

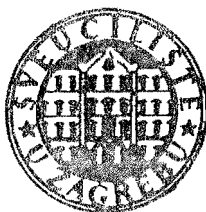
Vatroslav Lopašić

PREDAVANJA
IZ FIZIKE
ELEKTROMAGNETSKO POLJE

ŠKOLSKA KNJIGA - ZAGREB



UDŽBENICI SVEUČILIŠTA U ZAGREBU
MANUALIA UNIVERSITATIS STUDIORUM ZAGREBIENSIS



Urednik

dr. ŽELJKO MATUTINOVIĆ

Lektor

ANTUN ČESKO

Objavljivanje ovog sveučilišnog udžbenika odobrio je Odbor Sveučilišne skupštine za izdavačku djelatnost Sveučilišta u Zagrebu rješenjem br. 02-956/2—1977 od 28. VI 1977.

Katalogizacija u publikaciji — CIP
Nacionalna i sveučilišna biblioteka, Zagreb
UDK 537.8(075.8)

LOPAŠIĆ, Vatroslav

Predavanja iz fizike : elektromagnet-
sko polje / Vatroslav Lopašić. — 2.
izd. — Zagreb : Školska knjiga, 1986.
. — 246 str. : ilustr. ; 24 cm. —

(Udžbenici Sveučilišta u Zagrebu = Manua-
lia Universitatis studiorum Zagrabiensis)
Predmetno i imensko kazalo.

Tisak: GRO »Mirko Gembarovski« Nova Gradiška

Dr. VATROSLAV LOPAŠIĆ

redovni profesor Elektrotehničkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu

PREDAVANJA IZ FIZIKE

ELEKTROMAGNETSKO POLJE

II izdanje



ŠKOLSKA KNJIGA
ZAGREB 1986

*Uspomeni profesora dra Stanka Hondla
posvećuje njegov zahvalni učenik*

SADRŽAJ

Predgovor	7
Napomena uz drugo izdanje	11

Prvo poglavlje

POLJE MIRNIH ELEKTRIČNIH NABOJA 13—66

Električna sila i jakost električnog polja	13
Trenjem se naboji razdvajaju	16
Električna influencija	18
Vektor električnog pomaka	21
Raspored mirnog naboja na vodiču	24
Osnovna jednadžba vektora električnog pomaka	26
Neke primjene električne influencije	30
Linije električnog polja	32
Električni potencijal i napon	34
Osnovne jednadžbe elektrostatskog polja	39
Mjerenje električnog potencijala i napona	40
Nekoliko primjera elektrostatskog polja	43
Električno polje u čvrstom izolatoru	49
Definiranje električnih vektora u čvrstom izolatoru	51
Kapaciteti izoliranog tijela	58
Energija nabijenog vodiča	63

Drugo poglavlje

ELEKTRIČNA STRUJA I MAGNETSKO POLJE 67—122

Ohmov zakon	67
Kirchhoffovi zakoni	70
Jouleov zakon	71
Magnetsko polje električne struje	74
Magnetska sila i jakost magnetskog polja	76
Elementarni magneti	80
Magnetska indukcija	81
Nekoliko primjera magnetskog polja	85
Magnetsko polje električnih naboja u gibanju	88
Faradayevi rotacioni aparati	91
Elektromagnetska sila	92
Mjera za jakost električne struje	96
Definicija mjerne jedinice »amper«	99
Paramagnetične i dijamagnetične tvari	101
Feromagnetične tvari	103
Magnetski list	107
Ampermetri i kulometri	112
Osnovne jednadžbe za stacionarno elektromagnetsko polje	116

Treće poglavlje

VREMENSKI PROMJENLJIVO ELEKTROMAGNETSKO POLJE	123—216
Pokusi o induciranom naponu	123
Inducirani napon i magnetski tok	128
Maxwellova hipoteza	134
Osnovne jednačbe elektromagnetskog polja	138
Lencovo pravilo	139
Neke primjene inducirano napona	142
Samoindukcija	149
Energija zavojnice kojom teče struja	156
Električni titraji	158
Naponska rezonancija	163
Visokofrekventni električni titraji	165
Tesline višefazne struje	167
Brzina rasprostiranja elektromagnetskog djelovanja	169
Strujanje energije u elektromagnetskom polju	173
Elektromagnetski valovi	175
Usporedba elektromagnetskih i mehaničkih valova	183
Načelo relativnosti	189
Relativističke transformacije	190
Neke konzekvencije relativističkih transformacija	193
Boškovićev pokus	196
Dopplerova pojava	201
Relativističko sastavljanje brzina	206
Relativistička masa i energija	209

Četvrto poglavlje

MJERNE JEDINICE U ELEKTROMAGNETIZMU	217—234
Osnove za definiranje mjernih jedinica	217
Međunarodni sustav mjera SI u elektromagnetizmu	221
Pregled jednačbi mjera u Međunarodnom sustavu mjera	227
Analogne veličine električnog i magnetskog polja	229
Neki primjeri za primjenu jednačbi mjera	232
Konstante	234

Peto poglavlje

ŽIVOTOPISNE BILJEŠKE	235—242
Kazalo	243

PREDGOVOR

Ovaj dio »Predavanja iz fizike«, u kojem se obrađuje elektromagnetizam, namijenjen je uglavnom studentima prve godine elektrotehničkog fakulteta, no neće biti naodmet ni onima na drugim tehničkim fakultetima. Svrha je ovih izlaganja naime, da se pokaže kako se na osnovi eksperimentalnih činjenica, postepeno i neusiljeno, oblikuju glasovite Maxwellove jednadžbe za elektromagnetsko polje. Ovo su, dakle, eksperimentalna predavanja i svi ovdje opisani pokusi na njima su doista i izvedeni.

Osnovna bi struktura ovih predavanja bila ovakva. Za svako od njih odaberu se i slože prikladni pokusi, zatim se oni na predavanju izvedu i iz njihovih rezultata izvode se zaključci — isprva možda samo kvalitativni, no, što je prije moguće, i kvantitativni, u obliku fizikalnih zakona. Pri tome fizikalni zakon izlazi kao sažetak našeg iskustva. Zato su pokusi koje studenti na predavanjima dožive osnova i izvoriste svega što se izlaže — oni su bitni i integralni dio ovih predavanja.

Da bi pokusi zadovoljili svojoj namjeni, moraju biti valjano pripremljeni, čisto izvedeni i jasno protumačeni. Tim se zahtjevima može udovoljiti ako je dovoljno osoblja za pripremu pokusa, a uz to zavod ima prikladnu opremu. Dakako, pokuse odabire i planira nastavnik koji vodi predmet i on sudjeluje u njihovoj realizaciji.

Izložena načela vrijede općenito za eksperimentalni pristup u bilo kojem području fizike. Taj pristup odgovara logičkoj metodi nepotpune indukcije, a osobito je prikladan za mlade slušatelje jer im se tako razvija smisao za znanstvenu metodu i izgrađuje se njihova fizikalna slika svijeta osnovana na vlastitom iskustvu, zbog čega ona postaje aktivna svojina svakog pojedinca, nenametnuta autoritetom nastavnika. To je osobito važno za područje fizike koje se ovdje izlaže jer su zamisli o elektromagnetskom polju sadržane u osnovama većine tehničkih predmeta, kojima će se studenti baviti.

Ovome je vrijedno dodati i nekoliko napomena u vezi s razvojem nauke o elektromagnetizmu.

Newtonova nauka, kako je izložena u djelu *Principia Philosophiae Naturalis*, bila je zamišljena kao tumačenje svih fizikalnih pojava. Na to uostalom upućuje i naslov. Veliki uspjesi ove nauke, posebno u astronomiji, učvrstili su to shvaćanje. Kad su se, dakle, počela nizati otkrića na području elektriciteta i magnetizma, svi su istraživači, svjesno ili nesvjesno, smatrali da će se i te pojave moći na kraju krajeva svesti na Newtonove principe. Na tu ih je pomisao naročito potaknulo otkriće Coulombovih zakona, koji imaju isti oblik kao i Newtonov zakon opće gravitacije. Tako se razvila teorija elektromagnetizma s Coulombovim zakonima kao osnovom i polazištem.

Međutim, nepunih stotinu godina nakon Newtonovih *Principia* Bošković je objavio svoje nazore o prirodi u djelu *Philosophiae Naturalis Theoria*. To je djelo prvi put objavljeno 1757. godine u Beču, a zatim, u konačnoj redakciji, 1763. u Veneciji. Bošković je tu iznio svoju misao o neprotežnim atomima, koji djeluju jedni na druge privlačnom ili odbojnom silom, što ovisi o razmaku između njih. Za najmanje razmake ta sila prelazi u odbojnu koja raste preko svih granica i ne dopušta da se dva »Boškovićeva atoma« stope u jednu točku. Tako je Bošković pomoću neprotežnih »atoma točaka« tumačio protežnost tjelesa kojima nas iskustvo okružuje. Ujedno ta misao tumači i prividni kontinuitet tjelesa jer su ti atomi neobično sitni.

Vidimo da su Boškovićeve atomi središta sila kojima se mogu pripisati svojstva potrebna za tumačenje pojava. To je dinamistička teorija, u koječemu suprotna Newtonovim nazorima. Boškovićeve misli raširile su se u znanstvenom svijetu, i time je stvoren novi pristup tumačenju pojava.

Za predmet koji se ovdje izlaže važno je istaknuti da je H. Davy svoje elektrokemijske pokuse tumačio na osnovi Boškovićevih ideja o atomima. O tome svjedoče bilješke u Davyjevu dnevniku, gdje je on iz dana u dan zapisivao rezultate svojih pokusa i prigodna razmišljanja. Taj dnevnik čuva Royal Institution u Londonu. U njemu se u posljednjem razdoblju Davyjeva rada, a to je od 1814. do 1829. godine, Bošković više puta spominje. Na jednom mjestu Davy piše da ga »pogrešno shvaćaju oni koji misle da je on prihvatio Anaksagorin sustav homojomerija« (ὁμοιομέρεια, istodjelnica). Taj, naime, sustav uči, kako Davy malo dalje točno primjećuje, da svaka tvar ima sva svoja svojstva i u svojim najmanjim djelićima. Dalje Davy kaže što misli o atomima: »Naprotiv, ja za njih ne pretpostavljam ni oblika ni boje, oboje bi, naime, impliciralo sposobnost odbijanja svjetlosti; ja ih jednostavno smatram s Boškovićem za točke koje imaju težinu, te privlačnu i odbojnu moć.«

Iz navedenoga očito je Davyjevo mišljenje o atomima. Oni su za njega kvalitativno različiti od tijela što ga izgrađuju, a to shvaćanje on duguje, kako izričito kaže, našem Boškoviću. Prema tome atomi imaju i privlačnu i odbojnu moć, te iako su beskrajno sitni »i bez oblika i bez boje«, dakle točke, oni su ipak svojim silama, ili, kako bismo to danas rekli, svojim poljem sila, prisutni u prostoru što ih okružuje. Zakon tih sila može biti vrlo zamršen, o čemu se zaključuje iz vladanja atoma.

U Davyjevim zamislima opaža se napredak u smjeru ideje o polju. Ta će se ideja potpuno razviti u kvalitativnom obliku radom M. Faradaya, koji je bio Davyjev pomoćnik i učenik. Faraday nije imao formalnoga matematičkoga školovanja. Stoga su mu zamisli o atomima koji svojim silama ispunjavaju prostor oko sebe dobro došle za tumačenje njegovih pokusa. Tako su nastale silnice električnog i magnetskog polja, koje su za Faradaya bile jednako tako realne kao i tijela iz kojih te silnice izvire.

Na ovom je mjestu uputno nastaviti s citatima iz predgovora što ga je Maxwell napisao za prvo izdanje svog udžbenika *A Treatise on Electricity and Magnetism*, objavljenoga 1873. godine. Iz tih će se citata vidjeti Maxwelllova ocjena Faradayeva rada i što on drži svojim udjelom u izlaganju i tumačenju elektromagnetskih pojava.

Evo najprije što Maxwell kaže o svom udžbeniku:

»Opća se značajka ovog udžbenika znatno razlikuje od različitih odličnih djela o elektricitetu, objavljenih poglavito u Njemačkoj, pa bi se moglo činiti da su nedovoljno uvažena mišljenja raznih uglednih teoretičara elektriciteta. Jedan od razloga tome je taj što sam odlučio da na početku svog proučavanja elektriciteta ne čitam nikakvih teorija o tome premetu, sve dok nisam naprije pročitao *Eksperimentalna istraživanja u elektricitetu* M. Faradaya. Bio sam svjestan da se smatra kako ima razlike između Faradayeva shvaćanja pojava i shvaćanja teoretičara, tako da ni on nije bio zadovoljan njihovim izražavanjem, a ni oni njegovim. Ja sam pak bio uvjeren da to neslaganje nije dolazilo odatle što bi jedna strana bila u zabludi. Prvi koji me u to uvjerio bio je Sir William Thomson . . .«

»Kako sam napredovao u proučavanju Faradaya, tako sam uviđao da je njegovo predočavanje pojava također matematičko premda nije izraženo u konvencionalnom obliku matematičkih simbola. Također sam ustanovio da se te metode mogu izraziti uobičajenim matematičkim oblicima, pa tako usporediti s metodama profesionalnih teoretičara.

Tako je Faraday očima svoga duha vidio kako silnice prožimaju čitav prostor tamo gdje su teoretičari zamišljali samo središta sile koja privlači na daljinu. Faraday je vidio sredstvo ondje gdje oni nisu vidjeli ničega osim udaljenosti. Faraday je tražio sjedište pojava u stvarnim djelovanjima koja se šire u tom sredstvu, a oni su se zadovoljili time što su to našli u sili djelovanja na daljinu, koja hvata u električnim fluidima.

Pošto sam ono što sam smatrao Faradayevim idejama preveo u matematički oblik, našao sam da se rezultati ovih dviju metoda uglavnom slažu, tako da se objema metodama mogu tumačiti iste pojave i izvesti isti zakoni djelovanja. Međutim, Faradayeva metoda sličí onima kod kojih se polazi od cjeline pa se do dijelova dolazi analizom, dok su se uobičajene matematičke metode osnivale na načelu da se započne s dijelovima, a cjelina se dobije sintezom.

Također sam ustanovio da se neke od najplodnijih istraživačkih metoda što su ih otkrili teoretičari mogu mnogo bolje izraziti pomoću pojmova izvedenih iz Faradayevih zamisli nego što je to moguće u njihovu izvornom obliku.«

Iz navedenih se odlomaka Maxwellova predgovora vidi što potječe od Faradaya, a što je njegov doprinos; Maxwell je Faradayeve predodžbe pomoću silnica preveo u uobičajeni matematički oblik. To nije mala stvar. Jer kao što je bio potreban Faradayev genij da oblikuje silnice i polje koje one prožimaju tako se i Maxwell pokazao genijalnim izrazivši te ideje pomoću matematičkih formula. Maxwell je suptilan mislilac koji je odmah osjetio doseg i dubinu Faradayevih ideja. Zato je najprije prostudirao Faradayev rad, a onda se pozabavio onima koje Maxwell naziva teoretičarima. »Teoretičari« su išli utr tim putovima nastojeći stvoriti znanost koja će biti što bliža i sličnija Newtonovoj nauci osnovanoj na zakonu sile po recipročnom kvadratu daljine. Faraday je sa svojim poljima silnica bio osamljen i po svojoj metodi u suprotnosti s »teoretičarima«. Maxwell, premda školovani matematičar, osjetio je dah novosti u Faradayevim idejama i evo kako se odlučio. U svom predgovoru on dalje piše:

»Prema tome ja sam se stavio više u ulogu zagovornika nego suca, pa sam radije prikazao jednu metodu nego da pokušam dati nepristrani prikaz obiju. Ne sumnjam, međutim, da će metoda koju sam nazvao njemačkom također naći svojih pristaša i da će je oni izložiti sa stručnošću dostojnom njezine ingenioznosti.«

Evo što se dogodilo. Maxwell se nije pridružio mnoštvu. Naprotiv, on je »preuzeo ulogu zagovornika«, i to zagovornika osamljenog Faradaya, toliko slavnoga po njegovim eksperimentalnim otkrićima, no slabo shvaćenoga u njegovim tumačenjima pojava. Maxwell se dakle priklonio Faradayevim shvaćanjima i tako je počeo slavni put nove teorije elektromagnetskih pojava.

Vrijedno je ovdje navesti i ono mjesto u Maxwellovu predgovoru gdje on kaže kako će izlagati nauku o elektricitetu i magnetizmu u svom udžbeniku:

»U opisivanju pojava odabirat ću takve koje najjasnije pokazuju osnovne zamisli teorije, a druge ću izostaviti, odnosno zadržati za poslije, dok čitatelj ne uznapreduje.

U primjeni matematike na obradu električnih veličina nastojat ću u prvom redu izvesti najopćenitije zaključke iz podataka koji su na raspolaganju, a zatim ću rezultate primijeniti na najjednostavnije slučajeve koji se mogu odabrati. Izbjegavat ću, koliko god budem samo mogao, takva pitanja koja — premda su bila poticaj umijeću matematičara — nisu proširila naše poznavanje znatnosti.«

Ove posljednje riječi pokazuju da je Maxwell odabrao induktivni pristup u izlaganju svoje teorije. On polazi od eksperimentalnih činjenica, koje odabire tako da iz njih može što lakše izvesti najopćenitije zaključke. To je ideal kojemu se nastojalo približiti i u ovim predavanjima.

Maxwell je osjećao da njegova teorija elektromagnetskog polja odudara od ideja koje se osnivaju na Newtonovim shvaćanjima. U svom predgovoru on izriče nadu da će se i ova njegova teorija moći svesti na mehaniku. Je li u to doista vjerovao ili je to rekao samo zato da ublaži protivnike, o tome se može raspravljati. Ostala je činjenica da su svi pokušaji redukcije Maxwellove teorije na mehaniku doživjeli neuspjeh. Štoviše, iz ove teorije sažete u Maxwellovim jednadžbama, za koje je A. Einstein rekao: »Formulacija ovih jednadžbi najvažniji je događaj u fizici od Newtonovih vremena«, došla je kritika Newtonove mehanike kojom se odredilo područje valjanosti te mehanike. Maxwellova teorija dala je poticaj za nastanak Einsteinove specijalne teorije relativnosti, a ova je među ostalim rezultirala i zakonom ekvivalentnosti mase i energije, koji se ubraja u osnove fizike atoma.

A sada, na kraju, još nekoliko riječi o stavu od kojega se polazi u ovim predavanjima. Na silnice i polja ovdje se ne gleda onako ekstremno kao u Faradaya. Jakost polja, indukcija i slično tretiraju se kao matematičke veličine osnovane na mjerenju. Prema tome se njima ne pridaje onaj stupanj »postojanja« kao npr. materijalnom tijelu. Razlika je u realnosti između rezanja magnetskih silnica žicom i rezanja kruha nožem. Kruhu pridajemo veću realnost nego silnicama. Što, međutim, treba držati u vektorima elektromagnetskog polja kad je riječ o valovima svjetlosti? Jesu li to samo valovi vjerojatnosti, koji daju raspored čestica energije, fotona?

Isto tako i pristup od cjeline prema dijelovima proveden je u prvom poglavlju gdje se promatra elektrostatsko polje. Obrnuta je metoda primijenjena u drugom poglavlju, u kojem se obrađuje magnetsko polje električne struje. Tako slušač ima prilike vidjeti obje. Međutim, Coulombov se zakon tretira kao izvedeni zakon.

U trećem poglavlju promatra se vremenski promjenljivo polje. Većina je izvoda matematičko-fizikalna. Time se misli reći da se u takvom izvodu neki eksperimentalni rezultat može jednako tako upotrijebiti kao i onaj matematički izveden iz općih zakona. Tako je načinjen prvi prikaz rasprostiranja elektromagnetskog djelovanja. Zatim je dodan drugi prikaz te pojave ali izveden matematički. Konačno su elektromagnetski valovi uspoređeni s valovima zvuka. Iz te usporedbe i eksperimentalnih činjenica o širenju svjetlosti izvedene su Lorentzove transformacije, kojima je Einsteinova specijalna teorija relativnosti dala novu interpretaciju. Na nekoliko je primjera prikazano kako se te transformacije primjenjuju.

U četvrtom poglavlju nastavljeno je izlaganje o mjernim jedinicama započeto u drugom poglavlju uz definiciju mjerne jedinice *amper*. Zatim su navedene definicije izvedenih mjera u Međunarodnom sustavu mjernih jedinica. Konačno je upozoreno na simetriju između električnih i magnetskih veličina.

U životopisnim bilješkama ukratko je ponešto rečeno o fizičarima koji su bili u ovim predavanjima spomenuti.

Na kraju želim zahvaliti onima koji su mi omogućili da ostvarim ova predavanja, u prvom redu Elektrotehničkom fakultetu u Zagrebu kao cjelini, a zatim požrtvovnim suradnicima što su mnogo truda uložili pri izradi sprava i pripremi pokusa, te konačno osoblju koje mi je pomoglo da se ova predavanja srede i napišu. Svima hvala.

U Zagrebu, 9. prosinca 1976.

V. L.

NAPOMENA UZ DRUGO IZDANJE

U vremenu koje je prošlo otkako je izašlo prvo izdanje Predavanja nastala je promjena u definiranju osnovne mjerne jedinice Međunarodnog sustava mjera (SI) za duljinu »metar«. Naime, na 17. zasjedanju Generalne konferencije za uteg i mjere (CGPM), održanom u Parizu od 17. do 21. listopada 1983, ukinuta je dotadnja definicija metra koja se osnivala na jednoj od valnih duljina svjetlosti atoma Kr86 i prihvaćena je nova koja se temelji na brzini svjetlosti u praznini (vakuumu). Ta nova definicija u prijevodu na hrvatski (obavezan je izvornik na francuskom) mogla bi se ovako izreći:

Metar je duljina puta što ga svjetlost prevali u praznini za vrijeme jednog 299 792 458-og dijela sekunde.

Brojčani podatak pri kraju definicije treba čitati ovako: »...jednog dvjesta devedeset devet milijuna sedamsto devedeset dvije tisuće četiristo pedeset osmog dijela sekunde«. Nova definicija metra ima značajne načelne konsekvencije, pa ćemo upozoriti na neke od tih.

Budući da je put l što ga svjetlost prevali u praznini za vrijeme t izražen ovako:

$$l = c \cdot t,$$

to uvrštavanjem vrijednosti iz definicije metra dobivamo

$$1 \text{ m} = c \frac{1}{299\,792\,458} \text{ s}.$$

Odatle slijedi

$$c = \{c\} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

U tome je podatku mjerni broj brzine svjetlosti u praznini $\{c\}$ »per definitionem« matematički točan. Iz toga proizlazi da nije netočnost u poznavanju prirodne konstante (stalnice) c u njezinu mjernom broju, tj. u $\{c\}$, nego u nesigurnosti ostva-

renja mjernih jedinica metar i sekunda kojima se ona mjeri. Za to ostvarenje služe metode optičke interferometrije i mikrovalne elektronike.

Prihvatanje brzine c kao temeljne konstante u mjeriteljstvu (metrologiji, nauci o mjerenjima) velik je trijumf teorije relativnosti, gdje je stalnost veličine brzine c jedan od postulatu izrečenih, dakako, na osnovi eksperimentalnog iskustva (vidi str. 183. i dalje). Time je odano još jedno priznanje osnivaču te teorije A. Einsteinu, a nova definicija metra još jedan spomenik njemu u čast.

Pri definiranju mjerne jedinice »amper« za jakost električne struje mjernom je broju za permeabilnost praznine μ_0 određena u SI-sustavu mjernih jedinica točna vrijednost (vidi str. 101.) ovako:

$$\{\mu_0\} = 4\pi \cdot 10^{-7}.$$

Budući da je dielektričnost praznine ϵ_0 Maxwelllovom jednadžbom za brzinu svjetlosti (elektromagnetskih valova) c dovedena u vezu s permeabilnošću μ_0 koja je u SI izražena točnim mjernim brojem, to slijedi da je sada — pošto je prihvaćena nova definicija metra — također i mjerni broj dielektričnosti praznine, tj. $\{\epsilon_0\}$, matematički točan. On iznosi

$$\{\epsilon_0\} = \{c\}^{-2} \cdot \{\mu_0\}^{-1} = (8,854\ 187\ 817\dots) \cdot 10^{-12}.$$

Time je na području mjernih jedinica analogija između električnih i magnetskih veličina našla još jedan izričaj. U mjeriteljstvu to daje načelnu ravnopravnost ostvarenjima bilo etalona za mjernu jedinicu struje »amper«, bilo za jedinicu napona »volt«; naponska vaga može sada, bez načelnih zamjerki, isto tako dobro poslužiti kao polazište za ostvarenje ostalih mjernih jedinica u elektromagnetizmu kao što tome služi strujna vaga. Takva je naponska vaga, vrhunske preciznosti, načinjena u Zavodu za osnove elektrotehnike i električna mjerenja Elektrotehničkog fakulteta u Zagrebu pod znanstvenim vodstvom prof. dra Vojislava Bege.

Upravo je ovo što smo naveli zahtijevalo manje izmjene u ovom izdanju, koje su i načinjene. Nadalje, ispravljene su primijećene tiskarske pogreške u tekstu i u jednoj slici, dok je jedna slika nadomještена jasnijom. Te su promjene omogućene susretljivom suradnjom Uredništva Školske knjige, pa mu se na tome usrdno zahvaljujem.

U Zagrebu, 1. ožujka 1986.

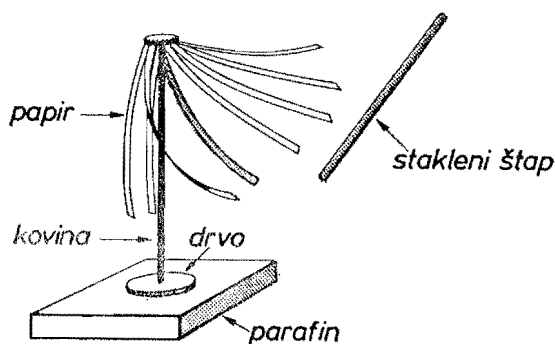
V. L.

Prvo poglavlje

POLJE MIRNIH ELEKTRIČNIH NABOJA

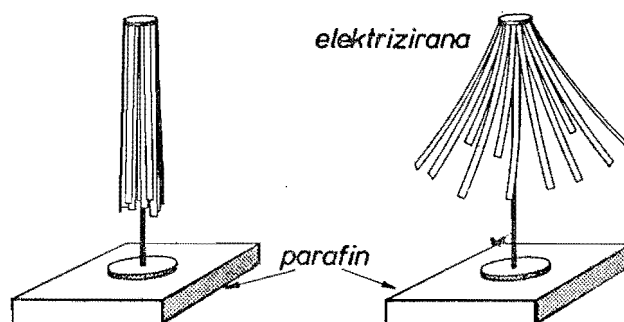
ELEKTRIČNA SILA I JAKOST ELEKTRIČNOG POLJA

Stakleni se štap elektrizira ako ga protaremo kožom natopljenom Kienmayero-vim amalgamom. Električnost štapa očituje se u tome što on privlači predmete u svom okolišu. Ako su ti predmeti pokretni, sile elektriziranog štapa stavit će ih u gibanje. Tako se vrpce papirne perjanice pružaju prema štapu kad joj ga približimo. Perjanica je načinjena tako da s vrha kovne šipke vise papirne vrpce, a podnožje je drveno i postavljeno je na parafinsku ploču. U ovom se pokusu očituje privlačna električna sila između štapa i papirnih vrpca perjanice. Približimo štap toliko da ga vrpce mogu dodirnuti. One se isprva uz štap lijepe, a zatim se od njega odbijaju. Privlačna električna sila između štapa i papirnih vrpca prešla je u odbojnu pošto su trake dodirnule elektrizirani štap. Zbog dodira sa štapom nastupila je promjena u stanju papirnih vrpca, što se zapaža u promjeni njihova vladanja: privlačenje sa štapom prešlo je u odbijanje.



Ta se promjena stanja očituje na još jedan način. Prije dodira s elektriziranim štapom vrpce vise uz svoj kovni nosač, ako nema staklenog štapa u blizini. Nakon dodira sa štapom i pošto smo njega odmaknuli dovoljno daleko, vrpce perjanice vise raširene, što je znak da se one međusobno odbijaju. Zaključujemo da su one zbog dodira s elektriziranim štapom postale električne i između njih djeluje odbojna električna sila.

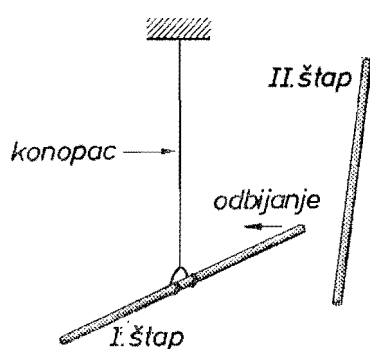
Električnost perjanice možemo lako ukloniti. Dovoljno je da prstom taknemo kovni nosač perjanice i vrpce se odmah skupe. Dodirom prsta odveli smo električne naboje s perjanice koji su uzrokovali međusobno odbijanje vrpca. Ti su naboji bili prešli na perjanicu sa staklenog štapa kad smo je njime dirali.



Uklonimo li parafinsku ploču ispod podnožja perjanice, ne možemo postići da privlačenje između vrpca i štapa prijeđe u odbijanje, te da se nakon dodira sa štapom vrpce međusobno odbijaju. Perjanica se tada ne da elektrizirati. Vidimo kakva je svrha parafinske ploče. Ona zadržava električne naboje na perjanici i sprečava ih da s nje prijeđu na stol, a s njega, dalje, na pod i zidove sobe. Parafin, dakle, priječi gibanje električnih naboja i time ih izolira na perjanicu. On je odličan električni izolator. Istu osobinu ima i tvrda guma (ebonit), staklo, pleksi, smola, jantar i druge tvari.

Električni naboj perjanice brzo se izgubio kad smo je taknuli prstom. Za ove pokuse s malenim količinama elektriciteta naše je tijelo vodič električnih naboja. To je i drvo stola, pod i zidovi sobe. Međutim, odlični vodiči elektriciteta jesu kovine, vodene rastopine raznih soli, razblažene kiseline i mnoge druge tvari.

Naše smo pokuse izveli pomoću elektriziranoga staklenog štapa. Električni naboji s tog štapa uzrokovali su pojavu električnih sila. Možemo zaključiti da su dovoljne male količine tih naboja za nastanak električnih sila. Da je to tako, dokaz je u činjenici što između neelektričnog i električnog staklenog štapa ne opažamo nikakve vidljive razlike.



Jednake pokuse kao sa staklenim možemo izvesti i s ebonitnim štapom koji smo natrli vunenom krpom. On će privlačiti vrpce perjanice, a nakon dodira ih odbijati, i tako dalje. Ebonitni se štap, dakle, može također elektrizirati.

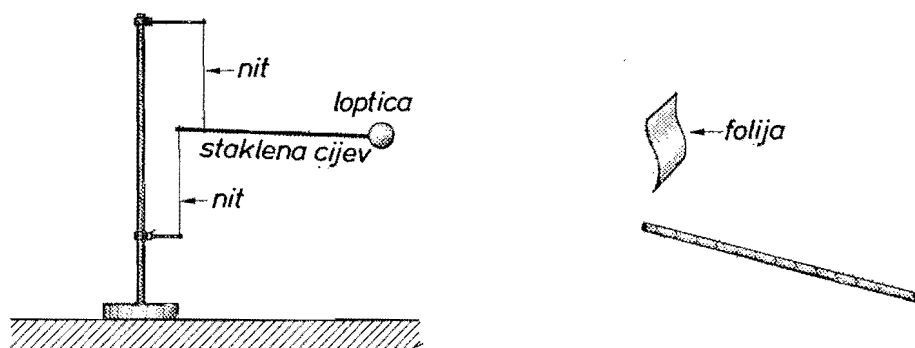
Ipak ima razlike između električnosti staklenog štapa i električnosti ebonitnog štapa. Da tu razliku pokažemo, poslužiti ćemo se dvama staklenim i dvama ebonitnim štapovima. Prvi stakleni štap elektriziramo trenjem i zatim ga stavimo

u vješalicu tako da se može slobodno okretati u horizontalnoj ravnini. Elektrizirajmo i drugi stakleni štap. Ako ih međusobno približimo, obješeni stakleni štap izmiče pred onim što ga držimo rukom. Elektrizirani stakleni štapovi međusobno se odbijaju. Ponovimo taj pokus s elektriziranim ebonitnim štapovima. I oni se međusobno odbijaju. Približimo zatim obješenome ebonitnom štapu elektrizirani stakleni štap. Iz gibanja ebonitnog štapa zaključujemo da se ti štapovi privlače. Dakle, električni naboji na staklenom štapu privlače one na ebonitnom štapu. Iz toga se da zaključiti kako je na ebonitnom štapu drukčija vrsta elektriciteta nego

na staklenome jer se istovrsni elektriciteti odbijaju, kako smo vidjeli u prethodnim pokusima.

Ako se bilo koji materijal elektrizira na bilo koji način, dolazi se do rezultata da se on elektrizira ili onom vrstom elektriciteta koja se pojavljuje na staklu natrto me kožom ili vrstom elektriciteta što nastaje na ebonitu kad ga taremo vunenom krpom. Dakle su dvije vrste elektriciteta: elektricitet stakla ili plus - elektricitet i elektricitet smole ili minus - elektricitet. Zašto se tim elektricitetima, odnosno električnim nabojima, daju predznaci kao relativnim brojevima, vidjet ćemo malo poslije.

Izvest ćemo još nekoliko pokusa u kojima se očituju električne sile. Poslužimo se najprije električnim njihalom. U našoj izvedbi to je celuloidna loptica metalizirane površine koja je pričvršćena na laganu staklenu cijev na drugom kraju privezanu za dvije svilene niti tako da kraj cijevi s lopticom malo visi. Time se postiže da je loptica vrlo pokretna i da ima položaj ravnoteže. Da bi loptica bila električki izolirana, staklena je cjevčica prevučena parafinom. Staklo je doduše izolator za elektricitet i ono ne vodi električne naboje, no pri imalo vlažnom vremenu prevuče se tankim slojem vlage iz zraka i to kvari izolaciju.



Elektrizirani stakleni štap privlači lopticu njihala. Kad loptica dodirne štap, on je poslije toga odbija. Loptica se, naime, dodirnuvši štap nabila elektricitetom stakla i tad se ta dva elektriciteta odbijaju. Jednako teče i pokus s ebonitnim štapom i ovim njihalom. Pošto se loptica nakon dodira s ebonitnim štapom elektrizirala negativno, ebonitni je štap odbija, a stakleni je privlači. Izolirano se tijelo dodirrom elektrizira onom vrstom elektriciteta kakva je na štapu kojim smo ga dotaknuli.

Kao idući pokus o električnom privlačenju i odbijanju načinit ćemo Guerickeov eksperiment. Guericke je poznat po svojem pokusu s tzv. magdeburškim polukuglama. Zlatni listić oprezno prihvatimo pincetom i onda ga otpuhnemo da lagano pada. Dok je listić još u zraku, približimo mu već elektrizirani stakleni štap. Folija poleri prema štapu, jednim ga krajem kratkotrajno takne i odmah se od štapa odbije. Zgodno rukujući štapom postigne se da listić lebdi, odnosno možemo ga tjerati kroz zrak u sobi kamo želimo. Kad listić lebdi, on svojom duljinom stoji vertikalno. Tome je uzrok što su električni naboji po zlatnom listiću pomični, pa se, što mogu više, udaljuju od staklenog štapa koji ih odbija. Ta električna sila koja hvata je pri gornjem kraju listića usmjerena na gore, a težina mu je s hvatištem u težištu, dakle nešto niže, usmjerena na dolje. Tako nastalom paru silâ moment je nula kad je listiću duljina vertikalna, i to je njegov položaj stabilne ravnoteže.

U izvedenim pokusima ustanovili smo:

1. Dvije su vrste elektriciteta: elektricitet stakla ili plus-elektricitet i elektricitet smole ili minus-elektricitet.
2. Istovrsni elektriciteti se odbijaju, a raznovrsni se privlače.
3. Uzrok električnim silama jesu električni naboji, koji se nalaze na elektriziranim tjelesima.
4. Po nekim tjelesima naboji se mogu gibati — to su vodiči, a po drugima ne mogu — to su izolatori.
5. Tijela mogu postati električna na razne načine: trenjem, dodirom.

A sada ćemo izložiti kako se tumači nastanak električne sile. Električni naboj, bio on pozitivan ili negativan, mijenja svojstva prostora i sredstva u svojoj okolini. To se izriče i tako da se reče kako električni naboj stvara oko sebe električno polje. Prema tome prisutnost električnog naboja nije ograničena samo na tijelo na kojem se on nalazi nego se ona stvaranjem polja proteže u okolni prostor. Ta osobina električnog naboja da stvara oko sebe električno polje koje po veličini veoma nadmašuje prostor što ga zauzima sam naboj, može se smatrati aktivnim svojstvom električnog naboja.

Ako se u električno polje donese tijelo s električnim nabojem, na to će tijelo djelovati električna sila, koju zamišljamo kao djelovanje električnog polja na uneseni naboj. Pri tome se uloga unesenog naboja može smatrati pasivnom. To izražavamo tako da električnu silu $\vec{F}_{e1}$ prikazujemo kao umnožak dvaju faktora, jakosti električnog polja $\vec{E}$ i električnog naboja q , dakle

$$\vec{F}_{e1} = q \cdot \vec{E}.$$

Jakost električnog polja $\vec{E}$ jest vektor kojemu smjer pada u pravac vektora električne sile $\vec{F}_{e1}$. Ta dva vektora mogu biti istog ili suprotnog smjera, već prema tome je li naboj q pozitivan ili je negativan.

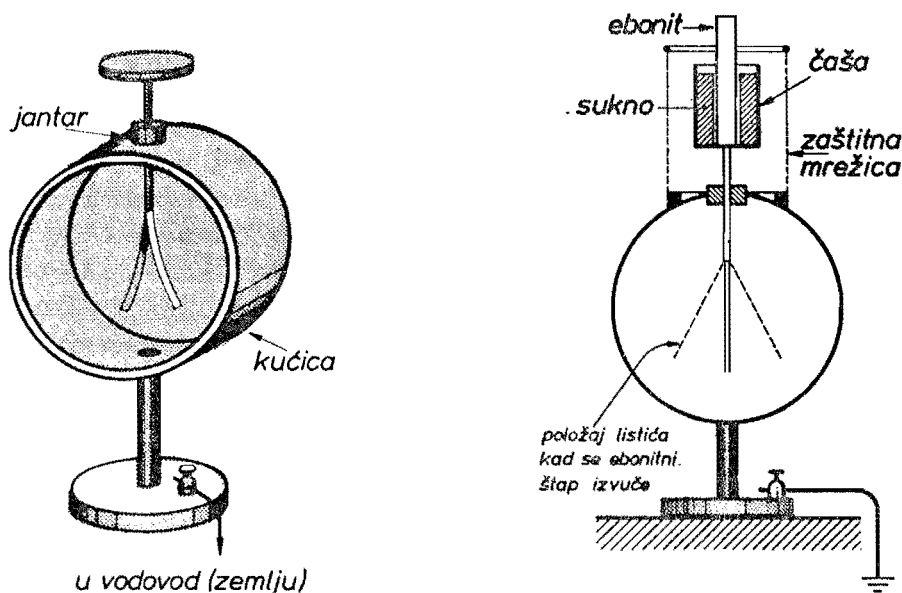
Mi ćemo se postepeno upoznavati s električnim poljem, i to najprije s poljem mirnih naboja, koje se naziva elektrostatsko polje.

TRENJEM SE NABOJI RAZDVAJAJU

Na djelovanju električnih sila osniva se sprava kojom ćemo se češće poslužiti u našim pokusima. To je elektroskop. Da bismo valjano razumjeli njegovo djelovanje, potanje ćemo ga opisati.

Elektroskop se sastoji od kovnog kućišta u obliku valjka. Taj je valjak na svojim osnovkama zatvoren staklima, tako da se vidi njegova unutrašnjost. Sam valjak učvršćen je na kovnom stalku s kovnom stezaljkom. Pri uobičajenoj upotrebi elektroskopa tom se stezaljkom učvrsti žica spojena s vodovodnom cijevi. Tako je kućište elektroskopa (načinjeno od dobrih vodiča) uzemljeno. Tim postupkom postiže se da električni naboji mogu lako dolaziti i odlaziti žicom kojom je kućište spojeno sa zemljom.

Na gornjoj je strani kovnog kućišta otvor u koji je utaknut izolator od jantara (ili nekoga drugog odličnog izolacionog materijala), kroz koji prolazi kovni štapić dijelom smješten u unutrašnjosti kućišta, a dijelom isturen u vanjski prostor. Štapić nosi dva uska zlatna listića, koji usporedno vise jedan uz drugi unutar kućišta, ako nisu električki nabijeni. Izolator od jantara priječi da naboji sa štapića i zlatnih listića prijeđu na kućište. Dio štapića elektroskopa, koji strši u vanjski prostor može se različito opremiti. Na njega se može staviti npr. okrugla pločica. Ako se na pločicu elektroskopa dovede malo električnog naboja s elektriziranog staklenog štapa, tako da se taj štap takne kušalicom (kovnom kuglicom na ebonitnom dršku), a zatim se njome dodirne pločica na elektroskopu, listići se razmaknu. Kušalicom smo prenijeli sićušnu količinu elektriciteta, električnog naboja, na elektroskop. Listići su se elektroskopa razmaknuli jer se međusobno odbijaju, zbog toga što su nabijeni istom vrstom elektriciteta. Oni se također i privlače s prvotno neelektričnim kućištem elektroskopa.



Ako kušalicom prenesemo sa staklenog štapa još električnog naboja na elektroskop, razmak između listića poraste. U ovom nam primjeru taj razmak može poslužiti kao mjera za količinu elektriciteta na elektroskopu.

Pošto smo ovako nabili elektroskop pozitivnim elektricitetom, nastavimo pokus tako da elektroskopu kušalicom damo nešto električnog naboja s ebonitnog štapa. Razmak će se listića smanjiti. Dalje donoseći naboj s ebonitnog štapa možemo postići da razmaka među listićima više ne bude. Minus-elektricitetom poništava se djelovanje plus-elektriciteta. Donosimo li još minus-elektriciteta, listići će se opet razmaknuti. Raznovrsni se elektriciteti poništavaju onako kao i relativni brojevi. Stoga ih i označujemo s plus i minus.

Elektroskopu su listići razmaknuti bio on nabijen plus-elektricitetom ili minus-elektricitetom. Iz samoga njihova razmaka ne da se zaključiti kojom je vrstom elektriciteta elektroskop nabijen.

Pokus što ga je izveo M. Faraday pokazuje kako se trenjem dobivaju električni naboji. Poslužit ćemo se u tom pokusu elektroskopom. Na štapić elektroskopa stavimo kovnu čašu iznutra presvučenu suknom. U čašu sa suknom pristaje kratki štap od ebonita, nešto dulji od njezine dubine, tako da iz nje viri. Kad izvlačimo

štap iz čaše, nastaje trenje između štapa i sukna kojim je čaša obložena. Na početku pokusa neka ebonitni štap bude neelektričan. Ako na njemu ima električnih naboja možemo ih ukloniti tako da štap par sekunda držimo povrh plinskog plamena. Naime, u plinovima izgaranja ima pozitivno i negativno nabijenih čestica, nastalih zbog toplinskog gibanja u plamenu. Ako na ebonitnom štapu ima negativnih naboja, oni će iz plinova izgaranja privući pozitivne naboje i tako se poništiti. Naboji čaše obložene suknom dadu se ukloniti tako da je taknemo prstom. Tako na početku pokusa nema naboja ni na štapu ni na čaši.

Prijedimo na sam pokus. Držeći ebonitni štap pri njegovu kraju utaknemo ga u čašu pazeći da je pri tome ne dodirujemo. Listići elektroskopa ostaju skupljeni premda je pri umetanju štapa u čašu bilo trenja između štapa i sukna. Ako sada štap izvučemo, listići će se razmaknuti. Vratimo li štap u čašu, listići će se nanovo skupiti. Ako štap opet izvučemo, listići se razmaknu, i to nešto jače nego prije. Vratimo li štap u čašu, listići će se ponovno skupiti, i tako dalje.

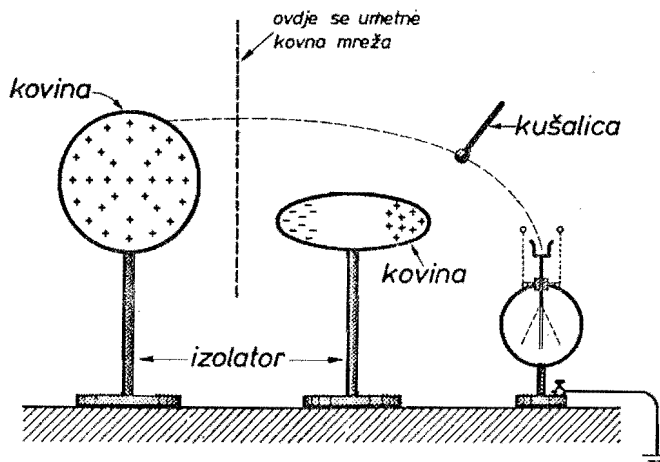
Ovaj pokus tumačimo time što se trenjem na ebonitnom štapu stvara toliko negativnog elektriciteta koliko na suknu pozitivnoga. Kad se oba nađu na elektroskopu, oni se ponište. Elektroskop pokazuje naboj kad sa štapom odnesemo negativni elektricitet. Međutim, kad štap vratimo u čašu, onda elektricitet na njemu poništava djelovanje elektriciteta na suknu. Prema tome zaključujemo da se trenjem elektricitet ne stvara jer koliko nastaje negativnog naboja na jednom tijelu (ebonitnom štapu) toliko se javlja i pozitivnog naboja na drugome tijelu (suknu). Trenjem se elektriciteti samo razdvajaju.

Kod ove naše aparature upozorit ćemo na dvije pojedinosti. Prvo, kućište je elektroskopu spojeno sa zemljom. To je uobičajena upotreba elektroskopa. Drugo, čaša na štapiću elektroskopa okružena je zaštitnom kovnom mrežicom spojenom s kućištem elektroskopa. Ta zaštitna mrežica sprečava utjecaj nekih električnih naboja, koji bi se mogli naći u blizini, na razmak listića. Kako mrežica štiti elektroskop, razumjet ćemo nakon još nekoliko pokusa.

ELEKTRIČNA INFLUENCIJA

U električnom polju osim električne sile nastaje još jedna pojava, koja je od osnovnog značenja, a to je električna influencija. S njom ćemo se upoznati u nizu pokusa.

Električna influencija očituje se u tome što prvotno neelektrična tjelesa postaju električna u polju koje nastaje djelovanjem nekoga električnog tijela. U našem pokusu električno polje stvara velika kovna kugla na stalku od izolatora. Kuglu ćemo nabiti plus-elektricitetom sa staklenog štapa. Štap najprije trenjem elektriziramo, a zatim njime prelazimo po površini kugle, tako da razni dijelovi štapa dođu u dodir s kuglom. Pri tome se čuje pucketanje električnih iskrica, koje preskaču između štapa i kugle (slično kao kad se češljamo češljem od neke plastične mase). To nabijanje kugle ponovimo nekoliko puta jer je ona dosta velika. Očekujemo da će pojave u električnom polju kugle biti izrazitije ako je jače nabijemo, ako joj donesemo više električnog naboja. Tijelo koje ćemo unijeti u električno polje kugle ima oblik izdužena elipsoida, a načinjeno je od uglačanog lima. To je tijelo također na stalku od izolatora. Naboj na tijelima ispitivat ćemo elektroskopom i kušalicom. Elektroskop je za ovaj pokus posebno opremljen. Štapić mu ima na vrhu kovnu čašicu koja se kuglicom kušalice može taknuti iznutra. Čašica i dio štapića elektroskopa koji



strši u vanjski prostor zaštićeni su kovnom mrežicom spojenom s kućištem elektroskopa. Kućište je uzemljeno. Zaštitna mrežica štiti elektroskop od električnog polja kugle, a ne priječi nam da vidimo što se u zaštićenom prostoru događa.

Prijeđimo na sam pokus. Najprije neka je duguljasto kovno tijelo daleko od elektrizirane kugle. Dirajući naizmjenično tijelo kušalicom i zatim čašicu elektroskopa iznutra, ustanovimo da listići elektroskopa ostaju skupljeni premda smo ove pokušaje prijenosa električnog naboja ponovili nekoliko puta.

Uhvativši stalak elipsoida približimo ga kugli. Pri tome pazimo da ga ne dodirujemo. Kušalicom taknemo elipsoid na kraju bližemu elektriziranoj kugli i zatim čašicu elektroskopa iznutra. Listići će se razmaknuti. Na tijelu se pojavio naboj zbog djelovanja električnog polja kugle.

Taknimo kušalicom elipsoid na kraju koji je dalje od kugle i zatim dodirujemo čašicu elektroskopa iznutra. Razmak će se među listićima elektroskopa smanjiti. Ako još donosimo elektriciteta s daljeg kraja, razmak će iščeznuti i zatim opet rasti.

Zaključujemo da su se na elipsoidu, zbog djelovanja električnog polja kugle, pojavile obje vrste elektriciteta, na kraju bližemu kugli jedna, a na daljem kraju druga. To djelovanje električnog polja naziva se influenciono djelovanje, a sama pojava električna influencija.

Naš pokus, međutim, još nije završen. Valja ustanoviti predznake električnih naboja nastalih influencijom. U tu svrhu najprije izbijemo elektroskop dodirom prsta, a zatim ga kušalicom nabijemo tako da prenesemo nešto elektriciteta s pozitivno nabijene kugle. Tad znamo da je na elektroskopu pozitivni naboj. Zatim dirnemo kušalicom tijelo na kraju bližemu kugli i taj naboj prenesemo na elektroskop. Razmak će se listića smanjiti.

Budući da ovaj naboj tijela poništava naboj kugle, izlazi da je na elipsoidu na kraju bližemu kugli naboj protivnog predznaka od onoga na kugli. Prema tome je na daljem kraju naboj istog predznaka kao i na kugli. To se daje potvrditi i tako da kušalicom nešto tog naboja prenesemo na elektroskop koji još ima pozitivnog naboja. Nakon tog prijenosa razmak listića poraste.

Prigodom prijenosa naboja kušalicom dirali smo čašicu elektroskopa iznutra. Time se postiže da naboj kuglice kušalice sasvim prijeđe na čašicu elektroskopa, bez obzira na to kako je on nabijen. To ćemo i pokazati u jednome od budućih pokusa, a zasad se zadovoljimo time da nam je poznata ta činjenica.

Sad ćemo dovršiti naš pokus o influenciranom elektricitetu. Tijelo na kojem su nastali influencirani električni naboji udaljimo od elektrizirane kugle. Kušalicom i elektroskopom ustanovimo da ono više nije električno na nijednome svom dijelu.

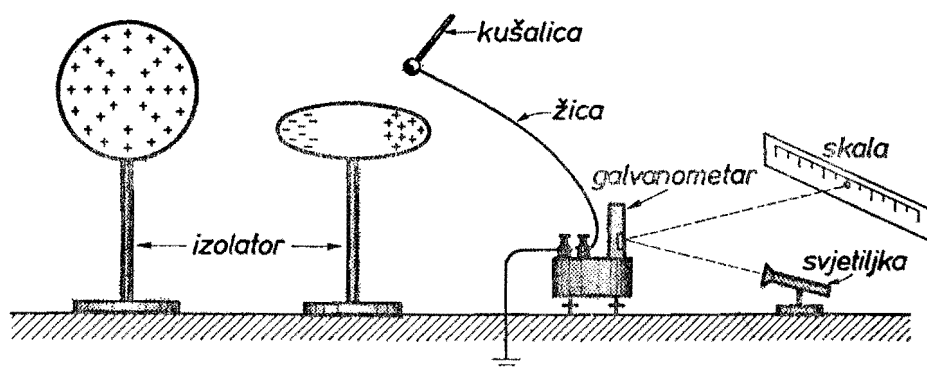
Vratimo zatim elipsoid u prijašnji položaj, u blizinu kugle. Influencirani se naboji opet pojave. Naime, influencijom se naboji na tijelu razdvajaju. Oni koji su predznaka suprotnoga od naboja na kugli prikupe se na tijelu što je moguće bliže kugli. Tome se opiru odbojne sile kojima se naboji što se skupljaju na tijelu, međusobno odbijaju. Naboji po predznaku jednaki onima na kugli udalje se što više mogu. Oni se odbijaju od naboja na kugli.

Ovaj pokus o električnoj influenciji pokazuje da na neelektričnom tijelu ima električnih naboja i jednog i drugog predznaka. Tih naboja ima u jednakim količinama, i tako su međusobno izmiješani da se tijelo vlada kao neelektrično. Influencijom, tj. djelovanjem vanjskoga električnog polja, ti se naboji djelomice razdvoje.

Influenciono djelovanje kugle na tijelo koje smo joj približili možemo spriječiti tako da između kugle i tijela umetnemo kovnu ploču spoenu žicom sa zemljom. Umjesto ploče dobro će poslužiti i kovna mreža spojena sa zemljom. Da bi mreža bila ravna, napeta je u okviru.

Ovim posljednjim pokusom tumači se učinak zaštitne mrežice na elektroskopu. Budući da je ona preko kućišta elektroskopa spojena sa zemljom, na njoj svršava influenciono djelovanje vanjskoga električnog polja, pa ono ne može dosegnuti one dijelove elektroskopa koji su izvan kućišta. Taj pokus također tumači zašto se teže prima radio-program u zgradi od armirana betona. Željezo u betonu zaštićuje od djelovanja električnog polja antene odašiljača. Tu pomaže vanjska antena, po mogućnosti iznad krova zgrade.

Ponovit ćemo pokus o električnoj influenciji u nešto izmijenjenom obliku. Opet nabijemo izoliranu kovnu kuglu staklenim štapom i približimo joj dugoljasto tijelo elipsoidna oblika. Na tijelu će se influencijom naboji razdijeliti. To odgovara već prikazanom pokusu. Razlika je, međutim, u tome što ćemo naboje izazvane influencijom sada ispitati balističkim galvanometrom. Za prvi čas neka bude dovoljna informacija da je balistički galvanometar sprava kojoj je otklon kazaljke razmjeran količini električnog naboja što prođe kroz njega.



Kazaljka galvanometra jest zraka svjetlosti iz svjetiljke na stolu. Ona se odbija na zrcalu kruto spojenome s mjernim sistemom galvanometra. Zraka završava na skali na zidu kao svijetao znak. Ako se sistem miče, znak putuje uzduž skale. Ispitajmo najprije na koju stranu ide znak ako kroz galvanometar proleti pozitivni naboj. Jedna je stezaljka galvanometra spojena s izoliranom kuglicom, a druga sa zemljom. Ovećom kušalicom skinemo sa staklenog štapa nešto pozitivnog naboja i dodiranjem s kuglicom galvanometra izbijemo taj naboj kroz galvanometar u zemlju.

U našem pokusu svjetlosni znak krene iz nul-položaja udesno, stigne na skali do podjele x i zatim se nanovo počne vraćati prema nuli. Daljina x do koje je znak stigao razmjerna je količini elektricitea koja je kroz galvanometar proletjela.

Ako svijetao znak smirimo na nuli skale, pa kroz galvanometar izbijemo negativni naboj koji smo uzeli s ebonitnog štapa, onda se znak otkloni do daljine y ulijevo i opet vrati prema nuli. Ta je daljina razmjerna količini negativnoga električnog naboja koji je prošao galvanometrom.

Kad naboj proleti kroz galvanometar, ovaj se zaniše nadesno ako je naboj pozitivan, a ulijevo kad je on negativan, i krajnji otklon do kojega je znak stigao razmjernan je veličini naboja. Budući da je taj otklon kojim mjerimo električni naboj časovit, a ne trajan kao pri upotrebi galvanometra kad se njime mjeri električna struja, tj. trajan tok električnih naboja kroz galvanometar, to se na ovaj način upotrijebljeni galvanometar naziva balistički.

Prijedimo na sam pokus o influenciranom elektricitetu. Na izoliranome dugoljastom tijelu elektricitea su se razdijelili. Držeći za ručku od izolatora, taknimo kuglicom kušalice, koja je spojena s galvanometrom, dugoljasto tijelo. Galvanometar pokaže otklon x udesno. Bio je to pozitivan naboj.

Spojimo zatim galvanometar s dugoljastim tijelom, pa dodirom prsta izbijmo elektriziranu kuglu. Galvanometar pokaže otklon $y = -x$, nalijevo. Bio je to negativni naboj jednako velik kao prije pozitivni. Veličina i predznak tih otklona ne zavisi o mjestu gdje smo kuglicom taknuli dugoljasto tijelo.

Naše iskustvo o električnoj influenciji možemo sažeti ovako:

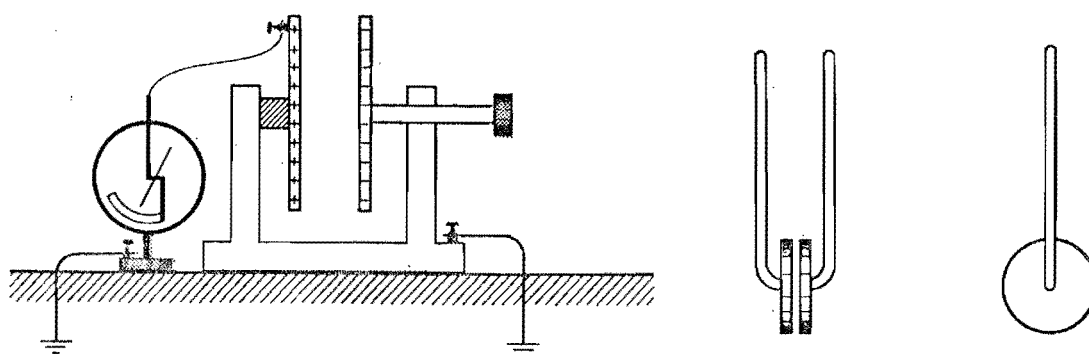
1. U električnom se polju uz električnu silu pojavljuje i još električna influencija.
2. Zbog električne influencije na tijelima unesenima u električno polje nastaju električni naboji.
3. Ako je tijelo prije unošenja u električno polje bilo neelektrično, te ako je izolirano, onda se na njemu pojave jednake količine plus i minus-elektricitea.
4. Električnom influencijom prvotno izmiješani naboji na tijelu djelomično se razdvoje. Koliko daleko ide to razlučivanje naboja, ovisi o električnom polju u koje smo tijelo unijeli.

Za influenciono djelovanje električnog polja odlučan je vektor električnog pomaka $\vec{D}$. Taj ćemo vektor definirati.

VEKTOR ELEKTRIČNOG POMAKA

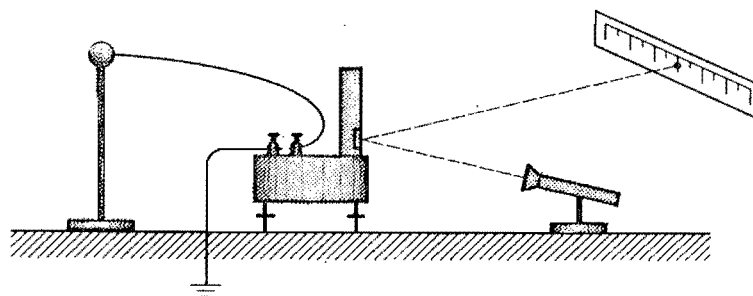
Da pokažemo kako se u načelu definira vektor električnog pomaka $\vec{D}$, poslužiti ćemo se električnim poljem između ploča ravnog kondenzatora. U našem primjeru to su dvije okrugle kovne ploče učvršćene na masivnom staklu. Jedna ima nosač od izolatora, a druga je spojena s uzemljenim stalkom i može se izoliranoj ploči približiti na željenu daljinu.

Izolirana ploča spojena je s mjernom iglom Braunova elektrometra. Kad izoliranu ploču nabijemo staklenim štapom, otklon igle elektrometra pokazuje koliko smo jako ploču nabili. Između izolirane ploče i one spojene sa zemljom uspostavi se električno polje koje potječe od pozitivnog naboja na izoliranoj ploči i influenciranih negativnih naboja na uzemljenoj ploči. Influencirani pozitivni naboj otišao je u zemlju.

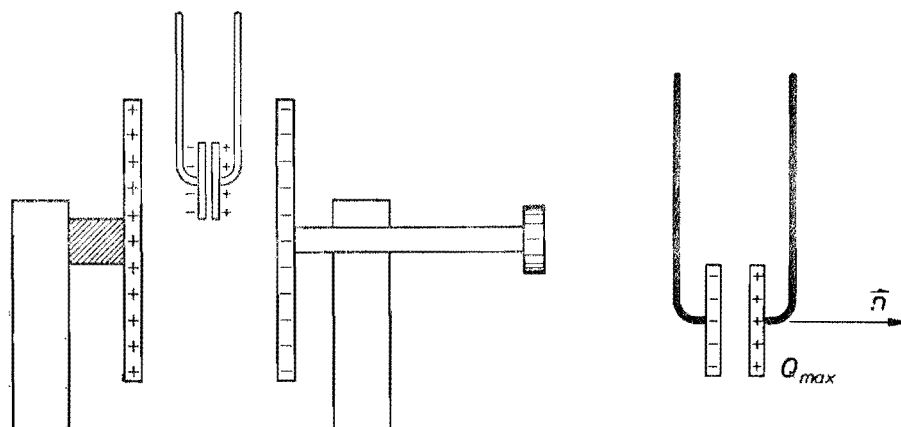


Influenciono djelovanje tako nastalog električnog polja između ploča kondenzatora ispitivat ćemo Maxwellovim dvopločama. To su dvije okrugle pločice jednake veličine. Svaka je od njih učvršćena na dršku od dobra izolatora. Držeći za drške možemo pločice prisloniti jednu uz drugu i zatim ih opet rastaviti.

Da bismo odredili vektor električnog pomaka, treba nam i balistički galvanometar. Jedna mu je stezaljka uzemljena, a druga je spojena s kuglicom na dršku od izolatora. Dodirnuvši elektriziranim tijelom tu kuglicu, možemo naboj s tijela odvesti kroz galvanometar u zemlju i time, po balističkom otklonu, procijeniti njegovu veličinu. Izbijajući kušalicu kojom smo uzeli nešto naboja sa staklenog štapa, ustanovimo u kojem se smjeru galvanometar otkloni izbijemo li kroz njega pozitivni naboj.



Prijeđimo sada na mjerenje električnog pomaka $\vec{D}$. Priljubimo jednu Maxwellovu pločicu uz drugu tako da se pokrivaju. Dodirnuvši njima kuglicu galvanometra uvjerimo se da na njima nema električnog naboja. Tako priljubljene pločice uočinimo u električno polje između ploča kondenzatora. Budući da se Maxwellove pločice međusobno dodiruju, one električki čine jedno kovno tijelo. Električno će polje



izazvati na njima razdvajanje električnih naboja. Ako smo ih postavili paralelno s pločama kondenzatora, onda se na pločici koja gleda prema pozitivnim nabojima na kondenzatoru sabere negativni naboj, a na drugoj pozitivni.

Pošto su se Maxwellove pločice influencijom nabile, mi ih u električnom polju rastavimo da se razlučeni elektriciteti ne bi mogli opet izmiješati. Rastavljene pločice izvadimo iz električnog polja i njihove naboje izmjerimo balističkim galvanometrom. Naboji su jednako veliki no suprotna predznaka.

Potanjim ispitivanjem ustanovljuje se da je influencirani naboj na pločicama maksimalan ako su one u času rastavljanja bile paralelne s pločama kondenzatora. Postoji, dakle, orijentacija pločica za koju dobivamo najveći influencirani pozitivni naboj $Q_{\max}$ na jednoj pločici (a jednako tako velik negativni naboj na drugoj pločici). Ta orijentacija pločica određena je normalom $\vec{n}$ na pozitivno nabijenu pločicu. Ako je S površina pločice koja se prekrila pozitivnim elektricitetom kad je pločica bila uronjena u električno polje, onda je vektor električnog pomaka ovako definiran:

$$\vec{D} = \vec{n} \frac{Q_{\max}}{S}.$$

Po veličini, vektor je električnog pomaka izražen maksimalnom gustoćom plus-elektriciteta koji se na pločicama influencira, a po smjeru se on podudara s normalom na pločicu koja se nabila pozitivno.

U našem pokusu odredili smo vektor električnog pomaka u polju ravnog kondenzatora. Međutim, jednako se tako vektor $\vec{D}$ odredi u bilo kojoj točki bilo kojeg električnog polja.

Za određivanje smjera i veličine vektora $\vec{D}$ možemo postupiti tako da tražimo položaj pločica za koji je influencirani naboj maksimalan, kao što je spomenuto. Međutim, smjer, a i veličinu vektora $\vec{D}$, naći ćemo i tako da u jednoj točki polja izmjerimo influencirane elektricitete na pločicama za tri orijentacije koje ne leže u istoj ravnini. Najjednostavnije je ako su to orijentacije u smjerovima pravokutnih koordinatnih osi x , y , z . Tad se dobiju komponente vektora $\vec{D}$ koje padaju u smjerove osi:

$$D_x = \frac{Q_x}{S}$$

$$D_y = \frac{Q_y}{S}$$

$$D_z = \frac{Q_z}{S}.$$

Veličine pozitivnog naboja Q_x , Q_y , Q_z koji se u tim položajima pločica influencira, izražene su ovako:

$$Q_x = Q_{\max} \cdot \cos \alpha$$

$$Q_y = Q_{\max} \cdot \cos \beta$$

$$Q_z = Q_{\max} \cdot \cos \gamma.$$

Tu su $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ komponente jediničnog vektora koji pada u smjer vektora $\vec{D}$, a maksimalni naboj bit će

$$Q_{\max} = \sqrt{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2}.$$

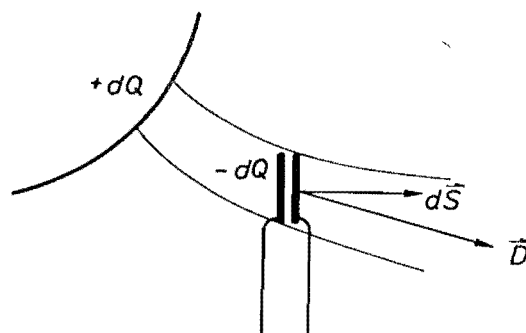
Prema tome trima mjerenjima kod kojih normala na pozitivnu pločicu pada redom u pravce pravokutnih koordinatnih osi x , y , z određena je i veličina i smjer vektora električnog pomaka $\vec{D}$.

Ako je influencirani elektricitet na Maxwellovim pločicama izišao maksimalan, podudara se normala $\vec{n}$ na pozitivnu pločicu sa smjerom vektora električnog pomaka $\vec{D}$. Međutim, kad pločice orijentiramo bilo kako, tad normala $\vec{n}$ koja određuje orijentaciju pločice zatvara sa smjerom vektora električnog pomaka $\vec{D}$ kut γ . Ako sada prikažemo površinu pločice S kao vektor:

$$\vec{S} = \vec{n} \cdot S,$$

količina elektriciteta na pločici bit će

$$Q = \vec{D} \cdot \vec{S} = D \cdot S \cdot \cos \gamma.$$



Da bismo mogli govoriti o vektoru električnog pomaka u jednoj točki polja, treba zamisliti da je površina pločica vrlo mala. Tada je i količina influenciranog elektriciteta vrlo mala, pa je

$$dQ = \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Tu jednadžbu možemo izreći ovako: Električni naboj koji se pojavi na jednoj od Maxwellovih pločica skalarni je umnožak vektora električnog pomaka $\vec{D}$ i vanjske površine te pločice $d\vec{S}$. To očito vrijedi za obje pločice jer su normale na njih suprotno usmjerene. Posljednja jednadžba je definiciona, kojom je izražen električni pomak $\vec{D}$ u bilo kojoj točki električnog polja.

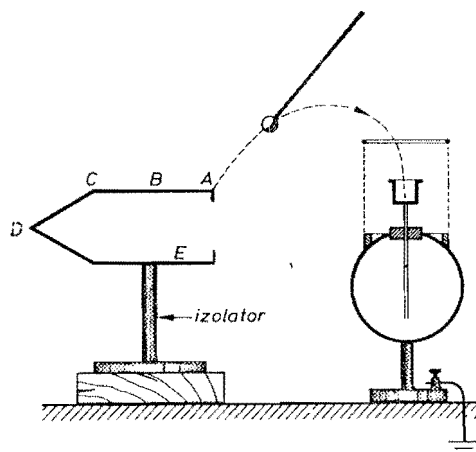
RASPORED MIRNOG NABOJA NA VODIČU

Opišimo najprije aparaturu kojom ćemo izvesti pokuse. Tijelo na kojemu ćemo ispitivati raspored električnih naboja ima oblik šupljega kružnog valjka koji je na jednoj osnovici otvoren, a na drugoj se nastavlja u čunj. To je tijelo učvršćeno na stalku od izolatora, tako da se dađe nabiti elektricitetom.

Za ispitivanje rasporeda naboja na izoliranom tijelu poslužiti ćemo se elektroskopom i kušalicom. Kušalica je malena kovna kuglica na dršku od izolatora.

Elektroskop ima na vrhu štapića čašicu koja se može kušalicom taknuti iznutra. Čašica i štapić zaštitnom su mrežicom zaštićeni od influencionog djelovanja vanjskih električnih polja. Kako dobro štiti ta mrežica, vidi se po tome što možemo elektro-

skopu približiti stakleni štap, a da mu se listići ne maknu. Nabijmo valjkasto tijelo pomoću staklenog štapa. Kušalicom zatim taknemo tijelo na mjestu A i naboj prenesemo u čašicu elektroskopa. Listići će se razmaknuti. Motrimo ih u projekciji i njihov razmak možemo na zastoru izmjeriti.



Elektroskop zatim izbijemo dodirnuvši čašicu prstom, pa prenesemo kušalicom naboj s mjesta B. Razmak je listića manji od onoga kad smo naboj donijeli s mjesta A. Opet elektroskop izbijemo, te prenesemo naboj s mjesta C. Listići se razmaknu jače nego za B, no slabije nego za A. Pošto smo izbili elektroskop, prenesemo naboj s mjesta D. Dobivamo dotad najveći razmak listića. Opet izbijemo elektroskop i prenesemo naboj s mjesta E koje je na unutrašnjoj strani plašta valjka. Listići ostaju skupljeni i nakon što se ponovi pokušaj da se s E prenese nešto naboja.

Da bismo dobili neki pregled rezultata našeg eksperimentiranja, poredajmo oznake za mjesta s kojih smo prenosili naboje tako da prvo napišemo mjesto najvećeg razmaka listića, dakle i najvećeg naboja, zatim idućega po veličini itd. Rezultat će biti

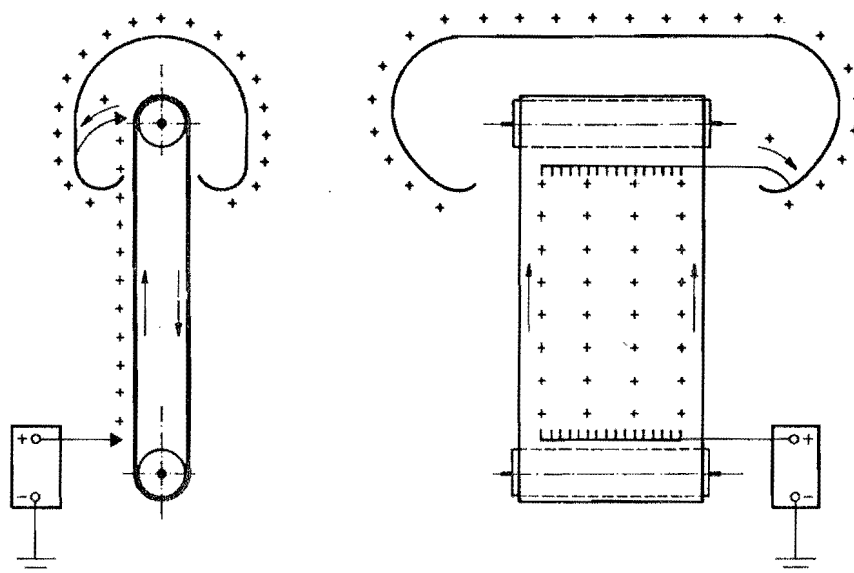
D, A, C, B, E.

Iz pokusa zaključujemo:

1. Mirni električni naboj raspoređen je po vanjskoj površini vodiča.
2. Na unutrašnjoj površini vodiča nema električnih naboja kad oni na vodiču miruju.
3. Gustoća električnih naboja na vanjskoj površini ovisi o zakrivljenosti površine i o tome koliko na tom mjestu površina strši u prostor.

Na osnovi ovog pokusa možemo zaključiti da je na izoliranoj kovnoj kugli naboj jednoliko raspoređen po njezinoj vanjskoj površini.

Razmotrimo kako djeluje čašica na štapiću elektroskopa. Kad je kušalicom taknemo iznutra, onda kušalica postane dio unutrašnje površine vodiča koji se sastoji od čašice i štapića elektroskopa. Zato će cijeli naboj kušalice prijeći na čašicu. Kad kušalicu izvadimo poslije takva dodira s čašicom, na kušalici neće biti naboja: ona se potpuno izbila, bez obzira na to koliko je čašica imala već na sebi naboja u času dodira.



Na činjenici da je mirni električni naboj smješten u potpunosti na vanjskoj površini kovnog vodiča, osniva se djelovanje van de Graaffova stroja kojim se dobivaju električni naboji, jako koncentrirani na jednome izoliranom kovnom vodiču. Široka traka od izolatora sastavljena je na krajevima poput pogonskog remena i prebačena preko dva valjka — donjega koji se pokreće motorom i gornjega koji je u kovnom vodiču koji nabijamo. Iz ispravljača (ili na neki drugi način) nanose se pomoću šiljaka naboji na donjem dijelu trake. Budući da je traka od izolacionog materijala, naboji ne mogu njome putovati i stoga ih ona unese u unutrašnjost izoliranoga kovnog tijela, »kape«. U kapi se ti naboji skidaju s trake pomoću češlja od kovnih šiljaka i s njih neposredno prelaze na vanjsku površinu kape. Tako se naboji neprestano donose na kapu, i to ide dotle dok negdje ne nastane slom izolacije, pa si naboji s kape prokrče put u zemlju.

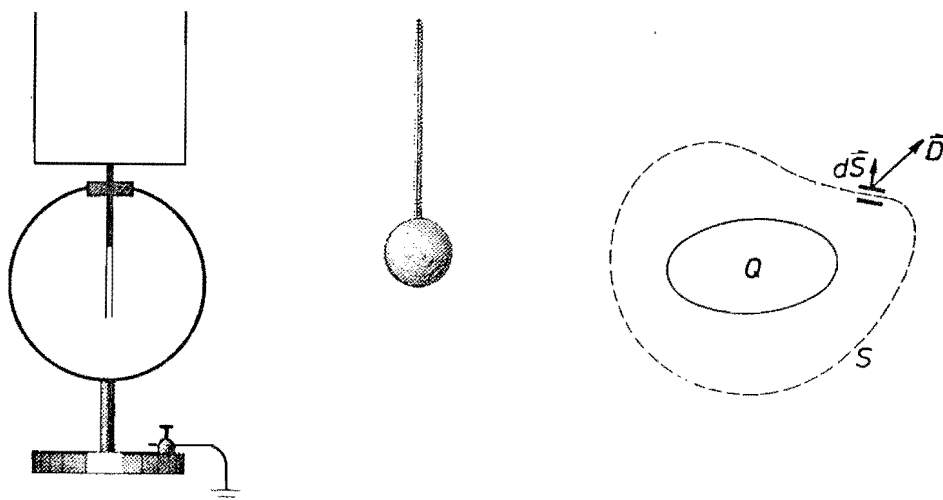
OSNOVNA JEDNADŽBA VEKTORA ELEKTRIČNOG POMAKA

Izvest ćemo pokus čiji će nam rezultat omogućiti da napišemo osnovnu jednadžbu koju zadovoljava vektor električnog pomaka $\vec{D}$. Kad kažemo da je to osnovna jednadžba, onda time mislimo reći da ona vrijedi za svaki slučaj, a to znači u svakome električnom polju i na svakom mjestu električnog polja.

Na štapić elektroskopa učvrstimo oveću čašu tako da se u nju daje unijeti i veće tijelo, a da pri tome ne dodirnemo stijenku čaše. Kao tijelo poslužiti će nam kovna kugla na dršku od izolatora. Na početku pokusa nabijemo kuglu staklenim štapićem. To obavimo podalje od elektroskopa jer on, zbog širine čaše, nema zaštitne mrežice. Unesimo nabijenu kuglu u čašu. Listići će se elektroskopa razmaknuti, a da i nismo taknuli čašu iznutra. Ako kuglu u čaši mičemo amo-tamo, pazeći da pri tome ne dirnemo čašu, to pomicanje ne utječe na razmak listića. On se zbog toga neće promijeniti.

Izvadimo li kuglu iz čaše i odmaknemo je od elektroskopa, listići se sklope.

Sad dolazi najvažniji dio ovog pokusa. Kuglu unesemo u čašu. Razmak listića postigne vrijednost koja ne ovisi o položaju kugle u čaši. Zatim nabitom kuglom taknemo unutrašnjost čaše i pazimo na razmak listića. Pri tom dodiru on se neće promijeniti. Kod tog dodira kugla je sav svoj naboj predala čaši na elektroskopu, jer je dodir bio iznutra.



Na osnovi dosadašnjega našeg znanja o vladanju električnih naboja protumačiti ćemo ovaj pokus. Nabijena kugla unesena u čašu influencira u njoj naboje. Ako kugla nosi pozitivni naboj, onda se na unutrašnjoj površini čaše skupi negativni naboj, a influencirani pozitivni naboj ode na vanjsku površinu čaše i listiće elektroškopa, koji se zbog toga razmaknu. Označimo li s Q_{iu} influencirani elektricitet na unutrašnjoj površini čaše, a s Q_{iv} na vanjskoj, tad vrijedi

$$Q_{iv} = -Q_{iu}.$$

Kad smo kuglom taknuli čašu iznutra, kugla se izbila, a razmak se listića nije promijenio. To znači da se naboj kugle upravo poništio s influenciranim nabojem na unutrašnjoj površini čaše. Označimo li s Q naboj kugle, slijedi

$$Q = -Q_{iu}.$$

Iz te jednadžbe i prethodne dobivamo

$$Q = Q_{iv}.$$

Taj rezultat možemo ovako izraziti. Kad u šuplji izolirani vodič unesemo električni naboj Q , onda se na njegovoj vanjskoj površini pojavi naboj Q_{iv} jednak unesenom naboju Q . Pri tome šuplji vodič mora biti takav da gotovo potpuno obuhvaća tijelo na kojem je naboj Q .

Zaključivanje ćemo nastaviti uz pomoć zamišljenog pokusa. Tijelo koje nosi naboj Q neka ima bilo koji oblik. Ono stvara u prostoru oko sebe električno polje. Obuhvatimo li to tijelo bilo kojom zatvorenom plohom S , onda bi se na toj plohi, ako bi ona bila od kovine, influencirali naboji

$$Q_{iu} = -Q$$

$$Q_{iv} = Q.$$

Ako zamislimo da je ta ploha S sastavljena od velikog broja sitnih Maxwellovih dvoploča, onda se na svakom paru tih pločica influenciraju naboji. Na vanjskoj pločici influencirani je naboj

$$dQ_{iv} = \vec{D} \cdot d\vec{S},$$

a na pločici koja gleda prema unutra jednako velik, ali suprotna predznaka. Zbroj svih nabojna na vanjskim pločicama daje ukupni influencirani naboj. Dakle je

$$Q_{iv} = \oint_S dQ_{iv} = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Budući da je Q_{iv} jednak naboju Q (jednako velik i istog predznaka), to slijedi

$$Q = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Integral na desnoj strani jest tok vektora električnog pomaka $\vec{D}$ kroz zatvorenu plohu S iz prostora što ga ta ploha obuhvaća. Zato sadržaj posljednje jednadžbe možemo ovako izreći: Tok električnog pomaka $\vec{D}$ kroz zatvorenu plohu S jednak je električnom naboju Q (zbroyu električnih nabojna) koji se nalazi u prostoru obuhvaćenome tom plohom.

Taj je zaključak valjan za svako električno polje, pa prema tome vrijedi općenito za vektor električnog pomaka $\vec{D}$. Jednadžba koja izjednačuje naboj Q i tok električnog pomaka osnovna je jednadžba za vektor električnog pomaka $\vec{D}$. Uobičajeno je da se tok električnog pomaka obilježava slovom Ψ , pa će biti

$$\Psi = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Jednadžba koja izjednačuje električni naboj Q i tok električnog pomaka Ψ jedna je od četiriju Maxwellovih jednadžbi elektromagnetskog polja. Tu smo jednadžbu napisali za konačan dio prostora ograničen plohom S . Ona sadrži integral koji predoduje tok vektora $\vec{D}$. Također i njezinu lijevu stranu, tj. naboj Q , možemo shvatiti kao zbroj svih nabojna unutar plohe S , dakle opet kao integral. To je integralni oblik ove Maxwellove jednadžbe.

Valjanost osnovnog zakona za vektor $\vec{D}$ ograničena je uvjetima uz koje vrijede zaključci izvedeni iz pokusa na kojima se osnivaju. Tako smo u zaključivanju šutke pretpostavili da operiramo s kontinuiranim veličinama. Drugim riječima, nismo uzeli u obzir atomističku strukturu elektriciteta. To je dopušteno dotle dok je i u elementarnim područjima još uvijek vrlo velik broj atoma, pa se može uzeti da se promjene zbivaju gotovo kontinuirano. Tako, kad smo u mislima prekrili zatvorenu plohu S sićušnim Maxwellovim dvopločama, njih valja zamišljati još uvijek vrlo velikim prema atomskim dimenzijama. Kad, dakle, rečemo da su te dvoploče vrlo male, onda to znači da su njihove dimenzije samo vrlo male prema konačnim dimenzijama tjelesa kojima eksperimentiramo, no još velike prema veličini atoma. To je razlika prema matematičkom prijelazu na granicu gdje neka veličina teži prema nuli.

Ako je naboj Q prostorno raspoređen, onda možemo definirati prostornu gustoću ρ tog nabojna

$$\varrho = \frac{dQ}{d\tau}.$$

Tu je $d\tau$ obujam prostornog elementa, a dQ električni naboj koji je u tome prostornom elementu sadržan. Pri tome valja $d\tau$ zamisliti dovoljno velik da sadrži još mnoštvo atoma.

Ograničimo li konačan prostor V , onda će naboj u tom prostoru biti

$$Q = \iiint_V \varrho \cdot d\tau.$$

Pišemo trostruki integral jer je riječ o prostornom integralu.

Prostor V ograničen je plohom S , i prema tome kroz tu plohu izlazi iz prostora tok pomaka

$$\Psi = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Tok Ψ izvire u pozitivnim nabojima, a ponire u negativnim nabojima. Naime, tok je iz neke plohe pozitivan, ako ona obuhvaća više pozitivnih nego negativnih naboja, i obratno. Po osnovnoj jednadžbi taj je tok jednak naboju. Dakle, osnovna će jednadžba za prostorni raspored naboja biti

$$\iiint_V \varrho \cdot d\tau = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Ako plohu S stežemo, obuhvaćeni prostor V biva sve manji. Konačno se on može stisnuti na samo jedan element prostora $d\tau$. Tad integral na lijevoj strani ima samo jedan pribrojnik, a ploha S predodžuje oplošje elementa prostora $d\tau$. To možemo pisati

$$\varrho \cdot d\tau = \oint_{d\tau} \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Oba su ova izraza vrlo malena, no kvocijent (gustoća naboja)

$$\varrho = \frac{1}{d\tau} \oint_{d\tau} \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

jest konačan. Kvocijent toka vektora pomaka kroz oplošje prostornog elementa i obujma tog elementa jedan je diferencijalni kvocijent vektorskog računa i bilježi se ovako:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{1}{d\tau} \oint_{d\tau} \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Prema tome će osnovna jednadžba električnog pomaka pri prijelazu na diferencijalne dimenzije biti

$$\operatorname{div} \vec{D} = \varrho.$$

To je Maxwellova jednadžba za električni pomak u diferencijalnom obliku. Ona vrijedi dotle dok elektricitet, materiju i ostalo možemo obrađivati matematički kao kontinuirane veličine.

