

Ivan Flegar
ii.flegar@gmail.com

00-00

FIZIKALNE OSNOVE RADA TRANSFORMATORA

Sažetak: U elektrotehničkoj literaturi rad transformatora objašnjava se koristeći kauzalnu interpretaciju Faradayeva zakona elektromagnetske indukcije, dok se osnovna zadaća transformatora – prijenos energije između galvanski odvojenih izmjeničnih mreža – ili uopće ne objašnjava ili se objašnjava u terminima teorije električkih mreža. Iako vodi do ispravnih zaključaka, kauzalna interpretacija Faradayeva zakona elektromagnetske indukcije nije u skladu s općeprihvaćenim shvaćanjem pojma elektromagnetskog polja u fizici. Teorija električkih mreža može jedino opisati naponsko-strujne odnose na prilazima transformatora, dok je ono što se događa unutar transformatora, kao što je to prijenos energije između namota, nedostupno teoriji električkih mreža. Na primjeru dvonamotnog transformatora s feromagnetskom jezgrom pokazano je u članku kako se u okviru teorije elektromagnetskog polja može korektno objasniti rad transformatora koristeći nekauzalnu interpretaciju Faradayeva zakona elektromagnetske indukcije i Poyntingov teorem.

Ključne riječi: električno polje, kauzalnost, magnetsko polje, prijenos energije, Poyntingov vektor

Uvod

Transformatori su elektrotehnički uređaji koji se industrijski proizvode od 1880. godine i o kojima je do danas skupljeno ogromno inženjersko iskustvo u projektiranju, proizvodnji i eksploataciji. Razvoj transformatora pratila je od

samih početaka i odgovarajuća stručna literatura – monografije, udžbenici i stručni članci – koja je pomogla generacijama inženjera da uz vlastito praktično iskustvo postanu kompetentni projektanti ili korisnici transformatora. Spomenimo samo neke od monografija koje su obilježile razvoj transformatora: monografije austrijsko–britanskog inženjera i profesora Gisberta Kappa [1], slovenskog inženjera, profesora i šahovskog velemajestora Milana Vidmara [2], grupe eksperata iz tvrtke General Electric Company [3], grupe eksperata sa sveučilišta Massachusetts Institute of Technology [4], kao i monografiju “J & P Transformer Book” [5], čije je prvo izdanje izašlo još 1925. godine. Monografija je mijenjajući autore višekratno novelirana, te je 2016. godine izašlo za sada posljednje 14. izdanje. Na našem jezičnom području ističe se udžbenik profesora Antona Dolenca [6] kao i opsežan članak profesora Tomislava Kelemena objavljen u Tehničkoj enciklopediji [7].

U monografijama, stručnim člancima pa čak i u udžbenicima o transformatorima fizikalnim osnovama rada transformatora obično se ne posvećuje posebna pozornost; smatraju se jednostavnim i utemeljenim na Faradayevom zakonu elektromagnetske indukcije. No, znatizeljan, ali kritički nastrojen čitatelj, proučavajući u spomenutoj literaturi uvodna poglavlja o fizikalnim osnovama rada transformatora, suočit će se sa dva problema koji mu mogu zamagliti fizikalno razumijevanje rada transformatora.

Prvi se problem odnosi na tvrdnju, koja se može pronaći u praktički svoj stručnoj i znanstvenoj literaturi, da vremenski promjenljivo magnetsko polje uzrokuje pojavu vremenski promjenljivog električnog polja. Time se Faradayevom zakonu (elektromagnetske indukcije) pripisuje kauzalnost, odnosno ideja koja je s odbacivanjem etera kao fizičkog entiteta odbačena iz fizike još početkom 20. stoljeća. Zbog toga se uzajamni utjecaj između namota pogrešno pripisuje magnetskom polju, a ne istodobno s magnetskim poljem stvorenom vrtložnom električnom polju. Dobiveni rezultat – transformatorske jednadžbe – u oba je slučaja isti, ali je objašnjenje rada transformatora utemeljeno na pojmu vrtložnog električnog polja u skladu s općeprihvaćenim shvaćanjem pojma elektromagnetskog polja u klasičnoj elektrodinamici. Prema literaturi koja je poznata autoru taj je pristup objašnjenju rada transformatora dan samo u monografiji američkog fizičara Gerainta Rossera [8] te djelomično u udžbeniku srpskog profesora i inženjera Branka Popovića [9].

Drugi se problem odnosi na činjenicu da se u stručnoj literaturi o transformatorima kao i u udžbenicima iz osnova elektrotehnike ne objašnjava eksplicitno prijenos energije između galvanski odvojenih izmjeničnih krugova, iako je to osnovna zadaća transformatora. Proizlazi da se prijenos energije transformatorom u stručnoj literaturi smatra samorazumljivim pojmom čije se značenje može logički deducirati iz objašnjenja rada transformatora

Najbolji dokaz da prijenos energije transformatorom nije samorazumljiv pojam jest činjenica da su prvo korektno fizikalno objašnjenje prijenosa energije

transformatorom i to u okviru teorije elektromagnetskog polja dali tek 1967. godine američki fizičari Fred Beck i Asher Pacholder [10], dakle, osamdesetak godina nakon početka industrijske proizvodnje transformatora. Oni su pokazali da je nužan uvjet prijenosa energije transformatorom postojanje rasipnog magnetskog polja u transformatoru. Taj je zaključak izrazito protuintuitivan jer pokazuje da je ono što se smatra parazitnim svojstvom transformatora – postojanje rasipnog magnetskog polja – bitno za njegov rad. U elektrotehničkoj praksi taj rad kao i kasniji radovi drugih fizičara nisu imali odjeka [11 – 14]. Primjerice, u modernoj stručnoj literaturi o transformatorima nema ni spomena o fizikalnom objašnjenju prijenosa energije [15, 16]. Najvjerojatniji bi razlog mogao biti taj što većina potencijalno zainteresiranih inženjera – projektanata nije za te radove fizičara ni znala. I što je još važnije, oni inženjeri koji su za te radove znali i razumjeli ih mogli su ispravno zaključiti da rezultati tih radova nemaju praktičnih posljedica na uspješnije projektiranje transformatora.

U članku su na najjednostavnijem primjeru dvonamotnog transformatora s linearnom karakteristikom magnetiziranja feromagnetske jezgre, koristeći nekauzalnu interpretaciju Faradayeva zakona, izvedene općepoznate transformatorske jednadžbe. Također, pokazano je da se prijenos energije transformatorom može korektno objasniti jedino u okviru teorije elektromagnetskog polja koristeći Poyntingov teorem, odakle proizlazi da se rad transformatora ne zasniva samo na Faradayevom zakonu, kako se to često tvrdi, nego i na Ampèreovom zakonu struje.

1. Interpretacija Faradayeva zakona elektromagnetske indukcije i Ampèreova zakona struje

1.1. Faradayev zakon elektromagnetske indukcije

Uobičajeno objašnjenje rada transformatora najčešće započinje tvrdnjom da se rad transformatora zasniva na Faradayevom zakonu (elektromagnetske indukcije). U sažetoj formi možda je to najbolje opisano u prvom pasusu odsječka 1.2 “Idealni transformator – prijenosni omjer napona” iz monografije “The J. and P. Transformer Book” [5, str. 2]. U tom pasusu piše:

“Kada se na jedan od namota, općenito po definiciji primarni namot, narine izmjenični napon poteći će struja koja stvara izmjeničnu magnetomotornu silu i time izmjenični tok u jezgri. Taj izmjenični (magnetski) tok povezujući oba namota inducira u svakome od njih elektromotornu silu¹.”

¹ Druga rečenica citata u originalu glasi: „This alternating flux in linking both windings induces an e.m.f. in each of them.“

Drugom je rečenicom interpretiran Faradayev zakon na način uobičajen u svoj stručnoj literaturi i većini udžbenika iz fizike. Za razumijevanje Faradayeva zakona, a time posljedično i načina rada transformatora, ključno je znati pravo značenje glagola 'inducirati'. Na našem jezičnom području taj glagol u elektrotehničkom i fizikalnom kontekstu opisa pojave elektromagnetske indukcije znači 'izazvati (izazivati)', tj. učiniti da se što pojavi ili dogodi. Na engleskom jezičnom području, odakle je taj glagol (*to induce*) došao u naš stručni jezik elektrotehnike, u tom istom kontekstu, znači 'uzrokovati da se što dogodi'. Proizlazi da su u stručnom jeziku glagoli 'inducirati', 'izazvati (izazivati)' i 'uzrokovati (prouzročiti)' sinonimi. Druga rečenica citata bi tada bila jasnija i glasila bi: "Taj izmjenični magnetski tok povezujući oba namota uzrokuje u svakome od njih pojavu elektromotorne sile." Time bi se nedvosmisleno istaknula uzročno-posljedična veza, tj. kauzalnost, između magnetskog toka kao uzroka i elektromotorne sile kao posljedice (učinka). Drugim riječima, izrijeком bi se tvrdilo da je Faradayev zakon kauzalan zakon. U okviru teorije elektromagnetskog polja to bi značilo da vremenski promjenljivo magnetsko polje uzrokuje pojavu vremenski promjenljivog električnog polja.

