0	0,6	2,98	4,90	0,088	0,29	0,15	0,05
4 × 10		80	65	0,06	0,05	1,6	1,1	1,78	2,94	0,083	0,33	0,17	0,06
4 × 16		110	90	0,08	0,06	2,6	1,7	1,11	1,84	0,078	0,37	0,20	0,07
4 × 25		135	110	0,09	0,08	4,0	2,6	0,71	1,18	0,077	0,41	0,22	0,07
4 × 35		165	130	0,11	0,09	5,6	3,7	0,51	0,84	0,074	0,45	0,24	0,08
4 × 25	Okrugli višež.	135	110	0,09	0,08	4,0	2,6	0,71	1,18	0,075	0,41	0,22	0,07
4 × 35		165	130	0,11	0,09	5,6	3,7	0,51	0,84	0,073	0,45	0,24	0,08
4 × 16	Sektors. jednož.	110	90	0,08	0,06	2,6	1,7	1,11	1,84	0,077	0,47	0,25	0,09
4 × 25		135	110	0,09	0,08	4,0	2,6	0,71	1,18	0,075	0,53	0,28	0,10
4 × 35		165	130	0,11	0,09	5,6	3,7	0,51	0,84	0,073	0,59	0,31	0,11
4 × 50		200	160	0,14	0,11	8,1	5,3	0,36	0,59	0,070	0,66	0,35	0,12
4 × 25	Sektor. višež.	135	110	0,09	0,08	4,0	2,6	0,71	1,18	0,075	0,53	0,28	0,10
4 × 35		165	130	0,11	0,09	5,6	3,7	0,51	0,84	0,073	0,59	0,31	0,11
4 × 50		200	160	0,14	0,11	8,1	5,3	0,36	0,59	0,070	0,66	0,35	0,12
4 × 70		245	195	0,17	0,13	11,3	7,4	0,26	0,42	0,070	0,74	0,39	0,13
4 × 95		295	235	0,20	0,17	15,3	10,0	0,19	0,31	0,068	0,81	0,49	0,15
4 × 120		340	270	0,24	0,19	19,3	12,6	0,15	0,25	0,067	0,87	0,52	0,16
4 × 150		390	310	0,27	0,21	24,2	15,8	0,12	0,20	0,067	0,94	0,56	0,17
4 × 185		445	355	0,31	0,25	29,8	19,4	0,10	0,16	0,067	1,00	0,60	0,18
4 × 240		515	410	0,36	0,28	38,7	25,2	0,07	0,12	0,066	1,08	0,65	0,20
6 kV - Trožilni pojasni kabel (prema VDE 0255/460)													
3 × 16	Okrugli jednož.	100	80	1,00	0,90	2,6	1,7	1,11	1,84	0,104	0,23	0,12	0,25
3 × 25		130	105	1,35	1,10	4,0	2,6	0,71	1,18	0,097	0,26	0,14	0,28
3 × 35		160	130	1,65	1,35	5,6	3,7	0,51	0,84	0,092	0,29	0,15	0,32
3 × 25	Okrugli višež.	130	105	1,35	1,10	4,0	2,6	0,71	1,18	0,097	0,26	0,14	0,28
3 × 35		160	130	1,65	1,35	5,6	3,7	0,51	0,84	0,092	0,29	0,15	0,32
3 × 25	Sektor. jednož.	130	105	1,35	1,10	4,0	2,6	0,71	1,18	0,097	0,32	0,17	0,35
3 × 35		160	130	1,65	1,35	5,6	3,7	0,51	0,84	0,092	0,34	0,18	0,37
3 × 50		195	155	2,00	1,60	8,1	5,3	0,36	0,59	0,088	0,39	0,21	0,42
3 × 25	Sektors. višež.	130	105	1,35	1,10	4,0	2,6	0,71	1,18	0,097	0,32	0,17	0,35
3 × 35		160	130	1,65	1,35	5,6	3,7	0,51	0,84	0,092	0,34	0,18	0,37
3 × 50		195	155	2,00	1,60	8,1	5,3	0,36	0,59	0,088	0,39	0,21	0,42
3 × 70		235	190	2,45	2,00	11,3	7,4	0,26	0,42	0,084	0,43	0,23	0,47
3 × 95		280	225	2,90	2,35	15,3	10,0	0,19	0,31	0,081	0,48	0,25	0,52
3 × 120		325	260	3,40	2,70	19,3	12,6	0,16	0,25	0,079	0,53	0,32	0,58
3 × 150		370	295	3,85	3,05	24,2	15,8	0,12	0,20	0,077	0,57	0,34	0,62
3 × 185		420	335	4,35	3,50	29,8	19,4	0,10	0,16	0,075	0,61	0,37	0,66
3 × 240		490	390	5,10	4,05	38,7	25,2	0,07	0,12	0,074	0,68	0,41	0,74
3 × 300		560	445	5,80	4,65	48,3	31,5	0,06	0,10	0,073	0,73	0,44	0,79

Tablica 5.3.1

1	2	3		4		5		6	7		8		
Presjek vodiča mm ²	Grafo	Strujna opterećivost		Struja kr.		Djelatni		Informativno					
		Struja u A	Snaga u MVA kod naz.nap. kabela	spoja za 1 sek. u KA kod temp. 130°C	otpor Ω / km kod 20°C	Induktivni otpor (50 Hz) Ω/km	Kapacitivnost		Nabojna struja (50 Hz) A/km				
							pogo- nska	prema zemlji					
10 kV - Trožilni pojasni kabel (prema VDE 0255/460)													
3 × 16	Okrugli jednož.	85	70	1,45	1,20	2,4	1,6	1,11	1,84	0,111	0,21	0,11	0,30
3 × 25		110	90	1,90	1,55	3,7	2,5	0,71	1,18	0,103	0,24	0,13	0,44
3 × 35		135	110	2,35	1,90	5,2	3,4	0,51	0,84	0,098	0,26	0,14	0,47
3 × 25	Okrugli višežil.	110	90	1,90	1,55	3,7	2,5	0,71	1,18	0,103	0,24	0,13	0,44
3 × 35		135	110	2,35	1,90	5,2	3,4	0,51	0,84	0,098	0,26	0,14	0,47
3 × 25	Sektor. jednož.	110	90	1,90	1,55	3,7	2,5	0,71	1,18	0,103	0,26	0,14	0,47
3 × 35		135	110	2,35	1,90	5,2	3,4	0,51	0,84	0,098	0,29	0,15	0,53
3 × 25	Sektor. višežil.	110	90	1,90	1,55	3,7	2,5	0,71	1,18	0,103	0,26	0,14	0,47
3 × 35		135	110	2,35	1,90	5,2	3,4	0,51	0,84	0,098	0,29	0,15	0,53
3 × 50		165	130	2,85	2,25	7,5	4,9	0,36	0,59	0,093	0,33	0,17	0,60
3 × 70		200	160	3,45	2,75	10,4	6,9	0,26	0,42	0,089	0,38	0,20	0,69
3 × 95		240	190	4,15	3,30	14,1	9,5	0,19	0,31	0,085	0,42	0,22	0,76
3 × 120		280	225	4,85	3,90	17,9	12,0	0,15	0,25	0,083	0,46	0,28	0,83
3 × 150		320	255	5,55	4,40	22,3	15,0	0,12	0,20	0,080	0,50	0,30	0,91
3 × 185		360	290	6,20	5,00	27,6	18,0	0,10	0,16	0,079	0,54	0,32	0,98
3 × 240		420	340	7,20	5,90	35,8	23,5	0,07	0,12	0,077	0,59	0,35	1,07
3 × 300		475	385	8,20	6,65	44,7	29,4	0,06	0,10	0,075	0,64	0,38	1,16
20 kV - Trožilni pojasni kabel (prema VDE 0255/460)													
3 × 25	Okrugli jednožil.	105	85	3,65	2,95	3,7	2,5	0,71	1,18	0,126	0,17	0,09	0,62
3 × 35		125	100	4,35	3,45	5,2	3,4	0,51	0,84	0,119	0,19	0,10	0,69
3 × 25	Okrugli višežil.	105	85	3,65	2,95	3,7	2,5	0,71	1,18	0,126	0,17	0,09	0,62
3 × 35		125	100	4,35	3,45	5,2	3,4	0,51	0,84	0,119	0,19	0,10	0,69
3 × 50		150	120	5,20	4,15	7,5	4,9	0,36	0,59	0,112	0,21	0,11	0,76
3 × 70		185	150	6,40	5,20	10,4	6,9	0,26	0,42	0,106	0,23	0,12	0,83
3 × 95		225	180	7,80	6,25	14,1	9,3	0,19	0,31	0,101	0,25	0,13	0,91
3 × 120		260	210	9,00	7,25	17,9	11,8	0,15	0,25	0,097	0,27	0,16	0,98
3 × 150		300	240	10,40	8,30	22,3	14,7	0,12	0,20	0,092	0,28	0,17	1,02
3 × 185		340	270	11,80	9,35	27,6	18,1	0,10	0,16	0,092	0,30	0,18	1,09
3 × 240		400	320	13,90	11,10	35,8	23,5	0,07	0,12	0,089	0,32	0,19	1,16
20 kV - Kabel sa 3 plošta (prema VDE 0255/460)													
3 × 25	Okrugli jednož.	115	90	4,00	3,10	3,7	2,5	0,71	1,18	0,136	—	0,22	0,80
3 × 35		140	110	4,85	3,80	5,2	3,4	0,51	0,84	0,129	—	0,25	0,91
3 × 25	Okrugli višežilni	115	90	4,00	3,10	3,7	2,5	0,71	1,18	0,131	—	0,22	0,80
3 × 35		140	110	4,85	3,80	5,2	3,4	0,51	0,84	0,124	—	0,25	0,91
3 × 50		170	135	5,90	4,65	7,5	4,9	0,36	0,59	0,117	—	0,28	1,02
3 × 70		210	170	7,25	5,90	10,4	6,9	0,26	0,42	0,111	—	0,32	1,16
3 × 95		245	195	8,50	6,75	14,1	9,3	0,19	0,31	0,105	—	0,36	1,31
3 × 120		285	230	9,90	7,95	17,9	11,8	0,15	0,25	0,102	—	0,39	1,41
3 × 150		325	260	11,30	9,00	22,3	14,7	0,12	0,20	0,099	—	0,43	1,56
3 × 185		365	290	12,60	10,05	27,6	18,1	0,10	0,16	0,094	—	0,46	1,67
3 × 240		425	340	14,10	11,80	35,8	23,5	0,07	0,12	0,093	—	0,51	1,85
3 × 300		480	385	16,60	13,30	44,7	29,4	0,06	0,10	0,090	—	0,56	2,03

Tablica 5.3.1.

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8

1	2	3		4		5		6	7		8	
Presjek vodiča mm ²	Građa	Strujna opterećenja		Struja kr.		Djelatni		Informativno				
		Strujom A	Snaga u MVA kod naz. nap. kabela	spoj za 1 sek. u KA kod temp. 120 °C	otpor Ω / km kod 20 °C	Induktivni otpor (50 Hz) Ω / km	Kapacitivno. pogo- nska prema		Nabojna struja (50 Hz) A / km			
							Cu Al	Cu Al		Cu Al	Cu Al	μF / km
30 kV kabel sa 3 plašta (prema VDE 0255/460)												
3 × 35	Okrugli jednož.	135	105	kod 30 kV 7,0 5,5	5,0	3,3	0,51	0,84	0,128	—	0,20	1,09
3 × 35		135	105	7,0 5,5	5,0	3,3	0,51	0,84	0,128	—	0,20	1,09
3 × 50	Okrugli višezil.	165	130	8,6 6,8	7,2	4,7	0,36	0,59	0,120	—	0,23	1,25
3 × 70		200	160	10,4 8,3	10,0	6,6	0,26	0,42	0,114	—	0,26	1,41
3 × 95		235	185	12,2 9,6	13,6	8,9	0,19	0,31	0,109	—	0,29	1,58
3 × 120		270	215	14,0 11,2	17,1	11,3	0,15	0,25	0,105	—	0,31	1,69
3 × 150		310	250	16,1 13,0	21,4	14,1	0,12	0,20	0,101	—	0,34	1,85
3 × 185		345	275	17,9 14,3	26,4	17,4	0,10	0,16	0,098	—	0,36	1,96
3 × 240		400	320	20,8 16,6	34,3	22,6	0,07	0,12	0,094	—	0,40	2,18
3 × 300		450	360	23,4 18,7	42,9	28,2	0,06	0,10	0,092	—	0,44	2,39
3 × 400	515	415	26,8 21,6	57,1	37,6	0,05	0,07	0,088	—	0,49	2,67	
60 kV kabel sa 3 plašta (prema VDE 0255/460)												
3 × 95	Okrugli višezil.	210	170	kod 100 °C 21,8 17,7	12,4	8,2	0,19	0,31	0,133	—	0,19	2,07
3 × 120		240	190	23,9 19,8	15,7	10,3	0,15	0,25	0,128	—	0,20	2,18
3 × 150		270	215	28,1 22,4	19,7	12,9	0,12	0,20	0,123	—	0,21	2,28
3 × 185		305	245	31,7 25,5	24,2	15,9	0,10	0,16	0,120	—	0,23	2,50
3 × 240		355	280	36,9 29,1	31,4	20,6	0,07	0,12	0,115	—	0,25	2,72
3 × 300		400	320	41,6 33,3	39,3	25,8	0,06	0,10	0,110	—	0,27	2,94
3 × 400		460	370	47,8 38,5	52,4	34,4	0,05	0,07	0,106	—	0,33	3,59

Tablica 5.3.2.

Opteretivost kod paralelnog polaganja u zemlju (udaljenost među kab. 7 cm debljina opeke)							
Broj kabela u jami	2	3	4	5	6	8	10
Opteretivost u % TABLICA	90	80	75	70	65	62	60

Tablica 5.3.3.

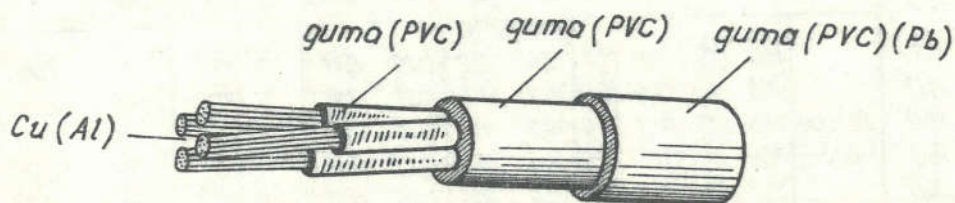
Paralelno polaganje kabela u uzduhu		
Razmak kabela = promjer kabela	Opteretivost u %	
Kada su u dodiru	3 kabela	6 kabela
	75 65	70 60

Tablica 5.3.4.

Opteretivost ovisna o temperaturi okoline							
Temperatura okoline °C	5	10	15	20	25	30	35
Opteretivost u %							
za 1 ÷ 6 kV	115	110	105	100	94	88	82
za 10 ÷ 20 kV	120	113	107	100	93	85	76
za 30 ÷ 60 kV	126	118	110	100	90	78	63

6. KABELI IZ GUME I UMJETNE MATERIJE

Kabeli za mreže niskog napona mogu imati izolaciju iz gume ili umjetne materije umjesto iz papira. Plašt ovih kabela je iz olova, gume ili također iz umjetne materije. Grade se za mazivni napon 1...kV. Do tog napona pojavljuju se na tržištu u novije doba kabeli bez olovnog plašta koji se neposredno mogu ukapati u zemlju. Izolacija i plašt je ili iz gume ili umjetne materije. Problem gumenih kabela je u tome da plašt iz kaučuka bude štiti manje higroskopian i otporan od kemijskog nagrizanja. Težište razvoja je ipak na kabe-
lima iz umjetne materije. Na sl. 6.1. vidimo žile izolirane iz umjetne materije pletene kao uže, preko toga slijedi jedan plašt i povrhu njega vanjski plašt iz umjetne materije, otporne od prodiranja vlage.



Sl. 6.1. Kabel s izolacijom i plaštem iz umjetne materije ili gume (plašt također iz olova)

Kada govorimo o umjetnoj materiji, onda se pod time misli na polivinilklorid PVC. Strujna opteretivost kabela s umjetnom materijom utvrđena je propisom. Takovi kabeli prema olovnim kabe-
lima imaju niz prednosti. Njihova je težina mala, površina glatka i čista, montaža je laka i jednostavna. Podnose pored toga veću zakrivljenost po kabela s papirnom izolacijom. U unutrašnjim prostorijama otpada kabela
glava, teško su zapaljivi i otporni od kemikalija i starenja. Kod oštećenja vanjskog plašta još su sposobni za pogon, budući je izolacija žile dostatno sigurna od prodiranja vlage. Kod manjih i srednjih presjeka kabeli s umjetnom materijom imaju manju cijenu od papirnatih kabela, uključivši i kabela
glave, poglavi-

to ako se radi o kabelima kraće dužine.

Mane su slijedeće: Trajnost plašta iz umjetne materije nije još dovoljno poznata za dugo vremensko razdoblje. PVC izolacija upotrebljiva je razmjerno u uskim temperaturnim granicama. Na plaštu veće debljine mogu se pojaviti sitne pukotine. Također kabeli građeni iz umjetne materije mogu dobiti vanjsku zaštitu koja je iste građe kao i kod papirnih kabela.

Iako smo spomenuli da se takovi kabeli upotrebljavaju samo do 1...kV, moguće je PVC izolirane kabele graditi i za više napone. Postoji već izvjesna dobra iskustva za pogonski napon 20...kV. Ipak se ne prelazi granica 10 kV zbog visokih dielektričkih gubitaka, jer PVC materija imade faktor gubitaka oko 0,005, dok je za impregnirani papir $\tan \delta = 0,005$. Maksimalna jakost električkog polja jest $2,5 \div 3,5$...kV/mm. Dielektrična konstanta leži u granicama $3,5 \div 5$.

Radi sigurnosti kabeli za visoki napon iz umjetne materije dobivaju uzemljenu metalnu zaštitu. Dostatna je u tu svrhu uzemljena čelična traka ili žica.

Kabeli iz umjetne materije za napone iznad 20...kV grade se iz polietilena koji imade vrlo niski faktor gubitaka. Kod ove izolacije glavni je problem u tome da materija bude homogena i slobodna od zračnih mjehurića. Kada je potrebna deblja izolacija, sastavlja se iz više slojeva. Razvoj takovih kabela je u toku.

Smjernice za strujnu opteretivost kabela sa izolacijom i plaštem iz gume ili umjetne materije nalazimo u TABLICI 6 (a). Tablica vrijedi za pojedinačno polaganje kabela u zemlju. Pretpostavka je okolna temperatura 20°C i nadtemperatura 45°C zbog strujne opteretivosti. Vrijednosti su za trajni pogon.

Kada se polaže više paralelnih kabela jedan uz drugi, onda se strujna opteretivost smanjuje prema podacima u TABLICI 6 (b). Za

slobodno i pojedinačno polaganje kabela u uzduhu strujna opteretivost je samo 80 % od one u (a) . Kod više paralelnih kabela u uzduhu vrijedi TABLICA 6 (c) . Kod okolne temperature koja je trajno iznad ili ispod 20°C vrijedi TABLICA 6 (d) . Kod polaganja kabela u kanalima ili cijevima okolnosti mogu biti vrlo raznolike i pojedinačno treba strujnu opteretivost ocijeniti.

Smjernica za strujnu opteretivost kabela s izolacijom iz gume ili umjetne materije i olovnim plaštem nalazimo u TABLICI 6.1. (a) . Vrijednosti u odnosu na kabele položene pojedinačno i slobodno u uzduhu- Pretpostavka okolne temperature je 20°C i nadtemperature 35°C zbog strujne opteretivosti. Navedene struje za trajni pogon. Za paralelno vođene kabele jedan uz drugi u uzduhu vrijedi TABLICA 6.1. (b) . Ako je okolna temperatura trajno iznad ili ispod 20°C , provodi se korekcija prema TABLICI 6.1. (c) u odnosu na (a) i (b) . Ako se polože kabel u zemlju, onda se strujna opteretivost uzima 125 % od one u (a) . Za paralelno vođenje takovih kabela ukopanih u zemlji vrijedi TABLICA 6.1. (d) i ako treba uzeti u obzir okolnu temperaturu iznad ili ispod 20°C , provodimo korekciju strujne opteretivosti prema TABLICI 6.1. (e) . Kod polaganja u kanalima ili cijevima i slično, strujna opteretivost se ocijeni prema specifičnim okolnostima.

Tablica 6 (a)

Kabeli s izolacijom i plaštem iz gume ili umjet. materija						VDE 0271/155
Strujna opteretivost pojedinačnih kabela kod polaganja u zemlju						
1	2	3	4	5	6	7
Nazivni presjek mm ²	Jednožilni kabel 1)	Dvožilni kabel		Trožilni i četve- rožilni kabel		
	Cu	Al	Cu	Al	Cu	Al
1,5	—	—	30	—	25	—
2,5	—	—	40	30	35	25
4	65	—	50	40	45	35
6	85	70	65	50	60	45
10	110	90	90	70	80	65
16	155	125	120	95	110	90
25	200	160	155	125	135	110
35	250	200	185	150	165	130
50	310	250	235	190	200	160
70	380	305	280	225	240	195
95	460	350	335	270	295	235
120	535	430	380	305	340	270
150	610	490	435	350	390	310
185	685	550	490	390	445	355
240	800	640	570	455	515	410
300	910	730	—	—	—	—

1) Vrijedi za pojedinačne kabele sa ili bez zaštitnog omotača za istosmjernu struju kao i za pojedinačne kabele bez zaštitnog omotača kod izmjen. struja

Tablica 6 (b)

Opteretivost kod paralelnih kabela u zemlji (Udaljenost između kabela 7 cm, debljina opeke)							
Broj kabela u jami	2	3	4	5	6	9	12
Opteretivost u % vrijed. TABLICE	90	80	75	70	65	60	56

Tablica 6 (c)

Opteretivost kod paralelnih kabela u uzduhu jedan do drugog		
Udaljenost	Opteretivost u %	
	3 kabela	6 kabela
Udaljenost = promjeru kabela	75	70
Kad se dodiruju	65	60

Tablica 6 (d)

Ovisnost opteretivosti o temperaturi okoline							
Temperatura okoline °C	5	10	15	20	25	30	35
Opteretivost u %	115	110	105	100	94	88	82

Tablica 6.1 (a)

Kabeli izolirani gumom ili umjet. materijom i olovnim plaštem					VDE 0265 / 7. 55	
Strujna opteretivost pojedinačnih kabela kod polaganja na slobodnom uzduhu						
1	2	3	4	5	6	7
Nazivni presjek vodiča mm ²	Jednožilni kabel ¹⁾		Dvožilni kabel		Trožilni i četverožilni kabel	
	Strujna opteretivost u amperima					
	Cu	Al	Cu	Al	Cu	Al
1,5	29	31	23	—	20	—
2,5	40	42	32	25	27	21
4	53	53	42	33	36	28
6	68	53	53	42	46	35
10	95	72	72	56	62	48
16	125	95	95	75	82	65
25	160	125	125	95	105	85
35	200	155	150	115	135	105
50	250	195	185	145	165	125
70	300	235	225	175	200	155
95	370	285	265	205	240	185
120	420	330	300	235	275	215
150	490	380	350	270	315	245
185	550	430	390	300	360	280
240	640	500	—	—	—	—
300	740	580	—	—	—	—
400	880	680	—	—	—	—
500	1000	780	—	—	—	—

1) Stupci 2 i 3 ne vrijede za kabele izmjeničnom strujom

1) Stupci 2 i 3 ne vrijede za kabele izmjeničnom strujom

Tablica 6.1 (b)

Strujna opteretivost kod paralelnog polaganja jedan uz drugi na slab. uzduhu		
Udaljenost među kabelima	Opteretivost u %	
	3 kabela	6 kabela
Udaljenost = promjeru kabela	95	90
Kada se dodiruju	85	80

Tablica 6.1 (c)

Ovisnost opteretivosti o temperaturi okoline kod polaganja na zraku							
Temperatura okoline °C	5	10	15	20	25	30	35
Opteretivost u %	120	113	107	100	93	85	76

Tablica 6.1 (d)

Opteretivost kod paralelnog polaganja u zemlju (Udaljenost među kabelima 7 cm debljina opeke)							
Broj kabela u jomi	2	3	4	5	6	9	12
Opteretivost u % vrijednosti TABLICE	112	100	94	87	81	75	70

Tablica 6.1 (e)

Opteretivost ovisna o temperaturi okolice kod polaganja u zemlju							
Temperatura okoline °C	5	10	15	20	25	30	35
Opteretivost u % vrijednosti TABLICE	120	141	134	125	116	106	95

1. UVOD

Ovo poglavlje posvetiti ćemo analizi RL voda. Na takvom vodu upoznat ćemo osnovne relacije, jednadžbu napona i snage i crtnju fazorskih dijagrama pod različitim uvjetima opterećenja. Posebnu pažnju obratiti ćemo metodama za električko dimenzioniranje RL voda za praktične inženjerske potrebe. Mnoge pojave na vodu, ako se jedan parametar mijenja, možemo zorno i grafički predložiti u kompleksnoj ravnini. Često ove pojave slijede zakonitost jednadžbe pravca, kružnice ili neke druge krivulje, dobivene presjekom stošca. Na raznim praktičnim zadacima ilustrirati ćemo također ovakove događaje na RL vodu. Pored toga, osnovne koncepcije i tehniku računa, koju ćemo upoznati u analizi RL voda, proširiti će se na bilo kako složene energetske mreže građene iz RLC elemenata u najrazličitijim kombinacijama.

U izvodima kao i kod rješavanja numeričkih zadataka služiti ćemo se općenito jediničnim računom. Jednom kad se privikne, inženjer više ne napušta ovu računsku metodu. Njome skraćujemo računске operacije, vrijeme i prostor. U složenim mrežama s transformatorima, jedinični račun je neizbježan.

2. JEDINIČNI RAČUN

U mrežama sa uključenim transformatorima pojedini elementi mreže nalaze se u raznim naponskim nivoima. Impedancije ili admitancije elemenata mreže potrebno je prema tome reducirati na jedinstven napon, kako bi omogućili npr. njihovo spajanje po pravilima serijske ili paralelne veze bez obzira u kojem se naponskom nivou one nalaze. To postićemo t.zv. j e d i n i č n o m metodom, koja se u nas kao i u stranoj stručnoj literaturi pojavljuje također pod nazivom p e r - u n i t metoda.

Ova metoda, kojom ćemo se općenito služiti, korisna je također u analizama jednostavnih oblika mreže bez međutransformacije. Njome reduciramo računске operacije s velikim brojevima na brojeve nižeg reda s manjim griješkama i zabunama. Kako su pojedine veličine iskazane relativnim odnosom, kao npr. napon, struja, otpor, snaga i slično, i to s obzirom na njihove bazične veličine, onda su ovi odnosi vrlo korisni pri usporedbi stanovitih veličina u mreži. Misli se pritom na pad

napona, stepen korisnosti, regulaciju, faktor snage i t.d., koji su izraženi relativnim odnosom ili u postocima. U jediničnoj metodi otpadaju faktori koji se normalno pojavljuju u jednažbama, kao npr. $\sqrt{3}$ u jednažbama za trofazne sisteme ili faktor 2 u jednažbama za jednofazne sisteme.

Radi navedenih preannosti jedinična metoda nalazi sve veću primjenu u inženjerskim računima. Nije nam namjera da ulazimo dublje u strogu vezu koja postoji između jedinične metode i nauke o dimenzijama, osobito ako se radi o različitim sistemima, npr. električkim i mehaničkim, gdje se operira dakle s električkim i mehaničkim jedinicama. Dovoljno je da se na ovom mjestu ograničimo na trofazne ili jednofazne sisteme, odnosno dvovodne ili trovodne sisteme za istosmjernu struju, gdje operiramo s četiri veličine: U, S, I, Z .

Napon U se uvijek odnosi na složeni napon, snaga S na ukupnu snagu sistema, struja I i impedancija Z odnose se na jedan vodič sistema. Peta veličina je admitancija Y , no na nju gledamo kao na recipročnu vrijednost od Z .

Od četiri navedene veličine d v i j e biramo proizvoljno za b a z i č n e. Obično su to za praktične potrebe U_b i S_b , ako nam indeks „b“ označuje bazičnu veličinu. Preostale dvije bazične veličine rezultiraju iz dviju odabranih zbog odnosa, koji među njima vlada u sistemu.

Pretpostavimo da smo u trofaznom sistemu odabrali za bazu U_b i S_b ; bazična struja i impedancija slijedi iz poznatih odnosa za trofazni sistem

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} \dots\dots [A] \qquad \dots\dots (2,1)$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} \dots\dots [\Omega] \qquad \dots\dots (2,2)$$

gdje I_b i Z_b rezultira iz odabranog U_b i S_b . Računamo li s admitancijom, onda je

$$Y_b = \frac{1}{Z_b} = \frac{S_b}{U_b^2} \dots\dots [S] \qquad \dots\dots (2,3)$$

Poznajemo ove odnose i u drugom obliku koje koristimo u jediničnom računu kao npr.

$$U_b = \sqrt{3} I_b Z_b \quad \text{.....} [V] \quad \text{.....} (2,4)$$

$$I_b = \frac{U_b}{\sqrt{3} Z_b} \quad \text{.....} [A] \quad \text{.....} (2,5)$$

$$Y_b = \frac{S_b}{U_b^2} \quad \text{.....} [S] \quad \text{.....} (2,6)$$

Već prema informacijama koje se traže, za analizu može biti ugodnije da za bazu biramo bilo koje druge dvije od pomenutih U , S , I , Z . Za neke probleme biti će poželjno da za bazu biramo npr. I_b , Z_b ili koju drugu kombinaciju od 6 mogućih

U jediničnom računu općenito vrijedi osnovna relacija koju uvijek imamo na umu

$$\text{jedinična veličina} = \frac{\text{stvarna veličina}}{\text{bazična veličina}} \quad [2,7]$$

Primjenu jediničnog računa upoznati ćemo postepeno najprije na jednostavnim oblicima mreža. Kasnije ćemo ovu metodu proširiti na složenije mreže s transformatorima.

3. NAPONSKA JEDNADŽBA I JEDNADŽBA SNAGE RL VODA

Pred očima imademo simetrični i balansirani trofazni vod s izvorom na početku i potrošačem na kraju, kao na Sl. 3.1. Vodič voda je građen iz dva elementa R i $X = \omega L$. Oba su elementa vezana u seriju i tvore uzdužnu impedanciju jednog vodiča

$$Z = Z / \varphi_k = R + jX = R + j\omega L \quad \text{.....} [\Omega] \quad \text{.....} [3,1]$$

gdje je

$$\tan \varphi_k = \frac{X}{R} \quad \text{.....} [3,2]$$

Kut φ_k je argument modula Z i njime je definiran faktor snage izvora, kada je vod na kraju u kratkom spoju.

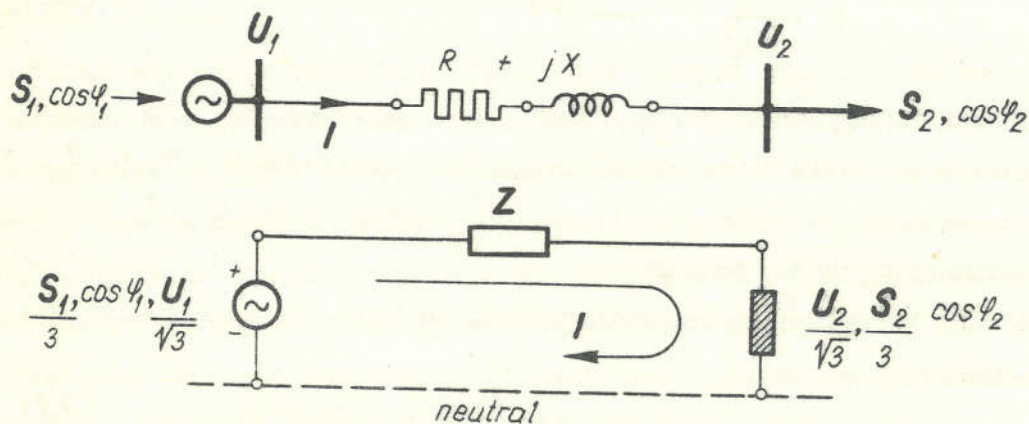
Na donjoj slici prikazana je jedna faza trofaznog voda. Napon, snaga i faktor snage se razlikuju na početku i kraju zbog pada napona i gubitka snage u vodu. Struja je u svakoj tački zatvorenog strujnog kruga jednaka, jer smo zanemarili G i C . Pod ovim okolnostima naponska jednadžba dobiva jednostavni oblik s oznakama za fazore

$$\frac{U_1}{\sqrt{3}} = \frac{U_2}{\sqrt{3}} + IZ$$

odnosno

$$U_1 = U_2 + \sqrt{3} IZ \quad \dots\dots [3,3]$$

jer računamo sa složenim naponima.



Sl. 3.1. Simetrični i balansirani trofazni vod

Jednadžba [3,3] je osnova za analizu RL voda. Ona sadrži 4 veličine i 3 moraju biti poznate ili zadane, želimo li utvrditi četvrtu. Ili, gledamo li na ove veličine kao na fazore, koji su definirani modulom i argumentom, 6 veličina mora biti poznato ili zadano, kako bismo mogli utvrditi preostale dvije.

Radi preglednosti i uštede na pisanju i prostoru, izrazimo naponsku jednadžbu s jediničnim veličinama. Za bazu biramo po volji odabrani napon i struju, naime

$$U_b \quad \dots\dots [V]$$

$$I_b \quad \dots\dots [A]$$

ili zbog odnosa u trofaznom sistemu

$$U_b = \sqrt{3} I_b Z_b \quad \dots\dots (3.4)$$

$$I_b = \frac{U_b}{\sqrt{3} Z_b} \quad \dots\dots (3.5)$$

Dijelimo [3.3] s bazičnim naponom, dobivamo

$$\frac{U_1}{U_b} = \frac{U_2}{U_b} + \frac{\sqrt{3} IZ}{\sqrt{3} I_b Z_b}$$

ili izraženo s jediničnim veličinama kojima dajemo posebnu oznaku

$$U_1^{\circ} = U_2^{\circ} + I^{\circ} Z^{\circ} \quad \text{-----} [3.6]$$

gdje nam otpada faktor $\sqrt{3}$, koji karakterizira trofazni sistem. Izrazimo li impedanciju sa svojim komponentama, slijedi

$$U_1^{\circ} = U_2^{\circ} + I^{\circ} (R^{\circ} + jX^{\circ}) \quad \text{-----} [3.7]$$

pa je takodjer

$$R^{\circ} = \frac{R}{Z_b} \quad \text{-----} [3.8]$$

$$X^{\circ} = \frac{X}{Z_b} \quad \text{-----} [3.9]$$

gdje su i komponente impedancije izražene jediničnim veličinama, tj. odnosom stvarnih i bazičnih. Bazična impedancija dobiva se iz (3.4) ili (3.5). Za bazični napon i struju biramo bilo koju vrijednost, prikladnu za računske operacije. Ako za bazični napon biramo stvarni napon na početku ili kraju voda, naponska jednadžba [3.6] dobiva jednostavniji oblik. Taj se oblik još više pojednostavi, ako za bazičnu struju odaberemo stvarnu struju u vodu.

Uzimamo prethodno da je konstanta voda $Z = Z \frac{\varphi_k}{\varphi_k}$ poznata veličina. Razlikovati ćemo dva slučaja:

- (a) Kada je zadano energetska stanje $U_1 \angle 0^{\circ}$ i strujom $I_1 = 1/\sqrt{3} \varphi_1$ na početku voda naponom
- (b) Kada je zadano energetska stanje $U_2 \angle 0^{\circ}$ i strujom $I_2 = 1/\sqrt{3} \varphi_2$ na kraju voda naponom

U oba je slučaja 6 veličina u naponskoj jednadžbi zadano, dok su ostale dvije one, koje se traže. Moguće su i druge kombinacije zadanih veličina, koje su u ovom momentu od manjeg interesa.

Slično izvodimo jednadžbu snage RI voda. Do jednadžbe snage s jediničnim veličinama dolazimo jednostavnije ako sve članove naponske jednadžbe [3.6] množimo strujom. Znademo da je snaga u kompleksnom obliku jednaka produktu kompleksnog napona i kompleksne struje, gdje je jedan od ovih dvaju faktora konjugirano kompleksni. Pretpostavimo da je u ovom produktu napon konjugirano kompleksni, pa dobivamo prema [3.6]

$$\begin{aligned} (U_1^{\circ})^* I^{\circ} &= (U_2^{\circ})^* I^{\circ} + I^{\circ} (I^{\circ} Z^{\circ})^* \\ &= (U_2^{\circ})^* I^{\circ} + (I^{\circ})^2 (Z^{\circ})^* \end{aligned} \quad \text{-----} [3.10]$$

Drugi je oblik ove jednadžbe, ako sa S_1 i S_2 označimo prividne snage na početku i kraju voda

$$\begin{aligned} S_1^o &= S_2^o + (I^o)^2 (Z^o)^* \\ &= S_2^o + (I^o)^2 (R^o - jX^o) \end{aligned} \quad \text{..... [3.11.]}$$

I ovdje nam za bazu može poslužiti npr. zadani napon i snaga na početku ili kraju voda, u kojem slučaju se dobiva bazična struja i impedancija

$$\begin{aligned} I_b &= \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} \quad \text{..... [A]} \\ Z_b &= \frac{U_b^2}{S_b} \quad \text{..... [\Omega]} \end{aligned}$$

4. DEFINICIJA I NEKI ZNAČAJNI ODNOSI NA RL VODU

Inženjerska praksa operira s nekim odnosima kojima je dala posebne nazive i oznake. Definirajmo

$$1. \dots u = \frac{U_1 - U_2}{U_1} = 1 - \frac{U_2}{U_1} = 1 - \varepsilon \quad \text{..... relativni pad napona u vodu} \quad \text{..... [4.1.]}$$

$$2. \dots \varepsilon = \frac{U_2}{U_1} \quad \text{..... odnos napona na kraju i početku voda} \quad \text{..... [4.2.]}$$

$$3. \dots p = \frac{P_1 - P_2}{P_1} = 1 - \frac{P_2}{P_1} = 1 - \eta \quad \text{..... relativni gubitak djel. snage} \quad \text{..... [4.3.]}$$

$$4. \dots \eta = \frac{P_2}{P_1} \quad \text{..... djelatni stepen korisnosti} \quad \text{..... [4.4.]}$$

Neki autori operiraju odnosom $p = (P_1 - P_2)/P_2$ i $u = (U_1 - U_2)/U_2$. Mi ćemo biti konzekventni gore navedenim definicijama, da bismo zadržali strogu definiciju djelatnog stepena korisnosti.

Prividnu snagu na početku i kraju voda označili smo sa

$$S_1 = S_1 / \angle \varphi_1 = P_1 + jQ_1 \quad \text{..... [VA]} \quad \text{..... [4.5.]}$$

$$S_2 = S_2 / \angle \varphi_2 = P_2 + jQ_2 \quad \text{..... [VA]} \quad \text{..... [4.6.]}$$

gdje su odgovarajući faktori snage

$$5. \dots \cos \varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}} \quad \text{..... na početku voda} \quad \text{..... [4.7.]}$$

$$6. \dots \cos \varphi_2 = \frac{P_2}{S_2} = \frac{P_2}{\sqrt{P_2^2 + Q_2^2}} \quad \text{..... na kraju voda} \quad \text{..... [4.8.]}$$

Jalova snaga dobiva pozitivni ili negativni predznak, jer ona može biti kapacitivna ili induktivna. Analogno vrijedi za jalovu struju. Faktor snage je pozitivan, jer je $\cos \varphi$ takva funkcija u području od (-90°) do $(+90^\circ)$, na koje se ograničavamo. Prema tome govorimo o induktivnom i kapacitivnom faktoru snage.

Ponekad ćemo se služiti relacijama

$$7 \dots \dots \dots \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \eta_Q \dots \dots \text{relativni gubitak jalove snage} \dots (4.9)$$

$$8 \dots \dots \dots \eta_Q = \frac{Q_2}{Q_1} \dots \dots \text{jalovi stepen korisnosti} \dots \dots (4.10)$$

Prirodno, ne pridajemo isto fizikalno značenje odnosima p i q ili η i η_Q . Ako ih primjenimo na vod s izvorom energije na početku i potrošačem na kraju, znaćemo, da jalova energija kola između izvora i potrošača dvostrukom frekvencijom; jedan dio jalovine vod troši za sebe i ona je neophodna za prijenos energije putem voda, pa opterećuje izvor dodatnom jalovinom. Kod ove izmjene jalove energije između potrošača, voda i izvora, nema nepovratne jalove energije, prema tome niti gubitaka. Ipak, ona indirektno djeluje na povećanje djelatnih gubitaka uvodu zbog jalovih struja, koje opterećuju vod dodatnim i nepovratnim džulovim gubicima. Jalovi stepen korisnosti η_Q sistema može biti veći od jedinice i negativnog predznaka. Njime se katkad korisno služimo u izvjesnim problemima i kontrolnim računima.

Iz gornjih odnosa lako nađemo da je

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\frac{U_2}{U_1}}{\frac{P_2}{P_1}} = \frac{U_2 P_1}{U_1 P_2} = \frac{U_2 U_1 \cos \varphi_1}{U_1 U_2 \cos \varphi_2}$$

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \dots \dots \dots [4.11.]$$

To je važna relacija između pada napona, gubitka djelatne snage i faktora snage na početku i kraju RL voda.

Slično dobivamo relaciju

$$\frac{1-u}{1-q} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} \quad \text{-----} (4.12.)$$

Iz obih relacija [4.11.] i [4.12.] slijedi

$$\frac{1-p}{1-q} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2} \quad \text{-----} (4.13.)$$

Konačno, iz [4.11.] dobivamo

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\frac{U_2}{U_1}}{\frac{P_2}{P_1}} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

ili

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{\frac{P_2}{\cos \varphi_2}}{\frac{P_1}{\cos \varphi_1}}$$

odnosno

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{S_2}{S_1} \quad \text{-----} [4.14.]$$

Naponi na početku i kraju voda odnose se kao i prividne snage na početku i kraju voda, koji ćemo odnos veoma često koristiti u analizi RL voda.

4.1. O PREDZNAKU JALOVIH OTPORA, STRUJA I SNAGA

Kada se impedancija izrazi u komponentnom ili polarnom obliku, onda induktivni otpor dobiva uvijek pozitivni, a kapacitivni negativni predznak, odnosno, argument je u prvom slučaju pozitivan i u drugom negativan. Prema tome je

$$\text{induktivna impedancija} \quad \mathbf{Z} = R + jX = Z \angle \varphi_k; \operatorname{tg} \varphi_k = \frac{X}{R} \quad \text{-----} (4.1.1.)$$

$$\text{kapacitivna impedancija} \quad \mathbf{Z} = R - jX = Z \angle -\varphi_k; \operatorname{tg} \varphi_k = -\frac{X}{R} \quad \text{-----} (4.1.2.)$$

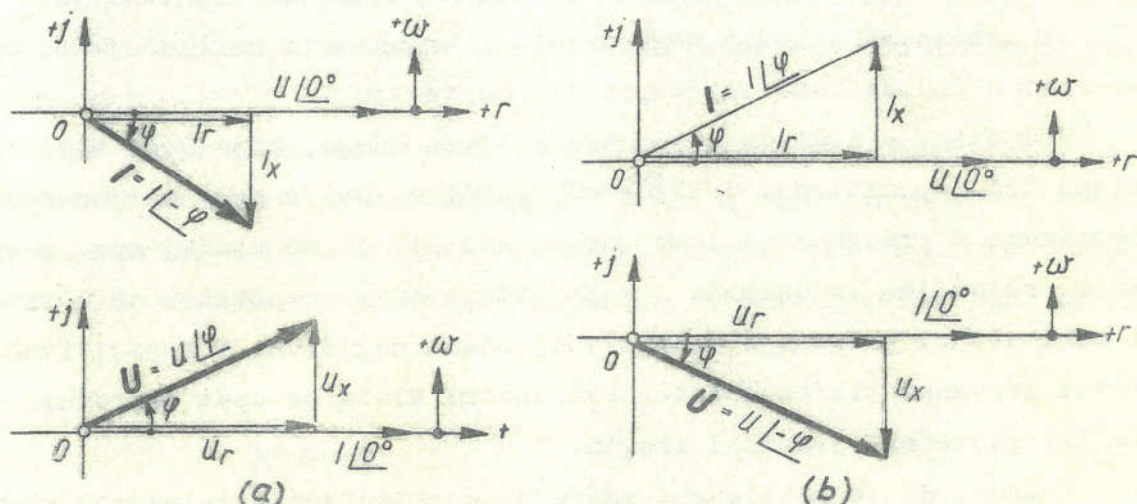
U prvom slučaju radi se o serijskom spoju otpornog elementa sa zavojnicom i u drugom slučaju s kondenzatorom. Iz predznaka jalovog elementa ili argumenta zaključujemo, da li se radi o induktivnoj ili kapacitivnoj impedanciji. Koji puta jalove induktivne i kapacitivne komponente impedancije razlikujemo posebnim oznakama

$$X_L = j\omega L \quad \text{-----} [\Omega]$$

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} \quad \text{-----} [\Omega]$$

O prividnoj struji možemo govoriti samo u vezi s naponom, gdje ona zaostaje ili prethodi naponu. U prvom slučaju struja je induktivna i njena jalova komponenta dobiva negativni predznak. U drugom je slučaju struja kapacitivna i njena jalova komponenta dobiva pozitivni predznak. Na isti način one se razlikuju u predznaku argumenta, ako je struja izražena u polarnom obliku. To uvijek vrijedi, kada je napon u osi referencije.

Medjutim, u različitim problemima uzimamo ili napon ili struju za referenciju. Na Sl. 4.1.1. (a) vidimo induktivnu struju gdje je jednom napon i drugiput struja u osi referencije. Os referencije poklapa se s realnom osi kompleksne ravnine, što općenito ne mora biti slučaj. Mi ćemo to ipak u buduće uvijek pretpostavljati. Naznačeni pozitivni smjer vrtnje, koji je protivan kretanju kazaljke na satu, u skladu je s međunarodnom konvencijom, pa ćemo se toga u dijagramskim prikazima konzekventno pridržavati.



Sl. 4.1.1. Dijagramski prikaz napona i struje

a) za induktivnu struju

b) za kapacitivnu struju

Na slici (a) je dijagramski prikaz induktivne struje i to jednom, kada je napon U i drugiput, struja I u osi referencije. Orijentirani kut φ naznačen je tačicom u referentnoj osi i šiljkom u pozitivnom ili negativnom smjeru vrtnje. Na gornjoj slici kut je negativan, jer je protivan pozitivnom smjeru vrtnje. Obrnuto je na donjoj slici, no u oba

je slučaja struja induktivna. Na gornjoj slici struja zaostaje naponu i na donjoj slici napon prethodi struji.

Ovakav je prikaz usklađen s predznacima jalovih otpora, naime, ako je napon u osi referencije, dobivamo kod induktivnog jalovog otpora

$$I = \frac{U \angle 0^\circ}{R + jX} = \frac{U \angle 0^\circ}{Z \angle \varphi} = \frac{U}{Z} \angle -\varphi = I \angle -\varphi = I_r - jI_x = I \cos \varphi - j I \sin \varphi$$

gdje je argument i predznak induktivne jalove struje negativan. Ako je struja u osi referencije, slijedi također kod induktivne impedancije s pozitivnim argumentom

$$U = IZ = IZ \angle \varphi = IR + jIX = U_r + jU_x = U \angle \varphi = U \cos \varphi + j U \sin \varphi$$

gdje jalova induktivna komponenta napona dobiva pozitivni predznak, kako vidimo na donjem dijagramu slike (a).

Dijagrami na slici (b) vrijede za kapacitivne struje, gdje se dobivaju protivni predznaci uz isti predznak argumenta impedancije.

Iz predznaka jalovih komponentata i argumenata zaključujemo, da li se radi o induktivnom ili kapacitivnom teretu.

Međutim, u pogledu predznaka jalovih snaga, koja može biti induktivna ili kapacitivna, prilike su drukčije. Ovdje nema međunarodnog sporazuma o predznaku jalove snage, kao što je to slučaj npr. pozitivni smjer rotacije. Induktivna i kapacitivna snaga razlikuju se u predznaku i neki autori pripisuju induktivnoj snazi negativni i kapacitivnoj pozitivni predznak ili argument. Neki autori služe se opet suprotnim oznakama ili povremeno jednim i drugim.

Znađemo da je kompleksna snaga dana produktom kompleksnog napona i struje, gdje je jedan od njih konjugirano kompleksni, naime

$$S = U^* I \text{ ili } S = U I^*$$

U prvom izrazu, gdje je napon konjugirano kompleksni, ako struju izrazimo odnosom napona i induktivne impedancije s pozitivnim argumentom dobivamo

$$S = U^* \frac{U}{Z} = \frac{U^2}{Z \angle \varphi} = \frac{U^2}{Z} \angle -\varphi = S \angle -\varphi = P - jQ$$

Po ovakvom računu induktivna snaga dobiva negativni predznak. Izrazimo li sada u istom izrazu napon kao produkt struje i induktivne impedancije, slijedi

$$S = (IZ)^* I = I^2 Z^* = I^2 (Z \angle \varphi)^* = I^2 Z \angle -\varphi = I^2 R - j I^2 X = S \angle -\varphi$$

I u ovom slučaju induktivna snaga dobiva negativni predznak ili argument. Da smo u oba slučaja uvrstili kapacitivnu impedanciju, dobili bi za kapacitivnu snagu pozitivni predznak ili argument.

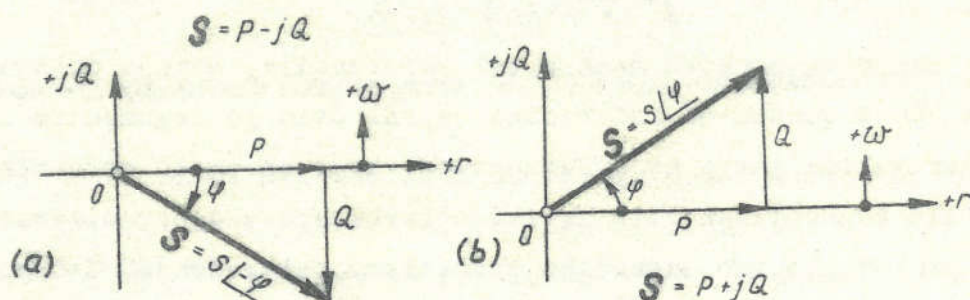
Koristimo li dakle izraz za kompleksnu snagu u obliku

$$S = U^* I$$

onda induktivna snaga dobiva uvijek **n e g a t i v n i** i kapacitivna **p o z i t i v n i** predznak. Čitalac može provjeriti da će dobiti protivne predznake za induktivnu i kapacitivnu snagu, ako će za isti račun primijeniti drugi oblik kompleksne snage **$S = UI^*$** .

U principu je svejedno da li ćemo primijeniti jedan ili drugi oblik. U jednom problemu međjutim moramo se strogo pridržavati jednog oblika. U protivnom kod bilanse snaga u jednom složenom sistemu dobivamo pogrešne rezultate.

Da ne dodje do zabuna, mi ćemo u našim računima konzekventno upotrebljavati oblik kompleksne snage **$S = UI^*$** u kojem induktivna snaga ima negativni, a kapacitivna pozitivni predznak ili argument. Kompleksnu snagu sa svojim komponentama prikazivati ćemo grafički kao na Sl. 4.1.2.



Sl. 4.1.2. Prikaz snage u kompleksnoj ravlini

- a) za induktivnu struju
- b) za kapacitivnu struju

Ako je prvi i četvrti kvadrant motorno područje, onda je drugi i treći kvadrant generatorsko područje ili obratno. U računima složenih mreža pojavljuje se i negativni P ili R , što znači da se nalazimo u generatorskom području.

Kirchhoffovi zakoni gube vrijednost, ne obraćamo li punu pažnju predznacima ili argumentima.

5. ZADANO ENERGETSKO STANJE NA POČETKU VODA

U naponskoj jednažbi

$$U_1^{\circ} = U_2^{\circ} + I^{\circ} Z^{\circ}$$

napon U_1° i struju I° zadamo na početku voda, kojemu je poznata impedancija Z° . Prema tome i bazični napon i bazičnu struju biramo tako, da je

$$U_b = U_1 \text{ ili } U_1^{\circ} = 1$$

$$I_b = 1 \text{ ili } I^{\circ} = 1$$

Pored toga, neophodno je, da u naponskoj jednažbi odaberemo jednu veličinu koja je u o s i r e f e r e n c i j e, jer je to polazna baza za njeno rješavanje i predočivanje u kompleksnoj ravnini. Prirodno, da je to zadani napon U_1° ili struja I° . Za naša tretiranja napon U_1° položimo u os referencije, pa dobivamo da je

$$U_1^{\circ} = U_1^{\circ} / 0^{\circ} = 1 / 0^{\circ}$$

$$I^{\circ} = I^{\circ} / \mp \varphi_1 = 1 / \mp \varphi_1$$

Čim je napon na početku voda u osi referencije, struja dobiva svoj argument φ_1 u odnosu na referentni napon. Ovim je argumentom definiran = također faktor snage na početku voda, koji općenito može biti induktivan ili kapacitivan, što zavisi o karakteru zadanog opterećenja.

U praksi redovno susrećemo induktivna opterećenja, što znači, da struja zaostaje naponu za kut φ . Kao što je bilo rečeno, u našim računima uzimamo da nam negativni argument $(-\varphi)$ znači i n d u k t i v n o i pozitivni argument $(+\varphi)$ k a p a c i t i v n u struju, ako je napon u osi referencije. Ako je struja u osi referencije, argumenti napona su protivnog predznaka.

U slijedećem pretpostavimo induktivno opterećenje s naponom u osi referencije. Naša naponska jednačba glasi sada u polarnom obliku

$$U_2^\circ = U_2^\circ \angle \theta = 1 - 1 \angle -\varphi_1 \quad Z^\circ \angle \varphi_k \quad (5.1)$$

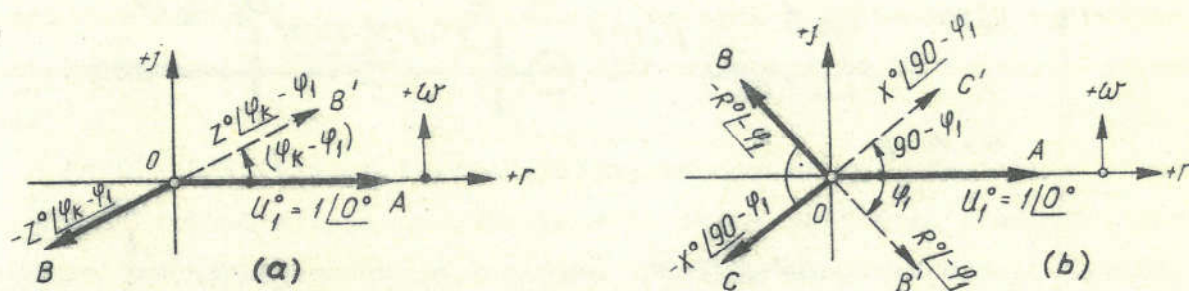
Sa θ smo označili argument napona U_2° , koji je nepoznat. To je kut što ga tvori napon U_2° prema referentnom naponu $U_1^\circ = 1 \angle 0^\circ$, gdje je sada $U_2^\circ \angle \theta$ jedina nepoznanica u naponskoj jednačbi.

Jednačba (5.1.) može se prikazati u različitim oblicima, manje ili više prikladni za njeno grafičko predočivanje u kompleksnoj ravnini. Izdvojimo dva polarna oblika

$$1. \dots\dots\dots U_2^\circ = 1 - Z^\circ \angle \varphi_k - \varphi_1 \quad (5.2)$$

$$2. \dots\dots\dots U_2^\circ = 1 - R^\circ \angle -\varphi_1 - jX^\circ \angle -\varphi_1 \\ = 1 - R^\circ \angle -\varphi_1 - X^\circ \angle 90^\circ - \varphi_1 \quad (5.3)$$

Prijenos naponske jednačbe u kompleksnu ravninu je jednostavan. Pojedine članove desnih strana jednačbi [5.2.] i [5.3.] vidimo na Sl. 5.1.(a) i (b).



Sl. 5.1. Prijenos pojedinih fazora jedn. [5.2] i [5.3] u kompleksnu ravninu

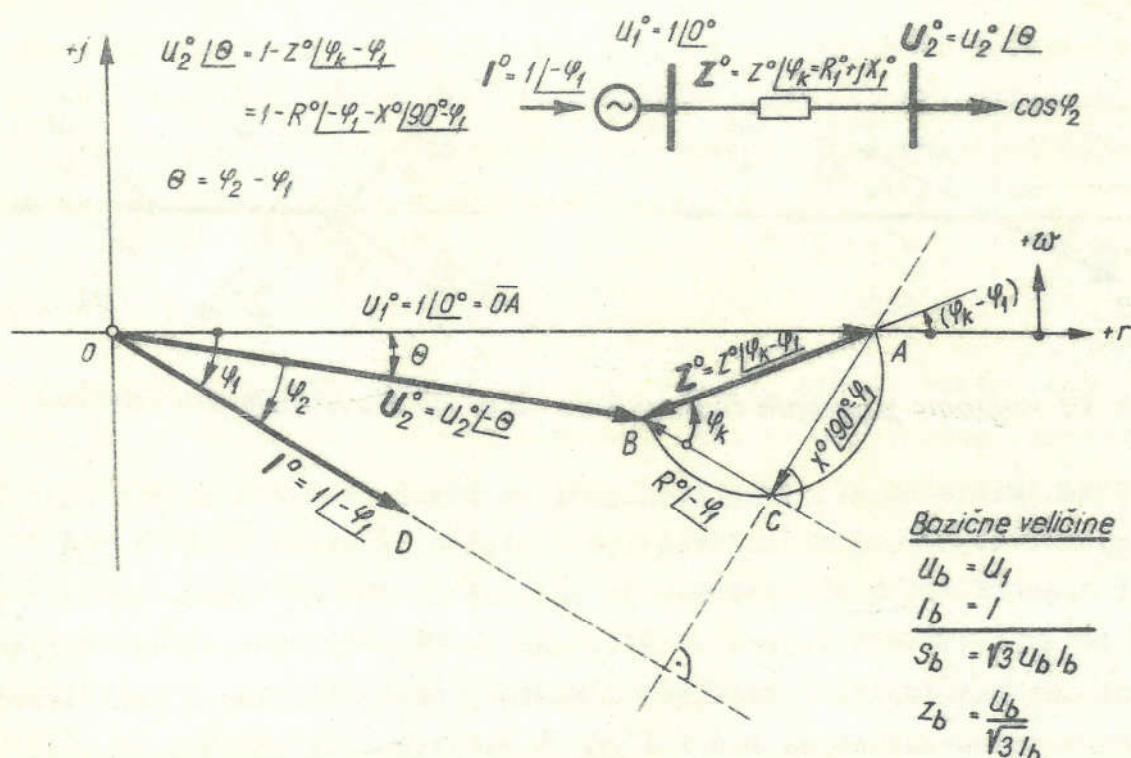
U ishodište na slici (a) prenijeti su fazori desne strane [5.2.]. U realnu os, koja je i os referencije, položen je napon $\overline{OA} = U_1^\circ = 1 \angle 0^\circ$. Drugi član $\overline{OB}' = Z^\circ \angle \varphi_k - \varphi_1$ položen je pod kutem $(\varphi_k - \varphi_1)$ prema realnoj osi i to u pozitivnom smjeru vrtnje, ako je $(\varphi_k - \varphi_1)$ pozitivan. Orijentirani kut označen je s tačkom u realnoj osi i šiljkom u pozitivnom smjeru vrtnje. Budući da fazor $Z^\circ \angle \varphi_k - \varphi_1$ u jednačbi imade negativni predznak, njegov smisao je u stvari protivan smislu fazoru $\overline{OB}'$, tako da je

$\overline{OB} = -Z^\circ / \varphi_k - \varphi_1$, kako je na slici označeno.

Analogno postupamo s fazorima desne strane [5.3] na slici (b). Otpor R° ima negativni argument, pa mu je orijentacioni kut naznačen u negativnom smjeru vrtnje. Budući da u jednadžbi ima negativni predznak, njegov je stvarni smisao $\overline{OB}$, protivan od $\overline{OB'}$.

Očito je ovaj prikaz namijenjen početniku. Jednom usvojena tehnika otklanja zabunu, koja je lako moguća, ako se ne vodi računa o orijentacionom kutu i smislu fazora, kada želimo analizirati mrežu dijagramskim prikazom u kompleksnoj ravnini. Na našem jednostavnom primjeru nema bojazni zabuni, no one bi se mogle pojaviti već u nešto složenijoj mreži, gdje se induktivne i kapacitivne struje razlikuju u predznaku argumenta, dok im je smisao modula određen predznakom. Fizikalna predodžba ova je ne pomaže mnogo, već se oslanjamo na poznavanje pravila kompleksnog računa.

Pri dijagramskom prikazu naponske jednadžbe ne ćemo postupiti kao na Sl. 5.1., u kojoj svi fazori izlaze iz ishodišta 0. Na Sl. 5.2. vidimo kompletni naponski dijagram s redoslijedom pojedinih fazora, kako ih očitavamo u jednadžbama [5.2] i [5.3].



Sl. 5.2. Fazorski dijagram napona sa zadanim uvjetima na početku voda s induktivnom strujom

Uz zadani napon $\overline{OA} = U_1^\circ = 1/0^\circ$ u referentnoj osi crtamo zadanu struju $\overline{OD} = I^\circ = 1^\circ / -\varphi_1$ pod kutem φ_1 u negativnom smjeru rotacije, ako je struja induktivna. Na šiljak napona u tački A nadovezujemo prema [5.2] komponentu $\overline{AB} = I^\circ / \varphi_k - \varphi_1$ u smjeru A prema B. Dobiva se rezultantni napon $\overline{OB} = U_2^\circ / -\theta$ u trokutu napona OAB. Iz [5.3] slijede komponente trokuta pada napona ACB i to $\overline{CB} = R^\circ / -\varphi_1$ paralelno sa strujom i $\overline{AC} = X^\circ / 90^\circ - \varphi_1$ okomito na struji. Ove su komponente dakako međusobno okomite i vrh pravokutnog trokuta C leži na polukrugu oko $\overline{AB}$. Smisao ovih fazora odgovara predznacima u jednadžbi.

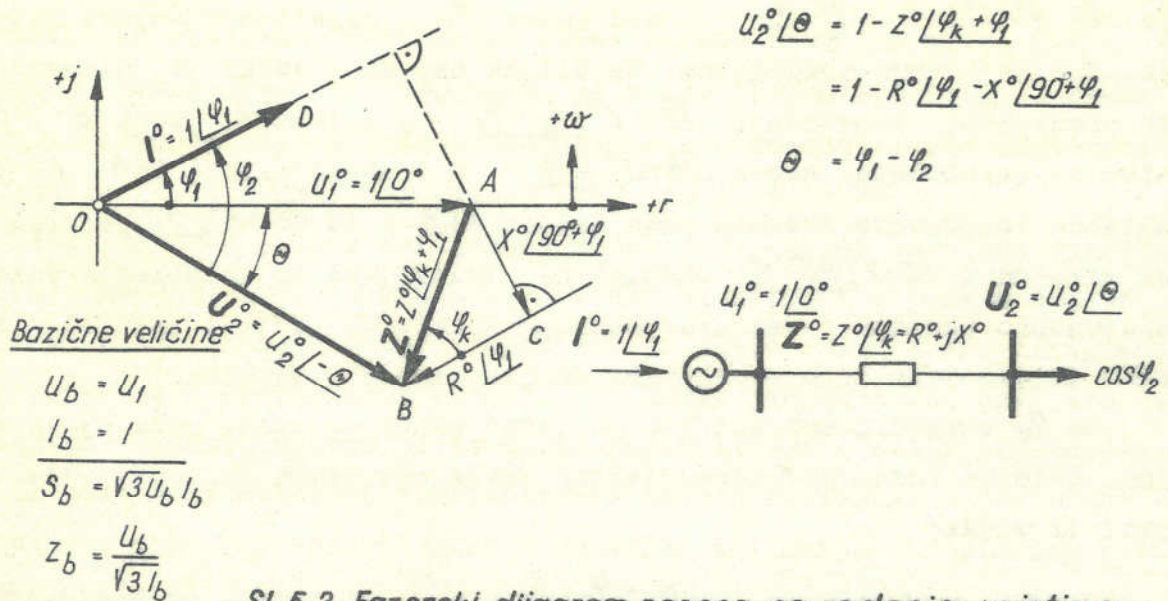
Sa φ_2 označili smo kut što ga tvori napon na kraju voda U_2 sa strujom. Ovim je kutem definiran faktor snage potrošača na kraju voda. Slijedi iz slike

$$\theta = \varphi_2 - \varphi_1 \quad \text{.....[5.4]}$$

i θ dobiva pozitivan ili negativni predznak, što zavisi o veličinama fazora $R^\circ / -\varphi_1$ i $X^\circ / 90^\circ - \varphi_1$. Ovaj kut medju naponima inače igra važnu ulogu u prijenosu.

Fazorski dijagram napona dobili smo na taj način, da smo pojedine članove naponske jednadžbe preslikali u kompleksnu ravninu. Vrijedi i obrnuto: Oznaka fazora u kompleksnoj ravnini sa kutevima, smjerovima u smislu mora biti takova, da se iz njih može izgraditi naponska jednadžba.

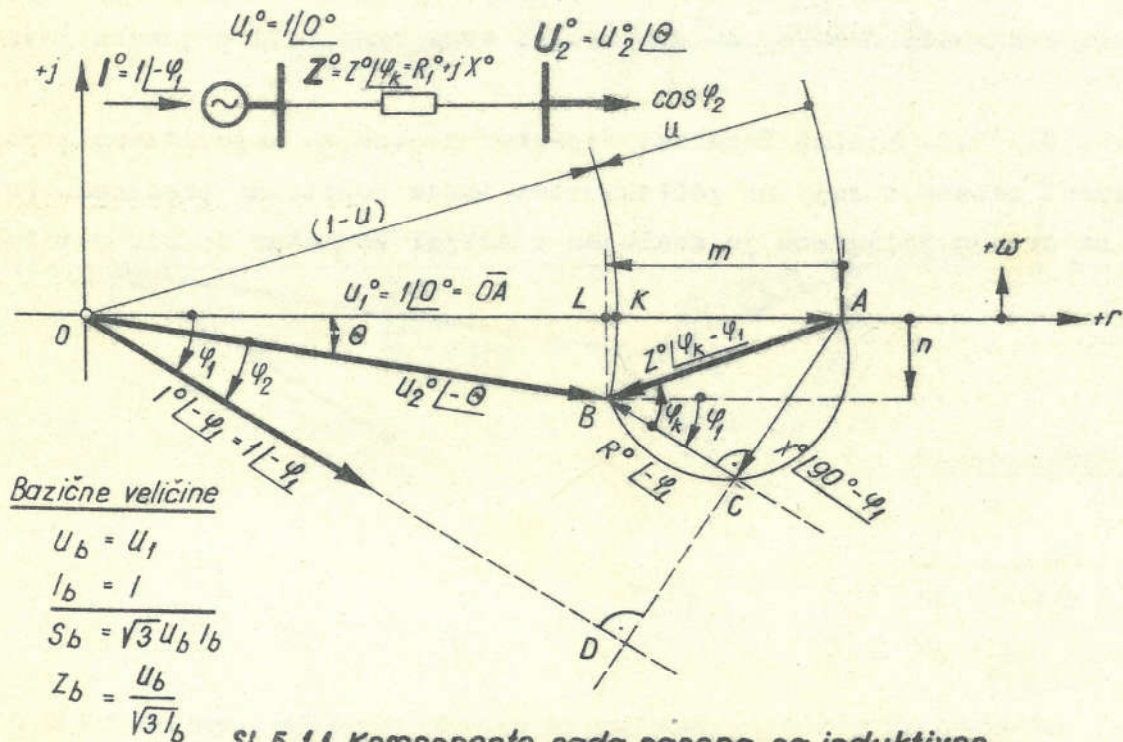
Na Sl. 5.3. vidimo fazorski dijagram napona za kapacitivnu struju. Argument zadane struje na početku voda imade pozitivan predznak. Postupak za crtnju dijagrama je analogan i daljni komentar bi bio suvišan.



Sl. 5.3. Fazorski dijagram napona sa zadanim uvjetima na početku voda s kapacitivnom strujom

5.1. KOMPONENTE PADA NAPONA

Na Sl. 5.1.1. vidimo ponovo fazorski dijagram sa zadanim energetskim stanjem na početku voda. Zadana struja je induktivna, što se već vidi iz dijagrama. Čim smo odredili trokut pada napona ABC , položaj



Sl. 5.1.1. Komponente pada napona na induktivno opterećenom vodu sa zadanim energetskim stanjem na početku

napona na kraju voda $U_2 \angle \theta$ time je određen modulom i argumentom.

Pojedine komponente pada napona imaju svoje značenje i nazive, koje im je praksa dala u svrhu praktičnih potreba.

S oznakama na slici razlikujemo slijedeće komponente pada napona:

1. $\overline{AB} \dots Z^\circ \angle \varphi_k - \varphi_1$ prividni ili kompleksni pad napona
2. $\overline{CB} \dots R^\circ \angle -\varphi_1$ djelatna komponenta pada napona u smjeru struje
3. $\overline{AC} \dots X^\circ \angle 90^\circ - \varphi_1$ jalova komponenta pada napona, okomita na smjer struje
4. $\overline{AL} \dots m = Z^\circ \cos(\varphi_k - \varphi_1)$ uzdužni pad napona
5. $\overline{KB} \dots n = Z^\circ \sin(\varphi_k - \varphi_1)$ poprečni pad napona
6. $\overline{AK} \dots u = \frac{U_1 - U_2}{U_1}$ razlika ili ukratko pad napona

Iz naponske jednačbe slijedi

$$\begin{aligned}
 U_2^\circ \angle \theta &= 1 - 1 \angle -\varphi_1 \cdot Z^\circ \angle \varphi_k \\
 &= 1 - 1 \angle -\varphi_1 (Z^\circ \cos \varphi_k + j Z^\circ \sin \varphi_k) \\
 &= 1 - 1 \angle -\varphi_1 (R^\circ + j X^\circ) \\
 &= 1 - (R^\circ \cos \varphi_1 + X^\circ \sin \varphi_1) - j (X^\circ \cos \varphi_1 - R^\circ \sin \varphi_1) \\
 U_2^\circ \angle \theta &= (1 - u) \angle \theta = (1 - m) - j n \quad \text{..... [5.1.1]}
 \end{aligned}$$

gdje je

$$m = R^\circ \cos \varphi_1 + X^\circ \sin \varphi_1 \quad \text{..... [5.1.2]}$$

$$n = X^\circ \cos \varphi_1 - R^\circ \sin \varphi_1 \quad \text{..... [5.1.3]}$$

Vidimo iz slike da se „m“ dobiva iz sume projekcija komponenta $\overline{CB}$ i $\overline{AC}$ na realnu os. Slično „n“ je razlika komponenta $\overline{CB}$ i $\overline{AC}$ projiciranih na imaginarnu os. Ovi će nam izrazi služiti za električko dimenzioniranje voda.

Razlika ili ukratko pad napona u vodu slijedi iz [5.1.1].

$$u = 1 - \sqrt{(1 - m)^2 + n^2} \quad \text{..... [5.1.4]}$$

gdje je argument

$$\operatorname{tg} \theta = \pm \frac{n}{1-m} \quad \text{-----} (5.1.5)$$

što neposredno vidimo iz dijagrama. Kut θ može biti pozitivan ili negativan, što zavisi o odnosu R° , X° i faktoru snage $\cos \varphi_1$. Prepušta se čitaocu, da izvede analogne izraze za kapacitivno opterećenje, gdje je φ_1 pozitivan.

Budući da je redovno $(1-m) \gg n$, za praktične potrebe često uzimamo

$$u \doteq m \quad \text{-----} (5.1.6)$$

gdje je razlika napona približno jednaka uzdužnom padu napona. Netačnost se vidi na dijagramu $\overline{KL} = m - u$.

5.2. JEDNADŽBA SNAGE

Ako članove naponske jednadžbe [5.2] množimo strujom, dobivamo jednadžbu snage, koja vrijedi za zadano energetske stanje na početku voda. Budući da je u produktu kompleksne snage naponska komponenta konjugirano kompleksna, jednadžbu [5.2] izrazimo s konjugirano kompleksnim veličinama, naime

$$(U_2^\circ)^* \cdot U_2^\circ / \theta = 1 - Z^\circ / \varphi_1 - \varphi_k \quad | \cdot (I^\circ = 1 / -\varphi_1)$$

gdje argumenti φ_1 i φ_k mijenjaju predznake. Množimo li jednadžbu strujom $I^\circ = 1 / -\varphi_1$, gdje pretpostavljamo induktivno opterećenje, slijedi

$$(U_2^\circ)^* I^\circ U_2^\circ / \theta - \varphi_1 = 1 / -\varphi_1 - Z^\circ / -\varphi_k \quad \text{-----} (5.2.1)$$

gdje su bazične veličine zadana snaga i struja na početku voda

$$S_b = S_1 \quad \text{ili} \quad S_1^\circ = 1$$

$$I_b = 1 \quad \text{ili} \quad I^\circ = 1$$

U polarnom i komponentnom obliku jednadžba snage prema tome glasi za induktivni teret

$$\underline{S}_2^\circ = \underline{S}_2^\circ / -\varphi_2 = P_2^\circ - j Q_2^\circ = I / -\varphi_1 - Z^\circ / -\varphi_k \quad \text{-----} [5.2.2]$$

$$= \cos \varphi_1 - j \sin \varphi_1 - R^\circ + j X^\circ$$

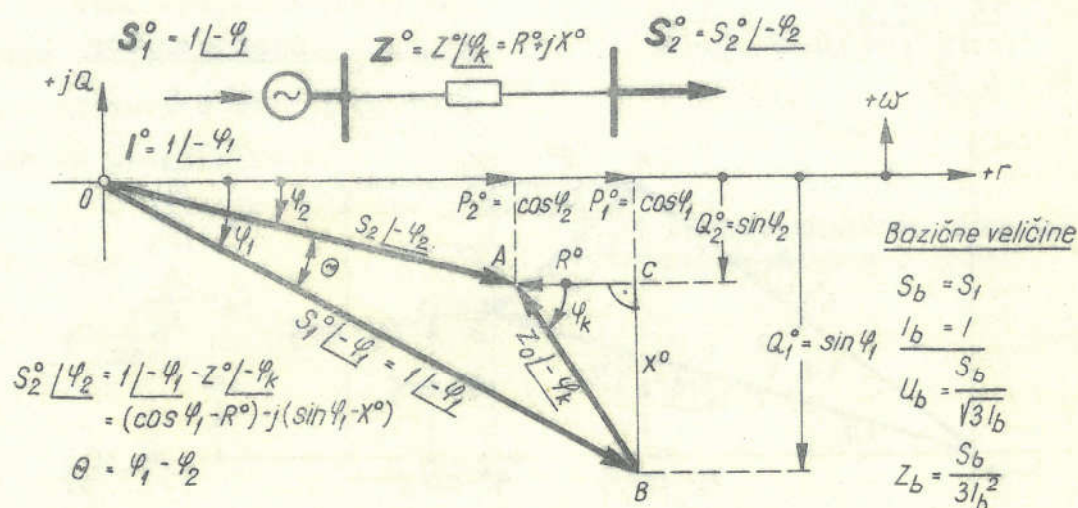
$$= (\cos \varphi_1 - R^\circ) - j (\sin \varphi_1 - X^\circ) \quad \text{-----} [5.2.3]$$

Kut θ jednak je razlici kuteva φ_1 i φ_2 , kao što smo već imali prije

$$\theta = \varphi_1 - \varphi_2 \quad \text{-----} [5.2.4]$$

gdje je s kutem φ_2 definiran faktor snage potrošača na kraju voda.

Fazorski dijagram snage prikazan je na Sl. 5.2.1. s djelatnom snagom P u realnoj osi i jalovom snagom Q u imaginarnoj osi. Ovdje su prenijeti članovi jednadžbe [5.2.2.] i [5.2.3.] u kompleksnu ravninu na analogan način kao i kod naponskog dijagrama.



Sl. 5.2.1. Fazorski dijagram snage sa zadanim uvjetima na početku voda s induktivnim teretom

Zadana snaga na početku voda $\underline{OB} = S_1 / -\varphi_1 = I / -\varphi_1$ s negativnim argumentom, pa je i orijentirani kut φ_1 označen šiljkom u negativnom smjeru vrtnje. Trokut ABC je trokut gubitka snage i to

1. $\underline{BA}$ $\underline{Z}^\circ = Z / \varphi_k$ prividni gubitak snage u vodu

2. $\underline{CA}$ R° djelatni gubitak snage u vodu

3. $\underline{BC}$ X° jalovi induktivni gubitak snage u vodu

stanje zadaje s naponom i snagom, te je u tom slučaju

$$R^{\circ} = \frac{R}{\frac{U_1^2}{S_1}} \quad i \quad X^{\circ} = \frac{X}{\frac{U_1^2}{S_1}}$$

5.4. ZAJEDNIČKI DIJAGRAM NAPONA I SNAGE

Napišimo još jednom jednadžbu napona i snage sa zadanim energetskim stanjem na početku voda za induktivno opterećenje:

$$U_2^{\circ} / \theta = 1 - Z^{\circ} / \varphi_k - \varphi_1 \quad \text{-----} (5.4.1)$$

$$S_2^{\circ} / -\varphi_2 = 1 / -\varphi_1 - Z^{\circ} / -\varphi_k \quad \text{-----} (5.4.2)$$

U jediničnom obliku obe su jednadžbe građene iz istih elemenata i malom transformacijom prikažimo ih u zajedničkom dijagramu. U osima kompleksne ravnine za prvu jednadžbu su U_r i U_x , odnosno $1/r$ i $1/x$. Osi kompleksne ravnine druge jednadžbe su P i Q .

Pomnožimo sve članove jednadžbe za snagu s jediničnim fazorom $1/\varphi_1$, dobivamo

$$S_2^{\circ} / -\varphi_2 + \varphi_1 = 1 - Z^{\circ} / \varphi_1 - \varphi_k \quad \text{-----} (5.4.3)$$

To znači da smo sve članove jednadžbe zakrenuli za kut φ_1 u pozitivnom smjeru vrtnje. U drugom koraku tražimo konjugirano kompleksni izraz jednadžbe (5.4.3).

$$(S_2^{\circ} / -\varphi_2 + \varphi_1)^* = S_2^{\circ} / \theta = 1 - Z^{\circ} / \varphi_k - \varphi_1 \quad \text{-----} (5.4.4)$$

Ovim aktom operacije u dva koraka jednadžba snage prelazi u oblik naponske jednadžbe,

$$\left. \begin{aligned} U_2^{\circ} / \theta &= 1 - Z^{\circ} / \varphi_k - \varphi_1 \\ S_2^{\circ} / \theta &= 1 - Z^{\circ} / \varphi_k - \varphi_1 \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} (5.4.5)$$

Na Sl. 5.4.1. su dvije kompleksne ravnine s osima (r, j) i (P, Q) i zajedničkim ishodištem O . Trokut napona OAB poklapa se s istim trokutom za snagu. Trokut pada napona ABC također se poklapa s istim trokutom za gubitak snage. Za očitavanje napona i pada napona ili struja

očitanje u mjerilu netačno.

5.5. PRIMJER PRORAČUNA VODA SA ZADANIM UVJETIMA OPTEREĆENJA NA NJEGOVOM POČETKU

Na praktičnom primjeru ilustriramo postupak računa sa zadanim energetske stanjem na početku voda i tražimo snagu i napon na kraju voda, pad napona i gubitke snage

Zadano: Trofazna snaga na početku voda $S_1 / \varphi_1 = P_1 - jQ_1 = 4000 - j3000 = 5000 / -36,9^\circ$ [kVA]

Složeni napon na početku voda $U_1 = 36$ [kV]

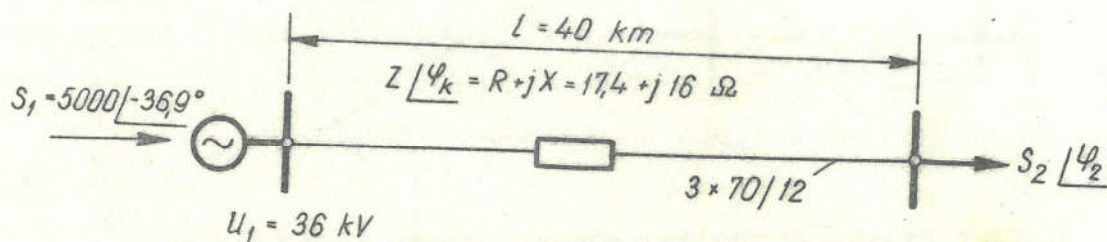
Duljina voda $l = 40$ [km]

Presjek vodiča alučel 6:1 $A = 70/12$ [mm²]

Induktivni otpor $X_0 = 0,4$ [Ω/km]

Djelatni otpor $R_0 = 0,435$ [Ω/km]

Na Sl. 5.5.1. prikazan je vod sa zadanim veličinama



Sl. 5.5.1. Vod sa zadanim energetske stanjem na početku

(a) B a z i č n e v e l i č i n e: Za bazične veličine biramo zadani napon i snagu na početku voda

$$U_b = U_1 = 36 \text{ [kV]}$$

$$S_b = S_1 = 50,00 \text{ [kVA]}$$

Slijede ostale bazične veličine

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{5000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 36 \cdot 10^3} = 80,5 \text{ [A]}$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{(36 \cdot 10^3)^2}{5 \cdot 10^6} = 259 \text{ [Ω]}$$

(b) J e d i n i č n e v e l i č i n e :

$$U_1^{\circ} = \frac{U_1}{U_b} = 1 \angle 0^{\circ}$$

$$S_1^{\circ} = \frac{S_1 \angle -36,9^{\circ}}{S_b} = 1 \angle -36,9^{\circ}$$

$$I^{\circ} = \frac{1 \angle -36,9^{\circ}}{I_b} = 1 \angle -36,9^{\circ}$$

$$Z^{\circ} = \frac{Z \angle \varphi_k}{Z_b} = \frac{23,65 \angle 42,6^{\circ}}{259} = 0,0913 \angle 42,6^{\circ} = 0,0672 + j0,0618 = R^{\circ} + jX^{\circ}$$

(c) N a p o n i s n a g a n a k r a j u v o d a :

$$\begin{aligned} U_2^{\circ} \angle \theta &= 1 - Z^{\circ} \angle \varphi_k - \varphi_1 \\ &= 1 - 0,0913 \angle 5,7^{\circ} \\ &= 1 - 0,0908 - j0,0091 \\ &= 0,909 - j0,0091 \\ &= 0,909 \angle -0,57^{\circ} \text{ ili } 32,7 \angle -0,57^{\circ} \text{ [kV]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_2^{\circ} \angle \varphi_2 &= 1 \angle -\varphi_1 - Z^{\circ} \angle -\varphi_k \\ &= 1 \angle -36,9^{\circ} - 0,0913 \angle -42,6^{\circ} \\ &= (0,8 - j0,6) - (0,0672 - j0,0618) = 0,733 - j0,538 \\ &= 0,909 \angle -36,4^{\circ} \text{ ili } 4545 \angle -36,4^{\circ} \text{ [kVA]} \end{aligned}$$

Za kontrolu računa $S_2^{\circ} = U_2^{\circ} = 0,909$ i $\theta = \varphi_2 - \varphi_1 = 36,4^{\circ} - 36,9^{\circ} = -0,5 \approx -0,57^{\circ}$,
koja razlika proizlazi iz netačnosti očitavanja na računalu.

(d) P a d n a p o n a i g u b i c i :

$$u = 1 - U_2^{\circ} = 1 - 0,909 = 0,091 \text{ ili } 9,1\%$$

$$p = \frac{R^{\circ}}{\cos \varphi_1} = \frac{0,0672}{0,8} = 0,084 \text{ ili } 8,4\%$$

$$q = \frac{X^{\circ}}{\sin \varphi_1} = \frac{0,0618}{0,6} = 0,103 \text{ ili } 10,3\%$$

Za kontrolu također vrijedi

$$\left(\frac{R^o}{p}\right)^2 + \left(\frac{X^o}{q}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{0,0672}{0,084}\right)^2 + \left(\frac{0,0618}{0,103}\right)^2 = 1$$

$$0,640 + 0,360 = 1$$

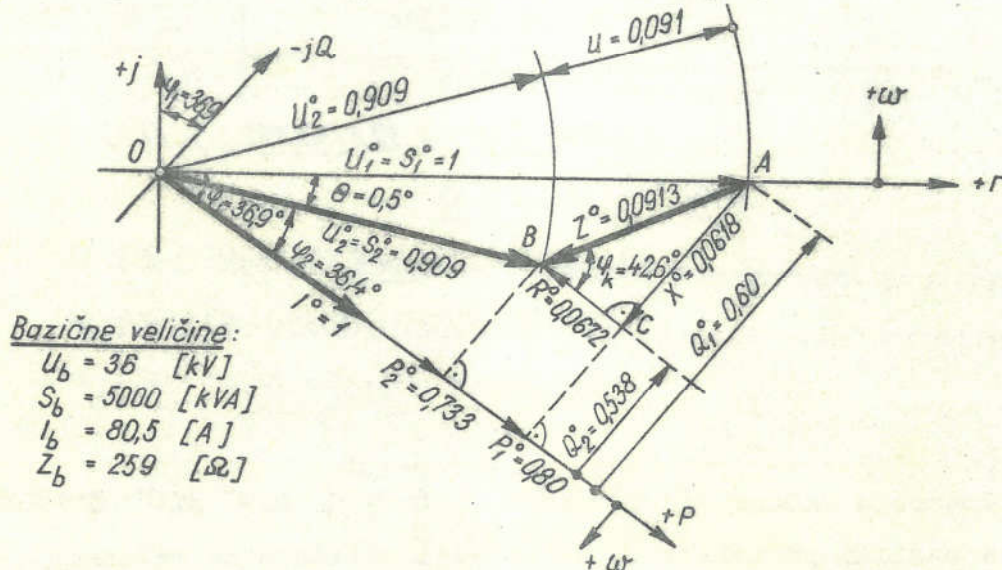
ili

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

$$\frac{0,909}{0,916} = \frac{0,80}{0,805}$$

$$0,995 = 0,995$$

(e) Dijagram napona i snage:



Sl. 5.5.2. Zajednički dijagram napona i snage za konkretni vod

Na zajedničkom dijagramu napona i snage s jediničnim veličinama nalazimo sve potrebne informacije o vodu. Korisno je uz dijagram navesti i bazične veličine.

Množimo li npr. R^o s bazičnim naponom U_b , dobivamo stvarni djelatni pad napona u vodu, naime

$$R^{\circ}U_b = 0,0672 \cdot 36 = 2,42 \text{---} kV$$

Slično za induktivnu komponentu pada napona

$$X^{\circ}U_b = 0,0618 \cdot 36 = 2,23 \text{---} kV$$

Uzdužni je pad napona

$$\begin{aligned} m &= R^{\circ} \cos \varphi_1 + X^{\circ} \sin \varphi_1 \\ &= 0,0672 \cdot 0,8 + 0,0618 \cdot 0,6 = 0,0538 + 0,0371 = 0,091 \end{aligned}$$

koji se praktički podudara s razlikom napona $u = 0,091 = m$. Stvarna je razlika napona

$$u U_b = 0,091 \cdot 36 = 3,28 \text{---} kV$$

Ovaj pad napona odnosi se na složeni napon, jer je i za bazu uzet složeni napon.

Množimo li npr. R° s bazičnom snagom, dobivamo djelatne gubitke u vođu, naime

$$R^{\circ}S_b = 0,0672 \cdot 5000 = 336 \text{---} [kW]$$

Slično za gubitak induktivne snage

$$X^{\circ}S_b = 0,0618 \cdot 5000 = 309 \text{---} [kVar]$$

Ovi se gubici odnose na sve 3 faze voda, jer je i za bazu uzeta trofazna snaga.

Stvarna djelatna snaga na kraju voda je

$$P_2^{\circ}S_b = 0,733 \cdot 5000 = 3665 \text{---} [kW]$$

Zajedno s gubicima $336 \text{---} [kW]$ dobivamo zadanu djelatnu snagu $4000 [kW]$ na početku.

Analogno dolazimo do stvarnih veličina za sve ostale komponente u dijagramu. Radi li se o naponskim komponentama, množimo ih sa bazičnim naponom; radi li se o komponentama snage, množimo ih s bazičnom snagom.

Tačna crtnja dijagrama u mjerilu u većini slučajeva niti je potrebna,

niti se mogu očitavati vrijednosti s dovoljnom tačnošću. Prednost treba dati kompleksnoj algebri. Dijagramski simbolički prikaz s naznačenim vrijednostima kao npr. na Sl. 5.5.2., u velikoj mjeri pomaže u fizikalnim predodžbama i zaključivanju o događajima na vodu.

6. ZADANO ENERGETSKO STANJE NA KRAJU VODA

Energetsko stanje na kraju voda također možemo definirati u 3 moguća oblika

1. Naponom U_2 i snagom S_2
2. Naponom U_2 i strujom I
3. Snagom S_2 i strujom I

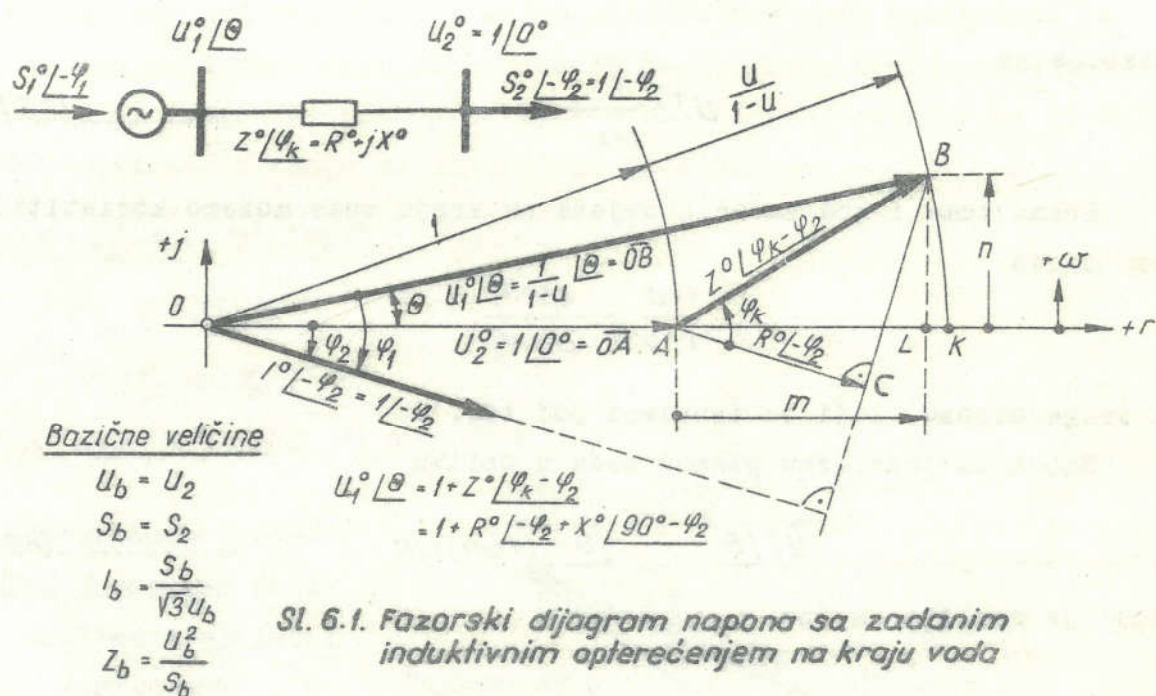
i u principu je svejedno, u kojem je obliku zadano. U praksi je najčešći prvi oblik. Jednu od zadanih veličina položeno u os referencije, kako bismo imali polaznu bazu za račun. Najčešće je to napon U_2 u naponskoj jednadžbi. Za bazične veličine koristimo ovdje zadane veličine na kraju voda, jer jednadžbe dobivaju time jednostavan i pregledan oblik.

Sa zadanim energetskim stanjem na kraju voda tražimo prilike na početku voda, pad napona u vodu, stepen korisnosti prijenosa i t.d. Pretpostavimo da je impedancija voda poznata. Pišemo neposredno naponsku jednadžbu s jediničnim veličinama, imajući na umu da su im baze zadane veličine na kraju voda

$$1. \quad U = 1 + Z^{\circ} / \varphi_k - \varphi_2 \quad \text{-----} [6.1.]$$

$$2. \quad U = 1 + R^{\circ} / -\varphi_2 + jX^{\circ} / -\varphi_2 \\ = 1 + R^{\circ} / -\varphi_2 + X^{\circ} / 90^{\circ} - \varphi_2 \quad \text{-----} [6.2.]$$

Argument φ_2 ima negativni predznak, pa se radi o induktivnom opterećenju. Prijenos jednadžbe u kompleksnu ravninu provodimo po poznatom postupku, kako je prikazano na Sl. 6.1.



Iz naponske jednačbe slijedi

$$\begin{aligned}
 U_1 \angle \theta &= 1 + R^\circ (\cos \varphi_2 - j \sin \varphi_2) + jX^\circ (\cos \varphi_2 - j \sin \varphi_2) \\
 &= 1 + (R^\circ \cos \varphi_2 + X^\circ \sin \varphi_2) + j(X^\circ \cos \varphi_2 - R^\circ \sin \varphi_2) \\
 &= (1+m) + jn
 \end{aligned}
 \tag{6.3}$$

Označili smo da je

$$m = R^\circ \cos \varphi_2 + X^\circ \sin \varphi_2 \tag{6.4}$$

$$n = X^\circ \cos \varphi_2 - R^\circ \sin \varphi_2 \tag{6.5}$$

kao uzdužnu i poprečnu komponentu pada napona. Jednačbu [6.4] služiti će nam kao baza za električko dimenzioniranje voda kod zadanih uvjeta na njegovom kraju.

Kako je za bazični napon odabran napon na kraju voda, slijedi

$$U_1^\circ = \frac{U_1}{U_b} = \frac{U_1}{U_2}$$

Prema našoj definiciji je relativna razlika napona

$$u = \frac{u_1 - u_2}{u_1}$$

tako da je

$$u_1^{\circ} = \frac{1}{1-u} \quad \text{-----} [6.5.]$$

Prema tome i kod zadanih uvjeta na kraju voda možemo koristiti važan odnos

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

i druge odnose, koji su izvedeni pod tač. 2.

Naponsku jednadžbu pišemo sada u obliku

$$u_1^{\circ} / \theta = \frac{1}{1-u} / \theta = (1+m) + jn \quad \text{-----} [6.6.]$$

gdje je razlika napona

$$u = 1 - \frac{1}{\sqrt{(1+m)^2 + n^2}} \quad \text{-----} [6.7.]$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{n}{1+m} \quad \text{-----} [6.8.]$$

Na praktičnim vodovima redovno je $(1+m) \gg n$, tako da je

$$m \cong \frac{u}{1-u} \quad \text{-----} (6.9.)$$

Na Sl. 6.1. ova je razlika prikazana dužinom $\overline{KL}$.

Naponski dijagram za kapacitivno opterećenje vidimo na Sl. 6.2.

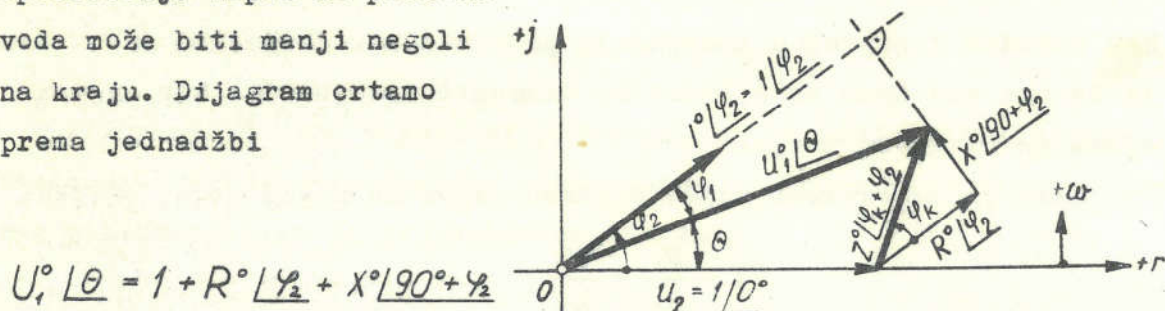
Pod okolnostima za ovu vrst

opterećenja napon na početku

voda može biti manji negoli

na kraju. Dijagram crtamo

prema jednadžbi



Sl. 6.2. Naponski dijagram za zadano kapacitivno opterećenje na kraju voda

6.2. ZAJEDNIČKI DIJAGRAM NAPONA I SNAGE

Da dobijemo zajednički dijagram napona i snage, ovdje ćemo također transformirati jednadžbu snage sve dok se njeni pojedini fazori u dijagramu ne poklapaju s naponskim ili strujnim fazorima. Napišimo još jednom obe jednadžbe u polarnom obliku za induktivno opterećenje

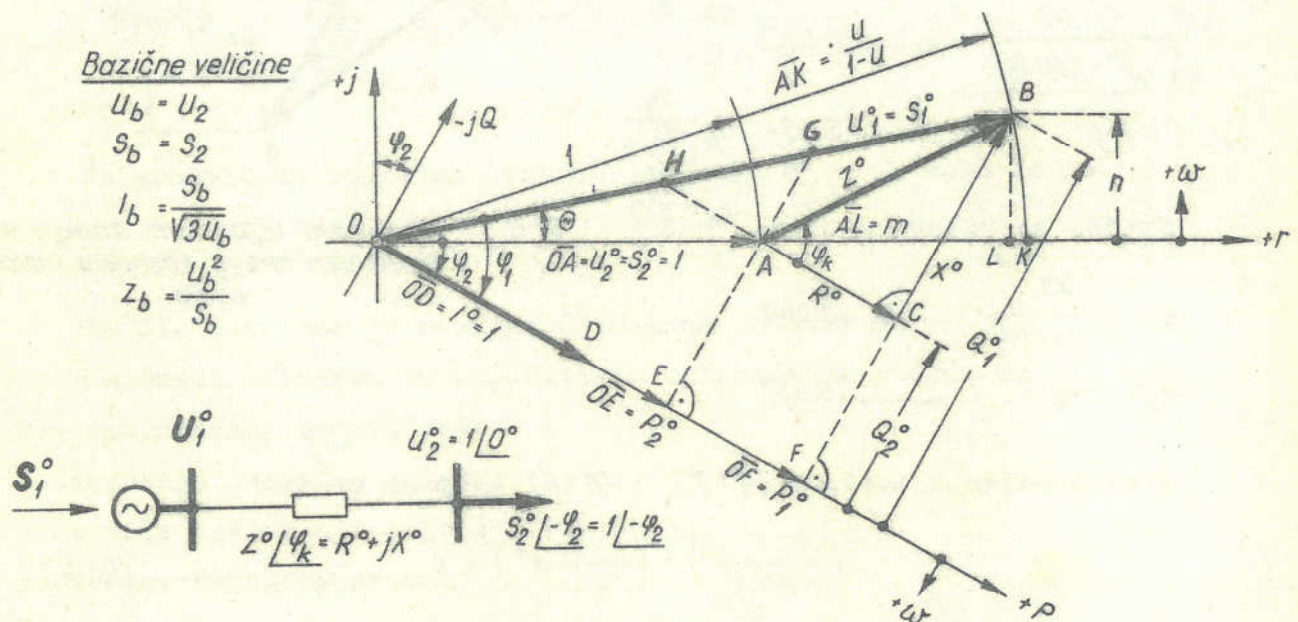
$$U_1^\circ / \theta = 1 + Z^\circ / \varphi_k - \varphi_2$$

$$S_1^\circ / -\varphi_1 = 1 / -\varphi_2 + Z^\circ / -\varphi_k$$

Množimo drugu jednadžbu jediničnim fazorom $1 / \varphi_2$ i tražimo konjugirano kompleksni izraz, dobivamo, imajući u vidu da je $\theta = \varphi_2 - \varphi_1$

$$(S_1^\circ / -\varphi_1 \cdot 1 / \varphi_2)^* = S_1^\circ / \theta = 1 + Z^\circ / \varphi_k - \varphi_2 \quad (6.2.1.)$$

S ovom transformacijom u dva koraka jednadžba snage se po svom obliku podudara s naponskom jednadžbom. Rezultat ove operacije prikazan je na Sl. 6.2.1.



Sl. 6.2.1. Zajednički dijagram napona i snage za zadano energetska stanje na kraju voda s induktivnim opterećenjem

Za naponske komponente vrijedi ravnina (r, j) i za komponente snage ravnina (P, Q) . Pozitivni smjer vrtnje za obe ravnine naznačen je na

slici.

Stvarne komponente napona dobivamo iz produkta jediničnog i bazičnog napona. Npr. prividni pad napona

$$AB = Z^{\circ} U_b \quad \text{-----}[V]$$

dok je prividni gubitak snage u vodu

$$AB = Z^{\circ} S_b \quad \text{-----}[VA]$$

Jednako postupamo za svaku drugu komponentu dijagrama. Lako se snalazimo pri utvrđivanju odgovarajućih argumenata za pojedine komponente; oni rezultiraju iz kuteva φ_2 , φ_1 i φ_k , koji su označeni na slici.

I ovdje vrijede već prije izvedeni odnosi

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{U_2^{\circ}}{U_1^{\circ}} = \frac{S_2^{\circ}}{S_1^{\circ}}$$

zbog kojih je i moguće prikazati napone i snage istim dijagramom.

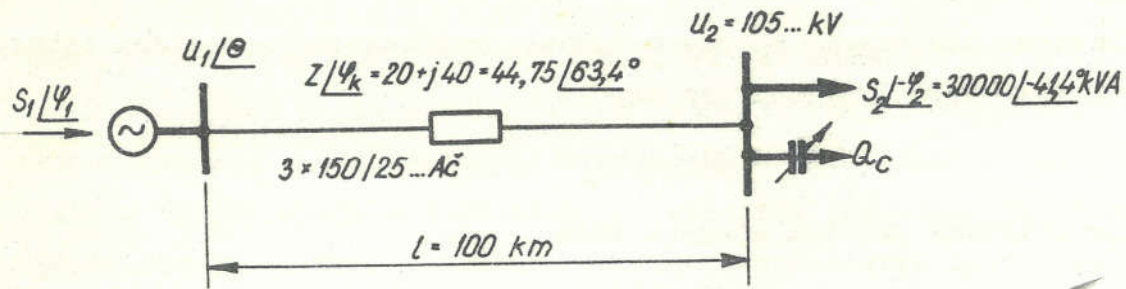
U pogledu određivanja stepena korisnosti ili gubitaka evidentno izlazi promatranjem dijagrama

$$p = \frac{\overline{EF}}{\overline{OF}} = \frac{\overline{BG}}{\overline{OB}}$$
$$q = \frac{\overline{BC}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{BH}}{\overline{OB}}$$

Slični bismo dijagram crtali za kapacitivni teret i preporuča se čitaocu da ga razmotri.

6.3. PRIMJER KOMPENZACIJE JALOVE SNAGE

Na kraju 110 kV voda je industrijski potrošač s maksimalnom snagom 30000 kVA i faktorom snage 0,75 kod napona 105 kV. Regulacijom na početku voda ovaj se napon može održavati konstantnim i za sve druge terete. Odredi veličinu kompenzatora i kod potrošača za kompenzaciju faktora snage na 0,90? Koji je efekt ove kompenzacije na naponske prilike i gubitke u vodu? Podatke voda vidimo na Sl. 6.3.1.