Na kraju sažmimo naše zaključivanje: Ako su naboji prostorno raspoređeni, onda je unutar obujma V sadržani naboj Q prikazan izrazom

$$Q = \iiint_V \rho \cdot d\tau.$$

Kroz plohu S koja ograničava obujam V izlazi u preostali prostor tok vektora električnog pomaka. Taj je tok prikazan izrazom

$$\Psi = \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Na osnovi pokusa kao sažetak našeg iskustva proizlazi da je tok Ψ jednak naboju Q . Dakle će biti

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho \cdot d\tau.$$

To je osnovna jednadžba za vektor električnog pomaka $\vec{D}$ u integralnom obliku. U diferencijalnom obliku ona glasi

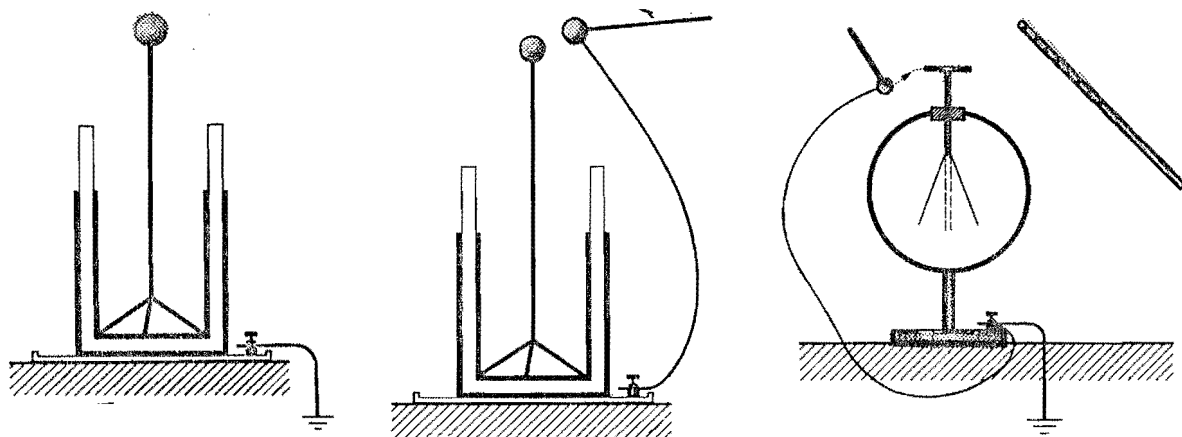
$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho.$$

Budući da se je prostor V sada stisnuo na prostorni element $d\tau$, kojemu je položaj u prostoru određen jednom točkom, to ova osnovna jednadžba prikazuje svojstvo vektora $\vec{D}$ u promatranoj točki električnog polja. Razlika je, dakle, između integralnog i diferencijalnog oblika u tome što prvi vrijedi za konačni prostor, a drugi za točku. Napisanu jednadžbu u diferencijalnom obliku možemo ovako izreći: Jakost izvora vektora $\vec{D}$ u nekoj točki električnog polja jednaka je gustoći električnog naboja u toj točki.

NEKE PRIMJENE ELEKTRIČNE INFLUENCIJE

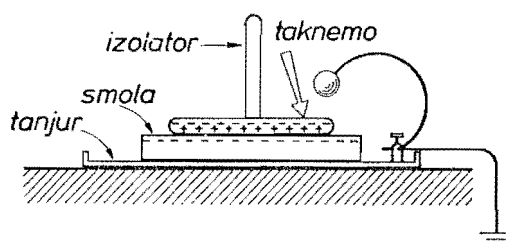
Leydenska boca klasični je oblik električnog kondenzatora. Oveća staklena čaša obložena je kovnim slojem po dnu i plaštu izvana i iznutra. Kovni slojevi završavaju oko 10 cm ispod gornjeg ruba čaše. Slobodni dio stakla namazan je šelakom da se spriječi njegovo vlaženje. S unutrašnjim oblogom spojen je kovni štap koji strši iz boce i završava kuglicom.

Vanjski oblog bice stavimo na izolnu podlogu spojenu sa zemljom. Kuglici približimo kapu van de Graaffova stroja koji stavimo u pogon. S kape preskakuju iskre na kuglicu i boca se »puni«, tj. na unutrašnjem se oblogu prikuplja naboj koji na vanjskom influencira naboj suprotna predznaka. Ti se naboji privlače pa se na unutrašnjem oblogu skupi mnogo elektriciteta. Bocu možemo »izbiti« ako njezinoj kuglici približimo kuglicu žicom spojenu s vanjskim oblogom. Pri tome uz prasak preskoči iskra između kuglica.



Prikazat ćemo kako se električnom influencijom nabija elektroskop. Na vrh njegova štapića stavimo pločicu, a zaštitnu mrežicu uklonimo. Kuglicu kušalice žicom spojimo sa stezaljkom na stalku elektroskopa. Odatle žica vodi do zemlje. Ako odozgo približimo pločici elektroskopa elektrizirani stakleni štap, onda se u pločici i štapiću razdvoje električni naboji zbog influencije. Negativni, privučeni nabojima na staklenom štapu, skupljaju se na gornjoj površini pločice, a pozitivni naboji bježe što dalje mogu, pa nabiju listiće, koji se razmaknu.

Pošto smo približavajući štap postigli željeni razmak listića, držimo štap mirno u dovedenom položaju, a drugom rukom prihvatimo štapić kušalice i njezinom kuglicom taknemo pločicu elektroskopa s donje strane. U trenutku dodira listići se sklope. Zatim odložimo kušalicu na stol ne mijenjajući položaj staklenog štapa. Listići su elektroskopa još uvijek skupljeni jer naboj štapa veže negativne naboje na gornjoj strani pločice, a pozitivni su dodiranjem kušalice otišli u zemlju po žici kojom je ona u ovom pokusu bila spojena s kućištem elektroskopa. Kad odmaknemo štap, listići se razidu. Elektroskop je nabijen negativno.



Voltin elektrofor sprava je kojom se na osnovi električne influencije dobivaju električni naboji. Na limenom tanjuru spojenome sa zemljom »kolač« je od smole. Ako se smola lupa krznom, po tradiciji lisičjim repom, ona se elektrizira negativno. Budući da je smola dobar izolator, taj je naboj dobro »prilijepljen« za smolu, a influencirani plus-elektricitet na tanjuru pomaže njegovu održavanju. Stavimo li na smolu limeni poklopac s drškom od izolatora, onda na tom poklopcu nastane razdvajanje električnih naboja pod utjecajem influencije. Pozitivni se naboji skupe na donjoj strani poklopca, uz smolu, a negativni na gornjoj. Spojimo li načas poklopac sa zemljom, negativni će naboj otići u zemlju, a pozitivni ostati jer ga vežu naboji na smoli. Držeći za ručku od izolatora podignemo poklopac i pozitivni naboj s njega možemo predati nekome drugom tijelu. Na poklopcu ima dovoljno elektriciteta da izazovemo električnu iskricu kojom se daje zapaliti plinski plamen.

U raznim strojevima na influenciju rotacijom se razdvajaju elektriciteti izazvani influencijom i zatim prikupljaju na dvama vodičima. Ti strojevi imaju povijesno značenje.

LINIJJE ELEKTRIČNOG POLJA

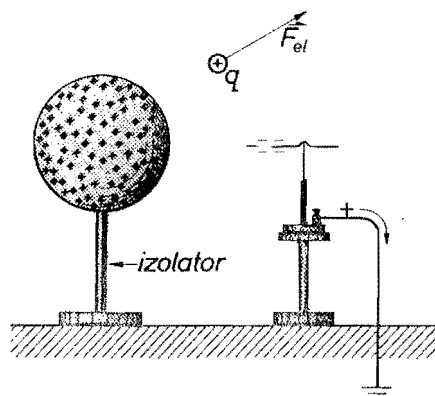
U električnom polju na tijelo koje nosi električni naboj djeluje električna sila. S primjerima takva djelovanja upoznali smo se odmah na početku ovih predavanja. Električnu silu prikazujemo kao umnožak dvaju faktora — naboja q , što ga nosi tijelo na koje djeluje električna sila, i jakosti električnog polja $\vec{E}$ na mjestu gdje se tijelo nalazi. Dakle ovako:

$$\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}.$$

U nekome električnom polju, na raznim mjestima, vektor jakosti polja $\vec{E}$ ima različite vrijednosti. Razlike su i u veličini vektora $\vec{E}$ i u njegovu smjeru. U načelu se jakost električnog polja $\vec{E}$ odredi u nekoj točki prostora tako da na to mjesto donesemo sitno tijelo s nabojem q , pa tu izmjerimo silu $\vec{F}_{el}$ kojom polje djeluje na to tijelo. Vektor jakosti električnog polja dan je tad kvocijentom sile i naboja

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q}.$$

Ako je naboj q pozitivan, sila $\vec{F}_{el}$ ima isti smjer kao i $\vec{E}$. Stoga je prikladno zamisliti da električno polje ispitujemo pozitivno nabijenim tjelescem.



Želimo li ustanoviti samo smjer električnog polja, onda nam za to može poslužiti Gilbertov versorij. To je kovni štapić poduprt šiljkom iznad svog težišta, tako da se može lako okretati u horizontalnoj ravnini. Šiljak je versorija na kovnom stalju spojenome sa zemljom. Električno polje koje ćemo ispitivati versorijem načinimo tako da kovnu kuglu nabijemo staklenim štapom. Približimo versorij kugli. On se svojom duljinom orijentira prema središtu kugle. To je njegov ravnotežni položaj. Pri tome može i jedan i drugi kraj versorija pokazivati prema kugli. Električno polje svojom influencijom izaziva razdvajanje električnih naboja u štapiću (igli) versorija. Pozitivni naboj ode u zemlju, a negativni se sabere na onom kraju štapića

koji je bliže pozitivnoj kugli. Ako se štapić zakrene za 180° , negativni se naboj premjesti na kraj štapića koji je sad bliže kugli. Kugla privlači negativne naboje, pa stoga i taj kraj versorija. Ovom izvedbom versorija dade se odrediti pravac jakosti električnog polja ako taj pravac pada u horizontalnu ravninu. Kad bismo imali versorij poduprt u težištu oko kojega se može slobodno vrtiti, tad bi on pokazao pravac električnog polja u bilo kojoj točki prostora.

Govorimo li o smjeru električnog polja u nekoj točki polja, onda treba zamisliti da je versorij kojim taj smjer određujemo vrlo malen. Dakle, svakom mjestu polja možemo pridružiti sićušnu strelicu koja ima isti smjer kao i električno polje na tom mjestu. Ako se u mislima malo pomaknemo u smjeru jedne takve strelice, dođemo do susjedne točke, koja ima svoju strelicu. Pomaknemo li se opet malo u smjeru te nove strelice, stići ćemo u novi položaj kojemu je opet pridružena strelica smjera jakosti električnog polja. Takvim pomicanjem od točke do točke električnog polja, koje su sve opremljene strelicama što daju smjer jakosti električnog polja $\vec{E}$, opisat ćemo u električnom polju prostornu krivulju koja ima svojstvo da tangenta na tu krivulju u svakoj njezinoj točki daje pravac u koji pada vektor $\vec{E}$. U taj pravac pada i smjer električne sile $\vec{F}_{e1}$ ako u neku točku ove krivulje donesemo sitno tijelo s nabojem q . Zato se takva krivulja naziva električna silnica ili E-linija.

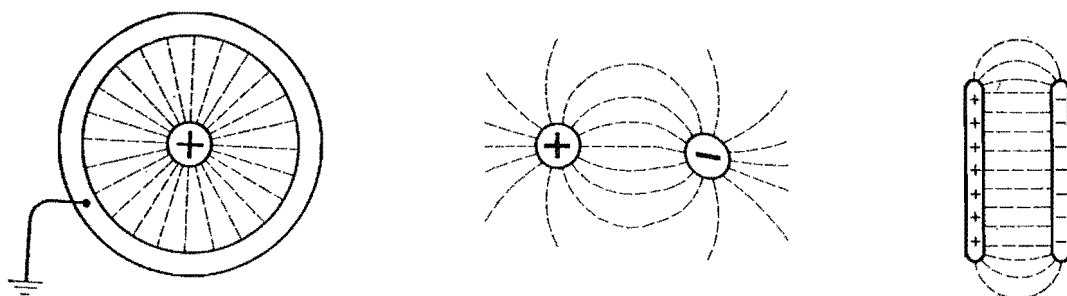
Prostor električnog polja možemo zamisliti da je protkan E-linijama. Na tim linijama označimo i pozitivni smjer, a to je onaj u kojemu polje djeluje na pozitivni naboj. Tad ove linije započinju na pozitivnim nabojima, a završavaju na negativnim. Pozitivni su naboji izvori E-linija, a negativni su njihovi ponori. Električne silnice ili E-linije daju zornu sliku djelovanja električne sile na pojedinim mjestima polja. One pokazuju kako će djelovati električna sila na neki naboj ako ga unesemo u to polje. Naime, kad u neko polje donesemo naboj, onda se oblik silnica promijeni i to promijenjeno polje svojim silnicama pokazuje kakvom silom bi ono djelovalo na slijedeći naboj koji bismo u to polje unijeli.

Predodžbu polja pomoću silnica uveo je M. Faraday. Ona mu je omogućila da sredi i protumači svoje pokuse i otkrića. Ne zaboravimo, međutim, da su E-linije, kao i ostale linije polja s kojima ćemo se upoznati, geometrijske tvorevine za opisivanje raznih pojava. One omogućuju da se sažeto i slikovito izrazimo. Njima, međutim, ne treba pridavati tolik stupanj realnosti kao npr. nekome materijalnom tijelu.

E-linije u jednoj ravnini možemo pokazati u pokusu za razne oblike vodiča. Na vodoravnoj staklenoj ploči prilijepljene su figure izrezane iz staniola, npr. u obliku kruga, ploče, presjeka čašice na elektroskopu itd. Između tih figura dade se uspostaviti električno polje tako da se jedna nabija pozitivno, a druga negativno. Ako na staklenu ploču sipamo kratke iglice od neke plastične tvari, one će se na ploči u prostoru između figura orijentirati svojom duljinom u pravac električnog polja. Svaka se od njih vlada kao sićušni versorij koji pokazuje pravac djelovanja električne sile. Nadovezane jedna na drugu, iglice prikazuju električnu silnicu.

Pokazat ćemo nekoliko primjera za električne silnice. Za svaki primjer potrebna je posebna staklena ploča sa svojim figurama. Kao prvo uzmimo ploču koja u sredini ima kovni krug koji je na izvjesnoj daljini okružen koncentričnim kovnim vijencem. Između tih elektroda uspostavimo električno polje tako da središnji krug nabijemo pozitivno, a kružni vijenac spojimo sa zemljom. Tad sipamo iglice. One se na staklenoj ploči orijentiraju svojom duljinom prema središtu kruga. U ovom su primjeru E-linije pravci koji radijalno izlaze iz središta kruga. Oni su okomiti i

na rub kruga i na rub vijenca koji ga okružuje. Kao drugi primjer pokazat ćemo električno polje između dva kovna kruga jednakih promjera. Jedan od njih nabijemo pozitivno, a drugi jednako jako negativno. Kad posipamo iglice, dobivamo sliku električnog polja koja odgovara presjeku kroz električno polje dviju kugala jednakih promjera, nabijenih jednakim količinama elektriciteta suprotna predznaka. Zatim ćemo prikazati polje između dviju paralelnih ravnih elektroda. Električne će silnice u ovom slučaju biti paralelni pravci okomiti na elektrode. Takvo polje, u kojem su silnice paralelni pravci, vlada između ploča ravnog kondenzatora. U njemu je jakost polja posvuda jednaka i ono ima posvuda isti smjer. (U električnom polju mirnih naboja ta dva svojstva mogu biti i moraju biti istodobno ispunjena, kako se može izvesti iz osnovnih zakona.) To je homogeno električno polje. Na njegovim rubovima silnice se savijaju i polje se sve više razlikuje od homogenoga.



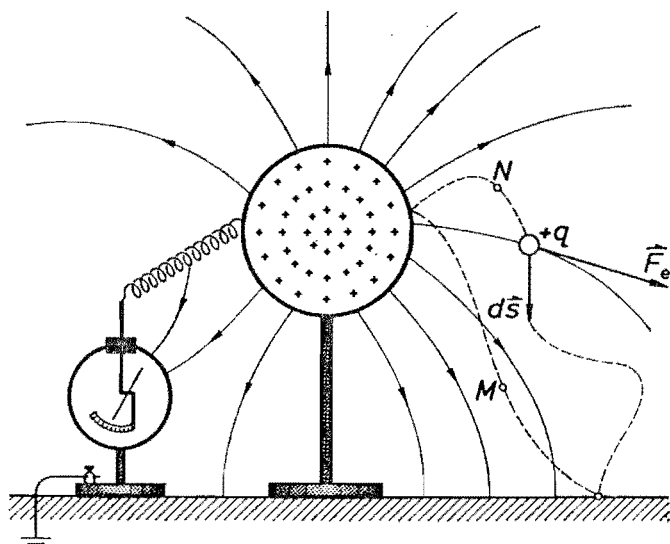
Slično kao što smo definirali E-linije možemo to učiniti i za linije električne influencije, ili D-linije. Da odredimo element D-linije u nekoj točki električnog polja, zamislimo da smo u tu točku donesli sićušne Maxwellove dvoploče. Kad smo pomoću njih odredili smjer vektora $\vec{D}$ u toj točki, označimo taj smjer vrlo malenom strelicom. Malenim pomakom u smjeru te strelice prijedimo u susjednu točku, pa u njoj ponovimo postupak određivanja smjera vektora $\vec{D}$ i tako nastavimo. Sićušne strelice dobivene u pojedinim točkama prostora nadovezuju se u jednu D-liniju. Tako možemo zamisliti da su te D-linije raspoređene po cijelom električnom polju. Tangenta na D-liniju u nekoj točki električnog polja daje pravac u koji moraju pasti vanjske normale na Maxwellove pločice, kako bismo dobili maksimalni influencirani naboj na pločicama. D-liniji možemo pripisati i smjer u toj točki, a to je smjer vanjske normale na pločicu koja se nabila pozitivno.

U električnom polju koje mirni naboji stvaraju u zraku, E-linije i D-linije međusobno se podudaraju. Ima, međutim, primjera gdje to nije tako, a to je onda pobudi li se električno polje u kristalima heksagonalnoga, monoklinskog ili triklin-skog sustava. Takve slučajeve u ovim predavanjima nećemo razmatrati.

ELEKTRIČNI POTENCIJAL I NAPON

Uvest ćemo dva nova pojma kojima ćemo se služiti kad opisujemo električno polje, a to je električni potencijal φ , s njime u vezi, električni napon. Da ovo izlaganje bude po mogućnosti jasno, promatrat ćemo električno polje kugle na stalku od izolatora smještene na našem stolu.

Kugla je spojena s mjernim sustavom Braunova elektrometra. Kad je nabijemo, igla se elektrometra postavi u kosi položaj. Zamislimo u polju oko kugle električne silnice ili E-linije. Budući da je kugla pozitivno nabijena, silnice izlaze iz njezinih



naboja i idu do negativnih naboja izazvanih influencijom na predmetima koji kuglu okružuju. Tako neke silnice svršavaju na nabojima na površini stola, a neke idu u stranu i sežu sve do naboja koji su na sobnim zidovima. Silnice koje idu prema gore svršavaju na stropu. Neke od njih pružaju se od tijela prema kućištu elektrometra, koje je spojeno sa zemljom (vodovod). Kako znamo, ove silnice svojom tangentom daju pravac u kojem će djelovati električna sila na sitno električno tijelo kad ga budemo unijeli u ovo električno polje.

Zamislimo da smo u električno polje unijeli tjelešce s nabojem q . Na njega će djelovati električna sila

$$\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E},$$

gdje je $\vec{E}$ ona jakost električnog polja na mjestu gdje se tjelešce nalazi koja je tamo bila prije nego je ono uneseno.

Ako tjelešce pomaknemo tako da ono prevali put $d\vec{s}$, električna sila obavi rad

$$dW = \vec{F}_{el} \cdot d\vec{s} = q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Kad tako gibamo tjelešce s nabojem q od nabite kugle do površine stola po putu koji prolazi točkom N polja, onda je ukupni rad električne sile W jednak zbroju radova na pojedinim djelićima puta

$$W = \int_{\text{tijelo}}^{\text{zemlja}} q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

U ovom je razmatranju površina stola električki ekvivalentna zemlji (vodovod). Budući da je naboj q koji pomičemo stalan, možemo ga pisati pred znakom integrala

$$W = q \cdot \int_{\text{tijelo}}^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Ako s nabojem q prevalimo taj isti put, ali obrnutim smjerom, onda električna sila obavi jednako velik rad, ali sa suprotnim predznakom. Tome je uzrok što električna sila u svakoj točki puta ima vrijednost nezavisnu o smjeru pomaka

$d\vec{s}$. Kod prelaženja puta protivnim smjerom svaki je komadić puta promijenio predznak u suprotni, dok je jakost električnog polja $\vec{E}$ kao i prije. Zato je

$$q \cdot \int_{\text{zemlja}}^{\text{tijelo}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -W.$$

Pokazat ćemo da je rad W nezavisan o putu kojim smo naboj q prenosili s nabitog tijela na zemlju. Uzmimo načas da je rad W_1 , što ga obavi električna sila ako naboj q prenosimo s tijela na zemlju putem koji ide kroz točku M, različit od rada W . Pretpostavimo da je on veći. Tad bi rad na zatvorenom putu od tijela preko M do zemlje, pa natrag na tijelo preko točke N bio izražen razlikom

$$W_1 - W,$$

koja bi bila pozitivna, tj. električna sila bi obavila rad.

Međutim, budući da na završetku ovoga zatvorenog puta imamo stanje i položaj tijela kao i na početku, mi bismo mogli ovaj prolazak zatvorenim putem ponoviti, i opet dobiti višak rada električne sile. Očito je, dakle, da bismo tu imali »perpetuum mobile«, stroj koji stvara rad iz ničega.

Slično zaključujemo pretpostavimo li da je rad W_1 manji od rada W . Opet dobivamo rezultat koji se protivi načelu održanja energije. Ostaje samo jedna mogućnost:

$$W_1 - W = 0$$

ili

$$W_1 = W.$$

U električnom polju mirnih naboja rad što ga obavi električna sila pri prijenosu sitnog naboja q s tijela na zemlju, nezavisan je o putu kojim je taj prijenos obavljen. Iz toga proizlazi da je rad električne sile u polju mirnih naboja jednak nuli ako naboj q prevali zatvorenu stazu.

Napišimo još jednom izraz koji predodređuje rad W :

$$W = q \cdot \int_{\text{tijelo}}^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \cdot V.$$

Rad W prikazan je kao umnožak dvaju faktora — naboja q i linijskog integrala jakosti električnog polja. Prvi faktor potpuno je određen veličinom naboja koji se gibao poljem. Drugi, faktor V , određen je samim poljem i stazom kroz polje.

Budući da po pretpostavci naboji na kovnoj kugli miruju, to jakost električnog polja $\vec{E}$ u bilo kojoj točki kugle ima smjer okomit na površinu kugle. Kad to ne bi bilo tako, imala bi električna sila komponentu koja bi pala u površinu kugle i ta bi komponenta naboje gibala. Prema tome se na izoliranome kovnom tijelu naboji razmjestite tako da je na svakom mjestu površine tog tijela vektor $\vec{E}$ okomit na površinu tijela. Zato, ako neka staza kojom gibamo naboj q leži potpuno u površini tijela, onda je na takvoj stazi linijski integral jakosti električnog polja $\vec{E}$ jednak nuli, jer je za svaki element puta $d\vec{s}$ vektor $\vec{E}$ okomit na $d\vec{s}$. Stoga vrijednost integrala V koji smo malo prije napisali, ne zavisi o točki kugle iz koje s nabojem q krenemo prema zemlji.

Na osnovi svega zaključujemo da je

$$V = \int_{\text{tijelo}}^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

veličina karakteristična za tijelo i za električno polje u kojemu se to tijelo nalazi. Ta se veličina naziva potencijal tijela. Površina tijela jest ploha točaka istog potencijala. To je ekvipotencijalna ploha.

Kao što smo definirali potencijal nekog tijela, tako se definira i potencijal bilo koje točke električnog polja. Ako je početak staze u točki M polja, onda je

$$V_M = \int_M^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

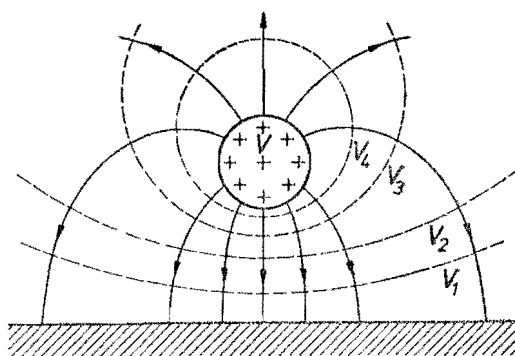
potencijal točke M. Svako, dakle, točki električnog polja mirnih naboja možemo pridružiti izvjesnu vrijednost potencijala jer integral kojim je taj potencijal definiran ne zavisi o stazi po kojoj se integrira od M do zemlje. Točke istog potencijala leže na ekvipotencijalnoj plohi. Električne silnice probadaju ekvipotencijalne plohe pod pravim kutom.

Tako je, dalje, potencijal točke N ili potencijal u točki N ovako prikazan:

$$V_N = \int_N^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Električni napon između točaka M i N definira se kao razlika potencijala između tim točkama, pa je

$$\begin{aligned} U_{MN} &= V_M - V_N \\ &= \int_M^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s} - \int_N^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_M^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{\text{zemlja}}^N \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{s}. \end{aligned}$$



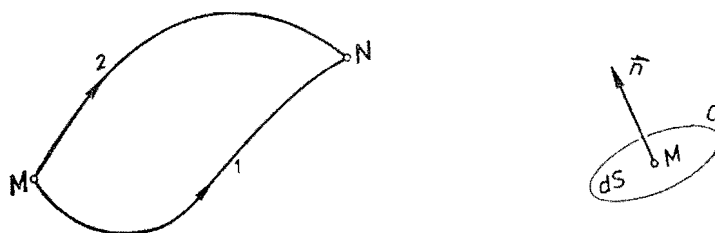
Električni napon U_{MN} između točaka M i N električnog polja linijski je integral jakosti električnog polja $\vec{E}$ na putu od točke M do točke N. U polju električnih naboja koji miruju vrijednost tog integrala ne zavisi o stazi integracije.

Iz dobivenog rezultata izlazi da u električnom polju mirnih naboja linijski integral vektora $\vec{E}$ po bilo kojoj zatvorenoj stazi mora biti jednak nuli. Ako, naime, bilo koje dvije točke na toj stazi označimo s M i N, onda se njima ona razdjelila

u dva dijela. Napon od M do N izađe isti išli mi jednim dijelom staze ili drugim, a promijeni predznak ako promijenimo smjer putovanja. Dakle je integral od $\vec{E}$ po zatvorenoj stazi u elektrostatskom polju jednak nuli.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0.$$

Kružnica na znaku integrala upućuje na to da je staza integracije zatvorena. Taj rezultat vrijedi za svako elektrostatsko polje, pa je stoga napisana jednadžba osnovna značajka vektora $\vec{E}$ u elektrostatskom polju.



Ova jednadžba, koja daje osnovnu značajku od $\vec{E}$ ako naboji miruju, napisana je u integralnom obliku. Međutim, i tu možemo prijeći na diferencijalni oblik tako da stazu po kojoj integriramo vektor $\vec{E}$ uzimamo sve kraću i kraću. Konačno je ona toliko mala da okružuje jednu sitnu plohu koja ima na sebi onu točku M u kojoj polje promatramo. Veličina plohe što je obrubljuje staza integracije C vrlo je mala i ona je predložena vektorom $d\vec{S}$. Pišemo je kao vektor jer je njezina orijentacija određena normalom $\vec{n}$:

$$d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS.$$

U bilo kakvu električnom polju integral uzduž staze C neće općenito biti jednak nuli, ali njegova će se vrijednost moći prikazati kao skalarni umnožak jednog vektora, koji obilježimo kao rot $\vec{E}$, i sitne plohe $d\vec{S}$ ovako:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{s} = \text{rot } \vec{E} \cdot d\vec{S}.$$

Vektor $\text{rot } \vec{E}$ jest jedna vektorska derivacija vektora $\vec{E}$.

Budući da je u elektrostatskom polju integral vektora $\vec{E}$ po svakoj zatvorenoj stazi jednak ničici, to je on nula i za vrlo malu stazu C, pa će biti

$$\text{rot } \vec{E} = 0.$$

Tu je osnovna značajka vektora $\vec{E}$ koja je ispunjena u svakoj točki elektrostatskog polja, napisana u diferencijalnom obliku.

OSNOVNE JEDNADŽBE ELEKTROSTATSKOG POLJA

Ovdje ćemo sažeti osnovne zamisli o električnom polju do kojih smo dosad došli.

Električno polje opisujemo pomoću dvaju vektora. To su vektor jakosti električnog polja $\vec{E}$ i vektor električnog pomaka $\vec{D}$.

Vektor jakosti električnog polja određuje električnu silu koja djeluje na naboj unesen u električno polje.

Vektor električnog pomaka određuje influenciono djelovanje na tijelo koje se unese u električno polje.

Oba ta vektora električnog polja uzrokovana su električnim nabojima. Dvije su vrste električnih naboja. Kad su oni pomiješani u jednakim količinama, njihova se djelovanja poništavaju.

Za vektore električnog polja i naboje koji miruju, a to je elektrostatsko polje, vrijede ove dvije osnovne jednačbe u integralnom obliku:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q.$$

One su sažetak našeg iskustva o elektrostatskom polju. Dobivene su na osnovi pokusa.

Ako električnim veličinama i tjelesima koja sudjeluju u električnim pojavama pripišemo i svojstva matematičkog kontinuuma (a to je dopustivo dok obrađujemo pojave u prostorima velikima u usporedbi s atomskim dimenzijama), onda možemo na jednačbe u integralnom obliku primijeniti vektorsko diferenciranje. Tad se iz tih jednačbi izvode jednačbe u diferencijalnom obliku, pa će za elektrostatsko polje biti

$$\text{rot } \vec{E} = 0$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho.$$

Dok se jednačbe u integralnom obliku odnose na konačan prostor i ono što one izriču jest rezultat djelovanja svih naboja u tom prostoru i električnog stanja unutar tog prostora, dotle jednačbe u diferencijalnom obliku opisuju prilike u jednoj točki električnog polja.

Da se uzmogne neko konkretno elektrostatsko polje riješiti, potreban je još i empirijski podatak o sredstvu u kojem se to elektrostatsko polje stvara. Taj podatak daje vezu između električnih vektora $\vec{D}$ i $\vec{E}$. Za kristale je to tenzor, a za homogeni izotropni izolator (koji u svim smjerovima ima ista svojstva) taj tenzor degenerira u konstantu. U takvu su, naime, izolatoru vektori $\vec{D}$ i $\vec{E}$ međusobno razmjerni. Za homogeni izotropni izolator vrijedi

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}.$$

Faktor ϵ kojim treba množiti vektor $\vec{E}$ da dobijemo vektor $\vec{D}$, naziva se dielektričnost izolatora. Kolika je ta dielektričnost, saznajemo mjerenjem. Dielektričnost izolatora određuje njegovo električno svojstvo.

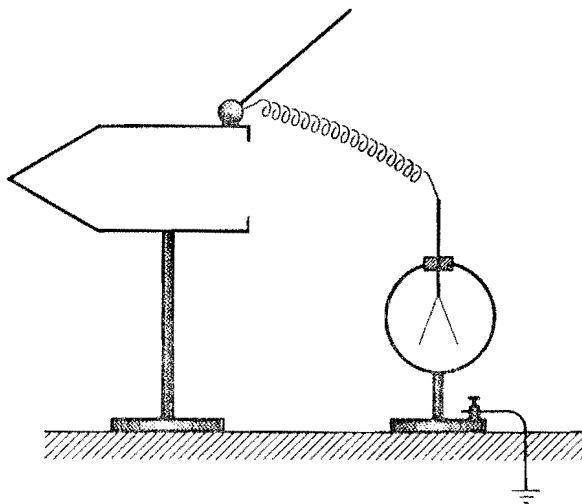
Dielektričnost izolatora u načelu se mjeri tako da mu se istodobno izmjere $\vec{D}$ i $\vec{E}$, pa se onda izračuna ϵ . To možemo obaviti u uzduhu, pa dobivamo dielektričnost uzduha. Isto će biti u nekome tekućem izolatoru (plin, ili kapljevina). Kako se određuju vektori $\vec{D}$ i $\vec{E}$ u čvrstom izolatoru, saznat ćemo poslije. Posebno mjesto među izolatorima ima prazni prostor (praznina, vakuum). Zato se njegova dielektričnost posebno označuje. Ona je ϵ_0 , i to je važna prirodna konstanta.

U idućim izlaganjima upotrebljavat ćemo osnovne jednadžbe elektrostatskog polja pri rješavanju pojedinih problema.

MJERENJE ELEKTRIČNOG POTENCIJALA I NAPONA

Pokazat ćemo kako se mjeri potencijal izoliranoga nabitog tijela. To tijelo neka bude šuplji kovni valjak koji na jednom kraju završava čunjem. Uz pomoć tog tijela ispitivali smo raspored mirnog naboja na vodiču.

Kao mjernu spravu upotrijebit ćemo elektroskop. On doduše nema skale s koje bismo otčitali rezultat mjerenja, no mi možemo mjeriti razmak projekcije listića na zastoru. Ima sprava koje rade na istom principu kao i elektroskop. Braunov je elektrometar jedna od takvih koje bi se mogle u ovom pokusu upotrijebiti. Zato treba smatrati da elektroskop ovdje zastupa cijelu vrstu mjernih sprava.



Za ovo mjerenje kućište elektroskopa spojeno je sa zemljom, a na štapić mu je pričvršćena spiralizirana žica spojena s kuglicom kušalice. Žica je spiralizirana zato da bi pri pomicanju kušalice ostala napeta (kako ne bi taknula neželjeni predmet). Tijelo u obliku šupljeg valjka nabijemo staklenim štapom i zatim kuglicom kušalice spojenom sa štapićem elektroskopa, taknemo tijelo i tako uspostavimo trajni spoj između tijela i štapića elektroskopa. Listići se razmaknu. Držeći za držak kušalice, pomičemo njezinu kuglicu po površini tijela. Tako uspostavljamo spoj elektroskopa s raznim mjestima na površini tijela. Zađimo kušalicom i u šuplinu tijela,

pa uspostavimo spoj s jednim mjestom u njegovoj unutrašnjosti. U svim tim slučajevima, uspostavljajući spoj između tijela i elektroskopa, dirajući tijelo na bilo kojem mjestu, dobivamo uvijek isti razmak listića.

Je li ovaj rezultat u proturječju s onim prijašnjim, kad smo elektroskopom ispitivali raspored naboja na istom tijelu? Nije i ne može biti. Ovdje eksperimentiramo na bitno drukčiji način od onoga u prijašnjem pokusu. Ovdje je štapić elektroskopa spojen s nabijenim tijelom, a tamo smo naboje prenosili izoliranom kušalicom.

Da bismo potpuno shvatili oba pokusa, treba protumačiti zašto se listići elektroskopa razmaknu. Uzrok su, svakako, električne sile. One su odbojne između listića međusobno, a privlačne su između listića i naboja nastalih influencijom na unutrašnjoj površini kućišta. Kad je elektroskop nabijen, a to se vidi po razmaku listića, postoji unutar kućišta električno polje. Električne silnice idu od listića do unutrašnje stijenke kućišta. Tako je to uvijek kad su listići razmaknuti.

Kad smo šuplje valjkasto tijelo nabili, nastalo je oko njega električno polje. Ako se to polje ispita sitnim nabojem q koji prenesemo s tijela na zemlju, i to od bilo koje točke tijela do bilo koje točke na zemlji i bilo kojim putem kroz električno polje, električna sila obavi rad

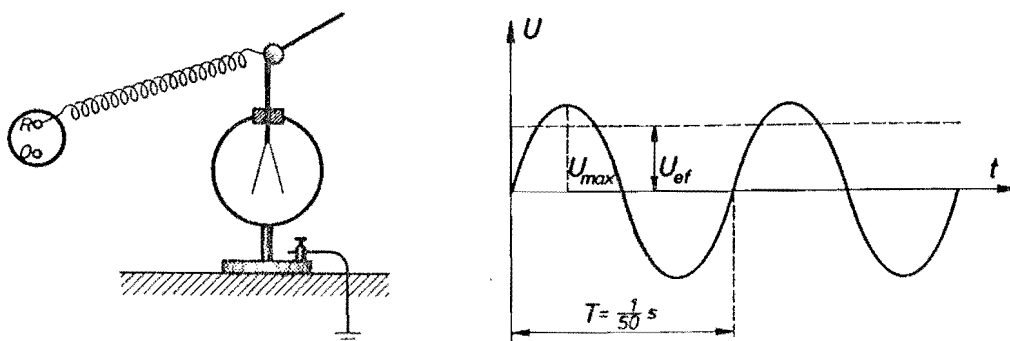
$$W = q \cdot V,$$

gdje je V potencijal tijela. Budući da je elektroskopu štapić trajno spojen s izoliranim tijelom, to je onda taj štapić s listićima dio izoliranog tijela, pa prijenos naboja q možemo obaviti i u unutrašnjosti kućišta elektroskopa. Listići su, naime, dio izoliranog tijela, a kućište je spojeno sa zemljom. Opet moramo dobiti jednak rad električne sile kao i prije. Jakost polja na tim silnicama zavisi o veličini naboja na listićima i kućištu. Odatle izlazi da su ti naboji i unutrašnje polje, dakle razmak listića, određeni potencijalom V nabijenog tijela.

Kad je štapić elektroskopa spojen s nekim tijelom, a kućište mu je uzemljeno, razmak je listića određen potencijalom tijela s kojim je elektroskop spojen, pa je taj razmak mjera za taj potencijal. Tu je učinjena pretpostavka da uspostavljanje spoja tijela s elektroskopom neće promijeniti električno stanje tijela. To je ispunjeno u našem primjeru jer je odabrano tijelo mnogo veće od štapića s listićima, pa vrlo malo naboja treba da prijeđe s tijela na elektroskop kako bi se štapić i listići nabili do potencijala tijela. Taj gubitak naboja na tijelu možemo zanemariti.

Kad dakle želimo nekom spravom izmjeriti potencijal nekom tijelu, sprava se spoji s ispitivanim tijelom, no pri tome ne smije nastati iole znatnija promjena električnog stanja ispitivanog tijela. Utjecaj mjerne sprave na iznos mjerene veličine mora biti zanemarivo malen.

Drugi primjer u kojem ćemo elektroskopom mjeriti potencijal, neka bude ispitivanje vodova gradske električne mreže u dvopolnoj utičnici. Opet je elektroskopu kućište spojeno sa zemljom. Riječ je, naime, o mjerenju potencijala. Kuglicu kušalice spojimo žicom ili s jednim ili s drugim polom utičnice. U taj je vod do utičnice uklopljena jedna žarulja (koja nije nacrtana) da bismo izbjegli možebitni kratki spoj (npr. kad bi se kušalicom dirnulo kućište elektroskopa). Uspostavimo trajni spoj najprije s jednim polom utičnice, a zatim s drugim. Jedan od njih ne uzrokuje razmicanje listića. Taj pol obilježimo s 0. To je »nula« u utičnici. Taj je vod na potencijalu zemlje. Drugi vod u trajnom spoju sa štapićem daje izvjesni razmak listića. Taj razmak označimo na zastoru. Taj vod nije na potencijalu zemlje. To je »faza« u utičnici. Obilježimo ga s R.



Ispitajmo zatim kakvim elektricitetom faza nabije štapić elektroskopa. U tu svrhu kuglicom kušalice spojenom s fazom uspostavimo spoj sa štapićem i onda spoj prekinemo. Ako takvo spajanje i prekidanje ponavljamo, opažamo da razmak listića elektroskopa nakon prekida spoja katkad postane veći od razmaka uz trajni spoj, a katkad manji. Ponekad padne na nulu.

Ispitajmo zatim predznak naboja koji ostane na elektroskopu nakon prekida spoja s fazom. To ćemo obaviti elektriziranim staklenim štapom na osnovi influencije. Ako se prigodom približavanja štapa elektroskopu listići skupljaju, onda su oni nabijeni negativno. Naime, pozitivni štap privlači negativne naboje s listića na vrh štapića koji viri iz kućišta. Ako se, pak, listići prigodom približavanja još dalje šire, oni su nabijeni pozitivno.

Ponovimo ispitivanje faznog vodiča tako da ga spojimo sa štapićem, pa prekinemo spoj i zatim ispitamo predznak naboja. S jednakom vjerojatnosti on izlazi pozitivan, odnosno negativan. Uzrok je u tome što se potencijal faznog vodiča tijekom vremena stalno mijenja po sinusnom zakonu. Budući da je nul-vodič na potencijalu zemlje, dakle na potencijalu nula, električni napon U_{R0} između faznog vodiča i nule bit će jednak potencijalu faznog vodiča, pa je

$$U_{R0} = V_R - V_0 = U_{max} \cdot \sin \omega t.$$

Ako u času prekida spoja taj napon iznosi upravo U_{max} , dobit ćemo najveći razmak listića. Prolazi li taj napon u trenutku prekida spoja kroz nulu, listići se sklope.

Što, međutim, mjeri razmak listića ako je štapić trajno spojen s fazom? Taj razmak mjeri efektivni napon koji vlada među vodovima u utičnici. Što to znači, odmah ćemo protumačiti. Listići su elektroskopa razmaknuti bilo da oni nose pozitivni, bilo negativni naboj. Listići su to jače razmaknuti što je veća električna sila koja na njih djeluje. Ta je sila umnožak veličine naboja i jakosti električnog polja. No polju u elektroskopu jakost je proporcionalna tim istim nabojima. Prema tome je električna sila koja razmiče listiće elektroskopa razmjerna kvadratu naboja listića, odnosno kvadratu napona listića prema kućištu.

Izlazi, dakle, da je razmak listića neka funkcija kvadrata napona između listića i kućišta.

Ako je elektroskop spojen s polovima utične kutije, napon se vrlo brzo mijenja — tako brzo da listići stoje u nekom položaju koji je određen srednjom vrijednosti električne sile tijekom vremena, odnosno srednjom vrijednosti kvadrata napona mreže. Ta vrijednost jednaka je kvadratu jednoga stalnog (vremenski nepromjenljivog) napona, koji daje jednak razmak listića. Taj se stalni napon naziva efektivni napon, ili efektivna srednja vrijednost napona gradske mreže.

U našem je primjeru napon po sinusnom zakonu, pa je dosta izračunati srednjak za vrijeme jedne periode, dakle bit će

$$U_{\text{ef}}^2 = \frac{U_{\text{max}}^2}{T} \int_0^T \sin^2 \frac{2\pi}{T} t \cdot dt = \frac{U_{\text{max}}^2}{2}.$$

Konačno se dobiva

$$U_{\text{ef}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}.$$

U ovom je primjeru bio promatran izmjenični napon sinusna oblika. U_{ef} je onaj stalni napon koji bi dao jednak razmak listića kao i promjenljivi napon gradske mreže.

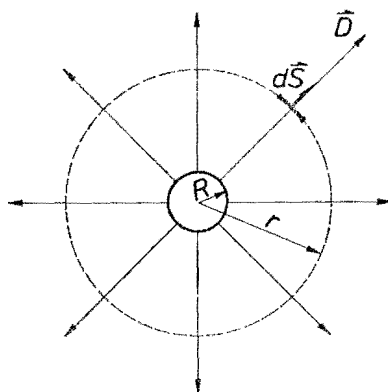
NEKOLIKO PRIMJERA ELEKTROSTATSKOG POLJA

Uz pomoć osnovnih jednadžbi elektrostatskog polja riješit ćemo nekoliko primjera uz pretpostavku da je poznat raspored električnih naboja koji to polje stvaraju.

Kao prvo pretpostavimo da je naboj Q jednolično raspoređen po površini kugle polumjera R . Traži se električni pomak $\vec{D}$ i jakost električnog polja $\vec{E}$ na udaljenosti r od središta kugle. Kugla neka bude daleko od ostalih tjelesa, uronjena u homogeni, izotropni izolator dielektričnosti ϵ .

U ovom primjeru električno polje mora biti kuglasto simetrično jer u prostoru nema nekoga istaknutog ili povlaštenog smjera. Opišimo u mislima oko kugle koja nosi električni naboj koncentričnu kuglu polumjera r . Izračunajmo tok Ψ vektora $\vec{D}$ kroz opisanu kuglu:

$$\Psi = \oint \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$



Vektor $\vec{D}$ mora je probadati pod pravim kutom. Kad to ne bi bilo ispunjeno, morao bi on, zbog kuglaste simetrije, na cijelom presjeku biti jednako nagnut prema kugli. Budući da je ovdje

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E},$$

to bi onda i vektor $\vec{E}$ imao komponentu u površini kugle, koja bi integrirana po presječnoj kružnici, dala vrijednost različitu od nule, a to je nemoguće jer mora biti

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0.$$

Prema tome vektori $\vec{D}$ i $d\vec{S}$ imaju radijalni smjer pa je

$$\Psi = \oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint D \cdot dS = D \oint dS = 4\pi \cdot r^2 \cdot D.$$

Vrijednost D mora na cijeloj kugli biti ista (kuglasta simetrija).

Budući da je po osnovnoj jednadžbi

$$\Psi = Q,$$

to slijedi

$$\vec{D} = \frac{\vec{r}}{r} \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r} \frac{Q}{4\pi \varepsilon r^2}.$$

U obje smo jednadžbe pripisali i jedinični vektor smjera. Vektori $\vec{E}$, $\vec{D}$ imaju smjer radijus-vektora $\vec{r}$ ako je Q pozitivno.

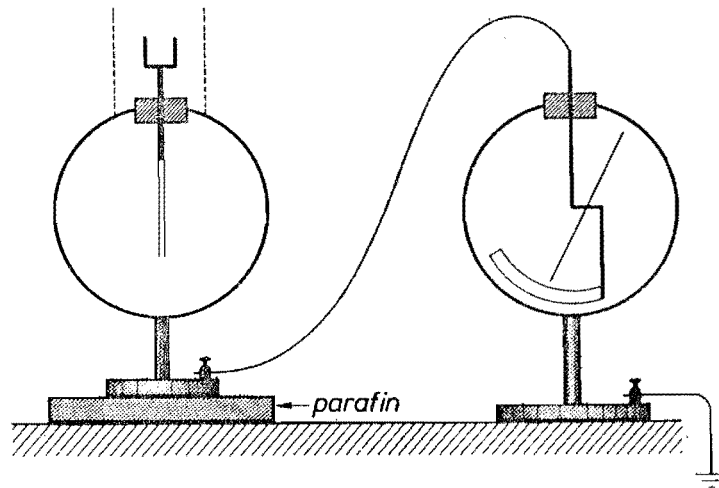
Donesemo li u ovo polje sitni naboj q , onda će na taj naboj djelovati električna sila

$$\vec{F}_{e1} = \frac{\vec{r}}{r} \frac{Q \cdot q}{4\pi \varepsilon r^2}.$$

U toj formuli nema polumjera R kugle koja nosi električni naboj. Prema tome možemo zamisliti da je taj naboj koncentriran na sitnom tijelu u središtu kugle R . Stoga ovaj zakon predoduje električnu silu kojom dva točkasta električna naboja Q , q uronjena u izolator dielektričnosti ε djeluju jedan na drugi ako su na razmaku r . To je poznati Coulombov zakon za električne naboje.

Kakvo je, međutim, električno polje u unutrašnjosti kugle kojoj je na površini jednoliko raspoređen naboj? Tu će jakost polja biti posvuda nula. To se izvodi iz Coulombova zakona i zamisli da se električno polje od mnoštva točkastih naboja dobije tako da se na svakom mjestu prostora vektorski zbroje jakosti polja pojedinih naboja. Potvrdu za to nalazimo i u pokusu koji je već Cavendish izveo, a Maxwell vrlo precizno ponovio.

Vrijedi, međutim, općenito: Ako na kovnom vodiču naboji miruju, onda u njegovoj unutrašnjosti nema električnog polja. To ćemo pokazati pokusom. Za tijelo koje ćemo nabijati uzet ćemo kućište elektroskopa sa zaštitnom mrežicom. Da bismo mogli to kućište nabiti, stavimo elektrosklop na ploču od parafina, a kako bismo vidjeli da je kućište nabijeno, spojimo ga s iglom Braunova elektrometra.

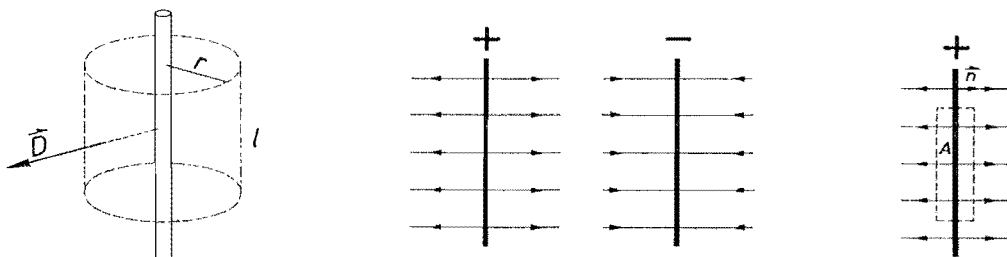


Kućiste elektroskopa možemo nabiti po volji — listići će ostati skupljeni. Oni su, naime, u unutrašnjosti kovnog tijela, gdje nema električnog polja. Tako je na vrhu Triglava sklonište od lima u obliku kružnog valjka s čunjastom kapicom. U oluji i pri udarcu groma planinaru u toj kovnoj kućici neće se ništa dogoditi jer naboj na njezinoj površini ne stvara električno polje unutar kućice.

Kao drugi primjer promatrajmo polje što ga stvara naboj jednoliko raspoređen po ravnoj vrlo dugoj žici kružna presjeka. Izolator je homogen i izotropan.

Neka je λ linearna gustoća naboja. Tada se na duljini l žice nalazi naboj

$$Q = \lambda \cdot l.$$



Oko žice zamislimo opisan koaksijalni kružni valjak polumjera r i visine l . To neka bude ploha S kroz koju prolazi tok Ψ vektora $\vec{D}$. Zbog aksijalne simetrije linije su polja radijalni pravci koji se razilaze na sve strane i okomiti su na os kovna vodiča. Zato je vektor $\vec{D}$ svuda okomit na plašt opisana valjka, a kroz osnovke valjka tok vektora $\vec{D}$ bit će jednak nuli. Tok će, dakle, iz opisanog valjka biti

$$\Psi = 2\pi \cdot r \cdot l \cdot D.$$

Budući da je po osnovnoj jednadžbi tok Ψ jednak naboju Q koji je obuhvaćen, izlazi

$$2\pi \cdot r \cdot l \cdot D = \lambda \cdot l.$$

Odatle, uzmemo li u obzir i smjer vektora $\vec{D}$, dobivamo za vektore električnog polja

$$\vec{D} = \frac{\vec{r}}{r} \frac{\lambda}{2\pi r}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r} \frac{\lambda}{2\pi \epsilon r}.$$

Kakvo polje stvara naboj jednoliko raspoređen po ravnini? Vidjeli smo u pokusu s pločastim kondenzatorom, gdje su jedna nasuprot drugoj dvije ravnine obložene elektricitetima (jedna od njih nosi pozitivni naboj, a druga negativni), da su linije polja pravci okomiti na kondenzatorske ploče. Možemo zamisliti da je polje u kondenzatoru nastalo slaganjem polja što ga stvara pozitivna ploča i onoga koje stvara negativna ploča kondenzatora. U prostoru između ploča ta se dva polja podupiru, a u prostoru izvan ploča ona se poništavaju. Izračunat ćemo vektore polja jedne ploče. Neka to bude pozitivna. Linije polja su pravci okomiti na ravninu, a vektori polja usmjereni su na lijevoj strani prostora ulijevo, a na desnoj udesno. Nad dijelom ravnine površine A opišimo valjak kojemu su osnovke jednake A na raznim stranama ravnine, a plašt je okomit na ravninu. Unutar opisanog valjka naboj je Q koji prekriva dio ravnine površine A . Ako je σ površinska gustoća naboja onda je

$$Q = A \cdot \sigma.$$

Iz opisanog valjka tok Ψ izlazi samo na njegove osnovke.

$$\Psi = 2 A \cdot D_1.$$

Po osnovnoj jednadžbi slijedi

$$D_1 = \frac{\sigma}{2}.$$

Vektor $\vec{D}_1$ na raznim stranama ravnine ima različit smjer. Na lijevoj strani je

$$\vec{D}_1 = -\vec{n} \frac{\sigma}{2},$$

a na desnoj

$$\vec{D}_1 = \vec{n} \frac{\sigma}{2}.$$

Tu je $\vec{n}$ normala na ravninu, usmjerena na desnu stranu.

Promatrajmo polje pločastog kondenzatora. Ono je samo između ploča. Dio pozitivne ploče površine A obuhvatimo valjkom kojemu su osnovke paralelne s pločom, a plašt je na nju okomit. Naboj na površini A iznosi

$$Q = A \cdot \sigma,$$

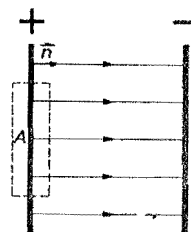
a tok Ψ sad izlazi iz prostora obuhvaćenoga valjkom samo kroz desnu osnovku, dok je kroz lijevu osnovku jednak nuli, pa je

$$\Psi = A \cdot D.$$

Iz jednadžbi dobiva se

$$\vec{D} = \vec{n} \cdot \sigma$$

$$\vec{E} = \vec{n} \frac{\sigma}{\epsilon}.$$

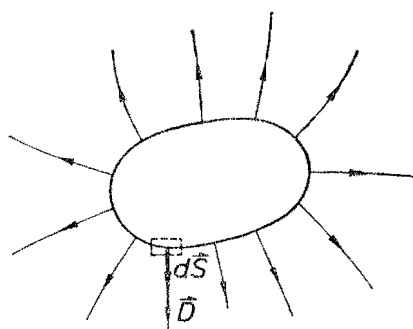


Između ploča ravnog kondenzatora električni pomak $\vec{D}$ ima iznos jednak gustoći naboja σ na pločama, a usmjeren je od pozitivne prema negativnoj ploči. Jakost električnog polja $\vec{E}$ ima isti smjer, a iznosi $\frac{\sigma}{\epsilon}$, gdje je ϵ dielektričnost izolatora koji ispunja prostor među pločama.

U ovom je primjeru tok Ψ koji izlazi iz valjka jednako jak kao i u prethodnome, kad smo promatrali polje samo jedne ploče. Kod jedne ploče pola toka izlazi na jednu, a pola na drugu osnovku. U kondenzatoru kroz osnovke prolazi još i tok od negativne ploče. Kroz lijevu osnovku on ulazi u valjak (i upravo poništi dio toka od pozitivne ploče koji tuda izlazi), a kroz desnu osnovku taj isti tok izlazi. Time se ukupni tok koji izlazi iz valjka nije promijenio, ali je nastala promjena veličine vektora $\vec{D}$ na osnovkama valjka. Na desnoj se on udvostručio, a na lijevoj pao na nulu.

Promotrimo polje u neposrednoj blizini površine nabitog vodiča. Neka je na mjestu gdje se nalazi djelić površine $d\vec{S}$, plošna gustoća naboja σ . Obuhvatimo $d\vec{S}$ vrlo niskim valjkom kojemu su osnovke jednake tom djeliću površine, no jedna je od njih unutar, a druga izvan tijela. Tok koji izlazi iz tog valjka iznosi

$$d\Psi = \vec{D} \cdot d\vec{S} = D \cdot dS.$$



Kroz unutrašnju osnovku nema toka jer u unutrašnjosti tijela nema polja. Plašt sličnog valjka zanemarivo je malen zbog toga što je valjak po volji nizak. Na vanjskoj osnovci vektori $\vec{D}$ i $d\vec{S}$ imaju isti smjer. Naboj dQ obuhvaćen ovim valjkom iznosi

$$dQ = \sigma \cdot dS.$$

Izlazi da je

$$\vec{D} = \vec{n} \cdot \sigma$$

$$\vec{E} = \vec{n} \frac{\sigma}{\epsilon}.$$

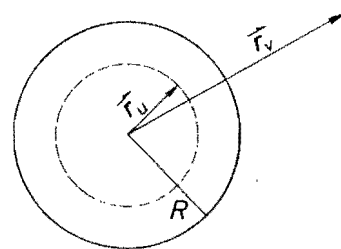
Električni pomak $\vec{D}$ neposredno uz nabijenu vanjsku površinu kovnog tijela jednak je plošnoj gustoći naboja na toj površini i ima smjer u pravcu normale na tu površinu. Jakost električnog polja $\vec{E}$ određena je pomakom $\vec{D}$ i dielektričnošću ϵ .

Razmotrimo još primjer u kojem je naboj prostorno raspoređen. Potražimo električno polje kugle jednoliko ispunjene električnim nabojem. Prostorna gustoća naboja neka bude ϱ , a polumjer kugle R . Linije polja radijalni su pravci koji prolaze središtem kugle.

Promatramo li polje u točki izvan kugle, onda je

$$\vec{D} = \frac{\vec{r}_v}{r_v} \frac{Q}{4\pi r_v^2}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{r}_v}{r_v} \frac{Q}{4\pi \epsilon r_v^2},$$



gdje je r_v daljina od središta kugle, a Q ukupni naboj kugle. Ako, naime, kuglu u mislima razložimo u koncentrične ljuske, onda jedna takva ljuska sadrži naboj dQ i proizvodi izvan sebe pomak

$$d\vec{D} = \frac{\vec{r}_v}{r_v} \frac{dQ}{4\pi r_v^2},$$

dok u prostoru unutar ljuske nema pomaka (pa stoga ni jakosti polja). Pomak nastao zbog naboja cijele kugle u jednoj vanjskoj točki jednak je zbroju pomaka nastalog od svih ljuski u koje smo kuglu razložili. Prema tome kugla jednoliko ispunjena električnošću djeluje u jednoj točki izvan kugle kao da je sav naboj usredotočen u središtu kugle.

Promatramo jednu točku unutar kugle. Tom točkom položimo koncentričnu kuglu polumjera r_u . Naboj q koji je unutar kugle opisane polumjerom r_u , djeluje u toj točki tako kao da je skupljen sav u središtu kugle. Naboj izvan te kugle ne doprinosi polju jer je točka unutar kuglinih ljuski po kojima zamišljamo da je naboj raspoređen. Prema tome će naboj koji stvara polje biti

$$q = \frac{4}{3} \pi r_u^3 \cdot \varrho.$$

Pomak od tog naboja, a to je pomak u točki unutar nabijene kugle iznosi

$$\vec{D} = \frac{\vec{r}_u}{r_u} \frac{q}{4\pi r_u^2}$$

$$= \frac{\varrho}{3} \vec{r}_u.$$

Jakost električnog polja unutar kugle bit će

$$\vec{E} = \frac{\rho}{3\epsilon} \vec{r}_u.$$

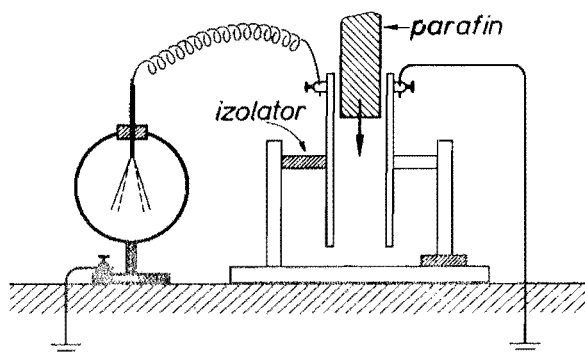
Unutar jednoliko nabijene kugle električni pomak $\vec{D}$ i jakost električnog polja $\vec{E}$ razmjerni su radius-vektoru $\vec{r}$.

ELEKTRIČNO POLJE U ČVRSTOM IZOLATORU

Pokuse smo izvodili u uzduhu. Jednako bi tako oni tekli i u nekome drugom plinu ili kapljevitom izolatoru, npr. parafinskom ulju. Možda samo ne bi izolacija bila tako dobra kao u suhom zraku, odnosno u praznini.

Postavlja se pitanje kako treba zamišljati električno polje u čvrstom izolatoru, npr. parafinu. U takvo polje ne možemo unijeti ni ispitni naboj q da izmjerimo jakost polja $\vec{E}$, ni Maxwelllove dvoploče za mjerenje pomaka $\vec{D}$, a da u izolatoru prije ne načinimo šupljine u koje ćemo te sprave smjestiti.

Međutim, kao prvo postavlja se pitanje što se zapravo dogodi u izolatoru kad u njemu pobudimo električno polje. Naše razmišljanje započnimo jednim pokusom. Pločasti kondenzator će nam poslužiti za stvaranje električnog polja. Njegovu izoliranu ploču spojiti ćemo s elektroskopom. Kućište elektroskopa i drugu ploču kondenzatora uzemljimo. Izoliranu ploču nabijemo staklenim štapom. Razmak listića elektroskopa mjeri je za potencijal izolirane ploče. Taj je potencijal u ovom primjeru isto što i napon između izolirane i uzemljene ploče.



Napon između ploča daje se lako izračunati. Polje je homogeno i jakost će polja u kondenzatoru biti

$$\vec{E} = \vec{n} \frac{\sigma}{\epsilon}.$$

Napon između ploča iznosi

$$U = \int_{\text{iz. ploča}}^{\text{zemlja}} \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Odaberemo li kao stazu integracije jednu silnicu, tad su vektori $\vec{E}$ i $d\vec{s}$ jednako usmjereni, pa je

$$U = \frac{\sigma \cdot a}{\epsilon},$$

gdje je a razmak između ploča. To je, dakle, napon o kojem ovisi razmak listića elektroskopa u ovom primjeru.

Uzmemo li parafinsku ploču debljine a , pa je umetnemo među ploče kondenzatora, tad naboji na pločama pobuđuju električno polje u parafinu. Uzduh između ploča nadomjestili smo parafinom. Opažamo da se listići elektroskopa nešto skupe i na manjem su razmaku nego kad je zrak bio izolator. Ako parafin izvadimo iz kondenzatora, listići se vrate u prvotni položaj.

Budući da elektroskop pokazuje napon između kondenzatorskih ploča i budući da se umetanjem parafina nije promijenila gustoća naboja σ na pločama, a ni razmak a među njima, zaključujemo da je dielektričnost parafina ϵ_p veća od dielektričnosti uzduha ϵ .

Kad bi između ploča bio vakuum, napon bi između njih uz isto σ iznosio

$$U_0 = \frac{\sigma \cdot a}{\epsilon_0}.$$

Za parafin je taj napon pao na

$$U_p = \frac{\sigma \cdot a}{\epsilon_p}.$$

Načinimo omjer

$$\frac{U_0}{U_p} = \frac{\epsilon_p}{\epsilon_0} = \epsilon_r.$$

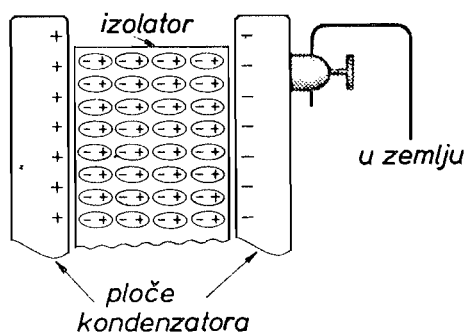
Njegova vrijednost ϵ_r pokazuje koliko je puta dielektričnost parafina veća od dielektričnosti vakuuma. Taj se omjer naziva relativna dielektričnost. Ujedno je ovim primjerom pokazano kako se ona može izmjeriti. Budući da je relativna dielektričnost omjer dviju istovrsnih fizikalnih veličina, iznos je tog omjera nezavisan o mjernim jedinicama kojima se one mjere.

Ako, dakle, imamo bilo kakav izolator (tekući ili čvrst), njegova će dielektričnost biti

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0.$$

To je definiciona formula za relativnu dielektričnost.

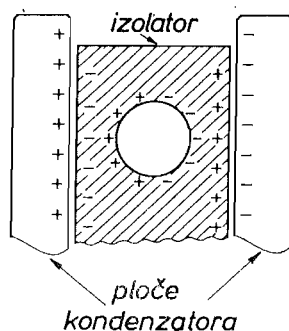
Sad ćemo načiniti neke pretpostavke o materijalnom izolatoru. Zamišljamo da i u izolatoru ima pozitivnih i negativnih naboja — upravo da svaki njegov djelić sadrži tih naboja u jednakim količinama. Zato je izolator u normalnom stanju neelektričan. Međutim, za razliku od vodiča, gdje se naboji mogu pod djelovanjem električnog polja slobodno kretati (u kovinama su to negativni naboji, a pozitivni su nepomični; u elektrolitima gibaju se pozitivni i negativni naboji), u izolatorima i pozitivni i negativni naboji vezani su za svoje položaje unutrašnjim silama. Ako se u izolatoru pobudi električno polje, pozitivni se naboji malo pomaknu iz svoga ravnotežnog položaja u smjeru električnog polja, a negativni se iz ravnotežnog položaja pokrenu suprotno tom smjeru. To se dogodi u svakom djeliću izolatora.



Kad smo, dakle, umetnuli izolator u električno polje između ploča ravnog kondenzatora, nastala je polarizacija izolatora. Zbog pomaka naboja djelići izolatora nisu više električki neutralni, nego oni imaju električne polove. Minus-pol djelića izolatora gleda prema pozitivnoj ploči kondenzatora, a plus-pol prema negativnoj. U izolatoru se plus-pol nadovezuje na minus-pol susjednog djelića i ti se naboji u unutrašnjosti neutraliziraju. Međutim, na granici izolatora pojave se slobodni naboji. Tako se uz pozitivnu ploču kondenzatora na izolatoru pojavi negativni, a uz negativnu ploču pozitivni naboj. Ti naboji djelom slabe djelovanje naboja na kondenzatorskim pločama i zato se napon između njih smanji kad među ploče umetnemo izolator.

DEFINIRANJE ELEKTRIČNIH VEKTORA U ČVRSTOM IZOLATORU

Kao prvo treba riješiti pitanje kako se može u čvrstom izolatoru odrediti smjer električnog polja. U tekućem izolatoru to se provodi Gilbertovim versorijem, pa ćemo se tom spravom (u načelu) poslužiti i za čvrsti izolator.



Želimo li u jednoj točki unutar čvrstog izolatora odrediti smjer električnog djelovanja, zamislimo da smo oko te točke načinili vrlo malu šupljinu u obliku kugle, u koju smo unijeli sićušni versorij što se može slobodno okretati oko svog težišta. Ravnotežni položaj tog versorija daje u toj točki pravac u kojem leži smjer električnog djelovanja. Da je to tako, lako je pokazati.

Opet zamislimo da je električno polje pobuđeno nabojima na pločama ravnog kondenzatora. Prostor između ploča ispunjen je izolatorom, u kojemu načinimo kuglastu šupljinu. Električno polje u toj šupljini sastoji se od:

1. polja koje stvaraju naboji na pločama;
2. polja što nastaje zbog utjecaja oslobođenih električnih naboja na izolatoru uz ploče kondenzatora;

3. polja što ga stvaraju naboji na granici kuglaste šupljine koji su se oslobodili kad smo uklonili izolator iz šupljine.

Izračunat ćemo svako od tih polja.

Budući da je riječ o načelnom računu, zamislimo da je u šupljini vakuum. Naboji na pločama, sami za sebe, uspostavili bi u šupljini jakost polja

$$\vec{E}_1 = \vec{n} \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Tu je $\vec{n}$ normala na pozitivnu kondenzatorsku ploču, usmjerena u izolator.

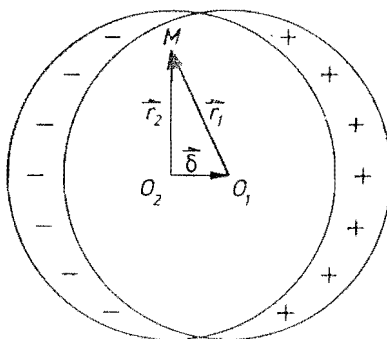
Naboji na granici izolatora uz ploče kondenzatora neka imaju plošnu gustoću σ_1 . Tad bi ti naboji, sami za sebe, u šupljini dali jakost polja

$$\vec{E}_2 = - \vec{n} \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}.$$

Konačno ćemo izračunati jakost električnog polja $\vec{E}_3$ što ga stvaraju, sami za sebe, naboji koji se pojave na granici šupljine kad izvadimo kuglicu od izolatora. Da to polje izračunamo, predložimo kako su se oslobodili naboji na granici šupljine. To se dogodilo zbog toga što smo zajedno s kuglicom uklonili i naboje koji su prije njezina uklanjanja poništavali naboje na granici šupljine. Prema tome, kad bi se naboji na površini izvađene kuglice održali pošto je izvadimo, oni bi za svaku točku šupljine davali polje koje upravo poništava polje $\vec{E}_3$ nastalo djelovanjem oslobođenih naboja na granici, dakle polje jakosti $-\vec{E}_3$.

Slobodni naboji na površini kuglice nastaju tako da se u električnom polju pozitivni i negativni naboji izolatora razmaknu za δ . Pomak δ u smjeru je električnog polja. Ako pretpostavimo da je prostorna gustoća pozitivnih naboja u izolatoru ρ , onda je ona za negativne $-\rho$. Prostor izvađene kuglice također je ispunjen naboima tih gustoća. Međutim, središte kuglice pozitivnih naboja pomaknuto je nadesno (prema minus-ploči kondenzatora) za δ od središta negativne kuglice. Na onom području gdje se one prekrivaju naboji se poništavaju. Slobodnih naboja ima samo na površini kugle. Oni u unutrašnjosti kugle proizvode polje $-\vec{E}_3$ koje poništava polje oslobođenih naboja na površini šupljine.

Polje $-\vec{E}_3$ možemo zamisliti kao da je nastalo združenim djelovanjem kugle ispunjene pozitivnim nabojem gustoće ρ sa središtem u O_1 i kugle ispunjene nega-



tivnim nabojem gustoće $-\varrho$ sa središtem u O_2 . U nekoj točki M prostora gdje se kugle prekrivaju one daju jakost polja

$$\begin{aligned} -\vec{E}_3 &= \frac{\varrho}{3\epsilon_0} \vec{r}_1 - \frac{\varrho}{3\epsilon_0} \vec{r}_2 \\ &= \frac{\varrho}{3\epsilon_0} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \\ &= -\frac{\varrho}{3\epsilon_0} \vec{\delta}. \end{aligned}$$

Odatle dobivamo, kako ćemo niže pokazati,

$$\vec{E}_3 = \vec{n} \frac{\sigma_1}{3\epsilon_0}.$$

Električno polje koje stvaraju oslobođeni naboji na površini kuglaste šupljine izolatora jest homogeno i ima isti smjer kao i električno polje koje je na tom mjestu izazvalo polarizaciju.

Prema tome sva tri polja $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$ od kojih se slaže polje u kuglastoj šupljini jesu unutar te šupljine homogeno i imaju isti pravac djelovanja. Stoga u taj pravac pada i njihova rezultanta $\vec{E}_k$:

$$\begin{aligned} \vec{E}_k &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \\ &= \frac{\vec{n}}{\epsilon_0} \left(\sigma - \frac{2}{3} \sigma_1 \right). \end{aligned}$$

Versorij u kuglastoj šupljini pokazuje pravac tih vektora.

Definirat ćemo vektor električne polarizacije u izolatoru $\vec{P}$ ovako:

$$\vec{P} = \vec{\delta} \cdot \varrho.$$

Taj ćemo vektor dovesti u vezu s gustoćom naboja σ_1 koja se oslobodi na granici izolatora uz kondenzatorske ploče. Zbog pomaka naboja za $\vec{\delta}$, uz ploču je sloj debljine δ u kojem naboji nisu poništeni. Taj je sloj vrlo tanak. Njegov dio površine dS sadrži naboj

$$dQ = \varrho \cdot \delta \cdot dS.$$

Prema tome je σ_1 plošna gustoća naboja tog sloja, a to je i plošna gustoća naboja na granici izolatora uz kondenzatorsku ploču.

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{dQ}{dS} \\ &= \varrho \cdot \delta. \end{aligned}$$

Budući da je

$$\vec{\delta} = \vec{n} \cdot \delta,$$

bit će vektor električne polarizacije

$$\vec{P} = \vec{n} \cdot \sigma_i.$$

Taj vektor omogućuje da se izračuna gustoća oslobođenog naboja na granici izolatora koja zatvara neki kut različit od pravoga, sa smjerom električne polarizacije $\vec{P}$. Neka je element površine izolatora $d\vec{S}_i$. Oslobođeni će naboj na toj površini biti

$$\sigma'_i \cdot dS_i = \vec{P} \cdot d\vec{S}_i.$$

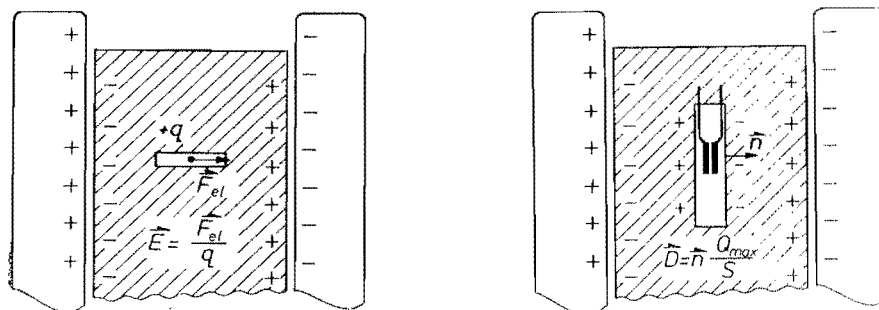
a gustoća naboja

$$\begin{aligned} \sigma'_i &= \frac{\vec{P} \cdot d\vec{S}_i}{dS_i} \\ &= P \cdot \cos \varphi. \end{aligned}$$

Polarizacija izolatora nastala je djelovanjem električnog polja na naboje u izolatoru. Za silu kojom polje djeluje na naboje odlučno je električno polje $\vec{E}$ u izolatoru. Pomak $\vec{\delta}$ jednih naboja izolatora prema drugima možemo uzeti da je razmjernan jakosti električnog polja $\vec{E}$. Zato je i polarizacija $\vec{P}$ razmjerna $\vec{E}$:

$$\vec{P} = \eta \cdot \vec{E}.$$

Konstanta razmjernosti η električna je susceptibilnost izolatora.



Sad možemo zamisliti mjerenje jakosti električnog polja $\vec{E}$ u čvrstom izolatoru. Pošto smo ustanovili smjer polja pomoću versorija, načinimo u izolatoru šupljinu u obliku malenog valjka kojemu je os u pravcu polja. Osnovke tog valjka neka imaju vrlo malen promjer u odnosu prema njegovoj duljini. U tu šupljinu unesimo sitni naboj q kojim ispitujemo polje. Na taj naboj djeluje električna sila

$$\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}.$$

Tako dobivenu jakost električnog polja nazivamo jakost polja u izolatoru. Nju stvaraju naboji na kondenzatorskim pločama i oslobođeni naboji na granicama izolatora. Budući da su osnovke šupljine vrlo male, na njihove se naboje ne treba

obazirati. Ako upotrijebimo rezultate koje smo malo prije našli, onda će jakost električnog polja u šupljini biti

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ &= \frac{\vec{n}}{\epsilon_0} (\sigma - \sigma_i).\end{aligned}$$

Kako, međutim, možemo izmjeriti električni pomak u čvrstom izolatoru? U tu svrhu zamislimo u izolatoru šupljinu u obliku vrlo niskoga, a razmjerno širokog valjka kojemu su osnovke okomite na versorijem ustanovljeni smjer polja. Šupljina je dovoljno velika da u nju možemo unijeti male Maxwelllove dvoploče. Na njima se influencira naboj

$$Q_{\max} = D \cdot S,$$

gdje je vektor električnog pomaka

$$\vec{D} = \vec{n} \frac{Q_{\max}}{S}.$$

Influencirani naboj $Q_{\max}$ izazvan je električnim poljem u šupljini oblika niskog valjka. To polje stvaraju naboji na pločama kondenzatora, oslobođeni naboji na granici izolatora uz ploče i, konačno, naboji na osnovkama šupljine. Budući da je valjak vrlo nizak, naboji na osnovkama šupljine poništavaju djelovanje naboja na granici izolatora. U šupljini vlada jakost električnog polja $\vec{E}_1$ koja potječe samo od naboja na pločama. Budući da je

$$\vec{E}_1 = \vec{n} \frac{\sigma}{\epsilon_0},$$

a pripadni pomak (u šupljini zamišljamo vakuum) iznosi

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \vec{E}_1,$$

to slijedi

$$\vec{D} = \vec{n} \cdot \sigma.$$

Vidimo da je

$$\sigma = \frac{Q_{\max}}{S}.$$

Iz toga izlazi da električno polje u izolatoru izaziva upravo onoliko influenciono djelovanje kao da i nema izolatora u prostoru između kovnih vodiča koji nose naboje.

Dielektričnost izolatora ϵ definirali smo izrazom

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}.$$

Međutim, za jakost električnog polja $\vec{E}$ u izolatoru našli smo da je

$$\vec{E} = \frac{\vec{n}}{\epsilon_0} (\sigma - \sigma_1).$$

Odatle dobivamo

$$\begin{aligned}\epsilon_0 \cdot \vec{E} &= \vec{n} \cdot \sigma - \vec{n} \cdot \sigma_1 \\ &= \vec{D} - \vec{P} \\ &= \epsilon \cdot \vec{E} - \eta \cdot \vec{E}.\end{aligned}$$

što daje

$$\epsilon = \epsilon_0 + \eta.$$

Dielektričnost izolatora ϵ jednaka je zbroju dielektričnosti vakuumu ϵ_0 i susceptibilnosti izolatora η .

Podijelimo li posljednju jednadžbu s ϵ_0 , dobit ćemo relativnu dielektričnost izolatora ϵ_r i, na drugoj strani relativnu susceptibilnost izolatora η_r . Vrijedi da je

$$\epsilon_r = 1 + \eta_r.$$

Mi smo promatrali polje između kovnih vodiča uz pretpostavku da su naboji na njima bili stalni. To je imalo za posljedicu da je jakost električnog polja oslabila kad smo u prostoru između vodiča vakuum zamijenili izolatorom. Sad ćemo načiniti pokus u kojem ćemo jakost polja $\vec{E}$ održati stalnom kad vakuum među vodičima zamijenimo izolatorom.

Opet se poslužimo pločastim kondenzatorom. Jedna je ploča izolirana i spojena s plus-polom izvora napona kojemu je minus-pol uzemljen. Izvor napona je uređaj koji između svojih polova održava određeni napon bez obzira na to uzimamo li električne naboje iz izvora ili ne. Prema tome, tim je uređajem osigurano da izolirana ploča bude uvijek na istom potencijalu, odnosno naponu prema uzemljenoj ploči, neovisno o tome koliko naboja na izoliranoj ploči treba da bude, kako bi ona imala taj potencijal.

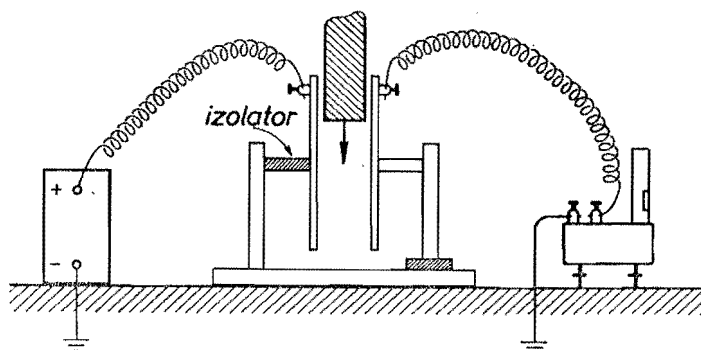
Druga je ploča kondenzatora spojena sa zemljom preko galvanometra. Taj će galvanometar svojim balističkim otklonima pokazati naboj koji uslijed influencije s te ploče ode u zemlju. U prvom mjerenju neka je prostor između ploča prazan. Izvorom napona uspostavimo polje. Galvanometar pokaže otklon koji je mjera za naboj Q_0 na pločama. Ako je površina jedne ploče S , onda je

$$\vec{D}_0 = \vec{n} \frac{Q_0}{S} = \vec{n} \cdot \sigma_0.$$

Taj je vektor $\vec{D}_0$ određen jakošću polja $\vec{E}$:

$$\vec{D}_0 = \epsilon_0 \cdot \vec{E} = \vec{n} \cdot \epsilon_0 \frac{U}{a}.$$

Indeks »nula« upućuje na to da je polje u praznom prostoru (uzduhu).



Izbijemo kondenzator, a prostor među pločama ispunimo čvrstim izolatorom. Razmak između ploča ostao je nepromijenjen. Ako sad izvorom napona nabijemo izoliranu ploču do potencijala U kao i prije, na nju je stigao naboj Q , pa je vektor električnog pomaka

$$\vec{D} = \vec{n} \frac{Q}{S} = \vec{n} \cdot \sigma,$$

a njegova je veza s jakošću polja $\vec{E}$

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon \cdot \vec{E} = \vec{n} \cdot \epsilon \frac{U}{a} \\ &= \vec{n} \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \frac{U}{a} \\ &= \epsilon_r \cdot \vec{D}_0. \end{aligned}$$

Vidimo da je u tom slučaju influenciono djelovanje pojačano ϵ_r puta. Pretpostavka pri tome jest da je jakost električnog polja stalna.

Ovaj pokus možemo i malo drukčije tumačiti. Budući da je

$$\epsilon = \epsilon_0 + \eta,$$

to će onda, uvršteno u jednadžbu

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E},$$

dati

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \cdot \vec{E} + \eta \cdot \vec{E} \\ &= \vec{D}_0 + \vec{P}. \end{aligned}$$

Kad u nekom prostoru ispunjenu izolatorom pobudimo električno polje, električni će pomak $\vec{D}$ biti prikazan kao zbroj dvaju pribrojnika: pomaka $\vec{D}_0$ koji nastane u vakuumu zbog jakosti električnog polja $\vec{E}$, i polarizacije $\vec{P}$ koju ta jakost polja izazove u izolatoru. U izolatoru polarizacija $\vec{P}$ doista predoduje pomak naboja, pa je tako ta zamisao prenesena i na vakuum.

KAPACITETI IZOLIRANOG TIJELA

Kad mirni naboji na izoliranim kovnim tijelima stvaraju polje u izolatoru, onda se oni mogu prikazati kao linearne funkcije potencijala tih tjelesa. Koeficijenti u tim linearnim izrazima nazivaju se kapaciteti.

Najjednostavniji je slučaj, kad imamo svega jedan izolirani vodič udaljen od ostalih tjelesa. Tad je po definiciji

$$Q = C \cdot V.$$

Tu je Q naboj vodiča, V njegov potencijal, a C je kapacitet tog vodiča prema beskrajoj daljini.

Kapacitet C je konstanta. To možemo ovako zaključiti. Naboj Q stvara električno polje u izolatoru kojim je ispunjen prostor oko nabijenog tijela. Ako se naboj Q poveća k puta, poraste na svakom mjestu površine tijela gustoća naboja k puta. Stoga poraste vektor $\vec{D}$, u neposrednom okolišu tijela k puta. Kao posljedica toga poveća se $\vec{D}$ u svakoj točki polja k puta, a prema tome i jakost polja $\vec{E}$. Budući da je potencijal V linijski integral od $\vec{E}$, izlazi da V poraste k puta ako se na tijelu naboj Q poveća k puta. Dakle se vrijednost faktora C ne mijenja ako se na tijelu mijenja naboj Q . Prema tome kapacitet C je konstanta.

Kao primjer promatrat ćemo kapacitet osamljene kugle polumjera R uronjene u izolator dielektričnosti ϵ . Na kugli neka bude naboj Q . Da nađemo kapacitet C , treba izračunati potencijal V te kugle. Polje je u prostoru izvan kugle. Njegova jakost bit će

$$\vec{E} = \frac{\vec{r}}{r} \frac{Q}{4 \pi \epsilon r^2} \quad \text{za } r > R.$$

Kad tražimo potencijal V , onda kao put integracije možemo odabrati bilo koju krivulju od površine kugle do beskrajne daljine. U našem su primjeru E-linije radijalni pravci kroz središte kugle. Radi jednostavnosti računa uzet ćemo jednu takvu liniju kao put integracije. Dobiva se

$$\begin{aligned} V &= \int_{\text{kugla}}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_R^{\infty} \frac{\vec{r}}{r} \frac{Q}{4 \pi \epsilon r^2} d\vec{s} \\ &= \frac{Q}{4 \pi \epsilon} \int_R^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4 \pi \epsilon R}. \end{aligned}$$

I onda kad pomak $d\vec{s}$ ne bi bio u pravcu E-linije, vrijedi

$$\frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{s} = dr.$$

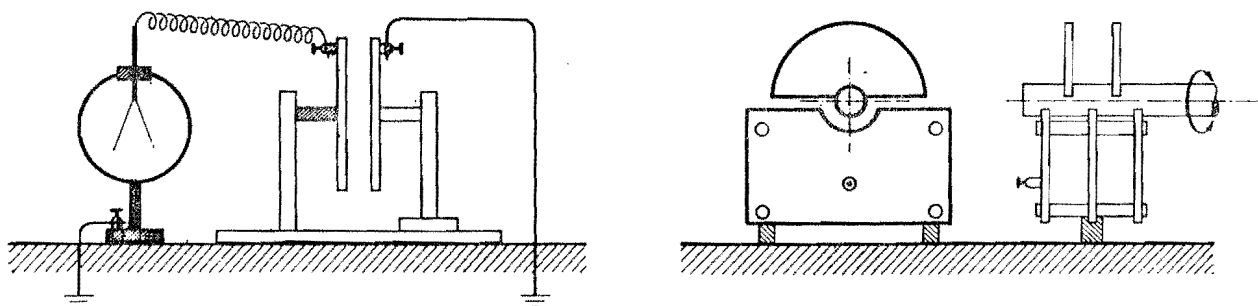
Prema tome je put integracije po volji, kako to zahtijeva osnovna jednačba.

Iz dobivenog rezultata dobiva se kapacitet osamljene kugle

$$C = 4\pi \cdot \varepsilon \cdot R.$$

Taj je kapacitet razmjeran polumjeru R .

Za osamljenu kuglu mogli smo kapacitet izračunati. To je izvedivo i za još neka tjelesa. Međutim, bilo tijelo kakva mu drago oblika, ako je osamljeno, njemu se može pripisati kapacitet prema beskrajnoj daljini. Taj je kapacitet određen oblikom tijela i dielektričnošću izolatora koji ga okružuje.



