

DR. OTON KUČERA

GIBANJA I SILE

CRTICE
IZ MEHANIKE NEBA I ZEMLJE.

*Nagrađeno iz zaklade grofa Ivana Nep. Draškovića
za g. 1914.*



ZAGREB 1915.
IZDANJE MATICE HRVATSKE.

TISAK BORANIĆA I ROŽMANIĆA U ZAGREBU.

PREDGOVOR.

Još prije 27 godina zaključio je tadašnji književni odbor „Matice Hrvatske“, da u poučnoj knjižnici Matičinoj izda prema određenoj osnovi i čitavu popularnu fiziku u nizu svezaka obilno ilustriranih. U tom nizu izidjoše do sada ove knjige potpisanoga:

1. Crte o magnetizmu i elektricitetu. Zagreb, 1891. Strana 381 i 195 slika.
2. Naše nebo. Crtice iz astronomije. Zagreb, 1895. Stranâ 430 sa 142 slike i 4 table.
3. Vrieme. Crtice iz meteorologije. Zagreb, 1897. Strana 551 sa 113 slika i 6 tabla.
4. Valovi i zrake. Crtice iz akustike i optike. Zagreb, 1903. Stranâ 399 sa 230 slika i 2 table u bojama.

Sada, baš 25 godina nakon prve, izlazi evo peta knjiga ove serije, posvećena pojavama gibanja i silama, a serija će se završiti šestom knjigom o pojavama topline i toplinskim strojevima. No kako je međutim fizika uvelike napredovala, zadužit će „Matica Hrvatska“ svoje članove, ako priredi nova, posve preradjena izdanja prvih dviju knjiga.

Idući u glavnom historijskim putem, pokušao je pisac u ovoj knjizi, da i najmanje zanimljivu, ali najvažniju hrpu prirodnih pojava, pojave gibanja, što jednostavnijim i zanimljivijim načinom primakne pravomu razumijevanju obrazovana čitaoca. On sam najbolje osjeća, kako mu je posao nepotpun i nesavršen, ali se ipak nada, da će i njime nešto pridonijeti tomu, da široke vrste hrvatskoga naroda bolje upoznaju vječne zakone prirode i prirodnu nauku zavole, a tim je postigao sve, što je želio.

Usrdno zahvaljuje svojim ocjenjivačima gospodi profesorima Mili Cindriću, dru. Željku Markoviću i Josipu Pasariću, uredniku Matičinih izdanja, koji su rukopis s velikom pomnjom i ljubavlju čitali i pisca upozorili na različne nedostatke i pogriješke. Gotovo sve je njihove primjedbe uvažio, a opažene pogriješke ispravio.

Pisac popularna djela ima ne samo pravo, nego mu je i dužnost, da se služi djelima slične ruke u velikih kulturnih naroda. To je pisac ove knjige i učinio. No kako se u takvim knjigama razlažu stvari, koje su već davno općena svojina nauke, razlagana u nebrojenim knjigama svih kulturnih naroda veoma sličnim načinima, pak bi veoma teško bilo naći prve izvore kojemu načinu prikazivanja, to u popularnoj književnosti kulturnih naroda nije običaj navoditi literaturu, koju je pisac upotrebljavao.

Za čitaoce, koji bi se možda dalje zanimali za ove pojave, evo ipak nešto od te literature:

Guillemin: Le monde physique. Svezak I. — P. La Cour i I. Appel: Die Physik auf Grund ihrer geschichtlichen Entwicklung. 2 sveska (prijevod s danskoga). — H. A. Lorentz: Sichtbare und unsichtbare Bewegungen (prijevod s holandeskoga). — R. Börnstein: Einleitung in die Experimentalphysik. — I. Müller: Lehrbuch der kosmischen Physik. — F. Auerbach: Die Grundbegriffe der modernen Naturlehre. — A. Stein: Die Lehre von der Energie. — Grimsehl: Lehrbuch der Physik. — A. v. Ihering: Die Mechanik der festen Körper, i dr.

Hvala na koncu „Matici Hrvatskoj“, što nije žalila ni truda ni troška, da knjigu lijepo opremi.

U Zagrebu, početkom godine 1916.

DR. OTON KUČERA.

Svemir i prirodna nauka.

Kozmos i nauka o prirodi. — Fizika. — Glavne hrpe fizikalnih pojava: pojave topline, pojave svjetlosti, pojave zvuka, pojave magnetizma i elektricitete. — Pojave gibanja i mehanika. — Osjetila i prirodne pojave. — Obmane osjetila.

Ova je knjiga namijenjena najjednostavnijim, najobičnijim, na oko najmanje zanimljivim pojavama, što nam ih fizički (tvarni) svijet svaki dan pokazuje, pojavama gibanja prirodnih tjelesa. No ako i jesu najobičnije, nisu najmanje važne pojave u prirodi. Baš je obrnuto istina: pojave se gibanja vinuše u novije doba na prvo mjesto među prirodnim pojavama i postadoše osnovom čitave nauke o prirodi. To će možda potaknuti čitateljice i čitatelje ove knjige, da ne prolaze bez zanimanja kraj pojava gibanja, što ih svaki dan vide oko sebe i da se nešto malo u njih zamisle. Pokušat ćemo, da im u tom poslu budemo pouzdani i što zanimljiviji vodiči, a možemo im obećati, da ne će požaliti truda, što nas obdariše dobrohotnom svojom pažnjom.

Red je najprije, da u ovom općenom uvodu odredimo mjesto pojavama gibanja u velikoj nauci o prirodi.

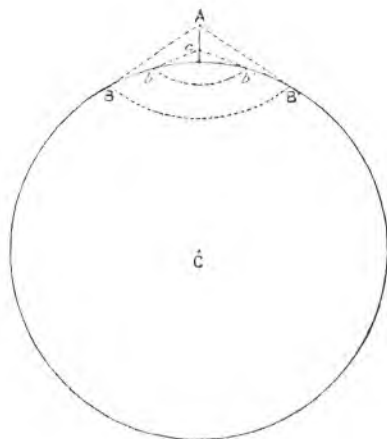
I.

Kozmos i nauka o prirodi.

Iskustvom, tom osnovkom svega našega pozitivnoga znanja o prirodi, postaje svaki čovjek svijestan toga, da on nije sâm u neograničenom prostoru oko sebe. Pod njim je tvrda njegova „rodjena gruda“ — Zemlja; na njoj, nad njom je u atmosferi i u utrobi njenoj sva sila drugih stvari i bića. No i preko atmosfere, kojoj kao na dnu prozračnoga oceana, visoka 700 kilometara, provodi sve dane života svoga, širi se čovjeku nad glavom neograničen prostor, a ni taj nije prazan! Iz dubljina ga nje-

govih pozdravlja čitava vojska svijetlih tjelesa, razasutih nepravilno po tom svemirskom prostoru. On doduše ne može da pregleda najednom čitavoga prostora oko sebe, smeta mu tvrda i neprozračna gruda Zemlje, na kojoj stoji. Gdjegod na njoj stao, na otvorenu polju, na palubi broda usred pučine morske, na vrhu visoka brijega, ili ju gledao iz modernoga uzdušnoga broda ili aeroplana — svagdje od nje može da pregleda tek malu okruglu kuglinu kapicu, omedjenu kružnicom, kojoj daje ime „o b z o r“ ili „h o r i z o n t“, a on sâm stoji svagda baš u središtu toga kruga (njegovo „stajalište“). (Sl. 1.)

Koliku ploču može da pregleda, to zavisi od visine oka iznad površine: što veća visina, horizont se širi!



Sl. 1. Polumjer vidjenja i daljina horizonta na Zemlji.

Priložena tablica pokazuje, kako se daleko vidi iz zadane visine, t. j. daljinu horizonta.

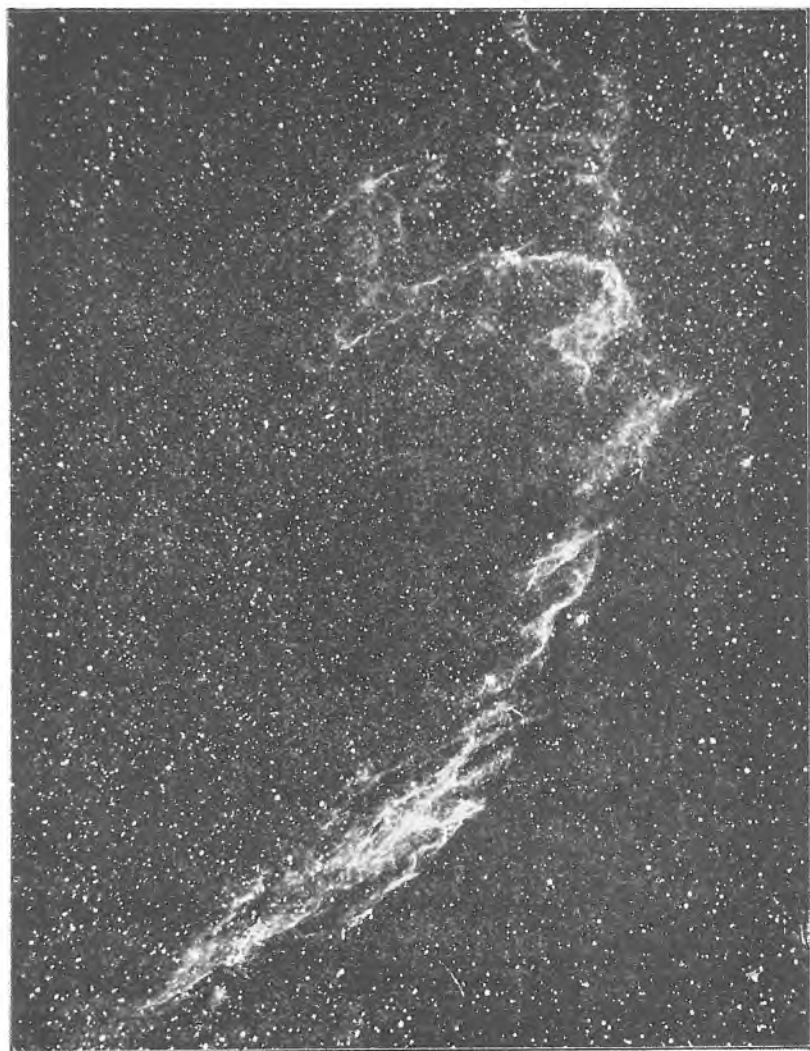
Visina	Daljina horizonta	Visina	Daljina horizonta	Visina	Daljina horizonta	Visina	Daljina horizonta
1 m	3.570 m	30 m	19.552 m	500 m	79.821 m	7000 m	298.740 m
2	5.048	40	22.576	600	87.440	8000	319.380
3	6.183	50	25.241	700	94.446	9000	338.760
4	7.139	60	27.650	800	100.967	10000	357.100
5	7.982	70	29.866	900	107.092		
6	8.744	80	31.928	1000	112.886	785 m	100 klm.
7	9.444	90	33.865	2000	159.651	3140	200
8	10.096	100	35.696	3000	195.539	7067	300
9	10.709	200	50.482	4000	225.798	12569	400
10	11.288	300	61.828	5000	252.460	19650	500
20	15.964	400	71.394	6000	276.570		

Bilješka. Polumjer se vidnoga kruga može izračunati po jednostavnoj formuli za svaku visinu iznad površine Zemlje. U gornjoj slici seže polumjer vidjenja za motritelja u a do kruga horizonta bb' , za motritelja u A do većega kruga BB' .

Polumjer se vidnoga kruga na Zemlji određuje po formuli:

$$R = 3570 \sqrt{v} \text{ metara,}$$

ako je v visina oka iznad površine morske. Brojevi u gornjoj tablici računani su za površinu morsku. Ako se predmet motrenja sam uzdiže nad morsku površinu, daljina se njegova vidjenja uvećava prema njegovoj visini.



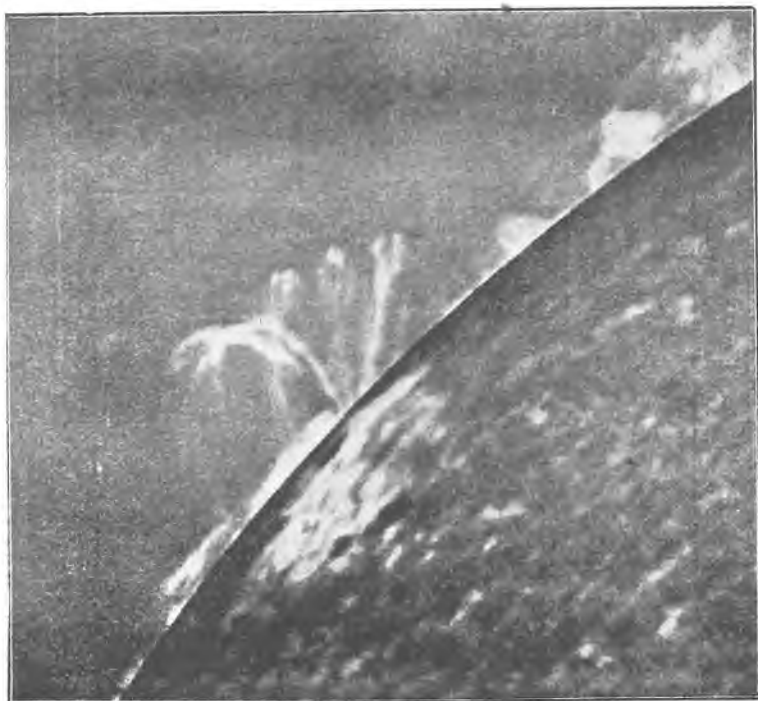
Sl. 2. Svemirska maglica u zviježđu Labuda (Cygnus), poznata uz ime N. G. C. 6992., u Kumovskoj Slami. Po fotografiji na Yerkes Observatory (kod Chikaga u Americi).



Sl. 3. *Kraj neba oko dvostruke hrpe sunaca (h. χ) u Perzeju. Hrpa je u Kuumovskoj Slami. Po fotografiji na Yerkes Observatory u Americi.*

No putovanjem po Zemlji mijenjaju se njegovi horizonti, uvijek okrugli, i čovjek stiče iskustvo, da neograničeni svemirski prostor s a s v i h strana opkoljuje njegovu postojbinu. On sam u taj prostor ne može da odleti: sputaše ga verige sile teže! Ali osjetila mu njegova, u prvom redu oko, odaju sveukupnost stvari realnoga svijeta oko njega. Grčki je otmjeni duh tu sveukupnost stvari označio lijepim imenom „kosmos“ (= ukras), a latinski riječju „mundus“ (= svijet). U tim se imenima već zrcali osjećaj, što ga nekoć živo imahu ljudi, gledajući sveukupnost stvari oko sebe — osjećaj ljepote i harmonije, a k tomu danas dolazi još mnogo življe osjećaj, da je to sveukupnost stvari među sobom zavisnih i vezanih.

„Svijet“ to je i hrvatska zgodna riječ za taj široki pojam, premda se gdjekada uzima i u užem smislu, ograničen na



Sl. 4. *Prova'a protuberanca na rubu Sunca.* Po negativu snimljenju na Yerkes Observatory u Americi.



Sl. 5. Mjesec star $9\frac{3}{4}$ dana. Obrnuta slika kao u astronomskom durbinu.

Zemlju i sve, što je na njoj; riječ „svemir“, „universum“ ili „v a s i o n a“ hoće onda da obuhvati sve svjetove u neograničenom prostoru, što ih doseže oko oboružano instrumentima optike.

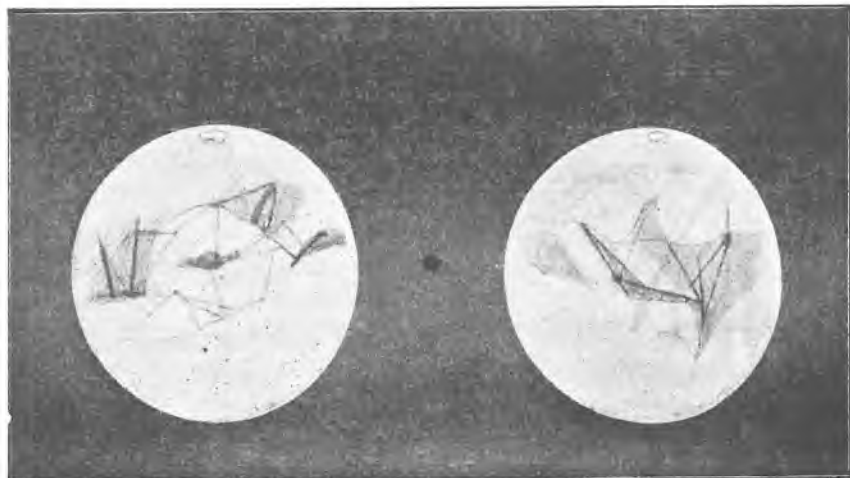
Svemiru je Matica Hrvatska već prije 20 godina posvetila posebnu knjigu u nizu svojih izdanja o nauci prirodnoj.¹

¹ O Kučera, Naše nebo. Crtice iz astronomije. Zagreb, 1895. Str. 430 i slika 146.

Istu sveukupnost stvari označuju i riječi: latinska „*natura*“, grčka „*physis*“ i hrvatska „*priroda*“. No uz taj se pojam rado veže i neka misao na uzrok, koji drži vječni red u izmjeni stvari i bića u svemiru.

Iskustvo je naime rano čovjeku pokazalo osnovnu istinu prirode, da te stvari i ta bića ne ostaju nepromijenjena ni na časak: sve se u prirodi neprekidno mijenja na najrazličnije načine, te se čovjek u vrzinu kolu tih vječnih promjena s početka i ne snalazi. On daje tim promjenama stvari i bića osobito ime „*prirodne pojave*“ ili „*fenomeni*“. Kušajući, da ih iz bližega izučava, otkriva iskustvom novu osnovnu istinu o prirodi: fenomeni se zbivaju po određenim stalnim zakonima, na koje on sam ne može ni malo da utječe, niti ih može i najmanje mijenjati po svojoj volji; on im se pače mora i sam da bezuvjetno pokorava, ako hoće, da mu bude dobro na Zemlji. *Naturae non imperatur nisi parendo!* (Prirodi ne ćeš zapovijedati, ako joj se ne pokoravaš.) A sad dolazi na red božanska iskra u čovjeku — njegov razum — pak pita: zašto se fenomeni tako zbivaju, a ne drukčije?

Ne samo dakle sveukupnost stvari i bića, nego i njihove



Sl. 6. *Planet Mars, 1909. Crtao Dr. Percival Lowell na svojoj zvjezdarnici. („Lowell Observatory“) u Flagstaffu (Arizona, U. S. Amerika).*

pojave, zakoni i uzroci tih pojava, sve to zajedno čini „svijet“, i čovjek hoće da ga upozna po istini. Iz toga je nastojanja nikla „prirodna nauka“ s dvojakom svrhom: 1.) da upozna „svijet“ i mjesto čovjeka u svijetu, pak onda 2.) odnošaje čovjeka spram svijeta.



Sl. 7. Planet Saturn, 1910. Fotografiran na „Lowell Observatory“, Flagstaff, Arizona.

Golema, krasna nauka, koja je već do sada preobrazila od temelja sav kulturni život čovjeka na Zemlji, premda joj tek pošlo za rukom, da po koji mrvičak istine o prirodi sazna. Zovu ju „pobjednicom naših dana“, a broj prijatelja njezinih, radnika i oduševljenih učenika raste u naše dane omjerima jedva naslućenim! A čega li sve ima u tom svijetu, neka pokaže ovo nekoliko slika. (Sl. 2.—10.)

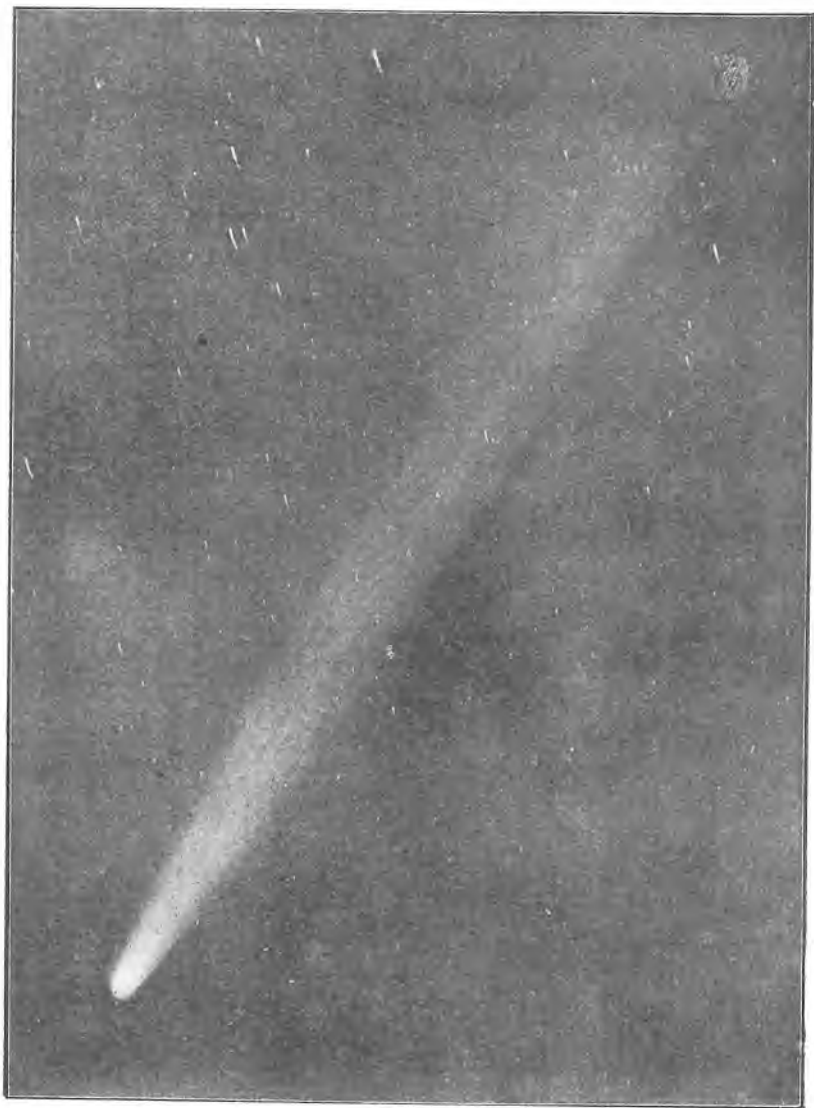
II. Fizika.

No kako prirodna nauka naglo raste, tako se čini, da i područje njezinih zagonetaka čovjekovu slabašnu razumu sve više raste, pa nema do danas golijata duševnoga, koji bi se mogao time podičiti, da je našao potpuno rješenje, pa bilo i u malenoj grani prirodne nauke.

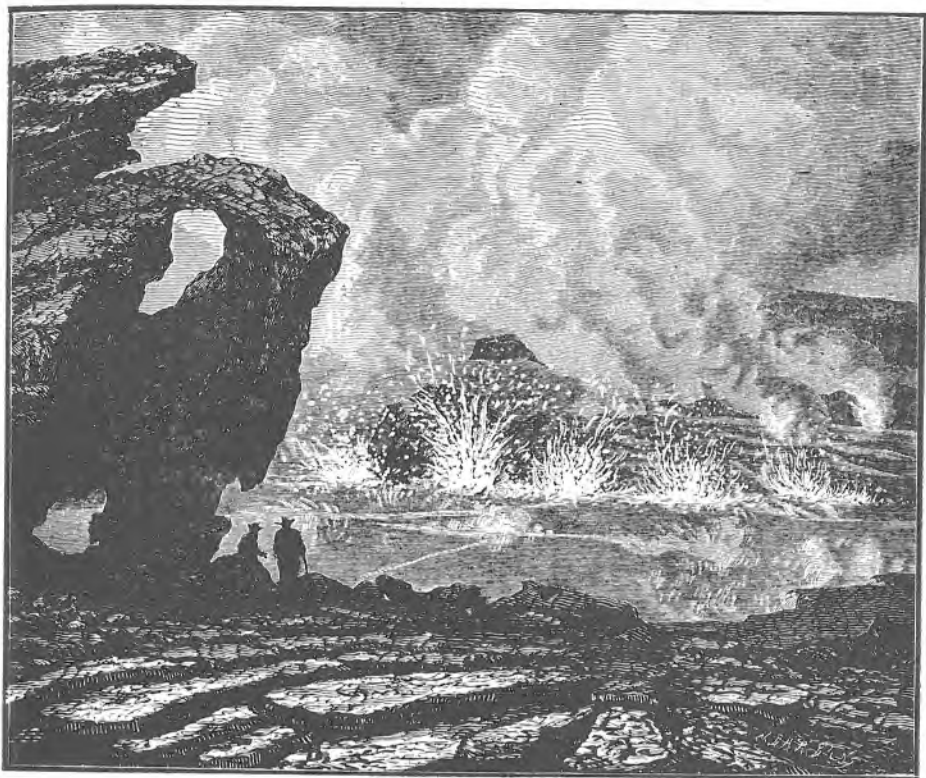
Nepregledno je gotovo polje njezina rada! Ograničeni pak duh naš ne može da je ni obuhvati čitave. Treba da ju dijeli u manje grane, pak te napose izučava, kako bismo naknadno mogli iz tekovina pojedinih grana složiti dobru sliku čitavoga djelovanja prirode, jer u njoj samoj ne teku promjene odjelito, nego se vječno isprepleću.

Izlučujemo poradi toga iz naših razmatranja najprije stvari same i bića u prirodi. Znanje se o njima sabire obično u „prirodopisu“, toj prvoj velikoj grani prirodne nauke. Pažnju svoju dajemo tek „promjenama“, koje se na njima zbivaju, da ih opišemo, kako treba, i da im otkrijemo zakone, po kojima teku. Proučavamo dakle ovdje samo „prirodne pojave“ ili „fenomene“ na stvarima i bićima. No i tu nam se nameću dva, bar na oko, posve različna područja pojavâ: pojave na živim bićima i na mrtvim tvarima. Ima oko nas i na Zemlji i izvan nje sva sila stvari, koje ostaju nepomične niti se mijenjaju, ako ih što bolje čuvamo od izvanjega utjecanja drugih stvari. To su mrtva tjelesa. Druge se opet stvari, bar na oko, mogu gibat i same od sebe i mijenjati. To su živa bića. Izlučujemo iz naših razmatranja živa bića ili „organizme“, pak proučavamo samo pojave na mrtvim tjelesima ili na „anorganskoj stvari“, i tako odredismo granicu onomu dijelu prirodne nauke, koji je poznat uz ime „fizika“ ili takodjer „eksaktna prirodna nauka“. Njoj je dakle zadaća, da opisuje, kako treba, pojave ili promjene na mrtvim tjelesima, da traži zakone tih pojava i da ih napokon nastoji rastumačiti.

No i tu ćemo još jednu diobu izvesti: izlučujemo pojave na mrtvim tvarima, koje su izvan Zemlje; predajemo ih „astronomiji“, fizici neba, a mi u fizici izučavamo tek



Sl. 8. *Halley'jev komet dne 5. maja 1910.* Po fotografiji na „Lowell Observatory“.



Sl. 9. Vulkan Mauna Loa na otoku Havai (Tihi Ocean), vidjen noću.

pojave na zemaljskim mrtvim tjelesima i nastojimo, u prvom redu, da saznamo zakone tih pojava. Nije tim rečeno, da ne bi mnogi takvi zakoni vrijediti i za mrtva tjelesa izvan Zemlje, pače i za živa bića. Razvoj je nauke dapače donio veoma zanimljiv rezultat, da za razumijevanje nebeskih pojava i mnogih pojava živih bića treba da najprije poznajemo osnovne zakone mrtve tvari na Zemlji.

Fizika u našem opsegu prema tomu je **osnovna nauka** čitave prirodne nauke!

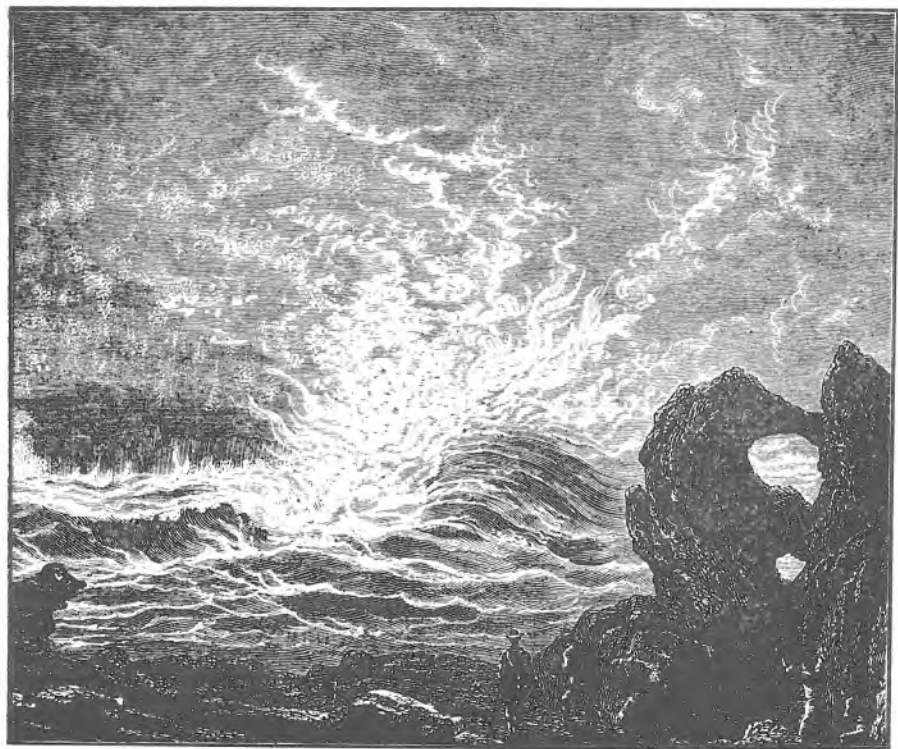
U ograničavanju fizike još nismo posve na kraju. Ima naime na mrtvim tjelesima velik broj prirodnih pojava, kod kojih se tvar tijela trajno promijeni — „kemijske pojave“. Kod drugih veoma mnogobrojnih pojava ostaje tvar ista, ali

se na njoj ipak zbivaju promjene, n. pr. tvar postaje toplija, uveća svoj obujam, promijeni boju, postaje električna i t. d. Sve su to „fizikalne prirodne pojave“. Te se dvije hrpe međjutim jako teško odvajaju jedna od druge, jer se gotovo uvijek isprepleću: „kemija“ se ipak posebno izučava, pak možemo na koncu kao područje fizike odrediti:

izučavanje fizikalnih pojava na zemaljskoj mrtvoj tvari.

Riječ pak „izučavanje“ ima ovdje posve točno značenje. Prirodne pojave izučavati, reći će: 1.) najpomniji ih opisati, 2.) otkriti njihove zakone i 3.) koliko se da, tražiti im uzroke ili rastumačiti ih.

I po tom evo programu fizika radi već tisuće godina.



Sl. 10. Vulkan Mauna Loa na otoku Havai. Plamenovi na vatrenom jezeru.

III.

Glavne hrpe fizikalnih pojava. Mehanika.

Da preletimo najprije različne hrpe fizikalnih pojava!

1. Pojave topline. Medju mnogoličnim pojavama fizikalnim ističe se po svojoj neobično velikoj važnosti u kućanstvu prirode i za kulturu čovjeka svima nama dobro poznata hrpa prirodnih pojava topline. Oduzmite određenu množinu topline svomu tijelu, i dosta je, da prestane u njemu život. Može li dakle biti za čovjeka važnije hrpe od pojava topline?

2. Pojave svjetlosti. Iz topline kao da se izvijaju pojave svjetlosti. Čim se naime koje tijelo dosta ugrije, pretvara se u „izvor“ svjetlosti — u svijetlo tijelo. Na sve strane prostora izbija iz njega „svjetlost“ i bitno pomaže uz toplinu kulturno razvijanje čovjeka, ali i njegovo izučavanje čitave prirode. Što bi bilo, da nema u prirodi pojava svjetlosti? Da nema u prirodi Sunca, toga najizdašnijega izvora svjetlosti? Neka si svaki sam pokuša do kraja misliti sliku prirode — bez pojava svjetlosti. I njima je Matica Hrvatska već odredila posebnu knjigu.¹

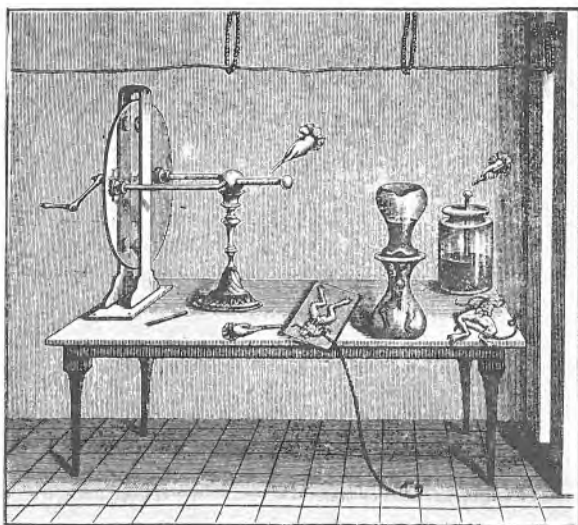
3. Pojave zvuka. A što je ono, što od čovjeka na čovjeka prenosi misli s pomoću govora? Što je ono, što u divnoj harmoniji tonova uznosi i raspaljuje naše duše? Svi znamo, da je to hrpa pojava, poznata uz ime pojave „zvuka“. U netom su spomenutoj knjizi i oni već obradjeni za Matičare.

Za ove prve tri hrpe prirodnih pojava ima čovjek posebna osjetila: za toplinu čitavu površinu svoje kože, za svjetlost — oko, za zvuk — uho. Poradi toga nam ove pojave i najjače udaraju u oči, njih je čovjek najprije i najviše izučavao.

4. Pojave magnetizma i elektricitete. Pored ovih najočiti-
jih fizikalnih pojava, postoje još dvije hrpe, medju sobom dosta tijesno vezane, koje nam se ne odaju tako obično i lako, nego se javljaju tek u osobitim, neobičnim prilikama na mrtvoj tvari — to su pojave „magnetizma“ i „elektricitete“ za koje nas priroda nije obdarila posebnim osjetilima, pak,

¹ O. Kučera, Valovi i zrake. Crtnice iz akustike i optike. Zagreb 1903. 399 strana. Sa 230 slika i 2 table.

smjesta razbirmo uzrok, zašto se je naše znanje o njima tek u najnovije vrijeme jače razmahalo. Već su doduše i stari Grci nešto znali o magnetičkim i električnim pojavama, no ipak se može reći, da su tek pokusi Gilbertovi u g. 1600. i nada sve glasoviti pokusi Galvanijevi (Sl. 11. i 12.) sa žabljim krakovima pokrenuli pravo izučavanje ovih dviju skupina fizikalnih pojava. No od toga je vremena taj dio fizike u takovu razvijanju, da se nova otkrića upravo gomilaju, a primjene rastu od



Sl. 11. Galvanijev prvi pokus o stezanju žabljih krakova električnom strujom
Po reprodukciji originala od Oettingena.

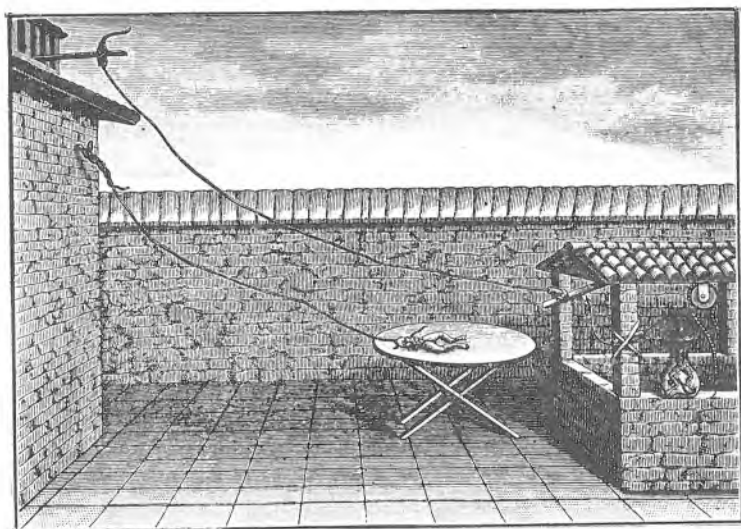
dana u dan neobičnom brzinom, pak već danas možemo reći, da smo u električnim pojavama našli najsnažnije pomagače kulturnomu napredovanju.

Već je prije 23 godine Matica Hrvatska svojim članovima dala u ruke posebnu knjigu o tim pojavama,¹ no kako se je naše znanje o ovoj skupini pojava naglo razvijalo u posljednja dva decenija, trebalo bi da sada Matičari dobiju u ruke novu knjigu o tim pojavama prema današnjem stanju nauke. O pri-

¹ O. Kučera, Crte o magnetizmu i elektricitetu. Zagreb 1891. 381 strana. Sa 196 slika.

mjenama tih pojava govore već dvije knjige Matičine¹, a bit će ih još više.

5. Pojave gibanja. Na posljednje smo mjesto dali skupinu fizikalnih pojava, koje su na Zemlji tako obične, tako jednostavne, da se redovno izmiču svakoj pažnji ljudi, pak samo se tako tumači, da su ih ljudi razmjerno kasno stali izučavati. To su pojave gibanja zemaljskih. Svi iz svakidašnjega iskustva predobro znamo, a često i osjećamo neugodne poslje-



Sl. 12. *Galvanijev drugi pokus o stezanju žabljih krakova električnom strujom*
Po reprodukciji originala od Oettingena.

dice njihove u oštećenim udovima našega tijela, u razlupanim stvarima! Sve, sve na mrtvoj tvari može da ostaje nepromijenjeno: i boja, i okus i miris i tvrdoća i obujam i temperatura i svjetlost njezina; ona ne mora postati ni magnetična ni električna, pa ipak se s njom zbiva promjena, a to je promjena njezina mjesta u prostoru. Ona naprosto, inače sasma nepromijenjena, prijedje s jednoга mjesta u prostoru na drugo,

¹ O. Kučera, Plivelić i Božičević, *Novovjeki izumi*, knj. III. 1910., 286 strana i 107 slika; O. Kučera i Plivelić, *Novovjeki izumi*, knj. IV., 1913. 191 strana i 85 slika.

t. j. ona se „giba“. Tek je Galilei (Sl. 13.) (1564.—1642.) pravi osnivač ovoga dijela fizike sa svojim glasovitim pokušima o njihaju svjetiljke u stolnoj crkvi Pizanskoj (Sl. 14.) i o padanju tjelesa niz kosinu (Sl. 15.), premda su ljudi od



Sl. 13. *Galileo Galilei*
(1564.—1642.)

prvoga dana gledali padanje mrtvih stvari i svojih vlastitih živih tjelesa. Samo jedna skupina gibanja znala je od pradavnih vremena osvojiti čovjeka — bijahu to velebna gibanja nebeskih tjelesa u svemirskom prostoru; njima je čovjek već davno namjenjivao najoštroumnija istraživanja, dok je neugledno padanje tjelesa na Zemlji ostalo po strani. No od Galileja amo — u ovo 300 godina — dogodilo se s pojavama gibanja — gotovo čudo: novo otkrite istine o neuglednim gibanjima zemaljskim postadoše fundamenat (temelj), na kojem

stoji danas sva ponosna zgrada eksaktne prirodne nauke: zakoni su gibanja zemaljskih tek dali ključ za istinu o nebeskim gibanjima, oni su dali mostove k drugim skupinama fizikalnih pojava, pojavama topline, svjetlosti, zvuka, magnetizma i elektricitete, a razumu su ljudskomu prvi put otvorili nove velike vidike, da sve te skupine fizikalnih pojava nisu medju sobom odijeljene, nezavisne, nego da mogu po odredjenim zakonima prelaziti jedne u druge.

Iz elektricitete n. pr. postaje svjetlost, toplina, zvuk, privlačna sila, kemijska sila i obrnuto. I tako se baš iz toga izučavanja pojava zemaljskih gibanja prvi put rodila misao o jedinstvu u prirodi, a u tom jedinstvu kao da su podloga — baš pojave gibanja.

Kako je došlo do toga velikoga preokreta u posljednjih 300 godina s neznatnim pojavama gibanja, to će, mimo drugo, ku-

šati da prikažu prijaznim čitateljicama i čitateljima ovdje nanižani reci. Nisu i ne mogu biti puka zabava — svrha im je, da u zanimljivu obliku priopće velike zakone i istine iz carstva gibanjâ i silâ — iz „m e h a n i k e“. Nadamo se, da ne će po-
žaliti truda i vremena, tko se dade na pomnivo čitanje ove knjige.



Sl. 14. *Devetnaestgodišnji Galilei motri njihanje svjetiljke u stolnoj crkvi u Pizi. Po slici u „Tribuna di Galilei“ u Firenci.*



Sl. 15. Galilei proučava padanje niz kosinu. On je sam u sredini iza kosine. Redomnik, koji kleči, mjeri vrijeme brojeći udarce bila. Lijevo proučavaju neki Aristotela. Desno sjedi sin velikoga vojvode. Po slici u "Tribuna di Galilei".

IV.

Prirodne pojave i osjetila.

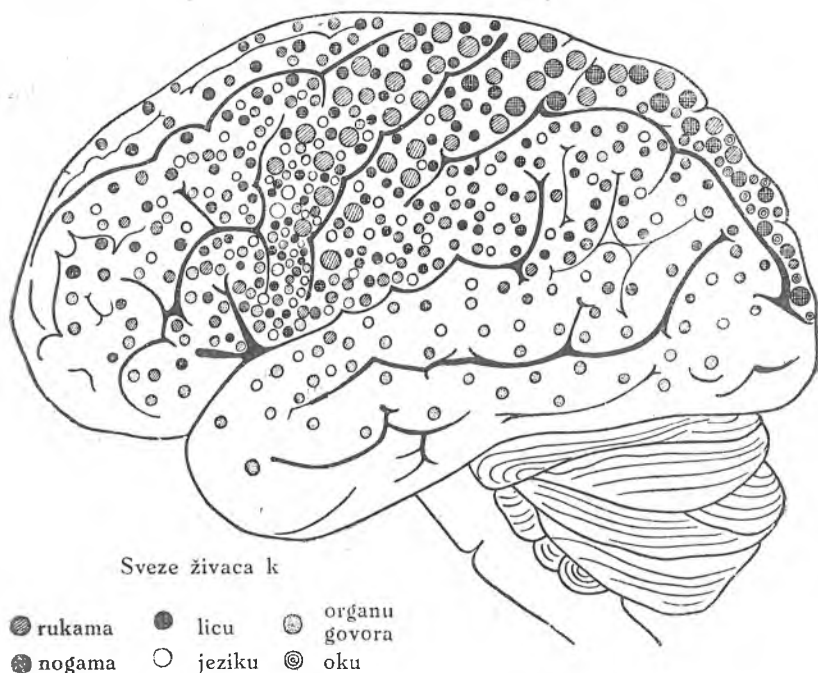
Red je, da načnemo pitanje nedosežne važnosti! Otkuda i kojim putem do z n a j e čovjek, da se u prirodi zbivaju čas prije opisane, mnogovrsne prirodne pojave? Odgovor znamo iz iskustva: sve što znamo o fizičkom svijetu, koji je izvan nas, ušlo je u nas na nekoliko sitnih otvora u našoj glavi, ušlo je u nas, ako pravo uzmemo, preko naša dva oka i naša dva uha. Ova su dva osjetila glavne kapije, na koje ulazi spoznaja izvanjega svijeta. Preko njih — i samo preko njih! — dolaze nam pojave do svijesti; osjetila su ova u neku ruku posrednici izmedju izvanjega svijeta i našega duha, koji primljeno redja i preradjuje. Čitav je dakle izvanji svijet za nas takav, kakova nam ga dojavljaju ovi naši posrednici — naša osjetila. Da li nam ga vjerno i istinski dojavljaju? Ne znamo toga pouzdano reći, ali opravdano smijemo o tom sumnjati, jer nam je jasno, da dojavljivanje naših osjetila bitno zavisi o njihovoj uredbi, savršenosti, osjetljivosti, pače i o njihovoj vježbi. Ta poznata je rečenica, kako mnogi ljudi ne vide — kraj otvorenih očiju, a to je puna istina! A tko nije ponovo iskusio, kako ga grdno znadu osjetila obmanuti? Te su obmane tako česte i gdje kada tako jake, da se čovjek mora dobro sabrati, kako bi im se othrvao. Uoči tomu opravdana je velika opreznost!

Glavno je naše osjetilo — oko. Ono posreduje, da vidimo stvari i pojave izvanjega svijeta — ali tek posreduje, a ne vidi samo! Ako obumre vidni živac, koji ide iz oka u mozak ili ako ga fiziolog prereže, čovjek je slijep — i najljepše oko ništa ne vidi! No i obrnuto se događa. Ako lupiš šakom o oko, u njemu se zabljesne: imao si osjet svjetlosti, a da nije svjetlosti došlo u oko. Kolikih li izvora obmanama?

Jasno izbija iz ovih primjera, koji bi se mogli jako raširiti, da je zapravo mozak (Sl. 16.) onaj organ, u kojem postaje svijest o izvanjem svijetu. Anatomi su mogli pače dokazati, da se to zbiva u sivoj kori, koja izvana ovija mnogovrsne zavojice bijelog mozga; taj je sastavljen od bezbrojnih najtanjih živčanih nitova, koji se isprepleću u jače snopove, a ovi

teku ili k osjetilima ili k živcima, koji izvede gibanja tijela („motorni živci“). Podraženi ili izvana osjetilima ili iznutra voljom, odredjuju tijelu njegova različna očitovanja.

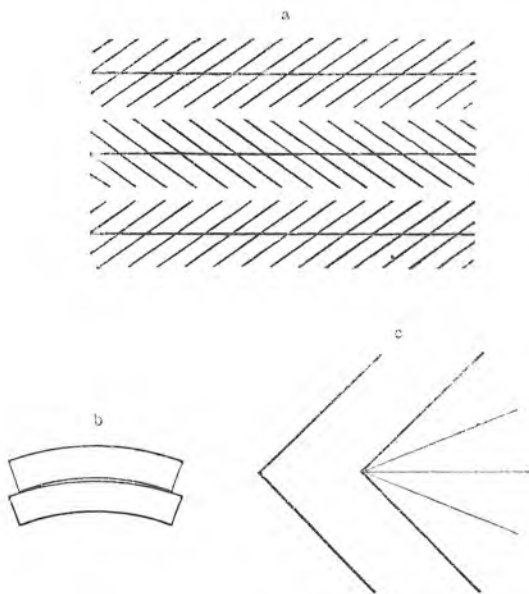
Što li se to zbiva u sivoj kori mozga, kakve li zadaće zapadaju pojedine njezine česti, o tom danas još vrlo malo znamo, a nije ni mjesto, da ovdje dalje izvodimo, ma koliko bilo zanimljivo. To su najteža istraživanja prirodne nauke!



Sl. 16. Svrstavanje živčanih snopova u čovjekovu mozgu. (Broca.)

Podražaji izvanji, koji ulaze u organe osjetilâ, n. pr. u oko i uho, obično su mehanične naravi, n. pr. tlaci, te djeluju na izvanji kraj živca toga organa; u njem se promeću u kemijske radnje i električne struje, koje prelaze na čitavu onu granu živca i podražaj prenesu do krajnje stanice u sivoj kori mozga. Našu sliku o realnim predmetima izvanjega svijeta posreduje dakle živčana struja, koja teče izvana unutra.

Na ovu se spoznaju nadovezalo veliko filozofsko raspravljanje o tom, koliko ti realni predmeti izvanjega svijeta odgovaraju ovim slikama njihovim, što ih mi u svijesti našoj dobivamo preko naših osjetila. Dospjelo se i dotle, da se zanijekalo opstajanje realnoga izvanjega svijeta: „svijet kao volja i predstava“! Ne ulazimo u to. Za nas postoji realno sve, o čem nam daju različna naša osjetila dosta suglasno svjedočanstvo.



Sl. 17. Tri obmane oka; a je Zöllnerov paradokson.

S njihovom pomoći može čovjek ispitivati izvanje pojave svijeta oko sebe s različnih strana, ako se je vježbanjem dosta naučio, kako treba da se svojim osjetilima služi, i ako se je navlastito naučio, kako treba da se pri tom poslu klone mnogobrojnih obmana, kojima su izložena naša osjetila.

Te se obmane pokazuju osobito baš kod našega najvažnijega osjetila — kod oka. Kod svih naših mjerenja upotrebljavamo u prvom redu oko. Do njegove oštirine, do njegove izvježbanosti stoji u prvom redu uspjeh svakoga mjerenja. Evo nekoliko primjera za obmane kod „mjerenja po oku“. (Sl. 17.)

U slici *a* je „Zöllnerov paradokson“. Pravci su zaista usporedni, ali nam se čini, da se stječu na onoj strani, na kojoj se razilaze poprečni pravci.

U slici *b* su dva odsječka krugova. Svatko će reći, da je donji veći od gornjega, a ipak su oba jednaka.

U slici *c* su dva kuta; drugi je razdijeljen na četiri dijela; on je „na oko“ veći od nerazdijeljenoga, a ipak su oba kuta jednaka.

Obmana postaje u oba posljednja slučaja tim, što su crtnje tako razmještene, da se jednake stvari ne mogu okom neposredno dovesti do podudaranja. Da stvorimo sud, moramo se uteći svezama misli, t. j. psihologijskim procesima, a ti su izloženi izvorima jednostranih poгрješaka.

Ako se na tankoj žici priveže komadić usjana ugljena i brzo zavrti, vidi se potpun svijetao krug. Uzrok je u tom, što učinak svjetlosti na oko ne iščezne momentano, kad prestane fizički podražaj, pa postaju „pasilke“, koje međjutim gdje kada čovjeku dobro dodju, n. pr. u kinematografu.

Je li nešto, što nam oko odaje, obmana, to možemo tek saznati i dokazati po svjedočanstvu i protivurječju s drugim dokazima i s drugim načinima istraživanja, za koje već otprije znamo, da nas ne varaju.

Sjedimo u željezničkom vlaku, koji juri velikom brzinom i promatramo okolicu. U tom času kraj nas projuri u suprotnom smjeru drugi vlak, na kojem su prozori otvoreni. Bit će da je već svatko opazio, kako se kroz njegove prozore vidi čitava okolica neprekidno i gotovo isto tako dobro, kao da vlak nije ni projurio pred našim očima. — Veliku kuglu, izbačenu iz topa, ničije oko ne vidi, kad ispred njega proleti, makar da je kugla omašna! Za nas ta kugla i ne postoji, ako se ne oda drugim načinom. Ako dakle uopće tamo tjelesa, pa bila i omašna, prodju kraj nas dosta velikom brzinom, oko nam i ne odaje, da postoje!

U drugu će ruku sada čitalac moći razumjeti, da čvrsta tjelesa, koja se oku odaju kao nigdje neprekinuta cjelina, mogu ipak da budu uistinu hrpa sitnih odijeljenih drobnica, medju sobom dosta razmaknutih, ako se te drobnice veoma brzo njišu tamo i amo i time izvode učinak čvrste površine, kako

je u predjašnjem primjeru zavrćeni ugljen dao obmanu stalnoga svijetloga kruga.

I danas, kada je nauka već dobroano izučila različne obmane osjetila, treba kod izučavanja prirodnih pojava držati na umu, da se možda izlažemo obmanama naših osjetila, kojih još ne prepoznamo kao obmane!

No i bez pravih se obmana može dogoditi, da se prirodne pojave dugo vremena mogu izmicati našim osjetilima, pak onda za nas ne postoje, dok se — većinom slučajno — ne odadu. Za elektricitetu danas znamo, da je ima svagdje u prirodi. No gotovo sve, što znamo o njoj, znamo tek od posljednjih 300 godina. Tisuće se godina prije toga električne pojave izmicahu ljudima. Uzrok: postoje dvije suprotne elektricitete, koje se u svojim učincima na naša osjetila obično uništavaju. — Ili ovaj zanimljivi primjer, što ga navodi M. W. Meyer: Mjesec okreće Zemlji uvijek istu polovinu svoje kugle. Drugu mi sa Zemlje nikada ne možemo da vidimo, premda pouzdano znamo, da se i Mjesec vrti oko osovine, pak bismo se nadali, da će nam pomalo ipak pokazati čitavu površinu svoju. Uzmimo, veli Meyer, da na onoj drugoj polutki ima razumnih bića — ljudi — koji poradi kakve zapreke ne mogu da dodju nikada na polutku obrnutu Zemlji. Ti bi ljudi vidjeli sav svemir, kao i mi sa Zemlje, samo ne bi nikada vidjeli Zemlje, svoga najbližega susjeda u svemiru, koji bi im se ukazao kao sjajna ploča 13 puta tolika, kolik je nama pun Mjesec! Uzrok: vrtnja Mjeseca oko osovine traje baš točno toliko vremena, koliko i njegov put oko Zemlje. Ta dva gibanja zajedno izvide za ona bića na Mjesecu neku vrst obmane, da za njihovo oko Zemlja uopće — i ne postoji!

* * *

Treba dakle da se kod izučavanja prirodnih pojava čovjek oboruža prilično velikom oprežnošću i skepsom o vrijednosti onih vijesti, što mu ih osjetila, u prvom redu oko, dojavljaju o izvanjem svijetu i pojavama u njem. I mi idemo ovako oboružani sada na posao, da izučavamo jednu hrpu pojava — pojave gibanja, koje smo izabrali predmetom naše posebne pažnje u ovoj knjizi, a nauka ih fizikalna sabire uz ime „meha-nika“, t. j. nauk o gibanjima.

Pojava gibanja uopće.

Što je „gibanje“. — Nepomičnost stajališta. — Odredjivanje mjesta točke u prostoru. — Prostor, vrijeme i tvar. — Mjerenje i mjere: metar za dužinu, dijelovi i mnogokratnici. — Vrijeme i mjerenje vremena. — Gibanja u prirodi su relativna.

I.

Što je gibanje.

Bacimo oko na nebo! Na njem se neprekidno zbivaju najrazličiije promjene, koje gdjekada u velike utječu na život čovjekov na Zemlji. Velimo: nebo je puno najrazličnijih i nada sve zanimljivih „prirodnih pojava“. Tamo se n. pr. iznenada javljaju „nove zvijezde“, kojih za kratko vrijeme opet nestaje za naše oko. Osobito se ističu svojim zagonetnim oblikom „zvijezde repatice“ ili „kometi“, (Sl. 8. str. 10.) po davnom mišljenju bič božji. No i na zvjezdama, koje nam uvijek sjaju na nebu, naučili smo pomalo gledati zanimljive pojave: ima ih velik broj, koje neprekidno mijenjaju jačinu svoga sjaja — promjenljive zvijezde —, a to se zbiva po određenim zakonima.

No od svih pojava na nebu jedna je već od najdavnijih vremena osobito mamila ljude: „**gibanje zvijezda**“ na nebu. Svakoga smo vedroga dana i svake vedre noći svjedoci te osobite pojave, a kako ju mi danas gledamo, takovu su ju gledali i prvi ljudi u ono prastaro doba, kad još ne bijaše ni povijesti čovjekova koljena. Ono tiho, nečujno, neobično pravilno pomicanje zvijezda po nebeskom svodu svake noći, a Sunca po danu, ta to i jest baš ona pojava, koja izvodi u duši čovjekovoj onaj neobični čar zvjezdanoga neba, što neodoljivom snagom zahvaća svakoga čovjeka, kada u slobodnoj prirodi i na otvorenu mjestu gleda onu veliku vojsku „nebeskih tjelesa“, kako ponad dremljive Zemlje uzlazi pa opet silazi po nebu tamo na mračnom obzoru (horizontu) našem, gdje se „nebo“,

koje sve obuhvaća, nedosežno za uvijek, božansko, spušta k našem zemaljskomu okruhu i njegovu rubu, pa nas s onim nadzemaljskim pojavama i tjelesima veže tankim koncima zrakâ svjetlosti!

Nema čovjeka divljaka, ni čovjeka naučnjaka, koji u tim trenucima ne bi ili nesvjesno ili pak na osnovi logičkih zaključaka osjećao, da se tijesna svez a između nedosežnih nam stvari na nebu i nas plete tamo i amo, da smo mi i naša postojbina Zemlja tek maleni dio onoga neba, od njega zavisana i njemu podložan, i da nešto neizrecivo veliko, majestetično, božansko stoluje tamo nad čadorjem zvijezda.

To osvjedočenje budi u nama u prvom redu ono nečujno, neprekidno — gibanje zvijezda! Vrijedno je dakle, da toj toliko običnoj, toj najjednostavnijoj pojavi u prirodi — pojavi gibanja posvetimo osobitu pažnju.

Iz te težnje postade u fizici ponačajniji joj dio „nauk o gibanju“ ili „mekanika“.¹

No ne susrećemo se s pojavom gibanja samo u svemiru izvan Zemlje, ona je svakidani naš pratilac i u zemnom životu našem, ona je pače najobičnija prirodna pojava i na Zemlji. Pomislimo samo na padanje kamena, na tečenje vode u potocima i rijekama, na puhanje (strujanje) vjetrova u atmosferi, pak onda i na gibanje kola i saonica, na željeznice, koje bježe, tjerane napetom vodenom parom, na okretanje mlinškoga kola, na let aeroplana i t. d.

Ipak je od pradavnih vremena amo od svih pojava gibanja najviše ljude zaokupljalo gibanje nebeskih tjelesa. Na tim se gibanjima najviše oštrio um čovjekov, i u „mekanici neba“ on je do danas ubrao najveće svoje lovorike.

I mi ćemo tim nebeskim gibanjima posvetiti u prvom redu i osobitu pažnju u posebnim člancima! No da to možemo učiniti kako valja, kloneći se svake površnosti, treba da uz pojavu gibanja uopće uzmemo na oko i pojmove, koji se uz nju vežu.

Tu niče prvo pitanje čovjeka umnika: a što je to „gibanje tijela“? U prvi mah i na oko, jelte, pitanje posve zališno! Ta nema čovjeka, koji ne bi posve jasno znao bez

¹ Mekanika od grčke riječi: mehaniké (tehne) = nauk o kretanju, gibanju.

ikakva tumačenja, što je „gibanje“ tijela, i koji ne bi smjesta pravo odgovorio: ovo se tijelo „giba“, a ono „miruje“.

Pa ipak ne će biti na odmet, ako se tim pitanjem malo pozabavimo; dovest će nas do stvari, kojima se u prvi mah ne bismo možda nadali.

Povratimo se k nebu i uočimo, sjedeći mirno, koju sjajnu zvijezdu. Ni pò ure motrenja ne će trebati, i mi ćemo reći: zvijezda se giba. Po čem smo to zaključili? O k o nam je to odalo, i da nemamo oka, mi ne bismo ni znali, da u svesmiru ima nešto, a još bismo manje znali, da se to giba. Ali nije samo oko, koje nam odaje, da se zvijezda giba; i razum je naš pri tom već nešto radio. Mi naime po iskustvu znademo, da od naše postojbine Zemlje na svakom mjestu možemo najednput pregledati samo krug odredjena polumjera i da je naše „stajalište“ baš u središtu toga kruga. (Sl. 1. str. 2.) Na rubu (opsegu) njegovu (na „horizontu“) vidimo uvijek i na istom mjestu **ista** stabla, **iste** kuće, **iste** vrhunce i taj se naš obzor ili horizont s **našega** stajališta nikada ne mijenja! Naš je horizont dakle, tako bar zaključujemo, nešto nepromjenljivo i nepomično, nešto što je uvijek „na miru“, i nema čovjeka, koji o tom na temelju svakidašnjega iskustva, stečenoga okom svojim, ne bi bio posve tvrdo uvjeren.

U odredenom času vremena (možemo ga po uri zabilježiti) vidimo zvijezdu, gdje izlazi na odredenom mjestu našega obzora (možemo ga upamtiti po kojem stablu, tornju, vrhuncu i t.d.). Pò sata kasnije nema je više na onom zabilježenom mjestu, digla se je do neke visine iznad obzora, i sada ju vidimo na drugom mjestu u prostoru, i zaključak je gotov: zvijezda se ovo pò sata gibala, prevalila je u tom vremenu odreden „put“, a išla je po nekakvoj „stazi“ od prvoga mjesta do drugoga. Dakle:

„gibanje je tijela promjena njegova mjesta u prostoru“.

No da mogosmo tu „promjenu“ mjesta nedvoumno konstatirati, morali smo znati, da je naš obzor nepomičan: tek isporijekujući u toku vremena položaj zvijezde spram nepomičnoga našega obzora mogosmo opaziti pojavu, da se zvijezda giba. Da ne bude u nas tvrde vjere u ne-

pomičnost našega zemaljskoga okruga i njegova ruba, nego da je u nas obrnuto bila tvrda vjera, da je zvijezda u prostoru nepomična, da ona „miruje“, naš bi zaključak bio drukčiji, baš suprotan predjašnjemu; rekli bismo: naš se horizont — i mi zajedno s njim — spušta na istočnoj strani, a diže na zapadnoj, i poradi toga dolazi zvijezda sve više iznad njega. Jasno je dakle: kada govorimo o gibanju zvijezde, uzimamo prije svega, da je naše stajalište nepomično, da je na miru.

No još je nešto po srijedi! Hoteći da konstatiramo gibanje zvijezde, moradosmo nedvoumno odrediti njezino mjesto spram nepomičnoga našega stajališta na početku one polovine sata i na koncu njezinu. Gdje bijaše na koncu, to vidjesmo tjelesnim okom, no gdje bijaše na početku, moradosmo „zabilježiti“ s pomoću stabla i t.d. na našem obzoru. Kako znamo, da će zvijezda i dalje ići, evo potrebe, da isto tako nedvoumno odredimo, gdje je zvijezda u prostoru bila na koncu prve polovine sata, na koncu jednoga sata, nakon dva sata i t.d., u jednu riječ: želimo li izučavati makar gdje u svemiru ili na Zemlji pojavu gibanja, treba najprije da umijemo za svaki čas: „odrediti nedvoumno mjesto toga tijela u prostoru“.

Znajući naime za svaki čas mjesto tijela u prostoru saznajem odmah i to, kakovom se stazom giba — pravcem ili krivuljom — kolik mu je put bio u odredjenom vremenu, a onda dalje i druge zakone toga gibanja.

Odredjivati mjesto ili položaj točaka u prostoru ide dakle u red onih osnovnih zadaća, koje moraju biti riješene prije, nego što se počne izučavati pojava gibanja. No ta nas zadaća vodi u područje druge nauke, u područje matematike, i evo nam već na prvom našem koraku u mehanici primjera, kako bez matematike ne možemo razborito naprijed! Promislite samo časak zbrku u našim razmatranjima o gibanju zvijezde, da ne znamo nedvoumno odredjivati mjesto njezino u prostoru u makar kojem času vremena!

Matematička razmatranja ne idu u red onih stvari, koje zanimaju nestručnjaka, premda neku mjeru takvih razmatranja i neko znanje o matematici treba svaki obrazovani čovjek svaki dan u svom životu. Već vidim u čitalaca neki strah od tih to-

bože teških i nezanimljivih razmatranja. Taj je strah međutim dosta neosnovan. Često naime takva matematična razmatranja niti su teška niti su nezanimljiva. A tko želi, da u tajne i čudesu prirode iole dublje zadje, pak da steče pravih viših užitaka, znajući istinu o njima, ne može da se ugne ni na koji način takvim „matematičkim“ razmatranjima. Evo i nas u takvoj prilici kod pojave gibanja. Nadam se, da ne ćemo požaliti toga izleta u područje matematike!

II.

O prostoru i o mjestu točke u prostoru.

Kod pojave gibanja ulaze u razmatranje prije svega dva osnovna pojma čovjekove svijesti: pojam „prostora“ i pojam „vremena“, jer sva se gibanja zbivaju u prostoru i trebaju neko vrijeme. No mora da bude i nešto, što se giba. To su „tjelesa“. Svim je tjelesima u prirodi zajedničko, da su od neke „tvari“ ili „materije“. Osnovnim se pojmovima prostora i vremena dakle kao treći pojam očito pridružuje pojam „tvari“ ili „materije“.

Što je prostor i vrijeme, o tom umuju već tisuće godina filozofi; i postale su o njima različne definicije. U to ne pačamo.

Nama je u proučavanju prirodnih pojava dosta, da imamo svi u svijesti jasan pojam prostora, a taj nam pojam njegov odaje i osnovno svojstvo prostora, da on ima tri protege (dimenzije). Stojeći naime ma gdje u svemirskom prostoru, možemo sa svoga stajališta razlikovati: 1.) „desno“ i „lijevo“, 2.) „naprijed“ i „natrag“ i 3.) „gore“ i „dolje“. Prostor pokazuje „tri mnogoličnosti“. I to je svojstvo prostora u svijesti svakoga čovjeka. To nam je svojstvo dosta, da odgovorimo na pitanje osnovne važnosti za proučavanje pojave gibanja, istaknuto već prije: kako da odredimo u svako doba nedvoumno mjesto jedne točke u prostoru?

Uхватit ćemo stvar s različnih krajeva. Najjednostavniji je slučaj, ako znam, da mi točka P ne može da dospije nikuda sa zadana neograničena pravca (Sl. 18.), ali na njemu može

da dospije na svako mjesto. Da za svaki čas odredim nedvoumno mjesto točke P na tom pravcu, odabrat ću negdje na njem nepomičnu točku O , izmjerit ću daljinu točke P od O , t. j. od „moga stajališta“ ili od „ishodišta“ odabranom jedinicom dužine OE n. pr. 1 m . Naći ću n. pr., da je ta daljina $= 5\text{ m}$. No kako može da bude točka P 5 m daleko od O na desnoj ili lijevoj strani, treba da uklonim još i ovu neizvjesnost. To činim odredbom: desno je od O pozitivan smjer



Sl. 18. Određivanje mjesta točke na neograničenu pravcu.

moga pravca, lijevo je od O negativan smjer moga pravca. Broj $+5\text{ m}$ (čitaj: „plus pet metara“) kazuje mi dakle nedvoumno, gdje je točka na desnoj strani neograničena pravca, a broj -8 m (čitaj: „minus osam metara“), gdje je na lijevoj strani njegovoj. Izrazivši ovako „brojem“ mjesto točke P razbiram, da sam ga označio nedvoumno, pak da ga mogu svaki čas i na slici naći. Zanimljiva niče spoznaja:

mjesto točke na neograničenu pravcu nedvoumno je određeno **jednim** imenovanim **brojem**,

ali samo uz jedan uvjet: ako se naime na tom pravcu prije odabere ma gdje nepomično „stajalište“ ili „ishodište“ mjerenja. Čim bi premetnuo O na drugo mjesto u pravcu, bilo bi isto mjesto točke P izraženo posve drugim brojem, ali opet samo jednim. Nauka matematička, koja voli kratke i točne izraze za svoje misli, daje tomu broju ime „**apscisa**¹ točke P “ i govori:

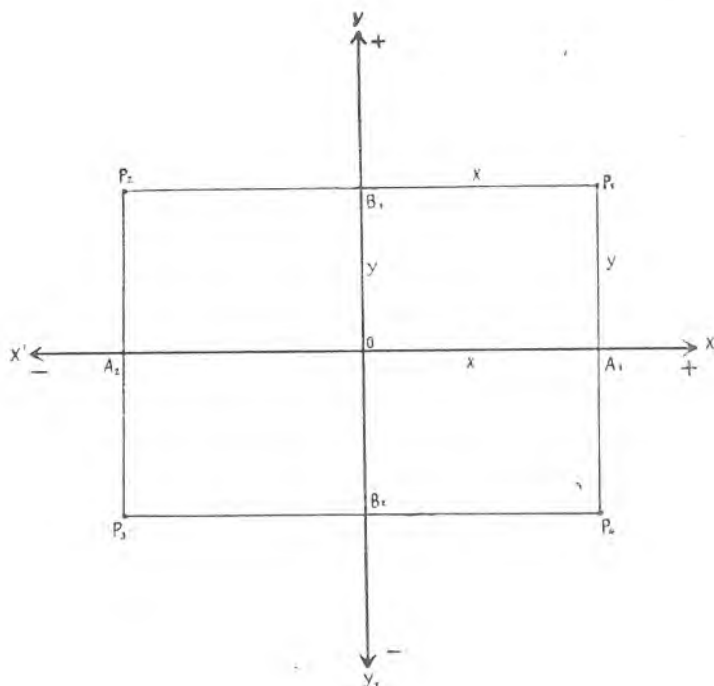
„mjesto točke na neograničenu pravcu određeno je nedvoumno njegovom **apscisom**“.

No pri tom muče uzima, da je „ishodište“ O nepomično, a na to sam već sada rad svrnuti osobitu pažnju čitalaca. Trebalo bi dakle gornjoj tvrdnji s opreza dodati još riječi:

„s obzirom na ishodište O “.

¹ abscisa (lat.) = odrezak.

Drugi je, nešto zamršeniji slučaj, da naša točka P može pri svom gibanju izaći iz pravca, ali da ipak svađda ostaje u ravnini (n. pr. papira ili horizonta), t. j. niti se može



Sl. 19. Određivanje mjesta točke na neograničenoj ravnini.

dići n a d tu ravninu, niti se može spustiti p o d nju, ali po njoj može svakuda. Jasno je u prvi mah, da nam sada sáma daljina njezina od odabranoga, nepomičnoga stajališta O ne određuje više n e d v o u m n o njezino mjesto u toj ravnini: ima bezbroj točaka u toj ravnini, koje sve imaju istu daljinu (n. pr. 5 m) od odabranoga ishodišta O (u sl. 19 točke P_1 P_2 P_3 i P_4); sve su na opsegu kružnice opisane oko O polumjerom od 5 m .

Kako bismo mjesto točke P_1 , koja je sišla s pravca X_1^* (Sl. 19.), ipak nedvolumno odredili, možemo si ovako pomoći: u ishodištu O položimo u našoj ravnini još i drugi neograničen

* U sl. 19. ispravi: X_1 mjesto X' .

pravac YY_1 okomito na predjašnji, pak sada izmjerimo dvije daljine: daljinu točke P_1 od pravca YY_1 , koja je $\equiv P_1B_1$ i daljinu njezinu od pravca XX_1 , koja je $= P_1A_1$. Prva neka bude $+ 5\text{ cm}$, a druga $+ 4\text{ cm}$. Prva nam kazuje, da se je naša točka P_1 od O odmakla u smjeru pravca XX_1 za 5 cm na desno, a druga, da se je od O odmakla u smjeru pravca YY_1 za 4 cm gore. Bez daljega je umovanja jasno:

„mjesto točke u ravnini nedvoumno je određeno **dvojk**om brojeva“.

Neograničeni pravci XX_1 i YY_1 razdijelili su čitavu ravninu, koju možemo neograničeno raširiti, u 4 četvrti (kvadranta).

No kod svih se tih crtanja opet muče uzima, da je i ishodište O i položaj obaju pravaca XX_1 i YY_1 ostao nepromijenjen, t. j. niti se je O na drugo mjesto ravnine premetnuo, niti su se ti pravci oko O kuda nakrenuli. Valjalo bi dakle opet reći:

„mjesto je točke u ravnini dvojkom brojeva nedvoumno određeno s obzirom na **nepomični** krst XX_1 YY_1 u toj ravnini“.

Dvojki brojeva dadoše zajedničko ime „koordinate¹ točke P_1 “, a specijalno dužini $P_1B_1 = OA_1$ ime kao i prije „apscisa točke P_1 “, a dužini $P_1A_1 = OB_1$ ime „ordinata² točke P_1 “, pa kad bismo gornju istinu htjeli reći učeno, rekli bismo:

„mjesto točke u ravnini određeno je nedvoumno njezinim koordinatama: apscisom x i ordinatom y .“

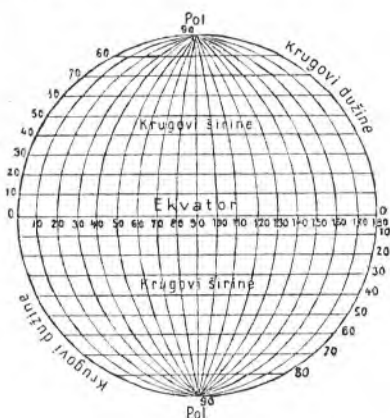
Krstu od XX_1 i YY_1 daju ime „koordinatni sustav“, a specijalno pravcu XX_1 ime „osovina apscisâ“, pravcu YY_1 ime „osovina ordinatâ“, pa određuju: što je na osovini XX_1 desno od ishodišta O , neka bude pozitivno (+), što je lijevo, neka bude negativno (−); što je na osovini YY_1 iznad O , neka bude pozitivno (+), što je ispod O , neka bude

¹ coordinatae (lineae) (lat.) = jednako usporedjene.

² ordinata (lat.) = usporedjena.

negativno (-). Sada će svatko lako odrediti i, ako treba, nacrtati u ravnini točke određene dvojkama brojeva P_2 $(-5, +4)$ ili P_3 $(-5, -4)$ ili P_4 $(+5, -4)$ i t. d.

Ovaj se način određivanja točaka upotrebljava i u geografiji, da se odredi mjesto kojega grada na površini Zemlje. Na mjesto osovine XX_1 stupa na krivoj površini zemaljske kugle „ekvator“ (Sl. 20.), a na mjesto osovine YY_1 takozvani „nul-meridijan“ ili „Greenwichski meridijan“, t. j. krug, koji ide kroz oba pola i zvjezdarnicu Greenwicha; presjecište obaju krugova je „ishodište“ toga koordinatnoga sustava na Zemlji. Mjesto je grada određeno njegovom „geografskom dužinom“ i „geografskom širinom“. Prva odgovara našoj apscisi, druga ordinati, a dvojkom tih brojeva određeno je nedvoumno



Sl. 20. Određivanje mjesta točke na zemaljskoj kugli.

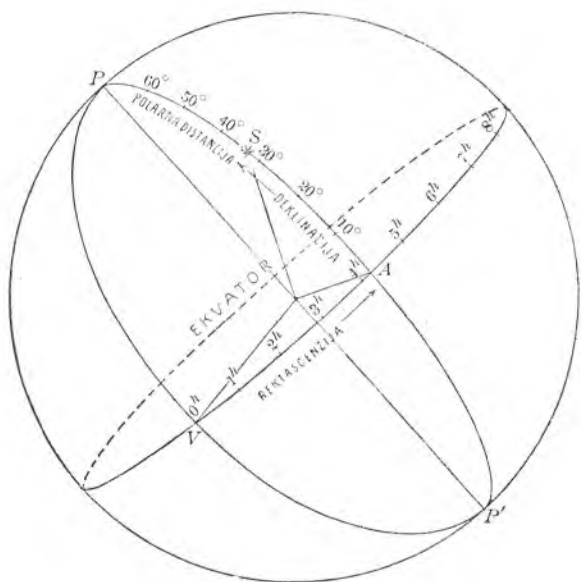
mjesto točke na površini zemaljske kugle. Tek ovdje apscisa i ordinata točke nisu pravci, nego kružni luci, pak se izrazuju stupnjevima ($^{\circ}$), minutama ($'$) i sekundama ($''$), a ne centimetrima.

I na nebesku kuglu prenesoše ovaj način određivanja mjesta zvijezda. (Sl. 21.). Osovini ordinata odgovara krug na nebu kroz oba nebeska pola i proljetnu točku V , a osovini apscisa nebeski ekvator. Presjecište obaju V („proljetna točka“) je ishodište mjerenju. Apscisi ili geografskoj dužini odgovara sada „rektascenzija¹ zvijezde“, ordinati pak „deklinacija² zvijezde“. Kako je u svakoj ravnini mjesto točke nedvoumno određeno njezinom apscisom i ordinatom, tako joj je na površini zemaljske kugle mjesto nedvoumno određeno njezinom „geografskom dužinom“ i „geografskom širinom“, a na nebeskoj kugli njezinom „rektascenzijom“ i „deklinacijom“.

¹ rectascensio (lat.) = pravi uspon.

² declinatio (lat.) = odklon.

No ako se sjetimo gibanja zvijezde, moramo odmah opaziti, da ona pri tom gibanju ne ostaje u ravnini našega obzora, ona se uzdiže nad tu ravninu i opet spušta pod nju. Da sada odredimo nedvoumno mjesto zvijezde u prostoru, treba predjašnjim dvjema daljinama očitovati još treću, koja nam kazuje, koliko je točka skrenula iz ravnine našega obzora gore ili dolje u prostor (Sl. 22.). Treba na ravnini XOY u stajalištu O^*) načiniti još jedan neograničen pravac OZ



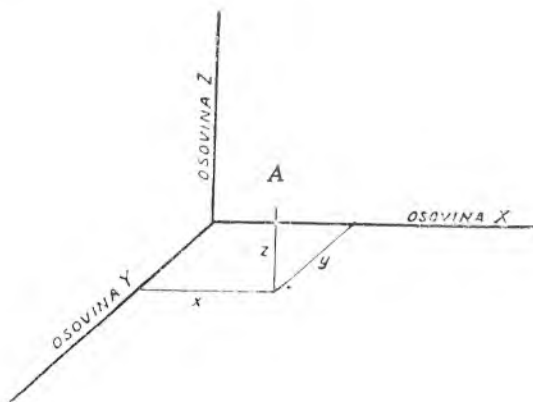
Sl. 21. Određivanje mjesta zvijezde S na nebeskoj kugli.

okomito, pak sada odrediti, koliko se točka A : 1.) odmakla od O na desno (za x cm), 2.) koliko naprijed (za y cm) i 3.) koliko gore nad ravninu XOY (za z cm). Te tri daljine, izražene trojkom brojeva, zovu se opet „koordinatne točke A “ u prostoru, pak razbirmo odmah:

„mjesto je točke u prostoru nedvoumno određeno **trojkom** brojeva“.

* U sl. 22. dolazi u sjecište triju osovina slovo O .

Muče dodajemo: „s obzirom na ishodište O i tri međusobno okomita i neograničena pravca, položena kroz ishodište O “. Čim bismo taj naš sustav triju „osovina“ malko nakrenuli, ili ga prenijeli na koje drugo mjesto u prostoru, trojka bi se brojeva, koja pripada točki A , prometnula u drugu: „koordinate“ bi se točke A promijenile. Prvim dvjema koordinatama x i y ostadoše imena „apscisa“ i „ordinata“, a treću je z zapalo ime „aplikata“* točke A .



Sl. 22. Odredjivanje mjesta točke u prostoru.

Veoma nam je zanimljivu i fundamentalne važnosti činjenicu otkrio ovaj mali izlet u područje matematike: da čovjek mjesto točke u prostoru nedvolumno odredi, treba da izmjeri tri daljine (koordinate). No da ta mjerenja uopće može izvesti, mora da ih izvodi s obzirom na stalnu (nepomičnu) točku u tom prostoru i s obzirom na tri međusobno okomita pravca, položena kroz tu točku (tri „osovine koordinata“). Sva se njegova dalja umovanja o promjeni mjesta odnose na taj odabrani „sustav triju osovina“.

Nije međutim ovo jedini način, da se odredi mjesto točke u prostoru. No makar koji drugi način čovjek odabrao, ostaje ipak činjenica, da treba tri izmjere, dakle trojka brojeva, ako hoće da odredi nedvolumno mjesto točke u prostoru.

* applicata (lat.) = naslonjena.

Tim je ujedno riješeno i pitanje o izučavanju gibanja točke. Da odlučim o tom, giba li se uopće koja točka u prostoru, i da saznam, kako se giba, nema druge nego u različno doba nedvoumno odredjivati mjesto te točke, n. pr. svakih 5 sekundi, svaku minutu i t. d. Pokaže li se, da ostaju sve tri koordinate svagda jednake, točka se nije gibala; pokazuje li bar jedna koordinata ili njih više druge vrijednosti, točka se je gibala! Kako se gibala, po kojoj „stazi“, saznat ću sada lako, ako sastavim sva različna mjesta točke crtom; staza će točke izaći ili pravac ili kružnica ili elipsa ili koja druga krivulja u ravnini ili prostoru. Nacrtavši umanjenim mjerilom mjesta točke, dobivamo na crtariji vjernu sliku njezine prave staze u prostoru.

III.

Mjerenje i mjere.

1. Treba „izmjeriti“ tri daljine, da saznaš mjesto točke u prostoru. Da to možeš izvršiti, treba opet da odabereš neku „dužinu“ za jedinicu mjerenja. Toj dužini dajemo ime „jedinica dužine“. Ta je danas gotovo u svim kulturnim zemljama „1 metar“ (kratica u pisanju: $1\ m$) sa svojim dijelovima i mnogo-kratnicima izvedenim po desetičnom (decimalnom) sustavu ($1\ dm$, $1\ cm$, $1\ mm$ i $1\ hm$, $1\ km$). Ovu su novu jedinicu dužine potakli Francuzi za doba velike francuske revolucije g. 1791., i ona je danas istisnula sve starije jedinice (hvat, stopa, palac, milja). Zanimljivo je postanje „metra“. Uzet je sa naše postojbine Zemlje. Pomislmo, da idemo od jedne točke na ekvatoru Zemlje (Sl. 20.) ravno do sjevernoga pola. Proputovali bismo 1 četvrtinu zemaljskoga kruga, koji teče oko Zemlje kroz oba njezina pola. Ako razdijeliš tu četvrtinu kruga („meridijana“) na deset milijuna jednakih dijelova, dobio si dužinu „1 metar“. Novija istančana mjerenja pokazale su, da Francuzi prije 100 godina nisu posve točno izmjerili tu četvrt kruga, pak da ona nije, kako bi morala da bude, dugačka $10,000.000 (= 10^6 = 10$ milijuna) metara, nego nešto duža $= 10,000.856\ m$. Usprkos tomu se za „prametar“ uzima onaj „metrički štap“, koji je po tadašnjim mjerenjima izveden u Parizu i koji se

tamo pomnivo čuva. Pojedine se „kopije“ toga prametra, što vjernije izradjene po njemu, čuvaju u različnim državama, koje su uvele metričke mjere. Austro-ugarska monarkija ima 2 takva „metrička štapa“.

Mnogokratnici su metra u praksi: 1 dekametar = 10 m; 1 hektometar = 100 m i 1 kilometar (km) = 1000 m. Dijelovi su u praksi: 1 decimetar = $\frac{1}{10}$ = 0.1 m; 1 centimetar (cm) = $\frac{1}{100}$ = 0.01 m i 1 milimetar (mm) = $\frac{1}{1000}$ = 0.001 m.

Za velike daljine, navlastito u svemiru, prekratka je jedinica i 1 km, pak izlaze za nebeske daljine golemi brojevi.

Kako bi se ta neprilika uklonila, uvode se u astronomiju dvije mnogo veće jedinice dužine: 1. daljina Sunca od Zemlje (srednja!) = 150.000.000 kilometara; dajemo joj zgodno ime „1 nebeski metar“, i 2. put svjetlosti u 1 sekundi, 1 minuti, sve do puta svjetlosti u godini dana; n. pr. 1 sekunda svjetlosti = 300.000 kilometara; 1 minuta svjetlosti = $60 \times 300.000 = 18.000.000$ kilometara; 1 godina svjetlosti = 9464 milijarde kilometara.

Kod izučavanja prirodnih pojava u fizici pokazalo se često, da je za neke vanredno malene dužine i 1 mm prevelika jedinica, pak se poradi toga milimetar razdijelio na 1000 jednakih dijelova, a jedan se taki dio bilježi grčkim pismenom μ (mi), a zove se „1 mikron“ ili „1 mi“ = $\frac{1}{1000}$ = 0.001 mm; tisućina mikrona je „1 milimikron“ ili jedan $\mu\mu$ „mi-mi“ = 1 milijuntina milimetra = $\frac{1}{1.000.000}$ mm = 0.000001 mm = 10^{-6} mm.

U fizici se danas općenito uzima za osnovnu jedinicu dužine 1 cm, jer je tako zgodnije (metar je uopće prevelika jedinica za nauku).

2. I za mjerenje vremena nam treba jedinica mjere. Svaki nas ima osjet za ono, što zovemo „vrijeme“, i baš su pojave gibanja, t. j. promjene mjesta u prostoru, taj osjet osobito u čovjeku razvile. Vrijeme teče neprekidno i posvema neodvisno od volje čovjekove, pak ima očito samo jednu protegu „dužinu“ vremena. Tek je velika neprilika, da nemamo ni malo pouzdanoga osjetila za to, koliko je vremena proteklo, t. j. za „dužinu vremena“. U ugodnoj zabavi cijela noć proteče kao čas; jednakoj noći ne mogu da dočekam kraja, kada me u bolovima ili makar i bez njih muči besanica. Dakle: vrijeme

ispunjeno ugodnim događajima brzo prolazi, ispunjeno neugodnim osjećajima teče polako. Kada je pak već prošlo vrijeme, ispunjeno mnogim, osobito ugodnim doživljajima, n. pr. kada je prošlo lijepo putovanje, čini nam se, kada na nj mislimo, veoma dugačko, a prazno vrijeme, kada je već prošlo, u našoj se svijesti skraćuje i gubi, kao da ga nije ni bilo! Za ocjenu je dakle prošloga vremena naše mjerilo broj događaja u tom vremenu, koji su se u pamet usjekli. U duboku snu bez sanja nestaje čovjeku posvema osjeta za vrijeme; on nema ni pojma o tom, koliko je vremena trajao san. Na javi se osjet vremena ni na koji način ne da ukloniti.

U ovoj velikoj neprilici, u nepouzdanosti našega vlastitoga suda o tom, koliko je vremena proteklo, treba da nas pomognu drugi pouzdani osjeti, kako bismo naučili „mjeriti“ vrijeme pouzdano, a zato opet treba „jedinica vremena“. To bi morao biti odsječak vremena, koji se daje u svako doba odrediti i za koji nedvoumno znam, da ostaje svagda jednak. Takav odsječak vremena dala su čovjeku baš nebeska gibanja — ponovni razlog, da on tim gibanjima posveti osobitu pažnju. Odsječak vremena, što prodje između dva zasebična „izlaza“ ili „dva zalaza“ iste zvijezde nekretnice, n. pr. Siriusa, pokazao se tisućljetnim iskustvom posve jednak. Dajemo mu ime „jedan zvjezdani dan“. I svaka druga nekretnica daje istu dužinu zvjezdanoga dana. Možemo i ovako reći: vrijeme, što ga makar koja nekretnica treba, da jedanput dovrši svoj put po nebu, zove se 1 zvjezdani dan. Kako se ta pojava neprekidno pred našim očima ponavlja, imamo u zvjezdanom danu zaista odsječak vremena, koji možemo u svako doba velikim stupnjem točnosti ponovo odrediti i za koji znademo, da je od pamtivijeka ostao posve jednak. Bitno je samo, da za određivanje toga dana izaberemo koju zvijezdu nekretnicu. Neka ovdje nadje odmah mjesto bilješka, da je taj zvjezdani dan za 4 minute kraći od 24 sata ili jednoga dana naših ura, koji se određuje po Suncu, a Sunce nije nekretnica na nebu, pak je „1 sunčev dan“ nešto duži od zvjezdanoga. Astronomima je najvažnija jedinica vremena „zvjezdani dan“, u praktičnom životu pak „srednji Sunčev dan“, kraće: „srednji

dan" (o kojem će kasnije biti поближе govora), jer se sav život na Zemlji ravna po Suncu.

No odlučili se mi za jedan ili drugi dan kao jedinicu vremena, ona je predugačka za naučne svrhe, pak se i jedan i drugi dan dijeli na 24 sata (h = hora), sat na 60 minuta (min), a minuta na 60 sekundi (sec), tako da jedan i drugi dan ima po 86.400 svojih sekundi, tek su zvjezdane sekunde nešto kraće od srednjih, te na jedan zvjezdani dan ne dolazi više nego 86.164 srednjih sekundi. Da odredimo odsječak vremena, komu dadosmo ime „1 sekunda“, za to imamo divan i jednostavan aparat: njihalo. Uzmi tanku žicu ili konac i objesi na kraju malu, ali veoma tešku kuglicu (olovo, platina), i načini dužinu tomu njihalu jednaku 99'35 cm (dakle gotovo = 1 m), pak će svaki njihaj takova njihala trajati 1 srednju sekundu. U fizici se uzima za jedinicu vremena svagda „1 sekunda srednjega Sunčeva vremena“. O tom više poslije.

Spram dana, sata, minute i sekunde iščezavaju po svojoj važnosti u fizici mnogokratnici dana: tjedan, mjesec i godina. Za praktični su život važni, ali su i izvor neprilikama, jer nisu cijeli mnogokratnici osnovne jedinice — zvjezdanoga dana —; poradi toga postoji danas čitava posebna nauka — k r o n o l o g i j a — da riješi ta zamršena pitanja kalendara.

IV.

Gibanja u prirodi su relativna.

Mi smo pojavu gibanja opisali kao promjenu mjesta kojega tijela u prostoru. U istraživanje tih promjena mjesta ulazi nužno čas prije raspravljeni pojam vremena pored pojma prostora. Iz pojma prostora pak izvedosmo već prije, kako se određuje mjesto ili položaj tijela u prostoru. Kod toga se pokazalo, da svakoj točki možemo mjesto odrediti samo spram drugoga mjesta u prostoru, spram našega „stajališta“, za koje smo uzeli, da se nalazi u ishodištu O koordinantnih osovina (Sl. 22.). Mi govorimo svagda o mjestu tijela u prostoru s obzirom na to ishodište. Mjesto tijela u prostoru ima dakle svagda samo relativan značaj, t. j. ono ima određen

smisao samo u odnošaju spram odabranoga ishodišta. Iz toga nužno izlazi, da je i promjena mjesta, t. j. gibanje tijela, za nas samo relativna pojava, t. j. tijelo se za nas giba samo spram drugoga kojega tijela, za koje svagda uzimamo, da je na miru, da tokom vremena ne mijenja svoja mjesta u prostoru. Nekoliko primjera neka nam to razjasni!

Sjedim na palubi parnoga broda, koji se polako odmiče od obale u luci. Moje je tijelo na miru spram palube broda, premda znam, da brod ide, da se moje tijelo giba zajedno s palubom broda relativno spram obale, t. j. relativno spram Zemlje. — Obrnuto: šećem po palubi broda, koji mirno stoji u luci; moje se tijelo giba spram palube broda, ali paluba broda miruje spram Zemlje. Kada motrimo i izučavamo gibanja tjelesa na Zemlji, svagda uzimamo ta gibanja relativno spram Zemlje, a za ovu samu uzimamo, da je na miru. Je li doista tako, to treba po drugim znacima ispitivati i o tom odlučiti. Danas znamo, da Zemlja u svemirskom prostoru ne ostaje svagda na istom mjestu toga prostora, nego da se giba relativno spram Sunca, a naše tijelo, kada posve mirno sjedimo negdje na Zemlji, uistinu nije na miru, nego se giba kao dio Zemlje zajedno s njom oko Sunca. Mi od toga gibanja ništa ne osjećamo, baš poradi toga, što spram Zemlje ne mijenjamo svoja mjesta. I za Sunce se danas već pouzdano znade, da ni ono nije u svemirskom prostoru svagda na istom mjestu, nego da se giba oko druge centralne zvijezde i da pri tom za sobom vuče i Zemlju. A je li ta centralna zvijezda sama uvijek na istom mjestu prostora, t. j. je li ona apsolutno na miru, i to je pitanje, koje danas još nije riješeno. Izlazi dakle veoma zanimljiva spoznaja, da na Zemlji zapravo nema nikada ni za koje tijelo apsolutnoga mirovanja: sve na Zemlji zajedno s njom neprekidno leti u svemirskom prostoru najprije oko Sunca, a zajedno sa Suncem u nepoznate daljine svemira oko centralne neke zvijezde! Zar ti nije u prvi mah čudna misao: kada za vrućega ljetnoga dana spokojno počivaš u debelu hladu oraha, ti zapravo juriš velikom brzinom u prostoru. No smiri se: ti miruješ relativno spram Zemlje, i to će ti mirovanje trudno tvoje tijelo posve okrijepiti usprkos onomu nesumnjivom jurenju od nekih 20 kilometara u svakoj sekundi!

Dok si na Zemlji, dok na njoj izučavaš pojave gibanja i mirovanja tjelesa, dotle spokojno uzimaš, da ona miruje:

gibanja se u mehanici izučavaju samo relativno spram Zemlje!

V.

Apsolutni prostor i apsolutno vrijeme. Apsolutno mirovanje i gibanje. Princip relativnosti.

Nešto se drukčija slika o prostoru i vremenu nadaže duševnomu oku, ako se otisne sa Zemlje u svemirske krajeve. U njima je razasut na sve strane oko našega stajališta (Zemlje) bezbroj nebeskih tjelesa, rastavljenih medju sobom golemim daljinama. Nije baš teško pomisliti, da nestane svih tih tjelesa iz svemira, a s njima i svih pojava u svijetu, sve svjetlosti, svih boja, topline i svih gibanja. No i onda ostaje nešto, što označujemo riječju „prostor“ — u neku ruku prazan sud, u kojem se odigravaju sve promjene tjelesa. Prostor je dakle nešto apsolutno, nešto, što je nepomično u svim mijenama prirode.

Kako bismo zgodno uočili taj prostor, polažemo u nj negdje — po našoj volji — ishodište i tri osovine koordinatnoga sustava (Sl. 22.). Ishodište O je „nul-točka“ prostora ili „ishodište“ koordinatnoga sustava (naše stajalište). Kako smo mi ljudi od kolijevke do groba vezani nerazrješivim verigama o Zemlju, uočujemo si prostor najzgodnije kao tri osovine, protaknute kroz središte Zemlje (Sl. 23.), kao tri pletenke, koje idu kroz klupko konca. Ako osovina Z ide smjerom sjever-jug kroz oba pola Zemlje, druge su dvije osovine X i Y u ravlini zemaljskoga ekvatora. Sve promjene u svijetu, pa i sva gibanja, izučava zemaljski stanovnik relativno spram ovoga „prostora Zemlje“. Za nj je u neku ruku ishodište njegova koordinatnoga sustava i položaj svih triju osovina stalan u prostoru — to je njegov „apsolutni“ prostor!

Bilo je vrijeme, kada se općeno vjerovalo, da jest tako: da je zaista središte Zemlje ujedno i središte svemirskoga prostora, da prostor ima svoje središte i da baš naša postojbina Zemlja u tom središtu miruje. Sve do Kopernika se to vjerovalo (geocentrički sustav). Što ne mijenja svoga mjesta spram toga sre-

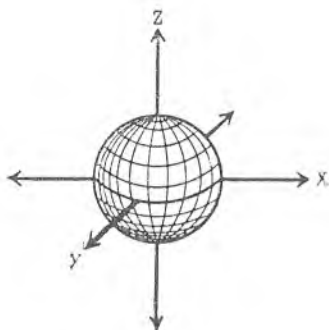
dišta svijeta, to je apsolutno na miru, a što ga spram njega ma gdje mijenja, to se apsolutno giba.

Danas znamo, da taj „prostor Zemlje“ nije apsolutni prostor, jer Zemlja zajedno sa svojim koordinatnim sustavom juri velikom brzinom u prostoru oko Sunca.

Pa ako i zamijenimo Zemlju s makar kojim drugim planetom u obitelji našega Sunca, pa kroza nj položimo naše tri osovine, opet nam one ne uočuju apsolutnoga prostora, jer se i planeti gibaju u prostoru, nego je to „prostor Marsa, Jupitera“ i t. d. Držalo se opet jedno vrijeme, da je naše Sunce to traženo središte svemirskoga prostora („heliocentrički sustav“), pak da u krstu triju osovina protaknutih kroz središte Sunca imamo onaj apsolutni prostor — nepomični i jednoznačni. I opet tlapnja! Ne samo Sunce i sva ostala nebrojena nebeska tjelesa jure po prostoru: svi su koordinatni sustavi, protaknuti kroz makar koje od njih, tek „prostor toga nebeskoga tijela.“

No u svim tim „prostorima sustava“ vrijede prirodni zakoni — navlastito zakoni gibanja — tek približno — a samo u onom apsolutnom prostoru oni vrijede potpuno. Ispitujući dakle temeljito gibanja — ištemo apsolutni prostor; a apsolutni je prostor onaj, u kojem su zakoni prirodni (n. pr. zakoni gibanja) potpuno ispunjeni.

No ako „nebo“ sa svim bezbrojnim tjelesima, sa svim zvijezdama nekretnicama shvatimo kao jednu cjelinu, n. pr. kao šuplju kuglu, u kojoj se neprekidno kojekuda vrzu ona bezbrojna tjelesa, onda nam tek sviće pojam apsolutnoga prostora, u kojem eksaktno vrijede prirodni zakoni. Ako s tim nebom sada sastavimo naš koordinatni sustav, položivši negdje u njegovoj unutrašnjosti ishodište sustava i tri osovine u stalnu namještaju, dobili smo ono, što ištemo: „apsolutni koordinatni sustav“ i s njim „apsolutni prostor“ ili „prostor“, uopće — prostor zvjezdanoga neba — kao cjeline!



Sl. 23. Prostor Zemlje. — Geocentrički sustav.

Pitanje, giba li se možda taj apsolutni prostor, za nas ljude ograničena razuma — nema smisla, dok uzimamo kao pojam „našega prostora“ sveukupnost zvjezdanoga neba; s njim smo stigli na granicu našega prostornoga znanja. Raširi li se danas sutra naše znanje o nebeskim tjelesima, granica se našega prostora dalje odmiče — no granica ipak ostaje. Izvan njega za nas nema ništa.

Apsolutni prostor nužno miruje, a tijelo „miruje“, ako miruje u tom apsolutnom prostoru, t. j. ako ne mijenja ni jedne svoje koordinate (x , y , z) spram odabranoga apsolutnoga koordinatnoga sustava, koji je nužno i sam na „miru“.

No kuda da položimo u tom našem prostoru naš „apsolutni koordinatni sustav“? Kroz nijedno ga nebesko tijelo ne smijemo položiti, jer je danas nedvournna istina, da nema „pod nebom“ tijela, koje ne bi jurilo po tom prostoru. Mogli bismo ga dakle zapravo položiti samo negdje u prostoru izvan tih tjelesa. Gdje ćemo ga položiti i kuda ćemo nakrenuti sve tri osovine — to je nama na volju, to je subjektivno.

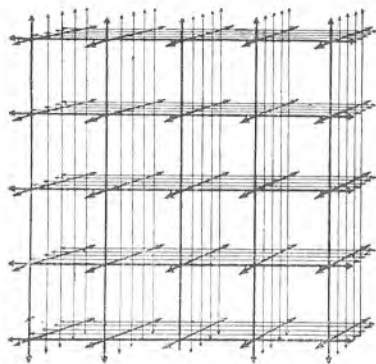
Središta svijeta, u kojem bi zapravo bilo mjesto ishodištu O toga koordinatnoga sustava, po današnjem našem znanju uopće nema, mi ga dakle možemo po volji metnuti kuda hoćemo uz isti položaj triju osovina (Sl. 24.), pak dobivamo tako „prostorne skele“, sagrađjene od samih prostornih kocaka, koje možemo po volji dalje izgrađjivati u beskonačnost. Skele nam bitno pomažu, da dodjemo do apstraktnoga pojma prostora. — No ako smo se jednom odlučili, na koje ćemo mjesto u svemirskom prostoru postaviti naš koordinatni sustav, taj krst treba da ostane za **sva vremena** na **istoj** nul-točki, a osovine u **istom** položaju! Samo takav je koordinatni krst ono, što ištemo od apsolutnoga prostora! Naravno je, da se on ne može gibati, jer inače ne bi bio apsolutni prostor.

U takvu prostoru možemo sada izvoditi sva naša mjerenja po volji odabranom osnovnom „jedinicom mjerenja“ (jedinicom dužina). No ta jedinica mora takodjer da ostane za sva vremena opet ista: raširivanju ili stezanju pretinaca u našoj prostornoj skeli (Sl. 24.) nema mjesta; prostor se nigdje ni kao cjelina ni u svojim česticama ne može ni da rasteže ni da steže!

Dva su dakle osnovna obilježja našega pojma o apsolutnom prostoru: 1. nepomičnost koordinatnoga krsta i 2. nepromjenljivost osnovne jedinice mjerenja.

Potpuna nam pak sloboda ostaje u biranju mjesta, gdje krst u prostoru polažemo i kakvu osnovnu jedinicu mjerenja biramo.

Pojmu se „apsolutnoga prostora“ u našoj svijesti pridružuje slično i pojam „apsolutnoga vremena.“ „Vrijeme“ je za nas ono nešto, što u pozadini svih događaja u svijetu nezavisno od svega do vijeka teče tiho i jednoliko — ne brineći se ni malo za šaroliko odmatanje pojava u svijetu. To nešto baš označujemo riječcom „vrijeme“. Pa i ako bismo sve makli iz svijeta, vrijeme bi ostalo,



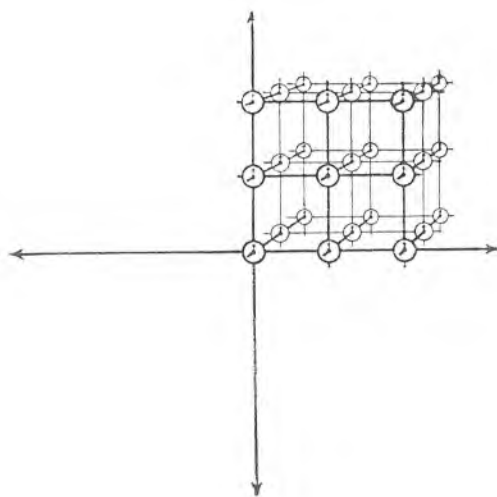
Sl. 24. Prostorne skele.

tekući dalje jednoliko! Tom se apstraktnomu pojmu vremena čovjek tek pomalo dovinuo, a bitno ga u tom pomagalo baš izučavanje nebeskih gibanja.

To bismo „apsolutno vrijeme“ zgodno mogli uočiti velikom svjetskom urom, namještenom u gore spomenutoj nul-točki našega apsolutnoga prostora, koja neprekidno i jednoliko ide. Vrijeme teče jednoliko samo jednim smjerom; uočiti bi ga dakle mogli samo stalnim pravcem, koji se nikada i nikuda ne može okrenuti ili nagnuti! Gdje je početak brojenja vremena na tom pravcu, to je za vrijeme posve svejedno: mi ga možemo smjestiti na njem, gdje nam je volja; nul-točka za računanje vremena posve je subjektivna. — No ako smo se jedamput odlučili, na kojem mjestu apsolutnoga prostora, za nul-točku vremena, mora da ona vrijedi općeno, t. j. za sva mjesta prostora: sva gdje treba vrijeme mjeriti od iste nul-točke! To će reći: ako u našoj skeli prostornoj u svakom ishodištu namjestimo po jednu svjetsku uru (Sl. 25.), pa želimo, da nam te ure označe „vrijeme“, treba da nam sve u istom trenutku zaista i pokazuju isto vrijeme (n. pr. u slici 12 sati). Pokazuje li koja ura nešto drugo,

to nije apsolutno vrijeme, to je „ura onoga stajališta“.

I osnovna jedinica za mjerenje vremena posve nam je na volju, i ona je subjektivna. No ako smo ju jednom odabrali, treba da ostaje na svim mjestima apsolutnoga prostora i za sva vremena jednaka: vrijeme naime teče svagdje i svagda jednako! Inače ne bi bilo „vrijeme“!



Sl. 25. Prostorne skele i svjetske ure.

No predjašnja nam razmatranja pokazaše, da apsolutnoga prostora zapravo nema, bar se ne može ni na kojem nebeskom tijelu realizirati, budući da se sva gibaju u našem apsolutnom prostoru: mi faktički imamo samo bezbroj „sustavnih prostora“, koji se veru na sve strane po apsolutnom prostoru. Ako dakle hoćemo da razlikujemo između „apsolutnoga“ i „relativnoga“ gibanja, činimo

to tek u tom smislu, da jedan od onih gibanih sustava dovodimo u svezu s drugim, ali za taj samo uzimamo, da je na „miru“.

Mi smo se n. pr. odlučili, da svaki gibani sustav odnosimo na sustav Zemlje, uzimajući da on miruje, t. j. mi izučavamo zakone gibanja relativno spram Zemlje.

Na toj Zemlji izučava prirodne zakone odredjen broj ljudi — to su fizičari — s pomoću različitih sprava i aparata. Uzmimo dalje, da ne znamo, je li sustav Zemlje u prostoru na miru ili se u njem nekako giba. Kad bismo izvan našega sustava negdje imali mirnu točku za isporjedjivanje, mogli bismo zaista isporjedjivanjem odlučiti, kako je s našim sustavom Zemlje. No kako nema takve mirne točke izvan našega sustava, mi ne mo-

žemo ništa drugo raditi, nego izučavati relativna gibanja spram odabranoga sustava.

Nastaje sada veoma zanimljivo pitanje: Mogu li zemaljski fizičari sa svojim aparatima, izučavajući zakone tih relativnih gibanja, kako prepoznati, da li je njihov sustav Zemlje u stanju mirovanja ili u stanju gibanja?

Odgovor nam daje tako zvani „princip relativnosti“, o kojem se u naše dane toliko raspravlja. On nam veli: prirodni zakoni, što ih zemaljski fizičari nalaze, **isti su**, bio naš sustav u stanju mirovanja ili u stanju jednolikoga gibanja po pravcu!

Naši će fizičari dakle naći jednake zakone gibanja u oba slučaja, oni ne će moći odlučiti, da li njihov sustav miruje ili se giba jednoliko po pravcu.

No drukčije stvar stoji, ako im se sustav vrti ili ako se giba ubržen o! Ta će im se gibanja njihova sustava odati, dok im se jednoliko gibanje po pravcu ne odaje nikako! Treba tek izumiti zgodan raspored pokusa i mjerenja, pak će se eventualna vrtnja Zemlje oko osovine i njezino ubrženo gibanje i na Zemlji samoj odati!

Posljedice spomenute spoznaje „principa relativnosti“ nedogledne su! Kao da on kani sve naše mišljenje o prostoru i vremenu stubokom izvrnuti. Nije ovdje mjesto, da u to dalje ulazimo*.

* Isporedi n. pr. H. Witte: Raum und Zeit im Lichte der neueren Physik. Braunschweig 1914. i E. Cohn: Physikalisches über Raum und Zeit. U časopisu „Himmel u. Erde“ 1910.

Nebeska gibanja: gibanje nekretnica.

Nekretnice. — Sedam osnovnih istina o njihovu gibanju. — Osnovni pojmovi za gibanja nekretnica: Nebeski pol i polna visina, nebeski ekvator, ravnina meridijana i kulminacija nekretnica. — Pomagala za izučavanje tih gibanja: paralaktični durbin, ura, gnomon. — Pitagorina hipoteza o rotaciji nebeske sfere. — Zemlja prema nebu. Starija mišljenja: Zemlja ploča u okeanu; Zemlja valjak u središtu svemira; Zemlja kugla u središtu svemira. — Veličina te kugle: mjerenje Eratostena, Arapa i novija mjerenja. — Zemlja točka u svemiru. — Panorama nebeskih gibanja sa stajališta: Zagreb. — Ekvatorske zvijezde i proljetna točka. — Vremenske zvijezde na sjeveru i jugu nebeskoga ekvatora. — Cirkumpolarne zvijezde. — Nevidljive zvijezde. — Kosa sfera (sphaera obliqua). — Panorama nebeskih gibanja s pola (sphaera parallela). — Panorama nebeskih gibanja s ekvatora (sphaera recta). — Oponašanje nebeskih gibanja. Nebeski globus. Nebeske karte. — Sudbonosno umovanje Grka o nebeskim gibanjima.

I.

Kako se gibaju zvijezde.

Premda čovjek svaki dan oko sebe gleda na samoj Zemlji svakovrsna gibanja mrtve materije, premda se i on sam i drugi živi stvorovi po Zemlji mnogo gibaju, sva mu se ta gibanja čine nekako sitna i nevrijedna spram onih velikih gibanja, što ih svaki dan gleda — od kolijevke do groba — u svemirskom prostoru oko sebe ili kako kraće veli: na nebu. Njima je posvetio svu svoju pažnju davno, davno prije nego li gibanjima na Zemlji, njih je najradije izučavao. Njima se i mi najprije obraćamo.

I ne ćemo žaliti, jer ćemo tamo otkriti sklad ili harmoniju, da joj para nema nigdje na Zemlji!

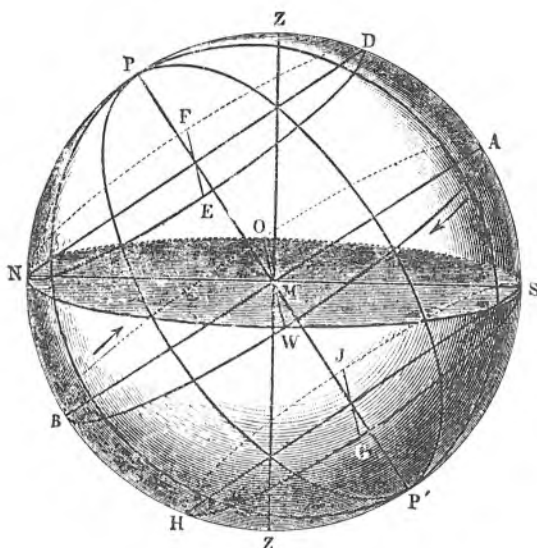
Nešto pomnijivije motrenje neba gotovo bez ikakova mjerenja oda je prvu, nada sve zanimljivu spoznaju za gibanje zvijezda:

„Sve zvijezde bez izuzetka opisuju na nebu **savršene kružnice**“. (Sl. 23.)

Pomnjjivije mjerenje to potvrđuje u punoj mjeri; sve su te kružnice tako savršene, kao da ih netko šestilom crta na nebeskom svodu!

Druga je ne manje važna spoznaja:

„Gibanje je zvijezda neprekidno bez i časa stanke.“



Sl. 26. Svod nebeski i kružnice nekretnica na njem. Kružnica NWSO je naš horizont, M naše stajalište na njem. $DENF$, $AWBO$ i $SGHI$ su kružnice triju nekretnica. P i P' su nebeski polovi, PMP' nebeska osovina. Kut PMN je polna visina stajališta M . Krug $AWBO$ je ujedno nebeski ekvator. Z je zenit stajališta M . — $SZNPS$ je ravnina meridijana za stajalište M . NMP je podnevnica.

Treća je istina, koju nam već svakidanje iskustvo odaje:

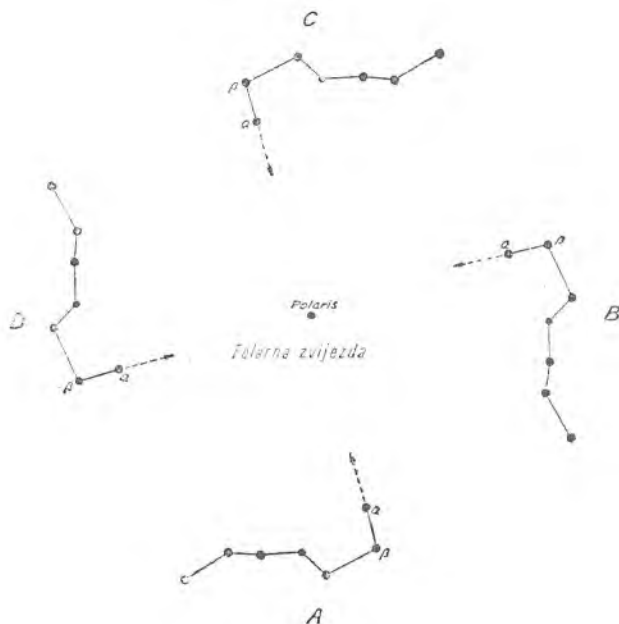
„Usprkos neprekidnomu gibanju ostaje međusobni položaj zvijezda svagda isti.“

Poradi toga svojstva dobiše ime „**zvijezde nekretnice**“ (stellae fixae, die Fixsterne).

Kud nam već ove tri istine, stečene gotovo samim pomnjjivim gledanjem neba, ulijevaju u dušu osobito čudjenje, još će uvećati to čuvstvo četvrta istina:

„Sve su kružnice zvijezda među sobom usporedne, ali su veoma različnih polumjera.“

U toj golemoj vojsci nekretnica, što ih vidimo svake noći, tolik red, — to osupljuje čovjeka, i mi pojмимо duboko poćitanje njegovo spram toga velikoga ćuda nebeskoga, koje se javlja već od najdrevnijih vremena!



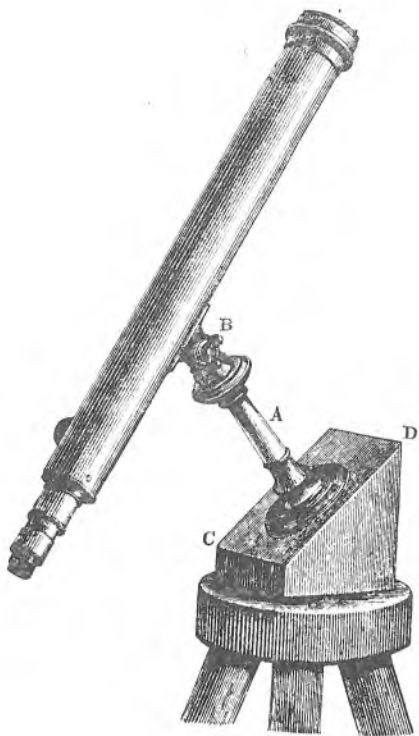
Sl. 27. Veliki Medvjed i položaj polarne zvijezde. — 4 različna položaja Velikoga Medvjeda (A, B, C, D) spram pola tećajem jednoga dana.

I motreći nebo pomnjlivo dalje u tom smjeru, da pratimo te usporedne kružnice zvijezda, kako postaju sve manje i manje. otkrivamo napokon na nebeskomu svodu jednu jedinu toćku, koja opisuje kružnicu s polumjerom nula, t. j. jedinu toćku, koja ne opisuje nikakve kružnice, koja miruje, koja svoća mjestu u svemirskom prostoru ne mijenja. Toj nada sve zanimljivoj toćki dajemo ime „nebeski pol*“ (U sl. 26. je P nebeski pol.) Posljedica je njezine nepomićnosti ta, da

* Polos (grć.) == stožer.

je to jedina točka na nebu, koja spram našega horizonta ima uvijek isti položaj. Lako je razmjerno naći tu najzanimljiviju točku nebeske šuplje kugle. U poznatom zviježdju „Velikoga Medvjeda“ (Sl. 27.) daje 7 glavnih njegovih zvijezda (u svemu ima to zviježdje 227 zvijezda, koje se vide prostim okom): alfa (α), beta (β), gama (γ), delta (δ), epsilon (ϵ), zeta (ζ) i eta (η) dosta izrazit lik kolâ, kojima su zvijezde alfa i beta stražnji, a gama i delta prednji kotači, dok epsilon, zeta i eta čine nešto savito rudo. To se zviježdje u nas vidi svake noći čitave godine na sjevernoj strani neba i udara osobito u oči poradi toga, što je svih 7 zvijezda ojednakoga velikoga sjaja (2. reda) i što je lik kolâ tako karakterističan, da danas gotovo nema čovjeka, koji toga zviježdja ne bi poznao. Ako u misli sastaviš na nebu stražnje kotače alfa i beta pravcem i taj pravac preko alfa (α) (t. j. na izbočenu stranu ruda!) od prilike pet puta produžiš, udarit će on o sjajnu zvijezdu (takodjer 2. reda), koja u svojoj

bližoj okolini nema ni s daleka tako sjajne družice. Ta je zvijezda baš tik nebeskoga pola, pak je poradi toga i dobila ime „polarna zvijezda“. Pripada zviježdju „Maloga Medvjeda“. Polarna zvijezda nije točno u nebeskome polu*, pak poradi toga i ona opisuje oko pola kružnicu s veoma malenim polumjerom, tako malenim, da se to njezino gibanje oku posve izmiče, te će svatko po oku reći: polarna je zvijezda baš u



Sl. 28. Durbin namješten paralaktično.
Noga A pokazuje na nebeski pol.

* Poleuein ili polein (grč.) = okretati se, vrtjeti se.

nebeskom polu i ne mijenja nikada svoja položaja spram našega horizonta.

Sastavimo li u misli nebeski pol (polarnu zvijezdu) s našim okom, dobivamo pravac (Sl. 26. pravac $P M$), koji čini s našim obzorom svaгда isti kut — neka se taj kut zove „**polna visina**“ našega stajališta M (Sl. 26. kut PMN). U Zagrebu je polna visina kut od 46° (točnije: $45^\circ 49'$).

Ako imaš makar i malen durbin, možeš sve 4 spomenute osnovne istine o gibanju zvijezda i sâm svake večeri i svakoga dana (na Suncu!) potvrditi u tančine. Treba tek da namjestiš nogu A durbina (Sl. 28.) u smjer k nepomičnomu nebeskomu polu ili na čvrstom tronogu ili na stupu usadjenu u zemlju. Ravnina CD čini s tvojim obzorom kut, jednak kutu nebeskoga ekvatora s tim horizontom. (U Zagrebu 44° ili točnije $44^\circ 11'$.) Ako ovako namješten durbin uperiš na koju zvijezdu i šaraf B pritegneš, da se kut durbina i noge A ne može mijenjati, morat ćeš durbin sasma polako okretati oko osovine A , da ti zvijezda neprestano ostane u sredini vidnoga polja. Ne mičeš li za njom durbina, vidiš jasno, kako zvijezda ide kroz vidno polje durbina — mnogo bolje nego prostim okom.

Za durbin, ovako postavljen, veli nauka, da je „paralaktično“ namješten.

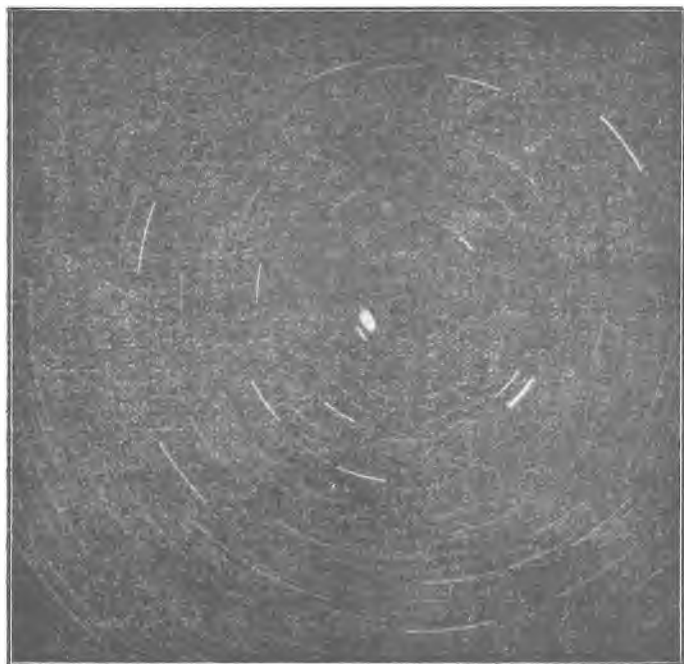
No sve te četiri istine danas u vijeku fotografije možemo na dlaku potvrditi, ako fotografsku ploču izložimo duže vremena (bar 1 sat) zvjezdanomu nebu tamo negdje oko pola. Svaka će zvijezda svojom zrakom svjetlosti sama na ploči zabilježiti svoju stazu i mi imamo pred sobom evo ovu krasnu sliku (Sl. 29.), na kojoj svatko čita neposredno sve četiri gornje istine o gibanju zvijezda, vidi pače i to, koja je više, koja manje sjajna po debljini kružnih lukova; nebeski bi pol mogao smjesta odrediti.

Mi još nismo na koncu našega istraživanja o gibanju zvijezda! Naše će čudjenje još dalje rasti, ako se još malo zadbavimo u tu pojavu.

Rekosmo, da su sve kružnice zvijezda medju sobom usporedne. Pitamo se, u kojem smjeru idu zvijezde po svojim

kružnicama? Idu li sve u istom smjeru? I opet odgovara pravedno iskustvo petom istinom:

„Sve se zvijezde bez izuzetka gibaju po svojim kružnicama u istom smjeru, i to od istoka na zapad.“ (Na sl. 26. smjer strjelica.)



Sl. 29. Dnevno gibanje zvijezda oko nebeskoga pola. — Po fotografskom snimku na zvjezdarnici u Zürichu. Trajanje izlaganja ploče jedan sat.

Novi sklad, nova harmonija u gibanju zvijezda, koju možeš danju potvrditi na Suncu, a u večer na svakoj zvijezdi i na Mjesecu. A kako su ti krugovi zvijezda položeni spram našega nepomičnoga obzora *S W N O*? Iskustvo odgovara: niti su na njem okomiti, niti su s njim usporedni, nego (šesta istina):

„Krugovi su zvijezda spram horizonta* koso položeni, naginjući se k jugu pod stalnim kutom.“

* Ho horizon kiklos (grč.) = progranični krug.

Taj je kut u Zagrebu = 44° (točnije $44^{\circ}11'$).

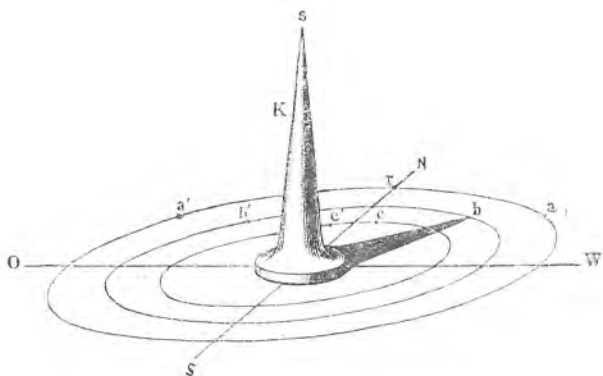
Za dalje se izučavanje gibanja zvijezda moramo oboružati instrumentom, koji ide u najdragocjenije tekovine fizike — dobrom urom. Na dlanu je naime pitanje: koliko vremena treba koja zvijezda, da jedanput dovrši potpunu svoju kružnicu? Tu valja najprije riješiti drugo pitanje: po čemu ću nedvouvomno znati, da je zvijezda baš svršila potpunu svoju kružnicu, ni više ni manje? Mogao bih to odrediti na više načina. Ako zvijezda u odredjenom času vremena izlazi iza kojega brežuljka, mogu urom srednjega vremena (str. 38.) odrediti, koliko će vremena proći do slijedećega njezina izlaza, koji će biti točno na istom mjestu obzora. Jasno je, da je zvijezda u tom vremenu izvršila točno jedanput svoj put po kružnici. Dobra ura odgovara (sedma istina):

„Zvijezda izvrši jedanput svoj put po kružnici za 24 sata (t. j. 1 dan) manje četiri minute srednjega vremena.“

Umjesto izlaza mogu upotrijebiti i dva zasebna zalaza te zvijezde. Uspjeh će dakako biti isti. No kako je nebo baš na tim mjestima često mutno, ova dva načina ne će biti svaгда vrlo pouzdana. S većim ćeš uspjehom upotrijebiti treći. Na svom putu po nebu zvijezda će, ako si izabereš zgodno stajalište, umaknuti iza zida kojega tornja ili kuće i t. d. Ako zapamtiš taj čas po uri i sutradan na večer opet staneš točno na svoje predjašnje stajalište, čekajući kad će ponovo umaknuti, potvrdit ćeš ponovo i za tu zvijezdu gore istaknutu istinu veoma točno. Točniji je međjutim četvrti način. Stojeći ravno na otvorenu polju obrni se licem k polarnoj zvijezdi; vidiš pred sobom nepomični nebeski pol. Produži u misli dužinu svoга tijela gore do nebeskoга svoda, pak udaraš na nebeskom svodu o točku sebi nad glavom. (Sl. 26. točka Z.) Ta druga nepomična točka nosi ime „tjemenište“ ili „zenit“. Nepomična je dakako samo, dok si ti u svom stajalištu nepomičan.

Kroz nebeski pol, kroz zenit i svoje stajalište možeš opet u misli položiti ravninu, koja je na tvom obzoru očito okomita (Sl. 26. ravnina *SADZPNBHZZP*.); ona siječe ravninu horizonta u pravcu, a nebeski svod u polukružnici. Kao što je za nas ravnina našega horizonta nepomična, tako je ne-

pomična i stalna za naše stajalište i ova druga, na horizontu okomita ravnina, pak joj dadoše ime „ravnina meridijana“, ili kraće „meridijan“ našega stajališta. Pravac pak, u kojem meridijan siječe našu ravninu horizonta, dobio je ime „podnevnica“ našega stajališta. (Sl. 26. pravac NMS .) On udara o naš horizont u dvije znamenite točke, u „sjevernoj“ točki N i u „južnoj“ točki S horizonta. Sjeverna je točka bliža nebeskomu polu. Svaka zvijezda, dolazeći s istoka O , mora da prodje jedanput kroz nepomični meridijan našega stajališta. U tom se je času i najviše, što može, uzdigla nad



Sl. 30. *Gnomon*. — Odredjivanje podnevnice gnomonom.

naš horizont, pak se odsada pomalo opet spušta k zapadnomu horizontu W . Učeno bismo za to prolaženje zvijezde kroz nepomični naš meridijan rekli: „zvijezda kulminira“, ili točnije „zvijezda je u svojoj gornjoj kulminaciji“*. Od jedne gornje kulminacije do druge zvijezda je očito točno jedanput svršila potpunu svoju kružnicu. I po ovom načinu kazuje dobra ura isti rezultat: svaka zvijezda treba za svoju punu kružnicu 24 sata manje 4 minute.

Bilješka. Postupak, opisan u gornjim recima, ide u red onih poslova, koji će obrazovanu čovjeku možda gdjekada dobro doći na njegovim putovanjima. Zovu ga u nauci o nebu „orientacija na Zemlji“. — On se međjutim može i danju izvesti, pa neka nadje mjesta ovdje i ovo rješenje. Danju prolazi tek Sunce kroz naš meridijan; ono kulminira svaki dan oko

* Meridies (lat.) = podne.

** Culminatio (lat.) = dolazanje na vrhunac.

podne (ne točno u času, kada naše ure kazuju 12 sati!), i u tom je času najkraća sjena štapa, postavljenoga okomito na vodoravnu (horizontalnu) ravninu. Ako dakle u času, kada je sjena štapa najkraća, od kraja sjene k središtu štapa povučesh pravac, taj je pravac podnevnica tvoga stajališta. Ako taj pravac u misli produžiš na obje strane do tvoga obzora (horizonta), dobio si na obzoru sjevernu i južnu točku svoga horizonta. Naći će se jamačno u tom smjeru tamo daleko na obzoru kakav toranj, kuća, vrhunac i t. d., pak si tim trajno obilježio te dvije najvažnije točke na horizontu svoga stajališta. Ravnina pak okomita na horizontu i položena podnevnicom nepomični je meridijan tvoga stajališta. On siječe nebesku kuglu u polukružnici (Sl. 26. polukružnica *NPZS*), u kojoj je: 1. nebeski pol *P* (danju nevidljiv!) i 2. zenit tvoga stajališta *Z*. No ova orijentacija nije dosta točna, jer ćeš dosta teško odrediti čas najkraće sjene. Točnija je ova metoda:

Na horizontalno namještenoj daski (mjeraci stol!) nacrtaj nekoliko krugova oko zajedničkoga središta (Sl. 30.) i postavi na nju šiljast drven ili mjeden stožac *K* tako, da se središte njegove osnovke podudara sa središtem krugova. Stožac baca sjenu. U određeno će doba prije podne vrh sjene padati baš na izvanju kružnicu. Tu točku *a* zabilježi. Što se više uspinje Sunce, to kraća postaje sjena stošca, pak će njezin vrh malo poralo taknuti drugi krug (u *b*), pa treći (u *c*) i t. d. Poslije će podne opet sjena taknuti iste krugove obrnutim redom. I te točke *c'*, *b'* i *a'* zabilježi. Ako sada raspoloviš luk *aa'* u točki *r*, pak povučesh k središtu kruga pravac *NS*, taj je pravac podnevnica tvoga stajališta. Za kontrolu dobivaš ju i polovljenjem luka *bb'* i luka *cc'*. Ako si sve izvodio bez pogrešaka, sva će se tri pravca podudarati; inače ćeš među njima birati srednji neki pravac za podnevnicu. Sjeverna je točka tvoga obzora svagda na onoj strani podnevnice, na koju pada sjena stošca. Takav se osnovni stožac od davnine zove „*gnomon*“. Već su se stari narodi njime služili. Visoki spomenici na horizontalnim trgovima izvršni su gnomoni! (U Zagrebu Marijin kip na Kaptolu).

Makar kojim od ovih načina odredio sa svoga stajališta smjer podnevnice, ne zaboravi nikada trajno obilježiti sjevernu i južnu točku na kružnici svoga horizonta po položaju kojega stalnoga predmeta, kako bi i kasnije svagda i odmah znao smjer podnevnice, pa u nj mogao postaviti možda i svoj durbin! — Dobro će ti doći!

Povratimo se nakon ovoga maloga izleta u područje „praktične astronomije“ gibanju zvijezda nekretnica! Makar koju od njih uočio, svaka opiše svoju kružnicu jedanput za 24 sata manje 4 minute. A ipak su im kružnice veoma nejednake: zvijezda blizu polu opisuje posve malu kružnicu, a zvijezda udaljena od pola 90° opisuje najveću kružnicu na čitavoj nebeskoj kugli. Ta je kružnica „nebeski ekvator“, a svaka zvijezda na njem neka se odsada zove „ekvatorska

* Gnomon (grč.) = kazalo Sunca.

zvijezda“. Tko pozna nebo, znat će, da su takve ekvatorske zvijezde n. pr. „kosci“ (Jakovljevi štapi) u zviježđu Oriona, osobito delta (δ) u Orionu, pa delta (δ) u Kitu, kappa (κ) u Ribama, pi (π) i alfa (α) u Vodnjaku; zeta (ζ), gamma (γ) i eta (η) u Djevici i t. d. Ne mora li nam se činiti pravim čudom, da ekvatorska zvijezda svoj veliki krug opisuje na sekundu točno



Sl. 31. Zemlja i okeanos po mišljenju starih Helena.

u istom vremenu, u kojem zvijezda blizu polu svoj posve maleni krug? Razumijemo sada poćitanje, kojim su stari narodi gledali zvjezdano nebo, kada su za to čudo saznali.

No ćudjenju još nije kraj! Kada ćovjek pješai, on ide s poćetka brzo, kasnije sve sporije — umor ga svladava. A kako naše zvijezde? I iskustvo i mjerenje i fotografija pokazaše, da ne poznaju umora, one idu uvijek posve jednoliko,

t. j. u svakom satu prevale posve jednake kružne lukove --- nikad veće, nikad manje! Nova spoznaja (sedma istina): „Sve se zvijezde nekretnice gibaju jednoliko“.

To će ti potvrditi najbolje durbin: ista zvijezda treba svagda jednak broj sekundi, da prodje vidno polje s jednoga kraja do drugoga. Kako zvijezde trebaju za čitavu svoju kružnicu 1 dan manje 4 minute, bit će zgodno, da ovomu nešto malo kraćemu danu dademo ime „1 zvezdani dan“, dijeleći njega na „24 zvezdana sata“, sat po 60 zvezdanih minuta i minuta po 60 zvezdanih sekundi. Ako prihvatimo taj zvezdani dan, pak se sjetimo, da svaka kružnica ima 360° (stupanja) izlazi, da svaka nekretnica prevale za 1 sat (zvezdani!) točno kružni luk $= 15^\circ$, jer je $15^\circ \times 24 = 360^\circ$. Nikada nije niti jedna nekretnica svoja gibanja niti za trunak ubrzila, niti ga je ikada usporila. Zaista je dakle u nebeskim gibanjima sklad i harmonija upravo savršena!

Vrijedno je poradi toga da sve ove iskustvom stečene, neobično zanimljive istine o gibanju zvijezda, još jednoć saberemo u jedan zakon:

„Sve se nekretnice **neprekidno** gibaju po nebeskoj kugli u savršenim, medju sobom **usporednim kružnicama**, od istoka k zapadu oko **zajedničkoga** nebeskoga pola. To je gibanje **jednolično** i traje **jedan zvezdani dan**“.

Osupnut gleda čovjek od dana u dan ovu veliku harmoniju sa svoja nepomičnoga stajališta u središtu okrugle zemaljske ploče, na kojoj stoji, i divi joj se.

No u njemu je božanska iskra, koja nije zadovoljna samim gledanjem toga velebnoga reda u gibanju zvijezda: on nastoji, da shvati taj red, da si ga rastumači. Kobna riječca: „zašto“ ne da mu mira!

I stari grčki (helenski) narod bio je jedan od prvih, koji si je načinio nekakov odgovor na to pitanje već u pradaavno doba; bio je to jedan od prvih „sustava svemirskih“ u kulturnih naroda. Zemlja im bijaše ravna okrugla ploča, optočena rijekom „okeanos“ (Sl. 31.). Ograničena je velikom „nebeskom zdjelom“, na kojoj da su prikovane zvijezde.

Ta se kristalna zdjela vrti oko stalne točke — pola. Bog je Apolon u ono drevno doba homersko, kada još nisu dvoumice spoznaje smetale naivno uživanje nebeske panorame, gonio svoje vatrene konje, dižući se iz okeana svakoga jutra, preko nebeskoga svoda, da na večer opet zaroni u okean i preko noći po njem pliva do istoka! Za sobom je vukao svu četu nekretnica!

No već u doba Pitagore (rođ. oko 580. g. pr. K.) to se mišljenje o nebeskim gibanjima znatno raščistilo. Zvijezde su prikovane uz kristalnu nebesku kuglu, svaka na svom stalnom mjestu („nekretnice“). Nebeska se zdjela dakle već raširila u nebesku šuplju kuglu, kojoj je naše stajalište baš u središtu. Ta se nebeska kugla neprestano vrti oko stalne, nepomične **osovine** — „nebeske osovine“, kojoj je jedan kraj u nebeskom polu, što ga svaku večer vidimo na nebu, dok joj je drugi kraj na suprotnoj strani nebeske kugle — u drugom nevidljivom polu nebeske kugle. Nebesku stalnu osovinu određuje pravac: pol — oko, produžen kroz Zemlju do drugoga nebeskoga pola. Kako međjutim takove realne osovine nema, čitava se stvar razvija tako, kao da tu kuglu dva prsta na nebeskim polovima izvana drže, pak ju nevidljiva ruka okreće, baš kao kad mi naranču okrećemo među naša dva prsta! Jasno je smjesta, da se tom „hipotezom“ prije opisane istine zaista u jedan mah tumače, no ipak ostaje veliki upitnik: tko drži onako golemu nebesku kuglu, tko ju uvijek jednako vrti? Gotovo je prirodnije uzeti, da nebeska kugla miruje, a zvijezde po njoj opisuju vječne svoje krugove u divnom skladu!

Nešto smeteni se pitamo: gdje je istina?

Daleki bijahu čovjekovu umu putovi do nje: dvije tisuće godina kasnije mu je istina sinula u potpunom sjaju — a dao mu ju je — veliki Poljak Kopernik!

Ako ne sustanu čitateljice i čitatelji ove knjige, zajedno ćemo joj se dovinuti umujući postepeno, ali strogo logički.

Za sada se priklonimo i mi mišljenju:

„Nebeska se gibanja zbivaju, kao da se nebeska kugla, na koju su zvijezde prikovane, vrti neprekidno i jednoliko za

jedan zvjezdani dan oko stalne nebeske osovine, koja ide od nebeskoga pola kroz naše oko i kroz Zemlju dalje do drugoga nebeskoga pola. Naše je nepomično stajalište u središtu te nebeske kugle“.

Ako sa stajališta hipoteze, netom izrečene, promatramo nebeska gibanja nekretnicâ, ta su gibanja zapravo za naše duševno oko sada posve jednostavna pojava, nama u sve tančine svoje u jedan mah posve jasna i da nema gore spomenutih upitnika, mi joj jamačno ne bismo dalje ni posvećivali osobite pažnje. Nehotice nam se javlja pitanje: pa u čem je taj osobiti čar zvjezdanoga neba, što ga svaki čovjek osjeća, gledajući ovu tako jednostavnu pojavu nebeskih gibanja? One zrake svjetlosti, koje dolaze od nadzemaljskih luči, vežu nas kao konci s nebom. Mi slutimo, da postoji vječna i tijesna sveza između nas i nedohvatnih stvari tamo gore na nebu, da smo i Zemlja i mi svi na njoj tek malen, neznatan dio toga neba, njemu u mnogočem podložan, i da nešto neizrecivo veliko, veličanstveno, božansko, stoluje tamo nad čadorom zvjezdanim!

Ovo je uvjerenje, kojemu se ni pračovjek ni najveći naučnjak ne može da otme, uzrok, da se tolikom ljubavlju opet i opet vraćamo motrenju zvjezdanoga neba i divnoga reda na njemu. Iz toga reda vjerniku kao da ravno progovara — Bog!

II.

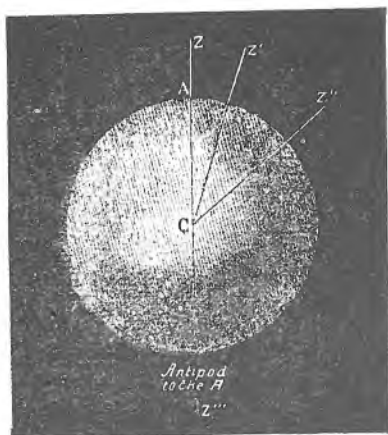
Zemlja prema nebu.

Prihvatimo za čas i mi mišljenje o dnevnoj vrtnji nebeske kugle. Misao najstarijih naroda, da bi Zemlja bila okrugla ploča, koja da pliva na vodi, a ova da ispunjuje čitavu donju polovinu nebeske kugle, ipak ne može da bude istina!

Ma kojim smjerom putovali k svomu horizontu, opaziše ljudi doduše, da se on svagda odmiče, no kako na koncu konca kod svakoga putovanja dodjoše do obale kakova mora, nije čudo, što je niknula ona misao o okrugloj zemaljskoj ploči kao otoku na beskrajnom oceanu. Preko toga otoka prebaciše

dobri bogovi onu golemu kristalnu kuglu, kako bi oku i umu ljudi odredili granicu, preko koje da ne idu. S onu je stranu vječna svjetlost bogovskoga stana, a zvijezde su tek prozori, kroz koje smrtnici zaviruju u taj stan!

No putujući po moru svagda istim pravcem, i to: od istoka na zapad, a vodjeni na tom putu motrenjem zvijezda, kako ne bi skrenuli s odabranoga pravca, dodjoše zaista brodari na početku novoga vijeka ponovo natrag do ishodišta svoga putovanja. Koristeći se na takovu putovanju s istoka na zapad urom zvjezdanoga vremena, konstatiramo vanredno važnu činjenicu, da na svakih $111\frac{1}{3}$ km putovanja na zapad, ista nekretnica točno za 4 minute zvjezdanoga vremena kasnije kulminira, dočim polna visina na čitavu putovanju ostaje ista. Te dvije činjenice zajedno tvrđ su dokaz, da je opseg Zemlje bar u smjeru zapad-istok baš potpuna kružnica, a ne možda kakova druga



Sl. 32. Zemlja — kugla u svemiru.
Antipodi.

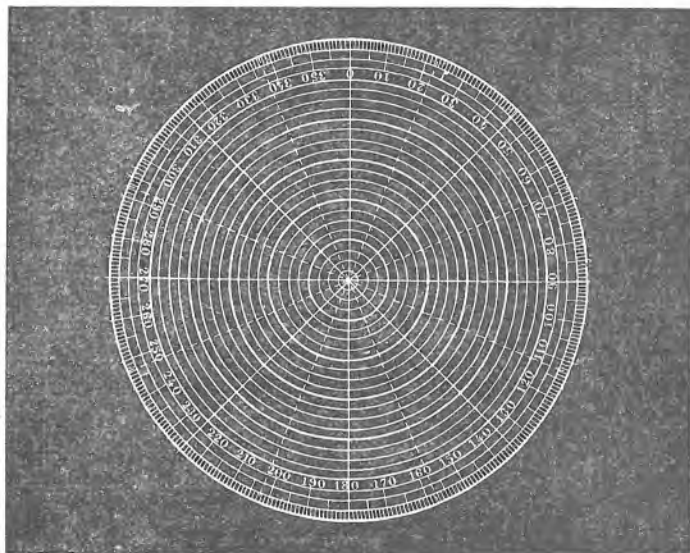
krivulja. To iskustvo dokazuje dakle, da Zemlja nije ploča, nego bar nekakvo valjkasto tijelo. Na ravnoj ploči naime idući neprekidno istim smjerom, nikada ne bismo mogli natrag doći na ishodište putovanja! Anaksimander, učenik Talesov, već je to naučao oko g. 550. pr. K.

To je u kulturnom razvoju čovjekova koljena bila smiona, revolucionarna misao! Do tada je čovjek mogao pouzdano govoriti:

„Gore nebo visoko, dolje more duboko“.

Nova misao o Zemlji kao valjkastom tijelu, koje lebdi u svemirskom prostoru, ukida za Zemlju pojmove „gore“ i „dolje“, pa niče pojam „ljudi protunožaca“ (antipoda)! Prvi se mislioci gotovo preplašše tih novih ideja!

Svi pokusi, da se ikako dovinemo nebu, ostadoše bezuspješni: mi nigdje ne možemo ni u kojem smjeru sa Zemlje do neba! Pa već kod Pitagore, grčkoga mislioca (oko 540 pr. Kr.), izbija prvi put mišljenje, da je naša Zemlja baš **kugla**, koja slobodno **lebdi** u središtu svemira, ni čim ne prikovana (Sl. 32.) uz nebo, da prema tomu na Zemlji zaista ima „anti-poda“, da na Zemlji zapravo nigdje nema „gore“ i „dolje“, nego da je sve, što je o k o Zemlje u svemirskom prostoru, zapravo



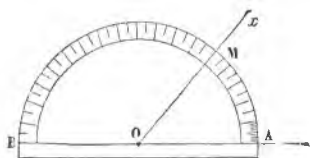
Sl. 33. Kružnica i razdioba kružnice.

svagdje „iznad“ nje. Na Zemlji prema tomu znači „dolje“ samo smjer k „središtu“ zemaljske kugle. (Sl. 32. smjerovi: AC, Z'C, Z''C i Z'''C.) Na svakom je mjestu na Zemlji nešto drugo „gore“ i „dolje“ („zenit“ i „nadir“ našega stajališta). Svaki čovjek doduše naginje tomu, da govori o tom, kako baš on stoji „gore“ na Zemlji i da je gore baš ono, što on za to drži; drugi su mu „postrani“ ili „dolje“, pak ne stoje upravo na Zemlji. Uistinu su pak svi ljudi spram Zemlje u jednaku položaju. Ima i danas obrazovanih ljudi, kojima te stvari ne idu lako u glavu. Bit će dobro, da ih svatko i danas malo razmisli, a olakšat će mu to priložena slika (Sl. 32).

Što su Grci već od Pitagore amo znali, da je Zemlja i u smjeru sjever-jug okrugla, to se može danas potvrditi. Dokaz nam daje, za čudo, nebo sámo! Putujući naime n. pr. iz Zagreba, kojemu je polna visina = 46° , točno u smjeru prema sjeveru, otkrivamo uz pomoć dobroga instrumenta za mjerenje kutova (zove se „teodolit“) neočekivanu pojavu:

„Nebeski se pol posve pravilno diže sve više nad naš horizont; za svakih se $111\frac{1}{3}$ kilometra uspinje za 1° (stupanj).“

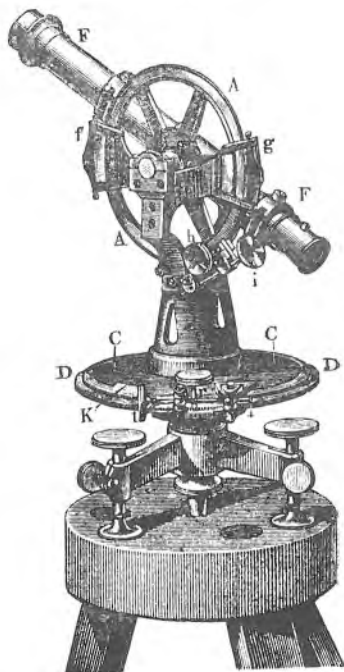
Udarimo li pak iz Zagreba točno na jug, otkrivamo obrnutu pojavu: na svakih $111\frac{1}{3}$ kilometra putovanja nebeski se pol spušta za 1° k sjevernoj točki našega obzora. Da nam je dakle putovanjem doprijeti do one točke na Zemlji,



Sl. 34. *Transporteur*.

gdje nam je nebeski pol baš nad glavom, morali bismo biti baš u onoj točki Zemlje, gdje nebeska osovina ulazi u Zemlju — dajemo joj ime „sjeverni pol Zemlje“.