No, je li Faradayev zakon kauzalan zakon? U pokušaju odgovora na to pitanje treba se prisjetiti da Faradayev zakon primijenjen na analizu rada transformatora određuje kvantitativno što se događa u krugu prožetom vremenski promjenljivim magnetskim poljem koji miruje u odnosu na referentni sustav promatrača. U diferencijalnom obliku Faradayev zakon dan je izrazom

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1a)$$

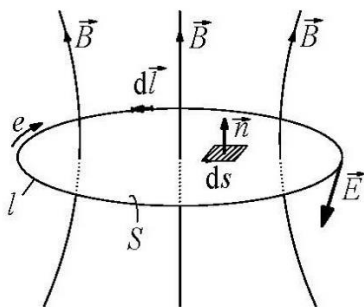
gdje su $\mathbf{E}$ i $\mathbf{B}$ vektori koji karakteriziraju električno odnosno magnetsko polje i smatraju se temeljnim vektorima za opis elektromagnetskog polja. Vektor $\mathbf{E}$ predstavlja jakost električnog polja, dok vektor $\mathbf{B}$ predstavlja magnetsku indukciju odnosno jakost magnetskog toka po jedinici površine². Budući da rotor vektora $\mathbf{E}$ nije identički jednak nuli, električno je polje vrtložno (solenoidalno) odnosno nekonzervativno polje. U integralnom obliku Faradayev zakon dan je izrazom

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \frac{d}{dt} \int_s \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} ds \quad (1b)$$

² Logički i terminološki bilo bi dosljedno da se vektor $\mathbf{B}$ naziva 'jakost magnetskog polja' ili kraće samo 'magnetsko polje', s istim razlozima zbog kojih se vektor $\mathbf{E}$ naziva 'jakost električnog polja' odnosno najčešće samo 'električno polje'. No, taj je naziv već prije bio usvojen za vektor magnetskog polja $\mathbf{H}$, za koji bi primjereniji naziv bio 'jakost magnetizirajućeg polja' ili kraće samo 'magnetizirajuće polje'.

gdje je $d\vec{l}$ diferencijal zatvorenog puta l duž kojeg se integrira vektor jakosti električnog polja $\vec{E}$, $\vec{n}$ je jedinični vektor okomit na diferencijal ds plohe S , omeđene zatvorenim putem l , po kojoj se integrira vektor magnetske indukcije $\vec{B}$, slika 1. Integralom na lijevoj strani jednadžbe (1b) definirana je elektromotorna sila³ e koja djeluje duž zatvorenog puta (petlje) l , dok je integralom na desnoj strani jednadžbe (1b) definiran magnetski tok ϕ obuhvaćen zatvorenim putem (petljom) l te se Faradayev zakon često piše u obliku

$$e = - \frac{d\phi}{dt} \quad (2)$$



Slika 1. Smjer elektromotorne sile e ako je $d\vec{B}/dt > 0$.

Da bi neki fizikalni zakon bio kauzalan mora postojati matematički izraz – jednadžba ili sustav jednadžbi – koji nedvosmisleno određuje vrijednosti jedne ili više fizikalnih veličina u sadašnjosti – posljedice – s pomoću vrijednosti jedne ili više fizikalnih veličina u prošlosti – uzroka. Posljedica ne može prethoditi uzroku niti se dogoditi istodobno s njim. Zbog toga fizikalni zakoni u kojima se pojavljuju samo vremenski istodobne fizikalne veličine, bilo da su pojave opisane tim zakonima prostorno odvojene ili se odnose na isto mjesto u prostoru, nisu kauzalni zakoni. Kauzalne veze između fizikalnih veličina daju samo jednadžbe koje uzimaju u obzir vremensko kašnjenje posljedice u odnosu na uzrok.

U izrazima (1) ne pojavljuje se vremensko kašnjenje. Vektori električnog i magnetskog polja $\vec{E}$ i $\vec{B}$ vremenski su istodobne fizikalne veličine i odnose se na isto mjesto u prostoru, što je eksplicitno iskazano u diferencijalnom obliku

³ Naziv 'elektromotorna sila', skraćeno 'EMS', neispravno je usmjeren naziv, no zadržan je zbog svoje proširenosti u fizici i elektrotehnici. Naime, elektromotorna sila nije sila nego je, prema izrazu (1b), integral sile $\vec{F} = q_{jed} \cdot \vec{E}$ koja djeluje na jedinični naboj $q_{jed} = 1$ As duž zatvorenog puta l . Drugim riječima, elektromotorna sila je jednaka radu koji bi izvršio jedinični naboj pri jednom obilasku zatvorenog puta (petlje) l . Taj zatvoreni put može u cijelosti, djelomice ili uopće ne biti dijelom nekog električnog kruga.

Faradayeva zakona, izraz (1a). Proizlazi da je Faradayevim zakonom dana samo korelacija između fizikalnih veličina električnog i magnetskog polja, a ne i uzročno-posljedična veza.

Razlog za savršenu korelaciju, tj. za istodobnu pojavu vrtložnog električnog polja i vremenski promjenljivog magnetskog polja, danu izrazima (1), jest činjenica da su te dvije pojave posljedica zajedničkog uzroka; vremenske promjene gustoće struje. To je prvi dokazao ukrajinsko-američki fizičar Oleg Jefimenko koristeći se pojmom retardiranih potencijala i objavio u svom udžbeniku o elektricitetu i magnetizmu 1966. godine [17]. Jefimenko je poopćujući izraze za elektrostatičke potencijale (skalarni električni i vektorski magnetski potencijal) te pretpostavljajući da se učinci potencijala šire konačnom brzinom (u vakuumu brzinom svjetlosti) izveo dvije međusobno nezavisne kauzalne jednadžbe; jednu za određivanje vektora jakosti električnog polja $\mathbf{E}$ i drugu za određivanja vektora magnetske indukcije $\mathbf{B}$. Te se jednadžbe danas nazivaju Jefimenkove jednadžbe.

Prema Jefimenku, odnosno danas općeprihvaćenoj interpretaciji u fizici, električno i magnetsko polje komponente su jedinstvenog elektromagnetskog polja, vrijednosti kojih ovise o referentnom sustavu promatrača. Električno i magnetsko polje djeluju jedino na električno nabijene čestice elektromagnetskom silom i ne mogu djelovati jedno na drugo.

U skladu s rečenim proizlazi da bi uvodno naveden citat iz monografije [5] trebao glasiti: "Kada se na jedan od namota, općenito po definiciji primarni namot, narine izmjenični napon poteći će struja koja uzrokuje pojavu vrtložnog električnog polja u namotu i prostoru oko primarnog i sekundarnog namota, a time i pojavu elektromotornih sila u oba namota." Činjenica da je prema Faradayevom zakonu elektromotorna sila u nekom namotu numerički jednaka negativnoj brzini promjene magnetskog toka koji prožima taj namot važna je projektantska činjenica, ali nevažna za fizikalno razumijevanje pojave elektromotorne sile u namotu.

Kauzalna interpretacija Faradayeva zakona toliko je proširena da je našla svoje mjesto i u jednom od temeljnih pojmova elektrotehnike. Tako se za dva namota u elektromagnetskom polju kaže da su (među)induktivno vezana ili češće magnetski vezana (spregnuta) i iskazuje tzv. faktorom magnetske veze N , uzajamni utjecaj između namota postoji zbog električnog polja stvorenog protjecanjem vremenski promjenljive struje kroz jedan ili oba namota, [9]. Zbog toga je naziv 'faktor magnetske veze' pogrešan. No, taj je naziv toliko proširen i posve uobičajen u praksi da ga nema smisla mijenjati, pa će se koristiti i u ovom članku.

Kauzalna interpretacija zakona elektromagnetske indukcije često se u stručnoj i znanstvenoj literaturi pripisuje Faradayu, a katkad i Maxwellu. Jefimenko u svom članku [18] tvrdi da nije uspio pronaći tko je prvi sugerirao da

magnetsko polje uzrokuje električno polje i obratno. Sa sigurnošću je jedino ustanovio da ta ideja nije potekla niti od Faradaya niti od Maxwella.

1.2. Ampérov zakon struje⁴

U diferencijalnom obliku Ampérov zakon struje dan je izrazom

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{sl}} \quad (3a)$$

gdje je $\mathbf{H}$ vektor jakosti magnetskog polja, a $\mathbf{J}_{\text{sl}}$ vektor gustoće slobodne struje⁵. Budući da rotor vektora $\mathbf{H}$ nije identički jednak nuli, magnetsko polje $\mathbf{H}$ je vrtložno (solenoidalno) odnosno nekonzervativno polje. U integralnom obliku Ampérov zakon (struje) dan je izrazom

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J}_{\text{sl}} \cdot \mathbf{n} ds \quad (3b)$$

gdje je $d\mathbf{l}$ diferencijal zatvorenog puta l duž kojeg se integrira vektor jakosti magnetskog polja $\mathbf{H}$, $\mathbf{n}$ je jedinični vektor okomit na diferencijal ds plohe S , omeđene zatvorenim putem l , po kojoj se integrira vektor gustoće slobodne struje $\mathbf{J}_{\text{sl}}$. U transformatoru, električne struje teku vodičima te se Ampérov zakon svodi na oblik

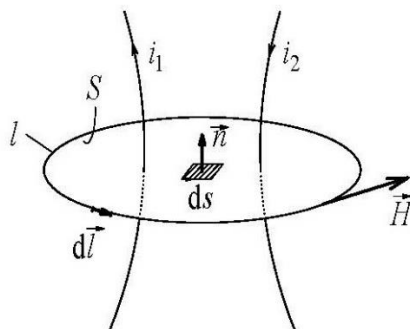
$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_k i_k$$

gdje je i_k struja k -tog vodiča koji prolazi kroz površinu S omeđenu zatvorenim putem l , kako je to prikazano na slici 2. Linijski integral na lijevoj strani jednadžbe uobičajeno se naziva 'magnetomotorna sila'. Pozitivni predznaci struja i smjera integriranja duž puta l dogovorno su određeni pravilom desnog vijka. Tako u primjeru danom na slici 2 vrijedi da je

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = i_1 - i_2$$

⁴ Ampérov zakon struje proizlazi iz Maxwell–Ampérovega zakona zanemarenjem pomaćnih struja. U literaturi se često, pogotovo na njemačkom jezičnom području, Ampérov zakon struje naziva 'zakon protjecanja'.

⁵ Slobodne odnosno makroskopske struje su struje uzrokovane gibanjem naboja duž makroskopskih putanja, za razliku od vezanih odnosno Ampérovih struja, koje potječu od molekulskih i atomskih magnetskih momenata uključujući i vlastiti magnetski moment čestica sa spinom [19].



Slika 2: Ilustracija Ampérovega zakona struje

Za razliku od Faradayeva zakona koji povezuje varijable električnog i magnetskog polja i ne daje njihovu vezu s izvorima elektromagnetskog polja, Ampérov zakon povezuje varijable magnetskog polja s jednim od izvora elektromagnetskog polja – električnim strujama. No, Ampérov zakon nije kauzalan zakon, pri čemu je argumentacija za tu tvrdnju analogna onoj kojom je pokazano da ni Faradayev zakon nije kauzalan zakon. Naime, vektori jakosti magnetskog polja $\vec{H}$ i gustoće slobodne struje $\vec{J}_s$ vremenski su istodobne fizikalne veličine i odnose se na isto mjesto u prostoru, što je eksplicitno iskazano u diferencijalnom obliku Ampérovega zakona, izraz (3a). To, naravno, ne znači da električne struje nisu izvor (uzrok pojave) elektromagnetskog polja, nego samo to da se kauzalna veza između varijabli magnetskog polja i električnih struja ne može izvesti iz Ampérovega zakona.