Sl.6.3.1. Primjer kompenzacije jalove snage

Zadane veličine:

$$U_2 = 105 \text{ ----} [\text{kV}]$$

$$S_2 = P_2 - jQ_2 = 30000 \angle -41,4^\circ = 22500 - j19800 \text{ ----} [\text{kVA}]$$

$$Z/Y_k = R + jX = 20 + j40 = 44,75 \angle 63,4^\circ \quad [\Omega]$$

(a) Odabrane bazične veličine:

$$U_b = 105 \text{ ----} [\text{kV}]$$

$$S_b = 30000 \text{ ----} [\text{kVA}]$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{30000}{\sqrt{3} \cdot 105} = 165 \text{ ----} [\text{A}]$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{(105)^2 \cdot 10^6}{30 \cdot 10^6} = 368 \text{ ----} [\Omega]$$

(b) Jedinичne veličine:

$$U_2^o = 1 \angle 0^\circ$$

$$S_2^o = 1 \angle -41,4^\circ = 0,750 - j0,660$$

$$I^o = 1 \angle -41,4^\circ = 0,750 - j0,660$$

$$Z^o = 0,1215 \angle 63,4^\circ = 0,0545 + j0,1086$$

(c) N a p o n s k e p r i l i k e b e z k o m p e n z a c i j e:

$$\begin{aligned} U_1^{\circ} / \theta &= 1 + Z^{\circ} / \varphi_k - \varphi_2 \\ &= 1 + 0,1215 / 22^{\circ} \\ &= 1 + 0,1125 + j0,0455 \\ &= 1,1125 + j0,0455 \\ &= 1,113 / 2,35^{\circ} \text{ ili } 117 / 2,35^{\circ} \text{ ----- [kV]} \end{aligned}$$

$$u = \frac{U_1^{\circ} - 1}{U_1^{\circ}} = \frac{0,113}{1,113} = 0,1015 \text{ ili } 10,15 \%$$

(d) S n a g e i g u b i c i b e z k o m p e n z a c i j e:

$$\begin{aligned} S_1^{\circ} / -\varphi_1 &= 1 / -\varphi_2 + Z^{\circ} / -\varphi_k \\ &= 1 / -41,4^{\circ} + R^{\circ} - jX^{\circ} \\ &= 0,75 - j0,66 + 0,0545 - j0,1086 \\ &= 0,805 - j0,769 \\ &= 1,113 / -43,7^{\circ} \text{ ili } 33390 / -43,7^{\circ} \text{ ----- [kVA]} \end{aligned}$$

$$\cos \varphi_1 = 0,723$$

$$P = \frac{R^{\circ}}{R^{\circ} + \cos \varphi_2} = \frac{0,0545}{0,0545 + 0,75} = \frac{0,0545}{0,805} = 0,0679 \text{ ili } 6,79 \%$$

Kontrolni račun:

$$\frac{1 - u}{1 - p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

$$\frac{1 - 0,1015}{1 - 0,0679} = \frac{0,723}{0,750}$$

$$0,964 = 0,964$$

(e) V e l i č i n a k o m p e n z a t o r a:

Kompensaciju provodimo od faktora snage 0,75 na 0,90. Odgovarajući kutevi su $41,4^{\circ}$ i $25,8^{\circ}$, kako vidimo na Sl. 6.3.2. Napon i djelatna snaga na kraju nekompenziranog i kompenziranog voda ostaju nepromijenjeni.

Slijedi da je na kompen-
ziranom vodu

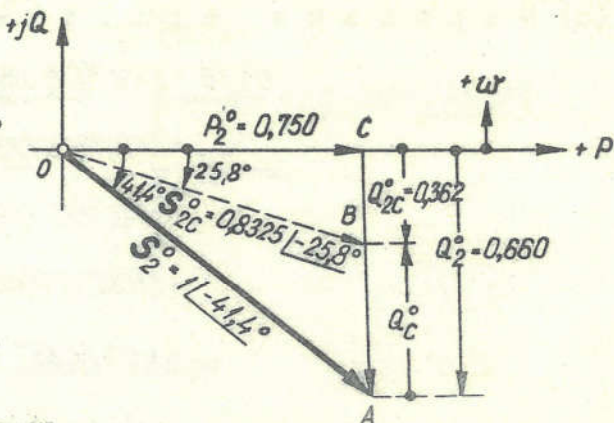
$$S_{2C}^{\circ} = P_2^{\circ} - jQ_{2C}^{\circ} = 0,75 - j0,362 = 0,8325 \angle -25,8^{\circ}$$

Veličina kompenzatora

$$\overline{AB} = Q_c^0 = Q_2^0 - Q_{C2}^0 = 0,660 - 0,362 = 0,298$$

odnosno

$$Q_C = Q_C^{\circ} \cdot S_b = 0,298 \cdot 30000 = 8940 \text{ RVAR}$$



Sl. 6.3.2. Određivanje veličine kompenzatora na dijagramu snage

(f) Naponi i pad napona na kompenzira-
nomvodu:

Za kompenzirani vod koristimo sada općenitu naponsku jednadžbu s jediničnim veličinama

$$u_1^0 = u_2^0 + 1^0 z^0$$

Napon $U_2^0 = U_2^0 / 0^\circ = 1 / 0^\circ$ je jednak za nekompensirani i kompenzирани vod. Na kompenziranomvodu mijenja se međjutim struja, odnosno snaga i znademo, da je u jediničnom računu struja numerički jednaka snazi, naime, u našem slučaju prema (e)

$$I^{\circ} = S_{2C}^{\circ} = 0,8325 / -25,8^{\circ}$$

tako da je

$$\begin{aligned} U_1^{\circ} &= 1 + 0,8325 / \underline{25,8} \cdot 0,1215 / \underline{63,4}^{\circ} \\ &= 1 + 0,101 / \underline{37,6}^{\circ} \\ &= 1,08 / \underline{3,27}^{\circ} \text{ ili } 113,5 / \underline{3,27}^{\circ} \text{ --- [kV]} \end{aligned}$$

Razlika ili pad napona

$$\alpha = \frac{u_i^0 - 1}{u_i^0} = \frac{1,08 - 1}{1,08} = 0,074 \text{ ili } 7,4 \%$$

(g) Snage i gubici na kompenziranom
vodu;

Budući da uključivanjem kondenzatora mijenjamo snagu na kraju voda, koristimo s tog razloga općeniti oblik jednadžbe za snagu

$$S_1^{\circ} = S_2^{\circ} + (I^{\circ})^2 (Z^{\circ})^*$$

u koju uvrstimo za naš primjer

$$\begin{aligned} S_{1C}^{\circ} &= 0,8325 \angle -25,8^{\circ} + (0,8325)^2 \cdot 0,1215 \angle -63,4^{\circ} \\ &= 0,75 - j0,362 + 0,0377 - j'0,0753 \\ &= 0,788 - j0,4373 \\ &= 0,90 \angle -29,1^{\circ} \text{ ili } 27000 \angle -29,1^{\circ} \text{ ---- [kVA]} \end{aligned}$$

Djelatni gubici su

$$P = \frac{R^{\circ}}{R^{\circ} + \cos \varphi_2} = \frac{0,0377}{0,0377 + 0,75} = 0,048$$

dok je faktor snage na početku voda

$$\cos \varphi_1 = \cos (-29,1^{\circ}) = 0,873$$

Kontrola ispravnosti računa slijedi iz odnosa

$$\begin{aligned} \frac{1-u}{1-p} &= \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \\ \frac{1-0,074}{1-0,048} &= \frac{0,873}{0,90} \\ 0,97 &= 0,97 \end{aligned}$$

takodjer iz odnosa

$$\begin{aligned} \frac{S_{2C}^{\circ}}{S_{1C}^{\circ}} &= \frac{U_2^{\circ}}{(U_1^{\circ})^*} \\ \frac{0,8325 \angle -25,8^{\circ}}{0,90 \angle -29,1^{\circ}} &= \frac{1 \angle 0^{\circ}}{1,08 \angle -3,27^{\circ}} \\ 0,925 \angle 3,3^{\circ} &\cong 0,925 \angle 3,27^{\circ} \end{aligned}$$

(h) E f e k t k o m p e n z a c i j e:

U TABlici 6.3.1. vidimo odnose naponskih prilika, snaga, gubitaka i faktora snage za nekompenzirani i kompenzirani vod. Poznajemo li troškove za kompenzacijsni uređaj, cijenu električne energije i t.d., iz ovih odnosa zaključujemo o ekonomskom efektu i rentabilitetu

kompensacije. Ekonomski faktor snage do kojeg se isplati kompenzacija zavisi o obliku tarife.

Na drugom mjestu upoznati ćemo поближе utjecaj faktora snage na prijenosne prilike u vodu kao i račun rentabiliteta kompenzacije jalove snage.

Tablica 6.3.1.

Bazične veličine: $U_b = U_2 = 105 \text{ kV}$; $S_b = S_2 = 30000 \text{ kVA}$; $I_b = 165 \dots \text{A}$; $Z_b = 368 \dots \Omega$										
Vod	U_2°	U_1°	S_2°	S_1°	Q_C°	u	ρ	$\cos \varphi_2$	$\cos \varphi_1$	Z° / φ_k
Nekompenzirani	1	1,113	1	1,113	—	0,1015	0,0679	0,75	0,723	0,1215
Kompenzirani	1	1,08	0,8325	0,90	0,298	0,074	0,048	0,90	0,873	163,4°

Osvrnimo se i na utjecaj kapaciteta dalekovoda koji smo zanemarili.

Neka je

srednji geometrijski razmak vodiča ----- $D = 4,5 \text{ m}$

polumjer vodiča ----- $a = 8,65 \text{ mm}$

dobivamo za kapacitivnu vodljivost voda

$$B \frac{2\omega\pi\epsilon}{\ln \frac{D}{a}} \cdot l = \frac{2 \cdot 314 \cdot \pi}{36 \cdot \pi \cdot 10^9 \ln \frac{450}{0,865}} \cdot 10^5 = 2,8 \cdot 10^{-4} \dots [s]$$

Na svaki kraj voda koncentriramo polovicu u π - shemi. Prema tome je u kompenziranoj mreži

$$\text{kapacitivna snaga na kraju voda } U_2^2 \frac{B}{2} = (105)^2 \cdot 10^3 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4} = 1540 \dots \text{kVar}$$

$$\text{kapacitivna snaga na početku voda } U_1^2 \frac{B}{2} = (113,5)^2 \cdot 10^3 \cdot 1,4 \cdot 10^{-4} = 1800 \text{ kVar}$$

Veličina kompenzatora na kraju voda može biti manja za 1540 kVar ili

$$Q_C = 8940 - 1540 = 7400 \dots \text{kVar}$$

Struja u vodu time se nije promijenila. Povećava se međjutim faktor snage na početku voda koji se može lako korigirati. Naime,

$$S_{ic} = 27000 \angle -29,1^\circ + 1800 \angle 90^\circ = 23600 - j13100 + j1800 = 23600 - j11300 = 26200 \angle -25,6^\circ [\text{kVA}]$$

$$\cos \varphi_1 = 0,905$$

Kapacitivnost voda umanjuje veličinu kompenzatora kod potrošača na kraju voda i poboljšava faktor snage na početku voda.

7. ELEKTRIČKO DIMENZIONIRANJE RL VODA

U osnovnim jednadžbama voda za napon i snagu

$$U_1^o = U_2^o + I^o Z^o$$

$$S_1^o = S_2^o + (I^o)^2 (Z^o)^*$$

tri veličine moraju biti poznate, da bismo utvrdili četvrtu. U praksi je obično zadano

1. Snaga na početku ili kraju voda ----- $S / \pm \varphi$
2. Duljina voda ----- l
3. Materijal vodiča
4. Nadzemna ili kabelska izvedba

Preostale veličine u jednadžbama su nepoznate, pa ih treba procijeniti prema iskustvu i prilagoditi eventualno specifičnim zahtjevima.

Potrebno je odabrati napon i presjek vodiča, koji su raspoloživi u standardima.

Pod snagom $S / \pm \varphi$ razumjevamo maksimalnu snagu koja se prenosi vodom, a koja se redovno mijenja tokom dana, tjedna, mjeseci ili sezonski, što zavisi o karakteru opterećenja potrošača. Prema tome i zadani faktor snage odnosi se na maksimalnu snagu, a koji je takodjer općenito promjenljiv kao i opterećenje.

Elemente energetske mreže grubo svrstavamo u tri grupe: proizvodne kao npr. generator, prijenosne kao npr. transformator ili vod i potrošne, kao npr. motor, električki štednjak, žarulja i t.d. Svaki od ovih elemenata definiran je svojim nazivnim naponom, nazivnom snagom ili frekvencijom, nazivnom strujom, faktorom snage ili drugim nazivnim veličinama. Na vod prema tome gledamo kao na prijenosni element koji je definiran svojim nazivnim naponom, frekvencijom i nazivnom snagom, pod kojom se razumijeva maksimalna snaga s odredjenim faktorom snage, i ove su veličine mjerodavne za njegovo dimenzioniranje.

Pri dimenzioniranju voda uzimamo u obzir niz faktora gdje prvenstveno uvažavamo propise ili preporuke u pogledu električke, mehaničke i termičke sigurnosti. Ovim propisima ili preporukama raspolaže svaka napredna zemlja za nadzemne, kabelske i izolirane vodove. Važan je

faktor pogonska sigurnost u pogledu dobave električne energije potrošaču, što se pri dimenzioniranju uzima u obzir prema konkretnim prilikama i posebnim zahtjevima.

Ovdje ćemo se ograničiti na električko dimenzioniranje, gdje su električke dimenzije osnova za mehanički račun voda, koji također treba uskladiti s propisima. Obično se navodi 3 kriterija za električko dimenzioniranje voda:

1. Pad napona;
2. Gubici snage i
3. Granica ugrijavanja.

Prva dva kriterija u biti rezultiraju iz ekonomskih razmatranja prijenosa. Kada su pad napona i gubici unutar granica dobre ekonomije, tada dolazi u obzir eventualno treći kriterij graničnog ugrijavanja vodiča. Obično je to slučaj kod kratkih vodova, kabela i izoliranih vodova za upotrebu u zgradama i tvorničkim halama. Niti u kojem slučaju trajna struja u vodiču ne smije prekoračiti granicu ugrijavanja koja je određena propisom.

U svakom priručniku nalazimo granične struje ugrijavanja za standardne vodiče iz različitog materijala koji se upotrebljavaju za nadzemne vodove, kabele i izolirane vodove. Za standardne izvedbe kabela do 60 ... kV u priručnicima nalazimo pored drugih podataka također približne vrijednosti za L i C , koji mogu služiti za bazu pri dimenzioniranju. Za uljne i plinske kabele visokog napona ovi se podaci dobivaju neposredno od tvornice, koja ih isporučuje.

O električkom dimenzioniranju nadzemnih, kabelskih ili izoliranih vodova niskog napona govoriti će se na drugom mjestu. Pažnju ćemo posvetiti nadzemnim vodovima visokog napona; na istom principu počiva i dimenzioniranje kabelskih vodova, koji je račun jednostavniji, ako su raspoloživi potrebni podaci.

7.1. KRITERIJ PADA NAPONA

U našem standardu za napone definirani su *n a z i v n i* i *m a k s i m a l n i* naponi. Maksimalni napon je baza za određivanje stepena sigurnosti izolacije pojedinih elemenata mreže. Prema propisima

ovaj se stepen sigurnosti ispituje naponima industrijskih frekvencija i udarnim naponima propisnog oblika.

Standardom se ne propisuje maksimalni i minimalni napon mreže u pogonu. Izuzetak vrijedi za mreže niskog napona, gdje se propisuje ili preporučuje, da maksimalna promjena napona mreže u pogonu neka ne bude izvan okvira $\pm 10\%$, odnosno $\pm 5\%$ nazivnog napona. Ovo je u skladu s preporukama internacionalnih elektrotehničkih propisa (IEC). U propisima nekih naprednih industrijskih zemalja nalazimo granicu $\pm 6\%$ (Britanija) i $\pm 5\%$ (Njemačka). Pritom se isključuje kratkotrajni pogon u slučaju smetnji, defekta, popravaka i slično.

Izbor maksimalnog pada napona na vodu visokog napona u svrhu električkog dimenzioniranja prepušta se projektantu. Već smo spomenuli, da je to u osnovi ekonomski problem. Biramo li mali pad napona, dobivamo velike presjeke vodiča i skupe vodove, no s malim gubicima snage i energije. Biramo li veliki pad napona, dobivamo male presjeke vodiča i jeftine vodove, no s velikim gubicima snage i energije. U prvom slučaju investicije su velike, troškovi u pogonu mali. Obrnuto je u drugom slučaju.

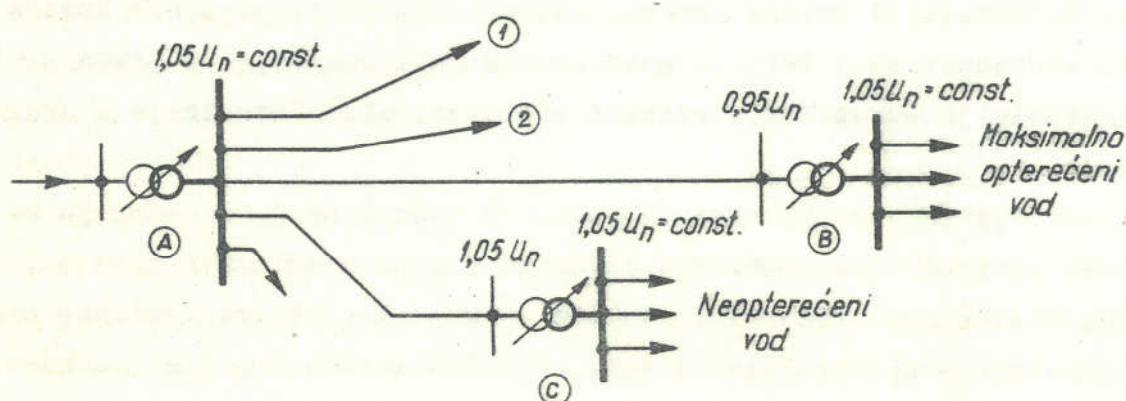
Očeto je da postoji optimum, kada je cijena snage i energije na kraju voda minimum. Pretpostavimo li da su cijene materijala poznate, isto tako cijena snage i energije sistema na koji se vod priključuje, nadalje godišnje stope troškova i t.d., ekonomski račun ne čini teškoće, ako su maksimalne snage i energije, koje želimo vodom prenositi, tačno definirane.

Tamo gdje su potrebni podaci za ekonomski račun nepoznati ili nesigurni, projektant ih obilazi i prema iskustvu procijeni pad napona kod maksimalnog opterećenja, koji je tada osnova za električko dimenzioniranje voda.

Znademo da svako trošilo u mreži, bilo niskog ili visokog napona, radi s najboljom ekonomijom kod nazivnog napona, za koje je i gradjeno. Zanimljivo je istaknuti, da neke zemlje primarni namot transformatora propisom tretiraju kao trošilo, na kojemu narinuti napon smije varirati u stanovitim granicama, ako želimo da radi u granicama dobre ekonomije. Tvornice transformatora obično garantiraju ekonomski rad

transformatora u granicama $\pm 5\%$ nazivnog napona. Izvan tih granica transformator radi s lošijom ekonomijom, ili se njegova životna dob skraćuje, ako koristimo njegovu punu nazivnu snagu izvan navedenih graničnih napona.

S ovim primjedbama promatrajmo mrežu visokog napona na Sl. 7.1.1. Na sekundarnoj strani transformatorske stanice A izlaze redovno nekoliko vodova koji su općenito različito opterećeni. Dok je jedan od njih npr. opterećen s maksimumom, drugi je moguće neopterećen, jer se maksimalne snage pojedinih vodova vremenski ne poklapaju. Regulacionim transformatorom A nismo u mogućnosti provoditi regulaciju napona prema zahtjevima tereta na pojedinim vodovima, koji općenito mogu biti oprečni. Dok potrošač na vodu 1 želi npr. da mu se napon snizi, potrošač na vodu 2 traži viši napon.



Sl. 7.1.1. Dopusćeni pad napona na vodu visokog napona

Nameće se samo po sebi da na sekundarnim sabirnicama A održavamo konstantni napon $1,05 U_n$ kod svih opterećenja izlazećih vodova. Na primarnom namotu transformatora C neopterećenog voda, kako je naznačeno na slici, dobivamo tada napon $1,05 U_n$. Na primarnom namotu transformatora B maksimalno opterećenog voda dobivamo napon $0,95 U_n$, jer smo postavili donju granicu -5% nazivnog napona, koji još dopuštamo da se narine na primaru transformatora. U oba je slučaja maksimalna razlika napona u mreži $\pm 5\%$ nazivnog. Ova se razlika napona može održavati u mreži za sva pogonska opterećenja pomoću regulacionih

transformatora, koji su na slici označeni strijelicom. Prema ovom gledanju zadaća je regulacionog transformatora da kompenzira pad napona koji se pojavljuje u samom transformatoru kao i na vodu ispred njega.

U skladu s definicijom razlike ili pada napona pod tač. 2. slijedi, da bi maksimalni pad napona u vodu prema gornjem kriteriju smio iznositi

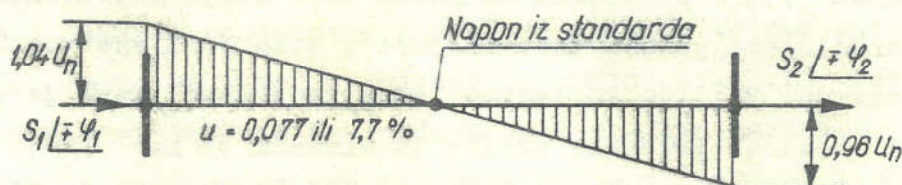
$$u = \frac{U_1 - U_2}{U_1} = \frac{1,05 U_n - 0,95 U_n}{1,05 U_n} = \frac{0,1}{1,05} \approx 0,095 \text{ ili } 9,5 \%$$

Pored ekonomskih i drugi razlozi navode nas, da ovu granicu snizimo za $\pm 1\%$, tako da je

$$u = \frac{1,04 U_n - 0,96 U_n}{1,04 U_n} = \frac{0,08}{1,04} \approx 0,077 \text{ ili } 7,7 \% \quad \text{-----} [7.1.1.]$$

Razlika $\pm 1\%$ je rezerva za provizorne i povremene pogone u slučaju defekta, popravaka u mreži i slično. Imamo na umu da je veliki pad napona uzrokom i velikih gubitaka djelatne snage, na što nas upućuje formula

U slijedećim računima formula [7.1.1.] biti će nam baza za električko dimenzioniranje voda prema kriteriju pada napona. Pretpostavljati ćemo kod maksimalnog opterećenja naponske prilike na početku i kraju voda kako je prikazano na Sl. 7.1.2., gdje u sredini voda vlada jedan od nazivnih napona ~~z~~ standarda.



Sl. 7.1.2. Izbor maksimalnog pada napona za električko dimenzioniranje voda

U prvoj aproksimaciji za dobivanje električkih dimenzija voda koristimo izraz za uzdužni pad napona prema formulama [5.1.2.] i [6.4.], već prema tome, da li nam je zadana snaga na početku ili kraju voda. Na praktičnim vodovima razlika napona „ u “ i uzdužni pad napona „ m “ jedva da se razlikuju. Sa zadanom snagom na početku je

$$u \cong m = R \cos \varphi_1 + X \sin \varphi_1$$

Kada se bazične i zadane veličine na početku voda podudaraju, slijedi

$$m = (R \cos \varphi_1 + X \sin \varphi_1) \frac{S_1}{U_1^2} \quad \text{-----} (7.1.2)$$

Uvrstimo u ovu formulu za

$$R = \frac{l}{\gamma A} \quad \text{-----} [\Omega]$$

$$X = X_0 l = \omega L_0 l \quad \text{----} [\Omega]$$

gdje se X_0 odnosi na induktivni otpor vodiča za 1... m njegove dužine. Dobivamo da je presjek vodiča

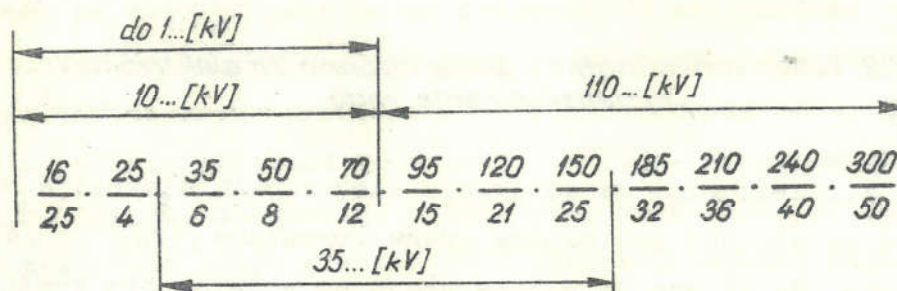
$$A = \frac{S_1 l \cos \varphi_1}{\gamma (m U_1^2 - X_0 S_1 l \sin \varphi_1)} \quad \text{-----} [m^2] \quad \text{-----} (7.1.3)$$

To je polazna jednačba za određivanje presjeka vodiča, u kojoj nam je još uvijek A , U_1 i X_0 nepoznat. Sve su veličine u jednačbi izražene u MKSA jedinicama, kako ne bi došlo do zabune. U prvoj aproksimaciji pretpostavljamo također da je

$$X_0 = 0,4 \cdot 10^{-3} \quad \text{-----} \left[\frac{\Omega}{m} \right] \quad \text{-----} (7.1.4)$$

jer se induktivni otpor vrlo sporo mijenja za uobičajene izvedbe nadzemnih vodova različitih presjeka i napona.

U jednačbi (7.1.3) preostale su prema tome dvije nepoznanice A i U_1 , koje određujemo pokušajima, imajući u vidu presjeke vodiča i napone iz standarda. Pri tom koristimo iskustvo prakse, kako je prikazano na donjoj shemi za presjeke vodiča iz alučela 6:1.



Sl. 7.1.3. Uobičajeni presjeci nadzemnih distributivnih vodova iz alučela 6:1

Presjek 16/2,5 je minimalni presjek koji je propisan iz mehaničkih razloga. Vodovi napona do 1.....kV i 10.....kV imaju zajedničko područje presjeka, kojima se najčešće grade. Izvan tog područja nailazimo na teškoće u pogledu mehaničkih opterećenja standardnih izolatora, nosnih konstrukcija i t.d. Ako je za ovo područje napona potreban veći presjek zbog opterećenja ili drugih razloga, prelazi se ili na dvostruki vod na istim odnosno posebnim stupovima ili na slijedeći viši standardni napon. Isključujemo dakako iznimke.

Napon 35 kV obuhvaća područje presjeka od 35 ÷ 150, iako se prvi i posljednji upotrebljava više u iznimnim slučajima. I ovdje nema oštih granica. Dobiva li se tim naponom presjek koji je izvan navedenog područja potrebno je razmotriti mogućnost dvostrukog voda ili prijelaz na slijedeći viši ili niži standardni napon, što zavisi o konkretnim prilikama i raspoloživim naponima na terenu. U kalkulaciju dakako treba uključiti i troškove za transformaciju, izgleda za budući razvoj konzuma i slično.

Napon 110.....kV imade minimalni presjek 95, koji je nekako na granici i zbog pojave korone. Najčešći presjek za glavne vodove je 240.

Poželjno je da se za opću elektrifikaciju širokih područja odaberu za svaki napon samo dva presjeka, jedan veći za glavne i drugi manji za sporedne vodove, koji napajaju područja manjeg značaja s malim izgledom za razvoj konzuma. Ovime se postiže ušteda radi standardizacije i tipizacije materijala, stupova, izvedaba, pribora, alata, rezervnog materijala i t.d. Moderne tendencije u gradnji glavnih vodova su vodovi s dvije trojke. Traže se također uštede za gradnju takovih vodova s 2 vodiča u pramenu, slično kao kod vodova vrlo visokih napona.

S gornjim napomenama tražimo sada odnos između A i U_1 , koji se može prikazati funkcijom, budući da su u (7.1.3.) sve ostale veličine poznate. Ova je funkcija prikazana na Sl. 7.1.4., na kojoj nas zanima samo šrafirano područje od $A = 300$ do $A = 16... mm^2$. Naime

za $A \rightarrow \infty$ dobivamo $mU_1^2 = X_0 S_l l \sin \varphi_1$

$$\text{ili } U_{1min} = \sqrt{\frac{X_0 S_l l \sin \varphi_1}{m}} \dots [V] \dots (7.1.4.)$$

To je minimalni napon kojim počinjemo pokušaj; dobivamo li npr. da je $U_{1min} = 27,5 \dots kV$, prelazimo na slijedeći viši napon iz standarda 35....kV. Da nadjemo A , u formulu (7.1.3.) uvrstimo $U_1 = 1,04 \cdot 35 = 36,4 kV$. Dobiveni presjek zaokružimo na najbliži standardni iz područja presjeka za 35....kV, koji je naznačen na Sl. 7.1.3. Ako izlazi da je A izvan toga područja, prelazimo na viši standardni napon 110 kV ili na dvostruki 35 kV vod. U tom slučaju u formulu (7.1.3.) uvrstimo umjesto S_1 polovicu snage $S_1/2$, pa se račun ponovi i dobiveni presjek zaokruži na najbliži iz tog područja.

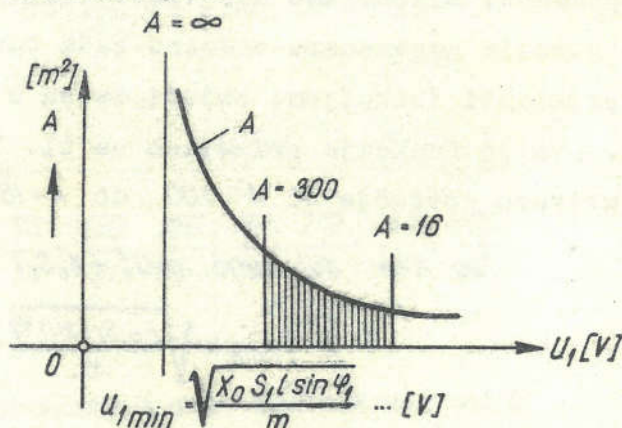
Kada je $\cos \varphi_1 = 1$, slijedi $\sin \varphi_1 = 0$, gdje je prema (7.1.4.) $U_{1min} = 0$, dok je

$$A = \frac{S_1 l}{\gamma \cdot m \cdot U_1^2} \quad \text{----- (7.1.5)}$$

U tom slučaju provodimo pokušaj redom s naponima iz standarda, gdje nemamo veliki izbor. Za U_1 uvrštavamo napone $1,04 U_n$ i dobiveni presjek zaokružimo na najbliži standardni u naznačenom području na Sl. 7.1.3., bilo za jednostruki ili dvostruki vod. S malo rutine do rezultata dolazimo već u prvom pokušaju. Ne zaboravljamo da se A odnosi na stvarni presjek koji se nešto razlikuje od nazivnog.

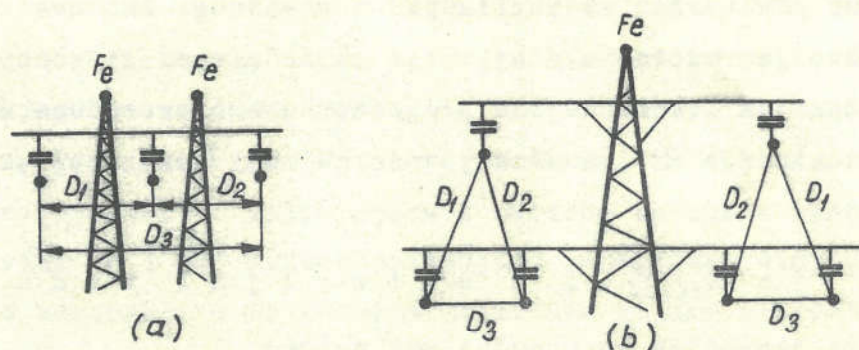
U praksi se često postavlja zantjev, da vod bude gradjen kao dvostruki vod s dvije trojke na istim stupovima. To zavisi o važnosti voda i mogućnosti njegove etapne izgradnje. Montaža druge trojke provede se nakon što se prva trojka napuni snagom za koju je dimenzioniran. Ovaj proces razvoja konzuma može potrajati nekoliko godina, pa dobivamo izvjesne uštede na početnim investicijama.

Izborom standardnog A i U_n možemo pristupiti mehaničkom dimenzioniranju voda i formiranju slike glave stupa, koja je prikazana na Sl. 7.1.5. bilo s jednim ili dvostrukim vodom. Mogući su dakako i drugi oblici glave stupa, što zavisi o klimatskim i terenskim prilikama kojim prolazi



Sl.7.1.4. Funkcija $A = f(U_1)$

vod, materijalu stupova koji može biti iz drva, čelika ili betona i t.d. S poznatim A i U_n projektant stupova imade sve elemente za mehaničko dimenzioniranje voda, tražeći pritom dobru ekonomiju u okviru važećih propisa.



Sl. 7.1.5. Slika glave stupa za vod s jednom i dvije trojke

Odabranim udaljenostima medju vodičima nadjemo srednju geometrijsku udaljenost

$$D = \sqrt[3]{D_1 \cdot D_2 \cdot D_3} \quad [m]$$

i odgovarajući induktivni otpor za $f = 50 \text{ Hz}$

$$\chi_o = 20 \pi \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-6} \quad \left[\frac{\Omega}{m} \right]$$

Pretpostavljamo simetrirani vod; kod simetriranja dvostrukog voda na istim stupovima mogu se uzeti u obzir eventualno faktori povećanja induktivnosti, koje nalazimo u priručnicima, a koji zavise o obliku glave stupa. Ovo povećanje je manjeg opsega i iznosi reda veličine $2 \div 3 \%$.

Ako razmak medju vodičima nije tačno poznat, možemo pretpostaviti kao srednji geometrijski razmak za trofazne vodove u granicama

$$\text{do } 1 \text{ --- } [kV] \text{ --- } D = \sqrt[3]{D_1 \cdot D_2 \cdot D_3} = 0,4 \div 0,6 \text{ --- } [m]$$

$$10 \div 20 \text{ --- } [kV] \text{ --- } D = \sqrt[3]{D_1 \cdot D_2 \cdot D_3} = 1,2 \div 1,6 \text{ --- } [m]$$

$$30 \div 35 \text{ --- } [kV] \text{ --- } D = \sqrt[3]{D_1 \cdot D_2 \cdot D_3} = 1,7 \div 2,3 \text{ --- } [m]$$

$$110 \text{ --- } [kV] \text{ --- } D = \sqrt[3]{D_1 \cdot D_2 \cdot D_3} = 4 \div 6 \text{ --- } [m]$$

Čim smo utvrdili stvarni X_0 i standardni presjek A , iz standarda nadjemo odgovarajući stvarni R_0 , a time i vrijednosti R i X za cijelu duljinu voda. Zbog prijelaza na standardni napon i presjek, zadani pad napona „ m' “ nešto se razlikuje od stvarnog. Ako ova razlika nije velika, što je redovno slučaj, nije nužno provoditi ponovni račun.

U slijedećem još jednom dajemo preglednu shemu proračuna za električko dimenzioniranje RL nadzemnog voda na bazi odabranog pada napona i to za zadanu snagu na početku i kraju voda.

(a) Z a d a n j e $S_l / \cos \varphi_l$, l i m a t e r i j a l v o d i č a.

Polazimo od jednadžbe za uzdužni pad napona

$$u' = \frac{1,04 U_n - 0,96 U_n}{1,04 U_n} \cong m' = (R' \cos \varphi_l + X' \sin \varphi_l) = 0,077$$

Za bazične veličine odabran je složeni napon i snaga na početku trofaznog voda

$$U_b = U_l$$

$$S_b = S_l$$

tako da je

$$m' = (R' \cos \varphi_l + X' \sin \varphi_l) \frac{S_l}{(U_l')^2} = 0,077$$

gdje su R' , X' , U_l' nepoznanice. U prvoj aproksimaciji stavimo

$$X' = X_0' l = 0,4 \cdot 10^{-3} l \text{ } [\Omega]$$

ako je $X_0' = \omega L_0' = 0,4 \cdot 10^{-3} [\Omega/m]$ induktivni otpor za jedan metar dužine voda po vodiču. Nadalje uvrstimo za

$$R' = \frac{l}{\gamma A'} \text{ } [\Omega]$$

gdje

$$\gamma_{Al} = 34,8 \cdot 10^6 \text{ } \left[\frac{1}{\Omega \cdot m} \right]$$

$$\gamma_{Cu} = 56 \cdot 10^6 \text{ } \left[\frac{1}{\Omega \cdot m} \right]$$

U prvoj aproksimaciji tražimo presjek i napon iz formule

$$A' = \frac{S_l l \cos \varphi_l}{\gamma [m' (U_l')^2 - X_0' S_l l \sin \varphi_l]} \text{ } [m^2]$$

gdje je $m' = 0,077$. Presjek A' nadjemo pokušajima, stavljajući u jednadžbu napone $(U_1')^2 = (1,04 U_n)^2$, ako smo sa U_n označili nazivni napon iz standarda. Pritom koristimo presjeke koji su uobičajeni za izvedbu praktičnih vodova za pojedine napone, kako je pokazano na Sl. 7.1.3., a koja se odnosi na alučel 6:1. Prema konkretnim prilikama i zahtjevima, odlučujemo se na jednostruki ili dvostruki vod na istim ili posebnim stupovima. Presjek A' dobiven gornjom formulom zaokruži se na najbliži standardni presjek A .

Poznatim A i U_n možemo pristupiti mehaničkom dimenzioniranju voda. Prema terenskim i klimatskim prilikama kojima prolazi trasa voda vršimo izbor materijala stupa, koji može biti iz drva, čelika ili betona, kao i oblik glave stupa. Na osnovu tih podataka izračunamo stvarni induktivni otpor formulom

$$X = 20 \pi \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) l \cdot 10^{-6} \text{ } [\Omega]$$

gdje je srednja geometrijska udaljenost

$$D = \sqrt[3]{D_1 D_2 D_3} \text{ } [m]$$

Polumjer vodiča „ a “ nadjemo u standardu kao i stvarni djelatni otpor vodiča $R = R_0 l$. Sve su veličine u formulama izražene u MKSA jedinicama.

Korigirani uzdužni i poprečni pad napona je sada

$$m = R^\circ \cos \varphi_1 + X^\circ \sin \varphi_1$$

$$n = X^\circ \cos \varphi_1 - R^\circ \sin \varphi_1$$

ako je

$$R^\circ = \frac{R}{(1,04 U_n)^2} S_1$$

$$X^\circ = \frac{X}{(1,04 U_n)^2} S_1$$

a razlika ili pad napona

$$u = 1 - \sqrt{(1-m)^2 + n^2}$$

koji se redovno malo razlikuje od prvotno pretpostavljenog. Ukoliko to nije slučaj, lako provedemo naknadnu korekturu.

Ako je opterećenje kapacitivno, to se uglavnom odnosi na vodove kojima se prenosi kapacitivna snaga u čvorišta mreže u svrhu kompenzacije

induktivne jalove snage, koristimo iste formule s razlikom, što se u pojedinim članovima jednadžbi mijenja predznak. Čitaocu ne čini teškoće da provede ovu malu korekturu formula u predznacima.

(b) Z a d a n j e $S_2 \angle -\varphi_2$, l i m a t e r i j a l v o d i č a

Analogno polazimo od jednadžbe za uzdužni pad napona

$$m' = (R^\circ \cos \varphi_2 + X^\circ \sin \varphi_2)$$

s bazičnim veličinama

$$U_b = U_2$$

$$S_b = S_2$$

pa je

$$\frac{U'}{1-U'} \cong m' = R^\circ \cos \varphi_2 + X^\circ \sin \varphi_2 = \frac{0,077}{1-0,077} = 0,0835$$

I ovdje u prvoj aproksimaciji stavimo

$$X' = X'_0 l = 0,4 \cdot 10^{-3} l \text{ ----- } [\Omega]$$

i za

$$R' = \frac{l}{\pi A'}$$

pa presjek tražimo iz formule

$$A' = \frac{S_2 l \cos \varphi_2}{\pi [m'(U'_2)^2 - X'_0 S_2 l \sin \varphi_2]}$$

gdje je $m' = 0,0835$, budući je sada bazični napon na kraju voda.

Za U'_2 uvrštavamo napone $0,96 U_n$, ako smo sa U_n označili napone iz standarda. Veličine A , U_n , X , R , D nadjemo kao i pad (a).

Korigirani uzdužni i poprečni pad napona je sada

$$m = R^\circ \cos \varphi_2 + X^\circ \sin \varphi_2$$

$$n = X^\circ \cos \varphi_2 - R^\circ \sin \varphi_2$$

ako je

$$R^\circ = \frac{R}{(0,96 U_n)^2} \cdot S_2$$

$$X^\circ = \frac{X}{(0,96 U_n)^2} \cdot S_2$$

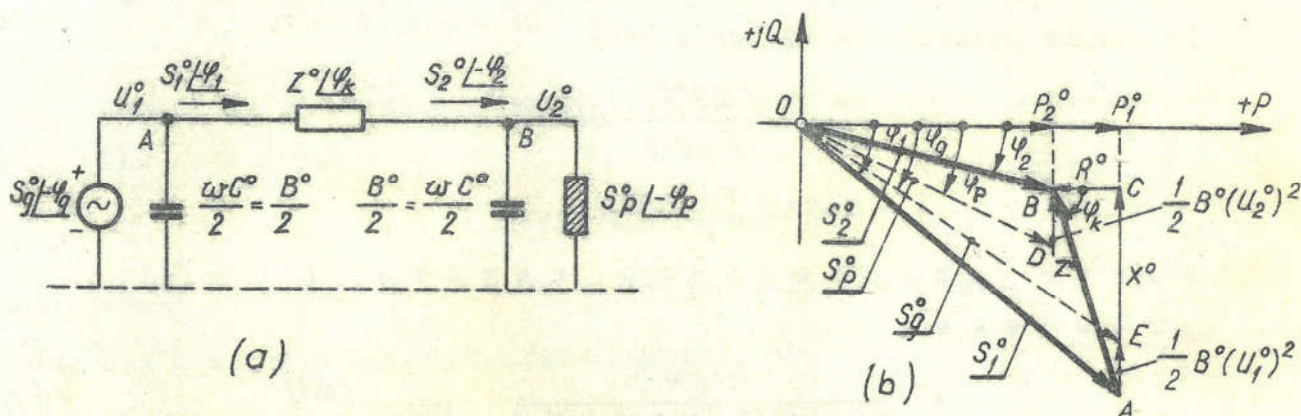
a razlika ili pad napona prema formuli [4.7]

$$u = 1 - \frac{1}{\sqrt{(1+m)^2 + n^2}}$$

Za kapacitivno opterećenje vrijede primjedbe pod (a).

Električko dimenzioniranje voda visokog napona temeljili smo na maksimalnoj promjeni napona u mreži $\pm 4\%$ nazivnog napona. Bilo je pretpostavljeno, da su kod ove promjene napona i gubici djelatne snage u vodovima snošljivi. Shema postupka računa dana je u općenitom obliku. Tamo gdje raspolazemo s više podataka, bilo tehničke ili ekonomske prirode, ili se postavljaju posebni uvjeti u pogledu pada napona, nema teškoća, da se električki proračun provede po navedenoj shemi.

Primjećujemo, da istu metodu za električko dimenzioniranje možemo upotrebiti za RLC vodove na Sl. 7.1.6. Vod je prikazan u Π -spoju, a ukupna mu je kapacitivnost razdijeljena u dva jedna dijela. Polovica kapacitivne vodljivosti koncentrirano je na početku i kraju voda.



Sl. 7.1.6. Električko dimenzioniranje RLC voda u Π -spoju

Snaga koja ulazi u vod je S_1° / φ_1 iza tačke A na slici i snaga S_2° / φ_2 je pred tačkom B. Ovaj dio voda A-B promatramo kao RL vod sa zadanom snagom bilo na početku ili kraju voda, pa i električko dimenzioniranje provodimo na analogan način. Kapacitivni efekt voda uzimamo naknadno u obzir i odražuje se samo na prividnu snagu generatora S_g° i potrošača S_p° , kako je prikazano na slici (b) u dijagramu snage. Ovakvim

$$r = 34,8 \cdot 10^6 \text{ --- } [\frac{1}{g \cdot m}]$$

Tražimo napon kod kojeg je $A' = \infty$, naime

$$m'(0,96 U_n')^2 - X_0' S_2 l \sin \varphi_2 = 0$$

$$U_n' = \sqrt{\frac{X_0' S_2 l \sin \varphi_2}{m'(0,96)^2}} = \sqrt{\frac{92 \cdot 10^6}{0,0835 \cdot 0,922}} = 34,6 \cdot 10^3 \text{ [V]}$$

To je minimalni napon kod kojeg počinjemo pokušaje u jednadžbi za presjek A' sa slijedećim višim naponima u standardnoj ljestvici. U našim prilikama slijedeći viši standardni napon je

$$U_n = 35 \text{ [kV]}$$

To bi odgovaralo presjeku

$$A' = \frac{307 \cdot 10^9}{34,8 \cdot 10^6 [0,0835 (0,96 \cdot 35 \cdot 10^3)^2 - 92 \cdot 10^6]} = \frac{8,83 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 10^6} = 3540 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}$$

S presjekom 3540 mm^2 vodovi se ne grade. Očito je da moramo prelaziti na slijedeći viši standardni napon 110...kV ili na dvostruki 35...kV vod. Tražimo standardni presjek za oba slučaja.

(c) P r e s j e k z a 1 1 0 k V n a p o n

$$A' = \frac{307 \cdot 10^9}{34,8 \cdot 10^6 [0,0835 (0,96 \cdot 110)^2 \cdot 10^6 - 92 \cdot 10^6]} = \frac{8,83 \cdot 10^3}{0,835 \cdot 10^9} = 10,6 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}$$

Morali bi odabrati minimalni presjek koji se još upotrebljava za 110...kV napon

$$A = 95/15 \text{ [mm}^2\text{]}$$

pa je vod predimenzioniran za prijenos zadane snage.

(d) D v o s t r u k i 3 5 k V v o d

Svakim vodom prenosi se polovica snage, te je

$$\frac{1}{2} S_2 l \cos \varphi_2 = 153,5 \cdot 10^9 \text{ [W.m]}$$

$$\frac{1}{2} S_2 l \sin \varphi_2 = 115 \cdot 10^9 \text{ [VA.m]}$$

$$\frac{1}{2} X_0' S_2 l \sin^2 \varphi_2 = 46 \cdot 10^6 \text{ [V}^2\text{]}$$

$$A' = \frac{153,5 \cdot 10^9}{34,8 \cdot 10^6 [0,0835 (0,96 \cdot 35)^2 \cdot 10^6 - 46 \cdot 10^6]} = \frac{4,42 \cdot 10^3}{48,30 \cdot 10^6} = 9,16 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{]}$$

Biramo slijedeći najbliži standardni presjek

$$A = 95/15 \text{ -----} [\text{mm}^2]$$

Za ovaj presjek nadjemo u tablicama

$$R_0 = 0,319 \text{ -----} [\Omega/\text{km}]$$

Induktivni otpor slijedi iz podataka na slici glave stupa, pa je srednja geometrijska udaljenost

$$D = \sqrt[3]{D_1 \cdot D_2 \cdot D_3} = \sqrt[3]{1,93 \cdot 2,3 \cdot 1,8} = 2,0 \text{ [m]}$$

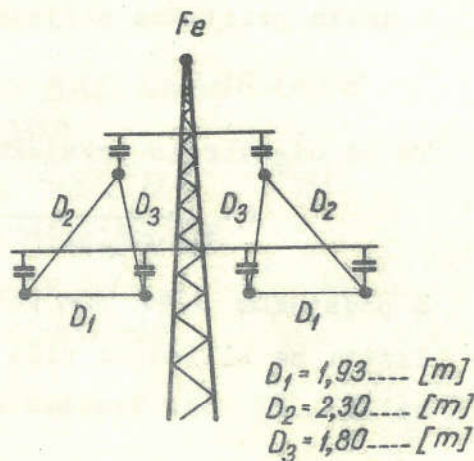
Polumjer vodiča iz standarda za 95/15

$$a = 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ -----} [\text{m}]$$

$$X'_0 = 20\pi \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-6}$$

$$= 20 \cdot \pi \left(\ln \frac{2000}{6,7} + 0,25 \right) \cdot 10^{-6}$$

$$= 0,375 \cdot 10^{-3} \text{ -----} [\Omega/\text{m}]$$



Sl. 7.2.1. Slika glave stupa za konkretni 35 kV vod

Radi načina simetriranja dvostrukog voda uzimamo faktor povećanja induktivnog otpora 1,026, tako da je

$$X_0 = 1,026 X'_0 = 0,384 \cdot 10^{-3} \text{ -----} [\Omega/\text{m}]$$

Impedancija kompletnog dvostrukog voda

$$Z/\varphi_k = \frac{1}{2} (R_0 + jX_0) l = (0,319 + j0,384) \cdot 16 = 5,10 + j6,15 = 8,0 \angle 50,2^\circ \text{ -----} [\Omega]$$

(e) B a z i č n e v e l i č i n e:

$$U_b = U_2 = 0,96 \cdot 35 = 33,6 \text{ -----} [\text{kV}]$$

$$S_b = S_2 = 12000 \text{ -----} [\text{kVA}]$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{12000}{\sqrt{3} \cdot 33,6} = 206 \text{ -----} [\text{A}]$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{(33,6)^2 \cdot 10^6}{12 \cdot 10^6} = 94,25 \text{ -----} [\Omega]$$

(f) J e d i n i č n e v e l i č i n e:

$$u_2^\circ = 1 \angle 0^\circ$$

$$S_2^\circ \angle -\varphi_2 = 1 \angle -36,9^\circ$$

$$I^\circ \angle -\varphi_2 = 1 \angle -36,9^\circ$$

$$Z^\circ \angle \varphi_k = 0,085 \angle 50,2^\circ = 0,0541 + j 0,0653 = R^\circ + j X^\circ$$

(g) S t v a r n i p a d n a p o n a i g u b i c i:

$$m = R^\circ \cos \varphi_2 + X^\circ \sin \varphi_2$$

$$= 0,0541 \cdot 0,8 + 0,0653 \cdot 0,6 = 0,0433 + 0,0392 = 0,0825$$

$$n = X^\circ \cos \varphi_2 - R^\circ \sin \varphi_2$$

$$= 0,0653 \cdot 0,8 - 0,0541 \cdot 0,6 = 0,0522 - 0,0325 = 0,0197$$

$$u_1^\circ \angle \theta = \frac{1}{1-u} \angle \theta = (1+m) + j n$$

$$= 1,0825 + j 0,0197$$

$$= 1,0825 \angle 1,2^\circ$$

Iz

$$\frac{1}{1-u} = 1,0825$$

slijedi

$$u = 0,0763$$

koji se jedva razlikuje od postavljenog zahtjeva $u = 0,077$. Stvarna promjena napona slijedi iz

$$\frac{(1+X)U_n - (1-X)U_n}{(1+X)U_n} = 0,0763$$

$$X = \pm 3,98 \% \text{ umjesto } \pm 4 \%$$

Budući da je $\theta = \varphi_2 - \varphi_1$, slijedi $\varphi_1 = 36,9^\circ + 1,2^\circ = 38,1^\circ$, pa dobivamo iz [2.11]

$$p = 1 - (1-u) \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} = 1 - 0,9237 \cdot \frac{0,80}{0,786} = 1 - 0,94 = 0,06 \text{ ili } 6\%$$

7.3. KRITERIJ GUBITAKA

Kriterij ekonomskih gubitaka za dimenzioniranje voda dolazi u obzir kada raspolažemo s dovoljno ekonomskih podataka. Više radi informacija navodimo slijedeće podatke, koji su nužni za ekonomsko oblikovanje voda:

- (a) cijenu snage i energije sistema na koji se vod priključuje, izražena u $\frac{Din}{kWgod}$ i $\frac{Din}{kWh}$;
- (b) maksimalna snaga na početku voda s faktorom opterećenja i faktorom gubitaka;
- (c) cijena materijala vodiča, stupova, izolatora i ostalih elemenata voda, odnosno specifična cijena kabela, ako se radi o kabelskom vodu;
- (d) troškovi za gradnju i montažu voda i
- (e) godišnje stope troškova (kamati, otpis, održavanje, osiguranje i t.d.)

S gornjim podacima možemo odrediti takav presjek vodiča, da cijena snage i energije na kraju voda kod potrošača bude minimum. U ovom računu uključujemo i troškove transformacije zajedno s troškovima voda, ako se pored voda gradi i transformatorska stanica. Iz računa rezultira gubitak djelatne snage u vodu, koji smijemo žrtvovati kod maksimalne snage, da prijenos bude najekonomičniji. Iznosimo ukratko samo princip ekonomskog računa, koji je u biti jednostavan.

U literaturi susrećemo općenito dva kriterija za ekonomsko formiranje objekta u prijenosnim sistemima, u kojima je prijenos neizbježno vezan sa gubicima snage i energije. To su

1. Kriterij minimalnih godišnjih troškova i
2. Kriterij minimalne cijene snage i energije kod potrošača.

Poznato je **K e l v i n o v o p r a v i l o** za ekonomsko oblikovanje voda, bazirano na prvom kriteriju. Ekonomski presjek rezultira iz izjednačenja godišnjih troškova za materijal vodiča i godišnje izgubljene energije u njemu. Kelvinovo je pravilo kasnije korigirano s dodatnim godišnjim troškovima za stupove, izolatore i t.d., odnosno sa troškovima za kabelsku izolaciju, ako se radi o kabelskom vodu.

Očito je iz gornjeg, da moramo postaviti jednadžbu godišnjih troškova voda, što je razmjerno jednostavno, čim raspolažemo s podacima (a) do (e). Iz uvjeta da ovi godišnji troškovi budu minimum, rezultira optimalni presjek vodiča. Analogan je ekonomski račun kod drugih elektroenergetskih objekata, kao npr. kod elektrana ili njihovih usporedbi ili npr. kod ekonomskog vaganja dvaju jednakih transformatora, gdje treba ustanoviti, da li je povoljniji skuplji transformator s manjim gubicima ili obrnuto.

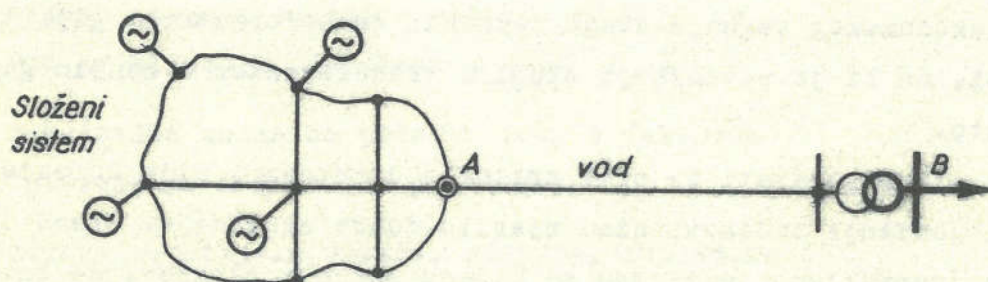
Mogli bismo pokazati da prvi kriterij u principu nije korektan, jer minimalni godišnji troškovi nisu mjerilo dobre ekonomije. Prema drugom kriteriju postavljamo jednadžbu za cijenu snage i zahtjev, da ona bude minimum kod potrošača na kraju voda. Iz ovog zahtjeva rezultira optimalni presjek vodiča. Oba kriterija ne dovode do istog rezultata.

Na Sl. 7.3.1. prikazan je simbolički složeni sistem s elektranama, transformacijom i vodovima različitih napona, međusobno vezanih na bilo koji način. Prosječna cijena snage i energije kompletnog sistema mora biti poznata, jer je ona baza za formiranje tarife. Ova cijena snage i energije također je baza za ekonomsko formiranje voda, koji se nadograđuje na sistem u čvorištu A , kako je naznačeno na slici. S poznatom cijenom snage u tački A i ostalim troškovima pod (c), (d) i (e) lako postavimo jednadžbu cijene snage i uz uvjet minimuma odgovarajući optimalni presjek, kod kojeg će potrošač B na kraju voda imati optimalne godišnje troškove.

Uključenjem voda $A-B$ u stari sistem dobivamo novi prošireni sistem, koji, ako ga gledamo kao cjelinu, općenito dobiva drugu prosječnu cijenu snage i energije i s kojom treba računati, kada se nadograđuje novi vod na novi sistem. Taj se proces nastavlja, kako se i sistem nadograđuje i razvija tokom godina. Uključenjem novih vodova, elektrana i transformatorskih stanica u toku razvoja sistema cijena snage i energije trpi promjenu, koju uredno elektroprivredno gospodarstvo neprekidno prati, kako bi moglo postaviti pravednu tarifu potrošačima.

Ekonomski račun bio bi iluzoran, ako bi on bio zavisao o promjenama cijena na tržištu ili o promjenama godišnjih stopa troškova, koje su neizbježne u toku razvoja sistema. Ekonomski račun provodimo po trenutnim

cijenama na tržištu i godišnjim stopama troškova, koje su trenutno na snazi. U protivnom nema jednoznačnog rješenja, jer ih ima beskonačno mnogo.



Sl. 7.3.1. Princip ekonomskog dimenzioniranja voda

Pretpostavimo da nam ekonomski račun na gornjem principu dopušta $p\%$ gubitaka djelatne snage u vodu. I ovdje ćemo razlikovati dva slučaja:

(a) Zadan $S_1 / \cos \varphi_1$, l i materijal vodiča

Polazimo od poznate jednadžbe za gubitke sa zadanim energetskim stanjem na početku voda:

$$p = \frac{R^2}{\cos \varphi_1}$$

iz koje odredimo

$$A = \frac{S_1 l}{p \cos \varphi_1} \quad [m^2] \quad \text{-----} [7.3.1]$$

Množimo li brojnik i nazivnik s $\cos \varphi_1$, a lijevu i desnu stranu jednadžbe s $S \cdot l$, dobivamo

$$G = A l S = \frac{S}{p \cos \varphi_1} P_1 \left(\frac{l}{U_1 \cos \varphi_1} \right)^2 \quad [kg]$$

ili nama već poznati izraz za specifični potrošak materijala vodiča

$$a = \frac{G}{P_1} = \frac{S}{p} \left(\frac{l}{U_1 \cos \varphi_1} \right)^2 \quad \left[\frac{kg}{W} \right]$$

U jednadžbi [7.3.1] nepoznat je A i U_1 , koje nadjemo pokušajem, stavljajući za $U_1 = 1,04 U_n$, jer i ovdje želimo imati napon na početku voda 4% iznad nazivnog. Dobivene vrijednosti uspoređujemo

s tablicom na Sl. 7.1.3., gdje se odlučimo na standardni napon i presjek za jednostruki ili dvostruki vod. Izborom ovih dviju veličina imademo osnovu za mehaničko dimenzioniranje voda i oblikovanje slike glave stupa. Induktivni otpor X odredi se sada poznatim postupkom.

Dobivamo li kod ekonomskog „ p “ razliku napona izvan okvira $\pm 4\%$, što je već rijetki slučaj, prelazimo na dimenzioniranje voda po kriteriju pada napona kao pod tač. 7.1. (a). Jednostavnu kontrolu provodimo izrazom

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

gdje prethodno izračunamo faktor snage na kraju voda $\cos \varphi_2$. Ekonomski gubici mogući su u granicama 904-907, što zavisi dakako o mnogim okolnostima, o kojima je bilo govora.

(b) Z a d a n j e $S_2 / -\varphi_2$, l i m a t e r i j a l v o d i č a

Ovdje polazimo iz jednadžbe

$$p = \frac{R^0}{R^0 + \cos \varphi_2}$$

iz koje odredimo

$$A = \frac{1-p}{p} \cdot \frac{S_2 l}{\gamma U_2^2 \cos \varphi_2} \text{ ----- } [m^2] \text{ ----- } [7.3.2.]$$

Uvrštavanjem za $U_2 = 0,96 U_n$ tražimo standardni presjek i napon na analogan način kao i pod (a).

7.4. PRIMJER DIMENZIONIRANJA VODA NA BAZI ODABRANIH GUBITAKA

Neka su zadani uvjeti na početku voda

$$S_1 / -\varphi_1 = 32000 / -36,9^\circ \text{ ----- } [kVA]$$

$$l = 85 \text{ ----- } [km]$$

materijal vodiča: alučel 6:1

$$p = \text{cca } 4\%$$

(a) F u n k c i j a i z m e d j u p r e s j e k a i n a p o n a:

Budući da su zadani uvjeti na početku voda, dolazi u obzir formula

$$A = \frac{S_1 l}{p \gamma U_1^2 \cos \varphi_1}$$

u kojoj je

$$S_{\Sigma l} = 32 \cdot 10^6 \cdot 85 \cdot 10^3 = 2,72 \cdot 10^{12} \text{ [VA} \cdot \text{m]}$$

$$p \cos \varphi = 0,04 \cdot 34,8 \cdot 10^6 \cdot 0,8 = 1,14 \cdot 10^6 \text{ [} \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}} \text{]}$$

Prema tome je

$$A = \frac{2,72 \cdot 10^{12}}{1,14 \cdot 10^6 \cdot U_1^2} = \frac{2,44 \cdot 10^6}{U_1^2}$$

Radi li se o dvostrukom vodu, dobivamo

$$\frac{A}{2} = \frac{1,22 \cdot 10^6}{U_1^2}$$

(b) Izbor standardnog presjeka i napona:

Uvrštavamo za $U_1 = 1,04 U_n$, gdje je

$$U_n = 10 \cdot 10^3 \text{ [V]}$$

$$= 35 \cdot 10^3 \text{ [V]}$$

$$= 110 \cdot 10^3 \text{ [V]}$$

Za sva tri napona dobivamo presjeke za jednostruki i dvostruki vod prema donjoj tablici

U_n	kV	10	35	110
A	mm ²	22600	1845	186
$\frac{A}{2}$	mm ²	11300	921	93

Iz tablice vidimo da dolazi u obzir samo 110 kV napon sa standardnim presjecima 185/32 ili 2 x 95/15, ukoliko je poželjan dvostruki vod. Pretpostavimo jednostruki vod

$$A = 185/32$$

kojemu je

$$R_0 = 0,158 \text{ [} \Omega \text{/km]}$$

$$\alpha = 0,0096 \text{ [m]}$$

(c) Induktivni otpor i impedancija voda:

S poznatim naponom i presjekom možemo pristupiti mehaničkom dimen-

zioniranju voda. Neka je slika glave stupa takova, da je srednji geometrijski razmak

$$D = 4 \text{ -----} [m]$$

pa je

$$\begin{aligned} X_0 &= 20\pi \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-3} \\ &= 20\pi \left(\ln \frac{4000}{9,6} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-3} \\ &= 0,395 \text{ -----} [\Omega / km] \end{aligned}$$

impedancija voda

$$Z / \varphi_k = (R_0 + jX_0)l = (0,158 + j0,395)85 = 13,4 + j33,6 = 36,2 / 68,2^\circ \text{ -----} [\Omega]$$

(d) B a z i č n e i j e d i n i č n e v e l i č i n e:

$$U_b = U_1 = 114,4 \text{ -----} [kV]$$

$$S_b = S_1 = 3200 \text{ -----} [kVA]$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{32000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 114,4 \cdot 10^3} = 162 \text{ -----} [A]$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{(114,4)^2 \cdot 10^6}{32 \cdot 10^6} = 410 \text{ -----} [\Omega]$$

Jedinična impedancija

$$Z^\circ / \varphi_k = 0,0328 + j0,0820 = 0,0885 / 68,2^\circ$$

(e) N a p o n s k e p r i l i k e i s t v a r n i g u b i c i:

$$U_2^\circ / \theta = 1 - Z^\circ / \varphi_k - \varphi_1$$

$$= 1 - 0,0885 / 31,3^\circ$$

$$= 1 - 0,0755 - j0,046$$

$$= 0,9245 - j0,046$$

$$= 0,925 / -2,86^\circ$$

$$u = 1 - 0,925 = 0,075 \text{ ili } 7,5 \%$$

$$\cos \varphi_2 = \cos(\varphi_1 - \theta) = \cos(36,9^\circ - 2,86^\circ) = 0,83$$

$$p = \frac{R^\circ}{\cos \varphi_1} = \frac{0,0328}{0,80} = 0,041 \text{ ili } 4,1 \%$$

Zbog prijelaza na najbliži standardni presjek gubici se neznatno razlikuju od pretpostavljenih 4 %.

(f) K o n t r o l n i r a č u n :

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2}$$

$$\frac{1-0,075}{1-0,041} = \frac{0,80}{0,83}$$

$$0,965 = 0,965$$

Budući da su gubici i naponske prilike u postavljenim granicama, nije nužna naknadna korektura računa.

7.5. KRITERIJ GRANIČNOG UGRIJAVANJA

Dimenzioniranje po kriteriju graničnog ugrijavanja dolazi u pitanje uglavnom kod izoliranih vodova u zgradama i industrijskim halama kao i kod kabelskih vodova u gradskim i industrijskim mrežama. Kako su dopuštene nadtemperature takvih vodova razmjerno niske, reda veličine $25^{\circ} \div 35^{\circ}\text{C}$, često moramo odabrati veći presjek negoli bi to bilo potrebno s obzirom na pad napona ili gubitke.

Kod nadzemnih vodova nema osjetljive izolacije na ugrijavanje i mogli bi pretpostaviti da se može dopustiti znatno veće ugrijavanje vodiča. Ipak su pokusi pokazali, da kod bakrenih i aluminijskih vodiča ne bi trebalo prijeći nadtemperaturu od 40°C . Ako računamo ljeti s maksimalnom temperaturom 40°C , onda bi najviša temperatura vodiča bila 80°C . Iznad ove temperature vodič već gubi na mehaničkoj čvrstoći, a pojavljuju se i druge neugodnosti na mjestima učvršćenja vodiča, oksidacija na kontaktnim mjestima i slično.

Rijetko dolazimo u priliku da nadzemni vod dimenzioniramo po kriteriju graničnog ugrijavanja. Gustoća struje npr. kod aluminijskih vodiča iznosi obično reda veličine 1 A/mm^2 , pa je nadtemperatura daleko ispod pomenute granice. Ipak ima takvih slučajeva, npr. kod kratkih vodova, gdje se oni ne dimenzioniraju po kriteriju pada napona ili gubitaka, već po kriteriju graničnog ugrijavanja. Spomenimo također dvostruki vod koji se gradi zbog pogonske sigurnosti dobave energije potrošaču.

Kriterij dimenzioniranja ovih vodova može biti takav, da se kod ispada jednog voda ukupna snaga može prenositi zdravim vodom, u kojem slučaju se može opteretiti do granice ugrijavanja.

Za razne vrste izoliranih vodiča, kabela i nadzemnih vodiča nalažimo u priručnicima maksimalne struje, kojima se oni mogu opteretiti do granice ugrijavanja. Na dijagramima Sl. 8.1., 8.2. i 8.3. vidimo maksimalne snage i udaljenosti „lg“ do kojih se one mogu prenositi do granice ugrijavanja i to na razne presjeke vodiča iz alučela 6:1 kod napona 10, 35 i 110 kV. Unutar „lg“ pad napona i gubici su manji, od onih, koji su naznačeni za hiperbolni tok krivulje.

8. PRIJENOSNE SNAGE NA 10, 35 i 110 kV VODOVIMA

Relaciju između presjeka i napona

$$A = \frac{S_l \cos \varphi_l}{\gamma [m U_l^2 - x_0 S_l \sin \varphi_l]}$$

koristimo za prikaz prijenosnih snaga na 10, 35 i 110 kV praktičnim nadzemnim vodovima uobičajenih presjeka i različitih duljina. Navedena formula vrijedi za zadano energetska stanje na početku voda. Njenom malom transformacijom dobivamo, imamo li u vidu, da je $P = S_l \cos \varphi_l$

$$M_l = P_l l = \frac{m \gamma A U_l^2}{1 + \gamma A x_0 \tan \varphi_l} \quad [W \cdot m] \quad \text{-----} [8.1]$$

Izraz M_l naziva se moment djelatne snage prema analogiji u mehanici i jednak je produktu djelatne snage i duljine voda. Ovaj ćemo produkt izračunati za različite standardne napone i presjeke vodiča određenog materijala kod stanovitog faktora snage i dopuštenog pada napona. Rezultate ćemo prikazati dijagramima, koji će nam dati dobru informaciju o prijenosnim snagama koje se prenose nadzemnim vodovima pomenutih napona.

Pretpostavke su slijedeće:

- (a) Zadani su uvjeti na početku voda;
- (b) Faktor snage $\cos \varphi_l = 0,90$; uzmemo da je kompenzacija jalove snage na kraju voda takova, da se na početku dobiva navedeni faktor snage; u formuli za M_l je prema tome $\tan \varphi_l = 0,484$;

- (c) Uzdužni pad napona $m = 0,077$; kako znademo, ovaj je pad napona praktički jednak razlici ili padu napona kojeg smo označili sa „ u “, a odgovara maksimalnoj promjeni $\pm 4\%$ nazivnog napona;
- (d) Napon na početku voda $U_1 = 1,04 U_n$, ako je U_n nazivni napon iz standarda;
- (e) Materijal vodiča je alučel 6 : 1 normalne izvedbe i
- (f) Srednji geometrijski razmak medju vodičima uzimamo:

Napon	10	35	110	kV
D	1,40	2,00	5,00	m

što odgovara induktivnim otporima X_0 [Ω/km] i polumjerima vodiča a [mm]:

$U \dots \text{kV}$ \ A	16/25	25/4	35/6	50/8	70/12	95/15	120/21	150/25	185/32	210/36	240/40	300/50	mm ²
10	0,410	0,395	0,384	0,373	0,362	0,352							$\frac{\Omega}{\text{km}}$
35			0,406	0,396	0,384	0,375	0,365	0,359					
110						0,432	0,421	0,415	0,410	0,405	0,403	0,395	
a	2,7	3,4	4,05	4,8	5,8	6,7	7,85	8,65	9,6	10,25	10,85	12,1	mm

Induktivni je otpor za $f = 50 \dots \text{Hz}$ izračunan formulom:

$$X_0 = 20 \pi \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-3} \dots [\Omega/\text{km}]$$

U TABLICI 8.1. su izračunati pojedini članovi jednadžbe [8.1] i to za nazivne napone 10, 35 i 110.....kV. Iz podataka u tablici crtani su dijagrami na Sl. 8.1. za 10.....kV, na Sl. 8.2. za 35.....kV i na Sl. 8.3. za 110.....kV napon. Uz navedene pretpostavke moment djelatne snage je konstantan za svaki presjek. Snaga se prema tome mijenja po hiperbolnoj funkciji s duljinom voda do granice ugrižavanja. Granica ugrižavanja dobivena je iz granične struje I_g koja se dopušta za pojedine presjeke iz alučela za maksimalnu temperaturu oko 80°C , a koju nalazimo u priručnicima. Iz ove struje slijedi granična snaga P_g i granična duljina $l_g = M_1 / P_g$, koju očitavamo za pojedine presjeke na dijagramima.

Vidimo također da svaki presjek ima konstantni faktor snage na kraju voda $\cos \varphi_2$ i neovisan je o duljini voda. To vrijedi i za gubitke ili stepen korisnosti voda. Naime

$$\rho = \frac{3I^2 R}{P_1} = \frac{3l}{\pi A P_1} \cdot \left(\frac{P_1}{\sqrt{3} U_1 \cos \varphi_1} \right)^2 = \frac{M_1}{\pi A U_1^2 \cos^2 \varphi_1} \quad \text{-----} [8.2]$$

gdje su uz odabrani presjek A svi članovi u formuli konstantni. Zanimivo je konstatirati da veći presjek inače uz iste uvjete ima bolji stepen korisnosti. Tako je npr. za presjeke 35/6 i 150/25 razlika 50 % kod napona 35 kV. I ovdje vrijedi slično kao npr. kod transformatora ili generatora odnosno drugih elemenata mreže, gdje veća jedinica ima de općenito i bolji stepen korisnosti.

Iz dijagrama dobivamo preglednu i brzu informaciju o snagama koje se mogu prenositi na pojedine udaljenosti, gubicima, naponskim prilikama i slično. Njima se korisno služimo pri projektiranju i dimenzioniranju mreža. Na Sl. 8.3. je dijagram za 110 kV vodove gdje se uz malu korekciju mogu naknadno uzeti u obzir i kapacitivni efekti voda. Ulazna snaga u vod je P_1 kod faktora snage $\cos \varphi_1 = 0,90$. Tik pred izlazom je snaga P_2 kod faktora snage $\cos \varphi_2$, kako je na slici naznačeno. Ovaj dio voda računat je kao RL vod. Na krajevima je koncentrirana polovica kapacitivne vodljivosti voda kao u π -shemi. Ona utječe na promjenu faktora snage izvora $\cos \varphi_1$ i potrošača $\cos \varphi_2$ i ne mijenja pritom djelatne snage P_1 i P_2 , jer je to čista jalova snaga. Dijagram možemo koristiti i za duge vodove, koliko nam to dopušta tačnost RLC voda u π -shemi.

Iz korekcijske tablice očitamo Q_{C1} i Q_{C2} koji zavise o duljini voda i presjeku vodiča. Kapacitivnost je računata po formuli

$$B = \frac{2\omega \pi \epsilon}{\ln \frac{D}{a}} = \frac{17,45 \cdot 10^{-6}}{\ln \frac{D}{a}} \quad \text{----} \left[\frac{S}{km} \right]$$

i kapacitivna snaga

$$Q_{C1} = j U_1^2 \cdot \frac{B}{2} ; \quad Q_{C2} = j U_2^2 \cdot \frac{B}{2}$$

Kao primjer upotrebe dijagrama uzmimo 110 kV vod duljine 250 km presjeka 240/40. Na dijagramu očitamo

$$M_1 = P_1 L = 2,3 \cdot 10^6 \text{ [kW} \cdot \text{km]}$$

$$P_1 = \frac{2,3 \cdot 10^6}{250} = 9200 \text{ kW uz } \cos \varphi_1 = 0,90$$

$$S_1 = P_1 - jQ_1 = 9200 - j4450 = 10200 \angle -25,8^\circ \text{ [kVA]}$$

Gubitke p i faktor snage $\cos \varphi_2$ očitamo na dijagramu, pa je

$$P_2 = (1-p)P_1 = (1-0,0509)9200 = 8732 \text{ [kW] uz } \cos \varphi_2 = 0,925$$

$$S_2 = P_2 - jQ_2 = 8732 - j3580 = 9430 \angle -22,3^\circ \text{ [kVA]}$$

Iz korekcijske tablice nadjemo

$$Q_{C1} = 18,6 \cdot I = 18,6 \cdot 250 = 4650 \text{ [kVar]}$$

$$Q_{C2} = 15,9 \cdot I = 15,9 \cdot 250 = 3980 \text{ [kVar]}$$

Kapacitivna snaga Q_{C1} kompenzira induktivnu snagu izvora, tako da je stvarna snaga izvora

$$S'_1 = S_1 + jQ_{C1} = 9200 - j4450 + j4650 = 9200 + j200 = 9200 \angle 1,23^\circ \text{ [kVA]}$$

Izvor je nešto kapacitivno opterećen, jer je argument pozitivan.

Potrošaču se naprotiv induktivna snaga mora povećati za Q_{C2} , ako želimo da na vodu nemamo nikakvih promjena. Prema tome je stvarna snaga potrošača

$$S'_2 = S_2 - jQ_{C2} = 8732 - j3580 - j3980 = 8732 - j7560 = 11550 \angle -40,9^\circ \text{ [kVA]}$$

Prividna snaga potrošača je veća od prividne snage izvora, kao posljedica kapacitivnosti voda.

Slične dijagrame možemo crtati za druge zadane uvjete bilo na početku voda ili na njegovom kraju.

9. NEKE KRIVULJE U KOMPLEKSNOJ RAVNINI

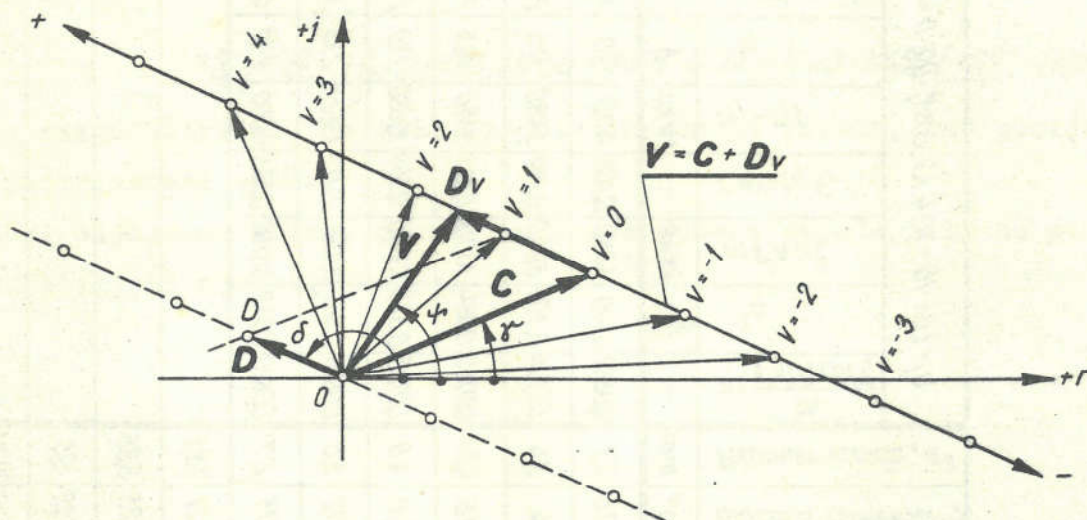
U dosadašnjoj analizi RL voda upoznali smo fazorske dijagrame napona, struja ili snaga za jedno određeno pogonsko stanje, koje je bilo zadano na početku ili kraju voda. Mijenja li se neka veličina voda ili mreže, kao npr. napon, struja, snaga ili impedancija i slično, šiljak fazora opisuje izvjesnu krivulju u kompleksnoj ravnini. U slijedećem želimo upoznati jednadžbe nekih elementarnih krivulja u kompleksnoj ravnini, koje općenito imaju široku upotrebu za zorno predočivanje događaja na vodu ili u mreži, kada se jedna veličina mijenja. Pod izvjesnim okolnostima šiljak fazora opisuje pravac, kružnicu, parabolu ili koju drugu krivulju nastalu presjekom stošca. U nekim problemima pojavljuju se i krivulje višeg reda. Najraširenija je kružnica u analizi voda, transformatora, motora ili općenito u mrežama manje ili više složenog oblika.

9.1. JEDNADŽBA PRAVCA

Neka je v realna promjenljiva koja može primati sve vrijednosti od $(-\infty)$ do $(+\infty)$. Izraz

$$V = C + D_v \quad [9.1.1.]$$

predočuje jednadžbu pravca u kompleksnoj ravnini u općenitom položaju, gdje su C i D kompleksne konstante. Dokaz slijedi neposredno iz Sl. 9.1.1.



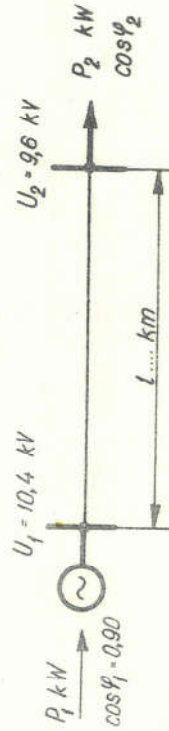
Sl. 9.1.1. Jednadžba pravca u kompleksnoj ravnini

SL. 8.1. PRIJENOSNE SNAGE NADZEMNIH VODOVA 10.....kV (Alučel 6:1)

Osnovne relacije: $M_1 = P_1 l = \text{const.}$

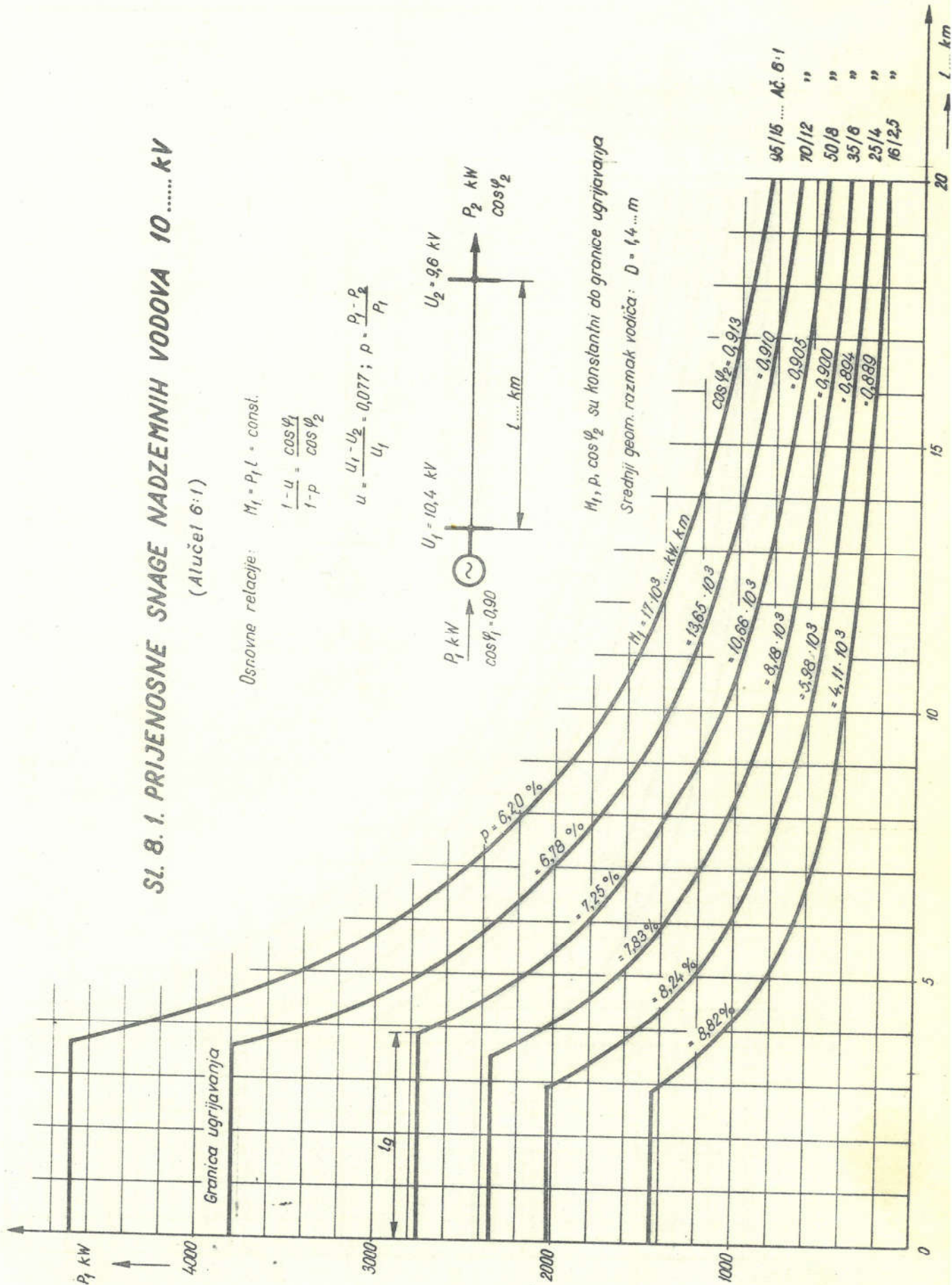
$$\frac{l-u}{l-p} = \frac{\cos \psi_1}{\cos \psi_2}$$

$$u = \frac{U_1 - U_2}{U_1} = 0,077; p = \frac{P_1 - P_2}{P_1}$$



$M_1, p, \cos \psi_2$ su konstantni do granice ugrijavanja

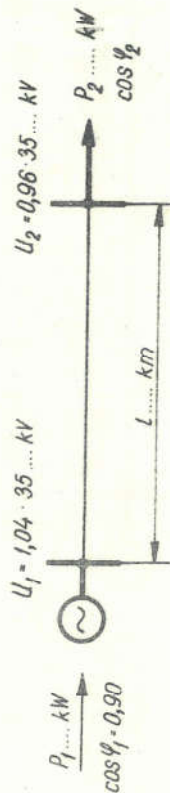
Srednji geom. razmak vodiča: $D = 1,4 \dots m$



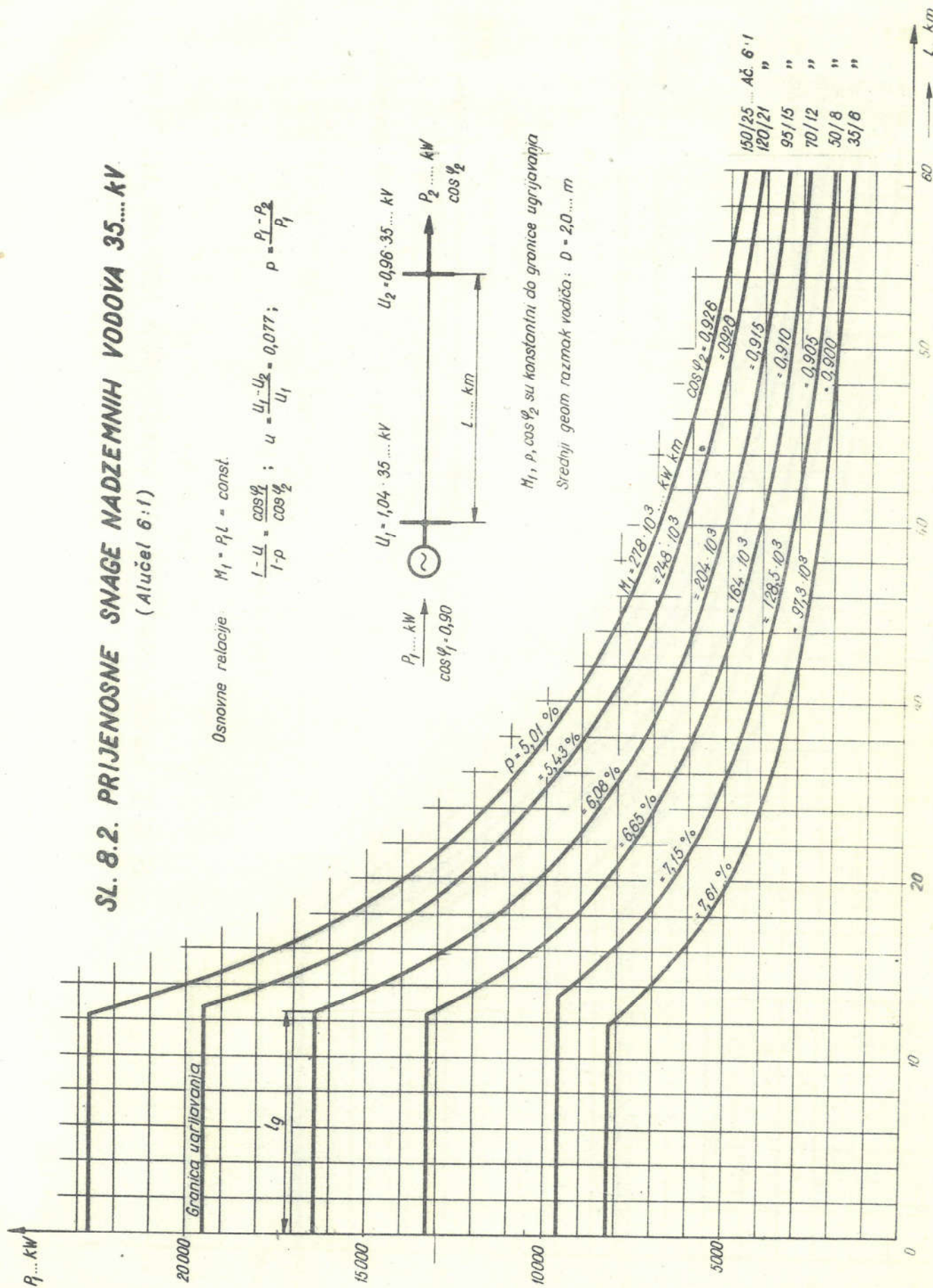
SL. 8.2. PRIJENOSNE SNAGE NADZEMNIH VODOVA 35... kV (Alučel 6:1)

Osnovne relacije $M_1 = P_1 l = \text{const.}$

$$\frac{l-u}{l-p} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1}; \quad u = \frac{U_1 - U_2}{U_1} = 0,077; \quad p = \frac{P_1 - P_2}{P_1}$$



$M_1, p, \cos \varphi_2$ su konstantni do granice ugrijavanja
Srednji geom razmak vodiča: $D = 2,0 \dots m$



SL. 8.3. PRIJENOSNE SNAGE NADZEMNIH VODOVA 110..... kV

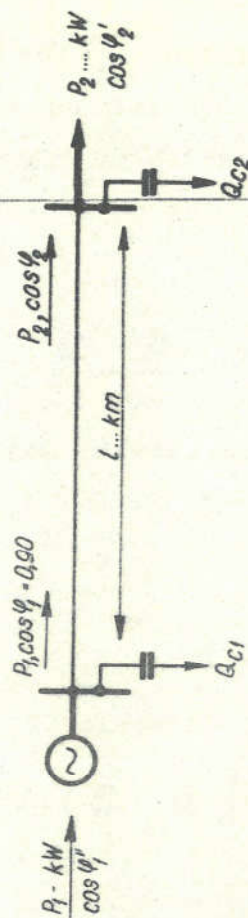
(Alučel 6:1)

Osnovne relacije: $M_1 = P_1 l = \text{const.}$

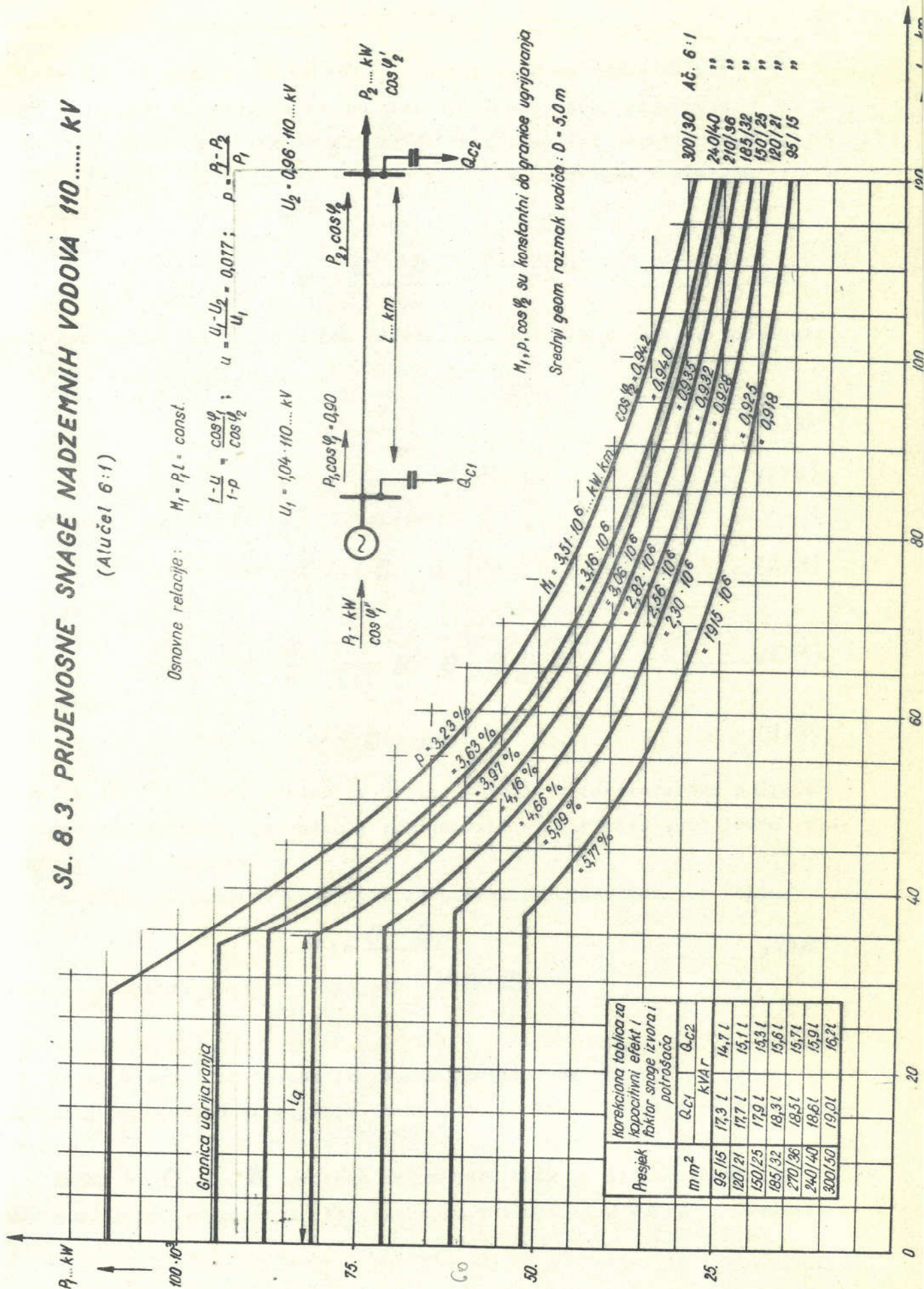
$$\frac{l-u}{1-p} = \frac{\cos \psi_1}{\cos \psi_2}; \quad u = \frac{U_1 - U_2}{U_1} = 0,017; \quad p = \frac{P_1 - P_2}{P_1}$$

$$U_1 = 1,04 \cdot 110 \dots \text{kV}$$

$$U_2 = 0,96 \cdot 110 \dots \text{kV}$$



$M_1, P_1 \cos \psi_1$ su konstantni do granice ugrijavanja
Srednji geom. razmak vodiča: $D = 5,0 \text{ m}$



Presjek	Korekciona tablica za kapacitivni efekt i faktor snage izvora i potrošača		
	Q_{c1}	Q_{c2}	kVAR
mm ²			
95/15	17,3 l	14,7 l	
120/21	17,7 l	15,1 l	
150/25	17,9 l	15,3 l	
185/32	18,3 l	15,6 l	
270/36	18,5 l	15,7 l	
240/40	18,6 l	15,9 l	
300/50	19,0 l	16,2 l	

300/30 Ač. 6:1
240/40
210/36
185/32
150/25
120/21
95/15

$M_1 = 3,51 \cdot 10^6 \dots \text{kW km}$
 $\cos \psi = 0,942$
 $\cos \psi = 0,940$
 $\cos \psi = 0,935$
 $\cos \psi = 0,932$
 $\cos \psi = 0,928$
 $\cos \psi = 0,925$
 $\cos \psi = 0,918$

$P = 3,23\%$
 $P = 3,63\%$
 $P = 3,97\%$
 $P = 4,16\%$
 $P = 4,66\%$
 $P = 5,09\%$
 $P = 5,77\%$

Na šiljak fazora $\overline{OC} = \underline{C} = C/\varphi$ nadovezuje se fazor $OD = \underline{D} = D/\delta$ koji za razne v mijenja svoj modul kod konstantnog argumenta δ . U tački C je $v = 0$ i za svaki drugi pozitivan ili negativan v šiljak fazora $\underline{V} = V/\varphi$ klizi po pravcu. Na slici je naznačena jednačba pravca kroz ishodište kada je $C = 0$.

Izraz

$$\underline{V} = \frac{C + Dv}{A + Bv} \quad \text{-----} \quad (9.1.2)$$

također predstavlja jednačbu pravca, ako su A i B realne konstante. Za dokaz stavimo da je

$$v' = \frac{1}{A + Bv} \quad \text{-----} \quad (9.1.3)$$

$$v = \frac{1}{B \cdot v'} - \frac{A}{B} \quad \text{-----} \quad (9.1.4)$$

Uvrstimo li " v " u (9.1.2), slijedi

$$\underline{V} = \frac{D}{B} + \left(C - D \frac{A}{B} \right) v' \quad \text{-----} \quad (9.1.5)$$

Neka je

$$C' = \frac{D}{B} \quad \text{i} \quad D' = C - D \frac{A}{B} \quad \text{-----} \quad (9.1.6)$$

dobivamo

$$\underline{V} = C' + D' v' \quad \text{-----} \quad (9.1.7)$$

gdje je (9.1.7) opet sveden na oblik (9.1.2). Parametarska podjela je opet jednoznačna, jer svakoj vrijednosti v' pripada samo jedna vrijednost V i obratno.

Analogno pokazujemo da jednačbi pravca pripada također oblik

$$\underline{V} = \frac{C + Dv}{v} \quad \text{-----} \quad (9.1.8)$$

Stavimo naime za $v = 1/v'$, slijedi $\underline{V} = D + C v'$

Neke pojave u mreži pod izvjesnim okolnostima zbivaju se po pravcu, ako se jedan parametar mijenja, kako ćemo upoznati kasnije na nekim primjerima.

Imadu li C i D jednake argumente, onda je njihov odnos realan. Dobivamo jednu vrijednost v_0 za koju vrijedi $A v_0 + B = 0$. Jednačba

pravca imade sada oblik

$$V = C (v - v_0) \quad \text{-----} (9.1.9)$$

i prolazi kroz ishodište, no sa drugom mjernom skalom negoli (9.1.1.)

9.2. KRUŽNICA U POLARNOM OBLIKU

Kružnica u polarnom obliku definirana je jednačbom

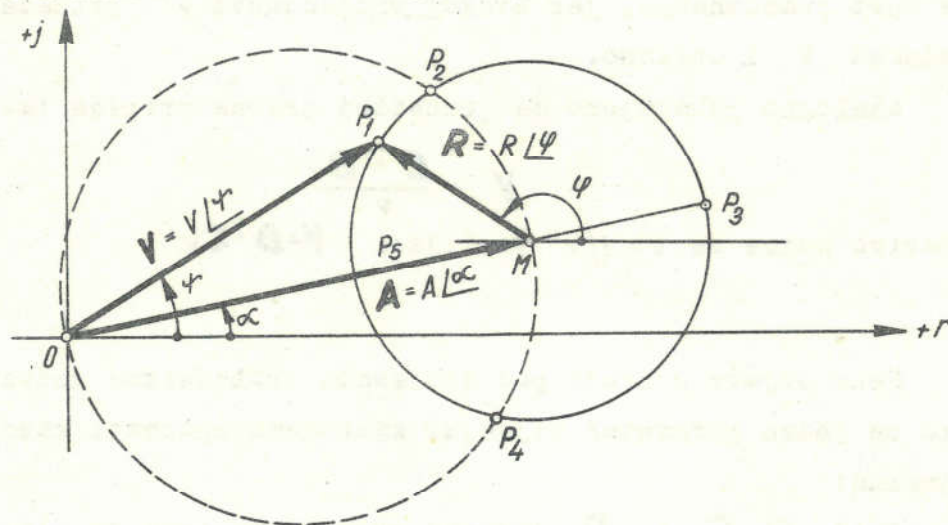
$$V/\tau = A/\alpha + R/\varphi \quad \text{-----} [9.2.1.]$$

gdje je

- $V = V/\tau$ ----- fazor koji definira tačku na kružnici
 $A = A/\alpha$ ----- fazor koji definira središte kružnice
 $R = R/\varphi$ ----- polumjer kružnice

Na Sl. 9.2.1. jasno vidimo značenje pojedinih fazora. Fazor A/α je konstantan po modulu i argumentu. Fazor R/φ imade konstantan modul, dok mu je argument φ promijenljivica od $0 \div 360^\circ$. Fazor V/τ zamišljamo kao ravnu elastičnu nit, učvršćena u ishodištu „0“, koja s drugim krajem klizi po opsegu kružnice, ako se kut φ mijenja.

Sa P je označena tačka na kružnici. Tački P_1 pripada modul $V = \overline{OP_1}$ s argumentom τ . Tačkama P_3 i P_5 pripada $V = \overline{OP_3}$ i $V = \overline{OP_5}$ s maksimalnim i minimalnim modulom, kojima je argument $\tau = \alpha$, što je očigledno iz dijagrama. Sa P_2 i P_4 označene su tačke kružnice koje imadu maksimalni i minimalni τ i odgovaraju tangentama iz ishodišta „0“ na kružnicu. $+j$



Sl. 9.2.1. Kružnica u polarnom obliku

Ako se na *RL* vođu npr. jedan parametar mijenja, kao što je struja, napon, snaga i slično, onda ona izaziva promjenu neke druge veličine, koja se pod stanovitim okolnostima zbiva po kružnici. Fazor V na slici 9.2.1. može nam npr. značiti napon, snagu, struju ili koju drugu veličinu.

9.3. JEDNADŽBA KRUŽNICE U OPĆENITOM OBLIKU

Pored kružnice u polarnom obliku poznajemo i drugi oblik jednadžbe kružnice u kompleksnoj ravnini. Jedan oblik može se izvesti iz drugog i obrnuto. Ne ulazimo ovdje u ovaj izvod. Zadovoljimo se ovaj čas time, da navedemo jednadžbu kružnice u općenitom obliku

$$V = \frac{A + B \cdot v}{C + D \cdot v} \quad \text{-----} [9.3.1.]$$

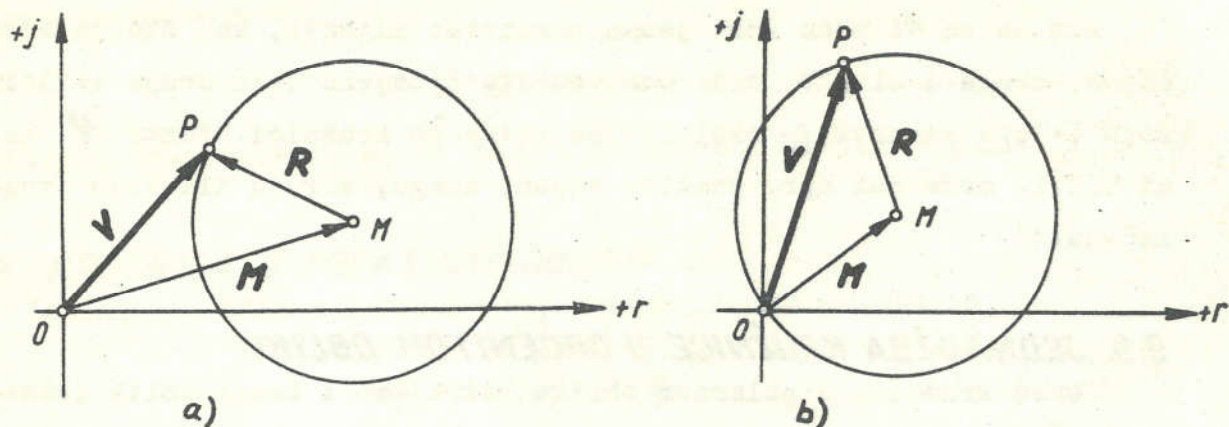
A, B, C, D su kompleksne konstante, dok je v realna promjenljiva koja prima sve vrijednosti od $(-\infty)$ do $(+\infty)$. Ciljak fazora V , koji imade svoj početak u ishodištu kompleksne ravnine, klizi po obodu kružnice, ako se v mijenja. Prvenstveno nas zanima položaj središta i polumjer kružnice, zadane u gornjem obliku.

Imade 3 načina za konstrukciju kružnice koja je zadana u općem obliku. Jedan je način da u gornju jednadžbu stavimo za $v = 0, \infty$, pa iz triju tačaka konstruiramo kružnicu. Druga je konstrukcija s dvije tačke i obođnim kutem. Moguće je najjednostavnije da se položaj središta kružnice i njen polumjer odrede konformnim preslikavanjem. Ne ulazeći u ovaj izvod, navodimo gotove izraze

$$\text{Središte kružnice } \overline{OM} \text{-----} M = \frac{AD^* - BC^*}{CD^* - DC^*} \quad \text{-----} [9.3.2.]$$

$$\text{Polumjer kružnice } \overline{MP} \text{-----} R = \frac{BC - AD}{CD^* - DC^*} \quad \text{-----} [9.3.3.]$$

Za polumjer kružnice uzimamo dakako samo njegov modul. Nazivnici obiju izraza tvore razliku dvaju konjugirano kompleksnih fazora, pa je ona čisto imaginarna i okomita na fazoru brojnika.



Sl.9.3.1. Jednadžba kružnice u kompleksnoj ravni

Na Sl. 9.3.1. vidimo dvije kružnice s odgovarajućim oznakama, jednu u općenitom položaju i druga, koja prolazi ishodištem.

Za primjer uzmimo kružnicu sa slijedećim konstantama

$$A = 4 + j6 = 7,21 \angle 56,3^\circ$$

$$B = 10 - j8 = 12,8 \angle -38,7^\circ$$

$$C = 2 - j1 = 2,23 \angle -26,6^\circ$$

$$D = 3 + j2 = 3,60 \angle 33,7^\circ$$

Jednadžba kružnice prema tome glasi

$$V = \frac{7,21 \angle 56,3^\circ + 12,8 \cdot v \angle -38,7^\circ}{2,23 \angle -26,6^\circ + 3,60 \cdot v \angle 33,7^\circ}$$

Konjugirano kompleksne veličine su

$$C^* = 2 + j1 = 2,23 \angle 26,6^\circ$$

$$D^* = 3 - j2 = 3,60 \angle -33,7^\circ$$

pa je

$$CD^* - DC^* = (2 - j1)(3 - j2) - (3 + j2)(2 + j1) = -j/4$$

i dobivamo prema [9.3.2.] i [9.3.3.]

$$M = -1,14 - j0,286 = 1,175 \angle 194,05^\circ$$

$$R = 3,71 + j0,857 = 3,81 \angle 13^\circ$$

kojim veličinama možemo crtati kružnicu.