Bilješka. Nada se ovdje prika, da čitateljima predstavimo jedan od najvažnijih instrumenata, što ih danas ima kulturni čovjek: kutomjer, koji se zove „teodolit“. Poznato je, kako se svaka kružnica — bila velikoga ili maloga polumjera — dijeli na 360 jednakih dijelova, koji se zovu „stupnjevi“ ($^{\circ}$) (Sl. 33). Stupnjevim se mjeri svaki kut. Poznajemo svi instrumenat za taj posao „kutomjer“ ili „transporteur“ (Sl. 34), pak znamo za stalno s njim i „raditi“. Središte njegovo *O* dolazi na vrh kuta, polumjer kuto-



Sl. 35. *Teodolit*. — CC horizontalni krug; AA vertikalni krug; FF pomičan durbin.

mjera na jedan krak kuta OA , a drugi krak na Ox prolazi preko jedne linije na razdijeljenoj polukružnici (u slici preko linije 50° !) i kazuje, da kut ima 50° . Koliko je zgodan taj instrumenat za mjerenje kutova nacrtanih na papiru, toliko je nezgodan, da mjeri kutove na polju, što ih čine doglednice s dviju točaka na Zemlji (2 tornja) ili na nebu (2 zvijezde) u našem oku! Pogodit će svatko i sam, kako bi mogao obični kutomjer za nuždu upotrijebiti i u ovim prilikama. No za takve ga poslove naknadjuje mnogo savršeniji kutomjer „teodolit“ (Sl. 35.), koji može da mjeri najvećim stupnjem točnosti i horizontalne (vodoravne) i vertikalne (osovne) kutove na polju. Glavni su mu dijelovi dva potpuna kruga, horizontalni CC i vertikalni AA , razdijeljeni što točnije na stupnjeve i dijelove stupnja ($1^\circ = 60'$; $1' = 60''$). Čitavi se teodolit postavlja na mali čvrsti stolić s pomoću šarafa tako, da bude krug CC horizontalan. U središtu vertikalnoga kruga se vrti *durbin* FF , koji oku točno odredjuje „doglednicu“ k predmetu. Horizontalni se krug okreće oko vertikalne osovine čitavoga instrumenta. Ne treba daljega razlaganja, kako teodolit obje vrste kutova, horizontalne i vertikalne, može da izmjeri. Teodolit je vjerni pratilac inženira na svim njihovim putovima za izmjerivanje zemlje.

* * *

Ova istina o jednoličnom dizanju i spuštanju nebeskoga pola kod putovanja u smjeru k sjeveru i jugu pokazuje nam, da je Zemlja i u tom smjeru okrugla, a da nije valjak, kako je mislio Anaksimander, nego zaista kugla, kako je mislio Pitagora, pak da bismo, putujući uvijek točno u smjeru prema sjeveru na koncu konca opet došli u ishodište našega putovanja. To se doista nije nikada iskustvom potvrdilo poradi golemih zapreka putovanju u vječnom ledu oko jednoga i drugoga pola Zemlje. Znamo svi, koliko se ljudi namučiče, da dopru samo do jednoga i drugoga pola (Peary g. 1909. i Amundsen g. 1911.).

I tako nam je evo nebo samo sa svojim gibanjem nekretnica, uz pomoć dvaju instrumenata, ure zvjezdanoga vremena i teodolita, donijelo tvrde i neoborive dokaze, da je naša Zemlja zaista kugla, koja lebdi u središtu nebeske kugle — spram ove gotovo do iščezavanja malena. Te dokaze može svatko obnoviti u svako doba, kada mu se ushtije!

Da nam izučavanje nebeskih gibanja nekretnica nije nikakvo drugoga ploda donijelo, i ovaj bi bio dosta, da tim gibanjima čovjek posveti osobitu pažnju!

III.

Kolika je Zemlja?

No još je i s druge strane veoma zanimljiva gore spomenuta činjenica o dizanju i spuštanju nebeskoga pola kod putovanja: ona nam daje u ruke veoma jednostavno sredstvo, da izmjerimo, kolika je ta naša zemaljska kugla! Evo kako.

Putujući od sjevernoga pola Zemlje do Zagreba, nebeski nam se pol spustio od zenita za 44° . Nastavimo putovanje ravno na jug do ekvatora Zemlje! Pol će se nebeski sve dalje spuštati k sjevernoj točki horizonta, i kad stignemo baš na ekvator Zemlje, pol će stajati točno u sjevernoj točki našega horizonta. No mi smo tim proputovali baš četvrtinu opsega zemaljske kugle ili 90° . Izlazi dakle, da je ta četvrtina opsega njezina $= 90 \times 111\frac{1}{3}$ kilometra, dakle čitavi opseg zemaljske kugle $= 4 \times 90^\circ \times 111\frac{1}{3}$ kilometra $= 40.000$ kilometara ili 5.400 geografskih milja.

Bit će čitateljima zanimljivo čuti, da je već stari grčki geograf Eratosten u Egiptu oko g. 250 pr. Kr. po istom principu kušao izmjeriti Zemlju, a ponovili su točno njegov posao arapski astronomi za kalifa Al-Mamuna g. 827 po Kr.

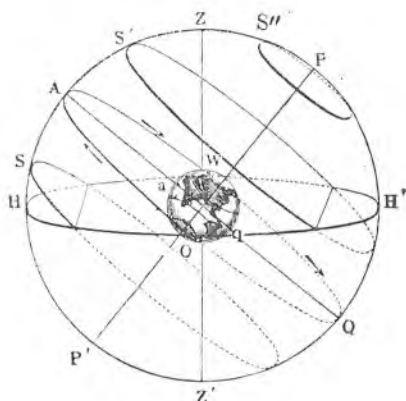
Koliko su uspjeli, ne možemo točno reći, jer danas ne znamo posve pouzdano, kolike bijahu jedinice dužine, kojima su mjerili („stadij“ Eratostena i „arapska milja“). No po svemu, što o tim jedinicama znamo, svaka im čast, jer po svemu se čini, da nisu bili daleko od istine. Evo nam primjera, kako pomnjivo treba da čuvaju ljudi svoje „pramjere“. Mučni je rad Eratostena i Arapa za nas izgubljen, jer nam se ne sačuvaše „pramjere“ njihove! Danas su ljudi i s te strane oprezniji. Kulturni se narodi udružiše u međunarodnu organizaciju za mjerenje Zemlje, da u tančine ispituju oblik i veličinu Zemlje, pak izradiše sve što treba, da za sva vremena sačuvaju svoju pramjeru protiv svih pogibli u budućim stoljećima. U duboku se podrumu u Parizu čuva naš „prametar“ pod teškim bravama!

I tako nam evo proučavanje nebeskih gibanja donese već prvi veliki uspjeh:

„Zemlja je kugla s opsegom od 40.000 kilometara.“

Geometrija nas pak uči, da iz opsega možemo točno odrediti i polumjer te kugle, ako opseg naprosto dividiramo brojem $2\pi = 2 \times 3,14159$. Ako diobu izvedeš, saznaješ:

„Zemlja je kugla s polumjerom od 6.371 kilometra“ (Sl. 36).



Sl. 36. Zemlja u središtu nebeske kugle.

Naši su antipodi dakle od nas daleko 12.742 kilometara, kad bismo mogli k njima putovati ravno kroz središte Zemlje. No kako tim putem ne možemo, bilo bi do njih 20.000 kilometara puta po površini Zemlje!

Zemlja lebdi dakle u središtu svemira posve slobodna; nigdje nema nitova, koji bi ju vezali s nebeskim polovima — ona kao da je jedino nepomično tijelo u vječnim gibanjima nebeskih tjelesa (Sl. 36)!

Spram goleme nebeske kugle zaista tek točka i ništa više — s koje smrtnik od kolijevke do groba motri veliku harmoniju nebeskih gibanja.

IV.

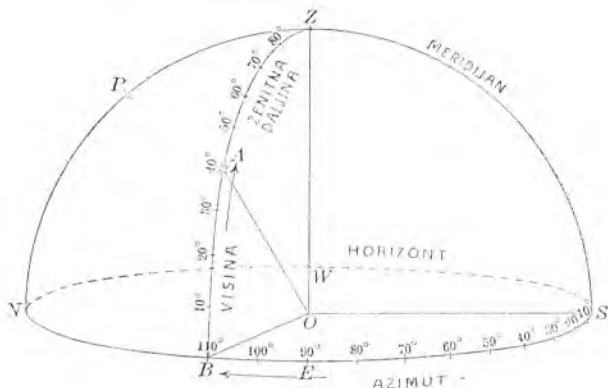
Tri sličice harmonije svemirske.

A. Panorama nebeskih gibanja sa stajališta Zagreb.

Vrijedno je, da se još časak ustavimo kod motrenja nebeskih gibanja, oboružani urom, koja ide po zvjezdanom vremenu. Stajalište nam je Zagreb, taj lijepi i napredni centar kraljevstva hrvatskoga! Doba motrenja — vedra večer bez mjesecine. U vječnom, tihom gibanju oko nas stalna je tek okrugla ploča Zemlje (ravnina horizonta) i njezin rub — horizont. Na njemu su 4 glavne i stalne točke: sjeverna i južna,

istočna i zapadna. Ako južnoj točki horizonta (S) (Sl. 37^{*}.) dademo broj 0° , pak se od nje okrenemo licem k zapadnoj (W), opisala je doglednica oka kut od 90° , pak velimo, da zapadnoj točki našega horizonta pripada „azimut“ od 90° . Sjeverna točka (N) ima azimut od 180° , istočna (E) pak 270° . Ovako odredismo brojem i sve druge točke našega horizonta nedvornno; n. pr. sjeverno-istočnoj točki pripada azimut od 235° , južno-zapadnoj azimut od 45° i t. d.

No u vječnom, tihom gibanju oko nas stalna je za naše stajalište još jedna ravnina, okomita na ravnini našega hori-



Sl. 37. Azimut SB i visina BA zvijezde A .

zonta i položena kroz podnevnicu (sjever-jug). Diže se do nebeske kugle i tamo ju siječe u kružnici. Damosmo joj ime „ravnina meridijana“, a kružnici njezinoj na nebu ime „meridijan“ našega stajališta. Stalne su napokon na toj nebeskoj kružnici i dvije točke: „nebeski pol“ P i „zenit“ Z (tjemenište). Sve se ostalo oko nas vječno giba u kružnicama i svaka zvijezda u određenom času mora da prodje kroz meridijan našega stajališta, jedna prije druga kasnije, ali svaka ponovo točno nakon 1 zvezdanoga dana! Kada počinje taj zvezdani dan? Mogli bismo najzgodnije na nebeskom ekvatoru odabrati koju dosta sjajnu nekretnicu, pak odrediti: kada ta zvijezda prodje kroz naš meridijan (kada „kulminira“), neka se počinje zvezdani dan, t. j. neka bude: 0 sati 0 minutâ

* U sl. 37. izmijeni slova E i W !

i 0 sekundi zvjezdanoga vremena. K o j u zvijezdu na ekvatoru odabiramo, to je posve svejedno, jer svaka treba točno 1 zvjezdani dan ili 24 zvjezdana sata do ponovne kulminacije. Zanimat će nas, što u tom poslu odlučiš zvjezdoznanci. Čudaci! Ne odabraše baš niti jednu ekvatorsku zvijezdu, nego jednu točku na nebeskom ekvatoru, u kojoj ne stoji nikakva zvijezda i dadoše joj još čudnije ime „proljetna točka“ i znak Υ , pak odrediše: kada kroz meridijan moга stajališta prolazi proljetna točka, onda neka se za mene počine zvjezdani dan. Gdje je ta zanimljiva točka nebeskoga ekvatora? Poznavao ci neba lako će ju naći ovako: Od polarne zvijezde (nebeskoga pola) povuci na nebu u misli luk preko beta (β) u Kasiopeji pak do alfa (α) u Andromedi. Došao si tako do gornje stranice velikoga kvadrata u zviježđu Pegaza. Taj pravac ide dalje do zvijezde gama (γ) u Pegazu, pak ako taj pravac alfa-gama produžiš preko gama još za njegovu vlastitu dužinu, našao si tu znamenitu „proljetnu točku“ na nebeskom ekvatoru gotovo posve točno. Mjesto nje možeš za početak zvjezdanoga dana uzeti i kulminaciju zvijezde alfa (α) Andromede, koja je veoma sjajna (2. reda) i očito ide kroz meridijan u istom času, kao i proljetna točka. Ova se nalazi u zviježđu Riba, nešto malo desno od zvijezde lambda (λ), koja je 4. reda. Naravnaj sada uru zvjezdanoga vremena tako, da u času, kada kroz tvoj meridijan prolazi proljetna točka, ura pokazuje: 0 sati 0 minuta i 0 sekundi, pak motri s tim satom u ruci gibanje zvijezda nekoliko samo dana zasebice, pak ćeš biti dionikom velikih duševnih užitaka, gledajući neobičnu harmoniju nebeskih gibanja. Evo nekoliko crta te harmonije:

Kad tvoja ura zvjezdanoga vremena kazuje 6 sati, proljetna se je točka već spustila baš do tvoga horizonta i eno zalazi ama točno u zapadnoj točki horizonta W (Sl. 26.): zalazište njezino ima dakle baš azimut od 90° . Kad ura bude pokazivala 18 sati (= 18^h = 18 hora), proljetna točka baš izlazi točno u istočnoj točki horizonta (O) i 6 sati kasnije (u 24^h ili 0^h) eno je opet, gdje prolazi točno na sekundu kroz meridijan. I tako ide proljetna točka dan na dan: ima svoje stalno izlazište i zalazište u istočnoj i zapadnoj točki na tvom horizontu, s kojih se nikada ni za trunak ne odmiče, ima i svoje stalno

doba izlaženja i zalaženja (18^h i 6^h), od kojega nikada niti za 1 stotak sekunde ne odstupa! Ako se još potrudiš, da teodolitom izmjeriš kut, što ga čini proljetna točka u času kulminacije s horizontom, naći ćeš, da je i on svagda na dlaku jednak, naime 44° ; nauka veli: proljetna točka kulminira uvijek u visini od 44° iznad horizonta Zagreba.

A to, što eto utvrdismo za proljetnu točku, vrijedi i za svaku ekvatorsku zvijezdu nekretnicu, n. pr. delta (δ) Oriona, eta (η) i zeta (ζ) u Djevici i t. d. I one izlaze svaki dan točno u istočnoj točki tvoga obzora (azimut = 270°) i zalaze točno u zapadnoj točki njegovoj (azimut = 90°); i one prolaze kroz meridijan u visini od 44° nad horizontom, tek ne kulminiraju u 0^h , kao proljetna točka, nego kasnije prema tomu, koliko je koja na istok od proljetne točke; n. pr. delta Oriona u $5^h 24^m$, eta u Djevici tek u $12^h 16^m$ i t. d. I obrnuto možeš zaključivati: kada δ Oriona kulminira, mora tvoja ura zvjezdanoga vremena da pokazuje točno 5 sati i 24 minute zvjezdanoga vremena; ne pokazuje li toliko, znak je, da krivo ide, ali joj sada znaš i smjesta odrediti pogrešku; pokazuje li ti ura n. pr. u tom času $5^h 25^m 38^s$, ura ide prerano za $1^m 38^s$. Evo ti nove preznamenite primjene tvoga znanja o nebeskim gibanjima: od dana u dan možeš točno kontrolirati, kako ide tvoja ura zvjezdanoga vremena! Ništa drugo ne trebaš učiniti, nego pogledati kazala ure točno u momentu, kada kulminira n. pr. δ Oriona!

Uopće će ti sada biti jasno: svaka nekretnica, koja je od proljetne točke na istok za 15° , kulminirat će točno u 1 sat, zvijezda nekretnica daleka od proljetne točke 30° na istok, kulminirat će u 2^h i t. d. (Isp. sl. 21. na str. 33.).

Koliko je koja od sjajnijih nekretnica daleko na istok od proljetne točke, to su astronomi već davno izmjerili i zabilježili u prije glednim tabelama, koje se štampaju svake godine u „astronomičkim kalendarima“*) ili „efemeridama“, što ih izdaju velike zvjezdarnice, baš kao što su geo-

* Dobar kalendar te vrste izdaje svake godine Bečka zvjezdarnica uz natpis: *Astronomischer Kalender für das Jahr ...* Herausgegeben von der k. k. Sternwarte zu Wien. Wien Karl Gerold (3 K). Osobito ga preporučujemo obrazovanim Hrvatima.

grafi već davno za svaki znamenitiji grad na Zemlji odredili i zabilježili, koliko je stupanja na istok od Greenwicha (kolika mu je „geografska dužina“). No i na svakoj „kartineba“ možeš to neposredno čitati za svaku zvijezdu zabilježenu na njoj. Imaš li takav kalendar ili kartu, obilje ti je u njem prilike, da ravnaš svoju uru po zvjezdama, koje te nikada ne varaju! (Isporedi tablu I. str. 80.)

Izgradimo još dalje našu sličicu o skladu nebeskih gibanja s našega stajališta (Zagreb, polna visina = 46°)! Nekretnica, koja je sjeverno od nebeskoga ekvatora, n. pr. spomenuta zvijezda alfa (α) Andromede ($+ 28^{\circ} 37'$) ili sjajni Regulus u Lavu ($+ 12^{\circ} 23'$) i t. d., ima također svoje stalno izlazište i zalazište na tvom obzoru, stalno vrijeme izlaska i zalaska, stalno vrijeme kulminacije, tek je u tom razlika spram proljetne točke i ekvatorskih zvijezda, da ta izlazišta i zalazišta nijesu više u istočnoj i zapadnoj točki tvoga obzora, nego to dalje prema sjevernoj točki njegovoj, što je zvijezda bliža sjevernom nebeskom polu, što joj je veća daljina od nebeskoga ekvatora, što joj je veća njezina „deklinacija“. (Sl. 36. Zvijezda u S'.) Takve nekretnice ne će kulminirati u visini od 44° nad tvojim horizontom, nego u to većoj visini, što su dalje na sjever od nebeskoga ekvatora, pak će n. pr. zvijezda, koja je baš 46° iznad nebeskoga ekvatora, kulminirati u tvom zenitu („zenitna zvijezda“).

Za tu zenitnu zvijezdu otkrivamo s našega stajališta osobitu pojavu. Kako je kod nas nebeski pol 46° iznad horizonta, a naša je zenitna zvijezda od toga pola udaljena samo 44° ($44^{\circ} = 90^{\circ} - 46^{\circ}$), jasno je, da se ona nikada ne će u nas moći spustiti do horizonta. Kada je na najnižoj točki svoga dnevnoga puta po nebu, još je uvijek 2° iznad horizonta! Smijemo očito reći, da zenitna zvijezda u nas niti izlazi niti zalazi, nego je uvijek, dan i noć, iznad našega obzora; ona je „cirkumpolarna zvijezda“ za naše stajalište. No takve su zvijezde i sve druge nekretnice, koje su od nebeskoga ekvatora još više udaljene nego 44° na sjever. Naučno bismo rekli: zvijezde sa sjevernom deklinacijom većom od 44° . Pa tako evo u našoj sličici o harmoniji neba nove prezanimljive spoznaje za naše stajalište Zagreb:

„Ima na nebu cio niz zviježdja, koja za naše stajalište nikada ne izlaze ni ne zalaze, koja su uvijek sva 24 sata iznad našega obzora. Zovemo ih „**cirkumpolarna zviježdja**“.

Takva su zviježdja n. pr. Veliki i Mali Medvjed, Kasiopeja, Cefej, Zmaj i dr. Jako nam dobro dolaze, da se čitave godine i u svako doba noći po njima snadjemo na nebu!

Dakle pamtimo:

- a) „Sve nekretnice na sjevernoj polutki neba između nebeskoga ekvatora i $+ 44^\circ$ deklinacije imaju svaka svoje stalno izlazište i stalno zalazište, svoje stalno vrijeme izlaženja i zalaženja, svoje stalno vrijeme kulminacije i svoju stalnu visinu kulminacije. Dajemo im zgodno ime „vremenske zvijezde“, a karakteristika je njihova putovanja po nebu, da je veći dio njihove kružnice iznad našega obzora, a tek manji ispod njega; one su više od 12 sati zvjezdanoga vremena iznad našega obzora.“ (U sl. 36. zvijezda S'.)
- b) „Sve nekretnice na sjevernoj polutki nebeske kugle, kojima je daljina od nebeskoga ekvatora veća nego $+ 44^\circ$ ($+$ znači na sjever od ekvatora!), jesu cirkumpolarne zvijezde našega stajališta; njihova je karakteristika, da im je čitava kružnica iznad našega horizonta, one su puna 24 sata iznad našega obzora.“ (U sl. 36. zvijezda S".)

Na ustima nam je svima pitanje: a kako je s nekretnicama na južnoj polutki nebeske kugle, kojima je deklinacija južna (negativna, minus, —)?

Bez daljega će razjašnjivanja jamačno svakomu biti jasno (U sl. 36. zvijezda S.), da će i te zvijezde imati svaka svoje stalno izlazište i zalazište na tvom obzoru, no ta će izlazišta biti sada negdje između istočne i južne točke horizonta (između 270° i 360° ili 0° azimuta), a zalazišta negdje između zapadne i južne točke obzora (između 90° i 0° azimuta); bit će obje točke to bliže južnoj točki obzora, što se zvijezda dalje odmakla na jug od ekvatora, što joj je veća južna deklinacija (minus). Svaka od tih zvijezda ima i svoje stalno vrijeme izlaženja i zala-

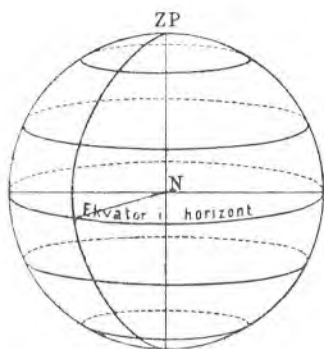
ženja, pak i stalno vrijeme kulminacije, no visina, u kojoj kulminira, bit će svakako manja od 44° , to manja, što se je zvijezda dalje odmakla na jug. Iz toga izlazi dalje, da će manji dio njihovih kružnica biti iznad, a već i ispod našega obzora: mi ćemo ih gledati manje od 12 zvjezdanih sati na našem južnom nebu, to manje, što su dalje na jug od ekvatora nebeskoga. Takve su n. pr. sjajne zvijezde južnoga neba: Sirius (alfa Velikoga Psa), Spica ili Klas u Djevici (alfa Djevice), Antares (alfa Skorpiona) i Fomalhaut (alfa Južne Ribe) — sve sami nebeski dragulji prvoga reda! Napokon ćemo naći u 44° južne deklinacije zvijezdu, koja izlazi baš u samoj južnoj točki našega obzora, ali odmah u toj istoj točki i zalazi: ona se uopće samo dotakne našega obzora u njenoj južnoj točki, ali se nada nj ne dignu. Takva je zvijezda n. pr. alfa i gama u Phönixu, dakle za nas uopće „nevidljiva zvijezda“. Sva napokon zvijezdja još južnije od 44° nikada se na našem nebu ne vide — ona za nas i ne postoje! A baš je tamo nekoliko krasnih zvijezdja, n. pr. Južni Krst! Tko ih hoće da vidi, mora da putuje na jug. Mi dakle s našega stajališta u Zagrebu (a to vrijedi s malom preinakom za svu srednju Evropu!) ne vidimo nikada čitavoga neba: što je zvijezdâ između 44° južne deklinacije i južnoga nebeskoga pola, to čini za nas kuglinu kapicu „nevidljivih zvijezda“. (U sl. 26. str. 47. zvijezde između S i P'.)

Naša se je sličica nebeskih gibanja opet u nešto popunila! Poznajemo sada cirkumpolarnih zvijezda, zenitskih zvijezda, vremenskih zvijezda i napokon nevidljivih zvijezda! No sve nekretnice, koje se u vječnom svom kruženju ispinju nad naš obzor, opisuju po nebu savršene, medju sobom usporedne kružnice, koje su sve spram ravnine našega horizonta koso položene — sve pod istim kosim kutom od 44° na jug. Poradi toga i dadoše već u drevna vremena ovoj panorami nebeskih gibanja ime „kosa sfera“ ili „kosa kugla“ (sphaera obliqua). (Sl. 26. str. 47. i sl. 36. str. 54.)

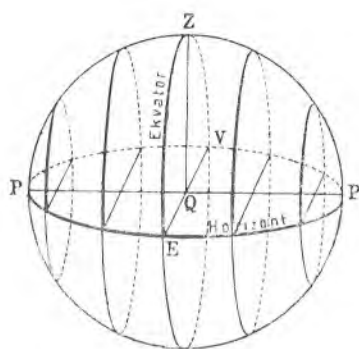
B. Panorama nebeskih gibanja na polu Zemlje. N (Sl. 38.)

Nije medjutim svagdje na Zemlji panorama neba i njegovih gibanja kao u nas! Prebacimo se u misli na sjeverni pol

Zemlje! Nebeski pol (polarna zvijezda) baš nam je nad glavom (u zenitu), o k o m i t o na ravnini našega sadanjega horizonta. Nebeski se ekvator dakle p o d u d a r a baš s našim obzorom, a sve zvijezde, što su na nebu, opisuju sada svoje dnevne kružnice u s p o r e d n o s horizontom, samo pol nama nad glavom vječno miruje! Kolike li razlike spram zagrebačke nebeske panorame! Nema tu ni izlaženja ni zalaženja zvijezda: čitava 24 sata svaka u jednakoj visini kruži nad obzorom po nebu; kulminiranja uopće nema. Sve su dakle zvijezde tamo na polu Zemlje cirkumpolarne zvijezde, ali zato se



Sl. 38. Panorama nebeskih gibanja sa pola Zemlje. — Usporedna sfera (sphaera parallela).



Sl. 39. Panorama nebeskih gibanja s ekvatora Zemlje. — Okomita sfera (sphaera recta).

tamo i vide s a m o zvijezde, koje su na s j e v e r n o j polutki neba. Ekvatorske su zvijezde već nevidljive, a isto tako i sve zvijezde južne nebeske polutke: za motrioca na polu Zemlje postoji samo p o l o v i n a zvjezdanoga neba, ali ta je polovina u v i j e k iznad njegova obzora. Što je ispod nebeskoga ekvatora, toga ne vidi nikada (Sl. 38.) Poradi toga dadoše ovoj osebujnoj panorami nebeskih gibanja s pola zemaljskoga ime „u s p o r e d n a s f e r a“ ili „u s p o r e d n a k u g l a“ (sphaera parallela). Do danas su tu neobičnu panoramu gledali tek ono par ljudi, koji su bili na jednom i drugom polu Zemlje. Nedvoumni je dokaz, da su bili na polu, baš u tom, da su vidjeli zvijezde kružiti u s p o r e d o sa svojim obzorom i to pomnjevim mjerenjem i bilježenjem u dnevnicima utvrdili.

C. Panorama nebeskih gibanja s ekvatora Zemlje. Q (Sl. 39.)

Putujući iz Zagreba ravno na jug, vidimo, gdje se nebeski pol za svakih $111\frac{1}{3}$ kilometra puta spušta za 1° k sjevernoj točki obzora. Dodjismo napokon na ekvator i sjeverni se pol eno (polarna zvijezda) baš dotiče našega obzora u njegovoj sjevernoj točki, no zato se i južni pol nebeski, dosada nevidljiv, toliko podigao, da i on naš obzor dotiče u južnoj točki njegovoj. Nebeska je osovina sada čitava baš u ravnini našega horizonta, ona stoji vodoravno i teče točno u smjeru podnevnice. P Q P. (Sl. 39.).

Panorama se nebeskih gibanja opet od temelja promijenila! Nebeski ekvator sada prolazi baš našim zenitom, a svaka se ekvatorska zvijezda ispinje u istočnoj točki horizonta točno okomito na nj. I sve se druge nekretnice ispinju, svaka u svom stalnom izlazištu, okomito nad horizont i opisuju svoje dnevne usporedne kružnice točno jednom polovinom iznad, a drugom ispod obzora, t. j. na ekvatoru Zemlje svaka je zvijezda neba vremenska zvijezda sa stalnim izlazištem i zalazištem, stalnim vremenom izlaženja i zalaženja, stalnim svojim vremenom kulminacije, ali svaka je tamo točno 12^h zvjezdanoga vremena iznad i 12^h ispod horizonta. Cirkumpolarnih i nevidljivih zvijezda na ekvatoru Zemlje nema, ljudi tamo vide tečajem godine čitavo zvjezdano nebo. Poradi toga, što su tamo kružnice svih nekretnica okomite na horizontu, dadoše toj panorami nebeskoj ime „okomita sfera“ ili „okomita kugla“ (sphaera recta) (Sl. 39.) Nju gledaju svaki dan svi ljudi, koji obitavaju na zemaljskom ekvatoru. Zavidjamo im donekle, jer vide čitavo zvjezdano nebo i povrh toga svaku zvijezdu punih 12 sati zvjezdanoga vremena!

* * *

Opisismo u tančine vječno i tiho gibanje čitave vojske nekretnica i otkrismo zaista red i sklad, koji uzalud tražimo na Zemlji! Ubrasmu i gdje koji važni i korisni plod od izučavanja tih gibanja. Da saberemo još jednom sve u kratko:

Sve zvijezde — bez ijednoga izuzetka — opisuju na nebeskom svodu od istoka na zapad savršene i usporedne kružnice

u posve jednoliku gibanju, koje za sve traje točno jedan zvjezdani dan. Na miru je na nebu samo nebeski pol i on ima svoju stalnu visinu nad obzorom. Nepomična ravnina našega horizonta, kojoj smo mi svagda u središtu, dijeli nebesku kuglu u dvije polovine: jedna je iznad, druga, nevidljiva, ispod obzora. Nebeska osovina ide od nebeskoğa pola kroz naše stajalište do drugoğa (južnoğa) nebeskoğa pola. Panorama se nebeskih gibanja bitno mijenja prema stajalištu na Zemlji. Tri su vrste te panorame: kosa, usporedna i okomita kugla. — O našoj Zemlji mogosmo saznati, da nije okrugla ploča, nego kugla s opsegom od 40.000 kilometara, koja slobodna lebdi u središtu svemira. — Za mjerenje vremena nadjosmo zgodnu jedinicu „zvjezdani dan“ po 24 zvjezdana sata, sat po 60 zvjezdanih minuta i minuta po 60 zvjezdanih sekundi. — Zvjezdani dan počinje, kada kulminira proljetna točka. On je za 4 minute kraći od dana, što ga pokazuju naše ure građanskoga života. Poradi toga sagradismo posebne „ure zvjezdanoga vremena“, koje se pokazale osobito zgodne, da nam u tančine pokažu svu harmoniju u gibanju zvijezda nekretnica.

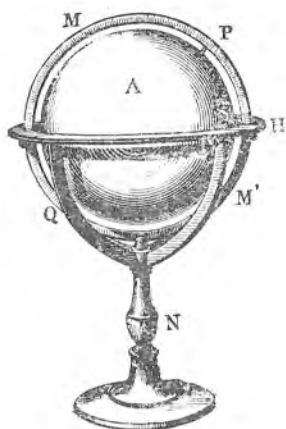
V.

Oponašanje nebeskih gibanja. Nebeski globus i nebeske karte.

Sve, što ovdje opisasmo o nebeskim gibanjima, znali su već najstariji kulturni narodi: Kinezi, Indijci, Babilonci, Egipćani i Grci. Posljednji si već stvoriše i poseban „sustav svijeta“, kušajući da si rastumače taj sklad nebeskih gibanja. Bijaše to poznata nam nebeska kugla, koja da se vrti sa zvjezdama, na njoj prikovanima¹⁾. Taj je sustav donio sobom rano i misao, da se pojave nebeskih gibanja mogu razmjerno lako i umjetnim načinom oponašati na strojevima sagrađenim u tu svrhu, i tako postade prvi „nebeski globus“ već kod starih Grka. Kako naime svaka nekretnica ima svoje stalno mjesto na nebeskoj kugli, s kojega se nikada ne miče, baš kao što i gradovi

¹⁾ Isporedi na str. 56.—59.

i sela imaju svoja stalna mjesta na zemaljskoj kugli, nadaje se sama od sebe misao, da se bar najsajnije nekretnice na umjetnoj kugli većega ili manjega polumjera nacrtaju kao točke svaka na svom pravom mjestu. (Sl. 40.) Kugla se namjesti u mjedenom obroču medju dva klina, koji uočuju nebeske polove i osovinu, tako da se oko te osovine može vrtjeti. No da svaka zvijezda dodje na svoje pravo mjesto, nacrti se najprije na kugli nebeski ekvator i na njem se jedna točka odabere za „proljetnu točku“ (γ). Kroz oba se pola i proljetnu točku



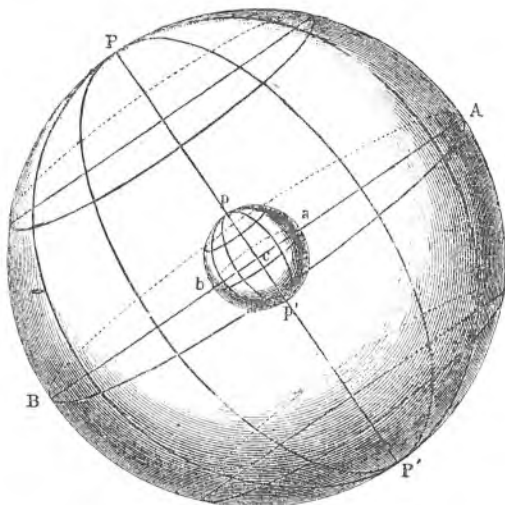
Sl. 40. Nebeski globus A.
PQ nebeska osovina.
H ravnina horizonta.

položi kružnica, koja se zove „satni krug“ proljetne točke i odgovara na zemaljskom globusu meridijanu, položenu kroz Greenwich. Ako se sada još svakih $15''$ daleko od proljetne točke polože kroz oba pola globusa kružnice, osuo se čitavi globus cijelom mrežom „satnih krugova“ (njih 24), koji odgovaraju meridijanima zemaljskoga globusa. Usporedno s nebeskim ekvatorom opet se nacrti cijela mreža kružnica (n. pr. od 10 do 10 stupanja), koje postaju sve manje, što dolaze bliže polovima nebeskoga globusa, i odgovaraju krugovima širine na zemaljskim globusima. Bit će ih u svemu (u našem slučaju) s ekvatorom 17.

Po svojoj stalnoj rektascenziji i deklinaciji) svaka se zvijezda nacrti na svom mjestu na globusu i pred nama je sada gotova slika nebeske kugle. Sebe imamo pomišljati svagda u unutrašnjosti globusa i to baš u njegovu središtu O ; tamo je zemaljska kugla, do iščezavanja malena spram nebeske — gotovo točka. No kako se nebeska panorama za različne horizonte znatno mijenja, treba ovaj nebeski globus upotpuniti još drugim dijelom, koji će mi uočivati ravninu mog horizonta. To je bilo malo teže izvesti, jer je naše stajalište u unutrašnjosti globusa, u središtu, a ravnina horizonta našega seže u

) Isporedi na str. 33. sliku 21.

toj unutrašnjosti samo do nebeske kugle. Pomažemo se time, da r u b našega horizonta obilježimo obručom na stalku HH , a u taj obruč pristaje kugla nebeskoga globusa, pak se u stalku može spram horizonta po volji namještati (Sl. 40.). Na priloženoj slici vidiš takav globus. Na stalku N stoji horizont HH' . Mjedeni kolut MM' nosi nebesku kuglu, koja se može vrtjeti oko osovine PQ . PQ uočuje nebesku osovinu, a HH' ravninu horizonta. Na kugli A se nacrtu gore spomenuta mreža satnih i



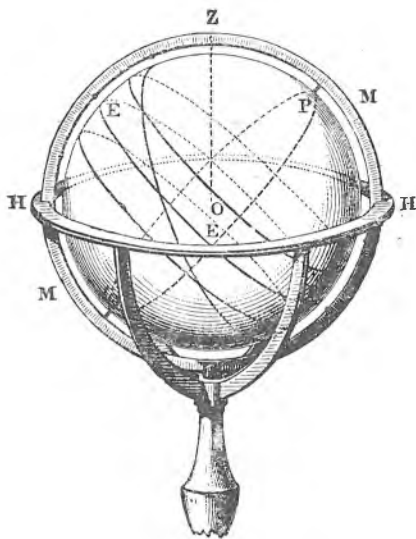
Sl. 41. Zemlja u sredini nebeske kugle.

paralelnih krugova, i onda se svaka zvijezda po svojoj rektascenziji i deklinaciji na svom pravom mjestu nacrtu kao točka.

Kako bi sada vjerno oponašao nebeska gibanja nekretnica svoga stajališta, treba gotov globus „orientirati“. Kolut se mjedeni MM' smjesti tako u stalak, da osovina PQ bude spram horizonta nagnuta pod kutom jednakim polnoj visini tvoga stajališta (za Zagreb luk $HP = 46^\circ$).

Ako još stalak N tako okrećeš, da osovina QP pokazuje baš na polarnu zvijezdu, nebeski je globus za tvoje stajalište namješten, kako treba, i kad kuglu A okrećeš, oponaša ona posve točno sva nebeska gibanja baš onako, kako ih vidiš na nebu sa svoga stajališta. Na globusu su, kao u prirodi, nepo-

mični horizont HH' i na njem okomita ravnina tvoga meridijana, uočena mjedenim obručem MM' . Sve, što prije opisasmo, možeš sada oponašati: izlazište i zalazište svake zvijezde čitaš na horizontu razdijeljenu u 360° ; njezinu kulminaciju vidiš na mjedenom meridijanu i možeš čitati visinu te kulminacije.



Sl. 42. *Nebeski globus*: O stajalište naše u središtu kugle nebeske. — PP' nebeska osovina. — Z zenit stajališta O . — MZM' meridijan stajališta O . — HH' horizont stajališta O . — EE' nebeski ekvator.

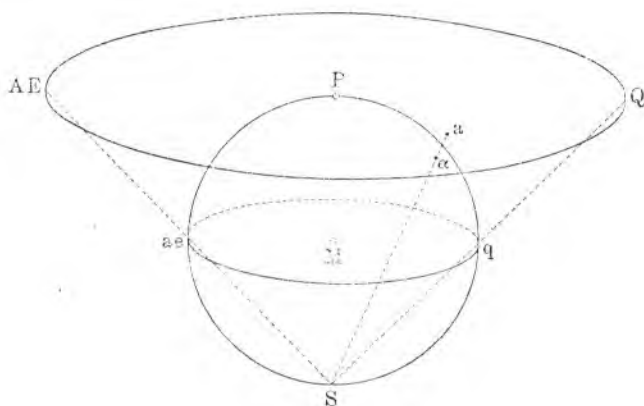
Možeš pače i zvjezdano vrijeme svakoga izlaženja i zalaženja i svake kulminacije odrediti, ako kod pola P još namjestiš mjedenu pločicu razdijeljenu na opsegu u 24 dijela sa nulom kod satnoga kruga proljetne točke!

Globusom možeš vjerno oponašati i panoramu nebeskih gibanja za svakodrugostajalište, n. pr. za pol ili ekvator Zemlje. Tek treba kolut MM' u stalku dolično okretati. No kod svih tih pokusa treba držati na umu, da je naše stajalište u središtu te nebeske kugle, kako pokazuje priložena slika u pretjeranoj mjeri za Zemlju (Sl. 41.). $PAP'B$ je nebeska kugla, PP' nebeska osovina, koja na polovima Zemlje pip'

prodire kroz Zemlju i ide i kroz njezino središte; ab je zemaljski ekvator. Samo je u slici Zemlja daleko preveliko nacrtana spram nebeske kugle; zapravo bismo bili morali tu zemaljsku kuglu nacrtati kao točku C : sva se velika zemaljska kugla spram nebeske kugle spline u jednu točku — njezino središte, pak poradi toga i možemo svagda, kada se radi o izučavanju nebeskih gibanja, uzeti, da mi stojimo u središtu Zemlje C , a ne na površini. Jednostavno pomišljamo, da s površine padamo do središta C , a s nama dakako i ravnina

našega horizonta. Slika 42. pokazuje nebeski globus s ekvatorom neba EE i našim stajalištem u središtu O kugle, jedan satni krug i tri paralelna kruga.

Druga mnogo teža zadaća bila je zvjezdano nebo prenijeti na list papira, koji je ravnina. Ako se radi samo o malem komadiću nebeske kugle, na kojem je samo jedno ili nekoliko zvijezdja, može se taj komadić nebeske krive plohe uzeti za ravninu, pak se može i na ravninu papira lako prenijeti. No radi li se o tom, da se čitava polukugla neba,



Sl. 43. Stereografska projekcija kugline plohe.

koja je iznad našega horizonta, prenese na ravninu papira, nastaju poteškoće, jer se kuglina kapa ne da ni na koji način, bila ona i tanka kao papir, razmotati u ravninu: u sredini bi dobila nabora, a na rubu bi popucala. Ne će biti na odmet, ako čitateljima pokažemo, kako je stvar uhvatio Hiparh, grčki astronom 200 g. pr. Kr. u Aleksandriji (Sl. 43.) $aePqS$ neka bude nebeska kugla s polovima P i S . Oko je naše u središtu M i gleda zvjezdano nebo, od kojega vidi polovinu $aePq$. Da ga nacrti, pomišlja Hiparh svoje oko u južnom polu neba S , a ravninu papira AEQ u sjevernom polu P . Pol P ostaje i na papiru na svom mjestu za oko S ; no nebeski ekvator nacrti se za oko S na papiru kao kružnica AEQ , koja je očito dva puta tolika kao kružnica aeq . Zvijezdu α vidi oko iz S na papiru u točki a i tamo se ona nacrti. Tako dobije i svaka druga

zvijezda svoje stalno mjesto na papiru i sve se zvijezde nebeske polukugle razmjestiše na papiru kojekuda oko središta „nebeske karte“, u kojemu je slika nebeskoga pola. Slika ipak nije vjerna, jer je nemoguće kuglinu plohu nacrtati vjerno na ravni. Dok su n. pr. zvijezde bliske oko pola P i na papiru gotovo u pravoj daljini od pola, zvijezde ekvatorske na papiru su dva puta dalje jedna od druge negoli na kugli. A kad bismo htjeli naslikati na tom papiru još više od nebeske polukugle, zvijezde bi južne nebeske polukugle bile još više razmaknute. Poradi toga se po ovoj „metodi stereografičkoj“ obično crtaju napose sjeverna i južna polutka neba, pak postaju svakomu poznate nebeske karte. Rub je takve karte nebeski ekvator, a središte je nebeski pol. Proljetna točka na ekvatoru (γ) dobije broj 0° i razdioba teče naokolo do 360° rektascenzije. Satni se krugovi u toj slici pretvore u pravce, koji svi teku od pola P do ekvatora. Na jednom se tomu pravcu (obično na onomu proljetne točke) u pravom omjeru zabilježe stupnjevi deklinacije (od 10 do 10 stupnjeva). I s takve karte možeš sada čitati mjesto svake nacrtane nekretnice i reći to njezino mjesto u dvojki brojeva. Priložena tabla I. (str. 80.) pokazuje sjevernu polutku neba i dio južne.

Ne radi li se o tom, da se nacrti na papiru čitava polukugla neba ili još više, nego samo jedan uski pojas njezin, n. pr. pojas oko nebeskoga ekvatora, stvar je mnogo lakša. Oko ekvatora sviješ papir u valjak. Oko iz središta nebeske kugle vidi sada nebeski ekvator na svom mjestu kao kružnicu na valjku papira. Satni se krugovi vide kao pravci okomiti na ekvatoru, a oko iz središta nebeske kugle vidi svaku zvijezdu (ako je pojas uzak) gotovo na svom pravom mjestu i na papiru. Tek, ako je pojas preširok, razmiču se zvijezde na gornjem i donjem rubu nešto previše. Ovako se crtaju nebeske karte za pojase široke do $+30^\circ$ i -30° od ekvatora i tako postaju „nebeske karte ekvatorijalnoga pojasa“, kad se valjak papira opet razmoti u ravninu. Evo i takove karte ovdje (Tabla II.) No kod njezine porabe treba zapravo svagda pomišljati, da je savita u kolut, a oko je u središtu toga koluta! Okreneš li ju u tom položaju prema jugu k ne-

beskom ekvatoru, naći ćeš po njoj sva ekvatorska zviježdja na svojim mjestima, ako si samo jednu poznatu ti zvijezdu namjestio u doglednicu njezine slike.

Medju zviježdjima ekvatorijalnoga pojasa neba od pradavnih su vremena njih 12 poznata uz ime „životinjski pojas“ ili „zodijak“. Za nas na Zemlji ta su zviježdja najvažnija od svih. Zašto, otkrit će nam slijedeći članak. Ovdje su im imena u latinskom distihu:

„Sunt aries, taurus, gemini, cancer, leo, virgo
Libraque, scorpius, arcitenens, caper, amphora, pisces“.

Njih je šest iznad nebeskoga ekvatora na sjevernoj polutki neba; to su:

Ribe (Pisces), **Ovan** (Aries), **Bik** (Taurus), **Blizanci** (Gemini), **Rak** (Cancer) i **Lav** (Leo).

Drugih je šest zviježdja zodijaka ispod nebeskoga ekvatora, na južnoj polutki neba; to su:

Djevica (Virgo), **Vaga** (Libra), **Skorpion** (Scorpius), **Strjeljač** (Arcitenens), **Jarac** (Caper) i **Vodenjak** (Amphora).

Na priloženoj Tabli II. naći ćeš ih lako i glavne im zvijezde prepoznati.

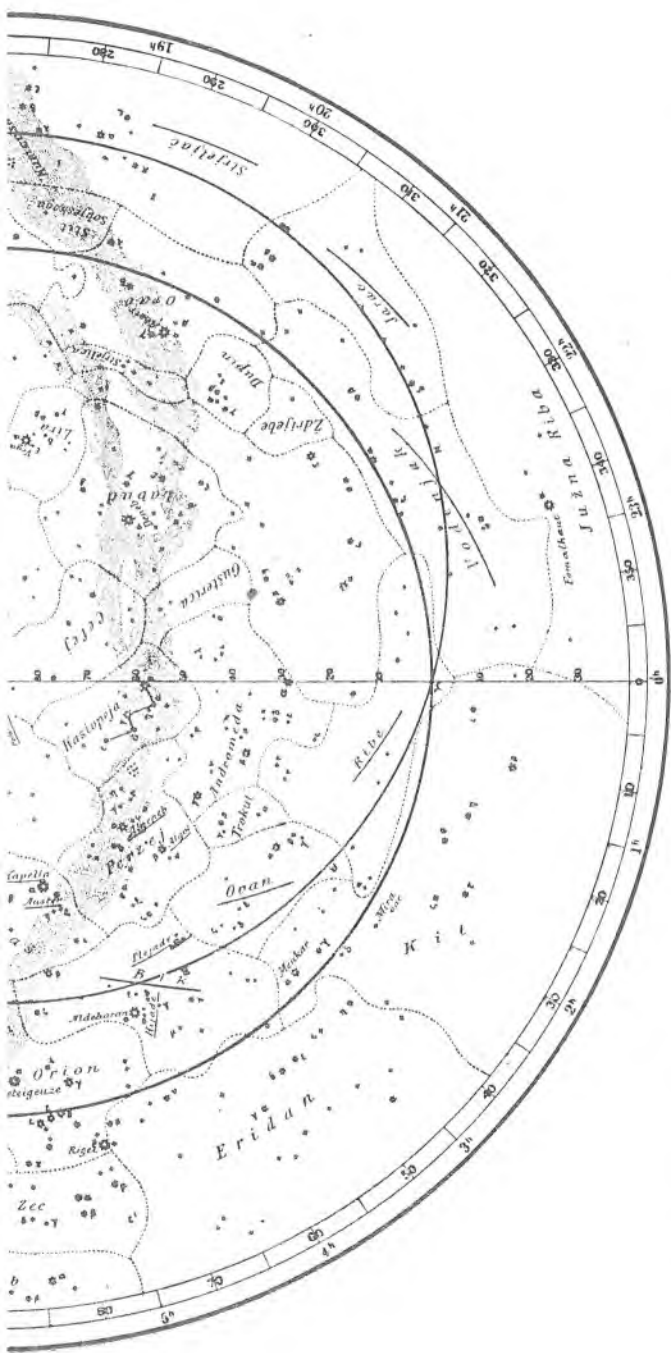
V.

Sudbonosno umovanje Grka o nebeskim gibanjima.

Gledajući od dana u dan savršeni sklad nebeskih gibanja, rodila se u glavama umnih starih Grka misao, da je jedino pravo prirodno gibanje u svemiru jednoliko gibanje po kružnicama. Ta motrenje je neba tu misao očito nametalo ljudima. To je jedino neusiljeno gibanje u prirodi! Ako se pak negdje u svemiru pokazuju našim očima drukčija kakva gibanja, ta su gibanja „usiljena“ i duh ljudski treba sada o tom umovati, kako će on ta usiljena gibanja u neku ruku moći složiti od samih neusiljenih gibanja, t. j. od jednolikih gibanja po kružnicama. Da se to može učiniti, pokazuje čovjeku na Zemlji analogija. Evo jedan veoma karakterističan primjer za to. Pomislimo kotač, koji se jednoliko vrti oko osovine kroz središte — dakle čisto prirodno gibanje. Na opsegu toga kotača pričvršćen je

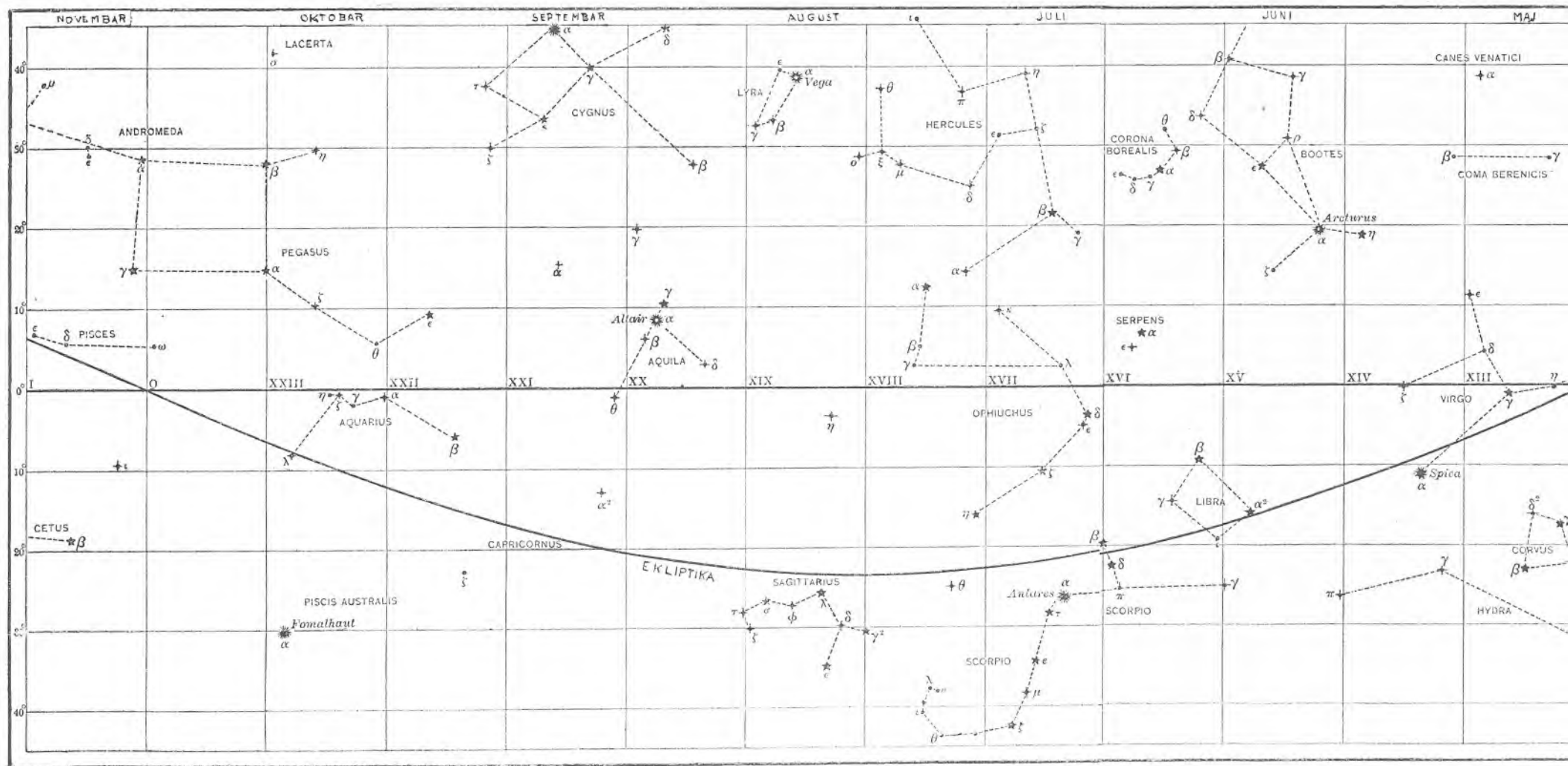
mali kotačić sa svojim središtem, no i on se jednoliko vrti oko svoje osovine — dakle točka na njegovu opsegu opet izvršuje drugo čisto prirodno gibanje. Zabilježimo si na opsegu maloga kotača veoma jasno jednu točku, pak pustimo, da se oba kotača vrte svaki oko svoje osovine jedanput jednakom, drugi put nejednakom brzinom. Ako sada oštro uočimo gibanje obilježene točke, kako ga oko naše vidi, vidjet ćemo posve nepravilno gibanje po krivoj crti, koja nije ni nalik više na kružnicu — a ipak je to gibanje postalo kombinacijom dvaju čistih gibanja. Prepuštamo čitaocu, da sam nadje stazu točke!

Očekujemo dakle, da se različnim veličinama kotača, različnim brzinama njihovih jednolikih gibanja, pak uvećavanjem broja kotača mogu složiti od samih čistih gibanja po kružnicama najzamršenija gibanja točaka po kojekakvim nepravilnim krivim stazama. Čini se, da su se stari Grci rado bavili slažanjem ovakvih gibanja. No i ti su pokusi jamačno učvrstili sudbonosnu misao, da priroda zapravo poznaje samo jednolika gibanja po kružnicama i da se sva ostala gibanja moraju zgodnim kombinacijama dati složiti od samih čistih. Ta se je misao tako uvriježila u duh starih Grka, da su ju uzeli kao aksiom, kao istinu, o kojoj nema daljega raspravljanja. Sudbonosnim možemo nazvati to mišljenje, jer je preko Platona, Aristotela i Ptolemeja gotovo 2000 godina apsolutno vladalo mišljenjem čitavoga ljudskoga roda i tim zaustavilo razvijanje mehanike, navrnuvši ju na krivi put! Koliko bi bilo zanimljivo iz bližega saznati oštroumna umovanja Grka u tom smjeru, ovdje toga ne možemo učiniti. Treba da sada uočimo još drugu hrpu nebeskih gibanja, koja u dosadašnju harmoniju unose oštru disharmoniju, no ta nas baš draži, da joj ljudski pogledamo u oči. Ne ćemo toga požaliti: naše će se znanje o gibanjima neobično proširiti. Dakle na posao!



Sjeverna polutka zvjezdanoga neba i dio južne do deklinacije — 30°.

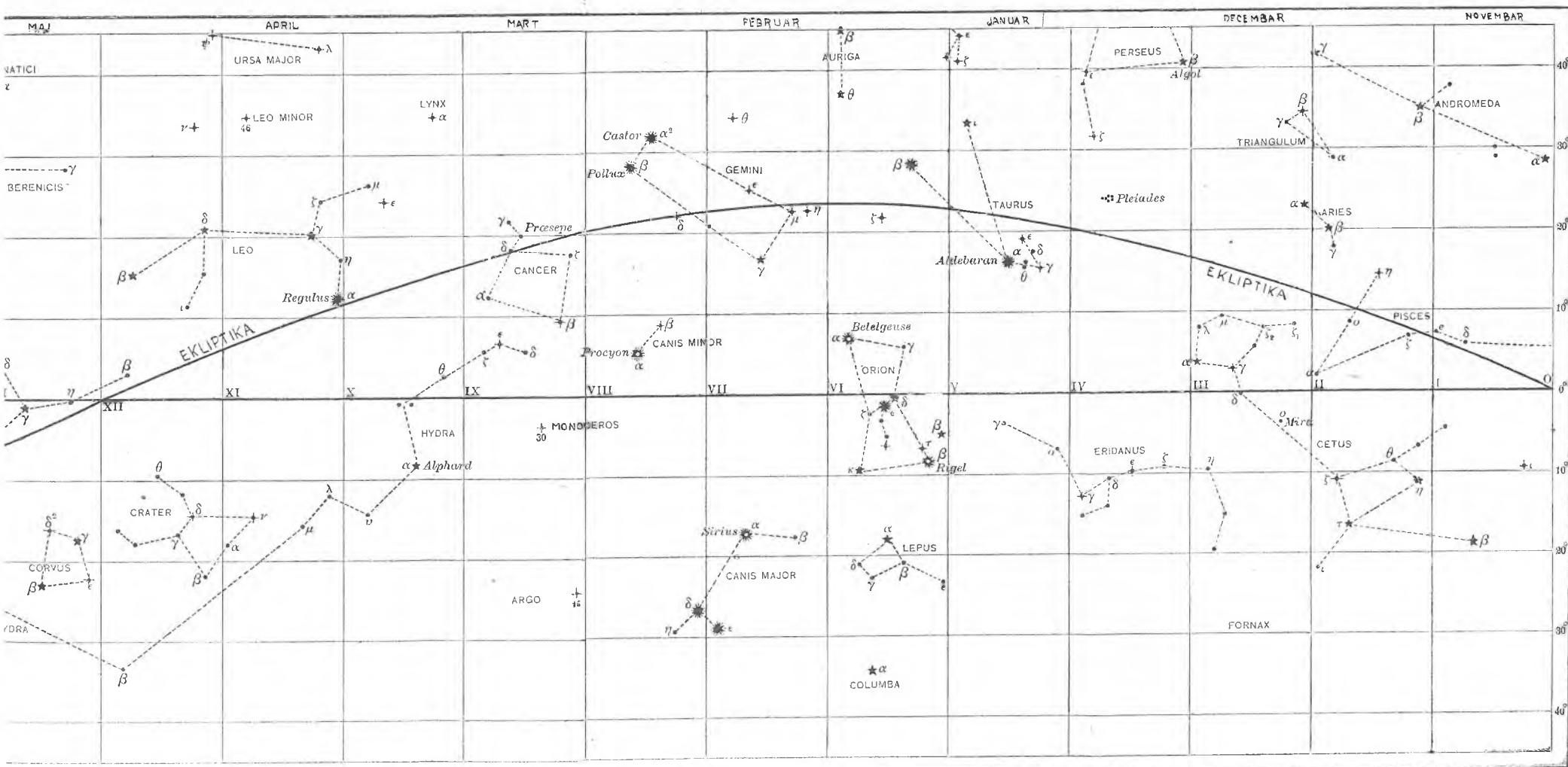
Zviježđja su zodijska, kojima ide ekliptika, potcrтана.



Karta ekvatorijalnoga pojasa neba od dekl

Na karti su zabilježene glavne zvijezde ekvatorskih zviježdja i 12 zviježdja životinjsk

Tabla II.



od deklinacije $+40^\circ$ do deklinacije -40° .

ivotinjskoga pojasa, kojima prolazi staza Sunca (ekliptika), svojim latinskim imenima.



Osobita nebeska gibanja.

Gibanje Sunca, Mjeseca i planeta.

Mjerenje vremena.

Gibanje Sunca medju zvijezdima. — Ekliptika. — Zvijezda životinjskoga pojasa ili zodijak. — Znakovi životinjskoga pojasa. — Nejednakosti Sunčeva gibanja i tumačenje Hiparha. — Gibanje Mjeseca. Čvorovi njegove staze. — Faze Mjeseca. — Eudoksovo tumačenje tih gibanja s pomoću homocentričkih sfera. — Gibanje planetā Merkura, Venere, Marsa, Jupitera i Saturna. Direktno i retrogradno gibanje po zodijaku. Štacije. Uzlovi. Unutrašnji planeti Merkur i Venus. Izvanji planeti Mars, Jupiter i Saturn. — Konjunkcija, kvadratura i opozicija tih planeta. — Ptolemejev sustav. Epicikli i deferenti. — Mjerenje vremena s pomoću nebeskih gibanja. Sunčev dan. Srećni dan i srednje vrijeme. — Zvezdani dan i zvezdano vrijeme. — Jednadžba vremena. — Mjesno vrijeme i srednje-evropsko vrijeme. — Ura i pogreška ure. — Astronomski kalendar i efemeridi.

I.

Gibanje Sunca.

Dvije su zvijezde na nebu, koje nam osobito udaraju u oči: Sunce i Mjesec. Najvažnije su za nas, jer mnogoliko utječu na naš život na Zemlji. Ako smijemo očima svojim vjerovati, oba su nebeska tijela ojednake okrugle ploče, koje kao da su prilijepljene na nebeski svod. Da su svakako veoma daleko od nas, izlazi iz iskustva, da ostaju jednako velike okrugle ploče, makar kuda mi po Zemlji putovali, dok nam inače naše iskustvo za zemaljske predmete kazuje, da nam se vide to manji, što se dalje od njih odmičemo. Nije naša, da ovdje dalje ispitujemo, kako su daleko i kolika su*). Nas zanima ovaj čas drugo pitanje! I Sunce i Mjesec izlaze i zalaze svaki dan, kao i sve ostale zvijezde, i oni svaki dan prolaze kroz naš meridijan, t. j. „kulminiraju“ u određeno doba, koje nam pokazuje dobra ura zvjezdanoga vremena, a

*) Isporedi: Kučera, Naše nebo str. 136.—151.

kulminiraju i u određenoj visini. Sve je to nama lako potvrditi svaki dan. Pitamo se dakle najprije:

Pa gdje je Sunce na nebeskom svodu, u kojem je zvijezdju? Kolika mu je rektascenzija i deklinacija?

Odgovor nije lak, jer Sunce izbija toliko obilje svjetlosti, da sve druge zvijezde nekretnice iščeznu na nebu, čim se taj kralj neba javi na istočnom horizontu. Da nadjemo odgovor, treba da nešto umujemo.

1. Ako je Sunce nekretnica baš negdje na nebeskom ekvatoru, ako je Sunce ekvatorska zvijezda, znamo, da mu je izlazište točno u istočnoj, a zalazište točno u zapadnoj točki našega obzora; znamo dalje, da u tom slučaju kulminira točno u visini od 44° iznad obzora (za Zagreb), jer tolik kut čini u nas nebeski ekvator s horizontom; znamo napokon i to, da je u tom slučaju Sunce točno 12^h zvjezdanoa vremena iznad, a 12^h ispod horizonta. Zvjezdana nam ura napokon kazuje, koliko sati poslije proljetne točke kulminira, a tim saznajemo, i kolika je rektascenzija Sunca, t. j. koliko je Sunce na istok od proljetne točke. (Sl. 36. A.).

2. Ako je pak Sunce nekretnica negdje na sjevernoj polutki neba, izlazište i zalazište mu moraju biti bliže k sjevernoj točki našega horizonta, a visina kulminacije mora da je veća od 44° i to veća, što je Sunce dalje na sjever od nebeskoga ekvatora, što mu je veća sjeverna deklinacija. Ura pak naša zvjezdanoga vremena kazat će nam opet točno, kada kulminira, a tim ujedno i koliko je na istok od proljetne točke, t. j. kolika mu je rektascenzija. Veći dio dnevnoga mu kruga je u tom slučaju nad horizontom — dan je duži od noći. (Sl. 36. S').

3. Ako je pak Sunce nekretnica negdje na južnoj polutki nebeske kugle, izlazište mu je i zalazište bliže k južnoj točki našega horizonta, to bliže, što je Sunce dalje na jug od nebeskoga ekvatora. Visina, u kojoj kulminira, opet nije 44° , nego svakako manja i to manja, što je Suncu veća južna deklinacija. Ako n. pr. kulminira samo u visini od 30° , znak je, da mu je južna deklinacija $44^\circ - 30^\circ = 14^\circ$. U tom je slučaju manji dio njegove dnevne kružnice nad horizontom: dan je kraći

od noći. I opet ura zvjezdanoga vremena kazuje, da kulminira n. pr. u 14^h zvjezdanoga vremena, t. j. 14 sati poslije proljetne točke, a to će reći: Suncu je rektascenzija = $14 \times 15^\circ = 210^\circ$ ili 14 sati. (Sl. 36. S).

Razbiramo znamenitu istinu: oboružani kutomjerom (teodolitom) i dobrom urom zvjezdanoga vremena možemo nedvoumno odrediti mjesto Sunca na nebeskoj kugli, dakle i u kojem je zvijezdju, makar da toga zvijezdja ne vidimo po-radi velikoga sjaja Sunčeva!

Upitajmo sada prirodu samu, što nam ona odgovara!

Stičemo ova iskustva:

1. Dne 21. marta Sunce je ekvatorska zvijezda, t. j. izlazi i zalazi u istočnoj točki horizonta, i kulminira (za Zagreb) u visini od 44° . Ura pak pokazuje, da dne 21. marta kulminira u $0^h 0^m 0^s$ zvjezdanoga vremena, t. j. Sunce je toga dana „ekvatorska zvijezda“ i to baš u proljetnoj točki nebeskoga ekvatora, njegova je rektascenzija = 0° ili 0^h . Sunčev dan počinje baš točno, kada i zvjezdani! Nema dakle na osnovi mjerenja teodolitom i urom zvjezdanoga vremena o tom sumnje:

„Sunce je dne 21. marta ekvatorska zvijezda i stoji baš u proljetnoj točki nebeskoga ekvatora“.

2. Već dan kasnije dne 22. marta izlazište se je i zalazište Sunca nešto pomaklo od istočne točke prama sjevernoj točki obzora, Sunce kulminira u visini nešto većoj od 44° , naime $44^\circ 30'$, a zvjezdana ura kazuje u času te kulminacije — ne $0^h 0^m 0^s$ — nego $0^h 4^m 0^s$. Zaključak je naš: Sunce stoji sada nešto na istok od proljetne točke, u vremenu za 4 minute, a u stupnjevima baš za 1° , dakle mu je rektascenzija = 1° , dok mu je deklinacija = $44^\circ 30'$. Na karti (Tabla II.) ćeš to mjesto naći u zvijezdju Ribâ i ako ga isporediš s mjestom proljetne točke, otkrivaš i sam neočekivanu i za nas ljude na Zemlji nedogledne važnosti istinu:

„Sunce uopće nije nekretnica, ono puza po nebeskom svodu od zvijezdja Ribâ na istok, kružeći ujedno oko nebeske osovine kao svaka druga zvijezda“.

3. Možemo sada od dana u dan mjeriti visinu i doba Sunčeve kulminacije, pak tako svaki dan odrediti posve točno mjesto Sunca među nekretnicama, makar da ih ne vidimo u onom času. Ovdje ćemo samo ispitati, gdje je Sunce 3 mjeseca kasnije, 22. juna, kako bi si stvorili bolju sliku o njegovu čudnom puzanju po nebu. Mjerenje pokazuje :

Sunce kulminira toga dana (u Zagrebu !) u visini od $67^{\circ} 27'$, t. j. njegova je deklinacija $67^{\circ} 27' - 44^{\circ} = + 23^{\circ} 27'$, a ura zvjezdanoga vremena pokazuje u tom času $6^h 0^m 0^s$, t. j. Sunce kulminira punih 6^h kasnije od proljetne točke, njegova je rektascenzija = 6^h ili u stupnjevima = $6 \times 15^{\circ} = 90^{\circ}$. Na karti ćeš to mjesto lako naći u zviježdju Blizanaca, nešto iznad njegove zvijezde eta (η). Sunce izlazi toga dana na sjevero-istoku i zalazi na sjevero-zapadu našega obzora, dan traje 16^h , noć samo 8^h . Zaključak :

„Sunce je za 3 mjeseca otpuzalo od proljetne točke na istok i to na sjevernu polutku neba kroz zviježdja Riba, Ovna i Bika u zviježdje Blizanaca“. (Tabla I. i II.)

4. No već 4 dana kasnije dne 26. juna pokazuju naša mjerenja ove brojeve: deklinacija Sunca = $23^{\circ} 24' 8''$, dakle manja za $2' 2''$ nego dne 22. juna; rektascenzija Sunca = $6^h 16^m$, dakle 16^m više nego dne 22. juna, t. j. Sunce ide doduše još dalje na istok, ali neće da ide još dalje na sjever po nebu, nego se od 22. juna dalje pomalo vraća k nebeskom ekvatoru :

„Sunce je dne 22. juna najdalje na sjever od nebeskoga ekvatora. Od toga se dana vraća k nebeskom ekvatoru puzajući sveudilj dalje na istok. Dne 22. juna je prema tomu najduži dan, a najkraća noć“.

5. Ispitujući ovako dalje mjerenjem puzanje Sunca, nalazimo dne 23. septembra: deklinacija Sunca = 0° , rektascenzija = 12^h ili $12 \times 15^{\circ} = 180^{\circ}$, t. j. Sunce je po drugi put u toj godini ekvatorska zvijezda, ali sada nije u proljetnoj točki ekvatora, nego u točki od nje dalekoj baš 180° , t. j. baš u suprotnoj točki nebeskoga ekvatora. Ta je točka na nebeskoj karti nešto malo na zapad od zvijezde eta (η) u zviježdju Djevice (Virgo). (Tabla I. i II.) Dakle :

„Sunce je boravilo na sjevernoj polutki neba u svemu od 21. marta do 23. septembra prošavši pri tom zviježdja Riba, Oвна, Bika, Blīzanaca, Raka i Lava, pa dne 23. septembra opet je u nebeskom ekvatoru.“

6. No dan iza toga, dne 24. septembra, pokazuju naša postojana mjerenja o podne kod kulminacije Sunca ove brojeve: deklinacija = $-0^{\circ}18'$, rektascenzija = $12^{\text{h}} 4^{\text{m}}$. Sunce je dakle već prešlo na južnu polutku neba; izlazište mu i zalazište odmiču sada od istočne prema južnoj točki horizonta, visina kulminacije postaje manja od 44° , manji je dio njegove dnevne kružnice iznad, a veći ispod našega horizonta; dan je kraći od 12^{h} .

7. Tri mjeseca kasnije, dne 22. decembra Sunce je po našim mjerenjima već daleko odmaklo na južnu polutku neba: deklinacija mu je toga dana = $-23^{\circ}27'$, a rektascenzija = $18^{\text{h}} = 18 \times 15^{\circ} = 270^{\circ}$. Na karti ćeš to mjesto naći u zviježđu Strjeljača (u kumovskoj slami!) nešto ispod njegove zvijezde mi (μ). (Tabla I. i II.)

„Sunce je od 23. septembra do 22. decembra otpuzalo kroz zviježdja južnoga neba: Djevicu, Vagu, Skorpiona dalje na istok i ušlo u zviježdje Strjeljača.“

8. No već par dana kasnije, n. pr. o staroj godini, nalazimo mjerenjem: deklinacija Sunca = $-23^{\circ}8'$, dakle za $19'$ manje na jug nego dne 22. decembra, a rektascenzija = $18^{\text{h}} 40^{\text{m}} 0^{\text{s}}$, dakle za 40^{m} više nego 22. decembra. To će reći: Sunce se opet pomalo povraća nebeskomu ekvatoru, ne ide dalje na jug, ali ide sveudilj dalje na istok. Dne 22. decembra je dakle izašlo i zašlo najdalje na jug od istočne i zapadne točke horizonta, t. j. dan je bio tada najkraći, noć najduža; visina je kulminacije bila samo $44^{\circ} - 23^{\circ}27' = 20^{\circ}33'$.

9. Opet 3 mjeseca kasnije, dne 21. marta slijedeće godine, Sunce je ponovo stiglo u proljetnu točku ekvatora, gdje je bilo godinu dana prije; mjerenja naime naša opet pokazuju: deklinacija = $0^{\circ}0'0''$ i rektascenzija = $0^{\text{h}}0^{\text{m}}0^{\text{s}}$.

„Sunce je dakle od 23. septembra do 21. marta slijedeće godine puzalo neprekidno

od dana u dan po južnoj polutki neba sve dalje na istok i prošlo kroz zviježdja Djevice, Vage, Skorpiona, Strjeljača, Oвна i Vodenjaka, da se dne 21. marta opet nadje u Ribama u proljetnoj točki nebeskoga ekvatora.“

Iz toga izlazi, da je Sunce u svakom zviježđu životinjskoga pojasa ravno jedan mjesec dana: Sunce mijenja svoj dom na nebu svaki mjesec!

* * *

Povedosmo čitaocе korak po korak, da na osnovi neoborivoga iskustva i mjerenja po nebeskom svodu gotovo sami otkrijū jedno od najvećih čudesa u nebeskim gibanjima.

„Sunce naše zlatno nije zvijezda nekretnica, nego neprekidno puza po nebu na istok, bez i časka stanke, kroz svih 12 zviježdja zodijskoga i treba za taj put baš godinu dana.“

A kad bismo bili od dana u dan bilježili izmjerena mjesta Sunca na nebeskom globusu ili pak na karti ekvatorskoga pojasa, osupnuti bismo otkrili gotovo još veće čudo:

„Sunce puza na nebeskom svodu na istok u godini dana po stazi, koja je savršeno točna kružnica, kao da ju je netko na nebeskom svodu nacrtao šestilom.“

No ovako ne ide Sunce samo jednu godinu dana, a druge drukčije, ovako ide otkad ljudi pamte uvijek po istoj kružnici, uvijek za godinu dana, nikada ni najmanje stanke ili skoka!

Vrijedno je, da toj kružnici dademo posebno ime: zovemo ju „**ekliptika**“* i govorimo:

„Sunce se giba neprekidno na istok po ekliptici.“

Na našoj tabli I. i II. (str. 80.) ta je staza našega Sunca zabilježena; na prvoj kao kružnica, na drugoj kao valovita crta,

* Ekleiptikos (kiklos, grč.) = krug utrnuća. Riječ je u svezi s pomračanjima Sunca i Mjeseca. Ekleipsis (grč.) = utrnuće svjetlosti.

koja se uspinje i spušta pod nebeski ekvator, koji se prikazuje kao pravac. (Isp. str. 78.)

Ako na globusu ili karti isporediš položaj te Sunčeve staze s položajem nebeskoga ekvatora, otkrivaš prve dvije disharmonije u nebeskim gibanjima:

1. Ekliptika nije usporedna s nebeskim ekvatorom, nego ga siječe u dvije suprotne točke: u „proljetnoj točki“ i u „jesenskoj točki.“ Polovina je ekliptike na sjevernoj, a polovina na južnoj polutki neba. Dnevne pak kružnice svih zvijezda, pa i Sunca, usporedne su nebeskomu ekvatoru. Kut, koji čine te dvije nebeske kružnice, ekliptika i neb. ekvator, jednak je $23^{\circ}27'$ i zove se „priklon ekliptike“.

2. Dnevne kružnice svih zvijezda pa i Sunca teku od istoka k zapadu, no Sunce uz to još i puza po nebu obrnutim smjerom od zapada na istok!

Evo novih zagonetaka siromahu čovjeku! On nije time zadovoljan, da samo zna, da je tako, on se pita: zašto je tako? On hoće da rastumači tu pojavu. Pojavu samu znali su već najstariji kulturni narodi 3000 godina prije Krista. No do istine o njoj bijahu čovjekovu umu daleki putovi: istinu je o njoj prvi rekao svijetu, ponos slavenskoga koljena, slavni Poljak Kopernik tek g. 1543. poslije Krista. Bit će u ovoj knjizi još prilike, da joj i mi pogledamo u oči.

Za sada se zadovoljavamo s otkrićem ovoga ponajvećega čuda medju nebeskim gibanjima. Razumijemo sada, zašto su za nas tako važna baš zvijezdja životinjskoga pojasa. Ta ona su domovi Sunca; svako od njih tek za 1 mjesec dana. Velika gospoda na Zemlji mijenjaju svoj stan obično dva puta na godinu: ljetni i zimnji; Sunce ga mijenja svaki mjesec dana! Razumijemo sada i to, zašto su astronomi za početak zvjezdano-ga dana odabrali baš proljetnu točku ekvatora: ta u njoj je naše drago Sunce svake godine dne 21. marta!

No kako su ti domovi Sunca nejednaka zvijezdja, pak je i teško točno odrediti, gdje jedno počinje, a drugo svršava, pokazalo se potrebnim, domove Sunca za godinu dana odrediti točnije. Kako je godišnja staza Sunca savršena kružnica, i ona se zgodno dijeli na 360° , a brojenje se počinje u proljetnoj točki i teče na istok, kako Sunce po njoj ide. Na svaki dom Sunca

dolazi sada točno 30° , jer je $12 \times 30^\circ = 360^\circ$. Ovi među sobom jednaki, mjesečni „domovi Sunca“ dobiše imena „domovi Sunca“ ili „znakovi životinjskoga pojasa“, a ime svakomu znaku daje po jedno zvijezdje životinjskoga pojasa, makar da se znakovi i zvijezdja ne podudaraju. Pa tako govorimo i pišemo već od davnih vremena :

Znakovi životinjskoga pojasa.

1. Ovan	(♈)	$0^\circ - 30^\circ$	7. Vaga	(♎)	$180^\circ - 210^\circ$
2. Bik	(♉)	$30^\circ - 60^\circ$	8. Skorpion	(♏)	$210^\circ - 240^\circ$
3. Blizanci	(♊)	$60^\circ - 90^\circ$	9. Strjeljač	(♐)	$240^\circ - 270^\circ$
4. Rak	(♋)	$90^\circ - 120^\circ$	10. Jarac	(♑)	$270^\circ - 300^\circ$
5. Lav	(♌)	$120^\circ - 150^\circ$	11. Vodnjak	(♒)	$300^\circ - 330^\circ$
6. Djevica	(♍)	$150^\circ - 180^\circ$	12. Ribe	(♓)	$330^\circ - 360^\circ$

Prvih je 6 „znakova“ na sjevernoj, a drugih 6 na južnoj polutki neba (isp. kartu str. 80.). Sada možemo točno govoriti o tom, kada Sunce prelazi iz jednoga znaka u drugi. N. pr. Sunce ulazi u znak Raka (♋) dne 22. juna u $2^h 10^m$ u jutro (g. 1913.) i ostaje u njem do 23. jula u $1^h 4^m$ poslije podne. U tom času prelazi u znak Lava (♌). Tko isporedi na karti te „znakove“ sa istoimenim „zvijezdjima“ životinjskoga pojasa, opazit će odmah, da se „znakovi“ ne podudaraju sa „zvijezdjima“. N. pr. veći dio „znaka“ Oвна pada u zvijezdje Riba i t. d.

A Sunce samo? Što to radi Sunce? Ono ide po nebu kao živo, razumno biće stazom odmjerenom po šestar, a nikada i nikuda ne skreće s nje! Tko ga vodi tako sigurno i pouzdano?

U prvi nam se mah ovo dvojako gibanje Sunca možda čini nešto nerazumljivo. Prispodoba će nam ga razjasniti — makar i bila nešto trivijalna. Pomislite na nebeskom globusu maloga kukca u proljetnoj točki, koji neprekidno i polako puza po ekliptici na istok — svaki dan od prilike 1° dalje — dok se globus zajedno s kukcem neprekidno vrti od istoka na zapad. Jasno je, da će kukac izvoditi oba gibanja kao i Sunce! — Kukac bi doduše po globusu jamačno kojekuda vrludao, no ipak si možemo bar pomisliti, da pravilno ide baš po ekliptici uvijek na istok.

Na koncu izlazi još pitanje: ide li Sunce po ekliptici uvijek jednoliko ili ne? Dne 21. marta je u proljetnoj točki, t. j. kod 0° ekliptike; dne 22. juna je na njoj kod 90° , dne 23. septembra kod 180° , dne 22. decembra kod 270° i opet dne 21. marta kod 360° ili 0° na ekliptici. Već je Hiparh, 100 godina nakon utemeljenja visoke škole u Aleksandriji, opazio, da Sunce po ekliptici ne ide jednoliko! Treća se disharmonija u nebeskim gibanjima javlja: aksiom jednolikoga gibanja po kružnici se jako drma! Hiparh je naime konstatirao: prvu četvrt ekliptike (0° — 90°) Sunce prevali za $94\frac{1}{2}$ dana, drugu četvrt (90° — 180°) za $92\frac{1}{2}$ dana, treću četvrt (180° — 270°) za 88 dana, a četvrtu (270° — 360°) za 90 dana. Da je gibanje Sunca jednoliko, otpalo bi na svaku četvrt $91\frac{1}{4}$ dana. Izlazi dakle:

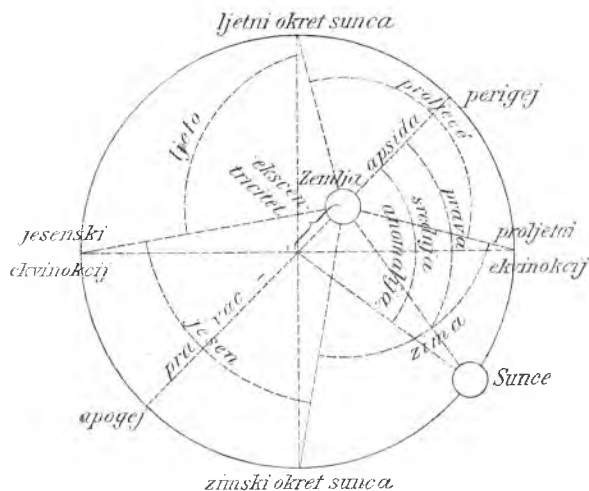
„Sunce se u jeseni (180° — 270°) i zimi (270° — 360°) giba brže, nego u proljeću (0° — 90°) i ljetu (90° — 180°).“

Ni Hiparh se međjutim nije usudio vjerovati, da ne bi vrijedio onaj aksiom o jednolikom gibanju po kružnici, pak je uzeo, da se Sunce doista giba po ekliptici jednoliko, samo se središte te njegove kružnice ne podudara sa središtem Zemlje, nego je sasvim izvan nje u svemirskom prostoru! (Sl. 44.) Ako se to uzme, doista se za nas gledaoce sa Zemlje čini, da se Sunce giba ne jednoliko!

Bilješka. Sva ova nova otkrića o gibanju Sunca otkrili smo pomnijim mjerenjima na nebu. Dva smo instrumenta za taj posao trebali: 1. kutomjer (teodolit) namješten u meridijanu stajališta i 2. uru zvjezdanoga vremena. No spomenusmo, da su te sve istine o gibanju Sunca već najstariji narodi znali, a nisu imali za stalno ni teodolita ni dobre ure zvjezdanoga vremena. Zanimljivo je dakle pitanje, kako su se oni dovinuli tim istinama? Poradi toga, što ih i danas može svaki obrazovani čovjek bez gore spomenutih instrumenata i sâm otkriti i potvrditi, ako ga to doista zanima, rad sam da pokažem, kako su ih stari otkrili. Njima je služio ponajpače jedan instrument: nama već poznati „gnomon“ (str. 53), kojim smo i mi već odredili podnevnicu (t. j. smjer sjever-jug) svoga stajališta. Svaki spomenik na otvorenu i ravnu trgu (n. pr. u Zagrebu kip Marijin na Kaptolu) takav je gnomon: što je viši, to su mu točniji rezultati. Stari su Egipćani svoje glasonovite „obeliske“ upotrebljavali kao gnomone.

Sunce očito kulminira, kada **sjena** gnomona pada točno u smjer podnevnice (ne treba dakle ni teodolita ni ure!). Ujutro, kada Sunce izlazi, ta je sjena dugačka i pada na zapad; kako se Sunce primiće svojoj kulminaciji

(o podne!), sjena se skraćuje, i kada je Sunce u našem meridijanu, sjena je gnomona najkraća toga dana i pada baš u podnevnicu. Poslije se podne opet produžuje ali pada na istok. Sva je sila lijepih zadaća, što ih svaki obrazovani čovjek može riješiti s pomoću sjene gnomona i zabilježena smjera podnevnice. Evo ih nekoliko! 1. Kada Sunce kulminira, sjena gnomona pada u podnevnicu, u tom je dakle momentu „pravo podne“ našega stajališta: gnomon je odredio vrijeme! 2. Svaki dan u godini mjerimo dužinu sjene gnomonove, kada je ona baš u podnevnici, t. j. kada Sunce kulminira. Jasno je svakomu: što je veća visina Sunca o podne, to kraća sjena gnomona. Znaš li dakle visinu gnomona i dužinu njegove sjene o podne, laka ti crtarija daje visinu Sunca o podne. Naći ćemo n. pr. za



Sl. 44. Hiparhovo tumačenje nejednakosti Sunčeva gibanja. — Zemlja je izvan središta ekliptike, po kojoj Sunce jednoliko ide. — Nama sa Zemlje se čini to gibanje brže, kada je Sunce Zemlji bliže i obrnuto.

Zagreb, da je dužina sjene o podne dne 22. decembra svake godine najveća, dakle podnevna visina Sunca najmanja = $20^{\circ}30'$, a da je dne 22. juna sjena gnomona o podne najkraća, dakle podnevna visina Sunca najveća = $67^{\circ}30'$.

3. Iz najveće i najmanje podnevne visine Sunca lako nam izlazi i visina nebeskoga ekvatora za naše stajalište (Zagreb). Ako se naime najveća i najmanja podnevna visina Sunca adira i ta suma raspolovi, izlazi: $\frac{67^{\circ}30' + 20^{\circ}30'}{2} = 44^{\circ}$, a to je visina kulminacije nebeskoga ekvatora za stajalište Zagreb.

4. Na koncu iz toga izlazi posve jednostavnim računom i priklon ekliptike spram nebeskoga ekvatora. Razlika između najveće i najmanje vi-

sine kulminacije (podnevne visine) Sunca je $67^{\circ}30' - 20^{\circ}30' = 47^{\circ}$. Polovina toga broja $47^{\circ} : 2 = 23^{\circ}30'$ očito je priklon ekliptike spram nebeskoga ekvatora.

Evo kakav je blagosloveni aparat taj jednostavni gnomon. Sve najvažnije stvari o nebeskim gibanjima on nam daje — a sve to mjerenjem najduže i najkraće sjene svoje! Starim su narodima veliki gnomoni za izučavanje nebeskih gibanja bili najvažniji instrumenat. Možda će to potaknuti i kojega od naših čitatelja, da si namjesti negdje u svom domu ovakav „gnomon“. Gdje koji bi si lijep užitak mogao pribaviti tečajem godine! Točnost se gnomonskih mjerenja dakako ne može natjecati s rezultatima prije upotrijebljenih dvaju instrumenata: teodolita (kutomjera) i dobre ure zvjezdanoga vremena; ali je poradi toga i golema razlika u cijeni. Koga veseli izučavanje nebeskih gibanja, naučit će dosta i sa sitnim gnomonom, ako ga samo što pomnijivije postavi okomito na horizontalnu ravninu.

* * *

Mogli smo sve, što smo otkrili o čudesnom gibanju Sunca, našim čitaocima priopćiti i u par redaka. Ne učinismo tako. Dva su tomu razloga. U prvom redu ova čudesa nebeskih gibanja ne bismo bili primaknuli pravomu razumijevanju njegovu, a u drugom ne bi čitalac osjetio onoga višega užitka, što ga svaki čovjek ima, kada gotovo sâm uz pomoć aparata i mjerenja otkriva osnovne velike istine o božanskoj prirodi.

II.

Gibanje Mjeseca.

Da ni naš noćni pratilac — iza Sunca za nas ljude na Zemlji najvažnija zvijezda — naš Mjesec nije zvijezda nekretnica, koja bi imala svoje stalno mjesto u kojem zviježđu, to je lako pokazati i bez mjerenja: to nam oči naše pokazuju od jedne večeri do druge. I Mjesec puza po nebeskom svodu iz jednoga zviježdja u drugo tako brzo, da je već slijedeće večeri u drugom zviježdju!

Kako se giba Mjesec? Ima li sličnosti izmedju gibanja Mjeseca i Sunca, koji nam se i onako pokazuju kao dvije okrugle gotovo posve jednake ploče?

Možemo ovdje biti posve kratki. Iste vrsti mjerenja kao i prije daju rezultat:

1. Mjesec pored dnevnoga kruženja od istoka na zapad, puza po nebu kao i Sunce, od zapada na istok — nikada obrnuto.

2. Za čudo i Mjesečeva staza, kao i Sunčeva, vodi uvijek i samo kroz 12 zviježdja životinjskoga pojasa — nikada ne izlazi iz njih!

3. Ta je staza Mjesečeva takodjer savršena kružnica, kao da ju je netko šestilom nacrtao na nebu. Ni ta kružnica nije usporedna s kružnicama zvijezdâ nekretnicâ, kao ni ekliptika.

4. Mjesec treba, da jedanput svrši čitavu svoju kružnicu, samo mjesec dana, dok Sunce treba godinu dana. Mjesec ide po nebu 12 puta brže od Sunca, opisuje poprijeko $360^{\circ} : 30 = 12^{\circ}$ na dan. Možemo biti i točniji. Dok se Mjesec vrati k istoj nekretnici, obišavši svoju kružnicu, treba $27\frac{1}{3}$ dana.

5. Kad bismo našim gnomonom mjesec dana mjerili dužine sjene njegove svaki dan, mogli bismo riješiti i pitanje, koje nam je u ustima: podudaraju li se kružnica Sunca („ekliptika“) i kružnica Mjeseca? Odgovor je:

„Kružnica se Mjeseca i kružnica Sunca ne podudaraju, niti su medju sobom usporedne, nego se sijeku u dvije točke („čvorovi“). No priklon je obiju kružnica veoma malen kut“.

Kružnice su dakle Mjeseca i Sunca posve blizu jedna drugoj, pak se po tom dosta često i kaže: Mjesec i Sunce idu gotovo istom kružnicom na istok, ali Mjesec 12 puta brže, tako da on u godini 12 puta preteče Sunce, prošavši kraj njega ili nešto malo iznad njega ili nešto malo ispod njega. Razumije se samo od sebe: budući da je i Sunce za mjesec dana krenulo dalje na istok, ne će Mjesec stići Sunca za $27\frac{1}{3}$ dana, kao koju nekretnicu, nego će trebati nešto više vremena; iskustvo je i mjerenje pokazalo, da za to treba $29\frac{1}{2}$ dana („sinodički mjesec dana“).

* * *

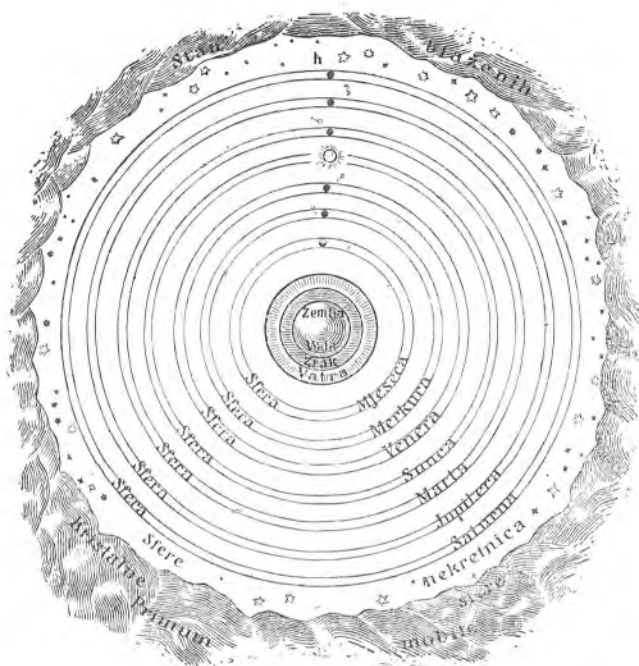
Ako pravo uzmemo, opet osupnuti stojimo pred novim čudom nebeskih gibanja! Druga zvijezda je već pred nama, koja mijenja gotovo svaka dva dana svoj stan na nebu, ali bira za stanove točno istih 12 zviježdja kao i Sunce — zviježdja „zodijaka“ ili „životinjskoga pasa“! No ipak ide ta druga zvi-

jezda posve drugom stazom — kružnicom — nego li Sunce, premda su si obje staze vrlo blizo, pak se i sijeku u dvije suprotne točke. Ali ta druga zvijezda juri 12 puta većom brzinom, nego Sunce. Što je sve to? Tko goni Mjesec po njegovoj matematičkoj kružnici ovom brzinom tako pravilno, da nikada ne stane na časak i da nikada ne krene s nje? Nove velike zagonetke čovjekovu umu! Ako bismo se htjeli poslužiti predjašnjom prisposodobom kukca na nebeskom globusu, morali bismo reći, da drugi kukac neprekidno i pravilno ide svojom drugom kružnicom 12 puta brže, dok se globus sveudilj vrti oko osovine! Slika vrijedna, da ju čitatelj do kraja sam promisli, pak će mu dati sve pojave gibanja, što ih na pravom nebu pokazuju Sunce i Mjesec. Što li će se dogoditi, ako se oba kukca kada sastanu u jednom čvoru svojih staza? —

Svakovrsne se misli i pitanja motahu po glavi već najstarijim ljudima, gledajući u ova dva velika čuda nebeskih gibanja: gibanje Sunca i Mjeseca. Ne niče li uoči činjenice, da se vječno vrzu po životinjskom pojasu, sama od sebe misao, da ta dva nebeska tijela nekako spadaju zajedno? A je li čudo, da je nikla misao, da su to nekakva božanska bića, kad vječno idu ovako pravilno? I duh Helena, tih velikih umnika, zaustavljao se stotine godina na tim čudesima i izmišljao različne načine, kako bi ih razjasnio, uvijek uz aksiom, da je jedino prirodno gibanje ono po kružnici i jednoliko! Zanimat će i naše čitatelje, ako bar nešto čuju o tom!

Za gibanje nekretnica stvoriše si prvu šuplju kuglu od tvrdoga kristala, savršeno prozračnoga, i prikovaše na nju vojsku nekretnica. Kugla se kristalna neprekidno vrti oko stalne nebeske osovine. („Prva sfera“ ili „*primum mobile*“). I sve im bijaše jasno o nekretnicama, što gledahu na nebu. Kako se kugla neprekidno okreće: čuje se snažni a ipak slatki zvuk — bijaše to muzika sfera — nečujna smrtnicima samo radi halabuke na Zemlji. Ali čudo od Sunca ne pristaje nikako na tu kristalnu kuglu. Ma gdje ga na nju prilijepili, nikako ne možeš da razumiješ njegova puzanja po ekliptici. Nema druge nego i Suncu dati posebnu drugu šuplju kristalnu kuglu, na kojoj je prikovano i koja je — sasvim prozračna — unutar prve. Njezina se osovina ne podudara s osovinom prve,

ali Zemlja ipak miruje u zajedničkom središtu obiju sfera. Ako osovinu te druge kristalne sfere na zgodnu mjestu pričvrstiš o prvu kristalnu sferu ($23\frac{1}{2}^{\circ}$ daleko od nebeskih polova) pak uzmeš, da prva sfera osovinu druge u dnevnoj vrtnji dođuše sobom nosi, ali da se ujedno ta druga sfera jednoliko



Sl. 45. *Homocentrične sfere Eudoksove.* — Sfera nekretnica (primum mobile). — Unutar nje posebne sfere Sunca, Mjeseca i petorice planeta: Merkura, Venere, Marta, Jupitera i Saturna. — Jedna je iznad druge, a svima je zajedničko središte Zemlja. Na svakoj je po jedno od spomenutih tjelesa prikovano.

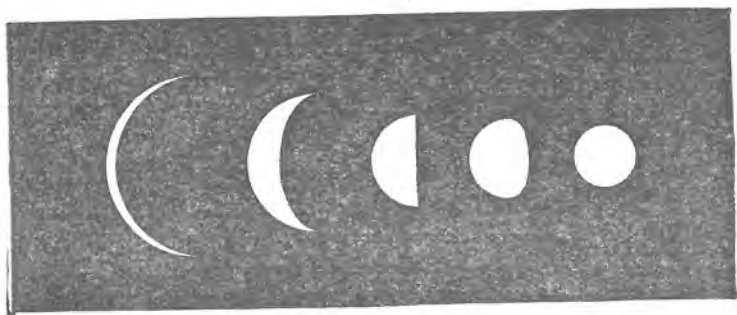
vrti oko svoje osovine, i to polako za godinu dana na istok, zaista kombinacijom ovih dvaju jednolikih gibanja po kružnicama dobivaš u glavnim crtama pojave Sunčeva gibanja na nebu, kako se oku ukazuju. No eto jada iznenada: Mjesec se giba slično kao Sunce! Treba u drugu sferu namjestiti treću kristalnu kuglu s novom osovinom u zgodnu položaju, kojoj je središte takodjer Zemlja („homocentrične“ sfere Eudoksove).

I tako je evo nebeski mehanizam već postao nepregledan i zamršen, no ipak si je oštri duh helenski njime lijepo pomagao, da si bar nekako razriješi zagonetke! (Sl. 45.)

III.

Gibanje planeta.

Čudesima nebeskih gibanja još nije kraja! Ima li još gdje god na nebu zvijezdâ, koje nemaju stalnoga svoga mjesta na nebu? Gdje su i kako idu po nebeskom svodu? Ta su pitanja na dlanu. Kako su prastari ljudi pomnjivo motrili nebo — kud



Sl. 46. *Mijene, oblik i veličina planeta Merkura na njegovu prividnom gibanju po nebu.*

i kamo pomniji od današnjega poprječnoga kulturnoga čovjeka — otkrili su — bijaše to tako davno, da povijest toga ne pamti — da zaista vide na nebu još samo pet takvih zvijezda. Po obličju su svome posve jednake svim tisućama nekretnica, tek spadaju u red najsjajnijih na čitavom nebu. Samo ako ih jako pomnjivo motriš, opazit ćeš, da im je svjetlost mirna, da ne titra kao u nekretnica. Ubrzo i na njima opaziš, da se sele iz jednoga zvijezdja u drugo. Pet novih zagonetaka, pet novih čudesa nebeskih gibanja siromahu čovjeku. Zovu se te zvijezde:

1. **Merkur** (☿), 2. **Venus** (♀), 3. **Mars** (♂), 4. **Jupiter** (♃), 5. **Saturn** (♄). Sve sama imena grčkih bogova u latinskoj formi!

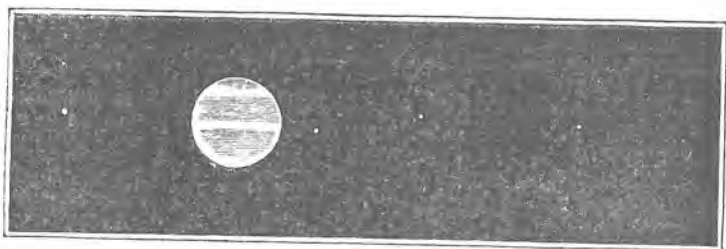
Kakve su u durbinu, pokazuju ove slike (Sl. 46., 47., sl. 6. na str. 7.; sl. 48. i sl. 7. na str. 8.).

Kako bi si njihovo seljenje protumačili, dodadoše Grci predjašnjim trima još p e t kristalnih šupljih sfera, svakoj po jednu, s osovinama zgodno namještenim i jedna u drugoj, a svima je u zajedničkom središtu — Zemlja! Eudokso ih prvi opširno uvodi i razlaže, a Platon u svojoj „Republici“ nauča.



Sl. 47. Venus. Promjene njegove prividne veličine i oblika kod prividnoga gibanja po nebu.

Ovih 5 zvijezda dobiše poradi zajedničkoga svojstva seljenja po nebu zajedničko ime „planeti“* (= lutalice), pak je nebo Eudoksovo i Platonovo imalo osim onih s e d a m kristalnih sfera — za svaki planet po jednu — još osmu, izvanju, povrh svih sedam za nekretnice („primum mobile“) (Sl. 45.). Tvrdo su vjerovali, da vrtnja ovih golemih šupljih kugala mora da daje neke tonove, a suzvuč njih svih osam da se slaže u divnu harmoniju



Sl. 48. Jupiter i njegova 4 velika mjeseca.

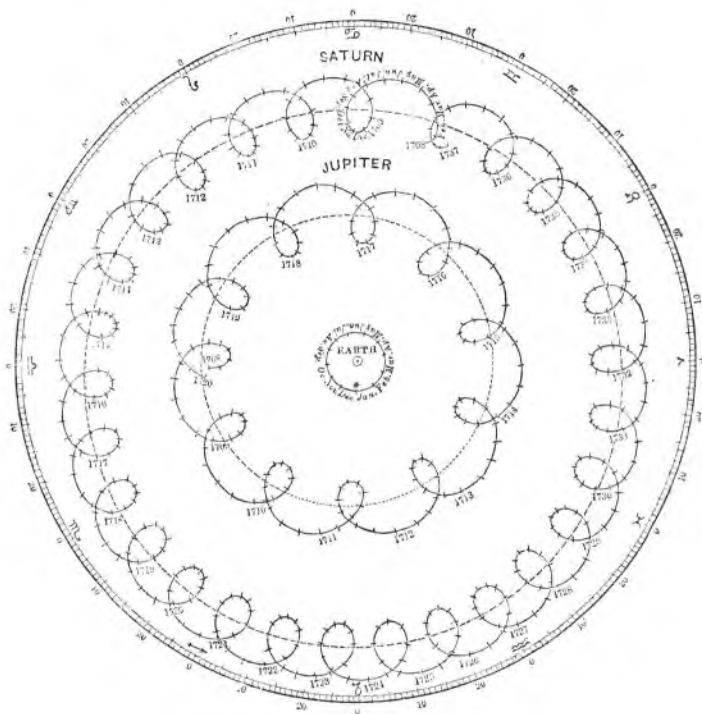
tonova, koja snažno prodire kroz čitav svemir. No tu nebesku muziku mi smrtnici ne čujemo, ona je vječna radost tek bogovima Olimpa!

No odvrnimo se od ovih lijepih fantazija helenskih, pak upitajmo radije nebo, neka i nama d a n a s, kao nekoć starim kulturnim narodima, s á m o priča nešto o gibanjima ovih 5 planeta.

Kako su posve slični nekretnicama i kako se sele neprekidno po nebu, nije ih tako lako opaziti i naći kao Sunce

* Planao (grč.) = lutam.

i Mjesec. Obrazovan moderni čovjek ima poradi toga svoj „a s t r o n o m s k i k a l e n d a r“ (str. 67.), u kojem je za čitavu godinu zabilježeno, koji su planeti noću nad našim obzorom, gdje se vide i kada. Na nj moram prijazna čitaoca uputiti, a ovdje mogu mu tek pripovjediti, što nam tisućljetno iskustvo o njima priča, a s pomoću svoga kalendara može sve



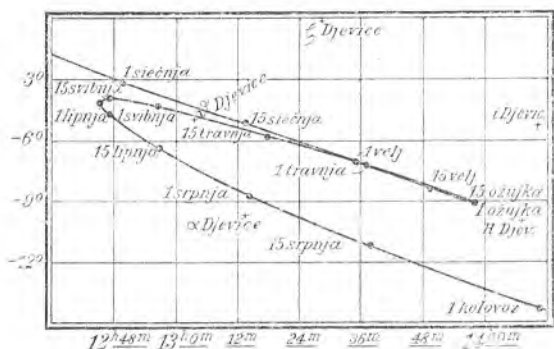
Sl. 49. Prividne staze Jupitera i Saturna po životinjskom pojasu; po Cassiniju.

to u glavnim crtama i bez mjerenja na nebu i sâm pomalo potvrdjivati, ako ga dosta zanima.

1. Prvo je neobično otkriće, koje nas osupljuje, da se i svih pet planeta uvijek giba samo po zvijezdima životinjskoga pojasa, baš kao Sunce i Mjesec. Nijedan se od njih nikada ne zabuni u druge krajeve zvjezdanoga neba! Što je to? Nije li nam opet u glavi misao: Sunce, Mjesec, Merkur, Venus, Mars, Jupiter i Saturn pripadaju nekako za-

jedno u istu hrpu nebeskih tjelesa, kada se uvijek tako zajedno drže oko staze Sunčeve — oko „ekliptike“!

2. I svi planeti idu uopće od zapada na istok, kao Sunce i Mjesec, ali tu se već javljaju prve zagonetne pojave: gdjekada planet kao da stane na kratko vrijeme, on krene pače neko vrijeme natrag („retrogradno“) prama zapadu, (ali ne točno istom stazom!), opet na čas stane na oko, i onda ide duže vremena opet na istok („direktno“). Mjesta, gdje staje, zovu se njegove „štacije“. Sve se to njegovo nepravilno gibanje ipak zbiva uvijek posve blizu ekliptici. Tek

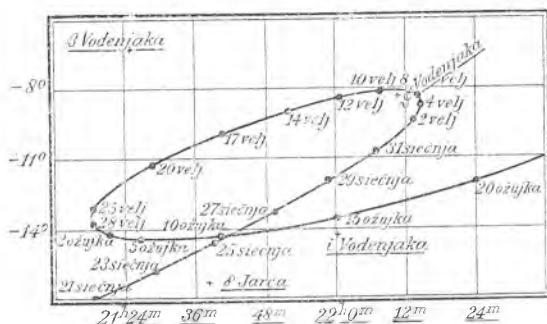


Sl. 50. Gibanje planeta Marsa po zodijaku god. 1889. — Od 1. siječnja do 1. ožujka direktno gibanje. — Dne 1. ožujka štacija. — Od 1. ožujka do 15. svibnja retrogradno gibanje. — Oko 15. svibnja druga štacija. — Od 15. svibnja do 1. kolovoza opet direktno gibanje.

nekoliko se stupanja odaleči od ekliptike na sjever ili na jug. Nakon dužega ili kraćega ovakova nepravilna vrludanja na koncu konca obidje planet čitavo nebo i dodje ponovo do iste nekretnice, da svoje putovanje po drugi put počne. (Sl. 49.) Brzine, kojima vrludaju, različne su za svaki planet i veoma promjenljive. Općenito se može reći, da Merkur i Venus idu poprijeko, uz znatna kolebanja, isto tako brzo kao Sunce; Mars, Jupiter i Saturn idu sve sporije redom, kojim su im imena ovdje nabrojena: Mars treba od prilike dvije godine (točno 687 dana), da se vrati do iste nekretnice; Jupiter gotovo 12 godina (točno: 4332·6 dana), Saturn 29½ godina (točno: 10.759·2 dana). Bolje od velikoga opisa po-

kazuje ova toliko nepravilna i zamršena, a ipak neprekidna i u svojoj nepravilnosti donekle uz neke zakone vezana gibanja tih planeta gornja slika za Jupitera i Saturna, koju će i bez opisa svaki čitalac sada posve razumjeti. (Sl. 49.).

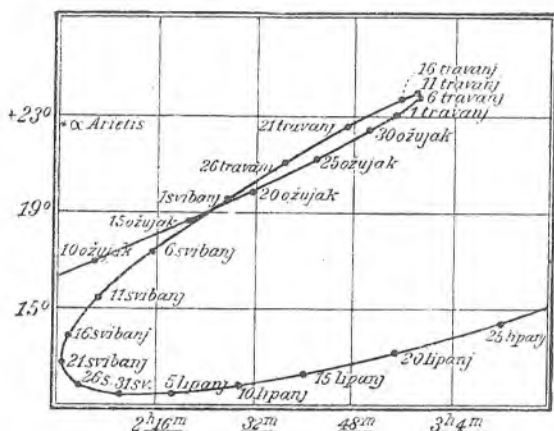
Na tim gibanjima sve petorice planeta osobito u oči udara „zauzlavanje“ (Sl. 49.) njihovih staza, kada prelaze od gibanja na istok natrag u gibanje na zapad (retrogradno), a to se „zauzlavanje“ nakon određenoga vremena uvijek ponavlja. I u toj zamršenoj nepravilnosti njihova gibanja dakle je ipak neki red. Nekoliko tih uzlova pokazuju priložene slike. (Sl. 50., 51. i 52.)



Sl. 51. Prividno gibanje Merkura god. 1889. — Od 21. siječnja do 8. veljače direktno. — 8. veljače štacija i početak zauzlavanja. — Od 8. veljače do 28. veljače retrogradno gibanje. — Dne 28. veljače opet štacija. — Od 28. veljače do 20. ožujka direktno. — Potpuni „uzao“.

3. Još bismo napose istaknuli planete Merkur i Venus, za koje rekosmo, da se gibaju od prilike tako brzo kao Sunce. Veoma su čudni! Prodju kraj Sunca i preteku ga na svom putu na istok. Ali ne idu daleko od njega: Merkur najviše 22° , a Venus 45° ! Kao da ih nevidljiva sila natrag vuče k Suncu, oni krenu zbilja natrag, približuju mu se sve brže, prodju kraj njega na drugu stranu (na zapad) i sada se od njega sve sporije udaljuju sve više na zapad. No opet ne daleko: dosegnuvši na zapadu daljine od 22° , dotično 45° , opet kao da ih netko goni natrag Suncu sve brže; ponovo ga preteku i stara se igra ponavlja: Merkur i Venus idu uvijek za Suncem, pretičući ga i zaostajući iza njega. Velikoga li čuda

zaista u tim nebeskim gibanjima! Kao da su živa hirovita bića! Posljedica je toga za nas motrioce sa Zemlje, da Merkura i Venere ne možemo nikada vidjeti daleko od Sunca: oni su zvijezde „večernjice“ i „danice“. Ako su, gledajući na južno nebo, Merkur ili Venus lijevo od Sunca, bit će večernjice; kad naime Sunce zadje, javit će se nedaleko od njega, negdje u životinjskom pojasu, na zapadnom nebu, pak će zaći koji sat iza njega. Ako su pak negdje desno od Sunca, zalaze prije njega, pak ih na večernjem nebu nema; no zato



Sl. 52. Prividno gibanje Venere god. 1889. — Od 10. ožujka do 11. travnja direktno gibanje. — Dne 11. travnja prva štacija. — Od 11. travnja do 21. svibnja retrogradno gibanje i postanje uzla. — Od 21. svibnja dalje opet direktno gibanje.

izlaze u jutro koji sat prije Sunca, pak svijetle na ranom jutarnjem nebu kao „danice“. U jednu riječ: planeti Merkur i Venus kao da su nekakvi dvorjanici Sunca, koji se poput dvorskih ljudi na Zemlji uvijek vrzu oko svojih vladara i na njihovu se sjaju sunčaju!

Ali šalu na stranu! Mi smo opet otkrili pet novih čudesa nebeskih gibanja. Saberimo ih još jednom u kratko:

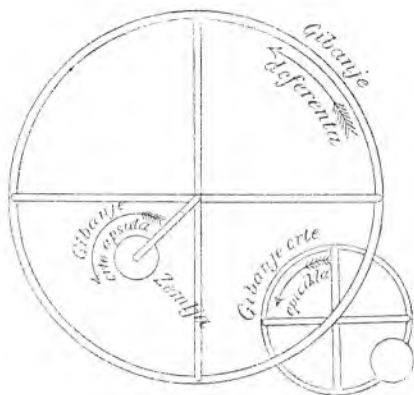
„Planeti se gibaju po zodiacu posve blizu ekliptici i uopće idu od zapada na istok, ali se gdjekada na neko vrijeme vraćaju na-

trag na zapad, tvoreći pri tom osobito karakteristične uzlove, koji se iza određena vremena ponavljaju.“

Kako se međjutim i Sunce i Mjesec gibaju u istom onom kraju neba, razumije se samo od sebe, da će se ta dva tijela na svojim lijepim, pravilnim putovima često sastati s kojim od planeta. U takovoj prilici dakako oba tijela zajedno izlaze i zalaze, zajedno kulminiraju. Govorimo u mehanici neba o „konjunktiji“ planeta sa Suncem ili sa Mjesecom. No često će i jedan planet proći baš kraj drugoga (nešto povrh ili ispod njega), pa govorimo o „konjunktiji“ dvaju planeta. Drugda će opet koji planet biti 90° daleko od Sunca ili Mjeseca, pak će 6 sati kasnije ili ranije kulminirati nego li Sunce i Mjesec. Velimo, da su takva dva tijela u 1. ili u 2. „kvadraturi“. (U prvoj, ako je planet 90° zapadno, u drugoj, ako je 90° istočno od Sunca). Merkur i Venus dakako ne mogu nikada da dodju u kvadraturu spram Sunca! Ostala 3 planeta dolaze i još dalje od Sunca. Ako su od njega daleko baš 180° (ili 12^h), govorimo, da su u „opoziciji“ spram Sunca; oni izlaze, zalaze i kulminiraju 12 sati poslije Sunca, t. j. o ponoći su na najvišem mjestu iznad obzora. Sve se te pojave ponavljaju i između Mjeseca i planeta, pak i između Mjeseca i Sunca. Panorama nebeskih gibanja, što nam ju daju planeti sa Suncem i Mjesecom u uskom pojasu zodijaka, neobično je dakle sjajna i raznovrsna, izvor je neprekidnim užicima za misaona čovjeka. Svojim astronomičkim kalendarom sveudilj ih može pratiti i već unaprijed uživati u neobično lijepim „konstelacijama“ Sunca, Mjeseca i pet planeta. Šteta, što je moderni čovjek gotovo posve odnemario te više užitke duha i oka! Mnogošta bi bilo drukčije. Preporučujemo ih usrdno našim čitaocima! No sada dolazi i razum na red sa svojim pitanjima. Kakva su to nova i upravo čudesna nebeska gibanja u tih planeta? Što ih goni bez stanke baš po zodijaku u onim nepravilnim krivuljama, a uvijek neposredno kraj ekliptike? Što ih navlašti goni na ono upravo čudesno za uzlaivanje svojih staza, koje se ipak po nekom redu ponavlja? Što ne da Merkuru i Veneri nikada daleko od Sunca?

* Conjunctio (lat.) = sveza, združenje.

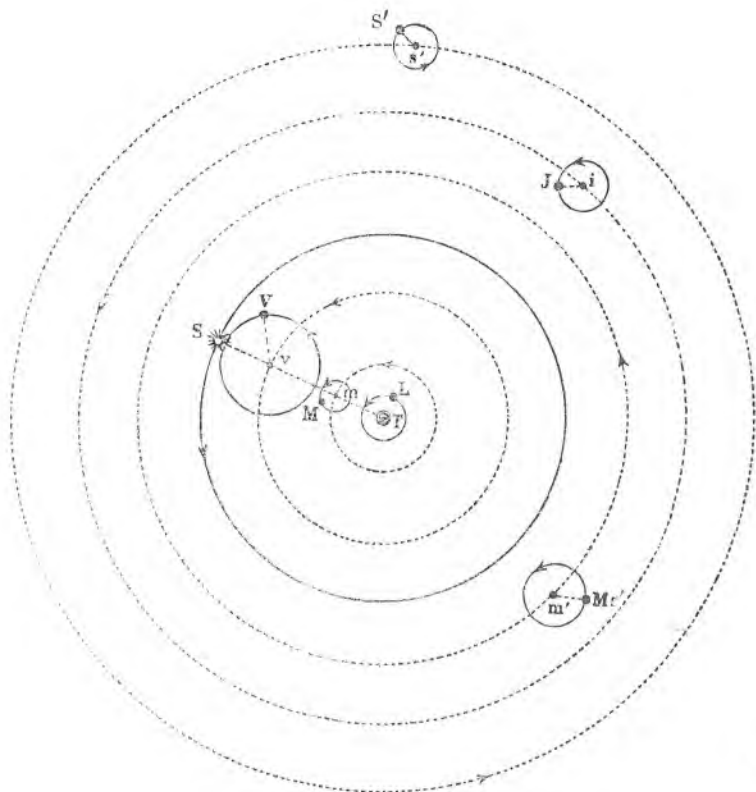
Koliko pitanja, toliko teških zagonetaka razumu čovjekovu. Helenski ih je divni duh kušao sve razjasniti i ostavio nam je u djelu Ptolemeja (70—147 po Kr. u Aleksandriji) veleban i ponosan spomenik svega, što su Heleni o tim čudesima neba umovali. Djelu je ime „Megale sintaksis“ (arapski iskva-reno: „almagest“). Ptolemej ne dopušta ni mogućnost, da bi Zemlja mogla biti ono, što se u prostoru giba. Ona za njega miruje vječno u središtu svemira, zvjezdano se nebo vrti jednoliko oko toga središta. Sunce, Mjesec i planeti pokazuju



Sl. 53. Ptolemejev mehanizam za tumačenje gibanja planeta po nebu. — Zemlja stoji izvan središta svijeta (ekscentrično). — Veliki krug (deferent) se jednoliko giba oko svoga središta. Na njegovu opsegu je središte manjega kruga (epicikla), koji se opet jednoliko vrti oko svoga središta. — Na obodu epicikla je tek planet.

pored toga još druga gibanja, različna od onih prvih. Ptolemej ispituje na temelju ponovo spomenutoga aksioma o jedinom pravom i prirodnom gibanju „jednoliko po kružnici“, kako se moraju ta sva tjelesa jednoliko gibati po kružnicama, da se njihovo gibanje sa našega nepomičnoga stajališta — sa Zemlje — mora baš onakovo vidjeti, kako ga mi zaista vidimo. Taj „Ptolemejev sustav svijeta“ ostao je 1400 godina evangjelje čovjekova roda, u koje se nije gotovo nitko ni usudio da posumnja. Tako jo krasno sve tumačio Ptolemej s pomoću svojih „epicikla“ i „deferenta“. (Sl. 53. i 54.) Koliko bi bilo zanimljivo, da mu podjemo tragom, ovdje tomu nije mjesto.

Danas znamo, da sva ta ponosna i umjetna zgrada umovanja — nije istina. Ali do te istine o nebeskim gibanjima daleki su još putovi i nama. Pokazalo se, da treba biti čedniji, kako bismo došli do istine. Trebalo se povratiti na *Zemlju*, pak



Sl. 54. *Ptolemejev sustav*. — *T* Zemlja u središtu svijeta, — *L* staza Mjeseca (nema epicikla). — *M* Merkur na svom epiciklu. — *V* Venus sa svojim epiciklom. — *S* Sunce (nema epicikla). — *M* Mars na svom epiciklu. — *J* Jupiter sa svojim epiciklom i *S'* Saturn sa svojim epiciklom.

pažnju svoju obratiti onim na oko neznatnim gibanjima *zemaljskim*; njih je trebalo izučiti, ona nam pokazаше i otvoriše putove k spoznaji istine o *velebnim gibanjima neba*!

I mi poradi toga za sada prekidamo naša razmatranja o njima i prelazimo na izučavanje *zemaljskih gibanja*, zadovoljni, što smo ta čudesna i velebna gibanja u svemiru u tančine opi-

sali. No prije nego što ćemo prijeći na taj drugi dio naših razglabanja o gibanjima i silama, ne možemo se oteti napasti, da se taknemo još jednom jedne od najvažnijih primjena nebeskih gibanja — mjerenja vremena.

IV.

Sunčev dan. Srednji dan i srednje vrijeme.

Kod prvih koraka u našem studiju o nebeskim gibanjima osjetismo živu potrebu, da znamo mjeriti vrijeme. U „zvjezdanim danu“ (str. 27. i 56.) nadjosmo izvršnu upravo jedinicu vremena. Ima oba osnovna svojstva svake dobre jedinice mjerenja: 1. zvjezdani je dan odsječak vremena, koji ostaje uvijek na dlaku jednak, i 2. on se svaki čas može s neba ponovo u točno jednakoj svojoj dužini odrediti. Odredismo kao „zvjezdani dan“ vrijeme, koje proteče između dva zasebna prelaženja proljetne točke (Υ) kroz nepomični meridijan našega stajališta, i razdijelismo tu odugačku jedinicu vremena na manje jednake dijelove: po 24 zvjezdane sata (^h), po 60 zvjezdanih minuta (^m), po 60 zvjezdanih sekundi (^s), tako da jedan potpuni zvjezdani dan broji ravno 86.400 zvjezdanih sekundi. Ako je vrstan majstor načinio n. pr. dobru uru njihalicu, koja ide po zvjezdanom vremenu, pa njhalo udara sekunde, mora ta ura ama na dlaku točno udariti 86.400 puta, dok proljetna točka ponovo dodje u meridijan — ni stotak sekunde više ni manje! Recimo odmah, da na Zemlji nema majstora niti ga je bilo, niti će ga jamačno biti, koji bi sagradio takovu uru: više ili manje pogrješna svaka je umjetna ura, pak nema druge, nego je često isporodjivati s nebom, da se bar odredi i zna, kolika joj je u tom času bila pogrješka. To je jedan od najvažnijih poslova astronoma na zvjezdarnici, da sveudilj kontrolira, kako mu ide njegova ura zvjezdanoga vremena — ta desna ruka njegova čitavoga rada. Ta i mi smo već imali prilike, da ju upotrijebimo, pokazali smo pače, kako se mogu s neba čitati njezine pogrješke (str. 67.), i vidjeli smo, kako nam zlata vrijedi kod izučavanja nebeskih gibanja. Astronomi zaista i upotrebljavaju jedinu uru zvjezdanoga vremena.

Zvezdani se dan astronomu počinje, kada je proljetna točka nebeskoḡa ekvatora u meridijanu njegova stajališta, ura mu pokazuje $0^h 0^m 0^s$. On zna, kada bude ura pokazivala $6^h 0^m 0^s$, proljetna točka baš zalazi točno u zapadnoj točki njegova stajališta; kad bude pokazivala $12^h 0^m 0^s$, proljetna točka prolazi ispod horizonta kroz ravninu njegova meridijana (ona je u „donjoj kulminaciji“); kad budu na brojnici ure kazala pokazivala $18^h 0^m 0^s$, proljetna mu točka izlazi točno u istočnoj točki njegova horizonta, a kad bude napokon kazalo pokazivalo $24^h 0^m 0^s$ ili (što je svejedno) $0^h 0^m 0^s$, dan se zvezdani navršio, proljetna točka u tom času ponovo prolazi kroz meridijan. I tako ide do vijeka jednako — nikada ni tisućinu jedne sekunde nema ubrženja ili usporenja u gibanju proljetne točke!

Svatko bi sada pomislio: čovjek si može čestitati, što ima ovako savršenu jedinicu vremena, pak bi ju mogao prenijeti i u svoj praktični svakidani život, da i tamo mjeri njome vrijeme ovako savršenom točnošću! No taj se praktični život žalibože ne će da ravna i uređuje po proljetnoj točki — za nju ta točka i ne postoji.

Apsolutni gospodar sveḡa našeḡa živovanja na Zemlji je — Sunce i jedino se po njem ravna cio naš život i rad na Zemlji! Mi smo poradi toḡa upravo vezani da odredimo:

„Za moje stajalište na Zemlji neka počinje dan, kada **Sunce** (a ne proljetna točka!) **kulminira**.“*

„Jedan „**Sunčev dan**“ neka bude odsječak vremena između dvije zasebične gornje kulminacije **Sunca**.“

Da je kojom srećom to naše Sunce nekretnica, Sunčev bi se dan potpuno podudarao sa zvezdanim, tek bi mu početak padao u drugo doba. Da n. pr. naše Sunce stoji na nebeskom ekvatoru ravno 30° na istok od proljetne točke, Sunčev bi se dan započinjao ravno 2^h poslije zvezdanoga i t. d.

No mi smo sada već toliko* vještaci u nebeskim gibanjima te znamo, da naše Sunce nije nekretnica, da se po nebu

* U građanskom životu počinje dan 12 sati ranije, t. j. o ponoći.

neprekidno giba na istok i to ne možda po nebeskom ekvatoru, nego koso spram njega po ekliptici; ali znamo i to, da je bar jedanput u svakoj godini u proljetnoj točki jedna zvijezda, i ta je zvijezda — baš naše Sunce!

Iz svih tih činjenica izlaze nam za Sunčev dan znatne neprilike, kojima treba pogledati u oči!

Mi znamo: dne 21. marta svake godine je Sunce točno u proljetnoj točki u odredjenom času. Toga dana dakle Sunce i proljetna točka prolaze u istom momentu kroz naš meridijan, a to će reći: zvjezdani se dan i Sunčev dan 21. marta počinju u istom času naime u $0^h 0^m 0^s$ zvjezdanoga vremena („podne“). Sutradan Sunce prolazi već 4 zvjezdane minute kasnije od proljetne točke kroz moj meridijan, t. j. Sunčev je dan očito duži od zvjezdanoga za 4 zvjezdane minute ili 240 zvjezdanih sekundi! Izlazi dakle i dalje, da je 1 sat sunčeva dana nešto duži od 1 sata zvjezdanoga. Lak račun daje:

$$1 \text{ Sat Sunčeva vremena} = 1^h 0^m 9'86^s \text{ zvjezdanoga vremena.}$$

No sa Sunčevim danom imamo još jednu, veću nepriliku. Da se to naše Sunce giba po nebeskom ekvatoru, i to posve jednoliko, Sunčev bi dan bio jedan kao drugi, a svaki za 4^m duži od zvjezdanoga. No toga žalibože nema! Niti Sunce ide po nebeskom ekvatoru, nego po ekliptici, niti ide jednoliko (str. 89.), nego zimi nešto brže nego ljeti. Posljedica je za nas veoma neugodna:

„Sunčevi su dani medju sobom nejednaki, no razlika je medju njima dosta malena.“

„Sunčev dan“ dakle uopće nije ni sposoban, da nam bude jedinicom vremena, ako se radi o iole većoj točnosti u mjerenju vremena.

No mi se ipak moramo ravnati, mjereći vrijeme, po Suncu, ali moramo imati i posve jednake dane. U starije doba, dok su gradili mehanične ure male točnosti, nejednakost Sunčevih dana nije baš mnogo ni smetala. Morali su urama i onako kazala često pomicati, pak nije bilo teško namjestiti kazalo svakih par dana na 12 sati, kad je sjena gnomona baš

padala u podnevnicu (str. 53.). No točnije se ure ne mogu nikako ravnati po Suncu.

Iz te su nas neprilike izvukli astronomi veoma umnim načinom, kako bismo imali u glavnom ipak Sunčev dan za jedinicu vremena a ujedno i svagda jednaku jedinicu! Budući da naše „pravo“ Sunce ne ide jednoliko po nebu, pomislimo si, rekoše astronomi, drugo, umišljeno Sunce, koje čitavu godinu ide posve jednoliko, ali ne po ekliptici, nego po nebeskom ekvatoru, i to umišljeno Sunce neka čitav nebeski ekvator predje točno u istom vremenu, što ga treba pravo Sunce, da predje ekliptiku. Tomu umišljenom Suncu dajmo ime „srednje Sunce“. Vrijeme od jedne kulminacije toga srednjega Sunca do druge bit će očito čitavu godinu jednako. Tomu vremenu dajemo ime „**1 srednji dan**“, a vremenu, mjerenu po toj jedinici, dajemo ime „**srednje vrijeme**.“ Kako međutim i to „srednje Sunce“ ipak po nebeskom ekvatoru puza na istok, jasno nam je, da je 1 srednji dan duži od 1 zvjezdanoga dana gotovo za 4 minute.

Tko bi sada na nebeskom globusu od dana u dan bilježio mjesta srednjega Sunca na ekvatoru i mjesta pravoga Sunca za iste dane na ekliptici, opazio bi činjenicu, koju mu inače i sam razum kazuje:

„Srednje Sunce čas pretiče nešto malo pravo Sunce, čas opet zaostaje iza njega. Pravi su dakle Sunčevi dani čas nešto malo duži od srednjih dana, čas opet nešto kraći od njih.“

Pravo je podne (t. j. čas kada sjena gnomona pada u podnevnicu) dakle gdje kada nešto ispred srednjega podneva, gdje kada opet nešto iza njega. No ta razlika vremena između srednjega podneva i pravoga podneva ne može da dosegne više od četvrt ure (najviše oko $16\frac{1}{2}$ minute), ali može biti pozitivna (+) i negativna (—). Kolika je ta razlika vremena, kojoj daju ime „jednadžba vremena“, tečajem godine, pokazuje priložena, zanimljiva i veoma korisna tablica. Za njezinu porabu treba pamti: Ako je „pravo Sunce“ zaostalo iza „srednjega Sunca“, t. j. ako

pravo Sunce kroz meridijan našega stajališta prolazi tek poslije srednjega podneva, jednadžba je vremena pozitivna i obična je ura naprijed spram ure sunčanice i obrnuto. U priloženoj je tablici zabilježena jednadžba vremena za dan prvoga i petnaestoga u svakom mjesecu.

Tablica za jednadžbu vremena:

Dan		Jednadžba vremena	Dan		Jednadžba vremena
januar	1	+ 3 ^m	juli	1	+ 3 ^m
"	15	+ 9	"	15	+ 6
februar	1	+ 14	august	1	+ 6
"	15	+ 14	"	15	+ 4
mart	1	+ 13	september	1	0
"	15	+ 9	"	15	— 5
april	1	+ 4	oktober	1	— 10
"	15	0	"	15	— 14
maj	1	— 3	november	1	— 16
"	15	— 4	"	15	— 15
juni	1	— 2	december	1	— 11
"	15	0	"	15	— 5

Tablica daje tek prijedlog, kako se tečajem godine mijenja jednadžba vremena, t. j. kako pravo Sunce čas pretiče srednje, čas iza njega zaostaje. U astronomskim je kalendarima (n. pr. u kalendaru spomenutu na str. 67.) jednadžba vremena zabilježena točno na sekundu za svaki dan u godini.

Sve ure praktičnoga života građene su po „srednjem danu“. Kada kroz moj meridijan prolazi ono mjesto nebeskoga ekvatora, na kojem bi stajalo srednje Sunce, da ga ima, mora takva ura točno pokazivati 12^h 0^m 0^s (ili 0^h 0^m 0^s). No po čem konstatirati momenat, kada je to srednje Sunce u mom meridijanu, kad ga nema na nebu, pa ne baca sjene? Gornja tablica za jednadžbu vremena rješava potpuno to pitanje tako jednostavno, da će ga pogoditi svaki čitalac i sâm, pak će znati svoju „uru srednjega vremena“ sâm kontrolirati, ako baš i nema „topa“ o podne. Dosta mu je i mali gnomon! (Str. 53.)

S ovakim urama srednjega vremena mjeri fizičar svoje vrijeme svagdje u svojoj nauci, pa i kod izučavanja zemaljskih gibanja, samo on za jedinicu vremena uzima svagda „1 sekundu srednjega vremena“. S tom ćemo jedinicom i mi u naša razmatranja o zemaljskim gibanjima. (Isp. str. 38.)

V.

Mjesno vrijeme i srednjeevropsko vrijeme.

Sada će biti i to posve jasno, zašto praktični život nije mogao uvesti zvjezdano vrijeme. Kada dan praktičnoga života — srednji dan — počinje, treba da ura naravno pokazuje uvijek isti broj, naime $0^h 0^m 0^s$ (ili što je isto: $12^h 0^m 0^s$). Uzmimo da rabimo uru zvjezdanoga vremena. Dne 21. marta svake godine pokazuje ona doista u času, kada kroz moj meridijan prolazi srednje Sunce, ovaj broj. No mjesec dana kasnije pokazuje u tom istom času ura zvjezdanoga vremena $2^h 0^m 0^s$, t. j. moj se srednji dan počinje dne 21. aprila u $2^h 0^m 0^s$ i tako ide dalje čitavu godinu: za svaki mjesec dana počinje srednji dan puna dva sata zvjezdanoga vremena kasnije. Jasno je, kolika bi to bila zbrka u praktičnom životu.

Još jednoga pitanja treba da se taknemo u vijeku brzoga i čestoga putovanja.

Za moje stajalište (n. pr. Zagreb) počinje srednji dan u času, kada srednje Sunce prolazi kroz moj meridijan, t. j. kada „kulminira“, i ja u tom času zaista brojim $0^h 0^m 0^s$. Počinje li se srednji dan u tom momentu i na drugim mjestima Zemlje, n. pr. u Senju, Zemunu i t. d.? Odgovor će sada biti prilično jasan čitaocu. Na ~~mom~~ meridijanu nije samo grad Zagreb, nego sva sila mjesta od sjevernoga do južnoga pola. Sva ta mjesta imaju isti meridijan kao i Zagreb i nema sumnje: za sva ta mjesta kulminira srednje Sunce u istom momentu kada kulminira u Zagrebu, dakle:

„Srednji dan se počinje u istom času za sva mjesta, koja su na Zemlji na istom meridijanu, t. j. na istom stupnju geografske dužine.“

No predjimo putovanjem na mjesto za 15° geografske dužine na **z a p a d**! Neposredno je jasno: dok srednje Sunce dodje u meridijan **t o g a** mjesta, mora nebo da se okreće ravno još 1 sat, jer na sat prevalljuje 15° .

U tom momentu je dakle na mom stajalištu Zagreb već $1^h 0^m 0^s$ srednjega vremena (SV), dok je na zapadnom mjestu baš **p o č e t a k** srednjega dana, naime $0^h 0^m 0^s$. Za odabrano **z a p a d n o** mjesto počinje dakle srednji dan 1 sat **k a s n i j e**.

Obrnuto će biti, ako odaberem mjesto za 15° na **i s t o k** od Zagreba. Kada kroz meridijan **t o g a** mjesta prolazi srednje Sunce, tamo je $0^h 0^m 0^s$, t. j. njegov srednji dan počinje. U tom času u Zagrebu još nije počeo novi srednji dan, jer treba još puni sat čekati, dok srednje Sunce stigne u meridijan Zagreba. Kada u Zagrebu **p o č n e** njegov srednji dan, na istočnom je mjestu već 1^h poslije podne. Za odabrano **i s t o č n o** mjesto (od Zagreba!) počinje srednji dan 1 sat **r a n i j e**. Dakle:

„Za svakih 15° geogr. dužine na **z a p a d** od odabranoga mjesta na Zemlji počinje srednji dan po 1 sat **k a s n i j e**, za svakih 15° geogr. dužine na **i s t o k** od njega počinje srednji dan 1 sat **r a n i j e**.

Kada dakle s urom srednjega vremena u ruci tvrdim: sada je $5^h 14^m 18^s$ poslije podne, nisam tim ništa **p o u z d a n o** odredio; treba uvijek još dodati za koje mjesto na Zemlji. Ako sam u Zagrebu, treba dodati „mjesnoga vremena“ zagrebačkoga. Eto za praktički život nove neprilike u mjerenju vremena!

Do nedavna se ipak računalo i brojilo vrijeme u svakom gradu po njegovu „mjesnom“ vremenu, pak se moralo svaki put računom odrediti, za koliko treba kazala premjestiti kod prijelaza u **d r u g o** mjesto, da ura i tamo pokazuje srednje mjesno vrijeme. Ti su računi bili dosta jednostavni, jer su svi osnovani na jednostavnom gornjem zakonu.

Iz njega naime izlazi: za 1° na **z a p a d** treba kazalo ure pomaknuti za $\frac{1}{15}$ sata, t. j. za 4^m **n a t r a g**; za 1° na **i s t o k** je obrnuto. Treba dakle samo znati, kolika je **r a z l i k a g e o -**

g r a f s k i h d u ž i n a obaju mjesta i je li ta razlika zapadna ili istočna. N. pr.: u Zagrebu je p o d n e njegova mjesnoga vremena, t. j. $0^h 0^m 0^s$ srednjega vremena. Koliko je u tom momentu u Greenwichu?

Budući da je geografska dužina Greenwicha: $0^0 0' 0''$, a Zagreba: $15^0 58' 48''$ istočno od Greenwicha, izlazi, da je razlika dužina = $15^0 58' 48''$; Greenwich je toliko na z a p a d, dakle je u tom momentu u Greenwichu: $12^h 0^m 0^s$ — $1^h 3^m 55^s$ t. j. tamo je $10^h 56^m 5^s$ mjesnoga srednjega vremena, budući da na svaki stupanj dužine otpadaju 4 minute vremena. Kako bi se i taj mali račun prikratio, bilježe se u astronomičkom kalendaru geografske dužine od Greenwicha ne u s t u p n j e v i m a nego odmah preračunane u s a t e i dijelove njegove, pak se odmah veli: Geografska dužina Zagreba je $1^h 3^m 55^s$ ist. od Gr.; geografska dužina New-Yorka je $4^h 55^m 54^s$ zap. od Gr.; geografska dužina Odese je $2^h 3^m 2^s$ ist. od Gr. i t. d. Jasno je, kako je tim olakšano izračunavanje mjesnoga vremena kod prijelaza od jednoga mjesta Zemlje na drugo. No u vijeku velikoga prometa i taj mali posao jako smeta, osobito u brzom prometu željezničkom i brzojavnom. Evo drastična primjera: Iz Zagreba se šalje brzojav u Greenwich. Zagrebački činovnik zabilježi na njem, da ga je poslao u $11^h 34^m$ prije podne zagrebačkoga vremena. Brzojav je 30^m kasnije stigao u Greenwich, no činovnik tamo zabilježi savjesno, da ga je primio u 11^h svoga mjesnoga vremena, dakle 34^m r a n i j e nego je poslan iz Zagreba!

Kako bi se ove neprilike bar d o n e k l e uklonile — sasvim se iz praktičkoga života ne dadu maknuti — složili su se kulturni narodi Evrope i Amerike, da uvedu mjesto mjesnoga vremena „p o j a s n o v r i j e m e“ (Zonenzeit). Evropa je od zapada na istok razdijeljena u tri oširoka pojasa: zapadno-evropski, srednje-evropski i istočno-evropski. Hrvatska pada u srednje-evropski pojas. U njem je i sva srednja Evropa između 30^m i $1^h 30^m$ ist. dužine od Gr. (7^5^0 — 22^5^0 ist. od Gr.), dakle i čitava Njemačka i naša monarhija. Zakonom je pod konac 19. stoljeća određeno, da se u čitavom tom teritoriju uvodi j e d i n s t v e n o srednje vrijeme i to mjesno vrijeme onoga meridijana, koji je točno 15^0 ili 1^h na istok od meridijana, koji prolazi kroz zvjezdarnicu Greenwicha (nul-meridijan Zemlje!). U

Hrvatskoj je na tom meridijanu gotovo točno grad Senj, odličan i stoga, što je on gotovo točno u sredini između ekvatora i pola Zemlje (geogr. širina = $+45^{\circ}$!) i što je baš na moru, dakle nadmorska visina mu je $= 0$ m. Na istom su meridijanu n. pr. i gradovi G m ü n d i S t a r g a r d. — Taj se meridijan zove „srednje-evropski meridijan“. Mi bismo ga mogli zvati takodjer „meridijan Senja“. Sve naše ure pokazuju dakle sada isto vrijeme i to „srednje vrijeme Senja“ ili bolje „srednje vrijeme srednje-evropskoga meridijana“ ili kraće „srednje-evropsko vrijeme“. To je za promet veoma zgodno. No uvođenje pojasnoga vremena nosi sobom još jednu olakšicu. Kada predjemo iz srednje-evropske zone (od dužine $0^h 30^m$ — $1^h 30^m$ ist. od Gr.) u zapadno-evropsku (od $0^h 30^m$ ist. od Gr. do $0^h 30^m$ zap. od Gr.), treba uru jedanput za svagda na t r a g pomaknuti točno za $1^h 0^m 0^s$, jer u tom čitavom pojasu vrijedi vrijeme zapadno-evropskoga meridijana, t. j. meridijana Greenwich. Kod prijelaza iz srednje-evropske u istočno-evropsku zonu (od $1^h 30^m$ do $2^h 30^m$ ist. od Gr.) treba uru na p r i j e d pomaknuti točno za 1^h , pak putuješ po čitavoj zoni s pravim vremenom.

Izlazi dakle, da sva mjesta srednje-evropske zone, koja nisu na meridijanu 15° ili 1^h ist. od Gr. po sadašnjim urama nemaju svoga mjesnoga vremena: prema svojoj daljini od toga meridijana razlika može doseći najviše 30 minuta. U Zagrebu je ona samo $3^m 55^s$.

Treba li u kojem mjestu zone znati njegovo mjesno vrijeme — a to zaista treba često kod izučavanja nebeskih pojava — moraju se prema r a z l i c i geografske dužine između toga mjesta i srednje-evropskoga meridijana (izražene u v r e m e n u!) dodati neke redukcije.

Bilješka. Na koncu neka ovdje nadje mjesta i rješenje jedne praktične zadaće ovoga područja. Na selu sam, gdje nema brzojavnoga ureda, koji redovito dobiva vrijeme od svoje centrale, pak po tom ravna svoje ure. Imam uru srednjega vremena, za koju znam unaprijed, da ne ide pravo. Zelio bih na osnovi dosadašnjega znanja o nebeskim gibanjima znati, kolika je pogreška moje ure odredjenoga dana?

Rješenje ove zadaće, koje bi zapravo svaki obrazovani čovjek morao znati i češće izvoditi, vrlo je jednostavno.

1. U dvorištu ili vrtu (na prozoru prema jugu) stoji „gnomon“ (str. 53.), po kojem je već otprije zabilježen smjer podnevnice.

2. Kad Sunce sja oko podne, motrim nešto prije podne gibanje njegove sjene. U času, kada pravo Sunce kulminira, sjena pada u podnevnicu. To je čas pravoga podneva, t. j. $12^h 0^m 0^s$ pravoga Sunčeva vremena.

3. No ura ide po srednjem vremenu. Trebao bih da znam čas, kada kulminira umišljeno srednje Sunce. Na to odgovara prije priopćena tabela za jednadžbu vremena. Ona mi kazuje, koliko je minuta i sekundi razlike izmedju kulminacije srednjega i kulminacije pravoga Sunca; neka bude ta razlika t . Izlazi dakle:

Srednje vrijeme (SV) — pravo vrijeme (PV) = t ili:

Srednje vrijeme = pravo vrijeme + t ,

$SV = PV + t$, t. j.:

Da dobijem srednje vrijeme, što ga moja ura mora pokazivati u času pravoga podneva, moram k 12^h dodati jednadžbu vremena.

4. Ako ura toga ne pokazuje, saznajem joj pogriješku.

Primjeri.

1. Dne 14. marta kontroliram uru. Jednadžba vremena je = $+ 9^m 8^s$; dakle bi moja ura o pravom podnevu morala pokazivati toga dana:

$$SV = 12^h 0^m 0^s + 9^m 8^s = 12^h 9^m 8^s.$$

Gnomonom motrim čas pravoga podneva (podudaranje sjene s podnevnicom) i pogledam u tom času moju uru. Ona pokazuje (urino vrijeme — UV): $12^h 7^m 24^s$, t. j. ona ide prekasno za $12^h 9^m 8^s - 12^h 7^m 24^s = 1^m 36^s$, a to će reći: njezinu vremenu treba pridodati (sa znakom +) $1^m 36^s$.

2. Dne 8. oktobra želim kontrolirati uru. Jednadžba je vremena toga dana = $- 12^m 28^s$. Dakle bi moja ura u času pravoga podneva morala pokazivati:

$$SV = 12^h 0^m 0^s - 12^m 28^s = 11^h 47^m 32^s.$$

Ponovivši prije opisano motrenje na gnomonu, saznao sam, da mi ura ne pokazuje $11^h 47^m 32^s$, nego $11^h 53^m 14^s$, a to će reći, da ide prerano za $1^h 53^m 14^s - 11^h 47^m 32^s = 0^h 5^m 42^s$. Od njezina vremena treba odbiti $5^m 42^s$.

No budući da u čitavom srednjeevropskom pojasu po zakonskoj odredbi treba sve ure da idu jednako, naime po mjesnom vremenu meridijana od 15° ili 1^h istočno od Greenwicha, treba ovako odredenomu mjesnomu vremenu dodati još stalan popravak, koji je određen po razlici dužine izmedju našega mjesta i spomenutoga meridijana, samo se ta razlika izrazuje u vremenu. Ako je naše mjesto istočno od srednjeevropskoga meridijana, taj se popravak doda sa znakom — (minus); ako je mjesto zapadno od njega, popravak se dodaje sa znakom + (plus). Evo najprije popravka za Zagreb:

Zagreb ima dužinu od Greenwicha (iz karte ili kataloga) ist. $15^\circ 58' 48''$ ili $1^h 3^m 55^s$; dakle:

Zagreb ima dužinu od srednjeevropskoga meridijana ist. $0^{\circ} 58' 48''$ ili $0^h 3^m 55^s$.

Popravak za Zagreb — $3^m 55^s$ t. j. od mjesnoga vremena treba odbiti $3^m 55^s$.

Evo nekoliko takvih popravaka za odabrana mjesta naših zemalja :

Zagreb	—	$3^m 55^s$
Kotor	—	$15^m 2^s$
Ljubljana	—	$1^m 57^s$
Pula	—	$4^m 37^s$
Dubrovnik	—	$12^m 28^s$
Trst	—	$4^m 57^s$
Zadar	—	$0^m 56^s$

Jednu od najvažnijih zadaća praktičnoga života mogu riješiti svaki dan bez tuđe pomoći, ako se razumijem nešto u nebeska gibanja! Treba za to: 1. vedro nebo oko podne, 2. tablica za jednadžbu vremena i 3. sitni gnomon.

Ponovo spomenuti astronomički kalendar Bečke zvjezdarnice (str. 67.) izradjuje se od nekoliko godina na osnovi srednjeevropskoga meridijana. U njem će čitalac naći i čas prije spomenute popravke, dok ga za geografske dužine mnogih mjesta u hrvatskim zemljama upućujem na djelo: Gj. Pilar, Geografske koordinate i t. d. Izdanje jugosl. akademije u Zagrebu.