2. Analiza rada transformatora

Analiza rada transformatora provedena je na primjeru dvonamotnog transformatora s feromagnetskom jezgrom spojenog na javnu izmjeničnu mrežu opterećenog radnim trošilom. Odabran je najjednostavniji mogući (matematički) model transformatora i javne mreže.

2.1. Pretpostavke

a) U elektromagnetskom polju transformatora događa se samo uskladištenje i prijenos energije, ne i njezina transformacija u toplinsku energiju. Na razini modela to znači da su zanemarene otpornosti primarnog i sekundarnog namota kao i ekvivalentne otpornosti kojima se predočavaju gubici snage zbog histereze i vrtložnih struja u jezgri transformatora.

b) Relativna permeabilnost feromagnetske jezgre je visoka ($\mu_r \gg 1$) i konstantne je vrijednosti te je karakteristika magnetiziranja transformatora linearna. Zbog toga će za magnetski tok Φ_j ulančen sa N_j zavoja j -tog namota i stvoren vlastitom strujom i_j vrijediti da je $N_j \Phi_j = L_j i_j$, ($j = 1, 2$), gdje je konstantom L_j označena (samo)induktivnost j -tog namota. Za magnetski tok Φ_{jk} ulančen sa N_j zavoja j -tog namota i stvoren strujom k -tog namota vrijedi da je $N_j \Phi_{jk} = M_{jk} i_k$, ($j = 1, 2; k = 1, 2; j \neq k$), gdje je konstantom $M_{jk} = M_{kj} = M$ označena međuinuktivnost između j -tog i k -tog namota.

c) Transformator je priključen na javnu izmjeničnu mrežu frekvencije 50 Hz ili 60 Hz i promatra se u ustaljenom stanju – periodičkom režimu rada. Zbog toga se ponaša kao električki malena mreža, tj. kao kvazistatički sustav [20]. Pomaćne struje se mogu zanemariti, a električno polje površinskih i međuspojnih naboja, koje omogućuje da u svakom trenutku u svim dijelovima nekog serijskog električkog kruga struja ima istu vrijednost, može se s dovoljnom točnošću smatrati konzervativnim poljem [8]. Proizlazi da je elektromotorna sila, koja djeluje duž bilo kojeg zatvorenog puta (petlje) l u transformatoru i okolnom prostoru zbog električnog polja površinskih i međuspojnih naboja jakosti E_{pn} , uvijek jednaka nuli, tj. da je

$$\oint_l E_{pn} \cdot dl = 0$$

d) Magnetsko polje transformatora ograničeno je na prostor unutar transformatora i njegovu neposrednu okolinu. Primarni namoti kao i sekundarni namoti transformatora najčešće su cilindričnog oblika, imaju veći broj zavoja te je ta pretpostavka u praksi zadovoljena, pogotovo ako se radi o transformatorima s feromagnetskom jezgrom. Ulazni i izlazni priključci transformatora dovoljno su daleko od transformatora, tako da napone priključaka određuje samo električno polje površinskih (i međuspojnih) naboja.

e) Javna izmjenična mreža modelirana je idealnim izvorom elektromotorne sile e_i , kako je to prikazano na slici 3. Zbog toga, ukupno električno polje unutar izvora mora biti jednako nuli. U protivnom bi zbog idealnosti izvora struja izvora bila beskonačna. To znači da, uz električno polje E_i odgovorno za postojanje elektromotorne sile e_i , u izvoru postoji i električno polje površinskih naboja E_{pn} , tako da na putu kroz izvor od priključka (1') do priključka (1) vrijedi da je

$$\int_{(1')}^{(1)} E_i \cdot dl + \int_{(1')}^{(1)} E_{pn} \cdot dl = 0 \quad (4)$$

Pretpostavi li se da je električno polje E_i izvan izvora jednako nuli, elektromotorna sila izvora e_i , određena duž zatvorenog puta koji uz izvor obuhvaća i primarni namot transformatora, jednaka je

$$e_i = \oint \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = \int_{(1')}^{(1)} \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} \quad (5)$$

Uvrsti li se izraz (5) u jednadžbu (4), dobiva se da je

$$e_i = - \int_{(1')}^{(1)} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l} = \int_{(1)}^{(1')} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}$$

Raspodjela površinskih naboja koja je prouzročila električno polje $\mathbf{E}_{pn}$ iznosa ($-\mathbf{E}_i$) unutar izvora, prouzročila je i električno polje $\mathbf{E}_{pn}$ izvan izvora u području gdje je električno polje $\mathbf{E}_i$ jednako nuli, a linijski integral električnog polja $\mathbf{E}_{pn}$ duž puta koji prolazi prostorom od priključka (1) do priključka (1') mimo izvora jednak je naponu⁶ narinutom na primarni namot transformatora

$$u_1 = \int_{(1)}^{(1')} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l} = \int_{(1')}^{(1)} \mathbf{E}_i \cdot d\mathbf{l} = e_i$$

Električno polje $\mathbf{E}_{pn}$ je konzervativno polje, što znači da se može okarakterizirati skalarnim električnim potencijalom. Zbog toga napon narinut na primarni namot u_1 ne ovisi o izboru puta kroz prostor između priključaka (1) i (1') duž kojeg se integrira vektor jakosti električnog polja $\mathbf{E}_{pn}$ nego samo o električnim potencijalima priključaka (1) i (1').

2.2. Neopterećeni transformator

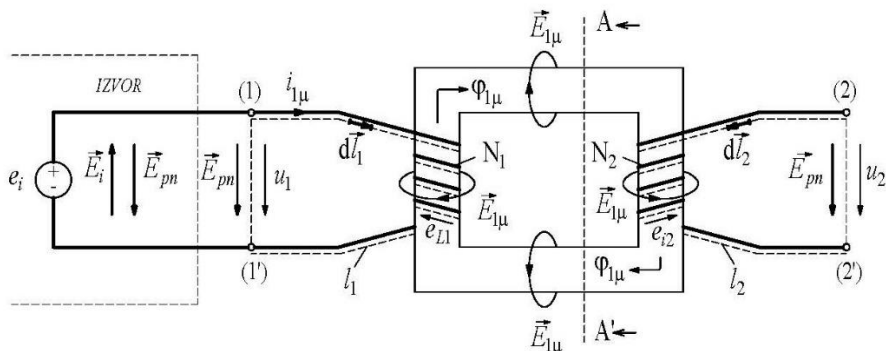
Neka zbog elektromotorne sile izvora e_i usmjerene od priključka (1') prema priključku (1) primarnim namotom teče struja $i_1 = i_{1\mu}$ povećavajući se i u smjeru naznačenom na slici 3⁷. Ta vremenski promjenljiva struja $i_{1\mu}$, za koju je uobičajen

⁶ Električni napon se definira kao integral sile koja djeluje na jedinični naboj duž nekog određenog odsječka zatvorenog puta l , tj. između dviju točaka na zatvorenom putu l . No, za jedan odabrani zatvoreni put l postoje dva različita puta duž kojih se može integrirati sila na jedinični naboj, tako da je, u općem slučaju, pri određivanju (električnog) napona između dviju točaka potrebno specificirati odabrani put integriranja.

⁷ U udžbenicima fizike i udžbenicima iz osnova elektrotehnike redovito se načela rada transformatora objašnjavaju na modelu dvonamotnog transformatora gdje je svaki namot smješten na posebnom stupu, kao što je to prikazano na slici. To ne odgovara stvarnim izvedbama dvonamotnih transformatora, ali je metodički opravdano jer omogućuje da se na jednostavan i zoran način prikažu smjerovi namatanja namota, smjerovi narinutih i induciranih napona, putevi integriranja vektora električnog i magnetskog polja kao i smjer toka energije između namota, čime se olakšava razumijevanje izloženog gradiva. Zbog

naziv 'struja magnetiziranja', uzrokuje istodobno pojavu vrtložnog električnog polja jakosti $\vec{E}_{1\mu}$ oko (feromagnetske) jezgre transformatora i magnetskog polja indukcije $\vec{B}$ u jezgri transformatora, pri čemu je veza između vektora $\vec{E}_{1\mu}$ i $\vec{B}$ dana izrazima (1). Vrtložno električno polje $\vec{E}_{1\mu}$ prožima primarni namot uzrokujući u njemu protuelektromotornu silu (elektromotornu silu samoindukcije) e_{L1} kao i sekundarni namot uzrokujući u njemu elektromotornu silu međuindukcije e_{i2} .

