

*Petar Kulišić
Jadranka Vuletin
Ivan Zulim*

SUNČANE ČELIJE

17227



0 000000 257725

ŠKOLSKA KNJIGA - ZAGREB



Urednica
BRANIMIRA VALIĆ

Recenzenti
Prof. dr. PETAR BILJANOVIĆ
Prof. dr. VLADIMIR KNAPP
Prof. dr. VLADIMIR MIKULIČIĆ
Mr. MIRA HERAK
ZVONIMIR JAKOBOVIĆ

Grafički urednik
ŽELJKO IVANČIĆ

Lektor
MARIJAN BARKOVIĆ

Korektor
SLAVKO BRNČIĆ

Crteže izradio
IVICA FIJAN

Slog i prijelom
KLIK-D.T. d.o.o., Zagreb

Objavljivanje ovog sveučilišnog udžbenika odobrio je Odbor za nastavno-znanstvenu literaturu Sveučilišta u Zagrebu rješenjem br. 02-424/2-1993. od 15. travnja 1993. i Odbor za nastavno-znanstvenu literaturu Sveučilišta u Splitu rješenjem br. 02-5/4-1-93. od 8. travnja 1993.

Nacionalna i sveučilišna biblioteka, Zagreb
CIP – Katalogizacija u publikaciji

621.383(075.8)

KULIŠIĆ, Petar

Sunčane čelije / Petar Kulišić, Jadranka Vuletin, Ivan Zulim; [crteže izradio Ivica Fijan]. – Zagreb: Školska knjiga, 1994. – 147 str. : ilustr. ; 24 cm. – (Udžbenici Sveučilišta u Zagrebu = Manualia Universitatis Studiorum Zagrabiensis) (Udžbenici Sveučilišta u Splitu)

Bibliografija: str. 141–143. – Kazalo.

ISBN 953–0–31631–3

1. Vuletin, Jadranka 2. Zulim, Ivan

941013082

ISBN 953–0–31631–3

Dr. PETAR KULIŠIĆ • Dr. JADRANKA VULETIN • Dr. IVAN ZULIM

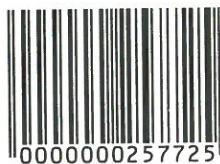
SUNČANE ČELIJE



ŠKOLSKA KNJIGA, ZAGREB, 1994.

KNJIŽNICA
FAKULTETA
ELEKTROTEHNIKE
I RAČUNARSTVA
ZAGREB - Unska 3

17227



0000000257725

KNJIŽNICA
FIZIČKA I ELEKTROTEHNIKE
I RAČUNARSTVA - ZAGREB

Inv. br. 17227 Sign: 5938

SADRŽAJ

Predgovor	7
1. UVOD	9
+ 2. SUNČEVO ZRAČENJE	11
2.1. Uvod	11
2.2. Prividno gibanje Sunca	12
2.3. Ekstraterestičko zračenje; solarna konstanta	18
2.4. Prizemno Sunčevo zračenje	21
2.5. Mjerenje Sunčeva zračenja	22
2.6. Proračun prizemnog Sunčeva zračenja	25
2.7. Sunčevo zračenje na nagnutu plovu	27
2.8. Optimalni kut nagiba kolektora	30
+ 3. ELEKTRONI U KRISTALU	32
3.1. Tipovi kristala	32
3.2. Energijske vrpce	33
3.3. Model elektronskog plina. Proračun Fermijeve energije	36
3.4. Krönig-Penneyev model	38
3.5. Izolatori, vodiči i poluvodiči	42
+ 4. POLUVODIČI	44
4.1. Čisti poluvodiči	44
4.2. Poluvodiči s primjesama	45
4.3. Koncentracija elektrona i šupljina	46
4.4. Fermijeve razina	49
+ 5. POLUVODIČKA DIODA	52
5.1. PN-spoj	52
5.2. Karakteristika diode	54
5.3. Struja zasićenja diode	56
5.4. Dioda u strujnom krugu	59
+ 6. SUNČANA ČELIJA	61
6.1. Fotonaponska konverzija	61
6.2. Parametri sunčane ćelije	63
6.3. Snaga sunčane ćelije	67
6.4. Djelotvornost ćelije	69
6.5. Ovisnost parametara sunčane ćelije o temperaturi	72
6.6. Ovisnost djelotvornosti ćelije o širini zabranjene vrpce	80
6.7. Spektralni odziv sunčane ćelije	81
6.8. Antirefleksijski slojevi	82
6.9. Ćelije od monokristaliničnog i polikristaliničnog silicija	84
6.10. Ćelije od amorfnog silicija	85
6.11. Drugi materijali za izradu ćelija	88

† 7. FOTONAPONSKI SUSTAV	90
7.1. Uvod	90
7.2. Fotonaponski izvor – panel	91
7.3. Prilagodba trošila i fotonaponskog izvora	93
7.4. Simulacija U, I -karakteristike panela	94
7.5. Model fotonaponskog sustava	96
7.6. Simulacija energije u fotonaponskom sustavu	97
7.7. Akumulatori	100
7.8. Koncentrirajući sustavi	107
7.9. O proračunu fotonaponskih sustava	108
7.10. Primjeri fotonaponskih sustava	109
DODATAK	115
A. Fermi-Diracova statistika	115
B. Schrödingerova valna jednačina	117
C. Gustoća stanja	118
D. Efektivna masa elektrona	121
E. Sunčevo zračenje kao tok fotona	122
F. Modeli sunčane ćelije	125
G. Matematički modeli akumulatora	128
H. Funkcije korisnosti	130
I. Svojstva silicija	132
J. Položaj Sunca. Faktori R_b i $\bar{R}_b$ za $\beta = \varphi$	133
K. Tablica upotrijebljenih znakova fizikalnih veličina i znakova njihovih jedinica	136
LITERATURA	141
KAZALO POJMOVA	145

PREDGOVOR

Nagli razvoj poluvodičkih sunčanih ćelija ponukao je autore da napišu ovu knjigu. Ona je ustvari nastavak knjige *Novi izvori energije, Sunčana energija i energija vjetra* autora P. Kulišića. Knjiga *Sunčane ćelije* napisana je kao udžbenik za studente Elektrotehničkog fakulteta, kao priručnik za stručnjake, a neki njezini dijelovi bit će zanimljivi i širem krugu čitalaca.

Knjiga je podijeljena u sedam poglavlja. Nakon Uvoda detaljno je obrađeno Sunčevo zračenje. Razmatrano je mjerenje i proračun zračenja, posebno zračenja na nagnutu plohu kolektora, te je izračunat i optimalni kut nagiba kolektora za svaki mjesec u godini u raznim mjestima u Hrvatskoj.

U trećem poglavlju Elektroni u kristalu i u četvrtom Poluvodiči obrađene su osnove kvantne fizike poluvodiča. Ta poglavlja, zajedno s odgovarajućim sadržajima u Dodatku, mogu poslužiti studentima za razumijevanje rada sunčanih ćelija.

U poglavlju Poluvodička dioda obrađen je PN-spoj i njegovo ispravljačko djelovanje. Pokazana je ovisnost propusne i nepropusne struje o parametrima materijala i temperaturi.

Šesto poglavlje, Sunčana ćelija, središnje je poglavlje knjige. Tu su definirani parametri ćelije, ovisnost parametara o temperaturi. Promatrana je djelotvornost raznih ćelija, a uspoređene su i ćelije od raznih poluvodičkih materijala.

U sedmom poglavlju, Fotonaponski sustavi razmatrana je problematika fotonaponskog sustava sastavljenog od panela, akumulatora i trošila. Opisan je proračun rada panela i model fotonaponskog sustava. Detaljno je opisana funkcija akumulatora u fotonaponskom sustavu. Navedeni su tipični primjeri primjene fotonaponskih sustava (punjenje akumulatora, rasvjeta, telekomunikacije, hlađenje itd.).

U Dodatku je pridodana teorijska podloga za razumijevanje pojedinih poglavlja. Na kraju knjige nalazi se popis upotrijebljenih oznaka i kazalo pojmova, te popis literature koja može poslužiti boljem i podrobnijem upoznavanju određenih sadržaja.

Ugodna nam je dužnost zahvaliti recenzentima prof. dr. Petru Biljanoviću, prof. dr. Vladimiru Knappu, prof. dr. Vladimiru Mikuličiću, mr. Miri Herak i inž. Zvonimiru Jakoboviću na korisnim primjedbama i sugestijama. Veliku zahvalnost izražavamo i urednici "Školske knjige" prof. Branimiru Valić na savjetima i zalaganju pri priređivanju rukopisa za tisak.

U Zagrebu, u zimi 1993.

Autori

1. UVOD

Posljednjih godina postoji sve veći interes za alternativne energetske izvore, osobito za sunčanu (solarnu) energiju. Nakon energetske krize 1973. godine, postali su sagledivi problemi energije u budućnosti. Da bi se energetska kriza učinila podnošljivom, trebalo bi razviti nove izvore energije, djelotvornije iskorištavati energiju, a u skladu s tim mijenjati način života, štedjeti energiju...

Značajniji udio sunčane energije u pokrivanju energetskih potreba mogao bi se očekivati tek u sljedećem stoljeću. Da bi sunčana energija zamijenila stare izvore, potrebno je da bude jeftinija od njih. Zbog specifičnosti (promjenljivost, mala gustoća, nepouzdanost) taj je izvor skup, a često i nepraktičan, te jedino nedostatak drugih, konvencionalnih izvora – nafte ili ugljena – odnosno problemi pri njihovoj upotrebi mogu uzrokovati da ih sunčana energija djelomično zamijeni.

Razne su procjene o iskorištavanju sunčane energije u budućnosti. Neke su pesimistične, druge, naprotiv, suviše optimistične. Svi se, međutim, slažu da će povećati udio sunčane energije u budućoj energetskoj potrošnji. Jedno je također sigurno: što se više novca i truda uloži u istraživanja, bit će brža i djelotvornija njezina primjena. Prije dvadesetak godina samo su malobrojni pojedinci istraživali to područje. Danas većina zemalja ima program istraživanja primjene sunčane energije. Međutim, za ta istraživanja namjenjuje se mnogo manje sredstava nego za istraživanja drugih izvora energije.

Postoje uglavnom tri načina upotrebe sunčane energije: pretvorba u toplinsku energiju i električnu energiju te dobivanje energije iz biomase.

Sunčana energija se može na više načina pretvoriti u električnu energiju. Najjednostavnija je izravna pretvorba pomoću sunčanih ćelija. Princip rada sunčanih ćelija temelji se na fotonaponskom efektu: kad se Sunčevo zračenje apsorbira u sunčanoj ćeliji, na njezinim se krajevima pojavljuje elektromotorna sila tako da se ćelija obasjana Sunčevim zračenjem može upotrijebiti kao izvor električne energije. Rezultati najnovijih istraživanja daju nadu u skorbu širu primjenu sunčane energije i u ovom području.

Prednosti fotonaponske konverzije su mnogobrojne. Sunčane ćelije izravno pretvaraju sunčanu energiju u električnu bez pokretnih mehaničkih dijelova, ne zagađuju okolinu, trebaju minimalno održavanje uz radni vijek od dvadesetak godina, itd. Mane su im intermitentna proizvodnja električne energije, tj. samo u periodu osunčanja i to proporcionalno jakosti upadnoga Sunčeva zračenja, gustoća snage koju daju je mala (najviše do 100 W/m^2), cijena im je visoka. Ipak to je najjednostavniji i najatraktivniji način primjene sunčane energije.

Razvoj fotoelektričnih pretvornika energije počinje istraživanjima Becquerela 1839. godine. On je uočio da se jakost struje između metalnih elektroda u elektrolitu povećava kad se elektrode osvijetle. Četrdesetak godina kasnije napravljena je prva fotoćelija od selena. U početku ovog stoljeća nastavljaju se istraživanja i objašnjava se fotoelektrični efekt (Einstein, 1905). Nešto kasnije razvijaju se ispravljači od selena i bakar-oksida i izrađuju prvi svjetlomjeri. Nagli razvoj sunčanih ćelija počinje 1954. godine, kada Pearson, Fulier i Chapin izrađuju prvu sunčanu ćeliju od monokristalnog silicija. Kasnije se silicijeva sunčana ćelija usavršuje i efikasnost joj se od 6% povećava do 14%.

Prve važnije primjene sunčanih ćelija bile su u satelitima. Od 1958. godine kad je krenuo prvi satelit, svi sateliti i svemirski brodovi opskrbljeni su silicijskim sunčanim ćelijama. Silicijska ćelija tehnološki se tako razvila da je danas vrlo pouzdan, iako, na žalost, ne jeftin izvor energije.

Nakon energetske krize 1973. godine počinje se intenzivno istraživati proizvodnja sunčanih ćelija i za zemaljske primjene.

Najveći problem u zemaljskoj primjeni sunčanih ćelija jest njihova visoka cijena. Iako se posljednjih godina znatno napredovalo u tehnologiji izrade sunčanih ćelija, one su, na žalost, danas još preskupe za dobivanje električne energije i uglavnom se primjenjuju tamo gdje se ne mogu upotrijebiti drugi izvori. Međutim, cijena im ipak stalno pada. Kad su se 1954. pojavile, cijena im je bila oko 10 000 USD po watu vršne snage, tj. snage pri ozračenju od $1\,000\text{ W/m}^2$, 1965. cijena im je pala na 1 000 USD/W, 1973. na 300 USD/W, 1975. na 100 USD/W, a 1977. na oko 15 USD/W. Današnja im je cijena oko 6 USD/W.

Izravna pretvorba sunčane energije u električnu još je preskupa da bi bila ekonomski konkurentna. Cijena sunčanih ćelija trebala bi biti oko deset puta manja da bi one bile ekonomski prihvatljive. Taj se cilj može postići ako se intenzivnim istraživanjem uspiju naći novi materijali i pojednostavniti tehnologiju proizvodnje. Sadašnju tehnologiju proizvodnje ćelija od monokristalnog silicija treba učiniti jeftinijom i povećati efikasnost tih ćelija. Istraživanje novih materijala, ćelija od polikristalnog i amornog silicija, CdS, GaAs i izrada drugih poluvodičkih materijala te upotreba koncentratora u sustavima sunčanih ćelija, vjerojatno će smanjiti cijenu sunčane električne energije i omogućiti njezinu masovnu primjenu. Teško je, međutim, precizno proračunati kad će se to dogoditi. Rezultati dosadašnjih istraživanja, ipak, pobuđuju optimizam.

Iako je sada doprinos sunčanih ćelija energetskim potrebama zanemariv, ipak su one važne u mnogim primjenama. Njihova je upotreba nužna u satelitima i svemirskim brodovima, gdje su se najprije i počele primjenjivati. Njihove zemaljske primjene zasad su ograničene uglavnom na mjesta gdje nema drugih izvora električne energije. Signali na prijelazima preko željezničke pruge, udaljeni telekomunikacijski sustavi (npr. u planinama, na otocima i sl.), telefonske centrale, relejne stanice, svjetionici, električne ograde na pašnjacima, sustavi za navodnjavanje, neki su od primjera gdje se uspješno primjenjuje sunčana ćelija.

Iz sunčane se energije može, osim izravno, dobiti električna energija i posredno, tako da se primarno iz sunčane dobije toplinska energija za pogon termoelektrana. Postoje dva tipa takvih sunčanih elektrana: sustav s raspoređenim kolektorima i sustav sa središnjim prijamnikom. U prvom sustavu s pomoću niza valjkasto paraboličnih zrcala (u žarištima kojih se nalaze apsorberske cijevi kroz koje teče radni fluid) dobiva se potrebna toplina za proizvodnju pare, odnosno pokretanje turbine i generatora. Takav sustav s raspoređenim kolektorima pogodan je za elektrane manje snage. Za veće elektrane pogodniji je sustav s većim brojem ravnih zrcala (heliostata) koji prate Sunce i Sunčevo zračenje usmjeravaju na prijamnik na vrhu visokog tornja.

U svijetu se izgrađuje više takvih oglednih sunčanih elektrana. Međutim, investicije su vrlo velike, održavanje složeno, a rad ovisi o klimatskim prilikama toga područja. Za razliku od klasičnih elektrana sunčana elektrana radi samo dio vremena (kad je sunčano) pa je vrijeme amortizacije vrlo dugo. Problem je i uskladištenje električne energije. Višak električne energije iz sunčane upotrebljavao bi se npr. za crpenje vode u akumulacijsko jezero hidroelektrane, a kad nema sunca energiju bi proizvodila hidroelektrana. Takav bi hibridni sustav mogao kontinuirano proizvoditi električnu energiju.

2. SUNČEVO ZRAČENJE

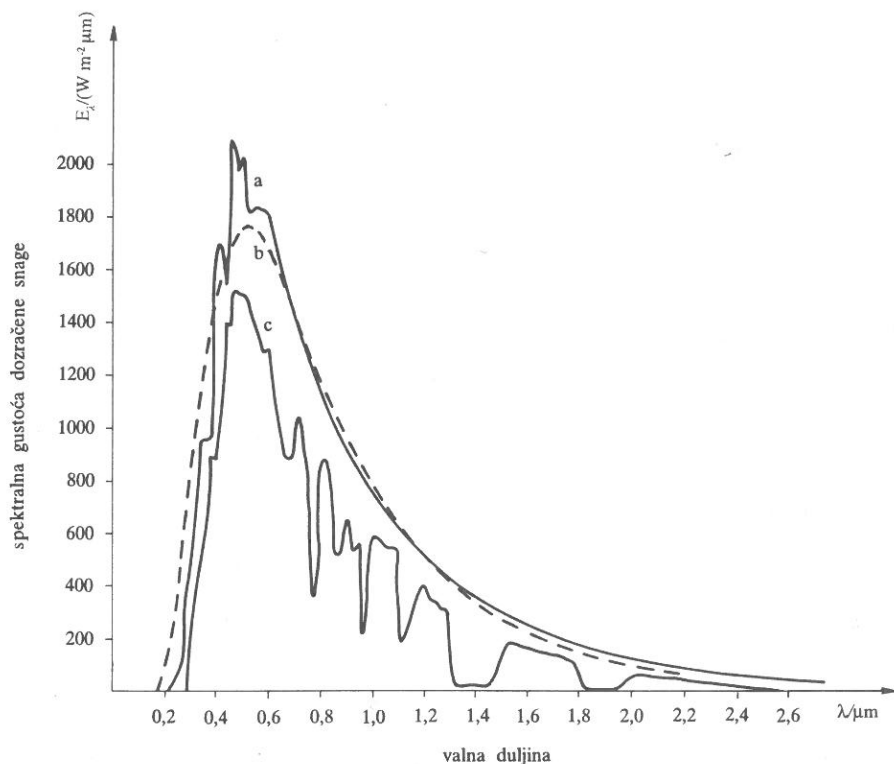
2.1. UVOD

Pri proračunavanju i projektiranju sunčanih uređaja potrebno je poznavati energiju Sunčeva zračenja koje upada na plohu kolektora. Sunčevo zračenje različito je na različitim mjestima, ovisi o klimatskim uvjetima područja i mijenja se tijekom dana, mjeseca i godine. U meteorologiji se mjeri zračenje na horizontalnu plohu i za mnogo mjesta postoje takvi podaci o ukupnom, globalnom Sunčevu zračenju. Za mjesta za koja takvi podaci nisu dobiveni mjerenjem mogu se proračunati iz ostalih klimatoloških podataka, trajanja sijanja Sunca, tj. insolacije, oblačnosti i dr. Međutim, Sunčevo zračenje na kosu plohu još se uvijek ne mjeri sustavno, te se pri proračunu rada sunčanih uređaja takvi podaci moraju izračunavati.

Sunčevo zračenje sastoji se od izravne (direktne) i raspršene (difuzne) komponente.

Izravno Sunčevo zračenje jest ono koje dopire do uređaja izravno iz prividnog smjera Sunca.

Raspršeno zračenje nastaje raspršenjem Sunčevih zraka u atmosferi i dolazi na uređaj iz svih smjerova neba.



Slika 2.1. Spektar Sunca: a) ekstraterestičko ozračenje, b) spektar crnog tijela (5 760 K) i c) ozračenje na površini Zemlje (AM 1)

Nagnuta ploha (npr. kolektor) osim izravnog i raspršenog zračenja prima i zračenje reflektirano (odbijeno) od okolnih površina. Ukupno zračenje koje upada na uređaj sastoji se, dakle, od tri dijela: *izravnog, raspršenog i odbijenog zračenja*. Snaga zračenja koju Sunce odašilje iznosi $3,8 \cdot 10^{23}$ kW, odnosno godišnje oko $3,3 \cdot 10^{27}$ kWh. Od toga dopire do Zemlje oko $1,7 \cdot 10^{14}$ kW ili tek milijarditi dio odaslane energije, odnosno $1,5 \cdot 10^{18}$ kWh godišnje.

Spektar Sunca (sl. 2.1) približno odgovara spektru crnog tijela ugrijanog na temperaturu 5 760 K. Naravno, ne smijemo zaboraviti da se temperatura Sunca mijenja od unutrašnjosti (gdje je oko 10^7 K) prema površini, ali i u slojevima same površine. Temperaturu 5 760 K možemo odrediti kao efektivnu temperaturu Sunčeve površine s pomoću koje primjenom Stefan-Boltzmannova, Wienova i Planckova zakona možemo proračunati energijski spektar Sunčeva zračenja.

2.2. PRIVIDNO GIBANJE SUNCA

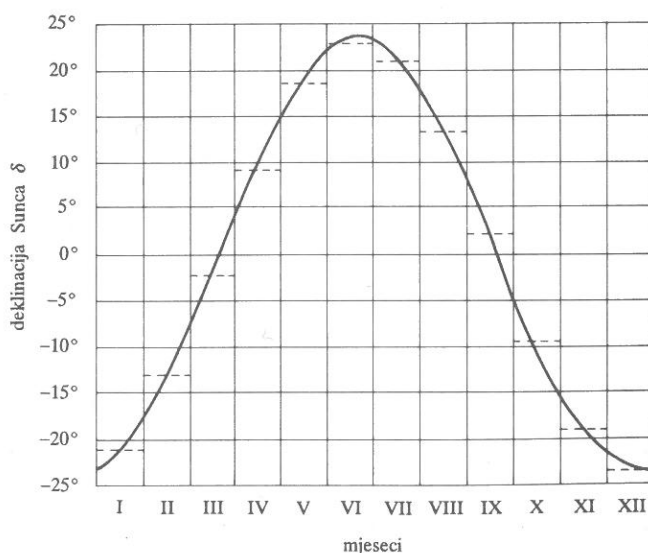
Iako se Zemlja giba oko Sunca, za razmatranje mogućnosti energetskog iskorištavanja Sunčeva zračenja pogodnije je promatrati prividno gibanje Sunca u odnosu na nepomičnu površinu Zemlje.

Deklinacija Sunca (δ) jest kut između spojnice središta Zemlje i središta Sunca te ravnine u kojoj leži ekvator. Ravnina ekvatora zatvara kut od $23,45^\circ$ s ravninom Zemljine putanje. Deklinacija Sunca ovisi o danu u godini i mijenja se od $-23,45^\circ$ (21. prosinca) do $+23,45^\circ$ (21. lipnja). Vrijednosti deklinacije mogu se izračunati pomoću aproksimacijskog izraza

$$\delta = 23,45^\circ \sin \left(\frac{284 + n}{365} \cdot 360^\circ \right), \quad (2.1)$$

gdje je n redni broj dana u godini počevši od 1. siječnja.

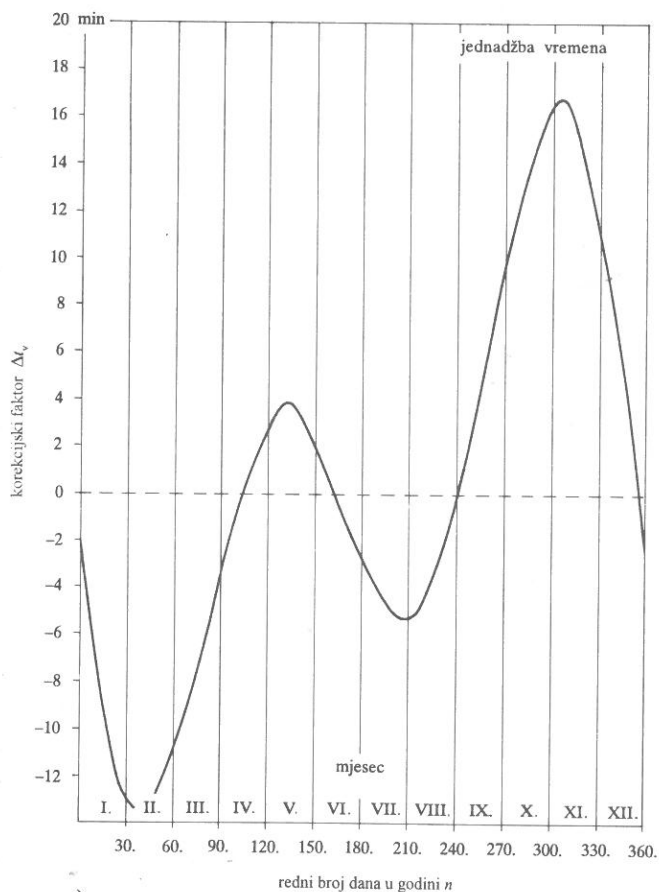
U tablici 2.1. navedene su deklinacije Sunca za prvi i petnaesti dan u svakom mjesecu i srednja mjesečna deklinacija $\bar{\delta}$. Godišnji hod deklinacije prikazan je i na slici 2.2.



Slika 2.2. Godišnji hod deklinacije Sunca

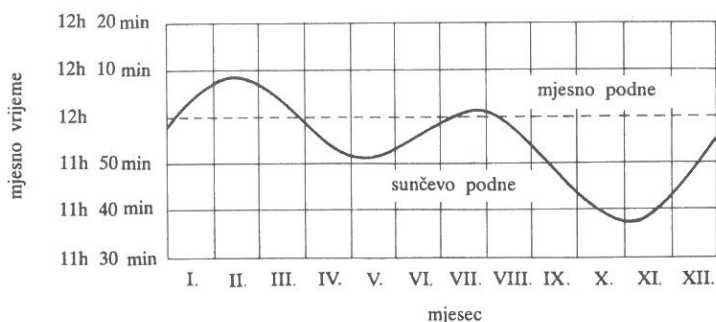
Tablica 2.1. DEKLINACIJA SUNCA

Dan	Deklinacija	$\bar{\delta}$	Dan	Deklinacija	$\bar{\delta}$
1.I.	-23,1°	-20,9°	1.VII.	23,1°	21,1°
15.I.	-21,2°		15.VII.	21,5°	
1.II.	-17,3°	-13,3°	1.VIII.	17,9°	13,3°
15.II.	-12,9°		15.VIII.	13,9°	
1.III.	-7,4°	-2,4°	1.IX.	8,1°	2,0°
15.III.	-2,3°		15.IX.	2,9°	
1.IV.	4,7°	9,5°	1.X.	-3,4°	-9,8°
15.IV.	9,6°		15.X.	-8,7°	
1.V.	15,2°	18,8°	1.XI.	-14,6°	-19,1°
15.V.	18,9°		15.XI.	-18,5°	
1.VI.	22,1°	23,1°	1.XII.	-21,8°	-23,1°
15.VI.	23,3°		15.XII.	-23,3°	



a)

Slika 2.3.a) Jednadžba vremena



Slika 2.3.b) Razlika između Sunčeva i mjesnog vremena u Splitu

Mjerenja i proračuni Sunčeva zračenja provode se prema *pravom Sunčevu vremenu*, koje ćemo nazivati *sunčano vrijeme**. Da bi se iz mjesnoga odredilo sunčano vrijeme, potrebno je poznavati zemljopisnu duljinu λ , vremensku zonu promatranog područja i korekcijski član Δt_v (iz jednadžbe vremena) kojim se uzima u obzir nepravilnost Zemljine putanje i rotacije.

Za mjesta na referentnom meridijanu (koji za srednjeeuropsko vrijeme iznosi $\lambda_{st.} = 15^\circ E$) pravo sunčano vrijeme dobija se tako da se mjesnom vremenu doda član Δt_v iz jednadžbe vremena (sl. 2.3.a). Ako mjesto nije na referentnom meridijanu za svaki stupanj odstupanja od referentnog meridijana prema zapadu treba dodati 4 min. Jednadžba vremena i razlika između sunčanog i mjesnog vremena za Split ($\lambda = 16,45^\circ E$) prikazana je na slici 2.3b. Pritom nije uzeto u obzir pomicanje sata unaprijed u razdoblju od kraja ožujka do rujna.

Veza između sunčanog t_s i mjesnog vremena $t_{mj.}$ je dakle

$$t_s = t_{mj.} - 4 (\lambda_{st.} - \lambda_{mj.}) + \Delta t_v \quad (2.2)$$

Tako je npr. u Zagrebu najveća razlika 15.II. kad sunčano vrijeme kasni za 10,6 minuta iza mjesnog i 31.X. kad sunčano vrijeme rani za 20 minuta ispred mjesnog.

Ako poznamo mjesno vrijeme izlaska i zalaska Sunca, sunčano se podne određuje tako da se vremenu izlaska Sunca doda polovica trajanja sunčana dana. Ako, npr. Sunce izlazi u 7 h i 4 min, a zalazi u 17 h i 20 min, trajanje je sunčana dana 10 sati i 16 minuta, pa je polovica sunčana dana 5 sati i 8 minuta. Sunčano je podne u 12 h i 12 min mjesnog vremena.

Korekcijski član Δt_v izračunat jednadžbom vremena za neke od dana tijekom godine prikazan je i u tablici 2.2. Za ostale dane može se odrediti interpolacijom. Poznavanjem veze sunčanog i mjesnog vremena može se odrediti i smjer zemljopisnog sjevera (juga) jer je u sunčano podne Sunce točno na jugu.

Tablica 2.2. JEDNADŽBA VREMENA

Dan	n	$\Delta t_v / \text{min}$	Dan	n	$\Delta t_v / \text{min}$
1.I.	1	-2,9	2.VII.	183	-3,7
8.I.	8	-5,9	9.VII.	190	-4,9
15.I.	15	-8,6	16.VII.	197	-5,9
22.I.	22	-10,9	23.VII.	204	-6,5
29.I.	29	-12,6	30.VII.	211	-6,6
5.II.	36	-13,7	6.VIII.	218	-6,2
12.II.	43	-14,3	13.VIII.	225	-5,2

*Sva vremena u ovom poglavlju odnose se na pravo sunčano vrijeme makar to posebno ne istaknemo.

Dan	<i>n</i>	$\Delta t_v/\text{min}$	Dan	<i>n</i>	$\Delta t_v/\text{min}$
19.II.	50	-14,2	20.VIII.	232	-3,8
26.II.	57	-13,5	27.VIII.	239	-1,9
5.III.	64	-12,2	3.IX.	246	0,3
12.III.	71	-10,6	10.IX.	253	2,8
19.III.	78	-8,5	17.IX.	260	5,4
26.III.	85	-6,3	24.IX.	267	8,0
2.IV.	92	-4,1	1.X.	274	10,5
9.IV.	99	-1,9	8.X.	281	12,7
16.IV.	106	0,0	15.X.	288	14,5
22.IV.	113	1,7	22.X.	295	15,8
30.IV.	120	2,9	29.X.	302	16,4
7.V.	127	3,6	5.XI.	309	16,3
14.V.	134	3,9	12.XI.	316	15,6
21.V.	141	3,7	19.XI.	323	14,3
28.V.	148	3,1	26.XI.	330	12,4
4.VI.	155	2,0	3.XII.	337	10,0
11.VI.	162	0,8	10.XII.	344	7,1
18.VI.	169	-0,7	17.XII.	351	4,0
25.VI.	176	-2,2	24.XII.	358	0,8
			31.XII.	365	-2,5

Jednadžba vremena odnosno korekcijski član u tablici 2.2. ovisi o prestupnoj godini i trebalo bi ga prikazati za razdoblje od četiri godine ako bismo željeli dobiti točniju korekciju od one u toj tablici.

PRIMJER 2.1.

U tablici 2.3. prikazano je vrijeme izlaska i zalaska Sunca u Zagrebu ($\lambda = 16^\circ \text{ E}$) za neke dane u godini. U koliko je sati sunčano podne u Zagrebu na dane a) 19.II, b) 4.VI, i c) 29.X?

Tablica 2.3. VRIJEME IZLASKA I ZALASKA SUNCA U ZAGREBU

Dan	Izlazak Sunca	Zalazak Sunca	Dan	Izlazak Sunca	Zalazak Sunca
1. I.	7 h 37 min	16 h 22 min	9. VII.*	5 h 15 min	20 h 47 min
15. I.	7 h 34 min	16 h 37 min	23. VII.*	5 h 28 min	20 h 36 min
5. II.	7 h 14 min	17 h 07 min	13. VIII.*	5 h 53 min	20 h 08 min
19. II.	6 h 53 min	17 h 28 min	27. VIII.*	6 h 10 min	19 h 44 min
5. III.	6 h 29 min	17 h 48 min	10. IX.*	6 h 27 min	19 h 19 min
19. III.	6 h 02 min	18 h 07 min	24. IX.*	6 h 44 min	18 h 51 min
2. IV.*	6 h 35 min	19 h 25 min	8. X.	6 h 03 min	17 h 24 min
16. IV.*	6 h 09 min	19 h 43 min	22. X.	6 h 21 min	16 h 59 min

Dan	Izlazak Sunca	Zalazak Sunca	Dan	Izlazak Sunca	Zalazak Sunca
7. V.*	5 h 35 min	20 h 11 min	12. XI.	6 h 51 min	16 h 29 min
21. V.*	5 h 18 min	20 h 27 min	26. XI.	7 h 10 min	16 h 16 min
4. VI.*	5 h 08 min	20 h 41 min	10. XII.	7 h 26 min	16 h 11 min
18. VI.*	5 h 05 min	20 h 50 min	24. XII.	7 h 35 min	16 h 16 min

* ljetno računanje vremena.

a) 19. II.

Vrijeme izlaska Sunca je 6 h 53 min, a zalaska Sunca 17 h 28 min. Razlika od izlaska do zalaska Sunca je 10 h 35 min. Sunčano je podne u sredini između vremena izlaska i zalaska Sunca, dakle u 6 h 53 min + 5 h 17,5 min = 12 h 10 min.

Iz veze sunčanog i mjesnog vremena $t_s = t_{mj} - 4 (\lambda_{st.} - \lambda_{mj.}) + \Delta t_v$.

Uvrštavajući $\lambda_{st.} = 15^\circ$, $\lambda_{mj.} = 16^\circ$, $\Delta t_v = -14,2$ min (iz tablice 2.2), dobivamo za sunčano podne

$$t_s = t_{mj.} - 10,2 \text{ min.}$$

Budući da je sunčano podne $t_s = 12$ h 0 min, to je odgovarajuće $t_{mj.} = 12$ h 10,2 min.

Računajućinaobanačinadobilismojednakrezultat.

b) 4. IV.

Uzevši u obzir vrijeme izlaska i zalaska Sunca, dobivamo da je sunčano podne u Zagrebu 12 h 54,5 min.

Iz jednadžbe vremena dobivamo $\Delta t_v = 2,0$ min, te je

$$t_{mj.} = t_s + 4 (\lambda_{st.} - \lambda_{mj.}) - \Delta t_v = 11 \text{ h } 54 \text{ min.}$$

Zbog ljetnog računanja vremena satove od ožujka do rujna pomičemo za jedan sat unaprijed te je sunčano podne u 12 h 54 min.

c) 29. X.

Slično dobivamo da je sunčano podne u Zagrebu u 11 h 39,6 min.

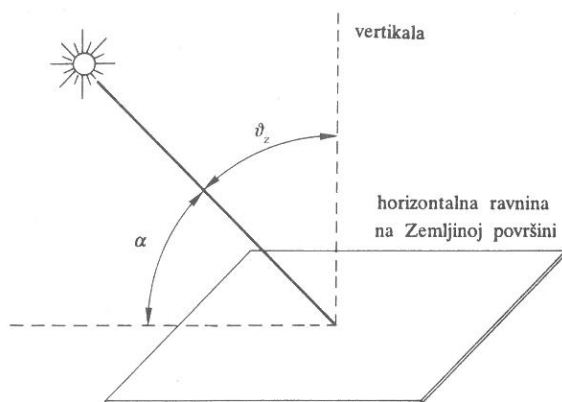
Satni kut Sunca (ω) vrijeme je izraženo pomoću kuta, a računa se počevši od sunčanog podneva. To je doba dana kad je Sunce u najvišem položaju i taj trenutak odgovara kutu $\omega = 0^\circ$. Satni kut Sunca određuje se tako da se vremenski interval od sunčanog podneva u satima pomnoži sa 15° . Prijepodnevi satni kut ima negativan, a poslijepodnevni pozitivan predznak. Tako, na primjer, 9 h sunčanog vremena odgovara satnom kutu $\omega = -3 \cdot 15^\circ$ ili -45° , a 13 h 30 min satnom kutu $\omega = 1,5 \cdot 15^\circ$ ili $22,5^\circ$.

Visina Sunca (α) kut je između Sunčevih zraka i horizontalne plohe (sl. 2.4), a može se odrediti iz izraza

$$\sin \alpha = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega \quad (2.3)$$

gdje je φ zemljopisna širina, δ deklinacija Sunca i ω satni kut Sunca. Visina Sunca u podne (α_p), kad je $\omega = 0^\circ$ i $\cos \omega = 1$, dobiva se iz izraza

$$\sin \alpha_p = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta$$



Slika 2.4. Visina Sunca

$$\sin \alpha_p = \cos (\varphi - \delta) = \sin (90^\circ - \varphi + \delta) \quad (2.4)$$

pa je visina Sunca u podne

$$\alpha_p = 90^\circ - \varphi + \delta. \quad (2.4.a)$$

Visine Sunca u sunčano podne u Zagrebu (zemljopisna širina $45,82^\circ$), Splitu ($43,86^\circ$) i Dubrovniku ($42,65^\circ$) navedene su u tablici 2.4.

Komplementarni kut kutu α jest *zenitna udaljenost*, odnosno zenitni kut Sunca (sl. 2.4)

$$\vartheta_z = 90^\circ - \alpha. \quad (2.5)$$

To je kut između Sunčevih zraka i zenita, tj. vertikale na Zemljinu površinu.

Sunčev azimut ψ jest kut između projekcije Sunčeve zrake na horizontalnu plohu i smjera sjever–jug u horizontalnoj ravnini. Obično se uzima da je za $\psi = 0$ kada je Sunce na jugu, pozitivan je prema istoku, a negativan prema zapadu. Računa se formulom

$$\begin{aligned} \cos \psi &= \frac{\sin \alpha \sin \varphi - \sin \delta}{\cos \alpha \cos \varphi} \\ \cos \psi &= \frac{\cos \vartheta_z \sin \varphi - \sin \delta}{\sin \vartheta_z \cos \varphi} \\ \cos \psi &= \frac{\sin \varphi \cos \delta \cos \omega - \cos \varphi \sin \delta}{\cos \alpha} \end{aligned} \quad (2.6)$$

ili

$$\sin \psi = \frac{\cos \delta \sin \omega}{\cos \alpha} \quad (2.6.a)$$

Napomenimo da je formula (2.6a) ispravna samo za azimute manje od 90° .

Visine Sunca i azimuti prikazani su u tablici u dodatku J.

Tablica 2.4. VISINE SUNCA U SUNČEVO
PODNE 15. DANA U MJESECU

Mjesec	Visina Sunca α		
	Zagreb	Split	Dubrovnik
I.	22,9°	25,1°	26,5°
II.	30,9°	33,0°	34,0°
III.	41,4°	43,5°	44,9°
IV.	53,6°	55,7°	56,8°
V.	63,0°	65,1°	66,1°
VI.	67,5°	69,6°	70,4°
VII.	65,7°	67,8°	68,4°
VIII.	58,0°	60,1°	60,6°
IX.	46,5°	48,5°	49,3°
X.	34,6°	36,7°	37,5°
XI.	25,0°	27,1°	28,3°
XII.	21,1°	23,2°	24,2°

Kut izlaska, odnosno *zalaska* Sunca (s obzirom na horizontalnu ravninu) ω_s može se odrediti iz izraza (2.3) uvrštavajući za visinu Sunca $\alpha = 0^\circ$, odnosno $\alpha = 180^\circ$. Tada je

$$\cos \omega_s = -\tan \varphi \tan \delta$$

odnosno

$$\omega_s = \arccos (-\tan \varphi \tan \delta) \quad (2.7)$$

Taj izraz vrijedi za gornju granicu atmosfere. Za donju granicu atmosfere izraz za ω_s malo je složeniji, a razlika je oko 8 min.

Satni kut izlaska Sunca negativan je, a zalaska Sunca pozitivan. Vrijeme izlaska odnosno zalaska Sunca može se izračunati tako da se kut ω_s izražen u stupnjevima podijeli s $15^\circ/\text{h}$, i tako dobije vrijeme u satima.

Trajanje sunčanog dana od izlaska do zalaska Sunca jest

$$Z = \frac{2}{15^\circ/\text{h}} \arccos (-\tan \varphi \tan \delta). \quad (2.8)$$

2.3. EKSTRATERESTIČKO ZRAČENJE; SOLARNA KONSTANTA

Sunčevo zračenje na ulazu u Zemljinu atmosferu nazivamo ekstraterestičkim zračenjem. To zračenje opisujemo gustoćom energijskog toka koji upada na određenu površinu, okomitu na smjer Sunčevih zraka, i nazivamo *ozračenjem* (iradijancijom), označavamo znakom E i izražavamo jedinicom vat po četvornom metru (W/m^2).

Budući da se udaljenost Zemlje od Sunca mijenja tijekom godine, različito je također ekstraterestičko ozračenje, a mijenja se od najmanje vrijednosti $1\,307\,\text{W}/\text{m}^2$ do najveće $1\,399\,\text{W}/\text{m}^2$. Njegova srednja vrijednost naziva se *solarna konstanta*. Solarna se konstanta definira kao tok Sunčeva zračenja kroz jediničnu površinu, okomitu na smjer Sunčevih zraka na srednjoj udaljenosti Zemlje od Sunca ($r = 1,5 \cdot 10^{11}\,\text{m}$), ali izvan Zemljine atmosfere tako da nema slabljenja

zbog apsorpcije i raspršenja u atmosferi. Ona se određuje mjerenjem (npr. pomoću balona i satelita). Dogovorena standardna vrijednost za solarnu konstantu jest:

$$\bar{E}_0 = 1\,353\text{ W m}^{-2} = 4\,871\text{ kJ m}^{-2}\text{ h}^{-1}.$$

Neka novija mjerenja pokazuju malo veću vrijednost pa se u literaturi susreće i vrijednost $1\,367\text{ W m}^{-2}$. Spektar Sunčeva zračenja, prije ulaska u atmosferu, proteže se od oko $0,12\text{ }\mu\text{m}$ do više od $10\text{ }\mu\text{m}$, s maksimumom na $0,48\text{ }\mu\text{m}$ i sastoji se od: ultraljubičastog ($0,12\text{ }\mu\text{m} - 0,4\text{ }\mu\text{m}$), vidljivog ($0,4\text{ }\mu\text{m} - 0,75\text{ }\mu\text{m}$) i infracrvenog dijela ($\lambda > 0,75\text{ }\mu\text{m}$).

Od ukupne energije ultraljubičasti je dio oko 8%, vidljivi oko 45% i infracrveni oko 47%. Spektar praktično završava pri $10\text{ }\mu\text{m}$ jer je udio energija zračenja valnih duljina većih od $10\text{ }\mu\text{m}$ samo 0,05%.

Zemlja se giba oko Sunca s periodom od godinu dana ($T = 365,25$ dana) po elipsi malog ekscentriciteta sa Suncem u jednom od žarišta eliptične staze. Ekstraterestičko zračenje mijenja se u tijeku godine zbog promjene udaljenosti Zemlje od Sunca.

Ekstraterestičko ozračenje površine okomite na smjer Sunčevog zračenja može se približno prikazati izrazom

$$E_{\text{on}}(n) = \varepsilon(n) \bar{E}_0 = \left[1 + 0,033 \cos \frac{360^\circ n}{365} \right] \bar{E}_0 \quad (2.9)$$

gdje je $\bar{E}_0$ solarna konstanta, n redni broj dana u godini, a $\varepsilon(n)$ ekscentricitet Zemljine orbite. Integrira li se ozračenje po vremenu, dobivaju se površinske gustoće energije zračenja koje u promatranom vremenskom intervalu upadnu na jedinicu površine (1 m^2) plohe. U literaturi se te veličine nazivaju satne, dnevne, mjesečne odnosno godišnje – sume zračenja, međutim, mi ćemo se služiti nazivom *ozračenost* (iradijacija, ekspozicija) plohe. Znak te veličine jest H . Dakle,

$$H = \int E dt. \quad (2.10)$$

Dnevna ekstraterestička ozračenost horizontalne plohe od izlaska do zalaska Sunca jest

$$H_{\text{oh}} = \int_{t_1}^{t_2} \varepsilon(n) \bar{E}_0 \cos \vartheta_z dt \quad (2.11)$$

$$H_{\text{oh}} = \int_{-\omega_s}^{\omega_s} \left(1 + 0,033 \cos \left(\frac{n}{365} 360^\circ \right) \right) \bar{E}_0 (\sin \varphi \sin \delta + \cos \delta \cos \varphi \cos \omega) d\omega$$

$$H_{\text{oh}} = \frac{86\,400}{\pi} \bar{E}_0 \left(1 + 0,033 \cos \left(\frac{n}{365} 360^\circ \right) \right) \left(\frac{\pi}{180} \omega_s \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \sin \omega_s \right)$$

Da bi se dobila prosječna dnevna ozračenost $\bar{H}_{\text{oh}}$ (mjesečni prosjek) ekstraterestičkog zračenja na horizontalnu plohu, potrebno je pomoću izraza (2.11) izračunati dnevnu ozračenost H_{oh} za svaki dan u mjesecu i odrediti aritmetičku sredinu.

U tablici 2.5. prikazani su mjesečni prosjeci dnevne ekstraterestičke ozračenosti $\bar{H}_{\text{oh}}$ horizontalne plohe za svaki mjesec u godini i za zemljopisne širine od 40° N do 48° N .

Tablica 2.5. MJESEČNE SREDNJE DNEVNE VRIJEDNOSTI
OZRAČENOSTI EKSTRATERESTIČKOG ZRAČENJA
 $\bar{H}_{oh} / (\text{MJ m}^{-2})$ HORIZONTALNE PLOHE

$\varphi / ^\circ$	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
40	15,24	20,24	27,37	34,58	39,65	41,73
40,5	14,93	19,95	27,14	34,45	39,61	41,73
41	14,62	19,66	26,91	34,31	39,56	41,74
41,5	14,31	19,37	26,68	34,17	39,52	41,75
42	14,01	19,08	26,44	34,03	39,47	41,75
42,5	13,7	18,79	26,2	33,88	39,42	41,75
43	13,39	18,5	25,96	33,74	39,37	41,75
43,5	13,08	18,21	25,72	33,59	39,31	41,74
44	12,78	17,91	25,48	33,44	39,26	41,74
44,5	12,47	17,62	25,24	33,28	39,2	41,73
45	12,16	17,32	24,99	33,13	39,14	41,72
45,5	11,86	17,03	24,74	32,97	39,07	41,71
46	11,55	16,73	24,49	32,81	39,01	41,70
46,5	11,24	16,43	24,24	32,64	38,94	41,68
47	10,94	16,13	23,99	32,48	38,87	41,67
47,5	10,63	15,83	23,73	32,31	38,87	41,65
48	10,33	15,53	23,47	32,14	38,8	41,63

$\varphi / ^\circ$	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
40	40,65	36,49	29,92	22,45	16,41	13,77
40,5	40,64	36,39	29,73	22,18	16,11	13,46
41	40,62	36,29	29,53	21,91	15,81	13,15
41,5	40,61	36,19	29,33	21,64	15,51	12,84
42	40,58	36,09	29,13	21,37	15,21	12,53
42,5	40,56	35,98	28,93	21,1	14,9	12,22
43	40,54	35,88	28,73	20,82	14,6	11,92
43,5	40,51	35,77	28,52	20,55	14,29	11,61
44	40,48	35,65	28,31	20,27	13,99	11,3
44,5	40,55	35,54	28,1	19,96	13,69	10,99
45	40,42	35,42	27,88	19,71	13,38	10,69
45,5	40,39	35,3	27,67	19,43	13,08	10,39
46	40,35	35,18	27,45	19,15	12,77	10,08
46,5	40,31	35,06	27,23	18,86	12,47	9,78
47	40,27	34,93	27,01	18,58	12,17	9,48
47,5	40,23	34,81	26,79	18,29	11,86	9,18
48	40,19	34,68	26,56	18,01	11,56	8,88

PRIMJER 2.2.

Koliko je ekstraterističko ozračenje okomite i horizontalne plohe 15. siječnja u 15 h u Zagrebu ($\varphi = 45,82^\circ$ N)? Kolika je ukupna ozračenost horizontalne plohe u tijeku cijelog dana? Deklinacija Sunca na dan 15. siječnja ($n = 15$) je

$$\delta = 23,45^\circ \sin \left(\frac{360}{365} (284 + 15) \right) = -21,27^\circ.$$

Pod pretpostavkom da je sunčano vrijeme jednako mjesnom, satni kut Sunca u 15 h je $\omega = 3 \cdot 15^\circ = 45^\circ$. Satni kut izlaska (zalaska) Sunca je $\omega_s = \arccos(-\tan \varphi \tan \delta) = 66,4^\circ$. Ekstraterističko ozračenje plohe okomite na Sunčeve zrake je

$$E_{on} = \bar{E}_o \left(1 + 0,033 \cos \frac{360 n}{365} \right) = 1\,396 \text{ W m}^{-2}.$$

Ekstraterističko ozračenje horizontalne plohe je $E_{oh} = E_{on} \sin \alpha$

$$E_{oh} = 1396 \text{ W m}^{-2} [\sin 45,82^\circ \sin(-21,27^\circ) + \cos 45,82^\circ \cos(-21,27^\circ) \cos 45^\circ]$$

$$E_{oh} = 278 \text{ W m}^{-2}$$

Ukupna dnevna ekstrateristička ozračenost horizontalne plohe (od izlaska do zalaska Sunca) je

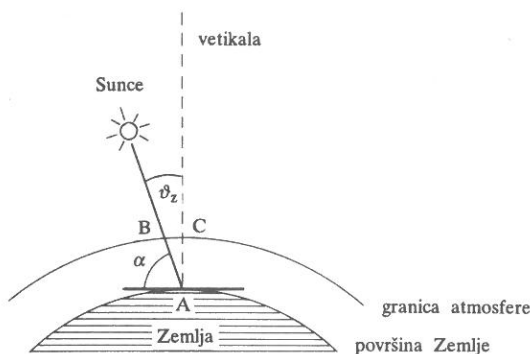
$$H_{oh} = \frac{24 \cdot 3600}{\pi} \bar{E}_o \left(1 + 0,033 \cos \frac{360 n}{365} \right) \left(\cos \varphi \cos \delta \sin \omega_s + \frac{2\pi \omega_s}{360} \sin \varphi \sin \delta \right)$$
$$H_o = 11,28 \text{ MJ m}^{-2}.$$

2.4. PRIZEMNO SUNČEVO ZRAČENJE

Na putu kroz Zemljinu atmosferu Sunčevo zračenje slabi jer se raspršuje na molekulama plinova (Rayleighovo raspršenje), na česticama prašine i dimu (aerosolu), apsorbira se zbog interakcije s molekulama (H_2O , CO_2 , O_3 itd.), te apsorbira i raspršuje na oblacima. Zračenje pojedinih valnih duljina pri tome se više apsorbira nego drugih te se i spektralni sastav (odnosno oblik spektra) mijenja. To se vidi na slici 2.1. gdje je prikazano spektralno ozračenje iznad atmosfere (ekstraterističko ozračenje) i na površini Zemlje za izravno Sunčevo zračenje pri potpuno vedru danu. Pri prolazu kroz atmosferu izgubi se oko 25% do 50% energije zbog raspršenja i apsorpcije. Ozon potpuno apsorbira kratko ultraljubičasto zračenje valne duljine manje od $0,3 \mu\text{m}$, a ultraljubičasto zračenje između $0,3 \mu\text{m}$ i $0,4 \mu\text{m}$ gotovo se potpuno rasprši, pa je udio tog zračenja u prizemnom spektru dosta malen u usporedbi s ekstraterističkim spektrom. Vodena para apsorbira dio infracrvenog zračenja malih duljina do $2,5 \mu\text{m}$, a ugljik-dioksid apsorbira zračenja valnih duljina većih od $2,5 \mu\text{m}$. Čitav Sunčev spektar koji stiže do Zemljine površine proteže se od $0,3 \mu\text{m}$ do $2,5 \mu\text{m}$.

Ukupno zračenje koje upada na Zemljinu površinu sastoji se od izravnog Sunčeva zračenja koje paralelnim zrakama dolazi sa Sunca i raspršenog zračenja iz svih smjerova koje je nastalo raspršenjem izravnog zračenja u atmosferi; ukupno ozračenje E možemo dakle prikazati kao zbroj izravnog E_b i raspršenog E_d ozračenja

$$E = E_b + E_d \quad (2.12)$$



Slika 2.5. Uz definiciju optičke mase zraka

Put Sunčevih zraka kroz atmosferu (sl. 2.5) opisuje se pomoću *optičke mase zraka* m . Zanemarimo li zakrivljenost Zemlje i lom Sunčevih zraka i pretpostavimo li da je gustoća atmosfere stalna, tada je

$$m = \frac{\overline{BA}}{\overline{CA}} = \frac{1}{\cos \vartheta_z} = \frac{1}{\sin \alpha} = \sec \vartheta_z \quad (2.13)$$

$\overline{CA}$ je visina vertikalnog stupca zraka od površine Zemlje do ruba atmosfere,

$\overline{BA}$ je visina odgovarajućeg stupca zraka kroz koji prolaze Sunčeve zrake,

ϑ_z je kut upada Sunčevih zraka na horizontalnu plohu (zenitni kut Sunca),

α je visina Sunca.

Tako je npr. $m = 1$ ako zrake dolaze na površinu Zemlje (nadmorska visina nula) okomito, $m = 2$ ako je kut između Sunčevih zraka i horizonta $\alpha = 30^\circ$ i sl. Ekstraterestičkom zračenju odgovara $m = 0$. Uobičajeno je da se zračenje ovisno o optičkoj masi zraka m označava AM m , pa se ekstraterestičko zračenje naziva AM 0 (am nula, engl. air mass zero), AM 1 jest zračenje koje dolazi do površine mora ako je $\alpha = 90^\circ$, AM 2 za $\alpha = 30^\circ$, AM 3 za $\alpha = 20^\circ$, AM 4 za $\alpha = 14,5^\circ$ i sl.

Kao normirano prizemno Sunčevo zračenje pri fotonaponskim mjerenjima predložena je tzv. AM 1,5 raspodjela zračenja po preporuci CEC (engl. *Commission of the European Communities*). To je zračenje koje dolazi do površine mora ako je kut visine Sunca $41,8^\circ$ (jer je $\sin 41,8^\circ = 1/1,5$) odnosno ako je zenitni kut $48,2^\circ$.

Snaga koju daje fotonaponski sustav obasan s AM 1,5 spektrom (tj. s ozračenjem 1 kW/m^2)* zove se *vršna snaga* i svi parametri sustava obično se izražavaju s obzirom na to upadno zračenje. Napomenimo da je ta vrijednost približna najvećoj gustoći snage Sunčeva zračenja na Zemljinoj površini.

2.5. MJERENJE SUNČEVA ZRAČENJA

Podaci o Sunčevu zračenju dobivaju se mjerenjem. Time se bavi posebna grana meteorologije, *aktinometrija*. Za praktično iskorištavanje sunčane energije važni su podaci o insolaciji (osunčanju), ukupnom ozračenju (dozračenoj snazi) horizontalne plohe i difuznom ozračenju horizontalne plohe.

Insolacija, tj. vrijeme kroz koje izravno Sunčevo zračenje dopire do Zemljine površine, odnosno do horizontalne plohe mjernog uređaja, mjeri se pomoću *heliografa*. Iako heliograf daje samo podatke o tome da li ima ili nema izravnog zračenja, a ne daje podatke o ozračenosti, ipak se, ako

*Po definiciji je ozračenje (gustoća snage) normiranog AM 1,5 Sunčeva spektra 1000 W/m^2 (odnosno 100 mW cm^{-2}). To je tzv. vršna jakost zračenja.

nema drugih podataka, iz podataka o insolaciji može procijeniti ozračenost. Prosječna mjesečna i godišnja insolacija za nekoliko mjesta navedena je u tablici 2.7.