Ako je izolirano tijelo u zatvorenom prostoru, npr. izolirana je kugla u sobi, onda oblik električnog polja ovisi o položaju kugle prema zidovima i to utječe na vrijednost potencijala V prema tome i na kapacitet kugle. To je onda kapacitet prema konačnoj granici električnog polja, u našem primjeru kapacitet prema zemlji.

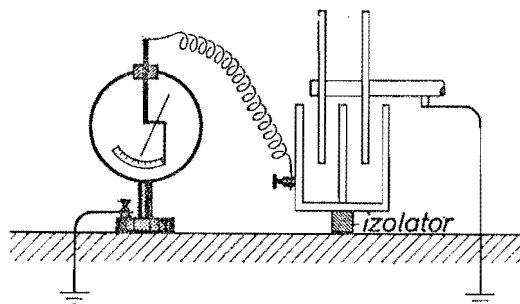
Pokazat ćemo u pokusu kako se uz promjenu položaja tijela mijenja njegov kapacitet prema zemlji. Poslužiti ćemo se pločastim kondenzatorom. Jednu ploču uzemljimo, a drugu, izoliranu, spojimo sa štapićem elektroskopa. Kućište je elektroskopa uzemljeno. Razmak između kondenzatorskih ploča može se mijenjati. Namjestimo ploče na neki srednji razmak, pa onda izoliranu ploču nabijemo. Listići se elektroskopa rašire. Njihov je razmak mjera za potencijal V izolirane ploče. Ako se izolirana ploča nešto primakne uzemljenoj, razmak se listića smanji, a to je znak da je opao potencijal izolirane ploče. Budući da je naboj Q na ploči ostao nepromijenjen, to se iz izraza

$$Q = C \cdot V$$

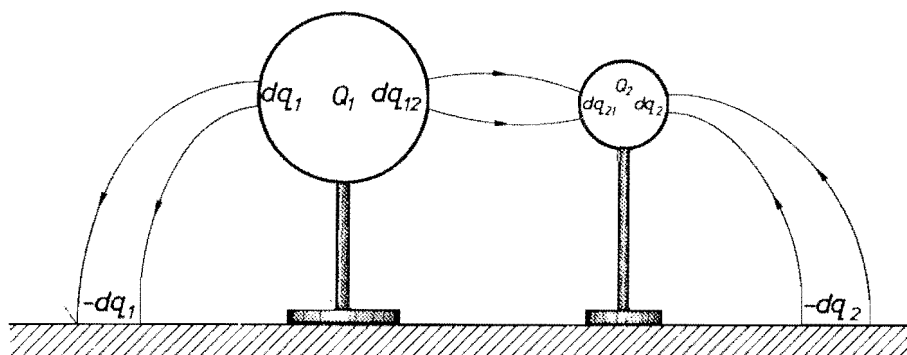
zaključuje da je kapacitet C izolirane ploče prema zemlji porastao.

Obrnuto se dogodi ako ploče više razmaknemo. Potencijal raste, a kapacitet pada. Umnožak tih dviju veličina daje u svakom slučaju naboj Q na izoliranoj ploči.

Na činjenici da se kapacitet izolirana tijela prema zemlji mijenja ako mu se približuje i udaljuje drugo tijelo spojeno sa zemljom, osniva se djelovanje zakretnog kondenzatora, kakav se upotrebljava npr. u radio-prijemniku za ugađanje titrajnih krugova. U tom kondenzatoru paket limenih ploča učvršćen je na osovinu, pa se može zakretanjem uvući među nepokretne izolirane ploče, ili posve iz njih izvući. Te su zakretne ploče spojene sa zemljom.



S jednim zakretnim kondenzatorom koji ima vrlo dobru izolaciju, načinit ćemo pokus koji će nam pokazati kako se mijenja kapacitet izoliranog paketa ploča ili, kako bi se to kratko reklo, kapacitet kondenzatora. Izolirane ploče spojene su s iglom Braunova elektrometra. Kućište elektrometra i zakretni paket kondenzatorskih ploča spojeni su sa zemljom. Izolirane ploče nabijemo kad su zakretne prilično uvučene među njih. Otklon igle elektrometra mjera je za potencijal izoliranih ploča. Ako se zakretne ploče dalje uvlače, potencijal pada jer kapacitet raste. Međutim, izvlačimo li zakretne ploče, potencijal raste, što vidimo u povećanom otklonu igle elektrometra. To se nastavlja, međutim, do neke granice, kad taj otklon naglo padne na nulu. Iz kondenzatora se tad čula električna iskrica koja je preskočila između ploča. Naime, potencijal je toliko narastao da je napon između ploča slomio izolaciju uzduha.



Promatrat ćemo općenito kapacitet kad ima više nabijenih izoliranih tjelesa. Da stvar ne bude nepotrebno zamršena, ograničit ćemo se na dva izolirana tijela unutar vodljive ovojnice, koja ih potpuno obuhvaća i spojena je sa zemljom. U našoj su slici ta tijela prikazana kao dvije kugle smještene na stalcima od izolatora. Površina stola i sobni zidovi (koji nisu nacrtani) čine ovojnicu na potencijalu zemlje.

Prvo tijelo neka nosi naboj Q_1 , a drugo naboj Q_2 . Na tim nabojima započinju D-linije koje završavaju na nabojima suprotna predznaka.

Promatrajmo na prvom tijelu djelić površine s nabojem dq_1 . Neka D-linije koje započinju na tom naboju završavaju na stolu. Zamislimo da smo nacrtali sve D-linije koje izlaze iz ruba plošnog elementa što nosi naboj dq_1 . Tako smo dobili jednu D-cijev. Ona počinje na tijelu (ako je dq_1 pozitivno), a završava na stolu. Iz površine stola ona ograničava područje na kojem je rasprostrt naboj $-dq_1$. Da na krajevima D-cijevi naboji moraju biti jednako veliki, no protivnog predznaka,

Iako je uvidjeti iz osnovne jednadžbe za vektor električnog pomaka. U mislima valja cijev malo produžiti na oba kraja i završiti presječnim ploham, od kojih jedna leži u tijelu, a druga u stolu. Dobili smo zatvorenu plohu iz koje je tok vektora D jednak nuli, pa je stoga tolik i zbroj naboja unutar ploha.

Slično vrijedi i za D-cijev koja spaja naboj dq_{12} na prvome tijelu s nabojem dq_{21} na drugom. Ti su naboji jednako veliki, ali suprotna predznaka:

$$dq_{12} = - dq_{21}.$$

Konačno, neke D-cijevi s drugog tijela završavaju na stolu. Jedna takva cijev ima na svom početku naboj dq_2 , a na završetku $-dq_2$. Ima također D-cijevi koje idu prema sobnim zidovima. One su iste vrste kao i one što završavaju na stolu. Idu do ovojnice koja je na potencijalu nula, tj. na potencijalu zemlje.

Ukupni naboj Q_1 na prvom tijelu može se prikazati kao zbroj naboja dq_1 i dq_{12} ovako:

$$Q_1 = q_1 + q_{12}.$$

Jednako će biti i za drugo tijelo:

$$Q_2 = q_2 + q_{21}.$$

Parcijalne naboje q_1, q_{12}, q_2, q_{21} prikazat ćemo kao linearne funkcije potencijala V_1 prvog tijela i potencijala V_2 drugog tijela, pa je

$$q_1 = C_1 \cdot V_1$$

$$q_{12} = C_{12} \cdot (V_1 - V_2)$$

$$q_2 = C_2 \cdot V_2$$

$$q_{21} = C_{21} \cdot (V_2 - V_1).$$

Tu su faktori C_1, C_{12}, C_2, C_{21} kapaciteti. Tako je C_1 kapacitet prvog tijela prema zemlji, C_{12} prvog tijela prema drugome, C_2 drugog tijela prema zemlji, a C_{21} je kapacitet drugog tijela prema prvome.

Budući da je

$$q_{12} = - q_{21},$$

to slijedi

$$C_{12} = C_{21}.$$

Međusobni kapaciteti dvaju tijela uvijek su jednaki.

Poslužimo li se ovim prikazom parcijalnih naboja na tijelima, bit će

$$Q_1 = C_1 V_1 + C_{12} \cdot (V_1 - V_2)$$

$$Q_2 = C_2 V_2 + C_{21} \cdot (V_2 - V_1).$$

Kapaciteti su konstante koje za određeni oblik tjelesa, njihov međusobni položaj i neki izolator među njima, imaju određene vrijednosti. Ako se potencijalima tjelesa daju različite (i prikladne) vrijednosti, dobiju se, mjereći naboj na tijelima, jednadžbe iz kojih se kapaciteti dadu izračunati.

Na osnovi izloženoga nije teško napisati izraze koji vežu naboje, kapacitete i potencijale ako je broj izoliranih tjelesa unutar uzemljene ovojnice veći od dva.

Kao primjer za primjenu napisanih izraza promatrajmo kapacitete Leydenske boce koja stoji na uzemljenoj podlozi. Unutrašnji izolirani oblog nabijemo. Njegov je naboj Q_1 . Taj se naboj sastoji od naboja q_1 , od kojega idu D-linije neposredno kroz zrak do uzemljene ovojnice (površina stola, zidovi sobe) i naboja q_{12} , od kojega D-linije idu kroz staklo boce do influenciranog naboja q_{21} na vanjskome, uzemljenom oblogu. Dakle je

$$Q_1 = q_1 + q_{12}.$$

Na vanjskom je oblogu samo influencirani naboj

$$q_{21} = -q_{12}$$

jer je taj oblog na potencijalu zemlje, pa je $V_2 = 0$ i prema tome će biti $q_2 = 0$. U ovom, dakle, slučaju jednadžbe glase

$$Q_1 = C_1 V_1 + C_{12} \cdot (V_1 - 0)$$

$$Q_2 = 0 + C_{12} \cdot (0 - V_1)$$

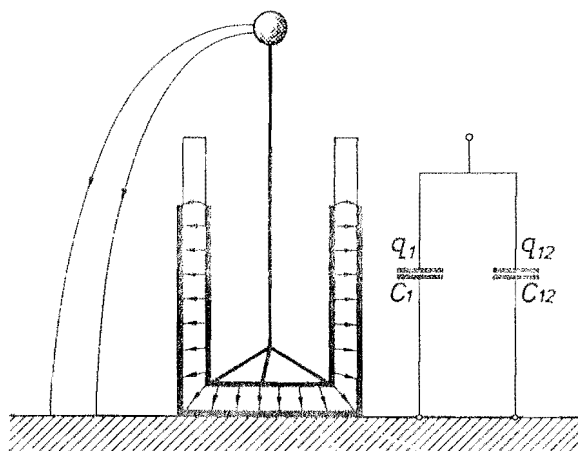
ili, pojednostavnjeno, izlazi

$$Q_1 = (C_1 + C_{12}) \cdot V_1$$

$$Q_2 = -C_{12} \cdot V_1.$$

Kapacitet unutrašnjeg obloga C_1 prema zemlji neznatan je u omjeru prema međusobnom kapacitetu $C_{12} = C_{21}$ i može se prema njemu zanemariti. Ipak, ako točno gledamo, na unutrašnjem je oblogu malo više naboja nego na vanjskome.

U električnoj shemi kapacitet se prikazuje dvama paralelnim debelim i jednako dugim potezima. U slici je uz bocu prikazan njezin »nadmjesni spoj« u kojem su kapaciteti C_1 i C_{12} zasebno predloženi, kao i pripadni naboji.



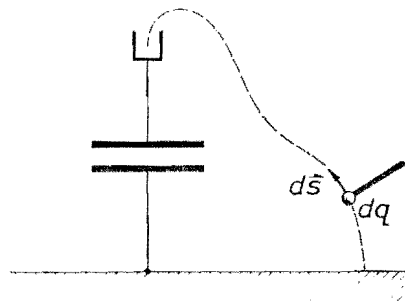
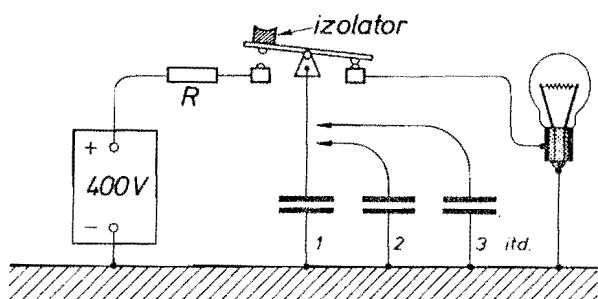
ENERGIJA NABIJENOG VODIČA

Ako kondenzatoru jedan oblog uzemljimo, a na izolirani oblog dovedemo naboj Q , onda je u tako nabijenom kondenzatoru spremljena energija. Ona se može npr. pretvoriti u toplinu, tako da naboj Q odvedemo kroz žarulju u zemlju. Pro-laskom naboja Q kroz žarnu nit u žarulji će se stvoriti toplina.

To ćemo pokazati u pokusu. Kondenzator nabijemo iz izvora napona. U našem pokusu to je ispravljač priključen na gradsku mrežu. Minus-pol ispravljača uzemljimo, a plus-pol preko zaštitnog otpornika spojimo s jednim kontaktom u tipci. Zaštitni otpornik R potreban je zato da ne bi prazni kondenzator u prvi čas, prigodom nabijanja, povukao prejaku struju iz ispravljača. Izolirani oblog kondenzatora nabije se do potencijala V ako tipku držimo neko vrijeme pritisnutu i time uspostavimo spoj tog obloga s plus-polom izvora napona.

Kad tipku otpustimo, nastane spoj između izoliranog obloga i jednog kraja žarne niti u žarulji, kojoj je drugi kraj uzemljen.

Kondenzatoru kojim se služimo možemo povećati kapacitet tako da mu paralelno dodamo još jedan, dva, ili više njemu jednakih kondenzatora. Pri tome pod kapacitetom kondenzatora mislimo na međusobni kapacitet njegovih obloga. Kondenzatori koje u ovom pokusu upotrebljavamo jesu »papirni« kondenzatori. Oni se tako nazivaju zbog toga što je izolator između njihovih obloga tanak sloj papira impregniran npr. parafinom. Takvi kondenzatori mogu imati vrlo velik kapacitet, tisuće puta veći od onoga neke Leydenske boce, no zato im je električna čvrstoća mnogo manja.



Ako je samo jedan kondenzator spojen na tipku, onda prigodom njezina otpuštanja žarulja ostane tamna. Za dva kondenzatora ona se kratkotrajno crveno zažari. Uz tri taj kratkotrajni žar je žut, za četiri bijel, a priključi li se njih pet, nastane bljesak. Što više naboja Q dovedemo na uvijek isti potencijal V , to će biti veća energija.

Izračunat ćemo energiju nekog naboja Q na izoliranom tijelu. Da bismo to obavili, u mislima ćemo izolirani oblog kondenzatora nabijati na reverzibilni način. To je takav postupak u kojem se rad što se potroši prigodom nabijanja vodiča može izbijanjem u potpunosti opet dobiti natrag. Budući da su to idealizirane prilike, treba ih smatrati granicom onoga što se daje ostvariti.

Kondenzatoru je jedan oblog uzemljen, a izolirani oblog opremljen je čašicom koju možemo kušalicom taknuti iznutra. Kušalicom prenosimo naboje sa zemlje na izolirani oblog tako da pri svakom prijenosu čašicu dirnemo iznutra. Tad se kušalica potpuno izbije i kad je izvadimo, ona je neelektrična.

Zamislimo da je prijenos naboja kušalicom sa zemlje na izolirani oblog već toliko uznapredovao da se na oblogu prikupio naboj q . Kuglicom kušalice nosimo svaki put sićušni naboj dq , koji kušalica primi kad je na potencijalu zemlje. Na putu do čašice električno polje naboja q , koji je na izoliranom oblogu, odbija naboj dq na kušalici. Prema tome, na putu do čašice moramo djelovati na naboj dq silom jednako velikom kao što je električna koja na taj naboj djeluje, ali mora biti električnoj suprotna po smjeru. Električna će sila na naboj dq u nekoj točki polja iznositi

$$d\vec{F}_{e1} = \vec{E} \cdot dq,$$

pa je sila kojom moramo djelovati

$$d\vec{F} = -\vec{E} \cdot dq.$$

Pri pomaku naboja za $d\vec{s}$ obavimo rad

$$d^2W = d\vec{F} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot dq \cdot d\vec{s}.$$

Na putu od zemlje do unutrašnjosti čašice pri prijenosu naboja dq ukupni će rad biti

$$dW = -dq \int_{\text{zemlja}}^{\text{tijelo}} \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Naboj dq mogao je doći pred znak integrala jer je on na cijelom putu konstanta. Integral na desnoj strani momentana je vrijednost potencijala v izoliranog obloga uzeta sa suprotnim predznakom (da dobijemo v , treba integralu obrnuti granice).

Dakle će biti

$$dW = v \cdot dq.$$

To je rad koji valja obaviti da se na izolirani oblog donese sa zemlje djelić naboja dq . Taj isti rad možemo dobiti natrag ako pustimo da naboj dq putuje od tijela do zemlje. Prema tome taj je način nabijanja reverzibilan (obrtljiv).

Izraz za dW možemo preinačiti uvedemo li kapacitet C izoliranog tijela prema zemlji. Naime, naboj q koji je u taj čas na izoliranom oblogu i potencijal v vezani su izrazom

$$q = C \cdot v,$$

pa je

$$dW = \frac{1}{C} q \cdot dq.$$

Ako smo izolirani oblog počeli nabijati od naboja nula pa smo to nastavili sve dok nismo na njemu postigli naboj Q , onda smo za to nabijanje potrošili ukupni rad

$$W = \frac{1}{C} \int_0^Q q \cdot dq$$

$$= \frac{Q^2}{2C}.$$

Taj rad možemo opet dobiti npr. tako da naboj na kondenzatoru razgradimo kao kao što smo ga sagradili. Prema tome, utrošeni rad je spremljen u kondenzatoru kao njegova električna energija. To je, dakle, izraz koji daje energiju nabita vodiča.

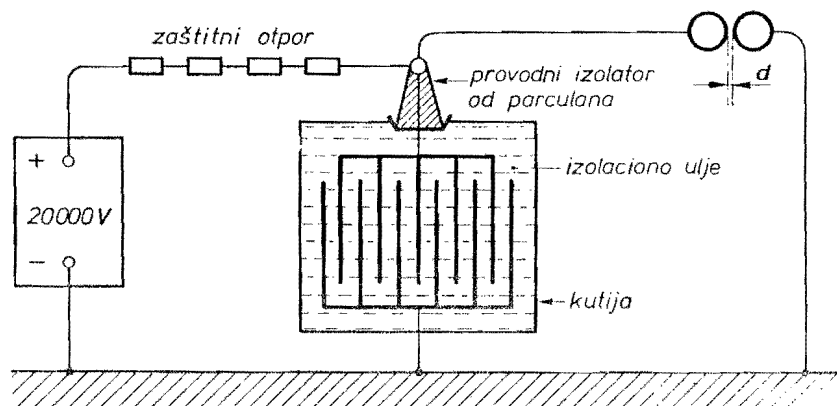
Taj se izraz daje preinačiti služeći se vezom između naboja Q , potencijala V i kapaciteta C :

$$Q = C \cdot V.$$

Dobivamo

$$W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q \cdot V}{2} = \frac{C \cdot V^2}{2}.$$

Svi su ti izrazi jednako vrijedni. Koji ćemo upotrijebiti, ovisi o problemu što ga rješavamo.



Izvest ćemo još jedan pokus u kojemu će se manifestirati energija prikupljena u nabijenom kondenzatoru. Poslužit ćemo se ovećim tehničkim kondenzatorom koji se smije nabiti do razmjerno visokog potencijala ili napona između izoliranog i uzemljenog obloga. Taj visokonaponski kondenzator nabijemo iz ispravljača koji je izvor napona. Nabijanje se obavlja kroz zaštitni otpor. Kondenzatorski oblozi spojeni su s kovnim poliranim kuglama približenima na razmak d . Taj razmak određuje napon do kojega se kondenzator nabija. Naime, kad taj napon postigne izvjesnu vrijednost, izolacija uzduha među kuglama se slomi i između njih preskoči uz prasak, električna iskra, kojom se kondenzator izbije. Tad nabijanje kroz zaštitni otpor započne iznova. Iskre preskakuju u pravilnim vremenskim razmacima.

Energiju nabitog vodiča interpretirat ćemo na drukčiji način. Zamislimo da je riječ o pločastom kondenzatoru. Na pločama su naboji Q i $-Q$, a napon je između njih $U = V$. Za energiju smo našli da je

$$W = \frac{Q \cdot V}{2} = \frac{Q \cdot U}{2}.$$

Ako je S površina izolirane ploče koja nosi naboj Q , onda će u kondenzatoru gustoća naboja na ploči biti

$$\sigma = \frac{Q}{S}.$$

S tom je gustoćom u vezi vektor električnog pomaka

$$\vec{D} = \vec{n} \cdot \sigma = \vec{n} \frac{Q}{S},$$

gdje je $\vec{n}$ normala na površinu, koja nosi naboj Q .

Napon U između ploča ravnog kondenzatora vezan je s jakošću električnoga homogenog polja među pločama

$$\vec{E} = \vec{n} \frac{U}{a}.$$

Pri tome je a razmak između ploča.

Ako se poslužimo tim izrazima, onda se energija nabijenog kondenzatora dade prikazati ovako:

$$W = \frac{\vec{D} \cdot \vec{E}}{2} S \cdot a.$$

Tu je $\vec{D}$ električni pomak u polju kondenzatora, $\vec{E}$ jakost tog polja, a faktor $S \cdot a$ jest obujam prostora što ga ispunja električno polje. Prema tome izraz

$$w = \frac{W}{S \cdot a} = \frac{\vec{D} \cdot \vec{E}}{2}$$

možemo shvatiti kao gustoću električne energije u polju na mjestu gdje je pomak $\vec{D}$ i jakost je polja $\vec{E}$.

U ovoj interpretaciji sjedište električne energije nije na tijelu koje nosi naboj, nego u električnom polju tog tijela. Ovakva se interpretacija električne energije možda čini matematičkom dosjetkom, međutim, poslije ćemo vidjeti da električna energija može postojati i oslobođena od naboja, no tad ona ne miruje kao u promatranom primjeru, nego leti kroz prostor kao elektromagnetski val.

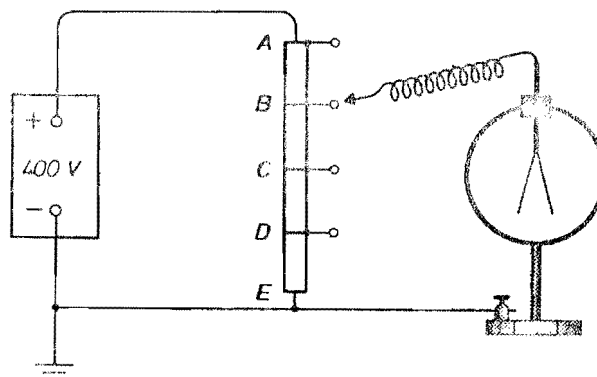
Drugo poglavlje

ELEKTRIČNA STRUJA I MAGNETSKO POLJE

OHMOV ZAKON

Kad žicom spojimo izolirani vodič sa zemljom, njegov se naboj izgubi za vrlo kratko vrijeme i potencijal mu padne na nulu. Međutim, potencijal nekom tijelu možemo održati ako mu neprestano dovodimo onoliko naboja koliko ga on gubi odvodom u zemlju. To činimo tako da vodič spojimo s izvorom napona, a to je uređaj kojim se održava određeni napon između njegovih polova, bez obzira na to koliko se naboja uzima.

U našem pokusu kao odvod u zemlju poslužit će nekoliko serijski spojenih otpornika. Kroz njih može električni naboj iz plus-pola izvora napona odlaziti u zemlju. Izvor je napona ispravljač. Njegov je minus-pol spojen sa zemljom, odakle on crpe plus-naboj i diže ga do svog plus-pola da nadoknadi gubitke. Na nizu otpornika kojima naboj putuje nalaze se kontakti, tako da možemo mjeriti potencijal u pojedinim točkama niza. Potencijal se mjeri elektroskopom na uobičajeni način. Kad stavimo ispravljač u pogon i štapić elektroskopa spojimo žicom s točkom A odvoda, listići će se razmaknuti. Premjestimo li spoj u točku B, razmak listića se nešto smanji. Potencijal u točki B niži je nego u A. U C je još niži, a zatim, u D je niži nego u C. Točka E ima potencijal nula, jer je uzemljena.



Ako se jednim vodom gibaju naboji, onda između njegovih krajeva postoji razlika potencijala ili napon. Na pojedinim mjestima između krajeva potencijal ima neke srednje vrijednosti; on postepeno opada od pozitivnog kraja voda prema negativnome. Zato govorimo da razlika potencijala ili napon pokreće električne naboje po nekom vodiču.

Električni naboji u gibanju nazivaju se električna struja. Ako u vremenu dt kroz presjek vodiča, neke žice, prođe naboj dQ , onda se pod električnom strujom razumijeva kvocijent

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

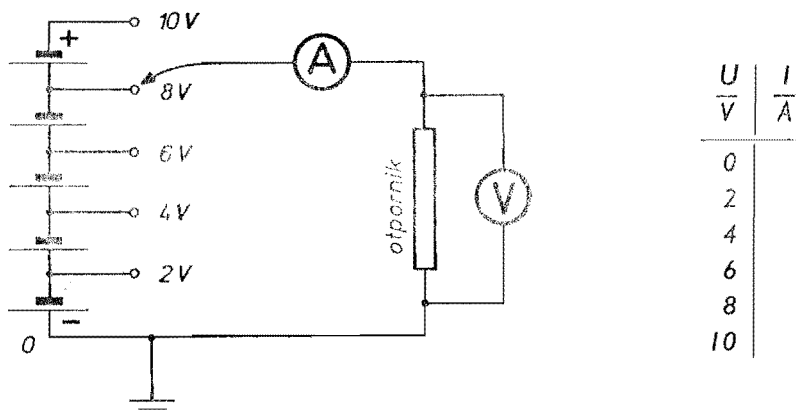
Taj se kvocijent također naziva i jakost električne struje.

Kad naboji putuju žicom, mi ne opažamo nikakva gibanja. Putovanje naboja po žici je nevidljivo. Da se to doista zbiva, zaključujemo npr. po tome što između krajeva žice nestane napona (razlike potencijala) čim isključimo ispravljač, a vidjeli smo prije da se mirni naboji po vodiču rasporede tako da je površina vodiča ekvipotencijalna ploha. (Na istom su potencijalu i točke unutar vodiča.)

Naboji se, međutim, mogu gibati i tako da se giba tijelo koje ih nosi. Na primjer, mičemo li elektrizirani stakleni štap, onda se s njim gibaju i naboji. To predočuje također električnu struju. Prema tome električne struje može biti bez vidljivog gibanja nekog tijela ili ona nastaje tako da se giba tijelo koje nosi naboj.

Ohmov zakon izražava vezu napona koji vlada između krajeva vodiča, sa strujom koju taj napon tjera kroz vodič. Pokazat ćemo to u jednostavnom pokusu. Kao izvor napona, koji može biti različite vrijednosti, poslužit će baterija od pet akumulatorskih članaka spojenih u seriju. Svaki članak daje napon od 2 V, pa se u tim koracima može napon mijenjati. Kao vodič kroz koji će izvor napona održavati električnu struju uzet ćemo otpornik, vodič kojim može električna struja teći, no ne tako lako kao kroz bakrenu žicu. U seriju s otpornikom spojimo ampermetar koji će nam otklonom kazaljke pokazati, koliko jaka struja teče kroz otpornik. Paralelno s otpornikom, tj. između njegovih krajeva, spojimo voltmetar, koji će otklonom kazaljke mjeriti napon među krajevima otpornika, dakle onaj napon koji održava struju.

Ampermetar je sprava slična galvanometru, samo mnogo manje osjetljiva. Voltmetar obavlja službu elektroskopa iz prijašnjih pokusa. U ovom primjeru elektroskop se ne može upotrijebiti jer mu je osjetljivost premalena.



Ako u ovom pokusu postepeno povećavamo napon između krajeva otpornika, struja će rasti. Mjerene vrijednosti napona U i struje I unosimo u tablicu tako da uz vrijednosti napona napišemo pripadne jakosti struje. Iz dobivenih vrijednosti zaključujemo da se struja povećava razmjerno naponu. To jest, da je jakost struje kroz klizni otpornik razmjerna naponu koji je održava. Dakle će biti

$$I = \frac{1}{R} \cdot U.$$

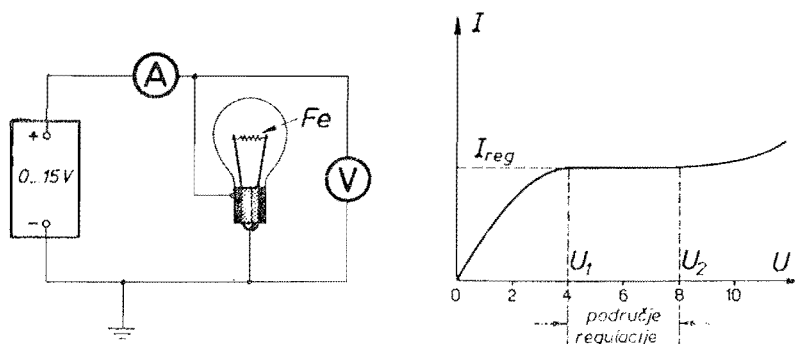
Konstantu razmjernosti pišemo kao $\frac{1}{R}$, a R nazivamo električni otpor ili, jednostavno, otpor vodiča, u našem primjeru kliznog otpornika.

Vodiči električne struje obično su kovne žice. Kao kovina najčešći su bakar i aluminij, a u specijalnim namjenama platina, srebro, te neke slitine. Kad je vodič u obliku žice, onda se električni otpor komada žice duljine l i površine presjeka S može prikazati ovako:

$$R = r \frac{l}{S}.$$

Faktor r u izrazu naziva se specifični otpor. On je karakteristika kovine od koje je žica načinjena. Najmanji je specifični otpor srebra, veći je za bakar, pa aluminij. Specifični otpor ovisi o čistoći kovine, a funkcija je temperature. Kod kovina specifični otpor raste s temperaturom. Iz toga izlazi da Ohmov zakon (da je struja razmjerna naponu) vrijedi ako se temperatura vodiča održi stalnom, odnosno ne zbivaju li se u vodiču neke fizikalne promjene.

Pokazat ćemo primjer u kojem jakost struje nije razmjerna naponu koji se priključi na krajeve vodiča. To je željezna žica u atmosferi vodika — željezni otpornik u vodiku. U staklenoj zataljenoj posudi, oblika poput žarulje, željezna je žica učvršćena na prikladnim nosačima. U posudi je plin vodik koji ima zadaću da odvodi toplinu sa žice kad njome teče električna struja.



Željezni otpornik spojen je kroz ampermetar s izvorom kojemu se napon može postepeno povećavati. Paralelno željeznom otporniku dodan je voltmetar koji mjeri napon između krajeva otpornika. Ako povećavamo napon, jakost struje isprva raste, a onda, pošto je postigla stanovitu vrijednost I_{reg} , ona više ne raste iako se napon povećava. To ide tako dok napon ne postigne neku vrijednost U_2 . Napon U_1 neka bude onaj pri kojemu je struja kroz željezni otpornik prestala rasti. Ako napon

povećavamo iznad U_2 , jakost će struji rasti. Pojedine parove vrijednosti napona U i struje I unesimo u tablicu i prikažimo ih grafički. Područje napona od U_1 do U_2 jest tzv. područje regulacije željeznog otpornika.

Ovo se vladanje željeznog otpornika tumači svojstvom željeza da pri izvjesnoj temperaturi mijenja svoju kristalnu strukturu. Taj prijelaz iz jedne modifikacije u drugu jest kao prijelaz iz jednoga agregatnog stanja u drugo. Pri tome, međutim, željezo ostaje u čvrstom stanju, no skokom mu se mijenjaju fizikalna svojstva. Tako specifični otpor naglo povećava svoju vrijednost. Budući da pri toj temperaturi prijelaza željezo može biti u dvije različite modifikacije, onda se, pošto je željezna žica prolaskom električne struje toliko ugrijava da je postignuta ta temperatura, s povećavanjem napona ne može više povećavati struju, nego samo raste duljina onog dijela žice koji je prešao u višu modifikaciju.

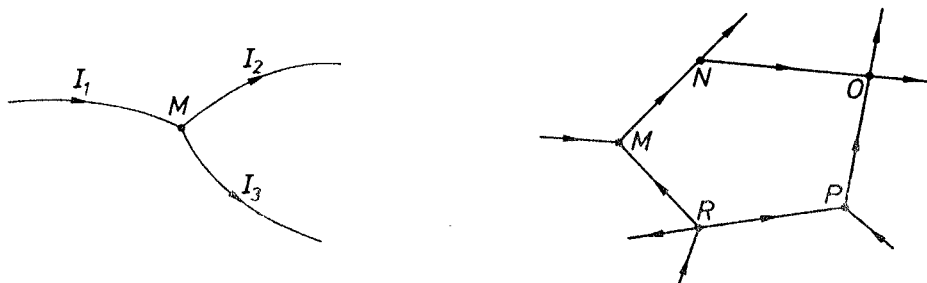
KIRCHHOFFOVI ZAKONI

Dok je riječ o stalnim električnim strujama, ili takvima koje se razmjerno polagano mijenjaju, jakost struje u žici okruženoj dobrim izolatorom, na svakom mjestu uzduž žice ima istu vrijednost. Kroz takvu žicu teče električna struja poput nestlačive tekućine. Posljedica tog svojstva struje je prvi Kirchhoffov zakon.

Prvi Kirchhoffov zakon vrijedi za razgraništa ili čvorišta struje. U točki M neka se sastaju tri žice kojima teku električne struje, i to jednom od njih prema točki M , a ostalim dvjema od točke M . Ako struje koje izlaze iz točke M računamo pozitivnima, a one koje teku prema M negativnima (moglo bi se i obrnuto odabrati predznake), onda vrijedi da je za čvorište M zbroj tih struja

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0.$$

Taj prvi Kirchhoffov zakon vrijedi za bilo koji broj struja što se u nekom čvorištu ili razgraništu sastaju.



On se može izvesti iz osnovnog zakona za vektor električnog pomaka. Oko čvorišta opiše se zatvorena ploha. U obuhvaćeni prostor kroz neke žice naboji ulaze, a kroz druge izlaze. Budući da pretpostavljamo da se električno polje ne mijenja, to slijedi da je tok Ψ iz te plohe stalan, pa je stoga stalan i naboj unutar plohe. To znači, koliko naboja u prostor unutar plohe uđe, toliko mora istovremeno izići. Naboj ulazi i izlazi žicama, stoga je zbroj jakosti struja jednak nuli.

Još je jedan Kirchhoffov zakon. On se odnosi na petlju od žica kojima teku električne struje. Na našoj je slici petlja koja spaja pet čvorišta: M , N , O , P , R . Žicama petlje teku struje, pa su čvorišta M , N , . . . na raznim potencijalima i

između njih vladaju električni naponi. Ako u petlji uzmemo neki smjer obilaženja kao pozitivan, npr. smjer kazaljke na uri, onda će naponi biti redom:

$$U_{MN} = V_M - V_N$$

$$U_{NO} = V_N - V_O$$

$$\dots\dots\dots$$

Ako su struje u žicama petlje stalne (ili gotovo stalne), a u granama petlje nema izvora napona, tad je prema drugome Kirchhoffovu zakonu zbroj svih napona u petlji jednak nuli, pa će biti

$$U_{MN} + U_{NO} + U_{OP} + U_{PR} + U_{RM} = 0.$$

Taj zakon vrijedi bez obzira na to koliko grana ima neka petlja. On je posljedica osnovnog zakona za jakost električnog polja mirnih naboja. U ovom se slučaju naboji doduše kreću, granama petlje teku električne struje, no te su struje stalne, pa je naboj na nekom dijelu žice u petlji stalan. Koliko u nekom djeliću vremena naboja dođe, toliko ga i ode. Prema tome je ovdje raspored naboja stalan, a to daje elektrostatsko polje za koje vrijedi

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0.$$

Primijeni li se to na petlju, dobivamo drugi Kirchhoffov zakon.

Kirchhoffovi zakoni dadu se zgodno primijeniti kad se razmatraju prilike u mrežama od vodiča.

JOULEOV ZAKON

Kad žicom teče električna struja, onda se u toj žici razvija toplina, nazvana Jouleova toplina. Električno polje obavlja rad tjerajući električne naboje kroz žicu. Taj se potrošeni rad pojavljuje kao toplina. Žarulja svijetli jer se u njezinoj žici razvija toliko topline da se ona usija do bijelog žara. Žica je od volframa, te, premda je na tako visokoj temperaturi, ona još uvijek ostaje čvrsta.



Pokazat ćemo pojavu Jouleove topline. Između faznog vodiča R u jednoj utičnici i nule 0 u drugoj spojimo nekoliko metara dugu otpornu žicu kakva se upotrebljava za električne grijalice. Žica je razapeta između dva izolatora. Kad uključimo struju, žica se počne grijati, pa se provjesi i užari.

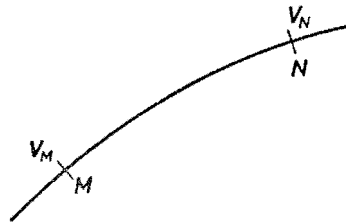
Koliko Jouleove topline nastane u komadu žice između točaka M i N? Toliko koliko se električne energije potroši u tom komadu žice. Pojava Jouleove topline jest pretvaranje električne energije u toplinu. Ako je u točki M žice potencijal

V_M , a u točki N potencijal V_N , onda prijenosom naboja dQ na putu od M do N električna sila obavi rad

$$dW = (V_M - V_N) \cdot dQ.$$

Razlika potencijala $(V_M - V_N)$ jest napon U_{MN} između točaka M i N. Prema tome će rad električne sile u komadu žice od M do N biti

$$dW = U_{MN} \cdot dQ.$$



Taj je rad potrošen i iz njega je nastala toplina. Stoga izvedeni izraz ujedno predod-
čuje i Jouleovu toplinu.

Ako izraz za Jouleovu toplinu podijelimo vremenom dt u kojem je ona nastala, dobit ćemo snagu kojom se ta toplina stvara u komadu žice od M do N, dakle

$$\frac{dW}{dt} = U_{MN} \cdot \frac{dQ}{dt}.$$

Drugi faktor na desnoj strani jest jakost struje I koja žicom teče. Prema tome je snaga

$$\frac{dW}{dt} = U_{MN} \cdot I,$$

a rad

$$dW = U_{MN} \cdot I \cdot dt.$$

Poslužimo li se Ohmovim zakonom, možemo dobivene izraze preinačiti. Po tom zakonu vrijedi

$$U_{MN} = R_{MN} \cdot I.$$

Tu je R_{MN} otpor komada žice između točaka M i N. Dobivamo, dalje

$$\frac{dW}{dt} = R_{MN} \cdot I^2$$

$$dW = R_{MN} \cdot I^2 \cdot dt.$$

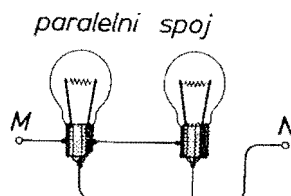
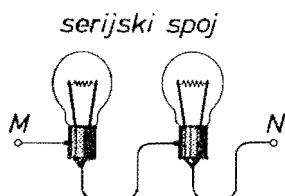
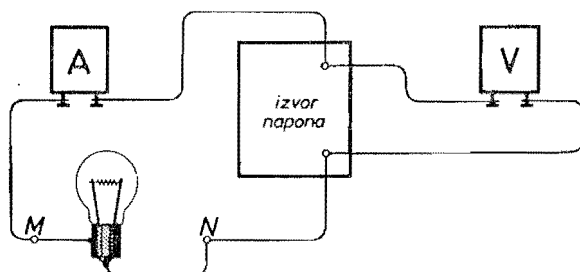
Ako uklonimo iz formula jakost struje, bit će

$$\frac{dW}{dt} = \frac{U_{MN}^2}{R_{MN}}$$

$$dW = \frac{U_{MN}^2}{R_{MN}} dt.$$

Za ilustraciju Jouleova zakona poslužit će nam jedan pokus. Električnu struju uzimamo iz izvora kojemu se napon između stezaljki regulira. Veličinu tog napona mjeri voltmetar spojen paralelno s izvorom napona.

Jakost struje koju uzima potrošač priključen između točaka M i N mjerimo ampermetrom spojenim u seriju s potrošačem.



Kao potrošače upotrijebit ćemo međusobno jednake automobilske žarulje. Ako između M i N uklopimo jednu žarulju, onda za njezin normalni sjaj treba napon U i struja I . Prema tome je snaga za jednu žarulju

$$\frac{dW_1}{dt} = U \cdot I.$$

Priključimo li između točaka M i N dvije žarulje u paralelnom spoju, tad je napon U kao i prije, no struja je dvostruka, prema tome će snaga za dvije žarulje u paraleli iznositi

$$\frac{dW_2}{dt} = U \cdot 2I = 2 \frac{dW_1}{dt},$$

dakle bit će dvostruka.

Ako između točaka M i N spojimo dvije žarulje serijski, za normalni sjaj treba struja kao za jednu žarulju, no da bi se ta struja postigla, valja napon dignuti na dvostruku vrijednost, pa je tad potrebna snaga

$$\frac{dW_3}{dt} = 2U \cdot I = 2 \frac{dW_1}{dt},$$

dakle opet dvaput veća od one za jednu žarulju.

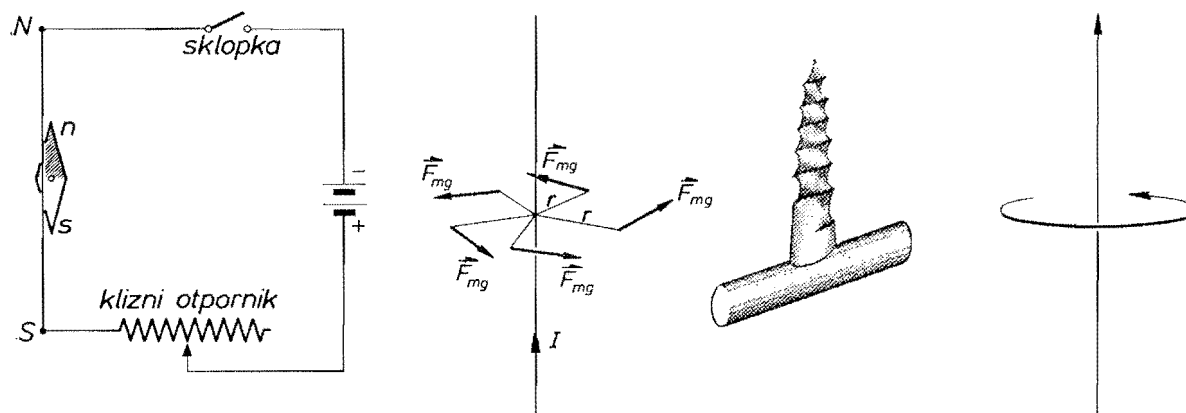
MAGNETSKO POLJE ELEKTRIČNE STRUJE

Oersted je opazio da žica kojom teče električna struja zakrene magnetsku iglu. Magnetska igla je dugoljast magnet poduprt iznad svog težišta, tako da se može slobodno okretati u horizontalnoj ravnini. Ako nema drugih utjecaja, igla će se postaviti tako da jednim krajem pokazuje prema sjeveru, a drugim prema jugu. To je njezin ravnotežni položaj.

Ponovit ćemo Oerstedov pokus. Ravna žica razapeta je iznad stola u smjeru sjever — jug. Iz akumulatora možemo kroz žicu poslati električnu struju kad zatvorimo sklopku. Južni kraj žice spojen je s plus-polom akumulatora, pa po dogovoru kažemo da struja teče od plus-pola prema minus-polu. U našem je, dakle, pokusu njezin smjer od juga prema sjeveru.

Magnetsku iglu možemo postaviti ispod žice (kao na slici) ili, ako je podignemo, ona se može okretati iznad žice. Dok žicom ne teče struja, duljina je igle usporedna s pravcem žice. Sjeverni kraj igle n gleda prema sjeveru, a južni s prema jugu.

Zatvorimo sklopku. Žicom počne teći električna struja od juga prema sjeveru. Tad se sjeverni kraj igle pomakne nalijevo. Igla se zakrene. Nakon nekoliko njihaja ona se smiri u nekome kosom položaju. Tako je to dok je igla ispod žice.



Prekinimo sklopkom tok struje, a iglu podignimo tako da ravnina u kojoj se ona može gibati dođe iznad žice. Ona opet pokazuje smjer sjever-jug, pa je usporedna sa žicom. Ako tad zatvorimo strujni krug, sjeverni se kraj igle pomakne udesno i ona se smiri u kosom položaju.

Magnetizam na kraju igle koji pokazuje prema sjeveru nazivamo sjevernim. Na tom je kraju igle njezin sjeverni pol, a na drugome je južni pol. Kad se promatra djelovanje električne struje na magnetsku iglu, uvijek se pomišlja na djelovanje na njezin sjeverni pol (na južni pol ono je u suprotnom smjeru).

Ako potanje istražimo djelovanje pravčaste električne struje na sjeverni magnetski pol, vidimo da je sila kojom struja djeluje okomita na ravninu određenu pravcem struje i daljinom pola od pravca struje. Za određivanje smjera ove sile ima više pravila. Mi ćemo izložiti dva.

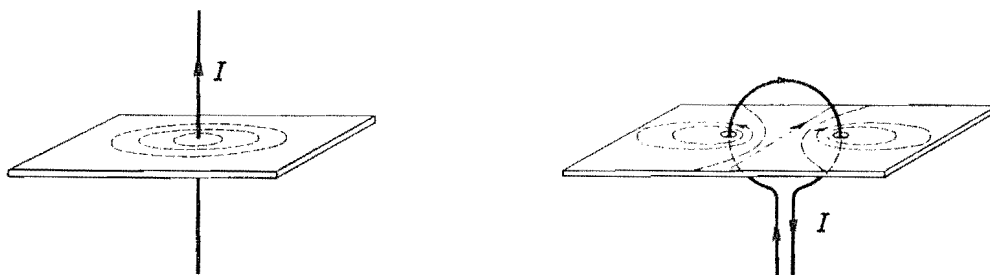
1. Ampèreovo pravilo plivača. Ako zamislimo da u žici plivač pliva u smjeru električne struje, a licem je okrenut prema sjevernom polu igle, onda sila na taj pol za plivača djeluje u smjeru nalijevo.

2. Pravilo desnog vijka. Ako desni vijak napreduje u smjeru električne struje, onda njegovo okretanje daje smjer sile na sjeverni pol.

Zamišljamo da se oko električne struje stvara polje. Budući da ono djeluje na magnetsku iglu, to je onda magnetsko polje. U tom polju možemo svakoj točki pridružiti smjer u kojem ono djeluje na sjeverni pol igle. Ako taj smjer u mislima označimo sitnom strelicom, te se strelice nadovezuju jedna na drugu u krivulje koje obuhvaćaju električnu struju. Te krivulje svojom tangentom u bilo kojoj točki pokazuju smjer sile na sjeverni magnetski pol. To su magnetske silnice električne struje.

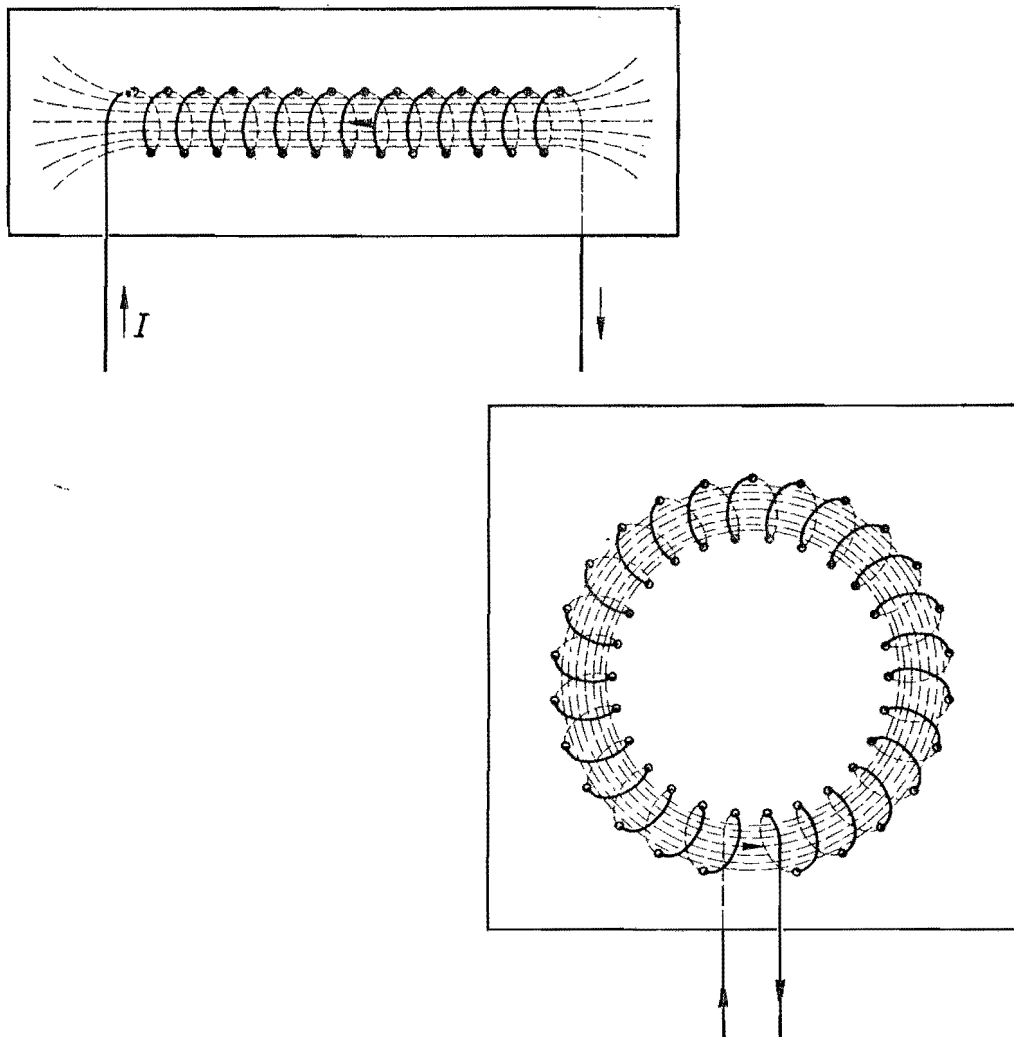
Oblik magnetskih silnica pravčaste struje pokazat ćemo u pokusu. Ravnu žicu kojom će teći struja učvrstimo tako da je ona vertikalna. Žicu smo provukli kroz otvor u vodoravnoj staklenoj ploči. Tu ploču posipamo željeznom piljevinom. Ako kroz žicu pustimo jaku struju i istodobno lagano kuckamo po staklenoj ploči, čestice piljevine orijentirat će se svojom duljinom u pravac magnetske sile i, nadovezujući se jedna na drugu, predočit će magnetske silnice pravčaste struje. Te su silnice kružnice u ravnini okomitoj na os žice, sa središtem u toj osi.

Čestice željezne piljevine vladaju se u magnetskom polju poput magnetskih igala. Kad kuckamo po staklenoj ploči, one poskakuju i tako se ukloni trenje između njih i ploče, pa se mogu orijentirati u smjer magnetskog polja.



Na jednak način kako smo pokazali silnice magnetskog polja pravčaste struje, predočit ćemo magnetsko polje struje koja teče žicama nekih drugih oblika. Najprije neka žica bude svinuta u kružnicu. Ravnina te kružnice okomita je na površinu staklene ploče. Žica prolazi kroz dva otvora na ploči, tako da u ravnini ploče bude promjer kružnice. Opet ploču lagano posipamo željeznom piljevinom, uključimo struju i kuckamo po ploči. Pokažu se magnetske silnice. I tu vrijedi pravilo desnog vijka. Ako vijak napreduje u smjeru silnica, onda se on okreće u onom smislu kako struja teče kružnicom. U ovom su se pravilu desnog vijka smjer struje i smjer magnetskog polja međusobno zamijenili. Vidimo da pravilo desnog vijka vrijedi bilo da napredovanje vijka pridružimo smjeru struje, bilo smjeru magnetskog polja.

Magnetsko polje jednoliko namotane zavojnice kojom teče električna struja ima unutar zavojnice silnice u obliku paralelnih pravaca. Na krajevima zavojnice silnice se razilaze na sve strane. Mi pokazujemo pokusom to polje u jednoj ravnini, međutim, silnice treba zamišljati u cijelom prostoru. To što gledamo jest presjek kroz polje.



Jednoliko namotana prstenasta zavojnica može se zamisliti da je nastala od odulje ravne zavojnice koja je svinuta u prsten. Tako su se sastali krajevi zavojnice, pa magnetsko polje koje na njezinu jednom kraju izlazi odmah ulazi u njezin drugi kraj. Tu je magnetsko polje ograničeno na prostor unutar prstenaste zavojnice. Izvan zavojnice čestice piljevine ostaju u nesređenom položaju. Izvan prstenaste zavojnice nema, dakle, magnetskog polja.

U svim tim primjerima magnetskog polja električne struje vidjeli smo da su magnetske silnice zatvorene krivulje koje obuhvaćaju električnu struju. Ako, međutim, pod vodoravnu staklenu ploču stavimo magnet u obliku štapa i ploču posipamo željeznom piljevinom, pokazat će se magnetske silnice. One izlaze iz sjevernog pola štapa, a ulaze u njegov južni pol. U slijedećim poglavljima upoznat ćemo se поближе s magnetskim poljima.

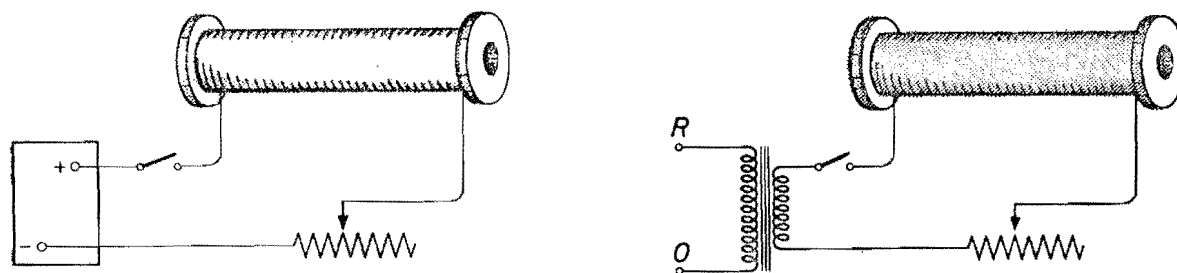
MAGNETSKA SILA I JAKOST MAGNETSKOG POLJA

Izvest ćemo nekoliko pokusa s magnetima. U našem primjeru to su čelične pletače igle koje možemo po volji magnetizirati ili demagnetizirati.

Da ispitamo je li takva igla magnetska, poslužimo se željeznom piljevinom, koje imamo u obilju na komadu bijela papira na stolu. Iglu »okupamo« u željeznoj

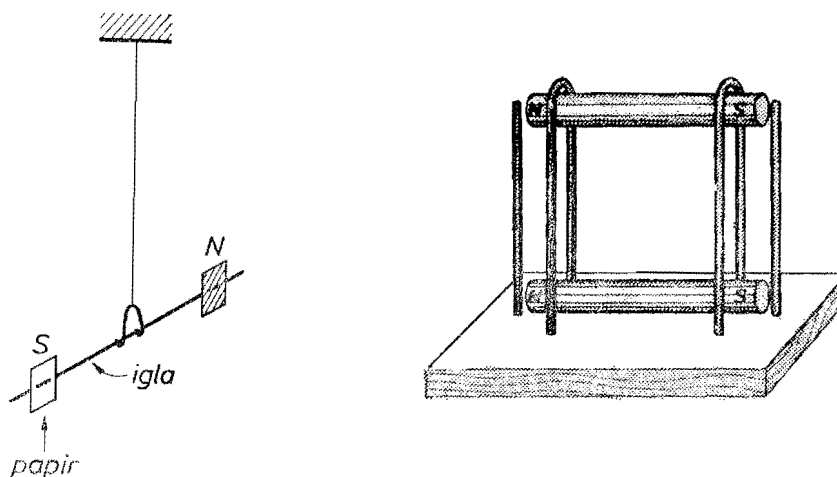
piljevini. Ako je magnetska, pri krajevima joj se hvataju čuperci od piljevine. U sredini se igle ne hvata piljevina. Ako je nemagnetska, izide iz piljevine čista.

Čeličnu iglu možemo magnetizirati pomoću zavojnice od bakrene žice kroz koju šaljemo struju iz akumulatora. Iglu stavimo u unutrašnjost zavojnice. Sklopom pustimo struju, a otpornikom je pojačamo do maksimuma i zatim je smanjimo i prekinemo. Kad ispitamo iglu, ona pokaže da je magnetska.



Magnetsku iglu možemo lako demagnetizirati. Pri tome šaljemo kroz zavojnicu izmjeničnu struju iz gradske mreže (preko transformatora kojim se napon prikladno snizi). Magnetsku iglu stavimo u unutrašnjost zavojnice. Pomoću sklopke pustimo da teče izmjenična struja. Otpornikom struju pojačamo, a zatim je polagano slabimo i, prije no što je prekinemo, iglu polagano izvučemo iz zavojnice. Tad možemo struju prekinuti. Igla je nemagnetska. To pokažemo uz pomoć piljevine.

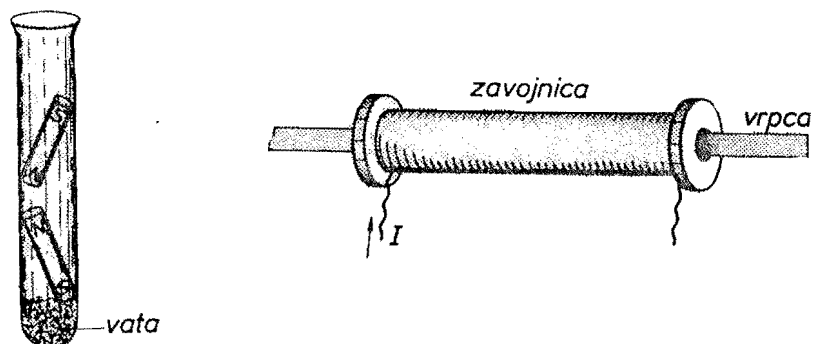
Načinimo nekoliko pokusa s magnetskom silom. Magnetiziranu čeličnu iglu stavimo u vješalicu tako da se može slobodno okretati u horizontalnoj ravnini. Nakon nekoliko okreta igla se orijentira titrajući oko pravca sjever — jug. Jedan kraj igle nastoji se okrenuti prema sjeveru, a drugi prema jugu. Pri njezinu kraju koji gleda prema sjeveru jest sjeverni pol igle, a na drugom kraju njezin je južni pol. Označimo polove tako da na krajeve igle nataknemo raznobojne papire: pri sjevernom kraju crveni, a pri južnome modri.



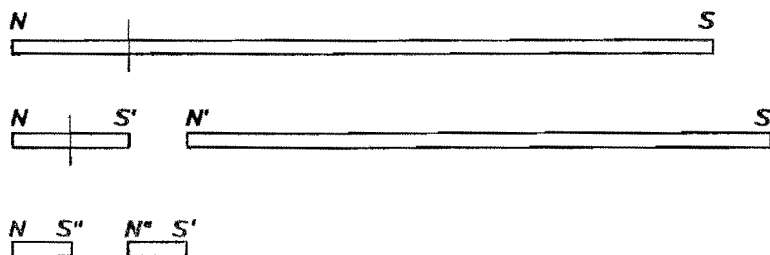
Pošto smo tako označili polove, izvadimo iglu iz vješalice i odložimo je na stol. U vješalicu stavimo drugu magnetiziranu pletuću iglu. Pošto se i ta igla orijentirala, označimo i njezine polove kao na prvoj igli.

Ako prvu iglu približimo drugoj koja je u vješalici, onda iz načina kako se ona pri tome zakreće zaključujemo da se istovrsni polovi odbijaju, a raznovrsni privlače.

Odbijanje između istovrsnih polova može biti toliko jako da poništi težinu magneta. Dva kratka magnetska štapa od alnico (Al, Ni, Co)-slitine, u kojoj je uz te elemente željezo glavni sastojak, smještena su u okvir od krute žice tako da se mogu gibati samo gore-dolje, a istoimeni polovi su im na istoj strani — sjeverni nad sjevernim, južni nad južnim. Štapovi se odbijaju i gornji štap lebdi. Lebđenje možemo postići i onda kad štapove stavimo u staklenu epruvetu tako da istoimeni polovi budu jedan iznad drugoga. Gornji štap lebdi. Bez okvira od žice, ili bez epruvete, ne možemo to postići. Ravnoteža bez tih ograničenja mogućnosti gibanja nije stabilna.



Magnetizirajmo zatim dugačku čeličnu vrpцу. Pri tome šaljem kroz zavojnicu jaku istosmjernu struju iz akumulatora, pa vrpцу provučemo kroz nju. Ispitajmo magnetičnost vrpce najprije željeznom piljevinom. Magnetsko se privlačenje pokazuje samo pri krajevima vrpce, a ostali njezin dio ne privlači željeznih čestica. Vrpca može biti po volji duga. Naša je npr. gotovo od dva metra. Zaključujemo, dakle, da vrpca ima magnetske polove samo pri svojim krajevima. Služeći se magnetskom iglom u vješalici ustanovimo vrste magnetizma. Nalazimo da vrpca ima sjeverni i južni pol. Označimo ih raznobojnim papirima.



S magnetiziranom vrpcom načinit ćemo pokus P. Peregrinusa, koji ima temeljno značenje za nauku o magnetizmu. Škarama za željezo odrežemo kraj vrpce na kojem je sjeverni magnetski pol. Ostali dio vrpce i odrezani komad ispitajmo pomoću magnetske igle. Nalazimo da se na vrpći na mjestu prereza pojavio sjeverni pol, na odrezanom komadu sjeverni je pol ostao na svom mjestu, a na prerezu je nastao južni pol.

Prerežimo odrezani kraj magnetske vrpce napola. Dobit ćemo dva magneta od kojih će svaki imati svoj sjeverni i južni pol. Rezanjem magneta, ako to i dalje nastavimo, ne možemo razdvojiti sjeverni magnetizam od južnoga. Svakim cijepanjem ili kidanjem magneta dobivaju se novi magneti od kojih svaki ima i sjeverni i južni magnetski pol.

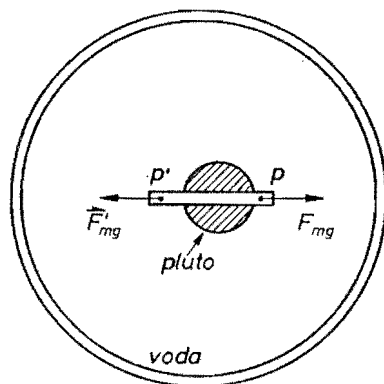
Sila kojom magnetsko polje djeluje na pol u nj unesenog magneta naziva se magnetska sila. $\vec{F}_{mg}$. Prikazujemo je kao umnožak dvaju faktora — jakosti magnetskog pola p na magnetu i jakosti polja $\vec{H}$ na mjestu gdje se taj pol nalazi, pa je

$$\vec{F}_{mg} = p \cdot \vec{H}.$$

Magnetski pol p može imati dvojaku ulogu. On oko sebe stvara magnetsko polje. Ako u to polje unesemo pol drugog magneta, onda na taj pol djeluje magnetska sila prema napisanom izrazu. Uloga magnetskog pola koji stvara magnetsko polje jest aktivna, a uloga magnetskog pola na koji djeluje magnetska sila jest pasivna.

Posebno je važno magnetsko polje koje stvara Zemlja. Ono je uzrok da se magnetska igla orijentira. Budući da je zemaljsko magnetsko polje prostorno silno veliko, ono se vrlo malo promijeni prijeđemo li s jednog mjesta na drugo. U prostoru sobe možemo uzeti da mu je posvuda ista jakost. To je polje unutar sobe homogeno — ne samo da je posvuda jednako jako nego je i istog smjera.

Sa zemaljskim magnetskim poljem načinit ćemo pokus koji će dopuniti onaj P. Peregrinusa. Kratki komadić vrpce, dobiven rezanjem, položimo na komad pluta i ono zajedno s tim magnetom položimo na površinu mirne vode u širokoj posudi. Magnetske štapove i igle kojima smo dosad eksperimentirali uklonimo što dalje možemo, tako da ne bi djelovali na magnet koji pliva na vodi. Ostaje samo djelovanje Zemljina magnetskog polja.



Ako malo počekamo, magnet se na vodi orijentira tako, da svojim sjevernim krajem pokazuje prema sjeveru, a južnim prema jugu, ali se neće gibati ni prema sjeveru ni prema jugu. To tumačimo time što je magnetska sila $\vec{F}_{mg}$ od zemaljskoga magnetskog polja koja djeluje na sjeverni pol magneta točno tako velika kao i sila koja djeluje na južni pol $\vec{F}'_{mg}$, samo je suprotnog smjera, dakle je

$$\vec{F}_{mg} = - \vec{F}'_{mg}.$$

Te se sile točno poništavaju.

Označimo li jakost sjevernoga magnetskog pola magneta koji pliva s p , a južnoga s p' , tad možemo napisati

$$\vec{F}_{mg} = p \cdot \vec{H}$$

$$\vec{F}'_{mg} = p' \cdot \vec{H}.$$

Pri tome je $\vec{H}$ jakost zemaljskoga magnetskog polja. Ona je jednaka na mjestu sjevernog pola i na mjestu južnog pola magneta. Uvrstimo li napisane izraze za sile na polove u formulu koja izražava da su one jednake i suprotne, dobiva se

$$p \cdot \vec{H} = -p' \cdot \vec{H},$$

a odatle

$$(p + p') \cdot \vec{H} = 0.$$

Kako je jakost zemaljskog polja $\vec{H} \neq 0$, izlazi

$$p' = -p.$$

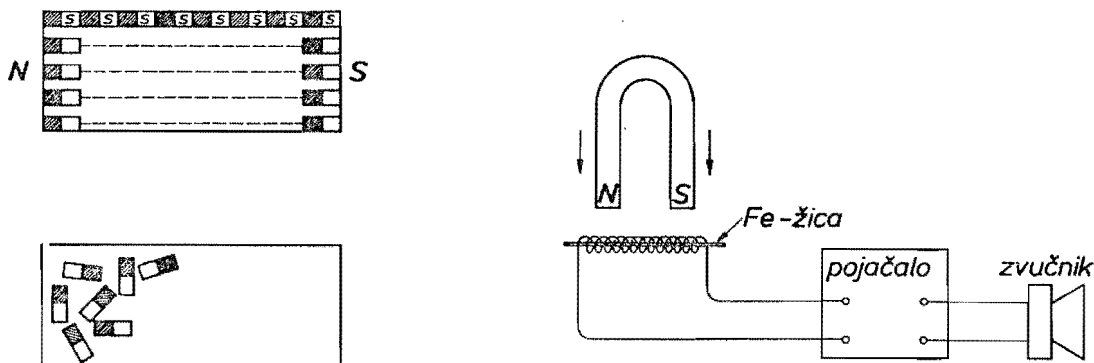
Magnetu je sjeverni pol točno toliko jak koliko i južni. Ili, to možemo i ovako izreći: Na svakom je magnetu zbroj magnetizama jednak nuli.

ELEMENTARNI MAGNETI

U pokusu P. Peregrinusa vidjeli smo da se sjeverni magnetizam ne može odijeliti od južnoga, a u nastavku tog pokusa našli smo kako je na svakom magnetu zbroj sjevernoga i južnog magnetizma točno jednak nuli. Prema tome, nema tijela na kojem bi bio višak sjevernoga ili južnog magnetizma. U tome je bitna razlika između magnetskog pola i električnog naboja. Magnetski pol pojavljuje se uvijek združen na istom tijelu s polom jednake jakosti, ali suprotna predznaka. Suprotno tome, električni naboj jednog predznaka može na nekom tijelu biti veći od naboja protivna predznaka na istom tijelu. Zato se tijelo može električki nabiti bilo pozitivno, bilo negativno. U magnetizmu je nemoguće da neko tijelo kao cjelina bude magnetski bilo pozitivno, bilo negativno. Ukupni magnetski naboj na svakom je tijelu jednak nuli.

Magnetizirano tijelo slično je polariziranome električnom izolatoru. U izolatoru je zbroj električnih naboja uvijek jednak nuli bio izolator polariziran ili ne. Kad se on polarizira djelovanjem električnog polja, na njegovim se granicama pojave jednake količine pozitivnog i negativnog elektriciteta. Slično je tome kad magnetskim poljem magnetiziramo željezni štap. Zbog djelovanja magnetskog polja (npr. zavojnice kroz koju teče električna struja) na krajevima štapa pojave se magnetizmi, sjeverni i južni, u jednakim količinama. Željezni se štap magnetski polarizirao. Neki čelici zadrže velik dio magnetske polarizacije kad se ukloni magnetsko polje koje ju je izazvalo. To su permanentni magneti.

Izrazita magnetska svojstva željeza tumače se time što se pretpostavlja da su sitna područja u željezu spontano magnetska. Takvo se područje naziva elementarni magnet. Dakako da je i u elementarnom magnetu zbroj magnetizama nula — on je magnetski dipol. Pod orijentacijom dipola razumijevamo smjer koji ide od njegova južnog prema sjevernom polu. U potpuno magnetiziranom magnetu svi su elementarni magneti jednako orijentirani. U unutrašnjosti magneta nadovezuje se sjeverni pol jednoga elementarnog magneta na južni pol susjednoga itd. Tako se ti magnetizmi poništavaju. Pri krajevima oni su slobodni i stoga je na jednom kraju štapa sjeverni magnetski pol, a na drugome je južni. Ako magnet prerežemo, time oslobodimo na prerezu sjeverni i južni magnetizam jedan od drugoga, pa dobivamo dva potpuna magneta.



Nemagnetično željezo sadrži također elementarne magnete, međutim, ti su elementarni dipoli u neredu, i njihovo se magnetsko djelovanje u prostoru oko magneta poništava. Prema tome, magnetiziranje željeza valja shvatiti ako redanje elementarnih magneta u jedan smjer, određen vanjskim magnetskim poljem.

Kako se ti elementarni magneti redaju kad se vanjsko magnetsko polje pojačava, pokazuje Barkhausenov pokus. Željezna žica promjera od 0,5 mm i duga oko 100 mm nalazi se unutar zavojnice kojoj zavoji tijesno omataju tu žicu. Krajevi zavojnice spojeni su na ulaz audiofrekventnog pojačala. Izlaz pojačala spojen je sa zvučnikom. Ako se željeznoj žici približava jak potkovasti magnet, onda se u području žice pojačava magnetsko polje i ono počne redati elementarne magnete. Redanje, međutim, ne teče glatko, nego se cijele grupe elementarnih magneta u jednom trenutku prebace u smjer koji zahtijeva vanjsko polje. Takav skok u magnetskoj indukciji inducira u zavojnici udarac napona, a on, pojačan, proizvodi u zvučniku kratki udarac šuma. Dok približavamo magnetsku potkovu, nižu se ti skokovi u orijentaciji elementarnih magneta brzo jedan za drugim u nepravilnim razmacima, pa iz zvučnika čujemo šum kao od parne lokomotive. To je Barkhausenova pojava.

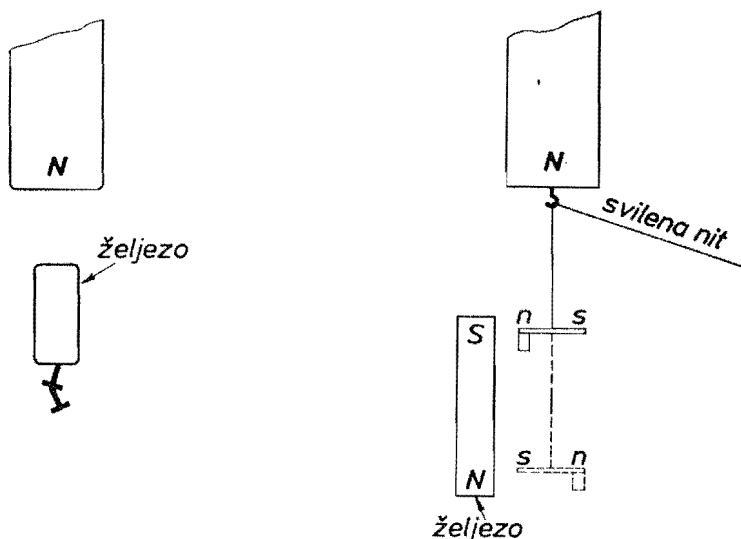
Pošto smo magnetsku potkovu približili i tako željeznu žicu magnetizirali, počnemo potkovu udaljavati. Opet se čuje šum jer se tad ruši poredak elementarnih magneta. Taj šum nije tako jak kao onaj kad smo potkovu približivali. Nešto porетка, naime, ostane u žici. Okrenemo li potkovu za 180° i opet je približujemo, šum je jak jer se preostali poredak elementarnih magneta mora preorijentirati i žica magnetizirati u suprotnom smjeru. Okrenuvši potkovu okrenuli smo smjer vanjskoga magnetskog polja.

U ovom pokusu nema šuma prigodom približavanja i udaljivanja magnetske potkove ako željeznu žicu izvadimo iz zavojnice, ili ako je nadomjestimo bakrenom. Elementarnih magneta ima u željezu, ali ih nema u bakru. Razne vrste čelika uz jednako približavanje potkove daju različit šum. U nekima se elementarni magneti redaju lakše, a u nekima teže. Prvi su magnetski mekši, drugi tvrđi.

MAGNETSKA INDUKCIJA

Ako nemagnetičnom štapiću od mekog željeza, učvršćenome u vertikalnom položaju, približimo odozgo sjeverni pol magnetskog štapa, onda željezni štapić na svome donjem kraju pokaže magnetska svojstva. On privlači npr. željezne zakovice. Ako udaljimo magnetski štap, magnetizam se željeznog štapa izgubi i zakovice otpadnu. Da ustanovimo kakav se magnetizam pojavljuje na željeznom štapiću, izmaknemo ga malo u stranu, a kraj magneta opremimo kvačicom kroz koju provučemo

mo tanku nit sa sitnom magnetskom iglom. Sjeverni pol te igle označen je zastavičicom. Pravac niti na kojoj visi igla podudara se s osi magnetskog štapa. Vukući nit polagano podižemo magnetsku iglu. Kad se ona približi donjem kraju željeznog štapića, njezin se južni kraj okrene prema njemu. Prema tome ovdje je na željeznom štapiću nastao sjeverni pol. Ako dalje vučemo nit i iglu podignemo toliko da bude u razini gornjeg kraja štapića, igla će se svojim sjevernim polom okrenuti prema njemu. Dakle je na tom gornjem kraju štapića nastao južni magnetski pol.



U opisanim pokusima prvotno nemagnetično željezo postalo je magnetično zbog djelovanja približenog magneta. To je pojava magnetske influencije. Na nemagnetičnom željezu nastanu magnetski polovi, na kraju bližemu sjevernom polu magneta južni, a na onome daljem sjeverni pol. Kad magnet uklonimo, polovi nestanu (magnetski meko željezo). Dovle je stvar slična električnoj influenciji. Međutim, razlika je u tome što ne možemo nijedan od nastalih magnetizama sam za sebe s tijela ukloniti.

Evo još jednog pokusa o magnetskoj influenciji. Sjevernom kraju učvršćenoga magnetskog štapa kojemu je os vertikalna, približimo čeličnu kuglicu iz kugličnog ležaja. Magnet je privuče i ona o njemu visi. Toj kuglici približimo drugu jednako takvu. Ona se privuče k prvoj i o njoj visi. Tako nastavimo dodavši treću, četvrtu, . . . , petnaestu, šesnaestu kuglicu. Sve one vise jedna o drugoj čineći magnetski lanac. Prva kuglica dobila je magnetske polove kad ju je magnet privukao. Uz sjeverni pol magneta na kuglici je nastao južni, a na dijametralnoj točki sjeverni. Taj sjeverni pol na kuglici stvorio je influencijom na drugoj kuglici južni pol, s kojim se privlači, a na njezinu donjem kraju nastao je sjeverni, i tako to ide dalje u magnetskom lancu.

Iz ovoga pokusa zaključujemo da magnet privlači željezo zato što on na njemu izazove magnetske polove, koji se s magnetskim polovima magneta privlače. U blizini sjevernoga magnetskog pola magneta na željezu nastaje influencijom južni pol, a u blizini južnog pola magneta na željezu će biti sjeverni pol. Magnetska sila djeluje samo na magnetske polove.

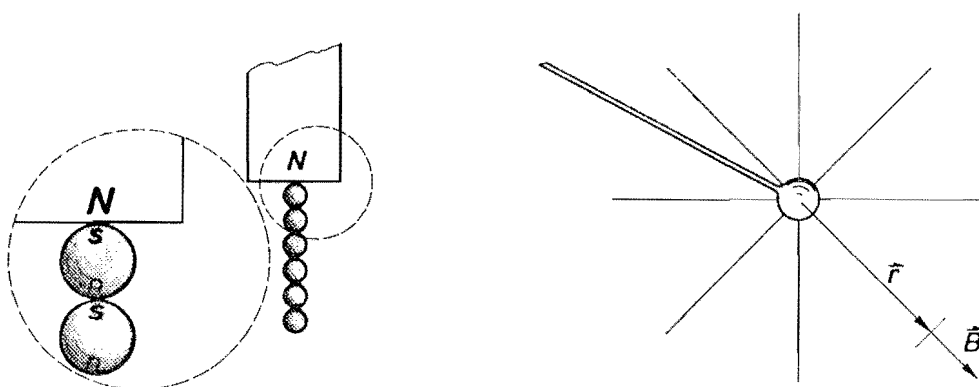
Za magnetsku influenciju odgovoran je vektor magnetske indukcije $\vec{B}$. On je magnetska analogija električnom vektoru $\vec{D}$. Vektor magnetske indukcije $\vec{B}$ možemo dovesti u vezu s jakošću magnetskog pola p . Da bude jednostavnije, promatrajmo magnetsko polje sjevernoga magnetskog pola p koji je na kraju vrlo dugačkoga i

tankog magnetskog štapa. Budući da je štap vrlo dug, na njegov južni pol ne treba se obazirati dok promatramo polje u blizini njegova sjevernog kraja. Kraj magnetskog štapa opremljen je kuglicom od meka željeza da bismo po mogućnosti postigli jednoliku raspodjelu magnetskog polja već u blizini magnetskog pola p .

Magnetski pol p izvor je magnetskog toka Φ koji se jednoliko razilazi u prostor oko njega. Izuzetak je sam željezni štap. Ako oko pola p opišemo kuglu s polumjerom r , onda će na nekom mjestu u uzduhu gustoća magnetskog toka biti

$$\vec{B} = \frac{\vec{r}}{r} \frac{p}{4\pi r^2}.$$

Formula ne vrijedi za presjek opisane kugle s magnetskim štapom.



Integriramo li vektor magnetske indukcije po cijeloj kugli polumjera r , osim onoga njezina dijela gdje ona siječe magnetski štap, dobiva se magnetski tok koji izlazi u uzduh

$$\Phi_u = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Ta ploha integracije nije zatvorena, ali je to gotovo cijela kugla jer je štap tanak, pa budući da su $\vec{B}$ i $d\vec{S}$ istog smjera, izlazi

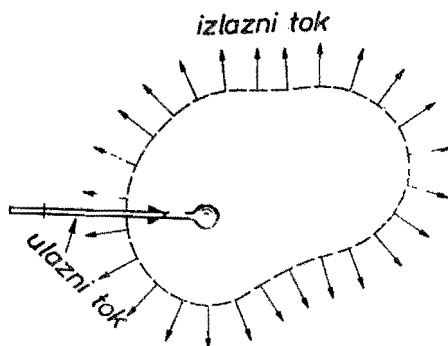
$$\Phi_u = p,$$

Ako oko pola p opišemo bilo kakvu zatvorenu plohu, onda je u uzduhu kroz tu plohu tok usmjeren prema van

$$\Phi_u = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = p.$$

Tamo gdje ploha presijeca magnet nastaje na magnetu unutar plohe magnetski pol $-p$, kako smo ustanovili u pokusu P. Peregrinusa. Zato kroz presjek plohe S s magnetom ulazi u tu plohu magnetski tok

$$\Phi_m = -p.$$



Prema tome je ukupni magnetski tok iz zatvorene plohe S jednak zbroju tih dvaju tokova

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_u + \Phi_m \\ &= p - p \\ &= 0.\end{aligned}$$

Magnetski tok Φ vektora magnetske indukcije $\vec{B}$ iz bilo koje zatvorene plohe uvijek je jednak nuli:

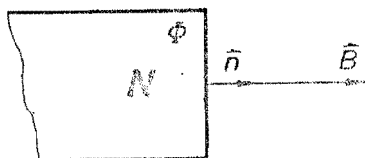
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

To je matematička formulacija iskustva temeljena na pokusu P. Peregrinusa. Izraz kaže da se magnetizmi ne mogu rastaviti, i da je na svakom tijelu suma magnetizama jednaka nuli.

Ujedno je to jedna od Maxwellovih jednadžbi koja vrijedi za svako polje uvijek. Ona je napisana u integralnom obliku jer ploha S obuhvaća konačan prostor. Međutim, kao što smo za električno polje stezanjem plohe S na oplošje jednoga prostornog elementa dobili takvu jednadžbu u diferencijalnom obliku tako možemo postaviti i ovdje, pa izlazi

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

Jakost izvora vektora magnetske indukcije $\vec{B}$ u svakoj točki prostora jednaka je nuli. Prema tome, budući da vektor $\vec{B}$ nigdje ne izvire, to su B-linije magnetskog polja zatvorene linije.

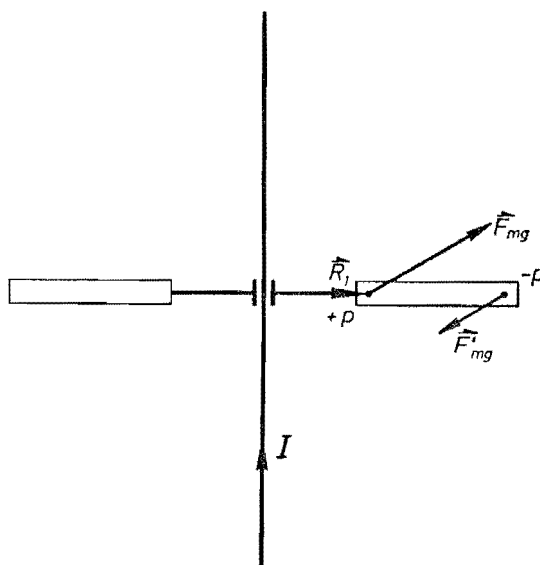


Pri kraju magnetskog štapa koji završava širokom ravnom plohom možemo zamisliti da su B-linije paralelni pravci i da je magnetizam po krajnoj plohi jednoliko raspoređen. Iz magneta magnetski tok Φ izlazi u uzduh. Međutim, ako na bilo

kojem mjestu magnet presiječemo i tako plohu u uzduhu dopunimo u zatvorenu plohu, onda kroz presjek u magnetu u plohu ulazi upravo toliko tok koliki kroz dio plohe u uzduhu izlazi. To mora tako biti prema osnovnom zakonu koji vrijedi za vektor magnetske indukcije $\vec{B}$.

NEKOLIKO PRIMJERA MAGNETSKOG POLJA

Vidjeli smo da su magnetske silnice pravčaste struje kružnice sa središtem u osi struje. Biot i Savart našli su pokusom zakon po kojem se mijenja jakost magnetskog polja H ako se udaljujemo od žice kojom teče struja. Taj se pokus sastoji u tome što se učvrsti magnetski štap na vertikalnu os tako da mu je duljina vodoravna i okomita na os. Prema tome se magnetski štap može vrtjeti u horizontalnoj ravni. Drugi magnetski štap učvršćen je simetrično radi ravnoteže. Oboma štapovima istoimeni su polovi bliže osi — recimo sjeverni.



Ako se kroz os pusti električna struja, onda na magnetske polove djeluju sile. Te sile imaju momente s obzirom na os vrtnje. Pokus je otkrio da se ti momenti točno poništavaju. Iz tog su rezultata Biot i Savart izveli zakon za jakost magnetskog polja pravčaste struje.

Ako je udaljenost sjevernoga magnetskog pola od osi R_1 , onda je moment magnetske sile koja djeluje na taj pol

$$R_1 \cdot F_{mg}.$$

Udaljenost južnog pola od osi je R_2 , pa je moment magnetske sile

$$R_2 \cdot F'_{mg}.$$

Momenti su suprotna smjera, a pokus pokazuje da se točno poništavaju. Dakle je

$$R_1 \cdot F_{mg} + R_2 \cdot F'_{mg} = 0.$$

Izrazimo magnetske sile pomoću jakosti magnetskog polja. Neka H_1 bude jakost polja na mjestu gdje je sjeverni pol, a H_2 na mjestu južnog pola, pa je

$$R_1 \cdot H_1 \cdot p - R_2 \cdot H_2 \cdot p = 0.$$

Odatle se dobiva

$$R_1 \cdot H_1 = R_2 \cdot H_2.$$

Jakost magnetskog polja H u polju pravčaste struje obrnuto je razmjerna udaljenosti R od pravca struje.