Primijeni li se Faradayev zakon na petlju l_1 , koja jednim dijelom prolazi kroz primarni namot od priključka (1) do priključka (1') a drugim dijelom prolazi kroz prostor od priključka (1') do priključka (1) mimo izvora, dobiva se da je protuelektromotorna sila koja djeluje u petlji l_1 jednaka



Slika 3: Dvonamotni transformator u praznom hodu s naznačenim smjerovima električnih polja i elektromotornih sila

$$e_{L1} = \oint_{l_1} \vec{E}_{1\mu} \cdot d\vec{l}_1 = \int_{(1)}^{(1')} \vec{E}_{1\mu} \cdot d\vec{l}_1 = -L_1' \frac{di_{1\mu}}{dt}$$

gdje je sa L_1' označena (samo)induktivnost petlje l_1 . Budući da je, prema polaznim pretpostavkama, relativna permeabilnost jezgre visoka, može se s dovoljnom točnošću uzeti da je induktivnost petlje l_1 jednaka induktivnosti primarnog namota L_1 , te je

$$e_{L1} = -L_1 \frac{di_{1\mu}}{dt}$$

Uzimajući u obzir da unutar transformatora postoji vrtložno električno polje $\vec{E}_{1\mu}$ i električno polje površinskih naboja $\vec{E}_{pn}$, a izvan transformatora samo električno polje površinskih naboja $\vec{E}_{pn}$, može se izraz za protuelektromotornu silu, zbog konzervativnosti električnog polja $\vec{E}_{pn}$, napisati u obliku

toga je i u ovom članku odabran taj "školski" primjer izvedbe dvonamotnog transformatora.

$$e_{L1} = \int_{(1)}^{(1')} (\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_{pn}) \cdot d\mathbf{l}_1 + \int_{(1')}^{(1)} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_1$$

Primarni namot je savršeno vodljiv te je jakost resultantnog električkog polja $\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_{pn}$ duž puta unutar vodiča jednaka nuli. U protivnom bi i najmanje nenulto resultantno električno polje proizvelo beskonačnu struju u vodiču. Zbog toga je

$$\int_{(1)}^{(1')} \mathbf{E}_{1\mu} \cdot d\mathbf{l}_1 = - \int_{(1)}^{(1')} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_1 = -u_1 \quad (6)$$

odnosno

$$u_1 = L_1 \frac{di_{1\mu}}{dt} = -e_{L1}$$

U stručnoj literaturi često se može naći tvrdnja da protuelektromotorna sila u primarnom namotu oponira narinutom naponu, pa čak dodatno i tvrdnja da ona oponira u tolikoj mjeri da, kad bi transformator bio savršen, primarnim bi namotom prestala teći struja⁸. Obje su tvrdnje netočne. Protuelektromotorna sila ne oponira u transformatoru primarno narinutom naponu niti struji primarnog namota po intenzitetu. Ona oponira promjeni struje primarnog namota i “pokušava” održati struju primarnog namota konstantnom; suprotnog je smjera od smjera struje kad se struja povećava, a istog je smjera kad se struja smanjuje. Također, u neopterećenom transformatoru nema povratnog djelovanja sekundarnog namota na primarni namot, što znači da savršenost odnosno nesavršenost transformatora ne igra nikakvu ulogu te će primarnim namotom uvijek teći struja magnetiziranja.

Da bi se odredio napon u_2 na priključcima sekundarnog namota potrebno je Faradayev zakon primijeniti na petlju l_2 koja jednim dijelom prolazi kroz sekundarni namot od priključka (2) do priključka (2'), a drugim dijelom prolazi kroz prostor od priključka (2') do priključka (2). Sekundarni namot je obuhvaćen vrtložnim električnim poljem $\mathbf{E}_{1\mu}$ i električnim poljem površinskih naboja $\mathbf{E}_{pn}$, tako da se izraz za elektromotornu silu međui indukcije, koja djeluje u sekundarnom namotu zbog protjecanja struje magnetiziranja primarnim namotom, može napisati u obliku

$$e_{i2} = \oint_{l_2} \mathbf{E}_{1\mu} \cdot d\mathbf{l}_2 = \int_{(2)}^{(2')} (\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_{pn}) \cdot d\mathbf{l}_2 + \int_{(2')}^{(2)} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_2 = -M' \frac{di_{1\mu}}{dt}$$

⁸ Tako, primjerice, piše u [5, str. 2]: „In the primary winding this is the 'back-e.m.f.' and, if the transformer were perfect, it would oppose the primary applied voltage to the extent that no current would flow.“ U većini znanstvene i tehničke literature na našem jeziku engleski naziv *back-e.m.f.* prevodi se kao ‘elektromotorna sila samoindukcije’ ili kao ‘protuelektromotorna sila’.

gdje je sa M' označena međuinduktivnost između petlji l_1 i l_2 . Zbog visoke permeabilnosti jezgre može se i u ovom slučaju uzeti da je međuinduktivnost između petlji l_1 i l_2 jednaka međuinduktivnosti M između primarnog i sekundarnog namota, te je

$$e_{i2} = -M \frac{di_{1\mu}}{dt}$$

Unutar savršenog vodiča, neovisno o tome teče li njime struja ili ne, resultantno električno polje uvijek je jednako nuli. To znači da je $E_{pn} + E_{1\mu} = 0$ duž puta integracije unutar vodiča sekundarnog namota. Zbog toga vrijedi da je

$$\int_{(2)}^{(2')} \mathbf{E}_{1\mu} \cdot d\mathbf{l}_2 = - \int_{(2)}^{(2')} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_2$$

te se uzimajući u obzir da je napon na priključcima sekundarnog namota definiran linijskim integralom

$$u_2 = \int_{(2)}^{(2')} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_2$$

dobiva da je

$$u_2 = M \frac{di_{1\mu}}{dt} = -e_{i2}$$

Iz provedene analize proizlazi da pri određivanju i interpretaciji protuelektromotorne sile u primarnom namotu e_{L1} i elektromotorne sile međuindukcije u sekundarnom namotu e_{i2} nije bilo potrebno posebno spominjati magnetsko polje odnosno magnetski tok transformatora. U svojoj stručnoj literaturi, barem koliko je autoru poznato, uvodi se pri objašnjenju rada transformatora kao ključni faktor pojam magnetskog toka tvrdnjom da promjenljivi magnetski tok uzrokuje pojavu elektromotornih sila u namotima. To, kao što je objašnjeno u prethodnom poglavlju, ne proizlazi iz Faradayeva zakona. Proizlazi samo to da isti gibajući i ubrzavajući naboji u vodiču primarnog namota transformatora, formirajući struju magnetiziranja, stvaraju istodobno električno i magnetsko polje čiji su vektori jakosti električnog polja $\mathbf{E}_{1\mu}$ i magnetske indukcije $\mathbf{B}$ uzajamno povezani Faradayevim zakonom. Naravno, isto vrijedi i za odgovarajuće integralne veličine – elektromotorne sile u namotima i magnetske tokove.

2.3. Opterećeni transformator

Optereti li se transformator radnim trošilom otpornosti R , slika 4, trošilom će zbog elektromotorne sile međuindukcije uzrokovane postojanjem vrtložnog

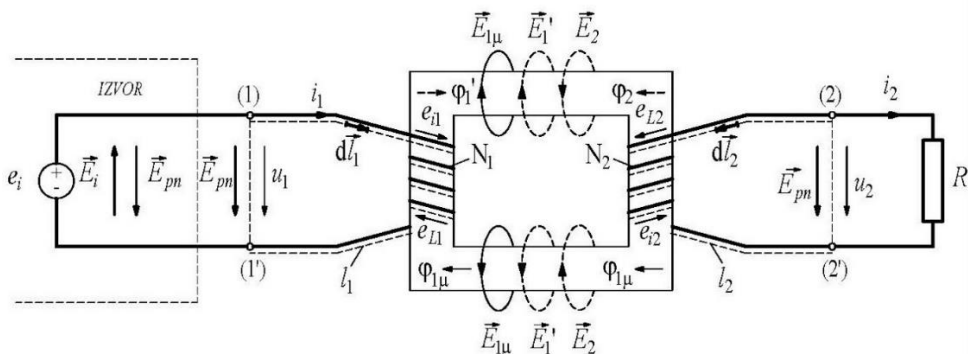
električnog polja jakosti $\mathbf{E}_{1\mu}$, poteći struja $i_2 = u_2 / R$ u smjeru naznačenom na slici. Ta struja stvara vrtložno električno polje jakosti $\mathbf{E}_2$ suprotnog smjera orijentacije od električnog polja $\mathbf{E}_{1\mu}$ kao i magnetsko polje čiji je magnetski tok ϕ_2 usmjeren suprotno od magnetskog toka $\phi_{1\mu}$ stvorenog strujom magnetiziranja $i_{1\mu}$. U sekundarnom namotu pojavljuje se protuelektromotorna sila⁹

$$e_{L2} = \oint_{l_2} \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l}_2 = \int_{(2)}^{(2')} \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l}_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (7)$$

a u primarnom namotu elektromotorna sila međui indukcije

$$e_{i1} = \oint_{l_1} \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l}_1 = \int_{(1)}^{(1')} \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{l}_1 = -M \frac{di_2}{dt} \quad (8)$$

zbog koje primarnim namotom poteče dodatna struja iz izvora i_1' , tako da je $i_1 = i_{1\mu} + i_1'$. Dodatna struja stvara vrtložno električno polje jakosti $\mathbf{E}_1'$, koje se smjerom podudara s električnim poljem jakosti $\mathbf{E}_{1\mu}$, kao i magnetsko polje čiji se tok ϕ_1' smjerom podudara s magnetskim tokom $\phi_{1\mu}$, a suprotnog je smjera od smjera magnetskog toka ϕ_2 .



Slika 4: Opterećeni dvonamotni transformator s naznačenim smjerovima električnih polja i elektromotornih sila

Zbog struje i_1 pojavljuje se u primarnom namotu protuelektromotorna sila

$$e_{L1} = \oint_{l_1} (\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') \cdot d\mathbf{l}_1 = \int_{(1)}^{(1')} (\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') \cdot d\mathbf{l}_1 = -L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (9)$$

a u sekundarnom namotu elektromotorna sila međui indukcije

⁹ U ovom slučaju, kao i u prethodnim, može se uzeti da je induktivnost petlje l_2 jednaka induktivnosti sekundarnog namota L_2 .

$$e_{i2} = \oint_{l_2} (\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') \cdot d\mathbf{l}_2 = \int_{(2)}^{(2')} (\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') \cdot d\mathbf{l}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad (10)$$

Primarni i sekundarni namot obuhvaćeni su vrtložnim električnim poljem jakosti $(\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') - \mathbf{E}_2$ i električnim poljem površinskih naboja $\mathbf{E}_{pn}$ te se izrazi za resultantnu elektromotornu silu e_{r1} u petlji l_1 i resultantnu elektromotornu silu e_{r2} u petlji l_2 mogu napisati u obliku

$$e_{r1} = \int_{(1)}^{(1')} [(\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') - \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_{pn}] \cdot d\mathbf{l}_1 + \int_{(1')}^{(1)} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_1$$

$$e_{r2} = \int_{(2)}^{(2')} [(\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') - \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_{pn}] \cdot d\mathbf{l}_2 + \int_{(2')}^{(2)} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_2$$

Namoti su savršeno vodljivi te je resultantno električno polje $(\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') - \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_{pn}$ unutar vodiča obaju namota jednako nuli. Zbog toga je

$$\int_{(1)}^{(1')} [(\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') - \mathbf{E}_2] \cdot d\mathbf{l}_1 = - \int_{(1)}^{(1')} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_1 = -u_1$$

$$\int_{(2)}^{(2')} [(\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1') - \mathbf{E}_2] \cdot d\mathbf{l}_2 = - \int_{(2)}^{(2')} \mathbf{E}_{pn} \cdot d\mathbf{l}_2 = -u_2$$

te se, uzimajući u obzir izraze (7–10) dobivaju dvije diferencijalne jednadžbe, tzv. transformatorske jednadžbe

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (11a)$$

$$-u_2 = -M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \quad (11b)$$

pri čemu je $u_2 = Ri_2$. Iako izvedene za slučaj radnog trošila, transformatorske jednadžbe vrijede za bilo koju vrstu tošila. One omogućuju da se za poznate parametre transformatora L_1 , L_2 i M , poznati valni oblik napona narinutog na primarni namot u_1 te poznate parametre trošila odrede struja trošila (sekundarnog namota) i_2 i struja izvora (primarnog namota) i_1 .