* * *

Završujemo evo naš izlet u područje nebeskih gibanja sa spoznajom nove upravo osnovne istine :

„Bez znanja nebeskih gibanja nema na
Zemlji točnoga mjerenja vremena, nema
pouzdanih ura.“

Pak da nismo nikakve druge koristi crpli od dosadašnjega izučavanja čudesnih nebeskih gibanja, ova bi sama bila dosta, da nametne obrazovanu čovjeku — ma kojega bio zvanja i položaja — dužnost upoznati se do nekoga bar stupnja sa zakonima i pojavama tih gibanja.

Istinu o njima saznat ćemo tek kasnije, kad se nešto oštrije zadubemo u izučavanje zemaljskih gibanja.

Dakle sada na taj novi posao!

Tri najjednostavnija zemaljska gibanja.

Primjeri zemaljskih gibanja: padanje tjelesa: njihanje kuglice, gibanje u kružnici. — Materijalna ili tvarna točka. — Prenošnje stvarne točke ili translacija. — Vrtanja tijela ili rotacija. — Valjanje tijela ili revolucija. — Jednoliko gibanje i brzina kod toga gibanja. — Zakoni toga gibanja. — Padanje tjelesa. Zakoni padanja i Galilejevi pokusi o tom. — Promjenljiva brzina kod padanja. — Ubrženje padanja $g = 981$ cm. — Galilejeva kosina. — Atwoodov stroj. — Ubrženo gibanje i jednoliko ubrženo gibanje uopće. — Zakoni takova gibanja. — Geometrijsko uočivanje gibanja. Diagrami gibanja. Crta brzine.

I.

Nekoliko zanimljivih primjera.

Kada je mladi Galilei (Sl. 13., str. 16.) — mladić od 19 godina — g. 1583. gledao u stolnoj crkvi u Pizi (Sl. 14., str. 17.) kako se dva veoma ne jednake veličine svijećnjaka, koji vise na jednako dugačkim konopima, jednako njišu, prve su se nove misli u tom mladom čovjeku rodile o prezrenim zemaljskim gibanjima. Sama mu se od sebe nadala težnja, da te svoje misli isporedi s autoritetom Aristotela, koji je već malo ne 2000 godina u tim stvarima vladao mišljenjem ljudi tako apsolutno, da se o njegovim mislima glede gibanja nije sinjelo ni časa sumnjati, to manje, što su i najučeniji ljudi crkve, isporativši Aristotela sa svetim pismom, mogli priznati, da se njegova nauka o gibanjima nigdje ne kosi s objavom Svetoga Pisma. Autoritetu starine priklopio se autoritet crkve, a taj je puno vrijedio, jer se zna, da su u ono doba svećenici crkve uopće, navlastito redovnici, bili najglavniji, gotovo jedini čuvari, rasadnici i gajitelji svega znanja ljudskoga: u tim su krugovima bili gotovo svi najučeniji ljudi!

Pak po tom Aristotelu imamo u prirodi dvije vrste gibanja: 1. usiljena gibanja i 2. prirodna gibanja. Prirodna su gibanja morala biti jednolika po kružnicama (nebeska gibanja), ali su izuzetno mogla biti i po pravcima, no u tom

slučaju bijahu uperena ili k središtu Zemlje (svijeta) ili od njega. Prema tomu bijaše i dvojakih mrtvih tjelesa: teških i lakih. Sve je to bilo lijepo, učeno i sistematično, ali je bilo izmišljeno: priroda sama treba da reče, koliko je u tomu istine. Tako je n. pr. bila posljedica sustava Aristotelova, da se tijelo može uzdržati u jednoliku gibanju po pravcu samo tim načinom, da na nj neprekidno djeluju sile, koje ga tjeraju naprijed, jer da će silu svoga gibanja pomalo utrošiti i napokon stati, t. j. prijeći u stanje mirovanja. Jednoliko je dakle gibanje usiljeno gibanje.

Vidjet ćemo kasnije, kako je Galilei našao, da je baš protivno istina. Kolike li preuzetnosti u mlada čovjeka, da je on našao pogriješaka u Aristotelu! Je li čudo, da ga drugovi ne razumješe? Tek kada je sa 25 godina dobio mjesto učitelja matematike u Pizi, usudio se je, da izidje na javu sa svojim novim idejama!

Tri su primjera zemaljskih gibanja, koja ga potakoše na rušenje Aristotela. I danas su za nas poučni, pak neka i nama budu ishodištem!

1. Na tlu leži željezna kugla. Spram Zemlje miruje. Mrtva je tvar, pak nam je jasno, da se sama ne će nikada krenuti s mjesta, t. j. ne će prijeći u stanje gibanja. Za to bi trebao utjecaj kojega drugoga tijela, n. pr. udarac rukom ili batom, jak magnet i dr. No kad bismo ju kako mogli oteti posvema utjecaju svih drugih tjelesa, ona bi jamačno stoljeća ostala na tom mjestu i inače nepromijenjena, kako eno i vidimo, gdje kameniti vrhunci prkose stoljećima na istom mjestu svom, ne promijenivši se gotovo ništa usprkos utjecanju i vjetra i vode, i leda i snijega. Nema za nas sumnje, i naša bi kugla tako „ustrajala“ u svom stanju. Podignimo ju s tla i ponesimo u džepu na vrh tornja. Voljko se pokorava našoj volji — ta mrtva je stvar! Kroz prozor na vrh tornja pružimo dasku i na kraj daske posadimo kuglu: miruje na svom mjestu! Odmaknimo dasku naglo, ne dotakavši se rukom ni malo kugle, kako ne bismo pomislili, da smo joj dali kakav udarac. Što vidimo? Javlja se pojava, kojoj se od mrtve stvari na koncu konca ne bismo nadali: kugla prelazi — bar na oko — sama od sebe bez ičijega utjecanja u stanje gibanja, a od svih

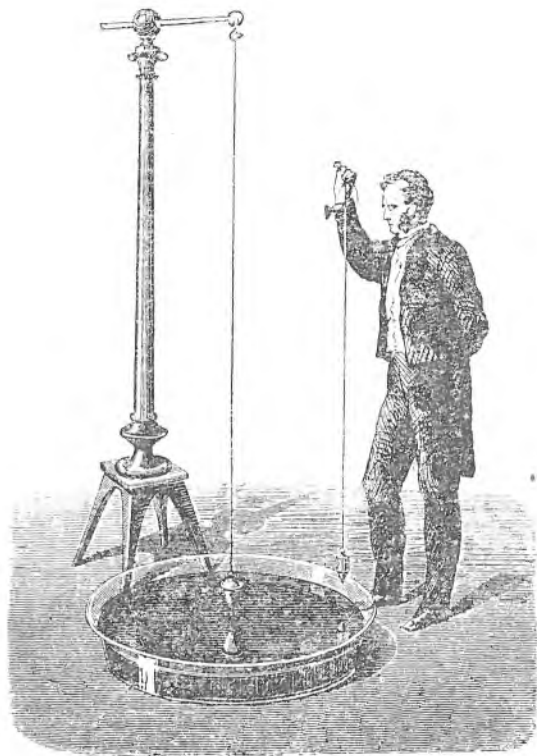
moćućih smjerova u prostoru odabire jedan, i svagda taj jedan, ma koliko puta ponovio ovaj prezanimljivi pokus — smjer osovni k Zemlji (smjer „vertikalno dolje“). (Sl. 55.). Što se to s mrtvom kuglom događa? Ona kao da ipak nije mrtva, kao da ima svoju volju, i to posve jasno i oštro određenu volju, od koje se ne da odvratiti ni kakvom našom zapovijedi! Nije li to, ako pravo uzmemo, veliko čudo? Izgubilo je taj čar za nas samo poradi toga, što ga svaki dan gledamo: i najzagonetnija pojava postaje čovjeku obična, ako mu se neprekidno ponavlja pred očima; on kraj nje prolazi, a da je i ne pogleda, kamo li da o njoj umuje. Takva je već priroda čovjeka! I Galilei je išao na glasoviti kosi toranj u Pizi i puštao je s njega tjelesa, s naročitom namjerom, da isporedjuje, što priroda o toj pojavi gibanja veli, a što Aristotel. Njegova je dakle zasluga neumrla, što nije i on nehajno prolazio kraj te najobičnije pojave, poznate nam svima uz ime „padanje tjelesa“. Ako je kugla iole teška i velika, ne smeta joj uzduh ništa kod padanja. Tek kod tjelesa velike površine i uz to male težine (n. pr. listić papira, pero) smeta padanju tjelesa uzduh, poradi toga je govor i o „slobodnom padanju tjelesa“, gdje riječ „slobodno“ baš ima da reče, kako se ne obaziremo na smetanje uzduha.

Mi poznajemo doduše iz svakidašnjega iskustva ovakav prijelaz mrtve stvari iz stanja mirovanja u stanje gibanja, ali uz sasma druge prilike! Bit će veoma poučno, da odmah ovdje taj primjer istaknemo. Uхватim saone rukama na rudu i one se gibaju: „vučem“ saone; tiskam saone otrag rukama, i opet se gibaju: „turam“ saone! Zašto prelaze iz stanja mirovanja u stanje gibanja? Odgovaramo značajnom rečenicom:

„Mišići naši izvršuju „**silu**“ na saone u smjeru gibanja, ili „**sila**“ naših mišića djeluje na saone u smjeru gibanja.“

No u našem slučaju padanja uzalud tražimo takav tlak ili vlak kakvih mišića: kugla pada sama od sebe, kao da ima određenu volju. Ili: na saone privežem konop, pa konop vučem mišićima. Sada govorimo: konop izvršuje silu na saone, on direktno djeluje na saone. Mišići ga moji nate-

g o š e i nešto produžiše; on nastoji, da se opet skрати, pa tim izvršuje silu na saone, kojoj dajemo sada ime „n a p e t o s t“ konopa. Slično je, kada vruća para svojom n a p e t o š ć u tjera lokomotivu ili voda tekućica svojim „u d a r c e m“ mlinsko kolo ili lopatica svojim udarcem potjera loptu. U ovim primjerima

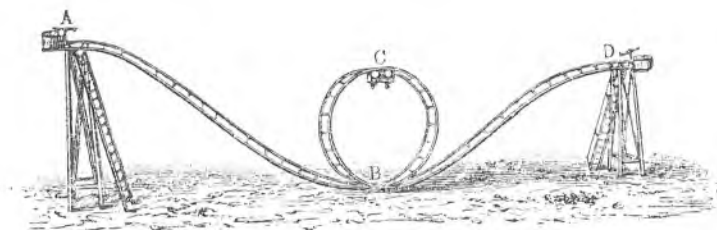


Sl. 55. Okomilo ili osovnicа. -- Osovni ili vertikalni smjer.

opažamo silu, koja tijelo prenosi u stanje gibanja; no kod padanja?

Vrijedno je, da se posebice zamislimo u ovaj primjer zemaljskih gibanja! On ide u red Aristotelovih prirodnih gibanja, makar da se tijelo giba po pravcu, jer ide prema središtu Zemlje.

2. Na nitu konca objesimo malu tešku kuglicu (olovnu). Drugi kraj nita privežemo na stropu ili gredi, ili ga držimo u ruci (Sl. 55.). On visi „**vertikalno**“ ili „**osovno**“, t. j. okomito na vodoravnoj ravnini, i kuglica miruje. Dignemo ju na stranu do određene visine rukom; voljko se pokorava kao svaka mrtva stvar. Ispustimo ju oprezno, da joj ne bismo rukom možda dali kakav udarac. Kuglica kao da je oživjela: sama od sebe se vraća istim putem u osovni ili vertikalni položaj. Ali ne će da ostane u njem; sama krene dalje baš na suprotnu stranu, uspinje se do jednake visine, okrene natrag i dodje ponovo u osovni položaj istim putem. Sada ide dalje i uspinje se do prve svoje visine, i tako se ponavlja ovo drugo neobično



Sl. 56. *Centrifugalni put.* — Kolica ne padaju ni s najviše točke C svoje staze.

čudnovato gibanje dugo vremena. Svi ga dobro znamo uz ime: kuglica se „**njiše**“ tamo i amo oko osovno (srednjega) položaja. Takvo je njihanje Galilei motrio u stolnoj crkvi u Pizi, i opet se rasprele u njem nove misli i našle pogrješku u Aristotela! Ne daje li i nama misliti?

3. Na tankoj je žici privezana na donjem kraju teška kuglica, dok je gornji u ruci. Zamahnem oštro kuglicom ili joj dadem čekićem snažan udarac. Ona prijedje u stanje gibanja — vrlo, vrlo neobičnoga: ide po kružnici okolo naokolo; konac ostaje uvijek na pet, pa i onda, kada je u najvišoj točki svoga puta. Kuglica ne će ni sada da pada osovno k Zemlji, nego ide dalje po kružnici. Ako je udarac bio dosta snažan, ona će i po više puta opisati svoju kružnicu. Opet nešto neobično! Ne podsjeća li nas ovo gibanje po kružnici prije opi-

* Vertex (lat.) = tjeme, vrh.

sanih kružnica kod gibanja nekretnica? No nada sve nas zaokuplja pitanje: zašto kuglica ne pada osovno k Zemlji ni onda, kada je u najvišoj točki svoga puta? Pogotovo se ističe ovo pitanje, kada gledamo kolica, koja idu po šinjama *ABCD* (Sl. 56.), pa ni s najviše točke *C* ne će da padaju osovnim smjerom od *C* k *B*, nego idu dalje po kružnici.

Koliko su jednostavni ovi primjeri zemaljskih gibanja, toliko nas nukaju na razmišljanje i istraživanje njihove biti! Da bude uspjeha, treba da ispitujemo pojave zemaljskih gibanja promišljenim, naukom već davno određenim, putem, pak da sebi najprije razjasnimo neke osnovne pojmove mehanike.

II.

Materijalna točka i translacija.

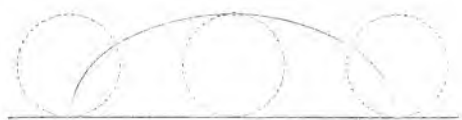
Ako kod padanja kamena isporavimo putove pojedinih njegovih drobnica, opažamo, da su putovi svih drobnica medju sobom usporedni i posve jednaki. Jasno je dakle, da sve, što vrijedi za gibanje jedne drobnice njegove, vrijedi i za čitav kamen. Ne treba dakle istraživati više nego gibanje jedne jedne drobnice kamena, pak joj poradi toga dajemo posebno ime „materijalna“ ili „tvarna“ točka, proglašujući materijalnom točkom svako veoma maleno tvarno tijelo (n. pr. veoma malenu olovnu kuglicu). U interesu lakšega istraživanja često ne će biti na odmet, ako govorimo o gibanju „materijalne točke“ mjesto da govorimo o gibanju čitavih tjelesa. No bit će i prilika, gdje će trebati da se govori posebice i o gibanju čitavih tjelesa. Ima naime i takvih gibanja, kojih i ne može da izvodi materijalna točka!

I još je nešto osobito kod padanja kamena. Kako su naime putovi svih njegovih drobnica i jednaki i usporedni, prenose se kod padanja i sve drobnice kamena posve jednako s jednoga mjesta u prostoru na drugo. Takovu gibanju daje nauka posebno ime: „pomicanje“ ili „prenosenje“ tijela, po latinskom „translacija“)“ tijela, pak veli: padanje kamena ide u red translacijâ. Odmah ću

* translatio (lat.) = prenošenje.

ovdje upozoriti čitača na drugu pojavu gibanja, posve različnu od ove. Natakimo jabuku na iglu pletenku, pak ju onda okrećimo. Drobnice se jabuke giba ju i opisuju kružnice. No ima u jabuki pravac, koji pri tom gibanju svagda ostaje u nepromijenjenu položaju i na istom mjestu u prostoru; dajemo mu ime „osovina“, a za jabuku velimo, da se oko te osovine „vrti“, da „izvodi vrtnju“ ili po latinskom „rotaciju“ oko osovine; pri tom se gibanju osobito ističe, da jabuka kao cjelina ostaje na istom mjestu u prostoru; jabuka se ne prenosi s jednoga mjesta u prostoru — nema translacije jabuke!

Drugi je primjer takve rotacije kotač nataknut na osovinu, koji se n. pr. rukom zavrti. Jasno je, da se jedna materijalna točka sama ne može vrtiti! Kod materijalnih točaka nema — rotaciju!



Sl. 57. Cikloida: put točke na opsegu kolača, koji se valja po pravcu.

Može se napokon desiti i to, da kod vrtnje tijela osovina ne ostaje u nepromijenjenu položaju, nego da se ona po određenu putu pomiče. U tom slučaju izvodi tijelo u isti mah dva gibanja: „translaciju“ i „rotaciju“. Najobičniji je tomu primjer kotač na kolima, koja vuku konji po cesti — uopće svaki kotač, koji se „kotrlja“ ili „valja“. Tomu gibanju, složenomu od pomicanja po ravnini i vrtnje, daje nauka opet posebno ime: „valjanje“ ili „revolucija***“ tijela. Danas znademo, da takvo gibanje izvodi Zemlja na svom putu oko Sunca!

Ni takvoga gibanja ne može da izvodi materijalna točka!

Ako kod valjanja kotača po ravnoj cesti na opsegu njegovu zabilježiš jednu točku (n. pr. crvenom bojom), pak paziš na nju, lako ćeš se uvjeriti, da opisuje krivulju ovdje naslikanu (Sl. 57.), kojoj daju ime „cikloida“.

* Rotatio (lat.) = vrtnja, okretanje.

** Revolutio (lat.) = kotrljanje, valjanje.

Bez osobita naglašivanja svatko razbira, da je u velikom broju različnih zemaljskih gibanja ponajjednostavnije pomicanje ili translacija, pak ćemo razborito početi naše izučavanje s tim gibanjem, to više, što se možemo pri tom osvrnuti na jednu „materijalnu točku“.

III.

Jednoliko gibanje i brzina.

Na raskršću sam dviju upravnih cesta, koje se sijeku u pravu kutu (= kut od 90° stupanja): jedna ide na zapad (azimut = 90°), a druga na sjever (azimut = 180°). S raskršća u isti čas podjoše dvojica kola, jedna s konjima na zapad u kasu, druga s volovima u koraku na sjever. Ispoređujući ta dva gibanja, za koja sada već razaznajem, da su oba pomicanja ili translacije, pa je dosta, da ispitujemo jednu materijalnu točku, n. pr. na osovini kola, dvije mi stvari nada sve udaraju u oči: različni „smjerovi“ obaju gibanja i različne „jakosti“ tih gibanja. Svatko će naime odmah reći, da je gibanje kola s konjima kud i kamo jače od onoga drugoga. U nastojanju, da tu razliku u jakosti obaju gibanja izrazimo kakvim brojevima (tako nam je naime ta razlika najjača), izvest ćemo s urom u ruci mjerenje o gibanju kola. Naći ćemo možda, da materijalna točka na osovini konjskih kola u svakoj sekundi prevaljuje jednaki put, naime po 375 cm u sekundi, a točka na osovini volovskih kola takodjer u svakoj sekundi jednaki put, ali samo po 125 cm u sekundi. Objema su gibanjima zajednička ova svojstva: 1. putovi su pravci i 2. u pojedinim sekundama prevaljuju jedna i druga kola jednake putove. Nauka veli: ta su dva gibanja „jednolika gibanja po pravcu“. Čitač će i sam ovo najjednostavnije gibanje ovako opisati:

„Materijalna se točka giba jednoliko po pravcu, ako ona u svakoj sekundi prijedje jednaku dužinu u istom smjeru“ (n. pr. na sjever, zapad i t. d.).

Kako bismo pak brojem označili razliku u jakosti naših dvaju jednolikih gibanja po pravcu, možemo jedanput za svagda odrediti:

„Dužini puta, prevaljenoga u svakoj sekundi u istom smjeru, dajemo ime „**brzina gibanja**“, a „smjer te brzine“ pokazuje pravac, kojim se materijalna točka giba.“

U našim je primjerima dakle brzina konjskih kola bila 375 *cm* u sekundi, a volovskih samo 125 *cm* u sekundi. Sada imamo posve pouzdan sud o jakosti obaju naših jednolikih gibanja: konjska se kola gibaju 3 puta „jače“ od volovskih; govorimo radije: 3 puta „brže“ od volovskih, premda se oboja kola gibaju jednoliko.

Iz toga izlazi odmah važna spoznaja :

„U svakog je jednolikoga gibanja po pravcu **brzina stalna** (konstantna) i po svojoj veličini i po svom smjeru.“

Da bude dakle koje jednoliko gibanje po pravcu posve određeno, nije dosta, da znam o njem samo brojnu vrijednost njegove brzine, nego treba da znam i njezin smjer. Nauka veli: brzina nije „skalar“, nego „vektor“, a tim kratko kaže misao, da za njegovu oznaku nije dosta znati samo broj za brzinu, nego treba znati još i smjer te brzine. Svakoj naime veličini, koja je potpuno određena jednim brojem, daje nauka ime „skalar“. Takav je skalar n. pr. temperatura tijela, obujam tijela, vrijeme, a ima ih i mnogo drugih. No ako za potpunu oznaku koje veličine treba reći ne samo brojnu vrijednost njezinu, nego i smjer njezin, daje joj nauka ime „vektor“. Takav je vektor n. pr. svaka strjelica, jer ima veličinu i smjer. Njoj pripada ne samo dužina, n. pr. 15 centimetara, nego još i određen smjer, n. pr. na sjevero-istok, na jug, u osnovnom smjeru i t. d. Ti se smjerovi vektorâ označuju redovito tim načinom, da se neki osobiti smjerovi uzmu za podlogu, n. pr. smjer k sjevernoj točki horizonta ili k južnoj točki horizonta, osnovni smjer, pak se onda određuje mjerenjem kut, što ga vektor čini s tim odabranim osnovnim smjerom.

Kako se razbira, putovi i brzine jednolikoga gibanja takvi su vektori, jer su i oni potpuno određeni tek onda, ako je pored njihove brojne vrijednosti poznat i njihov smjer. Treba n. pr. reći: „put od 30 *cm* u smjeru na jug“.

Jakost pak svakoga takovoga gibanja označena je očito njegovom brzinom: što veći broj centimetara u sekundi izražuje njegovu brzinu, to je veća jakost njegova.

Gledajući dakle i izučavajući različna jednolika gibanja po pravcima, samo će nam se najprije nametati pitanje o njihovim brzinama, pak niče zadaća:

„Neka se odredi („nadje“) brzina jednolikoga gibanja po pravcu, koje nam se pred očima zbiva.“

Gibanje je naše točke očito posve određeno, ako za svaki čas vremena znadem, gdje je točka. Kako se mjesto točke određuje, o tom je već bio govor (str. 28.—35.). U određenom će času biti naša točka u „ishodištu“, od kojega mjerimo daljine točke u kasnijim časovima vremena. Od ishodišta se običava brojiti i vrijeme: kada je točka u ishodištu ili u „nul-točki“ svoga puta, onda se broje i mjere sekunde: 0^s, 1^s, 2^s. . . . Što je veći broj sekundi protekao, to je veći i „put“ naše točke, računajući ga od ishodišta. Želimo li dakle nedvouman sud o brzini naše točke dobiti, očito je, da moramo što točnije izmjeriti dvije posve različne veličine: 1. vrijeme (broj sekundi!), što je proteklo od časa, kada je točka bila u svom ishodištu, i 2. dužinu puta (u centimetrima!), što pripada tomu vremenu. Ako je to mjerenje n. pr. pokazalo, da vremenu od 5 sekundi pripada put od 60 centimetara, svatko će smjesta zaključiti, da je brzina toga jednolikoga gibanja po pravcu = $60 \text{ cm} : 5 = 12$ centimetara. Općeno dakle:

„Brzina je svakoga jednolikoga gibanja određena kvocijentom (količnikom) puta i vremena.“

Kraće:

$$\text{brzina} = \frac{\text{put}}{\text{vrijeme}} \dots \dots 1)$$

No pamtimo: put treba da mjerimo svaгда na centimetre, vrijeme na sekunde! Ako još korak dalje podjemo u ujednostručivanju pisanja, a u tom je najbolji majstor matematika, možemo taj prvi osnovni zakon mehanike i ovako pisati: brzina

neka bude = c *cm*, vrijeme = t^s , a put u tom vremenu = s *cm*,
pak izlazi:

$$c = \frac{s}{t} \text{ cm u sekundi}^*.$$

Ovim su osnovnim zakonom za jednoliko gibanje riješena
gore istaknuta pitanja, ali i ostala pitanja:

1. Ako je unaprijed poznata ili zadana brzina c , očito
ću naći put s , koji će ta točka prevaliti za vrijeme t po pravilu:

$$\text{put} = \text{brzina} \times \text{vrijeme} \dots\dots 2) \quad \text{ili}$$

$$s = c.t$$

2. Ako je pak izmjeren čitav put s kod jednolikoga gibanja,
kojemu je poznata brzina c , odredit ću „trajanje“ toga puta
ili „vrijeme“ t po pravilu:

$$\text{trajanje puta} = \frac{\text{put}}{\text{brzina}} \dots\dots 3) \quad \text{ili}$$

$$t = \frac{s}{c}$$

Evo na koncu nekoliko zanimljivih brzina, koje vrijede
približno (vrijeme svagdje = 1^s).

Puž	0'15 <i>cm</i>	Osjet u živcima	34 <i>m</i>
Čovjek u koraku	1'25 <i>m</i>	Vihor	50 <i>m</i>
Brza struja	6 <i>m</i>	Zvuk u uzduhu	335 <i>m</i>
Val bila (pulza)	9½ <i>m</i>	Kugla iz topa	600 <i>m</i>
Brzi parni brod	12 <i>m</i>	Val plime	800 <i>m</i>
Dvokolica	15 <i>m</i>	Val eksplozije	6000 <i>m</i> = 6 <i>km</i>
Brzi vlak	30 <i>m</i>	Zemlja na svojoj stazi	29'5 <i>km</i>
		Krijesnica	40 <i>km</i>
		Halleyjev komet u blizini Sunca	393 <i>km</i>
		Električna struja u kabelu	4000 <i>km</i>
		Zraka svjetlosti	300.000 <i>km</i>

IV.

Padanje tjelesa. Nejednolika gibanja.

Već prije spomenusmo padanje kao primjer gibanja po
pravcu. I o smjeru, u kojem se gibaju tjelesa, kada padaju, već
smo obaviješteni; on je osnovni ili vertikalni smjer (Sl. 55.).

* Čitaj: c jednako s na t ; misli se pri tom: put s razdijeljen je na t
jednakih dijelova (a ne kroz t jednakih dijelova, jer to nije hrvatski).

Ovaj važni smjer uočimo još nešto iz bližega! Podmetnimo okomilu posudu punu mirne žive. U njoj se vidi slika okomila. Spomoću drugoga okomila, koje držiš u ruci, lako ćeš se osvjedočiti, da nit okomila i njegova slika čine svagda jedan pravac, ma s koje strane gledao na živu. Iz toga izlazi, da je nit okomila okomit na površini mirne tekućine. Budući da je ravnina mirne tekućine ujedno i ravnina našega obzora (horizonta), dajemo joj ime „horizontalna ravnina“ pak dolazimo do točne odredbe:

„Osovni je ili vertikalni smjer onaj, koji je okomit na horizontalnoj ravnini.“

On pogadja, gore produžen, nebeski svod u zenitu, a dolje produžen u nadiru. I čovjek stoji obično vertikalno.

Putujemo li okomilom po Zemlji, nalazimo, da je ono svagdje na Zemlji okomito na horizontalnoj ravnini, pa kako je Zemlja kugla, izlazi nova spoznaja, da vertikalni smjerovi dvaju različitih mjesta na Zemlji nisu medju sobom usporedni (Sl. 32., str. 59.), nego da čine to veći kut, što su mjesta dalje na površini Zemlje jedno od drugoga i da se svi vertikalni smjerovi s t j e č u u središtu Zemlje C . U mjestu A je osovni smjer ZAC ; kod antipoda od A je taj smjer $Z'''C$. Za druga dva mjesta su vertikalni smjerovi $Z'C$ i $Z''C$.

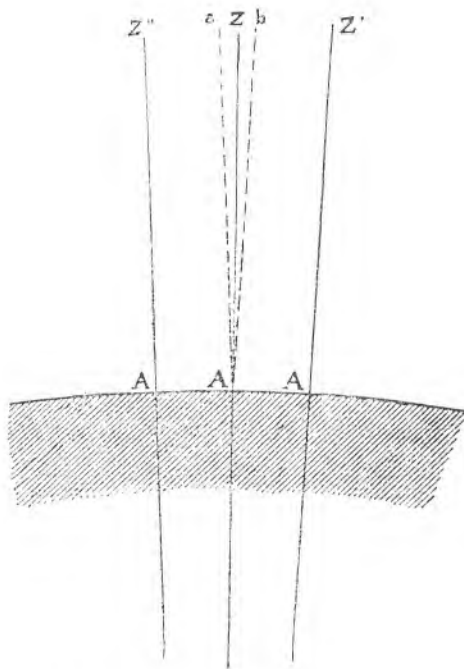
No da vertikalni smjerovi dvaju mjesta zaista nisu usporedni, teško je utvrditi, ako mjesta nisu daleka. Ako su n. pr. oba mjesta daleko jedno od drugoga 31 m , čine vertikale tih mjesta veoma malen kut od 1" (jedne sekunde), a tako malen kut se ne prepoznaje, a teško ga je i mjerenjem odrediti. Da taj kut dosegne 1' (jednu minutu), treba da budu mjesta razdaleka 1860 m , a da bude 1° (jedan stupanj), već moraju da budu razdaleka 111 kilometara! U slici (Sl. 58.) čine vertikale AZ i AZ' , pa AZ i AZ'' kut od 3°, pak su mjesta A razdaleka već 333 kilometra. Iz tih se podataka razbira, da ćemo smjeti svagda uzeti, da su vertikalni smjerovi na malenoj površini (n. pr. u dvorani, sobi, vrtu i t. d.) praktički medju sobom ipak usporedni i u tom se smislu zaista govori, da su

„vertikalni smjerovi medju sobom usporedni.“

Iz ove važne spoznaje izlazi za padanje tjelesa na Zemlji nova spoznaja :

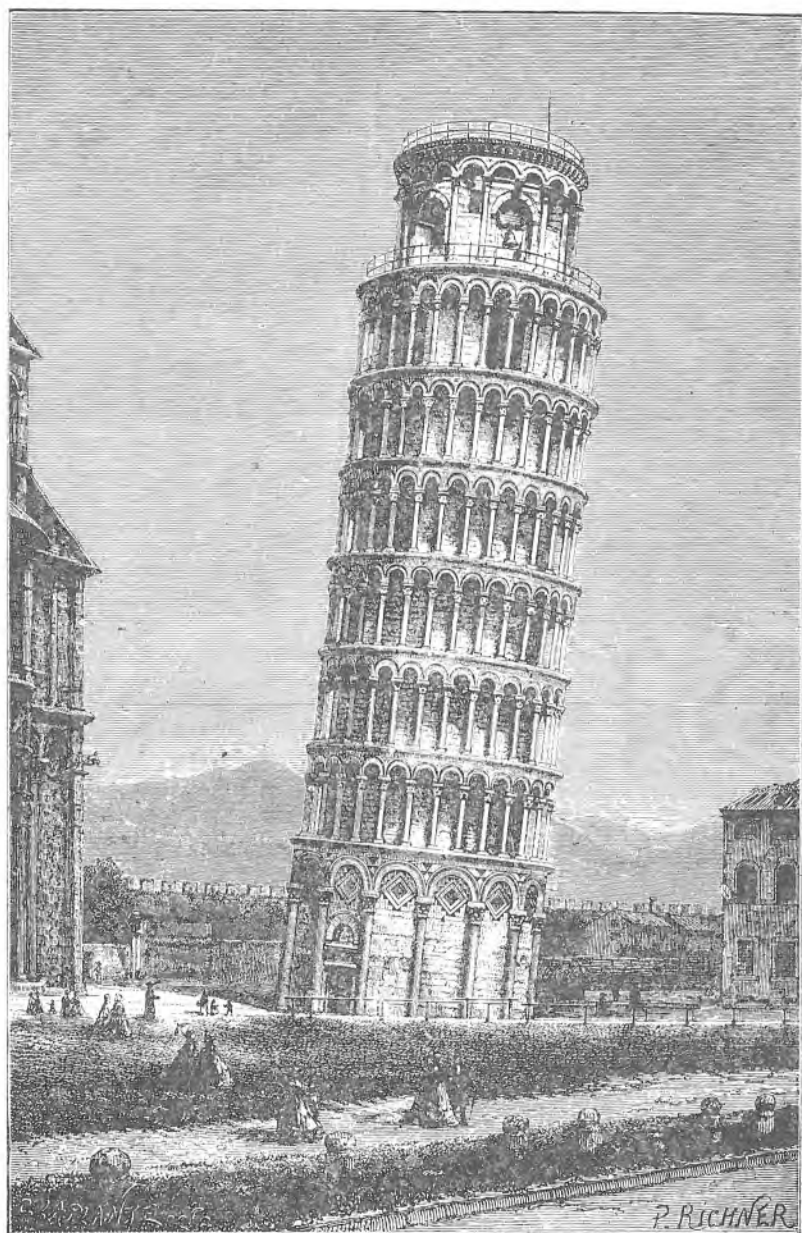
„Sva tjelesa na Zemlji padaju k središtu Zemlje.“

Kako je pak po mišljenju starih središte Zemlje bilo ujedno središte čitavoga svemira, evo nam razloga, zašto je padanje



Sl. 58. Kutovi vertikalâ na mjestima Zemlje razdalekim po 333 kilometra.
Kutovi su 3° .

tjelesa Aristotelu bilo drugi primjer prirodnoga gibanja. Njemu bijahu „težina“ i „lakota“ dva svojstva, koja apsolutno pripadahu određenim stvarima. „Teško“ mu je sve, što teži k središtu, „lako“ sve, što se udaljuje od središta. Zemlja (jedno od 4 počela svijeta po Aristotelu) teška je; vatra je laka, jer se prirodno diže u vis k svodu nebeskome. Voda i uzduh (ostala 2 elementa) nisu ni laki



Sl. 59. Kosi toranj u Pizi, na kojem je Galilei g. 1589.—1591. izvodio svoje osnovne pokuse o padanju tjelesa.

ni teški, ako se uzme apsolutno; smjesa su i težine i lakoće, pa gdjekada prevladava prva, drugda opet druga!

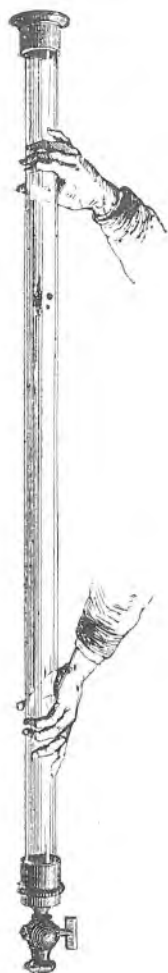
Stari, pa ni noviji naučnjaci sve do Galileja, nisu ni o drugim pitanjima, koja se tiču padanja, imali jasnih pojmova, pak se ne možeš oteti smiješku, kada danas čitaš, što se o tom najobičnijem zemaljskom gibanju tada naučalo na visokim školama Evrope.

Ističu se ovdje tri glavna pitanja: 1. Padaju li sva tjelesa, ma kako bila različne težine i različnoga obujma, jednako brzinom, kada ih pustiš padati s iste visine? 2. Je li ta brzina za čitavoga trajanja pojava stalna (konstantna), kako to opazismo kod jednolikoga gibanja po pravcu čas prije? 3. Ako brzina kod padanja nije konstantna, po kakovu se zakonu mijenja? Da li se uvećava ili se umanjuje? Ako se uvećava, kako se uvećava?

Aristotel, a po njemu sve škole malone 2000 godina, učio je, da tijelo dvostruke težine pada dvostrukom brzinom. Galileju to ne ide u glavu. On veli: „Ako konj za 1 sat može da prijedje 3 milje, a drugi takodjer, oni ipak ne će moći prijeći 6 milja, ako ih svežemo; pa ako utega od 1 funta u 1 sekundi pane 16 stopa, a druga isto toliko, obje utege ipak ne će moći dvaput tako brzo padati, ako ih zajedno svežemo, tako da čine utegu od dva funta.“ Ovo je umovanje tolike dokazne moći, da je upravo čudo, što toga davno prije već ne uvidješe ljudi. No tko da vjeruje umovanju mladića od 19 godina protiv autoriteta Aristotelova? Da mu se vjeruje, morao je ispitati prirodu, morao je izvesti „pokus“ (eksperimente), koji njegovo umovanje potvrđuju. Kosi toranj u Pizi (Sl. 59.) bio je zgodan za ove glasovite pokuse, po kojima je Galilei postao osnivač nove mehanike, pokazavši time pravi put u ispitivanju prirode (g. 1589.—1591.).

S iste je visine pustio da padaju tjelesa različne težine, kugle od zlata, olova, bakra, mramora, voska — sve jednako obujma (voluma). Sve stiгоše usprkos vrlo različnim svojim težinama u isti čas na tle — tek je voštana kuglica nešto malo zakasnila.

No zašto je voštana kugla ipak nešto zakašnjivala? I na to je pitanje Galilei odgovorio. Ta zakašnjenja dolaze od



Sl. 60.

*Pokuso jednakoj
brzini padanja u
praznu prostor
(u „vakuumu“).*

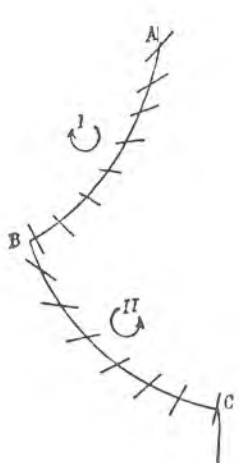
otpora uzduha, u kojem zemaljska tjelesa moraju da padaju, a taj otpor uz jednaku masu tjelesa bitno zavisi o njihovu obliku i o njihovu obujmu. Pokusima u uzduhu i u vodi potvrdio je Galilei taj svoj odgovor. Iz njega izlazi, da bi tih nejednakosti u padanju teških i lakih tjelesa moralo posve nestati, kad bismo mogli pokuse o padanju tako udesiti, da tjelesa padaju u posve praznu prostoru (u „vakuumu“). Newtona ide zasluga, da je i taj izvod pokusom potvrdio. Spomoću uzdušne sisaljke se izvuče uzduh iz dugačke staklene cijevi (Sl. 60.), u kojoj ima tjelesa najrazličnije gustoće, komadića drva, kovine, perce, papir i dr. Ako se cijev naglo okrene, dok je u njoj uzduh, tjelešca nejednako padaju. No ako pokus ponoviš po nekoliko puta, isisavši sve više uzduha iz cijevi, nejednakosti u padanju nestaje to više, što je rjedniji uzduh. Kad je praznina („vakuum“) potpuna, koliko može da bude, sva tjelešca zaista padnu u isti čas na donje dno cijevi. Dokazano je, da je otpor uzduha (sredstva ili „medija“, u kojem tjelesa padaju) uzrok nejednakostima u padanju. Taj „otpor uzduha“ ne usporuje samo padanje, nego izvodi često i otklone od osnovnoga smjera kod padanja lakih tjelesa. Ako n. pr. dopisnicu pustiš u mirnu uzduhu u kosu položaju padati, moći ćeš opaziti padanje po krivuljama, kako ih pokazuju ove dvije slike (Sl. 61. i 62.). Dopisnica pada u veoma čudnim krivuljama i pri tom se još i sama okreće. Baš na zakonima za otpor uzduha osniva se jedan od najvećih izuma naših dana: aeroplan*).

I Galilei izreče zakon:

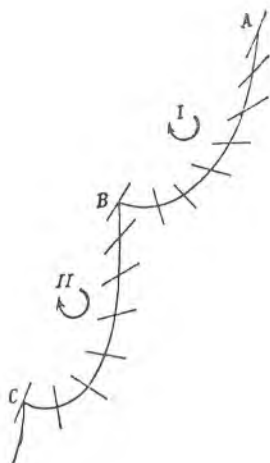
* Isporedi: O. Kučera, Let u uzduhu i strojevi za letenje. Hrvatsko kolo. Knj. VII. Izdanje Matice Hrvatske 1912. (str. 160.—195.).

„U praznom prostoru trebaju sva tjelesa jednako vrijeme da padnu na tle s jednake visine.“

Priklonimo se drugomu pitanju: je li brzina kod padanja tjelesa stalna? U tom bi slučaju padanje tjelesa bilo primjer iz prirode za jednoliko gibanje po pravcu, kako ga opisasmo prije.



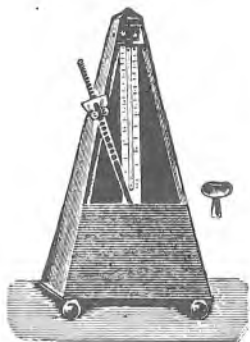
Sl. 61. Padanje nagnute dopisnice u uzduhu. — Dopisnica pada najprije po ugnutoj krivulji od A do B, a prednji joj se kraj diže. U B časak stane, pa onda pada po krivulji BC, pri čem se drugi kraj diže.



Sl. 62. Padanje dopisnice u uzduhu. — Drugi slučaj. Prvi dio padanja po krivulji BC ugnutoj na istu stranu kao dio AC.

Od prastarih je vremena zastalno čovjek znao, da padanje nije jednoliko gibanje, nego da je gibanje u b r ž e n o, t. j. da mu se brzina neprekidno uvećava. To mu je već odavala sve veća jačina udarca, kada tijelo pane sa sve veće visine. Da je naime brzina kod padanja stalna, jačina bi udarca (sraza) bila ista za svaku visinu padanja. I Aristotel je doista već to naučavao, govoreći za počelo „zemlju“ (= čvrsto tijelo), da ima gibanje to brže, što se više približava središtu (svijeta). Premda je dakle bilo jasno, da kod padanja tjelesa

susrećemo u prirodi pojavu „ubržen a“ gibanja, sve do Galileja nije nitko znao reći, kako, t. j. po kojem se zakonu to gibanje ubrzuje. Za prve dvije sekunde padanja moći će svatko dosta lako vlastitim pokusima saznati istinu, ako se posluži aparatom, koji mu glasno daje sekunde (n. pr. ura njihalica za sekunde, ili još bolje metronom (Sl. 63.), kakav se upotrebljava u muzici za takt). U stubištu visoke kuće ili sa tornja sa zgodnim



Sl. 63. Metronom — aparat za mjerenje sekundi i dijelova sekundi.

prozorima puštamo kamen da pada, najprije jednu, pa onda dvije sekunde. Ispustimo ga točno, kada brojimo na metronomu kod nekoga udarca „nula“, i udesimo pokusima visinu, s koje pada, tako da padne točno na pločnik uz glasan udar, kada brojimo „j e d a n“, dotično „d v a“ po glasu metronoma. Ako su pokusi iole pažljivo izvedeni, naći ćemo, da je kamen u sámoj prvoj sekundi pao $500\text{ cm} = 5\text{ m}$, a u prve dvije sekunde $2000\text{ cm} = 20\text{ m}$, dakle u samoj drugoj sekundi $1500\text{ cm} = 15\text{ m}$.

Dakle:

„Padanje nije jednoliko gibanje, nego je ubrženo gibanje.“

Ako bismo mogli pokuse udesiti najvećom pomnjom, rezultat bi bio nešto drukčiji:

put nakon jedne sekunde $= 490.5\text{ cm} = 4.905\text{ m}$

put nakon dvije sekunde $= 1962\text{ cm} = 19.62\text{ m}$

put u sámoj drugoj sekundi $\left\{ \begin{array}{l} = 1471.5\text{ cm} = \\ = 14.715\text{ m} \end{array} \right.$

Ovi brojevi pokazuju nedvournno, da se brzina kod padanja neprekidno uvećava. U času, kada se tijelo ispusti, brzina je očito jednaka nuli, jer se kod pokusa pomnjivo čuvamo toga, da bismo tijelu dali i najmanji udarac. Kako je put u sámoj prvoj sekundi gotovo $= 5\text{ m}$, u samoj drugoj pak gotovo $20 - 5 = 15\text{ m}$, jasno je, da se brzina kod padanja naglo uvećava. No po kojem se zakonu uvećava?

Pokusi za prve dvije sekunde odaju za put (s) kod padanja veoma zanimljiv zakon. Evo ga:

Nakon 1 sekunde . . . put = 5 metara

„ 2 „ . . . „ = 20 m = 5 m $\times$ 4 = 5 $\times$ 2² m

ili točnije:

Nakon 1 sek. . . put = 490·5 cm

„ 2 „ . . . „ = 1962 cm = 490·5 $\times$ 4 = 490·5 $\times$ 2² cm.

Put se dakle za dvije sekunde nadje, ako se put u prvoj sekundi (490·5 cm) multiplicira s kvadratom broja dva. Ako bismo smjeli uzeti, da taj isti zakon vrijedi i za put u 3 sekunde pa i dalje, bilo bi:

Nakon 3 sekunde . . . put = 5 $\times$ 3² m = 45 m

„ 4 „ . . . „ = 5 $\times$ 4² m = 80 m

„ 5 sekundi . . . „ = 5 $\times$ 5² m = 125 m

i t. d.

Ili točnije:

Nakon 3 sekunde . . . put = 490·5 $\times$ 3² = 4414·5 cm

„ 4 „ . . . „ = 490·5 $\times$ 4² = 7848 cm

„ 5 „ . . . „ = 490·5 $\times$ 5² = 12262·5 cm

Prvi su približni brojevi veoma zgodni za pamćenje o padanju tjelesa, a drugi su posve točna istina.

Zakon za put, što nam ga odaju pokusi za prve dvije sekunde, bio bi dakle:

„Put padanja = 490·5 cm $\times$ s kvadratom vremena.“

Ako bismo se poslužili kraćim pisanjem, kao kod jednoličnoga gibanja, mogli bismo ovako napisati novo otkritu istinu:

$$s = 5 \times t^2 \text{ m ili točnije:}$$

$$s = 490\cdot5 \times t^2 \text{ cm}$$

Riječima bismo mogli ovu veliku novu istinu ovako reći:

„Putovi, što ih prevaljuju tjelesa, koja slobodno padaju, razmjerni su s kvadratima vremena, prošlih od početka padanja.“

Mnogo je teže bilo pokusima otkriti zakon, po kojem se uvećava brzina kod padanja, jer je jasno, da ona od svoje po-

četne vrijednosti, koja je jednaka nuli, neprestano raste u svakom časku padanja, dokle god to padanje traje. Tu se je Galilei utekao jednoj hipotezi. Jasno mu je prije svega bilo, da brzina biva to veća, što je više vremena proteklo od početka padanja. To mu odaju sve veći putovi u pojedinim zasebičnim sekundama. Dakle se i brzina kod padanja tečajem svake pojedine sekunde znatno uvećava! Prema tomu je i jasno, da se kod padanja ne može govoriti o brzini u onom smislu, kao kod jednolikoga gibanja, nego se može tek pitati: kolika je brzina padanja u „određenom časku?“ N. pr. kolika je brzina nakon 1 sekunde, nakon 2.5 sekunde i t. d.? Jasno je, da brzina n. pr. na koncu prve sekunde ne može nikako da bude put prevaljen u toj sekundi, jer je brzina tečajem te sekunde rasla od nule do neke konačne vrijednosti toliko, da put u toj sekundi nikako ne može da služi kao mjera za brzinu na koncu prve sekunde, nego tek kao mjera za neku „srednju“ ili „prosječnu“ brzinu u toj sekundi. Uvodimo poradi toga ovdje dva nova pojma: Prvi je pojam „srednje brzine“ za određeni odsječak vremena, n. pr. za 1 sekundu, 1 minutu, 1 sat i t. d. Videći da tijelo pane tečajem prve sekunde ($t = 1^s$) 5 m, a znajući da mu brzina ni na koji način ne bijaše stalna za čitavoga toga vremena, možemo ipak govoriti za padanje tijela u toj sekundi: tijelo je tako padalo, kao da se je 1 sekundu gibalo jednoliko sa stalnom „srednjom brzinom“ od 5 m (490.5 cm) u sekundi. Po zakonima naime toga gibanja bio bi taj put zbilja $= 5 \times 1 = 5 \text{ m}$! Drugi je pojam kud i kamo važniji: pojam „prave ili momentane brzine“ u određenom času (trenutku) gibanja, n. pr. na koncu 1. sekunde (ili, što je svejedno: na početku 2. sekunde), na koncu 2. sekunde, u sredini 3. sekunde i t. d. Srednja se brzina lako određuje po poznatom nam zakonu kod jednolikih gibanja:

$$\text{srednja brzina} = \frac{\text{prevaljeni put}}{\text{vrijeme za taj put}} \text{ ili } v_s = \frac{s}{t}.$$

Nešto je teže pitanje, kako ću odrediti „pravu“ ili „momentanu“ brzinu u određenom času gibanja, kada znam, da ona sveudilj i neprekidno raste od početka gibanja i da tomu rastenju njezinu nema kraja, dok gibanje traje. No svakako nam

se nameće za nju ovo umovanje: ako bi kojim slučajem raste-
njenje brzine, n. pr. na koncu druge sekunde, prestalo,
išlo bi tijelo jednoliko dalje sa stalnom brzinom, koju je baš
imalo na koncu druge sekunde. U tom umovanju se odaje i
način, kako da saznamo tu pravu brzinu u makar kojem
času: ona je jednaka onoj stalnoj brzini, kojom bi tijelo
dalje išlo, da u onom trenu prestane raste-
njenje brzine!

Bit će prilike, da to umovanje upotrijebimo. Za sada se
zadovoljujemo s time, da za raste-
njenje brzine imamo mjeru
u „prirastu puta“ tečajem jedne sekunde!

Galilei uzima kao najprirodnije, a to se slaže s iskustvom,
kako će se kasnije pokazati, da se brzina u svakoj sekundi
za **jednako** uvećava, i daje tomu stalnom uvećanju brzine
u svakoj sekundi posebno ime „**ubrženje**“ ili po latinskom
„**akceleracija**“*. Prema tomu po Galileju kod padanja ne bi
bilo doduše stalne **brzine**, ali bi ipak bilo nešto i kod pa-
danja stalno, a to bi bio **prirast** brzine tečajem jedne
sekunde ili kraće „ubrženje“ ili „akceleracija“ (a) pa-
danja. Dakle:

„Prirast brzine u 1 sekundi = akcelera-
cija (ubrženje)“.

Kolik je taj stalni prirast brzine kod padanja? Koliko
je ubrženje kod padanja? Znamo, da tijelo pane u prvoj se-
kundi 5 m (490'5 cm). Da je padanje jednoliko gibanje, bio bi
taj put od 5 m (490'5 cm) njegova stalna brzina, i put u dru-
goj sekundi bio bi opet 5 m (490'5 cm) i t. d. No put je u
druvoj sekundi kod padanja uistinu 15 m (1471'5 cm), dakle je
prirast puta tečajem druge sekunde = 15 m – 5 m = 10 m
(točnije: 1471'5 cm – 490'5 cm = 981 cm). U trećoj sekundi
naraste put opet za 10 m (981 cm) i t. d. tečajem svake daljne
sekunde za 10 m (981 cm). Dakle: u ovom stalnom prirastu
puta u svakoj sekundi za 10 m (981 cm) imamo i mjeru za
jednako raste-
njenje brzine tečajem 1 sekunde, pa taj prirast
brzine mjerimo prirastom puta i saznamo tako:

„Ubrženje (akceleracija) kod padanja = 10 m
(točnije = 981 cm) u sekundi.“

* Acceleratio (lat.) = ubrženje.

Ima još jedno umovanje, koje nas drugim putem vodi do istoga broja za ubrženje kod padanja. Na početku prve sekunde (t. j. u času, kada tijelo počne padati) brzina mu je svakako jednaka nuli; tečajem prve sekunde naraste ona do neke nepoznate veličine x . No pokus dao je rezultat, da je put u toj prvoj sekundi bio 5 m ($490\cdot5\text{ cm}$). Ako je brzina neprestano i jednako rasla od početka do kraja prve sekunde od nule do vrijednosti x , imala je ona u sredini prve sekunde vrijednost $v_s = \frac{0+x}{2} = \frac{x}{2}\text{ m}$, kojoj dadasmo ime „srednja brzina prve sekunde“. Da se je naše tijelo čitavu prvu sekundu gibalo jednoliko tom stalnom srednjom brzinom $\frac{x}{2}$, bilo bi prevalilo točno isti put, kao kod padanja, t. j. 5 m ($490\cdot5\text{ cm}$). Po poznatom nam zakonu za put kod jednolikoga gibanja ($s = ct$) (str. 125) bilo bi dakle:

$$5\text{ m} = \frac{x}{2} \times 1 = \frac{x}{2} \text{ ili točnije}$$

$$490\cdot5\text{ cm} = \frac{x}{2} \times 1 = \frac{x}{2}.$$

Iz toga nam pak izlazi, da je nepoznata brzina x kod padanja na **koncu** prve sekunde:

$$x = 2 \times 5 = 10\text{ m (točnije } 2 \times 490\cdot5\text{ cm} = 981\text{ cm)}.$$

Brzina je dakle tečajem prve sekunde kod padanja narasla od nule do 10 m (981 cm), t. j. za 10 m (981 cm), a taj prirast brzine u 1 sekundi, to je baš naše „ubrženje“ ili „akceleracija“.

Umijući dakle na oba načina, dolazimo do zaključka:

Stalno je ubrženje kod padanja = 10 m (točnije 981 cm) u sekundi.

S ovom spoznajom možemo sada i zakon za promjenljivu brzinu kod padanja veoma lako naći ovako:

Na početku 1. sek. brzina = 0 m

„ koncu 1. „ brzina = $10\text{ m} = 10 \times 1$

„ „ 2. „ brzina = $10\text{ m} + 10\text{ m} = 20\text{ m} = 10 \times 2$

„ „ 3. „ brzina = $20\text{ m} + 10\text{ m} = 30\text{ m} = 10 \times 3$

i t. d.

Ili:

brzina padanja u odredjenom časku = ubrženje $\times$ vrijeme padanja.

Primjeri: 1. Kolika je brzina padanja nakon 5.5^s , t. j. u sredini šeste sekunde? Odgovor: brzina = $10 \times 5.5 = 55 \text{ m}$. No jedan tren kasnije ta je brzina već nešto veća, a pò sekunde kasnije, t. j. nakon 6 sekundi ona je već $10 \times 6 = 60 \text{ m}$ i tako raste neprestano dalje, dok tijelo pada. 2. Kolika je brzina padanja nakon 0.1^s , 0.4^s , 0.8^s ? Odgovor: 1.0 m (98.1 cm); 4.0 m (392.4 cm); 8.0 m (784.8 cm). Vidi se, kako brzina padanja od jedne desetine sekunde do druge naglo raste: gotovo za 1 metar! Razumijemo sada i veoma jak udarac tijela, koje pane s iole veće visine n. pr. na glavu čovjeka.

Složimo se sada u govoru i oznakama! To je u svakoj nauci bitan uvjet temeljitomu razumijevanju i napredovanju. Stalnoj brzini kod jednolikoga gibanja ostavljamo jednostavno ime „brzina“ i označujemo ju svagda slovom c (početno slovo latinske riječi *celeritas* = brzina i druge latinske riječi *constans* = stalan), tako da nam slovo c već kazuje i stalnost te brzine. Promjenljivoj brzini kod padanja dadasmo već ime „brzina u odredjenom času“ ili „momentana brzina“ i bilježimo ju svagda slovom v (početno slovo latinskih riječi *velocitas* = brzina i *variabilis* = promjenljiv), tako da nas već slovo v podsjeća, kako imamo posla s promjenljivom brzinom. Napokon se složimo i u tom, da ćemo stalno „ubrženje“ ili „akceleraciju“ kod padanja, za koju nadjosmo, da je jednaka 10 m (točnije 981 cm) u 1 sekundi, odsada okrstiti imenom „ubrženje padanja“ ili „akceleracija padanja“ i da ćemo to ubrženje svagda označiti matematički kratko slovom g (početno slovo latinske riječi *gravitas* = težina), tako da je svagda:

$g = 10 \text{ m}$ (točnije: 981 cm) u sekundi.

Spomoću ovih utanačenja možemo sada naše otkriće o brzini kod padanja i ovako uzornom kračinom reći:

$$v = g \times t. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1).$$

I tomu zakonu dajemo ime „prvi osnovni zakon padanja tjelesa na Zemlji“.

No ako sada prijazni čitalac još jednom pogleda zakon, što ga prije nadjosmo za prevaljene putove kod padanja (str. 133.), opazit će jamačno i sam, da onaj stalni broj 5 m (490·5 cm), koji se multiplicira s kvadratom vremena, da se dobije put (s) kod padanja, nije ništa drugo nego polovina ubrženja, t. j. $g/2$, dakle možemo sada taj zakon i ovako reći:

„put kod padanja = polovina ubrženja $\times$ kvadrat vremena“.

Ili matematički kratko:

$$s = \frac{g}{2} \times t \times t = \frac{g}{2} \times t^2 \quad . \quad . \quad . \quad \text{II.})$$

Ovomu zakonu dajemo ime „**drugi osnovni zakon padanja tjelesa na Zemlji**“. Oba zakona vrijede posve točno samo uz smišljaj, da padanju tijela ništa ne smeta, da tjelesa dakle padaju u praznu prostoru (u vakuumu), poradi toga dala je nauka tomu padanju ime „slobodno padanje“, za razliku od padanja tjelesa u uzduhu, vodi ili kojem drugom sredstvu, koje padanju zadaje kakav otpor, pa ga može gdje-kada posve preinačiti. No te preinake gotovo iščezavaju kod padanja iole masivnih tjelesa u uzduhu, n. pr. kovnih kuglica, kamena i t. d.

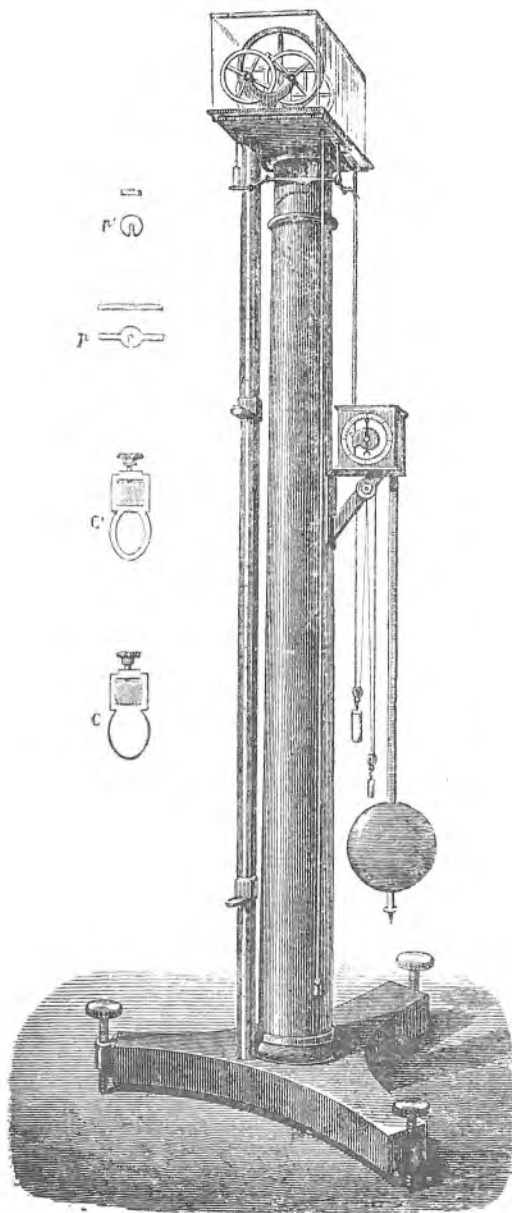
Veliko ubrženje od 981 cm u sekundi kod padanja zemaljskih tjelesa zapreka je našem oku, da padanje tjelesa prati: padanje se tijela zapravo ne vidi! Čas, kada tijelo pane na tle, odaje nam u h o udarcem tijela ili bolan osjet, ako tijelo pane na nas! Baš ovo veliko ubrženje bilo je i Galileju velika zapreka, da p o k u s i m a utvrdi svoje mišljenje o rastenju brzine i time gornje zakone.

Pomnjiv i kritičan čitalac za stalno je naime opazio, kako se je Galilei — a i mi po njem — utekao hipotezi, da brzina padanja neprekidno i u svakoj sekundi za jednako raste. No veliko je pitanje, je li to istina. Ništa naime razumu našem ne smeta uzeti, da taj prirast brzine u svakoj sekundi bude drukčiji, možda u svakoj sekundi sve veći. Onda dakako gore izvedeni osnovni zakoni padanja ne bi vrijedili: priroda bi sve naše umovanje oborila, premda smo ju bar djelomice upitali.

Galilei se je poradi toga i sam, a kasnije i mnogi veliki fizičari, trudio, da se domisli načinima, kako bi pokusima utvrdio, da je njegovo mišljenje o rastenju brzine kod padanja ispravno i da ga priroda potvrđuje.

Taj je njegov način tako zanimljiv i povjesnički važan, da bih se ogriješio o čitaoca, da ga se s nekoliko riječi ne taknem, već poradi toga, što bi se možda time gdje koji marni čitalac našao ponukanim, da i sam te Galilejeve pokuse ponovi, pak donekle osjeti osobiti duševni užitak takova posla! Radilo mu se o tom, da bi padanje toliko usporio, da ga može od sekunde do sekunde pratiti i mjeriti. Od pergamenta načinio je dugačak žlijeb, položio ga koso i po njem puštao padati veoma glatku kuglicu od slonove kosti, kako bi otpor trenja kod kotrljanja kuglice što bolje uklonio. (Isporedi sliku na str. 18.) Ako žlijeb postavimo okomito na tle i kuglicu s vrha pustimo, ona pada niz žlijeb slobodno s punim ubrženjem od 10 m u sekundi. Položimo li žlijeb vodoravno, kuglica u njem uopće ne pada, nego miruje, t. j. ubrženje joj je jednako nuli. Dižući žlijeb pomalo na jednoj strani mogu ubrženje kuglice po volji od nule do pune njezine vrijednosti od 10 m (981 cm) uvećavati. Ovomu kosomu žlijebu, što ga je Galilei u mehaniku uveo, dao je ime „k o s a r a v n i n a“ ili kraće „k o s i n a“. Ako se načini visina = 1, dužina kosine = 8, njezin je uspon = $\frac{1}{8}$, a ubrženje je kuglice samo $\frac{1}{8}$ od ubrženja kod slobodnoga padanja, t. j. $1000 : 8 = 125$ cm. Ako se načini uspon kosine 1 : 100, ubrženje je samo 10 cm mjesto 10 m, pa ako i sada vrijedi zakon za put kod padanja (str. 138.), bili bi putovi kuglice na takvoj kosini u 1, 2, 3, 4, 5 sekundi redom 5 cm, 20 cm, 45 cm, 80 cm i 125 cm, a to se lako mjerenjem uz pomoć njihala za sekunde i potvrđuje.

Novija savršenija tehnika dala nam je i savršenijih sprava, da pokusima potvrdimo ove zakone. Među njima se osobito ističe sprava, što ju je pod konac 18. vijeka izumio i izveo Englez A t w o o d (izgovori: Atvud). Priložena ju slika (Sl. 64.) pokazuje u svezi s njihalom, koje tuče sekunde. Na tanku svilenu koncu, prebačenu preko koloture, vise na krajevima dva kovna cilindra točno jednake težine. U tom je stanju sve na miru. Dodamo li jednomu cilindru p r e t e g u, gibat će se cijeli



Sl. 64. Atwoodov stroj za pokuse o padanju tjelesa.

taj sustav: teži cilindar dolje, lakši gore, a pri tom se i kolutura okreće. Smjer je gibanja težega cilindra osovani (vertikalni) kao i kod padanja tjelesa. Što je manja težina pretege spram težine obaju valjaka, to će sporije padati teži valjak. On pada pred stupom razdijeljenim na centimetre, koji nosi dvije pločice: jednu probijenu, da valjak može proći kroz nju, kad pada; drugu, da na određenu mjestu zaustavi padanje valjka. Obje se pločice mogu na svakom mjestu stupa smjestiti. (Na strani su C' i C te dvije pločice.) Pretega se rabi u dva oblika: okrugla p' , da i nju propusti probijena pločica, dugoljasta p , da ju ta pločica s valjka skine, kada kroz nju prodje. Njihalo udara sekunde, a kazalo ih na brojnici pokazuje po broju. Točno u času, kada je kazalo na nuli,

odapne se sâm mehanizam, koji drži teži valjak na nuli stupa i padanje započinje. Pretega se n. pr. bira tako, da cilindar pane u prvoj sekundi baš 5 cm. Pokus se izvodi tako, da se udarac cilindra o pločicu, namještenu kod 5 cm, podudara s glasom njihala, kad brojimo 1 sekundu.

Pokusi ovako izvedeni daju ove brojeve:

Nakon 1 sekunde put =	5 centimetara		
" 2	"	" = 20	" ili 5 × 4
" 3	"	" = 45	" ili 5 × 9
" 4	"	" = 80	" ili 5 × 16
" 5	"	" = 125	" ili 5 × 25
" 6	"	" = 180	" ili 5 × 36

Dalje pokusi ne idu, jer nije zgodno uzeti stupove više od 2 metra. Pokusi potvrđuju posve, kako se vidi, drugi osnovni zakon za padanje, tek je kod tih pokusa ubrženje ne 10 metara, nego ravno 100 puta manje, naime 10 centimetara.

No aparat je tako zgodno udešen, da se njime može potvrditi i prvi zakon o brzini u odredjenim časovima padanja.

Dok je na cilindru pretega, brzina neprekidno raste, pak ju ne možemo ni za koji čas opažati. Da ju opazimo i mjerimo, treba očito u odredjeni čas pretegu dignuti s cilindra, a ujedno pokus tako udesiti, da se cilindar s brzinom stečenom do onoga časa može još dalje gibati. Budući da mu brzina sada već ne raste, on se dalje giba jednoliko s brzinom, koju je do onoga časa bio stekao, t. j. on će u slijedećoj sekundi prevaliti put jednak stečenoj brzini. Atwoodov aparat sve to izvodi. Na cilindar se namjesti dugoljasta pretega p, a probijena se pločica redom namješta kod brojeva predjašnjih pokusa 5, 20, 45, 80, 125. Pretega se sama skine nakon 1, 2, 3, 4 i 5 sekundi. Ako se sada puna pločica redom namjesti kod brojeva 15, 40, 75, 120 i 175 cm, udarit će cilindar o nju svakiput točno jednu sekundu kasnije, nego što se je pretega dignula.

Iz toga izlazi, da je:

Nakon 1 sekunde brzina = 10 *cm* = 10×1

„ 2 „ „ = 20 *cm* = 10×2

„ 3 „ „ = 30 *cm* = 10×3

„ 4 „ „ = 40 *cm* = 10×4

„ 5 „ „ = 50 *cm* = 10×5

Dalje pokuse ne dopušta dužina stupa. No oni posve dostaju, da nam potvrde i prvi osnovni zakon padanja i tim pokažu, kako nam potvrđuju, da je hipoteza Galilejeva o rastezanju brzine razmjerno s vremenom kod padanja bila posve ispravna. Zaista se kod naših pokusa potvrdilo, da je prirast brzine u svakoj sekundi ili ubrženje (akceleracija) bilo posve jednako: naime 10 centimetara. A baš je tolik i prirast puta u svakoj sekundi, pak se zaista može akceleracija mjeriti i tim prirastom puta. Dobro je i to znati!

Kasnije je još cio niz aparata sagradjen, koji još na različne načine potvrđuju veoma eksaktnim pokusima oba osnovna zakona. Koliko su zanimljivi, ovdje njihovu opisu nije mjesta.

Tek dvije, tri primjene tih zakona!

Primjer 1. Kamen pustim da pada u bunar (zdenac). Pao je na vodu nakon 3 sekunde. U kojoj je dubljini površina vode ili kako je dubok bunar do vode i kojom brzinom dodje kamen na vodu? Odgovor: dubljina = $5 \text{ m} \times 3 \times 3 = 45 \text{ m}$; brzina = $10 \times 3 = 30 \text{ metara}$.

Primjer 2. Kugla iz aeroplana pala je na tle brzinom od 245·25 *m*. S koje je visine pala i koliko je sekundi padala, ako je $g = 981 \text{ cm} = 9·81 \text{ m}$? Odgovor: Padala je 25 sekundi, a pala je iz visine od 3065·625 *m*.

Primjer 3. Koliko vremena treba tijelo, da pane s visine od 320 *m*?

$$\text{Odgovor: } t^2 = \frac{2s}{g} = \frac{640}{10} = 64 \text{ ili } t = 8 \text{ sekundi.}$$

V.

Ubrženo gibanje uopće i jednoliko ubrženo gibanje po pravcu.

Padanje tjelesa — za nas jedno od najvažnijih gibanja zemaljskih — odalo nam se u predjašnjem članku kao gibanje

posve različno od jednolikoga. Dok je kod ovoga brzina stalna, dakle putovi u pojedinim sekundama posve jednaki, kod padanja brzina neprekidno raste, a putovi u pojedinim sekundama sve su veći. Dajmo sada razumu riječ! S v a k o m u gibanju, kod kojega se brzina neprekidno uvećava, dajemo prije svega novo posebno ime „**ubrženo gibanje**“. Njegova je karakteristika, da mu je brzina promjenljiva i da neprekidno raste. Padanje je dakle jedan primjer „ubrženih“ gibanja. Svako se takovo gibanje po pravcu najbolje označuje, ako se poslužimo novim, već uvedenim pojmom, naime „prirastom brzine“ u jednoj sekundi, pak tomu prirastu brzine u 1 sekundi nadjenemo ime „u b r ž e n j e“ ili „a k c e l e r a c i j a“. Ako n. pr. materijalna točka u prvoj sekundi prevali put dugačak 2 cm u smjeru prama sjeveru, pa u drugoj sekundi u istom smjeru put od 2·5 cm, u trećoj sekundi u istom smjeru put od 3·5 cm, pred nama je pojava „u b r ž e n o g a“ gibanja. Ubrženje je u drugoj sekundi bilo $2\cdot5 - 2\cdot0 = 0\cdot5$ cm; u trećoj pak sekundi $3\cdot5 - 2\cdot5 = 1$ cm, dakle veće nego u drugoj. Ubrženje može dakle da bude uopće u svakoj sekundi drukčije, no svakako će najjednostavniji slučaj biti taj, u kojem je „ubrženje („akceleracija“) u svakoj sekundi posve jednako. I takovo je gibanje svakako ubrženo, no poradi toga, što mu je ubrženje u svakoj sekundi jednako, zaslužuje i posebno ime. To ime neka bude od sada „**jednoliko ubrženo gibanje**“. Njegova je glavna značajka, da mu je „ubrženje“ stalno ili konstantno. No to stalno ubrženje može da bude vrlo različno u različnim primjerima takova gibanja. Za padanje sada već znademo, da i ono ide u red jednoliko ubrženih gibanja, jer mu je ubrženje stalno, naime = 981 centimetar u sekundi. Na Atwoodovu stroju imadosmo takodjer primjer jednoliko ubržena gibanja po pravcu, ali s ubrženjem od 10 centimetara u sekundi. I gibanje niz Galilejevu kosinu bijaše primjer takova gibanja.

Ako bi se pak pokazalo kod kojega ubrženoga gibanja po pravcu, da ubrženje nije stalno, dajemo mu ime „n e j e d n o l i k o u b r ž e n o g i b a n j e“. Bit će prilike, da se upoznamo i s takvim gibanjem. Za sada se zadovoljujemo pojmom takova gibanja.

Na pitanje, po kojim se zakonima zbiva svako jednoliko ubrženo gibanje, moći će sada svaki čitalac jamačno i sam odgovoriti. Odlučna je značajka za svako gibanje te vrste njegovo stalno ubrženje. Znademo li broj za to njegovo ubrženje (akceleraciju), koji neka bude općeno označen slovom a (po prvom slovu latinske riječi *acceleratio* = ubrženje), možemo oba osnovna zakona za makar koje jednoliko ubrženo gibanje u najkraćem matematičkom govoru reći ovako:

$$v = a \times t \dots \text{I)} \quad \text{i} \quad s = \frac{a}{2} \times t^2 \dots \text{II)}$$

U običnu bismo govoru to napisali:

„Brzina u određenom času = ubrženje
× vrijeme“ ... I) i

„Put = polovina ubrženja × kvadrat vremena“ ... II)

I tako evo stigismo do prve postaje u mehanici ili nauku o pojavama gibanja! Poznajemo iz bližega — možemo tako reći — tri vrste gibanja: 1. mirovanje, t. j. gibanje sa brzinom nula; 2. jednoliko gibanje po pravcu i 3. jednoliko ubrženo gibanje po pravcu. To su tri najjednostavnija slučaja gibanja, ali i tri najvažnije vrste. Svako od njih ima svoju vrlo jednostavnu karakteristiku:

1. Kod mirovanja ostaje mjesto materijalne točke svagda isto.

2. Kod jednolikoga se gibanja mjesto točke doduše sveudilj mijenja, ali zato ostaje brzina svagda ista (konstantna).

3. Kod jednoliko ubrženoga se gibanja mijenja i mjesto i i brzina točke, ali ubrženje ostaje svagda isto (konstantno).

Ne bi bilo teško zamisliti sebi i dalje više stupnjeve novih vrsta gibanja. N. pr. gibanje, kod kojega ni ubrženje ne ostaje isto, nego od sekunde do sekunde raste, ali u svakoj sekundi jednako. Kod toga bi dakle gibanja prirast ubrženja ostao svagda isti. Mogli bismo i dalje izmišljati još viših gibanja. No iskustvo je pokazalo, da u prirodi nema takvih gibanja, pa nauka ne treba da ih izučava: i ona je — ekonomična!

Za sve tri vrste imamo lijep primjer u željezničkom vlaku. Vlak u postaji stoji: mirovanje kao posebni slučaj gibanja

s brzinom nula. On djelovanjem pare u lokomotivi krene i ide sve brže — ubrženo gibanje. Kad stigne na otvorenu prugu i ide punom parom, on se giba jednoliko. Došavši pred novu postaju mašinista paru zatvori. Do sada stalna brzina vlaka postaje od sekunde do sekunde manja i nakon odredjenoga broja sekundi ona postane opet jednaka nuli, t. j. vlak u novoj postaji miruje. Ovaj nam posljednji odsječak njegova gibanja otvara nov vidik: pred nama je nova vrsta gibanja po pravcu, u neku ruku suprotne naravi spram ubrženoga. Dajmo mu za sada samo ime „usporeno gibanje“ i pamtimo, da se ovakvo gibanje na koncu konca mora da završi — mirovanjem. Ako se pak slučajno brzina usporena gibanja od sekunde do sekunde baš posve jednako umanjuje, bit će to gibanje ne samo usporeno, nego i „jednoliko usporeno“. Bit će kasnije prilike i o njem posebice govoriti!

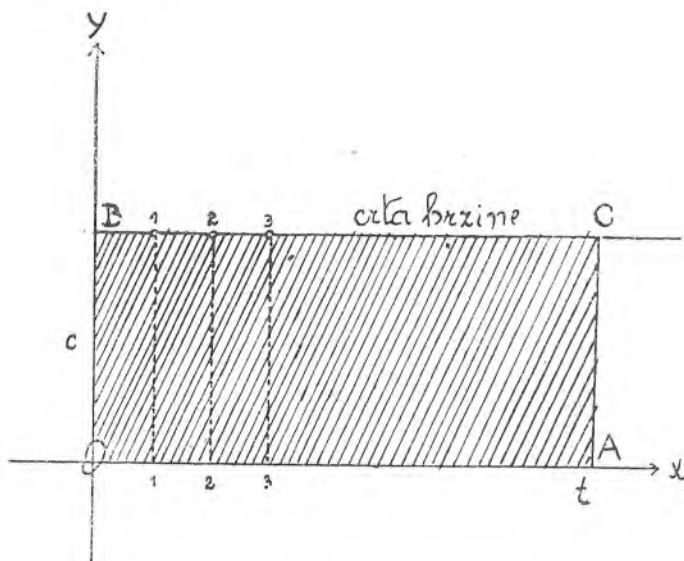
VI.

Geometrijsko uočivanje gibanjâ. Diagrami gibanja.

Premda smo najjednostavnija gibanja zemaljska toliko proučili, koliko nam treba, pak bismo ovaj članak o njima mogli završiti, ipak ćemo se kod njih još časak ustaviti, kako bismo ih pokazali prijaznomu čitaocu s druge zanimljive strane. Zakoni se tih gibanja obično kazuju ili što kraćim običnim govorom ili pak neobično lijepim i kratkim aritmetičkim govorom. Učinili smo i mi tako. Zanimljivo je veoma, da se ti zakoni mogu prikazati u još jednom — trećem — govoru, kojemu bismo mogli dati ime „geometrijski“ govor. Ako i nije tako zbijen kao aritmetički, ima svoje dobre strane, koje će i čitalac sam opaziti.

1. Zakon jednolikoga gibanja veli: „ $p\dot{u}t = brzina \times vrijeme$ “ ili „ $s = c \times t$ “. Nacrtajmo na papiru razdijeljenu na male kvadrate, kakvi se danas mnogo upotrebljava u trgovačkoj praksi i tehnici [obično su stranice tih kvadratića jednake 5 milimetara, no ima i papira s kvadratićima od 1 milimetra (milimetrički papir)] poznati nam koordinatni sustav u ravnini (str. 30.) s osovinom apscisâ XX_1 i osovinom ordinata YY_1 i ishodištem O . Neka nam uočuje dužina od 5 mm 1 sekundu, pak si na oso-

vini X od O na desno nacrtamo pojedine sekunde sve do t sekundi (točka A). Dužina OA odgovara dakle vremenu od t sekundi. Na osovini Y odaberemo opet po volji dužinu od n. pr. 25 milimetara, da nam uočuje brzinu c , pak budući da tijelo ima tu brzinu već na početku gibanja, dakle u času 0 sekundi, nacrtamo tu dužinu od 25 mm iz točke O na osovini Y (točka B). Dužina OB uočuje dakle brzinu c u času 0 sekundi.



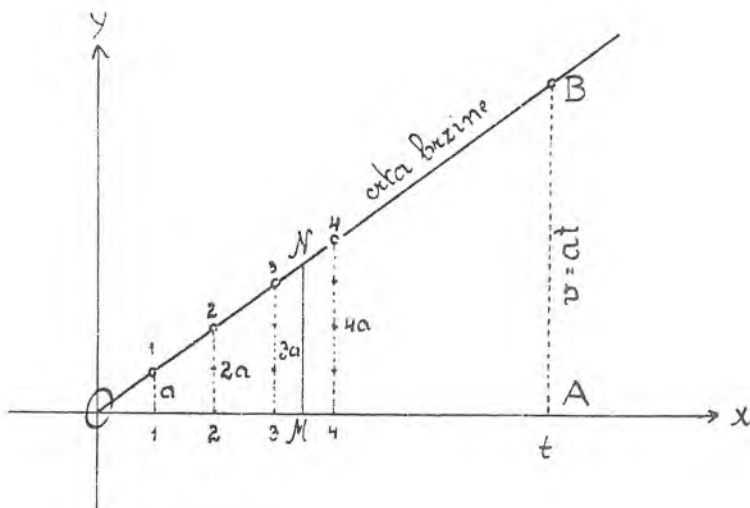
Sl. 65. Diagram puta kod jednolikoga gibanja. — Put jednak plohi $OBCA$.

Budući da je brzina c stalna, uočivat će jednake okomice osovljene u točkama pojedinih sekundi brzinu c i u tim časovima gibanja, pa tako je i okomica AC slika brzine u času nakon t sekundi. Ako sastaviš gornje krajnje točke svih tih okomica crtom, dobivaš „crtu brzine“ BC , koja pripada vremenu t . Budući da ona teče usporedno s osovino vremena (X), kazuje ti već oko, da je brzina c stalna. No ovom konstrukcijom crte brzine dobio si geometrijski lik $OACB$ — pravokutnik — za koji znaš, da mu je pljoština $P = OB \times OA$. No kako je $OB = c$, a $OA = t$, izlazi pljoština $OACB = c \times t$, a to je baš put s kod jednolikoga gibanja. Možemo dakle reći:

„put je jednak pljoštini lika, što ga određuje crta brzine“,

ili kraće: $s = OACB$.

U ovom obliku vidiš upravo put u vremenu t kao plohu $OACB$, put u vremenu od 1 sekunde vidiš sada kao plohu $O11B$, put u 2 sekunde kao plohu $O22B$, put u drugoj sekundi kao plohu 1221 i t. d. Na geometrijskoj ovoj slici vidiš dakle sve prilike jednolikoga gibanja: vidiš odmah po crti br-



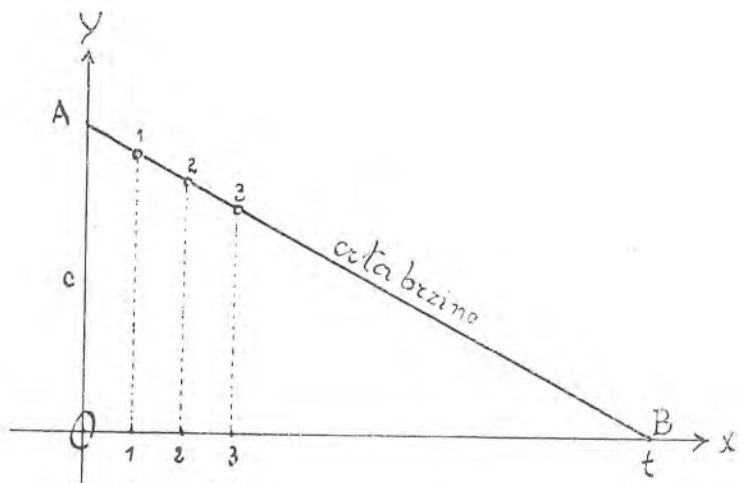
Sl. 66. Diagram puta za jednoliko ubrženo gibanje. — Put jednak plohi OBA .

zine BC , da je brzina c uvijek jednaka; vidiš, da su putovi u prvoj, drugoj, trećoj . . . sekundi posve jednaki; vidiš, da je put u 2 sekunde baš dvaput tako velik kao put u 1 sekundi i t. d. A baš u tom, što sve te prilike najednom možeš pregledati bez ikakva računanja, jaka je strana ovoga geometrijskoga uočenja zakona $s = c \times t$. Poradi toga se ova slika i zove u nauci „d i a g r a m“ jednolikoga gibanja.

Zanimat će sada jamačno čitaoca i diagram jednoliko ubrženoga gibanja (Str. 144.). Po istim se načelima može nacrtati. (Sl. 66.) Na osovini X nacrtamo pojedine sekunde do t sekundi

* Diagramo (grč.) = nacrtati, zapisati.

(točka A). Za stalno ubrženje a odaberemo po volji dužinu (n. pr. 1 mm u slici = 11), pak sada s njom nacrtamo prema zakonu $v = a \times t$ brzine u pojedinim sekundama kao okomice. U početku (0 sekundi) je $v = 0$, dakle u O nema okomice; nakon 1 sekunde je $v = a$, dakle je tamo okomica = 1 mm i tako dalje; okomice, što uočuju brzine u određenim časovima, postaju od sekunde do sekunde sve duže po 1 milimetar. Okomica $AB = a \times t$ brzina je nakon t sekundi. Ako opet sastaviš sve krajnje točke tih brzina, izlazi „crt a brzine“ za



Sl. 67. Diagram puta za jednoliko usporeno gibanje. — Put jednak plohi OAB .

jednoliko ubrženo gibanje i ta se očituje kao pravac, koji se uspinje od O do B. Jednim pogledom na crtu brzine vidiš sada, kako brzina kod ovoga gibanja neprestano od nule dalje raste do konačne vrijednosti $AB = a \times t$. No budući da je crta brzine baš pravac, vidiš i to, da brzina jednako raste od sekunde do sekunde, a razlika dviju zasebičnih okomica daje ti i stalno ubrženje. U jednu riječ: ti vidiš sve prilike o brzini toga gibanja, pak možeš n. pr. smjestiti nacrtati brzinu nakon $3\frac{1}{2}$ sekunde = MN i t. d.

No crta brzine OB određuje ovdje trokut OAB ; pljoština mu je $= OA \times \frac{AB}{2} = t \times \frac{at}{2} = \frac{a}{2} \times t^2$. No to je baš zakon

za put s kod jednoliko ubrženoga gibanja (Str. 144.). Dakle je i opet $s = \triangle OAB$ ili:

„put = pljoštini lika, što ga određuje crta brzine“,

a to je baš isti zakon kao kod jednolikoga gibanja, tek je sada taj lik trokut.

I opet možeš sada vidjeti, koliki su putovi u 1, 2, 3... sekunde; koliki su u samoj prvoj, drugoj, trećoj sekundi i kako rastu.

3. Po istim načelima je ovdje još nacrtan diagram za jednoliko usporeno gibanje, koje počinje s brzinom c i završuje s mirovanjem (Sl. 67.). Crta brzine opet je pravac, ali se spušta sada od A do B . Kolik je put kod toga gibanja od početka do mirovanja? Koliko će sekundi proći, dok tijelo stane? Neka o tom razmišlja sam čitalac na osnovi slike!

Kako se danas u svim naukama i u praksi sve više upotrebljavaju ovakvi diagrami u najrazličnije svrhe, ne će ni s toga stajališta čitaocu biti žao, ako smo ga i s tom stranom shvaćanja nešto duže zabavili!

O sastavljanju gibanja.

Jednostavni primjeri za sastavljena gibanja. — Princip nezavisnosti. — Paralelogram gibanja. — Poligon gibanja. — Dva jednolika gibanja. — Dva jednoliko ubržena gibanja. — Jednoliko i jednoliko ubrženo gibanje. — Gibanje po krivulji paraboli. — Gibanje projektila bačena vertikalno u vis. — Jednoliko usporeno gibanje i usporenje. — Mersennov pokus o tom. — Gibanje projektila bačena horizontalno. — Gibanje projektila bačena koso u vis. — Rastavljanje gibanja. — Komponentna gibanja i rezultantno gibanje. Jednoliko gibanje po kružnici i njegova komponentna gibanja.

I.

Primjeri i pokusi.

U predjašnjem članku prigodice spomenusmo 3 stupnja gibanja (str. 144.), i kako se druga gibanja u prirodi i tehnici odaju ili kao jedna od one tri vrste ili se od njih mogu složiti, ako se uzme, da materijalna točka dva ili više onakvih gibanja u isti mah izvodi. — Ovu misao ondje tek natuknutu treba da iz bližega raspredemo; truda ne ćemo požaliti, jer će rezultati biti zanimljivi i korisni!

Može li materijalna točka da izvodi uopće u isti mah dva gibanja, n. pr. dva jednolika gibanja različnih brzina? Upitajmo se kod prirode! Ona odgovara, da točka toga ne može da uradi; ona se uvijek giba samo po jednoj stazi. No to gibanje ipak može da „postane“ od dva različita gibanja. Evo tomu nekoliko primjera:

A) Parni se brod otisne od obale u odredjenom pravcu i giba se jednoliko brzinom od 500 cm u sekundi. On se giba spram obale, koja za nas miruje, i mi vidimo, kako se sve više od nje udaljuje. Na palubi stoji mirno čovjek i gleda na obalu. I on se zajedno s brodom giba po pravcu s brzinom od $5\text{ m} = 500\text{ cm}$, no spram broda miruje. Na jednom počne čovjek hodati po palubi, i to baš u pravcu kako

brod ide, sa stalnom brzinom od 80 *cm* u sekundi. Neka to gibanje traje u tom istom smjeru 8 sekundi! Da je čovjek mirno stajao na svom mjestu, bio bi se od obale udaljio za 4000 *cm*; no kako je po brodu hodao, udaljio se je od nje za $4000 + 640 \text{ cm} = 4640 \text{ cm}$. Čovjek je taj zaista u isti mah izvodio dva gibanja: brod ga je nosio sobom dalje brzinom od 500 *cm* u određenom smjeru, a u isti je mah on sam išao istim smjerom dalje brzinom od 80 *cm* i njegov se je put jednostavno složio od oba puta baš tako, kao da je on najprije na brodu mirno stajao i s njim prevalio 4000 *cm*, pak da je onda brod stao, a on u istom smjeru tek sada dalje pošao onih 640 *cm*! Došao je dakle na isto mjesto (spram obale!), kao da je najprije izvršio samo prvi put, pa onda samo drugi. Nova nam se misao prvi put javlja i očituje:

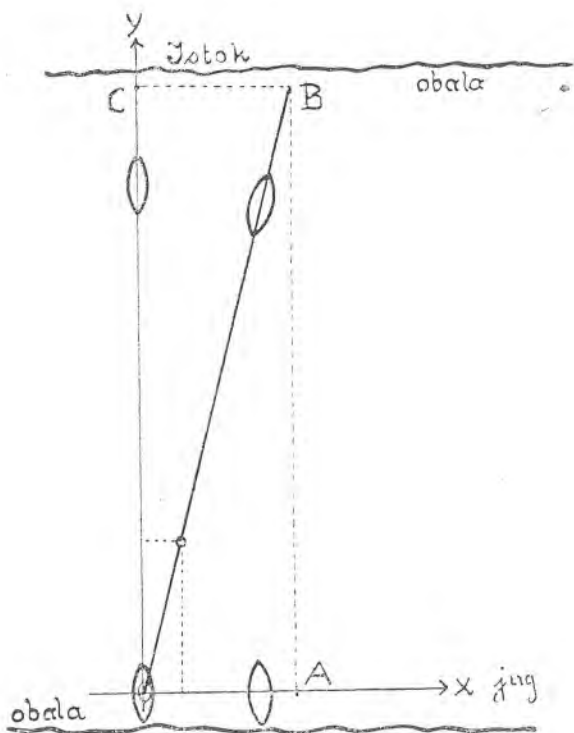
„Tijelo izvršujući u isti mah dva jednolika gibanja u istom smjeru dolazi baš na ono mjesto, na koje bi došlo, da je **najprije** izvršilo samo jedno, pa odmah iza toga **samo** drugo gibanje. Svejedno je, koje prije izvrši“.

Dva se istodobna gibanja izvršiš dakle na tijelu onoga čovjeka sasvim nezavisno jedno od drugoga: svako se vrši, kao da nema drugoga. Toj zaista novoj misli, stečenoj na osnovi jednostavna pokusa, dajemo odmah ime: „princip nezavisnosti“ i idemo da ju ispitujemo u drugim primjerima! Hoće li se i tamo potvrditi ili će se javiti nov princip?

Drugi primjer imamo na istom brodu, ako sve ostane kao prije, tek čovjek ide sada na brodu u suprotnom smjeru, t. j. prama obali. Jasno je, da će se sada za onih 8 sekundi od obale udaljiti za $4000 - 640 = 3360 \text{ cm}$. Opet je tako, kao da ga je mirna najprije brod odnio onih 4000 *cm* od obale, pa da je onda brod stao, a on tek sada išao spram obale u istom pravcu, ali suprotnim smjerom spram prije onih 640 *cm*. Princip nezavisnosti i ovdje ostaje!

B) U točki O (Sl. 68.) na obali je rijeke, koja teče stalnom brzinom od 50 *cm* na jug smjerom OAX, čamac, a u čamcu veslači tjeraju čamac opet stalnom brzinom od 200 *cm* na su-

protivnu obalu rijeke široke 30 m točno na istok u smjeru OY . Da veslač miruje, struja bi vode čamac nosila na jug brzinom od 50 cm, i on nigda ne bi vidio suprotne obale, nego bi nakon 15 sekundi bio u A. Da nema struje, nego da je voda

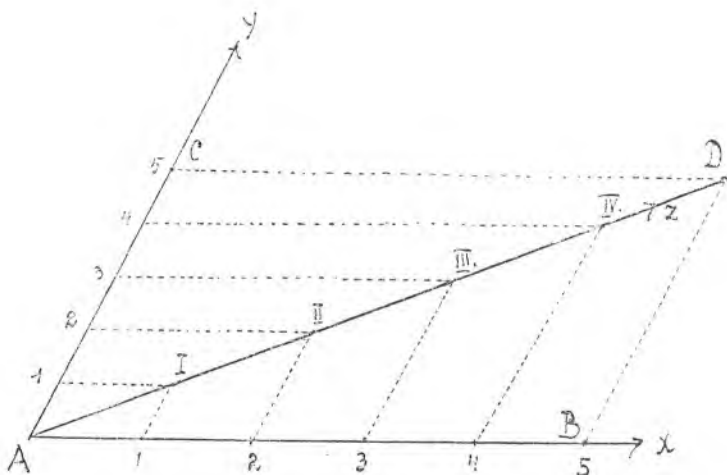


Sl. 68. Gibanje čamca preko rijeke. — Struja ga tjera smjerom OX na jug; veslači ga tjeraju smjerom OY na istok preko rijeke. Čamac udara smjerom OB .

mirno jezero, čamac bi ravno došao na suprotnu točku obale C snagom veslača za 15 sekundi. Svatko zna, da čamac u ovom slučaju ne će ni točno pravcem na jug, ni točno pravcem na istok nego će usprkos tomu, što ga veslači neumorno tjeraju na istok stalnom brzinom veslanja, udariti trećom novom stazom; ta će biti opet po iskustvu pravac, ali smjerom nekako na jugo-istok OB .

Ne ćemo dakle pogriješiti, ako rečemo, da su se o b a gibanja, što ih čamac u različnim smjerovima treba da izvrši u isto doba, „sastavila“ ili „složila“ u treće novo gibanje smjera, koji se ne podudara ni s jednim od predjašnjih. Mi možemo dakle zaista govoriti o „sastavljanju gibanja“.

Dva nas pitanja oblijeću u ovom slučaju: 1. koji je zapravo taj smjer, kojim čamac ide i 2. kolika mu je brzina u tom smjeru?



Sl. 69. Sastavljanje dva uniformna gibanja po pravcima AX i AY u novo jednoliko gibanje po dijagonali AD paralelograma $ACDB$.

Kako bismo na ta pitanja našli odgovore, dajemo za čas riječ razumu. Naknadno ćemo upitati prirodu, daje li našem umovanju pravo.

II.

Princip nezavisnosti gibanja. Paralelogram i poligon gibanja.

Nadovezujući na posljednji primjer uzimamo materijalnu točku A (Sl. 69.), koja treba da u isto doba od 5 sekundi izvrši dva jednolika gibanja različitoga smjera: u smjeru AX put $AB = 40\text{ cm}$, u smjeru AY put $AC = 15\text{ cm}$. Po pre-

djašnjem primjeru već naslućujemo, da ne će ići ni jednim ni drugim smjerom, nego da će udariti nekim novim trećim smjerom. No u prvom i drugom primjeru očitovao nam se princip nezavisnosti: točka je svagda došla na ono mjesto, na koje bi došla bila, da je najprije izvršila jedno, pak onda drugo gibanje. Ne znajući u našem novom slučaju, kuda će materijalna točka krenuti i kako, uzimamo za čas, da i sada vrijedi gornji princip nezavisnosti, pak ispitujemo, kuda bi točka A po njemu morala doći. Pustimo ju dakle, da najprije podje 5 sekundi smjerom AX i prevali u tom smjeru svoj put $AB = 40\text{ cm}$, a sada tek neka krene iz B smjerom AY i neka za drugih 5 sekundi u tom smjeru prodje put $BD = AC = 15\text{ cm}$. Naša bi točka stigla na mjesto D . Uzimamo sada, da će točka A , ako mora da oba ova gibanja u isto doba od 5 sekundi izvrši, takodjer doći iz A u D , ako smijemo umovati po principu nezavisnosti. No to je za sada naprosto naša tvrdnja. Morat ćemo kasnije upitati prirodu, je li ta naša tvrdnja bila osnovana: ona nam ju mora ili potvrditi ili oboriti!

Za sada samo uzimamo, da se i ova dva gibanja ovako slažu u treće po prije otkrivenom principu nezavisnosti, pak umujemo dalje.

Prije svega opažamo iz slike, da smo mjesto D naše materijalne točke nakon 5 sekundi mogli i drukčije naći. Od oba puta AB i AC mogli smo nacrtati paralelogram $ABDC$ tim načinom, da iz B povučemo BD usporedno sa AY , a iz C pravac CD usporedno sa AX . Točka naša A doći će, kako vidimo, nakon 5 sekundi na suprotni vrh paralelograma, načinjena od putova AB i AC . Dodjosmo tako do zakona:

„Ako materijalna točka izvršuje u isto doba dva jednolika gibanja različitoga smjera, dolazi u tom vremenu na suprotni vrh paralelograma načinjenoga od oba gibanja“.

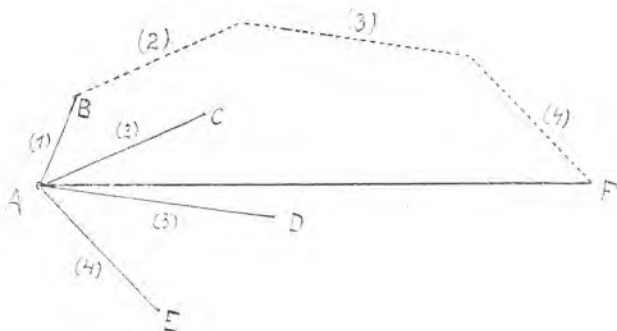
Tomu zakonu dajemo ime „**zakon o paralelogramu gibanja**“.

Ako ga upotrijebimo na putove prevaljene u 1 sekundi, izlazi (u istoj slici), da će se naša materijalna točka po njem

naći nakon 1, 2, 3, 4, 5 sekundi redom u točkama *I*, *II*, *III*, *IV* i *D*. Materijalna točka *A* ide dakle, kako vidimo, zaista pravcem *AD* jednoliko, pak smijemo reći:

„Točka se giba **jednoliko** diagonalom paralelograma, načinjena od oba puta“.

Napose treba da istaknemo, kako mi toga zakona nismo dokazali, nego smo naprosto tvrdili, da prije u dva slučaja opaženi „princip nezavisnosti“ vrijedi i u ovom trećem slučaju. A budući da se ova tvrdnja ne može uopće dokazati, progla-



Sl. 70. *Poligon gibanja*. — Četiri jednolika gibanja materijalne točke *A* stavljaju se u gibanje po pravcu *AF*.

šujemo ju jednim „principom“ mehanike, pak ostavljamo kasnijemu iskustvu, hoće li se ovaj uveden princip svagdje potvrditi.

Ovdje ćemo ga tek općeno ovako izraziti:

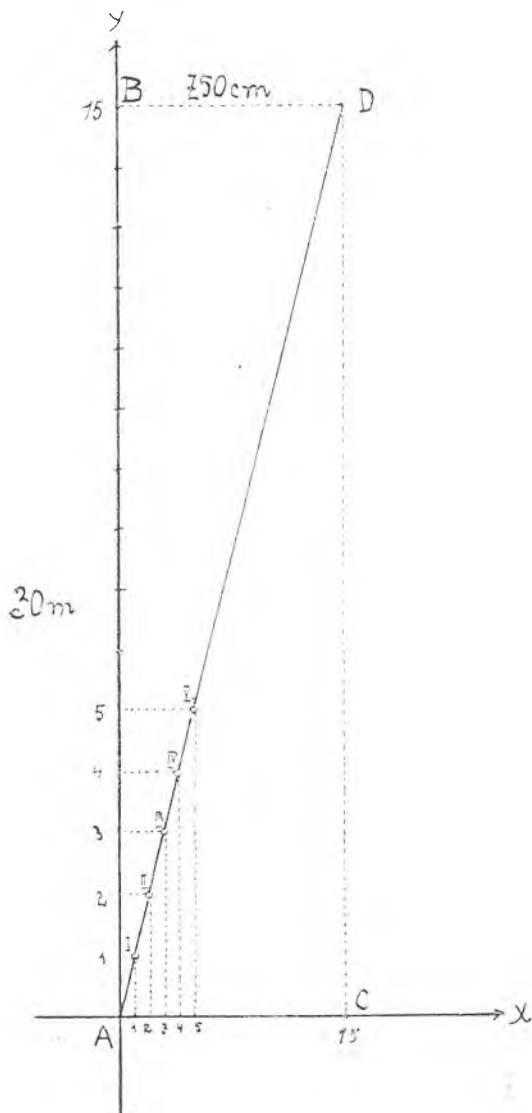
„Ako tijelo u isto doba izvršuje dva gibanja, stigne na isto mjesto, kao da ih je zasebice makar kojim redom izvršilo“.

Uzimamo, da on vrijedi za sve vrste gibanja i dajemo mu ime „**princip o nezavisnosti gibanja**“.

Jedan od najvažnijih zakona prirodne nauke uopće, kojemu gore spomenuti zakon o paralelogramu gibanja kod jednolikih gibanja nije nego tek poseban slučaj!

Raširimo princip još i na više od dva jednolika gibanja! Materijalna točka *A* treba da izvrši u isto doba 4 jednolika

gibanja AB , AC , AD i AE (Sl. 70.). Kuda će u tom vremenu stići i kojim je smjerom išla? Primjena principa kaže: konačni se uspjeh dobije, ako se ti putovi redom nižu jedan uz drugi,



Sl. 71. Gibanje čamca preko rijeke dijagonalom AD paralelograma gibanja $ABDC$.

ali svaki po svom smjeru i po svojoj veličini, pak se onda početna točka A ravno sastavi s konačnom F . To je mjesto naše materijalne točke nakon toga vremena. Kako vidimo, to se mjesto našlo konstrukcijom jednoga mnogokuta (= „poligona“), pak tako dobivamo „zakon o poligonu gibanja“, a ako su ti putovi bili prevaljeni baš u jednoj sekundi, imamo „zakon o poligonu brzina“.

Mislim, da će prijazni čitalac dalje i sam znati sebi zadavati zadatke o sastavljanju ovakvih jednolikih gibanja i znati naći konačno mjesto i put svake materijalne točke. Učinit će dobro, ako to uradi pornjivim crtnjama na nekoliko slučajeva. Ovdje mu za uzorak dajemo rješenje za naš primjer o čamcu (Sl. 71.).

Čamac je u A. Veslači ga tjeraju stalnom brzinom od 200 cm na istok u smjeru AY preko rijeke široke 30 m. Struja ga tjera također stalnom brzinom od 50 cm na jug u smjeru AX. Primjenom zakona o paralelogramu brzina na pojedine sekunde nalazimo, da se čamac nalazi nakon 1, 2, 3, . . . 15 sekundi redom u točkama I, II, III, IV, V . . . D. Ako sada sastavimo sva mjesta čamca A nakon pojedinih sekundi crtom, izlazi nam i put čamca za tih 15 sekundi. Crtnja pokazuje, da je taj put opet jedan pravac AD. Izmjerimo li daljine po dviju zasebičnih točaka, izlazi, da su putovi čamca u pojedinim sekundama posve jednaki $AI = I II = II III = III IV = IV V . . .$ Čamac naš dakle ide preko rijeke stalnom brzinom AI; ide 15 sekundi i pristat će na drugoj obali u točki D 750 cm južno od ishodišta. Kad bi htio da pristane baš u B, bio bi morao poći s točke, koja je 750 cm sjevernije od A!

Iz ove crtnje čitamo neposredno ovaj posebni zakon:

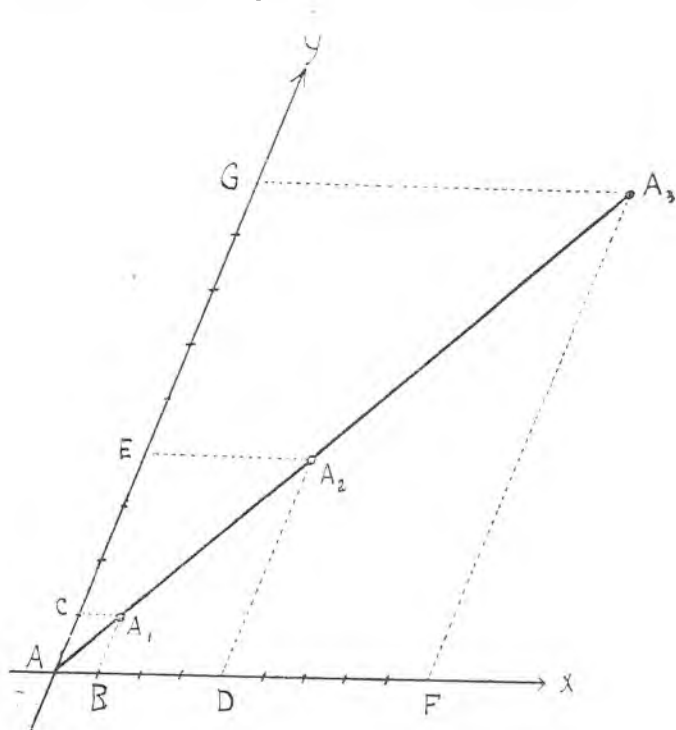
„Dva **jednolika** gibanja u pravcima različenoga smjera i različne brzine sastavljaju se u novo **jednoliko** gibanje po **pravcu**. Brzina mu je svagda manja od zbroja obiju predjašnjih brzina.“

Dakle: od dva jednolika gibanja po pravcima postaje svagda opet jednoliko gibanje i to po pravcu! Kako mnogovrsno iskustvo i pokusi s mjerenjem ovakovo gibanje čamca zaista potvrđuju, evo nam već potvrde tomu, da princip nezavisnosti zaista i u ovom slučaju vrijedi: čamac se u svakom času svoga gibanja nadje baš na onom mjestu, gdje bi bio, da je najprije jedno, a onda odmah drugo gibanje izvršio.

Nehotice nam se nameće pitanje: kako će se složiti dva jednoliko ubrženja gibanja po pravcima različenoga smjera i različenoga ubrženja prema principu nezavisnosti?

Priložena slika (Sl. 72.), koju će sada svaki čitalac razumjeti i bez osobita razlaganja, daje na osnovi zakona o paralelogramu gibanja nedvouman odgovor. Kod tih su gibanja putovi u pojedinim sekundama nejednaki, a put u prvoj sekundi svagda je jednak polovini ubrženja (akceleracije). Ako su n. pr. ubrženja naših gibanja 100 cm i 200 cm u sekundi, bit će pu-

tovi nakon 1 sekunde 50 cm i 100 cm u našoj slici AB i AC . Materijalna je točka A nakon 1 sekunde u A_1 . Putovi nakon dvije sekunde su četverostruko od putova nakon 1 sekunde, dakle AD i AE (ispr. str. 144.); točka je nakon 2 sekunde u A_2 ; nakon 3 sekunde putovi su već deveterostruki, dakle je

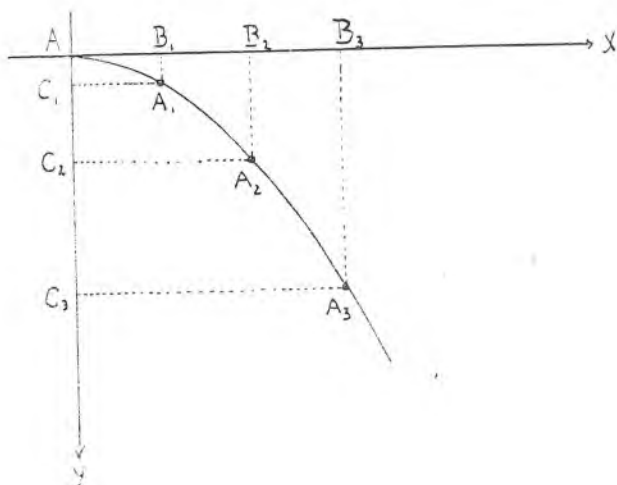


Sl. 72. Sastavljanje dvaju jednoliko ubrženih gibanja po pravcima AX i AY u novo jednoliko ubrženo gibanje po dijagonali AA_3 paralelograma gibanja AGA_3F .

točka nakon 3 sekunde u A_3 i t. d. Ako sva ta mjesta naše točke opet sastavimo crtom, izlazi, da je ta crta pravac. Dva se dakle jednoliko ubržena gibanja različitoga smjera i različitoga ubrženja (akceleracije) slažu u novo gibanje, koje se također zbiva po pravcu. Mjerenje putova pokazuje, da je $AA_2 = 4 \cdot AA_1$; $AA_3 = 9 \cdot AA_1$ i t. d., a to će reći, da je i to novo gibanje po pravcu baš jednoliko ubrženo, kao i oba zadana. Opet posebni zakon:

„Dva **jednoliko ubržena** gibanja po **pravcima** različenoga smjera i različenoga ubrženja sastavljaju se u treće **jednoliko ubrženo** gibanje po **pravcu**, kojemu je ubrženje svakako manje od zbroja predjašnjih ubrženja.“

Dakle i dva jednoliko ubržena gibanja po pravcima daju opet gibanje iste vrste po pravcu! Koliko mu je ubrženje, pokazuje ti mjerenje na crtnji pomnjivo izvedenoj.



Sl. 73. Sastavljanje jednolikoga gibanja po pravcu AX i jednoliko ubrženoga po pravcu AY u nejednoliko gibanje po krivulji $AA_1A_2A_3$.

Od jednolikih i jednoliko ubrženih gibanja još je moguća samo jedna kombinacija: materijalna točka A (Sl. 73.) ima da u isto doba izvrši jedno jednoliko i jedno jednoliko ubrženo gibanje: u smjeru AX jednoliko sa stalnom brzinom AB_1 a u smjeru AY , okomitu na predjašnjem, jednoliko ubrženo sa stalnim ubrženjem, kojemu je polovina $= AC_1$. Postupajući prema principu nezavisnosti gibanja i iz njega izvedenoga zakona o paralelogramu gibanja nalazimo mjesto naše točke A nakon 1, 2, 3 sekunde u točkama $A_1, A_2, A_3 \dots$. I tu nam se očituje posve nova pojava, različna od predjašnjih: ako ta mjesta

točke sastavimo crtom, kako bismo dobili njezin put, ta crta nije više pravac, nego je neka krivulja, koja se tako neprekidno savija, da ide kroz točke $A, A_1, A_2, A_3 \dots$. A kad bismo prema našem principu odredili mjesta naše materijalne točke još n. pr. nakon $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}$ sekunde, onda bismo nakon $1\frac{1}{4}, 1\frac{2}{4}, 1\frac{3}{4}$ sekunde dobili između točaka A, A_1, A_2, A_3 još cio niz mjesta naše materijalne točke, koja bi nam još bolje označila tečaj te krivulje. Evo novoga nada sve zanimljivog zakona:

„Jednoliko i jednoliko ubrženo gibanje po pravcima razliĉnih smjerova sastavljaju se prema principu nezavisnosti u **nejednoliko** gibanje po **krivulji**.“

Geometrija tu krivulju dobro poznaje: ona je polovina „parabole“, kojoj je vrh u toĉki A . Druga bi polovina isto tako tekla na lijevoj strani vertikale AY . Obje polovine teku u neizmjernost: ta krivulja nije „zatvorena“. Vertikalna AY zove se „osovina“ te parabole. Osnovno svojstvo njezino moŹemo iz naše slike neposredno ĉitati: Daljine zasebiĉnih njezinih toĉaka od pravca AX , okomita na osovini i poloŹena kroz vrh parabole, razmjerne su kvadratima daljina tih istih toĉaka od same osovine. U našoj je slici:

$$A_1 B_1 : A_2 B_2 : A_3 B_3 = 1 : 4 : 9 :$$

$$A_1 C_1 : A_2 C_2 : A_3 C_3 = 1 : 2 : 3 :$$

Iz tih razmjera izlazi smjesta gornje osnovno svojstvo parabole:

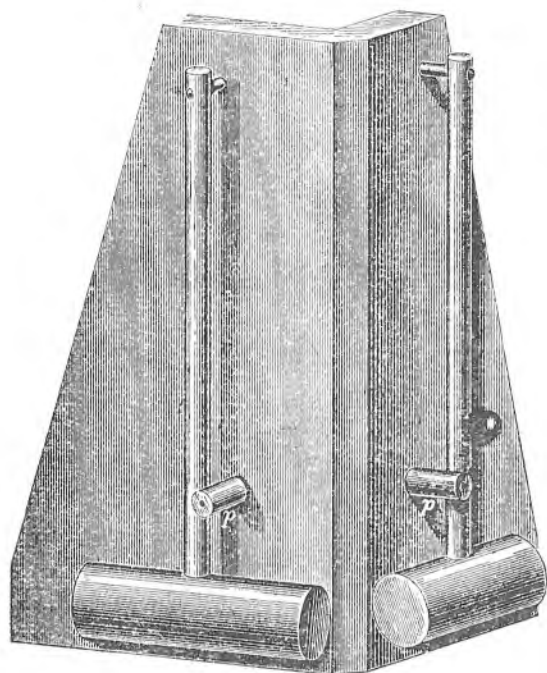
$$A_1 B_1 : A_2 B_2 : A_3 B_3 = A_1 C_1^2 : A_2 C_2^2 : A_3 C_3^2$$

Ova treća kombinacija dvaju gibanja po pravcima razliĉnoga smjera nada sve je zanimljiva baš poradi toga, što nam otkriva novu istinu, da od dva gibanja po pravcima moŹe da postane u zgodnim prilikama i gibanje po krivulji! I tu nam je istinu odala primjena principa nezavisnosti gibanja.

Kritiĉan će medjutim ĉitalac s pravom primijetiti, da su to sve lijepe, zanimljive, moŹda i vaŹne spoznaje o sastavljanju gibanja; no kako su sve izvedene iz principa nezavisnosti, a taj nije dokazan, sve ga te spoznaje, ma kako bile zanimljive, ne će posve zadovoljiti. Pravo će reći, da su to sve — tek gi-

banja na papiru! Pitanje je, što priroda odgovara na ta naša umovanja? Nema li pokusa i pojava u samoj prirodi, koji bi nam umovanja potvrdili?

Nijemac Weinhold načinio je zgodan aparat, koji nam bar za dva jednolika gibanja po pravcima potvrdjuje pokusom



Sl. 74. Weinholdov aparat za pokuse o sastavljanju dvaju jednolikih gibanja.

zakon za paralelogram gibanja, a tim i princip nezavisnosti za taj slučaj. Kako je pokus i aparat veoma jednostavan, pa bi marna čitaoca znao potaknuti, da ga i sam izvede, neka nadje ovdje mjesta. Slika 74. pokazuje aparat. Dva su drvena bata pričvršćena na stalku i mogu padati do kaučuka p. Medju njih dolazi kuglica (Sl. 75.). Ako se samo jedan bat digne i ispusti, da potjera kuglicu, ide ova jednim pravcem, a od drugoga bata

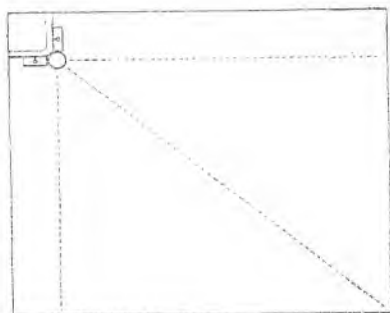
drugim pravcem. Dignu li se oba bata jednako visoko, giba se kuglica zajedničkim udarom obaju batova pravcem, koji polovi kut obaju predjašnjih pravaca. Digne li se jedan bat više od drugoga, kutovi nisu jednaki; u smjeru jačega udara je manji kut. (Sl. 75.).

A sada da vidimo, što nam priroda sama govori o sastavljanju gibanja. S velikim ćemo zadovoljstvom taj govor njezin čitati, jer će nam veoma lijepo potvrditi naša umovanja!

III.

Gibanje bačenih tjelesa ili projektila.

Kamenje i druga tjelesa bacali su ljudi za stalno od najstarijih vremena. Bit će da ih nužna obrana od neprijatelja na



Sl. 75. Pokus o sastavljanju dvaju jednolikih gibanja s Weinholdovim aparatom.

to nukala. Danas već djeca bacaju lopte svakovrsne u svojim igrama. Ljudi su i gledali, kako se ovakva bačena tjelesa — zovu ih rado „projektili“ — kroz uzduh gibaju, pak su iskustvom i naučili, kako ih treba baciti — ili iz ruke ili drukčije — da pogode određeni cilj. Učeni su ljudi već u starom vijeku mnogo umovali o gibanju takvih projektilâ, pak bi n. pr. po Aristotelu gibanje tijela bačena horizontalnim (vodoravnim) smjerom sastojalo od 3 dijela: od horizontalnoga pravca („usiljenoga“ gibanja), od kružnoga luka („mješovitoga“ gibanja) i to četvrtine kružnice i napokon od osovnooga (verti-

* projicio (lat.) = izbacujem.

kalnoga) pravca („prirodnoga“ gibanja). Bacon istražuje još godine 1620. čak 19 različitih gibanja. Jedna je od tih vrsti „gibanje poradi strave od gibanja!“

O jednom od najranijih i čovjeku najpotrebnijih gibanja ovako nezgrapna mišljenja još do pred 250 godina! I tu je Galilei snažno krčio drač i utirao našem znanju nove putove k istini!

1. Gibanje tijela bačena vertikalno u vis. Kadgod bacimo kamen, kuglu snagom naših mišića i ruke, ima tijelo u času, kada iz ruke odleti, već neku određenu brzinu i tom se brzinom giba u onom smjeru, koji smo mu dali svojom voljom. Kako se giba? Budući da u času, kada izadje iz ruke, već ima brzinu n . pr. c m , gibat će se tom brzinom, stečenom od snage naše ruke, po pravcu jednoliko, — bar spočetka — tako dugo, dok ne budu kakvi otpori toliko djelovali, da primjećujemo, kako se brzina pomalo umanjuje i gibanje tijela tim postaje usporeno. Što je veća snaga naših mišića i jači zamah ruke, to će većom početnom brzinom izaći kugla iz ruke. Pomislimo n . pr. na bacanje kugle po glatkoj kugljani! Tu jasno vidimo različne početne brzine kugle prema snazi kugljača, tu vidimo dosta jasno, kako kugla preleti kugljanu sa dobivenom brzinom u pravcu, koji joj damo, sa stalnom brzinom — sve dakako uz uvjet, da je kugljana glatka i ravna! No takvu početnu brzinu možemo kuglama dati i drukčije: n . pr. strjelicom; u novije doba osobito topovima i puškama. Iz modernoga topa n . pr. može velika kugla izletjeti brzinom $c =$ do 500 metara u sekundi, a iz dobre puške mala olovna kuglica izleti brzinom od 300 metara, kod najnovijih pače 600—700 m u sekundi! Uopće možemo reći:

„Od svakoga udarca prima projektil određenu stalnu početnu brzinu i giba se njom samom jednoliko po pravcu.“

Kada ne bi bilo nikakvih zapreka tomu gibanju, nema razloga, da ta mrtva masa sama od sebe promijeni i najmanje veličinu ili smjer svoje brzine. („Princip ustrajnosti“ — Galilei 1611.). Na Zemlji žalibože postoji bar jedna zapreka svakomu takvom gibanju, a ta je „otpor uz-

duha", kroz koji mora da se giba svako tijelo na Zemlji, jer taj uzduh oklapa Zemlju naokolo plaštem, koji seže sve manjom gustoćom do 700 kilometara, dok naši najviši breгови ne dosežu ni 9 kilometara visine! Ako dakle hoćemo, da dobijemo čiste zakone gibanja zemaljskih, moramo svagda uzeti, da se tijelo giba u praznu prostoru (u „vakuumu“). To ćemo i ovdje uzeti, kao što smo to već učinili, izučavajući padanje tjelesa!

Smjer, u kojem se tijelo baci, može biti vrlo različan, n. pr. vertikalno dolje, vertikalno gore, horizontalno, kos gore, kos dolje.

Zanima nas ovaj čas projektil bačen nekom brzinom c vertikalno gore. Iz ruke bit će veoma teško baciti kuglu točno vertikalno u vis prema zenitu! Drugim sredstvima se mnogo lakše uspije u tom: n. pr. puškom ili topom, koji se postavi točno vertikalno sa zjalom gore.

Kako se giba kugla bačena vertikalno u vis?

Ona svakako podje sa stalnom svojom početnom brzinom c , recimo neka bude $= 9810 \text{ cm}$ pravcem vertikalnim u vis i prevaljuje u svakoj sekundi svojih 9810 cm , ona se giba jednoliko po pravcu. Uvidjamo i to: ako u isto doba ne mora da izvršuje nikakvoga drugoga gibanja i ako nema nikakvih zapreka njezinu jednolikom gibanju, ona će svoje gibanje nastavljati i sve dalje odlaziti po svojem stalnom pravcu prema zenitu na nebeskom svodu i nikada je već ne će biti natrag! No u tom zaključku su dva „ako“! 1. Ako nema zapreka njezinu gibanju! Jednu već znamo: otpor uzduha. Uzmimo dakle, da se giba u vakuumu; onda će zaista otići sa Zemlje u nepovrat? 2. „Ako ne mora da izvršuje u isto doba još koje drugo gibanje! Tu smo smjesta na čistu, da naša kugla doista mora da izvršuje neprekidno još jedno gibanje odmah od onoga časa, kada je izletila — ona mora da pada, jer svako tijelo na Zemlji pada, čim nije poduprto, a naša kugla izletjevši iz ruke, puške . . . očito od toga časa dalje nije poduprta.

Padanje je pak, kako jur znamo, jednoliko ubrženo gibanje po vertikalnom pravcu dolje s ubrženjem $g = 981 \text{ cm}$ u sekundi (str. 135.).

Kugla naša izvršuje dakle uistinu u isto doba dva gibanja po istom pravcu (vertikalnom), ali u suprotnom smjeru: jednoliko gore, padanje dolje.

Evo nam prilike, da primijenimo princip nezavisnosti gibanja i da ga u prirodi kontroliramo!

Po njem digla bi se naša kugla u svom jednolikom gibanju nakon 1 sekunde 9810 *cm* visoko. U toj sekundi pak pane 490·5 *cm*. Dakle joj je put nakon 1 sekunde = $9810 - 490·5 = 9319·5$ *cm*, a brzina na koncu prve sekunde joj je: $v_1 = 9810 - 981 = 8829$ *cm* i ta se brzina od sada dalje u svakoj sekundi umanjuje za tih 981 *cm*. Naša se kugla dakle vertikalno u vis ne giba jednoliko, nego na svaki način usporeno! No kako joj se brzina u svakoj sekundi za jednako umanjuje (za 981 *cm*), usporenje („retardacija“) je kod toga gibanja stalno, dakle moramo reći:

„Gibanje je projektila, bačena vertikalno u vis, **jednoliko usporeno** po pravcu sa stalnim usporenjem od 981 *cm* u sekundi“.

Evo nam dakle u prirodi lijepa primjera ove četvrte, jur prije spomenute vrste gibanja! (Str. 145.)

Dalji je tečaj toga gibanja sada za nas gotovo na dlanu. Kako mu se početna brzina od 9810 *cm* u svakoj sekundi umanjuje za 981 *cm*, kazuje ti lak račun, da će se kugla u vis dizati samo 10 sekundi = $9810 : 981 = 10$. — Nakon toga joj je vremena spala brzina na nulu i kugla je na vrhu svoje staze u vis: jednolikoga gibanja dalje u vis nema, jer je sva početna brzina jur potrošena; preostaje dakle od toga momenta samo padanje i kugla se vraća po istom pravcu k Zemlji po zakonima padanja, koje već znamo (str. 137. i 138.). Kugla se dakle mora da vrati na Zemlju i to baš u onu točku, s koje je pošla. Ako je n. pr. izletjela iz topa postavljena vertikalno, morala bi se povratiti u njegovo zjalo!

Još nas zanima pitanje: kako se visoko popela kugla za onih 10 sekundi svoga dizanja? Princip nezavisnosti odgovara: u jednolikom gibanju digla bi se kugla za 10 sekundi visoko: $s = 9810 \times 10 = 98100$ *cm* visoko; no budući da suprotnim

* retardatio (lat. = usporenje, zakašnjenje.

smjerom pada, pasti će za tih 10 sekundi za $s = \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 490.5 \times 10^3 = 49050 \text{ cm}$. Dakle se je u svem digla samo $98100 - 49050 = 49050 \text{ cm}$ visoko!

Koliko će sekundi padati? Ima da pane 49050 *cm* duboko. Dakle je $49050 = 490.5 \times t^2$; $t^2 = 49050 : 490.5 = 100$ ili $t = 10$ sekundi. Kugla dakle natrag pada baš toliko sekundi, koliko se dizala. No pri tom joj padanju brzina, kako znamo, raste od nule za 981 *cm* u svakoj sekundi. Kada pane natrag na mjesto, s kojega je pošla, brzina joj je dakle: $981 \text{ cm} \times 10 = 9810 \text{ cm}$, dakle točno tolika, kolika je bila, kada je sa Zemlje pošla!

Ne možemo dakle poreći gibanju projektila, bačena vertikalno u vis, velike zanimljivosti! U prvoj je svojoj polovini do vrha staze jednoliko-usporeno s usporenjem („retardacijom“) od 981 *cm* po sekundi, u drugoj nije ništa drugo nego slobodno padanje, dakle jednoliko ubrženo po istom pravcu. Diže se i pada jednak broj sekundi, a vraća se na Zemlju u istu točku, s koje je pošao, s brzinom, s kojom je pošao s površine zemaljske!

Za prvu polovinu (za dizanje) imamo očito u najkraćem matematičkom govoru ova dva osnovna zakona:

$$v = c - gt \quad . \quad . \quad . \quad \text{I) i } s = ct - \frac{g}{2} \times t^2 \quad . \quad . \quad . \quad \text{II)}$$

a za drugu polovinu poznata dva zakona slobodnoga padanja

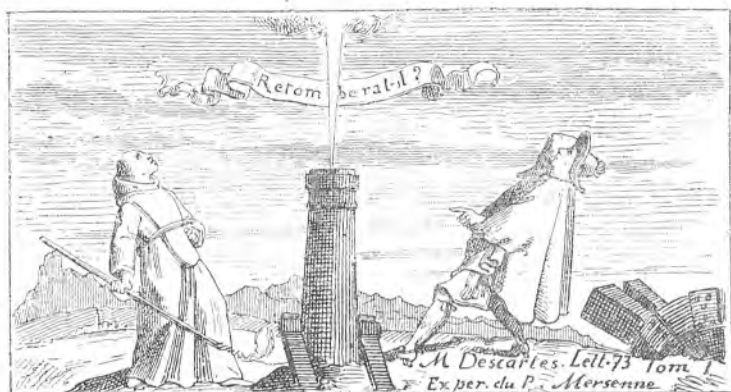
$$v = gt \quad . \quad . \quad . \quad \text{I) i } s = \frac{g}{2} \times t^2 \quad . \quad . \quad . \quad \text{II) (str. 137. i 138.)}$$

koje će pomnjev čitalac sada razumjeti bez posebnoga razjašnjavanja, a znat će ih reći i u običnu govoru.

Primjeri 1. Kugla se iz puške ispali vertikalno u vis početnom brzinom $c = 367.5 \text{ m}$. Kako se dugo diže? Do koje se visine popne? Kada će se i s kojom brzinom povratiti na tle? ($g = 980 \text{ cm}$.) Odgovori: Diže se 37.5^s sekundi; digne se visoko 6890.625 *m* (gotovo 7 kilometara!). Vratí se na tle nakon 75^s sekundi s brzinom od 367.5 *m*.

Primjer 2. Bacim loptu vertikalno u vis, pak ju opet uhvatim nakon 4 sekunde. Do koje se visine digla lopta i s kojom brzinom pane u ruke ($g = 10 \text{ m}$)? Odgovori: Lopta se digla 20 *m* visoko i pane u ruke s brzinom od 20 *m*.

Primjer 3. Divlja patka leti baš vertikalno iznad mene. Kugla iz puške s početnom brzinom od 480 m pogodi ju nakon $\frac{1}{4}$ sekunde. S kolikom je brzinom kugla pogodila patku? Kako je visoko nada mnom letjela patka i za koliko će vremena nakon ispaljene puške pasti na tle? (Na otpor se uzduha ne obaziremo, a $g = 10\text{ m/s}^2$.) Odgovori: $v = 480 - 10 \times \frac{1}{4} = 477.5\text{ m/s}$; $s = 480 \times \frac{1}{4} - 5 \times \frac{1}{16} = 119.7\text{ m}$. Pasti će na tle gotovo nakon 5 sekundi.



Sl. 76. Isusovac Mersenne i zapovjednik tvrđave Petit čekaju kuglu iz topa, da se povrati, ali je ne dočekaše.

Bilješka. Ovako se giba vertikalno u vis bačen projektil, ako gibanju nema nikakvih zapreka, dakle prije svega samo u praznu prostor. No to je slučaj umišljen (imaginaran), budući da se projektili gibaju u uzduhu, od kojega potječe neki otpor. Zovu ga općeno „otpor sredstva”. Posljedica mu je svakako, da se brzina i kod dizanja i kod padanja kugle nešto umanjuje. No pored toga znamo danas, da Zemlja, na kojoj se ta pojava zbiva, nije na miru; ima dvojako gibanje: translaciju u prostoru oko Sunca i jednoliku vrtnju oko osovine; ova utječe na gibanje projektila. Treba u račun uzeti utjecanje svih tih faktora, pak time postaje ovo pitanje zamršen mehanički problem, ako ga hoćeš potpuno riješiti. Nije naša, da se njim dalje bavimo! No s tih je razloga jasno, da se ovi zakoni ne će dati posve točno potvrditi pokusom.

Ne dugo nakon toga, što je Galilei objavio svijetu istinu o padanju i o ovom veoma zanimljivom gibanju, mnogi su sumnjali o vrijednosti tih otkrića, pa među njima i umovi

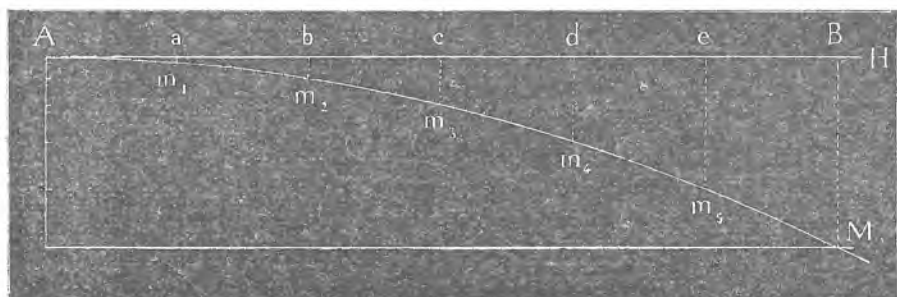
prvoga reda. Da navedemo samo jednoga: Francuza Descartesa (čitaj: Dekart), suvremenika Galilejeva, koji je živio od god. 1596.—1650. Muž velikoga uma i glasovit poradi svoje filozofije i obreta analitičke geometrije. U potpunoj je protimbi s Galilejem držao, da je u fizici umovanje (spekulacija) najbolji način za istraživanje prirode. Došao je tim putem do svojih osobitih, veoma čudnih zakona za gibanje, ali se čovjek ne može dosta načuditi, kako se je takav um mogao zadovoljiti s tim zakonima. Toliko je uvjeren o njihovoj istini, da na jednom mjestu kaže: kad se ne bi pokusima potvrdili, on bi više vjere imao u svoj razum, nego u svoja osjetila! Negdje je i ova slika u njegovim djelima (Sl. 76.). Prijatelj mu Isusovac Mersenne i zapovjednik tvrdjave Petit ispališe nekoliko put top vertikalno u vis, ali ne dočekaše, da bi se kugla povratila. Otud pitanje: retombera-t-il (hoće li natrag pasti?). Top očito nije stajao vertikalno, jer baš nije bilo lako tako ga namjestiti.

Mersenne i Petit, kad ne vidješe kugle, da se vraća, zaključiše, da je ostala u uzduhu, gdje će za stalno dugo ostati! Poisson je početkom 19. stoljeća doista računao utjecanje gore spomenutih faktora na gibanje projektila bačena vertikalno u vis brzinom od 400 *m*, pa je našao, da bi samo nekoliko centimetara od ishodišta natrag pao — dokaz, kako Mersenne i Petit nisu pravo izvodili svoje pokuse — inače veoma opasne!

U jednom pismu veli Descartes za Galileja, „da u njegovim knjigama ništa ne vidi, zašto bi mu zavidjao i gotovo ništa, što bi htio priznati svojim“. Pa ipak su Descartesovi zakoni gibanja bili fantazija, a Galilejevi su — vječne istine fizike!

2. Gibanje tijela bačena horizontalno. Ako se tijelo baci u horizontalnom smjeru iznad tla zemaljskoga (Sl. 77.), ima materijalna točka *A* da i sada izvršuje u isti mah dva gibanja: jednoliko u pravcu *AH* i padanje, dakle jednoliko ubrženo, u smjeru vertikalnom dolje. Smjerovi tih gibanja čine sada pravi kut (kut od 90°) kod *A* i mi znamo već otprije (str. 159.) — ako se ne obaziremo na otpor uzduha, t. j. ako uzmemo, da se projektil giba u

praznu prostoru (vakuumu) — da put projektila sada nije više pravac nego krivulja, kojoj dadosmo ime parabola. To lijepo pokazuje prema principu nezavisnosti i ova slika za 6 sekundi gibanja do tla. Aa je stalna početna brzina, a am_1 , bm_2 , cm_3 , dm_4 , em_5 i BM su putovi padanja nakon 1, 2, 3, 4, 5 i 6 sekundi. Mjesta materijalne točke po paralelogramu gibanja bit će dakle nakon pojedinih sekundi m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , m_5 i nakon 6 sekundi past će projektil na tlo zemaljsko u M . Pri tom treba znati, da je $am_1 = 5\text{ m}$ (4'9 m), $bm_2 = 4 \times am_1$; $cm_3 = 9 \times am_1$, i t. d. do $BM = 36 \times am_1$. — Put projektila A izlazi, ako se sva ta njegova mjesta sastave krivuljom $Am_1m_2m_3 \dots M$.



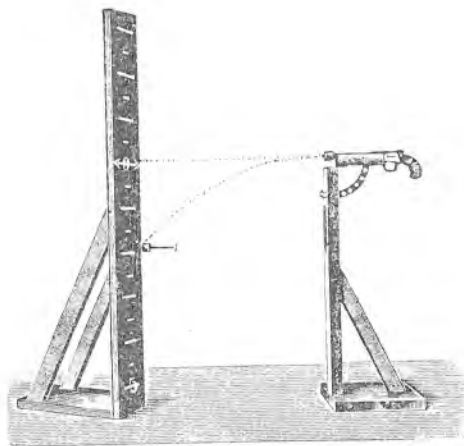
Sl. 77. *Gibanje projektila A (materijalne točke) bačena horizontalnim smjerom.*

Ta je krivulja, kako već znademo (str. 159.) parabola s vrhom u ishodištu gibanja, a svoju ugnutu stranu okreće tlu zemaljskomu. Dok stigne na tlo, treba kugla po paraboli točno 6 sekundi od A do M . No da smo iz A u onom trenu, kada je materijalna točka A pošla, pustili slobodno padati drugu materijalnu točku, ona bi, kako vidimo na slici, također točno nakon 6 sekundi pala bila na tlo vertikalno ispod A . Dakle obje materijalne točke panu u isti čas na tlo, premda je jedna išla po dugačkom luku parabole od A do M , a druga ravno od A pravcem dolje!

Da je doista staza (= „die Bahn“ = la trajectoire) projektila parabola, to se u ovom slučaju može mnogovrsno potvrditi: najbolje jakim mlazom vode, koji iz horizontalne cijevi istječe odredenom stalnom brzinom, a nije loš ni

aparat u priloženoj slici (Sl. 78.), složen od pištolja na pero, koji se može po volji namještati horizontalno i koso, i od skale, od koje se može pištolj po volji odmicati. I opet sprava, koju si može maran čitalac i sam načiniti i cio niz lijepih pokusa, pače i mjerenja izvoditi, koji svi lijepo potvrđuju naše umovanje na temelju principa nezavisnosti, a tim i princip sâm.

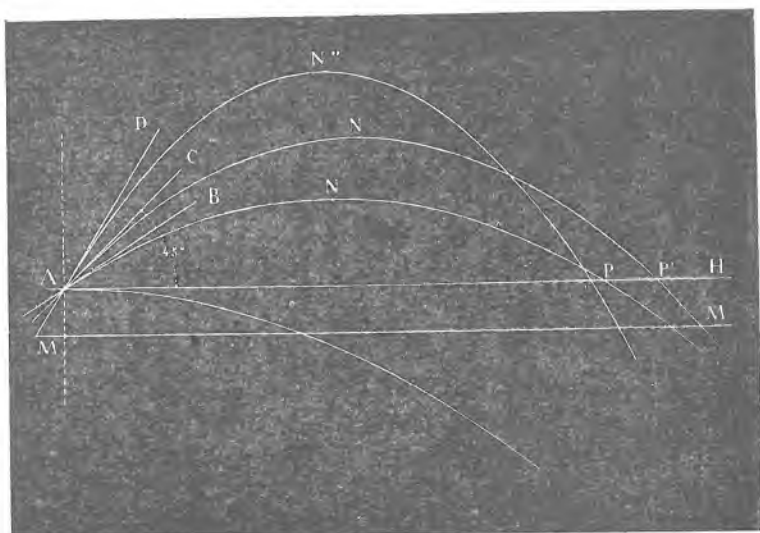
3. Gibanje tijela bačena koso u vis. Ako se projektil baci koso u vis određenom stalnom brzinom c , imamo očito isti slučaj kao prije, tek kut između smjera jednolikoga gibanja



Sl. 78. Pištolj na pero za pokuse o horizontalnom hicu i hicu koso u vis.
Po Grimsehl.

i smjera padanja nije pravi kut, nego kut veći od njega, n. pr. za 30° , 45° , 60° i t. d. Staza je projektila, ako se ne obaziremo na otpor uzduha, opet parabola (Sl. 79.). No dužine i oblici tih parabola zavisit će u jednu ruku od početne brzine, a u drugu od veličine kuta. Projektil se najprije pomalo uspinje od A do vrha (N , N' , N''); tu mu je smjer gibanja horizontalan; odsada se spušta po drugoj polovini parabole, koja je simetrična s prvom. Vrh parabole u ovom slučaju nije u ishodištu gibanja A , nego u najvišoj točki puta i projektil ne opisuje samo polovinu, nego čitavu parabolu. U našoj je slici

MM tlo zemaljsko, AH horizontalni smjer u visini, u kojoj je materijalna točka (ili kugla iz topa) pošla smjerovima AB , AC i AD . Prvom kutu BAH pripada (uz istu početnu brzinu u sva 3 slučaja!) parabola ANP , drugomu kutu CAH parabola $AN'P'$, a trećemu kutu DAH parabola $AN''P''$. Daljina AP , AP' i AP'' , u kojima projektil siječe horizontalu AH , običava se zvati „daljina kosoga hica“. Ta se daljina mijenja prema



Sl. 79. Gibanje projektila, bačenih koso u vis pod različnim kutovima. Staze su parabole različitih dužina i oblika.

kutu, kako vidimo i u slici, a mehanika pokazuje računom, kolike su te daljine uz različne kute, i dokazuje, da je daljina kosoga hica najveća, ako se projektil izbací pod kutom od 45° ($\angle CAH$ u slici); daljina je hica AP' kod kuta od 45° veća od daljine uz manji i uz veći kut od 45° .

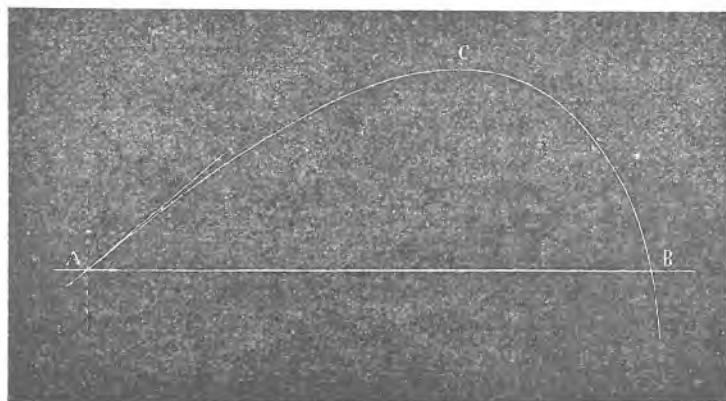
I tu nam priroda potvrđuje princip nezavisnosti, jer svi pokusi n. pr. s mlazom vode ili s kuglama potvrdíše i u ovom slučaju naše umovanje. Mogu se potvrditi i pokusima s pištoljem na pero, čas prije spomenutim.

Ako se u račun uzme otpor uzduha, staza projektila nema više isti oblik; otpor ju uzduha izobličí, kako pokazuje

ova slika (Sl. 80.). Najviša točka staze nije više u sredini krivulje: dio AC duži je od dijela CB , dok je ovaj strmiji.

U topništvu, gdje se ovi zakoni upotrebljavaju u velike za bacanje teških kugala u velike daljine — žalibože ne u plemenite svrhe — postaje pitanje o točnom obliku ove krivulje, o visini hica i o njegovoj daljini veoma zamršen problem, jer tu još utječe i vrtnja Zemlje, a i gibanje projektila u topu. To proučavanje ide pred stručnjake.

* * *



Sl. 80. *Gibanje projektila, bačena koso u vis u uzduhu.* — Staza je „balistična krivulja“.

Veoma nas zanimljive pojave o sastavljanju gibanja zemaljskih zaokupiše u ovom članku! Da ih još jednom ukratko pregledamo!

1. Svako tijelo može da istodobno izvršuje dva ili više gibanja, koja se tako sastavljaju, da mu odredjuju novu stazu i brzinu.

2. Osnovni zakon je tu „princip nezavisnosti gibanja“, koji nas u tom području pojava gibanja svagdje vodi: tijelo dospije svagda na ono mjesto, kuda bi dospjelo, da izvrši najprije jedno, pa onda drugo gibanje.

3. To se mjesto nadje bez ikakva računa, ako se nacрта „paralelogram gibanja“, koji može u određenim slučajevima postati i „paralelogram brzina ili ubrženja“.

4. Dva se jednolika gibanja po pravcima razliĉnih smjerova sastavljaju u novo jednoliko gibanje takodjer po pravcu.

5. Dva se jednoliko ubrŹena gibanja po pravcima, a razliĉnih smjerova, sastavljaju u novo jednoliko ubrŹeno gibanje takodjer po pravcu.

6. Jedno jednoliko i jedno jednoliko ubrŹeno gibanje po pravcima razliĉnih smjerova sastavljaju se u gibanje po krivulji — paraboli.

7. Primjene ovih zakona, a tim i potvrdu principa nezavisnosti, dade nam trojako gibanje projektila, baĉenih vertikalno u vis, horizontalno i koso u vis. Prvi nam je sluĉaj u prvoj polovini svoĝa gibanja pokazao nada sve lijep primjer jednoliko usporena gibanja, a ostala dva isto tako zanimljive i vaŹne primjere iz prirode o gibanjima po krivuljama.

4. O rastavljanju gibanja. Netom pribrani zakoni o sastavljanju jednolikih i jednoliko ubrŹenih gibanja bude u paŹljivu ĉitaocu novu misao. Mi smo ondje n. pr. vidjeli veoma zanimljivu pojavu, kako se jednoliko gibanje baĉena tijela sastavlja s jednoliko ubrŹenim padanjem njegovim u novo gibanje po krivulji paraboli (str. 169.). U ovom primjeru dakle toĉno znamo, da je gibanje projektila po paraboli zaista postalo sastavljanjem onih dvaju gibanja. Da budemo neŹto kraĉi u izraŹavanju, recimo, da se ona dva gibanja, iz kojih je gibanje po paraboli postalo, zovu zajedniĉkim imenom „komponentna* gibanja“, a novo gibanje po paraboli neka se zove „rezultantno** gibanje“, kraĉe se govori takodjer: „komponente“ i „rezultanta“ gibanja. No sada dolazi naŹ razum pak umuje ovako: kada vidim pred sobom rezultantu onih dvaju gibanja, ja ju mogu obrnuto svaki ĉas rastaviti u komponente gibanja. N. pr. luk parabole $A m_3$ (Sl. 77.), prevaljen u 3 sekunde, dat ĉe mi za jednu komponentu gibanja (Sl. 77.) put $A c$, a za drugu put $c m_3$. Mi moŹemo dakle ovo gibanje po paraboli svagda rastaviti u njegove dvije komponente gibanja. Veoma jednostavna crtnja rjeŹava zadaću. Neka bude luk para-

* compono (lat.) = sastavljam.

** resulto (lat.) = proizlazi.

bole $A m_3$ rezultanta gibanja. Kako znam u ovom slučaju, da jedna komponenta gibanja ide horizontalnim, druga vertikalnim smjerom, nacrtam u ishodištu A ta dva smjera i povučem iz krajnje točke usporednicu $m_3 c$ s vertikalnim smjerom; dobio sam već obje komponente gibanja: horizontalnu Ac i vertikalnu cm_3 . Mogao sam crtnju još tako izvesti, da iz m_3 povučem još usporednicu s horizontalnim smjerom, pak bih bio dobio potpuni paralelogram gibanja. Rastavljanje je dakle jednoga gibanja u dva komponentna gibanja, ako su smjerovi tih komponentnih gibanja zadani, po zakonu o paralelogramu gibanja veoma jednostavna zadaća, o kojoj ne treba dalje raspravljati. Čitalac će i sam uvidjeti na temelju predjašnjih zakona ove nove zakone:

1. Svako se jednoliko gibanje po pravcu u zadanoj ravnini može rastaviti u dva komponentna gibanja, koja su oba jednolika gibanja po pravcima u toj ravnini.