Piranometar je instrument koji mjeri ukupno ozračenje Sunčeva zračenja koje upada iz prostornog kuta 2π na njegovu ravnu plohu za primanje zračenja. Obično se postavlja tako da mu je ta ploha primanja horizontalna. Ako se zasjeni Sunčev disk tako da do plohe piranometra za primanje zračenja ne može doprijeti izravno Sunčevo zračenje, piranometar će registrirati raspršeno zračenje neba.

Tablica 2.7. PROSJEČNA INSOLACIJA (1950 – 1971)

Mjesto	Dnevna insolacija po mjesecima sati/dan												Godišnje sati
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.	
Hvar	4,1	5,0	6,2	7,9	9,3	10,8	12,0	11,0	8,7	6,7	4,1	3,3	2713
Split	4,0	4,8	5,8	7,4	8,7	10,3	11,4	10,6	8,3	6,5	4,1	3,2	2591
Zagreb	1,6	2,7	3,9	5,7	6,7	7,7	8,8	8,2	6,4	4,4	2,0	1,2	1806

Iz podataka o ukupnom ozračenju koje zapisuju piranografi dobivaju se satne ozračenosti horizontalne plohe. (Satna ozračenost često se naziva satna suma zračenja.) Zbrajanjem satnih ozračenosti dobivaju se dnevne ozračenosti. Prema tako prikupljenim podacima računaju se prosjeci satne odnosno dnevne ozračenosti za svaki mjesec u godini. Budući da su takvi prosjeci načinjeni prema podacima za dulje vremensko razdoblje mogu dobro poslužiti pri projektiranju i proračunu rada sunčanih sustava. U tablicama 2.8. i 2.9. navedene su srednje vrijednosti ukupnih satnih ozračenosti horizontalne plohe za Zagreb i Split.

Tablica 2.8. SREDNJI DNEVNI HOD UKUPNE SATNE OZRAČENOSTI HORIZONTALNE PLOHE U ZAGREBU PO MJESECIMA U RAZDOBLJU 1958 – 1967.

Doba dana / h	Ozračenost $\bar{H}$ / (W h m ⁻²)											
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
4 – 5				0,5	11	19	14	2,5				
5 – 6			2	22	67	87	77	38	8	0,1		
6 – 7		4	27	92	167	186	185	128	61	13	0,6	
7 – 8	9	35	96	197	288	310	310	257	162	68	14	4
8 – 9	43	101	188	317	417	437	445	383	289	150	52	30
9 – 10	98	183	290	419	528	542	564	518	403	240	101	72
10 – 11	147	252	366	499	599	633	654	608	496	320	147	112
11 – 12	184	290	389	534	643	665	695	661	539	358	177	139
12 – 13	194	303	396	529	644	664	698	651	532	359	185	143
13 – 14	168	266	347	493	589	628	651	600	486	322	153	121
14 – 15	117	201	275	420	501	544	561	512	402	248	104	79
15 – 16	54	117	195	301	398	423	443	397	289	152	50	33
16 – 17	11	42	100	191	280	310	326	268	163	62	11	5
17 – 18		4	28	83	155	191	192	136	54	8	0,1	
18 – 19			1,5	18	55	83	79	36	6			
19 – 20				0,1	7	17	14	2				
Zbroj	1 025	1 810	2 700	4 109	5 354	5 726	5 905	5 200	3 890	2 303	996	738

Tablica 2.9. SREDNJI DNEVNI HOD UKUPNE SATNE OZRAČENOSTI HORIZONTALNE PLOHE U SPLITU U RAZDOBLJU 1964 –1977.

Doba dana / h	Prosječna ozračenost $\bar{H}$ / (W h m ⁻²)											
	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
4 –5					6	15	11	1				
5 –6			1	20	72	106	90	46	8			
6 –7		5	37	112	200	243	231	171	85	20	1	
7 –8	18	65	165	255	354	405	395	330	227	129	38	10
8 –9	98	176	289	400	503	553	553	482	378	267	136	81
9 –10	192	297	410	524	626	678	605	617	509	390	238	172
10 –11	263	378	515	609	716	776	778	706	598	479	307	242
11 –12	306	428	556	647	758	816	827	752	638	521	345	277
12 –13	312	420	540	645	750	810	821	753	633	517	339	285
13 –14	276	375	506	603	697	755	761	699	580	463	295	248
14 –15	200	292	432	521	615	676	670	609	503	371	224	175
15 –16	106	183	306	406	505	560	554	486	369	242	117	88
16 –17	23	71	172	268	361	415	402	334	216	104	28	14
17 –18		5	53	128	211	262	249	175	73	13	0	
18 –19			2	26	81	111	100	50	5			
19 –20					7	17	13	2				
Zbroj	1 798	2 717	3 984	5 165	6 462	7 198	7 059	6 214	4 821	3 517	2 066	1 592

Tablica 2.10. GODIŠNJI HOD SREDNJE DNEVNE SUNČANE OZRAČENOSTI HORIZONTALNE PLOHE ($\bar{H}$)

Mjesec	Ozračenost $\bar{H}$ / (MJ m ⁻²)	
	Split	Zagreb
siječanj	6,5	3,7
veljača	9,8	6,5
ožujak	14,3	9,7
travanj	18,6	14,8
svibanj	23,3	19,3
lipanj	25,9	20,6
srpanj	25,4	21,3
kolovoz	22,4	18,7
rujan	17,4	14,0
listopad	12,7	8,3
studen	7,4	3,6
prosinac	5,7	2,7
Godišnja srednja dnevna ozračenost / (MJ m ⁻²)	15,8	11,9
Ukupna godišnja ozračenost / (kWh m ⁻²)	1 600	1 200

Pri proračunu sunčanih uređaja obično su potrebni podaci o mjesečnom prosjeku dnevne ukupne ozračenosti. U tablici 2.10. prikazane su srednje dnevne ozračenosti horizontalne plohe u Splitu i Zagrebu dobivene aktinometrijskim mjerenjima tijekom više godina.

2.6. PRORAČUN PRIZEMNOG SUNČEVA ZRAČENJA

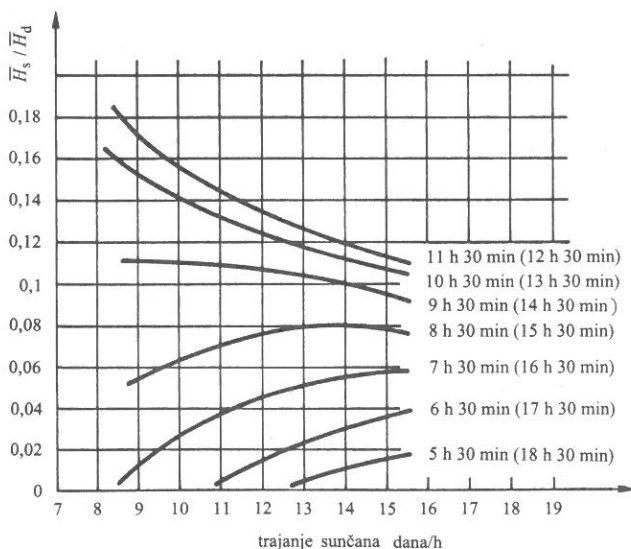
Ako ne postoje podaci dobiveni mjerenjem, upadno Sunčevo zračenje može se izračunati upotrebom raznih empirijskih formula. Razrađene su različite metode za proračun mjesečnog prosjeka ukupne dnevne ozračenosti horizontalne plohe $\bar{H}$ iz ostalih klimatoloških podataka dobivenih mjerenjem, npr. insolacije (zračenja Sunca).

Ako su npr. poznati podaci o srednjoj dnevnoj vrijednosti $\bar{S}$ relativnog trajanja zračenja Sunca*, tada se mjesečni prosjek dnevne ozračenosti $\bar{H}$ horizontalne plohe može izračunati iz srednje dnevne vrijednosti ekstraterističke ozračenosti horizontalne plohe $\bar{H}_0$ za promatrani mjesec primjenom Ångström–Pageove relacije

$$\bar{H} = \bar{H}_0 (a + b \bar{S}) \quad (2.14)$$

gdje su a i b koeficijenti ovisni o promatranom mjestu. (Tako na primjer za Zagreb je $a = 0,2$ i $b = 0,59$). Trajanje zračenja Sunca mjeri se u mnogim mjestima i ti podaci mogu poslužiti za izračunavanje ukupne ozračenosti za ona mjesta gdje se Sunčevo zračenje ne mjeri. Koeficijenti a i b izračunavaju se za mjesta gdje se mjeri ozračenost H i zatim upotrebljavaju u proračunima za mjesta sličnoga klimatskog područja.

Određivanje satnih ozračenosti iz dnevnih. Pri proračunu rada sunčanih sustava katkad je potrebno poznavati prosječni dnevni hod ozračenosti, tj. srednje satne ozračenosti za svaki mjesec u godini. Budući da su podaci o srednjoj dnevnoj ozračenosti dostupniji, često je potrebno prosječne satne ozračenosti $\bar{H}_s$ izračunati. One se mogu npr. približno izračunati iz prosječnih dnevnih ozračenosti $\bar{H}_{dn}$ upotrebom Collares–Pereirove i Rablove formule



Slika 2.6. Određivanje satnih ozračenosti iz dnevnih

* $\bar{S}$ je omjer stvarne insolacije i trajanja sunčanog dana.

$$\bar{H}_s = \bar{H}_{dn} \frac{\pi}{24} (a + b \cos \omega) \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{\sin \omega_s - \frac{2\pi \omega_s}{360} \cos \omega_s} \quad (2.15)$$

gdje su koeficijenti $a = 0,409 + 0,5016 \sin(\omega_s - 60^\circ)$, $b = 0,6609 - 0,4767 \sin(\omega_s - 60^\circ)$.

Tu je ω satni kut Sunca sredinom onog sata za koji računamo satnu ozračenost $\bar{H}_s$, ω_s je kut izlaska (zalaska) Sunca – prosječna vrijednost za taj mjesec. Pretpostavlja se da ta formula vrijedi bez obzira na klimatske uvjete područja.

Na slici 2.6. prikazan je kvocijent $\bar{H}_d/\bar{H}_{dn}$ u funkciji trajanja sunčana dana Z dobiven s pomoću podataka mjerenja za područja Splita i Zagreba. Ti se dijagrami mogu upotrijebiti još i za određivanje satnih ozračenosti u ostalom našem području, možda i točnije negoli pomoću empirijskih formula izvedenih za druga klimatska područja.

Procjena raspršenog zračenja. Udio raspršenog zračenja u ukupnome može se odrediti mjerenjem ili izračunati ako ne postoje podaci dobiveni mjerenjem. Srednju dnevnu ozračenost od raspršenog zračenja većinom se ne mjeri te se prosječna dnevna raspršena ozračenost horizontalne plohe $\bar{H}_d$ mora izračunati iz srednje dnevne ukupne ozračenosti horizontalne plohe $\bar{H}$.

Poznato je da je udio raspršene ozračenosti u ukupnoj $\bar{K}_d = \bar{H}_d/\bar{H}$ funkcija tzv. *indeksa prozračnosti*

$$\bar{K}_T = \frac{\bar{H}}{\bar{H}_0} \quad (2.16)$$

gdje je $\bar{H}$ srednja dnevna prizemna vrijednost ukupne ozračenosti na horizontalnu plohu, a $\bar{H}_0$ srednja dnevna ekstrateristička vrijednost za horizontalnu plohu na istoj zemljopisnoj širini. Srednje vrijednosti dobivene su iz podataka za čitav mjesec. Srednja vrijednost indeksa $\bar{K}_T$ za svaki mjesec u godini za određeno područje može se izračunati dijeljenjem prosječne mjesečne ozračenosti horizontalne plohe (koja se dobije iz meteoroloških mjerenja) i prosječne ekstraterističke ozračenosti koja se izračunava s pomoću izraza (2.11).

Postoji nekoliko empirijskih relacija za proračun udjela difuzne ozračenosti u globalnoj, $\bar{K}_d = \bar{H}_d/\bar{H}$ pomoću indeksa prozračnosti atmosfere $\bar{K}_T = \bar{H}/\bar{H}_0$, koje su odredili B.Y.H. Liu, R.C. Jordan, S.A. Klein, J.K. Page i dr.

Relacije prilagođene našem klimatskom području jesu

$$\bar{K}_d = 1,05 - 1,125 \bar{K}_T \quad (2.17a)$$

i nešto točnija

$$\bar{K}_d = 1,60 - 4,17 \bar{K}_T + 5,29 \bar{K}_T^2 - 2,86 \bar{K}_T^3. \quad (2.17b)$$

Tablica 2.11. UDIO OZRAČENOSTI RASPRŠENIM ZRAČENJEM $\bar{H}_d/\bar{H}$ U SPLITU I ZAGREBU DOBIVEN PRORAČUNOM I USPOREĐEN S IZMJERENIM VRIJEDNOSTIMA ZA ZAGREB

Mjesec	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
Split	48%	44%	43%	42%	38%	35%	35%	35%	36%	36%	47%	48%
Zagreb	70%	63%	60%	52%	49%	46%	45%	44%	47%	56%	70%	75%
Zagreb *	70%	62%	53%	52%	49%	48%	45%	44%	47%	59%	69%	72%

* Podaci mjerenja (1974–1980).

2.7. SUNČEVO ZRAČENJE NA NAGNUTU PLOHU

Pri proračunu djelotvornosti rada sunčanog uređaja, potrebno je poznavati snagu ukupnog Sunčeva zračenja koje upada na nagnutu plohu kolektora. Ako nema podataka mjerenja, potrebno je snagu zračenja proračunati iz aktinometrijskih podataka za to područje.

Prema metodi koju su razvili Liu, Jordan i Klein može se iz podataka o Sunčevu zračenju na horizontalnu plohu (podatke daje meteorološka služba) izračunati srednja dnevna ozračenost (prosjeak za čitav mjesec) kose plohe okrenute prema jugu za određeni mjesec. Opisat ćemo ukratko taj proračun. Ukupno ozračenje Sunčevim zračenjem koje dopire do nagnute plohe E_β sastoji se od triju komponenti: prva je od izravnog Sunčeva zračenja $E_{b\beta}$ koje upada na plohu, druga je od raspršenog $E_{d\beta}$ zračenja dijela neba koji se nalazi iznad plohe i treće je od zračenja odbijenog od tla i okolnih predmeta $E_{r\beta}$:

$$E_\beta = E_{b\beta} + E_{d\beta} + E_{r\beta} \quad (2.18)$$

Izravno sunčano ozračenje nagnute plohe $E_{b\beta}$ povezano je s izravnim sunčanim ozračenjem horizontalne plohe izrazom

$$E_{b\beta} = E_b \frac{\cos \vartheta_\beta}{\cos \vartheta_z} = E_b \frac{\cos \vartheta_\beta}{\sin \alpha} = E_\beta R'_b \quad (2.18a)$$

gdje je ϑ_β kut upada Sunčevih zraka na nagnutu plohu (između zrake i okomice na plohu), α visina Sunca, ϑ_z kut upada Sunčevih zraka na horizontalnu plohu, a E_b izravno ozračenje horizontalne plohe.

Omjer izravnog ozračenja na južnu plohu nagnutu pod kutom β prema horizontali $E_{b\beta}$ i izravnog ozračenja horizontalne plohe E_b naziva se faktorom R'_b i on ovisi o položaju Sunca i kutu nagiba plohe

$$R'_b = \frac{\cos \vartheta_\beta}{\sin \alpha} = \frac{\cos (\varphi - \beta) \cos \delta \cos \omega + \sin (\varphi - \beta) \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta \cos \omega + \sin \varphi \sin \delta} \quad (2.19)$$

gdje je φ zemljopisna širina, δ deklinacija Sunca, ω satni kut Sunca i β kut plohe prema horizontali. Integriranjem i izračunavanjem prosjeka dobivamo srednju vrijednost dnevne izravne ozračenosti nagnute plohe

$$\bar{H}_{b\beta} = \bar{R}_b \bar{H}_b \quad (2.20)$$

gdje je $\bar{R}_b$ omjer između srednje dnevne izravne ozračenosti nagnute plohe i horizontalne plohe za pojedini mjesec, a $\bar{H}_b$ srednja dnevna izravna ozračenost horizontalne plohe. Dnevna vrijednost faktora $\bar{R}_b$ za plohe okrenute prema jugu može se izračunati s pomoću izraza

$$\bar{R}_b = \frac{\cos (\varphi - \beta) \cos \delta \sin \omega'_s + \frac{\pi}{180} \omega'_s \sin (\varphi - \beta) \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta \sin \omega_s + \frac{\pi}{180} \omega_s \sin \varphi \sin \delta} \quad (2.21)$$

gdje je $\omega_s = \arccos (-\tan \varphi \tan \delta)$ vremenski kut izlaska (zalaska) Sunca za horizontalnu plohu, a $\omega'_s = \min \{ \omega_s, \arccos [-\tan (\varphi - \beta) \tan \delta] \}$ vremenski kut zalaska Sunca na nagnutu plohu, δ deklinacija Sunca i β nagib površine npr. kolektora. Srednja vrijednost dobiva se kao aritmetička sredina faktora R_b izvedena s pomoću izraza (2.21) za svaki dan u mjesecu ili uvrštavanjem mjesečnog prosjeka za deklinaciju δ u izraz (2.21). Obično se faktori R'_b računaju za period od jedan sat od izlaska do zalaska Sunca i nazivaju se *satni* za razliku od dnevnih faktora R_b koji se dobiju integriranjem po cijelom Sunčevu danu.

U tablici u Dodatku J prikazani su faktori R'_b i R_b za "srednji dan" u svakom mjesecu za zemljopisnu širinu $\varphi = 42^\circ \text{ N}$ i 46° N i nagib plohe $\beta = \varphi$. "Srednji dan" je dan kad je deklinacija

δ jednaka srednjoj mjesečnoj deklinaciji.) Za satne kutove $\omega > 90^\circ$ Sunčeve zrake ne upadaju na tako nagnutu plohu. Zato je u ljetnim mjesecima za $\omega > 90^\circ$, $R'_b = 0$, premda Sunce još obasjava horizontalnu plohu. U toj su tablici također navedeni visine Sunca, azimuti Sunca i trajanja sunčanog dana Z .

Ozračenost nagnute plohe raspršenim zračenjem $H_{d\beta}$ razlikuje se od raspršene ozračenosti horizontalne plohe H_d , jer nagnuta ploha ne dobiva zračenje iz hemisfere iznad tla nego samo od jednog njezina dijela. Ako pretpostavimo da je raspršeno zračenje neba izotropno, taj je dio proporcionalan prostornom kutu pod kojim se vidi nebo s nagnute plohe, te je

$$\overline{H}_{d\beta} = \overline{H}_d \frac{1 + \cos \beta}{2} \quad (2.22)$$

gdje je β kut koji ploha zatvara s horizontalom.

Na kosu plohu također dolazi i zračenje odbijeno s tla i okolnih predmeta. Ako je ρ refleksijski faktor tla (albedo), tada je srednja dnevna ozračenost kose plohe reflektiranim zračenjem

$$\overline{H}_{r\beta} = \rho \overline{H} \frac{1 - \cos \beta}{2} \quad (2.23)$$

gdje je $\overline{H}$ ukupna srednja dnevna ozračenost horizontalne plohe ili ravnog tla. Prema tome, ukupna ozračenost nagnute plohe jest

$$\begin{aligned} \overline{H}_\beta &= \overline{H}_{b\beta} + \overline{H}_{d\beta} + \overline{H}_{r\beta} = (\overline{H} - \overline{H}_d) \overline{R}_b + \overline{H}_d \frac{1 + \cos \beta}{2} + \rho \overline{H} \frac{1 - \cos \beta}{2} \\ \overline{H}_\beta &= \left[\left(1 - \frac{\overline{H}_d}{\overline{H}} \right) \overline{R}_b + \frac{\overline{H}_d}{\overline{H}} \frac{1 + \cos \beta}{2} + \rho \frac{1 - \cos \beta}{2} \right] \cdot \overline{H} = \overline{R} \overline{H} \end{aligned} \quad (2.24)$$

gdje izraz u uglatoj zagradi označen s $\overline{R}$ znači omjer između srednje dnevne ozračenosti nagnute plohe i srednje dnevne ozračenosti horizontalne plohe za pojedini mjesec.

Tablica 2.12. SREDNJA DNEVNA OZRAČENOST KOLEKTORA, $\overline{H}_\beta / \text{MJ m}^{-2}$

Nagib plohe	0°	0°	45°	45°	90°	90°
Mjeseci	a)	b)	a)	b)	a)	b)
I.	6,5	3,7	11,6	5,4	11,3	5,0
II.	9,8	6,5	15,0	9,1	13,4	7,9
III.	14,3	9,7	17,9	11,3	13,5	8,5
IV.	18,6	14,8	19,0	15,0	11,8	9,7
V.	23,3	19,3	21,0	17,4	11,2	10,0
VI.	25,9	20,6	21,8	17,8	10,9	9,7
VII.	25,4	21,3	22,0	18,7	11,3	10,3
VIII.	22,4	18,7	21,8	18,3	12,7	11,0
IX.	17,4	14,0	20,4	16,2	14,4	11,4
X.	12,7	8,3	19,0	11,3	16,4	9,5
XI.	7,4	3,6	13,0	4,6	12,5	4,0
XII.	5,7	2,7	11,0	3,5	11,0	3,1

a) za Split, b) za Zagreb

Rezultati proračuna srednje dnevne ozračenosti nagnute plohe za Split i Zagreb prema relaciji (2.24) prikazani su u tablici 2.12.

PRIMJER 2.3.

Koliki je mjesečni prosjek dnevne ozračenosti kolektora u Splitu (u **a**) lipnju i **b**) prosincu) nagnutog pod kutom $\beta = \varphi = 43,5^\circ$. Refleksijski faktor (albedo) tla jest 0,2.

a) Za srednji dan u mjesecu lipnju uzet ćemo 11. lipnja ($n = 162$) jer je toga dana deklinacija Sunca jednaka srednjoj mjesečnoj deklinaciji (v. tabl. 2) i iznosi

$$\delta = 23,45^\circ \sin \left[\frac{365^\circ}{365} (248 + n) \right]$$

$$\delta = 23,45^\circ \sin \left[\frac{365^\circ}{365} (248 + 162) \right] = 23,09^\circ .$$

Satni kut izlaska (zalaska) Sunca na horizontalnoj plohi tog dana iznosi

$$\omega_s = \arccos (-\tan \varphi \tan \delta)$$

$$\omega_s = \arccos (-\tan 43,5^\circ \tan 23,09^\circ) = 113,9^\circ .$$

Kut izlaska (zalaska) Sunca na nagnutu plohu kolektora je

$$\omega'_s = \min \{ \omega_s , \arccos [-\tan (\varphi - \beta) \tan \delta] \}$$

$$\omega'_s = \min \{ 113,9^\circ , 90^\circ \} = 90^\circ .$$

Iz tablica 2.5, 2.8. i 2.9. očitamo srednju dnevnu ozračenost horizontalne plohe u Splitu $\bar{H} = 25,9 \text{ MJ m}^{-2}$ po danu* i srednju dnevnu ekstraterestičku ozračenost horizontalne plohe na toj zemljopisnoj širini $\bar{H}_0 = 41,74 \text{ MJ m}^{-2}$ po danu. Mjesečni srednjak indeksa prozračnosti je

$$\bar{K}_T = \frac{\bar{H}}{\bar{H}_0} = \frac{25,9}{41,74}$$

$$\bar{K}_T = 0,621 .$$

Udio difuznog zračenja u globalnom proračunat ćemo upotrebom empirijske relacije za naše područje

$$\bar{K}_d = 1,60 - 4,17 \bar{K}_T + 5,29 \bar{K}_T^{-2} - 2,86 \bar{K}_T^{-3}$$

$$\bar{K}_d = 0,366 .$$

Omjer $\bar{R}_b$ srednjeg dnevnog izravnog ozračenja na nagnutu i na horizontalnu plohu iznosi

*Da bismo istaknuli da je to dnevna ozračenost, često se nestandardno piše $H = 25,9 \text{ MJ m}^{-2} \text{ dan}^{-1}$, premda dan nije mjerna jedinica.

$$\bar{R}_b = \frac{\cos(\varphi - \beta) \cos \delta \sin \omega'_s + \frac{\pi}{180} \omega'_s \sin(\varphi - \beta) \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta \sin \omega_s + \frac{\pi}{180} \omega_s \sin \varphi \sin \delta}$$

$$\bar{R}_b = 0,8.$$

Omjer srednje dnevne ozračenosti nagnute plohe i srednje dnevne ozračenosti horizontalne plohe za lipanj iznosi:

$$\bar{R} = (1 - \bar{K}_d) \bar{R}_b + \bar{K}_d \frac{1 + \cos \beta}{2} + \rho \frac{1 - \cos \beta}{2}$$

$$\bar{R} = 0,85.$$

Prema tome, ukupna srednja dnevna ozračenost nagnute plohe (kolektora) je

$$\bar{H}_\beta = \bar{R} \bar{H} = 0,85 \cdot 25,9 \text{ MJ m}^{-2}$$

$$\bar{H}_\beta = 22 \text{ MJ m}^{-2}$$

b) Za srednji dan u mjesecu prosincu uzet ćemo 11. prosinca ($n = 345$) i provesti sličan račun za dnevnu ozračenost kao i za lipanj.

Pritom dobivamo:

$$\bar{H} = 5,7 \text{ MJ m}^{-2}, \quad \bar{H}_o = 11,61 \text{ MJ m}^{-2}$$

$$\delta = -23,12^\circ, \quad \omega_s = 66,1^\circ, \quad \omega'_s = \min \{66,1^\circ, 90^\circ\} = 66,1^\circ$$

$$\bar{R}_b = 2,82, \quad \bar{K}_T = 0,491, \quad \bar{K}_d = 0,49, \quad \bar{R} = 1,89$$

Dnevna ozračenost kolektora je $\bar{H}_\beta = \bar{R} \bar{H} = 10,8 \text{ MJ m}^{-2}$.

2.8. OPTIMALNI KUT NAGIBA KOLEKTORA

Proračunati optimalni kut nagiba kolektora za koji je mjesečno upadno Sunčevo zračenje najveće kao i pripadna ozračenost kolektora ili fotonaponskog panela okrenutog prema jugu u nekim gradovima prikazani su u tablicama 2.13. i 2.14. za svaki mjesec.

Tablica 2.13. OPTIMALNI KUT NAGIBA

Mjesec	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
Split	65°	57°	43°	24°	10°	1°	6°	20°	37°	55°	64°	67°
Zagreb	58°	53°	38°	24°	11°	2°	7°	20°	37°	51°	50°	52°

Ako bi se panel svaki mjesec namještao tako da kut nagiba bude optimalan, ukupna godišnja ozračenost bila bi u Splitu $18,9 \text{ MJ m}^{-2} \cdot 365 = 6\,900 \text{ MJ m}^{-2}$.

Ako bi se panel namještao dvaput godišnje, zimi na kut 62° a ljeti na kut 17° , godišnja ozračenost kolektora, kako pokazuju proračuni, bila bi u Splitu $6\,820 \text{ MJ m}^{-2}$ za stalni nagib od 45° kroz cijelu godinu ozračenost bi bila $6\,500 \text{ MJ m}^{-2}$.

Tablica 2.14. OPTIMALNA OZRAČENOST
KOLEKTORA, $\bar{H}_{\beta \text{ opt.}} / \text{MJ m}^{-2}$

Mjesec	Split	Zagreb	Osijek
I.	12,1	5,3	5,9
II.	15,1	8,9	9,2
III.	17,7	11,1	12,9
IV.	19,8	15,6	16,1
V.	23,5	19,5	19,6
VI.	25,9	20,6	21,0
VII.	25,5	21,3	21,7
VIII.	23,3	19,5	20,0
IX.	20,3	16,1	17,2
X.	18,9	11,1	12,7
XI.	13,4	4,4	7,1
XII.	11,7	3,3	4,4
Srednjak	18,9	13,1	14,0

Mjesečno optimiranje kuta umjesto dva nagiba godišnje povećalo bi ozračenost za 1,2%, a umjesto jednog nagiba kroz cijelu godinu 6%. Prema tome, dovoljno je nagib mijenjati dvaput godišnje, jer mjesečno namiještanje bitno ne mijenja ozračenost.

Ti su proračuni za kolektor okrenut prema ekvatoru (jugu), tj. za azimut jednak nuli. Ako je azimut različit od nule, primljeno zračenje je manje.

Proračuni daju da je smanjenje ozračenosti panela nagnutog pod kutom od 58° u XII. mjesecu i okrenutog za $\pm 10\%$ od juga samo za oko 1%. Ako je azimut $\pm 20\%$, smanjenje iznosi 4%. U ljetnim mjesecima promjena je još manja.

3. ELEKTRONI U KRISTALU

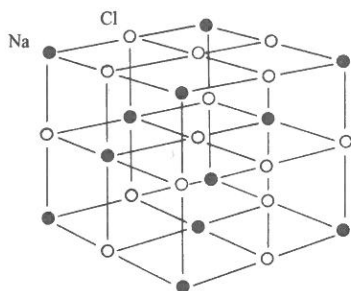
3.1. TIPOVI KRISTALA

Kristali su čvrsta tijela u kojima su atomi (ioni, molekule) pravilno raspoređeni i tvore tzv. kristalnu rešetku – mrežu linija koja dijeli kristal na jednake prostorne elemente, tzv. ćelije. Presjeci tih linija čvorovi su rešetke.

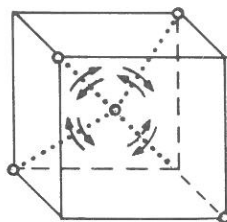
Ako se pravilni prostorni razmještaj čestica (atoma, iona ili molekula) javlja u velikom dijelu čvrstog tijela (makroskopske dimenzije), kristal se naziva monokristal. Ako pravilni prostorni razmještaj čestica obuhvaća samo male dijelove tvari (područja atomskih dimenzija), naziva se polikristal. Tvari u kojima čestice nisu pravilno raspoređene nazivaju se amorfne tvari.

Veze među česticama (atomi, ioni, molekule) kristalne rešetke uglavnom su ionske, van der Waalsove, kovalentne i metalne, pa odatle slijedi podjela kristala na metale i nemetale, a nemetala na ionske, kovalentne i molekularne kristale.

Ionski kristali sastoje se od periodički raspoređenih pozitivnih i negativnih iona koji titraju oko položaja ravnoteže kao harmonički oscilatori. Ti ioni nastaju prijelazom jednog ili više elektrona iz atoma elektropozitivnog u atom elektronegativnog elementa. Energija vezanja proizlazi iz elektrostatskog privlačenja suprotno nabijenih iona. Ioni su tako raspoređeni da su elektrostatske privlačne sile među suprotno nabijenim ionima veće nego odbojne sile među istovrsno nabijenim ionima. Na slici 3.1. dan je primjer natrijeva klorida. Najslabije vezani elektron natrija privučen je od klora i vezan uz atom klora tvoreći njegov ion Cl^- . Preostali dio atoma natrija jest njegov ion Na^+ . Budući da nemaju vodljivih ("slobodnih") elektrona za prijenos energije i naboja ionski kristali su slabi vodiči topline i elektriciteta.



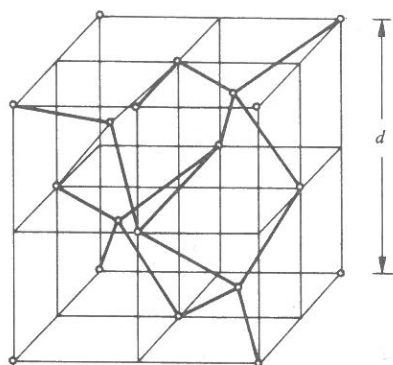
Slika 3.1. Ćelija kristala natrijeva klorida (kubična rešetka s plošnim centrima)



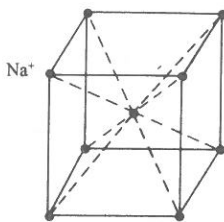
Slika 3.2. Kovalentna veza u dijamantu

Kod kovalentnih kristala dva susjedna atoma imaju zajednička dva elektrona suprotnog spina. Svaki atom daje po jedan elektron i ti elektroni tvore kovalentnu vezu između dva susjedna atoma. Npr., u dijamantu svaki ugljikov atom vezan je kovalentnom vezom sa svoja četiri susjedna atoma (sl. 3.2). Elektronska konfiguracija ugljikova atoma, ($Z = 6$), ima slijedeći raspored elektrona:

2 elektrona	u 1s podljuski
2 elektrona	u 2s podljuski
2 elektrona	u 2p podljuski.



Slika 3.3. Struktura kristala dijamanta



Slika 3.4. Čelija natrija (kubna rešetka s prostornim centrom)

Do stabilne konfiguracije 2p podljuske manjkaju još 4 elektrona. U kristalu dijamanta oko svakog ugljikovog atoma pravilno su raspoređena po 4 atoma ugljika koji s njim dijele po 1 elektron u 2p podljusci i tako se uzajamno povezuju.

Kristali germanija i silicija imaju sličnu kovalentnu vezu kao i dijamant (sl. 3.3). Kovalentni kristali slabi su vodiči topline i elektriciteta.

U molekularnim kristalima osnovne jedinice su molekule – npr. kruti vodik, kisik, ugljik-dioksid i većina organskih kristala. Sile kojima se molekule privlače van der Waalsove su sile. One su mnogo slabije od sila u ionskim i kovalentnim vezama i stoga molekularni kristali imaju znatno niže talište i vrelište te manju mehaničku čvrstoću.

Metali su elementi koji imaju jedan ili više slabo vezanih elektrona u vanjskoj nepopunjenoj ljusci. Ti su elektroni gotovo slobodni. Oni pripadaju čitavoj rešetki a ne pojedinim ionima. Tvore “elektronski plin”. U čvorovima kristalne rešetke nalaze se pozitivni ioni. Uzajamno djelovanje “elektronskog plina” i pozitivnih iona uvjetuje stabilnost metalne rešetke.

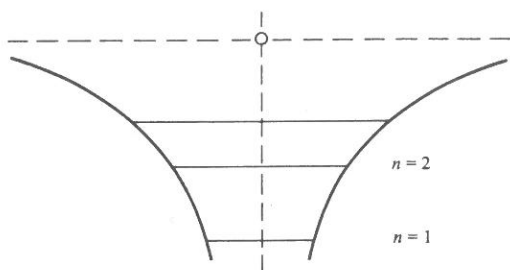
Na slici 3.4. vidimo primjer metala: osnovna čelija natrija. Svaki atom natrija daje po jedan vodljivi (“slobodni”) elektron kristalnoj rešetki (3s-elektron). Metali su dobri vodiči topline i elektriciteta, jer vodljivi elektroni lako apsorbiraju energiju vibracije kristalne rešetke ili elektromagnetskog zračenja.

Kristali sa savršeno pravilnom rešetkom su idealizacija. U realnoj kristalnoj rešetki geometrijska pravilnost narušena je raznim utjecajima. Pod utjecajem toplinskog gibanja nastaju defekti praznog čvora, tzv. vakancije. Izbačeni atom može izaći iz kristala ili se smjestiti u prostor između atoma rešetke. Poremećaj može nastati i klizanjem jednog sloja kristala na drugi tako da se u dijelu kristala pojavi suvišan sloj atoma. Takav poremećaj pravilnosti rešetke naziva se dislokacija. Atomi primjese izazivaju promjene kristalne strukture i prouzrokuju nastajanje dodatnih energijskih razina u kristalu. Promjene strukture kristala utječu na mehanička, toplinska, električna i magnetska svojstva kristala.

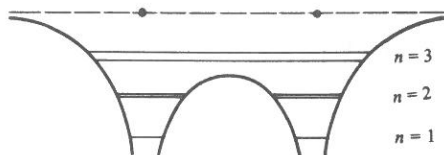
3.2. ENERGIJSKE VRPCE

Potencijalna energija elektrona u blizini izoliranog atoma prikazana je na slici 3.5. U takvoj potencijalnoj jami elektroni mogu zauzimati određena energijska stanja, na primjer za stanja s glavnim kvantnim brojevima $n = 1$ ili 2 to su:

$$\begin{array}{lll} n = 1 & 1s & 2 \text{ elektrona} \\ n = 2 & \begin{cases} 2s \\ 2p \end{cases} & \begin{array}{l} 2 \text{ elektrona} \\ 6 \text{ elektrona} \end{array} \end{array}$$



Slika 3.5. Potencijalna energija elektrona u blizini izoliranog iona



Slika 3.6. Potencijalna energija elektrona u polju dvaju iona

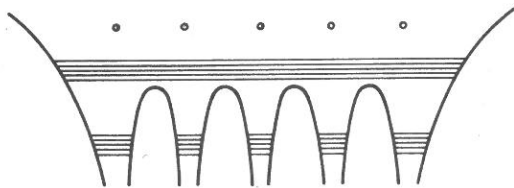
Prikaz potencijalne energije elektrona u polju dvaju iona, ako je razmak između iona usporediv s razmakom atoma (iona) u kristalu vidimo na slici 3.6. Zbog nastalog međudjelovanja umjesto jedne energijske razine nastaju dvije bliske razine. Dopustiva stanja za $n = 1$ i $n = 2$ jesu:

1s	2 · 2 elektrona
2s	2 · 2 elektrona
2p	2 · 6 elektrona

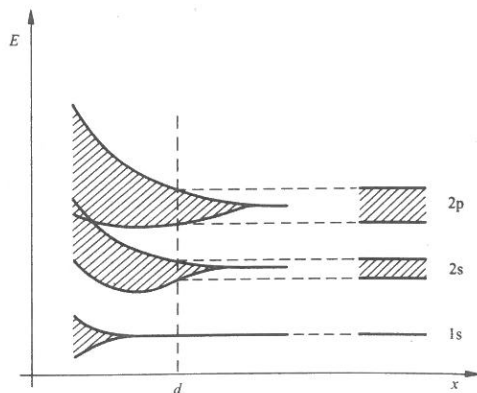
U slučaju jednodimenzionalne kristalne rešetke (N iona) nastaje periodični potencijal (sl. 3.7), i umjesto jedne energijske razine javlja se niz bliskih energijskih razina grupiranih u vrpce (pojas). $2N$ raspoloživih stanja za 1s-energijsku razinu ne koincidiraju nego su grupirani u 1s-energijsku vrpcu. Slično $2N$ stanja od 2s-energijske razine grupirana su u 2s-energijsku vrpcu, $6N$ u 2p-energijsku vrpcu itd. Kada je broj atoma velik, energijske razine unutar vrpce međusobno su vrlo blizu i može se reći da su kontinuirano raspoređene.

Na slici 3.8. prikazane su energijske vrpce kada su ioni kristalne rešetke međusobno udaljeni za d . Energijaska vrpca koja odgovara gornjoj atomskoj ljuski (u kojoj se nalaze elektroni) naziva se valentna vrpca ili valentni pojas ako je potpuno zauzeta elektronima, a ako nije potpuno zauzeta, ili ako je prazna, zove se vodljiva vrpca ili vodljivi pojas. Energijaska područja između dopuštenih vrpca zovu se zabranjene vrpce ili zabranjeni pojasevi.

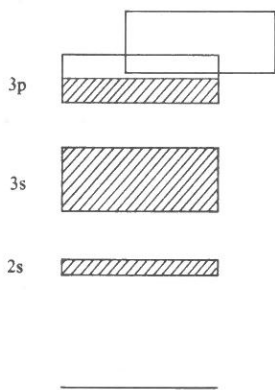
Energijske vrpce kristalne rešetke odgovaraju energijskim razinama atoma koji tvore rešetku. Promotrimo slučaj natrija. Elektronska konfiguracija izoliranog atoma natrija u njegovom osnovnom stanju jest: $1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$. Podljuska 3s nepopunjena je s jednim elektronom, a ostale su popunjene. U kristalu natrija energijske vrpce 1s, 2s, 2p popunjene su sa $2N$, $2N$, $6N$ elektrona, a u 3s vrpci polovina raspoloživih stanja je popunjena (sl. 3.9):



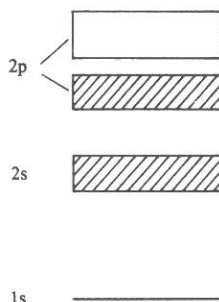
Slika 3.7. Potencijalna energija elektrona u jednodimenzionalnoj kristalnoj rešetki



Slika 3.8. Energijske vrpce



Slika 3.9. Elektronske vrpce natrija



Slika 3.10. Elektronske vrpce dijamanta

Energijska vrpca	1s	2s	2p	3s
broj raspoloživih stanja	$2N$	$2N$	$6N$	$2N$
broj elektrona	$2N$	$2N$	$6N$	$1N$

U činjenici da je energijska vrpca 3s samo djelomično popunjena može se naći odgovor za veliku električnu vodljivost natrija. Kada se primijeni električno polje elektroni mogu primiti energiju, tj. mogu biti prebačeni iz djelomično popunjene vrpce u kontinuum raspoloživih stanja koja "leže" neposredno iznad. Broj nezauzetih razina raspoloživih za 3s elektrone je povećan i sa stanjima u 3p vrpci, te ovo vodi do vrlo velike električne vodljivosti.

Elektronska konfiguracija izoliranog atoma ugljika u njegovom osnovnom stanju jest:

$$1s^2 2s^2 2p^2.$$

U dijamantu energijska vrpca 2p ima $6N$ raspoloživih stanja a samo $2N$ elektrona. Između najviše popunjene vrpce i prazne jest zabranjeno područje široko oko 6 eV (sl. 3.10):

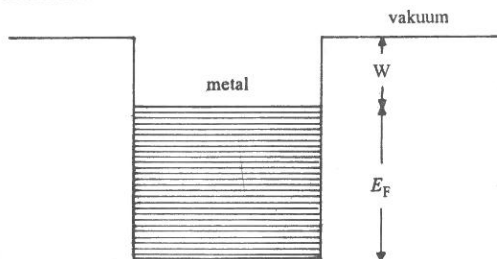
Energijska vrpca	1s	2s	2p	
broj raspoloživih stanja	$2N$	$2N$	$2N$	$4N$
broj elektrona	$2N$	$2N$	$2N$	0

Toplinsko pobuđenje pri sobnoj temperaturi nije dovoljno za prijelaz elektrona u energijsku višu vrpcu 2p. Do temperature od nekoliko stotina kelvina sve vrpce su potpuno pune ili potpuno prazne. Dijamant se ponaša kao loš vodič odnosno kao dobar izolator.

Kad je širina zabranjene vrpce oko 1 eV (kao kod germanija i silicija), pri vrlo niskim temperaturama, toplinskim pobuđivanjem ne mogu se pokrenuti valentni elektroni. Ali već kod sobnih temperatura neki će elektroni uspjeti prijeći iz valentne u vodljivu vrpcu. Vođenje postaje moguće. Takvi se materijali nazivaju poluvodiči. Razlika između njih i izolatora samo je u širini zabranjene vrpce.

3.3. MODEL ELEKTRONSKOG PLINA. PRORAČUN FERMIFEJEVE ENERGIJE

Sommerfeld je 1928. god. primijenio Fermi-Diracovu statistiku (dodatak A) na model elektronskog plina i postigao velike uspjehe. Prema tom modelu "slobodni" (vodljivi) elektroni se gibaju u trodimenzionalnoj potencijalnoj jami konstantnog potencijala*. "Stijene" jame odgovaraju površini metala gdje je potencijalna energija toliko visoka da elektroni pri sobnim temperaturama ne mogu izaći iz metala.



Slika 3.11. Sommerfeldov model

Na slici 3.11. prikazan je Sommerfeldov model. Pri temperaturi $T = 0$ K sve su energijske razine do Fermijeve energije (E_F) popunjene elektronima, a prazne iznad te energije. W je izlazni rad. Fermijeva energija E_F može se izračunati iz izraza za ukupni broj N vodljivih elektrona metala u energijskom intervalu $[0, E]$

$$N = \int_0^E \frac{dN}{dE} dE. \quad (3.1)$$

Energijska raspodjela elektrona jednaka je:

$$\frac{dN}{dE} = P_{FD} g(E) \quad (3.2)$$

gdje je P_{FD} vjerojatnost zaposjednuća stanja S elektrona energije E pri temperaturi T (dodatak A):

$$P_{FD} = \frac{dN}{dE} = \frac{1}{\exp((E - E_F)/kT) + 1} \quad (3.3)$$

a gustoća stanja $g(E)$ (dodatak C):

$$g(E) = \frac{dS}{dE} = 8 \pi V \sqrt{2} \frac{m^{3/2}}{h^3} E^{1/2}. \quad (3.4)$$

(U tim je formulama m masa elektrona, V obujam metala, h Planckova konstanta i k Boltzmannova konstanta.)

Izraz (3.4) je pomnožen s faktorom 2 zbog dvije moguće projekcije spina elektrona.

Uvrštavanjem relacija (3.4) i (3.3) u (3.2) dobiva se za energijsku raspodjelu elektrona:

$$\frac{dN}{dE} = P_{FD} g(E) = C \frac{\sqrt{E}}{\exp((E - E_F)/kT) + 1} \quad (3.5)$$

*A. Sommerfeld, Z. Physik, 47(1928)1

gdje je

$$C = \frac{8\pi V \sqrt{2} m^{3/2}}{h^3}.$$

Iz relacija (3.1) i (3.5) dobiva se za ukupni broj vodljivih elektrona N u volumenu V metalnoga tijela pri apsolutnoj nuli:

$$N = \int_0^{E_F} \frac{8\pi V m^{3/2} \sqrt{2}}{h^3} E^{1/2} dE$$

$$N = \frac{16\pi V m^{3/2} \sqrt{2}}{3h^3} E_F^{3/2} \quad (3.6)$$

a odatle Fermijeva energija:

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3N}{8\pi V} \right)^{2/3}. \quad (3.7)$$

Broj vodljivih elektrona po jedinici obujma metalnog tijela, tj. njihova (brojnosna) koncentracija N/V može se izračunati iz izraza:

$$\frac{N}{V} = z \frac{N_A \rho}{M}$$

gdje je N_A – Avogadrov broj, ρ – gustoća metala, M – molna masa, z – broj vodljivih elektrona po atomu tog metala.

Vrijednosti E_F pri 0 K za neke metale:

Li		4,72 eV
Na		3,12 eV
Cu		7,04 eV

Relacije (3.6) i (3.7) vrijede pri apsolutnoj nuli. Odstupanja su zanemariva pri sobnim temperaturama, te se mogu i u tim slučajevima primjenjivati.

PRIMJER 3.1.

Treba izračunati Fermijevu energiju za bakar. Gustoća bakra je $8,96 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, molna masa $63,54 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}$, a redni broj 29.

Fermijeva energija dana je relacijom (3.7):

$$E_F = \left(\frac{3N}{8V} \right)^{2/3} \frac{h^2}{2m}$$

Konfiguracija elektrona u osnovnom stanju atoma bakra:

$$\begin{array}{lll} 1s^2, & & \\ 2s^2, & 2p^6, & \\ 3s^2, & 3p^6, & 3d^{10}. \\ 4s & & \end{array}$$

Koncentracija vodljivih elektrona u bakru, N/V odgovara broju atoma u jedinici volumena, jer po jedan vodljivi elektron dolazi po svakom atomu bakra (4s-elektron):

$$\frac{N}{V} = \frac{N_A}{M}$$

gdje je N_A Avogadrov broj a M molna masa bakra.

$$E_F = \left(\frac{3 N_A}{8 M} \right)^{2/3} \frac{h^2}{2 m}$$

$$E_F = \left(\frac{3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 8,96 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}}{8 \cdot 63,54 \cdot 10^{-3} \text{ kg mol}^{-1}} \right)^{2/3} \cdot \left(\frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \right)^2$$

$$E_F = 7 \text{ eV}.$$

3.4. KRÖNIG-PENNEYEV MODEL

U modelu elektronskog plina pretpostavljeno je da se elektroni gibaju u potencijalnoj jami konstantnog potencijala V_0 . Gibanje elektrona može se opisati vremenski nezavisnom Schrödingerovom jednačbom koja za jednodimenzionalni model glasi (dodatak B):

$$\frac{\hbar^2}{2 m} \frac{d^2 u}{dx^2} + (E - U_0) u = 0. \quad (3.8)$$

Rješenje jednačbe (3.8) su ravni valovi:

$$u(x) = A \exp(\pm ikx) \quad (3.9)$$

k je valni broj ($k = 2\pi / \lambda = p / \hbar$), p količina gibanja elektrona, a λ pripadna valna duljina.

Potencijalna energija elektrona koji se giba kristalnom rešetkom ima trodimenzionalnu periodičnost, koja se ponavlja od ćelije do ćelije kristala te bi trebalo uzeti u obzir efekte periodične strukture kristalne rešetke.

Razmotrimo Schrödingerovu jednačbu za gibanje elektrona u jednodimenzionalnom periodičnom potencijalu oblika:

$$V(x) = V(x + d)$$

gdje je d period kristalne rešetke. Schrödingerova jednačba je tada:

$$\frac{\hbar^2}{2 m} \frac{d^2 u}{dx^2} + [E - U(x)] u = 0 \quad (3.10)$$

a rješenja jednačbe:

$$u(x) = \phi(x) \exp(\pm ikx) \quad (3.11)$$

gdje $\phi(x)$ zadovoljava uvjet:

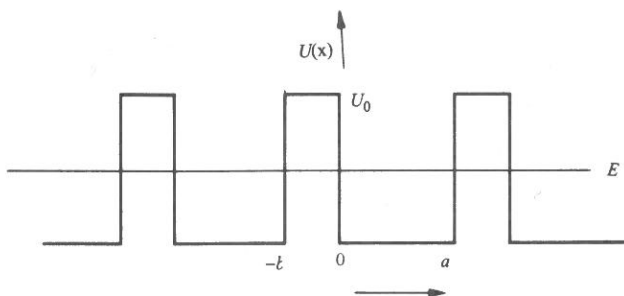
$$\phi(x) = \phi(x + d) .$$

Rješenja (3.11) su ravni valovi modulirani funkcijom $\phi(x)$ koja ima isti period kao kristalna rešetka. To je *Blochov teorem* [F. Bloch, *Z. Physik*, **52**(1928)555]. Funkcije (3.11) zovu se *Blochove funkcije*. Za njih vrijedi:

$$u(x + d) = \phi(x + d) \exp (ik (x + d))$$

$$u(x + d) = u(x) \exp (ikd) \quad (3.12)$$

Matematička razrada problema gibanja elektrona u periodičkom potencijalu kristalne rešetke vrlo je složena. Problem se pojednostavljuje ako se umjesto periodičnog potencijala kristalne rešetke (sl. 3.8) upotrijebi aproksimacijski Krönig-Penneyev potencijal*. Pretpostavljeno je da potencijal ima oblik periodičnog niza pravokutnih potencijalnih bedema širine b . Razmak između dva susjedna bedema označen je sa a . Duljina brida elementarne ćelije jest $d = a + b$ (sl. 3.12).



Slika 3.12. Potencijalna energija elektrona u Krönig-Penneyevom modelu

U područjima jama (npr. $0 < x < a$) potencijalna energija elektrona jednaka je nuli, a u područjima potencijalnih bedema (npr. $-b < x < 0$) potencijalna energija poprima vrijednost U_0 . Energija elektrona E manja je od visine potencijalnog bedema U_0 .

Vremenski nezavisna Schrödingerova jednačba za područje unutar jame:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} = E u \quad (3.13)$$

a u području potencijalnog bedema:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} + U_0 u = E u . \quad (3.14)$$

Rješenja jednačbi (3.13) i (3.14) Blochove su funkcije oblika:

$$u(x) = \phi(x) \exp (ikx) \quad (3.15)$$

Funkcija $\exp (ikx)$ opisuje gibanje slobodnih elektrona po osi x , a $\phi(x)$ je periodična funkcija s periodom kristalne rešetke koja amplitudno modulira ravni val $\exp (ikx)$.

Supstitucijom rješenja (3.15) u (3.13) i (3.14) dobivaju se jednačbe:

*R. de L. Krönig, W.G. Penney, *Proc. Roy. Soc. (London)* **A 130** (1930)499.

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + 2ik \frac{d\phi}{dx} + (\alpha^2 - k^2) \phi = 0 \quad 0 < x < a \quad (3.16)$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} + 2ik \frac{d\phi}{dx} - (\beta^2 + k^2) \phi = 0 \quad -b < x < 0 \quad (3.17)$$

gdje je

$$\alpha^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad \beta^2 = \frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}$$

Rješenja jednadžbi (3.16) i (3.17) jesu:

$$\phi_1 = A \exp(i(\alpha - k)x) + B \exp(-i(\alpha + k)x) \quad 0 < x < a \quad (3.18)$$

$$\phi_2 = C \exp(i(\beta - k)x) + D \exp(-i(\beta + k)x) \quad -b < x < a$$

Konstante A, B, C i D mogu se odrediti iz graničnih uvjeta:

$$\phi_1(0) = \phi_2(0) \quad \phi_1(a) = \phi_2(-b) \quad (3.19)$$

$$\left(\frac{d\phi_1}{dx} \right)_{x=0} = \left(\frac{d\phi_2}{dx} \right)_{x=0} \quad \left(\frac{d\phi_1}{dx} \right)_{x=a} = \left(\frac{d\phi_2}{dx} \right)_{x=-b}$$

Primjena uvjeta (3.19) na rješenja (3.18) daje četiri linearne homogene jednadžbe koje imaju rješenje samo ako determinanta koeficijenata A, B, C i D iščezava a to vodi do jednadžbe:

$$\frac{\beta^2 - \alpha^2}{2\alpha\beta} \operatorname{sh} \beta b \sin \alpha a + \operatorname{ch} \beta b \cos \alpha a = \cos k(a+b). \quad (3.20)$$

Krönig i Penney razmatrali su slučaj kada potencijalni bedem postaje delta funkcija, tj. kada visina potencijalnog bedema U_0 teži u beskonačnost a širina b poprima vrijednost nula tako da umnožak $U_0 \cdot b$ ostaje konačan. Tada jednadžba (3.20) poprima oblik:

$$\frac{m U_0 b}{\hbar^2 \alpha} \sin \alpha a + \cos \alpha a = \cos k \alpha$$

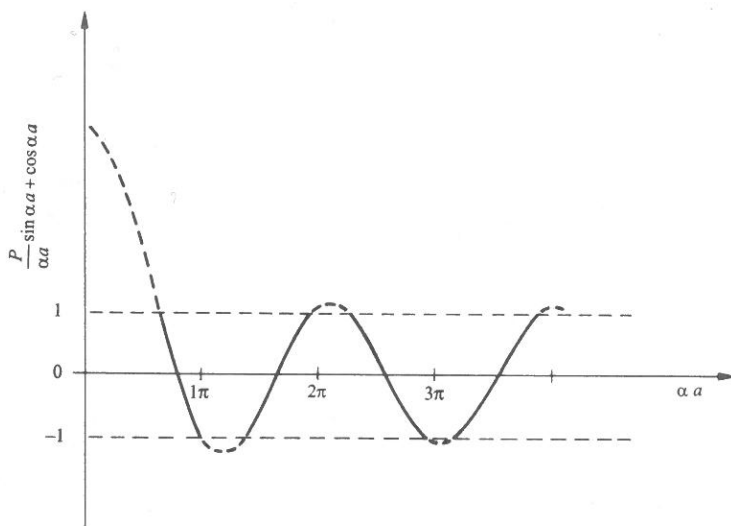
ili uz uvođenje parametra: $P = \frac{m U_0 b a}{\hbar^2}$

$$P \frac{\sin \alpha a}{\alpha a} + \cos \alpha a = \cos k \alpha \quad (3.21)$$

gdje je veličina P "površina" potencijalnog bedema $U_0 b$ i ukazuje na jakost vezanja elektrona u potencijalnoj jami.

U jednadžbi (3.21) desna strana može imati samo vrijednosti između ± 1 . To uvjetuje ograničenje mogućih vrijednosti veličine α odnosno energije elektrona E . Na slici 3.13. prikazana je lijeva strana jednadžbe (3.21) u zavisnosti od αa za vrijednost $P = 3\pi/2$.