Važno je uočiti da za određivanje struja namota nije potrebno poznavati vrijednosti električnih polja $(\mathbf{E}_{1\mu} + \mathbf{E}_1')$ i $\mathbf{E}_2$ u svakoj točki primarnog odnosno sekundarnog kruga transformatora. Dovoljno je samo znati njihove integralne veličine – elektromotorne sile. To je i razlog zašto primjena Faradayeva zakona, prema izrazu (2), kojom je dana veza između elektromotornih sila i pripadnih magnetskih tokova, tako dobro funkcionira u praksi ako su magnetski tokovi poznati. Naime, a to posebno vrijedi za transformatore s feromagnetskom

jezgrom, bitno je lakše odrediti, pa i vizualizirati, magnetske tokove nego vrtložna električna polja. Zbog toga nije neobično da se u inženjerskoj praksi rad transformatora gotovo isključivo objašnjava s pomoću magnetskih tokova.

2.4. Naponski i strujni odnosi u savršenom transformatoru

U većini primjena u dobro projektiranim transformatorima s feromagnetskom jezgrom tek se zanemarivi postotak magnetskog toka stvorenog strujama primarnog i sekundnog namota zatvara kroz zrak, tj. izvan jezgre. Zbog toga je u prvoj aproksimaciji analize rada transformatora, uz zadovoljene sve uvodno navedene pretpostavke, razumno pretpostaviti da je transformator savršen¹⁰, tj. da je sav magnetski tok “zarobljen” u jezgri. Udio magnetskog toka $\Phi_{12\mu}$ koji prožima oba namota transformatora u ukupnom magnetskom toku $\Phi_{1\mu}$ izražava se faktorom magnetske veze

$$0 \leq k = \frac{\Phi_{12\mu}}{\Phi_{1\mu}} = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \leq 1$$

što znači da je u savršenom transformatoru faktor magnetske veze $k = 1$ ¹¹.

U savršenom transformatoru vrijede između parametara transformatora relacije, [9]

$$\frac{L_1}{M} = \frac{M}{L_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (12)$$

te uzimajući u obzir da je $i_1 = i_{1\mu} + i_1'$, transformatorske jednadžbe (11) poprimaju oblik

$$u_1 = L_1 \frac{d}{dt} \left(i_{1\mu} + i_1' - \frac{N_2}{N_1} i_2 \right) \quad (13a)$$

¹⁰ U znanstvenoj i stručnoj literaturi često se miješaju pojmovi savršenog i idealnog transformatora. Zbog nespretno odabranog naziva ‘idealni transformator’ kao i električkog simbola koji je identičan električkom simbolu transformatora, idealni transformator se često kategorizira kao posebna vrsta transformatora. U udžbenicima o transformatorima obično se spominje kao najviši stupanj idealizacije stvarnog transformatora i pri tome zaboravlja da idealni transformator nije uopće transformator nego dvoprilazni otpor. O tome više u udžbenicima iz teorije električkih mreža.

¹¹ Savršena magnetska veza u stvarnom svijetu je neostvariva. Naime, u tom bi slučaju namoti morali fizički koincidirati. Drugim riječima, morali bi imati potpuno isti oblik i zauzimati isto mjesto u prostoru, što je naravno nemoguće. No, pri realizaciji transformatora s feromagnetskom jezgrom može se, ako se želi, postići faktor magnetske veze od 0,99 do čak 0,998, te je analiza rada takvih transformatora kao savršenih tehnički opravdana.

$$Ri_2 = \frac{N_2}{N_1} L_1 \frac{d}{dt} \left(i_{1\mu} + i_1' - \frac{N_2}{N_1} i_2 \right) \quad (13b)$$

Primarni namot priključen je na idealni izvor elektromotorne sile $e_i = u_1$, a zbog zanemarene otpornosti i rasipne induktivnosti primarnog namota, napon narinut na primarni namot ostaje nepromijenjen neovisno o opterećenju transformatora. To znači da se, unatoč protjecanju struje trošila i dodatne struje primarnog namota, magnetski tok $\varphi_{1\mu}$ stvoren strujom magnetiziranja ne može promijeniti. Proizlazi da u savršenom transformatoru postoji samo električno polje $E_{1\mu}$ stvoreno strujom magnetiziranja $i_{1\mu}$, a da se električna polja E_1' i E_2 kao i magnetski tokovi φ_1' i φ_2 stvoreni strujama i_1' i i_2 međusobno poništavaju, tj. vrijedi da je

$$E_1' - E_2 = 0; \quad \varphi_1' - \varphi_2 = 0$$

Prema pretpostavci 2.1.b) je $N_1\varphi_1' = L_1 i_1'$ odnosno $N_2\varphi_2 = L_2 i_2$, te se, uzimajući u obzir da je $\varphi_1' = \varphi_2$ kao i relacije (12) između parametara savršenog transformatora, dobiva da je

$$i_1' = \frac{N_2}{N_1} i_2 \quad (14)$$

Uvrštenjem izraza (14) u transformatorske jednadžbe (13) dobivaju se izrazi za struje namota savršenog transformatora

$$i_2 = \frac{N_2}{N_1} \frac{u_1}{R}$$

$$i_1 = i_{1\mu} + i_1' = i_{1\mu} + \frac{N_2}{N_1} i_2 = i_{1\mu} + \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \frac{u_1}{R}$$

Budući da je magnetski tok $\varphi_{1\mu}$ jednak na svakom presjeku jezgre, za svaku petlju (zatvoreni put) l koja tvori jedan zavoj oko stupa ili jarma transformatora, vrijedi prema Faradayevom zakonu da je

$$\oint_l \mathbf{E}_{1\mu} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\varphi_{1\mu}}{dt} = -\frac{u_1}{N_1} = -\frac{u_2}{N_2} \quad (15)$$

tj. da u savršenom transformatoru između napona primarnog i sekundarnog namota vrijedi relacija

$$\frac{u_1}{N_1} = \frac{u_2}{N_2}$$

3. Prijenos energije

U do sada provedenoj analizi rada transformatora korišten je samo Faradayev zakon elektromagnetske indukcije. Za odabrani najjednostavniji model, ali u kojem se još ogledaju sva osnovna svojstva transformatora, dobivene su transformatorske jednadžbe na temelju kojih se za poznate parametre transformatora mogu odrediti struje namota i napon na izlaznim priključcima transformatora. Na prvi pogled izgleda da su u pravu oni autori koji tvrde da se rad transformatora može objasniti pozivajući se samo na Faradayev zakon. Preostaje još samo odgovoriti na najvažnije pitanje: "Kako se transformatorom prenosi električna energija između dva (ili više) galvanski odvojena sustava?"

Kao što je u uvodu istaknuto u literaturi se uglavnom prijenos energije smatra samorazumljivim. Ako se katkad eksplicitno i postavi pitanje prijenosa energije obično se kaže da se energija prenosi elektromagnetskom indukcijom, što je netočno¹², ili se češće samo navodi da se rad transformatora, a time implicitno i prijenos energije, zasniva na Faradayevom zakonu, što je tek dio ispravnog objašnjenja. To dobro ilustrira nekoliko odabranih citata iz udžbenika i monografija:

- a) Osnovna zadaća transformatora je da prenosi energiju izmjenične struje od izvora do priključenog trošila na principu međuinstrukcije posredstvom magnetskog toka.
- b) Transformator sadrži dva što tjesnije induktivno vezana svitka, primarni i sekundarni, od kojih primarni ima da iz danog izvora uzima energiju, koju, induktivno prenesenu na sekundarni svitak, ovaj potonji daje priključenom potrošaču.
- c) Magnetskim poljem glavnog toka prenosi se energija iz primara u sekundar transformatora.
- d) Električna energija prenosi se elektromagnetskom indukcijom od primara na sekundar, bez promjene frekvencije.
- e) Transformator je elektromagnetski pretvarač u kojem se električna energija preuzeta primarnim namotom prvo pretvara u magnetsku energiju koja se zatim ponovno pretvara u električnu energiju upotrebljivu u drugim krugovima (sekundarni namot, tercijarni namot, itd.).
- f) Transformatori su uređaji koji prenose energiju iz jednog kruga u drugi s pomoću zajedničkog magnetskog polja.

¹² Energija se iz nekog sustava prenosi u okolinu topline (zbog temperaturne razlike između sustava i okoline), mehaničkim radom (zbog djelovanja sila sustava na okolinu ili sila okoline na sustav), električnim prijenosom (zbog posmičnog gibanja električno nabijenih čestica – naboja), elektromagnetskim zračenjem (zbog ubrzanog gibanja električno nabijenih čestica), prijenosom tvari i mehaničkim valovima [21].

3.1. Objašnjenje u okviru teorije električkih mreža

U transformatorskim jednadžbama (11) pojavljuju se kao varijable jedino naponi i struje prilaza, dakle, varijable koje predstavljaju primitivne pojmove teorije električkih mreža. Zbog toga je logično postaviti pitanje: "Može li se u okviru teorije električkih mreža objasniti prijenos energije transformatorom?"