2. Svako se jednoliko ubrženo gibanje po pravcu u zadanoj ravnini može rastaviti u dva komponentna gibanja, koja su oba jednoliko ubržena gibanja po pravcima, u toj ravnini.

3. Gibanje po krivulji paraboli u zadanoj ravnini možemo rastaviti u dva komponentna gibanja, koja su oba gibanja po pravcima, jedno je jednoliko, drugo je jednoliko ubrženo.

Ako dakle u daljim našim razmatranjima naidjemo na vlastito na kakovo gibanje po krivulji, opravdano ćemo smjeti pomišljati, da je to gibanje rezultanta od nekih komponentnih gibanja po pravcima, makar i ne znali, da je od njih uistinu postalo. Mi ćemo moći u svakom takovom slučaju ispitivati, iz kojih je i kojega smjera komponenata to gibanje po krivulji postalo.

No jedno treba pri tom istaknuti. Dok je zadaća: dva zadana komponentna gibanja sastaviti u resultantno gibanje, posve određena, pak ne može iz toga posla da izadje ništa, nego jedna jedina rezultanta gibanja, obrnuta se zadaća: zadano gibanje rastaviti u dvije komponente gibanja, može riješiti na nebrojeno mnogo načina prema tomu, koje ćeš smjerove dati komponentama gibanja. Zadana je rezultanta gibanja dijagonala paralelograma, a k zadanoj dijagonali možeš nacrtati ne-

izmjerno mnogo paralelograma, o čem će svakoga uvjeriti pokusna crtnja. Pamtimo dakle:

„Svako se gibanje može na neizmjerno mnogo načina rastaviti u komponente gibanja prema tomu, kakovi se smjerovi tim komponentama odrede“.

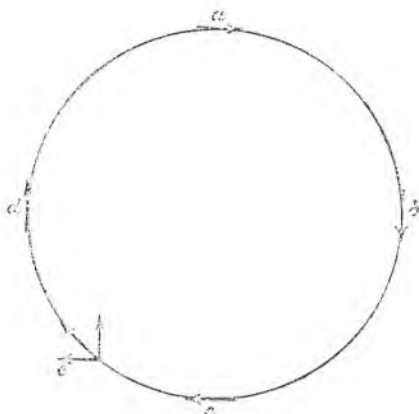
No čim su smjerovi obiju komponenta unaprijed zadani, gibanje se rastavlja samo na jedan jedini način u svoje komponente!

Samo još časa da se zaustavimo kod rastavljanja gibanja po krivulji u komponente! Za ishodište uzmimo parabolu kod gibanja projektila bačena horizontalnim smjerom (Sl. 77.). Obje komponente čine pravi kut. Ako isporedimo, kako obje komponente gibanja rastu s vremenom gibanja, vidimo, da je horizontalna komponenta nakon 2, 3, 4... sekundi točno 2, 3, 4 puta tolika, kolika je bila u 1 sekundi: $Ab = 2. Aa$; $Ac = 3. Aa$; $Ad = 4. Aa$ i t. d. Velimo: horizontalna komponenta gibanja raste „razmjerno s vremenom“. Vertikalna komponenta ne raste tako! Vidimo na slici, da je ta komponenta nakon 2, 3, 4... sekunde već 4, 9, 16... puta tako velika, kao u prvoj sekundi: $bm_2 = 4. am_1$; $cm_3 = 9. am_1$; $dm_4 = 16. am_1$ i t. d. Ova komponenta raste posve drukčije nego prva! Toga kod rastavljanja zadana gibanja po pravcu nikada nema: tamo raste svagda jedna komponenta, kao druga, a obje kao rezultanta! Ako je n. pr. rezultanta bila jednoliko-ubrženo gibanje, obje su komponente gibanja jednoliko ubržena gibanja (isp. sl. 72.), a to isto vrijedi i za rastavljanje jednolika gibanja (isp. sl. 69.). Pamtimo dakle i ovu bitnu razliku između gibanja po pravcima i po krivuljama:

„Kod gibanja po krivulji obje se pravokutne komponente posve različito mijenjaju i onda, ako su dužine putova po krivulji u pojedinim sekundama posve jednake“.

Za razjašnjenje neka nam još posluži jednoliko gibanje materijalne točke po kružnici — toj najjednostavnijoj, ali i najvažnijoj krivulji. (Sl. 81.) Točka se giba smjerom strjelice.

Kod *a* je komponenta na d e s n o velika, a komponenta na nju okomita (n a p r i j e d ili n a t r a g) jednaka nuli. Kod *b* je baš ova komponenta narasla velika, a prva se umanjila na nulu. Kod *c* niti nema komponente na desno, nego postoji samo komponenta na l i j e v o, a nema komponente ni naprijed ni natrag. Kod *d* je napokon nestalo sasvim komponente na lijevo, ali se javlja velika komponenta n a t r a g. No ima i takvih ča-



Sl. 81. Jednoliko gibanje po kružnici i njegove komponente u različitim točkama staze.

sova, gdje su obje komponente jednake, n. pr. kod *e*. Sve se te promjene komponenta gibanja zbivaju, premda je rezultanta gibanja u svakoj sekundi jednaka! Uzroku se je lako domisliti. Kod jednolika gibanja po kružnici ostaje doduše brzina jednako velika, ali brzina je vektor (str. 123.), koji je određen tek onda, ako mu je zadan i smjer. Jasno je na prvi mah, da kod našega gibanja po kružnici s t a l n a brzina neprekidno m i j e n j a svoj smjer: čas joj je smjer n a d e s n o, čas n a l i j e v o, čas g o r e, čas d o l j e. Otuda i ono nejednako mije-

njanje pravokutnih komponenta toga gibanja po kružnici.

* * *

Svakovrsnoga smo novoga znanja o zemaljskim gibanjima stekli u ovom članku! Znamo, kako se sastavljaju po dva u novo treće gibanje, a možda nas je pri tom još najviše osupnula spoznaja, da u zgodnim prilikama od dva istodobna gibanja p r a v c i m a može da postane gibanje p o k r i v u l j i.

Oboružani tim znanjem idemo s nadom u uspjeh na posao, da izučavamo neka zamršenija zemaljska gibanja — neka z a n i m l j i v a g i b a n j a p o k r i v u l j a m a.

Ne ćemo ni toga požaliti, jer će nam se duševni horizont u carstvu gibanja time opet znatno proširiti.

O gibanjima po krivulji.

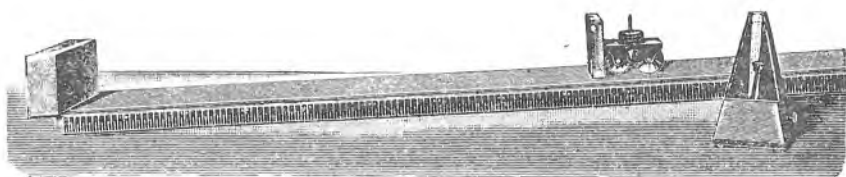
Padanje niz kosinu i niz krivulju. — Jednoliko gibanje po kružnici. — Njegova komponentna gibanja: jednoliko u smjeru tangente i jednoliko ubrženo u smjeru k središtu kruga. — Centralna komponenta toga gibanja. — Ubrženje centralne komponente toga gibanja. — Centralno gibanje uopće. — Primjeri i pokusi o njem. — Ubrženo gibanje po krivulji. — Dva ubrženja: centralno i tangencijalno. — O centralnim gibanjima napose. — Plošni zakon centralnih gibanja. — Nebeska gibanja u novoj svjetlosti. — Kopernik i njegovo tumačenje tih gibanja: najveća revolucija u duhu čovjeka. — Kepler i njegovi zakoni nebeskih gibanja na osnovi Kopernikova tumačenja. — Orbitelj Sunca i gibanja njegovih članova po istini. — Gibanje mjeseca ili satelita.

I.

Padanje niz krivulju.

Spomenuli smo nastojanja Galileja, kako bi padanje tijela toliko usporio, da bi mjerenjem mogao potvrditi svoje zakone o padanju (str. 139.). Dosjetio se tomu, da pušta kuglice padati niz „k o s u r a v n i n u” ili kraće „k o s i n u”. Modernu kosinu za takva mjerenja pokazuje ova slika (Sl. 82.). Na jakoj je daski pričvršćena ravna ploča brušena stakla, duga oko 2 m, široka 25 cm. K tomu dolaze kolica s lakim kotačima, koja se lako gibaju i po volji mogu opteretiti utezama. Dok je daska vodoravna na stolu, kolica na staklenoj ploči miruju. Podmetnemo li ploči na jednom kraju klin, pretvorila se u kosinu, i kolica, postavljena na ploču, stanu se gibati niz kosinu najprije polako, kasnije sve brže. Omjer izmedju visine kosine i dužine njezine svagdje je jednak, pak tomu omjeru dajemo ime „p r i k l o n k o s i n e”, dok se kut, što ga čini kosina s ravninom stola, koja je horizontalna, zove „k u t p r i k l o n a”. Sve su naše ceste, koje vode niz brdo, takve kosine! Kraj kosine eno stoji „metronom”, koji glasno udara sekunde (a može, ako treba, udarati polusekunde, trećine sekunde i dr.). Ako načiniš priklon kosine 1 : 50, prevaljuju kolica u 1, 2, 3, 4 sekunde putove 10, 40, 90, 160 cm. Padanje je niz tu kosinu

jednoliko ubrženo gibanje s ubrženjem $a = 20 \text{ cm}$ u sekundi. Ako načiniš priklon $1 : 25$, dakle dvostruk, daje pokus ubrženje $a = 40 \text{ cm}$, dakle dvostruko spram prije. Kad bismo načinili priklon $1 : 1$ t. j. 50 puta veći, daska bi bila vertikalna, kolica bi slobodno padala, a ubrženje bi bilo 50 puta veće, t. j. 1000 cm po sekundi. Točan je broj 981 cm . I ovi nam pokusi s kosinom dadoše gotovo točnu vrijednost za ubrženje kod padanja! No to sve mi već otprije znamo. Zašto ovu kosinu ovdje upletosmo, drugi je razlog. Iz pokusa s njom izlazi, da je ubrženje kod padanja niz kosinu broj, koji se dobije, ako se ubrženje kod slobodnoga padanja $g = 1000 \text{ cm}$ (točno 981 cm) multiplicira s priklonom kosine:



Sl. 82. Kosina i metronom. — Za pokuse o gibanju niz kosinu.

Priklon $1 : 50$	...	ubrženje	$= 20 \text{ cm} = 1000 \times \frac{1}{50}$
„ $1 : 25$	...	„	$= 40 \text{ cm} = 1000 \times \frac{1}{25}$
„ $1 : 1$	...	„	$= 1000 \text{ cm} = 1000 \times \frac{1}{1}$

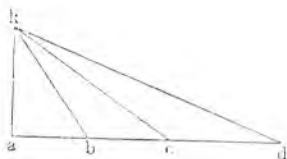
A ova spoznaja će nam poslužiti, da otkrijemo vanredno znamenitu novu istinu o padanju tjelesa na Zemlji. Računajmo malo!

Na kosini priklona $1 : 8$ bilo bi ubrženje $a = 125 \text{ cm}$ u sekundi. Nakon 8 sekundi padanja niz nju kuglica bi imala brzinu $v = a \times t = 125 \times 8 = 1000 \text{ cm}$ u sekundi. No baš tu bi brzinu imala kuglica, da je s vrha kosine slobodno padala samo 1 sekundu. Za onih 8 sekundi padanja niz kosinu priklona $1 : 8$ prevalila bi kuglica put $s = \frac{a}{2} \times t^2 = 62.5 \times 64 = 4000 \text{ cm} = 40 \text{ m}$. Taj je put baš 8 puta tako dug, kao put kod slobodnoga padanja u 1 sekundi (taj je naime, kako znamo $= 5 \text{ m}$). No budući da je priklon naše kosine $1 : 8$, pripada njezinoj dužini od 40 m baš visina od 5 m . Kada

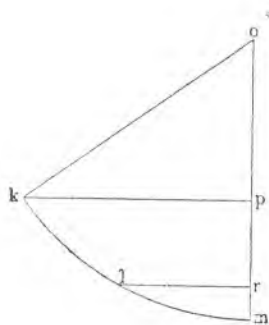
dakle kuglica niz ovu kosinu pada 40 m, spustila se je ona k Zemlji samo za 5 m, t. j. samo za visinu kosine. Izlazi dakle zakon važan:

„Tijelo, koje pada niz kosinu, dodje na dno kosine s istom brzinom, koju dobije, ako niz visinu te kosine slobodno pada“.

Taj zakon vrijedi ne samo za priklon kosine 1 : 8, nego i za druge priklone, koje pokazuje ova slika (Sl. 83.). Kuglica *k* dodje u točku *b*, *c* i *d*, padajući niz one 3 kosine s istom brzinom kao u točku *a*, padajući slobodno niz zajedničku visinu tih kosina.



Sl. 83. Padanje materijalne točke niz kosine različitih priklona i — niz visinu kosine *ka*. — Točka *k* dolazi u točke *a*, *b*, *c* i *d* istom brzinom.



Sl. 84. Padanje niz kružni luk.

Medju prvim primjerima zemaljskih gibanja naveli smo osobito značajno gibanje „n j i h a l a“ (str. 119.). Dignimo kuglicu *m* (Sl. 84.) iz osnovnoga položaja *m* za neki kut do *k* pa ju pustimo da pada natrag do osnovnoga položaja njihala *Om*. Kolikom će konačnom brzinom u nj stići? Kuglica poradi konca, na koji je privezana, ne može da pada slobodno; prisiljena je, da pada niz kružni luk *klm*. Pomislimo ga razdijeljena na mnogo malih dijelova, pak možemo uzeti, da je taj luk sastavljen od samih kratkih kosina različitih priklona, a za njih sve vrijedi gornji zakon.

Dakle će naša kuglica stići u osnovni položaj s istom brzinom, kao da je slobodno padala niz visinu toga luka, t. j. od

p do m . Da smo ju bili digli samo do l , bila bi padala niz luk lm , pak bi u osovni položaj stigla s brzinom, kao da je slobodno padala niz visinu rm . Izlazi dakle za padanje tjelesa niz krivulje općeni znameniti zakon:

„Kod svakoga padanja tijela niz kružnicu zavisi konačna brzina samo o vertikalnoj visini padanja“.

To se može slično dokazati i za druge krivulje.

Budući da znamo po zakonima slobodnoga padanja za svaku visinu padanja odrediti konačnu brzinu, znademo po netom otkritom zakonu naći tu brzinu i kod padanja niz makar koju krivulju.

U prvi nas mah možda taj zakon za padanje niz kosine i krivulje i osupljuje, jer tjelesa niz kosine mnogo duže padaju, pa ipak na koncu imaju istu brzinu, kao kod veoma kratkoga padanja niz vertikalnu visinu. Svoju neobičnost međjutim taj zakon posvema gubi, kada se sjetimo, da se u istom omjeru kod kosinâ i krivuljâ u manjuje i ubrženje padanja!

Spomenimo još na koncu, da je i ovu novu istinu o padanju niz krivulje otkrio Galilei!

Koliko je ovaj novi zakon za padanje zanimljiv, toliko je i važan kod izučavanja zemaljskih gibanja. Bit će i za nas još prilike, da ga se ponovno sjetimo!

II.

Jednoliko gibanje po kružnici.

Pored jednolikoga gibanja po pravcu, koje smo obilježili stalnom brzinom uvijek u istom smjeru, zanima nas najviše od svih gibanja po krivuljama jednoliko gibanje po najjednostavnijoj krivulji — po **kružnici**. Tu se razmatranje zamršuje time, što stalna brzina nema sveudilj istog smjera, nego se njezin smjer neprekidno mijenja (Sl. 81., str. 176.). Baš u tom i jest malo zamršenje toga izučavanja. No to nas i draži, da tomu gibanju iz bližega pogledamo u oči. Mi poznajemo već 2 primjera gibanja po krivulji: gibanje horizontalno bačenih tjelesa i koso u vis bačenih (str. 168. i str. 170.). No krivulje ne bijahu kružnice, a gibanje po njima ne bijaše jedno-

liko. Ali o tim gibanjima imamo jedno znamenito iskustvo: oba postadoše sastavljanjem dvaju gibanja po pravcima! Ne bismo li i naše jednoliko gibanje po kružnici mogli prikazati kao gibanje sastavljeno od dva gibanja po pravcima? Kakova su ta dva gibanja i koji su im smjerovi? — Da pokušamo sreću!

Naša se materijalna točka giba po kružnici jednoliko određenom brzinom od c cm u sekundi, dakle u jednakim vremenima, n. pr. u $\frac{1}{100}$ sekunde opisuje i jednake putove od $\frac{c}{100}$ cm! Neka bude ta kružnica u slici 85. sa središtem u M . U određenom je času naša točka u o , gibajući se s desna na lijevo. Prije svega je jasno, da će se točka nakon nekoga određenoga vremena ponovo vratiti u istu točku o . Velimo, da je točka svršila „jedan ophod“ po svojoj stazi ili da je svoju stazu „jedanput obašla“. Kako je gibanje po njoj jednoliko, trebat će točka za jedan ophod svagda jednako vrijeme; dajmo i tomu stalnom vremenu posebno ime „ophodno vrijeme“ (njem.: „Umlaufszeit“; franc.: „durée de la revolution“), a označimo ga i posebnim slovom T .

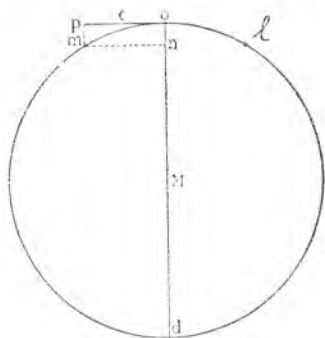
Geometrija nas uči, da možemo izračunati opseg čitave kružnice, ako joj znamo polumjer (radius) r po pravilu:

$$\text{„opseg kružnice“} = \text{dvostruki polumjer} \times 3.14159 \text{ ili } \dots\dots\dots O = 2r \times \pi,$$

ako broj 3.14159 označimo grčkim slovom π (čitaj: pi, „Ludolfov broj“). Ako sada još znamo i brzinu c naše točke po kružnici, možemo lako odrediti njezino ophodno vrijeme T :

$$T = 2r\pi : c.$$

N. pr.: polumjer $r = 5000$ cm; brzina $c = 40$ cm ($\pi = 3.1416$). Ophodno vrijeme $T = 10.000 \times 3.1416 : 40 = 785.4$ sekunde.



Sl. 85. *Jednoliko gibanje po kružnici.* — Da postane takvo gibanje treba da brzini op u smjeru tangente pristupi kao druga komponenta jednoliko ubrzano gibanje on upereno svagda k središtu M (centralna komponenta gibanja).

Ako sada uzmemo, da je naša točka iz o prešla *jako malen luk kružnice om* , možemo uzeti i to, da je taj luk *om pravac*. Uopće svaku krivulju možemo uzeti sastavljenom od samih veoma kratkih pravaca, ako ju razdijelimo na veoma mnogo malenih dijelova. Gdje se takva dva pravca sastaju, tamo imamo „pregib“. I luk *om* smatramo pravcem, što ga je točka prevalila n. pr. za 1 sekundu. Jednu sekundu prije toga bila je točka o isto toliko na desno u *l* . Pravci *lo* i *mo* imaju u o pregib. Kad je točka stigla u o , ona bi da nema pregiba, t. j. da je slobodna, svoj put prevalila dalje u smjeru *tangente* u točki o , *okomito* na polumjer kruga *oM* . Taj bi put bio jednak brzini c . No točka uistinu dodje u m , ona je svojoj brzini c dala nov smjer *om* ne promijenivši joj ništa *veličinu!* Točka je dakle u toj sekundi pored jednolikoga gibanja u smjeru *okomitu* na polumjer u isto doba izvršila još i drugo gibanje *$pm = on$* , koje pada baš u smjer polumjera kruga, dakle je upereno baš k središtu kruga M . Ovo bismo razmatranje mogli nastaviti od sekunde do sekunde; rezultat bi bio svagda isti: jednolikom gibanju brzinom c u smjeru *tangente* mora da pristupi kao druga komponenta gibanje upereno svagda k središtu M ! Gdjegod takva komponenta pristupi, tamo se načini pregib: staza bi točke postala *sломljena* crta, sastavljena od samih *pravaca*, koji medju sobom imaju pregibe. Bilo bi toliko pregiba, koliko je puta ona druga komponenta gibanja pristupila. Dajmo joj kratko ime: „središnja“ ili „centralna“ komponenta gibanja. Ako pak ta centralna komponenta *neprekidno* pristupa, staza se naše točke *pretvara* u kružnicu. Izlazi dakle nova znamenita spoznaja:

„Materijalna se točka giba jednoliko po kružnici, ako u isto doba izvršuje dva gibanja po pravcima: jednoliko u smjeru *tangente* i drugo gibanje *okomito* na prvo upereno svagda k središtu kruga — „centralna“ komponenta gibanja.“

Svima nam je za stalno na ustima pitanje: kakovo je to drugo gibanje, upereno na središte kruga? Prije svega nam je jasno: Da nam točka ostane na kružnici, mora da bude druga

komponenta gibanja **trajno** tu: čim bi ta komponenta samo u jednom času prestala, točka bi dalje pošla brzinom c , ali u smjeru tangente, pak bi se od središta kruga sve više udaljivala. A to će reći: tečajem svake sekunde mora ista centralna komponenta neprestano pristupati, drugim riječima: brzina na centralnoj komponenti mora da raste od početka do svršetka svake sekunde jednako, a to će očito reći, da je ta komponenta jednoliko ubrženo gibanje, ali s dodatkom, da je uvijek uperena baš na središte kruga M ! Evo nam dakle nove spoznaje:

„Centralna komponenta je kod jednolikoga gibanja po kružnici jednoliko ubrženo gibanje po pravcu.“

Mi do sada poznajemo već dva jednoliko ubrženja gibanja po pravcu: slobodno padanje na Zemlju s ubrženjem $g = 10$ m (točno : 981 cm) (str. 135.) i padanje niz kosinu s ubrženjem, koje je jednako umnošku ubrženja kod slobodnoga padanja s priklonom kosine (str. 178.). Sada nadjosmo treće jednoliko ubrženo gibanje, kao komponentu kod svakoga jednolikoga gibanja po kružnici. Koliko je stalno ubrženje a kod toga gibanja?

Na to pitanje odgovara mali račun uz nešto znanja o kružnici iz geometrije!

Ne bojmo se ni toga maloga truda! Ako uzmemo u našoj slici, da je put $om = op$ prevaljen baš u jednoj sekundi, onda je $om = c$. I put on na drugoj centralnoj komponenti prevaljen je u 1 sekundi, a mi znamo otprije (str. 144.), da je kod svakoga jednoliko ubrženoga gibanja put u prvoj sekundi jednak polovini ubrženja: $on = \frac{1}{2} a$. Geometrija pak uči, da između om (uzet kao pravac!), on i premjera kruga od postoji razmjer:

$on : om = om : od$, a iz toga izlazi:

$$on = \frac{om \times om}{od} = \frac{c \times c}{2r} = \frac{c^2}{2r}.$$

No kako je on samo polovina ubrženja, izlazi za čitavo ubrženje:

$$a = \frac{c^2}{r}.$$

Evo nas na vrhuncu našega izučavanja:

„Centralna komponenta kod svakoga jednolikoga gibanja po kružnici jednoliko je ubrženo gibanje s ubrženjem, koje se određuje, ako se kvadrat brzine dividira na polumjer kruga.“

Za razjašnjenje evo primjera! Uzmimo, da se Mjesec oko središta Zemlje giba jednoliko po kružnici. Ophodno je vrijeme: 27 dana 7 sati 43 minute 12 sekundi = $2'3606 \cdot 10^6$ sekundi. Daljina Mjeseca od središta Zemlje $r = 384415'5 \text{ km} = 3'8442 \cdot 10^{10} \text{ cm}$. Brzina je Mjeseca na toj kružnici gotovo = 1000 metara = 10^5 cm . Da se Mjesec na svojoj kružnici s tom brzinom uzdrži, mora da u isti mah s tim jednolikim gibanjem izvršuje još jednoliko ubrženo gibanje s ubrženjem prema središtu Zemlje, koje je $a = c^2 : r = 10^{10} : 3'8442 \times 10^{10} = 1 : 3'8442 = 0'26 \text{ cm}$ po sekundi. Točniji brojevi daju $a = 0'278 \text{ cm}$.

* * *

Popesmo se uz nešto truda na jedan od najljepših vrhunaca mehanike! Kadgod negdje u prirodi sretnemo jednoliko gibanje po kružnici, gledamo ga sada kao gibanje sastavljeno, i to: od jednoga jednolikoga gibanja u smjeru tangente na kružnici i jednoga jednoliko ubrženoga gibanja, uperena svagda na središte kružnice („centralna“ komponenta). Ubrženje toga drugoga gibanja umijemo odrediti: ono je to veće, što je veća brzina gibanja po kružnici, a to manje, što je veći polumjer kružnice. Bit će mnogo prilike o takvim gibanjima govoriti. Sada tek približimo, da nauka ubrženju centralne komponente daje još posebno ime „središnje“ ili „centralno ubrženje“, kako bi tim kraćim imenom zamijenila rečenicu „ubrženje, upereno neprekidno na središte kruga“.

Dvije stvari sada razbiramo o tom najzanimljivijem od svih gibanja po krivuljama:

1. Bez centralnoga ubrženja nema gibanja po kružnici.

2. Ako je centralno ubrženje baš jednako $c^2 : r$, ono mijenja samo smjer brzine c , a ne mijenja ništa njezinu veličinu.

Poradi toga, što je druga komponenta ovoga gibanja svagda uperena baš na središte kruga, dala je nauka ovomu gibanju po kružnici ime „**centralno gibanje**“, a točki M , na koju je naperena druga komponenta, ime „**središte gibanja**“ ili „**centar*** gibanja“.

Jednoliko je gibanje po kružnici dakle jedan primjer „centralnih gibanja“, a takovu je gibanju biljeg, da je jedna komponenta gibanja svagda uperena na „centar“ gibanja.

Na koncu bih rada pokazao marnu čitaocu, kako može i sam pokusima izvoditi ovakva jednolika gibanja po kružnici. Možda će koga potaknuti, da i te pokuse izvede, kada vidi, kako ih je razmjerno lako izvoditi. Slika 86. pokazuje posudu nalik na lijevak. Visina $h = 5$ cm, stranica $e = 25$ cm. Kut $\alpha = 11^\circ 25'$. Dakle priklon stranice $5 : 25 = 1 : 5$. Blizu gornjemu kraju posude položi kuglicu K .

Ako ju ispustiš, pada niz kosinu ubrženjem $981 \times \frac{1}{5}$. $= 196$ cm po sekundi. Ako kuglici dadeš zgođan horizontalan udarac, možeš postići, da se ona na plohi lijevka jednoliko giba po horizontalnoj kružnici! Ako joj dadeš preveliku brzinu c , kuglica će iz lijevka izletiti; ako je pak brzina premalena, kuglica se spušta dolje u lijevak. Polumjer horizontalnoga kruga, po kojem kuglica treba da ide, možemo odabrati, n. pr. $r = 20$ cm. Mali bi račun, koji je prepušten čitaocu, pokazao, da će kuglica po horizontalnoj kružnici toga polumjera ići brzinom od 62'8 cm u sekundi i da će joj „**o p h o d n o v r i j e m e**“ biti $T = 2$ sekunde. Kad bismo htjeli, da nam kuglica niže u lijevku leti jednoliko po horizontalnoj kružnici polumjera $r = 5$ cm, ophodno vrijeme bilo bi joj samo 1 sekunda, a brzina takodjer samo polovina predjašnje.

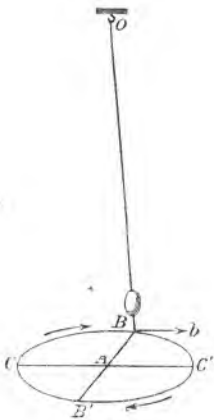


Sl. 86. Centralno gibanje po kružnici. — Konični lijevak.

* centrum (lat.) = središte.

Lijepo je gledati kuglicu, gdje oblijeće lijevak po horizontalnoj kružnici i ne će da pada u lijevak! Tek kada popusti poradi otpora uzduha i trenja brzina c , kuglica se pomalo spušta u lijevak.

Drugi je pokus gotovo još jednostavniji. Na koncu objesimo kuglicu i drugi kraj konca u O učvrstimo (Sl. 87.). Imamo poznato nam njihalo. Kuglica drži konac napet. Dignemo li ju na makar koju stranu do neke visine B , pa ju ispustimo, izvršuje poznato nam „njihanje“ BAB i natrag. Ostaje nalik



Sl. 87. Centralno gibanje po kružnici i elipsi. — Konično njihalo.

na padanje niz kosinu. Ako joj pak u najvišem položaju B dademo zgodan udarac, o k o m i t na ravninu, u kojoj smo ju digli, smjerom Bb baš u času, kad ju ispustimo, kuglica se ne vraća više u vertikalni položaj A (Sl. 87.), nego ide oko njega u krivulji nalik na elipsu. Nakon male vježbe pogodit ćeš joj dati zgodnu brzinu c , da se giba jednoliko baš po kružnici polumjera $r = AC = AC'$ i sa stalnim ophodnim vremenom T . I tu se sastavljaju jednoliko gibanje od udarca u smjeru tangente Bb i ubrženo k središtu kruga A u lijepo jednoliko gibanje po kružnici $BC'B'C$, pri čem konac njihala OB opisuje stožac (latinski: *conus*); poradi toga se ovakvo njihalo zove i „konično njihalo“.

I tu bi nam malo računanje pokazalo, da je centralna komponenta zaista jednoliko ubrženo gibanje, ako je luk BO tako malen, da ga možemo uzeti za pravac. Ne bi bilo teško izračunati i centralno ubrženje, koje to gibanje ima, a po njem i brzinu c , koju moramo dati kuglici, da se giba kružnom stazom zadanoga polumjera. Ta brzina zavisí posve od polumjera, koji hoću da dadem kružnici, digavši njihalo do različitih visina. Svakomu polumjeru pripada određena brzina i isto tako određeno ophodno vrijeme. Što veći odaberem polumjer, to ću manju trebati brzinu. I o tom se lako uvjeriš pokusom, ako objesiš usporedno dva njihala, pak učiniš, da jedno opisuje kružnicu s velikim, a drugo s malenim krugom.

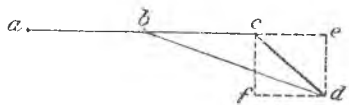
Ne bih htio već na ovom mjestu prešutjeti, da su baš ovi pokusi male zemaljske sličice velikih gibanja u svemirskom prostoru, o kojima kasnije više!

III.

Ubrženo gibanje po krivulji.

Pored ubrženoga gibanja po pravcu može da bude i ubrženih gibanja po različnim krivuljama. I ta su gibanja značajna po tome, što im brzina neprekidno raste, kao i kod onih prvih, no tu pridolazi novi momenat: brzina se mijenja ne samo po smjeru — kao kod malo prije opisanoga gibanja po kružnici — nego se ona mijenja i po svojoj veličini, a to opet zamrsuje proučavanje tih gibanja. Ako i nisu ta gibanja tolike važnosti, kao čas prije opisano jednoliko gibanje po kružnici, ipak se ne možemo oteti dužnosti, da čitaocu i o njima nešto rečemo.

I ovdje ćemo krivu stazu točke, koja se giba, pomisliti, kao da je sastavljena od samih malih pravaca; gdje se po dva sastaju, tamo je pregib, t. j. pravac skrene u drugi smjer. Uzmimo, da točka u prvoj sekundi prevali put ab , u drugoj put bd (Sl. 88.). Sada ne bismo smjeli postupati kao kod ubrženoga gibanja po pravcu pa umovati: put u prvoj sekundi ab odrežem na putu u drugoj sekundi bd , pak suvišku dajem ime „ubrženje“. To bi sada bilo posve krivo umovanje, jer oba puta sada nisu istoga smjera! Ovdje treba ovako umovati: da je bilo gibanje jednoliko po pravcu, bio bi put u drugoj sekundi $bc = ab$. Uistinu je pak točka došla u d . Po principu nezavisnosti točka je u drugoj sekundi u isti mah izvršila gibanje bc i još k tomu cd ; dakle moram cd označiti kao pravo ubrženje. Ovo ubrženje mogu zgodno rastaviti na dva ubrženja: jedno ce pada u smjer predjašnje staze (u smjer tangente), a drugo cf u smjer okomit na smjer staze. Imamo dakle kod ubrženoga gibanja po krivulji svagda u račun uzeti dva ubrženja: prvomu ce dajem



Sl. 88. Ubrženo gibanje po krivulji. — ce je tangencijalno ubrženje, a $cf = ed$ je normalno ubrženje toga gibanja.

zgodno ime „tangencijalno ubrženje“, jer pada u smjer tangente na krivu stazu točke; drugomu pak ime „normalno ubrženje“, jer je okomito na smjeru stazâ (normala = okomica na tangentu). Može se desiti slučaj, da je normalno ubrženje po svom smjeru kod čitavoga gibanja upereno prama jednoj i istoj točki. E onda je i to ubrženo gibanje po krivulji tek primjer „centralnoga gibanja“. I sada bi ta točka bila „centar“ gibanja, a normalno bi ubrženje dobilo sada ime „centralno ubrženje“. Samo gibanje ne bi bilo po kružnici, niti bi bilo jednoliko! Izlazi osnovni zakon:

„Čitavo se ubrženje kod svakoga ubrženoga gibanja po krivulji sastavlja od tangencijalne i od normalne komponente ubrženja.“

Prva komponenta postaje to veća, što brže raste brzina točke na krivoj svojoj stazi; druga će pak biti to veća, što se jače savija staza, što je veća „krivina“ staze.

Razbiramo iz našega razmatranja, da kod ubrženja gibanja po krivulji brzina uopće raste u dva smjera: raste brzina u smjeru tangente na stazi u svakoj sekundi, ali raste i u smjeru okomitu na stazu. Prema tomu, kako brzina raste u jednom, a kako u drugom smjeru, možemo dobiti najrazličnija ubrženja gibanja po krivuljama uopće, a i najrazličnija ubrženja centralna gibanja, ako je slučajno ono normalno ubrženje sveudilj upereno na istu točku. Nije naša, da to dalje raspredamo, ali ćemo dva slučaja ipak istaknuti. Ako bi normalno ubrženje *cf* bilo neprekidno jednako nuli, ostalo bi samo tangencijalno ubrženje *ce*, i mi bismo imali ubrženo gibanje po pravcu. Kod jednolikoga pak centralnoga gibanja po kružnici je tangencijalno ubrženje *ce* jednako nuli, ostaje samo centralno ubrženje *cf*, koje je kod toga gibanja stalno.

Čitatelj je jamačno i sam opazio, kako se ovdje otvaraju novi široki vidici za izučavanje gibanja po krivuljama. Neka zna, da smo ovdje pogledali u područje mehanike, kojemu i danas najveći umnici moraju posvećivati svu oštrinu svoega genija, da ga svladavaju!

Tu su daleki, najviši vrhunci mehanike! Nije naša, da u to dalje ulazimo.

IV.

O centralnim gibanjima napose. — Plošni zakon centralnih gibanja.

Kako je od Galileja amo naše znanje za ovih posljednjih 300 godina o gibanjima u prirodi pomalo napredovalo, pokazivalo se sve više, da među gibanjima po krivuljama osobita uloga zapada ona gibanja po krivuljama, koja okrstismo imenom „centralno gibanje“. Značajka je svakomu takvom gibanju po krivulji, da je jedna komponenta gibanje po pravcu (jednoliko ili nejednoliko), koji se podudara s tangentom na krivu stazu točke, a druga je komponenta gibanja svagda uopće neko ubrženo gibanje (može biti i jednoliko i nejednoliko ubrženo!) po pravcu, ali s tim osobitim svojstvom, da je svagda upereno na istu točku — na „centar“ ili „središte“ gibanja. Poradi toga dadasmo i ubrženju toga gibanja posebno ime „centralno“ ubrženje. Neki vole reći „centripetalno ubrženje!“ Pokazalo se naime, da veliki broj gibanja po krivuljama zemaljskih i nebeskih, što ih u prirodi susrećemo, ide u red ovakvih centralnih gibanja. Vrijedno je poradi toga, da se na čas još kod ovih gibanja ustavimo. Jedan primjer takova gibanja već smo iz bližega opisali: to bijaše jednoliko gibanje tijela po kružnici (str. 180. i sl.). Centar gibanja bijaše središte kruga: na nj bijaše svagda uperena druga komponenta gibanja, koja nam se tamo očitovala kao jednoliko-ubrženo gibanje!

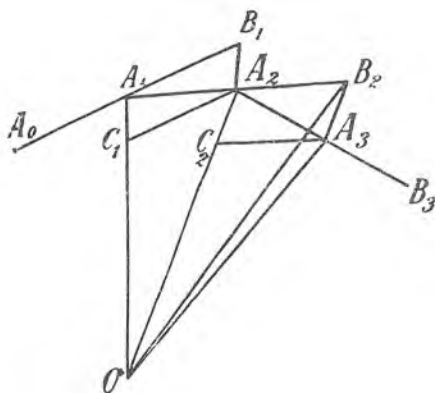
Za sva centralna gibanja bez izuzetka, po kakvim se god krivuljama zbivala, otkrili su naskoro, da za njih vrijedi jedan zajednički zakon, koji je neobično zanimljiv. Možemo prijaznomu čitatelju prirediti duševni užitak, da gotovo sâm otkrije taj zakon!

Neka se materijalna točka A_0 (Sl. 89.) giba centralno po nekoj krivulji, koja prolazi točkama A_0, A_1, A_2, A_3 . Centar gibanja neka bude u točki O : k toj je točki svagda uperena druga komponenta gibanja.

U 1 sekundi neka se je materijalna točka gibala od A_0 do A_1 . Da je gibanje jednoliko po pravcu, prevalila bi točka u

* Od latinske riječi: centrum = središte, peto = tražim.

drugoj sekundi put A_1B_1 , jednak putu A_0A_1 . No kada je točka u A_1 , pristupa tomu gibanju druga komponenta ubrženog gibanja (centralna komponenta), pa točka mora da u smjeru k centru gibanja O u toj drugoj sekundi prevali još put A_1B_1 . Točka se poradi toga otklanja iz smjera svoja dosadašnjega gibanja (pregib), pak će se na koncu druge sekunde po zakonu o paralelogramu gibanja naći u točki A_2 , a ne u točki B_1 . Da nema centralne komponente, točka bi u trećoj sekundi iz A_2 dalje išla pravcem $A_1A_2B_2$ s brzinom $A_2B_2 = A_1A_2$. No budući da opet i u A_2 pristupa druga centralna komponenta



Sl. 89. Plošni zakon za centralna gibanja. — Trokut $A_1OA_2 =$ trokutu A_2OA_3 .

gibanja A_2C_2 , tijelo će se nakon treće sekunde naći u točki A_3 , a ne u točki B_2 . Iz A_3 išla bi točka opet dalje u pravcu A_3B_3 , kada ne bi druga centralna komponenta gibanja ponovo proizvela promjenu u smjeru, a možda i promjenu u veličini brzine.

Na početku druge sekunde bila je materijalna točka u A_1 ; njezina daljina od centra gibanja O bijaše u tom času OA_1 . Toj daljini dajemo kratko ime „**radij vektor**“ točke A_1 . Na koncu te druge sekunde bijaše naša materijalna točka već u A_2 ; njezin „radij vektor“ bijaše u tom času OA_2 . Radij vektor je dakle u drugoj sekundi prešao iz položaja OA_1 u položaj OA_2 , pak je prema tomu prešao plohu OA_1A_2 , koja je trokut. U trećoj je sekundi pak „radij vektor“ prešao plohu OA_2A_3 , koja

je također trokut $(A_1 A_2$ i $A_2 A_3$ su naime tako maleni komadići krivulje, da ih možemo uzeti za pravce!). Ako sada isporodimo te dvije plohe, što ih je prešao „radij vektor“ u drugoj i u trećoj sekundi po njihovoj veličini, možemo se veoma lako na temelju nešto znanja iz geometrije o tom osvjedočiti, da su te dvije plohe $OA_1 A_2$ i $OA_2 A_3$ baš jednake.

Dva su naime trokuta po svojoj pljoštini posve jednaka, ako imaju jednake osnovke (baze) i jednake visine. Pogledamo li u slici najprije trokute $OA_1 A_2$ i $OA_2 B_2$ sa zajedničkim vrhom u O i jednakim osnovkama $A_1 A_2$ i $A_2 A_3$, vidimo, da oni imaju i istu visinu (okomicu iz vrha O na bazu $A_1 A_2 B_2$); dakle je: trokut $OA_1 A_2 =$ trokutu $OA_2 B_2$. Sad pak pogledajmo trokute $OA_2 B_2$ i $OA_2 A_3$, pak ćemo opaziti, da imaju zajedničku osnovku OA_2 , a vrhovi su im u B_2 i u A_3 ; ako s njih spustimo visine na zajedničku osnovku OA_2 , i te su visine jednake; dakle je i: trokut $OA_2 B_2 =$ trokutu $OA_2 A_3$. Prema tomu je srednji trokut $OA_2 B_2$ u jednu ruku jednak lijevom trokutu $OA_1 A_2$, a u drugu jednak desnom trokutu $OA_2 A_3$. Ne može dakle biti sumnje ni o tom, da je lijevi trokut $OA_1 A_2$ jednak po veličini svojoj desnom trokutu $OA_2 A_3$. Izlazi dakle, da je radij vektor u drugoj i u trećoj sekundi prešao posve jednake plohe, on je u jednakim vremenima prešao jednako velike plohe! Mogli bismo i dalje ići pa isto tako isporoditi plohu treće sekunde s plohom četvrte i t. d. od sekunde do sekunde, pak bismo svagda našli, da su te plohe jednake. No ako su plohe pojedinih sekundi jednake, bit će jednake i plohe, što ih radij vektor predje u 20 sekundi, u 1 minuti, u 1 danu i t. d.

Izlazi nam dakle za sva centralna gibanja po makar kakvim krivuljama zajednički vanredno zanimljivi zakon:

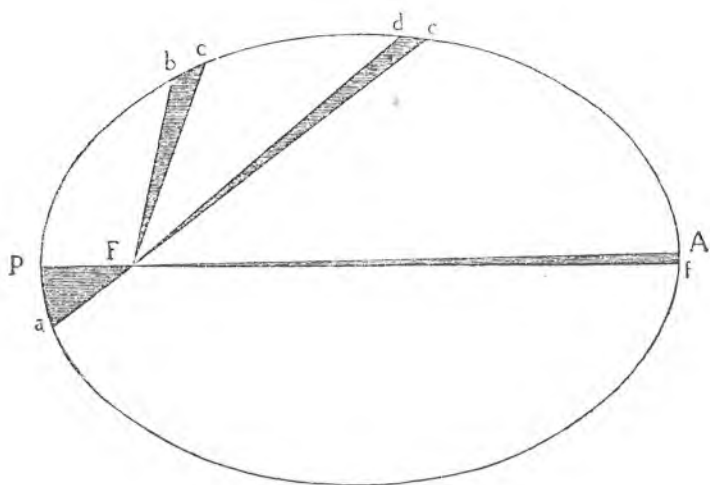
„Kod svakoga su centralnoga gibanja plohe, što ih radij vektor predje u jednakim vremenima, jednako velike.“

Poradi svoje velike važnosti i zanimljivosti dobio je taj zakon u nauci posebno ime: „**plošni zakon centralnih gibanja**“.

Ako n. pr. ta ploha 1 sekunde ima 100 cm^2 , mora svagdje na cijeloj stazi ploha, što ju radij vektor u 1 sekundi predje,

ostati velika 100 cm^2 . Ploha, što ju radij vektor predje u 1 minuti, bit će 6000 cm^2 . Tolika mora ostati ta ploha 1 minute i u svakom drugom kraju staze.

Mi poznamo iz bližega tek jedno centralno gibanje: jednoliko gibanje po kružnici. Da je i u njega ispunjen plošni zakon, pokazuje svakomu jedan pogled na sliku takova gibanja. (Sl. 85.) U jednakim vremenima opisuje naime točka jednako dugačke kružne lukove, budući da je gibanje jednoliko. Radij vektor,



Sl. 90. Plošni zakon za centralno gibanje po elipsi. — U jednakim vremenima opisane plohe radija vektora su svagdje jednake: $FAf = Fde = Fbc = FPa$.

ovdje polumjer kruga, opisuje očito jednake plohe. No uzmimo centralno gibanje po kakvoj drugoj krivulji, n. pr. elipsi (Sl. 90.) sa centrom gibanja u točki F . Kad je tijelo u A , neka predje radij vektor u 1 minuti plohu $FAf = 1 \text{ cm}^2$. Kada tijelo stigne u točku a svoje staze, mora radij vektor Fa i sada preći u 1 minuti plohu od $1 \text{ cm}^2 = FaP$. Kad stigne u točku b svoje staze, mora opet radij vektor Fb u 1 minuti preći plohu od $1 \text{ cm}^2 = Fbc$; tako je opet i ploha $Fde = 1 \text{ cm}^2$, ako ju je radij vektor Fd prešao u 1 minuti. Jasno je, da se tijelo kod ovoga centralnoga gibanja po elipsi ne može da giba po svojoj stazi svagdje istom brzinom: kod A se giba sporije, jer u

1 minuti prevali luk Aa , dok se opet kod P giba mnogo brže, jer u 1 minuti prevali mnogo veći luk aP i t. d. Sve je to posljedica plošnoga zakona!

Završimo razmatranje o plošnom zakonu centralnih gibanja malim umovanjem! Ako se negdje na Zemlji ili izvan nje susretnemo s gibanjem tijela po krivulji, pa opazimo, da radij vektor u jednakim vremenima prelazi jednako velike plohe, što ćemo smjeti o tom gibanju po krivulji smjesta reći? Ne ćemo ni časa sumnjati, da imamo pred sobom centralno gibanje, t. j. druga komponenta gibanja uperena je svagda na jednu te istu točku.

Bit će dobro, da to posebice pamtimo!

V.

Nebeska gibanja: Kopernik.

Sad je hora, da se opet vratimo nebeskim gibanjima. Sinut će nam u novoj svjetlosti! U predjašnja dva članka (III. i IV.) natanko opisasmo čudesna gibanja zvijezda nekretnica, Sunca, Mjeseca i planeta. Saberimo ih još jednom u kratko: Trojaka se gibanja našim očima pokazuju na nebu: 1. Cio svod nebeski sa svim, što je na njem, izvodi neprekidno vrtnju ili rotaciju oko osovine stalna položaja u prostoru („nebeska osovina“) od istoka na zapad. Ta je vrtnja ili rotacija jednolika i traje jedan zvjezdani dan ($= 23^h 56^m$ srednjega vremena). 2. Pored toga savršeno pravilnoga dnevnoga gibanja, zajedničkoga svim nebeskim tjelesima, izvode Sunce i Mjesec na nebeskom svodu svoja osobita polagana gibanja po savršenim kružnicama od zapada na istok. Obje su kružnice u životinjskom pojasu, jedna spram druge tek nešto malo nagnute. Sunce treba za svoju kružnicu godinu, a Mjesec samo mjesec dana. 3. Planeti Merkur, Venus, Mars, Jupiter i Saturn idu takodjer po istom životinjskom pojasu u glavnom od zapada na istok kao i Sunce i Mjesec, okolo naokolo po nebeskom svodu, ali im staze nisu ni iz daleka tako pravilne kao u Sunca i Mjeseca. Više se puta vraćaju neko vrijeme natrag, tvoreći tako glasovite svoje uzlove (str. 97. i sl.). Uza to sva ta tjelesa izvršuju zajedno s nebom dnevnu vrtnju od istoka na zapad. Pored

spomenutih još su na nebu dva planeta, Uran i Neptun, no ti se ne vide prostim okom, pak ih stari ne znadijahu. Tek ih u novije doba otkriše durbinima.

U jednu riječ: sva nebeska gibanja za nas motrioce sa Zemlje idu takodjer medju „gibanja po krivuljama“, a takva gibanja zemaljska baš razmatrasmo potanje u ovom članku! Red je, da se, oboružani znanjem stečenim kod zemaljskih gibanja po krivuljama, povratimo razmatranju nebeskih gibanja — tih najzanímljivijih gibanja u prirodi.

Sve su gore spomenuto gotovo u tančine znali o tim trojakim nebeskim gibanjima stari Grci. Što su i kako umovali, da si bar nekako rastumače sva ta tri gibanja, natuknuli smo takodjer (str. 102.). Sve je to umovanje bilo osnovano, kako znamo, na ova tri njihova aksioma o tim gibanjima: 1. Zemlja je nepomična i ona je središte svijeta; 2. zvijezde ne mogu da se gibaju drukčije nego u kružnicama (jedino prirodno gibanje) i 3. to gibanje po kružnicama mora da bude jednoliko. Svako nastojanje, da se rastumače gibanja nebeska, moralo je da podje od tih aksioma njihovih. Pa ako bi istančano opažanje tih gibanja pokazalo kakvih ne jednako sti ili ne pravilnosti, trebalo je po dva ili više jednolikih gibanja po kružnicama sastaviti, kako bi iz toga izišlo onakvo gibanje, kako ga ono nebesko tijelo zaista pokazuje. Ptolemejev sustav sa svojim krugovima i deferentima i epiciklima (str. 102. i sl. 54.) ponosan je spomenik spekulativnoga duha starih Grka za razjašnjenje gibanja druge i treće vrste: uspjelo mu je zaista sastavljanjem po nekoliko jednolikih gibanja po kružnicama pokazati, da iz toga izlaze onakva gibanja za Sunce, Mjesec i svih 5 planeta, kako ih mi sa Zemlje vidimo (isp. str. 97. i sl.). Ptolemejev nebeski stroj ili mehanizam razjašnjuje lijepo opažena gibanja nebeska. U pitanje, tko taj stroj, to zamršeno kolesje, uređuje i tjera, stari se Grci ne upuštahu. Nije čudo, što se je neobično dobro slaganje stroja s opažanjima tako doimalo duhova, te su se svi i najbolji mislioci gotovo 1500 godina priznavali pristašama Ptolemejeva svjetskoga stroja.

O kakvim prirodnim silama, o nepromjenljivom djelovanju kakvih uzroka gibanjima, ne bijaše tada gotovo ništa poznato. Starima se poradi toga i moglo raditi tek o tome, da na osnovi

onih triju aksioma slože shvatljivo kolesje — mehanizam — koje se s opažanjima podudara, a to im je lijepo i uspjelo.

Čudnog li udesa ponosnim mislima ljudi: ne samo svjetski strojevi Eudoksa, Hiparha i Ptolemeja, nego i sve tri osnove tih strojeva pokazale se u novoj epohi našega znanja — kao lijepi sni, lijepe bajke, ali kao — krive hipoteze. Niti je Zemlja u središtu svijeta, niti je nepomična, niti se zvijezde gibaju jednoliko u kružnicama!

Tisuće je već godina živjelo mišljenje ljudi, da je Zemlja najveće tijelo poznatoga svijeta, da je centrum toga svijeta, da je glavno tijelo njegovo, kojemu su stvoreni da služe Sunce i Mjesec i zvijezde u žurnom i neprekidnom gibanju oko nje. Misao, da bi nešto drugo moglo biti središte toga svijeta, bila je naprosto apsurdna.

No ipak su malo po malo motrenja i mjerenja s boljim instrumentima u Aleksandriji pa kasnije kod Arapa tečajem srednjega vijeka pripravljala najveću do sada revoluciju u čovjekovoj misli! Sve se više „nejednakosti“ i „nepravilnosti“ odavalo u nebeskim gibanjima — znak, da Ptolemejev „mehanizam“ ipak nije kadar, da tumači sve onako, kako to mi na nebu vidimo. Nikomu međutim nije palo na um, da posumnja o osnovama, o principima njegova mehanizma, svi ga tek dotjeruju na tim principima, dodavajući mu nove sfere i nove epicikle, kako bi s njihovom pomoću one „nejednakosti“ razjasnili, a da ne diraju u principe. I tako napokon dodje do toga, da je Fracastor (1483.—1553.) trebao ništa manje nego 79 kristalnih sfera, da razjasni sva gibanja zvijezda. Kolesje je postajalo sve zamršenije dodavanjem novih kotača. Fracastor daje 6 sfera nekretnicama, njih 17 Saturnu, 11 Jupiteru, 9 Marsu, 4 Suncu, 11 Venusu, 11 Merkuru i na koncu njih 7 Mjesecu! Sve te sfere imahu zajedničko središte u središtu Zemlje, jedna bijaše u drugoj, jedne bliže, druge dalje od središta svijeta.

No Fracastora ide zasluga, da je ipak donekle ujednostručio Ptolemejev stroj: njegove sfere ne trebaju više nikakvih „ekscentričnih“ položaja! On ne treba više ni smišljaja, da bi zvjezdama trebalo dati dušu, koja ih vodi na njihovim putovima po nebu.

Sve se više osjećalo, kako ovaj zamršeni stroj svjetski nije veoma vjerojatan. Usudiše se pače i na javu sumnje o tom! Alfons Kastiljski već se je g. 1252. usudio reći u punoj skupštini biskupa, da je Bog njega pitao za savjet kod stvaranja svijeta, dao bi mu dobre predloge, kako bi ga sagradio manje zamršenim načinom. Neoprezna izjava, koja ga je stajala krune!

No tako se je usudio misliti tek gdje koji izabrani, nezavisni duh. Masa se je i stručnjaka usprkos zamršenosti i dalje divila tom kolesju, a škola ga naučala.

To više se moramo diviti golemoj snagi duha i smjelosti uvjerenja K o p e r n i k o v a (Sl. 91.), kojim se je on usudio u jedan mah baš onu apsurdnu misao uhvatiti, nju neoborivom žilavošću naučno obraditi. U njegovu je duhu prvi put sinulo uvjerenje, da prvi aksiom starih o nepomičnosti Zemlje u središtu svijeta — nije istina, nego da Zemlja ima pače dvojako gibanje: 1. ona se vrti oko osovine za jedan zvjezdani dan, a ne nebo; 2. ona se giba u kružnici jednolike oko S u n c a, koje je nepomično u središtu te kružnice i 3. i svi ostali planeti gibaju se oko Sunca u kružnicama. U svom osnovnom djelu „*De revolutionibus orbium coelestium*“ (o valjanjima nebeskih svjetova) naučno je pokazao, da se na osnovi ovoga njegova mišljenja o svjetovima, koje Ptolemejev mehanizam posve ruši, opažena nebeska gibanja isto tako dobro razjašnjaju kao i po Ptolemejevu, ali s tom velikom razlikom, da ne treba sada gotovo nikakvih epicikla. Mi se ljudi zajedno sa Zemljom vrtimo oko njezine osovine i ujedno s njom jurimo oko Sunca, pa gledamo kao vječni putnici po svemirskom prostoru oko Sunca s našega voza gibanja nebeska!

Red je, da ovomu duševnomu heroju posvetimo ovdje nekoliko riječi, to više, što s ponosom smijemo reći, da je u slavenskom plemenu nikao onaj duh, koji se je prvi usudio reći i naučno braniti najveću do sada revoluciju u duševnom životu čovjeka. Nema sumnje, da su mu tu pomogli događaji njegova doba. Kad je K o p e r n i k kao mladić od 21 godine izvodio kod astronoma B r u d z e w s k o g a u sveučilištu Krakovskom svoja motrenja i mjerenja o nebeskim gibanjima, otkrio je Kristof Kolumbo Ameriku. Duh se je čovjeka d i r e k t n o,

gotovo pokusom, osvjedočio, da je Zemlja doista kugla i da lebdi izolirana u prostoru, a to je bez sumnje bio faktor, koji je pogodovao smjeloj misli Kopernikovoj. I zaista već godinu



Sl. 91. *Kopernik (1473.—1543.).*

dana iza smrti Kolumbove nalazimo ponovno Kopernika u Krakovu, zabavljena rušenjem svih misli o astronomiji, što ih je sabrao u šest godina svoga boravljenja u Padovi, Bologni i Rimu. Možeš ih sabrati u riječi: Sva se nebesa vrte oko Zemlje,

toga nepomičnoga i najvećega i najvažnijega tijela u središtu svijeta.

Budimo iskreni! Koliko je danas među narodima Europe duhova neznalica, u kojima još uvijek živi ova misao! Od 100 ljudi bit će ih jedva nekoliko, koji su shvatili, da se Zemlja vrti, i koji su o tom uvjereni, a jedva će dvojica biti od stotine, misli Flammarión, koji sebi znadu točan račun dati o brzini njezine translacije i o učincima njezine dnevne vrtnje!

Prava se istina o uredbi svemira veže o imena: K o p e r n i k, G a l i l e i, K e p l e r i N e w t o n. No za sva vremena ostaje osnivač nove astronomije S l a v e n — P o l j a k K o p e r n i k!

Negdje u 14. stoljeću doselio se iz Češke u Krakov, staru prijestolnicu kraljevstva Poljskoga, N i k o l a K o p e r n i k, djed našega astronoma, a građanin krakovski Dambrova, takodjer Ceh porijeklom, potvrđuje kod oblasti identitet njegov i jamči, da je došao iz Češke, kako bi postao građanin Krakova. Dio obitelji živio je u poljskom gradu Thornu (Torunji). Amo se preselio iz Krakova i sin spomenutoga Nikole, rođen g. 1420. u Krakovu, i bude čestit p e k a r u tom gradu. Godine 1464. se oženi s Barbarom Wasselrode, sestrom biskupa, koji je kasnije znatno utjecao na uzgoj osnivača moderne astronomije. Dne 19. februara 1473., za kraljevanja Kazimira IV. Jagelonca, rodio im se s i n, koji dobije po djeđu ime N i k o l a. U školi Sv. Ivana učio je prve nauke vanredno revno, a kod kuće još k tomu latinski i grčki, dok bi se druga djeca igrala. Kad mu bijaše 10 godina, umre mu otac, a ujak biskup Luka Wasselrode dalje se brinuo za nj, da svrši nauke. Sa 18 godina podje u sveučilište u Krakov, da uči medicinu — toj se nauci mislio s početka posvetiti. Upisan je uz ime „Nicolaus Nicolai de Thorunia“. Pored struke slušao je filozofiju i matematiku. Naskoro prevlada interes za matematičke nauke ostale dvije. Predavanje astronoma B r u d z e w s k o g a probudiše u njem pravi njegov poziv na ovom svijetu i užegoše u njem plamen za božansku nauku o nebu. On ipak svrši medicinu i postade doktor. M i r n o č a postade već u to doba glavna karakterna crta mladoga naučnjaka; pratila ga je u čitavom životu. Kasnija zavist uzalud je kušala, da ju rastruje. Nije to uspjelo ni neprijateljstvu vitezova nje-mačkoga reda, kojima je razotkrivao nedjela spram Poljaka,

ni navala teologa poradi njegove težnje, da sustav Ptolemeja i crkvenih otaca naknadi novim. Spokojno je umro najveći prevratnik u čovjekovu duševnomu životu uzdajući se, da će istina na koncu prodrijeti sama svojom snagom.

Brudzewskoga ide zasluga, da ga je za astronomiju predočio, da ga je uveo u porabu instrumenata, odlikujući svakom prigodom revna djaka. Po tadašnjem običaju podje nakon dovršenih nauka u Italiju, da usavrši svoje znanje po odredjenoj već unaprijed osnovi, u kojoj zapade još dosta znatno mjesto i umjetnost slikanja, u kojoj je dotjerao do slikanja veoma dobrih portreta. Nakon maloga odmora u Thornu kod majke i ujaka podje sa 23 godine u Italiju — najprije u Padovu, onda u Bolognu i napokon u Rim — i ostane tamo punih 7 godina, od 1496. do g. 1502. U dobi od 27 godina nadjoše ga vrijednim, da u sveučilištu u Rimu (g. 1499.) zasjedne na stolicu profesora matematike, gdje je imao poradi osobita dara tumačenja mnogobrojan i biran krug slušača. Predavao je astronomiju po almagestu Ptolemejevu (str. 102.), gdje mu se nadavala prilika kritike i istraživanja o njegovoj vrijednosti. Tu nikoše prve sumnje, da su osnove toga sustava odveć zamršene i da se previše udaljuju od običnih zakona prirode, koji su jednostavni; pravi poziv njegova života sve se žešće i brže razvijao: teorija je astronomije prevladala praktična motrenja i mjerenja. Vrativši se iz Italije u domovinu, odluči se na samotani i miran život posvećen radu: on postade svećenik. Konarski, biskup Krakovski, ga zaredi. Već g. 1510. postaje preporukom biskupa ujaka kanonik u Frauenburgu, gradiću, koji danas pripada Prusiji, nedaleko na jugoistok od Königsberga. Tu nadje obilje mira i pokoja, da se sav posveti ljubljenoj nauci o nebu, vršeći uz to i zvanje liječnika za siromahe. Konfliktima se ipak nije mogao posve ugnuti s presizanja vitezova njemačkoga reda. Pitanje o kovanju novca u Poljskoj dovelo ga pače i u sabor! Protivnici mu se osvećivahu, izvrđavajući ga preko plaćenih komedijaša javnomu ruglu. No prijateljski stručnjaci već znadijahu za njegova istraživanja u astronomiji i njegovu novu teoriju svijeta i u tim se krugovima širila njegova slava; dobra pak djela liječnika siromaha i usluge općini (voda) osvojiše mu poštovanje i rijetku ljubav grada i daleke okoline, dok su njegovi savjeti oko pre-

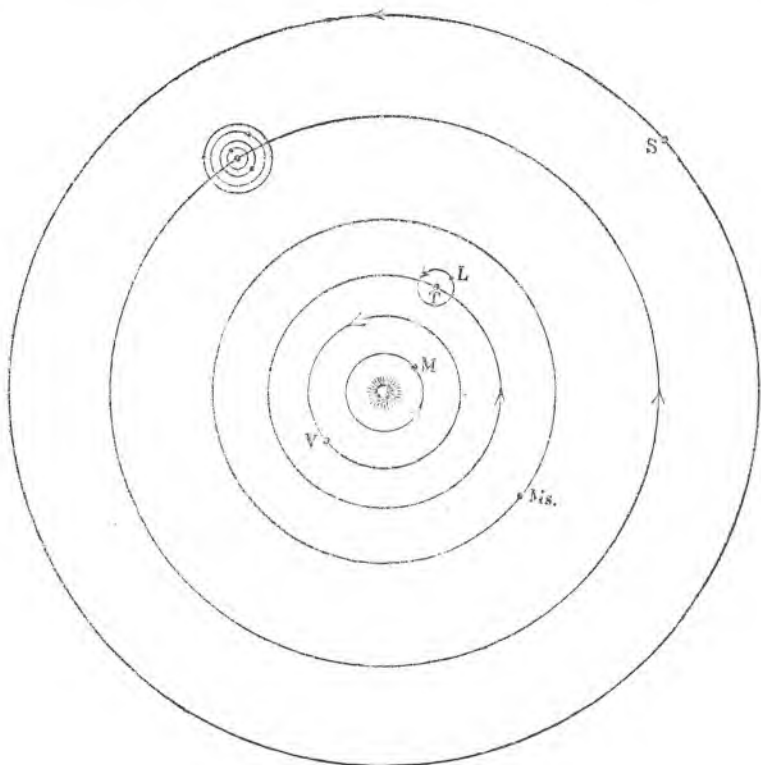
inačenja kalendara kod komisije u Rimu („prutenske tablice“ Kopernikove) našli vanredno priznanje. Djelo života njegova: novi sustav svijeta, koji za vječna vremena nosi njegovo ime, bilo je već g. 1530. posve dovršeno. Nakon 30 godina razmišljanja došao je do uvjerenja, da se, dosudivši dosadašnjemu središtu svijeta — Zemlji — dvojako gibanje: vrtnju oko stalne osovine za 24 sata i translaciju oko Sunca za $365\frac{1}{4}$ dana, tumače sva nebeska gibanja, za koja je prije trebalo sagraditi kolesje od tolikih krugova i sfera kristalnih! Tim se je umni astronom podigao do spoznanja općene i prave osnove, po kojoj je gradjena sva priroda. No tek g. 1541., kad mu je bilo gotovo 70 godina, on se odlučio, da preda djelo svoga života u štampu u Nürnbergu. Dvije godine kasnije, g. 1573., djelo je doštampano — godina za sva vremena preznamenita za povijest astronomije i draga srcu svakoga astronoma i prijatelja nauka!

No časní osnivač nove astronomije ležao je već na samrtnoj postelji, kad mu donesoše prvi primjerak djela: jedva da ga je mogao držati u nemoćnim i drhtavim rukama i jedva da je mogao predviđati popularnost svoga slavnoga imena u svim narodima i u svim vijekovima*.

Drugomu se aksiomu starih ni Kopernik još nije mogao posve otići: i njemu se svih 5 planeta valja oko novoga središta svijeta — oko Sunca — u kružnicama i to jednoliko, a da razjasni opažene nejednakosti njihovih gibanja (str. 98. i sl.), mora i on u pomoć uzeti mišljenje, da Sunce ne stoji baš točno u središtu tih krugova (ekscentričnost Sunca), i mora uvoditi neke nove epicikle. Ravnine svih tih kružnica planetâ padaju gotovo sve u ravninu Zemljine kružnice; tek su veoma neznatni kuti, što ih medju sobom čine. A kako sve te kružnice po Koperniku imadu i zajedničko središte (središte Sunca), jasno nam je sada, da mi vječni putnici sa Zemlje moramo

* Naslov je djelu: Nicolai Copernici Torinensis, de Revolutionibus orbium coelestium libri VI, in quibus stellarum et fixarum et erraticarum motu ex veteribus atque recentibus observationibus restituit hic auctor. Praeterea tabulas expeditas luculentasque addidit, ex quibus eosdem motus ad quodvis tempus Mathematicum studiosus facillime calculare poterit.

sve planete i Sunce vidjeti u veoma uskom pojasu zvjezdanoga neba — u zodijaku! Kopernik je bio prvi čovjek, koji je planetima prema njihovim daljinama od Sunca odredio ovaj red: Merkur, Venus, Zemlja, Mars, Jupiter i Saturn. Što je koji planet dalji od Sunca, to se sporije giba po zodi-



Sl. 92. Obitelj Sunca ili Sunčev sustav po Koperniku.

jaku. Kako je po njegovu mišljenju rasporedjena „obitelj našega Sunca“, pokazuje ova slika (Sl. 92.). Ako se isporedi sa Ptolemejevim mišljenjem o tom (Sl. 54., str. 103.), izbijaju osnovne razlike obaju. Sunce je u sredini obitelji nepomično! Planeti Merkur (*M*), Venus (*V*), Zemlja (*T*), Mars (*Ms*), Jupiter (*J*) i Saturn (*S*) idu u smjeru strjelica — svi na istu stranu — u kružnicama oko Sunca. Mjeseca je kao planeta uopće nestalo! Što je Zemlji Sunce, to je Mjesecu sada Zemlja: on se

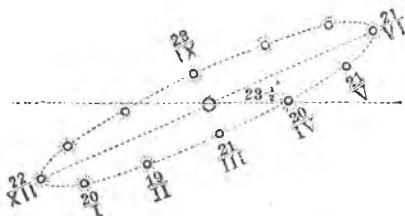
valja (*L* u slici) oko Zemlje (*T*) u kružnici; Zemlja je — njegovo sunce! I za Jupitera se kasnije saznalo, da ima čak 4 mjeseca. I za njih se uzima, da teku u kružnicama oko Jupitera kao svoga središta — u malom slika obitelji Sunčeve! No ni sustav Kopernikov još nije posve jednostavan, rekli bismo prirodan. Golema misao, da nije Zemlja ono, što vlada svemirom, nego da je ona nešto, što se samo giba, što se dakle pokorava moćnijemu središtu, toliko ga je zaokupila, da je na njoj samoj stao. A treba i reći: jedan ljudski život učinio je dosta, kada je čovjekovu umu najednom otvorio gotovo neograničeno veliko i novo područje istraživanja. Ustavimo se i mi časak kod te goleme misli. Do Kopernika bila je u svemiru samo jedna Zemlja; Kopernik joj pridružuje još njih pet, njoj ravnopravnih još pet planeta, a nad svima njima je svemoguće Sunce, oko kojega se vječno vrzu i Zemlja i planeti kao mušice oko svjetiljke! A Sunce? Ono gleda na tom zvjezdanom nebu razasutih nebrojeno mnogo svojih družica — zvijske nekretnice! Do Kopernika bijaše Zemlja gotovo nepojmljivo veliko tijelo; sada je spala sa svim, što je na njoj, što na njoj umuje i čuvstvuje, na loptu, gotovo točku u raširenom svemiru, u kojem ti se njezino golemo putovanje oko Sunca, kojim ravnaju nevidljive, ali silne moći, pričinja kao igra zvrka, koji u lakim krivuljama zvrndajući opisuje svoje putove po ploči stola!

Tu je naučno istraživanje zaista časak moralo stati, kako bi najjači duhovi onoga vremena mogli posve u se primiti ovo golemo i revolucionarno mišljenje o svemiru. Tako je i bilo.

Red je sada, da i mi našim čitaocima bar u glavnim crtama pokažemo, kako se sve tri vrste opisanih nebeskih gibanja zaista posve jednostavno tumače, ako se prihvati mišljenje Kopernikovo. On sam veli: „Ni jednim drugim rasporedjenjem ne mogoh naći tako divnu simetriju svemira, tako harmoničnu svezu staza, kao kad posadih luč svijeta, Sunce, u sredinu lijepoga prirodnoga hrama, kao na kraljevski prijestolje.“ To ćemo sada i mi opaziti.

1. Prvo nebesko gibanje, gibanje nekretnica u savršenim kružnicama oko Zemlje, po Koperniku ni nije realno gibanje; to je gibanje tek odraz vrtnje Zemlje oko njezine osovine.

Svi poznajemo dobro pojavu, da sjedeći u vagonu na kolodvoru nikada pravo ne znamo, krećemo li se mi s našim vozom ili pak voz na susjednim šinjama u suprotnom smjeru. Tu se veoma često varamo, osobito, ako naš voz bez trzaja i drugih sporednih pojava krene. Prenesimo to na Zemlju i nebeski svod, pak nam je svima smjesta jasno, da će za nas pojava neba biti posve ista, da li se nebo vrti od istoka na zapad ili Zemlja u suprotnom smjeru. Što nazvasmo prije „nebeska osovina“, to nam se sada odaje zapravo kao „zemaljska osovina“. Nije nam jamačno po našem sadašnjem znanju o zemaljskim gibanjima ni to čudno, što mi o toj vrtnji Zemlje ništa ne osjećamo. Znamo naime: da uopće opazimo, vrti li se

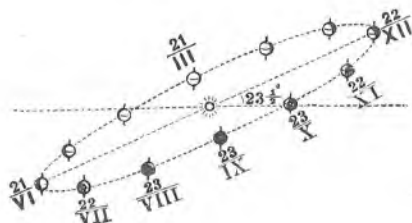


Sl. 93. *Gibanje Sunca po ekliptici prema Ptolemeju.* — Zemlja miruje u središtu. Mjesta Sunca u ekliptici zabilježena su za svaki mjesec dana.

Zemlja, moramo i z v a n Zemlje imati kakva tjelesa, na kojima tek možemo opaziti tu vrtnju. Izvan su Zemlje pak samo nebeska tjelesa. Samo kad bi vrtnja Zemlje bila skopčana s kakvim trzajima, mogli bismo i mi na njoj samoj opaziti tu vrtnju. Po Kopernikovu dakle mišljenju zvijezde se nekretnice uopće ni ne gibaju, svod nebeski miruje, a ono, što mi na zvjezdanom nebu gledamo, to nije ništa drugo nego slika vrtnje naše Zemlje oko njezine osovine od zapada na istok. Sva savršena gibanja zvijezda u kružnicama naprosto su samo „prividna“ gibanja! Da se Zemlja zaista vrti oko osovine, toga Kopernik nije mogao d o k a z a t i; on je tek mogao pokazati, kako se neobično savršena gibanja nekretnica po njegovu mišljenju posve jednostavno razjašnjaju, pak da je njegovo mišljenje mnogo vjerojatnije od staroga. Mi smo danas u posve drugoj prilici. Mnogo kasnije, tek g. 1852., dokazao je F o u c a u l t o v p o k u s, o kojem će kasnije biti govor, da se Zemlja zaista

vrti onako, kako Kopernik uzima. Nama je danas Zemlja zvrk, koji se vazda istom brzinom vrti oko svoje osovine, a ta osovina ima svoj stalni položaj u svemirskom prostoru, t. j. osovina Zemlje svedjer pokazuje na isto mjesto na nebu — na pol (na polarnu zvijezdu). Tim se pokusom tek prva tvrdnja Kopernikova sjajno potvrdila.

2. Drugo osobito nebesko gibanje, t. j. gibanje Sunca po ekliptici za godinu dana od zapada na istok, po Koperniku je takodjer „prividno“ gibanje. Mi gledamo u tom gibanju Sunca zapravo samo svoje vlastito gibanje, t. j. gibanje Zemlje oko Sunca — svoja središta! I za tu tvrdnju Kopernik nema dokaza; on može samo reći: pojave se Sunčeva gibanja za nas

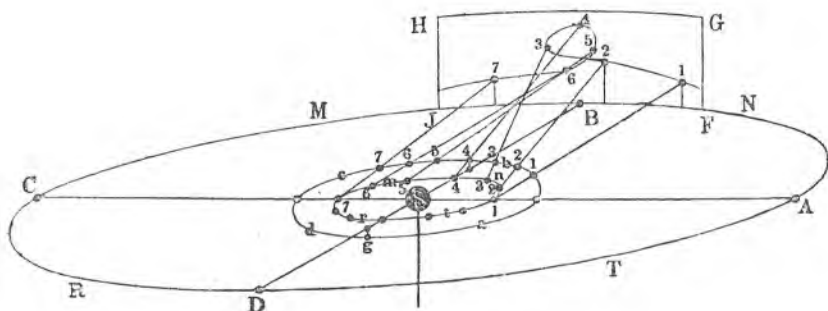


Sl. 94. *Prividno gibanje Sunca po ekliptici prema Koperniku.* — Sunce je u središtu, a Zemlja sa stalnim položajem osovine ide oko Sunca u kružnici.

posve jednako zbivaju, ako uzmemo, da se Zemlja giba oko Sunca, mjesto da se obrnuto zbiva! To nam odmah pokazuju slike 93. i 94., ako ih pomnjivo razmatramo. U prvoj je Zemlja nepomična u središtu, a Sunce ide po ekliptici s desna na lijevo. U drugoj je Sunce nepomično u središtu, a Zemlja ide po ekliptici održavajući osovinu svoje vrtnje vazda u istom smjeru. Slike ne trebaju daljega razjašnjivanja.

3. Treće je osobito gibanje na nebu gibanje planeta sa svojim čudnim gibanjima unatrag i uzlovima (str. 99.). Po Koperniku idu planeti uistinu u kružnicama oko Sunca, ali idemo i mi zajedno sa Zemljom! Kopernik je dakle u naše promatranje nebeskih gibanja sa Zemlje unio nov, veoma odlučan element: mi sva gibanja gledamo sa stajališta, koje se samo giba, dok se prije uzimalo, da to naše stajalište (Zemlja) miruje! On je sada morao pokazati, da se gibanja planetai po nebu, kako ih mi vidimo i opisasmo, zaista uz taj nov

smišljaj ne samo uopće tumače, nego da se i u posebnim slučajevima iz njega dađu izvesti u potpunu skladu s iskustvom, koje stičemo gledajući nebo. Da je tako, to će jamačno najbolje vidjeti čitaoci uz pomoć jednoga modela, koji si lako mogu i sami načiniti (Sl. 95. od prilike $\frac{1}{10}$ prave veličine). Na željeznu je štapu natakuta mjedena kugla *S* (Sunce). U *S* utaknute su pravokutno 4 željezne šipke *SA*, *SB*, *SC* i *SD*, na izvanjoj strani svezane mjedenim obručem *NMRT*. Taj nam kazuje, gdje ravnina Zemljine staze siječe svod nebeski (ekliptika). Oko toga obruča se redja 12 zviježdja zodiijaka, koja



Sl. 95. Model za gibanje planeta po Koperniku. — *S* je Sunce. — *ANMCRDT* ekliptika u zodiijaku. — *HIFG* dio zodiijaka. — Kružnica nutarnja *nmrt* je kružnica Zemlje oko Sunca. — $\rightarrow abcdg$ je staza planeta na pr. Marsa. — Krivulja 1234567 pokazuje gibanje Marsa po zodiijaku, kako ga moramo vidjeti mi putnici zemaljski.

nisu na modelu unesena. Koncentrično s tim izvanjim kolutom namješten je manji krug od mjedene žice *nmrt*; on nam pokazuje stazu Zemlje po Koperniku. U jednakim je daljinama na tom krugu porazmješteno 12 olovnih kuglica: mjesta Zemlje u 12 različnih doba, razmaknutih po 30 dana; prvih je 7 mjesta označeno brojevima 1 do 7. Oko *S* je medjutim smješten i treći krug *abcdg*, koji nam uočuje stazu kojega izvanjega planeta, n. pr. Marsa. Ravnina se toga kruga ne podudara s ravninom Zemljine staze: točka *g* je nešto ispod *SD*, točka označena brojem 4 isto toliko iznad *SB*. Na tom je krugu takodjer porazmješteno 7 olovnih kuglica; i te označuju brojevi 1, 2, 3... do 7. Kuglice su mjesta planeta Marsa na njegovoj stazi baš u

onim časovima, u kojima je Zemlja na mjestima svoje staze, označenim istim brojevima (n. pr. kad je Mars u točki 3 svoga kruga, Zemlja je u točki 3 svoga kruga). Zgodno je, ako se na izvedenom modelu kuglice jednakih brojeva oliče jednakim bojama; n. pr. obje kuglice 1 bijelom, 2 crvenom, 3 žutom, 4 zelenom, 5 modrom, 6 ljubičastom, 7 crnom. Budući da se dalji planet sporije giba oko Sunca, daljina je 1—2 na krugu *abcd* manja od daljine mjesta 1—2 na Zemljinu krugu *nmrt*. Na ovom se modelu odnose daljine dviju zasebičnih kuglica na krugovima *nmrt* i *abcd* kao 17 : 23. Pomislimo sada s mjesta Zemlje 1 pravac povučen preko 1 na stazi Marsa i produžen; on će pogoditi nebeski svod u određenoj točki, koja je na modelu opet označena s brojem 1, t. j. oko, koje gleda Marsa iz mjesta 1 na Zemljinoj stazi, vidjet će ga na nebeskom svodu u točki 1; da se to mjesto bolje vidi, namješten je na izvanjem obruču komad lima *FGHI* — komad zodijskog kruga. Na njem su jednakim bojama nacrtana mjesta, na kojima mi redom moramo vidjeti Marsa, putujući u jednu ruku sa Zemljom od 1, preko 2, 3 . . . do 7, dok u drugu ruku i Mars ide u to doba na svom krugu od 1 do 7. Ta se mjesta na nebeskom svodu dobiju, ako se kuglice jednakog broja sastave tankim upravnim žicama ili koncima, koji idu do *FGHI*. Ako se napokon tih 7 točaka na nebeskom svodu *FGHI* sastavi krivuljom 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, kako to pokazuje naša slika, evo nam pred očima dio Marsove staze, kako ju moramo vidjeti na nebu, ako se i Zemlja i Mars gibaju oko Sunca u kružnicama. Eno nam uzla, eno nam i gibanja unatrag! Čudna i na oko posve nepravilna gibanja planeta pred našim dušenim okom postadoše najjednom posve jednostavna: planeti se samo prividno gibaju po ovim nepravilnim krivuljama u zodijskom krugu. Mjesta njihova, na kojima ih mi, vječni putnici oko Sunca, vidimo u različito doba na nebeskom svodu, nužni su posljedak dvojakoga gibanja u isto vrijeme: gibanja Zemlje i gibanja planeta, koji se zaista gibaju u kružnicama oko Sunca. Kad bismo pak s putujuće Zemlje mogli skočiti u središte svih tih kružnica — na Sunce, vidjeli bismo prema Koperniku, gdje svi planeti, među njima i Zemlja, po zodijskom krugu opisuju posve savršene kružnice i to svi bez izuzetka od zapada na istok, bez ikakvih gibanja unatrag i bez

uzlova: onakve od prilike, kakve za nas putnike sa Zemljom opisuje Sunce u godini dana!

Sve se tri vrste nebeskih gibanja dakle zaista veoma jednostavno razjašnjaju, ako se prihvati K o p e r n i k o v o mišljenje mjesto P t o l e m e j e v a, a stvar je sada posebne „mehanike neba“, da na tanko ispituje, podudaraju li se posvema gibanja nebeska, kako ih zaista vidimo i mjerimo, s izvodima iz Kopernikova mišljenja.

To i bijaše glavni posao onih umnika, koji s ushitom njegov novi sustav svemira prihvaćiš. Rezultat ne bijaše najbolji: opažena se mjesta planetâ još uvijek ne podudarahu s računima na osnovi K o p e r n i k o v a mišljenja!

VI.

Kepler i njegovi zakoni o nebeskim gibanjima.

Razumjet će prijazni čitaoci već po tom postanje velike raspre o tom, je li K o p e r n i k pogodio istinu o nebeskim gibanjima. Ne ulazimo u to, tek ističemo, kako je K e p l e r (1571.—1630.) (Sl. 96.), dvorski astronom Habsburgovca cara Rudolfa u Pragu, iz pomnijih mjerenja, što ih je na gibanju planeta Marsa izveo njegov predšasnik Tycho de Brahe, razabrao, da se ta mjerenja ni na koji način ne dadu dovesti u sklad s mjestima, što bi ih morao imati planet Mars prema Kopernikovu sustavu. U njegovu je duhu onda prvi put sinulo uvjerenje o velikom i jednostavnom j e d i n s t v u u čitavom svemiru: on nije v j e r o v a o u nove epicikle Kopernikove, premda ushićeno prihvaća njegove osnovne misli o nebeskim gibanjima!

I njegova glavna zadaća života postade: iz mjerenja mjesta planeta Marsa, kako ih je ostavio u prvom redu Tycho de Brahe i drugi, odrediti, gdje bi se taj planet vidio, da ga gledamo sa Sunca mjesto sa Zemlje, kako bi mu izgledala staza i koliko bi vremena trebao, da jedanput svrši svoj put oko Sunca i je li mu brzina sva gdje jednaka, kako to ište Kopernikovo mišljenje.

Bio je nada sve sretan u tom poslu. Koliko bi možda bilo zanimljivo, da ga slijedimo u njegovim mislima i radu, ovdje tomu nije mjesto; i to bi išlo u posebnu „mehaniku neba“. Ovdje

možemo navesti tek posljedak čitavoga toga njegova nastojanja, razloženoga u dvije knjige, koje su izašle 1609. i 1618., dakle oko 50 godina poslije djela Kopernikova. Evo ga:

1. Najprije je našao, da staza Marsa oko Sunca nije kružnica, kako je mislio Kopernik, nego je krivulja jajolika,

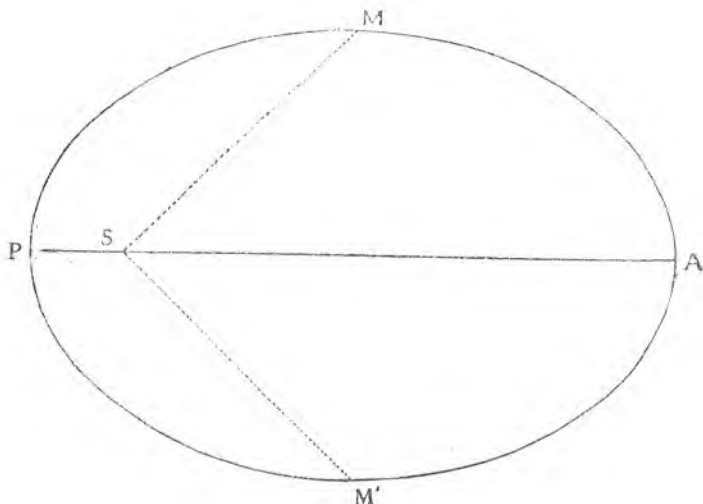


Sl. 96. Kepler (1571.—1630.).

ime joj je u geometriji elipsa (Sl. 97.). Jedan je vrh (A) te elipse Suncu (S) mnogo bliži nego drugi (P). Gibanje Marsa po toj stazi nije jednoliko: postaje to brže, što se više umanjuje njegova daljina od Sunca i obrnuto: što se više na elipsi udaljuje od Sunca, to se sporije giba. Sunce nije u središtu elipse, nego je u jednom njezinu žarištu (S).

Čudnim se načinom mijenja brzina toga planeta: polumjer (radij vektor), koji sastavlja Sunce s planetom (Sl. 98.), opisuje isječke, koji rastu po svojoj pljoštini razmjerno s vremenom, što Mars treba za njih, drugim riječima: radij vektor Marsa opisuje u jednakim vremenima jednake plohe!

Prenijevši ovo svoje umovanje i računanje na sve ostale planete otkrio je, da se sve to i za njih potvrđuje; dakle



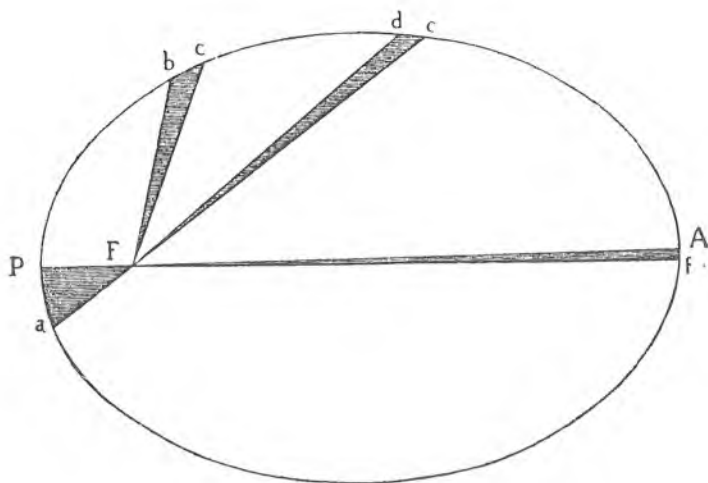
Sl. 97. *Elipsa i gibanje planeta po njoj.* — S jedno žarište (focus) i mjesto Sunca. ASP velika osovina elipse. — A afel; P perihel planeta. — SM i SM' srednja daljina planeta od Sunca. SM , SA , SM' i SP radiji vektori planeta.

je mogao izreći dvije istine (ne hipoteze ili mišljenja!) o gibanju planeta oko Sunca.

Prvi Keplerov zakon: „Svaki planet opisuje oko Sunca krivulju u ravnini, koja ima oblik **elipse**, a jedno **žarište** njezino zaprema središte Sunca“. (Sl. 97.).

Bilješka. — Ovdje je mjesto, da čitaocima, koji tu znamenitu krivulju — elipsu ne znadu ili su ju zaboravili, nešto o njoj rečemo. Privežimo krajeve konca o dva čavlića ili dvije bačenke utaknute u papir (Sl. 99.), ili u ploču ili ma koju drugu ravninu, na kojoj hoćemo da nacrtamo tu krivulju. Konac ipak treba da bude duži od daljine obiju čvrstih točaka F i F . S pomoću olovke (kreda i t. d.) napnimo konac toliko, da budu njegovi di-

jelovi pravci, ali da se olovka može ipak pomicati po papiru ili ploči. Pomićimo zaista olovku uz konac sveudilj napet. Opisat će polovinu elipse. Drugu polovinu ćemo dobiti, prebacivši konac na drugu stranu pravca, koji sastavlja čvrste točke F i F . Postaje u slici nacrtana krivulja, koju geometri zovu „elipsa“. — Obje čvrste točke F i F dobiše ime „žarišta“ (latinski: focus, franc.: les foyers; njem.: die Brennpunkte) elipse; oba komada konca, koji sežu od točke elipse do žarišta, dobiše ime „radiji vektori“ te točke. Kako dužina čitavoga konca ostaje kod pomicanja olovke jednaka, izlazi osnovno svojstvo elipse: suma radija vektora ostaje jednaka za sve točke elipse. Krivulja je nešto otegnuta, kako se vidi, u

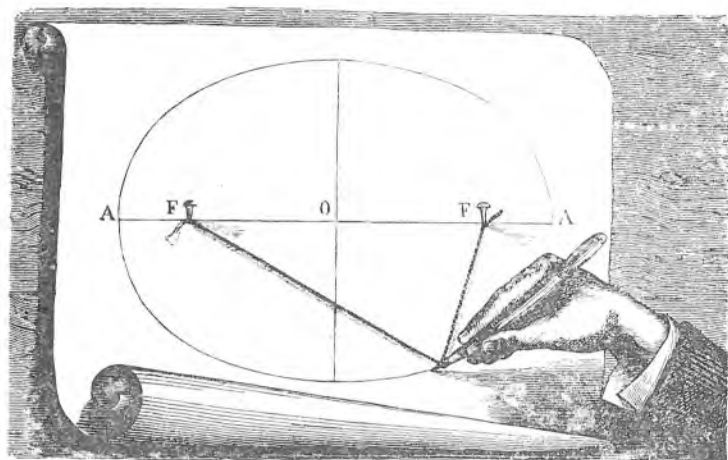


Sl. 98. Plošni zakon za gibanje planeta po elipsi. — U jednakim vremenima opisane plohe radija vektora su svagdje jednake: $FAf = Fde = Fbc = FPa$.

smjeru pravca, koji sastavlja oba žarišta. Taj je pravac AA dobio ime „velika osovina“ elipse, a njegova sredina O ime „središte“ elipse. Ako uz ista žarišta uzmemo sve kraći konac, da opišemo elipsu, dobit ćemo sve jače otegnute elipse. Obrnuto će se pokazati, ako uzmemo sve duži konac: elipse će postajati sve sličnije kružnici, ali ipak ne će biti točno kružnice. Ako pak uz istu dužinu konca žarišta razmičemo ili zbližavamo, pokazat će se iste razlike u obliku elipse kao i prije. U tom slučaju dabogme ostaje velika osovina elipsi jednaka; no što su dalje žarišta jedno od drugoga, to će više otegnuta biti elipsa; što su bliža žarišta, to će sličnija biti elipsa kružnici. Ako se oba žarišta napokon splinu u istu točku, pretvorit će se elipsa u potpunu kružnicu. Kružnica je dakle zapravo posebni slučaj elipse: ona je elipsa, kojoj je daljina obaju žarišta = nuli! Iz slike će čitalac još razabrati svojstvo elipse, da je velika osovina jednaka sumi obaju radija vektora. —

Nije ovdje mjesto, da dalje raspredamo sva svojstva ove zanimljive krivulje. To je stvar geometrije. No ipak moramo još spomenuti, da se daljina središta O od jednoga i drugoga žarišta F , dakle OF , zove „linearna ekscentriciteta“ elipse, da je premjer okomit na velikoj osovini u njezinoj sredini O ujedno najmanji premjer elipse, pak mu je ime „mala osovina“ elipse. — Ako se napokon izmjere OF i OA , dobije omjer $OF:OA$ ime „numerička ekscentriciteta“ elipse.

Premda su po Keplerovu popravku Kopernikova mišljenja staze planetâ elipse, te elipse ipak nisu jedna drugoj slične: ne samo da su im velike osovine različne, nego su im i oblici



Sl. 99. Elipsa i crtanje elipse.

različni, jer su im navlastito ekscentricitete veoma nejednake. Kad bi naime numerična ekscentriciteta $OF:OA$ bila baš jednaka nuli, postala bi od elipse potpuna kružnica. No mjerenje je pokazalo već Kepleru, da ni kod jednoga planeta taj omjer nije jednak nuli, t. j. ni jedan planet ne ide oko Sunca u kružnici!

Vrijednosti su onoga omjera za pojedine planete ove:

Merkur: 0'206; Venus: 0'007; Mars: 0'093; Jupiter: 0'048; Saturn: 0'056. — Iz tih brojeva čitamo: Elipse su svih planeta veoma nalik na kružnice, jer su sve numeričke ekscentricitete razmjerno malo različne od nule; najviše otegnutu elipsu

ima Merkur, a iza njega odmah Mars; najmanje otegnutu Venus; njezina se staza dakle najviše približava potpunoj kružnici.

Iz naše slike (Sl. 97.) razbiramo dalje, da je planet tečajem svoga valjanja oko Sunca u veoma različnim daljinama od njega: najmanjoj PS dajemo ime „daljina perihela“; najvećoj AS ime: „daljina afela“ (od grčkih riječi: peri = blizu, apo = od, daleko i helios = Sunce). Perihel i afel pripadaju krajevima velike osovine, a dvije „srednje daljine“ od Sunca MS i M'S pripadaju krajevima male osovine.

Drugi Keplerov zakon. — Po Kopernikovu bi mišljenju brzina planeta na njihovim kružnicama bila stalna. Oni se gibaju jednoliko po svojim kružnicama! I u tom je Kepler mogao na osnovi svojih mjerenja ispraviti Kopernika. Brzine ne mogu biti na čitavoj stazi jednake, jer mu je mjerenje najprije na Marsu pokazalo, da su isječci elipse, što ih radij vektor opisuje u jednakim vremenima (n. pr. u 1 danu), posve jednaki (Sl. 98.): $Fpa = Fbc = Fde = FAf$. Izlazi dakle:

Drugi Keplerov zakon: „Plohe, što ih radij vektor istoga planeta opisuje u jednakim vremenima, jesu jednake“. (Sl. 98.)

Čitalac iz slike neposredno vidi, da se planet poradi toga zakona valja oko Sunca promjenljivom brzinom; ta je najmanja u afelu A, a najveća u perihelu P.

Velikim je ushitom Kepler učenom svijetu priopćio ova dva ispravka o Kopernikovu mišljenju u svojoj knjizi „Astronomia nova“ (Prag, 1609.), našavši u njima prvu potvrdu svojem tvrdom vjerovanju, da iz Sunca kao središta neka jedinstvena vječna sila jednakom energijom ravna gibanja svih planeta. Ali ti njegovi zakoni nisu samo mišljenje o gibanju planeta oko Sunca, nego su istine izvedene iz pomnijih mjerenja na nebu. Kepler sam o njima veli u spomenutoj knjizi: „Astronomi ne moguše toga boga rata (Marsa) svladati. No vojskovođa je Tycho u dvadesetgodišnjem noćnom straženju ispipao njegove ratne varke, a ja sam uz pomoć gibanja majke Zemlje ušao u trag svim njegovim krivudanjima“.

Treći Keplerov zakon. — Još većim ushitom javlja svijetu 10 godina kasnije u knjizi: „*Harmonices mundi*“ i treći, po njegovu mišljenju najveći, uspjeh svojih nebeskih mjerenja. Uspio je naime međutim, da izmjeri za svaki planet njegovu srednju daljinu od Sunca (Sl. 98. *SM*), uzevši za jedinicu dužine daljinu Zemlje od Sunca (= 1 nebeski metar!), i trajanje jednoga njegova ophoda oko Sunca. Evo tih brojeva:

Ime planeta:	Srednja daljina od Sunca (r):	Trajanje valjanja (revolucije) (t)
Merkur	0.3871 neb. metara	87.97 dana
Venus	0.7233 „ „	224.70 „
Zemlja	1.0000 „ „	365.26 „
Mars	1.5237 „ „	686.98 „
Jupiter	5.2028 „ „	4332.58 „
Saturn	9.5389 „ „	10759.22 „

On sam o tim brojevima veli: „Nakon toga, što sam našao prave dimenzije staza, na osnovi opažanja Tychonovih i neprekidnoga napora duga rada, otkrio sam napokon odnošaj između trajanja ophoda i veličine staza. I ako hoćete da znate točan datum, bilo je to 8. marta ove godine 1618., kad mi je prvi put sinuo u mom duhu; no kad sam ga nespretno kušao potvrditi računom, odbacio sam ga kao kriv; dne 15. maja ponovo se javio novom energijom i svladao tminu moга razuma. Tako se je potpuno potvrdio mojim sedamnaest-godišnjim radom oko opažanja Tychonovih i mojim vlastitim razmišljanjima, koja se savršeno podudarahu, te sam s početka mislio, da sanjam i da zaključujem krivo; no nema sumnje: to je zakon posve pouzdan i veoma eksaktan...“

Nakon toliko truda pročitao je Kepler iz tih brojeva:

Treći Keplerov zakon: „Kvadrati ophodnih vremena razmjerni su kubima srednjih daljina od Sunca ili (što izlazi na isto) kubima velikih osovinâ staza“.

U kratkom matematičkom govoru napisali bismo to za makar koja dva planeta, kojima su srednje daljine od Sunca r i R neb. metara, a ophodna vremena t i T dana, ovako:

$$t^3 : T^3 = r^3 : R^3$$

Ako se čitalac potruđi, pak te lake račune izvede makar za koja dva planeta po gornjoj tablici, dobit će zaista svagda isti maleni broj 1331000!

To je bila posve nova istina o nebeskim gibanjima! Kod Kopernika joj nema još ni traga. U duhu je Keplerovu izvela još veći ushit, jer mu je mnogo više potvrdila vjerovanje njegovo u jedinstvenost svemirske zgrade. Dok su mu prva dva zakona kazivala, kako se zaista gibaju pojedini planeti, treći mu zakon odaje, da su staze svih planeta u nekom međusobnom odnošaju, da ima nešto, što ravna sve staze! Neka to n. pr. razloži odnošaj izmedju staze Zemlje i staze Jupitera. Za Zemlju je $r = 1$ nebeski metar, a $t = 365\frac{1}{4}$ dana $= 1$ godina.

Za Jupiter je opažanjem utvrđeno, da mu je ophodno vrijeme $T = 4332\cdot58$ dana $=$ ili $11\cdot9$ godina. Kolika je daljina Jupitera od Sunca ($= R$)? Iz trećega Keplerova zakona izlazi: $t^2 : T^2 = r^3 : R^3$ ili $1^2 : 11\cdot9^2 = 1^3 : R^3$, a iz toga razmjera izlazi: $R^3 = 11\cdot9^2 = 11\cdot9 \times 11\cdot9 = 141\cdot61$; iz toga pak izlazi:

$$R = 5\cdot2 \text{ nebeskih metara } (= \sqrt[3]{141\cdot61}).$$

Čitalac razbira, kako sada motrilac sa Zemlje može lako odrediti srednju daljinu svakoga planeta od Sunca, a da se sa Zemlje i ne makne! — Ne treba za taj posao ništa drugo znati, nego njegovo ophodno vrijeme, koje je pomnijim motrenjem neba određeno, i srednju daljinu Zemlje od Sunca, koja mu je ujedno i jedinica dužine. Zaista krasna tekovina Keplerova veleuma, makar da je njegov posao u glavnom bio tek popravlak Kopernikova mišljenja i znamenit mu dodatak!

VII.

Obitelj Sunca i gibanja u njoj.

Sada je već svakomu pomnijomu čitaocu jasno, da planeti Merkur, Venus, Zemlja, Mars, Jupiter i Saturn zajedno sa Suncem čine malu svemirsku obitelj, u kojoj je glava i središte — Sunce, dakle: „**obitelj Sunca**“ ili, kako nauka voli

reći: „**Sunčev sustav**“. Svi planeti idu oko Sunca u odmjerenim daljinama i u elipsama, koje nisu mnogo različne od kružnice. Ako još odamo čitaocu, da su i ravnine svih tih elipsi po svom položaju u svemirskom prostoru veoma malo različne od položaja ravnine Zemljine elipse (ekliptike na nebu), da se dakle sve te ravnine gotovo podudaraju, slika Sunčeve obitelji postaje još jednostavnija, pogotovo, kada se zna, da svi planeti po svojim stazama idu kao i Zemlja od zapada na istok. Ne ćemo dakle biti daleko od istine, ako tu čitavu obitelj Sunca proglasimo neke ruke „vrtuljkom“ (Ringenspiel). Sunce je nepomični stup u sredini, ujedno i jaka svjetiljka; svaki je planet jedna kočija, koja svezana sa Suncem nevidljivom sponom kruži oko njega; vrtuljak Sunčev ima u svemu 6 kočija, ali svaka je nešto dalje od stupa u sredini i svaka svrši svoj krug za drugo doba, dok su na običnom sajamskom vrtuljku sve kočije jednako daleke od stupa i lampe u sredini, pa svršavaju svoje krugove u istom vremenu. Umjetnik u mehaničkim poslovima znao bi jamačno sagraditi vrtuljak, koji je posve prema našem svemirskom vrtuljku.

* * *

No ako se sada prijazni čitalac, saznajući za obrete Kopernika i Keplera, natrag vrati našim razmatranjima o zemaljskim gibanjima, otkrit će osupnut, da mi imamo na Zemlji pravu sliku i priliku tih nebeskih gibanja. Mi smo ju potanko opisali u ovom članku među „gibanjima po krivulji“ (str. 180. do 193.). Koristeći se sada tim znanjem, možemo biti veoma kratki:

„U gibanjima planeta oko Sunca prepoznajemo sada nama dobro poznata „**centralna gibanja**“ (str. 185. i 189.).

Da bude Kopernik ostao u pravu, bila bi to sama jednolika centralna gibanja po kružnicama, a u središtu bi bilo Sunce; no kako je Kepler to mišljenje Kopernikovo popravio, znamo sada: gibanja su planeta „**centralna gibanja po elipsama**“. Da su to doista baš centralna gibanja, izlazi iz drugoga zakona Keplerova o pljoštinama, što ih opisuje radij

vektor. Ta baš taj isti zakon nadjosmo na Zemlji za sva centralna gibanja i mogosmo ondje izjaviti: kadgod je „plošni zakon“ ispunjen, imamo posla s centralnim gibanjem (str. 193.).

No za ta centralna gibanja saznadosmo i to, da su zapravo sastavljena gibanja, sastavljena od jednoga jednolikoga i jednoga ubrženoga gibanja — oba po pravcima; drugomu je smjer svaгда uperen baš na centar gibanja, i ono ima svoje određeno ubrženje („centralno ubrženje“, str. 184.).

I tako nam se evo i ta gibanja planeta, na oko za nas vječne putnike zajedno sa Zemljom toliko nepravilna i zamršena, pred duševnim okom našim rasplinuše u posve jednostavno „centralno gibanje!“

A Mjesec Zemlje i 4 mjeseca Jupitera sadjoše u red nebeskih tjelesa — drugoga reda! Što je planetima Sunce, to su mjesecima (nauka ih sve zajedničkim imenom zove „sateliti“* planetâ) njihovi planeti: središta, oko kojih sateliti idu baš po istim Keplerovim zakonima u elipsama! Sva je obitelj Sunca dakle građena po jedinstvenom razmjerno jednostavnom planu. Veleumi Kopernika i Keplera nam ga odadoše! Duševno pak oko naše sada ga posve progledava. Neka prodje još jednom ispred njega:

1. U neograničenom svemirskom prostoru oko nas polazemo kroz naše stajalište — Zemlju — ravninu, koja na sve strane produžena siječe neizmjerne daleki svod nebeski „sferu nekretnica“ u kružnici, kojoj dadosmo ime „ekliptika“. Znamo, da prolazi kroz 12 zvijezda „životinjskoga pobjasa“ i da siječe nebeski ekvator u dvije znamenite njegove točke u „prolječnoj“ i u „jesenskoj“ točki. Znalac neba svake će vedre večeri i tjelesnim okom moći po tom na zvjezdanom nebu prošetati onu polovinu ekliptike, koja je baš onaj čas iznad njegova horizonta.

2. U toj smo ravnini ekliptike svaгда prije svega mi sami s našom Zemljom. No u njoj stoji svaгда i naše Sunce na jednom mjestu neograničenoga prostora svemirskoga, ali od nas daleko samo 1 nebeski metar, a mi sa Zemljom u toj da-

* satellites (lat.) == pratilac.

ljini letimo u elipsi oko njega. Tjelesno naše oko — nesavršeno gradjeno — projicira Sunce tamo daleko čak na sferu nekretnica, jer u tim velikim daljinama oko već nema snage, da razluči, što mu je bliže, što dalje. Sve je za nj jednako daleko!

3. No gotovo u toj istoj ravnini ekliptike trče oko Sunca kao svoga središta pored Zemlje još petero njezine braće: Merkur, Venus, Mars, Jupiter i Saturn u elipsama, koje su međjutim jako nalik na kružnice. U jednom zajedničkom žarištu tih svih 6 elipsi stoji Sunce!

4. Po svojoj srednjoj daljini od Sunca tih je 6 planeta rasporedjano ovako: Merkur 0·4 neb. met., Venus 0·7 neb. met., Zemlja 1 neb. met., Mars 1·5 neb. met., Jupiter 5·2 neb. met. i Saturn 9·5 neb. met. Novije doba dodalo je s pomoću durbina toj obitelji još dva člana, koji takodjer trče oko Sunca gotovo u toj istoj ravnini u elipsama: Uran (g. 1790.) u srednjoj daljini od 19·2 neb. met. i Neptun (g. 1846.) u daljini od ravnih 30 neb. metara. Dalje od 30 neb. met. obitelj Sunca — što danas znamo — ne seže od svoga središta Sunca, dok se danas već pouzdano zna, da je nama najbliža nekretnica od nas daleko 350 tisuća nebeskih metara. No naše nesavršeno oko baca i sve planete na sferu nekretnica: njemu i oni svi idu među nekretnicama po zodiaku i blizu ekliptici, premda je između njih i nekretničâ tako golem razmak!

5. Svi planeti bez izuzetka idu oko Sunca po svojim elipsama od zapada na istok.

6. Sateliti planeta idu po istoj osnovi oko svojih planeta kao središta, a s njima ujedno oko Sunca.

7. Sva ta gibanja planeta oko Sunca i satelita oko svojih planeta idu u red nama sada jur dobro poznatih „centralnih gibanja“, kojima je svima zajednički centar — Sunce. Da su baš takva gibanja, odao nam je „plošni zakon“ centralnih gibanja, koji po otkriću Keplerovu vrijedi za sva ta gibanja.

8. Ta mala obitelj našega Sunca, taj umjetni vrtuljak u svemirskom prostoru, sav rasporedjan gotovo u istoj ravnini (u ravnini ekliptike) prilično je osamljen u svemirskom prostoru. On seže od svoga središta, Sunca, jedva 30 neb. met. daleko u svemirski prostor, a sve do 350.000 nebeskih metara oko

njega unaokolo uzalud tražimo još koji takav vrtuljak. Oko njega je dakle golema i daleka praznina!

* * *

Nema jamačno čitatelja, koji ne će ugodno osjetiti duševni užitak i zadovoljstvo, videći do koje nas visine dovedoše naša mehanična razmatranja, što se tiče tako zanimljivih i na oko zagonetnih gibanja nebeskih.

No zadovoljstvo još nije potpuno! Um se naš sada javlja s pitanjem: *z a š t o* se sve baš tako giba u obitelji Sunca? I na to će pitanje prijazni čitaoci naći odgovor, ako s nama još koji korak dalje podju u proučavanju zemaljskih gibanja.

Njihanja i titranja.

Njihalo i zakoni njegova gibanja. — Sekundno njihalo. — Ura njihalice. — Periodično gibanje uopće. — Titranje stvarne točke. — Konično njihalo. — Trajanje titraja. — Amplituda titraja. — Titrajni broj i frekvencija. — Sastavljanje titraja jednake i različite faze. — Brzina titranja i dijagrami. — Harmonično gibanje jedne materijalne točke. — Sastavljanje harmoničnih gibanja. — Lissajousove slike. — Utišavanje titranja. — Prijegled zakona.

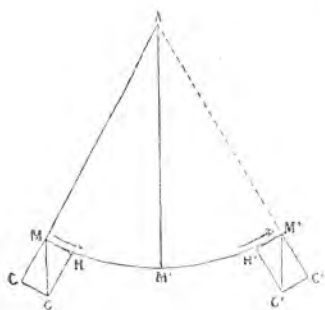
I.

Njihalo i zakoni njegova gibanja.

Na znamenitom smo povjesničkom tlu za mehaniku. Aparat i njegovo gibanje, što ga kanimo sada iz bližega prikazati, bilo je Galileju (g. 1583.) ishodištem za nove misli o gibanjima na Zemlji, oprečne autoritetu Aristotela, koje su ga dovele do osnivanja nove mehanike. Ta se je za ovih 330 godina razvila u nauku, koju danas rado zovu „klasična mehanika“. Da nema ništa drugo nego ovaj povjesnički interes, bilo bi za nas vrijedno, da se čas ustavimo kod „njihala“ i njegova gibanja — tako se naime zove taj idealno jednostavni aparat, koji svatko poznaje s ure njihalice. No on je i danas — navlastito u ruci astronomâ — „čarobna šipka“, koja u velike pomaže odgonetati tajne svemirske prirode. Gibanje je dakle njihala bilo za Galileja ishodište svim daljim njegovim otkrićima i istraživanjima o gibanjima na Zemlji.

Bijaše to ovaj događaj: dvije svjetiljke u stolnoj crkvi u Pizi (Italija) zaokupiše g. 1583. pažnju mladoga Galileja, dok je prisustvovao nekom crkvenom obredu (Sl. 14. str. 17.). Obje su visjele na konopima jednake dužine i slučajno se zanjihale. Premda veoma nejednake veličine, njihale su obje u istom taktu. To ga osupnulo, jer je po Aristotelu morao misliti, da će teža znatno brže njihati. Pa i onda, kada je njihanje gotovo izdisalo, bijaše takt još uvijek isti! Ove svjetiljke (lampe), (inače umjetnine Benvenuto Cellinija, pak već poradi

toga vrijedne pažnje!) ne bijahu ništa drugo nego „njihala“, t. j. oteška tjelesa, koja vise na odugačku nitu. Ponovio je pokuse, koji se završiše otkrićem veoma značajnoga zakona o odnošaju između dužine konca, koji drži tijelo, što niže, i trajanja njihaja. Njihalo je u najjednostavnijem obliku što manja, ali što teža kuglica („materijalna točka“), koja visi na tanku koncu ili veoma tankoj žici, učvršćenoj na drugom kraju (Sl. 55. str. 118.), dakle aparat, koji si svatko može u većem broju eksemplara sâm načiniti i poučne pokuse s njim izvoditi, otkrivajući tako u neku ruku ponovo sâm za sebe zanimljive njegove zakone! Tko to uradi, ne će požaliti!



Sl. 100. Njihalo i gibanje njihaja tamo i amo oko vertikalnoga položaja AM' .

Kad njihalo miruje, pokazuje nam vertikalni smjer (Sl. 55. str. 118.). U tu ga svrhu upotrebljavaju mnogo u zidarskom obrtu kao „kalamiru“.

Dignemo li kuglicu (sl. 100.) iz toga položaja AM' (uz jednako napet konac!) za neki kut u novi položaj AM pa ju ispustimo (čuvaajući se pomnivo, da joj ne bismo rukom dali kakav udarac!), ona se s početka polako, onda sve brže po kružnom luku MM' vraća u vertikalni položaj: ona pada po kružnom luku i mi već znamo, kolika joj je brzina, kada stigne u taj položaj (str. 180.).

Gibanje je dakle svakako ubrženo. Da je padala niz kosinu, bilo bi joj gibanje jednoliko ubrženo (str. 178.). No kako se može kružni luk razdijeliti u cio niz malih kosina, ali različitoga sve manjega priklona — gibanje je njihala ne jednoliko ubrženo do vertikalnoga položaja M' .

Koliko je ubrženje toga gibanja u svakom času, možemo lako naći po paralelogramu gibanja ili ovdje po paralelogramu ubrženja. N. pr. ubrženje njihala u točki M (Sl. 100.) je MH . Da je njihalo slobodno, padalo bi vertikalno k Zemlji ubrženjem padanja $g = 981 \text{ cm} = MG$. Ako to ubrženje rastavimo u komponentna ubrženja MH i MC , razbirmo, da njihalo u točki M pada

k vertikalnom položaju AM s ubrženjem MH . U točki M'' mu je ubrženje $M''H'$ jednako kao u M , tek pada sada suprotnim smjerom. Kad bismo ovo rastavljanje ubrženja MG izveli u drugim točkama puta, osvjedočili bismo se i tim putem, da ubrženje padanja kod njihala nije konstantno, da gibanje njihala nije jednoliko ubrženo. S najvećom brzinom, što ju steče kuglica do vertikalnoga položaja, krene ona na drugu stranu vertikalnoga položaja, uspinjući se tamo do istoga kuta (do iste visine) po jednakom kružnom luku $M'M''$ i gubeći po malo stečenu brzinu, sve dok ne stane časak. U ovoj drugoj polovini joj je gibanje nejednoliko usporeno. I sada će kuglica u suprotnom smjeru, dakle natrag, započeti gibanje posve jednako predjašnjemu, pak će opet stići u nejednoliko ubrženu gibanju u M' i dalje u nejednoliko usporenu gibanju točno na ono mjesto M , s kojega je pošla — ako nema zapreka: otpora uzduha i trenja ili ako su te zapreke bar tako neznatne, da ne smetaju vidno gibanju kuglice. Da nema nikakvih zapreka, gibanje bi bilo vječno i posve jednako tamo i amo po istom luku. Vidoci smo evo nove vrste gibanja! Značajno je za nj u prvom redu, da se kuglica nakon nekoga vremena sama povraća točno na isto mjesto u prostoru i u tom se ovo gibanje posve razlikuje od jednolika i ubržena i usporena gibanja po pravcu! Poradi ovoga njegova svojstva ide ovo gibanje u red takozvanih „periodičnih gibanja“, obilježenih baš tim svojstvom. No kako kuglica ide i oko nekoga srednjega položaja (vertikalnoga) tamo i amo, zove se njezino gibanje posebnim imenom „njihanje“ ili po latinskom „oscilacija“.

Put od jedne krajnje točke M do druge M' i natrag do prve M , t. j. luk $MM'M'' + M''M'M$ zove se „jedan potpuni njihaj“. On se sastoji od dvije posve jednake polovine. Poradi toga dajemo luku $MM'M''$ ime „polunjihaj“. Mnogi toj polovini potpunoga njihaja daju ime „jedan njihaj“. U tom bi slučaju naš potpuni njihaj bio isto, što i „dvostruki njihaj“. Ostajemo međjutim kod prve oznake s razloga, što se je kuglica povratila u isto stanje gibanja tek onda,

* oscillo (lat.) = njišem, titram.

kada je svršila put tamo i natrag. Za nas će dakle biti potpun njihaj put: $MM' + M'M'' + M''M' + M'M$. On sastoji u svemu od 4 dijela gibanja: MM' je ubrženo, $M'M''$ usporeno, $M''M'$ opet ubrženo, ali suprotnim smjerom, $M'M$ je usporeno suprotnim smjerom. Sada tek počinje drugi njihaj potpuno istim redom kao prije. Brojiti je lakše polunjihaje. — Kako se vidi, naše njihalo izvršuje sve svoje njihaje u jednoj i istoj ravni, u ravnini $AMM'M''$ i ne izlazi nikada iz te ravnine. Poradi toga mu dajemo ime „ravno njihalo“. Mi poznamo naime već „konično njihalo“ (str. 186.), koje opisuje plašt stošca. Dužina se njihaja — svagda jednaka — računa po geometriji! Kut pak, što ga čine oba krajnja položaja konca s vertikalnim položajem, zove se „amplituda (veličina) njihaja“. (Kut $MAM' = M''AM'$.)

Treba ipak spomenuti, da nema njihala, koje bi vječno njihalo! Spomenute ga zapreke pomalo utišavaju, i na koncu kuglica stane u vertikalnom položaju AM' .

Da njihalo izvrši jedan potpuni njihaj, t. j. luk $MM'M'' + M''M'M$, za to treba neko vrijeme. Tomu vremenu dajemo kratko ime „trajanje njihaja“ (francuski: *durée d'oscillation*; njem.: *Schwingungsdauer*) i bilježimo ga slovom T . Neki mu daju još kraće ime „perijoda“. Polunjihaj traje $T/2$ sekundi.

1. Kad bismo imali idealno njihalo, gdje bi luk njihanja ostao vječno jednak, jasno je, da bi i „trajanje njihaja“ ostalo vječno isto. No kako kod zbiljskih njihala taj luk postaje sve manji, nameće se i nehotice pitanje: što je s trajanjem njihaja, kada amplituda postaje sve manja? I na to bi pitanje gotovo svaki čovjek bez razmišljanja odgovorio: prirodno je, da njihaj traje to manje vremena, što je manja amplituda. Pa ipak nije prirodno! Veoma nas jednostavni pokusi o tom uvjeravaju. Neka usporedo vise dva jednako dugačka njihala. Dignimo kuglicu jednoga dosta visoko, drugoga samo malo i ispustimo ih u istom času: oba njihala njišu posve jednakim taktom — dokaz, da je trajanje obaju njihajâ posve jednako, usprkos tomu, što je put prvoga njihala možda i 5 puta veći! Dakle zakon:

„Trajanje njihaja u svakoga je njihala nezavisno od amplitude njihaja“.

Ako imaš samo jedno njihalo, možeš zakon i s njim potvrditi uz pomoć ure. Brojiš jedanput polunjihaje u 1 minuti, kad je amplituda *o v e l i k a*, drugi put, kada je *veoma malena*. Broj će polunjihaja u 1 minuti biti *j e d n a k*, dakle i trajanje jednoga potpunoga njihaja.

Kako to može da bude? Ogriješili bismo se o kritični duh čitača, da ga ostavimo pred ovom nenadanom pojavom bez ikakva razjašnjenja, a ipak mu je tako blizu! Sve razjašnjuje slika 84. na str. 179. Dignemo li kuglicu do *k*, dolazi u vertikalni položaj s brzinom, kao da je slobodno padala niz visinu *pm*; dignemo li je samo za polovinu toga luka do *l*, stizava u vertikalni položaj samo s brzinom, kao da je slobodno padala niz visinu *rm*. Kako je put padanja *pm* od prilike 4 puta veći od *rm*, bit će prva brzina od prilike *d v a p u t* veća od druge. No i put je *km* dvaput veći od puta *lm*. Za dvaput veći put trebat će kuglica uz *d v o s t r u k* u brzinu *j e d n a k o* vrijeme kao za prvi put s polovinom brzine.

Učinimo još jedan pokus s tim njihalom. Ako kuglicu dignemo *j a k o* visoko, bit će broj njihaja u 1 minuti ipak nešto *m a n j i*; znak, da su njihaji kod veoma velikih amplituda nešto *d u ž e g a* trajanja: t. j. trajanje je njihaja ipak zavisno od amplitude! No ako se ne radi o *j a k o* velikoj *t o č n o s t i*, može se reći kod *veoma malenih* amplitudâ, da je *nezavisno* od amplitude. Pomnivi pokusi pokazaše, da gornji zakon praktički vrijedi samo, dok amplituda ne premaši neku granicu. Ta je 10° (t. j. na svaku stranu 5°). Moramo dakle naš zakon nešto preinačiti:

„Trajanje je njihaja praktički *nezavisno* od amplitude, dok je ova *manja* od 10° “.

Doista vidimo na urama njihalicama, kako njihala izvršuju samo njihaje *veoma malenih* amplituda.

2. Galilei je na njihalu otkrio još jedan zanimljiv zakon. Na konce jednake dužine privezao je kuglice *veoma različite* veličine i obujma. Sve njišu jednako: broj je polunjihaja u svih posve jednak. O tom se može svatko vlastitim pokusima i s *j e d n i m* njihalom osvjedočiti, ako na konac — ne promije-

nivši tim dužinu njihala! — priveže različna tjelesa i broji polunjihaje u 1 minuti. **Zakon:**

„Trajanje je njihaja nezavisno od težine tijela, koje njiše“.

Kako gibanje njihala za pravo nije drugo nego padanje kuglice niz kružni luk, dokazuje taj jednostavni pokus ono isto, što Galileju dokazaše pokusi na kosom tornju u Pisi: da laka i teška, mala i velika tjelesa padaju jednako brzo (str. 129.).

3. Načinimo si četiri njihala različne dužine. Prvomu neka bude dužina 1 decimetar, drugomu 4 decimetra, trećemu 9, a četvrtomu 16 decimetara. Ako ih zanjíšemo, smjesta će nam udariti u oči pojava, da kraća njihala mnogo brže njišu. Kako bismo našli, postoji li kakav odnošaj izmedju dužine njihala i trajanja njihaja, brojiti ćemo polunjihaje u 1 minuti kod svakoga. I naći ćemo zaista nenadanu pojavu: njihalo od 4 *dm* izvršuje u 1 minuti točno **dvaput** manje polunjihaja, nego ono od 1 *dm* dužine; njihalo dugačko 9 *dm* izvršuje 3 put manje polunjihaja, nego ono od 1 *dm*, a njihalo od 16 *dm* dužine točno 4 puta manje, nego ono od 1 *dm*. **Zakon:**

„Njihalo, koje treba da ima 2, 3, 4 puta veće trajanje polunjihaja od drugoga, mora da bude 4, 9, 16 puta duže od njega“.

Kako je $4 = 2 \times 2 = 2^2$, $9 = 3^2$, $16 = 4^2$, možemo, koristeći se kratkim govorom matematike, naš zakon i ovako reći:

„Dužine su njihala upravo razmjerne s kvadratima trajanja njihovih polunjihajâ“.

Uzmimo n. pr. da potpuni njihaj (tamo i amo) u njihala dugačkoga 1 metar traje baš 2 sekunde, dakle polunjihaj baš 1 sekundu! Da dobijem njihalo, kojemu će potpuni njihaj trajati baš 4 sekunde, a polunjihaj 2 sekunde, moram konac uzeti dugačak ne 2, nego 4 metra; da dobijem njihalo, kojemu će njihaj trajati 6 sekundi (polunjihaj 3!), mora da bude njegova dužina ne 3 nego 9 metara i t. d.

Možda smijemo u kratkoći matematičkoga govora i pisma poći još korak dalje.

Prvo njihalo ima dužinu = l_1 centimetara i trajanje njihaja = T_1 sekundi. Drugo njihalo ima dužinu = l_2 centimetara i trajanje njihaja = T_2 sekundi. Gornji naš zakon napisali bismo sada i govorili ovako:

$$l_1 : l_2 = T_1^2 : T_2^2$$

a to je bez sumnje najkraći način i pisanja i govora. Čita se:

„ l_1 prama l_2 kao T_1 na kvadrat prama T_2 na kvadrat.“

Ovaj je treći zakon za gibanje njihala nada sve važan. Na temelju toga zakona imamo sredstvo u ruci, da gradimo njihala najrazličnijega trajanja njihaja, a kako svaki njihaj jednako traje, razbিরamo, kako u njihalu imamo idealno jednostavnu spravu, koja nam točno daje jednake odsječke vremena — još i onda, kad su njihaji tako maleni, da ih jedva vidiš! Zaista je već Galilei sâm upotrijebio njihalo u takvu svrhu sagrađivši svoj „pulsilog“ — spravu, kojom je liječnik mogao točno mjeriti udarce bila u bolesnika. Bilo je to njihalo, kojemu si dužinu lako mogao mijenjati, dok se nije trajanje polunjihaja podudaralo s udarcima bila („pulza“). Današnji „metronom“ (sl. 63., str. 132.) za različne taktove u muzici veoma je sličan aparat pulsilogu Galilejevu.

4. Da nam bude opis gibanja, što ga izvodi njihalo, potpun, treba da istaknemo još nešto. Čas prije otkriti nam zakon reče, kako trajanje njihaja zavisi o dužini njihala. No kako gibanje njihala nije drugo nego padanje po kružnom luku, jasno je, da brzina njegova gibanja, a po tom i trajanje njihaja, mora da bude zavisno i o ubrženju padanja. Iz naših smo pokusa već prije (str. 136.) našli, kako je ubrženje kod padanja tjelesa na Zemlji $g = 1000$ centimetara (točno : 981 centimetar) na sekundu. Doklegod to ubrženje ostaje ovoliko, dotle će i trajanje njihaja u istoga njihala ostati jednako. No kad bi se jednoga dana na Zemlji dogodilo čudo, da se ubrženje padanja g kod nas uveća, osjetilo bi to naše njihalo smjesta: ono bi najednom brže njihalo, t. j. trajanje bi jednoga njihaja bilo manje nego prije. A obrnuto: da se kojim čudom ubrženje padanja kod nas najednom umanji, njihalo bi naše to opet osjetilo i nama jasno pokazalo tijem, da se je sada

trajanje njegova njihaja najednom uvećalo. To nam jasno kazuje i naša slika (sl. 100.). Kad bi ubrženje padanja *MG* u nas najednom postalo veće, poraslo bi i komponentno ubrženje *MH*, t. j. njihalo se brže vraća k vertikalnom položaju, njihalu traje jedan polunjihaj manje vremena i obrnuto. Dakle izlazi zakon:

„Trajanje je njihaja to veće, što je manje ubrženje padanja.“

Nije li već s toga razloga opravdano, ako dademo njihalu ime „čarobna šipka“ u ruci fizičara?

5. Sekundno njihalo. Jedinica je za mjerenje vremena „1 sekunda“ (str. 38.). Kako je ne samo u naukama, nego i u praktičnom životu prijeko važno mjeriti točno vrijeme, koje treba za koju pojavu ili koji posao („vrijeme je novac!“), a sve se mjerenje vremena osniva na koncu konca na brojenju sekundi, jasno je, koliko je važno za svu kulturu čovjeka imati aparat, koji jasno i točno pokazuje trajanje onoga odsječka vremena, što ga označujemo imenom „sekunda“. U tom je poslu njihalo idealno jednostavan i tako savršen aparat, da mu nema premca!

Treba samo pogoditi dužinu njihala tako, da mu 1 polunjihaj traje baš 1 sekundu i onda te polunjihaje brojiti. Dok je god ubrženje padanja isto, jedan će polunjihaj trajati točno 1 sekundu, bila amplituda velika ili tako malena, da jedva vidiš njihanje. Poradi toga mu dajemo ime „**sekundno njihalo**“. Tek je pitanje, kolika se mora dati dužina njihalu, da mu polunjihaj traje baš sekundu? Dok je ubrženje kod padanja = 981 centimetar, pokazaše pokusi, da dužina jednostavnoga njihala (tanak konac i na kraju mala teška kuglica), koje daje sekunde, mora da bude 99·3 centimetra, dakle samo za 7 milimetara manje od 1 metra. Čudan slučaj: metar nam je jedinica za mjerenje dužina, a njihalo dugačko 1 metar daje nam jedinicu vremena! Pamti za praksu: ako trebaš brojiti sekunde, priveži na konac, dug 1 metar, malu tešku kuglicu i zanjši ju!

Ovdje je mjesto, da pravomu ocu novije prirodne nauke Galileju, njegovu životu i djelima, posvetimo nekoliko riječi!

Životi velikih ljudi, koji su napredovanju čitavoga čovječanstva učinili velike usluge, svaгда su zanimljivi ne samo po svojim dobrim djelima za čovječanstvo, nego i po tom, kako su svojim načinom života znali u sebi samima naći sreću i zadovoljstvo tražeći neumorno istinu. Ni najslavniji vojskovođe, koji krvlju otaca naših natopiše zemlju, ni najsajniji političari, koji kao veliki i sjajni govornici u glavnom rade, nisu oni ljudi, koji su koljeno čovjeka zadužili najvećim blagodatima, makar da se danas ovi najviše slave i časte. Najveću nam službu učiniše tihi i skromni naučnjaci fizičari, kemičari, astronomi, fiziolozi, mehaničari, tehničari, mislioci i sl. Njihovi su neumrlji radovi čovjeka digli nad životinju i carstvo inteligencije osnovali na toj domaji našoj — na Zemlji! Znanje prirode i primjena toga znanja odredjivat će i dalje, dok bude ovoga svijeta i na njem ljudi, sudbinu naroda na Zemlji. Pa i gospodarska snaga naroda, koja se danas tako rado stavlja na prvo mjesto, tek je sekundarna pojava u životu naroda, koja je izrasla iz tehničke njegove snage, osnovane na prirodnoj nauci, u prvom redu na fizici! Pa gle čuda: dok se slavnim vojskovođama i velikim političarima klanjaju u velike svi narodi svijeta, dok su im imena na svim ustima od generacije do generacije — pravim dobrotvorima našega koljena u širim se vrstama još i danas jedva zna za ime! Doći će dan, kad će i u tom biti drukčije. Kako bude rasla razboritost narodâ, tako će se blížati i taj veliki dan!

U red tih velikih ljudi ide i Galileo Galilei (sl. 13, str. 16.). Rodio se u Italiji u gradu Pizi od oca plemićke obitelji dne 18. februara 1564. (dvije godine prije slavnoga Hrvata Marina Getaldića). Najprije ga otac, siromah, odredio za trgovca, no kako je u latinskoj školi lijepo napredovao, odlučio se otac, da ga pošalje u sveučilište, da uči — medicinu (kao i Kopernik!). I tako dođe u Pizu, gdje je g. 1583. motrio u crkvi njihanje svjetiljke — početak njegovu kasnijemu velikomu radu. Sa 25 godina bijaše već učitelj matematike (g. 1589.) u Pizi! I kod njega je ljubav k matematičkim naukama, kao kod Kopernika, prevladala stručnu nauku. Protimba spram Aristotela mu pribavila jakih protivnika u Pizi, on morade otići i predje u sveučilište u Padovi kao učitelj matematike. Tu je 27 godišnji muž izveo radnje, koje su osnovale novu mehaniku. Ovdje ga slušao

i poznati kralj švedski Gustav Adolf. Tu je g. 1610. sagradio svoj prvi durbin, kojim je otkrio 4 satelita Jupitera, bregove i kraterne na Mjesecu, opazio, da je kumovska slama bezbroj malih zvjezdica. Cosimo II. Medicejski mu na tom temelju dade dobru profesuru u Pizi, ali nije morao tamo obitavati. Veliki ga vojvoda najradije vidjao na svom dvoru u Firenci. Tu otkrije faze Venere (str. 96., sl. 47.), prve tragove koluta Saturnova, ali ga nije prepoznao, i pjege na Suncu. On postade sada prvi odvažni branitelj i rasadnik Kopernikova sustava svijeta baš na osnovi tih otkrića na nebu. I tu počinje nemir u svećeničkim krugovima, premda ne bijahu mišljenja složna ni u tim redovima. Uzalud ih je pozivao, da sami pogledaju u durbine i vide istinu na svoje oči, a da ju ne traže u spekulacijama Aristotela i sličnim spisima! Tu je njegova velika zasluga: istina se o prirodni nalazi samo tim, da se na nju obraćaš pitanjima, t. j. da ju razborito motriš! Došlo je do teškog konflikta; stvar se iznijela pred sud inkvizicije. Osuda bijaše (g. 1616.), da je mišljenje Galileja o gibanju Zemlje krivo i krivovjerno. Galilei se povuče u Arcetri kod Florence, da živi u tišini i da dalje radi. Tek g. 1632. izadje dozvolom cenzure njegov „Razgovor o oba sustava svijeta“, u kojem je u obliku razgovora triju osoba mirno razvio razloge za Ptolemejev i Kopernikov sustav i došao do zaključka, da su razlozi za Kopernika mnogo jači. Poradi toga dodje ponovo pred inkviziciju u Rim g. 1633. Osuda bijaše, da se je pred inkvizitorima u nekoj dominikanskoj crkvi morao prisegom odreći tvrdnje, da se Zemlja giba, da ide u tamnicu, a tri godine da svake nedjelje jedanput moli pokorničke psalme. Kazna se tamnice naskoro ublažila: opet je smio živjeti u Arcetriju, ali nije smio primati posjeta. Oslabljen godinama i borbama radio je i dalje naučno. G. 1634. izda „Razgovore o dvije nove nauke“, gdje su njegovi osnovni obreti o zakonima gibanja opisani. Na koncu oslijepi i ogлуši, a dva mlada naučnjaka Torricelli i Viviani, s kojima je smio općiti, bilježili su njegove riječi. U njihovu je naručju izdahnuo g. 1642. Tijelo mu počiva u crkvi Santa Croce u Firenci kraj drugih velikana Toskanskih. U najnovije doba izdana su sva njegova

djela troškom talijanske vlade u 20 omašnih svezaka: A. Favaro: *Le opere di Galileo Galilei*. Edizione Nazionale. Roma. To je najsajnije i do sada najpotpunije izdanje djela Galilejevih.

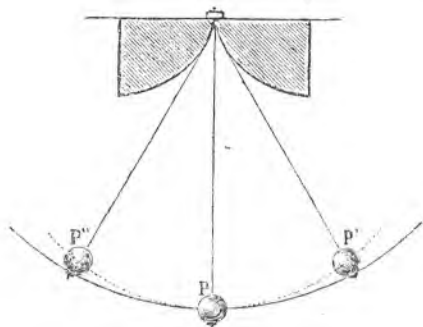


Sl. 101. *Kristijan Huygens (1629—1695.).*

Dvadeset je i pet godina poslije smrti Galileja holandski fizik Kristijan Huygens (čitaj: Hajhens) (sl. 101.) izumio primjenu njihala kod kolesja ura (g. 1657.).

Kako je on i inače bio jedan od najjačih mislilaca i fizičara, koji su ikada živjeli, red je, da i o njegovu životu ovdje par crtica uvrstimo. Rodio se u Haagu g. 1629. od oca imućna i

darovita čovjeka, kabinetskoga tajnika u princa Oranjskoga. On je sam sina učio, navlastito matematiku. Učio je pravo i svršio ga sa 22 godine, no već te godine izdade matematički spis, koji je pobudio veliku senzaciju: pravnik i matematičar! Tek je sada po tadašnjem običaju putovao po Njemačkoj i Danskoj, da potpuni svoje znanje iz matematike i fizike, i baš tu se mnogo bavio izučavanjem gibanja njihala, pak je mimo drugo našao, da je trajanje njihaja potpuno neovisno od veličine (amplitude) njihaja, i kod najvećih, ako mu se kuglica ne



Sl. 102. Cikloidno njihalo.

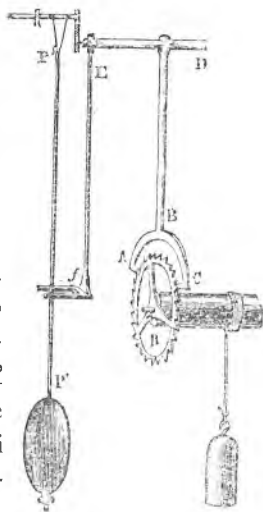
giba po luku kružnice, nego po „krivulji valjanja“ ili „cikloidi“ (sl. 57., str. 121.), te je i načinio takvo njihalo: „cikloidno njihalo“ (sl. 102.). Cikloida je dakle krivulja, koja zaslužuje ime „isohrona“* ili „tautohrona“*** t. j. krivulja, po kojoj kuglica mora njihati, da trajanje njihaja bude za sve amplitude potpuno nezavisno od amplitude!

Posljedak je tih studija baš bio izum ure njihalice. G. 1658. izišao je prvi, a g. 1673. drugi njegov veći spis o teoriji i primjeni njihala. Drugo mu područje bijaše astronomija: popravio je durbin, otkrio kolut Saturna i 1 njegov mjesec. Kad je Ljudevit XIV. g. 1665. osnovao u Parizu akademiju nauka, pozvao je uz dobre uvjete i Huygensa u Pariz. Nekoliko je godina bio jedan od najodličnijih joj članova. Kad je dignut edikt od Nantesa, nije se osjećao dosta siguran u Parizu, pa se odselio. Do svoje smrti g. 1695. živio je u Haagu. Evo, kako je riješio pitanje o uri! Kod kolesja ure djeluje kao motor utege (sl. 103.), koja pada i pri tom okreće vreteno zubata kola R . Gibanje je utege, a po tom i kola, jednoliko ubrženo, pak treba to gibanje ponovnim zaustavljanjem pretvoriti u jednoliko. Najjednostavnije se to postigne primjenom njihala PP' . Gibanje se utege prenosi

* isos (grč.) = jednak; hronos (grč.) = vrijeme.

** αὐτός, αὐτή, αὐτό (grč.) = isti.

najprije na zubato kolo R , a preko njega na čitavi sustav vretenâ i zubatih kolâ, koji čine zajedno „kolesje“ ure. U slici ih nema, da bude jasnija. Njihalo je „ravnalo“ ili „regulator“ toga gibanja. Njihaji se prenose s pomoću vilice f i šipke ED na ručicu ABC , koja se zove „kotva“ (ancres, der Anker). Ona nije baš kao i njihalo. Zupci kotve A i C zahvataju naizmjenice u zupce kola R i zaustavljaju na časove njegovo jednoliko ubrženo gibanje. Neprekidno se padanje utege pretvara u gibanje na mahove, ali uvijek iza odsječaka vremena, koji se podudaraju s trajanjem jednoga njihaja. Kako su svi njihaji jednakoga trajanja („isohroni“), pretvara se i gibanje zubata kola R , a po njem i čitavoga kolesja, u jednoliko gibanje. Zupci su kotve A i C tako udešeni, da kod svake periode zubac kola R nešto pritisne o zubac kotve; taj se pritisak prenosi na kotvu i na njihalo i poradi toga amplitude (veličine) njihaja ostaju kod ure njihalice sveudilj jednake. Razbirmo, da je njihalo zapala zadaća, da neprekidno gibanje kolesja pretvori u niz prekinutih gibanja, rastavljenih medju sobom kratkim časovima mirovanja, koji su jednaki te se pravilno ponavljaju. Njihalo je dakle zaista samo „regulator“ ili „ravnalo“ ure. Kolika se dužina mora dati njihalu, to stoji kod svake ure do sveze izmedju kazala za minute i kolesja u njoj. Nije ovdje mjesto, da ulazimo dalje u to, tek pripominjemo, da se i danas upotrebljava Huygensova kotva! Slika priložena ovdje (sl. 104.) pokazuje izblize, kako zahvataju zupci u zubato kolo kod zavora „ure na kotvu“.



Sl. 103. Mehanizam ure njihalice.

Zasluga je Huygensa za naše znanje o gibanju njihala i njegovih zakona uopće veoma velika. On je prvi sva četiri gore spomenuta zakona o trajanju jednoga njihanja sveo u točni matematični govor — u matematičnu formulu, koja ih sva četiri kazuje u najzbičnijem obliku.

Bilješka. Naprednije će čitaocε i taj oblik zanimati! Ne ište ni on bogzna koliko matematike. Pored obične 4 vrste računa treba još znati izračunati drugi korijen iz broja! Ako označimo trajanje potpunoga njihaja s T sekundi, dužinu njihala sa l centimetara, a ubrženje padanja sa $g = 981$ centimetar na sekundu, izlazi za trajanje potpuna njihaja:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

U tom su obliku izrečena sva četiri gornja zakona. Dokaz te formule nadilazi granice ove knjige. To već spada na fizičara stručnjaka, no pročitat ju možemo:

„Trajanje se njihaja izračuna, ako se dužina njihala razdijeli na ubrženje padanja, i drugi korijen iz toga broja još pomnoži s dvostrukim Ludolfovim brojem.“

Primjer 1. Dužina je njihala $l = 99.3$ centimetra. Koliko sekundi traje polunjihaj, ako je ubrženje padanja $g = 981$ centimetar na sekundu? Odgovor:

$$\begin{aligned} T &= 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{99.3}{981}} = 2 \times 3.14 : \sqrt{\frac{981}{99.3}} = 2 \times 3.14 : \sqrt{9.8791} = \\ &= 2 \times 3.14 : 3.14 = 2 \text{ sekunde;} \end{aligned}$$

Dakle traje polunjihaj točno 1 sekundu; dužina je „sekundnoga“ njihala kao gore = 99.3 centimetra.

Primjer 2. Njihalo dužine $l = 223.4$ centimetra treba za 1 čitavi njihaj $T = 3$ sekunde. Koliko je ubrženje (akceleracija) padanja?

Odgovor: Iz gornje formule izlazi najprije: $T^2 = \frac{4\pi^2 l}{g}$, dakle:

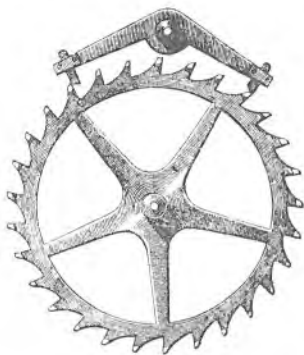
$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \text{ U našem primjeru:}$$

$$g = \frac{4 \times 9.87 \times 223.4}{9} = 4 \times 1.0975 \times 223.4 = 223.4 \times 4.39 = 981 \text{ cm} \\ (980.7 \text{ cm}).$$

Drugi primjer pokazuje, kako se s pomoću svakoga njihala može mnogo točnije odrediti ubrženje padanja, nego li pokusima kod slobodnoga padanja (str. 136. i 178.).

Ako već ovo malo primjena njihala prijazni čitalac ocijeni po njihovoj vrijednosti, priznat će, da je njihalo dragocjen, a pri tom posve jednostavan aparat. No ako mu još kažemo, da su fizičari s njegovom pomoću izmjerili težinu Zemlje, Sunca i planeta, da su s njegovom pomoću otkrili, kako akceleracija padanja nije na Zemlji svagdje jednaka 981 centimetar na sekundu, da je njihalo u uri njihalici i danas najvažniji aparat

u svakoj zvjezdarnici, pojmit će, kako je došlo do imena „čarobna šipka“ fizičara i astronoma. Bit će još prilike i o tim primjenama govoriti. Ovdje tek spominjemo, da se baš poradi toga konstrukciji njihala posvećuje najveća pomnja. Njihala u praksi nisu jednostavne kuglice na tanku koncu ili tankoj žici, nego drvene ili kovne šipke s većim, teškim masama pri kraju, obično u obliku leće ili cilindra. No takve šipke mijenjaju toplinom svoju dužinu, a tim se mijenja i trajanje njihaja, a to je velika neprilika. Kako bi se uklonila, izradjuju se šipke od takvih slitina, koje se što manje rastežu toplinom. Takva je slitina „invar“, koja se sastoji od nikalja i čelika, te se 19 puta manje rasteže od čelika samoga. U najnovije doba gradi urar *Antun Rapf** u Beču šipke od kремена, koji se gotovo ništa ne rasteže. Fine ure njihalice u zvjezdarnicama stoje poradi toga uvijek u istoj prostoriji, u kojoj je temperatura čitavu godinu gotovo jednaka, a za one male promjene dužine, koje ipak ostaju, namještaju na njihalima posebne sprave, koje ih izjednače, tako zvane „kompensacije“ njihala za temperaturu. Napokon smještaju čitavo njihalo i uru u staklen cilindar, u kojem se uzduh veoma razrijedi, tako da njihalo njiše gotovo u praznu prostoru. Cijena je tako opremljenoj njihalici do 4000 kruna! I u tom vidimo, koliko li pomnije posvećuje vještina ljudska „čarobnoj šipki“ — njihalu, samo da posve zajamči jednako trajanje jednoga njihaja!



Sl. 104. Zavor ure na kotvu
(Anker).

II.

Druga njihanja i titranja.

Osebužno periodično gibanje kuglice njihala oko nekoga srednjega položaja tamo i amo nije u prirodi oko nas osamljeno. Da postoji svijet oko nas i kakav je taj svijet i što se u

* I inače vrstan urar. Wien VIII. Josefstädterstrasse 1.

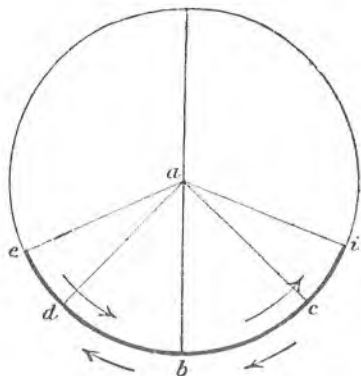
njem zbiva, dojavljaju nam samo naša osjetila, među njima nada sve dva: **vid i sluh**, navlastito za stvari i pojave, koje nisu na dohvatu neposrednom opipu! Što bi čovjek bio bez vida i sluha, jasno nam pokazuju nesretnici, koji bez njih dođoše na ovaj svijet ili ih izgubiše! Smjelo možemo reći: sve, što čovjek znade i misli o svijetu oko sebe, u prvom redu potječe od osjetâ, što ih u njem bude vid i sluh. No nakon dugoga izučavanja, kako do tih osjeta dolazi, izišao je preznamenit rezultat, da oko i uho dobivaju svoje podražaje time, što u se primaju brza gibanja tamo i amo — njihanja, koja izvana dolaze — gibanja dakle nalik na gibanje — kuglice njihala! Koga dakle iole zanima pitanje, kako dolazimo do osjeta vida i sluha, što iz tih osjetâ smijemo razborito umovanjem dalje izvoditi, za toga je prijeko važno znati nauk o — njihanjima! Fizičaru pak od struke to je područje pojava puno osobita čara s ljepote pojava i zakona, koje je otkrio, i puno velike vrednote s razloga, što je s pomoću znanja o tim njihanjima umio da nešto dublje zaviri u velike tajne svemoćne prirode. Za stalno se nadamo, da će ono malo, što o tim njihanjima možemo da nanižemo prijaznu čitaocu ne-stručnjaku, i u njega naći zanimanja — ta svaki je čovjek rad, da se u radionici prirode snalazi što bolje!