Ako $P \rightarrow \infty$ tada $\sin \alpha a \rightarrow 0$ odnosno $\alpha a = n\pi$ te energija elektrona postaje jednaka:



Slika 3.13. $\frac{P}{\alpha a} \sin \alpha a + \cos \alpha a$ u zavisnosti od αa za $P = 3\pi/2$

$$E = \frac{n^2 h^2}{8 m a^2} \quad n - \text{cijeli broj}$$

Elektron ostaje vezan u potencijalnoj jami. Njegova energija može poprimiti diskretne vrijednosti. Ako se vrijednost P smanji i teži nuli, tada iz jednačbe (3.21) slijedi da je: $\cos \alpha a = \cos ka$ odnosno $ka = \alpha a + 2n\pi$ a odatle:

$$k^2 = \frac{8 \pi^2 m E}{h^2} \quad \text{odnosno} \quad E = \frac{p^2}{2 m}$$

U ovom slučaju nema ograničenja – elektron može poprimiti sve energije (može se slobodno gibati kroz kristalnu rešetku).

Između ova dva ekstremna slučaja nalaze se svi ostali. Energija vrpčastih struktura mijenja se s vrijednošću parametra P .

Iz jednačbe (3.21) može se dobiti energija E u zavisnosti od valnog broja k . Diskontinuiteti u energiji E pojavljuju se kada $\cos ka$ poprima maksimalnu vrijednost, tj. kada je

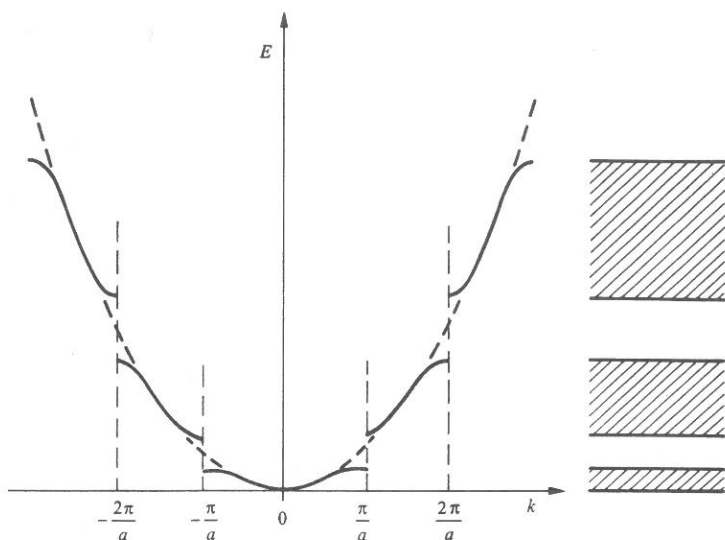
$$\cos ka = \pm 1 \quad \text{ili} \quad k = \frac{n \pi}{a}$$

gdje je $n = \pm 1, 2, 3, \dots$

Kod tih vrijednosti k i mali porast u količini gibanja elektrona (odnosno u vrijednosti k) izazvat će skok energije elektrona od vrha jedne od dopuštenih vrpca na dno sljedeće. Područja između vrijednosti k -ova za koje se pojavljuju ovi diskontinuiteti zovu se *Brillouinove zone* (sl. 3.14).

Prva Brillouinova zona proteže se od $k = -\pi/a$ do $k = \pi/a$, druga se sastoji od dva dijela koji se protežu od π/a do $2\pi/a$ te od $-\pi/a$ do $-2\pi/a$.

Unutar svake zone odnos između energije E i valnog broja k prikazan je jednačbom (3.21).



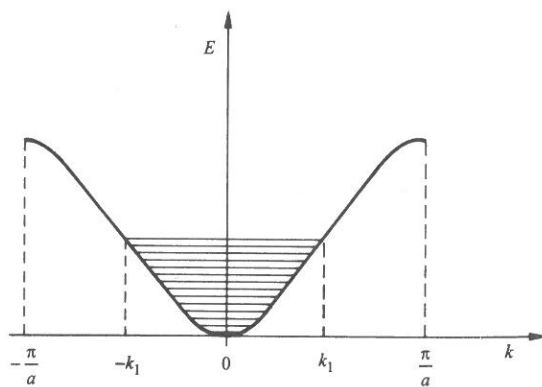
Slika 3.14. Energija u zavisnosti o valnom broju k

3.5. IZOLATORI, VODIČI I POLUVODIČI

Promotrimo određenu energijsku vrpcu koja je pri 0 K zauzeta do vrijednosti k_1 (sl. 3.15). Efektivni naboj N_{ef} "slobodnih" (vodljivih) elektrona u toj vrpici može se izraziti pomoću broja stanja dn u intervalu dk i faktora f_k . Faktor f_k je mjera stupnjeva slobode elektrona u k -stanju. Prikazan je izrazom (dodatak D):

$$f_k = \frac{m}{m^*} = \frac{m}{h^2} \frac{d^2 E}{dk^2} \quad (3.22)$$

gdje je m masa slobodnog elektrona a m^* efektivna masa elektrona. Broj stanja n može se izračunati iz graničnog uvjeta za (jednodimenzionalni) kristal duljine L :



Slika 3.15. Djelomično popunjena energijska vrpca pri $T = 0$ K

$$u(x + L) = u(x).$$

Taj uvjet primijenjen na Blochove funkcije vodi do izraza:

$$\exp(ik(x + L)) \phi(x + L) = \exp(ikx) \phi(x). \quad (3.23)$$

Budući da je:

$$\phi(x + L) = \phi(x),$$

to iz (3.23) slijedi da je

$$k = \frac{2\pi n}{L} \text{ gdje je } n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

odnosno broj mogućih k vrijednosti (broj mogućih stanja) u intervalu $(k, k + dk)$:

$$dn = L \frac{dk}{2\pi}. \quad (3.24)$$

Koristeći relacije (3.22) i (3.24) i uzevši u obzir da se u jednom stanju mogu nalaziti dva elektrona, za efektivni broj slobodnih elektrona u energijskoj vrpici (pojasu) koja je zauzeta do vrijednosti k_1 pri 0 K dobiva se:

$$N_{\text{ef}} = \frac{L}{\pi} \int_{-k_1}^{+k_1} f_k dk = \frac{2Lm}{\pi \hbar^2} \int_0^{k_1} \frac{d^2 E}{dk^2} dk$$

$$N_{\text{ef}} = \frac{2Lm}{\pi \hbar^2} \left(\frac{dE}{dk} \right)_{k=k_1}. \quad (3.25)$$

Iz relacije (3.25) slijedi da efektivni broj slobodnih elektrona iščezava u potpuno popunjenoj vrpici, budući da dE/dk iščezava pri vrhu vrpce, a postizava maksimum ako je vrpca popunjena do točke infleksije krivulje $E(k)$ jer tada dE/dk ima maksimalnu vrijednost. Čvrsta tijela kod kojih je određeni broj energijskih vrpica potpuno zauzet elektronima a ostale su potpuno prazne ponašaju se kao izolatori odnosno poluvodiči (sl. 3.10), a oni koji imaju djelomično popunjenu energijsku vrpcu kao vodiči (sl. 3.9).

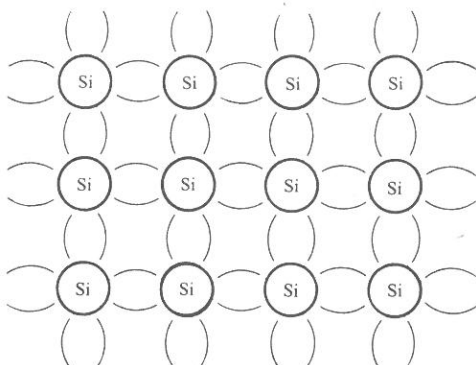
Pri temperaturama koje se razlikuju od apsolutne nule, neki će elektroni iz gornje popunjene vrpce prijeći u sljedeću praznu vrpcu te će vodljivost postati moguća. Ako je širina zabranjene vrpce reda nekoliko elektronvolti (npr. kod ugljika 6 eV) čvrsta tijela ponašat će se kao izolatori. U slučaju manjih širina zabranjene vrpce, npr. oko 1 eV, broj termički pobuđenih elektrona može postati znatan (slučaj poluvodiča).

4. POLUVODIČI

Razmatrali smo energijske vrpce kristala i klasifikaciju materijala na vodiče, poluvodiče i izolatore. U ovom poglavlju osvrnut ćemo se na poluvodiče. Odredit ćemo koncentraciju elektrona i šupljina, te utjecaj nosilaca naboja na položaj Fermijeve razine.

4.1. ČISTI POLUVODIČI

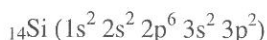
Poluvodiči koji se sastoje od atoma samo jednog elementa (bez ikakvih primjesa) ili koji sadrže tako malo primjesa (nečistoća) da one ne utječu na njihove karakteristike, nazivaju se čisti (intrinzični) poluvodiči.



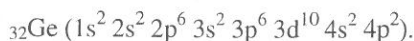
Slika 4.1. Dvodimenzionalna slika kristalne rešetke silicija

Atomi u kristalnoj rešetki poluvodiča povezani su međusobno kovalentnom vezom. Na slici 4.1. prikazana je dvodimenzionalna slika rešetke silicija u kojoj svaki silicijev atom ima zajedničke parove elektrona sa četiri susjedna silicijeva atoma.

Silicijev atom

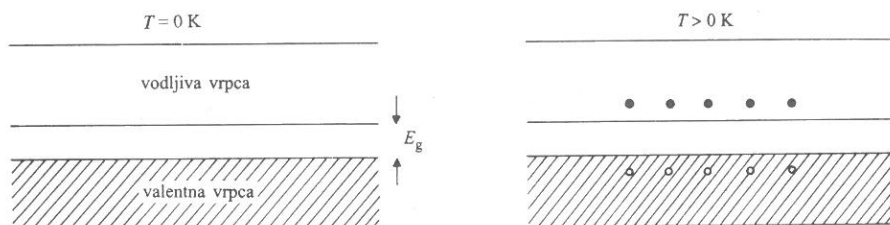


ima dva elektrona u prvoj, K-ljusci, osam elektrona u drugoj, L i četiri elektrona u trećoj, vanjskoj, M-lusci. Ta četiri valentna elektrona raspoređena su tako da se dva nalaze u 3s, a dva u 3p-stanju. Da bi 3p-podljuska bila popunjena, manjkaju još četiri elektrona. Oko svakog atoma silicija u kristalnoj rešetki pravilno su raspoređena četiri atoma silicija koji s njim podijele po jedan elektron i tako se uzajamno povezuju. Sličnu kovalentnu vezu imaju i atomi germanija



U 4p-podljusci nedostaju četiri elektrona da bi podljuska bila popunjena.

Na slici 4.2. prikazan je energijski dijagram čistog poluvodiča. Na apsolutnoj nuli valentna



Slika 4.2. Energijski dijagram čistog poluvodiča

je vrpca popunjena elektronima, a vodljiva je vrpca prazna. Između valentne i vodljive vrpce nalazi se zabranjena vrpca. O širini te vrpce E_g ovise mnoga svojstva poluvodiča. Porastom temperature može doći do pobuđivanja valentnih elektrona. Pri sobnoj temperaturi toplinska uzbuda je dovoljna za prijelaz elektrona iz valentne u vodljivu vrpcu (E_g za poluvodiče je oko 1 eV). Pri prijelazu elektrona u vodljivu vrpcu ostaju šupljine u valentnoj vrpci. U čistom poluvodiču broj šupljina u valentnoj vrpci jednak je broju elektrona u vodljivoj vrpci.

Osim toplinskom uzbudom (apsorpcija fonona kristalne rešetke) elektroni mogu dobiti energiju za prijelaz u vodljivu vrpcu ozračivanjem elektromagnetskim valovima (apsorpcija fonona) i radioaktivnim zračenjem.

Električna provodnost poluvodiča ovisi o broju elektrona koji su iz valentne vrpce prešli u vodljivu. Električnoj provodnosti ne pridonose samo elektroni nego i šupljine. Šupljine u valentnoj vrpci mogu primiti elektrone, i to popunjavanje šupljina ekvivalentno je gibanju naboja.

Električna provodnost poluvodiča κ jednaka je:

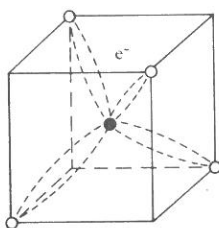
$$\kappa = \kappa_e + \kappa_h = n e \mu_e + p e \mu_h$$

κ_e i κ_h su provodnosti elektrona odnosno šupljina, n koncentracija elektrona u vodljivoj vrpci, p koncentracija šupljina u valentnoj vrpci, μ_n pokretljivost elektrona a μ_p pokretljivost šupljina.

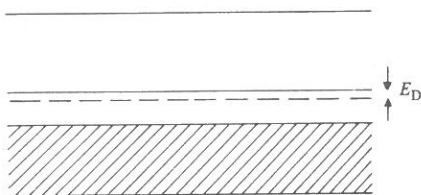
4.2. POLUVODIČI S PRIMJESAMA

Dodaju li se poluvodiču primjese, može se od čistog poluvodiča dobiti N-tip odnosno P-tip poluvodiča. Promotrimo slučaj da se germaniju (četverovalentni element) doda primjesa arsena (peterovalentni element). Kristalna rešetka sadržavat će atom elemenata primjese u nekoj ćeliji na mjestu koje bi bilo zauzeto atomom germanija (slika 4.3).

U vanjskoj ljusci atom germanija ($Z=32$) ima četiri elektrona u stanjima $4s^2 4p^2$, a atom arsena ($Z=33$) pet elektrona u stanjima $4s^2 4p^3$. Od tih pet elektrona arsena četiri sudjeluju u kovalentnim vezama sa susjednim germanijevim atomima, a peti elektron slabo je vezan za jezgru arsena. Energija te veze leži u zabranjenom području, oko 0,013 eV ispod dna vodljive vrpce (sl. 4.4) te se elektron lako može osloboditi i prijeći u vodljivu vrpcu.



Slika 4.3. Dio ćelije germanija s primjesom arsena

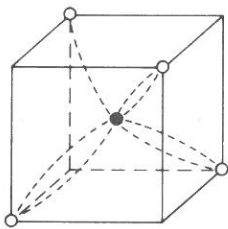


Slika 4.4. Energijski dijagram N-tipa poluvodiča

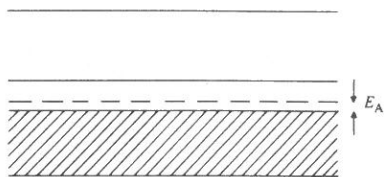
Već kod sobnih temperatura većina elektrona prelazi iz tih slabo vezanih stanja u vodljivu vrpcu ostavljajući područje oko atoma primjese s pozitivnim nabojem $+e$.

Primjesa arsena povećava, dakle, broj vodljivih elektrona. Takve primjese zovu se **donori**. Primjesa djeluje kao "darivalac" elektrona. Ionizacija atoma primjese tj. donorskog atoma daje jedan elektron a da pritom istovremeno ne proizvede šupljine. Takav poluvodič nazvan je **N-tip**. On sadrži mnogo više negativnih nosilaca naboja nego pozitivnih. U N-tipu poluvodiča elektroni su većinski, a šupljine manjinski nosioci naboja.

Na niskim temperaturama, bliskim 0 K, poluvodič N-tipa je izolator, a već pri sobnim temperaturama elektroni iz **donorskih razina** lako prelaze u vodljivu vrpcu. Tada se u vodljivoj vrpici nalaze elektroni i iz valentne vrpce i iz donorskih razina. Elektrona iz donorskih razina ima znatno više nego elektrona iz valentne vrpce, te je vodljivost N-tipa poluvodiča mnogo veća nego čistog poluvodiča.



Slika 4.5. Dio čelije germanija s primjesom galija



Slika 4.6. Energijski dijagram P-tipa poluvodiča

Ako se kristalu germanija ili silicija dodaju primjese trovalentnog elementa kao bora, galija, indija..., u kristalu će nastati šupljine i da se istovremeno ne pojavljuju elektroni u vodljivoj vrpici analogno kao kod N-tipa poluvodiča. Promotrimo što se događa kada se germaniju doda galij (sl. 4.5).

U vanjskoj ljuski atom galija ($Z=31$) ima tri elektrona u stanjima $4s^2 4p$ a germanij ima četiri. Ako se atom germanija zamijeni s atomom galija, tada su samo tri elektrona germanija vezana u kovalentnoj vezi. Četvrto kovalentno vezano stanje ostaje prazno i popunjava se elektronom iz valentne vrpce. U valentnoj vrpici ostaje šupljina.

Atom primjese koji prihvaća elektron za upotpunjavanje veze nazvan je **akceptorom** (akceptorski ion), a poluvodič koji sadrži takve primjese **P-tip** poluvodiča. On sadrži više pozitivnih nosilaca naboja nego negativnih i tu su šupljine većinski nosioci naboja.

Akceptorska razina vrlo je blizu valentnoj vrpici ($\approx 0,01$ eV), zato elektroni lako prelaze iz valentne vrpce u **akceptorsku razinu** (sl. 4.6), te se povećava vodljivost poluvodiča.

Što je veći broj šupljina u valentnoj vrpici, to je vodljivost veća. Kada se primijeni električno polje, P-poluvodič će voditi struju gibanjem šupljina, koje može biti zamišljeno kao retrogradno gibanje elektrona.

4.3. KONCENTRACIJA ELEKTRONA I ŠUPLJINA

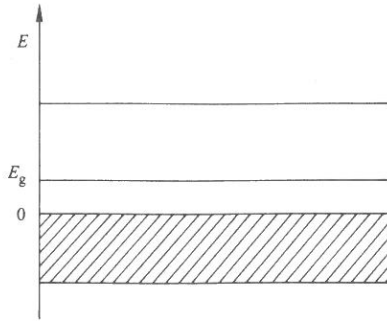
Broj elektrona po jedinici obujma vodljive vrpce n (koncentracija elektrona) pri temperaturi T može se izračunati iz relacije:

$$n = \frac{N_c}{V} = \int_{E_g}^{\infty} \frac{1}{V} \frac{dN_c}{dE} dE$$

$$n = \int_{E_g}^{\infty} \frac{1}{V} P_{FD} \frac{dS_c}{dE} dE \quad (4.1)$$

gdje je vjerojatnost zaposjednuća stanja energije E dana relacijom (3.3):

$$P_{FD} = \frac{1}{\exp((E - E_F)/kT) + 1}$$



Slika 4.7. Energijski dijagram poluvodiča

Granice integrala uzete su od dna vodljive vrpce do najviših energija elektrona (sl. 4.7). Budući da P_{FD} teži nuli za $E \gg E_F$, to pomicanje gornje granice integrala do beskonačnosti neće znatnije utjecati na koncentraciju n .

Budući da je u vodljivoj vrpri relativno mali broj elektrona, za proračun gustoće stanja može se koristiti relacija (3.4)

$$\frac{dS_e}{dE} = 8 \pi \sqrt{2} V \frac{m_e^*{}^{3/2}}{h^3} (E - E_g)^{1/2}$$

uz označavanje dna vodljive vrpce sa E_g umjesto sa 0, te zamjenom mase slobodnog elektrona m s efektivnom masom m_e^* .

Koristeći navedene relacije dobiva se za koncentraciju elektrona n u vodljivoj vrpri:

$$n = \frac{8 \pi \sqrt{2} m_e^*{}^{3/2}}{h^3} \int_{E_g}^{\infty} \frac{(E - E_g)^{1/2}}{\exp((E - E_F)/kT) + 1} dE.$$

Uz pretpostavku da je $E_g - E_F \gg kT$ može se zanemariti jedinica u nazivniku integranda:

$$n = \frac{8 \pi \sqrt{2} m_e^*{}^{3/2}}{h^3} \exp(-(E_g - E_F)/kT) \int_{E_g}^{\infty} \frac{(E - E_g)^{1/2}}{\exp((E - E_g)/kT)} dE$$

$$n = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp(-(E_g - E_F)/kT) \quad (4.2)$$

$$\text{odnosno} \quad n = N_c \exp((E_F - E_g)/kT) \quad (4.2a)$$

gdje je

$$N_c = 2 \left(\frac{2\pi m_e^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

efektivna gustoća stanja u vodljivoj vrpri. Ako je $m_e^* = m$ dobiva se za koncentraciju n vrijednost:

$$n = 4,8 \cdot 10^{21} \cdot T^{3/2} \exp((E_g - E_F) / kT)$$

Slično se može izračunati i broj šupljina u jedinici obujma valentne vrpce, tj. koncentracija p šupljina:

$$p = \frac{N_h}{V} = \int_{-\infty}^{E_v} \frac{1}{V} \frac{dN_h}{dE} dF = \int_{-\infty}^{E_v} \frac{1}{V} (1 - P_{FD}) \frac{dS_h}{dE} dE$$

gdje je N_h broj šupljina u obujmu V valentne vrpce, a E_v energija vrha valentne vrpce. Ako se energiji vrha E_v pripiše vrijednost 0 (sl. 4.7), izraz za koncentraciju šupljina poprima oblik:

$$p = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^{E_v} (1 - P_{FD}) \frac{dS_h}{dE} dE. \quad (4.3)$$

Vjerojatnost da dopustivo stanje energije E nije zauzeto elektronom (odnosno da se tu nalazi šupljina), $1 - P_{FD}$, jednaka je prema relaciji (3.3)

$$1 - P_{FD} = 1 - \frac{1}{\exp((E - E_F) / kT) + 1} = \frac{1}{\exp((E_F - E) / kT) + 1}$$

a gustoća stanja prema relaciji (3.4) ako se energija mjeri od vrha valentne vrpce (sl. 4.7):

$$\frac{dS_h}{dE} = 8\pi V \sqrt{2} \frac{m_h^*{}^{3/2}}{h^3} (0 - E)^{1/2} = 8\pi V \sqrt{2} \frac{m_h^*{}^{3/2}}{h^3} (-E)^{1/2}$$

gdje je m_h^* efektivna masa šupljine. Uz navedene relacije dobiva se za koncentraciju šupljina u valentnoj vrpici:

$$p = \frac{8\pi \sqrt{2} m_h^*{}^{3/2}}{h^3} \int_{-\infty}^0 \frac{(-E)^{1/2}}{\exp((E_F - E) / kT) + 1} dE$$

$$p = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{3/2} \exp(-E_F / kT) \quad (4.4)$$

$$\text{odnosno} \quad p = N_v \exp(-E_F / kT) \quad (4.4a)$$

$$\text{gdje je} \quad N_v = 2 \left(\frac{2\pi m_h^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

efektivna gustoća stanja u valentnoj vrpici. Umnožak koncentracija elektrona i šupljina, relacije (4.2) i (4.4) u uvjetima toplinske ravnoteže:

$$np = \text{konst.} \cdot T^3 \exp(-E_g / kT) \quad (4.5)$$

konstantan je za danu temperaturu i širinu zabranjenog pojasa E_g , te ne ovisi o položaju Fermijeve razine.

4.4. FERMIFEVA RAZINA

U čistim, intrinzičnim poluvodičima koncentracija elektrona u vodljivoj vrpri jednaka je koncentraciji šupljina u valentnoj vrpri:

$$n = p$$

$$\text{odnosno} \quad m_h^* \exp(-E_F / kT) = m_e^* \exp(-(E_g - E_F) / kT) \quad (4.6)$$

Iz relacije (4.6) može se izračunati Fermijeva energija:

$$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_h^*}{m_e^*} \quad (4.7)$$

Za silicij, germanij i neke druge poluvodiče drugi član relacije (4.7) mnogo je manji od prvog te se može zanemariti, pa slijedi da je:

$$E_F \approx \frac{E_g}{2}$$

Fermijeva razina nalazi se na sredini zabranjene vrpce širine E_g .

Položaj Fermijeve razine u poluvodičima s primjesama može se odrediti iz uvjeta za električnu neutralnost unutar kristala:

$$n + n_A^- = p + n_D^+ \quad (4.8)$$

gdje su n i p koncentracije elektrona i šupljina dane relacijom (4.2) odnosno (4.4), n_D^+ je koncentracija donorskih iona, a n_A^- koncentracija akceptorskih iona u kristalu.

Koncentracija akceptorskih iona n_A^- može se izračunati iz podatka o koncentraciji atoma akceptora n_A i Fermijeva faktora $P_{FD}(E_A)$ koji daje vjerojatnost da je stanje zauzeto elektronom:

$$n_A^- = n_A P_{FD}(E_A) = \frac{n_A}{\exp((E_A - E_F) / kT) + 1} \quad (4.9)$$

Analogno za koncentraciju donorskih iona:

$$n_D^+ = n_D (1 - P_{FD}(E_D)) = \frac{n_D}{\exp((E_F - E_D) / kT) + 1} \quad (4.10)$$

gdje je E_A energija akceptorskih stanja, a E_D energija donorskih stanja.

Uvjet (4.8) uz relacije (4.2a), (4.4a), (4.9) i (4.10) poprima oblik:

$$\begin{aligned} N_c \exp((E_F - E_g) / kT) + \frac{n_A}{1 + \exp((E_A - E_F) / kT)} = \\ = N_v \exp(-E_F / kT) + \frac{n_D}{\exp((E_F - E_D) / kT) + 1} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Da bi se iz relacije (4.11) dobila Fermijeva energija, trebalo bi poznavati sve parametre relacije. Problem bi se mogao riješiti aproksimacijski za određena područja.

Na primjer, za N-tip kristala kod kojega je koncentracija atoma donora mnogo veća od one akceptora, $n_D \gg n_A$, jednačba (4.8) postaje:

$$n = p + n_D^+ \quad (4.12)$$

Ako su temperature niske, može se očekivati da će vrlo malo elektrona biti pobuđeno iz valentne vrpce u vodljivu, pa bi se u relaciji (4.12) koncentracija šupljina p , mogla zanemariti te bismo za koncentraciju elektrona imali:

$$n = n_D^+ \quad (4.13)$$

ili

$$N_c \exp((E_F - E_g)/kT) = \frac{n_D}{\exp((E_F - E_D)/kT) + 1} \quad (4.13a)$$

To područje niskih temperatura naziva se ekstrinzično područje. Proračun Fermijeve razine jednostavan je za sljedeće temperaturne intervale:

a) Ako su vrlo niske temperature (reda veličine 10 K), samo je mali dio donorskih atoma ioniziran tako da većina donorskih stanja još sadrži elektrone. U nazivniku može se zanemariti jedinica u odnosu na eksponencijalni član, te relacija (4.13a) postaje:

$$N_c \exp((E_F - E_g)/kT) = n_D \exp((E_D - E_F)/kT)$$

ili

$$2 E_F - E_g - E_D = kT \ln \frac{n_D}{N_c} \quad (4.14)$$

b) Za nešto više temperature, kod kojih skoro svi atomi primjesa postaju ionizirani, mogu se koncentracija donorskih iona i atoma izjednačiti:

$$n_D^+ = n_D$$

U toj aproksimaciji potpune ionizacije jednačba (4.13) postaje:

$$n = n_D$$

ili

$$N_c \exp((E_F - E_g)/kT) = n_D$$

odnosno

$$E_F - E_g = kT \ln \frac{n_D}{N_c} \quad (4.15)$$

Ako se temperatura povećava, dostići će se točka u kojoj će broj elektrona pobuđenih iz valentne u vodljivu vrpcu biti veći od broja pobuđenih iz donorskih stanja u vodljivu vrpcu (koji može biti najviše jednak broju donorskih atoma $n_D^+ = n_D$).

Za ovo je područje koncentracija šupljina $p \gg n_D^+$, te se jednačba (4.12) reducira na jednakost

$$n = p \quad (4.16)$$

Poluvodič je u intrinzičnom području. Relacija (4.16) uz (4.2a) i (4.4a) poprima oblik:

$$N_c \exp((E_F - E_g)/kT) = N_v \exp(-E_F/kT)$$

odnosno
$$2 E_F - E_g = kT \ln \frac{N_v}{N_c}$$

te je
$$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{kT}{2} \ln \frac{N_v}{N_c}.$$

Fermijeva razina leži skoro u sredini zabranjene vrpce.

PRIMJER 4.1.

Izračunati broj elektrona u vodljivoj vrpri čistog poluvodiča pri sobnoj temperaturi (300 K) čija je širina zabranjene vrpce 1 eV. Konstanta N_c iznosi $4,83 \cdot 10^{21} \text{ T}^{3/2} \text{ m}^{-3}$.

Broj elektrona u vodljivoj vrpri poluvodiča dan je relacijom (4.2a)

$$n = N_c \exp ((E_F - E_g) / kT)$$

U slučaju čistog poluvodiča $E_F \approx E_g / 2$ te je

$$n \approx N_c \exp (-E_g / 2kT)$$

$$N_c \approx 4,83 \cdot 10^{21} \cdot 300^{3/2} \text{ m}^{-3}$$

$$\frac{E_g}{2kT} \approx \frac{1 \text{ eV}}{2 \cdot 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1} \cdot 300 \text{ eV}} = 19,38$$

$$n \approx 4,83 \cdot 10^{21} \cdot 300^{3/2} \cdot e^{-19,38} \text{ m}^{-3} = 10^{17} \text{ m}^{-3}.$$

PRIMJER 4.2.

U nekom N-tipu poluvodiča, pri temperaturi 300 K, 84% atoma donora su ionizirani. Treba odrediti položaj Fermijeve razine.

Primjenom relacije (4.10) dobiva se:

$$\frac{n_D^+}{n_D} = \frac{1}{\exp ((E_F - E_D) / kT) + 1}$$

odnosno
$$\exp ((E_F - E_D) / kT) = \frac{100}{84} - 1 = 0,19$$

$$E_F - E_D = kT \ln 0,19 = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ eV K}^{-1} \cdot 300 \text{ K} \cdot (-1,66)$$

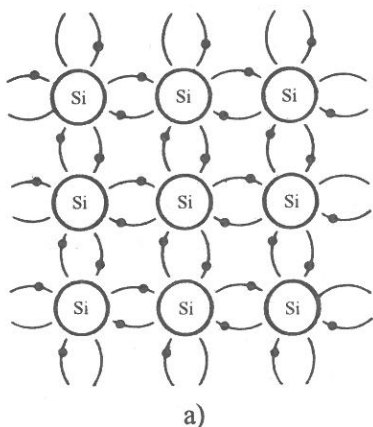
$$E_F - E_D = -0,04 \text{ eV}$$

Fermijeva razina je 0,04 eV ispod donorske razine.

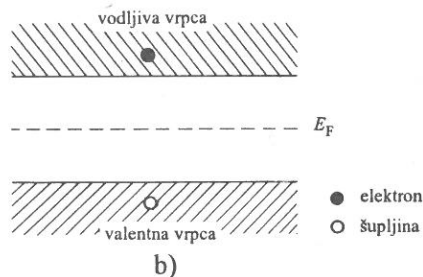
5. POLUVODIČKA DIODA

5.1. PN-SPOJ

Sunčana je ćelija u biti PN-spoj (poluvodička dioda). PN-spoj nastaje ako se jednom dijelu kristala čistog poluvodiča dodaju trovalentne (akceptorske) primjese tako da nastane P-tip poluvodiča, a drugom dijelu peterovalentne (donorske) primjese (N-tip). Na granici između ta dva područja (PN-spoj), kao posljedica gradijenta koncentracije, nastaje difuzija elektrona iz N-područja prema P-području i šupljina iz P-područja prema N-području. Šupljine koje tako prijeđu u N-područje rekombiniraju se s elektronima, a elektroni kada dođu u P-područje rekombiniraju se sa šupljinama. U uskom sloju na granici PN-spoja ostaju samo negativni i pozitivni (donorski i akceptorski) ioni, formira se električno polje koje nakon nekog vremena, kada se postigne ravnoteža, zaustavi difuziju a time i rekombinaciju. U tom tzv. osiromašenom (prijelaznom) području gustoća slobodnih (vodljivih) nosilaca naboja vrlo je mala i prostorni naboj čine uglavnom ioni primjese. Nastalo područje potencijalne barijere bitno je za rad PN-spoja.

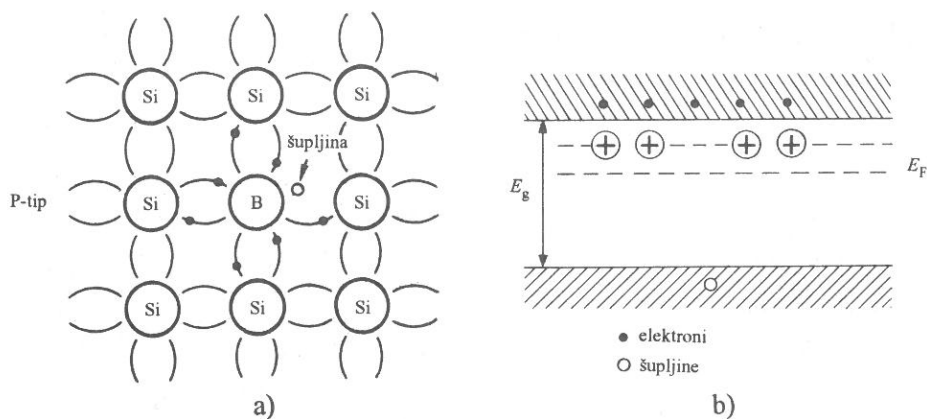


Slika 5.1.a) Dvdimensionalna slika kristalne rešetke intrinzičnog silicija

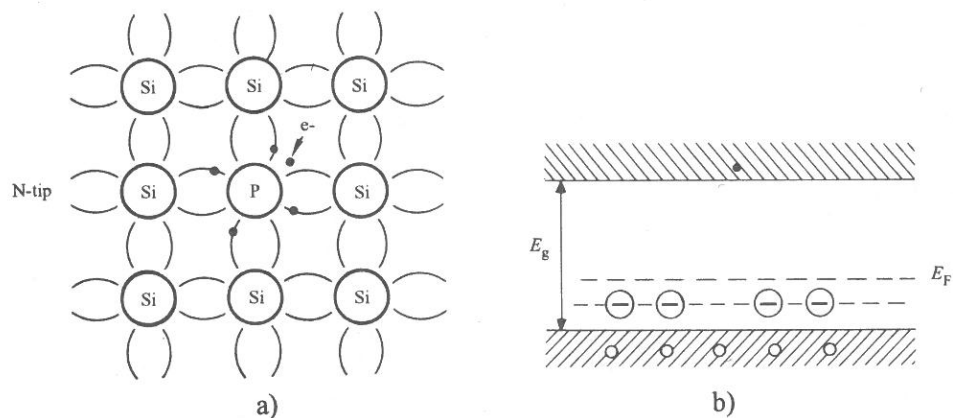


Slika 5.1.b) Energijski dijagram za intrinzični poluvodič

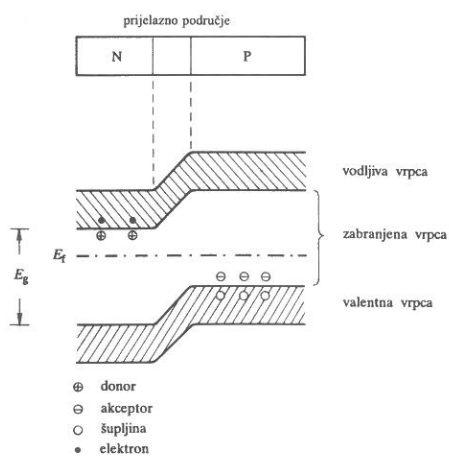
U intrinzičnom poluvodiču (sl. 5.1.b) Fermijeva energijska razina E_F u sredini je zabranjene vrpce (jer je broj elektrona u vodljivoj vrpci jednak broju šupljina u valentnoj vrpci), u P-tipu Fermijeva razina pomaknuta je prema vodljivoj, a u N-tipu prema valentnoj vrpci (sl. 5.2. i 5.3). Pomak Fermijeve razine ovisi o koncentraciji primjese i temperaturi. Na slici 5.4. vidimo energijski prikaz PN-spoja u ravnoteži. Dodatna potencijalna energija mijenja energijski dijagram tako da se dno vodljive i vrh valentne vrpce na P-strani podigne. Fermijeva razina je ista u čitavom spoju (jer je to sustav elektrona u ravnoteži): na N-strani nalazi se bliže vodljivoj, a na P-strani bliže valentnoj vrpci.



Slika 5.2. a) Kristalna rešetka silicija s petrovalentnim (donorskim) primjesama (N-tip), b) energijski dijagram za N-tip poluvodiča



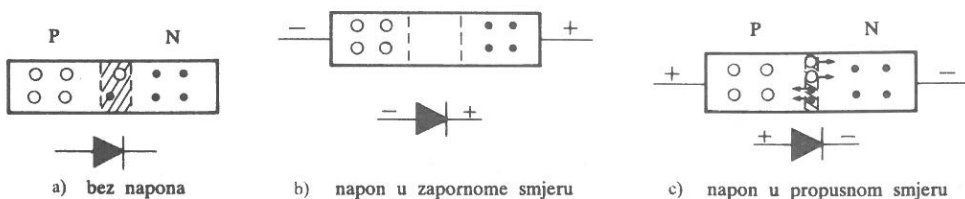
Slika 5.3. a) Kristalna rešetka silicija s trovalentnim (akceptorskim) primjesama (P-tip), b) energijski dijagram za P-tip poluvodiča



Slika 5.4. Energijski dijagram PN-spoja u ravnoteži

5.2. KARAKTERISTIKA DIODE

Važno je svojstvo PN-spoja njegovo ispravljačko djelovanje: on mnogo lakše vodi struju kad je P-strana pozitivna, a N-strana negativna, kad je napon u propusnom smjeru, nego kad je obratno, tj. napon u zapornom smjeru. PN-spoj radi, dakle, kao dioda.



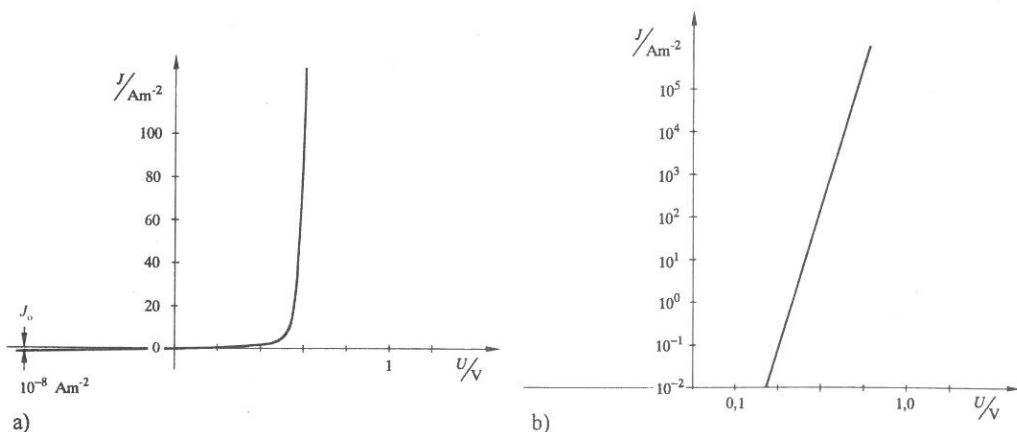
Slika 5.5. PN-spoj (dioda) a) bez napona, b) s naponom u zapornom smjeru i c) s naponom u propusnom smjeru

Kada na diodu nije priključen vanjski napon (sl. 5.5.a), struja kroz diodu je nula. Naime, struja kroz spoj u jednom smjeru (od N-područja prema P-području) koja se sastoji od šupljina (iz P-područja) i elektrona (iz N-područja) jednaka je po iznosu, a suprotnog smjera struji šupljina iz N-područja i elektrona P-područja koja ima smjer od N- prema P-području.

Ako PN-spoj priključimo na vanjski napon U (sl. 5.5.b) tako da je (+) pol baterije priključen na N-područje, a (-) pol baterije na P-područje (zaporni smjer), potencijalna barijera spoja će se povećati za iznos vanjskog napona (prelazno područje se širi), što još više otežava difuziju većinskih nosilaca naboja koja praktički i prestaje. Tada je struja kroz spoj uzrokovana manjinskim nosiocima naboja (šupljinama iz N- i elektronima iz P-tipa) kojih je malo pa je struja vrlo malena. Ta inverzna ili struja zasićenja praktički ne ovisi o vanjskom naponu U , već samo o koncentraciji manjinskih nosilaca naboja.

Kada se na PN-spoj priključi izvor vanjskog napona u propusnom smjeru tako da je pozitivni pol na P-strani, a negativni pol na N-strani, smanjuje se visina potencijalne barijere (sl. 5.5.c) (prelazno područje se sužava), difuzijska struja većinskih nosilaca naboja se povećava to više što je vanjski napon veći. Šupljine iz P-područja teku kroz spoj prema N-području i elektroni iz N-područja prema P-području. Ta struja raste eksponencijalno s primijenjenim naponom i može uništiti spoj ako napon premaši određenu vrijednost. Struja u suprotnom smjeru uzrokovana manjinskim nosiocima naboja (elektronima iz P-tipa i šupljinama iz N-tipa) mala je i ne mijenja se s povećanjem napona. Ona praktički ne utječe na ukupnu struju diode.

Dioda, odnosno PN-spoj, je dakle ispravljački uređaj i propušta struju samo u jednom smjeru.



Slika 5.6. Karakteristika idealne diode u a) linearnom i b) semilogaritamskom mjerilu

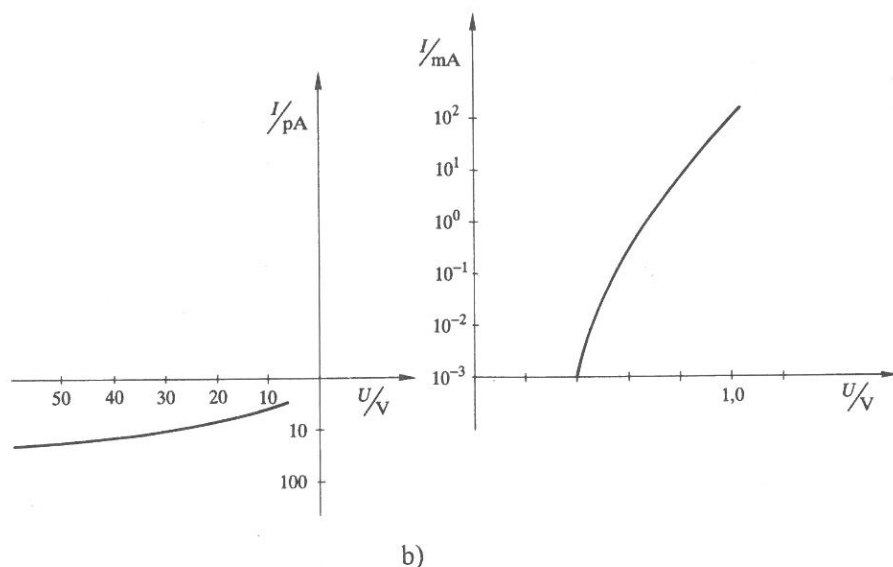
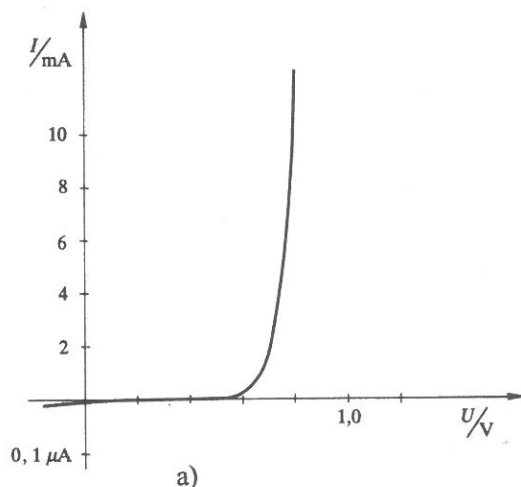
Veza između vanjskog napona U i jakosti struje I_d kroz PN-spoj, tzv. I, U -karakteristika diode, može se prikazati jednačinom

$$I_d = I_0 (\exp (eU / kT) - 1) \quad (5.1)$$

gdje je I_0 struja zasićenja, e elementarni naboj, k Boltzmannova konstanta, a T apsolutna temperatura.

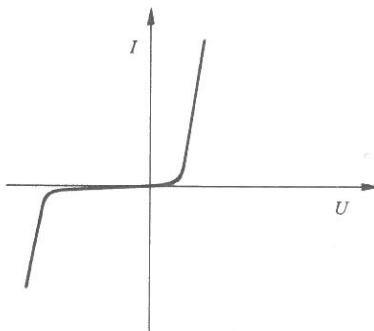
Na slici 5.6. prikazana je gustoća struje PN-spoja (idealne diode) kao funkcija napona tzv. I, U -karakteristika. Za pozitivne napone struja diode eksponencijalno raste s naponom, a za negativne napone inverzna (zaporna) struja je vrlo malena i praktički jednaka struji zasićenja i reda je veličine nanoampera.

Karakteristika stvarne diode razlikuje se od idealne karakteristike PN-spoja zbog otpora materijala poluvodiča, otpora kontakta poluvodič-metal i otpora vodova. Inverzna struja diode nešto je veća od struje zasićenja PN-spoja.



Slika 5.7. Karakteristika silicijske diode u a) linearnom i b) semilogaritamskom mjerilu

Na slici 5.7. prikazana je karakteristika jedne silicijske BA-diode u linearnom i semilogaritamskom mjerilu. Karakteristika diode je nelinearna krivulja. Od nule do napona potencijalne barijere (koji za silicij iznosi oko 0,7 V), struja sporije raste s naponom da bi iznad tog praga struja naglo počela rasti i karakteristika postala vrlo strma.



Slika 5.8. Karakteristika diode; probojni napon

Za negativne (inverzne) napone teče vrlo mala konstantna inverzna struja, koja počinje naglo rasti kada napon premaši vrijednost maksimalnog zapornog napona, tzv. proboj barijere (sl. 5.8).

5.3. STRUJA ZASIĆENJA DIODE

Kada je dioda spojena u zapornom (inverznom) smjeru (pozitivni pol vanjskog izvora napona na N-strani i negativni pol izvora na P-strani diode) nastala velika potencijalna barijera zaustavlja većinske nosioce naboja i inverznu struju čine samo manjinski nosioci. Tako nastaje inverzna, zaporna struja proporcionalna koncentraciji n_1 elektrona u P-materijalu i koncentraciji n_2 šupljina u N-materijalu:

$$I_d = k_1 n_1 + k_2 n_2 \quad (5.2)$$

i ne ovisi uglavnom o naponu, već samo o temperaturi, tj. o koncentraciji parova elektron-šupljina nastalim termičkom pobudom u blizini spoja. Zbog toga se naziva strujom zasićenja diode. Može se pokazati da je gustoća struje zasićenja diode

$$J_0 = e n_i^2 \left(\frac{D_e}{L_e n_A} + \frac{D_h}{L_h n_D} \right) \quad (5.3)$$

gdje je n_i koncentracija intrinzičnih naboja u poluvodiču, n_A i n_D koncentracije primjese u P- odnosno N-području, D_e i D_h su difuzijske konstante manjinskih nosilaca naboja u P- odnosno N-području, L_e i L_h su difuzijske duljine manjinskih nosilaca naboja.

Koncentracija elektrona u vodljivoj vrpici kristala dana je izrazom

$$n = N_c \exp ((E_F - E_c) / kT) \quad (4.2a)$$

a slično i koncentracija šupljina u valentnoj vrpici

$$p = N_v \exp ((- E_F) / kT) \quad (4.4a)$$

gdje je N_c efektivna gustoća stanja u vodljivoj vrpici, N_v efektivna gustoća stanja u valentnoj vrpici.

Za čisti (intrinzični) poluvodič bez primjesa

$$n = p = n_i$$

intrinzična koncentracija n_i naboja u poluvodiču dana je izrazom

$$n_i^2 = n p = N_c N_v \exp(-E_g / kT) \quad (5.4)$$

gdje je E_g energijska širina zabranjene vrpce. Struju uzrokuje i difuzija nosilaca naboja s mjesta veće prema mjestu manje koncentracije nastala kaotičnim termičkim gibanjem nosilaca naboja. (Ta je pojava slična difuziji plinova.) Zbog toga se u izrazu za gustoću struje (5.4) pojavljuju difuzijske konstante D_e i D_h i difuzijske duljine L_e i L_h elektrona i šupljina. One ovise o pokretljivosti μ nosilaca naboja i o temperaturi prema Einsteinovoj relaciji

$$D = \mu \frac{kT}{e} \quad (5.5)$$

Izraz kT/e često se pojavljuje u teoriji poluvodiča. Naziva se naponski temperaturni ekvivalent. Njegova je vrijednost za sobnu temperaturu (300 K) oko 26 mV (25,85 mV).

Pokretljivost nosilaca naboja određena je sudarima u rešetki, jer je broj sudara uvjetovan nepravilnostima rešetke, primjesama, titranjima rešetke i sl. Pokretljivost elektrona μ_e ovisna je o koncentraciji primjesa i na sobnoj temperaturi kreće se od $0,01 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ do $0,15 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$, a pokretljivost šupljina μ_h od $0,007$ do $0,05 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ što odgovara difuzijskim konstantama D_e od $3 \text{ cm}^2/\text{s}$ do $50 \text{ cm}^2/\text{s}$ i D_h od $2 \text{ cm}^2/\text{s}$ do $15 \text{ cm}^2/\text{s}$ ovisno o koncentraciji primjesa. Pokretljivost naboja opada s porastom temperature.

PRIMJER 5.1.

Procijenite gustoću struje zasićenja silicijske PN-diode pri temperaturi 300 K. Pretpostavite da je koncentracija donorskih i akceptorskih primjesa $n_D = 10^{22} \text{ m}^{-3}$ u N-tipu i $n_A = 10^{24} \text{ m}^{-3}$ u P-tipu, efektivna gustoća stanja u vodljivoj vrpici $N_c = 3 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$, a u valentnoj vrpici $N_v = 10^{25} \text{ m}^{-3}$, pokretljivost elektrona $\mu_e = 0,025 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ i šupljina $\mu_h = 0,0406 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$, difuzijska duljina elektrona i šupljina $L = 60 \text{ }\mu\text{m}$. Širina zabranjene vrpce u siliciju je $E_g = 1,12 \text{ eV}$.

Gustoća inverzne struje zasićenja jednaka je

$$J_0 = e n_i^2 \left(\frac{D_e}{L_e n_A} + \frac{D_h}{L_h n_D} \right) \quad (5.3)$$

gdje je intrinzična koncentracija

$$n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = 3 \cdot 10^{50} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \text{ m}^{-6} \quad (5.4)$$

i difuzijske konstante

$$D_e = \frac{kT}{e} \mu_e = 0,02586 \text{ V} \cdot 0,025 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1} = 6,47 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

$$D_h = \frac{kT}{e} \mu_h = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

Uvrštavanjem dobiva se za gustoću struje zasićenja

$$J_0 = \left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 6,47 \cdot 10^{-4} \text{m}^2 \text{s}^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{50} \text{m}^{-6}}{6 \cdot 10^{-5} \text{m} \cdot 10^{24} \text{m}^{-3}} + \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 1,05 \cdot 10^{-3} \text{m}^2 \text{s}^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{50} \text{m}^{-6}}{6 \cdot 10^{-5} \text{m} \cdot 10^{22} \text{m}^{-3}} \right) \exp \left(-\frac{E_g}{kT} \right)$$

$$J_0 = 1,35 \cdot 10^{-8} \text{ A m}^{-2}.$$

PRIMJER 5.2.

Ovisnost gustoće inverzne struje zasićenja diode o temperaturi može se prikazati izrazom

$$J_0 = A T^3 \exp \left(-\frac{E_g}{kT} \right) \quad (5.6)$$

gdje je $A = 5 \cdot 10^4 \text{ A m}^{-3} \text{ K}^{-3}$, konstanta karakteristična za određenu diodu, a E_g energijski razmak između valentne i vodljive vrpce (energijska širina zabranjene vrpce).

Kolika je gustoća struje zasićenja silicijske diode ($E_g = 1,12 \text{ eV}$) na temperaturi 0°C , 25°C i 60°C ako je na diodu spojen vanjski napon od $U = 0,4 \text{ V}$ a) u inverznom i b) u propusnom smjeru?

a) Ako je dioda spojena u inverznom smjeru, kroz nju teče inverzna struja zasićenja gustoće:

$$0^\circ \text{C} \quad J_0 = AT^3 \exp \left(-\frac{E_g}{kT} \right) = 2,24 \cdot 10^{-9} \text{ A m}^{-2}$$

$$25^\circ \text{C} \quad J_0 = 1,57 \cdot 10^{-7} \text{ A m}^{-2}$$

$$60^\circ \text{C} \quad J_0 = 2,14 \cdot 10^{-5} \text{ A m}^{-2}.$$

Pri inverznom naponu gustoća struje diode je

$$J_d = J_0 \left(\exp \left(\frac{eU}{kT} \right) - 1 \right) \quad (5.1)$$

Uvrštavajući vrijednosti za $U = -0,4 \text{ V}$ i $T = 273 \text{ K}$ dobiva se

$$J_d = J_0 (e^{-17} - 1) \approx -J_0 \approx -2,24 \cdot 10^{-9} \text{ A m}^{-2}$$

i slično za ostale temperature $J_d \approx -J_0$.

b) Ako se dioda spoji na napon $U = 0,4 \text{ V}$, u propusnom smjeru dobiva se za:

$$0^\circ \text{C} \quad J_d = J_0 (e^{17} - 1) = 0,053 \text{ A m}^{-2}$$

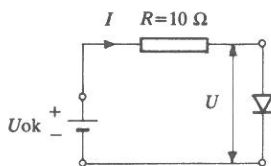
$$25^\circ \text{C} \quad J_d = J_0 (e^{15,6} - 1) = 0,895 \text{ A m}^{-2}$$

$$60^\circ \text{C} \quad J_d = J_0 (e^{13,9} - 1) = 23,7 \text{ A m}^{-2}$$

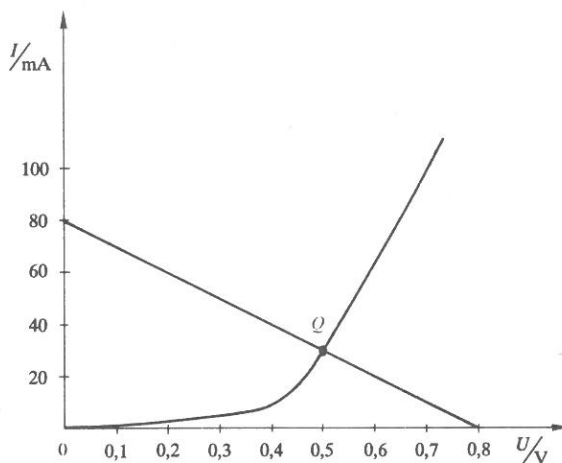
S porastom temperature raste i inverzna struja PN-spoja, što treba imati na umu pri njegovoj primjeni.

5.4. DIODA U STRUJNOM KRUGU

Diode su nelinearni elektronički elementi te se na njih ne može primijeniti Ohmov zakon. Međutim, krugovi s diodom (sl. 5.9.a) lako se rješavaju grafički pomoću I, U -dijagrama. Mjereći ovisnost struje kroz diodu o naponu U dobiva se I, U -karakteristika diode (sl. 5.9.b). Iz tog grafa može se za bilo koju vrijednost napona odrediti struja i obratno. Tako npr. za diodu na slici 5.9.b za napon 0,7 V u propusnom smjeru struja je 100 mA.



a)



b)

Slika 5.9. a) Dioda u strujnom krugu, b) radna točka diode

Statički otpor R_{st} diode jest omjer istosmjernog napona na diodi U i struje kroz diodu I . Dinamički otpor diode je

$$R_d = \frac{dU}{dI} \quad (5.7)$$

i može se za idealnu diodu odrediti deriviranjem iz jednadžbe diode (5.1):

$$I = I_0 \left(\exp \left(\frac{eU}{kT} \right) - 1 \right) \quad U = \frac{kT}{e} \ln \left(1 + \frac{I}{I_0} \right)$$

$$\frac{dU}{dI} = \frac{kT}{e} \frac{1}{I_0 + I} \approx \frac{kT}{eI},$$

i za, na primjer, $T \approx 300 \text{ K}$ $\frac{dU}{dI} = \frac{0,026 \text{ V}}{I}$.

Najjednostavniji strujni krug s diodom je serijski spoj diode omskog otpora R i izvora elektromotorne sile U_{ok} . Uz poznatu karakteristiku diode, grafičkim načinom rješavanja lako se dobiva struja kroz krug i radna točka diode Q , kao što je pokazano u sljedećem primjeru. Slična se metoda primjenjuje i pri rješavanju krugova sa sunčanom ćelijom.

PRIMJER 5.3.