Odgovor je nedvosmisleno niječan. Razlog leži u samim temeljima teorije električkih mreža. Teorija električkih mreža bavi se jedino električki malenim mrežama odnosno kvazistatičkim sustavima, među koje spadaju i transformatori napajani iz javne izmjenične mreže. Prema postulatima teorije električkih mreža električki malene mreže ne zauzimaju realan prostor. Pojmovi koji su vezani uz prostorno širenje elektromagnetskih pojava, kao što su električno polje, magnetsko polje, interakcija polja i materije ne postoje u teoriji električkih mreža. Sâm termin 'prijenos energije' implicira da "nešto" prolazi zamišljenom ili stvarnom granicom sustava koja ga dijeli od okoline i ne može se objasniti bez uzimanja u obzir fizičkih dimenzija sustava. Proizlazi da prijenos energije nije objašnjiv u okviru teorije električkih mreža nego samo u okviru teorije elektromagnetskog polja.

Osnovna odlika teorije električkih mreža jest da uvođenjem pojma elementa mreže¹³ omogućuje izgradnju nadomjesnih shema spojeva stvarnih naprava (uređaja) i određivanje naponsko-strujnih odnosa na prilazima tih naprava u po volji složenim električkim mrežama. No, ono što se odigrava unutar neke naprave ostaje nedostupno proučavanju metodama teorije električkih mreža. To, naravno, vrijedi i za transformatore. Iz transformatorskih jednadžbi (11) mogu se s pomoću elemenata mreže stvoriti različite nadomjesne sheme spoja transformatora, no one su samo grafički prikaz tih jednadžbi i ništa više. Elementima mreže tih nadomjesnih shema spojeva katkad se može, ali u pravilu ne treba, pridijeliti neko fizikalno značenje.

Što se tiče prijenosa energije, najviše što teorija električkih mreža može jest da na temelju zakona o lokalnom očuvanju energije dâ opći uvjet za prijenos energije transformatorom. Pokazuje se da je prijenos energije između dva namota uzajamno vezana zajedničkim električnim poljem moguć samo ako struje prilaza (namota) transformatora i_1 i i_2 nisu međusobno proporcionalne, tj. ako vrijedi da je [22]:

$$i_1 \neq A i_2 ; \quad A = \text{konstanta}$$

¹³ Element mreže je model kojim je predložen jedan fizikalni proces u modeliranoj napravi. Tako je induktivitetom predloženo uskladištenje magnetske energije, kapacitetom uskladištenje elektrostatičke energije, a otporom transformacija električne energije u neki drugi oblik kao i obratan proces.

3.2. Objašnjenje u okviru teorije elektromagnetskog polja

Poyntingov vektor

Teorija elektromagnetskog polja objašnjava prijenos energije između fizičkih objekata protjecanih električnim strujama oslanjajući se na eksperimentalnu činjenicu da se elektromagnetska sila širi prostorom konačnom brzinom od jednog fizičkog objekta do drugog fizičkog objekta i na načelo lokalnosti, prema kojem ako djelovanje jednog fizičkog objekta utječe na djelovanje prostorno udaljenog drugog fizičkog objekta, tada u međuprostoru mora postojati posrednik kojim se to djelovanje prenosi. U transformatoru ti fizički objekti su primarni namot i sekundarni namot, a posrednik kojim se prenosi djelovanje primarnog namota na sekundarni namot i obratno je elektromagnetsko polje.

Iz navedenih premisa, Maxwellovih jednadžbi i izraza za elektromagnetsku silu, engleski fizičari Oliver Heaviside i John Poynting izveli su, nezavisno jedan od drugog, zakon o lokalnom očuvanju energije za bilo koji fizički sustav u kojem postoje električne struje i to u terminima snage. Taj se zakon danas uobičajeno naziva Poyntingov teorem, a vektorska veličina

$$\mathbf{P}_v = \mathbf{E} \times \mathbf{H}, \quad \frac{W}{m^2} \quad (16)$$

Poyntingov vektor, gdje je $\mathbf{H}$ jakost magnetskog polja u točki prostora u kojoj postoji i električno polje jakosti $\mathbf{E}$. Poyntingov vektor jednak je jakosti toka energije (snazi) koja prolazi kroz jedinicu površine stvarne ili zamišljene zatvorene plohe S koja promatrani fizički objekt ili sustav odjeljuje od okoline (drugih fizičkih objekata ili sustava). Električna snaga koja “prolazi” zatvorenom plohom S jednaka je

$$p(t) = \oiint_S \mathbf{P}_v \cdot \mathbf{n} ds$$

gdje je $\mathbf{n}$ jedinični vektor okomit na diferencijal plohe ds i dogovorno se uzima da je pozitivan ako je usmjeren prema okolini.

Komponente Poyntingova vektora unutar transformatora

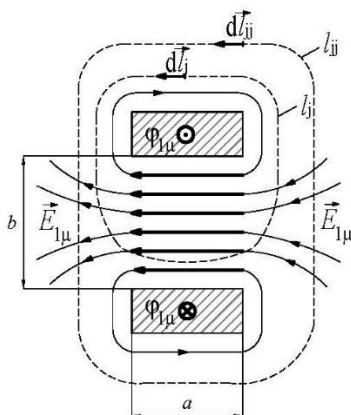
Za prijenos energije elektromagnetskim poljem nužno je, prema izrazu (16), istodobno postojanje obiju komponenata elektromagnetskog polja: električnog polja $\mathbf{E}$ i magnetskog polja $\mathbf{H}$. Kriterij prema kojem se određuje koje su od komponenata električnog polja $\mathbf{E}$ odnosno magnetskog polja $\mathbf{H}$ odgovorne za prijenos energije unutar transformatora, tj. između namota transformatora, jest da

ulazna snaga transformatora $u_1 i_1$ mora biti proporcionalna modulu Poyntingova vektora uz primarni namot transformatora kao i da izlazna snaga transformatora $u_2 i_2$ mora biti proporcionalna modulu Poyntingova vektora uz sekundarni namot transformatora.

Prijenos energije objasniti će se, jednostavnosti radi, na primjeru prijenosa energije savršenim transformatorom.

Električno polje E . U analizi rada transformatora pojavljuju se tri komponente električnog polja E . To su: električno polje $E_{1\mu}$ stvoreno strujom magnetiziranja $i_{1\mu}$, električno polje E_2 stvoreno strujom trošila i_2 i električno polje E_1' stvoreno dodatnom strujom izvora i_1' .

U savršenom transformatoru električna polja E_2 i E_1' međusobno se poništavaju, što znači da unutar transformatora postoji samo električno polje $E_{1\mu}$. Ono je, prema izrazu (6), proporcionalno naponu narinutom na primarni namot u_1 i predstavlja jednu od komponenata elektromagnetskog polja odgovornih za prijenos energije transformatorom.



Sl. 5 Kvalitativni prikaz električnog polja u prozoru transformatora

Slika 5 prikazuje nekoliko karakterističnih silnica električnog polja $E_{1\mu}$ u ravlini presjeka jarmova A – A' (slika 3), pri čemu je sa a označena dubina prozora, a sa b visina prozora transformatora. Budući da je transformator savršen, magnetski tok $\phi_{1\mu}$ u gornjem jarmu jednak je po iznosu i suprotnog je smjera od magnetskog toka $\phi_{1\mu}$ u donjem jarmu. Proizlazi da je električno polje $E_{1\mu}$ simetrično s obzirom na gornji i donji jaram, ali ne i jednoliko raspodijeljeno oko jarmova. Uočava se, naime, da je električno polje $E_{1\mu}$ koncentrirano u prozoru transformatora jer se silnice električnog polja unutar prozora transformatora podudaraju po smjeru, a izvan prozora su suprotnog smjera i poništavaju se. Da je električno polje izvan prozora transformatora jednako nuli lako se uviđa primijeni li se Faradayev zakon na bilo koji zatvoreni put l_{jj} izvan prozora transformatora koji obuhvaća oba jarma. Zbog suprotnih smjerova magnetskog

toka u gornjem i donjem jarmu, rezultatni magnetski tok koji prožima zatvoreni put (petlju) l_{jj} jednak je nuli te je i pripadna elektromotorna sila

$$e_{jj} = \oint_{l_{jj}} \mathbf{E}_{1\mu} d\mathbf{l}_{jj} = 0$$

No, električno polje $\mathbf{E}_{1\mu}$ je nekonzervativno (vrtložno) te je elektromotorna sila e_{jj} duž bilo koje petlje l_{jj} jednaka nuli jedino ako je električno polje $\mathbf{E}_{1\mu}$ izvan prozora transformatora jednako nuli.

S druge strane, za bilo koju petlju l_j koja obuhvaća ili gornji jaram ili donji jaram vrijedi izraz (15), a jer je električno polje $\mathbf{E}_{1\mu}$ izvan prozora transformatora jednako nuli, dobiva se da je

$$\oint_{l_j} \mathbf{E}_{1\mu} d\mathbf{l}_j = -\frac{u_1}{N_1} = -\frac{u_2}{N_2} = -E_{1\mu} \cdot a$$

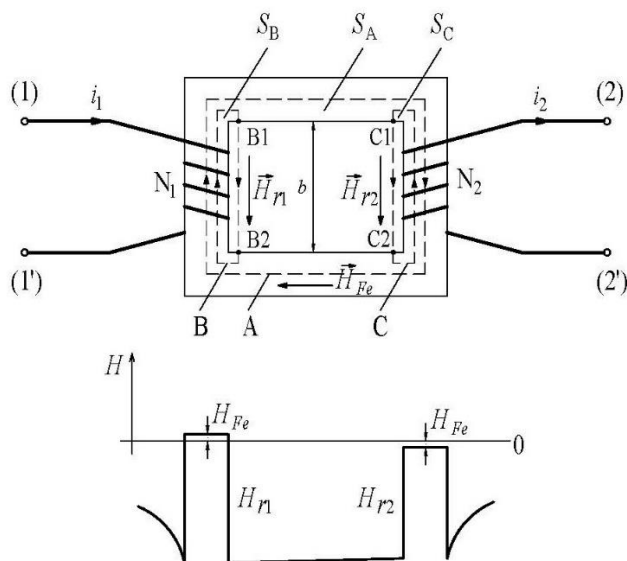
odakle proizlazi da je modul vektora $\mathbf{E}_{1\mu}$, tj. vrijednost električnog polja koje djeluje unutar prozora transformatora jednaka

$$E_{1\mu} = \frac{u_1}{aN_1} = \frac{u_2}{aN_2}$$

Magnetsko polje $\mathbf{H}$. Da bi se odredilo magnetsko polje $\mathbf{H}$ odgovorno za prijenos energije unutar transformatora, potrebno je primijeniti Ampérov zakon na zadanu konfiguraciju namota i jezgre transformatora, prema slici 6. Odmah se uočavaju tri karakteristična zatvorena puta duž kojih se može integrirati vektor jakosti magnetskog polja $\mathbf{H}$. Prvi zatvoreni put A cijelom svojom duljinom prolazi kroz jezgru i obuhvaća oba namota. Drugi zatvoreni put B jednim dijelom od točke B2 do točke B1 prolazi kroz jezgru, a drugim dijelom kroz prostor između jarmova transformatora od točke B1 do točke B2, obuhvaćajući samo primarni namot, dok treći zatvoreni put C jednim dijelom od točke C2 do točke C1 prolazi kroz jezgru, a drugim dijelom kroz prostor između jarmova transformatora od točke C1 do točke C2, obuhvaćajući samo sekundarni namot.