No na jednu ga poteškoću moramo odmah upozoriti: tu zalazimo djelomice u područje prirodnih pojava, gdje nestaje vidljivih gibanja! Razum i fantazija, njim vodjena, imaju ovdje mnogo veću riječ, nego li na području dosadašnjih — vidljivih gibanja. Prelazit ćemo međjutim postepeno od vidljivih k nevidljivim gibanjima te vrste, pak će nam prijelaz biti lakši!

Poznajemo već tri vrste njihala: dva ravna, obično ravno i cikloidalno njihalo (sl. 102., str. 230.) i jedno prostorno, „konično“ ili „stoščevito“ njihalo (str. 186. i 220.). Isporedimo konično njihalo s običnim ravnim! Kod prvoga opisuje kuglica kružnicu oko vertikalnoga položaja njihala (sl. 87., str. 186.) s određenim polumjerom prema tomu, do kolike smo visine digli kuglicu. Kod drugoga opisuje kružni luk (sl. 100., str. 220.) tamo i amo kroz vertikalni položaj. Izvedimo s ta dva njihala zanimljiv pokus! Oba neka budu načinjena od malih kuglica na tanku nitu, ali jednake dužine. Dignimo kuglice do jednake visine („amplitude“

su jednake!) i nastojmo, da obje kuglice u istom času počnu svoja gibanja: prva kružnicu $BC'B'C$, a druga luk $MM'M''$. Ako smo dobro pogodili pokus (otežak je!), osupnut će nas pojava: kuglica koničnoga njihala prevaljuje svoju kružnicu točno u istom vremenu, kao kuglica ravnoga svoj potpuni njihaj! Još više! Učinimo drugi

pokus. Dignimo kuglicu prvoga njihala (koničnoga) samo malo, kuglicu drugoga (ravnoga) visoko kao prije. Konično njihalo i ravno i opet trebaju isto vrijeme: konično, da svrši jedanput svoju malu kružnicu, a ravno, da svrši potpuni njihaj velikoga luka. Zanimljivi pojavi zar ne? Što je zapravo uradila kuglica koničnoga njihala? Pošla je iz točke B kružnicom amplitude BAB' i polumjera AB , išla preko C' do B' , pa na traga drugom polovinom kružnice preko C , da opet



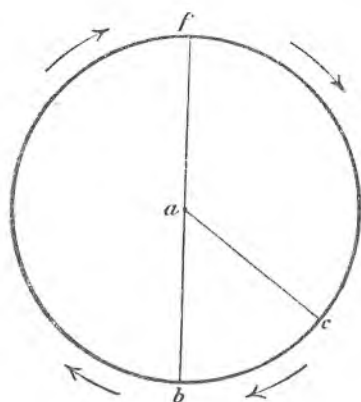
Sl. 105. Njihanje materijalne točke različitih amplituda.

stigne točno na isto mjesto B u prostoru, gdje je već bila, pak da sada ponovo ide istim putem i da se ponovo vrati na isto mjesto u prostoru. Kuglica dakle koničnoga njihala izvršuje, ako pravo uzmemo, gibanje veoma slično njihanju ravnoga njihala. Tā i njegova se kuglica nakon puta $MM'M'' + M''M'M$ vraća točno na isto mjesto prostora, gdje je već bila, i izvršuje ponovo taj put, da se ponovo vrati na isto mjesto. Kraj sve razlike obaju gibanja, ipak i velika sličnost medju njima u tom, što se kod obaju materijalna točka ponovo vraća na isto mjesto u prostoru, da obje izvide „periodično* gibanje“!

Za gibanje kuglice koničnoga njihala obično se veli, da se „vrti“ oko osovine A , jer opisuje uvijek istu kružnicu oko mirne točke A . No jasno nam je, da i tu vrtnju („rotaciju“) kuglice možemo smatrati neke vrste njihanjem, njihanjem

* peri (grč.) = kod, okolo, hodos (grč.) = put.

po kružnici, pa reći: kuglica izvrši jedan potpuni njihaj po kružnici, kada se vrati u istu točku u kružnice. I kuglica ravnoga njihala izvršila je jedan njihaj, kada se vratila u istu točku prostora, da ponovo počne isti put u istom smjeru. Vrijeme, što ga kuglica koničnoga njihala treba za svoju



Sl. 106. Njihanje materijalne točke i gibanje u kružnici oko točke a .

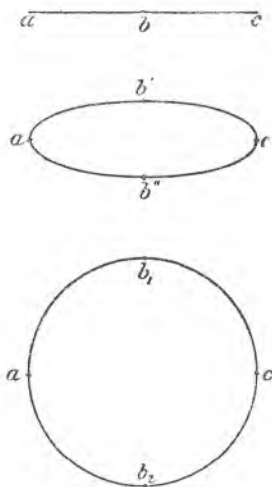
kružnicu, možemo sada također nazvati „trajanje jednoga njihaja“, pak su nam pokusi s koničnim i ravnim njihalom, onako uz put, odali dva veoma zanimljiva zakona:

1. „Trajanje je njihaja u koničnoga i ravnoga njihala jednako, ako su oba jednako dugačka.“
2. „Trajanje je jednoga njihaja u koničnoga njihala jednako, bile kružnice

velikih ili malih polumjera („izohronizam“ koničnoga njihala).“

Za nas je pri tom ipak najvažnija spoznaja, da mi i gibanje materijalne točke oko stalne osovine možemo ubrojiti u red „njihanja“. Ta se velika srodnost izmedju njih očituje još ljepše u ovom pokusu. Njhalo ab (Sl. 105.) dignemo u položaj ac i ispustimo: niže po luku cbd tamo i amo; put $cbd + dbc$ je jedan njihaj. Dignimo ga ponovo u položaj ac , ali mu sada dajmo slab udarac, kada ga ispustimo. Dići će se na drugoj strani nešto više, možda do e , pak će sada njihati po luku edi tamo i natrag. No ako bude udarac dosta jak, njihalo će se (Sl. 106.) dići do f , pak se ne će vratiti u b , okrenuvši natrag, nego će doduše stići u b , ali putem naprijed fc : kugla će ovim načinom nastaviti svoju „vrtnju“ oko središta a . S istim njihalom dobismo prema prilikama obično „njihanje“ i „vrtnju“ (ili kako bi naučnjaci rekli: „oscilaciju“ i „rotaciju“). Treću vrst njihanja pokazuje gornja (prva) slika u slici 107. Materijalna točka polazi iz a , ide pravcem kroz b jednako

daleko do c , vraća se natrag istim pravcem preko b do a i ponavlja taj put po pravcu. Pred nama je gibanje posve slično njihanju kuglice na ravnu njihalu. Tek se ne vrši po kružnom luku, nego po pravcu abc tamo i amo oko srednjega položaja b . I tu dolazi materijalna točka ponovo na isto mjesto u prostoru. I ovo je dakle njihanje, ali po pravcu. Dajmo mu za razliku ime „titranje“ materijalne točke! Gibanje po tom pravcu može biti razno-
lično: jednoliko, naizmjenice jednoliko ubrženo i jednoliko usporeno, ali može da bude n. pr. od a do b i nejednoliko ubrženo, od b do c nejednoliko usporeno i istim redom natrag, kako ga vidjesmo kod kuglice njihala. Zanimljivo je vidjeti, kako jedna vrsta prelazi u drugu. Ako uzmemo, da materijalna točka iz a ne ide baš pravcem k b , nego nešto kraj njega kroz b' , pa dalje u c i b'' natrag u a , evo nam već njihanja ili titranja točke po uskoj elipsi (druga slika), recimo mu „eliptično titranje“. Ako se materijalna točka na svojoj stazi sve više udaljuje od b , dolazimo napokon do titranja točke po kružnici $a b_1 c b_2 a$ ili do „vrtanje“ točke oko središta kruga, recimo mu „kružno“ ili „cirkularno“ titranje (treća slika). Ako bi se točka a na svojoj stazi još više udaljivala od b , izišlo bi opet eliptično titranje s velikom osovinom gore. Kako vidimo, titranje po pravcu nije drugo nego krajnji slučaj vrtanje po kružnici i elipsi, pak nije ni malo neumjesno, ako i ovakve vrtanje označimo imenima: „cirkularno“, „eliptično titranje“ u protimbi spram „titranja po pravcu“. Ime pak „njihanje“ ostavljamo gibanju kuglice njihala po luku kružnice. Ako mi titranje točke uopće označimo kao gibanje po makar kakvoj krivulji toga svojstva, da se točka nakon nekoga vremena povratiti na isto mjesto u prostoru i isto gibanje ponavlja, jasno je, da možemo nebrojeno mnogo različitih staza za točku dobiti. Slika 108. pokazuje pored

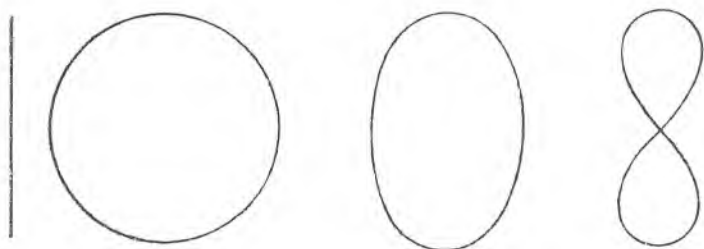


Sl. 107. Titranje čestice a po pravcu, elipsi i kružnici.

dosadašnjih vrsti još jednu vrstu, gdje točka titra po krivulji nalik na cifru 8, a ne bi bilo teško domišljatu čitaocu dosjetiti se i drugim krivuljama.

No makar kakove bile staze titranja jedne točke, svima su ipak zajednička neka osobita svojstva, koja već upoznasmo kod njihanja kuglice njihala, pa ih poradi toga ukratko ponavljamo:

1. Vrijeme, što ga treba čestica, da se vrati na isto mjesto u prostoru, tako da isto gibanje istim smjerom i istom brzinom ponovo započinje, zovemo kod svakoga titranja „**trajanje titraja**“ ili „**perioda titraja**“. Kod titranja po pravcu (vidi sl. 107.) je to vrijeme, što ga čestica treba za dvostruki



Sl. 108. Različna titranja: po pravcu, po kružnici, po elipsi i po lemniskati.

put abc , dakle za put $ab + bc + cb + ba$, jer je tek nakon toga puta točka točno na istom mjestu i u istom stanju gibanja.

2. „**Jedan titraj**“ zove se svagda put čestice do toga istoga mjesta i stanja; kod kružnoga i eliptičnoga titranja je to opseg kruga ili elipse, kod titranja po pravcu put $2 \times abc$.

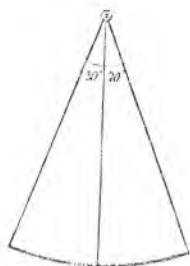
Šteta je, da u nauci glede titranja po pravcima još i danas postoji kod različitih kulturnih naroda mala zbrka. U nekih uzimaju za „**jedan titraj**“ samo put abc , pak prema tomu i za „**trajanje titraja**“ vrijeme za taj put, a to je polovina onoga vremena, što mi nazvasmo trajanjem titraja. Prema tomu neki n. pr. govore, da na sekundnom njihalu „**jedan njihaj**“ traje 1 sekundu, dok mi rekosmo, da toliko traje polunjihaj, a njihaj traje 2 sekunde!

Ton a u muzici, po kojem se ugađaju orkestri i dr., ima u Francuskoj trajanje titraja = $\frac{1}{810}$ sekunde, u Njemačkoj = $\frac{1}{135}$

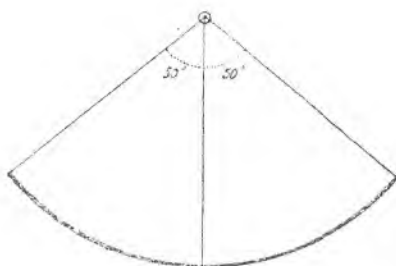
sekunde, jer se u Njemačkoj uzima za 1 titraj dvostruki put abc , a u Francuskoj samo jednostruki. No to su ipak male stvari, koje se lako izravnavaju, kada treba.

3. Ako titraj materijalne točke po pravcu traje n. pr. $\frac{1}{135}$ sekunde, jasno je, da na 1 čitavu sekundu dolazi 435 takvih titraja. Umjesto da govorim o „trajanju“ jednoga titraja, mogu govoriti o „broju titraja“ u 1 sekundi. Taj se broj uopće zove „**titrajni broj**“ čestice, pak je jasna definicija:

„Titrajni je broj čestice broj njezinih titraja u **jednoj** sekundi.“



Sl. 109. Amplituda njihaja ($= 20^\circ$).

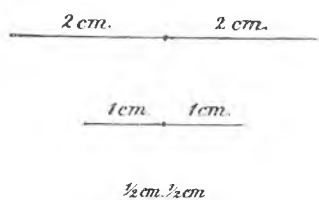


Sl. 110. Amplituda njihaja ($= 50^\circ$).

Ako se radi o titranju po kružnici, tomu broju daju rado ime „broj okretâ“ ili „broj turâ“. Novija nauka za oba imena uvodi zajedničko ime „frekvencija periodičnoga gibanja“. N. pr. ton a ima „titrajni broj“ ili „frekvenciju“ 435. Sekundnomu njihalu dajemo „frekvenciju“ $\frac{1}{2}$ i t. d.

Pojam ponavljanja iste pojave istim redom, dakle ono, što označismo imenom „**periodična** pojava“, i pojam „**periode**“ (grč. = obilaženje) javlja se u svakidašnjem životu čovjeka mnogo češće, nego što se misli u prvi mah. Uzmimo samo pravilno ponavljanje dana i noći i njegovo utjecanje na čitavi život čovjeka. Onda pravilno ponavljanje godišnjih doba i godina samih jednake dužine jedne za drugom. Svagdje imamo određeno stalno trajanje pojave, dakle „**periodu**“. Svaka boja svjetlosti ima svoj „titrajni broj“; svaki ton u muzici opet svoj; svaka električna izmjenična struja ima svoju „frekvenciju“ i t. d.

Znat će možda čitatelj s druge strane, da je ton strune to viši za uho, što mu je veći „titrajni broj“; no uho osjeća kao tonove samo titrajne brojeve unutar odredjenih granica, t. j. između 16 i 16.000, dok još kao neugodan zvuk osjeća i titraje sve do 40.000 u sekundi. Što je ispod niže ili iznad više granice, to uho više ne osjeća kao ton. Zna možda i to, da se boja to više primiče od crvene k ljubičastoj, što je veći titrajni broj čestica etera u izvoru svjetlosti, a ako su svi pomiješani, svjetlost je bijele boje. No i za oko postoje granice: oko osjeća „titrajne brojeve“ etera između 380 i 760 bilijuna. Što su tonovi u muzičnoj skali, to su boje kod svjetlosti! I tako bismo mogli naći primjera i na području električnih



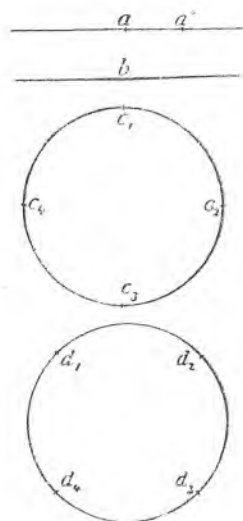
Sl. 111. Različne amplitude titraja (= 2 cm, 1 cm i $\frac{1}{2}$ cm).

pojava. Dakle, na mnogo se mjesta susrećemo s periodičnim pojavama i prema tomu s pojmovima „trajanje titraja“ ili „perioda“! Čak i u svemir to ide, kako ćemo kasnije opaziti, kad se vratimo na svemirska gibanja!

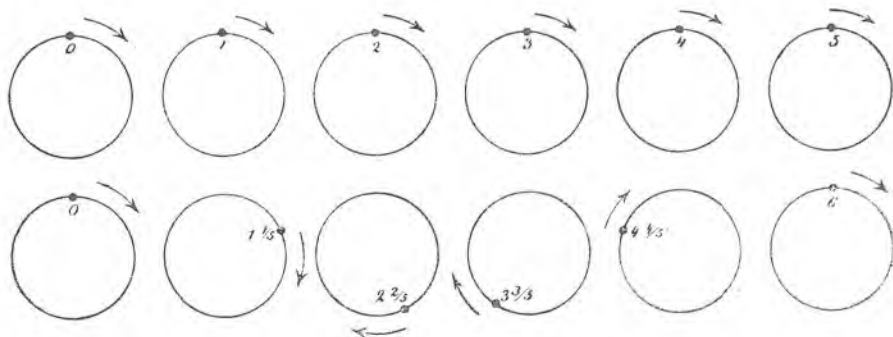
4. Četvrta je osobita veličina, što ulazi u račun kod svakoga titranja, „amplituda“ ili „veličina“ titraja. To je najveća daljina čestice od srednjega položaja. Kod njihala ju odredismo kutom konca u vertikalnom i u krajnjem položaju (Sl. 109. i 110.). Kod titranja po pravcu (Sl. 111.) ju mjerimo dužinom, za koju se materijalna točka od srednjega položaja na svaku stranu najviše udaljuje; n. pr. u slici su amplitude: 2 cm, 1 cm, $\frac{1}{2}$ cm. Kod kružnoga se titranja uzima za amplitudu polumjer kružnice, kod eliptičnoga polovina velike osovine. Kod spomenutih već titranja zvuka i svjetlosti zavisi o amplitudi tih titranja: jačina tona i jačina svjetlosti.

5. Veoma često treba isporediti dva titranja, n. pr. oba po pravcu ili oba po kružnici (Sl. 112.). Neka obje materijalne točke *a* i *b* izvršuju titraje po pravcima. Oba titraja neka imaju jednako „trajanje titraja“ (jednaku „periodu“) i jednake amplitude. Zato još uvijek ne moraju posve jednako titrati! U času, kada druga materijalna točka *b* baš polazi iz srednjega položaja, već je prva u *a'* t. j. na desno od njega

za polovinu amplitude ili za osminu čitavoga titraja. Mi velimo u tom slučaju: materijalne točke titraju različnim „fazama“ ili materijalne točke „imaju razliku fazâ“ (ovdje je razlika faza $= \frac{1}{8}$ titraja!). Uzmimo dvije materijalne točke c i d , koje titraju po kružnicama. Opet neka budu trajanja titraja (periode) jednaka, a i amplitude (polumjeri kružova). Obje točke opet ne titraju posve jednako: dok je prva c već na vrhu svoje kružnice u c_1 , dotle je druga točka d tek u d_1 , dakle zaostaje iza nje, kako se vidi, za jednu osminu čitavoga titraja. I ove dvije točke „imaju razliku fazâ od $\frac{1}{8}$ titraja“. Jasno je odmah i ovo: ako su trajanja obaju titraja (periode) jednaka, ostat će i dalje za čitavog gibanja obiju točaka i „razlika fazâ“ sveudilj jednaka, naime $\frac{1}{8}$ titraja. No čim bi trajanja obaju titraja (periode) bila ne-



Sl. 112. Različne faze titranja jedne čestice.



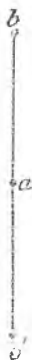
Sl. 113. Razlike fazâ kod titranja dviju čestica različne periode.

jednaka n. pr. u omjeru 5 : 6, t. j. druga materijalna točka svrši 6 potpunih titraja, dok prva svrši njih 5, pokazuje se, da „razlika faza“ ne može ostati jednaka za čitavoga gibanja. To lijepo pokazuje slika 113. baš za omjer 5 : 6. Obje materijalne točke

phasis (grčki) = objava; pojava.

Kučera, Gibanja i sile.

polaze u isti mah s najviših točaka svojih kružnica 0 (nula). Kad se prva nakon svršenoga jednoga titraja vratila na to mjesto (1), druga je točka svršila već $1\frac{1}{3}$ svoja titraja; razlika je faza sada = $\frac{1}{3}$ titraja. No kad je prva točka svršila dva svoja titraja (2), druga je svršila $2\frac{2}{3}$ svoja titraja; sada je razlika fazâ = $\frac{2}{3}$ titraja. Tako ide dalje: nakon 3, 4, 5 titraja prve točke razlika je fazâ = $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ i $\frac{5}{5}$ titraja. Razlika fazâ može najviše narasti na 1 čitavi titraj, jer iz slike razbiramo neposredno, ako čestice još dalje titraju, bit će razlike fazâ nakon pojedinih čitavih titraja prve točke (gornje) opet redom $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ i $\frac{5}{5}$ titraja, dakle nikada više od 1 čitavoga titraja!



Pamtimo dakle za razlike fazâ kod dva titraja ove zakone:

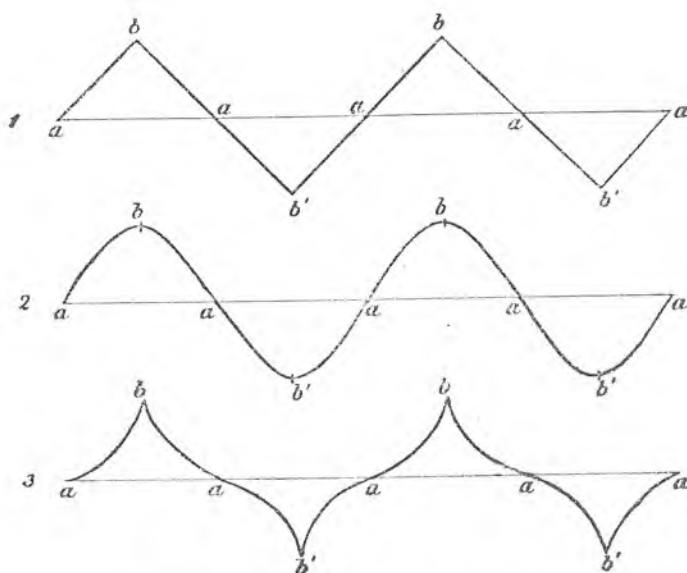
1. „Kod dva titraja jednakoga trajanja (jednake „periode“) ostaje razlika fazâ za čitavoga gibanja jednaka.“
2. „Kod dva titraja nejednakoga trajanja mijenja se razlika fazâ neprestano, ali može najviše doseći **jedno** trajanje titraja.“

Sl. 114. *Jedno-liko titranje po pravcu.*

No može se naravno kod jednoga i kod drugoga slučaja desiti i to, da obje čestice u isti mah započinju svoje titraje u srednjem položaju, u isti mah stignu desno u najveće daljine od srednjega položaja, u isti mah vrte u srednji položaj, u isti mah stignu lijevo u najveće svoje daljine i opet se u isti mah vrte u srednji položaj, da onda isto tako započnu druge titraje i t. d. U tom slučaju velimo: materijalne točke titraju „bez razlike fazâ“, izvršuju „stojno titranje“ ili „imaju razliku fazâ nulu“. Tko se je bavio nešto elektrotehnikom, zna, kako jako utječu ovakve razlike fazâ na pojave izmjeničnih električnih struja!

6. Još nam je na jedno važno svojstvo titranjâ svrnuti pažnju. Ako za koje titranje znam i trajanje titraja (periodu) i amplitudu i fazu, još uvijek ne znam sve o njem. O brzini njegovoj u različnim točkama puta materijalne točke sva ta tri

svojstva titranja još ništa ne kažu! Tu još uvijek može biti veoma velikih razlika između titranja, sve ako imaju i jednake periode i jednake amplitude i jednake faze! Materijalna točka može da ide — uzmimo da titra po pravcu — stalnom brzinom od a do b (sl. 114.), pa natrag do a i opet istom brzinom od a do b' i natrag do a . No brzina se može za titranja i različito mijenjati. N. pr. slično kao kod njihala: u b



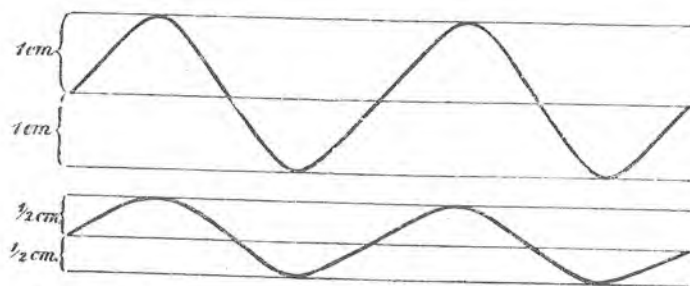
Sl. 115. Dijagrami različitih titranja.

može brzina biti nula, onda pomalo raste do a ; u a je najveća, pa na putu do b' pada do nule; od b' do a ponovo raste, a od a do b pada do nule. Može se brzina i drukčije mijenjati: u b i b' može biti najveća, a kod prolazanja kroz srednji položaj a najmanja. Ili napokon može za jednoga titraja i po nekoliko puta rasti i padati i t. d. Najrazličnije mogu biti prilike brzine kod titranja posve jednakih trajanja, jednakih amplitude i faza!

Rekao bi svatko, da je za titranja čestice još najteže suditi o tom, kakve su joj prilike brzine za vrijeme pojedinih titraja. Za čudo baš o tom možemo veoma točno i lako suditi, ako na

titranje upotrijebimo metodu, koju smo već jednom primijenili kod gibanja (str. 145. i dalje) za određivanje putova: metodu geometrijskoga uočivanja ili „grafičku metodu“. Te se slike zovu i ovdje „dijagrami“ titranja. Nada sve su lijepi rezultati te metode baš kod titranja!

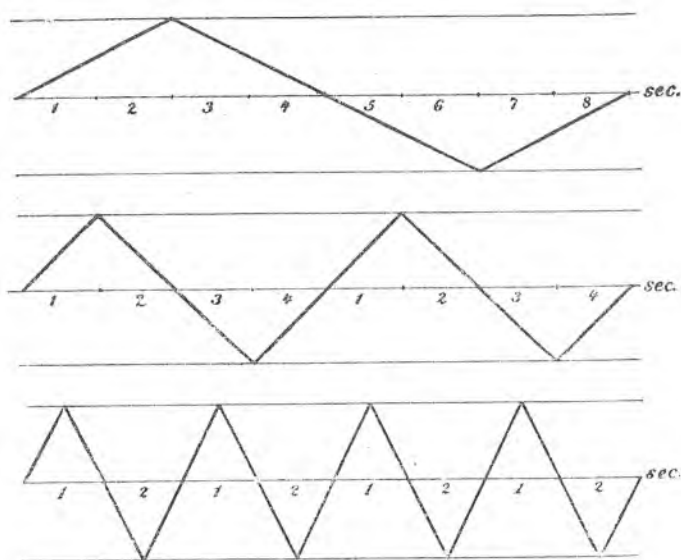
Ovdje se metoda sastoji u tom: dok točka a (sl. 114.) titra uzduž pravca bb' , papir se ispod nje jednoliko pomiče na lijevo, ali točka se s njim ne pomiče, pa ni pravac bb' ; papir odmiče ispod točke! Ako je n. pr. materijalna točka a mala kuglica, mogli bismo na njoj pričvrstiti malu olovku, da na papiru, koji se ispod nje odmiče, zabilježi svoj trag.



Sl. 116. Dva titraja različite amplitude, ali jednake periode.

Mogla bi se i fotografija upotrijebiti ili očađen papir, a kuglica sa šiljkom i dr. Što će se dogoditi kod ovoga rasporeda? Ako točka a miruje, a papir ispod nje jednoliko odmiče, zabilježiti će ona na papiru horizontalan pravac: što veća brzina papira, to duži pravac pripada svakoj sekundi. Ako pak točka po pravcu bb' titra, najprije gore do b , pa natrag u a , pa dolje do b' i natrag do a , t. j. ako materijalna točka a izvrši jedan titraj, zabilježiti će na papiru krivu crtu: dok točka a ide gore, ta se crta uspinje nad horizontalnim pravcem; kad ide od b natrag do a , ta se crta spušta k horizontalnom pravcu; kad je ona u a , crta siječe horizontalni pravac. Kada a ide dolje prama b' , crta se spušta pod horizontalni pravac i opet se diže, kad se točka vraća iz b' u a . U jednu riječ: na papiru vidimo sliku gibanja naše točke. No sada dolazi tek najvažnija spoznaja, koja se tiče brzine

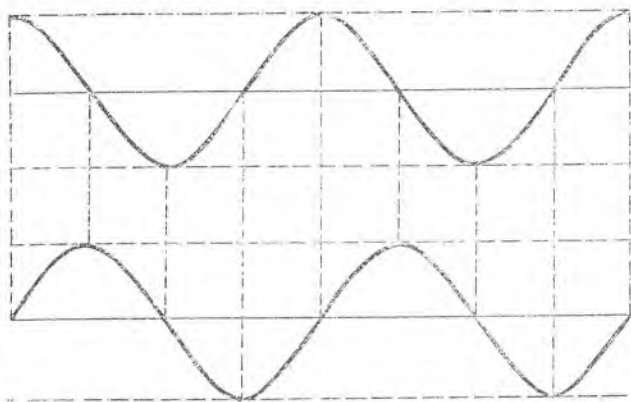
titranja: što se **strmije** naša crta na papiru uspinje i spušta, to **brže** titra točka uzduž pravca bb' i obrnuto. Po strmini crte možemo suditi o brzini titranja! Domišljat će i maran čitalac i sam pogoditi raspored i namještaj za ovakve razmjerno lake i vanredno poučne pokuse i slike! Ovdje mu tek dajemo nekoliko takvih slika (sl. 115.). Prva uočuje titranje točke, ako bi ona jednolikim gibanjem titrala; druga, ako najbrže prolazi kroz srednji položaj, a



Sl. 117. Tri titraja različite periode, ali jednakih amplituda.

na krajevima b i b' najpolaganije, vraćajući se k srednjem položaju. Ova nas zanimljiva crta živo podsjeća valova na vodi, pak joj i dajemo ime „valovita crta“. Treća nam slika napokon prikazuje titranje naše čestice, ako bi u a najpolaganije išla, a u b i b' najbrže. Čitatelj će dobro uraditi, ako se malo bolje zagleda u te slike. Neobično su poučne za različna titranja! I te crte imaju nešto zajedničko: isti se oblik crte povraća nakon jednake daljine na horizontalnom pravcu. Zovu ih geometri zajedničkim imenom „periodičke krivulje“. Prema tomu, kakvom se brzinom izvršuje titranje čestice, mo-

žemo dobiti periodičkih krivulja najčudnijega oblika, kako već ove 3 slike pokazuju. No još nam više kazuju te zanimljive krivulje. One nam vanredno lijepo uočuju i amplitude titraja po svojim najvišim točkama iznad horizontalnoga pravca i ispod njega. Šestilom možemo n. pr. u našim slikama odmah prepoznati, da naša 3 titraja imaju jednake amplitude; kolika je, određuje mjerenje na milimetre točno! I trajanje titraja vanredno oštro određuju naše krivulje dužinom horizontalnoga pravca od prvoga presjecišta krivulje do trećega i t. d. Ako se je n. pr. papir odmicao brzinom od 40 centi-



Sl. 118. Dva titranja čestica različne faze.

metara, znam, da 1 sekundi pripada dužina od 40 cm na horizontalnom pravcu, pak po tom mogu veoma točno odrediti trajanje titraja. Razbiramo iz slike 115., da sva tri titranja imaju jednaka „trajanja titraja“ ili jednake „periode“. Na koncu još par dijagrama o različnim titranjima! Slika 116. pokazuje dijagrame od 2 titranja iste vrsti, ali različne amplitude. Sl. 117. pokazuje 3 titranja s jednolikim gibanjem čestica, jednake amplitude, ali nejednake periode. U slici napokon 118. vidimo crte dvaju inače sasvim jednakih titranja, tek imaju „razliku faza“ od $\frac{1}{4}$ titranja.

Maran će čitalac znati izmjeriti i amplitude i periode tih titraja i suditi o brzini za titranja!

III.

Harmonično gibanje.

Medju svim mogućim neprojenim vrstama titranja jedne materijalne točke, kojih smo priličan broj čas prije opisali, pače i po njihovim dijagramima iz bližega uočili, po svojoj je čestoti kod zemaljskih i izvanzemaljskih gibanja osobito važno ono titranje po pravcu, koje je posve nalik na njihanje kuglice njihala. Važno je poradi toga, što se je podrobnim proučavanjem pojavâ zvuka, svjetlosti i elektricitete pokazalo, da su baš titranja ove vrsti podloga tim pojavama. Mi smo već medju različnim primjerima titranja i ovo spomenuli. Karakteristika mu je ova: iz svoga srednjega položaja čestica a podje najvećom svojom brzinom (sl. 114., str. 242.), koju je možda dobila od kakva udarca, pravcem najprije gore do b , gubeći po malo svoju brzinu, gibajući se dakle usporeno do b . Tu se okrene, ide ubrženo natrag do a ; tu ima ponovo svoju predjašnju najveću brzinu, ide na drugu stranu do b' , gubeći svoju brzinu po malo i gibajući se prema tomu opet usporeno do b' ; tu se opet okrene i ide ubrženo natrag do srednjega položaja a , da ovdje opet dobije svoju najveću brzinu i njom započne ponovo drugi svoj titraj i tako dalje. Kritičnomu čitaocu bit će odmah na umu pitanje: je li to ubrženo gibanje jednoliko ubrženo, t. j. je li i kod njega, kao kod padanja, „ubrženje“ (akceleracija) u svakoj sekundi jednako? Ili se možda to ubrženje neprekidno mijenja, kako to već nadjosmo kod ravnoga njihala (str. 221.)? Moglo bi biti kod našega titranja i jedno i drugo! Kod spomenutoga najvažnijega titranja točke po pravcu ubrženje zaista nije jednako, nego se mijenja neprekidno; gibanje je dakle **nejednoliko ubrženo** na jednoj, a **nejednoliko usporeno** na drugoj strani! A kako se mijenja ubrženje? I u toj se promjeni ubrženja očituje baš osebujni značaj ovoga titranja:

„Ubrženje je svagda u upravnom omjeru s daljinom čestice od srednjega položaja.“

Da se malo izjasnimo! Taj zakon hoće da reče, kako čestica u svom gibanju ima to veće ubrženje, što se ona dalje

nalazi od svoĝa srednjega poloŝaja i to toĝno: kad je u dvostrukoj daljini od a , i ubrŝenje joj je baŝ dvostruko i t. d.

Iz toga nuŝno izlazi: ubrŝenje je toĝke u onom ĝasu najveĝe, kada je toĝka najdalje od svoĝa srednjega poloŝaja, kada joj je daljina jednaka amplitudi. Od toga ĝasa postaje ubrŝenje sve manje, kako se toĝka primiĝe srednjemu poloŝaju, pa kada stigne u srednji poloŝaj (daljina od njega = nuli!), u tom ĝasu nestane posve ubrŝenja, t. j. do sada joj je brzina sveudilj rasla, ako i nije u svakoj sekundi jednako rasla; ali ĝim je toĝka stigla u svoj srednji poloŝaj, prestaje brzina joŝ dalje rasti, t. j. ona je u srednjem poloŝaju postigla svoju najveĝu vrijednost, ŝto ju uopĝe moŝe da dobije kod toga titranja!

Poradi velike vaŝnosti baŝ ovoga titranja u prirodi dali su mu posebno ime, zovu ĝa: „**harmoniuĝno ĝibanje**“ toĝke. Moŝemo dakle reĝi:

„**ĝibanje je materijalne toĝke harmoniuĝno, ako ona izvodi oko nekoga srednjega poloŝaja titraje, kod kojih je ubrŝenje k srednjemu poloŝaju upravo razmjerno daljini materijalne toĝke od srednjega poloŝaja**“.

Da je titranje koje toĝke baŝ harmoniuĝno, to nam najbolje oĝituje dijagram njezina ĝibanja, koji smo takodjer veĝ naslikali u sl. 115. [druga slika (2)] str. 243. Ta se slika njezina puta odlikuje od svih ostalih titranja tim, ŝto je pravilna i jednostavna „**valovita crta**“. Po njoj ĝemo svagda najbolje prepoznati harmoniuĝno ĝibanje!

Biljeŝka. Ako ravno njihalo njiŝe malenom amplitudom, moŝe se uzeti, da kuglica njiŝe po pravcu i da je ubrŝenje zaista razmjerno s daljinom od vertikalnoga poloŝaja. Poradi toga je njihanje njihala kod malenih amplituda takodjer „**harmoniuĝno ĝibanje**“. Za trajanje jednoga njihaja mora dakle da kod svakoga harmoniuĝnoga ĝibanja vrijedi zakon sliĝan zakonu za trajanje njihaja kod njihala (str. 232.). Tako i jest. Mehanika moŝe dokazati, da za trajanje njihaja kod svakoga harmoniuĝnoga

gibanja vrijedi zakon $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a_1}}$, ako a_1 znači ono ubrženje, što ga materijalna točka ima, kada je baš 1 cm daleko od svoга srednjega položaja.

Na koncu još jednom spominjemo, da kod zvuka i svjetlosti imamo posla s ovakvim harmoničnim gibanjima čestica!

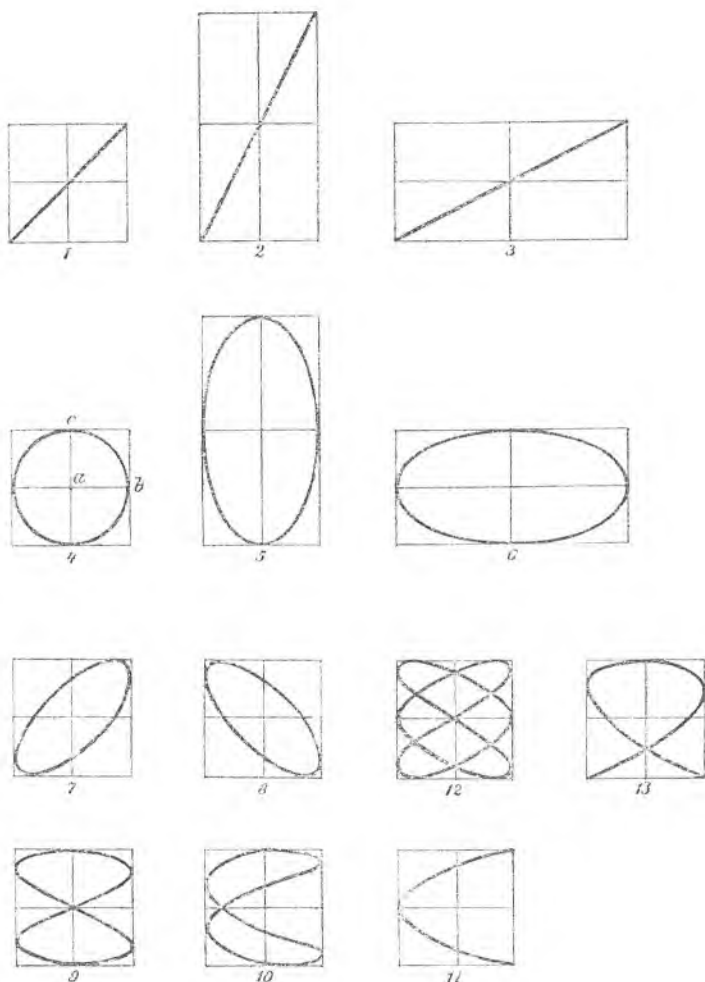
IV.

O sastavljanju harmoničnih gibanja.

Na koncu naših razmatranja treba da istaknemo još jednu veoma zanimljivu pojavu kod harmoničnoga gibanja! Do sada svagda isticasmo, kako materijalna točka izvodi jedno titranje, recimo jedno harmonično gibanje. No iskustvo od dugih gibanja nam kazuje, da se lako može desiti slučaj te naša materijalna točka mora da u isti mah izvodi dva harmonična gibanja, koja čine kakav kut, n. pr. pravi kut. Princip nezavisnosti (str. 155.) i iz njega izvedeni zakon o paralelogramu gibanja (str. 154.) vodio nas je kod izučavanja vanredno zanimljivih pojava, koje se javljaju, kada tijelo mora da izvršuje u isti mah dva gibanja. Princip nezavisnosti nas i ovdje vodi! No raznolikost je — doduše vanredno zanimljivih pojava — ovdje tako velika, da bismo gotovo knjigu mogli napisati o samim sastavljanjima dvaju titranja! Raznolikost dolazi otuda, što dva titranja mogu biti jednaka ili različna: 1. po trajanju titraja; 2. po amplitudi; 3. po fazi; 4. po brzinama i 5. po obliku titraja! Ako još k tomu uzmemo, da i kutovi dvaju titraja mogu da budu različni, razumjet će čitalac nebrojenu množinu mogućih kombinacija! Da bar nešto iz toga krasnoga područja i našim prijaznim čitateljima pokažemo, uzimamo, da se sastavljaju samo dva harmonična gibanja, koja čine pravi kut.

Slika 119. prikazuje cio niz ovakvih sastavljenih harmoničnih gibanja, koja će čitalac razumjeti na temelju principa nezavisnosti. (List knjige neka dignu u vertikalni položaj; onda je jedna komponenta vertikalna, druga horizontalna!). Slika 1. pokazuje, kako se sastavljaju dva takva harmonična gibanja, ako su jednakoga trajanja titraja, jednake amplitude i ako materijalna točka oba titraja počinje u isti čas, t. j. ako nema nikakve razlike fazâ. Izlazi kao rezultanta opet titranje po pravcu,

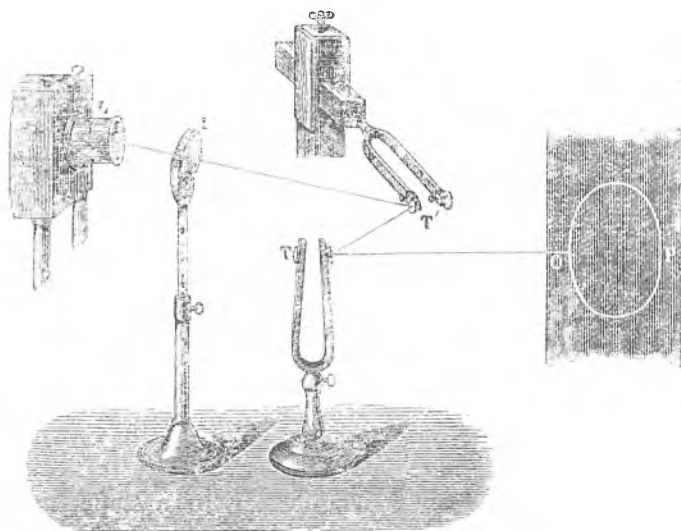
ali nagnutu pod kutom od 45° spram komponentata; amplituda mu je veća. Slike 2. i 3. prikazuju opet takva dva harmonična gibanja, samo su amplitude nejednake. Izlazi titranje po



Sl. 119. Sastavljanje dvaju okomitih titranja.

pravcu nagnutu bliže jačoj komponenti; amplituda je veća od amplitudâ komponentata. Slike 4., 5. i 6. pokazuju opet, kako se sastavljaju dva harmonična gibanja jednakoga trajanja titraja i jednake ili nejednake amplitude, ako je razlika fazâ

$\frac{1}{4}$ titraja. Točka je a u horizontalnom smjeru već svršila jednu četvrtinu titraja, došla je dakle već u b , kada drugi titraj vertikalno gore tek počinje: drugi titraj zaostaje iza prvoga za četvrtinu titraja. Izlazi titranje po kružnici („cirkularno titranje“) s desna na lijevo; ako su obje amplitude nejednake, izlaze slike 5. i 6., t. j. točka titra po elipsi („eliptično titranje“). Ako razlika fazâ nije baš $\frac{1}{4}$ titraja, nego drukčija, izlaze i kod jednakih amplituda koso položene elipse, kao u slikama 7. i 8. Sve ove slike vrijede za titranja, koja imaju jednaka trajanja

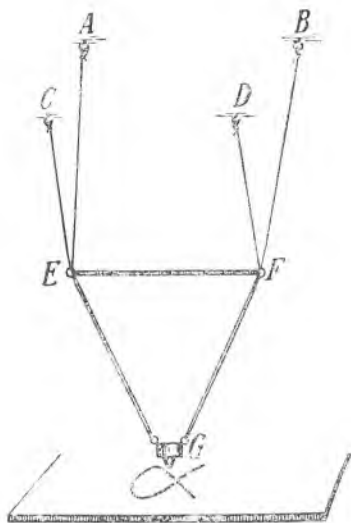


Sl. 120. *Lissajousove slike.*

titraja. Nisu li ova jednaka, izlazi uz jednake amplitude i uz jednaku fazu titranje slike 9., nalik na cifru 8, ako je jedno trajanje titraja dva puta veće od drugoga. Ako u tom slučaju nisu faze jednake, izlaze krivulje 10. i 11. Ako pak trajanja obaju titraja stoje u omjeru 2 : 3, izlaze titranja po krivuljama 12. i 13. I tako bismo mogli i dalje slagati po dva harmonična gibanja. Postaju veoma raznovidni oblici titranja, koje nauka sabire uz ime „Lissajousove slike“ (čitaj: Lisažu), po francuskom fizičaru Lissajous-u, koji je g. 1863. mnogo

takvih slika izveo s pomoću dviju akustičkih vilica i zrake svjetlosti. Raspored njegovih pokusa pokazuje slika 120.

Dvije akustične viljuške T i T' titraju, jedna T' horizontalno, druga T' vertikalno. Zraka svjetlosti iz svjetiljke S pada najprije na zrcalce viljuške T' , pa se odbije na zrcalce T , a odavde na zastor OP . Ako samo jedna viljuška titra, svijetla točka na zastoru titra ili po horizontalnu ili po vertikalnu



Sl. 121. Sastavljanje dvaju titraja.

pravcu. Ako obje viljuške titraju, svijetla točka na zastoru opisuje najrazličnije krivulje prema tomu, u kakvu su odnošaju amplitude i trajanja titraja obiju komponentnih titranja. Možda će kojega čitatelja snaći želja, da sam sastavlja po dva harmonična gibanja i na svoje oči vidi, kako postaju ovakve krivulje. Da zadovoljimo i takvoj želji, evo razmjerno jednostavnoga aparata za te pokuse, koji će si čitalac moći i sam načiniti. Na stropu sobe su 4 kvake A, B, C, D (sl. 121.) zabijene na uglovima kvadrata od 1 metra. Snjih vise 4 vrvce duge po 3 m; u polovini dužine se po dvije sastaju u prstene, učvrštene na krajevima štapa EF dugačkoga

1 metar. Dalje vise vrvce po dvije usporedno; dolje ih sastavimo, da nose tešku posudu u obliku lijevka G . Lijevak može njihati oko EF kao osovine; pri tom ostaje štap EF i gornji krajevi vrvca posve na miru. No on može njihati i okomito na taj smjer, ako štap EF zanijesimo u njegovu smjeru. Ako posudu iz njezine ravnoteže pomaknemo u smjeru, koji se podudara s dijagonalom kvadrata $ABCD$, izvršuje ona u isto doba oba predjašnja titraja. Izlazi titranje 2. naše predjašnje slike (sl. 119.). Ako posudu G podignemo u ravnini od EF , pa ju onda ispustimo, dajući joj udarac po strani toliko jak, da budu obje amplitude jednake, izlazi slika 4.: posuda titra u kružnici. Udarimo li ju po strani, kada je prvi titraj već započeo (razlika fazâ), izlazi

slika 7. ili 8., eliptično titranje. Da te slike uhvatimo, uspemo u lijevak finoga i suhoga pijeska i podmetnemo horizontalnu dasku (ploču stola). Pijesak, dok istječe, sam riše krivulje. U ovom aparatu imamo zapravo dva njihala: jedno dužine od stropa do posude G , a drugo dužine od EF do G . Ako se štap EF pomiče gore i dolje, mijenjaju se trajanja njihaja u oba njihala. Mijenjajući tako smjer obaju trajanja, možemo uz neku strpljivost izvesti gotovo sve oblike i zamršenijih titranja u našoj slici. Lijepa vježba u eksperimentiranju!

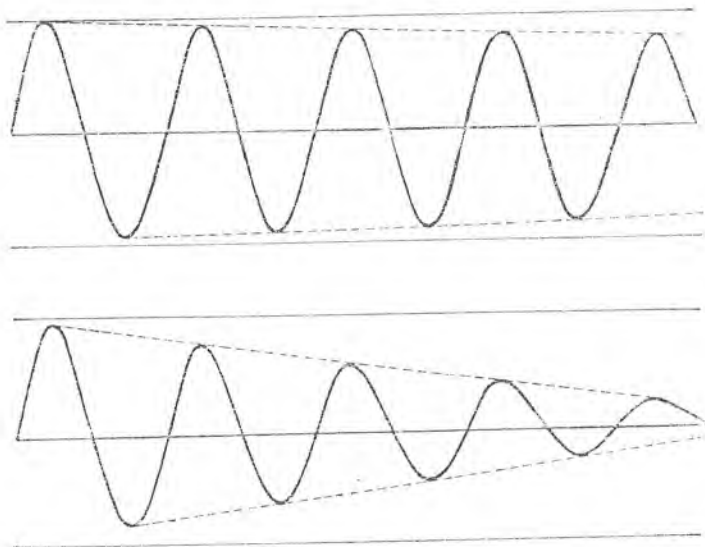
V.

Utišavanje titranja.

Već kod njihala opazismo veoma zuačajnu pojavu, da njihaji kuglice postaju malo po malo sve manji poradi zaprekâ njezinu gibanju, koje potječu od otpora uzduha (t. j. sredstva, u kojem kuglica njiše) i poradi trenja u točki, u kojoj je njihalo obješeno. Da nema tih zapreka, svi bi njihaji ostali točno jednake veličine (amplitude), i njihalo bi do vijeka njihalo s jednako amplitudom. U običnu govoru kažemo netočno: „njihanje postaje sve slabije i napokon prestane“. Točnije moramo reći: „amplituda se od njihaja do njihaja umanjuje“. — To vrijedi i za svako drugo titranje! Kad bi materijalna točka titrala posve slobodno, i njezina bi amplituda ostala svagda jednaka i ona bi ponovo prevaljivala točno jednako dugačke pravce (to bi zapravo bilo točno „periodično“ gibanje) do vijeka.

Ima u prirodi i primjerâ za ovakva „točno periodična“ gibanja, navlastito na nebu; no kod velike se većine titranja materijalne točke „taru“ o sredstvo, u kojem titraju, ili, ako titraju male drobnice u tijelu, taru se i jedne drobnice o druge. Posljedica je toga „trenja“, da i kod titranja amplitude zasebičnih titraja postaju sve manje i na koncu konca titranje posve prestane, ako ne bude sa strane nove pobude titranju. Ovoj osobitoj pojavi kod titranja dajemo ime „utišavanje“ titraja (njemački: „die Dämpfung“; francuski: „l'affaiblissement“). Kad bismo na ovakve „utišane titraje“ kod harmoničnoga gibanja upotrijebili našu metodu grafičkoga uočivanja, dobili

bismo ove dijagrame (sl. 122.). Kod jednoga i drugoga vidimo sada veoma lijepo, kako se amplituda od titraja do titraja umanjuje, dok trajanje titraja ostaje posve jednako. Razlika je između oba titranja tek u tom, da kod prvoga titraji polako umanjuju svoje amplitude, dok to kod drugoga ide tako brzo, da je već nakon $4\frac{1}{2}$ titraja titranje posve prestalo: „slabo utišano“ i „jako utišano“ titranje. Omjer između jedne amplitude i prve iza nje zove se „omjer

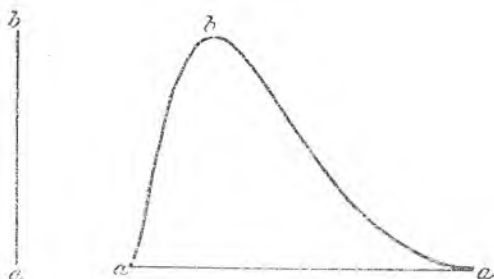


Sl. 122. Utišavanje titraja.

utišavanja“. Često se događa kod različnih titranja u prirodi, da je prva amplituda spram druge u istom omjeru kao druga spram treće, kao treća spram četvrte i t. d. sve do kraja. U tom slučaju velimo, da je pred nama titranje, kod kojega je „omjer utišavanja stalan ili konstantan“. No ima i takvih titranja, koja se ne utišavaju ovako pravilno i jednako! Može se napokon desiti i slučaj neobično jakoga utišavanja. N. pr. kod harmoničnoga gibanja podje čestica *a* (sl. 123.) gore, dodje do *b*, vraća se natrag, ali tako polako, da se već smiri, kada dodje do *a*, pa drugu polovinu svoga prvoga titraja i ne započne! Dijagram takvoga „veoma jako

utišanoga titraja" pokazuje odmah priložena slika: u njoj nema nego gornja polovina valovite crte, a i ta nije onako pravilna kao kod neutišanoga titraja (sl. 115., str. 243.). Ako pravo uzmemo, ovakvo gibanje i nije više periodično, jer materijalna točka nije izvršila ni jedan potpuni titraj, nije se vratila ni jedanput u isto stanje gibanja (premda je došla natrag u a !). Poradi toga i daju ovakvom „veoma jako utišanom titranju“ posebno ime „aperiodično gibanje“ materijalne točke.

Utjecanje utišavanja na titranje može svatko opaziti kod njihala i kod svake magnetičke igle, kada njiše u uzduhu; oboje su primjeri „slabo utišana titranja. No ako ih namjestiš pod vodom, opaziti ćeš, kako je „utišavanje“ sada veoma jako:



Sl. 123. Veoma naglo utišavanje titraja.

nakon malo njihaja će stati! Gdjekada nam treba, da titraji brzo prestanu, da bude „utišavanje“ jako; fizičari upotrebljavaju onda umjetna sredstva, da to postignu!

* * *

Osebnim gibanjima zemaljskim, koja sabrasmu u jedno uz imena „njihanje“ i „titranje“, posvetismo nešto više pažnje i u ovoj knjizi. Uzrok je pozornomu čitaču već poznat. Pored neodoljive težnje čovjekova razuma, da o svemu u prirodi sazna potpunu istinu, pa tako i o ovom gibanju, bila je u jednu ruku velika važnost „čarobne šipke“ — njihala — uzrok, da smo se nešto više zadubli u ovo gibanje, a u drugu ruku spoznaja, da jednu vrstu ovih gibanja — dadosmo mu ime „harmonično gibanje“ — zapada jaka uloga kod naših dvaju najvažnijih pomagača za izučavanje izvanjega svijeta: kod

vida i sluha! Da saberemo još jednom, što je najglavnije da znamo o njima!

Gibanje ravnoga njihala prepoznamo kao osobitu vrstu padanja, kao padanje niz krivu crtu. Najglavnije je pitanje: o čemu mu zavisi „trajanje njihaja?“ I tu nam se odala istina prirodna:

„Trajanje je njihaja zavisno samo o **dužini** njihala i o veličini **ubrženja** kod padanja, a nezavisno je o težini i obujmu tijela, koje njiše, i o veličini (amplitudi) njihaja (do 5° na svaku stranu)“.

Na ovom znanju o gibanju njihala osnovane su sve važne primjene njegove, pa i ona kod ure njihalice.

Od imena „njihanje“, koje odredismo za ovo osebužno gibanje njihala, predjosmo na općeno ime „titranje“ za svako gibanje materijalne točke oko nekoga srednjega položaja tamo i amo, kod kojega se točka ponovo („periodično“) vraća na isto mjesto u prostoru, pa ponovo izvršuje točno isto gibanje. Otuda tim svim gibanjima i drugo zajedničko ime „periodično gibanje“. Veliku raznolikost tih gibanja i po pravcu i po različnim, jednostavnim i zamršenim, krivuljama upoznamo, ali se ustavismo opet osobito kod jednoga: kod titranja materijalne točke po pravcu, ali tako, da ubrženje kod toga titranja ne bude stalno (konstantno), nego da se tečajem titraja mijenja razmjerno s daljinom od srednjega položaja. Tomu osobitomu titranju dadismo i posebno ime „harmonično gibanje“. Pet osobitih značajki ima svako ovakvo gibanje: 1. trajanje titraja, a s tim u svezi „titrajni broj“; 2. „veličina“ ili „amplituda“ titraja; 3. „faza“ titraja; 4. „brzina“ titraja i 5. „oblik“ titraja. Taj je najjednostavniji u harmoničnoga gibanja — pravac. Za glavno pitanje — trajanje titraja — saznadosmo kod ovoga gibanja:

„Trajanje je titraja zavisno samo o ubrženju u daljini od 1 centimetra. Što veće to ubrženje, to manje trajanje titraja“.

Titraji su dakle i velikih i malih amplituda posve jednakoga trajanja („i z o h r o n i“). Neobično nam se lijepe pojave odadoše kod izučavanja sastavljanja dvaju među sobom okomitih harmoničnih gibanja. I tu se princip nezavisnosti gibanja pokazao u potpunoj snazi! Vidjesmo redom, kako sastavljanjem takvih okomitih harmoničnih gibanja mogu da postanu prema prilikama ili nova titranja po pravcima drugoga smjera i druge amplitude, ili pak titranja po kružnicama, po elipsama, a i po kojekakovim drugim krivuljama zamršenijih oblika („Lissajous-ove slike“). Istaknimo najvažnije:

1. „Dva okomita harmonična gibanja, jednakoga trajanja titraja i jednake amplitude, sastavljaju se u novo harmonično gibanje kosoga pravca s novom amplitudom, ako im je razlika fazâ nula ili polovina titraja“.
2. „Dva okomita harmonična gibanja, jednakoga trajanja titraja i jednake amplitude, sastavljaju se u titranje po kružnici („cirkularno titranje“), ako im je razlika fazâ jednaka baš $\frac{1}{2}$ titraja“.
3. „Dva okomita harmonična gibanja jednakoga trajanja titraja, ali nejednake amplitude, sastavljaju se u titranje (oscilaciju) po elipsi (eliptično titranje), ako im je razlika fazâ jednaka $\frac{1}{4}$ titraja“.

Bez osobita razlaganja opazit će čitalac, kako priroda i ovdje radi ekonomički po istom principu, ako isporedi prije opisana sastavljanja gibanja (str. 155.) sa sastavljanjem titranja, ali ipak izvodi pojave veoma različite!

Završujemo ovaj opis njihanja i titranja s ugodnim uvjerenjem, da smo tim dosta duboko zagledali u velika područja, na oko posve različnih, pojava prirodnih: pojavâ zvuka, svjetlosti, topline i elektricitete, gdje ovakva gibanja zapada velika uloga, žalibože gibanja u većini nevidljiva. No to je veći trijumf čovjekova uma, da je i tim nevidljivim gibanjima ušao u trag, pak time mnogoj teškoj tajni prirode skinuo velo!

Valovi i zrake.

Sličica iz prirode: glas zvona i svjetlost Sunca. — Prenosjenje titraja i njihaja. — Valovi na vodi. — Zraka vala i fronta (čelo) vala. — Osnovni zakoni za valove. — Valovi na napetom užetu. Pokusi. — Poprečni (transverzalni) i uzdužni (longitudinalni) valovi. — Stojni valovi i čvorovi. — Odbijanje (refleksija) valova. Pokusi o tom. — Ukrštavanje (interferencija) valova. — Valovi u prostoru. — Brzina njihova rasprostiranja. Primjeri za to. — Sunce kao izvor titranja. — Zrake svjetlosti. Dužina valova. — Zrake i zračenje. — Huygensov princip. — Zračenje (radijacija). — Zakon za jakost zračenja. — Polje zračenja (radijacije). — Prijegled pojava i zakona.

I.

Sličica iz prirode.

Na najvišem smo vrhuncu raščlanjene gore, koja se mnogo kilometara stere od zapada na istok. Na sjevernoj se poli nama pod nogama stere valovito tlo lijepe ravnine tamo daleko na sjeveru obrubljene visokim gorama, kojima jedva razbiraš obrise: sve ti je kao zid, koji zatvara cio valoviti kraj, inače veoma ubav s izmjene šuma, livada i oranica, što u dolini, što po brežuljcima. Medju njima se veru potoci, koji se u odraženoj sunčevoj svjetlosti gdjegdje odaju kao srebrni nitovi; iz šumica i voćnjaka vire crveni krovovi i bijeli zidovi seljačkih kućica i gospodskih dvoraca, a nadvisuju ih tornjevi gotovo nebrojenih crkava i crkvice, rasprosutih osobito po vrhuncima brežuljaka. Na južnoj strani opet pod nama sjeo cijeli niz sve manjih vrhunaca, obrastao gustom šumom. Na jednom je velik podor dvorca iz starine, na drugom te opet pozdravlja iz granja šiljak tornja šumske crkvice. Sve niži vrhunci napokon prelaze u ravninu, kojoj oko ne vidi kraja. Ljubi joj rub svod nebeski, koji se spustio u svom modrom sjaju do nje, pa kao da ne da oku dalje! Posred se ravnine valja velika rijeka u najrazličnijim krivuljama i gubi se tamo daleko na obzoru. Uto se već žarko i drago Sunce pomalo spušta k počinku, i mi se spre-

mamo, da budemo vidoci na nebu, čistu kao riblje oko, jednomu od najljepših prizora prirodnih — zalazu Sunca, gledanu s ovakva stajališta! Još nas žarke zrake, što iz njega izbijaju, dobro griju, još cio kraj obasjavaju bajnom svjetlošću svojom, izvođeći neopisivo lijepe i neprojeno mnoge različice u bojama i sjaju. No boja mu se sve više primiče rumenilu, ali smjeli pokus, da mu pogledamo u lice, smjesta kazni, zasjenivši oko na nekoliko minuta. Gdje je pero, koje će po istini opisati sve krasote ovakva zalaženja Sunca? Gdje je kist, koji će dostojno uhvatiti momente rasvjete i neba i Zemlje, kako se neprekidno mijenjaju? Tu čovjek treba da stane i šuteći u dušu upija taj rijetki užitak za današnjega kulturnoga čovjeka, koji se već veoma malo, žalibože sve manje trsi, da ostane u neposrednoj svezi s veličanstvom prirode. I za čas eno Sunca već nad rubom obzora! Rumeno je i ugasito, pak mu možeš sada pogledati i u lice. Na jednom se mjestu bajne, lijepe vatrene, okrugle ploče oštra ruba javlja velika crna kao katran pjega — najveća protimba onomu moru inače zlatnoga sjaja. I posljednji dio gornjega je ruba zašao — Sunce sjelo na počinak. No sada kao da se sva priroda mijenja: sumrak istiskuje sve više šare boja i sjaja, a jednoliki se sivi pa crni mrak sliježe na Zemlju, kao da ju hoće da pokrije plaštem, čuvajući ju od strahota noći. Čas prije još osjećalo oko more bajne svjetlosti Sunčeve, a tijelo svu milu toplinu njegovu. Neposredno te uvjerava, kako je baš ono — i samo ono — izvor i te svjetlosti i te topline: s njime i njih nestaje. I razum se smjesta javlja pitanjem: pa što je ta svjetlost i toplina Sunca? Sunce je daleko na nebu, 150 milijuna kilometara, pa kako dolazi svjetlost i toplina od njega kroz prazni prostor svemirski do nas? Što je uzrok, da svjetlosti i topline tako brzo nestaje, kad Sunce sjedne na počinak? I u pamet si dozivamo, kako smo učili u školama ili čitali u knjigama, da nam nauka o prirodi na ta pitanja zna djelomice odgovoriti: nije svemirski prostor posve prazan! Makar da nam osjetila o tom ništa ne odaju, on je ispunjen vanredno tankom tvari, „svemirskim eterom“ (tako nas uči nauka!); taj eter prodire kroz sve šupljine tjelesa, koja su u njem kao spužve u vodi. U Suncu pak samom, toj golemoj vatrenoj kugli, pak i u svakom drugom i najmanjem

„izvoru svjetlosti“, čestice etera titraju neprekidno i u velikom žestinom (zašto, toga ne znamo!), pa kad ti titraji makar kojim putem dopru u naše oči na mrežnicu, bude u nama „osjet svjetlosti“. Nije ovdje mjesto, da ovo mišljenje nauke obrazložimo. Tek spominjemo, da su bili dugi putovi, dok je naše duševno oko — razum — te nevidljive titraje etera u izvorima svjetlosti opazilo! Imena su velikih ljudi i njihovi uporni radovi vezani uz tu spoznaju. Među njima prvi Kristijan Huygens (sl. 101., str. 229.). Nas ovaj čas nada sve zanima pitanje: kako ti brzi titraji sa Sunca dolaze do Zemlje i u naše oko?

Ulazeći sve dublje u ovo razmišljanje i ne opazismo, kako se oko nas uhvatio mrak. Iz misli nas trgnuo tek glas večernjega zvona, koje s tornja seoske crkve, što se eno daleko od nas već u ravnini još tek primjetljivo bijeli, zvoní Gospí na pozdrav! Glas nam mило dopire u uho i opet budi u duši drukčija čuvstva! Ali razum, razum — taj se opet javlja. Što je taj glas zvona, kako je došao iz daleke ravnine do našega uha? I nauka nam naša opet pouzdano odgovara: od ponovnih udaraca bata za titraju čestice zvona i titraju, dok se udarci ponavljaju (inače bi se naskoro „utišali“); ako ti nevidljivi titraji, preneseni ma kojim načinom do nas, udaraju o bubnjić u našem zdravom uhu, podražuju slušni živac, i mi imamo „osjet zvuka“ zvonova! I opet nas nada sve zanima pitanje: kako se prenose titraji zvonovih čestica u naše uho? Dakle opet isto pitanje kao kod svjetlosti, a to je i prirodno, ako se opomenemo, da naša nauka i „osjet svjetlosti“ i „osjet zvuka“ dovodi u neku svezu s titrajima, što ih izvide čestice u izvoru svjetlosti i u izvoru zvuka. Tko je prenosilac tih sitnih, nevidljivih titraja od njihova izvora do naših obaju glavnih organa za osjet vida i sluha — do „oka“ i „uha“? Kako ih prenosi i kojom brzinom?

Sličica iz prirode, što je ovdje ocrtasmo, neka nam bude ishodište, da nadjemo odgovore na ta važna, a smijemo unprijed reći, i veoma zanimljiva pitanja. Ta gotovo sve naše znanje o izvanjem svijetu vezano je uz taj odgovor!

II.

Prenošenje titraja i njihaja.

Pravo kaže znameniti fizičar Auerbach na jednom mjestu, da se titranje i njihanje odnosi prema „valovitom gibanju“, s kojim baš kanimo upoznati čitaoce, kao korijen prema stablu! Iz korijena raste stablo; iz titranja niče valovito gibanje! Mi ne poznajemo ni jednoga primjera u prirodi, gdje bi titranje, koje se je negdje u prostoru pojavilo, i ostalo na tom mjestu prostora. Svagda se to titranje samo prenosi na druga mjesta u prostoru, prelazi na druge čestice, nuka i njih, da posve jednako titraju i izvodi pojavu posve osebuja gibanja, kojemu je nauka dala ime „**valovito gibanje**“. U titranju je dakle zaista korijen valovitom gibanju, koje se po prostoru rasprostire, bio taj prostor ispunjen uzduhom ili vodom, željezom ili drvom ili tvarju strune ili čelične žice, bio on pače prema običnom shvaćanju našem i posve prazan! I taj prazni prostor naime ispunjuje jur spomenuti „sve-mirski eter“.

Veoma zanimljiv pokus neka najprije tjelesnomu oku našem pokaže ovakvo prenošenje njihajâ. Sa stropa sobe vise na koncima dugačkim 2 metra, razdaleko 50 cm, dvije utege po 1 kg (sl. 124.) kao 2 njihala. Trajanje im je njihaja jednako, jer su jednake dužine! Od prilike u sredini konca sastavimo oba njihala trećim koncem, dugačkim oko 70 cm, a u sredini objesimo utegu od 50 grama. U smjeru, okomitu na ravninu konaca, zanjšemo lijevo njihalo. Zamalo će početi samo od sebe njihati i desno njihalo sve jače, dok će se njihaji lijevoga pomalo utišavati. Nakon 10 od prilike njihaja lijevo se njihalo posve utišalo, dok desno njiše punom amplitudom lijevoga. No nakon novih 10 njihaja utišalo se opet posve desno njihalo, a lijevo ponovo njiše sa svojom predjašnjom amplitudom. U ovom je slučaju „*napetost*“ konca, koji sputava oba njihala, uzrok, poradi kojega se njihaji jednoga tijela prenose na drugo, ako se trajanje njihaja u toga drugoga



Sl. 124. Preno-
šenje njihanja

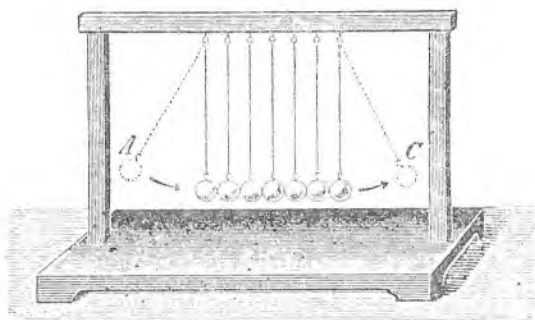
tijela podudara s trajanjem njihaja u prvoga. Velimo, da su ta dva njihala „sputana“ (njemački: „verkoppelt“); a svako takvo sastavljanje dvaju tjelesa zovemo „sputanost“ (njemački: die Koppelung) tjelesa. Možemo oba njihala još jače „sputati“, ako na konac među njima objesimo utegu od 70 gr. Posve-mašnje prenošenje njihanja s jednoga njihala na drugo izvršit će se sada već nakon 5 njihaja.

I ove će lijepe pokuse znati udesiti i sâm maran čitalac.

Drugi su primjer za prenošenje njihanja dvije elastične kuglice (od slonove kosti) jednake veličine, koje vise na koncima te se u vertikalnu položaju baš dotiču (sl. 125.*). Dignimo jednu za odredjen kut, pa ju ispustimo! Izvršivši prvu polovinu svoga njihaja udara o drugu. Zanimljiva se pojava javlja: dignuta kuglica stane u vertikalnom položaju, a druga se zaniže i dignu do istoga kuta kao prva. Njihanje se prve kugle već nakon polovine njihaja posve utišalo. Sada druga kugla natrag niže do vertikalnoga položaja pa stane, a prva ide dalje do istoga kuta i t. d. (S dvije kugle biljara i ovaj pokus lako svatko udesi.) Ovdje jedna kugla već nakon polovine njihaja prenosi potpuno svoje njihanje na drugu; „sputanost“ je dakle ovdje veoma jaka ili tijesna. Lako će se dosjetiti čitalac, da ta jaka sputanost kugala potječe od „elastičnosti“ (pruživosti), koja se kod sudara kuglica budi. Elastičnost daje „veoma jaku sputanost“. „Elastičnim“ zovemo tijelo, ako su mu čestice među sobom tako sputane, da kod svakoga poremećenja međusobne ravnoteže nastoje, kako bi što prije ponovo uspostavile predjašnje stanje ravnoteže. Na primjer: željeznu šipku na jednom kraju pričvrstimo, a čestice na drugom kraju silom pomaknemo iz ravnoteže nešto malo na stranu i ispustimo. Čestice se vraćaju u predjašnji položaj poradi „elastičnosti“ šipke. Ako je sila bila nešto jača, čestice će pače prijeći preko stanja ravnoteže, te će oko njega izvršivati harmonično gibanje (titranje po pravcu) neko kratko vrijeme, jer će se titranje skoro utišati! Daska učvrštena na oba kraja, a opterećena u sredini utegom, ugne se nešto u sredini, promijeni svoj oblik. No čim

* U toj slici pomislimo za čas dignute na stalak sve kugle osim prvih dviju!

se utega digne, vrati se poradi elastičnosti u „predjašnji“ oblik svoje ravnoteže i ostaje u njem. I tu se može lako postići, da se daska neko vrijeme njiše. Ako se predjašnji pokus s elastičnim kuglicama preinači tako, da usporedno visi više takvih jednakih kuglica (sl. 125.), prenosi se njihaj prve A posve na drugu; ova udari o treću i prenosi ga posve na nju i t. d.; posljednja se C zaniše dalje s amplitudom prve, dok su sve druge kuglice ostale na miru. Opazit ćemo lako i to, da za prenošenje njihaja od A do C treba određeno vrijeme — ovdje



Sl. 125. Sraz elastičnih kugala. Prenošnje sraza nizom elastičnih kugala.

malen dio jedne sekunde! No lako možemo pomisliti tolik niz jednakih elastičnih kuglica, da za prenošenje njihaja od prve do posljednje treba baš 1 sekunda. Dužina toga niza kuglica daje nam „brzinu rasprostiranja“ u tom nizu. Prenošnje se zbiva baš kao da se jednoliko giba koje tijelo, samo se ovdje u istinu ne giba tijelo (prva kuglica!) tom brzinom, nego se tek „stanje njezina gibanja“ tom brzinom prenosi s jedne kuglice na drugu čitavim nizom, pri čem se svaka kuglica tako malo makne, da toga i ne vidimo!

III.

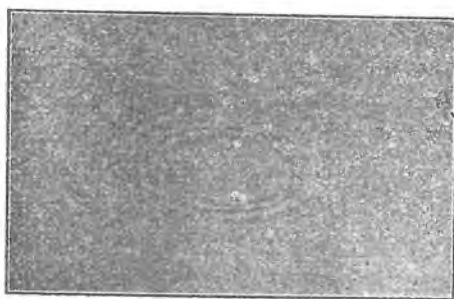
Valovi na vodi.

Nadovezujemo na pojavu svakomu dobro poznatu iz svaki-dašnjega iskustva, ali to iskustvo možemo i obnoviti pokusima u svako doba. Pred nama je glatka površina vode, koja miruje

(n. pr. na mirnu jezeru). Na jednom mjestu potisnemo, možda udarcem, određen broj čestica vode pod površinu: načinio se na njoj malen zaton kružnoga oblika! Čestice vode ne ostaju u svom novom položaju, nego se poput uzdignute kuglice njihala vraćaju u svoj predjašnji položaj: zaton se na onom mjestu zatrpao, čestice su vode izvršile polovinu svoga titraja i odmah se utišale. Posljedica toga dizanja jest, da će se oko onoga mjesta okolo naokolo načiniti kružni zaton ili kružni žlijeb — „**kružni dól vala**“ — u kojem je voda ispod glatke površine. Čas kasnije se je i on zatrpao, ali se je oko njega okolo naokolo voda spustila nešto pod površinu: postao je novi kružni dól vala nešto većega polumjera. Mi vidimo, gdje kružni dol vala opisuje sve veće krugove, udaljujući se na oko sve više od središta. Posve ćemo sličnu pojavu vidjeti, ako pokus na vodi ponovimo u preinačenu obliku. Pomislimo, da smo kojim načinom nešto vode digli na d glatku površinu, pa ju ispustili. Ona pada natrag do površine izvršujući drugu četvrtinu titraja, ali tu se već utiša. Posljedica je ipak, da se u krugu oko toga mjesta čestice vode nešto podigoše čineći „**kružni brijeg vala**“. Padanjem će i njega nestati, no oko njega se poradi „sputanosti“ vodenih čestica načini nov „kružni brijeg vala“ nešto većega polumjera i t. d. Mi vidimo, kako brijeg vala u obliku kruga sve dalje ide po vodi sa sve većim polumjerom, dok je oko središta sve opet glatko. Uspijemo li u tom, da na onom prvom mjestu — u „ishodištu“ — čestice vode nekoliko puta potisnemo pod glatku površinu i nad nju dignemo, a u tom ćemo uspjeti, ako na onom mjestu pustimo, da n. pr. kamečak pane u vodu s oveće visine, izvest ćemo na vodi niz zasebičnih kružnih dolova i bregova valova, kako ih često u punoj ljepoti i geometrijskoj savršenosti gledamo na površini inače mirna jezera!

Nama se čini, kao da čestice vode, koje čine te dolove i bregove, zaista odlaze stalnom brzinom od središta kruga ili da naučno govorimo: nama se čini, da je to gibanje „*translacija*“ (str. 120.) česticâ vode. Da nas oko vara, lako se osvjedočimo, ako na vodu bacimo više komadića drva ili mnogo piljotine. Kako dolovi i bregovi kružnih valova prolaze, komadići drva tek titraju, dižući se nad površinu vode i spuštajući se pod nju, ali inače ostaju svaki na svom mjestu. Što je dakle

u stvari? Što se to prenosi po vodi nekom stalnom brzinom? Odgovor je jasan: prenosi se titranje onih prvih čestica vode malo pomalo na sve dalje čestice oko onih prvih u svim smjerovima. Ravnoteža se vode na jednom mjestu poremetila titranjem tih čestica gore i dolje; to se poremećenje jednostavno prenosi na okolinu: dizanje nad površinu izvodi isto takvo dizanje u okolini, čim su se prve čestice povratile u svoj položaj; spuštanje prvih čestica izvodi nakon povratka u prvi položaj isto takvo spuštanje čestica u okolini. Ne prenose se dakle čestice vode sve dalje i dalje, nego se prenosi tek njihovo titranje malo pomalo na sve dalje čestice. „Brzina rasprostiranja“ je izmjerena, ako



Sl. 126. Kružni valovi na vodi.

sam odredio n. pr. polumjer prvoga brijega (ili dola) nakon 1 sekunde od početka titranja: to je naime put, za koji je poremećenje ravnoteže dalje otišlo u toj sekundi.

Treba dakle pomnjivo lučiti gibanje čestica vode od gibanja valova na vodi!

Slika 126. pokazuje po fotografiji takov kružni val na vodi.

Bit će zgodno, ako na ove pokuse nadovežemo kratko razmatranje.

Čestice su vode medju sobom „sputane“ s pomoću „elastičnosti“ vode. Ako dakle negdje na vodi zatitra nekoliko čestica njezinih ili makar samo jedna, to se titranje pomalo prenosi oko naokolo na sve čestice vode sve dalje i dalje: sve čestice titraju baš onako kao prve, ali što su dalje

od „ishodišta“ ili „izvora“, to kasnije započinju svoje titranje. Jednoj polovini titraja prvih čestica (dizanju nad površinu i vraćanju do nje) pripada kružni brijeg vala, a drugoj polovini (spuštanju pod površinu i vraćanju do nje) pripada kružni dol vala. Brijeg i dol zajedno čine jedan „potpuni val“, koji nas svojim oblikom posvema sjeća već prije (str. 245.) otkrite valovite crte. Daljini od početka brijega pa do konca dola dajemo kratko ime „**dužina vala**“. Običaj je tu dužinu bilježiti svagda istim slovom λ [grčko slovo λ („lambda“)]. Ako se titranje čestica u ishodištu ne ponovi, nego je već nakon jednoga titraja posve utišano, vidjet ćemo, kako se jedan potpuni kružni val, sastavljen od brijega i dola, po vodi sve dalje širi čuvajući potpuno svoj kružni oblik. No pomnjin će motrilac i to opaziti, kako se visina brijega i dubljina dola po malo umanjuju — znak, da amplitude titraja postaju sve manje, da se titranje utišava. I zaista će nakon kratkoga vremena kružnoga vala posve nestati. Dvije nam znamenite istine izbijaju:

1. „Dok čestice u ishodištu izvrše jedan potpuni titraj, rasprostire se titranje za jednu dužinu vala“.
2. „Val na mirnoj vodi svagda je sastavljen od kružnoga brijega i kružnoga dola. Sve se točke vala, koje su u određenom času u istoj fazi, nalaze na kružnici, kojoj je središte u ishodištu titranja“.

Na pitanje, u kojem se smjeru rasprostire titranje na vodi od svoga ishodišta, odgovor nam daje predjašnja druga istina. Budući da se je načinio kružni val, titranje se očito od ishodišta rasprostire na sve strane po površini vode i to s jednakom brzinom (inače naime oblik vala ne bi mogao biti kružnica). Sve nam te smjerove pokazuju polumjeri kružnice, kojoj pripada val. Svakomu polumjeru dajemo ovdje ime „**zraka vala**“, a kružnici, do koje je val u tom času baš dopro, veoma zgodno ime „**fronta vala**“ ili „**čelo vala**“.

Kako su po geometriji svi polumjeri kruga okomiti na njegovu opsegu (periferiji), možemo objaviti za ove valove i treću osnovnu istinu:

3. „Zraka je vala svagda okomica na njegovoj fronti“.

Sada će se jamačno čitalac i sam tomu dosjetiti, kako ćemo u mnogim razmatranjima o valovima moći i smjeti valove same naknaditi njihovim zrakama. To će često biti zgodnije, jer fronte valova od časa do časa veoma mijenjaju svoj položaj na vodi, dok su zrake pravci stalnoga smjera.

Što će se na vodi dogoditi, ako čestice u ishodištu ne izvrše samo jedan potpuni titraj, nego n. pr. njih 3 zasebice, pak se tek nakon trećega posvema utišaju, to je sada jamačno posvema jasno prijaznomu čitaocu: načinit će se 3 koncentrična potpuna vala, t. j. tri brijega i tri dola, svi potpune kružnice, i širit će se nekom stalnom brzinom po vodi uvećavajući sve više polumjere, ali umanjujući pri tom sve više amplitude titraja, dok se napokon ne utišaju posvema!

Titraju li napokon čestice u ishodištu trajno, rasprostirat će se od njega trajno i kružni valovi, pa kad fronta prvoga stigne do obale, ne će više nigdje na vodi biti glatke i ravne površine: sva se je voda uzbibala, ustalasala; kažemo jednom riječi: sva je voda u „valovitu gibanju“ ili po vodi se rasprostire „valovito gibanje“. No znamo sada pouzdano, da pri tom čestice vode ne idu po vodi dalje, nego svaka na svom mjestu titra gore i dolje! A znamo i to: dok čestice u ishodištu izvrše n. pr. 5 titraja, načinilo se oko njega 5 potpunih valova, ili:

4. „Titranje se na vodi rasprostire od svoga ishodišta za toliko dužina vala, koliko su potpuni titraja izvršile čestice u ishodištu valovitoga gibanja“.

Jednomu titraju u ishodištu pripada rasprostiranje po vodi (u svim smjerovima) za jedanput λ centimetara; ako su n. pr. čestice u ishodištu izvršile u 1 sekundi baš 50 titraja, očito je, da se je titranje rasprostrlo od ishodišta do daljine $= 50 \times \lambda$ centimetara. Valovito je gibanje dakle u 1 sekundi prevalilo put od 50λ centimetara. Taj put u 1 sekundi nije ništa drugo nego „brzina rasprostiranja“ toga valovitoga gibanja po vodi, t. j. brzina, kojom se poremećenje ravnoteže na vodi

od ishodišta toga poremećenja prenosi na sve udaljenije čestice vode. Izbija nova peta istina o valovitom gibanju na vodi:

5. „Brzina rasprostiranja valovitoga gibanja jednaka je produktu (umnošku) od titrajnoga broja čestica i dužine vala“.

Ili kraće:

„Brzina rasprostiranja = titrajni broj $\times$ dužina vala“.

U najkraćem matematičkom govoru ta bi istina glasila:

$$c = n \times \lambda$$

ako sa n označimo broj titraja čestica u 1 sekundi („titrajni broj“), a sa c brzinu rasprostiranja.

Naš je izlet na mirnu površinu jezera donio lijepu žetvu! Svaki nas sada gleda drukčijim znanjem i drugim okom one lijepe kružne valove na mirnoj površini vode! Duševno ih je naše oko — razum — na osnovi pokusa obasjalo novom svjetlošću i udahnulo im nov život! Osokoljeni tim uspjehom idemo još korak dalje, no prije toga samo još jedna bilješka o valovima na vodi! Krivo bi sudio, tko bi mislio, da valovi na vodi moraju svagda imati oblik kružnice ili da je fronta vala na vodi svagda kružnica, makar i tako velika polumjera, da nam se dio te fronte može pričiniti pravcem. Na oceanima vide pomorci pače redovito fronte valova, kako idu po vodi jedna za drugom kao pravci dugački gdjekada mnogo kilometara s visinom brijega i dubljinom dola, koja zna doseći i 30 metara! I na mirnu jezeru nije teško udesiti pokus tako, da se i na njem jave upravni valovi! Pomislimo s jedne obale do druge tik iznad vode razapeto uže u napetu stanju. Dignuvši ga u sredini ispustimo ga. Udarcem će svojim uzduž čitave svoje dužine potisnuti čestice vode pod glatku površinu, pa ih sve potaknuti na posve jednako titranje: sve će čestice vode uzduž toga pravca u isti čas i započeti i svršiti svoje titraje (nema „razlike fazā“!). Uzmimo, da je udarac užeta bio toliko jak, da će se titranje tih čestica utišati posvema baš nakon 3 potpuna titraja. U to su se vrijeme načinila tri potpuna vala (tri brijega i tri dola), i mi ćemo sada gledati lijepu pojavu, kako na jednoj i na drugoj strani užeta odmiču tri upravna vala

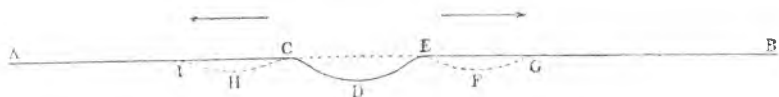
k obali jezera; tek će se amplitude titranja pomalo umanjivati. Pamtimo dakle i to:

„Ako je ishodište valovitoga gibanja na vodi jedna točka, fronta je vala svagda kružnica; ako je pak ishodište valovitomu gibanju pravac, fronta je vala na vodi takodjer pravac usporedan ishodištu na jednoj i na drugoj strani njegovoj. Zrake su toga vala opet pravci okomiti na fronti“.

III.

Valovi na užetu.

Za proučavanje valovitih gibanja veoma su poučni neki pokusi, koji nam pokazuju postajanje i širenje valova u znatno jednostavnijim prilikama, nego što nam ih priroda daje u valo-



Sl. 127. Postanje vala na užetu.

vima na vodi. Čitalac ne će požaliti, ako ih iz bližega uoči, a gdje koji od njih i sam izvede!

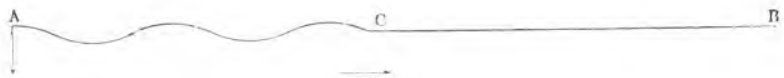
1. Pokus: Uzmimo napeto uže učvršćeno na krajevima A i B (sl. 127.). U sredini dadem točki D udarac dolje, tako da postane zaton CDE. Budući da su čestice oko D s ostalim česticama užeta na jednoj i na drugoj strani od D sputane elastičnošću, čestice će oko D poći natrag u položaj obične svoje ravnoteže, ali će možda izvršiti samo prvu polovinu svoga titraja, pak će se posve utišati. No međutim su s obje strane postali zatoni CHI i EFG, koji se sada dalje rasprostiru po užetu prema krajevima A i B. Osobito je zanimljivo, da se zatoni rasprostiru samo na desno i na lijevo od D, ali nikada se n. pr. zaton EFG ne rasprostire n a t r a g prema D: poremećenje se ravnoteže rasprostire od D samo u smjerovima DB i DA! Uzrok je tomu u osobitoj sputanosti čestica od elastič-

nosti. No u to ne ulazimo dalje. Tek pamtimo: poremećenje ravnoteže ne ostavlja na dijelovima, preko kojih je prešlo, nikakva traga!

2. Pokus: Uže je samo na kraju *B* (sl. 128.) učvršćeno u kvaki; drugi kraj *A* držim u ruci i napnem uže. Ako ruku udarim ili naglo dolje pomaknem, teče po užetu zaton sve do njegova kraja. Tu se zaton ne uništi, nego se vraća natrag kraju *A*. Kad stigne do ruke, osjetit ćeš trzaj od njega. Ako se međjutim titraji nisu posve utišali, moći ćeš pače opaziti, kako zaton nekoliko puta teče od *A* do *B* i natrag:

„Val se na kraju sputanih čestica odbija, dok se titranje sasma ne utiša!“.

3. Pokus: Ako u predjašnjem pokusu točku užeta *A* rukom pravilno pomičem dolje i gore, t. j. ako točka *A* ponovo



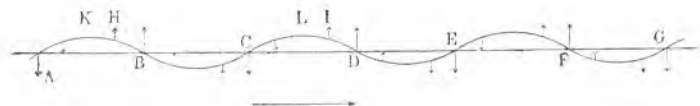
Sl. 128. Rasprostiranje valovitoga gibanja po užetu.

izvrši n. pr. 3 potpuna titraja, načinit će se na užetu i 3 potpuna vala (tri brijege i tri dola), koji će teći k drugom kraju užeta. Tu će se prvi val odbiti i natrag teći, ali će se pri tom sastati s drugim i trećim, koji još teku prama *B*, pak će se pojava znatno zamrsiti. No ako pomislimo, da se uže nastavlja dalje u neizmjernost, teći će i sva tri vala nesmetano dalje, dok se titranje čestica ne utiša posvema. Slika 129. pokazuje oblik užeta nakon 3 potpuna titraja početne točke *A* dolje i gore. Valovito se gibanje rasprostrlo do *G* i na užetu se načiniše tri potpuna vala, koji sastoje od brijege i dola: valovi *ABC*, *CDE* i *EFG*. Što je užeta još dalje iza *G*, to je ovaj čas još u neporemećenu stanju ravnoteže, to stoji napeto u pravcu dalje od *G*. Tek dio užeta izmedju *A* i *G* u tom času nije pravac, nego pokazuje karakteristični oblik valovite crte.

Ako bi čestica *A* izvršila još četvrti titraj, valovi bi se *EFG*, *CDE* i *ABC* međjutim na užetu dalje pomakli za svoju dužinu λ , a pred njima bi od *A* do *C* postao novi val identičan

sa valom ABC . I tako bi se nizao val za valom za svaki novi titraj čestice A .

Ova nam tri pokusa potvrđuju sve istine otkrite čas prije kod valova na vodi. One nam pače još bolje udaraju sada u oči, jer su pokusi jednostavniji. Čestica A naime sputana je elastičnošću s a m o s nizom čestica, koje su na pravcu AB , a ne s česticama na sve strane oko A , kao kod vode. Posljedica je tomu prva, da se titranje čestice A može prenositi samo u jednom smjeru od A prema B . I opet se javlja istina, da svakomu potpunomu titraju čestice A pripada potpun val, složen od brijega i dola. Čestice počinju titrati to kasnije, što su dalje od A , ali titraju posve jednako kao A . Ako A izvrši u 1 sekundi n titraja, rasprostrlo se titranje, t. j. poremećenje ravno-

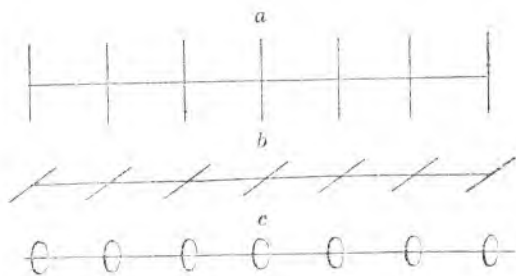


Sl. 129. Oblik užeta nakon 3 potpuna titraja točke A .

teže na užetu ishodišta A , za $n \times \lambda$ centimetara, dakle je opet :
brzina rasprostiranja = titrajni broj $\times$ dužina vala.

Oblik se užeta poradi ovoga rasprostiranja valova po njem dakako neprestano mijenja. No kakav će biti od određenoga časa dalje, lako je pogoditi! N. pr. ako je prva čestica A (sl. 129.) izvršila potpuna tri titraja, pa se nakon toga posve utišala, ima uže oblik naše slike: od A do G mu je oblik valovita crta $ABCDEFG$, a od G dalje pravac. Želimo li znati oblik našega užeta n . pr. za jednu polovinu periode (trajanja titraja) kasnije, ne treba ništa drugo učiniti, nego valovitu crtu naše slike za jednu polovinu dužine vala AC pomaknuti na desno. Razbiramo: uže će u tom času biti od A do B pravac, od B do točke, udaljene od G za pō dužine vala, imat će oblik valovite crte, a dalje opet oblik pravca. Tako bismo n . pr. mogli lako nacrtati oblik užeta nakon $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ i t. d. periode. Maran će čitalac i takvih crtnja izvesti oveći broj. Boljemu će razumijevanju i pamćenju mnogo koristiti!

Mi ćemo kod ovih pokusa još časa stati, da upoznamo novu karakteristiku valovitoga gibanja. Ako naime isporučimo smjer, u kojem sve čestice užeta redom titraju (sl. 128.), sa smjerom, u kojem se valovito gibanje rasprostire, vidimo neposredno, da je smjer titranja svih točaka okomito na pravcu AB , kojemu te sve točke pripadaju i u kojem se pravcu i valovi rasprostiru. (Ako knjigu postaviš vertikalno, titraju sve čestice u toj vertikalnoj ravnini papira dolje i gore). Takovu valu dajemo ime „poprečni“ ili „transverzalni val“. Odmah primjećujemo, da čestice ne moraju baš u ravnini papira okomito na smjer užeta titrati. Slika 130. nam to uočuje. U prvoj slici



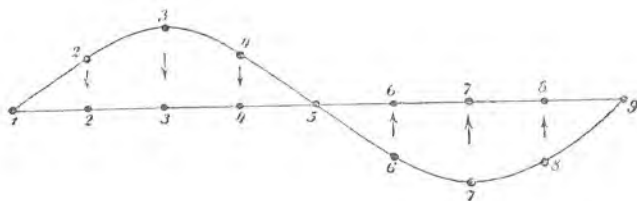
Sl. 130. Različni oblici transverzalnih valova.

(a) titraju čestice okomito na pravac u ravnini papira; u slici (b) titraju okomito na pravac, ali od sprijeda natrag (za ravninu papira; gledaj sliku perspektivno). Mogu čestice dalje i koso titrati sprijed odozgo pa patrag dolje i t. d. Kako se vidi, ima nebrojeno mnogo smjerova titranja za čestice, koji su svi okomiti na pravcu užeta. (Jednostavni pokusi na svakom napetom užetu). Čestice mogu pače titrati u kružnicama i elipsama, koje su okomite na pravcu ili na „zraki“ vala, kako pokazuje slika (c). I to su „poprečni“ ili „transverzalni valovi“. U jednu riječ:

„K istomu pravcu ima neizmjereno mnogo smjerova poprečnih titraja.“

Polarizacija zrake. — Može se pače desiti i taj slučaj, da jedne čestice na istoj zraki titraju poprečno kao u (a), druge kao u (b): jedne u ravnini papira, druge okomito

na nju; a može ih biti na istoj zraki i takvih, koje titraju koso spram ravnine papira, ali ipak okomito na pravcu, po kojem ide val. Ako nam uspije na takvu pravcu sve čestice tako navrnuti, da sve do jedne titraju okomito na pravcu, ali ujedno i u istoj ravnini (n. pr. sve u ravnini papira, kao u slici (a), ili sve okomito na ravninu papira, kao u slici (b), velimo, da smo „zraku polarizirali“. Takvoj zraki dajemo ime „**polarizirana zraka**“, a pojavi samoj ime „polarizacija zrake“. Zraka je vala dakle polarizirana, ako sve čestice njezine titraju poprečno, ali još k tomu sve u istoj ravnini. Prva spomenuta zraka se prema tomu zove „nepolarizirana zraka“ vala. U prirodi nalazimo zrakâ i jedne i druge vrsti. Navlastito se ovdje ističu zrake

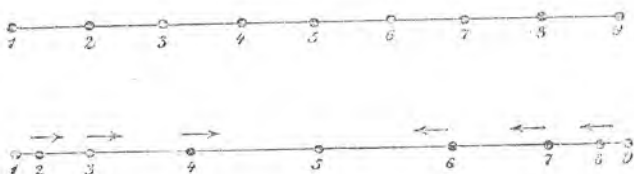


Sl. 131. *Poprečno ili transversalno valovito gibanje u nizu čestica 1 do 9.*

onih valova svemirskoga etera, koje u našem oku bude osjet svjetlosti. U nauku o svjetlosti se poradi toga mnogo govori o polariziranim i nepolariziranim zrakama. U našoj su slici sve tri zrake „polarizirane“; prve dvije su „upravno polarizirane“, jer sve čestice titraju u pravcima, treća je „cirkularno polarizirana“, jer sve čestice titraju u usporednim kružnicama, okomitima na zraci vala.

4. Pokuš: Zamijenimo napeto uže sa čvrstim štapom od elastične tvari n. pr. od stakla, čelika, drva i t. d., pa pomislimo, da je neizmjereno dugačak. Čekićem udarimo na jednu krajnju plohu njegovu u smjeru njegove dužine. Ne vidimo sada nikakvih valova tjelesnim okom svojim. No duševno će oko svakoga čitaoca jamačno i sada vidjeti titraje udarenih čestica na krajnjoj plohi štapa. One će od udarca zatitrati, ali ne okomito na dužinu štapa, nego u smjeru njegove du-

žine: smjer se titranja sada podudara sa pravcem samim. Udarac je očito čestice štapa na kraju nešto potisnuo unutra, i tu je nastalo malo zgušćivanje česticâ štapa. No poradi elastičnosti čestice se odmah vrate u predjašnji položaj i poradi jaka utišavanja neka ostanu već nakon polovine prvoga svoga titraja u njem. No zgušćivanje se česticâ poradi njihove sputanosti prenosi u štapu sve dalje i ide jednoliko k drugomu kraju, baš kao prije na užetu (str. 270.) onaj zaton. Da smo kraj štapa nešto van potegnuli, umanjila bi se bila gustoća česticâ na tom kraju: one su se nešto razrijedile. Prve se čestice međjutim odmah vrate u predjašnji položaj i utišaju, ali ono prvo se razrjedjenje seli malo pomalo k drugomu kraju štapa, kao prije na užetu brijeg. Ako pak čestice na kraju štapa izvrše 1 potpuni svoj titraj u smjeru njegove dužine, rasprostiraj



Sl. 132. Uzdužno ili longitudinalno valovito gibanje u nizu čestica 1 do 9.

će se k drugom kraju štapa i jedno zgušćivanje i jedno razrjedjenje česticâ. Oboje zajedno odgovara jednomu brijegu i dolu vala kod poprečnoga vala. U ovom slučaju, gdje sve čestice titraju u sâmom pravcu, gdje se dakle smjer titranja podudara sa smjerom, u kojem se val rasprostire, velimo, da čestice titraju „uzduž“ ili „longitudinalno“, a za takve valove velimo, da su — u protimbi s predjašnjima — „uzdužni valovi“ ili „longitudinalni valovi“. Za isporiedjenje obiju vrsta valova poslužiti će ove dvije slike (sl. 131. i 132.). U njima uzimamo, da je na pravcu 1 do 9 devet čestica sputanih elasticitetom. U slici 131. titraju čestice poprečno gore dolje u ravnini papira. Uhvaćen je čas, kada je čestica 1 baš navršila svoj prvi titraj. U nizu se titranje rasprostrlo u tom vremenu do čestice 9 i sve čestice stoje na valovitoj crti, kako pokazuje slika; u sâmom pravcu je sada jedina točka 5, koja

rastavlja brijeg vala od njegova dola. U drugoj slici 132. vidimo gore prvi položaj čestica 1 do 9 kao i na predjašnjoj slici. Uхваćen je u donjoj slici opet čas, kada je čestica 1 baš dovršila svoj prvi uzdužni (longitudinalni) titraj. Osim čestice 5 ni jedna nije na svom mjestu, ali se ovdje nije mogao razviti ni brijeg ni dol, nego mjesto toga zgušćivanje na jednom i razrjedjivanje česticâ na drugom mjestu. I tu se čitavi val sastoji od dvije polovine: od zgušćivanja (lijevo i desno) i razrjedjivanja (u sredini). Možemo se slikom u govoru posluživati, pa zgušćivanje zvati brijegom, a razrjedjivanje dolom uzdužnoga ili longitudinalnoga vala. Kad bismo htjeli svu polovinu zgušćivanja imati na lijevoj strani, morali bismo odabrati drugi momenat (drugu „fazu“ titranja), ili, što napokon izlazi na isto, morali bismo točke 8 i 9 premjestiti na lijevo pred točku 1.

Između ove dvije vrste titranja (poprečnoga i uzdužnoga) postoji s obzirom na pravac, po kojem se titranje sve dalje rasprostire, jedna bitna razlika. Za uzdužno titranje česticâ zadana pravca postoji samo jedan jedini smjer i taj je: smjer pravca samoga. Za isti zadani pravac pak ima neizmjeran mnogo smjerova poprečnoga titranja, to je naime svaki smjer okomit na pravcu!

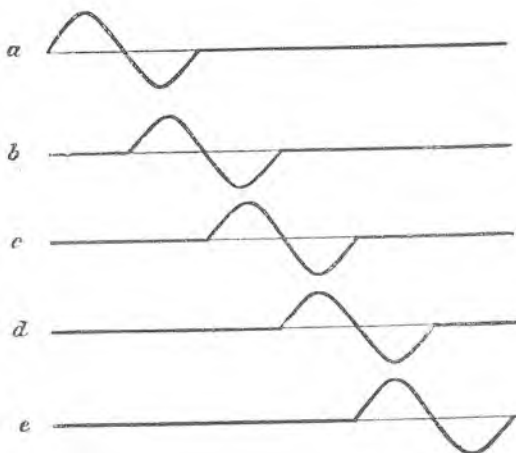
Ova protimba između poprečnoga i uzdužnoga titranja po zadanom pravcu donosi sobom, da će pojave kod „poprečnih“ (transverzalnih) titranja biti svakako mnogo raznoličnije od pojave kod „uzdužnoga“ (longitudinalnoga) titranja po tom pravcu. Kod poprečnih će valova biti pojavâ, kojih kod uzdužnih ne može da bude. Nije ovdje mjesto, da se u to dalje upuštamo. U nauku o svjetlosti o tim je pojavama poseban govor.* Ovdje neka nadje mjesta bilješka, da su valovi, što u naše uho udaraju i u njem bude osjet „zvuka“, uzdužni (longitudinalni) valovi, koji se rasprostiru uzduhom; valovi pak, koji od izvora svjetlosti izlaze i u našem oku bude osjet „svjetlosti“, poprečni su valovi u svemirskom eteru.

* Isp. Kučera: Valovi i zrake. Zagreb, 1903., strana 307.—336.

IV.

Napredujući i stojni valovi.

Kod predjašnjih naših pokusa na užetu jasno smo opazili, kako svaki potpuni val, koji je postao, ide, „napreduje“ po užetu s lijeva na desno. Ako je prva čestica *a* (sl. 133.) na početku užeta izvršila samo jedan potpuni titraj i onda stala, ide po užetu samo jedan potpuni val: „pojedinačni val“ (sl. 133.) Ako čestica u ishodištu izvrši više titraja, ide ovako po užetu više valova jedan za drugim, ide užetom „niž

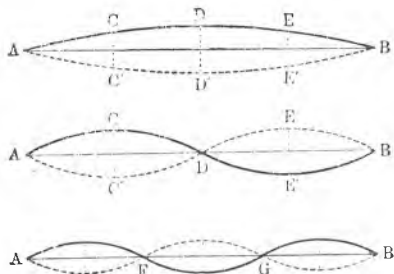


Sl. 133. *Napredujući pojedinačni val.*

valova“. U tom slučaju velimo, da je pred nama „napredujući val“. On naravno može biti poprečan ili uzdužan. U slici je poprečan. Takvi se valovi osobito lijepo vide na vodi, gdje su poprečni (transverzalni). Opreka je spram toga valovitoga gibanja ono, koje n. pr. gledamo, kada zatitraju čestice napete žice ili strune učvršćene na oba kraja. Slika 134. predočuje to osobite vrsti valovito gibanje, a potvrđuju ga pokusi najlakše vrsti, koje svatko može sam da izvodi. Napeta žica može najprije da titra čitava: ako ju u sredini *D* nešto dignemo iz položaja njezine ravnoteže *AB* u položaj *ACDEB* i ispustimo, titraju sve njezine čestice oko položaja *AB* tamo i amo između skrajnjih položaja *ADB* i *AD'B*. Sve čestice *C*, *D*, *E*... titraju

okomito na dužinu žice: titraji su dakle poprečni (transverzalni). Sve čestice čitave žice u isti mah počinju svoje titraje (iz položaja AB), u isti mah sve dolaze do skrajnjih svojih položaja gore (položaj ADB), u isti se mah povrate u prvi svoj položaj AB , u isti mah stignu u donji krajnji položaj $AD'B$ i u isti se mah napokon ponovo vrate u svoj prvi položaj AB , izvršivši svaka jedan potpuni titraj. To nam je nešto novo. Svim je česticama posve jednako i trajanje titraja (perioda), ali jedna razlika medju njima ipak postoji: amplitude su titraja nejednake; čestica D ima najveću amplitudu, čestice C i E znatno manje, a čestice A i B imaju amplitudu „nula“, t. j. one uopće ne titraju.

Ova ista žica može još drukčije titrati. U drugoj sam slici žicu AB u sredini D lako dotakao prstom, a u prvoj četvrtini kod C nešto podigao, dok se druge polovine DB uopće nisam ni dotakao. Čitava žica ipak titra, kako slika pokazuje: iz



Sl. 134. Stojno titranje čestica i stojno valovito gibanje sa čvorovima vala.

oblika ADB prelazi u oblik $ACDE'B$, onda opet u oblik ADB , pa u oblik $AC'DEB$ i napokon ponovo u oblik ADB . Svaka je čestica žice izvršila potpun titraj, da sada istim načinom započnu drugi, treći... titraj! Samo čestica D u sredini i čestice A i B na kraju nisu uopće titrale. Točki D dajemo ime „čvor“. I ovdje su sve čestice žice u isti mah počele i svršile svoje titraje nejednakih amplituda, ali je vanredno zanimljivo, da je i druga polovina žice, u neku ruku, sama zatitrala i to u suprotnom smjeru spram lijeve: dok lijeve čestice idu gore, desne idu dolje i obrnuto. — Treća slika pokazuje titranje žice, koja se je razdijelila u tri jednaka dijela, budući da sam ju u točkama F i G lako dotakao prstom. Kod ovoga titranja, inače posve analognoga predjašnjemu, jesu F i G dva „čvora“, jer ostaju uvijek na miru. Mi vidimo i ovdje, kako žica dobiva oblik valovite crte, no osobita je značajka ovoga valovitog gibanja: 1. da sve čestice u isti mah započnu i završuju svoje titraje; 2. da svaгда ima „čvorova titranja“ na žici, koji uopće

ne titraju i 3. da val ne napreduje, nego ostaje neprekidno na istom mjestu. Poradi toga dajemo ovakvom valu posebno ime „**stojni val**“ (njem.: „die stehende Welle“), a takvom valovitom gibanju posebno ime „**stojno valovito gibanje**“. Točkama najveće amplitude, n. pr. točki *D* u prvoj, točkama *C* i *E* u drugoj slici, običavaju dati ime „trbušci titranja“ (njem.: „Schwingungsbäuche“). Takvih odličnih i stalnih točaka, naime „čvorova“ i „trbušaka“, ima samo kod stojnih valova. Dužinom vala (λ) označujemo daljinu od jednoga čvora do trećega; prema tomu je daljina od čvora do bližega trbuška jednaka četvrtini dužine vala.

U prirodi ima i napredujućih i stojnih valova u izobilju u različnim područjima fizikalnih pojava: među pojavama zvuka, svjetlosti, topline i elektricitete. Nama je ovdje dosta, da smo razliku tih valova čvrsto uočili! Za primjer odabiramo zvuk kao najbliže područje. Napete strune i žice, pak i stupci uzduha u sviralama izvršuju **stojne** titraje, ali potiču čestice uzduha oko sebe na **napredujuće** titranje, koje se u njemu sve dalje rasprostire kao **uzdužni** valovi, dok ne dopru do našega uha, u kojem bude osjet zvuka.

V.

Odbijanje vala na kraju užeta.

Već smo imali prilike (str. 270.) spomenuti, da se val, kada stigne na kraj užeta, ne uništi. Red je sada, da iz bližega uočimo, što se tamo s njim događa. Neka nas i opet vode pokusi!

1. **Pokus.** Na slici (sl. 135.) vidimo napeto uže. Na lijevom kraju kratkim udarcem prsta izvedemo polovinu vala (**zaton**). On se poznatim nam već načinom po zakonu jednolikoga gibanja rasprostire k desnom kraju, kako pokazuje donja strjelica. Stigavši na kraj užeta ne može dalje poradi nesavladiva otpora na mjestu, gdje je uže privezano. Ali val se ne uništi, kao ni val na vodi, kada udari o hrid. Polovina našega vala, koja je na kraj stigla kao **zaton**, vraća se s **pričvršćenoga** kraja užeta kao brijeg iste visine i dužine natrag po užetu u smjeru

gornje strjelice. Očito je: da je s lijeva išao brijeg vala, vraćao bi se kao zaton ili dol vala. Ovu istinu možemo reći kao zakon:

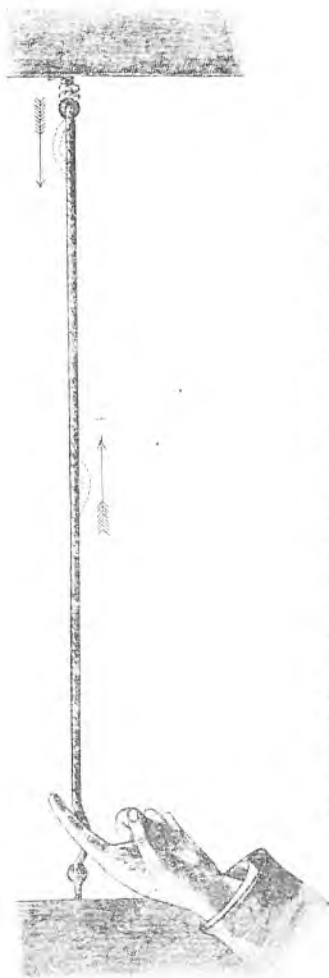
„Na **učvršćenom** se kraju napeta užeta svaki val odbija natrag s **protivnom fazom**“.

Kad bismo ovaj pokus u toliko preinačili, da bismo uže objesili o strop sobe, a donji kraj pustili slobodan visjeti, pak onda na gornjem kraju užeta kratkim udarcem prsta izveli polovinu vala, n. pr. na desno („zaton“ na desno), opet bismo vidjeli, kako on ide dolje po užetu do slobodnoga kraja. No on se ne uništi ni na slobodnom kraju, nego se sada vraća kao zaton iste amplitude i dužine, ali ostaje zaton na desno, kakav je bio i prije. Dakle zakon:

„Na **slobodnu** se kraju napeta užeta svaki val odbija natrag s **istom fazom**“.

Ova nas zanimljiva pojava odbijanja vala u velike podsjeća na odbijanje lopte bačene okomito o tlo ili o kakav zid.

2. Pokus. Na lijevom kraju napeta užeta (sl. 136.) izvedemo s dva kratka udarca u taktu ili jednim udarcem tolike jačine, da se titranje čestica posve utiša nakon jednoga titraja, jedan potpuni poprečni val, sastavljen od brijega i dola. I on se seli k desnom kraju. Jedna se polovina vala već odbija, dok druga tek dolazi kraju. Dva se vala sastaju, koji teku po užetu suprotnim smjerom: direktni i odbijeni. Od jednoga će



Sl. 135. Odbijanje pojedinačnoga vala na kraju napeta užeta.

neke čestice užeta poći gore, od drugoga u isti mah dolje. Čestice će po principu nezavisnosti onamo, kuda ih tjera veća brzina: neke će gore, druge dolje. Između čestica, koje kreću

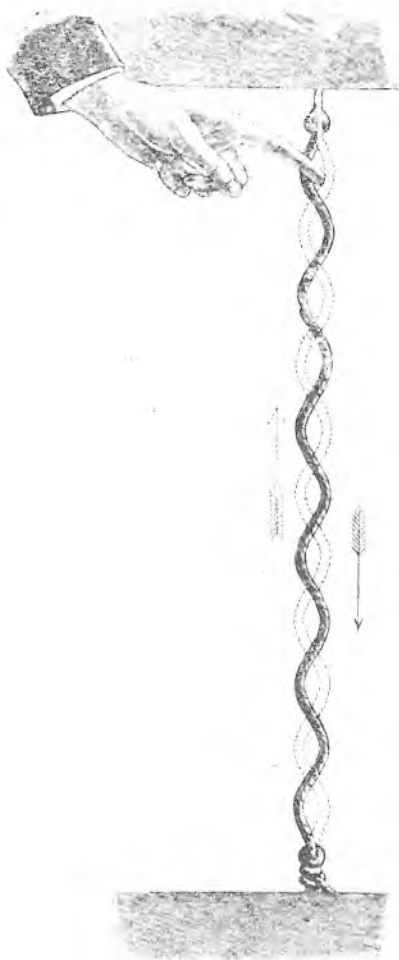
gore, i onih, koje kreću dolje, mora da bude jedna čestica, koja ne će krenuti ni gore ni dolje, nego ostaje na svom mjestu: ona je čvor titranja. Kako je pak brzina rasprostiranja valova sveudilj jednaka, taj će čvor sveudilj biti na istom mjestu užeta. Ako mjesto jednoga vala s lijeve strane dolazi cio niz jednakih valova (izvode ih ponovni udarci prsta), dobit ćemo ono, što pokazuje naša slika: po čitavom se užetu načinio cio niz čvorova u jednakim daljinama. Svaki ostaje na svom mjestu, a sve čestice između dva zasebna čvora u istom mah počinju i svršavaju svoje titraje. Tek susjedni odjelci užeta titraju suprotnom fazom. Ponavljja se dakle točno ono, što vidjesmo na napetoj žici. U jednu riječ:

„Iz zajedničkoga djelovanja direk-

tnih i odbijenih valova na napetu užetu izlazi svagda **stojno** titranje čestica uzduž čitava užeta. („Stojno valovito gibanje“).“

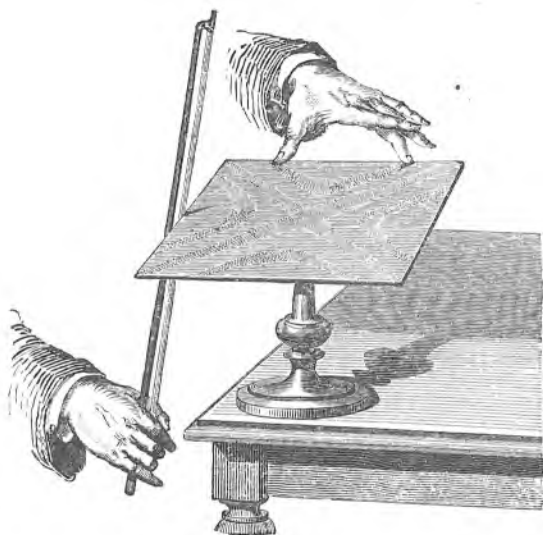
Nenadana nam se pojava javila! Nestalo je na užetu napredujućih valova. Među stalnim čvorovima titraju čestice

Sl. 136. Postanje stojnoga titranja na napetu užetu od direktnoga i odbitoga vala.



neprekidno gore i dolje: valovi su tu, sastojeći od brijega i dola, ali stoje na svom mjestu; oni su stojni valovi!

To, što otkrismo za napeto uže, vrijedi i za čvrste štapove, pak napokon i za čvrste ploče, ravne i krive (bubnjevi, zvona). I kod njih se direktni valovi, koji se trajno izvode udaranjem bata ili gudaalom, slože s odbijenima u stojno titranje, pri čem se ploča razdjeli krivim crtama posve osebnog oblika — „čvornicama“ — u više dijelova. Dva susjedna dijela svagda titraju suprotnom fazom. Njemački je fizičar Chladni poka-



Sl. 137. Stojno valovito gibanje ploče. — Čvornice na ploči ili Chladnijeve slike.

zao to, posipavši titrajuće ploče finim pijeskom. Sav se pijesak napokon skupi kod titranja ploče uzduž čvornica, kako pokazuju slike 137. i 138. za ploče i za zvono.

Možda će koža zanimati pitanje: koliko će se načiniti čvorova i kolika će biti njihova daljina? Nauka i ta pitanja zna općeno riješiti. Ovdje možemo tek toliko spomenuti, da broj čvorova zavisi o omjeru brzine rasprostiranja valova spram dužine napeta užeta, a daljina je dvaju čvorova ovdje baš jednaka polovini dužine vala ($= \frac{\lambda}{2}$). Kako je daljina dvaju čvorova zavisna o brzini rasprostiranja valova, razumjet

ćemo i to, da se obrnuto po daljini čvorova može suditi o brzini rasprostiranja valova. I doista se to često i radi: po daljini čvorova zna stručnjak izračunati brzinu rasprostiranja! To mu osobito dobro dolazi kod onih valovitih gibanja u prirodi, koja idu tako brzo, da ih oko uopće ni ne primjećuje. U takvim se slučajevima stalni čvorovi mogu

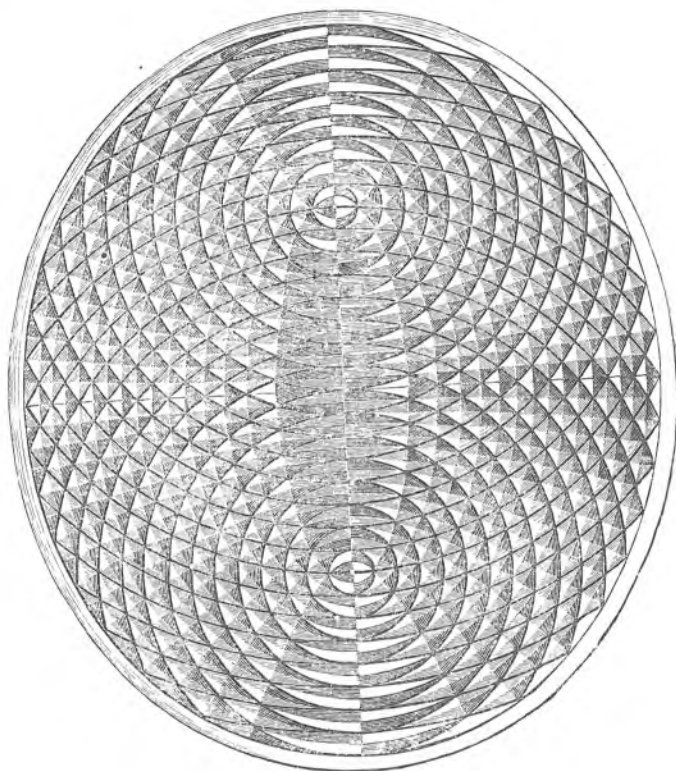


Sl. 138. Stojno titranje čestica staklena zvona. — Čvornice ovoga stojnoga valovitoga gibanja.

mного lakše i točnije opažati od nestalnih valova. Ima pače i takvih slučajeva, gdje je stručnjak tek po tom, što je opazio takve čvorove, uopće i doznao, da ima posla s valovitim gibanjem, pak je po njima onda dalje sudio o brzini tih valova!

Još je s jedne strane veoma zanimljiva ovdje opisana pojava. Po našem užetu idjahu suprotnim smjerom dva valovita gibanja, dva vala jednake dužine, jednake amplitude, a i jednako trajanja titraja za sve čestice. Svaki val tjera svaku česticu

užeta na svoj način na titranje. Razbiramo dakle, da svaka čestica ima zapravo da izvrši u isti mah dva titranja. Iz toga mogu izaći, kako već otprije znamo, najrazličnija nova titranja kod poprečnih valova (isporedi str. 249.). Ovdje razbiramo sada, da do tih novih titranja može najlakše doći u svakom nizu česticâ, ako po tom nizu u isto doba teku dva vala: ili



Sl. 139. *Interferencija valova širenjem i odbijanjem valova u eliptičnoj posudi napunjenoj živom.*

oba suprotnoga smjera (kao na našem užetu) ili oba istim smjerom. Ovo ukrštavanje dvaju valova u istom nizu čestica okrstila je nauka imenom: „**interferencija valova**“. Tim imenom ona označuje i veliko područje veoma raznovrsnih pojava, koji se mogu pokazati, kada se ukrštavaju različni valovi. Kako

ovakvom „interferencijom“ dvaju valova postaju stojni valovi, može svatko uz nešto pažnje lijepo vidjeti na vodi, ako u maloj daljini jednoga od drugoga baci na mirnu i glatku površinu vode dva kamena. Oko svakoga se načine kružni valovi, kojima se fronte brzo šire po vodi. No gdje se dva vala ukrštavaju, tu postaju „stojni valovi“. Oni se osobito lijepo ističu time, da se čestice vode između čvorova mnogo jače uspinju i spuštaju nego kod oba pojedinačna vala. Lijepo se gdjekada vidi u lukama ovo jednolično skakutanje vode gore i dolje na istom mjestu.

Neka mu čitalac posveti malo pažnje u zgodnoj prilici, a pokus s dva kamena moći će često i sam izvesti na kojem jezeru! Pokusom se mogu pokazati i u posudi sa živom prema priloženoj slici (sl. 139.) ovi stojni valovi.

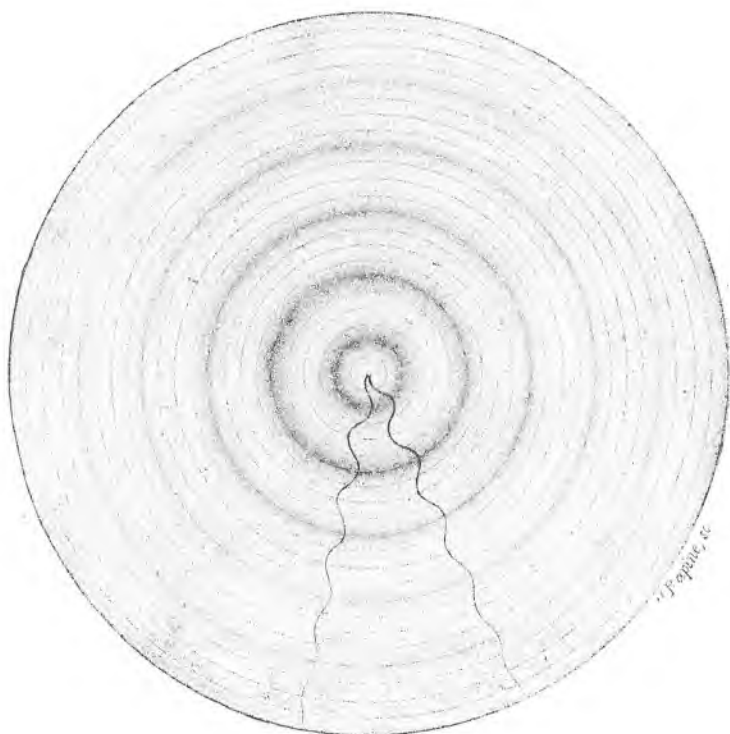
Koliko bi bilo zanimljivo, nešto dublje ući u ovo područje i dalje proučavati, što se pokazuje u različnim prilikama, mi se ovdje u to ne možemo upustiti. Zadovoljni smo, što smo u ovom jedinom primjeru ukrštavanja dvaju valova na užetu vidjeli vanredno zanimljivu pojavu, kako iz dva napredujuća vala postadoše stojni valovi užeta s čitavim nizom čvorova. No već po ovom primjeru može čitalac slutiti, kolika li različnost pojava može da nikne iz „interferencije“ dvaju valova. No on se mora zadovoljiti tim, što mu je pukao bar vidik u novo područje nauka o valovima.

VI.

Valovi u prostoru i brzina rasprostiranja njihova.

Povratimo se na koncu k sličici iz prirode na čelu ovoga članka. Slušam glas zvonca s tornja daleke seoske crkvice. Spram daljine od mene čitavo je zvono gotovo jedna materijalna točka, koja titra. Uistinu ona to nije. No mi znamo sada, da je taj izvor zvuka ploča, kojoj sve čestice titraju jednako: zvono izvodi stojno titranje. Ne ćemo dakle prevršiti, ako zvono uzmemo za materijalnu točku (malu kuglicu kovnu), koja neprekidno izvodi titraje jednako trajanja na sve strane. No ta titrajuća materijalna točka visi usred uzduha i potiče susjedne čestice uzduha takodjer na jednako titranje. Kako su sve čestice uzduha među sobom sputane elastičnošću, titranje se onih prvih

njegovih čestica prenosi u njem sve dalje i dalje, ali ne u jednom izabranom, nego u svakom smjeru okolo naokolo. U uzduhu idu valovi, kao ono na vodi, iz ishodišta na sve strane prostora. Fronte se valova pomiču iz toga središta sve dalje, ali u svim smjerovima istom brzinom, jer je elastičnost uzduha svagdje jednaka. Bit će jamačno svakomu i bez daljega

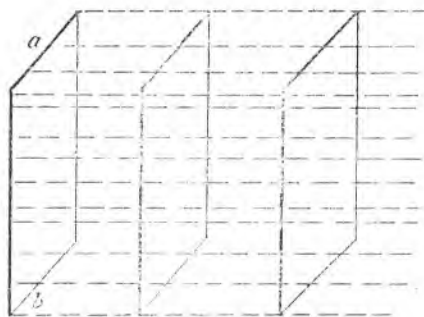


Sl. 140. *Uzdužni sferični valovi u uzduhu.*

razjašnjenja jasno, da je oblik tih valova sada kriva ploha, koja se savija oko ishodišta u obliku — kugle. Fronte su valova dakle koncentrične kugline plohe, a u zajedničkom im središtu stoji — zvonu kao izvor titranja. Poradi toga se zovu ti valovi „sferični valovi“ ili „kuglini valovi“ (grčki *sfaira* = kugla). Valovi su uzdužni, jer čestice uzduha titraju u smjeru zrake vala: izmjenjuju se dakle zgušći-

vanja s razrjedenjima. Zvonce je uzduha pobudilo uzdužno, napredujuće valovito gibanje, pak da možemo uzduh vidjeti, gledali bismo u njem naizmjenice gušće i rjedje vrste, kako idu sve dalje u obliku kugala (sl. 140.). Gdjegod uho bilo na fronti tih sferičnih valova, svagdje će se čuti glas zvona: gore i dolje, lijevo i desno, naprijed i straga! Zakon:

„Ako je izvor valovitoga gibanja u prostoru materijalna točka, fronte su vala kugline plohe sa središtem u izvoru. Sve čestice, koje titraju s jednakom fazom, na površini su kugle.“



Sl. 141. Ravan val, koji napreduje u prostoru.

No valovi u prostoru ne moraju uvijek imati oblik kugala! Postavimo n. pr. vertikalno na stol oveliku limenu ploču. Ponovnim udaranjem po njoj neka joj sve čestice titraju okomito na ravninu ploče ab (sl. 141.) s lijeva na desno i natrag. U uzduhu pred pločom postaju napredujući uzdužni valovi, no fronte tih valova očito nisu kugle, nego ravnine, usporedne ravnini ab . Kako se titranje u uzduhu dalje prenosi, tako se i ta ravna fronta vala sve dalje odmiče. Pred nama je „**ravan val**“ (Die ebene Welle).

Ako je pak budilac tih valova $prava c$ (sl. 142.), n. pr. napeta dugačka žica, koja izvodi poprečna titranja na sve strane (dakle ne svagda u istoj ravnini, t. j. ne polarizirane titraje), u svim tim smjerovima teku u prostor oko žice opet uzdužni valovi u uzduhu; no oblik njihov opet nije kuglina

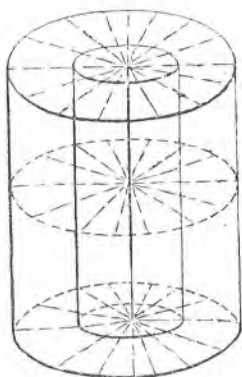
ploha, nego druga kriva ploha, poznata uz ime „valjkasta“ ili „cilindrična“ ploha. Zakoni:

1. „Ako je budilac valova ravna ploča u prostoru, oblik je vala ravnina, usporedna ploči.“ (**„Ravni valovi“**.)
2. „Ako je budilac valova pravac u prostoru, oblik je valova cilindrična ploha, kojoj se osovina podudara s budiocem valova.“ (**„Cilindrični valovi“**.)

Nije se teško domisliti, da valovi u prostoru mogu imati i drukčije oblike već prema tomu, kakav je budilac tih valova. Najvažniji su ipak opisana tri oblika, koji imaju zajedničko svojstvo, da su zrake vala svaгда okomite na njegovoj fronti.

Dok evo vidjesmo, kako oblik vala u prostoru bitno zavisi od toga, kakav je budilac valova, obraćamo se sada pitanju, o čem i kako zavisi brzina rasprostiranja valovitoga gibanja u uzduhu ili ma kojem drugom tijelu, bilo ono čvrsto, tekućina ili uzdušnica. Pitanje o brzini rasprostiranja valova već je od davna zanimalo fizičare, osobito o brzini rasprostiranja njihova u uzduhu, jer to su baš oni valovi, koji udarajući odredjenim taktom o bubnjić uha izvode osjete različnih zvukova.

Brzina, kojom se ovo valovito gibanje u uzduhu rasprostire, dala se je razmjerno jednostavnim pokusima odrediti*. Ona je **333 metra** u sekundi (kod 0° C). Newton je medjutim već pokazao, da se ta brzina može i izračunati ne samo za uzduh, nego i u svakom drugom tijelu, bilo kakve agregacije. Nije mjesto, da se to ovdje pokazuje. No treba ipak istaći, da je brzina rasprostiranja očito zavisna od elastičnosti tvari, u kojoj se valovi šire: što je veća ta elastičnost, t. j. što se većom brzinom čestice, pomaknute iz svoje ravno-



Sl. 142. Cilindrični val.

* Isporedi o njima: Kučera, Valovi i zrake. Zagreb, 1903. Izd. M. H. str. 73.—75.

teže, u nju vraćaju, to je veća i brzina rasprostiranja valova. O tom se možemo i sami pokusom osvjedočiti. Ako se uže nešto jače napne, valovi po njem odmah teku brže! U drugom redu zavisi ta brzina samo još o gustoći tvari: što veća gustoća to manja brzina rasprostiranja u plinovima. U uzduhu se valovi zvuka rasprostiru mnogo sporije nego n. pr. u vodik, koji je 15 puta lakši od uzduha (brzina u vodik kod $0^{\circ} \text{C} = 1266$ metara u sekundi). U ugljičnoj kiselini, koja je puno gušća od uzduha, brzina je rasprostiranja samo 261 metar u sekundi. Nada sve je pak zanimljivo, da brzina rasprostiranja nije ništa zavisna niti o trajanju titraja čestica niti o njihovoj amplitudi, a to će reći: jaki se i slabi titraji, brzi i spori valovi, rasprostiru posve jednakom brzinom u istoj tvari. Za valove zvuka u uzduhu to znači, da i jaki i slabi glasovi, niski i visoki, iz orkestra u naše uho stizavavaju u istom vremenu, ako su iz svojih izvora pošli u isti mah! Da nema te nezavisnosti, glazbene harmonije ne bi bilo, ljudi bi imali jedan lijepi užitak manje!

Bilješka. Za naprednije neka bude zabilježeno:

$$\text{Brzina rasprostiranja} = 100 \times \frac{\text{drugi korijen iz modula elasticitete}}{\text{gustoću}}$$

ili u najkraćem matematičkom govoru:

$$c = 100 \sqrt{\frac{e}{s}} \text{ metara u sekundi.}$$

Za razjašnjenje toj formuli ovo:

Ako se elastična žica, koja vertikalno visi, otereti na donjem kraju utegom, ona se nešto produži. Pokusi i pomniva mjerenja odadoše nam ova tri zakona o tom:

1. Produženje je kod jednakoga oterećenja razmjerno prvobitnoj dužini žice.
2. Produženje je kod jednakoga oterećenja obrnuto razmjerno preseku (debljini) žice.
3. Produženje je u različnih tvari u istim prilikama različno.

„Koeficijent elasticitete“ kojega tijela zove se prema tomu ono produženje, što ga dobije žica od 1 m dužine i 1 mm² preseka od utege 1 kg. Znamo li taj koeficijent elasticitete za različne tvari, možemo računom odrediti ono oterećenje, koje bi trebalo, da se žica s presekom 1 mm² produži za svoju vlastitu dužinu. Tomu oterećenju dadoše ime „modul

elasticitete" (e) te tvari, i on je već davno određen za sve najvažnije tvari i složen u tablice. To je isto već davno učinjeno i za gustoće (s) tih tvari.

Primjer. Modul elasticitete e za čelik je $e = 21000$; gustoća je čelika $s = 8$; dakle je brzina rasprostiranja valova u čeliku:

$$c = 100 \sqrt{\frac{21000}{8}} = 5100 \text{ metara u sekundi.}$$

Brzina rasprostiranja valova u čvrstim je tjelesima, kako pokazuje primjer čelika, puno veća, nego u uzduhu. To se brže rasprostiranje često može i opaziti. Mi čujemo kucanje džepne ure, ako ju metnemo na jedan kraj dugačkoga štapa, a uho prislonimo na drugi kraj. Kucanje se ili udaranje po zidu zgrade rasprostire na sve strane zidovlja, i prislonjeno ga uho svagdje točno razbira. Udarac se potresa rasprostire kroz dobar dio Zemlje u obliku titraja zemaljske kore. Osjetljivim spravama, koje odažu to titranje čestica zemaljske kore i onda, kad ih već davno ne osjećamo (zovu se: „seismografi“), možemo u Evropi opaziti titranja tla zemaljskoga, koja potječu od potresa u Japanu! Možemo pače odrediti i brzinu rasprostiranja, koja iznosi možda nekoliko kilometara u sekundi!

Kako je ta brzina u čvrstih tjelesa veoma velika, nije čudo, što nam se kod kratkih čvrstih tjelesa čini, da se titraji u njem u istom trenu do kraja prenesu! No makar koja bila ta brzina rasprostiranja, jedna je pojava značajna za sve valove: svaka čestica, bila makar kako blizu ishodištu titranja ili daleko od njega, titra točno jednakim trajanjem titraja (jednakom „periodom“) kao čestice u izvoru titranja. Pače ako titraje negdje hvata lako gibljiv predmet, pak i on njihovim utjecajem zatitra, ostaje trajanje titraja jednako, tek se može jačina njihova promijeniti!

Već smo prije (str. 268.) našli, u kojem je odnošaju brzina rasprostiranja valovitoga gibanja spram titrajnoga broja čestica i spram dužine vala. U najkraćem je matematičkom govoru bilo: $c = n \times \lambda$.

Ovaj zakon prirodni, koji vrijedi za rasprostiranje svakoga titranja u ma kakovu sredstvu (drvu, vodi, uzduhu, svemirskom eteru) možemo sada primijeniti na neke zanimljive slučajeve.

Primjer 1. Pred nama je akustična vilica. Njezine čestice izvršuju u svakoj sekundi 256 titraja (titrajni broj n) i daju odredjen ton. Drukčije bismo mogli to isto reći ovako: trajanje je titraja = $\frac{1}{256}$ sekunde; dakle: $T = \frac{1}{n}$ sekunde. Kolika je dužina vala u uzduhu za taj ton? — O d g o v o r. Ako uzmemo, da je temperatura 15°C , brzina je zvuka $c = 340$ metara = 34000 centimetara u sekundi. Po gornjem je dakle zakonu:

$$34000 = 256 \times \lambda \text{ ili:}$$

$$\text{dužina vala u uzduhu} = \frac{34000}{256} = \mathbf{133 \text{ centimetra.}}$$

Kako su valovi zvuka uzdužni (longitudinalni), kazuje nam taj broj, da je daljina od jednoga gustoga sloja do drugoga 133 *cm* ili jedan gusti i jedan rijetki sloj zajedno dugački su 133 centimetra.

Primjer 2. Druga vilica izvršuje u sekundi 512 titraja i daje prema tomu oktavu predjašnjega tona. Kolika je sada dužina vala u uzduhu? — O d g o v o r:

$$\text{dužina vala} = \frac{34000}{512} = \mathbf{66.5 \text{ centimetara}}$$

t. j. ton dvostruke visine izvodi valove za polovinu kraće! Što viši ton, to kraći valovi u uzduhu!

Primjer 3. Na glasoviru najniži ton ima titrajni broj 32, a najviši 3400. Kolike su dužine valova tih dvaju skrajnjih tonova? O d g o v o r: $\frac{34000}{32} = 1062.5$ centimetara i $\frac{34000}{3400} = 10$ centimetara. — Kad bismo dakle uopće uzduh mogli vidjeti i zgušćivanja i razrjedjivanja u njem, mi bismo gledali u njem prizore posve slične onima na vodi, kad se po njoj valjaju val za valom, kojima je jedan brijeđ daleko od drugoga, i kada se drugda nižu val za valićem, jedan brijeđ gotovo tik drugoga!

Primjer 4. Kolik je titrajni broj („visina“) tona, koji u uzduhu od 14°C izvodi valove dugačke 78 centimetara? O d g o v o r: Brzina je rasprostiranja zvučnih valova kod 14°C $c = 33930$ centimetara, dakle je $33930 = n \times 78$ ili $n = \frac{33930}{78} = \mathbf{435}$. To je muzičarima dobro poznati ton a' , po kojem se ugadjaju instrumenti i orkestri. Zovu ga takodjer „komorni ton“.

U našoj slicici iz prirode još je bio spomenut i drugi izvor titranja u prostoru: S u n c e. Daleko je od nas 150 milijuna kilometara i ono je ogromna vatrena kugla, koja lebdi u „praznu“ prostoru, tek po mišljenju mnogih fizičara ispunjenu „svemirskim eterom“, koji nije „t v a r“ u običnom smislu te riječi. Kako čestice zvonca usred naše atmosfere, tako i čestice etera u Suncu trajno titraju na sve strane i u okolišnom eteru bude valove, koji se po njem rasprostiru i, doprijevši u naše oko makar kojim putem, bude u njem osjet „svjetlosti“; poradi toga im dajemo rado ime „valovi svjetlosti“. Kako se veličina seoskoga zvona gubi spram velikih daljina, do kojih mu dopire glas, tako se i veličina goleme kugle Sunčeve gubi spram još silnijih daljina svemirskih, pak i Sunce možemo ovdje uzeti za malenu kuglicu, gotovo materijalnu točku, u kojoj se čestice njezinih materijâ i etera u njoj nalaze u stanju neprekidna titranja na sve strane. Između zvonca i Sunca ipak je jedna bitna razlika: zvonce izvodi stajno titranje, t. j. titraji su svih čestica jednako trajanja; u Suncu pak ima titraja najrazličnijega trajanja — čitav orkestar titranja! Kako su čestice etera u Suncu elasticitetom sputane s česticama izvanjega etera, prelaze i u nj sva ta titranja Sunčevih čestica i rasprostiru se po njem, pa po svemirskom eteru lete na sve strane valovi svjetlosti njegove — bijelom ju svjetlošću zovemo!

Na ustima su nam svima jamačno ova glavna pitanja: kakvi su valovi svjetlosti, poprečni ili uzdužni? Kojom se brzinom rasprostiru u svemirskom eteru? Koliko je trajanje tih titranja i kolik im je titrajni broj? Kolike su dužine valova svjetlosti u eteru?

Koliko pitanja, toliko teških problema za fizičara! No rezultat je njegovih izučavanja to sjajniji, što ga u ovom slučaju tjelesno oko posve izdaje, da opazi i proučava titranja i valove u svemirskom eteru — jedini mu bijaše vodja duševno oko — razum!

Bio bi jedan od najvećih užitaka za obrazovana čovjeka, pratiti fizičara na tom putu, kako je on došao do te spoznaje, da ono, što on zove „svjetlost“, ide u red titranja i valovitih gibanja u velikoj prirodi. Ovdje nije tomu mjesto! Tek

ćemo najvažnije rezultate pribilježiti. Da je svjetlost uopće naravi valovitoga gibanja, odala je ona čvorovima, koji se javljaju svagda kod zgodne interferencije dvaju valova (isporedi str. 282.). Čvor kod svjetlosti znači t a m u. I doista opaziše kod zgodnoga ukrštavanja dviju zraka svjetlosti jednako razdaleka t a m n a mjesta, koja prekidaju inače svijetlu plohu. Daljina dvaju čvorova je pak polovina od dužine vala, dakle moguše čak m j e r e n j e m na osnovi takvih pokusa odrediti dužine valova u najrazličnijih vrsta svjetlosti, počevši od najtamnijega crvenila do skrajnje ljubičaste svjetlosti! Što v e ć a daljina dvaju čvorova, to v e ć a dužina vala i obrnuto!*

Drugi red pokusa, koji je odao, da kod svjetlosti ima polariziranih i nepolariziranih zraka (isporedi str. 272.) doveo je fizičare do spoznaje, da čestice etera titraju poprečno (a ne uzduž kao kod zvuka!); valovi su svjetlosti poprečni (transverzalni) valovi, kojih je svaki sastavljen od brijega i dola, a ti zajedno daju dužinu vala. Pitanje o brzini rasprostiranja svjetlosti već je poodavno riješeno. Danski ju je astronom O l a f R ö m e r prvi odredio g. 1673. po zakašnjenju početka pomrčine Jupiterovih mjeseca. Izišao je velik broj: **300.000 kilometara u sekundi** ($= 3 \cdot 10^8$ metara $= 3 \cdot 10^{10}$ centimetara u sekundi). Kasniji pokusi francuskih fizičara Fizeau-a (čitaj: Fizô-a) g. 1849. i Foucault-a (čitaj: Fukô-a) g. 1862. sa svjetlošću na Zemlji potvrdiše taj broj. Pokusi posljednjega pokazahu pače, da je brzina svjetlosti u vodi za punu četvrtinu manja. Svjetlost se dakle u gušćim tvarima mnogo manjom brzinom rasprostire.

Po ovim se putima, ovdje tek natuknutim, utvrdilo mišljenje, da je i svjetlost poput zvuka pojava titranja i valovitoga gibanja. I naše duševno oko gleda sada Sunce i pojavu zapada njegova posve drukčije: u daljini od 150 milijuna kilometara lebdi posve slobodna mala kuglica (Sunce), u kojoj su čestice etera u neprekidnom stanju titranja na sve strane prostora i s najrazličnijim trajanjem titraja. Oko toga izvora titranja šire se u svemirskom prostoru eterom valovi u obliku kugala brzinom od 300.000 kilometara u sekundi. Ti su valovi poprečni

* Isporedi o tom, Kučera, Valovi i zrake. Izd. M. H. 1903. Str. 246.—261.

(transverzalni), a po mjerenjima daljine dvaju čvorova (tamnih mjesta) nadjoše za pojedine odabrane vrste svjetlosti tako ne-nadano male ne dužine tih valova, da ih moradoše izražavati u milijuntinama (str. 36.) jednoga milimetra („milimikron“ = $\mu\mu$): najduži val (tamno crvene svjetlosti) doseže jedva 8 tisućina jednoga milimetra, najkraći (ljubičaste svjetlosti) jedva 4 tisućine jednoga milimetra! Valovi zvuka u uzduhu pravi su gorostasi po svojoj dužini spram ovih presitnih valića. Evo tih dužina valova za različne svjetlosti u milimikronima:

Boja svjetlosti	tamno crvena (A)	svijetlo crvena (C)	naran- časta (D)	žuta (E)	zelen (F)	modra (G)	ljubi- časta (H)
Dužina vala u milijuntinama milimetra($\mu\mu$)	770	656	589	527	486	431	397
Titrajni broj u bilijunima	390	457	510	570	618	696	758

Ako sada naše znanje o valovitim gibanjima primijenimo na ove valove svjetlosti, možemo odgovoriti i na treće najvažnije pitanje o njima: na pitanje o trajanju jednoga titraja ili, što napokon izlazi na isto, o broju njihovih titraja u 1 sekundi.

Primjer 5. Kolik je titrajni broj tamno crvene svjetlosti (A)? O d g o v o r: Brzina rasprostiranja c za sve je vrste svjetlosti (isporedi str. 288.) jednaka: $c = 3 \times 10^{10}$ centimetara = 3×10^{11} milimetara = 3×10^{17} milimikrona; dužina vala tamno crvene svjetlosti (A) $\lambda = 770$ milimikrona; dakle je: $3 \times 10^{17} = n \times 770$ ili $n = \frac{3 \times 10^{17}}{770} = \frac{300000000000000000}{770}$
 $= 390,000.000.000.000 = 390$ bilijuna = 390×10^{12} u svakoj sekundi.

Jedan titraj kod tamno crvene svjetlosti traje dakle samo jednu 390 bilijuntu sekunde — odsječak vremena, koji naprosto ne poimamo!

Premda je ovaj titrajni broj za tamno-crvenu svjetlost tako velik, da mi za nj nemamo razumijevanja, pažljiv će čitalac ipak

opaziti, kako on nije nikakva fantazija kakvih naučnih sanjara, nego nužna jednostavna posljedica velike brzine svjetlosti i vanredno malene dužine valova njezinih. Titrajni brojevi, što izlaze tim jednostavnim računom za svjetlosti različne boje, zabilježeni su u gornjoj skrižaljci za sve vrste svjetlosti. Veoma je poučna! Čestice etera u ljubičastoj svjetlosti titraju gotovo dva puta brže nego u crvenoj, dočim je val crvene svjetlosti dva puta tako dug, kao val ljubičaste. U Suncu, koje izbija bijelu svjetlost, smjesa je svih tih titranja od 390 do 758 bilijuna u sekundi! Oko čovječje udešeno je tako, da prima kao osjete svjetlosti samo titraje između tih granica i osjeća ih kao svjetlosti različitih boja. Ako pak u nj navali smjesa svih tih titranja i valova, oko osjeti tu smjesu kao bijelu boju. U Suncu ima i sva sila titranja manjih titrajnih brojeva od 390 bilijuna i većih od 758 bilijuna. No tih titraja oko već ne osjeća. Za njih nemamo posebnoga organa, pak ih je naše duševno oko tek ugledalo i dokazalo drugim zamršenijim putovima. Nije naša, da im ovdje idemo tragom!* No i ono, što saznadosmo, velebna je slika iz velike prirode.