Na slici 5.9.a dioda je pomoću omskog otpora $R = 10 \Omega$ spojena na izvor elektromotorne sile $U_{ok} = 0,8 \text{ V}$ zanemarivog unutrašnjeg otpora. Ako je zadana karakteristika diode (sl. 5.9.b), odredite grafički struju u krugu, pad napona na otporu R i na diodi te snagu utrošenu u diodi. Koliki je otpor diode?

Diodu ćemo smatrati trošilom u zadanom krugu. Kada bi otpor diode bio jednak nuli, struja u krugu iznosila bi

$$I_{ks} = \frac{U_{ok}}{R} = \frac{0,8 \text{ V}}{10 \Omega} = 80 \text{ mA} .$$

Za beskonačni otpor diode (otvoreni krug), struja bi bila nula, a napon na diodi bio bi $U = U_{ok} = 0,8 \text{ V}$. Ove dvije točke možemo ucrtati na U, I -karakteristiku (sl. 5.9.b) i spojiti ih pravcem, jer bez obzira na otpor diode struja I kroz krug i napon U na diodi moraju biti na tom pravcu.

Presjecište tih dviju krivulja (sl. 5.9.b) daje radnu točku diode Q . Iz grafa odčitamo: struja kroz diodu, odnosno kroz strujni krug je 30 mA . Napon na diodi je $0,5 \text{ V}$, napon na otporu je $0,3 \text{ V}$. Uočite da je prema Kirchhoffovu pravilu $U + U_R = U_{ok}$. Snaga utrošena u diodi je

$$P = UI = 0,5 \text{ V} \cdot 30 \text{ mA} = 15 \text{ mW} .$$

Statički otpor diode je

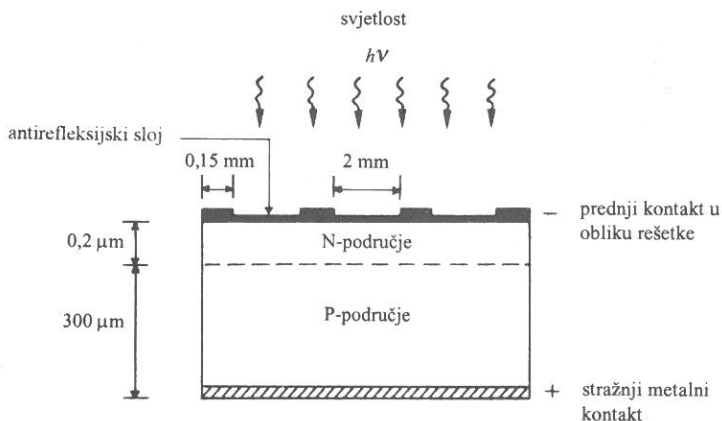
$$R_{st} = \frac{U}{I} = 17 \Omega .$$

Dinamički otpor diode možemo odrediti grafički iz nagiba tangente na U, I -karakteristiku u radnoj točki.

6. SUNČANA ČELIJA

6.1. FOTONAPONSKA KONVERZIJA

Pomoću fotonaponskog efekta može se sunčana energija izravno pretvoriti u električnu u sunčanim ćelijama. Kada sunčana ćelija apsorbira Sunčevo zračenje, fotonaponskim efektom se njezinim krajevima proizvede elektromotorna sila i tako sunčana ćelija postaje izvor električne energije.

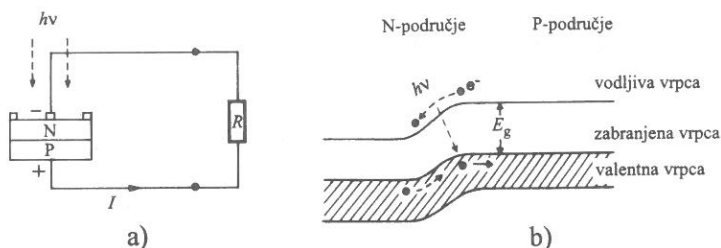


Slika 6.1. Silicijska sunčana ćelija

Sunčana ćelija (sl. 6.1) je PN-spoj (dioda). U silicijskoj sunčanoj ćeliji na površini pločice P-tipa silicija difundirane su primjese, npr. fosfor, tako da na tankom površinskom sloju nastane područje N-tipa poluvodiča. Da bi se skupili naboji nastali apsorpcijom fotona iz Sunčeva zračenja, na prednjoj površini nalazi se metalna rešetka, a zadnja je strana prekrivena metalnim kontaktom. Rešetkasti kontakt na prednjoj strani načinjen je tako da ne prekrije više od 5% površine te on gotovo i ne utječe na apsorpciju Sunčeva zračenja. Prednja površina ćelije može biti prekrivena i prozirnim antirefleksijskim slojem koji smanjuje refleksiju Sunčeve svjetlosti i tako povećava djelotvornost ćelije.

Sunčane ćelije proizvode napon oko 0,5 V uz gustoću struje oko 20 mA/cm². Da bi se dobio odgovarajući napon odnosno snaga, ćelije se mogu spajati serijski i paralelno. Tako se dobivaju moduli sunčanih ćelija u obliku ploče (panela) na kojoj su ćelije učvršćene i zaštićene od atmosferskih i drugih utjecaja. Moduli se slažu jedan do drugog u fotonaponske ravne kolektore, a kolektori zajedno s ostalim potrebnim elementima (pretvaračima, regulatorima, akumulatorima i sl.) tvore fotonaponski sustav.

Sunčana ćelija načinjena je tako da se, kada je osvijetlimo, na njezinim krajevima javlja elektromotorna sila (napon). Kada se sunčana ćelija (PN-spoj) osvijetli (sl. 6.2), apsorbirani fotoni proizvode parove elektron-šupljina. Ako apsorpcija nastane daleko od PN-spoja, nastali par ubrzo se rekombinira. Međutim, nastane li apsorpcija unutar ili u blizini PN-spoja, unutrašnje električno polje, koje postoji u osiromašenom području, odvaja nastali elektron i šupljinu – elektron se giba prema N-strani, šupljina P-strani. Takvo skupljanje elektrona i šupljina na odgovarajućim stranama PN spoja uzrokuje elektromotornu silu na krajevima ćelije.

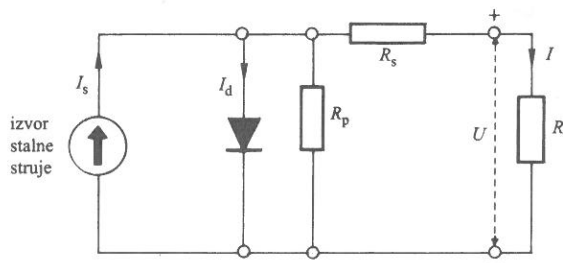


Slika 6.2. Sunčana ćelija obasjana svjetlošću: a) shematski prikaz, b) unutrašnje električno polje razdvaja nosioce naboja nastale apsorpcijom fotona

Kada se ćelija osvijetli, kontakt na P-dijelu postaje pozitivan, a na N-dijelu negativan. Ako su kontakti ćelije spojeni s vanjskim trošilom, proteći će električna struja.

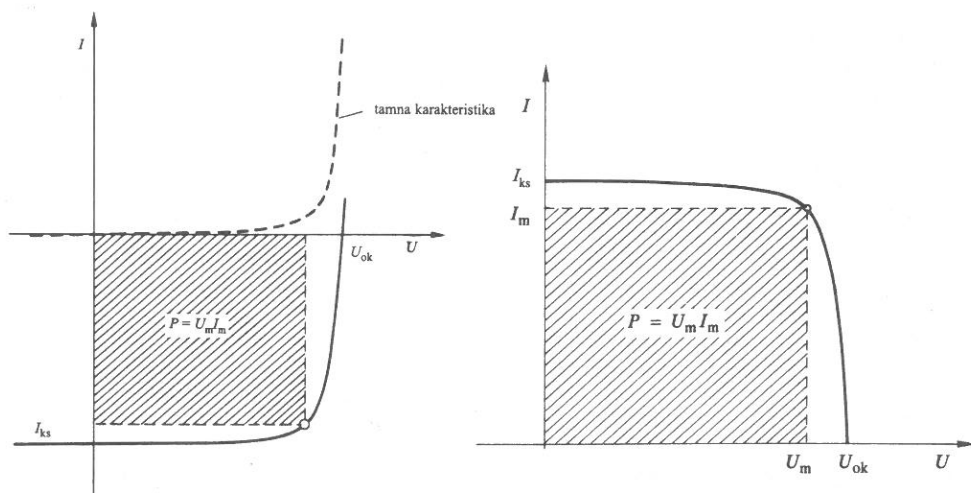
Kada je sunčana ćelija spojena s vanjskim trošilom i osvijetljena, u ćeliji će zbog fotonapona nastajati fotostruja I_s , te će vanjskim trošilom teći struja I jednaka razlici struje diode I_d dane jednačbom (6.1) i fotostruje I_s :

$$I = I_d - I_s = I_0 \left(\exp \left(\frac{eU}{kT} \right) - 1 \right) - I_s \quad (6.1)$$



Slika 6.3. Ekvivalentni sklop sunčane ćelije

Osvijetljena sunčana ćelija ponaša se dakle kao izvor stalne struje. Njezin ekvivalentni (nadmjesni) sklop prikazan je na slici 6.3. Izvor stalne struje paralelno je spojen s diodom. Serijski otpor R_s ovisi o materijalu i izradi sunčane ćelije i poželjno je da bude što manji. Paralelni otpor



Slika 6.4. a) I, U -karakteristika osvijetljene i neosvijetljene sunčane ćelije i b) karakteristika nacrtana u 1. kvadrantu

(shunt) R_p ovisi o osobinama ćelije i većinom je dovoljno velik da ga možemo zanemariti. Uz te pretpostavke struja kroz vanjski otpor (trošilo) R dana je relacijom (6.1).

Na slici 6.4.a prikazana je I, U -karakteristika neosvijetljene i osvijetljene sunčane ćelije. Prva je (tzv. tamna karakteristika), ustvari karakteristika obične poluvodičke diode. Ploština iscrtkanog pravokutnika, $U_m I_m$, odgovara, kao što ćemo kasnije vidjeti, maksimalnoj snazi koju ćelija može dati. Zbog toga je najvažniji dio karakteristike u četvrtom kvadrantu, jer je to radno područje ćelije kada se iz nje dobiva električna snaga i energija. Obično se i crta samo to područje i to tako da se nacrtaju u 4. već u 1. kvadrantu, tj. uzimajući vrijednosti struje pozitivnima, te ćemo tako i raditi u daljem tekstu (sl. 6.4.b).

Ako I, U -karakteristiku crtamo u prvom umjesto u četvrtom kvadrantu, struja osvijetljene sunčane ćelije I_s je pozitivna, te je struja I kroz vanjski, strujni krug:

$$I = I_s - I_d = I_s - I_0 \left(\exp \left(\frac{eU}{kT} \right) - 1 \right). \quad (6.2)$$

gdje je I_s struja koju uzrokuje upadna svjetlost, a I_d struja diode koja teče kroz spoj.

Pri mjerenju I, U -karakteristike sunčane ćelije, ćelija se spoji u seriju s promjenljivim izvorom napona i radnim otporom. Ozrači se Sunčevim zračenjem ili simulatorom Sunčeva zračenja, tj. svjetiljkom čiji je spektar sličan Sunčevom*. Napon promjenljivog izvora se mijenja i mjeri napon U na ćeliji i struja I kroz ćeliju i tako dobiva I, U -karakteristika.

6.2. PARAMETRI SUNČANE ĆELIJE

Jedan od najvažnijih parametara sunčane ćelije je njezina **elektromotorna sila**, tj. napon na njezinim stezaljkama u slučaju otvorenog strujnog kruga ($I = 0$). Uvrštavajući $I = 0$ u jednadžbu (6.2), dobivamo da je napon otvorenog kruga:

$$U_{ok} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_s}{I_0} + 1 \right) \quad (6.3)$$

Elektromotorna sila sunčane ćelije ovisi o fotostruji I_s (koja raste s porastom ozračenja) i o struji zasićenja I_s diode za koju je poželjno da je što manja.

Važan podatak za ćeliju je i **struja kratkog spoja**, tj. jakost struje u slučaju kada je na stezaljkama ćelije napon nula. Uvrstimo li u (6.2) $U = 0$, dobivamo da je struja kratkog spoja jednaka fotogeneriranoj struji I_s :

$$I_{ks} = I_s.$$

Na I, U -karakteristici sunčane ćelije (sl. 6.4) označeni su uz ostalo napon otvorenog kruga U_{ok} i struja kratkog spoja I_{ks} .

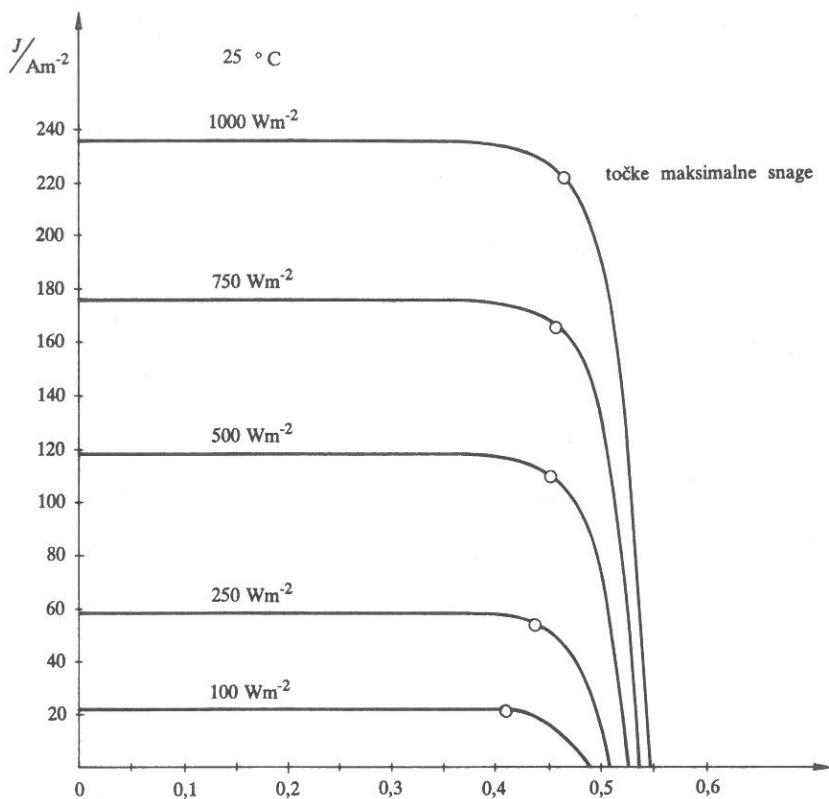
Karakteristični otpor sunčane ćelije može se definirati omjerom:

$$R_k = \frac{U_{ok}}{I_{ks}} \quad (6.5)$$

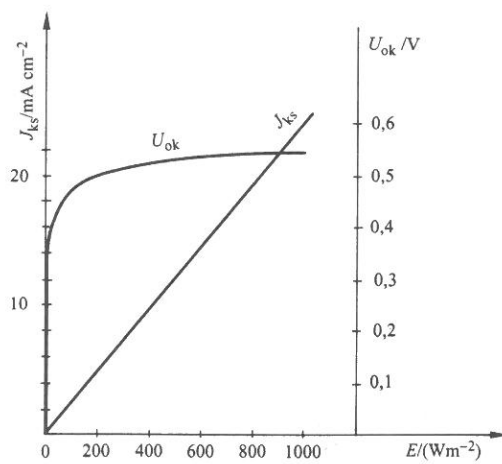
Ako je npr. $U_{ok} = 0,65 \text{ V}$, $I_{ks} = 3 \text{ A}$, tada je $R_k = 0,22 \Omega$.

Promjena ozračenja (iradijancije) E bitno utječe na karakteristiku ćelije (sl. 6.5). Struja kratkog spoja praktički je proporcionalna ozračenju (sl. 6.6).

*Zadovoljavajući sunčani simulator je visokotlačna ksenonska lučna svjetiljka s odgovarajućim optičkim filtrima i optičkim sustavima koji daju paralelni snop svjetlosti vrlo sličan Sunčevu zračenju.



Slika 6.5. Utjecaj jakosti Sunčeva ozračenja na U - I -karakteristiku ćelije



Slika 6.6. Utjecaj Sunčeva ozračenja na napon otvornog kruga i jakost struje kratkog spoja

Napon otvorenog kruga

$$U_{ok} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{I_{ks}}{I_0} + 1 \right) \quad (6.6)$$

mijenja se logaritamski s ozračenjem (sl. 6.6).

Ako se ozračenje smanji dva puta (npr. od $1\,000\text{ W/m}^2$ na 500 W/m^2) struja kratkog spoja smanji se dva puta, a napon otvorenog kruga oko 5%.

Svaka ćelija ima određeni **serijski i paralelni otpor** koji se često ne smije zanemariti.

Serijski otpor ćelije R_s je omski otpor na koji nailazi struja koja teče kroz ćeliju te kroz površinu ćelije prema omskim kontaktima do spoja s priključkom na vanjski krug. Njemu pridonosi otpor materijala, otpor kontakata i sl. Produkt serijskog otpora i površine ćelije $R_s A$ reda je veličine $0,0025\ \Omega\text{ m}^2$ za tipične sunčane ćelije.

Paralelni otpor ćelije R_p uzrokovan je lokalnim defektima u PN-spoju. Za idealnu ćeliju on bi bio beskonačan, međutim, u svakoj stvarnoj ćeliji struje gubitaka proporcionalne su naponu na ćeliji. U nadomjesnom sklopu ćelije struje gubitaka se prikazuju paralelnim otporom R_p .

Serijski R_s i paralelni R_p otpor utječu na I, U -karakteristiku ćelije i njezinu snagu. Taj je utjecaj zanemariv ako je serijski otpor mnogo puta manji od karakterističnog otpora ćelije $R_s \ll R_k$, odnosno ako je paralelni otpor mnogo puta veći od karakterističnog otpora $R_p \gg R_k$.

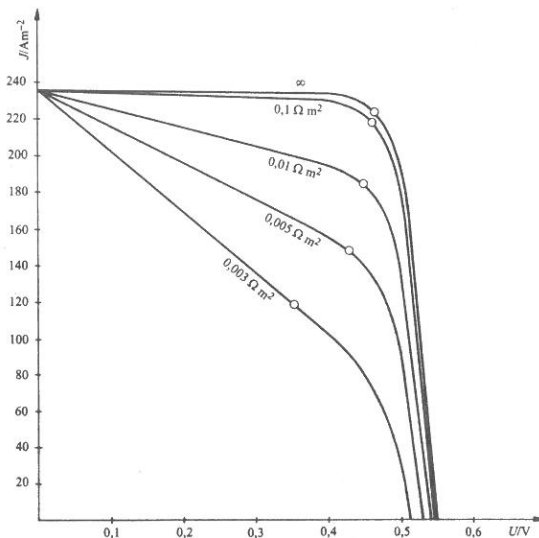
U modelu stvarne sunčane ćelije potrebno je uzeti u obzir serijski i paralelni otpor R_s i R_p (sl. 6.3). Jednadžba stvarne ćelije jest

$$I = I_s - I_0 \left(\exp \left(\frac{e(U + I R_s)}{mkT} \right) - 1 \right) - \frac{U}{R_p} \quad (6.7)$$

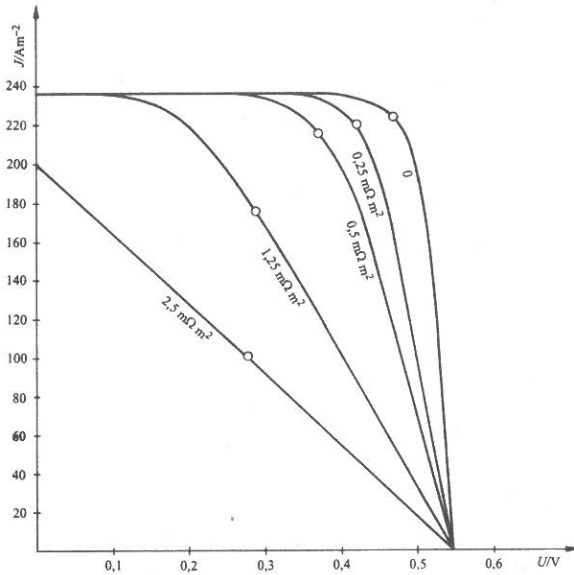
odnosno ako uvrstimo izraz (5.5) za I_0

$$I = I_s - AT^\gamma \left(\exp \left(\frac{e(U + I R_s) - E_g}{mkT} \right) - 1 \right) - \frac{U}{R_p} \quad (6.7.a)$$

gdje je U napon ćelije, I struja kroz ćeliju, a parametri m i γ obično imaju vrijednost oko $m = 1$ i $\gamma = 3$.



Slika 6.7.a) Utjecaj serijskog otpora ćelije na njenu karakteristiku



Slika 6.7.b) Utjecaj paralelnog otpora ćelije na njenu karakteristiku

Na slici 6.7. prikazan je utjecaj serijskog i paralelnog otpora na I, U -karakteristiku ćelije.

Radi orijentacije navedimo neke karakteristične vrijednosti. Ako je $R_s/R_k = 0,1$, odnosno $R_k/R_p = 0,1$, $R_s A = 0,0025 \Omega \text{ m}^2$, $R_k A = 0,025 \Omega \text{ m}^2$ za ćeliju površine $A = 25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, serijski je otpor 1Ω i paralelni otpor je 100Ω .

PRIMJER 6.1.

Kada se sunčana ćelija ozrači zračenjem AM 1,5 (v. str. 23), tj. uz ozračenje 100 mW/cm^2 , gustoća struje kratkog spoja J_{ks} je $23,6 \text{ mA/cm}^2$, a napon otvorenog kruga je $U_{ok} = 0,543 \text{ V}$. Temperatura ćelije je 25°C . Kolika je gustoća inverzne struje zasićenja (zaporne struje)?

Ako u jednadžbu sunčane ćelije

$$I = I_s - I_0 \left(\exp \left(\frac{eU}{kT} \right) - 1 \right)$$

uvrstimo $I = 0$, i umjesto struja uvrstimo gustoće struja, dobivamo:

$$\frac{J_0}{J_s} = \frac{1}{\exp \left(\frac{eU_{ok}}{kT} \right) - 1}$$

Budući da je $I_s = I_{ks}$, to je

$$J_0 = \frac{J_{ks}}{\exp \left(\frac{eU_{ok}}{kT} \right) - 1}$$

Izračunamo li

$$\frac{eU_{ok}}{kT} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,543 \text{ V}}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \cdot 298 \text{ K}} = 21,126$$

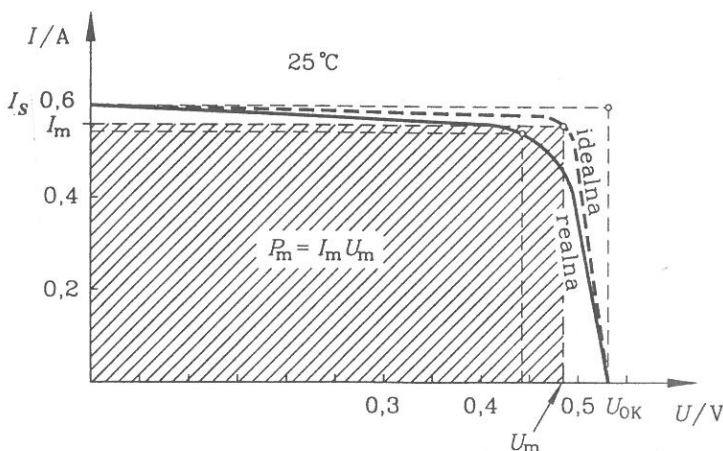
vidimo da je $e^{21,12} \gg 1$ i da jedinicu u nazivniku možemo zanemariti i pisati

$$J_o = J_{ks} \exp \left(-\frac{eU_{ok}}{kT} \right) = 1,58 \cdot 10^{-8} \text{ mA cm}^{-2}.$$

6.3. SNAGA SUNČANE ČELIJE

Snaga koju može dati sunčana ćelija dobiva se množenjem napona i struje:

$$P = UI = U \left(I_s - I_o \exp \left(\frac{eU}{kT} \right) + I_o \right). \quad (6.8)$$



Slika 6.8. Maksimalna snaga realne i idealne sunčane ćelije

Maksimalna snaga koju idealna ćelija može dati $P_m = U_m I_m$ označena je na slici 6.8. i odgovara površini iscrtanog pravokutnika. Računski se može odrediti traženjem ekstrema funkcije (6.8), odnosno pravokutnika na slici 6.8. koji ima maksimalnu površinu.

Za napone manje od U_m struja je jača od I_m , ali je produkt UI , zbog manjeg napona U , manji od $U_m I_m$. Za napone veće od U_m struja opada prema nuli i zbog toga snaga UI opada.

Maksimalna snaga sunčane ćelije može se prikazati i pomoću elektromotorne sile i struje kratkog spoja.

$$P_m = I_m U_m = U_{ok} I_{ks} F \quad (6.9)$$

gdje je

$$F = \frac{U_m I_m}{U_{ok} I_{ks}}. \quad (6.10)$$

tzv. faktor punjenja. To je omjer površine pravokutnika sa stranicama U_m i I_m i pravokutnika sa stranicama U_{ok} i I_{ks} (sl. 6.8). On pokazuje koliko se stvarna ćelija približuje idealnoj, odnosno

koliki je utjecaj serijskog otpora ćelije. Obično je $0,7 < F < 0,9$. Faktor punjenja F opada linearno s omjerom R_s/R_k i R_k/R_p gdje je R_s serijski, R_p paralelni i R_k karakteristični otpor sunčane ćelije.

PRIMJER 6.2.

Iz jednadžbe za I, U -karakteristiku sunčane ćelije treba odrediti maksimalnu snagu ćelije te odgovarajuće vrijednosti U_m i I_m . Izraziti faktor punjenja F pomoću napona U_m i U_{ok} .

Snaga je ćelije

$$P = UI = U \left(I_{ks} - I_o \exp \left(\frac{eU}{kT} \right) + I_o \right).$$

Iz uvjeta za maksimum te funkcije $\frac{dP}{dU} = 0$ dobivamo

$$I_{ks} - I_o \exp \left(\frac{eU_m}{kT} \right) + I_o - U_m I_o \frac{e}{kT} \exp \left(\frac{eU_m}{kT} \right) = 0$$

ili

$$\exp \left(\frac{eU_m}{kT} \right) = \frac{I_o + I_{ks}}{I_o \left(1 + \frac{eU_m}{kT} \right)}$$

odnosno

$$U_m = \frac{kT}{e} \ln \frac{I_o + I_{ks}}{I_o \left(1 + \frac{eU_m}{kT} \right)}$$

$$U_m = \frac{kT}{e} \ln \frac{\exp \left(\frac{eU_{ok}}{kT} \right)}{1 + \frac{eU_m}{kT}}$$

$$U_m = U_{ok} - \frac{kT}{e} \ln \left(1 + \frac{eU_m}{kT} \right).$$

Maksimalna vrijednost struje iznosi:

$$I_m = I_{ks} - I_o \left(\exp \left(\frac{eU_m}{kT} \right) - 1 \right)$$

$$I_m = (I_{ks} + I_o) \frac{\frac{eU_m}{kT}}{1 + \frac{eU_m}{kT}}.$$

Maksimalna je snaga

$$P_m = U_m I_m = U_m (I_{ks} + I_o) \frac{\frac{eU_m}{kT}}{1 + \frac{eU_m}{kT}}.$$

Faktor je punjenja

$$F = \frac{U_m I_m}{U_{ok} I_{ks}}$$

Budući da je

$$\frac{U_m}{U_{ok}} = 1 - \frac{kT}{eU_{ok}} \ln \left(1 + \frac{eU_m}{kT} \right)$$

$$\frac{I_m}{I_{ks}} = 1 - \frac{I_o}{I_{ks}} \left(\exp \left(\frac{eU_m}{kT} \right) - 1 \right) \approx 1 - \frac{I_o}{I_{ks}} \exp \left(\frac{eU_m}{kT} \right)$$

$$\frac{I_m}{I_{ks}} = 1 - \frac{\exp \left(\frac{eU_m}{kT} \right)}{\exp \left(\frac{eU_{ok}}{kT} \right)}$$

$$\frac{I_m}{I_{ks}} = 1 - \exp \left(\frac{e(U_m - U_{ok})}{kT} \right)$$

$$\frac{I_m}{I_{ks}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{eU_m}{kT}}$$

dobivamo

$$F = \frac{U_m I_m}{U_{ok} I_{ks}} = \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{eU_m}{kT}} \right) \left[1 - \frac{kT}{eU_{ok}} \ln \left(1 + \frac{eU_m}{kT} \right) \right].$$

6.4. DJELOTVORNOST ČELIJE

Djelotvornost ćelije definira se omjerom između njezine maksimalne snage P_m i snage P_u Sunčeva zračenja koje upada na površinu A ćelije.

$$\eta = \frac{P_m}{P_u} = \frac{P_m}{E A} = \frac{I_m U_m}{E A} \quad (6.11)$$

$$\eta = F \frac{U_{ok} J_{ks}}{E}$$

gdje je E ozračenje, U_{ok} napon otvorenog kruga (elektromotorna sila ćelije), J_{ks} je gustoća struje kratkog spoja i F faktor punjenja.*

Da bi djelotvornost bila veća, potrebno je da J_{ks} bude što veći, a faktor punjenja što bliži jedinici. Tipične vrijednosti za silicijske ćelije jesu: $F \approx 0,82$, $\eta = 10\%$.

Napomenimo da je maksimalna teorijska vrijednost za fotostruju oko 40 mA/cm^2 pri ozračenju 1 kW/m^2 (tj. za AM 1,5), što bi za elektromotornu silu $0,6 \text{ V}$ i maksimalni teorijski faktor punjenja $0,88$ dalo djelotvornost 21% – što je teorijska vrijednost za maksimalnu djelotvornost silicijske (NP) sunčane ćelije.

*Pri iznošenju podataka o snazi i korisnosti ćelije obično se navode vrijednosti u koljenu I, U -karakteristike (P_{maks}) pri ozračenju 1000 W m^{-2} i određenoj temperaturi (npr. 300 K).

PRIMJER 6.3.

Pri ozračivanju od 1 kW/m^2 elektromotorna sila sunčane ćelije jest $0,54 \text{ V}$, a struja je kratkog spoja 50 mA . Maksimalna snaga dobiva se pri opterećenju 9Ω i naponu $0,43 \text{ V}$. Površina je ćelije 4 cm^2 . Kolika je djelotvornost ćelije i faktor punjenja?

Djelotvornost ćelije možemo odrediti s pomoću jednadžbe (6.11)

$$\eta = \frac{I_m U_m}{E A} = \frac{U_m^2}{R E A} = 5\%.$$

Faktor je punjenja $F = \frac{U_m I_m}{U_{ok} I_{ks}} = \frac{U_m^2}{U_{ok} I_{ks} R} = 0,76.$

PRIMJER 6.4.

Ćelija površine 25 cm^2 ozračena je s AM 1,5 Sunčevim spektrom. Radna je temperatura 25°C . Gustoća struje ćelije je 200 A/m^2 , gustoća struje zasićenja je $1,58 \cdot 10^{-7} \text{ A/m}^2$, a gustoća struje kratkog spoja je 236 A/m^2 . Koliki je napon otvorenog kruga, napon na ćeliji, struja kroz ćeliju, radni otpor i snaga ćelije? Kolika je maksimalna moguća snaga takve ćelije te odgovarajući napon i struja? Kolika je djelotvornost ćelije i faktor punjenja?

Iz jednadžbe ćelije (6.3) dobivamo napon otvorenog kruga

$$U_{ok} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{J_{ks}}{J_o} + 1 \right) = 0,543 \text{ V}$$

i radni napon pri zadanoj struji

$$U = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{J_{ks} - J}{J_o} + 1 \right) = 0,495 \text{ V}.$$

Iz gustoće struje dobivamo struju kroz ćeliju odnosno strujni krug

$$I = J A = 500 \text{ mA}.$$

Radni je otpor $R = \frac{U}{I} = 0,99 \Omega.$

Snaga je: $\frac{P}{A} = U J = 99 \text{ W m}^{-2}$

$$P = 0,248 \text{ W}.$$

Maksimalna snaga koju ta ćelija može dati uz odgovarajući radni otpor određuje se traženjem ekstrema (maksimuma) izraza za snagu, tj. izjednačavanjem prve derivacije snage po naponu s nulom. Dobiva se jednadžba:

$$\exp \left(\frac{eU_m}{kT} \right) \left(1 + \frac{eU_m}{kT} \right) = 1 + \frac{J_{ks}}{J_o} = 1,4937 \cdot 10^9$$

koja se može riješiti iteracijskim postupkom, tako da pretpostavimo rješenje za U_m . Uvrstimo, vidimo koliko smo daleko od pravog rješenja, te ponovo uvrstimo bolju aproksimaciju dok se ne približimo dovoljno točno rješenju jednadžbe. Dobivamo

$$U_m = 0,466 \text{ V}$$

$$J_m = (J_{ks} + J_0) \frac{\frac{eU_m}{kT}}{1 + \frac{eU_m}{kT}}$$

$$J_m = 223,7 \text{ A m}^{-2}, \quad I_m = 0,559 \text{ A}$$

Maksimalna snaga $P_m = U_m I_m = 0,26 \text{ W}$

i odgovarajući radni otpor

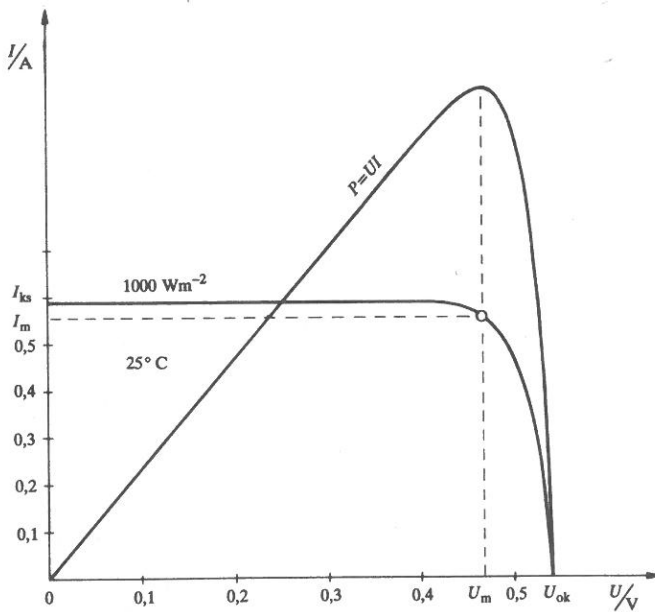
$$R = \frac{U_m}{I_m} = 0,83 \Omega$$

Djelotvornost sunčane ćelije je

$$\eta = \frac{J_m U_m}{1000 \text{ W m}^{-2}} = 10,4\%$$

Faktor punjenja:

$$F = \frac{P_m}{U_{ok} I_{ks}} = 0,81$$



Slika 6.9. Karakteristika i krivulja snage za ćeliju u primjeru

Na slici 6.9. prikazana je karakteristika ćelije, točka maksimalne snage i krivulja snage za zadanu ćeliju.

6.5. OVISNOST PARAMETARA SUNČANE ČELIJE O TEMPERATURI

Promjenom temperature mijenjaju se karakteristike sunčane ćelije. Pogledajmo kako temperatura ćelije utječe na njezine parametre: struju kratkog spoja I_{ks} , struju zasićenja (zapornu, tamnu struju) I_0 , struju ćelije I , napon otvorenog kruga U_{ok} , maksimalnu snagu P_m , faktor punjenja F i djelotvornost ćelije η .

Promjena fotostruje I_s , odnosno struje kratkog spoja (sjetimo se da je za $U = 0$, $I_s = I_{ks}$) s temperaturom je mala i često se može zanemariti. Kao primjer navedimo da je maksimalna teorijska vrijednost gustoće fotostruje u silicijevoj ćeliji oko 40 mA cm^{-2} , stvarne vrijednosti su oko 30 mA cm^{-2} , a promjena s temperaturom je $dI/dT \approx 0,025 \text{ mA cm}^{-2} \text{ K}^{-1}$ odnosno relativna promjena

$$\frac{dI/dT}{I} \approx 8 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}.$$

Utjecaj temperature na zapornu struju I_0 vidi se iz jednadžbe

$$I_0 = A T^3 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \quad (5.6)$$

Ovisnost je eksponencijalna i I_0 bitno ovisi o temperaturi.

Ovisnost napona o temperaturi. Najprije ćemo razmatrati promjenu napona otvorenog kruga s temperaturom. Slično će se mijenjati i ostali naponi.

Iz jednadžbe sunčane ćelije

$$I = I_s - I_0 \left(\exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right) \quad (6.2)$$

uvrstivši $I = 0$, $I_s = I_{ks}$, $U = U_{ok}$ te izraz (5.6) za I_0 i zanemariivši jedinicu u usporedbi s eksponencijalnim članom dobivamo

$$I_{ks} = A T^3 \exp\left(\frac{eU_{ok} - E_g}{kT}\right) \quad (6.12)$$

Deriviramo li tu jednadžbu po temperaturi i zanemarimo promjenu struje kratkog spoja s temperaturom, dobivamo

$$\frac{dU_{ok}}{dT} = \frac{eU_{ok} - E_g}{eT} - \frac{3k}{e}. \quad (6.13)$$

Integriranjem te jednadžbe (u granicama od T_1 do T_2), dobivamo ovisnost napona otvorenog kruga o temperaturi.

$$U_{ok}(T_2) = U_{ok}(T_1) \frac{T_2}{T_1} + \frac{E_g}{e} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{3k}{e} T_1 \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (6.14)$$

Tablica 6.1. dU_{ok}/dT ZA SILICIJ I GALIJ ARSENIID, GaAs

ćelija	E_g / eV	$U_{ok} (T=273 \text{ K}) / \text{V}$	$(dU_{ok}/dT) / (\text{mV K}^{-1})$
Si	1,12	0,65	-1,98
Si	1,12	0,55	-2,35
GaAs	1,4	1,05	-1,54
GaAs	1,4	0,85	-2,27

U tablici 6.1. navedene su vrijednosti napona U_{ok} za ćeliju od silicija i galij-arsenida (GaAs) uz pretpostavljene vrijednosti napona na temperaturi 273 K.

Ovisnost snage ćelije o temperaturi. Maksimalna je snaga sunčane ćelije

$$P_m = I_m U_m.$$

Ako zanemarimo ovisnost struje I_m o temperaturi i deriviramo, dobivamo

$$\frac{dP_m}{dT} = I_m \frac{dU_m}{dT}$$

odnosno

$$\frac{\frac{dP_m}{dT}}{P_m} = \frac{\frac{dU_m}{dT}}{U_m} = \frac{1}{T} - \frac{E_g}{eU_m T} - \frac{3k}{eU_m} = \beta.$$

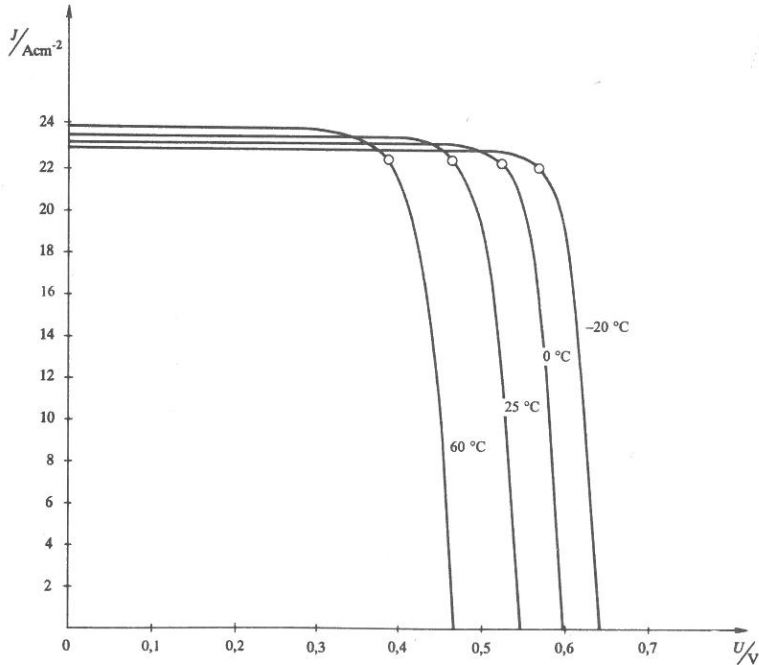
Pretpostavimo li da je βP_m približno konstantna, ovisnost snage o temperaturi može se pisati

$$P_m(T_2) = P_m(T_1) [1 + \beta (T_2 - T_1)]. \quad (6.15)$$

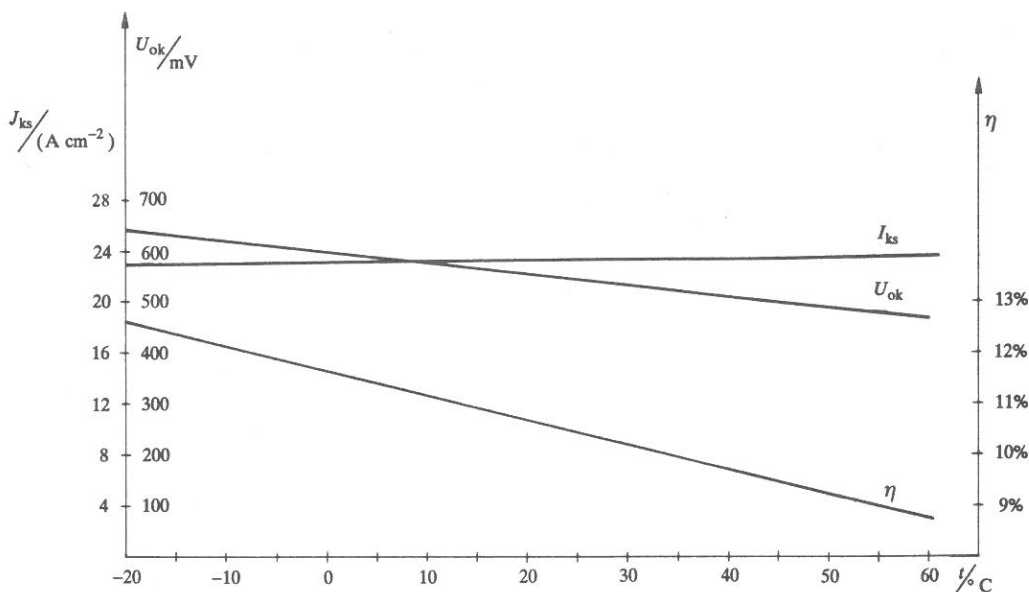
Djelotvornost ćelije definira se izrazom

$$\eta = \frac{I_m U_m}{EA} = \frac{P_m}{EA}. \quad (6.11)$$

gdje je E ozračenje a A površina ćelije.



Slika 6.10. Utjecaj radne temperature ćelije na njezinu karakteristiku



Slika 6.11. Ovisnost elektromotorne sile, struje kratkog spoja i djelotvornosti ćelije o temperaturi

Odatle proizlazi ovisnost djelotvornosti o temperaturi

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{dP_m}{P_m} = \beta$$

$$\eta(T_2) = \eta(T_1) [1 + \beta (T_2 - T_1)] \quad (6.16)$$

Na slici 6.10 prikazana je J, U -karakteristika ćelije za različite temperature, a na slici 6.11. ovisnost korisnosti, napona otvorenog kruga i struje kratkog spoja o temperaturi.

Za silicijsku ćeliju možemo ukratko reći:

Promjenom temperature mijenjaju se karakteristike ćelije: napon opada za oko $0,41\%/^{\circ}\text{C}$ ($2,2 \text{ mV}/^{\circ}\text{C}$), struja kratkog spoja raste za oko $0,06\%/^{\circ}\text{C}$, snaga opada za $0,44\%/^{\circ}\text{C}$, djelotvornost opada za oko $0,08\%/^{\circ}\text{C}$ (tabl. 6.2).

Tablica 6.2. OVISNOST KARAKTERISTIKA SUNČANE ĆELIJE O TEMPERATURI

Temperatura $t / ^{\circ}\text{C}$	Napon otvorenog kruga U_{ok} / V	Gustoća struje kratkog spoja $J_{ks} / (\text{mA cm}^{-2})$	Maksimalna snaga $P_m / (\text{mW cm}^{-2})$
0	0,598	23,28	10,4
25	0,543	23,64	9,4
60	0,465	24,1	7,9

PRIMJER 6.5.

Širina zabranjene vrpce materijala od kojeg je izrađena ćelija je 1,65 eV. Pri temperaturi 300 K poznati su ovi parametri ćelije:

$$U_{ok} = 0,85 \text{ V}, \quad J_{ks} = 15 \text{ mA cm}^{-2}, \quad dI_{ks}/dT = 0,01 \text{ mA cm}^{-2} \text{ K}^{-1}, \quad U_m = 0,7 \text{ V}$$

Izračunajte ovisnost o temperaturi: a) gustoće zaporne struje J_o , b) napona otvorenog kruga U_{ok} , c) napona U_m , d) snage P_m i djelotvornosti ćelije η .

a) Iz izraza
$$U_{ok} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{J_{ks}}{J_o} + 1 \right)$$

dobivamo gustoću zaporne struje

$$J_o = 8,12 \cdot 10^{-13} \text{ A m}^{-2}.$$

Budući da je gustoća zaporne struje dana izrazom

$$J_o = AT^3 \exp \left(-\frac{E_g}{kT} \right)$$

možemo iz poznatih podataka izračunati konstantu A

$$A = 1,49 \cdot 10^8 \text{ A m}^{-2} \text{ K}^{-3}.$$

Pretpostavljajući da E_g ne ovisi o temperaturi dobivamo

$$\frac{dJ_o}{dT} = 3AT^2 \exp \left(-\frac{E_g}{kT} \right) + A \frac{E_g}{k} T \exp \left(-\frac{E_g}{kT} \right).$$

$$\frac{dJ_o}{dT} = 2 \cdot 10^{-13} \text{ A m}^{-2} \text{ K}^{-1}.$$

b) Napišemo li jednadžbu za napon otvorenog kruga u obliku

$$J_{ks} = AT^3 \exp \left(\frac{eU_{ok} - E_g}{kT} \right)$$

i deriviramo, dobivamo

$$\frac{dU_{ok}}{dT} = \frac{U_{ok}}{T} - \frac{E_g}{eT} - \frac{3k}{e} + \frac{k}{e} T \frac{\frac{dI_{ks}}{dT}}{I_{ks}}.$$

Uvrstimo li zadane vrijednosti pri 300 K dobivamo

$$\frac{dU_{ok}}{dT} = 2,83 \text{ mV K}^{-1} - 5,5 \text{ mV K}^{-1} - 0,26 \text{ mV K}^{-1} + 0,0173 \text{ mV K}^{-1}$$

$$\frac{dU_{ok}}{dT} = -2,91 \text{ mV K}^{-1}.$$

Vidimo da je doprinos zbog promjene struje kratkog spoja s temperaturom zanemariv, te ga ne moramo ni uzeti u obzir već ovisnost napona o temperaturi računati izrazom

$$\frac{dU}{dT} = \frac{U}{T} - \frac{E_g}{eT} - \frac{3k}{e} = -2,93 \text{ mV K}^{-1}.$$

c) Promjena napona U_m u točki maksimalne snage računa se istim izrazom kao za napon otvorenog kruga:

$$\frac{dU_m}{dT} = \frac{U_m}{T} - \frac{E_g}{eT} - \frac{3k}{e}$$

i u našem primjeru dobije se

$$\frac{dU}{dT} = -3,43 \text{ mV K}^{-1}.$$

d) Promjena snage s temperaturom računa se izrazom:

$$\frac{dP_m}{dT} = \beta = \frac{1}{T} - \frac{E_g}{eU_m T} - \frac{3k}{eU_m}$$

$$\beta = \frac{dP_m}{dT} = (3,33 \cdot 10^{-3} - 7,86 \cdot 10^{-3} - 0,37 \cdot 10^{-3}) \text{ K}^{-1} = 0,0049 \cdot \text{K}^{-1}$$

Slično je i za promjenu djelotvornosti s temperaturom:

$$\frac{d\eta}{dT} = \beta = \frac{1}{T} - \frac{E_g}{eU_m T} - \frac{3k}{eU_m} = 0,0049 \text{ K}^{-1}.$$

Da li se iz zadanih parametara može zaključiti od kojeg je materijala ćelija?

PRIMJER 6.6.

Parametri za sunčane ćelije od različitog materijala pri temperaturi 0°C prikazani su u tablici.

Tablica 6.3.

materijal	E_g / eV	U_{ok} / V
kristalični Si	1,20	0,65
amorfni Si	1,65	0,94
GaAs	1,43	1,04

Izračunajte napone otvorenog kruga U_{ok} i dU_{ok}/dT pri temperaturama 25°C , 50°C , 75°C i 100°C . Promjenu napona otvorenog kruga s temperaturom računamo izrazom

$$\frac{dU_{ok}}{dT} = \frac{U_{ok}}{T} - \frac{E_g}{eT} - \frac{3k}{e}. \quad (6.13)$$

Rezultate računa vidimo u tablici 6.4.

Tablica 6.4.

t	Kristalinični silicij		Amorfni silicij		Galij-arsenid	
	$\frac{U_{ok}}{V}$	$\frac{U_{ok}'}{mV K^{-1}}$	$\frac{U_{ok}}{V}$	$\frac{U_{ok}'}{mV K^{-1}}$	$\frac{U_{ok}}{V}$	$\frac{U_{ok}'}{mV K^{-1}}$
0 °C	0,650	-2,27	0,94	-2,86	1,04	-1,69
25 °C	0,593	-2,296	0,87	-2,88	1,00	-1,71
50 °C	0,535	-2,32	0,795	-2,90	0,95	-1,73
75 °C	0,477	-2,34	0,725	-2,92	0,91	-1,75
100 °C	0,420	-2,35	0,65	-2,94	0,87	-1,77

PRIMJER 6.7.

Podaci o naponu i struji za J, U -karakteristiku monokristalinične sunčane ćelije dani su u tablici za temperature 25 °C i 60 °C i sunčanu ozračenost 100 mW cm⁻².

Tablica 6.5.

U / V	0,1	0,3	0,35	0,37	0,39	0,4	0,42	0,44
$J(25\text{ °C}) / (mA\text{ cm}^{-2})$	33	33	33	33	33	32,8	32,2	31,7
$J(60\text{ °C}) / (mA\text{ cm}^{-2})$	34	34	32	31,5	29	28	25,5	22

U / V	0,46	0,48	0,50	0,53	0,56	0,57	0,59	0,60
$J(25\text{ °C}) / (mA\text{ cm}^{-2})$	30,6	29,5	28,5	24	17	10	0	0
$J(60\text{ °C}) / (mA\text{ cm}^{-2})$	18,5	12,5	5	0	0	0	0	0

Nacrtajte I, U -karakteristiku. Iz nacrtane karakteristike odredite U_{ok} , J_{ks} , U_m , I_m , P_m , η i F za svaku od temperatura. Nacrtajte hiperbole maksimalne snage $UI = P_m$.

Koliki su $\frac{\Delta U_{ok}}{\Delta T}$, $\frac{\Delta U_m}{\Delta T}$, $\frac{\Delta J_{ks}}{\Delta T}$ i $\beta = \frac{\frac{\Delta \eta}{\eta}}{\frac{\Delta T}{T}}$?

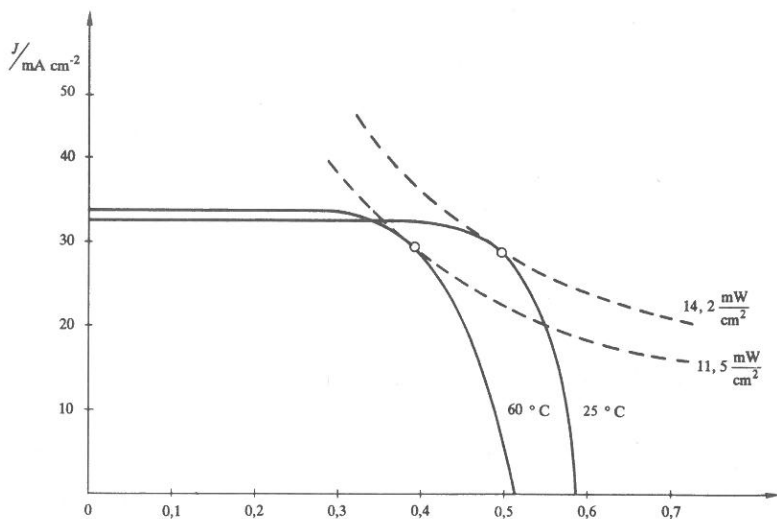
Rezultati dobiveni rješenjem ovog zadatka prikazani su u tablici 6.6. i na slici 6.12.

Tablica 6.6.

Veličina	U_{ok}	J_{ks}	U_m	J_m	P_m	η	F
jedinica	V	mA cm ⁻²	V	mA cm ⁻²	mW cm ⁻²	—	—
$t = 25\text{ °C}$	0,59	33	0,49	29	14,2	0,142	0,73
$t = 60\text{ °C}$	0,51	34	0,39	29,5	11,5	0,115	0,67

$$\frac{\Delta U_{ok}}{\Delta T} = -2,3 \cdot 10^{-3} \text{ V K}^{-1}, \quad \frac{\Delta U_m}{\Delta T} = -2,9 \cdot 10^{-3} \text{ W K}^{-1}, \quad \frac{\Delta J_{ks}}{\Delta T} = 0,14 \text{ A m}^{-2} \text{ K}^{-1},$$

$$\beta = 0,005 \text{ K}^{-1}.$$



Slika 6.12. Rezultati proračuna u primjeru 6.7.

Radna temperatura sunčane ćelije. Temperatura sunčane ćelije obično je veća od temperature okoline jer je proizvedena električna energija uvijek manja nego apsorbirana sunčana energija. Kada se postigne stacionarno stanje, apsorbirana snaga jednaka je zbroju snage predane trošilu (električne snage) i toplinske energije predane okolini.

Toplina iz ćelije prelazi u okolinu konvekcijom i zračenjem. Ako je ćelija na temperaturi T u zraku temperature T_z , ćelija će zračiti toplinsku snagu prema Boltzmann-Stefanovu zakonu

$$P = A_r \varepsilon \sigma (T^4 - T_z^4) \quad (6.17)$$

gdje je P izračena snaga, A_r površina koja zrači, ε faktor emisije površine i

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

Stefan-Boltzmannova konstanta. Prijenos topline zračenjem možemo računati i izrazom

$$P = h_r A_r (T - T_z) \quad (6.18)$$

gdje je h_r koeficijent prijenosa topline zračenjem iskazan jedinicom $\text{W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

Rastavimo li: $T^4 - T_z^4$ u $(T^2 + T_z^2)(T + T_z)(T - T_z)$ vidimo da se koeficijent prijenosa topline zračenjem iz sunčane ćelije može izraziti kao:

$$h_r = \varepsilon \sigma (T^2 + T_z^2)(T + T_z). \quad (6.19)$$

Toplina se prenosi i konvekcijom (strujanjem) iz ćelije u okolni zrak. Zrak oko ćelije apsorbira toplinu, giba se i tako je odnosi od ćelije u okolni prostor. Taj proces je složen i obično se računa aproksimacijskim izrazom:

$$P = A_c h_c (T - T_z) \quad (6.20)$$

gdje je T temperatura površine ćelije, A_c površina uz koju struji zrak, T_z temperatura okolnog zraka, a h_c koeficijent konvekcije koji se izražava u $\text{W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$. Koeficijent h_c ovisi o nizu parametara. Tipične su vrijednosti za prirodnu (slobodnu) konvekciju u zraku (bez vjetrova) oko $5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$, pri brzini vjetrova 1 m/s oko $10 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$, za brzinu vjetrova 4 m/s oko $20 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ i sl. Pri hlađenju

vodoni koeficijenti h_c su, naravno, veći i ovise o brzini strujanja; reda su veličine od $500 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$ do $2000 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

Ukupan toplinski tok zbroj je tih dvaju i može se računati izrazom

$$P = P_r + P_c = k (T - T_z), \quad k = h_r + h_c \quad (6.21)$$

gdje je k ukupni koeficijent toplinskih gubitaka. Za ćelije je reda veličine 20 do $30 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$.

Prema zakonu očuvanja energije radnu temperaturu T ćelije možemo izračunati iz izraza

$$E A [\alpha - \eta(T)] = h_c A_c (T - T_z) + \varepsilon \sigma A_r (T^4 - T_z^4)$$

ili, ako je $A_c = A_r$

$$E A [\alpha - \eta(T)] = k A_c (T - T_z) \quad (6.23)$$

gdje je α koeficijent apsorpcije, E Sunčevo ozračenje (W m^{-2}), η djelotvornost ćelije, A površina koja apsorbira Sunčevo zračenje, T radna temperatura ćelije a T_z temperatura okolnog zraka.