Kroz površinu S_A , omeđenu zatvorenim putem A, struja primarnog namota i_1 prolazi N_1 puta u jednom smjeru, a struja sekundarnog namota i_2 N_2 puta u suprotnom smjeru. Zbog toga su, prema Ampérovom zakonu, magnetsko polje u jezgri $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{Fe}$ i struje namota povezani relacijom

$$\oint_A \mathbf{H}_{Fe} d\mathbf{l} = N_1 i_1 - N_2 i_2$$



Slika 6 Kvalitativni prikaz vrijednosti vektora magnetskog polja $\mathbf{H}$ u jezgri i u prostoru oko jezgre transformatora

Rastavi li se struja primarnog namota i_1 na struju magnetiziranja $i_{1\mu}$ i dodatnu struju izvora i_1' , te uzimajući u obzir da u savršenom transformatoru napon u_1 narinut na primarni namot ostaje nepromijenjen neovisno o opterećenju transformatora zbog čega ostaje nepromijenjen magnetski tok u jezgri $\phi_{1\mu}$ kao i jakost magnetskog polja $\mathbf{H}_{Fe}$, proizlazi da je

$$\oint_A \mathbf{H}_{Fe} d\mathbf{l} = N_1(i_{1\mu} + i_1') - N_2 i_2 = N_1 i_{1\mu} \quad (17)$$

tj. mora vrijediti jednakost¹⁴

$$N_1 i_1' = N_2 i_2$$

Iz izraza (17) proizlazi da je magnetsko polje u jezgri $\mathbf{H}_{Fe}$ proporcionalno struji magnetiziranja $i_{1\mu}$ odnosno naponu u_1 te da ne ovisi o struji trošila i_2 ni o dodatnoj struji iz izvora i_1' . To ujedno znači da magnetsko polje $\mathbf{H}_{Fe}$ ne sudjeluje u prijenosu energije između namota.

Kroz površinu S_B , omeđenu zatvorenim putem B, struja primarnog namota i_1 prolazi N_1 puta te će prema Ampérovom zakonu vrijediti da je

¹⁴ Ta je jednakost dobivena i u odjeljku 2.4, izraz (14), bez pozivanja na Ampérov zakon.

$$\oint_B \mathbf{H}_{Fe} d\mathbf{l} = \int_{B2}^{B1} \mathbf{H}_{Fe} d\mathbf{l} + \int_{B1}^{B2} \mathbf{H}_r d\mathbf{l} = N_1 i_1$$

Zbog visoke relativne permeabilnosti jezgre ($\mu_r \gg 1$), magnetsko polje u jezgri $\mathbf{H}_{Fe}$ zanemarivo je u odnosu na magnetsko polje između jarmova $\mathbf{H}_r$ te se s dovoljnom točnošću može uzeti da je

$$\int_{B1}^{B2} \mathbf{H}_r d\mathbf{l} = H_{r1} \cdot b = N_1 i_1$$

odnosno da je vrijednost vektora magnetskog polja $\mathbf{H}$ uz primarni namot jednaka

$$H_{r1} = \frac{N_1 i_1}{b}$$

Analognim postupkom, primijeni li se Ampérov zakon na zatvoreni put C kojim je obuhvaćen samo sekundarni namot, dobiva se da je vrijednost vektora magnetskog polja $\mathbf{H}$ uz sekundarni namot jednaka

$$H_{r2} = \frac{N_2 i_2}{b}$$

Magnetsko polje između jarmova transformatora $\mathbf{H}_r$, kvalitativni prikaz kojega je dan na slici 6, jest rasipno polje jer obuhvaća ili primarni namot ili sekundarni namot, pri čemu su vrijednosti vektora magnetskog polja H_{r1} odnosno H_{r2} proporcionalne struji primarnog namota odnosno struji sekundarnog namota. Zbog konačne magnetske vodljivosti jezgre vrijednost vektora magnetskog polja H_{r1} neznatno je veća od H_{r2} te se u prostoru između jarmova (prozoru transformatora) može s dovoljnom točnošću pretpostaviti da djeluje rasipno magnetsko polje $\mathbf{H}_r$ srednje vrijednosti

$$H_r = \frac{H_{r1} + H_{r2}}{2} \approx H_{r1} \approx H_{r2}$$

koje uz električno polje $\mathbf{E}_{1\mu}$ predstavlja drugu komponentu elektromagnetskog polja odgovornu za prijenos energije između namota transformatora.

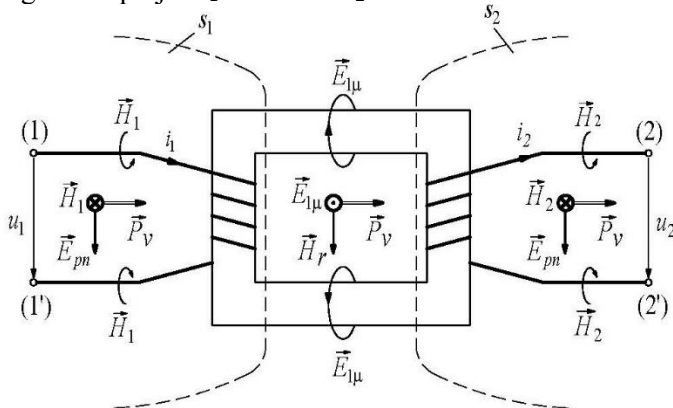
Prijenos energije elektromagnetskim poljem

Iz prethodnih razmatranja proizlazi da je jakost toka energije (snaga) koja prolazi kroz jediničnu površinu prozora transformatora na bilo kojem presjeku jarmova određena Poyntingovim vektorom

$$\mathbf{P}_v = \mathbf{E}_{1\mu} \times \mathbf{H}_r$$

usmjerenim od primarnog namota prema sekundarnom namotu, slika 7. Proizlazi da se energija ne prenosi jezgrom nego prostorom oko jezgre, pri čemu je sva elektromagnetska energija koncentrirana u prozoru transformatora. U promatranom “školskom” primjeru izvedbe jezgre i namota jarmovi transformatora služe samo za usmjeravanje električne energije od primarnog namota prema sekundarnom namotu¹⁵.

Uočljiva je analogija između uloga gornjeg i donjeg jarma transformatora u prijenosu energije od primarnog namota do sekundarnog namota i uloga parova vodiča u prijenosu energije od izvora elektromotorne sile do primarnog namota i od sekundarnog namota do trošila, slika 7. Rasipnom magnetskom polju $\vec{H}_r$ između jarmova transformatora odgovara električno polje površinskih naboja $\vec{E}_{pn}$ između vodiča, dok vrtložnom električnom polju $\vec{E}_{1\mu}$ oko jezgre odgovara vrtložno magnetsko polje $\vec{H}_1$ odnosno $\vec{H}_2$ oko vodiča.



Sl. 7 Smjerovi vektora električnog polja, magnetskog polja i Poyntingova vektora u prostoru unutar prozora transformatora i izvan transformatora

Budući da je magnetsko polje u jezgri $\vec{H}_{Fe}$ zanemarivo u odnosu na rasipno magnetsko polje $\vec{H}_r$, vektori električnog polja $\vec{E}_{1\mu}$ i magnetskog polja $\vec{H}_r$ međusobno su okomiti, te je vrijednost Poyntingova vektora $\vec{P}_v$ jednaka

$$P_v = |\vec{E}_{1\mu} \times \vec{H}_r| = E_{1\mu} \cdot H_r = \frac{u_1}{aN_1} \cdot \frac{N_1 i_1}{b} = \frac{u_2}{aN_2} \cdot \frac{N_2 i_2}{b} = \frac{u_1 i_1}{ab} = \frac{u_2 i_2}{ab}$$

Električno polje $\vec{E}_{1\mu}$ izvan prozora transformatora jednako je nuli, pa se područje na kojem električna snaga izlazi iz zatvorene plohe S_1 koja obuhvaća samo primarni namot, slika 7, svodi na otvorenu plohu prozora transformatora

¹⁵ O prijenosu energije transformatorom za druge tehničke konfiguracije jezgre i namota više u [13].

površine ab . Jedinični vektor $\mathbf{n}$ na plohi S_1 usmjeren je prema okolini i pozitivne je vrijednosti, te je električna snaga koja izlazi iz plohe S_1 jednaka

$$p_1 = \oiint_{S_1} (\mathbf{E}_{1\mu} \times \mathbf{H}_r) \cdot \mathbf{n} ds = \frac{u_1 i_1}{ab} \cdot (ab) = u_1 i_1$$

Analogno tomu, jedinični vektor $\mathbf{n}$ na plohi S_2 usmjeren je prema sustavu (sekundarnom namotu) i negativne je vrijednosti, te je električna snaga koja ulazi u plohu S_2 jednaka

$$p_2 = \oiint_{S_2} (\mathbf{E}_{1\mu} \times \mathbf{H}_r) \cdot \mathbf{n} ds = \frac{u_2 i_2}{ab} \cdot (-ab) = -u_2 i_2$$

S obzirom na to da je na svakom presjeku jarmova transformatora $A - A'$, slika 3, Poyntingov vektor jednak po iznosu i smjeru, za svaki presjek unutar prozora transformatora vrijedi da je $p_1 + p_2 = 0$, odnosno da je

$$u_1 i_1 = u_2 i_2 \quad (18)$$

Do jednakosti (18) lako se dolazi izravno, ako se uzme u obzir da je transformator kvazistatički sustav, tj. električki malena mreža. Naime, za svaki kvazistatički sustav obuhvaćen zatvorenom plohom S koji je povezan s okolinom s pomoću k prilaza (parova vodiča) vrijedi da je

$$-\oiint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{n} ds = \sum_{j=1}^k u_j i_j \quad (19)$$

gdje je u_j napon j -tog prilaza, i_j struja j -tog prilaza, a $\mathbf{E}$ i $\mathbf{H}$ su vektori električnog i magnetskog polja na zatvorenoj plohi S , [23].