Karakteristične tačke kružnice dobivamo kada u [9.3.1.] stavimo

$v = 0, 1, \infty$. Prema tome

$$V_0 = \frac{A}{C} \quad \text{-----} [9.3.4.]$$

$$V_1 = \frac{A+B}{C+D} \quad \text{-----} [9.3.5.]$$

$$V_\infty = \frac{B}{D} \quad \text{-----} [9.3.6.]$$

Iz ovih triju tačaka možemo takodjer konstruirati kružnicu. Ove su tačke medjutim važnije za dobivanje mjerne skale. U našem je primjeru naime

$$V_0 = \frac{7,21 \angle 56,3^\circ}{2,23 \angle -266^\circ} = 3,23 \angle 82,9^\circ = 0,399 + j 3,200$$

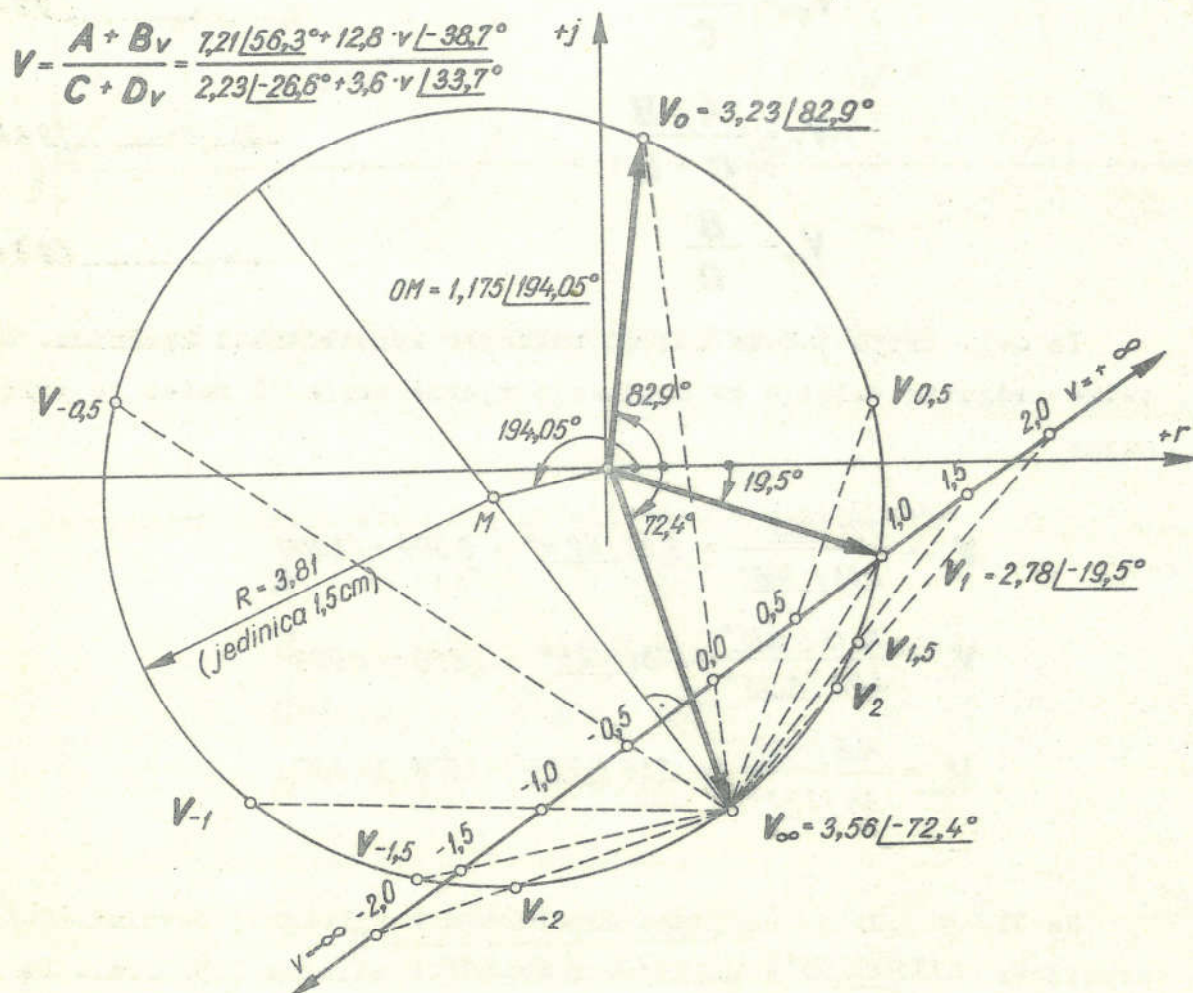
$$V_1 = \frac{14,15 \angle -8,15^\circ}{5,09 \angle 11,35^\circ} = 2,78 \angle -19,5^\circ = 2,620 - j 0,923$$

$$V_\infty = \frac{12,8 \angle -38,7^\circ}{3,6 \angle 33,7^\circ} = 3,56 \angle -72,4^\circ = 1,076 - j 3,380$$

Na Sl. 9.3.2. je nacrtana kružnica u kompleksnoj ravnini (r, j) sa središtem $1,175 \angle 194,05^\circ$ i polumjerom $R = 3,81$ (jedinica 1,5----cm). Na kružnici označimo glavne tačke V_0, V_1, V_∞ . Na zraku iz V_∞ koja prolazi kroz središte kružnice M povučemo okomicu iz V_1 . Na ovoj okomici dobivamo mjernu skalu za v . Spojimo naime tačkaste zrake V_∞ sa V_0 i V_1 , one presjecaju okomicu u razmaku $v = /$, kojim je definirana mjerna skala na okomici od $(-\infty)$ do $(+\infty)$.

Na slici je nacrtano nekoliko tačkastih zraka iz V_∞ kroz mjernu skalu pravca. Njihov produžetak do kružnice definira fazor V za odgovarajući v na mjernoj skali. Za bilo koji odabrani v na mjernom pravcu dobivamo fazor $\overline{OV}$ modulom i argumentom, mjeren iz ishodišta „0” i tačke V na kružnici. Negativni v vrijedi za lijevi dio kružnice od V_∞ do V_0 i ostali dio kružnice za pozitivni v . Ovaj

postupak navodimo bez dokaza, koji inače jednostavno rezultira iz inverzije pravca u kružnicu.



Sl.9.3.2. Konstrukcija kružnice i skale na mjernom pravcu

Jednadžba [9.3.1.] predočuje kružnicu u općenitom položaju kompleksne ravnine. Specijalni su oblici kružnice kada je $A = 0$ ili $B = 0$ ili kada je $A = 1$, $B = 0$. Ova tri oblika navodimo posebno

$$V = \frac{1}{C + D_v} \quad \text{-----} \quad (9.3.7)$$

$$V = \frac{A}{C + D_v} \quad \text{-----} \quad (9.3.8)$$

$$V = \frac{B_v}{C + D_v} \quad \text{-----} \quad (9.3.9)$$

U nazivniku svi triju jednađbi vidimo jednađbu pravca.

Pobliže ćemo razmotriti kružnicu (9.3.7) , koja se dobiva inverzijom pravca u općenitom položaju. Ovom operacijom pravac prelazi u kružnicu koja prolazi ishodištem kompleksne ravnine.

9.4. INVERZIJA

U jednostavnom strujnom krugu impedancije $Z = R + jX$ vrijede odnosi

$$Z = \frac{U}{I} \quad \text{-----} (94.1.)$$

$$Y = \frac{I}{U} \quad \text{-----} (94.2.)$$

Ako je struja konstantna dobivamo dijagram impedancije kod promjenljivog napona. Mijenjamo li struju kod konstantnog napona, dobivamo dijagram vodljivosti. Analogno govorimo o naponskom dijagramu u prvom slučaju i o strujnom dijagramu u drugom slučaju. U naponskom dijagramu su koordinate djelatna i jalova komponenta napona. Budući da se kod određene struje naponi odnose kao otpori, naponski dijagram u drugom mjerilu predoduje dijagram impedancije. Analogno vrijedi za strujni dijagram, koji je u drugom mjerilu dijagram vodljivosti.

Vodljivost je recipročna vrijednost impedancije s argumentom protivnog predznaka.

$$Y = \frac{1}{Z} \quad \text{ili} \quad Y \angle -\varphi = \frac{1}{Z \angle \varphi} \quad (94.3.)$$

Neka nam na Sl. 9.4.1. $\overline{OA}$ označuje impedanciju Z gdje je tačka A , zrcalna slika tačke A obzirom na realnu os. Pored toga, mjerila su slijedeća

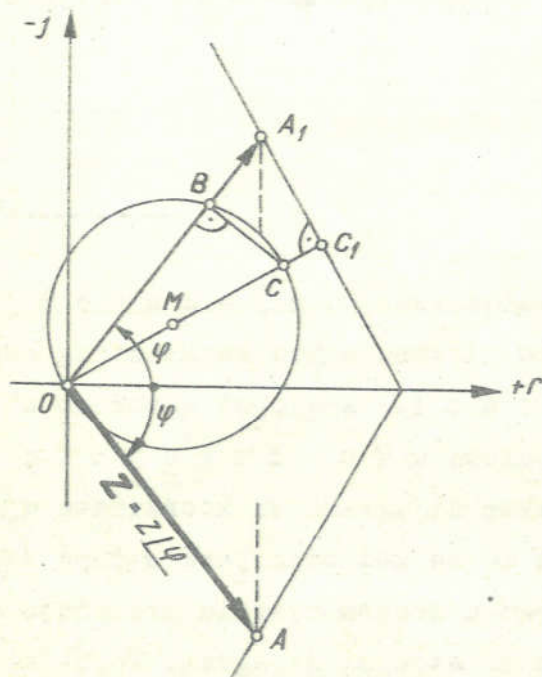
$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ cm} &= u \text{ [om]} \\ 1 \text{ cm} &= v \text{ [simens]} \end{aligned} \right\} \quad (94.4.)$$

Želimo li da nam dužina $\overline{OB}$ predoduje vodljivost u mjerilu $1 \text{ cm} = v \text{ simens}$, vrijedi

$$\left. \begin{aligned} u \overline{OA_1} &= Z \\ v \overline{OB} &= Y \end{aligned} \right\} \text{-----} (94.5.)$$

gdje je

$$\overline{OA_1} \cdot \overline{OB} = \frac{ZY}{u \cdot v} = \frac{1}{u \cdot v} = K = \text{const.} \text{-----} (94.6.)$$



Sl. 9.4.1. Pojam inverzije

kruga koji prolazi središtem inverzije jest pravac, koji je okomit na promjeru kruga.

Inverzna krivulja kruga u općenitom položaju, koji dakle ne prolazi ishodištem, opet jest krug. Naime iz Sl. 9.4.2. slijedi, ako je tačka, O'' središte inverzije

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OA_1}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OB_1}} \text{-----} (94.8.)$$

$$\overline{OA} \cdot \overline{OB_1} = \overline{OB} \cdot \overline{OA_1} = \overline{OC} \cdot \overline{OC_1} = K \text{-----} (94.9.)$$

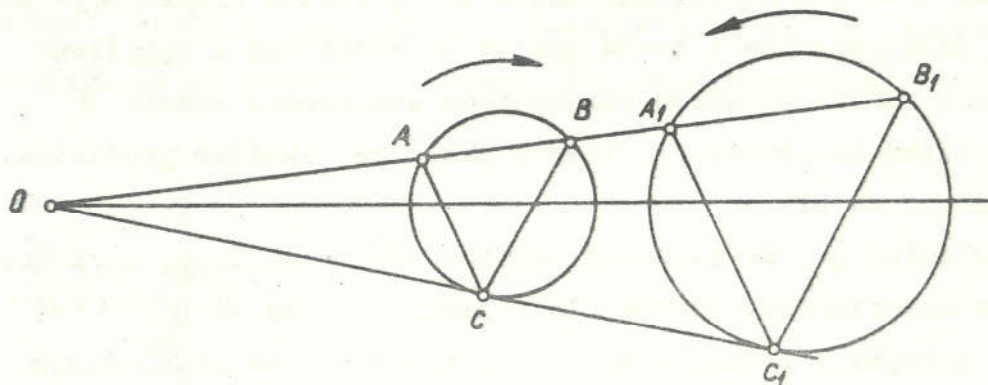
Dvije tačke kao A_1 i B , koje od čvrste tačke „O'' imaju konstantni produkt, nazivaju se *inverzne tačke*. Tačka „O'' je *središte inverzije*, a konstantni produkt *potencija inverzije*.

Prolazi li tačka A_1 po pravcu, inverzna tačka B opisuje kružnicu. Pri tom vrijedi

$$\overline{OC_1} \cdot \overline{OC} = \overline{OA} \cdot \overline{OB} \text{-----} [94.7.]$$

što slijedi iz sličnosti trokuta OA_1C_1 i OCB

Prema tome inverzijom pravca dobivamo krug kroz središte inverzije i obrnuto, inverzija



Sl. 9.4.2. Inverzija kružnice u kružnicu

Ove odnose također postavljamo ako središte inverzije leži unutar kružnice i nalazi se unutar inverznog kruga. Smisao rotacije inverznog kruga uvijek je protivan originalnom krugu. Odaberemo li mjerila tako da se oba kruga poklapaju, tada je potencija inverzije jednaka kvadratu tangente od središta inverzije na krug.

Kao primjer inverzije pravca u krug kroz isnodište uzmimo jednadžbu kruga (9.3.7)

$$V_y = \frac{1}{C + D_V}$$

u kojoj je dakle $A = 1/0^\circ$ i $B = 0$. Neka je u jednadžbi pravca nazivnika

$$C = 4,5 - j 2,6 = 5,20 \angle -30^\circ \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$D = 1,765 + j 1,765 = 2,50 \angle 45^\circ \text{ [}\Omega\text{]}$$

Pretpostavljamo da se u jednom strujnom krugu impedancija mijenja po pravcu prema gornjoj jednadžbi. Neka je odabrano mjerilo

$$1 \text{ cm} = 1 \text{ [}\Omega\text{]}$$

$$1 \text{ cm} = 0,05 \text{ [simens]}$$

$$K = 1/0,05 = 20$$

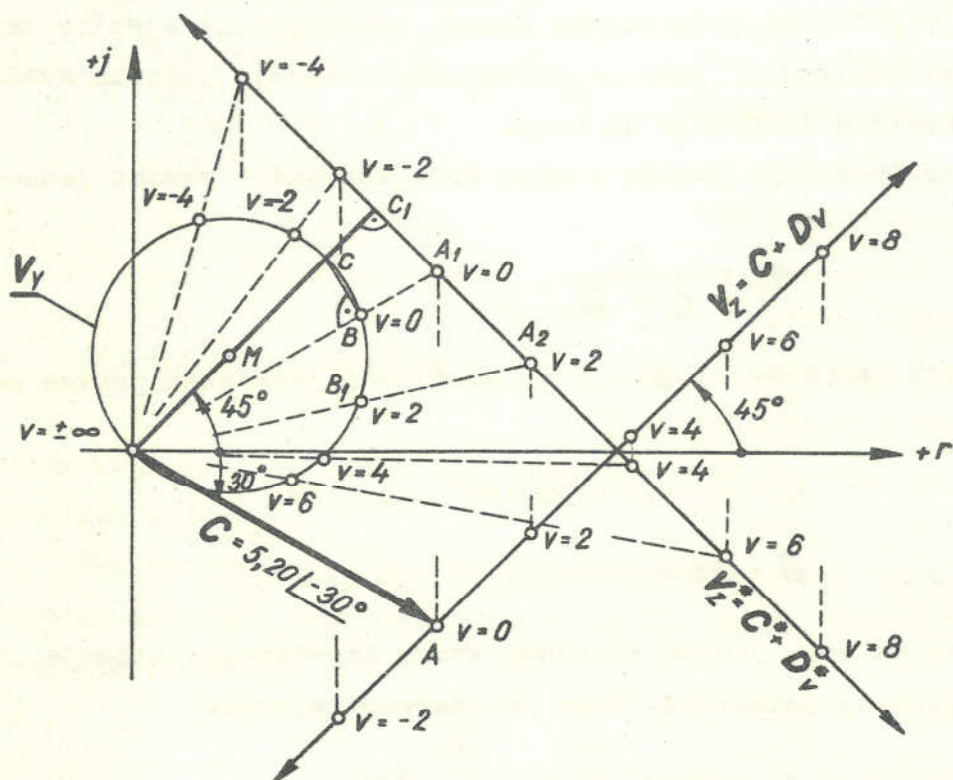
Pravac

$$V_z = C + D_V = 5,20 \angle -30^\circ + 2,50 \angle 45^\circ$$

prenesemo u kompleksnu ravninu na Sl. 9.4.3. Na slici je $\overline{OA} = 5,2 \text{ cm}$ pod kutem (-30°) . Na šiljak fazora **C** povučemo pravac V_Z pod kutem (45°) s odgovarajućom mjernom skalom za pozitivni i negativni v . U slijedećem koraku povučemo konjugirano kompleksni pravac V^* , koji je zrcalna slika na realnu os. Mjerna skala se također projicira, kako je naznačeno na slici.

Na zrcalni pravac položimo okomicu $\overline{OC}_1$, na kojoj leži središte kružnice invertiranog pravca. Iz poznatog odnosa $\overline{OC} \cdot \overline{OC}_1 = K = 20$ slijedi promjer i polumjer kružnice. Izmjerimo da je $\overline{OC}_1 = 5 \text{ cm}$ iz čega slijedi promjer i polumjer

$$2R = \overline{OC} = 20/5 = 4 \text{ cm}$$



Sl.9.4.3. Inverzija pravca u kružnici koja prolazi ishodištem

Jednaki rezultat mora nam dati formula [9.3.2] računskim putem, koji je tačniji od grafičkog. Naime, za naš konkretni primjer stavimo u formulu

$$A = 1 \angle 0^\circ$$

$$B = 0$$

$$C = 5,20 \angle -30^\circ$$

$$D = 2,50 \angle 45^\circ$$

$$CD^* - DC^* = 5,20 \angle -30^\circ \cdot 2,50 \angle -45^\circ - 2,50 \angle 45^\circ \cdot 5,20 \angle 30^\circ = 25 \angle -90^\circ$$

$$M = \frac{D^*}{CD^* - DC^*} = \frac{2,5 \angle -45^\circ}{25 \angle -90^\circ} = 0,10 \angle 45^\circ$$

Budući da je mjerilo vodljivosti $1 \text{ cm} = 0,05 \text{ simens}$, dobivamo da je

$$M = R = 20 \cdot 0,10 \angle 45^\circ = 2 \angle 45^\circ \text{ [cm]}$$

s kojim ortamo kružnicu na Sl. 9.4.3.

Mjernu skalu na zrcalnom pravcu projiciramo na kružnicu spajanjem tačkastih linija sa središtem inverzije O . Za svaki V_z^* na pravcu očitamo V_y na kružnoj skali kružnice. Da je konstrukcija tačna, kontroliramo izmjerene dužine u centimetrima, za koje mora biti

$$\overline{OC_1} \cdot \overline{OC} = \overline{OA_1} \cdot \overline{OB} = \overline{OA_2} \cdot \overline{OB_1} = \dots = K = 20$$

Navodimo sada jednadžbu kružnice (9.3.8) oblika

$$V = \frac{A}{C + D_v}$$

Dijelimo brojnik i nazivnik s konstantom A

$$V = \frac{\frac{1}{C} + \frac{D}{A}}{\frac{1}{A} + \frac{D_v}{A}} = \frac{1}{C' + D_v'} \quad \text{----- (9.4.10)}$$

To je također jednadžba kružnice kroz ishodište, svedena na oblik (9.3.7) koji smo netom tretirali. Umnožak jednadžbe kružnice (9.3.7) s kompleksnom konstantom znači promjenu polumjera i zakretanje kružnice. Analogno vrijedi za jednadžbu kružnice oblika (9.3.9)

$$V = \frac{B_v}{C + D_v}$$

Diobom brojnika i nazivnika sa B_v slijedi

$$V = \frac{1}{\frac{D_V}{B_V} + \frac{C}{B_V}} = \frac{1}{C' + D'_V} \quad \text{-----} (9.4.11.)$$

gdje smo stavili da je

$$V' = \frac{1}{V}$$

$$C' = \frac{D}{B}$$

$$D' = \frac{C}{B}$$

Jednadžba kružnice je opet svedena na oblik (9.3.7), koja prolazi ishodištem.

Dodamo li međjutim jednadžbi kružnice oblika (9.3.7) jedan fazor E slijedi

$$V = E + \frac{1}{C + D_V} = \frac{EC + ED_V}{C + D_V} = \frac{A + B_V}{C + D_V} \quad \text{-----} [9.3.1]$$

gdje smo stavili da je

$$EC = A$$

$$ED = B$$

Dodatak E znači, da su sve tačke kružnice kroz ishodište pomaknute za ovaj fazor. Dobiva se jednadžba kružnice općeg oblika s povoljnim položajem u kompleksnoj ravnini, tretirani u tač. 9.3.

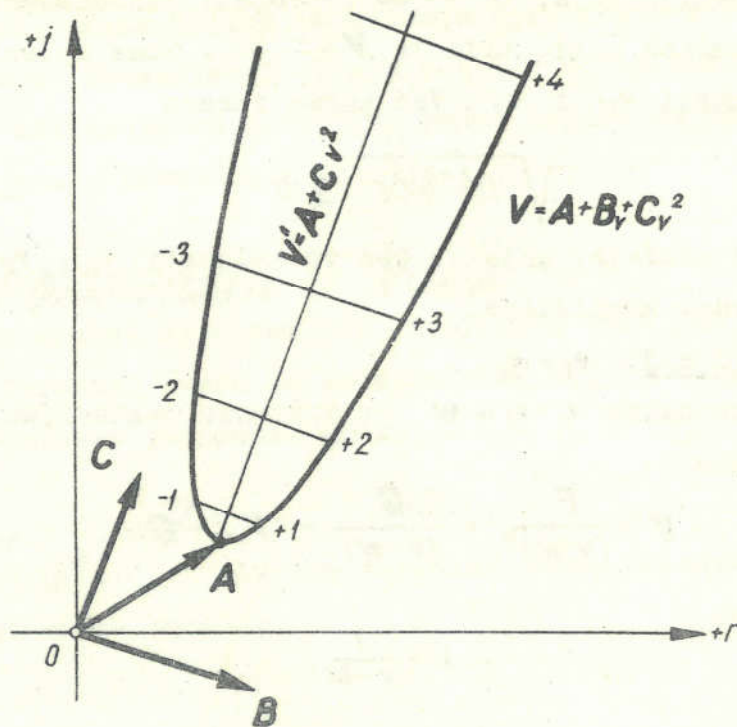
9.5. PRESJECI STOŠCA

Pored kružnice, u analizama mreža pojavljuju se i druge krivulje, dobivene prerezom stošca. Već smo prije upoznali, da se pod stanovitim uvjetima gubici djelatne i jalove snage u vodu mijenjaju po eliptičkoj funkciji. Poznate su npr. granične snage voda koje se mogu prikazati parabolom i t.d.

Jednadžba drugog stepena u obliku

$$V = A + B_V + C_V^2 \quad \text{-----} [9.5.1.]$$

predočuje parabolu na Sl. 9.5.1., ako kompleksne konstante A , B , C imaju različite argumente.



Sl.9.5.1. Parabola u kompleksnoj ravlini

Ako je $B = 0$, dobivamo jednađbu pravca

$$V' = A + C_v^2$$

s kvadratnom mjernom skalom. Uvrstimo naime da je $v^2 = u$, jednađba je linearna s promijenljivicom „ u “. Prema tome da li je mjerna skala linearna, kvadratna i t.d., razlikujemo i stepen jednađbe.

Imadu li B i C jednaki argument, tada osim $v = 0$ postoji još jedna vrijednost v_0 za koju je

$$Bv_0 + Cv_0^2 = 0 \text{ ili } B = -Cv_0$$

Jednađba [9.5.1] prelazi u oblik

$$V = A + (v^2 - vv_0) C \quad \text{-----} (9.5.2)$$

To je pravac u smjeru argumenta fazora C s kvadratnom mjernom skalom, gdje svakoj tački pripadaju dvije vrijednosti v .

Jednađba s realnim nazivnikom drugog stepena

$$V = \frac{A + Bv}{C + Dv + Ev^2} \quad \text{-----} [9.5.3]$$

predočuje krivulju koja, za $v = \infty$, prolazi ishodištem. Stavimo li da je nazivnik jednak nuli, tada je $V = \pm \infty$. Tome općenito odgovaraju dvije vrijednosti v_1 i v_2 . Već prema izrazu

$$\sqrt{D^2 - 4CE} \approx 0 \quad \text{-----} (9.5.4)$$

razlikujemo 3 slučaja, gdje su obe vrijednosti v_1 , v_2 realne i jednake i konjugirano kompleksne

1. S l u č a j: $v_1 = v_2$

Stavimo naime $v_1 = v_2 = w$, dobivamo rastavljanjem u parcijalne razlomke

$$V = \frac{F}{(v-w)^2} + \frac{G}{(v-w)} = F_u^2 + G_u \quad \text{-----} (9.5.5)$$

gdje je

$$u = \frac{1}{v-w}$$

pa prema [9.5.1] imademo pred sobom jednadžbu parabole kroz ishodište.

2. S l u č a j: v_1 i v_2 su realni i različiti

Jednadžba [9.5.3] možemo rastaviti u oblik

$$V = \frac{F}{(v-v_1)} + \frac{G}{(v-v_2)} = F \cdot u + G \cdot r \quad \text{-----} (9.5.6)$$

Za dvije različite vrijednosti v krivulja prima beskonačnu vrijednost, pa pred sobom imademo hiperbolu s asimptotama kroz ishodište.

3. S l u č a j: v_1 i v_2 su konjugirano kompleksni.

Ne postoji realna vrijednost v koja bi dala tačku u beskonačnosti, pa pred sobom imademo elipsu kroz ishodište. Jednadžba [9.5.3] predočuje prema tome jednadžbu presjeka stožca kroz ishodište. Dodamo li jednadžbi neki fazor H , dobivamo krivulju u općenitom položaju, ako svedemo na zajednički nazivnik

$$V = \frac{A' + B'v + C'v^2}{C + Dv + Ev^2} \quad \text{-----} [9.5.7]$$

U nekim problemima mreža pojavljuju se i krivulje trećeg i višeg stepena. Na ovom mjestu samo spominjemo **b i c i r k u l a r n e** krivulje

četvrtog stepena, prema kojima se mijenja npr. fazor struje kod motora u kaskadnom spoju. Spomenimo i P a s c a l o v p u ž n i k, kao specijalni slučaj bicirkularne krivulje, prema kojima se mijenja struja sinhronih strojeva s istaknutim polovima.

10. KRUŽNI DIJAGRAMI RL VODA

Ilustriramo kružni dijagram RL trofaznog voda pod pretpostavkom da je zadan referentni napon na početku voda $U_1 \angle 0^\circ$ i impedancija $Z = Z \angle \varphi_k$. Naponska jednačba glasi

$$U_2 = U_1 - \sqrt{3} I Z \quad \text{-----} (10.1)$$

Budući da su $U_1 \angle 0^\circ$ i $Z \angle \varphi_k$ čvrste veličine voda, uzimamo da su to i bazične veličine. Prema tome je

$$U_b = U_1$$

$$Z_b = Z$$

iz čega slijede bazična struja i snaga, koje u stvari odgovaraju struji i snazi kratko spojenog voda na njegovom kraju

$$I_b = \frac{U_b}{\sqrt{3} Z_b}$$

$$S_b = \sqrt{3} U_b I_b$$

Struju na početku voda $I = I \angle -\varphi_1$ zadajmo proizvoljno. Dijelimo (10.1) sa U_b , imajući također u vidu $U_b = \sqrt{3} I_b Z_b$, dobivamo naponsku jednačbu u jediničnom obliku

$$U_2^\circ = 1 - I^\circ \angle \varphi_k - \varphi_1 \quad \text{-----} [10.2]$$

jer je $U_1^\circ = 1 \angle 0^\circ$ i $Z^\circ = 1 \angle \varphi_k$, dok je $I^\circ = I / I_b = I^\circ \angle -\varphi_1$ za induktivni teret.

U stvari je to jednačba kružnice u polarnom obliku. Referentni napon $U_1^\circ = 1 \angle 0^\circ$ definira položaj središta kružnice M , koje se nalazi u realnoj osi kompleksne ravnine (r, j) , kako vidimo na Sl. 10.1. To je konstanta u naponskoj jednačbi, koju smo prije označili sa $A \angle \mathcal{L}$ u jednačbi kružnice, no koja imade argument $\mathcal{L} = 0$. Na slici je $\overline{OM} = U_1^\circ = 1 \angle 0^\circ = 10 \dots \text{cm}$, jer smo za jedinicu odabrali $10 \dots \text{cm}$.

polumjer kružnice $\overline{OM} = 10 \text{ cm}$ sa središtem M . Ova kružnica nije na slici nacrtana.

Kut φ_k definira faktor snage kratko spojenog voda i to je konstanta voda. Kut φ_1 definira faktor snage opterećenja na početku voda, koji želimo proizvoljno mijenjati, kao i struju ili snagu. Na dijagramu je naznačena linija $\overline{MN}$, pod kutem φ_k , za koju je $\varphi_1 = 0^\circ$. To je početna linija od koje mjerimo kuteve ($-\varphi_1$) za induktivni teret na lijevo i ($+\varphi_1$) za kapacitivni teret na desno. Na dijagramu su izvučene radijalne linije iz M s kutevima $\varphi_1 = 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ za induktivno i kapacitivno područje. Druga polutka dijagrama izvan ($\mp 90^\circ$) pripada motornom području, u kojem izvor i potrošač izmjenjuju uloge.

Promatrajmo jednu tačku N na dijagramu. Ovoj tački odgovara opterećenje na početku voda

$$\overline{MN} = 1^\circ = S_1^\circ = 0,40 / -20^\circ$$

koje biramo proizvoljno i unosimo u dijagram. Radi se o induktivnom teretu, jer je argument negativan. Ova se tačka nalazi u dvijema kompleksnim ravninama.

Jedna kompleksna ravnina jest (P_1, jQ_1) , kako je označena na dijagramu. Projekcijom dužine $\overline{MN}$ na ove osi dobivamo djelatnu i jalovu komponentu zadane snage ili struje na početku voda

$$(1_r^\circ - j1_x^\circ) = (P_1^\circ - jQ_1^\circ) = 0,375 - j0,137 \quad \checkmark$$

Istu tačku promatramo sada u drugoj kompleksnoj ravnini (r, j) , koja je također označena na slici. Dobivamo na kraju voda kod $\varphi_k = 42,6^\circ$

$$\overline{ON} = U_2^\circ = 1 - 0,40 / 42,6^\circ - 20^\circ$$

$$= 1 - 0,369 - j0,1535$$

$$U_2^\circ \angle \theta = 0,631 - j0,1535 = 0,65 / -13,7^\circ$$

Modul ovoga napona očitamo na kružnom luku kroz N , kojemu je središte u ishodištu O . Na dijagramu je nacrtano nekoliko takvih kružnih lukova za $U_2^\circ = 1 : 0,95 : 0,90 : 0,85$ i t.d. Kroz tačku N je $U_2^\circ = 0,65$ ili $6,5 \text{ cm}$. Argument napona U_2° očitamo na kutnoj skali oko ishodišta O na kojoj su naznačeni kutevi $(\varphi_1, \varphi_2, \theta)$ u pozitivnom i negativnom

smjeru vrtnje. Očitamo da je $\theta = -13,7^\circ$. Iz poznatog odnosa na RL vo-
du

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \theta$$

na istoj kutnoj skali očitamo kut φ_2 , kojim je definiran faktor sna-
ge potrošača na kraju voda. Pad napona u vodu

$$u = U_1^\circ - U_2^\circ = 1 - 0,65 = 0,35 \text{ ili } 35\%$$

očitamo u tački dužine $\overline{OM}$, koja je presječena kružnim lukom $U_2^\circ = 0,65$.
Ovu tačku presjeka takodjer kružni luk $1^\circ = 0,35$.

Iz poznatog odnosa

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

slijedi, da je trokut napona OMN proporcionalan trokutu prividnih sna-
ga. Ako je $\overline{OM}$ prividna snaga na početku voda, onda je $\overline{ON}$ prividna sna-
ga na kraju voda, dok je $\overline{MN}$ gubitak prividne snage u vodu. Proces ro-
tacije i preslikavanja u zajednički dijagram napona i snage već smo nau-
čili prije. Naučili smo takodjer kako se dobiva stepen korisnosti pri-
jenosa ili gubici u zajedničkom dijagramu napona i snage.

Pretpostavimo sada vod kojemu je $t_g \varphi_k = X/R$. Zanimivo je primjetiti,
da je kod istog $t_g \varphi_k$ stepen korisnosti ili relativni gubitak snage ne-
zavisan o naponu ili duljini voda. Ovu činjenicu već smo prije utvrdili
na RL vodu. U kružnom dijagramu nama je nepoznato o kojem se naponu ra-
di, niti znademo duljinu voda, niti su nam poznate stvarne snage koje se
vodom prenese. Znademo samo relativne odnose snaga ili napona i faktore
snage.

Za svaku radnu tačku dijagrama ipak možemo odrediti stepen korisno-
sti ili relativni gubitak snage prijenosa za bilo koju duljinu voda ne-
zavisno o naponu. Želimo npr. doznati, koji stepen korisnosti imade rad-
na tačka N u dijagramu? Konstrukcija je slijedeća:

Spojimo linijama tačku N sa tačkama M i O . Očitamo $\varphi_1 = -20^\circ$ u
(P_1, jQ_1) ravnini. Isti kut φ_1 očitamo na kutnoj skali oko ishodišta
, $O(r_j)$ ravnine, iz kojeg se povuče linija pod ovim kutem. Okomica kroz
tačku N na ovu liniju siječe $\overline{OM}$ u tački G , koja je naznačena na
dijagramu. Na onoj kružnoj liniji U_2° , koja presijeca tačku G ,

očitanje stepen korisnosti. Na onoj kružnoj liniji 1° , koja presjeca istu tačku, očitamo gubitak djelatne snage u vodu. Jednostavnije je da izmjerimo $\overline{OG} = 6,88 \dots \text{cm}$ i $\overline{GM} = 3,12 \dots \text{cm}$. Prema tome je za radnu tačku N u dijagramu

$$\eta = 0,688 \quad \text{ i } \quad p = 0,312$$

Jednako nadujemo stepen korisnosti ili gubitke za svaku drugu tačku dijagrama. Na kutnoj skali oko 0° (r, f) ravnine očitamo takodjer $\theta = 13,7^\circ$ i $\varphi_2 = \varphi_1 - \theta = 6,3^\circ$.

To slijedi neposredno promatranjem dijagrama u (r, f) ravnini, gdje je

$$\frac{u_2^0 \cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} = \frac{0,65 \cdot \cos 6,3^\circ}{\cos 20^\circ} = 0,688 = \eta = 1 - p = 1 - \frac{1^\circ \cos \varphi_k}{\cos \varphi_1} = 1 - 0,312$$

Isti rezultat slijedi takodjer iz poznatog odnosa

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

$$1-p = (1-u) \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} = (1-0,35) \frac{\cos 6,3^\circ}{\cos 20^\circ} = 0,688$$

Ovi odnosi vrijede dakako za sve vodove kojima je $\tan \varphi_k = X/R = \tan 42,6^\circ = 0,92$, koji je odabran u našem dijagramu. Želimo li utvrditi jalove gubitke, postupamo analogno. Da se ne bi izgubila preglednost, ne ćemo ilustrirati ovu konstrukciju na dijagramu. Oni se dobivaju takodjer iz gore očitanih podataka na dijagramu i to iz poznate relacije

$$\frac{1-u}{1-q} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2}$$

$$1-q = (1-0,35) \cdot \frac{0,109}{0,342} = 0,207 = \eta_q$$

$$q = 0,793 \text{ ili } 79,3\%$$

što se može očitati i na dijagramu u tački, gdje okomica na $\overline{NG}$ kroz N siječe $\overline{OM}$. Vrijedi takodjer odnos

$$q = \frac{1^\circ \sin \varphi_k}{\sin \varphi_1} = \frac{0,4 \cdot 0,676}{0,342} = 0,793$$

koji izraz jednostavno provjerimo promatranjem dijagrama. Padne li tačka N u liniju q , gdje je $\cos \varphi_1 = 0$, dobivamo da je $p = \infty$ i $q = \infty$

ALX = 30,3 + 0,4



što slijedi iz gornjih izraza. Okomica kroz tačku N na struju pod kutem $\varphi_1 = -90^\circ$ na kutnoj skali iz „0“ jest paralelna sa $\overline{OM}$. Iako odredimo tačku na kružnici I° u kojoj je $\rho = 1$, a kod koje se dobiva najmanji $\cos \varphi$ za realni pogon voda. Ne želimo li naime da potrošač radi kao generator, onda izvor na početku voda mora imati neki minimalni $\cos \varphi$, kojim se pokrivaju djelatni gubici voda. Slično je kod kapacitivnog opterećenja. Ove karakteristične tačke dijagrama jednostavno odredimo takodjer iz naponske jednadžbe.

Jednadžbom [10.2] tretiran je kružni dijagram sa zadanim naponom na početku voda. Kada želimo imati konstantni ili zadani napon na kraju voda, oblik naponske jednadžbe jest

$$U_1^\circ = 1 + I^\circ [\varphi_k - \varphi_2] \quad [10.3]$$

Ovdje su bazične veličine

$$\begin{aligned} U_b &= U_2 \\ I_b &= I \\ I_b &= \frac{U_2}{\sqrt{3}Z} \\ S_b &= \sqrt{3} U_b I_b = \frac{U_2^2}{Z} \end{aligned}$$

Bazična snaga i struja odgovaraju snazi i struji kratkog spoja na kraju voda kod napona U_2 i kratko spojenog voda na početku. Možemo staviti da je

$$I^\circ = S_2^\circ = \frac{I^\circ}{I_b} = \frac{S_2}{S_b} = v$$

gdje v prima vrijednosti od $0 \div 1$ i predodređuje odnos stvarne struje ili snage na kraju voda i struje ili snage kratko spojenog voda. Kružni dijagram ostane isti kao na Sl. 10.1. i još jednom je prikazan na Sl. 10.2.

Jedina je razlika da sada koristimo drugu polutku dijagrama za induktivno i kapacitivno područje (P_2, fQ_2) ravnine. Prema Sl. 10.1. osi (P_2, fQ_2) ravnine mijenjaju smisao, a motorno područje prelazi u generatorsko i obrnuto. Umjesto kružnih linija U_2° u (r, f) ravnini imamo U_1° kružne linije. Kružne i kutne skale u obim ravninama dakako ostaju nepromijenjene.

I ovdje vrijede osnovne relacije RL voda:

$$\frac{U_2^0}{U_1^0} = \frac{S_2^0}{S_1^0}$$

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

$$\frac{1-u}{1-q} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2}$$

U pogledu gubitaka možemo se služiti također formulama

$$p = \frac{I^0 \cos \varphi_k}{\cos \varphi_2 + I^0 \cos \varphi_k}$$

$$q = \frac{I^0 \sin \varphi_k}{\sin \varphi_2 + I^0 \sin \varphi_k}$$

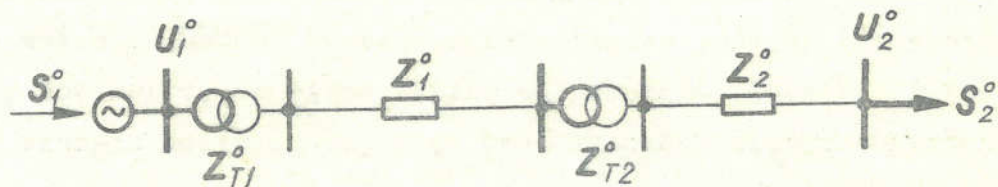
koje proizlaze neposrednim promatranjem dijagrama. Gubici zavise samo o kutu φ_k , zadanom $I^0 = S_2^0$ i zadanom faktoru snage na kraju voda. Ovim se formulama služimo kada želimo veću tačnost od one, koju možemo očekivati na dijagramu.

10.1. PRAKTIČNA UPOTREBA DIJAGRAMA

Na kružnom dijagramu dobivamo zornu predodžbu o događajima na vodu pri različitim uvjetima opterećenja. Najjednostavnije je zamisliti da se kružni dijagram sastavlja iz dvije kompleksne ravnine (r, j) i (p, jQ) svaka sa svojom kutnom i kružnom skalom. Na krajevima odabrane jedinice $\overline{OM} = 1$ nalazi se ishodište jedne i druge ravnine. Konstrukcija dijagrama prema tome je veoma prosta i jednostavna. Tačnost očitavanja na dijagramu zavisi o izboru veličine jedinice. U našem je primjeru odabran $\overline{OM} = 10 \dots cm$. Obje ravnine su zakrenute za kut φ_k koji je neovisan o naponu niti duljini voda, već zavisi samo o odnosu X/R voda.

Dužina $\overline{MN}$ je proizvoljno odabrana snaga ili struja u (p, jQ) ravni bilo na početku ili kraju voda. Ista dužina u (r, j) ravni predočuje prividni pad napona i prividne gubitke snage u vodu, gledamo li u ovoj ravni zajednički dijagram napona i snage. U zajedničkom dijagramu stranice trokuta OMN jednom predstavljaju komponente napona i drugiput komponente prividnih snaga. Ranije smo pokazali, da se naponi na krajevima voda odnose kao i prividne snage.

Vod se može proširiti s impedancijama transformatora na početku ili kraju ili na oba kraja voda. Time se utječe samo na veličinu kuta φ_k . Moguća su dakako i daljnja proširenja gdje spajamo više vodova u seriji s međutransformacijom, uključivši eventualno unutarnje impedancije generatora, prigušnice, serijske kondenzatore ili druge elemente mreže, kojima je impedancija u serijskoj vezi s impedancijom voda. Na Sl.10.1.1 pokazujemo tipičan primjer. Ovakav sistem nadomještamo jednim RL vodom koji se može interpretirati na kružnom dijagramu. Kasnije ćemo naučiti kako se impedancije pojedinih elemenata sistema reduciraju na jedinstven napon.



Sl. 10.1.1. Serijska kombinacija vodova s međutransformacijom

Kut φ_k rezultira iz svih impedancija u seriji. Konstruiramo li (P, jQ) ravninu iz prozirnog celuloida sa svojom kutnom i kružnom skalom, koja može rotirati oko ishodišta M , onda se svaka kombinacija s impedancijama u seriji može prilagoditi interpretaciji na kružnom dijagramu bilo prema Sl. 10.1. ili Sl. 10.2.

Dva su ekstremna slučaja: Kada je u serijskoj kombinaciji $X^0 = 0$, onda se osi ravnina (P) i (r) poklapaju. Ako je $R^0 = 0$, poklapaju se osi (Q) i (r) . Kod vodova visokog napona poglavito u seriji s transformatorima φ_k je blizu 90° . Obrnuto je kod vodova nižih napona bez transformacije.

Kapacitivne efekte voda možemo naknadno uzeti u obzir, ako vod nadomještamo s π -shemom, u kojoj na krajevima voda koncentriramo polovicu kapacitivne vodljivosti. Kako znademo, ovakvim gledanjem kapacitivni efekt voda nema utjecaja na djelatne snage u prijenosu, već samo na jalove komponente snaga ili struja na početku i kraju voda. U tač. 8. smo naučili kako se provodi ovaj dodatni račun i bilo bi suvišno

da ga ponavljamo.

Istu koncepciju prenosimo i na homogeni vod s distribuiranim konstantama, koji se nadomješta s π -shemom. U dodatnom računu međjutim pojavljuje se korekcija radnih i jalovih komponentata na početku i kraju voda, koji račun prelazi okvire naših razmatranja.

Imajući na umu gornje napomene, opisani kružni dijagram imade univerzalni karakter. Na njemu možemo analizirati svaki vod, neovisno o njegovom naponu i duljini, ako zamislimo da se (P, jQ) ravnina može zakretati i prilagoditi svakom kutu φ_k stvarnog voda ili serijskoj kombinaciji voda s drugim elementima mreže. Na dijagramu dobivamo sve informacije koje nas mogu zanimati u stacionarnom pogonu voda pod različitim uvjetima opterećenja; napone, snage, struje, padove napona, gubitke snage, faktore snage, utjecaj kompenzacije jalove snage na prijenosne prilike i t.d. Na drugom mjestu upoznati ćemo također upotrebu kružnih dijagrama u složenim mrežama.

Na nesreću, tačnost očitavanja podataka na dijagramu nije velika, poglavito ako je odabrana jedinica $\overline{OM}$ malena. Ovu jedinicu možemo dakako odabrati po volji veliku, no dijagram tada može postati nespretna za upotrebu. U normalnim pogonskim prilikama dužina $\overline{MN}$ obično je mala u odnosu na dužine $\overline{OM}$ i $\overline{ON}$, što je uzrok netačnosti. Uz dijagram je poželjan dodatni račun, kojim vršimo kontrolu podataka u skućenom prostoru dijagrama oko ishodišta M . Pritom često koristimo osnovne i jednostavne relacije za pad napona, gubitke i t.d. Račun kompleksne algebre dakako ne može nadomjestiti zornu predodžbu i globalna zaključivanja o događajima na vod, koje nam pruža kružni dijagram.

Za praktične potrebe moguće je ugodno odabrati $\overline{OM} = 30 \dots \text{cm}$, gdje s dovoljno preciznom kutnom i kružnom skalom u ovim ravninama dobivamo zadovoljavajuća očitavanja. Polumjer 1° -kružnice ograničen je graničnom strujom ugrijavanja vodiča. Ovakav dijagram može se pregledno prikazati na A3 formatu.

S nekoliko jednostavnijih primjera ilustriramo praktičnu upotrebu dijagrama:

1. Za trofazni nadzemni vod neka je

$$U_1 = 36 \text{ [kV]}$$

$$l = 40 \text{ [km]}$$

$$A = 70/12 \text{ alučel 6:1}$$

$$I_g = 235 \text{ [A]}$$

$$Z_0 / \varphi_k = 0,435 + j0,40 = 0,592 / 42,6^\circ \text{ [}\Omega\text{/km]}$$

Odredi područje na kružnom dijagramu u kojem se opterećenja nalaze unutar granične struje ugrijavanja I_g ? Kod kojeg opterećenja dobivamo maksimalni pad napona ako je struja u vodu $I = I_g$?

Za bazu uzimamo

$$U_b = U_1 = 36 \text{ [kV]}$$

$$Z_b = Z_0 l = 0,592 \cdot 40 = 23,68 \text{ [}\Omega\text{]}$$

Prema tome su bazična struja i snaga

$$I_b = \frac{U_b}{\sqrt{3} Z_b} = \frac{36 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 23,65} = 880 \text{ [A]}$$

$$S_b = \sqrt{3} U_b I_b = \sqrt{3} \cdot 36 \cdot 880 = 54800 \text{ [kVA]}$$

što odgovara takodjer struji i snazi kratkog spoja voda.

Jedinična struja ugrijavanja

$$I_g^\circ = S_g^\circ = \frac{235}{880} = 0,267$$

Na dijagramu Sl. 10.1. zakrenemo prozirnu celuloidnu skalu (P_1, jQ_1) ravnine za kut $\varphi_k = 42,6^\circ$. Polukrug $I_g^\circ = 0,267 (2,67 \text{ cm})$, koji je na slici izvučen debelom linijom, omedjuje područje do granične struje ugrijavanja. Najmanji napon na kraju voda U_2° je na spojnici $\overline{OH}$ u tački koju presjeca I_g° -krug. U ovoj se tački najvećeg pada napona tangiraju U_2° -krug i I_g° -krug. Radi preglednosti ova tačka na dijagramu nije posebno označavana.

Neposredno očitamo na dijagramu

$$u = p = q = 0,267 \text{ ili } 26,7 \%$$

što odgovara faktorima snage

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \cos \varphi_k = \cos 42,6^\circ = 0,735$$

Najveći pad napona dobiva se kod $\varphi_1 = \varphi_2 = -\varphi_k$ u kojem slučaju su relativni gubici napona i snage jednaki. Za ovu radnu tačku je

$$U_2^\circ = 0,733 \angle 0^\circ = (1 - 0,267) \text{ ili } 24,0 \angle 0^\circ \text{ ----- [kV]}$$

$$S_1^\circ = 0,267 \angle -42,6^\circ \text{ ili } 14600 \angle -42,6^\circ \text{ ----- [kVA]}$$

$$S_2^\circ = U_2^\circ S_1^\circ = 0,733 \cdot 0,267 \angle -42,6^\circ \text{ ili } 10700 \angle -42,6^\circ \text{ ----- [kVA]}$$

što možemo neposredno izmjeriti na dijagramu.

2. Isti vod s istim podacima, no $l = 60 \text{ km}$. Lako provjerimo uz novi

$$Z_b \text{ i } I_b$$

$$I_g^\circ = S_g^\circ = \frac{235}{587,5} = 0,40$$

Veća duljina voda povećava polutku I_g° -kruga i obrnuto.

3. Isti vod kao pod 1., ali s opterećenjem $S_1 = 5000 \angle -36,9^\circ \text{ kVA}$ na početku voda. Slijedi

$$I^\circ = S_1^\circ = \frac{5000}{54800} \angle -36,9^\circ = 0,0913 \angle -36,9^\circ$$

Očitanje na dijagramu Sl. 10.1. je nesigurno jer je mjerilo sitno. Prednost dajemo kompleksnoj algebri. Prema jednadžbi [10.1.] slijedi

$$U_2^\circ = U_1^\circ \angle \theta - 1 - 0,0913 \angle 42,6^\circ - 36,9^\circ$$

$$= 0,909 - j0,0091 = 0,909 \angle -0,57^\circ \text{ ili } 32,7 \angle -0,57^\circ \text{ ----- [kV]}$$

$$\varphi_2 = \theta - \varphi_1 = 0,57 - 36,9 = -36,33^\circ$$

Za daljnji račun koristimo poznate odnose na RLvodu

$$S_2^\circ = U_2^\circ \angle \varphi_2 = 0,909 \angle -36,33^\circ \text{ ili } 4545 \angle -36,33^\circ \text{ ----- [kVA]}$$

$$u = 1 - U_2^\circ = 1 - 0,909 = 0,091 \text{ ili } 9,1\%$$

$$p = 1 - (1 - u) \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} = 1 - (1 - 0,091) \frac{\cos 36,33^\circ}{\cos 36,90^\circ} = 0,084 \text{ ili } 8,4\%$$

4. Neka je na trofaznom nadzemnom vođu

$$U_2 / 0^\circ = 10 \text{ ----- } [kV]$$

$$S_2 / -\varphi_2 = 3000 / -30^\circ \text{ --- } [kVA]$$

$$l = 15 \text{ ----- } [km]$$

$$Z_o / \varphi_k = 0,592 / 42,6^\circ \text{ --- } [\Omega/km]$$

Budući da su zadani uvjeti na kraju voda koristimo drugu polutku dijagrama na Sl. 10.2. Bazične veličine su

$$U_b = U_2 = 10 \text{ ----- } [kV]$$

$$Z_b = Z_o l = 0,592 \cdot 15 = 8,88 \text{ --- } [\Omega]$$

i odgovarajuća bazična struja i snaga

$$I_b = \frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 8,88} = 652 \text{ ----- } [A]$$

$$S_b = \sqrt{3} \cdot 10 \cdot 652 = 11250 \text{ --- } [kVA]$$

Slijedi

$$I^\circ S_2^\circ = \frac{3000}{11250} / -30^\circ = 0,267 / -30^\circ$$

Očitamo na dijagramu

$$U_1^\circ = 1,26 / 2,65^\circ \text{ ili } 126 / 2,65^\circ \text{ ----- } [kV]$$

Ova tačka na dijagramu nije posebno označena. Tačnost očitavanja provjerimo formulom [10.3.]

$$U_1^\circ = 1 + 0,267 / 42,6^\circ - 30^\circ = 1,26 + j0,0583 = 1,26 / 2,65^\circ$$

$$\varphi = \theta + \varphi_2 = 32,65^\circ$$

$$S_1^\circ / -\varphi_1 = U_1^\circ / -\varphi_1 = 1,26 / -32,65^\circ \text{ ili } 3780 / -32,6^\circ \text{ --- } [kVA]$$

$$u = \frac{1,26 - 1}{1,26} = 0,2065 \text{ ili } 20,65 \%$$

$$p = 1 - (1 - u) \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} = 1 - 0,7935 \cdot \frac{0,866}{0,842} = 0,183 \text{ ili } 18,3 \%$$

Sve ove vrijednosti dobivamo direktnim očitanjem na dijagramu s manjom ili većom tačnošću, što zavisi o izboru veličine jedinice.

5. Trofazni 110..... kV dalekovod imade slijedeće podatke:

$$U_2 = 105 \text{ [kV]}$$

$$S_2' \angle \varphi_2' = 40000 \angle -40^\circ \text{ [kVA]}$$

$$l = 150 \text{ [km]}$$

$$Z_0 \angle \varphi_k = 0,123 + j 0,40 = 0,418 \angle 72,9^\circ \text{ [\Omega/km]}$$

$$B_0 \angle 90^\circ = j 2,84 \cdot 10^{-6} \text{ [S/km]}$$

U kružnom dijagramu treba uzeti u obzir i kapacitivne efekte voda.
Kapacitivna snaga na kraju voda jest

$$Q_{C2} = j U_2^2 \cdot \frac{B}{2} = j 105^2 \cdot \frac{2,84}{2} 150 \cdot 10^{-6} = j 2350 \text{ [kVar]}$$

Jedan dio jalove snage potrošača S_2' podmiruje koncentrirana kapaciteta na kraju voda, tako da je stvarna snaga pred izlazom voda

$$S_2 = S_2' + j Q_{C2} = (30600 - j 25700) + j 2350 = 30600 - j 23350 = 38500 \angle -37,4^\circ \text{ [kVA]}$$

Bazične veličine su

$$U_b = U_2 = 105 \angle 0^\circ \text{ [kV]}$$

$$Z_b = 0,418 \cdot 150 = 62,7 \text{ [\Omega]}$$

$$I_b = \frac{105 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 62,7} = 970 \text{ [A]}$$

$$S_b = \sqrt{3} \cdot 105 \cdot 970 = 176500 \text{ [kVA]}$$

Prema tome je jedinična struja ili snaga

$$I^\circ = S_2^\circ = \frac{38500}{176500} \angle -37,4^\circ = 0,218 \angle -37,4^\circ$$

Gornjim postupkom dolazimo brzo do traženih informacija za svaku drugu radnu tačku na dijagramu. Mijenjamo li napon ili duljinu voda potrebno je mijenjati samo bazu. Na Sl. 10.1.2. prikazan je samo dio kružnog dijagrama bez kutnih i kružnih skala.

11. GRANIČNE I MAKSIMALNE SNAGE RL VODA

Prije smo upoznali jednačbe snage RL voda u kojima smo za bazu uzeli napon ili struju odnosno snagu na početku ili kraju voda. Uzmemo li za bazu impedanciju voda i napon na početku ili kraju voda, tada jednačbe snage dobivaju nešto drugačiji oblik. Polazimo od naponskih jednačbi [10.2] i [10.3]

$$U_2^0 = 1 - 1^0 / \varphi_k - \varphi_1$$

$$U_1^0 = 1 + 1^0 / \varphi_k - \varphi_2$$

Baza u ovim jednačbama je impedancija voda, jednom s bazičnim naponom na početku i drugi put na kraju voda. Radi se o induktivnom teretu, jer su kutevi φ_1 i φ_2 negativni. Konjugirano kompleksni naponi su

$$U_2^{0*} = 1 - 1^0 / \varphi_1 - \varphi_k \quad / \cdot 1^0 / -\varphi_1$$

$$U_1^{0*} = 1 + 1^0 / \varphi_2 - \varphi_k \quad / \cdot 1^0 / -\varphi_2$$

Množimo sve članove jednačbe s odgovarajućim strujama, dobivamo jednačbe snage za induktivne terete

$$S_2^0 = 1^0 / -\varphi_1 - (1^0)^2 / -\varphi_k \quad \text{-----} [11.1.]$$

$$S_1^0 = 1^0 / -\varphi_2 + (1^0)^2 / -\varphi_k \quad \text{-----} [11.2.]$$

To su osnovne jednačbe snage RL voda kojima je baza impedancija voda i napon na početku ili kraju voda. Ove jednačbe možemo tretirati u (P, jQ) ravnini. Prvi članovi desne strane jednačbe odnose se na snagu na početku ili kraju voda a drugi na gubitke u impedanciji voda. Za kapacitivni teret φ_1 i φ_2 imaju pozitivne predznake.

11.1. GRANIČNA I MAKSIMALNA SNAGA

Ako je napon na početku voda čvrst, vodom se ne može prenositi bilo koja snaga, apstrahirajući pritom graničnu struju ugrijavanja vodiča. Odrediti ćemo u slijedećem graničnu djelatnu snagu, koja se pod ovim okolnostima može predati potrošaču na kraju voda. Budući da je $U_1 = \text{const}$, polazimo iz jednadžbe [11.1], koju rastavimo u komponente

$$P_2^{\circ} - jQ_2^{\circ} = I^{\circ} \cos \varphi_1 - j I^{\circ} \sin \varphi_1 - (I^{\circ})^2 \cos \varphi_k + j (I^{\circ})^2 \sin \varphi_k$$

Izjednačimo realne i imaginarne članove

$$P_2^{\circ} = I^{\circ} \cos \varphi_1 - (I^{\circ})^2 \cos \varphi_k \quad \text{-----} (11.1.1.)$$

$$Q_2^{\circ} = I^{\circ} \sin \varphi_1 - (I^{\circ})^2 \sin \varphi_k \quad \text{-----} (11.1.2.)$$

Za graničnu djelatnu snagu na kraju voda mora biti ispunjen uvjet

$$\frac{dP_2^{\circ}}{dI^{\circ}} = \cos \varphi_1 - 2I^{\circ} \cos \varphi_k = 0$$

ili

$$I_g^{\circ} = \frac{\cos \varphi_1}{2 \cos \varphi_k} \quad \text{-----} [11.1.3.]$$

Ako uvrstimo I_g° u (11.1.1.) i (11.1.2.), slijedi

$$P_{2g}^{\circ} = \frac{\cos^2 \varphi_1}{2 \cos \varphi_k} - \frac{\cos^2 \varphi_1}{4 \cos \varphi_k} = P_{1g}^{\circ} - \Delta P_g^{\circ} \quad \text{-----} (11.1.4.)$$

$$Q_{2g}^{\circ} = \frac{\cos \varphi_1 \sin \varphi_1}{2 \cos \varphi_k} - \frac{\cos^2 \varphi_1 \cdot \sin \varphi_k}{4 \cos^2 \varphi_k} = Q_{1g}^{\circ} - \Delta Q_g^{\circ} \quad \text{-----} (11.1.5.)$$

Prvi članovi desnih strana odnose se na jedinične snage na početku i drugi na jedinične gubitke u vodu. Kod zadanog U_1 i Z , maksimalna djelatna snaga na kraju voda zavisi samo o kutevima φ_1 i φ_k . Faktor snage na kraju voda slijedi iz odnosa Q_{2g}° i P_{2g}°

$$\tan \varphi_2 = 2 \tan \varphi_1 - \tan \varphi_k \quad \text{-----} (11.1.6.)$$

S bazičnom snagom U_1^2/Z dobivamo općenite izraze za maksimalnu snagu

$$P_{2g} = \frac{U_1^2 \cos^2 \varphi_1}{2R} - \frac{U_1^2 \cos^2 \varphi_1}{4R} = \frac{U_1^2 \cos^2 \varphi_1}{4R} \quad \text{-----} [11.1.7.]$$

$$Q_{2g} = \frac{U_1^2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{2R} - \frac{U_1^2 \cos^2 \varphi_1}{4R} \cdot \operatorname{tg} \varphi_k \quad \text{-----} [11.1.8.]$$

Iz [11.1.7.] vidimo da je granična djelatna snaga predana na kraju jednaka djelatnim gubicima u vodu, pa je stepen korisnosti prijenosa samo 50 %.

Pored granične razlikujemo i maksimalnu snagu. To je najveća djelatna snaga koja se uopće može prenijeti vodom. Stavimo u [11.1.7.] i [11.1.8.] da je $\varphi_1 = 0$, dobivamo

$$P_{2m} = \frac{U_1^2}{2R} - \frac{U_1^2}{4R} = \frac{U_1^2}{4R} \quad \text{-----} [11.1.9.]$$

$$Q_{2m} = -\frac{U_1^2}{4R} \cdot \operatorname{tg} \varphi_k = -\left(\frac{U_1}{2R}\right)^2 X = -\frac{1}{4} \cdot 3I_k^2 X \quad \text{-----} [11.1.10.]$$

gdje smo uvrstili da je $I_k = U_1 / \sqrt{3} \cdot R$, tj. struja kratkog spoja voda kojemu je induktivni otpor jednak nuli. Prijenos se ponaša kao kod sistema istosmjerne struje. To vidimo takodjer iz [11.1.8.] gdje je prvi član $Q_{1max} = 0$, jer $\sin \varphi_1 = 0$ i narinuti faktor snage na početku voda jednak je jedinici. Drugi član jednak je induktivnim gubicima u vodu. Oni se u cijelosti kompenziraju sa strane potrošača na kraju voda koji mora biti kapacitivan, što zaključujemo iz negativnog predznaka [11.1.10]. Kod prijenosa maksimalne snage prema tome vrijedi:

Polovica djelatne snage gubi se u vodu i druga polovica raspoloživa je potrošaču na kraju voda. Pritom se induktivni gubici u vodu pokriva ju kapacitivnom snagom potrošača. Faktor snage na početku voda jednak je jedinici, dok je stepen korisnosti prijenosa 50 % kao i kod prijenosa granične snage. Prema (11.1.6.) izlazi

$$\varphi_2 = -\varphi_k$$

ili $\cos \varphi_2 = \cos \varphi_k$, što nam pokazuje, da je kapacitivni faktor snage potrošača jednak induktivnom faktoru izgubljene snage u impedanciji voda. Želimo li ustanoviti naponske prilike za ova karakteristična pogonska

stanja, koristimo naponsku jednadžbu [10.2.] . Uvrstimo naime za l^o vrijednost iz (11.1.3.) , dobivamo

$$U_{2g}^o = 1 - \frac{\cos \varphi_1}{2 \cos \varphi_k} [\varphi_k - \varphi_1] \quad \text{-----} [11.1.11.]$$

Svakom kutu φ_1 odgovara stanovita granična snaga i pripadajući U_{2g} , koji jednostavno odredimo iz gornje formule. Opći izraz za U_{2g} je složenijeg oblika i ne ćemo ga izvoditi. Jednostavniji izraz slijedi kod maksimalne snage za $\varphi_1 = 0$, naime

$$U_{2m}^o \cos \theta = U_{2m}^o = 1 - \frac{1}{2 \cos \varphi_k} [\varphi_k] \quad \text{-----} [11.1.12.]$$

Rastavimo li jednadžbu u komponente, dobivamo

$$U_{2m}^o \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$U_{2m}^o \sin \theta = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \varphi_k$$

Iz ovih dviju jednadžbi slijedi da je kod maksimalne snage

$$\theta = \varphi_k \quad \text{-----} (11.1.13.)$$

Poznajemo odnos u naponskoj jednadžbi $\varphi_1 = \varphi_2 + \theta$, te ako je $\varphi_1 = 0$, s koje pretpostavke smo pošli, mora biti $\theta = \varphi_k = -\varphi_2$. Eliminiramo li u gornjim jednadžbama θ , dobivamo da je napon na kraju voda kod maksimalne snage

$$U_{2m}^o = \frac{1}{2 \cos \varphi_k}$$

ili

$$U_{2m} = \frac{U_1}{2 \cos \varphi_k} \quad \text{-----} [11.1.14.]$$

Pod ovim uvjetima iz naponske jednadžbe slijedi $l^o = U_{2m}^o$ ili

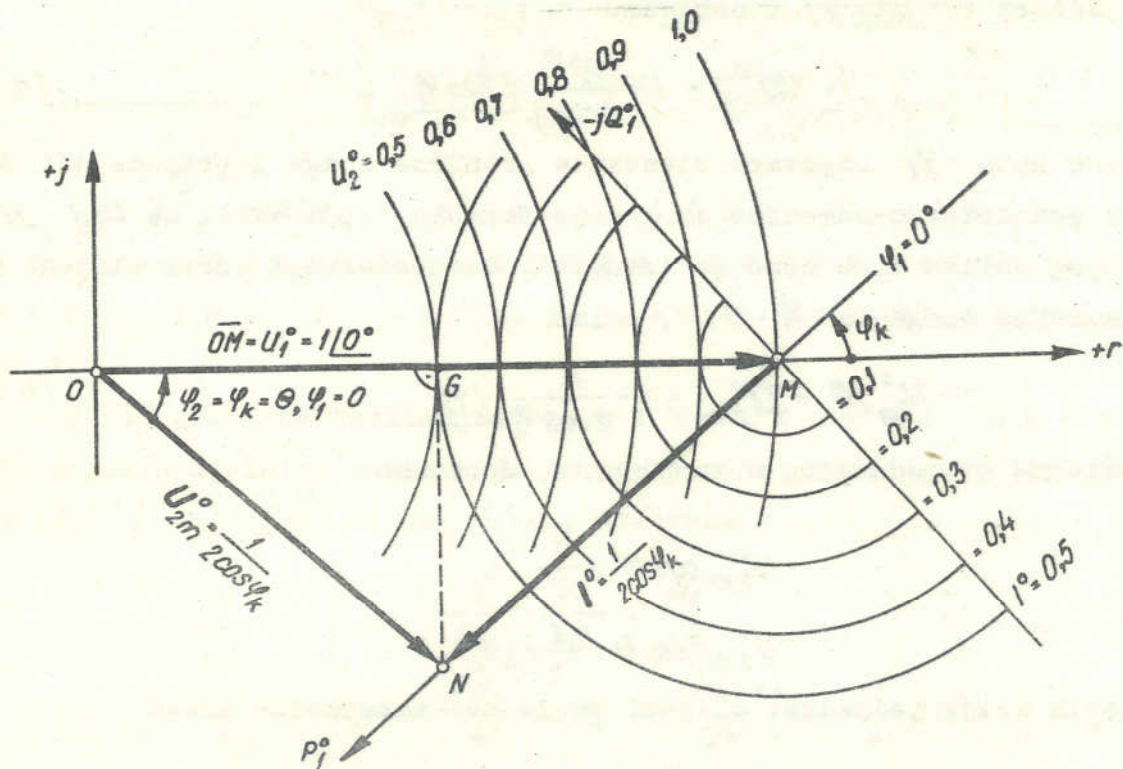
$$l = \frac{U_1/2}{\sqrt{3} Z \cos \varphi_k} = \frac{U_1/2}{\sqrt{3} R} \quad \text{-----} (11.1.15.)$$

Vidimo da je kod prijenosa maksimalne snage pad napona u vodu jednak naponu potrošača na kraju voda ili općenito

$$\frac{U_2}{\sqrt{3}} = IZ \quad \text{-----} [11.1.16.]$$

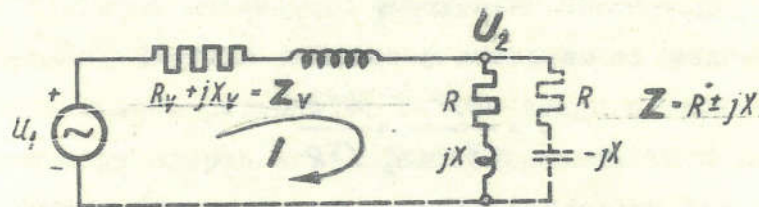
U kružnom dijagramu ovo je pogonsko stanje prikazano na Sl. 11.1.1. s tačkom N . Okomica kroz N na $\overline{OM}$ raspolavlja ovu dužinu u tački G ,

pa je $p = 0,50$



Sl. 11.1.1. Prikaz maksimalne snage u kružnom dijagramu

Iz osnova elektrotehnike poznajemo teorem o maksimalnoj snazi koju možemo izlučiti iz nekog izvora energije s unutarnjom impedancijom Z . Na Sl. 11.1.2. impedanciju voda možemo smatrati kao unutarnji otpor generatora, dok je potrošač nadomješten ekvivalentnom impedancijom Z , koja je priključena na stezaljke generatora.



Sl. 11.1.2. Maksimalna snaga generatora

Maksimalna snaga izvora s unutarnjim naponom U_1 dobiva se kada je

$$Z = Z_v^*$$

ili

$$R = R_V$$

$$X = -X_V$$

gdje je induktivni otpor voda jednak kapacitivnom otporu potrošača i strujni krug je u rezonanci. Polovicu snage guta otpornost voda R_V i drugu polovicu otpornost trošila R , zbog čega je stepen korisnosti prijenosa 50 %. Faktor snage izvora jednak je jedinici. Nije li to slučaj, onda je $X \neq X_V$. Ako je i sada $R = R_V$, dobivamo graničnu snagu, takodjer sa $p = 0,50$. Maksimalna je snaga samo specijalni slučaj granične snage.

U energetskim mrežama praksa ne koristi prijenos graničnih ili maksimalnih snaga, zbog velikih gubitaka snage i napona u vodu. Od većeg je značaja takav prijenos u mrežama slabe struje, gdje gubici nisu od značaja.

11.2. PRIMJER GRANIČNE I MAKSIMALNE SNAGE NA 10 kV VODU

Ilustriramo graničnu i maksimalnu snagu na trofaznom 10-kV nadzemnom vodu sa slijedećim podacima:

$$U_l = 10 \text{ [kV]}$$

$$Z_o \angle \varphi_k = 0,833 + j0,38 = 0,914 \angle 24,6^\circ \text{ [}\Omega\text{/km]} \text{ (alučel 35/6-6:1)}$$

$$\cos \varphi_l = 0,80 \text{ (induktivna)}$$

$$L = 43,75 \text{ [km]}$$

S gornjim podacima tražimo graničnu i maksimalnu snagu na kraju i početku voda. Bazične i jedinične veličine su

$$U_b = 10 \text{ [kV]} \quad ; \quad U_l^\circ = 1 \angle 0^\circ$$

$$Z_b = 40 \text{ [}\Omega\text{]} \quad ; \quad Z^\circ = 1 \angle 24,6^\circ$$

$$I_b = 145 \text{ [A]}$$

$$S_b = 2500 \text{ [kVA]}$$

Iz formula (11.1.4) i (11.1.5) slijedi

$$P_{1g}^{\circ} = \frac{\cos^2 \varphi_1}{2 \cos \varphi_k} = \frac{0,64}{1,82} = 0,352 \text{ ili } 880 \dots [kW]$$

$$\Delta P_g^{\circ} = \frac{\cos^2 \varphi_1}{4 \cos \varphi_k} = \frac{0,64}{3,64} = 0,176 \text{ ili } 440 \dots [kW]$$

$$P_{2g}^{\circ} = P_{1g}^{\circ} - \Delta P_g^{\circ} = 0,176 \text{ ili } 440 \dots [kW]$$

Slično nađemo induktivne snage

$$Q_{1g}^{\circ} = \frac{\cos \varphi_1 \sin \varphi_1}{2 \cos \varphi_k} = \frac{0,48}{1,82} = 0,2635 \text{ ili } 660 \dots [kVAR]$$

$$\Delta Q_g^{\circ} = \frac{\cos^2 \varphi_1 \sin \varphi_k}{4 \cos^2 \varphi_k} = \frac{0,266}{3,31} = 0,0805 \text{ ili } 201 \dots [kVAR]$$

$$Q_{2g}^{\circ} = Q_{1g}^{\circ} - \Delta Q_g^{\circ} = 0,183 \text{ ili } 459 \dots [kVAR]$$

Prividna granična snaga na kraju i početku voda

$$S_{2g}^{\circ} = P_{2g}^{\circ} - j Q_{2g}^{\circ} = 0,176 - j 0,183 = 0,255 \angle -46,1^{\circ} \text{ ili } 638 \angle -46,1^{\circ} \dots [kVA]$$

$$S_{1g}^{\circ} = P_{1g}^{\circ} - j Q_{1g}^{\circ} = 0,352 - j 0,2635 = 0,44 \angle -36,9^{\circ} \text{ ili } 1100 \angle -36,9^{\circ} \dots [kVA]$$

Budući da je zadani faktor snage na početku voda induktivan, granične snage imaju negativni argument. Obrnuto vrijedi kada bi $\cos \varphi_1$ bio kapacitivan, u kojem slučaju je $\cos \varphi_2 > \cos \varphi_1$, zbog induktivnosti voda.

Granična struja ili snaga jest prema [11.1.3.]

$$I_g^{\circ} = S_{1g}^{\circ} = \frac{\cos \varphi_1}{2 \cos \varphi_k} = \frac{0,80}{2 \cdot 0,91} = 0,44$$

što odgovara struji $I_g = 63,7 \dots A$ i snazi $S_{1g} = 1100 \dots kVA$

Napon na kraju voda

$$U_2^{\circ} = 1 - I_g^{\circ} \angle \varphi_k - \varphi_1 = 1 - 0,44 \angle 24,6^{\circ} - 36,9^{\circ} \\ = 0,571 + j 0,0937 = 0,58 \angle 9,3^{\circ} \text{ ili } 5,8 \angle 9,3^{\circ} [kV]$$

što slijedi takodjer iz odnosa $U_2 = U_1 \cdot S_{2g} / S_{1g} = 10 \cdot 638 / 1100 = 5,8$.

Razlika napona i gubici su prema tome

$$u = 1 - U_2^{\circ} = 0,42 \text{ ili } 42 \%$$

$$p = \frac{440}{880} = 0,50 \text{ ili } 50 \%$$

$$Q = 1 - (1 - u) \frac{\sin \varphi_2}{\sin \varphi_1} = 1 - 0,58 \cdot \frac{0,72}{0,60} = 0,305 \text{ ili } 30,5 \%$$

Analogno tražimo maksimalne snage, gdje u svim formulama stavimo da je $\cos \varphi_1 = 1$. U TABLICI 11.2.1. vidimo razlike koje se pojavljuju između graničnog i maksimalnog opterećenja za odabrani konkretni vod.

Tablica 11.2.1.

Opterećenje	$U_1 = 10 \text{ [kW]}; Z_0 / \varphi_k = 0,914 / 24,6 \dots [\Omega / \text{km}]; L = 43,75 \text{ [km]}; \cos \varphi_1 = 0,80 (\text{ind.})$							
	U_2 / θ	$\cos \varphi_1$	I	S_1 / φ_1	S_2 / φ_2	u	p	Q
	kV	÷	A	kVA		%		
Granično	5,8 / 9,3°	0,80	63,7	1100 / -36,9°	638 / -46,1°	42	50	30,5
Maksimalno	5,5 / -24,6°	1,00	79,8	1374 / 0°	755 / 24,6°	45	50	∞

12. GRANIČNE PARABOLE

U predjašnjoj tački smo pokazali da se granična i maksimalna snaga pojavljuje kod čvrstog napona na početku voda. Zbog toga se pošlo iz osnovnih jednadžbi voda za napon i snagu

$$U_2^0 / \varphi_2 = U_2^0 = 1 - I^0 / \varphi_k \mp \varphi_1 \quad \text{-----} [12.1.]$$

$$S_2^0 / \varphi_2 = S_2^0 = I^0 \varphi_1 - (I^0)^2 / -\varphi_k \quad \text{-----} [12.2.]$$

Prvi član desne strane naponske jednadžbe predložuje čvrsti napon na početku voda i drugi član pad napona u vodu. Iz ove jednadžbe izvedena je jednadžba snage [12.2.] u kojoj se prvi član odnosi na snagu kod čvrstog napona na početku i drugi na gubitke snage u vodu. Argument φ dobiva pozitivni ili negativni predznak, već prema tome, da li se radi o induktivnom ili kapacitivnom teretu. Baza u ovim jednadžbama je napon na početku U_1 i impedancija voda Z .

Jednadžba snage imade oblik jednadžbe parabole u kompleksnoj ravni. Prema [9.5.1.] opći oblik jednadžbe parabole jest

$$V = A + B\sqrt{C}V^2$$

U našem je slučaju

$$V = S_2^0$$

$$A = 0$$

$$B = 1/\sqrt{\varphi_1}$$

$$C = 1/\sqrt{-\varphi_k}$$

$$V = 1^0$$

pa se radi o paraboli koja prolazi ishodištem, jer je kompleksna konstanta $A = 0$. Jednadžbu snage možemo prema tome pisati u obliku

$$S_2^0 = V/\sqrt{\varphi_1} - V^2/\sqrt{-\varphi_k} \quad \text{-----} [12.3.]$$

gdje je $V = 1^0$ realna promjenljivica. Za zornu predodžbu pojedine članove ove jednadžbe prenosimo u kompleksnu ravninu na jednostavan način. Na Sl. 12.1. prikazana je (P_2^0, Q_2^0) ravnina s ishodištem O , kroz koje nacrtamo φ_k - l i n i j u pod kutem φ_k . Slučajno smo odabrali $\varphi_k = 60^0$. Smisao φ_k -linije je naznačen šiljkom i odgovara negativnom predznaku fazora $V^2/\sqrt{-\varphi_k}$ u jednadžbi.

Prije smo utvrdili da je za prijenos maksimalne snage $\varphi_1 = 0$, pa se na početku voda radi o čistoj djelatnoj snazi. Za ovaj slučaj vrijedi

$$S_2^0 = V - V^2/\sqrt{-\varphi_k} \quad \text{-----} [12.4.]$$

i to je jednadžba granične parabole koju ćemo tretirati u kompleksnoj ravnini.

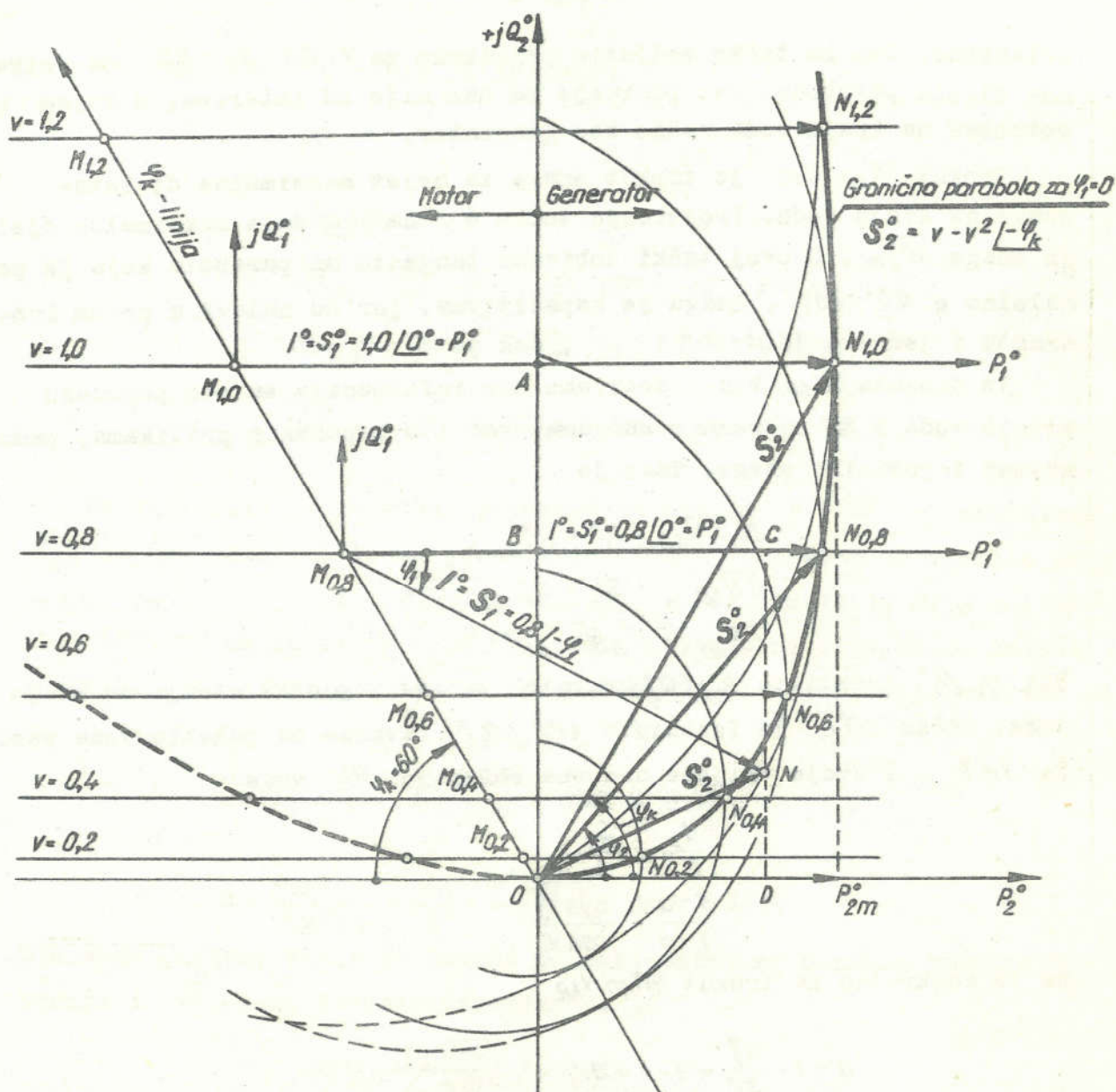
Promjenljivica „ V “ prima sve vrijednosti od $(-\infty)$ do $(+\infty)$. Da bismo odabrali prikladno mjerilo, stavimo najprije granični uvjet iz [11.1.3], naime

$$V = I_m^0 = \frac{1}{2\cos\varphi_k} = \frac{1}{2\cos 60^0} = 1$$

To je uvjet najveće moguće djelatne snage koja se uopće može predati potrošaču na kraju voda, pa je

$$S_2^0 = 1 - 1^2/\sqrt{-60^0} \quad \text{-----} (12.5.)$$

Uvijek imamo u vidu da prvi član desne strane jednadžbe predstavlja snagu na početku i drugi gubitke u vodu.



Sl. 12.1. Gračna parabola RL voda za $\varphi_1 = 0$

Za jedinicu dužine biramo proizvoljno 10.....cm . U kompleksnu ravni-
nu najprije unosimo drugi član jednadžbe (12.5.) koji nam predstavlja
gubitke u vodu. Na φ_k -liniji $\overline{OM}_{1,0} = 10 \text{ cm} = -1^2 \angle -60^\circ$. Na tačku
 $M_{1,0}$ nadovezuje se prvi član jednadžbe $v=1 = \overline{M}_{1,0} \overline{N}_{1,0} = 10 \text{ cm}$,
koji nam predodređuje djelatnu snagu na početku voda. Fazorska razlika
 $S_2^\circ = \overline{ON}_{1,0}$ ili prividna snaga na kraju voda. Za negativni v nanosi-
mo jediničnu dužinu na lijevo od tačke $M_{1,0}$, što na dijagramu nije

prikazano. Ove su tačke međjutim prikazane za $V = 0,6 - 0,4 - 0,2$ na crtkanom dijelu parabole. Ovo područje za nas nije od interesa, u kojem bi potrošač na kraju voda radio kao generator.

Trokut $OM_{1,0} N_{1,0}$ je trokut snaga za uvjet maksimalne djelatne snage na kraju voda. Projekcije tačke $N_{1,0}$ na P_2° -os daje maksimalnu djelatnu snagu $\overline{OP_2^\circ m}$. U ovoj tački dobivamo tangentu na parabolu koja je paralelna s Q_2° -osi. Snaga je kapacitivna, jer se nalazi u prvom kvadrantu i jednaka je $\overline{OA} \cdot \sin \varphi_k$, dok je $\varphi_2 = \varphi_k = 60^\circ$

Iz trokuta $OM_{1,0} N_{1,0}$ dobivamo sve informacije za ovo pogonsko stanje voda i to ne samo o snagama, već i o naponskim prilikama, padu napona i gubicima snage. Tako je

$$\begin{aligned}\overline{M_{1,0} N_{1,0}} &= P_1^\circ = U_1^\circ \\ \overline{ON_{1,0}} &= S_2^\circ = U_2^\circ \\ \overline{OM_{1,0}} &= \Delta S^\circ = \Delta U^\circ\end{aligned}$$

Dok je „O“ ishodište ($P_2^\circ, j Q_2^\circ$) ravnine za sva pogonska stanja na kraju voda, tačka $M_{1,0}$ je ishodište ($P_1^\circ, j Q_1^\circ$) ravnine na početku voda samo za $V = 1$. I ovdje vrijede osnovne relacije RL voda

$$\begin{aligned}\frac{U_2}{U_1} &= \frac{S_2}{S_1} \\ \frac{1-u}{1-p} &= \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}\end{aligned}$$

pa je konkretno za trokut $OM_{1,0} N_{1,0}$

$$\begin{aligned}u &= 1 - \frac{S_2^\circ}{S_1^\circ} = 1 - 1 = 0 \\ p &= \frac{\overline{M_{1,0} A}}{\overline{M_{1,0} N_{1,0}}} = \frac{v^2 \cos \varphi_k}{v} = \cos \varphi_k = 0,5 \text{ ili } 50\% \\ \cos \varphi_2 &= \frac{1-p}{1-u} \cdot \cos \varphi_1 = \frac{1-0,5}{1} \cdot 1 = 0,5 \text{ ili } \varphi_2 = \varphi_k = 60^\circ\end{aligned}$$

Sve ove veličine izmjerimo ili očitamo na dijagramu. Kao i kod kružnih dijagrama, ovdje smo neovisni o duljini ili odabranom naponu na početku voda za neki odredjeni φ_k .

φ_k -linija je takodjer linija gubitaka ili pada napona, jer na njoj očitavamo prividne gubitke snage i prividne padove napona. Ona ima kvadratnu skalu, budući da se unosi drugi član jednadžbe [12.4],

koji je kvadratan. U našem je primjeru

$$\overline{OM}_{1,0} = 1 \text{ ili } 10 \text{ cm za } v = 1$$

$$\overline{OM}_{0,8} = 0,8 \text{ ili } 6,4 \text{ cm za } v = 0,8$$

$$\overline{OM}_{0,6} = 0,6 \text{ ili } 3,6 \text{ cm za } v = 0,6$$

$$\overline{OM}_{0,4} = 0,4 \text{ ili } 1,6 \text{ cm za } v = 0,4$$

$$\overline{OM}_{1,2} = 1,2 \text{ ili } 14,4 \text{ cm za } v = 1,2$$

Na dijagramu je nacrtano pogonsko stanje za $v = 0,8$ sa središtem $M_{0,8}$ na φ_k -liniji. Prema jednadžbi [12.4] i odabranom mjerilu $\overline{OM}_{0,8} = 6,4 \dots \text{cm}$ i $\overline{M}_{0,8} \overline{N}_{0,8} = 8 \dots \text{cm}$. Rezultanta je $\overline{ON}_{0,8} = S_2^\circ = 0,735$ ili $7,35 \text{ cm}$ sa kutem $\varphi_2 = 49,1^\circ$, što očitamo na dijagramu. Za ovo pogonsko stanje vrijedi trokut snaga $\overline{OM}_{0,8} \overline{N}_{0,8}$. I ovdje nadujemo da je

$$u = 1 - \frac{S_2^\circ}{S_1^\circ} = 1 - \frac{0,735}{0,80} = 0,08 \text{ ili } 8 \%$$

$$p = \frac{\overline{M}_{0,8} \overline{B}}{\overline{M}_{0,8} \overline{N}_{0,8}} = \frac{3,2}{8} = \frac{v^2 \cos \varphi_k}{v} = 0,40 \text{ ili } 40 \%$$

Djelatne gubitke dakle očitavamo na horizontalnom razmaku između φ_k -linije i Q_2° -osi. Nadujemo takodjer da je

$$\cos \varphi_2 = \frac{1 - 0,40}{1 - 0,08} = 0,653$$

Analogno nadujemo podatke za svako drugo pogonsko stanje koje odgovara graničnoj paraboli. Na dijagramu su još naznačene tačke parabole za $v = 1,2 \div 0,6 \div 0,4 \div 0,2$.

Ranije je bilo rečeno, da svakom φ_1 pripada vlastita granična parabola. No maksimalna djelatna snaga na kraju voda dobiva se samo kod one parabole, kojoj je $\varphi_1 = 0$. Za bilo koji drugi φ_1 tačku granične parabole nadujemo po formuli

$$S_2^\circ = v \sqrt{1 - \varphi_1} - v^2 \sqrt{1 - \varphi_k}$$

gdje φ_1 držimo čvrstim. Konstrukcija ove parabole je jednostavna kao

i u prvom slučaju kada je $\varphi_1 = 0$. Drugi član desne strane jednačbe ostane nepromijenjen i mijenja se samo prvi član. Na Sl. 12.1. je prikazana jedna tačka N ove parabole za $v = 0,8$ i $\varphi_1 = -29^\circ$. Tačka $M_{0,8}$ je središte kružnice polumjera $\overline{M_{0,8} N_{0,8}}$. Luk ove kružnice siječe zraku $\overline{M_{0,8} N}$ pod kutem $\varphi_1 = 29^\circ$ u tačku N , koja pripada jednoj tački granične parabole. Za ovu tačku direktno očitamo u odabranom mjerilu

$$S_1^\circ = P_1^\circ - jQ_1^\circ = \overline{M_{0,8} C} - j\overline{CN} = 0,70 - j0,388 = 0,80 \angle -29^\circ$$

$$S_2^\circ = P_2^\circ + jQ_2^\circ = \overline{OD} + j\overline{DN} = 0,38 + j0,167 = 0,416 \angle 23,7^\circ$$

$$u = 1 - \frac{S_2^\circ}{S_1^\circ} = 1 - \frac{0,416}{0,80} = 0,48$$

$$p = \frac{0,70 - 0,38}{0,70} = 0,457$$

Za kontrolni račun

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

$$\frac{1-0,48}{0,543} = \frac{0,875}{0,915}$$

$$0,958 \approx 0,955$$

Za druge tačke parabole povučemo paralele sa $\overline{M_{0,8} N}$ iz središta $M_{1,0}$, $M_{1,2}$, $M_{0,6}$, i t.d., sve dok ne sijeku svoj kružni luk. Spajanjem ovih presjecišta dobivamo parabolu za $\varphi_1 = -29^\circ$. Slično bi dobili parabolu za bilo koji drugi φ_1 , induktivni ili kapacitivni. Zbog preglednosti ovu familiju parabola ne prikazujemo na Sl. 12.1.

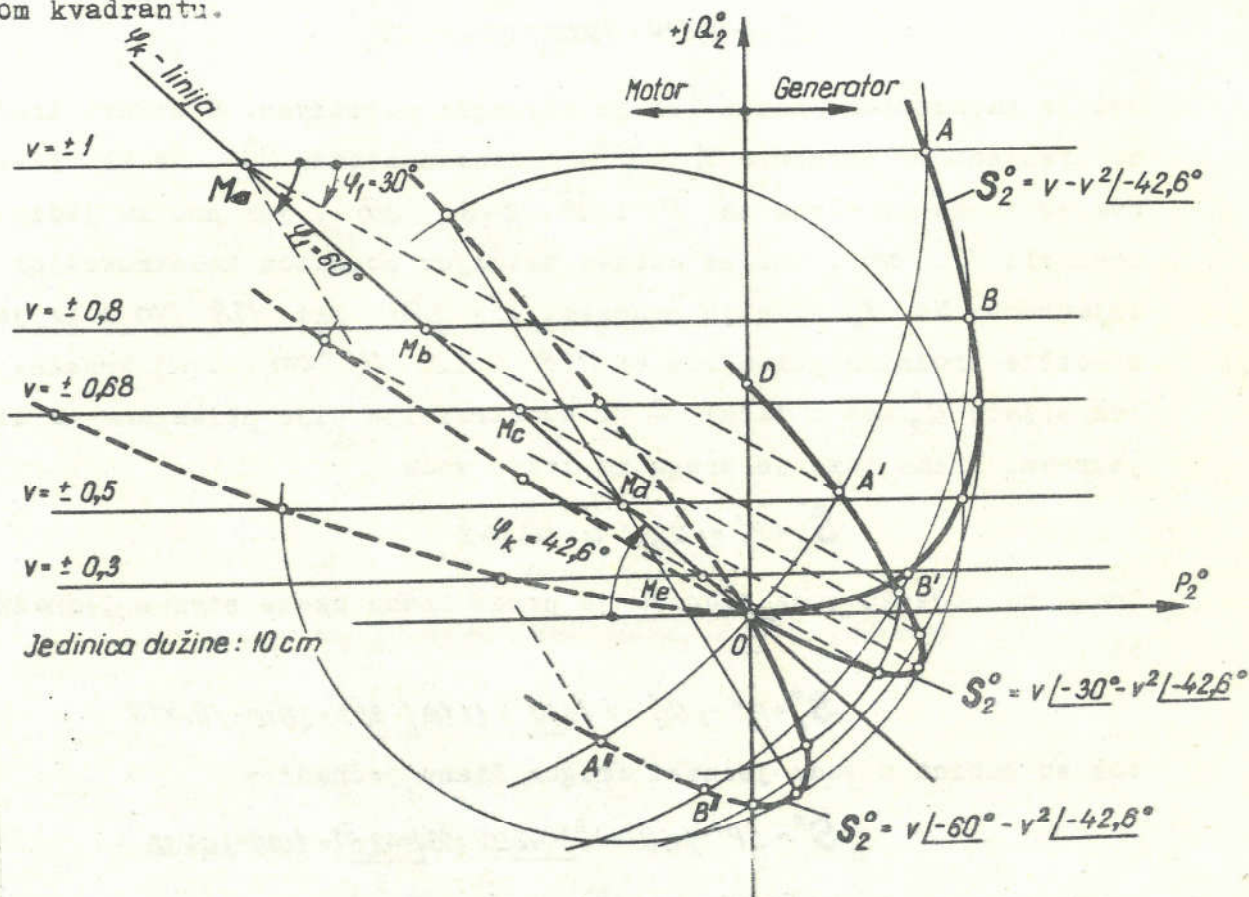
Na Sl. 12.2. vidimo konstrukciju triju graničnih parabola za kutove $\varphi_1 = 0^\circ$, -30° i -60° . Parabole se odnose na vod kojemu je $\varphi_k = 42,6^\circ$. Odabrana jedinica dužine je 10 cm. Maksimalni P_2° pojavljuje se

$$\text{za } \varphi_1 = 0^\circ \text{ ----- } V = \frac{1}{2 \cdot \cos 42,6^\circ} = 0,680$$

$$\text{za } \varphi_1 = -30^\circ \text{ ----- } V = \frac{\cos 30^\circ}{2 \cdot \cos 42,6^\circ} = 0,589$$

$$\text{za } \varphi_1 = -60^\circ \text{ ----- } v = \frac{\cos 60^\circ}{2 \cdot \cos 42,6^\circ} = 0,340$$

Konstrukcija parabola za različite φ_1 slijedi jednostavno iz navedenih tačaka parabole za $\varphi_1 = 0$. Tako npr. tačka A pripada paraboli za $\varphi_1 = 0$. Tačka A' , koja pripada paraboli za $\varphi_1 = -30^\circ$, dobiva se presjecištem kružnog luka AA' sa središtem u M_a i zrake $\overline{M_a A'}$ pod kutem $\varphi_1 = -30^\circ$. Na istom kružnom luku nalazi se tačka A'' kao presjecište sa zrakom $\overline{M_a A''}$ pod kutem $\varphi_1 = 60^\circ$. Ova tačka pripada paraboli za $\varphi_1 = -60^\circ$. Analogna je konstrukcija za druge tačke parabola, kao npr. za tačke B' i B'' . Središte kružnog luka sada je u M_b i t.d. Postupak neposredno slijedi iz jednačbi snaga čije članove prenosimo u kompleksnu ravninu. Sve parabole dakako prolaze ishodištem. Sa negativnim φ_1 ulazimo u induktivno područje koje se nalazi u četvrtom kvadrantu. Naznačeno područje motor-generator kazuje nam, da na početku voda izvor radi kao generator za puno izvučene parabole u prvom i četvrtom kvadrantu.



Sl. 12.2. Granične parabole za $\varphi_1 = 0^\circ; \pm 30^\circ; \pm 60^\circ$

Iz jednadžbi snaga lako odredimo neke specifične pogone voda. Naprimjer

(a). $\varphi_k = 42,6^\circ, \varphi_1 = -30^\circ, P_2 = 0$:

Djelatna snaga na kraju voda jednaka je nuli i tražimo Q_2^* i uvjete na početku voda. Jednadžbu

$$S_2^o = v \angle -30^\circ - v^2 \angle -42,6^\circ$$

rastavimo u komponente s traženim uvjetima gdje je

$$P_2^o = v \cos 30^\circ - v^2 \cos 42,6^\circ = 0$$

$$Q_2^o = -v \sin 30^\circ + v^2 \sin 42,6^\circ$$

Iz prve jednadžbe slijedi

$$v = \frac{\cos 30^\circ}{\cos 42,7^\circ} = 1,176$$

koji uvrstimo u drugu jednadžbu, pa je

$$Q_2^o = -0,589 + 0,932 = 0,343$$

Ovo je kapacitivna snaga jer je predznak pozitivan. U stvari tražimo presjecište parabole $\varphi_1 = -30^\circ$ s ordinatnom osi Q_2^o . Na Sl. 12.2. ova je tačka označena sa D i $\overline{OD} = 3,43 \dots \text{cm}$, jer smo za jedinicu odabrali $10 \dots \text{cm}$. Ona se dobiva također poznatom konstrukcijom na dijagramu: Na φ_k -liniju nanesimo $v^2 = 1,38$ ili $13,8 \text{ cm}$ koje je središte kružnice polumjera $v = 1,176$ ili $11,76 \text{ cm}$. Ovaj kružni luk siječe Q_2^o -os u tački D . Konstrukcija nije prikazana na dijagramu. Prema tome je snaga na kraju voda

$$S_2^o = P_2^o + jQ_2^o = 0 + j0,343$$

Snaga na početku voda jednaka je prvom članu desne strane jednadžbe

$$S_1^o = P_1^o - jQ_1^o = v \angle -30^\circ = 1,176 \angle -30^\circ = 1,016 - j0,589$$

dok su gubici u vodu jednaki drugom članu jednadžbe

$$\Delta S^o = \Delta P^o - j\Delta Q^o = v^2 \angle -42,6^\circ = 1,38 \angle -42,6^\circ = 1,016 - j0,932$$

Prema tome su relativni gubici

$$p = \frac{\Delta P^\circ}{P_1^\circ} = \frac{1,016}{1,016} = 1,0 \text{ ili } 100 \%$$

$$q = \frac{\Delta Q^\circ}{Q_1} = \frac{0,932}{0,589} = 1,585 \text{ ili } 1,585 \%$$

Relativni pad napona

$$u = 1 - \frac{S_2^\circ}{S_1^\circ} = 1 - \frac{0,343}{1,176} = 0,708 \text{ ili } 70,8 \%$$

Za kontrolu

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

ili

$$\frac{1-0,708}{1-1} = \frac{\cos 30^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{0,865}{0}$$

odnosno

$$\frac{1-u}{1-q} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2}$$

ili

$$\frac{1-0,708}{1-1,585} = \frac{\sin(-30^\circ)}{\sin 90^\circ}$$

$$-\frac{0,292}{0,585} = -\frac{0,50}{1}$$

$$-0,5 = -0,5$$

Radi li se o 35...kV vodu kojemu je

$$U_1 = 36 \text{ [kV]}$$

$$l = 40 \text{ [km]}$$

$$A = 70/12 \text{ alu\c{c}el 6:1}$$

$$Z_0 / \varphi_k = 0,435 + j0,40 = 0,592 / 42,6^\circ \text{ } [\Omega/\text{km}]$$

onda je

$$U_b = 36 \text{ [kV]}$$

$$Z_b = Z_0 l = 23,68 \text{ } [\Omega]$$

$$I_b = 880 \text{ [A]}$$

$$S_b = 54800 \text{ [kVA]}$$

tako da su stvarne snage i naponi

$$S_2 = 0,343 \cdot 54800 \angle 90^\circ = 18800 \angle 90^\circ \text{ ----- } [kVAR]$$

$$S_1 = 1,176 \cdot 54800 \angle -30^\circ = 64800 \angle -30^\circ \text{ ----- } [kVA]$$

$$U_2 = 0,291 \cdot 36 = 10,47 \text{ --- } [kV]$$

Izgubljena djelatna snaga u vodu pokriva se potpuno i induktivna djelomično od izvora na početku voda. Ostatak induktivne snage pokriva potrošač na kraju voda, koji zbog toga mora biti kapacitivan. Kod toga se pojavljuje struja koja daleko prekoračuje graničnu struju ugrijavanja vodiča $I_g = 235 \text{ --- } A$. Nadjemo da je

$$I = S_1^\circ / U_1 = 1,176 \cdot 880 = 1040 \text{ --- } [A]$$

(b) $\varphi_k = 42,6^\circ$, $\varphi_1 = -30^\circ$, $Q_2 = 0$:

Na kraju voda dobivamo čistu djelatnu snagu. Iz jednadžbe snage slijedi za ovaj uvjet

$$P_2^\circ = V \cos 30^\circ - V^2 \cos 42,6^\circ$$

$$Q_2^\circ = -V \sin 30^\circ + V^2 \sin 42,6^\circ = 0$$

Sličnim postupkom dobivamo

$$V = 0,74$$

$$S_2^\circ = 0,238 + j0 = 0,238 \angle 0^\circ$$

$$S_1^\circ = 0,64 - j0,37 = 0,74 \angle -30^\circ$$

$$\Delta S^\circ = 0,402 - j0,37 = 0,5475 \angle -42,6^\circ$$

$$P = 0,629$$

$$Q = 1,0$$

$$U = 0,678$$

$$U_2^\circ = 0,322$$

Gornje veličine možemo očitati i na dijagramu.

12.1. ANVELOPA

Na Sl. 12.1.1. nacrtana je (P_2^0, jQ_2^0) ravnina s φ_k -linijom za vod, kojemu je $\varphi_k = 72,9^\circ$. Na φ_k -liniji nalaze se središta kružnica s kvadratnom skalom. Odabrana jedinica $\overline{OC} = 10 \text{ cm}$. Tačka „c“ je prema tome središte kružnice polumjera 10 cm . Slično, tačka „d“, za koju je $\overline{Od} = (0,9)^2 \cdot 0,81$ ili $8,1 \text{ cm}$, jest središte kružnice polumjera 9 cm i t.d. Na φ_k -liniji naznačena su središta kružnica za $v = 0,1 \div 1,2$. Oko svakog središta nacrtana je kružnica s odgovarajućim polumjerom.