Pri tome moramo uzeti u obzir i temperaturnu ovisnost djelotvornosti, npr. ovisnost:

$$\eta = \eta_0 [1 + \beta (T - T_0)] \quad (6.16)$$

Površina preko koje se prenosi toplina može biti različita od površine koja apsorbira sunčanu energiju. Ako pretpostavimo da ćelija jednako gubi toplinu s obje strane, površina koja predaje toplinu dvostruko je veća od apsorbirajuće $A_c = 2A$. Pri proračunima to možemo uzeti u obzir tako da računamo s dvostrukom vrijednošću k .

PRIMJER 6.8.

U tablici 6.7. navedeni su primjeri proračunatih radnih temperatura raznih ćelija pri različitim uvjetima. Te se temperature dobiju računom, primjenom formule (6.23).

Tablica 6.7. RADNA TEMPERATURA ĆELIJE*

E_g / eV	A_c / A	U_m / V	T_z / K	$\eta(T_z)$	$\eta(T)$	$h / (\text{W m}^{-2} \text{ K})$	$k / (\text{W m}^{-2} \text{ K})$	T / K
1,12	1	0,55	300	0,14	0,105	5	12,8	362
1,12	2	0,55	300	0,14	0,122	5	23,6	332,8
1,12	2	0,60	300	0,18	0,14	5	23,0	332
1,12	2	0,55	300	0,14	0,126	5	23,0	326
1,12	2	0,55	300	0,14		10	32,2	323,3
1,12	2	0,55	300	0,14		20	51,3	314,5
1,12	2	0,60	273	0,12	0,103	5	20,5	311,3
1,12	2	0,55	273	0,14	0,117	5	20,6	310,8
1,12	2	0,60	273	0,14	0,121	5	20,5	310,5
1,4	2	0,85	300	0,25		5	23,1	328,5
1,4	2	0,85	273	0,25	0,23	5	20,4	305,8
1,65	2	0,68	300	0,07	0,057	5	23,4	353,3
1,12 ^a	2	0,55	300	0,14	0,126	5	23,0	326,5

* $E = 1000 \text{ W m}^{-2}$ osim za (a) $E = 800 \text{ W m}^{-2}$.

6.6. OVISNOST DJELOTVORNOSTI ČELIJE O ŠIRINI ZABRANJENE VRPCE

Foton koji upadne u sunčanu ćeliju može doživjeti različitu sudbinu: može se reflektirati, može proći kroz spoj bez interakcije, ako mu je energija manja od širine zabranjene vrpce i može se apsorbirati stvarajući par elektron-šupljina.

Ako stvori par elektron-šupljina, taj se par može skupiti i pridonijeti struji ćelije ili može međusobno rekombinirati ne pridonoseći struji. Djelotvornost skupljanja parova elektron-šupljina ovisi o ćeliji i za monokristalni silicij reda je veličine 90%.

Zbog ograničene debljine ćelije ne apsorbira se cijelo upadno zračenje. Da bi ti gubici bili mali, debljina ćelije treba biti veća od 300 μm . Nanošenjem sloja optičkog reflektora na stražnju stranu ćelije ti se gubici mogu smanjiti.

Pri apsorpciji fotona unutar poluvodičke sunčane ćelije nastaje par elektron-šupljina kojega je energija ovisna o energiji (frekvenciji) upadnog fotona. Pritom mora biti ispunjen uvjet

$$h\nu \geq E_g \text{ odnosno } \lambda \leq \frac{hc}{E_g}$$

gdje je ν frekvencija upadnog fotona, c brzina svjetlosti, h Planckova konstanta, a E_g širina zabranjene vrpce u poluvodiču.

Fotoni valnih duljina većih od granične $\lambda_g = hc / E_g$ ne mogu proizvesti parove elektron-šupljina i ne pridonose struji ćelije.

Razmotrimo kako promjena E_g utječe na parametre ćelije.

Za veće širine zabranjene vrpce E_g manji je broj proizvedenih parova elektron-šupljina za istu upadnu snagu zračenja pa će struja kratkog spoja I_{ks} biti manja.

Struja zasićenja diode I_0 linearno ovisi o kvadratu intrinzičke koncentracije naboja n_i^2 koja je eksponencijalna funkcija E_g (v. poglavlje 5). Budući da se gustoća struje zasićenja može prikazati izrazom (v. str. 58)

$$J_0 = A T^3 \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right), \quad (5.6)$$

vidimo da povećanjem E_g , gustoća struje J_0 eksponencijalno opada. Elektromotorna sila ćelije prikazana je izrazom:

$$U_{ok} = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{I_{ks}}{I_0} + 1\right). \quad (6.3)$$

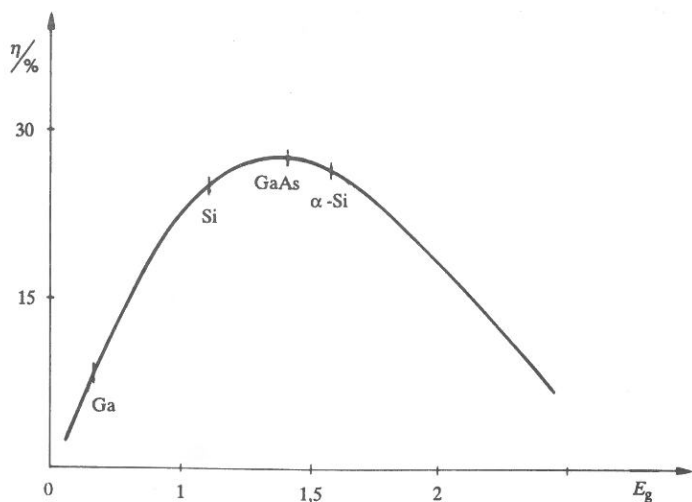
Porastom E_g , smanjuje se inverzna struja zasićenja I_0 mnogo brže nego struja kratkog spoja, te porastom E_g , raste i napon U_{ok} .

Moglo bi se zaključiti da je poluvodič prikladniji što mu je širina zabranjene vrpce E_g manja, jer poluvodič s manjim E_g može apsorbirati veći opseg valnih duljina iz Sunčeva spektra. Međutim, elektromotorna sila U_{ok} sunčane ćelije također ovisi o E_g : za veći E_g manja je inverzna struja zasićenja kroz diodu, a veća elektromotorna sila. Poluvodiči malog E_g nisu, dakle, prikladni jer su dobiveni naponi preniski; poluvodiči velikog E_g nisu prikladni jer je struja kratkog spoja manja. Djelotvornost sunčane ćelije (vidi (6.11), str. 69) proporcionalna je produktu $U_{ok}I_{ks}$.

Na slici 6.13. prikazana je maksimalna teorijska djelotvornost sunčane ćelije kao funkcija širine zabranjene vrpce E_g . Na slici su također označeni neki od poluvodiča koji mogu poslužiti za izradu sunčanih ćelija. Djelotvornost u početku raste s E_g , postiže maksimum, a zatim opada. Teorijski, maksimum djelotvornosti jest oko 30% na oko $E_g = 1,4$ eV (što odgovara maksimalnoj valnoj duljini 0,88 μm).

Energijski procjep E_g ovisi o poluvodiču i iznosi za silicij 1,2 eV, za Ge 0,7 eV, GaAs 1,4 eV, CuO 2,0 eV, CdS 2,6 eV itd.

Energijski procjep zabranjenog područja poluvodiča E_g ovisi o temperaturi. Tako npr. za silicij $E_g = 1,118$ eV na 273 K, 1,10 eV na 340 K, dok je u blizini apsolutne nule 1,156 eV.*

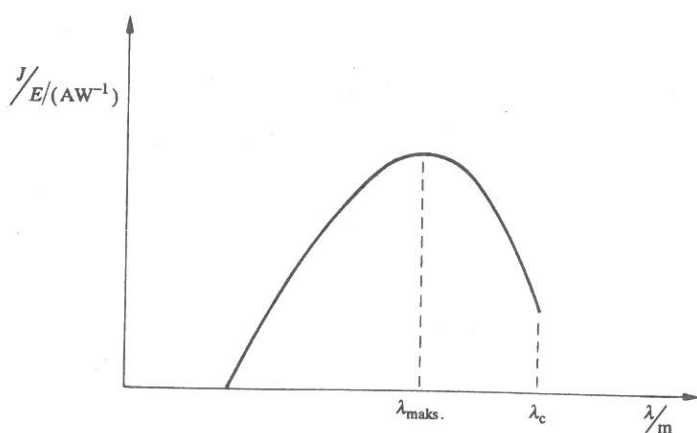


Slika 6.13. Maksimalna teorijska djelotvornost ćelije u ovisnosti o širini zabranjene vrpce

6.7. SPEKTRALNI ODZIV SUNČANE ČELIJE

Sunčana ćelija različito je osjetljiva na zračenje različitih valnih duljina Sunčeva spektra. Na slici 6.14. prikazana je spektralna ovisnost gustoće struje silicijske sunčane ćelije. Takve se krivulje dobivaju mjerenjem struje ćelije ovisno o ozračenju monokromatskim svjetlom koje upada na ćeliju za razne valne duljine. Ordinata krivulje izražava se, dakle, u amperima po vatu, a apscisa u metrima ili mikrometrima. Monokromatska svjetlost može se dobiti iz bijele svjetlosti upotrebom monokromatora s optičkim filterima koji propuštaju usko područje valnih duljina zračenja. Slična je krivulja za ovisnost spektralne djelotvornosti o valnoj duljini.

Krivulja spektralne osjetljivosti ima maksimum za valnu duljinu λ_{maks} , koja je za silicijsku ćeliju oko $0,8 \mu\text{m}$, jer se većina fotona oko te valne duljine zračenja apsorbira blizu ili u osiromaše-



Slika 6.14. Spektralna osjetljivost sunčane ćelije

*Neki autori računaju s vrijednošću $E_g = 1,21 \text{ eV}$, koja se dobiva iz mjernih vrijednosti za intrinzičnu gustoću silicija n_i te ne uzimaju ovisnost o temperaturi.

nom području (PN-spoju), gdje je stvaranje i skupljanje parova elektron-šupljina najizraženije.

Fotoni koji pripadaju zračenju kratkih valnih duljina apsorbiraju se odmah pri ulasku u ćeliju, dakle, daleko od PN-spoja, a tu je skupljanje naboja slabije te i struja odnosno djelotvornost ćelije manja. Fotoni zračenja velikih valnih duljina (infracrveno zračenje) prolaze kroz spoj uz slabu apsorpciju pri dnu ćelije i zbog toga manje pridonose struji ćelije.

Kada valna duljina zračenja prijeđe vrijednost λ_g , struja padne na nulu, jer takvi fotoni nemaju dovoljnu energiju ($h\nu = hc/\lambda$) da bi proizveli par elektron-šupljina.

6.8. ANTIREFLEKSIJSKI SLOJEVI

Postoje dva načina da se smanji refleksija upadnog Sunčeva zračenja na površini sunčane ćelije: nanošenje posebnog antirefleksijskog sloja i obrada površine tako da joj se poveća hrapavost. Kada elektromagnetski val upada na granicu između dvaju optičkih sredstava jedan se dio reflektira, a drugi prolazi. Faktor refleksije ρ (omjer reflektirane i upadne energije) i faktor transmisije τ (omjer transmitirane i upadne energije) ovise o polarizaciji vala, kutu upada i indeksima loma tih dvaju sredstava. Ako val upada okomito proračuni i rezultati za te faktore dosta su jednostavni te ćemo te izraze ovdje navesti.

Izraze za te koeficijente pronašao je francuski fizičar Fresnel i poznati su pod nazivom Fresnelove jednadžbe.

Ako je kut upada blizak nuli (okomiti upad) i val prelazi iz sredstva indeksa loma n_1 u sredstvo indeksa loma n_2 , faktor refleksije za energiju vala jest:

$$\rho = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad (6.24)$$

Za staklo je $n = 1,5$ te je pri prijelazu iz zraka u staklo $\rho = 0,04$. Ako svjetlo prelazi iz zraka u silicij ($n \approx 4$) faktor refleksije je 0,36, a pri prijelazu iz stakla u silicij $\rho = 0,21$. Veliki indeks loma silicija uzrokuje, dakle, visok faktor refleksije (veći od 30%). Indeks loma kompleksan je broj $n' = n + ik$. Imaginarni dio u svezi je s koeficijentom apsorpcije u materijalu. Realni dio indeksa loma silicija n opada s valnom duljinom i iznosi $n = 5,62$ za $0,4 \mu\text{m}$, $4,28$ za $0,5 \mu\text{m}$, $3,93$ za $0,6 \mu\text{m}$, $3,76$ za $0,7 \mu\text{m}$, $3,67$ za $0,8 \mu\text{m}$, $3,61$ za $0,9 \mu\text{m}$, $3,57$ za $1 \mu\text{m}$ itd... Imaginarni dio k mijenja se također od $0,3$ za $0,4 \mu\text{m}$, $0,02$ za $0,6 \mu\text{m}$, $0,001$ za $1 \mu\text{m}$ itd.

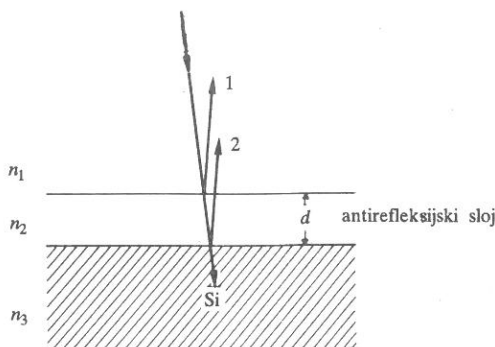
Smanjenje refleksije na površini ćelije može se postići nanošenjem antirefleksijskog sloja na površinu silicija od jednog ili više prozirnih dielektričnih materijala različitog indeksa loma.

Najjednostavniji oblik antirefleksijskog sloja jest sloj debljine d materijala indeksa loma n_2 , tj. optičke debljine $n_2 d$ (sl. 6.15). Svjetlo upada iz sredstva indeksa loma n_1 , dolazi u antirefleksijski sloj indeksa loma n_2 i ulazi u silicij indeksa loma n_3 ($n_1 < n_2 < n_3$). Prvo sredstvo je ili zrak, ili staklo, ili neki plastični materijal kojim je ćelija prekrivena zbog zaštite od mehaničkih i atmosferskih utjecaja.

Zraka (snop svjetlosti valne duljine λ) reflektirat će se na površini prvog sloja i na površini drugog sloja. Označimo s r_1 i r_2 odgovarajuće faktore refleksije amplitude upadnog elektromagnetskog vala. Izrazi za te faktore jesu:

$$r_1 = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, \quad r_2 = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3} \quad (6.25)$$

(Budući da je energija vala proporcionalna kvadratu amplitude, faktor refleksije za energiju vala je $\rho = r^2$).



Slika 6.15. Antirefleksijski sloj

Budući da je $n_1 < n_2 < n_3$, obje zrake zbog refleksije na optički gušćem sredstvu mijenjaju fazu za π što odgovara promjeni optičke razlike puta za $\lambda/2$.

Ukupna optička razlika puta za ove dvije reflektirane zrake je

$$\delta = 2n_2 d + \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = 2n_2 d. \quad (6.26)$$

Ako je optička razlika puta $2n_2 d$ jednaka $\lambda/2$, razlika u fazi te dvije reflektirane zrake bit će π (180°), one će biti suprotne faze i destruktivno će interferirati (poništavati se).

Ako su im uz to i amplitude jednake, one će se potpuno poništiti i tada neće doći do refleksije zračenja upadne valne duljine λ . Uvjet za to je

$$\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \frac{n_2 - n_3}{n_2 + n_3}$$

odnosno
$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3}. \quad (6.27)$$

Idealni antirefleksijski sloj za valnu duljinu λ ima, dakle, optičku debljinu jednaku četvrtini valne duljine:

$$\delta = 2n_2 d = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow n_2 d = \frac{\lambda}{4}. \quad (6.28)$$

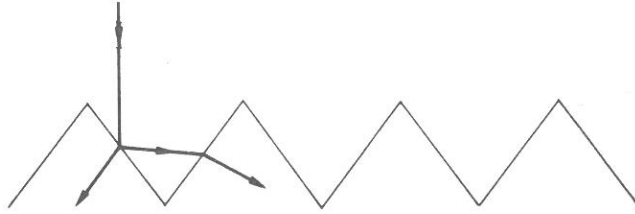
Uzmemo li za indeks loma silicija 3,8, to indeks loma antirefleksijskog sloja treba biti

$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3} = \sqrt{1,5 \cdot 3,8} \approx 2,4.$$

Budući da indeks loma i debljina sloja ovise o valnoj duljini, a u upadnoj svjetlosti ima mnogo valnih duljina, ukupna refleksija neće biti nula.

Jednostruki antirefleksijski sloj smanjuje gubitke refleksijom ispod 10%, dok višestruki slojevi mogu smanjiti refleksiju na svega par postotaka. Obično se kao antirefleksijski sloj upotrebljava titan- ili tantal-oksidi ($n = 2,1$).

Refleksija upadne energije na površini čelije može se smanjiti obradom površine tako da joj se poveća hrapavost. Posebnom tehnologijom jetkanja obradi se površina silicijeve čelije tako da se na njoj formiraju mikroskopski male izbočine u obliku piramida visine oko $10 \mu\text{m}$ (sl. 6.16). Svjetlost reflektirana na stranicama takvih piramida vraća se prema čeliji i tako se povećava jakost svjetlosti koja ulazi u čeliju. Takvo strukturiranje površine čelije može bitno smanjiti refleksiju i povećati djelotvornost čelije.

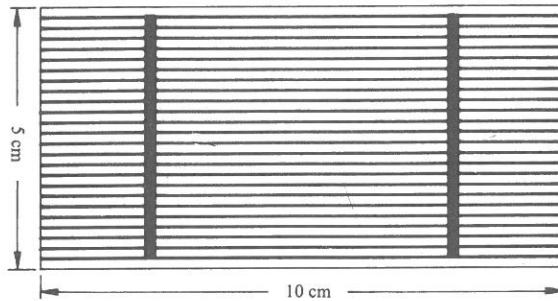


Slika 6.16. Strukturiranjem površine ćelije smanjuje se refleksija upadne svjetlosti

6.9. ĆELIJE OD MONOKRISTALINIČNOG I POLIKRISTALINIČNOG SILICIJA

Iako su u laboratorijima napravljene i ispitane sunčane ćelije od raznih poluvodičkih materijala, zasad se jedino silicijske sunčane ćelije mogu komercijalno nabavljati. Te se ćelije izrađuju od monokristala silicija, polikristaliničnog i amorfno silicija.

Pri izradi ćelija od monokristaliničkog i polikristaliničkog silicija režu se kriške u obliku kvadrata ili kruga, površine npr. 10 cm × 10 cm, odnosno polumjera 10 cm. Debljina kriški je od 250 do 450 μm. Obično se koristi P-tip silicija, dopiran borom.



Slika 6.17. Prednja površina sunčane ćelije

Prednja površina sunčane ćelije prekrivena je metalnom rešetkom (sl. 6.17) radi električnog kontakta, a kao drugi kontakt služi donja metalna zaštitna podloga. Za dobivanje mrežice koristi se tehnika metalne maske i fotolitografija. Električni kontakt uspostavlja se obično pomoću tri odvojena sloja metala. Tanki sloj titana upotrebljava se kao donji sloj za dobru adheziju sa silicijem. Gornji sloj je srebro zbog niskog otpora i pogodnog lemljenja. U sredini se nalazi sloj paladija da bi se izbjegla neželjena reakcija između titana i srebra zbog vlage.

Debljina vodljivih traka mrežice je oko 0,2 mm, a razmak među njima je oko 5 mm. Što su kontaktne trake bliže gubitak snage na otporu ćelije je manji, ali i manje svjetla upada na ćeliju te je potrebno naći određeni kompromis.

Na površinu ćelije nanosi se antirefleksijski omotač metodom vakuumske naparivanja.

Na površini ćelije pri skupljanju naboja na kontaktnoj mrežici nastaju struje paralelne površini ćelije i one su određene otpornošću materijala koja je dana izrazom

$$\rho = \frac{1}{e \mu_e n_D} \quad (6.20)$$

gdje je e naboj elektrona, μ_e pokretljivost elektrona u materijalu i n_D koncentracija donorskih pri-

mjesa. Otpornost silicija je reda veličine $1 \Omega \text{ cm}$. Podijeli li se otpornost ρ s debljinom sloja d , dobiva se slojna otpornost:

$$\rho_s = \frac{1}{e \mu_e n_D d} \quad (6.21)$$

Budući da je jedinica otpornosti ommetar ($\Omega \text{ m}$), jedinica slojne otpornosti ρ_s je $\text{om} (\Omega)$. Da bi se razlikovala od jedinice otpora često se simbolički označava sa $\Omega/\square$. Razmak vodljivih traka u mrežici na površini ćelije ovisi o slojnoj otpornosti: što je slojna otpornost veća, razmak je manji.

Površine monokristaliničkih silicijskih ćelija ovise o površini monokristala koji se proizvode. Iznose od 5 do 10 cm^2 , a debljina im je oko $0,2$ do $0,3 \text{ mm}$. Elektromotorna sila kreće se od $0,55$ do $0,7 \text{ V}$, struja kratkog spoja je oko 150 mA , a djelotvornost od 10% do $15,5\%$.

Zahtjevan tehnološki proces proizvodnje glavni je uzrok visoke cijene monokristaliničnih sunčanih ćelija. Da bi se stekao uvid u složenost izrade evo pojednostavljenog opisa proizvodnje. Iz kupke rastaljenog čistog silicija (cijena oko 65 USD/kg), nakon ubacivanja malog monokristala koji služi kao klica kristalizacije polaganim se izvlačenjem (brzinom desetak cm po satu) dobiva monokristal silicija promjera oko 8 cm i duljine oko 50 cm . To je tzv. proces Czochralskog za dobivanje monokristala silicija.

Iz tog komada monokristala režu se dijamantnom cirkularnom pilom tanke okrugle pločice silicija (debljine $0,2 \text{ mm} - 0,4 \text{ mm}$). Pri tome postupku samo jedan dio kristala uspije se iskoristiti, ostalo (oko 70%) pri rezanju propadne, što bitno povećava troškove izrade. Da bi se od tankih silicijevih pločica dobila sunčana ćelija, potreban je još niz postupaka obrade.

Nakon uklanjanja oštećenja (jetkanjem) nastalih rezanjem (što smanjuje gubitke zbog refleksije) pristupa se dodavanju N-primjesa (obično se koristi fosfor). Na jednu stranu pločice difundira se fosfor do dubine od oko $0,5 \mu\text{m}$, što dovodi do formiranja PN-spoja. Ova difuzija fosfora u silicij odvija se pri temperaturi od 800 do 900°C . Nakon otprilike 20 minuta nečistoće fosfora dominirat će u području blizu površine pločice te će nastati područje N-tipa vodljivosti.

Konačno se izrađuju električni kontakti s jedne i druge strane ćelije. Svi ti procesi zahtijevaju mnogo rada i vremena, što povećava troškove izrade.

Jedan od načina smanjenja cijene jest pojednostavniti izradu. To se može postići i tako da se umjesto monokristala u obliku valjka iz kupke rastaljenog silicija izvlači neprekinuta tanka traka kristalnog silicija pomoću tzv. EFG postupka. Jednostavnim rezanjem trake izrađuju se ćelije, i budući da nema piljenja i poliranja otpad je puno manji. Proces je brži jer je brzina izvlačenja trake oko 1 m/h desetak puta veća nego u postupku Czochralskog.

Međutim, ove ćelije su lošije kvalitete i manje djelotvorne. Naime, proizvedeni silicij ima relativno slaba kristalografska svojstva u usporedbi s kristalima dobivenim procesom Czochralskog. Određene nečistoće unesene u rastaljeni silicij iz grafitnih kalupa, te nastali silicijski karbid, može ometati rast i degradirati svojstva nastalog silicija.

Metodom dendritičkog umrežavanja (WEB) mogu se umanjiti nedostaci metode EFG. Kontroliranjem temperaturnog gradijenta moguće je pospješiti rast paralelnih dendrita u talini. Kako se oni izvlače iz taline, tako se tanki sloj kristaliničnog silicija uhvati između njih.

Ćelije od polikristaliničnog silicija izrađuju se u obliku tankog filma kaotično poredanih kristalića silicija na jeftinoj podlozi, pa se tako uštedi materijal i izbjegava skupa tehnologija izrade pločica od monokristaliničnog silicija.

6.10. ĆELIJE OD AMORFNOG SILICIJA

U novije vrijeme posebnu pažnju privlači tehnologija proizvodnje ćelija od amorfnog silicija, a velik je napredak postignut od pojave prvih komercijalnih modula $1984.$ godine.

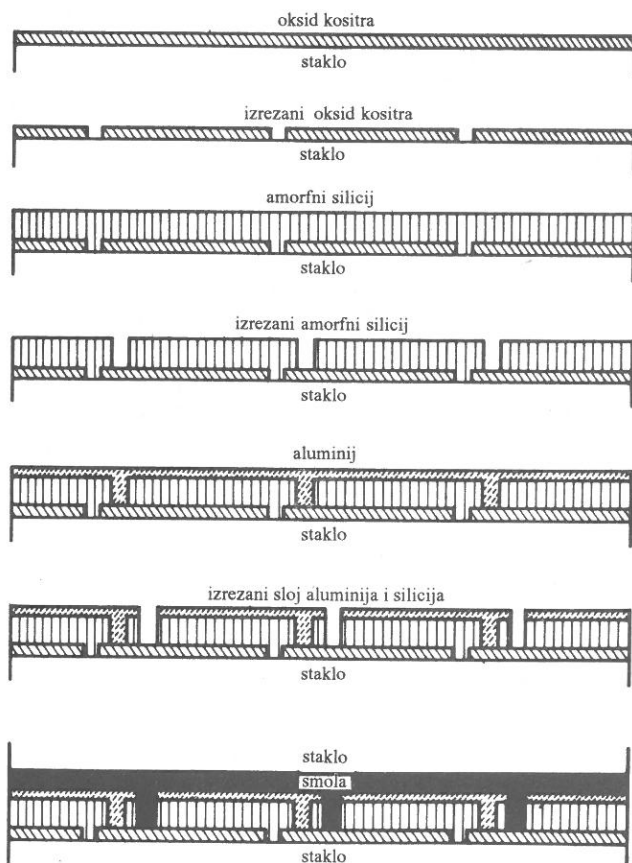
Proizvodnja amorfnih ćelija relativno je jednostavan i jeftin postupak u kome se na podlogu nanosi tanki film (debljine svega nekoliko mikrometara) silicija u amorfnom stanju čime je utrošak materijala znatno manji nego npr. pri proizvodnji ćelija iz kristaliničnog silicija.

Prva ćelija od amorfnog silicija proizvedena je $1974.$ (D.E. Carlson i C.R. Wronski), imala je $U_{\text{ok}} = 0,8 \text{ V}$, $I_{\text{ks}} = 12 \text{ mA/cm}^2$, površinu $A = 0,02 \text{ cm}^2$ i djelotvornost $\eta = 5,5\%$. Intenzivna

istraživanja u tom području rezultirala su proizvodnjom ćelija djelotvornosti do 8%, a očekuje se da će se postići djelotvornost 10 – 12%.

Kristalinični silicij ima kristalnu strukturu sličnu dijamantu (v. odjeljke 3.1. i 4.1.). Međutim, amorfni silicij nema kristalnu strukturu i pravilni simetrični prostorni raspored atoma. I ovdje je, kao i u kristaliničnom siliciju, pojedini atom povezan kovalentno s atomima u susjedstvu, međutim nema pravilnosti kristalne rešetke, ni trodimenzionalne periodičnosti svojstvene kristalima. Širina zabranjene energetske vrpce E_g ne može se jednostavno definirati i odrediti za amorfni silicij. Za razliku od kristaliničnog u zabranjenoj vrpici amornog silicija postoje "lokalizirana" energijska stanja, dok u zabranjenoj vrpici kod kristaliničnih tvari nema energijskih stanja. Zabranjeni energijski procjep E_g za amorfni silicij ipak se definira i određuje iz ovisnosti apsorpcijskog faktora o valnoj duljini upadnog zračenja. (Zbog toga se često naziva i optičkim.) Vrijednost za optički energijski procjep E_g ovisi o načinu proizvodnje amornog silicija i iznosi od 1,65 do 1,8 eV.

Amorfni silicij ima izuzetnu sposobnost apsorpcije svjetlosti u opsegu od 350 do 710 nm (što odgovara energiji fotona od 3,6 do 1,7 eV). Njegov apsorpcijski faktor u vidljivom dijelu Sunčeva spektra veći je nego kristaliničnog. Za valnu duljinu 550 nm (maksimum Sunčeva spektra) faktor apsorpcije za amorfni silicij je gotovo 10 puta veći nego za kristalinični. Za sve fotone energije manje od 1,7 eV (cijelo područje crvenog i infracrvenog Sunčeva spektra) amorfni je silicij providan i ne apsorbira ih za razliku od kristaliničnog kod kojeg je u tom području apsorpcija velika. Za fotonaponsku konverziju dovoljni su vrlo tanki slojevi amornog silicija. Veća apsorpcija postiže se debljim slojem materijala, no ona raste i s unutrašnjim električnim poljem koje je obrnuto proporcionalno s debljinom.



Slika 6.18. Postupak dobivanja modula od amornog silicija u tvornici Končar-Solar, Split

Stoga optimalna debljina sloja amorfno silicija iznosi 0,3 μm do 0,6 μm što je samo 0,002 debljine sloja kristaliničnog silicija potrebnog za jednaki faktor apsorpcije. Potrebna količina materijala je mnogo manja nego za kristalinični silicij. Za proizvodnju sunčanih ćelija snage 1 MW potrebno je oko stotinjak kilograma amorfno silicija, a mnogo više kristaliničnog. Energija potrebna pri proizvodnji amorfno silicija manja je nego za monokristalinične i vrati se već nakon godinu dana upotrebe, dok za monokristalinične za 3 do 5 puta dulje.

Poznato je više metoda proizvodnje amorfno silicija. Jedna od njih je razlaganje plina silana SiH_4 (sa ili bez dodatka vodika) visokofrekvencijskim električnim poljem. Električnim izbojem u tom plinu pri niskom tlaku taloži se amorfni silicij.

Amorfni silicij dobiven tom metodom sadrži određeni postotak vezanih vodikovih atoma; porastom koncentracije vodikovih atoma raste i energijski procjep materijala. Tako dobiveni materijal označava se u literaturi oznakom a-Si:H.

Amorfni silicij može se nanositi kao tanki film na bilo koju podlogu – staklo, metal, plastiku, foliju itd. Staklo se npr. može upotrijebiti i kao pokrov i kao podloga. Sve to čini proizvodnju modula jeftinijom i omogućava ekonomski opravdanu primjenu ćelija i s manjom djelotvornošću. Amorfni silicij lakše se nanosi i na tanke savitljive podloge tako da se može savijati kao folija, lako prenositi i instalirati na zakrivljenim podlogama. Amorfne ćelije imaju i niz mana. Najnepo- godnija je mala djelotvornost (reda veličine 7%). Pouzdanost amorfno silicija manja je od monokristaliničnih.

Proizvodnja fotonaponskog modula od amorfno silicija odvija se na sljedeći način: Nakon čišćenja staklene plohe nanosi se prvi sloj (sl. 6.18) koji ima funkciju prednje elektrode, a dobiva se nanošenjem kositrenog oksida postupkom kemijske depozicije pare u posebnoj peći.

Na sloj kositrenog oksida nanose se tri sloja amorfno silicija: P, I i N-sloj. Nanose se iz plinske mješavine P, I i N posebnom tehnikom zvanom tinjavi izboj ili plinska plazma. Proces depozicije odvija se u posebnim komorama u kojima je tlak 100–300 Pa. U njima se uz djelovanje električkoga izboja izvora snage pri frekvenciji 13,56 MHz, stvaraju elektroni koji svojom energijom pobuđuju druge atome ili razdvajaju molekule smjese plinova koja dolazi u komoru. U tim uvjetima molekule silana, koji je glavni sastojak P, I i N plinova, rastavljaju se u manje polarizirane dijelove koji se privučeni filmom kositrenoga oksida talože na staklenoj plohi. Tako formiraju film amorfno silicija.

Najprije se nanosi tanki P-sloj iz smjese plinova koji čine silan, metan i diboran. Tako se formira P-tip poluvodiča sastavljen od silicija, ugljika, bora i vodika. Zatim se nanosi I-sloj (intrinzični sloj) debljine 0,3 μm iz skupine mješavine I-plinova koju čine silan i vodik. N-sloj se nanosi kao tanki sloj iz mješavine N-plinova: silan i fosfin. Formirani N-tip poluvodiča sastoji se od silicija, fosfora i vodika. Proces nanošenja amorfno silicija u cijelosti je programiran i vođen računalom.

Na sloj amorfno silicija tehnikom vakuumske uparivanja nanosi se tanki aluminijski film (sl. 6.18). U uvjetima visokog vakuuma rastaljeni aluminij prelazi u plinovito stanje i pod tlakom plina se kondenzira na cijeloj površini sloja amorfno silicija tvoreći tako stražnji kolektor u obliku tankoga filma koji povezuje sunčane ćelije s prozirnim kositrenim oksidom. Osim toga aluminijski film djeluje kao reflektirajući sloj povećavajući tako djelotvornost ćelije.

Na aluminijski sloj (sl. 6.18) nanosi se tanki sloj UV-smole (ultraljubičaste smole), a potom se na nju stavlja staklena ploha istih dimenzija kao i modul. Formirana struktura (staklo na staklo) propusti se između dva rotirajuća valjka i istodobno osvjetljava ultraljubičastim svjetlom pod čijim djelovanjem se smola brzo stvrdne.

U tablici 6.8. uspoređeni su parametri monokristaliničnih i amorfno silicijskih ćelija. Vidi se da je širina zabranjene vrpce veća za amorfni silicij i varira od 1,6 eV do 1,8 eV, te se amorfni silicij ne može upotrijebiti za apsorpciju zračenja većih valnih duljina od 800 nm.

Debljina materijala za zadovoljavajuću apsorpciju sunčane energije je oko 1 μm za amorfni i oko 200 μm za monokristalinični silicij. Struja kratkog spoja za amorfnu ćeliju je oko 15 mA/cm², a za monokristaliničnu je oko 30 mA/cm². Napon otvorenog spoja veći je za amorfnu ćeliju. Inverzna (tamna) struja u amorfno siliciju manja je zbog većeg E_g . Različiti su i faktori punjenja F i manji su za amorfni silicij.

Dva su osnovna problema vezana uz amorfni silicij: mijenjanje karakteristika ćelije tijekom upotrebe i mala djelotvornost amorfno silicija. Opaženo je da tijekom prvih mjeseci izlaganja Sun-

Tablica 6.8. USPOREDBA MONOKRISTALINIČNIH I AMORFNIH ČELIJA

	Monokristalinične	Amorfne
energijski procjep	1,12 eV	1,6 do 1,8 eV
faktor apsorpcije ($0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,7 \mu\text{m}$)	malen	velik
faktor apsorpcije ($\lambda > 0,7 \mu\text{m}$)	velik	malen
pokretljivost elektrona	oko $1000 \text{ V}^{-1} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$	oko $1 \text{ V}^{-1} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$
debljina sloja	oko $200 \mu\text{m}$	oko $1 \mu\text{m}$
napon otvorenog kruga	0,65 V	0,85 V
gustoća struje kratkog spoja	30 mA cm^{-2}	15 mA cm^{-2}
faktor punjenja	oko 0,75	oko 0,65
djelotvornost	0,10 – 0,18	0,05 – 0,1

čevoj svjetlosti snaga opadne za 15% do 30% od vrijednosti početne snage da bi se kasnije ćelije stabilizirale. Najveće pogoršanje svojstava ćelije je u prvim satima upotrebe. Struja kratkog spoja smanjuje se za oko 5%, toliko i napon otvorenog kruga, faktor punjenja smanji se oko 15%, djelotvornost i snaga od 15% do 30%, serijski otpor se smanji a paralelni poveća za oko 50%. Daljnim usavršavanjem proizvodnje ta su se pogoršanja smanjila i danas su svedena na 10 do 15% smanjenja djelotvornosti što se stabilizira već nakon stotinjak sati rada ćelija. Zato se pri navođenju djelotvornosti obično misli na djelotvornost nakon perioda stabilizacije.

Uzrok nestabilnosti parametara ćelije su defekti uzrokovani Sunčevim zračenjem. To je pojava tzv. njihajućih vrpce u intrinzičnom sloju koja smanjuje ugrađeno električno polje. Druga vrsta promjena vezana je uz formiranje metastabilnih stanja u energijskom procjepu (tzv. Staebler-Wronski efekt). One ovise o čistoći plazme, omjeru kisika i dušika, a mogu se kompenzirati dodavanjem primjese bora u amorfni silicij.

Drugi je problem relativno niska djelotvornost amornih ćelija, modula i sustava. Tipična vrijednost za djelotvornost sustava je oko 4%, za module oko 5% i to nakon perioda stabilizacije. Cilj je postizanje stabilizirane djelotvornosti do 10% i površine modula reda veličine četvornog metra.

Sadašnja je cijena od 4 do 10 USD po vršnom vatu ili oko 200 USD po četvornom metru površine modula, a izgledi za smanjenje cijene vrlo su optimistički. Povećanje djelotvornosti i masovna proizvodnja smanjila bi cijenu modula. Cijena proizvedene električne energije sa sadašnjom cijenom modula bila bi oko 0,4 USD/kWh.

Da bi amorfni silicij postao ekonomski prihvatljivijim potrebno mu je povećati pouzdanost tijekom upotrebe, sniziti cijenu i postići veću stabiliziranu djelotvornost. Ulažu se naponi u sva tri smjera i rezultati su optimistični.

6.11. DRUGI MATERIJALI ZA IZRADU ČELIJA

Da bi se cijena solarnih ćelija bitno smanjila, potrebno je pojednostavniti izradu i upotrijebiti druge, jeftinije materijale.

Već su postignuti određeni rezultati i može se očekivati da će se cijene sunčanih ćelija i u budućnosti smanjivati.

Uz silicijeve najviše su istražene sunčane ćelije od kadmij-sulfida. $\text{Cu}_2\text{S}/\text{CdS}$ sunčana ćelija sastoji se od tankog sloja CdS (oko $20 \mu\text{m}$) kao N-područja na koji je nanesen P-sloj bakar-sulfida Cu_2S debljine oko $0,2 \mu\text{m}$. Djelotvornost je takvih ćelija 5–9%, a vijek trajanja im je kraći nego silicijevim sunčanim ćelijama. Osjetljive su na vlagu i kisik iz zraka.

Ćelije od galij-arsenida prave se u obliku tankog filma od jedne (GaAs) ili dvije komponente (GaAs+ Cu_2S) na nekoj podlozi. Takva bi ćelija trebala, barem prema teorijskim predviđanjima, imati veliku djelotvornost, budući da galij-arsenid ima veći energijski procjep, $E_g = 1,4 \text{ eV}$, nego

silicij. Tehnologija tog spoja dobro je razvijena jer se GaAs upotrebljava za izradu elektroničkih komponenti. Proizvedene su sunčane ćelije djelotvornosti oko 25%. Međutim to je rijedak, skupi, otrovni materijal što mu ograničava široku primjenu.

Posljednjih godina svojstva sunčanih ćelija bitno su poboljšana. Ćelije visoke djelotvornosti proizvedene su u laboratorijima i očekuje se njihova proizvodnja za tržište. U tablici 6.9. su uspoređene silicijske i galij-arsenidske ćelije visoke djelotvornosti, a u tablici 6.10. su navedene orijentacijske vrijednosti za parametre ćelija od različitih materijala.

Tablica 6.9. USPOREDBA SILICIJSKIH I GALIJ-ARSENIDSKIH ĆELIJA
VISOKE DJELOTVORNOSTI

Ćelija	U_{ok} / V	$J_{ks} / (mA\ cm^{-2})$	F	η
Si	0,64	33	0,84	0,18
GaAs	1,05	27	0,85	0,24

Tablica 6.10. TIPIČNI PARAMETRI RAZNIH ĆELIJA

Ćelija	U_{ok} / V	$J_{ks} / (mA\ cm^{-2})$	η
m-Si	0,65	30	0,14
p-Si	0,60	26	0,13
a-Si	0,85	15	0,08
Cd S / Cu ₂ S	0,5	20	0,09
Cd S / Cd Te	0,7	15	0,1
GaAlAs / GaAs	1	30	0,2
GaAs	1	20	0,2

* Dye sensitized nano-structured
hydrogels

7. FOTONAPONSKI SUSTAV

7.1. UVOD

Za fotonaponski sustav koji se sastoji od panela, akumulatora i trošila karakteristična su dva osnovna procesa:

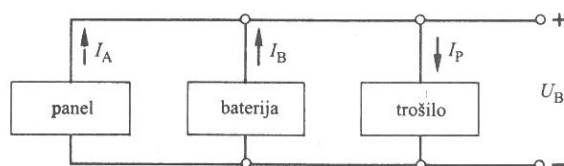
- pretvorba svjetlosne energije u električnu
- pretvorba električne energije u kemijsku i obrnuto.

Ključni element u procesu fotoelektrične pretvorbe u električnu je PN-dioda (sunčana ćelija), dok je reverzibilni elektrokemijski proces pretvorbe povezan s nabijanjem i izbijanjem akumulatora.

U trošilu se električna energija kao ulazna veličina može pretvarati u više različitih oblika (mehanički, kemijski, elektromagnetski, toplinski), ali je samo trošilo redovito definirano električnom veličinom: naponom, strujom ili snagom.

Fotonaponski sustav može raditi bez akumulatora samo ako postoji uzbuda (Sunčevo zračenje). U tom slučaju se generirana energija neposredno upotrebljava, dok se višak nepovratno rasipa (disipira). Uključivanjem akumulatora rad trošila je moguć i kada nema primarne uzbude ili kada je energijska razina te uzbude nedostatna potrošnji.

Složeniji fotonaponski sustavi imaju i podsustav za regulaciju protoka energije unutar strukturnih jedinica sustava te sklopove koji omogućavaju priključak i istodobni rad više različitih trošila. U mnogim primjenama uključeno je i računalo, osobito u uvjetima automatiziranog rada (npr. svemirske letjelice) gdje nema mogućnosti neposrednog čovječjeg nadzora.

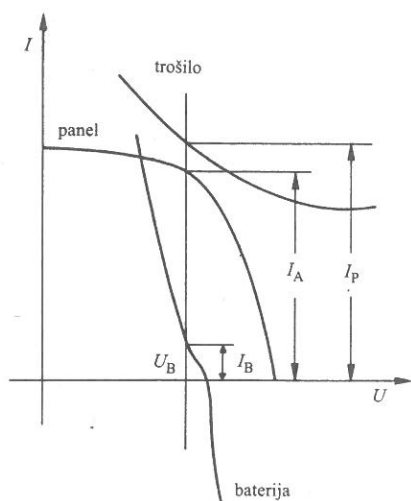


Slika 7.1. Osnovna shema fotonaponskog sustava

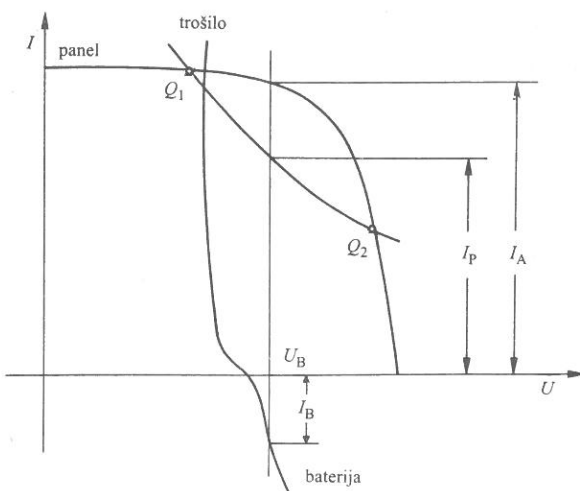
Fotonaponski sustav je u načelu realiziran kao paralelni spoj triju nelinearnih elemenata sa zajedničkim naponom U_B (naponska sabirnica), slika 7.1.

Smjer struje I_A je pozitivan jer struja teče u čvor, dok struja trošila I_P ima negativni predznak. To su ujedno i stvarni smjerovi struja u svim uvjetima rada fotonaponskog sustava. Međutim, struja akumulatorske baterije I_B može imati pozitivan ili negativan predznak. Ako je struja trošila I_P veća od struje I_A koju daje fotonaponski izvor, akumulator se izbijja strujom $|I_B| = I_P - I_A$, a ako je ona manja, struja I_B ima suprotan smjer i akumulator se nabija strujom iznosa $|I_B| = I_A - I_P$. Pojava je prikazana na slikama 7.2. i 7.3.

Trenutačan napon baterije U_B predstavlja radni napon. U polju U, I -karakteristika sustava taj napon prikazan je okomitim pravcem čije presjecište s karakteristikom panela određuje struju I_A . Iako krivulja snage trošila siječe karakteristiku panela u dvije točke (Q_1 i Q_2 na slici 7.3), što ima fizikalno značenje nestabilne radne točke, sve struje su jednoznačno definirane naponom na sabirnici U_B .



Slika 7.2. Uz opis rada fotonaponskog sustava pri izbijanju akumulatora



Slika 7.3. Uz opis rada fotonaponskog sustava pri nabijanju akumulatora

7.2. FOTONAPONSKI IZVOR – PANEL

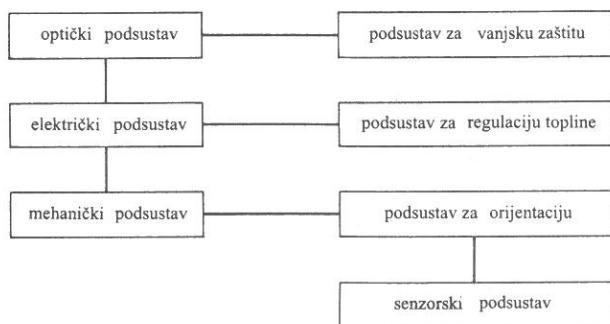
Iako se fotonaponski izvor u shemama prikazuje simbolom za PN-diodu, ukupno uzevši radi se o sustavnoj optičko-mehaničko-električkoj konstrukciji koja se sastoji od više dijelova ili podsustava, slika 7.4.

Koncentrirajući kolektori sunčane energije nisu nužan sastavni dio fotonaponskog izvora, ali ako se upotrebljavaju zajedno sa staklenim pokrovom čine optički podsustav.

Električki podsustav obuhvaća sve poluvodičke elemente na plohi panela zajedno s formiranim kontaktima i vodovima.

Instalacija na lokaciji određenih zemljopisnih i klimatskih karakteristika zahtijeva i odgovarajuću nosivu konstrukciju. To bi bio mehanički podsustav. Posebni mehanički sklop koji omogućava automatsku optimalnu orijentaciju s obzirom na upadno Sunčevo zračenje čini podsustav za orijentaciju.

Nadalje, mnogobrojni toplinski pretvarači i senzori za daljinsko upravljanje, podsustavom za orijentaciju i daljinska mjerenja, obuhvaćeni su zajedničkim blokom pod nazivom senzorski podsustav.

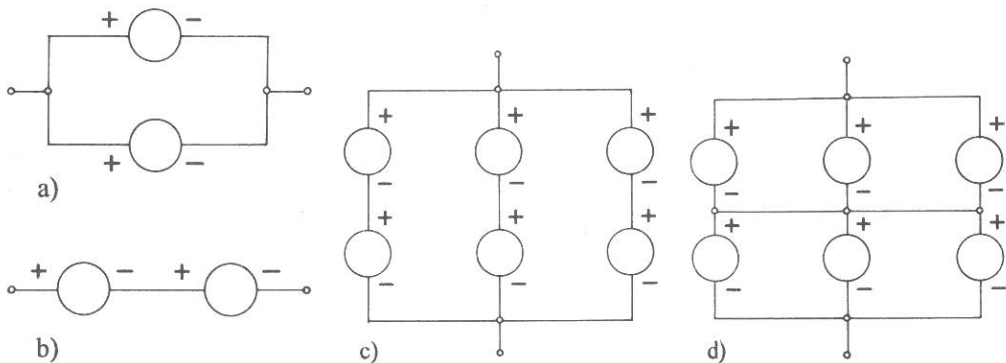


Slika 7.4. Podsustavi fotonaponskog izvora

Podsustav za regulaciju toplote održava radnu temperaturu poluvodičkih komponenata. U tu svrhu koriste se radijatori toplote, hladila, kao i posebne obloge za termičku regulaciju.

Cjelokupna zaštita od raznih vanjskih utjecaja također je definirana kao podsustav. Način oblikovanja zaštite ovisi o lokaciji, odnosno o izloženosti nepovoljnim (štetnim) utjecajima. Npr., na svjetionicima postoji zaštita od slijetanja ptica, galebova, a u naseljenim mjestima od neobičnog, rušilačkog ponašanja ljudi i djece.

Električki podsustav je dio fotonaponskog izvora koji se u analizi nadomješta ekvivalentnim sklopom (modelom) sunčane ćelije. Oblikovan je kao "pravokutna matrica" sastavljena od sunčanih ćelija na ravnoj plohi i međusobno električki spojenih u određenoj paralelno-serijskoj kombinaciji. Broj paralelno spojenih ćelija čini podmodul, dok broj serijski spojenih ćelija, ili podmodula, čini serijski niz.



Slika 7.5. Paralelno-serijska kombinacija sunčanih ćelija a) podmodul b) serijski niz c) podmodul od tri serijska niza d) serijski niz od dva podmodula

Ukupan iznos napona na izlazu modula (panela) proporcionalan je broju serijski spojenih ćelija, dok je izlazna struja proporcionalna broju paralelno spojenih ćelija. To se može sažeto iskazati na sljedeći način:

$$\begin{aligned} U_A &= N_s U_c & N_u &= N_s N_p \\ I_A &= N_p I_c & P_A &= U_A I_A \\ P_A &= N_u P_c & P_c &= I_c U_c \end{aligned}$$

gdje je:

- N_s broj serijski spojenih ćelija
- N_p broj paralelno spojenih ćelija
- N_u ukupan broj ćelija panela
- U_c napon jedne ćelije
- I_c struja jedne ćelije
- I_A izlazna struja panela
- U_A izlazni napon panela
- P_c izlazna snaga ćelije
- P_A izlazna snaga panela

PRIMJER 7.1.

Odredite broj serijsko-paralelnih spojenih sunčanih ćelija da bi panel na izlazu davao snagu $P_A = 120 \text{ W}$ pri naponu $U_A = 120 \text{ V}$, ako jedna ćelija daje snagu $P_c = 0,2 \text{ W}$ pri naponu $U_c = 0,6 \text{ V}$.

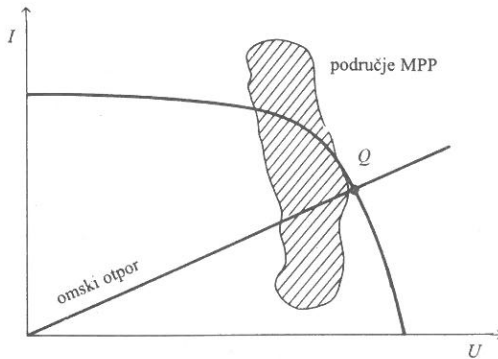
Rješenje:
$$N_u = \frac{P_A}{P_c} = \frac{120}{0,2} = 600$$

$$N_s = \frac{U_A}{U_c} = \frac{120}{0,6} = 200$$

$$N_p = \frac{N_u}{N_s} = \frac{600}{200} = 3.$$

7.3. PRILAGODBA TROŠILA I FOTONAPONSKOG IZVORA

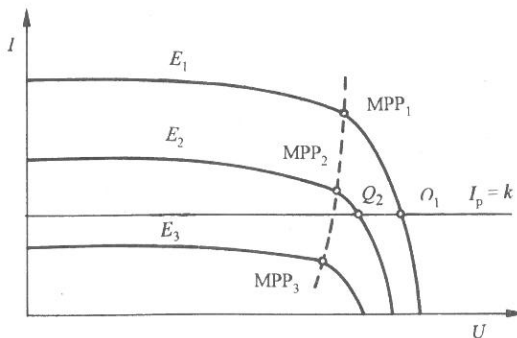
Za razliku od većine izvora električne energije, izlazna karakteristika fotonaponskog izvora opisana je U, I -karakteristikom koja se mijenja s promjenom ozračenja i radne temperature sunčanih ćelija. Štoviše, energetska izdašnost ovisi i o položaju radne točke na U, I -krivulji.



Slika 7.6. Fotonaponski generator i omski otpor

Radna točka fotonaponskog generatora definirana je presjecištem U, I -karakteristika trošila i panela ujedno je i točka maksimalne snage ako je trošilo prilagođeno izvoru. Kako se karakteristika panela mijenja s promjenom ozračenja E i temperature T , dok krivulja trošila ostaje ista, mijenja se i međusobni položaj radne točke i točke maksimalne snage. Geometrijsko mjesto u ravnini svih točaka maksimalne snage, MPP (engl. *maximum power point*), za svaki par (E, T) u određenom rasponu promjena, čini relativno veliku površinu tako da je za npr. omsko trošilo, koje je prilagođeno karakteristici jednog para (E, T) , radna točka u blizini točke maksimalne snage samo u malom dijelu ukupnoga područja promjena MPP, slika 7.6.

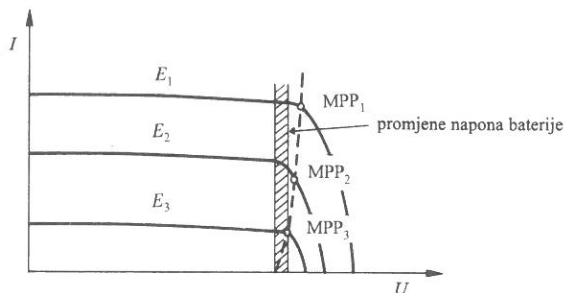
Omski otpor prikazan na slici 7.6. malokad se susreće kao trošilo u fotonaponskom sustavu. U većini praktičnih slučajeva to su trošila stalne struje, stalnog napona ili stalne snage. Uz trošilo stalne struje (npr. istosmjerni motori s permanentnim magnetom) sustav će funkcionirati ako postoji zajednička točka U, I -karakteristike fotonaponskog generatora i karakteristike trošila $I_p = \text{konst.}$



Slika 7.7. Fotonaponski generator i potrošač stalne struje

Prema slici 7.7. taj je uvjet ispunjen za U, I -karakteristiku razine ozračenja E_2 (točka Q_2) i karakteristiku E_1 (točka Q_1). Praktički rad trošila stalne struje moguć je samo pri ozračenju E_2 , jer je trošilo pri ozračenju E_1 neprilagođeno fotonaponskom generatoru, dok E_3 karakteristika nema zajedničku točku.

Fotonaponski sustav koji uključuje i akumulator tipičan je primjer trošila stalnog napona, slika 7.8.



Slika 7.8. Fotonaponski generator i potrošač stalnog napona

Pri promjeni razine ozračenja, npr. u granicama od 200 W/m^2 do 1000 W/m^2 na U, I -karakteristikama fotonaponskog generatora, uočena naponska promjena točke maksimalne snage iznosi oko 15%. Polazeći od te činjenice može se očekivati zadovoljavajuća prilagodba fotonaponskog generatora i trošila stalnog napona ako se vrijednost radnog napona akumulatora nalazi u području naponskih promjena točke maksimalne snage.

U praksi je potvrđeno da napon na izlazu akumulatora nije stalan i da je funkcija više parametara. Neke od tih parametara je teško definirati, a analitički izrazi koji iskazuju promjene napona na stezaljkama u ovisnosti o struji punjenja odnosno pražnjenja, o stanju napunjenosti (engl. *state of charge*, SOC), uglavnom su izvedeni empirijskim putem.

Bilo bi idealno kada bi za svaku razinu ozračenja imali vrijednost napona akumulatora koja bi upravo odgovarala položaju točke maksimalne snage na U, I -karakteristici fotonaponskog izvora. Naravno, promjene napona realnog akumulatora ne slijede zakonitost promjena Sunčeva zračenja, ali unatoč tome i pri promjenama napona koje su uvjetovane fizikalnim zakonitostima samog akumulatora, uočena je bolja djelotvornost fotonaponskog panela u odnosu na djelotvornost pri pretpostavljenom stalnom naponu.