Prema polaznim pretpostavkama u transformatoru nema gubitaka snage. To znači da ako transformator u potpunosti obuhvatimo zatvorenom plohom S sva energija koja ulazi u tu plohu jednaka je energiji koja iz te plohe izlazi te vrijedi da je

$$-\oiint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot \mathbf{n} ds = 0 = -u_1 i_1 + u_2 i_2$$

odakle proizlazi jednakost (18).

U stručnoj literaturi ta se jednakost često koristi prilikom objašnjenja prijenosa energije transformatorom. No, ta jednakost, kad je dobivena iz izraza (19), samo izriče, iz jednakosti trenutačnih snaga primarnog i sekundarnog namota transformatora, da je prijenos energije ostvaren, ali ne govori ništa o tome što se događa unutar transformatora, tako da način prijenosa energije transformatorom ostaje neobjašnjiv.

Zaključna razmatranja

Rad transformatora zasniva se na Faradayevom zakonu elektromagnetske indukcije i Amperéovom zakonu struje, dvama zakonima koji, zajedno s Gaussovim zakonima za električno polje odnosno magnetsko polje, čine temelj teorije elektromagnetskog polja. Ti zakoni omogućuju objašnjenje rada transformatora neovisno o vrsti analiziranih transformatora i njihovim primjenama. Najčešće upotrebljavana vrsta transformatora i primjena, o čemu postoji najopsežnija stručna literatura, su energetske transformatori priključeni na javnu izmjeničnu mrežu. Sa stajališta teorije elektromagnetskog polja transformatori u toj primjeni predstavljaju električki malene mreže te se oni, barem načelno, mogu analizirati metodama teorije električkih mreža koristeći skalarne varijable napona i struja prilaza.

Teorija električkih mreža je pojmovno i što se tiče potrebnog matematičkog aparata bitno jednostavnija od teorije elektromagnetskog polja. Inženjersku praksu odlikuje svrsishodnost zbog čega nije neobično da se u stručnoj literaturi – monografijama, udžbenicima i stručnim člancima – rad transformatora najčešće pokušava objasniti svojevrsnom mješavinom pojmova iz teorije elektromagnetskog polja i teorije električkih mreža. To, međutim, kod pozornijeg čitatelja može stvoriti poteškoće pri razumijevanju jer se fizikalne veličine elektromagnetskog polja ne mogu na zadovoljavajući način modelirati diskretnim elementima mreže niti se elektromagnetske pojave mogu korektno analizirati koristeći postulate teorije električkih mreža.

Primjerice, Kirchhoffov zakon napona kao jedan od postulata teorije električkih mreža, iskaže li se u terminima teorije elektromagnetskog polja, tvrdi da je linijski integral vektora električnog polja duž nekog zatvorenog puta (petlje) identički jednak nuli, dok upravo činjenica da taj linijski integral nije jednak nuli predstavlja polazište u razumijevanju rada transformatora. Također, čest je slučaj da se neka svojstva transformatora objašnjavaju uz pomoć nadomjesnih spojeva elemenata mreže i pri tome zaboravlja da nadomjesne sheme spojeva omogućuju jedino analizu naponsko-strujnih odnosa na prilazima transformatora, a ne i objašnjenje onoga što se događa u transformatoru. Ta, i slična pogrešna objašnjenja mogu se izbjeći ako se analiza rada transformatora striktno provede u okviru teorije elektromagnetskog polja.

Razliku između analize rada transformatora striktno provedene u okviru teorije elektromagnetskog polja i analize rada transformatora provedene u okviru teorije električkih mreža najlakše je uočiti na dva karakteristična problema. Prvi se problem odnosi na dobivanje transformatorskih jednadžbi, jednadžbi koje omogućuju proračun naponsko-strujnih odnosa na prilazima transformatora. U okviru teorije električkih mreža te se jednadžbe, primjerice, za dvonamotni transformator ne mogu izvesti nego se postuliraju kao konstitutivne relacije

dvoprilaznog reaktivnog elementa mreže i praktički se smatraju samorazumljivim. U okviru teorije elektromagnetskog polja, kako je to pokazano u članku, te se jednačbe dobivaju dosljednom primjenom nekauzalno interpretiranog Faradayeva zakona na dva zatvorena puta (petlje) unutar transformatora. Do istih se transformatorskih jednačbi može doći i ako se Faradayevom zakonu pogrešno pripiše kauzalnost, zbog čega se objašnjenja temeljena na kauzalnosti tog zakona i danas nalaze u literaturi o transformatorima.

Drugi se problem odnosi na objašnjenje prijenosa energije transformatorom. U okviru teorije električnih mreža prijenos energije između dva galvanski odvojena namota najčešće se objašnjava jednakošću djelatnih snaga namota, odnosno pod određenim uvjetima jednakošću trenutačnih snaga namota, čime ustvari način prijenosa energije nije uopće objašnjen. U okviru teorije elektromagnetskog polja dobiva se fizikalno, ali protuintuitivno, objašnjenje prema kojem je nužan uvjet prijenosa energije postojanje rasipnog magnetskog polja u prozoru transformatora. Budući da se transformator fizički ne može realizirati, a da ne postoji rasipno magnetsko polje, ta činjenica, ma kako bila zanimljiva, nema utjecaja na projektiranje transformatora. Unatoč tomu, prema mišljenju autora, bilo bi dobro da se u monografijama i udžbenicima o transformatorima kao i u naprednijim udžbenicima iz osnova elektrotehnike dâ fizikalno utemeljeno objašnjenje prijenosa energije, kako bi se stekla jasnija fizikalna slika, a time i dublje razumijevanje rada transformatora.

Literatura

- [1] Kapp, G., *Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom – Eine Darstellung ihrer Theorie, Konstruktion und Anwendung*, Julius Springer Verlag, 1907.
- [2] Vidmar, M., *Die Transformatoren*, Verlag Birkhauser, Basel, 1956.
- [3] Blume, L. F. et al, *Transformer Engineering*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1951.
- [4] – , *Magnetic Circuits and Transformers*, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, January 1965.
- [5] Heathcote, M., *The J&P Transformer Book*, Newness, Butterworth–Heineman, Twelfth edition, Oxford, 1998.
- [6] Dolenc, A., *Transformatori – Svezak I, Svezak II*, Sveučilište u Zagrebu, 1961.
- [7] Kelemen, T., *Transformator, Tehnička enciklopedija*, Leksikografski zavod “Miroslav Krleža”, Zagreb, 1997., Svezak 13, str. 148 – 168
- [8] Rosser, G., *Interpretation of Classical Electromagnetism*, Springer–Science +Business Media, B. V., 1997.
- [9] Popović, B., *Osnovi elektrotehnike II*, Građevinska knjiga, Beograd, 1990.

- [10] Beck, F., Pacholder, A., Energy flow in transformers, *IEEE Transactions on Education*, December 1967, pp. 248 – 254
- [11] Herrmann, F., Schmid, B., The Poynting vector field and the energy flow within a transformer, *American Journal of Physics*, Vol. 54 (6), June 1986, pp. 528 – 531
- [12] Mc Donald, Energy flow in a transformer, Princeton University, Princeton, NJ 08544, <http://physics.princeton.edu/~mcdonald/examples/transformer.pdf> (02. 02. 2021.)
- [13] Edwards, J., Saha, T.K., Power flow in transformers via the Poynting vector, Queensland University <https://www.researchgate.net/publication/43483876> (02.02. 2021.)
- [14] Ferreira, J.A., *Electromagnetic Modelling of Power Electronic Converters*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1989.
- [15] Winders, J.J., *Power Trasformer Principles and Applications*, Marcel Dekker versityInc., New York, Basel, 2002.
- [16] Kulkarni, S.V., Khaparde, S.A., *Transformer Engineering*, Marcel Dekker, Inc., New York, Basel, 2004.
- [17] Jefimenko, O.D., *Electricity and Magnetism*, Appleton – Century – Crofts, New York, 1966.
- [18] Jefimenko, O.D., Presenting electromagnetic theory in accordance with the principle of causality, *European Journal of Physics*, Vol. 25, 2004., pp. 287 – 296
- [19] Purcell, E.M., *Elektricitet i magnetizam*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1988.
- [20] Flegar, I., O električnoj energiji, *Povijest i filozofija tehnike*, Kiklos – Krug knjige, Zagreb, 2020., str. 169 – 191
- [21] Serway, R.A., Jewett, J.W., *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*, Brooks/Cole, Boston, 2014.
- [22] Flegar, I., Energy transfer between inductively coupled circuits, *Tehnički vjesnik*, Vol. 1, br. 1, 1994., str. 1 – 5
- [23] Haus, H. A., Melcher, J. R., *Electromagnetic fields and energy*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.

Ivan Flegar

PHYSICAL FOUNDATIONS OF TRANSFORMER OPERATION

Abstract: Transformer operation is explained in electrotechnical literature by using causal interpretation of Faraday’s law of electromagnetic induction. The energy transfer as a basic transformer task is either not explained at all or explained in terms of the electrical network theory. Causal interpretation of the Faraday’s law of electromagnetic induction, leading nevertheless to the correct conclusions on transformer operation, is not in accordance with the generally accepted concept of the electromagnetic field in physics. Electrical network

theory can only explain the voltage-current relations at transformer ports. What is occurring inside the transformer, like the energy transfer between transformer windings, is beyond the scope of electrical network theory. In the framework of electromagnetic field theory by using noncausal interpretation of Faraday's law of electromagnetic induction and of Poynting theorem as well, a correct explanation of transformer operation is given in the article using the example of a two-winding transformer with ferromagnetic core.

Key words: causality, electric field, energy transfer, magnetic field, Poynting's vector