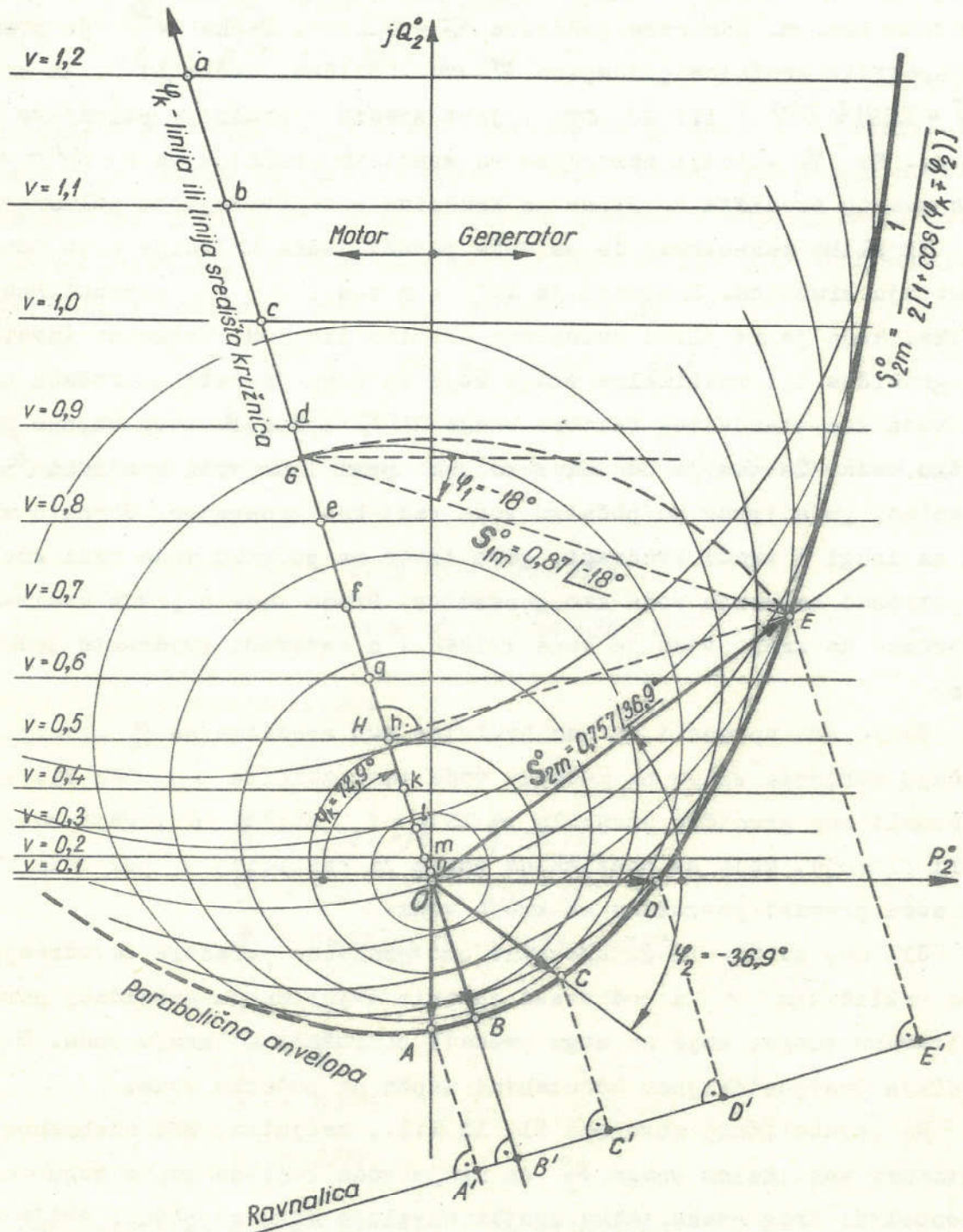
Iz slike razabiremo da se može povući jedna krivulja koja tangira familiju kružnica. U stvari je to *a n v e l o p a* paraboličnog oblika, koja je na slici naznačena debelom linijom. Tačke na anvelopi su granične ili maksimalne snage koje se mogu predati potrošaču na kraju voda kod stanovitog faktora snage $\cos \varphi_2$ i konstantnog napona na početku voda. Za nas je od interesa samo prvi i četvrti kvadrant (P_2^0, jQ_2^0) ravnine, gdje izvor na početku voda radi kao generator. Obrnuto vrijedi za drugi i treći kvadrant, gdje izvor na početku voda radi kao motor i potrošač na kraju voda kao generator. Prema tome u prvom kvadrantu potrošač na kraju voda je kapacitivan i u četvrtom kvadrantu induktivan.

Prije smo upoznali da nam kružnice oko središta na φ_k -liniji predaju narinite snage na početku voda za različite v . Na Sl. 12.1. upoznali smo graničnu parabolu za $\cos \varphi_1 = 1$ ili $\varphi_1 = 0$, gdje smo postavili pitanje, koja se maksimalna snaga za različiti v pod ovim uvjetima može predati potrošaču na kraju voda.

Slično, na Sl. 12.2. upoznali smo granične parabole za određeni φ_1 kod različitih v i pod ovako zadanim uvjetima na graničnoj paraboli očitavamo snage, koje se mogu predati potrošaču na kraju voda. U oba slučaja pretpostavljamo konstantni napon na početku voda.

Na paraboličnoj anvelopi Sl. 12.1.1., međutim, kod odabranog φ_2 očitavamo maksimalne snage S_2^0 na kraju voda koji se uopće mogu vodom prenositi. Kroz svaku tačku unutar anvelope mogu se povući dvije kružnice sa središtem na φ_k -liniji, a koje zadovoljavaju jednadžbu snage [12.3]. Anvelopa je medja i svakoj njenoj tački pripada jedna kružnica. Izvan anvelope ne postoji tačka za realni pogon voda. I ovdje dakako

vrijedi pretpostavka konstantnog napona na početku voda.



Sl. 12.1.1. Parabolična anvelopa

Da bismo odredili jednadžbu anvelope, polazimo opet iz jednadžbe [12.3.]

$$S_2^{\circ} = v \sqrt{1 - \varphi_1} - v^2 \sqrt{1 - \varphi_k}$$

gdje pretpostavljamo na početku voda induktivni teret. Izjednačenjem realnih i imaginarnih članova slijedi

$$\left. \begin{aligned} v \cos \varphi_1 &= S_2^{\circ} \cos \varphi_2 + v^2 \cos \varphi_k \\ v \sin \varphi_1 &= S_2^{\circ} \sin \varphi_2 + v^2 \sin \varphi_k \end{aligned} \right\} \quad (12.1.1.)$$

Kvadriranjem i zbrojem eliminiramo φ_1 . Zbog kratkoće pisanja stavimo nadalje

$$\alpha = \cos(\varphi_k - \varphi_2) \quad (12.1.2.)$$

i dobivamo kvadratnu jednadžbu

$$(S_2^{\circ})^2 + 2 S_2^{\circ} \alpha v^2 - v^2 + v^4 = 0$$

s rješenjem

$$S_2^{\circ} = -\alpha v^2 \pm \sqrt{v^2 - (1 - \alpha^2) v^4} \quad (12.1.3.)$$

Kod pozitivnog predznaka pred korijenom tražimo optimalni S_2° gdje je promijenljivica

$$\frac{dS_2^{\circ}}{dv} = -2\alpha v + \frac{2v - 4\alpha^3(1 - \alpha^2)}{2\sqrt{v^2 - (1 - \alpha^2)v^4}} = 0$$

Rješenjem ove jednadžbe slijedi, imajući u vidu (12.1.2.)

$$v = \frac{1}{2[1 + \cos(\varphi_k \mp \varphi_2)]} \quad (12.1.4.)$$

Uvrstimo ovaj „v“ u (12.1.3.), slijedi uvjet za maksimalni S_2°

$$S_{2m}^{\circ} = \frac{1}{2[1 + \cos(\varphi_k \mp \varphi_2)]} = v^2 \quad (12.1.5.)$$

To je jednadžba parabolične anvelope u polovnom obliku za induktivni i kapacitivni φ_2 u generatorskom području, kako je naznačeno na Sl.12.11

12.2. PARAMETAR I ŽARIŠTE PARABOLIČNE ANVELOPE

Stavimo u [12.1.5.] da je $\varphi_2 = \varphi_k$, dobivamo

$$S_{2m}^{\circ} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Na Sl. 12.1.1. za taj slučaj je $S_{2m}^{\circ} = \overline{OB} = 2,5 \text{ cm}$. φ_k -linija je os parabolične anvelope, tačka „0“ je žarište i

$$\text{parametar} = 2S_{2m}^{\circ} = 2 \cdot \overline{OB} = \overline{OB'}$$

Okomica u tački B' je ravnalica parabole. Znamo da je parabola definirana žarištem ili fokusom i ravnalicom, s kojim veličinama možemo pristupiti njenoj konstrukciji. Na sl. 12.1.1. je naznačena konstrukcija tačaka A, B, C, D, E , gdje je npr. $\overline{OE} = \overline{EE'}$, ako je $\overline{EE'}$ okomit na ravnalici i t.d.

12.3. NEKE KARAKTERISTIČNE TAČKE ANVELOPE

Za svaki odabrani faktor snage $\cos \varphi_2$ na anvelopi očitamo maksimalnu snagu S_{2m}° koja se uopće može predati potrošaču na kraju voda. Pored toga, uz zadani φ_2 , na dijagramu Sl. 12.1.1. očitamo također i odgovarajuću snagu i faktor snage na početku voda, naponske prilike i gubitke ili stepen korisnosti. Iz dijagrama dobivamo prema tome kompletnu sliku o prijenosnim prilikama za ovaj specifični pogon voda. Razmotrimo nekoliko pogonskih stanja voda koja pripadaju anvelopi:

(a) $\varphi_2 = 0$:

Faktor snage na kraju voda jednak je jedinici i na dijagramu Sl. 12.1.1. očitamo da je djelatna snaga

$$S_{2m}^{\circ} = \overline{OD} = 3,87 \text{ [cm]}$$

Isti rezultat slijedi iz [12.1.5.]

$$S_{2m}^{\circ} = \frac{1}{2[1 + \cos 72,9^{\circ}]} = 0,387 \text{ [0}^{\circ} \text{ ili } 3,87 \text{ [0}^{\circ} \text{ ---- [cm]}$$

Prema [12.1.4.] jest

$$v = \sqrt{\frac{1}{2[1 + \cos 72,9^{\circ}]}} = \sqrt{0,387} = 0,622 \text{ ili } 6,22 \text{ ---- [cm]}$$

Iz [11.3] dobivamo odgovarajuću snagu na početku voda, naime, prvi član desne strane ove jednačbe odnosi se na ovu snagu

$$\begin{aligned} S_{1m}^{\circ} &= S_{2m}^{\circ} + v^2 \text{ [-} \varphi_k \text{]} = v \text{ [} \varphi_k \text{]} \\ &= 0,387 \text{ [0}^{\circ} \text{]} + 0,387 \text{ [-} 72,9^{\circ} \text{]} \\ &= 0,387 + 0,114 - j 0,955 \\ &= 0,501 - j 0,369 = 0,622 \text{ [-} 36,4^{\circ} \text{]} \text{ ili } 6,22 \text{ [-} 36,4^{\circ} \text{] ---- [cm]} \end{aligned}$$

Ovu snagu također očitamo na dijagramu Sl. 12.1.1., kako će se pokazati na drugom primjeru. Relativni pad napona slijedi iz poznatog odnosa

$$u = 1 - \frac{S_{2m}}{S_{1m}} = 1 - \frac{0,387}{0,622} = 0,378$$

Slično nadajemo za djelatne i jalove gubitke iz jednadžbe snage

$$p = \frac{\cos \varphi_k}{\cos \varphi_1} \cdot v = \frac{\cos 72,9^\circ}{\cos 36,4^\circ} \cdot 0,622 = 0,227$$

$$q = \frac{\sin \varphi_k}{\sin \varphi_1} \cdot v = \frac{\sin 72,9^\circ}{\sin 36,4^\circ} \cdot 0,622 = 1,0$$

Za kontrolu je

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}$$

$$\frac{0,622}{0,773} = \frac{0,805}{1,0}$$

$$0,805 = 0,805$$

Sve ove veličine dobivamo mjerenjem odgovarajućih dužina u dijagramu. Naponske prilike slijede također iz naponske jednadžbe

$$\begin{aligned} u_2^\circ &= 1 - v \sqrt{\varphi_k - \varphi_1} \\ &= 1 - 0,622 \sqrt{36,5^\circ} \\ &= 1 - 0,50 - j0,37 \\ &= 0,5 - j0,37 = 0,622 \angle -36,4^\circ \end{aligned}$$

gdje je jedinični napon na kraju numerički jednak jediničnoj snazi na početku voda.

Na Sl. 12.3.1. prikazan je naponski dijagram trokutom OAB gdje je odabrani napon na početku voda $u_1^\circ = \overline{OA} = 1 \angle 0^\circ$. Odabrana jedinica je $10 \dots cm$. Na trokutu ABC očitavamo komponente pada napona u (r, j) ravnini. Struja je u smjeru $\overline{OB}$. Kut $\varphi_2 = \theta - \varphi_1 = 0$. Relativni gubitak napona i snage slijedi iz navedene konstrukcije.

Na istom dijagramu očitavamo i snage voda u drugom mjerilu. U naznačenoj (P, jQ) ravnini jedinica dužine $\overline{OA} = 0,622$

(c) $\varphi_2 = -36,9^\circ$:

$$S_{2m}^\circ = \frac{1}{2[1 + \cos(72,9^\circ - 36,9^\circ)]} = 0,276 = v^2$$

$$v = \sqrt{0,276} = 0,525$$

$$\begin{aligned} S_{1m}^\circ [\varphi_1] &= 0,276 \angle -36,9^\circ + 0,276 \angle -72,9^\circ \\ &= 0,302 - j0,429 = 0,525 \angle -54,8^\circ \end{aligned}$$

$$u = 1 - 0,525 = 0,475$$

$$p = \frac{\cos \varphi_k}{\cos \varphi_1} \cdot v = 0,268$$

$$q = \frac{\sin \varphi_k}{\sin \varphi_1} \cdot v = 0,615$$

$$u_2^\circ \angle \vartheta = 0,525 \angle -18,1^\circ$$

(d) $\varphi_2 = +36,9^\circ$:

Za ovo pogonsko stanje ilustriramo alternativnu konstrukciju anvelope na Sl.12.1.1. Tačka E na anvelopi pripada kapacitivnom teretu na kraju voda s kutem $\varphi_2 = 36,9^\circ$. Zbog toga je

$$S_{2m}^\circ = \frac{1}{2[1 + \cos(72,9^\circ + 36,9^\circ)]} = \frac{1}{2[1 - 0,339]} = 0,757 = v^2$$

$$v = 0,870$$

jer je $\cos 109,8^\circ = -0,339$. Na dijagramu očitamo $\overline{OE} = 7,57 \dots \text{cm}$. Snaga na početku voda

$$\begin{aligned} S_{1m}^\circ [\varphi_1] &= 0,757 \angle 36,9^\circ + 0,757 \angle -72,9^\circ \\ &= 0,828 - j0,268 = 0,870 \angle -18^\circ = v \angle -18^\circ \end{aligned}$$

Na dijagramu povučemo kružni luk EG sa središtem O i polumjerom $\overline{OE}$. Tačka G na φ_k -liniji je središte kružnice polumjera $\overline{GE} = S_{1m}^\circ$ koji prema horizontali tvori kut $\varphi_1 = -18^\circ$, kako je naznačeno na dijagramu. $OG\overline{E}$ je trokut snaga na kojemu očitamo snage na kraju i početku voda. Stranica trokuta $\overline{OG}$ predodžuje gubitke u vodu. U drugom mjerilu stranice trokuta predodžuju također napone na početku i kraju voda. Naime

$$u = 1 - \frac{S_{2m}^{\circ}}{S_{1m}^{\circ}} = 1 - \frac{0,757}{0,870} = 1 - 0,87 = 0,13$$

Jednaki rezultat slijedi iz naponske jednadžbe

$$\begin{aligned} u_2^{\circ} / \theta &= 1 - v / \varphi_k - \varphi_1 \\ &= 1 - 0,87 / 72,9^{\circ} - 18^{\circ} \\ &= 0,5 - j 0,71 = 0,87 / -54,8^{\circ} \end{aligned}$$

Gubitke snage možemo takodjer izmjeriti na dijagramu iz projekcija dužina $\overline{GE}$ i $\overline{OE}$ na horizontalni i vertikalni smjer, naime

$$\begin{aligned} p &= \frac{0,87 \cdot \cos 18^{\circ} - 0,757 \cdot \cos 36,9^{\circ}}{0,87 \cdot \cos 18^{\circ}} = 0,269 = \frac{\cos \varphi_k}{\cos \varphi_1} \cdot v \\ q &= \frac{0,87 \cdot \sin (-18^{\circ}) - 0,757 \cdot \sin 36,9^{\circ}}{0,87 \cdot \sin (-18^{\circ})} = 2,69 = \frac{\sin \varphi_k}{\sin \varphi_1} \cdot v \end{aligned}$$

Za kontrolu lako provjerimo ispravnost gornjih rezultata formulama

$$\frac{1-u}{1-p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2} \quad ; \quad \frac{1-q}{1-q} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2}$$

Na dijagramu vidimo da je potrošaču u tački E raspoloživ kompenzator za proizvodnju kapacitivne i jalove snage. Vod je na početku opterećen induktivno s kutem φ_1 i to samo toliko, da pokrije induktivne gubitke voda. To vrijedi za svaku tačku anvelope u prvom kvadrantu. U tom dijelu provodi se regulacija sinhronim motorom ili statičkim kondenzatorom na kraju voda i jedino u tom slučaju moguć je pogon voda za tačku anvelope koja pripada prvom kvadrantu. To ne vrijedi međjutim za dio anvelope koja pripada četvrtom kvadrantu u kojem je potrošač opterećen induktivno. U tom dijelu izvor na početku voda pokriva cijelu induktivnu snagu potrošača kao i induktivne gubitke voda. Djelatne snage i gubici mogu se dakako pokriti u oba slučaja samo iz izvora na početku voda. Dio anvelope u prvom kvadrantu je prema tome **r e g u l i r a n i** i u četvrtom kvadrantu **n e r e g u l i r a n i** vod.

Konstrukcija anvelope, koju smo već opisali, moguća je i na drugi način. Pritom koristimo poznato svojstvo parabole, da je njena **s u b - n o r m a l a** konstantna. Biramo bilo koju tačku na osi parabole koja se podudara s φ_k -linijom. Neka je to npr. tačka G na Sl. 12.1.1.

Nanesemo $\overline{GH} = \overline{OB'}$, gdje je $\overline{OB'}$ parametar parabole. U tački H podignemo okomicu na φ_k -liniju dok ne siječe kružni luk GE polumjera $\overline{OG}$ sa središtem O . Sjecište je tačka E , koja pripada anvelopi. U toj tački $\overline{GE}$ je okomica na tangenti parabole u tački E . Projekcija $\overline{GE}$ na φ_k -liniju je subnormala $\overline{GH}$, koja je konstantna za svaku tačku parabole i jednaka parametru. Ovim postupkom odredimo proizvoljni broj tačaka za konstrukciju parabolične anvelope.

13. KAPPOVI DIJAGRAMI

Kappov dijagram je jedini tip kružnog dijagrama. Poznati su Kappovi dijagrami za transformatore kojima se interpretira utjecaj faktora snage na naponske prilike u transformatoru. Budući da se ekvivalentna shema transformatora uz izvjesne pretpostavke podudara s ekvivalentnom shemom voda, Kappovi dijagrami za vod i transformator imaju tada zajedničku osnovu.

Za opis Kappovih dijagrama polazimo iz naponskih jednažbi [3.2.] i [4.1.]

$$U_2^\circ = U_2^\circ / \theta = 1 - Z^\circ / \varphi_k - \varphi_1 \quad \text{-----} [3.2.]$$

$$U_1^\circ = U_1^\circ / \theta = 1 + Z^\circ / \varphi_k - \varphi_2 \quad \text{-----} [4.1.]$$

koje vrijede za zadane energetske uvjete na početku i kraju voda, gdje su naponi U_1 i U_2 u osi referencije. Vidimo da je

$$\begin{aligned} \text{u prvoj jednažbi} \quad U_b &= U_1 \\ I_b &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{u drugoj jednažbi} \quad U_b &= U_2 \\ I_b &= 1 \end{aligned}$$

tako da je u prvom slučaju $I^\circ = S_1^\circ$ i u drugom $I^\circ = S_2^\circ$. Jedinične struje i snage numerički su jednake. Jednažbe [3.2.] i [4.1.] pisane su za induktivni teret, jer su argumenti φ_1 i φ_2 negativni. Množimo obe jednažbe jediničnim fazorom $1/\varphi_1$ i $1/\varphi_2$, te imademo na umu odnos

$$\theta = \varphi_2 - \varphi_1$$

dobivamo

$$U_2^\circ / \varphi_2 = 1 / \varphi_1 - Z^\circ / \varphi_k \quad \text{-----} [13.1.]$$

$$U_1^\circ / \varphi_1 = 1 / \varphi_2 + Z^\circ / \varphi_k \quad \text{-----} [13.2.]$$

Umnožak s jediničnim fazorom znači zakretanje svih članova jednadžbe za kut φ_2 odnosno φ_1 u pozitivnom smjeru. Posljedica ove operacije je promjena referencije; umjesto napona, kao u [3.2] i [4.1], sada je struja u osi referencije. S druge strane struja je čvrsta veličina voda odabrana na početku, odnosno na kraju voda, koja je ujedno i bazična veličina, naime $1^\circ = 1/0^\circ$

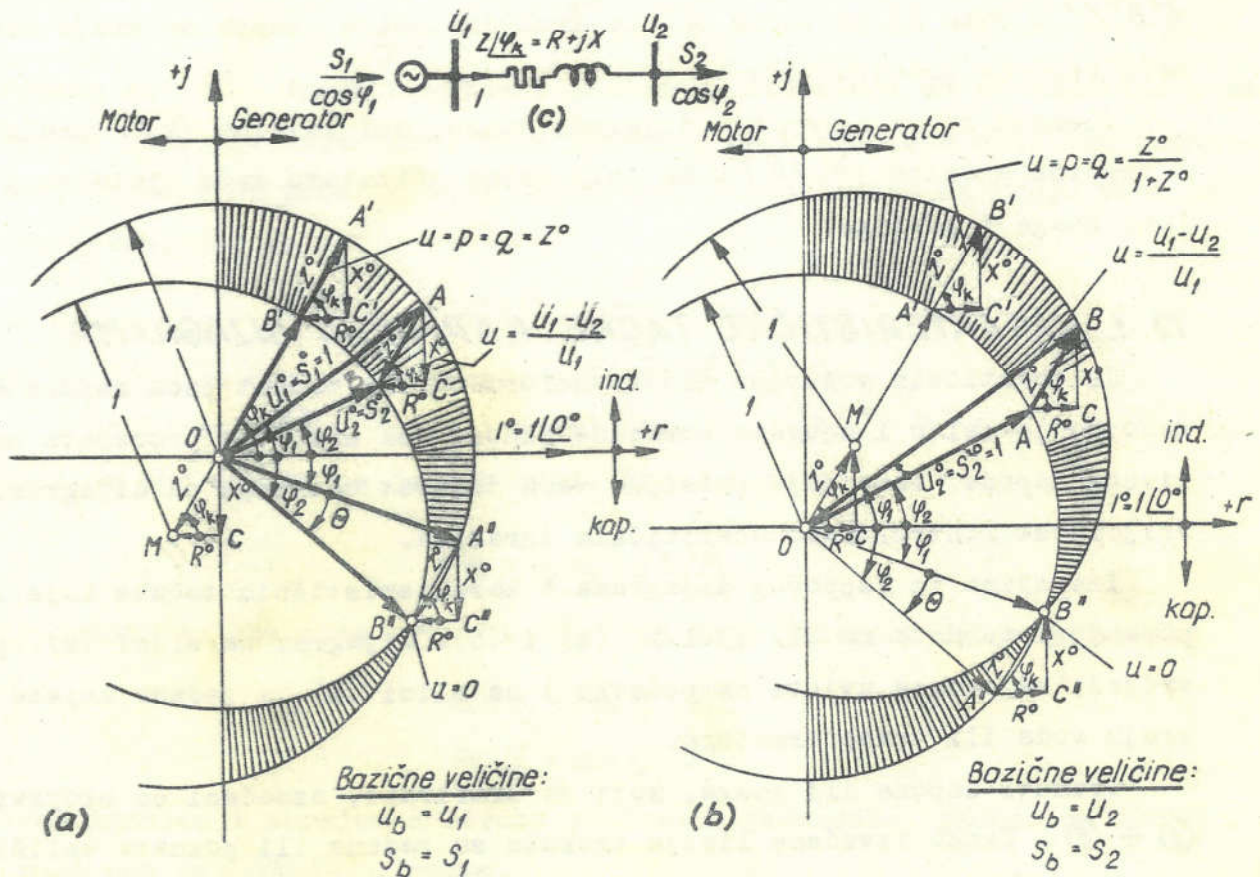
Usporedimo li [13.1.] i [13.2.] s jednadžbom [9.2.1.], vidimo da su to jednadžbe kružnica u polarnom obliku. Veličina Z° / φ_k je središte kružnice. Polumjer kružnice jednak je jediničnom naponu odabranom na početku ili kraju voda, dok su argumenti φ_1 i φ_2 promjenljivice koje mijenjamo od 0° do 360° u kompleksnoj ravnini. Jednadžbe [13.1.] i [13.2.] u stvari predložuju kružne Kappove dijagrame. Prijenosom ovih jednadžbi u kompleksnu ravninu ilustriramo utjecaj faktora snage na naponske prilike i gubitke u vodu ili transformatoru. Radi li se o transformatoru, često se Kappov dijagram crta za nazivni napon i nazivnu struju bilo na primaru ili sekundaru transformatora. Struja je uvijek u osi referencije.

Kako se naponi na početku i kraju voda odnose kao i prividne snage, na Kappovom dijagramu pored naponskih prilika, očitavamo također prividne, djelatne i jalove snage kao i gubitke kod različitih faktora snage.

Na Sl. 13.1. (a) i (b) nacrtani su Kappovi dijagrami za zadani napon i struju na početku i kraju voda ili transformatora. U osi referencije naznačen je $1^\circ = 1/0^\circ$. Središte kružnice M definira Z° / φ_k , u prvom slučaju s negativnim i u drugom s pozitivnim predznakom. Trokut pada napona je OMC s komponentama $(-R^\circ - jX^\circ)$ i $(R^\circ + jX^\circ)$ za sliku (a) i (b). Polumjer kružnice sa središtem M jednak je jedinici. Po ovoj se kružnici mijenja napon ili snaga na kraju (a), odnosno na početku (b) voda, ako mijenjamo kuteve φ_1 i φ_2 . Nacrtamo li kružnicu s središtem „0“ i jediničnim polumjerom, dobivamo šrafirano područje

pada napona ili gubitke snage za različite faktore snage.

Jedno određeno pogonsko stanje označeno je na dijagramima s fazom $\overline{OA}$ i pripadajućim argumentom. Traži se $\overline{OB}$, koji rezultira iz geometrijske razlike ili sume $\overline{OA}$ i $\overline{AB}$. Trokut pada napona ili gubitka snage ABC je konstantan i giba se paralelno sam sebi s vrhom A po kružnici polumjera $\overline{OA} = 1$. Kada je $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_k$, trokut OAB prelazi u pravac $OA'B'$. Ovom pogonskom stanju odgovara maksimalni pad napona, što provjerimo iz [13.1], naime



Sl. 13.1. Kappov dijagram RL voda ili transformatora

- (a) Za zadano energetska stanje na početku voda $S_2^\circ / \varphi_2 = U_2^\circ / \varphi_2 = 1 / \varphi_1 - Z^\circ / \varphi_k$
 (b) Za zadano energetska stanje na kraju voda $S_2^\circ / \varphi_2 = U_2^\circ / \varphi_2 = 1 / \varphi_2 + Z^\circ / \varphi_k$
 (c) Ekvivalentna shema voda ili transformatora

$$(1-u) / \varphi_2 - \varphi_1 = 1 - Z^\circ / \varphi_k - \varphi_1$$

Maksimalna je razlika za $(\varphi_k - \varphi_1) = 0 = \varphi_2 - \varphi_1$ tj. kod $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_k$, jer je $u = Z^\circ$. Istim postupkom slijedi iz [13.2.] za sliku (b), gdje maksimalni $u = Z^\circ / (1 + Z^\circ)$. Naznačeni trokut pada napona je $A'B'C'$.

Na dijagramima je naznačeno induktivno područje u prvom i kapacitivnom u četvrtom kvadrantu. Drugi i treći kvadrant pripada motornom području, u kojem izvor na početku voda radi kao motor. U četvrtom kvadrantu dobivamo jednu tačku u kojoj se kružnice sijeku. Za ovo pogonsko stanje naponi na početku i kraju voda su jednaki, što se može realizirati samo s kapacitivnim teretom. Naznačeni trokut pada napona je $A''B''C''$. Giba li se tačka A'' po kružnici dalje, napon na kraju biva veći nego na početku voda.

Gledamo li dijagram kao dijagram snage, osi ravnine (r, j) prelaze u ravninu s osima (P, jQ) . Na ovim osima očitavamo sada djelatne i jalove snage i gubitke.

13.1. KARAKTERISTIČNE TAČKE KAPPOVOG DIJAGRAMA

Na praktičnim vodovima ili transformatorima trokut pada napona ABC redovno je malen i njegove stranice iznose tek nekoliko procenata nazivnog napona. Tamo gdje poželjna veća tačnost očitavanja na dijagramu, vrijednost kontroliramo analitičkim izrazima.

Izdvojimo iz Kappovog dijagrama 5 karakterističnih tačaka koje su posebno istaknute na Sl. 13.1.1. (a) i (b). Dijagram na slici (a) opet vrijedi za zadane uvjete na početku i na slici (b) za zadane uvjete na kraju voda ili transformatora.

Trokuti napona ili snaga, koji su šrafirani, označeni su brojevima ① ÷ ⑤. Tanko izvučene linije trokuta su zadane ili poznate veličine; debelo izvučene linije trokuta su fazori napona ili snaga za koje tražimo modul i argument. Izuzetak je slučaj ④ za koji jedino znademo da je $u = 0$. Za karakteristične tačke odabrani su prema tome argumenti $\pm 90^\circ, 0^\circ$, $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_k$ i pogonsko stanje za koje je pad napona $u = 0$.

Želimo li npr. odrediti analitičkim putem stanje za trokut ① na slici (a), polazimo iz jednadžbe [13.1.] u koju stavimo da je $\varphi_1 = +90^\circ$,

naime

$$u_2^\circ / \varphi_2 = 1 / 90^\circ - Z^\circ / \varphi_k$$

Rastavljanjem u komponente slijedi

$$u_2^\circ \cos \varphi_2 = -R^\circ$$

$$u_2^\circ \sin \varphi_2 = 1 - X^\circ$$

Obe jednačbe kvadriramo i zbrojimo, pa dobivamo

$$u_2^\circ = \sqrt{(R^\circ)^2 + (1 - X^\circ)^2}$$

s odgovarajućim argumentom

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = - \frac{1 - X^\circ}{R^\circ}$$

Vidimo da R° ima negativni predznak, što znači da se nalazimo u motornom području dijagrama, gdje potrošač na kraju voda radi kao generator, a izvor na početku voda kao motor. Faktor snage na kraju voda je negativan, jer je

$$\cos \varphi_2 = - \frac{R^\circ}{u_2^\circ}$$

pa je φ_2 u drugom kvadrantu veći od 90°

Za trokut ④ na slici (a) stavimo $U_1^\circ = U_2^\circ = S_1^\circ = S_2^\circ = 1$, budući da pad napona je jednak nuli. Prema tome je

$$1 / \varphi_2 = 1 / \varphi_1 - Z^\circ / \varphi_k$$

Nepoznata su oba kuta φ_1 i φ_2 za koje dobivamo dvije jednačbe

$$\cos \varphi_2 = \cos \varphi_1 - R^\circ$$

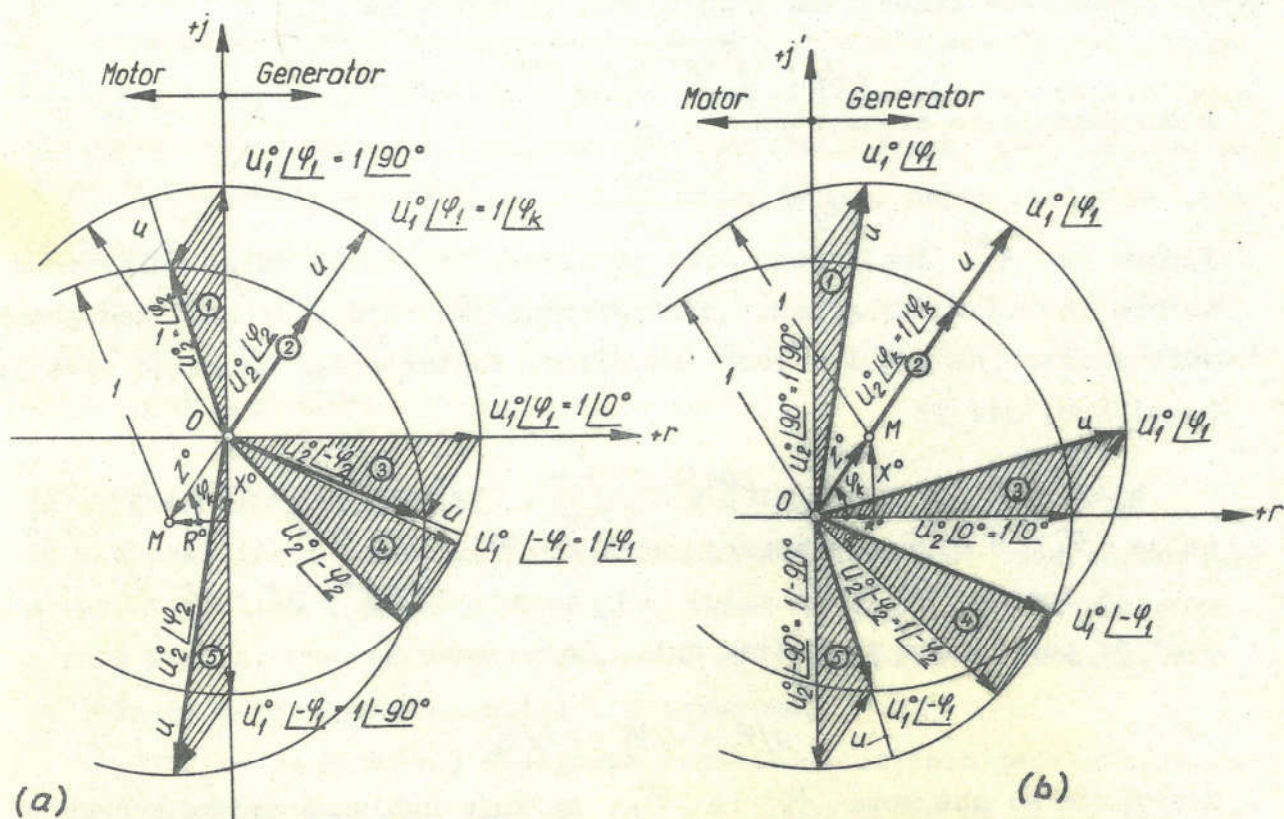
$$\sin \varphi_2 = \sin \varphi_1 - X^\circ$$

Kvadriranjem i zbrojem dobivamo kvadratne jednačbe, jednom za $\cos \varphi_1$ i drugi put za $\cos \varphi_2$, naime

$$\cos \varphi_1 = \frac{R^\circ}{2} \pm \frac{1}{2} \frac{X^\circ}{Z^\circ} \sqrt{4 - (Z^\circ)^2}$$

$$\cos \varphi_2 = -\frac{R^\circ}{2} \pm \frac{1}{2} \frac{X^\circ}{Z^\circ} \sqrt{4 - (Z^\circ)^2}$$

Pod korjenom dolazi u obzir pozitivni predznak za generatorsko područje dijagrama. Slično bismo odredili vrijednosti za bilo koju tačku na Kappovoj kružnici. Za dijagram (b) koristimo pritom jednadžbu [13.2].



Sl.13.1.1. Karakteristične tačke Kappovog dijagrama

(a)... za zadano energetska stanje na početku voda ili transformatora

(b)... za zadano energetska stanje na kraju voda ili transformatora

Tablica 13.1.1.

Formule za određivanje karakterističnih tačaka u Kappovom dijagramu					
Općenita jednačica za zadano energetska stanje na početku voda			$S_2^\circ / \varphi_2 = U_2^\circ / \varphi_2 = 1 / \varphi_1 - Z^\circ / \varphi_k$		
U dijagramu	①	②	③	④	⑤
Zadano	$\varphi_1 = 90^\circ$	$\varphi_1 = \varphi_k = \varphi_2$	$\varphi_1 = 0$	$U_1^\circ = U_2^\circ = S_1^\circ = S_2^\circ = 1$	$\varphi_1 = -90^\circ$
Traži se					
$U_2^\circ = S_2^\circ =$	$\sqrt{(R^\circ)^2 + (1 - X^\circ)^2}$	$1 - Z^\circ$	$\sqrt{(1 - R^\circ)^2 + (X^\circ)^2}$	1	$\sqrt{(R^\circ)^2 + (1 + X^\circ)^2}$
$\cos \varphi_2 =$	$-\frac{R^\circ}{U_2^\circ}$	$\frac{R^\circ}{Z^\circ}$	$\frac{1 - R^\circ}{U_2^\circ}$	$-\frac{R^\circ}{2} + \frac{1}{2} \frac{X^\circ}{Z^\circ} \sqrt{4 - (Z^\circ)^2}$	$-\frac{R^\circ}{U_2^\circ}$
$\cos \varphi_1 =$	0	$\frac{R^\circ}{Z^\circ}$	1	$\frac{R^\circ}{2} + \frac{1}{2} \frac{X^\circ}{Z^\circ} \sqrt{4 - (Z^\circ)^2}$	0
$u = \frac{U_1 - U_2}{U_1} =$	$1 - U_2^\circ$	Z°	$1 - U_2^\circ$	0	$1 - U_2^\circ$
$p = \frac{R^\circ}{\cos \varphi_1} =$	∞	Z°	R°	$\frac{R^\circ}{\cos \varphi_1}$	∞
$q = \frac{X^\circ}{\sin \varphi_1} =$	X°	Z°	∞	$-\frac{X^\circ}{\sin \varphi_1}$	$-X^\circ$

Općenita jednačica za zadano energetska stanje na kraju voda			$S_1^\circ / \varphi_1 = U_1^\circ / \varphi_1 = 1 / \varphi_2 + Z^\circ / \varphi_k$		
U dijagramu	①	②	③	④	⑤
Zadano	$\varphi_2 = 90^\circ$	$\varphi_2 = \varphi_k = \varphi_1$	$\varphi_2 = 0$	$U_2^\circ = U_1^\circ = S_2^\circ = S_1^\circ = 1$	$\varphi_2 = -90^\circ$
Traži se					
$U_1^\circ = S_1^\circ =$	$\sqrt{(R^\circ)^2 + (1 + X^\circ)^2}$	$1 + Z^\circ$	$\sqrt{(1 + R^\circ)^2 + (X^\circ)^2}$	1	$\sqrt{(R^\circ)^2 + (X^\circ - 1)^2}$
$\cos \varphi_1 =$	$\frac{R^\circ}{U_1^\circ}$	$\frac{R^\circ}{Z^\circ}$	$\frac{1 + R^\circ}{U_1^\circ}$	$\frac{R^\circ}{2} + \frac{1}{2} \frac{X^\circ}{Z^\circ} \sqrt{4 - (Z^\circ)^2}$	$\frac{R^\circ}{U_1^\circ}$
$\cos \varphi_2 =$	0	$\frac{R^\circ}{Z^\circ}$	1	$-\frac{R^\circ}{2} + \frac{1}{2} \frac{X^\circ}{Z^\circ} \sqrt{4 - (Z^\circ)^2}$	0
$u = \frac{U_1 - U_2}{U_1} =$	$1 - \frac{1}{U_1^\circ}$	$\frac{Z^\circ}{1 + Z^\circ}$	$1 - \frac{1}{U_1^\circ}$	0	$1 - \frac{1}{U_1^\circ}$
$p = \frac{R^\circ}{\cos \varphi_2 + R^\circ} =$	1	$\frac{Z^\circ}{1 + Z^\circ}$	$\frac{R^\circ}{1 + R^\circ}$	$\frac{R^\circ}{\cos \varphi_2 + R^\circ}$	1
$q = \frac{X^\circ}{\sin \varphi_2 + X^\circ} =$	$\frac{X^\circ}{1 + X^\circ}$	$\frac{Z^\circ}{1 + Z^\circ}$	1	$-\frac{X^\circ}{\sin \varphi_2 + X^\circ}$	$\frac{X^\circ}{-1 + X^\circ}$

U TABlici 13.1.1. unijete su ovim putem izračunate vrijednosti karakterističnih tačaka Kappovog dijagrama posebno za sliku (a) i (b). Primjećujemo, da za svaku tačku Kappovog dijagrama vrijede također osnovne relacije

$$\frac{1 - u}{1 - p} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_2}; \quad \frac{1 - u}{1 - q} = \frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2}; \quad \frac{U_2^\circ}{U_1^\circ} = \frac{S_2^\circ}{S_1^\circ}$$

koje nam dobro služe za kontrolu ispravnosti računa.

13.2. TRANSFORMACIJA KAPPOVOG DIJAGRAMA

Kappov dijagram daje nam dobru grafičku predodžbu o utjecaju faktora snage na prijenosne prilike voda i transformatora. Međutim, želimo li dobiti preciznija očitavanja, obično provodimo transformaciju Kappovog dijagrama. Često je dovoljno u tu svrhu koristiti karakteristične tačke Kappovog dijagrama koje odredimo iz formula, navedenih u TABLICI 13.1.1. U prikladnom mjerilu crtamo u pravokutnom koordinatnom sistemu graf funkcije

$$(u, p, q, \cos \varphi_2) = f(\cos \varphi_1)$$

ili

$$(u, p, q, \cos \varphi_1) = f(\cos \varphi_2)$$

Prva jednačba odnosi se na zadane uvjete na početku i druga na zadane uvjete na kraju voda ili transformatora. Najjednostavnije je ako takav prikaz ilustriramo na konkretnom primjeru.

Podaci nadzemnog trofaznog voda nazivnog napona 35 kV su slijedeći:

$$S_1 = 5000 \text{ ----- } [kVA]$$

$$U_1 = 36 \text{ ----- } [kV]$$

$$Z/\varphi_k = 0,435 + j 0,40 = 0,592 \angle 42,6^\circ \text{ ----- } [\Omega/km]$$

$$l = 40 \text{ ----- } [km]$$

Zadani su uvjeti na početku voda, pa su bazične veličine

$$U_b = 36 \text{ ----- } [kV]$$

$$S_b = 5000 \text{ ----- } [kVA]$$

$$I_b = \frac{5000}{\sqrt{3} \cdot 36} = 80,5 \text{ ----- } [A]$$

$$Z_b = \frac{36^2}{5} = 259 \text{ ----- } [\Omega]$$

Jedinične veličine

$$U_1^\circ = 1 \angle 0^\circ$$

$$S_1^\circ = 1$$

$$1^\circ = 1$$

$$R^\circ + jX^\circ = Z^\circ = \frac{0,592 \cdot 40}{259} / 42,6^\circ = 0,0915 / 42,6^\circ = 0,06725 + j0,0618$$

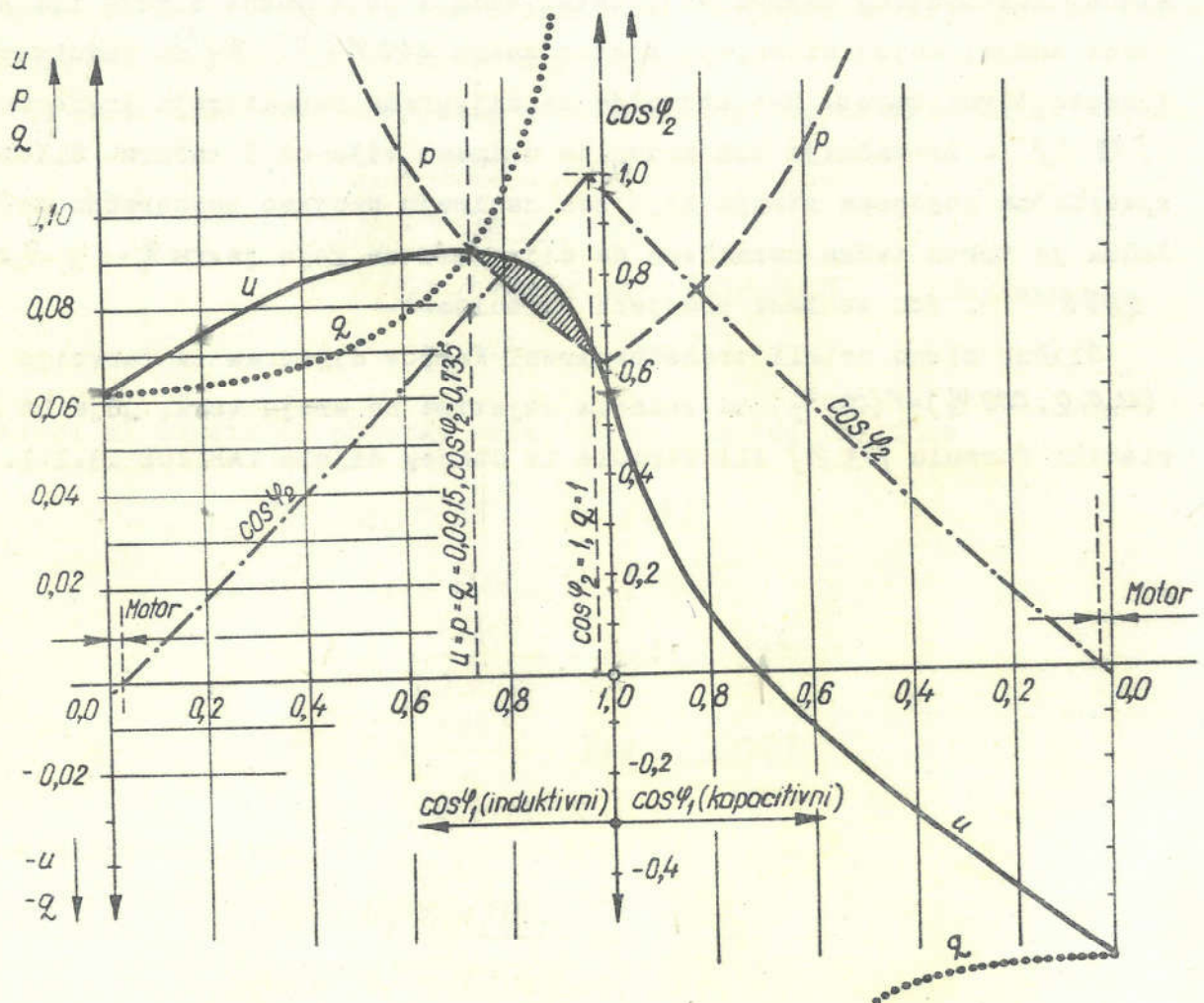
Formulama u prvom dijelu TABLICE 13.1.1. dobivamo odgovarajuće vrijednosti u TABlici 13.2.1. Sa 5 karakterističnih tačaka nacrtan je transformirani Kappov dijagram na Sl. 13.2.1. u pravokutnom koordinatnom sustavu prema funkciji $(u, p, q, \cos \varphi_2) = f(\cos \varphi_1)$. Veličine u, p, q imaju isto mjerilo i $\cos \varphi_2$ posebno mjerilo na srednjoj liniji dijagrama. U tački maksimalnog pada napona sijeku se sve tri krivulje u, p, q . U šrafiranom području relativni pad napona je veći od relativnih gubitaka. U nastavku obih krivulja nalijevo i nadesno vrijedi obratno.

Iz dijagrama dobivamo pregledno sve informacije o osebina voda za slučaj konstantnog napona na početku voda i konstantne struje ili prividne snage, kojoj mijenjamo faktor snage $\cos \varphi_1 = 0^\circ \div 90^\circ$ za induktivni i kapacitivni teret. Sve krivulje na dijagramu rezultiraju iz formule [13.1]. Za tačniji tok krivulja uzimamo više od 5 tačaka. Slično, specifična pogonska stanja koja nas zanimaju nadjemo neposredno iz [13.1]. Jedna je takva tačka naznačena na dijagramu za koju je $\cos \varphi_2 = 1, q = 1, \cos \varphi_1 = 0,998$, što se lako provjeri formulom.

Slično bismo crtali transformirani Kappov dijagram za funkciju $(u, p, q, \cos \varphi_1) = f(\cos \varphi_2)$ sa zadanim uvjetima na kraju voda, gdje bi koristili formulu [13.2.] ili formule iz donjeg dijela TABLICE 13.1.1.

Tablica 13.2.1.

$S_2^\circ / \varphi_2 - U_2^\circ / \varphi_2 = 1 / \varphi_1 - Z^\circ / \varphi_k$					
U dijagramu	①	②	③	④	⑤
Isodono Izračunate	$\varphi_1 = 90^\circ$	$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_k = 42,6^\circ$	$\varphi_1 = 0$	$U_1^\circ = U_2^\circ = S_1^\circ = S_2^\circ = 1$	$\varphi_1 = -90^\circ$
$U_2^\circ = S_2^\circ$	0,938	0,9085	0,933	1,0	1,062
$\cos \varphi_2$	-0,0672	0,735	0,998	0,6424	-0,0638
$\cos \varphi_1$	0,0	0,735	1,0	0,7096	0,0
$u = \frac{U_1^\circ - U_2^\circ}{U_1^\circ}$	0,062	0,0915	0,0618	0,0	-0,062
$p = \frac{R^\circ}{\cos \varphi_1}$	∞	0,0915	0,06725	0,0948	∞
$q = \frac{X^\circ}{\sin \varphi_1}$	0,0618	0,0915	∞	-0,0865	-0,0618



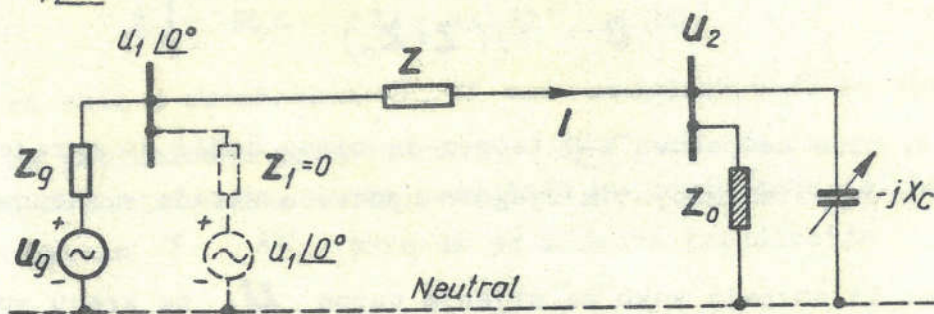
14. KRUŽNI DIJAGRAMI I THEVENIN-HELMHOLTZ TEOREM

Za grafičku predodžbu nekih pojava na RL vođu prethodno smo koristili jednadžbu kružnice u polarnom obliku. U mnogim praktičnim zadacima pojavljuje se također jednadžba kružnice općeg oblika. Često je to slučaj kod analize mreža gdje primjenjujemo T-H teorem. Ovaj teorem, kako znamo, dobro služi, kada želimo npr. odrediti struju samo u jednoj grani mreže gdje nam nije potrebno kompletno rješenje mreže. Prema T-H teoremu uklonimo granu mreže u kojoj tražimo struju, a preostali sistem nadomještamo ekvivalentnom mrežom i ekvivalentnim izvorom kojemu je napon jednak naponu na stezaljkama uklonjene grane. Ako se pritom jedan parametar mreže mijenja, za traženu struju u uklonjenoj grani često dobivamo izraz koji se poklapa s jednadžbom kružnice općeg oblika u kompleksnoj ravnini.

Na nekim jednostavnim primjerima upoznati ćemo upotrebu kružnih dijagrama ove vrste.

14.1. UTJECAJ KOMPENZACIJE JALOVE SNAGE NA PRIJENOSNE PRILIKE VODA

Na Sl. 14.1.1. prikazan je vod impedancije Z s izvorom na početku i potrošačem na kraju. Potrošač je ovdje zadan impedancijom Z_0 kod napona U_2 . Paralelno potrošaču priključen je kompenzator jalove snage bilo u obliku kondenzatora ili sinhronog motora koji se može regulirati. Unutarnji napon generatora na početku označen je s U_g i odgovarajućom unutarnjom impedancijom Z_g . Na slici je također naznačen fiktivni generator napona U_1 s unutarnjom impedancijom $Z_1=0$, naime, na sabirnicama stvarnog generatora održavamo konstantni U_1 kod različitih $X_C = 1/\omega C$, što se postiže regulatorom generatora. Uzimamo da je $U_1/0^\circ$ referentni napon sistema.



Sl. 14.1.1. Utjecaj kompenzacije jalove snage na prijenosne prilike voda

Zanima nas promjena struje u vođu I kao i snage na sabirnicama generatora, ako se X_c mijenja. Pod ovim okolnostima želimo također doznati kako se mijenja U_g ili U_2 , odnosno snaga S_2 na kraju voda. Naznačeni naponi odnose se dakako na složene napone trofaznog sistema i neka nas ne smeta u općem izvodu, ako zamislimo da su to naponi prema neutralu. Prijelazom na jedinični račun ova razlika nije od značaja.

Da nadujemo struju u vođu, uklonimo Z granu prema T-H teoremu. Tada je napon između sabirnica generatora i potrošača jednak U_1 , koji se podudara sa T-H naponom. Rezultantna impedancija među sabirnicama otvorene mreže jest, ako utrnemo izvore

$$\frac{-j Z_o X_c}{Z_o - j X_c} \quad \text{----- (14.1.1.)}$$

budući da je

$$\frac{Z_g Z_1}{Z_g + Z_1} = 0$$

Struja u uklonjenom vođu je prema T-H teoremu

$$I = \frac{U_1}{Z - \frac{j Z_o X_c}{Z_o - j X_c}} = \frac{U_1 Z_o - j U_1 X_c}{Z Z_o - j (Z + Z_o) X_c} = \frac{A + B_v}{C + D_v} \quad \text{----- (14.1.2.)}$$

Prema [9.3.1.] to je jednačica kružnice u općenitom obliku, gdje je $X_c = v$ realna promijenljivica. Ostale veličine jednačici su kompleksne ili realne konstante. Naime

$$\left. \begin{aligned} A &= U_1 Z_o \\ B &= -j U_1 = U_1 / -90^\circ \\ C &= Z Z_o \\ D &= -j (Z + Z_o) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (14.1.3.)}$$

Očito, nije neophodan T-H teorem da bismo došli do gornje jednačice. U mnogim problemima međutim njegova upotreba skraćuje računske operacije.

Želimo li doznati kako se mijenja napon U_2 na kraju voda kod potrošača u ovisnosti X_c , postavimo jednačicu

$$U_2 = U_1 - IZ = U_1 - \frac{U_1 Z_0 Z - j U_1 Z X_C}{Z Z_0 - j (Z + Z_0) X_C} = \frac{B' V}{C + D V} \quad (14.1.4.)$$

Prema (9.3.2) to je jednačba kružnice koja prolazi ishodištem. Konstante u nazivniku su jednake kao i u (14.1.2.), dok je $A = 0$ i $B = B' = j U_1 Z_0$.

Slično, da bismo utvrdili unutarnji napon generatora kao funkciju

X_C , postavimo jednačbu

$$U_g = U_1 + I Z_g = U_1 + \frac{U_1 Z_0 Z_g - j U_1 Z_g X_C}{Z Z_0 - j (Z + Z_0) X_C} = \frac{U_1 (Z + Z_g) Z_0 - j U_1 (Z + Z_g) X_C}{Z Z_0 - j (Z + Z_0) X_C} = \frac{A'' + B'' V}{C + D V} \quad (14.1.5.)$$

To je takodjer jednačba kružnice u općenitom položaju. Konstante u nazivniku su jednake kao u (14.1.2.), dok se one mijenjaju u brojniku.

Kao promijenljivicu mogli bismo odabrati neku drugu veličinu, npr.

Z ili Z_0 , odnosno jednu od komponenata R, X , ili R_0, X_0 i u principu gornji račun se ne bi mijenjao. Mogli bismo takodjer postaviti npr. produkt $U_2 I$ iz jednačbi (14.1.2.) i (14.1.4.), gdje bi dobili izraz za snagu na kraju voda kao funkciju X_C . Tada rezultira složenija jednačba s X_C u kvadratu koja više ne predoduje kružnicu, već neku drugu krivulju koja pripada presjeku stošca. Na ovom mjestu ograničimo se na kružnice.

Tehniku računa s crtanjem kružnog dijagrama upoznat ćemo na konkretnom primjeru.

(a) Numerički podaci za sistem na

Sl. 14.1.1. :

$$U_1 = 12 \angle 0^\circ \text{ [kV]}$$

$$l = 12 \text{ [km]}$$

$$Z = (0,3 + j0,2) l = 3,6 + j2,4 = 4,32 \angle 33,7^\circ \text{ [\Omega]}$$

$$Z_0 = 24,4 + j29,1 = 38 \angle 50^\circ \text{ [\Omega]}$$

Ovdje se radi o dvostrukom 10 kVvodu presjeka 50/8 iz alučela

6:1. Napon na sabirnicama generatora $U_1 = 12 \angle 0^\circ \text{ kV}$ je čvrst, pa je to i referentni napon sistema. Snaga potrošača na kraju voda je $4000 \angle -50^\circ \text{ kVA}$ kod napona 12 kV, tako da je njegova impedancija

$$Z_o = \frac{U^2}{S} = \frac{12^2 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^6 \angle -50^\circ} = 38 \angle 50^\circ = 24,4 + j 29,1 [\Omega]$$

Generator ima slijedeće nazivne podatke

nazivni napon $U_n = 10$ [kV]

nazivna snaga $S_n = 5000$ [kVA]

nazivna jedinična
impedancija $Z_{gn} = j 0,15$

gdje je zanemaren unutarnji djelatni otpor generatora.

(b) B a z i č n e v e l i č i n e:

$$U_b = U_1 = 12 \text{ [kV]}$$

$$Z_b = 24,4 \text{ } [\Omega]$$

$$S_b = \frac{U_b^2}{Z_b} = \frac{144 \cdot 10^6}{24,4} = 5900 \text{ [kVA]}$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{5900}{\sqrt{3} \cdot 12} = 284 \text{ [A]}$$

Odabrali smo proizvoljno bazičnu impedanciju koja je jednaka djelatnom otporu potrošača.

(c) J e d i n i č n e v e l i č i n e:

$$U_1^\circ = 1 \angle 0^\circ$$

$$Z_o^\circ = 1 + j 1,19 = 1,556 \angle 50^\circ$$

$$Z^\circ = 0,1775 \angle 33,7^\circ = 0,1475 + j 0,0984$$

$$Z_g^\circ = 0,1535 \angle 90^\circ = 0 + j 0,1535$$

$$X_C^\circ = \frac{x_c}{24,4} = 0,041 X_C = V$$

Na drugom mjestu ćemo pokazati, da se nazivna impedancija generatora mora reducirati na bazični napon i bazičnu snagu prema izrazu

$$Z_g^\circ = Z_{gn} \frac{S_b}{S_n} \left(\frac{U_n}{U_b} \right)^2 = j 0,15 \frac{5900}{5000} \left(\frac{10}{12} \right)^2 = j 0,1535$$

(d) Kružni dijagram za struju i snagu:

Prema formulama (14.1.3.) slijedi

$$A = U \angle Z^\circ = 1,556 \angle 50^\circ = 1 + j 1,19$$

$$B = -jU \angle Z^\circ = -j = 1 \angle -90^\circ$$

$$C = Z Z^\circ = 0,1775 \angle 33,7^\circ \cdot 1,556 \angle 50^\circ = 0,276 \angle 83,7^\circ = 0,0303 + j 0,274$$

$$D = -j(Z + Z^\circ) = -j(0,1775 \angle 33,7^\circ + 1,556 \angle 50^\circ) = -1,73 \angle 138,3^\circ = 1,29 - j 1,15$$

Jednadžba kružnice s jediničnim veličinama je prema tome

$$I^\circ = S_1^\circ = \frac{1,556 \angle 50^\circ - j v}{0,276 \angle 83,7^\circ - 1,73 \angle 138,3^\circ \cdot v}$$

Jedinična struja i snaga na početku voda numerički su jednaki, što lako provjerimo. Sada možemo pristupiti konstrukciji kružnice kojoj se položaj središta odredi formulom [9.3.2.] i polumjer formulom [9.3.3.]. U tu svrhu nadjemo

$$AD^* = 1,556 \angle 50^\circ \cdot (-1,73 \angle -138,3^\circ) = -2,69 \angle -88,3^\circ = -0,080 + j 2,69$$

$$BC^* = -j 0,276 \angle -83,7^\circ = 0,276 \angle -173,7^\circ = -0,274 - j 0,0303$$

$$CD^* = 0,276 \angle 83,7^\circ \cdot (-1,73 \angle -138,3^\circ) = -0,4775 \angle -54,6^\circ = -0,276 + j 0,389$$

$$DC^* = (-1,73 \angle 138,3^\circ \cdot 0,276 \angle -83,7^\circ) = -0,4775 \angle 54,6^\circ = -0,276 - j 0,389$$

Gornjim veličinama odredimo izraze

$$CD^* - DC^* = (-0,276 + j 0,389) - (-0,276 - j 0,389) = j 0,778 = 0,778 \angle 90^\circ$$

$$AD^* - BC^* = (-0,08 + j 2,69) - (-0,274 - j 0,0303) = 0,194 + j 2,72 = 2,72 \angle 85,9^\circ$$

Za određivanje polumjera kružnice potrebni su izrazi

$$BC = -j 0,276 \angle 83,7^\circ = 0,276 \angle -63^\circ = 0,274 - j 0,0303$$

$$AD = 1,556 \angle 50^\circ \cdot (-1,73 \angle 138,3^\circ) = -2,69 \angle 188,3^\circ = 2,66 + j 0,388$$

$$BC - AD = (0,274 - j 0,0303) - (2,66 + j 0,388) = -2,386 - j 0,4183 = -2,43 \angle 99^\circ$$

Iz gornjih izraza nadjemo položaj središta kružnice i njezin polumjer

$$M = \frac{AD^* - BC^*}{CD^* - DC^*} = \frac{2,72 \angle 85,9^\circ}{0,778 \angle 90^\circ} = 3,50 \angle -40^\circ$$

$$R = \frac{BC - AD}{CD^* - DC^*} = - \frac{2,43 \angle 9,9^\circ}{0,778 \angle 90^\circ} = -3,12 \angle -80,1^\circ$$

U formuli za polumjer bitan je dakako samo modul. Karakteristične tačke kružnice nadjemo formulama [9.3.4], [9.3.5] i [9.3.6] za $v=0; \infty$. Iz njih odredimo mjerilo na mjernom pravcu i dobro nam služe za kontrolu ispravnosti računa

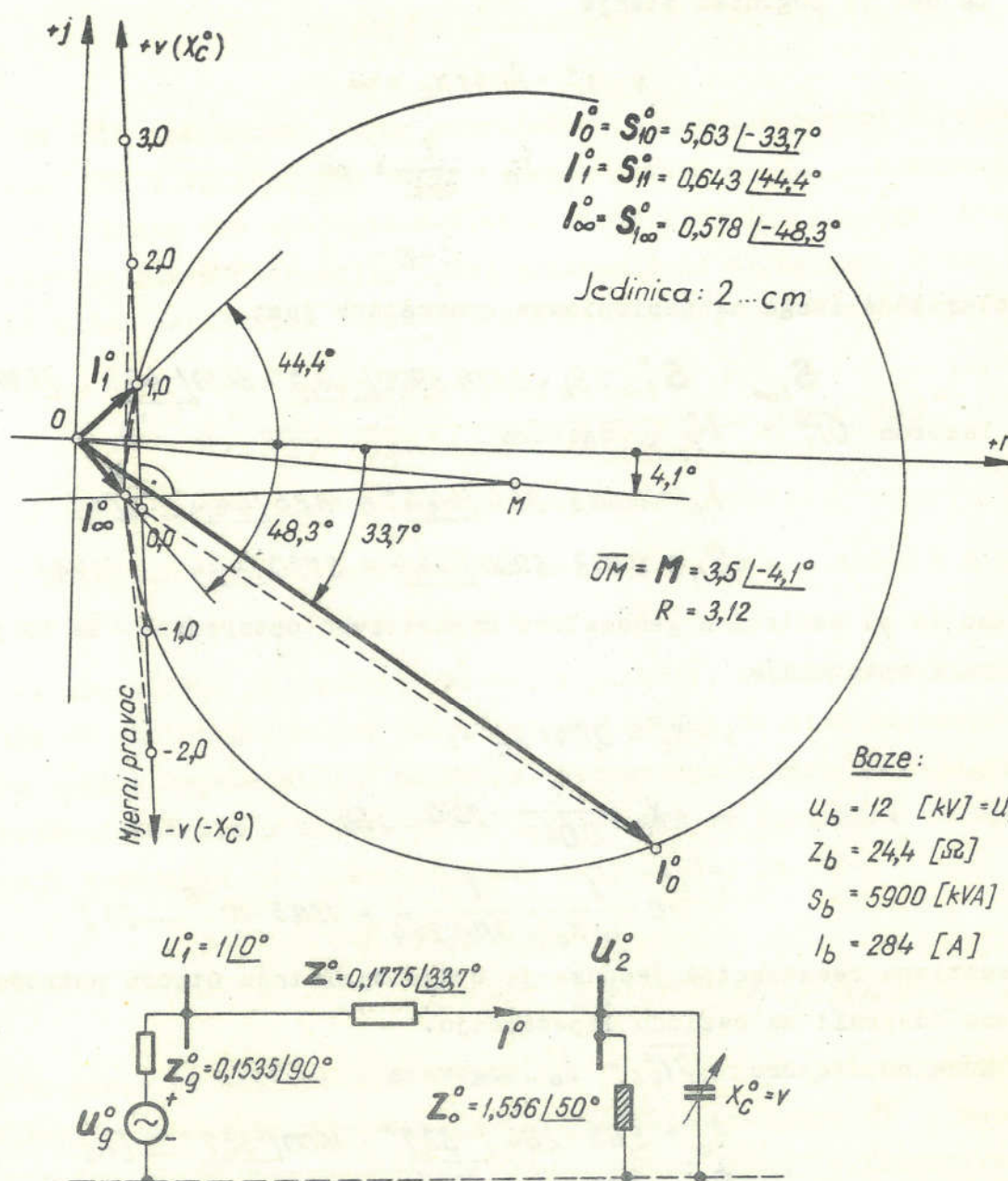
$$I_{v=0}^\circ = \frac{A}{C} = \frac{1,556 \angle 50^\circ}{0,276 \angle 83,7^\circ} = 5,63 \angle -33,7^\circ$$

$$I_{v=1}^\circ = \frac{A+B}{C+D} = \frac{1,015 \angle 10,8^\circ}{1,58 \angle -33,6^\circ} = 0,643 \angle 44,4^\circ$$

$$I_{v=\infty}^\circ = \frac{B}{D} = \frac{1 \angle -90^\circ}{-1,73 \angle 138,3^\circ} = 0,578 \angle -48,3^\circ$$

Gore izračunatim vrijednostima posjedujemo sve elemente za crtnju kružnog dijagrama na Sl. 4.1.2. Odabrana jedinica je 2 cm. Prvotno nadjemo središte $\overline{OM} = M = 3,5 \angle -4,1^\circ$ (7,0 $\angle -4,1^\circ$ cm) iz kojeg crtamo kružnicu s polumjerom $R = 3,12$ ili 6,24 cm.

Da bismo dobili mjerni pravac, označimo tačke na kružnici I_0° (11,26 cm), I_1° (1,286 cm), I_∞° (1,56 cm) s odgovarajućim argumentima. Mjerni pravac je okomica kroz I_1° na pravac $I_\infty^\circ M$. Tačkasta linija $I_0^\circ I_\infty^\circ$ siječe mjerni pravac u tački $v = X_C^\circ = 0$, koja je naznačena na slici. Time smo dobili jedinicu kojom je definirana skala na mjernom pravcu. Tačkaste linije vežu I_∞° sa tačkama na mjernom pravcu i sijeku kružnicu u korespondentnoj skali. Zbog sitnog mjerila ove tačke na kružnici nisu označene na slici. Postupak je međjutim analogan konstrukciji kružnog dijagrama na Sl. 9.3.2., na koju podsjećamo.



SL 14.1.2. Efekt kompenzacije jalove snage na vodu

Za praktični pogon dolazi u pitanje dio kružnog luka u neposrednoj blizini ishodišta 0 . Fazor $\overline{OI_\infty^\circ} = I_\infty^\circ$ odgovara nekompensiranom vodu, naime

$$I_\infty = I_\infty^\circ \cdot I_b = 0,578 \cdot 284 \angle -48,3^\circ = 164 \angle -48,3^\circ \text{ [A]}$$

Za ovo je pogonsko stanje

$$v = X_C^{\circ} = 0,041 X_C = \infty$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \infty$$

$$C = 0$$

Odgovarajuća snaga na sabirnicama generatora jest

$$S_{1\infty} = S_{1\infty}^{\circ} \cdot S_b = 0,578 \cdot 5900 \angle -48,3^{\circ} = 3410 \angle -48,3^{\circ} \text{ [kVA]}$$

Fazorom $\overline{0I_1^{\circ}} = I_1^{\circ}$, odgovara

$$I_1 = 0,643 \cdot 284 \angle 44,4^{\circ} = 182,5 \angle 44,4^{\circ} \text{ [A]}$$

$$S_{11} = 0,643 \cdot 5900 \angle 44,4^{\circ} = 3790 \angle 44,4^{\circ} \text{ [kVA]}$$

Vidimo da su sabirnice generatora kapacitivno opterećene. Za to je potrebna kompenzacija

$$v = X_C^{\circ} = 0,041 X_C = 1$$

$$X_C = \frac{1}{0,041} = 24,4 \text{ } \Omega$$

$$C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314 \cdot 24,4} = 130,5 \cdot 10^{-6} \text{ [F]}$$

Kapacitivna reaktancija jednaka je ovdje djelatnom otporu potrošača, koji smo odabrali za bazičnu impedanciju.

Konačno, fazoru $\overline{0I_0^{\circ}} = I_0^{\circ}$ odgovara

$$I_0 = 5,63 \cdot 284 \angle -33,7^{\circ} = 1600 \angle -33,7^{\circ} \text{ [A]}$$

$$S_{10} = 5,63 \cdot 5900 \angle -33,7^{\circ} = 33200 \angle -33,7^{\circ} \text{ [kVA]}$$

Ovdje je $X_C = 0$ ili $C = \infty$, što dovodi do struje ili snage kratkog spoja na kraju voda.

Maleni v daje velike kompenzatore i obrnuto. Pozitivni v znači kapacitivnu i negativni induktivnu kompenzaciju. Kružni luk iznad $\overline{I_{\infty}^{\circ}} \overline{I_0^{\circ}}$ odgovara kapacitivnoj i ostatak kružnog luka induktivnoj kompenzaciji.

Želimo li da kapacitivna reaktancija bude jednaka induktivnoj reaktanciji potrošača, stavimo

$$v = X_C^\circ = \frac{29,1}{Z_b} = 1,19$$

gdje je 29,1 induktivni otpor potrošača. Na mjernom pravcu dijagrama očitamo 1,19 i spojimo ovu tačku mjernog pravca s 1°_∞ . Presjecište s kružnim lukom ove spojnice definira fazor struje ili snage. Zbog sitnog mjerila ovu konstrukciju nismo prikazali na dijagramu. U tom slučaju koristimo neposredno jednadžbu kružnice u koju stavimo da je $v = 1,19$ naime

$$I^\circ = S_i \frac{1,556/50^\circ - j 1,19}{0,276/83,7^\circ - 1,73 \cdot 1,19/138,3^\circ} = 0,524/34,9^\circ$$

Vod je još uvijek visoko kapacitivno opterećen.

(e) Potrebna kompenzacija za minimalne gubitke prijenosa:

Od praktičnog je značaja postaviti pitanje, kolika mora biti kompenzacija da gubici prijenosa budu minimum? Gubici će biti najmanji kada je uz zadane uvjete struja najmanja. Neposredno vidimo iz dijagrama da je najmanja struja u smjeru $\overline{OM}$, gdje se dobiva minimalna udaljenost između ishodišta O i kružnice. Za ovaj slučaj je

$$I^\circ = M - R \\ = 3,50/-4,1^\circ - 3,12/-4,1^\circ = 0,38/-4,1^\circ \text{ ili } 2240/-4,1^\circ \text{ [kVA]}$$

Faktor snage na sabirnicama generatora približno je jednak jedinici i zavisan je samo o argumentu položaja središta kružnice M . Budući da je u našem slučaju argument negativan, faktor snage je induktivan.

Iz jednadžbe kružnice u općenitom položaju dobivamo

$$v = X_C^\circ = \frac{I^\circ C - A}{B - I^\circ D}$$

Uvrstimo u gornji izraz vrijednosti

$$v = \frac{0,38/-4,1^\circ \cdot 0,276/83,7^\circ - 1,556/50^\circ}{-j + 0,38/-4,1^\circ \cdot 1,73/138,3^\circ} = \frac{1,47/48^\circ}{0,702/49^\circ} = 2,1/-1^\circ$$

Promijenljivica $v = X_C^\circ$ je dakako realna veličina i njen argument od -1° proizlazi iz netačnosti očitavanja na logaritamskom računalu. To nam ujedno služi za kontrolu stepena tačnosti računa. Veličina

kompenzatora za minimalne gubitke je prema tome

$$X_C = \frac{2,1}{0,041} = 51,25 \text{ } [\Omega]$$

$$C = \frac{1}{314 \cdot 51,25} = 62,2 \cdot 10^{-6} \text{ } [F]$$

Pri većem mjerilu dijagrama V bismo direktno očitali na mjernom pravcu iako nam veću tačnost daje gornji račun.

(f) Kružni dijagram napona na kraju voda:

Jednadžba kružnice za napon na kraju voda je prema (14.14.)

$$U_2^{\circ} = \frac{B'_V}{C + D_V}$$

gdje je

$$B' = j Z_0^{\circ} = -j 1,556 \text{ } / 50^{\circ} = -1,556 \text{ } / 140^{\circ}$$

U nazivniku su konstante ostale nepromijenjene. Kružnica prolazi ishodištem, kako je utvrđeno pod tač. 9.3. Njena jednadžba

$$U_2^{\circ} = \frac{-1,556 \text{ } / 140^{\circ} \cdot V}{0,276 \text{ } / 83,7^{\circ} - 1,73 \text{ } / 138,3^{\circ} \cdot V}$$

Potrebne veličine za položaj središta i polumjera kružnice

$$AD = AD^* = 0$$

$$B'C = -1,556 \text{ } / 140^{\circ} \cdot 0,276 \text{ } / 83,7^{\circ} = -0,43 \text{ } / 223,7^{\circ}$$

$$B'C^* = -1,556 \text{ } / 140^{\circ} \cdot 0,276 \text{ } / -83,7^{\circ} = -0,43 \text{ } / 56,3^{\circ}$$

tako da je

$$M = \frac{0,43 \text{ } / 56,3^{\circ}}{0,778 \text{ } / 90^{\circ}} = 0,5525 \text{ } / -33,7^{\circ}$$

$$R = \frac{-0,43 \text{ } / 223,7^{\circ}}{0,778 \text{ } / 90^{\circ}} = -0,5525 \text{ } / 133,7^{\circ}$$

Karakteristične tačke kružnice

$$\text{za } V = 0 \quad U_{20}^{\circ} = \frac{A}{C} = 0$$

$$V = 1 \quad U_{21}^{\circ} = \frac{B'}{C+D} = \frac{-1,556 / 140^{\circ}}{1,58 / -33,6^{\circ}} = -0,985 / 173,6^{\circ} = 0,985 / -64^{\circ}$$

$$V = \infty \quad U_{2\infty}^{\circ} = \frac{B'}{D} = \frac{-1,556 / 140^{\circ}}{-1,73 / 138,3^{\circ}} = 0,90 / 1,7^{\circ}$$

Na Sl. 14.1.3. nacrtan je kružni dijagram s glavnim tačkama. Zbog preglednosti nije prikazana konstrukcija mjernog pravca, koja inače ispada dosta nespretna za konkretni primjer. Donji dio kruga pripada kapacitivnoj i gornji induktivnoj kompenzaciji. U tački $V = \infty$ kompenzacije nema. U tački $V = 0$ koja se poklapa s ishodištem vlada kratki spoj. Na slici je nacrtana kružnica oko ishodišta O polumjera $U_1^{\circ} = 1$; šrafirano područje prikazuje razlike napona na početku i kraju voda za razne X_C . Odabrana jedinica jest 10 cm

Stvarni naponi na kraju voda su

$$\text{za nekompenziranu mrežu } (V = \infty) \quad U_2^{\circ} = 0,90 \cdot 12 / 1,7^{\circ} = 10,8 / 1,7^{\circ} [\text{kV}]$$

$$\text{za kompenziranu mrežu } (V = 1) \quad U_2^{\circ} = 0,985 \cdot 12 / -64^{\circ} = 11,8 / -64^{\circ} [\text{kV}]$$

Prethodno smo utvrdili da je $V = 21$ za slučaj minimalnih gubitaka prijenosa. Uvrstimo ovu vrijednost u jednažbu kružnice

$$U_2^{\circ} = \frac{B \cdot V}{C + D \cdot V} = \frac{-1,556 \cdot 21 / 140^{\circ}}{0,276 / 83,7^{\circ} - 1,73 \cdot 21 / 138,3^{\circ}} = \frac{-3,267 / 140^{\circ}}{3,47 / -38^{\circ}} = 0,9420 / -2^{\circ} \text{ ili } 11,3 / -2^{\circ} [\text{kV}]$$

Snaga potrošača kod ovog napona

$$S_2^{\circ} = \frac{(U_2^{\circ})^2}{Z^{\circ}} = \frac{(0,9420)^2}{1,556 / 50^{\circ}} = 0,568 / -50^{\circ} \text{ ili } 3350 / -50^{\circ} \dots [\text{kVA}]$$

dok je snaga kompenzatora na kraju voda

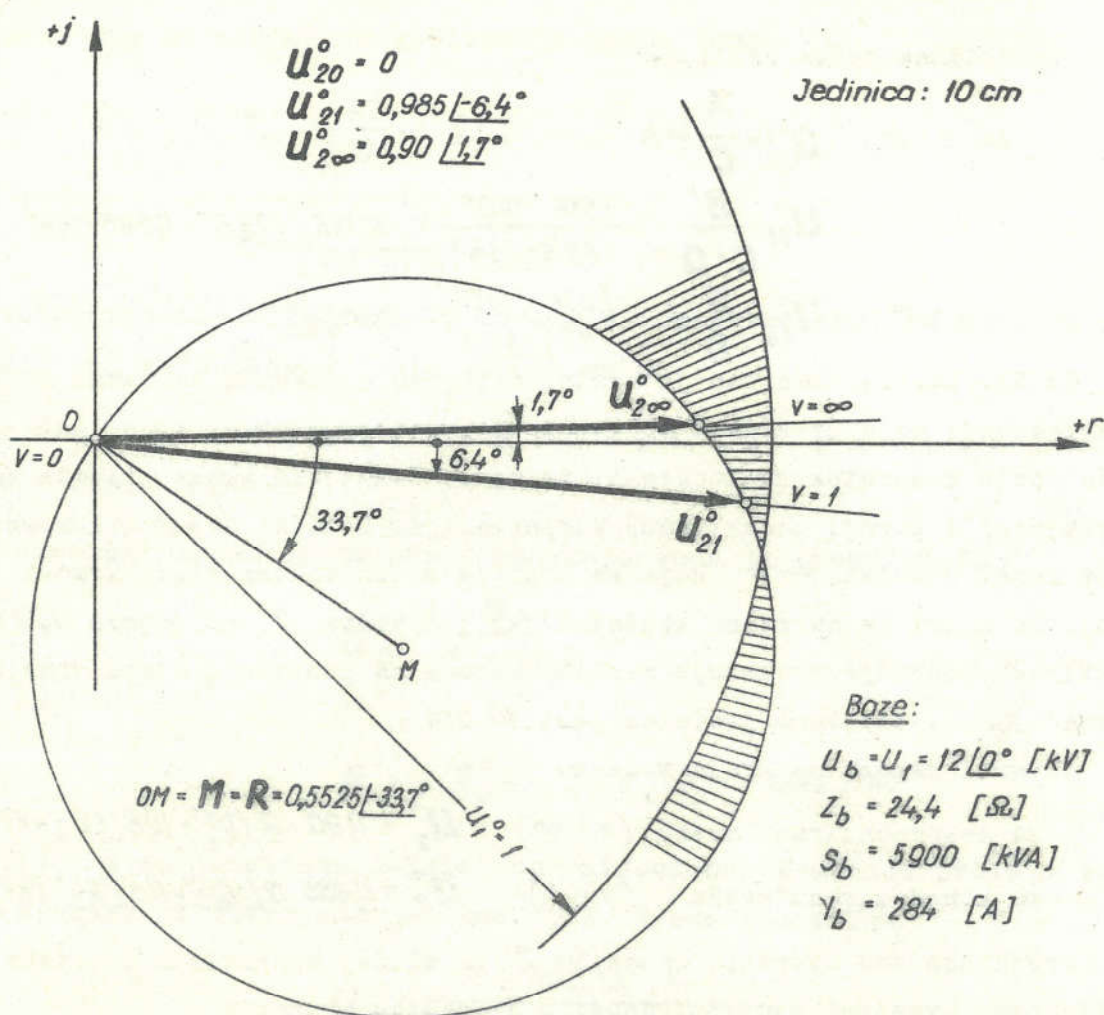
$$Q_C^{\circ} = \frac{(U_2^{\circ})^2}{-jX_C^{\circ}} = \frac{(0,9425)^2}{-j2,1} = j0,422 \text{ ili } 2490 / 90^{\circ} \dots [\text{kVAR}]$$

Ukupna snaga na kraju voda, uključivši potrošača i kompenzator

$$S_2^{\circ} + jQ_C^{\circ} = 0,568 / -50^{\circ} + 0,422 / 90^{\circ} = 0,364 / -2,2^{\circ}$$

Za kontrolni račun ova snaga mora takodjer biti jednaka izrazu

$$U_2^{\circ*} I^{\circ} = 0,942 / 2^{\circ} \cdot 0,38 / -4,1^{\circ} = 0,358 / -2,1^{\circ}$$



Sl. 14.1.3. Kružni dijagram napona na kraju voda kao funkcija $v = X_C^0$

Struja ovdje odgovara kompenzaciji $v = 2,1$. Neznatna razlika proizlazi iz netačnosti očitavanja na računalu.

Slično bismo crtali kružni dijagram za unutarnji napon generatora prema formuli (14.1.5.)

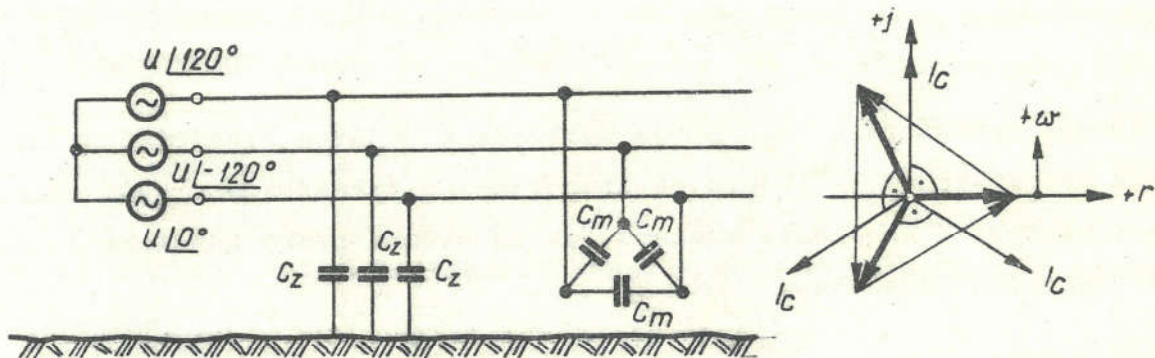
14.2. KOMPENZACIJA KAPACITIVNE STRUJE JEDNOPOLNOG ZEMLJOSPOJA

Ovdje iznosimo jedan drugi primjer upotrebe kružnih dijagrama i T-H teorema. Radi se o važnom praktičnom problemu na trofaznim sistemima u slučaju spoja jedne faze sa zemljom, koji se defekt u praksi najčešće pojavljuje. Općenito, nultačka sistema je ili

1. Izolirana;
2. Kruto uzemljena preko djelatnog otpora;

3. Elastično uzemljena preko prigušnice i
4. Kombinirano uzemljena preko impedancije.

Sistem s izoliranom neutralnom tačkom vidimo na Sl. 14.2.1., gdje je nultačka transformatora na početku voda slobodna. Inducirane napone sekundarnih namota transformatora označili smo s generatorskim simbolom.



Sl. 14.2.1. Sistem s izoliranom neutralnom tačkom

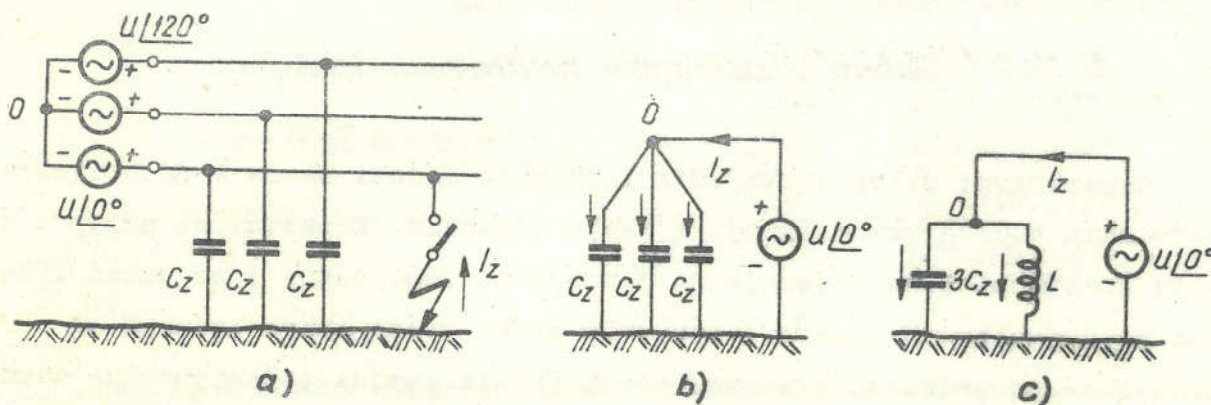
Kapacitivni sklop u zvijezdi i trokutu odnosi se na kapacitivnost pojedinih vodiča prema zemlji i među vodičima. Kapacitivni sklop u trokutu praktički nema utjecaja na jednopolni zemljospoj i ne ulazi u daljnja razmatranja. U simetriranomvodu svaki vodič imade jednaki C_Z prema zemlji i kod jednakih i balansiranih faznih napona pojavljuju se također u svakoj fazi jednake kapacitivne struje, pomaknute međusobno za 120° . One su na faznim naponima okomite i njima prethode, kako je prikazano na posebnoj skici. Prema tome nema potencijalne razlike između neutrala transformatora i neutrala C_Z u zvijezdi, koji imade potencijal zemlje. Posljedica je toga da i neutral transformatora imade potencijal zemlje. U izvjesnom smislu izolirani sistem imade kapacitivno uzemljenu nultačku.

U našim razmatranjima zanemarujemo distribuiranu raspodjelu kapacitete uzduž voda. Uzimamo da je sva kapacitivnost vodiča C_Z koncentrirana između dvije stezaljke, te ako se C_Z odnosi na jedinicu dužine voda, ukupna kapacitivnost iznosi $C_Z l$. Zanemarimo li također impedanciju vodiča i namota transformatora, onda je kapacitivna struja I_c okomita na faznim naponima, kako je gore već pomenuto.

Pojavi li se zemljospoj na donjem faznom vodiču na Sl. 14.2.2. (a), struju u grani zemljospoja tražimo prema T-H teoremu. Kad je sklopka u grani zemljospoja otvorena, na njenim kontaktima vlada napon $U/0^\circ$. To je T-H napon. Ekvivalentni otpor gledan između kontakta sklopke dobiva se prema slici (b), ako sve izvore napona uklonimo. Na ovu mrežu djeluje T-H napon, pa je struja u grani zemljospoja

$$I_z = \frac{U/0^\circ}{-j \frac{1}{3\omega C_Z}} = j3\omega C_Z U \quad \text{-----} [12.2.1.]$$

Struja zemljospoja redovno je povezana s pojavom električkog luka, obično premoštenjem izolatora na stupovima, u transformatorskim stanicama i slično. U kabelskim mrežama luk se stvara preko kabelske izolacije. Veličina luka često



Sl. 14.2.2. Zemljospoj i njegova kompenzacija

- a) Zemljospoj na sistemu s izoliranom nul tačkom
- b) Ekvivalentna mreža
- c) Kompenzacija zemljospoja Petersenovom prigušnicom

dopire do zdravih faza, što dovodi do dvopolnog ili tropolnog kratkog spoja. Pored toga, vodič u zemljospoju dobiva potencijal zemlje, dok je izolacija faza prema zemlji napregnuta složenim naponom. Slaba mjesta mreže su ugrožena na proboj s posljedicom dvopolnog zemljospoja. Električki luk se pali i gasi u ritmu frekvencije i kao prijelazna pojava skopčana s prenaponskim intermitirajućim procesom.

Prema sugestiji P e t e r s e n a neugodne kapacitivne struje zemljospoja kompenziraju se prigušnicom L na slici (c). Za potpunu kompenzaciju vrijedi

$$\omega L = \frac{1}{3\omega C_Z} \quad \text{-----} (12.2.2.)$$

što bi odgovaralo induktivnoj snazi Petersenove prigušnice

$$Q_L = U I_Z = 3\omega C_Z U^2 \quad \text{-----} [12.2.3]$$

koja se priključi na nultačku transformatora ili generatora. U jednoj složenoj mreži prigušnica se obično razdijeli na više dijelova u različitim transformatorskim stanicama. Ne ulazimo dalje u cijeli niz zamršenih problema koji su povezani s načinom uzemljenja nultačke sistema. Općenito se smatra da je mreža napona 110...kV i naviše najpovoljnije kruto uzemljiti. Prema JUS propisima mreže niskog napona 380/220V za javnu potrošnju imaju kruto uzemljenu nultačku. Sporno je pitanje uzemljenja mreža srednjeg napona, bilo da se radi o kabelskim ili nadzemnim mrežama. Ovdje se zadovoljavamo samo s ovim kratkim i općenitim napomenama.

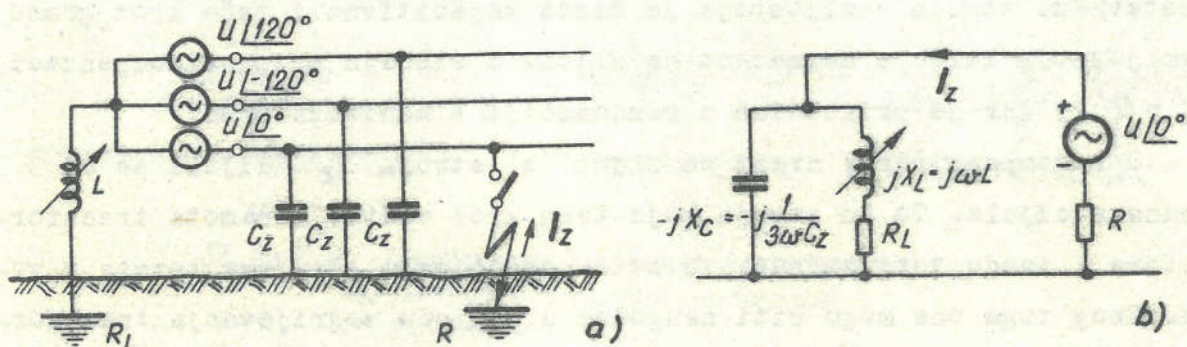
Na Sl. 14.2.2. je idealizirana shema mreže u jednopolnom zemljospoju. Zanemarili smo impedancije voda i namota transformatora kao i otpornost dodira sa zemljom koja je uvijek prisutna. Pod ovakvim pretpostavkama struja zemljospoja je čista kapacitivna i teče kroz granu zemljospoja kako je naznačeno na slici. U slučaju potpune kompenzacije $I_Z = 0$, jer je prigušnica u rezonanciji s kondenzatorom.

U nekompenziranom mreži na slici (b) struja I_Z dijeli se na 3 jednaka dijela. To su struje koje teku kroz vodiče i namote transformatora i imaju isti smisao, te se superponiraju strujama tereta uvodu. Zbog toga one mogu biti neugodne u pogledu zagrijavanja transformatora. U kompenziranom mreži na slici (c) transformatori nisu oslobođeni od ovih struja, iako je $I_Z = 0$. Prijenos utjecaja zemljospoja na primarnu stranu mreže eliminira se transformatorima u spoju trokut-zvijezda ili zvijezda-zvijezda s tercijarnim namotom. Generatori u tom slučaju ne osjete zemljospoj u mreži.

Primjetimo također, što je bitno, da je struja zemljospoja neovisna o mjestu na kojem se dogodi zemljospoj. Njena veličina zavisi samo o naponu mreže i duljini vodova u galvanskoj vezi. Kapacitet C_Z rezultira iz dužina i geometrijskih dimenzija vodova.

Na Sl. 14.2.3. nacrtana je ponovo ekvivalentna mreža zemljospoja s izvjesnom korekcijom u odnosu na idealiziranu shemu. Zemljospoj je kompenziran varijabilnom Petersenovom prigušnicom koja ima svrhu da

da gasi električki luk djelomično ili potpuno. Iz prigušnice smo odijelili njen djelatni otpor R_L u koji je uključen također djelatni otpor elektrode u svrhu uzemljenja prigušnice u nultački transformatora. Na mjestu zemljospoja vlada izvjesni otpor R i možemo zamisliti da on sadrži prijelazni otpor zemlje, otpor same zemlje i eventualno otpor faznog vodiča zajedno s djelatnim otporom namota transformatora, kao i otpor uslijed nepotpune izolacije faznog vodiča prema zemlji, koji je vezan paralelno kapacitetima. I sama petlja vodič-zemlja imade izvjesni induktivni otpor, za koji zamišljamo da je uključen u prigušnici L . Takova shema jednopolnog zemljospoja u dovoljnoj mjeri aproksimira stvarnost. U takovoj je mreži nemoguća potpuna kompenzacija struje I_Z , jer uslijed djelatnih otpora u krugu uvijek preostanu izvjesne djelatne komponente struje, koje se ne mogu kompenzirati. U praksi se često uzima da one iznose reda veličine 10 % od I_Z . Ove se struje također koriste u svrhu zaštite i signalizacije zemljospoja.



Sl. 14. 2.3. Korigirana ekvivalentna shema zemljospoja

Iz ekvivalentne sheme (b), koja se dobiva analognim postupkom iz T-H teorema, slijedi

$$I_Z = \frac{(R_L - jX_C)U + j\omega X_L U}{[RR_L - j(R + R_L)X_C] + (X_C + jR)X_L} \quad (14.2.4)$$

Ne mora nas smetati što fazni napon imade oznaku U , koja je inače standardna oznaka za složeni napon. Za bazu biramo fazni napon U i X_C , koji se odredi iz konkretne mreže. Fazni napon je ujedno i referentni napon. Prema tome su bazične vrijednosti

$$\left. \begin{aligned} U_b &= U \\ Z_b &= X_C \\ S_b &= \frac{U_b^2}{Z_b} = \frac{U^2}{X_C} \\ I_b &= \frac{U_b}{Z_b} = \frac{U}{X_C} \end{aligned} \right\} \text{-----} (14.2.5.)$$

Kada operiramo s jediničnim veličinama, onda je $U^\circ = 1/0^\circ$ i $X_C = 1$.
Struja zemljospoja s jediničnim veličinama

$$I_z^\circ = \frac{(R_L^\circ - j) + jX_L^\circ}{[R^\circ R_L^\circ - j(R^\circ + R_L^\circ)] + (1 + jR^\circ)X_L^\circ} = \frac{A + B \cdot V}{C + D \cdot V} \text{-----} [14.2.6]$$

To je jednačba kružnice u općenitom položaju u kojoj su konstante

$$\left. \begin{aligned} A &= (R_L^\circ - j) \\ B &= j \\ C &= R^\circ R_L^\circ - j(R^\circ + R_L^\circ) \\ D &= (1 + jR^\circ) \\ V &= X_L^\circ \end{aligned} \right\} \text{-----} (14.2.7)$$

Stavimo li u pogon jednačbu da je $R^\circ = R_L^\circ = 0$ i $X_L^\circ = X_C^\circ = 1$, dobivamo idealno kompenziranu mrežu u kojoj je $I_z^\circ = 0$. U drugom slučaju, kada je $R^\circ = R_L^\circ = 0$ i $X_L^\circ = \infty$, dobivamo $I_z^\circ = j1$, što odgovara idealnoj nekompenziranoj mreži.

Pored struje zemljospoja zanima nas također pomak nultačke sistema za različite stepene kompenzacije zemljospoja. Iz Sl. 14.2.3. (b) neposredno nadjemo

$$U_z^\circ = 1 - I_z^\circ R = \frac{j[(R^\circ - 1)R_L^\circ - R^\circ] + X_L^\circ}{[R^\circ R_L^\circ - j(R^\circ + R_L^\circ)] + (1 + jR^\circ)X_L^\circ} = \frac{A' + B' \cdot V}{C + D \cdot V} \text{-----} [14.2.8]$$

U brojniku su ovdje konstante kružnice

$$\left. \begin{aligned} A' &= j[(R^\circ - 1)R_L^\circ - R^\circ] \\ B' &= 1 \end{aligned} \right\} \text{-----} (14.2.9.)$$

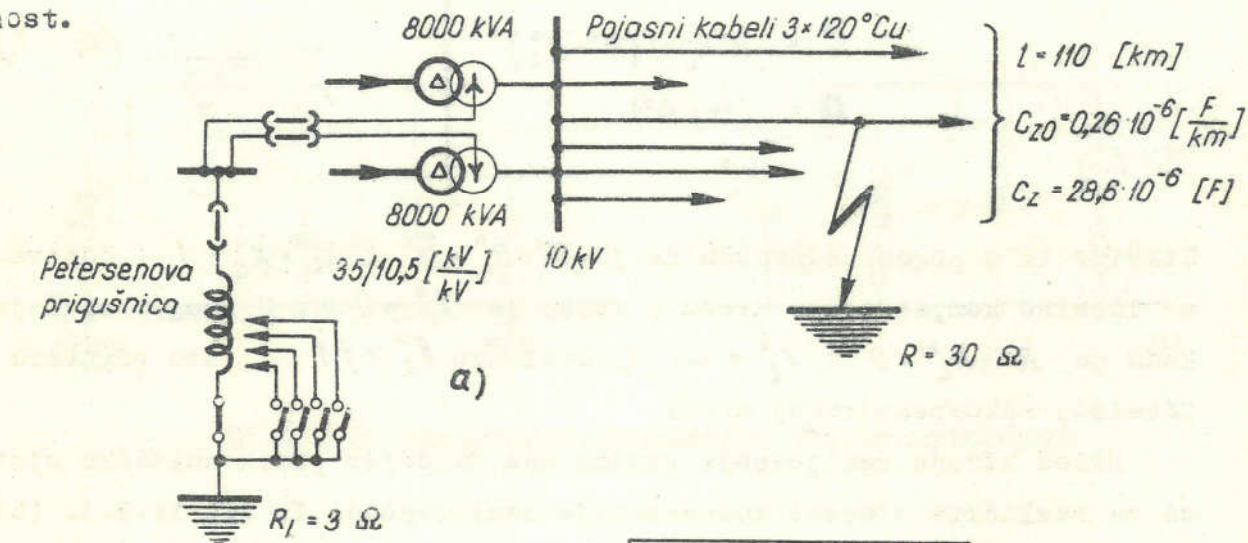
dok su konstante **C** i **D** u nazivniku ostale nepromijenjene.

14.3. PRIMJER KOMPENZACIJE ZEMLJOSPOJA U GRADSKOJ KABELSKOJ MREŽI

Na Sl. 14.3.1. (a) vidimo shematski prikaz tipične gradske kabelske transformatorske stanice s priključkom Petersenove gasilice u nul-tački transformatora. Kabelska mreža 10...kV građena je standardnim presjekom pojasnog kabela $3 \times 120 \dots \text{mm}^2$ iz bakra. U priručniku nadje-mo da je za ovaj tip kabela $C_{20} = 0,26 \cdot 10^{-6} \dots \text{F/km}$. Ukupna duljina mreže $l = 110 \text{ km}$, tako da je $C_L = 28,6 \cdot 10^{-6} \dots \text{F}$. Za $f = 50 \dots \text{Hz}$ dobi-vamo

$$X_C = \frac{1}{3\omega C_L} = \frac{10^6}{3 \cdot 314 \cdot 28,6} = 37,2 \dots [\Omega]$$

Ukupni djelatni otpor prigušnice zajedno s prijelaznim otporom elektro-de uzemljenja neka je $R_L = 3 \dots \Omega$. Razmjerno visoki djelatni otpor na mjestu zemljospoja $R = 30 \Omega$ odabran je zbog preglednije konstrukcije kružnog dijagrama. Često se pretpostavlja da je $R = 0$ kao druga kraj-nost.



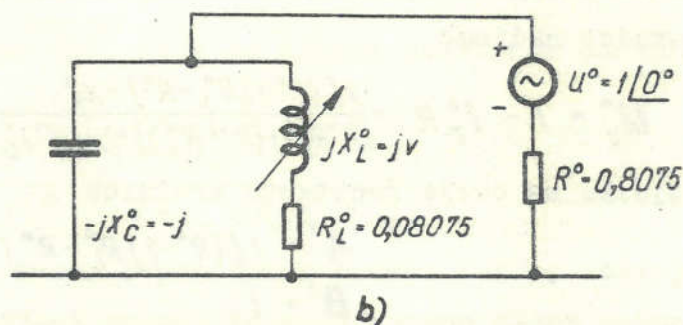
Baze:

$$U_b = \frac{10}{\sqrt{3}} [\text{kV}]$$

$$Z_b = X_C = 37,2 [\Omega]$$

$$S_b = \frac{U_b^2}{3Z_b} = \frac{100 \cdot 10^3}{3 \cdot 37,2} = 897,5 [\text{kVA}]$$

$$I_b = \frac{U_b}{\sqrt{3}Z_b} = \frac{10 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 37,2} = 155,5 [\text{A}]$$



Sl. 14.3.1. Primjer kompenzacije gradske kabelske mreže

- a) Principna shema mreže
b) Ekvivalentna mreža zemljospoja

Prigušnica imade više otcjepa za rezonantno prilagodjavanje u različitim situacijama; kabelska mreža povremeno mijenja svoju dužinu o kojoj je ovisan C_Z i to zbog nadogradnje novih vodova ili prekap-
čanja, popravaka i slično. U našem slučaju uzimamo da je X_L promijen-
ljivica i želimo prikazati kako se pritom mijenja struja zemljospoja i
napon nultačke sistema. Za bazu uzimamo fazni napon $10/\sqrt{3}$ kV i kapaci-
tivni otpor mreže $X_C = 37,2 \dots \Omega$, tako da su jedinične veličine

$$U^\circ = 1/0^\circ$$

$$X_C^\circ = 1$$

$$R_L^\circ = \frac{3}{37,2} = 0,08075$$

$$R^\circ = \frac{30}{37,2} = 0,8075$$

koje su veličine označene u ekvivalentnoj mreži (b).