7.4. SIMULACIJA U, I -KARAKTERISTIKE PANELA

Za opis izlazne karakteristike panela može se upotrijebiti model jedne sunčane ćelije ako se pretpostavi električka jednakost svih ćelija od kojih je panel sastavljen.

Karakteristika panela je općenito funkcija temperature i ozračenja, $I = I(U, E, T)$. Promjena temperature očituje se na U, I -karakteristici kao pomak po strujnoj i naponskoj osi i promjeni zakrivljenosti koljena krivulje. S porastom temperature raste i struja kratkog spoja. Ta je promjena praktički neznatna u usporedbi s promjenom ostalih parametara, a povezuje se s linearnim smanjenjem širine zabranjenog pojasa s porastom temperature.

Kako je napon otvorenog kruga funkcija reverzne struje zasićenja I_0 (struja manjinskih nosilaca neosvijetljenog PN-spoja), time je izražena i njegova temperaturna ovisnost s obzirom da je I_0 funkcija kvadrata intrinzične koncentracije koja jako brzo raste s temperaturom. Promjene parametara (I_{ks} , U_{ok}) sunčane ćelije općenito se mogu izraziti kao funkcija temperature i ozračenja polinomom višeg reda:

$$I_{ks}(T, E) = A(T) \cdot E \quad (7.1)$$

$$\text{gdje je:} \quad A(T) = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4 + a_5 T^5 \dots \quad (7.2)$$

$$U_{ok}(T, E) = B(T) + C(T) \log E \quad (7.3)$$

gdje je:
$$B(T) = b_0 + b_1T + b_2T^2 + b_3T^3 + b_4T^4 + b_5T^5 \dots \quad (7.4)$$

$$C(T) = c_0 + c_1T + c_2T^2 + c_3T^3 + c_4T^4 + c_5T^5 \dots \quad (7.5)$$

Iz (7.1) i (7.2) je očigledno da je struja kratkog spoja I_{ks} proporcionalna ozračenju, a za napon otvorenog kruga U_{ok} je iskazana logaritamska promjena.

Brojčane vrijednosti koeficijenata a_i, b_i, c_i ($i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$) određuju se tehnikom prilagodbe na temelju izmjerenih karakterističnih točaka na U, I -krivulji.

Proizvođač obično daje U, I -dijagrame koji odgovaraju različitim razinama ozračenja (iradijancije) pri normiranoj temperaturi, odnosno različitim temperaturama pri normiranom ozračenju, a pomoću kojih je moguće odrediti karakteristične točke (I_{ks}, U_{ok}, U_m, I_m). Poznavajući te vrijednosti u nekim normiranim uvjetima (npr. $E = 1$ solarna konstanta, pri $T = 300$ K), moguće je odrediti tehnikom prilagodbe karakteristične točke za bilo koju kombinaciju ozračenja i temperature (E, T) unutar područja njihovih mogućih varijacija.

Na temelju analize utjecaja zračenja i temperature na izlazne karakteristike sunčane ćelije, može se umjesto polinoma višeg reda pretpostaviti linearna ovisnost karakterističnih točaka U, I -krivulje o ozračenju i temperaturi.

U tom slučaju funkcije $I_{ks} = f(E, T)$, $U_{ok} = f(E, T)$, $I_m = f(E, T)$, $U_m = f(E, T)$ imaju oblik

$$\varphi_j = a_j x + b_j y + z \quad (j = 1, 2, 3, \dots) \quad (7.6)$$

gdje su (a_j, b_j) parovi (E, T) a x, y i z nepoznanice koje je potrebno odrediti.

Ako su λ_j izmjerene (odčitane iz karakteristika) vrijednosti od φ_j , po zakonu najmanjih kvadrata može se naći minimum funkcije

$$f = \sum_{j=1}^n n (a_j x + b_j y + z - \lambda_j)^2. \quad (7.7)$$

Parcijalnim deriviranjem izraza (7.7) dobiva se sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= 2 \sum_{j=1}^n (a_j x + b_j y + z - \lambda_j) a_j = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= 2 \sum_{j=1}^n (a_j x + b_j y + z - \lambda_j) b_j = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial z} &= 2 \sum_{j=1}^n (a_j x + b_j y + z - \lambda_j) = 0 \end{aligned} \quad (7.8)$$

koji se može pisati u obliku:

$$\begin{aligned} x \sum_{j=1}^n a_j^2 + y \sum_{j=1}^n a_j b_j + z \sum_{j=1}^n a_j &= \sum_{j=1}^n a_j \lambda_j \\ x \sum_{j=1}^n a_j b_j + y \sum_{j=1}^n b_j^2 + z \sum_{j=1}^n b_j &= \sum_{j=1}^n b_j \lambda_j \\ x \sum_{j=1}^n a_j + y \sum_{j=1}^n b_j + n z &= \sum_{j=1}^n \lambda_j \end{aligned} \quad (7.9)$$

Na temelju provedene analize i dobivenih rezultata opći oblik linearne funkcije (7.6) može se napisati za svaku funkciju pojedinačno:

$$\begin{aligned} I_{ks} &= f(E, T) = x_1 E + y_1 T + z_1 \\ U_{ok} &= f(E, T) = x_2 E + y_2 T + z_2 \\ I_m &= f(E, T) = x_3 E + y_3 T + z_3 \\ U_m &= f(E, T) = x_4 E + y_4 T + z_4 \end{aligned} \quad (7.10)$$

gdje su: x_i, y_i, z_i ($i = 1, 2, 3, 4$) numeričke vrijednosti rješenja sustava (7.9).

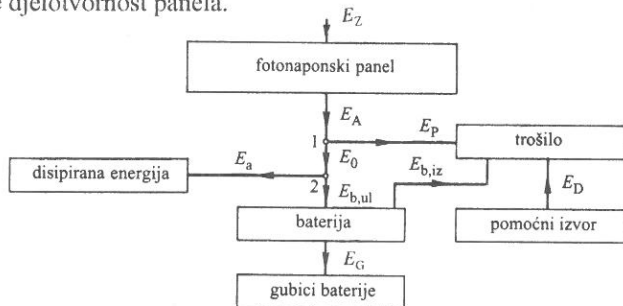
Parovi (E, T) i odčitane vrijednosti za I_{ks}, U_{ok}, I_m, U_m , ulazne su veličine u računalo, a izlazne su koeficijenti prilagodbe x_i, y_i, z_i .

Za simulaciju U, I -karakteristike za bilo koji par vrijednosti (E, T) , ulazne veličine u računalo su koeficijenti x_i, y_i, z_i i parovi (E, T) , a izlazne veličine I_{ks}, U_{ok}, I_m, U_m , koje upravo predstavljaju minimalan broj potrebnih parametara za potpuno definiranje modela sunčane ćelije.

7.5. MODEL FOTONAPONSKOG SUSTAVA

Ne postoji jedinstveni model fotonaponskog sustava već modeli njegovih podsustava. Pod nazivom model fotonaponskog sustava razumijeva se definirana raspodjela energija između njegovih strukturnih jedinica. Raspodjela uključuje i količinu i smjer protoka energije (sl. 7.9).

Ulazna energija E_Z u fotonaponski generator je upravo upadna energija Sunčeva zračenja na efektivnu površinu panela, a na njegovom izlazu je proizvedena energija E_A . Omjer tih dviju energija E_A/E_Z je djelotvornost panela.



Slika 7.9. Raspodjela energije u fotonaponskom sustavu

Topološki gledano, graf na slici 7.9. je orijentirani graf s nizom grana i dva karakteristična čvora (1 i 2). U čvor 1 ulazi energija E_A a izlazi E_P (energija trošila) i višak E_0 . E_0 bi bio višak energije $(E_A - E_P)$ u jednostavnom sustavu koji se sastoji samo od panela i trošila. Ako je u sustav uključen i akumulator, onda se u čvoru 2 energija E_0 grana na udio koji ulazi u akumulator $E_{b,ul}$ i višak $E_a = E_0 - E_{b,ul}$, kada je akumulator napunjen.

Relacija $E_a = E_0 - E_{b,ul}$ iskazuje povezanost između dva bitno različita fotonaponska sustava: neakumulirajućeg i akumulirajućeg, te se koristi kao polazište u razradi jedne cjelovite metode za procjenu upravo viška energije u sustavu s akumulatorom. Nadalje, prikazani model obuhvaća i gubitke u akumulatoru E_G koji nastaju zbog unutrašnjeg otpora i isparivanja elektrolita, a iskazani su djelotvornošću baterije η_B :

$$E_G = (1 - \eta_B) E_{b,ul} \quad (7.11)$$

$$E_G = E_{b,ul} - E_{b,iz} \quad (7.12)$$

gdje je izlazna energija iz akumulatora

$$E_{b,iz.} = \eta_B E_{b,ul.} \quad (7.13)$$

Dakle, u uvjetima nedostatne energijske razine, s obzirom na potrošnju E_P , iz akumulatora se uzima energija $E_{b,iz.}$.

Energija iz konvencionalnog izvora koju nadomješta fotonaponski sustav iznosi:

$$E_U = E_A - (E_{b,ul.} + E_a) + E_{b,iz.} = E_A - E_o + E_{b,iz.} \quad (7.14)$$

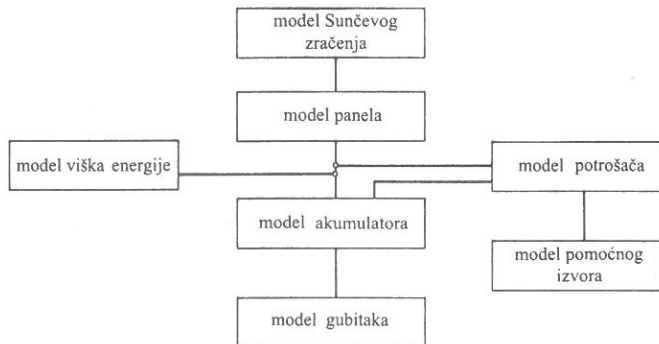
Prema tome energija iz pomoćnog izvora iznosi

$$E_D = E_P - E_U \quad (7.15)$$

Ako je $E_P = E_U$, E_D je nula, a to znači da trošilo ne crpe energiju iz pomoćnog izvora. U slučaju kada je $|E_P| < |E_U|$ izraz (7.15) nema fizikalnog značenja (jer nije predviđen suprotni smjer protoka energije E_D), ali gledajući sustav u cjelini to znači da je energijska bilanca s obzirom na potrošnju pozitivna.

7.6. SIMULACIJA ENERGIJE U FOTONAPONSKOM SUSTAVU

Simulirana energija u fotonaponskom sustavu bit će slika stvarnog stanja onda kad odabrani modeli pojedinačnih strukturnih jedinica sustava odgovaraju fizikalnoj realnosti njihovih uzora. Shema prema slici 7.10. prikazuje sve modele uključene u simulacijski postupak. Ključni su dijelovi sustava model fotoelektrične pretvorbe energije i model uskladištenja električke energije.



Slika 7.10. Model fotonaponskog sustava

Model Sunčeva zračenja. Model Sunčeva zračenja sastoji se od modela Sunčeva zračenja na horizontalnu plohu i modela pretvorbe toga zračenja na plohu nagnutu pod bilo kojim kutom. Najpouzdaniji model Sunčeva zračenja su podaci dobiveni mjerenjem (satne vrijednosti globalnog i difuznog zračenja uzete za dugi niz godina, npr. 10).

Ako ne postoje podaci dobiveni mjerenjem, mjesečni prosjek ukupne dnevne ozračenosti može se izračunati iz srednjeg mjesečnog trajanja zračenja Sunca (npr. Ångström-Pageova empirijska formula). Zatim se mogu odrediti satne ozračenosti iz dnevnih pomoću Collares-Pereirove i Rablove formule.

Osim ukupnog zračenja na horizontalnu plohu potrebno je poznavati udio raspršenog (difuznog) zračenja u ukupnom. Budući da mjerne stanice uglavnom mjere ukupno Sunčevo zračenje, a rjeđe i difuzijsku komponentu, difuzno zračenje se također računa pomoću empirijske formule.

Za proračun zračenja na kosu plohu, iz mjernih podataka zračenja na horizontalnu plohu, koristi se model prikazan u odjeljku 2.7.

Model panela: Analitički izraz strujno-naponske karakteristike:

$$I = I(U, E, T).$$

Model akumulatora:

- aproksimacijski model stalnog napona: $U_B = \text{konst.}$
- analitički (empirijski) izrazi za punjenje i pražnjenje akumulatora.

Model trošila:

- omski otpor, $R = U_P / I_P$
- stalna struja, $I_P = \text{konst.}$
- stalni napon, $U_P = \text{konst.}$
- stalna snaga, $P_P = U_P I_P$

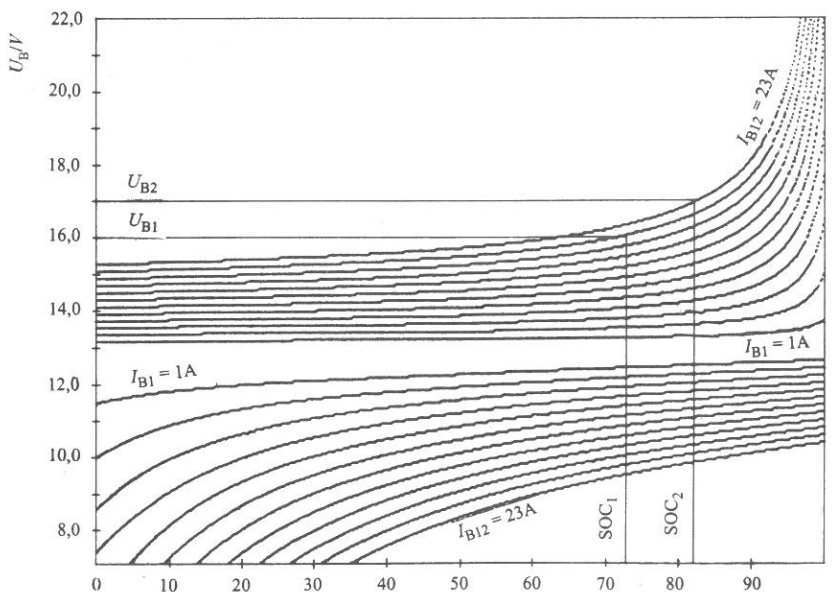
Model viška energije: $E_a = E_o - E_{b,ul.}$

Model gubitaka baterije: $E_{b,ul.} - E_{b,iz.} = E_G$

Model pomoćnog izvora: $E_D = E_P - E_A + E_o - E_{b,iz.}$

Ako se za ozračenje E uzmu izmjerene satne vrijednosti globalnog i difuznog Sunčeva zračenja, simulacija energije u fotonaponskom sustavu odvija se u koracima od jednog sata. Drugim riječima, u sustavu sve promjene energije računalo registrira (računa) u razmacima od jednog sata. U tekstu se upotrebljava uz neke fizičke veličine priloška oznaka *trenutačan* (npr. trenutačan napon, trenutačno ozračenje) iako se radi o stalnim veličinama u vremenskom intervalu od jednog sata. Međutim, ako se Sunčevo zračenje računa analitičkim putem (npr. svake sekunde) tada *trenutačan* više odgovara.

Kao što je u uvodnom dijelu istaknuto, trenutačan napon baterije predstavlja upravo radni napon fotonaponskog sustava, koji je ucertan u polje izlaznih karakteristika kao radni pravac U_{B1} ; on presijeca U, I -karakteristiku panela u točki koja određuje struju I_{A1} . U tom trenutku izlazna snaga panela iznosi $I_{A1} U_{B1}$, a struja trošila $I_{P1} = P_s / U_{B1}$, gdje je P_s stalna snaga trošila.



Slika 7.11. Napon akumulatora kao funkcija stanja napunjenosti

SOC/%

Akumulator se u trenutku vrijednosti napona U_{B1} nabija ili izbija strujom I_{B1} ovisno o odnosu struje trošila i struje panela. Drugim riječima, količina naboja u akumulatoru se uveća ili umanja za iznos $I_{B1} \Delta t$, (gdje je $\Delta t = 1$ h). Dakle, nastaje promjena stanja napunjenosti SOC koje je definirano omjerom:

$$\text{SOC} = \frac{\text{trenutačna vrijednost napunjenosti (kapacitet)}}{\text{ukupan kapacitet}} \cdot 100\%.$$

Stanje napunjenosti određeno je strujom punjenja, odnosno pražnjenja, a napon akumulatora je funkcija stanja napunjenosti, struje nabijanja ili izbijanja i temperature.

Promjenom stanja napunjenosti od iznosa SOC_1 na iznos SOC_2 , vrijednost napona U_{B1} se promijeni na vrijednost U_{B2} , slika 7.11.

U tom trenutku započinje drugi ciklus simulacije pri vrijednosti napona U_{B2} koji definira nove vrijednosti struje panela, trošila i akumulatora.

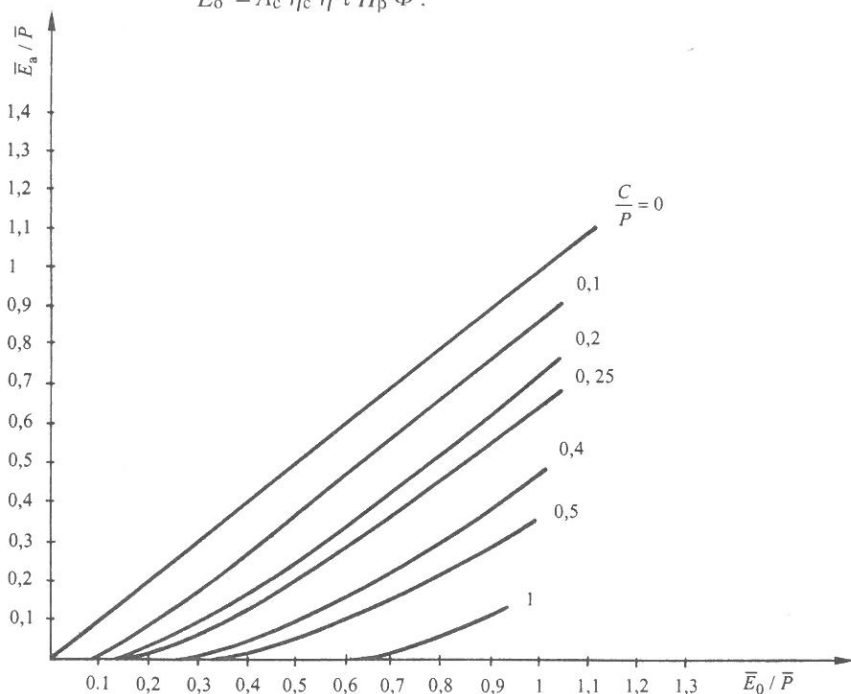
Računalo prati proizvodnju i potrošnju energije, dio energije koji ulazi u akumulator, energiju koja izlazi iz akumulatora, gubitke akumulatora, višak energije pri punom akumulatoru i manjak koji se nadomiješta iz pomoćnog izvora.

Prema modelu raspodjele energije u fotonaponskom sustavu, zbroj energije koja ulazi u akumulator, i viška kada je on napunjen, jednak je višku energije u sustavu bez akumulatora. Polazeći od te činjenice može se prikazati ovisnost viška energije za sustav bez akumulatora E_0 i sustav s akumulatorom E_a , za određeni omjer kapaciteta i potrošnje $C/\bar{P}$, (sl. 7.12). Ti dijagrami gdje su energije prikazane po jedinici potrošnje omogućavaju procjenu energije E_a ako je poznata energija E_0 , za određeno trošilo, kapacitet akumulatora i efektivnu površinu panela.

Energija E_a jedna je od karakterističnih veličina fotonaponskog sustava. Može se koristiti povratnom vezom kao izvor napajanja elektroničkih sklopova regulacijskog podsustava i općenito se sustav u cijelosti može optimirati s obzirom na veličinu parametra E_a .

Primjena dijagrama $\bar{E}_a = f(\bar{E}_0)$ zahtijeva poznavanje energije E_0 koja je određena vrijednostima funkcije korisnosti Φ (Dodatak H) prema relaciji:

$$\bar{E}_0 = A_c \eta_c \bar{\eta} \tau \bar{H}_\beta \Phi.$$



Slika 7.12. Dijagrami $\bar{E}_a = f(\bar{E}_0)$

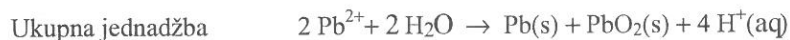
7.7. AKUMULATORI

Akumulatori su galvanski članci u kojima su procesi pri punjenju i pražnjenju povratni (reverzibilni); kada se akumulator izbije (isprazni), može se ponovno nabiti (napuniti) primjenom vanjskog izvora istosmjerne struje čiji je napon veći od elektromotorne sile akumulatora.

Iako akumulatori nisu jedini način uskladištavanja električne energije, oni se ipak najviše upotrebljavaju pri primjeni sunčanih ćelija. Najčešće se upotrebljava olovni akumulator, premda ima i mnoge negativne karakteristike kao što su velika masa, dosta velika osjetljivost pri radu (osobito ako stoji nenapunjen) i sl. Očekuje se da će se usavršiti i ostali tipovi akumulatora, osobito nikal-kadmijski akumulator.

Olovni akumulator. U nabijenom olovnom akumulatoru anoda (– pol) načinjena je od spužvastog olova (Pb), a katoda (+ pol) od olovo(IV)-oksida (PbO_2). Elektrolit je sulfatna (sumporna) kiselina određene gustoće. Kad je akumulator izbijen, obje su ploče prekrivene slojem olovo(II)-sulfata (PbSO_4).

Procesi do kojih dolazi pri punjenju akumulatora jesu:

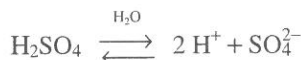


gdje je: s – oznaka za čvrsto stanje

l – oznaka za tekuće stanje

aq – oznaka za razrijeđenu vodenu otopinu

H^+ -ioni nalaze se u svakoj kiseljoj otopini. Sulfatna kiselina u vodi disocira:



Kako je olovo(IV)-oksid tamnosmeđe boje, olovo (Pb) sivo, a olovo(II)-sulfat bijel, to već i boja elektroda upućuje na to da li je akumulator pun ili prazan.

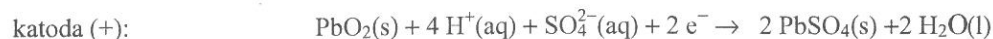
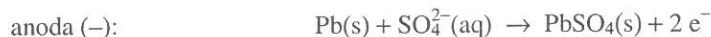
U punom (nabijenom) akumulatoru gustoća sulfatne kiseline je

$$\rho(\text{H}_2\text{SO}_4) = 1,25 \text{ do } 1,30 \text{ g cm}^{-3} \text{ pri } 20^\circ \text{C}.$$

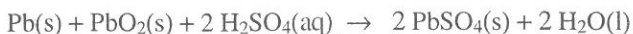
U toku reakcije punjenja akumulatora koncentracija kiseline raste kao što se vidi u jednadžbi reakcije. Pri punjenju akumulatora Pb^{2+} -ion na anodi prima dva elektrona iz izvora punjenja i prelazi u atomski oblik Pb, a Pb^{2+} -ion na katodi otpušta dva elektrona i prelazi u molekulski oblik oksida PbO_2 . Prema tome, da bi se na elektrodama izlučio jedan mol tvari potreban je naboj (množina elektriciteta) 2 faradeja (2 F) ili

$$2 \cdot 26,8 \text{ A h} = 53,6 \text{ A h} \quad (1 \text{ F} = 26,8 \text{ A h} = 95\,480 \text{ C}).$$

Pri izbijanju (pražnjenju) elektroni se oslobađaju na negativnoj elektrodi i žicom se prenose na pozitivnu elektrodu. Pritom se odvijaju reakcije suprotne onima pri punjenju akumulatora:



Ukupna reakcija jest:



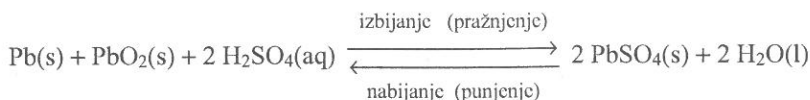
Iz kemijskih jednadžbi koje prikazuju reakcije pri pražnjenju akumulatora vidi se da se tijekom tih procesa vežu sulfat-ioni a nastaje voda. To znači da se smanjuje koncentracija kiseline, tako da je u ispražnjenom akumulatoru gustoća kiseline

$$\rho(\text{H}_2\text{SO}_4) = 1,15 \text{ g cm}^{-3} \text{ pri } 20^\circ\text{C}.$$

Kako sulfatna kiselina nije lako hlapljiva i ne podliježe elektrolizi pri punjenju akumulatora, u slučaju kad se razina elektrolita u akumulatoru smanji treba dodati samo **destiliranu** vodu.

Ispitivanje stanja napunjenosti akumulatora mjerenjem napona provodi se pri opterećenom akumulatoru, tzv. ispitivalom za akumulatore, koje se sastoji od voltmetra s paralelno priključenim otpornikom. Stanje napunjenosti akumulatora može se ispitati i mjerenjem gustoće kiseline pomoću specijalnog areometra (naprava za određivanje gustoće). Gustoća kiseline ovisi, međutim, i o tipu akumulatora, o temperaturi, pa je za promatrani akumulator potrebno poznavati i te podatke.

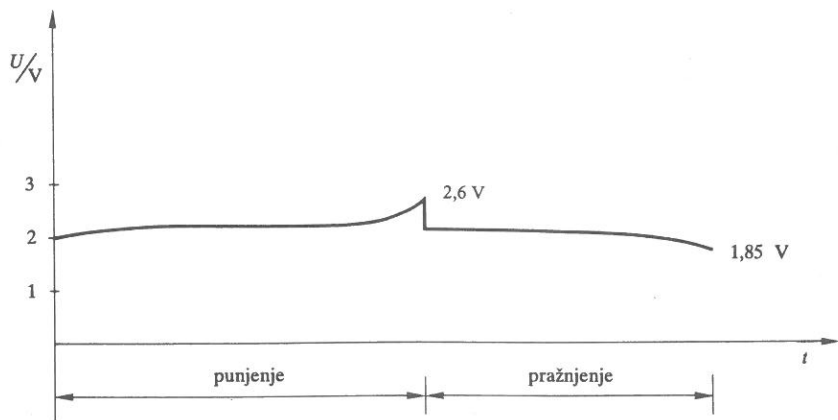
Iz jednadžbe punjenja i pražnjenja akumulatora može se zaključiti da su reakcije reverzibilne, što znači da se može pisati:



Elektromotorna sila (napon otvorenog kruga, U_{ok}) olovnog akumulatora je oko 2,1 V.

Akumulatore možemo puniti različitim jakostima struje pazeći pritom da napon akumulatora ne bude (tijekom duljeg razdoblja) veći od 2,4 V, jer iznad tog napona dolazi do elektrolize vode. Pritome se razvijaju plinovi (vodik i kisik), pa se čini da elektrolit "kipi". To se obično smatra znakom da je akumulator napunjen. Pri izbijanju akumulator se upotrebljava samo do napona 1,8 V. Potom ga ne treba prazniti, jer se akumulator više ne može upotrebljavati ako mu se elektrode jače prekriju olovo(II)-sulfatom. Osim toga, u tijeku izbijanja akumulatora raste unutarnji otpor, jer je PbSO_4 loš vodič elektriciteta. Jednako je tako nepoželjno da akumulator dulje vrijeme stoji poluprazan, jer sitni kristalići olovo(II)-sulfata stajanjem prelaze u veće kristale koji se nabijanjem akumulatora ne mogu ponovno otopiti. Ta se pojava naziva sulfatizacija elektroda. Ako dođe do sulfatizacije, skraćuje se vijek trajanja akumulatora a njegov se kapacitet smanjuje. Prema tome, za olovni akumulator se preporučuje da uvijek bude pun.

Olovni akumulatori obično se pune pod naponom od oko 2,25 V po ćeliji, a ako se želi ubrzano puniti upotrebljava se napon oko 2,4 V po ćeliji. Kada se postigne napon po ćeliji od 2,4 V



Slika 7.13. Ovisnost napona akumulatora o stanju napunjenosti odnosno ispražnjenosti

nastavlja se punjenje još nekoliko sati, a zatim, ako je akumulator stalno priključen na punjač, održava se napon punjenja od 2,25 V. Na početku punjenja napon akumulatora naglo raste, zatim je neko vrijeme stalan, pa raste do 2,4 V pa i više, čak do 2,7 V.

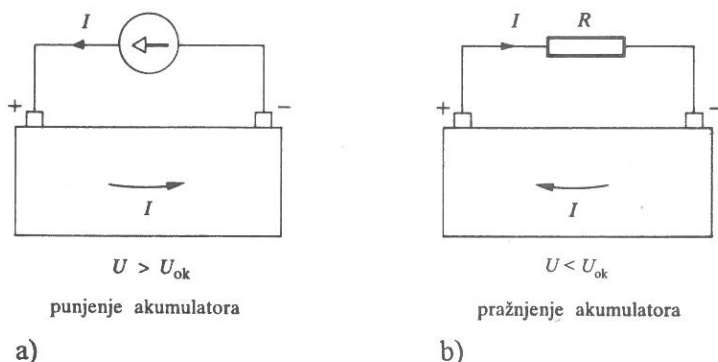
Akumulator je potpuno napunjen kada se gustoća elektrolita više ne mijenja, tj. kada olovo(II)-sulfat na pločama gotovo potpuno prijeđe u olovo odnosno olovo(IV)-oksid PbO_2 .

Ovisnost napona akumulatora o stanju napunjenosti i ispražnjenosti prikazana je na slici 7.13.

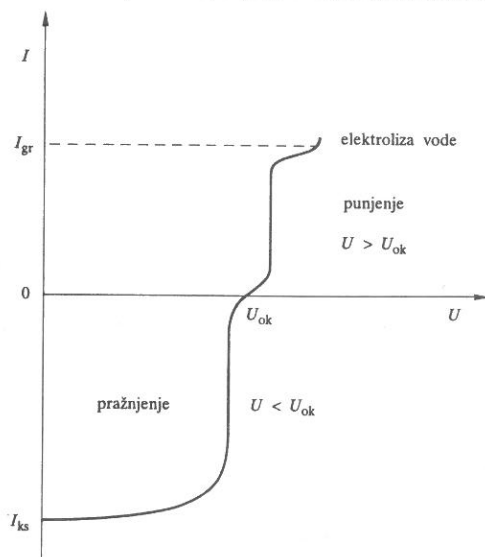
Koeficijent punjenja omjer je naboja (ampersati, A h) koji može dati napunjeni akumulator i naboja (A h) koji treba dovesti akumulatoru pri punjenju do istog stanja napunjenosti. Ovisno o gubicima on iznosi od 0,75 do 0,95.

Punjenje i pražnjenje akumulatora prikazano je shematski na slici 7.14. Pri punjenju struja je suprotnog smjera nego pri pražnjenju, a napon na polovima veći je od elektromotorne sile U_{ok} , dok je pri pražnjenju napon $U < U_{ok}$.

Strujno-naponsku I, U -karakteristiku akumulatora (sl. 7.15) dobivamo mjerenjem napona i struje kada akumulator praznimo pomoću promjenljivog otpornika. Kada je $R = 0$, napon je nula, i teče struja kratkog spoja I_{ks} ; za $R = \infty$, tj. za otvoreni strujni krug, struja je nula i napon je jednak elektromotornoj sili akumulatora U_{ok} . Drugi dio karakteristike na slici 7.15. za $U > U_{ok}$ određujemo pri punjenju akumulatora iz promjenljivog strujnog izvora povećavajući struju od nule do neke maksimalne pri kojoj počinje znatnija elektroliza vode.



Slika 7.14. Shematski prikaz a) punjenja i b) pražnjenja akumulatora



Slika 7.15. I, U -karakteristika električnog akumulatora

Vijek akumulatora ovisi o nizu činitelja: vrsti, izradi, broju ciklusa punjenja i pražnjenja, dubini pražnjenja, održavanju i načinu primjene.

Samopražnjenje akumulatora uvjetovano je kemijskim reakcijama u akumulatoru. Ovisi o tipu akumulatora, temperaturi i dr., a može se smanjiti izradom ploča od specijalnih legura koje ne sadrže antimon. Za obični (npr. automobilske) akumulator samopražnjenje iznosi oko 1% kapaciteta dnevno.

Kapacitet (punog) akumulatora je električni naboj iskazan u ampersatima (A h) koji akumulator može dati pri pražnjenju stalnom strujom. On je različit za različite struje pražnjenja i manji je ako je struja pražnjenja veća. Kapacitet se može izraziti i energijom koju može dati akumulator, te se umjesto u ampersatima može iskazati u vatsatima (W h). Energetski je kapacitet po jedinici mase odnosno obujma za stacionarne akumulatore oko 20 W h kg^{-1} (40 kW h m^{-3}), a za automobilske akumulatore je oko 40 W h kg^{-1} (80 kW h m^{-3}).

Kapacitet akumulatora ovisi i o temperaturi i raste približno 1% s povećanjem temperature za jedan Celzijev stupanj.

Akumulator se ne smije potpuno isprazniti, već samo do oko 75%–80% svog kapaciteta. Pritom napon na ćeliji ne smije biti manji od 1,85 V.

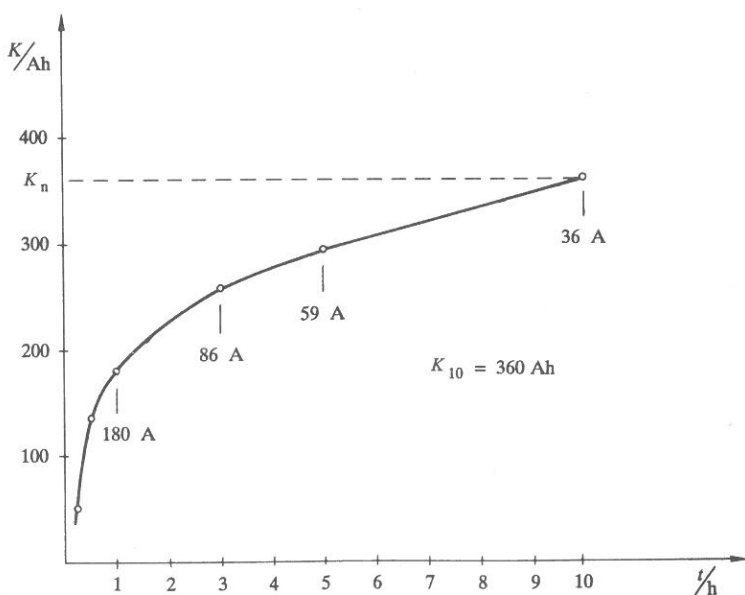
Kao nazivni (nominalni) kapacitet obično se uzima kapacitet akumulatora pri desetsatnom pražnjenju i označava se K_{10} . Tako npr. $K_{10} = 600 \text{ A h}$ znači da bi taj akumulator mogao davati stalnu struju pražnjenja 60 A tijekom 10 sati.

Ovisnost kapaciteta akumulatora o vremenu pražnjenja prikazana je na slici 7.16. gdje je npr. vidljivo da kapacitet $K_{10} = 360 \text{ A h}$ odgovara pražnjenju strujom od 36 A tijekom 10 sati. Međutim, ako je struja pražnjenja 180 A, kapacitet je 180 A h, tj. dvaput je manji.

Za karakterizaciju akumulatora u sunčanim sustavima obično se navodi kapacitet pri pražnjenju tijekom 100 h, npr. ovako: 12 V, 50 A h (K_{100}). U tom je primjeru struja pražnjenja 0,5 A. Kada je struja pražnjenja veća, kapacitet je manji; npr. za navedeni akumulator pri struji $I = 4 \text{ A}$, kapacitet K je 40 A h i vrijeme pražnjenja je 10 h.

Kapacitet akumulatora ovisi i o temperaturi akumulatora. Obično se navodi za temperaturu 25°C . Ako je temperatura 0°C umjesto 25°C , kapacitet akumulatora je za oko 25% manji.

Serijskim i paralelnim spajanjem mogu se povećavati napon i kapacitet baterije akumulatora, tako da se koriste naponi 12 V, 24 V i sl., a kapaciteti ovisno o primjeni od 50 do 1000 A h. Kapacitet ovisi o struji pražnjenja i često se daje podatak za struju pri kojoj se akumulator isprazni za 100 sati.



Slika 7.16. Ovisnost kapaciteta akumulatora o vremenu pražnjenja

Ako je elektromotorna sila akumulatora (napon otvorenog kruga) U_{ok} , a unutrašnji otpor R_u , tada je prema Ohmovu zakonu

$$U = U_{ok} - R_u I.$$

Snaga je $P = UI.$

Maksimalna se snaga dobiva ako je pri pražnjenju ispunjen uvjet:

$$\frac{dP}{dI} = 0$$

$$U_{maks.} - I_{maks.} R_u = 0$$

$$\frac{U_{maks.}}{I_{maks.}} = R_u.$$

Obični automobilske akumulatori neprikladni su za fotonaponske sustave. Upotreba jeftinih i neodgovarajućih akumulatora može bitno smanjiti djelotvornost sustava. Zato su (u posljednje vrijeme) načinjeni olovni akumulatori posebne izvedbe koji su:

- dugog vijeka i otporni na velik broj ciklusa punjenja i pražnjenja,
- s velikom rezervom elektrolita tako da gubitak vode nije presudan za rad akumulatora, te nije potrebno dolijevanje vode najmanje jednu godinu,
- s malim samopražnjenjem, 2 do 3% mjesečno i s velikom djelotvornošću punjenja, oko 90%,
- stabilni na mehaničke stresove i transport.

Broj ciklusa koje mogu izdržati takvi akumulatori ovisi o tome koliko ih se prazni. S minimalnim pražnjenjem, do 10%, akumulatori mogu trajati i do 20 godina (7000 ciklusa). Naprotiv, ako se prazne do 75%, vijek trajanja im je oko 4 godine (1500 ciklusa). Tipični podaci za takve olovne akumulatore jesu:

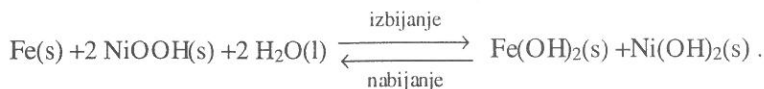
napon 12 V, kapacitet 100 A h/100 h (1200 W h) na 25 °C,
volumen oko 12 L (0,01 L/W h),
masa oko 25 kg (0,022 kg/W h),
obujam elektrolita oko 6 L,
dopušteno pražnjenje 80% od nazivnog kapaciteta,
minimalni napon ispražnjenog akumulatora 10,8 V,
samopražnjenje 0,3% dnevno,
maksimalni napon punjenja 14 V na 25 °C,
servisni pregled svake godine.

Specifična energija (tj. energija po jedinici mase) je oko 50 W h/kg, dok je energija iskazana po jedinici obujma oko 100 W h/L.

Nikal-kadmijski akumulator. Spomenimo i nikal-kadmijske (alkalijske) akumulatore. Oni su znatno skuplji od olovnih, djelotvornost uskladištenja naboja je manja, a imaju i druge mane u usporedbi s olovnim, te se rjeđe koriste. Njihova je prednost da se mogu nekoliko godina uskladištiti bez štete po njihov kasniji rad, smiju se skoro potpuno isprazniti bez štetnih posljedica, nisu toliko osjetljivi pri prenošenju i mehaničkim vibracijama kao olovni i dr. Elektromotorna sila im je 1,3 V pri 25 °C.

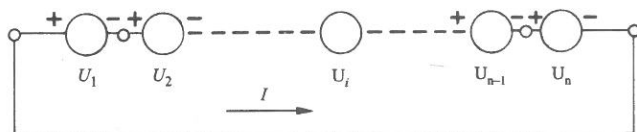
Aktivna masa napunjenog nikal-kadmijskog akumulatora na pozitivnoj elektrodi je nikal-hidroksid ($\text{Ni}(\text{OH})_2$) i nikal-hidratizirani oksid (NiOOH), a na negativnoj elektrodi je kadmij, a u Ni-Fe akumulatorima to je željezo. Elektrolit je vodena otopina kalij-hidroksida, $w(\text{KOH}) = 20\%$, koji ne sudjeluje u kemijskim reakcijama kao što to čini elektrolit u olovnom akumulatoru. Pri pražnjenju se troši, a pri punjenju stvara voda; gustoća elektrolita malo se mijenja, nedovoljno da bi se mjerenjem gustoće odredilo stanje punjenja.

Ukupna jednadžba reakcije za Ni-Fe akumulator je:

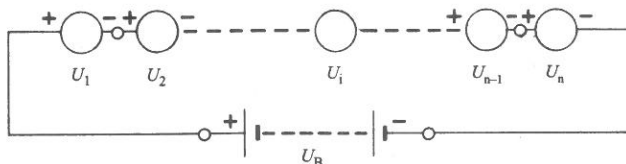


Regulator punjenja akumulatora bitni je dio fotonaponskog sustava. Prepunjenost ili velika ispražnjenost akumulatora mogu ga uništiti odnosno bitno mu smanjiti vijek. Prilagođeni regulator optimira korištenje akumulatora i olakšava korištenje sustava jer eliminira potrebu provjeravanja stupnja napunjenosti akumulatora. Kada je akumulator napunjen, regulator prekida struju punjenja; ako je akumulator ispražnjen do dopuštene granice (npr. 75%), regulator isključuje trošilo od akumulatora i uključuje ga ponovno čim se akumulator napuni iznad te granice. Tako npr. regulatori za 12 V prekidaju punjenje kad je napon akumulatora dosegao oko 14,2 V, isključuju trošilo ako napon akumulatora padne ispod oko 10,8 V i ponovno ga uključuje kada punjenjem napon akumulatora premaši 12,2 V. Potrošnja regulatora zanemariva je, reda veličine nekoliko miliampera.

Funkcija akumulatora u fotonaponskom sustavu. Vruće točke panela. Akumulator je uključen u fotonaponski sustav s ciljem da se osigura napajanje trošila tijekom noći ili općenito u uvjetima nedostadne razine Sunčeva zračenja s obzirom na potrošnju. Drugim riječima, kada je fotonaponski generator ugašen, trošilo crpe uskladištenu energiju iz akumulatora. Osim te osnovne funkcije, akumulator znatno poboljšava sveukupnu djelotvornost fotonaponskog sustava i kod aktivnog rada panela. U tom smislu potrebno je istaknuti, osim efekta prilagodbe trošila različitim karakteristikama generatora s obzirom na promjene parova temperatura-zračenje, još i zaštitu panela pri djelomičnoj ili potpunoj zasjenjenosti jedne ili više ćelija.



Slika 7.17. Serijski niz s jednom zasjenjenom ćelijom i kratko spojenim izlazom

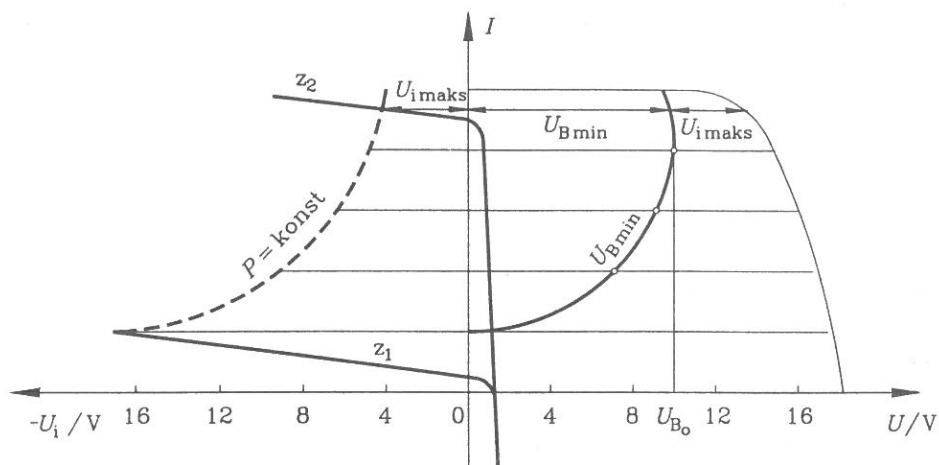


Slika 7.18. Akumulatorska baterija paralelno spojena serijskom nizu

Kako je efekt prilagodbe već opisan, ovdje ćemo kvalitativno opisati način zaštite panela ako jedna ćelija u serijskom nizu ne radi. Opisat ćemo najnepovoljniji slučaj s obzirom na broj zasjenjenih ćelija, stupanj zasjenjenosti i opterećenje. U slučaju da je djelomično zasjenjena jedna (i -ta) ćelija serijskog niza (sl. 7.17) čiji je izlaz "kratko" spojen (maksimalno strujno opterećenje) na toj ćeliji pojavit će se inverzni napon U_i s početnom posljedicom prekomjernog zagrijavanja te

ćelije, a potom i prekoračivanja vrijednosti maksimalno dopustive disipacije. Čelija postaje vruća točka panela.

Uključivanjem akumulatora paralelno fotonaponskom izvoru (sl. 7.18) umanjit će se iznos napona na zasjenjenoj ćeliji. Potpuna zaštita ovisi o razini ozračenja i stupnju zasjenjenosti ćelije.



Slika 7.19. Određivanje sigurnog područja rada pri maksimalnoj razini ozračenja

Na slici 7.19. prikazana je I, U -karakteristika serijskog niza pri maksimalnoj razini ozračenosti ($E = 1 \text{ kW/m}^2$) s jednom zasjenjenom ćelijom. Karakteristika zasjenjene ćelije prikazana je za dva stupnja zasjenjenosti ($z_1 > z_2$). Inverzni napon U_i zasjenjene ćelije ograničen je hiperbolom disipacije te ćelije ($P = \text{konst}$). Minimalna vrijednost napona baterije $U_{B\text{min}}$ određena je naponom $U_{i\text{maks}}$ i naponom serijskog niza. Krivulja $U_{B\text{min}}$ je upravo granica sigurnosnog rada tog serijskog niza pri maksimalnoj ozračenosti i različitim stupnjevima zasjenjenosti jedne ćelije. Za vrijednost napona baterije $U_B \geq U_{B0}$ rad je osiguran u svim uvjetima zasjenjenosti.

PRIMJER 7.2.

Uzmimo npr. da se modul sastoji od 40 ćelija elektromotorne sile 0,543 V i struje kratkog spoja 0,58 A pri ozračenju 1000 W m^{-2} . Pri kratkom spoju (uz pretpostavku da su ćelije idealne) poteći će struja 0,58 A, a napon će pasti na nulu i snaga će biti nula.

Međutim, ako je jedna od ćelija zasjenjena te joj je struja kratkog spoja 0,1 A umjesto 0,58 A, tada će pri kratkom spoju kroz modul teći struja 0,1 A uz napon nula. Ukupni napon na osvijetljenih 39 ćelija nije nula, već oko 21 V, što se vidi iz I, U -karakteristike. To znači da je na zasjenjenoj ćeliji napon – 21 V, a snaga koju ona pritom mora apsorbirati je $21 \text{ V} \cdot 0,1 \text{ A} = 2,1 \text{ W}$. Pri manjem zasjenjenju struja je npr. 0,3 A, napon oko 20 V, te će apsorbirana snaga biti oko 6 W. Zasjenjena ćelija će se grijati, bit će “vruća točka” modula i može biti uništena.

Pri zasjenjenju jedne ili nekoliko ćelija u modulu male razlike u struji kratkog spoja bitno utječu na snagu koju ćelija mora apsorbirati. Ako je modul spojen na akumulator, ukupni napon ne može biti manji od 12 V te zasjenjenje nije toliko kritično. Serijski otpor ćelije također smanjuje snagu koja se utroši u zasjenjenoj ćeliji.

7.8. KONCENTRIRAJUĆI SUSTAVI

Koncentrirajući sustavi primaju sunčanu energiju velikom površinom i koncentriraju je na manju površinu sunčanih ćelija. Pri tome je važan omjer koncentriranja C , koji se može definirati na više načina. Geometrijski omjer koncentriranja omjer je između površine otvora sustava koji prima Sunčevo zračenje i aktivne površine ćelija.

Omjer koncentriranja C može se definirati kao omjer ozračenja koje upada na ćeliju i normiranog ozračenja koje se proizvoljno definira kao $0,1 \text{ W cm}^{-2}$ (1000 W m^{-2}) za normirani sunčani spektar AM 1,5.

Za ravni nekoncentrirajući panel taj je omjer naravno jedan, dok za koncentrirajuće sustave varira ovisno o sustavu i može dostići vrijednost i do nekoliko tisuća, dok mu je teorijska granica oko 40 000. Obično se za omjer koncentriranja, npr. 100, kaže koncentracija je $100 \times$ ili "100 Sunca". Spektar AM 1,5 može se nazvati "jedno Sunce".

Struja kratkog spoja koncentrirajuće ćelije proporcionalna je omjeru koncentriranja C , dok napon otvorenog kruga (elektromotorna sila) ovisi logaritamski o omjeru koncentriranja.

Sunčane ćelije koje se upotrebljavaju u koncentrirajućim sustavima posebne su izvedbe, različite od ćelija u običnim sustavima. Ozračenje takve ćelije je veliko i ćelija proizvodi velike struje. Ona treba imati veću djelotvornost i manje omske gubitke.

Obično se za manja i srednja koncentriranja izrađuju ćelije od monokristaličnog silicija, a za velika koncentriranja od galij-arsenida.

Posebni je problem hlađenje ćelija; za mala koncentriranja hlađenje može biti pasivno, međutim za veće omjere koncentriranja potrebno je aktivno hlađenje, npr. cirkulacijom vode.

Kod koncentrirajućih sustava jedan dio Sunčeva zračenja se izgubi i ne dođe do ćelija. Tipično je da oko 80%–85% zračenja koje upada na otvor sustava dođe do ćelije. Od toga se oko 15% pretvori u električnu energiju, a ostatak u termičku energiju u ćeliji, te je usprkos hlađenju radna temperatura takvih ćelija relativno visoka, što im smanjuje djelotvornost. Izmjerene su djelotvornosti veće od 20% za silicijske ćelije pri koncentriranju do 100 puta, a nešto veće za galij-arsenske ćelije.

Koncentrirajući fotonaponski kolektor osim sunčanih ćelija ima i optički sustav koji s pomoću zrcala ili leća fokusira Sunčevo zračenje i tako višestruko povećava ozračenje sunčevog panela. Za razliku od ravnih, koncentrirajući sustavi primaju samo izravno Sunčevo zračenje. Često takvi sustavi imaju još i složeni sustav za praćenje Sunca. (Za mala koncentriranja sustavi mogu biti stacionarni, međutim za omjere koncentriranja veće od 10 potreban je sustav za praćenje Sunca.)

Koncentrirajući sustavi pogodniji su za veće sunčane elektrane, dok se za male sustave uglavnom upotrebljavaju ravni paneli. Razlozi istraživanja i primjene koncentrirajućih uređaja uglavnom su ekonomski: s manjom površinom sunčanih ćelija može se postići veća snaga i veća dobivena električna energija. Međutim, njihova primjena je još uvijek mala; npr. od godišnje svjetske proizvodnje oko 20 MW fotonaponskih panela 1980-tih godina, udio koncentrirajućih sustava bio je oko 1%.

Postoje razne izvedbe koncentrirajućih sustava: cilindrično-parabolično zrcalo s linearnim fokusom, parabolično zrcalo s točkastim fokusom, linearne Fresnelove leće, Fresnelove leće s točkastim fokusom. Jedan od najpoznatijih koncentrirajućih uređaja su Fresnelove leće. To je posebna izvedba konvencionalne leće, a sastoji se zapravo od niza malih prizmi koje tvore nazubljenu površinu leće. Male su debljine i lagane, izrađuju se od plastičnih materijala koji nisu skupi (npr. poliakrilnih smola) izlivenih u odgovarajućim kalupima.

Teško je precizno govoriti o cijeni takvih sustava jer je ona funkcija niza parametara. Evo nekoliko vrijednosti za orijentaciju. Ako je cijena silicijske ćelije, pogodna za primjenu u koncentrirajućim sustavima, oko $0,5 \text{ USD/cm}^2$ (oko 20 USD/W), cijena sustava bila bi nekoliko dolara po vatu (ovisno o omjeru koncentriranja) što bi bilo eventualno dva do tri puta jeftinije nego za ravne panele za koje je cijena sunčanih ćelija oko $0,08 \text{ USD/cm}^2$.

7.9. O PRORAČUNU FOTONAPONSKIH SUSTAVA

Proračun veličine, snage i rada fotonaponskog sustava najbolje je (iako ne i najjednostavnije) izvesti kompjuterskom simulacijom. Jednostavne metode (kao npr. funkcija korisnosti opisana u *Dodatku*) također daju zadovoljavajuće rezultate.

Pomoću dvaju primjera ilustrirat ćemo vrlo aproksimativnu procjenu snage potrebnog fotonaponskog panela i kapaciteta akumulatora.

PRIMJER 7.3.

Fotonaponski panel spojen je s akumulatorom i trošilom koje se sastoji od dviju fluorescenčnih cijevi od 12 V snage 10 W i 18 W. Cijevi su uključene 4 sata dnevno. Kolika je vršna snaga modula ako je potrošnja jednaka dobivenoj energiji u danu kada je dnevna ozračenost $H_{\beta} = 4 \text{ kW h / m}^2$? Koliki je potrebni kapacitet akumulatora da bi sustav mogao osigurati potrebnu energiju i kada bi tijekom pet uzastopnih oblačnih dana akumulator bio jedini izvor energije? Djelotvornost akumulatora je $\eta_1 = 0,8$, djelotvornost regulatora je $\eta_2 = 0,9$, a djelotvornost sustava $\eta_3 = 0,85$. Dnevna energetska potrošnja cijevi jest:

$$E_c = (10 \text{ W} + 18 \text{ W}) \cdot 4 \text{ h} = 112 \text{ W h}$$

te je dnevno opterećenje panela:

$$E_p = \frac{E_c}{\eta_1 \eta_2} = 155 \text{ W h.}$$

Ako je vršna snaga svih ćelija (panela) P , tada će pri dnevnoj ozračenosti od 4 kW h/m^2 , što je ekvivalentno ozračenosti od 1 kW h/m^2 za vrijeme $t = 4 \text{ h}$, dobivena energija iz panela biti:

$$E = \eta_3 P t.$$

Uz uvjet da je energetska potrošnja jednaka dobivenoj energiji

$$\eta_3 P t = 155 \text{ W h}$$

dobivamo vršnu snagu ćelija: $P = 46 \text{ W}$.

Kada je akumulator jedini izvor (oblačni dan), dnevna je potrošnja iz akumulatora 112 W h , odnosno $112 \text{ W h} / 12 \text{ V} = 9,3 \text{ A h}$. Za pet autonomnih dana to iznosi 47 A h . Budući da se akumulator ne smije potpuno isprazniti, najviše do 80%, potrebni je kapacitet $47 \text{ A h} / 0,8 = 58 \text{ A h}$.

PRIMJER 7.4.

Godišnji prosjek dnevne ozračenosti kolektora nagnutog pod kutom 42° u Splitu je $\overline{H}_{\beta} = 4,3 \text{ kW h/m}^2$; prosjek u siječnju je $3,2 \text{ kW h/m}^2$, a u lipnju je $6,1 \text{ kW h/m}^2$. Dnevna potrošnja je $E_p = 240 \text{ W h}$. Ukupna je djelotvornost sustava $\eta = 0,7$.

Kolika bi trebala biti vršna snaga ćelija da u danu kada je ozračenost jednaka godišnjem prosjeku, primljena energija bude jednaka potrošenoj? Koliku bi energiju dao sustav u prosječnom danu u siječnju odnosno u lipnju?

Ćelija daje vršnu snagu P kada je ozračenje 1000 W/m^2 . U danu kada je dnevna ozračenost $H_{\beta} = 4,3 \text{ kW h/m}^2$ (što je ekvivalentno ozračenju 1000 W/m^2 tijekom četiri sata) dobivena energija iz panela jest: $E = P t$ a uz djelotvornost sustava η_s dobivena iz sustava je $E = P t \eta_s$.

Ako je ta energija jednaka potrošenoj, tj. $E = E_p$, vršna snaga ćelije treba biti:

$$P_p = \frac{E_p}{\eta t} = \frac{240 \text{ W h}}{0,65 \cdot 4,3 \text{ h}} = 86 \text{ W}.$$

Tijekom prosječnog dana* u siječnju panel će proizvesti energiju:

$$E = P t \eta$$

$$E = 86 \text{ W} \cdot 3,2 \text{ h} \cdot 0,65 = 179 \text{ W h}$$

te će ostatak od 61 W h trebati osigurati iz akumulatora. Za čitav mjesec to će iznositi 1895 W h ili 158 A h.