U ovom je pokusu za očekivati da će dvaput jača struja dati dvaput jače polje. Tome je uzrok pretpostavka da i za magnetsko polje vrijedi načelo nesmetane superpozicije kao i za električno polje. A prema tom načelu polje se od dviju struja dobije tako da se polje jedne vektorski zbroji s poljem druge. Stoga se konačni rezultat Biotova i Savartova pokusa može pisati ovako:

$$H = k \frac{I}{R}.$$

U tom izrazu k je konstanta kojoj valja dati prikladnu vrijednost. Ona nije fizikalna veličina jer u napisanom zakonu sve fizikalne veličine koje su za nj odlučne, dolaze *eksplicite* izražene. Prema tome je konstanta k brojčani faktor. Kad bismo smatrali ovaj zakon osnovnim zakonom, onda bi po načelu jednostavnosti formuliranja fizikalnih zakona trebalo da ta konstanta bude jednaka jedan. Međutim, zašto magnetskom polju pravčaste struje dati tako istaknutu ulogu.

Mi ćemo vrijednost konstante k naći i obrazložiti drugim putem. Uz pretpostavku da vrijedi princip nesmetane superpozicije za magnetska polja, uzet ćemo da je polje nastalo vektorskim sastavljanjem magnetskih polja što ih proizvode pojedini djelići žice kojom struja teče. Ako je $d\vec{s}$ djelić žice usmjeren kao i struja I , onda se produkt $I \cdot d\vec{s}$ naziva element struje. Pretpostavka je da svaki takav element daje svoj doprinos magnetskom polju, pa je polje koje opažamo rezultat doprinosa svih elemenata struje. Zakon kojim se izražava doprinos jednog elementa jest elementarni zakon. Taj zakon daje doprinos polju koji potječe iz jedne točke prostora, iz mjesta gdje se element struje nalazi. Općenito, djelovanje koje dolazi iz jedne točke razilazi se u cijeli prostor, pa se stoga u takvim zakonima to izriče tako da je u nazivniku zakona površina kugle kojoj je središte na mjestu gdje se element nalazi. Mi smo se već upoznali s jednim takvim elementarnim zakonom. To je Coulombov zakon za električno polje točkastog naboja.

Jedan oblik zakona za magnetsko polje elementa struje $I \cdot d\vec{s}$ koji zadovoljava izložena načela dali su Biot i Savart. On glasi

$$d\vec{H} = \frac{I \cdot d\vec{s} \times \frac{\vec{r}}{r}}{4\pi r^2}.$$

Tu je $\vec{r}$ radijus-vektor usmjeren od elementa struje do točke u kojoj je jakost magnetskog polja $d\vec{H}$. Valjanost tog zakona ne može se neposredno mjerenjem potvrditi jer se ne da izdvojiti jedan element struje. Uvijek se susrećemo s potpunim strujnim krugovima.

Služeći se Biot-Savartovim elementarnim zakonom izračunat ćemo polje pravčaste struje. Točka u kojoj tražimo jakost magnetskog polja neka je na udaljenosti R od pravca struje. Element struje $I \cdot d\vec{s}$ daje u toj točki doprinos $d\vec{H}$ koji je okomit na ravninu određenu pravcem struje i udaljenošću R . To vrijedi za doprinose svih elemenata, pa se zato veličina rezultirajućeg polja dobije zbrojivši iznose pojedinih doprinosa. Iznos doprinosa elementa $I \cdot d\vec{s}$ predložen je izrazom

$$|d\vec{H}| = \frac{I \cdot ds}{4 \pi r^2} \sin \alpha.$$

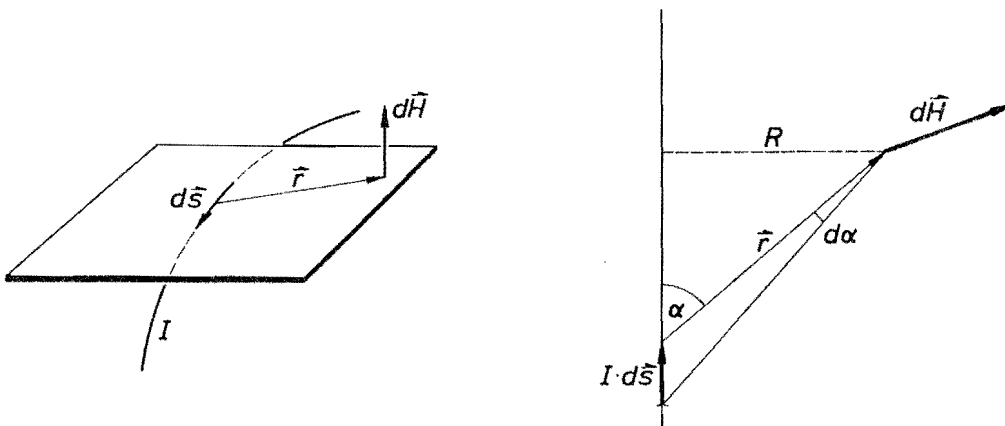
Budući da je

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}$$

$$ds = \frac{r \cdot d\alpha}{\sin \alpha},$$

izlazi

$$dH = \frac{I}{4 \pi R} \sin \alpha \cdot d\alpha.$$



Cijeli pravac struje daje jakost polja H koje je zbroj svih doprinosa. Dakle će biti

$$H = \int_0^{2\pi} \frac{I}{4 \pi R} \sin \alpha \cdot d\alpha$$

$$= \frac{I}{2 \pi R}.$$

Usporedimo li taj rezultat s onim što su ga Biot i Savart dobili u pokusu, vidimo da se oni slažu i da treba za konstantu k uzeti vrijednost

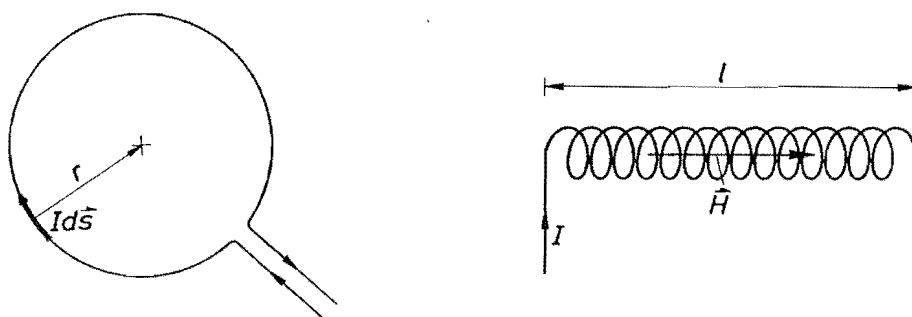
$$k = \frac{1}{2 \pi}.$$

Rezultat ovog računa ujedno je posredna potvrda valjanosti Biot-Savartova elementarnog zakona. Kako smo prije spomenuli, neposredna potvrda je nemoguća.

Izradimo još jedan primjer primjenjujući elementarni zakon. Nađimo jakost magnetskog polja u središtu kružne struje. Prema našem crtežu doprinos elementa $I \cdot d\vec{s}$ polju usmjeren je u ravninu crtnje. Takvi su i doprinosi ostalih elemenata.

Prema tome je račun jednostavan i dobivamo

$$H = \oint \frac{I \cdot ds}{4 \pi r^2} = \int_0^{2\pi} \frac{I \cdot d\alpha}{4 \pi r} = \frac{I}{2r}.$$



Nije teško izračunati ni jakost magnetskog polja što ga stvara kružni zavoj u bilo kojoj točki pravca koji prolazi središtem zavoja i okomit je na njegovu ravninu. Služeći se tim rezultatom, dobivamo za magnetsko polje u unutrašnjosti jednoliko namotane i vrlo duge zavojnice da je

$$H = \frac{N \cdot I}{l}.$$

Tu je N broj zavoja, a l je duljina zavojnice. Prema tome je kvocijent N/l gustoća zavoja. Natuknuti izvod daje jakost magnetskog polja u osi zavojnice. Međutim, u pokusu smo vidjeli, da je magnetsko polje zavojnice homogeno, pa stoga napisani izraz predoduje jakost polja u bilo kojoj točki unutar zavojnice. Iz dobivenog rezultata izlazi dalje da taj izraz predoduje jakost magnetskog polja u jednoliko namotanoj dugoj zavojnici za svaki oblik zavoja. Dakako da su zavoji u cijeloj zavojnici istoga oblika.

MAGNETSKO POLJE ELEKTRIČNIH NABOJA U GIBANJU

Promatrali smo primjere magnetskog polja električne struje ako žica kojom ona teče ima oblik pravca, kružnice itd. Promatrajmo sad ravnu žicu kružna presjeka po kojoj je raspoređen naboj s linearnom gustoćom λ . Ta žica neka se giba u smjeru svog pravca brzinom $\vec{v}_z$. Potražimo kakvo magnetsko polje nastaje na udaljenosti R od žice.

Budući da se žica giba, s njom putuju i električni naboji po njoj raspoređeni. Za promatrača koji miruje pomaknut će se žica u vremenu dt za

$$d\vec{s} = \vec{v}_z \cdot dt.$$

Na komadu žice duljine ds koji je prošao pored mirnog motrioca protekao je i naboj

$$\begin{aligned} dQ &= \lambda \cdot ds \\ &= \lambda \cdot v_z \cdot dt. \end{aligned}$$

Budući da je jakost električne struje

$$I = \frac{dQ}{dt},$$

gibanje nabite žice predodčuje zapravo električnu struju jakosti

$$I = \lambda \cdot v_z.$$

Pravčasta struja jakosti I stvara na udaljenosti R od njezina pravca magnetsko polje jakosti

$$H = \frac{I}{2\pi R}, \quad \text{što ovdje daje} \quad H = \frac{\lambda \cdot v_z}{2\pi R}.$$

Rezultat možemo i drukčije interpretirati. U razmatranju električnog polja nabijene žice našli smo da je električni pomak na udaljenosti R od žice

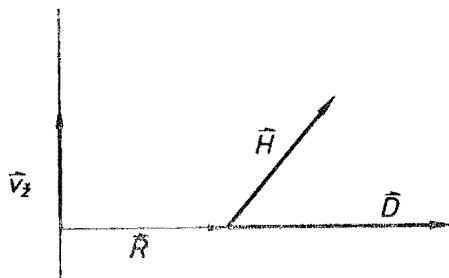
$$\vec{D} = \frac{\vec{R}}{R} \frac{\lambda}{2\pi R}.$$

U ovom našem primjeru vektor jakosti magnetskog polja okomit je na ravninu određenu vektorima $\vec{v}_z$ i $\vec{R}$, pa je

$$\vec{H} = \vec{v}_z \times \frac{\vec{R}}{R} \frac{\lambda}{2\pi R}.$$

Uzmemo li u obzir izraz za vektor $\vec{D}$, možemo to pisati

$$\vec{H} = \vec{v}_z \times \vec{D}.$$



U tom je izrazu $\vec{D}$ pomak što izvire na nabojima koji se gibaju brzinom $\vec{v}_z$ za opažača koji mjeri polje $\vec{H}$.

Možemo razmatranje dalje nastaviti. Zamislimo da električno polje stvaraju mirni naboji. To znači da tjelesa koja nose naboje miruju prema opažaču koji to električno polje ispituje. On zapaža u tome električnom polju pomak $\vec{D}$ koji je stanovite vrijednosti za pojedine točke prostora. Dok sve miruje, opažatelj ne nalazi magnetskog polja. Međutim, ako se opažatelj počne gibati brzinom $\vec{v}$, to je onda tako kao da mimo njega putuju sva nabijena tjelesa brzinom

$$\vec{v}_z = -\vec{v}.$$

Stoga opažatelj koji se giba brzinom $\vec{v}$ kroz električno polje mjeri u pojedinim točkama prostora još i magnetsko polje

$$\vec{H} = -\vec{v} \times \vec{D}.$$

To je inducirano magnetsko polje za opažača u gibanju.

Dodat ćemo još jednu malu primjedbu. Tijekom ovog razmatranja našli smo za žicu koja se giba brzinom $\vec{v}_z$, gdje $\vec{v}_z$ pada u pravac žice, da je to gibanje isto što i struja

$$I = \lambda \cdot v_z.$$

Tu je λ naboj na jedinicu duljine žice. Element struje na žici predložen je produktom

$$I \cdot d\vec{s} = \lambda \cdot v_z \cdot d\vec{s}.$$

Budući da vektori $\vec{v}_z$ i $d\vec{s}$ imaju isti smjer, to vrijedi

$$v_z \cdot d\vec{s} = \vec{v}_z \cdot d\vec{s}.$$

Prema tome je

$$I \cdot d\vec{s} = \vec{v}_z \cdot \lambda \cdot d\vec{s}.$$

No $\lambda \cdot d\vec{s}$ jest količina naboja na komadu žice duljine ds , naime

$$dQ = \lambda \cdot ds.$$

Odatle se dobiva

$$I \cdot d\vec{s} = \vec{v}_z \cdot dQ.$$

Pri tome je $\vec{v}_z$ brzina kojom se giba naboj dQ . Prema tome je umnožak brzine kojom se naboj giba i veličine naboja ekvivalentan elementu struje. Tim umnoškom možemo operirati kao i pomoću elementa struje.

FARADAYEVI ROTACIONI APARATI

Faraday je načinio nekoliko sprava kojima se dobiva trajna vrtnja pomoću sila što se pojavljuju između električnih struja i magneta. Opisat ćemo i pokazati dva takva aparata.

Vertikalna osovina svršava na donjem kraju šiljkom poduprtim kovnom čašicom. Gornji kraj osovine završava u jednostavnom radijalnom ležaju. Blizu polovine duljine osovine poprečni nosač nosi dva magnetska štapa učvršćena tako da budu paralelni s osovinom. Sjeverni polovi obaju magneta na donjoj su strani. U visini polovine duljine magneta izlazi iz osovine kruta žica čiji kraj roni u živu u drvenome kružnom žlijebu, koji i zvana obuhvaća osovinu s magnetima.

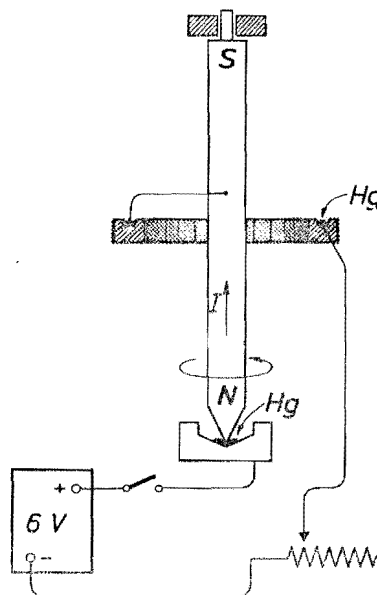
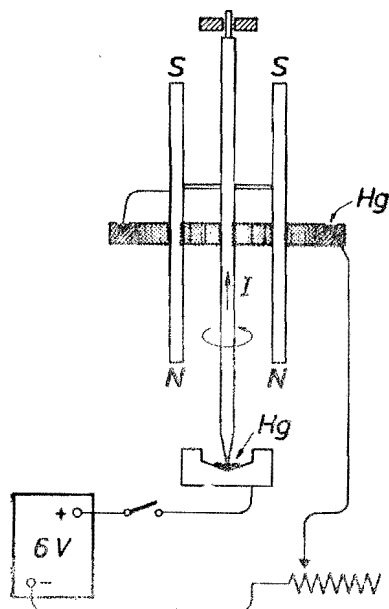
Sa živom u žlijebu u kontaktu je žica provučena kroz drvo žlijeba tako da se može kroz donji dio osovine voditi električna struja. Iz akumulatora se preko sklopke struja uvodi u donji ležaj osovine. Radi boljeg kontakta tu je kapljica žive. Zatim ona teče donjim dijelom osovine do krute žice, koja iz osovine odvodi struju u živu u žlijebu. Odatle se ona dalje vodi do otpornika kojim se ograničuje njezina jakost, pa natrag u akumulator.

Kad uključimo struju, oko donjeg kraja osovine uspostavi se magnetsko polje, koje obuhvaća osovinu po pravilu desnog vijka. To polje djeluje na sjeverne polove magneta magnetskim silama. Moment magnetskih sila prisili magnete na osovinu da se vrte.

Vidimo zašto struja mora teći samo kroz donji dio osovine. Kad bi ona tekla cijelom osovinom, magnetske sile na južne polove magneta proizvele bi jednako velike momente, ali suprotna smjera, pa vrtnje ne bi bilo. Vrtnja koja se ovdje dobije, traje neograničeno jer se zakretom magneta ne promijene uvjeti za nastanak momenta vrtnje.

Veličina momenta koji pokreće opisani Faradayev aparat umnožak je magnetske sile i njezina kraka, dakle ovako

$$M = r \cdot F_{\text{mg}}$$



Međutim, magnetska je sila produkt jakosti magnetskog pola i jakosti magnetskog polja što ga stvara električna struja

$$F_{mg} = p \cdot H.$$

Magnetskom polju pravčaste struje jakost je obrnuto razmjerna udaljenosti r :

$$H = \frac{I}{2\pi r}.$$

Prema tome je zakretni moment

$$M = r \cdot p \frac{I}{2\pi r} = \frac{p \cdot I}{2\pi},$$

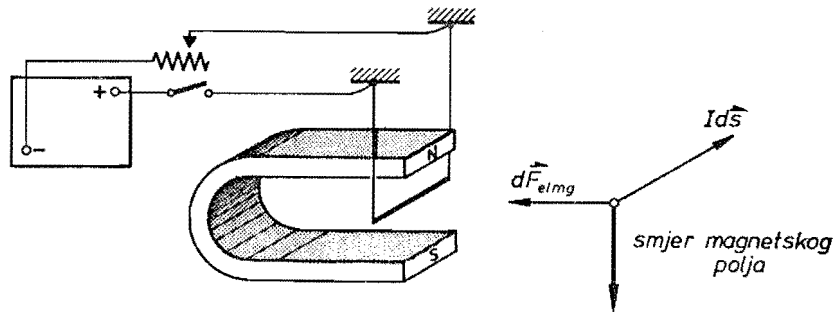
nezavisan o r .

Činjenica da kod opisane Faradayeve sprave zakretni moment ne zavisi o udaljenosti magneta od osovine navodi na pomisao da se poprečni nosač za magnete skрати. To može ići i dalje — da se magneti učvrste na samu osovinu i, konačno, da se za osovinu uzme magnetski štap kojemu se iz polovine izvodi električna struja u žlijeb sa živom. Tako se dobiva drugi Faradayev rotacioni aparat. Struja teče samo donjom polovinom magneta. Kad uključimo struju, magnetski se štap počne okretati oko svoje osi. Kad bi struja tekla cijelom duljinom štapa, na njegovom bi južnom kraju nastao zakretni moment, koji bi poništio moment na sjevernom kraju. Kod oba Faradayeva aparata smisao se vrtnji promijeni obrnemo li tok električne struje. Tome je uzrok što se magnetsko polje koje djeluje na magnetske polove tad promijeni u suprotno.

ELEKTROMAGNETSKA SILA

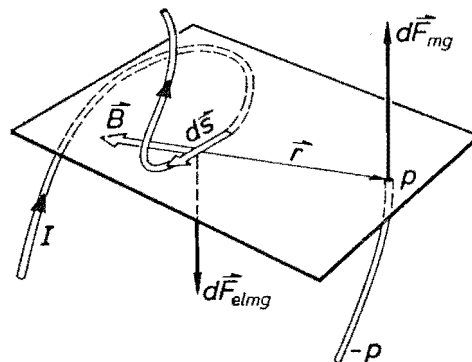
Vidjeli smo da na magnetski pol djeluje magnetska sila ako je taj pol u magnetskom polju. To polje može potjecati od nekoga drugog magneta ili od električne struje. U tome drugom slučaju možemo reći da struja djeluje silom na magnet. Opravdano je očekivati da će i magnet djelovati na struju silom jednako velikom, ali suprotna smjera. Takva sila doista postoji, kako ćemo odmah pokazati, i naziva se elektromagnetska sila.

Komad krute žice obješen je kao trapez na fleksibilnim žicama tako da se može njihati između polova potkovasta magneta. Kroz žicu možemo pustiti struju iz akumulatora. U strujnom su krugu sklopka i otpornik. Za prilike na crtežu, gdje struja kroz krutu žicu teče smjerom od nas, a magnetsko polje je usmjereno nadolje, sila koja djeluje na žicu, a to je elektromagnetska sila, ima smjer ulijevo. Ta sila promijeni smjer obrnemo li smjer toka struje. Isto se događa ako magnetsku potkovu okrenemo tako da njezin sjeverni pol bude dolje.



Potražiti ćemo izraz za elektromagnetsku silu koja djeluje na komad žice u magnetskom polju magneta. Da bude jednostavnije, zamislimo da magnetsko polje stvara točkasti sjeverni magnetski pol p na kraju vrlo dugačka magneta kojemu je južni pol tako daleko da se na njegovo polje ne treba obazirati. Električna struja neka teče žicom koja je bilo kako svinuta. Od te struje promatrajmo samo element $I \cdot d\vec{s}$. On stvara magnetsko polje koje djeluje na magnetski pol. Jakost tog magnetskog polja na mjestu gdje je magnetski pol p izražena je Biot-Savartovom formulom:

$$d\vec{H} = \frac{I \cdot d\vec{s} \times \frac{\vec{r}}{r}}{4\pi \cdot r^2}.$$



U tom je izrazu $\vec{r}$ radijus-vektor usmjeren od elementa struje prema magnetskom polu p . Na magnetski pol p djeluje taj element struje magnetskom silom

$$d\vec{F}_{mg} = p \frac{I \cdot d\vec{s} \times \frac{\vec{r}}{r}}{4\pi r^2}.$$

Jednako velikom silom, ali suprotna smjera, djeluje magnetski pol p na element struje $I \cdot d\vec{s}$. Tu silu nazivamo elektromagnetskom:

$$d\vec{F}_{elmg} = -d\vec{F}_{mg}.$$

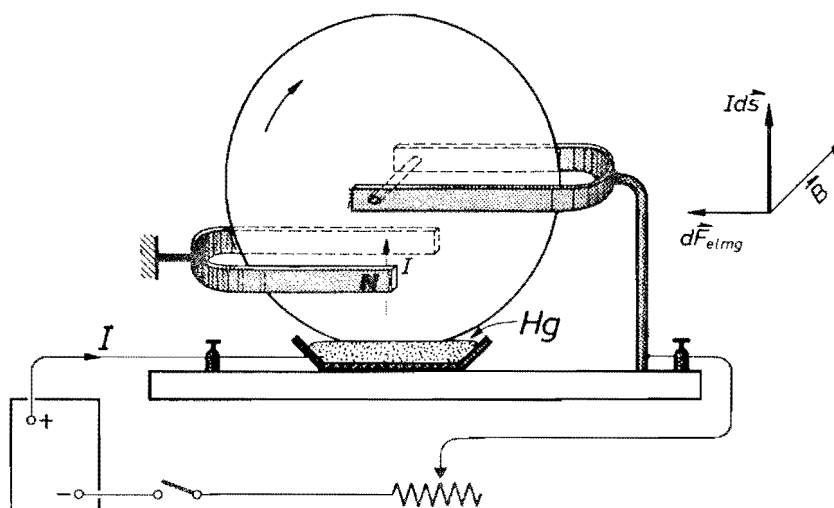
Izraz za magnetsku silu koji smo nešto prije napisali malo ćemo preinačiti prije nego ga uvrstimo u pojedinačnu jednadžbu. Dobiva se

$$d\vec{F}_{\text{el mg}} = I \cdot d\vec{s} \times \left(-\frac{\vec{r}}{r} \right) \cdot p$$

U tom izrazu faktor kojim se množi element struje $I \cdot d\vec{s}$ nije ništa drugo nego magnetska indukcija $\vec{B}$ koju stvara pol p (iz kojega izlazi u uzduh magnetski tok Φ) na mjestu gdje se element struje nalazi. Znak minus u vektoru smjera dolazi odatle što je radijus-vektor $\vec{r}$ usmjeren od elementa struje prema polu magneta. Pri definiranju vektora $\vec{B}$ usmjerili smo ga od pola u prostor. Prema tome u primjeru koji promatramo vektor $-\vec{r}$ usmjeren je od pola prema elementu struje. Zato konačni izraz za elektromagnetsku silu možemo pisati ovako:

$$d\vec{F}_{\text{el mg}} = I \cdot d\vec{s} \times \vec{B}.$$

To predodređuje silu koja djeluje na element struje $I \cdot d\vec{s}$ ako je on na takvu mjestu magnetskog polja gdje je magnetska indukcija $\vec{B}$.



Barlowljevo kolo je sprava u kojoj se pomoću elektromagnetske sile dobiva trajna vrtnja. Kotač od bakra ima vodoravnu osovinu kojoj su ležajevi u kovnoj vilici. Donji rub kotača dira živu u posudi približenoj odozdo kotaču. Kroz živu šalje se struja u kotač, a zatim se odvodi kroz osovinu i vilicu. Struju uzimamo iz akumulatora. U strujnom je krugu sklopka, kojom se struja spoji ili prekine, i otpornik kojim se namjesti željena jakost struje. Kad se struja uklopi, ona teče samo donjim dijelom kotača. Taj je dio obuhvaćen magnetskom potkovom. Polje potkove djeluje na struju elektromagnetskom silom i kolo se trajno vrti dok struja teče. Smisao se vrtnje obrne okrenemo li smjer struje, ili smjer magnetskog polja potkove.

Mi smo vidjeli da je naboj dQ , koji se giba brzinom $\vec{v}$, ekvivalentan elementu električne struje $I \cdot d\vec{s}$. Vrijedi

$$\vec{v} \cdot dQ = I \cdot d\vec{s}.$$

Stoga na nabijeno tijelo koje se giba kroz magnetsko polje djeluje elektromagnetska sila

$$d\vec{F}_{\text{el mg}} = \vec{v} \times \vec{B} \cdot dQ.$$

Zamislimo da opažatelj mjeri silu koja djeluje na naboj dQ . Opažatelj i naboj neka budu u magnetskom polju mirnih magneta i stalnih električnih struja. Tad svakoj točki polja pripada određena magnetska indukcija $\vec{B}$. Ako opažatelj i naboj miruju, tad je $\vec{v} = 0$, pa on ne opaža sile na naboj. Tad će, naime, biti

$$d\vec{F}_{\text{el mg}} = 0.$$

Međutim, ako se opažatelj giba skupa s nabojem brzinom $\vec{v}$, on mjeri silu prema izrazu za elektromagnetsku silu koja djeluje na naboj u gibanju. On je, međutim, tumači tako da na naboj djeluje električno polje $\vec{E}_i$ koje tu silu daje, jer za njega naboj miruje:

$$\vec{E}_i \cdot dQ = \vec{v} \times \vec{B} \cdot dQ,$$

a odatle izlazi

$$\vec{E}_i = \vec{v} \times \vec{B}.$$

To je inducirano električno polje koje se pojavljuje na tijelu što se giba kroz vremenski nepromjenljivo magnetsko polje, tzv. magnetostatsko polje.

Inducirano električno polje analogno je inducirano magnetskom polju. Za inducirano magnetsko polje ustanovili smo da se ono javlja u tijelu koje se giba kroz električno polje. Tamo smo vidjeli da takvo polje nastaje i onda ako opažatelj miruje, a giba se naboj što proizvodi električno polje. Pri tome je za inducirano magnetsko polje bio odlučan samo onaj električni pomak $\vec{D}$ koji izvire iz naboja u gibanju.

Slično vrijedi i ovdje. Opažatelj koji miruje mjeri inducirano električno polje ako se npr. magnet koji na mjestu opažatelja daje indukciju $\vec{B}$ giba brzinom $\vec{v}_{\text{mg}}$. Tad je inducirano električno polje

$$\vec{E}_i = -\vec{v}_{\text{mg}} \times \vec{B}.$$

Tu je indukcija $\vec{B}$ samo ona koja potječe od magneta u gibanju. Indukcije od mirnih magneta tad ne doprinose ništa inducirano električnom polju.

MJERA ZA JAKOST ELEKTRIČNE STRUJE

Prije nego definiramo mjernu jedinicu za jakost električne struje, izložit ćemo nekoliko osnovnih misli s time u vezi.

U pokusima i razmišljanjima promatramo fizikalne veličine i tražimo veze između njih. Te su veze oblikovane matematički, i to su fizikalni zakoni. Da bismo na fizikalne veličine mogli primijeniti matematičke operacije, trebalo je od fizikalnih veličina načiniti brojeve. To se postiže mjerenjem.

Da izmjerimo neku fizikalnu veličinu, valja za nju odabrati mjernu jedinicu koja je nužno iste kvalitete kao i veličina koja se mjeri. Tako silu $\vec{F}$ možemo mjeriti u njutnima, kilopondima i dinima. Za rezultat dobivamo

$$\vec{F} = \{\vec{F}\} \cdot N = \{\vec{F}'\} \cdot \text{kp} = \{\vec{F}''\} \cdot \text{din}.$$

Fizikalna veličina, u našem primjeru sila $\vec{F}$, nezavisna je o mjeri kojom je mjerimo. Ona je uvijek sama sebi jednaka.

Jednadžbe koje pišemo jesu jednadžbe među fizikalnim veličinama ili veličinske jednadžbe. Budući da fizikalne veličine ne zavise o mjernim jedinicama, to onda o njima ne zavise ni veličinske jednadžbe. To se, između ostaloga, očitovalo u ovim izlaganjima i tako što o mjernim jedinicama za pojedine veličine s kojima smo se upoznali nismo trebali govoriti. U svakom smo pokusu mogli odabrati mjere po volji.

U fizikalnim jednadžbama povezane su međusobno veličine različitih kvaliteta. Strogo uzeto, trebalo bi onda svaku jednadžbu pisati kao razmjernost. Na primjer, definiciona formula za električnu silu izgledala bi ovako:

$$d\vec{F}_{e1} = k \cdot \vec{E} \cdot dq.$$

Konstanta k imala bi zadaću da kvalitetu desne strane pretvori u kvalitetu lijeve strane. Tako se, međutim, jednadžbe ne pišu, nego se sve takve konstante jednostavno izjednače s jedan, pa dobijemo oblik fizikalne jednadžbe kakvu upotrebljavamo.

Stavi li se konstanta razmjernosti

$$k = 1,$$

postiže se redukcija fizikalnih veličina na izvjesni broj nezavisnih fizikalnih veličina. Tako se u mehanici sve veličine reduciraju na tri nezavisne veličine, a to su masa, duljina i vrijeme. Budući da u jednadžbama elektriciteta i magnetizma uz već poznate mehaničke veličine dolaze uvijek barem dvije različite veličine elektromagnetizma, mora se jednu od njih uzeti kao nezavisnu. Po međunarodnom dogovoru uzima se jakost električne struje kao četvrta nezavisna fizikalna veličina uz spomenute tri nezavisne veličine mehanike. Prema tome su u elektromagnetizmu nezavisne fizikalne veličine masa, duljina, vrijeme i jakost struje. Pomoću veličinskih jednadžbi sve se druge veličine u elektromagnetizmu reduciraju na spomenute četiri nezavisne. Preostale su veličine zavisne jer su u fizikalnim zakonima povezane s nezavisnima.

Budući da su mjerne jedinice iste kvalitete kao i veličine koje se njima mjere, izlazi da se i mjerne jedinice reduciraju na četiri nezavisne. Prikladno je uzeti da su te mjerne jedinice ujedno i osnovne.

Osnovna je mjerna jedinica ona koja je definirana dogovorenim propisima i ostvarena nekim uzorkom. Takva je npr. mjerna jedinica za masu ostvarena uzornim kilogramom, zatim metar određen pomoću brzine svjetlosti u praznini i sekunda pomoću cezijevih energetske nivoa. U mehanici se ostale mjerne jedinice reduciraju na spomenute. Prema tome su u mehanici te mjerne jedinice nezavisne jer su one mjere za nezavisne veličine mehanike, a ujedno su i osnovne, jer su definirane dogovorenim propisima i uzorcima.

Redukcija mjernih jedinica izvodi se pomoću jednadžbi mjera. Kako to ide i što to znači, izložit ćemo na jednostavnom primjeru. Neka to bude izraz za električnu silu

$$d\vec{F}_{e1} = \vec{E} \cdot dq.$$

To je veličinska jednadžba. Svaku od veličina izmjerimo nekom mjerom. Tako dobivamo

$$d\vec{F}_{e1} = \{d\vec{F}_{e1}\} \cdot [F]$$

$$\vec{E} = \{\vec{E}\} \cdot [E]$$

$$dq = \{dq\} \cdot [q].$$

Vitičaste zagrade predočuju mjerne brojeve, a uglate označuju mjere. Matematičke operacije djeluju na mjerne brojeve (oni su skalari, vektori itd.), a mjere su u tim operacijama konstante.

Tako raščlanjene fizikalne veličine na mjerni broj i mjeru uvrstimo u veličinsku jednadžbu koju promatramo. Dobiva se

$$\{d\vec{F}_{e1}\} \cdot [F] = \{\vec{E}\} \cdot [E] \cdot \{dq\} \cdot [q].$$

Budući da mjerama operiramo kao konstantama, to se izraz daje preinačiti ovako:

$$\{d\vec{F}_{e1}\} \frac{[F]}{[E] \cdot [q]} = \{\vec{E}\} \cdot \{dq\}.$$

Izraz na desnoj strani jest neimenovan broj, pa stoga to mora biti i izraz na lijevoj strani. On je, međutim, produkt neimenovanog broja $\{d\vec{F}_{e1}\}$ i izraza sagrađenoga od mjernih jedinica, koje su konstante. Izlazi da je izraz koji se sastoji od mjernih jedinica neimenovan broj, i to konstantan.

Možemo, dakle, pisati da je

$$\frac{[F]}{[E] \cdot [q]} = z.$$

Odatle će biti

$$[F] = z \cdot [E] \cdot [q].$$

To je u ovom primjeru jednadžba mjernih jedinica ili, kraće, jednadžba mjera. Ona sadrži odredbeni faktor z , koji reducira mjernu jedinicu $[F]$ na mjerne jedinice $[E]$ i $[q]$.

Ako se, dakle, služimo mjerama $[F]$, $[E]$ i $[q]$, onda za računsku obradu treba od polazne veličinske jednadžbe prijeći na brojčanu, tj. jednadžbu koja veže mjerne brojeve. Postupak ćemo izložiti.

Naša je veličinska jednadžba

$$d\vec{F}_{el} = \vec{E} \cdot dq.$$

Za odabrane mjerne jedinice jednadžba mjernih jedinica glasi

$$[F] = z \cdot [E] \cdot [q].$$

Ako podijelimo veličinsku jednadžbu jednadžbom mjernih jedinica, dobit će se

$$\frac{d\vec{F}_{el}}{[F]} = \frac{1}{z} \frac{\vec{E}}{[E]} \frac{dq}{[q]}.$$

Pojedini članovi te jednadžbe jesu mjerni brojevi odgovarajućih fizikalnih veličina. Dakle smo dobili

$$\{d\vec{F}_{el}\} = \frac{1}{z} \{\vec{E}\} \cdot \{dq\}.$$

Ta jednadžba veže mjerne brojeve, i to je brojčana jednadžba koja vrijedi uz odabrane mjere za pojedine veličine. Pomoću te jednadžbe provodi se fizikalni račun.

Iz ovog izlaganja izlazi da se načelno za svaku fizikalnu veličinu može odabrati mjerna jedinica po volji. Tad se na osnovi mjerenja odrede mjerni brojevi svih fizikalnih veličina u jednadžbi. Budući da su svi mjerni brojevi poznati, iz brojčane jednadžbe izračuna se odredbeni faktor z . Tako se ponekad u praksi radi, pa se jednadžba pomoću koje se obavljaju fizikalni računi razlikuje u nekim konstantnim faktorima od polazne veličinske jednadžbe.

Racionalnije je, međutim, da se odredbenom faktoru z dade unaprijed neka vrijednost. Tad, zbog jednadžbi mjera, jedna od mjera nije više po volji — ona se izvodi iz ostalih, pa je to onda izvedena mjera.

U Međunarodnom sustavu mjera SI polazište za definiranje mjera jesu veličinske jednadžbe fizike. Kao osnovne mjere, a to su mjere koje se definiraju po volji, tj. međunarodnim dogovorom, uzimaju se mjere za nezavisne fizikalne veličine. U našem primjeru za područje elektromagnetizma to su:

masa	kilogram	kg
duljina	metar	m
vrijeme	sekunda	s
struja	amper	A

Ostale mjere definirane su tako da se u svim jednadžbama mjera stavi za odredbeni faktor

$$z = 1.$$

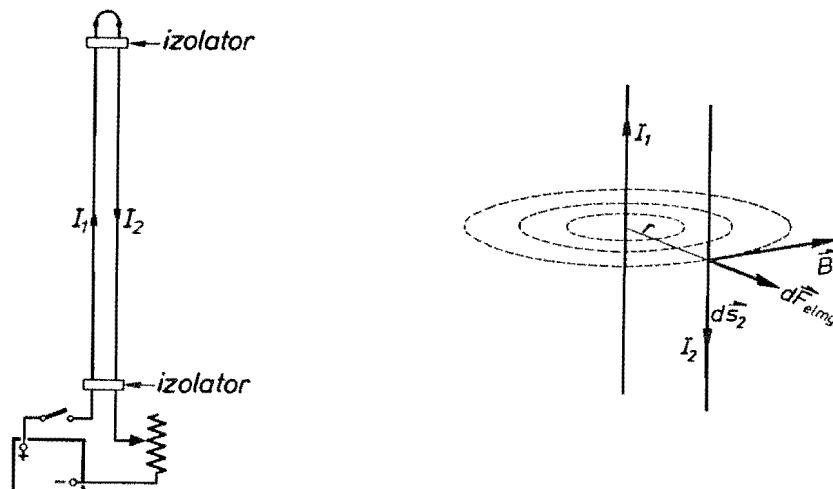
Time su sve ostale mjere Međunarodnog sustava u elektromagnetizmu definirane kao izvedene mjere.

Prema tome je mjera za jakost električne struje u Međunarodnom sustavu mjera SI amper, s međunarodno određenom oznakom A. Ta je mjera osnovna i definirana je propisima međunarodno dogovorenima i prihvaćenima. Kako se amper definira, izložit ćemo u posebnom odjeljku.

DEFINICIJA MJERNE JEDINICE »AMPER«

Definicija mjerne jedinice za jakost električne struje u SI-sustavu osniva se na silama kojima magnetsko polje djeluje na žice protjecane električnim strujama. Budući da električna struja oko sebe stvara magnetsko polje, očito je da i struja djeluje na struju silama. Te ćemo sile pokazati u dva pokusa.

Dvije mekane žice vise paralelno jedna uz drugu. Kroz njih možemo poslati električnu struju iz akumulatora, tako da lijevom žicom ona teče prema gore, a desnom žicom prema dolje. Kad sklopku zatvorimo, žice se razmaknu. Paralelne struje suprotna smjera odbijaju se.



Pokus možemo ovako protumačiti. Lijeva struja I_1 stvara oko sebe magnetsko polje u kojemu su silnice kružnice sa središtem u pravcu struje I_1 . To polje je u uzduhu i tu možemo uzeti da je magnetska indukcija razmjerna jakosti magnetskog polja, pa je

$$\vec{B}_1 = \mu \cdot \vec{H}_1.$$

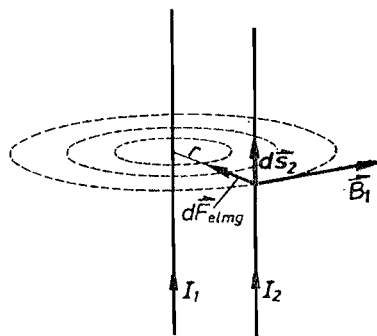
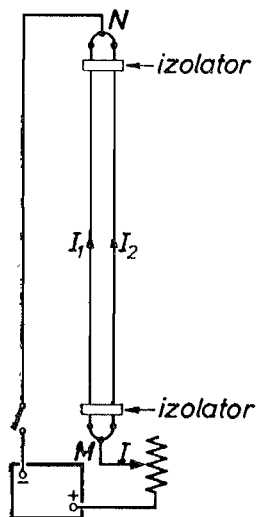
Konstanta razmjernosti μ jest permeabilnost sredstva u kojem se stvara polje.

Veličinama $\vec{B}_1$ i $\vec{H}_1$ dali smo indekse kako bismo naznačili da potječu od prve struje. To, dakle, polje djeluje na struju I_2 u drugoj žici. Sila na element struje $I_2 \cdot d\vec{s}_2$ jest elektromagnetska sila

$$d\vec{F}_{\text{elmg}} = I_2 \cdot d\vec{s}_2 \times \vec{B}_1.$$

Vidimo da je ta sila odbojna.

Izvedimo drugi pokus. Žice kojima upravo eksperimentiramo spojimo tako da struje kroz njih teku istim smjerom. Kad uklopimo struju, žice se približe. Paralelne struje istog smjera međusobno se privlače.



Da to protumačimo, postupamo kao i u prijašnjem primjeru. Prva žica stvara magnetsko polje s vektorima $\vec{H}_1$, $\vec{B}_1$. U tom je polju druga žica. Na element struje $I_2 \cdot d\vec{s}_2$ u drugoj žici djeluje elektromagnetska sila

$$d\vec{F}_{\text{elm}} = I_2 \cdot d\vec{s}_2 \times \vec{B}_1.$$

Iz smjerova vektora $I_2 \cdot d\vec{s}_2$ i $\vec{B}_1$ izlazi da je ta sila privlačna.

U ovim se primjerima može sila lako izračunati jer su vektori $I_2 \cdot d\vec{s}_2$ i $\vec{B}_1$ međusobno okomiti i, dalje, vektor $\vec{B}_1$ razmjeran je $\vec{H}_1$. Vrijede ovi odnosi:

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r}.$$

Tu je r razmak između žica.

$$B_1 = \mu \cdot H_1$$

$$dF_{\text{elm}} = B_1 \cdot I_2 \cdot ds_2.$$

Iz tih jednadžbi izlazi da je

$$\frac{dF_{\text{elm}}}{ds_2} = \mu \frac{I_1 \cdot I_2}{2\pi r}.$$

Posljednja formula daje silu po jedinici duljine žice kojom se dvije paralelne pravčaste struje privlače ako su istog smjera, a odbijaju se ako im je smjer suprotan. Ta je formula osnova za definiciju mjerne jedinice za jakost električne struje u SI-sustavu. Definicija glasi:

»Ako se dva beskonačno tanka pravčasta vodiča na razmaku od jednog metra u praznini privlače silom od $2 \cdot 10^{-7}$ njutna po metru, kad njima teku jednako jake struje, onda je svaka od tih struja jaka jedan amper.«

Uvrstimo vrijednosti iz definicije u formulu za privlačnu silu. Budući da je po definiciji potreban vakuum kao sredstvo u kojem se stvara magnetsko polje, bit će

$$\mu = \mu_0.$$

Tu smo s μ_0 označili permeabilnost vakuuma. Dobivamo

$$2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{m}} = \mu_0 \frac{\text{A}^2}{2\pi \cdot \text{m}}.$$

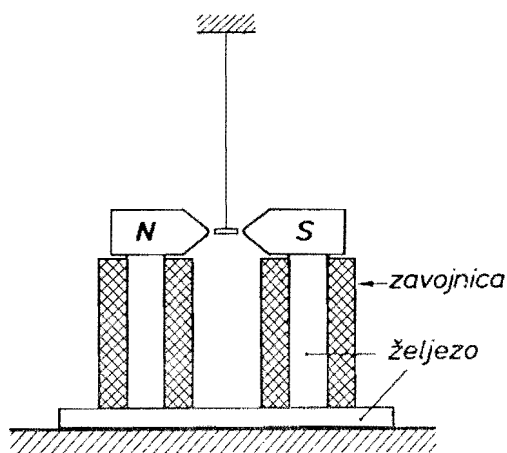
Odatle slijedi

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}^2}.$$

Definicijom mjerne jedinice »amper« utvrđen je mjerni broj permeabilnosti vakuuma μ_0 u Međunarodnom sustavu mjera, SI-sustavu. Permeabilnost vakuuma μ_0 magnetski je analogon dielektričnosti vakuuma ϵ_0 .

PARAMAGNETIČNE I DIJAMAGNETIČNE TVARI

Svaki se materijal može barem neznatno magnetizirati. Vrlo jaka magnetska svojstva pokazuju željezo, kobalt, nikal, gadolinij, pa neke slitine. To su feromagnetične tvari. O njima će naknadno biti riječi. Ovdje ćemo se pozabaviti tvarima koje se slabašno magnetski polariziraju kad ih se unese u magnetsko polje. Te se tvari dijele u dvije skupine — paramagnetične i dijamagnetične.



Naše ćemo pokuse izvoditi s vrlo jakim nehomogenim magnetskim poljem koje pobuđujemo između šiljastih polova elektromagneta. Takvo polje vrlo je jako u blizini šiljaka, a u sredini je slabije. Polovi su razmaknuti oko 3 cm. U polje unesemo najprije štapić od magnezija obješen o tankoj svilenjnoj niti tako da se između polova elektromagneta može slobodno okretati u horizontalnoj ravnini. Dok nema polja, štapić se polagano zakreće i može mirovati u bilo kojem položaju. Kad se polje pobudi, tako da se pusti jaka istosmjerna struja kroz zavojnice elektromagneta, štapić se svojom duljinom postavi u smjer magnetskih silnica. Odatle zaključujemo da su se na njemu pojavili magnetski polovi. Sjeverni mu je pol nastao uz južni elektromagneta, a njegov južni uz sjeverni pol elektromagneta.

U štapiću od magnezija nastala je magnetska polarizacija $\vec{P}_{\text{mg}}$ koja je usmjerena kao i magnetsko polje koje ju pobuđuje. Indukcija $\vec{B}$ u magneziju daje se prikazati pomoću permeabilnosti magnezija μ :

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}.$$

Tu je $\vec{H}$ jakost polja koje izaziva indukciju. Ta se indukcija sastoji od dva pribrojnika — od indukcije $\vec{B}_0$, koju $\vec{H}$ stvara u praznini, i magnetske polarizacije $\vec{P}_{\text{mg}}$, pa je

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{P}_{\text{mg}}.$$

Magnetska polarizacija $\vec{P}_{\text{mg}}$ razmjerna je jakosti polja $\vec{H}$ koje uzrokuje tu polarizaciju. Konstanta razmjernosti jest magnetska susceptibilnost κ . Prema tome je

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \kappa \cdot \vec{H}.$$

Definiramo li relativnu permeabilnost μ_r kao faktor kojim treba množiti μ_0 da se dobije permeabilnost neke tvari, dakle

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0,$$

onda je

$$\mu_r \cdot \mu_0 \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \kappa \cdot \vec{H}.$$

Odatle izlazi

$$\mu_r = 1 + \frac{\kappa}{\mu_0}.$$

Posljednji je pribrojnik relativna magnetska susceptibilnost κ_r :

$$\kappa_r = \frac{\kappa}{\mu_0}.$$

Dobiva se konačno

$$\mu_r = 1 + \kappa_r.$$

Paramagnetičnim tvarima relativna je magnetska susceptibilnost vrlo malen pozitivan broj. Tako je ona za aluminij $\kappa_r = 21,2 \cdot 10^{-6}$ a za kapljeviti kisik je $3\,620 \cdot 10^{-6}$.

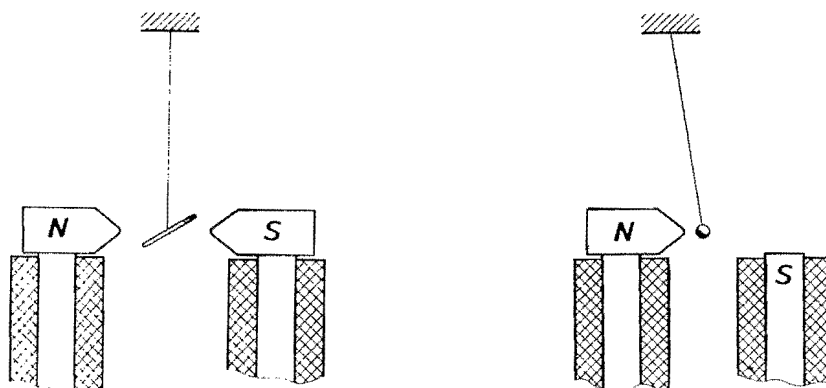
Mjerenjima se je našlo da paramagnetična susceptibilnost zavisi o temperaturi. Tu vrijedi Curieov zakon

$$\frac{\kappa_r}{\varrho} = \frac{C}{T}.$$

U tom izrazu ϱ je gustoća tvari, T apsolutna temperatura, a C je Curieova konstanta.

Dijamagnetične tvari su one koje se unesene u magnetsko polje polariziraju u smjeru suprotnome od smjera jakosti polja $\vec{H}$ koje tu polarizaciju izaziva. Za takve

je tvari relativna magnetska susceptibilnost κ_r vrlo malen negativni broj. Najjači dijamagnetizam pri običnim temperaturama pokazuje bizmut. Za njega je $\kappa_r = -153 \cdot 10^{-6}$. Načinimo pokus sa štapićem od bizmuta. Objesimo ga o tanku svilenu nit između šiljastih polova elektromagneta. Dok nema polja, štapić se ili lagano okreće ili miruje u bilo kojem položaju. Kad uključimo polje, on se nastoji postaviti svojom duljinom poprijeko na magnetske silnice. Uzrok je tome što se na kraju štapića koji bi se približio sjevernom polu magneta, razvije sjeverni magnetizam. — Ako kuglicu od bizmuta objesimo kao njihalo ispred šiljastoga magnetskog pola elektromagneta, ona se trajno odbija od magnetskog pola kad uključimo struju elektromagneta. Na dijelu kuglice koji je bliže polu nastaje uvijek istoimeni magnetizam.



Za dijamagnetične tvari vrijedi zakon

$$\frac{\kappa_r}{\varrho} = \text{konst.}$$

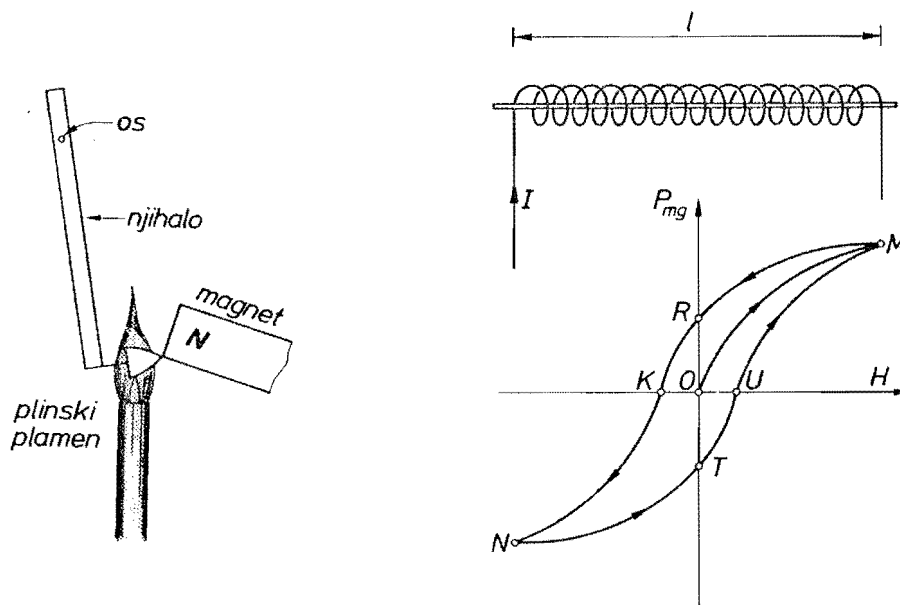
Tu je ϱ gustoća promatrane tvari. Za razliku od paramagnetičnih tvari, pretpostavlja se da dijamagnetične tvari imaju nemagnetične molekule, koje se polariziraju unošenjem u magnetsko polje.

FEROMAGNETIČNE TVARI

Feromagnetične tvari mogu se vrlo jako magnetski polarizirati. U tim tvarima ostane veći ili manji dio te polarizacije i onda kad se ukloni vanjsko magnetsko polje koje je polarizaciju izazvalo. Ako je zaostala polarizacija znatna, te ako se teže uklanja, onda je to »tvrđi« magnetski materijal. Od takvih se materijala izrađuju permanentni magneti. Mi smo eksperimentirali takvim magnetima u obliku igle, štapa i potkove. Za feromagnetične tvari zamišljamo da u njima postoje sitna područja spontano magnetizirana — tzv. elementarni magneti.

Feromagnetičnost skokom nestane pri određenoj temperaturi. To je Curieova točka. Ona je za željezo 763°C , za nikal 356°C , a za kobalt 1137°C . Iznad Curieove točke feromagnetična tvar postane paramagnetična. Pokazat ćemo gubitak feromagnetičnosti željeza u pokusu s termomagnetskim njihalom. Ono je u obliku štapa od mjedi koji pri donjem kraju ima na kratkom nosaču željeznu pločicu. Tu pločicu

privlači magnet približen sa strane. Ako plinskim plamenom užarimo željeznu pločicu, ona izgubi feromagnetizam i magnet je otpusti. Njihalo se zaniže, željezna pločica iziđe iz plamena, ohladi se, postane feromagnetična, pa je magnet privuče. Međutim, time je došla natrag u plamen, on je užari i tako se to neprestano ponavlja.



Magnetske prilike u feromagnetičnoj tvari mogu biti vrlo zamršene. Tome je uzrok što polarizacija tog materijala ne zavisi samo o momentanoj vrijednosti magnetskog polja koje polarizaciju izaziva nego i o tome kakva je ta polarizacija bila prije no što je vanjsko polje postiglo svoju vrijednost. Promatrat ćemo prilike u feromagnetičnoj tvari ako se magnetiziranje i demagnetiziranje materijala zbiva uvijek u istom pravcu.

Magnetizirat ćemo dugi štاپ od nekog čelika. Za to ćemo upotrijebiti homogeno magnetsko polje duge, jednolike namotane zavojnice, kroz koju puštamo električnu struju. Jakost magnetskog polja u takvoj zavojnici

$$H = \frac{N \cdot I}{l}$$

određena je jakošću električne struje I . To je polje usmjereno ili slijeva nadesno, ili zdesna nalijevo, zavisno o smjeru električne struje I . Prema tome se sve zbiva u pravcu osi zavojnice. U tu zavojnicu umetnemo dugi tanki čelični štاپ. U početku neka zavojnicom ne teče električna struja. Neka, dakle, magnetizirajuće polje bude nula, a željezo neka je nemagnetično. Načinimo grafički prikaz. Na vodoravnu os nanosimo jakost polja H , i to ako je ono usmjereno nadesno, onda desno od koordinatnog ishodišta, a ako je nalijevo, onda lijevo od ishodišta. Na vertikalnu os nanosimo magnetičnost P_{mg} . Ako je ona usmjerena nadesno, onda njezinu vrijednost unosimo iznad ishodišta, a ako je magnetičnost ulijevo, onda je unosimo dolje, ispod ishodišta.

Početna je točka našeg prikaza magnetiziranja željeznog štapa poljem zavojnice, u koordinatnom ishodištu, dakle 0. Polju je vrijednost nula, a i magnetičnost je nula. Pojačavamo li postepeno magnetsko polje zavojnice u smjeru nadesno poja-

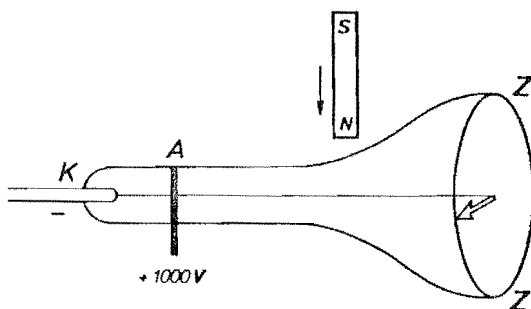
čavajući struju kroz nju, magnetskičnost raste od nule prema većim vrijednostima i smjer joj je udesno. Ta su stanja predložena točkama na krivulji od 0 do M. Kad magnetsko polje postigne izvjesnu jakost, magnetska je polarizacija željeza potpuna — svi su se elementarni magneti u njemu orijentirali u smjer magnetizirajućeg polja. S daljnjim pojačavanjem magnetizirajućeg polja ne povećava se više magnetskičnost željeza. Ono je magnetskički zasićeno. To je stanje zasićenja postignuto u točki M krivulje magnetiziranja. Kad bismo s magnetskim poljem H išli dalje udesno u grafikonu, dakle prema većim vrijednostima, magnetska polarizacija ne bi više rasla. Krivulja magnetiziranja prešla bi u vodoravni pravac.

Pošto smo tako u točki M postigli magnetsko zasićenje, počnimo postepeno slabiti magnetsko polje H . Magnetskičnost željeza počne slabiti, ali ne po onome istom zakonu prema kojemu je prije rasla. Za izvjesno H sad će biti veća magnetskičnost nego prije. Kad polje H padne na nulu, u željezu ostane polarizacija, predložena ordinatom OR. To je remanentni magnetizam. Toliko je magnetskičnosti u željezu ostalo pošto smo ga magnetizirali do zasićenja, i zatim magnetizirajuće polje uklonili.

Počnimo zatim slati električnu struju kroz zavojnicu suprotnim smjerom. Tad se magnetsko polje stvara u smjeru nalijevo. Ono, bivajući sve jače, postepeno ruši remanentni magnetizam i, konačno, kad postigne vrijednost predloženu apscisom OK, magnetskičnost željeza padne na nulu. Jakost magnetskog polja pri kojoj se to postigne naziva se koercitivna sila.

Daljnje pojačavanje magnetskog polja ulijevo vodi nas do točke N, kad se opet postigne magnetsko zasićenje željeza, ali u suprotnom smjeru. Ako tad polje oslabimo, slabi i polarizacija, no po donjoj krivulji, i kad polje padne na nulu, ostane remanentni magnetizam OT.

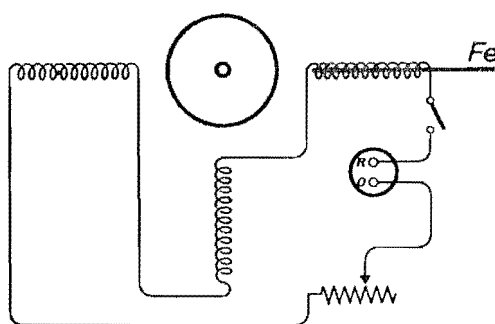
Pojačavamo li jakost polja H opet udesno, magnetskičnost padne na nulu u točki U, kad je H postiglo vrijednost koercitivne sile OU. Daljnji porast jakosti polja vodi do točke M. Krivulja magnetiziranja se zatvorila. Dio krivulje OM više nećemo dobiti. Dobivena krivulja u obliku petlje naziva se krivulja histereze.



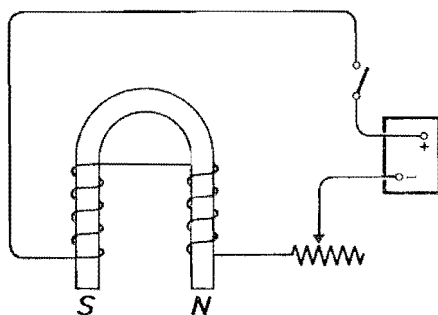
Krivulju histereze demonstrirat ćemo pomoću osciloskopske katodne cijevi. Struja elektrona iz katode na kraju cijevi svršava na fluorescentnom zastoru i tu se vidi kao fina svijetla mrlja. Ako se cijevi izvana približi magnetski pol, mrlja se otkloni kako je prikazano, jer na struju elektrona djeluje magnetsko polje elektromagnetskom silom. Ta je sila, kako smo vidjeli, okomita i na smjer gibanja naboja, ovdje elektrona, i na smjer magnetskog polja. Zato se ovdje zraka otklanja u stranu.

Za prikazivanje krivulje histereze katodnom cijevi rasporedimo oko »vrata« cijevi tri jednake zavojnice spojene serijski tako da kad kroz njih pustimo električnu struju, magnetsko polje iz svih triju zavojnica ima smjer ili prema cijevi ili od cijevi. Cijev je predočena presjekom, a katodna zraka kružićem u njezinoj sredini. Dok su zavojnice prazne, magnetsko polje lijeve poništava djelovanje magnetskog polja desne zavojnice na katodnu zraku. Ostaje samo djelovanje donje zavojnice, koja otklanja mrlju na zastoru ili udesno ili ulijevo, već prema smjeru struje kroz zavojnice. Otklon mrlje na zastoru osciloskopa razmjernan je jakosti magnetskog polja u zavojnici.

Ako kroz zavojnice puštamo izmjeničnu struju iz gradske mreže, onda donja zavojnica otklanja svijetlu mrlju na zastoru desno-lijevo, pa kako to ide vrlo brzo, vidimo na zastoru svijetao potez.



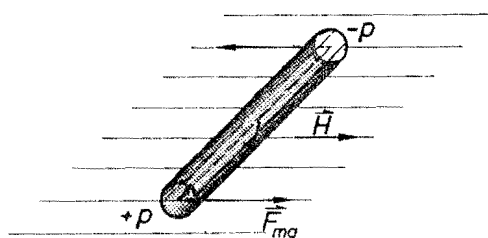
Ako u jednu od vodoravnih zavojnica umetnemo željeznu šipku, ona se magnetizira i na njezinim krajevima nastanu magnetski polovi. Magnetsko polje iz pola bližega katodnoj cijevi otklanja mrlju ili prema gore ili prema dolje, razmjerno magnetskoj polarizaciji šipke. Na zastoru cijevi vidimo cijelu krivulju histereze (no bez dijela OM) jer je svijetla mrlja opiše u pedesetinki sekunde.



U željezu magnetska polarizacija tisuće puta nadmašuje indukciju koju magnetsko polje zavojnice stvara u uzduhu (ili vakuumu, što je isto). Stoga elektromagnet ima vrlo jake polove. Ako se preko njih stavi željezna kotva, elektromagnet će je privući i držati velikom silom. O kuku na kotvi dade se tad objesiti teret kojemu težina mnogo puta nadmašuje težinu elektromagneta. Ako struju kroz zavojnice elektromagneta prekinemo, elektromagnet otpusti kotvu. Ako kotva nije opterećena, te dobro pristaje uz polove elektromagneta, ona se drži i nakon prekida struje. Ako je otrgnemo silom, elektromagnet je više neće prihvatiti.

MAGNETSKI LIST

Ako se magnetski štap kojemu su na krajevima polovi jakosti p , uroni u homogeno magnetsko polje jakosti $\vec{H}$, onda na polove magneta djeluju jednako jake magnetske sile, ali suprotna smjera. Te sile čine par sila kojemu veličina i smjer momenta zavisi o položaju magnetskog štapa prema smjeru jakosti magnetskog polja $\vec{H}$.



Označimo li s $\vec{l}$ vektor koji ide od južnoga do sjevernog pola štapa, a $\vec{F}_{mg}$ neka bude sila kojom polje djeluje na sjeverni pol magneta (onda na južni pol djeluje sila $-\vec{F}_{mg}$), tad će mehanički moment $\vec{M}$ kojim polje djeluje, i po veličini i po smjeru, biti

$$\vec{M} = \vec{l} \times \vec{F}_{mg}.$$

Izraz se daje preinačiti napišemo li čemu je magnetska sila $\vec{F}_{mg}$ jednaka, dakle

$$\vec{F}_{mg} = p \cdot \vec{H}.$$

Dobivamo

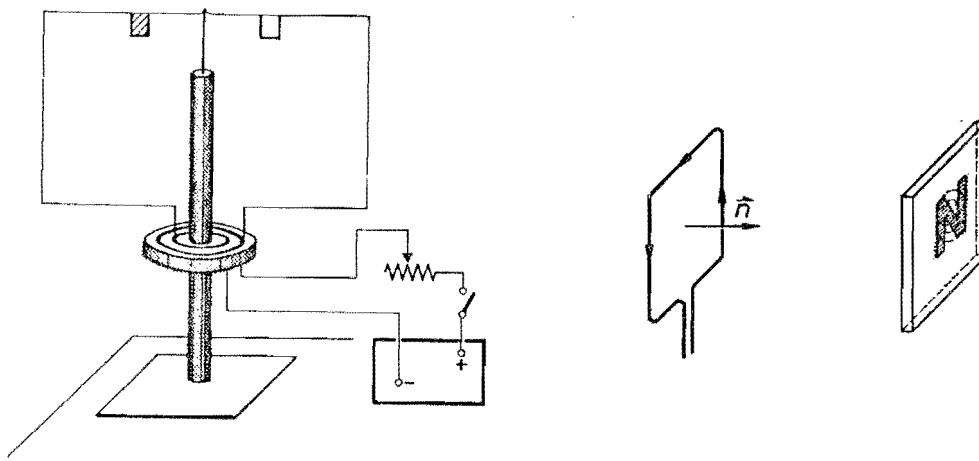
$$\vec{M} = p \cdot \vec{l} \times \vec{H}.$$

Jakost magnetskog pola p premjestili smo u prvi faktor. Umnožak predložen prvim faktorom naziva se magnetski moment magneta

$$\vec{M}_{mg} = p \cdot \vec{l}.$$

Izvest ćemo pokus s jednim od aparata kakve je načinio Ampère da istraži sile što djeluju na vodiče kojima teku električne struje. Stalak u obliku vertikalnog štapa ima na vrhu čeličnu iglu o koju je poduprt ležaj pravokutnog okvira od bakrene žice. Krajevi žice uronjeni su u živu ulivenu u dva koncentrična žlijeba izdubena u komadu drva, učvršćenome na stalku. U žlijebave ulaze žice odozdo tako da imaju spoj sa živom u žlijebovima. Time se postiže da se može kroz okvir slati električna struja iz akumulatora, a okvir se pri tome može slobodno okretati oko vertikalne osi. Na gornjoj vodoravnoj stranici okvira dvije su zastavice od papira raznih boja. One će nam pokazati položaj okvira.

U našem je crtežu plus-pol akumulatora spojen na vanjski žlijeb, a minus-pol na unutrašnji. Prema tome, kad uključimo struju, okvirom teče električna struja kojoj je smisao suprotan onome od kazaljke na uri.



Na početku pokusa neka okvirom ne teče struja i neka on miruje u bilo kojem položaju. Kad uklopimo struju, okvir se počne polagano okretati i, nakon nekoliko njihaja, smiri se u položaju gdje mu se ploha koja u crtežu gleda prema nama, okrenula prema geografskom sjeveru.

Gledamo li okvir u nacrtanom položaju, magnetske će silnice struje kroz njega imati smjer prema nama. To je po pravilu desnoga vijka. Plohi obrubljenoj okvirom možemo pridružiti strane. Ona strana koja se okrene prema sjeveru jest sjeverna. Ako okvir gledamo s druge strane ili, što je isto, okrenemo li ga, za 180° onda vidimo njegovu južnu stranu. Plohi okvira pridružimo i normalu $\vec{n}$. Ona je usmjerena od južne prema sjevernoj strani plohe obrubljene okvirom.

Pokus je s okvirom pokazao da se on vlada kao magnetska igla, koja se svojom sjevernom stranom nastoji okrenuti prema sjeveru. Zato okvir kojim teče električna struja ima svojstva tanke magnetske ploče kojoj je na površini s jedne strane raspoređen sjeverni, a s druge južni magnetizam. Takva je ploča magnetski list. Zamisljamo da je plošna gustoća sjevernog, a isto tako i južnog magnetizma, po cijelom listu ista. Pokazat ćemo da je okvir kojim teče struja ekvivalentan magnetskom listu, no uz tu razliku što kroz okvir možemo provući neki predmet, a kroz magnetsku ploču ne možemo, a da je ne probijemo.

Na magnetskom listu neka plošna gustoća magnetizma bude σ_{mg} , a debljina ploče $\vec{l}$, gdje je smjer tog vektora od južne strane lista prema sjevernoj. Tad je magnetski moment lista

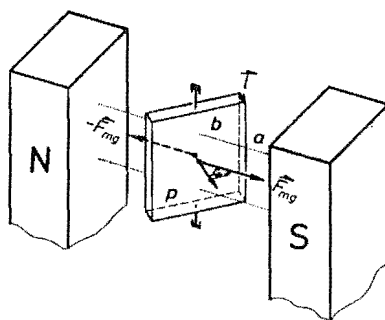
$$\vec{M}_{mg} = \vec{l} \cdot S \cdot \sigma_{mg}.$$

Tu je S površina lista. Budući da je vektoru $\vec{l}$ smjer jednak onome u normale $\vec{n}$ na površinu lista, izlazi

$$\vec{M}_{mg} = \vec{n} \cdot l \cdot S \cdot \sigma_{mg}.$$

Površinu S možemo smatrati vektorom, pa će konačno moment magnetskog lista biti

$$\vec{M}_{mg} = \vec{S} \cdot l \cdot \sigma_{mg}.$$



Promatrajmo magnetski list uronjen u homogeno magnetsko polje. Neka to polje bude između krakova magnetske potkove. Silnice polja teku od sjevernog kraka prema južnome. Na sjevernu stranu lista djeluje magnetska sila

$$\vec{F}_{mg} = S \cdot \sigma_{mg} \cdot \vec{H}$$

Jednako velika sila suprotna predznaka djeluje na južnu stranu. Zato je mehanički moment koji na list djeluje

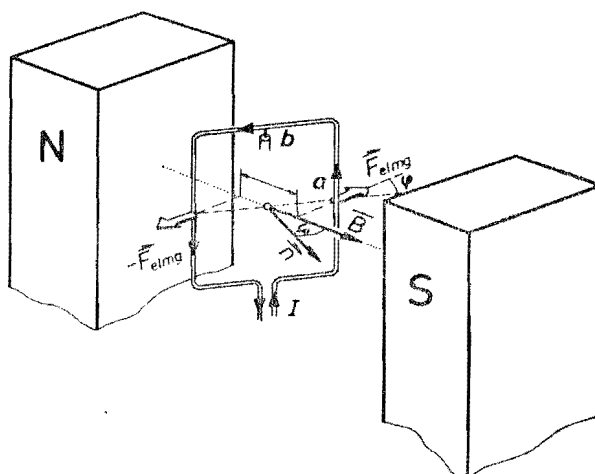
$$\vec{M} = \vec{l} \times \vec{F}_{mg} = \vec{l} \cdot S \cdot \sigma_{mg} \times \vec{H}$$

Prvi je faktor magnetski moment lista, pa se dobiva

$$\vec{M} = \vec{M}_{mg} \times \vec{H}$$

Promatrajmo okvir od žice, protjecan strujom, u homogenom polju potkove. Na stranice okvira djeluju elektromagnetske sile. Sile na vodoravne stranice duljine b točno se poništavaju u svakom položaju okvira (koji se može okretati oko vertikalne osi). Ostaju sile na vertikalne stranice duljine a . Ako normala na plohu okvira sa smjerom magnetskog polja zatvara kut φ , tad je iznos momenta kojim polje djeluje na okvir

$$M = b \cdot F_{elm} \cdot \sin \varphi$$



Pri tome je F_{elmg} iznos elektromagnetske sile na jednu vertikalnu stranicu okvira:

$$F_{\text{elmg}} = I \cdot a \cdot B = \mu \cdot I \cdot a \cdot H.$$

Kut između vertikalne stranice a i magnetskog polja B uvijek je pravi kut za svako φ . Ako ovaj izraz uvrstimo u formulu za mehanički moment, dobivamo

$$M = \mu \cdot I \cdot a \cdot b \cdot H \cdot \sin \varphi.$$

U nacrtanom položaju moment $\vec{M}$ ima smjer prema gore. Veličinu i smjer tog momenta možemo izraziti, ako površinu okvira $S = a \cdot b$ prikažemo kao vektor

$$\vec{S} = \vec{a} \times \vec{b}.$$

Vektor $\vec{S}$ zatvara s indukcijom $\vec{B}$ kut φ . Stoga je

$$\vec{M} = \mu \cdot I \cdot \vec{S} \times \vec{H}.$$

Vidimo da na okvir od žice kojim teče električna struja djeluje homogeno magnetsko polje mehaničkim momentom, prikazanim jednako građenim izrazom kao što je onaj za mehanički moment koji djeluje na magnetski list. Magnetski moment okvira predložen je pri tome ovako:

$$\vec{M}_{\text{mg}} = \mu \cdot I \cdot \vec{S},$$

gdje je μ permeabilnost sredstva u kojemu okvir stvara svoje magnetsko polje.

Usporedimo li magnetski moment lista s magnetskim momentom okvira jednake površine, tad je

$$\mu \cdot I \cdot \vec{S} = l \cdot \sigma_{\text{mg}} \cdot \vec{S}.$$

Odatle zaključujemo da se okvir od žice vlada kao magnetski list kojemu je plošna gustoća magnetskog momenta

$$\vec{l} \cdot \sigma_{\text{mg}} = \vec{n} \cdot \mu \cdot I.$$

U Ampèreovu aparatu zamijenimo okvir od žice zavojnicom od bakrene žice. Krajevi žice uronjeni su u živu u žlijebovima, a zavojnica se može slobodno okretati oko vertikalne osi. Krajni zavoji označeni su raznobojnim papirićima.

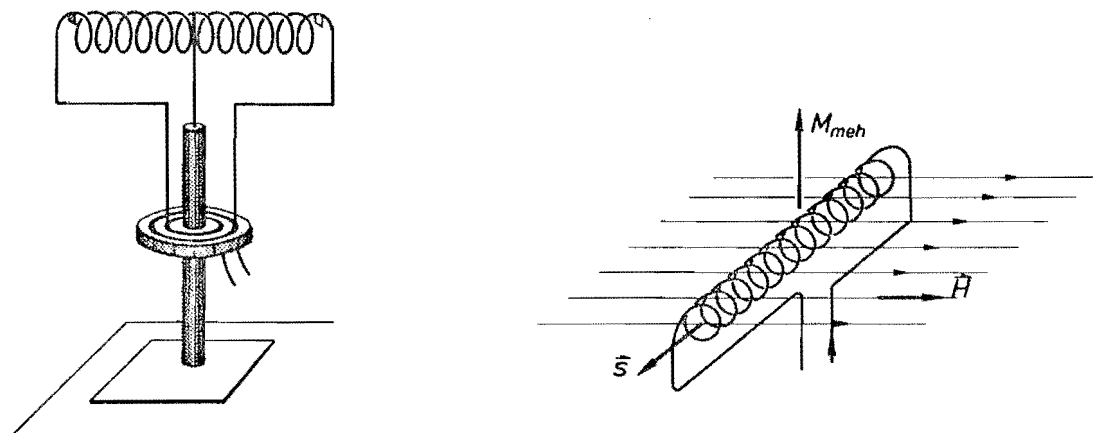
Kad kroz zavojnicu pustimo električnu struju, ona se orijentira u Zemljinu magnetskom polju tako da se postavi svojom duljinom u smjer sjever — jug.

Svaki zavoj možemo pri tome smatrati magnetskim listom. Magnetski će moment jednog zavoja biti

$$\vec{M}_{\text{mg}} = \mu \cdot I \cdot \vec{S}.$$

Zemljino polje djeluje na taj zavoj mehaničkim momentom

$$\vec{M} = \mu \cdot I \cdot \vec{S} \times \vec{H}.$$



Ako je zavojnica ravna (njezina os je pravac), a svi su zavoji jednaki, tad se mehanički momenti kojima polje djeluje na pojedine zavoje, jednostavno zbroje. Ima li N zavoja, mehanički će moment koji djeluje na čitavu zavojnicu biti

$$\vec{M} = N \cdot \mu \cdot I \cdot \vec{S} \times \vec{H}.$$

Prema tome se za magnetski moment $\vec{M}_{\text{mg}}$ krute jednoliko namotane ravne zavojnice dobiva

$$\vec{M}_{\text{mg}} = N \cdot \mu \cdot I \cdot \vec{S}.$$

Takva se zavojnica dađe usporediti s magnetskim štapom. Neka štapu duljina $\vec{l}$ bude jednaka duljini zavojnice. Magnetski moment štapa iznosi

$$\vec{M}_{\text{mg}} = \vec{l} \cdot p,$$

gdje je p jakost magnetskog pola na štapu. Usporedimo li taj moment s momentom zavojnice, to slijedi

$$\vec{l} \cdot p = N \cdot \mu \cdot I \cdot \vec{S}.$$

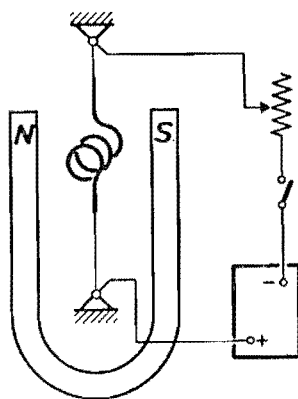
Služeći se normalom $\vec{n}$, to možemo dalje pisati kao

$$\vec{n} \cdot \vec{l} \cdot p = \vec{n} \cdot \mu \cdot N \cdot I \cdot S,$$

a odatle se dobiva

$$p = \mu \frac{N \cdot I \cdot S}{l}.$$

Zavojnica jednoliko namotana s N zavoja, ravna i duljine l , kad kroz nju teče električna struja jakosti I , ekvivalentna je magnetskom štapu jednake duljine i jakosti polova prema napisanom izrazu. — Sjeverni kraj zavojnice označen je, recimo, crvenom zastavicom. Sjeverni kraj magneta odbija sjeverni kraj zavojnice, južni ga privlači itd. Zavojnica se vlada poput magneta.

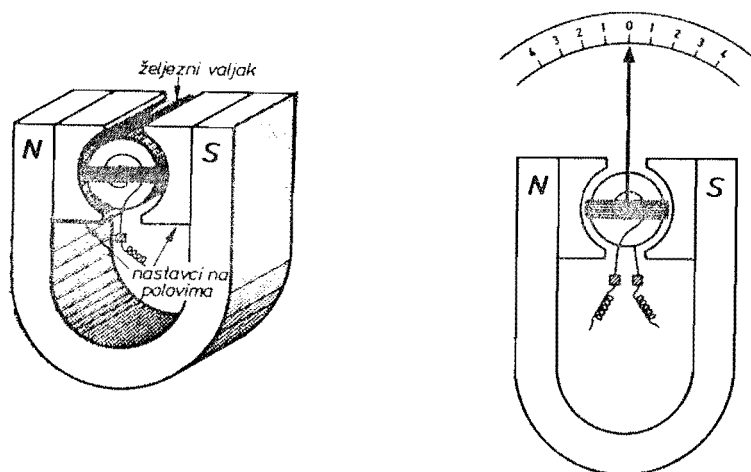


Nekoliko zavoja od krute žice obješeno je na dvjema fleksibilnim žicama između polova potkovasta magneta. Kad kroz tu zavojnicu pustimo električnu struju iz akumulatora, ona se zakrene tako da joj se os podudara s pravcem magnetskih silnica. Ako obrnemo smjer struje kroz zavojnicu, ona će promijeniti orijentaciju za 180° .

AMPERMETRI I KULOMETRI

Mjerna jedinica za jakost električne struje — amper, s oznakom A, osnovna je mjera u SI-sustavu. Sprave koje su baždarene tom mjerom služe za mjerenje jakosti struje i nazivaju se ampermetri. Njihovo se djelovanje osniva na ovoj ili onoj pojavi koja prati tok električne struje. Za valjanu interpretaciju podatka što ga daje takva sprava valja poznavati princip po kojem ona radi. Demonstrirat ćemo tri različita ampermetra.

Kao prvi prikazat ćemo ampermetar s pokretnom zavojnicom. U njemu se mjerena struja šalje kroz zavojnicu namotanu na četverokutni okvir što se može zakretati oko osi koja se podudara s njegovom simetralom. Stranice koje su okviru paralelne s osi sijeku silnice permanentnog magneta pod pravim kutom. Taj je uvjet ispunjen i onda, ako se okvir zakrene u kosi položaj. Da bi se to postiglo, polovi magnetske potkove koja stvara polje opremljeni su nastavcima od mekog

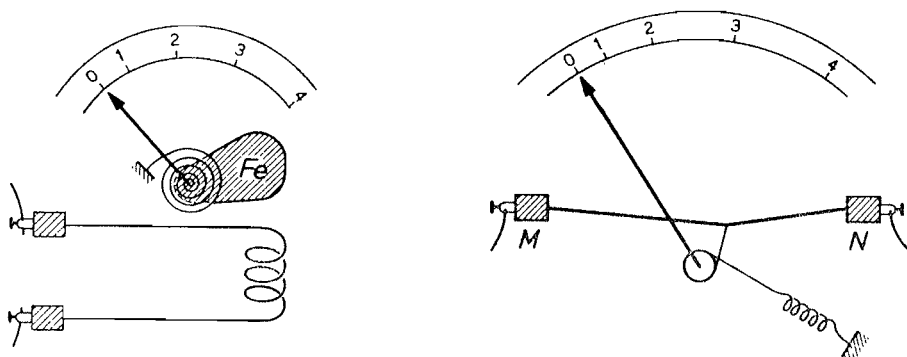


željeza, a oni obuhvaćaju kružni valjak, također od mekog željeza, tako da je između nastavaka i valjka procjep u kojem se može zakretati okvir sa zavojima od žice. Željezni valjak mehanički je učvršćen i on nosi ležajevе okvira. Budući da magnetske silnice iz mekog željeza izlaze u uzduh pod pravim kutom (s velikom približnošću), silnice u procjepu podudaraju se s radijalnim pravcima koji pod pravim kutom sijeku os nepomičnoga željeznog valjka.

Okvir drže u položaju ravnoteže dvije opruge — jedna na prednjoj, a druga na stražnjoj strani okvira. Preko tih opruga također se dovodi i odvodi električna struja u zavojnicu namotanu na okvir.

Položaj ravnoteže okvira može biti simetričan prema magnetu, kao na našoj slici. Okvir je opremljen kazaljkom koja se pomiče zajedno s njime. Na skali ispred koje se kazaljka giba, u sredini je označena nula. Ako se kroz zavojnicu na okviru pošalje struja jednim smjerom, elektromagnetske sile zakrenu okvir i kazaljka se nagne na jednu stranu. Obrnemo li struji smjer, kazaljka će se nagnuti na drugu stranu. Okvir s kazaljkom smiri se u takvu položaju gdje moment što ga stvaraju opruge poništava moment elektromagnetskih sila. Budući da je moment opruga razmjernan zakretu, a moment elektromagnetskih sila jakosti struje koja zavojnicom teče (bez obzira na zakret okvira; zato su nastavci i valjak od željeza), to je kod ove sprave otklon kazaljke razmjernan jakosti električne struje u zavojnici. Ako se opruge ampermetra namjestite tako da položaj ravnoteže okvira, kad struja ne teče njegovom zavojnicom, bude u jednome od krajnjih položaja do koji se može zakretati, onda je nula na početku skale. Pri mjerenju struja mora teći u određenom smjeru. Stezaljke su ampermetru tad označene s »+« i »-«. Kad se mjeri, struja se uvodi na stezaljku označenu s »+«.

Kod ampermetra s pokretnom zavojnicom, bilo da je riječ o spravi s nulom u sredini skale, ili s nulom na njezinu početku, skala je instrumenta jednoliko razdijeljena, crte su na njoj u jednakim razmacima, ako je sprava namijenjena mjerenju jakosti istosmjerne stalne struje.

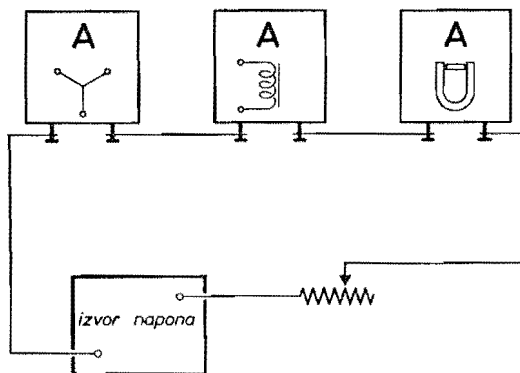


Drugi ampermetar koji ćemo prikazati jest sprava s mekim željezom. Komadić željeznog lima prikladna oblika učvršćen je na osovinu, a u položaju ravnoteže drži ga spiralna opruga. Pokretno željezo nosi kazaljku što se miče ispred skale kojoj je nula na jednom kraju i koja nije jednoliko podijeljena. Mjerenu struju šaljemo kroz nepokretnu zavojnicu, a ona svojim magnetskim poljem djeluje na meko željezo, pa se ono zakrene. Jakost pola nastalog na zavojnici razmjerna je jakosti struje koja njome teče. Dalje, jakost influenciranog pola na pokretnome mekom željezu razmjerna je jakosti pola zavojnice. Sila između tih polova razmjerna je

umnošku njihovih jakosti, dakle je razmjerna kvadratu jakosti struje koja kroz ampermetar teče. Zato se ovom ampermetru kazaljka uvijek otklanja na istu stranu, bez obzira na smjer toka struje.

Kao treći demonstrirat ćemo ampermetar s vrućom žicom. On se osniva na činjenici da se u žici kojom teče električna struja razvija Jouleova toplina. Zbog toga žici poraste temperatura, i ona, postane dulja. To se pomoću zgodnog mehanizma prenosi na kazaljku, koja zakretanjem pokaže jakost struje u žici. Između kovnih komada M i N, spojenih sa stezaljkama instrumenta, razapeta je mjerna žica kojom će teći električna struja. U njezinoj sredini pričvršćena je druga žica, omotana oko kotačića s kazaljkom, i napeta oprugom. Kad mjernom žicom teče električna struja, ona se zbog zagrijavanja rastegne, njezina se srednja točka spusti i kotačić s kazaljkom zakrene se udesno, jer opruga pritegne žicu učvršćenu na srednju točku mjerne žice. Kazaljka pokaže na skali jakost struje.

Kod ampermetra s vrućom žicom snaga kojom se toplina razvija razmjerna je kvadratu jakosti električne struje koja teče žicom. Zato toj spravi kazaljka ide uvijek na istu stranu, bez obzira na smjer struje.