Konstante kružnice su prema (14.2.7) slijedeće:

$$A = (R_L^\circ - j) = 0,08075 - j = 1,01/-85,4^\circ$$

$$B = j = 1/90^\circ$$

$$C = R^\circ R_L^\circ - j(R^\circ + R_L^\circ) = 0,08075 \cdot 0,8075 - j0,8884 = 0,0651 - j0,888 = 0,889/-85,8^\circ$$

$$D = (1 + jR^\circ) = 1 + j0,8075 = 1,285/39^\circ$$

Jednadžba kružnice je prema tome

$$I_Z^\circ = \frac{A + B_V}{C + D_V} = \frac{1,01/-85,4^\circ + 1/90^\circ \cdot V}{0,889/-85,8^\circ + 1,285/39^\circ \cdot V}$$

Za položaj središta i polumjera kružnice potrebni su slijedeći izrazi

$$AD^* = 1,01/-85,4^\circ \cdot 1,285/-39^\circ = 1,30/-124,4^\circ = -0,7325 - j1,07$$

$$BC^* = 1/90^\circ \cdot 0,889/85,8^\circ = 0,889/175,8^\circ = -0,888 + j0,0651$$

$$CD^* = 0,889/-85,8^\circ \cdot 1,285/-39^\circ = 1,14/-124,8^\circ = -0,65 - j0,935$$

$$DC^* = 1,285/39^\circ \cdot 0,889/85,8^\circ = 1,14/124,8^\circ = -0,65 + j0,935$$

$$BC = 1/90^\circ \cdot 0,889/-85,8^\circ = 0,889/4,2^\circ = 0,888 + j0,0651$$

$$AD = 1,01/-85,4^\circ \cdot 1,285/39^\circ = 1,30/-46,4^\circ = 0,895 - j0,94$$

Iz gornjih izraza dobivamo položaj središta i polumjer kružnice

$$M = \frac{AD^* - BC^*}{CD^* - DC^*} = \frac{1,146 \angle -82,2^\circ}{1,87 \angle -90^\circ} = 0,613 \angle 8,7^\circ$$

$$R = \frac{BC - AD}{CD^* - DC^*} = \frac{1 \angle 90^\circ}{1,87 \angle -90^\circ} = 0,535 \angle 180^\circ$$

Za kontrolni račun, kao i za konstrukciju skale na mjernom pravcu, nadajemo glavne tačke kružnice

$$v = 0 \dots \frac{A}{C} = \frac{1,01 \angle -85,4^\circ}{0,889 \angle -85,8^\circ} = 1,135 \angle 0,4^\circ = I_{z0}^\circ$$

$$v = 1 \dots \frac{A+B}{C+D} = \frac{0,08075}{1,0652 \angle -4,35^\circ} = 0,0758 \angle 4,35^\circ = I_{z1}^\circ$$

$$v = \infty \dots \frac{B}{D} = \frac{1 \angle 90^\circ}{1,285 \angle 390^\circ} = 0,78 \angle 51^\circ = I_{z\infty}^\circ$$

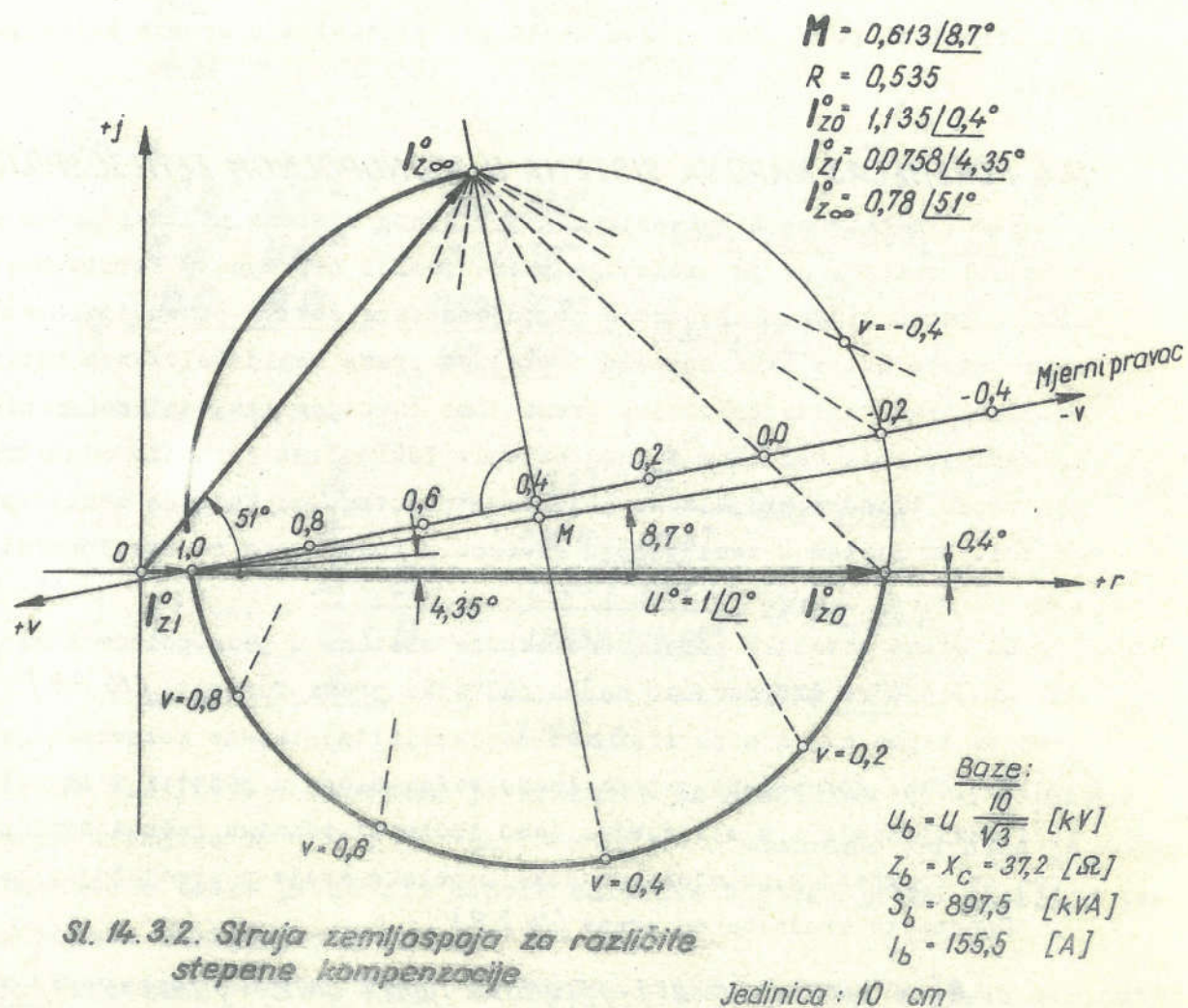
S gornjim veličinama u cijelosti je definirana konstrukcija kružnice i skale na mjernom pravcu. Jedinica dužine neka je $10 \dots \text{cm}$. Poznatim postupkom nacrtan je kompletni kružni dijagram na Sl. 14.3.2.

U realnu os položen je napon $U^\circ = 1 \angle 0^\circ = 10 \text{ cm}$. Središte kružnice $\overline{OM} = 6,13 \dots \text{cm}$ pod kutem $8,7^\circ$, iz kojeg crtamo kružnicu polumjera $5,35 \dots \text{cm}$. Glavne tačke I_{z0}° , I_{z1}° , $I_{z\infty}^\circ$ moraju pasti na kružnicu, ako nema zabune u računu, što nam ujedno služi za kontrolu. Mjerni pravac kroz tačku I_{z1}° je okomit na spojnicu $\overline{I_{z\infty}^\circ M}$ i siječe spojnicu $\overline{I_{z\infty}^\circ I_{z0}^\circ}$ u tački $v = 0$, kojom je definirana mjerna skala na mjernom pravcu. Iz tačke $I_{z\infty}^\circ$ povučene su zrake kroz tačke na mjernoj skali, a koje definiraju v na kružnici. Na dijagramu su ove zrake naznačene tačkastim linijama.

Tačka na kružnici I_{z0}° odgovara nekompenziranom mreži; u stvari je ovdje X_L Petersenove gasilice kratko premošten. Dobiva se struja zemljospoja koja je praktički djelatna u smjeru napona U s malim kapacitivnim argumentom $+ 0,4^\circ$. Njen iznos je $176,5 \angle 94^\circ \text{ A}$.

Postepenim uključivanjem gasilice v raste od $0 \div 1$. Tačka na kružnici I_{z1}° odgovara kompenziranom mreži gdje $X_C = X_L$, odnosno, $v = 1$. Kapacitivni otpor mreže jednak je induktivnom otporu prigušnice.

Potpuna kompenzacija nije moguća i iznos preostale struje je $0,0758$:
 $\cdot 155,5 / 4,35^\circ = 11,75 / 4,35^\circ \dots A$, s malim kapacitivnim argumentom $4,35^\circ$.



Povećamo li X_L dalje, tako da je $X_L > X_C$, odnosno, $v > 1$, dobivamo nadkompenzaciju zemljospoja. Struja zemljospoja raste, u početku s većim i kasnije s manjim kapacitivnim argumentom, kako očitavamo na dijagramu. U tački kružnice $I_{Z\infty}^\circ$ je X_L neizmjereno velik, jer je $v = \infty$. Djelovanje je isto kao da smo uklonili Petersenovu gasilicu. Stvarna struja zemljospoja za taj slučaj $I_{Z\infty}^\circ = 0,78 \cdot 155,5 / 51^\circ = 121 / 51^\circ \dots A$ s razmjerno visokom djelatnom komponentom, jer je R velik.

Debelo izvučeni kružni luk na dijagramu vrijedi za induktivnu kompenzaciju, gdje je $v = 0 \div +\infty$. Ostatak kružnog luka odgovarao bi

kapacitivnoj reaktanciji. Odnos potpuno kompenzirane i nekompenzirane struje zemljospoja je

$$I_{z1}^{\circ} / I_{z\infty}^{\circ} = 0,0758 \angle 4,35^{\circ} / 0,78 \angle 51^{\circ} = 0,0972 \angle -46,65^{\circ}$$

ili približno 10 %, što praksa često pretpostavlja u grubim kalkulacijama.

14.4. POREMEĆAJ NAPONA SISTEMA U JEDNOPOLNOM ZEMLJOSPOJU

Kod simetričnog i balansiranog trofaznog sistema neutral imade potencijal zemlje, pa je izolacija prema zemlji napregnuta faznim naponom. U jednopolnom zemljospoju pogodjena faza dobiva potencijal zemlje, a preostale dvije faze naprežu izolaciju prema zemlji složenim naponima. Izolirana nultačka dobiva prema tome također izvjesni napon prema zemlji, reda veličine faznog napona. Isključimo iz naših razmatranja veoma složene prijelazne pojave u trenutku, od kada se zemljospoj dogodi. Na sistem u zemljospoju gledamo u buduće kao na stacionarni pogon.

Da bismo utvrdili poremećene napone sistema u jednopolnom zemljospoju, dovoljno je ako nađemo napon nultačke prema formuli [14.2.8]. Ovaj se napon mijenja po kružnici za različite stepene kompenzacije zemljospoja. Poremećeni naponi imaju važnu ulogu u zaštiti i signalizaciji zemljospoja i u sljedećem ćemo upoznati tehniku računa ovih napona na konkretnom primjeru gradske kabela mreže u predjašnjoj tački.

Konstante kružnice su prema (14.2.9.)

$$A' = j[(R^{\circ}-1)R_L^{\circ}-R^{\circ}] = j[(0,8075-1)0,0875-0,8075] = -j0,823 = 0,823 \angle -90^{\circ}$$

$$B' = 1$$

Konstante **C** i **D** ostale su iste kao u predjašnjem primjeru.

Jednadžba kružnice za napon nultačke prema zemlji

$$U_z^{\circ} = \frac{0,823 \angle -90^{\circ} + v}{0,889 \angle -85,8^{\circ} + 1,285 \angle 39^{\circ} \cdot v}$$

Potrebne veličine za račun položaja središta i polumjera kružnice

$$A'D^* = 0,823 \angle -90^\circ \cdot 1,285 \angle -39^\circ = 1,055 \angle -129^\circ = -0,665 - j 0,820$$

$$B'C^* = 1 \cdot 0,889 \angle 85,8^\circ = 0,889 \angle 85,8^\circ = 0,065 + j 0,885$$

$$B'C = 0,889 \angle -85,8^\circ = 0,065 - j 0,885$$

$$A'D = 1,055 \angle -51^\circ = 0,665 - j 0,820$$

tako da je

$$M = \frac{A'D^* - B'C^*}{C'D^* - D'C^*} = - \frac{1,855 \angle 66,8^\circ}{1,87 \angle -90^\circ} = -0,995 \angle 156,8^\circ = 0,99 \angle -23,2^\circ$$

$$R = \frac{B'C - A'D}{\%} = - \frac{0,605 \angle 6,2^\circ}{1,87 \angle -90^\circ} = -0,323 \angle 96,2^\circ$$

Glavne tačke kružnice

$$\begin{aligned} v=0 \dots \frac{A'}{C} &= \frac{0,823 \angle -90^\circ}{0,889 \angle -85,8^\circ} = 0,927 \angle -4,2^\circ \\ v=1 \dots \frac{A'+B'}{C+D} &= \frac{1,295 \angle -39,5^\circ}{1,0652 \angle -4,35^\circ} = 1,215 \angle -35,15^\circ \\ v=\infty \dots \frac{B'}{D} &= \frac{1}{1,285 \angle 39^\circ} = 0,778 \angle -39^\circ \end{aligned}$$

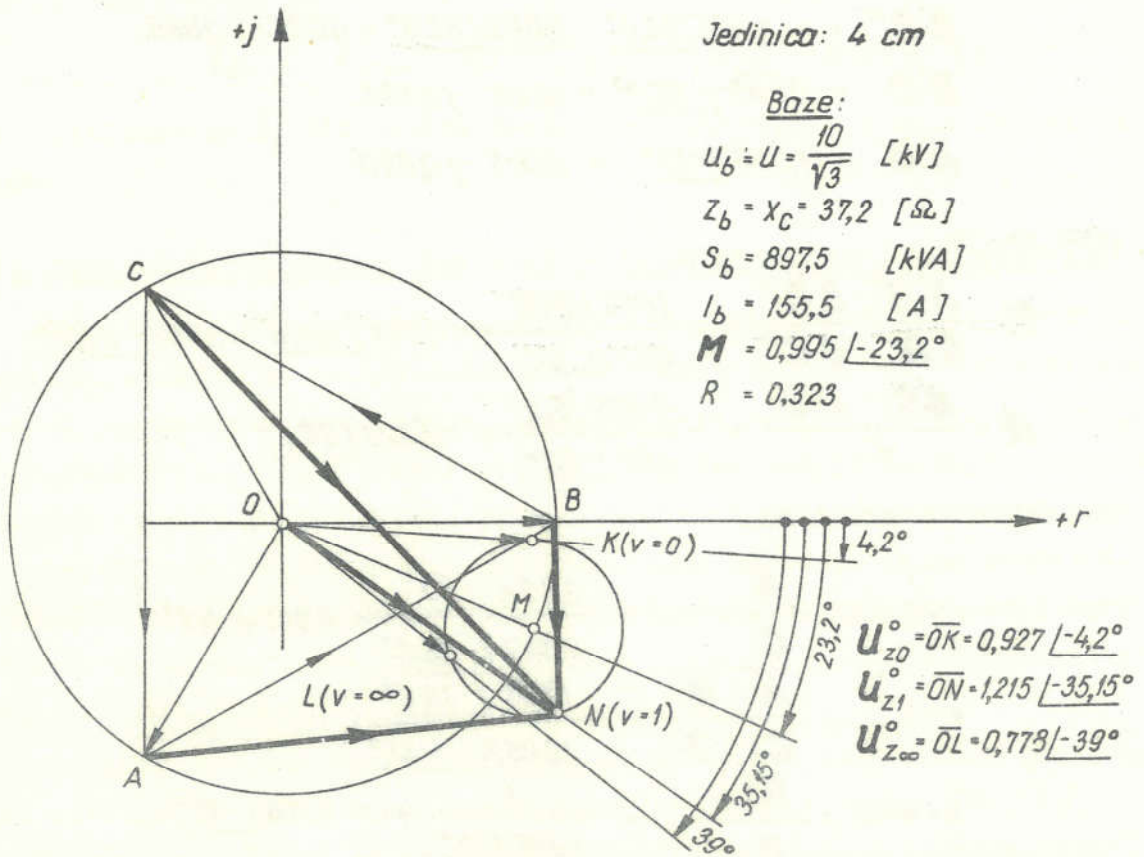
Na Sl. 14.4.1. nacrtana je kružnica sa središtem M i 3 glavne tačke kružnice K , N , L za $v=0,1,\infty$. Odabrana jedinica je 4 cm. Pomenute e tačke predložuju napone nultačke sistema prema zemlji u jednopolnom zemljospoju.

Stranice trokuta ABC su čvrsti složeni naponi koji su narinuti sistemu. Fazni naponi u normalnom pogonu su $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ i $\overline{OC}$. Od triju tačaka najveći pomak nultačke u zemljospoju imaće tačka N za $v=1$. Vidimo da je $\overline{ON} = -1,215 \angle -35,15^\circ$ ili $7,03 \angle -35,15^\circ$ kV. Složeni naponi prema zemlji za taj slučaj su

$$\overline{CN} = 2,175 \text{ ili } 12,60 \text{ ----- [kV]}$$

$$\overline{AN} = 1,525 \text{ ili } 8,82 \text{ ----- [kV]}$$

$$\overline{BN} = 0,70 \text{ ili } 4,05 \text{ ----- [kV]}$$



Sl. 14.4.1 Poremećeni naponi sistema u jednopolnom zemljospoju

Veličine su neposredno očitane na dijagramu. Faza $\overline{OB}$ koja je u zemljospoju nema potencijal zemlje, već dobiva izvjesni napon $4,05 \dots kV$ zbog prijelaznog otpora R . Najveći napon prema zemlji dobiva vodič C , koje je za 26 % veći od nazivnog složenog napona sistema. Nultačka sistema daleko pada izvan trokuta složenih napona. Na dijagramu su pomenuti naponi crtani debelim linijama.

Snaga prigušnice zajedno s R_L iznosi za taj slučaj čak

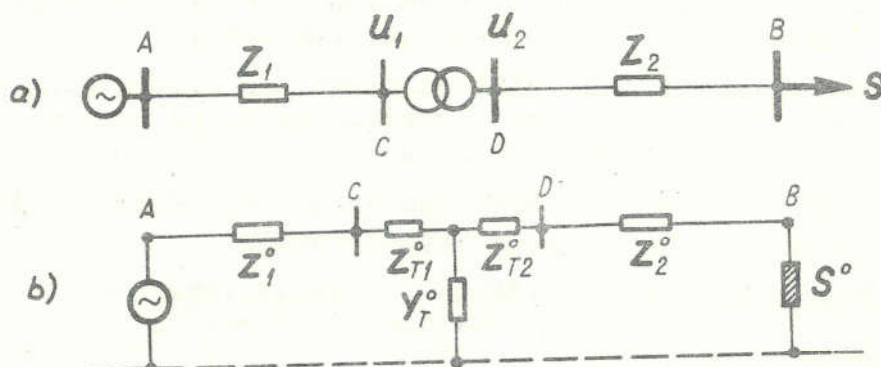
$$\frac{(U_z^\circ)^2}{(R_L^\circ - jX_C^\circ)} = \frac{(1,215)^2}{(0,08075 - j1)} = \frac{1,475}{1/-4,6^\circ} \quad \text{ili } 1320 \dots [kVA]$$

IV P O G L A V L J E

TRANSFORMATOR KAO ELEMENT MREŽE

1. DEFINICIJE I OZNAKE

. U složenim mrežama s transformatorima pojedini elementi mreže nalaze se na različitim nivoima. Jednostavni primjer takove mreže vidimo na Sl. 1.1. (a) gdje se prijenos energije od izvora prema potrošaču vrši preko međutransformacije.



Sl. 1.1. Primjer prijenosa energije preko dva voda s međutransformacijom

a) Shema trofazne mreže b) Ekvivalentna mreža

Impedancije primarnog i sekundarnog namota transformatora kao i impedancije voda Z_1 i Z_2 nalaze se na različitim naponskim nivoima, npr. nazivnog napona 110 i 35 kV. Kako bismo mogli ovakovu mrežu analizirati, potrebno je sve elemente mreže reducirati na jedinstven napon. U ovu redukciju treba uključiti i impedanciju transformatora, općenito i njegovu admitanciju. Na Sl. 1.1. (b) prikazana je reducirana mreža, gdje je dovoljno promatrati samo jednu fazu simetričnog i balansirano trofaznog sistema. Impedancija primarnog i sekundarnog namota transformatora označena je sa Z_{T1} i Z_{T2} ; admitancija transformatora Y_T uključena je paralelno između impedancije primarnog i sekundarnog namota. U ekvivalentnoj mreži svi su elementi pretvoreni u jedinične veličine, jer nam jedinična metoda omogućuje analizu bez obzira u kojem se naponskom nivou pojedini elementi mreže nalaze. Prethodno razmotrimo transformator kao element mreže i njegovu pretvorbu u ekvivalentnu shemu s jediničnim veličinama.

Neka je za trofazni i dvonamotni transformator

1. $U_{n1}, U_{n2} \dots V \dots$ nazivni složeni napon na primarnoj i sekundarnoj strani
2. $S_n \dots VA \dots$ nazivna snaga transformatora
3. $I_{n1}, I_{n2} \dots A \dots$ nazivna struja na primarnoj i sekundarnoj strani
4. $a = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_{n1}}{U_{n2}} \dots$ faktor transformacije, ako je w_1 i w_2 broj zavoja primarnog i sekundarnog namota
5. $P_k \dots W \dots$ djelatna snaga pri ispitivanju transformatora u kratkom spoju
6. $U_{k1}, U_{k2} \dots V \dots$ složeni napon pri ispitivanju transformatora u kratkom spoju na primarnoj i sekundarnoj strani
7. $P_o \dots W \dots$ djelatna snaga pri ispitivanju neopterećenog transformatora
8. $I_{o1}, I_{o2} \dots A \dots$ struja pri ispitivanju neopterećenog transformatora na primarnoj i sekundarnoj strani.

Snage P_k i P_o nalazimo u tvorničkim listama, izražene u vatima ili postocima, odnosno relativnim brojem u odnosu na nazivnu snagu transformatora S_n . Veličine U_k i I_o također su izraženi u postocima ili relativnim brojem u odnosu na nazivni napon i nazivnu struju transformatora; u tom je obliku U_k i I_o jednak za primarnu i sekundarnu stranu pa su suvišni indeksi s oznakama 1 i 2.

Na transformatoru razlikujemo **p r i m a r n u** stranu koja je priključena na izvor energije i **s e k u n d a r n u** stranu na koju je priključen teret. Govorimo također o strani **g o r n j e g** i **d o n j e g** napona s višim i nižim naponom. Primarna ili sekundarna strana može biti na gornjem ili donjem naponu. Praksa razlikuje također **u z l a z n e** transformatore kojima je primarna strana na donjem i sekundarna na gornjem naponu. Obrnuto vrijedi za **s i l a z n e** transformatore.

Transformator s dva namota ima dva nazivna napona U_{n1} i U_{n2} i dvije nazivne struje I_{n1} i I_{n2} , za koje je transformator gradjen. Primarni nazivni napon U_{n1} često se podudara sa standardnim naponom sistema. Prema JUS-u to su naponi: 0,38, 0,9, 3, 6, 10, 35, 110, 220, 380 kV. Sekundarni napon U_{n2} obično je za 5 % veći od standardnog, zbog kompenzacije gubitka napona u transformatoru pod teretom. Pod sekundarnim nazivnim naponom uvijek razumijevamo napon na sekundaru neopterećenog transfor-

matora, ako se na primaru narine primarni nazivni napon. Primjeri su u tom smislu za silazni i uzlazni transformator

$$\frac{110}{36,75} \dots \frac{kV}{kV} \quad ; \quad \frac{35}{115,5} \dots \frac{kV}{kV}$$

u kojima je sekundarni napon za 5 % veći od standardnog napona sistema. Prolazi li energija transformatorom povremeno u oba smjera, onda se primarni i sekundarni nazivni naponi podudaraju sa standardnim naponom sistema. Prilagodjenje transformatora konkretnim prilikama u mreži omogućeno je preklopkom, kojom se mijenja faktor transformacije "a" u beznaponskom stanju, obično u granicama $\pm 2,5 \%$ i $\pm 5 \%$. Veći transformatori na strani distributivnog napona grade se s regulacijom napona pod teretom u opsegu reda veličine $\pm 15 \%$. Regulacioni je uređaj obično na strani višeg napona. Oznaka je npr. za silazni transformator s regulacijom pod teretom 110/36,75 $\pm 15 \% \dots kV/kV$, gdje su 110 i 36,75 $\dots kV$ nazivni primarni i sekundarni napon; ovi su naime naponi mjerodavni za odredjivanje impedancije i admitancije transformatora, koje rezultiraju iz mjernih podataka u kratkom spoju i neopterećenom transformatoru.

Nazivna snaga transformatora definirana je produktom nazivnog napona i nazivne struje bilo na primarnoj ili sekundarnoj strani, pa je za trofazne transformatore

$$S_n = \sqrt{3} U_{n1} I_{n1} = \sqrt{3} U_{n2} I_{n2} \dots VA \quad \dots [1.1.]$$

Nazivnom je snagom zajamčeno da se transformator može uz nazivni napon i nazivnu frekvenciju trajno opteretiti nazivnom strujom bez opasnosti u-grijavanja iznad dopuštene granice. Prema gornjem, nazivna snaga može se narinuti na strani gornjeg ili donjeg napona transformatora; zbog gubitaka u transformatoru, stvarna je snaga na sekundaru dakako nešto manja od nazivne.

Faktorom transformacije "a" definiran je odnos napona na primarnoj i sekundarnoj strani neopterećenog transformatora; dobivamo ga mjerenjem, ako na primarnu ili sekundarnu stranu narinemo nazivni napon U_{n1} odnosno U_{n2} . Za praktične je račune ovaj odnos jednak odnosu broja zavoja primarnog i sekundarnog namota transformatora w_1 i w_2 . Prema tome vrijede jednadžbe

$$a = \frac{w_1}{w_2} \approx \frac{U_{n1}}{U_{n2}} = \frac{I_{n2}}{I_{n1}} \dots [1.2.]$$

$$U_{n1} = a U_{n2} \dots [1.3.]$$

$$I_{n1} = \frac{1}{a} I_{n2} \dots [1.4.]$$

2. JEDINIČNA IMPEDANCIJA TRANSFORMATORA . Impedan-

ciju transformatora dobivamo iz mjernih podataka u kratkom spoju. Prema mjernoj shemi na Sl. 2.1. (a) sekundarne su stezaljke transformatora kratko spojene. Na primarnoj strani narinemo postepeno napon U_{K1} kod kojeg na ampermetru očitamo nazivnu struju I_{n1} . Na vatmetru očitamo trofaznu djelatnu snagu u kratkom spoju P_K . Zbog relativno malog U_{K1} , koji iznosi tek nekoliko procenata nazivnog napona U_{n1} , gubitke u željezu transformatora možemo zanemariti. Preostaju prema tome samo gubici djelatne snage u bakru i induktivna snaga rasipa u primarnom i sekundarnom namotu. Iz ovih podataka, dobivenih mjerenjem na ampermetru, voltmetru i vatmetru, određujemo jediničnu impedanciju transformatora Z° sa svojim komponentama R° i X° na slijedeći način:

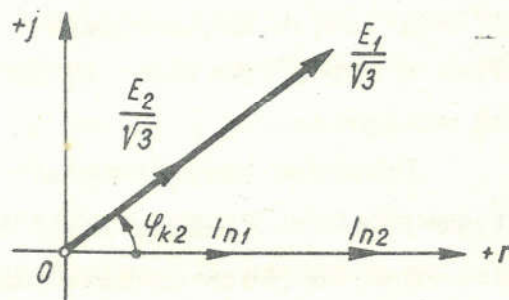
(a) Reducirane impedancije na primarni i sekundarni napon

Na Sl. 2.1. (a) R_1 , X_1 je izdvojen iz primarnog i R_2 , X_2 iz sekundarnog namota, tako da je transformator nadomješten idealnim transformatorom s induciranim naponima E_1 i E_2 . Postavimo naponske jednadžbe za dvije zamke s kružnim strujama I_{n1} i I_{n2} prema drugom Kirchhoffovom zakonu. Slijedi

$$\frac{U_{n1}}{\sqrt{3}} = \frac{E_1}{\sqrt{3}} + (R_1 + jX_1) I_{n1} \dots (2.1)$$

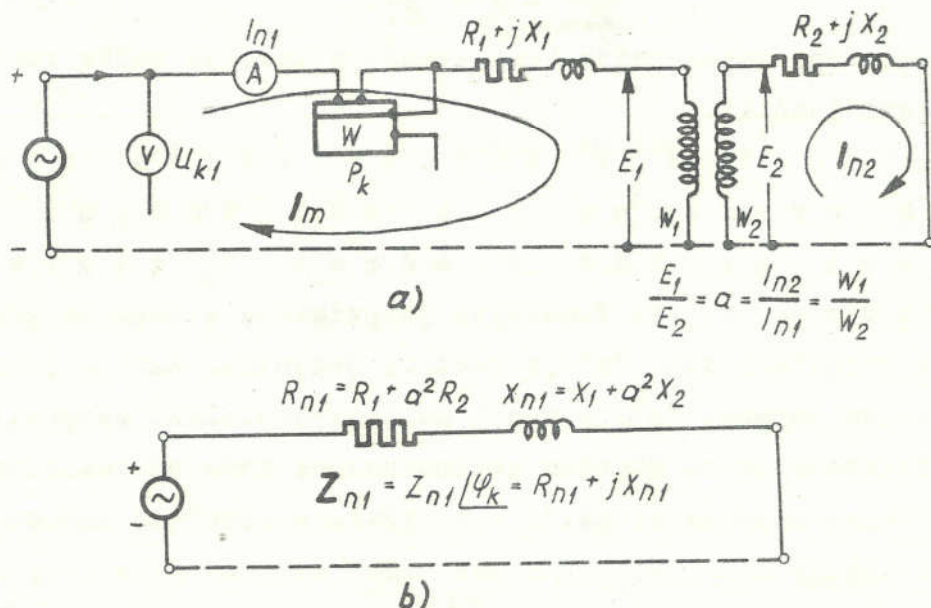
$$\frac{E_2}{\sqrt{3}} = 0 + (R_2 + jX_2) I_{n2} \dots (2.2)$$

Za idealni transformator vrijedi dijagram na Sl. 2. Stavimo struju u os referencije, tako da je



Sl. 2. Dijagram napona i struje za idealni transformator

$$I_{n1} = I_{n1} \angle 0^\circ \quad ; \quad I_{n2} = a I_{n1} \angle 0^\circ \dots (2.3)$$



Sl. 2.1. Ispitivanje transformatora u kratkom spoju

a) Mjerna shema

b) Ekvivalentna shema

Iz (2.2.) dobivamo

$$\frac{E_2}{a I_{n1} / \sqrt{3}} = R_2 + jX_2 = Z_2 \angle \varphi_2 \quad (2.4)$$

što znači da je argument napona E_2 jednak φ_2 . Uvrstimo u (2.4.)

za $E_2 = \frac{E_1}{a}$, slijedi

$$\frac{E_1}{\sqrt{3}} \angle \varphi_2 = \frac{E_1}{\sqrt{3}} = a^2 (R_2 + jX_2) / n_1 \quad (2.5)$$

Ovu vrijednost stavimo u (2.1.)

$$\frac{U_{k1}}{\sqrt{3}} = [(R_1 + a^2 R_2) + j(X_1 + a^2 X_2)] I_{n1} = Z_{n1} I_{n1} \quad (2.6)$$

gdje je

$$\frac{U_{k1}}{\sqrt{3} I_{n1}} = Z_{n1} = (R_1 + a^2 R_2) + j(X_1 + a^2 X_2) = R_{n1} + jX_{n1} = Z_{n1} \angle \varphi_k \quad (2.7)$$

nazivna impedancija transformatora, reducirana na primarnu stranu, kako je prikazano na ekvivalentnoj shemi Sl. 2.1. (b).

Analognim ispitivanjem kratkog spoja izmjenom primarne i standardne strane dobivamo nazivnu impedanciju transformatora, reduciranu na sekundarnu stranu

$$\frac{U_{k2}}{\sqrt{3} I_{n2}} = Z_{n2} = \left(\frac{R_1}{a^2} + R_2 \right) + j \left(\frac{X_1}{a^2} + X_2 \right) = R_{n2} + jX_{n2} = Z_{n2} \angle \varphi_k \quad (2.8)$$

Iz odnosa [2.7.] i [2.8.] slijedi

$$\frac{Z_{n1}}{Z_{n2}} = a^2 = \frac{Z_{n1}}{Z_{n2}} \quad \text{-----} [2.9.]$$

Iako su pojedinačno impedancije kompleksne, njihov je odnos realan, jer su im argumenti jednaki.

Impedancija transformatora reducirana na primarnu ili sekundarnu stranu odnosi se kao kvadrat faktora transformacije. Tamo gdje je primarna strana na gornjem naponu, faktor transformacije "a" je veći od jedinice. Ako je primarna strana na donjem naponu, "a" je manji od jedinice. Lako se pamti, da je reducirana impedancija na gornjem naponu uvijek veća od reducirane impedancije na donjem naponu. U [2.7.] i [2.8.] označili smo da je

$$\left. \begin{aligned} R_{n1} &= R_1 + a^2 R_2 \\ X_{n1} &= X_1 + a^2 X_2 \end{aligned} \right\} \text{-----} [\Omega] \quad \text{-----} [2.10.]$$

$$\left. \begin{aligned} R_{n2} &= \frac{R_1}{a^2} + R_2 \\ X_{n2} &= \frac{X_1}{a^2} + X_2 \end{aligned} \right\} \text{-----} [\Omega] \quad \text{-----} [2.11.]$$

gdje su R_{n1} , X_{n1} , odnosno R_{n2} , X_{n2} reducirani otpori na primarnu, odnosno sekundarnu stranu. Indeks "n" označuje, da se otpor odnosi na nazivne veličine transformatora. Polazna baza bila je nazivna struja transformatora.

(b) M o d u l j e d i n i č n e i m p e d a n c i j e

Složeni napon izmjeren pri ispitivanju transformatora u kratkom spoju jednak je

$$U_{K1} = \sqrt{3} /_{n1} Z_{n1} \quad \text{-----} (2.12.)$$

Dijelimo jednadžbu s nazivnim naponom transformatora U_{n1} , imajući u vidu da je $/_{n1} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{n1}}$

$$\frac{U_{K1}}{U_{n1}} = \frac{\sqrt{3} /_{n1} Z_{n1}}{U_{n1}} = \frac{Z_{n1}}{\frac{U_{n1}^2}{S_n}} = Z_n^{\circ} \quad \text{-----} (2.13.)$$

ili

$$\frac{U_{K1}}{U_{n1}} = U_{K1}^{\circ} = Z_n^{\circ} \quad \text{-----} [2.14.]$$

Izraz $\frac{U_{n1}^2}{S_n} \text{-----} [\Omega]$ znači nam impedanciju transformatora na bazi nazivne snage S_n i nazivnog napona U_{n1} na primarnoj strani. Budući da je

$Z_{n1} = a^2 Z_{n2}$ i $U_{n1} = a U_{n2}$, jednadžbu (2.13.) pišemo u obliku

$$\frac{U_{n1}}{U_{n1}} = \frac{Z_{n1}}{\frac{U_{n1}^2}{S_n}} = \frac{a^2 Z_{n2}}{\frac{a^2 U_{n2}^2}{S_n}} = Z_n^\circ = \frac{U_{n2}}{U_{n2}} \quad \text{-----} (2.15.)$$

Isti rezultat dakako dobivamo, ako pri ispitivanju kratkog spoja izmjenimo primarnu i sekundarnu stranu transformatora, polazeći iz jednadžbe

$U_{k2} = \sqrt{3} / n_2 Z_{n2}$. Prema tome je

$$\frac{U_{k1}}{U_{n1}} = \frac{U_{k2}}{U_{n2}} = U_{k1}^\circ = U_{k2}^\circ = Z_n^\circ \quad \text{-----} [2.16]$$

Jedinična nazivna impedancija transformatora Z_n° numerički je jednaka jediničnom naponu kratkog spoja s primarne ili sekundarne strane. Ime "nazivna" označuje, da su za bazu uzete nazivne celičine transformatora. Kasnije ćemo upoznati pretvorbu nazivne jedinične impedancije na drugim bazama.

(c) Jedinični djelatni otpor

Izmjerena djelatna snaga u kratkom spoju P_k troši se praktički samo u bakrenim namotima transformatora, jer se gubici u željezu i gubici u bakru zbog male struje magnetiziranja zanemaruju. Postavljamo jednadžbu snage kratkog spoja za primarnu i sekundarnu stranu

$$P_k = 3 I_{n1}^2 R_{n1} = 3 I_{n2}^2 R_{n2} \quad \text{-----} (2.17.)$$

Dijelimo jednadžbu s nazivnom snagom transformatora S_n

$$\frac{P_k}{S_n} = P_k^\circ = \frac{3 I_{n1}^2 R_{n1}}{S_n} = \frac{3 I_{n2}^2 R_{n2}}{S_n} \quad \text{-----} (2.18.)$$

Stavimo za $I_{n1} = S_n / \sqrt{3} U_{n1}$ i $I_{n2} = S_n / \sqrt{3} U_{n2}$

$$P_k^\circ = \frac{R_{n1}}{\frac{U_{n1}^2}{S_n}} = \frac{R_{n2}}{\frac{U_{n2}^2}{S_n}} = R_{n1}^\circ = R_{n2}^\circ = R_n^\circ \quad \text{-----} (2.19.)$$

Jedinična djelatna snaga transformatora pri mjerenju kratkog spoja numerički je jednaka jediničnom djelatnom otporu transformatora. Indeks "n" označi R_n° označuje, da su za bazu uzete nazivne veličine transformatora bilo na primarnoj ili sekundarnoj strani.

(d) Jedinična impedancija u kompleksnom obliku

Iz mjerenja transformatora u kratkom spoju rezultira samo Z_n° i R_n° . Jedinični induktivni otpor X_n° dobiva se preračunom, jer znademo

da je

$$\cos \varphi_k = \frac{R_n^\circ}{Z_n^\circ} = \frac{P_k^\circ}{U_k^\circ} \quad \text{-----} \quad (2.20.)$$

ako je $\cos \varphi_k$ faktor snage u kratko spojenom transformatoru. Slijedi

$$X_n^\circ = Z_n^\circ \sin \varphi_k = \sqrt{(Z_n^\circ)^2 - (R_n^\circ)^2} \quad \text{-----} \quad (2.21.)$$

Jedinična je impedancija u kompleksnom obliku prema tome

$$Z_n^\circ = U_k^\circ \angle \varphi_k = R_k^\circ + j U_k^\circ \sin \varphi_k = Z_n^\circ \angle \varphi_k = R_n^\circ + j X_n^\circ \quad \text{-----} \quad [2.22.]$$

Stvarne impedancije transformatora reducirane na primarnu ili sekundarnu stranu dobivamo iz jedinične impedancije

$$Z_{n1} = Z_n^\circ \frac{U_{n1}^2}{S_n} = Z_n^\circ \frac{U_{n1}^2}{S_n} \angle \varphi_k = (R_n^\circ + j X_n^\circ) \frac{U_{n1}^2}{S_n} = R_{n1} + j X_{n1} \cdots \Omega \cdots [2.23.]$$

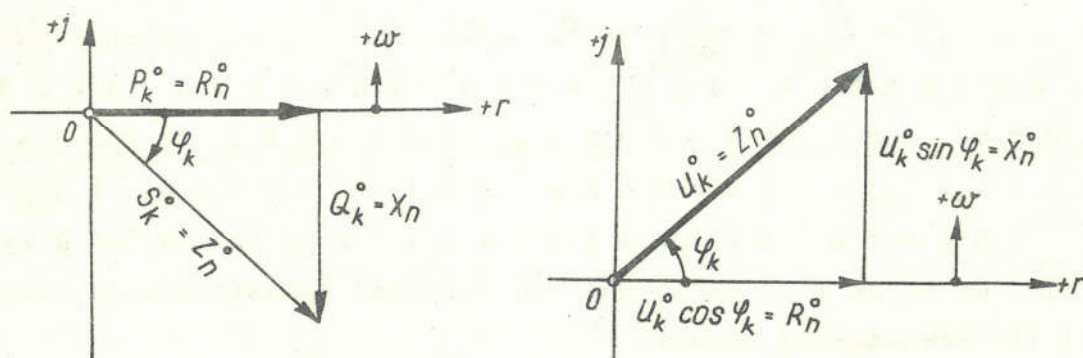
$$Z_{n2} = Z_n^\circ \frac{U_{n2}^2}{S_n} = Z_n^\circ \frac{U_{n2}^2}{S_n} \angle \varphi_k = (R_n^\circ + j X_n^\circ) \frac{U_{n2}^2}{S_n} = R_{n2} + j X_{n2} \cdots \Omega \cdots [2.24.]$$

$$Z_{nr} = a^2 Z_{n2} \quad \text{-----} \quad [2.25.]$$

Formulama [2.23.] do [2.25.] određujemo stvarne impedancije transformatora iz poznatih nazivnih U_n , S_n i jedinične veličine Z_n° .

Potonja rezultira iz mjerenja transformatora u kratkom spoju $P_k^\circ = R_n^\circ$ i $U_k^\circ = Z_n^\circ$ iz kojih se preračunom nadje X_n° i φ_k formulom (2.21.)

Na Sl. 2.2. su trokuti kratkog spoja transformatora za snagu, napon i impedanciju s jediničnim veličinama. Jako izvučene linije su mjerene.



Sl. 2.2. Trokuti kratkog spoja transformatora za snagu, napon i impedanciju

(e) P r i m j e r o d r e d j i v a n j a i m p e d a n c i j e
t r a n s f o r m a t o r a

Djelatna snaga kratkog spoja transformatora iskazuje se u tvor-
ničkim listama vatima, postocima ili relativnim brojem. Napon kratkog
spoja najčešće je izražen u postocima. Zbog sve veće upotrebe jedinič-
nog računa, ove se veličine u novije doba iskazuju relativnim brojem.

Kao primjer uzimamo iz prospekta jedne tvornice transformator s na-
zivnim veličinama

$$S_n = 4000 \text{ ---- KVA}$$

$$\frac{U_{n1}}{U_{n2}} = \frac{35}{10,5} \text{ ---- } \frac{\text{KV}}{\text{KV}}$$

U tvorničkoj listi nalazimo takodjer podatke kratkog spoja

$$P_k = 38000 \text{ ---- W}$$

$$U_k = 6\%$$

Prema tome je jedinični djelatni otpor

$$R_n^{\circ} = \frac{P_k}{S_n} = \frac{38}{4 \cdot 10^3} = \underline{0,0095}$$

i jedinični modul impedancije

$$Z_n^{\circ} = U_k^{\circ} = \underline{0,06}$$

Kut kratkog spoja nadjemo iz odnosa

$$\cos \varphi_k = \frac{R_n^{\circ}}{Z_n^{\circ}} = \frac{0,0095}{0,06} = \underline{0,158} \quad ; \quad \sin \varphi_k = \underline{0,987}$$

iz kojih veličina nadjemo

$$X_n^{\circ} = Z_n^{\circ} \sin \varphi_k = 0,06 \cdot 0,987 = \underline{0,0592}$$

Jedinična je impedancija

$$Z_n^{\circ} = R_n^{\circ} + j X_n^{\circ} = 0,0095 + j 0,0592 = \underline{0,06 \angle 80,9^{\circ}}$$

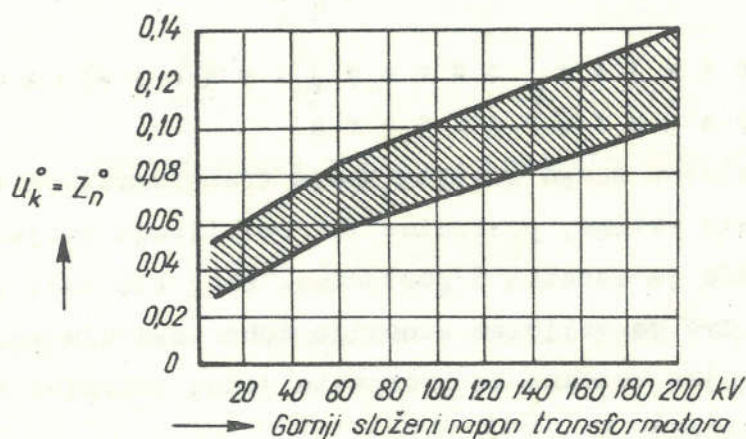
Stvarne impedancije reducirane na primarnu i sekundarnu stranu

$$Z_{n1} = (R_n^{\circ} + j X_n^{\circ}) \frac{U_{n1}^2}{S_n} = (0,0095 + j 0,0592) \frac{35^2}{4} = 2,91 + j 10,15 = \underline{10,4 \angle 80,9^{\circ} \text{ } [\Omega]}$$

$$Z_{n2} = (R_n^{\circ} + j X_n^{\circ}) \frac{U_{n2}^2}{S_n} = (0,0095 + j 0,0592) \frac{10,5^2}{4} = 0,262 + j 1,63 = \underline{1,655 \angle 80,9^{\circ} \text{ } [\Omega]}$$

i razlikuju se za $a^2 = \left(\frac{35}{10,5}\right)^2 = 11,1$. Na strani donjeg napona ona je
uvijek manja. Bazična impedancija transformatora na primarnoj i sekun-
darnoj strani $Z_{nb1} = \frac{U_{n1}^2}{S_n} = 306,3 \text{ } \Omega$ i $Z_{nb2} = \frac{U_{n2}^2}{S_n} = 27,6 \text{ } [\Omega]$
One se takodjer razlikuju za a^2 .

Jedinični napon kratkog spoja ili jedinična impedancija $U_k^{\circ} = Z_n^{\circ}$
praktički je ovisna samo o gornjem naponu transformatora. Orijentacione
vrijednosti su na dijagramu Sl. 2.3. i mogu se koristiti u preliminar-
nim računima.



Sl. 2.3. Napon kratkog spoja transformatora u ovisnosti o gornjem naponu

U praktičnim računima često uzimamo da je $U_k^0 = X_n^0$ jer je ta razlika za energetske transformatore veoma mala. Kut kratkog spoja φ_k je blizu 90° , pa je $\sin \varphi_k \approx 1$

Djelatna snaga $P_k^0 = R_n^0$ za energetske transformatore kreće se moguće u granicama

$$P_k^0 = R_n^0 \approx (0,04 \div 0,005)$$

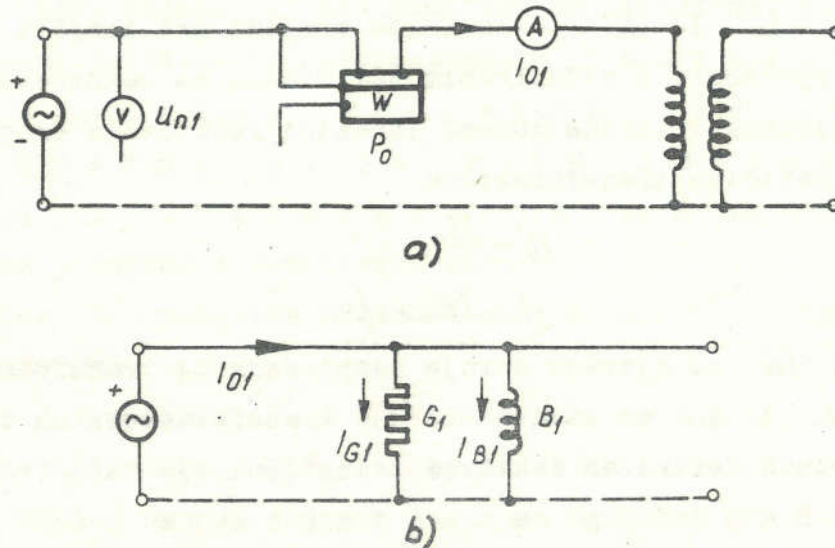
Veće vrijednosti vrijede za male transformatore i obratno.

3. JEDINIČNA ADMITANCIJA TRANSFORMATORA

Dok se impedancija transformatora dobiva iz mjernih podataka u kratkom spoju, njegova admitancija rezultira iz mjernih podataka na neopterećenom transformatoru. Prema šematskom prikazu mjerne sheme na sl. 3.1. (a) sekundarne su stezaljke otvorene, dok je na primaru narinut n a z i v n i napon U_{nr} . Na primaru mjerimo struju neopterećenog transformatora I_{or} i djelatnu snagu P_o .

Djelatna snaga P_o uglavnom proizlazi iz gubitaka histereze i vrtložnih struja u željeznoj jezgri transformatora, jer zbog male struje magnetiziranja gubici u bakrenom namotu mogu biti zanemareni. Struja I_o iznosi tek nekoliko procenata nazivne struje transformatora. Zato je u mjernoj shemi RiX izostavljen.

Iz podataka U_{nr} , I_{or} , P_o , dobivenih mjerenjem na voltmetru,



Sl. 3.1. Ispitivanje naponskog transformatora

a) Mjerna shema

b) Ekvivalentna shema

ampermetru i vatmetru, određujemo admitanciju transformatora Y_n sa svojim komponentama. Komponenta G_1 je djelatna vodljivost reducirana na primarnu stranu, koja sa strujom I_{G1} definira djelatne gubitke histereze i vrtložnih struja. Komponenta B_1 je induktivna vodljivost reducirana na primarnu stranu, koja s naponom U_n definira struju magnetiziranja I_{B1} .

Ukupna struja neopterećenog transformatora I_o , rezultira iz geometrijske sume I_{c1} i I_{s1} . Analogno vrijedi pri izmjeni mjerne strane, gdje bi operirali s reduciranim veličinama na sekundaru transformatora.

Izmjerene veličine možemo izraziti relativnim brojevima u odnosu na nazivne veličine transformatora

$$P_o^o = \frac{P_o}{S_n} \quad \text{-----} (3.1.)$$

$$I_o^o = \frac{I_{o1}}{I_{n1}} = \frac{I_{o2}}{I_{n2}} \quad \text{-----} (3.2.)$$

I_{o1} i I_{o2} su mjerene struje neopterećenog transformatora na obim stranama I_{n1} i I_{n2} su nazivne struje transformatora na obim stranama. Njihov je odnos definiran faktorom transformacije "a".

(a) B a z i č n a a d m i t a n c i j a

Za određivanje jedinične admitancije transformatora služimo se njegovom bazičnom admitancijom koja je za primarnu i sekundarnu stranu jednaka

$$Y_{nb1} = \frac{1}{Z_{nb1}} = \frac{S_n}{U_{n1}^2} \quad \text{-----} \left[\frac{1}{\Omega} \right] \quad (3.3.)$$

$$Y_{nb2} = \frac{1}{Z_{nb2}} = \frac{S_n}{U_{n2}^2} \quad \text{-----} \left[\frac{1}{\Omega} \right] \quad (3.4.)$$

Bazična admitancija građena je iz nazivnih veličina transformatora i ona je recipročna bazičnoj impedanciji.

(b) M o d u l j e d i n i č n e a d m i t a n c i j e

Prema shemi na Sl. 3.1. postavljamo jednačbu po prvom Kirchhoffovom zakonu

$$I_{o1} = I_{c1} - j I_{s1} \quad \text{-----} (3.5.)$$

Predznak od I_{s1} je negativan, jer je struja magnetiziranja I_{s1} induktivna. Za primarnu stranu je $I_{c1} = \frac{U_{n1} G_1}{\sqrt{3}}$ i $I_{s1} = \frac{U_{n1} B_1}{\sqrt{3}}$. Ako podijelimo (3.5.) s $I_{n1} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_{n1}}$, dobivamo

$$\frac{I_{o1}}{I_{n1}} = \frac{G_1}{\frac{S_n}{U_{n1}^2}} - j \frac{B_1}{\frac{S_n}{U_{n1}^2}} \quad \text{-----} (3.6.)$$

U nazivniku s lijeve strane je nazivna struja i s desne strane bazična admitancija transformatora pa je za primarnu ili sekundarnu stranu

$$I_{o1}^o = G_1^o - j B_1^o = I_{o2}^o = G_2^o - j B_2^o \quad \text{-----} (3.7.)$$

Općenito možemo pisati prema tome

$$I_o^o = I_o \angle -\varphi = G_n^o - j B_n^o = Y_n^o = Y_n \angle -\varphi \quad \text{-----} (3.8.)$$

gdje je također

$$I_o^\circ = Y_n^\circ \quad \dots (3.9)$$

Kao i prije, indeks "n" nas podsjeća na jediničnu veličinu koja ima za bazu nazivne veličine transformatora. U jediničnom obliku struja neopterećenog transformatora numerički je jednaka jediničnoj admitanciji transformatora. U tom obliku dakako ona je jednaka za primarnu i sekundarnu stranu.

Mjerenjem I_o međjutim dobivamo samo modul Y_n° . Argument φ_o slijedi iz mjerenja P_o .

(c) Jedinična djelatna vodljivost

Prividna snaga neopterećenog transformatora mjerena sa strane gornjeg ili donjeg napona jednaka je prema oznakama na Sl. 3.1. (b)

$$S_o = U_{n1}^2 Y_1 = U_{n1}^2 (G_1 - jB_1) \quad \dots (3.9)$$

$$= U_{n2}^2 Y_2 = U_{n2}^2 (G_2 - jB_2) \quad \dots (3.10)$$

Dijelimo obe jednadžbe s nazivnom snagom transformatora S_n , dobivamo

$$S_o^\circ = S_o / \underline{-\varphi_o} = P_o^\circ - jQ_o^\circ = G_n^\circ - jB_n^\circ = Y_n^\circ = Y_n^\circ \underline{-\varphi_o} \quad \dots [3.11]$$

Mjerena veličina u ovoj jednadžbi je P_o° . U jediničnom obliku djelatna snaga neopterećenog transformatora numerički je jednak konduktanciji transformatora, naime

$$P_o^\circ = G_n^\circ \quad \dots [3.12]$$

Iz [3.8.] i [3.11.] vidimo također da je $S_o^\circ = I_o^\circ = Y_n^\circ$

(d) Jedinična admitancija

Iz mjernih veličina za I_o° i P_o° nadujemo argument admitancije, jer je

$$\cos \varphi_o = \frac{P_o^\circ}{I_o^\circ} = \frac{G_n^\circ}{Y_n^\circ} \quad \dots (3.13)$$

gdje je $\cos \varphi_o$ faktor snage na neopterećenom transformatoru. Induktivna vodljivost ili susceptancija je sada

$$B_n^\circ = Y_n^\circ \sin \varphi_o = \sqrt{(Y_n^\circ)^2 - (G_n^\circ)^2} \quad \dots (3.14)$$

Jedinična admitancija u kompleksnom obliku

$$\begin{aligned} Y_n^\circ &= I_o^\circ \underline{-\varphi_o} = P_o^\circ - jI_o^\circ \sin \varphi_o \\ &= Y_n^\circ \underline{-\varphi_o} = G_n^\circ - jB_n^\circ \end{aligned} \quad \dots [3.15]$$

S poznatom jediničnom admitancijom nadjemo stvarnu admitanciju transformatora iz nazivnih veličina bilo na primarnoj ili sekundarnoj strani

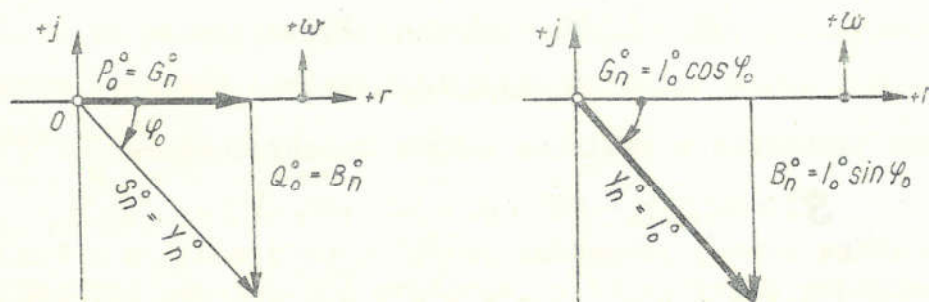
$$Y_{n1} = Y_n^o \frac{S_n}{U_{n1}^2} = Y_n^o \frac{S_n}{U_{n1}^2} \angle -\varphi_o = (G_n^o - jB_n^o) \frac{S_n}{U_{n1}^2} = G_{n1} - jB_{n1} \dots [S] \quad \dots [3.16.]$$

$$Y_{n2} = Y_n^o \frac{S_n}{U_{n2}^2} = Y_n^o \frac{S_n}{U_{n2}^2} \angle -\varphi_o = (G_n^o - jB_n^o) \frac{S_n}{U_{n2}^2} = G_{n2} - jB_{n2} \dots [S] \quad \dots [3.17.]$$

$$Y_{n1} = \frac{1}{a^2} Y_{n2}$$

To su osnovne formule za admitanciju transformatora koja je definirana s četiri veličine: nazivnim veličinama U_n , S_n i mjernim veličinama $P_o^o = G_n^o$ i $I_o^o = Y_n^o$. Preračunom iz posljednjih dviju nadjemo B_n i φ_o . Na strani donjeg napona stvarna je admitancija uvijek veća.

Na Sl. 3.2. su trokuti neopterećenog transformatora za snagu, struju i admitanciju s jediničnim veličinama. Jako izvučene linije su mjerene, a tanke linije slijede preračunom.



Sl. 3.2. Trokuti neopterećenog transformatora za snagu, struju i admitanciju

(e) Primjer određivanja admitancije transformatora

Djelatna snaga neopterećenog transformatora iskazuje se u tvorničkim listama vatima, postocima ili relativnim brojem. Struja neopterećenog transformatora iskazana je amperima, postocima ili relativnim brojem.

Za isti transformator pod tač. 2. imali smo

$$S_n = 4000 \dots \text{kVA}$$

$$\frac{U_M}{U_{n2}} = \frac{35}{10,5} \dots \frac{\text{kV}}{\text{kV}}$$

U tvorničkoj listi za ovaj transformator nalazimo podatke

$$P_o = 9800 \dots \text{W}$$

$$I_o = 5,72 \%$$

Prema tome je jedinična konduktancija

$$G_n^{\circ} = \frac{P_{\circ}}{S_n} = \frac{9,8 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^6} = 0,00245$$

i jedinična admitancija

$$Y_n^{\circ} = I_{\circ}^{\circ} = 0,0572$$

Faktor snage neopterećenog transformatora je

$$\cos \varphi_{\circ} = \frac{G_n^{\circ}}{Y_n^{\circ}} = \frac{0,00245}{0,0572} = 0,00429$$

$$\sin \varphi_{\circ} \approx 1$$

tako da je

$$B_n^{\circ} = I_{\circ}^{\circ} \sin \varphi_{\circ} \approx 0,0572$$

Jedinična admitancija u kompleksnom obliku

$$Y = G_n^{\circ} - jB_n^{\circ} = 0,00245 - j0,0572 = 0,0572 \angle -88,75^{\circ}$$

Stvarne admitancije reducirane na primarnu i sekundarnu stranu

$$Y = (G_n^{\circ} - jB_n^{\circ}) \frac{S_n}{U_{n1}^2} = (0,00245 - j0,0572) \frac{4}{35^2} = (0,008 - j0,187) \cdot 10^{-3} = 0,187 \cdot 10^{-3} \angle -88,75^{\circ}$$

$$Y = (G_n^{\circ} - jB_n^{\circ}) \frac{S_n}{U_{n2}^2} = (0,00245 - j0,0572) \frac{4}{18,5^2} = (0,0885 - j2,07) \cdot 10^{-3} = 2,07 \cdot 10^{-3} \angle -88,75^{\circ}$$

Admitancije reducirane na primarnu i sekundarnu stranu razlikuju se za $a^2 = (35/10,5)^2 = 11,1$. Na strani donjeg napona ona je uvijek veća. Nazivne bazične admitancije su $Y_{nb1} = S_n / U_{n1}^2 = 0,00327$ i $Y_{nb2} = 0,0362$ a razlikuju se takodjer za a^2 .

U nekim računskim metodama je poželjno da sve grane mreže iskažemo s impedancijama. U tom slučaju admitanciju transformatora pretvaramo u p o p r e č n u impedanciju, koja je recipročna admitancija. U našem je primjeru

$$\frac{1}{Y_n} = \frac{1}{0,0572} \angle 88,75^{\circ} = 17,5 \angle 88,75^{\circ} \dots [\Omega]$$

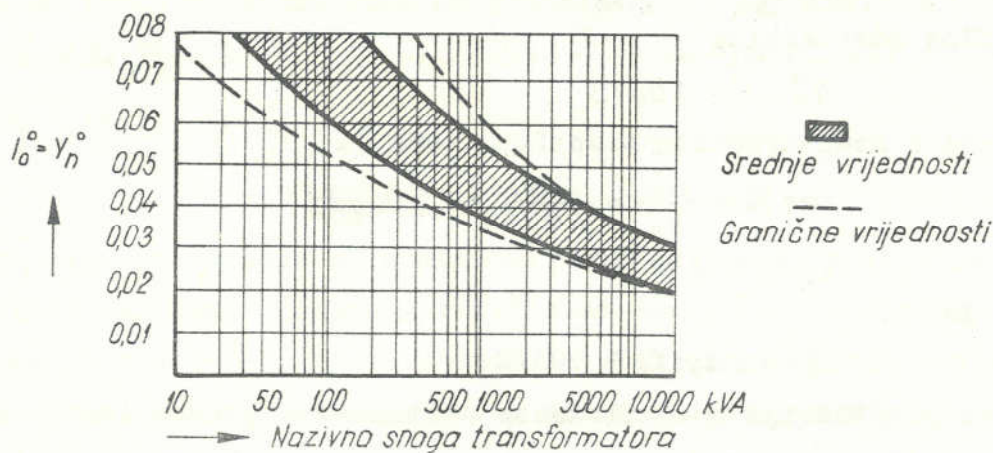
Analogno nadjemo stvarne poprečne impedancije reducirane na primarnu i sekundarnu stranu $1/Y_{n1} = 5350 \angle 88,75^{\circ}$ i $1/Y_{n2} = 484 \angle 88,75^{\circ} \dots [\Omega]$.

Struja neopterećenog transformatora $I_{\circ}$ zavisi o veličini transformatora. Ona je proporcionalno u odnosu na nazivnu struju manja kod većih transformatora. Dijagram na Sl. 3.3. daje orijentacione vrijednosti $I_{\circ}$ za energetske transformatore. U praktičnim računima često uzimamo da je $I_{\circ} \approx B_n^{\circ}$, jer je $\varphi_{\circ} \approx 90^{\circ}$

Djelatna snaga $P_{\circ}$ kreće se za energetske transformatore u granicama

$$P_{\circ} \approx (0,015 \div 0,005)$$

gdje se veće vrijednosti odnose na male transformatore i obratno.



Sl. 3.3. Jedinične admitancije transformatora u ovisnosti nazivne snage

4. PREGLED FORMULA ZA NAZIVNU IMPEDANCIJU I ADMITANCIJU TRANSFORMATORA

Iznosimo pregled formula kojima dolazimo da jedinične impedancije i admitancije na osnovu mjernih podataka ili iz podataka u tvorničkim listama kao i iz podataka nazivnih veličina transformatora:

$$1. \quad R_n^o = P_k^o = \frac{P_k}{S_n} \quad \dots\dots(4.1.)$$

$$2. \quad X_n^o = U_k^o \sin \varphi_k = \frac{U_k}{U_n} \sin \varphi_k \quad \dots\dots(4.2.)$$

$$\cos \varphi_k = \frac{P_k^o}{U_k^o}$$

$$\sin \varphi_k = \sqrt{1 - \left(\frac{P_k^o}{U_k^o}\right)^2}$$

$$3. \quad G_n^o = P_o^o = \frac{P_o}{S_n} \quad \dots\dots(4.3.)$$

$$4. \quad B_n^o = I_o^o \sin \varphi_o = \frac{I_o}{I_n} \sin \varphi_o \quad \dots\dots(4.4.)$$

$$\cos \varphi_o = \frac{P_o^o}{I_o^o}$$

$$\sin \varphi_o = \sqrt{1 - \left(\frac{P_o^o}{I_o^o}\right)^2}$$

P_k i U_k su mjerne veličine pri ispitivanju kratkog spoja, a P_o i I_o mjerne veličine pri ispitivanju neopterećenog transformatora. U tvorničkim listama iskazane su stvarnim vrijednostima, u postocima ili relativnim brojem u odnosu na nazivne veličine transformatora U_n, S_n, I_n .

Induktivni otpor X_n^o i induktivna vodljivost B_n^o rezultira preračunom iz mjernih veličina iz kojeg se računa također dobiva argument impedancije i admitancije γ_k i γ_o .

U kompleksnim oblicima je

$$Z_n^o = Z_n \angle \gamma_k = R_n^o + jX_n^o \quad \dots [4.5.]$$

$$Y_n^o = Y_n \angle -\gamma_o = G_n^o - jB_n^o \quad \dots [4.6.]$$

Za neke računske metode je ugodno da sve mreže izrazimo s impedancijama. U tom slučaju pretvaramo admitanciju transformatorom u impedanciju

$$\frac{1}{Y_n^o} = Z_{on}^o = Z_{on}^o \angle \gamma_o = \frac{G_n^o}{(Y_n^o)^2} + j \frac{B_n^o}{(Y_n^o)^2} = R_{on}^o + jX_{on}^o \quad \dots (4.7.)$$

Kako bi obe impedancije razlikovali Z_n^o naziva se u z d u ž n a i Z_{on}^o p o p r e č n a impedancija transformatora. Imamo na umu daka-ko nejednadžbe

$$\frac{1}{G_n^o} \neq R_{on}^o \quad \dots (4.8.)$$

$$\frac{1}{B_n^o} \neq X_{on}^o \quad \dots (4.9.)$$

Za neke je računske metode opet ugodno da sve grane mreže izrazimo admitancijama. U tom slučaju nadjemo recipročnu vrijednost uzdužne impedancije pa govorimo o uzdužnoj i poprečnoj admitanciji transformatora.

Stvarne impedancije i admitancije reducirane na primarnu i sekundarnu stranu transformatora dobivamo iz formula

$$Z_{n1} = Z_n^o \frac{U_{n1}^2}{S_n} \quad \dots [\Omega] \quad \dots [4.10.]$$

$$Z_{n2} = Z_n^o \frac{U_{n2}^2}{S_n} \quad \dots [\Omega] \quad \dots [4.11.]$$

$$Y_{n1} = Y_n^o \frac{S_n}{U_{n1}^2} \quad \dots [S] \quad \dots [4.12.]$$

$$Y_{n2} = Y_n^o \frac{S_n}{U_{n2}^2} \quad \dots [S] \quad \dots [4.13.]$$

Kako ne bi došlo do zabuna, preporuča se, da sve veličine u formula-
ma izrazimo u MKSA jedinicama. Formule vrijede općenito za jednofazne i
trofazne transformatore, ako se U_n odnosi na složeni napon i S_n na ukup-
nu snagu transformatora.

5. IMPEDANCIJA I ADMITANCIJA TRANSFORMATORA NA RAZNIM BAZAMA

Dosad smo jedinične impedancije i admitancije bazirali na nazivnim veličinama transformatora U_n i S_n . Znamo da u jediničnom računu možemo odabrati za bazu bilo koje dvije od četiri raspoloživih U , S , I , Z . U složenim mrežama s različitim transformatorima i naponskim nivoima sve grane mreže sa svojim impedancijama ili admitancijama reduciramo na zajedničku bazu. U tom obliku mreže tretiramo kao da je istog naponskog nivoa. Za praktične zadaće obično se za bazu bira U_b i S_b . U nekim je problemima ugodniji izbor npr. U_b , I_b ili S_b , Z_b ili neka druga kombinacija od šest mogućih. Naknadno ćemo upoznati kako se provodi redukcija složene mreže na zajedničku bazu s jediničnim veličinama. Ovdje se ograničimo na transformator kao element mreže kojemu poznajemo jediničnu impedanciju i admitanciju baziranu na nazivnim veličinama transformatora i tražimo redukciju ovih veličina na povolji odabrane baze U_b i S_b .

Prema formuli [4.10.] i [4.11.] stvarna je impedancija transformatora reducirana na primarnu ili sekundarnu stranu jednaka

$$Z_n = Z_n^o \frac{U_n^2}{S_n} \dots [\Omega] \dots (5.1.)$$

Izostavili smo indeks koji označuje redukciju impedancije na primarnu ili sekundarnu stranu, pa nam izraz (5.1.) može značiti jedno ili drugo. Oda- beremo li za bazu U_b i S_b , onda je bazična impedancija $U_b^2/S_b = Z_b$, mjerena u omima. Dijelimo lijevu i desnu stranu (5.1.) s bazičnom impe- dancijom Z_b , dobivamo jediničnu impedanciju transformatora na bazi U_b i S_b , naime

$$\frac{Z_n}{Z_b} = Z_n^o \frac{S_n}{S_b} \left(\frac{U_n}{U_b} \right)^2 = Z^o \dots (5.2.)$$

Provedemo li isti postupak za admitanciju, dobivamo jediničnu admitanci- ju transformatora na bazi U_b , S_b s bazičnom admitancijom S_b/U_n^2 , koja je mjerena u simensima. Prema tome je

$$Z^o = Z_n^o \frac{S_b}{S_n} \left(\frac{U_n}{U_b} \right)^2 \dots [5.3.]$$

$$Y^o = Y_n^o \frac{S_n}{S_b} \left(\frac{U_b}{U_n} \right)^2 \dots [5.4.]$$

Z^o i Y^o su jedinične veličine na odabranoj bazi U_b i S_b , dok su

Z_n° i Y_n° jedinične veličine na bazi nazivnih veličina transformatora, zbog kojeg dobivaju indeks "n". Formule [5.3.] i [5.4.] su nezavisne o naponu primarne ili sekundarne strane transformatora. Ako se $U_n = U_{n1}$ odnosi na primarnu stranu, onda i U_b vrijedi za primarni krug. Analogno vrijedi za sekundarnu stranu jer je $U_{n1}/U_{b1} = U_{n2}/U_{b2} = U_n/U_b$. U složenoj mreži s povoljnim brojem naponskih nivoa imademo toliko bazičnih napona koliko i naponskih nivoa, koji se međusobno razlikuju za faktor transformacije "a". Bazična je snaga naprotiv u svim naponskim nivoima jednaka.

O p ć e n i t o j e j e d i n i č n a i m p e d a n c i j a p r o p o r c i o n a l n a b a z i č n o j s n a z i S_b i o b r n u t o p r o p o r c i o n a l n a k v a d r a t u b a z i č n o g n a p o n a U_b , što se lako pamti. Obrnuto vrijedi za admitanciju.

Specijalni je slučaj kada odaberemo

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \underline{S_b = S_n} \quad Z_n^\circ &= Z_n^\circ \left(\frac{U_n}{U_b} \right)^2 && \dots (5.5.) \\ &Y_n^\circ = Y_n^\circ \left(\frac{U_b}{U_n} \right)^2 && \dots (5.6.) \\ \text{(b)} \quad \underline{U_b = U_n} \quad Z_n^\circ &= Z_n^\circ \left(\frac{S_b}{S_n} \right) && \dots (5.7.) \\ &Y_n^\circ = Y_n^\circ \left(\frac{S_n}{S_b} \right) && \dots (5.8.) \end{aligned}$$

Pod tačkom 2. i 3. odabran je transformator nazivnih veličina $S_n = 4000 \text{ kVA}$ i $U_{n1}/U_{n2} = 35/10,5 \dots \text{ kV/kV}$. Iz podataka jednog tvorničkog prospekta izračunata je jedinična impedancija i admitancija na bazi nazivnih veličina

$$Z_n^\circ = 0,06 / 80,9^\circ$$

$$Y_n^\circ = 0,0572 / -88,75^\circ$$

Želimo li npr. ove jedinične veličine izraziti na bazi $S_b = 10000 \dots \text{ kVA}$ i $U_b = 10 \dots \text{ kV}$, dobivamo prema formulama 5.3. i 5.4.

$$Z^\circ = 0,06 \cdot \frac{10}{4} \cdot \frac{10,5}{10} / 80,9^\circ = 0,1655 / 80,9^\circ$$

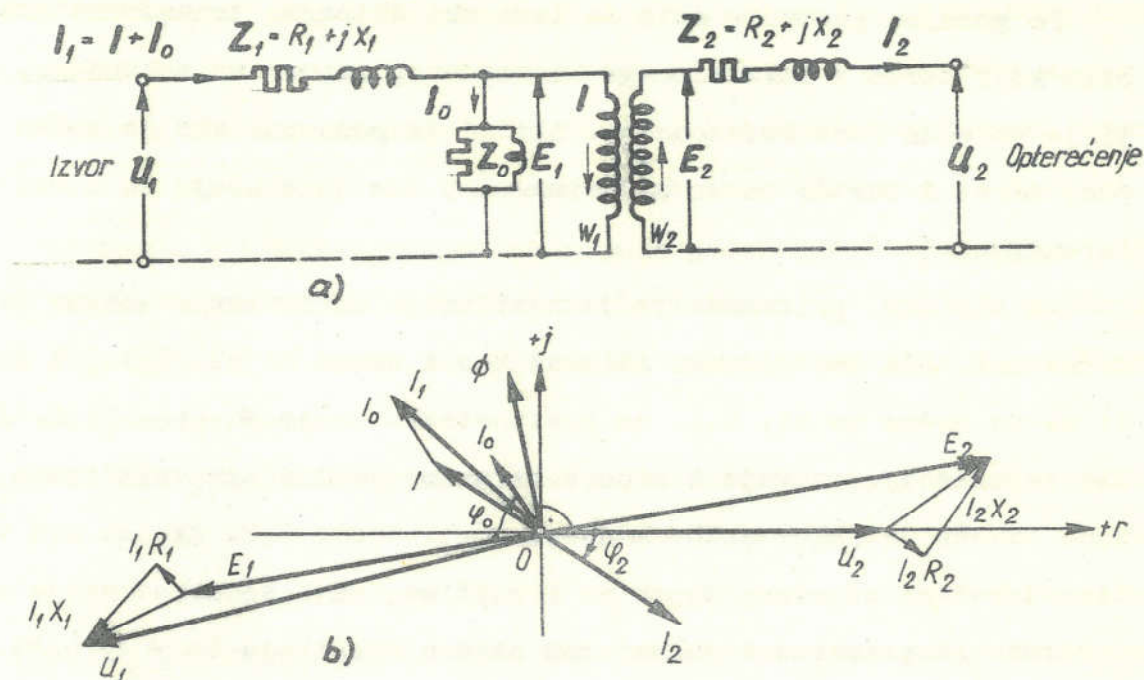
$$Y^\circ = 0,0572 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{10}{10,5} / -88,75^\circ = 0,0208 / -88,75^\circ$$

Bazični napon na strani gornjeg napona je $10 \cdot 35 / 10,5 = 33,3 \dots \text{ kV}$ pa je svejedno da li operiramo s bazičnim naponom na strani gornjeg ili donjeg napona transformatora jer je $10,5/10 = 35/33,3$.

S jednadžbama [5.3.] i [5.4.] gradimo ekvivalentnu shemu transformatora s jediničnim veličinama na odabranoj bazi U_b i S_b . Formule međutim vrijede općenito ne samo za transformatore, već i za pretvorbu u ekvivalentnu shemu generatora, sinhronog motora, kondenzatora, prigušnice, voda, potrošača i t.d. tj. za sve elemente mreže koji su definirani nazivnim veličinama U_n , S_n , I_n , Z_n , a koje želimo reducirati na povolji odabrane baze U_b i S_b .

6. EKVIVALENTNE SCHEME TRANSFOR. Ima više načina na koji se može konstruirati ekvivalentna shema transformatora koja aproksimira stvarni transformator s većom ili manjom tačnošću. Mi ćemo koristiti najjednostavniji oblik koji se općenito upotrebljava u praksi s dovoljnom tačnošću. Kod idealnog transformatora zanemarujemo struju magnetiziranja i pad napona u samom transformatoru, pa je odnos primarnog i sekundarnog napona jednak odnosu broja zavoja primarnog i sekundarnog namota. Primarne i sekundarne struje obrnuto su proporcionalne broju zavoja, dok su snage na ovim stranama jednake. U konstrukciji ekvivalentne sheme transformatora zamišljamo idealni transformator s pomenutim odnosima i u ovu shemu unosimo serijsku impedanciju koja je u stvari uzrok nejednakosti odnosa napona i broja razvoja. S druge strane u istu shemu uključujemo poprečnu impedanciju kroz koju prolazi struja neopterećenog transformatora koja je uzrokom da primarni i sekundarni amperzavoji nisu jednaki.

Na Sl. 6.1. je prikazana ekvivalentna shema transformatora u općenitom obliku iz koje se mogu dobiti i drugi oblici. U ovoj je shemi impedancija Z_1 u seriji s primarnim namotom idealnog transformatora i zamišljamo kao da je ona iz tog namota separirana i izdvojena. Idealni transformator s brojem zavoja W_1 i W_2 ima impedanciju jednaku nuli i u njemu nema pada napona kod prolaza struje tereta ili struje magnetiziranja. Struja I_0 koja teče kroz poprečnu impedanciju Z_0 jednaka je struji neopterećenog transformatora. Impedancija Z_2 u seriji je sa sekundarnim namotom transformatora. Impedancije Z_1 , Z_0 , Z_2 u stvari su fiktivne impedancije bez fizikalne realnosti, no kad ih upotrebljavamo u ekvivalentnoj shemi, one nam korektno služe za prikaz odnosa napona i strujom u stvarnom transformatoru ili u mreži na koju je priključen.



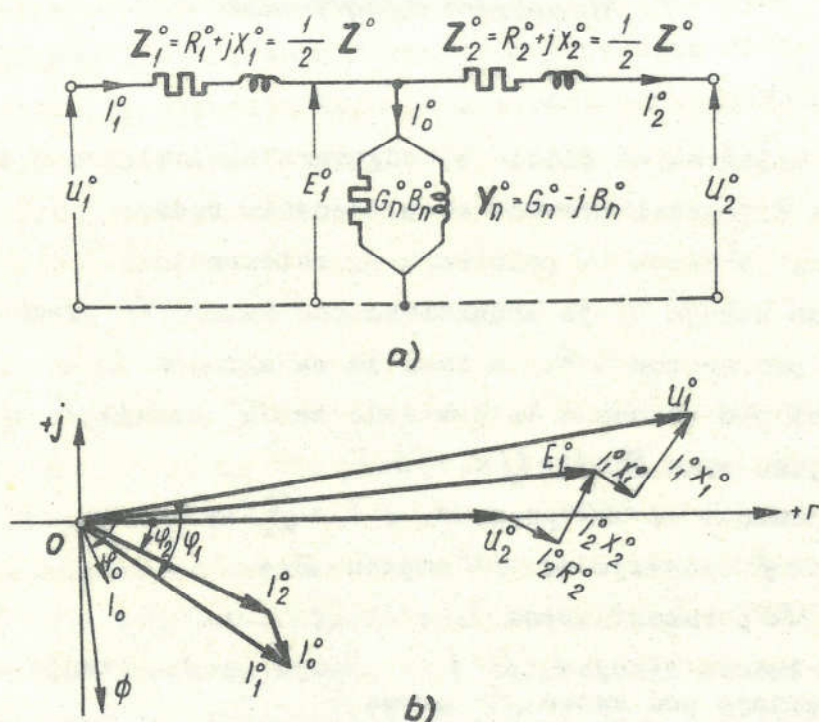
Sl. 6.1. Ekvivalentna shema transformatora s odgovarajućim fazorskim dijagramom

Fazorski dijagram na slici (b) odgovara ekvivalentnoj mreži na slici (a). Crtnja dijagrama provodi se slijedećim redom:

- (1) Sekundarni je napon U_2 položen u os referencije;
- (2) Sekundarna struja I_2 je induktivna pod kutem φ_2 prema U_2 ;
- (3) Djelatni pad napona $I_2 R_2$ u fazi je sa strujom I_2 ;
- (4) Induktivni pad napona $I_2 X_2$ prethodi za 90° struji I_2 ;
- (5) Geometrijska suma $E_2 = U_2 + I_2 (R_2 + jX_2)$;
- (6) E_1 je pomaknut za 180° prema E_2 ; $E_1 = \frac{W_2}{W_1} E_2$;
- (7) Glavni tok ϕ zaostaje za 90° naponu E_1 ;
- (8) I je za 180° pomaknut prema I_2 ; $I = \frac{W_2}{W_1} I_2$;
- (9) Ukupna primarna struja $I_1 = I_0 + I$, gdje je I_0 struja neopterećenog transformatora pod kutem φ_0 prema E_1 ;
- (10) Djelatni pad napona u primarnom namotu $I_1 R_1$ u fazi je sa I ;
- (11) Induktivni pad napona u primarnom namotu $I_1 X_1$ prethodi I_1 za 90° ;
- (12) Geometrijska suma $E_1 + I_1 (R_1 + jX_1) = U$ je narinuti napon na primaru transformatora.

Po gornjem postupku crta se fazorski dijagram transformatora za bilo koji teret i faktor snage kod zadanog napona na sekundaru, koji je položen u os referencije. Slični je postupak ako je zadan napon, teret i faktor snage na primaru. U tom je slučaju U_1 u osi referencije.

Na sl. 6.2. prikazana je jednostavnija ekvivalentna shema transformatora. Ona ima jednaku tačnost kao i shema na sl. 6.1., a izvodi se iz sheme na sl. 6.1. uz pretpostavku da je $w_1 = w_2$ i $E_1 = E_2$. Ako impedencije, struje i napone izrazimo jediničnim veličinama, onda su one jednake za shemu na sl. 6.1. i sl. 6.2. Ako su ove veličine izražene u omima, amperima i voltima, onda se impedencije reducirane na primarnu i sekundarnu stranu razlikuju za $a^2 = (w_1/w_2)^2$ struje za $a = w_2/w_1$ i naponi za $a = w_1/w_2$.

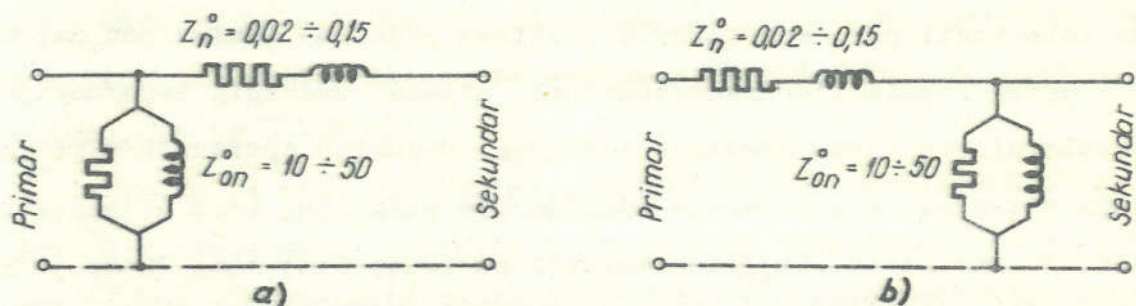


Sl. 6.2. Ekvivalentna shema transformatora u simetričnom T-spoju i odgovarajući fazorski dijagram s jediničnim veličinama

Fazorski dijagram na sl. 6.2. (b) crtamo na isti način kao i na sl. 6.1. (b). Kod ispitivanja transformatora u kratkom spoju mjerena je ukupna impedancija primarnog i sekundarnog namota transformatora. Za energetske transformatore praktički ona je jednaka pri mjerenju s kratkim spojem na struji gornjeg i donjeg napona. Ekvivalentna shema na sl. 6.2. (a) u simetričnom T- spoju u kojem je $Z_1' = Z_2' = \frac{1}{2} Z^\circ$ može se upotrebiti u analizama gdje je poželjna veća tačnost računa.

Kao primjer spomenimo analizu ekonomske usporedbe u pogonu dvaju manjih distributivnih transformatora, koji su redovno na kraju mreže daleko od izvora. Misli se na male seoske transformatore s malim faktorom opterećenja. Kod ovih transformatora s takvim uvjetima opterećenja, gubici u željezu mogu biti od većeg značaja nego gubici u bakru, koji su inače kod punog tereta transformatora nekoliko puta veći. Za pokrivanje stalnih gubitaka u željezu treba povlačiti energiju iz dalekih izvora s dodatnim gubicima u prenosnoj mreži i transformaciji. Ekonomska računica može pokazati da su za ovu vrst tereta ekonomičniji transformatori s malim gubicima u željezu, premda su oni skuplji od normalnih izvedbi. Za ekonomske kalkulacije ovog tipa prikladna je ekvivalentna shema transformatora na sl. 6.2. (a).

Tačnost računa još nas uvijek zadovoljava ako upotrebimo pojednostavljenu ekvivalentnu shemu na sl. 6.3. (a) i (b).

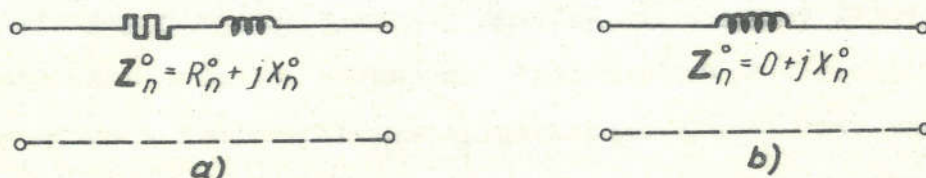


Sl. 6.3. Pojednostavljena ekvivalentna shema transformatora

Za mnoge praktične probleme opravdana je ova aproksimacija. Poprečnu

impedanciju stavimo na primarnu ili sekundarnu stranu kroz koju prolazi struja magnetiziranja s odgovarajućim gubicima u željezu. Uzdužnom impedancijom prolazi struja tereta praćena gubicima djelatne snage u bakru i induktivnom snagom rasipa. Raspodjela struje, gubitaka, pada napona itd. u ovoj ekvivalentnoj shemi još uvijek je vjerna slika prilika u stvarnom transformatoru. Na shemi je naznačen red veličina jediničnih impedancija na bazi nazivnih veličina energetskih transformatora. Ekvivalentne sheme na sl. 6.2. i 6.3. koristimo poglavito u takovim analizama gdje tražimo informacije o događajima u samom transformatoru ili tamo gdje njegove impedancije mogu imati stanoviti utjecaj na raspodjelu struje u mreži u koju je transformator uključen.

U mnogim problemima dopuštamo daljnje pojednostavljenje ekvivalentne sheme prikazane na sl. 6.4. (a) i (b)



Sl. 6.4. Daljnje pojednostavljenje ekvivalentne sheme transformatora

Na slici (a) je zanemarena admitancija transformatora što se može tolerirati npr. kod takovih problema gdje nas zanima pad napona ili opseg regulacije transformatora, utjecaj uzdužnih impedancija na paralelni rad transformatora i slično. Računske operacije time pojednostavnimo, a zanemarena admitancija praktički nema utjecaja na tačnost rezultata. Najjednostavniji oblik ekvivalentne sheme je na slici (b), koji se redovno upotrebljava u računu kratkog spoja s dovoljnom tačnošću za dimenzioniranje sklopki, relejne zaštite, di-

namička naprezanja u transformatoru, kao i u mnogim drugim problemima. Prirodno je da izbor ekvivalentne sheme zavisi o vrsti problema i informacijama koje se traže. U analizi složene mreže s uključenim transformatorima gdje istražujemo raspodjelu struje, snage, faktori snaga, naponske prilike, gubitke itd. dopuštamo upotrebu ekvivalentne sheme transformatora na sl. 6.4. (a) ili (b) .

7. TRANSFORMATORI U PARALELNOG POGONU

Za uredan paralelni pogon transformatora moraju biti ispunjeni slijedeći uvjeti:

- (a) Transformatori su građeni približno za jednake nazivne napone;
- (b) Jednaki faktor transformacije;
- (c) Približno jednake impedancije i
- (d) Ista grupa spoja.

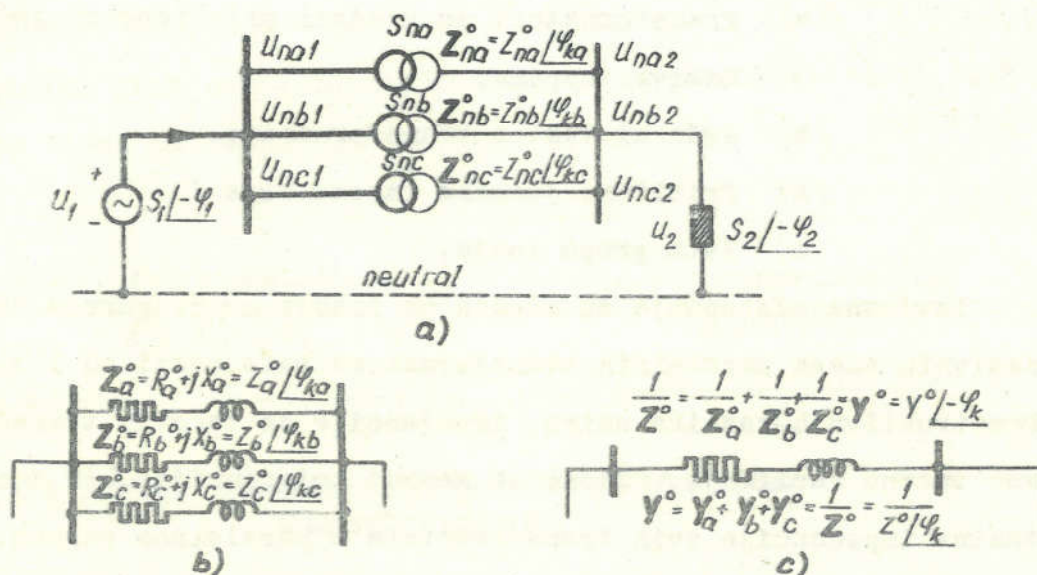
Izvjesna odstupanja su moguća no praksa ne preporuča da odnos nazivnih snaga paralelnih transformatora bude manji od 1 : 3. Iz konstruktivnih razlika naime, impedancije se takvih transformatora već znatno razlikuju. Obično se navodi tolerancija $\pm 10\%$ od rezultantne impedancije svih transformatora u paralelnom pogonu.

U složenim mrežama grupu paralelnih transformatora najčešće nadomještamo jednim transformatorom s odgovarajućom ekvivalentnom shemom. Kako je bilo spomenuto, u mnogim je problemima opravdano ako admitanciju transformatora zanemarimo; drugim riječima, pretpostavljamo, da je $Y = 0$.

U nekim je opet problemima poželjno da se ona uključi u razmatranje. U slijedećem se ograničimo na analizu transformatora u paralelnom pogonu s nejednakim karakteristikama i zanemarenim admitancijama. Pod ovim nas okolnostima zanima pojedinačno ponašanje transformatora u grupnom paralelnom pogonu, jer smo u praksi često barem povre-

meno iz bilo kojih razloga prisiljeni da održavamo paralelni rad transformatora različitih tvorničkih izvedbi i nejednakih karakteristika. Isti će se problem na drugom mjestu razmotriti za slučaj kada uzimamo u obzir i admitanciju transformatora.

Na sl. 7.1. je grupa s tri paralelna transformatora, općenito različitih nazivnih snaga S_{na} , S_{nb} , S_{nc} i različitih impedancija. Nazivni im se naponi nešto razlikuju, no pripadaju istoj grupi spoja s jednakim faktorom transformacije. Na primarnoj su strani nazivni naponi U_{na1} , U_{nb1} , U_{nc1} s odgovarajućim nazivnim naponima na sekundaru U_{na2} , U_{nb2} , U_{nc2} koji se razlikuju od primarnih za faktor transformacije „a“.



Sl. 7.1. Paralelni transformatori s ekvivalentnim shemama u kojima je zanemarena poprečna admitancija

- Izvorna shema
- Ekvivalentna shema s jediničnim impedancijama, reducirana na odabranu bazu
- Rezultanta jedinična impedancija i uzdužna admitancija

Želimo ispitati raspored tereta na pojedine transformatore, naponske prilike, gubitke, faktore snage pojedinačnih transformatora bilo na primaru ili sekundaru itd. Općeniti i sistematski postupak je slijedeći:

1. O p t e r e ć e n j e . Na sl. 7.1. (a) naznačen je napon i opterećenje na primarnoj strani $U_1, S_1, \underline{I}_1$ i na sekundarnoj strani $U_2, S_2, \underline{I}_2$. Mogu biti zadana na jednoj ili drugoj strani. Zadana snaga općenito može biti veća, jednaka ili manja od algebarske sume nazivnih snaga transformatora $(S_{na} + S_{nb} + S_{nc})$, jer nas pod različitim pogonskim okolnostima može zanimati pojedinačni rad transformatora u grupi.

Podimo iz pretpostavke da je zadana snaga na primaru $S_1, \underline{I}_1$ kod narinutog napona U_1 , koji je ujedno položen u os referencije.

2. I z b o r b a z i č n i h v e l i č i n a . Računske operacije pojednostavnimo ako uzmemo da je bazični napon jednak zadanom naponu U_1 i bazična snaga jednaka algebarskoj sumi nazivnih snaga transformatora, naime

$$\left. \begin{aligned} U_{b1} &= U_1 \\ S_b &= S_{na} + S_{nb} + S_{nc} \end{aligned} \right\} \dots (7.1.)$$

Indeks „1“ nas podsjeća da su bazične veličine odabrane na primarnim sabirnicama transformatora. Ostale dvije bazične veličine slijede iz odabranih

$$\left. \begin{aligned} I_{b1} &= \frac{S_b}{\sqrt{3} U_{b1}} \\ Z_{b1} &= \frac{U_{b1}^2}{S_b} \end{aligned} \right\} \dots (7.2.)$$

s bazičnim veličinama na primarnoj strani definirane su i bazične veličine na sekundarnim sabirnicama transformatora. Budući da je faktor transformacije „a“ za sve transformatore jednak, dobivamo

$$\left. \begin{aligned} U_{b2} &= \frac{1}{a} U_{b1} \\ S_b &= S_{b1} = S_{b2} \\ I_{b2} &= a I_{b1} \\ Z_{b2} &= \frac{1}{a^2} Z_{b1} \end{aligned} \right\} \dots (7.3.)$$

3. J e d i n i č n e i m p e d a n c i j e t r a n s f o r -
m a t o r a. Nazivne jedinične impedancije pojedinačnih transforma-
tora su poznate i posebno su naznačene na sl. 7.1. (a) . Treba ih
reducirati na odabrani bazični napon i snagu na primarnoj strani po-
znom formulo

$$\left. \begin{aligned} Z_a^o &= Z_{na}^o \frac{S_b}{S_{na}} \left(\frac{U_{na1}}{U_{b1}} \right)^2 \\ Z_b^o &= Z_{nb}^o \frac{S_b}{S_{nb}} \left(\frac{U_{nb1}}{U_{b1}} \right)^2 \\ Z_c^o &= Z_{nc}^o \frac{S_b}{S_{nc}} \left(\frac{U_{nc1}}{U_{b1}} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots (7.4.)$$

Time se dobiva ekvivalentna shema transformatora s jediničnim impe-
dancijama na slici (b) . Na slici (c) je resultantna impedancija i
odgovarajuća uzdužna admitancija koja nadomješta sva 3 transformato-
ra. Tri transformatora ovime su reducirana na jedan ekvivalentni
transformator s ekvivalentnom impedancijom Z^o .

4. J e d i n i č n o o p e t e r e ć e n j e. Jedinično optere-
ćenje definirano je zadanim $U_1, S_1 \angle -\varphi_1$ i odabranim bazičnim ve-
ličinama U_{b1} i S_b pa je za naš slučaj

$$\begin{aligned} U_1^o &= 1 \angle 0^\circ \\ S_1^o &= I_1^o = \frac{S_1}{S_b} \angle -\varphi_1 \end{aligned} \dots (7.5.)$$

5. J e d n a d Ź b a s n a g e i n a p o n a. Jednadžba sna-
ge i napo za reduciranu transformatorsku mrežu imade isti oblik kao
i za RL vod

$$S_2 = S_1 - (I_1^o)^2 (Z^o)^* \dots (7.6.)$$

Ovdje je impedancija Z^o koja rezultira iz izraza naznačenog na slici-
(c) s vrijednostima iz (7.4.) .

Naponska jednadžba za reduciranu transformatorsku mrežu također
je istog oblika kao i za RL vod sa zadanim uvjetima opterećenja
na početku

$$\begin{aligned} U_2^o &= 1 - I_1^o Z^o \\ &= 1 - S_1^o Z^o \end{aligned} \dots (7.7.)$$

budući da su struja i snaga u jediničnom računu numerički jednaki. Napon $U_1^0 = 1 \angle 0^\circ$ položen je u os referencije.

6. P o j e d i n a č n a o p t e r e ć e n j a t r a n s - f o r m a t o r a. Pojedinačna opterećenja transformatora na primaru i sekundaru s odgovarajućim faktorima snage dobivamo ako svaki član jednadžbe [7.6.] množimo izrazom koji je naznačen na slici (c)

$$\frac{Z_a^0}{Z_a^0} + \frac{Z_b^0}{Z_b^0} + \frac{Z_c^0}{Z_c^0} = 1 \quad \dots [7.8.]$$

Time pojedini članovi jednadžbe ne trpe nikakvu promjenu, ne daju nam uvid u međusobni raspored snaga i gubitaka u pojedinačnim transformatorima, koji se vrši u odnosu rezultatne i pojedinačne impedancije.

7. P o j e d i n a č n a o p t e r e ć e n j a n a p r i - m a r u. Pomnožimo prvi član desne strane [7.6.] s izrazom [7.8.] dobivamo pojedinačna opterećenja na primarnoj strani. Naime, prema sl. 7.1. (c), razlika napona među sabirnicama transformatora iznosi $S_i^0 Z_i^0$, tako da je za pojedine transformatorske grane

$$\left. \begin{aligned} S_{a1}^0 &= S_1^0 \frac{Z_a^0}{Z_a^0} \\ S_{b1}^0 &= S_1^0 \frac{Z_b^0}{Z_b^0} \\ S_{c1}^0 &= S_1^0 \frac{Z_c^0}{Z_c^0} \end{aligned} \right\} \quad \dots [7.9.]$$

Za kontrolu računa suma ovih snaga mora biti jednaka $S_1^0 = S_1^0 \frac{Z_a^0}{Z_a^0} + S_1^0 \frac{Z_b^0}{Z_b^0} + S_1^0 \frac{Z_c^0}{Z_c^0}$.

Od interesa je dakako odnos stvarnih i nazivnih snaga transformatora koji je za pojedinačne transformatore jednak redom

$$\frac{S_{a1}^0 S_b}{S_{na}}, \frac{S_{b1}^0 S_b}{S_{nb}}, \frac{S_{c1}^0 S_b}{S_{nc}} \quad \dots [9.10.]$$

Iz ovog odnosa zaključujemo eventualno o preopterećenju pojedinih transformatora, odnosno o mjerama, koje treba poduzeti, da paralelni pogon ne bude ugrožen.

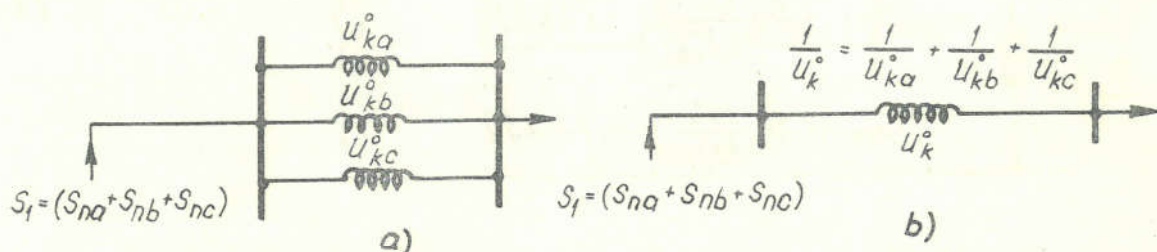
U drugom mjerilu $\overline{OA}$ je napon na primaru, $\overline{OB}$ na sekundaru i ABC je trokut pada napona u svim transformatorima. Analogan je postupak računa, kada bi zadali opterećenje i napon na sekundaru sabirnica.

10. A p r o k s i m a t i v n i r a č u n. Aproximativni račun, koji najčešće susrećemo u literaturi ili priručnicima, eliminira kompleksni račun, pa možemo kratkim putem doći do informacije o raspodjeli tereta na pojedine transformatore, koje su manje, no za praktične potrebe dovoljno tačne. Ovaj nam račun dakako ne daje informacije o raspodjeli djelatne i jalove snage među transformatorima ili o njihovim faktorima snage bilo na primaru ili sekundaru, kao niti o gubicima. Račun je specijalni slučaj tačnijih jednažbi koje smo izveli.

Pretpostavljamo da su djelatni otpori namota transformatora $R_n=0$, pa je jedinična impedancija

$$Z^0 = U_k^0 \cong j X^0 \quad \dots (9.12.)$$

što poglavito vrijedi za velike transformatore. Prema tome vrijede sheme na sl. 7.3. (a) i (b)



Sl. 7.3. Aproximativni račun raspodjele tereta na transformatore

Kao i prije, narinuti napon na primaru $U_1 = U_{b1}$ i narinuta snaga

$$S_1 = S_b = S_{na} + S_{nb} + S_{nc}$$

i ne vodimo računa o faktoru snage. Jedinične impedancije reducirane na zajedničku bazu su prema (7.4.)

$$\left. \begin{aligned} U_{ka}^o &= U_{kna}^o \cdot \frac{S_b}{S_{na}} \left(\frac{U_{na1}}{U_{b1}} \right)^2 \\ U_{kb}^o &= U_{knb}^o \cdot \frac{S_b}{S_{nb}} \left(\frac{U_{nb1}}{U_{b1}} \right)^2 \\ U_{kc}^o &= U_{knc}^o \cdot \frac{S_b}{S_{nc}} \left(\frac{U_{nc1}}{U_{b1}} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots (9.14.)$$

gdje nam indeks „n” označuje nazivnu veličinu, indeks „l” primarnu stranu. Rezultantna impedancija prema [7.8] je

$$U_k^o = \frac{1}{\frac{1}{U_{ka}^o} + \frac{1}{U_{kb}^o} + \frac{1}{U_{kc}^o}} \dots (9.15.)$$

i prema [7.9.] dobivamo pojedinačno opterećenje transformatora na primarnoj strani

$$\left. \begin{aligned} S_{a1} &= S_1 \frac{U_k^o}{U_{ka}^o} \dots [kVA] \\ S_{b1} &= S_1 \frac{U_k^o}{U_{kb}^o} \dots [kVA] \\ S_{c1} &= S_1 \frac{U_k^o}{U_{kc}^o} \dots [kVA] \end{aligned} \right\} \dots (9.16.)$$

Na konkretnom primjeru ćemo ilustrirati razlike koje nastaju, ako računamo tačnijom i aproksimativnom metodom.

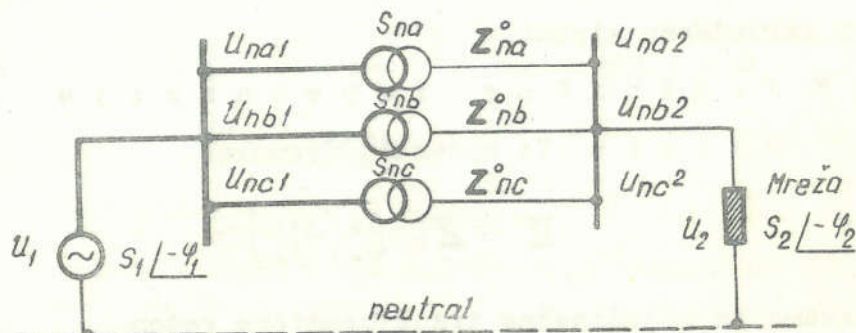
8. PRIMJER KONTROLE OPTEREĆENJA PARALEL. TRANSFOR.

Za ilustraciju istražimo raspodjelu tereta na tri paralelna transformatora s različitim karakteristikama. Na sl. 8.1. je shema s oznakama i tablicom u kojoj su navedene nazivne veličine transformatora. U prva četiri retka tablice unesene su nazivne veličine direktno iz tvorničkih lista; iz ovih su podataka dobivene vrijednosti u ostalim redcima tablice proračunom. Radi općenitosti uzimamo da se nazivni naponi pojedinačnih transformatora nešto razliku-

ju, no faktor transformacije im je jednak, pa je u tom pogledu ispunjen uvjet paralelnog rada.

Tablica 8.1.

1	Nazivna snagakVA	S_{na}	S_{nb}	S_{nc}
		200	100	50
2	Nazivni $\frac{U_{n1}}{U_{n2}}$ kV naponi $\frac{U_{n1}}{U_{n2}}$ kV	$\frac{10}{0,4}$	$\frac{11}{0,44}$	$\frac{10,5}{0,42}$
3	Jedinična impedan. $Z_n^\circ = U_k^\circ$	0,05	0,04	0,025
4	Jedin. djelatni otpor $R_n^\circ = P_k^\circ$	0,01575	0,0202	0,023
5	$a = U_{n1} / U_{n2}$	25		
6	$\cos \varphi_k = R_n^\circ / Z_n^\circ$	0,315	0,505	0,920
7	$\sin \varphi_k$	0,948	0,862	0,391
8	$X_n^\circ = Z_n^\circ \sin \varphi_k$	0,0474	0,0345	0,00978
9	$Z_n^\circ = Z_n^\circ \angle \varphi_k$	0,05 $\angle 71,6^\circ$	0,04 $\angle 59,6^\circ$	0,025 $\angle 23,0^\circ$
10	$Z^\circ = Z_n^\circ \frac{S_b}{S_n} \left(\frac{U_{n1}}{U_{b1}} \right)^2$	0,0875 $\angle 71,6^\circ$	0,1695 $\angle 59,6^\circ$	0,193 $\angle 23,0^\circ$



Sl.8.1. Paralelni rad transformatora s nejednakim karakteristikama

1. O p t e r e ć e n j e. Na primarnim sabirnicama narinuta je snaga $S_1 \angle -\varphi_1$ i neka je ona jednaka algebarskoj sumi nazivnih snaga pojedinačnih transformatora

$$S_1 \angle -\varphi_1 = (S_{na} + S_{nb} + S_{nc}) \angle -\varphi_1 = 350 \angle -36,9^\circ \dots \text{kVA}$$

Faktor snage $\cos \varphi_1 = 0,80$, što odgovara kutu $36,9^\circ$. Napon izvora

$U_1 = 10 \dots \text{kV}$. Zbog različitih karakteristika neki će transformatori biti opterećeni ispod, a neki iznad njihovih nazivnih snaga.

2. I z b o r b a z i č n i h v e l i č i n a. Da pojednostavimo računske operacije, neka su bazične veličine

$$U_b = U_1 = 10 \text{ ... kV}$$

$$S_b = S_1 = 350 \text{ ... kVA}$$

Bazični napon i snaga podudara se dakle s pogonskim stanjem na primarnim sabirnicama. Preostale bazične veličine na primarnoj i sekundarnoj strani slijede iz dviju odabranih prema tablici:

Bazične veličine	Primarna str.	Sek. strana
$U_b \text{ ... kV}$	10	0,40
$S_b \text{ ... kVA}$	350	350
$I_b \text{ ... A}$	20,2	505
$Z_b \text{ ... } \Omega$	286	0,458

Bazični napon i struja na sekundarnoj strani razlikuju se od pr primarne za „ $1/a$ “, odnosno za „ a “, a bazična impedancija za „ $(1/a)^2$ “ Bazična snaga vrijedi dakako za cijeli sistem i jednaka je za primarnu i sekundarnu stranu.