U neizmjernom prostoru svemirskom, ispunjenom eterom, nebrojeno je mnogo sunaca kao naše. Svako je gotovo materijalna točka u beskrajnom svemiru. Naše duševno oko sada gleda u svakom trajni izvor raznoličnih vanredno brzih titraja etera. Oko svakoga se silnom brzinom na sve strane šire sferični valovi i nakon mnogo godina možda dolaze fronte tih valova i do oka smrtnikâ na Zemlji, da ih osjete kao svjetlost one zvijezde. Nebrojeni milijuni tih sferičnih valova svjetlosti među sobom se ukrštavaju. Eter je dakle našem duševnomu oku kao neko uzburkano more, u kojem ni časka nema mirovanja, more uzburkano i u svojoj unutrašnjosti. No za nas smrtnike na Zemlji nada sve je važno valovlje, što neprekidno izlazi iz jedne takve točke u svemiru — iz našega Sunca! Tek mali trunak toga valovlja pada i na Zemlju, ali i taj dostaje, da svojom svjetlošću i topline bude konačni izvor svemu životu i svim drugim pojavama na našem planetu.

* Isporedi: Kučera, Valovi i zrake, str. 276—306.

VII.

Zrake i zračenje. Polje zračenja.

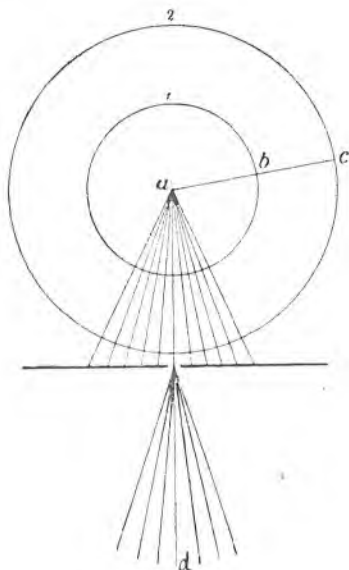
Jedno od najvećih područja prirodnih pojava, ali i bez sumnje jedno od najljepših i najraznoličnijih, područje „pojava svjetlosti“ pada, kako netom vidjesmo, u carstvo valovitih gibanja u prirodi — dovoljan razlog, da smo baš tomu gibanju namijenili ovaj posebni oveći članak, sve da nema nikakvih drugih pojava, koje idu u isti taj red. No baš u području pojava svjetlosti rijetko ćemo kada u običnu govoru čuti riječ o „**valovlju** svjetlosti“, što ulazi u naše oko ili udara o kakvu hrid ili ravninu, nego ćemo gotovo svagda govoriti i sami i čuti od drugih o „**zrakama** svjetlosti“, koje ulaze u oko, u staklo, u vodu, koje udaraju o zrcala, o livadu i t. d. Taj se govor prenio dalje na „zrake zvuka“, „zrake topline“ i „električne zrake“. Red je dakle, da i mi još maleno razmatranje posvetimo pitanju: što su zrake valova? i koji im je odnošaj spram valova samih? Možemo se već pozvati na predjašnje razmatranje (str. 266.), gdje „zrakom vala“ označismo naprosto svaki smjer, u kojem se val rasprostire u ravnini ili u prostoru. Val na vodi, ako izlazi iz jedne točke, ima oblik kruga; svaki polumjer takova kružnoga vala je zrak njegova i ta je u svakoj točki fronte vala na njoj okomita. Izlazi dakle, da su ovdje sve zrake vala pravci, koji se stižu u središtu kružnoga vala, ali mogu isto tako reći, da „zrake izlaze“ iz ishodišta titranja i da idu na sve strane u ravnini. Val u prostoru, ako izlazi iz točke, ima oblik kugle („sferni val“). Svaki polumjer takva sfernog vala opet je zrak toga vala i stoji svagdje okomito na fronti vala; sve se zrake i ovdje stižu u ishodištu vala, sve su pravci, ali istim pravom smijemo reći: sve zrake „izlaze“ ili „izbijaju“ iz ishodišta i pokazuju mi smjerove, u kojima napreduje fronta vala. I kod valova u ravnini, koji izlaze iz pravca (str. 268.), pak nemaju oblika kugle, nego oblik pravca („upravni val“), nadjosmo, da su zrake okomite na fronti; to se ponavlja i kod ravnih i cilindričkih valova (str. 287.): svagdje su zrake vala okomice na plohi vala! Zraka vala prema tomu nije ništa realno, ništa fizično; ona je čisti

geometrijski pojam: okomica na plohi vala. No ako je tako, ne može se govoriti pravo o zrakama svjetlosti, koje nas griju, koje tamno tijelo rasvjetljuju i t. d., jer okomice na plohi vala toga ne mogu da čine! Jedno jedino svojstvo pripada zrakama, ako su jednostavne okomice na plohi vala: kako fronta vala mijenja svoj položaj ili oblik, promijene ga i zrake. N. pr. dok je ravan val vertikaln, zrake su mu horizontalni pravci; nagne li se ravan val do 45° spram horizontale, zrake su se uspele nad horizontalu za 45° ; spusti li se ravan val u horizontalu, zrake su mu vertikalni pravci. Istina je dakle: po položaju zrakâ mogu suditi o položaju i fronti vala, pak nam poradi toga kod naših razmatranja o valovitim gibanjima mogu zrake vala naknaditi fronte valova, koje su zaista nešto realno, koje zaista izvode najrazličnije pojave. No ako mi u misli od ishodišta valovitoga gibanja pak do fronte najdaljega vala povučemo taj pravac, jednu zraku njegovu, uvidjamo smjesta, da je između geometrijskoga pravca i ove zrake ipak neka razlika. Na svakoj zraci je naime mjesto odredjenom broju čestica (uzduha, etera), koje se nalaze u stanju neprekidnoga titranja (poprečno ili uzduž), pak poradi toga sve čestice gotovo nikada nisu na tom pravcu, nego nam po svojim položajima iznad i ispod njega daju sliku poznate nam valovite crte. Možemo dakle i smijemo zraku vala i ovako shvatiti:

„Zraka je svaki pravac, po kojem idu valovi“.

Tim dobiva „zraka vala“ i neko realno, fizično značenje, jer sada pomišljam na one čestice, koje su na tom pravcu smještene, pak izvršuju neko odredjeno gibanje (poznato: harmonično gibanje). Kada dakle kroz malen otvor u tamnu sobu ulazi pramen zrakâ Sunčeve svjetlosti, naše tjelesno oko tih zrakâ svjetlosti ne vidi (ono, što se vidi, nisu zrake svjetlosti, nego fine drobnice prašine, što lebde u uzduhu sobe, pak valovi svjetlosti o njih udaraju, od njih se odbijaju u naše oko, te ih poradi toga sada vidimo, dok ih neosvijetljene obično ne zamjećujemo), ali duševno oko vidi na svakoj zraci titranje čestica etera. Mogli bismo sada pomisliti, da ćemo iz ovakova

pramena zrakâ moći dobiti i odlučiti i jednu jedinu zraku vala, ako kakvim zastorom zaustavimo sve ostale zrake, a kroz veoma mali otvor — što manji, to bolje — propustimo onu jednu zraku. Dakle: što manji otvor, to bliže dolazimo jednoj zraci vala! Za razjašnjenje neka posluži ova slika (sl. 143.). U a je ishodište valova. Nakon nekoga vremena stigne fronta prvoga sferičnoga vala do prve kugle (1). Jedna zraka je sada ab . Kad proteče još nešto vremena, fronta će vala biti druga kugla (2), a jedna zraka njegova pravac abc . Titranje se je u tom drugom vremenu u smjeru zrake ab dalje rasprostrlo do točke c . Tako se događa na svakoj drugoj zraci, što izbija iz a , i tim si najjednostavnije tumačimo, kako je došlo do nove fronte vala. To se shvaćanje doista posve podudara s iskustvom, ali samo tako dugo, dok se val nesmetano širi! Podmetnemo li pramenu zrakâ (u slici) zastor s veoma malenim otvorom u nadi, da ćemo tim iz njega izlučiti jednu zraku, osupnuti gledamo posve novu pojavu: iz otvora ne izlazi jedna zraka ad , nego čitav pramen zrakâ, koje kao da imaju svoje novo ishodište



SL. 143. Prolaženje vala kroz uzak otvor. — Čestice u otvoru su ishodište novoga kružnoga vala.

valovitoga gibanja u otvoru, iz kojega se ono širi na sve strane kao prije iz a ! Ne dobismo jednu zraku, nego opet pramen zrakâ. Ponovni pokus s drugim zastorom imao bi isti uspjeh, i mi moramo priznati: nema u realnosti jedne zrake nego samo „pramenova zrakâ"! Pokus na vodi to potvrđuje! Slika 144. načinjena je po fotografiji pojava na vodi. S desne strane idu fronte upravnih valova jedna za drugom. U putu im je vertikalna daska s uskom pukotinom. Očekivao bi svatko, da će kroz pukotinu proći samo uzak komadić upravnoga vala, pa će dalje ići u svom predjašnjem

smjeru. Sasma se nova pojava pokazuje lijevo od daske: od otvora se rasprostiru kružni valovi dalje po vodi. Očito su čestice vode u otvoru u času, kada zatitraše, postale ishodištem novoga valovitoga gibanja, od kojega naravno i zrake izlaze na sve strane.

To nam je i povod, da si i postanje nove fronte (2) u našoj slici 143. drukčije rastumačimo, nego što učinismo čas prije. Tu je novu misao o rasprostiranju valova prvi iznio Huygens (izgovori: Hajhens), obretnik njihalice (str. 229.), pak se po njem zove Huygensov princip. Evo što je na stvari: kada je fronta vala došla iz ishodišta *a* do položaja (1), zati-

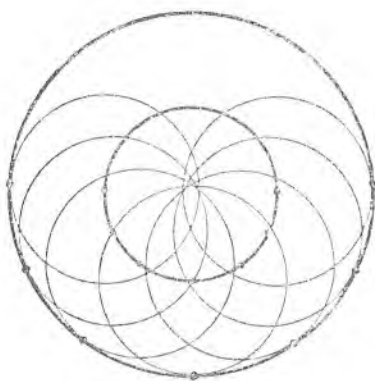


Sl. 144. *Prolaženje valova na vodi kroz usku pukotinu. — Iza pukotine postaje kružni val.*

traše na njoj sve čestice posve jednako, i mi možemo uzeti, da je svaka točka fronte (1) time postala ishodište ili središte novoga kružnoga vala, koji se istom brzinom od nje dalje rasprostire. Tim postaju oko njih mali kružni valovi slike 145., koji svi jednako daleko dopriješe od svojih ishodišta. Njih sve obavića, kako se vidi, veliki krug, koji se podudara s frontom (2) u slici 143. Možemo dakle izreći ovu novu misao o rasprostiranju valova:

„Na svakom valu možemo svaku točku njegove fronte uzeti za središte novoga sustava valova. Val, koji izlazi obavljanjem svih tih novih valova, daje oblik i frontu vala u novom položaju. Ona se podudara s frontom vala, koji se jednostavno rasprostire. (Huygensov princip.)“

Dok se valovi ne smetaju šire, daje i staro i novo tumačenje isti rezultat. No mi vidimo sada, kako nas staro tumačenje kod prolazanja valova kroz otvore vodi do krivih rezultata, dok nas novo tumačenje, doduše zamršenije, i sada vodi do rezultata, koji se s iskustvom podudaraju. Ovo je jedna od najčudnovatijih pojava kod valovitih gibanja i uzrok je mnogim raznovidnim novim pojavama kod valova, koji se u nauci sabiru uz imena: „odbijanje (refleksija) valova“, „lomljenje valova“ („refrakcija“) i „skretanje“ ili „ogib valova“. Osobito su lijepe sve te pojave kod valova svjetlosti, pak se poradi toga obično u nauku o svjetlosti običavaju osobito raspravljati, premda se javljaju i kod svih drugih valovitih gibanja. Ma kako nam zamamljivo bilo, mi se ovdje ne možemo oko njih dalje zauzavljati. Red je da hrlimo kraju!



Sl. 145. Širenje valova prema Huygensovu principu. — Postanje druge glavne fronte.

Gđdjegod je u prirodi kakvo središte trajnoga titranja (zvono, Sunce), tamo se javlja i valovito gibanje, koje se u prostoru širi u obliku kuglinih (sfernih) valova. Mjesto da govorimo o tim valovima, možemo govoriti i o „zrakama“ valova, koje iz toga izvora izlaze na sve strane. Tomu izbijanju zrakâ iz jedne točke na sve strane daje nauka posebno kraće ime „zračenje“ ili „radijacija“ (francuski: radiation; njemački: die Strahlung).

Pojava je „zračenja“ jedna od najvažnijih i najopćenitijih pojava u prirodi. O njoj po iskustvu saznajemo, da je učinak svakoga zračenja to slabiji, što dalje odlazimo od izvora toga zračenja. N. pr. svaka je svijeća, svaka lampa „izvor zračenja“: iz nje izbijaju na sve strane zrake svjetlosti. Sveukupnoj svjetlosti, što iz izvora izlazi, dajemo ime „jačina svjetlosti“. Svjetlost izlazi iz svoga izvora na sve strane u pravcima; velimo: iz izvora izbijaju na sve strane „zrake svjetlosti“. U

običnim su prilikama te zrake pravci. Što dalje idemo od toga izvora zračenja, to je manja jačina svjetlosti: u velikoj daljini od svijeće ne možemo čitati. Jačina tonova se umanjuje udaljivanjem od izvora; razvijanje se topline sve više slabi udaljivanjem od izvora topline (peći). Sve su to svakidanja iskustva, koja pokazuju, kako se učinak svakoga zračenja umanjuje udaljivanjem od izvora njegova. Znamenito je dakle pitanje: postoji li kakav stalni zakon u prirodi, po kojem se jačina zračenja s daljinom od izvora mijenja?

Ako se ovdje ograničimo na najobičniji i najvažniji slučaj, da je izvor zračenja jedna točka u prostoru, pak se sjetimo, da su plohe valova u tom slučaju koncentrične kugle, možemo taj zakon lako i sami otkriti. Što je veća ploha, po kojoj se razaspe isto valovito gibanje, to slabije postaje to gibanje, sve ako bi amplitude čestica ostale jednake. Iz geometrije je poznato, da kugla s dvostrukim polumjerom ima već četiri puta veću površinu, kugla s trostrukim polumjerom devet puta veću i t. d. Po predjašnjem načelu bit će dakle jačina zračenja u dvostrukoj daljini od svoga izvora već četiri puta slabija, jer se je titranje izvora razasulo po četiri puta većoj kugli. U trostrukoj će daljini od izvora biti već devet puta slabije i t. d. Dakle zakon:

„Ako je izvor zračenja točka u prostoru, jačina je zračenja u obrnutom omjeru s kvadratom daljine od izvora.“

Taj zakon općeno vrijedi za svako zračenje, bile to zrake zvuka, topline, elektricitete ili svjetlosti — samo ako je izvor zračenju jedna točka! Za drukčije izvore vrijede i drugi zakoni.

No ako bi se desilo, da se povrhu toga titraju čestice utišavaju, dakle valovi sve više jenjavaju po svojoj visini, jačina zračenja dakako još brže jenjava. To se utišavanje zaista i zbiva gotovo u svim sredstvima, pak poradi njega učinaka valova na koncu posve nestaje — pojava, koja se u nauci zove „upijanje“ ili „apsorpcija“ (latinski absorptio = upijanje). Kod valova na vodi ta se apsorpcija valova veoma lijepo vidi, no i kod nevidljivih valova zvuka ona se očituje svakomu!

Polje zračenja. U prostoru oko izvora zračenja, koji trajno radi, nema nikada mirovanja — sve do granice apsorpcije! Sve su čestice sredstva, po kojem zračenje ide, u neprekidnom stanju titranja, a prostorom teku okolo naokolo na sve strane sustavi valova, koji se opet možda ukrštavaju s valovima iz drugih izvora, izvlačeći jur spomenute pojave interferencije. Cijeli je prostor oko izvora zračenja dakle u osobitu stanju gibanja, to nije prostor običnih svojstava. Poradi toga cijelomu tomu prostoru, oko izvora zrakâ, doklegod sežu valovi, dajemo i posebno ime „**polje zračenja**“ (franc.: champ de radiation; njemački: das Strahlungsfeld). I naša je sva Zemlja trajno u „polju zračenja“ Sunca. Učinak je tomu — život na Zemlji!

Valovlju i zrakama, što izvode pojave zvuka i svjetlosti, Matica je Hrvatska jur posvetila posebnu knjigu „Valovi i zrake“, na koju ovdje ponovo upućujemo čitatelja*.

* * *

I opet se popesmo na jedan od najljepših vrhunaca u nauku o gibanju. Čas je, da se još jednom ogledamo!

1. Gdjegod u svemirskom prostoru zatitra makar samo jedna čestica — to titranje ne umire samo. Ono oko sebe pobudjuje titranje i šalje u prostor najrazličnije valove, koji se po njem šire po zakonima jednolikoga gibanja a brzinom, koja je jednaka produktu od titrajnoga broja i dužine vala ($c = n \times \lambda$). Za dvije vrste takvih valova ima čovjek posebne organe: oko i uho; prvo za valove svjetlosti, drugo za valove zvuka. Prvi su p o p r e č n i (transverzalni) valovi u eteru, drugi u z d u Ź n i (longitudinalni) valovi u uzduhu. Brzina je prvih 300.000 kilometara u sekundi, drugih samo 340 metara.

2. Jedan od najljepših primjera valovitih gibanja jesu lijepi k r u Ź n i valovi na vodi. Osobito su nam vrijedni, što ih možemo izučavati tjelesnim okom našim, pak nam poradi toga odađu najrazličnije pojave, što se javljaju u valovitim gibanja. U oči udara prije svega oblik tih valova. Ako im je izvor točka, oblik im je savršena k r u Ź n i c a, koja po vodi ide sve dalje

Kučera: Valovi i zrake. Crte iz akustike i optike. Zagreb 1903. Izd. M. H. 399 str. i 232 slike.

od izvora. Svaki je val sastavljen od brijega i dola, koji zajedno daju dužinu jednoga vala. Velimo, da imamo pred sobom pojavu napredujućih poprečnih valova. Oblik valova međutim na vodi može da bude i pravac, ako je izvor valovima pravac. Velimo, da gledamo „upravne valove“ na vodi.

3. Osobito se lijepo vidi napredovanje ovakvih poprečnih valova na užetu, gdje se prvi put javlja i pojava odbijanja vala, na učvršćenu kraju užeta s protivnom, na slobodnu s istom fazom.

4. Iz ukrštavanja direktnih i odbijenih valova na užetu izlazi nova pojava: „stojni poprečni valovi“ s karakteristikom stalnih čvorova i pojave, da valovi ostaju na svom mjestu. Titranje napetih žica i struna drugi su primjer takvih stojnih valova. Daljina dvaju čvorova svagda je jednaka polovini dužine vala, a gđjegod se kod prirodnih pojava javljaju takvi čvorovi, znak je, da kod te pojave imamo posla s neakvim valovitim gibanjem. — Pojave ukrštavanja dvaju valova ili više njih veoma su raznolične i izvori velikom broju novih „pojava interferencije“.

5. Osobita je pojava kod poprečnih valova „polarizacija vala“, gdje sve čestice poprečno (transverzalno) titraju u istoj ravnini, u opreci spram poprečnoga „nepolarizirana vala“, gdje različne čestice iste zrake titraju doduše poprečno, ali u različnim ravninama.

6. Pored poprečnih valova, koji napreduju, ima i valova, u kojima čestice titraju uzduž pravca, u kojem val ide: uzdužni ili longitudinalni valovi. Brijegu poprečnih odgovara vrsta zgušćenja, dolu vrsta razrjeđenja; obje vrste zajedno daju dužinu vala.

7. Valovi se ponajviše rasprostiru u prostoru. Prema tomu, što im je izvor, oblici su tih prostornih valova različne plohe, ravne ili krive; zovu se „plohe vala“, a najdalja je ploha „fronta vala“. Najvažnija je i najčešća ploha vala u prostoru kugla (sferni valovi); javlja se svagda, ako je izvor vala jedna točka ili bar razmjerno malo tijelo. Pored ovoga oblika još su važniji: „ravni val“, ako je izvor titrajuća ravnina, i „cilindrični val“, ako je izvor titrajući pravac.

8. Brzina rasprostiranja zavisi o svojstvima sredstva, u kojem se valovi šire: to je veća, što je veća elastičnost sredstva, a to manja, što je veća gustoća sredstva.

9. Zrake su vala pravci, koji idu iz izvora i na kojima čestice titraju. Umjesto o valovima govori se često o zrakama, koje izlaze iz izvora na sve strane, pak tomu izbijanju zrakâ dajemo kratko ime „zračenje“. Zrake su svagda okomite na fronti vala, pak nam kazuju smjer, u kojem fronta dalje ide. U realnosti nema pojedinih zrakâ, nego samo snopova ili pramenâ zraka.

10. Svaka je točka na fronti vala ishodište novih valova, a ploha, koja ih sve obavića, daje novu frontu vala („Huygensov princip“). Ovo zamršenije tumačenje rasprostiranja valova daje nam u svakom slučaju prave rezultate. U njem je izvor novim pojavama valovitoga gibanja: odbijanju, lomljenju i ogibu valova.

11. Prostor, koji je uzburkan valovitim gibanjima, ili u koji iz nekoga izvora izbijaju zrake, dajemo ime „polje zračenja“. Polje zračenja seže od izvora valovitoga gibanja okolo naokolo tako daleko, dok se titraji na sve daljim frontama posve ne utišaju, t. j. do granice „apsorpcije“ valova u tom sredstvu.

Sila i mjerenje sile.

Uzroci gibanjâ. — Sila mišića i pojava gibanja. — Druge sile. — Sila uopće. — Mjerenje veličine ili jačine sile. — Časovita sila ili impuls. — Princip ustrajnosti materije. — Trajna sila i ubrženje. — Dinamično mjerenje sile. — Osnovni zakoni za to mjerenje. — Odnosaj izmedju veličine sile, izvedene brzine i mase. — Jedinica mase: 1 gr. — Jedinica sile: 1 din. — Učinci sile na masu. — Sile u daljinu i bliske sile. — Sila teža i električna sila, primjeri za sile u daljinu. — Težina i mjerenje težine. — Geometrijsko uočivanje sile. — Pokusi o odnosaju izmedju sile, mase i ubrženja. — Sastavljanje sila u rezultantu. — Paralelogram silâ. — Prijegled pojava i zakona.

I.

Uzroci gibanjâ.

Pred našim je duševnim okom prošao cio niz gibanjâ u prirodi izvan Zemlje i na Zemlji. Dubljemu razmišljanju odođe te jednostavne ali veoma česte prirodne pojave lijep broj veoma zanimljivih zakona, po kojima se one svagdje i svagda zbivaju. No tim samim znanjem, ma kako mu se činilo zanimljivim, ma kako mu bilo korisno i važno, um se čovjekov ne zadovoljava. Ono pitanje, što nas već kod malena djeteta zna često dovesti u nepriliku, pitanje: **zašto** se to i to zbiva, zašto se baš tako zbiva a ne drukčije, kao da spada u red duševnih svojstava ili potreba čovjeka. Dijete nije zadovoljno, dok nije dobilo neki odgovor na svoje pitanje „zašto“, sve ako taj odgovor i ne odgovara istini. Spram prirode i pojava u njoj svi su ljudi — i najučeniji — kao djeca. Pitanje: **zašto** se prirodne pojave zbivaju baš onako, kako su oni otkrili, a ne drukčije, i njih sveudilj muči. I dok se ne doume **uzrok** u kojoj prirodnoj pojavi, duševnost im nije mirna: ona traži i traži taj uzrok. No priroda je kao velika, tajnovita slinga za um čovječji: ona kano da hoće da mu sakriva te uzroke, pak se on često mora da zadovolji djetinjaskim odgovorom na svoje pitanje „zašto“. Pravi je biljeg svake nauke baš u tom, da ona

nadje uzroke onim pojavama, kojima se ona napose bavi, da ih „rastumači“. Tom se naime jednom riječi obično izrazuje to „traženje uzroka“. Nauka se popela na to viši stepen u svom razvitku, što joj je potpunije uspjelo, da pojave svoga područja „rastumači“ ili da bar nastoji rastumačiti ih. Opravdanje tomu traženju uzroka prirodnih pojava nalazi čovjek u smišljaju, da sve, što se — navlasito u mrtvoj — prirodi zbiva po stalnim nepromjenljivim zakonima, od volje čovjeka posve nezavisnim, spram kojih je on nemoćan, ako hoće da ih mijenja, a postaje moćan, ako ih sazna, pak im se pokorava, udešavajući prema njima svoj rad — da sve to ima neke uzroke. Je li taj smišljaj opravdan, to je drugo pitanje, koje ide u filozofiju. On je na svaki način podloga svemu istraživanju prirode i velikim uspjesima dosadašnje prirodne nauke — bez te se podloge ne da gotovo ni zamisliti eksaktna nauka o prirodi.

U predjašnjim našim člancima zanimala nas je hrpa pojava u prirodi, koje obuhvatismo zajedničkim imenom „gibanje“. Znamo im i najvažnije zakone. Sada pristupamo pitanju o uzrocima, koji čine, da se tjelesa u prirodi baš po tim zakonima gibaju, ili drugim riječima: gibanja u prirodi, kako nam se očitovaše, jesu tek učinci tih za sada nepoznatih uzroka. Nastojat ćemo, da čitaoci s te nove strane opisana gibanja uhvate kako valja, pak započinjemo s najjednostavnijim, svakidašnjim iskustvima.

II.

Sila i ustrajnost.

Nekako kao da je u duši čovjeka usadjeno mišljenje, da je prvobitno stanje svake mrtve tvari na Zemlji — njezino mirovanje. Ono prvo djetinje razmatranje svih stvari oko njega moralo je čovjeka napokon dovesti do toga mišljenja. Ta on sam miruje vječno, kada umre. No je li to mišljenje osnovano, o tom smijemo s razlogom sumnjati, kada se s današnjim znanjem ogledamo po prirodi. Kao da će biti baš obrnuto istina: prvobitno, pače i današnje jedino stanje sve mrtve tvari baš je gibanje; mirovanja pravoga (apsolutnoga) u prirodi i nema!

No čovjeku, početniku u razumijevanju gibanjâ, bilo je prirodno ishodište za njegovo umovanje „mirovanje“ mrtve tvari na Zemlji. Ta on je sam morao svaki dan u svojoj teškoj borbi za život kretati mrtve mirne tvari sa svoга mjesta: dizati terete, vući terete po tlu, prebacivati grude zemlje kod oranja i t. d. U jednu riječ: on je morao, a mora i danas, svaki čas mrtve tvari iz stanja mirovanja prenositi u stanje gibanja. A da to izvede, služio se je s početka samo „**silom mišića**“ svojih. On je posjednik te „sile“, on ju osjeća i on ju prema potrebi upotrebljava, da njom izvrši najraznoličnije „radnje“, a ta se „radnja“ baš sastoji redovito u tomu, da mrtve tvari iz mirovanja prenosi u gibanje.

I tako niče evo iz svakidanjega života i iskustva prva spoznaja: da mirno tijelo predje u stanje gibanja, treba da na nj djeluje „sila mišića“. Uzrok dakle, da se tijelo giba, našao je čovjek u djelovanju „sile“ svojih mišića: gibanje je „učinak“ te „sile“.

I druga mu je spoznaja smjesta pukla pred duševnim okom: da sila mišića tijelo prevede iz mirovanja u gibanje, treba da ona djeluje na mrtvu tvar neko vrijeme: gdje kada duže, gdje kada kraće vrijeme, ali najednom ni jedno tijelo nikada ne može da predje iz jednoga stanja u drugo. Istina je, da to vrijeme može da bude gdje kada tako maleno, da ga čovjek, motreći pojavu površno, i ne opazi. Čekićem on udari n. pr., upotrebljavajući svoju „silu mišića“, mirnu kuglu, i ona poleti od toga udarca. Sila je mišića ovdje na kuglu djelovala tek onaj trenutak, kada je čekić udario o kuglu, ali je ipak neko vrijeme prošlo, dok je brzina kugle narasla od nule do one vrijednosti, kojom je krenula. Ovaj je primjer i s druge strane veoma zanimljiv: ako pravo uzmemo, nije „sila mišića“ izravno krenula kuglu, nego njenim posredovanjem — čekić. Taj je direktno izvršio silu na mirnu kuglu. Sila je zapravo dakle potekla izravno od čekića, dakle od drugoga predmeta, a ne od mišića! Tako čovjek veoma često upotrebljava svoju silu mišića. Da vuče natovarene saone, on ih priveže na užet, pa vuče to užet (isporedi str. 117.). Užet se napne, pa ono zapravo djeluje na saone, pa ih vuče; sila ovdje izlazi od užeta. Znamo, što je na stvari. Čestice

su se napeta užeta razmaknule; sputane elastičnošću nastoje, da se povrate u predjašnje međjusobne daljine. Tim izvršuje uže „silu“ na saone, kojoj dajemo ime „napetost“ užeta. Gibanje dakle saona izvodi direktno druga sila, „napetost užeta“, a ne sila mišića. Pored sile mišića ima dakle još i drugih „sila“, kojima je učinak neko gibanje. Da je čovjek rukama uhvatio saone, bilo bi gibanje saona izravni učinak sile mišića. Sila mišića u tom slučaju vuče saone, djeluje dakle na njih kao „vlak“, a tako djeluje u predjašnjem primjeru i napetost užeta. No mi možemo silu mišića i drukčije upotrijebiti, da se saone gibaju: mi saone „tiskamo“ otağa; sila naših mišića izvršuje sada na saone neki „pritisak“ ili „tlak“**. Ako taj tlak kratko vrijeme traje, zove se „udarać“ ili „sraz“; n. pr. bacanje lopte lopaticom i kugle rukom primjeri su, gdje sila djeluje kao kratkotrajan tlak. Iz ovih primjera izbija još jedna vanredno zanimljiva činjenica: ista sila — sila mišića — djeluje na tjelesa, koja prenosi u stanje gibanja, na tri različna načina. Jedanput kao „kratkotrajan tlak“ ili „udarać“ (lopta bačena lopatom, kamen bačen iz ruke); drugi put kao „tlak“ trajan (turanje saona), a treći put kao „vlak“ (vučenje saona rukama). No u svim primjerima potječe sila na koncu konca ipak od naših mišića tako, te nam još uvijek izgleda, kao da je sila mišića jedina sila, koja prevodi mrtve tvari iz mirovanja u gibanje. Tako je jamačno bilo u prastaro doba, kada čovjek nije poznao zakonâ prirode. Pored sile svojih mišića otkrio je kasnije sličnu silu mišića i u drugih živih stvorova, pak je kušao i nju upotrijebiti mjesto svoje sile mišića to radije, što je opazio, da su sile tih mišića kud i kamo izdašnije od njegove (volovi, konji i t. d.). No da nije tako, da ima još i drugih sila, koje izvode gibanja bez ikakve suradnje sile mišića, to današnjemu čovjeku pokazuje u obilju svakidašnji život. Što pokreće lokomotivu željeznice? Dok nije naložena, vlak miruje. Kad se dobro naloži, te se obilje vruće vodene pare u kotlu razvilo i ta se para pušta iz kotla u parni stroj, počinje gibanje vlaka, koje se sve više ubrzuje, ali možda već nakon jedne minute brzina je vlaka

* vlak = njem. „der Zug“.

** tlak = njem. „der Druck“.

stalna, i on dalje ide jednoliko. „Sila vruće pare“ je ovdje uzrok gibanju; dajemo joj kratko ime „parna sila“ (franc. la vapeur, njem. die Dampfkraft). Ona djeluje kao trajan tlak na čep u parnom stroju, tjerajući ga tamo i amo, i mi gotovo vidimo i tjelesnim okom taj tlak parne sile. Takav tlak izvršuje i voda tekućica na lopate mlinskoga kola, pa s pravom govorimo o „vodenoj sili“, koja tjera mlinove. Tako bismo mogli i dalje.

Iz svih tih primjera izlazi kao najbliže ovo mišljenje o mirovanju i gibanju mrtvih tvari: Mirovanje je učinak nikakvoga uzroka ili uzroka, koji se ukidaju; gibanje je učinak nekoga uzroka, kojemu dajemo naprosto ime „sila“, pak imamo za silu definiciju: „sila“ je uzrok gibanju. — Kadgod dakle gledamo u prirodi kakvo gibanje, smjesta pomišljamo, da je ta pojava posljedica ili učinak nekoga uzroka, a tomu dajemo ime „sila“. No ako ostanemo kod prve sile, kojom se je čovjek služio, da izvodi različna gibanja mrtvih tvari, udara u oči, da „sila mišića“ nije u svih ljudi jednaka: ima različitih stupnjeva te sile, pa govorimo o jakim i slabim ljudima. No još je čudnija druga pojava kod sile mišića, koja joj znatno snižuje vrijednost: sila mišića nije ni u istoga čovjeka svagda jednaka. U djetinjstvu je slaba, u muževno doba je najveća, pod starost popušta; bolesti ju znadu na neko prolazno vrijeme sniziti gotovo do nule. — Pored tih promjena još jače udara u oči druga — rekli bismo — svakidašnja promjena njezina. Kad čovjek duže vremena diže kakve terete s pomoću sile mišića (kratko se tomu veli „kada radi“), sila mišića postaje sve slabija, i napokon on njome ne može da diže nikakva tereta — ne može da radi. Nakon dostatnoga „odmaranja“ naraste sila mišića ponovo do iste veličine. Sila je mišića kao fenič — ptica. Iz svoga praha ponovo izraste!

Ove razlike u veličini sile mišića nametnuše čovjeku zadaću, da nadje kakvu mjeru za sile uopće, kako bi si o njima stvarao pouzdan sud. Čim je došao do spoznaje, da je učinak sile pojava gibanja, a za jačinu svakoga gibanja, dok je jednoliko, ima mjeru u brzini toga gibanja, zaključio je, da može i silu mjeriti tom brzinom, prema onom starom latinskom zakonu: *causa aequat effectum* (= uzrok jednak je učinku).

Kako je u jednolikoga gibanja brzina stalna (konstantna), zaključak je na dlanu: jednoliko gibanje izvodi stalna (konstantna) sila, t. j. sila, koja je uvijek jednake veličine, a mjera joj je brzina jednolikoga gibanja, što ga ona izvodi: dvostruku brzinu izvodi na istom tijelu dvostruka sila i t. d. I tako nas evo kod Aristotelova mišljenja (str. 116.), da za svako jednoliko gibanje treba da djeluje kao uzrok njegov neka konstantna sila — mišljenje, o kojem nije nitko sumnjao gotovo dvije tisuće godina. Samo jedan korak dalje u ovom mišljenju vodi do daljih zaključaka: ubrženo se gibanje mora tumačiti kao učinak sile, koja se sveudilj povećava, a usporeno je gibanje učinak sile, koja se neprekidno umanjuje. To mišljenje kao da potvrđuje svakidašnje iskustvo u mnogim primjerima. Uzmimo n. pr. gore spomenuti primjer željezničkoga voza. Parna sila s početka raste, voz ide ubrženo; parna sila naraste naskoro do stalne veličine, voz ide jednoliko; parna se sila umanjuje i napokon prestane, a voz ide doista usporeno i napokon stane. No ako se malo dublje zamislimo i u ovaj i u druge slične primjere gibanja, i sami ćemo se osvjedočiti, da se to mišljenje ipak ne slaže dobro s iskustvom. Na kuglani n. pr. djeluje sila mišića na kuglu samo kratak čas („udarac“); čim je kugla izletila iz ruke, prestala je djelovati sila mišića, pak bi prema gornjemu mišljenju moralo prestati i gibanje kugle. No mi vidimo, kako ona po dobroj i glatkoj kuglani još dugo ide gotovo neumanjenom brzinom. Nekako nam se pače čini, kao da bi se kugla uvijek dalje kotrljala, kad bi kuglana bila posve glatka, jer vidimo: što je više glatka kuglana, to se dulje kotrlja kugla. — Galilei je bio prvi, koji je isticao takva protivurječja između onoga mišljenja i iskustva. Ta su protivurječja njega, a kasnije osobito Newtona, ponukala, da ono mišljenje isprave prema iskustvu.

Nadovežimo taj ispravak baš na primjer kugle, koja ide po glatkoj ravni. Uzrok je njezinu gibanju nesumnjivo sila mišića, koja joj je dala njezinu brzinu. No ta je sila nakon veoma kratkoga vremena posve prestala djelovati, i mi vidimo, da se kugla ipak dalje giba po pravcu, i rekli bismo stalnom brzinom (bar s početka neko vrijeme). Dakle: ako je tijelo dobilo od kakve sile neku brzinu, pak ta sila prestane djelo-

vati na tijelo, te na nj dalje ne djeluje n i k a k v a sila, giba se tijelo jednoliko po pravcu. Jednoliko gibanje po pravcu bilo bi prema tomu novomu mišljenju učinak sile, koja je j e d n o m djelovala na tijelo, ali je prestala na nj djelovati. Najjednostavniji bi dakako bio slučaj, da je ta sila djelovala na tijelo veoma kratko vrijeme, jedan čas ili m o m e n a t, pak onda odmah prestala djelovati. Dajemo takvoj sili ime: „č a s o v i t a s i l a“, „m o m e n t a n a s i l a“ ili bolje: „i m p u l z“*. Jednoliko bi gibanje po tom bilo učinak impulza (n. pr. udarca, sraza). Čim on prestane djelovati, tijelo se, ostavljeno samo sebi, giba j e d n o l i k o p r a v c e m. Ovo nas novo mišljenje, koje je baš oprečno starijemu, vodi do novoga pojma, koji je Galilei uveo u nauku o gibanju. Mrtvoj tvari pripada t o o s o b i t o svojstvo, da ona ustraje u jednolikom gibanju p o p r a v c u, u koje je zapala djelovanjem impulza, i o n d a, kada ne djeluju n i k a k v e i z v a n j e s i l e. Ili drukčije rečeno:

„Tijelo, koje se pravcem jednoliko giba, ne može ni stalne svoje brzine ni svojega smjera mijenjati, ako na nj ne djeluju izvanji uzroci“.

Ako je ta stalna brzina slučajno jednaka nuli, tijelo miruje, pak i za taj slučaj dakako vrijedi to svojstvo. Ako je tijelo na miru, o s t a j e na miru, dok ne djeluju na nj izvanji uzroci; samo od sebe ne će nikada krenuti. Ovaj je posebni slučaj toga svojstva bio od vjeka poznat i neosporen; no općeniji slučaj za svaku stalnu brzinu prvi je spoznao Galilei i jasno ga izrekao, pak tim udario nove temelje prirodnoj nauci. Poradi te velike važnosti dobilo je ovo svojstvo mrtve materije posebno ime: „ustrajnost“ ili „i n e r c i j a“** materije“ (tvari). Mogli bismo ga sada ovako reći:

„Tvar ustraje u stanju mirovanja ili u stanju jednolikoga gibanja po pravcu, dok na nju ne počnu djelovati izvanje sile“. („Princip ustrajnosti materije“.)

* impulsus (lat.) = poticaj.

** inertia (lat.) = tromost, neradinost.

Jasno ga je uočio prvi Galilei 1611., a formulirao Newton 1687. Na ovom osnovnom novom fundamentu nauke o gibanju izgradjivala se ona dalje.

Na pitanje, kada je tijelo na miru? — odgovaramo sada:

„Tijelo je na miru, ako na nj sada ne djeluje nikakva sila, a nije na nj nikada ni djelovala, ili ako na nj sada djeluju, ili su nekoć djelovale samo takve sile, koje se međjusobno ukidaju“.

Na pitanje pak: kada se tijelo giba jednoliko ubrženo po pravcu? — odgovaramo danas:

„Tijelo se giba jednoliko ubrženo pravcem, ako na nj sada i trajno djeluje sila stalna i po svojoj veličini i po svom smjeru (inače pak na nj ništa niti djeluje sada niti je djelovalo)“.

Ako usporedimo ovo novo mišljenje o uzrocima gibanja sa starim, vidimo veliku razrožnost njihovu. Po sadašnjem je mišljenju: mirovanje pomanjkanje svake sile u sadašnjosti i prošlosti ili ukidanje sila, koje sada djeluju; jednoliko je gibanje učinak impulza, koji je nekoć djelovao, ali je prestao, tako da je jednoliko gibanje pomanjkanje svake sadašnje sile; jednoliko ubrženo gibanje pak je učinak sadašnje sile, koja je stalna po veličini i smjeru. Kako se pak kod svakoga ubrženoga gibanja javlja neko ubrženje (prirastak brzine u sekundi), moramo sada za mjeru te po veličini i po smjeru stalne sile uzeti stalno ubrženje toga gibanja, a ne promjenljivu njegovu brzinu.

Na toj osnovi imamo za sva gibanja ova dva osnovna zakona:

1. „Uzrok stalnoj brzini je impuls (časovita ili momentana sila)“.
2. „Uzrok ubrženju je trajna sila“.

Ovi novi osnovi Galilei-Newtonove mehanike vladaju i danas čitavom naukom. U dosljednoj primjeni njihovoj na gibanja u

prirodi slavila je ova nauka za ovih 300 godina velike triumfe. Nešto od njih saznat ćemo i mi u daljim recima ove knjige.

Glavni je fundament nove mehanike „princip ustrajnosti“. Za nj na Zemlji nemamo pokusa, kojim bismo ga mogli potvrditi, jer je podloga tomu pokusu smišljaj, da na tijelo ne djeluje nikakva izvanja sila za vrijeme njegova jednolikoga gibanja po pravcu, a mi toga smišljaja potpuno ne možemo nikako izvršiti. Od svakoga se impulza doduše tijelo zaista giba po pravcu, ali brzina mu se ipak pomalo umanjuje, i tijelo napokon stane. Trenje o podlogu i otpor uzduha dvije su izvanje sile, koje kod svakoga gibanja na Zemlji umanjuju prvobitnu brzinu. Kad bismo uspjeli, da ih posve uklonimo, potvrdio bi se princip ustrajnosti. Dobar zvrk, kod kojega je trenje vrlo maleno, već nam jasno pokazuje, kako dugo njegovo gibanje može da potraje, a vrtnja Zemlje oko osovine i u praznu svemirskom prostoru zaista je, što do sada znamo, jednolika. Po astronomskim se mjerenjima za stalno zna, da se trajanje njezine vrtnje (24 sata zvjezdanoga vremena) u jednom stoljeću niti za jedan stotak sekunde ne promijeni. U toj jednolikoj vrtnji Zemlje oko njezine osovine imamo potvrdu principa ustrajnosti.

III.

Učinci silâ.

Nakon ovoga izleta o uzrocima gibanja možemo se opet povratiti k pitanju fundamentalne važnosti o mjerenju silâ. Sada na nj gledamo drugim okom. Brzina jednolikoga gibanja ne može nam služiti mjerom sile, koja sada djeluje, jer znamo, da kod toga gibanja sada ne djeluje uopće nikakva sila. Ta nam brzina može dati jedino sud o veličini impulza, koji je nekoć djelovao na tijelo, koje se sada giba jednoliko pravcem. No sud o sili, koja sada djeluje, može nam dati samo ubrženje gibanja, koje je učinak te sadašnje sile. A mjeriti i treba prije svega baš sada djelujuće sile. I tu nam se otvara nov vidik. Tjelesno oko gleda jednoliko gibanje izmjerene brzine od centimetara u sekundi. Duševno oko vidi impuls, koji je nekoć djelovao, a brzinu c kao

njegov učinak. Po veličini brzine stvara si sud o veličini toga nekadašnjega impulza. — Tjelesno oko gleda jednoliko-ubrženog gibanje s izmjerenim ubrženjem od a centimetara u sekundi; duševno oko pak vidi stalnu silu, koja sada djeluje, a ubrženje a vidi kao njezin učinak, po kojem stvara sebi sud o veličini te stalne sile.

No iz toga niče i nov pojam onoga, što okrstismo imenom „sila“. Prije rekosmo: uzrok gibanju zovemo „sila“. Sada znamo, da ima i gibanja bez ikakve sile, dakle se moramo ispraviti, pa reći:

„Uzrok promjeni gibanja zovemo „sila“, a sud o veličini njezinoj daje nam ubrženje toga gibanja“.

Tako evo dobismo osnovu za mjerenje silâ, koje sada djeluju na tjelesa.

No svakoj sili moramo pored veličine dati i određen smjer, u kojem ona djeluje, i hvatište, na koje ona djeluje. Držeći se pak naše sile mišića i njezina djelovanja po iskustvu, možemo reći: 1. Smjer nam sile odaje smjer, u kojem se tijelo giba: smjer se sile podudara sa smjerom gibanja. 2. Giba se pak uvijek neko tijelo većega ili manjega obujma (materijalna točka). 3. Hvatište je sile svakako na tom tijelu: sila djeluje neposredno na tijelo, koje će gibati, i to ili kao trajan vlak ili kao trajan tlak ili napokon kao kratkotrajan tlak, t. j. kao udarac ili impuls. — I tako nas evo dovelo iskustvo do spoznaje, da možemo uzeti, da su sile, što izvide gibanja u prirodi, ili 1. nekakvi impulzi ili 2. nekakvi tlaci ili napokon 3. nekakvi vlaci, koji imaju svoje hvatište neposredno na tijelu, kojemu daju gibanje, a djeluju u smjeru, kojim se tijelo giba. No te sile same svagda izlaze iz nekoga drugoga tijela ili se bar može uzeti, da izlaze od drugih tjelesa: neposredno ili posredno iz naših mišića, iz napetosti užeta, iz tlaka lopatice, koja baca loptu, iz tlaka vodene pare, koja tjera čep u parnom stroju i t. d. Svagdje evo vidimo: sila izlazi iz nekoga tijela A i djeluje na drugo tijelo B , kojega se neposredno dotiče. Pa tako doista i jest

u velikoj množini slučajeva, gdje sile djeluju u prirodi ili u tehnici. No red je, da odmah ovdje svrnemo pažnju čitatelja na jedan slučaj osobite naravi.

IV.

Sile u daljinu i bliske sile. Sila teža.

Ako kamen ispustimo iz ruke pazeći pomnjivo, da mu ne bismo možda dali i najmanji udarac na koju stranu, on pada u vertikalnom smjeru dolje. Gibanje mu je jednoliko ubrženo i stalno je ubrženje 981 centimetar po sekundi. Duševno je oko naše sada na čistu: uzrok padanju je neka „stalna sila“, koja hvata na kamenu i djeluje u vertikalnom smjeru dolje. No osjetila naša uzalud traže tlak ili vlak, koji bi djelovao na kamen. Uzalud traže ono prvo tijelo A, koje bi na kamen neposredno djelovalo i bilo izvor toga stalnoga tlaka, koji kamen tiska vertikalno dolje, ili vlaka, koji ga vuče dolje. Nigdje mu nema ni najmanjega traga. U čudu se moramo pitati: šta je to? Pred nama je jednoliko-ubrženo gibanje kamena, a gdje je tijelo A, koje je izvor sili, što izvodi to padanje kamena B? Nešto tajanstveno, neprirodno, gotovo mistično gledamo kod padanja kamena. Vrijedno je, da o tom slučaju nešto razmišljamo. Kako kamen sva gdje pada k Zemlji, nameće nam se nehotice misao, da je Zemlja izvor one mistične stalne sile, koja kamen vodi kod padanja: Zemlja je ono prvo tijelo A, u kojem je sijelo one sile, koja je uzrok padanju. Ali izmedju kamena i Zemlje nema neposredne sveze. Ta tajanstvena sila naše Zemlje imala bi po tom osobito svojstvo, da joj je sijelo na jednom mjestu u prostoru (u Zemlji), a ona djeluje na sasama drugom mjestu prostora (na kamenu); tamo joj je hvatište, a smjer joj je smjer padanja: vertikalno dolje. Toga po iskustvu sa silom mišića u prvi mah ne možemo da razumijemo: sila, koja ima sijelo u Zemlji, a učinak izvodi na kamenu posve rastavljenju od nje. No još ćemo tajanstveniju naći tu silu Zemlje. Kamen dignemo s pomoću balona 20 kilometara nad Zemlju. Ispušten, on ipak pada točno vertikalno dolje. Dakle ne samo par metara iznad Zemlje nego eno i mnogo kilometara iznad nje ta zagonetna sila djeluje na

kamen: ona djeluje svagdje oko Zemlje na najrazličnijim mjestima prostora. Ako se još sjetimo, da se svi vertikalni smjerovi padanja zapravo stječu u središtu Zemlje, i nehotice nam se nadaje mišljenje, da je sijelo toj sili baš u središtu Zemlje, pak nas to podsjeća nama već poznate slike iz valovitoga gibanja: iz jedne točke (središta Zemlje) kao da izbijaju na sve strane prostora nekakve zrake te tajnovite sile zemaljske, pa gdje god se u „polju te sile“ nadje kakvo tijelo, ona na nj djeluje i izvodi padanje, ako tomu nema kakve zapreke. Kako to može da bude, da ona u malim i velikim daljinama od svoga sijela hvata tijelo, da preskoči s jednoga mjesta prostora na drugo, to nam je posve zagonetno, ali nema sumnje, da jest tako u prirodi: ima u prirodi jedna sila, kod koje između njezina sijela i između mjesta njezina djelovanja postoji neka (velika ili mala) daljina; učinak sile preskakuje s jednoga mjesta u prostoru na drugo i djeluje i tamo bez obzira na to, je li prostor između oba tijela i s p u n j e n kakvom t v a r j u ili ne i bez obzira na d a l j i n u između oba tijela. Kako bismo bar nekako razumjeli tu silu, mogli bismo se možda poslužiti ovom slikom. Kamen je o Zemlju v e z a n nevidljivim jakim perom (n. pr. spiralom nevidljive žice). Kad je kamen na Zemlji, pero je u svojoj ravnoteži i drži kamen čvrsto na Zemlji. Kada se kamen diže vertikalno u vis, nevidljivo se pero rasteže sve više. Kada kamen ispustimo, nema zapreke, da se pero opet stegne i vrati u položaj ravnoteže, vukući kamen sobom do Zemlje. Tom smo si slikom kušali tajnovitu silu Zemlje razjasniti kao vlak; mogli bismo reći, da to nevidljivo pero tjelesa i z n a d površine Zemlje svagdje v u č e k Zemlji, pak se i čini, da jest tako; otuda i izraz, da je Zemlja sijelo neke „p r i v l a č n e s i l e“. No to nije više nego s l i k a. Ništa manje nije osnovana druga posve protivna slika, da na kamen otraga djeluje nekakvo nevidljivo pero, koje se s t e ž e, dok se kamen diže, a kad kamen ispustiš, pero se rasteže i t u r a kamen vertikalno dolje. U toj bi slici tajnovita sila imala svoje sijelo negdje izvan Zemlje, pak bi bila t l a k, koji sva tjelesa oko Zemlje t j e r a k n j o j i to baš k njezinu s r e d i š t u. Kako je s tom silom uistinu, toga današnja nauka ne zna, a pitanje je veliko, hoće li ikada i saznati.

Mi uzimamo naprosto kao uzrok padanju tjelesa prvu sliku, pa govorimo o „privlačnoj sili Zemlje“ na sva tjelesa na njezinoj površini i u njezinoj okolini. Dajemo joj po radi velike važnosti njezine i posebno kraće ime: „sila težine“ ili još kraće „teža“ (francuski: la pesanteur; njemački: die Schwerkraft). Imena „sila težine“ i „teža“ (gdjekada i „sila teža“) dolaze otuda, što nam se ta sila očituje među ostalim i u tom, da kamen našega primjera, ako mu ne damo padati, podloživši mu n. pr. ruku, izvršuje na dlan ruke ili na kakvu drugu podlogu (zdjelicu vage) neki tlak, koji ruka neposredno osjeća. Dajemo tomu tlaku posebno ime „težina“ tijela i govorimo, da je svako tijelo na površini Zemlje više ili manje „teško“ (francuski: pesant; njemački: schwer). Otuda ime našoj zagonetnoj sili.

U ovom se slučaju prijaznomu čitaocu prvi put jasno očituje, kako se pojmu „sila“ posve izmiče svaka realnost: sila je apstraktan pojam, osjetilima nedohvatljiv, koji nas se pače gdjekada veoma čudno doimlje, ali ga nauka uvodi, da udovolji uzročnoj potrebi našega razuma.

A nije sila teža jedina prirodna sila ovako tajanstvene naravi. Svi znamo, kako magnet „privlači“ željeznu kuglu, i ona ide za njim okolo naokolo, ako je slobodna: kao da se izmedju pola magneta i željezne kugle napeo nevidljiv konac, koji kuglu vuče za magnetom. Pa možda i jest takovo nešto. Izmedju pola i kuglice je i uzduha i etera, pa možda to „sredstvo“ („medij“) zaista zapada kakva uloga pri toj čitavoj pojavi. — Svatko zna i tu pojavu, da jedan sjeverni pol magneta, koji držim u ruci, „odbija“ sjeverni pol drugoga gibljivoga magneta već iz prilične daljine, dok južni njegov pol „privlači“. — Poznati su takodjer općeno analogni pokusi s elektriziranim staklenim i pečatnim štapovima. I u svim tim pojavama nam se javljaju ovakve tajanstvene sile, koje na jednom mjestu prostora imaju svoje sjelo, a na posve drugom djeluju, preskačući prostor izmedju oba mjesta. Zovemo ih zajedničkim imenom „sile u daljinu“ (njem.: Fernkräfte), a primjeri čas prije navedeni pokazuju, da one nisu svagda „privlačne“, nego gdjekada i „odbojne“, ali ni te nisu ni malo manje zagonetne od prvih.

Kako su nam „sile u daljinu“, bile one privlačne ili odbojne, na oko zagonetnije od sila, koje neposredno djeluju na tijelo, što ga pokreću — zovu ih rado „**bliske sile**“ (njemački: Nahekräfte) — razmahala se u stručnjačkim krugovima već od davnih vremena raspra, što je ispravnije: pomišljati sile kao „sile u daljinu“ ili kao „bliske sile“. No kad se stvari podje na dno, pak se n. pr. pita, što je zapravo „sila mišića“, ili što je „napetost užeta“, što li je tlak vruće vodene pare — sve te sile neposredno djeluju na tijelo, koje se giba, pa su „bliske sile“ — pokazuje se i tu sva apstraktnost pojma „sila“, jer se i tu javljaju velike nerazumljivosti našem razumu.

Ne možemo se dalje upuštati u ovo vanredno zanimljivo pitanje, tek hoćemo da istaknemo još jednu bitnu razliku izmedju jedne i druge vrste sila: sila u daljinu djeluje svagda i na svakom mjestu prostora bez ikakvoga posredovanja. Sredstvo izmedju izvora sile i njezina hvatišta ništa na nju ne utječe niti ju mijenja, niti se ono išto mijenja. Ona ne treba za rasprostiranje svojih učinaka ništa vremena, dok bliske sile trebaju vremena, postepeno se šire od vrste do vrste, dok ne dodje do njihova djelovanja na tijelo, koje pokreću. Svagdje ostavljaju trag svoga djelovanja, pak trebaju određeno vrijeme, da dodje do njihova djelovanja.

Ako se dakle kod djelovanja koje prirodne sile dokaže, da ona za svoje učinke treba vremena, smijemo zaključiti, da imamo posla s bliskom silom. U protivnom slučaju ne smeta ništa, da naša razmatranja naslonimo na silu u daljinu, ako se pokaže, da su nam time putovi do spoznaje gibanja olakšani.

V.

Mjerenje jačine sila.

Ma kojemu se mišljenju o sili priklonili, za nauku o gibanjima u prirodi ostaje ipak najvažnije pitanje o mjerenju sila, t. j. sud o veličini sile izražen brojem. Kako nam se međjutim izmakla svaka realnost sile, ne preostaje nam za to mjerenje ništa drugo nego njezin učinak, a taj je promjena u gibanju. Ta može biti očito samo trojaka: mijenja se na

gibanju ili samo brzina gibanja, a smjer mu ostaje isti; ili se mijenja samo smjer, a brzina ostaje ista; ili se napokon mijenja i brzina i smjer gibanja. Čim vidimo kod kojega gibanja jednu od ove tri pojave, zaključak je naš: tu sada djeluje sila. Uzmimo na oko prvi slučaj u najjednostavnijem obliku. Vidimo tijelo, gdje se giba jednoliko-ubrženno po pravcu s ubrženjem a centimetara na sekundu. Budući da to vidimo, zaključujemo, da na nj sila neprekidno djeluje; čim bi naime prestala djelovati, rastenje bi brzine smjesta prestalo. Kako je napokon ubrženje u svakoj sekundi jednako, zaključujemo dalje, da je i ta sila neprekidno jednake veličine. Sila je dakle trajna i jednaka, t. j. stalna (konstantna) sila, a učinak je njezin ubrženje gibanja. Po njem možemo sada dalje suditi o veličini naše sile i pokušati, da ju mjerimo.

Ponajprije možemo na istom tijelu po izmjerenim ubrženjima gibanja dvije sile isporučiti po njihovoj veličini, ne znajući međjutim, kolika je jedna i druga. Ako vidimo, da se tijelo B giba jedanput ubrženjem od 15 centimetara na sekundu, a drugiput ubrženjem od 30 centimetara na sekundu, zaključujemo, da je u drugom slučaju uzrok gibanju t. j. sila dvostruke veličine spram prve; no kolika je ona prva, o tom još ne znamo ništa. Uopće možemo dakle reći:

„Veličina je sile upravo razmjerna ubrženju gibanja, kojemu je ona uzrok“.

Dvostruko ubrženje tijelu B daje sila dvostruke veličine, trostruko ubrženje daje sila trostruke veličine i t. d.

Kad bismo pak smjeli upotrijebiti jur spomenuti princip sredovječne skolastične filozofije: *causa aequat effectum* (str. 308.), mogli bismo doći i do brojne vrijednosti za svaku silu, t. j. mogli bismo sile mjeriti po ovom umovanju: Ona sila, koja našem tijelu B daje ubrženje od 1 centimetra na 1 sekundu, neka mi služi kao „jedinica sile“, baš kao što mi n. pr. služi dužina 1 centimetar kao „jedinica dužine“ i vrijeme od 1 sekunde kao „jedinica vremena“. Na temelju gornjega zakona umujemo dalje ovako: sila, koja tijelu B daje ubrženje od 2 centimetra, ima 2 jedinice sile i t. d.; sila, koja

mu je dala ubrženje od 15 centimetara na sekundu, ima 15 jedinica sile, a sila, koja mu daje ubrženje od a centimetara, ima veličinu od a jedinica sile. U jednu riječ: isti broj, koji nam kazuje ubrženje, kazivao bi nam i veličinu sile, samo uz drugo ime. Kod ubrženja imamo ime „centimetri na sekundu“, kod sile ime „jedinica sile“.

Pitanje o mjerenju sile bilo bi veoma jednostavno riješeno, kad bismo gore spomenuto načelo filozofije smjeli nepromijenjeno upotrijebiti.

No za fizičara takva načela vrijede tek onda, ako se podudaraju s njegovim iskustvom u prirodi samoj. Pitajmo ju i u ovom slučaju i nadovežimo na silu naših mišića — nama najbližu, kojoj možemo veličinu prilično dobro suditi i bez posebna mjerenja.

Silom mišića bacimo malu i veliku drvenu kuglu po kuglani. Ako u oba slučaja upotrijebimo jednaki napor mišića, t. j. jednaku silu, kazuje iskustvo, da manja kugla leti mnogo većom brzinom nego li velika, makar da je djelovala jednako kratko vrijeme jednake sile. Kad bih htio dati i velikoj kugli brzinu male, morao bi napor mišića biti mnogo veći, t. j. morao bih upotrijebiti mnogo veću silu svojih mišića. To je tako poznato iskustvo, da ga ne treba tek potvrđivati pokusom. Ako je druga drvena kugla bila dva puta veća od prve, morat ću upotrijebiti i dvaput veći napor mišića, t. j. dvaput veću silu mišića i t. d. Dakle:

„Da dobiju drvene kugle različne veličine **jednaku** brzinu, treba da se sila uveća u upravnom omjeru s veličinom kugle“.

Ostane li pak sila jednaka, e onda će dva puta veća kugla od nje dobiti dva puta manju brzinu.

U ovom je primjeru sila mišića djelovala na kuglu samo kao kratkotrajan tlak, kao „impulz“, koji prosudismo po dobivenoj brzini, kojom će se kugla dalje gibati po glatkoj kuglani.

Na ovo iskustvo nadovežimo još jedno isto tako poznato. Po prvom bismo iskustvu sudili, da će brzina zavisiti od veličine (obujma, voluma) kugle. No ako uzmemo dvije kugle posve jednake veličine, ali jednu željeznu a drugu drvenu,

pak ih bacimo je d n a k o m silom mišića, zna se po iskustvu, da će željezna kugla dobiti jedva osminu brzine od drvene, makar da su obje kugle jednako velike. Kad bih htio i željeznoj kugli dati jednaku brzinu kao drvenoj, morao bih silu mišića poosmerostručiti. Ne odlučuje dakle uz istu zadanu silu o brzini kugle njezina veličina, nego nešto drugo.

Što je to drugo? I drvenu i njoj jednaku željeznu kuglu ispunjuje tvar; no množina tvari u obje nije jednaka, makar da su kugle jednako velike. To nam odaje smjesta vaganje obiju kugala: težina je željezne kugle osam puta veća od težine drvene, pak po tom zaključujemo, da u njoj ima i osam puta više tvari nego u drvene. Ako množinu tvari, što je ima u kojem tijelu, okrstimo kratkim imenom „m a s a“ tijela, možemo naše iskustvo ovako reći:

„Jednak impuls daje tijelu to manju brzinu, što je veća masa tijela. Dobivena je brzina u obrnutom razmjeru s masom tijela, koje se giba“.

Prema tomu će n. pr. jednak impuls mišića dati kugli osmerostruke „m a s e“ (bez obzira na to, kolika je) samo osminu brzine. Kolika je pak masa, t. j. množina tvari kojega tijela, o tom nam uopće ne daje ispravan sud veličina tijela, nego njegova težina, a to je tlak toga tijela na horizontalnu podlogu. Masa tijela dakle na istom mjestu Zemlje raste u upravnom razmjeru s njegovom težinom.

Samo ako su tjelesa od istovrsne tvari, n. pr. obje kugle drvene ili obje željezne, onda nam daje već i njihova veličina pravi sud i o njihovoj masi: kugla trostruke veličine ima i trostruku masu.

Ovo nam iskustvo otkriva novo svojstvo mrtve tvari. Što je zapravo radio impuls mišića s kuglama? Prenosio ih je iz stanja mirovanja (brzina = nuli) u stanje sve bržega gibanja, dok nisu postigle neku odredjenu brzinu c , i u tom je času prestao djelovati, da kugle dalje idu jednoliko po pravcu: impuls mišića je dakle gibanje kugle u b r z i v a o od nule do c , on je izvodio promjenu brzine, t. j. ubrženje gibanja. No sve se to zbilo ovdje u kratkom vremenu, i onda je sila

prestala djelovati. Pak što nam je iskustvo pri tom odalo? Očito ovo: promjeni svoje brzine svaka je kugla zadavala neki „otpor“; taj bijaše veći, što je više tvari u kugli ili što je veća „masa“ kugle; a ta nam se odala u većoj težini kugle. Posljedica većega otpora u svakom je slučaju bila manja brzina. Dolazimo evo do nove spoznaje o mrtvoj tvari:

„Mrtva tvar zadaje svakomu pokusu, prenijeti ju iz stanja mirovanja u stanje gibanja, a i svakom pokusu, gibanje njezino ubrziti ili usporiti, neki otpor“.

Dajemo mu od sada ime „otpor protiv gibanja“ ili takodjer „otpor ustrajnosti“. Tim pak dolazimo i do novoga shvaćanja pojma „masa tijela“. Kako je „otpor protiv gibanja“ u različnih tjelesa veoma različan prema njihovoj veličini i prema tvari, od koje su građeni, možemo masu tijela direktno označiti i mjeriti tim otporom, pak općeno reći:

„Masom tijela zovemo veličinu otpora protiv gibanja“.

Kasnije ćemo naime saznati, da težina istoga tijela nije svagdje na Zemlji jednaka: isto tijelo ima na ekvatoru Zemlje manju težinu nego na polovima Zemlje. Otpor pak tijela protiv gibanja ili „otpor ustrajnosti“ ili masa tijela nije zavisna o mjestu, gdje se tijelo na Zemlji nalazi: „masa tijela“ svagdje je jednaka. Samo tako dugo, dok različna tjelesa isporjedujemo na istom mjestu zemaljske površine, postoji proporcionalnost izmedju „mase tijela“ i njegove „težine“.

Otkrismo to novo veoma zanimljivo svojstvo mrtve tvari na sili naših mišića, kada djelovaše kao kratkotrajan tlak ili impuls.

No ako sila djeluje trajno i jednako na koje tijelo, naše se umovanje ni u čem ne će promijeniti, nego u tom, da na mjesto brzine kod impulza stupa ubrženje kod trajne sile. I doista najrazličnija iskustva pokazaše, da za trajne sile vrijede ova dva zakona:

1. „Ubrženje gibanja upravo je razmjerno veličini sile“ i

2. „Ubrženje gibanja obrnuto je razmjerno masi tijela“.

Sada vidi prijazni čitalac i sam, kako bismo bili pogriješili, da smo veličinu impulza proglasili jednakom brzini, a veličinu sile jednakom ubrženju. Iskustvo nam je naime pokazalo, da je masa tijela faktor, koji pored veličine impulza ili sile bitno utječe na brzinu i na ubrženje gibanja u tom smislu, da ih umanjuje.

Hoćemo li dakle mjeriti impulze po brzini, što ju daju tjelesima, a sile po ubrženjima, moramo u račun uzeti i mase tih tjelesa.

S tim novim znanjem oboružani možemo pristupiti mjerenju sila i izboru zgodne sile, koju ćemo proglasiti „jedinicom sile“. Za brzine i ubrženja trebamo dvije jedinice: jedinicu dužine i jedinicu vremena. Jedna i druga je do naše volje, ali se je pokazalo, da je za napredovanje nauke vanredno korisno, ako se za sve veličine, koje u fizici dolaze, biraju zgodne jedinice, koje onda svi stručnjaci čitavoga svijeta kod svojih mjerenja upotrebljavaju. Na različnim su kongresima naučnjaci pod konac 19. stoljeća vijećali o izboru zgodnih jedinica. Rezultat je, da se danas gotovo kod svih naučnih istraživanja rabi za „jedinicu dužine“ 1 centimetar (cm), za „jedinicu vremena“ 1 sekunda srednjega vremena (1^s). A kako na pojave gibanja, kako evo otkrismo čas prije, bitno utječu još i mase tjelesa, koja se gibaju, odabrana je za „jedinicu mase“ ona množina tvari, koja izvršuje na horizontalnu podlogu tlak od 1 grama, dakle množina tvari (svejedno kakove), koja ima težinu od 1 grama. Dajemo toj množini tvari ime „1 gram-masa“ ili kraće „1 gram“ (1 g). To je množina vode, koja kod temperature od $4^{\circ}C$ baš stane u kocku od 1 kubičnog centimetra. Mala je neprilika, što istim imenom u običnom životu označujemo i tlak te gram-mase na horizontalnu podlogu t. j. njezinu težinu, a „težina“ nije masa, nego je neka sila. Da ne bude zbrke, sve se više udomljuju imena „1 gram-masa“ za množinu vode u 1 kub. centimetru kod $4^{\circ}C$, a za njezinu težinu ime „1 gram-težina“. Jedinica se mase piše 1 g, a njezina težina 1 g*. Ove

tri jedinice: 1 centimetar, 1 sekunda i 1 gram-masa osnovne su jedinice, iz kojih nauka druge jedinice prema potrebi izvodi. Razumjet će čitalac, da su stručnjaci za svoja mjerenja mogli birati i drukčije jedinice, n. pr. 1 metar, 1 minutu i 1 kilogram-masu ili kakve druge jedinice. Zgodnost je odlučila za one odabrane jedinice, pak se poradi toga mjerenje u tim jedinicama općeno zove: „centimetar-gram-sekundni sustav mjerenja“ ili kraće „C-G-S sastav mjerenja“. I mi ćemo u ovoj knjizi upotrebljavati „CGS sustav“.

Prema njemu biramo sada i „jedinicu sile“. Pomislimo sebi u tu svrhu stalnu silu tolike jačine, da djelujući na masu od 1 grama njoj daje baš ubrženje od 1 centimetra u 1 sekundi. Tu silu proglašujemo za „jedinicu sile“, a da ne govorimo svagda te dvije riječi, dajemo joj kratko ime „1 din“ („jedan din“), baš kako dadosmo n. pr. „jedinici vremena“ kraće ime „1 sekunda“ i dr. Ime „din“ je kratica grčke riječi „dynamis“ = sila.

Sada nam je lako mjeriti svaku drugu silu. Znamo: 1 din, kada djeluje na masu od 1 g, daje njoj ubrženje od 1 cm u 1 sekundi. Sila od 2 dina dat će toj masi od 1 g ubrženje od 2 cm u 1 sekundi i t. d.; sila od f dina dat će masi od 1 g ubrženje od f cm u sekundi. — No sada neka ta sila od f dina djeluje na dvostruku masu t. j. na 2 g. Ubrženje ne će biti sada f centimetara, nego samo polovina toga = $f/2$ centimetara. Djeluje li na 3 g mase, bit će ubrženje samo $f/3$ cm u sekundi i t. d.; ako tih f dina djeluje na m grama mase, bit će ubrženje a jednako tek f/m centimetara u sekundi, t. j. zakon:

„Ubrženje (a) se odredi, ako se broj (f), koji kazuje veličinu sile, dividira na broj, koji kazuje veličinu mase (m)“.

Kraće:

$$\text{Ubrženje} = \frac{\text{sila}}{\text{masa}}.$$

U najkraćem matematičkom govoru:

$$a = \frac{f}{m}.$$

Primjer 1. Sila od 500 dina djeluje na masu od 50 grama. Nastat će jednoliko-ubrženo gibanje te mase. Koliko mu je ubrženje? Odgovor:

$$\text{ubrženje} = \frac{500}{50} = 10 \text{ centimetara po sekundi.}$$

Iz toga zakona za ubrženje izlaze još dva zakona, što će ih svaki čitalac na prvi mah iz gornjega pročitati:

1. „Veličina se sile odredi, ako se ubrženje multiplicira s masom, koja se giba“.

Kraće:

„sila = ubrženje $\times$ masa“ ili:

$$f = a \times m.$$

2. „Masa se odredi, ako se veličina sile dividira na ubrženje gibanja“.

Kraće:

$$\text{„Masa} = \frac{\text{sila}}{\text{ubrženje}} \text{“ ili:}$$

$$m = \frac{f}{a}.$$

Primjer 2. Masa od $m = 200$ g giba se jednoliko-ubrženo ubrženjem $a = 40$ cm u sekundi. Uzrok je tomu gibanju neka stalna sila. Kolika je?

Odgovor:

$$\text{sila} = 40 \times 200 = 8000 \text{ dina.}$$

Primjer 3. Sila od 100.000 dina daje nekomu tijelu ubrženje od 500 cm. Kolika je masa toga tijela? Odgovor:

$$\text{masa} = \frac{100000}{500} = 200 \text{ grama.}$$

Nas osobito zanima jednoliko-ubrženo gibanje na Zemlji, koje nazvasmo „padanje“ i za koje znamo, da se zbiva ubrženjem $g = 981$ cm u sekundi. Neka pada baš masa od 1 grama. Kolika je sila „teža“, koja to padanje izvodi? Odgovor:

$$\text{Teža} = 981 \times 1 = 981 \text{ din.}$$

Ako pak pada masa od 1000 grama (masa od 1 kg), izlazi:

$$\text{Teža} = 981 \times 1000 = 981.000 \text{ dina.}$$

Ako masa od 1 g u prvom, a masa od 1 kg u drugom slučaju ne može da pada, izvršuje ona prva na svoju horizontalnu podlogu tlak od 981 dina, a druga tlak od 981.000 dina. Ne

taj tlak nazvasmo prije „težina“ p te mase (po latinskoj: pondus = težina), te govorimo u običnom životu: prva je masa „teška 1 gram“ ili težina je prve mase $p = 1 \text{ g}^*$, a druge $p = 1 \text{ kg}^* = 1000 \text{ g}^*$. Izlazi nam dakle veoma zanimljiv odnošaj:

1 gram-težina = 981 dina (ili gotovo = 1000 dina = 10^3 dina).
1 kilogram-težina = 981000 dina (ili gotovo = 1,000.000 dina = 10^6 dina).

Po tom si odnošaju možemo stvoriti praktičan sud o tom, kolik je to tlak „1 din“, jer i on može da djeluje, kao svaka druga sila, ili kao tlak, ili kao vlak ili napokon kao impuls. Izlazi naime:

$$1 \text{ din} = \frac{1}{981} \text{ gram-težine ili gotovo} = \frac{1}{1000} \text{ gram-težine} = 1 \text{ miligram-težina.}$$

Ako metneš na dlan masu od 1 grama (mjedenu utegu od 1 g), osjećaš jedva njezin tlak na dlan — tako je malen. No da dobiješ na dlanu tlak 1 dina, morao bi tu mjedenu masu još razdijeliti na 1000 jednakih dijelova i taj 1 dio položiti na dlan. Tlak njegov bio bi tlak 1 dina! Din je dakle vanredno malena sila. Poradi toga se često 1 milijun dina složi u novu veću jedinicu sile, kojoj daju ime „1 megadin“. Ta bi sila na dlan izvršila tlak nešto veći od 1 kilogram-težine.

Pamti dakle:

$$\begin{aligned} 1 \text{ din} &= 1 \text{ miligram-težina;} \\ 1 \text{ megadin} &= 1 \text{ kilogram-težina.} \end{aligned}$$

Po tom imamo za težinu svakoga tijela na Zemlji:

„Težina tijela = ubrženje padanja $\times$ masa tijela“ ili:

$$p = g \times m.$$

Kako je masa tijela svagda jednaka, kudgod se tijelo u prostoru prenosilo, razbirmo iz ovoga zakona za težinu tijela, da ona ostaje samo tako dugo jednaka, dok se ubrženje padanja (g) ne promijeni. Na površini je Zemlje to ubrženje = 981 centimetar u sekundi; no kad bismo isto tijelo mogli prenijeti na

koji drugi planet ili na Suncu, to bi ubrženje bilo posve drukčije, n. pr. na Jupiteru = 2440 centimetara u sekundi, na Marsu samo = 380 centimetara u sekundi, na Suncu čak = 27.520 centimetara u sekundi. Prema tomu bi po gornjem zakonu tijelo, koje na Zemlji ima težinu od 1 kilograma, na Jupiteru imalo težinu $p = 2.44$ kilograma, na Marsu samo $p = 0.38$ kilograma, na Suncu pak $p = 27.52$ kilograma! Na Mjesecu, gdje je ubrženje padanja samo = 166 centimetara, bila bi težina toga tijela jedva = 166 grama.

Još će nešto biti sada jasno čitaocu o težini tjelesâ. Rekosmo, da je ubrženje padanja na Zemlji $g = 981$ centimetar u sekundi. No ako bi se pokazalo, da g nije svagdje na Zemlji točno jednak 981 centimetar, dobili bismo rezultat, koji nas u prvi mah osupljuje, da težina istoga tijela (iste mase) nije ni na Zemlji svagdje jednaka. I doista se pokazalo, da je ubrženje padanja na ekvatoru Zemlje najmanje, naima = 978 centimetara, da prema polovima raste, te da je tamo najveće = 983 centimetra. Masa dakle, koja kod nas ima težinu od 1 kilograma, na ekvatoru ima nešto manju, na polu nešto veću težinu, ako i nije razlika baš velika. No na istom mjestu Zemlje težina je iste mase uvijek jednaka, jer se je pokazalo, da se ubrženje padanja na istom mjestu površine zemaljske ni najmanje ne mijenja. Kad bismo dakle htjeli točno govoriti, morali bismo reći: težina je ovoga tijela = 1 kg na 45°. stupnju širine i na površini morskoj i t. d.

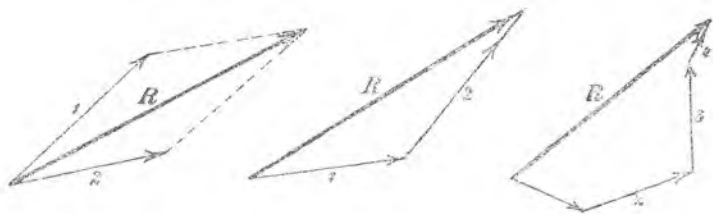
VI.

Geometrijsko uočivanje sila i sastavljanje sila.

Budući da svakoj sili pripada: 1. hvatište na nekom tijelu (materijalnoj točki) u prostoru, 2. veličina, koju mjerimo dinima i 3. smjer, u kojem ona djeluje, izlazi, da i sila ide u red onih veličina, koje nazvasmo „vektorima“ (str. 123.), t. j. i ona je potpuno određena tek veličinom i smjerom. Iz toga izlazi: svaku silu možemo i geometrijski uočiti pravcem; taj ima svoj početak u hvatištu sile; on ima određen smjer, a to je smjer, u kojem se točka giba djelovanjem te sile; taj pravac ima napokon i određenu dužinu,

koja odgovara veličini sile (n. pr. 100 dina uočuje dužina od 1 milimetra, dakle 1000 dina uočuje dužina od 1 centimetra i t. d.). — Ovakovo geometrijsko uočivanje silâ veoma često olakšava razumijevanje njihova djelovanja, pak se u nauci i u tehnici veoma često upotrebljava.

Lijep je primjer tomu ovaj slučaj: na istu točku djeluju u isti mah dvije sile (sl. 146.) 1 i 2, uočene tim pravcima i po veličini i po smjeru. Princip nezavisnosti, otkriven kod istodobnih gibanja (str. 155.), prenosimo sada i na sile: dvije sile, koje u isti mah djeluju na istu materijalnu točku, djeluju tako, kao da su jedna iza druge djelovale; djelovanje jedne nezavisno je od dje-



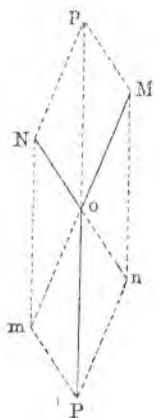
Sl. 146. Sastavljanje dviju sila (1) i (2) u rezultantu (R). — Paralelogram silâ i poligon silâ.

lovanja druge. Iz toga smjesta izlazi, da te dvije sile djeluju na točku baš tako, kao da na nju djeluje jedna jedina sila R , koja se dobije crtnjom, ako se od obiju sila 1 i 2 sastavi paralelogram i povuče dijagonala iz hvatišta silâ. Dijagonala R nam uočuje i po veličini i po smjeru onu silu, koja naknadjuje obje sile 1 i 2. Ako zadanim silama 1 i 2 dademo ime „komponentne sile“ (kraće: „komponente“), a sili R , koja ih naknadjuje, ime „rezultantna sila“ (kraće: „rezultanta“) (isporedi str. 173.), izlazi glasoviti „zakon o paralelogramu silâ“, koji su već Stevin (1548.—1620.) i Galilei otkrili, ali ga je tek Newton u sadašnjem obliku rekao:

„Dvije komponente, koje djeluju u kutu na istu materijalnu točku, sastavljaju se u rezultantu, koja je po veličini i smjeru

jednaka onoj dijagonali paralelograma, načinjena od zadanih komponenata, koja izlazi iz hvatišta silâ“.

Kako sila R naknadjuje obje komponente 1 i 2, tako i obrnuto komponente 1 i 2 naknadjuju rezultantu R . Dakle dolazimo do nove spoznaje: svaka se sila R može po zakonu o paralelogramu silâ i rastaviti u dvije komponente zadanih smjerova 1 i 2. Jednostavna crtnja mi kazuje njihove veličine.



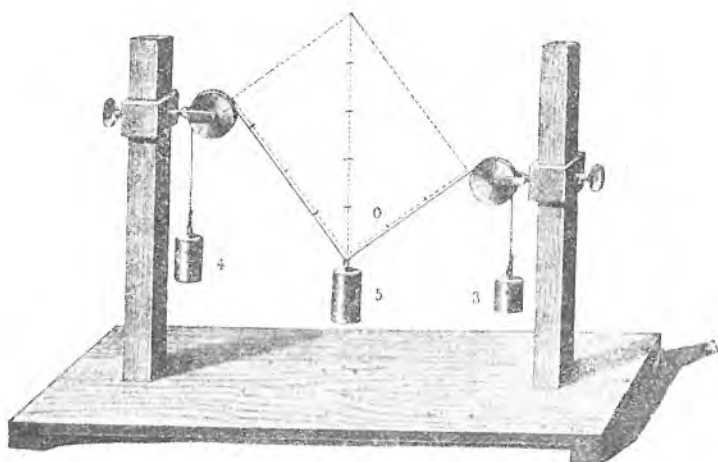
Sl. 147. *Ravnoteža triju sila, koje djeluju na istu točku o. — Sile su: No , Mo i Po .*

Maran će čitalac cio niz takvih sastavljanja i rastavljanja sila s pomoću crtanja lako izvesti i veličine njihove svagda odrediti. — Crtnju si može ujednostručiti, ako pomisli, da obje komponente djeluju zaista jedna iza druge. Rezultanta R je treća stranica trokuta načinjena od obje komponente (druga slika). Treba li napokon sastaviti više zadanih komponenata 1, 2, 3 i 4 u rezultantu R , ta je posljednja stranica mnogokuta, načinjena od komponenata (treća slika). Mnogokut ili poligon silâ.

Nije nužno, da o tom dalje raspravljamo, tek želimo, da svrnemo pažnju čitaoca na veoma zanimljiv izvod iz toga zakona (sl. 147.). U točki o djeluju komponente oM i oN ; rezultanta, koja ih u njihovu djelovanju naknadjuje, jest op . Ako sada u o djeluje treća sila oP , po veličini svojoj jednaka rezultanti op , ali po smjeru njoj baš suprotna, očito je, da su te tri sile: oM , oN i oP u ravnoteži. Isto tako možemo reći i ovako: komponente oP i oM imaju rezultantu on ; ako u o djeluje treća sila oN , jednaka rezultanti on i njoj suprotna, sile su oP i oM u ravnoteži sa silom oN . Dakle:

„Tri sile, koje djeluju na tri užeta skopčana u jednoj točki, bit će u ravnoteži, ako su one takove veličine, da paralelogram dviju sila daje dijagonalu, jednaku i suprotnu trećoj sili“.

Pokus prikazan slikom 148., koji svatko može i sam izvesti, potvrđuje ovaj izvod. Tri sile (ovdje težine od 4, 5 i 3 dekgrama) djeluju na istu točku užeta (točku, u kojoj visi sila 5 dekgrama), i one su u ravnoteži, kada se je uže namjestilo, kako slika pokazuje. Ako se na ljepenki nacrtá paralelogram silâ s komponentama 4 i 3 u smjerovima užeta, i povuče iz zajedničkoga hvatišta dijagonala, pokazuje konstrukcija, da je ta dijagonala baš jednaka trećoj sili 5 i njoj po smjeru suprotna.



Sl. 148. *Zakon o paralelogramu silâ.* — 3 i 4 su komponente, a 5 je sila jednaka i suprotna rezultanti.

U ovom pokusu imamo dakle potvrdu zakona o paralelogramu silâ, a tim i lijepu potvrdu našem umovanju o sastavljanju i rastavljanju sila, izvedenom iz principa nezavisnosti. Ako se od drugih triju sila na ljepenkama nacrtaju paralelogrami sila, pokazat će pokusi na ovom aparatu, da konci, što teku preko koloturâ, čine svagda isti kut, kao stranice nacrtana paralelograma, pa kad namjestiš paralelogram točno u kut konaca, mora dijagonala padati točno u smjer, koji je suprotan smjeru treće sile. Cio niz lijepih pokusa može svaki čitalac izvesti o naknadjivanju dviju komponenata jednom rezultantom. Svi će mu potvrditi zakon o „paralelogramu silâ“.

VII.

Pokusi o odnošaju između sile, mase i ubrženja.

Pomnjev je čitalac opazio, kako smo postepenim umovanjem na osnovi iskustva naučili izmjeriti veličinu svake sile f u odabranim osnovnim jedinicama C-G-S sustava:

$$\text{sila} = \text{masa} \times \text{ubrženje ili kraće: } f = m \times a.$$

Da nam je to umovanje pravo, možemo veoma lijepo sada potvrditi poučnim pokusima na poznatom nam Atwoodovu stroju (str. 140.), koji nam je ondje poslužio, da potvrdimo zakone jednoliko-ubrženja gibanja. — Evo tomu niz pokusa:

1. Neka bude konac prebačen preko pune koloture, koja ima masu od 100 grama, a na svakom kraju konca neka visi po jedna masa od 72 grama. Ako se na desno položi još pretega od 2 gram-težine (t. j. sila = 2×981 dina), ta sila (vlak) pokreće sada ove mase: 1. obje utege = 144 grama; 2. koloturu, koja ulazi u račun samo s polovinom svoje mase (= 50 grama), budući da se samo čestice na obodu kreću punom brzinom, a čestice bliže osovini sve manjom brzinom, i 3. svoju vlastitu masu (= 2 grama), dakle ukupno masu $m = 196$ grama. Pokus pokazuje, da je pri tom rasporedu put s u 2 sekunde = 20 cm, dakle akceleracija $a = 10$ cm (prema zakonu: $s = a/2 \times t^2$ na str. 144.). — Ako raspored pokusa tako preudesimo, da na svakom kraju konca visi masa = 71 g, a desno pretega od 4 grama (t. j. sila = 4×981 dina), pokreće ona kao i prije istu masu $m = 196$ g, a pokus pokazuje, da je put za 2 sekunde sada $s = 40$ cm, dakle akceleracija $a = 20$ cm. Bude li napokon na svakom kraju konca masa od 70 g, a desno pretega od 6 g (t. j. sila = 6×981 dina), pokreće ta sila ukupno istu masu $m = 196$ g, a pokus pokazuje za 2 sekunde put $s = 60$ cm, dakle akceleracija $a = 30$ cm. Izbija zakon:

„Uz istu se masu odnose akceleracije kao sile, koje izvode gibanje“.

2. Druga trojka pokusa teče ovako: Na kraju svakoga konca prvi je put masa od 74 g, a desno pretega = 2 g (t. j. sila = 2×981 dina). Ona pokreće kao i prije ukupno masu $m = 196$ g, i put je za 2 sekunde opet $s = 20$ cm, dakle

akceleracija $a = 10 \text{ cm}$. — Drugi put su na koncima mase od 169 g, a desno pretega od 4 g (t. j. sila $= 4 \times 981 \text{ dina}$). Ta sada pokreće ukupno masu $m = 2 \times 196 = 392 \text{ g}$. Pokus daje put u 2 sekunde opet $s = 20 \text{ cm}$, dakle je i akceleracija $a = 10 \text{ cm}$, kao i prije. — Treći put objesimo na krajeve konca mase od 266 g, a desno pretegu od 6 g (t. j. sila $= 6 \times 981 \text{ dina}$). Ta sila pokreće sada ukupno masu $m = 3 \times 196 = 588 \text{ g}$, a pokus daje za 2 sekunde opet put $s = 20 \text{ cm}$; dakle je i akceleracija opet $a = 10 \text{ cm}$. — Ova tri pokusa kazuju zakon:

„Uz istu se akceleraciju odnose sile kao gibane mase“.

3. Treća trojka pokusa teče ovako: U prvom je pokusu opet čitava gibana masa $m = 196 \text{ g}$, a pretega je 6 g (t. j. sila $= 6 \times 981 \text{ dina}$). Pokus pokazuje, da je za 2 sekunde put $s = 60 \text{ cm}$, dakle bijaše akceleracija $a = 30 \text{ cm}$. — U drugom je pokusu čitava gibana masa $m = 2 \times 196 \text{ g} = 392 \text{ gr}$, a pretega desno opet 6 g (t. j. sila $= 6 \times 981 \text{ dina}$). Put za 2 sekunde je sada $s = 30 \text{ cm}$, dakle bijaše akceleracija $a = 15 \text{ cm}$. — U trećem pokusu je čitava gibana masa $m = 3 \times 196 \text{ g} = 588 \text{ g}$, pretega desno opet 6 g (t. j. sila $= 6 \times 981 \text{ dina}$). Pokus daje za 2 sekunde put $s = 20 \text{ cm}$, dakle bijaše akceleracija $a = 10 \text{ cm}$. Izlazi dakle zakon:

„Uz jednake se sile izvedene akceleracije odnose obrnuto kao gibane mase“.

Naše se umovanje o mjerenju sila tim pokusima potpuno potvrđuje.

VIII.

Newtonov princip jednake akcije i reakcije.

Da na masu tijela A djeluje sila, to nam se očituje u svakom slučaju time, da se na gibanju toga tijela A nešto mijenja: ili se mijenja brzina ili smjer gibanja ili oboje. No iskustvo nam kazuje i to, da nema sile, koja ne bi izlazila od druge mase B. Svakidašnja nam iskustva to potvrđuju, i svaki će ih čitalac sam nabrojiti mnogo, ako o tom razmišlja.

To se potvrđuje ne samo za bliske sile, nego i za sile u daljinu. Evo najobičnijega primjera za silu u daljinu. Kamen A , dignut s površine Zemlje, pada, ako ga ispustiš. Izvor sile (teže) je u masi Zemlje (B) i ta djeluje privlačno na kamen A , jer vidimo, da se daljina između kamena i Zemlje umanjuje. Kada bi se ta daljina uvećavala, sila bi bila odbojna. Nema dakle druge nego zaključiti, da sile uvijek djeluju između dvije mase A i B , a to se djelovanje očituje u tom, da se te dvije mase ili jedna drugoj približuju ili jedna od druge udaljuju, ako su obje mase slobodne. Gibanju prve mase A dajemo ime „učinak“ ili „akcija“ mase B na masu A ; gibanju pak druge mase B dajemo ime „protuučinak“ ili „reakcija“ mase A na masu B . Akcija je posljedak sile, što ju izvršuje masa B na masu A , a reakcija je posljedak sile, što ju izvršuje masa A na masu B . Koje ćemo od obaju gibanja nazvati „akcijom“, a koje „reakcijom“, to nam je na volju. Newtonow princip sada veli:

„Reakcija (protuučinak) svagda je jednaka akciji (učinku)“.

Ili drukčije:

„Djelovanje dvaju tjelesa jednoga na drugo svagda je jednako i suprotnoga smjera“.
(Newton, 1687.)

Sve dosadašnje iskustvo potvrđuje taj princip.

Saznajemo dakle, da nikada ne izvršuje samo druga masa B silu na prvu masu A , nego svagda izvršuje i masa A posve jednaku silu na masu B , ali u suprotnom smjeru. Kako su te dvije sile baš jednake, a mjera je svake sile $f = m \times a$, izlazi dalje, da je svagda po tom principu:

$$m_1 \times a_1 = m_2 \times a_2,$$

ako su mase tjelesa A i B jednake m_1 i m_2 grama, a ubrženja, što ih te mase dobiše, jednaka a_1 i a_2 centimetara u sekundi.

Iz te pak jednadžbe izvodimo novu veoma znamenitu spoznaju. Ako je masa m_2 drugoga tijela B veoma velika spram mase m_1 prvoga tijela A , mora ubrženje a_2 drugoga tijela B biti veoma maleno spram ubrženja a_1 prvoga tijela

A, kako bi ona dva produkta ostala jednaka. Ako je n. pr. masa m_2 1000 puta veća od mase m_1 , bit će ubrženje a_2 1000 puta manje od ubrženja a_1 , a to će reći, da se gibanje tijela velike mase gotovo ništa ni mijenja. Upotrijebimo to na silu težu, koja djeluje između mase Zemlje (tijelo B) i mase uzdignutoga kamena (tijelo A). Nema sumnje: Zemlja privlači kamen mase od 1000 grama silom $p = 1000 \times 981 = 981.000$ dina (str. 325.) i daje mu ubrženje padanja $g = 981$ cm u sekundi. No po principu jednake akcije i reakcije nema ni o tom sumnje, da i kamen privlači masu Zemlje s i s t o m silom: Zemlja se približava kamenu. No kako je masa Zemlje spram mase kamena neizmjereno velika (6 hiljada kvadrilijona = 6000 000000 000000 000000 000000 grama), bit će ubrženje, što ga Zemlja prima od kamena toliko kvadrilijona puta manje od 981 centimetra, t. j. praktički Zemlja ostaje na miru. Mi se kod izučavanja padanja tjelesa na Zemlji ne trebamo ni obazirati na padanje Zemlje prema kamenu.

Konj je upregnut u kola i vuče kola: on izvršuje silu na kola, i ta se gibaju. No i kola izvršuju jednaku silu na konja u suprotnom smjeru. Mi ipak svaгда mislimo samo na gibanje kola i na silu konja. Masa konja se sjedinjuje s masom Zemlje, kada on vuče kola, i poradi toga mogu kola odredjenom brzinom naprijed. To nam potvrđuje iskustvo: konj ne može da vuče kola, kada je poledica.

Činjenicom, da kod svake akcije tijela B na tijelo A postoji svaгда i reakcija tijela A na tijelo B , koja je akciji jednaka i suprotna, tumači se cio niz pojava u svakidanjem životu, kojih inače ne bismo lako shvaćali. Prepuštamo čitaocima, da ih sami opažaju i na osnovu ovdje stečenoga znanja izučavaju. U novoj im svjetlosti sada sinuše djelovanja prirodnih sila!

* * *

Pitanje na čelu ovoga članka o uzrocima gibanja zemaljskih i opet nas pomalo dovelo na vršiku mehanike, s koje pukoše novi, zanimljivi i daleki vidici. Da ih još jednom letimice pregledamo:

1. Uzrocima gibanja zemaljskih dadasmo ime „sile“. Sile su osjetilima nedohvatne; poradi toga ih možemo tek po učinku

njihovu, t. j. po brzini i po ubrženju suditi, što ih dadoše tijelu.

2. Razlikujemo „sile u daljinu“ od „bliskih sila“. Prve imaju svoje sjelo na jednom mjestu u prostoru, a djeluju na sasma drugom mjestu prostora; druge djeluju neposredno na tijelo, koje se giba. Jedne i druge imaju to zajedničko svojstvo, da izlaze od jednoga tijela A i da djeluju na drugo tijelo B. Sile, koja ne bi izlazila iz kojega tijela, ne poznajemo. „Sila teža“ izlazi od Zemlje. — Sile u daljinu ne trebaju ništa vremena, da prenesu svoje djelovanje s jednoga mjesta u prostoru na drugo, dok se kod bliskih pokazuje svagda, da prodje neko vrijeme, dok im djelovanje na drugom tijelu počne. Obrnuto: gdje se pokaže takvo vrijeme, tu nema mjesta sili u daljinu.

3. Jednoliko gibanje po pravcu vrši se bez djelovanja ikakve sile u sadašnjosti. To je gibanje posljedica „momentane sile“ ili „impulza“ ili i trajne sile, koji su nekoć djelovali na tada mirno tijelo, ali su prestali djelovati.

4. Mrtva tvar ima svojstvo, da ustraje u stanju mirovanja ili jednolikoga gibanja po pravcu, dok ju izvanji uzroci ne potaknu, da jedno ili drugo stanje mijenja. (Princip ustrajnosti.)

5. Djelovanje se sile očituje dakle tek u tom, da se gibanje tijela mijenja; poradi toga točnije definiramo silu kao uzrok promjeni gibanja.

6. Jednoliko-ubrženo gibanje po pravcu učinak je stalne sile. Po veličini njegova ubrženja sudimo o veličini sile. Ubrženje je tijela upravo razmjerno s veličinom sile, koja na nj djeluje.

7. Svaka mrtva tvar zadaje prenošenju iz mirovanja u gibanje, ali i svakoj promjeni već postojećega svoga gibanja neki otpor, koji je to veći, što je veća masa tijela t. j. množina tvari u njem. Ubrženje, što ga koje tijelo dobije od zadane sile, obrnuto je razmjerno masi tijela. Za jedinicu mase odabrana je množina vode od 4°C , koja baš stane u kocku od 1 kubičnoga centimetra. Ime je toj jedinici mase: „1 gram-masa“ (1 g).

8. Jedinicom sile odabrana je ona sila, koja djelujući na 1 gram-masu njoj daje ubrženje od 1 centimetra u 1 sekundi. Ime joj je „1 din“. Tom se jedinicom mjere u nauci sve sile. „Din“ je veoma slaba sila: od prilike tlak mase od 1 miligrama na horizontalnu podlogu ili „težina 1 miligrama“ (1 mg^*). — 1000 dina je „1 kilodin“, a milijun dina je „1 megadin“, koji je gotovo jednak težini mase od 1 kilograma (1 kg^*).

9. Veličina se svake sile u dinima odredi, ako se ubrženje, što ga ona daje tijelu, multiplicira s masom tijela ($f = a \times m$).

Prema tomu se i težina svakoga tijela (p) određuje u dinima, ako se njegova masa multiplicira s ubrženjem padanja na Zemlji ($g = 981 \text{ cm}$) ili: $p = mg$.

10. Ako na točku djeluju dvije sile u isti mah („komponentne sile“ ili kraće „komponente“), sastavljaju se po „zakonu o paralelogramu sila“ u treću silu R „rezultantnu silu“ ili kraće „rezultantu“. Obrnuto svaka se sila može rastaviti po istom zakonu u dvije komponente, koje ju potpuno naknadjuju u njezinu djelovanju. To sastavljanje i rastavljanje sila olakšava često izučavanje pojava gibanja i ravnoteže.

11. Svaka sila, koja djeluje na tijelo A , izlazi od drugoga tijela B , pak u prirodi svagda postoji i djelovanje tijela A na tijelo B : svakoj akciji jednoga tijela na drugo pripada i reakcija drugoga tijela na prvo, i ta je reakcija svagda jednaka akciji i suprotnoga smjera. („Princip jednake akcije i reakcije“.)

Sila teža na Zemlji.

Važnost sile teže. — Sila teža na Zemlji uzrok padanju i težini tjelesa na Zemlji. — Postanje današnjega oblika Zemlje. — Središte mase ili težište tijela. — Paralelne sile i njihova rezultanta. — Stabilna, labilna i indiferentna ravnoteža. — Održanje položaja osovine kod vrtnje. — Poluga i zakon ravnoteže na njoj. — Arhimedova otkrića o njoj. — Kolotura i kolo na vretenu. — Kosina i Stevinova otkrića o njoj. — Klin i šaraf odlike kosine. — Zlatno pravilo mehanike. — Sila teža i tekućine. — Osobita svojstva tekućinâ. — Osobite pojave kod tekućine spram sile teže. — Hidraulijski tijesak. — Različni tlaci u tekućini: tlak na dno, na bokove i u vis. — Hidrostatski paradokson. — Sastavljene posude. — Arhimedov zakon. — Gustoća tijela i specifična težina. — Piknometar. — Sila teža i uzdušnine ili rastezljive tekućine. — Osobite pojave u njih spram teže. — Težina uzduha i Torricelijev pokus o tom. — Tlak 1 atmosfere = 1033 gr na 1 cm². — Barometar. — Mjerenje visine s barometrom. — Arhimedov zakon za uzdušnine. — Uzdušni balon i uzdušni brodovi. — Rastezljivost (ekspanzivnost) uzdušninâ. — Boyle-Maritteov zakon. — Napon (napetost, ekspanzija) uzdušnine.

I.

Djelovanje sile teže na površinu Zemlje.

U predjašnjem se članku (str. 314.) upoznasmo sa silom veoma tajanstvene naravi, koja na Zemlji izvodi padanje tjelesa. Damosmo joj ime „teža“ a ubrojismo u red „silâ u daljinu“. Sijelo joj je po našem mišljenju zemaljska kugla, i mi si stvorismo sliku, da je teža privlačna sila zemaljske mase na tjelesa, koja su na površini njezinoj, ali i na tjelesa, koja su iznad te površine. Kako sva tjelesa na Zemlji padaju vertikalnim smjerovima, a ti se svi sastaju u središtu zemaljske kugle, možemo i dalje za sijelo teže uzeti središte Zemlje, iz kojega ona izbija u obliku nevidljivih zrakâ na sve strane prostora. Ma kako nam inače bila zagonetna ta sila, ona je tu, ona djeluje: ona je najmoćnija od svih prirodnih sila, što djeluju na Zemlji i oko nje; ona je i najopćenija sila, jer nema na Zemlji i oko nje ni mrtve ni žive tvari, koja bi joj se mogla otet; ona je i najtrajnija od svih

prirodnih sila, jer nema ni jednoga trenutka u svim vijekovima, gdje bi se ikoja tvar, ma na jedan samo časak, mogla oteti verigama te sile; ona je na istom mjestu zemaljske površine povrh toga i svaгда jednake jačine, jer znamo po iskustvu, da se ubrženje, što ga ona daje tijelu kod padanja, ne mijenja na istom mjestu zemaljske površine. Ako pače one veoma male razlike toga ubrženja, što ih najpomniji mjerjenja odadoše za različna mjesta na Zemlji, ne uzmemo u obzir, mogli bismo reći, da je jačina teže i na čitavoj površini Zemlje gotovo jednaka. Verige te sile osjeća i čovjek u svom čitavom životu teško: od kolijevke je do groba po njoj vezan uz čvrstu grudu zemaljsku; samo po toj grudici može da se pomiče, samo na njoj može da živi; pokuse, da se uzdrži na vodi ili dignu u uzduhu, plaća konačno svojim životom. Osobito ju teško osjeća, kada se po tvrdoj kori zemaljskoj penje na bregove. Dosta je vrhunaca, na koje još nije stupila noga čovjekova. Zavrijedila je po tom sila teža, da joj posvetimo i u ovoj knjizi poseban članak. Ne ćemo toga požaliti, jer će nam se duševni horizont znatno proširiti.

Dvije pojave, kojima je ona uzrok, već podobro poznajemo: 1. svako tijelo, ako nije ma kojim načinom poduprto, pada. Zakone padanja poznajemo već u tančine, a uzrok tomu padanju baš je sila teža. 2. Svako tijelo, ako je na horizontalnoj podlozi, izvršuje na tu podlogu neki tlak — to veći, što je veća masa tijela. — Tomu tlaku dadasmo ime „težina“ tijela (lat. pondus; njem. Gewicht; franc. poids ili pesanteur). Težina je tijela (p) ujedno i jačina sile teže, kojom ona na površini Zemlje (t. j. u daljini od 6370 kilometara od središta njezina) na to tijelo djeluje: na svaki gram mase jednaka je 981 dinu ili 1 gram-težini (1 g^*), a na masu od m grama je taj tlak $p = mg$ dina.

No kako to nisu jedine pojave, kojima je ta sila uzrokom, i kako je to za nas sila, za koju u punoj mjeri vrijede riječi Preradovićeve:

„U svesilju sila si najjača“,

red je, da se iz bližega upoznamo i s drugim ponajvažnijim pojavama, kojima je ona uzrok na površini Zemlje.

Teža ne djeluje samo na čitava tjelesa, koja su na površini Zemlje i oko nje: ona djeluje neprestano i na drobnice tih tjelesa. To nam potvrđuje svakidanje iskustvo: svaka je drobnica tijela takodjer teška, svaka drobnica ima s v a g d a i na istom mjestu Zemlje stalnu svoju težinu. Kako je po našem mišljenju svako tijelo sastavljeno od najmanjih čestica — m o l e k u l â, koje se ipak nikada ne dotiču medju sobom, možemo dalje reći: svi molekuli tvari, čvrste, tekuće i uzdušne, od kojih su građena tjelesa zemaljska, pače i svi molekuli tvari, od kojih je građena Zemlja sama, bile te mase na površini njezinoj ili negdje u unutrašnjosti ili negdje u atmosferi, pak i molekuli atmosfere same, sve je to podložno neprekidnom djelovanju sile teže. Nije čudo, da silu težu zapada odlična uloga kod ravnoteže tvari zemaljskih, pače i kod postanja današnjega oblika Zemlje.

Taj je oblik posljedica djelovanja dviju glavnih sila: teže, koja nastoji sve drobnice s a b i r a t i sa svih strana i oko središta razmještati, i t o p l i n e, koja baš obrnuto nastoji, da molekule razmiče, rastjeruje. Borba tih suprotnih sila na Zemlji i u njoj nije još ni danas dovršena. No da nema teže, već odavna oko Zemlje ne bi bilo atmosfere. Ona drži drobnice na našem planetu na okupu, ona ih pomalo svrstava u trajnu ravnotežu, ona ih i povraća u tu ravnotežu, kada ju druge sile pobrkaju. Nauka o prirodi i danas pomnjivo izučava tu neprekidnu borbu suprotnih sila na Zemlji, pak će možda svanuti dan, kada će znati čitati prošlost našega planeta i pogadjati promjene njegove u dalekoj budućnosti. Danas o tom možemo tek veoma malo nagadjati.

II.

Težište ili središte mase.

Kako je svako tijelo hrpa malih drobnica, medju sobom rastavljenih, koje veća ili manja privlačna sila („k o h e z i j a“) drži jače ili slabije na okupu u nekim stalnim daljinama, pa kako je svaka ta čestica sama za se t e š k a, t. j. kako na svaku djeluje sila teža odredjenom jakošću, možemo očito i ovako umovati: na svako prirodno tijelo,

ma kojega oblika, ma koje tvari i ma koje veličine bilo (sl. 149.), djeluje veoma velik broj silâ težâ, koje su sve medju sobom usporedne, a kako uzimamo, da su svi molekuli jednake mase, tê su sve sile i jednake, tek ne hvataju u istoj točki tijela: koliko je molekula, toliko je sila i toliko hvatišta. I sve te sile, medju sobom usporedne i jednake, izvode učinak kao jedna jedina sila, kojoj bismo po predjašnjem dali ime „rezultanta“. Nastaje pitanje, koliko je ta rezultanta, gdje joj je hvatište i u kojem smjeru ona djeluje? Neka odgovori pokus! Na krajevima motke AB (sl. 150.) djeluju dvije jednake i paralelne sile P i Q , težine tih utega. Ako motka nije poduprta, pada. Da ostane u ravnoteži, mora da djeluje u sredini motke C vertikalno gore sila $P + Q$. Dakle: sile P i Q imaju za rezultantu silu, koja je jednaka njihovoj sumi $P + Q$. Ta rezultanta ne hvata niti u točki A niti u B , nego u nekoj točki C izmedju A i B . Smjer je rezultante očito vertikalno dolje, dakle usporedan sa smjerom zadanih sila P i Q . Toj naime rezultanti drži ravnotežu njoj suprotna i jednaka sila $P + Q$, koja motku i obje sile P i Q s pomoću užeta vuče gore. Veoma je poučan ovaj jednostavni pokus, što će ga pomnjev čitalac lako sam izvesti. Prvi put otkrivamo veoma zanimljivu činjenicu: da motka zajedno s utegama ne pada, nije baš potrebno, da se čitavoj motki i utegama podmetne kakva čvrsta podloga (daska). Dosta je, da se u jednoj jeditoj točki C namjesti jedna jedita sila $P + Q$, koja djeluje vertikalno gore. Čitav sustav miruje. Veoma važna spoznaja! Samo treba znati, gdje je na motki ta nada sve zanimljiva točka C . U našem je pokusu baš u sredini motke: $AC = BC$, jer su obje komponente P i Q bile jednake. No mala preinaka pokusa sa nejednakim utegama, n. pr. $P = 1 \text{ kg}^*$ i $Q = 3 \text{ kg}^*$, pokazala bi, da točka C nije više u sredini, nego da dijeli dužinu motke AB u dva nejednaka dijela: točka bi C sada većoj sili Q

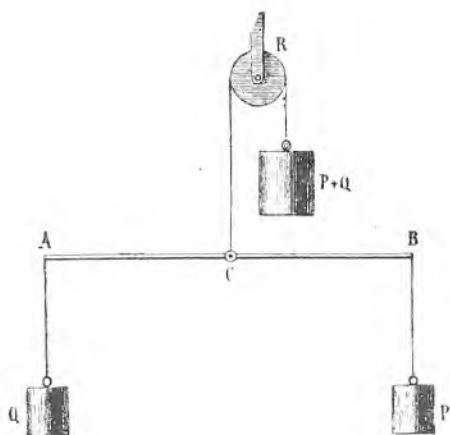


Sl. 149. Težište tijela.

bila bliže, nego manjoj sili P . Kušanjem bismo lako našli, da je sada $AC = \frac{1}{4} BC$ t. j. postoji razmjer :

$$AC : CB = P : Q.$$

I tako nadjosmo za sastavljanje usporednih komponenata, koje djeluju na različne točke tijela, veoma znameniti zakon :



Sl. 150. Rezultanta dviju paralelnih sila P i Q , koje djeluju u različnim točkama motke AB . — C je hvatište rezultante $P + Q$.

„Dvije se paralelne sile P i Q mogu svagda naknaditi rezultantom, koja je jednaka njihovoj zbroju $P + Q$ i njima usporedna, a hvata u točki, kojoj su daljine od komponenata obrnuto razmjerne tim komponentama“.

Bilješka. Za razjašnjenje jedan primjer. Na krajevima veoma tanke motke (motke, kojoj se težina gubi), dugačke 10 centimetara, djeluju vertikalno dolje paralelne sile $P = 2 \text{ dg}^*$ i $Q = 3 \text{ dg}^*$. Koja ih sila naknadije i gdje hvata? Odgovor: 1. $R = P + Q = 5 \text{ dg}^*$. — 2. Daljina hvatišta od komponente P neka bude x ; onda je daljina njegova od komponente Q jednaka $10 - x$ centimetara. Dakle je: $x : (10 - x) = Q : P$ ili $x : (10 - x) = 3 : 2$, a to daje $x = 6 \text{ cm}$. Rezultanta hvata 6 centimetara daleko od P ili 4 centimetra daleko od Q .

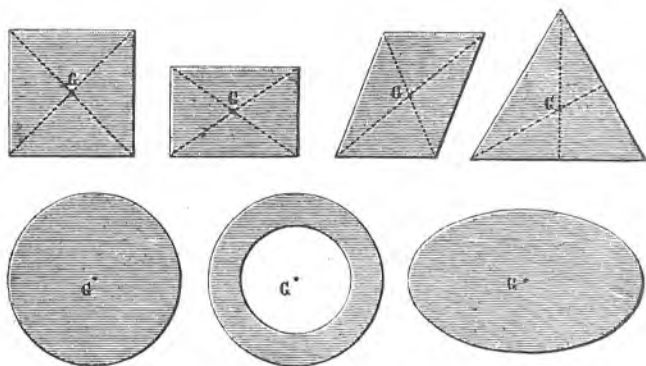
I za praktični život dobro je znati taj zakon. Evo primjera: Dva momka nose na motki dugačkoj 3 metra teret od 150 kg^* . Momci nisu jednake snage..

Gdje treba da bude na motki teret, ako jedan momak treba da nosi 100 kg^* a drugi 50 kg^* ? O d g o v o r: Ako je x daljina tereta od slabijega momka, izlazi:

$$x : (3 - x) = 100 : 50 = 2 : 1 \text{ ili } x = 2 \text{ metra.}$$

Teret se mora dakle namjestiti 2 metra daleko od slabijega, a 1 metar daleko od jačega momka. Da su momci jednake snage, teret bi morao biti u sredini motke.

Kako će se stvar dalje razviti, ako dvjema paralelnim komponentama pristupi još treća, četvrta i t. d., prilično je jasno. Rezultanta prvih dviju složit će se s trećom silom po predjašnjem zakonu u novu rezultantu s novim hvatištem i t. d. Ako dakle



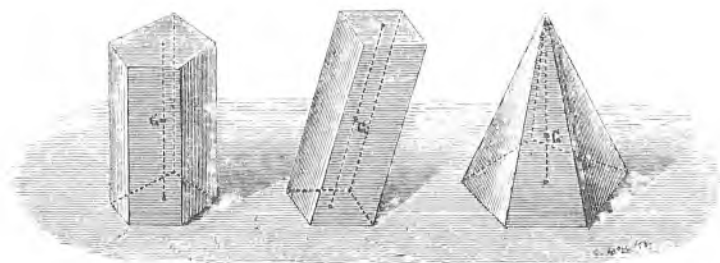
Sl. 151. Težišta (G) nekih ploča.

na koje tijelo djeluje makar koliko paralelnih sila, moći ćemo ih sve malo po malo po opisanom postupku naknaditi jednom jedinom silom R , koja će očito po svojoj veličini biti jednaka sumi svih komponentata, po svom smjeru bit će usporedna komponentama, a njezino će hvatište biti jedna točka negdje između hvatišta svih komponentata. Postepenim sastavljanjem komponentata doći ćemo do te znamenite točke. Neka bude u našoj 149. slici. G ta znamenita točka za sve paralelne sile teže, koje djeluju na drobnice toga tijela. Budući da nam težine molekula kazuju jačine tih svih sila, jasno je, da će rezultanta R biti jednaka težini čitavoga tijela, pak nas evo opet kod nove mnogo vrijedne spoznaje:

„U svakom je tijelu jedna osobita točka, u kojoj možemo pomisliti sabranu težinu čitavoga tijela. Toj osobitoj točki dajemo ime **težište** tijela ili **središte mase**“.

Premda dakle sila teža posebno djeluje na svaki molekul tijela, mi smijemo u našim daljim razmatranjima sve te sile naknaditi jednom, no ta mora da hvata u osobitoj točki — u težištu ili središtu mase toga tijela.

Želimo li, da nam to tijelo ne pada, moramo mu podložiti n. pr. čvrstu dasku, našu ruku, stol i t. d. No sada otkrivamo nešto novo: da naše tijelo ostane na miru ili u stanju mirovanja, ne treba čitavo tijelo poduprijeti; dosta je, ako samo



Sl. 152. Težište prizme i piramide.

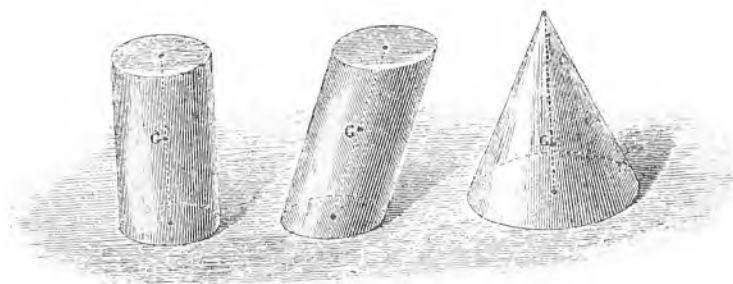
u njegovu težištu G namjestimo silu jednaku njegovoj težini P ali smjera suprotnoga, ako n. pr. u G namjestimo konac i taj konac negdje gore učvrstimo. Napetost će toga konca biti sada ta suprotna sila, i mi ćemo vidjeti neobičnu pojavu, da čitavo tijelo miruje, ma koji bio njegov položaj, ma kako ga obrtali. Mjesto da tijelo objesimo u težištu, mogli bismo mu podmetnuti i stalak sa šiljastim vrhom, na koji bismo namjestili tijelo baš u težištu; a mogli bismo tijelo i probušiti kroz težište i utaknuti tanku osovinu, koja ide baš kroz težište, i tu osovinu poduprijeti; pak bismo i opet vidjeli, da tijelo miruje, ma kako ga obrtali.

Težište je dakle svakako vanredno zanimljiva točka svakoga tijela, pak se nadaže pitanje, kako bismo mogli saznati, gdje je težište kojega tijela? Odredjivanje je težišta u meha-

nici poseban problem, koji ona zna općeno riješiti s pomoću računa. No ima mnogo slučajeva, gdje se težište može jednostavno geometrijski odrediti, ako je masa tijela jednolika (homogena) i ako je oblik tijela pravilan ili simetričan. Nekoliko takvih primjera neka nadje ovdje mjesta.

Težište pravca (težak pravac ili materijalan pravac) ima svoje mjesto baš u sredini pravca. Svaki takvi pravac zapravo je prizmatičan ili cilindričan štap; no ako mu je debljina veoma malena spram dužine, možemo uzeti, da debljina iščezava spram dužine, pa se ne trebamo na nju dalje obazirati.

To vrijedi i za tanke ploče, pak i njih možemo uzeti za plohe bez ikakve debljine. Evo nekoliko takvih tankih ploča



Sl. 153. Težište cilindra i stošca.

poznatih geometrijskih oblika (sl. 151.) s njihovim težištima (G). Zanimljiv je slučaj prstena ili koluta (srednja slika u drugom redu), koji nam odaje novu spoznaju, da težište neke mase ne mora da bude svagda u unutrašnjosti te mase, nego može da bude i izvan nje, u točki prostora posve odijeljenoj od te mase. Evo i nekoliko tjelesa poznatih geometrijskih oblika sa svojim težištima (sl. 152. i 153.), a na koncu evo i elipsoida i kugle (sl. 154.) sa svojim težištima. Pomnjev će čitatelj lako i sam opaziti zakone, po kojima se sva ta težišta odredjuju.

Nešto je teže to pitanje, ako masa nije svagdje jednake gustoće i ako oblik tijela nije pravilan. Tu treba osobitim pokusom odrediti položaj težišta. Najjednostavniji je pokus, da se tijelo objesi na koncu (sl. 155.). Kad se je u prvom po-

ložaju A namjestilo u ravnotežu, težište mu je za stalno u produženju konca. Taj se smjer zabilježi. Ploča se objesi u drugoj točki B o konac; kad se primiri, težište joj je za stalno u produženju ovoga drugoga konca. Sjecište obaju S daje položaj težišta.

Još bismo spomenuli ovaj osobiti slučaj. Dvije su kugle O i O' (sl. 156.) spojene motkom. Veća je kugla teška 4 kg^* , i ta sila hvata u O ; druga je teška 1 kg^* , i ta težina hvata u njezinu težištu O' ; motka je teška 0.5 kg^* , i ta težina hvata u sredini motke I . Gdje je težište ovoga spoja tih triju tjelesa?

Najprije uzmimo, da su obje kugle O i O' spojene pravcem bez ikakve težine. Zajedničko bi im težište bilo na sastavnici OO' obaju težišta i to u točki g , jer je $Og = \frac{1}{5} OO'$, a $O'g = \frac{4}{5} OO'$. U točki g djeluje dakle sila od 5 kg^* vertikalno dolje.



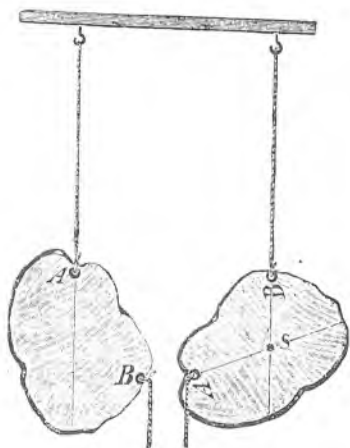
Sl. 154. Težište elipsoida i kugle.

No kako je motka zaista teška 0.5 kg^* , djeluje njezina težina u sredini motke I . Ako se daljina gI razdijeli po omjeru $0.5 : 5$ ili $1 : 10$, izlazi za težište čitavoga sustava tih triju tjelesa točka G kao hvatište ukupne njihove težine od 5.5 kg^* ili od prilike 5.4 megadina. Kod nebeskih se masa ovakvi slučajevi često javljaju, tek nema među njima one teške motke.

Iz pojma težišta izvedosmo njegovo najznamenitije svojstvo: dok je težište tijela poduprto ili kako drukčije uočvršćeno, čitavo je tijelo u ravnoteži, t. j. tijelo ne pada. No taj je uvjet za ravnotežu zemaljskih tjelesa teško ispuniti, jer je težište tijela točka u njegovoj unutrašnjosti, pa ga ne možemo izravno poduprijeti ili tijelo o nj objesiti. Poradi toga ćemo n. pr. tijelo, da bude u ravnoteži (na miru), objesiti o konac u jednoj točki njegove površine. Vidjet ćemo, kako se tijelo samo namješta u položaj ravnoteže, dok mu težište ne

dospije u produženje vertikalnoga konca (sl. 155.). U tom je položaju naše tijelo očito njihalo u mirnu položaju (u ravnoteži). Makneš li ga iz njega, njihat će neko vrijeme i namjestit će se opet u isti položaj. Velimo u tom slučaju, da je naše tijelo u „stabilnoj ravnoteži“, i razbiramo, da joj je bitni uvjet, da težište bude vertikalno ispod potporišta (A) (točke, u kojoj je tijelo pričvršćeno uz konac).

Da bude dakle zemaljsko tijelo, izloženo djelovanju sile teže, u ravnoteži, dosta je, da mu težište bude u vertikali (osovnom pravcu), koja ide kroz potporište, ako je to potporište jedna jedina točka. Ako pak potporište tijela nije jedna točka nego potporna ploha (kakav mnogokut) (sl. 157.), treba da ta vertikala težišta bude unutar potporne plohe. Tijelo samo baš ne mora da stoji na tlu vertikalno (kosi toranj u Pizi, sl. 59., str. 128.), ali svakako treba da bude namješteno, kako bi vertikala težišta još padala unutar potporne plohe. To pokazuju i po sebi razumljive slike 152. i 153.

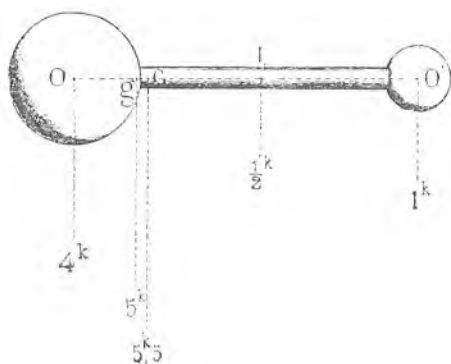


Umjesto da tijelo objesimo Sl. 155. *Odredjivanje težišta pokusom.* o konac, možemo i kroza nj utaknuti osovinu i tu osovinu učvrstiti (sl. 158.), ali tako, da se tijelo može slobodno oko nje vrtjeti. Ravnoteža takova tijela može da bude trojaka: stabilna, indiferentna i labilna, prema tomu, kakav je položaj težišta spram osovine. Ravnoteža je tijelu stabilna, ako je težište G u vertikali, koja prolazi osovinom, ispod osovine (desna slika); ravnoteža je indiferentna, ako je težište u samoj osovinu (srednja slika); labilna je napokon ravnoteža, ako je težište u vertikali, koja ide kroz osovinu, ali iznad nje (lijeva slika).

Ima sva sila aparata i igrački, osnovanih na različnim uvjetima ovih vrsta ravnoteže, kojima se odnošaji izmedju po-

ložaja težišta i potporišta veoma lijepo razjašnjaju. Gdje su u prvi mah gotovo zagonetni.

No svi ovdje razviti uvjeti za ravnotežu zemaljskih tjelesa vrijede tek za slučaj, da su tjelesa sama u stanju mirovanja, ali nisu više nužni, kada se tjelesa brzo vrte. Veoma se zanimljive nove pojave javljaju u tom slučaju. Ako osovinu zvrka (sl. 159.), koji je još miran, koso položimo na ravninu stola, pa ga ispustimo, on se smjesta izvrne, jer mu težište nije ni na koji od ona 3 načina poduprto. No ako taj isti zvrk položimo u istom položaju osovine na stol, kada se on naglo vrti oko te osovine, on se ne izvrne: osovina ostaje u svom položaju,



Sl. 156. Težište dviju kugala O i O' , sastavljenih motkom. — Težište je sustava u G .

makar da težište nije poduprto; ona se ni najmanje ne priklanja k stolu, kut između nje i stola ostaje jednak. No u isti ćemo mah vidjeti, kako se osovina polako pomiče i opisuje plohu stošca oko vertikalnoga smjera. Zaista veoma čudnovat slučaj ravnoteže. Nauka ga umije tumačiti, a pri tom zapada velika riječ nama poznato svojstvo ustrajnosti (strana 310.). Opet ima sva sila

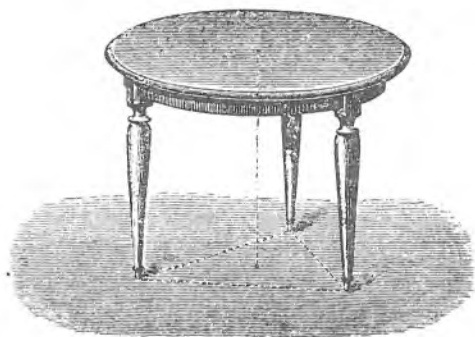
aparata i igrački, koje razjašnjaju ovaj vanredno zanimljivi slučaj ravnoteže u tjelesa, koja se vrte. Pojavi samoj mogli bismo dati ime „održanje položaja osovine“, a po lažanomu gibanju osovine dadoše ime „precesija“. Bit će prilike, da se tih pojava još jednom sjetimo.

III.

Poluga. Strojevi.

Ako pravo promislmo, uvjerit ćemo se, da se najveći dio fizičkoga rada velikoga broja ljudi zapravo sastoji u tom, da svladavaju silu težu, koja djeluje na sva zemaljska tjelesa, a svladavaju ju u prvom redu silom svojih mi-

šića. Prenosanje teških tjelesa s jednoga mjesta na drugo, dizanje teških tjelesa („tereta“) u vis, prebacivanje gruda zemlje kod oranja i mnoge druge „mehanične radnje“ u svakidašnjem životu nam to potvrđuju. Borba protiv sile teže sadržaj je gotovo čitavoga života kod velikog broja ljudi — kod težaka. To nam evo i samo ime njihovo kaže. U toj se borbi veoma često pokazala sila čovjekovih mišića premalena i pre-slaba spram moćne teže, i čovjek je snovao, otkad umije misliti, kako bi izumio sredstava, da uveća snagu svojih mišića umjetnim načinom. Za prenošenje i dizanje velikih tereta, za koje ne dosiže neposredno djelovanje sile mišića, zaista je čovjek već u



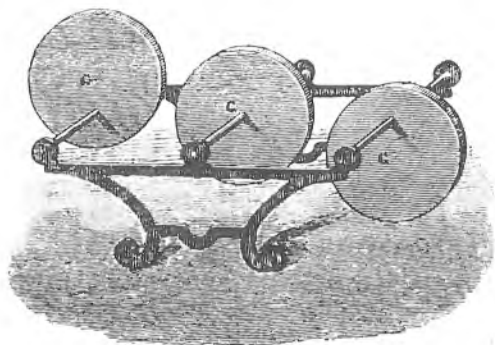
Sl. 157. *Podporna ploha stola.*

pradavna vremena imao osobitih sprava. To nam najbolje svjedoče prastare piramide i obeliski u Egiptu. Samom neposrednom silom mišića nikada ih čovjek ne sagradi!

Medju tim je spravama svakako najstarija bila poluga (franc.: *le levier*; njem.: *der Hebel*). Mi ju zapravo već uvedosmo u naša razmatranja. Ako aparat, opisan na str. 340. sl. 150., samo nešto preinačimo, dobijemo polugu. Na ravnoteži se motke AB očito ne će ništa promijeniti, ako mjesto konca u točki C protaknemo horizontalnu osovinu i nju položimo na zgodan stalak. Čvrstoća podloge, na kojoj počiva osovina, naknadjuje silu $P + Q$, koja je prije držala motku AB u ravnoteži, a sile P i Q , koje i sada djeluju na krajevima motke, nastojeći

da obadva kraja vuku dolje, ne će ni sada izvesti nikakva gibanja motke: sile su P i Q u ravnoteži.

Ovakvoj motki AB , koja se u nekoj točki C može da vrti oko protaknute i poduprte osovine, dajemo ime poluga, ako na njoj djeluju dvije sile P i Q , koje ju vuku na istu stranu. Točki C dajemo još posebno ime „potporište“ ili „oslonac“, a daljinama toga potporišta od pojedinih sila dajemo ime „krakovi poluge“. Kako u našem slučaju obje sile P i Q djeluju okomito na motku, krakovi su te poluge AC i BC ; no uvidjamo i to, da bi krakovi poluge bili druge dužine, da sile



Sl. 158. Labilna, indiferentna i stabilna ravnoteža okrugle ploče.

P i Q djeluju koso spram motke AB . Naša poluga AB ima jednake krakove $AC = BC$, pak iz pokusa odmah čitamo osnovni zakon:

„Na polugi je **jednakih** krakova ravnoteža, ako su obje sile jednake.“

Prema istom našem pokusu izvodimo još i drugi, općeni zakon za polugu. Da potporište nije u sredini motke C , nego da je n. pr. krak AC samo polovina kraka CB , morala bi sila Q biti jednaka dvostrukoj sili P , da bude na toj polugi nejednakih krakova ravnoteža; ako je $AC = \frac{1}{3} CB$, morao bi $Q = 3 P$ i t. d. Općeno:

„Na polugi je **nejednakih** krakova ravnoteža, ako su obje sile obrnuto razmjerne s krakovima poluge.“

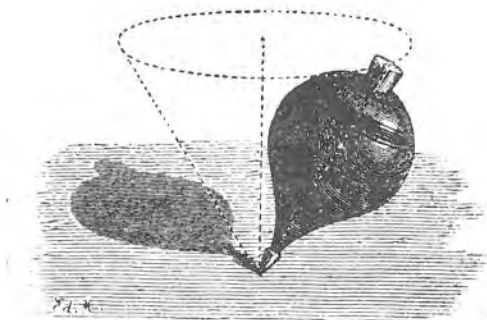
Ili:

„Sila (P) prema teretu (Q) kao krak tereta (q) prema kraku sile (p)“.

U najkraćem matematičkom govoru:

$$P : Q = q : p.$$

Želimo li dakle s pomoću poluge AB svladati (t. j. držati u ravnoteži) teret $Q = 100 \text{ kg}^*$, koji djeluje u točki A okomito na polugu, a nemamo u tu svrhu nego silu $P = 10 \text{ kg}^*$, moći ćemo teret svladati, ako potporište poluge C tako namjestimo, da bude krak AC tereta Q deset puta manji od kraka CB ,



Sl. 159. Gibanje i ravnoteža zvrka. — Precesija osovine zvrka.

koji pripada sili od 10 kg^* . A jasno je i to, da će se teret od 100 kg^* već dizati u vis, čim sila nešto malo premaši 10 kg^* . Zaista dakle s pomoću poluge AB možemo malom silom dizati ili prevaljivati velike terete. Graditelji su piramida prije 4000 godina za stalno već upotrebljavali ovakove poluge kod svojih radnja, ako se i ne mora uzeti, da su egipatski svećenici, koji su tim radnjama upravljali, već znali gore spomenuti zakon. Što mi znamo, bio je Grk Arhimed (sl. 160.), koji je živio u trećem stoljeću pr. Kr. u Sirakuzi (287.—212. pr. K.), prvi, koji je nauk o silama, mehaniku, svojim velikim genijem snažno i jasno obradio i našao toliku množinu naučnih istina o njima, da u povijesti nauka tomu gotovo nema premca. On je osnivač mehanike. To je uopće bio jedan od najvećih umova, što ih je svijet ikada rodio. Pored mnogih drugih obreta

njegovih stoji i obret gornjega zakona za ravnotežu na polugi nejednakih krakova, a o određivanju težišta tjelesa napisao je posebnu knjigu. Kažu za njega, da je izumio 40 strojeva, među njima koloturnik, vođeni vijak i vijak bez kraja. Kad su Rimljani podsjedali s kopna i mora Sirakuzu 212. g. pr. K., branio



Sl. 160. *Arhimed (287—212 pr. Kr.).*

se grad otpornom snagom jedino zaslugom starca Arhimeda. Povjesničar Polibije veli: „Kraj tolike sile s kopna i mora grad bi morao kod prve navale pasti Rimljanima u ruke, da ne bude toga starca u Sirakuzi. Arhimed je unutar zidina grada, i Rimljani se ne usudiše do njega“. — Kad su Rimljani napokon lukavošću i izdajom ušli u grad, sjedio je Arhimed u

drugom kraju grada i risao je geometrijske slike u pijesku. Zaduben u svoja matematička razmatranja i ne sluteći, što se dogodilo, reče rimskom vojniku, koji je na njega navalio, da ga utuče: „Ne diraj mi u krugove“. Čas poslije bio je mrtav. Rimski vođa Marcelo živo je požalio smrt velikoga muža i pokopa ga časnno. Na grobu mu namjestiše spomenik, kako si ga je sam želio: kuglu i valjak — dva tijela, o kojima je takodjer novih istina našao. Ciceron je kasnije taj grob našao obrastao trnjem; no mjesto, koje se danas pokazuje kao grob Arhimedov, po svoj prilici nije pravi grob.

I danas upotrebljavamo polugu u najrazličnijim oblicima, kao jednostavnu drvenu ili željeznu motku za prevaljivanje velikih tereta (vile, lopata, motika, kliješta, škare ili makaze i t. d.). No najvažnija joj je svakako primjena vaga u različnim njezinim oblicima, kojom zapravo isporučujemo mase različitih tjelesa s pomoću njihove težine na istom mjestu Zemlje. Najvažniji su oblici: vaga jednakih krakova ili obična vaga (trgovačka, fina ili kemijska vaga), mosna vaga (decimalna i centezimalna), pa rimska vaga ili kantar i vaga na kazalo ili listovna vaga.

Pa i dva druga stroja, „kolotura“ i „kolo na vretenu“, koji se takodjer danas mnogo upotrebljavaju, na koncu konca nisu drugo nego poluge jednakih i nejednakih krakova, jer za zakon o ravnoteži ništa ne odlučuje oblik poluge: ona ne mora biti motka, može da bude i okrugla ploča, koja se može vrtjeti oko osovine kroz središte, a može biti i valjak, na kojem je oveće kolo i koji se vrti oko svoje osovine (kolo na vretenu n. pr. zdenac na kolo). Glavno je, da na tijelo, koje se može vrtjeti oko osovine, djeluju dvije sile, koje ga nastoje u suprotnim smjerovima vrtjeti. Za ravnotežu tih sila svagda vrijedi gore spomenuti zakon u Arhimedovu obliku. Nakon preporoda nauka u Italiji u 15. i 16. stoljeću našlo se je ljudi, koji su najprije proučavali i prevodili Arhimedova djela, pak iza toga nastavili njegov rad. U mehanici se osobito istakao Leonardo da Vinci u 15. stoljeću (1452.—1519.), inače slavan slikar, pa Ubaldo del Monte (1545.—1607.) u 16. stoljeću, inače zaštitnik i prijatelj Galileja. Del Monte dao je zakonu o polugi drukčiji oblik. Budući da se sile P i Q

odnose obrnuto kao kraci poluge, dakle $P : Q = q : p$, izlazi, da je produkt sile P i njezina kraka p jednak produktu druge sile Q i njezina kraka q . U kratkom govoru matematičkom:

$$P \times p = Q \times q.$$

Del Monte dao je produktu svake sile i njezina kraka kraće ime „**statički moment**“ te sile, pak tim imenom možemo sada uvjet za ravnotežu dviju sila, koje djeluju na čvrsto tijelo, koje se može vrtjeti oko osovine, i ovako reći:

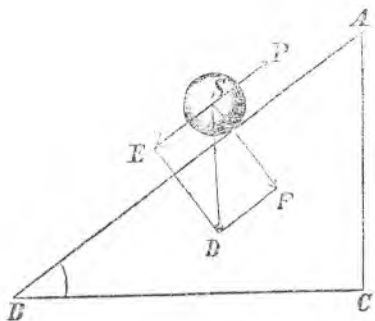
„Sile moraju nastojati da vrte tijelo suprotnim smjerovima, i njihovi statički momenti moraju biti jednaki.“

No na jednu stvar moramo kod poluge pomnjiva čitača već sada upozoriti. Ako imamo polugu dugačku 120 cm s potporištem 20 cm dalekim od jednoga (dakle 100 cm od drugoga) kraja, znamo, da ćemo na kraćem kraku djelujuću silu Q od 100 kg* moći svladati već silom P od 20 kg*, ako ona djeluje na kraju dužega kraka (= 100 cm) te poluge. Bude li sila samo nešto malo veća od 20 kg*, vidjet ćemo, kako se teret već pomalo diže. Ali putovi tereta i sile veoma su različni: dok se teret digno samo za 5 cm, mora se sila spustiti za 25 cm. Ako hoću dakle da velik teret dižem malom silom, mora da bude put sile razmjerno veći. A to će reći:

„Što na polugi dobivamo na sili, to gubimo na putu.“ („**Zlatno pravilo mehanike**“).

Nije međutim poluga sa svojim odlikama (koloturom i kolom na vretenu) jedina sprava, koja nam daje priliku, da manjom silom svladavamo velike težine. U isto doba s Del Monteom živio je u Holandiji Simon Stevens (lat. Stevinus) (1548.—1620.). On je prvi pokazao, kako se u tu svrhu može zgodno upotrijebiti nama već dobro poznata kosina (str. 178.), na kojoj je Galilei tako uspješno proučavao zakone jednoliko ubrženoga gibanja. Na kosini AB (sl. 161.) je teret s težištem u S i težinom Q , koju uočuje pravac SD . Ispušten kotrlja se teret niz kosinu jednoliko ubršteno. Da nema kosine, padao bi slobodno smjerom SD . Težinu $Q = SD$ rastavimo u dvije komponente,

jer nam je jasno, da teret ne može da slijedi silu težu, budući da mu smeta čvrsta kosina AB . On može da se giba samo niz dužinu kosine AB , ali ne može kroz nju. Jednoj komponenti dajemo smjer, u kojem teret može da se giba, dakle smjer SE , a drugoj smjer, u kojem ne može da se giba, a to je smjer SF , okomit na AB . Po poznatom nam zakonu o paralelogramu sila te su dvije komponente, koje posve naknadjuju težinu, SE i SF . Komponenta SE je dakle onaj dio sile teže i ona stalna sila, koja izvodi gibanje niz kosinu, dok tijelo komponentom SF izvršuje samo neki tlak na kosinu. Ako u S dakle namjestimo drugu silu SP , po veličini jednaku sili SE , a po smjeru njoj suprotnu, teret ne će padati niz kosinu: sila SP drži ravnotežu težini tereta SD . Već pogled na sliku pokazuje, da s pomoću kosine manja sila svladava veći teret. Kolika je ta manja sila $SP = SE$ spram težine tereta



Sl. 161. Ravnoteža na kosini.

$Q = SD$, to je baš prvi našao spomenuti Stevens (obično: Stevin) veoma originalnim načinom, u koji se ovdje ne možemo upustiti. Mi čitamo odgovor neposredno iz naše slike. Ako isporučimo trokute SED i ABC , opažamo, da su slični, pak po radi toga postoji razmjernost:

„Sila SE : sili SD = visina kosine AC : dužini kosine AB .“

Ako je n. pr. teret Q težak 80 kg^* , a visina kosine AC dugačka 20 cm , dok joj je dužina $AB = 100 \text{ cm}$, razbirmo, da je već sila SP od 16 kg^* dosta, da svlada taj teret, t. j. da zapriječi njegovo padanje. Bude li sila samo nešto veća od 16 kg^* , mi s pomoću kosine tom razmjerno malom silom možemo teret Q već pomalo uzduž kosine dizati u vis; ako smo n. pr. njom teret dovukli od B do vrha kosine A , digli smo ga s tla do visine CA . Kad bismo n. pr. S privezali uz užu, pa ga vodili usporedno s AB preko koloture, vidjeli bismo, kako sila od 16 kg^* na drugom kraju već drži u ravnoteži teret od 80 kg^* .

Imamo dakle zakon za ravnotežu na kosini:

„Teret se (Q) na kosini drži u ravnoteži silom (P), koja djeluje usporedno s dužinom kosine, pa se odnosi sila prama teretu (težini tijela), kao visina kosine (v) prema njezinoj dužini (d).“

U kratkom govoru matematičkom: $P : Q = v : d$.

I ovdje se lijepo potvrđuje zlatno pravilo mehanike. Dok se teret A digao za visinu CA , sila je morala prevaliti put BA , t. j. što dobismo na sili, izgubismo na putu. U našem se gornjem primjeru teret od 80 kg^* digao za $CA = 20\text{ cm}$, dok je sila prevalila put $BA = 100\text{ cm}$; put je sile 5 puta veći od puta tereta, a sila je baš 5 put manja od tereta.

I kosina se upotrebljava u još dva oblika: kao klin i kao vijak (šaraf). Oba su na koncu konca kosine, pak i za njih vrijedi zakon za ravnotežu na kosini u nešto preinačenu obliku. Ne treba da se na te oblike ovdje posebno osvrćemo. Tek spominjemo, da u prvom redu za svladavanje sile teže upotrebljavamo u svemu 6 jednostavnih sprava — zovu ih „jednostavni strojevi“ — kojima je glavna svrha, da manjom silom svladavamo veće terete. Ti su: poluga i njezine odlike: kolotura i kolo na vretenu, pa kosina i njezine odlike: klin i vijak (šaraf). Ali pamtimo dobro: za sve strojeve vrijedi zlatno pravilo mehanike: koliko dobivamo na sili, toliko gubimo na putu.

IV.

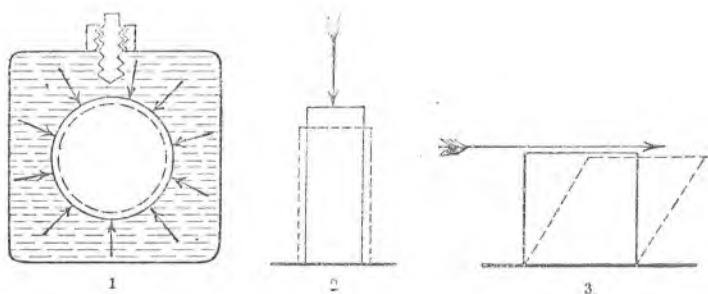
Teža i tekućine.

Raspravljajući o pojavama i zakonima gibanja i ravnoteže zemaljskih tjelesa, kojima kao uzrok podmećemo silu težu, do sada nismo isticali nikakvih osobitih tjelesa zemaljskih: sva ta razmatranja i sve te lijepe tekovine mehanike vrijede jednako za sve vrste stvari, bile one „čvrsta“ tjelesa“

* Još se uvijek čita gdjekada ime „kruta“ tjelesa pače i „krutnine“. Njemu nije mjesta ovdje, jer „krut“ ima 2 značenja, koja ovdje ne pristaju. Krut = 1. okrutan i 2. debeo.

(franc.: le corps solide; njem.: der feste Körper), „tekućine“ (franc.: les liquides; njem.: die Flüssigkeiten) ili „uzdušnine“ (franc.: les substances gazeuses; njem.: die gasförmigen Körper). No osobiti način veze između drobnica kod posljednjih dviju vrsta tjelesa čini, da nam se sila teža u njih očituje u nekim posebnim pojavama i zakonima površ onih, koji vrijede za tvari uopće. Rad smo i na te zanimljive pojave svrnuli pažnju naših čitača: žetva ne će biti neznatna!

„Čvrsta tjelesa“ se odlikuju tim, da svakoj promjeni svoja obujma i svoja oblika zadaju odredjen otpor, neka veći, druga manji. Taj je otpor njihovo bitno svojstvo. No



Sl. 162. 1. Stiskanje (kompresija) čvrste kugle kod normalnoga tlaka. — 2. Promjena oblika čvrstoga tijela kod uzdužnoga tlaka. — 3. Promjena oblika kocke od tangencijalnoga tlaka.

nema u prirodi ni jednoga čvrstoga tijela, kojemu se ne bi dao i obujam i oblik mijenjati primjenom dosta jakih sila. Takve promjene pokazuju i ove slike (sl. 162. i 163.), jasne po sebi. Spomenutomu pak otporu daje nauka ime „elasticiteta“. Prema tomu, da li sile nastoje promijeniti obujam ili oblik tijela, razlikujemo u njega „elasticitetu volumena“ ili „obujma“ od njegove „elasticitete oblika“. Kod djelovanja silâ na tijelo obično se mijenja i obujam i oblik, a stvar je posebnoga rasporeda pokusa, da se javlja jedna promjena odijeljena od druge, pak ispitivanje, kolik je u različnih tjelesa jedan i drugi otpor. Nauka veli: svako čvrsto tijelo ima svoju odredjenu „elasticitetu volumena“ i „elasticitetu oblika“, koje su već davno brojevima izražene za najvažnija čvrsta tjelesa.

Tekućine su s te strane posve drukčija tjelesa: promjeni svoга obujma zadaju znatan otpor, imaju dakle veliku „elasticitetu obujma“, no promjeni oblika ne zadaju gotovo nikakva otpora, čestice im se vanredno lako pomiču jedne spram drugih, one nemaju gotovo nikakve „elasticitete oblika“.

Uzdušnine (plinovi, pare) napokon su s te strane tjelesa posve osebuje vrsti. Umanjivanju svoга obujma zadaju znatan



Sl. 163. 4. Savijanje valjka od tangencijalnoga tlaka (tlak torzije). — 5. Savijanje štapa od tangencijalnoga tlaka.

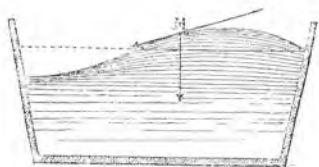
otpor, no uvećavanju njegovu ne samo da ne zadaju nikakva otpora, nego ga same uvećavaju, kolikogod im dopušta prostor oko njih. S tekućinama im je zajedničko svojstvo: vanredno laka međusobna gibljivost drobnica. Poradi toga se često i zovu „rastezljive tekućine“. Sve ujedno možemo reći:

„Čvrsta tjelesa imaju samostalan obujam i samostalan oblik; tekućine imaju samostalan obujam, ali nemaju samostalnoga oblika; uzdušnine nemaju ni samostalnoga obujma ni samostalnoga oblika“.