U lipnju će dobivena električna energija biti:

$$E = 86 \text{ W} \cdot 6,1 \text{ h} \cdot 0,65$$

$$E = 341 \text{ W h}.$$

Bolje bi bilo uzeti veću snagu, odnosno površinu panela, npr. tako da u prosječnom danu najlošijeg mjeseca (recimo da je to siječanj) podmiri potrebu trošila. Tada je:

$$P_p = \frac{240 \text{ W h}}{3,2 \text{ h} \cdot 0,65} = 115 \text{ W}.$$

7.10. PRIMJERI FOTONAPONSKIH SUSTAVA

Spomenut ćemo najprije dva velika komercijalna fotonaponska sustava izgrađena u SAD, zasad najveća u svijetu.

✂ U središnjoj Kaliforniji izgrađen je 1984. sustav od 10 MW (u projektu 16 MW) koji daje energiju za 6 400 obiteljskih kuća. Polje panela, svaki ploštine oko 110 m², pomičnih u dva smjera, koji prate Sunce i u svakom trenutku dobivaju najveće moguće ozračenje, upravlja se kompjuterima. Na panelima su i reflektori koji povećavaju ozračenje.

✂ Na površini od 81 000 m² u pustinji Kalifornije izgrađena je 1983. fotonaponska elektrana ARCO Solar Photovoltaic Power Plant snage 1 MW koja godišnje daje oko 3 GWh. Sustav se sastoji od 108 velikih nosača, na svakom nosaču 16 panela, panel ima 16 modula a modul 35 silicijskih ćelija, dakle ukupno 108 · 16 · 16 · 35 = 96 768 silicijskih sunčanih ćelija. Svaki nosač prati Sunce u dva smjera, tako da u svakom trenutku ćelije primaju maksimalno ozračenje. Dobiveni istosmjerni napon pretvara se pomoću sinkronih pretvarača u izmjenični napon, promijenjen na potrebni napon i sinkronizira s električnom komercijalnom mrežom.

Za široku primjenu najzanimljiviji su, međutim, mali fotonaponski sustavi. Oni mogu biti autonomni (Sunce je jedini izvor energije) i hibridni u kojima su s fotonaponskim povezani i ostali izvori energije, npr. generator na vjetar, diesel-generator, komercijalna električna mreža.

Tipični fotonaponski sustav sastoji se od:

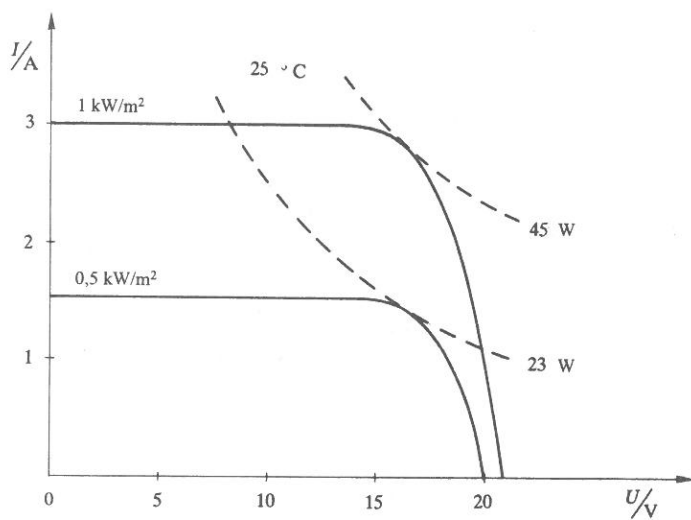
- fotonaponskih modula koji pomoću sunčane energije daju istosmjerni napon
- akumulatora
- regulatora punjenja akumulatora koji isključuje punjenje kada je akumulator napunjen, odnosno isključuje trošilo kada je akumulator ispražnjen
- trošila, npr. svjetiljke, televizora, crpke za vodu, hladnjaka, radioaparata i sl.
- okvira za pričvršćenje fotonaponskih modula

*Prosječni dan je onaj u kojem je ozračnost jednaka mjesečnom prosjeku za taj mjesec.

- kabela za ožičenje uređaja, razvodnih kutija, osigurača, eventualno mjernih instrumenata
- eventualno pretvarača (invertora) 12 V u 220 V $\approx$ 50 Hz.

Zbog gubitaka pri pretvorbi u izmjenični napon bolje je koristiti se trošilima na istosmjerni napon. Sustav može biti i bez akumulatora ovisno o namjeni.

Ćelije se spajaju u modul serijski i paralelno. Ako se prednja strana (negativan pol) prve sunčane ćelije spoji sa stražnjom stranom (pozitivan pol) druge sunčane ćelije itd. dobije se serijski spoj ćelija. Pritom se naponi zbrajaju, a struja kratkog spoja jednaka je onoj u ćeliji najmanje snage.



Slika 7.20. I, U -karakteristika jednog modula

I, U -karakteristika jednog modula za dva ozračenja i krivulje maksimalne snage prikazani su na slici 7.20.

Tipične vrijednosti za parametre silicijskih fotonaponskih modula prikazani su u tablici 7.1.

Primjene malih fotonaponskih sustava raznovrsne su npr.:

- punjenje akumulatora
- rasvjeta ulica i kućanstava
- crpenje vode za piće i navodnjavanje
- desalinacija vode
- hladnjaci
- sterilizatori, čuvanje vakcina i sl.
- električna energija na malim brodovima i jahtama
- kalkulatori, satovi i sl.
- katodna zaštita od korozije željeznih konstrukcija
- kamp-prikolice
- radio komunikacije i telekomunikacije (repetitori, mobilne radio-stanice, telefonske govornice, putni prijelazi, alarmni sustavi, UHF veze) itd.

Tablica 7.1. TIPIČNI PARAMETRI MODULA

broj ćelija	oko 40
promjer ćelije	5 do 10 cm
površina ćelije A	25 do 100 cm ²
faktor pakiranja F	0,6 do 0,7
površina modula A_m	0,1 do 0,5 m ²
temperatura ćelije T	40 do 50 °C
napon otvorenog kruga modula $U_{ok,m}$	20 do 23 V
napon otvorenog kruga ćelije U_{ok}	0,5 do 0,55 V
struja kratkog spoja	0,6 do 2 A
gustoća struje kratkog spoja J_{ks}	20 do 30 mA cm ⁻²
napon pri maksimalnoj snazi U_m	16 do 18 V
struja pri maksimalnoj snazi I_m	0,56 do 1,9 A
gustoća struje pri maksimalnoj snazi J_m	20 do 25 mA cm ⁻²
maksimalna snaga P_m	10 do 30 W
produkt $U_{ok} I_{ks}$	14 do 44 W
faktor punjenja F	0,6 do 0,8
omjer P_m/A_{modul}	50 do 70 W m ⁻²
omjer $P_m/A_{ćelija}$	90 do 100 W m ⁻²

U tablici 7.2. navedeni su primjeri primjene malih fotonaponskih sustava – parametri sustava kao orijentacijske vrijednosti. U konkretnom primjeru najbolje je proračunati parametre sustava, barem jednostavnim metodama od kojih su neke opisane i u ovoj knjizi.

Tablica 7.2. PARAMETRI MALIH FOTONAPONSKIH SUSTAVA

Potrošnja W h	Napon V	Snaga W	Akumulator	Broj autonom- nih dana	Dnevno Sunčevo ozračenje (kW h m ⁻²)	
					srednje	minimalno
1,5 W · 24 h	12	33	50 A h, 600 W h	13	3,6	1,7
3 W · 24 h	12	33	200 A h, 2400 W h	27	4,3	2,9
7 W · 24 h	12	66	200 A h, 2400 W h	11	4,4	2,6
9 W · 24 h	12	140	315 A h, 3780 W h	5	3,9	1,7
15 W · 24 h	12	132	170 A h	4	5,5	4,8
20 W · 24 h	12	198	630 A h	12	4,1	2,6
25 W · 24 h	24	264	210 A h, 5040 W h	7	4,5	2,9
65 W · 24 h	24	858	1980 A h	23	4,5	2,9
98 W · 24 h	48	2112	930 A h	15	3,6	1,5
650 W · 24 h	48	7200	4200 A h	10	4,6	3,9

Uređaji koji troše električnu energiju iz fotonaponskih izvora posebno su izrađeni tako da štede energiju. Obično su predviđeni za istosmjerni napon (12 V ili 24 V), jer se za pretvaranje istosmjernog u izmjenični napon od 220 V također gubi dio energije a za to je potreban i pretvornik. Osim toga uređaji predviđeni za gradsku električnu mrežu nisu uvijek načinjeni tako da im

potrošnja energije bude optimalna. Na primjer, televizori s istosmjernim napajanjem od 12 V mnogo su manje snage nego jednaki takvi ekvivalentni za 220 V izmjeničnog napona a žarulje od 12 V ekonomičnije su od onih za 220 V i sl.

Sustav za punjenje akumulatora. Jedna od praktičnih primjena fotonaponskog sustava je za punjenje akumulatora na mjestima gdje nema komercijalne mreže (npr. osamljene kuće, vikendice, brodovi i sl.), posebno u područjima gdje je dnevna ozračenost veća od 3 kWh/m^2 . To je praktičnije nego prenašati akumulator na punjenje do izvora električne energije, odnosno upotrebljavati dieselske agregate.

Regulator sprečava oštećenje akumulatora zbog prepunjenosti, i nužan je ako se akumulatori pune bez stalnog nadzora. Akumulator treba puniti u posebnoj prostoriji (tamo gdje se ne stanuje), suhoj i dobro provjetravanoj. Redovito treba provjeravati razinu elektrolita, stanje napunjenosti (gustoću elektrolita) i paziti da su **uvijek** u stanju dovoljne napunjenosti. Kućište, posebno oko polova, treba održavati suhim i čistim da bi se izbjegli gubici.

Sustavi za rasvjetu primjer su najrasprostranjenije primjene malih fotonaponskih sustava. U mjestima gdje nema električne rasvjete oni uspješno zamjenjuju petrolejke i svijeće.

Razvijene su posebne svjetiljke za primjenu u fotonaponskim sustavima koje rade na istosmjernom naponu 12 V ili 24 V za unutrašnju i vanjsku rasvjetu. Takve su svjetiljke male snage (npr. 18 W) a daju svjetlosnu jakost kao obična žarulja snage 150 W. Takve štedljive sunčane svjetiljke izrađuju se u raznim izvedbama i snagama i mogu se nabaviti na tržištu. Obično su to fluorescentne cijevi, radije nego svjetiljke s žarnom niti, predviđene za istosmjerni napon 12 V, različitih snaga, npr. 6 W, 8 W, 13 W, 15 W, 20 W, koje daju relativno velik svjetlosni tok od 500 do 1000 lm (petrolejka daje oko 10 lm). Djelotvornost fluorescentne cijevi je oko 50 lm/W, žarulja s niti oko 10 lm/W, natrijeve cijevi oko 100 lm/W. Takvi sustavi za rasvjetu sastoje se od fotonaponskog modula, akumulatora, regulatora i potrebnih kablova za ožičenje. Izrađuju se i male prijenosne svjetiljke s ćelijama vršne snage oko 5 W svjetiljke od oko 5 W, s akumulatorima od oko 5 Ah, koje mogu davati svjetlo oko 3 sata dnevno.

Mali fotonaponski sustav za rasvjetu kuće koji se sastoji od 4 modula ukupne vršne snage oko 50 W, regulatora i akumulatora može u zimskom periodu u jadranskom području osigurati za potrošnju oko 130 W h, a u ljetnom periodu i do 400 W h. Kapacitet akumulatora ovisi i o broju uzastopnih oblačnih dana (tzv. autonomnih dana) i za 6 do 7 dana potreban je akumulator kapaciteta 100 A h.

Kao primjer navedimo i mali autonomni fotonaponski sustav (12 V, 80 W) za osiguranje rasvjete (8 žarulja potrošnje 1 A) i pogon malog televizora (12 V, 2 A). Kada bi sva trošila bila uključena, sustav bi trebao 10 A, a uz pretpostavku da sustav dnevno daje 25 Ah, svaki od uređaja mogao bi dnevno raditi 2,5 h. Kapacitet akumulatora potrebno je izabrati tako da sustav može raditi 3 do 5 dana bez osunčanja. U našem primjeru to bi bio akumulator od najmanje 75 Ah.

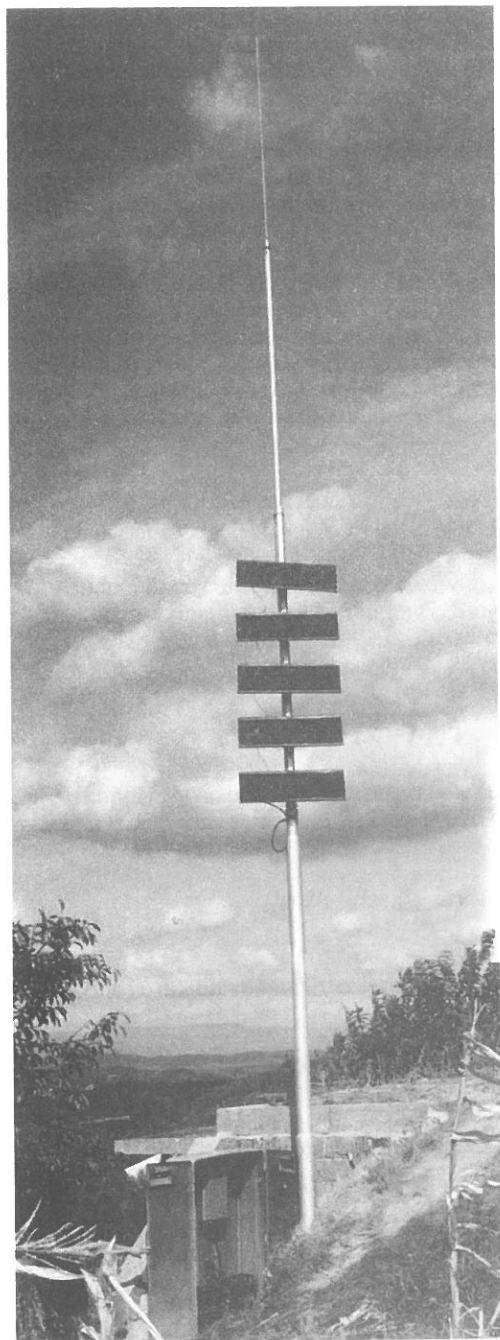
Fotonaponski sustav s modulima od amorfnog silicija $4 \times 10 \text{ W}$, 12 V omogućava dnevnu potrošnju od oko 200 W h ovisno o lokaciji i godišnjem dobu. Na nj se mogu, npr., priključiti trošila: tri fluorescentne cijevi (12 V, $3 \times 6 \text{ W}$) četiri sata dnevno i crno-bijeli televizor (12 V, 30 W) četiri sata dnevno. Ako se kuća koristi samo vikendom, dnevna potrošnja može biti znatno veća.

Fotonaponski sustavi mogu se upotrijebiti za crpenje vode iz rijeka, jezera, kanala i spremnika upotrebom plivajuće centrifugalne crpke i električnog istosmjernog motora. Veličina sustava ovisi o potrebnom količini vode (npr. za navodnjavanje) i reda je vrijednosti 300 do 600 W. Upotrebom pretvornika, mogu se upotrijebiti centrifugalne vodene crpke s asinkronim motorom na izmjeničnu trofaznu struju i tako crpsti podzemna voda do dubina i do 100 m. Takvim sustavima ne treba akumulator jer se voda može crpenjem akumulirati u prikladne rezervoare. Pretvornicima se od istosmjernog napona iz fotonaponskog sustava ili akumulatora dobiva izmjenični trofazni napon s promjenljivom frekvencijom (7 do 63 Hz). Frekvencija, dakle i brzina motora crpke izravno je proporcionalna sunčanom ozračenju.

Kao primjer primjene u **radio komunikacijama i telekomunikacijama** spomenimo relejnu radio i televizijsku stanicu u Japanu, srednje snage 10 W, koja koristi sunčani sustav od osam paralelno i tri serijski spojena modula snage $24 \text{ V} \times 12 \text{ A} = 288 \text{ W}$ i akumulator 18 V, 1000 A h, odnosno 18 kWh, dakle, 18 ćelija kapaciteta 500 A h spojenih po dva paralelno i takvih 9 kombinacija serijski. Kada se akumulatori potpuno napune, iskapčaju se sunčane ćelije od

akumulatora (npr. pomoću tiristora). Kada napon akumulatora padne ispod 1,9 V po ćeliji iskapčaju se akumulatori da bi se spriječilo preveliko pražnjenje. Bloking dioda sprečava da struja teče iz akumulatora u ćelije. Izlazni napon može se regulatorom namjestiti na neku stalnu (reguliranu) vrijednost (npr. 10 V).

Slika 7.21. Autonomni fotonaponski sustav za napajanje radio-relejnog uređaja Zagradci (SHF Tehnika, Zagreb)



Jedan televizijski repetitor u Francuskoj projektiran je za stalnu snagu od 65 W pri naponu 24 V (tj. dnevno 1560 W h odnosno dnevno 65 A h). Vršna snaga fotonaponskih panela je 858 W (26 modula od 33 W, 13 paralelno i 2 serijski). Akumulatorski sustav čine 18 paralelno spojenih akumulatora od 24 V i 105 A h, tako da je ukupni kapacitet akumulatora 1890 A h, odnosno 45,36 kW h.

Posebno su fotonaponski sustavi primjenjivi npr. u Africi, gdje je sunca u izobilju, a na mnogim lokacijama nema komercijalne električne mreže. Pokretne male medicinske klinike mogu se služiti takvim sustavima za svoje potrebe, npr. za hladnjake s vakcinom i sl.

Poznati su npr. sunčevi hladnjaci za vakcine i lijekove koji na leđima deva putuju od sela do sela po vrućem afričkom suncu (tzv. "deva-hladnjak"). Temperatura je u tim hladnjacima od 2 do 8 °C tijekom dana i noći, dnevno (24 sata) troše do 500 W h. Fotonaponski panel je vršne snage oko 200 do 250 W (ovisno o području) a kapacitet akumulatora je oko 200 A h. Tako npr. hladnjak obujma 100 litara s unutrašnjom temperaturom nižom od 5 °C, predviđen za napon 12 V, troši dnevno oko 360 W h (30 A h). Ovisno o insolaciji potrebni sunčani panel ima snagu oko 130 W a potrebni akumulator od 12 V i 240 A h.

DODATAK

A. FERMI-DIRACOVA STATISTIKA

Fermi-Diracova statistika vrijedi za identične čestice koje se ne mogu razlikovati a koje se vladaju po Paulijevu načelu (dvije čestice ne mogu istodobno biti u istom kvantnom stanju). Čestice koje ovo zadovoljavaju zovu se fermioni po fizičaru E. Fermiju, koji je 1926. g. opisao funkciju raspodjele za takve čestice. Fermioni su čestice s polucjelobrojnim spinom, npr. elektroni, protoni, neutroni, sa spinom $1/2$.

Općenito, energijsko stanje E_i može imati više kvantnih stanja npr. S_i . Broj čestica u energijskom stanju E_i neka je N_i . Pri raspodjeli N_i čestica na energijsku razinu E_i prvu česticu moguće je smjestiti na svih S_i raspoloživih kvantnih stanja, drugu na $S_i - 1$ preostalih stanja, treću na $S_i - 2$ itd. Ukupni broj različitih načina razmještanja N_i čestica između S_i stanja energija E_i je: $S_i (S_i - 1) \dots (S_i - N_i + 1)$ odnosno

$$\frac{S_i !}{(S_i - N_i) !} \quad (A1)$$

Budući da se čestice ne mogu razlikovati, to nije moguće prepoznati zamjenu čestica između stanja koja zauzimaju u razini energije E_i . Stoga se može dobiti ukupni broj različitih razmještaja N_i čestica između S_i stanja energije E_i ako se izraz (A1) podijeli s $N_i !$:

$$B_i = \frac{S_i !}{N_i ! (S_i - N_i) !} \quad (A2)$$

Ukupni broj različitih načina raspodjele čestica $N_1, N_2, \dots$ između razina $E_1, E_2, \dots$ može se dobiti množeći izraze dane relacijom (A2) za svaku raspoloživu energijsku razinu:

$$B = B_1 \cdot B_2 \cdot B_3 \dots B_n = \prod_i B_i = \prod_i \frac{S_i !}{N_i ! (S_i - N_i) !} \quad (A3)$$

Koja je od tih mogućih raspodjela najvjerojatnija? Treba naći maksimalnu vrijednost B (odnosno $\ln B$) uz uvjete:

$$\sum_i N_i = N = \text{konst.} \quad \sum_i N_i E_i = E_T = \text{konst.}$$

Rješenje ovog vezanog ekstrema daje za najvjerojatniju raspodjelu izraz:

$$P_{FD}(E_i) = \frac{1}{\exp [(a + b)E_i] + 1} \quad (A4)$$

Ovo je Fermi-Diracova funkcija raspodjele. U Fermi-Diracovoj statistici u jednom kvantnom stanju može biti samo jedna čestica, dakle P_{FD} može biti 0 (stanje je slobodno) ili $P_{FD} = 1$ (stanje

popunjeno). Vrijednost funkcije P_{FD} izražava vjerojatnost da je čestica u određenom kvantnom stanju, tj. daje vjerojatnost da je određeno kvantno stanje zaposjednuto česticom.

Parametar b isti je kao kod Maxwell-Boltzmannove raspodjele, te definira temperaturu sustava fermiona u termičkoj ravnoteži izrazom: $b = 1/kT$. Parametar a određen je uvjetom $\sum N_i = N$. Uobičajeno je izraziti a pomoću veličine E_F koja ima dimenziju energije:

$$a = -\frac{1}{kT} E_F.$$

Energija E_F naziva se Fermijeva energija.

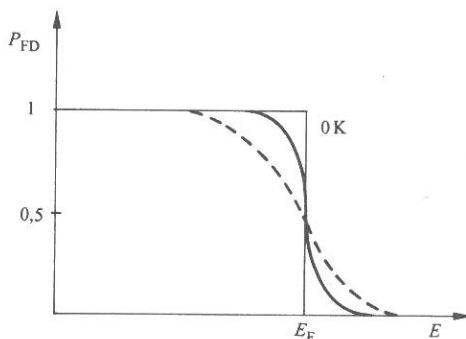
Relacija (A4) uz navedene vrijednosti za a i b poprima oblik:

$$P_{FD}(E_i) = \frac{1}{\exp[(E_i - E_F)/kT] + 1} \quad (A5)$$

a u slučaju kontinuuma:

$$P_{FD}(E) = \frac{1}{\exp[(E - E_F)/kT] + 1} \quad (A6)$$

Iz relacije (A6) slijedi da je E_F energija kod koje je vjerojatnost da je stanje popunjeno 1/2.



Slika A.1. Fermi-Diracova raspodjela

Pri apsolutnoj nuli sva energijska stanja do $E = E_F$ popunjena su (slika A.1).

$$\left(\lim_{T \rightarrow 0} \exp[(E - E_F)/kT] = 0 \text{ za } E - E_F < 0, \text{ te je } P_{FD} = 1 \right)$$

a sva stanja za koje $E > E_F$ prazna su

$$\left(\lim_{T \rightarrow 0} \exp[(E - E_F)/kT] = \infty, \text{ te je } P_{FD} = 0 \right).$$

Dakle, kod apsolutne nule N fermiona zauzet će N najnižih energijskih stanja, a sva ostala viša bit će prazna. Kod viših temperatura stanja s energijom većom od E_F počinju biti zauzeta.

Kod nižih temperatura oblik funkcije P_{FD} neznatno se mijenja (krivulja "—" na slici A.1). Kod temperatura $kT \ll E_F$ samo elektroni energije u blizini E_F mogu prijeći u nezauzeta stanja više energije. Kod visokih temperatura (npr. 5 000 K) energija E_F (krivulja "---" na slici A.1) pomiče se ulijevo.

B. SCHRÖDINGEROVA VALNA JEDNADŽBA

Objavljivanje de Broglijeve valne hipoteze izazvalo je velik broj diskusija kako u raznim europskim centrima, tako i u Zürichu. Ugledni fizikalni kemičar Debye sugerirao je mladom fizičaru Erwinu Schrödingeru da načini pažljivu studiju de Broglijeve teorije i izloži je na seminaru. U toku te studije Schrödinger je razvio valnu jednadžbu koja sada nosi njegovo ime*.

Gibanje slobodne čestice ($U = 0$) određene količine gibanja p može se predočiti ravnim valom:

$$\psi(x, t) = A \exp [i(kx - \omega t)] \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = 2\pi\nu$$

Ukupna je energija čestice $E = \frac{p^2}{2m}$ te u valnoj slici vrijedi:

$$\hbar \omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \text{gdje je} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Za valnu funkciju $\psi(x, t)$ mora biti ispunjeno da je:

$$\hbar \omega \exp [i(kx - \omega t)] = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \exp [i(kx - \omega t)] \quad (\text{B1})$$

Jednadžba (B1) se može napisati u obliku:

$$i \hbar (-i\omega) \exp [i(kx - \omega t)] = -\frac{\hbar^2}{2m} (ik)^2 \exp [i(kx - \omega t)]$$

koji je ekvivalentan sa:

$$i \hbar \frac{\partial}{\partial t} \exp [i(kx - \omega t)] = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \exp [i(kx - \omega t)] \quad (\text{B2})$$

odnosno ako je $\psi(x, t) = A \exp (i(kx - \omega t))$ sa:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

Valna funkcija $\psi(x, t) = A \exp (i(kx - \omega t))$ (sinusni val) zadovoljava diferencijalnu jednadžbu (B2). Bilo koji val može se prikazati kao superpozicija sinusnih valova. Ako je svaki sinusni val rješenje jednadžbe (B2), može se pokazati da je zbroj takvih rješenja također rješenje jednadžbe. Razumno je pretpostaviti da jednadžbu (B2) mora zadovoljavati svaka valna funkcija koja opisuje fizikalno moguće stanje čestice.

Jednadžba (B2) je vremenski zavisna Schrödingerova valna jednadžba. Ona ima značaj u kvantnoj mehanici analogan Newtonovoj jednadžbi gibanja u klasičnoj mehanici.

Schrödingerova jednadžba (B2) vrijedi za slobodne čestice. Ako je potencijalna energija čestice $U(x)$, jednadžba bi bila:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U(x) \psi = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (\text{B3})$$

*Objavio ju je u *Ann. Physik* 79, 361(1926).

Ako je potencijalna energija U samo funkcija od x i ako je ukupna energija E konstanta, rješenja valne jednačbe mogu se pisati u obliku:

$$\psi(x,t) = u(x) \exp(-i\omega t) = u(x) \exp\left(-i \frac{E}{\hbar} t\right) \quad (B4)$$

Valne funkcije stacionarnih (stojnih) valova imaju separirane vremenske i prostorne varijable. Uvrštavanjem valne funkcije (B4) u jednačbu (B3) dobiva se:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} + U(x) u = E u. \quad (B5)$$

To je vremenski nezavisna Schrödingerova jednačba. Ona se primjenjuje za opis stanja čestica konstantne ukupne energije, npr. čestice vezane određenim potencijalom u nekom području prostora (vezane čestice).

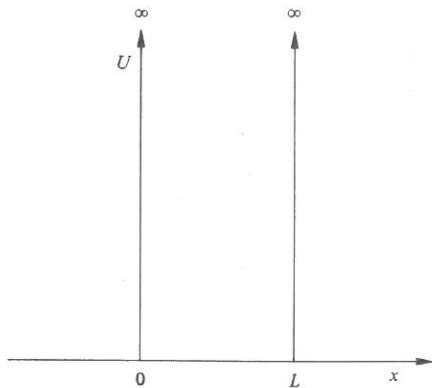
Schrödingerova jednačba (B3) i (B5) napisana u tri dimenzije:

$$\nabla^2 \psi - \frac{2m}{\hbar^2} U(x,y,z) \psi = \frac{2m}{i\hbar} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\nabla^2 u - \frac{2m}{\hbar^2} U(x,y,z) u = -\frac{2m}{\hbar^2} E u.$$

C. GUSTOĆA STANJA

Promotrimo slučaj gibanja elektrona mase m unutar jednodimenzionalne potencijalne jame širine L (sl. C.1). Potencijalna energija U u jami (za $0 < x < L$) jednaka je nuli, a kod $x = 0$ i $x = L$ oštro raste do beskonačne vrijednosti.



Slika C.1. Jednodimenzionalna potencijalna jama

U području izvan jame: $x < 0$ i $x > L$, gdje je $U = \infty$, valna je funkcija jednaka nuli, tj. $u(x) = 0$. Čestica s konačnom energijom ne može izići izvan takve potencijalne jame.

Schrödingerova jednačba (dodatak B) u području $0 < x < L$ gdje je $U = 0$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(x)}{dx^2} = E u(x)$$

ili

$$\frac{d^2 u(x)}{d x^2} + k^2 u(x) = 0$$

gdje je valni vektor $k = \sqrt{2 m E} / \hbar$.

Pretpostavimo rješenje valne jednačbe u obliku:

$$u(x) = A \exp (ikx) + B \exp (-ikx)$$

i primijenimo granične uvjete:

$$u(x) = 0 \text{ kod } x = 0 \text{ i } x = L.$$

Tada je $u(x=0) = A + B = 0$ ili $A = -B$ te je:

$$u(x) = A (\exp (ikx) - \exp (-ikx)) = 2i A \sin kx \quad (C1)$$

$$u(x) = C \sin kx .$$

Granični uvjeti kod $x = L$ daju:

$$u(x=L) = C \sin kL = 0.$$

Budući da C ne može biti jednako nuli jer tada ne bi postojala valna funkcija, stoga slijedi da je:

$$\sin kL = 0 \text{ ili } kL = n \pi \text{ gdje je } n \text{ cijeli broj odnosno:}$$

$$k = \frac{n \pi}{L} \quad (C2)$$

a količina gibanja:

$$p = \hbar k = \frac{n \pi \hbar}{L} . \quad (C3)$$

Relacija (C3) daje moguće vrijednosti količine gibanja. Primijeni li se relacija (C2) na rješenje (C1), dobiva se:

$$u(x) = C \sin n \pi \frac{x}{L} . \quad (C4)$$

Iz relacije (C2) slijedi:

$$\frac{\sqrt{2 m E}}{\hbar} = \frac{n \pi}{L}$$

odnosno

$$E = n^2 \frac{1}{2 m} \left(\frac{\pi \hbar}{L} \right)^2 \quad (C5)$$

ili

$$E = n^2 \frac{h^2}{8 m L^2} .$$

Slična razmatranja mogu se provesti za trodimenzionalnu potencijalnu jamu. Za valnu funkciju dobiva se izraz:

$$u(x,y,z) = C \sin \frac{n_x \pi}{L_x} x \sin \frac{n_y \pi}{L_y} y \sin \frac{n_z \pi}{L_z} z$$

a za energiju:

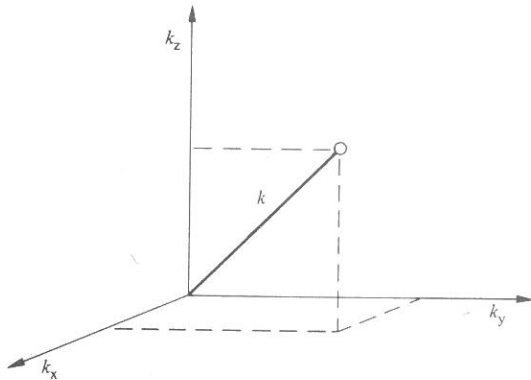
$$E = \frac{\hbar^2}{8m} \left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2} \right)$$

odnosno

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 \quad (C6)$$

gdje su L_x, L_y, L_z dimenzije potencijalne jame, n_x, n_y, n_z cijeli brojevi, a k_x, k_y, k_z komponente valnog vektora:

$$k_x = \frac{n_x \pi}{L_x}, \quad k_y = \frac{n_y \pi}{L_y}, \quad k_z = \frac{n_z \pi}{L_z}. \quad (C7)$$



Slika C.2. "k" prostor

Uvjeti kvantizacije (C7) vode k nekoj točki (sl. C.2) u "k" prostoru (koja određuje stanje čestice) za svaki mogući niz vrijednosti: n_x, n_y, n_z (odnosno k_x, k_y, k_z).

Sva stanja danih k_x, k_y, k_z , s energijom manjom ili jednakom nekoj energiji E leže unutar oktanta sfere u "k" prostoru polumjera:

$$k = \frac{1}{\hbar} (2mE)^{1/2}. \quad (C8)$$

Razmaci među sukcesivnim točkama u "k" prostoru (sl. C.2) jesu:

$$k_{x2} - k_{x1} = \frac{2\pi}{L_x} - \frac{\pi}{L_x} = \frac{\pi}{L_x}$$

analogno za y:

$$k_{y2} - k_{y1} = \frac{\pi}{L_y}$$

i z komponentu:

$$k_{z2} - k_{z1} = \frac{\pi}{L_z}$$

te je broj točaka u jedinici volumena “ k ” prostora jednak:

$$\frac{1}{\frac{\pi}{L_x} \frac{\pi}{L_y} \frac{\pi}{L_z}} = \frac{L_x L_y L_z}{\pi^3} = \frac{V}{\pi^3}. \quad (C9)$$

Broj točaka (stanja) unutar oktanta sfere dan je umnoškom broja točaka u jedinici volumena (C9) i volumena oktanta:

$$S = \frac{V}{\pi^3} \frac{1}{8} 4 \pi \frac{k^3}{3}$$

$$S = \frac{V}{2 \pi^2} \frac{k^3}{3}. \quad (C10)$$

Broj stanja u intervalu valnog vektora dk između (k i $k + dk$) jednak je

$$dS = \frac{V}{2 \pi^2} k^2 dk$$

a gustoća stanja:

$$g(k) = \frac{dS}{dk} = \frac{V}{2 \pi^2} k^2. \quad (C11)$$

Iz relacije (C10) uz (C8) dobiva se broj stanja s energijom E :

$$S = \frac{4 \pi V (2 m)^{3/2}}{3 h^3} E^{3/2}$$

a odatle gustoća stanja:

$$g(E) = \frac{dS}{dE} = \frac{4 \pi V (2 m^3)^{1/2}}{h^3} E^{1/2}. \quad (C12)$$

D. EFEKTIVNA MASA ELEKTRONA

Promotrimo slučaj kada je na kristal primijenjeno električno polje jakosti $\mathcal{E}$. Ako to polje djeluje na elektron tijekom vremena dt , energija elektrona će se promijeniti za dE :

$$dE = e \mathcal{E} v dt \quad (D1)$$

gdje je v brzina gibanja elektrona (grupna brzina):

$$v = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk}. \quad (D2)$$

Iz relacija (D1) i (D2) slijedi:

$$dE = e \mathcal{E} \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} dt$$

a odatle se dobiva za promjenu valnog vektora:

$$\frac{dk}{dt} = \frac{e \mathcal{E}}{\hbar} \quad (D3)$$

Akceleracija elektrona može se izračunati iz relacije (D2):

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt} \left(\frac{dE}{dk} \right) = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2E}{dk^2} \frac{dk}{dt}$$

ili uz relaciju (D3):

$$a = \frac{e \mathcal{E}}{\hbar^2} \frac{d^2E}{dk^2}$$

Iz usporedbe ove akceleracije s akceleracijom slobodnog elektrona mase m :

$$a = \frac{e \mathcal{E}}{m}$$

slijedi da se elektron ponaša kao da ima efektivnu masu m^* jednaku:

$$m^* = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2E}{dk^2}} \quad (D4)$$

Pogodno je uvesti faktor:

$$f_k = \frac{m}{m^*} = \frac{m}{\hbar^2} \frac{d^2E}{dk^2} \quad (D5)$$

koji je mjera stupnjeva "slobode" elektrona u k stanju. Kada je $f_k = 1$ elektron se ponaša kao slobodni elektron.

E. SUNČEVO ZRAČENJE KAO TOK FOTONA

Pri razmatranju emisije i apsorpcije zračenja (elektromagnetskih valova) i njihovog međudjelovanja s atomima u materijalu, potrebno je uzeti u obzir korpuskularnu prirodu zračenja i zračenje promatrati kao snop čestica, tzv. fotona. Tako npr. za proračun fotostruje sunčane ćelije potrebno je poznavati tok fotona koji upadaju na ćeliju. Fotoni su čestice bez naboja koje se gibaju brzinom svjetlosti c . Masa mirovanja im je nula, dok im je relativistička masa $m = E/c^2$. Energija fotona prikazana je Einsteinovom relacijom:

$$E = h \nu = h \frac{c}{\lambda} \quad (E1)$$

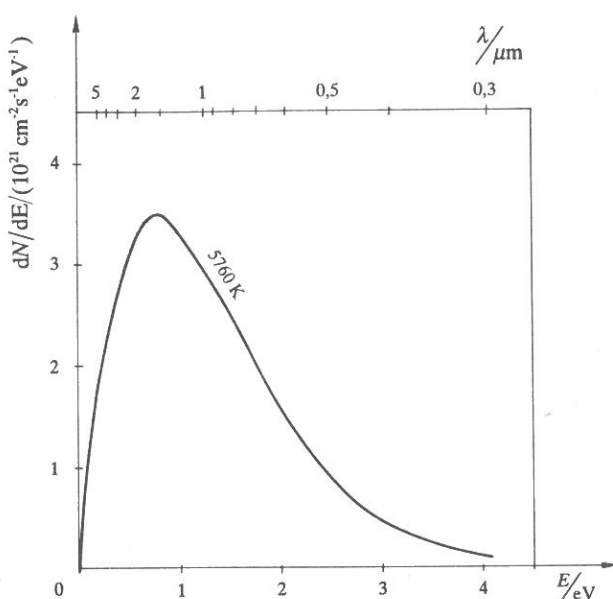
gdje je Planckova konstanta $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ J s, λ valna duljina i ν frekvencija promatranog elektromagnetskog zračenja. Energija fotona raste, dakle, s frekvencijom, a opada s valnom duljinom.

Omjer broja fotona energije između E i $E+dE$, sa ploštinom površine na koju upadaju i vremena označimo sa

$$N_E dE = \frac{dN}{dE} dE.$$

To je gustoća toka fotona u promatranom energijskom intervalu, dok je N_E gustoća toka fotona u jediničnom energijskom intervalu.

Funkciju $N_E(E)$ nazivamo energijska raspodjela gustoće toka fotona i iskazuje se u jedinicama $m^{-2} s^{-1} eV^{-1}$, ako se energija fotona iskaže u elektronvoltima. Takva raspodjela za zračenje koje emitira crno tijelo ugrijano na temperaturu 5 760 K (dakle, približno i za Sunčev spektar AM 0) prikazana je na slici E.1.



Slika E.1. Energijska raspodjela gustoće toka fotona

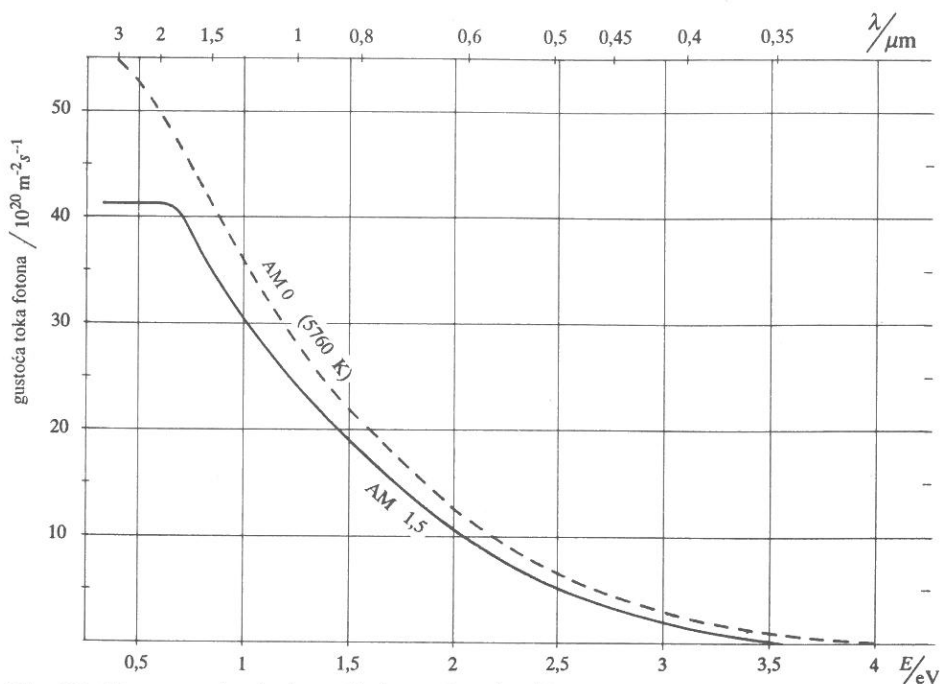
Ukupna gustoća toka fotona odgovara ploštini ispod te krivulje:

$$N = \int_0^{\infty} N_E dE. \quad (E2)$$

Međutim, u primjeni važnije je poznavati ukupnu gustoću toka fotona čija je energija veća od neke zadane energije E' :

$$N(E') = \int_{E'}^{\infty} N_E dE \quad (E3)$$

Takav integral kao funkcija donje granice integracije prikazan je na slici E.2. za AM 0 i AM 1,5 spektar. U tablici E.1. naveden je srednji tok fotona (izražen u $cm^{-2} s^{-1}$ u naznačenom intervalu valnih duljina AM 1,5 spektra.



Slika E.2. Ukupna gustoća toka fotona čija je energija veća od E

PRIMJER E.1.

Izračunajte gustoću toka fotona kojima je valna duljina od $0,545 \mu\text{m}$ do $0,555 \mu\text{m}$ u Sunčevu spektru AM 1,5. Spektralno ozračenje u tom dijelu spektra jest

$$E_{\lambda} = 1530 \text{ W m}^{-2} \mu\text{m}^{-1}.$$

Rješenje:

Srednja energija fotona u tom intervalu valnih duljina jest:

$$E_f = h \nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot 2,998 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}}{0,55 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 3,61 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Gustoća energijskog toka zračenja je u tom intervalu valnih duljina ($\Delta\lambda = 0,01 \mu\text{m}$)

$$E = 1530 \text{ W m}^{-2} \mu\text{m}^{-1} \cdot 0,01 \mu\text{m} = 15,3 \text{ W m}^{-2}$$

Omjer broja fotona sa plošinom površine na koju upadaju i vremena, tj. gustoća toka fotona omjer je gustoće energijskog toka i energije fotona:

$$N = \frac{E}{E_f} = \frac{15,3 \text{ W m}^{-2}}{3,61 \cdot 10^{-19} \text{ W s}} = 4,24 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}.$$

Rezultat se slaže s podatkom iz tablice E.1.

Tablica E.1. AM 0 i AM 1,5 SUNČEV SPEKTAR*

$\frac{\lambda}{\mu\text{m}}$	Energija fotona $\frac{E}{\text{eV}}$	AM 0 $\frac{E}{\text{W m}^{-2}}$	AM 1,5 $\frac{E}{\text{W m}^{-2}}$	AM 1,5 broj fotona N $10^{20} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$
0,3 ... 0,4	3,5	119	23	0,4
0,4 ... 0,5	2,76	190	116	2,63
0,5 ... 0,6	2,25	180	153	4,24
0,6 ... 0,7	1,91	153	148	4,84
0,7 ... 0,8	1,65	124	128	4,85
0,8 ... 0,9	1,46	103	101	4,32
0,9 ... 1,0	1,31	83	48	2,29
1,0 ... 1,1	1,18	68	60	3,18
1,1 ... 1,2	1,08	53	31	1,8
1,2 ... 1,3	0,99	44	43	2,7
1,3 ... 1,4	0,92	37	12	0,8
1,4 ... 1,5	0,86	31	5	3,6
1,5 ... 1,6	0,8	26	24	1,9
1,6 ... 1,7	0,75	23	24	2
1,7 ... 1,8	0,71	18	15	1,3
1,8 ... 1,9	0,67	14	4	0,37
1,9 ... 2,0	0,64	11	4	0,39
> 2,0	0,48	90	61	8
Zbroj		1 367	1 000	$49,6 \cdot 10^{20}$

F. MODELI SUNČANE ČELIJE

U analizi sunčane čelije primjenjuju se modeli koji mogu biti i složeni ako uključuju razne stupnjeve nelinearnosti zbog nejednolike raspodjele gustoće struje i gradijenta potencijala na površini poluvodiča. Budući da složeni modeli zahtijevaju i složeniji postupak računanja, često se radi s jednostavnijima, odnosno prikladnijima, pogotovo ako se analiza provodi primjenom elektroničkog računala.

Kriterij za odabir modela jest prije svega mogućnost simulacije stvarne strujno-naponske karakteristike, zatim mogućnost pouzdane procjene karakterističnih veličina u određenom temperaturnom području i rasponu razine ozračenja.

Idealni model osvijetljenog PN-spoja ne opisuje s dostatnom točnošću stvarnu U, I -karakteristiku sunčane čelije, jer ne sadrži ključne parametre kao što su linearni otpor metalnih priključaka, strujni gubici i slojni otpor poluvodiča. Slojni otpor (engl. sheet resistance) je parametar koji ovisi o koncentraciji primjesa, a određen je prosječnim iznosom električne provodnosti poluvodičkog sloja**.

*U tablici je naveden samo približan spektar AM 0 i AM 1,5 u relativno velikim intervalima valnih duljina (0,1 μm). Detaljniji i točniji podaci o tim spektrima mogu se naći npr. u M.P. Thekackara "Solar Radiation Measurement and Techniques and Instrumentation", Solar Energy 18(1976) 309 i Terrestrial Photovoltaic Measurement Procedures, Report ERDA/NASA/1022-77/16, June 1977.

**Više o slojnom otporu u knjizi: P. Biljanović *Mikroelektronika – integrirani elektronički sklopovi*, Školska knjiga, Zagreb 1987.

Nadomjesni sklop sunčane ćelije, koji upravo uključuje i navedene parametre, prikazuje slika 6.3. u 6. poglavlju. Opisan je analitičkim izrazom (6.7) kao polazištem za nekoliko tipova modela prikladnih za analizu primjenom računala. Modeli se međusobno razlikuju po načinu određivanja parametara (R_s , R_p , m) veličinama koje se mogu izmjeriti na samoj ćeliji ili odčitati iz priloženih (izmjerenih) U , I -karakteristika: I_{ks} , U_{ok} , U_m , I_m .

MODEL 1

Ako se u jednadžbi (6.7) zanemari član U/R_p i uvedu supstitucije $K_1 U_{ok} = mkT/e$, $K_2 I_{ks} = I_0$, $I_s = I_{ks}$, dobiva se izraz

$$I = I_{ks} - I_{ks} K_2 \left[\exp \left(\frac{U + I R_s}{K_1 U_{ok}} \right) - 1 \right] \quad (F1)$$

Nepoznate veličine K_1 , K_2 i R_s mogu se odrediti tako da se formira sustav od tri jednadžbe uvrštavanjem u (F1) vrijednosti karakterističnih točaka na U , I -krivulji: $(0, I_{ks})$, $(U_{ok}, 0)$, (U_m, I_m) .

Množenjem lijeve i desne strane jednadžbe (F1) s naponom U dobiva se izraz za snagu sunčane ćelije:

$$P = U I_{ks} \left\{ 1 - K_2 \left[\exp \left(\frac{U + I R_s}{K_1 U_{ok}} \right) - 1 \right] \right\} \quad (F2)$$

Funkcija (F2) ima maksimum u točki (U_m, I_m) gdje je ispunjen uvjet $\frac{dP}{dU} = 0$. Deriviranjem (F2) po naponu U dobiva se:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dU} = I_{ks} \left\{ 1 - K_2 \left[\exp \left(\frac{U_m + I_m R_s}{K_1 U_{ok}} \right) - 1 \right] \right\} - \\ - K_2 I_{ks} U_m \left[\exp \left(\frac{U_m + I_m R_s}{K_1 U_{ok}} \right) \right] \cdot \frac{1}{K_2 U_{ok}} \left(1 + R_s \frac{dI}{dU} \right) \end{aligned} \quad (F3)$$

gdje $\frac{dI}{dU}$ određeno iz (F1) u točki maksimalne snage iznosi:

$$\frac{dI}{dU} = \frac{-\frac{K_2 I_{ks}}{K_1 U_{ok}} \exp \left(\frac{U_m + I_m R_s}{K_1 U_{ok}} \right)}{1 + \frac{R_s K_2 I_{ks}}{K_1 U_{ok}} \exp \left(\frac{U_m + I_m R_s}{K_1 U_{ok}} \right)} \quad (F4)$$

Nadalje, koristeći rubni uvjet $I = 0$, $U = U_{ok}$, iz (F1) dobiva se relacija $K_1 = f(K_2)$:

$$K_1 = \left[\ln \left(\frac{1}{K_2} + 1 \right) \right]^{-1} \quad (F5)$$

Supstitucijom (F5) u (F1) u točki $I = I_m$, $U = U_m$, dobiva se:

$$U_m = U_{ok} \frac{\ln \left(\frac{1}{K_2} + 1 - \frac{I_m}{K_2 I_{ks}} \right)}{\ln \left(\frac{1}{K_2} + 1 \right)} - I_m R_s \quad (F6)$$

Konačno, kombinacijom izvedenih izraza (F3), (F4), (F5), (F6) dobiva se nelinearna algebarska jednadžba:

$$\frac{I_m}{I_{ks}} = \frac{\left(\frac{U_m}{U_{ok}} \right) \ln \left(\frac{1}{K_2} + 1 \right)}{\frac{1}{1 + K_2 - \frac{I_m}{I_{ks}}} - \frac{I_{ks}}{I_m} \left[\frac{U_m}{U_{ok}} \ln \left(\frac{1}{K_2} + 1 \right) - \ln \left(\frac{1}{K_2} + 1 - \frac{I_m}{K_2 I_{ks}} \right) \right]}. \quad (F7)$$

Sljedeći korak je rješavanje dobivene jednadžbe. U tu svrhu se koriste različite numeričke metode, kao što je npr. Newton-Raphsonov iteracijski postupak*. Funkcija (F7) ima više od jednog korijena, a odabire se ono rješenje za K_2 koje uvrštavanjem (F6) daje minimalnu vrijednost parametra R_s .

MODEL 2

$$I = K_6 - \exp (K_4 U^p - K_5) \quad (F8)$$

Ovaj model je razvijen empirijskim putem. Konstante K_4 , K_5 , K_6 i p su definirane jednadžbama:

$$p = \frac{\ln \left(\frac{C_5}{C_6} \right)}{\ln \left(\frac{U_m}{U_{ok}} \right)}$$

$$C_4 = \frac{C_6}{U_{ok}^p}$$

$$C_5 = \ln \frac{I_{ks} (1 + C_3) - I_m}{C_3 I_{ks}}$$

$$C_6 = \ln \frac{1 + C_3}{C_3}.$$

Za konstantu C_3 određena je empirijskim putem pogodna vrijednost iznosa 0,01175. U tom slučaju ostale konstante su u cijelosti definirane karakterističnim veličinama I_{ks} , U_{ok} , I_m , U_m .

$$C_5 = \ln \frac{1,01175 I_{ks} - I_m}{0,01175 I_{ks}}$$

*Više o toj metodi u knjizi: S. Turk i L. Budin *Analiza primjenom računala*, Školska knjiga, Zagreb 1978.

$$p = \frac{\ln \frac{C_5}{4,46}}{\ln \frac{U_m}{U_{ok}}}$$

$$C_4 = \frac{4,46}{U_{ok}^p}$$

$$C_6 = 4,45558 \approx 4,46 .$$

G. MATEMATIČKI MODELI AKUMULATORA

Pretvorba energije u olovnom akumulatoru je reverzibilan proces pražnjenja i punjenja pri kojemu nastaju promjene u sastavu aktivnog materijala na elektrodama (pojava polarizacije). Teško je izravnim mjerenjem dobiti cjelovitu informaciju o kemijskoj reakciji na elektrodama. Stoga su opravdana nastojanja istraživača u smjeru razvoja prikladnog analitičkog modela matematičkim putem za analizu primjenom računala. U stručnoj literaturi je predloženo nekoliko rješenja. Osvrnut ćemo se na samo jedno od njih.

Shepherdov model. Model koji je predložio Shepherd temelji se na sljedećim pretpostavkama:

1. Anoda i katoda su od istog poroznog aktivnog materijala.
2. Elektrode i elektrolit su homogeni.
3. Elektrode su međusobno paralelne.
4. Gustoća struje jednoliko je raspoređena po površini elektrode.
5. Udaljenost između elektroda je mala u usporedbi sa širinom elektrode, a stupac elektrolita iznad elektrode je mali u odnosu na visinu elektrode.
6. Temperatura je konstantna.
7. Unutrašnji otpor ćelija je konstantan.
8. Ćelija se prazni stalnom strujom.
9. Pad potencijala za vrijeme pražnjenja može se podijeliti na tri dijela: u početku pražnjenja, na unutrašnjem otporu i zbog polarizacije.
10. Polarizacija je linearna funkcija gustoće struje aktivnog materijala.

Pad napona zbog polarizacije iznosi:

$$E = E_0 - K i_a \quad (G1)$$

gdje je: E_0 stalni potencijal

K koeficijent polarizacije

i_a gustoća struje aktivnog materijala

Gustoća struje aktivnog materijala i_a , u svakom trenutku t tijekom izboja ćelije, definirana je sljedećim uvjetima:

1. U početku pražnjenja, ($t = 0$), i_a je jednaka gustoći prividne struje (engl. apparent current).
2. U bilo kojemu trenutku tijekom pražnjenja struja i_a je proporcionalna količini nepotrošene aktivnog materijala.

Iskazane pretpostavke mogu se sažeti u analitičkom obliku:

$$i_a = \left(\frac{Q}{Q - i t} \right) \quad (G2)$$

gdje je: Q kapacitet aktivnog materijala
 i prividna struja
 $i t$ količina naboja uzeta iz akumulatora
 t vrijeme pražnjenja.

Supstitucijom (G2) u (G1) dobiva se:

$$E = E_0 - K \left(\frac{Q}{Q - i t} \right) i \quad (G3)$$

gdje je iskazan pad potencijala kao posljedica linearne polarizacije. Njemu ćemo pribrojiti pad napona na unutrašnjem otporu ćelije $L i$:

$$E = E_0 - K \left(\frac{Q}{Q - i t} \right) i - L i \quad (G4)$$

gdje je L unutrašnji otpor po jedinici površine.

Pad napona u početku pražnjenja ćelije određen je empirijskim putem i iskazan je izrazom:

$$A \exp \left(- \frac{B i t}{Q} \right) \quad (G5)$$

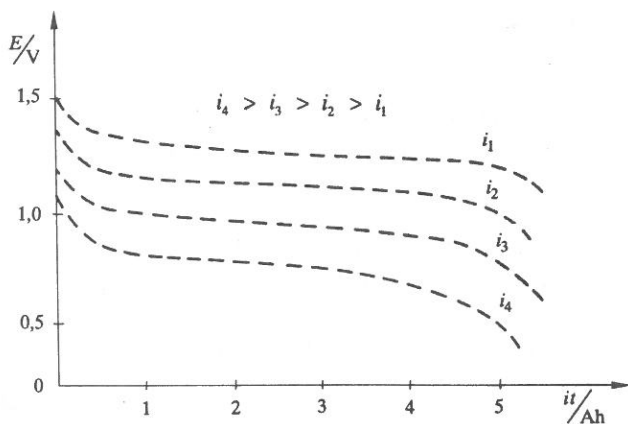
gdje su A i B konstante.

Kada se (G5) uključi u (G4) dobiva se

$$E = E_0 - K \left(\frac{Q}{Q - i t} \right) i - L i + A \exp \left(- \frac{B i t}{Q} \right) \quad (G6)$$

Konstante E_0 , K , Q , L , A i B mogu se odrediti tehnikom prilagodbe krivulje određene izrazom (G6) i izmjerenih vrijednosti.

Definiranjem konstanti (G6) može se koristiti kao analitički model za određivanje potencijala akumulatorske ćelije u bilo kojemu trenutku pražnjenja za različite gustoće struja. Na slici (G1) prikazano je nekoliko takvih karakteristika.