3. J e d i n i č n e i m p e d a n c i j e t r a n s f o r m a t o r a. Iz općenite formule

$$Z^o = Z_n^o \frac{S_b}{S_n} \left(\frac{U_n}{U_b} \right)^2$$

dobivamo za pojedinačne transformatore redom

$$Z_a^o = Z_{na}^o \frac{S_b}{S_{na}} \left(\frac{U_{na}}{U_b} \right)^2 = 0,05 \angle 71,6^\circ \frac{350 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^3} \left(\frac{10}{10} \right)^2 = 0,0875 \angle 71,6^\circ$$

$$Z_b^o = Z_{nb}^o \frac{S_b}{S_{nb}} \left(\frac{U_{nb}}{U_b} \right)^2 = 0,04 \angle 59,6^\circ \frac{350 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^3} \left(\frac{11}{10} \right)^2 = 0,1695 \angle 59,6^\circ$$

$$Z_c^o = Z_{nc}^o \frac{S_b}{S_{nc}} \left(\frac{U_{nc}}{U_b} \right)^2 = 0,025 \angle 23,0^\circ \frac{350 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^3} \left(\frac{10,5}{10} \right)^2 = 0,193 \angle 23,0^\circ$$

Ove su impedancije unesene u 10. redak tablice. Rezultantna impedancija slijedi iz

$$\frac{1}{Z_a^o} = \frac{1}{0,0875 \angle -71,6^\circ} = 11,425 \angle -71,6^\circ = 3,61 - j 10,82$$

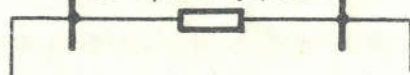
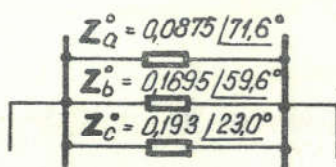
$$\frac{1}{Z_b^o} = \frac{1}{0,1695 \angle -59,6^\circ} = 5,900 \angle -59,6^\circ = 2,98 - j 5,09$$

$$\frac{1}{Z_c} = \frac{1}{0,193} \angle -23,0^\circ = 5,18 \angle -23,0^\circ = 4,76 - j 2,02$$

$$\frac{1}{Z} = 11,35 - j 17,93 = 21,2 \angle -57,6^\circ$$

$$Z = 0,0472 \angle 57,6^\circ = 0,0252 + j 0,0398$$

$$Z^o = 0,0252 + j 0,0398$$



Sl. 8.2. Pojedinačne i sumarne jedinične impedancije transformatora

Na sl. 8.2. unesene su u shemu izračunate jedinične impedancije, pojedinačno i sumarno.

4. Jedinično opterećenje:

$$S_1^o = \frac{S_{1-0}}{S_b} = \frac{350}{350} \angle -36,9^\circ = 1 \angle -36,9^\circ = 0,8 - j 0,6 = I_1^o$$

$$U_1^o = \frac{U_1}{U_b} \angle 0^\circ = 1 \angle 0^\circ$$

5. Snage i napon na sekundaru:

$$\begin{aligned} S_2^o &= S_2 \angle -\theta_2 = S_1^o - (I_1^o)^2 (Z)^* \\ &= 1 \angle -36,9^\circ - 0,0472 \angle -57,6^\circ \\ &= 0,075 - j 0,560 = 0,957 \angle -35,9^\circ \text{ ili } 338 \angle -35,4^\circ [\text{kVA}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_2^o &= 1 \angle 0^\circ - I_1^o Z^o \\ &= 1 - 0,0472 \angle 57,6^\circ - 36,9^\circ \\ &= 1 - 0,0472 \angle 20,7^\circ \\ &= 0,956 - j 0,0167 = 0,956 \angle -1^\circ \text{ ili } 382,4 \angle -1^\circ [\text{V}] \end{aligned}$$

6. Pojedinačna opterećenja trans-

formatora: Pojedinačna opterećenja dobivamo ako svaki

član jednadžbe za snagu množimo faktorom

$$\begin{aligned} \frac{Z^o}{Z_a} + \frac{Z^o}{Z_b} + \frac{Z^o}{Z_c} &= 1 \\ \frac{0,0472 \angle 57,6^\circ}{0,0875 \angle 71,6^\circ} + \frac{0,0472 \angle 57,6^\circ}{0,1695 \angle 59,6^\circ} + \frac{0,0472 \angle 57,6^\circ}{0,193 \angle 23,0^\circ} &= 1 \end{aligned}$$

$$0,54 \angle -14,0^\circ + 0,279 \angle -2,0^\circ + 0,244 \angle 34,6^\circ = 1$$

$$(0,523 - j 0,130) + (0,279 - j 0,0097) + (0,200 + j 0,139) = 1$$

Za kontrolu ispravnosti računa dobivamo u granicama tačnosti računa

$$1 \approx 1$$

7. P o j e d i n a č n a o p t e r e ć e n j a n a p r i m a r u:

$$S_{a'} = S_1 \frac{Z_a}{Z_c} = 1 \angle -36,9^\circ \cdot 0,54 \angle -14,0^\circ = 0,54 \angle -50,9^\circ =$$

$$= 0,304 - j 0,481 \quad \text{ili} \quad 189 \angle -50,9^\circ \quad [\text{kVA}]$$

$$S_{b'} = S_1 \frac{Z_b}{Z_c} = 1 \angle -36,9^\circ \cdot 0,279 \angle -2,0^\circ = 0,279 \angle -38,9^\circ =$$

$$= 0,217 - j 0,175 \quad \text{ili} \quad 97,6 \angle -38,9^\circ \quad [\text{kVA}]$$

$$S_{c'} = S_1 \frac{Z_c}{Z_c} = 1 \angle -36,9^\circ \cdot 0,244 \angle 34,6^\circ = 0,244 \angle -2,30^\circ =$$

$$= 0,243 - j 0,009 \quad \text{ili} \quad 85,5 \angle -2,30^\circ \quad [\text{kVA}]$$

$$= 0,800 - j 0,602 \quad \text{ili} \quad 350 \angle -36,9^\circ \quad [\text{kVA}]$$

Transformator 200 ---- kVA radi ispod svoje nazivne snage ($189 \angle -50,9^\circ \text{ kVA}$) i imade najlošiji faktor snage. Drugi transformator od 100 ---- kVA također je preopterećen s manjom snagom od nazivne ($97,6 \angle -38,9^\circ \text{ kVA}$). Treći transformator 50 ---- kVA preopterećen je za 171% i imade najbolji faktor snage.

Pod ovim okolnostima paralelni rad nije moguć, pa treba ili smanjiti teret za 1,71 puta (205 ---- kVA) u kojem je slučaju dovoljan jedan transformator od 200 ---- kVA, ili za isti teret dijelimo pogon na pojedinačne transformatore proporcionalno njihovim nazivnim snagama ili se traže druga rješenja s prigušnicama za izjednačenje napona kratkog spoja, odnosno izmjenom transformatora ili slično.

Pojedinačne snage na sekundaru s odgovarajućim faktorima snage kao i pojedinačne gubitke u transformatorima nađemo iz formule [9.11.]

U našem je primjeru argument narinute snage ($-36,9^\circ$), što od-

govara faktoru snage $\cos \varphi = 0,8$. Primjećujemo, da za svaki drugi $\cos \varphi$ prividne snage pojedinačnih transformatora ostaju nepromijenjene, no mijenja se njihov argument.

Lako uočimo također, da narinuta snaga ne može imati bilo koji $\cos \varphi$. Na konkretnom primjeru minimalni induktivni $\cos \varphi = 0,242$, što odgovara kutu (-76°) ; u tom slučaju transformator nazivne snage 200 ... kVA imade $\cos \varphi_{a1} = 0$. Povećamo li kut iznad (-76°) , pomenuti transformator prelazi u generatorsko područje, jer njegov djelatni otpor dobiva negativni predznak. Slična razmatranja provodimo i za kapacitivna opterećenja.

8. A p r o k s i m a t i v n i r a č u n. Kako bismo uočili razliku tačnijeg i aproksimativnog računa, isti zadatak riješimo aproksimativnom metodom, gdje upotrebimo formule (9.12.) do (9.16.) Slijedi

$$U_{ka}^* = 0,05 \frac{350}{250} \left(\frac{10}{10} \right)^2 = 0,0875$$

$$U_{kb}^* = 0,04 \frac{350}{100} \left(\frac{11}{10} \right)^2 = 0,1695$$

$$U_{kc}^* = 0,025 \frac{350}{50} \left(\frac{10,5}{10} \right)^2 = 0,193$$

te se resultantni napon kratkog spoja dobiva iz odnosa

$$\frac{1}{U_k^*} = \frac{1}{0,0875} + \frac{1}{0,1695} + \frac{1}{0,193} = 22,53$$

$$U_k^* = 0,0444$$

Pojedinačna opterećenja transformatora su

$$S_{a1} = 350 \frac{0,0444}{0,0875} = 177,6 \text{ ... kVA}$$

$$S_{b1} = 350 \frac{0,0444}{0,1695} = 91,8 \text{ ... kVA}$$

$$S_{c1} = 350 \frac{0,0444}{0,193} = 80,6 \text{ ... kVA}$$

$$350,0 \text{ ... kVA}$$

Razlike prema tačnijem računu iznose za sva 3 transformatora cca (-6%) . Radi li se o velikim transformatorskim jedinicama razlika je manja, jer se R_n^* u odnosu na X_n^* smanjuje.

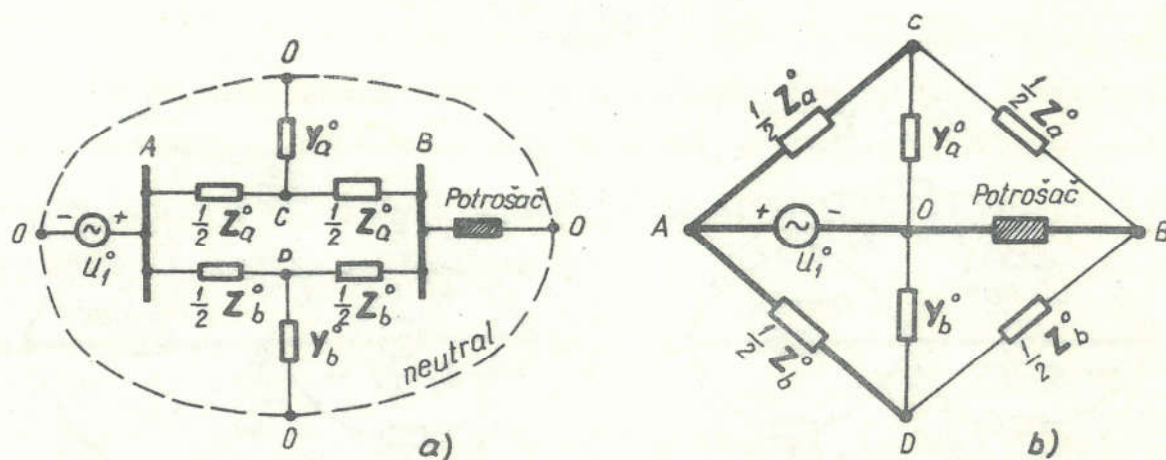
9. UTICAJ ADMITANCIJ E NA PARALELNI RAD

Admitancija transformatora u sklopu neke mreže obično se zanemari, jer praktički ne utječe na tačnost računa. To se odnosi i na djelatni otpor namota transformatora, tako da preostaje samo njegova reaktancija $X^{\circ} \approx Z^{\circ}$. Račun mreže time je uprošten.

U nekim problemima međutim, poglavito tamo gdje se analizira ekonomija rada transformatora, moramo uzeti u obzir kompletnu ekvivalentnu shemu s impedancijom i admitancijom. Tada nas zanima finija struktura ili raspodjela struje i gubitaka u pojedinim granama transformatorske mreže, osobito gubici djelatne snage u bakru i željezu. Promatrajmo paralelni rad dvaju transformatora općenito različitih karakteristika, gdje također admitantne grane igraju izvjesnu ulogu u rasporedu tereta na pojedine transformatore i koje sa svoje strane mogu dovesti do struja izjednačenja i dodatnih gubitaka unatoč same transformatorske mreže.

Na sl. 9.1. dva transformatora rade paralelno. Zamišljene nultačke izvora, potrošača i admitantnih transformatorskih grana vezane su na zajednički neutral. Obe sheme (a) i (b) su ekvivalentne i razlikuju se samo u prikazu. Admitantne grane priključene su u polovici impedantnih grana, pa su transformatori nadomješteni ekvivalentnim shemama u simetričnom T- spoju. Na slici (b) je graf transformatorske mreže s kosturom i spojnicama crtan prema pravilima u topologiji.

Mreža ima 5 čvorišta i 8 grana; pretpostavimo li da je zadan napon izvora i opterećenje mreže u obliku impedancije, morali bi rješavati $[8 - (5-1)] = 4$ jednažbi metodom zamki i isto toliko metodom čvorišta. Jednažbe za nezavisne zamke rezultiraju iz odabranog kostura mreže, koji je naznačen na slici (b). Iako možemo ustanoviti da se broj jednažbi poveća za toliko, koliko dodamo novih paralelnih transformatora. Za 4 paralelna transformatora dobi-



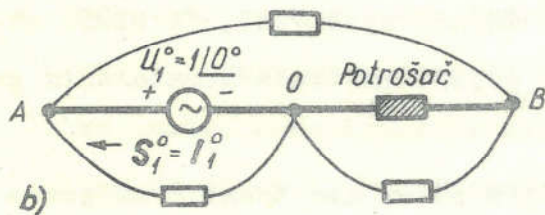
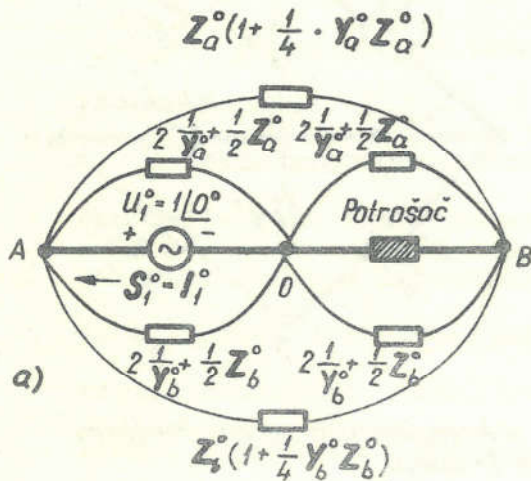
Sl. 9.1. Dva paralelna transformatora s kompletnim ekvivalentnim shemama u simetričnom T-spoju

vamo prema tome 6 jednađbi, koje bi morali rješavati, da bismo odredili raspodjelu struja ili snaga u pojedinim transformatorskim granama.

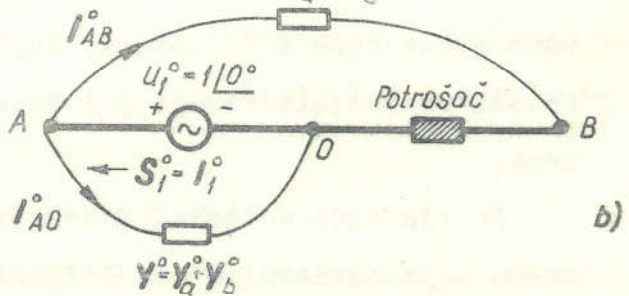
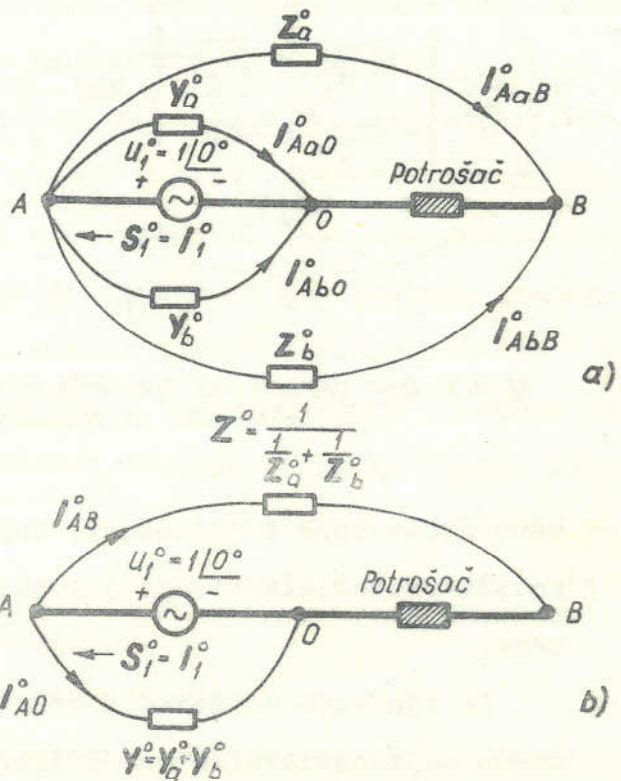
Do rješenja dolazimo jednostavnijim putem ako transformatorsku mrežu pojednostavnimo transfiguracijomč Krakove zvijezde CA, CO, CB sa zvijezdištem u čvorištu C i krakove zvijezde DA, DO, DB sa zvijezdištem u čvorištu D pretvorimo u trokut. Dobivamo shemu mreže kakvo je prikazana na sl. 9.2. (a) . Daljnjim pojednostavljenjem, gdje su po dvije paralelne grane vezane u jednu, dobivamo shemu na sl. 9.2. (b) , koja je polazna baza za određivanje raspodjele struja ili snaga. Postupak je međutim još uvijek dugotrajan i primjeniti ćemo ga moguće samo u specijalnim slučajevima, ako se radi o paralelnim transformatorima izvanrednih karakteristika.

Kod energetske transformatora uobičajenih izvedbi i karakteristika gore opisani rigorozni račun bio bi suvišan. Za praktične potrebe dovoljno je ako tačniju ekvivalentnu T-shemu transformatora zamijenimo približnom L- shemom kao na sl. 9.3. (a) , u koliko želimo ispitati utjecaj admitantnih grana na paralelni rad transfor-

matora. Griješke koje time nastaju ne mogu se uočiti na normalnom računalu.



Sl. 9.2. Ekvivalentne sheme dvaju paralelnih transformatora u simetričnom T-spoju



Sl. 9.3. Ekvivalentne sheme dvaju paralelnih transformatora u L-spoju

Na sl. 9.3. (b) vidimo daljnju redukciju mreže na slici (a), gdje su po dvije paralelne grane nadomještene jednom. Mreža ima 3 čvorišta i 4 grane, pa je potrebno postaviti dvije jednačbe bilo metodom zamke ili čvorišta, ako je zadan napon izvora i potrošačka grana OB u obliku impedancije.

Rješavanje ovih jednačbi možemo izbjeći, ako je zadan napon i snaga izvora, U tom slučaju imamo zadane uvjete kao pad tač. 7. i 8. Imajući pred očima sl. 9.3. (b), neka je zadana narinuta snaga na primaru

$$S_1 = S_b = S_{na} + S_{nb} + \dots \quad \text{-----} (9.1)$$

i jednaka je algebarskoj sumi nazivnih snaga pojedinačnih transformatora kod napona $U_1 = U_b$, koji je u osi referencije. Faktor snage neka je $\cos \varphi$. Slijedi neposredno iz slike (b), gdje postavljamo strujnu jednadžbu za čvorište A

$$\begin{aligned} I_{AB}^{\circ} &= I_1^{\circ} - I_{Ao}^{\circ} = I_1^{\circ} - U_1^{\circ} Y^{\circ} = \\ &= I_1^{\circ} - Y^{\circ} U_1^{\circ} \end{aligned} \quad \text{-----} (9.2)$$

Pretpostavlja se induktivno opterećenje i zbog toga struja dobiva negativni argument. Admitancija također imade negativni argument, jer je induktivna. Razlika napona između čvorišta A i B jest prema tome

$$U_{AB}^{\circ} = Z^{\circ} I_{AB}^{\circ} \quad \text{-----} (9.3)$$

Struje ili snage koje na primaru ulaze u impedantne grane transformatora Z_a° i Z_b° , odnosno u admitantne grane Y_a° i Y_b° , kako je prikazano na sl. 9.3. (a), jednake su

$$\left. \begin{aligned} S_{a1}^{\circ} = I_{a1}^{\circ} &= S_{Aa0}^{\circ} + S_{Aao}^{\circ} = I_{Aa0}^{\circ} + I_{Aao}^{\circ} = \frac{Z' I_{AB}^{\circ}}{Z_a^{\circ}} + Y_a^{\circ} \\ S_{b1}^{\circ} &= \frac{Z' I_{AB}^{\circ}}{Z_b^{\circ}} + Y_b^{\circ} \end{aligned} \right\} \quad \text{-----} (9.4)$$

gdje je

$$S_{a1}^{\circ} + S_{b1}^{\circ} + \dots = I_{a1}^{\circ} + I_{b1}^{\circ} + \dots = S_1^{\circ} = I_1^{\circ} \quad \text{-----} (9.5)$$

za povoljni broj paralelnih transformatora. Jednadžbe vrijede pod pretpostavkom da je $U_1 = U_b$ i $S_1 = S_b$, tako da je $U_1^{\circ} = I_1^{\circ}$ i

$S_1^{\circ} = I_1^{\circ} = I_1^{\circ} \angle \varphi$. Oznake odgovaraju ekvivaletnim shemama na sl.

9.3. (a) i (b).

Prvi član desnih strana jednadžbi (9.4.) i (9.5.) odgovara snaga ili strujama koje ulaze na primaru u impedantne grane transformatora. Drugi član istih jednadžbi odgovara strujama ili snagama koje na primaru ulaze u admitantne grane transformatora; $Y_a^{\circ}, Y_b^{\circ}, \dots$

predočuju nam u jediničnom računu s jedne strane admitancije pojedinačnih transformatora, s druge strane struje magnetiziranja i s treće strane gubitke snage magnetiziranja u željezu i namotu transformatora. Stvarne veličine slijede kada jediničnu admitanciju množimo jednom s bazičnom admitancijom, drugiput s bazičnom strujom i trećiput s bazičnom snagom. Faktor snage pojedinačnih transformatora na primaru slijedi neposredno iz računa.

Pojedinačni gubici snage u impedantnim granama transformatora su

$$\left. \begin{aligned} (I_{A0B}^0)^2 (Z_a^0)^* &= \left(\frac{Z^0 I_{AB}^0}{Z_a^0} \right)^2 (Z_a^0)^* \\ (I_{A0B}^0)^2 (Z_b^0)^* &= \left(\frac{Z^0 I_{AB}^0}{Z_b^0} \right)^2 (Z_b^0)^* \end{aligned} \right\} \text{-----} (9.6.)$$

iz kojih se mogu odrediti pojedinačne snage, struje i faktori snage na sekundarnoj strani transformatora. S poznatim gubicima lako odredimo stepen korisnosti bilo pojedinačnih ili grupnih transformatora.

9.1. Razmatranja na konkretnom primjeru.

Za ilustraciju uzimamo isti primjer kao pod tač. 8. s podacima transformatora u TABLICI 8.1. Pored ovih podataka potrebni su nam podaci za admitancije, koji su uzeti iz tvorničke liste i navedeni u TABLICI 9.1. Njihova redukcija na zajedničku bazu izračunata je poznatim postupkom. Bazične veličine i opterećenja ostaju nepromijenjeni.

Formula (9.2.) :

$$I_{AB}^{\circ} = 1 \angle -\varphi - Y^{\circ} \angle -\varphi = 1 \angle -36,9^{\circ} - 0,092 \angle -87^{\circ} = 0,795 - j 0,508 = 0,942 \angle -32,6^{\circ}$$

gdje je

$$Y^{\circ} \angle -\varphi = Y_a^{\circ} \angle -\varphi_a + Y_b^{\circ} \angle -\varphi_b + Y_c^{\circ} \angle -\varphi_c =$$

$$= 0,00260 - j 0,0514$$

$$0,00128 - j 0,0236$$

$$0,00086 - j 0,0169$$

$$0,00474 - j 0,0919 = 0,092 \angle -87^{\circ}$$

Tablica 9.1.

1	Nazivna snaga kVA	S_{na}	S_{nb}	S_{nc}
		200	100	50
2	Nazivni $\frac{U_{n1}}{U_{n2}}$ $\frac{kV}{kV}$ napon	10 0,4	11 0,44	10,5 0,42
3	Jedinična admitan. $Y_n^{\circ} = I_0^{\circ}$	0,090	0,10	0,13
4	Jed. djelotna vodljiv. $G_n^{\circ} = P_0^{\circ}$	0,00455	0,00535	0,0065
5	$a = U_{n1} / U_{n2}$	25		
6	$\cos \varphi_0 = G_n^{\circ} / Y_n^{\circ}$	0,0506	0,0535	0,050
7	$\sin \varphi_0$	0,999	0,999	0,999
8	$B_n^{\circ} = Y_n^{\circ} \sin \varphi_0$	0,090	0,10	0,13
9	$Y_n^{\circ} = Y_n^{\circ} \angle \varphi_0$	0,090 $\angle -87,1^{\circ}$	0,10 $\angle -86,9^{\circ}$	0,13 $\angle -87,1^{\circ}$
10	$Y^{\circ} = Y_n^{\circ} \frac{S_n^{\circ}}{S_b^{\circ}} \left(\frac{U_{nb1}}{U_{n1}} \right)^2$	0,0515 $\angle -87,1^{\circ}$	0,0236 $\angle -86,9^{\circ}$	0,0169 $\angle -87,1^{\circ}$

Formula (9.3.)

$$Z^{\circ} / I_{AB}^{\circ} = 0,942 \angle -32,6^{\circ} - 0,0472 \angle 57,6^{\circ} = 0,0445 \angle 25^{\circ}$$

Formula (9.4.)

$$S_{a1}^{\circ} = \frac{Z^{\circ} / I_{AB}^{\circ}}{Z_a^{\circ}} + Y_a^{\circ} = \frac{0,0445 \angle 25^{\circ}}{0,0875 \angle 71,6^{\circ}} + 0,0515 \angle -87,1^{\circ} =$$

$$= 0,3506 - j 0,4204 = 0,559 \angle -50,2^{\circ} \quad 111 \quad 192 \quad [\text{kVA}]$$

$$S_{b1}^{\circ} = \frac{\frac{1}{\%}}{0,1695 \angle 59,6^{\circ}} + 0,0236 \angle -86,9^{\circ} =$$

$$= 0,2183 - j 0,1726 = 0,278 \angle -38,4^{\circ} \quad 111 \quad 97,4 \quad [\text{kVA}]$$

$$S_{c1}^{\circ} = \frac{\frac{1}{\%}}{0,193 \angle 23^{\circ}} + 0,0169 \angle -87,1^{\circ} =$$

$$= 0,2319 - j 0,0089 = 0,232 \angle -2,2^{\circ} \quad 111 \quad 81,3 \quad [\text{kVA}]$$

$$S_i^{\circ} \angle -\varphi = I_i^{\circ} \angle -\varphi = 0,8008 - j 0,6019 = 1 \angle -36,9^{\circ} \quad 111 \quad 350 \quad [\text{kVA}]$$

Usporedimo li rezultate s onima pod tač. 8. vidimo da najveća razlika nastaje za transformator 50kVA; stvarno njegovo opterećenje je nešto manje od 5% negoli u slučaju, kada zanemarimo admitancije transformatora kao pod tač. 8.

Gubitke transformatorske grupe određimo neposredno promatranjem sheme na sl. 9.3.(b):

$$\begin{aligned}
 (I_{\#0}^{\circ})^2 (Z)^* + Y^{\circ} &= (0,942)^2 \cdot 0,0472 \angle -57,6^{\circ} + 0,092 \angle -87^{\circ} \\
 &= 0,0420 \angle -57,6^{\circ} + 0,092 \angle -87^{\circ} \\
 &= 0,0225 - j 0,0354 \\
 &\quad 0,0047 - j 0,0919 \\
 \hline
 &0,0272 - j 0,1273 = 0,130 \angle -77,9^{\circ} \\
 &\text{ili } 45,4 \quad \text{kVA}
 \end{aligned}$$

Gubici djelatne snage transformatorske grupe koji su razmjerno visoki iznose

$$p = \frac{0,0272}{0,80} = 0,034 \quad \text{ili } 3,4\%$$

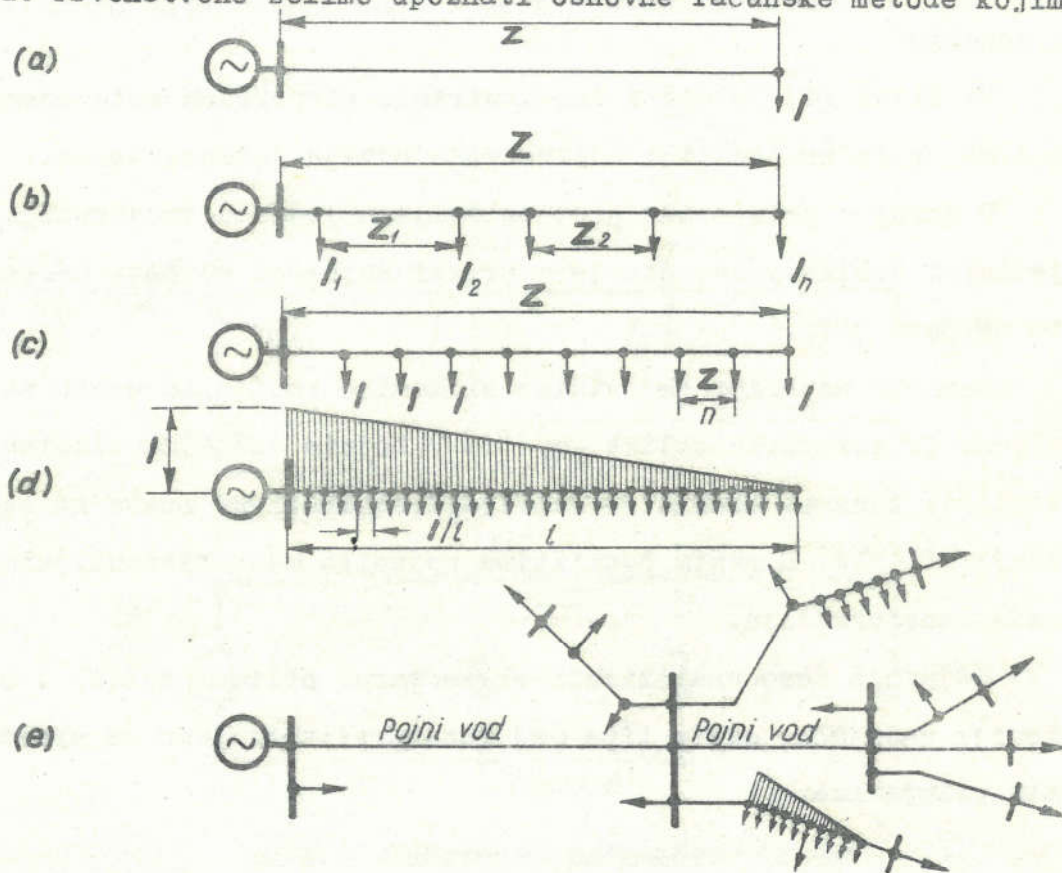
V P O G L A V L J E

RADIJALNE MREŽE

1. UVOD

Pod radijalnom ili otvorenom mrežom razumijevamo u slijedećem, mrežu koja se napaja iz jednog izvora energije. Kao izvor energije možemo zamisliti sabirnice generatora, transformatora ili bilo koje čvorište jedne druge mreže iz kojeg se odvaja i napaja radijalna mreža. Svaki potrošač u radijalnoj mreži imade dotok energije samo s jedne strane.

Radijalni tip imade široku primjenu u distributivnim mrežama nižeg i srednjeg napona. Spomenimo takove mreže u stambenim ili javnim zgradama, industrijskim pogonima, mjesnim i gradskim područjima, nadalje za široka područja u svrhu javne elektrifikacije itd. Prvenstveno želimo upoznati osnovne računске metode kojima se



Sl. 1.1. Elementi iz kojih se sastavlja općeniti tip radijalne mreže

može pristupiti analizi mreža ove vrste za praktične potrebe. Ograničimo se uglavnom na simetrične i balansirane trofazne ili jednofazne sisteme, odnosno na dvovodne ili trovodne sisteme istosmjerne struje.

Iz beskonačno mnogo tipova izdvojimo neke elementarne oblike iz kojih se radijalna mreža općenito sastavlja.

Na sl. 1.1.(a) je najjednostavniji oblik radijalne mreže sastavljene iz voda s izvorom na početku i potrošačem na kraju. Takav elementarni prijenos upoznali smo detaljno na drugom mjestu.

Na slici (b) je drugi elementarni oblik radijalne mreže koja se sastoji iz jednog voda s višestrukim opterećenjem. Na različitim udaljenostima voda priključeni su općenito nejednaki tereti.

Na slici (c) je vod s jednakim opterećenjima na jednakim udaljenostima.

Na slici (d) je vod s kontinuiranim rasporedom opterećenja kod kojeg se na jedinici dužine voda odvaja jednaki teret.

U gornjim primjerima pretpostavljamo jednaku impedanciju po jedinici dužine voda, što je u praksi najčešći slučaj. Općenito to ne mora biti.

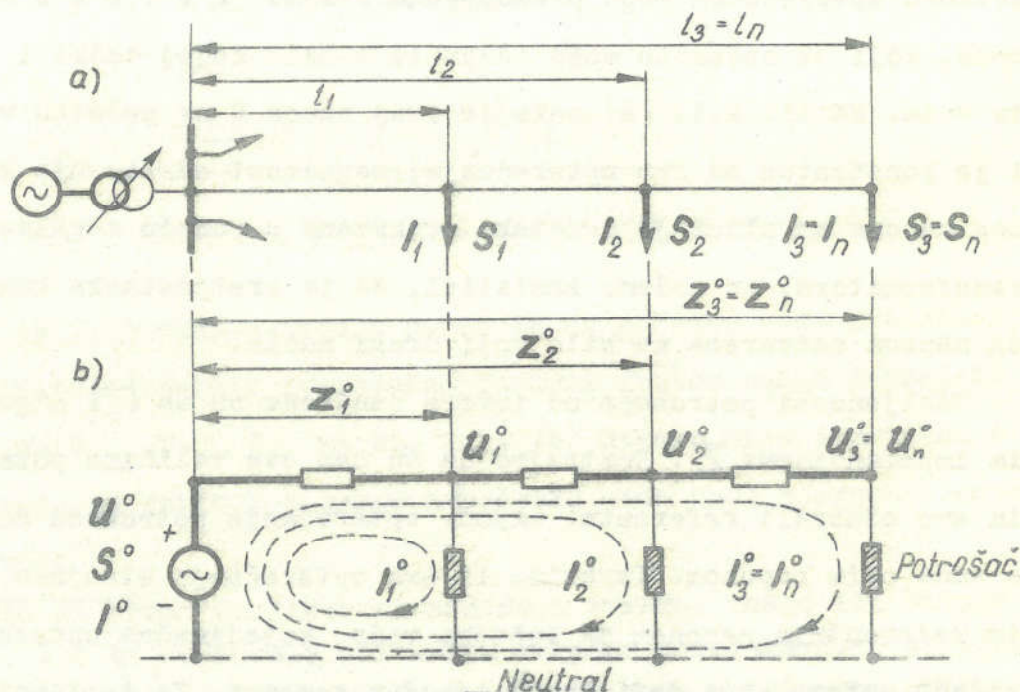
Konačno na slici (e) vidimo složeniju radijalnu mrežu sastavljenu iz pomemutih oblika (a) ÷ (d). Pojnim vodovima ulazimo u središte konzuma odakle se razvija distributivna mreža za napajanje trošila. U nekim čvorištima općenito može biti uključena međutransformacija.

Najprije ćemo analizirati elementarne oblike (b) ÷ (d). Složenije radijalne mreže tipa (e) interpretirati ćemo na praktičnim primjerima.

2. VIŠESTRUKO OPTEREĆENI RL VOD

Ovdje ćemo razmatrati višestruko opterećeni vod s konstantnim parametrima R i ωL po jedinici dužine voda. Formule koje će se izvesti vrijede općenito za sisteme izmjenične i istosmjerne struje, ako su oni simetrični i balansirani. Tamo gdje su induktivni efekti voda u sistemu izmjenične struje bez značaja, u izvedenim formulama stavimo da je $\omega = 0$. U sistemima istosmjerne struje dakako uvijek je $\omega = 0$.

Tretiramo na uobičajeni način dio sistema v o d i č - n e u t r a l, bilo da se radi o trofaznim ili jednofaznim izmjeničnim, odnosno dvovodnim ili trovodnim istosmjernim sistemima. Operiramo li jediničnim veličinama, onda otpadaju faktori kao što su $\sqrt{3}$ ili 2, koji karakteriziraju sistem. Na sl. 2.1. je shematski prikaz višestruko opterećenog voda s uobičajenim oznakama.



Sl. 2.1. Višestruko opterećeni RL vod

a) Shema voda

b) Graf mreže s kružnim strujama

A. Z a d a n i u v j e t i. Analizu višestruko opterećenog voda možemo provoditi na različite načine, što zavisi od zadanih i traženih veličinama. Opterećenja potrošača obično su zadana snagama, strujama ili impedancijama. Znamo da je ono u cijelosti definirano s bilo koje ^{dvije} od četiri veličine U, S, I, Z , tj. sa 6 mogućih kombinacija. Međutim, zbog pada napona i gubitka snage u vodu, opterećenja potrošača u čvorištima $U_1, U_2, \dots, U_n$ na sl. 2.1. ne mogu se jednoznačno definirati. Ako su opterećenja npr. zadana impedancijama, koja su na sl. 2.1. prikazana šrafiranim pravokutnicima onda se one obično odrede iz nazivnih veličina potrošača U_n i S_n , jer je $Z_n = \frac{U_n^2}{S}$. Stvarne snage potrošača zavise u tom slučaju o narinutom naponu izvora, padu napona i gubicima snage u vodu, ako na impedancije potrošača sada gledamo kao da su to konstante mreže.

Mi ćemo zadane uvjete prilagoditi praktičnim potrebama. Na višestruko opterećenom vodu prvenstveno biramo r e f e r e n t n i napon, koji se općenito može odabrati u bilo kojoj tački i čvorištu voda. Na sl. 2.1. (a) neka je ovaj napon U na početku voda koji je konstantan za sva opterećenja; mogućnost održavanja konstantnog napona na slici je šematski prikazana s pomoću regulacionog transformatora, no možemo zamisliti, da je pretpostavka konstantnog napona ostvarena na bilo koji drugi način.

Udaljenosti potrošača od izvora označene su sa l i odgovarajućim impedancijama Z . Smatrajmo da su nam ove veličine poznate. Čim smo odabrali referentni napon, opterećenje potrošača definiramo sada ovim naponom. Izrazimo li ova opterećenja strujama i zadanim referentnim naponom na početku voda, pojedinačna opterećenja potrošača možemo sada definirati također snagama. Za trofazni je sistem prema tome s oznakama na slici uz pretpostavku induktivnih tereta

$$\left. \begin{aligned} S_1 \angle -\varphi_1 &= P_1 - jQ_1 = \sqrt{3} U I_1 \angle -\varphi_1 \\ S_2 \angle -\varphi_2 &= P_2 - jQ_2 = \sqrt{3} U I_2 \angle -\varphi_2 \\ S_3 \angle -\varphi_3 &= P_3 - jQ_3 = \sqrt{3} U I_3 \angle -\varphi_3 \end{aligned} \right\} \text{-----} (2.1)$$

$$S \angle -\varphi = (P_1 + P_2 + P_3) - j(Q_1 + Q_2 + Q_3) = S_1 \angle -\varphi_1 + S_2 \angle -\varphi_2 + S_3 \angle -\varphi_3 \text{-----} (2.2)$$

$S \angle -\varphi$ je ukupna snaga narinuta na početku voda i sastavljena je iz stvarnih snaga potrošača zajedno s gubicima u prijenosnoj mreži. Napominjemo da je to maksimalna snaga koja rezultira iz maksimuma pojedinačnih potrošača, uzevši u obzir njihov faktor istodobnosti. U budućće će nam uvijek ova snaga ili odgovarajuća struja biti mjerodavna za analizu mreže. Iz (2.1.) vidimo da su sve snage potrošača izražene istim referentnim naponom U na početku voda.

Analogno vrijedi kada su pojedinačna opterećenja zadana snagama i referentnim naponom na početku voda iz kojih određujemo pojedinačne struje potrošača

$$\left. \begin{aligned} I_1 \angle -\varphi_1 &= I_{1r} - jI_{1x} = \frac{S_1}{\sqrt{3}U} \angle -\varphi_1 \\ I_2 \angle -\varphi_2 &= I_{2r} - jI_{2x} = \frac{S_2}{\sqrt{3}U} \angle -\varphi_2 \\ I_3 \angle -\varphi_3 &= I_{3r} - jI_{3x} = \frac{S_3}{\sqrt{3}U} \angle -\varphi_3 \end{aligned} \right\} \text{-----} (2.3)$$

$$I \angle -\varphi = (I_{1r} + I_{2r} + I_{3r}) - j(I_{1x} + I_{2x} + I_{3x}) = I_1 \angle -\varphi_1 + I_2 \angle -\varphi_2 + I_3 \angle -\varphi_3 \text{-----} (2.4)$$

gdje je $I \angle -\varphi$ ukupna struja narinuta na početku voda i sastavljena iz struja pojedinačnih potrošača. Stvarni faktor snage potrošača u čvorištima U_r , U_1 , U_2 na sl. 2.1. (b) dakako nije identičan s odgovarajućim faktorima snage na početku voda zbog njegove promjene uzduž voda^{*)}.

*) Vidimo da treba razlikovati zadane i stvarne snage ili struje potrošača, što bi se moralo očitovati također u oznakama. U strogoj matematskoj formi, zadane snage na početku voda u polarnom obliku bile bi $S_{a1} \angle -\varphi_{a1}$, $S_{a2} \angle -\varphi_{a2}$, ..., što nas podsjeća, da se ove zadane snage odnose na referentni napon sistema. Stvarne snage u čvorištima po-

Računske operacije bit će jednostavnije i preglednije ako primijenimo jediničnu metodu. Odaberimo za bazične vrijednosti u trofaznom sistemu referentni napon U i ukupnu narinutu snagu na početku voda S , tako da je

$$\left. \begin{aligned} U_b &= U \\ S_b &= S \\ I_b &= \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{S}{\sqrt{3} U} = I \\ Z_b &= \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{U^2}{S} \end{aligned} \right\} \text{-----} (2.5)$$

Posljednje dvije veličine rezultiraju iz odabranog U_b i S_b . Dijelimo jednadžbu (2.2.) s bazičnom snagom, dobivamo

$$\frac{S}{S_b} \angle -\varphi = \frac{S_1}{S_b} \angle -\varphi_1 + \frac{S_2}{S_b} \angle -\varphi_2 + \frac{S_3}{S_b} \angle -\varphi_3 \text{-----} (2.6)$$

Ili u oznaci s jediničnim veličinama prema (2.5.) slijedi

$$S^\circ \angle -\varphi = 1 \angle -\varphi = S_1^\circ \angle -\varphi_1 + S_2^\circ \angle -\varphi_2 + S_3^\circ \angle -\varphi_3 \text{-----} (2.7)$$

Slično postupamo s jednadžbom (2.4.) koju dijelimo s bazičnom strujom $I_b = I$. Općenito pišemo za višestruko opterećeni vod

$$S^\circ = S_1^\circ + S_2^\circ + S_3^\circ + \dots \text{-----} (2.8)$$

$$I^\circ = I_1^\circ + I_2^\circ + I_3^\circ + \dots \text{-----} (2.9)$$

Samo kad je bazična snaga ili struja jednaka sumi snaga ili struja potrošača, tada je $S^\circ = I^\circ = 1$.

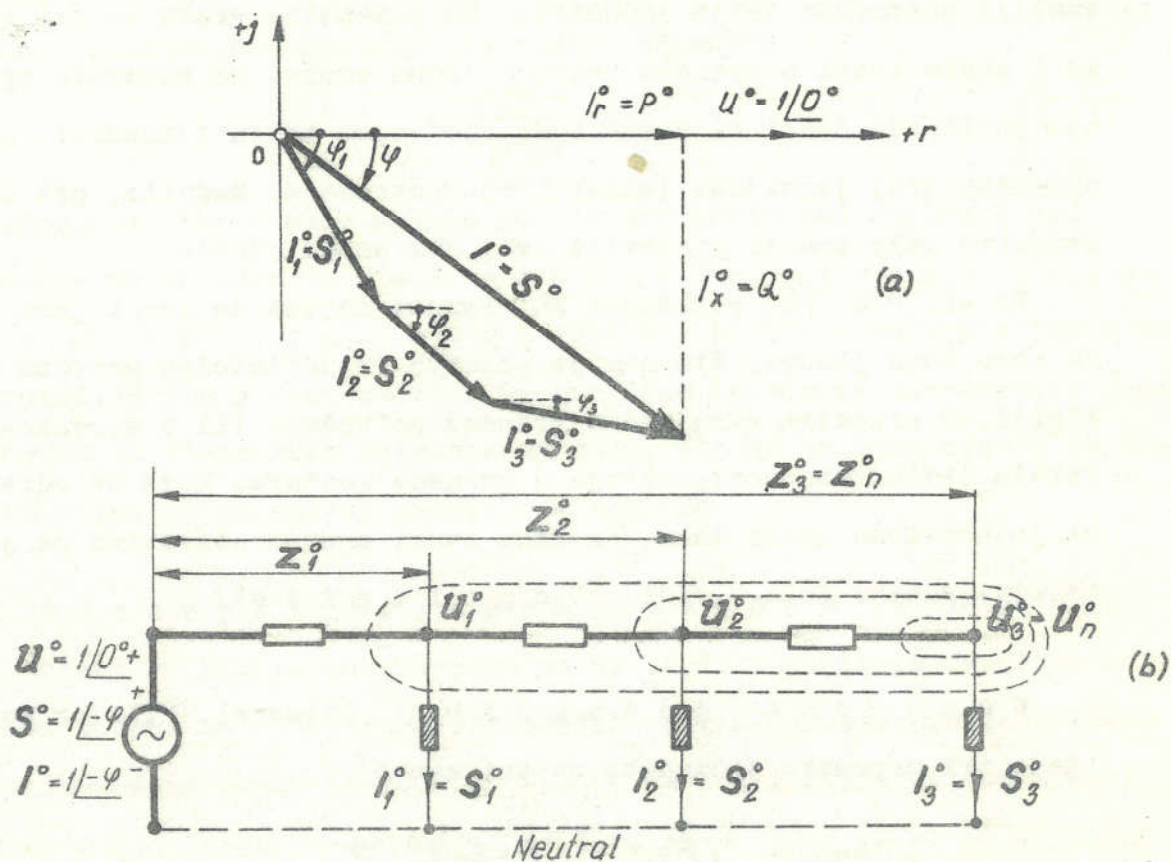
S pomoću jednadžbe (2.5.) lako provjerimo da su u jediničnom računu snage i struje numerički jednake, naime

$$\left. \begin{aligned} S^\circ &= I^\circ \\ S_1^\circ &= I_1^\circ \\ S_2^\circ &= I_2^\circ \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \text{-----} [2.10]$$

trošača su $S_1 \angle -\varphi_1, S_2 \angle -\varphi_2, \dots$, koje se razlikuju po modulu i argumentu od zadanih snaga. Analogno vrijedi za zadane struje potrošača

$I_{1a} \angle -\varphi_{1a}, I_{2a} \angle -\varphi_{2a}, \dots$, koje se od stvarnih struja u čvorištima potrošača $I_1 \angle -\varphi_1, I_2 \angle -\varphi_2, \dots$, razlikuju samo po argumentu. Zbog komplikacija u pisanju s mnogo indeksa nećemo koristiti ovu razliku u oznakama, premda ju imamo pred očima. Lako pamtim da se zadane snage ili struje po modulu i argumentu uvijek odnose na odabrani referentni napon sistema.

Pregledni prikaz zadanih opterećenja na početku voda vidimo na fazorskom dijagramu sl. 2.2. (a).



Sl. 2.2. Višestruko opterećeni RL vod

- a) Fazorski dijagram zadanih struja ili snaga potrošača s jediničnim veličinama
b) Graf mreže s prerezima

Kako je bilo rečeno, smatramo prethodno da su impedancije višestruko opterećenog voda poznate. S odabranom bazičnom impedancijom prema 2.5. slijedi

$$\left. \begin{aligned} Z_1^\circ &= \frac{Z_1}{Z_b} \\ Z_2^\circ &= \frac{Z_2}{Z_b} \\ &\vdots \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \text{-----} (2.11)$$

Time su sve veličine reducirane na bazične, pa se može pristupiti analizi mreže jediničnom metodom. [Na sl. 2.1. (b) nacrtan je graf mreže s kosturom i spojnica na taj način, da se napon izvora i

impedancije voda nalaze u granama kostura, a svi potrošači u spojnica-
cama. Kad bi ove spojnice bile izražene impedancijama, rješenje bi
tražili postavkom triju jednadžbi. Na pomenutom grafu su tri spojni-
ce i svaka tvori s granama kostura jednu zamku. Do stvarnih optereće-
nja potrošača došli bi prema tome rješenjem triju jednadžbi, gdje je
općenito broj jednadžbi jednak broju potrošača. Međutim, pri zadanim
uvjetima kako smo ih postavili ovaj nam posao otpada.

Na sl. 2.2. (b) prikazani su prerezi kojima se svaka grana kostu-
ra reže samo jednom, što nam je poznato iz definicije prereza u topo-
logiji. S poznatim strujama u granama potrošača ili u spojnicama, pre-
ostaju jedino nepoznate struje u granama kostura, koje se određuju
na jednostavan način tako, da kroz svaki prerez postavimo da je suma
struja jednaka nuli. Vidi: (T o p o l o g i j a)]

B. N a p o n s k a j e d n a d ž b a. Prema sl. 2.1. (b) postav-
ljamo tri naponske jednadžbe za tri zamke

$$\left. \begin{array}{l} 1. \text{ zanka } U_1^{\circ} = 1 - (I_1^{\circ} + I_2^{\circ} + I_3^{\circ}) Z_1^{\circ} \\ 2. \text{ zanka } U_2^{\circ} = U_1^{\circ} - (I_2^{\circ} + I_3^{\circ})(Z_1^{\circ} - Z_2^{\circ}) \\ 3. \text{ zanka } U_3^{\circ} = U_2^{\circ} - I_3^{\circ}(Z_2^{\circ} - Z_3^{\circ}) \end{array} \right\} \text{-----} (2.12.)$$

Iz ovih jednadžbi nađemo napone u čvorištima potrošača, jer su nam
sve ostale veličine u jednadžbama poznate. Referentni napon izvora
energije jednak je jedinici i položen je u realnu os kompleksne rav-
nine.

Zanima nas ukupni pad napona na višestruko opterećenomvodu od
izvora do kraja voda ili napon u čvorištu zadnjeg potrošača U_3° .
Ovaj napon dobivamo zbrojem triju jednadžbi (2.12.). Lako provjerimo
da je

$$U_3^{\circ} = 1 - (I_1^{\circ} Z_1^{\circ} + I_2^{\circ} Z_2^{\circ} + I_3^{\circ} Z_3^{\circ}) \text{-----} (2.13)$$

gdje je izraz u zagradi suma pada napona u vodu od izvora do zadnjeg potrošača. Ako je na vodu impedancije Z_n^o priključeno „n“ potrošača, postavljamo općenitu naponsku jednadžbu

$$U_n^o = 1 - \sum_{n=1}^n I_n^o Z_n^o \quad \text{-----} (2.14.)$$

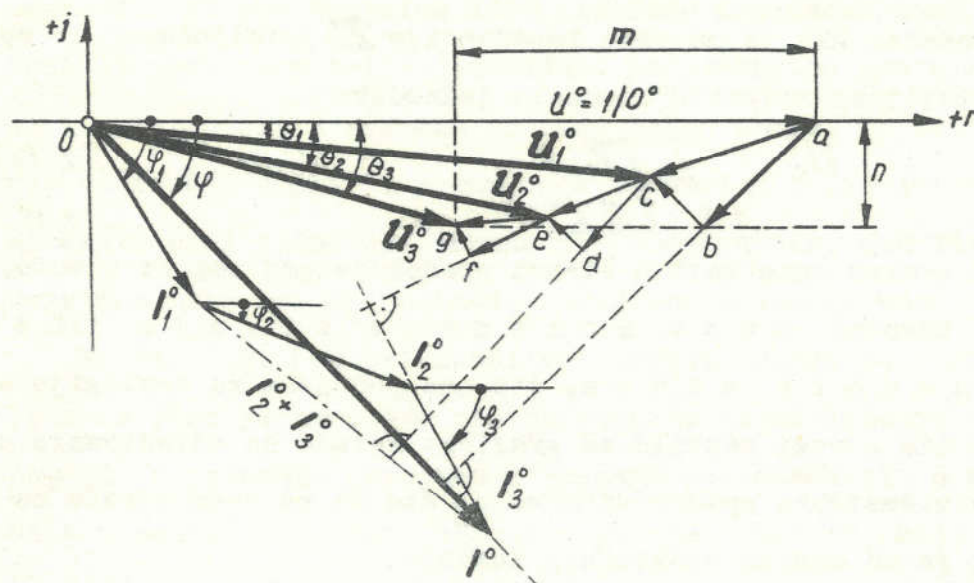
$$= 1 - \sum_{n=1}^n S_n^o Z_n^o \quad \text{-----} (2.15.)$$

Izraz pod znakom sume koji u stvari predočuje pad napona u vodu, naziva se također **s u m a m o m e n a t a s t r u j e** ili **s u m a m o m e n a t a s n a g e**, što nas podsjeća na analogiju u mehanici. S tim u vezi razvila se grafička metoda za određivanje pada napona na višestruko opterećenom vodu, što se na ovom mjestu ne izvodi, jer je od manjeg praktičnog značaja.

C. F a z o r s k i d i j a g r a m n a p o n a. Jednadžbe (2.12.) prenesemo u kompleksnu ravninu na sl. 2.3. i dobivamo fazorski dijagram napona za višestruko opterećení vod. U os referencije položen je jedinični napon na početku voda $U^o = 1 \angle 0^\circ$. Potom crtamo zadane struje ili snage potrošača $I_1^o = S_1^o$, $I_2^o = S_2^o$, $I_3^o = S_3^o$ s jediničnim veličinama i odgovarajućim argumentima φ_1 , φ_2 , φ_3 , kako su na dijagramu naznačeni prema referentnom naponu. Njihova je geometrijska suma jednaka $I^o = S^o$ s argumentom φ . Time su ucrtane u dijagram sve zadane veličine.

Prema jednadžbi (2.12.) za prvu zanku crtamo trokut pada napona abc za prvu dionicu voda od izvora do čvorišta prvog potrošača s naponom U_1^o . Induktivna komponenta pada napona ab je okomita i djelatna komponenta bc paralelna struji I_1^o . Na taj način dobivamo traženi napon U_1^o potrošača u prvom čvorištu. Stvarna snaga potrošača u tom čvorištu jednaka je $U_1^o I_1^o \cos \varphi_1$. Iz dijagrama je vidljivo da se pretpostavlja induktivno opterećenje.

Prema jednadžbi (2.12.) za drugu zanku crtamo trokut pada napona cde za drugu dionicu voda od prvog do drugog potrošača u čvori-



Sl. 2.3. Fazorski dijagram napona višestruko opterećenog voda.

štu napona U_2^0 . Induktivna komponenta pada napona cd je okomita i djelatna komponenta de paralelna geometrijskoj sumi struja $I_2^0 + I_3^0$. Time dobivamo traženi napon U_1^0 potrošača u drugom čvorištu. Stvarna je snaga potrošača u tom čvorištu $U_1^0 I_2^0 \cos(\varphi_2 - \theta_2)$, gdje je θ uvijek označen argument odgovarajućih napona prema referentnom naponu, što je vidljivo iz dijagrama.

Konačno prema jednačbi (2.12.) za treću zamku crtamo trokut pada napona efg za treću dionicu voda od drugog do trećeg potrošača s naponom U_3^0 . Induktivna komponenta pada napona ef je okomita i djelatna komponenta u smjeru struje I_3^0 i dolazimo do napona na kraju voda U_2^0 . Snaga potrošača na kraju voda je $U_2^0 I_3^0 \cos(\varphi_3 - \theta_3)$. Ovaj se postupak nastavlja korak po korak za povoljni broj potrošača na vodu.

Na dijagramu je naznačeno ukupna uzdužna i poprečna komponenta pada napona $m - jn$. Prividnu komponentu pada napona predodžuje linija ag , koja na slici nije naznačena. Ovaj je pad napona identičan padu napona što ga dobivamo iz formule [2.14.] i

[2.15.] , tako da je

$$m-jn = \sum_{n=1}^n I_n^{\circ} Z_n^{\circ} = \sum_{n=1}^n S_n^{\circ} Z_n^{\circ} \quad \text{-----} [2.16]$$

3. METODA PREBACIVANJA TERETA NA KRAJEVE VODA

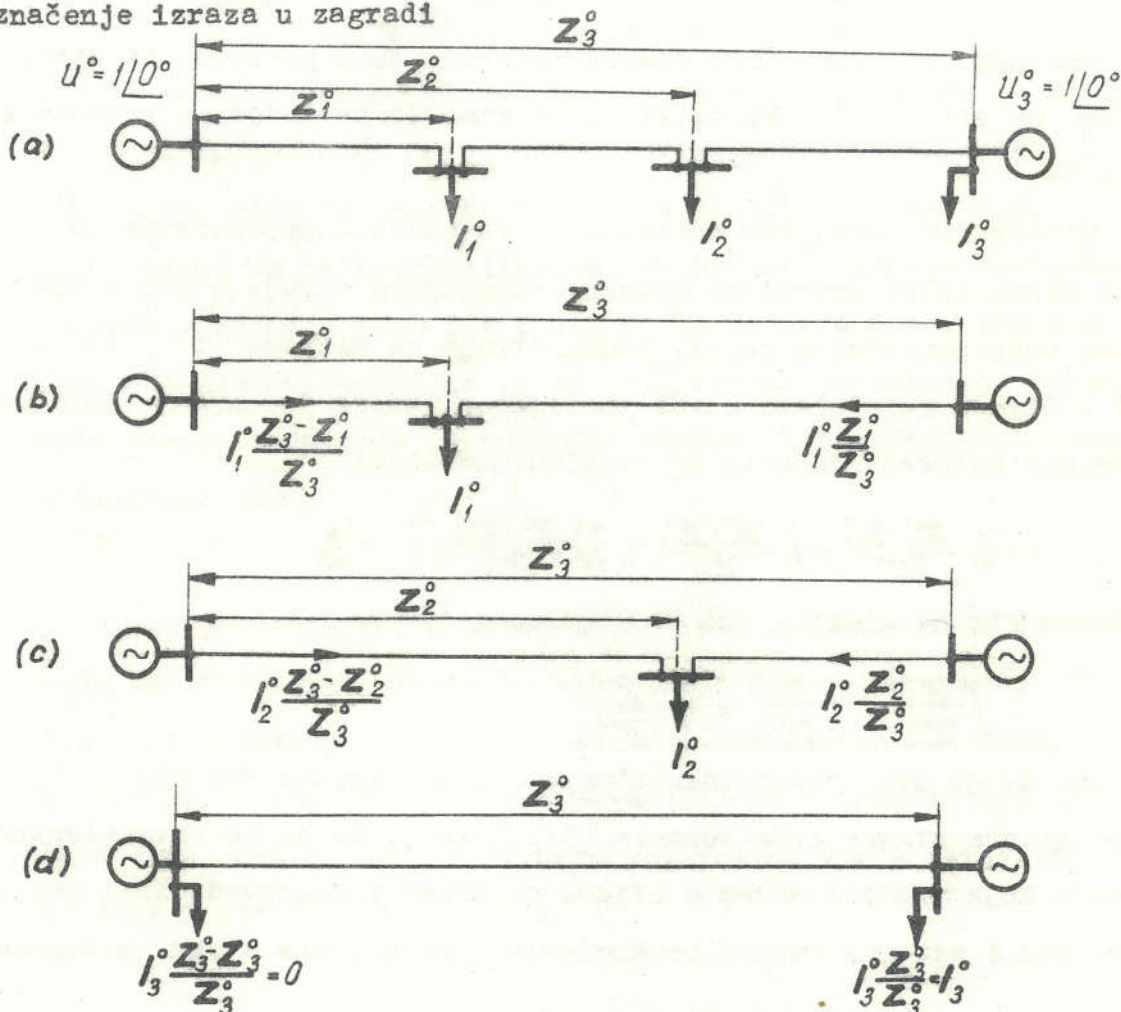
Višestruko opterećeni vod možemo nadomjestiti jednostavnim vodom opterećenim ekvivalentnim teretima na obim njegovim krajevima. Da to pokažemo, polazimo iz jednadžbe (2.13.)

$$U_3^{\circ} = 1 - (I_1^{\circ} Z_1^{\circ} + I_2^{\circ} Z_2^{\circ} + I_3^{\circ} Z_3^{\circ})$$

Provedimo malu transformaciju kojom sve članove u zagradi množimo i dijelimo ukupnom impedancijom voda Z_3° , pa dobivamo

$$U_3^{\circ} = 1 - \left(I_1^{\circ} \frac{Z_1^{\circ}}{Z_3^{\circ}} + I_2^{\circ} \frac{Z_2^{\circ}}{Z_3^{\circ}} + I_3^{\circ} \frac{Z_3^{\circ}}{Z_3^{\circ}} \right) Z_3^{\circ} \quad \text{-----} (3.1.)$$

Izraz u zagradi (3.1.) predočuje struju ili snagu dakako u jediničnom obliku. Pojedinačno je svaka struja pomnožena izvjesnim odnosom impedancija višestruko opterećenog voda. Razmotrimo поближе značenje izraza u zagradi



Sl. 3.1. Redukcija višestruko opterećenog voda

Pretpostavimo da je višestruko opterećení vod na sl. 2.1. napajan iz dva izvora energije jednakih napona po veličini i fazi. To je posebno prikazano na sl. 3.1.(a). Pod ovim okolnostima nema struje izjednačenja između stvarnog i fiktivnog izvora.

Da bismo odredili raspodjelu struje u mreži primijenimo *t e o r e m s u p e r p o z i c i j e*. Prema ovom teoremu dopušteno nam je da iz mreže uklonimo sve potrošače osim prvog kao na slici (b). Raspodjela ove struje na oba izvora je u odnosu impedancija, kako je na slici naznačeno. Budući da su naponi izvora jednaki, možemo zamisliti da su im rastavljene sabirnice spojene u zajedničke sabirnice s jednim izvorom iz kojeg potrošač I_1^0 dobavlja energiju preko dva paralelna voda s impedancijama $Z_{11}^0 (Z_1^0 - Z_1^0)$. Raspodjela struje u ovim paralelnim granama je prema tome u odnosu ovih impedancija.

Analogno postupamo ako djeluje u mreži samo potrošač sa strujom I_2^0 kao na slici (c). Na slici (d) vidimo da se vodom ne prenosi energija.

Prikazanim postupkom dolazimo do raspodjele opterećenja na lijevi i desni izvor energije. Stvarna raspodjela struje u mreži dobiva se superponiranjem pojedinačnih struja na slikama (b), (c) i (d). Struja koja ulazi u vod iz lijevog izvora jednaka je sumi parcijalnih opterećenja kako su označena na slici.

$$I_1^0 \frac{Z_3^0 - Z_1^0}{Z_3^0} + I_2^0 \frac{Z_3^0 - Z_2^0}{Z_3^0} + I_3^0 \frac{Z_3^0 - Z_3^0}{Z_3^0} \quad \text{-----} (3.2)$$

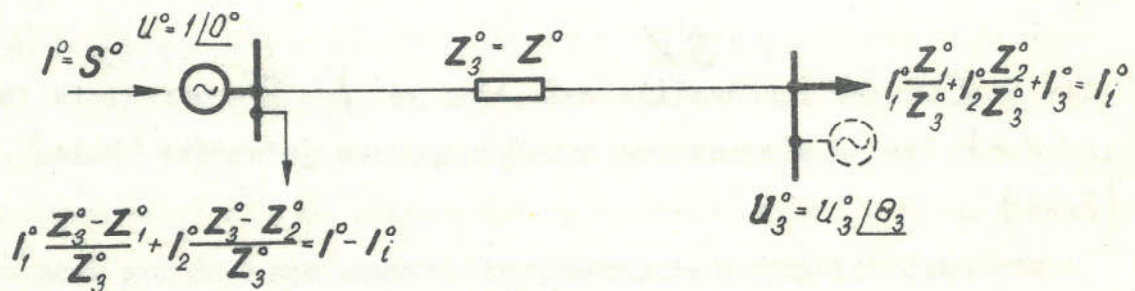
S desne strane ulazi u vod iz fiktivnog izvora

$$I_1^0 \frac{Z_1^0}{Z_3^0} + I_2^0 \frac{Z_2^0}{Z_3^0} + I_3^0 \frac{Z_3^0}{Z_3^0} \quad \text{-----} (3.3)$$

Vidimo da je ovaj izraz identičan izrazu u zagradi formule (3.1.) .

S druge nam strane ista formula (3.1.) kaže, da je to ekvivalentna struja koja protiče vodom s lijeva na desno i proizvede isti pad napona kao i stvarne struje opterećenja, ako s desne strane uklonimo

fiktivni izvor energije. Višestruko opterećeni vod nadomješta se jednostavnim vodom impedancije Z_3^0 i jednim opterećenjem na njegovom kraju, koje se odredi iz formule (3.3.) . Tako reducirani vod je prikazan na sl. 3.2. U n a p o n s k o m pogledu ovaj je vod e k v i v a l e n t a n stvarnom višestruko opterećenom vodu, jer su im naponi na početku i na kraju voda jednaki po veličini i fazi.



Sl. 3.2. Reducirani vod koji je u naponskom pogledu ekvivalentan višestruko opterećenom vodu

Na reducirani vod možemo i nadalje gledati kao da je napajan iz dvije strane, ako na desnu stranu priključimo izvor energije napona $U_3^0 = U_3 / \theta_3$ koji se dobiva iz formule (3.1.) ; na sl. 3.2. ovaj je izvor naznačen tačkastom linijom. Prebačene struje na desnu stranu voda predočuju sada s t r u j u i z j e d n a č e n j a između oba izvora. Označimo li da je Z^0 ukupna impedancija višestruko opterećenog voda, onda je općenito struja izjednačenja za n-struko opterećeni vod

$$I_n^0 = \sum_{i=1}^n I_i^0 \frac{Z_n^0}{Z_i^0} - S_i^0 \quad \text{-----} (3.4.)$$

Struja izjednačenja proizvede dakle isti pad napona na reduciranom vodu kao i stvarne struje na višestruko opterećenom vodu. Na sl. 3.2. je naznačena s lijeve strane voda komponenta struje koja se odvaja pri samom izvoru i ona ne sudjeluje u proizvodnji pada napona u vodu. Ova je struja jednaka razlici narinute struje na početku voda i struje izjednačenja

$$I^{\circ} - I_i^{\circ} = \sum_{n=1}^n I_n^{\circ} \frac{Z^{\circ} - Z_n^{\circ}}{Z^{\circ}} \quad \text{-----} (3.5.)$$

i dobro služi za kontrolu računa pri prebacivanju tereta na oba kraja višestruko opterećenog voda, kako se to provodilo na sl. 3.1.

Naponska jednačba reduciranog voda glasi sada

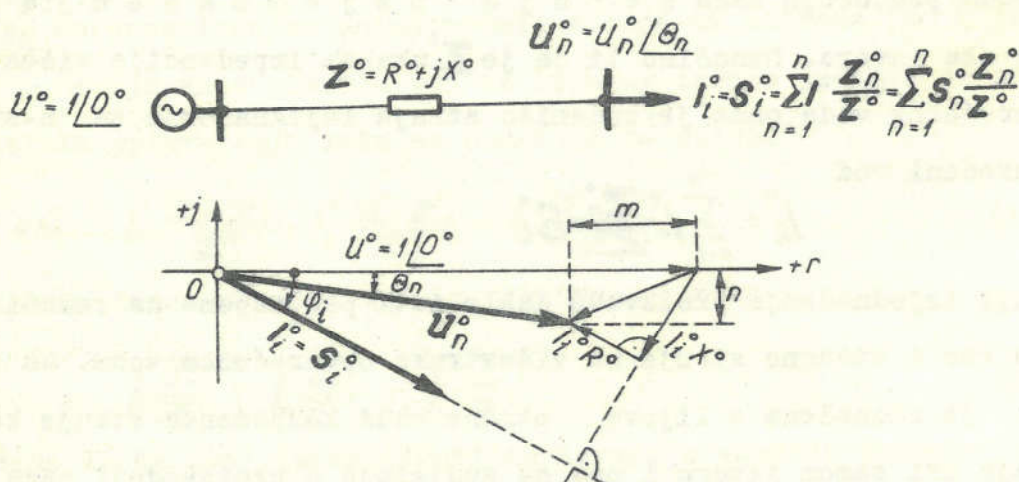
$$U_n^{\circ} = 1 - I_i^{\circ} Z^{\circ} \quad \text{-----} (3.6.)$$

$$= 1 - S_i^{\circ} Z^{\circ} \quad \text{-----} (3.7.)$$

gdje je Z° ukupna impedancija voda, dok se $I_i^{\circ} = S_i^{\circ}$ odredi iz formule (3.4.). To je alternativni oblik naponske jednačbe (2.14.) i (2.15.).

Fazorski dijagram reduciranog višestruko opterećenog voda crtamo na isti način kao i za jednostavni vod s jednim opterećenjem na jednom kraju. Razlika je u tome što se za opterećenje uzima struja izjednačenja iz (3.4.).

Na ovom nas dijagramu zanima samo ukupni pad napona od izvora do kraja voda, kako je prikazano na sl. 3.3. Iz njega ne možemo očitati napone u čvorištima pojedinačnih opterećenja kao na sl. 2.3.



Sl. 3.3. Fazorski dijagram napona za reducirani višestruko opterećeni vod

Uzdužna i poprečna komponenta pada napona očito slijedi iz dijagrama.

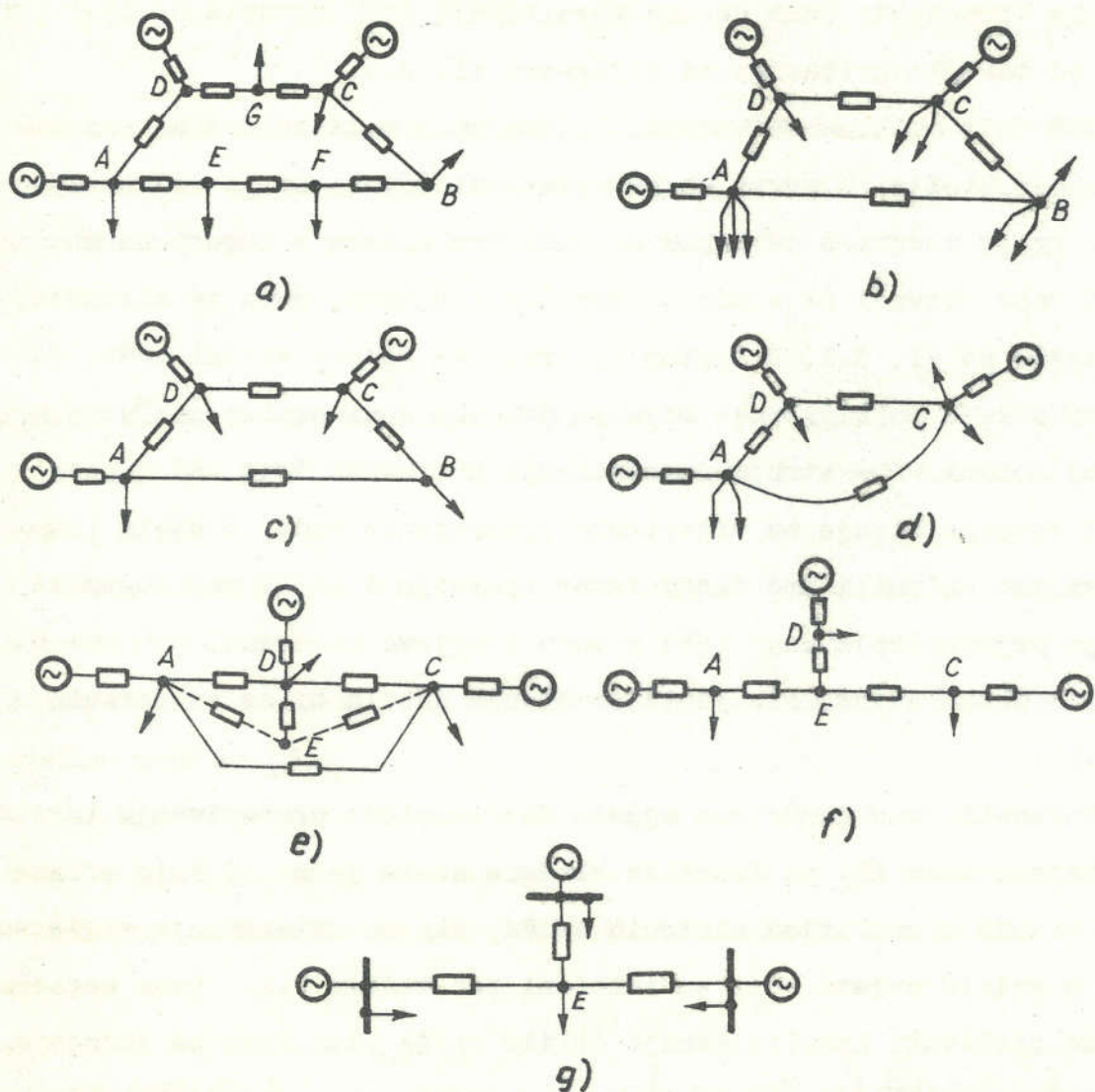
Jednake komponente pada napona rezultiraju iz formule (2.16.) , koje su također prikazane na dijagramu sl. 2.3.

Ova vrst analize višestruko opterećenog voda bazira na principu superpozicije. U prvom koraku pretpostavljamo da je vod napajan s oba kraja izvorima jednakih napona. Prebacivanje tereta na oba kraja voda provodi se u odnosu impedancija voda, kako je slikovito prikazano na sl. 3.1. Uklonimo li izvor na jednoj strani voda, dobivamo struju izjednačenja koja je jednaka sumi prebačenih struja na toj strani. Ova struja izjednačenja proizvede isti pad napona kao i stvarne struje na višestruko opterećenom vodu. U našim razmatranjima uklonili smo desni izvor energije i našli smo izraz za struju izjednačenja koja teče u vodu s lijeva na desno. Da smo uklonili desni izvor, struja izjednačenja dobila bi se iz formule (3.5.) .

Upoznati ćemo na drugom mjestu da je metoda prebacivanja tereta na krajeve voda ili na čvorišta složene mreže jedna od vrlo efikasnih metoda u analizama složenih mreža, ako su opterećenja mreže zadana u smislu uvjeta koji su izloženi pod tačkom 2.A. Ovom metodom možemo rješavati kompliciranije oblike mreža razmjerno na jednostavan način, obilazeći pri tom mukotrpno rješavanje jednadžbi s determinantama, što bi bilo neizbježno, kada bi se opterećenja zadala u obliku impedancija.

Napominjemo međutim da je reduciran vod ekvivalentan višestruko opterećenom vodu samo u naponskom pogledu, a ne i u pogledu gubitaka snage u vodu. O ovoj konstataciji će se razmatrati u posebnoj tački.

Na ovom mjestu ilustriramo samo ideju metode prebacivanja tereta u čvorišta jedne složene mreže na sl. 3.4. U mreži općenito mogu biti uključeni i transformatori.



Sl. 3.4. Redukcija mreže metodom prebacivanja tereta na čvorišta

Na slici (a) je mreža sa 8 čvorišta; jedno od njih uvijek je neutral, koji na slici nismo crtali. Na slici (b) tereti u čvorištu E, F, su prebačeni u čvorišta A, B, u obrnutom odnosu impedancija. Ako je npr. impedancija voda AB jednaka po jedinici dužine, umjesto impedancijama operiramo s duljinama voda, pa je proces prebacivanja znatno pojednostavljen. Isto je učinjeno s teretom u čvorištu G, koje je prebačeno u čvorište C i D. Na slici (c) su komponente u čvorištima skupljene u jedan teret. Istim

postupkom je teret B na slici (d) prebačen u čvorišta A i C . Trokut ACD na slici (d) pretvoren je u zvijezdu na slici (e) sa novim čvorištem E . Na slici (f) su opet prebačeni tereti u čvorištima A , C , D na čvorište E i sabirnice generatora. Krajnja redukcija je na slici (g) , gdje neposredno ovim postupkom dobivamo raspodjelu tereta na pojedine elektrane. Mreža imade sada samo 2 čvorišta, E i neutral. Povratnim putem slijedi raspored struja u pojedinim granama mreže.

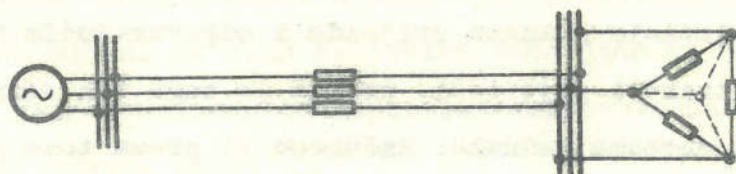
Prethodno biramo jedan čvrsti napon mreže, moguće na sabirnicama elektrane A . Na ovaj napon reducirane su sve impedancije mreže, kao i tereti potrošača, pa se račun može provesti jediničnom metodom.

4. TEOREM O GUBICIMA SNAGE

Iznosimo jedan teorem za određivanje gubitka snage u prijenosnoj mreži koji može imati korisnu upotrebu u nekim praktičnim zadacima. Kod ovog teorema strogo razlikujemo grane mreža u kojima se proizvodi, prenosi i troši električka energija. Teorem glasi:

Gubici snage u prijenosnoj mreži sastoje se iz gubitaka proizvedenih od struja izjednačenja i struja tereta.

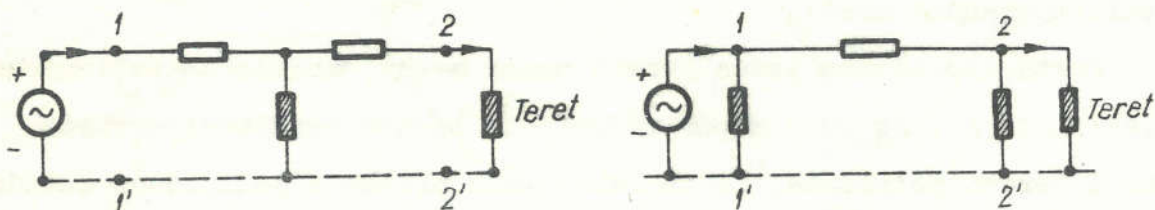
Ovaj teorem vrijedi, kada argument impedancije po jedinici dužine pojedinih grana prijenosne mreže imade istu vrijednost.



Sl. 4.1. Teret na trofaznom vodu u trokutu ili zvijezdi

Na sl. 4.1. je trofazni vod s teretom u trokutu na njegovom kraju. Na vodu se ne zbivaju nikakve promjene u pogledu pada napona ili gubitaka snage, ako teret u trokutu transfiguriramo u zvijezdu.

Transfiguracija mreže unutar stezaljki tereta nema efekt na prijenosnu mrežu. Drukčija je situacija za mrežu na sl. 4.2.



Sl. 4.2. Originalna i transfigurirana trofazna mreža

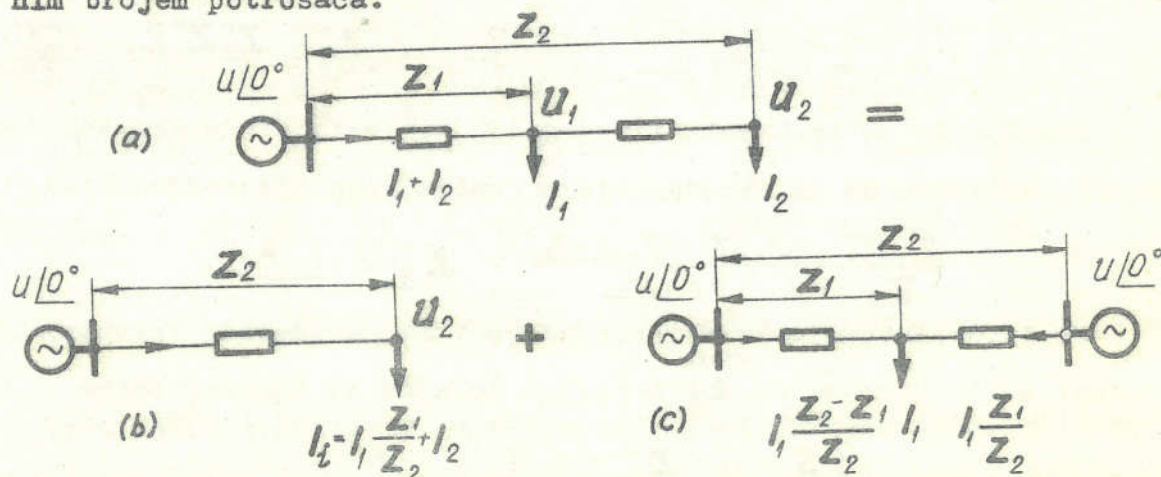
Na slici (a) je jednofazni prikaz trofazne mreže s dva potrošača kojima su impedancije označene šrafiranim pravokutnicima. Jedan je potrošač unutar stezaljki četveropola 1-1' i 2-2' i tvori s impedancijama voda spoj u zvijezdi ili T - spoj. Gubici snage u prijenosu proizlaze iz struja u vodu 1-2, kojemu su impedancije označene bijelim pravokutnicima. Transfiguracija zvijezde u trokut ili Pi - spoj rezultira ekvivalentna mreža na slici (b). Ovom transfiguracijom mreža nije pretrpjela nikakovu promjenu izvan stezaljki četveropola 1-1' i 2-2'. Struja i napon pri ulazu u 1 i izlazu iz 2 su jednaki u obim shemama.

Promjena je nastala u mreži unutar stezaljki četveropola time, što $\sqrt{2}Z^*$ u pojedinim granama zvijezde i odgovarajućim transfiguriranim granama trokuta nije isti, premda je suma tih snaga za sve 3 grane u obim shemama jednaka. Računamo li prema tome gubitke ili stepen korisnosti prijenosa u shemi (b), onda se on razlikuje od originalne sheme (a). U transfiguriranoj mreži na shemi (b) poremećena je diferencijacija prijenosnih i potrošačkih grana, pa se

iz ove sheme ne može odrediti stepen korisnosti.

Međutim, ako su opterećenja potrošača zadana strujama ili snagama umjesto impedancijama, u smislu kako smo to definirali pod tač. 2.A., onda se mreža sastoji samo iz prijenosnih grana. Transfiguracija npr. bilo kako složene mreže vrši se sada samo unutar prijenosnih grana, pa su gubici u transfiguriranoj i originalnoj mreži jednaki.

Mi ćemo naš teorem dokazati na jednostavnomvodu s dva opterećenja, iskazana strujama, kako je prikazano na sl. 4.3. (a). Prirodno je da se dokaz može provesti na mreži povoljnog oblika s povoljnim brojem potrošača.



Sl. 4.3. Izvod teorema za određivanje gubitka snage u reduciranoj mreži

Teoremom tvrdimo:

Gubici u shemi (a) = Gubici u shemi (b) + Gubici u shemi (c)

U shemi (b) naznačena je struja izjednačenja koja se dobiva poznatim postupkom. Gubici snage u shemi (c) proizlaze iz struja opterećenja, ako su naponi na obim krajevima voda jednaki po veličini i fazi. Kao i uvijek uzimamo da naponska komponenta dobiva zvijezdicu u kompleksnoj snazi, pa su

(a) Gubici snage u shemi (a) :

$$\begin{aligned}\Delta S &= (I_1 + I_2)(I_1^* + I_2^*)Z_1^* + I_2 I_2^*(Z_2^* - Z_1^*) \\ &= (I_1^2 + I_1^* I_2 + I_1 I_2^* + I_2^2)Z_1^* + I_2^2 Z_2^* \quad \dots (4.1.)\end{aligned}$$

(b) Gubici snage u shemi (b) :

$$\begin{aligned}I_2^2 Z_2^* &= \left(I_1 \frac{Z_1}{Z_2} + I_2\right) \cdot \left(I_1^* \frac{Z_1^*}{Z_2^*} + I_2^*\right) \cdot Z_2^* \\ &= I_2^2 \cdot \frac{Z_1^2}{Z_2^2} Z_2^* + I_1^* I_2 Z_1^* + I_1 I_2^* \frac{Z_1 Z_2^*}{Z_2} + I_2^2 Z_2^*\end{aligned}$$

(c) Gubici snage u shemi (c) :

$$\begin{aligned}\Delta S_c &= I_1 \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2} I_1^* \frac{Z_2^* - Z_1^*}{Z_2^*} Z_1^* + I_1 \frac{Z_1}{Z_2} I_1^* \frac{Z_1^*}{Z_2^*} (Z_2^* - Z_1^*) \\ &= I_1^2 Z_1^* - I_1^2 \frac{Z_1^2}{Z_2^2} Z_2^* + I_1^2 \left(\frac{Z_1^2 Z_1^*}{Z_2^2} + \frac{Z_1^2 Z_2^*}{Z_2^2} - \frac{Z_1^* Z_1^* Z_2}{Z_2^2} - \frac{Z_1^2 Z_1^*}{Z_2^2} \right) \dots (4.3.)\end{aligned}$$

Stavimo da su argumenti impedancija po jedinici dužine voda jednaki, dobivamo da je impedancija u trećem članu jednadžbe (4.2.)

$$\frac{Z_1 Z_2^*}{Z_2} = \frac{Z_1 / \gamma_K \cdot Z_2 / -\gamma_K}{Z_2 / \gamma_K} = Z_1^* = Z_1 / -\gamma_K$$

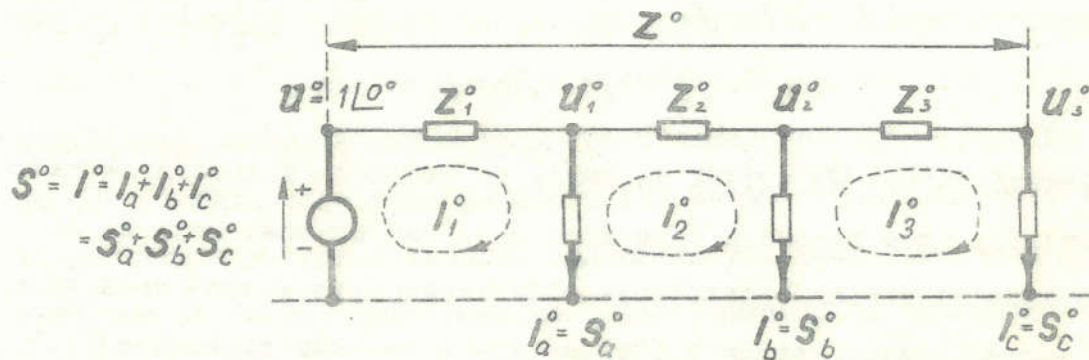
Uz istu pretpostavku slijedi da je izraz u zagradi formule (4.3.) jednak nuli. Zbrojem (4.2.) i (4.3.) dokazan je teorem, naime

$$\Delta S = I_2^2 \cdot Z_2^* + \Delta S_c \quad \dots [4.5.]$$

Korisma upotreba teorema veća je u zatvorenim mrežama, napajanim iz više izvora energije. Optimalni gubici u takvoj mreži su kod jednakih napona izvora po veličini i fazi. U protivnom se pojavljuju struje izjednačenja s dodatnim gubicima, neovisnim o teretu mreže. Time imademo jedan oslonac i mjeru odstupanja od pogona mreže s optimalnim gubicima. Na ovaj teorem ćemo se osvrnuti pri razradi složenih mreža, napajanih iz više izvora energije. Ako su argumenti impedancija pojedinih prijenosnih grana mreže nejednaki, potrebno je provesti korekturu, o kojoj će se također govoriti na drugom mjestu.

5. JEDNOLIKI RASPORED TERETA NA RL VODU

Specijalni je slučaj opterećenja kada na vodu imademo jednake terete na jednakim udaljenostima. Na sl. 5.1. je ista mreža kao na sl. 2.1. ali s drukčijim rasporedom grana kostura. Napon izvora i opterećenja nalaze se u granama kostura, a impedancije voda su spojnice. Za izvjesne probleme ugodniji je takav izbor kostura mreže. Za odabrani jednostavni oblik mreže međutim nije nužno da operiramo s pojmovima iz topologije.



Sl. 5.1. Alternativni oblik analize višestruko opterećenog voda

Referentni napon neka je napon izvora na početku voda, koji je ujedno i bazični napon. Bazična snaga je ukupno narinuta snaga na početku voda, a zadana opterećenja su pod istim uvjetima kao i u tač. 2. Ukupna impedancija voda je Z^0 .

Neposredno iz slike pišemo naponsku jednadžbu s jediničnim veličinama:

$$U_3^0 = 1 - (I_1^0 Z_1^0 + I_2^0 Z_2^0 + I_3^0 Z_3^0)$$

$$= 1 - \left(\frac{I_1^0 Z_1^0}{I^0 Z^0} + \frac{I_2^0 Z_2^0}{I^0 Z^0} + \frac{I_3^0 Z_3^0}{I^0 Z^0} \right) I^0 Z^0 \quad \dots (5.1.)$$

Izraz u zagradi je množen i dijeljen s $I^0 Z^0$ koji je jednak padu napona u vodu s ukupnim opterećenjem na njegovom kraju. Označimo da

je općenito za višestruko opterećeni vod s n-strukim opterećenjem

$$a_n = \sum_{n=1}^n \frac{I_n^o Z_n^o}{I^o Z^o} = \left(\frac{I_1^o Z_1^o}{I^o Z^o} + \frac{I_2^o Z_2^o}{I^o Z^o} + \dots + \frac{I_n^o Z_n^o}{I^o Z^o} \right) \dots [5.2.]$$

tako da je općenita naponska jednačba sada

$$U_n^o = 1 - a_n I^o Z^o$$

Kompleksni faktor a_n odredimo iz zadanih struja ili snaga $I_a^o, I_b^o, \dots$ i poznatih impedancija voda. Naime, vidimo iz slike

$$\left. \begin{aligned} I_1^o &= I^o \\ I_2^o &= I^o - I_a^o \\ I_3^o &= I_2^o - I_b^o = I^o - I_a^o - I_b^o \quad \text{it.d.} \end{aligned} \right\} (5.4.)$$

Kompleksni faktor a_n uvijek je manji od jedinice i informira nas o smanjenju pada napona u odnosu na onaj pad napona, koji bi se dobio kada bi ukupno opterećenje višestruko opterećenog voda bilo na njegovom kraju. Struje i impedancije u zagradi jednačbe [5.2.] nije nužno izraziti s jediničnim veličinama, jer se radi o njihovim odnosima.

Slično kao za naponsku jednačbu postavljamo jednačbu snage višestruko opterećenog voda na sl. 5.1. Neposredno iz slike vidimo

$$\begin{aligned} S_n^o &= S^o - \left[(I_1^o)^2 Z_1^{o*} + (I_3^o)^2 Z_3^{o*} + (I_2^o)^2 Z_2^{o*} \right] \\ &= 1 \underline{-Y} - \left(\frac{I_1^2 Z_1^*}{I^2 Z^*} + \frac{I_2^2 Z_2^*}{I^2 Z^*} + \frac{I_3^2 Z_3^*}{I^2 Z^*} \right) (I^o)^2 Z^{o*} \dots (5.5.) \end{aligned}$$

Ovjde je $S^o = 1 \underline{-Y}$ narinuta snaga na početku voda i jednaka je sumi zadanih opterećenja. Izraz u zagradi predstavlja gubitke snage u vodu, a S_n^o je ukupna snaga raspoloživa potrošačima. Veličine u okrugloj zagradi nisu izražene jediničnim veličinama. Označimo nadalje da je za n-struko opterećeni vod

$$b_n = \sum_{n=1}^n \frac{I_n^2 Z_n^*}{I^2 Z^*} = \left(\frac{I_1^2 Z_1^*}{I^2 Z^*} + \frac{I_2^2 Z_2^*}{I^2 Z^*} + \dots + \frac{I_n^2 Z_n^*}{I^2 Z^*} \right) \dots [5.6.]$$

pa je

$$S_n^o = 1 / \underline{-\gamma} - b_n (I^*)^2 Z^{o*} \quad \dots [5.7]$$

Kompleksni faktor b_n uvijek je manji od jedinice i informira nas o smanjenju gubitka snage na višestruko opterećenom vodu u odnosu na slučaj, kada bi ukupno opterećenje bilo na njegovom kraju. Ovaj faktor također utvrdimo iz (5.4.) i poznatih impedancija voda.

Promatrajmo slučaj kada je

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= Z_2 = Z_3 = \dots = Z_n = \frac{Z}{n} \\ I_a &= I_b = I_c = \dots = \frac{I}{n} \end{aligned} \right\} \quad \dots (5.8)$$

Drugim riječima to znači da je impedancija višestruko opterećenog voda po jedinici dužine jednaka modulu i argumentu, što je često na praktičnim vodovima ostvareno. Pored toga pretpostavljamo da je raspored jednakih tereta na jednakim razmacima. Spomenimo npr. kapacitivne struje na neopterećenom nadzemnom ili kabelskom vodu koje zamisljamo da su koncentrirane na istim razmacima i jednakih veličina.

Konstante za pad napona i gubitak snage odredimo iz relacija (5.8.) i (5.4.). Budući da je

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I \\ I_2 &= I - \frac{I}{n} = \frac{n-1}{n} I \\ I_3 &= I_2 - \frac{I}{n} = \frac{n-2}{n} I \\ &\vdots \end{aligned} \right\} \quad \dots (5.9)$$

dobivamo, ako uvrstimo ove izraze u 5.2.

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{n + (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + [n - (n-1)]}{n^2} \\ &= \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2} \quad \dots [5.10] \end{aligned}$$

Prema gornjim pretpostavkama dakako, konstanta a_n je realna veličina.

Slično nađemo konstantu b_n , ako uvrstimo (5.8.) i (5.9.) u [5.6.], gdje je

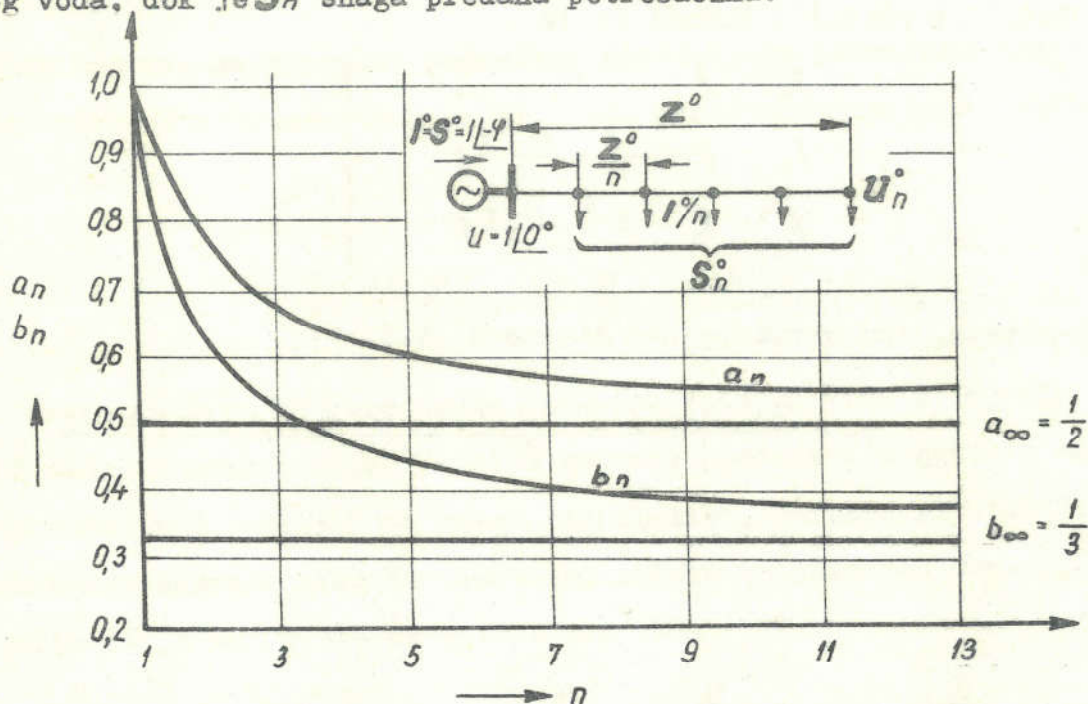
$$b_n = \frac{n^2 + (n-1)^2 + (n-2)^2 + \dots + [n-(n-1)]^2}{n^3}$$

$$= \frac{1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2}{n^3} \quad \dots [5.11.]$$

Jednadžbe napona i snage za jednoliki raspored tereta na n -struko opterećenom vodu jednake impedancije po jedinici dužine su prema tome

$$\left. \begin{aligned} U_n^0 &= 1 - \left(\frac{1+2+3+\dots+n}{n^2} \right) I^0 Z^0 \\ S_n^0 &= 1 \angle -\varphi - \left(\frac{1+2^2+3^2+\dots+n^2}{n^3} \right) (I^0)^2 Z^{0*} \end{aligned} \right\} \dots [5.12.]$$

Napon U_n^0 je napon na kraju voda kojemu je na početku narinut jedinični napon $1 \angle 0^\circ$. $I^0 = S^0 = 1 \angle -\varphi$ je ukupna narinuta struja ili snaga na početku voda. Z^0 je ukupna impedancija višestruko opterećenog voda, dok je S_n^0 snaga predana potrošačima.



Sl. 5.2. Utjecaj jednake raspodjele tereta na pad napona i gubitke snage u vodu

Vidimo da su u ovim jednadžbama bazične veličine zadani napon i snaga na početku voda.

Na sl. 5.2. je grafička ilustracija promjene pada napona i gubitka snage na vodu, kojemu se stanoviti teret razdjeli na „n“ jednakih dijelova u jednakim razmacima. Kao što ćemo naknadno vidjeti, krivulja a_n konvergira vrijednosti $1/2$ i b_n vrijednosti $1/3$ ako $n \rightarrow \infty$.

Krivulje a_n i b_n dobivene su iz formula [5.10.] i [5.11.] .

Na početku one naglo padaju i kod velikog „n“ sporo konvergiraju konačnim vrijednostima. Ako teret voda podijelimo u dva jednaka dijela u jednakim razmacima, pad napona se smanji na $3/4$ i gubici snage na $5/8$. Kad se teret podijeli u tri jednaka dijela u jednakim razmacima gubici snage padnu gotovo na polovicu što očitamo na dijagramu.

6. KONTINUIRANO OPTEREĆENJE VODA (RL)

Kontinuirano opterećeni vod ima jednoliki raspored tereta po jedinici dužine koji je obično izražen u VA/m ili A/m. U osnovi se vodovi za mjesne ili gradske nadzemne ili kabelske mreže niskog napona računaju kao da su opterećene kontinuirano, jedna aproksimacija, koja zadovoljava praksu. Na takove vodove priključen je redovno veći broj potrošača istog karaktera opterećenja na približno jednakim udaljenostima. Upoznati ćemo neke vodove visokog napona koje tretiramo kao da su kontinuirano opterećeni. To su npr. 10...kV pojni vodovi s većim brojem transformatorskih stanica koje napajaju mrežu niskog napona. Također područnu 10...kV mrežu za seosku elektrifikaciju s dovoljnom tačnošću računamo s kontinuiranim opterećenjem. Specijalni je slučaj neopterećeni vod pod naponom, zapravo kontinuirano opterećen kapacitivnom strujom, koji ćemo posebno razmatrati.

Faktor za pad napona a_n i gubitak snage b_n za kontinuirano opte-

rećeni vod nađemo iz [5.10.] i [5.11.], Ako stavimo da $n \rightarrow \infty$.
Poznajemo opći izraz za sumu od „n” prirodnih brojeva, odnosno njihovih kvadrata

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2} n(n+1) \quad \dots (6.1.)$$

$$1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) \quad \dots (6.2.)$$

Uvrstimo li ove izraze u [5.10.] i [5.11.], dobivamo

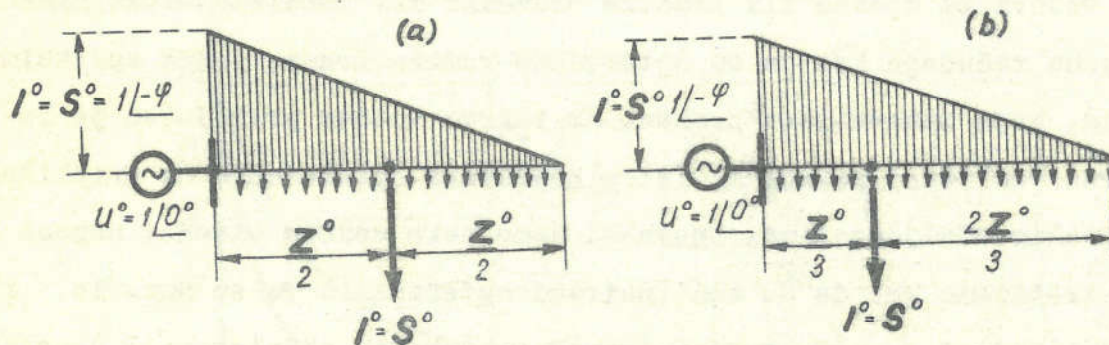
$$a_n = \frac{1}{2} \frac{n(n+1)}{n^2} \quad i \quad b_n = \frac{1}{6} \frac{n(n+1)(2n+1)}{n^3} \quad \dots (6.3.)$$

Za $n \rightarrow \infty$ slijedi $a_\infty = 1/2$ i $b_\infty = 1/3$. Jednadžba napona i snage za kontinuirano opterećeni vod je prema tome

$$U^\circ = 1 - \frac{1}{2} I^\circ Z^\circ \quad \dots [6.4.]$$

$$S^\circ = 1 - \frac{1}{3} (I^\circ)^2 Z^\circ \quad \dots [6.5.]$$

Kod kontinuirano opterećenog voda pad napona jednak je polovici pada napona proizvedenog od ukupnog tereta koncentriranog na kraju voda. Gubici snaga su pritom samo trećina gubitka, proizvedenih od ukupnog tereta, koncentriranog također na kraju voda.



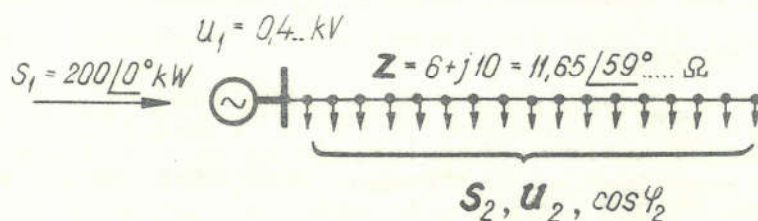
Sl. 6.1. Kontinuirano opterećeni vod

- a) Ukupni teret koncentriran u sredini voda
- b) Ukupni teret koncentriran na trećini voda

Na sl. 6.1. je slikoviti prikaz ekvivalentnih vodova u pogledu pada napona i gubitka snage. Šrafirani trokut predočuje raspored struje ili snage uzduž voda. Poprečno vodu odvaja se jednaki teret

po jedinici dužine. Na slici (a) naznačen je koncentrirani teret u sredini voda s istim padom napona kao i kod kontinuirano opterećenog voda. Isti je efekt s $I^{\circ}/2 = S^{\circ}/2$ na kraju voda. Na slici (b) je ukupni zadani teret koncentriran na trećini voda s istim gubicima kao i na kontinuirano opterećenom vodu. Isti je efekt s koncentriranim teretom na kraju voda $I^{\circ}/\sqrt{3} = S^{\circ}/\sqrt{3}$.

Ilustriramo jedan numerički primjer koji je instruktivan: Na početku trofaznog voda na sl. 6.2. narinuta je snaga $S_1 = 200 \angle 0^{\circ} \dots \text{kW}$ s jediničnim faktorom snage $\cos \varphi_1 = 1$. Kod napona $400 \dots \text{V}$, a koji se na vodu porazdjeli kontinuirano. Naznačena impedancija voda je jednaka jedinici dužine. Pita se, koji je prosječni napon, snaga i faktor snage potrošača?