Spojimo ta tri ampermetra u seriju, tako da kroz njih teče ista struja. Na slici su ampermetri predloženi četverokutima, u kojima simboli predložuju princip po kojemu oni rade. Slijeva nadesno prvo je ampermetar s vrućom žicom, zatim onaj s mekim željezom, pa s pokretnom zavojnicom. Struju uzimamo iz izvora napona, a jakost joj namjestimo pomoću kliznog otpornika.

Neka prvi izvor napona bude akumulatorska baterija. Koju god vrijednost struje namjestimo kliznim otpornikom, sva tri instrumenta pokazuju istu jakost. Ako struji okrenemo smjer, ampermetru s pokretnom zavojnicom kazaljka će prijeći na drugu stranu, a ostala dva pokazuju kao i prije. Ako mjesto akumulatora kao izvor napona uzmemo varijak (regulacioni transformator, kojim se može regulirati izmjenični napon), pa namjestimo izvjesnu jakost struje na ampermetru s vrućom žicom, onda isto toliku jakost pokazuje i ampermetar s mekim željezom, a na ampermetru s pokretnom zavojnicom kazaljka je na nuli. Tome je uzrok što njegov mjerni sustav dobiva jednako jake impulse na jednu i na drugu stranu, jer je struja izmjenična, pa budući da je okvir trom, on to ne može pratiti, nego pokazuje vremenski srednjak tih impulsa. Taj je srednjak jednak nuli.

Ako kroz ove ampermetre pošaljemo punovalnu ispravljenu izmjeničnu sinusnu struju, prve se dvije sprave slažu, a ampermetar s pokretnim okvirom pokazuje neku drugu vrijednost. Ta je razlika drukčija ako ampermetrima teče poluvalna ispravljena sinusna struja.

Jakost struje pri izmjeničnoj ili pulzirajućoj struji koju pokazuju ampermetri s vrućom žicom i mekim željezom, jest vremenski srednjak koji se naziva efektivna jakost promjenljive struje. Ta je jakost definirana ovako:

$$I_{\text{ef}}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 \cdot dt,$$

gdje je i časovita vrijednost mjerene struje, a T vremenski razmak na koji se odnosi srednjak.

Ampermetar s pokretnom zavojsnicom pokazuje obični vremenski srednjak struje koja kroz njega teče. Taj se srednjak naziva i elektrolitička jakost struje, a definira se ovako:

$$I_{\text{el}} = \frac{1}{T} \int_0^T i \cdot dt.$$

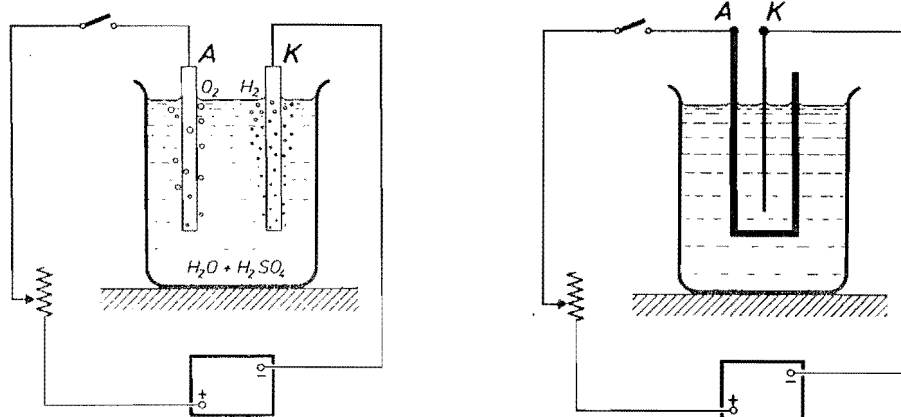
Tu je i časovita jakost struje, a T je vremenski razmak za koji se srednjak uzima.

Ove definicije srednjaka tumače zašto se za ispravljene struje podaci na ampermetrima razlikuju. Vidi se, zatim, da razlike između srednjaka zavise i o valnom obliku tih struja.

Ako treba mjeriti velike količine električnog naboja koji nekim vodičem prođe, možemo se poslužiti ampermetrom i zapornom urom, pa naboj mjerimo prema formuli

$$Q = I \cdot t,$$

gdje je I jakost struje, a t vrijeme za koje je ona tekla. Tako to ide dok je jakost struje I stalna.



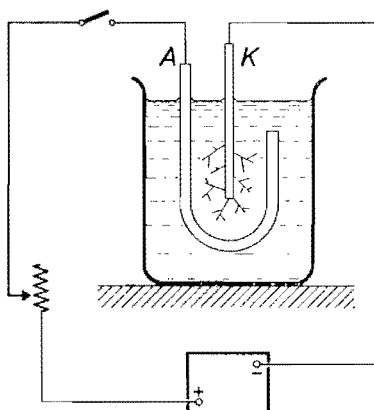
Međutim, ako jakost istosmjerne struje koleba, onda će nam za mjerenje velikih naboj Q poslužiti kulometar koji se osniva na elektrolizi. Prikazat ćemo tu pojavu na dva primjera. Kao prvo izvedimo elektrolizu vode. U čaši neka bude voda s nešto sumporne kiseline. Električnu struju dobivamo iz akumulatorske baterije. Jakost joj reguliramo kliznim otpornikom, a uključujemo je i prekidamo sklopkom. Struju uvodimo u vodu preko elektroda od platine. Elektroda spojena s plus-polom akumulatora jest anoda (A), a druga je katoda (K). Kad uključimo

struju, na objema se elektrodama počnu razvijati mjehurići plina. Ako se oni hvataju zasebno na svakoj pojedinoj elektrodi, onda se može ustanoviti da se na anodi razvija kisik, a na katodi vodik. Obujam vodika pri tome je dvaput veći od obujma kisika, uz istu temperaturu i isti tlak.

Hvatamo li oba plina zajedno u istu posudu, to je onda mješavina, plin praskavac, koji žestoko eksplodira ako se zapali npr. električnom iskrom (opasno!). Iz obujma razvijenog praskavca, tlaka i temperature može se, pomoću tablica, naći količina elektriciteta koja je prošla kroz vodu. To se mjerenje osniva na jednome od Faradayevih zakona elektrolize.

Donedavna važnu ulogu imao je u mjernoj tehnici tzv. srebrni kulometar, kojemu se na srebrnoj katodi prolaskom električne struje izlučuje srebro iz rastopine srebrnog nitrata.

Za jednostavnija mjerenja poslužiti će bakreni kulometar. Kod te se sprave iz rastopine bakrenog sulfata (modra galica) izlučuje bakar na bakrenoj katodi. Anoda je također od bakra. Veličina električnog naboja koji kroz spravu prođe ustanovi se tako da katodu na početku odvagamo analitičkom vagom. Zatim je uronimo u galicu i pustimo struju. Kad želimo odrediti koliko je naboja prošlo, izvadimo katodu, isperemo je destiliranom vodom i alkoholom, te osušimo. Tad katodu ponovno vagamo, pa iz količine izlučena bakra (sad katoda ima veću masu) i elektrokemijskog ekvivalenta bakra izračunamo naboj Q .



Na kraju ćemo izvesti pokus u kojemu se iz vodene rastopine olovnog acetata izlučuje olovo. Pri tome su obje elektrode od olova. Anoda je svinuta u obliku slova U, a štapičasta katoda ulazi među njezine krakove. Kad uključimo struju, u prvi čas ništa se ne opaža, ali za nekoliko sekunda vidimo kako se na štapiću stvaraju sjajni listići. To je izlučeno olovo. Listići se drže štapića, a neki se povezuju međusobno, pa oblikuju grančice. Od štapića je nastalo »olovno drveće«, koje naočigled raste.

OSNOVNE JEDNADŽBE ZA STACIONARNO ELEKTRO-MAGNETSKO POLJE

Polje što ga stvaraju mirna nabijena tjelesa, mirni magneti i stalne električne struje, opisuje se četirima vektorima. To su vektor jakosti električnog polja $\vec{E}$, vektor električnog pomaka $\vec{D}$, vektor jakosti magnetskog polja $\vec{H}$ i vektor magnetske indukcije $\vec{B}$. Budući da tjelesa miruju, a struje su stalne vrijednosti, to se na

nekom mjestu prostora ti vektori tijekom vremena ne mijenjaju. Oni ne zavise o vremenu. Takvo polje daje uvijek istu sliku, pa se stoga naziva stacionarno elektromagnetsko polje.

Za vektor $\vec{E}$ našli smo osnovni zakon koji vrijedi za stacionarno polje kad smo promatrali drugi Kirchhoffov zakon. On je isti kao i u elektrostatskom polju. Dakle će biti

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

i, dalje

$$\text{rot } \vec{E} = 0.$$

Za vektor $\vec{D}$ također vrijedi osnovna jednadžba

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho \cdot d\tau,$$

odakle izlazi

$$\text{div } \vec{D} = \rho.$$

Pokus P. Peregrinusa dao je osnovno svojstvo vektora $\vec{B}$ koje je izraženo jednadžbama

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

i

$$\text{div } \vec{B} = 0.$$

Preostaje još da napišemo osnovnu jednadžbu za vektor jakosti magnetskog polja $\vec{H}$. Vektor $\vec{H}$ magnetska je analogija električnom vektoru $\vec{E}$. Osnovnu jednadžbu za taj električni vektor dobili smo promatrajući napon u električnom polju. Slično ćemo postupiti i ovdje. Najprije ćemo definirati magnetski napon. To je linijski integral jakosti magnetskog polja $\vec{H}$. Prema tome bi definiciona jednadžba za magnetski napon U_{mg} bila

$$U_{mg} = \int_M^N \vec{H} \cdot d\vec{s}.$$

Integrira se po nekoj prostornoj krivulji od točke M do točke N.

Da nađemo svojstva magnetskog napona U_{mg} , promatrat ćemo magnetsko polje koje dobro poznajemo, a to je polje pravčaste struje. Silnice su u tom polju kružnice kojima je ravnina okomita na pravac struje, a središta su na tom pravcu. Jakost magnetskog polja $\vec{H}$ ima veličinu danu izrazom

$$H = \frac{I}{2\pi r}.$$

Tu je I jakost pravčaste struje, a r je polumjer magnetske silnice. Smjer vektora $\vec{H}$ pridružen je smjeru struje I po pravilu desnog vijka.

Odaberemo li na jednoj silnici u tome magnetskom polju dvije točke, M i N, tad možemo magnetski napon između tih točaka odrediti tako da kao put integracije

odaberemo silnicu. Polumjer silnice jest r . Budući da u ovom primjeru vektori $\vec{H}$ i $d\vec{s}$ imaju isti smjer, izlazi

$$\vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot ds.$$

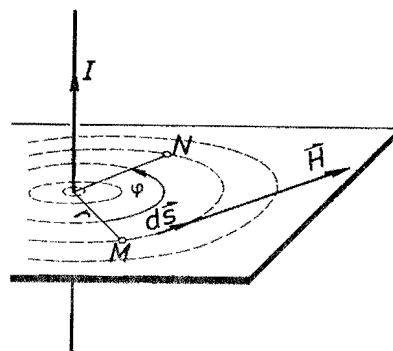
Dalje vrijedi

$$H = \frac{I}{2\pi r}.$$

$$ds = r \cdot d\varphi,$$

pa je

$$\begin{aligned} U_{mg} &= \int_M^N H \cdot ds \\ &= \int_0^\varphi \frac{I}{2\pi} d\varphi \\ &= \frac{I}{2\pi} \varphi. \end{aligned}$$



U tom smo primjeru išli od točke M do točke N po silnici najkraćim putem i u pozitivnom smjeru. Mi bismo po istoj silnici mogli iz M doći u N idući u negativnom smjeru. Tad bismo za magnetski napon između točke M i točke N dobili

$$U'_{mg} = -\frac{I}{2\pi} (2\pi - \varphi).$$

Te se dvije vrijednosti razlikuju. Razlika iznosi

$$U_{mg} - U'_{mg} = \frac{I}{2\pi} \varphi + \frac{I}{2\pi} (2\pi - \varphi) = I.$$

Budući da su magnetske silnice električne struje zatvorene krivulje, magnetski napon između dviju točaka u polju struje nije jednoznačan.

Potražimo kakve vrijednosti može magnetski napon između točaka M i N poprimiti. Ako po silnici putujemo u pozitivnom smislu, možemo ići od M do N, pa dobivamo izračunatu vrijednost U_{mg} . Međutim, nastavimo li napredovati i preko točke N, prijedemo cijelu kružnicu silnice i tako ponovno dodemo u točku N, tada će kut koji smo opisali poprimiti vrijednost $\varphi + 2\pi$. Možemo silnicom proći još dva puta, pošto smo preko kuta φ stigli iz M u N itd. Ako smo silnicom prošli još k puta, tad kao rezultat za magnetski napon između točaka M i N dobivamo

$$U_{mg} = \frac{I}{2\pi} \varphi + k \cdot I.$$

Budući da se silnicom može ići i u pozitivnom i u negativnom smislu, to će k biti bilo koji cijeli broj:

$$k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Naš rezultat za magnetski napon u polju električne struje konačno pokazuje da on ima beskrajno mnogo vrijednosti, koje se međusobno razlikuju za cjelobrojni mnogokratnik jakosti električne struje I koja to polje proizvodi.

Dobiveni rezultat za magnetski napon sasvim je općenit; on vrijedi i onda kad točke M i N nisu na istoj silnici, te ako je staza integracije bilo kakva krivulja. To je jednostavno pokazati. Ako je $d\vec{s}$ element te staze, onda će doprinos napona na tom djeliću staze biti

$$\begin{aligned} dU_{\text{mg}} &= \vec{H} \cdot d\vec{s} \\ &= H \cdot ds \cdot \cos \alpha. \end{aligned}$$

Iz slike zaključujemo da je

$$ds \cdot \cos \alpha = r \cdot d\varphi,$$

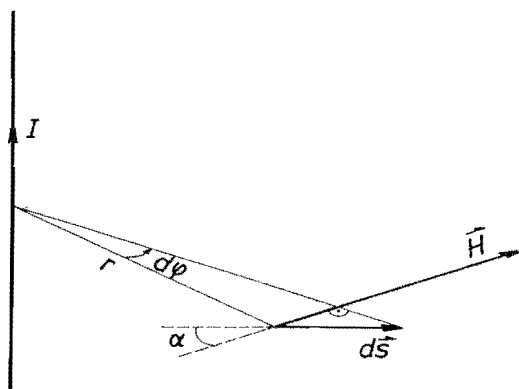
pa budući da je

$$H = \frac{I}{2\pi r},$$

izlazi

$$dU_{\text{mg}} = \frac{I}{2\pi} d\varphi.$$

Dakle je rezultat jednak onome kad smo putovali po silnici.



Iz ovih razmatranja magnetskog polja pravčaste struje slijedi da u slučaju kad točka N padne u točku M , a to je za zatvorenu stazu integracije, vrijedi općenito

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = k \cdot I, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Vrijednost $k = 0$ dobiva se onda kad zatvorena staza ne obuhvaća električnu struju. Ako staza obuhvaća struju k puta, napon je $k \cdot I$.

Ubuduće mi ćemo promatrati jednostavne zatvorene staze integracije. To su takve koje mogu biti rub jednostavne plohe. Takvom se krivuljom daje položiti ploha, pa ukoliko krivulja obuhvaća pravčastu struju, ta struja samo jednom kroz nju prodire.

Ako je polje nastalo od više pravčastih struja jakosti $I_1, I_2, \dots$, koje mogu biti u prostoru bilo kako orijentirane, tad se po načelu o nesmetanom slaganju

(linearna superpozicija) magnetskih polja za jednostavnu zatvorenu krivulju integracije dobiva

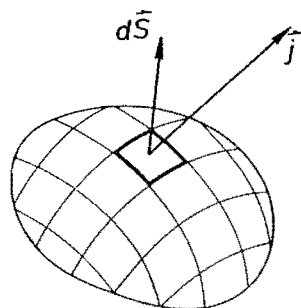
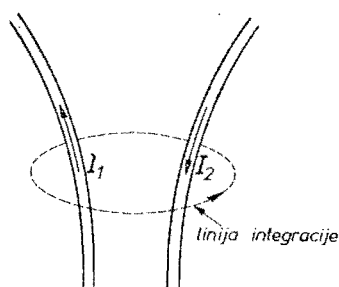
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum I.$$

Na desnoj je strani zbroj jakosti struja, koje prodiru kroz bilo koju plohu položenu stazom integracije.

Dobiveni rezultat za magnetski napon vrijedi, međutim, općenito za struje bilo kakva oblika, a ne samo za pravčaste. Ako je struja bilo kako svinuta, onda je obuhvatimo stazom koja oko struje prolazi vrlo blizu. Za tu stazu odlučno je magnetsko polje elementa struje koji ona obuhvaća. No svaki je element struje pravčast, pa stoga vrijedi formula za pravčastu struju. Za stazu koja ne obuhvaća struje napon će biti nula. Prema tome, za svaku stazu i za svaki oblik struje vrijedi napisani zakon za magnetski napon. Taj je zakon valjan i onda, kad se magnetskom polju električne struje superponira magnetsko polje permanentnih magneta. Naime, u magnetskom polju permanentnih magneta magnetski je napon na svakoj zatvorenoj stazi jednak nuli. Da je to tako, lako je uvidjeti jer je polje permanentnog magneta poput električnog polja polariziranog izolatora. Iz izloženoga zaključujemo da za svako magnetsko polje stalnih (ili gotovo stalnih) električnih struja i permanentnih magneta vrijedi zakon

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum I.$$

Pri tome se pretpostavlja da je staza integracije jednostavna prema već izloženome. Budući da ovaj zakon vrijedi za svako stacionarno magnetsko polje, on je onda osnovni zakon što ga u takvu polju zadovoljava vektor jakosti magnetskog polja $\vec{H}$.



Ovaj ćemo oblik zakona za $\vec{H}$ preinačiti tako da njegovu desnu stranu drukčije napišemo. Zamislimo bilo koji presjek žice kojom teče struja. Plohu presjeka u mislima podijelimo u orijentirane djeliće $d\vec{S}$. Dio struje dI koji teče kroz taj element površine možemo prikazati ovako:

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

U tom je izrazu $\vec{j}$ gustoća električne struje. Poslužimo li se, dakle, ovim pojmom gustoće struje, desna se strana osnovne jednadžbe za vektor $\vec{H}$ dade napisati ovako:

$$\sum I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

U izrazu će S biti bilo koja ploha koju obrubljuje staza integracije integrala na lijevoj strani. Ovaj način pisanja zbroja električnih struja koje protječu kroz plohu S prikladan je i zato što je njime obuhvaćen i transport električnih naboja zbog gibanja nabijenih tjelesa, npr. kod van de Graaffova stroja, gdje neprekidna vrpca nosi naboje.

Prema tome konačni oblik osnovne jednadžbe za $\vec{H}$ u integralnom obliku za stacionarno magnetsko polje glasi

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Po nama već poznatom postupku možemo od te jednadžbe u integralnom obliku prijeći na jednadžbu u diferencijalnom obliku. Pri tome valja stazu integracije stegnuti na rub plošnog elementa $d\vec{S}$. Tad je

$$\begin{aligned} \oint_{dS} \vec{H} \cdot d\vec{s} &= \vec{j} \cdot d\vec{S} \\ &= \vec{n} \cdot \vec{j} \cdot dS, \end{aligned}$$

a odatle

$$\frac{\oint \vec{H} \cdot d\vec{s}}{dS} = \vec{n} \cdot \vec{j}.$$

Vektorski diferencijalni kvocijent na lijevoj strani jednak je projekciji vektora gustoće struje $\vec{j}$ na smjer normale $\vec{n}$, tj. na smjer vektora $d\vec{S}$. Prema tome je taj kvocijent normalna komponenta jednog vektora, koji je jednak gustoći struje. To je vektor $\text{rot } \vec{H}$. Dakle će osnovna jednadžba za vektor $\vec{H}$ u diferencijalnom obliku za stacionarno polje biti

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}.$$

Sažmimo naše rezultate dobivene za stacionarno (ili kvazistacionarno) elektromagnetsko polje.

Za vektore tog polja vrijede ove jednadžbe u integralnom obliku:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho \cdot d\tau$$

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

U diferencijalnom obliku jednadžbe za stacionarno elektromagnetsko polje glase:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

To su Maxwellove jednadžbe za ovaj specijalni slučaj. One sadrže i jednadžbe za elektrostatsko polje. Tad je $\vec{j} = 0$, pa se polje može prikazati kao međusobno nezavisna superpozicija elektrostatskog polja i magnetostatskog polja (nastaloga djelovanjem permanentnih magneta).

Da bi se neko polje moglo riješiti, treba poznavati i električna i magnetska svojstva sredstva u kojem se ono stvara. Ta su svojstva određena dielektričnošću ϵ , permeabilnošću μ i specifičnom vodljivošću g sredstva. Specifična je vodljivost recipročna vrijednost specifičnog otpora. Te veličine dovode u vezu vektore $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{j}$, odnosno $\vec{B}$, $\vec{H}$, pa je

$$\vec{j} = g \cdot \vec{E}$$

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}.$$

Uz to valja uključiti i rubne uvjete, a to su uvjeti koje vektori polja moraju ispunjavati na raznim granicama.

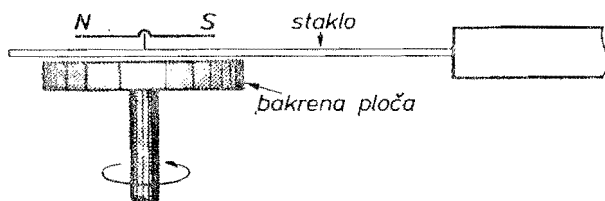
Treće poglavlje

VREMENSKI PROMJENLJIVO ELEKTROMAGNETSKO POLJE

POKUSI O INDUCIRANOM NAPONU

Dok se još nije znalo za inducirani električni napon, Arago je načinio pokus u kojem se očituje jedno od djelovanja tog napona. Izvest ćemo taj pokus. Na staklenoj je ploči šiljak na kojem se može okretati magnetska igla. Ispod staklene ploče nalazi se masivna okrugla bakrena ploča, učvršćena na osovini centrifugalnog stroja tako da joj se os podudara s osi magnetske igle.

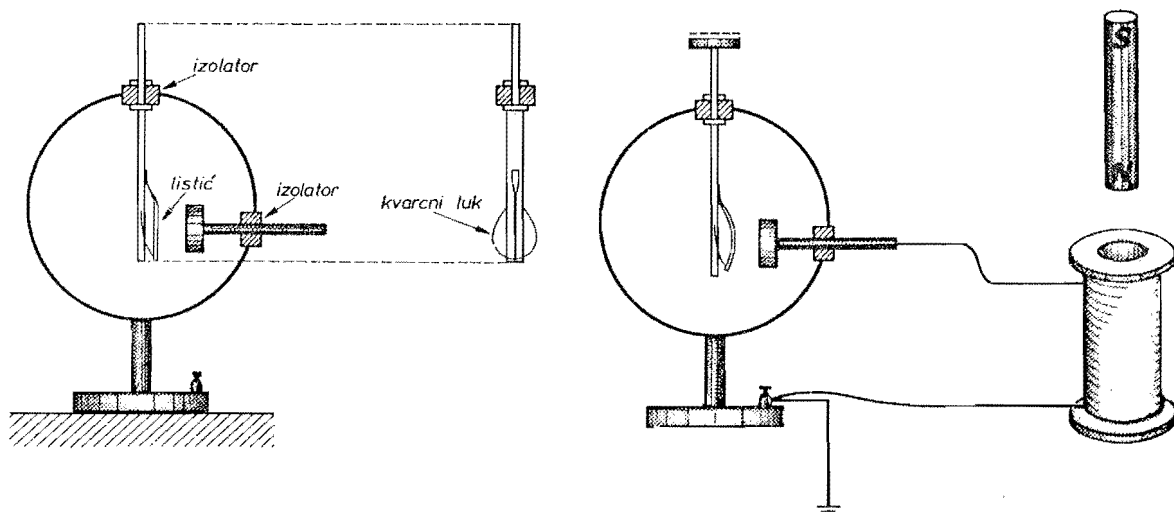
Kad vrtimo bakrenu ploču, magnetska se igla pokrene i počne se vrtjeti u istom smislu kao i bakrena ploča. Zaustavimo li bakrenu ploču, magnetska se igla zaustavlja. Zavrtimo bakrenu ploču u suprotnom smislu, i magnetska igla opet počne pratiti njezinu vrtnju. Tumačenje ovog pokusa ostavit ćemo za poslije.



U pokusima koje ćemo izvesti želimo pokazati kako nastaje inducirani napon. Obični je elektroskop sprava koja reagira na napon, no njegova je osjetljivost mala. Zato ćemo se u prvim pokusima poslužiti Wulfovim elektroskopom, koji ne samo da ima veću osjetljivost nego pokazuje i predznak napona. Da bismo razumjeli djelovanje te sprave, potanje ćemo ga opisati. Kućište je elektroskopu kovno i u obliku je valjka kojemu su osnovke zatvorene staklenim prozorima, tako da se može vidjeti unutrašnjost naprave. Kroz izolator na vrhu utaknut je kovni štapić, koji seže duboko, i u unutrašnjosti valjka nije okrugao, nego plosnat. Na gornjem kraju

plosnatog dijela učvršćen je jedan listić od aluminijske folije. Donji kraj tog listića učvršćen je za fini luk od kvarcne niti, koja poput opruge napinje listić. Listić je na svome srednjem dijelu zakrenut za 90° , tako da je dobro vidljiv.

Kroz drugi izolator na kućištu elektroskopa može se listiću približiti pomoćna elektroda — tzv. influenciona pločica. Ako tu pločicu spojimo s uzemljenim kućištem i približavamo stakleni štap elektroskopu, listić se izboči prema influencionoju pločici i u jednom času skoči do nje, takne je i opet prione uz štap. Uz daljnje približavanje štapa ta se igra ponovi nekoliko puta. Svaki put kad listić takne influencionu pločicu, iz njega se izbije mala količina pozitivnog naboja, dok influencirani negativni naboj vezan privlačnošću staklenog štapa ostaje na vanjskom dijelu štapića. Počnemo li udaljavati stakleni štap, listić opet poskakuje jer se iz njega prazni negativni naboj. Broj skokova listića kod približavanja jednak je broju skokova pri udaljivanju staklenog štapa. Taj nam je pokus s Wulfovim elektroskopom samo poslužio da se поближе upoznemo s tom spravom.



Sad ćemo opisati uređaj pomoću kojega ćemo pokazati inducirani napon. Štap Wulfova elektroskopa opremimo kovnom pločicom, a influencionu pločicu spojimo kroz zavojnicu od mnogo zavoja s uzemljenim kućištem. Staklenim štapom na osnovi influencije nabijemo listić negativno toliko da se izboči prema influencionoju pločici, ali da je ne takne. Ako je influenciona pločica u povoljnoj udaljenosti, listić će biti osjetljiv na male promjene električnog polja koje je nastalo između listića i influencione pločice. Ako sad sjeverni kraj magnetskog štapa gurnemo u zavojnicu, kroz koju je influenciona pločica spojena sa zemljom, listić će se za vrijeme umetanja magneta u zavojnicu malo približiti influencionoju pločici. To znači da je tijekom umetanja magneta pločica postala jače pozitivna, te je jače privlačila listić. Izvučemo li magnet iz zavojnice, listić će se za vrijeme izvlačenja malo odmaknuti od pločice, što znači da je ona postala slabije pozitivna. (Ti bi pomaci listića bili obrnuti da smo krajeve zavojnice obrnuto spojili).

Naš pokus tumačimo ovako. Za vrijeme umetanja magneta u zavojnicu, između njezinih krajeva postojao je električni napon, i to takav da je kraj zavojnice spojen s influencionom pločicom bio na višem potencijalu od onoga spojenog sa zemljom.

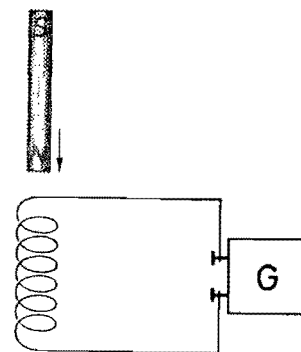
Obrnuto će biti kad se magnet vadi. Za vrijeme gibanja magnetskog pola kroz zavojnicu rađa se u njoj električni napon, koji je elektroskop pokazao. To je inducirani napon.

Predznak se induciranom naponu promijeni ako mjesto sjevernog pola magneta umećemo u zavojnicu njegov južni pol. Inducirani napon postoji samo dotle dok se magnetski pol giba kroz zavojnicu.

Unatoč osjetljivosti Wulfova elektroskopa pomaci su njegova listića maleni. Stoga ćemo se u daljnjim pokusima poslužiti galvanometrom koji će nam inducirani napon pokazati posredno, tako da pokaže struju što ju je inducirani napon pokrenuo. Prednost je, međutim, u tome da su otkloni kazaljke galvanometra znatni, pa se lakše eksperimentira.

Neka krajevi zavojnice budu spojeni sa stezaljkama galvanometra. Ako u zavojnici nastane napon, on će kroz nju i galvanometar potjerati struju, pa će se kazaljka otkloniti. (Galvanometar je naziv za osjetljivi ampermetar.)

Umetnemo li sjeverni kraj magnetskog štapa u zavojnicu koja miruje, kazaljka se galvanometra otkloni, recimo, nadesno i vrati se na nulu. Ako sjeverni magnetski pol izvadimo iz zavojnice koja miruje, kazaljka će dobiti jednako velik otklon na drugu stranu.



Ponovimo li isti pokus, ali s južnim polom magneta, prvi će otklon kazaljke (pri umetanju) biti ulijevo, a drugi udesno.

Nastavimo pokuse tako da magnet miruje, a zavojnicu gibamo. Pri tome natakimo zavojnicu na sjeverni kraj magneta. Otklon će na galvanometru biti jednak onome kad magnet gurnemo u mirujuću zavojnicu. Skinimo zavojnicu s magneta koji miruje, pa će nastati otklon na drugu stranu.

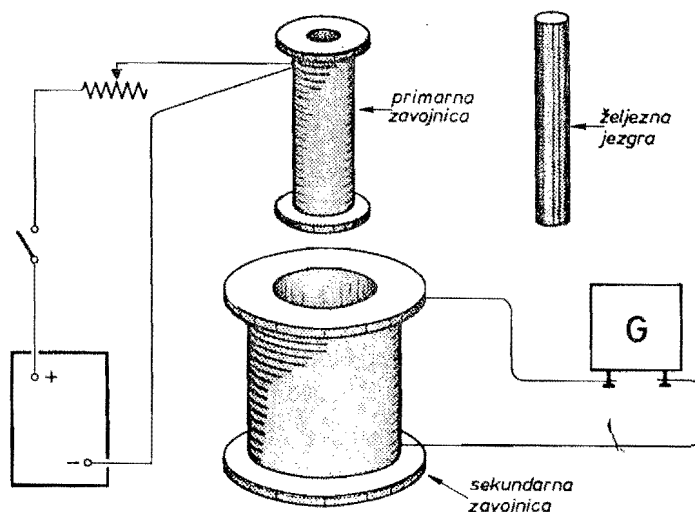
Slično će biti ako magnetu koji miruje zamijenimo polove, samo će otkloni na galvanometru promijeniti smjer.

Konačni pokus sa zavojnicom i magnetom ide tako da magnet umetnemo u zavojnicu. Pošto se kazaljka galvanometra smiri na nuli, gibamo zavojnicu skupa s magnetom, ali tako da se jedno prema drugome ne pomiče. Na galvanometru neće biti otklona.

Iz provedenih pokusa zaključujemo da je za nastanak induciranog napona bilo odlučno relativno gibanje magneta prema zavojnici.

Dalje ćemo mijenjati naše pokuse o induciranom naponu. Vidjeli smo prije da se zavojnica kojom teče električna struja vlada poput magneta. Zamijenimo zato magnet iz prijašnjeg pokusa zavojnicom kojom teče struja. Neka ta zavojnica pristaje u unutrašnjost zavojnice spojene s galvanometrom. Nazovimo zavojnicu s električnom strujom — primarna zavojnica, a onu spojenu s galvanometrom — sekundarna zavojnica. Kad kroz primarnu zavojnicu teče struja, pa je umetnemo u sekundarnu zavojnicu, na galvanometru će se pokazati otklon kao da je to bio umetnut magnet. Ako primarnu zavojnicu izvadimo, otklon će biti na drugu stranu.

Otklon na galvanometru možemo znatno pojačati stavimo li u primarnu zavojnicu željeznu jezgru. Magnetizmu zavojnice tad se, naime, pridruži i magnetizam željezne jezgre.



Izvest ćemo, konačno, pokus u kojemu se dobije inducirani napon bez ikakva gibanja zavojnicâ. Željeznu jezgru uklonimo, a struju kroz primarnu zavojnicu prekinemo. Zatim umetnemo primarnu zavojnicu kojom ne teče električna struja, u sekundarnu zavojnicu. Ako tad spojimo struju kroz primarnu zavojnicu, na galvanometru će se pokazati otklon kao kad smo zavojnicu sa strujom umetnuli u sekundarnu zavojnicu. Prekinemo li struju kroz primarnu zavojnicu, otklon će biti jednako velik kao i prije, ali je na drugu stranu. Prekid struje kroz primarnu zavojnicu djeluje jednako kao i njezino vađenje dok njome teče struja.

Pokus ćemo dalje varirati. Primarna zavojnica kojom teče struja neka bude umetnuta u sekundarnu zavojnicu. Kliznim otpornikom pojačamo struju kroz primarnu zavojnicu: Na galvanometru će biti otklon na onu istu stranu kao kad se uključi struja. Kliznim otpornikom oslabimo struju kroz primarnu zavojnicu. Kazaljka će pokazati otklon na drugu stranu.

Ovi posljednji pokusi pokazuju da za nastanak induciranih napona gibanje bilo magneta, bilo zavojnice nije bitno. Inducirani se napon može dobiti i onda kad sva tijela koja u toj pojavi sudjeluju, miruju. Budući da se inducirani napon može dobiti i pomoću gibanja i bez gibanja, to valja u ovim pokusima naći ono što je svima zajedničko. To onda treba držati kao bitno za nastanak induciranih napona.

Inducirani se napon pojavljuje u zavojnici spojenoj s galvanometrom, koju smo naknadno nazvali sekundarna zavojnica. U pokusu s magnetima, na početku u prostoru unutar zavojnice nema magnetskog polja. Kad umećemo magnet, u tom prostoru nastaje magnetsko polje, a u sekundarnoj zavojnici istodobno se pojavljuje inducirani napon. Kad magnet zaustavimo, polje se u zavojnici neće mijenjati, a u sekundarnoj neće biti induciranih napona.

Ako magnet vadimo iz sekundarne zavojnice, magnetsko polje u zavojnici nestaje, a istodobno se u njoj pojavljuje inducirani napon suprotna predznaka. Induciranih napona nema, ako se polje ne mijenja.

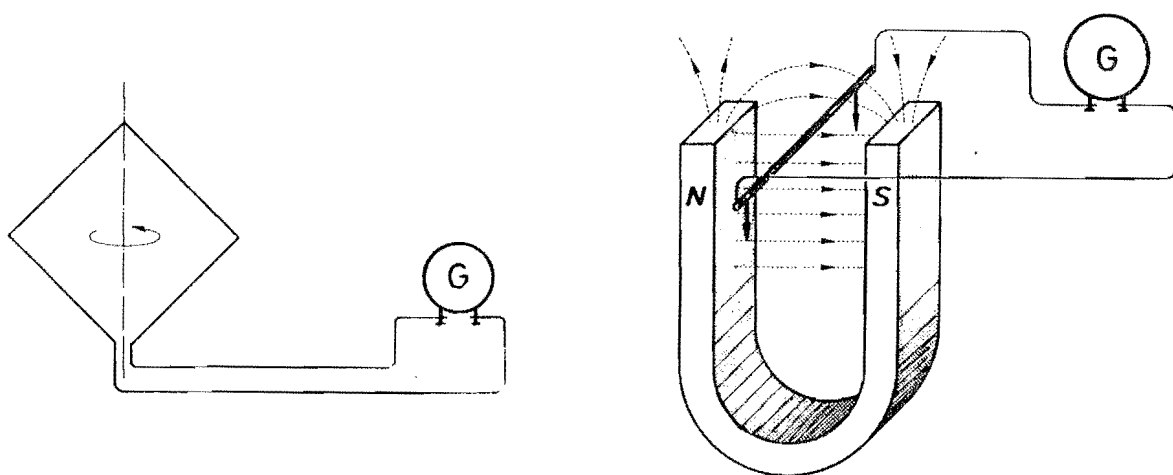
Giba li se zavojnica, onda su s njezina stajališta prilike jednake kao i prije.

Umetanje zavojnice kojom teče struja ekvivalentno je gibanju magneta. Prema tome se i tu pojavljuje inducirani napon ako se magnetsko polje u sekundarnoj zavojnici mijenja.

U pokusima sa zavojnicama, kad nema gibanja, opet će se inducirati napon ako magnetsko polje nastaje ili nestaje, a to znači — ako se magnetsko polje mijenja u zavojnici kojoj se na krajevima očituje inducirani napon.

Konačni je, dakle, zaključak ovaj. U zavojnici će se pojaviti inducirani napon ako se magnetsko polje obuhvaćeno žicom zavojnice mijenja. Inducirani napon traje dotle dok traje promjena magnetskog polja. Kad prestane promjena, prestane i inducirani napon. Ako je to mijenjanje magnetskog polja posljedica gibanja ili zavojnice ili magneta, onda pri tome odlučuje samo relativno gibanje.

Ovo iskustvo o nastanku induciranog napona valja formulirati tako da se iz njega mogu izvoditi zaključci. S tim ćemo se zadatkom pozabaviti u slijedećem odjeljku, no prije toga izvedimo još dva pokusa o nastanku induciranog napona.



Pokazat ćemo kako se inducirani napon dobiva i pomoću zemaljskoga magnetskog polja. Okvirna antena kvadratična oblika i površine od oko četvornog metra ima desetak zavoja. Ona se može okretati oko vertikalne osi, a krajevi su joj spojeni s galvanometrom. Antenu postavimo tako da normala na njezinu ravninu pokazuje prema sjeveru. Ako antenu zakrenemo za 180° , na galvanometru će se dobiti otklon izazvan induciranim naponom u anteni. Kad se galvanometru kazaljka smiri na nuli, vratimo antenu ponovnim zakretom od 180° u prijašnji položaj. Otklon će galvanometra biti na drugu stranu i jednako velik. Inducirani je napon u anteni nastao zbog toga što se za vrijeme zakretanja, sa stajališta antene, mijenjalo zemaljsko magnetsko polje obuhvaćeno zavojima antene.

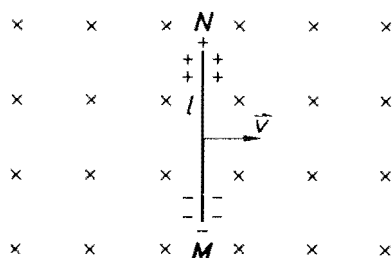
U drugom ćemo pokusu vidjeti da veličina induciranog napona zavisi o broju zavoja zavojnice. Magnetsko polje u ovom primjeru neka stvara potkovasti magnet tako učvršćen da se krakovima potkove može slobodno prići. Žica u kojoj će nastajati inducirani napon spojena je sa stezaljkama galvanometra, i ona je fleksibilna, te se daje po volji oblikovati. Najprije neka cijela žica čini samo jedan zavoj, pa je umetnimo među polove potkove. Na galvanometru će se pokazati otklon. Izvadimo li žicu, otklon će biti jednako velik, ali na drugu stranu. Žicu zatim svinemo tako da krak potkove obuhvatimo dvama zavojima. Tad se na galvanometru dobiva dvostruki otklon itd. Zaključujemo da je inducirani napon to veći što je veći broj zavoja u zavojnici kojom se obuhvaća magnetsko polje.

INDUCIRANI NAPON I MAGNETSKI TOK

Elektromagnetska sila nastaje kad se naboj giba kroz magnetsko polje. Sa stajališta tijela koje nosi naboj to se može tumačiti tako da se u tom tijelu rađa inducirano električno polje ako se ono giba prema magnetima brzinom $\vec{v}$. Za jakost induciranog električnog polja $\vec{E}_{\text{ind}}$ našli smo izraz

$$\vec{E}_{\text{ind}} = \vec{v} \times \vec{B}.$$

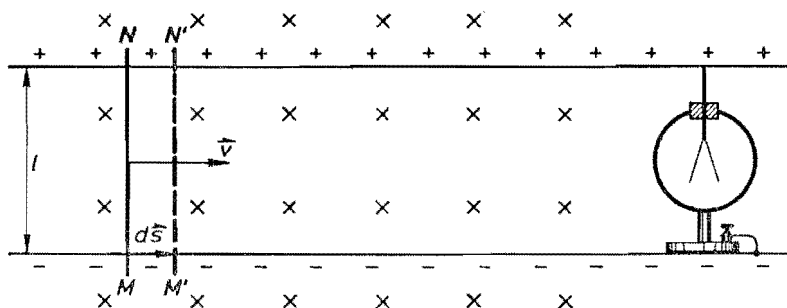
Tu je $\vec{v}$ brzina kojom se kreće tijelo u kojem se opaža inducirano električno polje, a $\vec{B}$ je magnetska indukcija polja kroz koje se tijelo giba. Neka tijelo što se giba, bude komad ravne žice duljine l , a u magnetska indukcija $\vec{B}$ neka je usmjerena u ravninu crtnje. Duljina žice l neka je okomita na smjer vektora $\vec{B}$, a brzina $\vec{v}$ kojom se žica giba neka bude okomita i na dužinu l i na smjer od $\vec{B}$. Uz taj prostorni raspored smjer induciranoga električnog polja $\vec{E}_{\text{ind}}$ padat će u pravac dužine l . Za primjer u našem crtežu vektor $\vec{E}_{\text{ind}}$ ima smjer prema gore, pa on u žici razdvoji električne naboje — gornji njezin kraj nabije se pozitivno, a donji negativno.



To razdvajanje naboja u žici ide sve dotle dok električno polje nastalo od naboja koji su se pojavili pri krajevima žice, upravo ne poništi djelovanje induciranoga električnog polja u žici. Dakle, kad se žica giba kako je opisano, u njezinoj unutrašnjosti upravo se poništava inducirano električno polje i polje izazvano nabojima koji su se zbog induciranoga električnog polja pojavili.

Inducirano električno polje stvara uzduž žice električni napon koji je potjerao nešto pozitivnih naboja prema njezinu gornjem i nešto negativnih prema njezinu donjem kraju. To prikupljanje naboja pri krajevima žice zbiva se dotle dok napon u električnom polju nastalome zbog djelovanja razdvojenih naboja upravo ne poništi inducirani napon. To nam pruža mogućnost da izmjerimo inducirani napon jer je on, kad prestane razdvajanje naboja u žici (i postigne se ravnoteža), upravo jednak naponu u polju tih naboja.

Prikazat ćemo kako se načelno može izmjeriti inducirani napon. Žica koja se giba kroz magnetsko polje, kako smo to upravo promatrali, neka kliže uzduž paralelnih kovnih tračnica koje imaju spoj s njezinim krajevima. Između tračnica neka bude spojena sprava koja će pokazati kolik napon između njih vlada. U crtežu ta je sprava predložena elektroskopom. Kad se žica duljine l giba kroz magnetsko polje,



zbog induciranog se napona gornja tračnica nabije pozitivno, a donja negativno. Elektroskop razmakom listića pokazuje napon koji vlada u polju razdvojenih naboja.

Potražimo napon U_{ind} što ga stvara inducirano električno polje $\vec{E}_{\text{ind}}$. U žici i tračnicama na svakom će mjestu rezultirajuće električno polje biti

$$\vec{E} = 0.$$

To slijedi odatle što svugdje na ovim vodičima naboji miruju. No polje $\vec{E}$ sastoji se od induciranog polja $\vec{E}_{\text{ind}}$ i od polja $\vec{E}_q$ što ga stvaraju naboji, pa je

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{ind}} + \vec{E}_q.$$

Potražiti ćemo integral od $\vec{E}$ na zatvorenoj stazi koja ide od točke M do N po žici koja se giba, zatim po gornjoj tračnici do štapića elektroskopa i listića, te po jednoj električnoj silnici u elektroskopu do kućišta, pa po donjoj tračnici natrag do točke M. Tražimo, dakle, integral jakosti električnog polja, a to je električni napon U , po zatvorenoj stazi integracije:

$$U = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

U kovnim vodičima ukupno polje $\vec{E}$ jednako je nuli. Ono je različito od nule samo u prostoru između listića i kućišta elektroskopa. Prema tome, električni je napon na zatvorenoj stazi upravo onaj što ga pokazuje elektroskop.

Sad ćemo za rezultirajuću jakost električnog polja uvrstiti čemu je ona jednaka, da bismo izračunali integral na desnoj strani. Kako smo vidjeli, vrijedi

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{ind}} + \vec{E}_q.$$

Ako to uvrstimo, dobiva se

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} + \oint \vec{E}_q \cdot d\vec{s}.$$

Drugi integral na desnoj strani jest nula jer je $\vec{E}_q$ polje mirnih električnih naboja. Ostaje samo prvi integral, a u njemu dolazi inducirano električno polje, i to je napon od tog polja. Dakle, dobit će se

$$\oint \vec{E}_q \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} = U_{\text{ind}}.$$

Odatle izlazi

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s}$$

ili

$$U = U_{\text{ind}}.$$

Iz ovoga zaključujemo: Potražimo li linijski integral jakosti električnog polja $\vec{E}$ po zatvorenoj stazi, onda dobiveni rezultat predoduje inducirani napon po stazi integracije.

U upravo prikazanom primjeru možemo taj inducirani napon izračunati jer su prilike vrlo jednostavne. Polje $\vec{E}_{\text{ind}}$ pada u pravac žice i postoji samo u komadu staze od M do N. Dakle je

$$\begin{aligned} \oint \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} &= \int_M^N \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} \\ &= \int_0^l v \cdot B \cdot ds \\ &= v \cdot B \cdot l. \end{aligned}$$

Promatrani se primjer često opisuje tako da se reče kako inducirani napon nastaje stoga što žica koja se giba siječe magnetske silnice. Doista je to i izraženo dobivenom formulom za veličinu induciranog napona; ona sadrži brzinu v kojom se žica giba. Međutim, vidjeli smo da gibanje nije bitno za nastanak induciranog napona. Ono što je zajedničko za sve slučajeve kad inducirani napon nastaje, dakle ono što jest bitno, to je mijenjanje magnetskog polja u zavojnici u kojoj se napon inducira. Zato ćemo upravo dobiveni izraz za inducirani napon preinačiti tako da on izražava taj napon pomoću toga bitnog uvjeta za njegov nastanak, a to je mijenjanje magnetskog polja obuhvaćenoga zavojem.

U vremenu dt žica se pomakne iz položaja MN u položaj M'N'. Ona pri tome prevali put

$$d\vec{s} = \vec{v} \cdot dt.$$

Površina se zavoja stoga smanji za

$$dS = -l \cdot v \cdot dt.$$

Veličine su u produktu na desnoj strani apsolutne vrijednosti. Smanjenje površine naznačeno je znakom minus.

Za inducirani napon dobili smo

$$U_{\text{ind}} = v \cdot B \cdot l.$$

Vidimo da se on može pisati kao

$$U_{\text{ind}} = - B \frac{dS}{dt}.$$

Kako u promatranom primjeru uzimamo da indukcija $\vec{B}$ ima u području zavoja stalnu vrijednost, to vrijedi

$$B \frac{dS}{dt} = \frac{d}{dt} (B \cdot S).$$

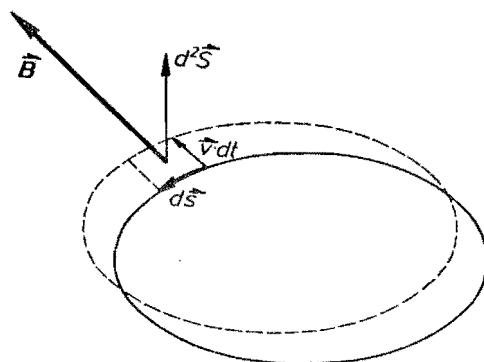
Izraz u zagradi nije ništa drugo nego magnetski tok Φ što ga zavoj od žice i tračnice obuhvaćaju. Dakle će biti

$$\Phi = B \cdot S.$$

Prema tome se za inducirani napon dobiva

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Inducirani napon u zatvorenom zavoju (na zatvorenoj stazi) jednak je brzini kojom se smanjuje magnetski tok obuhvaćen tim zavojem (stazom). Tim izrazom izražava se veličina induciranog napona pomoću bitnog uvjeta za njegov nastanak, a to je mijenjanje magnetskog polja obuhvaćenoga zavojem. To se mijenjanje izjednačuje s negativnom brzinom promjene obuhvaćenoga magnetskog toka.



Prikazali smo na ovome posebnom primjeru kako se daje izraziti inducirani napon pomoću mijenjanja magnetskog polja. Sad ćemo to promatrati sasvim općenito. Neka se zavoj giba u magnetskom polju. Pri tome ne treba zamišljati da je on krut. Brzina $\vec{v}$ kojom se giba djelić zavoja $d\vec{s}$ mijenja se od djelića do djelića. Budući da se djelić $d\vec{s}$ giba brzinom $\vec{v}$, u njemu će jakost induciranoga električnog polja biti

$$\vec{E}_{\text{ind}} = \vec{v} \times \vec{B}.$$

Na djeliću staze $d\vec{s}$ to polje daje doprinos induciranom naponu

$$dU_{\text{ind}} = \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s}.$$

Uvrstimo li izraz za jakost induciranog polja, dobivamo

$$\begin{aligned} \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} &= (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{s} \\ &= (d\vec{s} \times \vec{v}) \cdot \vec{B} \\ &= -(\vec{v} \times d\vec{s}) \cdot \vec{B}. \end{aligned}$$

Djelić staze $d\vec{s}$, gibajući se brzinom $\vec{v}$, opisao je u vremenu dt površinu

$$d^2\vec{S} = \vec{v} \cdot dt \times d\vec{s}.$$

Prema tome je

$$\vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} = -\vec{B} \cdot \frac{d^2\vec{S}}{dt}.$$

Uzduž cijele zatvorene staze ti doprinosi daju inducirani napon

$$\begin{aligned} U_{\text{ind}} &= \oint \vec{E}_{\text{ind}} \cdot d\vec{s} = - \int \vec{B} \cdot \frac{d^2\vec{S}}{dt} \\ &= - \frac{\int \vec{B} \cdot d^2\vec{S}}{dt}. \end{aligned}$$

Integral na desnoj strani ukupni je prirast magnetskog toka $d\Phi$ nastao u vremenu dt . Za svaki doprinos u tom integralu dt je isto, zato je pred znakom integrala:

$$d\Phi = \int \vec{B} \cdot d^2\vec{S}.$$

Na lijevoj strani možemo pod integral koji predočuje napon dodati i jakost električnog polja nastaloga djelovanjem mirnih električnih naboja $\vec{E}_q$, a da se vrijednost kružnog integrala ne promijeni, jer je općenito

$$\oint \vec{E}_q \cdot d\vec{s} = 0.$$

Dobivamo, dakle, za zavoj (zatvorenu stazu) u gibanju općenito

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Pri tome će na lijevoj strani pod integralom biti

$$\vec{E} = \vec{E}_{\text{ind}} + \vec{E}_q,$$

a to je ukupno polje. Kružni integral tog polja daje inducirani napon jer je kružni integral od $\vec{E}_q$ jednak nuli.

U našim smo pokusima vidjeli da je promjena magnetskog polja bitna za inducirani napon, zato je opravdano pretpostaviti da izraz koji smo dobili vrijedi općenito — ne samo onda kad se $\vec{B}$ s vremenom ne mijenja, a cijela promjena toka $d\Phi$ nastaje zbog gibanja; dakle da vrijedi i onda kad je vektor $\vec{B}$ promjenljiv s vremenom. Prema tome izraz $\frac{d\Phi}{dt}$ za brzinu promjene magnetskog toka obuhvaća i gibanje zavoja i mijenjanje magnetske indukcije $\vec{B}$ s vremenom.

Ako, međutim, promatramo zavoj koji miruje, tad cijela promjena toka Φ nastaje zbog toga što se taj tok mijenja s vremenom. To je bilo tako kad je primarna zavojnica mirovala u sekundarnoj, a mijenjali smo struju kroz primarnu zavojnicu. Da istaknemo kako zavoj (staza integracije) miruje, pisat ćemo na desnoj strani parcijalnu derivaciju. Dakle će za zavoj koji miruje inducirani napon iznositi

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

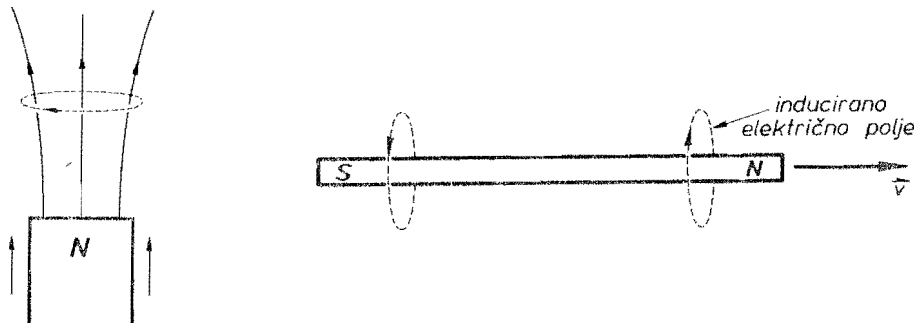
Položimo li mirnim zavojem, na koji se odnosi lijevi integral, bilo koju plohu, tad će kroz tu plohu S , obrubljenu zavojem, magnetski tok biti

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Prema tome za zavoj koji miruje zakon induciranog napona glasi:

$$\oint E \cdot ds = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

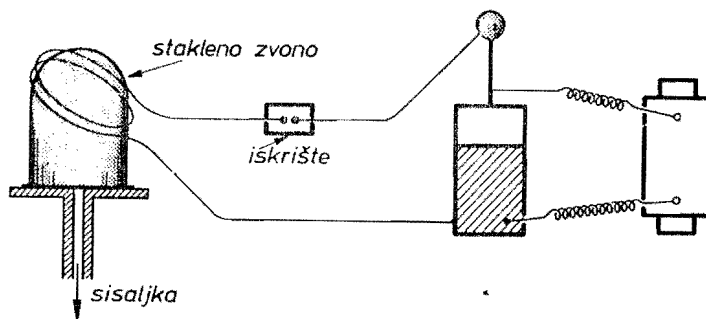
Zakon je napisan u integralnom obliku. Njime se tvrdi da vremensku promjenu magnetskog toka prati električno polje koje tu promjenu obuhvaća u obliku zatvorenih električnih silnica po pravilu minus desnog vijka.



Recimo da se sjeverni magnetski pol giba prema gore. Na zatvorenoj stazi koja miruje, označenoj crticama, pojavljuje se inducirani napon. Budući da tad zbog približavanja magnetskog pola magnetski tok raste, brzina je prirasta toka pozitivna. Električno polje, međutim, obilazi tu promjenu smjerom suprotnim okretanju

desnog vijka, dakle po pravilu minus desnog vijka. — Dok magnetski štap miruje, oko njega nalazimo samo magnetsko polje. Međutim, kad se on giba udesno brzinom $\vec{v}$, za motrioca koji miruje pojavljuju se oko tog štapa zatvorene električne silnice koje obuhvaćaju magnetske polove po pravilu minus desnog vijka. Silnice oko južnog pola vrte na suprotnu stranu jer je predznak jakosti južnog pola suprotan onome jakosti sjevernoga magnetskog pola.

Zatvorene električne silnice oko magnetskog pola u gibanju analogne su zatvorenim magnetskim silnicama koje obuhvaćaju električni naboj u gibanju. Inducirano električno polje analogno je magnetskom polju električne struje. Te ćemo misli nešto poslije još dalje razvijati.



Pokažimo sad pokusom zatvorene električne silnice. Oveće stakleno zvono brušena ruba položeno je na ravnu kovnu ploču i pomoću vakuumske masti nepro- dušno je s tom pločom spojeno. U sredini je ploče otvor kroz koji se pomoću Gae- deove sisaljke uzduh ispod zvana razrijedi. Na zvonu je prstenasta zavojnica od tri zavoja bakrene žice. To je zavojnica Teslina generatora visokofrekventnih struja, koji se sastoji od spomenute zavojnice, kondenzatora (Leydenske boce), iskrišta i induktora. Kad induktor nabije bocu, preskoči u iskrištu iskra i time se uspostavi spoj između unutrašnjeg i vanjskog obloga boce. Boca se prazni kroz zavojnicu u obliku visokofrekventnih struja. Pri tome se u zavojnici vrlo brzo mijenja električna struja, pa stoga i magnetsko polje zavojnice. Te su promjene magnetskog toka obuhvaćene zatvorenim električnim silnicama. Ako je uzduh u zvonu dosta raz- rijeden, jakost inducirana električnog polja bit će dovoljna da slomi izolaciju tog uzduha, pa se u zvonu vidi ružičast svijetao prsten paralelan sa žicama zavojnice. Taj je prsten na mjestu zatvorene električne silnice na kojoj je polje najjače.

MAXWELLOVA HIPOTEZA

Nastanak inducirana napona u žicama kad se u njihovu okolišu mijenja mag- netsko polje, jedno je od najvažnijih Faradayevih otkrića. U prethodnim poglav- ljima opisali smo neke od pokusa u kojima se pojavljuje inducirani napon. Zatim smo napisali osnovni zakon za inducirani napon za mirni zavoj i to u integralnom obliku. Taj zakon glasi za motrioca koji miruje

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \int \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Potražiti ćemo sad diferencijalni oblik tog zakona, opet uz pretpostavku da zavoj miruje, a jednako tako i ploha što je u mislima polažemo kroz zavoj koju on obrubljuje. Taj se oblik zakona dobije ako se zatvorena staza integracije stegne na rub mirnoga plošnog elementa $d\vec{S}$. Tad je

$$\oint_{ds} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}.$$

Budući da plošni element miruje, derivacija po vremenu djeluje samo na magnetsku indukciju. Ako je $\vec{n}$ normala na plošni element, možemo pisati

$$d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS,$$

pa je

$$\frac{\oint_{ds} \vec{E} \cdot d\vec{s}}{dS} = - \vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Vektorska derivacija na lijevoj strani jednaka je normalnoj komponenti vektora na desnoj strani. Prema tome je ta derivacija također normalna komponenta jednog vektora jer napisana relacija vrijedi za svaku orijentaciju plošnog elementa $d\vec{S}$. U vektorskoj oznaci to pišemo ovako:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Oko vremenske promjene magnetske indukcije ovijaju se vrtlozi jakosti električnog polja. To je osnovni zakon za inducirani napon u diferencijalnom obliku.

Analogije između električnog i magnetskog polja često su nam se nametale. Upravo napisani zakon upućuje na pomisao da bi i osnovni zakon za magnetsko polje električne struje trebalo dopuniti vremenski promjenljivim članom, kad taj zakon valja primijeniti na vremenski promjenljivo polje. To se čini još vjerojatnijim zbog toga što smo našli da uz inducirano električno polje

$$\vec{E}_{\text{ind}} = \vec{v} \times \vec{B}$$

postoji i inducirano magnetsko polje

$$\vec{H}_{\text{ind}} = - \vec{v} \times \vec{D}.$$

Budući da za stacionarno elektromagnetsko polje vrijedi

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$$

za točku prostora, gdje teče električna struja gustoćom $\vec{j}$, to valja očekivati da će ta jednadžba za mirnog promatrača uz vremenski promjenljivo električno polje glasniti

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Tu je derivacija električnog pomaka dodana sa znakom plus jer magnetsko polje ovija električnu struju po pravilu (plus) desnog vijka.

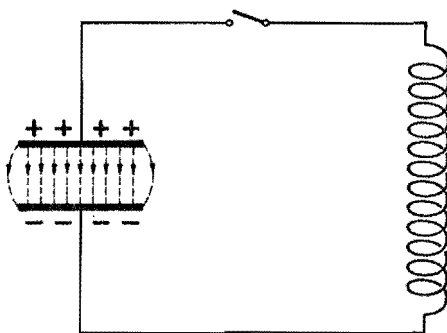
Integralni bi oblik te jednadžbe bio

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \int \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Što zapravo izriče ta jednadžba? Ona kazuje da vremensku promjenu električnog toka Ψ ovijaju vrtlozi jakosti magnetskog polja upravo onako kako ti vrtlozi ovijaju i električne struje. Magnetski vrtlozi izazvani električnim strujama nesmetano se superponiraju vrtlozima nastalima zbog vremenske promjene električnog toka.

Pomisao da je za nastanak zatvorenih magnetskih silnica promjena toka električnog pomaka u vremenu jednako vrijedna kao i gibanje električnih naboja, osnovna je Maxwellova zamisao. Ta se promjena električnog toka zato i naziva pomačna struja.

Prema tome su za stvaranje magnetskog polja odlučne struje koje teku žicama, dakle provodne struje, zatim gibanje nabijenih tjelesa koja tako naboje prenose pa su to prijenosne struje, i, konačno, vremenska promjena toka električnog pomaka, a to su Maxwellove pomačne struje. Da pomačne struje stvaraju magnetsko polje onako kao što promjena magnetskog toka stvara električno polje, to je slavna Maxwellova hipoteza, koja se pokazala vrlo plodnom u tumačenju elektromagnetskih pojava.



Maxwellova pretpostavka da pomačne struje oko sebe stvaraju magnetsko polje, u napisanoj formulaciji znači da su električne struje u svakom slučaju u sebi zatvorene. Ako električnu struju održava kemijska energija neke baterije, npr. akumulatorske, onda cijelim krugom teče provodna struja. Jednako i onda ako u zatvorenom krugu žica struju održava inducirani napon izazvan magnetskim poljem koje se mijenja. Promatrajmo, međutim, što se događa kad se kondenzator izbija kroz zavojnicu. Zatvorimo li sklopku, struja će poteći. Pozitivni naboj s jednog obloga počne se poništavati s negativnim nabojem drugog obloga kondenzatora. Kroz žice teče provodna struja, uz naznačene predznake naboja, u smislu kazaljke na uri, neposredno nakon sklapanja sklopke. Između ploča kondenzatora teče pomačna struja. Dok je gornja ploča pozitivna, vektor $\vec{D}$ usmjeren je prema dolje. Označimo li s $\vec{n}$ normalu na pozitivnu ploču, tad je

$$\vec{D} = \vec{n} \cdot \frac{Q}{S},$$

gdje je Q naboj pozitivne ploče. Za vrijeme izbijanja kondenzatora struja i u žici bit će

$$i = - \frac{dQ}{dt}.$$

Tu smo u izrazu za struju stavili minus stoga što kao pozitivni smjer struje uzimamo smjer od pozitivne prema negativnoj ploči. Tad se, međutim, naboj Q na pozitivnoj ploči smanjuje, pa je dQ negativno. U ovom izrazu za jakost struje dQ ima drukčije značenje nego u formuli kojom se jakost struje definira. Označimo li s dQ' naboj koji u vremenu dt prođe kroz presjek žice, tad je momentana jakost struje

$$i = \frac{dQ'}{dt}.$$

Međutim, naboj dQ' koji je prošao presjekom žice otišao je s pozitivne ploče. Za toliko se naboj Q na pozitivnoj ploči smanjio. Dakle je

$$dQ' = - dQ.$$

Tako smo obrazložili minus u izrazu za jakost struje.

Iz formule za električni pomak dobivamo tad da je

$$S \cdot \frac{d\vec{D}}{dt} = - \vec{n} \cdot i.$$

Tim izrazom izjednačuje se pomačna struja u polju kondenzatora s provodnom strujom u žici. Ako je struja i pozitivna, tj. ako teče u žicama smjerom kao kazaljka na uri, tad vektor $\frac{d\vec{D}}{dt}$ ima smjer suprotan onome od $\vec{n}$, a to znači da u polju kondenzatora pomačna struja $S \cdot \frac{d\vec{D}}{dt}$ teče od negativne ploče prema pozitivnoj.

Imamo, dakle, ovo stanje: od pozitivne do negativne ploče žicom teče provodna struja i , a od negativne do pozitivne ploče kroz električno polje kondenzatora teče u isto vrijeme pomačna struja $S \cdot \frac{d\vec{D}}{dt}$ jednake jakosti. Krug struje jest zatvoren.

Da električna struja koja je dopunjena pomačnom strujom nema izvora, jednostavno slijedi iz osnovnog zakona

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Za svaki vektor $\vec{A}$ vrijedi

$$\text{div rot } \vec{A} = 0.$$

Zato je

$$\text{div} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) = 0.$$

Jakost izvora ukupne električne struje u svakoj je točki električnog polja jednaka nuli. Prema tome ukupna električna struja nema izvora. Vidimo da vrijedi općenito ono što smo potanko prikazali na primjeru pražnjenja kondenzatora.

OSNOVNE JEDNADŽBE ELEKTROMAGNETSKOG POLJA

U prethodnim razmišljanjima izložili smo kako se na osnovi Faradayevih zamisli o električnom i magnetskom polju, te Maxwelllovom matematičkom interpretacijom tih zamisli, dadu napisati jednadžbe za vektore elektromagnetskog polja. To su osnovne jednadžbe. One vrijede za svako elektromagnetsko polje (dok ne treba uzimati u obzir atomističku strukturu materije). Nazivaju se Maxwelllove jednadžbe.

U integralnom obliku one glase

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\oiint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \rho \cdot d\tau$$

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

Iskažimo te jednadžbe ukratko riječima.

Prva jednadžba, ili kako se ona često naziva, prva glavna jednadžba, izražava da je magnetski napon na bilo kojoj vremenski nepromjenljivoj (mirnoj) zatvorenoj stazi integracije jednak ukupnoj električnoj struji obuhvaćenoj tom stazom po pravilu desnog vijka.

Druga jednadžba, ili druga glavna jednadžba, kaže da je električni napon na bilo kojoj vremenski nepromjenljivoj (mirnoj) zatvorenoj stazi integracije jednak pomačnoj magnetskoj struji koja je tom stazom obuhvaćena po pravilu minus desnog vijka. Brzinu kojom se mijenja obuhvaćeni magnetski tok nazvali smo, u analogiji s električnom pomačnom strujom, magnetska pomačna struja. Magnetska provodna struja ne postoji jer nema izoliranih magnetskih polova. Zato je na desnoj strani ove jednadžbe mjesto gdje bi ova struja trebala stajati — prazno.

Trećom jednadžbom tvrdi se da je električni tok kroz bilo koju zatvorenu plohu jednak ukupnom naboju što se nalazi u prostoru obuhvaćenome tom plohom. Tim zakonom izraženo je postojanje tjelesa na kojima je višak jednog naboja nad drugim.

Četvrta jednadžba tvrdi, da je magnetski tok kroz bilo koju zatvorenu plohu jednak nuli. Time je izražena činjenica da nema tijela na kojemu bi jednog magnetizma bilo više nego drugoga, a to, opet, ima za posljedicu da nema provodne magnetske struje.

Vidjeli smo također kako ove jednadžbe izgledaju u diferencijalnom obliku za mirnog motrioca, nazvane jednostavno Maxwellove jednadžbe, premda ih sam Maxwell nije nikad u toj formi napisao. Za tako oblikovane jednadžbe zaslužni su Hertz i Heaviside. Te slavne jednadžbe glase

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

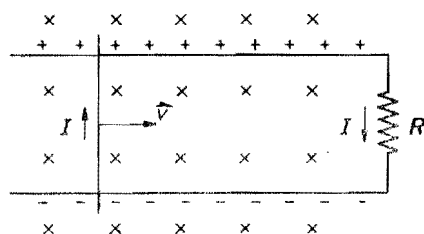
$$\text{div } \vec{B} = 0.$$

Značenje pojedinih članova u njima već je izloženo. Razlika između ovih jednadžbi i onih u integralnom obliku jest u tome što one u integralnom obliku predaju sažetak našega eksperimentalnog iskustva o elektromagnetskom polju, dok su ove jednadžbe izvedene iz integralnih uz pretpostavku o kontinuitetu materije i električnih naboja. Jednadžbe u diferencijalnom obliku opisuju elektromagnetske prilike u neposrednom okolišu jedne točke prostora, i zato su one jednostavnije od integralnih, koje izražavaju združeni učinak velikog mnoštva doprinosa što dolaze iz točaka ili na nekoj konačnoj plohi ili u jednome konačnom dijelu prostora.

Da bi se riješile ove jednadžbe, valja dati podatke o sredstvu u kojemu se stvara polje. Sredstvo je karakterizirano vodljivošću g , dielektričnošću ϵ i permeabilnošću μ . Te veličine određuju veze između vektora polja na pojedinim mjestima. Dalje, treba poznavati oblike vodiča, granice sredstava i početne uvjete, kako bi se moglo potražiti polje koje tu nastaje.

LENCOVO PRAVILO

Lencovo pravilo primjenjuje se kad inducirani napon može pokrenuti električnu struju. Tad ta struja, prema Lencovu pravilu, radi protiv uzroka koji je izazvao inducirani napon. Da obrazložimo to pravilo, promatrat ćemo jednostavan primjer u kojem inducirani napon pokreće struju i gdje se vidi kako ona djeluje protiv uzroka zbog kojega nastaje inducirani napon.



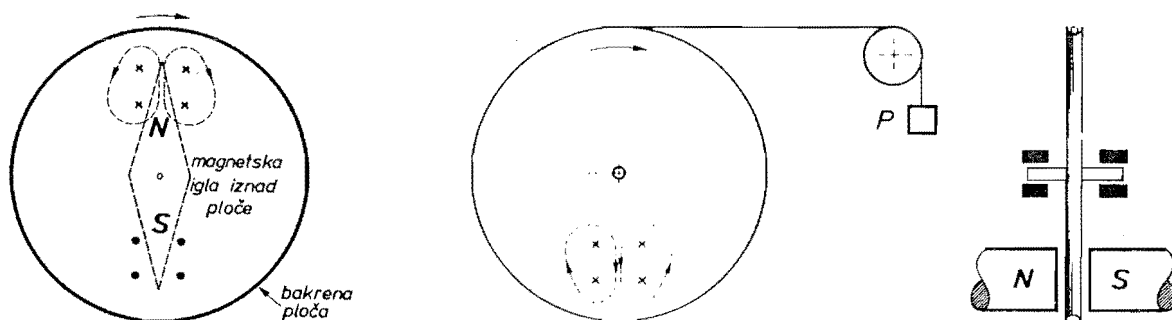
Promatrajmo komad ravne žice koja se giba brzinom $\vec{v}$ kroz homogeno magnetsko polje s indukcijom $\vec{B}$. Duljina žice neka je okomita na smjer B-linija, a brzina $\vec{v}$ neka bude okomita i na duljinu žice i na magnetske linije. Žica kliže uzduž paralelnih kovnih tračnica kojima se pravac podudara sa smjerom brzine $\vec{v}$. Tako se

postíže trajan spoj između žice i tračnica za vrijeme gibanja žice. U ovom primjeru, želimo li razložiti Lencovo pravilo, tračnice ćemo na kraju premostiti otpornikom, tako da naboji koji se na tračnicama prikupljaju zbog napona inducirana u žici, mogu otjecati kroz priključeni otpornik.

Kad su prilike takve kao što je to u crtežu prikazano, onda se gornja tračnica nabija pozitivno, a donja negativno. Budući da su tračnice međusobno spojene otpornikom, to u ovom zatvorenom krugu vodiča teče električna struja u smislu kazaljke na uri. Vidimo, dakle, da tijekom gibanja žice kroz nju teče struja jakosti I . Komad žice između tračnica predodžuje tad element struje na koji magnetsko polje djeluje elektromagnetskom silom

$$\vec{F}_{\text{elm}} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}.$$

U ovom je primjeru element struje usmjeren od donje tračnice prema gornjoj, a magnetska indukcija u ravninu crtnje. Zato je elektromagnetska sila usmjerena nalijevo, dakle suprotno nego brzina kojom se žica giba. Vidimo da elektromagnetska sila nastoji zaustaviti gibanje koje je izazvalo inducirani napon. Prema tome pojava koja nastaje kad inducirani napon pokrene struju, radi protiv uzroka koji izaziva inducirani napon. To je Lencovo pravilo.



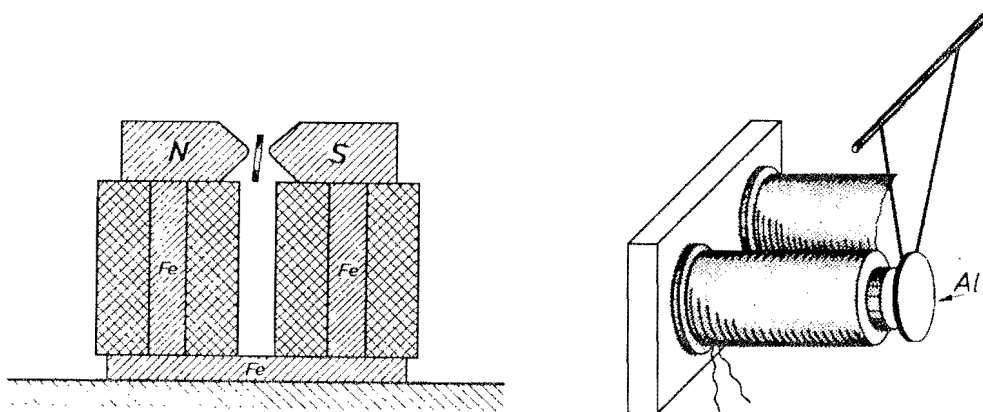
Na osnovi Lencova pravila jednostavno je protumačiti pokus od D. Aragoa, koji smo kao prvi izveli u nizu pokusa o induciranom naponu. Magnetsko polje igle prolazi kroz bakrenu ploču koja je ispod nje. Linije magnetske indukcije iz sjevernog pola igle probadaju ploču smjerom prema dolje. Kad se ploča vrti kao kazaljka za uri (gledana odozgo), onda se u dijelu ploče ispod sjevernog pola inducira električno polje koje tjera pozitivne naboje od središta ploče prema njezinu rubu. Ti se naboji vraćaju prema središtu ploče kroz ona njezina područja u kojima ne nastaje inducirano električno polje, jer su izvan dosega magnetskih B-linija. U bakrenoj ploči stvaraju se u blizini sjevernog pola igle dva vrtloga električne struje. U vrtlogu nastalom u dijelu ploče koji se približava sjevernom polu, struja teče obrnuto od kazaljke na uri, a u vrtlogu koji se udaljuje od sjevernog pola, kao kazaljka na uri. Svaki je vrtlog magnetski list — prvi ima sjevernu stranu prema igli, a drugi južnu. Kako se ploča vrti, oba vrtloga magnetskim silama povlače iglu za sobom. Igla se počne vrtjeti u istom smjeru kao i ploča. Jednako tako i polje južnog pola igle uzrokuje vrtloge struje u masivnoj bakrenoj ploči, koji djeluju jednako kao i oni nastali djelovanjem sjevernog pola.

U pokusu od D. Aragoa potvrđeno je Lencovo pravilo. Inducirani napon u bakrenoj ploči uzrokovan je gibanjem ploče prema magnetskoj igli. Taj napon pokrene struje koje djeluju na iglu, pa je vrte kao što se vrti i ploča. Time se smanjuje

gibanje ploče prema igli, a tako i uzrok zbog kojega je nastao inducirani napon. Struje pokrenute induciranim naponom rade protiv uzroka koji taj napon izaziva.

U pokusu što ćemo ga izvesti, puna okrugla aluminijska ploča može se vrtjeti tako da svojim donjim krajem prolazi između polova elektromagneta. Na rubu je ploče žlijeb u koji je namotan konac. Taj se konac vodi preko kolature i na njegovu kraju visi uteg. Kad ploču oslobodimo, a elektromagnet nije pobuđen, ona se počne ubrzano vrtjeti. Međutim, pobudimo li elektromagnet, pošto smo ploču otpustili, ona se vrti polagano i jednoliko. U ploči se tijekom gibanja inducira napon koji pokrene vrtložne struje. U crtežu su te struje naznačene isprekidanim krivuljama. Te struje koče gibanje ploče. One su upravo toliko jake da moment kočenja što ga proizvode poništi moment utega. Momenti su u ravnoteži, pa je vrtnja jednolika. Tim se kočenjem ne može ploča zaustaviti. Kad bi ona, naime, stala, nestalo bi kočenja jer ne bi bilo inducirano napona. Ploča se ne može vrtjeti ni brže od neke kutne brzine jer bi tad moment kočenja bio jači nego pokretni moment. Valjana brzina pri kojoj su ta dva momenta jednaka namjesti se sama od sebe. U ovom je primjeru moment kočenja razmjeran kutnoj brzini vrtnje. Taj se način kočenja vrtnje primjenjuje u brojilu za potrošak električne energije.

Ako elektromagnet opremimo šiljastim polovima, onda je magnetsko polje između šiljaka vrlo jako. Umetnemo li među polove okruglu aluminijsku pločicu, pa je pustimo iz ruke, ona polagano klizi i nakon nekoliko sekunda padne. Dok se pločica padajući giba između polova, inducirano električno polje u pločici pokrene vrtložne električne struje, koje po Lencovu pravilu rade protiv uzroka što je izazvao inducirani napon u pločici. Rađaju se sile između struja u pločici i polova elektromagneta, koje zaustavljaju padanje pločice. Pločica neko vrijeme »visi« na magnetskim linijama.



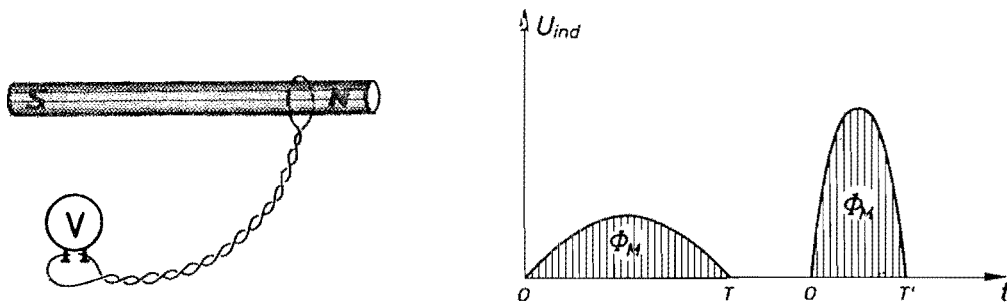
Konačno, evo još jednog pokusa. Okrugla aluminijska ploča obješena je bifilarno kao njihalo. Njoj je približen na nekoliko milimetara magnetski pol elektromagneta. Kad uključimo struju kroz zavojnice elektromagneta, ploča se naglo odmakne od njegova pola i zatim se polagano spušta prema svome ravnotežnom položaju. To spuštanje traje desetak sekunda. Ako prekinemo struju kroz elektromagnet, ploča poleti prema magnetskom polu i uz jak zvek udari u njega. Kad se pusti istosmjerna struja kroz elektromagnet, onda počne nastajati pol koji je uz ploču. Zbog toga se uspostavlja magnetsko polje, kojemu linije prodiru kroz ploču. To polje u nastajanju inducira u ploči napon koji u njoj pokrene vrtložne struje. Ove se odbijaju od magnetskog pola, i ploča se odmakne. Ona se, međutim, ne može smiriti u otklonjenom položaju jer u času kad bi ona zastala, zamrle bi vrt-

ložne struje u ploči, jer bi nestalo inducirano napona koji bi ih održavao. Ploča se polagano spušta prema polu, magnetski tok kroz nju zbog približavanja raste, vrtložne struje dalje teku i odbijaju se od pola. Kad je ploča dopuzila do svoga ravnotežnog položaja, prekinuli smo struju kroz zavojnice magneta. Tad magnetski tok kroz ploču nestaje. Vrtložne struje teku obrnutim smjerom, te se privlače s magnetskim polom elektromagneta, koji se gubi. Ploča stoga poleti prema njemu.

NEKE PRIMJENE INDUCIRANOG NAPONA

Primjenjujući zakon za inducirani napon daje se izmjeriti jakost magnetskog pola na permanentnom magnetu. Zavoj od žice tijesno pristaje uz magnetski štap. Krajevi zavoja spojeni su sa stezaljkama balističkog voltmetra. Spojne žice od zavoja do voltmetra vode se tijesno jedna uz drugu, tako da zatvaraju što manju površinu. Idealno bi bilo kad te površine ne bi bilo. Taj se zavoj može nataknuti na magnetski štap i skinuti s njega.

Kad se zavoj natakne na magnet, kazaljka se balističkog voltmetra otkloni i opet se vrati na nulu. Kad se zavoj skine, kazaljka se otkloni na drugu stranu, a zatim se opet vrati na nulu. Oba su otklona jednako velika. Pokazat ćemo da ti otkloni mjere jakost magnetskog pola magneta.



Voltmetar je sprava koja u uobičajenoj upotrebi otklonom kazaljke pokazuje električni napon. To je trajni otklon, kad je djelovanje električnih sila zbog nametnutog napona uravnoteženo silama nastalima zbog pomaka mjernog sistema voltmetra. Pri balističkoj upotrebi voltmetra napon između njegovih stezaljki djeluje kratko vrijeme; toliko kratko da se kazaljka voltmetra praktički i ne makne s nule, a napon već prestane djelovati. Takvo kratkotrajno djelovanje napona jest udarac napona, a posljedica mu je da mjerni sistem voltmetra dobije mehanički udarac koji ga izbacuje do nekoga krajnjeg otklona. Taj krajnji otklon razmjern je mehaničkom udarcu, a on udarcu napona, pa je prema tome krajnji otklon do kojega dođe kazaljka voltmetra mjera za udarac napona.

U promatranom primjeru udarac napona posljedica je inducirano napona u zavoj od žice. Kad je zavoj na magnetu, onda je magnetski tok kroz površinu obrubljenu zavojem upravo tok u magnetskom štapu. Neka to bude tok Φ_M . Kad zavoj skinemo s magneta, tok padne na nulu. Za vrijeme skidanja zavoja tok se u zavoj mijenja i zato se u zavoju inducira napon

$$U_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Taj napon traje sve dotle dok se zavoj skida. Recimo da se to događa u vremenu od 0 do T . Tad je udarac napona predložen izrazom

$$\begin{aligned}\int_0^T U_{\text{ind}} \cdot dt &= - \int_0^T \frac{d\Phi}{dt} \cdot dt \\ &= - \int_{\Phi_M}^0 d\Phi \\ &= \Phi_M.\end{aligned}$$

Udarac napona jednak je magnetskom toku Φ_M što ga je zavoj obuhvaćao. Taj, pak, magnetski tok jednak je magnetskom toku koji se na kraju magneta razilazi u uzduh, a on je opet jednak jakosti magnetskog pola na kraju magneta. Naime, ako oko kraja magneta opišemo zatvorenu plohu koja obuhvaća njegov sjeverni pol p , tad vrijedi

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\iint_{\text{presjek}} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \iint_{\text{uzduh}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0.$$

Magnetski tok iz zatvorene plohe jednak je nuli. On se sastoji i od toka kroz presjek magneta. Tu tok Φ_M u plohu ulazi, pa je stoga tok koji iz plohe kroz presjek izlazi biti $-\Phi_M$. Tok koji izlazi u uzduh jednak je jakosti pola p . Prema tome bi posljednja jednakost bila

$$-\Phi_M + p = 0$$

ili

$$p = \Phi_M.$$

Tako smo pokazali da se ovim mjerenjem dobiva jakost pola p .

Važno je istaknuti da je u ovom mjerenju rezultat (krajnji otklon na balističkom voltmetru) nezavisan o tome kako dugo traje skidanje zavoja s magneta, ako je to vrijeme kratko prema titrajnom vremenu sistema upotrijebljenoga mjernog instrumenta. Kad je vrijeme skidanja dulje, val napona je niži, no površina ispod tog vala jednako je velika kao i za kraće vrijeme skidanja zavoja, no uz viši val napona.

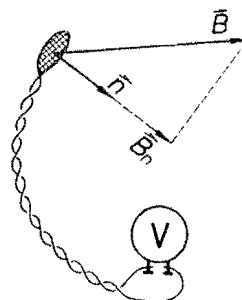
Kako smo vidjeli u pokusu, kad se zavoj natakne na magnet, otklon ima jednaku veličinu samo je na drugu stranu. Tad je inducirani napon suprotna predznaka i mjera je za $-\Phi_M$.