Laka gibljivost čestica tekućine u svezi s djelovanjem sile teže na te iste čestice izvodi cio niz pojava i zanimljivih i važnih, kojih nema kod čvrstih tjelesa. Red je, da ih sada opišemo.

Prva je pojava, da se izvanji oblik tekućine svagda posve priljubi stijenama posude i da joj je površina, čim se primiri (t. j. kada je u ravnoteži), svagda horizontalna. To je istina, koju svatko zna, a nama sada ne će biti teško dovinuti se uzroku, zašto je površina mirne tekućine u posudi svagda horizontalna. Ta na svaku drobnicu M tekućine na površini djeluje sila teža u smjeru vertikalno dolje (sl. 164.). Poradi lake gibljivosti čestica može da bude uopće samo onda ravnoteža na površini, ako je površina okomita na smjeru svih sila težā, koje na te čestice djeluju, t. j. ako je horizontalna. Inače je naime čestica M na kosini, pa se sklizi niz nju poradi

svoje težine tako dugo, dok površina ne dobije takav oblik, da bude svagdje okomita na smjer teže. Ako dakle na tekućinu utječe s a m o sila teža, površina joj je vodoravna (horizontalna) ravnina, jer se smjerovi silâ težâ, koje na čestice djeluju, mogu uzeti među sobom paralelni, makar da se uistinu stječu u središtu Zemlje. Samo kod velikih jezera, morâ i oceana ta se površina izbočno (konveksno) savija, jer se smjerovi silâ težâ za veoma udaljene čestice ne mogu više uzeti usporednima (sl. 58. str. 127.). Duva li vjetar trajno na takvu veliku površinu vode u istom smjeru, čestice joj se razmještaju tako dugo, dok ne bude rezultanta od tlaka vjetra i težine okomita na površini tekućine. Voda je na strani, otkud vjetar puše, niža, a na strani, kuda puše, viša, nego kod tišine. Nije li napokon jakost i smjer vjetra jednolik, nego on puše s različnom snagom i s razliĉnih strana, jasno je, da će se ravnoteža čestica vode na površini morati poremetiti, budući da se one moraju svaki čas drukĉije razmještati, kako bi došle u položaj okomit na rezultantu izmedju tlaka vjetra i teže: površina se vode zaniže i nastaju poznati nam valovi.



Sl. 164. *Površina mirne tekućine u posudi je horizontalna.*

Pamtimo dakle: površina mirne tekućine mora da bude svagda okomita na rezultanti djelujućih sila. Ako je ta sila samo teža, površina je tekućina nužno horizontalna u posudama.

Druga je osobita pojava u tekućina njihova nestlačljivost. Glasoviti su pokusi u tom smjeru fizičara sakupljenih u 17. stoljeću oko akademije del' Cimento u Fiorenci. Ako se voda ili koja druga tekućina, zatvorena u posudi, izloži dosta jakom tlaku, činilo se, da ne umanjuje ništa svoĝa obujma, bar po svakidašnjem iskustvu. Isporedivši ih sa čvrstim tjelesima, to im se činilo nevjerovatno. Naĉiniše šuplju srebrnu kuglu, napuniše ju posve vodom i zatvoriše. Stisnuvši velikim tlakom kuglu, opaziše, kako voda izlazi kroz šupljice srebra, i zaključiše, da tekućine ne umanjuju ništa svoĝa obujma ni uz veoma velik tlak, da su „nestlačljive“ („incompressibilia“).

Prevariše se! Noviji pokusi pokazaše, da su ipak stlačljive: tekućina zatvorena u posudi veoma jakih stijena u manjuje svoj obujam uz velik izvanji tlak, no umanjuje ga veoma malo; n. pr. masa vode, zatvorena u čeličnu cilindru od 1 kvadratnog centimetra proreza i 100 centimetara visine pod tlakom od 200 kg*, umanjuje svoj obujam za 1 kubični centimetar: obujam joj je sada 99 kubičnih centimetara. No čim tlak prestane, voda smjesta primi svoj predjašnji obujam od 100 kubičnih centimetara. Iz tih pokusa dakle izlazi, da se tekućine promjeni svoja obujma veoma velikom silom opiru, pak im poradi toga pripisujemo veoma veliku „**elasticitetu obujma**“ ili „**volumnu**



Sl. 165. Raspro-
stiranje tlaka u
tekućini.

elasticitetu“. Kolika je ta elasticiteta obujma, neka sudi čitatelj po tom, što bi 1 milijun kilograma tlaka trebalo na svaki kvadratni centimetar vode, kad bismo ju htjeli stisnuti na polovinu obujma. Uz obične male tlakove, koji u praksi djeluju na tekućine, može se dakle zaista reći, da su tekućine nestlačljive. Posljedica je tomu, da tekućine imaju u običnim prilikama odredjen samostalan obujam.

Treće je osobito svojstvo tekućina, da se svaki tlak, koji negdje na dio njezine površine djeluje, u njoj rasprostire na sve strane i to tako, da pače i svaki drugi dio površine jednake veličine izvršuje isto tako velik tlak, ma gdje bio. *Galilei* je, ne znajući za istraživanja drugih, to osobito svojstvo tekućina razumom svojim izveo iz lake gibljivosti čestica. Ako napunimo bocu (sl. 165.), umuje on, posve vodom, pa preko čepa na jedan dio površine vode izvršujemo odredjen tlak, izvršuje se isti tlak na jednake dijelove površine kod *b* i *c* i svagdje drugdje u boci. Čitava dakle unutrašnja površina boce nosi tlak, koji se odnosi prema tlaku na čep, kao čitava površina boce prema prorezu čepa. Puna se boca vode može dakle lako razmrskati udarcem na čep. No ako je ispod čepa uzduha, učinak se udarca znatno oslabi. *Galilei* je pače tu pojavu upotrijebio, da sagradi „hidraulički tijesak“ (franc.: la presse hydraulique; njem.: die hydraulische Presse), na koji je od mletačkoga dužda uzeo patenat na 20 godina. Njegov tijesak

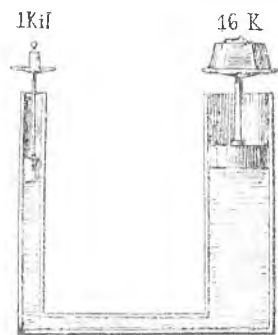
nije prodro u tehničku praksu. Tek 200 godina kasnije (1795.) dobio je engleski mehanik *Josip Bramah* u Londonu patent na sličan tijesak, koji se i danas upotrebljava za stiskanje sijena, pamuka i dr.

Za razjašnjenje ovoga važnoga svojstva tekućina neka služe ovi pokusi. Štap za šetnju položimo donjim krajem na nogu, držeći gornji kraj u ruci. Ako silom mišića gornji kraj nešto pritismo, osjeća noga na donjem kraju štapa smjesta bolno taj tlak; no ruka položena negdje na strani na štap ne osjeća ništa od toga tlaka: tlak se dakle u čvrstu tijelu rasprostire samo u svom vlastitom smjeru. Kako je posve drukčije u tekućini, pokazuje nam već pokus na str. 355. (sl. 162.). Čep na vijak izvršuje na vodu tlak u smjeru vertikalno dolje; no on se u tekućini širi na sve strane i pretvara u tlak na uronjenu kuglu, koji pače sa svih strana okomito djeluje na površinu kugle, umanjujući joj obujam.

No još nam ljepše to odaje ovaj pokus. Dva cilindra (sl. 166.) nejednaka promjera sastavlja dolje cijev. U svakom se može lako, ali neprodušno gibati čep. Ispod čepova je voda. Ako na manji čep metnemo 1 kg^* , na drugi treba položiti toliko puta po 1 kg^* , koliko je puta ploština drugoga čepa veća

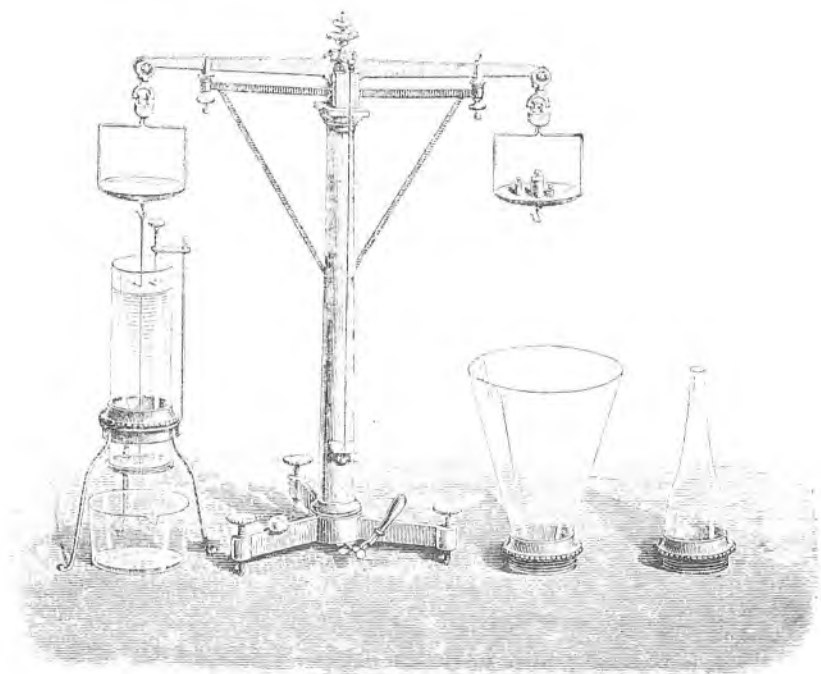
od ploštine prvoga. U našem slučaju 1 kg^* drži ravnotežu 16 kg^* . Kao da se je dakle tlak od 1 kg^* na površinu vode u malom cilindru prenio kroz vodu, ne mijenjajući ništa svoje jačine, na svaki jednaki dio površine vode u širokom cilindru. Sada je jasno, kako to, da jednak dio unutrašnje stijene u posudi svagdje nosi jednak tlak; ako je pak ta ploha dvostruko, trostruko i t. d. od prve plohe, nosi ona dvostruki, trostruki i t. d. tlak.

Osobito je zanimljiv slučaj, da na mirnu tekućinu u posudi ne djeluje nikakav izvanji mehanički tlak. Pa ipak se i u toj tekućini očituje veoma zanimljiv tlak. Ako naime i nema izva-



Sl. 166. Princip jednoličnoga rasprostiranja tlaka u tekućini. — Ujedno i model „hidrauličkoga tijeska“.

njege tlaka, na sve čestice tekućine djeluje ipak sila težak. Ta svaki je molekul tekućine težak, a to će reći, da izvršuje tlak u vertikalnom smjeru dolje na čestice ispod sebe, a taj se tlak u tekućini rasprostire na sve strane i na druge čestice same tekućine i na stijene posude, u kojoj je. Veoma je zanimljivo pitanje: a što je rezultanta tih nebrojenih tlakova u svim mogućim smjerovima?



Sl. 167. Tlak na dno u mirnoj tekućini od sile teže. — Pokusi o veličini toga tlaka. — Hidrostatski paradokson.

O tom će pitanju odlučiti pokus. Uzmimo staklen cilindar (valjak) bez dna (sl. 167.), koji stoji na zgodnoj tronogi. Ravnu glatku ploču drži konac učvršćen na zdjelici vage. Ploča prijanja posve uz donji otvor cilindra, pa mu može služiti kao dno; težina joj se na drugoj zdjelici vage izjednači tarom. Na tu zdjelicu metnemo još određenu utegu i stanemo lijevati vodu u cilindar. Tlak njezin na dno pomalo raste: kada se je izjed-

načio s utegama na drugoj zdjelici, učinit će najmanji suvišak dodane vode, da će dno otpasti i nešto će vode isteći. No tim se tlak opet umanjio i utege pritegnu dno ponovo na cilindar. Šiljak na površini vode nam pokazuje njezinu visinu iznad dna, kada je ravnoteža. Pokus nam odaje zakon:

„Tlak je na dno u cilindričnoj posudi jednak baš težini tekućine.“

Ponovimo li pokus s posudom jednakoga dna, koja se gore širi, koja dakle do iste visine ima mnogo veći obujam nego predjašnji cilindar, pokazuje nam veoma čudan rezultat: iste utege kao prije drže vodi ravnotežu, ako se je stupac vode digao do iste visine. Pa ako i treću posudu jednakoga dna, ali gore sve užu, upotrijebimo, uspjeh je pokusa isti. Dakle:

„Utjecanjem same sile teže izvršuje svaka mirna tekućina na dno posude, u kojoj se nalazi, tlak, koji je nezavisan od oblika posude, koji raste razmjerno s visinom tekućine, te je jednak težini vertikalnoga stupa tekućine, koji ima za osnovku dno posude, a za visinu udaljenost dna od površine tekućine.“

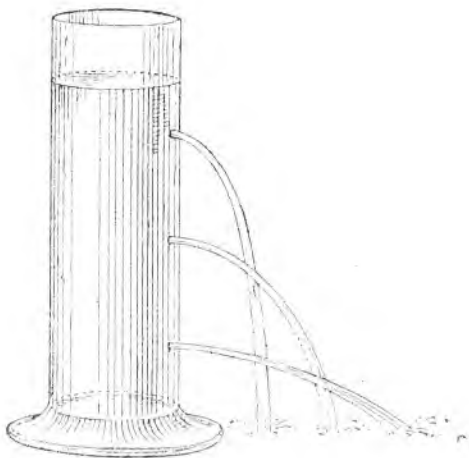


Sl. 168. Tlak u unutrašnjosti mirne tekućine od sile teže.

Kod ova tri pokusa osupljuje čovjeka neobična činjenica, da nejednake množine tekućine izvršuju jednak tlak na dno. Toj neobičnoj pojavi dadoše ime „hidrostatički paradokson“. Otkrio ga je Francuz Pascal (1626.—1662.), pak se i ovdje opisani aparat zove „Pascalov aparat“.

No kako se svaki tlak u tekućini rasprostire na sve strane, zaključit će jamačno čitalac i sam, da će se u mirnoj tekućini,

koja je u posudi, pored toga tlaka na dno pokazivati pod utjecajem same sile teže još i na drugim mjestima slični tlakovi. O tom neka nas pouče neki pokusi! Staklen cilindar (sl. 168.), otvoren na oba kraja, ima mjedenu ploču, koja se koncem pri-



Sl. 169. Tlak tekućine na bok posude.

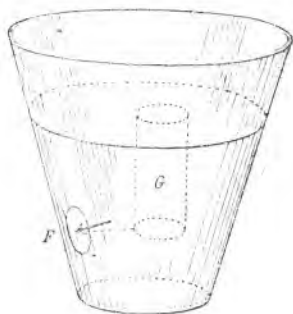
tegne kao dno, pa se utakne u posudu napunjenu vodom. Ruka mora da izvrši neku silu, kako bi cilindar utakla u vodu. Već nam to pokazuje, da tekućina izvršuje neki tlak u vis na ploču, pa ne da, da voda ulazi odozdo u cilindar. Možemo pače konac ispustiti, pa ploča ipak ne pada! Ako lijevamo vodu u cilindar, pokazuje se zanimljiva pojava, da ploča otpane u onom času, kada je po-

vršina vode u cilindru i izvan njega u istom nivou (u istoj horizontalnoj ravnini). Dakle zakon:

„U mirnoj tekućini, na koju utječe samo sila teža, postoji tlak u svakoj vrsti unutrašnjosti njezine. On je jednak težini vertikalnoga stupca tekućine, koji ima za osnovku tlačenu plohu, a za visinu udaljenost te plohe od površine.“

I na sve bokove posude izvršuje ovakva mirna tekućina poradi sile teže neki tlak; zovemo ga „tlak na bokove“. Smjer je toga tlaka svagdje okomit na stijenu posude. To pokazuje lijepo ovaj pokus. Na kraju cijevi je veoma tanka kugla od kovine, probušena na sve strane. Ako cijev i kuglu napuniš vodom, vidiš; gdje voda izbija iz svih rupica, a svagdje u smjeru okomitom na površini kugle. Kanta za polijevanje u vrtu primjena je te pojave.

Veličina toga tlaka na bokove posude mjeri se po predjašnjem zakonu. Što je mjesto na stijeni posude dublje ispod površine, to je veći okomiti tlak na stijenu. I to lijepo pokazuje pokus. Cilindar (sl. 169.) je na strani na više mjesta probušen u različnim daljinama od vrha. Ako se napuni vodom, istječe ona to jače, što je dublje rupica ispod površine. Voda istječe poradi tlaka tekućine na bok. Morala bi zapravo istjecati horizontalnim smjerom; no trak vode ima oblik parabole, koju znamo od horizontalnoga hica (str. 169. sl. 77.). Uzrok već znamo! Kad bismo iz boka posude izrezali komadić, bio bi tlak na nj jednak tlaku stupca tekućine, kojemu je osnovka taj komadić boka, a visina mu je daljina težišta toga komadića od površine tekućine, kako pokazuje slika (sl. 170.). Tlak na plohu F okomito na nju jednak je težini stupca G .



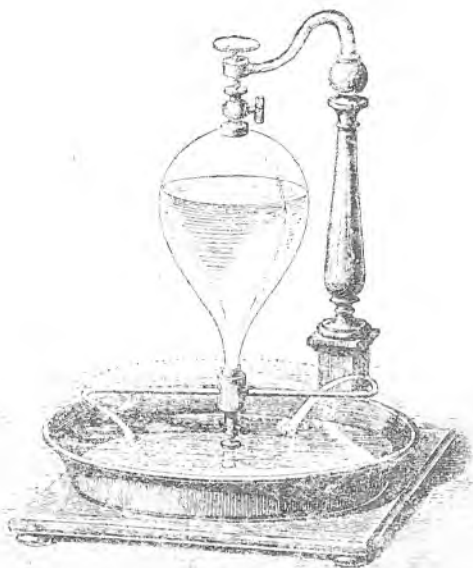
Sl. 170. Veličina tlaka tekućine na plohu F stijene posude. — Tlak na F jednak je težini stupca G .

Usprkos tomu, što tlak mirne tekućine na bokove posude može postati dosta velik, posuda se nikada ne će izvrnuti, jer su u istoj horizontalnoj vrsti svi ti tlaci na bokove jednaki, a budući da djeluju na sve strane, ukidaju se. No takozvani „hidraulički vrtuljak“ (sl. 171.) pokazuje vrlo lijepo, kako taj tlak na bokove može da se očituje i gibanjem u zgodnim prilikama. Na donjem je kraju posude horizontalna cijev, na krajevima savita u pravi kut. Ako su otvori začepljeni, tlakovi se na bokove cijevi svagdje ukidaju; no čim se odčepe, skaču dva traka vode iz otvora, i tu nema tlaka na bok. Na suprotnoj strani on postoji; cijev se stane vrtjeti u n a t r a g. Aparat je zgodan model moderne turbine.

Čarobnica teža izvodi dakle u svakoj mirnoj tekućini tri tlaka: tlak na dno, tlak u vis i tlak na bokove.

Dvije veoma zanimljive pojave treba istaknuti, koje su posljedice tih tlakova.

Utaknimo okomito u veliku čašu punu vode daščicu, koja je tako izdijelana, da sa strana doseže baš do boka čaše. Površina se vode tim razdijelila u dva posve odvojena dijela; tek dolje na dnu oba su dijela vode u svezi. Iskustvo ti kazuje, da površina vode s obje strane daščice stoji u istoj horizontalnoj ravnini. (Izvedi sam pokus.) Možemo reći, da su



Sl. 171. *Hidraulički vrtuljak*. — Istjecanje vode sa strane izvodi gibanje vrtuljka unutra (Reakcija istjecanja).

pred nama dvije posude s vodom, koje su u donjem svom dijelu tako sastavljene, da voda može iz jedne u drugu prelaziti („komunicirati“). Takve posude zovemo „sastavljene posude“ (franc.: vases communicants; njem.: verbundene Gefässe ili communizierende Gefässe). (Sl. 172.) Nalijemo li vode u takve posude, ma kojega oblika i proreza, voda se utjecanjem sile teže same u svima postavlja jednako visoko; ako koja posuda ili cijev nije dosta visoka, voda skače iz nje u osnovnom traku, da dosegne visinu u drugim posudama (u

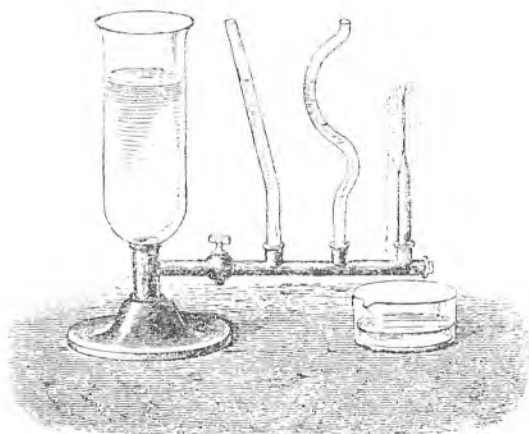
uzduhu ostaje trak nešto niži poradi otpora uzduha. U slici 172. desna cijev).

Za sve takve sastavljene posude vrijedi dakle zakon:

„U sastavljenim posudama ili cijevima stoji tekućina jednako visoko, t. j. površina joj je u istoj horizontalnoj ravnini“.

Na tom se zakonu osnivaju artezijski zdenci i vodoskoci.

Druću je veoma znamenitu pojavu otkrio već *Arhimed* (str. 349., sl. 160.). Oko g. 13. po Kr. napisao je *Vitruvij* (Vi-



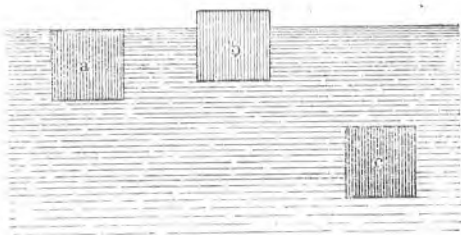
Sl. 172. Namještanje vode u sastavljenim posudama. — Princip vodoskoka.

truvius) knjigu o graditeljstvu i u njoj nam pripovijeda ovo: „Kada je *Hieron*, postavši kraljem (u Sirakuzi na Siciliji), htio da za svoje sretne čine u hramu žrtvuje zlatan vijenac, dao je uz nagradu za posao vijenac izraditi, odmjerivši obrtniku točno težinu zlata. Ovaj predade nakon nekoga vremena vijenac izradjen posve po volji kraljevoj, a i težina kao da se je posve podudarala. Kad mu je kasnije netko javio, da je pri tom zlata pronevjereno, a mjesto njega isto toliko srebra primiješano, naredi *Hieron*, ljutit s prevare, *Arhimedu*, da on preuzme na se naći put, kako bi se prevara mogla dokazati. Živo zabavljen tim poslom, dodje slučajno u kupalište, pa kad je ulazio u kadu opazi, kako se voda iz nje sve više prelijeva, kako se je on

svojim tijelom sve dublje u nju spuštao. Dosjetivši se uzroku te pojave, ne ostade dulje, nego sav radostan skoči iz kade i trčeći gol svojoj kući, javljaše glasno, da je našao, što je tražio. Trčeći vikao je grčki: *heureka, heureka* (našao sam)".

Taj se poklik kasnije kod nebrojenih, mnogo sitnijih obreta upotrijebio, a upotrebljava se često i danas.

Hieron i Arhimed znali su jamačno, da je zlato mnogo teže od srebra; znali su jamačno i to, da je zlato 20 puta teže od jednakoga obujma vode. Na komadu zlata, što ga je Hieron obrtniku dao, jamačno se lako mogao odrediti i njegov obujam. No kako da odrediš obujam zlatnoga vijenca, sastavljena od tanka, savita lišća? Baš tomu kao da se je dosjetio Arhimed



Sl. 173. *Uronjivanje tjelesa u tekućini.* — *a* je tijelo jednake težine s tekućinom. — *b* tijelo od tekućine. — *c* tijelo teže od tekućine.

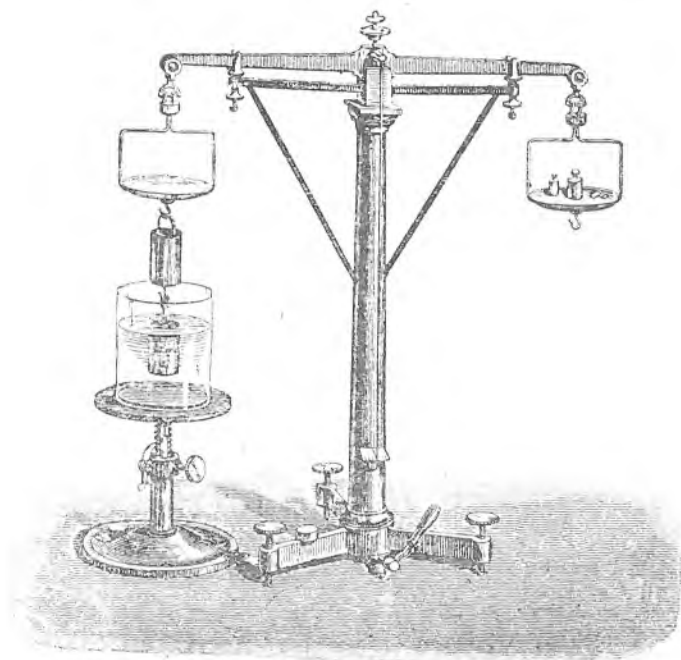
u kupki. On napuni posudu vodom do otvora sa strane, iz kojega je voda mogla istjecati. U vodu uroni vijenac i uhvati isteklu vodu. Ta je voda očito imala obujam jednak obujmu vijenca. Ako je vijenac od suha zlata, mora ta voda vagati *desetinu* onoga, što važe vijenac. Pokazalo se

medjutim, da važe više; vijenac dakle nije bio 20 puta teži od istoga obujma vode, t. j. on nije bio od suhoga zlata.

Jednostavan račun pokazuje, koliko je srebra bilo dodano zlatu, ako se zna, da je srebro samo *deset* puta teže od jednakoga obujma vode.

To bijaše povod, da je Arhimed i dalje razmišljao o tim stvarima, pak je i napisao izvrsno djelo „o uronjenim tjelesima“, koje je do nas dospjelo bar djelomice. On umuje od prilike ovako: na malen dio mirne tekućine u unutrašnjosti njezinoj mora da su tlaci sa svih strana jednaki. Jer da je s koje strane veći, morala bi se tekućina gibati, budući da se čestice tekućine tomu ne opiru. Ako u vodu uronimo čvrsto tijelo (kocku), koje ima baš toliku težinu kao jednaki obujam vode, utonut će tijelo čitavo u vodi (sl. 173. *a*), jer to tijelo

može svojom težinom vodu s puta ugnuti isto tako kao ona voda, na mjesto koje je došlo, budući da je iste težine s istisnutom vodom. Ako je pak to tijelo lakše od vode, ne će čitavo utonuti (sl. b), nego tek toliko, da istisnuta množina vode važe baš toliko, kao to tijelo. Ako je pak tijelo teže od vode (sl. c), potonut će do dna posude. Tjelesa *a* i *b* izgubila su dakle u vodi svu svoju težinu, dok je tijelo *c* izgubilo u vodi tek dio svoje težine. No za sva tri slučaja vrijedi zakon:



Sl. 174. Pokusi s hidrostatičkom vagom u potvrdu Arhimedova principa.

„Svako tijelo, uronjeno u tekućinu, ima u njoj gubitak težine, koji je točno jednak težini istisnute tekućine“. (**„Arhimedov zakon ili princip“**.)

Da je umovanje Arhimedovo pravo, potvrđujemo danas s pomoću obične vage, nešto preuvedšene za taj pokus („hidrostatička vaga“) sl. 174. Šupalj i pun valjak od mjeđi izradjeni su tako,

da je unutrašnji obujam šupljega posve jednak obujmu punoga (puni valjak pristaje točno u šuplji). Nad zdjelicom hidrostatičke vage visi šuplji, a pod njom puni valjak, pa se tarom na drugoj zdjelici njihova težina izravna. Sada se punomu valjku podmetne čaša vode, da on u njoj posve zaroni. Ravnoteže više nema: zdjelica s tarom prevagne — znak, da puni valjak ima u vodi neki gubitak težine. Kolik je taj gubitak, pokazuje šuplji valjak: ako u nj pomalo nalijevamo vode, postaviti će se poluga vage opet horizontalno u času, kada je šuplji valjak baš pun vode. Dakle je gubitak težine baš jednak težini istisnute vode.

A što je uzrok tomu i baš tolikomu gubitku, pitat će čitalac opravdano. Gotovo mislim, da toga ne trebam ni reći: na koncu konca taj je uzrok sila teža! Ona je naime uzrok, što u svakoj vrsti tekućine djeluje tlak u vis, a taj baš izvodi onaj gubitak težine, kojemu običavamo dati ime „uzgon“.

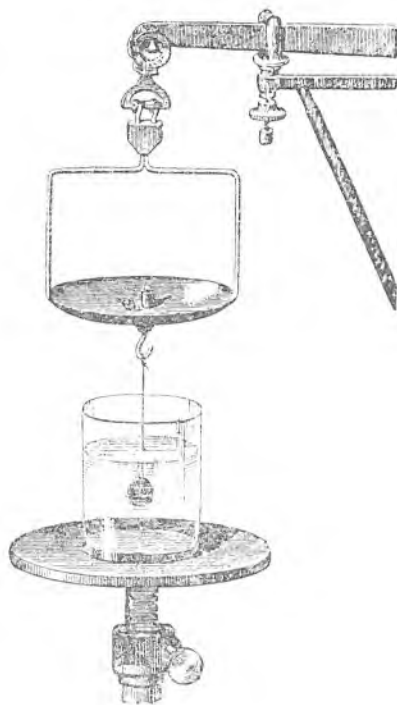
Arhimedov zakon bio je velika tekovina za proučavanje i razumijevanje mnogih pojava, koji se tiču uronjenih tjelesa i plivanja tjelesa; s njegovom se pomoću može riješiti i cio niz zadaća velike praktične vrijednosti. Da spomenemo nešto i o tom:

Svima nam je živo u pameti nesreća „Titanica“, koji se je razmrskao o ledenom brijegu na svom prvom putu iz Engleske u Ameriku (1912.). Kako je gustoća leda spram vode = 0'918, a gustoća morske vode 1'026, jasno je po Arhimedovu zakonu, da uronjeni dio ledena brijega ima 7—8 puta veći obujam od dijela njegova iznad mora. Ako je on nešto pravilnoga oblika, pa iz mora viri 50—60 metara, čitava mu je visina 350—500 metara. Razumijemo, da ni „Titanic“ nije mogao odoljeti srazu s takvim kolosom.

Arhimedov slučaj s Hieronovim vijencem svratio je našu pažnju na osobito važno svojstvo tvari, koje označujemo imenom „gustoća“. U istom obujmu (n. pr. u 1 kubičnom decimetru) sadržana množina tvari (masa) nije kod svih tvari jednaka. To nam se odaje vaganjem jednakih obujmova različitih tvari (n. pr. željeza, žive, drva, vode i t. d.). Nadaje se dakle misao, da se među sobom ispoređuju mase jednakih obujmova različitih tvari, ili da mase tih tvari isporedimo s masom jedna-

koga obujma jedne iste tvari; odabraše vodu za tu tvar, pa imenom „gustoća tijela“ okrstiše omjer njegove mase spram mase jednakoga obujma vode. Taj je broj dakako neimenovan; n. pr. gustoća je željeza 7 reći će, da u makar kojem obujmu željeza ima 7 puta više mase nego u isto tolikom obujmu vode.

Nastaje pitanje: kako se može odrediti gustoća čvrsta tijela? U pojmu gustoće već leži i način odredjivanja njezina. Ja ću na istom mjestu Zemlje odrediti težinu u makar kojega obujma toga tijela; neka bude n. pr. jednaka 56 gr^* . Uzet ću točno jednak obujam vode od 4° , pak ću odrediti i njegovu težinu; neka bude n. pr. 7 gr^* . Budući da su težine jednakih obujmova u omjeru $56 \text{ gr}^* : 7 \text{ gr}^* = 8$, zaključujemo: gustoća je toga tijela 8 ili tijelo je 8 puta „gušće“ od vode, t. j. ima 8 puta veću masu od jednakoga obujma vode. Kako je pažljivi čitalac jamačno opazio, radi se glavno o tom, da bude obujam vode od 4° točno jednak obujmu tijela. Kod čvrstih tjelesa pravilna oblika uči nas geometrija, kako da računom odredimo njihov obujam; no kako da ga točno odredimo kod tjelesa nepravilna oblika? Tu nam u velike pomaže Arhimedov princip! Odredivši težinu čvrstoga tijela u uzduhu (neka bude n. pr. $= 246.5 \text{ gr}^*$), spustimo ga na tanku koncu pod vodu (sl. 175.). Težina mu je manja, i na zdjelicu vage treba dodati n. pr. 31.65 gr^* , da poluga stane opet horizontalno. Te su utege mjera za uzgon našega tijela u vodi, a Arhimedov princip nam veli,



Sl. 175. Odredjivanje gustoće tjelesa na osnovi Arhimedova principa a s pomoću hidrostatične vage.

da je taj uzgon (ili „gubitak težine“) baš točno jednak težini jednakoga obujma vode.

Odredismo dakle težinu jednakoga obujma vode, a da i ne znamo, kolik je zapravo obujam našega tijela! Omjer $246\cdot5\text{ gr}^*$ prama $31\cdot65\text{ gr}^*$ daje broj 7788. Gustoća je našega tijela dakle 7788, a to je gustoća željeza.

Kako tekućine nemaju stalna oblika, nego se priljubljuju obliku posude, u kojoj su, lako ćemo im odrediti gustoću, vagnuvši jednake obujme tekućine i vode, t. j. napunivši istu bočicu jedanput tekućinom, drugi put vodom. Toj bočici daju ime „p i k n o m e t a r“.

Ako se radi o točnom mjerenju gustoća, treba paziti na više stvari; no to ne ide amo.

Zanimljivo je, da nam isti brojevi, ako su imenovani, kazuju i tako zvanu „specifičnu težinu“ tjelesa. To naime nije ništa drugo nego težina 1 kubičnoga centimetra te tvari. Budući da je u našoj metričkoj mjeri težina 1 kubičnog centimetra vode (od 4^0 C) baš 1 gr^* , jasno je, da će 1 kubični centimetar željeza imati težinu od 7788 gr^* .

Često se pojmovi „gustoća tijela“ i „specifična težina“ zamjenjuju, premda nisu isto. To se osobito često događa u mineralogiji.

Ne će biti na odmet, ako amo metnemo malu tablicu gustoća nekih važnijih tvari.

Tablica gustoća.

Platina	21·4	Koks	2·17	Pluto	0·24
Zlato	19·2	Bazalt	2·7—3·2	Živa	13·59
Olovo	11·3	Granit	2·5—3·0	Ulje	0·8—0·9
Srebro	10·5	Porfir	2·4—2·8	Petrolej	0·8
Bizmut	9·8	Pješčanik	2·2—2·5	Alkohol	0·7911
Bakar	8·9	Lava	2·0—3·0	Eter	0·717
Nikalj	8·8	Staklo (obično)	2·4—2·6	Uzduh	0·001293
Željezo	7·8	Flintstaklo	3·0—5·9	Kisik	0·001429
Kositer	7·3	Porculan	2·3	Dušik	0·001251
Tutija (cinak)	7·1	Ebanovo drvo	1·26	Vodik	0·000090
Aluminij	2·7	Mahagoni drvo	0·56—1·06	Ugljična kiselina	0·001965
Alem (dijamant)	3·52	Hrastovina	0·69—1·03	Vodena para	0·000804
Grafit	2·3	Jelovina	0·37—0·75		

* pyknos (grč.) = gust i metron (grč.) = mjera.

V.

Sila teža i uzdušnine.

Kako i uzdušnine imaju svojstvo lake gibljivosti svojih čestica, pa kako se ni te čestice ne mogu oteti svemoćnoj sili teži, jasno je, da i za te tvari vrijede pojave i zakoni o ravnoteži i gibanju, što ih do sada saznasmo kod čvrstih tjelesa i tekućina. No budući da su uzdušnine povrh toga „rastezljive tekućine“, pokazivat će nam one pored onih zajedničkih pojava još neke nove.

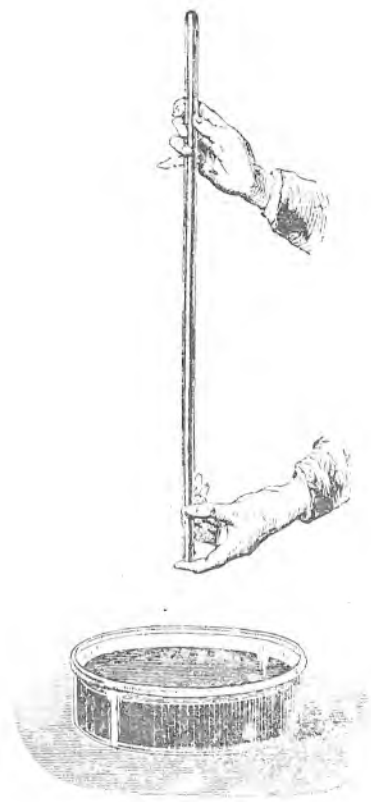
Glavni je zastupnik tjelesa te vrsti „uzduh“ naše atmosfere, u koju je umotana čitava naša Zemlja. Odaje nam se kod svakoga daha i kod svakoga vjetrića, a kod brza gibanja u njem i onda, kada nije vjetra. Kada pak kao vihor hoće da nas sruši kod hodanja, a stabla i krovove kuća zaista ruši, osjećamo uzduh kao tvar veoma jako. No odaje nam ga i uho kod svakoga zvuka, koji dolazi do njega od kojega izvora zvuka širenjem njegovih titraja po uzduhu (str. 287.). Mala je neprilika, što ga ne vidimo, jer je bez boje i posve prozračan. To je i uzrok, da nam je u prvi mah nešto neobično govoriti o „masi uzduha“ i o „težini uzduha“. Ta i danas još govorimo o „praznoj“ posudi, makar da je puna uzduha, premda je već Heron u Aleksandriji (oko g. 100 pr. Kr.) u svojoj znamenitoj knjizi o umjećama vode i uzduha napisao: „Posude, koje se mnogima čine prazne, nisu prazne, nego su napunjene uzduhom. Po mišljenju onih, koji izučavaju prirodu, sastavljen je uzduh od malenih lakih čestica. Pa kada se voda ulijeva u posudu, koja se čini prazna, izlazi iz nje toliko uzduha, koliko vode u nju ulazi“. Baš poradi toga bit će dobro, ako se časak ustavimo kod pitanja o težini i masi uzdušnina. Svatko naime po iskustvu zna, što je od prilike kilogram željeza, mesa, vode; no ako ga upitaš: što je 1 kilogram uzduha, jedva će imati o tom jasan pojam, a bilo je u nedalekoj prošlosti vrijeme, kada ni najučenije glave o tom ne imadjahu jasnih pojmova.

Je li uzduh težak? Pokorava li se i on sili teži? Galilei je bio prije 300 godina prvi, koji je dokazao, da i uzduh ima težinu, da je i on tvar, kao svaka druga na Zemlji, koja se ne može

oteti sili teži. On je u bocu utiskivao uzduha, tako da ga je u njoj bivalo sve više i pokazao na vagi, da je boca postala teža. On je pače već odredio i gustoću uzduha spram vode. Napunio

je naime istu bocu vodom, pak je vaganjem našao, da je voda 400 puta gušća od uzduha.

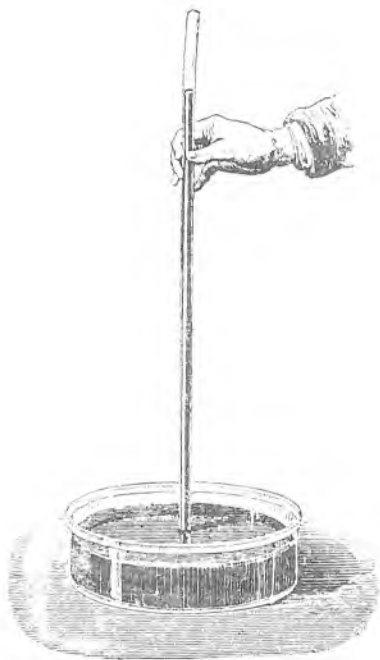
No potpuno je to pitanje razjasnio tek njegov učenik Evangelist Torricelli (1608.—1647.). Premda je mlad umro, privrijedio je mehanici toliko, da mu ime u njoj ostaje za sva vremena. Vrijedno je, da natuknemo red njegovih obreta. U ono su doba već imali običnu sisaljku za vodu (pumpu) i njom dizali vodu iz bunara. U Firenci otkriše osobit učinak tih sisaljki. Kad su htjeli, da dignu vodu veoma visoko, sisaljke ih izdadoše. Galilei ih je ispitao, našao u redu, ali se uvjerio, da ne dižu vodu više od 10 metara. Dizanje se vode u sisaljki tada općeno tumačilo Aristotelovom rečenicom, da priroda ima „odvratnost od praznoga prostora“ (lat. : *horror vacui*), pak da se poradi toga voda smjesta diže za čepom; mjesto „odvratnosti“ reče Galilei „otpor protiv praznoga prostora“ i



Sl. 176. Torricellijev pokus o težini uzduha.

nastojao, da ga izmjeri. U stupcu vode od 10 metara mislio je, da je našao veličinu toga otpora, budući da se taj stupac otkine od čepa sisaljke i svojom težinom svladava otpor prirode protiv praznoga prostora. Nije pogodio istine. Torricelli se ponovo uhvatio pitanja. Mjesto željezne cijevi sisaljke mislio je, da bi bilo bolje uzeti staklenu cijev, a mjesto vode živu, za koju je

znao, da je od prilike 14 puta gušća od vode. Prijatelj Viviani izveo je prema tomu naputku pokus. Napunio je cijev (sl. 176.) dugačku 1 metar živom, zatvorio dolje prstom i utaknuo obrnutu u posudu žive. Kada je prst odmaknuo, poče živa padati, ali ne pade do iste visine, kao što je u posudi (a to bi moralo da bude prema zakonu za sastavljene posude, str. 365.), nego stade od prilike baš u $\frac{1}{14}$ od visine vode u sisaljka (sl. 177.). Slutnja Torricellijeva, da će težina stupca tekućine u oba slučaja biti jednaka, potvrdila se. Uzrok tomu neobičnom pojavu, da voda stane 10 metara, a stupac žive od prilike 76 centimetara iznad tekućine u posudi, još uvijek ne bijaše jasan; no duhu se Torricellijevu činilo tumačenje, da je tolik otpor prirode protiv praznoga prostora, nevjerovatnim, i njemu je prvomu sinula genijalna misao, da bi se ova pojava, zakonu sastavljenih posuda protivurječna, mogla tumačiti izvanjnim tlakom, koji u bunaru djeluje na vodu, a kod Torricellijeva pokusa na živu u zdjelici. Pokus mu pače već odade, da taj izvanji tlak mora da je u oba slučaja posve jednak. Taj pak tlak mogao bi, zaključuje dalje Torricelli, dolaziti od uzduha naše atmosfere, što ga



Sl. 177. Torricellijev pokus o težini uzduha.

on svojom težinom izvršuje na vodu u bunaru i na živu u zdjelici, budući da je već Galilei dokazao, da uzduh ima neku težinu. Atmosfera oklapa svu Zemlju kao more, koje je prilično duboko (tada su mislili do 50 milja = oko 350 kilometara). Poradi toga ne bi bilo nemoguće, da to more svojom težinom na svom dnu, t. j. na površini Zemlje, izvršuje tlak na dno kao

vođeno more, duboko 10 metara ili živino more, duboko 76 centimetara. Pokus odaje ne samo, da je uzduh doista težak, nego mjeri takodjer tlak, težinu atmosfere na površini Zemlje:

„Tlak je uzduha na površini Zemlje jednak težini stupca žive, visokoga 76 centimetara.“

Neznatan račun pokazuje, da je taj tlak na plohu od 1 kvadratnog centimetra jednak gotovo točno 1 kg^* ($1033\ gr^* = 938.973$ dina). Tomu tlaku ili toj težini naše atmosfere na površini Zemlje dajemo danas općeno ime „**tlak od 1 atmosfere**“ (= $1033\ gr^*$ na svaki kvadratni centimetar). Sam je Torricelli već opazio, da se visina stupca žive u njegovoj cijevi tečajem vremena nešto mijenja: čas je nešto veća (do 78 centimetara), čas manja (do 72 centimetra). Iz toga izlazi, da naše uzdušno more na istom mjestu površine zemaljske nema svagda istu težinu; ona zavisi od stanja naše atmosfere u tom času, navlastito od temperature, koja je u tom času na onom mjestu. Torricellijeva se cijev dakle može upotrijebiti i u tu svrhu, da se dobije sud o momentanom stanju atmosfere iznad mjesta, gdje se motri. Torricelli je obretnik barometra, aparata, koji danas poznaje svaki obrazovani čovjek*. No ovim znamenitim pokusom Torricellijevim nestalo je posve staroga mišljenja, da je čitav svemir ispunjen uzduhom, gdje nema drugih materija, a na mjesto njegovo stupa sada novo mišljenje, da uzduh Zemlju oklapa kao ocean, kojemu je dubljina razmjerno malena spram polumjera kugle zemaljske, koji je 6378 kilometara. Ta atmosfera zajedno s kuglom čini jedan svemirski individuum, pa se s njom zajedno u svemiru svakuda giba. To bijaše obret veoma dalekosežan!

Kako je i uzduh elastična tekućina, za koju vrijedi osnovno svojstvo lake gibljivosti čestica, kao i za sve tekućine, razbira čitalac smjesta, da i za uzduh vrijede sve osobite pojave, koje izvedosmo kod tekućina iz toga svojstva i djelovanja sile teže. I u mirnu se uzduhu svaki tlak rasprostire jednako na sve strane; u posudi punoj uzduha, ako je miran, djeluje tlak na

* Isp.: Kučera, Vrieme. Crtice iz meteorologije. Izd. Matica Hrvatska. Zagreb. 1897. i Novovjekni izumi, II. Izd. M. H. Zagreb, 1883.. str. 282.—306.

dno, na bokove i u vis; i u uzduhu vrijedi Arhimedov princip, da svako tijelo u njem izgubi toliko od svoje težine, koliko važe istisnuti obujam uzduha. Poradi toga se i tlak atmosfere osjeća jednako svagdje, kudagod uzduh dopire, ako je samo ostao u svezi s izvanjom atmosferom. On je u našim sobama isti, kao vani; a tako i u spiljama, na površini svih tjelesa. Svagdje je okomit na stijene posude, u kojoj je. Na 1 kvadratni metar on je već veoma velik: 10.333 kilograma! Stol dakle, komu je ploča samo 1 m², nosi od atmosfere težinu od 10.333 kg* na gornjoj strani. Morala bi se pod tim golemim tlakom uzduha razdrobiti, da taj isti tlak na nju ne djeluje odozdo vertikalno gore. Površina je čovjeka srednje veličine od prilike 1.5 kvadratnog metra, i svaki nas nosi dakle čitav svoj život od uzduha golem tlak 15.500 kilograma. Da nas ne zdrobi, uzrok je u jednu ruku, što djeluje izvana i iznutra, a u drugu ruku reakcija tekućina u našem tijelu, koje mu drže neprekidno ravnotežu, pa se evo na dnu atmosfere gibamo, kao da i nema toga silnoga tlaka njezina!

Veoma lijep pokus može svatko i sam izvesti. Iz staklena cilindra (čase) ukloni uzduh, nalivši ju razom punu vodom; na vodu i rub cilindra položi list papira ili tanku staklenu ploču i okreni čašu, da ploča bude dolje. Sada možeš ruku s ploče odmaknuti: ona neće pasti. Težina vode u cilindru zajedno s težinom ploče nije dosta, da ploča pada: nadmašuje ju tlak uzduha u vis, koji na ploču odozdo djeluje. I tlak na bokove posude postoji u uzduhu, a ako na jednoj strani djeluje, a na suprotnoj ne, nastaje i vrtnja unatrag, kao kod modela turbine na str. 364.

Kasnije, kada je *Guericke*, načelnik Magdeburga (1602.—1686.), izumio uzdušnu sisaljku, kojom se može uzduh iz zatvorene posude gotovo sav izvući, počeli su izvoditi svu silu lijepih pokusa, koji pokazuju i težinu uzduha i sva tri tlaka u njoj, kao i Arhimedov zakon za uzduh. Poradi važnosti ovdje ističemo tek jedan pokus. Staklen balon s pipcem (sl. 178.), iz kojega je isisan uzduh, visi na zdjelici vage, koja je u ravnoteži. Ako se pipac otvori, čuje se, kako u balon ulazi uzduh, i poluga se vage spušta na strani balona. Da bude opet ravnoteža, treba na drugoj zdjelici za svaku litru (= 1 kub. decimetar) balonova

obujma dodati od prilike $1\cdot29\text{ gr}^*$ utega. Evo neposrednoga dokaza, da su i uzdušnine u vlasti svemoćne sile teže! Pamtimo i broj, da

„1 kubični decimetar uzduha (na površini zemaljskoj) ima težinu od $1\cdot29\text{ gr}^* = 1265\cdot5\text{ dina}$ “.



Sl. 178. Vaganje uzduha u staklenu balonu na hidrostatickoj vagi.

Ako se s površine Zemlje s barometrom popnemo u veće visine, mora da je tlak uzduha tamo manji, jer je barometar sada u unutrašnjosti uzdušnoga mora, pa na živu djeluje svojom težinom kraći stupac uzduha: stupac žive mora da je na visoku briježu u istom času kraći, nego na dnu njegovu. Pa i to je potvrdio prvi svojim pokusima Francuz *Blaise Pascal* (sl. 179.) (1623.—1662.), inače jedna od najzanimljivijih ličnosti francuskih naučnjaka iz prve polovine 17. stoljeća, na briježu Puy de Dome g. 1648. uz pomoć svoga svaka *Perriera*. Rodio se u Clermontu god. 1623. od oca carinskoga upravitelja, koji se već god. 1631. preselio u Pariz, da jedinca što pomnjojije uzgoji. Trebao je da najprije uči je-

zike. No kako je često slušao razgovore očeve s prijateljima o matematičkim i fizikalnim stvarima, zamolio je oca, da ga uči tu „matematiku“. No otac to odbije i sakrije matematična djela, da ga ne otklanjaju od studija jezika. Na pitanje sina, što je matematika, odvrati mu: „umijeće risati prave likove i naći njihove međusobne odnošaje“. Teško li se začudio otac, kada je 12-godišnjega sina našao u sobi živo zabavljena crtanjem geometrijskih likova i izučavanjem njihovim! Sam je dao tim likovima različna imena, ne imajući knjiga, i

našao različne poučke o njima, n. pr., da je suma kutova u trokutu jednaka dvjema pravim kutima. Otpor je oca bio skršen, i sin se dade na sustavno učenje matematike: sa 16 godina napisao je raspravu o sjekotinama stošca, kojoj su se svi čudili! Od



Sl. 179. *Blaise Pascal (1623—1662.).*

prevelike zrelosti duha tijelo je već sa 18 godina malaksalo, ali Pascal je i dalje živo radio, ne samo da u se primi znanje, nego da ga i sam unaprijedi. God. 1644. čuo je o Torricellijevu pokusu, i to bijaše povod, da se baci na izučavanje uzdušnoga oceana oko Zemlje i tekućinâ uopće, gdje je najviše nauči privrijedio, pak mu ime ostaje u njoj časno za sva vremena. U

to se doba pristalice teologa Jansena („Jansenisti“) naseliše kraj Pariza, koji nastojahu, da žive po starim načelima crkve u radnosti, suzdržljivosti i ljubavi bližnjega. Nastade sukob s Isusovcima. Pascal se priklonio Jansenistima i već s 27 godina prestao naučno raditi. Tek gdjekada je u molitvi i dobrim djelima spram bližnjega probila stara narav. Tako postade u jednoj neprospavanoj noći lijepa radnja o cikloidi (str. 121.), dok je inače mnogo pisao samo na vjerskom području. Njegovi „provincijalni listovi“ u obranu Jansenista doživješe 60 izdanja! Umro je god. 1662. u mladosti od 39 godina.

Na Chimborassu je tlak uzduha već manji od pô atmosfere. Iz toga razbira jamačno čitalac, kako se može barometar upotrijebiti i za mjerenje visine bregova. Kako je živa od prilike 14 puta (13'59) gušća od vode, a voda opet 773 puta gušća od uzduha, izlazi, da je živa od prilike 10.500 puta gušća od uzduha. Da živa u barometru pane za 1 centimetar kod penjanja u vis, treba da otpane stupac u z d u h a, koji je toliko težak, koliko stupac žive visok 1 centimetar. Taj je stupac uzduha očito 10.500 puta viši od stupca žive, t. j. on je visok 10.500 centimetara ili 105 metara. Možemo dakle reći:

„Kod dizanja u vis za 100 metara pada barometar od prilike za 1 centimetar ili kod dizanja od 10 metara za 1 milimetar“.

To nije točno, jer uzduh u visini postaje sve rjedji i hladniji. Nauka daje točnu matematičku formulu za visinu u metrima.

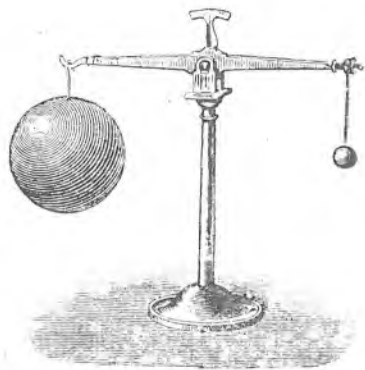
Dodajemo tablicu, koja nam kazuje, za koliko se metara treba popeti uz različne tlakove uzduha i različne temperature, da se tlak uzduha umanju za 1 milimetar živine visine.

Temperatura					
Tlak uzduha	5°	10°	15°	20°	25°
640 mm	12'76 m	12'99 m	13'32 m	13'45 m	13'68 m
660	12'37	12'60	12'82	13'04	13'26
680	12'01	12'23	12'44	12'66	12'87
700	11'67	11'87	12'08	12'30	12'51
720	11'34	11'55	11'75	11'95	12'16
740	11'04	11'23	11'43	11'63	11'83
760	10'74	10'94	11'13	11'32	11'52

U barometru je napokon otkriven i onaj prazni prostor („v a c u u m”), o kom je bilo prije tolikih raspra: iznad žive u Torricellijevoj cijevi zaista nema ni uzduha; to je pravi „prazni prostor” ili „vakuum”. Ne postoji dakle u prirodi nikakva odvratnost protiv njega; tek ga je teško dobiti, jer uzduh u nj prodire i kroz najsitnije šupljice.

I Arhimedov zakon vrijedi za uzdušnine. Ta i one su tekućine, koje se od tekućina u običnom smislu razlikuju tek time, što se daju lako i jako stlačiti. I u uzduhu dakle izgubi svako tijelo toliko od svoje težine, koliko važe istisnuti obujam u z d u h a. Da je to istina, potvrđujemo veoma lijepim pokusom, što ga je izumio već spomenuti *Guericke*, obretnik uzdušne sisaljke.

Vaga (sl. 180.) nosi na svakom kraku po jednu mjedenu kuglu. Lijeva je šuplja, veoma tankih stijena i puna uzduha, desna je puna; obje su u u z d u h u točno jednake težine, premda je lijevoj obujam mnogo veći; to pokazuje poluga tim, da stoji horizontalno u ravnoteži. Metnemo li taj aparat — zovu ga „b a r o s k o p” — u



Sl. 180. *Baroskop. Aparat za dokaz, da Arhimedov princip vrijedi i za uzdušnine.*

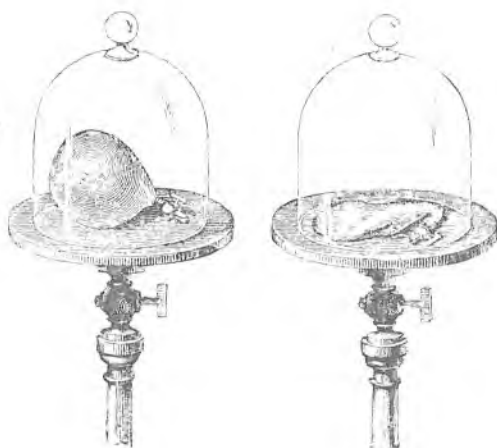
posudu, iz koje se s pomoću uzdušne sisaljke siše uzduh (pod „r e c i p i j e n t”), vidjet ćemo, kako nestaje ravnoteže: lijevi krak s kuglom velikoga obujma sve više prevaguje, što rjeđji postaje uzduh u posudi. Uzrok toj pojavi smjesta pogadjamo: puna je kuglica istisnula manje uzduha od šuplje, njezin je gubitak težine u uzduhu dakle bio manji nego gubitak velike i šuplje kugle. Sada, kada oko njih nema uzduha, nestaje i tih nejednakih gubitaka težine, pak mi doista veliku kuglicu vidimo, kako se spušta.

Iz toga izlazi, da mi vaganjem u uzduhu uopće ne saznajemo točno težinu tijela; trebalo bi tjelesa vagati u praznu prostor ili pak računom odrediti pogrješku, što je izvodi tlak u

vis u uzduhu. Ako se radi o veoma točnim vaĝanjima, n. pr. u kemiji i fizici, ta se pogriješka mora uzeti u račun. U svakidanjem se životu na nju ne obaziremo, t. j. mi ne „reduciramo težinu na prazni prostor“, jer je pogriješka veoma malena.

Posljedica je Arhimedova principa prirodno plivanje tjelesa: svako tijelo, kojemu je gustoća manja od gustoće tekućine, u koju je uronjeno, diže se na površinu i pliva na njoj (str. 366.). U tom je za našu atmosferu uzrok, što se tjelesa, rjeđja od uzduha, u njem dižu i u njem u određenoj visini lebde (u njem plivaju). Takva su tjelesa: dim, pare i oblaci. Da oko naše Zemlje nema atmosfere, ta bi tjelesa padala na površinu njezinu po zakonima nama dobro poznatim (str. 138.). Ovakovo se dizanje u uzduhu mora javiti, čim je specifična težina tijela manja od specifične težine uzduha. Mi znamo sada, da 1 kubični metar uzduha kod temperature od 0°C i kod tlaka od 76 cm (= 760 mm) važe na površini Zemlje 1.29 kilograma* (str. 374.). S druge pak strane znamo n. pr., da u istim prilikama 1 kubični metar vodika važe samo 0.09 kilograma*, t. j. gotovo 15 puta manje. Ako je dakle ta masa vodika zatvorena u kakvoj neprodušnoj posudi, gubi ona u uzduhu od svoje težine 1.20 kilograma*, a kako je njegova težina tek 0.09 kilograma*, jasno je, da je uzgon toĝa vodika u uzduhu ili njegova „snaga dizanja“ jednaka 1.20 kilograma* za svaki kubični metar. Jedan će se dio toĝa uzgona utrošiti, da izravna težinu omota, u kojem je vodik zatvoren, no ostatak će uzgona taj kubični metar vodika dizati u uzduhu u vis. Da je naša atmosfera sve do svoje gornje granice tako gusta, kao na svom dnu, na površini zemaljskoj, taj bi se kubični metar digao do gornje površine uzdušnoĝa mora i na njoj plivao, uronjen tek djelomice u nju, kao brod na vodi. No taj uvjet kod naše atmosfere nije ispunjen: gustoća se uzduha u našoj atmosferi s visinom sve više umanjuje, njegova se snaga dizanja sve više umanjuje, i naš će kubični metar vodika napokon doći u tako rijetku vrstu atmosfere, gdje će gustoća uzduha biti posve jednaka gustoći zatvorena vodika; tu uzduh nema više snage dizanja i naš će kubični metar vodika u toj vrsti ostati lebdeći u njoj i idući smjerom vjetra, od prilike kao riba u vodi. To

je temelj „uzdušnih balona“ ili „zrakoplova“, kako ih prvi u velike izvedoše koncem 18. stoljeća Francuzi Montgolfier (1783.) i Charles*. Danas im nauka daje ime „aerostati“ (grč.: aer = uzduh; histamai = stojim). Iz tih se prvih pokusa razviše u naše dane „uzdušni brodovi“, kojima se upravlja u svakom smjeru (Zeppelin i dr.). Zanimljivo je, da je kod razvitka balona u uzdušni brod bitno utjecao zagrebački trgovac David Schwarz. Bit će u „Novovjekim izumima“ mjesto, da se na to povratimo. Ovdje se mora



Sl. 181. Rastezljivost uzduha.

čitatelj zadovoljiti s veoma zanimljivom spoznajom, da je na koncu konca čarobnica sila teža uzrok, što danas po uzduhu plove uzdušni brodovi!

VI.

Rastezljivost uzdušnina.

Uzduh i njemu slične tvari (plinovi i pare) odlikuju se jednim veoma čudnovatim i osobitim svojstvom, koje bi nas moglo zavesti na mišljenje, kao da se te tvari ipak ne pokoravaju moćnoj sili teži. Tomu svojstvu nema traga ni kod čvrstih tjelesa ni kod tekućina. Jedan pokus neka nam ga jasno pokaže. Pod recipijentom uzdušne sisaljke (sl. 181.)

* Isp.: Novovjekni izumi, knj. I. Izd. M. H. Zagreb, 1882., str. 101.—126.

je mjehur zatvoren pipcem, u kojem je veoma malo uzduha. Uzduh je u njem pod tlakom izvanjega uzduha (tlak 1 atmosfere, str. 374.) i zaprema neki odredjeni obujam. Iz recipijenta išišimo uzduh; sada nema više tlaka izvanjega uzduha, i mi vidimo, kako mjehur sve više uvećava svoj obujam, prema tomu kako nestaje uzduha iz recipijenta; on se na koncu nadme, a ako su mu stijene slabašne, on napokon i pukne. Ne dajmo, da dodje do toga, nego pustimo prije toga u zvono opet uzduh. Vidjet ćemo, kako se mjehur pomalo splasne, i kada je u zvono ušao sav uzduh, prima opet predjašnji svoj obujam. Uzduh ima svojstvo „rastezljivosti“ („ekspanzije“) i „stlačljivosti“ („kompresibilnosti“).

Ne manjka doduše to svojstvo ni čvrstim tjelesima, ni tekućinama, kako smo već prije saznali; no dok se kod onih pokazuje u veoma malenoj mjeri, ovdje je veoma znatno. Kako bismo to svojstvo razjasnili, uzimamo, da između čestica uzdušnine nema već nikakve privlačne sile (kohezije); baš obrnuto uzimamo: među njima djeluje neka odbojna sila (molekularno odbijanje), poradi koje se u njih javlja nastojanje, da se među sobom odbijaju, i toj težnji može da učini kraj samo kakav izvanji tlak, koji može da joj drži ravnotežu (n. pr. stijene čvrste posude). Popusti li taj tlak, obujam se uzdušnine odmah sam uvećava, dok ne zapremi i ispuni sav prostor, koji joj se nudja. Naša bi se atmosfera po tom svojstvu bila već davno sva izgubila u svemirskom prostoru, da nema sile težje, koja uzduh veže uz Zemlju. Ako je pak uzdušnina u kakvoj posudi zatvorena, čvrstina njezinih stijena ne da, da se ona dalje rasteže; no posljedica je tomu, da svaka zatvorena uzdušnina poradi te svoje rastezljivosti izvršuje na stijene posude izvjestan tlak, komu dajemo ime „tlak ekspanzije“ ili kratko „napon“ (napetost) uzdušnine. Uzduh u otvorenoj boci ima napon, koji je baš jednak tlaku izvanjega uzduha, t. j. napon od 1 atmosfere (= 1033 gr* na svaki kvadratni centimetar). Poradi rastezljivosti ispunjuje svaka i najmanja masa uzduha posvema i najveći prazan sud.

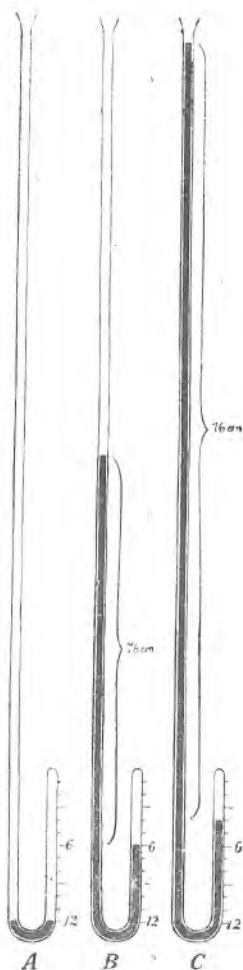
* expansio (lat.) = rastezanje.

** comprimo (lat.) = stiskam, stlačujem.

Iskustvo nam svakidanje o uzdušnicama kazuje: ako je u posudi zatvorena neka određena masa uzduha, pak mi s pomoću čepa ili kako drukčije na nju izvršujemo sve veće tlakove, umanjuje joj se veoma jako obujam. Ima li pri tom kakav zakon? Prvi, koji su to ispitivali, bili su Englez *Boyle* (izg.: Bajl) g. 1662., a 10 godina kasnije Francuz *Mariotte* (g. 1672). Vodio ih je dakako pokus: priroda sama neka odgovara! Boyle je za te pokuse upotrijebio dugačku staklenu cijev dolje savitu (sl. 182.). Dugački krak bijaše otvoren, kratki zatvoren. Nalivši nešto malo žive u cijev (sl. A), odvojio je malu masu uzduha u kratkom kraku od izvanjega uzduha. Kako je živa sada u oba kraka jednako visoko stajala, zaključio je, da zatvoreni uzduh stoji pod tlakom izvanjega uzduha, t. j. pod tlakom od 1 atmosfere. Nalijevao je žive u dugi krak, dok nije opazio, da je obujam zatvorenoga uzduha spao na polovinu; živa u dugom kraku stajala je 28" = 76 centimetara više nego u kratkom (sl. B). Zatvoreni uzduh stoji sada pod tlakom izvanjega uzduha (= 1 atm.) više tlak stupca žive od 76 cm, a i to je baš tlak = 1 atmosfera, skupa baš tlak = 2 atmosfere. Nalijevao je dalje žive, dok je obujam zatvorena uzduha spao na $\frac{1}{3}$ prvoga obujma; izmjerio je, da je živa u dugačkom sada baš $2 \times 28" = 2 \times 76$ cm iznad žive u kratkom kraku (sl. C); dakle stoji zatvoreni uzduh sada pod tlakom od 3 atmosfere. Nastavivši ovako pokuse, dobio je ove brojeve:

obujam: 12, 6, 4, 3

tlak: 1, 2, 3, 4 atmosfere.



Sl. 182. Boyle-Mariottov zakon o odnosu između tlaka na uzdušninu i njezina obujma.

Očitovao mu se dakle veoma zanimljiv zakon:

„Obujam se zatvorene uzdušnine umanjuje u istom omjeru, u kojem se tlak na nju uvećava“. (Boyleov zakon“ [čitaj: Bajl-ov], prije se obično zvao: „Mariottov zakon“).

Trostruk tlak umanjuje obujam na trećinu; deseterostruki tlak na desetinu. Pri tom se uzima, da se međutim nije promijenila temperatura zatvorene uzduha. Drugo nam naime jedno iskustvo kazuje, da uzduh svoj obujam zna umanjiti i bez ikakva izvanjega tlaka, ako se naprosto — ohladi. Gornjemu dakle Boyleovu zakonu treba još dodati riječi „uz konstantnu temperaturu“.

Ovaj znameniti zakon se može i drukčije reći. Ako naime u gornjoj tablici svaki obujam multipliciramo s njegovim tlakom, izlazi svagda isti produkt: $12 \times 1 = 6 \times 2 = 4 \times 2 = 3 \times 4$. Dakle:

„Produkt (umnožak) od obujma i tlaka konstantan je broj uz istu temperaturu“.

Kad bismo se htjeli poslužiti još kraćim matematičkim govorom, mogli bismo zgodno obujmove označiti sa $v_1, v_2, v_3, v_4, \dots$, a tlakove, koji im pripadaju sa $p_1, p_2, p_3, p_4, \dots$, pak bismo pisali:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2 = p_3 v_3 = p_4 v_4 = \dots = pv = \text{constans.}$$

Kasnije su mnogi naučnjaci ponovili pokuse ovih dvaju prvaka, navlastito Francuzi (*Regnault* i drugi) oko polovine 19. stoljeća, kako bi saznali, vrijedi li zakon za sve uzdušnine, vrijedi li i onda, kada uzdušnina uvećava svoj obujam (dvostrukomu obujmu pripada polovina tlaka, deseterostrukomu obujmu desetina tlaka i t. d.), i vrijedi li posve točno za sve uzdušnine. Uspjeh je svih tih pokusa toliko zanimljiv, da ga je vrijedno zabilježiti. Sve uzdušnine pod sve većim izvanjim tlacima umanjuju svoj obujam nešto malo više, nego bi smjele po zakonu, samo vodik nešto manje. Nema dakle uzdušnine, koja bi se na dlaku točno pokoravala Boyleovu zakonu. Nauka veli: nema „savršene ili idealne uzdušnine“. No za praktične svrhe tehnike i drugih prilika daje nam Boyleov

zakon dosta točno obujmove uzdušnina uz različne izvanje tlakove.

Iz Boyleova zakona izvest ćemo još jednu veoma zanimljivu pojavu. Kada ista masa zatvorena uzduha umanjí svoj obujam na polovinu, trećinu, desetinu, znamo, da joj je gustoća narasla na dvostruko, trostruko, deseterostruko. Možemo se sada i ovako pitati: znamo, da zatvorena masa uzduha izvršuje neki tlak na stijene cijevi, u kojoj je zatvorena; dadosmo mu ime „n a p o n“ (napetost ili ekspanzija) uzduha; znademo i to, da je napon u prvom pokusu (sl. 182. A) jednak baš 1 atmosferi. A kolik je tlak zatvorena uzduha na stijene cijevi, kad mu se obujam umanjio na polovinu ili kad mu se gustoća udvostručila (sl. 182. B)? Taj napon zatvorena uzduha sada nije više jednak 1 atmosferi, jer nas pogled na sliku poučava, da on sada drži u ravnoteži ne samo izvanji tlak atmosfere, nego i tlak stupca žive od 76 cm visine; dakle je i n a p o n zatvorena uzduha sada = 2 atmosfere; u trećem se je pokusu obujam zatvorena uzduha umanjio na trećinu (sl. 182. C), a n a p o n mu je sada 3 atmosfere. Saznajemo dakle:

„N a p o n (ekspanzija) se zatvorene mase uzduha uvećava u istom omjeru, u kojem joj se obujam umanjuje ili u kojem joj gustoća raste uz istu temperaturu“.

Na tom se osniva poznata igračka „dječja puška“. Kako se uzduh, zatvoren u cijevi, stiska, raste mu napon i taj istjera uz prasak čep na drugoj strani cijevi.

* * *

Obadjosmo evo opet zanimljivo područje mehaničkih pojava: utjecanje svemoćne sile teže na Zemlju i na tjelesa na njezinoj površini. Čitava pregršt novih pojava i zakona, zanimljivih i važnih, posljedica je toga maloga izleta, koji nam je duševni horizont opet znatno raširio. Al jedno nam pitanje ne da mira: je li djelovanje te svemoćne sile teže ograničeno samo na tjelesa na površini Zemlje i u neposrednoj blizini njezinoj ili joj moć seže još dalje u svemir?

Idemo da tražimo odgovor, i već sada smijemo odati prijaznim čitačima, da će ih odgovor osupnuti!

Sila teža u svemiru ili gravitacija.

Stalnost (konstantnost) sile teže. — Newtonovo otkriće g. 1687. — Vrtinja tijela uopće. — Centrifugalna sila kod vrtnje. — Centralna sila kod vrtnje. — Jednakost obiju kod vrtnje. — Zakoni centrifugalne sile. — Održanje smjera osovine kod vrtnje. — Zvrk i osobite pojave na njem. — Osovina Zemlje — kao zvrka. — Foucaultov pokus i dokaz, da se Zemlja vrti. — Sila teža izvan Zemlje u svemirskom prostoru. — Zemlja i Mjesec. — Newtonovo otkriće o sili teži u svemiru. — Sila „gravitacija“. — Newtonov zakon gravitacije. — Gravitacija Sunca i gibanje njegovih planeta kao posljedica te sile. — Pregled obitelji Sunca. — Gravitacija općena sila svemirska.

I.

Stalnost sile teže.

Sila teža djeluje privlačno na sve drobnice svakoga tijela na Zemlji; ona je dakle rezultanta svih tih pojedinačnih sila, pa nam se očituje kao težina toga tijela. Kod padanja se pak tjelesa u najbližoj okolini zemaljske površine pokazalo, da je ta sila stalna (str. 325.), t. j. da je to sila, koja djeluje u svakom času na jednak način, budući da je ubrženje padanja na istom mjestu površine Zemlje uvijek jednako, a odaje nam to i iskustvo, da je i težina tijela na tom mjestu svagda jednaka.

Nametnulo se ipak pitanje, je li jačina sile teže na svim mjestima zemaljske površine jednaka, t. j. je li teža stalna sila samo na istom mjestu površine zemaljske ili je stalna na čitavoj površini? Do pred 250 godina sav je svijet mislio, da je teža stalna sila za čitavu površinu Zemlje. Tek g. 1672. odalo je gibanje njihala na uri, što ju je Francuz Richer 1671. prenio iz Pariza (geogr. širina = $48^{\circ}50'$) u Cayenne, gotovo na ekvatoru Zemlje, u svrhu astronomskih motrenja, da je tamo sila teža nešto malo slabija nego u Parizu, budući da je njihaj istoga njihala ovdje nešto duže trajao nego u Parizu. No razlike, kako već prije spomenusmo (str. 326.), nisu baš velike:

ubrženje se teže na ekvatoru Zemlje pokazalo najmanje ($g = 978 \text{ cm}$ u sek.), prema polovima raste i tu je ($g = 983 \text{ cm}$ u sek.) samo za 5 cm veće, t. j. za $\frac{1}{192}$ veće nego na ekvatoru ($978 \times \frac{1}{192} = 5 \text{ cm}$ od prilike). Naše jur stečeno znanje o gibanju njihala (str. 219.—233.) dostaje, da nam pokaže, kako se po njihalu može doznati, da ubrženje sile teže g pokazuje doista gore spomenute razlike. Na strani 232. navedena formula za trajanje jednoga njihaja, pak navlastito ondje izračunani 2. primjer, kazuju to dosta jasno čitaocu. Razabrat će po tom i sam, kako treba da radi, ako hoće, da s pomoću njihala odredi, koliko je ubrženje sile teže, makar na kojem mjestu Zemlje. Treba prije svega izmjeriti što pomniji i točnije dužinu l jednostavnoga njihala (nit što tanji i na kraju što manja i teža kuglica, kojoj je sva težina sabrana u središtu). Uz pomoć dobre ure, na kojoj se mogu brojiti sekunde, razmjerno je lako prebrojiti polunjihaje, što ih to njihalo izvodi n. pr. u 5 minuta, a prema tomu se opet izračuna trajanje jednoga njihaja našega jednostavnoga njihala. Znajući pak trajanje jednoga njihaja i dužinu jednostavnoga njihala, naći ćeš veoma lakim računom i ubrženje g sile teže na tom mjestu Zemlje (primjer 2. str. 232.).

Bilješka. Neka nadje mjesta bilješka, da se mjesto jednostavnoga upotrebljava i „fizičko njihalo“ za ta istraživanja, t. j. njihalo od čvrsta odugačka štapa od koje kovine ili drva s ovećom pločom („lećom“) na donjem kraju, kakovo vidimo i na urama njihalicama. U tom slučaju postaje stvar u toliko zamršenija, što ne ulazi u račun prava dužina fizičkoga njihala, nego nešto kraća dužina jednostavnoga njihala, koje bi se njihalo baš kao zadano fizičko njihalo („reducirana“ dužina fizičkoga njihala). Stvar je nauke, da odredi tu reduciranu dužinu kod svakoga fizičkoga njihala.

Razumjet ćemo sada i dalje naše zaključivanje o jakosti sile teže. Putujemo li s njihalom svedjer jednake dužine po površini zemaljskoj, pak na različnim mjestima po opisanom načinu odredjujemo ubrženje teže g , možemo nedvoumno utvrditi, koliko je to ubrženje na svakom mjestu, a tim su se i naše gore spomenute malene razlike.

Teža dakle na čitavoj površini Zemlje nije posve stalna sila, premda se po gornjim brojevima može reći, da je gotovo

stalna. No ako je Zemlja zaista kugla, sve su točke njezine površine jednako daleke od središta, pak ne razbirmo razloga toj nejednakosti sile teže. Ta masa je Zemlje uvijek ista, a ni masa tijela se ne mijenja, kad s njim putujemo po Zemlji, pa otkuda onda te nejednakosti u jačini sile teže na površini Zemlje?

Jedno je od najvećih djela Newtonovih, što je našao uzroke toj čudnoj pojavi. Privlačna sila Zemlje, umuje on, što ju ona izvršuje na površini Zemlje na koju materijalnu točku, zapravo je rezultanta svih privlačnih sila, što ih pojedine drobnice zemaljske mase izvršuju na tu materijalnu točku, i djeluje baš tako, kao da je čitava masa Zemlje sabrana u njezinu središtu. Ako su sve točke zemaljske površine zaista jednako daleko od središta Zemlje, ta se privlačna sila ne može mijenjati kod prelaženja od jedne točke na drugu po površini Zemlje. No budući da nedvoumna opažanja i mjerenja njihalom pokazaše, da se ona ipak mijenja, zaključuje Newton, da različne točke zemaljske površine moraju imati različne daljine od središta Zemlje: točke slabije teže dalje su od središta, nego li točke jače teže; u jednu riječ: Zemlja nije kugla, nego je „elipsoid“ (sl. 154.), splosnut na polovima osovine vrtnje! Meridijani Zemlje nisu kružnice, nego elipse, kojima je mala osovina premjer Zemlje od pola do pola. Najdalje su od središta Zemlje točke njezina ekvatora.

Prema tomu bi izlazilo, da je teža sila, kojoj jačina nije svagdje u prostoru jednaka: šta je dalja točka od središta Zemlje, to je ondje slabija sila teža. Veoma važna spoznaja!

II.

Vrtnja i centrifugalna sila.

No isti je Newton pokazao, da razlike u jačini sile teže na površini Zemlje imaju još drugi uzrok — veoma zanimljiv! Sve da je Zemlja potpuna kugla, jačina sile teže ipak ne bi bila svagdje na površini njezinoj jednaka, umuje Newton, jer se Zemlja vrti oko osovine. Vrijedno je, da to gibanje nešto iz bližega ovdje uočimo! „Vrtnja“ ili „rotacija“

tijela posebna je vrsta gibanja, o kojoj kod materijalne točke ne može da bude govora — gibanje točke može da bude samo translacija (str. 120.).

Kod vrtnje tijela, sastavljenoga od velike množine materijalnih drobnica, postoji u tijelu pravac, koji ima to osobito svojstvo, da mu sve točke trajno miruju, i zove se „osovina vrtnje“, a krajnje točke osovine su „polovi“ njezini. Sve pak druge točke tijela opisuju koncentrične kružnice, a središta svih tih kružnica baš su na osovini vrtnje. Tijelo dakle, koje se vrti, ostaje kao cjelina na istom mjestu u prostoru (osovina mu miruje), tek imamo gibanje njegovih drobnica oko te osovine. Uzmemo li na oko gibanje pojedinih točaka, prepoznavamo u njem nama dobro poznato gibanje materijalne točke po kružnici (str. 180.). Pokazasmo, da je to gibanje zapravo sastavljeno od dvije komponente: od jednolikoga gibanja po pravcu u smjeru tangente i od jednoliko-ubrženoga gibanja u smjeru k središtu kruga. — Mi pače nadjosmo i koliko treba da bude ubrženje te druge komponente, ako hoćemo, da se točka sveudilj giba jednoliko s brzinom c po takvoj kružnici. Ubrženje k središtu („centralno ubrženje“) jednako je $a = c^2 : r$ (str. 184.). Sada već znamo nešto reći i o postanju obaju gibanja. Jednoliko gibanje po pravcu postaje, ako je nekó na tijelo djelovao nekakav impuls (str. 311.); jednoliko pak ubrženje gibanje k središtu kruga ima svagda svoj uzrok u djelovanju stalne (konstantne) sile (str. 311.), koja izlazi iz središta kruga. Kako se jačina svake sile mjeri produktom od gibane mase i ubrženja ($f = m \times a$; str. 324.), možemo odmah reći i to, da je ta stalna sila $f = \frac{m \times c^2}{r}$

t. j. da postane jednolika vrtnja materijalne točke po kružnici, mora da djeluje u samom središtu kružnice stalna sila, koja je to veća, što je veća masa točke i što je veća brzina njezina gibanja, a to manja, što je veći polumjer kružnice.

• Dadosmo toj stalnoj sili ime „centralna“ ili „centripetalna sila“. Najjednostavniji primjer takova gibanja može svatko sam izvesti pokusom. Na jak konac priveže mjedenu kuglu (ili kamen), a drugi kraj konca uhvati u ruku. Kugla visi vertikalno i miruje. Svojom težinom djeluje na konac i nastoji, da ga izvuče

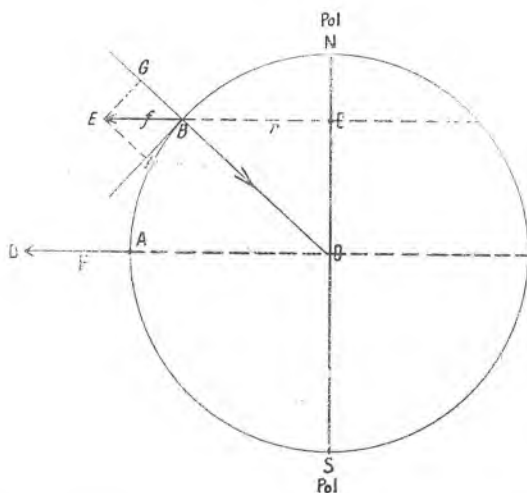
iz ruke i sobom povuče k Zemlji. Kako je konac u ruci učvršćen, ne može da pada, ali se njegove čestice poradi elastičnosti razmaknu, i ta elastičnost drži ravnotežu težini kuglice: konac je sveudilj napet. Lijep primjer za princip jednake akcije i reakcije: kuglica djeluje na konac svojom težinom vertikalno dolje; posve jednakom silom, elasticitetom, djeluje konac na kuglicu vertikalno gore. Elasticiteta napeta i u ruci učvršćena konca, to je ovdje ona centralna sila, koja kuglicu neprekidno privlači k ruci. Udarimo li sada kuglicu primjerenom snagom, ili ju dosta zamahnemo rukom, dobit ćemo gore opisano jednoliko gibanje po kružnici, ali ćemo i to opaziti, da je konac sveudilj, pa i u najvišoj točki, napet, t. j. centralna ili centripetalna sila konca neprekidno djeluje na kuglicu. U momentu, kad bi te sile konca nestalo (kad bi n. pr. konac pukao ili bi nam se iz ruke istrгнуo), nestalo bi i gibanje po kružnici, a zakon bi ustrajnosti odredio dalje gibanje kugle: kugla bi svojom brzinom u smjeru tangente jednoliko po pravcu sve dalje odlazila od središta gibanja, a to je jasna potvrda tomu, da je uzrok gibanju po kružnici baš taj vlak k središtu — ta centralna sila. Poradi toga, što naša ruka mora da neprekidno s pomoću konca izvršuje taj vlak k središtu, čini nam se, kao da kuglica na našu ruku i na konac izvršuje drugi vlak, koji nastoji kuglicu iz ruke istrgnuti, koji dakle djeluje baš suprotno centralnoj sili. Rado mu daju ime „centrifugalna sila“ (lat.: centrum = središte; fugio = bježim). No to nije nikakva posebna realna sila, nego je naprosto pojava reakcije prema gore spomenutom principu akcije i reakcije: ruka i konac djeluju na kuglicu centralnom silom u smjeru k središtu; s jednakom silom djeluje kuglica na konac i ruku u suprotnom smjeru!

Da uopće nema one centralne sile, kuglica bi otišla po pravcu jednoliko dalje. Da ide jednoliko po kružnici, mora da djeluje sasvim točno određena sila, koja se po gornjoj formuli može lako izračunati u dinima. Kad bi ta sila bila samo nešto manja, kuglica bi se doduše još uvijek otklanjala od pravca, ali ne toliko, koliko na krugu, nego nešto manje: kuglica ne bi ostala uvijek u istoj daljini od središta, nego bi se ipak još nešto udaljavala od njega. Kad bi pak centralna

sila imala nešto više dina, nego što baš treba za gibanje po kružnici, staza bi kuglice padala unutar kruga.

Ono, što označujemo imenom „centrifugalna sila“, nije dakle, ako pravo uzmemo, ništa drugo nego učinak ustrajnosti, poradi koje kuglica nastoji, da ostane na pravcu, kojim se počela gibati, t. j. nastoji, da se od središta udaljuje. Možemo dakle u tom smislu reći:

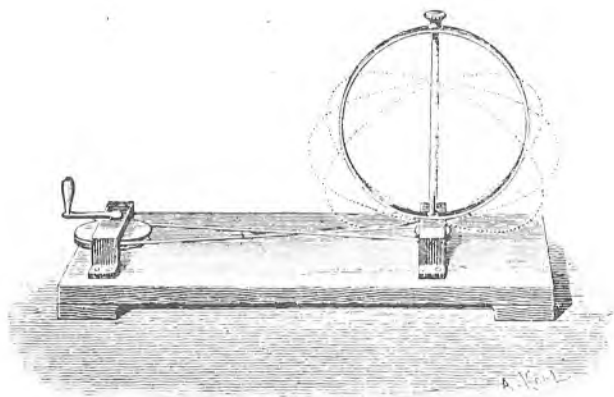
„Kod svake se vrtnje javlja centrifugalna sila, po svojoj veličini posve jednaka centralnoj sili, ali po smjeru njoj suprotna“.



Sl. 183. Centrifugalna sila kod vrtnje Zemlje oko osovine NS.

Primijenimo tu spoznaju na Zemlju, koja se takodjer vrti, i uzmimo za čas, da je potpuna kugla. Svaka čestica, koja nije baš u osovini, opisuje u jednolikoj vrtnji kružnicu. Točke na ekvatoru opisuje najveće kružnice (sl. 183.) s polumjerom $OA = R$. Točka B na Zemlji (Zagreb) opisuje kružnicu s manjim polumjerom BC. Što je točka bliže polovima, to je manji polumjer njezine kružnice. No zajedničko je ipak svim točkama, da u istom vremenu (od 24 sata) opišu svoje velike i male kružnice. U svakoj se točki javlja kod vrtnje centrifugalna sila, koja je u tom slučaju to veća, što je veći polumjer njezine

kružnice: u točki A na ekvatoru Zemlje centrifugalna je sila $= AD = F$ dina; u točki B (Zagreb) jednaka je $BE = f$ dina. No točku A privlači teža k središtu O ; dakle djeluju na A dvije suprotne sile: centrifugalna sila u smjeru AD , a teža u smjeru AO . Razbiramo, da se teža na ekvatoru umanjuje za čitavu centrifugalnu silu F . U točki B su prilike nešto drukčije: nju privlači teža u smjeru BO , a centrifugalna ju sila vuče u smjeru BE . Ako tu silu $BE = f$ rastavimo u dvije komponente: BG nasuprot teži i BH u smjeru tangente k ekvatoru, razbiramo neposredno iz slike, da se i u B umanjuje sila teža,



Sl. 184. Centrifugalni aparat. — Pokus o sploštavanju elastičnoga obruča na kraju osovine.

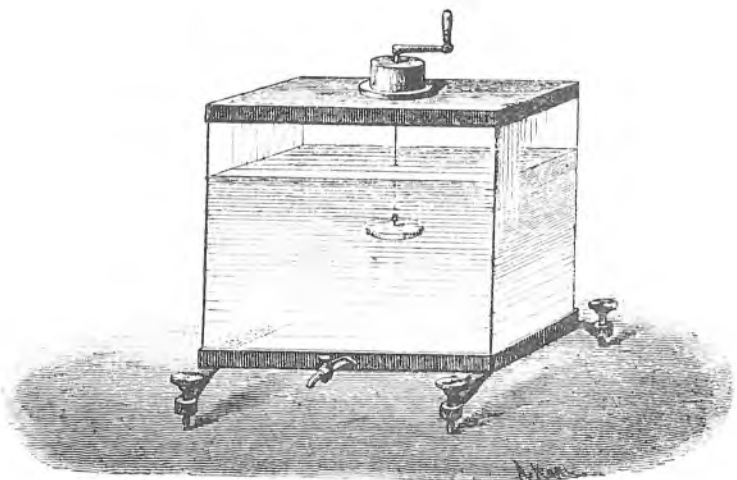
ali samo za komponentu BG centrifugalne sile BE , dakle za mnogo manje, nego na ekvatoru. Ona druga komponenta BH centrifugalne sile vuče česticu B k ekvatoru Zemlje, i mi vidimo tu još jedan veoma zanimljivi učinak centrifugalne sile, koji se javlja kod vrtnje: nastojanje, da čestice tijela odmiče od pola k ekvatoru, t. j. nastojanje, da kuglu splosne na polovima, ako su joj čestice pomične. Mi po mjerenju Zemlje znamo, da je ona doista na polovima splosnuta, pa da je premjer njezin na ekvatoru veći od premjera NS , koji ide od pola do pola, i to za $\frac{1}{299}$!

Saznajemo dakle dvije veoma zanimljive istine:

1. „Centrifugalna sila umanjuje jačinu sile teže najviše na ekvatoru, a sve manje prema jednomu i drugomu polu.“
2. „Centrifugalna je sila uzrok, da je Zemlja na polovima plosnata.“

Dva uzroka dakle zajednički djeluju, da ubrženje sile teže na površini Zemlje nije svagdje jednako: sploštenost Zemlje i centrifugalna sila — posljedica njezine vrtnje.

Newton je zapravo te uzroke unaprijed prorekao, mogao je pače i računom odrediti, za koliko oni zajedno moraju



Sl. 185. Aparat Plateau-ov za pokuse o sploštavanju kugala od ulja.

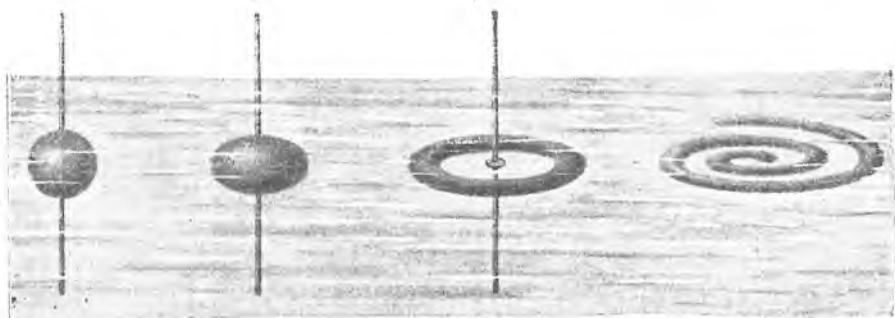
umanjiti jačinu sile teže na svakom mjestu Zemlje. Na svim se je stranama s pomoću njihala stalo mjeriti ubrženje teže i mjerenje se potpuno slagalo s računom!

Ima jednostavnih aparata, da nam pokažu veoma zanimljivu pojavu sploštavanja elastičnoga kruga mjedenoga kod vrtnje (sl. 184.) poradi centrifugalne sile. Pokus je po sebi jasan, te ne treba razjašnjenja. Maran će čitalac znati i sam načiniti aparat i pokus izvesti.

Drugi veoma uman pokus o tom pokazao nam je Francuz Plateau (čitaj: Platô) (sl. 185.). U zgodnoj se smjesi alkohola

i vode (alkohol je lakši, a voda teža od ulja!) može vrtjeti oko vertikalne osovine mjedena pločica. Oko nje se namjesti velika kaplja ulja, koja u smjesi lebdi, uzgonom riješena sile teže, i prima oblik potpune kugle (sl. 186.). No ako ju zavrtimo, vidi se jasno, kako se kod vrtnje kuglica na polovima sploštava to više, što je brža vrtnja; no to ide samo do neke granice, a onda se oko ekvatora otkine od nje čitav kolut (treća slika). Taj se u zgodnim prilikama raskine i savije u oblik zavojnice ili spirale (četvrta slika).

S centrifugalnom se silom sastajemo i u običnom životu kod svakoga gibanja tijela po krivulji. Konj, koji mora da trči



Sl. 186. *Plateau-ov pokus o sploštavanju i preobrazbi kugala od ulja, koje se vrte oko osovine.*

u krugu, naginje tijelo unutra k središtu kruga. Kad željeznički voz ima da ide po luku kružnice, izvanje se šinje uzdignu, da se vagoni nešto nagnu k središtu luka. Razumijemo sada i sliku 56. (str. 119.). Kola ne padaju poradi centrifugalne sile. Blato od kotača na kolima vrcu u smjeru tangente na kotač i t. d.

III.

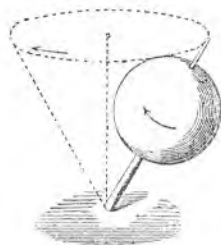
Održanje smjera osovine kod vrtnje.

S pojavom centrifugalne sile u uskoj je svezi još jedna veoma zanimljiva pojava ustrajnosti, koje se moramo taknuti. Svi još iz djetinjih vremena dobro znamo zvrk (str. 349.). Ako ga kušamo postaviti na vrh osovine, on se smjesta izvrne; no ako ga najprije oštro zavrtiš, pa ga opet postaviš na vrh osovine:

on stoji upravno! On pače i ostaje upravan, dok brzina vrtnje ne popusti toliko, da se osovina već ne može držati upravno; on se tek sada pokorava sili teži, i osovina se sve više spušta na tle. No da brzina vrtnje ne popušta, da ostane jednaka, osovina bi ostala očito upravna! Još više: ako osovinu ovakva zvrka, koji se brzo vrti, udariš sa strane, ona ni onda ne će da se izvrne, ne će ni da se nagne, ako udarac nije neobično jak. Iz tih veoma jednostavnih pokusa, koje svako može sam izvoditi, razbiramo, da osovina tijela, koje se vrti, ima



Sl. 187. Bohnenbergerov zvrk. — Održanje smjera osovine kod vrtnje.

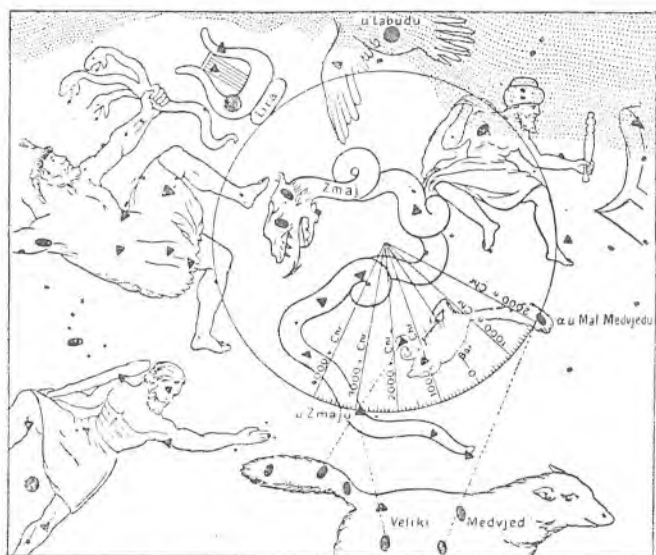


Sl. 188. Precesija osovine kod zvrka, ako je osovina koso položena. — Strjelice pokazuju smjer vrtnje i smjer precesije.

veoma čudno, na prvi mah, svojstvo: osovina nastoji, da ustraje u svom položaju, i živo se opire svakoj promjeni svoga položaja u prostoru („**održanje smjera osovine kod vrtnje**“). To svojstvo veoma lijepo pokazuje Bohnenbergerov zvrk (sl. 187.) u obliku ploče, koja je u tri koluta tako namještena, da osovini vrtnje možemo dati svaki položaj u prostoru. Ma kako mi mijenjali položaj i smjer izvanjega koluta, osovina zvrka, dok se on vrti, ostaje u prostoru točno u istom smjeru! Još je čudnija ova pojava. Ako osovinu zvrka (sl. 188.), koji se dosta brzo vrti, hotice postavimo koso na stol, tako da mu težište nije poduprto, te bi se morao izvrnuti, budući da na nj neprekidno djeluje sila teža, osovina se zvrka ne će da izvrne: ona ostaje u jednakom kosom položaju spram stola, ali ona opisuje u

veoma polaku gibanju plašt stošca, kako pokazuje strjelica u slici. Takvo se polagano gibanje osovine pokazuje svagda na zvrku, kada na kosu osovinu djeluje kakva trajna sila, koja neprekidno nastoji, da osovinu makne iz njezina položaja (u našem slučaju sila teža), a ime mu je posebno „precesija“ osovine zvrka.

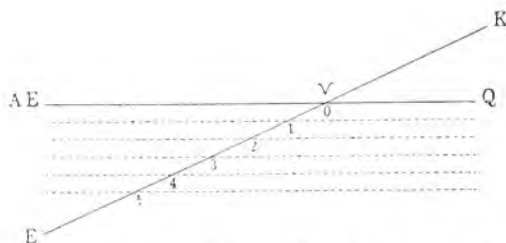
Kako se i naša Zemlja vrti oko osovine i to uvijek jednaka kom brzinom, jasno nam je sada, da će i njezina oso-



Sl. 189. Seljenje nebeskoga pola po nebu za 25.800 godina („Platonova godina“). — Mjesta nebeskoga pola zabilježena su od g. 4000 prije Krista do 2000 poslije Krista.

vina u svemirskom prostoru morati svagda održati svoj smjer, t. j. ona će uvijek pokazivati na istu zvijezdu na nebu (polarna zvijezda!). Ako bi se pak možda pokazalo, da iz svemirskih daljina na Zemlju djeluje kakova trajna sila, koja nastoji, da joj osovinu makne iz toga njezina smjera, i osovina bi Zemlje, ostajući u svom smjeru, polagano opisivala plašt stošca, a to bi nam se na nebu odalo tim, da osovina Zemlje malo po malo pokazuje na druge zvijezde, koje su sve na jednoj kružnici.

Astronomi su svojim pomnijim motrenjima već odavno dokazali, da na našu Zemlju zaista iz velike svemirske daljine djeluje takva trajna sila, pa joj osovina uistinu opisuje za 25.800 godina („Platonova godina“) plašt stošca s otvorom od 47° , a to se odaje na nebu tim, da će nam nakon tisuća godina druge zvijezde biti polarnom zvijezdom. Nakon 12.000 godina n. pr. bit će nam sjajna zvijezda Vega u Liri polarnom zvijezdom (sl. 189.). Tomu pomicanju zemaljske osovine posljedica je, da ni proljetna točka (str. 87.), ta za izučavanje nebeskih gibanja toliko važna točka na nebeskom ekvatoru, ne ostaje uvijek na svom mjestu. Kako sa nebeskom osovinom i na njoj



Sl. 190. Polagano pomicanje proljetne točke na jugo-zapad. (Precesija ekvinokcijalne točke).

okomita ravnina nebeskoga ekvatora (sl. 190., AEQ) pomalo mijenja svoje mjesto, razumijemo, da će prema tomu i presjecište toga ekvatora s ekliptikom EK t. j. proljetna točka (V) pomalo mijenjati svoje mjesto. Ako je danas u točki 0, bit će nakon 1 godine u točki 1 i t. d. Tomu polaganomu seljenju proljetne točke na zapad po ekliptici daju astronomi ime „precesija ekvinokcijalne točke“. No to je pomicanje veoma neznatno u godini dana (jedva 50 kutnih sekundi = $50''$), pa ne utječe na praktične zadaće nebeskih gibanja, koliko se tiču svakidanjega života.

S pojavom održanja osovine kod vrtnje sastajemo se inače i u svakidanjem životu. Pored spomenutoga zvrka pokazuje nam ju i dvokolica (bicikl). Kotači se vrte oko horizontalne osovine dosta brzo, i ona ostaje horizontalna: bicikl se ne izvrne ni onda, ako ga nastoji izvrnuti ne prejaka sila. Dječji se kotač i novac, koji se kotura na svom rubu, ne izvrnu, pa

ni onda, kada „plešu“ na osnovnom svom premjeru. U najnovije su vrijeme pokušali, da kolebanje brodova na uzburkanu moru utišaju s pomoću velikih i teških zvrkova s horizontalnim osovinama, namještenih u utrobi broda, a te veoma brzo vrti parni stroj ili električna struja; grade već i željeznice na jednoj šinji. I tu upotrebljavaju mase, koje se brzo vrte, da se održe vagoni u stalnoj ravnoteži, koja bi inače bila labilna. I to ide u novovjeke izume!

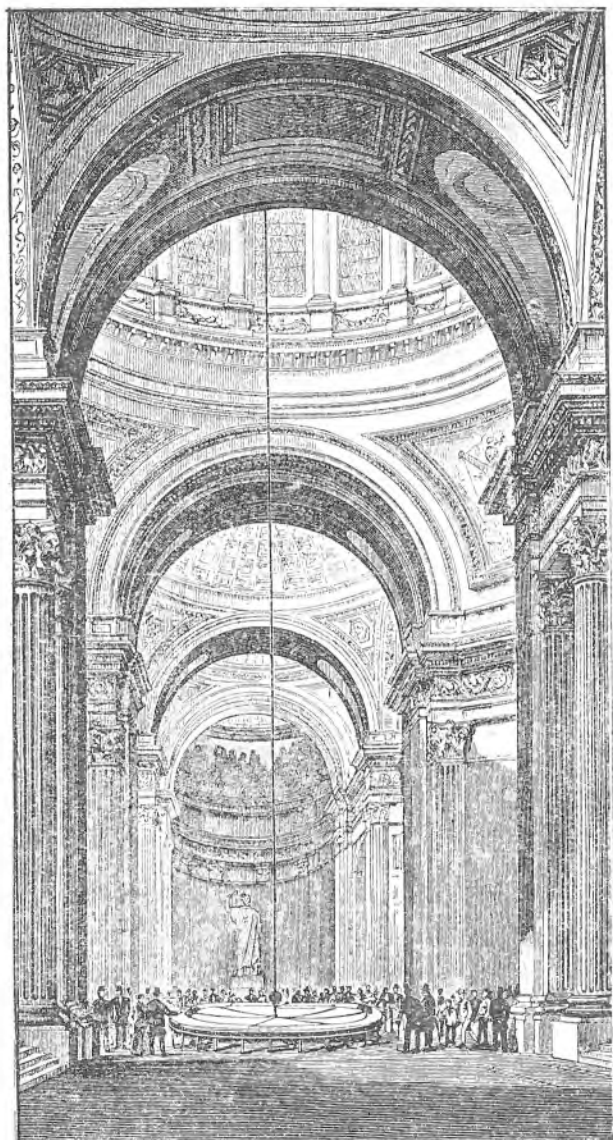
Ovamo ide još jedan veoma znameniti pokus, što ga je izveo g. 1851. u Parizu u Panteonu francuski fizičar Foucault.



Sl. 191. Održa-
nje ravnine nji-
hanja kod nji-
hala.

Tako je važan, da ga moramo ovdje opisati. Održanje smjera osovine kod vrtnje mu je podloga. Nama dobro poznato njihalo na koncu konca nije drugo nego masa, koja se takodjer vrti oko neke osovine, tek ta vrtnja ne ide okolo naokolo, nego tamo i amo; osovina je vrtnje pak kod njihala horizontalan pravac, koji ide kroz točku, u kojoj je njihalo učvršćeno, i ta je osovina okomita na ravnini njihanja. Po principu održanja smjera osovine moramo i kod njihala, koje neprekidno njiše, već unaprijed računati, da će i ono nastojati, da održi smjer svoje osovine u prostoru, a po tom dakako i smjer ravnine, u kojoj

njiše: ako se n. pr. zanjihalo u smjeru od sjevera na jug, pa ako je tako obješeno, da mu horizontalna osovina bude slobodna, njihalo će dalje njihati od sjevera na jug sve ako se makar kako okrene sprava, o kojoj visi. To lijepo uočuje jednostavan pokus (sl. 191.). Ploča se stolića može vrtjeti oko svoje vertikalne osovine, utaknute u tronogu (stativ). Kvačica, namještena baš iznad te osovine, nosi malo njihalo. Jedan je premjer stolića obilježen bojom. Njihalo zanjishemo u tom smjeru; ono ostaje u toj ravnini i onda, ako stolić okrećemo u smjeru strjelice. Pomislimo, da na stoliću stoji čovjek, koji ne zna, niti osjeća, da se stolić vrti; njemu će se očito činiti, da je crta ostala u svom smjeru, a da se je ravnina njihanja okrenula na desno, t. j. baš u smjeru suprotnom spram okretanja stolića. Ako pak cijelu tronogu pomaknemo na stranu paralelno



Sl. 193. Foucaultov pokus s njihalom u Panteonu u Parizu. — Dokaz, da se Zemlja vrti oko osovine od zapada na istok.

njezinu sadašnjemu položaju, njihalo će i dalje njihati uzduž crte.

Ovu je jednostavnu istinu Foucault veoma umno upotrijebio za svoj pokus izveden u veliko (sl. 192.). Objesio je na svodu Panteona posebnom spravom svoje njihalo tako, da mu je horizontalna osovina bila slobodna, t. j. ako se je i sprava kuda okrenula ili pomakla, osovina je mogla ostati u svom predjašnjem položaju. Opis te sprave ne ide ovamo, makar da je i ona vrlo zanimljiva. Njihalo bijaše dugačko 67 metara, a njihaj mu je prema tomu trajao 8'2 sekunde (str. 232.). Luk jednoga njihaja bio je dugačak 6'5 metara. Čelična žica nosila je veoma tešku mjedenu kuglu sa šiljkom na donjoj strani. Zanjihavši njihalo u odredjenom smjeru, zabilježenom na ploči ispod šiljka, moralo je njihalo po predjašnjem pokusu ostati u toj ravnini, ma kako se pomakla ili zaokrenula gornja sprava za vješanje, budući da je osovina bila slobodna. No sav se svijet, koji je stajao oko one ploče, na svoje oči uvjerio, da se je ravnina otklanjala sve više od istoka na zapad! Za jedan sat se otklonila za čitavih $11^{\circ}17'$. Ljudi, koji su tamo stajali, bili su u prilici gore spomenutoga čovjeka na stoliću: nije se okrenula ravnina njihanja u tom satu za $11^{\circ}17'$ na zapad, nego se je uistinu Zemlja u tom vremenu okrenula za toliko od zapada na istok, a ravnina njihanja održala je svoj smjer!

Foucaultov dakle pokus dokazuje upravo
na oči svakomu, da se naša Zemlja vrti
od zapada na istok.

Naučno raspredanje pokusa pokazuje, da bi motrilac na polu Zemlje vidio, kako se ravnina tamo namještena njihala za 23 sata 56 minuta, t. j. za 1 zvjezdani dan, okrene za punih 360° , t. j. na 1 sat za 15° . Motrilac na ekvatoru namještenoga njihala ne bi vidio nikakva okretanja ravnine. Za mjesta između ekvatora i pola kut okretanja za 1 sat je dakle između 0° i 15° i on postaje to veći, što je mjesto bliže polu (u Zagrebu $10^{\frac{3}{4}^{\circ}}$).

Od onda se je pokus već mnogo puta izveo na mnogim mjestima Zemlje, i svagdje se je račun slagao s pokusom. Tim je nauka dala najpotpuniji i najočevidniji dokaz, da se Zemlja

vrtni oko osovine i to: 1. od zapada na istok i 2. da ta vrtnja traje 1 zvjezdani dan (= $23^h 56^m$).

Do čega li nas evo dovede natanko istraživanje o jačini naše svemoćne teže zemaljske? Zaista je prava čarobnica! No red je sada, da joj još s jedne strane pogledamo u čelo.

IV.

Sila teža izvan Zemlje. Polje sile teže.

Sila je teža do sada za nas čisto zemaljska sila. U središtu Zemlje joj je sijelo, odonud djeluje u daljinu. Na površini Zemlje, t. j. 6378 kilometara daleko od sijela, još je tako jaka, da daje tjelesima ubrženje od 981 centimetra po sekundi. Kako je površina Zemlje oklopljena atmosferom, visokom 700 kilometara, a ta se trajno drži Zemlje, stalno znamo, da joj moć seže još tih 700 kilometara nad površinu Zemlje. Je li tu kraj njezinoj moći ili seže još dalje — u svemirski prostor — na sve strane oko Zemlje?

No već nam je na Zemlji odala veoma zanimljivu tajnu o sebi: pol je Zemlje središtu bliže, nego točka na ekvatoru i gle: teža je na polu Zemlje nešto jača nego na ekvatoru (str. 387.). Čini se dakle, da jačina sile teže postaje sve manja, što je dalje od sijela njezina ono mjesto, u kojem djeluje. Ako joj moć dakle seže tamo daleko preko atmosfere u svemirski prostor, pa ako i tamo negdje nadje kakve mase, na koje može da izvršuje svoju privlačnu silu, svakako po našem iskustvu na Zemlji, jačina njezina tamo neće biti tolika, da će toj masi dati ubrženje od 981 centimetra kao na površini Zemlje. Ako joj se pak umanjuje jačina, zbiva li se to po kakovu zakon? Ovim zamašnim pitanjima odosmo sa Zemlje u svemirski prostor. Čitava nam je Zemlja sada samo kuglica, koja lebdi u neograničeno velikom prostoru svemirskom. Svojom čitavom masom izvršuje ona u daljinu oko naokolo privlačnu silu, koja izlazi iz središta Zemlje, a izvršuje svoju privlačnu silu na mase, koje se nadju u njezinoj bližoj ili daljoj okolini u svemirskom prostoru. To je nova slika o biću Zemlje, što nam ju sada crta naš razum na temelju onoga, što o njoj do sada saznasmo.

Ali je još daleko od slike našega uma do prirodne istine! Nebrojena iskustva, stečena tečajem mnogih stoljeća, pokazaše čovjeku, kako takve slike znadu biti varave, ma kako se činile prave. Treba dakle i ovdje upitati samu prirodu, što nam ona veli.

Ima li prije svega uopće kakvih masa u svemirskom prostoru, na koje bi mogla djelovati zemaljska sila teža? Ako nas oči ne varaju, ima ih obilje: tu je Mjesec, Sunce, tu su planeti Merkur, Venus, Mars, Jupiter i Saturn, tu su napokon nebrojene nekretnice — na oko same usijane mase, vječiti izvori svjetlosti poput našega Sunca. Sva se ta nebeska tjelesa, kako znamo, neprekidno gibaju na tri načina. Izučavanje tih gibanja već nam je donijelo pouzdanoga znanja o njima. Dnevno je kruženje zvijezda prividno: odraz je vrtnje naše Zemlje; godišnje gibanje Sunca po ekliptici takodjer je prividno: odraz je godišnjega gibanja naše Zemlje oko Sunca — svoга središta. Na oko nepravilna i zamršena gibanja planeta, gledana s putujuće Zemlje, odadoše se Koperniku i Kepleru kao jednostavna centralna gibanja (str. 215.), i to su realna gibanja na nebu. Planeti se odadoše kao braća naše Zemlje, koja sama nije drugo nego jedan od planeta — treći po redu od Sunca! Preostaje nam još gibanje Mjeseca. I to je realno gibanje, ali oko Zemlje kao svoга središta!

Od svih je tih nebeskih masa prema mjerenjima nebeskih inženira (astronoma) nama najbliži — Mjesec. U durbinu se i on jasno odaje kao kugla sa čvrstom i veoma izrovanom i naboranom korom (sl. 5. str. 6.). Srednja mu je daljina od središta Zemlje 384.000 kilometara, dok smo mi na površini Zemlje od njezina središta daleko samo oko 6400 kilometara. Mjesec je dakle od središta Zemlje taman 60 puta dalji, nego li n. pr. kamen na površini Zemlje.

Na dlanu je gotovo pitanje: izvršuje li masa Zemlje kakvu privlačnu silu još i na masu Mjeseca, premda je tako daleko od nje? Ili drukčije: seže li područje sile teže i do daljine od 384.000 kilometara?

V.

Newton i Newtonov zakon gravitacije.

Prvi čovjek, koji je to pitanje sebi stavio, bio je Englez *Newton* (1642.—1727.) (sl. 193.), a razmišljanje o tom donijelo je čovječanstvu jamačno najznamenitije djelo iz područja prirodne nauke, koje je ikada izašlo, djelo: *Philosophiae naturalis principia mathematica**, London 1687.



Sl. 193. *Isaac Newton* (1642—1727.).

Nije čudo, da na Newtonovu spomeniku u kraljevskoj grobnici u Westminsteru stoje ponosne riječi: *Gratulentur sibi mortales, tale tantumque exstittisse humani generis decus.*

Bilo je to godine 1666. po pričanju samoga Newtona svojoj nećakinji, koje nam je sačuvao *Voltaire*. U Cambridgeu (čitaj: Kembridžu), gdje je Newton obitavao, bila je kuga, i on se sklonio u svoje rodno mjesto *Woolsthorpe* (sl. 194.).

* Matematične osnove prirodne filozofije. — „Prirodna filozofija“ zvalo se tada ono, što mi danas zovemo „fizika“.

Jednoga dana vidje, gdje pada jabuka sa stabla, i to mu bude pobuda pitanju: djeluje li sila, što izvodi padanje ove jabuke i uopće padanje tjelesa na površini Zemlje, u velike daljine, pa i do daljine, u kojoj je Mjesec, te bi ona čak djelovala i na sam Mjesec? Ta ta sila — teža — djeluje na površini Zemlje jednako na sva tjelesa, te sva padaju jednakim ubrženjem (981 *cm* po sekundi), pak mora i Mjesec, koji je takodjer tijelo, istim ubrženjem padati k Zemlji, kao svaka druga masa, koja je na tom mjestu. Pada li tijelo na tom dalekom



Sl. 194. Roditeljski dom Nowtonov u Woolsthorpe-u.

mjestu istim ubrženjem kao na površini Zemlje? Je li dakle jačina sile teže i tamo tolika, kao na površini Zemlje? Newton je slutio, da nije, nego da se mora s daljinom od središta Zemlje umanjivati. Kolika je još tamo, ako uopće postoji njezino djelovanje u toj daljini? Pomnivi će čitalac ove knjige na sva ta pitanja sada razmjerno lako odgovoriti. Jačina sile teže na površini je Zemlje (daljina od središta = oko 6400 kilometara) = 981 *din* na svaku masu od 1 grama. Sudimo ju po ubrženju (*g*), što ju daje svakoj masi na površini Zemlje (= 981 *cm* po sekundi). Ako ta ista sila još djeluje na masu Mjeseca, bit će joj jačina i tamo $f = m.a$ dina, a na masu od 1 grama: $f = a$ dina. Kad bismo dakle ikako saznali, postoj-

li na Mjesecu uopće kakvo ubrženje (a) prama središtu Zemlje, i kad bismo mogli nekako odrediti, koliko je to ubrženje, bilo bi pitanje posve riješeno. — Mi smo ga doista već riješili! Ta gibanje Mjeseca oko Zemlje bijaše nam jedan primjer centralnoga gibanja po kružnici (str. 184.), i po tom odmah saznadosmo, da zaista postoji ubrženje Mjeseca k središtu Zemlje; mi smo ga ondje čak i izračunali i našli, da je $a = 0.278$ centimetara po sekundi! Možemo dakle sada pouzdano reći: 1. sila teža seže i do Mjeseca i 2. ona daje Mjesecu ubrženje od 0.278 cm po sekundi u smjeru k središtu Zemlje, t. j. Mjesec doista pada k Zemlji! Teža djeluje dakle na svaku masu od 1 grama tamo u daljini Mjeseca silom $f = 0.278$ dina.

Sila je teža prema tomu u daljini Mjeseca kud i kamo slabija nego na Zemlji: ubrženje, što ga ona daje masama, tamo je 3600 puta manje ($981 : 0.278$) od ubrženja, što ga daje tjelesima na površini Zemlje. Sjetimo li se sada još, da je Mjesec od središta Zemlje 60 puta dalji nego li n. pr. kamen na površini Zemlje, izlazi veoma zanimljiva spoznaja Newtonova, da je jačina sile teže u 60 puta većoj daljini od središta Zemlje već 3600 puta t. j. $60 \times 60 = 60^2$ puta manja, ili drukčije rečeno: sila je teža u dvostrukoj daljini već 4 puta, u trostrukoj daljini već 9 puta i t. d. slabija. Općeno se veli:

„Jačina sile teže pada s kvadratom daljine od središta Zemlje.“

U toj jednostavnoj rečenici je najveći obret Newtonov! On je u ovom posebnom slučaju evo pokazao: 1. Moć sile teže zaista seže čak do Mjeseca: Zemlja kao kugla u svemiru djeluje privlačnom svojom silom na drugu kuglu u dalekom svemiru — na Mjesec! Teža je dakle svemirska sila! 2. No jačina sile teže u toj velikoj daljini od njezina sijela u središtu Zemlje kud i kamo se umanjila. Newtonova je golema zasluga za nauku o nebu i nebeskim gibanjima, da je otkrio i zakon, po kojem se jačina sile teže umanjuje, pak sada može svaki pomnivi čitalac i sam odrediti, kolika joj je jačina u makar kojoj daljini od središta Zemlje. Tomu zakonu daje nauka ime: **Newtonov zakon gravitacije.**

Mi moramo od sada govoriti: Masa zemaljske kugle izvršuje privlačnu silu na druge mase i u svemirskom prostoru (n. pr. na masu Mjeseca). U tom slučaju nauka toj privlačnoj sili Zemlje ne daje više ime: „sila teža“, nego joj daje ime „gravitacija“ (lat. *gravitas* == težina, breme). „Gravitacija“ je dakle sila istovetna sa silom „težom“, tek ju zovemo tim imenom, kada se ona očituje u privlačenju masâ, koje su daleko od Zemlje — tamo negdje u svemirskom prostoru.

No mi smo već na zemaljskoj sili teži otkrili (str. 333.) princip jednake akcije i reakcije. Prenesen na masu Mjeseca on nam kaže, da i Mjesec posve jednakom silom privlači Zemlju, samo je ubrženje, što ga on daje Zemlji u onom omjeru manje, u kojem masa Zemlje nadmašuje masu Mjeseca (80 puta!). To je ubrženje dakle $0.278 \text{ cm} : 80 = 0.03$ milimetra, a to će reći, da gotovo iščezava, pak se poradi toga opravdano govori, da se Mjesec giba oko Zemlje kao svoga središta, premda bi se točno moralo govoriti, da se oba tijela gibaju oko težišta njihovih masa (isporedi sl. 156. na str. 346.).

Naš se je duševni horizont bitno i daleko raširio! Na slučaju Mjeseca i Zemlje prvi put se uvjerismo, da tvari, od kojih su svemirske kugle građene, imaju to posebno svojstvo, da izvršuju međusobno privlačne sile kroz daleki svemirski prostor — na stotine tisuća kilometara daleko. Damosmo toj privlačnoj sili ime „gravitacija“, ali saznadosmo, da je i naša zemaljska sila teža takva sila „gravitacija“.

Spoznaja napokon, da jačina gravitacije pada s kvadratom udaljenosti masâ, koje se privlače, okrunila je taj rašireni horizont našega duševnoga oka, i mi se evo i sami dovijamo vellebnoj misli: ako se u svemiru nalaze kakve tvari, makar kako daleko jedna od druge, one izvršuju međusobno privlačnu silu (gravitaciju), koja raste u upravnom omjeru sa veličinom njihovih masa, a pada u kvadratnom omjeru s njihovom daljinom. Ako je sila, kojom se privlače dvije mase od 1 grama, razdaleke samo 1 cm, jednaka k dina, izlazi prema tomu, da će se dvije mase od m_1 i m_2 grama u daljini od 1 cm privlačiti silom $= k \times m_1 \times m_2$ dina. Ako se pak te dvije mase razmaknu u daljinu od d cm, njihova će privlačna sila F biti d^2 puta manja, t. j. u kratkom matematičkom govoru :

$$F = k \times \frac{m_1 \times m_2}{d^2} \text{ dina ili:}$$

Gravitacija = stalni broj $k \times \frac{\text{jedna masa} \times \text{druga masa}}{\text{kvadrat njihove daljine.}}$

Uspije li nam kakogod odrediti taj stalni broj k dina, kojemu nauka daje ime „konstanta gravitacije“, stvar je posve jednostavnoga računa, po gornjoj formuli odrediti jačinu privlačne sile makar kojih dviju masa u svakoj daljini njihovoj. Pomnjava mjerenja odadoše u najnovije doba, da je „konstanta gravitacije“ vanredno mala sila: $k = 6'685 \times 10^{-8}$ dina. Razumijemo sada, zašto se na Zemlji dvije kugle ne približuju jedna drugoj, makar da i među njima djeluje privlačna sila F .

U gibanju Mjeseca vidi naše duševno oko sada ovu sliku Mjesec je morao nekoć — kada i od čega, o tom ne znamo ništa — dobiti impuls (str. 310.), i poradi njega on bi se u svemirskom praznom prostoru, ne našavši u njem ni najmanje zapreke, gibao pravcem jednoliko po principu ustrajnosti. No gravitacija ga Zemlje neprekidno otklanja od njegova pravca, privlačeći ga sveudilj k svome središtu, i ona savija njegovu stazu u elipsu oko Zemlje; Mjesec zaista „pada“ neprekidno k Zemlji, ali joj ipak ne dolazi bliže, kao ni kugla iz topa, bačena dovoljnom brzinom. Elipsa se Mjeseca tako malo razlikuje od kružnice, da ju obično uzimamo za kružnicu. Gravitacija je Zemlje dakle ona sila, koja je upravni put Mjeseca savinula u tu elipsu; ona drži i danas Mjesec na uzdi, da kao prikovan oko nje vječno mora da kruži. Centralno je gibanje Mjeseca oko Zemlje sastavljeno gibanje: od jednolikoga gibanja po pravcu poradi impulza, koji je nekoć djelovao na masu Mjeseca, i od ubrženoga gibanja, uperenoga neprekidno na središte Zemlje, kojemu je Newton evo našao uzrok u trajnoj sili gravitaciji ili teži Zemlje. Ta sila izbija iz središta Zemlje na sve strane svemirskoga prostora, djelujući u velike svemirske daljine i kroz prazni prostor na svaku masu, koju u tom prostoru nadje, snagom, koja se umanjuje po zakonu, kako ga je našao Newton. Čitavomu prostoru oko Zemlje, u kojem se još očituje ta privlačna sila njezina, dajemo zgodno ime „polje gravitacije“.

Ako dakle pravo uzmemo, Zemlja su i Mjesec jedan par okruglih masa, svezanih medju sobom odredjenom privlačnom silom, baš tako, kao da su obje nataknete na krajevima nevidljivoga napetoga pera, koje doduše nastoji, da se stisne, pak da obje mase dovede do doticanja, ali jednolika gibanja njihova po pravcima, što su ih te mase nekoć postrance dobile od impulza, ne dadu, da se to približenje zaista izvede, nego ih tjeraju neprekidno oko zajedničkoga težišta (isporedi str. 346. i sl. 156.) u kružnom gibanju.

Spomenusmo, kako je Newton g. 1666. počeo razmišljati o tom pitanju. Kada je medjutim prvi put svoj račun izvodio, kako ga i mi u širokim crtama prikazasmo, nije mu se osnovni zakon njegov o umanjivanju jačine sile teže s kvadratom daljine odmah očitovao, kako mi gore pokazasmo. U ono doba naime još nije bio dosta točno poznat polumjer Zemlje. On ostavi poradi toga čitavo svoje razmišljanje o tom po strani i prijedje na svoja istraživanja o svjetlosti i o višoj matematici, koja ga svega zaokupiše cio niz godina dalje od g. 1666. No ipak se čini, da ga misli o uredbi svemira i o svemirskim gibanjima ne ostaviše sasvim. Možda je već u sedamdesetim godinama imao boljih rezultata svojih umovanja o tom. No ni s kim nije o tom govorio. Živio je posve skromno, i tek je bilo par ljudi, s kojima je uopće općio. Rijetko je kada išao prije 2 sata u noći spavati, često tek oko 4 ili 5 ujutro, a spavao bi samo nekoliko sati. Znao bi zaboraviti, da ide jesti, pa kad bi mu jelo donijeli, pojeo bi par zalogaia u radu dalje i zaboravio bi ostatak pojesti. Dogadjalo se, da nije znao, je li jeo ili ne. I to mu se gdjekada dogodilo, da bi od svojih gostiju otišao, da donese vina, no već bi na putu posve zaboravio, po što je otišao, pak bi ga kasnije našli pri radu. Tek godine 1682., kada je saznao za novo mjerenje Zemlje, što ga je izveo Francuz P i c a r d, a time dao i točniji broj za polumjer Zemlje, ponovio je Newton svoj račun od g. 1666. i našao je svoje mišljenje o kvadratičnom umanjivanju sile teže potvrđeno. Tom je prilikom bio tako uzrujan, da je morao prijatelja zamoliti, neka mjesto njega dokraјči te račune. Bijaše to baš u ono doba, kada je postajalo njegovo spomenuto neumrlo djelo „Principia“ (str. 403.). Ni sada još ne htjede nikomu o tom govoriti. Tek kad ga je g. 1684. u

Cambridgeu pohodio Halley, da ga o jednom pitanju nebeskih gibanja pita za savjet, doznao je, da je o tim gibanjima Newton imao već dovršeno svoje veliko djelo. Činilo se, kao da je odredio bio, da izadje tek nakon njegove smrti, kako ne bi ponovo došao u književne sporove, kakvih je već imao. Halley-u je ipak uspjelo, da ga skloni na obećanje, da će djelo predati učenomu društvu u Londonu; ali i to je obećanje Newton tek nakon nekoliko godina izvršio! Kad ga napokon ondje prosuđiše, završio je hvalospjev djelu riječima: „Sve je gotovo, ništa više ne treba uraditi“.

VII.

Gravitacija Sunca i gibanje planeta.

Na pragu smo pune istine o nebeskim gibanjima! Nema sumnje po predjašnjem, da Mjesec teži k Zemlji. Uzrok je tomu sila teža naše Zemlje: njezino polje seže daleko preko površine Zemlje, preko granice atmosfere u nebeske daljine.

No mi znamo od Kopernika i Keplera, da se i planeti gibaju oko Sunca slično kao Mjesec oko Zemlje: i to su sama centralna gibanja, ali sa središtem u Suncu! (Str. 209.)

Nije li gotovo na dlanu misao: ako zemaljska teža drži Mjesec u stalnom kruženju oko Zemlje, lako da slična sila **Sunca** neprekidno podržaje sve planete u njihovim stazama oko njega, t. j. planeti teže k Suncu, planeti imaju težinu spram Sunca! I Sunce mora da je sijelo neke sile „teže“ — recimo Sunčeve teže — pa ako takva sila u Suncu zaista postoji, ona se mora očitovati u gibanjima planeta. Nastaje sva sila pitanja: je li ta privlačna sila Sunca stalna ili promjenljiva? Seže li joj djelovanje preko granica površine Sunčeve u daleki prostor svemirski i kako daleko seže njezino „polje“? Postaje li i ona u većoj daljini od središta svoga sve slabija i po kojem zakonu?

Na sva ta pitanja moraju dati odgovor poznati nam zakoni za gibanje planeta oko Sunca. Ispoređujući njihova gibanja među sobom, mora se dati izvesti zakon, po kojem djeluje Sunčeva teža — ako uopće postoji!

I tako je Newton dospio do toga, da proučava zakone za centralna gibanja planeta. Našao je izorano polje. Kepler

je sa svoja tri zakona o gibanju planeta oko Sunca sve rekao i dokazao, što je Newtonu trebalo (str. 209.—214.).

Ti su zakoni tvrdi osnovni zid za sva vremena u izučavanju nebeskih gibanja — gibanja planeta. Kad ih je neumrli Kepler otkrio, nisu poznavali nego 6 planeta. No Keplerovi zakoni ne obuhvaćaju u svojoj općenitosti samo gibanja tih 6 planeta: oni ravnaju gibanjima i obaju kasnije otkritih planeta: Urana i Neptuna i onih više od 700 sitnih planetića („planetada“), koji kruže između Marsa i Jupitera oko Sunca — među njima i „Croatia“ (589.); oni se bez ikakve promjene primjenjuju na staze, što ih opisuju pratioci (sateliti) planeta oko svojih planeta; oni ravnaju i gibanja „komete“ i onog velikoga broja sićušnih tjelesa, što sveudilj kruže oko našega Sunca — „krijesnica“.

Čim se na nebu otkrije kakvo nebesko tijelo, koje pripada u hrpu tih tjelesa, pa čim je mjerenjem određen dovoljan broj mjesta toga tijela na nebeskom svodu, možemo s pomoću Keplerovih zakona računom odrediti sve, što se tiče njegova gibanja oko Sunca („elemente njegove staze“ — kaže astronomija): ravninu njegove staze, priklon te ravnine, ekscentricitetu (str. 211.), njegovo ophodno vrijeme, pa napokon i mjesta, gdje će se među zvjezdama vidjeti u budućnosti: ta se pače mjesta unaprijed određena ili prorečena mogu odrediti velikim stupnjem točnosti, ako su gore spomenuta opažanja bila dosta točna.

Sve je to Newton već našao u Keplerovim zakonima gotovo, pak su i on i čitava plejada drugih astronoma zaista i određivali staze i mjesta takvih nebeskih tjelesa, koja se tada javljahu na nebu.

Newtonovu je vanrednomu geniju ipak ostao još jedan veliki problem: ući u trag tajni fizičke svez e, koja veže Sunce s tim svim tjelesima!

Tko hoće, da bude potpuno dionikom toga vanrednoga užitka, mora da sam proučava njegovo besmrtno djelo „Principia“. Tu će korak po korak vidjeti, kako je Newton spoznao i dokazao, da sila, koja neprekidno djeluje na planete, zaista izbija iz Sunca, da je njezina jačina u upravnom omjeru to veća, što je veća masa, koju Sunce privlači, da se jačina te sile Sunčeve umanjuje daljinom od svoga sijela i to baš u kva-

dratičnom omjeru, i, kako on na koncu pokazuje, da je to identična sila za sva tjelesa Sunčeva područja i da nije ništa drugo nego sila teža! Na žalost ne doseže svaka umna snaga, da djelo Newtonovo s uspjehom čita: tomu se hoće više matematičnoga i fizikalnoga znanja, nego što ga danas ima u čovjeka prosječne općene naobrazbe. Ma kako bilo zamamljivo, mi ne možemo ovdje povesti čitatelja putem Newtonovim, tek možemo da natuknemo nešto o njegovu umovanju, i to ćemo učiniti, kako bi se bar sveza njegovih misli sa zakonima *Keplerovim* očitovala.

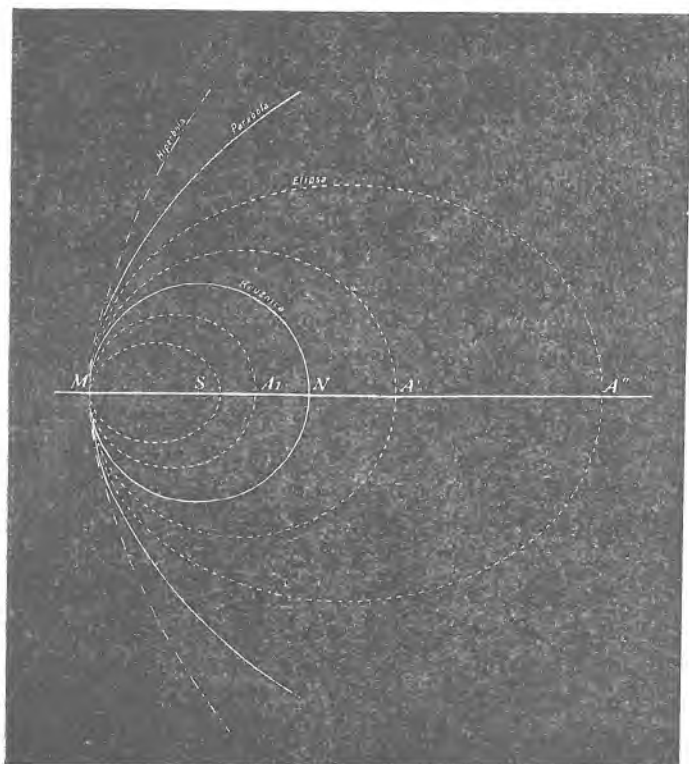
Prvi zakon Keplerov reče, da planeti opisuju krivulje (i to: elipse) oko Sunca i da se s promjenljivom brzinom valjaju oko njega. Po zakonu bi ustrajnosti taj put morao biti *pravac*, a gibanje jednoliko, da je planet posve slobodan. Zaključak: mora da na planet neprekidno djeluje izvana neki „uzrok“ t. j. neka sila, koja sveudilj mijenja i *smjer* njegova gibanja i *brzinu*. Koji je smjer toj sili i kolika joj je jačina?

Drugi Keplerov zakon (plošni zakon centralnih gibanja, str. 212.) veli, da radij vektor opisuje u jednakim vremenima jednake plohe. *Newton* dokazuje: ako je čas prije spomenuta sila uperena spram *središta Sunca*, radij vektor zaista mora da opisuje plohe baš onako, kako određuje Keplerov drugi zakon; on povrh toga još dokazuje: kad bi ta sila imala makar koji drugi *smjer*, a ne k *središtu Sunca*, opisane plohe ne bi bile jednake. Sila dakle na svaki način izbija baš iz *Sunca*.

No kako se planet po svojoj Keplerovoj elipsi giba *promjenljivom brzinom*: u afelu najmanjom, u perihelu najvećom, ta je činjenica poslužila *Newtonu*, da ispita: je li ta trajna sila, što djeluje iz Sunca na planet, *stalne jačine* ili joj se jačina mijenja prema njegovoj daljini od Sunca? Ako joj se jačina mijenja, po kojem se zakonu mijenja, i kolika je u različnim točkama planetove staze?

Newton opet dokazuje: ako je zadana eliptična staza planeta, pak ako postoji zaista centralna sila iz Sunca, koja, uperena sveudilj na nj, može da planet učini *sposobnim* opisivati jednake plohe, mora ta centralna sila prije svega da *mijenja svoju jačinu* u različnim točkama elipse: za dvije

različne daljine planeta od Sunca njezina je jačina obrnuto razmjerna s kvadratima tih daljina. No Newton hvata stvar i s obrnute strane: mora li masa, ako je podložena centralnoj sili, koja se umanjuje s kvadratom daljine, opisivati baš elipsu?



Sl. 195. Staze nebeskih tjelesa.

I tu je on otkrio nešto, što se tek kasnije potvrdilo: staza ne mora biti baš elipsa, ona može da bude i jedna od dviju krivulja, koje se zovu parabola i hiperbola. Koja će od tih krivulja biti staza nebeskoga tijela, da li kružnica (posebni slučaj elipse!), elipsa, parabola ili hiperbola, to je po Newtonu posve određeno, ako poznajemo u određenom času vremena mjesto i brzinu tijela (sl. 195.). Dobar se priegled tih različitih prilika dobije, ako se nebesko tijelo promatra u

času M , kada se giba okomito na smjer k Suncu S , t. j. okomito na smjer MS . Bude li brzina njegova u M tolika, da je centrifugalna sila (str. 390.) jednaka gravitaciji, bit će staza tijela kružnica premjera MN . Bude li brzina nešto manja, tijelo će se još nešto više približavati Suncu, t. j. opisivat će elipsu velike osovine MA_1 ; A_1 će biti perihel (str. 212.), a M afel (str. 212). Ako je pak brzina u M veća od one za kružnicu, tijelo se nešto udaljuje od Sunca, pak će opisivati elipse MA' ili MA'' ; sada će biti M perihel, a A' ili A'' afel; što veća brzina u M , to dalje od Sunca pada afel elipse. Bude li brzina u M još veća, pretvara se staza u elipsu s neizmjerljivo dalekim afelom, t. j. u parabolu. Još veća brzina u M izvodi hiperbolu. Planeti i njihovi sateliti opisuju svi zaista elipse, a i određen broj kometa; no većina kometa opisuje oko Sunca parabole ili bar tako spružene elipse, da se po malom luku njihovu, što ga mi vidimo sa Zemlje, ne može prepoznati, da li luk pripada paraboli ili veoma spruženoj elipsi; a ima i kometa, koji opisuju hiperbole.

Proučavajući dalje gibanje svih planeta tada poznatih i satelita njihovih, navlastito Jupiterovih (4) i Saturnovih (8), uvjerio se je Newton, da su zakoni njihovih gibanja potpuno identični i medju sobom i sa zakonima gibanja našega Mjeseca oko Zemlje, pa Zemlje oko Sunca. Kod svih se posvema točno potvrdilo, da centralne sile mijenjaju svoju jačinu s kvadratom daljine od središta. I sada mu je niknulo pitanje: nisu li možda sve te centralne sile pojedinih slučajeva, za koje se u svakom pojedinačnom slučaju pokazalo, da im se jačina mijenja u obrnutom omjeru s kvadratom daljine, nisu li na koncu konca možda sve te centralne sile jedna jedina sila, koja je identična sa silom težom? Ta i za nju vrijedi taj zakon (str. 405.)!

Ako je to zaista ista sila, mora da joj se jačina i od jednoga planeta do drugoga umanjuje po istom zakonu. Newton je dakle išao, da izračuna jačinu privlačne sile Sunca, koja drži svaki planet u njegovoj stazi, za sve planete redom, a mogao je taj račun izvesti s pomoću trećega Keplerova zakona. Isporedivši te sile s daljinama planeta od Sunca, imao je što da vidi: te su sile točno u obrnutom razmjeru s kvadratima daljina planetâ od središta Sunca!

Sada je tek Newton zaključio:

„Jedna i ista sila, koja je identična sa silom težom, uzrok je svim gibanjima nebeskih tjelesa u obitelji Sunca.“

Newton joj je dao općeno ime „gravitacija“ ili „atrakcija“ (= privlačna sila). Tu silu izvršuje **Sunce** na sve planete i na sve druge mase u bliskoj i dalekoj okolini svojoj; nju izvršuje svaki planet na svoje pratioce (satelite), ali nju izvršuje po zakonu reakcije i svaki planet sa svojim satelitima na Sunce.

Najveće djelo u poimanju svemira bilo je izvršeno! Sve čestice materije teže jedne k drugima, ma gdje bile u svemirskom prostoru i ma kako bile razdaleko. Veže ih privlačna sila, koja je u upravnom omjeru s masama, koje se međusobno privlače, a u obrnutom omjeru s kvadratom njihove daljine. Gravitacija je zaista općena svemirska sila: ta ona evo vodi planete i komete oko Sunca, ona vodi svaki satelit oko svoga planeta, ona određuje potanko oblik njihovih staza, na koji utječu privlačenja svih masa u obitelji Sunca, ona određuje i oblik pojedinih masa u svijetu, kolebanja tekućina koje su im na površini, ona ravna i njihova najsitnija gibanja u prostoru i na njima samima. A sve to ona izvodi po zakonima, koja se opažanjima potvrdiše u punoj mjeri. Newton je počeo s poslom, da izvodi posljedice djelovanja te sile u svemiru i da izučava i najdalje izvode iz nje. On je zaista i riješio dobar dio njih — baš najvažnije, stekavši slavu i sreću, koje nije imao smrtnik ni prije njega, niti će je valjda imati ikoji poslije njega.

No sve, što iz djelovanja te sile izlazi, još ni danas nije izvedeno: astronomi i matematičari imaju da izvrše u tom području još veoma velik posao. Blago ljudima, koji mogu da se u miru posvete traženju ovakvih istina! Otkriva nam ih i dokazuje posebna „mehanika neba“, u koju ovdje ne ulazimo dalje.

Pravo veli B i o t u svojoj studiji o Newtonu: „Treba li se tomu čuditi, da je bio toliko uzbudjen te nije mogao dovršiti svoga dokazivanja?“

* * *

Ovdje je mjesto, da dademo kratak prijedlog glavnih članova iz

Obitelji našega Sunca.

Ime i znak	Dalji na od Sunca u nebeskim metrima	Ophodno vrijeme u godinama	Trajanje vrtinje u danima	Premjer ekvatora u kilo- metrima	Masa sram mase Zemlje	Gustoća sram vode	Težina 1 kg
Merkur (☿)	0'39	0'24	87.9 dana	4.843	0'06	5'65	0'39 kg
Venus (♀)	0'72	0'62	1(?) dan	12.037	0'82	5'41	0'92 „
Zemlja (♁)	1'00	1'00	23 ^h 56 ^m	12'756	1'00	5'56	1'00 „
Mars (♂)	1'5	1'9	24 ^h 37 ^m	6.781	0'11	3'99	0'38 „
Jupiter (♃)	5'2	11'9	9 ^h 55 ^m	144 580	318	1'31	2'48 „
Saturn (♄)	9'5	29'5	10 ^h 29 ^m	119 746	95	0'72	1'08 „
Uranus (♅)	19'2	84'0	?	59.510	15	0'80	?
Neptun (♆)	30'1	164'8	?	55'334	17	1'17	?
Sunce (☉)	—	—	25 ^d 4 ^h	1,391.080	333.430	1'42	28'04 „

) 1 nebeski metar = srednja daljina Zemlje od Sunca = 149.5 milijuna kilometara.

Sateliti (mjeseci) planeta:

1. Merkur i Venus nemaju ni jednoga satelita.
2. Mars ima 2 satelita: Phobos i Deimos.
3. Jupiter ima 9 satelita: 4 velika (I., II., III., IV.) i 5 veoma malenih, koji su otkriti redom g. 1892. (5.), 1905. (6. i 7.), 1908. (8.) i 1914. (9.).
4. Saturn ima 10 satelita: Mimas, Enceladus, Tethys, Dione, Rhea, Titan, Hyperion, Japetus, Phoebe i Themis. Povrh toga ima i kol ut oko sebe.
5. Uranus ima 4 satelita: Ariel, Umbriel, Titania i Oberon.
6. Neptun ima 1 satelit bez imena.

* * *

Kad prijazni čitaoci ovaj članak pomnjivo dočitaju, osjećat će za stalno osobit duševni užitak. Korak po korak, izučavajući s pomoću prije sabrana znanja o zemaljskim gibanjima na oko dosta zamršena gibanja nebeska, dovinuo se velebnoj spoznaji o njima. Sve se tri vrste nebeskih gibanja: 1. dnevna vrtinja nekretnica po kružnicama; 2. godišnje gibanje Sunca u

zodijaku po savršenoj kružnici i posve slično mjesečno gibanje Mjeseca u istom zodijaku, također po kružnici, i 3. na oko nepravilno gibanje planeta po tom istom zodijaku — sve se to očitovalo njegovu duševnomu oku kao jednostavno centralno gibanje — posve nalik gibanju kamena privezana uz nit, kad ga snažno zavrtiš rukom. I uzroku se evo dovinusmo! Sunce je naše sijelo silne privlačne sile — gravitacije — koja sva ta gibanja po nepromjenljivim zakonima izvodi i ravna, i sva tjelesa svoje obitelji trajno i apsolutnom moći drži na uzdi. A ta nam se sila napokon očitovala kao bitno svojstvo svake tvari, svake mase, ma gdje bila u svemiru: dvije mase izvršuju svagdje jedna na drugu tu privlačnu silu — gravitaciju ili atrakciju. Za jačinu njezinu vrijedi u pravom smislu riječi općeni svemirski zakon: „Newtonov zakon gravitacije“, po kojem možemo u svakom slučaju računom odrediti, koliko dina ta sila ima na svakom mjestu u prostoru oko Sunca.

No i tamo daleko izvan svemirskoga vituljka, kojemu nadjenusmo ime „obitelj Sunca“ ili više naučno „Sunčev sustav“, a seže samo do 30 nebeskih metara od Sunca, pozdravljaju nas iz nedoglednih dubljina svemira nebrojena druga sunca — zvijezde nekretnice. Svaka je sijelo svoje privlačne sile — svoje gravitacije, kojom djeluje na mase u svojoj okolini, ako ih je tamo. Mnoga se ta sunca u novovjekim durbinama rastvoriše u dva na oko posve bliska sunca — u „dvostruke zvijezde“. Pokazalo se nebeskim inženirima — astronomima — da se i ta sunca privlače, da i među njima djeluje privlačna sila, da se i ona gibaju oko zajedničkoga svoga težišta; pa koliko se po tim gibanjima do danas saznalo, i tamo djeluje privlačna sila njihova taman po istom Newtonovu zakonu gravitacije! Atrakcija ili gravitacija ravnalica je dakle svih svemirskih gibanja; ta se svagdje vrše po istim — kako vidjesmo u obitelji našega Sunca — veoma jednostavnim zakonima za centralna gibanja!

Ovim pogledom u neizmjerne dubljine svemira zadovoljno završujemo naša razmatranja o zemaljskim i nebeskim gibanjima.

Radnja sile i energija tijela.