Sl. 6.2. Numerički primjer kontinuirano opterećenog voda

Za bazu biramo zadani napon i snagu na početku voda.

$$U_b = U_1 = 0.4 \dots [\text{kV}]$$

$$S_b = S_1 = 200 \dots [\text{kVA}]$$

$$I_b = (200 \cdot 10^3) / (\sqrt{3} \cdot 400) \dots [\text{A}]$$

$$Z_b = 400 / (200 \cdot 10^3) = 0.80 \dots [\Omega]$$

tako da su jedinične veličine

$$U_1^{\circ} = 1$$

$$S_1^{\circ} = 1$$

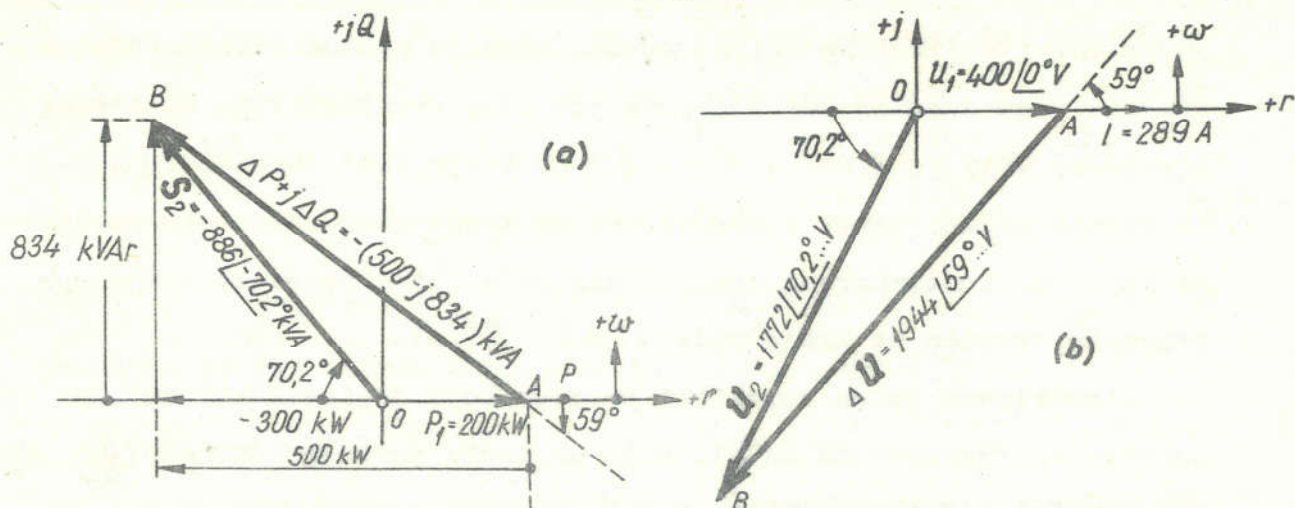
$$I^{\circ} = 1$$

$$Z^{\circ} = (6 + j10) / 0.8 = 7.5 + j12.5 = 14.55 \angle 59^{\circ}$$

jednadžba snage je prema 6.5.

$$S_2^{\circ} = 1 - \frac{1}{3} (7.5 - j12.5) = -1.5 + j4.17 = -4.43 \angle -70.2^{\circ}$$

$$\text{ili } -886 \angle -70.2^{\circ} [\text{kVA}]$$



Sl. 6.3. Dijagram snage i napona za mrežu na Sl. 6.2.

Prosječne snage potrošača imade negativni predznak, što znači, da potrošač radi kao generator, kako je prikazano na dijagramu a sl. 6.3. Gubici snage su

$p - jq = 1 - S_1^{\circ} = \frac{7.5 - j12.5}{3} = 2.5 - j4.17 = 4.86 \angle -59^{\circ}$ ili $(500 - j834) [kVA]$ koji su također naznačeni na dijagramu. Prosječni faktor snage potrošača kao generatora

$$\cos 70.2^{\circ} = 0.339 \dots (\text{induktivni})$$

S naponom U , u osi referencije nađemo prosječni napon potrošača iz jednadžbe

$$U_2^{\circ} = \frac{S_2^{\circ}}{I^{\circ}} = - \frac{4.43}{1 \angle 0^{\circ}} \angle -70.2^{\circ} = -4.43 \angle -70.2^{\circ}$$

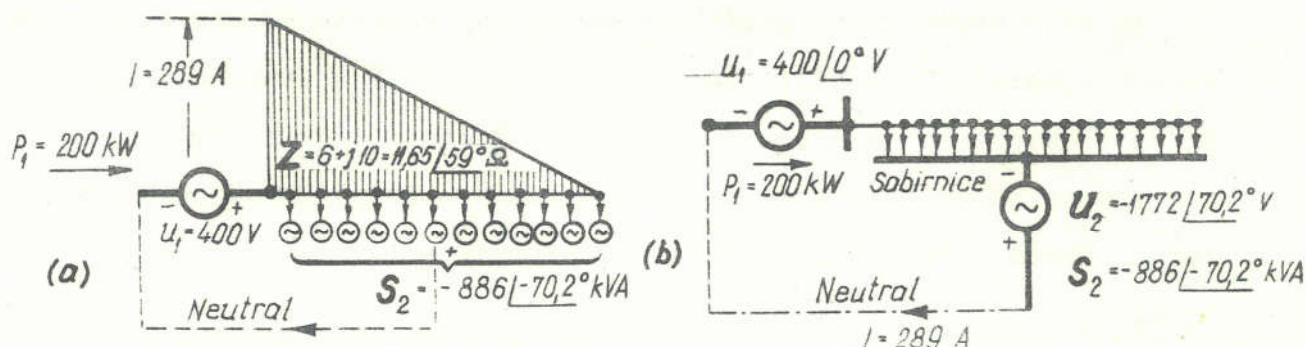
$$U_2^{\circ} = -4.43 \angle 70.2^{\circ} \text{ ili } -1772 \angle 70.2^{\circ} \dots [V]$$

koji je prikazan na slici (b). Razlika napona je prema tome

$$\Delta U^{\circ} = 1 - U_2^{\circ} = 1 + (1.5 + j4.17) = 2.5 + j4.17 = 4.86 \angle 59^{\circ} \text{ ili } 1944 \angle 59^{\circ} [V]$$

Trokuti OAB na slici (a) i (b) su slični. U jediničnim veličinama oni se pokrivaju u zajedničkom dijagramu snage i napona, ako su naponske komponente na slici (b) konjugirano kompleksne.

Na sl. 6.4. (a) ordinate trokuta predočuju u svakoj tački voda struju u smjeru osi vodiča. Poprečno se odvaja jednaka struja za



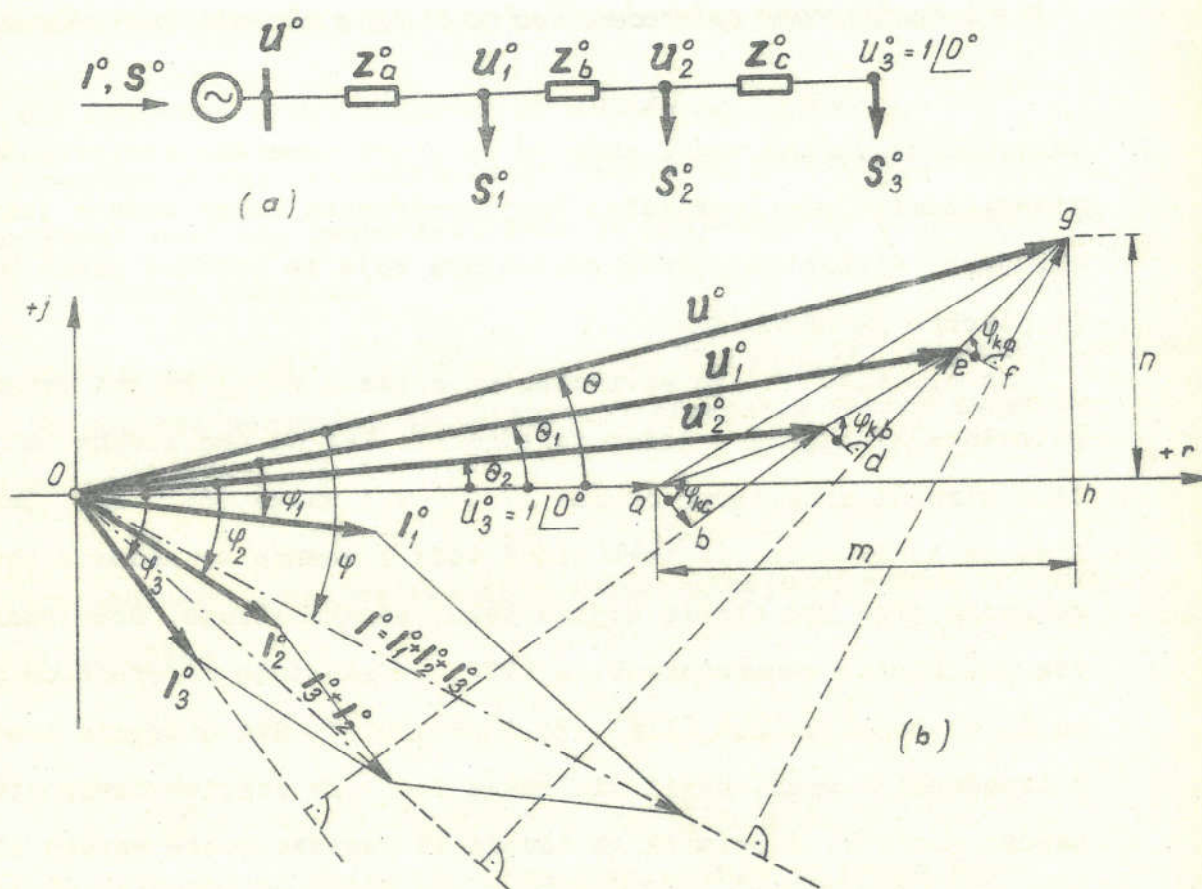
Sl. 6.4. Kontinuirano opterećeni vod na Sl.6.2. s ekvivalentnim shemama

za jedinicu dužine voda, kako je na slici označeno strijelicama. U stvari zamišljamo beskonačni broj generatora uzduž voda s jednakim strujama. Strujnica jednog generatora koja se zatvara preko neutrala posebno je naznačena.

Na sl. 6.4. (b) je ekvivalentna mreža u kojoj su svi generatori potrošača skupljeni u jedan zajednički. Kao da smo izvana uključili u strujni krug izvor napona 1772 V i snage 886 kVA . Sabirnice uključenog izvora teku uzduž voda i vezane su vodom s beskonačno mnogo žica bez otpora kojima teku jednake struje. Prosječni napon uključenog generatora $U_2 = 1772 \text{ V}$ zaostaje referentnom naponu $U_1 = 400 \text{ V}$ za kut $(180^\circ - 70.2^\circ) = 109.8^\circ$. Sva energija troši se u impedanciji voda. Manji dio snage 200 kW pokriva izvor niskog napona 400 V , a ostatak se dovodi iz vanjske mreže napona 1772 V . Iz ove mreže pokriva se također ukupna induktivna snaga, akumulirana u magnetskom polju kontinuirano opterećenog voda. Shemu (b) možemo također promatrati da je mreža napajana sa dva generatora u seriji kojima su naponi različiti po modulu i argumentu i kojima prolazi zajednička struja $I = 289 \text{ A}$.

METODA KORAKA

Za ovu metodu pretpostavljamo da su nam poznate impedancije višestruko opterećenog voda, napon na njegovom kraju i stvarne snage potrošača. Nepoznat je napon u čvorištima i napon, odnosno opterećenje izvora na početku voda. Do nepoznatih veličina dolazimo korak po korak. Shema i fazorski dijagram višestruko opterećenog voda vidljiv je iz sl. 7.1.



Sl. 7.1. Fazorski dijagram napona višestruko opterećenog voda, dobiven metodom koraka

Poznati napon $U_3^\circ = 1\angle 0^\circ$ položimo u realnu os kompleksne ravnine i odatle počinje crtnja dijagrama na slici (b), u koracima od čvorišta do čvorišta. Za bazične veličine uzimamo

$$\left. \begin{aligned} U_b &= U_3 \\ S_b &= S_1 + S_2 + S_3 \\ I_b &= \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} \\ Z_b &= \frac{U_b^2}{S_b} \end{aligned} \right\} \dots (7.1.)$$

odakle slijedi

Snage pojedinih potrošača S_1, S_2, S_3 poznate su po modulu i argumetu.

1. K o r a k . Odredimo struju I_3^o iz poznate snage S_3^o i napona $U_3 \angle 0^\circ$ na kraju voda

$$I_3^o = \frac{S_3^o}{U_3^o} = \frac{S}{1 \angle 0^\circ} \dots (7.2.)$$

odakle dobivamo u čvorištu drugog potrošača napon

$$U_2^o = U_3^o \angle \theta_2 = 1 + I_3^o Z_c^o = 1 + I_3^o Z_c^o \angle \varphi_{kc} - \varphi_3 \dots (7.2.)$$

Na dijagramu je nacrtana struja I_3^o pod kutom φ_3 prema naponu $U_3^o = 1 \angle 0^\circ$ i komponente trokuta pada napona abc, jedna paralelna i druga okomita na I_3^o . Ovime je definiran napon U_2^o pod kutom θ_2 prema osi referencije.

2. K o r a k . Iz zadane snage drugog potrošača S_2 odredimo njegovu struju iz nađenog U_2^o , pa je

$$I_2^o = \frac{S_2^o}{U_2^o} = \frac{S_2^o}{U_2^o} \angle \theta - \varphi_2 = I_2^o \angle \theta - \varphi_2 \dots (7.4.)$$

Ovdje je φ_2 kut između U_2^o i I_2^o , a ne između osi referencije i I_2^o . Napon prvog potrošača je

$$\begin{aligned} U_1^o &= U_2^o \angle \theta_1 = U_2^o + (I_3^o + I_2^o) \cdot Z_b^o \\ &= 1 + I_3^o Z_c^o \angle \varphi_{kc} - \varphi_3 + (I_3^o \angle -\varphi_3 + I_2^o \angle \theta_2 - \varphi_2) Z_b^o \angle \varphi_{kb} \dots (7.5.) \end{aligned}$$

Na dijagramu vidimo geometrijsku sumu struja $(I_3^o + I_2^o)$ i odgovarajući trokut pada napona cde s jednom stranicom u smjeru i drugom okomitom na ovoj struji.

Problem je u stvari sveden na kontinuirano opterećen vod, razmatran pod tač. 6. Razdioba kapacitivne struje uzduž voda je po trokut, kao na sl. 6.1. , pa vrijede formule [6.4.] i [6.5.] s tom razlikom, što je zadan napon na kraju, a ne na početku voda. Pretpostavlja se dakle jednoliko kapacitivno opterećenje po jedinici dužine voda.

Na fazorskom dijagramu sl. 8.2. (b) je $0a$ napon na kraju voda i I_c° prethodi za 90° ovom naponu. Pad napona u vodu od kapacitivne nabojne struje je ab u mjeru I_c° , konzumiran od djelatnog otpora i bc , okomit na I_c° , konzumiran od induktivnog otpora. Smjer strijelica ovih komponenata je u pozitivnom smjeru rotacije. Dobi-va se napon na početku voda $U_1^\circ = 0c$, koji je manji od napona na kraju voda. Ako se radi o dugim vodovima visokog napona, često se mora komponenta ab zanemariti, jer je djelatni otpor voda malen u odnosu na induktivni. Preostaje u tom slučaju samo komponenta pada napona bc u osi referencije.

Neka su konstante voda po jedinici njegove dužine

$$R_o \dots [\Omega/m]$$

$$L_o \dots [H/m]$$

$$C_o \dots [F/m]$$

Bazične veličine prema oznakama na sl. 8.2. neka su za trofazni vod dužine $l \dots [m]$

$$U_b = U_2 \dots [V]$$

$$Z_b = \frac{1}{\omega C_o l} = X_c \dots [\Omega]$$

iz čega slijedi

$$S_b = \frac{U_b^2}{Z_b} \omega C_o l U_2^2 = \frac{U_2^2}{X_c} \dots [VA]$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{\omega C_o l U_2}{\sqrt{3}} = \frac{U_2}{\sqrt{3} X_c} \dots [A]$$

Za bazične veličine odabran je prema tome poznati napon na kraju voda i ukupni kapacitivni otpor voda. Prema ekvivalentnoj shemi neopterećenog voda na sl. 8.2. (a) na svaki kraj koncentriramo dvostruki kapacitivni otpor X_c . Jedinične veličine u ovoj shemi su

$$Z^0 = \frac{Z}{Z_b} = (R_0 + j\omega L_0) \omega C_0 l^2 \quad \text{----- (8.1.)}$$

$$X_c^0 = \frac{-jX_c}{Z_b} = -j \quad \text{----- (8.2.)}$$

$$U_2^0 = \frac{U_2 l^0}{U_b} = 1 \quad \text{----- (8.3.)}$$

Neposredno iz ekvivalentne sheme slijedi

$$I_c^0 = \frac{U_2^0}{2X_c^0} = -\frac{1}{j2} = j\frac{1}{2} \quad \text{----- (8.4.)}$$

Napon na početku voda je

$$\begin{aligned} U_1^0 &= 1 + I_c^0 Z^0 = 1 + j\frac{1}{2} (R_0 + j\omega L_0) \omega C_0 l^2 \\ &= \left(1 - \frac{\omega^2 L_0 C_0 l^2}{2}\right) + j \frac{\omega R_0 C_0 l^2}{2} \quad \text{---- (8.5.)} \end{aligned}$$

Za nadzemne vodove znademo da se produkt $L \cdot C_0$ može izraziti brzinom svijetlosti, ako zanemarimo unutarnju induktivnost vodiča, što u slijedećem pretpostavljamo, pa je

$$L \cdot C_0 = \left(\frac{1}{v}\right)^2 = \left(\frac{1}{3 \cdot 10^{10}}\right)^2 \quad \text{----- (8.6.)}$$

Za $\omega = 314$, jednačba [8.5.] prelazi u oblik

$$U_1^0 = (1 - 0,548 \cdot 10^{-12} l^2) + j \frac{\omega R_0 C_0 l^2}{2} \quad \text{----- (8.7.)}$$

Ako je pored toga R_0 u odnosu na ωL_0 malen, što se može uzeti kod vodova vrlo visokih napona, onda se drugi član (8.7.) zanemari. S ovom pretpostavkom napon na početku voda zavisi samo o kvadratu njegove duljine. Za $l = 200$ -km dobivamo

$$U_1^0 = 1 - 0,548 \cdot 10^{-12} \cdot (2 \cdot 10^5)^2 = 1 - 0,022 = 0,978$$

Pad napona iznosi 2,2 % . Ako na kraju voda vlada napon 110 ...KV, pad napona je 2,42 ...kV, a na početku je napon 107,58 ...kV. Za dužinu voda 500 km pad napona poraste na 13,7 % i strmo raste s dužinom voda.

$$S_1 = j 0,478 \cdot 6640 + (29,3 - j 48,4) + j 0,5 \cdot 6640$$

$$= 29,3 + j 6490 = 6490 \angle 89,74^\circ \text{ [kVA]}$$

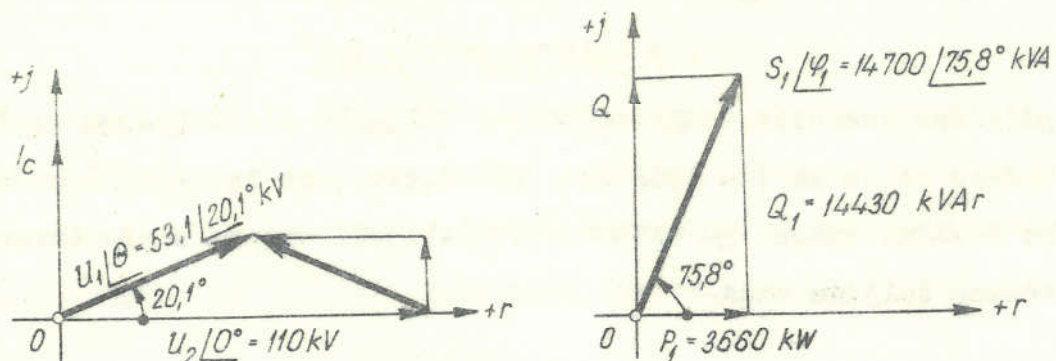
Za bazičnu snagu odabrana je kapacitivna snaga koja bi se dobila s koncentracijom ukupnog kapacitivnog otpora na kraju voda kod napona U_2 , kako bi se vidio odnos ove i stvarne snage izvora. U gornjem primjeru je taj odnos $\frac{S_1}{S_b} = \frac{6490 \angle 89,74^\circ}{6640} = 0,987 \angle 89,74^\circ$. Izgubljena snaga u vodu je induktivna, dok je izvor opterećen kapacitivnom snagom. Induktivnost voda u neznatnoj mjeri kompenzira njegovu kapacitivnost.

U TABLICI 8.1. vidimo pregledno vrijednosti dobivene gornjim postupkom za 110 kV neopterećeni vod duljine 200, 500 i 1000 km.

Tablica 8.1.

Podaci voda	240/40 AČ 6:1, $R_0 = 0,121 \Omega/\text{km}$, $\omega L_0 = 0,4 \Omega/\text{km}$, $1/\omega C_0 = 365 \cdot 10^3 \Omega/\text{km}$				
Duljina voda	Napon na kraju voda $U_2 \angle 0^\circ$		Gubitak snage u vodu $\Delta S = \Delta P - j \Delta Q$	Snaga izvora $S_1 = P + j Q$	Odnos $\frac{S_1}{S_b}$
km	kV		kVA		—
200	110	$107,58 \angle 0,38^\circ$	$56,6 \angle -58,8^\circ = 29,3 - j 48,4$	$6490 \angle 89,74^\circ = 29,3 + j 6490$	$0,978 \angle 89,74^\circ$
500		$95 \angle 2,76^\circ$	$885 \angle -58,8^\circ = 460 - j 756$	$13740 \angle 88,08^\circ = 460 + j 13740$	$0,829 \angle 88,08^\circ$
1000		$53,1 \angle 20,1^\circ$	$7070 \angle -58,8^\circ = 3660 - j 6050$	$14700 \angle 75,8^\circ = 3660 + j 14430$	$0,443 \angle 75,8^\circ$

Na Sl. 8.4. (a) i (b) prikazan je fazorski dijagram napona i snage za duljinu voda 1000..... km

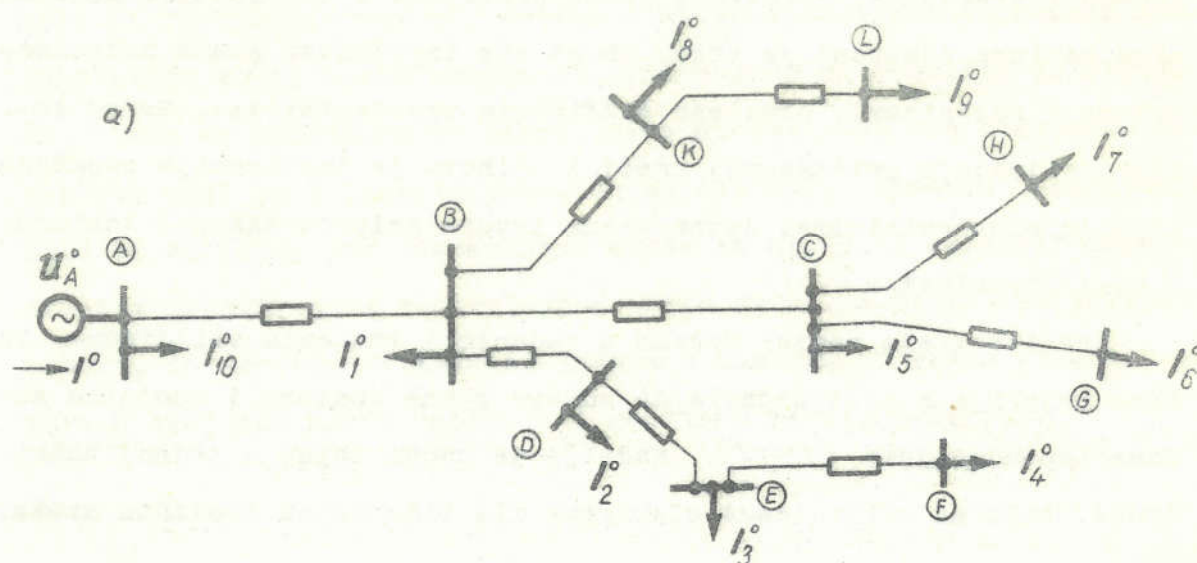


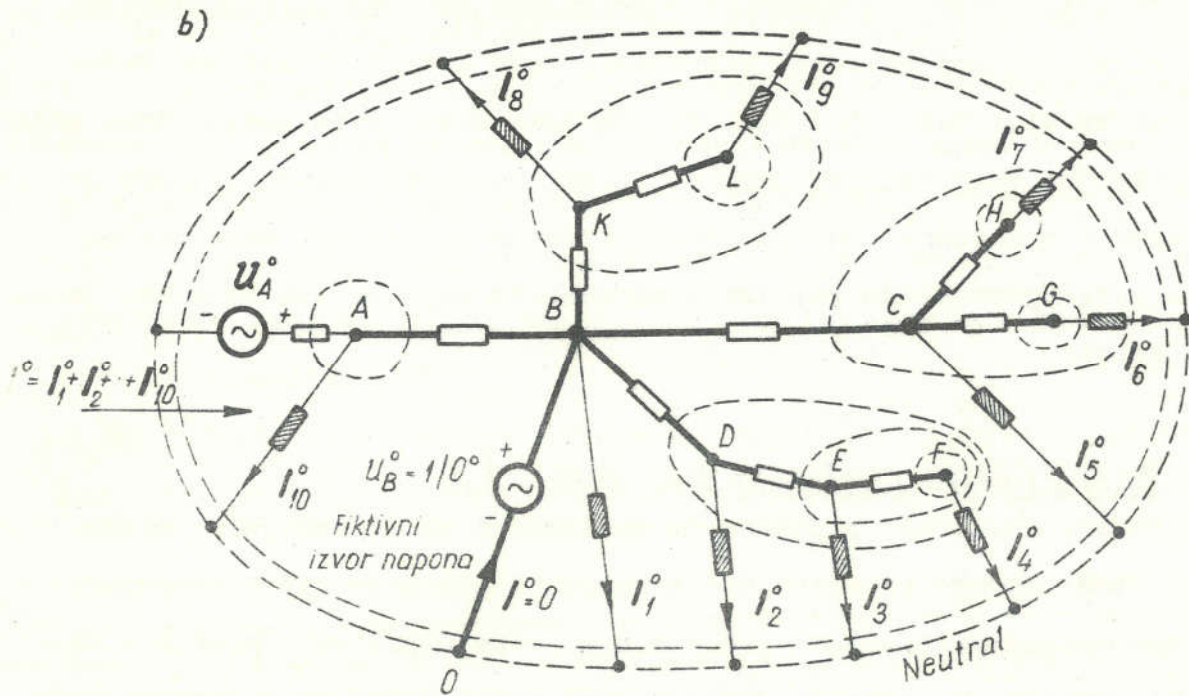
Sl. 8.4. Fazorski dijagram napona i snage neopterećenog 110.... kV voda dužine 1000..... km

Na sl. 8.3. je Steinmetzova aproksimativna shema voda kod koje je $2/3$ ukupnog kapacitivnog otpora koncentrirano u sredini i po $1/6$ na krajevima voda. Informacije o prilikama na tako pojednostavljenoj ekvivalentnoj shemi neopterećenog voda dobili bi metodom koraka kao na sl. 7.1. pod tač. 7. Ovu ćemo shemu primijeniti tamo gdje je poželjna veća tačnost računa. Tačni rezultati dakako slijede iz jednadžbe homogenog voda pod pretpostavkom da je vod neopterećen. Ne uspoređujemo ovdje razlike u netačnosti koje su tim veće što je vod dulji.

9. SLOŽENIJA RADIJALNA MREŽA

Na sl. 9.1. (a) prikazan je općenitiji oblik radijalne mreže koji imade široku primjenu u distribuciji energije nižim naponima. Iz izvora energije, preko *p o j n o g* voda ulazi se s mrežom u težište kontuma, u kojem se formira nova pojna tačka za radijalnu mrežu sastavljenu iz višestruko opterećenih vodova. Ovaj tip mreže upotrebljava se u zgradama, nadalje za mjesni ili gradsku distribuciju, za industrijske pogone, područnu elektrifikaciju itd. Strijelice na slici označuju pojedinačne konzumente ili transformatorske stanice distributivnih napona.





Slika 9.1. Složenija radijalna mreža

- a) Shema trofazne mreže
b) Graf ekvivalentne s kosturom, spojnica i prerezima

Na slici (b) je graf ekvivalentne mreže s granama kostura, spojnica i prerezima, formirani prema pravilima u topologiji. Konstrukcija kostura odabrana je tako, da se sve impedantne grane potrošača nalaze u spojnica, označene šrafiranim pravokutnicima. Grane kostura pripadaju prijenosnoj mreži i njihova je impedancija označena bijelim pravokutnicima. Jedna grana izvora pripada također kosturu. [Vidi: Topologija].

Analiza mreže zavisi dakako o zadanim i traženim veličinama. Pođimo najprije s pretpostavke da su sve grane kostura i spojnice zadane impedancijama $(R+jX)$. Nadalje je zadan napon u jednoj tački mreže, bilo na sabirnicama elektrane ili bilo kojem čvorištu mreže.

Na sl. 9.1. želimo npr. imati konstantan napon U_s u čvorištu B. Ako je u tom čvorištu transformacija, onda se željeni konstantni napon na sekundaru može održavati regulacionim transformatorima. Nije li to slučaj, onda se ovaj napon može dobiti regulacijom u elektrani napona U_s ili na koji drugi način, što u ovom momentu nije od bitnog značaja.

Čim smo definirali čvrstu naponsku tačku sistema u čvorištu B onda ovo čvorište možemo uvrstiti f i k t i v n i i z v o r n a p o n a, kako je prikazano na slici (b). Ovaj je napon sada polazna baza za daljnji račun mreže. Napon U_s je ujedno referentni i pogonski napon, pa se nakon proizvoljno odabrane bazične snage svi elementi mogu izraziti jediničnim veličinama. Nepoznate su struje u pojedinim granama mreže koje se traže.

Zamislimo najprije da je na sl. 9.1. (b) grana izvora u čvorištu A prikazana kosturom i grana fiktivnog izvora u čvorištu B spojnicom, naime obrnuto nego što je označeno na slici. Ovakva mreža imade 11 spojnica i postavili bi isto toliki broj jednačbi, jer znademo da je broj jednačbi jednak broju spojnica. budući da svaka spojnica s granama kostura tvori jednu zamku. Na granu fiktivnog izvora gledamo kao na spojnicu s poznatim naponom i beskonačnom impedancijom, jer kroz nju ne prolazi struja. Rješenjem 11 jednačbi dobili bi 11 kružnih struja, a time i stvarne struje u pojedinim granama mreže kojih imade ukupno 21, računajući od čvorišta do čvorišta, kako su naznačena na slici. Ovaj bi rezultat bio adekvatan rezultatu koji je slikovito predložen na sl. 9.2. Posebno dokazivanje bilo bi suvišno, jer rastavljena mreža na sl. 9.2. rezultira neposrednim promatranjem ekvivalentne mreže na sl. 9.1. (b) uz pretpostavku, da je grana fiktivnog izvora u kosturu, a grana stvarnog izvora u spojnici mreže, kako je i nacrtano na sl. 9.1. (b).

Mreža se cijepa u čvorištu, u kojem je uvršten fiktivni izvor napona, tj. u čvorištu, u kojem želimo imati konstantan napon. Broj sastavnih dijelova jednak je broju grana, koje se stječu u tom čvorištu, isključivši granu fiktivnog izvora. U našem slučaju broj grana u čvorištu B iznosi 5, pa se mreža cijepa u 5 sastavna dijela (a), (b), (c), (d) i (e), kao na sl. 9.2. Svaki sastavni dio računamo posebno, tražimo naime u pojedinim granama struje s poznatim naponom u grani BO , koji je zajednički svim dijelovima $U_B = 1 \angle 0^\circ$ i s poznatim impedancijama prijenosne mreže i potrošača. Iako se snalazimo s označenim čvorištima u cijepanim mrežama na sl. 9.2., koja korespondiraju oznakama čvorišta na originalnoj shemi sl. 9.2. (b). Prema tome postavljamo

za sliku (a)	-----	2	jednadžbe	za	2	zamke
" " (b)	-----	3	"	"	3	"
" " (c)	-----	3	"	"	3	"
" " (d)	-----	1	"	"	1	"
" " (e)	-----	2	"	"	2	"

Ukupno 11 jednadžbi za 11 zamki

Zamke na pojedinim slikama označene su tačkastim linijama. Rješenjem gornjih jednadžbi dobili bi struje u grani fiktivnog izvora napona OB redom kako su i naznačene na slikama (a) ÷ (e)

$$\begin{aligned}
 \text{za sliku (a.)} & \text{----- } I_{Bx}^0 \\
 \text{" (b.)} & \text{----- } I_{Bc}^0 \\
 \text{" (c.)} & \text{----- } I_{Bd}^0 \\
 \text{" (d.)} & \text{----- } I_{Bo}^0 \\
 \text{" (e.)} & \text{----- } I_{AB}^0 = I_{Bx}^0 + I_{Bc}^0 + I_{Bd}^0 + I_{Bo}^0
 \end{aligned}$$

Na slici (e) dobiva se u grani AB suma struja I_{AB}^0 koja rezultira iz struja u granama OB na slikama (a) ÷ (d). Preostaje još struja u generatorskoj grani OA na slici (e) koja je jednaka

$$I_{OA}^0 = I_{AB}^0 + I_{10}^0$$

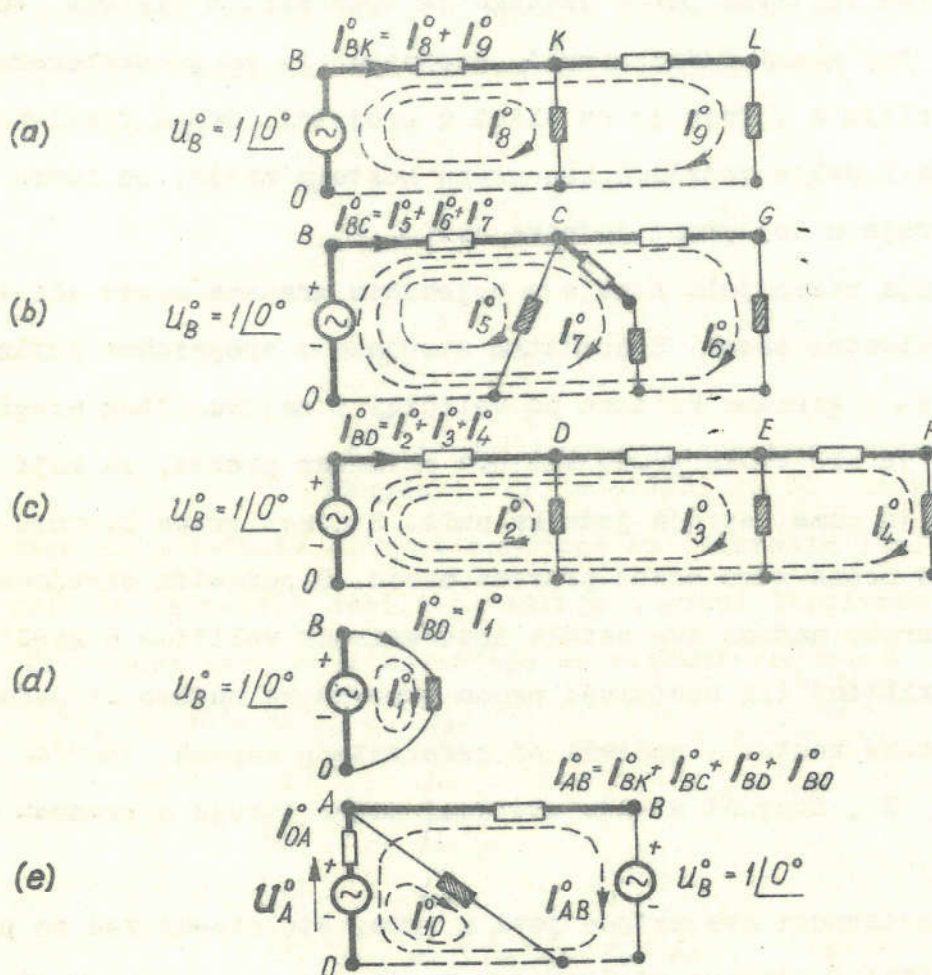
S poznatim strujama u svim granama mreže možemo odrediti napone u pojedinim čvorištima, stvarne snage potrošača, gubitke, potrebnu snagu izvora itd. Ovaj bi postupak primjenili kada bi opterećenja mreže bila zadana s impedancijama.

Daleko jednostavnije računske operacije dobivamo kada su opterećenja mreže zadana snagama ili strujama s obzirom na odabrani referentni napon sistema. Na sl. 9.1. (b) naznačene struje ili snage potrošača I_i^0 / I_{10}^0 u spojnicama mreže zadane su s referentnim naponom u čvorištu B, u koje je uvršten fiktivni izvor napona. Zamišljena struja kroz fiktivni izvor jednaka je sumi struja sistema. Budući da je ona u toj grani jednaka nuli, prenesemo ju na generatorsku granu OA u čvorištu A, koja je na slici u spojnici. Granu fiktivnog izvora napona i dalje zadržimo kao granu kostura mreže, no imamo na umu, da je struja u toj grani jednaka nuli.

Daljnja raspodjela struje u pojedinim granama mreže očigledna je iz ekvivalentne sheme. S poznatim strujama u spojnicama definirane su struje u granama kostura po veličini i smjeru. Zbog preglednosti, na slici je oko svake grane kostura prikazan prerez, za koji se postavi da je suma struja jednaka nuli. S deset grana kostura definirano je prema tome deset prereza mreže. S poznatim strujama u svim granama mreže nađemo sve ostale interesirane veličine u mreži. Napone u čvorištima ili unutarnji napon generatora nađemo iz pada napona u granama kostura, počevši od referentnog napona $U_B^0 = 1 \angle 0^\circ$ u čvorištu B, imajući u vidu utvrđeni smjer struje u granama kostura.

Jednostavnost ove metode jest u tome, što otpada rad za postavku jednadžbi i njihovo rješavanje. To je omogućeno samo u slučaju, kao što je bilo rečeno, ako su opterećenja mreže zadana snagama ili strujama s odabranim referentnim naponom u jednom čvorištu sistema.

Nije dakako nužno da se crta graf mreže s kosturom i spojnica kao na sl. 9.1. (b), jer je postupak evidentan iz jednostavne sheme mreže na sl. 9.1. (a). No kod složenijih mreža, poglavito zatvorenih, graf mreže s kosturom i spojnica omogućuje sistematsku obradu problema i otklanja zabune. Pored toga, ova metoda dopušta da u razmjerno veoma složene mreže mogu računati s olovkom u ruci još u razumnom vremenskom roku. Na jednom praktičnom primjeru upoznat ćemo pobliže ovu računsku metodu.



Sl. 9.2. Cijepanje mreže na sl. 9.1. u 5 sastavna dijela

10. PRIMJENA

Na nekim tipičnim zadacima koji se pojavljuju u praksi upoznati ćemo tehniku računa i problematiku koju istovremeno susrećemo pri rješavanju određenih zadataka. Slijedeće primjere uzimamo iz područja mreža radijalnog tipa, pa ćemo koristiti rezultate koje smo dobili iz općih razmatranja mreža ove vrste. Često se pojavljuje slučaj da na jednoj mreži zadanog oblika i dimenzija pod stanovitim uvjetima tražimo struje u pojedinim granama mreže, jer s poznatim strujama određujemo sve interesantne veličine: naponske prilike, padove napona, gubitke, snage, faktore snage itd. No može biti i obrnuti slučaj, da se traže električke dimenzije mreže pogodnog oblika uz zadane naponske prilike, gubitke i slično. Nadalje nas mogu zanimati promjene događaja u mreži ako se neki parametar mreže mijenja. Često se ova promjena daje predložiti pregledno s kružnim dijagramima. Općenito, problematika može biti veoma raznolika, što zavisi o zadanim veličinama, postavljenim zahtjevima i o veličinama koje se traže.

10.1. TROVODNI SISTEM ISTOSMJERNE STRUJE, VIŠESTRUKO OPTEREĆEN.

Općenite formule izvedene za višestruko opterećene vodove vrijede i za sisteme istosmjerne struje, ako stavimo da je $\omega = 0$. Uzmimo najjednostavniji primjer višestruko opterećenog trovodnog sistema istosmjerne struje za jedan manji industrijski pogon. Oda- brani primjer služi za ilustraciju postupka računa.

A. P o s t a v k a z a d a t k a. Na sl. 10.1.1. je shematski prikaz trovodnog istosmjernog sistema s 3 simetrična opterećenja, koja su naznačena na slici zajedno s udaljenostima. Vod je građen iz trožilnog kabela nazivnog napona 1...kV; presjek vanjskih i nulvo- diča je 50 mm^2 Cu s jediničnim djelatnim otporom $R_0 = 0,364 \text{ } \Omega/\text{km}$.

2. Gubici i stepen korisnosti. Gubitke u prijenosnoj mreži nademo s podacima na slici:

$$p = \Delta P^o = I^2 \cdot 0,0337 + 0,592^2 \cdot 0,0673 + 0,306^2 \cdot 0,0675 = \\ = 0,0337 + 0,0236 + 0,00632 = \underline{0,0636} \text{ ili } 6,24 \text{ [kW]}$$

Gubici snage iznose prema tome 6,36%, pa je stepen korisnosti $1 - 0,0636 = 0,9364$. Na višestruko opterećenomvodu procentualni gubici snage uvijek su manji od procentualnog pada napona. U našem slučaju ova razlika iznosi nešto preko 3%. Kod sistema istosmjerne struje s jednim opterećenjem na kraju voda uvijek je $p = u$.

3. Stvarna opterećenja potrošača. S poznatim naponima u čvorištu potrošača i strujama, dobivamo stvarnu njihovu snagu

$$U_1 I_1^c = 0,966 \cdot 0,408 = 0,394$$

$$U_2 I_2^c = 0,926 \cdot 0,286 = 0,265$$

$$U_3 I_3^c = 0,9058 \cdot 0,306 = 0,277 \\ \underline{0,936}$$

Razlika $(1 - 0,936) = 0,064 \approx 0,0636$ odgovara gubicima u mreži, što nam služi za kontrolu ispravnosti računa.

4. Kontrola na ugrijavaње kabela. Maksimalna struja je na početku kabela i iznosi

$$I = I^o I_b = 1 \cdot 213 = \underline{213} \text{ [A]}$$

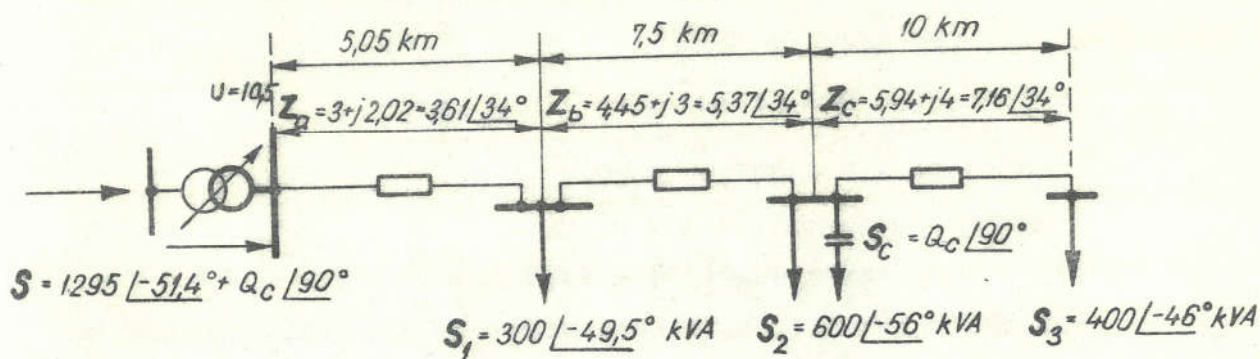
U tablici nademo da je za trožilni kabel 3x50 mm² Cu do napona 1...kV maksimalna trajna struja koja se dopušta s obzirom na ugrijavanje 200 ... A. U našem je slučaju ova struja veća za 13 ... A što se može tolerirati, ako maksimalno opterećenje nije trajno, već povremeno. U koliko to nije slučaj, odabiremo slijedeći viši standardni presjek 70 mm² Cu, kod kojeg će biti bolje naponske prilike i manji gubici.

10.2. KOMPENZACIJA JALOVE SNAGE NA TROFAZNOM VIŠESTRUKO OPTEREĆE- NOM VODU

Ilustriramo jedan primjer kompenzacije jalove energije na višestruko opterećenom vodu i njen utjecaj na prijenosne prilike u pogledu pada napona i gubitaka. Kompenzaciju provodimo statičkim kondenzatorima. U nekim problemima korisno je ako na kondenzator gledamo kao na izvor induktivne jalove energije koju on dobavlja potrošačima i prijenosnoj mreži. U drugim opet prilikama korisno je da na kondenzator gledamo kao na potrošača kapacitivne energije, kao što će to biti slučaj u našem primjeru. U oba slučaja misli se na p o r e d n u kompenzaciju, jer se kondenzator priključuje na mrežu paralelno izvoru kao i potrošači.

Induktivnu i kapacitivnu snagu razlikujemo samo u predznaku. Kao i dosad, konzekventno uzimamo induktivnu snagu s negativnim i kapacitivnu snagu s pozitivnim predznakom.

A. P o s t a v k a z a d a t k a. Na sl. 10.2.1. je shema trofaznog voda nazivnog napona 10 --- kV s opterećenjima, kako su naznačena na slici. Opterećenja se odnose na početak voda s referentnim i pogonskim naponom 10,5 --- kV, koji se održava konstantnim s pomoću regulacionih transformatora pod teretom. Presjek vodiča je 50/8 iz alučela 6 : 1 s jediničnom impedancijom $(0,594 + j0,4) \Omega/km$. Duljine i odgovarajuće impedancije voda naznačene su na slici.



Sl. 10.2.1. Kompenzacija jalove snage na trofaznom vodu

Kondenzatorska baterija je priključena paralelno potrošaču S_2 , te imamo pred očima da su u tom čvorištu priključena dva potrošača.

Ukupna narinuta snaga sistema je

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \dots = 194,5 - j 228$$

$$335,0 - j 497$$

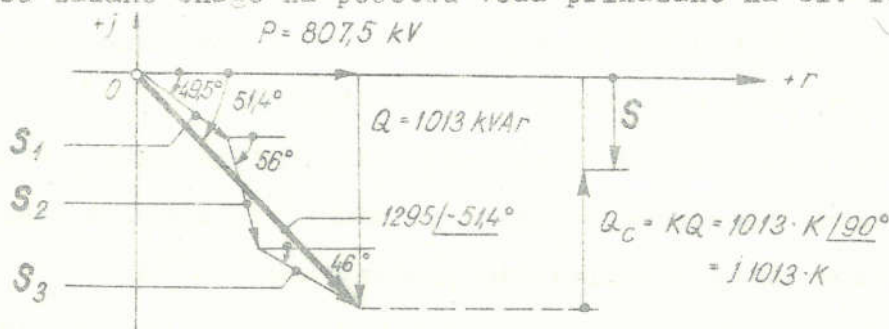
$$278,0 - j 288$$

$$0,0 + j Q_c$$

$$(P - j Q) + j Q_c = 807,5 - j 1013 + j Q_c =$$

$$= 1295 / -51,4^\circ + Q_c / 90^\circ \dots \text{kVA}$$

Pregledno su zadane snage na početku voda prikazane na sl. 10.2.2.



Sl. 10.2.2. Fazorski dijagram snage zadane na početku voda

Sa „K” smo označili stepen kompenzacije sistema, te ako je $K = 0$, kompenzacije nema; za $K = 1$, kompenzacija je potpuna.

B. Priprema mreže za analizu.

1. Bazične veličine. Za bazični napon biramo zadani napon na početku voda 10,5 --- kV i bazičnu snagu, koja je jednaka sumi dje-
latnih snaga potrošača, pa je

$$U_b = U = 10,5 \dots [\text{kV}]$$

$$S_b = P = 807,5 \dots [\text{kVA}]$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{807,5}{\sqrt{3} 10,5} = 44,5 \dots [\text{A}]$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = 136,5 \dots [\Omega]$$

2. 2. Jedinična opterećenja.

$$I_1^{\circ} = S_1^{\circ} = \frac{S_1}{S_b} = \frac{300}{807,5} \angle -49,5^{\circ} = 0,373 \angle -49,5^{\circ} = 0,241 - j 0,283$$

$$I_2^{\circ} = S_2^{\circ} = \frac{600}{807,5} \angle -56^{\circ} = 0,745 \angle -56^{\circ} = 0,415 - j 0,616$$

$$I_3^{\circ} = S_3^{\circ} = \frac{400}{807,5} \angle -46^{\circ} = 0,496 \angle -46^{\circ} = 0,344 - j 0,356$$

$$I_c^{\circ} = S_c^{\circ} = \frac{1013 \text{ K}}{807,5} \angle 90^{\circ} = 1,255 \text{ K} \angle 90^{\circ} = 0,0 + j 1,255 \text{ K}$$

$$I^{\circ} = S^{\circ} = I_r^{\circ} - j(I_x^{\circ} - I_c^{\circ}) = P^{\circ} - j(Q^{\circ} - Q_c^{\circ}) = 1,000 - j(1,255 - 1,255 \text{ K}) \\ = 1 - j(1 - \text{K}) 1,255$$

3. Jedinične impedancije.

$$Z_a^{\circ} = \frac{Z}{Z_b} = \frac{3,61}{135,5} \angle 34^{\circ} = 0,0265 \angle 34^{\circ} = 0,0220 + j 0,0148$$

$$Z_b^{\circ} = \frac{5,37}{136,5} \angle 34^{\circ} = 0,0394 \angle 34^{\circ} = 0,0326 + j 0,0220$$

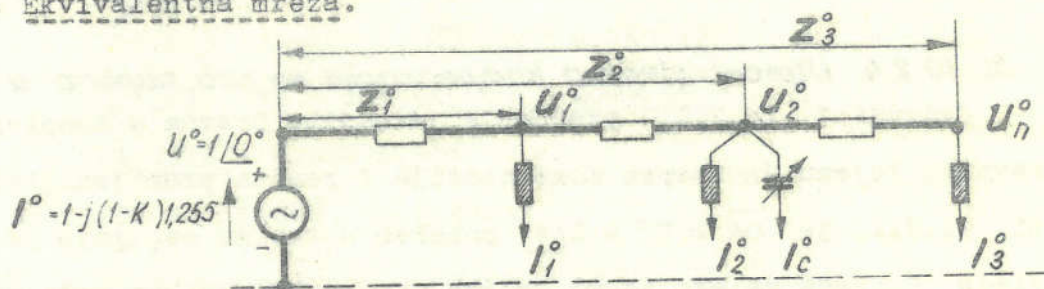
$$Z_c^{\circ} = \frac{7,16}{136,5} \angle 34^{\circ} = 0,0525 \angle 34^{\circ} = 0,0435 + j 0,0294$$

$$Z_3^{\circ} = Z_a^{\circ} + Z_b^{\circ} + Z_c^{\circ} = 0,1184 \angle 34^{\circ} = 0,0981 + j 0,0662$$

$$Z_2^{\circ} = Z_a^{\circ} + Z_b^{\circ} = 0,0659 \angle 34^{\circ} = 0,0546 + j 0,0386$$

$$Z_1^{\circ} = Z_a^{\circ} = 0,0265 \angle 34^{\circ} = 0,0220 + j 0,0148$$

4. Ekvivalentna mreža.



Sl. 10.2.3. Ekvivalentna mreža

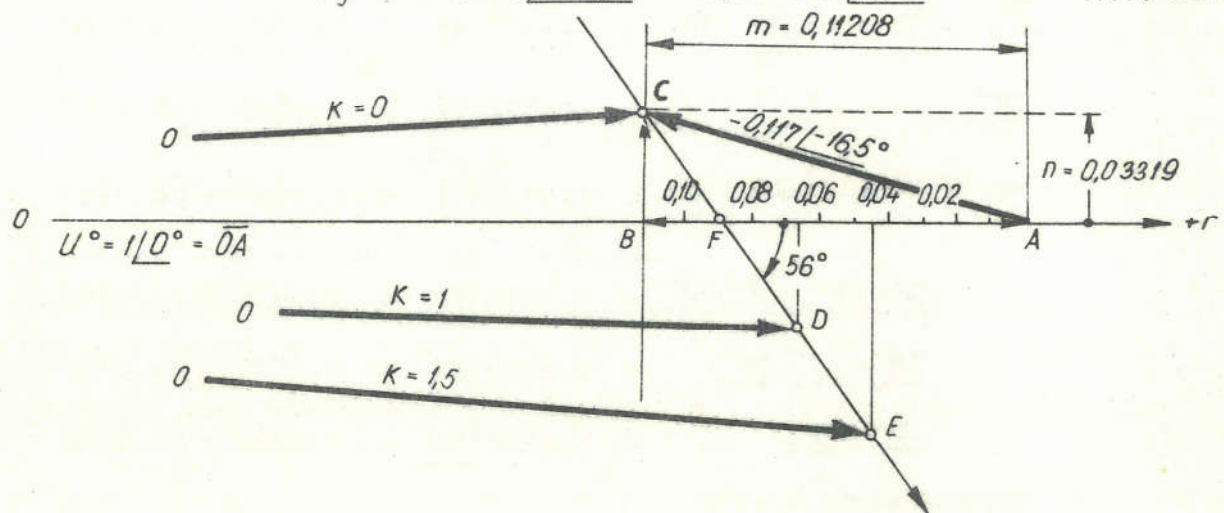
C. A n a l i z a. Bez kompenzacije na početku voda faktor snage iznosi 0,625, što odgovara kutu $51,4^{\circ}$. Zanimaju nas naponske prilike i gubici u mreži kao funkcija veličine kondenzatorske baterije.

1. Naponske prilike. Na kondenzatorsku bateriju gledamo kao i na svakog drugog potrošača na vodu i dovoljno je ako istražimo odnos napona na početku i kraju voda formulom [2.14.]

$$U_n^{\circ} = U_3^{\circ} = 1 - \sum_{n=1}^4 I_n^{\circ} Z_n^{\circ} = 1 - (I_1^{\circ} Z_1^{\circ} + I_2^{\circ} Z_2^{\circ} + I_3^{\circ} Z_3^{\circ} + I_c^{\circ} Z_c^{\circ})$$

gdje je

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^4 I_n^{\circ} Z_n^{\circ} &= 0,373 \cdot 0,0265 \angle -15,5^{\circ} = 0,00986 \angle -15,5^{\circ} = 0,00948 - j0,00264 \\ &+ 0,845 \cdot 0,0659 \angle -22^{\circ} = 0,04900 \angle -22^{\circ} = 0,04530 - j0,01835 \\ &+ 0,496 \cdot 0,1184 \angle -12^{\circ} = 0,05870 \angle -12^{\circ} = 0,05730 - j0,01220 \\ &+ 1,255 K \cdot 0,0659 \angle 124^{\circ} = 0,0827 K \angle 124^{\circ} = -0,0426 K + j0,0685 K \\ &\quad (0,11208 - 0,0462 K) - j(0,03319 - 0,0685 K) \\ m + jn &= 0,117 \angle -16,5^{\circ} - 0,0827 K \angle -56^{\circ} \quad \dots (10.2.1.) \end{aligned}$$



Sl. 10.2.4. Utjecaj stepena kompenzacije na pad napona u vodu.

Jednadžba (10.2.1.) predodžuje jednadžbu pravca u kompleksnoj ravnini kojemu je stepen kompenzacije K realna promijenljivica. Na sl. 10.2.4. je $\overline{OA} = U^{\circ} = 1 \angle 0^{\circ}$ položen u realnu os, gdje je ishodište O pada daleko izvan crtnje dijagrama. Trokut pada napona ABC je sastavljen iz uzdužne i poprečne komponente pada napona $(m + jn)$ za $K=0$. Na uzdužnoj komponenti naznačena je skala na kojoj direktno očitavamo pad napona za razne stepene kompenzacije. U tački C je pad napona jednak 0,112 ili 11,2%, budući da je stvarni pad napona praktički jednak uzdužnom.

Iz tačke C povučen je pravac stepena kompenzacije pod kutem 56° . Iz (10.2.1.) dobivamo tačku D, ako stavimo da je $K = 1$, za koju vrijedi totalna kompenzacija. Projekcijom tačke D na $\overline{AB}$ direktno očitamo na skali odgovarajući pad napona. Iz poznate formule izlazi za ovu tačku

$$m = 0,11208 - 0,0462 \pm 0,0659 \text{ ili } 6,59\%$$

Na pravcu kompenzacije naznačene su tačke F i E s odgovarajućim stepenom kompenzacije $K = 0,5$ i $1,5$. Na taj način dobivamo pregledno jasnu sliku o utjecaju stepena kompenzacije na naponske prilike voda. Bitni utjecaj imade argument drugog člana u (10.2.1.) i čim je on manji, kompenzacija je efikasnija. Veličina argumenta zavisi s druge strane o faktorima snage potrošača i induktivnom otporu mreže.

2. Snaga kondenzatorske baterije. Veličina kondenzatorske baterije zavisi dakako o željenom stepenu kompenzacije i maksimalnom padu napona koji toleriramo na vodu. Općenito je snaga kondenzatorske baterije priključena paralelno drugom potrošaču jednaka ($U_c^\circ = U_c^\circ$)

$$S_c^\circ = U_c^\circ I_c^\circ$$

gdje je

$$\begin{aligned} U_c^\circ &= 1 - [(I_1^\circ + I_2^\circ + I_3^\circ + I_c^\circ) Z_a^\circ + (I_2^\circ + I_3^\circ + I_c^\circ) \cdot Z_b^\circ] \\ &= 1 - [(1,605 \angle -51,4^\circ + 1,255K \angle 90^\circ) 0,0265 \angle 34^\circ + \\ &\quad + (1,235 \angle -52^\circ + 1,255K \angle 90^\circ) 0,0394 \angle 34^\circ] \\ &= 0,914 \angle 1,74^\circ + 0,0827K \angle -56^\circ \\ &= (0,9136 + 0,0426K) - j 0,0408K \end{aligned}$$

$$U_c^* = (0,9136 + 0,0462 K) + j 0,0408 K$$

Napon na kondenzatoru također je u linearnom odnosu sa stepenom kompenzacije, jer gornji izraz predodžuje jednadžbu pravca. Budući da je $I_c^\circ = 1,255 K \angle 90^\circ$, slijedi snaga kondenzatora

$$\begin{aligned} S_c^\circ &= (1,145 \angle 91,74^\circ + 0,1636 K \angle 34^\circ) K \\ &= [(-0,0344 + j 1,145) + (0,0859 + j 0,058 K)] K \dots (10.2.2) \end{aligned}$$

Po ovoj formuli računata je snaga kondenzatorske baterije za razne K i unijeta u TABLICU 10.2.1.

Tablica 10.2.1.

K	-	0	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,43
S_C	kVar	0	236	474	718	970	1450	2520
m	%	11,21	10,05	8,90	7,54	6,59	4,28	0
$\cos \varphi$	-	0,625	0,729	0,845	0,95	1,00	0,845	0,487
p	%	11,70	8,51	6,40	5,38	5,40	8,65	26,40

U istu tablicu unesene su vrijednosti za uzdužni pad napona m , dobiven formulom (10.2.1.). Želimo li da naponi na početku i kraju voda modulom budu jednaki, onda je $m \approx 0$. Za taj slučaj snaga kondenzatora je 2520 kVar, a faktor snage $\cos \varphi = 0,487$ u kapacitivnom području. Navedeni faktor snage u tablici je na početku voda i dobiven je iz odnosa

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\lg 3 - \lg 3 K}{807,5}$$

što slijedi neposredno iz dijagrama na sl. 10.2.2.

3. Gubici snage u vodu. Stepen korisnosti sistema ili gubici snage u vodu tvore složeniju funkciju sa stepenom kopenzacije. Postavimo jednadžbu gubitaka

$$p - j q = (I_a^*)^2 Z_a^* + (I_b^*)^2 Z_b^* + (I_c^*)^2 Z_c^*$$

gdje su I_a, I_b, I_c struje u odgovarajućim granama Z_a, Z_b, Z_c prema sl. 10.2.3. Dobivamo jednadžbu

$$p - j q = \left\{ [1 + (1-K)^2 1,575] 0,0265 + [0,576 + (0,972 - 1,255K)] 0,039 + 0,012 \right\} \angle -34^\circ$$

Sređenjem izraza u zagradi slijedi

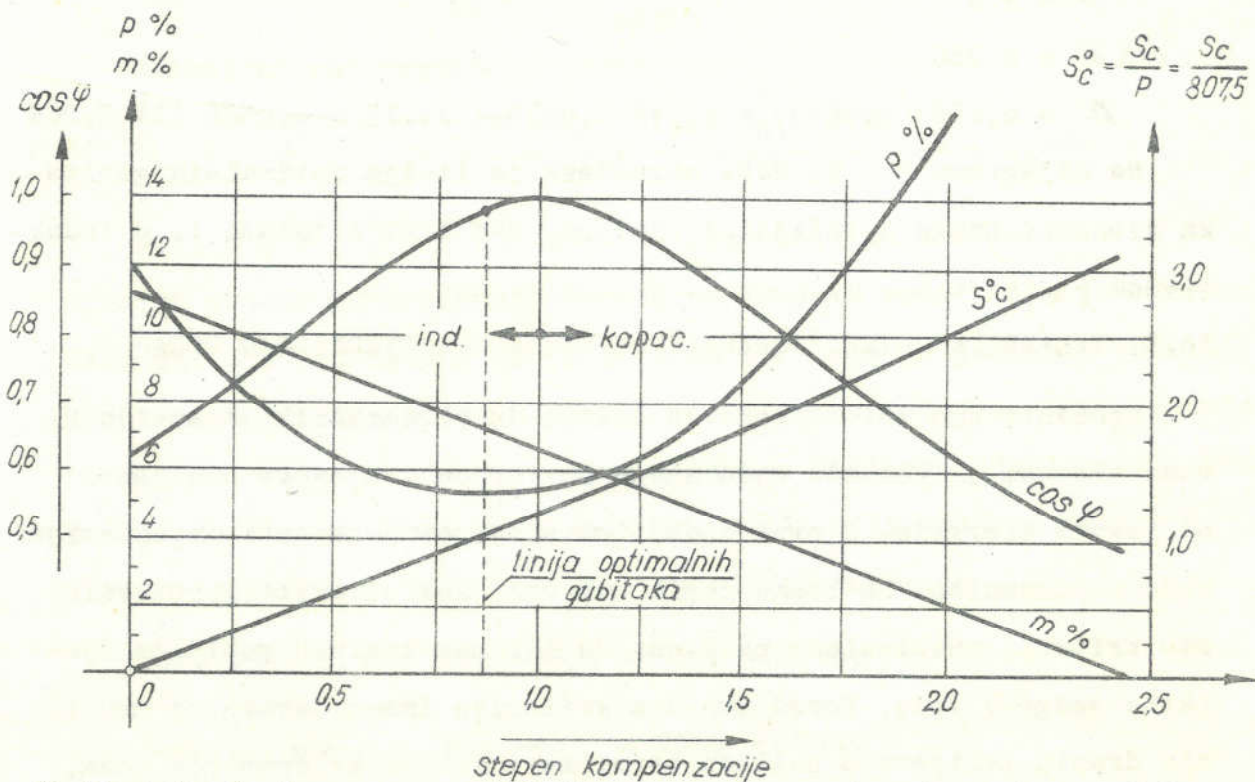
$$p - j q = (0,104 K^2 - 0,180 K + 0,141) \angle -34^\circ$$

Budući da smo za bazičnu snagu odabrali djelatnu snagu narimutu na početku voda, onda nam realni dio gornjeg izraza predoduje gubitke djelatne snage u vodu kao funkciju stepena kopenzacije, naime

$$p = 0,086 K^2 - 0,149 K + 0,117 \quad \text{-----} (10.2.3.)$$

Za neke vrijednosti stepena kompenzacije gubici dobiveni prema gornjoj formuli navedeni su u TABLICI 10.2.1.

4. Dijagramski prikaz. Na sl. 10.2.5. vidimo međusobne odnose između pada napona, gubitaka, faktora snage i snage kondenzatora kao i njihove funkcije stepena kompenzacije zadane mreže na sl. 10.2.1. Navodimo pregledno formule iz kojih rezultiraju krivulje:



Sl. 10. 2. 5. Pad napona, gubitak snage, snaga kondenzatora i faktor snage kao funkcija stepena kompenzacije mreže na Sl. 10.2.1.

$$m = 0,11208 - 0,0462 K$$

$$S_c^\circ = \text{Modul} [(-0,0344 + j 1,145) + (0,0859 + j 0,058) K] K$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{1013 - 1013 K}{807,5}$$

$$p = 0,086 K^2 - 0,149 K + 0,117$$

5. Uvjeti optimalnih gubitaka. Za optimalne gubitke postavimo

$$\frac{dp}{dK} = 2 \cdot 0,086 K - 0,149 = 0$$

$$K = \frac{0,149}{0,172} = 0,8675$$

Za ovaj stepen kompenzacije slijedi

$$m = 0,11208 - 0,0462 \cdot 0,8675 = 0,072 \quad \text{ili} \quad 7,2\%$$

$$S_c^\circ = \text{Mod} [(-0,0344 + j1,145) + (0,0859 + j0,058) \cdot 0,8675] \cdot 0,8675$$

$$= \text{Mod } 1,035 / 88,1^\circ = 1,035 \quad \text{ili} \quad 835 \dots [\text{kVar}]$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{1013 - 1013 \cdot 0,8675}{807,5} = 0,167$$

$$\varphi = 9,5^\circ$$

$$\cos \varphi = 0,986$$

$$p = 0,086 (0,8675)^2 - 0,149 \cdot 0,8675 + 0,117 = 0,0526 \quad \text{ili} \quad 5,26\%$$

Na dijagramu sl. 10.2.5. naznačena je linija optimalnih gubitaka djelatne snage s tačkastom linijom. Ova linija nalazi se u induktivnom području.

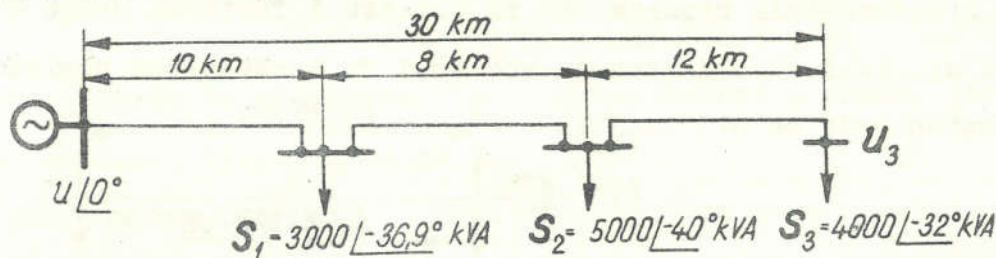
10.3. ELEKTRIČKO DIMENZIONIRANJE VIŠESTRUKO OPTEREĆENOG VODA

Upozanli smo metodu kako se dolazi do električkih dimenzija RL voda ako nam je poznata samo snaga potrošača i njegova udaljenost od izvora energije. U ovoj zadaći su prijenosni napon i impedancija voda nepoznanice. Da bismo mogli ove veličine odrediti, postavili smo kriterij maksimalnog pada napona ili maksimalnih gubitaka djelatne snage u vodu. Pored ova dva kriterija imamo dakako na umu i niz drugih zahtjeva u pogledu termičke i mehaničke čvrstoće voda, pogonske sigurnosti dobave energije potrošačima itd.

Analogna zadaća se pojavljuje kod višestruko opterećenog voda, gdje tražimo njegove električke dimenzije uz pretpostavku, da su nam poznate samo snage potrošača i njihove udaljenosti od izvora. Kao i prije, prijenosni napon i impedancija voda su veličine, koje se traže. Prvotno tražimo rješenje po kriteriju zadanog pada napona.

A. P o s t a v k a z a d a t k a. Traže se električke dimenzije trofaznog nadzemnog voda iz alučela 6:1 s opterećenjima i udaljenostima, naznačenim na sl. 10.3.1. Opterećenja se odnose na referentni napon na početku voda. Maksimalni napon na početku voda je 4% iznad i na kraju 4% ispod nazivnog napona. Impedancija voda po

jedinici dužine je jednaka.



Sl. 10.3.1. Električko dimenzioniranje višestruko opterećenog voda

31

Relativni pad napona je prema tome

$$u = \frac{U - U_3}{U} = \frac{1,04 U_n - 0,96 U_n}{1,04 U_n} = 0,077$$

B. I z b o r m e t o d e. Za konkretnu zadaću korisno je primjeniti metodu prebacivanja tereta na krajeve voda, koja je razrađena pod tač. 3. Budući da je impedancija voda po jedinici dužine jednaka, koji je zahtjev u praksi najčešće postavljen, prebacivanje tereta na krajeve voda provodimo u odnosu njihovih udaljenosti. Prebačeni tereti na desni kraj voda proizvode isti pad napona kao i stvarno opterećeni vod. Dobivamo snagu izjednačenja

$$3000 \frac{10}{30} \angle -36,9^\circ = 1000 \angle -36,9^\circ = 800 - j 600$$

$$5000 \frac{18}{30} \angle -40^\circ = 3000 \angle -40^\circ = 2300 - j 1920$$

$$4000 \frac{30}{30} \angle -32^\circ = 4000 \angle -32^\circ = 3390 - j 2120$$

$$S_i \angle -\varphi_i = S_i = 6490 - j 4640 = 7975 \angle -35,6^\circ \dots \text{kVA}$$

Za preliminarno dimenzioniranje koristimo poznatu relaciju u kojoj je razlika napona praktički jednaka uzdužnoj komponenti pada napona, naime

$$m \doteq u = 0,077$$

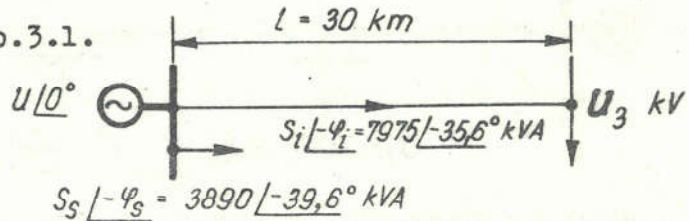
gdje je

$$m = (R \cos \varphi_i + X \sin \varphi_i) \frac{S_i}{U^2} \dots (10.3.1.)$$

Stavimo li pored toga da je u prvom približenju $X = 0,4 \dots \Omega/\text{km}$, u (10.3.1.) imademo dvije nepoznanice: R i U . Snaga S_i je prebačena

snaga s referentnim naponom U na početku i faktorom snage $\cos \varphi_i$

Na sl. 10.3.2. prikazan je vod koji je u naponskom pogledu ekvivalentan vodu na sl. 10.3.1.



Sl. 10.3.2. Vod, koji je u naponskom pogledu ekvivalentan vodu Sl. 10.3.1.

C. I z b o r s t a n d a r d n o g n a p o n a i p r e s j e k a. Relaciju između napona i presjeka vodiča daje nam (10.3.1.). Malom transformacijom ove jednadžbe slijedi presjek vodiča:

$$A = \frac{1}{f} \frac{S_i l \cos \varphi_i}{m U^2 - X_0 S_i l \sin \varphi_i} \quad [\text{m}^2] \quad (10.3.2.)$$

Veličine u formuli izražene MKSA jedinicama.

$$f = 34,8 \cdot 10^6 \left[\frac{1}{\Omega \cdot \text{m}} \right]$$

$$S_i \cos \varphi_i = 7975 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 0,8125 = 19,45 \cdot 10^{10} \quad [\text{Wm}]$$

$$m = 0,077$$

$$S_i X_0 l \sin \varphi_i = 0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 7975 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot 0,5825 = 55,6 \cdot 10^6 \quad [\text{VAm}]$$

pa je

$$A = \frac{5600}{0,077 \cdot U^2 - 55,6 \cdot 10^6} \quad [\text{m}^2] \quad (10.3.3)$$

Biramo li mali U , izraz u nazivniku je negativan i dovodi do negativnih presjeka, što je nemoguće. U graničnom slučaju je nazivnik jednak nuli, kada je presjek beskonačno velik. Tada je

$$U_{\min} = 10^3 \sqrt{\frac{55,6}{0,077}} = 16\,900 \quad [\text{V}]$$

$U_{\min}$ je polazni napon od kojeg se prelazi na slijedeći viši standardni napon. Prema našem standardu ovaj je napon 35.....kV. Iz (10.3.3.) dobivamo

$$A = \frac{5600}{0,077 (1,04 \cdot 35\,000)^2 - 55,6 \cdot 10^6} = 121 \cdot 10^{-6} \quad [\text{m}^2]$$

koji se zaokruži na najbliži presjek iz standarda. Prema tome je

$$U = 36,4 \text{ [kV]}$$

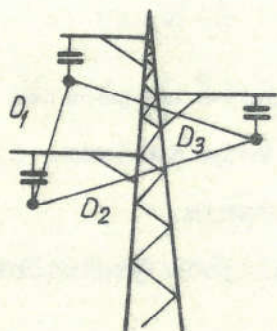
$$A = 120/21 \text{ alu} \text{ } \ell 6 : 1$$

Slijedeći napon iz standarda 110 kV ne dolazi u obzir, jer se prema (10.3.3.) dobiva presjek 5,9 mm².

Primjećujemo, da se $U_{\min}$ gornjim postupkom može odrediti samo u slučaju kada je faktor snage opterećenja manji od jedinice. Kod $\cos \varphi = 1$, drugi član u nazivniku (10.3.2.) ili (10.3.3.) jednak je nuli. Za jedinični faktor snage (10.3.2.) dobiva jednostavniji oblik, pa je uputno da se nacrtaj graf funkcije $A = f(U)$, iz kojeg se lako odlučimo na izbor standardnog presjeka i napona, koji dolaze u obzir za praktičnu izvedbu voda.

D. K o n s t a n t e v o d a. Nakon što smo utvrdili osnovne električke dimenzije voda, može se pristupiti njegovom mehaničkom dimenzioniranju. Poznavajući trasu voda, terenske i klimatske prilike kojim prolazi trasa, tražimo najpovoljnije rješenje u pogledu izbora stupova, materijala za stupove, ekonomski raspon, sliku glave stupa, izolatore itd. Neka je slika glave stupa kao na sl. 10.3.3.

s naznačenim udaljenostima među vodičima, gdje je



$$D_1 = 2,20 \text{ [m]}$$

$$D_2 = 2,50 \text{ "}$$

$$D_3 = 2,21 \text{ "}$$

Srednji geometrijski razmak vodiča je

$$D = \sqrt[3]{D_1 D_2 D_3} = \sqrt[3]{2,2 \cdot 2,5 \cdot 2,21} = 2,30 \text{ [m]}$$

Sl. 10.3.3. Slika glave stupa Vanjski promjer vodiča

$$2a = 15,7 \cdot 10^{-3} \text{ [m]}$$

pa je induktivni otpor

$$X_0 = 20\pi \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-6} = 20\pi \left(\ln \frac{2,30}{15,7 \cdot 10^{-3}} + 0,25 \right) \cdot 10^{-6} = 0,374 \cdot 10^{-3} \text{ [}\Omega/\text{m]}$$

Djelatni otpor nađemo iz tablice gdje je za nazivni presjek 120/21

$$R_0 = 0,234 \cdot 10^{-3} \text{ [}\Omega/\text{m]}$$

Ukupna impedancija voda

$$Z = R + jX = (0,234 + j 0,374) \cdot 30 = 7,02 + j 11,22 = 13,25 \angle 58^\circ [\Omega]$$

E. E l e k t r i č k i p r o r a č u n. Zbog zaokruženja na standardne veličine dobivamo izvjesna odstupanja od postavljenog zahtjeva u pogledu maksimalnog pada napona. Ova su odstupanja obično zanemariva.

1. Narinuta snaga na početku voda:

$$3000 \angle -36,9^\circ = 2400 - j 1800$$

$$5000 \angle -40^\circ = 3830 - j 3210$$

$$4000 \angle -32^\circ = 3390 - j 2120$$

$$S = 9620 - j 7130 = 11\,950 \angle -36,6^\circ [\text{kVA}]$$

2. Bazične veličine:

$$U_b = U = 36,4 [\text{kV}]$$

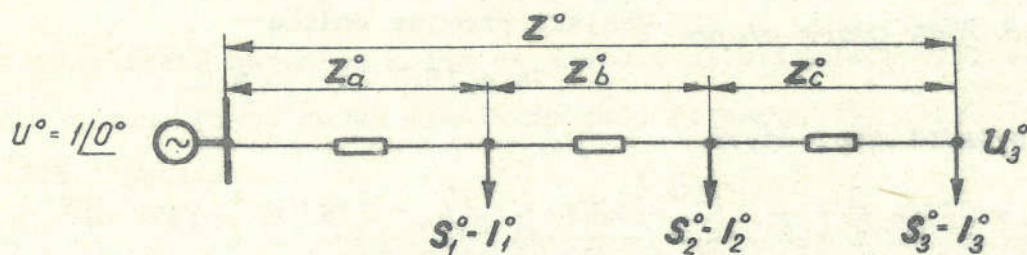
$$S_b = 9620 [\text{kVA}]$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = \frac{9620}{\sqrt{3} 36,4} = 152,5 [\text{A}]$$

$$Z_b = \frac{U_b}{\sqrt{3} I_b} = \frac{36,4}{\sqrt{3} 152,5} 10^3 = 137,5 [\Omega]$$

Za bazičnu je snagu odabrana djelatna snaga narinuta na početku voda, jer pri proračunu gubitaka djelatne snage u vodu dobivamo direktno rezultate u relativnim odnosima bez preračunavanja.

3. Jedinične veličine. Prema sl. 10.3.3. slijede jedinične veličine



Sl. 10.3.3 (a) Ekvivalentna mreža s jediničnim veličinama

$$Z_a^{\circ} = \frac{(0,234 + j 0,374) \cdot 10}{137,5} = 0,0170 + j 0,0272 = 0,0321 \angle 58^{\circ}$$

$$Z_b^{\circ} = \frac{(0,234 + j 0,374) \cdot 8}{137,5} = 0,0136 + j 0,0217 = 0,0256 \angle 58^{\circ}$$

$$Z_c^{\circ} = \frac{(0,234 + j 0,374) \cdot 12}{137,5} = 0,0204 + j 0,0372 = 0,0385 \angle 58^{\circ}$$

$$Z^{\circ} = \frac{0,0170 + j 0,0272 + 0,0136 + j 0,0217 + 0,0204 + j 0,0372}{3} = 0,0510 + j 0,0816 = 0,0963 \angle 58^{\circ}$$

Jedinična opterećenja:

$$S_1^{\circ} = I_1^{\circ} = \frac{3000}{9620} \angle -36,9^{\circ} = 0,312 \angle -36,9^{\circ} = 0,250 - j 0,187$$

$$S_2^{\circ} = I_2^{\circ} = \frac{5000}{9620} \angle -40^{\circ} = 0,520 \angle -40^{\circ} = 0,398 - j 0,334$$

$$S_3^{\circ} = I_3^{\circ} = \frac{4000}{9620} \angle -32^{\circ} = 0,416 \angle -32^{\circ} = 0,353 - j 0,220$$

$$S^{\circ} = 1,000 - j 0,741 = 1,243 \angle -36,6^{\circ}$$

Prebačene struje ili snage prema sl. 10.3.2.

$$S_L^{\circ} = I_L^{\circ} = \frac{7975}{9620} \angle -35,6^{\circ} = 0,830 \angle -35,6^{\circ} = 0,675 - j 0,484$$

$$S_s^{\circ} = I_s^{\circ} = \frac{3980}{9620} \angle -38,4^{\circ} = 0,415 \angle -38,4^{\circ} = 0,325 - j 0,275$$

$$S^{\circ} = 1,000 - j 0,741 = 1,243 \angle -36,6^{\circ}$$

4. Napon na kraju voda.

$$\begin{aligned} U_3^{\circ} = 1 - I_L^{\circ} Z^{\circ} &= 1 - 0,830 \angle -35,6^{\circ} \cdot 0,0963 \angle 58^{\circ} = 1 - 0,0798 \angle 22,4^{\circ} \\ &= 1 - 0,0737 - j 0,0304 = 0,9263 - j 0,0304 \cong \\ &\cong 0,926 \angle -1,88^{\circ} \quad \text{ili} \quad 33,7 \dots [\text{kV}] \end{aligned}$$

Razlika napona

$$u = U^{\circ} - U_3^{\circ} = 1 - 0,926 = 0,074$$

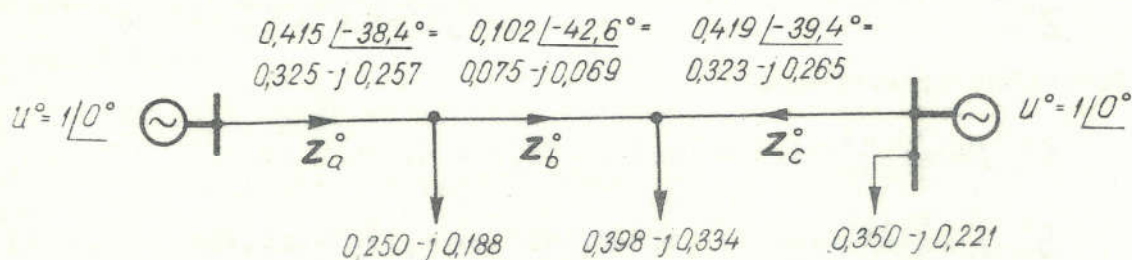
umjesto 0,077, koji je zahtjev bio postavljen i nepotrebna je naknadna korektura. Jednostavno odredimo napone na ostalim čvorištima potrošača, koji se račun ovdje ne sprovodi.

5. Gubici snage. Gubitke snage u vodu odredimo prema teoremu, o kojem je bilo govora pod tač. 4. Prema ovom teoremu gubici se sastoje iz gubitaka proizvedenih od struje izjednačenja i gubitaka od struje u mreži, kod jednakih napona na obim krajevima voda.

Gubici od struje izjednačenja su pretežni i iznose prema 4.5.

$$\Delta S_c^o = (I_c^o)^2 Z^{o*} = (0,830)^2 \cdot 0,0963 \angle -58^\circ = 0,0664 \angle -58^\circ = 0,0352 - j 0,0562$$

Ovim gubicima dodamo gubitke od struja na sl. 10.3.4. s jednakim naponima na obim krajevima voda.



Sl. 10.3.4. Raspodjela struje u mreži kod jednakih napona na krajevima voda

Oni su jednaki

$$(0,415)^2 \cdot 0,0321 \angle -58^\circ = 0,00530 \angle -58^\circ$$

$$(0,102)^2 \cdot 0,0256 \angle -58^\circ = 0,00027 \angle -58^\circ$$

$$(0,419)^2 \cdot 0,0385 \angle -58^\circ = 0,00675 \angle -58^\circ$$

$$\Delta S_c^o = 0,01232 \angle -58^\circ = 0,0065 - j 0,0104$$

Ukupni gubici:

$$\Delta S^o = \Delta S_L^o + \Delta S_c^o = 0,0352 - j 0,0562$$

$$0,0065 - j 0,0104$$

$$0,0417 - j 0,0666 = 0,0788 \angle -58^\circ \quad \text{ili} \quad 757,5 \dots \text{kVA}$$

Budući da je bazična snaga jednaka djelatnoj snazi na početku voda, jedinični i stvarni gubici djelatne snage se podudaraju i jednaki su 0,0417 ili 4,17%, odnosno 400 ... kW

6. Kontrolni račun. Kontrolu ispravnosti računa provjerimo s računom gubitaka u mreži na drugi način. Tražimo produkt kvadrata struje i impedancije u pojedinim granama mreže gdje je

$$I_a^o = I_1^o + I_2^o + I_3^o = 1,243 \angle -36,6^\circ$$

$$I_b^o = I_2^o + I_3^o = 0,934 \angle -36,5^\circ$$

$$I_c^o = I_3^o = 0,416 \angle -32^\circ$$

pa su gubici jednaki

$$\Delta S^{\circ} = [(1,243)^2 \cdot 0,0321 + (0,934)^2 \cdot 0,0256 + (0,416)^2 \cdot 0,0385] / -58^{\circ} = 0,0788 / -58^{\circ}$$

koji se rezultat podudara s predašnjim.

Ovim putem dolazimo dakako jednostavnije i brže do traženih gubitaka. Gornji je postupak odabran zbog ilustracije teorema gubitaka na konkretnom primjeru.

F. R j e š e n j e z a d a t k a p o k r i t e r i j u z a d a n i h g u b i t a k a. Isti zadatak riješimo po kriteriju zadanih gubitaka djelatne snage. Neka oni iznose 4,17%. Koristimo formulu za snagu [5.7.], izvedenu u tački 5.

$$S_3^{\circ} = 1 / -\varphi - b_3 (1^{\circ})^2 Z^{\circ *}$$

gdje je prema [5.6.] faktor gubitaka

$$b_3 = \left[\left(\frac{1_a}{1} \right)^2 \left(\frac{Z_a}{Z} \right)^* + \left(\frac{1_b}{1} \right)^2 \left(\frac{Z_b}{Z} \right)^* + \left(\frac{1_c}{1} \right)^2 \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^* \right]$$

Narivuta snaga na početku voda prema podacima na sl. 10.3.1., što je već prije izračunato

$$S_1 = 3000 / -36,9^{\circ} = 2400 - j 1800$$

$$S_2 = 5000 / -40^{\circ} = 3830 - j 3210$$

$$S_3 = 4000 / -32^{\circ} = 3390 - j 2120$$

$$S = P - j Q = 9620 - j 7130 = 11 950 / -36,6^{\circ} \dots [kVA]$$

Snage u pojedinim odsjecima voda

$$S_a = S = 9620 - j 7130 = 11 950 / -36,6^{\circ} \dots [kVA]$$

$$S_b = S - S_1 = 7220 - j 5330 = 8975 / -36,5^{\circ} \quad "$$

$$S_c = S_3 = 3390 - j 2120 = 4000 / -32^{\circ} \quad "$$

pa su odnosi struje ili snaga u formuli za

$$\left(\frac{1_a}{1} \right)^2 = \left(\frac{S_a}{S} \right)^2 = 1,000$$

$$\left(\frac{1_b}{1} \right)^2 = \left(\frac{S_b}{S} \right)^2 = \left(\frac{8975}{11 950} \right)^2 = 0,565$$

$$\left(\frac{l_c}{l}\right)^2 = \left(\frac{s_c}{s}\right)^2 = \left(\frac{4000}{11\,950}\right)^2 = 0,112$$

Odnosi impedancija u [5.6.] su realne veličine, jer je impedancija po jedinici dužine voda jednaka. Ovi odnosi rezultiraju prema tome iz odnosa duljine voda, naime

$$\frac{Z_a}{Z} = \frac{l_a}{l} = 0,334$$

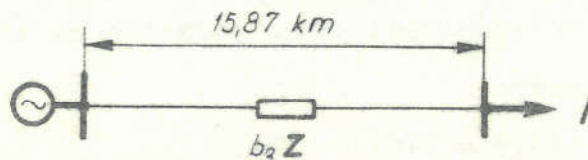
$$\frac{Z_b}{Z} = \frac{l_b}{l} = 0,267$$

$$\frac{Z_c}{Z} = \frac{l_c}{l} = 0,400$$

sada možemo odrediti faktor gubitaka

$$a_1 = 0,334 + 0,565 \cdot 0,267 + 0,112 \cdot 0,400 = 0,529$$

Drugim riječima to znači, da je duljina voda reducirana na 0,529-strukom duljinu stvarnog voda kao na sl. 10.3.5. Na kraju reduciranog voda je ukupni teret mreže kojim se proizvedu isti gubici kao i u višestruko opterećenom vodu na sl. 10.3.1.



Sl. 10.3.5. Voda koji je ekvivalentan višestruko opterećenom vodu na Sl. 10.3.1. u pogledu gubitka snage

Djelatni otpor reduciranog voda dobivamo ako jednadžbu [5.7.] rastavimo u komponente. Izjednačenjem realnih članova slijedi

$$(1 - 0,0417) \cos \varphi = \cos \varphi - b_3 R^\circ$$

Faktor snage, ukupne narinute snage na početku voda je $\cos 36,6^\circ = 0,802$, tako da je

$$R^\circ = \frac{0,0417 \cdot 0,802}{0,529} = 0,0632$$

odnosno

$$R = R^\circ Z_0 = R^\circ \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{0,0632}{11\,950 \cdot 10^3} U_b^2$$

Biramo li bazični napon $U_0 = 36,4$ kV, koji je ujedno i pogonski ili referentni napon na početku voda, slijedi

$$R = 7,02 \text{ } [\Omega]$$

Za naš vod od 30 km otpada na jedan kilometar

$$R_0 = 0,234 \text{ } [\Omega/\text{km}]$$

U standardu nađemo da to odgovara presjeku 120/12, koji se podudara s dobivenim presjekom po kriteriju zadanog pada napona na vodu. Poznatim postupkom dalje tražimo induktivni otpor i sve ostale veličine koje želimo.

Isti rezultat dobivamo dakako promatranjem sl. 10.3.5., gdje je

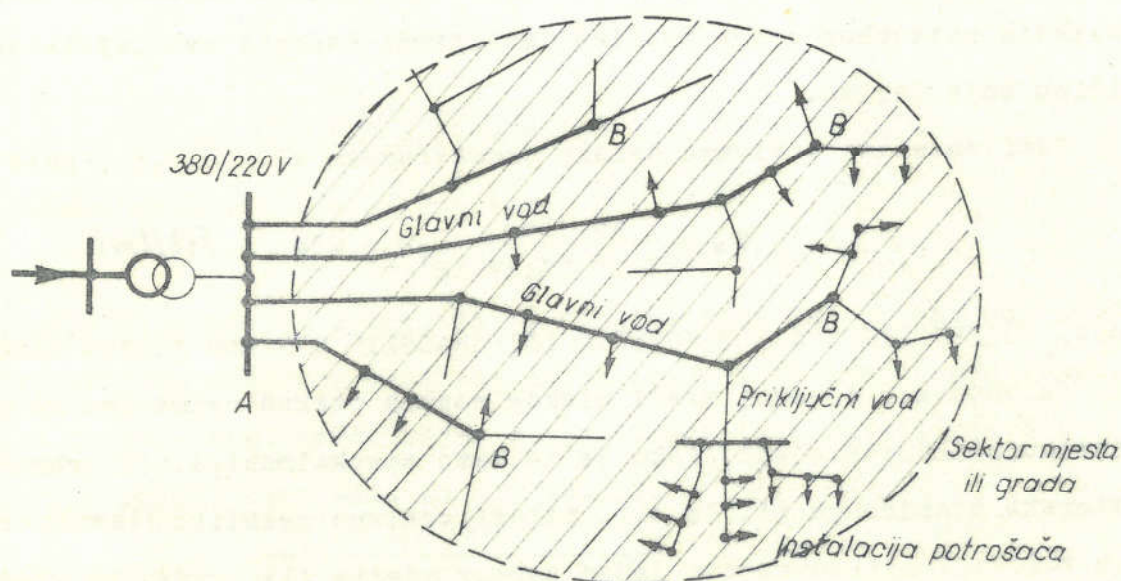
$$R_0 = \frac{400 \cdot 10^3}{3 \cdot 1^2 \cdot 15,87 \cdot 10^3} = 0,234 \text{ } [\Omega/\text{km}]$$

10.4. PRIJENOSNE SNAGE U MJESNIM ILI GRADSKIM MREŽAMA NISKOG NAPONA

Za vodove u mjesnoj mreži niskog napona praksa uzima kao da su kontinuirano opterećeni, iako je to samo aproksimacija. Iz transformatorske stanice na sl. 10.4.1. izlazi redovno nekoliko glavnih trofaznih vodova, koji obuhvaćaju jedan sektor mjesta ili grada. Na glavnim trofaznim vodovima s nulvodičima odvajaju se jednofazni i trofazni potrošači. Poklanja se pažnja, da na svaku fazu dolazi približno jednaki teret, da bi se nasimetrija svela na minimum. Prikazana mreža je radijalni tip distribucije, koji općenito može da služi i za neke druge pogone, a ne samo za mjesne ili gradske mreže. O zatvaranju tih mreža biti će govora na drugom mjestu. Mreža je općenito građena na stupovima ili krovnim, odnosno zidnim nosačima, ili je izvedena u kabelima ili izoliranim vodovima. Često susrećemo kombinaciju ovih različitih izvedaba.

Pri planiranju i projektiranju mreža ovog tipa korisno je imati sliku o snagama, koje se mogu prenositi preko glavnih vodova različitih presjeka i duljina od tačke A do tačke B, kako je naznačeno na slici. Ove snage, koje ćemo odrediti za nadzemne i kabelske vodove, vrijede i za zatvorene mreže, jer nam je dopušteno,

da u tačkama najvećeg pada napona zatvorenu mrežu otvorimo, pa opet imamo pred sobom radijalnu mrežu. Pripadaju li tačke B zatvorenoj mreži, bilo kako međusobno vezane glavnim vodovima, što na slici nije naznačeno, onda pretpostavimo da u tim tačkama vlada najmanji napon u mreži. U ovim je tačkama dotok energije najmanje s dvije strane.



Sl. 10.4.1. Radijalni tip mreže za mjesnu ili gradsku distribuciju

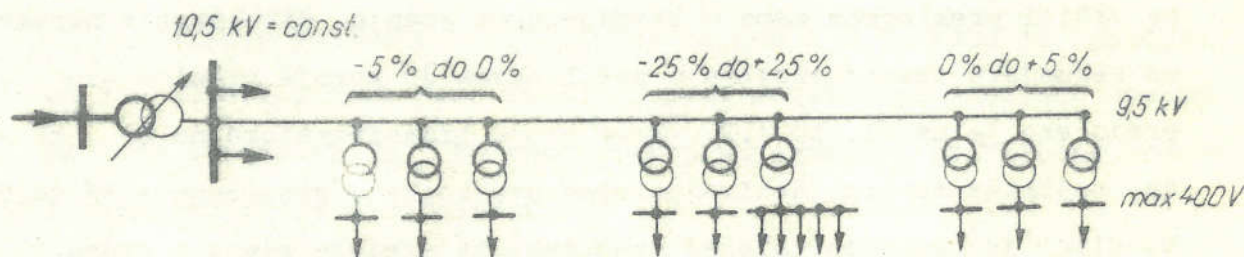
Prema JUS-u, a i prema međunarodnim IEC preporukama, maksimalna promjena napona u mrežama niskog napona neka ne bude izvan granica $\pm 10\%$ nazivnog napona 380, odnosno 220 ... volt. Ipak se ističe da ova granica smanji na $\pm 5\%$. Izvan tih granica trošilo u mreži radi s lošijom ekonomijom.

Time imamo u rukama osnovu za dimenzioniranje mreža niskog napona. U slijedećem ćemo usvojiti granicu $\pm 5\%$, a na granicu $\pm 10\%$ gledamo kao na izuzetan ili povremen slučaj. Kad govorimo o razlici $\pm 5\%$ onda pod time mislimo na vremensku promjenu napona tokom dana u bilo kojoj tački mreže ili na razliku napona između najvišeg napona na izvoru i najnižeg napona kod potrošača u najnepovoljnijem položaju.

ju u mreži. Maksimalni i minimalni naponi su prema tome 400 i 361... V, odnosno 231 i 209...V.

Pri dimenzioniranju mreže niskog napona trebalo bi uzeti u obzir pad napona u transformatoru. Pad napona u samome transformatoru eliminiran je time, što se distributivni transformatori grade s nazivnim sekundarnim naponom 400/231...volt, tj. 5% iznad nazivnog, zbog kompenzacije pada napona u transformatoru pod teretom. Pad napona u transformatoru zavisi u znatnoj mjeri o faktoru snage. U mjesnim ili gradskim mrežama faktor snage razmjerno je visok, pa je pad napona u transformatoru kod nazivne snage redovno manji od 5%.

Drugi momenat o kojem vodimo računa je narinuti napon na primaru transformatora. Neka je npr. nazivni primarni napon transformatora jednak 10...kV. U pravilu, ovaj napon ne bi smio varirati izvan granica $\pm 5\%$, jer na primarni namot transformatora gledamo kao i na svako drugo trošilo u mreži, koje radi s lošijom skonomijom izvan tih granica. Kod viših napona rastu gubici u željezu s kvadratom napona, a životna dob transformatora pada. Kod nižih napona ne može se koristiti nazivna snaga, pa je njegova cijena relativno skuplja od nabavne. Unutar $\pm 5\%$ može se smatrati da transformator radi u granicama dobre ekonomije, koju još garantira tvornica.



Sl. 10.4.2. Održavanje normalnih naponskih u pojnoj mreži visokog napona i distributivnoj mreži niskog napona

Na sl. 10.4.2. je tipični primjer održavanja zdravih naponskih prilika u pojnoj mreži visokog i distributivnoj mreži niskog napona. Iz 10...kV pojnih sabirnica izlazi grupa 10...kV vodova sa sličnim ili različitim karakteristikama opterećenja. Zbog toga se na tim sabirnicama mora održavati konstantan napon za sva opterećenja tokom dana, jer se ne može istodobno udovoljiti zahtjevima pojedinih vodova u pogledu naponskih prilika općenito različitih zahtjeva. Konstantan napon 10,5...kV održavamo regulacionim transformatorima pod teretom. Primarni namot transformatora 10/0,4...kV/kV nikada ne dobiva napon iznad +5%, niti onda, ako je neki od 10...kV vodova neopterećen.

Najniži napon u 10...kV mreži smije biti 9,5...kV, ako smo za donju granicu usvojili - 5% nazivnog napona. Razlika napona kod maksimalnog opterećenja na 10...kV vodu je prema tome

$$u = \frac{1,05 U_n - 0,95 U_n}{1,05 U_n} = 0,095 \text{ ili } 9,5\%$$

kao osnovni podatak za dimenzioniranje 10...kV mreže po kriteriju maksimalnog pada napona.

Distributivni transformatori 10/0,4...kV/kV grade se normalno s preklopkama za promjenu faktora transformacije u stepenicama

$$\frac{10}{(-5\%; -2,5\%; \pm 0\%; +2,5\%; +5\%) \cdot 0,4} \dots \text{ kV/kV}$$

Promjena prijenosnog odnosa napona neopterećenog transformatora može se vršiti preklopkom samo u beznaponskom stanju. Niveliranje napona na sekundaru transformatora s preklopkama do gornje granice 400...V predočeno je na sl. 10.4.2. Prva grupa transformatora na 10...kV vodu, najbliža izvoru, dobiva položaj preklopke u granicama - 5% do 0%. Na slici je naznačen položaj preklopke za srednju grupu i grupu transformatora, koja je najudaljenija od izvora. Time možemo postići da na sekundarnim sabirnicama transformatora dobivamo maksimalni napon približno 400...V. Preklopke se prilagode za dulji vremenski period, prema prilikama opterećenja 10...kV voda i maksimalnom padu

napona u njemu, koji se tokom vremena mijenja i koji se utvrdi povremenim mjerenjem u pogonu. Prilagođavanje može biti i sezonsko.

Prema tome sredstva, koja nam stoje na raspoloženju za održavanje zdravih naponskih prilika u pogledu napajanja mreže niskog napona su slijedeća:

1. Preklopke na transformatorima 10/0,4 ...kV/kV, kojima kompenziramo pad napona u 10 ...kV mreži.

2. Da transformator bude građen s faktorom transformacije 10/0,4 ...kV/kV, tj. sa sekundarnim naponom koji je 5% veći od nazivnog. Ovom mjerom kompenziramo pad napona u samom transformatoru.

3. Regulacioni transformatori pod teretom, iz kojih se napaja 10 ...kV mreža kod konstantnog napona, koji je kod svih opterećenja za 5% veći od nazivnog.

4. Ispravnim izborom presjeka vodiča 10 ...kV mreže.

Spomenutim mjerama niveliramo naponske prilike u primarnoj mreži visokog i pojnim tačkama mreže niskog napona. Kod najnepovoljnijeg opterećenja mreže, trošilo u primarnoj mreži, a to je primarni namot transformatora, nalazi se unutar granica $\pm 5\%$ nazivnog napona. U ovim je granicama, kao što je bilo rečeno, garantiran njegov ekonomičan rad. Za dimenzioniranje vodova u mreži primarnog i sekundarnog napona možemo dakle poći iz pretpostavke, da na početku voda pri izvoru vlada napon $1,05 U_n$ i na njegovom kraju $0,95 U_n$.

Za glavne vodove u mreži niskog napona A - B, kako su označeni na sl. 10.4.1., ipak ćemo sniziti opseg maksimalne promjene napona na $\pm 4\%$ i ostatak do $\pm 5\%$ rezervirati za ogranke, priključne vodove i razvodne mreže u zgradama.

U slijedećem računu polazimo iz pretpostavke kontinuiranog opterećenja glavnih vodova u mreži niskog napona, kako to i praksa uzima, ako se radi o mjesnim mrežama za široku potrošnju. Pored toga uzimamo, da je uzdužni pad napona u glavnom vodu, koji je praktički jednak razlici napona,

$$m = \frac{1,04 U_n - 0,96 U_n}{1,04 U_n} = 0,077$$

Nadalje, neka je prosječni faktor snage na početku glavnog voda

$$\cos \varphi_1 = 0,90$$

kako se to obično uzima za mjesne mreže široke potrošnje. S ovim osnovnim podacima tražimo maksimalne snage koje se mogu narinuti glavnom vodu različitih presjeka i duljina. Iz poznatog izraza za uzdužni pad napona kontinuirano opterećenog voda

$$R \cos \varphi_1 + X \sin \varphi_1 = 2 \frac{m U_1^2}{S_1} \quad [V]$$

slijedi malom preinakom

$$M_1 = P_1 l = 2 \frac{m \gamma A U_1^2}{1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1} \quad [W \cdot m] \quad \dots [10.4.1]$$

gdje su sve mjere u MKSA jedinicama. To je izraz za moment djelatne snage, u kojem su sve veličine desne strane jednadžbe za odabrani presjek vodiča zadane. Svaki presjek vodiča prema tome imade svoj moment snage, kod kojeg se djelatna snaga P_1 s duljinom voda l mijenja po hiperboli. Veličine s indeksom „1“ znače, da se one odnose na početak voda.

Slično nalazimo izraz za gubitke djelatne snage koji vrijedi za kontinuirano opterećeni vod

$$P = \frac{1}{3} \cdot \frac{R^0}{\cos \varphi_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{P_1 l}{\gamma A U_1^2 \cos \varphi_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{M_1}{\gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1} \quad \dots [10.4.2.]$$

Za odabrani presjek vodiča p je konstantan, jer je u [10.4.2.] brojnik i nazivnik u tom slučaju konstantan. Oba izraza [10.4.1.] i [10.4.2.] služiti će za dijagramski prikaz funkcije $P_1 = f(l)$ za razne uobičajene presjeke vodiča nadzemnih i kabelskih vodova niskog napona.

A. Nadzemne mjesne mreže i u alu- čela 6 : 1

U TABLICI 10.4.1. navedeni su standardni presjeci iz alučela 6 : 1, koji dolaze u obzir za izgradnju mjesnih mreža niskog napona 380/220 ... V. Presjek 16/2,5 je najmanji koji se još propisom dopušta iz mehaničkih razloga. Presjeci iznad 70/12 jedva da dolaze u obzir; razlog tome je taj, što nosne konstrukcije postaju teške, nezgrapne i skupe. Tamo gdje su električka opterećenja veća, pristupa se udvostručenju glavnog voda, obično s obje strane ulice. Kod još većih opterećenja kabelska mreža može biti jeftinija.

Iz ekonomskih razloga praksa danas obično bira za gradnju mjesnih mreža dva standardna presjeka: jedan za glavne vodove i drugi za sporedne ogranke. Tipične vrijednosti su 70 za glavne i 35 za sporedne vodove ili odgovarajući presjeci 50 i 25 mm². Za seoske mjesne mreže eventualno 35 i 16 mm². Uzrok tome je standardizacija, tipizacija, rezerva materijala u skladištu, alat itd. Zbog zaštite od visokih dodirnih napona, nulvodič je istog presjeka i izolacije kao i fazni vodič. U glavnom bi to bile generalne smjernice i moderne tendencije u izgradnji nadzemnih mjesnih mreža niskog napona, kao rezultat prakse, iskustva i dobre ekonomije.