Nakon ovoga izložit ćemo kako se u načelu mjeri magnetska indukcija $\vec{B}$ u bilo kojoj točki magnetskog polja. Zavoj neka bude male površine

$$d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$$

i spojimo ga s balističkim voltmetrom. Orijentacija zavoja određena je normalom $\vec{n}$ na njegovu površinu. Želimo li u nekoj točki magnetskog polja izmjeriti $\vec{B}$, donesemo zavoj u tu točku i zabilježimo njegovu orijentaciju. Pošto se kazaljka voltmetra smirila na nuli, izvadimo zavoj dovoljno brzo iz polja i dovedimo ga na takvo mjesto gdje je magnetska indukcija jednaka nuli. Kad je zavoj u magnetskom polju, onda će magnetski tok kroz zavoj biti

$$\begin{aligned} d\Phi &= \vec{B} \cdot d\vec{S} \\ &= \vec{n} \cdot \vec{B} \cdot dS \\ &= B_n \cdot dS. \end{aligned}$$



Pri tome, B_n je projekcija vektora $\vec{B}$ u smjer normale na plohu $d\vec{S}$. Za vrijeme T u kojem smo zavoj uklonili iz polja, balistički je voltmetar dobio udarac napona

$$\begin{aligned} \int_0^T dU \cdot dt &= - \int_0^T \frac{d^2\Phi}{dt} \cdot dt = - \int_{d\Phi}^0 d^2\Phi \\ &= d\Phi. \end{aligned}$$

Taj je udarac mjera za tok $d\Phi$ što ga je zavoj u magnetskom polju obuhvaćao. Odatle se dađe izračunati komponenta B_n :

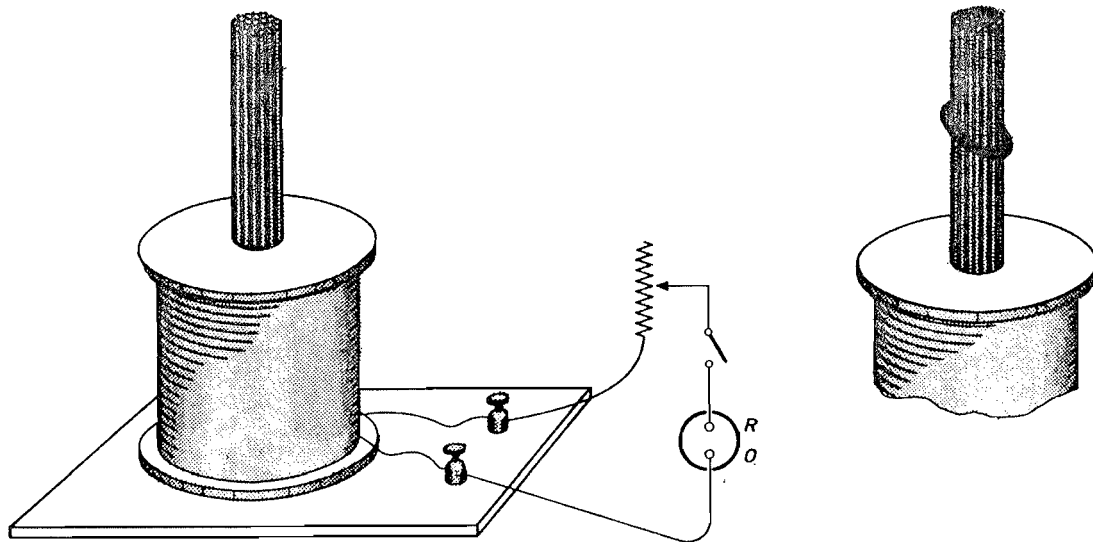
$$B_n = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Ako se izmjere komponente vektora $\vec{B}$ za tri smjera koja ne leže u istoj ravnini, onda iz toga izračunamo i veličinu i smjer vektora $\vec{B}$. Taj je postupak analogan mjerenju vektora $\vec{D}$ Maxwellovim dvopločama u električnom polju.

Pogledajmo zatim kako možemo odrediti vektore magnetskog polja u čvrstom sredstvu. Zamislimo da smo najprije oko točke u kojoj želimo naći $\vec{H}$ i $\vec{B}$ načinili šupljinu u obliku kugle. Magnetskom iglom odredimo u toj šupljini smjer magnetskog polja. Zatim u šupljini koja ima oblik dugog i uskog valjka što mu se os podudara sa smjerom magnetskog polja, izmjerimo $\vec{H}$. Da bismo dobili $\vec{B}$, šupljina u sredstvu mora biti u obliku širokog i niskog valjka kojemu su osnovke okomite na smjer magnetskog polja. U takvoj šupljini izmjerimo $\vec{B}$ pomoću zavoja od žice. Ta su mjerenja analognja mjerenjima električnih vektora u čvrstom izolatoru.

Izvest ćemo još nekoliko pokusa u kojima ćemo prikazati inducirani napon i struje što ih on pokrene, i to pomoću aparata E. Thomsona. Snop od željeznih žica međusobno električki izoliranih i dobro mehanički skupa spojenih, utaknut je u zavojnicu tako da oko 20 cm tog snopa viri iz zavojnice. Krajevi zavojnice svršavaju u stezaljkama na dasci na kojoj je pričvršćena zavojnica. Ona se može priključiti na izmjenični napon gradske mreže preko otpornika i sklopke. Kad se sklopka zatvori, zavojnicom teče izmjenična struja. Jakost te struje regulira se kliznim otporni-

kom. Neka najprije sklopka bude otvorena, a klizni otpornik neka je namješten na najveći otpor. Na dio jezgre od željeznih žica koji strši iz zavojnice natakimo prsten od debele bakrene žice. Prsten ide lako na jezgru, jer mu je otvor za koji milimetar veći od jezgrina promjera. Ako tad sklopku zatvorimo, pa otpornikom postepeno pojačavamo jakost električne struje, prsten će po jezgri kliziti prema gore. Kad struju slabimo, prsten se spušta.



Teče li kroz zavojnicu izmjenična struja, ona stvara u željeznoj jezgri izmjenični magnetski tok, koji se s vremenom mijenja po sinusnom zakonu. Prsten od bakrene žice obuhvaća taj tok i stoga se u njemu inducira napon. Budući da je prsten od debele bakrene žice, inducirani će napon u njemu pokrenuti vrlo jaku struju. Po Lencovu pravilu ta struja radi protiv uzroka koji je izazvao inducirani napon. Zato struja u prstenu svakog časa ima smjer suprotan onome struje u zavojnici. Tako, naime, struja u prstenu slabi magnetski tok koji stvara inducirani napon. Prsten kojim teče struja magnetski je list, a jednako vrijedi i za zavoje zavojnice. Budući da struja u prstenu svakog časa teče u smislu suprotnom onome u zavojnici, to će magnetizam one strane prstena koja gleda prema zavojnici biti uvijek iste vrste kao i magnetizam gornje strane zavojnice. Oni se, dakle, međusobno odbijaju.

Ako na jezgru stavimo još jedan prsten, možemo pokazati da se ta dva prstena međusobno privlače. Gornji prihvatimo rukom, pa ga podižemo. Prvi će ga prsten slijediti.

Natakmo li na jezgru zavojnicu s nekoliko zavoja debele bakrene žice koja završava stezaljkama, pa u stezaljke umetnemo komad željezne žice, onda kad pobudimo magnetski tok u jezgri, inducirani napon tjera kroz zavojnicu i željeznu žicu električnu struju. Ta struja razvija u bakru i u željezu Jouleovu toplinu. Ako označimo s R_b otpor bakrene zavojnice, a s R_z otpor željezne žice, tad će snaga kojom se toplina razvija u ovim vodičima biti

$$\frac{dW_b}{dt} = R_b \cdot i^2$$

$$\frac{dW_z}{dt} = R_z \cdot i^2.$$

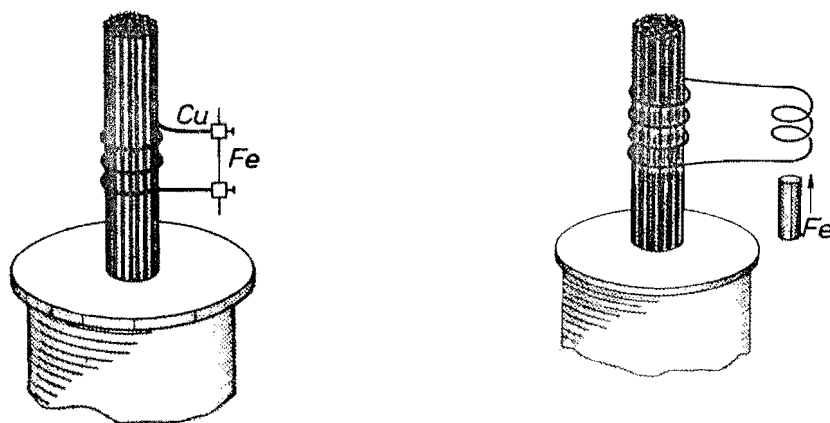
Budući da je

$$R_z > R_b,$$

izlazi

$$\frac{dW_z}{dt} > \frac{dW_b}{dt}.$$

Zbog toga se nakon nekoliko sekunda toka struje željezna žica užari, prvo crveno, zatim žuto i, konačno, pregori, a bakrena žica zavojnice ostane hladna, pa je možemo prstima držati.



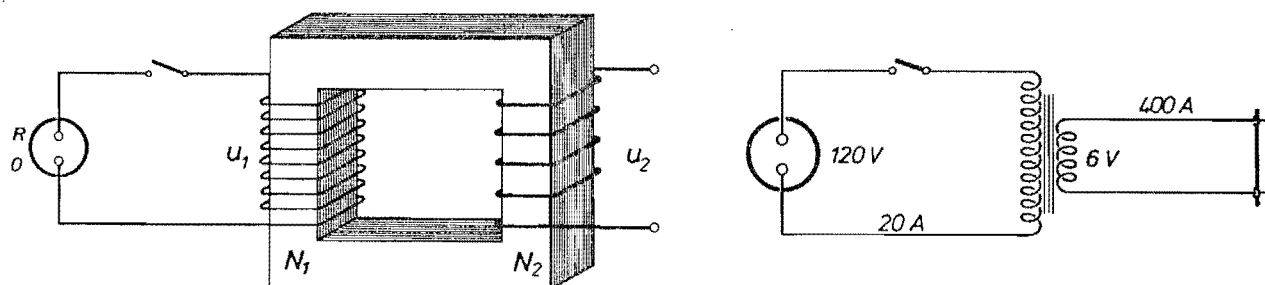
U drugom pokusu bakrena zavojnica na jezgri zatvorena je zavojnicom od nekoliko zavoja izvan jezgre. Kad pobudimo magnetsko polje, žicama teče vrlo jaka struja, pa zavojnica izvan jezgre privuče u svoje zavoje kratki štap od mekog željeza. Ako struju kroz primarnu zavojnicu prekinemo, željezni će štap ispasti iz zavojnice.

Stavimo li na jezgru, dok nema struje, masivni bakreni prsten iz prvog pokusa, pa zatim sklopkom pustimo najjaču struju kroz zavojnicu za pobudu jezgre (primarnu zavojnicu), prsten će odskočiti nekoliko metara uvis. On je tu, naime, sekundarna zavojnica. Pri uklapanju pojavljuju se mehaničke sile između primarne i sekundarne zavojnice ako sekundarnom zavojnicom teče električna struja. Te sile mogu biti znatne ako su struje u zavojnicama jake.

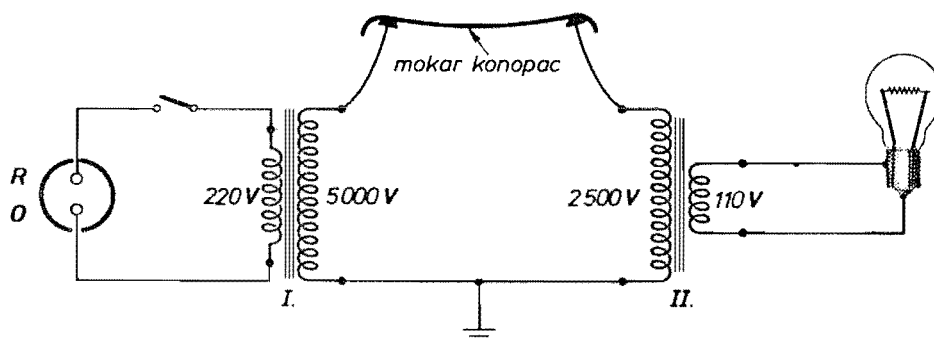
Transformatorima je željezna jezgra načinjena od međusobno izoliranih limova da bi se u njoj spriječile vrtložne električne struje, nazvane i Foucaultove struje. Jezgra je transformatora u sebi zatvorena kako bi se spriječilo da se stvaraju slobodni magnetizmi. Oni bi se pojavili na krajevima jezgre kad bi ona bila otvorena, te bi svojim poljem djelovali protiv polja primarne zavojnice koja u jezgri pobuđuje magnetski tok. Primarna se zavojnica preko sklopke neposredno priključuje na gradsku mrežu. Inducirani napon U_2 , između krajeva sekundarne zavojnice, priključi se na potrošač. Ako je U_1 mrežni napon, N_1 broj zavoja primarne zavojnice, a N_2 broj zavoja sekundarne zavojnice, tad vrijedi

$$U_1 : U_2 = N_1 : N_2.$$

Transformatorom se primarni napon U_1 »transformira« na višu ili na nižu vrijednost, već prema tome je li $N_2 > N_1$ ili je $N_2 < N_1$.



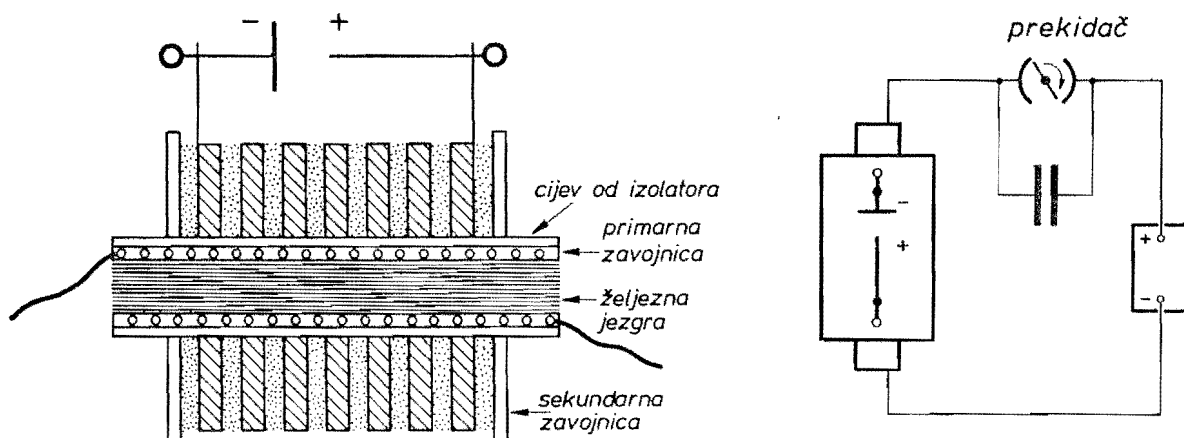
Ovećim transformatorom kojemu se primarna strana priključuje na izmjenični napon efektivne vrijednosti od 120 V, snizimo taj napon na 6 V efektivno na krajevima sekundarne zavojnice. Između tih krajeva spojimo 6 mm debelu i 25 cm dugu željeznu šipku. Kad transformator uklopimo, šipka se počne žariti, usija se do bijelog žara i rastali. To je bio primjer transformiranja višeg napona na niži. Približno onoliko puta koliko smo napon snizili toliko puta jača struja teče u sekundarnoj zavojnici (ako tu struju uzimamo) od one u primarnoj zavojnici.



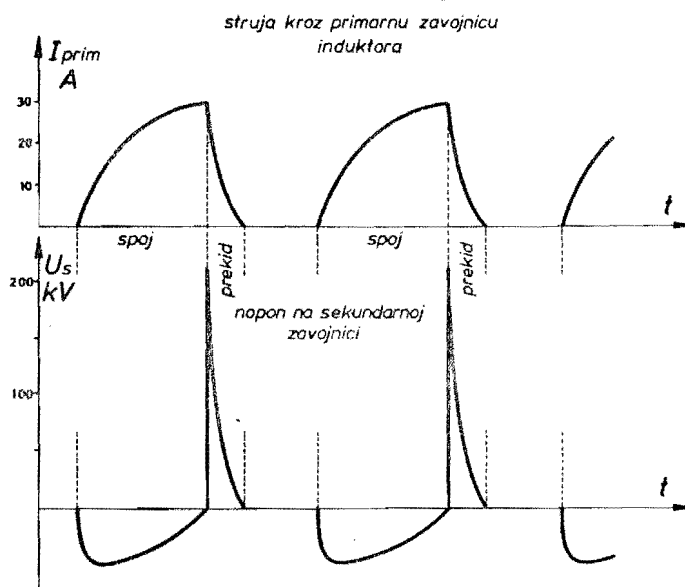
Pokazat ćemo primjer transformiranja na viši napon. Na željeznu jezgru transformatora za pokuse stavimo kao primarnu zavojnicu takvu, koja se može priključiti na gradsku mrežu neposredno ($U_{ef} = 220$ V). Sekundarna zavojnica koju stavimo na jezgru, ima mnogo zavoja i na njezinim se krajevima stvara napon od 5 000 V. Krajeve te zavojnice spojimo s krajevima primarne zavojnice drugog transformatora koja je za napon od 2 500 V. Sekundarna zavojnica toga drugog transformatora daje tad između svojih krajeva napon od 110 V. Jedan od vodova kojima su transformatori međusobno spojeni, jest bakrena žica (donji vod), a drugi je konopac natopljen vodom iz vodovoda. Mokri konopac ima velik otpor i kroz njega se teško tjera iole jača struja. Međutim, budući da smo napon transformirali naviše, struja koja teče konopcem toliko je puta smanjena koliko je puta napon povećan, pa u drugi transformator dođe dovoljno snage da žarulja priključena na njegovu sekundarnu stranu normalno svijetli.

Da bismo dobili vrlo velike električne napone, u mnogim pokusima poslužiti ćemo se Ruhmkorffovim induktorom. Induktor ima jezgru od međusobno izoliranih željeznih žica. Ona je otvorena, tj. kad se magnetizira, na njezinim se krajevima, koji strše na obje strane iz zavojnica, stvaraju slobodni magnetizmi. Oko jezgre najprije je namotana primarna zavojnica od debele bakrene žice, a preko nje navučena je cijev od dobrog izolatora i dosta debele stijenke. Ta cijev nosi sekundarnu

zavojnici namotanu u pločastim slojevima između kojih su razmaci zaliveni izolatorom. Sekundarnoj su zavojnici na gornjoj strani krajevi izvedeni na povišenim izolatorima. Jedan od tih krajeva završava elektrodom u obliku šiljka, a drugome je ona u obliku okrugle ploče. Razmak se među elektrodama može mijenjati. Kad induktor radi, između elektroda lakše preskoči iskra ako je šiljak pozitivni, a ploča negativni pol sekundarne zavojnice, kako je na slici označeno.



Da bi se induktor stavio u pogon, potreban je prikladan izvor istosmjernoga stalnog napona. Za manje induktore to će biti akumulatorska baterija, a za veće istosmjerni generator. Od jednog pola izvora napona ide vod u prekidač. To je uređaj kojim se može struja kroz primarnu stranu induktora spojiti i zatim opet naglo prekinuti. Paralelno s prekidačem spojen je kondenzator sa svrhom da gasi električnu iskra u prekidaču u času prekida struje. Iz prekidača ide vod do primarne zavojnice induktora, a iz ove na drugi pol izvora napona.



Ako se osciloskopski snimi struja kroz primarnu zavojnicu induktora, i istodobno napon koji se rađa između krajeva sekundarne zavojnice, onda se dobiju oscilogrami poput nacrtanih za jedan induktor srednje snage. Struja kroz primarnu zavojnicu postepeno raste od časa spoja. Kad je postigla stanovitu vrijednost, prekidač je naglo prekine i ona razmjerno vrlo brzo padne na nulu. Dok struja kroz primarnu zavojnicu raste, izgrađuje se magnetski tok u željeznoj jezgri. Budući da se to zbiva razmjerno polagano, napon koji se inducira u sekundarnoj zavojnici nije previsok i on opada kako tok sve sporije raste (porast struje kroz primarnu zavojnicu donekle odgovara rastu magnetskog toka). Taj val napona na sekundarnoj zavojnici predložen je krivuljom ispod vremenske osi. Prekid je struje kroz primarnu zavojnicu vrlo brz. Magnetski tok koji je nastao u željezu naglo nestane u vrlo kratkom vremenu jer je jezgra otvorena. Stoga je inducirani napon tijekom nestajanja toka vrlo visok. On može probiti i 25 cm uzduha između elektroda našeg velikog induktora. Taj val napona predložen je krivuljom iznad vremenske osi. Mjerila za napon iznad i ispod vremenske osi u našem prikazu nisu jednaka. Nakon toga, prekidačem se opet uključi struja itd. Frekvencija kojom prekidač radi može biti od 5 do, recimo, 25 prekida u sekundi. Induktor daje visok napon na mahove. Veći induktor je opasan.

SAMOINDUKCIJA

Samoindukcija je pojava koja nastaje u žicama kad se mijenja jakost električne struje koja njima teče. Ta je pojava osobito izrazita u zavojnicama jer je njihovo magnetsko polje jače nego u okolišu nesmotanih žica.

Kad žicom teče električna struja, onda je ona okružena magnetskim poljem, koje uvijek prati električnu struju. Ako se struja u žici mijenja, mijenja se i njezino magnetsko polje. To promjenljivo magnetsko polje stvara inducirano električno polje, u kojemu imamo i inducirani napon. Taj se napon između ostaloga manifestira i u žici, odnosno zavojnici, koja stvara promjenljivo magnetsko polje djelovanjem struje što kroz nju teče. Prema tome, promjenljivo magnetsko polje što ga stvara neka zavojnica djeluje na tu istu zavojnicu inducirajući u njoj napon. Tako zavojnica inducira napon u sebi samoj, pa je to pojava samoindukcije.

Promatrajmo bilo kakvu zavojnicu. Njezinom žicom neka teče električna struja jakosti i stvarajući magnetsko polje, pa kroz pojedine zavoje prolazi magnetski tok. Tako kroz prvi zavoj prolazi tok Φ_1 , kroz drugi tok Φ_2 , ..., a kroz N -ti prolazi tok Φ_N . Ukupni tok Φ obuhvaćen zavojima bit će zbroj tokova kroz pojedine zavoje, dakle

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_N.$$

Ako se magnetsko polje zavojnice pobuđuje u sredstvu u kojem nema feromagnetičnih tvari, a zavojnici je oblik stalan, tad je svaki pojedini tok na desnoj strani napisanog izraza razmjeran jakosti struje koja zavojnicom teče. Prema tome je

$$\Phi_1 = L_1 \cdot i$$

$$\Phi_2 = L_2 \cdot i$$

$$\dots \dots \dots$$

$$\Phi_N = L_N \cdot i.$$

Uvrstimo li to pišući skraćeno

$$L = L_1 + L_2 + \dots + L_N,$$

ukupni će obuhvaćeni tok zavojnice biti

$$\Phi = L \cdot i.$$

Konstanta razmjernosti L jest induktivitet zavojnice. Ta je konstanta karakteristična za promatranu zavojnicu.

Ako se mijenja jakost struje i , mijenja se razmjerno i magnetski tok kroz svaki pojedini zavoj. Promjena magnetskog toka daje inducirani napon. Tako je taj napon u prvom zavoju, i slično tome, u ostalima, predložen izrazima

$$\begin{aligned} u_1 &= - \frac{d\Phi_1}{dt} \\ &= - L_1 \frac{di}{dt} \\ u_2 &= - L_2 \frac{di}{dt} \\ &\dots\dots\dots \\ u_N &= - L_N \frac{di}{dt}. \end{aligned}$$

Budući da su zavoji spojeni serijski, to se ovi naponi zbrajaju i manifestiraju kao napon nastao samoindukcijom na krajevima zavojnice. Taj napon iznosi

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_N.$$

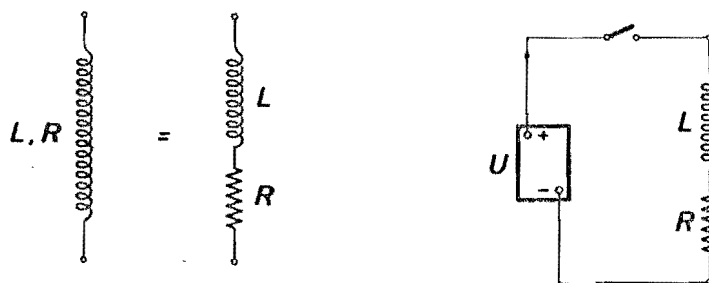
Uvrstimo li vrijednosti, dobivamo

$$\begin{aligned} u &= - (L_1 + L_2 + \dots + L_N) \frac{di}{dt} \\ &= - L \frac{di}{dt}. \end{aligned}$$

To je napon samoindukcije koji se pojavljuje u zavojnici kad se mijenja jakost električne struje u zavojima.

Dok u zavojnici nema feromagnetičnih tvari, dotle je taj napon točno razmjernan brzini kojom se mijenja jakost struje kroz zavojnicu. Konstanta razmjernosti L jest induktivitet zavojnice.

Promotrit ćemo u nekoliko primjera kakve pojave nastaju zbog toga što zavojnica ima induktivitet L . Kao prvo pogledajmo što se događa ako zavojnicu induktiviteta L i otpora R žice od koje je ona načinjena, priključimo na izvor stalnog napona U . Budući da žica zavojnice ima električni otpor R , a to je značajka žice bila ona namotana kako mu drago, to takvu realnu zavojnicu možemo u mislima nadomjestiti serijskim spojem idealne zavojnice, kojoj je induktivitet L , ali nema električnog otpora, i idealnog otpornika, koji ima električni otpor R , ali nema induktiviteta. Kad zatvorimo sklopku, kroz zavojnicu počne teći električna struja.



Stalni napon U svakog je časa jednak zbroju napona na idealnoj zavojnici i na idealnom otporniku. Ako je jakost struje u nekom trenutku jednaka i , a brzina kojom se struja mijenja jest $\frac{di}{dt}$, onda se to da izraziti tako da je zbroj napona na pojedinim elementima strujnog kruga jednak nuli. Počnemo li od negativnog pola izvora napona, pa idemo u smislu kazaljke na uri, onda će napon biti redom: na izvoru napona

$$U = V_+ - V_-.$$

(Razlika potencijala između plus-pola i minus-pola izvora. Prijelazom od minus-pola na plus-pol izvora potencijal je narastao za U .) Na zatvorenoj sklopki nema napona između njezinih polova. Došli smo do početka zavojnice. Između njezinog početka i kraja vlada napon nastao samoindukcijom. Njegova je posljedica da je potencijal na gornjem kraju zavojnice viši nego na donjemu ako struja raste. Taj napon iznosi

$$-L \frac{di}{dt}.$$

Konačno, uz jakost struje i , na gornjem kraju otpornika potencijal je viši nego na donjemu za $R \cdot i$, pa i taj napon radi protiv napona izvora. Dakle je

$$U - L \frac{di}{dt} - R \cdot i = 0.$$

To možemo pisati

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = U.$$

To je linearna diferencijalna jednadžba, koju ćemo riješiti pretpostavimo li da je rješenje oblika

$$i = a \cdot e^{bt} + c,$$

gdje su a , b , c konstante što ih valja odrediti. Da bi se to postiglo, treba još zadati početni uvjet. Taj glasi: u času $t = 0$, kad zatvorimo sklopku, struja ima jakost $i = 0$.

Jednadžba se rješava tako da se pretpostavljeno rješenje, koje ima vrijediti za svako t , uvrsti u diferencijalnu jednadžbu. Dobit ćemo

$$L \cdot a \cdot b \cdot e^{bt} + R \cdot a \cdot e^{bt} + R \cdot c = U.$$

Budući da to mora vrijediti za svako t , možemo za t staviti što nas volja. Ako odaberemo da je

$$bt = -\infty,$$

tad izlazi

$$c = \frac{U}{R}.$$

Našli smo, dakle vrijednost konstante c .

Ako vrijednost za c uvrstimo u posljednju jednadžbu, dobiva se nakon kraćenja

$$L \cdot b + R = 0, \quad b = -\frac{R}{L}.$$

Tako smo našli vrijednost još jedne konstante.

Dobivene vrijednosti za b , c uvrstimo u pretpostavljeno rješenje za jakost struje i , pa zatim uzmimo u obzir početni uvjet, tj. da će u trenutku $t = 0$ biti $i = 0$. To sve uvršteno daje

$$0 = a + \frac{U}{R}.$$

Odatle izlazi

$$a = -\frac{U}{R}.$$

Tako smo dobili i treću konstantu. Rješenje će prema tome biti

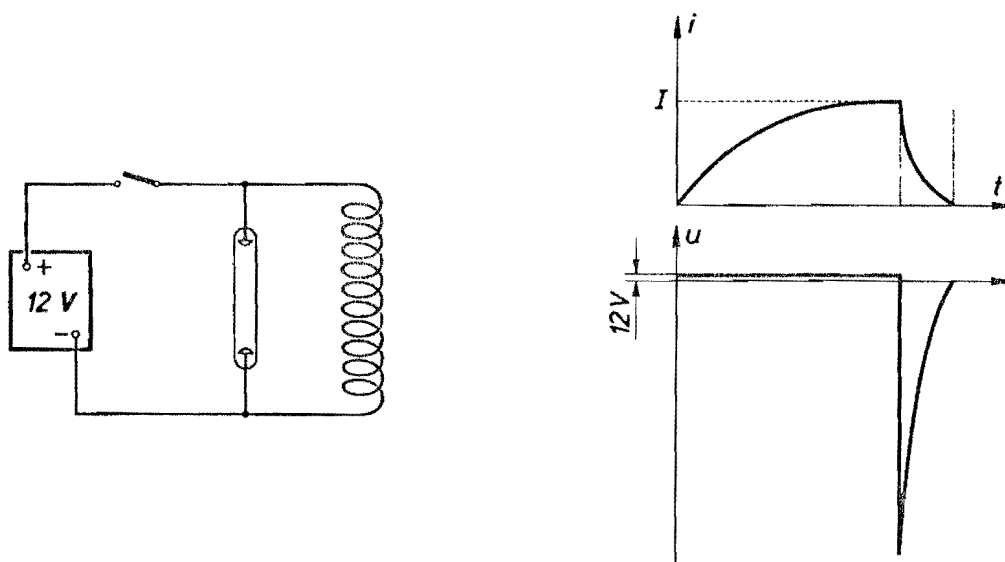
$$i = \frac{U}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

To rješenje pokazuje da struja kroz realnu zavojnicu postepeno raste, te da nakon vremena koje je dugo prema omjeru $\frac{L}{R}$, postigne vrijednost određenu otporom R žice u zavojnici po Ohmovu zakonu.

Prema dobivenom rezultatu vidimo da struji i treba vremena da u nekoj zavojnici postigne konačnu vrijednost $\frac{U}{R}$. Njoj je potrebno vrijeme da se »zaleti« do svoje konačne jakosti. Induktivitet zavojnice električni je analogon masi tijela koje treba staviti u gibanje.

Izvest ćemo pokus s jednom zavojnicom velikog induktiviteta L gdje će se ta »tromost« očitovati. Iz akumulatorske baterije preko dobre sklopke vodimo struju u zavojnicu (koja je sa željeznom jezgrom da bi se povećao induktivitet; tu nije više L konstanta). Paralelno sa zavojnicom spojena je neonska cijev. Kad zatvorimo sklopku, napon akumulatorske baterije $U = 12 \text{ V}$ primjeni se između elektroda neonske cijevi i između krajeva zavojnice. Kroz zavojnicu počne teći električna struja i , koja se postepeno pojačava prema upravo nađenom zakonu. To je pojačavanje struje prikazano u gornjem grafikonu. Jakost struje i teži prema vrijednosti

$$I = \frac{U}{R}.$$



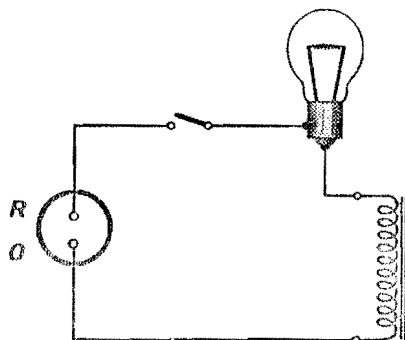
Napon U na zavojnici i na cijevi iznosi 12 V. Taj je napon premalen da bi se neonska cijev upalila.

Kad je struja kroz zavojnicu nakon par sekunda praktički postigla svoju maksimalnu vrijednost, izgradilo se u njoj magnetsko polje i obuhvaćeni magnetski tok postigao je svoju najveću vrijednost

$$\Phi = \Phi_{\max}.$$

Otvorimo li tad sklopku i prekinemo tok struje, onda s prestankom struje nestaje i magnetsko polje u zavojnici. Ako je sklopka dobra, ona vrlo brzo prekine struju, pa tok $\Phi_{\max}$ iščezne u vrlo kratkom vremenu t . Zato se između krajeva zavojnice pojavi visok napon pri kojemu je, u našem prikazu, gornji kraj zavojnice negativan, a donji pozitivan. Zavojnica, naime, nastoji održati postojeći tok struje. Taj je napon toliko visok da upali neonsku cijev i ona bljesne.

Naponi na neonskoj cijevi prikazani su u donjem grafikonu. Koliko će biti visok negativni zub napona prigodom prekida struje kroz zavojnicu, zavisi o upotrijebljenoj zavojnici i dobroti sklopke.



U idućem pokusu priključit ćemo zavojnicu na izvor izmjeničnog napona, na gradsku mrežu. Kao indikator struje koja zavojnicom teče upotrijebit ćemo žarulju spojenu s njom serijski. Zavojnica se može nataknuti na željeznu jezgru rastavljivog transformatora. Time se poveća magnetski tok u zavojnici, pa stoga i njezin induktivitet.

Na početku neka zavojnica ne bude na jezgri. Sklopku zatvorimo i žarulja normalno svijetli. Ako zavojnicu kojom tad teče struja natakemo na željeznu jezgru, sjaj žarulje kao da se malo smanji. Jezgru zatvorimo kotvom, koju polagano navlačimo preko krajeva jezgre. Kako kotvom zatvaramo jezgru, tako sjaj žarulje biva slabiji i konačno se ona ugasi kad jezgru zatvorimo. Zujanje jezgre pokazuje da u krugu ipak teče struja, no ona je preslaba da bi žarulja svijetlila. Taj nam pokus pokazuje da zavojnicom priključenom na izmjenični napon teče trajno struja, dakako izmjenična, a jakost njezina opada s porastom induktiviteta zavojnice.

Izloženi ćemo primjer riješiti uz pretpostavku da je induktivitet L konstanta i da struja u zavojnici trajno teče. Na ono što se događa neposredno nakon što se struja pusti kroz zavojnicu nećemo se obazirati.

Zavojnica je priključena na izmjenični napon, pa će prema tome jednadžba koja sadrži napone na pojedinim elementima kruga biti

$$L \frac{di}{dt} + R \cdot i = U_{\max} \cdot \sin \omega t.$$



Napon na koji je zavojnica priključena mijenja se po sinusnom zakonu

$$u = U_{\max} \cdot \sin \omega t.$$

Tražimo rješenje za električnu struju kroz zavojnicu pošto je ona već dosta dugo bila priključena. Tražimo, dakle, stacionarno rješenje, nakon što su zamrle prijelazne pojave koje nastaju poslije uključivanja.

Stacionarno rješenje za struju i očekujemo u obliku sinusne funkcije. Prema tome će ono glasiti

$$i = I_{\max} \cdot \sin(\omega t - \varphi),$$

gdje su $I_{\max}$, φ konstante rješenja koje treba odrediti.

Da se odrede te konstante, uvrsti se rješenje u diferencijalnu jednadžbu. Dobiva se

$$L \cdot \omega \cdot I_{\max} \cdot \cos(\omega t - \varphi) + R \cdot I_{\max} \cdot \sin(\omega t - \varphi) = U_{\max} \cdot \sin \omega t.$$

Iz toga izlazi

$$(L \cdot \omega \cdot \cos \varphi - R \cdot \sin \varphi) \cdot I_{\max} \cdot \cos \omega t + (L \cdot \omega \cdot \sin \varphi + R \cdot \cos \varphi) \cdot I_{\max} \cdot \sin \omega t = U_{\max} \cdot \sin \omega t.$$

Budući da ta jednadžba mora vrijediti za svako t , to ćemo onda, uvrstivši takvu vrijednost da funkcija sinus daje nulu, dobiti

$$L \cdot \omega \cdot \cos \varphi - R \cdot \sin \varphi = 0$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \cdot \omega}{R}.$$

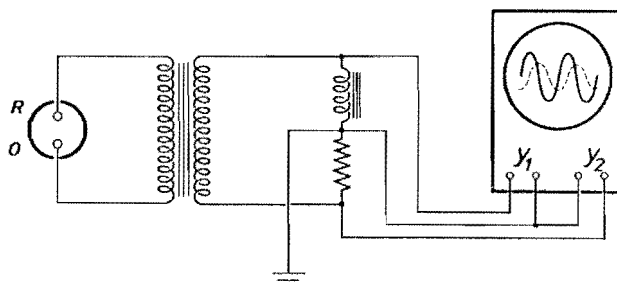
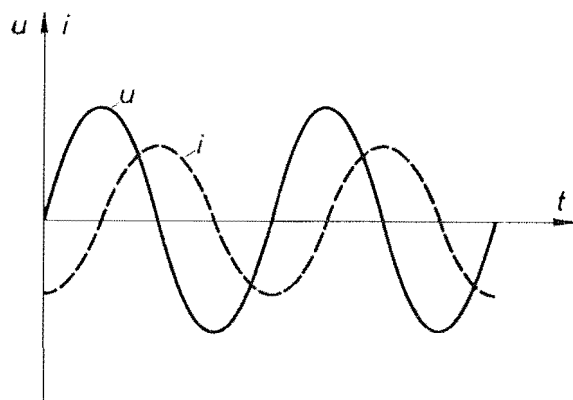
Ako se poništi funkcija kosinus, onda slijedi

$$(L \cdot \omega \cdot \sin \varphi + R \cdot \cos \varphi) \cdot I_{\max} = U_{\max}.$$

Uzevši u obzir vrijednost koju smo dobili za φ , konačno izlazi

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{L^2 \cdot \omega^2 + R^2}}.$$

Time su određene obje konstante u pretpostavljenom rješenju za jakost struje i kroz realnu zavojnicu kad je ona priključena na sinusni izmjenični napon.



Ako je otpor žice u zavojnici vrlo malen prema umnošku $L \cdot \omega$, dakle, ako je ispunjen uvjet

$$R \ll L \cdot \omega,$$

tad je

$$\varphi \doteq \frac{\pi}{2},$$

pa struja kroz zavojnicu zaostaje za četvrtinu titraja iza napona koji je na zavojnicu priključen. (Istočje je to zaostajanje manje od četvrt titraja.) Tad su prilike približno takve kao da je zavojnica idealna. Za idealnu zavojnicu valja uzeti da je

$$R = 0.$$

Tad je

$$i = -\frac{U_{\max}}{L \cdot \omega} \cdot \cos \omega t.$$

Napon na zavojnici i struju kroz nju kad je ona priključena na izmjenični napon, možemo pokazati odjednom na zastoru katodnog osciloskopa s dvjema zrakama. Jedna zraka crta na zastoru krivulju napona, a druga krivulju struje. Valovi krivulje struje postizavaju maksimum za četvrtinu titrajnog vremena poslije maksimuma vala napona. Napon iz gradske mreže uzimamo preko razdjelnog transformatora. Tako možemo u strujnom krugu zavojnice uzemljiti onu točku koju želimo.

ENERGIJA ZAVOJNICE KOJOM TEČE STRUJA

Promatrat ćemo što bi se dogodilo kad bismo na izvor stalnog napona U priključili idealnu zavojnicu. Za nju bi otpor bio

$$R = 0,$$

pa jednačba za struju i glasi

$$L \frac{di}{dt} = U.$$

Pretpostavimo li da smo struju uključili u čas $t = 0$, bit će

$$di = \frac{U}{L} dt$$

$$i = \frac{U}{L} t.$$

Struja i rasla bi razmjerno s vremenom.

Izvor napona tjerajući struju kroz zavojnicu obavlja rad. U vremenu dt taj rad iznosi

$$dW = U \cdot i \cdot dt$$

$$= L \frac{di}{dt} i \cdot dt$$

$$= L \cdot i \cdot di.$$

Za cijelo vrijeme od časa ukapčanja pa do časa T rad izvora napona bio bi

$$W = \int_0^T U \cdot i \cdot dt$$

$$= \int_0^I L \cdot i \cdot di$$

$$= \frac{1}{2} L \cdot I^2.$$

U čas $t = T$ struja kroz zavojnicu postigla je jakost I , pa je izvršeni rad predočen napisanim izrazom.

Pitamo se na što je taj rad izvora potrošen. Budući da zavojnica nema otpora, nije nastala toplina. Jedino što je u ovom primjeru nastalo jest magnetsko polje zavojnice, a napon se izvora trošio na svladavanje induciranog napona koji se pojavljivao zbog nastajanja tog polja. Prema tome možemo zaključiti da je rad izvora spremljen kao magnetska energija zavojnice.

Ako imamo realnu zavojnicu kojom teče električna struja jakosti I , onda nju možemo smatrati serijskim spojem idealne zavojnice i idealnog otpornika. Ne mijenja li se jakost struje, nema napona nastalog samoindukcijom i sav se rad izvora koji održava struju troši na stvaranje Jouleove topline u otporniku, dok se magnetska energija zavojnice ne mijenja. Kad struju prekinemo, magnetska energija iz zavojnice može, kako smo vidjeli, upaliti neonsku cijev i ona bljesne.

Prema izloženome, ako je u strujnom krugu induktivitet L , a krugom teče struja jakosti i , onda je magnetska energija, spremljena u tom krugu

$$W_{mg} = \frac{1}{2} L \cdot i^2.$$

Magnetska energija jest energija električnih naboja u gibanju, stoga je ona slična kinetičkoj energiji u mehanici.

Od svih zavojnica najjednostavnija je za račun vrlo duga i jednoliko namotana zavojnica. Zato ćemo promotriti prilike u takvoj zavojnici. Neka joj duljina bude l , a broj zavoja neka je N . Ako zavojnicom teče struja jakosti i , jakost će homogenoga magnetskog polja u njezinoj unutrašnjosti iznositi

$$H = \frac{N \cdot i}{l}.$$

Potražimo induktivitet te zavojnice. Neka sredstvo u kojem zavojnica stvara svoje magnetsko polje ima permeabilnost μ , pa će magnetska indukcija u polju zavojnice biti

$$B = \mu \cdot H.$$

Ako je S površina jednog zavoja, magnetski tok Φ_i obuhvaćen bilo kojim zavojem predočen je izrazom

$$\Phi_i = B \cdot S, \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

Prema tome će ukupni magnetski tok Φ koji je odlučan za napon nastao samoindukcijom biti

$$\Phi = N \cdot B \cdot S.$$

Uvrstimo li u taj izraz vrijednosti što smo ih dobili za B i H , izlazi

$$\Phi = \mu \frac{N^2 \cdot S \cdot i}{l}.$$

Na osnovi tog izraza slijedi, da je induktivitet vrlo duge jednoliko namotane zavojnice

$$L = \mu \frac{N^2 \cdot S}{l}.$$

Ako tom zavojnicom teče električna struja jakosti i , onda je u toj zavojnici spremljena magnetska energija

$$W_{\text{mg}} = \frac{1}{2} L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \mu \frac{N^2 \cdot S}{l} i^2.$$

Podemo li od izraza za magnetsku indukciju B i jakosti magnetskog polja H u polju zavojnice, onda možemo izraz za magnetsku energiju pisati ovako:

$$W_{\text{mg}} = \frac{1}{2} B \cdot H \cdot l \cdot S.$$

Vektori $\vec{B}$ i $\vec{H}$ imaju isti smjer, pa je

$$B \cdot H = \vec{B} \cdot \vec{H}.$$

Dalje imamo, da je $l \cdot S$ obujam unutar zavojnice, a to je i obujam magnetskog polja što ga zavojnica stvara. Prema tome, pretpostavimo li da je magnetska energija električne struje spremljena u magnetskom polju, prostorna će gustoća magnetske energije biti

$$\begin{aligned} w_{\text{mg}} &= \frac{W_{\text{mg}}}{l \cdot S} \\ &= \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}. \end{aligned}$$

Dobiveni izraz za gustoću magnetske energije analogan je izrazu koji smo dobili za električno polje. Tamo smo našli da je gustoća električne energije

$$w_{\text{el}} = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}.$$

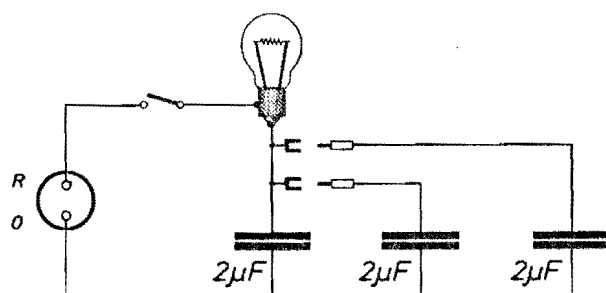
Ako je polje vremenski promjenljivo, nužno će u polju biti i električni i magnetski vektori, pa će gustoća elektromagnetske energije na nekom mjestu polja, jednaka zbroju električne i magnetske energije na tom mjestu, iznositi

$$w_{\text{elmg}} = \frac{1}{2} (\vec{D} \cdot \vec{E} + \vec{B} \cdot \vec{H}).$$

ELEKTRIČNI TITRAJI

U pokusu ćemo pogledati što se događa ako se kondenzator priključi na izvor izmjeničnog napona. U našem je to primjeru gradska mreža. Kao indikator za struju koja u krugu teče poslužit će nam žarulja. Preko sklopke i žarulje spojen je kondenzator s gradskom mrežom. To je tzv. papirni kondenzator velikog kapaciteta. Tom se kondenzatoru mogu paralelno spojiti drugi kondenzatori jednaka kapaciteta.

Kad zatvorimo sklopku, žarulja jedva da se žari. Ako prvom kondenzatoru dodamo drugi u paralelnom spoju, žar se pojača. Kad spojimo treći, žarulja jače svijetli itd.



Iz pokusa vidimo da u žicama kojima je kondenzator spojen s gradskom mrežom teče to jača struja što je njegov kapacitet veći.

Ako u pokusu otpor žarulje označimo s R , onda je svakog časa zbroj napona na kondenzatoru i žarulji jednak mrežnom naponu. Napon na kondenzatoru izračunamo iz naboja q i kapaciteta C , pa je

$$R \cdot i + \frac{q}{C} = U_{\max} \cdot \sin \omega t.$$

U ovom primjeru naboj q na kondenzatoru raste uz pozitivnu struju. On se onoliko povećava koliko ga struja donese, dakle

$$dq = i \cdot dt$$

$$i = \frac{dq}{dt}.$$

Deriviramo li gornju jednadžbu po t , dobit ćemo jednadžbu za električnu struju kroz kondenzator priključen na sinusni napon:

$$R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \omega \cdot U_{\max} \cdot \cos \omega t.$$

Za tu jednadžbu tražit ćemo stacionarno rješenje koje daje struju što kroz kondenzator teče pošto je on već dulje priključen na mrežu. To će rješenje biti struja sinusna oblika, pa ćemo pretpostaviti da glasi

$$i = I_{\max} \cdot \sin(\omega t - \varphi).$$

Konstante $I_{\max}$, φ odredit ćemo tako da rješenje uvrstimo u jednadžbu. Pošto provedemo račun (slično kao kod zavojnice), izlazi

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{1}{RC \cdot \omega}$$

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}}.$$

Vidimo da je kod kondenzatora zaostajanje struje za naponom negativno. Prema tome struja kroz kondenzator ide ispred napona za kut $(-\varphi) > 0$.

Ako je otpor u krugu s kondenzatorom jednak nuli, dakle ako je

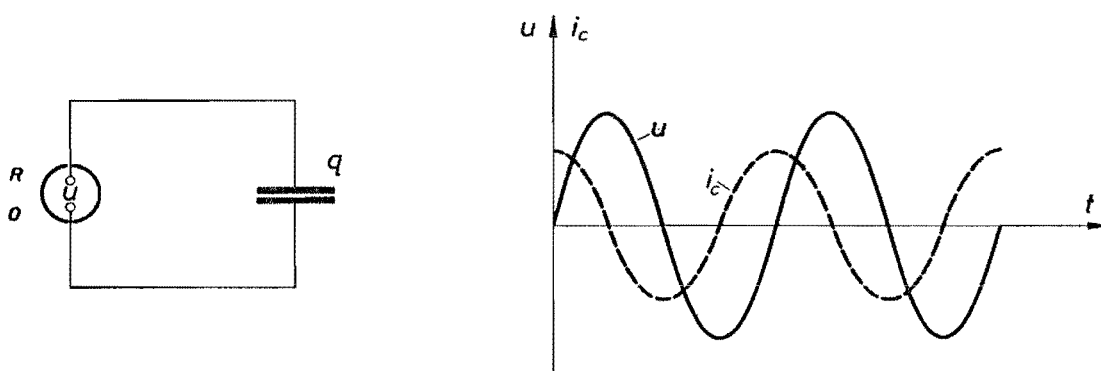
$$R = 0,$$

$$-\varphi = \frac{\pi}{2}$$

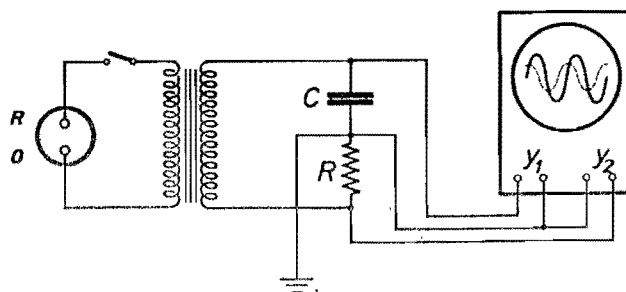
$$I_{\max} = C \cdot \omega \cdot U_{\max},$$

pa će biti

$$i = C \cdot \omega \cdot U_{\max} \cdot \cos \omega t.$$

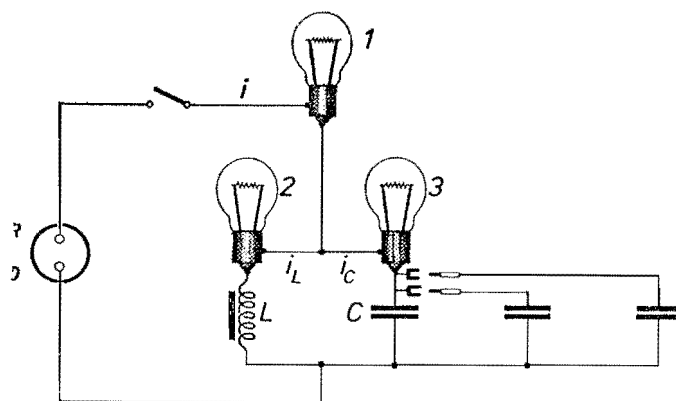


Ako je dobar kondenzator priključen na izmjenični napon sinusna oblika, onda, pošto zamru prijelazne pojave nakon uključenja, kroz kondenzator teče struja koja za četvrtinu titraja prethodi naponu. Tu su prilike točno suprotne onima kod idealne zavojnice. Tamo je struja zaostajala za naponom.



I ovaj primjer struje kroz kondenzator i njezina odnosa prema sinusnom naponu koji je održava, dade se pokazati pomoću osciloskopa s dvjema zrakama. Jedna od njih crta na zastoru zakon napona, a druga zakon struje. Spoj je prikazan na slici. Napon koji tjera struju kroz kondenzator uzimamo iz sekundarne zavojnice razdjelnog transformatora. Time postizemo mogućnost uzemljenja željene točke u spoju. Maleni otpor u seriji s kondenzatorom omogućuje da se prikaže krivulja struje jer je pad napona na otporniku »u fazi« sa strujom. Između struje i napona na otporniku nema faznog pomaka.

U idućem pokusu pozabavit ćemo se strujnom rezonancijom. Naš se uređaj sastoji od zavojnice velikog induktiviteta kojoj se mogu paralelno spajati kondenzatori. Zavojnica i kondenzator priključeni su na izvor izmjeničnog napona, koji u njima podržava struju. Kao indikatori struja što teku, poslužit će nam automobilske žarulje, a izvor je sinusnog napona gradska mreža. Idealni izvor napona podržava među stezaljkama priključena trošila određeni napon bez obzira na jakost struje što je trošilo iz izvora uzima. Tom se uvjetu priključnica gradske mreže uvelike približava. Ako bi trošilu otpor opadao prema nuli, struja iz izvora napona rasla bi preko svih granica (kratki spoj).



Napon što ga daje naš izvor predodčen je sinusnom funkcijom

$$u = U_{\max} \cdot \sin \omega t.$$

Taj napon postoji među stezaljkama priključnice. Ako nećemo da izvor bude opterećen, sklopka kojom se pušta električna struja u priključena trošila mora biti otvorena.

Zavojnica u ovom pokusu ima željeznu jezgru koja se daje više ili manje zatvoriti. Time se zavojnici mijenja induktivitet L . Na početku pokusa jezgra je posve zatvorena, pa induktivitet ima maksimalnu vrijednost.

Kondenzatori su s papirnom izolacijom između obloga i mogu se dodavati jedan drugome u paralelnom spoju. Time se povećava priključeni kapacitet C .

Žarulja 2 indikator je za struju i_L koja teče zavojnicom, a žarulja 3 jest indikator za struju i_C koja teče kroz kondenzatore. Struje i_L , i_C nastale su grananjem struje i . Zato će u svakom času biti

$$i = i_C + i_L.$$

Žarulja 1 indikator je za struju i koju priključeni uređaji uzimaju iz izvora napona.

Najprije isključimo sve kondenzatore. Kako smo spomenuli, jezgra zavojnice je zatvorena i induktivitet L je maksimalan. Zatvorimo sklopku. Iz izvora napona struju uzima samo zavojnica. Ta je struja predodčena funkcijom (približno)

$$i_L = - \frac{U_{\max}}{L \cdot \omega} \cdot \cos \omega t.$$

Upotrijebili smo formulu za idealnu zavojnicu jer je kod naše zavojnice

$$R \ll L \cdot \omega.$$

Ova struja teče kroz žarulje 1 i 2 zbog toga što su kondenzatori isključeni.

Pomičući kotvu na jezgri zavojnice smanjujemo induktivitet L . Zbog toga raste amplituda i_L i žarulje 1 i 2 od slabog žara na početku prelaze na sve veći sjaj. Kotvu jezgre učvrstimo na takvu položaju da obje žarulje svijetle normalnim sjajem.

Počnimo zatim uključivati kondenzatore. Čim uključimo prvi, sjaj žarulje 1 nešto oslabi, a sjaj se žarulje 2 ne mijenja. Žarulja 3 još se ne žari. Dalje uključujući kondenzatore postignemo da se i ta žarulja zažari, a zatim sja. Pri tome se sjaj žarulje 2 ne mijenja, a žarulja 1 se gasi.

Kad smo postigli da žarulja 3 sja jednako kao i žarulja 2, onda se žarulja 1 ugasila.

Taj ćemo pokus protumačiti. Struja kroz kondenzatore prikazana je izrazom

$$i_C = C \cdot \omega \cdot U_{\max} \cdot \cos \omega t.$$

Ta struja u svakom času ima smjer suprotan onome od struje kroz zavojnicu.

Struja i u svakom je času zbroj struja kroz kondenzator i kroz zavojnicu, dakle

$$\begin{aligned} i &= i_C + i_L \\ &= \left(C \cdot \omega - \frac{1}{L \cdot \omega} \right) \cdot U_{\max} \cdot \cos \omega t. \end{aligned}$$

Amplituda združene struje i uvijek je manja od veće amplitude strujâ koje se tu združuju. Ako struja kroz zavojnicu ima veću amplitudu, onda se amplituda od i dobije odbivši amplitudu kondenzatorske struje. Združena struja tad zaostaje u fazi za naponom za četvrtinu titraja. Ako prevladava kondenzatorska struja, amplituda združene struje manja je od amplitude kondenzatorske jer se odbija amplituda struje kroz zavojnicu. Tad struja prethodi naponu za četvrtinu titraja.

Ako su struje i_C , i_L jednakih amplituda, onda je struji i amplituda jednaka nuli. To je postignuto onda kad se žarulja 1 ugasi, a druge dvije jednako svijetle. Ovo bi bilo točno postignuto, kad bi zavojnica i kondenzator bili idealni. Ne bi smjelo biti ni žarulja u krugu jer one imaju omski otpor.

Kad bismo, dakle, postigli idealno, dobili bismo

$$\left(C \cdot \omega - \frac{1}{L \cdot \omega} \right) = 0,$$

što se može pisati i ovako:

$$L \cdot C \cdot \omega^2 = 1.$$

Tad u žicama koje vode do izvora napona ne teče električna struja, pa bi se u idealnim prilikama mogla sklopka otvoriti i spoj s izvorom napona prekinuti. U krugu gdje su paralelno spojeni zavojnica i kondenzator i dalje bi tekla izmjenična struja iste pulzacije ω kakva je i pulzacija mreže koja je tu struju pobudila.

Što se tad zapravo događa? U času kad su kondenzatorski oblozi najjače nabijeni, struja u krugu zavojnice i kondenzatora upravo mijenja smjer i jakost joj je jednaka nuli. U polju kondenzatora električna energija postigla je najveću vrijednost. Struja tad raste od nule do maksimuma, kad se kondenzator isprazni. Međutim, kad je struja kroz zavojnicu najjača, magnetska energija u polju

zavojnice postigne najveću vrijednost. Struja dalje teče i biva slabija, a kondenzator se nabija suprotnim predznakom. Magnetska energija nestaje, a električna nastaje. Magnetska će pasti na nulu kad se kondenzator nabije do maksimuma. Zatim sve ide dalje obrnutim redoslijedom.

Ovdje, dakle, titra elektromagnetska energija poprimajući čas oblik električne, čas magnetske energije, a u međuvremenu dijelom oblik jedne i dijelom druge — u stalnom zbroju. Paralelni spoj zavojnice i kondenzatora električno je titralo, električni titrajni krug.

Pulzacija kojom elektromagnetska energija titra u krugu određena je uvjetom kad je amplituda struje kroz kondenzator jednaka amplitudi struje kroz zavojnicu. Dakle je

$$\omega^2 = \frac{1}{L \cdot C}.$$

Budući da je

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

gdje je T titrajno vrijeme, izlazi

$$T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}.$$

To je Thomsonova formula koja daje titrajno vrijeme električnoga titrajnog kruga.

U krugu priključenome na gradsku mrežu titraji se stalno održavaju jer mreža nadoknađuje gubitke energije u krugu. Kroz žarulju 1 u stvarnom slučaju teče struja, no ona je preslaba da bi je užarila. Struja u krugu mnogo je puta jača od one koja je podržava. To je strujna rezonancija električnoga titrajnog kruga. Ona nastupi kad je titrajno vrijeme kruga jednako titrajnom vremenu mreže.

NAPONSKA REZONANCIJA

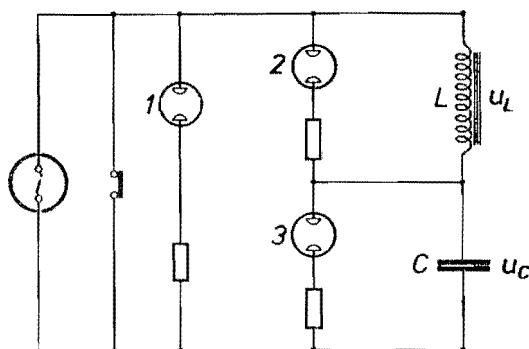
Promatrat ćemo još jedan primjer električnih titraja koji je zanimljiv zato što je na poseban način sličan upravo razmotrenom slučaju strujne rezonancije. Ovo što ćemo obraditi naziva se naponska rezonancija iz razloga koji će se objasniti.

Opišimo najprije uređaj pomoću kojega ćemo eksperimentirati. Opet ćemo se poslužiti zavojnicom, kojoj se daje mijenjati induktivitet L zatvarajući njezinu željeznu jezgru, i kondenzatorima koje možemo međusobno spajati paralelno i tako im mijenjati kapacitet. To je ona ista zavojnica i onaj isti slog kondenzatora što smo ih upotrijebili u prijašnjem pokusu. Ovdje je, međutim, jedna bitna razlika. U prethodnom su pokusu zavojnica i kondenzator bili spojeni paralelno, a ovdje, u pokusu o naponskoj rezonanciji, spojeni su oni u seriju.

Serijski se spoj zavojnice i kondenzatora napaja u ovom pokusu iz izvora struje. Izvor struje je takav uređaj koji u priključenom trošilu održava određenu struju bez obzira na napon potreban za održavanje struje. Ako se otpor trošila postepeno povećava, raste i napon koji je potreban za održanje određene struje.

Ako bi taj otpor rastao preko svih granica, morao bi i napon na stezaljkama izvora struje bezgranično rasti, što bi izazvalo slom izolacije. Zato izvor struje mora biti premošten sklopkom koja je zatvorena kad na izvor struje nije priključeno trošilo. Kad je sklopka zatvorena, izvoru struje nije potreban nikakav napon da se održava propisana struja. U našem primjeru izvor je struje takav da održava izmjeničnu struju sinusna oblika po zakonu

$$i = I_{\max} \cdot \sin \omega t.$$



Kao indikatori napona na trošilima služe tinjalice. Svaka od njih ima zaštitni otpornik. Tinjalica 1 indicira napon na stezaljkama izvora struje, tinjalica 2 napon između krajeva zavojnice, a tinjalica 3 između obloga kondenzatora.

Na početku pokusa sklopka je zatvorena, kotva je s jezgre zavojnice skinuta da bi induktivitet L bio što manji, a svi kondenzatori međusobno su paralelno spojeni kako bi kapacitet C bio što veći.

Tad otvorimo sklopku i time postignemo da struja teče kroz zavojnicu i kondenzator. Budući da su oni spojeni serijski, to u svakom času ista struja teče kroz oba ta elementa. Napon u koji se pojavi na stezaljkama izvora struje svakog je časa zbroj napona u_L na krajevima zavojnice i napona u_C između kondenzatorskih obloga, pa je

$$u = u_L + u_C.$$

Budući da je induktivitet L na početku malen, a kapacitet C velik, svi su ti naponi maleni, i stoga su sve tinjalice tamne.

Ako postepeno zatvaramo jezgru zavojnice, raste njezin induktivitet L , pa zato raste i amplituda napona između njezinih krajeva. Struja kroz zavojnicu i napon pomaknuti su jedno prema drugome za četvrtinu titraja. Dok je napon bio zadan i određen, dobili smo za struju da zaostaje za njim. Ovdje je struja zadana, pa, kako je odnos prema naponu isti, izlazi da napon ide ispred struje za četvrtinu titraja. Vrijedi veza

$$u_L = L \cdot \omega \cdot I_{\max} \cdot \cos \omega t.$$

Kad amplituda napona dovoljno naraste, zasvijetle tinjalice 2 i 1. Induktivitet L povećavamo dotle dok tinjalice ne postignu puni sjaj. Tinjalica 3 je tamna jer je napon na kondenzatorima vrlo malen, zbog toga što su svi uključeni. (Napon na kondenzatorima mogli bismo ukloniti kad bismo ih premostili zatvorenom sklopkom. Uklapanje kondenzatora postiglo bi se otvaranjem sklopke.)

Zatim počnemo isklapati kondenzatore. Budući da izvor struje održava neprestano istu struju kroz uređaj, isklapanje kondenzatora ne utječe na sjaj tinjalice 2, ali opažamo da sjaj tinjalice 1 popušta. Konačno, kad isklapimo dosta kondenzatora, upali se i tinjalica 3, a tinjalica 1 se ugasi. Kad tinjalice 2 i 3 jednako svijetle, onda su amplitude napona na zavojnici i kondenzatoru jednake. Tad smo postigli naponsku rezonanciju. Napon na izvoru struje jednak je nuli i, kad bi sve bilo idealno, taj bi se izvor mogao isključiti tako da se sklopka koja ga premošćuje zatvori.

Napon na kondenzatoru u_C zaostaje za strujom i za četvrtinu titraja, a predočen je izrazom

$$u_C = - \frac{I_{\max}}{C \cdot \omega} \cos \omega t.$$

Prema tome bi napon između stezaljki izvora napona bio

$$u = \left(L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} \right) \cdot I_{\max} \cdot \cos \omega t.$$

Dok je napon na zavojnici veći od napona na kondenzatoru, ukupni napon u u fazi je ispred struje i , a njegova je amplituda manja od amplitude napona u_L . Kad isključimo dovoljno kondenzatora, amplituda napona u_C postane veća od amplitude napona u_L . Napon u tad zaostaje u fazi za strujom i . Njegova je amplituda manja od amplitude napona u_C . Općenito je amplituda napona u uvijek manja od veće amplitude napona u_L , odnosno u_C .

Kad se postigne da je $u = 0$, dakle naponska rezonancija, tad je

$$L \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} = 0,$$

što daje

$$\omega^2 \cdot L \cdot C = 1.$$

To je isti uvjet kao i za strujnu rezonanciju. Budući da uz taj uvjet sklopka na izvoru struje može biti zatvorena, vidimo da opet imamo električne titraje. Električna se energija kondenzatora pretvara u magnetsku zavojnice, a titrajno vrijeme tog njihanja energije izraženo je Thomsonovom formulom

$$T = 2\pi \sqrt{L \cdot C}.$$

VISOKOFREKVENTNI ELEKTRIČNI TITRAJI

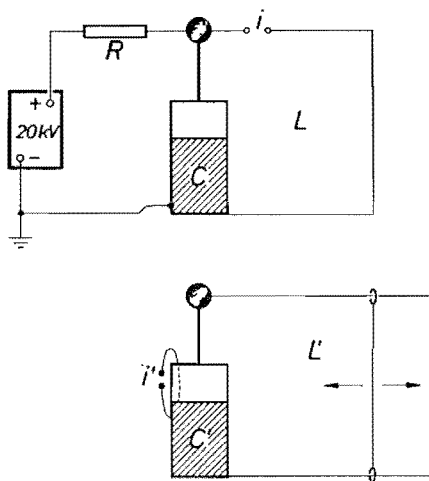
U mnogim smo pokusima zapazili kako se neko nabito tijelo trenutno izbije, kako se brzo pojavljuje i gubi električna sila. Zato titrajno vrijeme od $\frac{1}{50}$ s, kakvo je imao električni titrajni krug pomoću kojega smo prikazali strujnu i naponsku rezonanciju, treba smatrati dugim. Doista, mogu se ostvariti titrajni krugovi i neki

drugi uređaji u kojima električna energija titra milijunskim i bilijunskim frekvencijama. Ovdje ćemo demonstrirati takva dva, koji spadaju u povijest fizike, a kod kojih je titranje s milijunskom frekvencijom. Oba su uređaja iz prošlog stoljeća.

Pokazat ćemo najprije Lodgeov pokus. Leydensku bocu nabijamo bilo iz visokonaponskog ispravljača preko zaštitnog otpornika, bilo pomoću induktora male snage. Kad se boca kapaciteta C nabije na dovoljni napon, u iskrištu se ona izbije kroz okvir od bakrene žice. Taj okvir predodžuje zavojnicu induktiviteta L . Za vrijeme trajanja iskre elektromagnetska energija titra u tome titrajnom krugu s titrajnim vremenom

$$T = 2\pi\sqrt{L \cdot C}.$$

Budući da su tu induktivitet L i kapacitet C stotine tisuća puta manji nego u pokusu o strujnoj i naponskoj rezonanciji, susrećemo se s milijunskim frekvencijama električnih titraja. To su visokofrekventni titraji.



Kakvu ulogu u tom uređaju ima iskrište? Ono djeluje poput sklopke. Kad nema električne iskre, nema spoja između unutrašnjeg i vanjskog obloga Leydenske boce, i ona se zato može nabiti. U njoj se tako skupi električna energija. Kad je napon dovoljno narastao, iskrište probije, i kroz vruće se plinove u iskri uspostavi spoj s okvirom od žice, tj. zavojnicom. Tad je iskrište, poput sklopke, zatvorilo krug. Električna i magnetska energija njišu se u prigušenim titrajima. Kad titraji zamru, iskrište se ugasi i boca je spremna za slijedeće nabijanje jer je sklopka, naime iskrište, otvorena.

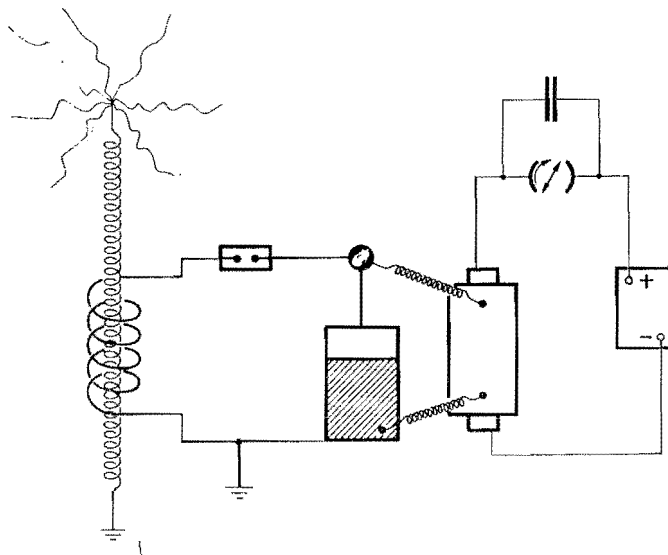
Da je tu doista riječ o električnim titrajima, pokazao je Lodge tako da je u blizinu toga titrajnog kruga postavio drugi, njemu sličan. Međutim, u tom su drugom krugu unutrašnji i vanjski oblog boce kapaciteta C' trajno međusobno spojeni zatvorenim okvirom od bakrene žice. Vertikalna stranica okvira može kliziti po vodoravnim žicama. Tako se daje induktivitet L' tog okvira mijenjati.

Magnetske linije iz prvog okvira dijelom prolaze i kroz drugi okvir. Kad električna energija u prvom krugu titra, zanišu se i naboji na drugom krugu. Ako je napon između unutrašnjeg i vanjskog obloga druge boce dovoljno visok, probije maleno iskrište između kuglica od kojih je jedna spojena s unutrašnjim, a druga s vanjskim oblogom. Žice koje spajaju kuglice s oblozima treba da su što kraće.

Pomoćno iskrište probije kad je pomična žica okvira na zgodnom mjestu. Tad, naime, drugi krug ima jednako titrajno vrijeme kao i prvi, pa rezonira na poticaje iz prvoga titrajnog kruga. Uvjet za rezonanciju jest jednako titrajno vrijeme oba kruga, što daje

$$L \cdot C = L' \cdot C'.$$

Tu su L , C induktivitet i kapacitet za prvi krug, a L' , C' za drugi titrajni krug. U tom se drugom krugu pomičući vertikalnu žicu mijenja induktivitet L' okvira. Iskre u pomoćnom iskrištu nema, bilo da je L' preveliko, bilo da je premaleno.



Opisat ćemo još i demonstrirati Teslin visokofrekventni generator, kakvim je Tesla dobio goleme električne napone. Veliki induktor napajamo iz istosmjernog generatora snage od oko 10 kW. Prekidač je Tesline konstrukcije, motorni, a spoj i prekid postižu se rotirajućim živinim mlazom. Induktor nabija bateriju Leyden-skih boca s debelim staklom. Boce se izbijaju kroz iskrište i zavojnicu od desetak zavoja. U toj zavojnici smještena je druga, visoka i s mnogo zavoja. Donji je kraj te sekundarne zavojnice uzemljen, a gornji svršava nekom elektrodom. Sekundarna zavojnica treba da rezonira na titranje u primarnoj. To je Teslin transformator. Kad uređaj radi, iz gornjeg kraja sekundarne zavojnice izbijaju u zrak električne iskre duge više od pola metra. U blizini Teslina transformatora fluorescentne cijevi svijetle, a da nisu spojene s transformatorom. Električna iskra iz transformatora može zapaliti drvo, no možemo je primiti na kovnu elektrodu koju držimo golom rukom. Ne osjećamo električnog udara.

TESLINE VIŠEFAZNE STRUJE

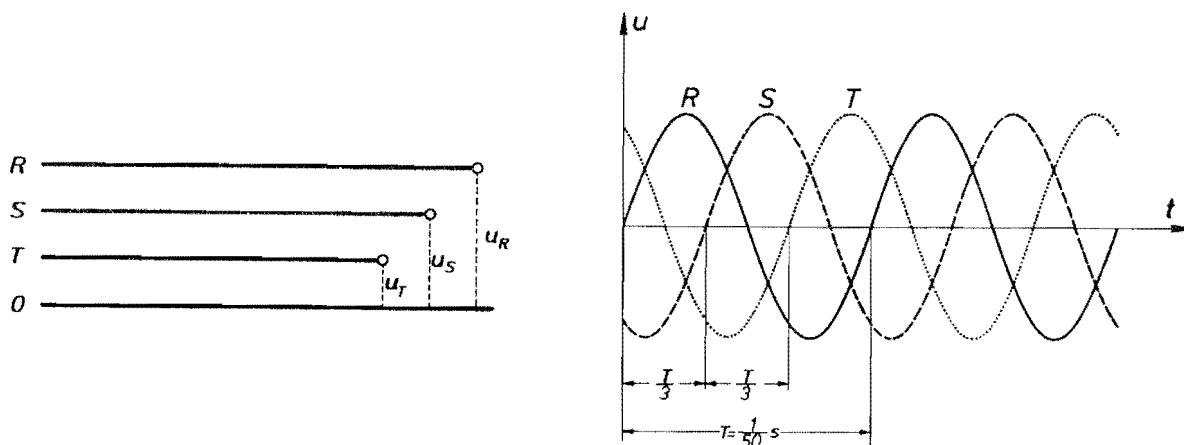
Teslin najvažniji izum jesu višefazne struje, osobito trofazne. Trofazni sustav najobičniji je i najrašireniji način proizvodnje električne energije.

Iz generatora trofaznog napona vode četiri žice. Tri su fazni vodiči — R, S, T, a četvrti je 0 (nula). Naponi između žica (kojima se električna energija dobavlja potrošačima po stanovima, laboratorijima, radionicama), između bilo kojega faz-

nog vodiča i nule, jesu sinusni i imaju efektivnu vrijednost od 220 V. Ti naponi, međutim, ne postizavaju svoju najveću vrijednost u isti čas, nego su valovi napona jedan prema drugome u vremenu pomaknuti za trećinu titraja. Jedan titraj napona gradske mreže traje $\frac{1}{50}$ s. Prema tome je frekvencija gradske mreže 50 Hz.

Ako napon faznog vodiča R prema nuli 0 predočimo sinusnom funkcijom

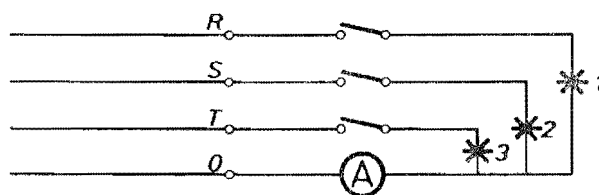
$$U_{RO} = U_{\max} \cdot \sin \omega t,$$



onda napon faze S zaostaje vremenski za ovim trećinu titrajnog vremena, a napon faze T za dvije trećine titraja. Ti su naponi jednake amplitude kao i napon faze R. To su naponi prema nuli 0 i prikazani su izrazima

$$U_{SO} = U_{\max} \cdot \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

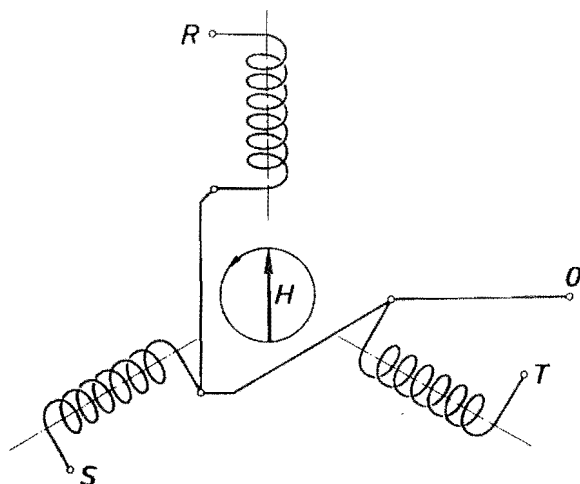
$$U_{TO} = U_{\max} \cdot \sin \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$



Električna žarulja priključuje se između bilo kojega faznog vodiča i nule. U našem pokusu tri žarulje mogu se sklopkama uklopiti posebice između faza R, S, T i 0. U povratnome nul-vođu nalazi se ampermetar koji mjeri efektivnu jakost struje. Kad uklopimo žarulju između R i 0, ona svijetli i ampermetar pokaže jakost struje I_{ef} . Tu žarulju isklopimo, pa uklopimo onu između faze S i nule 0. Opet će ampermetar pokazati jednaku jakost I_{ef} jer su žarulje jednake snage. Isto je tako kad gori samo žarulja spojena između T i 0.

Ako upalimo bilo koje dvije žarulje odjednom, efektivna jakost združene struje u nul-vodu opet je I_{ef} , kao da gori samo jedna žarulja. Upalimo li, konačno, sve tri žarulje odjednom, jakost struje u nul-vodu bit će jednaka nuli. Spoj ampermetra s nul-vodom u priključnici možemo i prekinuti, a da se u sjaju žarulje ništa ne promijeni.

Ako je trofazni sustav simetrično opterećen, onda nul-vodom ne teče nikakva struja.



Pomoću trofaznih struja koje se šalju kroz prostorno zgodno raspoređene zavojnice može se kao rezultirajuće magnetsko polje dobiti takvo u kojemu jakost polja $\vec{H}$, ima uvijek isti iznos, ali mu se smjer u prostoru vrti. Ako su zavojnice raspoređene tako da im osi leže u istoj ravnini i čine kutove po 120° , pa kroz te zavojnice tjeramo izmjenične struje pomoću naponâ redom iz faza R, S, T, onda rezultirajuće polje $\vec{H}$ u sjecištu osi zavojnica ne mijenja jakosti, ali se vrti u smislu slijeda faza kutnom brzinom ω . Kovni vodič na tom mjestu počne pratiti vrtnju polja jer se u njemu induciraju struje na koje magnetsko polje zavojnica djeluje silama. To odgovara pojavi u pokusu što ga je izveo Arago, samo se ovdje vrti polje, a tamo se vrtio vodič.

Rotirajuće magnetsko polje osnova je za rad Teslina asinhronog elektromotora.

BRZINA RASPROSTIRANJA ELEKTROMAGNETSKOG DJELOVANJA

Kad smo promatrali magnetsko polje električnih naboja koji se gibaju, našli smo da je jakost induciranoga magnetskog polja

$$\vec{H}_{ind} = \vec{v}_z \times \vec{D}.$$

U izrazu je $\vec{v}_z$ bila brzina nabite ravne žice koja se giba tom brzinom u svom pravcu, a $\vec{D}$ je električni pomak što ga stvaraju ti naboji u gibanju. Ovdje treba posebno istaknuti da $\vec{D}$ nije ukupni pomak, koji možda na nekom mjestu postoji i mogu ga dijelom izazvati i mirni naboji, nego da pomak $\vec{D}$ predodžuje u nekoj točki polja

onu komponentu električnog pomaka koju stvaraju naboji što se prema mirnom motriocu gibaju brzinom $\vec{v}_z$. Izraz za inducirano magnetsko polje pisat ćemo tako da u indeksu brzine istaknemo kako je to brzina električnih naboj, a električni pomak da je onaj koji s tim nabojima putuje. Prema tome mijenjamo oznaku i pišemo

$$\vec{v}_z = \vec{v}_{e1}$$

$$\vec{D} = \vec{D}_{e1},$$

pa će biti

$$\vec{H}_{ind} = \vec{v}_{e1} \times \vec{D}_{e1}.$$

Još jednom ćemo istaknuti da ovo polje opaža mirujući motrioc, prema kojemu se naboj giba brzinom $\vec{v}_{e1}$.

Slične su prilike ako se mimo promatrača koji miruje giba magnetski pol brzinom $\vec{v}_{mg}$. Označimo li s $\vec{B}_{mg}$ magnetsku indukciju koju stvara taj pol i koja prema tome prati njegovo gibanje, onda promatrač koji miruje opaža inducirano električno polje jakosti

$$\vec{E}_{ind} = - \vec{v}_{mg} \times \vec{B}_{mg}.$$

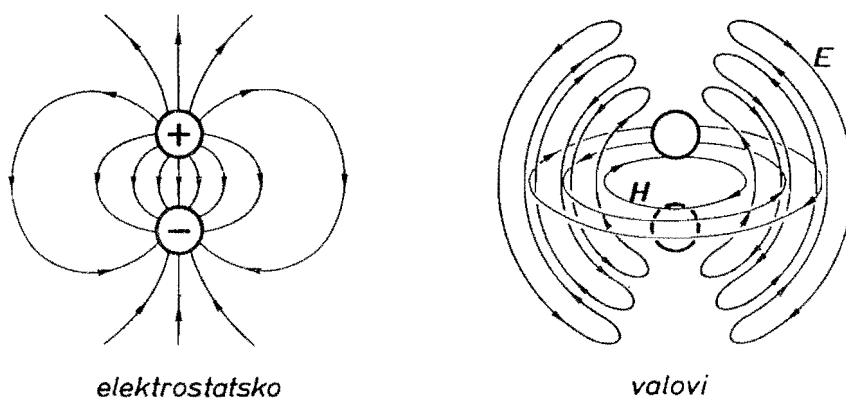
I tu valja istaknuti da indukcija $\vec{B}_{mg}$ nastaje djelovanjem magnetskog pola u gibanju.

U ovim primjerima i vektor pomaka $\vec{D}_{e1}$ i vektor indukcije $\vec{B}_{mg}$ vezani su za tijela u gibanju. Međutim, može li se ostvariti električno i magnetsko polje koje nije vezano za neko tijelo. To se da ostvariti ako je brzina kojom se rasprostire električno i magnetsko djelovanje u polju konačna. Naći ćemo tu brzinu rasprostiranja elektromagnetskog djelovanja kroz homogeni izotropni izolator.

Ako dvije jednake kovne kugle, međusobno približene, nabijamo — jednu pozitivnim, a drugu negativnim nabojem — onda se oko njih stvara elektrostatsko polje. Međutim, kad napon dosegne neku vrijednost, izolacija između kugala probije, one se isprazne i električno polje u njihovu okolišu iščezne. To nestajanje električnog polja zamišljamo da je postepeno. Ono iščezne najprije u neposrednoj blizini kugala i zatim se to širi u prostor. Pri tome električne silnice nisu više krivulje koje počinju na pozitivnoj kugli, a svršavaju na negativnoj, jer na kuglama više nema naboj. U času preskoka električne iskre između kugala, električne su se silnice zatvorile. One su postale zatvorene krivulje. Pri tome je uzduž cijele zatvorene silnice tekla pomaćna struja, koja je uzrokovala nastanak zatvorene magnetske silnice.

Tako je kod preskoka iskre nastao električni vrtlog koji je izazvao magnetski vrtlog. Budući da to polje nestaje, smjerom od kugala na sve strane u prostor, ono putuje i mijenja se i pri tome neprestano električni vrtlozi stvaraju magnetske, a magnetski električne. Oba ta polja, električno i magnetsko, gibaju se od kugala u prostor brzinom koja je jednaka za oba polja. To je brzina kojom ta polja prolaze pokraj mirnog motrioca. Za njega električno polje izaziva inducirano magnetsko, a ono, svojim gibanjem, inducirano električno.

Primijenimo izraze za inducirana polja kakva opaža promatrač koji miruje, na slučaj polja koje se oslobodilo kugala i koje slobodno leti kroz prostor. U tom polju ne može više biti samo električno polje, a ni samo magnetsko polje, nego oba polja lete, obuhvaćajući jedno drugo, zajedničkom brzinom kroz prostor izolatora.



To je elektromagnetsko polje oslobođeno materijalnog tijela, i koje može postojati samo u gibanju.

Budući da je u oslobođenome elektromagnetskom polju brzina gibanja električnog polja ista kao i magnetskoga, to za brzine u izrazima za inducirane jakosti polja valja staviti

$$\vec{v}_{el} = \vec{v}_{mg} = \vec{v}_{elmg}.$$

Kako su te brzine jednake, uvodimo za njih isti simbol. Prema tome će u oslobođenom polju jakosti polja biti

$$\vec{H}_{ind} = \vec{v}_{elmg} \times \vec{D}_{el}$$

$$\vec{E}_{ind} = - \vec{v}_{elmg} \times \vec{B}_{mg}.$$

Budući da ćemo u daljnjem razmatranju uzimati u račun samo vektore slobodnoga elektromagnetskog polja, to ćemo indekse tih vektora izostaviti, pa naše jednadžbe glase

$$\vec{H} = \vec{v}_{elmg} \times \vec{D}$$

$$\vec{E} = - \vec{v}_{elmg} \times \vec{B}.$$

U sredstvu kroz koje se to polje giba neka dielektričnost bude ε , a permeabilnost μ . Tad je

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$$

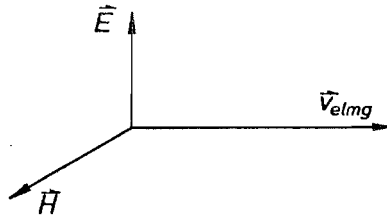
$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}.$$

Ako se te veze između vektorâ električnog i onih magnetskog polja uzmu u obzir, dobiva se

$$\vec{H} = \varepsilon \cdot \vec{v}_{elmg} \times \vec{E}$$

$$\vec{E} = - \mu \cdot \vec{v}_{elmg} \times \vec{H}.$$

Iz tih jednadžbi možemo zaključiti kakav je prostorni raspored vektora $\vec{v}_{\text{elmg}}$, $\vec{E}$, $\vec{H}$ u slobodnome elektromagnetskom polju. Iz prve jednadžbe izlazi da je $\vec{H}$ okomito na $\vec{v}_{\text{elmg}}$ i na $\vec{E}$. Iz druge se jednadžbe dobiva da je $\vec{E}$ okomito na $\vec{v}_{\text{elmg}}$ i na $\vec{H}$. Prema tome u slobodnome elektromagnetskom polju vektori $\vec{E}$ i $\vec{H}$ okomiti su jedan na drugi, a oba su okomita na smjer brzine $\vec{v}_{\text{elmg}}$ kojom polje leti kroz izolator. Prostorni raspored tih vektora prikazan je na crtežu.