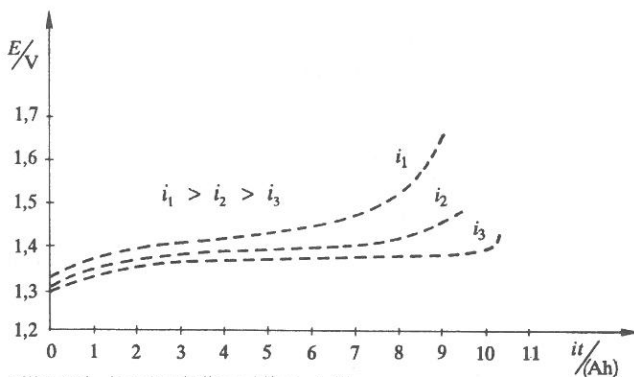


Slika G.1. Karakteristike pražnjenja ćelije

Jednadžbom (G6) prikazan je potencijal E akumulatora za vrijeme izbijanja strujom konstantne gustoće. Ona se također može koristiti za opis nabijanja akumulatora konstantnom strujom ako se prihvate navedeni uvjeti izbijanja. U tom slučaju je potrebno u (G6) zamijeniti predznake nekih članova te odrediti nove vrijednosti konstanti prilagodbe iz izmjerenih podataka nabijanja ćelije:

$$E = E_0 + K \left(\frac{Q}{Q - it} \right) i + L i - A \exp \left(- \frac{B i t}{Q} \right) \quad (G7)$$

Grafički prikaz jednadžbe (G7) je također familija karakteristika $E = f(i, t)$ različitih vrijednosti struje nabijanja ćelije (sl. G.2).



Slika G.2. Karakteristike nabijanja ćelije

H. FUNKCIJA KORISNOSTI

Koncepciju funkcije korisnosti uveli su A. Whillier i H.C. Hottel, poopćili B.Y.H. Liu i R.C. Jordan, a S.A. Klein i W.A. Beckman razvili u jednostavnu metodu pogodnu za proračun fotonaponskih sustava.

Prema definiciji, satne vrijednosti funkcije korisnosti Φ određene su ozračenosti koja je iznad kritične razine, $H_{\beta,c}$:

$$\Phi = \frac{1}{N} \sum \frac{(H_{\beta} - H_{\beta,c})^+}{\bar{H}_{\beta}} \quad (H1)$$

gdje je:

H_{β} satna ozračenost na nagnutu plohu

$H_{\beta,c}$ kritična razina ozračenosti

$\bar{H}_{\beta}$ mjesečna srednja satna ozračenost za određeni sat dana

N broj dana u mjesecu.

Znak "+" pokazuje da su razmatrane samo pozitivne vrijednosti.

Mjesečna prosječna vrijednost funkcije korisnosti Φ može se izračunati koristeći mjesečne prosječne dnevne ozračenosti $\bar{H}_{\beta}$ umjesto mjesečnih prosjeka satnih vrijednosti $\bar{H}'_{\beta}$.

$$\bar{\Phi} = \sum_{\text{dani}} \sum_{\text{sati}} \frac{(H_{\beta} - H_{\beta,c})^+}{\bar{H}_{\beta} N} \quad (H2)$$

gdje je $\bar{H}_{\beta}$ mjesečna prosječna dnevna ozračenost.

Mjesečne srednje dnevne vrijednosti funkcije korisnosti mogu se prikazati u ovisnosti o prosječnom mjesečnom indeksu prozračnosti $\bar{K}_T$, geometrijskom faktoru $\bar{R}/R_n$ i mjesečnom prosječnom kritičnom omjeru ozračenosti $\bar{X}_c$ (S.A. Klein, J.C. Mitchell):

$$\bar{\Phi} = \exp \left\{ \left[A + B \left(\frac{R_n}{\bar{R}} \right) \right] \left(\bar{X}_c + C \bar{X}_c^2 \right) \right\} \quad (\text{H3})$$

gdje je:

$$\begin{aligned} A &= a_1 + a_2 \bar{K}_T + a_3 \bar{K}_T^2 \\ B &= b_1 + b_2 \bar{K}_T + b_3 \bar{K}_T^2 \\ C &= c_1 + c_2 \bar{K}_T + c_3 \bar{K}_T^2 \end{aligned} \quad (\text{H4})$$

Koeficijenti a_i, b_i, c_i ($i=1,2,3$), su koeficijenti prilagodbe pretpostavljenog analitičkog izraza vrijednostima dobivenim na temelju mjernih podataka. Oni mogu poprimiti različite vrijednosti ovisno o zemljopisnom području za koje se računa funkcija korisnosti. U tu svrhu koriste se poznate numeričke metode (npr. Gaussova metoda najmanjih kvadrata), kao i postupci prilagođeni računalu za određivanje minimuma funkcije više varijabli (npr. postupak po Hookeu i Jeevesu)*.

$\bar{R}$ je omjer srednje dnevne ukupne ozračenosti na nagnutu i vodoravnu plohu, a R_n je omjer ozračenosti u podne na nagnutu i vodoravnu plohu za prosječni dan u mjesecu, a računa se pomoću izraza:

$$R_n = \left(1 - \frac{r_{d,n}}{r_n} \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} \right) R_{b,n} + \left(\frac{r_{d,n}}{r_n} \frac{\bar{H}_d}{\bar{H}} \right) \left(\frac{1 + \cos \beta}{2} \right) + \rho \left(\frac{1 - \cos \beta}{2} \right) \quad (\text{H5})$$

gdje je $\bar{H}$ mjesečna prosječna dnevna ozračenost horizontalne plohe, $\bar{H}_d$ mjesečna prosječna difuzna dnevna ozračenost horizontalne plohe, β kut nagiba panela prema horizontalnoj ravnini a ρ refleksijski faktor tla.

Omjer ukupne ozračenosti u podne i dnevne ukupne ozračenosti, r_n , može se izračunati iz relacije:

$$r_n = r_{d,n} [1,07 + 0,025 \sin (\omega_s - 60^\circ)] \quad (\text{H6})$$

gdje je $r_{d,n}$ omjer raspršene ozračenosti u podne i dnevne raspršene ozračenosti:

$$r_{d,n} = \frac{\pi}{24} \left[\frac{1 - \cos \omega_s}{\sin \omega_s - (\pi/180) \omega_s \cos \omega_s} \right] \quad (\text{H7})$$

a ω_s kut izlaza Sunca na horizontalnu plohu.

$R_{b,n}$ je omjer izravne ozračenosti u podne na kosu i vodoravnu plohu:

$$R_{b,n} = \frac{\cos (\varphi - \beta) \cos \delta + \sin (\varphi - \beta) \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta + \sin \varphi \sin \delta} \quad (\text{H8})$$

gdje je φ zemljopisna širina a δ deklinacija Sunca.

Mjesečna prosječna vrijednost omjera kritične ozračenosti $\bar{X}_c$ povezana je s kritičnom razinom ozračenosti $H_{\beta,c}$ izrazom:

$$\bar{X}_c = \frac{H_{\beta,c}}{r_n \bar{H} R_n} \quad (\text{H9})$$

*Više o tome u knjizi S. Turk i L. Budin: *Analiza primjenom računala*, Školska knjiga, Zagreb, 1978.

Kritična razina ozračenosti $H_{\beta,c}$ je po definiciji kritična razina ozračenosti pri kojoj je proizvedena električna energija iz fotonaponskog panela jednaka potrošnji:

$$H_{\beta,c} = \frac{E_p}{A_c \eta_c \bar{\eta} \tau} \quad (H10)$$

gdje je:

- E_p potrošnja
- A_c efektivna površina fotonaponskog panela
- η_c djelotvornost upravljačkog podsustava
- $\bar{\eta}$ mjesečna prosječna djelotvornost fotonaponskog panela
- τ prosječna transmitivnost pokrova panela

I. SVOJSTVA SILICIJA

atomski broj Z	14
relativna atomska masa m	28,08
konstanta rešetke d	0,543 nm
gustoća ρ	$2,33 \text{ g cm}^{-3}$
talište T_i	1413 °C
specifični toplinski kapacitet c_p	$0,75 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
koeficijent toplinske vodljivosti λ	$1,5 \text{ W cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$
linearni koeficijent toplinskog rastezanja α	$2,4 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
latentna toplina taljenja L_i	$50,7 \text{ kJ mol}^{-1}$
Youngov modul E	$1,9 \text{ GN m}^{-2}$
obujamni modul elastičnosti B	$0,77 \text{ GN m}^{-2}$
provodnost čistog silicija κ	$4,1 \cdot 10^{-4} \text{ S m}^{-1}$
relativna dielektričnost ϵ_r	11,6
energijski procjep zabranjenog područja E_g	1,12 eV
efektivna gustoća stanja elektrona u vodljivoj vrpici N_c	$2,8 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$
efektivna gustoća stanja šupljina u valentnoj vrpici N_v	$1,04 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$
intrinzična koncentracija nosilaca n_i	$1,45 \cdot 10^{16} \text{ m}^{-3}$
intrinzična elektronska pokretljivost μ_e	$0,135 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$
intrinzična šupljinska pokretljivost μ_h	$0,048 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$
koeficijent difuzije elektrona D_e	$0,02586 \mu\text{e}$
koeficijent difuzije šupljina D_h	$0,02586 \mu\text{h}$
donorska energija ionizacije (arsen) $E_c - E_d$	0,05 eV
akceptorska energija ionizacije (bor) $E_a - E_v$	0,045 eV
indeks loma ($\lambda = 545 \text{ nm}$) $n' = n + i k$	$4,09 + 0,03 i$

J. POLOŽAJ SUNCA. FAKTORI R_b' i $\bar{R}_b$ za $\beta = \varphi$

$\varphi = 42^\circ \text{ N}$					$\varphi = 46^\circ \text{ N}$			
Dan	Sat	α	ψ	R_b'	Sat	α	ψ	R_b'
17. I. $n=17$	12	27,05	0,00	2,05	12	23,05	0,00	2,39
	11	25,53	15,54	2,09	11	21,68	15,08	2,44
	10	21,21	30,06	2,24	10	17,73	29,36	2,66
	9	14,56	43,02	2,63	9	11,62	42,39	3,28
	8	6,18	54,44	4,34	8	3,85	54,15	6,96
	$Z = 9,31 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 2,44$	$Z = 8,89 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 2,89$
15. II. $n=46$	12	34,64	0,00	1,71	12	30,64	0,00	1,91
	11	32,94	17,46	1,73	11	29,11	16,75	1,93
	10	28,13	33,48	1,79	10	24,77	32,40	2,01
	9	20,89	47,42	1,93	9	18,16	46,39	2,21
	8	11,94	59,45	2,35	8	9,88	58,79	2,83
	7	1,89	70,10	7,76	7	0,50	70,02	29,1
	$Z = 10,35 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 1,91$	$Z = 10,1 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 2,17$
16. III. $n=75$	12	45,48	0,00	1,40	12	41,48	0,00	1,51
	11	43,45	20,87	1,40	11	39,70	19,64	1,51
	10	37,85	39,24	1,41	10	34,71	37,42	1,52
	9	29,71	54,42	1,43	9	27,33	52,67	1,54
	8	19,99	67,02	1,46	8	18,39	65,75	1,58
	7	9,37	77,97	1,59	7	8,51	77,35	1,75
	$Z = 11,7 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 1,43$	$Z = 11,65 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 1,55$
15. IV. $n=105$	12	57,32	0,00	1,17	12	53,32	0,00	1,23
	11	54,75	26,27	1,17	11	51,13	24,02	1,22
	10	48,02	47,54	1,15	10	45,24	44,49	1,20
	9	38,82	63,59	1,11	9	36,95	60,83	1,16
	8	28,36	76,20	1,04	8	27,34	74,16	1,07
	7	17,35	86,96	0,86	7	17,09	85,72	0,87
	6	6,22	96,95	0,00	6	6,69	96,50	
	$Z = 13,13 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 1,08$	$Z = 13,3 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 1,12$
15. V. $n=135$	12	66,72	0,00	1,0	12	62,72	0,00	1,07
	11	63,46	33,27	1,0	11	60,04	29,40	1,06
	10	55,52	56,77	1,00	10	53,19	52,22	1,02
	9	45,44	72,62	0,94	9	44,12	68,87	0,96
	8	34,52	84,55	0,84	8	34,05	81,84	0,85
	7	23,39	85,34	0,62	7	23,65	87,08	0,61
	6	12,40	104,74	0,00	6	13,35	105,25	0,00
	5	1,87	113,75		5	3,48	113,58	
	$Z = 14,37 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 0,88$	$Z = 14,74$			$\bar{R}_b = 0,89$

$\varphi = 42^{\circ} \text{ N}$					$\varphi = 46^{\circ} \text{ N}$			
Dan	Sat	α	ψ	R_b'	Sat	α	ψ	R_b'
11. VI. $n = 162$	12	71,06	0,00	0,97	12	67,06	0,00	1,00
	11	67,31	38,12	0,96	11	64,05	32,97	0,99
	10	58,68	62,25	0,93	10	56,65	56,80	0,95
	9	48,21	77,50	0,87	9	47,20	73,25	0,89
	8	37,16	88,80	0,76	8	36,97	85,78	0,76
	7	26,05	81,56	0,54	7	26,57	83,53	0,53
	6	15,20	107,16	0,00	6	16,37	106,48	0
	5	4,89	116,88		5	6,68	116,52	
$Z = 15,01 \text{ h}$				$\bar{R}_b = 0,80$	$Z = 15,49 \text{ h}$ $\bar{R}_b = 0,8$			
17. VII. $n = 198$	12	69,24	0,00	1,00	12	65,24	0,00	1,03
	11	65,71	35,91	0,99	11	62,38	31,35	1,02
	10	57,38	59,83	0,96	10	55,22	54,78	0,98
	9	47,07	75,39	0,90	9	45,93	71,35	0,92
	8	36,07	86,98	0,79	8	35,76	84,09	0,80
	7	24,94	83,17	0,57	7	25,35	85,04	0,56
	6	14,03	106,10		6	15,11	105,11	0,00
	5	3,62	115,56		5	5,34	115,28	0,00
$Z = 14,73 \text{ h}$				$\bar{R}_b = 0,84$	$Z = 15,17 \text{ h}$ $\bar{R}_b = 0,84$			
16. VIII. $n = 228$	12	61,57	0,00	1,11	12	57,57	0,00	1,15
	11	58,74	29,00	1,10	11	55,19	26,15	1,14
	10	51,50	51,33	1,08	10	48,90	47,68	1,12
	9	41,90	67,44	1,03	9	40,26	64,26	1,06
	8	31,21	79,84	0,94	8	30,43	77,50	0,96
	7	20,12	89,63	0,73	7	20,09	88,90	0,73
	6	9,03	100,17	0,00	6	9,72	99,52	0,00
	$Z = 13,67 \text{ h}$				$\bar{R}_b = 0,99$	$Z = 13,93 \text{ h}$ $\bar{R}_b = 1,01$		
15. IX. $n = 258$	12	50,37	0,00	1,30	12	46,37	0,00	1,38
	11	48,14	22,80	1,30	11	44,44	21,23	1,38
	10	42,12	42,34	1,29	10	39,11	40,08	1,37
	9	33,55	57,97	1,28	9	31,36	55,83	1,36
	8	23,51	70,67	1,25	8	22,13	69,08	1,33
	7	12,70	81,61	1,18	7	12,08	80,74	1,24
	6	1,58	88,24	0,00	6	1,70	88,36	0,00
	$Z = 12,28 \text{ h}$				$\bar{R}_b = 1,27$	$Z = 12,33 \text{ h}$ $\bar{R}_b = 1,35$		

$\varphi = 42^\circ \text{ N}$					$\varphi = 46^\circ \text{ N}$			
Dan	Sat	α	ψ	R_b'	Sat	α	ψ	R_b'
16. X. $n = 289$	12	38,18	0,00	1,59	12	34,18	0,00	1,75
	11	36,38	18,47	1,60	11	32,58	17,62	1,77
	10	31,33	35,22	1,64	10	28,04	33,93	1,82
	9	23,81	49,60	1,73	9	21,18	48,35	1,93
	8	14,59	61,86	1,96	8	12,68	61,01	2,24
	7	4,32	72,65	3,38	7	3,12	72,40	4,68
	$Z = 10,81 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 1,73$	$Z = 10,62 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 1,93$
14. XI. $n = 319$	12	28,95	0,00	1,95	12	24,95	0,00	2,24
	11	27,39	15,99	1,98	11	23,54	15,48	2,29
	10	22,95	30,88	2,10	10	19,50	30,09	2,45
	9	16,16	44,10	2,40	9	13,27	43,37	2,91
	8	7,63	55,68	3,56	8	5,37	55,30	5,05
	$Z = 9,59 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 2,28$	$Z = 9,21 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 2,67$
11. XII. $n = 345$	12	24,91	0,00	2,18	12	20,91	0,00	2,58
	11	23,45	15,04	2,23	11	19,58	14,64	2,65
	10	19,24	29,15	2,42	10	15,74	28,55	2,94
	9	12,77	41,83	2,94	9	9,77	41,30	3,83
	8	4,55	53,05	5,79	8	2,14	52,86	12,30
	$Z = 8,99 \text{ h}$			$\bar{R}_b = 2,64$	$Z = 8,51$			$\bar{R}_b = 3,18$

K. TABLICA UPOTRIJEBLJENIH ZNAKOVA, FIZIKALNIH VELIČINA I ZNAKOVA NJIHOVIH JEDINICA

Znak	Naziv veličine	Znak jedinice
A	površina	m^2
A	amplituda valne funkcije	
A_c	površina fotonaponskog panela	m^2
a	akceleracija	m/s^2
a	razmak između dva susjedna bedema u Krönig-Penneyevu modelu	m
B	broj različitih načina raspodjele čestica	
B	obujmni modul elastičnosti	N/m^2
b	širina potencijalnog bedema	m
C	amplituda vala	
c	brzina svjetlosti	m/s
c_p	specifični toplinski kapacitet	$J/(kg\ K)$
D_c	difuzijska konstanta elektrona	m^2/s
D_h	difuzijska konstanta šupljina	m^2/s
d	debljina sloja	m
d	konstanta kristalne rešetke	m
E	energija	J
E	ukupno sunčano ozračenje (globalna solarna iradijancija) horizontalne plohe	W/m^2
$\mathcal{E}$	jakost električnog polja	V/m
E	Youngov modul	N/m^2
E_A	energija akceptorskih stanja	J, eV
E_a	višak energije u fotonaponskom sustavu s akumulatorom	J
$E_{b,iz}$	izlazna energija iz akumulatora	J
$E_{b,ul}$	ulazna energija u akumulator	J, eV
E_b	izravno sunčano ozračenje (direktna solarna iradijancija) horizontalne plohe	W/m^2
$E_{b,n}$	izravno sunčano ozračenje plohe okomite na upadno zračenje	W/m^2
$E_{b,\beta}$	izravno sunčano ozračenje nagnute plohe	W/m^2
E_c	energija dna vodljive vrpce	J, eV
$E_{c,iz}$	izlazna energija iz fotonaponskog panela	J
$E_{c,ul}$	ulazna energija u fotonaponski panel	J
E_D	energija donorskih stanja	J, eV
E_d	raspršeno sunčano ozračenje (difuzna solarna iradijancija) horizontalne plohe	W/m^2
$E_{d,\beta}$	raspršeno sunčano ozračenje nagnute plohe	W/m^2
E_F	Fermijeva energija	J, eV
E_G	energija gubitaka u akumulatoru	J
E_g	energijska širina zabranjene vrpce poluvodiča	J, eV
E_i	energija i-tog stanja elektrona	J, eV
E_{oh}	ekstraterestičko ozračenje (iradijancija) horizontalne plohe	W/m^2
E_o	višak energije u fotonaponskom sustavu bez akumulatora	J
$\bar{E}_o$	sunčana (solarna) konstanta	W/m^2
$E_{o,n}$	ekstraterestičko ozračenje plohe okomite na smjer sunčanih zraka	W/m^2
E_p	energija trošila	J
E_r	ozračenje horizontalne plohe odbijenim zračenjem	W/m^2
$E_{r,\beta}$	ozračenje nagnute plohe odbijenim zračenjem	W/m^2
E_T	energija trošila (potrošnja)	J
E_U	energija iz konvencionalnog izvora koju nadomješta fotonaponski sustav	J

Znak	Naziv veličine	Znak jedinice
E_v	energija vrha valentne vrpce	J, eV
E_β	ukupno sunčano ozračenje (globalna solarna iradijacija) nagnute plohe	J
e	elementarni naboj	C
F	faktor punjenja sunčane ćelije	
$g(E)$	gustoća stanja "slobodnih" (vodljivih) elektrona	1/eV
H	ukupna sunčana ozračenost (globalna solarna iradijacija) horizontalne plohe	J/m ²
H_b	izravna sunčana ozračenost (direktna solarna iradijacija) horizontalne plohe	J/m ²
$H_{b,\beta}$	izravna sunčana ozračenost nagnute plohe	J/m ²
H_d	raspršena sunčana ozračenost (difuzna solarna iradijacija) horizontalne plohe ili ozračenost horizontalne plohe raspršenim sunčanim zračenjem	J/m ²
$H_{d,\beta}$	raspršena sunčana ozračenost nagnute plohe	J/m ²
H_o	ekstraterestička ozračenost horizontalne plohe	J/m ²
H_r	sunčana ozračenost horizontalne plohe odbijenim zračenjem (reflektirana solarna iradijacija)	J/m ²
$H_{r,\beta}$	sunčana ozračenost nagnute plohe odbijenim zračenjem	J/m ²
H_β	ukupna sunčana ozračenost (globalna solarna iradijacija) nagnute plohe	J/m ²
$H_{\beta,c}$	kritična ozračenost	
$H_{\beta,op}$	optimalna ukupna ozračenost nagnute plohe	J/m ²
h	Planckova konstanta	J s
h_c	koeficijent konvekcije	W/(m ² K)
h_r	koeficijent prijenosa topline zračenjem	W/(m ² K)
$\hbar$	reducirana Planckova konstanta	J s
I	jakost struje	A
I_d	struja diode	A
I_{ks}	struja kratkog spoja	A
I_m	jakost struje u točki maksimalne snage fotonaponskog panela	A
I_o	struja zasićenja	A
I_s	fotostruja sunčane ćelije	A
J	gustoća struje	A/m ²
J_o	gustoća struje zasićenja	A/m ²
K_T	indeks prozračnosti	
K_d	udio raspršene ozračenosti u ukupnoj	
k	Boltzmannova konstanta	J/K
k	valni broj	1/m
k	koeficijent toplinskih gubitaka	W/(m ² K)
L	širina potencijalne jame	m
L	duljina kristala	m
L_c	difuzijska duljina elektrona (difuzijska duljina manjinskih nosilaca naboja u P-području)	m
L_h	difuzijska duljina šupljina (difuzijska duljina manjinskih nosilaca naboja u N-području)	m
L_t	latentna toplina taljenja	J/kg
M	molna masa	kg/mol
m	masa elektrona	kg
m	optička "masa" zraka	
m_e^*	efektivna masa elektrona	s ² /m ²
m_h^*	efektivna masa šupljine	s ² /m ²
N	ukupni broj "slobodnih" (vodljivih) elektrona metala	

Znak	Naziv veličine	Znak jedinice
N	broj fotona	
N	broj dana u mjesecu	
N_A	Avogadrov broj	1/mol
N_a	broj atoma	
N_c	efektivna gustoća stanja elektrona u vodljivoj vrpci	$1/\text{m}^3$
N_E	gustoća toka fotona u jediničnom energijskom intervalu	$1/(\text{m}^2 \text{s eV})$
N_e	broj elektrona u vodljivoj vrpci	
N_{ef}	efektivni broj "slobodnih" (vodljivih) elektrona	
N_h	broj šupljina u vodljivoj vrpci	
N_i	broj čestica u stanju energije E_i	
N_p	broj paralelno spojenih sunčanih ćelija	
N_s	broj serijski spojenih sunčanih ćelija	
N_u	ukupni broj ćelija fotonaponskog panela	
N_v	efektivna gustoća stanja šupljina u valentnoj vrpci	$1/\text{m}^3$
n	indeks loma	
n	cijeli broj	
n	redni broj dana u godini (brojen od 1. siječnja)	
n	koncentracija elektrona u vodljivoj vrpci kristala	$1/\text{m}^3$
n_A	koncentracija atoma akceptora	$1/\text{m}^3$
n_A^-	koncentracija akceptorskih iona	$1/\text{m}^3$
n_D	koncentracija atoma donora	$1/\text{m}^3$
n_D^+	koncentracija donorskih iona	$1/\text{m}^3$
n_i	intrinzična koncentracija	$1/\text{m}^3$
P	snaga	W
P	mjerna "površina" potencijalnoga bedema	
P_c	izlazna snaga sunčane ćelije	W
P_c	toplinska snaga prijenosa konvekcijom	W
P_{FD}	Fermi-Diracova funkcija raspodjele	
P_m	maksimalna izlazna snaga sunčane ćelije (panela)	W
P_r	toplinska snaga prijenosa zračenjem	W
p	količina gibanja	kg m/s
p	koncentracija šupljina u valentnoj vrpci kristala	$1/\text{m}^3$
R	električni otpor	Ω
$\bar{R}$	omjer srednje dnevne ukupne ozračenosti nagnute i horizontalne plohe za pojedini mjesec	
$\bar{R}/R_n$	geometrijski faktor	
$R_{b,n}$	omjer izravne ozračenosti u podne na nagnutu i vodoravnu plohu	
$\bar{R}_b$	omjer srednje dnevne izravne ozračenosti nagnute i horizontalne plohe za pojedini mjesec	
R_b'	omjer izravnog ozračenja na južnu plohu nagnutu prema horizontali i izravnog ozračenja horizontalne plohe	
R_d	dinamički otpor poluvodičke diode	Ω
R_k	karakteristični otpor sunčane ćelije	Ω
R_p	paralelni otpor sunčane ćelije	Ω
R_s	serijski otpor sunčane ćelije	Ω
R_n	omjer ukupne ozračenosti u podne na nagnutu i horizontalnu plohu za prosječni dan u mjesecu	
$r_{d,n}$	omjer raspršene ozračenosti u podne i dnevne raspršene ozračenosti	

Znak	Naziv veličine	Znak jedinice
r_n	omjer ukupne ozračenosti u podne i dnevne raspršene ozračenosti	
S	broj kvantnih stanja elektrona	
$\bar{S}$	relativno trajanje sijanja Sunca ili omjer stvarne insolacije i trajanja sunčanog dana	
S_c	broj kvantnih stanja elektrona u vodljivoj vrpci	
S_h	broj kvantnih stanja šupljina u valentnoj vrpci	
SOC	stanje napunjenosti akumulatora	h
s	stvarno trajanje sijanja Sunca (insolacija)	K
T	apsolutna temperatura	K
T_l	temperatura tališta	K
T_z	temperatura okolnog zraka	s
t	vrijeme	h
t_{mj}	mjesno vrijeme	h
t_s	sunčano vrijeme	min
Δt_v	korekcijski član iz jednadžbe vremena	V
U	električki napon	J
U	potencijalna energija	V
U_B	napon akumulatorske baterije	V
U_c	napon sunčane ćelije (panela)	V
U_m	napon u točki maksimalne snage fotonaponskog panela (ćelije)	V
U_{ok}	napon otvorenog kruga fotonaponskog panela (elektromotorna sila)	V
u	valna funkcija	m^3
V	obujam	V
V	električki potencijal	V
V_o	visina električkog potencijala	m/s
v	brzina	h
Z	atomske broj elementa	
Z	trajanje sunčanog dana	J, eV
z	broj "slobodnih" (vodljivih) elektrona po atomu metala	°
W	izlazni rad metala	
X_C	kritična ozračenost (ili kritični omjer ozračenosti)	1/K
α	visina Sunca	°
α	koeficijent apsorpcije	°
α	linearni koeficijent toplinskog rastezanja	°
α_p	kut visine Sunca u Sunčevo podne	°
β	kut nagiba plohe (kolektora) prema horizontali	°
β_{opt}	optimalni kut nagiba kolektora	°
δ	kut deklinacije Sunca	m
δ	optička razlika putova	
ε	faktor emisije površine ili emisijski faktor (emitancija)	V
ε	elektromotorna sila	
ε	orbitalni ekscentricitet gibanja Zemlje oko Sunca	
ε_r	relativna dielektrična konstanta	
η	djelotvornost sunčane ćelije (panela)	
η_B	djelotvornost akumulatora	
η_c	djelotvornost upravljačkog podsustava	

Znak	Naziv veličine	Znak jedinice
ϑ_z	zenitna udaljenost ili zenitni kut Sunca	°
ϑ_β	kut upada Sunčevih zraka na nagnutu plohu	°
κ	električka provodnost	$1/\Omega \text{ m}$
κ_e	električka provodnost elektrona	$1/\Omega \text{ m}$
κ_h	električka provodnost šupljina	$1/\Omega \text{ m}$
λ	valna duljina	m
λ	koeficijent toplinske vodljivosti	$\text{W}/(\text{m K})$
λ	zemljopisna duljina	°
λ_g	granična valna duljina za stvaranja para elektron-šupljina	m
λ_{mj}	zemljopisna duljina mjesta	°
λ_{st}	zemljopisna duljina mjesta na referentnom meridijanu	°
ψ	Sunčev azimut	°
ψ	valna funkcija	
μ_e	pokretljivost elektrona	$\text{m}^2/\text{V s}$
μ_h	pokretljivost šupljina	$\text{m}^2/\text{V s}$
ν	frekvencija	Hz
ρ	gustoća tvari	kg/m^3
ρ	refleksijski faktor (albedo)	
ρ	faktor refleksije (reflektancija)	
ρ	otpornost materijala	$\Omega \text{ m}$
ρ_s	slojna otpornost materijala	Ω
σ	Stefan-Boltzmannova konstanta	$\text{W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$
τ	faktor transmisije (transmitancija)	
ϕ	valna funkcija	
Φ	funkcija korisnosti	
φ	zemljopisna širina	°
ω	kružna frekvencija	
ω	satni kut Sunca	°
ω_s	vremenski kut izlaska (zalaska) Sunca za horizontalnu plohu	°
ω'_s	vremenski kut zalaska Sunca za nagnutu plohu	°

LITERATURA

- Adler, R.B., A.C. Smith, R.L. Longini, *Introduction to Semiconductor Physics*, John Wiley Inc., New York, 1964.
- Akuffo, F.O., A. Brew-Hammond, *The Frequency of Daily Global Irradiation at Kumasi*, Solar Energy 50 (1993) 145-154
- Ångström, A., *Computation of Global Radiation from the Records of Sunshine Hours*, Arkiv Geophysik 3 (1956) 556-557
- Anderson, B., *Solar Energy*, McGraw-Hill, New York, 1977.
- ASHARE Standard 93-77, *Methods of Testing to Determinate the Thermal Performance of Solar Collectors*, ASHARE, New York, 1977.
- Arujo, G.L., *Devices and Optics for Photovoltaic Conversion*, Workshop on Materials Science and Physics of Non-Conventional Energy Sources, Trieste, 1989.
- Backus, C.E., *Solar Cells*, IEEE Press, New York, 1976.
- Backus, C.E., *Principles of Photovoltaic Conversion and Photovoltaic Technology Assessment*, Second International Symposium on Non-Conventional Energy, Trieste, 1981.
- Biljanović, P., *Mikroelektronika – integrirani elektronički sklopovi*, Školska knjiga, Zagreb, 1987.
- Bratanić, A., *Mjerenje sunčevog zračenja*, Sunčeva energija 3 (1980) 13
- Buldini, P.L., *Photovoltaic Power Systems Energy Storage*, Workshop on Materials Science and Physics of Non-Conventional Energy Sources, Trieste, 1989.
- Carroll, J.E., *Physical Models for Semiconductor Devices*, Edward Arnold, London, 1974.
- Cheremisinoff, P.N., T.C. Regino, *Principles and Applications of Solar Energy*, Ann Arbor Science Publ. Inc., Ann Arbor, 1978.
- Clark, D.R., S.A. Klein, W.A. Beckman, *A Method for Estimating the Performance of Photovoltaic Systems*, Solar Energy 33 (1984) 551-555
- Collares-Pereira, M., A. Rabl, *The Average Distribution of Solar Radiation – Correlations Between Diffuse and Hemispherical and Between Daily and Hourly Insolation Values*, Solar Energy 22 (1979) 155
- Davies, D.A., *Waves, Atoms and Solids*, Longman, London, 1978.
- Derrick, A., et al., *Photovoltaic*, James Science Publ., 1993.
- Dickinson, W.C., P.N. Cheremisinoff, *Solar Energy Technology Handbook*, M. Dekker, Inc., New York, 1980.
- Dixon, A.E., *Basic of Solar Cells*, First International Symposium on Non-Conventional Energy, Trieste, 1979.
- Dixon, A.E., J.D. Leslie, *Solar Energy Conversion*, Pergamon Press, New York, 1979.
- Duffie, J.A., W.A. Beckman, *Solar Energy Thermal Processes*, John Wiley and Sons, New York, 1974.
- Duffie, J.A., W.A. Beckman, *Solar Engineering of Thermal Processes*, John Wiley and Sons, New York, 1980.
- Evans, D.L., *Simplified Method of Predicting Photovoltaic Array Output*, Solar Energy 27 (1981) 555-560
- Fahrenbruch, A.L., R.H. Bube, *Fundamentals of Solar Cells*, Academic Press, New York, 1983.
- Fraser, D.A., *The Physics of Semiconductor Devices*, Clarendon Press, Oxford, 1977.
- Gordon, J.M., *Optimal Sizing of Stand-Alone Photovoltaic Solar Power Systems*, Solar Cells 20 (1987) 295-313
- Gopinathan, K.K., *Estimation of Hourly Global and Diffuse Solar Radiation from Hourly Sunshine Duration*, Solar Energy 48 (1992) 3-5
- Green, M.A., *Solar Cells*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1982.
- Green, M.A., *High Efficiency Silicon Solar Cells*, Trans Tech Publ., Switzerland-Germany-UK-USA, 1987.
- Hamakawa, Y. (Editor), *Amorphous Semiconductor Technologies and Devices*, Japan Annual Reviews in Electronics, Computers and Telecommunications, Vol. 22, North-Holland, Amsterdam, 1987.
- Hottel, H.C., A. Whillier, *Evaluation of Flat-Plate Solar Collector Performance*, Transaction of the Conference on the Use of Solar Energy: The Scientific Basis, II, Part I, Section A, pp. 74-104, (1955)
- Imamura, M., S.P. Helm, W. Palz, *Photovoltaic System Technology*, Stephens Associates, Felmersham, Bedford, UK, 1993.

- Jain, P.C., *A Model for Diffuse and Global Irradiation on Horizontal Surfaces*, Solar Energy 45 (1990) 301-308
- Jui Sheng Hsieh, *Solar Energy Engineering*, Prentice-Hall, London, 1986.
- Klein, S.A., *Calculation of Monthly Average Insolation on Tilted Surfaces*, Solar Energy 19 (1977) 325
- Klein, S.A., *Calculation of Flat-Plate Collector Utilizability*, Solar Energy 21 (1978) 393
- Kreider, J.F., F. Kreith, *Solar Energy Handbook*, McGraw-Hill, New York, 1981.
- Kreith, F., J.F. Kreider, *Principles of Solar Engineering*, McGraw-Hill, New York, 1978.
- Kulišić, P., *Korelacije između difuznog i globalnog zračenja*, Sunčeva energija 6 (1985) 7-10
- Kulišić, P., Jadranka Vuletin, I. Zulim, *The Simulation of Energy Flow through the Photovoltaic System*, Energy and the Environment into the 1990s (edited by A.A.M. Sayigh), Vol. 1, pp. 521-526, Pergamon Press, Reading, 1990.
- Kulišić, P., *Novi izvori energije, Sunčana energija i energija vjetra*, Školska knjiga, Zagreb, 1992.
- Liou, J.J., W.W. Wong, *Comparison and Optimization of the Performance of Si and GaAs Solar Cells*, Solar Energy Materials and Solar Cells 28 (1992) 9-28
- Liu, B.Y.H., R.C. Jordan, *The Interrelationship and Characteristic Distribution of Direct, Diffuse and Total Solar Radiation*, Solar Energy 4 (1960) 1
- Liu, B.Y.H., R.C. Jordan, *Daily Insolation on Surfaces Tilted toward the Equator*, ASHRAE Trans. (1962) 526
- Löf, G., et al., *World Distribution of Solar Radiation*, Report No 21, Solar Energy Lab., Unniversity of Wisconsin, July 1966.
- Luque, A., *Solar Cells and Optics for Photovoltaic Concentration*, Hilger, Bristol, 1989.
- Madan, A., *Some Physics of Amorphous Silicon and Its Applications to Solar Cells*, Workshop on Materials Science and Physics of Non-Conventional Energy Sources, Trieste, 1989.
- Maycock, P.D., E.N. Stirewalt, *Photovoltaic, sunlight in electricity in one step*, Brick House Publ. Co., Andover, 1981.
- McDaniels, D.K., *The Sun, Our Future Energy Source*, John Wiley and Sons, New York, 1979.
- McVeigh, J.C., *Sun Power*, Pergamon Press, Oxford, 1977.
- Meakin, J.D., *Polycrystalline Thin-Film Solar Cells*, Workshop on Materials Science and Physics of Non-Conventional Energy Sources, Trieste, 1985.
- Meinel, A.B., M.P. Meinel, *Applied Solar Energy*, Addison-Wesley Pub. Comp., New York, 1976.
- Messel, H., S.T. Butler, *Solar Energy*, Pergamon Press, Oxford, 1975.
- Neville, R.C., *Solar Energy Conversion, The Solar Cell*, Elsevier, Amsterdam, 1978.
- Ovshinsky, S.R., *Amorphous Photovoltaics - Introduction and Scientific Background*, Workshop on Material Science, Trieste, 1983.
- Page, J.K., *The Estimation of Monthly Mean Values of Daily Total Short-Wave Radiation on Vertical and Inclined Surfaces from Sunshine Record for Latitudes 40°N-40°S*, Proc. U.N. Conf., New Sources of Energy, Vol. 4 (1964) 378
- Penzar, Branka, *Klimatski podaci opservatorija Zagreb, Grič za razdoblje 19??-1967*, Geofizički zavod, Zagreb, 1970.
- Penzar, I., *Globalna radijacija u Zagrebu na temelju 10-godišnjeg mjerenja*, Radovi Geof. zavoda 2 (1959) 1-31
- Penzar, I., *Kakva je veza između globalnog zračenja i trajanja insolacije u Zagrebu*, Vjesnik HMS, Beograd, 3-4 (1963) 1-9
- Penzar, I., *Ovisnost direktne difuzne i globalne radijacije o ekstinkciji u atmosferi*, Zbornik meteoroloških i hidroloških radova 2 (1965) 2
- Penzar, I., *Dnevne količine eksteraterističke i prizemne radijacije pri povoljnim uvjetima u pojasu od 41° do 47°N*, rukopis, Zagreb, 1973.
- Penzar, I., *Aktinometrijski podaci potrebni za iskorištavanje sunčeve energije*, II. konferencija SITH o tehnološkom razvoju SRH, Poreč, 1977.
- Penzar, I., A. Bratanić, *Proračun dnevnog hoda sunčevog zračenja u Splitu na južnu kosu plohu*, Savjetovanje Primjena Sunčeve energije u turističkim objektima. Trogir, 1979.
- Penzar, I., Branka Penzar, *O mogućnostima trajanja sijanja Sunca u Splitu i Zagrebu*, Sunčeva energija 4 (1983) 63-67
- Penzar, I., *Metode za izračunavanje energije Sunčevog zračenja*, Sunčeva energija 6 (1985) 37-47.
- Perez, R., et al., *Experimental Evaluation of a Photovoltaic Simulation Program*, Solar Energy 52 (1994) 359-365
- Peršin, M., et al., *Formiranje i svojstva transparentnih vodljivih tankih slojeva kositar-oksida (SnO₂), koji se upotrebljavaju kod korištenja Sunčeve energije*, Sunčeva energija 7 (1986) 1-10
- Pulfrey, D.L., *Photovoltaic Power Generation*, Van Nostrand Reinhold Comp., New York, 1978.
- Roberts, S., *Solar Electricity*, Prentice-Hall, New York, 1991.
- Satyamurthy, V.V., P.K. Lahiri, *Estimation of Symetric and Asymetric Hourly Global and Diffuse Radiation from Daily Values*, Solar Energy 48 (1992) 7-14
- Sayigh, A.A.M., *Solar Energy Engineering*, Academic Press, New York, 1977.

- Sayigh, A.A.M., *Estimation of Total Radiation Intensity*, Fourth Course on Solar Energy Conversion, Trieste, 1977.
- Sayigh, A.A.M., *Solar Radiation and Its Measuring Equipment*, Sec. Int. Symp. on Non-Conv. Energy, Trieste, 1981.
- Selders, M., D. Bonnet, *Solazellen*, Physik in unserer Zeit 1 (1979)
- Shepherd, C.M., *Design of Primary and Secondary Cells*, Journal of the Electrochemical Society 112 (1965) 657-664
- Smith, R.A., *Semiconductors*, Cambridge University Press, London, 1977.
- Takahashi, K., M. Konagai, *Amorphous Silicon Solar Cells*, North Oxford Academic, Oxford, 1986.
- Turk, S., Budin, L., *Analiza primjenom računala*, Školska knjiga, Zagreb, 1978.
- Urli, N., *Solarne fotonaponske ćelije kao novi izvori električne energije*, Sunčeva energija 5 (1984) 1-13
- Van Overstraeten, R.J., R.P. Mertens, *Physics, Technology and Use of Photovoltaics*, Hilger, Bristol, 1986.
- Vuletin, Jadranka et al., *Procjena karakterističnih veličina fotonaponskog sistema*, Sunčana energija 8 (1987) 1-6
- Vuletin, Jadranka et al., *Proračun mjesečnih prosječnih vrijednosti funkcije korisnosti fotonaponskog sistema*, Sunčana energija 8 (1987) 77-79
- Vuletin, Jadranka et al., *Primjena funkcije korisnosti u procjenjivanju karakterističnih veličina fotonaponskog sustava*, Elektrotehnika 34 (1991) 135-136
- Vuletin, Jadranka et al., *An Approximate Expression for the Utilizability Function*, Technology and the Environment (edited by A.A.M. Sayigh), Vol. 5, pp. 2959-2963, Pergamon Press, Reading, 1992.
- Zulim, I., *Rezultati simulacije fotonaponskog sustava verificirani pomoću funkcije korisnosti*, Elektrotehnika 34 (1991) 137-143
- Zulim, I., Jadranka Vuletin, P. Kulišić, *Proračun djelotvornosti ćelije s amorfnim silicijem pri različitim radnim temperaturama*, Sunčeva energija 14 (1993) 1-4
- Warfield, G., *Solar Electronic Systems*, Hemisphere Publ. Comp., Washington, 1984.
- Wieder, S., *An Introduction to Solar Energy for Scientists and Engineers*, Wiley, New York, 1982.
- Wilson, J.I.B., *Solar Energy*, Wykeham, London, 1979.
- Yass, K., H.B. Curtis, *Low Cost Air Mass 2 Solar Simulator*, NASA TM X - 3059, 1973.
- *** *Commision for Instruments and Methods of Observation*, Abridged Report of the English Session, Mexico City 19-30.X.1981. - WMO No 520

KAZALO

A

akceptorska energetska razina, 46
akceptorske primjese, 46
aktinometrija, 22
akumulator, 100, 103, 104
 elektromotorna sila, 104
 I, U-karakteristika, 102
 kapacitet, 103
 matematički model, 128
 nikal-kadmijski, 104, 105
 nikal-željezni, 105
 olovni, 100
 punjenje i pražnjenje, 102
 regulator punjenja, 105
 stanje napunjenosti, 99, 101
 sulfatizacija, 101
albedo, 28
AM 0 zračenje, 22, 123-125
AM 1,5 zračenje, 22, 123-125
amorfne sunčane ćelije, 85-88
 izrada, 87
 stabilnost, 88
amorfni silicij, 85
Ångström–Pageova relacija, 25
antirefleksijski sloj, 82
a-Si:H, 87
autonomni fotonaponski sustavi, 91, 112-114

B

Blochov teorem, 39
Blochove funkcije, 39, 43
bloking dioda, 113
Brillouinove zone, 41

C

Colares, Pereirova i Rablova formula, 25
Czochralski, proces, 85
CdS/CdTe ćelija, 89
CdS/Cu₂S ćelija, 89

D

deklinacija Sunca, 12
difuzijska duljina, 57
difuzijska konstanta, 57
difuzna ozračenost, 26
dioda, 52, 54
 bloking, 113
 inverzna struja, 55, 56
 I, U-karakteristika, 54-56

poluvodička, 52, 54
probojni napon, 56
propusni smjer, 54
radna točka, 59, 60
struja zasićenja, 56, 58
u strujnom krugu, 59
zaporni smjer, 54, 56
djelotvornost baterije, 96
djelotvornost sunčane ćelije, 69
 teorijska granica, 80, 81
 utjecaj temperature, 73
dnevne ozračenosti, 19, 25
donorske primjese, 46
donorska energijska razina, 46

E

efektivna gustoća stanja, 47
efektivna masa
 elektrona, 42, 47, 121
 šupljina, 48
Einsteinova relacija, 57
ekstrateristička ozračenost (iradijacija), 19
ekstraterističko ozračenje (iradijancija), 18
ekstraterističko zračenje, 18
električna energija iz sunčane, 9
električna provodnost poluvodiča, 45
elektromotorna sila ćelije, 61, 63 (v. napon otvorenog kruga)
elektroni, 36
 difuzija, 57
 efektivna masa, 42, 47, 121
 energijska raspodjela, 36
 koncentracija, 38, 46, 56
 mjera stupnjeva slobode, 42
 pokretljivost, 57
elektronski plin, 33, 36
energija, Fermijeva, 36, 49, 116
energijska raspodjela elektrona, 36
energijska razina
 akceptorska, 46
 donorska, 46
 Fermijeva, 52
energijska širina zabranjene vrpce, 57
energijska vrpca, zabranjena, 34
energijske vrpce, 33, 34
energijski dijagram
 čistog poluvodiča, 45
 PN-spoja, 53
 poluvodiča, 47
energijski procjep poluvodiča, 80

F

- faktor
 - emisije, 78
 - punjenja ćelije, 67
 - R_b , 27, 133
 - R_b' , 27, 133
 - refleksije, 28, 82
 - transmisije, 82
- Fermi–Diracova
 - raspodjela, 115, 116
 - statistika, 115
- Fermijeva
 - energija, 36, 49, 116
 - energijska razina, 49
- fermioni, 115
- fotonaponska konverzija, 9, 61
- fotonaponski modul, 92
 - I , U -karakteristika, 110
 - izrada od amorfnog silicija, 85
 - parametri, 110
- fotonaponski izvor, 91
- fotonaponski panel, 90
 - vruće točke, 105
- fotonaponski sustav, 90
 - autonomni, 109, 112–114
 - koncentrirajući, 107
 - mali, 109, 111
 - model, 97, 98
 - parametri, 111
 - pod sustavi, 91, 92
 - primjeri, 109–111
 - proračun, 108
 - raspodjela energije, 96
 - simulacija energije, 97
 - u radio i telekomunikacijama, 111, 112
 - za rasvjetu, 112
 - veliki, 109
- fotoni, 122
 - energija, 122
 - raspodjela gustoće toka, 123
- fotostruja, 62
- Fresnelove leće, 107
- funkcija korisnosti, 99, 130, 131

G

- galij arsenid, 88
- GaAlAs | GaAs ćelija, 89
- GaAs ćelija, 89
- gustoća stanja, 36, 118
 - efektivna, 47
- gustoća toka fotona, 123
 - raspodjela, 123

H

- heliograf, 22
- heliostat, 10

I

- I , U -karakteristika
 - akumulatora, 102

- diode, 55
 - fotonaponskog sustava, 91
 - sunčane ćelije, 62
- indeks loma, 82, 83
 - antirefleksijskog sloja, 83
 - prozračnosti, 26
 - silicija, 82, 132
- insolacija, 22, 23, 25
- intrinsicna koncentracija naboja, 57
- inverzor, 110
- inverzna struja diode, 55, 56
- ionska veza, 32
- iradijacija, 19
- iradijancija, 18
- izolatori, 42

J

- jednadžba
 - vremena, 14
 - Schrödingerovala, 38, 117

K

- kadmij sulfid, 88
- kapacitet akumulatora, 99, 103
- karakteristični otpor ćelije, 63
- karakteristika
 - diode, 54
 - sunčane ćelije, 62
- koeficijent
 - konvekcije, 78
 - toplinskih gubitaka, 79
 - zračenja, 78
- kolektor
 - optimalna ozračenost, 31
 - optimalni nagib, 30
 - ozračenost, dnevna, 28
- koncentracija
 - akceptorskih (donorskih) iona, 49
 - elektrona, 38, 46, 56
 - naboja, intrinsicna, 57
 - šupljina, 46, 48, 56
- koncentrirajući fotonaponski sustavi, 107
- kontakti sunčane ćelije, 84
- konvekcija, 78
- kovalentna veza, 32, 44
- k prostor, 120
- kristal, 32
 - dijamanta, 32
 - silicija, 33, 85
- kristalna rešetka, 33
 - dijamanta, 32
 - germanija, 33, 45
 - jednodimenzionalna, 34
 - konstanta, 38
 - natrija, 33
 - natrijeva klorida, 32
 - silicija, 33, 44
- Krönig–Penneyev model, 38
 - potencijal, 38, 39
- kut izlaska i zalaska Sunca, 18
- kut visine Sunca, 16, 133

L

Liu, Jordan, Kleinova relacija, 26

M

maksimalna snaga ćelije, 67
manjinski nosioci naboja, 46, 56
metali, 32
metalna veza, 32
mjera stupnjeva slobode elektrona, 42, 122
mjesno vrijeme, 14
model
akumulatora, 98, 128-130
fotonaponskog sustava, 96, 97
Krönig-Penneyev, 38
panela, 98
Shepherdov, 128
Sommerfeldov, 36
sunčane ćelije, 125
Sunčevog zračenja, 97
trošila, 98
modul, v. fotonaponski modul
monokristalinični silicij, 85

N

N-tip poluvodiča, 45, 46, 53
napon otvorenog kruga ćelije, 63
utjecaj temperature, 72
naponski temperaturni ekvivalent, 57
nikal-kadmijski akumulator, 105
nikal-željezni akumulator, 105

O

optička masa zraka, 22
optička razlika putova, 83
optimalna ozračenost kolektora, 31
optimalni nagib kolektora, 30
osiromašeno (prijelazno) područje, 52
otpor
dinamički, 59
karakteristični, 63
paralelni, ćelije, 62, 65
serijski, ćelije, 62, 65
statički, 59
otpornost
materijala za ćelije, 84
slojna, 84
ozračenje (iradijancija), 18, 19
ekstraterestičko, 19
ozračenost (iradijacija, ekspozicija), 19
dnevna, kolektora, 28
ekstraterestička, 18, 19
horizontalne plohe, 23
nagnute plohe, 28
ozračenosti, dnevne i satne, 25

P

P-tip poluvodiča, 45, 46, 52
panel, 90
paralelni otpor ćelije, 62, 65

Paulijevo načelo, 115
piranometar, 23
PN-spoj, 52
energijski dijagram, 53
pokretljivost elektrona i šupljina, 45, 57
polikristalinične sunčane ćelije, 85
polikristalinični silicij, 85
poluvodiči, 42, 44, 45
čisti, 44
energijski dijagram, 45, 47, 52, 53
N-tip, 45, 46, 50, 52
P-tip, 45, 46, 50, 52
s primjesama, 45, 49, 53
poluvodička dioda, 52
potencijalna jama, 118
potencijalni bedem, 39
povijesni razvoj sunčanih ćelija, 9
prijelazno (osiromašeno) područje, 52
primjese, akceptorske i donorske, 46
proračun fotonaponskog sustava, 108

R

rad izlaza, 36
radna točka diode, 59, 60
raspršeno zračenje, procjena, 26
 R_b faktor, 27, 133
regulator punjenja akumulatora, 105
referentni meridijan, 14
refleksijski faktor, 28
relativno trajanje sijanja Sunca, 25

S

satne vrijednosti ozračenosti, 23, 25
satni kut Sunca, 16
Schrödingerova jednadžba, 38, 117
serijski otpor ćelije, 65
Shepherdov model, 128
silicij
amorfni, 85
monokristalinični, 84, 85
polikristalinični, 85
primjese, 46
svojstva, 132
silicijska sunčana ćelija, v. sunčana ćelija
simulacija
energije u fotonaponskom sustavu, 97
 I, U -karakteristike panela, 94-96
slobodna čestica, 117
slojna otpornost, 84
snaga
fotonaponskog sustava, 93
idealne ćelije, 67
maksimalna, ćelije, 67
realne ćelije, 67
solarna konstanta, 18
Sommerfeldov model, 36
spektar Sunca, 12, 19, 21
spektralna osjetljivost ćelije, 81
spektralni odziv ćelije, 81
stanje napunjenosti akumulatora, 94, 99, 101
statistika Fermi-Diracova, 115

Stefan-Boltzmannova konstanta, 78
 struja ćelije, 62
 struja kratkog spoja ćelije, 63
 utjecaj temperature, 72
 struja zasićenja
 ćelije, 66
 diode, 56-58
 strujanje (v. konvekcija), 78
 sulfatizacija, 101
 Sunce
 azimut, 17, 133
 kut izlaska (zalaska), 18
 kut visine, 133
 položaj, 133
 prividno gibanje, 12
 satni kut, 16
 spektar, 12, 21
 visina, 16
 zenitni kut, 17
 sunčana ćelija, 9, 10, 52, 61
 cijena, 10
 djelotvornost, 69, 80
 elektromotorna sila, 61, 63
 faktor punjenja, 67
 hlađenje, 78, 79
 I, U-karakteristika, 62
 izrada, 85
 karakteristični otpor, 63
 kontakti, 84
 krivulja snage, 71
 model, 125-127
 napon otvorenog kruga, 63
 napon pri maksimalnoj snazi, 68
 od amorfnog silicija, 85-88
 od galij-arsenida, 88
 od kadmij-sulfida, 88
 od monokristaliničnog silicija, 84, 85
 od polikristaliničnog silicija, 84, 85
 ovisnost o temperaturi, 72, 73
 paralelni otpor, 62, 65
 povijesni razvoj, 9
 radna temperatura, 78, 79
 serijski otpor, 62, 65
 silicijska, 61
 spektralna osjetljivost, 81
 spektralni odziv, 81
 struja, 62
 struja kratkog spoja, 63
 struja pri maksimalnoj snazi, 68
 struja zasićenja, 66
 temperaturna ovisnost parametara, 72-74
 zaporna struja, 66
 sunčane ćelije, serijski i paralelni spoj, 92
 sunčane elektrane
 s raspoređenim kolektorima, 10
 sa središnjim prijemnikom, 10
 sunčani
 dan, 18
 simulator, 63
 sunčano podne, 14
 sunčano vrijeme, 14
 Sunčevo zračenje, 11, 78, 97
 AM 0, 22, 123

AM 1, 22
 ekstrasolarno, 18
 izravno, 11, 21
 mjerenje, 22
 na nagnutu plohu, 27
 odbijeno, 12
 prizemno, 21, 25
 raspršeno, 11, 21, 26
 snaga, 12
 spektar, 12, 19, 21

Š

šupljine, 45
 efektivna masa, 48
 koncentracija, 46, 56
 pokretljivost, 57

T

tamna karakteristika (struja), 63
 temperatura
 radna, ćelije, 78, 79
 utjecaj na rad ćelije, 72, 73
 temperaturna ovisnost
 djelotvornosti ćelije, 74
 napona ćelije, 72, 74
 snage ćelije, 73
 struje kratkog spoja, 72, 74
 struje zasićenja, 72
 točka maksimalne snage, 93
 toplinski tok, 79
 trajanje sunčanog dana, 18
 trošilo i fotonaponski izvor, prilagodba, 93

V

vakancije, 33
 valentna energijska vrpca, 34
 valna funkcija, 117
 valni broj, 38
 van der Waalsova veza, 32
 visina Sunca, 16
 u podne, 14, 18
 vjerojatnost zaposjednuća stanja, 36
 vodiči, 42
 vodljiva energijska vrpca, 34
 vodljivi elektroni, 36
 vrijeme
 izlaska i zalaska Sunca, 15, 18
 jednadžba, 14
 mjesno, 14
 sunčano, 14
 vruće točke panela, 105, 106

Z

zabranjena energijska vrpca, 34
 energijska širina, 57
 ovisnost djelotvornosti ćelije, 80
 širina u poluvodičima, 80
 zaporna struja ćelije, 66 (v. struja zasićenja)
 zenitna udaljenost (zenitni kut) Sunca, 17, 22
 zračenje, 78