U TABLICI 10.4.1. nalazimo sve vrijednosti za određivanje momenta djelatne snage i gubitaka u vodu, za svaki presjek posebno. Navedena je također maksimalna struja I_g koja se dopušta do granice ugrijavanja; ovom je strujom definirana granična snaga ugrijavanja P_g , naime,

$$P_g = \sqrt{3} U_l I_g \cos \varphi_l$$

Za svaki presjek vodiča dobivamo prema tome maksimalnu duljinu voda l_g iz formule [10.4.2.]

$$l_g = \frac{M_l}{P_g}$$

kod koje se s graničnom strujom ugrijavanja postiže zadani pad napona.

Tablica 10.4.1.

Standardni presjek alučel 6:1	$\frac{\text{nazivni}}{\text{stvarni}}$	16/2,5	25/4	35/6	50/8	70/12	$\times 10^{-6} \text{ m}^2$
A		15,3/2,55	23,8/4	34,3/5,7	48,3/8	68,2/11,6	
Napon na početku voda	U_1	395					V
Uzdužni pad napona	$m \cong u$	0,077					÷
Specifična vodljivost	γ	34,8					$\times 10^6 \frac{1}{\Omega \text{ m}}$
Faktor snage na početku voda	$\cos \varphi_1$	0,90					÷
	$\text{tg } \varphi_1$	0,484					
Otpor	djelatni R_0	1,875	1,205	0,837	0,594	0,434	$\times 10^{-3} \frac{\Omega}{\text{m}}$
	induktivni X_0	0,345	0,331	0,318	0,308	0,296	
$2 m \gamma A U_1^2$		12770	19900	28600	40300	55300	$\times 10^3 \text{ W m}$
$1 + X_0 \gamma A \text{tg } \varphi_1$		1,089	1,132	1,184	1,251	1,330	÷
Djelatni moment snage $M_1 = P_1 I = \frac{2 m \gamma A U_1^2}{1 + X_0 \gamma A \text{tg } \varphi_1}$		11740	17600	24200	33200	41600	$\times 10^3 \text{ W m}$
$3 \gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1$		201500	301350	452000	636000	872000	$\times 10^3 \text{ W m}$
Djelatni gubici $p = \frac{M_1}{3 \gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1}$		0,0585	0,0583	0,0535	0,0522	0,0477	÷
Granična struja ugrijavanja	I_g	90	125	145	170	235	A
Snaga do granice ugrijavanja	$P_g = \sqrt{3} U_1 I_g \cos \varphi_1$	55,3	77,0	89,3	104,5	144,3	$\times 10^3 \text{ W}$
Granična duljina	$l_g = \frac{M_1}{P_g}$	213	229	271	317	290	m

Induktivni otpor računat je formulom za $f = 50 \dots [\text{Hz}]$

$$x = 20 \pi \left(\ln \frac{D}{a} + \frac{1}{4} \right) \cdot 10^{-6} \dots \left[\frac{\Omega}{\text{m}} \right] \text{ vodič}$$

gdje je srednji geometrijski razmak među vodičima za sve presjeke

$$D = 0,50 \dots \text{m}$$

a promjer vodiča „2a“ nalazimo u priručnicima.

B. K a b e l s k e m j e s n e m r e ž e s b a k r e n i m v o d i č i m a

Analognu tablicu učinimo za kableske vodove, radi usporedbe prijenosnih snaga s nadzemnim vodovima. Uzimamo pojasni tip kabela standardne izvedbe, četverožilni jednakih presjeka iz bakra, sa zajedničkim metalnim plaštem iz nazivnog napona 1...kV. Po standardnoj shemi u TABLICI 10.4.1. ili 10.4.2. čitalac lako odredi osnovne podatke za crtanje dijagrama prijenosnih snaga s raznim presjecima i materijalima vodiča, odnosno raznim tipovima kabela, ako mu je to potrebno.

Pored mnogih drugih razloga, izgradnja kableske mreže dolazi u obzir tamo, gdje su velika specifična opterećenja po jedinici dužine. Rijetko se kableska mreža niskog napona gradi s manjim presjekom od 35 ili većim presjekom od 150 mm^2 , ako su vodiči kabela iz bakra. Kod malih presjeka, tj. s malim specifičnim opterećenjem, jeftinija je nadzemna mreža. Kod velikih se presjeka pojavljuju teškoće u montaži, troškovi za pribor rastu itd. I za kableske mreže vrijede primjedbe u vezi s izborom presjeka kao i za nadzemne mreže. Biraju se dva presjeka, jedan za glavne vodove i drugi za sporedne ogranke. Npr. 95 i 50 mm^2 ili 120 i 70 mm^2 , odnosno 70 i $35 \dots \text{mm}^2$, što zavisi o gustoći opterećenja mjesta ili grada.

U TABLICI 10.4.2. navedeni su svi podaci Kabela za 5 presjeka od $35 \div 120 \dots \text{mm}^2$ standardne izvedbe. Induktivni otpor i graničnu struju ugrijanja nalazimo u priručnicima.

Na sl. 10.4.3. prikazane su krivulje $P_1 = f(l)$ dobivene iz momenta djelatne snage za svaki presjek nadzemnog i kablenskog voda posebno. Iz krivulja očitavamo maksimalne snage, koje se mogu narinuti na početku voda na stanovitu udaljenost. Od granice ugrijavanja ove snage padaju s duljinom voda po zakonu hiperbole. Gubici djelatne snage

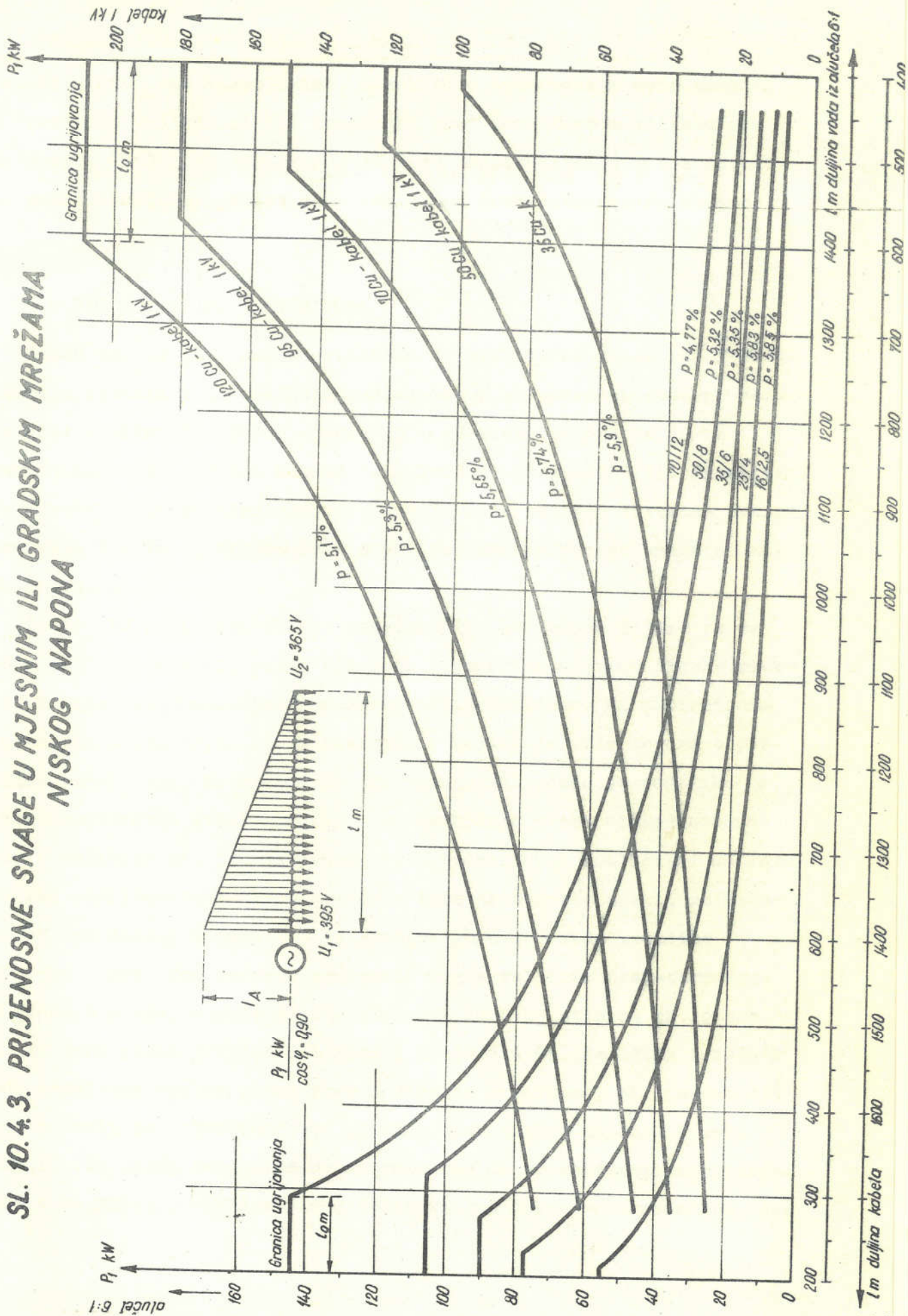
Tablica 10.4.2.

Standardni presjek Cu kabla 1kV A (Pojasni kabel)	nazivni stvarni	35	50	70	95	120	$\times 10^{-6} \text{ m}^2$
Napon na početku voda U_1		34,4	49,5	66	93,2	117	V
Uzdužni pad napona $m \approx u$				0,077			÷
Specifična vodljivost γ				56			$\times 10^{-6} \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}}$
Faktor snage na početku voda	$\cos \varphi_1$ $\tan \varphi_1$			0,90			÷
Otpor	djelatni R_0 induktivni X_0	0,525 0,082	0,364 0,080	0,271 0,078	0,192 0,077	0,153 0,076	$\times 10^{-3} \frac{\Omega}{\text{m}}$
$2m \gamma A U_1^2$		46300	66600	88800	125000	157500	$\times 10^3 \text{ Wm}$
$1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1$		1,076	1,107	1,139	1,194	1,240	÷
Djelatni moment snage $M_1 P_1 L = \frac{2m \gamma A U_1^2}{1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1}$		43100	60200	78000	105000	127000	$\times 10^3 \text{ Wm}$
$3 \gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1$		730000	1050000	1405000	1980000	2490000	$\times 10^3 \text{ Wm}$
Djelatni gubici: $p = \frac{M_1}{3 \gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1}$		0,0590	0,0574	0,0555	0,0530	0,0510	÷
Granična struja ugrijavaња I_g		165	200	245	295	340	A
Snaga do granice ugrijavaња $P_g = \sqrt{3} U_1 I_g \cos \varphi_1$		101	123	150,5	181	209	$\times 10^3 \text{ W}$
Granična duljina $l_g = \frac{M_1}{P_g}$		426	490	519	580	608	m

su konstantni od granice ugrijavaња za sve duljine voda i svaki presjek imade svoj vlastiti stepen korisnosti. Zanimivo je primjetiti, da veći presjek imade veći stepen korisnosti.

Dijagramima na sl. 10.4.3. možemo se korisno služiti pri dimensioniranju, projektiranju i planiranju mreža niskog napona. Vidimo npr. da nam kabel 95 Cu dopušta opterećenje oko 310... W/m na električnu duljinu ulice 580...m. Računamo li s maksimalnim istodobnim opterećenjem po domaćinstvu 1000...W, kako se to često uzima danas za gradska naselja, na pomenutu duljinu kabla može se priključiti 180 domaćinstva. Ili, radi li u nadzemnoj mreži iz alučela 50/8, na 1200...m električke duljine ulice dopušta se maksimalna snaga oko 28...kW ili 23,3...W/m. Ako umetanjem nove transformatorske stanice

SL. 10.4.3. PRIJENOSNE SNAGE U MJESNIM ILI GRADSKIM MREŽAMA NISKOG NAPONA

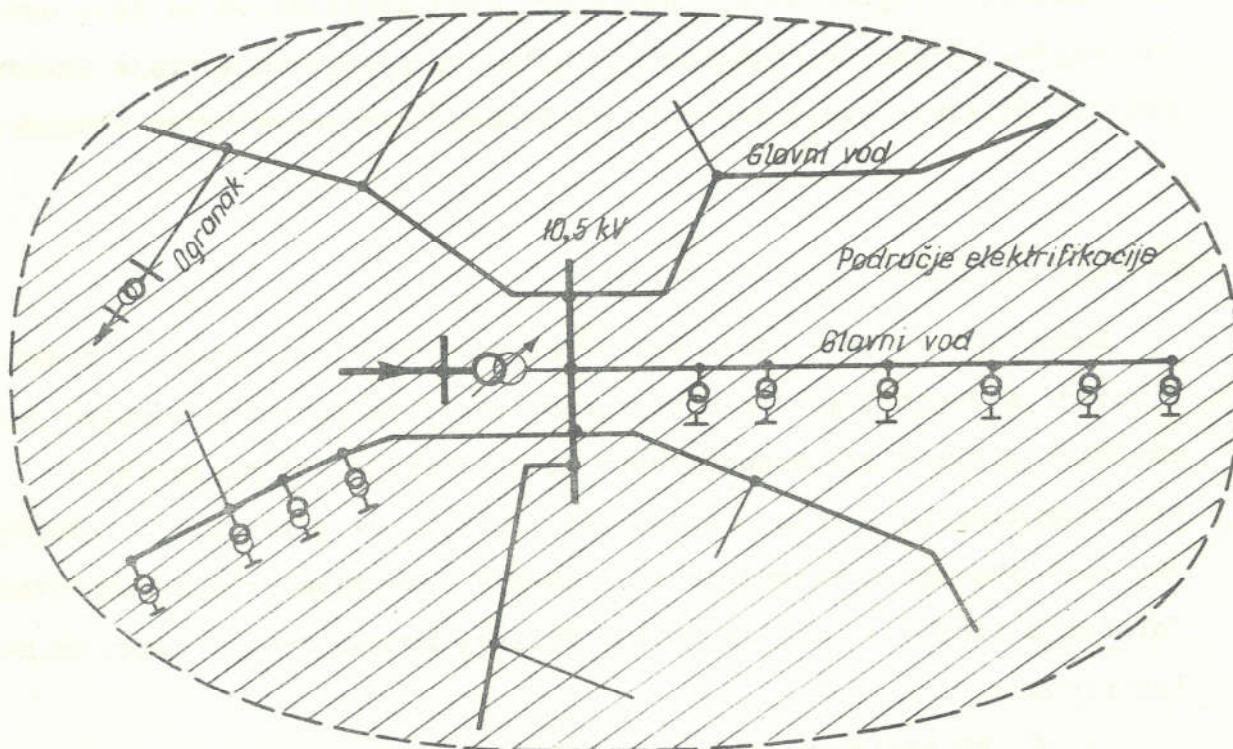


u mrežu glavni vod raspolovimo, specifično opterećenje može porasti na dvostruku vrijednost ili dvostruki broj domaćinstva uz isto opterećenje. Slično se dijagramom služimo za određivanje broja izvoda ili usklađivanje broja izvoda s veličinom transformatorske stanice.

10. 5. DOSEG MREŽE 10...kV NAPONA

Napon 10...kV je u našim prilikama distributivni napon za elektrifikaciju mjesnih i gradskih područja, kao i za područnu odnosno seosku elektrifikaciju. Pojno mjesto 10...kV mreže obično je 35/10 transformatorska stanica kao na sl. 10.5.1. Za gradsku ili industrijsku distribuciju primjenjuje se u novije doba također direktna transformacija 110/10, ako se radi o velikoj koncentraciji snage na malom prostoru.

Iz 10...kV sabirnica izlazi nekoliko 10...kV vodova kojima se zahvaća područje mjesta, grada ili veće površine u svrhu široke elektrifikacije. Regulacionim transformatorima održavamo na sabirnicama konstantni napon 10,5...kV iz razloga, o kojima je bilo govora u predašnjoj tački 10.4, Na svakom 10...kV vodu priključeno je nekoliko transformatorskih stanica 10/0,4 za napajanje mreže niskog napona. Broj i veličina stanica na jednom vodu općenito je različit i na različitim udaljenostima. Kod gradskih kabelskih mreža npr., na jedan 10...kV vod dolazi moguće 5 ÷ 10 stanica 10/0,4 reda veličine 100 ÷ 500kVA. Kod seoskih nadzemnih mreža veličina transformatora je redovno manja, moguće od 20 ÷ 160 ...kVA no broj stanica na jednom 10...kV vodu prema prilikama iznosi i do 10 ili 20. Veličina i razmak među stanicama varira prema tome u širokim granicama, slično kao što smo to imali za opterećenje na glavnom vodu niskog napona. U neku ruku 10...kV mrežu ovog tipa promatramo kao da je kontinuirano opterećena i za mnoge praktične svrhe dobivamo još dobru aproksimaciju, ako



Sl. 10.5.1. Doseg 10 kV mreže za mjesnu ili područnu elektrifikaciju

računamo s takvim opterećenjem. Pod ovim okolnostima želimo ispitati doseg 10...kV mreže različitih presjeka i veličinu područja, koje se tim naponom može zahvatiti.

Iz dijagrama na sl. 5.2. vidimo, kada stanoviti teret voda dijelimo na jednake dijelove u jednakim razmacima, faktori a_n i b_n u početku veoma naglo padaju i kod $n=7÷9$ praktički se približavaju granicama $1/2$ i $1/3$. Na našim 10...kV vodovima niti su tereti jednaki, niti su oni u jednakim razmacima. Ovako nepravilno opterećeni vod nadomjestimo ekvivalentnim vodom kojemu je teret razdijeljen u 5 jednakih dijela na jednakim udaljenostima. Ovo približenje može nas zadovoljiti za mnoge praktičke potrebe, pa uzimamo da je

$$a_5 = \frac{1+2+3+4+5}{5^2} = \frac{3}{5} = 0,60$$

$$b_5 = \frac{1+2^2+3^2+4^2+5^2}{5^3} = \frac{11}{25} = 0,44$$

Drugim riječima to znači, da je napon na kraju nepravilno opterećenog voda takav, kao da je sav teret koncentriran na $3/5$ njegove dužine. U pogledu gubitka snage međutim, sav teret je koncentriran na $0,44$ dužine voda. To je razumljivo se jedna procjena, koja može zadovoljiti praktičara za dobivanje izvjesne slike o prijenosnim snagama i dosegu $10...kV$ vodova, poglavito pri dimenzioniranju i planiranju područnih mreža. Tim više, što se pojedini tereti na $10...kV$ vodu tokom godina mijenjaju, dodavaju se ili priključuju nove stanice itd. Ovom pretpostavkom nalazimo se negdje između dva ekstremna slučaja opterećenja: kontinuirano opterećenog i koncentrirano opterećenog voda na njegovom kraju.

U daljnjem se naša zadaća svodi na isti problem koji smo rješavali u tač. 10.4. Samo jednačbe za napon i snagu prema [5.12] dobivaju oblik

$$\left. \begin{aligned} U_2^0 &= 1 - 0,6 l^0 Z^0 \\ S_2^0 &= 1 - \gamma_1 - 0,44 (l^0)^2 Z^{0*} \end{aligned} \right\} \dots (10.5.1)$$

Pretpostavljamo dakako da $10...kV$ vod ima jednaku impedanciju po jedinici dužine, što je u praksi redovno slučaj. Na sl. 10.5.1. su naznačeni glavni vodovi i ogranci na glavnim vodovima, koji mogu, no ne moraju biti istog presjeka kao i glavni vod. Ogranci ili sporedni vodovi često su građeni s manjim presjekom negoli glavni vod. Naša razmatranja ograničimo na glavne vodove.

Kao kriterijza dimenzioniranje $10...kV$ mreže odaberimo naponske prilike. S istim argumentima kao pod tač 10.4., na primarnom namotu transformatora, kao trošilu u mreži, ne želimo imati promjenu izvan granice $\pm 5\%$ nazivnog napona. U svojoj praksi autor se služi pri dimenzioniranju vodova graničnom promjenom $\pm 4\%$. To je kao jedan kompromis zahtjeva, da trošilo u mreži s jedne strane radi u granicama dobre ekonomije i s druge strane, da gubici snage u prijenosnoj mre-

ži budu također u razumnom okviru.

Rastavimo li prvu jednadžbu (10.5.1) u komponente, dobivamo za uzdužni pad napona, koji je praktički jednak stvarnoj razlici napona

$$m \cong u = \frac{1,04 U_n - 0,96 U_n}{1,04 U_n} = 0,077$$

$$R \cos \varphi_1 + X \sin \varphi_1 = \frac{5}{3} m \cdot \frac{U_1^2}{S_1} \quad \dots (10.5.2)$$

Ovdje je S_1 narinuta prividna snaga na početku voda kod napona $U_1 = 10,4 \sqrt{0^0} \dots \text{kV}$. Za faktor snage na početku voda uzimamo $\cos \varphi_1 = 0,9$ budući pretpostavljamo da su veći potrošači s lošim faktorom snage tarifom stimulirani na kompenzaciju jalove snage. Malom preinakom (10.5.2.) slijedi moment djelatne snage

$$M_1 = P_1 l = \frac{5}{3} \cdot \frac{m \cdot \gamma \cdot A \cdot U_1^2}{1 + X_0 \cdot \gamma \cdot A \cdot \tan^2 \varphi_1} \quad \dots (10.5.3)$$

Gubici djelatne snage su prema drugoj jednadžbi 10.5.1.

$$p = 0,44 \cdot \frac{R^0}{\cos \varphi_1} = \frac{11}{25} \cdot \frac{M_1}{\gamma \cdot A \cdot U_1^2 \cos^2 \varphi_1} \quad \dots (10.5.4)$$

Granične snage ugrijavanja P_g kao i granične duljine voda l_g određujemo na analogan način kao i u prethodnoj tački. I ovdje ćemo tražiti funkciju $P_1 = f(l)$ posebno za nadzemne i posebno za kabelske 10...kV vodove uobičajenih presjeka, koji nalaze primjenu u praktičnim distributivnim mrežama.

A. Nadzemni 10 kV vodovi iz alu čela 6:1

Uobičajeni presjeci poglavito za područnu ili seosku elektrifikaciju su: 16, 25, 35, 50, 70...mm². Presjek 16 najčešće se upotrebljava za ogranke glavnih vodova, koji su presjeka 25, 35 ili 50, rjeđe 70...mm². Presjeci iznad 70 su specifični moguće za industrijske koncentrirane terete na kraju voda, koji ne pripadaju našem tipu mreže. Ovdje ćemo se ograničiti na standardne presjeke 16 ÷ 70...mm².

Srednji geometrijski razmak među vodičima za sve presjeke uzimamo $D = 1,4...m$. S ovom je vrijednošću izračunat induktivni otpor voda. U TABLICI 10.5.1. vidimo sve interesirane veličine, izračunate na analogan način kao i u tački 10.4.

Tablica 10.5.1.

Standardni presjek alučel 6:1	A nazivni stvarni	16/2,5	25/4	35/6	50/8	70/12	$\times 10^6 m^2$	95/15 90,0/15,0
Napon na početku voda	U_1	10,4					$\times 10^3 V$	
Uzdužni pad napona	$m \cong u$	0,077					$\div$	
Specifična vodljivost	γ	34,8					$\times 10^6 \frac{1}{\Omega m}$	
Faktor snage na početku voda	$\cos \varphi_1$	0,90					$\div$	
	$\tan \varphi_1$	0,484						
Otpor	djelatni R_0	1,875	1,205	0,837	0,594	0,434	$\times 10^{-3} \frac{\Omega}{m}$	0,319
	induktivni X_0	0,410	0,395	0,384	0,373	0,362		0,352
$\frac{5}{3} m \gamma A U_1^2$		7380	11400	16550	23300	32000	$\times 10^6 Wm$	45889
$1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1$		1,1055	1,158	1,221	1,302	1,4025	$\div$	1,5632
Djelatni moment snage $M_1 - P_1 = \frac{5 \cdot m \gamma A U_1^2}{3 \cdot 1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1}$		6680	9850	13600	17950	22850	$\times 10^6 Wm$	29356
$\frac{25}{11} \cdot \gamma A U_1^2 \cos^3 \varphi_1$		106000	164500	23700	334000	458000	$\times 10^6 Wm$	658267
Djelatni gubici $p = \frac{11}{25} \cdot \frac{M_1}{\gamma A U_1^2 \cos^3 \varphi_1}$		0,0630	0,0599	0,0575	0,0538	0,0502	$\div$	
Granična struja ugrijavanja	I_g	90	125	145	170	235	A	290
Snaga do granice ugrijavanja	$P_g = \sqrt{3} U_1 I_g \cos \varphi_1$	1455	2030	2350	2780	3810	$\times 10^3 W$	4701
Granična duljina	$l_g = \frac{M_1}{P_g}$	4,59	4,86	5,80	6,47	5,97	$\times 10^3 m$	6,25

Na dijagramima sl 10.5.2. vrijednosti funkcije $P_1 = f(l)$ za nadzemne vodove iz alučela očitavamo s lijeva na desno. Krivulje su dobivene iz izraza za moment djelatne snage u TABLICI 10.5.1. Granične udaljenosti l_g za sve presjeke kreću se u granicama (4,6 ÷ 6,5) km na kojima se može koristiti prijenosna snaga do granice ugrijanja

vodiča. S povećanjem udaljenosti prijenosna snaga naglo pada i to strmije kod većih presjeka. Odnosi snaga međutim za različite presjeke kod bilo koje udaljenosti prijenosa su isti i lako provjerimo rezultate navedene u slijedećoj tablici.

<i>Stvarni presjeci mm²</i>	<i>15,3</i>	<i>23,8</i>	<i>34,3</i>	<i>48,3</i>	<i>66,2</i>
<i>Odnos presjeka</i>	<i>1</i>	<i>1,56</i>	<i>2,24</i>	<i>3,16</i>	<i>4,33</i>
<i>Odnos snage</i>	<i>1</i>	<i>1,48</i>	<i>2,04</i>	<i>2,69</i>	<i>3,42</i>
<i>Odnos gubitka djel. snage</i>	<i>1</i>	<i>0,95</i>	<i>0,91</i>	<i>0,85</i>	<i>0,79</i>

Snaga raste sporije od presjeka, no relativni gubici padaju s presjekom, koju smo činjenicu utvrdili već kod mreža niskog napona. Standardni presjek 70/12 imade za 21 % veći stepen korisnosti od presjeka 16/2,5, kako nam pokazuje tablica. Ovi odnosi dakako vrijede pod uvjetom, da je faktor snage na početku voda, napon na početku i kraju voda, udaljenost prijenosa kao i karakter opterećenja za sve presjeke isti.

Krivulje na sl. 10.5.2. služe nam dobro kao orijentacija pri globalnom planiranju ili projektiranju područnih 10...kV mreža, kao i pri dimenzioniranju 10...kV vodova, određivanju broja izvoda iz pojne tačke 10...kV mreže ili određivanju broja pojmih tačaka za jedno veće područje, koje se želi elektrificirati. Životna dob nadzemnog voda i kabela računa se oko 30 godina ili više. Tačnija opterećenja širih područja mogu se prognozirati s izvjesnom sigurnošću tek za nekoliko godina unaprijed. U početku opterećenje je redovno malo i kasnije ono raste, no nepoznata je zakonitost porasta unutar razdoblja 30 ili više godina. Preostaje nam da se odlučimo na izbor presjeka, ne vodeći pritom mnogo računa, u kojem vremenskom razdoblju će se postići njegovo puno korištenje.

Ako promatramo npr. područje s polumjerom $r = 10...km$ ili $314...km^2$ koje treba elektrificirati sa 6 voda 10...kV napona koji izlaze npr.

Tablica 10.5.2.

Standardni presjek Cu kabla 10 kV A (Pojasni kabel)	nazivni	35	50	70	95	120	$\times 10^{-6} \text{ m}^2$	
	stvarni	34,4	49,5	66	93,2	117		
Napon na početku voda	U_1	10 400					V	
Uzdužni pad napona	$m \approx u$	0,077					÷	
Specifična vodljivost	γ	56					$\times 10^6 \frac{1}{\Omega \text{ m}}$	
Faktor snage na početku voda	$\cos \varphi_1$ $\tan \varphi_1$	0,90 0,484					÷	
Otpor	djelatni R_0	0,525	0,364	0,271	0,192	0,153	$\times 10^{-3} \frac{\Omega}{\text{m}}$	0,124 0,089 0,0754
	induktivni X_0	0,110	0,104	0,100	0,095	0,092		0,093 0,093 0,088
$\frac{5}{3} m \gamma A U_1^2$		26 720	38 500	51 300	72 400	91 000	$\times 10^6 \text{ Wm}$	116536 145812 186554
$1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1$		1,1025	1,1395	1,179	1,240	1,292	÷	1,378 1,452 1,573
Djelatni moment snage $M_1 = P_1 = \frac{5}{3} \frac{m \gamma A U_1^2}{1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1}$		24 200	33 800	43 500	58 500	70 600	$\times 10^6 \text{ Wm}$	84612 93034 118538
$\frac{25}{11} \gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1$		383500	552000	735000	1040000	1305000	$\times 10^6 \text{ Wm}$	1632542 2062808 2616075
Djelatni gubici $p = \frac{M_1}{25} \frac{1}{\gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1}$		0,0632	0,0613	0,0592	0,0563	0,0540	÷	0,0506 0,0482 0,0443
Granična struja ugrijavanja I_g		135	165	200	240	280	A	320 355 405
Snaga do granice ugrijavanja $P_g = \sqrt{3} U_1 I_g \cos \varphi_1$		2190	2680	3240	3890	4540	$\times 10^3 \text{ W}$	5188 5755 6566
Granična duljina $l_g = \frac{M_1}{P_g}$		11,05	12,60	13,40	15,05	15,50	$\times 10^3 \text{ m}$	16,31 17,21 18,06

iz 35/10 stanice, onda prema dijagramu na sl. 10.5.2. možemo prenositi s pojedinim presjecima, imajući pred očima također sl. 10.5.1.

16/2,5	...	cca	...	12,7	...	[kW/km] ili 4000	...	[kW]
25/4	...	-"-	...	18,8	...	-"-	-"-	5950
35/6	...	-"-	...	26,0	...	-"-	-"-	8200
50/8	...	-"-	...	34,2	...	-"-	-"-	10750
70/12	...	-"-	...	43,5	...	-"-	-"-	13700

Misli se ovdje na konzum sela, elektrifikaciju poljoprivrede i na manje obrtne ili industrijske pogone, na koje uvijek nađemo u takvim područjima. Računali smo, da svi izlazeći 10...kV vodovi imaju istodobni maksimum. Kao i kod mreža drugih napona, ovdje je također

uputno da ^(se) za elektrifikaciju takvih područja odlučimo na izbor dvaju standardnih presjeka, moguće 35/6 za glavne vodove i 16/2,5 za otcjepe i ogranke na glavnim vodovima. To je zbog tipizacije, standardizacije i masovne proizvodnje stupova, pribora itd. kao vrlo efikasnog sredstva u svrhu sniženja troškova izgradnje i sniženja cijene električne energije. Eventualno veća opterećenja koja bi se pojavila još uvijek možemo svladati dvostrukim vodovima. Iz tablice vidimo da je dvostruki vod nešto povoljniji u pogledu prijenosne moći nego jedan vod s dvostrukim presjekom. Sa 2 x 35 prenosimo 52.... kW/km², a sa 1 x 70 prenosimo 43,5....kW/km², tj. 13 % manje. Uzrok je tome induktivni otpor, koji je kod dvostrukog voda približno dva-put manji.

U prvoj fazi elektrifikacije širokih područja, koja ovdje promatramo, opterećenja su mala, pa se ona mogu prenositi razmjerno na velike udaljenosti. S presjekom 35/6 prenosimo 680....kW na udaljenost 20...km. U kasnijoj fazi elektrifikacije, kad tereti porastu, umetanjem nove pojne tačke na toj udaljenosti, našim prilikama to je 35/10 stanica, raspolavljamo 10...kV vod i povećavamo time njegovu prijenosnu moć na dvostruko, tj. na 1360....kW. Umetanjem novih pojnih tačaka po ovoj ideji, investicije su u koraku s porastom opterećenja. Pored toga, neovisni smo o prognozi nesigurnog tereta na dulje vremensko razdoblje, a mreža se gradi iz standardnih elemenata, što je od bitnog značaja za dobru ekonomiju.

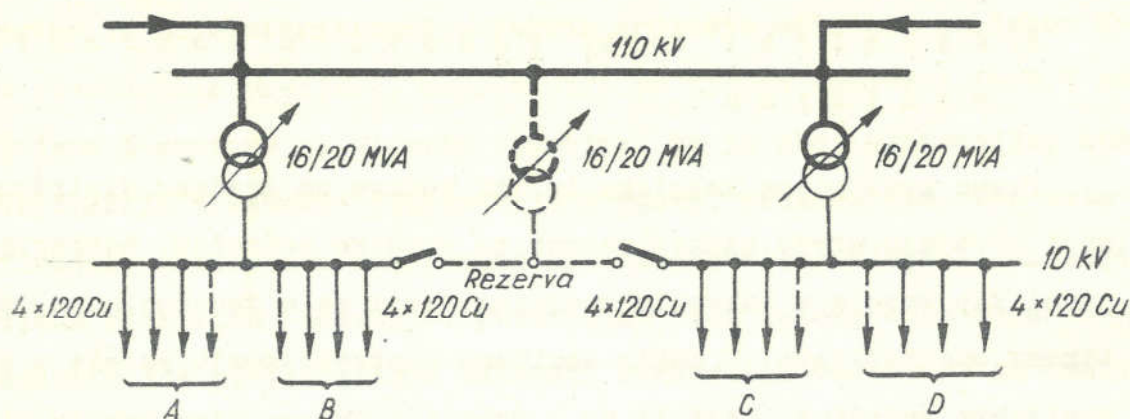
Primjećujemo, da smo prema gornjim argumentima mogli odabrati i manji presjek za glavne vodove, npr. 16/2,5, najmanji presjek koji se još dopušta propisom. Vodovi toga presjeka su dakako jeftiniji negoli s presjekom 35/6. Sniženjem troškova 10...kV mreže povećavamo međutim troškove za pojne tačke i za 35...kV mrežu. Predaleko bi nas dovelo, da na ovom mjestu izvodimo složeni račun optimuma.

B. Kabelski 10...kV vodovi s bakrenim vodičima

Imamo pred očima kabelske 10...kV vodove za gradsku distribuciju koji napajaju mrežu niskog napona za gradsko područje. Odaberimo pojasni tip kabela s bakrenim vodičima, koji se u današnjim našim prilikama upotrebljava. U nekim zemljama upotrebljavaju kabele s aluminijским vodičima. Radi li se o ovom ili drugom tipu kabela, lako izračunamo interesirane vrijednosti po šabloni TABLICE 10.5.2. Pomoću ove tablice nacrtani su dijagrami na sl. 10.5.2., na jednaki način kao i za alučel. Krivulje na dijagramu promatramo s desna na lijevo.

Ravne linije pripadaju snagama do granice ugrijavanja. Za odabrane standardne presjeke $35 \div 120 \text{ mm}^2$ lg je u granicama od 11 do 15,5 km i jedva da se u gradskim područjima prekoračuje ovaj doseg. Tipični presjeci za naše veće gradove su 70, 95 i 120. Gustoća ili specifično opterećenje u gradskim područjima dakako je znatno veće nego za područnu elektrifikaciju o kojoj smo netom govorili. Neki veliki svjetski gradovi imaju specifično opterećenje koje prelazi granicu 20 000 kW/km^2 . Za tako visoku gustoću opterećenja dobiva se razmjerno velika koncentracija kabela u pojnoj tački 10...kV mreže.

U kratkim i grubim potezima ilustriramo jednu modernu koncepciju izgradnje gradske kabelske 10...kV mreže u etapama. Za pojnu tačku pretpostavljamo direktnu transformaciju llo/lo, kojom je eliminirana 35...kV kabelska mreža. Kod velikih gradova kojima je perspektiva veliko specifično opterećenje, biramo u pojnoj tački 10...kV mreže velike transformatorske jedinice, jer su one relativno jeftinije u cijeni i u pogonu. Na sl. 10.5.3. vidimo principnu shemu stanice s 3 transformatora po 20...MVA, od kojih je jedan rezervni.

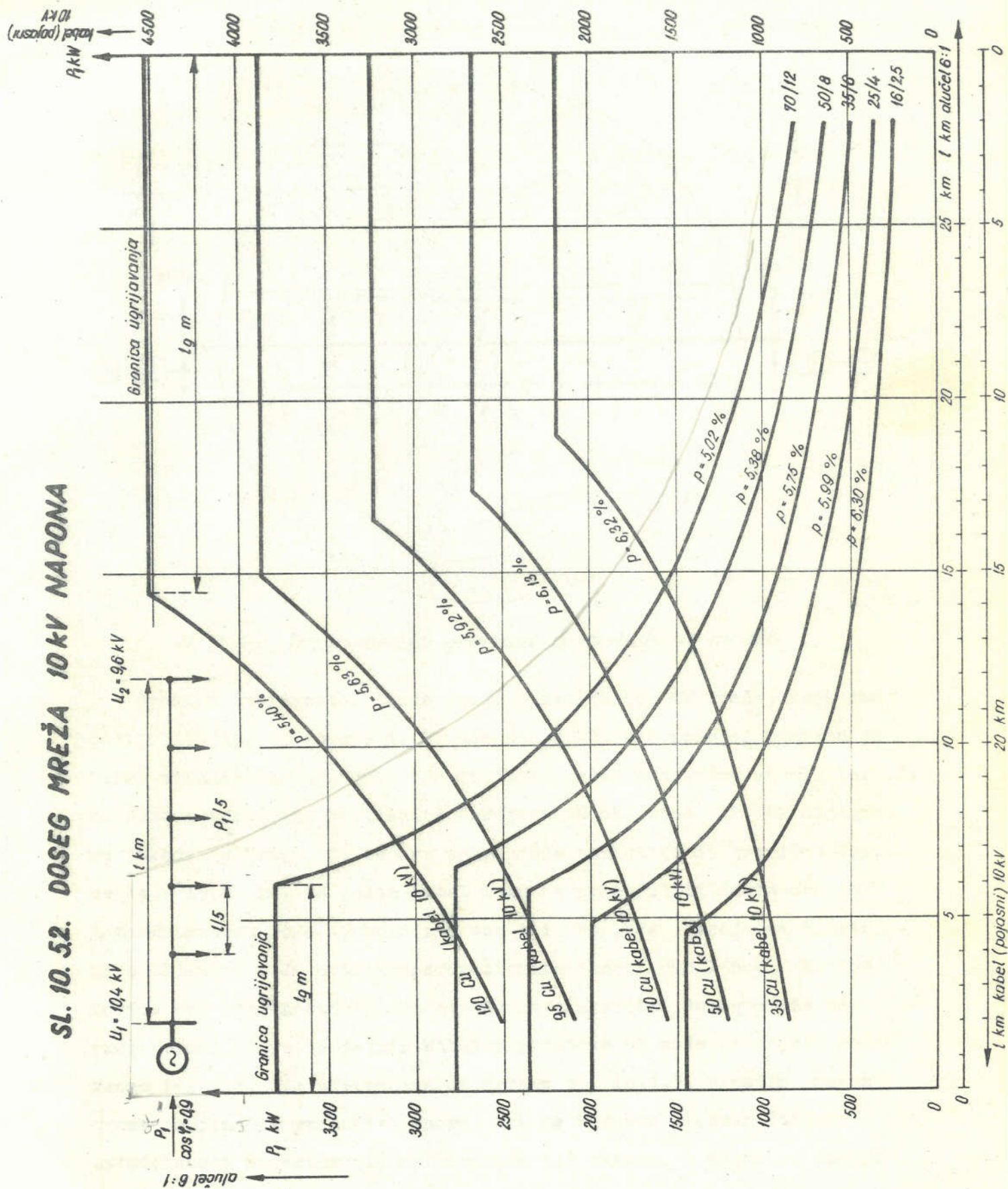


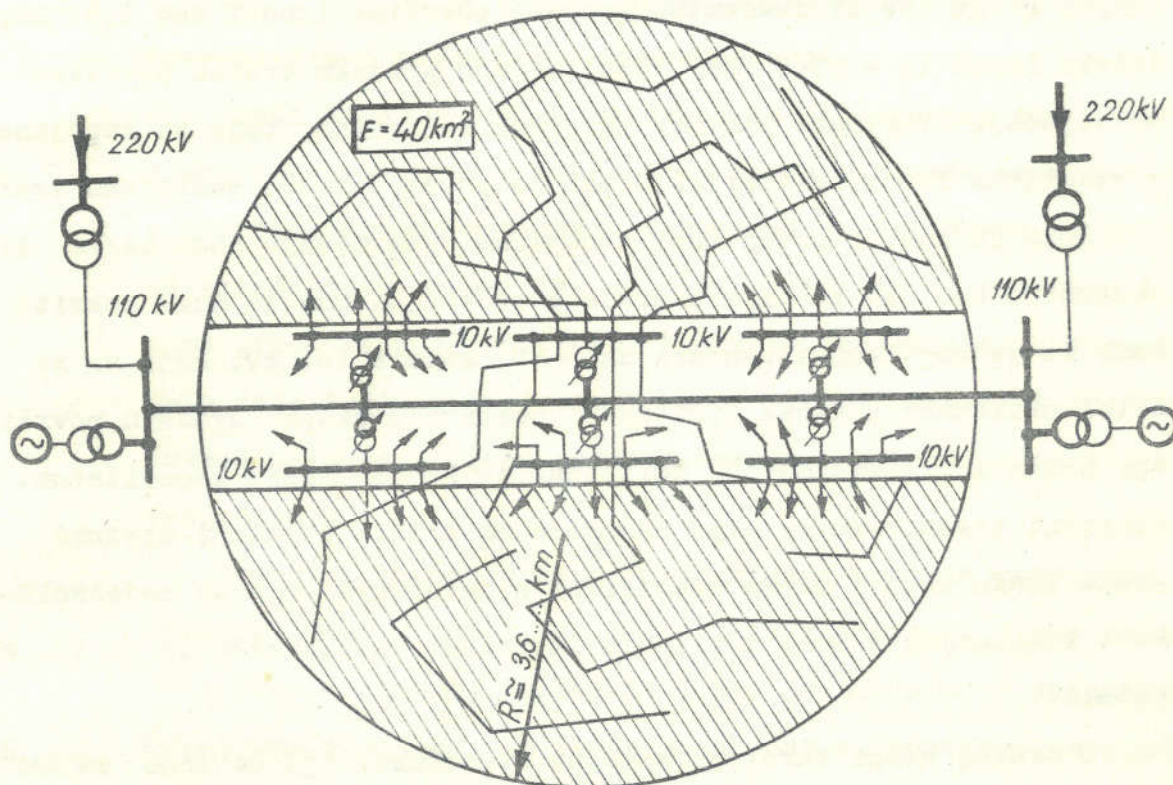
Sl. 10.5.3. Principna shema pojne tačke 10 kV mreže velikih gradova

Transformatori mogu biti s prisilnim hlađenjem 16/20...MVA, jer gradski maksimumi obično na traju dugo. S odabranim jedinicama dobivamo struje kratkog spoja u 10...kV, kao i u mreži niskog napona, koje su granicama snošljivosti. U nepovoljnom slučaju postoji mogućnost ^{stavljanja} pri-
gušnice ispred 10...kV sabirnica, u seriji s transformatorom. Transformatori imaju regulacioni uređaj pod teretom, za održavanje konstantnog napona na 10...kV sabirnicama za sva opterećenja u toku dana i noći. Na primarnoj strani osiguran je dotok energije barem s dvije strane i to s kabelskim 110...kV vodovima, kako bi se moglo ući u centar gradskog konzuma.

Velikom koncentracijom transformatorske snage u pojnoj tački snižujemo troškove za primarnu 110...kV mrežu, kao i troškove za 110/10 pojne tačke, jer ih imade manje. Ne smijemo zaboraviti niti na teškoće u pogledu lokacije ovih pojnih tačaka s urbanističkog gledišta, na koje uvijek nailazimo u praksi. Prema sl. 10.5.3. možemo zamisliti da su to dvije stanice zbijene na istom zemljištu. Rezervni transformator služi obim stanicama, pa su prema tome i troškovi za transformatorsku rezervu svedeni na minimum. Pri ispadu jednog transformatora postoji mogućnost automatskog uklapanja na rezervni transformator.

SL. 10. 52. DOSEG MREŽA 10 kV NAPONA





Sl. 10.5.4. Tronaponska gradska distributivna mreža

Svaki transformator imade svoju vlastitu 10... kV mrežu, koju smo podijelili u dvije grupe A, B, odnosno C, D. Kao primjer odabran je kabel standardnog presjeka 120 Cu, koji prema dijagramu na sl. 10.5.2. dopušta opterećenje do granice ugrijavanja oko 4500...kW. Na dijagramu također očitamo, da se ova snaga može koristiti do granične duljine $l_g = 15,5...km$. Na jedan kabel mogu se priključiti dakle oko 10 transformatora 10/0,4, veličine 400 ili 500...kVA. Prosječna električka udaljenost među ovim transformatorima iznosi oko 1 500... m. Polovica ove udaljenosti 750...m otpada na električki doseg mreže niskog napona, gdje se jednim kabelom presjeka 95 može prenijeti nešto iznad 140...kW, što očitamo na dijagramu sl. 10.4.3. U našim grubim razmatranjima ne griješimo mnogo, ako ne uzimamo u obzir faktore istodobnosti pojedinačnih opterećenja ili faktor, s kojim se umanju-

je prijenosna snaga paralelno vođenih kabela u istom kanalu.

Pretpostavimo gradsku površinu od $40 \dots \text{km}^2$ kao na sl. 10.5.4. Polumjer kruga ove ekvivalentne gradske površine iznosi oko $3,6 \dots \text{km}$, daleko ispod $l_g = 15,5 \dots \text{km}$. Idealiziranu gradsku kružnu površinu presijecaju dvostruke $110 \dots \text{kV}$ kabelske sabirnice, koje su napajane s vlastitim izvorima i priključene na superponiranu zemaljsku mrežu.

Neka je npr. u prvoj fazi prosječno opterećenje $500 \dots \text{kW/km}^2$ ili ukupno $20 \ 000 \dots \text{kW}$ za cijelo gradsko područje. Ona se može pokriti samo iz jednog transformatora sa $6 \div 8$ kabela $10 \dots \text{kV}$, koji su na slici prikazani cik-cak linijama i pokrivaju ukupnu gradsku površinu. Mreža i transformacija korištena je svojim punim kapacitetom. Rezervni transformator nije naznačen na slici. Pojedini sektori grada imaju veća i manja specifična opterećenja. Ova se nejednolikost kompenzira gušćim i rijedim umetanjem $10/0,4$ stanica na $10 \dots \text{kV}$ kabela.

U drugoj etapi teret poraste na dvostruko, tj. na $1000 \dots \text{kW/km}^2$ ili ukupno $40 \ 000 \dots \text{kW}$. Punjenje drugog transformatora $110/10$, koji se mora dodati kad se napuni prvi, traje manji ili veći broj godina. U tom se periodu izgrađuje $10 \dots \text{kV}$ mreža iz sabirnica drugog transformatora, jer je mreža prvog transformatora puna. Izgradnja je ove mreže etapna, u skladu s porastom tereta. U onim sektorima grada, gdje je teret u jačem porastu, koncentrira se veći broj 10 kV kabela s gušćim transformatorima $10/0,4$.

Dodavanjem novih stanica na $110 \dots \text{kV}$ gradske sabirnice proces se nastavlja u ritmu porasta tereta. Nova $110/10$ stanica može se graditi tik uz postojeću, ukoliko se ne pojavljuju poteškoće s velikom koncentracijom $10 \dots \text{kV}$ kabela. Koncentriramo li npr. po dvije stanice na istom zemljištu, dobivamo transformaciju $4 \times 20 \dots \text{MW}$ s jednim rezervnim, pa se troškovi rezervne transformacije mogu još više sniziti.

Troškovi za $10 \dots \text{kV}$ mrežu praktički su neovisni o broju i lokaci-

ji llo/lo pojmih tačaka. Troškovi međutim za llo...kV mrežu znatno zavise o broju i o lokaciji llo/lo stanica. Čim su ove stanice više zbijene i što ih je manje, općenito se može reći da su troškovi za investicije i pogon llo...kV mreže manji.

Gradi li se mreža po opisanoj ideji, neovini smo o nesigurnoj procjeni konzuma, bilo u etapama za manja ili veća vremenska razdoblja, u globalu, ili po pojedinim sektorima grada. Mreža se nadograđuje sa standardnim elementima u vrijeme kada je to potrebno i na sektorima grada gdje je potrebna. Kontrola punjenja transformatora i kabela daje indikaciju, gdje i kada treba zahvatiti proširenje. Ulog investicija je u ritmu porasta tereta, koji je uvjet bitan za dobru ekonomiju.

Prednost tronaposnke distribucije u velikim gradovima, kako je opisana, jest u tome, što je mreža u koncepciji veoma jednostavna i elastična u etapnoj izgradnji i što je izvanredno jednostavna i pregledna u pogonu, te imade mogućnost automatizacije pogona iz centralnog mjesta, čemu se danas teži. Može se grubo procijeniti, da su mreže ovog tipa reda veličine 30 % jeftinije od četveronaponske distribucije s međutransformacijom 35...kV.

Istu ideju tronaposnke distribucije prenosimo na manje gradove, ali s naponima 35, 10 i 0,4...kV. Tamo gdje se ne očekuju u dalekoj perspektivi veća opterećenja, moguće reda veličine 20 MW, niti imamo raspoloživ llo...kV napon, niti je on potreban za gradsku distribuciju s malim teretima. Ulogu transformacije llo/10 preuzima sada na sebe transformacija 35/10, gdje kabelska 10...kV mreža može biti manjeg presjeka, jer su tereti i udaljenosti manje. Koncepcija etapne izgradnje gradske mreže međutim ostane ista, kako je opisana gore za velike gradove.

Nailazimo također na slučaje, gdje dolazimo u sumnju, da li treba upotrebiti za gradsku distribuciju transformaciju llo/10 ili

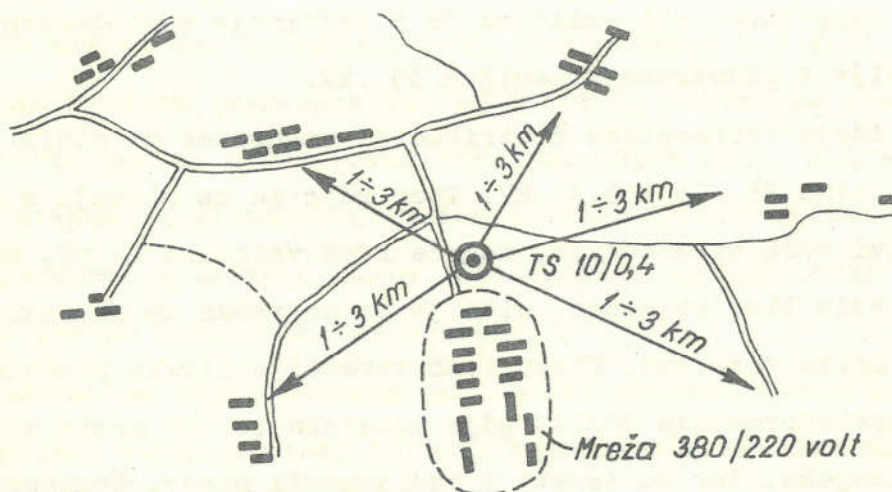
35/10, jer su nam raspoloživa oba primarna napona. Mjerodavna je dakako kalkulacija troškova, koja eventualno dovodi do rezultata, da je gradska mreža s transformacijom 110/10 povoljnija, ali s manjim transformatorima, veličine moguće 10...MVA.

Ne ulazimo ovdje u razne druge koncepcije gradskih mreža, koje mogu biti veoma specifične i zavisne o mnogim okolnostima. O osnovnim koncepcijama mreža nekih velikih evropskih gradova govoriti će se na drugom mjestu.

10.6. MEĐUNAPON 900volti

U Jugoslavenskom standardu za napon nalazimo također napon 900...volti u okviru niskih napona od $100 \div 1000$ V. Ovaj je napon namijenjen raštrkanim naseljima, kojim tipom naselja obiluje naša zemlja. Jedan primjer seoskog raštrkanog naselja vidimo na sl.

10.6.1. Zaselci ili male grupacije od par kuća međusobno su udaljene moguće $1000 \div 3000$...m.



Sl. 10. 6. 1. Primjer elektrifikacije raštrkanih naselja

Mreža niskog napona 380/220...V za ovaj tip naselja bila bi skupa ako bi njen radius dosezao 2 ili 3 km. Iako su opterećenja razmjerno mala, udaljenosti su za taj napon velike. Želimo li po-

trošačima osigurati uredan napon, u granicama $\pm 5\%$ koje preporučuje naš standard, potrebni su veliki presjeci i s tim u vezi visoki troškovi. Na slici je transformatorska stanica 10/0,4 smještena uz naselje s najvećim brojem kuća ili najvećim teretom. Zaseoci su od stanice udaljeni moguće 1 ÷ 3 km.

Jednako je skupo ako u zaselke ulazimo s 10...kV napona i transformacijom 10/0,4, premda koristimo najmanje presjeke koje nam dopušta propis iz mehaničkih razloga i transformatore 10/0,4 najmanjih snaga, koje se za taj napon grade u serijskoj proizvodnji. Očito je da između 0,38 i 10...kV manjka jedan međunapon u svrhu elektrifikacije područja s raštrkanim naseljima udaljenim moguće 1 ÷ 3 km i to za prijenos razmjerno malih tereta.

Kako je bilo pomenuto, međunapon 900...volti nalazi se u grupi niskih napona 100 ÷ 1000 volt. Za sve ove napone vrijede najvećim dijelom isti propisi u pogledu stepena sigurnosti, ispitnog napona, u svrhu proizvodnje materijala, pribora itd. Prema tome su i troškovi za mreže 400 i 900...volt praktički jednaki. Nije se išlo na granični napon 1000...volt s razloga, što je u pogonu često poželjan napon, barem u pojnoj tački mreže, koji je za 10 % veći od nazivnog. Također u tom slučaju mreža nazivnog napona 900...volt pripada u pogledu gradnje i pogona propisima niskog napona. Mreže iznad 1...kV pripadaju visokom naponu i za njih vrijede posebni propisi.

Međunapon 900...volt opterećuje industriju dakako novim tipom transformacije 10/0,945 i 900/400, gdje je sekundarni napon uvijek za 5 % veći od nazivnog. Prvi tip 10/0,945 mogao bi eventualno izostati, jer se svi problemi mogu riješiti drugim tipom 900/400. U transformatorskoj stanici na sl. 10.6.1. imali bi prema tome pored transformacije 10/0,4 i transformaciju 400/945, a u zaselcima transformaciju 900/400. Rješenje se može tražiti i tronamotnim transformatorima 10/0,945/0,4, koji bi napajali mrežu napona 900

1 380...volt. Afirmacija međunapona i konkurentni prodor toga napona u život usko je vezan s jeftinom, masovnom i standardnom proizvodnjom pomenutih transformatora.

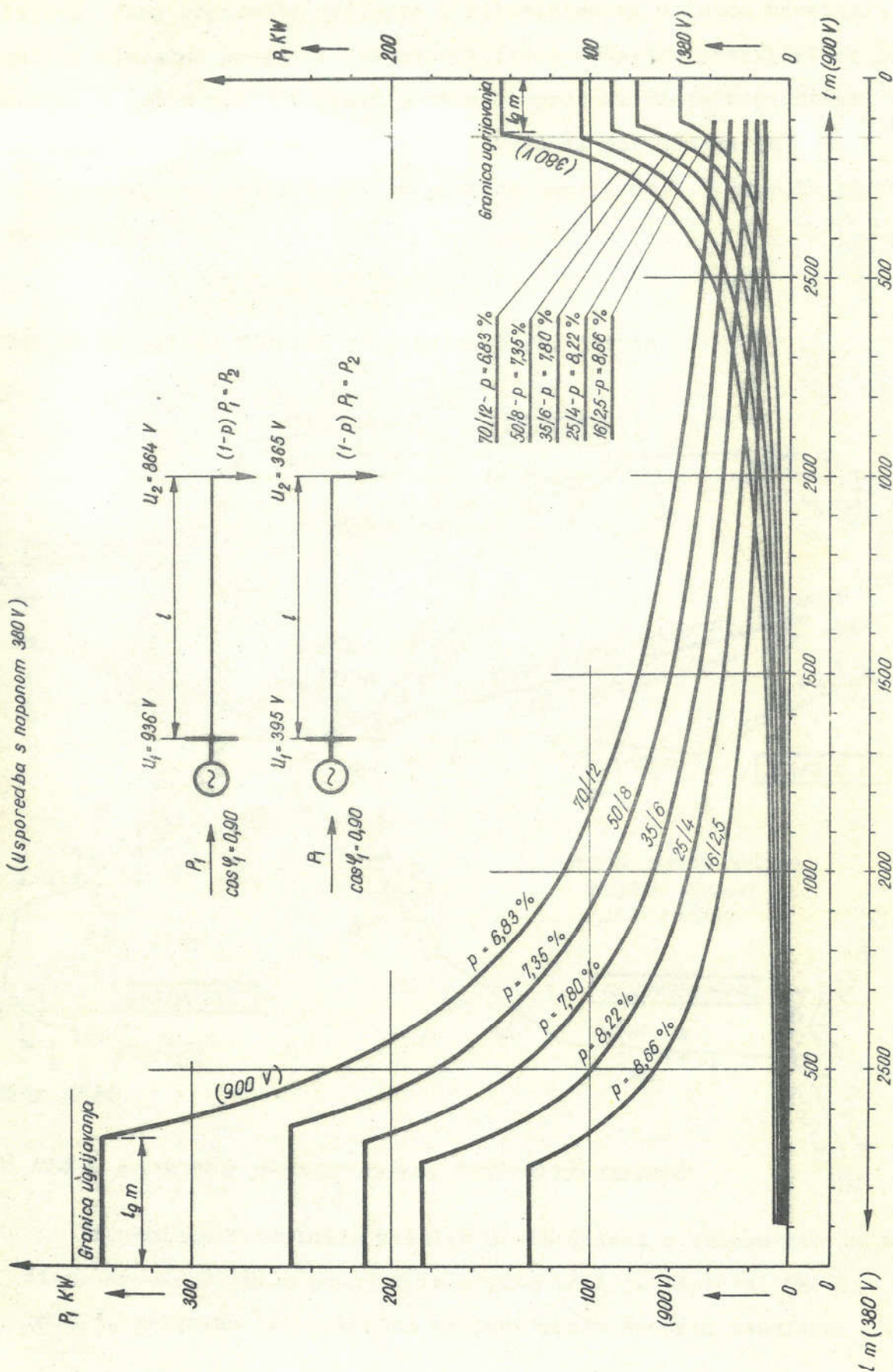
Tipu raštrkanih naselja pripadaju i neki drugi oblici konzumnata. Spomenimo npr. osamljena planinska odmarališta ili domove, lugarnice, vinogradske klijet, osamljene ljetnikovce ili zabavišta, osamljene farme ili poljoprivredna dobra i slično. Konzumenti ove vrste jedva traže više od nekoliko desetaka kilovata i nema perspektive za povećanje toga opterećenja. Često su ovi konzumenti udaljeni od izvora 10...kV napona 3 ili nešto više kilometara, što je nemoguće svladati s naponom 380...V, dok im je 10...kV napon preobilan i skup. Upravo za ovakve i slične prilike zamišljena je primjena međunapona.

Da bismo mogli nacrtati pregledne dijagrame u svrhu usporedbe prijenosnih snaga s naponom 900 i 380...V na razne udaljenosti, konstruirana je TABLICA 10.6.1. s potrebnim podacima, dobivenim uobičajenom tehnikom koju smo već upoznali. Ovdje se radi o koncentriranom teretu na kraju voda za oba napona. Napon na početku i kraju voda je $\pm 4\%$ nazivnog napona. Induktivni jedinični otpor uzeli smo jednak kao i kod voda 10...kV napona sa srednjim geometrijskim razmakom vodiča $D = 1,4...m$. Na vodove obih napona 900 i 380...V gledamo naime kao na pojne vodove, koji u stvari nadomještaju 10...kV vod s istim presjekom i razmakom među vodičima, istim provjesom i rasponom stupova. S ovom pretpostavkom troškovi za vodove 10, 0,9 i 0,38...kV napone gotovo su jednaki, izuzevši neznatne razlike u izolatorima, koje zanemarujemo.

U tablici su vrijednosti za moment djelatne snage, djelatne gubitke, granične duljine i snage ugrijavanja, za standardne presjeke od $16/2,5 \div 70/12$. S ovim vrijednostima crtan je dijagram na sl. 10.6.2. Krivulje za 900...V napon očitavamo s lijeva na desno za udaljenosti do 3...km. Krivulje za 380...V napon očitavamo s desna na

SL. 10.6.2. MEĐUNAPON 900 volti

(Usporedba s naponom 380 V)



građen 1963.god. i pušten u pogon početkom 1964.god. Područje je južno od Zagreba i graniči s Karlovačkom područnom 10...kV mrežom.

Tablica 10.6.1.

Standardni presjek alučel 6:1	nazivni A stvarni	16 / 25		25 / 4		35 / 6		50 / 8		70 / 12		$\times 10^{-6} \text{ m}^2$
		15,3/2,55		23,8/4		34,3/5,7		48,3/8		66,2/11,6		
Napon na početku voda	U_1	395	936	395	936	395	936	395	936	395	936	V
Uzdužni pad napona	$m \cong u$	0,077										✓
Specifična vodljivost	γ	34,8										$\times 10^6 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}}$
Faktor snage na početku voda	$\cos \varphi_1$	0,90										✓
	$\tan \varphi_1$	0,484										
O t p o r	djelatni R_0	1,875		1,205		0,837		0,594		0,434		$\times 10^{-3} \frac{\Omega}{\text{m}}$
	induktivni X_0	0,410		0,395		0,384		0,373		0,362		
$m \gamma A U_1^2$		6,4	36,0	99,5	56,0	14,35	80,75	20,2	114	27,7	156	$\times 10^6 \text{ W m}$
$1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1$		1,1055		1,158		1,221		1,302		1,4025		✓
Djelatni moment snage $M_1 = P_1 l = \frac{m \gamma A U_1^2}{1 + X_0 \gamma A \tan \varphi_1}$		5,8	32,8	8,58	48,4	11,8	66,1	15,55	87,9	19,8	111,4	$\times 10^6 \text{ W m}$
$\gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1$		67	379	104,5	590	150,5	84,75	212	1195	290	1635	$\times 10^6 \text{ W m}$
Djelatni gubici $P = \frac{M_1}{\gamma A U_1^2 \cos^2 \varphi_1}$		0,0866	0,0860	0,0822	0,0823	0,0780	0,0780	0,0735	0,0735	0,0682	0,0682	✓
Granična struja u grijavanju I_g		90		125		145		170		235		A
Snaga do granice u grijavanju $P_g = \sqrt{3} U_1 I_g \cos \varphi_1$		55,2	131	77,0	182	89,3	211	105	248	144,5	342	$\times 10^3 \text{ W}$
Granična duljina $l_g = \frac{M_1}{P_g}$		105	252	123	268	132	317	148	356	137	329	m

Četiri naselja s razbacanim grupacijama kuća obuhvaćaju teritorij oko 7...km² s ukupno 84 seoskih domaćinstava i toliko priključaka, kako je na slici prikazano. Transformatorska stanica 10/0,4 nekako je u težištu konzuma i pored toga smještena uz većeg potrošača za pogon mlina. Ovakva situacija 10...kV pojne tačke za mrežu niskog napona nameće se sama po sebi. Periferne grupacije kuća obuhvaćene su sa 5 strujnih krugova niskog napona koji izlaze radialno iz stanice. Udaljenosti u metrima i dimenzije presjeka vodiča iz alučela naznačene su na slici. Najudaljenija tačka mreže

iznosi nešto više od 2...km. Do težišta konzuma dolazi se pojnim vodovima čija je dužina reda veličine 1...km. Ukupna duljina mreže niskog napona na hrastovim stupovima iznosi oko 7,8...km, težina alu-čela oko 4 tone, broj stupova 290 sa srednjim rasponom 35...m.

Mreža je računata sa 250...W istodobnog opterećenja po jednom domaćinstvu. Predviđeni motorni pogon za vršidbu ili druge sezonske poljoprivredne potrebe naznačen je na slici. Bez motornog pogona mreža podnosi maksimalni teret tek $84 \cdot 0,25 = 21...kW$ i ona je dimenzionirana uglavnom samo za potrebe rasvjete. Motori rade sezonski po danu i ne istodobno, ako su na istome strujnom krugu. S ovako skučenim teretima i ograničenjima mreža mora biti još uvijek razmjerno jako dimenzionirana. Prema podacima iz projekta i cijenama u 1963.god. kompletni troškovi mreže bez priključaka i kućnih instalacija bili su slijedeći:

1. Dalekovod 10...kV	5 700 000.-	Din
2. Transf. stanica:		
(a) zidarski radovi	500 000.-	"
(b) el. dio	600 000.-	"
(c) transformator 30...kVA	400 000.-	"
3. Mreža niskog napona	4 656 000.-	"
4. Stupovi	618 000.-	"

Ukupno 12 474 000.- Din

Računamo li s maksimalnim teretom 30...kW koji mreža može preuzeti, dobivamo specifičnu cijenu snage

$$\frac{12474000}{30} = 415000 \dots \frac{\text{Din}}{\text{kW}}$$

Uzmemo li u obzir i gubitke, koji u prosjeku iznose moguće oko 8 % (prema dijagramu na sl. 10.6.2.), specifična cijena postane još veća. Usprkos visokih troškova i razmjerno bogatih dimenzija mreže, konzument je skučen samo na upotrebu rasvjetne energije. Udaljeniji konzumenti jedva da mogu računati na uredan radio ili TV prijem.

Nameće se pitanje, što treba učiniti, ako konzum poraste? Računajmo s intenzivnijom upotrebom električne energije u seoskim domaćinstvima i poljoprivrednim dobrima. Problem nije u transformaciji, koja se zamijeni transformatorom veće snage, već u vodovima mreže, koji ne dopuštaju tako jednostavnu zamjenu ili pregradnju.

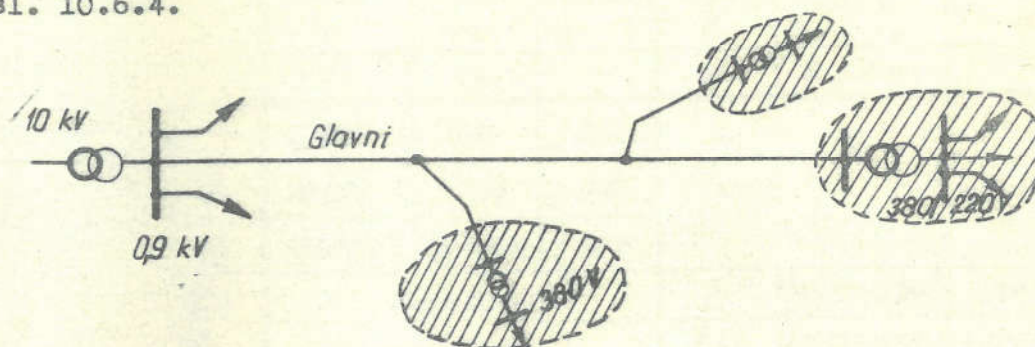
Jedno je rješenje da proširimo 10...kV mrežu s novim transformatorima 10/0,4; svaka grupacija od 5 naselja dobila bi svoj vlastiti transformator: to su prema sl. 10.6.3. naselja Cerovski Vrh, Petravec, Prvonožina, Jerebić I i II. Time bi se morala nadograditi 10...kV mreža, gdje bi se pojni vodovi niskog napona pregradili na 10...kV napon, što se na konkretnom primjeru ne bi moglo izvesti bez većih teškoća i troškova. Drugi izlaz tražimo u podizanju napona pojedinih dijelova mreže niskog napona na međunapon 900...V. Postojeća konstrukcija mreže ostaje netaknuta. Samo se ubacuju transformatori 900/400 i to na početku i kraju pojnih vodova, odakle se obično razvija mreža niskog napona. Iz slike vidimo da su svi pojni vodovi građeni s presjekom 35/6, a njihova udaljenost u prosjeku iznosi 1 km. Na dijagramu sl. 10.6.2. očitamo maksimalnu snagu za pomenutu udaljenost i presjek oko 70...kW. Kapacitet postojeće mreže niskog napona podigne se od 30 na 350...kW, a pored toga možemo poboljšati i naponske prilike s otcjepima na transformatorima 900/400. S ovim kapacitetom ne može nas iznenaditi intenzivnija elektrifikacija poljoprivrednih dobara ili šira upotreba električne energije u seoskim gospodarstvima. Prirodno je da specifična cijena snage time naglo pada, te kada bi se postigao maksimalni kapacitet, cijena snage snizila bi se od 415 000 na cca 36 000.- Din/kW, zanemarujući troškove transformatora 900/400, koji su razmjerno mali u ukupnim troškovima mreže. Ovaj proces sniženja cijene dakako ide etapno u koraku s porastom tereta.

Cijena transformatora 900/400 morala bi biti što niža, s prvo-

klasnim limom i malim gubicima, s jednostavnom montažom na stupu. Prvenstveno dolaze u obzir transformatori u štednom spoju, kod kojih se mogu ispuniti ovi zahtjevi. Izvjesne teškoće u pogledu zaštite ili prijenosa napona 900...V na mrežu niskog napona mogu se svladati jednostavnom i jeftinom automatikom za iskapčanje u slučaju defekta ove vrste.

Pri projektiranju raštrkanih naselja već unaprijed bi morali imati na umu etapni razvoj i eventualni prijelaz na međunapon 900...V. U prvoj etapi obično dostaje niski napon, ako se radi samo o rasvjetnom konzumu. Mreža se projektira s pojnim vodovima po ideji, kao na sl. 10.6.3. Pojni su vodovi ovdje građeni prema standardnoj gradnji mjesnih mreža, s rasponom stupova do 30 ili 35...m. Ekonomičniji je ako ove vodove gradimo s rasponom stupova koji nam dozvoljava presjek 35/6, tj. isti raspon s kojim se grade 10 kV vodovi reda veličine 60 ÷ 70...m. Time uštedujemo na stupovima, koji sačinjavaju kod normalnih vodova gotovo 2/3 ukupnih troškova voda. Misli se naime na solidnu izvedbu voda s impregniranim drvenim stupovima ili stupovima iz drugog materijala.

U drugim prilikama može biti poželjno da se mreža već u početku gradi s međunaponom, što dakako mnogo zavisi o konkretnim prilikama na terenu. Za situaciju mreže na sl. 10.6.3. moguće bi se našlo da je povoljniji trenamotni transformator 10/0,9/0,4, koji napaja kompletnu mrežu, također i mrežu niskog napona u njegovoj neposrednoj blizini. Jedan oblik upotrebe međunapona prikazuje na sl. 10.6.4.



SL. 10.6.4. Neki oblici primjene međunapona 900...volt

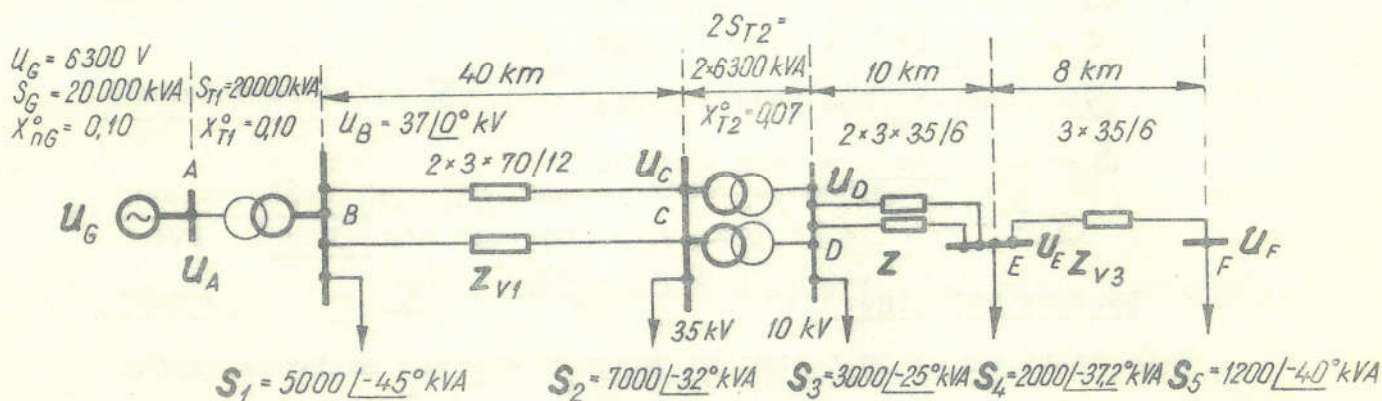
Glavni vod napona 900...volt većeg presjeka prolazi kroz područje osamljenih potrošača ili raštrkanih naselja, koja se zahvate ograncima manjeg presjeka. Glavni vod računamo kao višestruko opterećeni vod, i njegov je doseg nekoliko kilometara. Imade dakako i drugih oblika primjene međunapona. Dijagrami na sl. 10.6.2. daju nam dobru informaciju pri usporedbi prijenosa snage na razne udaljenosti s naponom 900 i 380 volt. Za višestruko opterećeni 900...V vod lako nađemo odgovarajuće krivulje po istoj ideji kao i dijagrame na sl. 10.5.2. S ovim tipom distribucije svladavamo područja s raštrkanim naseljem reda veličine $100 \dots \text{km}^2$, kada bi 10...kV pojna tačka bila u središtu ekvivalentne površine s raštrkanim naseljem.

Grubom procjenom međunapon ušteduje ca $20 \div 30 \%$ troškova na investicijama. Glavne uštede su u razlici cijena transformatora 10/0,4 i transformatora u štednom spoju 900/0,4. Međunapon 900...V afirmirao se u Austriji s dobrim praktičnim iskustvom.

10.7. RADIJALNA MREŽA S MEĐUTRANSFORMACIJOM

Na sl. 10.7.1. odabrali smo jedan oblik radijalne mreže s međutransformacijom. Mreža ima tri naponska nivoa nazivnog napona: 6,3 ... kV za generatorski krug, 35 i 10 ... kV za primarnu i sekundarnu mrežu. Sa zadanim veličinama i oznakama na slici tražimo:

- Raspodjelu struja u mreži
- Napone u čvorištima mreže
- Unutarnju napon, snagu i faktor snage generatora
- Stepen korisnosti sistema
- Opseg regulacije napona za transformator 35/10



Sl. 10.7.1. Radijalna mreža s međutransformacijom

1. Podaci mreže:

Nazivne veličine generatora, transformatora i podatke voda nalazimo u TABLICI 10.7.1.

Tablica 10.7.1.

Element mreže	Nazivna snaga S_n	Nazivni napon U_n	Nazivna jedinična impedancija $R_n + jX_n$	Srednji geom. razm. vodiča D	Impedancija voda	
	kVA	kV	$\div$		za jedinicu dužine $R_0 + jX_0$	ukupno $R + jX$
1. Generator	20000	6,3	$j0,10$			
2. Transform.	T_1	20000	6/35	$j0,10$		
	T_2	63000	35/10,5	$j0,07$		
3. Vodovi	Z_{V1}	dvostruki		2	$\frac{1}{2}(0,434 + j0,384)$	$8,68 + j7,68 = 11,56 \angle 41,6^\circ$
	Z_{V2}	dvostruki		1,4	$\frac{1}{2}(0,837 + j0,384)$	$4,19 + j1,92 = 4,60 \angle 24,7^\circ$
	Z_{V3}	jednostruki		1,4	$0,837 + j0,384$	$6,67 + j3,07 = 7,35 \angle 24,7^\circ$

Radna komponenta impedancije generatora i transformatora kao i njihova admitancija je zanemarena. Impedancije dvostrukih vodova su raspolovljene i nadomještene s impedancijom jednog voda. Na dva transformatora T_2 gledamo također kao na jedan transformator dvostruke nazivne snage jedinične impedancije X_n^o .

2. Opterećenja:

U čvorištu B mreže biramo referentni napon sistema $U_B = 37/0^\circ \text{ kV}$. Sva opterećenja, koja su naznačena na slici, odnose se na ovaj napon. Ukupna snaga u odnosu na napon ovog čvorišta je prema tome

$$S_1 = 5000 \angle -45^\circ = 3530 - j 3530$$

$$S_2 = 7000 \angle -32^\circ = 5930 - j 3710$$

$$S_3 = 3000 \angle -25^\circ = 2720 - j 1265$$

$$S_4 = 2000 \angle -37,2^\circ = 1590 - j 1210$$

$$S_5 = 1200 \angle -40^\circ = 920 - j 770$$

$$S \approx P - jQ = 14\,700 - j 10\,500 = 18\,000 \angle -35,6^\circ \dots \text{kVA}$$

3. Bazične veličine:

Referentni napon je i bazični napon u sistemu nazivnog napona 35.....kV. Za bazičnu snagu biramo proizvoljno ukupnu djelatnu snagu svih potrošača, tako da je

$$U_b = 37 \dots [\text{kV}]$$

$$S_b = P = 14\,700 \dots [\text{kW}]$$

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_b} = \frac{14\,700}{\sqrt{3} \cdot 37} = 230 \dots [\text{A}]$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = \frac{(37)^2}{14,7} = 93 \dots [\Omega]$$

Bazične veličine za generatorski krug 6.....kV i mrežu 10.....kV napona pregledno su napisane u TABLICI 10.7.2. Dobivene su poznatim postupkom, obilazeći neopterećenu mrežu lijevo i desno od referentnog čvorišta B, s faktorima transformacije, koji slijede iz nazivnih podataka u TABLICI 10.7.1.

Tablica 10.7.2.

Sistem		Bazične veličine za		
		Generatorski krug 6 kV	35 kV krug	10 kV krug
U_b	kV	6,35	37	11,1
S_b	kVA	14700		
I_b	A	1340	230	766
Z_b	Ω	2,74	93	8,39

4. Ekvivalentna mreža s jediničnim veličinama:

Jedinične veličine nađemo za:

Generator: $Z_c^\circ = jX^\circ = jX_n^\circ \left(\frac{S_b}{S_n} \right) \left(\frac{U_n}{U_b} \right)^2 = j0,10 \frac{14,7}{20} \left(\frac{6,3}{6,35} \right)^2 = j0,0725$

Transformator T₁: $Z_{r1}^\circ = jX_{r1}^\circ = j0,10 \frac{14,7}{20} \left(\frac{35}{37} \right)^2 = j0,0658$

Transformator 2T₁: $Z_{r2}^\circ = jX_{r2}^\circ = j0,07 \frac{14,7}{12,6} \left(\frac{35}{37} \right)^2 = j0,0732$

Vodovi: $Z_{v1}^\circ = \frac{8,68 + j7,68}{93} = 0,0933 + j0,0827 = 0,1245 | 41,6^\circ$

$Z_{v2}^\circ = \frac{4,19 + j1,92}{8,39} = 0,50 + j0,229 = 0,548 | 24,7^\circ$

$Z_{v3}^\circ = \frac{6,67 + j3,07}{8,39} = 0,798 + j0,367 = 0,880 | 24,7^\circ$

Opterećenja: $S_1^\circ = I_1^\circ = \frac{5000}{14700} | -45^\circ = 0,340 | -45^\circ = 0,2410 - j0,2410$

$S_2^\circ = I_2^\circ = 0,476 | -32^\circ = 0,4030 - j0,2530$

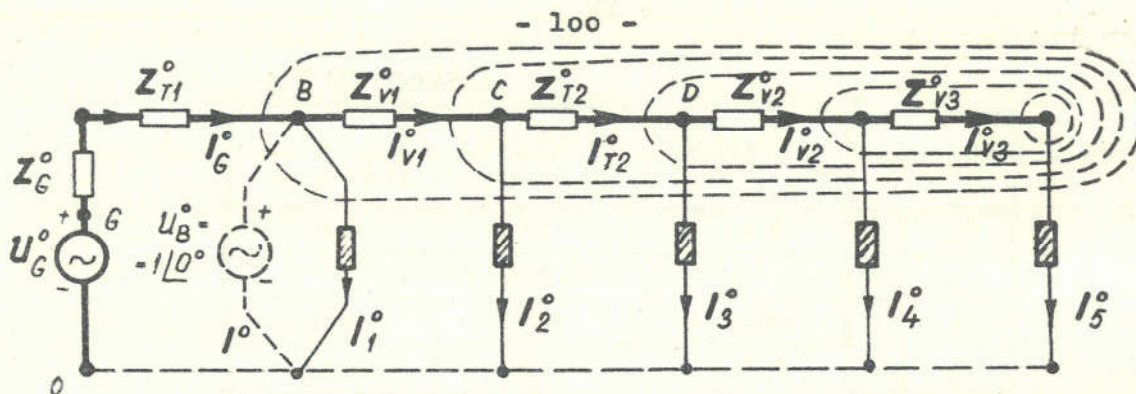
$S_3^\circ = I_3^\circ = 0,204 | -25^\circ = 0,1850 - j0,0860$

$S_4^\circ = I_4^\circ = 0,136 | -32,2^\circ = 0,1083 - j0,0825$

$S_5^\circ = I_5^\circ = 0,08175 | -40^\circ = 0,0627 - j0,0523$

$S^\circ = I^\circ = P - jQ \approx 1,000 - j0,715 = 1,23 | -35,6^\circ$

S gore izračunatim vrijednostima crtamo ekvivalentnu mrežu s jediničnim veličinama na sl. 10.7.2.



Sl. 10.7.2. Ekvivalentna shema mreže na Sl. 10.7.1. s kosturom i spojnica i uvrštenim fiktivnim generatorom napona $U_G^0 = 1\angle 0^\circ$

Kostur mreže odabran je tako, da sve grane potrošača i grane fiktivnog generatora leže u spojnica

A n a l i z a. Mreža na sl. 10.7.2. je pripremljena za analizu i možemo pristupiti traženju odgovora na pitanja A ÷ E.

A. R a s p o d j e l a s t r u j e u m r e ž i. Raspodjelu struje u mreži nađemo iz prereza grana kostura, kako su prikazani na slici tačkastim linijama:

$$\begin{aligned}
 I_{v3}^0 &= I_5^0 = 0,0627 - j0,0523 = 0,0816 \angle -40^\circ \\
 I_{v2}^0 &= I_5^0 + I_4^0 = 0,1710 - j0,1348 = 0,218 \angle -38,3^\circ \\
 I_{r2}^0 &= I_{v2}^0 + I_3^0 = 0,3560 - j0,2208 = 0,419 \angle -31,8^\circ \\
 I_{v1}^0 &= I_{r2}^0 + I_2^0 = 0,7590 - j0,4738 = 0,894 \angle -32^\circ \\
 I_G^0 &= I_{v1}^0 + I_1^0 = 1,0000 - j0,7150 = 1,230 \angle -35,6^\circ
 \end{aligned}$$

B. N a p o n i u č v o r i š t i m a m r e ž e. Unutarnji napon generatora nađemo iz naponske jednačbe za zamku s generatorskim granama

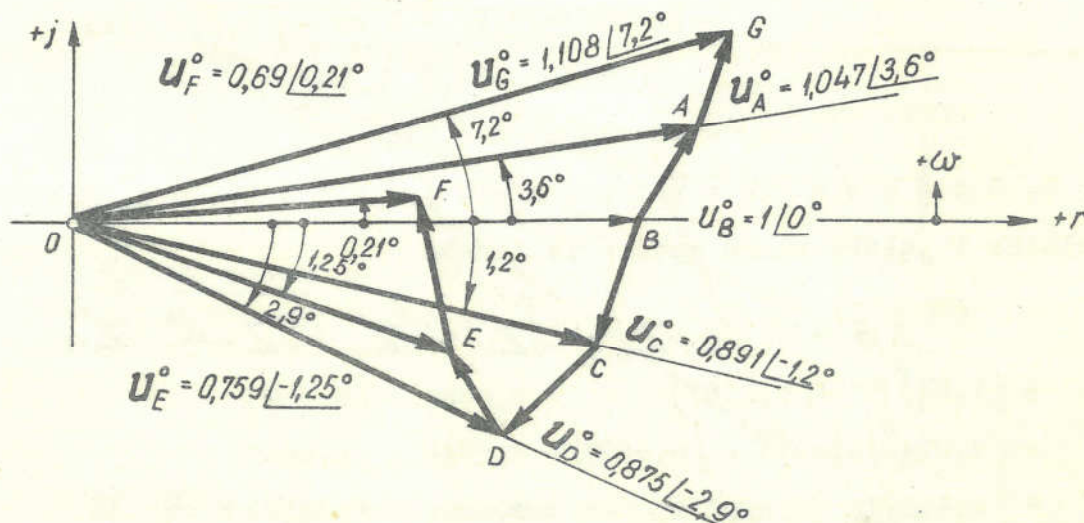
$$\begin{aligned}
 U_G^0 &= 1 + I_G^0 (Z_G^0 + Z_{T1}^0) = 1 + (1 - j0,715) (j0,1383) \\
 &= 1,099 + j0,1383 = 1,108 \angle 7,2^\circ \quad ||1 \\
 &\quad (7,04 \angle 7,2^\circ \dots \text{kV})
 \end{aligned}$$

Naponi u ostalim čvorištima mreže su redom:

$$\begin{aligned}
 U_A^0 &= 1 + I_G^0 Z_{T1}^0 = 1 + (1 - j0,715) (j0,0658) \\
 &= 1,047 + j0,0658 = 1,047 \angle 3,6^\circ \quad ||1 \quad (6,65 \angle 3,6^\circ \dots \text{kV})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_C^{\circ} &= 1 - I_W^{\circ} Z_{V1}^{\circ} = 1 - 0,894 \angle -31,4^{\circ} \cdot 0,1245 \angle 41,6^{\circ} \\
 &= 0,891 - j 0,0185 = 0,891 \angle -1,2^{\circ} \quad (111 \quad 32,95 \angle -1,2^{\circ}) \\
 U_D^{\circ} &= U_C^{\circ} - I_{T2}^{\circ} Z_{T2}^{\circ} = (0,891 - j 0,0185) - 0,419 \angle -31,8^{\circ} \cdot 0,0732 \angle 90^{\circ} \\
 &= 0,875 - j 0,0446 = 0,875 \angle -2,9^{\circ} \quad (111 \quad 9,7 \angle -2,9^{\circ} \dots KV) \\
 U_E^{\circ} &= U_D^{\circ} - I_{V2}^{\circ} Z_{V2}^{\circ} = (0,875 - j 0,0446) - 0,218 \angle -38,3^{\circ} \cdot 0,548 \angle 24,7^{\circ} \\
 &= 0,759 - j 0,0165 = 0,759 \angle -1,25^{\circ} \quad (111 \quad 8,425 \angle -1,25^{\circ} \dots KV) \\
 U_F^{\circ} &= U_E^{\circ} - I_{V3}^{\circ} Z_{V3}^{\circ} = (0,759 - j 0,0165) - 0,0816 \angle -40^{\circ} \cdot 0,88 \angle 24,7^{\circ} \\
 &= 0,690 + j 0,0025 = 0,69 \angle 0,21^{\circ} \quad (111 \quad 7,67 \angle 0,21^{\circ} \dots KV)
 \end{aligned}$$

Naponski dijagram mreže vidimo pregledno na sl. 10.7.3. Zbog preglednosti dijagram nije nacrtan u mjerilu, već samo s oznakom modula i argumenta napona u pojedinim čvorištima mreže.



Sl. 10.7.3. Fazorski dijagram napona za čvorišta mreže na Sl. 10.7.1.

Pad napona u mreži, računajući od sabirnice ^{generatora} do zadnjeg potrošača

$$\begin{aligned}
 U_A^{\circ} - U_F^{\circ} &= (1,047 + j 0,0658) - (0,690 + j 0,0025) \\
 m + n &= 0,357 + j 0,0633 = 0,363 \angle 10,1^{\circ}
 \end{aligned}$$

Na dijagramu je ovaj pad napona jednak dužini $\overline{FA}$. Relativna razlika napona jednaka je

$$u = \frac{U_A - U_F}{U_A} = \frac{1,047 - 0,69}{1,047} = 0,341 \text{ ili } 34,1\%$$

Uzdužni i stvarni pad napona ovdje se već više razlikuju, jer je

pad napona velik.

C. Snaga i faktor snage generatora.

Snaga i faktor snage generatora računamo jednom s unutarnjim naponom generatora i drugi put s naponom na njegovim stezaljkama. U prvom je slučaju

$$\begin{aligned} S_G &= U_G^* I_G = 1,108 \angle -7,2^\circ \cdot 1,230 \angle -35,6^\circ \\ &= 1,36 \angle -42,8^\circ = 1,00 - j 0,925 \quad \text{ili} \\ &\quad [19\,850 \angle -42,8^\circ \dots \text{KVA}] \\ \cos \varphi &= \cos 42,8^\circ = 0,733 \end{aligned}$$

U drugom slučaju

$$\begin{aligned} S_{G1} &= U_{A1}^* I_G = 1,047 \angle -3,6^\circ \cdot 1,230 \angle -35,6^\circ \\ &= 1,2855 \angle -39,2^\circ = 1,00 - j 0,815 \quad \text{ili} \\ &\quad [18\,950 \angle -39,2^\circ \dots \text{kVA}] \\ \cos \varphi &= \cos 39,2^\circ = 0,775 \end{aligned}$$

D. Stepen korisnosti sistema. Gubitke djelatne i jalove snage nađemo iz izraza

$$\begin{aligned} \Delta S^0 &= (I_G^0)^2 (Z_G^0 + Z_{T1}^0)^* + (I_{V1}^0)^2 Z_{V1}^{0*} + (I_{T2}^0)^2 Z_{T2}^{0*} + (I_{V2}^0)^2 Z_{V2}^{0*} + (I_{V3}^0)^2 Z_{V3}^{0*} \\ &= (1,23)^2 (0 - j 0,1383) = 0,0000 - j 0,2095 \\ &+ (0,894)^2 (0,0933 - j 0,0827) = 0,0745 - j 0,0662 \\ &+ (0,419)^2 (0 - j 0,0732) = 0,0000 - j 0,0129 \\ &+ (0,218)^2 (0,50 - j 0,229) = 0,0238 - j 0,0109 \\ &+ (0,0816)^2 (0,798 - j 0,367) = 0,0053 - j 0,0025 \\ \hline \Delta P^0 - \Delta Q^0 &= 0,1036 - j 0,3015 \quad \text{ili} \\ &\quad [1510 - j 4430 \dots \text{kVA}] \end{aligned}$$

Jer smo za bazičnu snagu odabrali djelatnu snagu narinutu sistemu, slijedi da su djelatni gubici $p = 0,1036$ ili $10,36\%$. Stepen korisnosti sistema je prema tome $0,8974$ ili $89,74\%$. Iz gornjih izraza vidimo da su najveći gubici djelatne snage u vodu V_1 i to $7,45\%$. U vodovima V_2 i V_3 oni iznose $2,38\%$, odnosno $0,53\%$. U generatoru i transformatorima smo zanemarili djelatnu komponentu impe-

Na konkretnom primjeru kontrolu ispravnosti računa provedimo na taj način, da nađemo stvarnu snagu potrošača u čvorištima mreže s poznatim naponima i strujama. Odbijemo li ove snage od snage koju daje generator, dobivamo gubitke u mreži, koje smo već odredili drugim putem. Naime, stvarne snage u čvorištima potrošača su

$$\begin{array}{llll}
 \text{Potrošač } S_1^o & \dots & U_B I_1^o = 1,0,34 \angle -45^\circ & = 0,2410 - j 0,2410 \\
 - \text{ " } - S_2^o & \dots & U_C I_2^o = 0,891 \angle 1,2^\circ \cdot 0,476 \angle -32^\circ & = 0,3645 - j 0,2180 \\
 - \text{ " } - S_3^o & \dots & U_D I_3^o = 0,875 \angle 2,9^\circ \cdot 0,204 \angle -25^\circ & = 0,1650 - j 0,0671 \\
 - \text{ " } - S_4^o & \dots & U_E I_4^o = 0,759 \angle 1,25^\circ \cdot 0,136 \angle -37,2^\circ & = 0,0833 - j 0,0605 \\
 - \text{ " } - S_5^o & \dots & U_F I_5^o = 0,690 \angle -0,25^\circ \cdot 0,08175 \angle -40^\circ & = 0,0433 - j 0,0362
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Rezultantna snaga potrošača } S_r^o & = 0,8971 - j 0,6228 = \\
 & = 1,093 \angle -34,8^\circ
 \end{array}$$

$$\text{Gubici } p - j q = 0,1036 - j 0,3015$$

$$\begin{array}{l}
 S_g^o = 1,0007 - j 0,4243 \\
 \approx 1,00 \angle -42,8^\circ
 \end{array}$$

Razlike zbog netačnosti računala su neznatne, što vidimo po usporedbi sa snagama, naznačenim na dijagramu sl. 10.7.4. dobivenih drugim putem.

E. O p s e g r e g u l a c i j e n a p o n a z a t r a n s f o r m a t o r e 35/10,5.

Podimo od napona na sabirnicama generatora U_A i prema definiciji za razliku ili pad napona dobivamo

$$\begin{array}{l}
 \text{pad napona u transformatoru } T_1 \dots \frac{U_A - U_B}{U_A} = \frac{1,047 - 1}{1,047} = 0,0499 \text{ ili} \\
 4,49 \%
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{pad napona u vođu 35 kV} \dots \frac{U_B - U_C}{U_A} = \frac{1 - 0,891}{1,047} = 0,1040 \text{ ili} \\
 10,40 \%
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{pad napona u transformatoru } T_2 \dots \frac{U_C - U_D}{U_A} = \frac{0,891 - 0,875}{1,047} = 0,0153 \text{ ili} \\
 1,53 \%
 \end{array}$$

Ukupni pad napona od generatorskih sabirnica do sek. sabirnica T_2 iznosi 0,1642 ili 16,42%

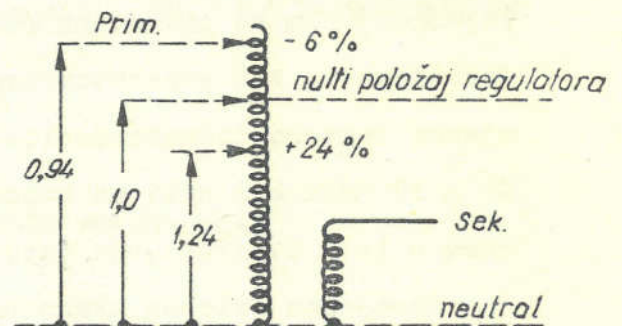
Pretežno najveći pad napona otpada na 35 ... kV vod. Linija pada napona prikazana je s dužinama A-B-C-D na dijagramu sl. 10.7.3. Na sekundarnim sabirnicama transformatora T_2 u čvorištu D je napon $U_D^0 = 0,875$ ili 9,7 ... kV, koji je razmjerno nizak za izvor 10 ... kV mreže. Napon pri potrošaču na kraju 10 ... kV voda iznosi $U_F^0 = 0,69$ ili 7,67 ... kV, što je daleko ispod nazivnog napona toga potrošača. Loše naponske prilike možemo ublažiti, ako je transformator T_2 građen s regulacijom pod teretom. Pritom se postavlja pitanje, koliki je potreban opseg regulacije napona za konkretno opterećenje?

Polazimo od dva ekstremna pogonska slučaja mreže: maksimalno opterećenje s kojim smo mrežu računali i neopterećene mreže. Referentni napon mreže u čvorištu B ostaje međutim za sva opterećenja jednak, što se postiže regulatorom na generatoru. Pored toga želimo imati tako veliki opseg regulacije T_2 , da potrošač na kraju 10 ... kV mreže pri maksimalnom opterećenju sistema dobiva približno svoj nazivni napon. S druge strane kod neopterećene mreže želimo da na sekundarnim sabirnicama T_2 vlada napon 10,5 ... kV. Iz ova dva postavljena uvjeta dobivamo potrebni opseg regulacije napona.

Budući da je kod maksimalnog opterećenja i neregulirane mreže $U_D = 9,7$... kV, a želimo npr. u ovom čvorištu imati 12 ... kV, potrebno je da naponski nivo 10 ... kV sistema podignemo za

$$\frac{12}{9,7} = 1,24 \text{ ili } 24 \%$$

Regulacioni uređaj zbog ma-



Sl. 10.7.5. Opseg regulacije transformatora 35/10,5 na Sl. 10.6.1.

njih struja obično se nalazi na primarnoj strani, tj. na strani gornjeg napona transformatora kao na sl. 10.7.5. Regulator u nultom položaju odgovara faktoru transformacije $35/10,5 = 3,33$. Na položaju $+24\%$ ovaj se faktor smanji na $35/10,5 \cdot 1,24 = 2,69$, jer se regulatorom vrši promjena odnosa zavoja primarnog i sekundarnog namota transformatora. Na sekundaru T_2 dobiva se prema tome napon $U_2 = 9,7 \cdot 1,24 = 12 \text{ kV}$. To je maksimalni napon koji se još prema našim propisima dopušta u sistemima nazivnog napona 10 ... kV.

Da odredimo donju granicu opsega regulacije, moramo izbaciti sve terete iz mreže. Polazeći opet od nultog položaja regulatora nađemo napon na sekundaru T_2 kod neopterećene mreže. U našem primjeru je taj napon

$$\frac{37}{35} \cdot 10,5 = 11,1 \dots \text{kV}$$

Pošto postavljamo zahtjev da taj napon bude 10,5 ... kV, moramo povećati faktor transformacije za

$$\frac{11,1}{10,5} = 1,06 \quad \text{ili} \quad 6\%$$

Transformator je prema tome s opsegom regulacije

$$35/10,5 \begin{array}{l} +24\% \\ -6\% \end{array}$$

Regulacija se provodi dakako postepeno u stepenima moguće od 1,5 do 2 %, za prilagođivanje različitim teretima ^{od} nule do maksimuma.

Umjesno je da se pitamo za posljedice regulacije napona na transformatoru T_2 ? U generatorskom krugu nema nikakvih promjena. Promjenom faktora transformacije ne možemo utjecati na pad napona u 35 ... kV vodu kao niti na napon čvorišta U_c . Mijenjaju se prilike samo u 10 ... kV mreži, pa ispitajmo kakvog su karaktera ove promjene.

Promjenom faktora transformacije T_2 mijenjaju se bazične veličine u 10 ... kV krugu. Zadržimo se sada na faktoru transformacije kod maksimalnog opterećenja, koji se u odnosu na neopterećeni transfor-

mator mijenja za 24%. Bazične veličine u 10...kV krugu za ovo pogonsko stanje su sada

$$U_b = \frac{37}{35} \cdot 19,5 \cdot 1,24 = 13,75 \dots \text{kV} \quad \left[\text{bez regulacije } \dots 11,1 \dots \text{kV} \right]$$

$$S_b = 14\,700 \dots \text{kVA} \quad \left[\text{---} \text{---} \text{---} 14\,700 \dots \text{kVA} \right]$$

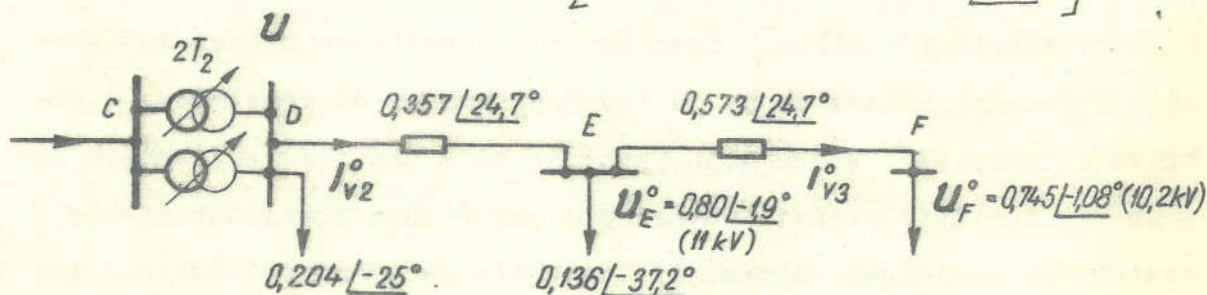
$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} U_b} = 619 \dots \text{A} \quad \left[\text{---} \text{---} \text{---} 766 \dots \text{A} \right]$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} = 12,9 \dots \Omega \quad \left[\text{---} \text{---} \text{---} 8,39 \dots \Omega \right]$$

Dok bazični napon raste linearno s faktorom transformacije, bazična struja pada linearno, a bazična impedancija raste s kvadratom. Bazična snaga dakako ostane pritom jednaka. Zbog toga jedinične snage ili struje potrošača, kako su zadane u odnosu na referentno čvorište U_b , ne trpe nikakove promjene. Prema sl. 10.7.5. su jedinične impedancije 10...kV voda

$$Z_{v2}^{\circ} = \frac{0,50 + j 0,229}{(1,24)^2} = 0,325 + j 0,144 = 0,357 / 24,7^{\circ} \quad \left[\text{bez regulacije } 0,548 / 24,7^{\circ} \right]$$

$$Z_{v3}^{\circ} = \frac{0,798 + j 0,367}{(1,24)^2} = 0,520 + j 0,239 = 0,573 / 24,7^{\circ} \quad \left[\text{bez regulacije } 0,880 / 24,7^{\circ} \right]$$



Sl. 10.7.5 Regulirani 10 kV krug mreže na Sl. 10.7.1.

Naponi u čvorištima E i F

$$U_E^{\circ} = U_D^{\circ} - I_{v2}^{\circ} Z_{v2}^{\circ} = (0,875 - j 0,0446) - 0,218 / -38,3^{\circ} \cdot 0,357 / 24,7^{\circ} \\ = 0,800 - j 0,0263 = 0,800 / -1,9^{\circ} \quad (11,1 \dots 11 / -1,9^{\circ} \text{ kV})$$

$$U_F^{\circ} = U_E^{\circ} - I_{v3}^{\circ} Z_{v3}^{\circ} = (0,800 - j 0,0263) - 0,0816 / -40^{\circ} \cdot 0,573 / 24,7^{\circ}$$

- 108 -

$$= 0,745 - j 0,014 = 0,745 \angle -1,08^\circ \left(111 \angle 10,2 \angle -1,08^\circ \right)$$

Potrošač na kraju voda dobiva nešto veći napon od nazivnog 10 ...kV. Prema nereguliranoj mreži napon u čvorištu F je podignut za 13,3% i u čvorištu E za 13,1%. Za to je potrebno da se u pojnoj tački 10 ...kV mreže podigne napon za 24%.

Regulacijom napona smanjujemo također gubitke u reguliranoj mreži. Gubici snage su u našem primjeru za 10 ...kV reguliranu mrežu

$$\begin{aligned} \Delta S^o &= (I_{V2}^o)^2 Z_{V2}^{o*} + (I_{V3}^o)^2 Z^{o*} \\ &= (0,218)^2 0,357 \angle -24,7^\circ + (0,0816)^2 0,573 \angle -24,7^\circ \\ &= 0,01540 - j 0,0071 \\ &\quad + 0,00347 - j 0,0016 \\ &\quad \underline{0,01887 - j 0,0087} \quad [111 \dots (278 - 127,5) \dots \text{kVA}] \end{aligned}$$

Pod tačkom D. nađemo da su ovi gubici u nereguliranoj mreži $(428 - j 197)$...kVA. Regulacijom dobivamo uštedu $(428 - 278) = 150 \dots \text{kW}$ u doba maksimalnog opterećenja sistema. Iz računa vidimo, da se gubici mijenjaju s kvadratom napona. Budući da smo u našem primjeru naponski nivo 10 ...kV mreže podigli za 1,24 puta, gubici se smanje na $1/(1,24)^2 = 0,65$ ili na 65% gubitaka neregulirane mreže.

S regulacionim transformatorima pod teretom postizemo dvostruku korist: potrošaču pružamo dobar napon i povećavamo stepen korisnosti prijenosa. Događa se da je izvor opterećen do maksimuma, a potrošači traže veću snagu koju izvor ne može pružiti. Podizanjem napona regulacionim transformatorima u dopuštenim granicama možemo u stanovitim prilikama zadovoljiti potrošače na račun oslobođenih gubitaka. Potrošačima u našoj 10 ...kV mreži pomoću regulacije napona možemo predati veću snagu za 150 ...kW bez dodatnog opterećenja izvora. Kod većih sistema oslobođene snage na račun gubitaka mogu biti dakako od većeg značaja.

Ovdje smo promatrali za ilustraciju specifični primjer računa potrebnog opsega regulacije od 6% do +24%, koji je neuobičajen u

- 109 -

praksi. Problem opsega regulacije u vezi s padom napona u vodu razmatrat će se na drugom mjestu.

KNJIŽNICA
Elektrotehničkog fakulteta
ZAGREB

- K o n a c -

-000-