Naše formule dopuštaju da iz njih izračunamo brzinu kojom to elektromagnetsko polje putuje kroz sredstvo dielektričnosti ε i permeabilnosti μ . Ako vektor $\vec{H}$ uvrstimo u drugu formulu, onako kako je izražen u prvoj formuli, dobivamo

$$\vec{E} = -\varepsilon \cdot \mu \cdot \vec{v}_{\text{elmg}} \times (\vec{v}_{\text{elmg}} \times \vec{E}).$$

Iz toga izlazi

$$\vec{E} = -\varepsilon \cdot \mu \cdot (\vec{v}_{\text{elmg}} \cdot \vec{E}) \cdot \vec{v}_{\text{elmg}} + \varepsilon \cdot \mu \cdot (\vec{v}_{\text{elmg}} \cdot \vec{v}_{\text{elmg}}) \cdot \vec{E}.$$

Budući da je vektor $\vec{E}$ okomit na $\vec{v}_{\text{elmg}}$, bit će

$$\vec{v}_{\text{elmg}} \cdot \vec{E} = 0,$$

pa izlazi

$$\vec{E} = \varepsilon \cdot \mu \cdot v_{\text{elmg}}^2 \cdot \vec{E},$$

a odatle

$$\varepsilon \cdot \mu \cdot v_{\text{elmg}}^2 = 1.$$

Prema tome je veličina brzine kojom slobodno elektromagnetsko polje leti kroz sredstvo dielektričnosti ε i permeabilnosti μ , dana izrazom

$$v_{\text{elmg}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}.$$

To je glasovita Maxwellova formula za brzinu rasprostiranja elektromagnetskog djelovanja.

Ako je riječ o zrakopraznom prostoru, tad je $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, pa je brzina $v_{\text{elmg}} = c$ ovako izražena:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}.$$

Time je nađena veza između konstanti električnog i magnetskog polja, i brzine kojom se slobodno elektromagnetsko polje giba kroz prostor pokraj promatrača koji miruje. S tim poljem leti kroz prostor i elektromagnetska energija što je polje u sebi nosi. Kako je iskustvo pokazalo, c je najveća brzina kojom se može prenositi energija.

STRUJANJE ENERGIJE U ELEKTROMAGNETSKOM POLJU

Za prostornu gustoću energije u elektromagnetskom polju našli smo izraz

$$w = \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}).$$

Prvi je pribrojnik električna energija, a drugi magnetska.

Primijenimo taj izraz na slobodno elektromagnetsko polje koje se giba brzinom

$$v_{\text{elm}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}.$$

U tom će polju, dalje, biti

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H},$$

pa je gustoća energije

$$w = \frac{1}{2} (\varepsilon \cdot E^2 + \mu \cdot H^2).$$

Iz izraza za inducirano magnetsko polje

$$\vec{H} = \varepsilon \cdot \vec{v}_{\text{elm}} \times \vec{E}$$

dobivamo kvadriranjem

$$H^2 = \varepsilon^2 \cdot v_{\text{elm}}^2 \cdot E^2 - \varepsilon^2 \cdot (\vec{v}_{\text{elm}} \cdot \vec{E})^2.$$

U ovom izrazu posljednji član otpada jer su vektori $\vec{v}_{\text{elm}}$ i $\vec{E}$ međusobno okomiti. Uzmemo li u obzir čemu je jednaka brzina kojom se polje rasprostire, izlazi

$$\mu \cdot H^2 = \varepsilon \cdot E^2.$$

U slobodnome elektromagnetskom polju u svakoj je točki gustoća električne energije jednaka gustoći magnetske energije. Jednaki bismo rezultat dobili da smo pošli od izraza za inducirano električno polje.

U slobodnome elektromagnetskom polju budući da su gustoće obih energija jednake, nastojat ćemo te energije prikazati i jednakim izrazima. Iz jednadžbe kojom se izriče ta jednakost dobiva se

$$\sqrt{\mu} \cdot H = \sqrt{\varepsilon} \cdot E.$$

Prema tome možemo pisati

$$\mu \cdot H^2 = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot E \cdot H = \frac{1}{v_{\text{elmg}}} E \cdot H$$

$$\varepsilon \cdot E^2 = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot E \cdot H = \frac{1}{v_{\text{elmg}}} E \cdot H.$$

Uvrstimo li to u izraz za prostornu gustoću elektromagnetske energije, dobivamo

$$w = \frac{1}{v_{\text{elmg}}} E \cdot H.$$

S elektromagnetskim poljem ta energija struji kroz prostor brzinom $\vec{v}_{\text{elmg}}$. Zato kroz bilo koji plošni element $d\vec{S}$ koji miruje prođe u vremenu dt energija

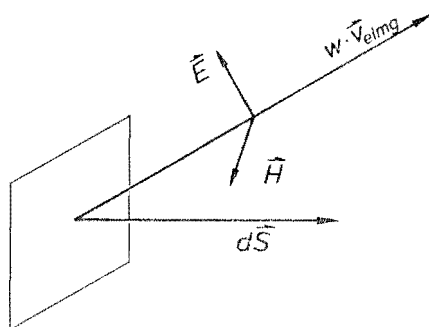
$$d^2W = w \cdot \vec{v}_{\text{elmg}} \cdot d\vec{S} \cdot dt.$$

Budući da su vektori $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{v}_{\text{elmg}}$ međusobno okomiti, to iz njihova međusobnog položaja slijedi

$$w \cdot \vec{v}_{\text{elmg}} = \frac{\vec{v}_{\text{elmg}}}{v_{\text{elmg}}} E \cdot H = \vec{E} \times \vec{H}.$$

Prema tome izraz za energiju možemo pisati

$$d^2W = (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} \cdot dt.$$



Jakost struje energije kroz plohu $d\vec{S}$ iznosi

$$\frac{d^2W}{dt} = (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S}.$$

Jakost struje elektromagnetske energije kroz plošni element $d\vec{S}$ dobit ćemo tako da vektor

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$$

gustoće struje energije skalarno množimo tim plošnim elementom. Vektor $\vec{P}$ naziva se Poyntingov vektor, a određen je jakostima električnog i magnet-skog polja u točki gdje se plošni element $d\vec{S}$ nalazi.

ELEKTROMAGNETSKI VALOVI

Sad ćemo postojanje elektromagnetskih valova izvesti neposredno iz osnovnih jednažbi za elektromagnetsko polje.

Tvrdnja da se elektromagnetsko djelovanje rasprostire konačnom brzinom, te zakoni toga rasprostiranja slijede, nužno i matematički strogo iz Maxwellovih jednažbi. Maxwell je te zaključke izveo već 1862. godine i ujedno pokazao čemu je jednaka brzina rasprostiranja elektromagnetskih valova. Ovdje ćemo izvesti jednažbu za te valove ako se oni rasprostiru kroz savršeni izolator u kojemu nema ni električnih naboja ni električnih struja.

Maxwellove jednažbe u diferencijalnom obliku za promatrača koji miruje glase

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

$$\text{div } \vec{B} = 0.$$

Budući da je sredstvo u kojem promatramo elektromagnetsko polje savršeni izolator u kojemu nema ni električnih naboja ni električnih struja, to onda vrijedi

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$$

$$\rho = 0$$

$$\vec{j} = 0.$$

Za izolator uzimamo da je homogen i izotropan, pa su stoga ϵ , μ skalarne konstante.

Ako ta svojstva sredstva uzmemo u obzir, onda Maxwellove jednadžbe poprime jednostavniji oblik

$$\text{rot } \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{E} = 0$$

$$\text{div } \vec{H} = 0.$$

Iz prve ćemo jednadžbe eliminirati $\vec{E}$, a iz druge $\vec{H}$. Da to učinimo, primijenimo operaciju rot na obje jednadžbe. Tako ćemo, zbog toga što se operacije rot i $\frac{\partial}{\partial t}$ mogu zamijeniti, dobiti

$$\text{rot rot } \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{E}$$

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{H}.$$

Odatle izlazi

$$\text{grad div } \vec{H} - \nabla^2 \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{E}$$

$$\text{grad div } \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{H}.$$

Uzmemo li tu u obzir Maxwellove jednadžbe od kojih smo pošli, to onda dobivamo

$$\nabla^2 \vec{H} = \varepsilon \cdot \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon \cdot \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Objе upravo dobivene jednadžbe jesu jednadžbe neprigušenih valova koji se šire brzinom

$$v_{\text{elmg}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}.$$

Ta je brzina u obje jednadžbe ista. Val električnog polja putuje jednako brzo kao i val magnetskog polja.

Maxwell je mogao iz formule za brzinu elektromagnetskih valova koju je izveo, također i izračunati tu brzinu na osnovi elektromagnetskih mjerenja što su ih obavili nekoliko godina prije Weber i Kohlrausch. Rezultat za brzinu elektromagnetskih valova u uzduhu što ga je Maxwell računom tako dobio vrlo se dobro slagao s brzinom svjetlosti u uzduhu, koju je nekako u isto vrijeme izmjerio Fizeau. Na osnovi toga Maxwell je zaključio da je svjetlost elektromagnetski val. Slayni zaključak!

Brzina elektromagnetskih valova ovdje je izvedena matematičkim zaključivanjem iz osnovnih jednadžbi elektromagnetskog polja, za razliku od izvoda u jednome prethodnom odjeljku, gdje smo se služili fizikalnim slikama o linijama tog polja. Mi ćemo još neke prijašnje rezultate ovdje ponovno izvesti služeći se Maxwellovim jednadžbama.

Pokazat ćemo kako iz Maxwellovih jednadžbi slijede odnosi između vektora $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{v}_{\text{elm}}$ u elektromagnetskom valu koji putuje homogenim, izotropnim i savršenim izolatorom. Pri tome ćemo promatrati ravni val. U takvu valu sve promjenljive veličine imaju u ravnini okomitoj na pravac rasprostiranja vala jednaku vrijednost. Za ovo razmatranje položimo, u prostoru motrioca koji miruje, pravokutni koordinatni sustav tako da val putuje u pravcu x -osi u pozitivnom smjeru.

Napišimo jednadžbu ravnog vala za električni vektor za taj slučaj

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot f\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Funkcija f može se odabrati po volji. Ona samo treba da ima prvu i drugu derivaciju. Ona zavisi samo o koordinati x i o vremenu t , jer po pretpostavci val putuje u pravcu osi x . U argumentu funkcije, τ je vrijeme u kojemu val prevali put λ . Argument je funkcije neimenovan broj, a takva je i funkcija f . Fizikalna svojstva vektora $\vec{E}$ izražena su konstantnim faktorom $\vec{E}_0$.

Tako prikazan vektor $\vec{E}$ zadovoljava valnu jednadžbu koju smo izveli iz Maxwellovih jednadžbi za izolator. To je lako pokazati ako načinimo parcijalne derivacije koje u toj jednadžbi dolaze.

Budući da u promatranome ravnom valu sve veličine zavise samo o prostornoj koordinati x , a nezavisne su o koordinatama y , z , to slijedi

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2}$$

i analogno tome

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2}.$$

Potražimo derivacije za električni vektor uz pretpostavljeni oblik ravnog vala. Dobivamo

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda^2} \vec{E}_0 \cdot f''$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\tau^2} \vec{E}_0 \cdot f''.$$

Ako te izraze uvrstimo u valnu jednadžbu, bit će

$$\frac{1}{\lambda^2} \vec{E}_0 \cdot f'' = \varepsilon \cdot \mu \frac{1}{\tau^2} \vec{E}_0 \cdot f''.$$

Vidimo da je doista valna jednadžba zadovoljena za svaku funkciju f koja zadovoljava prije spomenute uvjete.

Iz posljednje jednadžbe izlazi

$$\frac{\tau^2}{\lambda^2} \varepsilon \cdot \mu = 1.$$

Budući da je λ put što ga prevari val putujući po osi x u vremenu τ , brzina će tog vala biti

$$v_{\text{elmg}} = \frac{\lambda}{\tau}.$$

Dakle je

$$\frac{\lambda}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}.$$

To je veza kojoj moraju parametri u argumentu funkcije f zadovoljavati.

Pogledajmo kakav je odnos između vektora $\vec{E}$, odnosno $\vec{H}$ i vektora brzine vala $\vec{v}_{\text{elmg}}$, koji pada u pravac osi x i ima pozitivan smjer.

Vektor $\vec{E}$ može imati komponente u sve tri osi. Za svaku od tih komponenti napose, vrijede Maxwellove jednadžbe jer su koordinatne osi međusobno okomite. Jednako vrijedi i za vektor magnetskog polja $\vec{H}$. Možemo, dakle, pisati

$$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z)$$

$$\vec{H} = (H_x, H_y, H_z).$$

Budući da u promatranome ravnome valu sve veličine zavise samo o prostornoj koordinati x i vremenu t , to se, kao posljedice toga, Maxwellove jednadžbe znatno pojednostavnjuju jer iščezavaju derivacije po y i po z .

Jednadžba

$$\text{div } \vec{E} = 0$$

u pravokutnim koordinatama općenito glasi

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0.$$

Ovdje se ona reducira na izraz

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0.$$

Na sličan će način biti

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0.$$

Budući da po pretpostavci u promatranome ravnom valu nijedna veličina ne zavisi ni o y ni o z , prema tim jednačbama izlazi da x -komponente vektorâ $\vec{E}$ i $\vec{H}$ ne zavise ni o x .

Pogledajmo zatim kakva je zavisnost komponenata E_x i H_x o vremenu. U tu svrhu napišimo glavne jednačbe u pravokutnim koordinatama uzevši u obzir nezavisnost veličina o koordinatama y, z .

U pravokutnim koordinatama dobiju se komponente rot $\vec{E}$ iz matrice

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}.$$

Tako x -komponentu od rot $\vec{E}$ daje izraz

$$\text{rot}_x E = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}.$$

Prva glavna jednačba napisana u pravokutnim komponentama glasi

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

Jednačbe po komponentama dobivaju se jedna iz druge cikličkom zamjenom koordinata x, y, z .

Napisane jednačbe vrijede općenito za savršeni izolator, u kojemu nema električnih struja. U našem primjeru ravnog vala koji putuje u pozitivnom smjeru osi x vrijedit će

$$0 = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

Slično tome dobivamo iz druge glavne jednadžbe da je

$$0 = \mu \frac{\partial H_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}.$$

Iz ovih jednadžbi slijedi da u promatranom valu komponente E_x , H_x ne zavise ni o vremenu t .

Prije smo našli da te komponente ne zavise o x . Stoga za cijeli prostor i za svaki čas vrijedi da su one stalne:

$$E_x = \text{konst.}$$

$$H_x = \text{konst.}$$

To je homogeno elektrostatsko polje koje se može promatranome ravnom valu superponirati, a da pri tome Maxwellove jednadžbe ostanu zadovoljene. Takvo bi se polje moglo dodati i u smjeru osi y , odnosno osi z . To statičko polje izlazi homogeno jer smo pretpostavili da u izolatoru nema ni električnih naboja ni struja. Nas, međutim, ovdje elektrostatsko polje ne zanima jer želimo promatrati elektromagnetske valove, a to je polje promjenljivo u prostoru i vremenu. Zato stavljamo da elektrostatskog polja nema, a to znači da je

$$E_x = 0.$$

Jednako vrijedi i za magnetsko polje. Ne promatramo homogeno magnetostatsko polje koje se može valu nesmetano superponirati, pa stavljamo

$$H_x = 0.$$

Od Maxwellovih jednadžbi pisanih po komponentama ostaju samo ove:

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}.$$

Budući da u ravnome elektromagnetskom valu koji putuje u pravcu osi x nema x -komponente, to slijedi da je taj val u savršenom izolatoru transverzalan. Titranje električnog vektora i magnetskog vektora zbiva se samo poprijeko na pravac rasprostiranja vala, dakle su vektori $\vec{E}$, $\vec{H}$ okomiti na $\vec{v}_{\text{elmg}}$.

Iz jednadžbi koje smo upravo napisali, i koje u ovom slučaju vrijede, zaključujemo da su međusobno zavisne komponente H_z i E_y , te komponente H_y i E_z . Prema tome se taj sustav od četiri jednadžbe raspada u dva nezavisna sustava, svaki od po dvije jednadžbe. Za komponente H_z i E_y jednadžbe će biti

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t},$$

a za komponente H_y i E_z one će glasiti

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t}.$$

Budući da su ti sustavi jednadžbi međusobno nezavisni, vidimo da ravni elektromagnetski val koji putuje u pravcu osi x , možemo shvatiti kao superpoziciju dvaju međusobno nezavisnih elektromagnetskih valova. Od njih su jednome komponente H_z i E_y , a drugome H_y i E_z .

Da upoznamo odnose između električnog i magnetskog vektora u tim valovima, dovoljno je promatrati jedan od njih. Neka to bude val s vektorima H_z i E_y .

Budući da je rješenje valne jednadžbe u našem primjeru

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot f\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

za y -komponentu električnog vektora vrijedit će

$$E_y = E_{0y} \cdot f\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Ako to rješenje uvrstimo u jednadžbe za komponentu E_y , izlazi

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\varepsilon}{\tau} E_{0y} \cdot f'$$

$$\frac{1}{\lambda} E_{0y} \cdot f' = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t}.$$

Iz ovoga se vidi da su derivacije komponente magnetskog polja H_z predložene derivacijom funkcije f koja prikazuje električni vektor E_y . Prema tome možemo pisati

$$H_z = H_{0z} \cdot f\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

Uvrstimo li taj izraz za H_z u posljednje jednačbe, dobiva se

$$\frac{1}{\lambda} H_{0z} \cdot f' = \frac{\varepsilon}{\tau} E_{0y} \cdot f'$$

$$\frac{1}{\lambda} E_{0y} \cdot f' = \frac{\mu}{\tau} H_{0z} \cdot f'.$$

Ako ove jednačbe kraćenjem pojednostavnimo (vidi se da se funkcija f može odabrati po volji jer se gubi iz ovog razmatranja), konačno izlazi

$$\frac{1}{\lambda} H_{0z} = \frac{\varepsilon}{\tau} E_{0y}$$

$$\frac{1}{\lambda} E_{0y} = \frac{\mu}{\tau} H_{0z}.$$

Na osnovi toga zaključujemo da će uz pozitivno E_{0y} biti i H_{0z} pozitivno. Prema tome su u elektromagnetskom valu smjerovi valnog rasprostiranja, električnog vektora i magnetskog vektora raspoređeni prostorno kao smjerovi x -osi, y -osi i z -osi desnoga pravokutnog koordinatnog sustava. Do tog smo zaključka došli već prije promatrajući izraze za inducirana polja. Ovdje to, međutim, izlazi matematički iz osnovnih jednačbi.

Do jednakoga prostornog rasporeda vodi i promatranje drugog para međusobno zavisnih komponenta E_z , H_y .

Ostaje još da napišemo vezu između veličina komponenta E_{0y} i H_{0z} . Podijelimo posljednje jednačbe jednu drugom, to onda vodi na

$$\frac{H_{0z}}{E_{0y}} = \frac{\varepsilon}{\mu} \frac{E_{0y}}{H_{0z}}.$$

Odatle slijedi

$$\sqrt{\mu} \cdot H_{0z} = \sqrt{\varepsilon} \cdot E_{0y}.$$

Prema tome je određen i odnos između jakosti električnog vektora i njemu pripadnoga magnetskog vektora u elektromagnetskom valu. Tu smo jednačbu također već prije upoznali.

Ovime zaključujemo izvođenje iz Maxwellovih jednačbi. Prikazan je bio samo najjednostavniji primjer ravnoga elektromagnetskog vala da se pokaže kako se te jednačbe mogu primijeniti. Njihova je, međutim, primjena golema jer su one osnovne jednačbe, pa vrijede za svako elektromagnetsko polje. Dakako da matematičke metode koje se u rješavanju ovih polja primjenjuju, postaju sve zamršenije i raznolikije. To, međutim, prelazi opseg ovog izlaganja.

Eksperimentalno otkriće elektromagnetskih valova Maxwell nije doživio. H. Hertz ih je pokazao u svojim pokusima. Valovi kojima je on eksperimentirao danas bi se ubrojili u UKV-područje. Hertz je u svojim pokusima našao kako se može mjeriti valna duljina sinusnih električnih valova na osnovi interferencije. Zatim je pokazao lom i refleksiju tih valova, te, konačno, da su elektromagnetski valovi polarizirani. Odatle izlazi da su oni transversalni jer samo takvi se valovi mogu polarizirati. Time su potvrđena Maxwellova teorijska predviđanja. Ti se rezultati smatraju najvećim trijumfom fizike devetnaestog stoljeća.

USPOREDBA ELEKTROMAGNETSKIH I MEHANIČKIH VALOVA

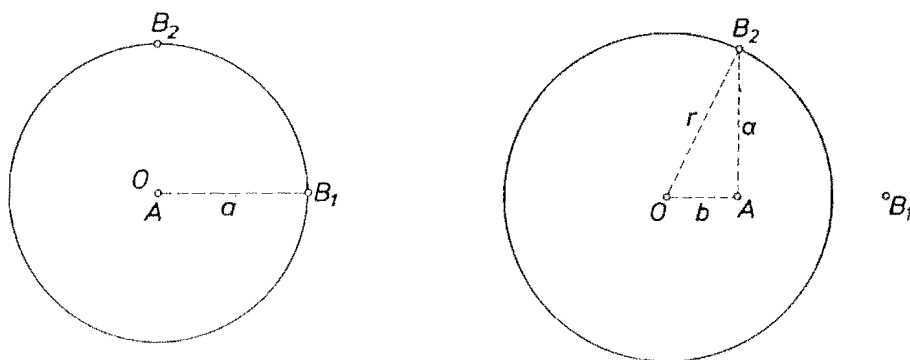
Polazeći od iskustvenih činjenica pokušat ćemo odgovoriti na pitanje može li se prijenos elektromagnetske energije kroz prazni prostor protumačiti predodžbama Newtonove mehanike. To drugim riječima znači da ćemo usporediti elektromagnetske valove s valovima u nekome materijalnom sredstvu i pogledati da li se eksperimentalne činjenice za analogne prilike kod tih valova međusobno slažu ili ne.

Osobitu pažnju obratit ćemo rasprostiranju tih valova i brzini kojom oni prenose energiju. Ta se brzina kod elektromagnetskih valova u vakuumu podudara s brzinom njihova širenja, s tzv. faznom brzinom, za koju vrijedi da je

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}.$$

Tom se brzinom šire u vakuumu svi elektromagnetski valovi, dakle i svi sinusni valovi bez obzira na njihovu valnu duljinu.

Slično je kod valova zvuka u uzduhu. I tu se svi valovi šire jednako brzo, dakle i sinusni, bez obzira na njihovu valnu duljinu. Pri tome se misli na širenje zvuka u jednoliko temperiranom uzduhu. Naime, brzina zvuka u uzduhu zavisi o temperaturi. Zbog te sličnosti s elektromagnetskim valovima u vakuumu, uspoređivat ćemo valove zvuka s njima u njihovim svojstvima.



Promotrimo širenje zvuka najprije u mirnom uzduhu. Opažać A neka proizvede kratkotrajan zvuk, npr. pucanj iz revolvea. Taj se zvuk širi na sve strane i fronta je vala kugla ploha kojoj polumjer raste brzinom c , tj. brzinom zvuka u uzduhu. Budući da uzduh miruje, središte O te kugle podudara se s mjestom na kojem se nalazi opažać A. Ako su $B_1, B_2, \dots$ mjesta na udaljenosti a od opažača A,

onda zvuk do tih mjesta stigne za vrijeme a/c , koje je nezavisno o orijentaciji daljine a . Ako se na mjesta $B_1, B_2, \dots$ stave reflektori koji će vratiti zvuk prema opažaču A, onda će on čuti jeku iz $B_1, B_2, \dots$ nakon vremena $2a/c$, tj. od svih reflektora u isti čas.

Drukčije, međutim, stoji stvar ako puše vjetar. Smjer vjetra neka bude od B_1 prema A, a njegova brzina u . Tad središte valne plohe putuje s vjetrom, dakle brzinom u . Zato se val zvuka približava reflektoru B_1 brzinom $(c - u)$, a pošto se zvuk odbio na reflektoru B_1 , on se vraća prema opažaču u A brzinom $(c + u)$. Na povratku je brzina zvuka povećana za brzinu vjetra, kao što je na odlasku iz A bila za toliko smanjena. Stoga će jeka iz reflektora B_1 stići u A nakon vremena

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{a}{c - u} + \frac{a}{c + u} \\ &= 2 \frac{a}{c} \frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}}. \end{aligned}$$

To je vrijeme dulje od onoga kad uzduh miruje.

Potražimo zatim vrijeme za jeku vraćenu od reflektora B_2 kojemu je udaljenost a okomita na pravac vjetra. Zvuk proizveden u A stigne do B_2 u času kad je središte tog zvuka u točki O, kamo ga je odnio vjetar. Zvuk stigne do B_2 nakon vremena r/c . Očito je da za povratak od B_2 do A treba jednako dugo. Zato jeka od B_2 stigne do A nakon vremena

$$T_2 = 2 \frac{r}{c}.$$

Budući da su putovi r i $b = OA$ prevaljeni u isto vrijeme i stalnom brzinom, to se oni odnose kao i brzine kojima su prevaljeni. Dakle će biti

$$b : r = u : c.$$

Kako je, međutim,

$$r^2 = a^2 + b^2,$$

to izlazi

$$r^2 = a^2 + r^2 \frac{u^2}{c^2}.$$

Odatle dobivamo

$$a = r \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}},$$

pa je

$$T_2 = 2 \frac{a}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

To je vrijeme kraće od T_1 . U ovim je izvodima pretpostavljeno da je brzina vjetra manja od brzine zvuka.

Vidimo rezultat. Ako puše vjetar, onda vrijeme jeke zavisi o orijentaciji razmaka a prema pravcu vjetra.

Promatrajmo elektromagnetske valove. Faraday, a s njime i Maxwell, zamisljao je da postoji neko sredstvo koje je nosilac elektromagnetskih pojava. To sredstvo, smatrali su oni, ispunja i prazni prostor, jer se elektromagnetsko djelovanje širi i kroz vakuum. Upravo to sredstvo treba da ispunja cijeli Svemir. To je sredstvo dobilo i ime »eter«. Kroz eter, dakle, imali bi se širiti elektromagnetski valovi, pa zato i svjetlost. Brzina valova u čistom eteru određena je — kako smo vidjeli — njegovom dielektričnošću ϵ_0 i permeabilnošću μ_0 . Eter očito ne smeta gibanjima nebeskih tjelesa. Ona prolaze kroz njega bez ikakve zapreke, pa tako i naša Zemlja, a s njome i mi, njezini stanovnici. Za nas se eter manifestira samo svojim elektromagnetskim svojstvima.

Zemlja na svojoj stazi oko Sunca postepeno mijenja smjer svog gibanja putujući brzinom $u = 3 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. To je brzina prema prostoru u kojemu Sunce miruje i kojemu koordinatne osi pokazuju uvijek prema istim stajačicama. Budući da se Zemlja tako giba, opravdano je pitanje ne puše li barem na nekim dijelovima njezine staze »eterski vjetar«. Ako puše, pa ako je Zemljina brzina za taj vjetar odlučna, onda brzina tog vjetra barem nekad tijekom godine postiže vrijednost od najmanje $3 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. To je doduše velika brzina, no ona je još uvijek malena prema brzini elektromagnetskih valova u vakuumu (brzina svjetlosti!) $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Ipak, ako puše eterski vjetar, onda bi svjetlost na Zemlji trebala različita vremena da prevali neki put tamo i natrag, zavisno o orijentaciji tog puta prema pravcu eterskog vjetra. Upravo iz takva bi se mjerenja dala odrediti i veličina i pravac eterskog vjetra. Međutim, mjerenje i metoda moraju biti vrlo fini jer je očekivani utjecaj vrlo malen.

Evo razloga zašto valja očekivati sićušne efekte. Ako je razmak a od A do B_1 u pravcu u kojemu puše »eterski vjetar«, onda je svjetlost koja je pošla iz A , odbila se na zrcalu u B_1 i vratila se u A , trebala da bi prevalila taj put tamo i natrag, vrijeme

$$T_1 = 2 \frac{a}{c} \frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Je li, međutim, razmak od A do B_2 okomit na pravac vjetra, tad je svjetlosti za taj razmak (po veličini jednak razmaku od A do B_1) potrebno vrijeme

$$T_2 = 2 \frac{a}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Ako se vremenska razlika između vremena T_2 i T_1 u pokusu dokaže, onda je to potvrda da postoji »eterski vjetar«.

Nađimo razliku između ta dva vremena, T_1 i T_2 . Za vrijednosti $u = 3 \cdot 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ dobiva se kvocijent

$$\frac{u^2}{c^2} = 10^{-8}.$$

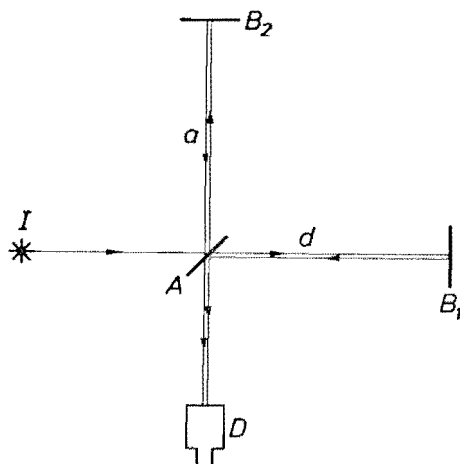
Stoga možemo upotrijebiti približni račun, koji daje

$$T_1 = 2 \frac{a}{c} \left(1 + \frac{u^2}{c^2} \right)$$

$$T_2 = 2 \frac{a}{c} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} \right)$$

$$T_1 - T_2 = \frac{a \cdot u^2}{c^3} = 10^{-8} \frac{a}{c}.$$

Vidimo da je ta vremenska razlika silno kratka. Naime, a/c je vrijeme potrebno svjetlosti da prevali put a . Zbog goleme brzine svjetlosti i za dugačke putove na Zemlji, to je vrijeme vrlo kratko, a od vremena a/c u našem primjeru treba uzeti stomilijunti dio da se dobije vremenska razlika $T_1 - T_2$! Je li moguće tako sitnu razliku u vremenima ustanoviti?



Ta se vremenska razlika, ako je ima, daje eksperimentalno pokazati Michelsonovim interferometrom. Opisat ćemo načelo po kojemu ta sprava radi. Iz izvora svjetlosti I (a to je pukotina kojoj je duljina okomita na ravninu crtnje) pada zraka svjetlosti na poluprozirno ogledalo A, pod kutom od 45° . To zrcalo rascijepi upadnu zraku na dvije. Prva od njih prođe kroz zrcalo A, odbije se na zrcalu B_1 natrag u svoj pravac, pa zatim na A prema dalekozoru D. Druga je zraka ona svjetlost koja se, došavši iz izvora, odbije na A prema zrcalu B_2 . Pošto se i na njemu odbila vraća se po pravcu po kojem je i došla, te prođe kroz A prema dalekozoru D.

U dalekozoru se motri pojava interferencije koja nastaje slaganjem dvaju nizova valova svjetlosti, onoga koji je vratilo zrcalo B_1 i onoga što ga je odbilo zrcalo B_2 . Vide se pruge interferencije. Ako su optički putovi obiju zraka jednaki, sredina pojave je svijetla pruga, a lijevo i desno od nje su tamne pruge, pa svijetle itd. Optički put zrake zavisi o tome koliko valnih duljina svjetlosti dolazi na razmak AB_1 , odnosno na AB_2 .

Pojava interferencionih pruga jednako će izgledati i onda kad se optički putovi razlikuju za cijeli broj valnih duljina. Prema tome, ako se uređaj namjesti tako da je sredina interferencione pojave svijetla, pa se daljina, recimo od A do B_1 , skрати za $\lambda/4$, onda se razlika optičkih putova povećala za $\lambda/2$, pa stoga sredina postane tamna, jer su se pruge interferencije pomaknule za polovinu svojeg razmaka u stranu.

Opravdano je pitati se koliko bi morala zraka svjetlosti vremenski zakasniti da to dade prostorni pomak niza valova za $\lambda/2$. To je zakašnjenje izraženo kvocijentom $\lambda/2c$, gdje je c brzina svjetlosti. Prema tome, ako se u interferencionalnoj pojavi na mjestu svijetle pruge pojavi tamna, potrebno je upravo toliko zakašnjenje, a da opet dođe svijetla, dvostruko, tj. λ/c .

Budući da su valne duljine svjetlosti vrlo sitne, bit će vrijeme λ/c vrlo kratko. Zato se u Michelsonovu interferometru mogu sišućna zakašnjenja jednog vala prema drugome mjeriti. Mi smo našli da je zakašnjenje

$$T_1 - T_2 = 10^{-8} \frac{a}{c}$$

ako je a duljina krakova Michelsonova interferometra, uz pretpostvaku da je $u/c = 10^{-4}$, gdje je u brzina pretpostavljenoga »eterskog vjetra«, a c brzina svjetlosti.

Koliki će pomak pruga interferencije to zakašnjenje dati, zavisi o tome koliki je to mnogokratnik vremena

$$\tau = \frac{\lambda}{c}$$

za upotrijebljenu svjetlost. Sve, dakle, ovisi o kvocijentu

$$\begin{aligned} \frac{T_1 - T_2}{\tau} &= 10^{-8} \frac{a}{c} \frac{c}{\lambda} \\ &= 10^{-8} \frac{a}{\lambda}. \end{aligned}$$

Vidimo, dakle, da će pomak pruga interferencije zbog »eterskog vjetra« biti to veći što su kraci interferometra dulji (što je a veće) i što je valna duljina svjetlosti λ kraća.

Međutim, kako se dade ustanoviti da je pojava interferencije pomaknuta? To se ustanovi tako da se cijeli interferometar zakrene za 90° oko osi okomite na ravninu u kojoj je nacrtan. Tad krakovi zamijene uloge, pa svjetlost na onom kraku gdje je prije zakašnjavala, sada rani za $T_1 - T_2$. Stoga će ukupna razlika između tih dvaju zakašnjenja (drugo je zakašnjenje negativno!) za položaje interferometra iznositi $2(T_1 - T_2)$, a pomak pruga interferencije bit će, mjeren razmakom dviju susjednih pruga,

$$2 \frac{T_1 - T_2}{\tau} = 2 \cdot 10^{-8} \frac{a}{\lambda}.$$

Michelsonovu se interferometru može krak a načiniti toliko dug da na njegovu duljinu dođe od $2 \cdot 10^6$ do $100 \cdot 10^6$ valnih duljina λ svjetlosti, zavisno o interferometru. Prema tome, uz te eksperimentalne uvjete pomak pruga interferencije valja očekivati između granica $4 \cdot 10^{-2}$ i 2 njihova razmaka.

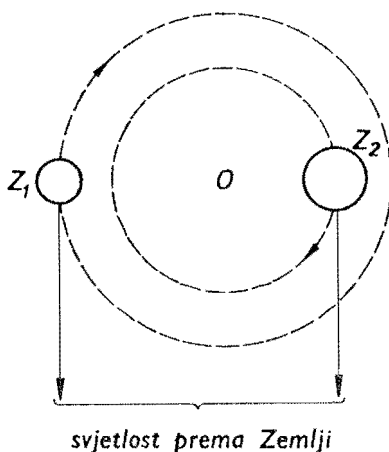
Pokus s Michelsonovim interferometrom, da bi se ustanovio »eterski vjetar«, dao je negativan rezultat. On je ponavljan mnogo puta, na raznim mjestima Zem-

lje, u različito godišnje doba, u razno doba dana, uz raznolike uvjete, i još sa svjetlošću neke zvijezde, i izvodili su ga mnogi istraživači; što je pokus bio precizniji, to su uže bile granice oko vrijednosti »nula« za brzinu eterskog »vjetra«.

Što se može iz toga zaključiti? Izlazi da se prijenos elektromagnetske energije ne može opisivati tako kao da je tu riječ o valovima koji se šire u nekome sveobuhvatnom sredstvu što ispunja cijeli Svemir, u »eteru«. Valovi svjetlosti u svom širenju pokazuju bitnu razliku prema valovima zvuka u uzduhu.

Ako se, dakle, elektromagnetski valovi bitno razlikuju od mehaničkih, ne bi li se, međutim, prijenos električne energije mogao prisličiti prijenosu kinetičke energije pomoću čestica koje se brzo gibaju. Strojica izbacuje metke i svaki od njih nosi izvjesnu kinetičku energiju.

Lako je navesti eksperimentalne činjenice koje pokazuju da ni ta mehanička analogija ne vrijedi za elektromagnetske pojave. Ako strojica miruje, onda je brzina metka jednaka brzini kojom on izlazi iz cijevi. Ako je ona na vozilu koje se kreće, onda se brzini metka dodaje i brzina vozila. Eksperimentalna je, međutim, činjenica da brzina svjetlosti u vakuumu ne zavisi o brzini kojom se giba izvor svjetlosti. Za to su astronomski dokaz dvostruke zvijezde, koje se vide tako da dođadni pravac pada u ravninu u kojoj se kreću. Zvijezde Z_1 i Z_2 obilaze oko zajedničkog težišta O . U nacrtanom položaju Z_1 se udaljuje od opažača na Zemlji, a Z_2 mu se približava. Svjetlost međutim, što je šalje Z_1 putuje kroz Svemir jednako brzo kao i ona koju daje Z_2 . Brzine kojom se gibaju ti izvori svjetlosti ništa ne utječu na brzinu rasprostiranja svjetlosti što je oni odašilju u Svemir.



Na osnovi tog iskustva i pokusa izvedenih u laboratoriju izlazi da se prijenos elektromagnetske energije u slobodnim valovima u vakuumu ne može tumačiti ni predodžbama koje imamo o struji projektila. Ostaje samo jedna eksperimentalna činjenica, a to je da se brzina c kojom se elektromagnetska energija prenosi kroz vakuum dobiva jednako velika u kojem god smjeru prenosi tu energiju kroz prostor, i bez obzira na to kolikom se brzinom giba prema Svemiru prostor tjelesa u kojem se taj prijenos obavlja. Prema tome c jest konstanta jednako velika u svakom prostoru koji se giba prema Svemiru stalnom brzinom. To konkretno, znači da gibanje Zemlje na putu oko Sunca ne utječe na veličinu brzine svjetlosti na Zemlji, tj. na brzinu kojom se svjetlost širi od jednog do drugog mjesta na Zemlji.

NAČELO RELATIVNOSTI

U mehanici smo vidjeli da se pokusi u »mirnom« prostoru x, y, z, t zbivaju upravo onako kao i u prostoru x', y', z', t' koji se giba stalnom brzinom u prema mirnome. To znači da se nikakvim mehaničkim pokusima ne može u pokretnom prostoru ustanoviti ni pravac ni veličina brzine u , kojom se taj prostor giba. To je, uostalom, i naše iskustvo u raznim vozilima. U brodu, na mirnome moru, ništa od gibanja broda ne osjećamo. Sve se u brodskom salonu zbiva onako kao da smo u sali nekog hotela na kopnu. Jednoliko gibanje broda prema mirnome moru ne mijenja mehaničke pojave.

Naše iskustvo daje se i obrazložiti zakonima mehanike i formulama pomoću kojih se prelazi iz mirnog prostora u pokretni, i obrnuto. Te formule, koje smo upoznali u mehanici, uz pretpostavku da se prostor x', y', z', t' giba u pravcu x mirnog prostora brzinom u , ovako glase:

$$\begin{array}{ll} x' = x - ut & x = x' + ut' \\ y' = y & y = y' \\ z' = z & z = z' \\ t' = t & t = t'. \end{array}$$

Tu su x, y, z, t vrijednosti koje za koordinate nekog događaja mjeri promatrač u mirnom prostoru, a x', y', z', t' jesu koordinate toga istog događaja koje mjeri opažatelj u pokretnom prostoru. Napisane transformacione formule za prijelaz iz jednog prostora u drugi nazivaju se Galilejeve transformacije.

Tim smo se transformacijama šutke poslužili pri našem uspoređivanju širenja svjetlosti i širenja mehaničkih valova, odnosno gibanja čestica, i rezultat je bio proturječnost s eksperimentalnim činjenicama. Te su zapravo transformacije onaj zajednički element u obje mehaničke slike koje smo načinili o svjetlosti. Po ovim transformacijama brzina bi svjetlosti trebala da bude različita, zavisno o smjeru u kojem se mjeri, ako se mjerenje obavlja u pokretnom prostoru x', y', z', t' . Iskustvo je, međutim, drukčije. Brzina svjetlosti c u prostoru x', y', z', t' ne zavisi o tome u kojem se smjeru širi, i ima istu vrijednost kao i u mirnom prostoru.

Iz toga zaključujemo da jednako onako kako jednoliko gibanje brzinom u prostora x', y', z', t' prema prostoru x, y, z, t ne utječe na mehaničke pojave, tako to gibanje ne utječe ni na elektromagnetske pojave, od kojih je brzina svjetlosti u vakuumu jedan primjer. Prema tome, načelo relativnosti koje je time izrečeno ima sveopću valjanost.

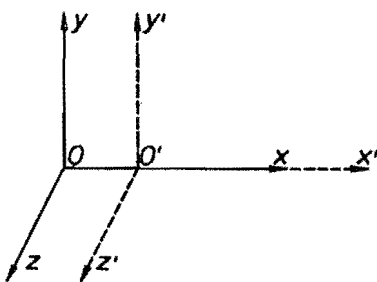
S tim se, međutim, načelom, koje je eksperimentalna činjenica, ne slažu Galilejeve transformacije kad se dođe u područje elektromagnetskih pojava i brzina koje se mogu usporediti s brzinom svjetlosti u vakuumu, kao što je to npr. brzina Zemlje na njezinoj stazi oko Sunca.

Što slijedi iz toga? Očito je da valja naći druge transformacione formule za prijelaz iz jednog prostora u drugi, koje će vrijediti i za velike brzine. Svakako će te formule sadržavati Galilejeve kao granični slučaj.

RELATIVISTIČKE TRANSFORMACIJE

Potražiti ćemo transformacione formule za prijelaz iz jednog prostora u drugi koji se prema tom giba jednoliko, dakle stalnom brzinom u . Za oba prostora, dalje, pretpostavljamo da se ne ubrzavaju prema Svemiru, tj. prema zvijezdama stajalicama.

U pravac brzine u neka padnu u oba prostora pravci osi x , odnosno x' . U času kad se koordinatna ishodišta prekriju, tj. točke O' i O , neka počnu mjeriti vrijeme i opažać u O -prostoru i onaj u O' -prostoru. Tad se i os y' prekrije s osi y , a os z' s osi z . Opažać u O vidi kako se O' giba brzinom u , a onaj u O' vidi kako se O giba brzinom $(-u)$.



Kako možemo izraziti načelo relativnosti u ovom primjeru? Ako opažać u O izvodi mehaničke, elektromagnetske, . . . pokuse, ukratko fizikalne, dolazi do istih rezultata kao i opažać u O' . Oba su prostora posve ravnopravna za fizikalna istraživanja. Nema u Svemiru nekoga povlaštenog prostora među prostorima koji se prema Svemiru jednoliko gibaju. To posebice vrijedi i za pokus u kojem se mjeri brzina svjetlosti.

Zamislamo da opažać u O izmjeri da svjetlost prevali put s u vremenu T . Tad on odatle računa brzinu svjetlosti

$$c = \frac{s}{T}.$$

Jednako tako opažać u O' izmjeri da svjetlost prevali put s' u vremenu T' , te izračuna

$$c' = \frac{s'}{T'}.$$

Iskustvo je pokazalo da je

$$c' = c.$$

To je eksperimentalna činjenica.

Pitanje je sad kako treba da izgledaju transformacije koordinata koje tu eksperimentalnu činjenicu uzimaju u račun. One moraju imati Galilejeve transformacije kao granični slučaj jer se ni te ne protive iskustvu dok je riječ o brzinama malenima prema brzini svjetlosti c .

Postavimo, dakle, kao oblik traženih transformacija za x -koordinatu, odnosno x' -koordinatu izraze

$$x' = \alpha \cdot (x - u \cdot t), \quad x = \alpha \cdot (x' + u \cdot t').$$

Tu je α faktor koji ćemo odrediti na osnovi eksperimentalnih činjenica.

Te jednadžbe za prijelaz iz jednog prostora u drugi moraju vrijediti u svakom slučaju, a prema tome i onda ako je to mjerenje brzine svjetlosti. Neka opažatelj u O pošalje svjetlosni signal u pravcu osi x . Taj signal prevari u vremenu T put s koji iznosi

$$s = c \cdot T,$$

gdje je c brzina svjetlosti.

Jednako mjerenje neka obavi opažatelj u prostoru što se giba brzinom u . On pošalje iz O' svjetlosni signal po pravcu osi x' . Taj signal prevari u vremenu T' put s' koji je dan izrazom

$$s' = c' \cdot T',$$

gdje je c' brzina svjetlosti koju mjeri opažatelj u O' .

Eksperimentalna je činjenica da oba opažatelja dobivaju za brzinu svjetlosti istu vrijednost. Dakle je

$$c' = c.$$

Prema tome u ovom pokusu bit će rezultat

$$\frac{s'}{T'} = c, \quad \frac{s}{T} = c.$$

Primijenimo na dobiveni rezultat pretpostavljene transformacione formule. One moraju biti takve da primjenjene na mjerne podatke jednog opažatelja, daju mjerne podatke drugoga, i obrnuto.

U našem primjeru opažatelj u O mjerio je duljinu puta s i vrijeme T , a opažatelj u O' duljinu puta s' i vrijeme T' . Transformacione formule moraju biti takve, da se iz podataka koje je izmjerio opažatelj u O dade izračunati ono što bi za istu pojavu izmjerio opažatelj u O' , i obrnuto. To znači da u transformacione formule valja uvrstiti vrijednosti

$$x = s, \quad t = T, \quad x' = s', \quad t' = T',$$

za koje vrijedi prema iskustvu

$$\frac{s'}{T'} = c, \quad \frac{s}{T} = c.$$

Time dobivamo sustav jednadžbi koji će nam omogućiti da nađemo faktor α . Imamo, dakle, uz upravo napisane jednadžbe koje izriču iskustvenu činjenicu o nepromjenljivosti brzine svjetlosti, još i ove relacije

$$s' = \alpha \cdot (s - u \cdot T), \quad s = \alpha \cdot (s' + u \cdot T').$$

Pomnožimo te relacije međusobno. Dobiva se

$$s' \cdot s = \alpha^2 \cdot (s - u \cdot T)(s' + u \cdot T').$$

Podijelimo li to sa $s' \cdot s$ i uzmemo li u obzir eksperimentalnu činjenicu da je brzina svjetlosti u oba prostora jednako velika, izlazi

$$1 = \alpha^2 \cdot \left(1 - \frac{u}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{u}{c}\right).$$

To, dalje, daje

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Tako smo na osnovi pokusa našli vrijednost faktora α u transformacionim formulama za koordinate (x, t) u koordinate (x', t') , i obrnuto. U napisanim je formulama x' izraženo *eksplicite* kao funkcija (x, t) . Jednako tako je x *eksplicite* prikazano kao funkcija od (x', t') . Dakle će biti

$$x' = \frac{x - u \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad x = \frac{x' + u \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Iz tih ćemo formula, koje vrijede općenito, izvesti izraze što daju vremena t' i t kao funkcije od (x, t) , odnosno od (x', t') .

Iz lijeve se transformacione formule dobiva

$$x' \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = x - u \cdot t$$

$$u \cdot t = x - x' \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Uvrstimo li tu za x desnu transformacionu formulu, bit će

$$u \cdot t = \frac{x' + u \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - x' \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Sredimo li to, izlazi

$$t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Na jednak se način dobije i transformaciona formula za t' izraženo pomoću (t, x) .

Za koordinate (y, z) i (y', z') naći ćemo, iz zahtjeva da se svjetlost u oba prostora širi brzinom c u svim smjerovima, da ostaju nepromijenjene.

Prema tome je konačni rezultat za transformacione formule koje zadovoljavaju načelo relativnosti, ovaj:

$$x' = \frac{x - u \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad x = \frac{x' + u \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$y = y'$$

$$z' = z$$

$$z = z'$$

$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Te je transformacione formule prvi napisao H. A. Lorentz, a njihovu je sveopću valjanost i izvan područja elektromagnetizma postulirao A. Einstein. Time je on postavio temelj svoje specijalne teorije relativnosti u kojoj je provedena dubokoumna kritika osnova Newtonove mehanike i otvoreni putovi novom shvaćanju vremena i prostora. U toj se teoriji otkriva daljnji pogled u jedinstvo Prirode.

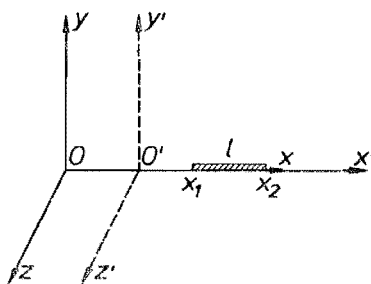
NEKE KONZEKVENCije RELATIVISTIČKIH TRANSFORMACIJA

Relativističke transformacije što smo ih upravo upoznali praktički se ne razlikuju od Galileievih dok je kvocijent u^2/c^2 malen broj u usporedbi s 1. Budući da je brzina svjetlosti u vakuumu golema, taj je uvjet ispunjen kad god se susrećemo s gibanjima velikih tjelesa. Međutim, kad se prave pokusi s česticama koje su dijelovi atoma ili neki ioni, onda se postižu brzine usporedive s brzinom svjetlosti, a često i tolike da su joj gotovo jednake. U takvim slučajevima Galileieve transformacije daju rezultate koji su u neshkladu s iskustvom. Moraju se tad primijeniti relativističke transformacije.

Ovo stanje stvari, međutim, ne bi bilo toliko značajno koliko činjenica da relativističke transformacije potpuno revidiraju ono shvaćanje vremena i prostora koje je u osnovama Newtonove mehanike. Mi ćemo razmotriti nekoliko primjera koji će osvijetliti tu tvrdnju.

Kao prvi primjer promotrimo mjerenje neke dužine iz prostora O u kojem ona miruje, i iz prostora O' koji se prema njemu giba jednoliko. Mjerilo duljine l neka leži u x -osi, tako da mu je početak u točki x_1 , a kraj u točki x_2 . Prema tome je

$$l = x_2 - x_1.$$



Za promatrača u O to je mjerilo na miru i ima duljinu l . Pitamo se sada koliku će duljinu ovog mjerila odrediti promatrač iz O'. Za njega se ono giba brzinom u nalijevo. Zato će on mjerenje obaviti tako da ustanovi s kojim se točkama na x' -osi podudaraju krajevi tog mjerila u isti čas t' . Neka su to točke x'_1 i x'_2 , pa je rezultat njegova mjerenja

$$l' = x'_2 - x'_1.$$

Međutim, transformacione formule nam omogućuju da rezultat što ga je dobio opažatelj u O' usporedimo s rezultatom mjerenja u prostoru O . Iz desnih transformacionih formula dobivamo

$$x_1 = a \cdot (x'_1 + u t')$$

$$x_2 = a \cdot (x'_2 + u t').$$

Odatle, nakon odbijanja, izlazi

$$x_2 - x_1 = a \cdot (x'_2 - x'_1)$$

$$l = a \cdot l'.$$

To je zapanjujući rezultat. Duljina l jest rezultat što ga dobije opažatelj koji prema mjerilu miruje, a duljina l' je onaj što ga za isto mjerilo dobiva opažatelj koji se u pravcu mjerila giba brzinom u . Za tog opažatelja u gibanju mjerilo je kraće!

Vrijedi i ovako. Za opažatelja u O' mjerilo se giba u pravcu svoje duljine. Za njega je ono kraće nego kad miruje.

Kao drugi primjer promatrat ćemo trajanje jednog događaja u prostoru O' . Neka opažatelj na mjestu x' mjeri trajanje nekog događaja i dobije rezultat T' . Recimo da je to trajanje života nekoga radioaktivnog atoma. Što će za isti događaj izmjeriti opažatelj u O , prema kojemu se mjesto gdje se događaj zbiva giba brzinom u . Događaj je započeo u času t'_1 , a završio u t'_2 . Dakle je

$$T' = t'_2 - t'_1.$$

I početak i svršetak događaja zbili su se u O' na istom mjestu x' . Iz desnih transformacionih formula dobiva se

$$t_1 = a \cdot \left(t'_1 + \frac{u}{c^2} x' \right),$$

$$t_2 = a \cdot \left(t'_2 + \frac{u}{c^2} x' \right).$$

Odatle izlazi

$$t_2 - t_1 = a \cdot (t'_2 - t'_1).$$

Opazatelj u O izmjerit će trajanje $T = t_2 - t_1$ za isti događaj za koji opažatelj u O' dobiva trajanje $T' = t'_2 - t'_1$. Između ta dva trajanja postoji veza

$$T = a \cdot T'.$$

Trajanje T dulje je od trajanja T' ! Primjer za to je trajanje T nepostojanih čestica u kozmičkim zrakama. One se nakon svog nastanka gibaju za promatrača na Zemlji brzinama gotovo jednakim brzini svjetlosti. Zato je a velik broj, pa takve čestice za tog opažatelja »žive« mnogo dulje nego kad se u nekome nuklearnom pokusu gibaju manjom brzinom. Ura koja se prema opažatelju giba ide sporije nego kad miruje. To je usporenje nezavisno o smjeru gibanja. Ono zavisi samo o omjeru u^2/c^2 .

Kao treći primjer razmotrit ćemo pitanje istodobnosti. Neka se u prostoru O dogode dva događaja — jedan na mjestu x_1 na osi x , a drugi na mjestu x_2 . Opažatelj u O smatra da su se ti događaji zbili isti čas t . Kakav rezultat nalazi opažatelj u O' ? Primijenimo lijeve transformacione formule. Dobijemo

$$t'_1 = \alpha \cdot \left(t - \frac{u}{c^2} x_1 \right)$$

$$t'_2 = \alpha \cdot \left(t - \frac{u}{c^2} x_2 \right)$$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{\alpha \cdot u}{c^2} (x_1 - x_2).$$

Premda su se događaji zbili u isti čas za opažatelja u O , oni nisu istodobni za opažatelja u O' ako su se u O dogodili na mjestima s raznim x -koordinatama. Taj nam primjer možda najočitije pokazuje povezanost prostora i vremena. Ujedno nam on otkriva da nema nekoga »svemirskog vremena«.

Daljnijim razmatranjem može se zaključiti da unutar ograničenog prostora postoji »prava« prošlost i »prava« budućnost. U takvu prostoru svi će se opažatelji složiti za neka dva događaja da je jedan bio »prije«, a drugi »poslije«, ako i ne budu mjerili jednake vremenske intervale između njih.

Iz relativističkih transformacija slijedi da, uz zahtjev da oba opažatelja mjere sile promjenom veličine gibanja, masa nekog tijela zavisi o tome mjerimo li je kad je na miru ili kad se giba. Ako je m_0 rezultat mjerenja kad ona miruje, onda će za isto tijelo u gibanju brzinom u masa u pravcu te brzine biti

$$m = \alpha \cdot m_0.$$

Taj rezultat za masu tijela, uz osnovni zakon mehanike koji izražava silu kao brzinu kojom se mijenja veličina gibanja

$$F \cdot dt = d(mv),$$

daje glasovitu Einsteinovu formulu koja veže masu tijela m i sadržaj njegove energije

$$W = m \cdot c^2,$$

gdje je c brzina rasprostiranja elektromagnetskog djelovanja (svjetlosti) u vakuumu.

Tako smo vidjeli kako su rezultati pokusa i teorije s područja elektromagnetizma najprije zahvatili u optiku, a zatim, ponajviše na osnovi razmišljanja A. Einsteina, dalje u mehaniku, dajući dublje shvaćanje prostora i vremena. Specijalna teorija relativnosti otkriva povezanost prostora i vremena i iz te povezanosti izvodi dalekosežne zaključke goleme praktičke važnosti, kao što je npr. navedena veza između mase tijela i njegove energije.

Newton je na početku svojih *Principia* izložio svoje nazore o prostoru i vremenu. On je držao da postoji »apsolutni« prostor, u sebi nepomičan i nezavisan od bilo čega izvan sebe. Isto tako je zamišljao da postoji »apsolutno« vrijeme koje teče jednoliko i nezavisno od bilo čega. Eksperimentalne činjenice, međutim, vode do načela relativnosti, a transformacione formule koje iz toga slijede pokazuju da svaki inercijalni prostor ima svoje vrijeme i svoje prostorne odnose, te da između vremena

i prostornih koordinata postoji veza, tako da nema zasebnog prostora i zasebnog vremena. Svaki inercijalni sustav ima svoj vremenoprostor u kojem se zbivaju fizikalne pojave. Taj je vremenoprostor oblikovan tijelima cijelog Svemira. Tako se Svemir manifestira kao jedinstvo vremena, prostora i tjelesa.

Isijavanje elektromagnetske energije iz atoma vodi do zaključka da je ta energija zrnate strukture, a to zahtijeva daljnju reviziju osnova Newtonove mehanike. Ta se pitanja, međutim, rješavaju u kvantnoj mehanici.

BOŠKOVIĆEV POKUS

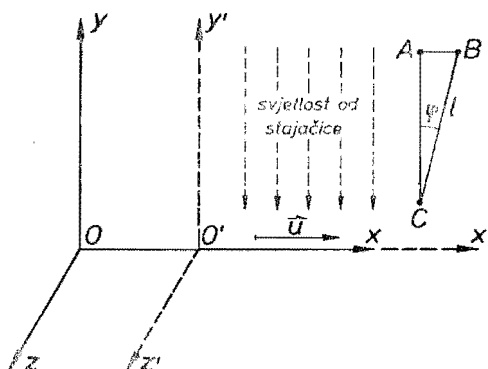
Osnovni naum Boškovićeve pokusa s astronomskim dalekozorom napunjenim vodom bio je da se odluči između valne (undulatorne) i čestične (korpuskularne) teorije svjetlosti.

Valna teorija promatrala je svjetlost kao valove u nekome vrlo finom sredstvu što ispunjava cijeli prostor, pa i prazninu između svemirskih tijela. Čestična je teorija, naprotiv, učila da je svjetlost struja sitnih čestica koje golemom brzinom lete kroz prazninu i prozirne predmete. Obje su teorije jednako dobro tumačile dotad poznate optičke pojave; stoga se nije mogla dati prednost ni jednoj od njih. Takve su bile prilike u fizici 18. stoljeća, kada je Bošković zamislio pokus čiji bi ishod ovisio o tome, vrijedi li jedna ili druga teorija svjetlosti. Da bismo, međutim, razumjeli Boškovićevu zamisao, valja najprije opisati astronomsku pojavu nazvanu aberacija zvijezda stajačica, na kojoj se njegov pokus osniva.

Ako promatramo gibanje Zemlje iz prostora u kojemu miruje Sunce i zvijezde stajačice, tad je brzina tog gibanja

$$u = 29,8 \frac{\text{km}}{\text{s}}.$$

Ta brzina, međutim, polagano mijenja svoj smjer jer je Zemljina staza elipsa, malo različita od kružnice. Astronomska se opažanja obavljaju sa Zemlje, dakle iz prostora koji se giba brzinom u prema Sunčevu prostoru. Astronom J. Bradley opazio je 1724. godine da se položaj zvijezde stajačice vidi na nebeskom svodu nešto pomaknut u smjeru Zemljina gibanja ako svjetlost od zvijezde dolazi na Zemlju pod nekim kutom na smjer tog gibanja. To je aberacija zvijezde stajačice, i ona postiže najveću vrijednost kad je kut između dolazeće svjetlosti i Zemljine staze pravi. Protumačiti ćemo aberaciju služeći se najprije predodžbama klasične mehanike.



Sunčev prostor neka ima koordinatne osi x, y, z , a neka su Zemljinom, iz kojeg motrimo zvijezdu dalekozorom, osi x', y', z' . U promatrani čas neka smjer brzine u Zemljina gibanja pada u pozitivan smjer osi x , a svjetlost od zvijezde neka dolazi pravcem y . U Zemljinu prostoru pravac x' neka se podudara s x , a y' neka je usporedno s y i jednako usmjereno. Proizlazi da je z' paralelno sa z .

Dalekozor kojim motrimo zvijezdu putuje brzinom u zajedno sa Zemljom u pozitivnom smjeru osi x . Promatrajmo zraku svjetlosti koja pogodi sredinu objektiv dalekozora. To se dogodi u točki A Sunčeva prostora. Ako želimo vidjeti zvijezdu u središtu vidnog polja okulara, onda ista zraka mora pogoditi to središte. Međutim, svjetlost treba vremena da prođe duljinom l dalekozora. Neka to bude vrijeme t . No za to se vrijeme dalekozor pomaknuo za

$$\overline{AB} = u \cdot t$$

zbog gibanja Zemlje. Da bi, dakle, promatrana zraka svjetlosti prošla sredinom okulara, dalekozor mora biti malo nagnut udesno tako da se okular nađe u točki C kad svjetlost tamo stigne. Vidimo da optička os dalekozora, koja se podudara s dužinom l (razmak između objektiv i okulara dalekozora), zatvara s pravcem zrake svjetlosti kut φ , i to je kut aberacije zvijezde. Gledano sa Zemlje, zvijezda se ne vidi u pravcu $\overline{AC}$, po kojemu od nje dolazi svjetlost, nego u pravcu $\overline{BC}$, u koji je valjalo usmjeriti dalekozor.

Kut φ možemo izračunati. Iz slike zaključujemo da je

$$\operatorname{tg} \varphi = \overline{AB} : \overline{AC}.$$

Putovi $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$ prevaljeni su u isto vrijeme t : prvi brzinom u kojom se giba Zemlja oko Sunca, a drugi brzinom svjetlosti c . Dakle, bit će

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{u}{c}.$$

Budući da je $c = 3,00 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, to dobivamo za kut aberacije

$$\begin{aligned} \varphi &= 9,93 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \\ &= 20,5''. \end{aligned}$$

Kako se, međutim, može taj sitni kut izmjeriti kad ne znamo smjera u kojem se zvijezda vidi iz prostora gdje Sunce miruje? Tu dolazi u pomoć činjenica da je Zemljina staza (približno) kružna, pa se za pola godine smjer brzine u promijeni u suprotni, a time i kut aberacije. Položaj iste zvijezde otklonjen je tada na suprotnu stranu. Prema tome, zbog gibanja Zemlje oko Sunca položaji zvijezda stajačica, gledani sa Zemlje, opišu u jednoj godini male elipse kojima se velika os vidi pod kutom aberacije φ . Ta je os paralelna s ravninom ekliptike.

U čemu je, konačno, zamisao Boškovičeva pokusa? U dosadanjem smo razmatranju šutke pretpostavljali da je u cijevi dalekozora uzduh, pa zrake svjetlosti putuju kroz njega brzinom koja se praktički ne razlikuje od brzine c svjetlosti u praznom prostoru. Napunimo li, međutim, cijev dalekozora vodom, tako je zaključivao Bošković, svjetlost će putovati kroz dalekozor brzinom v različitom od c , pa će stoga mjerenje aberacije dati drugu vrijednost. Po valnoj se teoriji svjetlost

u vodi širi sporije nego u praznini, a po čestičnoj brže. Ako, dakle, vrijedi valna teorija, tako se dalje zaključivalo, svjetlost od neke zvijezde trebat će u dalekozoru punom vode više vremena da stigne od objektiva do okulara nego u praznom. Vrijedi li, naprotiv, čestična teorija, svjetlost proleti kroz dalekozor pun vode u vremenu kraćem nego kad je on prazan. Po tom umovanju dalekozor s vodom dao bi po valnoj teoriji veću aberaciju zvijezda, a po čestičnoj manju od one što je mjerimo praznim dalekozorom. To bi, dakle, bio pokus koji bi svojim ishodom odlučio između tih dviju teorija.

Bošković nije mogao izvesti svoj pokus jer mu nisu bili odobreni potrebni novci. Načinio ga je G. B. Airy 1871. godine, dakle gotovo jedno stoljeće nakon Boškovićeve smrti. Rezultat je pokusa bio da se dobila jednako velika aberacija zvijezda, mjerena dalekozorom napunjenim vodom, kao kod praznog dalekozora!

Što se može zaključiti iz negativnog ishoda Boškovićeve pokusa? Očito je da on nije odlučio između valne i čestične teorije svjetlosti. To smo mogli i očekivati, jer su danas poznati i drugi neuspjesi da se rasprostiranje svjetlosti shvati bilo poput širenja zvuka u zraku, bilo kao struju čestica što leti kroz prazninu; drugačije su bile prilike u Boškovićovo vrijeme, pa i prije sto godina kad je Airy izveo Boškovićev pokus.

U razmatranju koje je prethodilo opisu Boškovićeve pokusa poslužili smo se predodžbama klasične mehanike za prijelaz iz Sunčeva prostora x, y, z u prostor x', y', z' vezan za Zemlju. Drugim riječima, šutke smo upotrijebili Galilejeve transformacije, a te — za pojave gdje dolaze brzine usporedive s brzinom svjetlosti — vode do zaključaka koji se ne slažu s iskustvom. Za tumačenje Boškovićeve pokusa valja upotrijebiti relativističke transformacije i pomoću njih najprije obraditi pojavu aberacije.

Kad smo izvodili izraz za kut aberacije φ , pretpostavili smo da za pomišljenog motrioca u Sunčevu prostoru svjetlost prevali put $\overline{AC}$ u vremenu t koje bi za motrioca na Zemlji bilo jednako vremenu potrebnom da svjetlost prođe duljinom dalekozora l . Budući da je

$$l = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2} > \overline{AC},$$

to bi odatle izlazilo da bi motrilac na Zemlji mjerio za svjetlost koja putuje praznim dalekozorom brzinu veću od c , jer je po pretpostavci

$$c = \overline{AC} : t.$$

Taj se zaključak, međutim, protivi iskustvu, pa prema tome valja preispitati polazne pretpostavke i odbaciti neodržive. U ovom primjeru vidimo kako načinjene pretpostavke daju, doduše, za veličinu aberacije zvijezda rezultat koji se slaže s iskustvom, ali te iste pretpostavke omogućuju i zaključke koji su u suprotnosti s iskustvom, a to je i predviđanje ishoda Boškovićeve pokusa.

Po principu relativnosti svjetlost se širi po istim zakonima u Sunčevu prostoru kao i u Zemljinom. Na polaganu promjenu smjera zemaljskog gibanja ovdje se ne treba obazirati. Budući da se prema tome svjetlost na Zemlji širi u vakuumu u svim smjerovima jednako brzo, to nema razloga da bi određivanje smjera kojim zrake svjetlosti putuju, ovisilo o tome idu li one kroz sredstvo u cijevi dalekozora brže ili sporije. Stoga po principu relativnosti valja očekivati negativan ishod Boškovićeve pokusa.

Što, međutim, daju relativističke transformacije za aberaciju zvijezda? Uz raspored koordinatnih osi kao i prije, svjetlost od zvijezde neka u Sunčevu prostoru x, y, z, t dolazi smjerom negativne osi y . Stoga brzina te svjetlosti ima ovdje komponente:

$$\frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{dy}{dt} = -c, \quad \frac{dz}{dt} = 0.$$

Da nađemo kolikom će se brzinom i kojim smjerom ta svjetlost širiti u prostoru Zemlje x', y', z', t' , valja upotrijebiti relativističke transformacije koje glase ovako:

$$x = a(x' + u \cdot t')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = a\left(t' + \frac{u}{c^2} x'\right),$$

gdje je

$$a = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Tu je u brzina kojom se Zemlja giba u Sunčevu prostoru. Iz tih formula dobivamo diferenciranjem:

$$dx = a(dx' + u \cdot dt')$$

$$dy = dy'$$

$$dz = dz'$$

$$dt = a\left(dt' + \frac{u}{c^2} dx'\right).$$

Uvrstimo li te diferencijale u izraze za komponente brzine svjetlosti u Sunčevu prostoru, dobit ćemo redom:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx' + u \cdot dt'}{dt' + \frac{u}{c^2} dx'} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + u}{1 + \frac{u}{c^2} \frac{dx'}{dt'}} = 0,$$

što daje

$$\frac{dx'}{dt'} = -u.$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{a\left(dt' + \frac{u}{c^2} dx'\right)} = \frac{\frac{dy'}{dt'}}{a\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} = a \frac{dy'}{dt'} = -c,$$

a iz tog izlazi

$$\frac{dy'}{dt'} = -\frac{c}{a}.$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{a\left(dt' + \frac{u}{c^2}dx'\right)} = \frac{\frac{dz'}{dt'}}{a\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} = 0,$$

iz čega izlazi neposredno

$$\frac{dz'}{dt'} = 0.$$

Prema tome, svjetlost koja putuje kroz vakuum od neke stajačice u Sunčevu prostoru pravcem okomitim na brzinu u kojom se giba Zemlja u taj čas ima za motrioca na Zemlji ove komponente brzine:

$$\frac{dx'}{dt'} = -u,$$

$$\frac{dy'}{dt'} = -\frac{c}{a} = -c\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}},$$

$$\frac{dz'}{dt'} = 0.$$

Izračunajmo sad kut što ga te zrake svjetlosti zatvaraju sa smjerom koordinatne osi y' . To je kut aberacije. Određen je izrazom

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \varphi' &= \frac{dx'}{dy'} \\ &= a \frac{u}{c}.\end{aligned}$$

Budući da je brzina u malena prema brzini svjetlosti c , to onda možemo pisati približnost

$$\varphi' = a \frac{u}{c}.$$

Vidimo da relativističke transformacije daju vrijednost kuta aberacije koja se praktički ne razlikuje od one izvedene na osnovi Galileievih transformacija. Naime, u ovom se primjeru faktor a vrlo malo razlikuje od jedan.

Koliku, međutim, brzinu mjeri motrilac na Zemlji za svjetlost što dolazi od neke stajačice? Neka to bude brzina v' . Ona u Zemljinu prostoru ima pravokutne komponente kako smo ih upravo našli. Budući da je

$$v'^2 = \left(\frac{dx'}{dt'}\right)^2 + \left(\frac{dy'}{dt'}\right)^2 + \left(\frac{dz'}{dt'}\right)^2,$$

to uvrštavanjem vrijednosti dobivamo

$$\begin{aligned} v'^2 &= u^2 + c^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) \\ &= c^2, \end{aligned}$$

Motrilac na Zemlji dobiva za brzinu svjetlosti koja je došla od neke zvijezde, dakle izvanzemaljskog izvora, jednaku vrijednost kakvu bi dobio i opažatelj u prostoru u kojem Sunce miruje. To je, uostalom, iskustvena činjenica koja je poslužila kao polazište pri pronalaženju relativističkih transformacija. Da smo dobili neki drugi rezultat, zaključili bi da smo pogriješili u računu.

DOPPLEROVA POJAVA

Kad nam se izvor tona približava, tada čujemo taj ton povišen. Obrnuto je ako se izvor udaljuje. Slično vrijedi i za valove svjetlosti. Ako se neka zvijezda giba prema nama, spektralne su linije svjetlosti koja od nje dolazi, pomaknute prema ljubičastom kraju spektra, ali ako se odmiče od nas, onda prema crvenome. Ta promjena duljine valova, odnosno frekvencije, nastaje zbog relativnoga gibanja izvora valova prema opažatelju. Naziva se po njezinu otkrivaču Dopplerova pojava.

Za tumačenje te pojave u akustici, dakle kad se radi o valovima zvuka, dobro nam služe Galilejeve transformacije. Međutim, za valove svjetlosti i velike relativne brzine valja upotrijebiti Lorentzove relativističke. U slijedećem izlaganju bit će prikazan jedan način kako se to može načiniti.

Promatrajmo ravne sinusne valove svjetlosti. U vremenoprostoru s ishodištem u 0 i s koordinatnim osima x, y, z, t neka se oni šire u pravcu što leži u ravnini x, y i koji s osi x zatvara kut ψ . Ti su valovi predloženi izrazom

$$a = A \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x \cdot \cos \psi + y \cdot \sin \psi}{c} \right),$$

gdje je A amplituda, $\omega = 2\pi \cdot \nu$ pulzacija (ν je frekvencija), a c brzina svjetlosti u vakuumu. Pretpostavljamo, naime, da promatramo širenje svjetlosti u praznom prostoru. Izraz

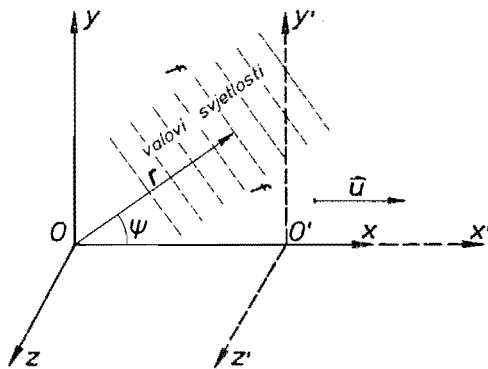
$$r = x \cdot \cos \psi + y \cdot \sin \psi$$

pokazuje za koliko se je u vremenu t fronta vala ff udaljila od koordinatnog ishodišta 0 ako je ona u čas $t = 0$ njime prošla.

Prema tom vremenoprostoru giba se drugi s ishodištem $0'$ i koordinatnim osima x', y', z', t' . U tom drugom prostoru predloženi su ti isti valovi svjetlosti ovako:

$$a' = A' \cdot \sin \omega' \left(t' - \frac{x' \cos \psi' + y' \sin \psi'}{c} \right).$$

Tu su crticom označene vrijednosti kakve bi mjerio opažatelj u prostoru s koordinatnim ishodištem $0'$, ili, ukratko, u prostoru $0'$. I ovdje, dakako, brzina svjetlosti ima istu vrijednost kao i u prostoru 0.



Veza između promatranih prostora izražena je relativističkim transformacijama. To znači, među ostalim, da se uvrštavanjem vrijednosti za x' , y' , t' kako ih te prikazuju, u argument sinusa što predodređuje val svjetlosti u prostoru O' , dobiva argument sinusa koji predodređuje taj isti val u prostoru O . Provedemo li taj postupak, dobit ćemo

$$\begin{aligned} \omega' \left[a \left(t - \frac{u}{c^2} x \right) - \frac{a}{c} (x - u \cdot t) \cos \psi' - \frac{y}{c} \sin \psi' \right] = \\ = \omega \left(t - \frac{x \cdot \cos \psi + y \cdot \sin \psi}{c} \right). \end{aligned}$$

Budući da ta jednadžba vrijedi za sve vrijednosti varijabli x , y , t , to slijedi da koeficijenti pojedinih promjenljivica s jedne i druge strane jednadžbe moraju biti jednaki. Taj uvjet daje ove relacije:

$$\begin{aligned} \omega' \cdot a \left(1 + \frac{u}{c} \cos \psi' \right) &= \omega \\ \omega' \cdot a \left(\frac{u}{c} + \cos \psi' \right) &= \omega \cdot \cos \psi \\ \omega' \cdot \sin \psi' &= \omega \cdot \sin \psi. \end{aligned}$$

Ako uvrstimo za faktor a izraz što ga on zastupa, dobit ćemo redom:

$$\begin{aligned} \omega &= \omega' \frac{1 + \frac{u}{c} \cos \psi'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\ \cos \psi &= \frac{\cos \psi' + \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c} \cos \psi'} \\ \sin \psi &= \frac{\sin \psi'}{1 + \frac{u}{c} \cos \psi'} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}. \end{aligned}$$

U posljednje dvije relacije nadomješteno je ω vrijednošću iz prve. Od izraza koje smo upravo izveli najvažniji je prvi. On veže pulzaciju ω' valova svjetlosti u prostoru $0'$ s pulzacijom ω u prostoru 0 . Taj ćemo izraz pobliže promotriti.

Zamislimo da se opažač koji istražuje valove svjetlosti nalazi u prostoru 0 . To neka bude prostor Zemlje. Svjetlost, međutim, dolazi od neke zvijezde. Ona je vrlo daleko, pa su valovi te svjetlosti ravni. Možemo, dakle, primijeniti naše formule. Ako se zvijezda giba prema Zemlji brzinom u , neka se tako giba i prostor $0'$. Stoga bi pomišljeni motrilac u prostoru $0'$ vidio u svojem spektrometru položaje linija svjetlosti zvijezde što potječu od pojedinih elemenata upravo onako kako ih vidi i opažač na Zemlji kad mu svjetlost dolazi iz izvora na njegovu stolu. Nazovimo to normalnim položajem spektralnih linija. Kad, međutim, opažač na Zemlji spektrometrom analizira svjetlost zvijezde koja se prema njemu giba, onda on nalazi spektralne linije pomaknute u odnosu prema normalnom položaju, jer promatrana svjetlost dolazi s promijenjenom pulzacijom ω , kako to daje maločas izvedena formula.

Kako smo pretpostavili, spektralna bi linija pulzacije ω' bila na svojem normalnom položaju u spektrometru, kad bi se motrila u prostoru $0'$. Kamo je, međutim, pomaknuta kad se ona opaža u prostoru 0 ? Ako je

$$\omega > \omega',$$

pomaknuta je prema ljubičastom kraju spektra, a ako je

$$\omega < \omega',$$

pomaknuta je prema crvenome. Veličina pomaka ovisi o brzini u kojom se zvijezda giba prema Zemlji, te o kutu ψ' što ga smjer rasprostiranja valova u prostoru $0'$ zatvara sa smjerom brzine u . To se vidi iz formule koja veže te dvije pulzacije. Uz neku brzinu u najveći se pomak dobije ako se pravac rasprostiranja poklapa s osi x u kojoj leži smjer brzine u .

Zamislimo da se opažač sa Zemlje nalazi u koordinatnom ishodištu 0 i da motri u pozitivnom smjeru osi x . Zvijezda se nalazi na pozitivnom dijelu te osi, i ona se ili od njega udaljuje, ili mu se približava gibajući se brzinom u . Ako je brzina $u > 0$, zvijezda se udaljuje od motrioca, a ako je $u < 0$, ona mu se približava. I u prvom i u drugom slučaju svjetlost se na putu od zvijezde do motrioca širi u smjeru od pozitivne prema negativnoj strani osi x , a to znači da je u oba slučaja

$$\psi' = \pi,$$

pa je stoga

$$\cos \psi' = -1.$$

Približava li se zvijezda opažaču na Zemlji po pravcu motrenja brzinom u , tada on namjesto pulzacije ω' neke spektralne linije u svjetlosti zvijezde mjeri povišenu pulzaciju ω_+ koja se izračuna iz formule

$$\begin{aligned}\omega_+ &= \frac{1 + \left(-\frac{u}{c}\right)(-1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \omega' \\ &= \sqrt{\frac{c+u}{c-u}} \omega' .\end{aligned}$$

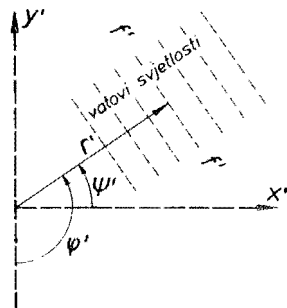
Linija je pomaknuta prema ljubičastom kraju spektra. Ako se, međutim, zvijezda udaljuje od motrioca na Zemlji, tada je brzina u pozitivna, pa ćemo dobiti sniženu vrijednost pulzacije iz izraza

$$\begin{aligned}\omega_- &= \frac{1 + \frac{u}{c}(-1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \omega' \\ &= \sqrt{\frac{c-u}{c+u}} \omega'\end{aligned}$$

Ta formula daje tzv. pomak prema crvenome u spektru zvijezde koja se od nas odmiče. Ona je osnova za tvrdnju da se svemirske maglice međusobno razilaze, da se Svemir rasteže. Astronomska su, naime, opažanja pokazala da je pomak prema crvenome to veći što je neka maglica koju promatramo, u većoj daljini od nas. Odatle bi slijedilo da se one odmiču to brže od nas što su dalje. Dakle, razilaze se na sve strane. Može li se, međutim, to zaključivanje primijeniti na svjetlost koja je Svemirom putovala milijune, ili, možda koju milijardu godina? Smanjenje pulzacije fotona razmjerno je smanjenju njegove energije. Da li taj gubitak energije dolazi samo od međusobnog razmicanja maglica?

Iz izrazâ što smo ih našli za vezu među kutovima ψ i ψ' izvest ćemo formulu koja daje kut aberacije zvijezda. Imajući to na umu, uvedimo u prostoru O' kut φ' što ga zatvara negativni smjer osi y' sa smjerom kojim se šire valovi svjetlosti u tom prostoru, tj. s radijus-vektorom r' . Među kutovima ψ' i φ' prema tome postoji ova veza:

$$\varphi' = \psi' + \frac{\pi}{2}.$$



Slično ćemo postupiti i u prostoru O uvodeći kut φ za koji vrijedi relacija

$$\varphi = \psi + \frac{\pi}{2}.$$

Ako provedemo te supstitucije, dobivamo izraze koji vežu kutove φ i φ' . Oni glase:

$$\begin{aligned}\sin \varphi &= \frac{\sin \varphi' + \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c} \sin \varphi'} \\ \cos \varphi &= \frac{\cos \varphi'}{\alpha \left(1 + \frac{u}{c} \sin \varphi' \right)}\end{aligned}$$

Te dvije formule daju dijeljenjem

$$\operatorname{tg} \varphi = \alpha \frac{\sin \varphi' + \frac{u}{c}}{\cos \varphi'}.$$

Odredimo sada prostore u kojima se svjetlost širi. Prostor $0'$ neka bude onaj u kojemu Sunce miruje. U tom prostoru sve zvijezde stajačice imaju tijekom godine iste položaje. Za prostor 0 pretpostavimo da u njemu miruje Zemlja. Budući da se ona giba prema Suncu brzinom v , vrijedi ovo:

$$u = -v,$$

jer smo s u označili brzinu kojom $0'$, u nas Sunce, putuje prema 0 , tj. prema Zemlji. Uzmemo li to u račun, dobit ćemo konačno

$$\operatorname{tg} \varphi = \alpha \frac{\sin \varphi' - \frac{v}{c}}{\cos \varphi'}.$$

Odatle je opći izraz za aberaciju zvijezda

$$\Phi = \varphi' - \varphi$$

uzrokovanu godišnjim gibanjem Zemlje. Pri tome se pretpostavlja da brzina v Zemljina gibanja pada u pravac osi x , odnosno x' , a valovi svjetlosti da dolaze pravcem što leži u ravnini x, y i koji zatvara s negativnim smjerom osi y kut φ . Ta se ista svjetlost širi u prostoru $0'$ pravcem što pada u ravninu x', y' i koji čini s negativnim smjerom osi y' kut φ' . Prema tome kut aberacije Φ daje promjenu smjera rasprostiranja svjetlosti pri prijelazu iz Sunčeva prostora u Zemljin.

Kutovi φ i φ' mijenjaju se u toku godine, jer se mijenja smjer brzine v Zemljina gibanja. Naime, u smjer te brzine orijentiraju se koordinatne osi x i x' , stoga se mijenja i njihov smjer, pa prema tome i onaj od y i y' .

Kako se može iz dobivenih formula zaključiti, kut aberacije postići će najveću vrijednost kad bude

$$\varphi' = 0.$$

U tom slučaju posljednja formula daje

$$\operatorname{tg} \Phi_{\max} = \alpha \frac{v}{c}.$$

Budući da je brzina v malena u omjeru prema brzini svjetlosti c , to se može pisati ova približnost za maksimalnu aberaciju:

$$\Phi_{\max} = \alpha \frac{v}{c}.$$

Taj smo izraz već izveli u prikazu Boškovićeve pokusa (uz nešto drukčiju oznaku). Valja, međutim, upozoriti na jednu razliku u načinu kojim smo do njega došli. Tu smo pramatali ravne valove svjetlosti, pa φ predodžuje kut što ga normala na frontu valova čini s negativnim smjerom osi y ; tamo smo, međutim, promatrali zrake svjetlosti, a φ je bio kut što su ga one zatvarale s negativnom osi y . Nadalje, opći izraz za aberaciju, izveden pomoću valova, daje kut Φ za svaku vrijednost od φ , tj. bez obzira na to kolik je taj kut što ga pravac rasprostiranja svjetlosti zatvara sa smjerom brzine v Zemljina gibanja u prostoru Sunca.

RELATIVISTIČKO SASTAVLJANJE BRZINA

Dok su brzine kojima se tijela gibaju malene u omjeru prema brzini svjetlosti, dotle se mogu pri sastavljanju brzina primijeniti Galileieve transformacije. Rezultat je poznat. Ako se brzini $\vec{v}'$ nekog tijela ima dodati brzina $\vec{u}$, onda se zbrajanje brzina zbiva po zakonu paralelograma. To pišemo simbolički ovako:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{u}.$$

Za takvo je zbrajanje primjer kad se gibanje tvarne točke (sitnog tijela) motri iz dva prostora koji se kreću jedan prema drugome. Prostor 0 neka ima koordinatne osi x, y, z, t . Prema tom prostoru giba se brzinom u prostor $0'$ s osima x', y', z', t' . Kao i dosada, pretpostavit ćemo da se os x podudara s osi x' , os y da je paralelna s y' , a z s osi z' .

Brzina $\vec{v}'$ tijela M ima komponente v'_x, v'_y, v'_z . Isto tijelo, gledano iz prostora 0, giba se brzinom $\vec{v}$ kojoj su komponente v_x, v_y, v_z .