Sila mišića i „radnja“ te sile. — Što je „radnja“ sile? — Mjerenje radnje silâ. — Jedinica radnje: 1 erg. — Radnja od 1 metarkilograma. — Mnogo-kratnici erga: kiloerg, megaerg i džaul. — Fizička ili mehanička „energija“ čovjeka. — Općeni pojam „radnje sile“ i „energije tijela“. — Radnja sile u 1 sekundi ili „efekt“ sile. — Uporaba toga pojma kod radnih strojeva. — Jedinica efekta: 1 vat. — Starija jedinica efekta: konjska snaga. — Računanje radnje iz efekta. — Radnja 1 hektovat-sata, radnja 1 kilovat-sata. — Mehanička energija mrtve tvari. — Dvije vrste te energije: potencijalna energija i kinetička energija mrtvih tvari. — Mjerenje jedne i druge. — Primjeri za potencijalnu energiju mrtvih tvari. — Izrabljivanje te energije. — Kinetička energija mrtve tvari i njezina zavisnost od mase i brzine tijela. — Mehaničke energije tjelesa kao pribrane radnje. — Izvor mehaničkoj energiji mrtve tvari. — Odnosaj prema radnji izvršenoj na toj tvari. — Prelaženje energije s jednoga tijela na drugo. — Perpetuum mobile nemoguć. — Pretvaranje energije jedne vrste u drugu u istom tijelu bez gubitka i dobitka. — Zakon o održanju mehaničke energije u istom tijelu. — Taj zakon za zatvoreni sustav tjelesa. — On je osnovni zakon prirode. — Energija je svemira nepromjenljiva. — Radnja i toplina. — Mehanički ekvivalent topline.

I.

Sila mišića i radnja te sile.

Već smo imali prilike spomenuti, da postoji jedna sila, koju svaki čovjek neposredno osjeća: sila njegovih mišića (franc.: effort musculaire; njem.: die Muskelkraft). On osjeća i zna i to, da mu je ta sila dragocjeno blago — jedno od najvećih, ako ne baš najveće, što ga ima od prirode. U životnoj borbi ona mu je prva i najglavnija pomoć, najglavnije oružje. Ta on mora cijeli svoj život „raditi“: u radu mu je spas, u radu mu je ponos, u uspješnom radu je najveća cijena čovjeku! Radnja je postala i etička vrijednost, po kojoj se danas ocjenjuju ljudi: što veći i uspješniji rad čovjeka, to veće njegovo dostojanstvo, njegov ugled i njegova vrijednost u narodnom i općenom čovječjem organizmu. Rad je postao u novovjekom društvu čovjekovu ne samo gospodarski, nego i etički fundament toga društva.

Posvetimo ovaj čas nešto više pažnje samo običnom radu naših mišića, radu „f i z i č k o m“, kako ga rado zovu, i uzmimo, da n. pr. mišić naše desne ruke „r a d i“, da diže određenu težinu, n. pr. 1 megadin ($= 1 \text{ kg}^*$) s horizontalnoga tla na horizontalnu ploču stola, koja je iznad tla baš 100 centimetara. Hoćemo da se nešto točnije dovinemo tomu, u čem je zapravo ta „r a d n j a“ sile našega mišića. Tu nam prije svega udara u oči, da sila našega mišića mora da neposredno djeluje na težinu, koju treba dizati: mišić „h v a t a“ utegu, mišić treba da se dotiče utege i da pri tom izvršuje silu na nju. Možemo reći i ovako: masa mišića djeluje neposredno na masu utege. No da se ova diže s tla na stol, treba neki n a p o r mišića ili drukčije: treba sila mišića. Samo doticanje nije dosta! Tâ sila povrhu toga djeluje n e p r e k i d n o na utegu na njezinu čitavu putu od tla do stola. Sila je mišića dakle a k t i v n i dio kod toga dizanja utege: mi velimo, da sila mišića **izvršuje** neku r a d n j u na utezi, a ova je pri tom p a s i v n i dio. Posljedica toga neprekidnoga djelovanja naše sile mišića jest, da se utega u smjeru sile giba, ona se pomiče s tla do stola. Možemo dakle reći: sila mišića izvršuje „r a d n j u“, ako se tijelo, na koje djeluje, zaista giba s jednoga mjesta na drugo. Ako mi n. pr. tu istu utegu silom našega mišića desne ruke mirno držimo na dlanu te ruke, ne možemo još reći, da sila mišića „r a d i“ ili „d a i z v r š u j e r a d n j u“. U ovom je primjeru sila našega mišića samo p a s i v n a, t. j. ona nešto zaprečuje, što bi se dogodilo, da ona ne djeluje na utegu: ona ne da utezi da p a d a. Sila mišića postaje tek onda aktivna, t. j. ona „r a d i“ tek onda, kada vidimo p o m i c a n j e (translaciju) utege s tla na stol. Dva su dakle faktora kod radnje te sile: 1. neprekidno djelovanje stalne sile mišića na utegu i 2. gibanje utege. Pored stalnoga djelovanja sile vidimo dakle kod rada sile svagda i promjenu u stanju i onoga tijela, koje izvršuje silu, i onoga tijela, na koje ta sila djeluje. U našem primjeru je to promjena mjesta u prostoru, t. j. gibanje, a giba se pri izvršivanju radnje i mišić i utege: nema dakle radnje bez promjene u stanju jednoga i drugoga tijela!

Na toj se osnovi možemo sada primaknuti osnovnom pita-

nju: što je zapravo „radnja sile“? U našem se primjeru to veoma lijepo očituje. Utegu privlači sila teža k Zemlji, a mjera je privlačenja težina utege (1 megadin). Tom se svojom težinom utega opire dizanju s tla, a sila mišića očito mora da svladava taj otpor težine uzduž čitavoga puta dizanja. Možemo dakle reći: Radnja sile mišića nije drugo nego:

„svladavanje određenoga otpora uzduž određenoga puta“.

Sada si možemo već stvoriti i sud o veličini radnje. U našem je primjeru sila mišića djelovala baš nasusret otporu težine (vertikalno gore). Računamo izvršenu radnju to većom, što je veći svladani otpor i što je duži put prevaljen u smjeru sile, koja tu radnju izvršuje. Umijemo pri tom ovako: kada sila mišića digne 1 megadin 100 centimetara visoko, izvršila je ona neku radnju točno određene veličine. Digne li 2 megadina do iste visine, izvršila je očito dvostruku radnju; digne li onaj 1 megadin ne 100 nego 200 centimetara visoko, izvršila je također dvostruku radnju. Izlazi dakle:

„Veličina izvršene radnje jednaka je produktu (umnošku) od veličine svladanoga otpora i dužine prevaljenoga puta“.

Kako bismo veličinu svake radnje mogli izraziti brojevima, treba da odaberemo jedinicu za mjerenje radnjâ. Ta ne može da bude drugo, nego opet neka točno određena radnja, no inače odabrana dogovorom. Odabiremo u čitavoj fizici jedinicom onu radnju, što ju izvršimo, kada otpor (silu) od 1 dina (= od prilike težini od 1 miligrama) svladamo na putu od 1 centimetra i dajemo toj točno određenoj radnji ime „1 erg“ (od grčke riječi: ergon = djelo, radnja).

Sada nije teško odrediti u toj jedinici makar koju izvršenu radnju. Kada je n. pr. naš mišić digao težinu od 1 megadina (= 1,000.000 dina = 10^6 dina) u vertikalnom smjeru visoko 100 centimetara, izvršio je on radnju

$$R = 1,000.000 \times 100 = 100,000.000 \text{ erga} = 10^8 \text{ erga}.$$

Kratko možemo dakle reći:

Radnja (u ergima) = sila (u dinima) $\times$ put (u centimetrima).

Ili u najkraćem matematičkom govoru:

$$R = f \times s \text{ erga.}$$

Treba medjutim istaknuti, da se pored jedinice „erg“ upotrebljava (navlastito u praksi) još uvijek i druga jedinica radnje. Odabire se naime jedinicom ona radnja, što ju sila mišića našega izvrši, kada težinu od **1 kilograma** (= 981.000 dina) digne **1 metar** (= 100 cm) visoko, i nadjenuše joj ime „**1 metarkilogram**“. O veličini te radnje može si svatko i sam stvoriti neki sud po naporu svoga mišića kod dizanja utege od 1 kg* na visinu od 1 metra iznad tla.

Kada dakle čovjek digne kamen težak 10 kilograma do visine od 5 metara iznad tla, izvršila je sila njegova mišića radnju od $10 \times 5 = 50$ metarkilograma.

U nauci se medjutim ova starija jedinica radnje već posve izgubila spram „erga“, kao što se je n. pr. u praktičnom životu već gotovo posve izgubila stara jedinica dužine „1 stopa“ spram nove „1 metar“.

No kao što se svaka dužina mjerena stopom može „preračunati“ u dužinu mjerenu metrom, može se lako i svaka radnja, mjerena metarkilogramima, preračunati u radnju, mjerenu ergima. Za to treba samo jedanput za svagda odrediti odnošaj obiju jedinica.

To ćemo i mi ovdje učiniti poradi veoma velike važnosti radnje u nauci i u praksi.

Radnju od 1 metarkilograma izvršio je mišić, čim je otpor od 1 kilograma svladao na putu od 1 metra. No kako je otpor (sila) od 1 kilograma = 981.000 dina, a put od 1 metra = 100 centimetara, izlazi:

$$\text{„1 metarkilogram} = 981.000 \text{ (dina)} \times 100 \text{ (centimetara)} = 98,100.000 \text{ erga“}.$$

Stara je jedinica radnje dakle 98 milijuna puta veća od nove! Kako svaki čovjek zna, da digavši 1 kilogram 1 metar visoko napor mišića nije bio baš veoma velik, razbirmo, da je nova

jedinica radnje „erg“ vanredno malena radnja: od prilike radnja, što ju mišić izvrši, kada mjedenu utegu od 1 miligrama težine digno samo 1 centimetar visoko. Napor je mišića za tu radnju tako malen, da ga nitko i ne osjeća.

No iz te spoznaje o sitnosti nove jedinice radnje „erga“ izlazi još nešto. Kako čovjek radnik s pomoću sile svojih mišića izvodi obično još mnogo većih radnja, nego što je dizanje kamena od 1 kilograma na 1 metar visine, trebat će, kako ne bi brojevi za radnje u ergima narasli u nebrojene milijune, oveći broj erga složiti u nove jedinice radnje, kako n. pr. „100 centimetara“ slažemo u „1 metar“, a „1000 metara“ u „1 kilometar“. Tri su takve veće jedinice u porabi:

$$1 \text{ kiloerg} = 1000 \text{ erga} = 10^3 \text{ erga}$$

$$1 \text{ megaerg} = 1,000.000 \text{ erga} = 10^6 \text{ erga}$$

$$1 \text{ džaul}^* = 10,000.000 \text{ erga} = 10^7 \text{ erga}$$

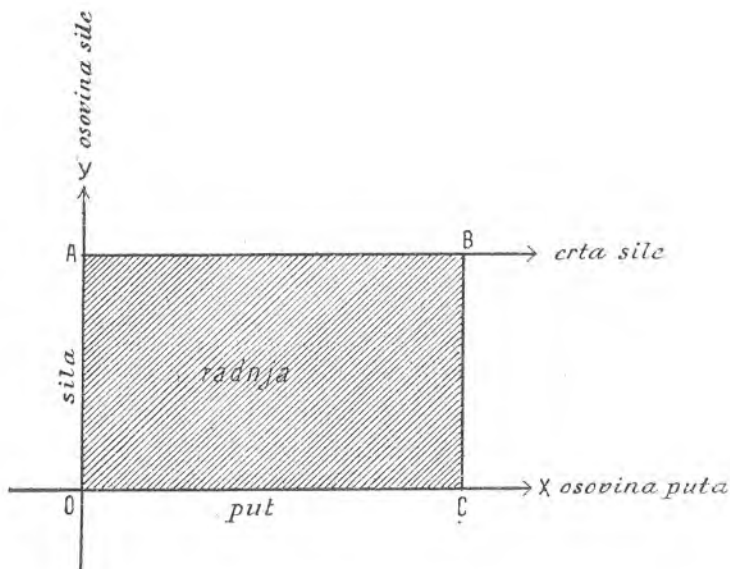
Posljednje je ime „1 džaul“ za radnju od 10 milijuna erga uvedeno na uspomenu i počast veoma zaslužnomu engleskomu fizičaru Joule-u (čitaj: Džaul). O njem poslije više! Kolika je radnja „1 džaul“, od prilike će svatko po naporu mišića moći suditi, kada mu rečem, da je digavši kilogram 1 metar visoko izvršio radnju od 9·8 džaula, dakle gotovo 10 džaula ili da je izvršio radnju od 1 džaula, kada je digao utegu od 10 deka 1. metar visoko. Kako se radnja sile zaista sastavlja od dva faktora: od veličine sile (svladana otpora) i od prevaljena puta, to se može veoma lijepo uočiti i crtnjom (u slici). Ako nacrtamo poznati nam koordinantni sustav (str. 31.) s ishodištem u O (sl. 196.), pa na horizontalnoj osovini odmjerimo prevaljeni put OC (u centimetrima), na okomitoj veličinu sile (u dinima) OA, kazuje nam ploština pravokutnika OABC veličinu izvršene radnje (u ergima). Mjesto da radnju računamo po poznatom nam zakonu, mi ju možemo mjeriti pravokutnikom OABC. U tehnici se tako često i radi, jer tu oko pomaže umu: oko neposredno vidi veličinu izvršene radnje („diagram radnje“).

U ovoj smo crtnji uzeli, da je jačina sile za čitave radnje mišića ostala jednaka. No baš kod sile mišića znamo iz

* Hrvatsko pitanje po predlogu prof. Dr. St. Hondla, „Nastavni Vjesnik“ XXI. str. 257.

iskustva, da to nije istina; što dalje on radi, to je manja njegova sila, jačina se sile tečajem radnje umanjuje. A takvih slučajeva ima i kod drugih sila. U svim nam takvim slučajevima veličinu izvršene radnje uočuje ploha poput ove u sl. 197. Razumije ju svatko po predjašnjem, a ona lijepo pokazuje oku, kako se sila umanjivala od početka radnje do kraja.

Na osnovi će ovih razmatranja sada moći svatko i sam odrediti u ergima ili u metarkilogramima veličinu radnje, što ju izvršuje sila njegova mišića, kada diže makar kakve terete



Sl. 196. Diagram radnje kod konstantne sile.

do makar koje visine. Neko vježbanje u tim računima i crtnjama dobro će mu doći.

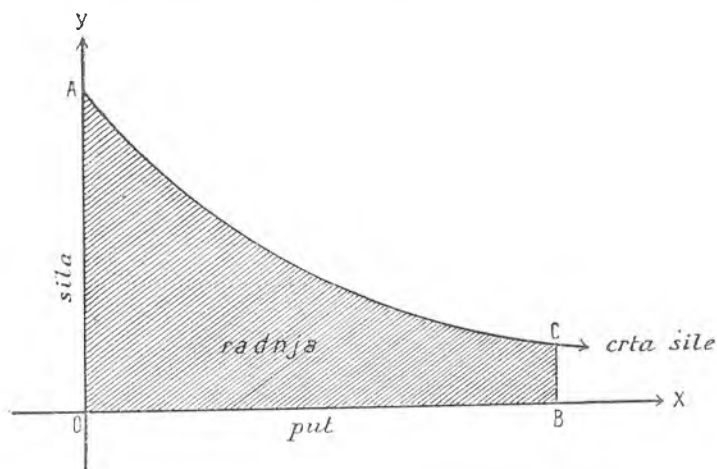
No treba da istaknemo nešto! U pojmu radnje, kako ga mi ovdje razvismo, nema jednoća faktora, koji je u praktičnom životu kod svakoga rada čovjekova nada sve važan — nema vremena.

No ako pravo razmislimo, mora da bude tako. Da li sam ja utegu od 10 megadina digao 500 centimetara visoko u 1 sekundi ili u 15 minuta ili u 1 satu, to je za veličinu izvršene radnje doista svejedno: ja sam u sva tri slučaja izvršio točno jednaku radnju $R = 10 \times 500 = 5000$ megaerga. Tek sam u

prvom slučaju trebao za tu radnju veoma malo vremena, u drugom znatno više, u trećem najviše, ali izvršio sam ipak svaгда jednaku radnju. Mogao bih reći: u prvom sam slučaju bio veoma marljiv, u drugom mnogo manje, a u trećem sam bio velika lijencina.

Ova nas bilješka nuka na osobito razmatranje o radnji.

Prije svega je jasno: da se izvršuje kakva radnja, za to treba čovjek „silu mišića“, i ta je sila njegovih mišića njemu baš samo poradi toga dragocjeno blago, što s njezinom pomoću može da izvršuje različne „f i z i č k e r a d n j e“. Može da diže terete, može da kopa zemlju, može da vuče terete ili da ih



Sl. 197. Diagram radnje kod promjenljive sile.

tura i t. d. Tek onda, kada on svoju silu mišića zaista upotrebljava u tu svrhu, da „ra di“, onda mu od sile mišića, što mu ju je dala blagotvorna priroda, niče korist: ne plaća se radniku sila mišića, što ju on ima, nego samo radnja, što ju on s tom silom izvršuje. Lijepo veli A u e r b a c h: „Kao što se plod odnosi spram cvijeta, iz kojega on postaje, kao što je plod nešto realno, a cvijet nešto idealno, tako se odnosi, bar za fizikalne sile, radnja spram sile. Radnja je nešto posve realno, radnja se plaća, radnja ima na tržištu svoju cijenu i baš ona odlučuje bitno o cijeni robe, koja iz nje izlazi“.

No baš to plaćanje radnje sile mišića može da se

uredi dvojako. Ili se može odrediti, da će se plaćati prema veličini sile, koja radi, i prema dužini vremena, koje ta sila radi; to je „plaća po vremenu“ (po satu). Ili se može odrediti, da će se radnja plaćati po učinku njezinu, t. j. po onom, što je izvela; to je „plaća po komadu“. Baš ta dva načina u ocjeni izvršene radnje i danas tresu čitavim velikim radničkim pitanjem. Nije mjesto, da ovdje ulazimo dalje u to pitanje. Naša nauka ocjenjuje radnju očito po drugom načelu: po njezinu učinku, a taj je u našem primjeru bio: prevaljeni put (s centimetara).

II.

Fizička energija.

Ako se sada upitamo, zašto je čovjeku sila njegovih mišića tako dragocjeno blago, odgovorit će svatko: ne poradi toga, što je on posjednik te sile, nego samo poradi toga, što on na temelju posjeda te sile ima „sposobnost, da može raditi“. Njegovo blago nije ta sila sama za se, ili ona je bar za nj tek „mrtvo blago“. Pa zaista vidimo oko sebe svu silu ljudi, koji od te sile nemaju ništa — to su dangube i lijencine u čovječjem društvu. Dragocjeno mu blago ona postaje tek time, što može — kadagođ hoće i treba — s njezinom pomoću izvršivati radnju, t. j. što ima „sposobnost izvršivati radnju“, a tu sposobnost izražujemo kraće riječima: čovjek ima „fizičku energiju“, pak tako se evo dovinusmo veoma važnomu pojmu „energija“. Energija čovjeka po tom nije ništa drugo nego njegova „sposobnost, da može izvršivati radnju“.

Riječ se „energija“ međutim sa svoга prvoga, čisto fizičkoga područja pomalo prenijela i na druga područja, pak danas govorimo i o velikoj duševnoj energiji nekih ljudi, o velikoj moralnoj energiji čovjeka. U opreci se prema tomu govori o „fizičkoj energiji“ čovjeka, kada se misli na njegovu sposobnost, da može silom svojih mišića izvršivati radnje. Nas ovdje zanima baš samo ta „energija“.

Iskustvo nam u ljudi pokazuje veoma čudnu pojavu: energija je u različnih ljudi veoma različna, premda je sila mišića

u odraslih ljudi prilično ojednaka. Ima ljudi „mlitavih“, u kojih je sposobnost, da rade silom svojih mišića, veoma malena. U drugih je ta energija veoma velika, pak nastoje svojski, da silu mišića što obilnije upotrebljavaju za izvršivanje radnja. To su ljudi „radini“, pak bismo mogli riječ „energija“ možda hrvatski reći „radinost“. No ni u istoga čovjeka energija nije svagda jednaka. Dosta je, da spomenemo umornost čovjeka i bolest njegovu. Što je veći umor, to manja sposobnost za radnju i uz najjaču volju; a kako energija zna klonuti u bolesti, to znamo svi.

• Iz tih iskustva niče spoznaja, da čovjek nije rezervoar energije beskonačno velike, nego da svaki čovjek ima samo neku određenu ograničenu množinu energije, pa kad ju istroši, on nema više sposobnosti da radi: njegova je fizička energija jednaka nuli. Ponovnim dizanjem kamena s tla na stol svatko se može o tom uvjeriti; ako on tu radnju neprekidno ponavlja mnogo puta, on napokon klone od umora, on nema u tom času već nikakve fizičke energije! No blagotvorna je priroda u njega to uredila tako, da se u njem energija nakon određenoga odmora posve obnovi kao fenič-ptica, i on opet može da radi. Nastaje dakle veoma zanimljivo pitanje: kako bi se fizička energija čovjeka dala izmjeriti? To je, kako se odmah vidi, veoma zamašno gospodarsko pitanje.

Netom spomenuto iskustvo nas vodi odgovoru. Što duže vremena sila mišića izvršuje radnju, dakle što je više erga radnje već izvršila, to je manja njezina sposobnost, da još dalje izvršuje radnju, t. j. to je manja energija, koja je još u njem. Kada je mišić izvršio određen broj erga radnje, umanjila se njegova energija za taj broj erga. Na dlanu je dakle misao, da se energija mišića uopće sudi po radnji, što ju on izvrši, dok posve klone, t. j. energija i radnja se mjere istom jedinicom: ergom ili metarkilogramom. Posve odmoren čovjek ima prema tomu, ako još nije ništa radio, potpunu svoju energiju, t. j. on može da izvrši, dok posve klone od umora, n. pr. 98.000 džaula radnje. Kada je neko vrijeme radio, pak je izvršio 30.000 džaula radnje, njegova se energija umanjila, i on ima u tom času još samo 68.000 džaula energije, t. j. sila njegovih mišića može da daje do posvemašnjega umora samo još 68.000 džaula radnje.

Niče nam time novo shvaćanje energije: čovjek je biće, u kojem je ograničena zaliha radnje, biće, iz kojega se ta posve odredjena zaliha radnje može izvući i prenijeti na drugo tijelo, koje tu radnju troši. Čim je čovjek svu svoju zalihu radnje predao tomu drugomu tijelu, njegova je energija jednaka nuli, on kao radnik ne vrijedi ništa više. Možemo dakle sada reći i ovako:

„Energija čovjeka je zaliha radnje, koja je u njem nakrcana“.

Ta zaliha radnje u njem, to je ono realno, to je ono, što mu se plaća, to je ono, čime on stiče sebi blagostanje. Mudar je onaj, koji umije tu svoju zalihu ergā, svoju energiju, držati što veću, i koji ju zna razborito trošiti i razumnim životom obnavljati do granica, koje su mu prirodom odredjene!

III.

Općeni pojam radnje i energije.

Nije sila naših mišića jedina sila u prirodi, koja zna svladavati otpore uzduž odredjena puta, nije to jedina sila, koja može „raditi“! Koliko li puta već vidjesmo, gdje se velike težine dižu vertikalno u vis, a da nema pri tom posla ničija sila mišića — ni čovjeka, ni životinje. Sila pare, električna sila i dr. digle su ga, one su izvršile tu radnju. Pa i naša najopćenija sila zemaljska — sila teža — takodjer izvršuje radnju svaki dan pred našim očima, kada gledamo, gdje masa pada: i teža pri tom svladava na čitavom putu padanja otpor ustrajnosti (str. 321.) onoga tijela. Proširujemo dakle prije svega pojam radnje i na druge sile, koje djeluju u prirodi oko nas, i velimo: svaka prirodna sila može da izvršuje radnju u zgodnim prilikama, pa kao što se plaća radnja mišića naših, plaća se i radnja svake druge sile.

Mjera za izvršenu radnju ostaje ista kao kod sile naših mišića: ona se mjeri brojem erga, a taj se dobije, ako se veličina otpora (sile), mjerena dinima, pomnoži prevaljenim putem, mjenjenim centimetrima.

Najveća je tekovina moderne tehnike baš u tom, da je znala upregnuti i druge prirodne sile, da za nas izvršuju radnje. Pri tom se je pače pokazalo, da te sile mogu da izvršuju kud i kamo veće radnje, nego sile naših i životinjskih mišića, a uz cijenu kud i kamo manju!

IV.

Efekt sile.

Tko bi danas prebrojio parne strojeve, a u najnovije doba i električne, koji dan i noć — bez odmora — izvršuju goleme radnje kulturnomu čovjeku? Što je zapravo takav stroj? On je umjetno biće, u kojem u nj upregnuta sila bez odmora izvršuje različite radnje: vuče teške terete tisuće kilometara daleko, diže velike mase vode iz dubljine ili ugljen iz utrobe Zemlje i t. d. A izvršuje tu svoju radnju neprekidno i jednoliko. Kod stroja dakle, ako se pravo uzme, prestaje mjerenje radnje po prevlačenom putu i po svladanom otporu. Ako hoćemo da ocijenimo pravu vrijednost takova stroja, moramo da označimo onu radnju (u ergima), što ju on izvodi u jedinici vremena, a ta je u nauci 1 sekunda. Za radnju izvršenu od makar koje prirodne sile s pomoću stroja u 1 sekundi uvedoše novo ime „**efekt**“ sile. Dakle:

„Efekt = radnja sile u 1 sekundi“.

Mjerit ćemo dakle efekt sile ili u ergima po sekundi, ili u kiloergima po sekundi, ili ako je efekt velik, u megaergima po sekundi ili čak u džaulima po sekundi. Ako dakle koja sila s pomoću stroja u svakoj sekundi izvršuje 10 milijuna erga radnje, kaže tehničar: „taj stroj ima efekt od 1 džaula“. Toj najvećoj jedinici efekta dadoše na uspomenu i počast velikomu engleskomu fizičaru i tehničaru Jamesu Wattu (obretniku parnoga stroja) ime „1 vat“. Dakle je:

„Radnja od 1 džaula u sekundi = 1 vat
(1 v)“.

No kako moderni strojevi znadu u svakoj sekundi izvoditi goleme radnje, pokazalo se potrebnim, da se po 100 vata složi u „1 hektovat“ (1 hv) i 1000 vata u „1 kilovat“

(1 *kv*). Ako dakle čujemo riječ: „ovaj stroj ima efekt od 1 *hv*“, to će reći: prirodna sila, koja u njem radi, izvršuje u svakoj sekundi jednu milijardu (1000 milijuna) erga radnje; ako mu je pak efekt 1 kilovat, znači, da sila izvršuje u svakoj sekundi radnju od 10 milijardi erga!

Bilješka. Prije se je, gotovo dvije stotine godina, kao mjera za efekte strojeva upotrebljavala, a donekle se još i danas upotrebljava: „1 konjska sila“ ili „1 konjska snaga“ (njem.: Eine Pferdekraft oder Pferdestärke [*PS*]; engleski: 1 horse power [*HP*]). To znači radnju od 75 metarkilograma u svakoj sekundi, jer se uzimalo, da konj može toliko radnje snagom svojih mišića u svakoj sekundi izvršiti, ako radi 6 sati. I danas se još dosta čuje: to je parni stroj od 10 konjskih snaga. To će reći, da sila vruće vodene pare s pomoću toga stroja izvršuje u svakoj sekundi radnju od 750 metarkilograma. Odnosaj te stare jedinice efekta spram „vata“ lako nam je sada odrediti:

$$1 \text{ mkg u sekundi} = 9.8 \text{ vata};$$

$$1 \text{ konjska snaga} = 75 \text{ mkg u sekundi} = 736 \text{ vata} = 0.736 \text{ kilovata}.$$

Izlazi dakle za pamćenje:

$$\text{„1 konjska snaga} = \frac{3}{4} \text{ kilovata, a 1 kilovat} = 1\frac{1}{3} \text{ konjske snage“}.$$

Prema tomu će svakomu biti lako pretvoriti konjske snage u kilovate i obrnuto.

Da se označi vrijednost kojega radnoga stroja, dosta je, da znamo njegov efekt, t. j. njegovu radnju u 1 sekundi (mjerenu u vatima, hektovatima ili kilovatima, gdje kada u konjskim snagama). Želimo li znati čitavu radnju stroja n. pr. za 1 sat, 1 dan i t. d., to je stvar posve jednostavnoga računa:

Radnja = efekt $\times$ broj sekundi (1 sat = 3600 sekundi).

Tako postadoše nove mjere radnje, poznate uz imena „hektovat-sati“ i „kilovat-sati“, koje se upotrebljavaju baš kod plaćanja radnje. Plaća se naime čitava radnja stroja izvršena u 1, 2, 3 sata, a ta se izračuna, ako se radnja izvršena u 1 sekundi pomnoži s vremenom. Prema predjašnjem lako će svaki čitalac i sam naći, da je:

$$\text{Radnja od 1 hektovat-sata} = 3.6 \text{ bilijuna erga};$$

$$\text{„ od 1 kilovat-sata} = 36 \text{ bilijuna erga}.$$

Ako n. pr. imam u kući električnu rasvjetu, plaćam ju po kilovat-satu, t. j. ja plaćam radnju stroja u električnoj cen-

trali, koju on izvodi u svakom satu. Prosječna je cijena mnogih električnih centrala danas 48 filira za radnju od 1 kilovat-sata. Ako uzmemo na um, da je 1 kilovat-sat radnja od 36 bilijuna erga, izlazi, da se plaća radnja od 1 erga jedva sa 1'3 bilijuntina od 1 filira!

Na koncu još samo nekoliko primjera za to, kako i druge sile, pored sile mišića naših, izvršuju različne radnje. Na stolu je spiralno pero (od žice). Jedan je kraj pera učvršćen, a na drugom kraju s p r u Ź e n o g a pera je utega, koju držim rukom. Čim ju ispustim, vidim kako se pero stiska (dakle se s njim događa promjena!) i tim pokreće utegu na kraju. Kad se je pero stislo do svoga prirodnoga oblika, utega stane. „Elastična sila“ pera svladavala je uzduž odredjenoga puta otpor ustrajnosti utege, ona je izvršila odredjen broj erga radnje. Promjena se zbila i na peru i na utegi (utega je prešla s jednoga mjesta na stolu na drugo mjesto). — Vruća vodena para tjera u cilindru parnoga stroja, rastežući se, čep tamo i amo; „ekspanzivna sila“ vruće pare izvršuje radnju na čepu. — Voda tekućica djeluje na lopate mlinskoga kola i okreće veliku masu toga kola. „Tlak vode“ je ovdje sila, koja izvršuje radnju, a izvršuje ju na kolu svladavajući otpor ustrajnosti njegove i otpore trenja, koji ovdje djeluju. — Utega ure njihovice pomalo pada i tim okreće čitavo kolesje u uri. Ovdje „sila teža“ izvršuje preko napeta konca radnju na kolesju, svladavajući i otpor ustrajnosti i otpore trenja.

Svi nam ovi primjeri gotovo sami nameću novo mišljenje o tom, što je sila. Za nas je do sada „sila“ uzrok promjeni u gibanju tijela, svejedno ticala se ta promjena samo brzine ili samo smjera gibanja ili obojega.

Sila je dakle za nas nešto apstraktno, nešto nedohvatno osjetilima našim. Sada možemo silu gledati i s posve drugoga stajališta: sila je ono, što izvršuje radnju. — Kadgod vidimo, da jedno tijelo izvršuje na kojem drugom tijelu radnju, izvršuje prvo tijelo silu na drugo. — Nije na odmet ni ovakvo shvaćanje sile! — Čovjek izvršuje svojim mišićima različne radnje; poradi toga baš govorimo o „sili mišića“. Što je bit te sile, u to se ne upuštamo; da postoji, to vidimo po radnji njezinoj. Mi pače sudimo i dalje ovako: kada je čovjek

izvršio svu radnju, što ju može izvršiti svojim mišićima, pa posve klone, zaključujemo, da je nestalo na neko vrijeme i sile mišića njegovih (dok se odmori), a zaključujemo opet po tom, što mišići ne mogu više da rade.

Rekosmo već prije: svaki čovjek ima tek ograničenu, točno određenu „energiju“, koju mjerimo radnjom, što ju može da izvrši, dok posve klone; on je u neku ruku magazin za određenu množinu radnje, koja se iz njega može izvaditi. Sve je to nama po svakidanjem iskustvu poznato i jasno. No za stalno će se u prvi mah začuditi svaki od naših čitalaca, kada mu rečemo, da i mrtve mase mogu da budu ovakvi magazini ili skladišta radnje, nakrcane u njima, pa da mi i iz njih možemo da izvadimo svu tu radnju i upotrijebimo u naše svrhe. Zanimljiva na svaki način misao i vrijedna, da joj podjemo tragom: misao, da i mrtva masa može da ima određenu „energiju“, t. j. sposobnost, da izvrši određen broj erga radnje.

V.

Mehanička energija mrtve tvari.

Dva su načina, kojima može da dodje mrtva masa do toga, da ima sposobnost izvršivati radnju, da ima „energiju“ ili, kako običavaju takodjer reći, da ima „mehaničku energiju“.

Neka nam to pokažu jednostavni pokusi:

1. Energija položaja ili potencijalna energija tijela. — Na tlu je utega teška 98.100 dina (= 10 dekagrama*) privezana na jedan kraj konopca, koji je 100 cm iznad tla prebačen preko čvrste koloture. Mjesto da uhvatimo direktno rukom utegu i da ju dignemo silom mišića do koloture (100 cm nad stol), možemo uhvatiti drugi kraj konopca s one strane koloture i konopac dolje vući silom mišića, i utega će se dići 100 cm visoko: sila mišića izvršila je na utegi radnju $R = 98.100 \times 100 = 9.810.000$ erga = gotovo 10 megaerga. — Nismo za tu radnju morali upotrijebiti baš silu mišića! Mogli smo na kraju konca, 100 cm iznad tla, privezati s druge strane koloture utegu nešto malo težu od 98.100 dina, pak bismo vidjeli, kako ta utega izvodi točno istu radnju kao

čas prije sila mišića, spuštajući se pri tom pomalo do tla. Čim stigne do horizontalne ravnine tla, prestaje raditi! Utega, koja je bila 100 centimetara iznad tla, imala je dakle očito sposobnost, da izvrši 9,810.000 erga radnje, t. j. imala je u sebi toliku energiju. Da je bila iznad tla 200 cm, imala bi bila energiju od $2 \times 9,810.000$ erga, jer bi bila lijevu utegu digla s tla 200 cm visoko. Razbirmo dakle: što je koja masa više uzdignuta nad horizontalnu površinu Zemlje, to veću „mehaničku energiju“ ima u sebi. Budući da ona ne može na drugoj strani koloture dizati utege teže od sebe, možemo sada i točno izračunati, kolika je ta energija uzdignute mase. Ona izvršuje silu jednaku svojoj težini od f dina, a izvršuje ju na putu, niz koji može da pada do tla; neka on bude $= s$ centimetara. Izlazi energija te mase $E = f \times s$ erga.

Na jeziku nam je pitanje: otkuda najednom toj utegi tolika energija? Ta ista utega, kada je na tlu Zemlje, nema baš nikakve mehaničke energije: ta ona ne može ništa dizati! Tek kada sam ju podigao nad tlo zemaljsko za odredjen broj centimetara, vidim osupnut, da sada ima energiju, da je u njoj zaista ograničena zaliha radnje, točno odredjena, i da ona tu radnju zaista daje, čim joj dadem, da se može spuštati k tlu Zemlje. Njezina energija potječe dakle otuda, što je masa došla u osobit položaj spram tla: uzdigla se je nad tlo! Masa ima dakle u visini s cm sposobnost izvršiti neku odredjenu radnju, ima zaista „mehaničku energiju“, a budući da ta potječe od osobita njezina položaja (spram Zemlje), dajemo joj ime „energija položaja“. Dok masa u onoj svojoj visini miruje, ne izvršuje još nikakve radnje, ali je u njoj već energija, jer ona može padati (ako ju ispustimo); poradi toga dajemo toj energiji još i drugo ime „potencijalna energija“ (od lat. potentia = moć). Ako se napokon sjetimo odnošaja izmedju Zemlje i tijela uzdignuta do neke visine nad površinu Zemlje (str. 315.), možemo reći i ovako: uzdignuta je utega spram Zemlje u neku ruku u „napetu položaju“, pak bismo njezinoj energiji u tom položaju mogli dati i treće ime „energija napetosti“. Primjeri su takvoj energiji dalje: energija napetoga elastičnoga pera, zgusnutoga

plina, električnoga naboja, napetoga luka strjelice i dr. Sva su tri imena opravdana i sva se tri u nauci zaista upotrebljavaju; najobičnije je ime ipak „potencijalna energija“.

Završujemo sa zanimljivom spoznajom:

„Svaka mrtva masa na Zemlji, teška f dina, koja je u visini s cm, t. j. koja može da se spušta najviše s cm, ima u sebi potencijalnu energiju $E_p = f \times s$ erga.“

Čim joj se dađe prilika, da se spušta, ona može da zaista izvrši radnju R jednaku točno $f \times s$ erga. Mrtva je masa dakle u svom osobitom položaju uistinu skladište određene množine radnje!

Ako se pak upitamo: a zašto takva mrtva masa u tom položaju ima tu određenu potencijalnu energiju, treba da se sjetimo odnošaja njezina spram zemaljske kugle. Ta znamo, da izmedju nje i Zemlje djeluje uzajmična privlačna sila, nama dobro poznata sila teža; jednakom silom privlači Zemlja utežu, kao i utega Zemlju (str. 332.). U toj uzajmičnoj privlačnoj sili nalazimo uzrok tomu, da zapravo sustav „utega-Zemlja“ imaju sposobnost izvršivati radnju, da imaju potencijalnu energiju, koja postaje to veća, što je veća međusobna njihova daljina. Ako dakle izmedju makar koja dva tijela djeluje kakva privlačna sila, imaju oba tijela određenu potencijalnu energiju, dok su rastavljena, i ta im je energija to veća, što je veća daljina jednoga od drugoga. To ne vrijedi samo za sustav „utega-Zemlja“, nego i za svaka dva nebeska tijela, ako izmedju njih postoji kakva privlačna sila. Mi već znamo (str. 406.), da izmedju Zemlje i Sunca postoji takva sila — gravitacija, — pak zaključujemo, da i naša Zemlja ima određenu potencijalnu energiju spram Sunca, koja je zavisna od privlačne sile Sunca i daljine Zemlje od Sunca. Mi sada razbirmo dalje, da i mrtva masa naše Zemlje ima potencijalnu energiju, pače golemu, pak bi Zemlja, da se može spuštati do Sunca, mogla svladavati silne otpore. Dok joj je daljina od Sunca jednaka, jednaka joj je dakako i potencijalna energija. No mi znamo sada već i to, da daljina Zemlje od Sunca nije svagda jednaka: u afelu je (str. 212.) najveća (dne 2. jula

svake godine); tu joj je i potencijalna energija najveća. U perihelu (dne 1. januara) joj je daljina od Sunca najmanja: tu joj je i potencijalna energija najmanja, što može da bude u njezinim prilikama. Da se može spustiti na Sunce, nestalo bi joj posve potencijalne energije.

Što u velikom otkrismo za dva nebeska tijela, to možemo sada prenijeti u mali nevidljivi svijet molekula i atoma, od kojih su građene po našem mišljenju sve tvari. I između dva molekula djeluje privlačna sila, zovu ju „molekularno privlačenje“; oba molekula imaju dakle, dok su rastavljena, određenu potencijalnu energiju, koja se uvećava njihovim razmicanjem, a umanjuje njihovim međusobnim primicanjem. To isto vrijedi i za dva atoma u molekulu, pače i za dva elektrona u atomu*. Kako svagdje u tim slučajevima djeluju privlačne sile, imaju u svakom slučaju te drobnice, dok su rastavljene, određene potencijalne energije, koje se ipak mogu mijenjati prema njihovoj uzajmičnoj daljini.

Možemo sada duševnim okom i dalje segnuti! Obitelj našega Sunca sastavljena je od čitavoga niza tjelesa; između njih svih djeluje privlačna sila gravitacija. I skup ili sustav svih tih tjelesa zajedno ima određenu potencijalnu energiju, koju bih dobio zbrajanjem svih pojedinačnih potencijalnih energija. No kako im međusobne daljine ne ostaju svagda jednake, nije ni ukupna potencijalna energija toga planetnoga sustava stalna, nego se sveudilj mijenja, ali je uvijek golema. Pak da se nadje kakav um višega stupnja, mogao bi on i tu golemu potencijalnu energiju čitave obitelji našega Sunca upotrijebiti, da mu izvršuje radnje, tako goleme, da ih naš um ne može ni da pojmi!

Mi imademo međjutim takvih sustava i na Zemlji — nama na dohvat. Ta svako tijelo na Zemlji — komad željeza, masa vode i obujam uzduha, zatvoren u posudi — nije po našem znanju drugo, nego takova hrpa, takav sustav drobnica (molekula, atoma i elektrona), među sobom rastavljenih, a među njima djeluju privlačne sile. Svako dakle tijelo na Zemlji već je samo po sebi skladište određene množine radnje, nakrcane u njem u obliku potencijalne energije; nije doduše ta množina

* Isp. o atomima i elektronima: Kučera, Atomi i elektroni. Novovjekni izumi. Knj. III. Izd. M. H. Zagreb, 1910. Str. 8.—42.

energije stalna, jer daljina drobnica ne ostaje jednaka, ali ona je tu i ona zna biti i dosta velika. Ona postaje manja, kada se drobnicama međusobna daljina umanjuje i obrnuto. Ovakve sustave umije i naš um upotrijebiti, da bar jednim dijelom svoje potencijalne energije zaista izvršuju radnje, koje su čovjeku korisne. Treba da podsjetimo čitatelja samo na primjer rasteznutoga spiralnoga pera. Ima potencijalnu energiju, koja potječe od privlačne sile između njegovih drobnica, koje su u napetom stanju nešto više razmaknute; ovdje bismo tu energiju bolje nazvali „energijom napetosti“. I doista nam ovakovo pero izvršuje radnju, stežući se u svoj prirodni oblik.

No tko bi mislio, da su samo privlačne sile uzrokom ovakvim potencijalnim energijama mrtvih masa, krivo bi sudio. Pored privlačnih djeluju često između masa i „odbojne sile“, pak i ove mogu da postanu izvorom velikih potencijalnih energija u mrtvim masama. Evo primjera: Drobnece uzduha i svake druge uzdušnine imaju svojstvo rastezljivosti (str. 381.). Uzrok je u odbojnim silama, što djeluju između drobnica („molekularno odbijanje“). Zgušćivanju se svomu poradi tih odbojnih sila opire svaka uzdušнина, i taj otpor pače raste to više, što više nastojimo, da umanjimo obujam uzdušnine. Na zgusnutoj uzdušnini izvršena radnja pohranjena je u njoj kao „potencijalna energija“, koja evo potječe od odbojnih sila. Amo idu i različne praskave (eksplozivne) tvari (dinamit i dr.), u kojima su nagomilane neobično velike potencijalne energije od sputanih odbojnih sila u njima, koje čekaju tek zgodnu priliku, da oslobodjene izvede silna gibanja mrtvih masa, na koje djeluju.

I tako nam se evo duševni horizont opet daleko raširio: od fizičke energije naših mišića naše nas je razmatranje dovelo do otkrića velikih množina energije i u mrtvim masama, pa i ondje, gdje se tomu ne bismo ni nadali bili! No povratimo se opet od tih više skrivenih prirodnih energija k onima, koje su nam posve na dohvat, koje su nam u našem svakidanjem životu mnogo vrijedne, jer nam zaista izvršuju radnje umjesto naših mišića.

Tu je u prvom redu potencijalna energija uzdignute mase vode. Uzmimo poseban slučaj. U posudi smo 5 me-

tara iznad tla smjestili 3 kubična metra vode (= 30 hektolitara). Ta se masa vode, teška 2943 megadina (= 3000 kg*), može da spusti 500 centimetara duboko. Njezina je potencijalna energija dakle $E_p = 2943 \times 500 = 1,471.500$ megaerga ili = 147.150 džaula. — Ta masa vode ima u sebi zalihu radnje od 147.150 džaula, pa ako joj damo priliku, da se spusti tih 5 metara, ona će nam zaista izvršiti tu radnju. Jasno razbirmo, da su gorska jezera sa svojim velikim masama vode u znatnoj visini iznad dolina ili iznad niskih ravnicu skladišta silnih potencijalnih energija. Da ih izrabiš, treba samo tim masama vode dati prilike, da se spuste do doline i ravnice: treba im sagraditi kanale do mjesta, gdje će vršiti radnju. To žalibože nije svagda lak i ekonomski posao!

No ako si je sama voda izgradila takav kanal, t. j. ako je pred nama kakav slap vode, onda su prilike mnogo zgodnije. Uzmimo n. pr., da smo mjerenjem našli, kako taj slap pušta, da svake sekunde pada 500 litara vode (= 490·5 megadina = 500 kg*) 6 metara duboko. Taj nam slap daje u svakoj sekundi $490\cdot5 \times 600 = 294.300$ megaerga ili 29.430 džaula radnje. Radnju izvršenu u jednoj sekundi nazvasmo efektom sile, pa ako je ta radnja baš 1 džaul u sekundi, dadismo tomu efektu ime „1 vat“. Prema tomu možemo reći: taj slap ima efekt od 29.430 vata ili (po staroj mjeri) 40 konjskih snaga (HP). Taj nam slap može dakle neprekidno izvršivati radnju kao parni stroj od 40 konjskih snaga! Razbirmo dakle, da je sposobnost za izvršivanje radnje u takvih slapova veoma velika, pak ćemo razumjeti, zašto moderna tehnika tako živo nastoji, da što bolje izrabi takve obilne slapove. To je danas jedna od najvećih zadaća tehnike! Od te energije, nakrcane u uzdignutim masama vode, samo nešto troše danas sve vodenoce (mlinovi na vodu), ali i druge svakovrsne radnje: uređaji za električnu rasvjetu, centrale za silu željeznicama, različne tvornice kovina i kojekakvih kemikalija. Sve to nastoji danas, da se naseli u puste krajeve oko ovakvih slapova, tih neprekidnih izvora za radnju, koji ne presahnu poradi neprekidne cirkulacije vode u zemaljskoj prirodi.

U manjoj se mjeri potencijalna energija uzdignutih masa već odavna upotrebljava, da nam izvršuje korisne radnje, makar

i malene. Podsjetit ćemo samo na uru njihalicu, u kojoj se utega digne silom mišića do određene visine, u kojoj ima određenu potencijalnu energiju i može izvršiti određenu množinu radnje, ako ju pustimo da pomalo pada. Ona ju zaista pred našim očima i izvršuje, tjerajući preko napeta konca neprekidno čitavo kolesje ure. Čim se je spustila do horizontalne ravnine, ispod koje ne može niže, nestalo je posve njezine sposobnosti za izvršivanje radnje, ona je dala svu svoju zalihu radnje: kolesje ure stane. — Ako se mjesto utege upotrijebi na peto pero (ure na pero), izvršuje ovo, odmatajući se pomalo, istu radnju na kolesju ure: napeto je pero imalo potencijalnu energiju, koju pomalo troši tjerajući kolesje, dok ju napokon ne utroši svu, povrativši se u svoje prirodno (nenapeto) stanje. Staro ubojito oružje davnih vremena — strjelica — također je primjer za davnu primjenu potencijalne energije, koju će čitalac sada i sam znati sebi razjasniti. — Današnja dječja puška sa stlačenim uzduhom također je takav primjer. Stlačeni uzduh u svom napetom stanju svlada otpor trenja kod čepa pa ga izbací, izvršuje dakle radnju.

Dalo bi se još naći takvih primjera, gdje se osobita stanja mirnih tjelesa upotrebljavaju, da nam svojom zalihom vrše radnje. Za razjašnjenje dosta su i ovi primjeri. Red je naime, da pokažemo, kako mrtve mase mogu da još drugim načinom dodju do „energije“.

2. Kinetička ili aktuelna energija mase. — Ne jedanput držao sam na dlanu malenu olovnu kuglicu — zrnopuščano — raspredujući misao, kako ta malena kuglica, kojoj težinu (20 grama*) jedva mogoh osjetiti na ruci, može da u tren oka uništi život najvećega i najplemenitijega čovjeka. I već je vidjeh u misli, kako će jednoga bijeloga dana ta ista kugla izletjeti iz cijevi puške — da učini kraj nekomu životu! Pa što li se to dogodilo s tom neznatnom masom olova, da joj je najednom ta velika moć? Veoma je zanimljiva i poučna ta pripovijest! Što zapravo čini kuglica, kad probija čovječje ili životinjsko tijelo, kad probija redom 1, 2, 3 daske, namještene jednu iza druge, da na koncu ipak klone i prestane sa svojim razaranjem? Svako se od spomenutih tjelesa prema stupnju svoje čvrstine opire prodiranju kuglice. Kuglica dakle svla-

da va ta j otpor čvrstine na odredjenom putu, t. j. kuglica izvršuje radnju. Na čitavom je putu svom očito djelovala na ta tjelesa silom jednakom sili čvrstine i svladavala otpor te sile: kuglica, što je izletjela iz puške, ima „sposobnost da izvršuje radnju“, t. j. ona ima „energiju“, makar da je mrtva masa. No ta je njezina energija ipak ograničena: ona na koncu konca u jednoj daski klone, ona stane, i njezinoj je moći razaranja — kraj! Baš kao čovjek što klone, kada je potrošio svu svoju fizičku energiju.

I kuglica je dakle mogla da izvrši samo ograničen broj erga radnje, koji bismo lako izračunali, kad bismo izmjerili otpor čvrstine f (u dinima) i put s (u centimetrima), na kojem ga je kuglica svladala: $R = f \times s$ erga.

Taj nam broj erga odmah i kazuje, kolika je bila ta čudna energija nezatne olovne mase. Zanimljivo je sada pitanje: otkuda kuglici ta energija? Ona leži mirna u cijevi puške, koja neka stoji horizontalno. Puščani se prah zapalio, para ju tjera horizontalno do kraja cijevi. Njezina se visina spram Zemlje nije ni najmanje uvećala, da bi mogla dobiti nešto potencijalne energije. Pa ipak: kuglica, koja je čas prije nedužno i mirno ležala na dnu cijevi, nikomu ni najmanje opasna, izlazi evo na drugom kraju iz nje sa sposobnošću, da izvršuje veoma znatne radnje, da svladava uzduž nekoga puta velike otpore. Kakva se to promjena dogodila s kuglicom? Dogodila se samo jedna promjena: na dnu joj cijevi bijaše brzina jednaka nuli, a na kraju bijaše veoma velika, recimo 300 metara u sekundi. Očito je dakle, da samo toj svojoj velikoj brzini, kojom se giba izletjevši iz puške, ima da zahvali svoju razmjerno veliku energiju, kojoj je mjerom ona radnja, što ju izvrši, dok ne stane.

Izbija nova spoznaja:

„Mrtva masa, koja se giba odredjenom brzinom c , ima točno odredjenu ograničenu energiju, t. j. ona ima sposobnost, da može izvršiti odredjen broj erga radnje“.

Budući da je toj novoj vrsti mehaničke energije u mrtvih masa izvor u brzini njihova gibanja, dajemo joj ime „**kinetička**“ (od grčkoga: kineo = krećem, gibam) ili „**aktuelna energija**“ (actus [lat.] = čin) mase.

Želimo li dakle, da nam mirna masa od m gr dobije neku množinu kinetičke energije, nastojat ćemo, da joj makar kako pomognemo do toga, da joj brzina naraste od nule do određene vrijednosti c . Što veća ta brzina c , to veća i kinetička energija te iste mase, to veće nam radnje može da izvrši, dok stane.

Ima dosta primjera i u svakidašnjem životu, koji nam lijepo pokazuju, kako gibane mase zaista mogu da izvršuju radnju. Evo ih nekoliko.

Težak kamen pane s izvjesne visine na Zemlju. Zakone padanja znamo. On će u času, kada stigne na tle, imati određenu brzinu $v = gt$ (str. 137.). Da u tom času zaista ima neku kinetičku energiju, vidimo po tom, što sada zaista izvršuje radnju: on n. pr. zabija panj u zemlju. — Voda tekućica ima određenu brzinu, dakle i kinetičku energiju; mi zaista vidimo, kako izvršuje radnju: tjera teška mlinska kolesa i melje žito. U tvornicama pokreće različne motore i tim izvršuje najrazličnije radnje u njima. — Vjetar nije drugo nego masa uzduha, koji se po površini Zemlje giba određenom brzinom; ta masa uzduha ima određenu kinetičku energiju, i mi zaista vidimo, gdje izvršuje radnje: kreće velika krila kolesa na vjetrenjačama, pokreće i tjera teško natovarene jedrenjače po moru. — Željeznički vlak, kada ide punom parom, opet nije drugo, nego određena masa, koja se giba stalnom brzinom c . I mi opet vidimo, da ima neku kinetičku energiju, jer može da izvršuje različne radnje. Ako n. pr. udari u stanici o drugi miran vlak, on je kadar da ga smrví, t. j. da svlada otpor njegove čvrstine. No ako vlakovodja i obustavi paru, vlak ne će stati; on još nekoliko kilometara daleko ide, svladavajući svojom kinetičkom energijom otpor trenja na šinjama i otpor uzduha na svakoj točki toga dugačkoga puta, t. j. on izvršuje radnju. — Sve su ove radnje: zrna iz puške, kamena, koji pane na Zemlju, vode tekućice, vjetra, željezničkoga vlaka — sve su te radnje posljedica brzine, kojom se one mase gibaju.

No nada sve je zanimljiv ovaj primjer. Pušku namjestimo vertikalno i opalimo. Tane izleti vertikalno u vis s nekom početnom brzinom. Gibanje nam je taneta ovdje dobro poznato: ono je **vertikalni hitac u vis** (str. 163.). Pak što vidimo? Poradi svoje velike brzine tane **sámo sebe**, nasuprot sili teži, diže neprekidno u vis, t. j. svladava uzduž odredenoga puta otpor svoje težine, izvršuje dakle **radnju**, a izvršuje ju, jer ima odredjenu kinetičku energiju. No izvršuje tu radnju samo na nekom ograničenom putu: dok ne izgubi svu svoju početnu brzinu. U tom je času posve klonulo i ne može više da diže sebe.

Ovaj će nam primjer poslužiti, da otkrijemo jedan od najznamenitijih zakona mehanike i prirodne nauke uopće. Svakomu je naime na ustima pitanje: Preda mnom se giba masa od m gr s brzinom c centimetara u sekundi. Kolika je njezina kinetična energija E_k ? Drukčije pitano: Koliku nam radnju može da dade ta masa, dok ne izgubi svu svoju brzinu? Ta nam je naime **radnja** baš mjera za njezinu kinetičku energiju.

Tane neka ima masu $m = 20$ gr, dakle težinu $f = 20 \times 981 = 19.620$ dina ($= 20$ gr*), i neka izleti iz puške vertikalno u vis s početnom brzinom $c = 30.000$ centimetara ($= 300$ m). Po zakonima za vertikalni hitac tane će dignuti samo sebe do visine $s = c^2 : 2g = 900.000.000 : 1962$ centimetara (od prilike 458.715 cm), budući da je akceleracija sile teže $g = 981$ cm po sekundi. Prema tomu je tane svladalo svoju vlastitu težinu $f = 19.260$ dina na tom putu, dakle je izvršilo **radnju**

$$R = f \times s \text{ erga} = 19.260 \times \frac{900.000.000}{1962} = 9.000.000.000 \text{ erga.}$$

Kako bismo dobili manji broj, uzimamo mjesto erga veću jedinicu **1 džaul**, za koji znamo, da je jednak 10 milijuna ($= 10^7$) erga (str. 421.), pak dobivamo za cjelokupnu radnju taneta $R = 900$ džaula.

Ta nam je radnja ujedno mjera za kinetičku energiju taneta u času, kada je izletilo iz puške, dakle je $E_k = 900$ džaula.

No točno isti bismo broj bili dobili, da smo polovinu mase taneta ($= 10$ gr) pomnožili s kvadratom početne brzine c . Izlazi naime:

$$E_k = \frac{m}{2} \times c^2 = 10 \times 30.000^2 = 10 \times 30.000 \times 30.000 \\ = 9.000.000.000 \text{ erga} = 900 \text{ džaula.}$$

Razbiramo dakle znamenitu istinu:

„Kinetička se energija svake mrtve mase m , koja ima početnu brzinu c , nadje, ako se polovina mase multiplicira (pomnoži) s kvadratom njezine brzine“.

Treba dodati: masu mjerimo gramom, brzinu centimetrom, pa izlazi kinetička energija u ergima (eventualno u megaergima ili džaulima).

Kraće bismo rekli:

„Kinetička energija = polovina mase $\times$ kvadrat brzine“.

A najkraće u matematičkom govoru (u „formuli“):

$$E_k = \frac{m \times c^2}{2} \text{ erga.}$$

Ako taj znameniti zakon iz bližega promotrimo, razbiramo dvije stvari:

1. Kinetička energija tijela raste u istom omjeru kao njegova masa; dvostruka masa ima kraj iste brzine dvostruku kinetičku energiju, t. j. može da izvrši, dok ne izgubi svu svoju brzinu, baš dva puta više erga radnje. Potvrda: ako zrno iz topa i tane iz puške izlete jednako brzinom od 300 m , topovsko će zrno posve drukčije razarati nego puščano. Uzrok: mnogo puta veća masa prvoga zrna.

2. Kinetička energija mase naglo raste, ako joj se uvećava brzina c . Postane li brzina dvostruka, kinetička energija iste mase nije dvostruka, nego već četverostruka. Naraste li brzina iste mase na trostruko, kinetička joj energija već deveterostruka i t. d. Želimo li dakle, da nam razmjerno malena masa izvršuje velike radnje, treba nastojati, da joj dademo što veću brzinu c ! Potvrda: razmjerno sitno tane iz puške probija

više dasaka, probije i kamen. Uzrok: velika brzina njegova. — Žir kad pane s visoka hrasta, može čovjeka usprkos malenoj masi veoma ozlijediti, jer je stekao veliku brzinu; isti žir, kad pane s male visine, ne ozledjuje ništa, jer je stekao veoma malenu brzinu; no tikva (buča) s te male visine jako će ozlijediti, jer ima mnogo veću masu.

Bilješka. Sada će čitalac i sam znati odgovoriti na ova pitanja: 1. Zašto težak bat jače djeluje od lakoga? 2. Zašto sjekira bolje djeluje nego bradva? 3. Zašto bačena željezna kugla razara, dok lopta iste veličine toga ne čini? A zašto ta ista željezna kugla još jače razara kad se ispali, nego kada se baci? 4. Čovjek pod teškim bremenom, koji brzo ide, srušit će nas, ako nas trkne; dječak, koji trči, toga ne će postići. Zašto? 5. Zašto ne mogu čep od pluta tako daleko baciti, kao kamen? 6. Zašto ne mogu kola, koja brzo voze, i čovjek, koji brzo trči, naglo stati? 7. Zašto se zaletimo, kada hoćemo preskočiti jarugu? I. t. d.

Velika važnost овога zakona izbija navlastito u tehnici. Evo i tomu primjerâ:

1. Željeznički vlak težak je 80 bačava (1 bačva = 1000 kg^*) i ide brzinom od 12 metara u sekundi. Ako se uzme, da je otpor na šinjama i otpor uzduha zajedno $\frac{1}{200}$ težine njegove, kako će još daleko sam sebe vući taj vlak od časa, kada se zatvori para? O d g o v o r: Vlak ima u tom času kinetičku energiju (u tehničkoj mjeri) $E_k = \frac{1}{2} \times 8000 \times 12^2$ (budući da je $m = p/g = 80.000/10 = 8000$. Isporedi str. 325.) = 576.000 metarkilograma. On ima da svladava otpor od $\frac{1}{200} \times 80.000 \text{ } kg^* = 400$ kilograma na nekom odredjenom putu s . Izlazi:

$$400 \times s = 576.000 \text{ ili} \\ s = 1440 \text{ metara.}$$

Taj će vlak dakle sam sebe tjerati još 1440 m daleko.

2. Masa je tijela $m = 5000 \text{ } gr$, a brzina mu je $c = 100$ centimetara u sekundi. Pred sobom tiska ili za sobom vuče drugo tijelo, pa kad je to neko vrijeme radilo, ostala mu je još samo brzina $c_1 = 30 \text{ } cm$. Koliku je radnju izvršilo i koliko mu je kinetičke energije još ostalo? — O d g o v o r: Na početku bijaše energija toga tijela:

$$E_k = \frac{1}{2} \times 5000 \times 100^2 = 25.000.000 \text{ erga.}$$

Kad je prestalo raditi, ostala mu je kinetička energija :

$$E_k = \frac{1}{2} \times 5000 \times 30^2 = 2,250.000 \text{ erga.}$$

Tijelo je izvršilo radnju $25,000.000 - 2,250.004 = 22,750.000$ erga $= 2\frac{1}{4}$ džaula, a može još izvršiti samo 0.225 džaula radnje.

Kako dakle tijelo na drugom izvršuje radnju, tako mu se umanjuje kinetička energija, dok se napokon ne istroši sva u času, kada tijelo stane.

* * *

Znatno nam se horizont našega znanja o energijama raširio: ne samo živa bića, nego i mrtve mase mogu steći „mehaničku energiju“, t. j. sposobnost, da izvršuju radnje. Dva su načina, kojima mrtve mase mogu da dodju do te mnogo vrijedne sposobnosti: 1. ako dospiju u osobit položaj (napeto stanje); njim dobivaju ograničenu „potencijalnu energiju“ (energiju položaja, statičku energiju) i 2. ako steknu određenu brzinu; tim dobivaju „kinetičku energiju“ (energiju gibanja, aktuelnu energiju). Jedna se i druga energija može shvatiti kao zaliha radnje pribrane u tijelu, koju ono može izdati, čim se prilike za to dese; poradi toga se energije i mjere ergima. Isto tijelo može da ima u isti mah i jedne i druge energije, pak mu je dakako u tom slučaju ukupna energija jednaka sumi obiju. Evo jednostavnoga primjera: kamen mase od 1000 grama (dakle težine $= 981 \times 1000 = 981.000$ dina) dignut je 3000 cm visoko. U tom položaju ima potencijalnu energiju $E_p = 981.000 \times 3000 = 2,943,000.000$ erga $= 294.3$ džaula. S te visine bacimo kamen vertikalno dolje s početnom brzinom $c = 100$ cm. Poradi nje ima u tom času još i kinetičku energiju $E_k = \frac{1}{2} \times 1000 \times 100^2 = 5,000.000$ erga $= 0.5$ džaula. U času, kada je pošao dolje, imao je ukupnu energiju $E_p + E_k = 294.3 + 0.5 = 294.8$ džaula.

Ako taj kamen na svom putu do tla ne nadje nikakvih otpora, koje bi trebao da svlada, ako dakle on ne izvršuje nikakve radnje, jasno je, da će u njem ostati pribrana sva njegova energija od 294.8 džaula: bez izvršivanja radnje nema trošenja energije; suma obiju mehaničkih energija u tijelu ostaje nepromijenjena, dok ono ne počne izvršivati

radnju na kojem drugom tijelu, i dok na njemu ne izvršuje koje treće tijelo radnju. Prvi nam se put evo javlja o energiji mase misao, slična izrečenju u principu ustrajnosti:

„Masa sama od sebe ne može da mijenja svoju sveukupnu energiju“.

Da se to dogodi, mora ili ta masa na kojem drugom tijelu izvršivati radnju, ili pak to drugo tijelo mora na njoj izvršivati radnju.

U prvom će joj se slučaju energija umanjiti, u drugom uvećati.

VI.

Izvor mehaničkoj energiji mase.

Troje jasno izbija iz dosadašnjih razmatranja. 1. Nema sumnje, da mrtva masa može da steče neku mehaničku energiju, t. j. sposobnost, da može izvršivati radnju. Stiče ju na dva načina: ili tim, da dospije u osobit položaj (napeto stanje), ili tim, da dobije određenu brzinu. Želimo li znati, kolika je ta njezina energija, dat ćemo joj prilike, da zaista radi, dok se ne iscrpe. Po toj izvršenoj radnji sudimo veličinu energije, što ju je masa imala — baš kao u čovjeka! I na tom temelju mogosmo reći, da mehanička energija mase i nije drugo, nego u njoj pribrana radnja. 2. Kada masa, koja ima energije, zaista radi, t. j. svladava makar kakve otpore uzduž određena puta, njezine energije pomalo nestaje: energija je nešto, što može da s jednoga tijela prelazi na drugo. 3. Množina energije, što je ima u kojoj mrtvoj masi, ostaje nepromijenjena, dok ta masa ili sama ne izvršuje radnju na kojem drugom tijelu (energija joj se u tom slučaju umanjuje), ili dok koje drugo tijelo ne izvršuje na njoj radnju (energija joj se u tom slučaju uvećava). Mi smo pače kadri sada u brojevima reći u svakom slučaju, kakova je i kolika je mehanička energija u određenom času u kojoj masi. Kamen mase od 1000 gr (dakle težine od 981.000 dina), uzdignut za 100 cm, ima potencijalnu energiju $= 981.000 \times 100 = 98.100.000$ erga $= 981$ džaula. — Kamen mase od 1000 gr, koji se giba

brzinom od 1000 *cm* u sekundi, ima kinetičku energiju $= \frac{1}{2} \times 1000 \times 1000^2 = 500,000.000 \text{ erga} = 50 \text{ džaula}$. Prvi kamen, dok iscrpe svu svoju energiju, može da izvrši samo 9·81 džaula radnje, drugi 50 džaula — opet kao u čovjeka!

Sve nam je to sada jasno, ali jednoga se pitanja još ne takosmo: kako dolazi mrtva masa do svoje mehaničke energije? — Vrijedno je, da tomu pitanju pristupimo; odgovor će izaći vanredno zanimljiv!

Najprije pitanje: što treba da se dogodi s gornjim kamenom, kako bi stekao onu određenu množinu potencijalne energije od 9·81 džaula? Veoma jednostavan odgovor: treba da se uzdigne samo za 100 *cm* nad tlo! Ali kamen se sam od sebe ne može dići ni za 1 milimetar. Da se digne za onih 100 *cm*, treba da na nj djeluje n. pr. sila mišića neprekidno na čitavom putu od 100 *cm*, t. j. sila mišića mora da na kamenu izvrši neku radnju. Nova nam spoznaja puca pred duševnim okom: da kamen dodje do svoга osobitoга položaja, a s njim do svoje potencijalne energije od 9·81 džaula, treba da na njem sila moga mišića najprije izvrši neku radnju. Kušajmo odrediti: koliku radnju? — Sila moga mišića svladavala je na putu od 100 *cm* otpor težine kamenove, a ta je $= 981.000 \text{ dina}$. Kako je svaka radnja jednaka produktu od otpora i puta, na kojem je svladan, mišić je, dignuvši masu kamena 100 *cm* visoko, izvršio radnju $= 981.000 \times 100 = 98,100.000 \text{ erga} = 9·81 \text{ džaula}$, a to je baš i potencijalna energija, što ju kamen ima. Neočekivan rezultat: mišić je na kamenu morao da izvrši baš točno toliko radnje, kolika je sada kamenu potencijalna energija. Što se dakle dogodilo pri prelaženju kamena u njegov osobiti položaj? Radnja od 9·81 džaula, koju je mišić izdao, naprosto je iz mišića prešla u kamen. Niti se je trunak te radnje izgubio, niti je potencijalna energija za trun veća od nje. Vidimo:

„Potencijalna energija mase jednaka je radnji one sile, koja ju je dovela u njezin osobit položaj“.

Zaista gledamo vanredno zanimljivu pojavu: mišić je svojim radom na kamenu svoju energiju umanjio za 9·81 džaula, no ta

radnja nije izgubljena, ona je s v a u kamenu u obliku njegove potencijalne energije. Gdje je dakle pravi izvor svakoj potencijalnoj energiji mrtve mase? Odgovaramo sada: u radnji one sile, koja ju je m a k a r k a d a dovela u njezin osobiti položaj! Velikoj potencijalnoj energiji gorskoga jezera izvor je u onoj sili zemaljskoj, koja ga je nekoć digla do one visine! Izvor je potencijalnoj energiji napete tetive na strjelici u radnji mišića, koji ju je napeo, i mi znamo sada, da je energija tetive baš jednaka toj radnji. — Sada je pogotovo opravdano mišljenje, da potencijalna energija mrtve mase nije ništa, nego od drugud preuzeta i pribrana radnja — ali pribrana bez ikakva g u b i t k a !

Pitamo sada: a gdje je izvor kinetičkoj energiji gore spomenutoga kamena, koja bijaše punih 50 džaula? Kakva se promjena zbila s kamenom, da je stekao toliku energiju? Veoma jednostavna promjena: kamenu, koji prije nije imao nikakve brzine, dali smo naprosto brzinu od 1000 cm u sekundi. „Dali smo“ — ali kako? Da kamen, koji miruje, dodje do te brzine, očito mora da opet na nj djeluje kakva sila, koja ga neprekidno tura ili vuče, dakle t l a k ili v l a k, koji svladavajući sve otpore, prenosi kamen u stanje gibanja sve većom brzinom; kad mu je brzina dosegla 1000 cm, p r e s t a j e sila djelovati, a kamen ima sada kinetičku energiju od 50 džaula. I opet evo vidimo: ta je sila uzduž čitavoga puta svladavala otpor ustrajnosti i druge otpore, ona je — izvršivala na kamenu radnju! I opet ista spoznaja kao prije: da kamen dodje do svoje kinetičke energije od 50 džaula, treba da n a njem koja sila izvrši neku odredjenu radnju: bez izvršene radnje te sile nema u kamenu kinetičke energije! Dakako da nas opet zanima pitanje: kolika je radnja te sile bila nužna, da naš kamen od 1000 grama mase steče brzinu od 1000 cm, a s njom kinetičku energiju od 50 džaula?

Odgovor je opet toliko zanimljiv, da ne ćemo žaliti nešto više umovanja do njega! Prije svega uzimamo, da je sila, koja na masu kamena od 1000 grama djeluje, konstantna. Ona će nakon t sekundi djelovanja kamenu dati brzinu $v = 1000$ cm. Za veličinu te sile znamo, da je $f = m \times a$ dina (str. 324.). No kako je $a = v/t$ (str. 144.), izlazi dalje, da je takodjer $f = mv/t$ dina. No takva stalna sila f daje masi jednoliko ubrženo giba-

nje (str. 324.), pak će poradi toga biti put s naše mase u tih t sekundi: $s = \frac{1}{2} at^2$ (str. 144.). Radnja pak te sile bit će dakle:

$$f \times s = \frac{m \times v}{t} \times \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \times mv \times at. \text{ No umnožak je}$$

$a \times t = v$ (str. 144.), dakle je:

$$\text{radnja sile} = \frac{1}{2} mv^2 \text{ erga} = \frac{1}{2} \times 1000 \times 1000^2 \text{ erga} = 500,000.000 \cdot \\ \text{erga} = 50 \text{ džaula,}$$

a to je baš na dlaku kinetička energija našega kamena! Dakle zakon:

„Kinetička je energija mase točno jednaka radnji one sile, koja je masi dala tu energiju“.

I opet otkrivamo vele zanimljivu pojavu, da se je radnja sile s tijela, koje je tu silu izvršivalo, naprosto preselila na naš kamen — bez ikakva gubitka: i kinetička energija ima dakle svoj izvor u radnji, koja je najprije na tom tijelu izvršena, i ona nije drugo nego od drugud preuzeta i pribrana radnja.

* * *

Velike se stvari odadoše u ovim razmatranjima duševnomu oku našem, pa ne sumnjamo, da ih je čitatelj velikim zanimanjem pratio, ako i nisu bila baš jednostavna. No bez muke nema nauke! Duševno oko gleda sada „radnju sile“ u posve novoj svjetlosti — radnju, taj najrealniji osnov današnjega kulturnoga svijeta. Vidjesmo, kako se radnja s tijela, koje ju izvršuje, preseli u drugo tijelo bez ikakva gubitka, da se u njem javi kao potencijalna ili kinetička energija njegova. Nadjosmo tim i pravi izvor svim tim energijama mrtvih masa u radnjama izvanjih sila, koje su na njih djelovale. Razabراسmo, da svaka takva masa svoju mehaničku energiju ne umanjuje, čuva, dok joj se ne da prilike, da i ona izvršuje radnju. Čim to bude, vidimo, gdje joj se energija sve više umanjuje, pa kada je izvršila baš toliko radnje, koliko je prije primila, nestalo joj je energije: masa ne može više da izvršuje nikakve radnje. Mrtva masa ne može dakle ni na koji način da izvrši više radnje, nego što je primila: „perpetuum mobile“ je ne-

moгуć. Nema stroja, koji bi mogao neprekidno izvršivati radnje, a da ni otkuda ne prima radnje.

No priroda nam ovdje povrh toga pomalo odaje znamenitu tajnu u svom kućanstvu: ona veoma e k o n o m s k i postupa s radnjama svojih sila. Ona ne dopušta, da se izvršene radnje sila razaspu, protrače i unište: s v a se izvršena radnja pribere i pohrani u mrtvim masama u obliku jedne i druge mehaničke energije, da nam te mase, kada se desi zgoda, opet dadu tu pribranu radnju — s v u b e z i k a k v a g u b i t k a !

Priroda — u jednu riječ — svoje energije čuva.

VII.

Pretvaranje jedne mehaničke energije masa u drugu.

No kraj svega čuvanja svojih energija pribranih u različnim tjelesima priroda ipak dopušta, pače i sama izvodi različne promjene u mehaničkoj energiji tjelesa. Konkretna će nam primjer to najbolje objasniti, a rezultat će biti novo otkriće: jedan od najvećih i osnovnih zakonâ prirode!

Kamen mase od 1000 gr (dakle težine: $980 \times 1000 = 980.000$ dina*) uzdigao se 12.250 cm visoko s tla Zemlje i tamo miruje. On ima dakle u tom času potencijalnu energiju $= 980.000 \times 12.250$ erga = **1200'5 džaula**. Kinetičke energije nema ništa, jer nema nikakve brzine. Ispustimo kamen, neka slobodno pada. Po poznatim nam zakonima padanja (str. 138.) kamen će u 5 sekundi pasti $\frac{980}{2} \times 5^2 = 12.250$ cm, t. j. on će baš nakon tih 5 sekundi udariti o tle. U tom je času nestalo njegove čitave potencijalne energije, jer nije ništa iznad tla. No on ima nakon 5 sekundi padanja brzinu $= 980 \times 5 = 4900$ cm u sekundi i tom brzinom on prispije na tlo; on dakle u tom istom času, kada je posve nestalo njegove potencijalne energije, ima kinetičku energiju $= \frac{1}{2} \times 1000 \times 4900^2$ erga = **1200'5 džaula**. Kamen je dakle za padanja pomalo izgubio svu svoju potencijalnu energiju od 1200'5 džaula, ali je mjesto nje na koncu padanja imao baš točno isto toliko kinetičke

* Uzimamo okrugli broj 980 mjesto 981, da bude račun jednostavniji.

energije. Nova nam velika spoznaja puca pred duševnim okom: potencijalne je energije kamena doduše nestalo, ali ona nije uništena, ona se je tek pretvorila u jednaku množinu kinetičke energije. Mehaničke energije tjelesa imaju dakle to zaista zanimljivo svojstvo, da se može u istom tijelu, kada se s njim zbiva kakva promjena (u našem primjeru: promjena mjesta u prostoru), jedna vrst mehaničke energije pretvoriti u drugu, a da tijelo ipak ništa ne izgubi od svoje energije. No tu ipak treba držati na umu, da tijelo kod promjene, koja se s njim zbiva, ne smije samo izvršivati nikakve radnje, a ni na njem ne smije drugo koje tijelo da izvršuje radnju. Da je n. pr. naš kamen, dobivši od nekuda impuls, morao kod svoga padanja na drugoj strani kolature dizati kakvu masu od 1000 gr, on bi na tle prispio bez ikakve brzine, on ne bi imao nikakve ni kinetičke ni potencijalne energije, jer je svu svoju energiju istrošio na izvršenu radnju: digao je masu od 1000 gr visoko 12.250 centimetara. Da je imao dizati masu manju od 1000 gr, on bi na tle bio došao ne s brzinom od 4900 cm, nego s mnogo manjom brzinom. Imao bi dakle još nešto kinetičke energije, ali toliko manje od 1200·5 džaula, koliko je radnje izvršio, dižući onu masu. Da je n. pr. dizao masu od 600 gr do visine od 12.250 cm, izvršio bi bio radnju od 720·3 džaula, pak bi na tle došao bio ne s brzinom od 4900 cm u sekundi, nego s brzinom od 2450 cm u sekundi, te bi prema tomu imao ondje mjesto predjašnjih 1200·5 džaula samo 480·2 džaula kinetičke energije. (Maran će čitalac moći na osnovi svoga znanja o energiji i sam to izračunati.)

U našem se primjeru pretvorila potencijalna energija u kinetičku. Evo međjutim na istom kamenu i primjera za obrnutu pretvorbu.

Isti se kamen od 1000 gr mase (dakle težine: 980.000 dina) baci vertikalno u vis s početnom brzinom od 4900 centimetara u sekundi. On ima u tom času kinetičku energiju $= \frac{1}{2} \times 1000 \times 4900^2$ erga $= 1200·5$ džaula. Po poznatim zakonima za vertikalni hitac u vis (str. 166.) taj će kamen s pomoću te svoje energije svoju vlastitu težinu dići do visine $S = c^2 : 2g$ cm $= 4900^2 : 2 \times 980 = 12.250$ cm. Došavši do te visine, on

nema više ništa kinetičke energije, jer mu je brzina sada = nuli. No budući da je on sada 12.250 cm iznad tla, on ima sada potencijalnu energiju $= 980.000 \times 12.250 \text{ erga} = 1200\cdot5 \text{ džaula}$, dakle točno toliko, koliko je imao kinetičke energije, kad je pošao s tla. Za promjene, koja se sada zbivala s kamenom (dizanje u vis, dakle opet promjena mjesta), nestalo je posve njegove kinetičke energije, ali se nije uništila, nego se je pretvorila u isto toliko potencijalne energije. Dakako, da i ovdje kamen za promjene, koja se s njim zbivala, nije izvršivao na kojem drugom tijelu nikakve radnje, a ni na njem nije drugo koje tijelo izvršivalo radnje. U prvom bi se slučaju pokazao gubitak, u drugom dobitak energije za kamen. Možemo dakle općeno sada reći:

„Obje vrste mehaničke energije imaju svojstvo, da se može jedna pretvarati u drugu bez ikakva gubitka i dobitka, kada se s tijelom zbiva promjena, kod koje ono niti izvršuje kakvu radnju na drugom tijelu, niti prima radnju od drugoga tijela“.

Ovo nam je novo otkriće o pretvaranju mehaničkih energija druga potvrda za vanrednu ekonomiju prirode sa svojim energijama: ona dopušta, da se jedna vrsta energije u istom tijelu pretvara u drugu i obrnuto, ali ne dopušta, da se pri tom pretvaranju izgubi ni jedan trunak energije, niti dopušta, da se pri tom dobije koji trunak energije.

Gdjegod je nauka do sada mogla da prati točnim računanjem, poput našega u gornjim primjerima, ovakva pretvaranja mehaničkih energija mrtvih masa, svagdje se je bez ijednoga izuzetka potvrdio ovaj zanimljivi princip u kućanstvu prirode: ni kod jedne se pretvorbe ne gubi ništa energije, ali se ni ne dobiva! Kada bi društvo čovječje znalo i htjelo svoje materijalno gospodarstvo urediti na ovom načelu mrtve prirode, jamačno bi i u njem nastala lijepa harmonija kao i u svemiru. No uređenje socijalnih odnosa ljudskoga društva kao da i u najkulturnijih naroda danas još vode načela nelijspe sebičnosti!

VIII.

Zakon o održanju energije. Osnovni zakon prirodne nauke.

Naša nas razmatranja o silama i njihovoj radnji dovedoše taman na prag najvećoj tekovini prirodne nauke u prošlom 19. stoljeću: otkriću osnovnoga zakona o „održanju energije“. Tri su muža, koji su najviše tomu doprinijeli, da si je taj zakon brzo prokrčio put: Nijemac Robert Mayer (1842.), Danac Colding (1843. i 1847.) i navlastito Englez Joule (1842.—1850.). Ne možemo ovaj čas poći njihovim putem, nego ćemo naše umovanje opet nadovezati na kamen, o kojem govorasmo malo prije. Vrijedno je i vrlo poučno, da iz bližega slijedimo od sekunde do sekunde padanje kamena s namjerom, da saznamo nešto pobliže o toj zaista čudnoj pretvorbi energije.

U momentu, kada kamen počne padati (0^s), ima samo potencijalnu energiju = **1200·5 džaula**. Kinetičke nema ništa, jer još nema nikakve brzine. Uočimo kamen nakon 1^s padanja. Po poznatim je zakonima padanja (str. 138.) pao u toj sekundi $\frac{980}{2} = 490$ centimetara. Na koncu prve sekunde on nije više u visini od 12.250 cm, nego samo u visini: $12.250 - 490 = 11.760$ centimetara. Njegova je potencijalna energija sada manja, naime $980.000 \times 11.760 \text{ erga} = 11.524.800.000 \text{ erga} = \mathbf{1152'48}$ džaula. Nestalo mu je dakle 48'02 džaula energije, a on ipak nije izvršivao nikakve radnje. Kud se djela ta energija?

Kamen je padajući slobodno 1^s stekao brzinu $gt = 980 \times 1 = 980 \text{ cm}$. On ima sada dakle već pored potencijalne energije od 1152'48 džaula i nešto kinetičke energije. Ta je $= \frac{1}{2} \times 1000 \times 980^2 \text{ erga} = 48'02$ džaula. Dakle baš toliko ima kinetičke energije, koliko je nestalo potencijalne. Nakon 1 sekunde padanja ima dakle naš kamen: 1. potencijalne energije 1152'48 džaula i 2. kinetičke energije 48'02 džaula. Suma obiju daje $1152'48 + 48'02 = \mathbf{1200'5}$ džaula, t. j. baš onu energiju, koju je imao na početku padanja u obliku potencijalne energije. Ako maran čitalac ovo jednostavno umovanje izvede još za konac 2., 3., 4. i 5. sekunde padanja (u tom je času opet na tlu), izlazi ova zanimljiva tablica:

Vri- jeme	$E_p =$ Potencijalna energija	$E_k =$ Kinetička energija	$E_p + E_k =$ Suma obiju energija	Zakon:
0s	1200·50 džaula	—	1200·5 džaula	Suma obiju
1s	1152·48 „	48·02 džaula	1200·5 „	energija
2s	1008·42 „	192·08 „	1200·5 „	ostaje kon-
3s	768·32 „	432·18 „	1200·5 „	stantna
4s	432·10 „	768·32 „	1200·5 „	(= 1200·5
5s	—	1200·50 „	1200·5 „	džaula).

Izvedimo iz ove tablice logički zaključak!

S našim se kamenom zbivala 5 sekundi promjena (promjena mjesta u prostoru), no pri toj promjeni on nije izvršivao nikakve radnje, a nije ni otkuda ni primao radnje (nikakvo drugo tijelo nije na njem izvršivalo radnje).

U svakom stadiju ovakve promjene vidimo evo, da suma obiju vrsta energije ostaje u tijelu nepromijenjena. Što se mijenjati može i što se zaista tečajem te promjene mijenja, to je oblik energije: potencijalna se premeće u kinetičku i obrnuto, ali to se pretvaranje u svakom momentu promjene tijela zbiva tako, da cjelokupna energija tijela ostaje jednaka. Cjelokupna je dakle mehanička energija tijela nešto, što uz sve promjene mjesta njegova u prostoru (uz sva gibanja njegova) ostaje po svojoj množini netaknuto, stalno ili konstantno — uz jedan dakako uvjet, da tijelo pri toj promjeni nije na kojem drugom tijelu izvršivalo radnje, i da nije ni otkuda u se primalo radnje.

No kako u ovom posebnom primjeru, tako se do dana današnjega kod sviju nebrojenih gibanja mrtve tvari, koje je nauka mogla da izučava, ova velika istina potvrdila — bez ijednoga izuzetka, pa na toj osnovi možemo tu istinu proglasiti općenim zakonom mehanike:

„U svakom prirodnom tijelu ostaje suma njegove potencijalne i kinetičke energije kod svih njegovih promjena konstantna, ako to tijelo niti izvršuje niti prima radnju izvana“.

Kraće :

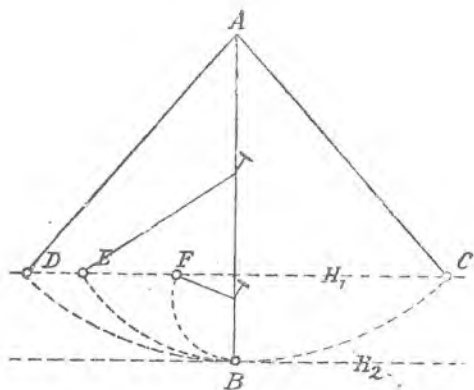
„Potencijalna energija + kinetička energija = konstantnomu broju“.

U matematičkom bismo najkraćem govoru napisali i rekli:

$$E_p + E_k = \text{const.}$$

I to je glasoviti osnovni zakon prirodne nauke, komu dadoše ime: „**zakon održanja energije**“ — ovdje izveden za obje vrste mehaničke energije.

Ima jedan nada sve lijepi i jednostavni aparat, na kojem svatko može i sam motriti ovo neprestano pretvaranje jedne



Sl. 198. Pretvaranje jedne energije u drugu kod gibanja njihala.

mehaničke energije u drugu i pri tom zakon održanja energije, pak treba da ga ovdje iznesemo pred čitatelje, to više, što ga dobro poznaju te ga mogu veoma lako i sami načiniti. Taj je aparat nama dobro poznato jednostavno njihalo — teška kuglica obješena u točki A (sl. 198.), aparat kojemu smo veoma

važno i zanimljivo gibanje potanko proučili (str. 219. do 226.) Kuglica njihala B ne može nikako da se spusti pod horizontalnu ravninu H_2 poradi čvrstoće konca i čvrstoga objesašta A. No silom mišića mi ju lako možemo dići do horizontalne ravnine H_1 u točku C. Sila je mišića na kuglici izvršila određenu radnju, i ta je sada u kuglici C pribrana kao njezina potencijalna energija. Ako je n. pr. kuglica teška 98.000 dina (= 100 gr*), a daljina obiju horizontalnih ravnina H_2 i $H_1 = 10$ cm, digli smo kuglicu 10 cm visoko, a njezina je potencijalna energija $= 98.000 \times 10 = 980.000$ erga = 0.098 džaula. Ispustimo ju! Ona pada niz kosinu CB i stigne u B s istom brzinom, kao da

e slobodno padala s ravnine H_1 do ravnine H_2 , dakle s brzinom (str. 179.) $v = \sqrt{2gs} = \sqrt{980 \times 2 \times 10} = \sqrt{19.600} = 140 \text{ cm}$. U točki B nestalo je njezine potencijalne energije, ali ona ima sada kinetičku energiju $= \frac{1}{2} \times 100 \times 19.600 \text{ erga} = 0.098$ džaula, dakle baš jednaku kao prije. S tom kinetičkom energijom diže sada svoju težinu na drugoj strani po krivoj kosini DB u vis, i digne se u točki D točno opet do ravnine H , u kojoj nema ništa kinetičke energije, ali zato opet potencijalnu energiju $= 0.098$ džaula, jer se je digla do iste visine. I tako vidimo, dokle god traje njihanje kuglice E , kako nam se pred očima neprekidno pretvara potencijalna energija njezina u kinetičku i obrnuto, a da pri tom energija kuglice ostaje nepromijenjena $= 0.098$ džaula.

Na tom se pravilnom pretvaranju uz održanje energije ništa ne mijenja, ako kuglicu prisilimo, da se kojim drugim putem popne s ravnine H_2 do ravnine H_1 , a to možemo ovdje veoma lako postići, ako ispod A negdje zabijemo čavao, te sada može samo jedan dio konca od B dalje njihati. Kuglica se sada na lijevoj strani uspinje putem BE ili BF . No pokus pokazuje, da se ona ipak svagda popne točno do ravnine H_1 , t. j. ona svagda dodje do iste svoje potencijalne energije od 0.098 džaula.

Na oči naše gledamo kod njihanja kuglice, kako se jedna energija pomalo pretvara u drugu i obrnuto, a da suma obiju ostaje svagda $= 0.098$ džaula. Nešto slično zna raditi i ptica, kada se u uzduhu najprije pušta padati niz kosinu. Tim dodje do određene brzine i kinetičke energije, koja joj dopušta, da se po drugoj kosini diže, a da ne treba izvršivati radnje. Poradi osobite gradnje tijela i zgodnog namještanja krila i repa ona se skliže u uzduhu kao po čvrstoj kosini.

Lijep je i jednostavan primjer za pretvaranje jedne energije u drugu i titranje napetih žica i struna. Sila mišića, izvršujući određen broj erga radnje, dovede žicu u osobit (trbušast) položaj. Ta je sva radnja sada u žici kao potencijalna energija (napetosti). Ispustimo li žicu, ona se ubrżeno giba do predjašnjega svoга položaja i pri tom je nestalo potencijalne energije, ali se je javilo isto toliko kinetičke, pa žica poradi toga niže na drugu stranu jednako daleko i t. d.

Ni kod strojeva (str. 346.) nema na radnji nikakva do-

bitka, makar da malom silom svladavamo velik teret. „Zlatno pravilo“ mehanike (str. 352.) za nas sada nije drugo nego potvrda tomu, da je na svakom stroju, kada sila drži teretu ravnotežu, radnja sile točno jednaka radnji tereta. Nema stroja, na kojem bi sila, koja radi, manje radnje izvršila, nego što je teret troši. Svatko će se lako i sam o tom uvjeriti na polugi i kosini, tim glavnim jednostavnim strojevima. Uzesmo ovdje, da sila na stroju svladava tek „teret“. No takav je stroj idealan. U praksi sila mora da svladava pored tereta još i različne otpore, koji na svakom praktičnom stroju u obilnoj mjeri djeluju, pak je kod tih strojeva zapravo radnja sile jednaka zbroju od radnje tereta i radnjâ svih otpora (navlastito otpora trenja), koji djeluju na drugoj strani stroja.

Najveličanstveniji primjer za pretvaranje jedne vrsti mehaničke energije u drugu, i za zakon održanja energije u čitavoj prirodi jesu — nebeska gibanja u obitelji našega Sunca: zakon održanja energije ne vrijedi samo za mrtve tvari na Zemlji, nego i za mrtve tvari nebeskih tjelesa. Njim ćemo da završimo naša razmatranja o tom osnovnom zakonu. Mjesto svih uzmimo našu Zemlju u odnošaju spram Sunca. Od Keplera već znamo, da joj je staza elipsa (veoma nalik na kružnicu), a u jednom je žarištu Sunce, koje na Zemlju djeluje gravitacijom. Već smo spomenuli (str. 432.), da Zemlja poradi toga ima spram Sunca određenu množinu potencijalne energije, koja je u afelu (2. jula) najveća, a u perihelu (1. januara) najmanja.

Od 2. jula svake godine pa sve do 1. januara slijedeće godine nestaje određenoga dijela Zemljine potencijalne energije. No čitavo se to vrijeme Zemlja faktično približava Suncu, ona k njemu pada. Posljedica je, da brzina Zemlje takodjer u to vrijeme raste. Zemlja, koja se neprekidno giba oko Sunca, ima dakle u svakom času i određenu kinetičku energiju, koja je to veća, što je veća brzina njezine revolucije oko Sunca. Kako ta brzina od 2. jula do 1. januara neprekidno raste (od „afela“ do „perihela“, sl. 97. na str. 209.), raste joj u tom vremenu i kinetička energija, pak je u perihelu najveća, u afelu najmanja, dok je s potencijalnom energijom baš obrnuto. Od 1. januara do 2. jula svake godine daljina Zemlje od Sunca raste, a tim joj se uvećava

potencijalna energija; no ujedno se brzina Zemlje umanjuje, a tim i njezina kinetička energija. Ta je 2. jula najmanja, dok je potencijalna energija toga dana najveća. Kinetička se energija dakle od 1. januara do 2. jula pretvara djelomice u potencijalnu, a od 2. jula pa do 1. januara opet se ta potencijalna energija natrag pretvara u isto toliko kinetičke. Suma obiju ostaje nepromijenjena, kao u kamena koji pada. To se zbiva od godine u godinu uvijek posve jednako: zakon održanja energije vrijedi i u svemiru.

Što vrijedi za Zemlju, vrijedi i za svaki drugi planet u obitelji našega Sunca: svaki ima i svoju potencijalnu i svoju kinetičku energiju, koje se međusobno sveudilj pretvaraju jedna u drugu, no suma obiju ostaje jednaka. Kad bismo za svaki planet išli po poznatim zakonima odrediti najprije njegovu potencijalnu energiju, pak sve te zbrojili, dobili bismo određen broj džaula kao potencijalnu energiju čitave Sunčeve obitelji. No kako svaki planet svaгда ima i kinetičke energije, koju bismo opet po masi njegovoj i brzini znali odrediti u džaulima, mogli bismo i sve te kinetičke energije planetâ zbrojiti, pak bismo dobili i čitavu kinetičku energiju obitelji našega Sunca. Suma obiju nam daje cjelokupnu mehaničku energiju našega planetnoga sustava. Kod neprekidnih se gibanja planeta sveudilj promiseće jedna vrst energije u drugu bez ikakva gubitka i dobitka — uz jedan uvjet: da taj čitavi sustav ne izvršuje nikakvu radnju na kojem drugom sustavu tjelesa, i da ne prima iz okoline svoje u svemiru nikakve energije. Kako je obitelj našega Sunca u praznom prostoru, nemaju planeti svladavati nikakva otpora, taj sustav planeta dakle ne izvršuje nikakve radnje. Kako dalje znamo: u okolini naše obitelji Sunčeve nema na stotine tisuća nebeskih metara nikakvih znatnijih sličnih masa, koje bi mu mogle dati energije. Izbija dakle velebna spoznaja:

„Mehanička energija Sunčeve obitelji ostaje za sva vremena nepromijenjena. Jedna se pretvara u drugu po stalnom redu, koji se neprekidno periodički ponavlja, no suma obiju energija ostaje uvijek konstantna“.

Čitava je obitelj Sunca s toga stajališta našega magazin ili skladište određene množine energije, koja se nikada ni na koji način ne može ni za trunak da uveća niti umanjiti.

To bi se tek onda moglo dogoditi, kada bi na tu obitelj, uređenu u savršenoj mehaničkoj harmoniji, izvana nahrupile kakove goleme mase tvari, koje bi taj lijepi red i uređeno kućanstvo njezino pobrkale.

Ispitivanje, bi li se to moglo ikada dogoditi, ne ide amo. — U beskrajnom svemirskom prostoru ima u nepojmljivim za nas daljinama — to znamo pouzdano — obitelji sunaca uređenih poput naše. Koliko je nauka o nebu do sada mogla da segne do njih, dokazalo se, da i tamo vrijede Keplerovi zakoni, dakle i ondje ima mehaničke energije obiju vrsti, i ondje je suma obiju konstantna. Zakon je održanja mehaničke energije dakle općeni, svemirski zakon. Ne znamo broja tih svemirskih obitelji, no znamo, da mehanička energija svake, ma kako se gibali njezini članovi, iznosi *k o n s t a n t a n* broj džaula. Kad bismo dakle zbrojili mehaničke energije svih tih neprojenih obitelji, dobili bismo doduše golem, ali ipak konstantan broj džaula, t. j.:

„Mehanička je energija čitavoga svemira
k o n s t a n t n a“.

U svemiru je određen broj džaula radnje pribran, i ta se radnja nikada i nikojim načinom ne može niti za jedan erg uvećati, ali se od nje ni do vijeka ne može niti jedan erg uništiti. No može određen broj erga te radnje prelaziti s jednoga tijela na drugo, da uveća njegovu energiju, a može se i u istom tijelu jedna vrst energije pretvarati u drugu, ali sve se te promjene zbivaju tako, da suma obiju energija u čitavom svemiru ostaje na vijek nepromijenjena.

* * *

S novom velebnom spoznajom završujemo naša istraživanja o nebeskim i zemaljskim gibanjima i mehaničkim silama. Radnja izvršena makar kada na kojoj mrtvoj masi — ne propada nikada, ma gdje ta masa bila na Zemlji ili u svemirskom prostoru!

Pa ni onda, kada se s masom zbivaju promjene, ne gubi se ni trunak radnje. Kako je za kemiju počeo novi vijek, kada se je probila spoznaja, da kod svih t v a r n i h promjena tjelesa ostaje masa konstantna („princip konstantnosti mase“), tako je i fizici osvanuo nov vijek, kada se otkrilo, da kod svih promjena mrtve mase njezina ukupna energija ostaje konstantna („princip održanja energije“). Ta dva principa održanja mase i energije glavni su stupovi današnje prirodne nauke.

IX.

Radnja i toplina.

Ma kako nam se veleban pričinio vidik na prirodu, do kojega se čas prije popesmo, red je, da u tu lijepu harmoniju unesemo snažan akord d i s h a r m o n i j e, koji nam neumolno nameće r a z u m n a š, koji kopa i kopa, da svakoj stvari dodje — koliko uopće može — na dno.

„Je li princip održanja obiju vrsti mehaničke energije — potencijalne i kinetičke — u prirodi s v a g d a ispunjen ili se možda pokazuju gdje kada izuzeci, koji ga ruše u njegovoj općenitosti?“ To je pitanje, koje nam se nužno nameće.

Odaberimo konkretan primjer. Na tlu je masa (n. pr. kamen) od 12.000 gr. Neka ju sila digla 500 cm visoko nad tlo, svladavši na tom putu otpor njezine težine $p = 12 \text{ kg}^* = 12 \times 981.000$ dina = gotovo 12 megadina. Ta je masa utrošila radnju $R = 12 \times 981.000 \times 500 = 5.886.000.000$ erga = 588'6 džaula. Sva je ta radnja u kamenu pribrana u obliku potencijalne energije od isto toliko erga. Kod padanja natrag na tlo potencijalna se energija pomalo pretvara bez ikakva gubitka u kinetičku energiju, i mi znamo: u času, kada kamen udari o tlo, on doduše nema ništa više od one svoje potencijalne energije, ali zato ima taman isti broj erga kinetičke energije, jer je padajući do tla stekao određenu brzinu v , a prema tomu i spomenutu kinetičku energiju.

No sada se nešto dogodi s kamenom, što nam zadaje misliti. Uzmimo, da je kamen pao na posve neelastično tlo. Kamen ostaje mirno ležati na tlu, i sve njegove velike kinetičke energije nestalo je u tren oka! Kud se to djela radnja od toliko milijuna erga? Ta kamen nema sada ni truna one poten-

cijalne, ali ni kinetičke energije. Nije li se u ovom primjeru u tren oka uništio toliko milijuna erga radnje? Princip održanja energije kao da ne vrijedi u tom primjeru: čitave mehaničke energije kamena kao da je posve nestalo!

Pa ipak je nije nestalo! Istina je: gibanje je kamena u tren oka prestalo, a s njim je nestalo i sve kinetičke energije njegove. No već nam svakidašnje iskustvo kazuje, da se i na tlu ondje, gdje je kamen udario, i na kamenu pokazuje nešto novo: 1. čuje se neki zvuk od udarca, a zvuk je titranje uzdušnih drobnica, dakle kinetička energija; i 2. kamen i tlo se ugriju, javlja se dakle nešto posve novo: **toplina**.

Svaki radnik zna dobro to iskustvo i s drugih strana. Pileći dasku, mišići izvršuju prilično radnje. Ako je pila tupa, a daska tvrda, treba puno radnje, da se pila giba, i ona se tako jako ugrije, da je se ne možeš ni taknuti. Kod turpijanja čelika znatno se ugrije i turpija i čelik. Olovo, kad ga kuješ, i te kako se ugrije. Kod velikih tokarica za kovine piljotina se toliko ugrije, da padajući u vodu sve pišti od vrućine.

Sve su to primjeri, kako se kod nestajanja kinetičke energije javlja nešto posve novo: toplina.

Valja dakle priznati: ima dosta primjera tomu, da mehaničke energije posve nestaje, ali zato još uvijek, ako smo oprezni u našem zaključivanju, ne smijemo reći, da se je uništila, t. j. u ništa pretvorila, nego treba priznati, da se javlja u tjelesima koješta novo, u prvom redu toplina.

Još prije pò stoljeća stručnjaci su tu pojavu gledali kao dvostruko čudo: kud je u jednu ruku posve nestalo mehaničke energije t. j. radnje, tud je postalo nešto, što je po njihovu mišljenju bila nekakva tvar, naime toplina. Radnje nestaje, a tvar postaje — prava čudesa. Pravo veli Auerbach*, da su tada stručnjaci bili u prilici malena dječaka, koji je jučer vidio u čaši zaličenu gusjenicu, a danas osupnut dolazi ocu pa mu pripovijeda: „Pomisli, dva čuda najednom: jučerašnje je gusjenice nestalo, a povrh toga je u čaši — leptir!“ Otac će

* F. Auerbach, Die Grundbegriffe der modernen Naturlehre. 3. Auflage. Leipzig, 1910., str. 132.

mu sa smiješkom odvratiti, da tu nema nikakva čuda; ličinka se pretvorila u leptira.

I u našem se primjeru o nestajanju energije (radnje) i postanju topline čitaocu gotovo sama nadaje misao: ono, što mi označujemo riječju „toplina“, po svoj prilici nije nikakva tvar, kako su dugo vremena ljudi mislili, nego će to biti nova treća vrst energije, pak u našem primjeru niti je nestalo energije niti je postala kakva tvar, nego se je naprosto mehanička energija kamena **pretvorila** u novu vrst energije — mogli bismo joj dati ime „toplinska“ ili „kalorična“* energija. No u ono je doba mišljenje, da je toplina nekakva tvar, bilo još tako duboko uvriježeno, da nije bilo lako uhvatiti čas prije rečenu misao.

Ta misao međutim sobom nosi još i drugu, obrnutu misao: Ako se mehanička energija mase, koja na koncu konca nije drugo nego određena množina „radnje“, pribrane u toj masi, može pretvarati u toplinu, očekujemo i obrnuto, da će se i toplina dati pretvarati u mehaničku energiju mase, dakle u radnju, t. j. s pomoću topline dat će se izvršivati različne mehaničke radnje.

Kada su ove nove misli nicale, već je u svim kulturnim krajevima Zemlje radio veliki broj Wattovih parnih strojeva, u kojima je druga misao bila praktički izvedena: ta parni stroj zaista s pomoću topline izvršuje mehaničku radnju. A znalo se već tada i to, da velike mehaničke energije vodâ tekućicâ i vjetrova u našoj atmosferi imaju svoj izvor u — toplini Sunca. Znalo se i obrnuto, da se i uzduh ugrije, ako se mehaničkom radnjom stlači, i da se on ohladi, kada, rastajući se, svladava kakav otpor, t. j. kada izvršuje radnju. Sve te pojave nukahu, da se nauka okani mišljenja o stvarnoj naravi topline, pak da svu pažnju obrati pitanju o odnošaju između topline i mehaničke energije ili radnje. I zaista se našlo ljudi, koji su o tom umovali. Među prvima bijaše mladi francuski tehnički časnik Sadi Carnot (1776.—1832.) (sl. 199.), koji je g. 1824. izdao raspravu „o gibanju sili vatre“ ispitu-

* calor (lat.) = toplina.

jući u njoj, uz koje se uvjete može s pomoću topline dobivati mehanička radnja. Dvije je osnovne stvari opazio Carnot:

1. Kada toplina izvršuje radnju, prelazi ona svagda od toplijega tijela (parni kotao) na hladnije („kondenzator“ ili „refrigerator“).

Želimo li dakle, da nam toplina izvršuje radnju, treba da načinimo i trajno uzdržimo razliku temperature, kako



Sl. 199. Sadi Carnot (1776.—1832.)

bi bilo moguće ono prelaženje topline. Carnot ispredjuje to s radnjom vode. I masa vode izvršuje samo onda radnju, kada pada s više razine na nižu. Dok postoji razlika u visini, dotle voda može da izvršuje radnju.

2. Koliko se radnje pri tom „padanju“ topline dobije, nije zavisno od tvari, preko koje toplina dolazi s više temperature na nižu. — U parnim je strojevima ta tvar vruća vodena para, koja grijanjem znatno jače uvećava obujam nego li čvrsta tjelesa i tekućine, no može biti i koja druga tvar.

Kako bismo odnošaj između potrošene množine topline i dobivene mehaničke radnje otkrili, treba prije svega znati, kako se mjere „množine topline“, koje se u tjelesa uvode, kada se ugriju, i iz njih uzimlju, kada se ohladjuju. Ako se n. pr. masa od 1000 gr vode (= 1 litar) ugrije za 1° , uzimamo, da treba u nju iz kojega jakoga „izvora topline“ (vatre) uvesti određenu „množinu topline“. U dvostruku masu vode treba uvesti dvostruku množinu topline, da joj se temperatura digne za 1° C. Kako bismo te množine mogli mjeriti, treba očitovati neku množinu topline odabrati za jedinicu. Odbraše tom jedinicom za mjerenje svih množina topline onu množinu topline, što ju treba masa od 1 grama vode, da se

ugrije za 1°C (Celsijev), i dade joj ime: „1 kalorija“ (1 kal), gdje kada i „1 gram-kalorija“ ili „1 mala kalorija“ za razliku od 1000 puta tolike množine topline, što ju treba masa od 1000 gr vode, da se ugrije za 1°C , kojoj se gdje kada daje ime „1 velika kalorija“ (1 Kal). — Jasno je sada, kako se može odrediti za svaku masu vode, koliku množinu topline treba u nju uvesti, da joj se temperatura digne za makar koji broj stupanja:

Množina topline (Q) = masa vode (m) $\times$ povišenje temperature (t).

U kratkom matematičkom govoru:

$$Q = m \times t \text{ kalorija.}$$

No dok 1 gram vode treba 1 kaloriju topline, da mu se temperatura digne za 1°C , pokazase pokusi, da 1 gram drugih tvari treba za to posve drukčije množine topline; n. pr. 1 gr željeza treba jedva 0.11 kalorija, 1 gr zlata 0.03 kalorija, 1 gr olova takodjer 0.03 kalorija i t. d. U jednu riječ: kao što svaka tvar ima svoju osobitu „specifičnu težinu“, tako i svakoj tvari pripada i njezina „specifična toplina“ (c), a tim imenom označujemo ukratko onu množinu topline (u kalorijama), što ju treba masa od 1 grama te tvari, da se ugrije za 1°C . Znam li te „specifične topline“ (c) različitih tvari, mogu lako odrediti i množinu topline, što ju treba makar koja masa, da joj se temperatura digne za makar kolik broj stupanja. Da se n. pr. ugrije 1000 gr željeza od 10°C do 35°C , treba u nj uvesti množinu topline (Q) = $1000 \times 0.11 \times (35^{\circ} - 10^{\circ})$ kalorija = 2750 kalorija. Općeno:

$$Q = m \times c \times t \text{ kalorija.}$$

Ako je gore spomenuto novo mišljenje o toplini osnovano, da je i toplina nova, treća vrst. energije, da su dakle potencijalna energija mase, kinetička energija mase i toplina mase tek tri različna oblika „energije“, očekujemo unaprijed, da će se sva gđda kod nestajanja 1 kalorije topline javljati isti broj erga mehaničke radnje i obrnuto: kod nestajanja 1 erga radnje isti broj kalorija topline. Je li ta naša slutnja osnovana i ako je osnovana, koliko erga radnje vrijedi 1 kalorija topline i obrnuto, na to mora da nam odgovara priroda sama.

Mi ju tek moramo znati razborito upitati, i ona će nam odgovoriti. Prvi čovjek, koji ju je znao upitati, bio je — za čudo — ne stručnjak fizičar, ne jedan od prvaka te nauke, koji krče nove putove nauci, nego skroman praktični liječnik u Heilbronn — Nijemac Robert Mayer (sl. 200.) (1814.—1878.). U prvoj radnji svojoj o tom pitanju iz g. 1842. u analima kemije i far-



Sl. 200. Robert Mayer (1814.—1878.).

macije pokazuje, kako se taj odnošaj izmedju topline i mehaničke energije (radnje) može naći i brojem izraziti.

Mayerov je upit na prirodu suviše zanimljiv, a da ga se i ovdje ne bismo taknuli. On je znao za ovu pojavu:

Ako se u cilindričkoj posudi čepom odijeli od izvanje atmosfere određena masa u z d u h a, pak se ta masa uzduha u cilindru ugrije za 1° C, nastoji uzduh, da uveća svoj obujam za $1/273$. Ako je čep bio p o m i č a n, uzduh se zaista rasteže i

čep se digno prema tomu rastezanju uzduha. No na čepu je tlak izvanje atmosfere ($= 1033 \text{ gr}^*$ na svaki kvadratni cm čepa, str. 374.), i uzduh u cilindru izvršuje prema tomu, rastežući se, određenu radnju, budući da on taj tlak svladava na nekom putu. Izvor toj radnji je grijanje uzduha u cilindru za 1°C . Pokusima je određeno, da je svaki gram uzduha u tom slučaju



Sl. 201. *James Prescott Joule (1818.—1889.).*

trebao od prilike $c = 0.24$ kalorije topline, da se ugrije za 1°C . No kada je čep bio nepomičan, uzduh se kod grijanja za 1°C nije mogao rastezati, nije dakle mogao ni izvršivati nikakve radnje, pa doista se pokusima već tada utvrdilo bilo, da 1 gram uzduha u ovom slučaju treba nešto manju množinu topline, da se ugrije za 1°C . Pokusi dadoše od prilike broj $c = 0.17$ kalorija po gramu, t. j. 0.07 kalorije manje. Mayer je sada ispravno zaključio: taj suvišak topline od 0.07

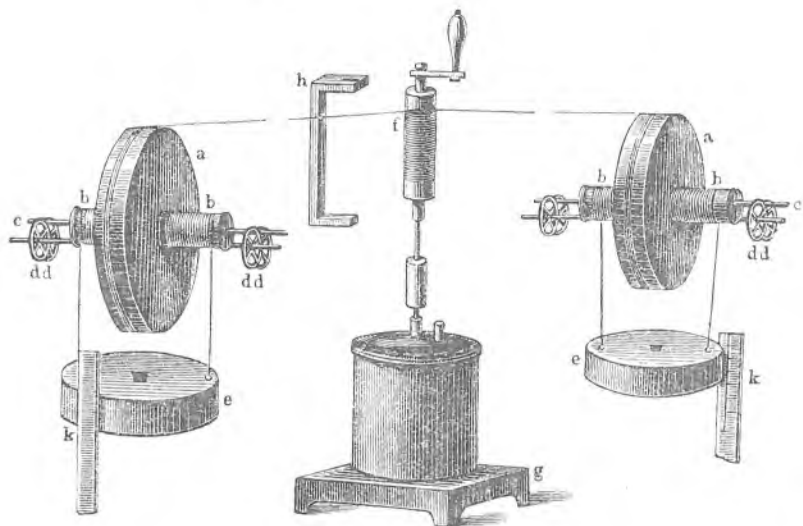
kalorije po gramu u prvom slučaju potrošen je na mehaničku radnju dizanja čepa. Izračuna li se ta radnja, izlazi, da je:

1 gram-kalorija = 42 milijuna erga.*

Broju 42 milijuna erga dadoše ime „**mehanički ekvivalent topline**“, bolje: „**mehanički ekvivalent kalorije**“.

Iz gornje jednadžbe izlazi sada i obrnuto:

$$1 \text{ erg} = \frac{1}{42 \text{ milijuna}} \text{ kalorije,}$$



Sl. 202. Jouleovo mjerenje mehaničkoga ekvivalenta topline.

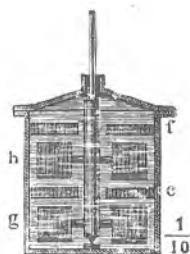
pak taj broj ima ime „kalorički ekvivalent radnje“, bolje „kalorički ekvivalent erga“.

Nakon ovoga prvoga upita na prirodu o odnošaju između topline i radnje nastalo je veliko istraživanje pitanja: pretvara li se svagda i u svim prilikama toplina u radnju i obrnuto radnja u toplinu prema ovom omjeru?

Najveće zasluge u tom pitanju stekao si je svakako Englez James Prescott Joule (izgovori „Džaul“) (sl. 201.). Rodio se g. 1818. iz obitelji pivara. Do 15. godine učio je privatno u kući,

* Mayer je dobio manji broj, jer tada još ne bijahu dosta točno poznate specifične topline c uzduha u prvom i drugom slučaju.

a otac mu poradi njegova velikoga zanimanja za fiziku i kemiju čak uredio laboratorij. Pored drugih istraživanja najvažniji su mu mnogobrojni i genijalno smišljeni i izvedeni pokusi o našem pitanju, koji su punih 8 godina trajali (1842.—1850.). Tek jedan od njih, ponajvažniji, prikazat ćemo našim čitaocima (sl. 202.). Na podlogi je g limena posuda („kalorimetar“ = mjerilac topline), kojoj unutrašnje uređenje pokazuje slika 203. Na vertikalnoj je osovini lopatnjak (kolo na lopate) sa 8 lopata kod b i isto toliko kod g. Gornja se hrpa lopata giba izmedju horizontalnih kovnih ploča f i c, a donja hrpa izmedju c i dna posude. Slika 202. pokazuje, kako se s pomoću vretena f i padajućih utega e može vertikalna osovina kalorimetra zavrtjeti. U kalorimetru je živa, pa se lopate kod vrtnje taru o živu i tim postaje toplina. Utege se naime najprije dignu do vrha skale, vreteno se otvori (s pomoću kvake h), utege padaju, lopate se vrte i u kalorimetru se trenjem razvija toplina. Kada se ta operacija ponovi 20 puta, izmjeri se povišenje temperature žive, a kako je poznata i masa žive, izlazi jednostavnim računom (str. 461.) i množina topline u kalorijama, što ih je živa primila. Da ta toplina postane, upotrijebila se radnja padajućih utega, a i ta se dala odrediti težinom obiju utega i visinom njihova padanja. Mnogo puta ponovljeni pokusi dadoše Jouleu rezultat, da je „mehanički ekvivalent“ 1 velike kalorije (1 Kal) radnja od 424 metarkilograma.



Sl. 203. Jouleov kalorimetar.

Danas se uzima nakon mnogih kasnije izvedenih pokusa:

1 velika kalorija (1 Kal) = 427 metarkilograma.

Ova tekovina pomnijivih mjerenja dala je prirodnoj nauci jednu od najvažnijih konstanta prirode. Gdjegod i kadagod se toplina pretvara u mehaničku energiju (radnju), to se svagda zbiva po broju:

1 mala kalorija = 42 milijuna erga (u apsolutnoj mjeri) ili
1 velika kalorija = 427 metarkilograma (u praktičnoj mjeri).

• Obrnuto: gdje na oko nestaje jedne ili druge mehaničke energije, pak se javlja t o p l i n a, to se zbiva svagda po broju

$$1 \text{ erg} = \frac{1}{42 \text{ milijuna}} \text{ erga (u apsolutnoj mjeri) ili}$$

$$1 \text{ metarkilogram} = \frac{1}{127} \text{ velike kolorije.}$$

Ovaj najveći obret fizikalne nauke u 19. stoljeću daleko seže svojom važnošću. Pojave g i b a n j a mrtvih masa i pojave t o p l i n e u njima bijahu dvije posve različne hrpe prirodnih pojava. Gornji brojevi načiniše most od jedne hrpe k drugoj: obje hrpe pojava dodjoše po njima u najtjesniju svezu. No još više: princip održanja mehaničke energije, za koji nam se u početku ovoga članka činilo, da nije svagda ispunjen, u novoj nam je svjetlosti zasjao. Disharmonija se pretvorila u harmoniju višega reda. Taj princip ne vrijedi evo samo za pretvaranje jedne vrsti mehaničke energije u drugu, nego se raširuje i na pojave topline, pak vrijedi u punom svom opsegu i za svako pretvaranje mehaničke energije u toplinu ili topline u mehaničku energiju. Nikada se kod tih pretvorbi niti izgubi niti dobije ma i jedan erg radnje. Toplina se duševnomu oku našem očituje u novom obliku: mi već slutimo, da je ono, što označujemo tom riječju, nova treća vrst „energije“. Stvar je nauka o toplini, da toj slutnji podje dalje tragom, pak da nam reče, što je zapravo ta „toplina“, kakav je to novi „oblik energije“?

Nije ovdje mjesto, da vodimo čitaoce dalje tim tragom.

Tek bismo im natuknuli, kako je nauka u posljednjih 70 godina i s te strane silno napredovala. Obret, da je toplina u stalnom i jednostavnom odnošaju spram mehaničke radnje, rođio je daljnje smjelo umovanje, da bi možda i druge, na oko posve različne hrpe prirodnih pojava, znale biti u sličnim odnošajima spram mehaničke radnje. Ta mi znamo n. pr., da su pojave topline i svjetlosti u tijesnoj svezi, a obje te hrpe opet s kemijskim pojavama. Mi znamo dalje, da su i električne pojave u svezi s toplinom, jer elektriciteta izvodi često toplinu i obrnuto: iz topline postaje elektriciteta. Magnetičke pak pojave u najtješnoj su svezi s električnima, pak se i tu jedne pretvaraju često u druge. Niče dakle

smjela misao: nisu li možda i te druge hrpe prirodnih pojava: pojave svjetlosti, kemijske pojave, električne i magnetske pojave takodjer u kakovom stalnom odnošaju spram mehaničke energije, kao što je to nedvojbeno za toplinske pojave? Fizičari podjoše posljednjih decenija tim tragom. Rezultat njihova pomnjiva istraživanja do danas je nada sve sjajan:

„Sve hrpe prirodnih pojava u stalnim su i jednostavnim odnošajima spram mehaničke radnje“.

Osnovano je dakle mišljenje, da su sve hrpe prirodnih pojava tek različni oblici energije, koji se jedan u drugi mogu pretvarati, ali kod tih svih pretvorbi prirodu vodi kao zvezda prethodnica veliki „princip održanja energije“, koji nam kaže, da se kod svih tih pretvorbi nikada ne gubi ni trunak energije, tek energija prima novi oblik. Što su prema tomu „prirodne pojave“? Ništa drugo nego „pretvorbe energije“ po principu „održanja energije“!

U tom je zakonu nauka o prirodi otkrila osnovni princip, po kojem kao da je uređjeno čitavo kućanstvo prirode. U čitavom je svemiru određena i stalna množina energije. Sve pojave u prirodi tek su prelaženja malih dijelaka te energije s jednoga tijela na drugo, pretvorbe jednoga oblika energije u drugi, a sve uz osnovni zakon:

„Energija svemira ostaje konstantna“.

S tim pogledom na velebno jedinstvo **svih** prirodnih sila u realnom svijetu možemo zadovoljno završiti naša razmatranja o gibanjima i silama.

* * *

Teško da će itko ove retke dočitati, a da nema osjećanja o veličanstvenoj i jedinstvenoj, a ipak veoma jednostavnoj uredbi prirode. Ako ju je već do sada išto volio, s ovoga znatno raširenoga horizonta njegova duševnoga oka ljubav će i zanimanje za prirodu za stalno porasti, a to je i bila glavna svrha ovoj knjizi. U što šire krugove hrvatskoga naroda segne to pravo znanje o prirodi i ljubav za nauku o njoj, to će bolje plodove narod ubirati u duševnom i gospodarskom životu.

Sic itur ad astra!

ALFABETSKI REGISTAR.

(Broj znači stranicu.)

- Aeroplan** 130.
Afel 212.
Akceleracija 135.
Akceleracija padanja 137.
Akcija 332.
Aktuelna energija 438.
Amplituda njihaja 222.
Amplituda titraja 240.
Antipodi 59. 60.
Aperiodično gibanje 255.
Aplikata 34.
Apscisa 29.
Apsolutni koordinatni sustav 41.
Apsolutni prostor 41.
Apsolutno vrijeme 43.
Apsorpcija 300.
Arhimed 349.
Arhimedov princip 367.
Atrakcija 414.
Atwoodov stroj 139.
Azimut 65.

Barometar 374.
Baroskop 379.
Bliske sile 317.
Bohnenbergerov zvuk 395.
Boyleov (Mariottov) zakon 384.
Brzina gibanja 123.
Brzina rasprostiranja 263. 288.
Brzine (različne) 125.

Brzina zvuka u uzduhu 287.

Carnot, Sadi 459.
Centralna komponenta 182—184.
Centralno gibanje 185.
Centralno ubrženje 188.
Centrifugalna sila 390.
Centrifugalni aparat 392.
Chladni 281.
Cikloida 121.
Cilindričan val 287.
Cirkumpolarne zvijezde 68.

Čvornice 281.
Čvorovi Mjesečeve staze 92.
Čvor vala 277.
Čvrsta tjelesa 355.

Daljina horizonta 2.
Daljine planetâ od Sunca 217.
Danice 100.
Deklinacija 32.
Descartes 168.
Diagram gibanja 147.
Diagram radnje 421.
Diagrami titranja 244.
Din 323.
Direktno gibanje planeta 98.

Durbin, paralaktično namješten 50.
Dužina, geografska 32.
Dužina vala 266.
Džaul 421.

Efekt slapa vode 435.
Efemeride 67.
Efekt sile 427.
Ekliptika 86.
Eksaktna prirodna nauka 9.
Ekspanzija uzdušninâ 382.
Ekvatorska zvijezda 54.
Elasticiteta oblika 355.
Elasticiteta obujma 355.
Elastičnost tjelesa 262.
Elipsa 209—211.
Elipsoid 388.
Energija 424. 426.
Energija napetosti 431.
Energija položaja 431.
Erg 419.
Eter, svemirski 259.
Eudoksove homocentrične sfere 94.

Faza titranja 241.
Fenomen 7.
Fizika 9.
Fizikalne prirodne pojave 12.
Fronta vala 266.
Foucaultov pokus 398—400.

Galileo Galilei

227—229.

Geocentrički sustav 40.

Gibanje 26.

Gibanje projektila
162—172.Gibanje, relativno 39.
40.Glavne točke horizonta
64.

Gnomon 54. 89.

Gram-masa 322.

Gram-težina 325.

Gravitacija Zemlje 406.

Gravitacija Sunca 414.
Gustoća 368.Harmonično gibanje
248.

Hektovat 427.

Hektovat-sat 428.

Heliocentrički sustav
41.

Hidraulijski tijesak 358.

Hidrostatska vaga 367.

Hidrostatski paradok-
son 361.

Horror vacui 372.

Horizont 2.

Huygens, Kristijan 229.*Huygensov* princip
298.

Idealna uzdužina 384.

Impulz 310.

Indiferentna ravnoteža
345.

Inercija 310.

Interferencija valova
283.

Jačina zračenja 300.

Jedinica dužine 35.

Jedinica sile 318.

Jednadžba vremena
107.

Jednoliko gibanje 122.

Jednoliko gibanje po
kružnici 175—176.
180—187.Jednoliko ubrženo gi-
banje 143.Jednoliko usporeno gi-
banje 145. 165.Jednostavni strojevi
354.

Jesenska točka 87.

Joule, James Prescott
464—465.

Kalorična energija 459.

Kalorija 461.

Karte ekvatorijalnoga
pojasa 78.*Kepler, Ivan* 207.*Keplerovi* zakoni
208—214.

Kiloerg 421.

Kilogram-težina 325.

Kilovat 427.

Kilovat-sat 428.

Kinetička energija 438.
440. 446.

Klin 354.

Kohezija 338.

Kolo na vretenu 351.

Kolotura 351.

Komponente 173.

Komponentna gibanja
173.Kompresibilnost uzduž-
ninā 382.

Konjunkcija 101.

Konstanta gravitacije
407.

Konstelacije 101.

Koordinate 31. 33.

Koordinatni sustav 31.

Kopernik 196—200.Kosa sfera (sphaera
obliqua) 70.

Kosina 139. 177. 352.

Kosmos 5.

Krivina staze 188.

Kronologija 38.

Kružni brijeg vala 264.

Kružni dól vala 264.

Kulminacija zvijezde 53.

Kvadratura 101.

Labilna ravnoteža 345.

Leonardo da Vinci 351.*Lissajous-ove* slike 251.Longitudinalni (uzduž-
ni) val 274.*Mariottov (Boyleov)*
zakon 384.

Masa tijela 321.

Materijalna točka 120.

Mayer, Robert 462.

Megadin 325.

Megaerg 421.

Mehanički ekvivalent
topline 464.

Mehanika 17. 25.

Meridijan 65.

Mersenne-ov pokus 168.

Metar 35.

Metar, nebeski 36.

Metarkilogram 420.

Metronom 132.

Mikron 36.

Milimikron 36.

Mirovanje tijela 308.

Mjerenje visine bregova
barometrom 378.Mjesec, njegovo gibanje
91—92.

Mjesno vrijeme 110.

Mnogokut sila 328.

Množina topline 460.

Model za gibanje pla-
netā 205.Molekularno odbijanje
434.

Momentana brzina 134.

Mozak 19.

- Nadir 60.
 Nauk o gibanju 25.
 Napetost 307.
 Napon uzdušnine 382.
 Napredujući val 276.
 Nebeska osovina 57.
 Nebeske karte 78.
 Nebeski globus 73. i
 dalje do 76.
 Nebeski pol 48.
 Nejednoliko ubrženo gi-
 banje 143.
 Nestlačljivost tekućina
 357.
 Neusiljeno gibanje 79.
 Nevidljive zvijezde 70.
Newton 403.
Newtonov princip jed-
 nake akcije i reakcije
 332.
Newtonov zakon gravi-
 tacije 405.
 Nul-meridijan 32
 Njihaj, potpuni 221.
 Njihalo 219—220.
 Njihalo, cikloidno 230.
 Njihalo, konično 186.
 Njihalo, sekundno 226.
 Njihanje 119. 221.

 Obitelj Sunca ili Sun-
 čev sustav 201. 214.
 415.
 Obmane 21.
 Obzor 2.
 Odbojna sila 316.
 Odnosaj između sile,
 mase i ubrženja 330.
 Održanje energije
 452—456.
 Održanje položaja oso-
 vine 346. 395.
 Okomita sfera (sphaera
 recta) 72.
 Opseg zemaljske kugle
 63. 64.

 Opozicija 101.
 Ordinata 31.
 Orientiranje nebeskoga
 globusa 75.
 Osovina apscisa 31.
 Osovina ordinata 31.
 Osovine koordinata 34.
 Otpor sredstva 167.
 Otpor ustrajnosti 321.

 Padanje 125.—138.
 Padanje niz kosinu
 178.—180.
 Padanje tjelesa 117.
 Parabola 160. 169.
 Paradokson *Zöllnerov*
 22.
 Paralelogram gibanja
 154.
 Paralelogram sila 327.
Pascal, Blaise 376.
Pascalov aparat 361.
 Paslike 22.
 Perihel 212.
 Perioda titraja 239.
 Periodično gibanje 235.
 Perpetuum mobile 446.
 Piknometar 370.
 Planeti, njihovo gibanje
 95—101.
Plateauov pokus 393.
Platonova godina 397.
 Plošni zakon centralnih
 gibanja 191.
 Podnevica 53.
 Pojasno vrijeme 111.
 Pojave gibanja 15.
 Pojave magnetizma i
 elektricitete 13.
 Pojave, prirodne 7.
 Pojave svjetlosti 13.
 Pojave topline 13.
 Pojave zvuka 13.
 Polarizirana zraka vala
 273.
 Polarna zvijezda 49.

 Poligon sila 328.
 Polna visina 50.
 Poluga 347.
 Polunjihaj 221.
 Polje gravitacije 407.
 Polje sile 315.
 Polje zračenja 301.
 Pomicanje (translacija)
 120.
 Poprečni val 272.
 Potencijalna energija
 431. 444.
 Prametar 35.
 Praskave tvari 434.
 Precesija 346.
 Precesija ekvinokcijal-
 ne točke 397.
 Prenosanje (translacija)
 120.
 Pretvaranje energija
 449.
 Pretvorbe energije 467.
 Priklon ekliptike 87.
 Primum mobile ili prva
 sfera 93.
 Princip nezavisnosti
 151. 155.
 Princip relativnosti 45.
 Princip ustrajnosti ma-
 terije 310.
 Priroda 7.
 Prirodna nauka 8.
 Prirodopis 9.
 Privlačna sila 316.
 Proljetna točka 66. 87.
 Prostor 28.
 Prostor Zemlje 40.
 Proteže prostora 28.
 Protuučinak 332.
 Protunošci 59.
Ptolemejev sustav 102.

 Radijacija (zračenje)
 299.
 Radij vektor 190.
 Radnja sile 418. 419.

Rastavljanje gibanja 173.
 Rastezljive tekućine 371.
 Rastezljivost uzdužninā 382.
 Ravan val 286.
 Ravnina meridijana 53. 65.
 Ravnoteža triju sila 328.
 Reakcija 332.
 Recipijent 379.
 Reduciranje težine na prazni prostor 380.
 Rektascenzija 32.
 Retardacija 165.
 Retrogradno gibanje planeta 98.
 Revolucija tijela 121.
 Rezultanta 173. 327.
 Rezultanta paralelnih sila 340.
 Rezultantno gibanje 173.
 Rotacija (vrtnja) tijela 121. 388.
Römer, Olaf 292.
 Sastavljanje gibanja 150.
 Sastavljene posude 364.
 Seismograf 289.
 Sekunda 38.
 Sferični valovi 285.
 Sila 429.
 Sila mišića 306.
 Sila parna 308.
 Sila teža 316.
 Sila vodena 308.
 Sile u daljinu 316.
 Sinodički mjesec danā 92.
 Snaga dizanja u uzduhu 380.
 Specifična težina 370.
 Specifična toplina 461.

Sploštenost Zemlje 393.
 Središte mase 342.
 Srednja brzina 134.
 Srednje-evropsko vrijeme 112.
 Srednje vrijeme 107.
 Srednji dan 107.
 Sputana njihala 262.
 Sputanost tjelesā 262.
 Stabilna ravnoteža 345.
 Stajalište 2.
 Statički moment sile 352.
 Stereografička metoda projiciranja 78.
Stevens, Simon 352.
 Stlačljivost uzdužninā 382.
 Stojni val 278.
 Sunce, srednje 107.
 Sunčev dan 105—106.
 Sunčev dan, srednji 37. 107.
 Svemir 6.
 Svijet 5. 8.
 Šaraf 354.
 Širina, geografska 32.
 Stacije planeta 98.
 Tangencijalno ubrženje 188.
 Tekućine 356.
 Teodolit 61.
 Teret 347.
 Težina 316, 337.
 Težište tijela 342.
 Titraj 238.
 Titrajni broj 239.
 Titranje 237.
 Titranje, cirkularno (kružno) 237.
 Titranje, eliptično 237.
 Titranje, po pravcu 237.
 Titranje stojno (bez razlike fazā) 242.
 Tjemenište 52.

Tlak (pritisak) 307.
 Tlak 1 atmosfere 374.
 Tlak ekspanzije 382.
 Tlak na bokove 362.
 Tlak na dno u tekućini 361.
 Tlak u vis u tekućini 368.
 Toplina i radnja 457.
 Toplinska energija 459. 466.
Torricelli 372.
Torricellijev pokus 373.
 Trajanje njihaja (perioda) 222.
 Trajanje (perioda) titraja 238.
 Translacija (prenošenje) 120.
 Transporteur 61.
 Transverzalni (poprečni) val 272.
 Trenje 139. 312.
 Ubrženje 135.
 Ubrženje padanja 137.
 Ubrženo gibanje 131. 132.
 Učinak 332.
 Udarac (sraz) 307.
 Universum 6.
 Upijanje (apsorpcija) 300.
 Ura njihalica 230—233.
 Ura srednjega vremena 108.
 Usiljena gibanja 79.
 Usporedna sfera (sphaera parallela) 71.
 Usporenje 165.
 Usporeno gibanje 145.
 Ustrajnost 310.
 Utišavanje titraja 253.
 Uzdušni brod 381.
 Uzdužni (longitudinalni) val 274.

Uzdušnine 356.

Uzgon 368.

Vacuum 379.

Valjanje (revolucija) tijela 121.

Valovito gibanje 261.

Vasiona 6.

Vat 427.

Večernjice 100.

Velika kalorija 461. 465.

Veliki Medvjed 49.

Vertikalni (osovni) smjer 119.

Vijak 354.

Vlak 307.

Vodenica 435.

Vremenske zvijezde 69.

Vrijeme 28. 36.

Vrtnja (rotacija) tijela 121. 388.

Weinholdov aparat za sastavljanje gibanja 161.

Zakoni njihanja 222—226.

Zauzlavanje staza plameta 99.

Zenit 52.

Zenitna zvijezda 68.

Zlatno pravilo mehanike 352.

Znakovi životinjskoga pojasa (zodijaka) 88.

Zodijak 79.

Zračenje (radijacija) 299.

Zraka vala 266. 295.

Zrakoplov (uzdušni balon) 381.

Zvjezdani dan 37. 56.

Zvjezdani dan, početak 105.

Zvrk 394.

Životinjski pojas 79.

SADRŽAJ

	Strana :
Svemir i prirodna nauka	1— 23
Kozmos i nauka o prirodi. — Fizika. — Glavne hrpe fizikalnih pojava: pojave topline, pojave svjetlosti, pojave zvuka, pojave magnetizma i elektricitete. — Pojave gibanja i mehanika. — Osjetila i prirodne pojave. — Obmane osjetilâ.	
Pojava gibanja uopće	24— 45
Što je „gibanje“. — Nepomičnost stajališta. — Odredjivanje mjesta točke u prostoru. — Prostor, vrijeme i tvar. — Mjerenje i mjere: metar za dužinu, dijelovi i mnogokratnici. — Vrijeme i mjerenje vremena. — Gibanja u prirodi su relativna.	
Nebeska gibanja: gibanje nekretnica	46— 80
Nekretnice. — Sedam osnovnih istina o njihovu gibanju. — Osnovni pojmovi za gibanja nekretnica: Nebeski pol i polna visina, nebeski ekvator, ravnina meridijana i kulminacija nekretnica. — Pomaĝala za izučavanje tih gibanja: paralaktični durbin, ura, gnomon. — Pitagorina hipoteza o rotaciji nebeske sfere. — Zemlja prema nebu. Starija mišljenja: Zemlja ploča u okeanu; Zemlja valjak u središtu svemira; Zemlja kugla u središtu svemira. — Veličina te kugle: mjerenje Eratostena, Arapâ i novija mjerenja. — Zemlja točka u svemiru. — Panorama nebeskih gibanja sa stajališta: Zagreb. — Ekvatorske zvijezde i proljetna točka. — Vremenske zvijezde na sjeveru i juĝu nebeskoga ekvatora. — Cirkumpolarne zvijezde. — Nevidljive zvijezde. — Kosa sfera (sphaera obliqua). — Panorama nebeskih gibanja s pola (sphaera parallela). — Panoramâ nebeskih gibanja s ekvatora (sphaera recta). — Oponašanje nebeskih gibanja. Nebeski globus. Nebeske karte. — Sudbonosno umovanje Grka o nebeskim gibanjima.	
Osobita nebeska gibanja. Gibanje Sunca, Mjeseca i planeta. Mjerenje vremena	81—114
Gibanje Sunca medju zvijezdima. — Ekliptika. — Zviježdja životinjskoga pojasa ili zodijak. — Znakovi životinjskoga pojasa. — Nejednakosti Sunčeva gibanja i tumačenje Hiparha. — Gibanje Mjeseca. Čvorovi njegove staze. — Faze Mjeseca. — Eudoksovo tumačenje tih gibanja s pomoću homocentričkih sfera. — Gibanje planetâ Merkura, Venere, Marsa, Jupitera i Saturna. Direktno i retrogradno gibanje po zodijaku. Štacije. Uzlovi. Unutrašnji planeti Merkur i Venus. Izvanji planeti Mars, Jupiter i Saturn. —	

Konjunkcija, kvadratura i opozicija tih planeta. — Ptolemejev sustav. Epicikli i deferenti. — Mjerenje vremena s pomoću nebeskih gibanja. Sunčev dan. Srednji dan i srednje vrijeme. — Zvezdani dan i zvezdano vrijeme. — Jednadžba vremena. — Mjesno vrijeme i srednje-evropsko vrijeme. — Ura i pogriješka ure. — Astronomski kalendar i efemeridi.

Tri najjednostavnija gibanja 115—149

Primjeri zemaljskih gibanja: padanje tjelesa: njihanje kuglice, gibanje u kružnici. — Materijalna ili tvarna točka. — Prenosjenje tvarne točke ili translacija. — Vrtanja tijela ili rotacija. — Valjanje tijela ili revolucija. — Jednoliko gibanje i brzina kod toga gibanja. — Zakoni toga gibanja. — Padanje tjelesa. Zakoni padanja i Galilejevi pokusi o tom. — Promjenljiva brzina kod padanja. — Ubrženje padanja $g = 981 \text{ cm}$. — Galilejeva kosina. — Atwoodov stroj. — Ubrženo gibanje i jednoliko ubrženo gibanje uopće. — Zakoni takova gibanja. — Geometrijsko uočivanje gibanja. Diagrami gibanja. Crta brzine.

O sastavljanju gibanja 150—176

Jednostavni primjeri za sastavljena gibanja. — Princip nezavisnosti. — Paralelogram gibanja. — Poligon gibanja. — Dva jednolika gibanja. — Dva jednoliko ubržena gibanja. — Jednoliko i jednoliko ubrženo gibanje. — Gibanje po krivulji paraboli. — Gibanje projektila bačena vertikalno u vis. — Jednoliko usporeno gibanje i usporenje. — Mersennov pokus o tom. — Gibanje projektila bačena horizontalno. — Gibanje projektila bačena koso u vis. — Rastavljanje gibanja. — Komponentna gibanja i rezultatno gibanje. — Jednoliko gibanje po kružnici i njegova komponentna gibanja.

O gibanjima po krivulji 177—218

Padanje niz kosinu i niz krivulju. — Jednoliko gibanje po kružnici. — Njegova komponentna gibanja: jednoliko u smjeru tangente i jednoliko ubrženo u smjeru k središtu kruga. — Centralna komponenta toga gibanja. — Ubrženje centralne komponente toga gibanja. — Centralno gibanje uopće. — Primjeri i pokusi o njem. — Ubrženo gibanje po krivulji. — Dva ubrženja: centralno i tangencijalno. — O centralnim gibanjima napose. — Plošni zakon centralnih gibanja. — Nebeska gibanja u novoj svjetlosti. — Kopernik i njegovo tumačenje tih gibanja: najveća revolucija u duhu čovjeka. — Kepler i njegovi zakoni nebeskih gibanja na osnovi Kopernikova tumačenja. — Obitelj Sunca i gibanja njegovih članova po istini. — Gibanje mjeseca ili satelita.

Njihanja i titranja 219—257

Njihalo i zakoni njegova gibanja. — Sekundno njihalo. — Ura njihalica. — Periodično gibanje uopće. — Titranje tvarne točke. —

Konično njihalo. — Trajanje titraja. — Amplituda titraja. — Titrajni broj i frekvencija. — Sastavljanje titraja jednake i različite faze. — Brzina titranja i diagrami. — Harmonično gibanje jedne materijalne točke. — Sastavljanje harmoničnih gibanja. — Lissajousove slike. — Utišavanje titranja. — Prijegled zakona.

Valovi i zrake 258—303

Sličica iz prirode: glas zvona i svjetlost Sunca. — Prenošnje titraja i njihaja. — Valovi na vodi. — Zraka vala i fronta (čelo) vala. — Osnovni zakoni za valove. — Valovi na napetom užetu. Pokusi. — Poprečni (transverzalni) i uzdužni (longitudinalni) valovi. — Stojni valovi i čvorovi. — Odbijanje (refleksija) valova. Pokusi o tom. — Ukrštavanje (interferencija) valova. — Valovi u prostoru. — Brzina njihova rasprostiranja. Primjeri za to. — Sunce kao izvor titranja. — Zrake svjetlosti. Dužina valova. — Zrake i zračenje. — Huygensov princip. — Zračenje (radijacija). — Zakon za jakost zračenja. — Polje zračenja (radijacije). — Prijegled pojava i zakona.

Sila i mjerenje sile 304—335

Uzroci gibanja. — Sila mišića i pojava gibanja. — Druge sile. — Sila uopće. — Mjerenje veličine ili jačine sile. — Časovita sila ili impuls. — Princip ustrajnosti materije. — Trajna sila i ubrženje. — Dinamično mjerenje sile. — Osnovni zakoni za to mjerenje. — Odnosaj između veličine sile, izvedene brzine i mase. — Jedinica mase: 1 gr. — Jedinica sile: 1 din. — Učinci sile na masu. — Sile u daljinu i bliske sile. — Sila teža i električna sila, primjeri za sile u daljinu. — Težina i mjerenje težine. — Geometrijsko uočivanje sile. — Pokusi o odnosaju između sile, mase i ubrženja. — Sastavljanje sila u rezultantu. — Paralelogram sila. — Prijegled pojava i zakona.

Sila teža na Zemlji 336—385

Važnost sile teže. — Sila teža na Zemlji uzrok padanju i težini tjelesa na Zemlji. — Postanje današnjega oblika Zemlje. — Središte mase ili težište tijela. — Paralelne sile i njihova rezultanta. — Stabilna, labilna i indiferentna ravnoteža. — Održanje položaja osovine kod vrtnje. — Poluga i zakon ravnoteže na njoj. — Arhimedova otkrića o njoj. — Kolotura i kolo na vretenu. — Kosina i Stevinova otkrića o njoj. — Klin i šaraf odlike kosine. — Zlatno pravilo mehanike. — Sila teža i tekućine. — Osobita svojstva tekućina. — Osobite pojave kod tekućine spram sile teže. — Hidraulijski tijesak. — Različni tlaci u tekućini: tlak na dno, na bokove i u vis. — Hidrostatski paradokson. — Sastavljene posude. — Arhimedov zakon. — Gustoća tijela i specifična težina. — Piknometar. — Sila teža i uzdužne ili rastezljive tekućine. — Osobite pojave u njih spram teže. —

Težina uzduha i Torricellijev pokus o tom. — Tlak 1 atmosfere = 1033 gr na 1 cm². — Barometar. — Mjerenje visine s barometrom. — Arhimedov zakon za uzdušnine. — Uzdušni balon i uzdušni brodovi. — Rastezljivost (ekspanzivnost) uzdušnina. — Boyle-Mariottov zakon. — Napon (napetost, ekspanzija) uzdušnine.

Sila teža u svemiru ili gravitacija 386—416

Stalnost (konstantnost) sile teže. — Newtonovo otkriće g. 1687. — Vrtnja tijela uopće. — Centrifugalna sila kod vrtnje. — Centralna sila kod vrtnje. — Jednakost obiju kod vrtnje. — Zakoni centrifugalne sile. — Održanje smjera osovine kod vrtnje. — Zvrk i osobite pojave na njem. — Osovina Zemlje — kao zvrka. — Foucaultov pokus i dokaz, da se Zemlja vrti. — Sila teža izvan Zemlje u svemirskom prostoru. — Zemlja i Mjesec. — Newtonovo otkriće o sili teži u svemiru. — Sila „gravitacija“. — Newtonov zakon gravitacije. — Gravitacija Sunca i gibanje njegovih planeta kao posljedica te sile. — Prijevod obitelji Sunca. — Gravitacija općena sila svemirska.

Radnja sile i energija tijela 417—467

Sila mišića i „radnja“ te sile. — Što je „radnja“ sile? — Mjerenje radnje sila. — Jedinica radnje: 1 erg. — Radnja od 1 metarkilograma. — Mnogokratnici erga: kiloerg, megaerg i džaul. — Fizička ili mehanička „energija“ čovjeka. — Općeni pojam „radnje sile“ i „energije tijela“. — Radnja sile u 1 sekundi ili „efekt“ sile. — Uporaba toga pojma kod radnih strojeva. — Jedinica efekta: 1 vat. — Starija jedinica efekta: konjska snaga. — Računanje radnje iz efekta. — Radnja 1 hektovat-sata, radnja 1 kilovat-sata. — Mehanička energija mrtve tvari. — Dvije vrste te energije: potencijalna energija i kinetička energija mrtvih tvari. — Mjerenje jedne i druge. — Primjeri za potencijalnu energiju mrtvih tvari. — Izrabljivanje te energije. — Kinetička energija mrtve tvari i njezina zavisnost od mase i brzine tijela. — Mehaničke energije tjelesa kao pribrane radnje. — Izvor mehaničkoj energiji mrtve tvari. — Odnosaj prema radnji izvršenoj na toj tvari. — Prelaženje energije s jednoga tijela na drugo. — Perpetuum mobile nemoguć. — Pretvaranje energije jedne vrste u drugu u istom tijelu bez gubitka i dobitka. — Zakon o održanju mehaničke energije u istom tijelu. — Taj zakon za zatvoreni sustav tjelesa. — On je osnovni zakon prirode. — Energija je svemira nepromjenljiva. — Radnja i toplina. — Mehanički ekvivalent topline.