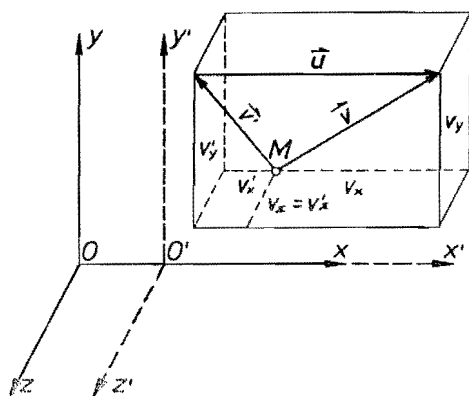
Galileieve transformacije za prijelaz iz jednog prostora u drugi glase ovako:

$$x' = x - u \cdot t$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t.$$



Budući da su komponente brzine prikazane derivacijama koordinata po vremenu, to dobivamo

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - u \cdot dt}{dt'}.$$

Kako je u Galileijevim transformacijama

$$t' = t,$$

to je

$$dt' = dt,$$

pa izlazi

$$v'_x = \frac{dx}{dt} - u$$

$$= v_x - u.$$

Vidi se da za preostale komponente vrijedi:

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z.$$

Ti izrazi pokazuju da se brzina $\vec{u}$ dodaje brzini $\vec{v}'$ po zakonu paralelograma da bi se dobila rezultirajuća brzina $\vec{v}$.

Kako se, međutim, sastavljaju brzine uz primjenu relativističkih transformacija? Uz isti raspored koordinatnih osi i brzina kao u maločas razmotrenom primjeru, upotrijebimo te transformacije. One glase za prijelaz iz prostora 0 u prostor 0' ovako:

$$x' = a(x - u \cdot t)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = a\left(t - \frac{u \cdot x}{c^2}\right).$$

Diferencirajmo te izraze. Tako ćemo dobiti

$$dx' = a(dx - u \cdot dt)$$

$$dy' = dy$$

$$dz' = dz$$

$$dt' = a\left(dt - \frac{u}{c^2} dx\right).$$

Zato će biti

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - u \cdot dt}{dt - \frac{u}{c^2} dx}$$

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u \cdot v_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\alpha \left(dt - \frac{u}{c^2} dx \right)}$$

$$= \frac{v_y}{\alpha \left(1 - \frac{u \cdot v_x}{c^2} \right)}$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{\alpha \left(dt - \frac{u}{c^2} dx \right)}$$

$$= \frac{v_z}{\alpha \left(1 - \frac{u \cdot v_x}{c^2} \right)}$$

U tim je izrazima stavljeno $\frac{dx}{dt} = v_x$, $\frac{dy}{dt} = v_y$ itd. To je slaganje brzine $\vec{v}'$ s brzinom $\vec{u}$ zamršenije nego ono osnovano na Galileievim transformacijama. Međutim, ako su brzine $\vec{v}'$ i $\vec{u}$ po iznosu malene u omjeru prema c , tada se relativističko sastavljanje brzina, kako se neposredno vidi, svodi na zakon paralelograma. Kad ne bi bilo tako, morali bismo zabaciti relativističke transformacije kao nevaljale.

Služeci se dobivenim formulama, prikazat ćemo rasprostiranje svjetlosti u prostorima koji se jedan prema drugome kreću. Pretpostavimo da motrilac u prostoru $0'$ dobiva za brzinu svjetlosti u svakom smjeru vrijednost c . Koliku brzinu rasprostiranja za istu svjetlost mjeri opažač iz prostora 0 ? U tom slučaju odgovor znamo unaprijed. I on će dobiti vrijednost c u svakom smjeru svojega prostora 0 , jer je to iskustvena činjenica potvrđena brojnim pokusima i uzeta kao osnova za izvod relativističkih transformacija. Međutim, da li to daju i upravo izvedene formule za slaganje brzina?

Rasprostire li se svjetlost u prostoru $0'$ nekim smjerom, onda njezina brzina c ima komponente v'_x , v'_y , v'_z , pa stoga vrijedi ovo:

$$c^2 = v'^2_x + v'^2_y + v'^2_z.$$

Tu ćemo formulu transformirati uvrštavajući izraze za pojedine komponente brzine. Taj će postupak dati

$$c^2 = \left(\frac{v_x - u}{1 - \frac{u \cdot v_x}{c^2}} \right)^2 + \frac{v_y^2 + v_z^2}{\alpha^2 \left(1 - \frac{u \cdot v_x}{c^2} \right)^2}.$$

Uzmemo li u račun vrijednost koeficijenta α , iz upravo napisanog izraza izlazi:

$$c^2 \left(1 - \frac{u \cdot v_x}{c^2}\right)^2 = (v_x - u)^2 + \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)(v_y^2 + v_z^2).$$

Provedemo li kvadriranje, dobit ćemo

$$c^2 - 2u \cdot v_x + \frac{u^2 \cdot v_x^2}{c^2} = v_x^2 - 2u \cdot v_x + u^2 + \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)(v_y^2 + v_z^2).$$

Taj se izraz, međutim, može prikazati ovako:

$$c^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) = v_x^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) + \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)(v_y^2 + v_z^2).$$

Skratimo li zagradom, zajedničkom svima pribrojnicima, izlazi konačno

$$\begin{aligned} c^2 &= v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \\ &= v^2. \end{aligned}$$

Na desnoj strani stoji zbroj kvadrata komponenata brzine $\vec{v}$ što je mjeri motrilac u prostoru 0. Vidimo da je ta brzina v jednaka brzini svjetlosti c . Time su relativističke formule za transformaciju komponenata brzina provjerene; one, naime, daju ono što smo kao valjano i očekivali.

Iz promatranog primjera zaključujemo: Dodavanje bilo kolike brzine u (bilo kojeg smjera) brzini svjetlosti c daje kao rezultat opet brzinu c . Ta se brzina dodavanjem brzine u ne može niti povećati niti umanjiti. Može joj se samo promijeniti smjer.

RELATIVISTIČKA MASA I ENERGIJA

U osnovnom zakonu mehanike izjednačen je impuls sile koja na tijelo djeluje s promjenom veličine gibanja. Dakle, ovako:

$$\vec{F} \cdot dt = d(m \cdot \vec{v}).$$

Tu je $\vec{F}$ sila, dt vrijeme u kojem je djelovala, dok umnožak $m \cdot \vec{v}$ predodređuje veličinu gibanja. To je vektor istog smjera kao i brzina $\vec{v}$.

U Newtonovoj se mehanici masa tijela uzima konstantnom. Ona je, dakle, skalarni faktor kojim treba množiti brzinu tijela da bi se dobila njegova veličina gibanja. Međutim, Newtonova mehanika daje rezultate u skladu s iskustvom dok se promatraju tijela koja se gibaju brzinama malenim u omjeru prema brzini svjetlosti c . Stoga je bilo opravdano postaviti pitanje ostaje li masa tijela konstantna i za velike brzine gibanja. Već početkom ovog stoljeća u pokusima s vrlo brzim elektronima ustanovljeno je da im je masa veća od one u sporih elektrona. Moglo se zaključiti da im masa zavisi o iznosu brzine kojom se oni gibaju. Pri tome se opet uzima da je masa skalarni faktor m kojim se množi brzina $\vec{v}$, da bi se dobila veličina

gibanja $m \cdot \vec{v}$. Što se, međutim, može zaključiti iz relativističkih transformacija o vezi između mase i brzine tijela i kako ta veza glasi?

Da nađemo zavisnost mase tijela o brzini njegova gibanja, promatrat ćemo zamišljeni pokus R. Tolmana. Takav se pokus ne može ostvariti jer su pretpostavljeni uvjeti toliko idealizirani da ih ne možemo ispuniti. Unatoč tome, zaključivanja koja su načinjena na osnovi njegova ishoda imaju logičnu vrijednost, jer je on granica kojoj se realni pokus može više ili manje približiti.

U Tolmanovu se pokusu promatra sraz dviju kugala. Pri tome se pretpostavlja da vrijedi zakon održanja veličine gibanja i onda kada se primijene relativističke transformacije za izračunavanje brzina kugala što u srazu sudjeluju. Prikažimo taj sraz.

Dvije kugle neka su posve jednake. Njihova se jednakost ustanovi tako da se one usporede u istom prostoru uz jednake uvjete. Prva kugla — obilježimo nju i sve ono što je s njom u vezi slovom »a« — giba se u prostoru 0 brzinom $\vec{v}_a$ u smjeru pozitivne osi y . Tu je $\vec{v}_a$ brzina što je mjeri opažatelj u tom prostoru. Druga kugla, označimo je slovom »b«, giba se u prostoru 0' brzinom $\vec{v}_b$ u smjeru negativne osi y' . Pri tome je $\vec{v}_b$ brzina koju mjeri motrilac u prostoru 0'. Pretpostavimo da su brzine kugala tolike da oba opažatelja dobiju jednak rezultat za iznose tih brzina, dakle da vrijedi

$$|\vec{v}_a| = |\vec{v}_b| = v.$$

Za brzinu $\vec{u}$ kojom se giba prostor 0' prema prostoru 0 pretpostavljamo, kao i dosada, da ima smjer pozitivne osi x , odnosno x' .

Prikažimo brzine kugala po komponentama u jednom i u drugom prostoru služeći se relativističkim transformacijama. Pri tome je v_{ax} x -komponenta brzine prve kugle u prostoru 0, v_{ay} njezina y -komponenta, v_{bx} predodređuje x -komponentu brzine druge kugle mjerenu iz prostora 0, itd. Dobit ćemo, uzevši u račun uvjete promatranog pokusa, ovaj prikaz:

Prostor 0	Prostor 0'
$v_{ax} = 0$	$v'_{ax} = -\frac{v_{ax} - u}{1 - \frac{u \cdot v_{ax}}{c^2}}$
$v_{ay} = v$	$v'_{ay} = \frac{v_{ay} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u \cdot v_{ax}}{c^2}}$
$v_{bx} = \frac{v'_{bx} + u}{1 + \frac{u \cdot v'_{bx}}{c^2}}$	$v'_{bx} = 0$
$v_{by} = \frac{v'_{by} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{u \cdot v'_{bx}}{c^2}}$	$v'_{by} = -v.$

Uvrstimo li vrijednosti za v_{ax} , v_{ay} , v'_{bx} , v'_{by} u jednadžbe u kojima one dolaze, dobit ćemo konačno

$$v_{ax} = 0$$

$$v'_{ax} = -u$$

$$v_{ay} = v$$

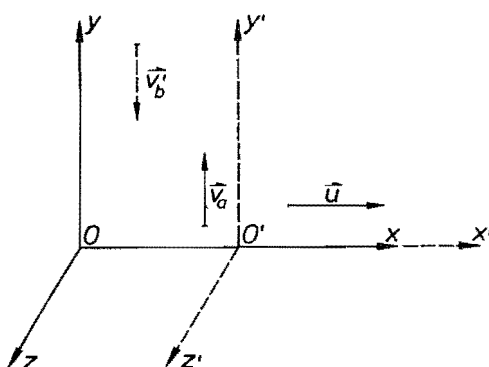
$$v'_{ay} = v \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v_{bx} = u$$

$$v'_{bx} = 0$$

$$v_{by} = -v \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$v'_{by} = -v.$$



Položaji pravaca gibanja kugala neka su takvi da se one sraze. Za taj sraz pretpostavljamo da je u času međusobnog dodira kugala spojnica njihovih središta usporedna s osi y , a za kugle da su savršeno glatke, pa prema tome sile kojima se kugle za vrijeme sraza pritiskuju mogu imati samo normalne komponente. To znači da se u tom srazu mijenjaju samo y -komponente brzina kugala.

Označimo li s w bilo koju vrijednost iznosa brzine koju neka kugla ima, možemo očekivati da će masa kugle biti funkcija od w . Dakle ovako:

$$m = m(w).$$

Komponente brzina kugala prije sraza već smo napisali. Služeći se tim izrazima, prikazat ćemo iznose brzina kugala kako ih mjeri opažatelj iz prostora O . Za njega se kugla s oznakom »a« prije sraza giba brzinom

$$w_a = v,$$

dok kugla s oznakom »b« ima brzinu

$$w_b = \sqrt{u^2 + v^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}.$$

Budući da su kugle po pretpostavci savršeno glatke, a spojnica je njihovih središta u času sraza usporedna s osi y , to se srazom promijene samo y -komponente brzina. Te komponente nakon sraza pisat ćemo velikim slovima. Neka to budu

V_{ay} , odnosno V_{by} . Te komponente mjeri motrilac u prostoru 0. Vrijednosti što ih dobiva opažač u prostoru 0' obilježavamo crticom.

Zbog simetrije pokusa možemo zaključiti da vrijedi

$$V_{ay} = -V'_{by} = V.$$

Stoga nakon sraza za opažača u prostoru 0 kugle imaju ove komponente brzina:

$$V_{ax} = 0$$

$$V_{ay} = V$$

$$V_{bx} = u$$

$$V_{by} = -V \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Prema tome je apsolutna veličina brzine prve kugle nakon sraza

$$W_a = V,$$

a za drugu kuglu dobivamo

$$W_b = \sqrt{u^2 + V^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}.$$

Nakon te pripreve primijenimo zakon održanja veličine gibanja, i to najprije na x-komponente, a zatim na y-komponente u prostoru 0. Taj zakon za pravac x glasi: zbroj veličina gibanja prije sraza jednak je onome nakon sraza. Imamo, dakle, ovako:

$$\begin{aligned} m_a(v) \cdot 0 + m_b \left(\sqrt{u^2 + v^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} \right) \cdot u = \\ = m_a(V) \cdot 0 + m_b \left(\sqrt{u^2 + V^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} \right) \cdot u. \end{aligned}$$

Uzeli smo u obzir promjenljivost mase kugala u zavisnosti o brzini. Ta jednadžba daje kao rješenje

$$V^2 = v^2,$$

iz čega izlazi

$$V = \pm v.$$

Budući da za malene brzine vrijedi predznak minus (tada si kugle međusobno zamijene brzine), to onda mora i općenito vrijediti

$$V = -v.$$

Napišimo sad zakon održanja veličine gibanja za komponente u pravcu y . Na lijevoj je strani jednadžbe zbroj tih veličina prije sraza, a na desnoj onih nakon sraza. Tako ćemo dobiti ovu relaciju:

$$\begin{aligned} m_a(v) \cdot v - m_b \left(\sqrt{u^2 + v^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)} \right) \cdot v \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \\ = m_a(V) \cdot V - m_b \left(\sqrt{u^2 + V^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)} \right) \cdot V \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}. \end{aligned}$$

Uvrstimo li vrijednost što smo je dobili za brzinu V , i pošto jednadžbu sredimo, izlazi

$$m_b \left(\sqrt{u^2 + v^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)} \right) = \frac{m_a(v)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Na lijevoj strani argument funkcije $m(w)$ predoduje iznos brzine kojom se giba kugla »b« za motrioca u prostoru 0, dok je na desnoj strani taj argument jednak brzini kugle »a« kako je mjeri taj motrilac. Ta relacija pretpostavlja, kako smo već prije istaknuli, da su mase kugala jednake kad se mjere u istom prostoru i uz jednake uvjete.

Posljednja jednadžba vrijedi općenito, dakle, za razne vrijednosti brzine v kugala prije sraza. Pustimo li da ta brzina postaje sve manja i manja, kao graničnu vrijednost za $v = 0$ dobit ćemo

$$m_b(u) = \frac{m_a(0)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Taj rezultat možemo ovako iskazati riječima: Ako nekom tijelu pri malim brzinama mjerimo masu $m_a(0) = m_0$, onda drugo tijelo jednako prvom, kad se giba brzinom u , ima masu $m_b(u) = m$. Budući da su promatrane kugle u svemu jednake uz jednake uvjete uspoređivanja, to možemo poći i korak dalje u našem umovanju, pa zaključiti ovako: Ako tijelo ima masu m_0 pri malim brzinama, onda ono, gibajući se brzinom u , ima masu m koja je dana izrazom

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

To je poznata relativistička formula za ovisnost mase tijela o njegovoj brzini. Ona je izvedena primjenom osnovnog zakona mehanike u kojem je impuls sile izjednačen promjeni veličine gibanja. Stoga se masa m naziva i impulsna masa.

Služeći se dobivenim izrazom za masu tijela, razmotrit ćemo kako se može prikazati rad što ga sila $\vec{F}$ obavi na putu $d\vec{s}$. Za taj je rad odlučna samo ona komponenta

puta koja pada u smjer sile. Stoga ćemo pretpostaviti da su sila $\vec{F}$ i put $d\vec{s}$ istog smjera. U tom pojednostavljenom primjeru vrijedi jednačba

$$F \cdot ds = \frac{d(m \cdot u)}{dt} ds.$$

Pretpostavljamo još da i brzina $\vec{u}$, pa prema tome i veličina gibanja $m \cdot \vec{u}$, ima smjer u pravcu pomaka $d\vec{s}$. Ako sve to uzmemo u obzir dobit ćemo

$$\begin{aligned} \frac{d(m \cdot u)}{dt} ds &= u \cdot d(m \cdot u) \\ &= m \cdot u \cdot du + u^2 \cdot dm. \end{aligned}$$

Posljednji ćemo izraz za obavljeni rad preinačiti služeći se formulom za masu tijela. Iz nje kvadriranjem izvodimo

$$m^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) = m_0^2.$$

Na desnoj je strani te jednačbe konstanta m_0^2 . Ako je, dakle, diferenciramo, izlazi

$$2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) m \cdot dm - 2 m^2 \frac{u}{c^2} du = 0.$$

Nakon kraćenja dobivamo

$$c^2 \cdot dm = m \cdot u \cdot du + u^2 \cdot dm,$$

a to je upravo vrijednost što smo je našli za obavljeni rad. Možemo, dakle, konačno pisati

$$F \cdot ds = c^2 \cdot dm.$$

Rad sile F koja djeluje na neko tijelo, izvršen na putu ds , manifestira se kao povećanje mase toga tijela. On mu je razmjernan, a konstanta razmjernosti jest kvadrat brzine svjetlosti u vakuumu c^2 .

Ubrzava li se to tijelo iz stanja mirovanja, tada je na početku procesa brzina $u = 0$, i ona neka raste sve dok ne postigne vrijednost u . Tad je rad sile F koja ubrzavanje obavi prikazan ovako:

$$\begin{aligned} \int_{u=0}^u F \cdot ds &= c^2 \int_{u=0}^u dm \\ &= c^2 (m - m_0). \end{aligned}$$

U Newtonovoj se mehanici energija skupljena u tijelu zbog njegove brzine naziva kinetička energija. Pokazat ćemo da se relativistički izraz za kinetičku ener-

giju podudara s klasičnim koji vrijedi ako je brzina tijela malena prema brzini svjetlosti. Možemo tada pisati računajući približno

$$\begin{aligned} c^2 (m - m_0) &= c^2 \cdot m_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - 1 \right) \\ &= c^2 \cdot m_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots - 1 \right) \\ &= \frac{1}{2} m_0 \cdot u^2. \end{aligned}$$

To je poznat rezultat koji vrijedi dok se ne treba obazirati na povećanje mase tijela zbog njegove brzine gibanja.

Relativistički izraz za kinetičku energiju tijela E_{kin} za koji smo našli

$$E_{\text{kin}} = c^2 (m - m_0)$$

interpretira se i ovako: Tijelo mase m sadrži ukupnu energiju E u iznosu

$$E = m \cdot c^2,$$

od koje je kinetička jedan dio, pa će prema tome biti

$$E = m_0 \cdot c^2 + E_{\text{kin}}.$$

Po toj formuli i tijelo koje miruje jest spremište goleme energije

$$E_0 = m_0 \cdot c^2$$

koja se daje iskoristiti, tj. pretvoriti u neki drugi oblik, nađe li se proces u kojem se tijelu može umanjiti masa mirovanja m_0 . To se događa u mnogim nuklearnim reakcijama, a iznos oslobođene energije računa se po posljednjem izrazu iz smanjenja mase mirovanja. Ta je, dakle, formula osnova za računanje razvijene topline u nuklearnom reaktoru. I naše Sunce razvija toplinu na račun gubitka svoje mase. Izraz koji veže masu tijela i sadržaj njegove energije ubraja se među najslavnije Einsteinove formule.

Četvrto poglavlje

MJERNE JEDINICE U ELEKTROMAGNETIZMU

OSNOVE ZA DEFINIRANJE MJERNIH JEDINICA

U odjeljku u kojem je bilo riječi o mjeri za jakost električne struje, te o definiciji mjerne jedinice »amper«, istaknuto je da u jednadžbama kojima operiramo, simboli prikazuju fizikalne veličine. Tako, ako je X jedna takva veličina, ona se, pošto je izmjerimo mjernom jedinicom $[X]$, prikazuje kao umnožak mjernog broja $\{X\}$ i mjerne jedinice ovako:

$$X = \{X\} \cdot [X].$$

Mjerenjem fizikalna veličina X postala je broj, pa je time omogućeno da se na tu veličinu primijene matematičke operacije.

Kad se matematičke operacije primjenjuju na fizikalne veličine, one djeluju samo na mjerne brojeve, a mjerne jedinice prolaze kroz njih kao konstante.

Fizikalni zakoni izriču veze i zavisnosti između fizikalnih veličina. Ti se zakoni iznalaze na osnovi mjerenja. U oblikovanju osnovnih fizikalnih zakona vrijede dva načela. To su načelo potpunosti i načelo jednostavnosti.

Načelo potpunosti zahtijeva da osnovni fizikalni zakon sadrži sve fizikalne veličine koje su za pojavu što je taj zakon opisuje odlučne i kojih međusobnu zavisnost taj zakon izriče, te, dalje, da u tom zakonu samo te veličine dolaze, a ne još i neke druge.

Iz načela potpunosti zaključujemo: ako u nekome osnovnom fizikalnom zakonu nema jedne veličine, onda ona za napisani odnos između veličina navedenih u zakonu nema značenja. Zato u tom zakonu i nije prisutna. Tako u osnovnim jednadžbama elektromagnetizma ne dolazi temperatura. Tome je uzrok što u tim jednadžbama izraženi odnosi između električnih naboja, strujâ i vektorâ polja vrijede neovisno o temperaturi. Temperatura na te odnose ne utječe neposredno. Ona može utjecati samo toliko koliko je neka od izrično navedenih veličina o njoj zavisna. Utjecaj temperature može, dakle, tu biti samo posredan.

Načelo jednostavnosti, kao drugo od spomenutih, zahtijeva da je oblik osnovnih jednadžbi najjednostavniji i da bude lišen nepotrebnih faktora. Po tom se načelu uklanja iz fizikalnih jednadžbi i konstanta razmjernosti, koja bi trebala da uskladi kvalitetu lijeve strane fizikalnog zakona s njegovom desnom stranom. To je učinjeno stoga što takva konstanta ne bi ništa pridonijela sadržaju fizikalnog zakona. Međutim, ukloni li se ta konstanta iz fizikalnog zakona, razmjernost se pretvara u jednakost.

Pisanje fizikalnih zakona u obliku jednakosti ima za posljedicu da se veličina na lijevoj strani jednadžbe koju taj zakon određuje, formalno reducira na veličine koje su izražene na desnoj strani te jednadžbe. Tako reduciranu veličinu može se u nekome drugom zakonu nadomjestiti izrazom s desne strane jednadžbe, koji je sagrađen od fizikalnih veličina kvalitete različite od kvalitete veličine koja se nadomješta.

Budući da fizikalnih veličina ima više nego što je fizikalnih zakona koji ih povezuju, to se neke fizikalne veličine mogu smatrati kao nezavisne, a ostale, koje se fizikalnim zakonima dadu pomoću njih izraziti, kao zavisne. Stvar je dogovora koje ćemo veličine uzeti kao nezavisne. Kad smo, međutim, odabrali nezavisne fizikalne veličine, onda se sve ostale dadu na njih reducirati, tj. pomoću njih izraziti. Zavisne su veličine funkcije nezavisnih. Broj nezavisnih fizikalnih veličina jednak je broju što pokazuje za koliko ima fizikalnih veličina više no jednadžbi koje ih povezuju. Za područje mehanike taj je broj tri, a za elektromagnetizam on se povećava za četiri.

U mehanici je uobičajeno duljinu, vrijeme i masu smatrati nezavisnim veličinama, dok su sve ostale zavisne, a to su brzina, akceleracija, sila, veličina gibanja itd.

U elektromagnetizmu pridolazi četvrta nezavisna veličina — jakost električne struje. Međutim, u električnim pojavama, kako smo vidjeli, masa slabo dolazi do izražaja. Ona se pojavljuje posredno u pojavama raznih sila, jer je sila, kao mehanička veličina, reducirana na masu, duljinu i vrijeme. Ta se za elektromagnetizam neprikladna situacija rješava tako da se tu masa, kao nezavisna veličina, nadomješta jednom električnom veličinom, a to je električni napon. Prema tome je uobičajeno u elektromagnetizmu smatrati kao nezavisne veličine duljinu, vrijeme, napon i struju. Sve se onda druge veličine reduciraju na te, tj. izražavaju se pomoću njih. Tako se električni otpor svodi na kvocijent napona i struje, masa se reducira na umnožak potencija napona, struje, duljine i vremena itd.

Promotrimo s tog stajališta primjer koji smo već obrađivali prije definiranja mjere za jakost električne struje. To je izraz za električnu silu

$$\vec{F}_{e1} = q \cdot \vec{E}.$$

Pokazat ćemo kako se sila u tom izrazu reducira na četiri nezavisne veličine elektromagnetizma.

Naboj q nije nezavisna veličina, ali se on prikazuje pomoću struje I i vremena t , naime

$$q = I \cdot t.$$

Jakost električnog polja $\vec{E}$ također nije nezavisna veličina, ali se može prikazati pomoću napona i duljine. Zamislimo li najjednostavnije polje, a to je ono među paralelnim pločama ravnog kondenzatora, njemu će jakost biti

$$E = \frac{U}{a},$$

gdje je a razmak između ploča, a U napon. Prema tome će veličina električne sile u tom primjeru biti

$$F_{e1} = a^{-1} \cdot t \cdot U \cdot I.$$

Izraz pokazuje da je u elektricitetu sila izražena kao umnožak potencija nezavisnih veličina, i to duljine na minus prvu, zatim vremena, napona i struje. Do takva odnosa dolazimo pošli mi od bilo koje formule što u elektromagnetizmu prikazuje neku silu.

Slično tome mogu se i ostale zavisne veličine reducirati na odabrane nezavisne. Uvijek se zavisna veličina prikazuje kao umnožak cjelobrojnih potencija nezavisnih. Taj je umnožak uvijek jednak za istu zavisnu veličinu, bez obzira na to od kojeg zakona mi pošli da bismo proveli redukciju.

Razmotrili smo poseban primjer — redukciju sile na nezavisne veličine elektromagnetizma. Sad, međutim, prijedimo na općenito razmatranje. Stoga prikazimo nezavisne veličine simbolima

$$X_1, X_2, X_3, X_4.$$

Zavisna veličina neka bude X_k , gdje je

$$k = 5, 6, 7, \dots$$

Broj zavisnih veličina nije ograničen. Zavisna će veličina tad u ovome općem prikazu biti

$$X_k = b_k \cdot X_1^{\alpha_{1k}} \cdot X_2^{\alpha_{2k}} \cdot X_3^{\alpha_{3k}} \cdot X_4^{\alpha_{4k}}.$$

Ona je umnožak potencija nezavisnih veličina.

Vrijednosti eksponenata

$$\alpha_{1k}, \alpha_{2k}, \alpha_{3k}, \alpha_{4k}$$

značajne su za promatranu zavisnu veličinu. Ti se eksponenti nazivaju dimenzije zavisne veličine. Tako je α_{1k} dimenzija zavisne veličine X_k s obzirom na nezavisnu X_1 , α_{2k} je dimenzija od X_k s obzirom na X_2 itd. Faktor b_k jest brojčani faktor.

Ako se vratimo na primjer sile kako je reducirana na nezavisne veličine elektriciteta, onda vidimo da sila u elektricitetu ima dimenziju minus jedan s obzirom na duljinu, jedan s obzirom na vrijeme, jedan s obzirom na napon i, konačno, jedan s obzirom na struju.

U izrazu kojim je neka zavisna veličina reducirana na nezavisne može se pojaviti i brojčani faktor b_k ako on dolazi u veličinskoj jednadžbi od koje polazimo. To biva ako je ta jednadžba izvedena, pa je faktor posljedica provedenih matematičkih operacija.

Svaka od veličina $X_1, X_2, X_3, X_4, \dots, X_k, \dots$ može se mjeriti pošto za svaku od njih odaberemo mjernu jedinicu. Rezultat mjerenja prikazuje se tada kao

$$X_1 = \{X_1\} \cdot [X_1]$$

.....

$$X_k = \{X_k\} \cdot [X_k].$$

Uvrstimo li te rezultate u redukcionu izraz za X_k , i pošto ga malo sredimo, dobivamo

$$\{X_k\} \cdot [X_k] = b_k \cdot \{X_1\}^{a_{1k}} \dots \{X_4\}^{a_{4k}} \cdot [X_1]^{a_{1k}} \dots [X_4]^{a_{4k}}.$$

U vitičastim su zagradama mjerni brojevi, a u uglastima mjere. Mjerama operiramo kao i konstantama.

Iz napisanog izraza izlazi

$$\frac{[X_k]}{[X_1]^{a_{1k}} \dots [X_4]^{a_{4k}}} = \frac{b_k \cdot \{X_1\}^{a_{1k}} \dots \{X_4\}^{a_{4k}}}{\{X_k\}} = z_k$$

Kvocijent mjernih brojeva na desnoj strani neimenovan je broj z_k . On je konstantan jer je također jednak kvocijentu mjera, koje su konstante. Vrijednost broja z_k zavisi o odabranim mjerama ili, drukčije rečeno, ovisi o tome kako smo odabrali mjere za pojedine veličine u promatranom zakonu. Broj z_k nazivamo odredbeni faktor.

Odredbeni faktor nam omogućuje da napišemo još i ove jednadžbe

$$[X_k] = z_k \cdot [X_1]^{a_{1k}} \dots [X_4]^{a_{4k}}$$

$$\{X_k\} = \frac{b_k}{z_k} \{X_1\} \dots \{X_4\}^{a_{4k}}.$$

Prva je jednadžba mjera, a druga je brojčana jednadžba.

U jednadžbi mjera reducirana je mjera zavisne veličine X_k na mjere nezavisnih veličina $X_1, \dots, X_4$. Ta je redukcija određena odredbenim faktorom z_k , pa ga zato tako nazivamo.

Brojčana jednadžba omogućuje da iz mjernih brojeva nezavisnih veličina izračunamo mjerni broj zavisne veličine koja je nezavisnim veličinama određena u promatranom fizikalnom zakonu, prikazanome polaznom veličinskom jednadžbom. To je onda primjer posrednog mjerenja neke veličine. Mjerimo X_1, X_2, X_3, X_4 i time određujemo veličinu X_k . Tu veličinu mjerimo prema tome posredno. Ta bi se ista veličina mogla možda mjeriti i neposredno. Tako se električni otpor nekog vodiča daje mjeriti neposredno uspoređujući ga s otporom mjernog otpornika, a možemo mjeriti i posredno tako da mjerimo napon između njegovih krajeva i jakost struje koja tad njime teče. Posredna su mjerenja najčešća u mjernoj praksi. Osnova je posrednom mjerenju neki fizikalni zakon.

Za mjerenje, bilo ono posredno ili neposredno, moramo imati mjere. One se, međutim, odabiru dogovorom, a ostvaruju se u mjerilima ili mjernim spravama.

Neku mjeru smatramo osnovnom ako je ona definirana nekim uzorom, etalom, odnosno propisom koji sadrži podatke utvrđene dogovorom. Kilogram je osnovna mjera za masu jer je dogovoreno da je to masa etalona u Sèvresu. Metar je također osnovna mjera jer se definira duljinom puta što ga prewali svjetlost u određeno vrijeme. Takva je i sekunda, te, konačno, amper. Načelno nema zapreka da se definira po volji mnogo osnovnih mjera.

Ako se, međutim, mjera za neku veličinu X_k definira tako da unaprijed odredimo vrijednost faktora z_k u jednadžbi mjera, tj. da iskažemo koliku vrijednost želimo da taj faktor ima, onda je time veličina mjerne jedinice za X_k usklađena s mjerama za $X_1, \dots, X_4$, pa se prema tome ona iz ovih mjera izvodi. Tada je mjerna jedinica $[X_k]$ izvedena mjerna jedinica.

Dvije su, dakle mogućnosti. Prva je da za sve veličine X_1, X_2, X_3, X_4, X_k definiramo osnovne mjere. Tad mjerenje daje pomoću brojčane jednadžbe vrijednost odredbenog faktora z_k . Ta vrijednost uvrštena u jednadžbu mjera omogućuje redukciju mjere $[X_k]$ na mjere $[X_1], \dots, [X_4]$.

Druga je mogućnost da za veličine $X_1, \dots, X_4$ odaberemo osnovne mjere, a zatim definiramo z_k dajući mu unaprijed određenu vrijednost. Tad brojčana jednadžba na osnovi mjerenja omogućuje ostvarenje izvedene mjerne jedinice $[X_k]$. Ona je izvedena zato što se mjerenjem izvodi iz osnovnih. Jednadžbom se mjera opet mjera $[X_k]$ reducira na mjere $[X_1], \dots, [X_4]$.

U jednom, dakle, i u drugom slučaju mjera $[X_k]$ reducirana je jednadžbom mjera za mjere $[X_1], \dots, [X_4]$.

U prvome, kad su za sve veličine u fizikalnom zakonu definirane osnovne mjere, odredbeni faktor z_k ima empirijsku vrijednost. Primjer je za to Jouleov zakon ako razvijenu toplinu mjerimo u kalorijama, napon u voltima, struju u amperima, a vrijeme u sekundama.

U drugom slučaju, kad unaprijed dajemo odredbenom faktoru z_k neku vrijednost, npr. da je jednak jedan, onda je ta vrijednost teorijska, i zato točna. U primjeru Jouleova zakona to je onda ako toplinu mjerimo u džulima.

Prema tome mjerne jedinice $[X_1], \dots, [X_4]$ možemo smatrati nezavisnima, a sve ostale su o njima zavisne jer se dadu na njih reducirati pomoću jednadžbi mjera. Vidimo, dakle, da osnovnih mjera može biti po volji mnogo, no u području elektromagnetizma samo su četiri nezavisne mjere. Pri tome nam je stavljeno na volju da kao nezavisne mjerne jedinice odaberemo samo osnovne, ili, da su neke osnovne, a ostale izvedene. Dakako da u nekom području fizike broj osnovnih mjera ne može biti manji od broja nezavisnih mjera. Dakle, za područje elektromagnetizma trebaju najmanje četiri osnovne mjere jer toliko u tom području ima nezavisnih veličina, a prema tome i nezavisnih mjera.

MEĐUNARODNI SUSTAV MJERA SI U ELEKTROMAGNETIZMU

Pri prijelazu iz mehanike na elektromagnetizam povećava se broj nezavisnih fizikalnih veličina na četiri. Stoga za to područje treba imati najmanje četiri osnovne mjerne jedinice. Danas se u cijelom području fizikalnih mjerenja upotrebljava Međunarodni sustav mjera, s kraticom za taj naziv — SI. U tom je sustavu definiran minimalni broj osnovnih mjera, a to znači da je taj broj jednak broju

nezavisnih fizikalnih veličina. Za elektromagnetizam su prema tome u SI-sustavu četiri osnovne mjere:

metar	m	za duljinu
sekunda	s	za vrijeme
kilogram	kg	za masu
amper	A	za električnu struju

Kako se te osnovne mjere definiraju, o tome je već bilo riječi.

U pisanju redukcionih jednadžbi za izvedene mjere, te mjerne jedinice često služe i kao nezavisne. U SI definiraju se sve izvedene mjere tako da se za sve odredbene faktore z_k uzima vrijednost jedan.

Vidimo, dakle, da u SI-sustavu iz veličinske jednadžbe

$$X_k = b_k \cdot X_1^{a_{1k}} \dots X_4^{a_{4k}}$$

slijedi jednadžba mjernih jedinica

$$[X_k] = [X_1]^{a_{1k}} \dots [X_4]^{a_{4k}}$$

i brojčana jednadžba

$$\{X_k\} = b_k \cdot \{X_1\}^{a_{1k}} \dots \{X_4\}^{a_{4k}}.$$

Uz upotrebu dogovorenih veličinskih jednadžbi na cijelom području elektromagnetizma (to vrijedi i za ostala područja fizike) brojčane jednadžbe imaju isti oblik kao i polazne veličinske jednadžbe, ako se služimo mjerama SI.

Redukcione jednadžbe mjera, a to su one koje svode neku mjeru na nezavisne mjerne jedinice, mogu se pisati u SI na mnogo načina za područje elektromagnetizma. Međutim, najčešće se upotrebljavaju redukcione jednadžbe u kojima su metar, sekunda, volt, amper nezavisne mjerne jedinice. Tu samo volt, mjera za električni napon, nije i osnovna mjera SI, nego je izvedena.

Prijedimo na definiranje izvedenih mjernih jedinica u SI za područje elektromagnetizma. Polazimo od veličinskih jednadžbi tog područja, a to su osnovni zakoni, izvedeni zakoni i definicione formule. Poslužiti ćemo se najjednostavnijim izrazima, te propisom da u SI svi odredbeni faktori z_k imaju vrijednost jednaku jedan.

Električni naboj dQ što ga struja I prenese u vremenu dt , izražen je relacijom

$$dQ = I \cdot dt.$$

Stoga će jednadžba mjera kojom se mjera za naboj Q svodi na nezavisne mjere biti

$$[Q] = s \cdot A.$$

Ta mjera ima i posebno ima — kulon, s oznakom C.

Električni moment dipola $\vec{M}_{e1}$ predložen je izrazom

$$\vec{M}_{e1} = \vec{l} \cdot Q,$$

pa je jednadžba mjera u ovom slučaju

$$[M_{e1}] = m \cdot s \cdot A.$$

Izraz za električnu silu omogućuje nam da mjeru za jakost električnog polja izrazimo pomoću osnovnih mjera SI, naime

$$d\vec{F} = \vec{E} \cdot dQ.$$

Budući da je

$$[F] = m \cdot s^{-2} \cdot kg$$

$$[Q] = s \cdot A,$$

dobit će se

$$[E] = m \cdot s^{-3} \cdot kg \cdot A^{-1}.$$

Tako smo izrazili mjeru za jakost električnog polja u SI pomoću osnovnih mjera tog sustava.

Jakost električnog polja $\vec{E}$ i napon U vezani su definicionom jednadžbom

$$U = \int \vec{E} \cdot d\vec{s}.$$

Iz toga slijedi jednadžba mjera

$$[U] = [E] \cdot m.$$

Uvrštavanjem dobivenog izraza za $[E]$ izvodimo

$$\begin{aligned} [U] &= m^2 \cdot s^{-3} \cdot kg \cdot A^{-1} \\ &= V. \end{aligned}$$

Ta mjerna jedinica ima posebno ime — volt, s kraticom V. Ta se izvedena mjerna jedinica u elektricitetu upotrebljava kao nezavisna. Pomoću izraza za volt možemo osnovnu mjernu jedinicu za masu — kilogram, reducirati na nezavisne mjerne jedinice elektriciteta, a to su u oznakama

$$m, s, V, A.$$

U slijedećim jednadžbama mjera mi ćemo te mjere pisati u prikazanom redosljedu. Tako za mjernu jedinicu mase izlazi

$$kg = m^{-2} \cdot s^3 \cdot V \cdot A.$$

Prema tome se, dalje, SI mjera za silu, njutn, s kraticom N, u elektricitetu ovako reducira na nezavisne mjere:

$$N = m^{-1} \cdot s \cdot V \cdot A,$$

a mjera za jakost električnog polja bit će

$$[E] = m^{-1} \cdot V.$$

Za plošnu gustoću naboja definiciona je formula

$$\sigma = \frac{dQ}{dS},$$

pa se odatle za njezinu mjeru izvodi

$$[\sigma] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{A}.$$

Prostorna se gustoća definira izrazom

$$\varrho = \frac{dQ}{d\tau},$$

pa odatle slijedi

$$[\varrho] = \text{m}^{-3} \cdot \text{s} \cdot \text{A}.$$

Gustoća električne struje definira se formulom

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{S}.$$

Pri tome je dI jakost struje koja teče kroz plošni element $d\vec{S}$. Odatle će biti

$$[j] = \text{m}^{-2} \cdot \text{A}.$$

Električni pomak $\vec{D}$ i naboj na Maxwelllovim pločama vezani su izrazom

$$dQ = \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Zato je

$$[D] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{A}.$$

Budući da za polarizaciju $\vec{P}$ izolatora vrijedi

$$\vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{P},$$

to je

$$[P] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{A}.$$

Tok električnog pomaka definira se kao

$$\Psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S},$$

pa je

$$[\Psi] = \text{s} \cdot \text{A}.$$

Veza između električnog pomaka $\vec{D}$ i jakosti električnog polja u izolatoru izražena je relacijom

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}.$$

Stoga je mjera za dielektričnost

$$[\varepsilon] = \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{A}.$$

Kapacitet C izoliranog tijela dolazi u formuli

$$Q = C \cdot U,$$

pa je

$$[C] = \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{A}.$$

Ta mjerna jedinica ima posebno ime — farad, s kraticom F.

Električni otpor R dolazi u Ohmovu zakonu

$$U = R \cdot I,$$

na osnovi čega je

$$[R] = V \cdot A^{-1}.$$

Ta mjerna jedinica naziva se, om, a kratica je Ω .

Recipročna vrijednost otpora jest vodljivost

$$G = \frac{1}{R},$$

pa je mjerna jedinica za vodljivost

$$[G] = V^{-1} \cdot A.$$

Ta mjerna jedinica ima i posebno ime — simens, s kraticom S.

Specifični otpor r definiran je formulom

$$R = r \frac{l}{S},$$

stoga vrijedi

$$[r] = m \cdot V \cdot A^{-1}.$$

Specifična vodljivost g recipročna je vrijednost specifičnog otpora, pa je

$$[g] = m^{-1} \cdot V^{-1} \cdot A.$$

Jakost magnetskog polja pravčaste struje prikazana je izrazom

$$H = \frac{I}{2\pi r},$$

odakle izlazi

$$[H] = m^{-1} \cdot A.$$

Magnetska sila na točkasti pol iznosi

$$d\vec{F} = \vec{H} \cdot dp,$$

a odatle će biti

$$[p] = s \cdot V.$$

Magnetski moment magneta prikazan je izrazom

$$\vec{M}_{mg} = \vec{l} \cdot p.$$

Zbog toga je

$$[M_{mg}] = m \cdot s \cdot V.$$

Inducirani napon jednak je brzini kojom se smanjuje magnetski tok

$$U_{\text{ind}} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Odatle izlazi

$$[\Phi] = \text{s} \cdot \text{V}.$$

A za magnetsku pomačnu struju mjera je

$$\left[\frac{d\Phi}{dt} \right] = \text{V}.$$

Magnetski tok i magnetska indukcija $\vec{B}$ vezani su izrazom

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}.$$

Zato je

$$[B] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{V}.$$

Ta mjerna jedinica ima posebno ime — tesla, s kraticom T.

Magnetsku indukciju i jakost magnetskog polja povezuje izraz

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}.$$

Stoga je mjerna jedinica za permeabilnost

$$[\mu] = \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}^{-1}.$$

Induktivitet L i magnetski tok Φ u zavojnici kojom teče struja određeni su formulom

$$\Phi = L \cdot I,$$

pa je

$$[L] = \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}^{-1}.$$

Ta mjerna jedinica nazvana je henri, a kratica joj je H.

Gustoća električne, odnosno magnetske energije jest

$$\frac{dW}{d\tau} = \frac{1}{2} (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B}),$$

a mjerna je jedinica za tu veličinu

$$\left[\frac{dW}{d\tau} \right] = \text{m}^{-3} \cdot \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}.$$

Gustoća toka elektromagnetske energije izražena je Poyntingovim vektorom

$$\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H},$$

pa je prema tome

$$[P] = \text{m}^{-2} \cdot \text{V} \cdot \text{A}.$$

Snaga električne struje jest

$$\frac{dW}{dt} = U \cdot I,$$

pa će mjera za snagu biti

$$\left[\frac{dW}{dt} \right] = V \cdot A.$$

Ta mjerna jedinica ima i posebno ime — vat, s kraticom W.

Rad električne struje u vremenu dt iznosi

$$dW = U \cdot I \cdot dt,$$

a mjerna će jedinica biti

$$[W] = s \cdot V \cdot A.$$

Ona ima i posebno ime — džul, a kratica je J.

PREGLED JEDNADŽBI MJERA U MEĐUNARODNOM SUSTAVU MJERA

Izvedene jednadžbe mjera SI za područje elektromagnetizma dat ćemo u pregledu. U tim su jednadžbama mjera uzete kao nezavisne mjerne jedinice metar, sekunda, volt i amper. U tom je, dakle, obliku jednadžbi mjerâ osnovna mjerna jedinica kilogram prikazana kao zavisna mjera. Taj način prikazivanja mjerâ u elektromagnetizmu nije jedini. Obično se mjerna jedinica neke fizikalne veličine prikaže tako da se time upućuje na njezino posredno mjerenje.

FIZIKALNA VELIČINA

JEDNADŽBA MJERA

1. Duljina a	$[a] = m$
2. Vrijeme t	$[t] = s$
3. Masa m	$[m] = m^{-2} \cdot s^3 \cdot V \cdot A$
4. Struja I	$[I] = A$
5. Sila F	$[F] = m^{-1} \cdot s \cdot V \cdot A$
6. Mehanički moment M	$[M] = s \cdot V \cdot A$
7. Električni napon U	$[U] = V$
8. Jakost električnog polja E	$[E] = m^{-1} \cdot V$
9. Električni naboj Q	$[Q] = s \cdot A$
10. Električni moment M_{el}	$[M_{el}] = m \cdot s \cdot A$
11. Plošna gustoća naboja σ	$[\sigma] = m^{-2} \cdot s \cdot A$
12. Prostorna gustoća naboja ρ	$[\rho] = m^{-3} \cdot s \cdot A$
13. Gustoća električne struje j	$[j] = m^{-2} \cdot A$

14. Električni pomak D	$[D] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{A}$
15. Električna polarizacija P_{el}	$[P_{\text{el}}] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{A}$
16. Tok električnog pomaka Ψ	$[\Psi] = \text{s} \cdot \text{A}$
17. Pomaćna struja $\frac{d\Psi}{dt}$	$\left[\frac{d\Psi}{dt}\right] = \text{A}$
18. Dielektričnost ε	$[\varepsilon] = \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{A}$
19. Kapacitet C	$[C] = \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{A}$
20. Električni otpor R	$[R] = \text{V} \cdot \text{A}^{-1}$
21. Električna vodljivost G	$[G] = \text{V}^{-1} \cdot \text{A}$
22. Specifični otpor r	$[r] = \text{m} \cdot \text{V} \cdot \text{A}^{-1}$
23. Specifična vodljivost g	$[g] = \text{m}^{-1} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{A}$
24. Jakost magnetskog polja H	$[H] = \text{m}^{-1} \cdot \text{A}$
25. Magnetski napon U_{mg}	$[U_{\text{mg}}] = \text{A}$
26. Magnetski pol p	$[p] = \text{s} \cdot \text{V}$
27. Magnetski moment M_{mg}	$[M_{\text{mg}}] = \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{V}$
28. Magnetski tok Φ	$[\Phi] = \text{s} \cdot \text{V}$
29. Magnetska pomaćna struja $\frac{d\Phi}{dt}$	$\left[\frac{d\Phi}{dt}\right] = \text{V}$
30. Magnetska indukcija B	$[B] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{V}$
31. Permeabilnost μ	$[\mu] = \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}^{-1}$
32. Induktivitet L	$[L] = \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}^{-1}$
33. Gustoća energije $\frac{dW}{d\tau}$	$\left[\frac{dW}{d\tau}\right] = \text{m}^{-3} \cdot \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}$
34. Poyntingov vektor P	$[P] = \text{m}^{-2} \cdot \text{V} \cdot \text{A}$
35. Snaga $\frac{dW}{dt}$	$\left[\frac{dW}{dt}\right] = \text{V} \cdot \text{A}$
36. Energija W	$[W] = \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}$

U tim jednadžbama mjerâ može se izvedena mjerna jedinica za električni napon V eliminirati pomoću jednadžbe kojom je ta mjerna jedinica izražena osnovnim mjerama, dakle

$$V = \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{kg} \cdot \text{A}^{-1},$$

pa se tako dobiju jednadžbe mjerâ u kojima su mjere električnih veličina prikazane pomoću osnovnih. Taj se, međutim, oblik jednadžbi mjerâ malo upotrebljava jer se u njemu ne vodi računa o posrednom mjerenju u kojemu se neka električna veličina mjeri.

U pregledu navedeni izrazi za pojedine mjere odražavaju, dalje, simetriju koja postoji između električnog i magnetskog polja, kako ćemo u slijedećemu pokazati. To, međutim, nije jedini oblik jednadžbi mjerâ u kojemu se ta simetrija očituje.

ANALOGNE VELIČINE ELEKTRIČNOG I MAGNETSKOG POLJA

Osnovne jednadžbe elektromagnetskoga polja pokazuju da između pojedinih električnih i magnetskih veličina postoje sličnosti, a te imaju za posljedicu zakone matematički jednako oblikovane za slične veličine. To su analogije. Mi ćemo navesti takve analogne veličine.

Između električnog i magnetskog polja, međutim, ima i razlika, koje su tako duboke da za neke električne veličine nema magnetske analogije. I na te ćemo slučajeve upozoriti.

Uz svaku ćemo veličinu dopisati i izraz kojom je mjerna jedinica te veličine reducirana na nezavisne mjere m , s , V , A . Ti izrazi svojom simetrijom prate simetriju veličina čiju mjeru izriču. Pri tome izrazi za mjere pokazuju manju raznolikost nego same veličine. Tako se i električna struja i magnetski napon mjere jedinicom A itd. To su očito dvije fizikalno različite veličine, a imaju istu mjeru. Do toga je došlo zbog uklanjanja iz prve glavne jednadžbe one konstante koja bi kvalitetu struje imala pretvoriti u kvalitetu magnetskog napona. Taj primjer ujedno pokazuje da redukcionim izrazi za pojedine mjerne jedinice ne predaju kvalitetu te jedinice ili, kako se neki izražavaju, bit veličine koja se tom jedinicom mjeri.

Prijeđimo na sam prikaz analognih veličina. Pri tome ćemo veličine svrstati u dva stupca. U lijevome će biti električne veličine, a u desnome magnetske, tako da u istom retku budu analogne veličine. Kriterij po kojemu se veličine združuju jesu jednadžbe koje one zadovoljavaju. Analogija pojedinih veličina neće se obrazlagati jer se može smatrati da je ona očita nakon proučavanja elektromagnetskih pojava koje smo obavili.

Iz prikaza vidjet će se da su neke veličine analogne same sebi u električnom, odnosno magnetskom polju, druge, pak, imaju svoju simetričnu sliku drukčije kvalitete, a neke, opet, nemaju analogije. Veličine bez analogije izražavaju razliku između električnog i magnetskog polja. Primjer za prve veličine jest sila — ona je iste kvalitete u električnom i u magnetskom polju. Primjer veličina koje imaju simetrična svojstva jesu vektori $\vec{E}$ u električnom, i $\vec{H}$ u magnetskom polju. Električni, pak, naboj Q na izoliranom tijelu nema magnetske analogije.

ELEKTRIČNE VELIČINE		MAGNETSKE VELIČINE	
Duljina	a m	Duljina	a m
Vrijeme	t s	Vrijeme	t s
Masa	m $m^{-2} \cdot s^3 \cdot V \cdot A$	Masa	m $m^{-2} \cdot s^3 \cdot V \cdot A$
Struja	I	nema analogije	
Sila	$\vec{F}$ $m^{-1} \cdot s \cdot V \cdot A$	Sila	$\vec{F}$ $m^{-1} \cdot s \cdot V \cdot A$

Mehanički moment	$\vec{M}$ $s \cdot V \cdot A$	Mehanički moment	$\vec{M}$ $s \cdot V \cdot A$
Električni napon	U V	Magnetski napon	U_{mg} A
Jakost električnog polja	$\vec{E}$ $m^{-1} \cdot V$	Jakost magnetskog polja	$\vec{H}$ $m^{-1} \cdot A$
Električni naboj	Q $s \cdot A$	nema analogije	
Električni moment	$\vec{M}_{el}$ $m \cdot s \cdot A$	Magnetski moment	$\vec{M}_{mg}$ $m \cdot s \cdot V$
Plošna gustoća naboja	σ $m^{-2} \cdot s \cdot A$	nema analogije	
Prostorna gustoća naboja	ρ $m^{-3} \cdot s \cdot A$	nema analogije	
Gustoća električne struje	$\vec{j}$ $m^{-2} \cdot A$	nema analogije	
Električni pomak	$\vec{D}$ $m^{-2} \cdot s \cdot A$	Magnetska indukcija	$\vec{B}$ $m^{-2} \cdot s \cdot V$
Električna polarizacija	$\vec{P}_{el}$ $m^{-2} \cdot s \cdot A$	Magnetska polarizacija	$\vec{P}_{mg}$ $m^{-2} \cdot s \cdot V$
Tok električnog pomaka	Ψ $s \cdot A$	Magnetski tok	Φ $s \cdot V$
Pomaćna struja	$\frac{d\Psi}{dt}$ A	Magnetska pomaćna struja	$\frac{d\Phi}{dt}$ V
Dielektričnost	ϵ $m^{-1} \cdot s \cdot V^{-1} \cdot A$	Permeabilnost	μ $m^{-1} \cdot s \cdot V \cdot A^{-1}$
Kapacitet	C $s \cdot V^{-1} \cdot A$	Induktivitet	L $s \cdot V \cdot A^{-1}$
Električni otpor	R $V \cdot A^{-1}$	nema analogije	

Specifični otpor	$\frac{r}{m \cdot V \cdot A^{-1}}$	nema analogije	
Električna vodljivost	$\frac{G}{V^{-1} \cdot A}$	nema analogije	
Gustoća energije	$\frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$ $m^{-3} \cdot s \cdot V \cdot A$	Gustoća energije	$\frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B}$ $m^{-3} \cdot s \cdot V \cdot A$
Poyntingov vektor	$\vec{E} \times \vec{H}$ $m^{-2} \cdot V \cdot A$	Poyntingov vektor	$\vec{E} \times \vec{H}$ $m^{-2} \cdot V \cdot A$

Za jakost magnetskog pola p mogla bi se kao analogija uzeti količina slobodnog elektriciteta koja se pojavi na granici polariziranog izolatora. Magnetski pol p nije analogija naboju Q na izoliranom tijelu jer se jedan magnetizam ne da odvojiti od drugoga. Postoje samo magnetski dipoli.

Kod analognih veličina, u izrazima za mjerne jedinice, mjera za duljinu m i mjera za vrijeme s ne mijenjaju eksponent pri prijelazu od jedne analogne veličine na drugu. Međutim, mjera za napon V i mjera za struju A zamijene svoje eksponente kad prijedemo od jedne veličine na njoj analognu. U primjeni tog pravila valja zamišljati da su u svakome redukcijom izrazu napisane sve četiri nezavisne mjere. Ako jedna mjera u tom izrazu ne treba doći, dade joj se eksponent nula. Tako će biti

$$[E] = s^0 \cdot m^{-1} \cdot V \cdot A^0,$$

a za analognu veličinu izlazi

$$[H] = s^0 \cdot m^{-1} \cdot V^0 \cdot A.$$

Kao drugi primjer uzmimo pomačne struje

$$\frac{d\Psi}{dt} = s^0 \cdot m^0 \cdot V^0 \cdot A,$$

i za analognu veličinu

$$\frac{d\Phi}{dt} = s^0 \cdot m^0 \cdot V \cdot A^0.$$

Konačno, tu su dielektričnost i permeabilnost

$$[\epsilon] = m^{-1} \cdot s \cdot V^{-1} \cdot A$$

$$[\mu] = m^{-1} \cdot s \cdot V \cdot A^{-1}.$$

U ovim primjerima vidimo kako se simetrija analognih veličina odražava i u izrazima za mjerne jedinice.

NEKI PRIMJERI ZA PRIMJENU JEDNADŽBI MJERA

U osnovnim jednadžbama mjerna jedinica veličine na lijevoj strani prikazana je istim redukcionim izrazom kao i mjerna jedinica veličine na desnoj strani. Ako je desna strana zbroj više pribrojnika, onda se mjerna jedinica za svaki pribrojnik reducira na isti izraz.

To ćemo izložiti na primjeru prve glavne jednadžbe u diferencijalnom obliku. Ona glasi

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Napisat ćemo redukcijske izraze za mjere, tj. jednadžbe mjera, za svaki pojedini član ove jednadžbe. Za desnu je stranu to brzo gotovo:

$$[j] = \text{m}^{-2} \cdot \text{A}$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial D}{\partial t} \right] &= \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{A} \\ &= \text{m}^{-2} \cdot \text{A}. \end{aligned}$$

Obradimo zatim lijevu stranu jednadžbe. Sjetimo se definicije za vektorsku derivaciju rot . Ako je $\vec{n}$ normala na plošni element dS kojemu se po rubu traži linijski integral od $\vec{H}$, tj. magnetski napon, onda je komponenta vektora $\text{rot } \vec{H}$ koja pada u smjer te normale

$$\text{rot}_n \vec{H} = \frac{1}{dS} \oint \vec{H} \cdot d\vec{s}.$$

Komponente nekog vektora imaju istu mjernu jedinicu kao i sam vektor. Na osnovi posljednje jednadžbe izlazi

$$\begin{aligned} [\text{rot } H] &= \text{m}^{-2} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{A} \cdot \text{m} \\ &= \text{m}^{-2} \cdot \text{A}. \end{aligned}$$

Iz prikazanoga vidimo da je u SI mjerna jedinica za operaciju rot

$$[\text{rot}] = \text{m}^{-1}.$$

Jednako će u SI vrijediti

$$[\text{div}] = \text{m}^{-1}$$

$$[\text{grad}] = \text{m}^{-1}.$$

Ako, dalje, u prvoj glavnoj jednadžbi svaki član prikažemo kao umnožak mjernog broja i mjere, onda to izgleda ovako:

$$\{\text{rot } \vec{H}\} \cdot [\text{rot } H] = \{\vec{j}\} \cdot [j] + \left\{ \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right\} \cdot \left[\frac{\partial D}{\partial t} \right].$$

Uvrstimo li u taj izraz nađene redukcijske izraze za slučaj da su to mjere SI, to vidimo da se mjere krata. Ostaje

$$\{\text{rot } \vec{H}\} = \{\vec{j}\} + \left\{ \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right\}.$$

Vrijedi općenito za sve veličinske jednadžbe elektromagnetizma da se u njima mjere pojedinih članova pokrate, a da se pri tome u jednadžbama ne pojave neki novi faktori ako se služimo SI-sustavom mjera. Sve su jednadžbe elektromagnetizma, a to su: osnovne, definicijske i izvedene, homogene s obzirom na mjere. To je princip homogenosti, koji uostalom vrijedi za sve veličinske jednadžbe u cijeloj fizici.

Ako, dakle, neka izvedena jednadžba ne zadovoljava princip homogenosti mjera, onda je sigurno da je ta jednadžba pogrešna. Obrnuto ne vrijedi. Uvjet izražen u principu homogenosti nuždan je uvjet za valjanost neke fizikalne formule, ali nije dovoljan.

Ispitajmo, kao primjer, na uvjet principa homogenosti izraz koji daje elektromagnetsku silu

$$d\vec{F}_{\text{img}} = I \cdot d\vec{s} \times \vec{B}.$$

Služeći se Pregledom jednadžbi mjera SI, pišemo

$$[F] = \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}$$

$$[I \cdot d\vec{s}] = \text{m} \cdot \text{A}$$

$$[B] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{V}.$$

Uvrstimo li dobivene izraze u desnu stranu, dobiva se

$$[I \cdot d\vec{s}] \cdot [B] = \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A},$$

a to je redukcijski izraz za silu.

Promotrimo s tog stajališta izraz za inducirano električno polje ako mimo promatrača koji miruje prolazi magnet brzinom $\vec{v}$. Označimo li s $\vec{B}$ indukciju koju magnet stvara na mjestu promatrača u neki čas, tad je

$$\vec{E}_{\text{ind}} = -\vec{v} \times \vec{B}.$$

Ovdje su jednadžbe mjera

$$[E] = \text{m}^{-1} \cdot \text{V}$$

$$[v] = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$[B] = \text{m}^{-2} \cdot \text{s} \cdot \text{V},$$

pa se vidi da je uvjet homogenosti ispunjen.

KONSTANTE

1. Brzina svjetlosti u praznini

$$c = \{c\} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 299\,792\,458 \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

U ovome je

$$\{c\} = 299\,792\,458$$

po definiciji matematički točno.

2. Permeabilnost praznine

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{V} \cdot \text{A}^{-1}.$$

3. Dielektričnost praznine

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2 \cdot \mu_0} = \frac{1}{4\pi \cdot \{c\}^2} \cdot 10^7 \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{A}.$$

ovdje je

$$\{\varepsilon_0\} = \frac{1}{4\pi \cdot \{c\}^2} \cdot 10^7 = (8,854\,187\,817\dots) \cdot 10^{-12}$$

mjerni broj dielektričnosti praznine matematički točan.

Relativna dielektričnost ε_r pri 20°C i frekvenciji od 10⁶ Hz

obično staklo	5 do 7
flint-staklo	do 11
porculan	4 do 5,5
barium-titanat	1 200
papir	1,8 do 2,5
tinjac	7
led	3,2
voda	81
etanol	26
benzol	2,3
parafinsko ulje	2,1
uzduh (pri 0°C, tlak od 1 atm)	1,000 585
CO ₂ (" , ")	1,000 988
H ₂ (" , ")	1,000 272
He (" , ")	1,000 072

Električni specifični otpor r pri 0°C u 10⁻⁸ m · Ω

srebro	1,51
bakar	1,59
aluminij	2,45
platina	9,81
volfram	4,9
konstantan (slitina)	48
kantal A (slitina)	135

Peto poglavlje

ŽIVOTOPISNE BILJEŠKE

Sir George Bidell AIRY (1801 — 1892) bio je teorijski fizičar i astronom. Mnogo je njegovih radova iz područja optike. Tako je, među ostalim, usavršio i teoriju duge uzevši u obzir i pojavu ogiba svjetlosti. Izmjerio je srednju gustoću Zemlje pomoću pokusa s njihalom na Zemljinoj površini i u dubini jednog rova.

André Marie AMPÈRE (1775 — 1836) već je 1820, u godini Oerstedova otkrića, na osnovi genijalno zamišljenih pokusa i njihova tumačenja, našao zakon sile kojom dva elementa električne struje djeluju jedan na drugi. Maxwell je tim Ampèreovim radom bio toliko zadivljen da ga je nazvao »Newton elektriciteta« u članku br. 528 svoga glasovitog *Udžbenika elektriciteta i magnetizma*. Ampère se odlikovao između ostaloga i izvanrednom sposobnošću pamćenja, tako da je mogao napamet doslovno ponoviti cijela poglavlja iz tuđih djela.

Dominique ARAGO (1786 — 1853) prvi je opazio 1825. godine učinak koji potječe od vrtložnih struja pokrenutih induciranim naponom. On je tu pojavu nazvao »rotacioni magnetizam«. Arago je poznat i po svojim optičkim pokusima.

Heinrich BARKHAUSEN (1881 — 1956). Uz opisani pokus njegovo ime nosi i jedna formula koja veže karakteristične koeficijente elektronske cijevi triode. On je pomoću triode prvi uspio proizvesti neprigušene centimetarske elektromagnetske valove.

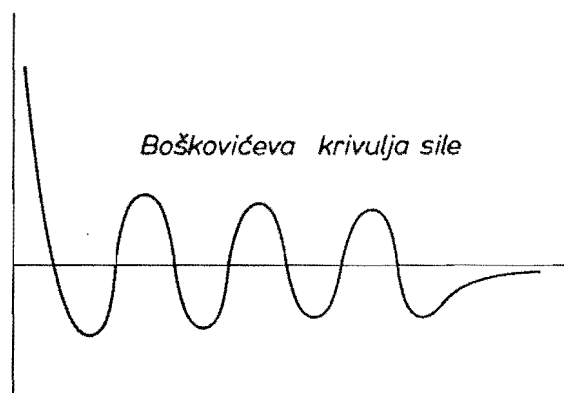
Peter BARLOW (1776 — 1862) bio je fizičar i matematičar. Istraživao je zemaljski magnetizam i pri tome posebno proučavao djelovanje brodskog željeza na pokazivanje brodskog kompasa. Predložio je metodu kojom se ta smetnja može ukloniti.

Jean Baptiste BIOT (1774 — 1862). Uz poznati zakon za magnetsko polje pravčaste struje, Biotu i Savartu pripisuje se i zakon u elementarnom obliku koji daje magnetsko polje elementa struje.

Ruder Josip BOŠKOVIĆ rođen je u Dubrovniku 1711, a umro u Milanu 1787. godine. Bio je astronom, fizičar i matematičar svjetskog glasa. Osobito se proslavio svojim djelom *Philosophiae Naturalis Theoria*, koje je najprije objavljeno 1757. u Beču, a zatim ispravljeno i dotjerano, 1763. godine u Veneciji. Otisak ve-

necijanskog izdanja Boškovićeve djela s usporednim prijevodom na hrvatski izdalo je sveučilišno nakladno poduzeće »Liber« 1974. godine u Zagrebu. U tom je djelu Bošković iznio svoje nazore o prostoru, vremenu, gibanju, te napose o najsitnijim česticama tvari. To su »Boškovićeve atomi«, koje je on zamišljao kao neprotežne točke obdarene inercijom i silama. Prema tome Boškovićev atom više odgovara onome što se danas razumijeva pod elementarnom česticom.

Boškovićeve atomi, premda neprotežni, ispunjaju svojim poljem sila cijeli prostor. Dok su u velikome međusobnom razmaku, oni se međusobno privlače gravitacionom silom, koja se povećava kad se Boškovićeve atomi zbližavaju, kao obrnuti kvadrat razmaka. Međutim, pri daljnjemu međusobnom približavanju tih atoma, Bošković pretpostavlja da privlačnost prestaje rasti i da počinje opadati, sve do nule. Ako se atomi i dalje približavaju, oni se počnu međusobno odbijati. Ta sila odbijanja postizava maksimum, pa onda pada na nulu kad se atomi dovoljno zbliže. Bošković je zamislio da se privlačenje i odbijanje između atoma može nekoliko puta izmjenjivati na neprekidan način, kako se razmak između atoma smanjuje.



To se sve događa po Boškovićevoj krivulji sile, koja to vladanje atoma grafički prikazuje. Apscisa je razmjerna međusobnom razmaku dvaju atoma, a ordinata predodređuje silu kojom jedan atom djeluje na drugi. Ta sila za najveće blizine konačno prelazi u odbojnu i bezgranično raste. Odbojna sila kod najmanjih udaljenosti ne dopušta da bi se dva atoma stopila u jednu točku. Tu temeljnu zamisao o silama koje između atoma djeluju, Bošković je dopunjavao daljnjim pretpostavkama, pa je tako tumačio protežnost tjelesa, njihovu čvrstoću, svojstvo ustrajnosti i slično, premda su njegovi atomi neprotežni. Ono što kod njih jest protežno to je polje sile kojim oni ispunjavaju prostor oko sebe. Time se Boškovićeve atomi bitno razlikuju od Daltonovih atoma, zamišljenih kao tjelešca konačna obujma. Boškovićeve zamisao o atomima naprotiv je dinamistička. Njegovi su atomi točke iz kojih i na koje djeluju sile što izvire iz tih točaka. Sile tih atoma točaka ispunjavaju prostor. Oni na taj način mijenjaju prostor, stvarajući oko sebe polje. Premda Bošković nije riječ »polje« upotrijebio, očito je da njegove zamisli vode prema ideji polja, koja je ušla u fiziku na osnovi tumačenja elektromagnetskih pojava. U valnoj mehanici te su se zamisli dalje razvijale.

Bošković se istaknuo i svojim radovima u astronomiji, geodeziji, optici i građevinarstvu. Bio je profesor na glasovitim učilištima u Rimu i Parizu, a izabran je i za člana raznih učenih društava, kao npr. Royal Society u Londonu. Kao znanstvenik djelovao je u Rimu, Paviji, Londonu, Parizu i Milanu. Mnogo je putovao u

znanstvene svrhe, a i u diplomatskoj službi za svoj rodni grad Dubrovnik. Bio je redovnik isusovac.

Premda je Bošković kao znanstvenik bio građanin Evrope, on nikad nije zaboravio svoje rodno mjesto Dubrovnik, a ni narod iz kojega je potekao. Na hrvatskome se dopisivao sa svojom sestrom Anicom u Dubrovniku i s bratom Bartolom. Tako u jednom pismu napominje da je u jednom gradu vidio vojnike »naše Hrvate«. U posljednjem pismu sestri Anici, pisanome 28. kolovoza 1786, nepunih šest mjeseci pred smrt, Bošković ovako započinje: »I ja sam zdrav u svemu ostalom izvan glave, koja je oslabila, pa ne mogu s njome činit ni u dugo ni kako bi se htjelo i kako sam prije činio.« To pismo završava riječima: »Moja se svrha približava; imam 76 godišta i čutim slabos. S Bogom.« Bošković je umro u veljači 1787. Tijelo mu je sahranjeno u crkvi S. Maria Podone u Milanu. U katedrali u Dubrovniku iste je godine postavljena spomen-ploča.

James BRADLEY (1693 — 1762). Smatra se da su njegova opažanja označila početak moderne instrumentalne astronomije. Ne samo da je dao doprinose koji su imali osnovnu važnost za poboljšanje astronomskih sprava, nego je također usavršio metode motrenja. Time je bitno povećao preciznost astronomskih mjerenja.

Karl Ferdinand BRAUN (1850 — 1918) konstruirao je 1897. godine prvu katodnu osciloskopsku cijev. Ta »Braunova cijev« ima hladnu katodu. Užarenu katodu u osciloskopsku cijev uveo je Manfred v. Ardenne.

Henry CAVENDISH (1731 — 1810) bio je kemičar i fizičar. Od kemijskih radova treba istaknuti njegovo otkriće vodika. Prvi je izmjerio konstantu u Newtonovu zakonu opće gravitacije i time odredio Zemljinu masu. Neke njegove radove objavio je tek Maxwell.

Charles Augustin COULOMB (1736 — 1806). Zakon o međusobnom djelovanju točkastih električnih naboja i analogan zakon za magnetske polove, što ih je Coulomb otkrio, imali su važnu ulogu u teoriji elektriciteta i magnetizma. Tim se zakonima pridavala osnovna važnost jer su po obliku jednaki Newtonovu zakonu opće gravitacije. Nakon dolaska i razvoja teorije polja Coulombovi zakoni spadaju u one izvedene iz jednadžbi elektromagnetskog polja.

Pierre CURIE (1859 — 1906) otkrio je, u zajednici sa svojim bratom Jacquesom, piezoelektricitet. Međutim, naročito je poznat po svojim otkrićima iz područja radioaktivnosti koja je ostvario u suradnji sa svojom ženom Marijom rođ. Sklodowska, poznatom kao »Madame Curie«. Pierre Curie poginuo je u prometnoj nesreći.

John DALTON (1766 — 1844) pronašao je zakon o parcijalnim tlakovima plinske smjese i zakon cjelobrojnih uteznih omjera, koji vrijede za kemijske elemente što ulaze u neki kemijski spoj. Dalton je držao da svi atomi istog elementa imaju jednake težine i da je težina glavna značajka po kojoj se atomi raznih elemenata međusobno razlikuju.

Sir Humphry DAVY (1778 — 1829) bio je profesor fizike i kemije na Royal Institution u Londonu od 1802. do 1827. godine. Istaknuo se svojim elektrokemijskim otkrićima. Tako je elektrolizom otkrio natrij. Svoje pokuse tumačio je služeći se Boškovićevom dinamističkom teorijom o atomima. To je zabilježio u svom *Dnevniku* (*Commonplace Book*), gdje na više mjesta navodi Boškovića i prihvaća njegovo shvaćanje atoma. Taj je dnevnik sačuvan u arhivu kod Royal Institution u Londonu.

Davy je bio lijepa i otmjena pojava, a uz to i odličan predavač, tako da su hrlili na njegova javna predavanja. Na jedan takav niz predavanja dolazio je i mladi M. Faraday, i to je bila prekretnica u životu toga knjigoveškog pomoćnika. Davy je mnogo putovao po Evropi. Tako je na svojim putovanjima u Italiju više puta boravio u malome slovenskom selu Podkorenu kod Kranjske Gore; bio je ljubitelj alpskih ljepota. Na kući u Podkorenu gdje je bila gostionica u kojoj je Davy odsjeo, postavljena je spomen-ploča.

Christian DOPPLER (1803. — 1853) bio je profesor matematike na sveučilištu u Pragu i, zatim, u Beču. Bavio se optikom i akustikom, napose teorijom mikroskopa i teorijom boja. Svoj poznati princip (Dopplerova pojava) iznio je 1842. godine primjenjujući ga na boju zvijezda.

Albert EINSTEIN (1879 — 1955) jedan je od najslavnijih znanstvenika u povijesti fizike. Bio je profesor u Zürichu, Pragu i Berlinu, član mnogih učenih društava i akademija, dobitnik počasnih doktorata slavnih sveučilišta i nobelovac. Kad je 1933. godine kao Židov bio prisiljen napustiti Njemačku, dobio je profesuru u Leydenu i, konačno, u Princetonu, N. J. u SAD, gdje je ostao do kraja života.

Od Einsteinovih doprinosa u fizici valja spomenuti zakon za fotoelektričnu pojavu, kojim je oživljena čestična (korpuskularna) teorija svjetlosti. U kvantnoj nauci dao je Einstein-Boseovu statistiku i teoriju specifičnih toplina čvrstih elemenata (Dulong-Petitovo pravilo). U kinetičkoj teoriji izveo je zakon za Brownovo gibanje.

Međutim, najvažniji Einsteinov rad jest njegova teorija relativnosti. Započela je jednom radnjom iz 1905. godine kojom je osnovana »Specijalna teorija relativnosti«, kako je sam Einstein taj dio svoje teorije poslije nazvao. Specijalna teorija obrađuje prostore koji se prema Svemiru jednoliko gibaju. Svi su ti prostori za proučavanje fizikalnih pojava jednako vrijedni. Među njima nema nijednoga koji bi se nečim posebnim odlikovao, pa u svim tim prostorima fizikalni zakoni imaju jednak oblik. Napose u svakom od njih vrijedi zakon ustrajnosti (prvi Newtonov aksiom), pa se stoga ti prostori nazivaju »inercijalni sustavi«. Iz tog načela relativnosti, koje vrijedi i za elektromagnetizam, slijede relativističke transformacije, pomoću kojih se iz eksperimentalnih rezultata u jednom prostoru zaključuje kakve bi rezultate za isti fizikalni događaj dobio promatrač u nekome drugom inercijalnom sustavu koji se prema prvome giba. Te transformacione formule imaju daleko-sežne konzekvencije. Iz njih izlazi da rezultat koji se dobije za duljinu nekog mjerila zavisi o tome miruje li to mjerilo prema opažaču, ili se giba. Zatim, hod ure zavisi o tome miruje li ona ili se giba. Dva događaja koja su za jednog opažača istodobna, za drugoga ne moraju biti. Sve su to bili zapanjujući rezultati jer su proturiječili uvriježenim shvaćanjima osnovanima na Newtonovim zamislima o apsolutnom vremenu i prostoru. Stoga su se oko tih pitanja razvile duge i oštre rasprave, za koje se može reći da su završile općim prihvaćanjem Einsteinovih postavki.

Godine 1915. Einstein je svoju teoriju proširio i na ubrzane prostore i tako započeo svoju »Opću teoriju relativnosti«. Ta je teorija ujedno i teorija gravitacije. Po svojoj matematičkoj formulaciji vrlo je zamršena i ne može se smatrati da je dobila konačan oblik. Dala je važne rezultate potvrđene eksperimentima.

Michael FARADAY (1791 — 1867) kao pomoćnik knjigoveža slušao je niz javnih predavanja profesora Davya. Bila su to tradicionalna Christmas Lectures, koja je priređivalo u božićno vrijeme društvo Royal Society u Londonu. Ta su predavanja bila uglavnom namijenjena mladim ljudima. Faraday je svoje bilješke s tih predavanja sredio, napisao i lijepo uvezao, pa ih onda predao profesoru Davyu.

On, pak, videći u Faradayu toliku ljubav prema prirodnim znanostima, uzeo ga je u svoj laboratorij kao pomoćnika. Faraday je u tom svojstvu također pratio Davya na nekim njegovim putovanjima po Evropi. U laboratoriju učenog društva Royal Society 1824. godine Faraday je postao »Fellow«, a 1825. direktor. Kad se 1827. godine Davy teško razbolio, Faraday ga je naslijedio na profesorskoj stolici.

Najznačajnije Faradayevo otkriće u elektromagnetizmu jest inducirani napon, 1831. godine. Pri tome valja istaknuti kako je on, budući da je bio bez formalne matematičke naobrazbe, svoje pokuse interpretirao na svoj originalni način, pomoću silnica koje prožimaju prostor u okolini električnih i magnetskih tjelesa. Te pomisli ne samo da su omogućile Faradayu da tumači svoje pokuse nego su ga one vodile i do novih otkrića. Tako je pomanjkanje matematičke naobrazbe kod Faradaya bila »prednost za znanost«, kako se to Maxwell izrazio.

Faraday je o svojim pokusima vodio dnevnik. Tu je dao skice uređaja i bilješke o dobivenim rezultatima. Iz dnevnika, poslije objavljenoga pod naslovom *Experimental Researches in Electricity*, vidi se kako se Faraday probijao do svojih otkrića, jer je on bilježio i uspjehe i neuspjehe. To ide tako neusiljeno iz dana u dan da Maxwell kaže kako se mnogom čitatelju *Istraživanja* čini da bi i on bio upravo takav otkrivač prirodnih zakona, da je samo bio došao u priliku. Međutim, za to je trebalo imati Faradayev genij.

Faraday je bio uvjeren u vezu između prirodnih pojava; vjerovao je u jedinstvo Prirode. U traženju tih veza otkrio je, osim induciranog napona, i pojavu koja nosi njegovo ime, a to je utjecaj magnetskog polja na svjetlost. U elektrokemiji poznati su njegovi zakoni elektrolize, a od kemijskih otkrića spomenimo benzol.

Faraday je mnogo eksperimentirao i duge sate boravio je u svom laboratoriju. Tu je bilo često i eksplozija, na sreću bez većih posljedica. Potkraj života Faradaya je mučio gubitak sposobnosti pamćenja.

Armand Hippolyte Louis FIZEAU (1819 — 1896) bio je prvi koji je pokusom na Zemlji 1849. godine izmjerio brzinu širenja svjetlosti kroz uzduh. Taj podatak poslužio je Maxwellu da izreče hipotezu da je i svjetlost elektromagnetski val.

Leon FOUCAULT (1819 — 1868) poznat je i po svojim pokusima sa zvrkovima i njihalom, kojima je dokazivao Zemljinu vrtnju prema Svemiru.

Wolfgang GAEDE (1878 — 1945) izumio je nekoliko konstrukcija vrlo djelotvornih sisaljki za plinove, a posebice uzduh, i tako omogućio da se ostvare ekstremno visoki vakuumi, potrebni za mnoge eksperimente u fizici atoma. Vakuumaska tehnika ima i široku industrijsku primjenu.

William GILBERT (1540 — 1603) bio je osobni liječnik kraljice Elizabete I, a bavio se i fizikom, kako je u ono vrijeme bilo uobičajeno. Napisao je djelo *De Magnete Magneticisque Corporibus et de Magno Magnete Tellure* (O magnetu i magnetskim tijelima i o velikom magnetu zemaljskom).

Otto v. GUERICKE (1602 — 1686) načinio je prvi stroj za dobivanje elektriciteta pomoću trenja. Bila je to sumporna kugla koja se vrtjela, a nabijala se trenjem dlanovima. Guericke je prvi zapazio električno odbijanje i otkrio razliku između vodiča i izolatora elektriciteta. Izumio je zračnu sisaljku na klip, koja mu je omogućila da izvede spektakularni eksperiment s »magdeburškim polukuglama«.

Oliver HEAVISIDE (1850 — 1925) kao vrstan matematičar jako je unaprijedio teoriju elektromagnetizma. Od njega potječe moderni oblik jednadžbi elektromagnetskog polja.

Heinrich HERTZ (1857 — 1894) prvi je pokazao 1888. godine svojim glasovitim pokusima, elektromagnetske valove, koje je Maxwell 26 godina prije teorijski otkrio u formulama svoje teorije elektromagnetskog polja. Time se i pokusom potvrdilo Faradayevo naslućivanje da se elektromagnetsko djelovanje postepeno širi kroz prostor. Hertz je također znatno unaprijedio teoriju elektromagnetskog polja našavši matematičko rješenje za elektromagnetske valove koje isijava električni dipol pobuđen na titranje.

Stanko HONDL (1873 — 1971) studirao je fiziku na Sveučilištu u Zagrebu. Tu je i doktorirao kod profesora V. Dvořaka. Nauke je nastavio na univerzitetima u Göttingenu i Berlinu. Godine 1911. naslijedio je Dvořaka kao profesor fizike na Filozofskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. Posebnu je pažnju posvećivao demonstracionim pokusima za svoja predavanja što ih je redovno održavao sve do svojega umirovljenja 1944. Kad se je početkom ovog stoljeća razmahala često i vrlo žestoka diskusija u vezi s Einsteinovom teorijom relativnosti, Hondl je bio njezin branitelj i zagovornik. Kao vrsni predavač i znanstveni radnik on je obavio pionirski rad na području fizike u Hrvatskoj odgojivši stotine vrijednih nastavnika. U tadanjem Fizikalnom zavodu Sveučilišta u Zagrebu dao je temelje za eksperimentalna fizikalna znanstvena istraživanja u nas. Bio je odličan poznavalac Boškovićevih djela.

James Prescott JOULE (1818 — 1889) istražio je vezu između rada i topline.

Robert KIRCHHOFF (1824 — 1887) načinio je u zajednici s R. W. Bunseonom (1811 — 1899) spektrometar s prizmom.

Emilij Hristijanovič LENC (1804 — 1865) bio je profesor fizike petrogradskog sveučilišta. Osnovni su mu radovi iz područja elektromagnetizma. Osim pravila što nosi njegovo ime, našao je, nezavisno od J. Joulea, zakon toplinskog djelovanja električne struje. Obavljao je i istraživanja u geofizici za vrijeme jedne ekspedicije brodom oko svijeta.

Sir Oliver Joseph LODGE (1851 — 1940) bio je profesor u Liverpoolu i u Birminghamu. Istraživao je rasprostiranje elektromagnetskih valova. Unaprijedio je njihovo otkrivanje izumom koherera. Mnogo se je bavio problemom etera.

Hendrik Antoon LORENTZ (1853 — 1928) čuven je teoretičar elektromagnetizma, koji je Maxwellove jednadžbe primijenio i na atomske dimenzije. Rezultat tog rada jest Lorentzova teorija elektrona. Ona je imala nekog uspjeha, no nije se mogla održati jer ne uzima u obzir pojave diskontinuiteta što je bitno u atomskim procesima, a dolaze od zrnate strukture energije. Lorentzove transformacije za prijelaz iz jednog prostora u drugi činile su se isprva kao matematička dosjetka da se uskladi teorija s rezultatima pokusa, osobito onoga Michelsonova. Međutim, Einsteinova interpretacija tih transformacija značila je prekretnicu u razvoju fizikalne misli.

James Clerk MAXWELL (1831 — 1879) imao je izvanredan dar za matematiku, tako da je njegov prvi znanstveni rad o mehaničkom konstruiranju ovala bio obavljen u jednome znanstvenom časopisu kad mu je bilo svega šesnaest godina. Maxwell je, kao profesor fizike u Cambridgeu, mnogostrano djelovao, ali je najveću slavu postigao svojom teorijom elektromagnetskog polja. On sam tvrdi za svoju teoriju da nije ništa drugo do matematička formulacija Faradayevih ideja i predodžbi o linijama sila što ispunjavaju prostor među električnim i magnetskim tijelima. Maxwellovom su se teorijom mogle ne samo protumačiti sve tad poznate eksperi-

mentalne činjenice s područja elektromagnetizma nego i nove predvidjeti. Najslavnije je njegovo otkriće elektromagnetskih valova teorijskim putem i hipoteza da je svjetlost elektromagnetski val. To je Maxwell objavio 1862. godine. Sistematski je izložio svoju nauku u djelu *A Treatise on Electricity and Magnetism* (Udžbenik elektriciteta i magnetizma), koje je u prvom izdanju izašlo 1873. godine. Dok je priređivao drugo izdanje, Maxwell je iznenada umro, pa je ono objavljeno u redakciji profesora W. D. Nivena 1881. godine. Treće i konačno izdanje *Treatise* redigirao je J. J. Thomson, otkrivač elektrona. To je treće izdanje objavljeno 1891, i ono se još i danas tiska. Maxwellova teorija istisnula je iz elektromagnetizma pomisao »djelovanja na daljinu« i ujedinila elektromagnetizam i optiku. Iz nje je potekla kritika Newtonove mehanike, koja je dovela do Einsteinove specijalne teorije relativnosti 1905. godine. Einsteinova teorija odredila je područje valjanosti Newtonove mehanike i pokazala da veza koja se našla između elektromagnetske energije i mase ima opću valjanost, a to je osnovna formula po kojoj se masa pretvara u energiju u raznim nuklearnim procesima.

Maxwell se istaknuo i na drugim područjima. Tako je u jednome opsežnom radu matematički riješio problem stabilniti Saturnovih prstenova. On je također jedan od osnivača kinetičke teorije plinova. Tu je poznat njegov zakon razdiobe brzina molekula u idealnom plinu. Postoje i Maxwellove relacije u fenomenološkoj termodinamici. U kolorimetriji potankim je pokusima pokazao kako se pomoću tri primarne čiste boje — crvene, zelene i modre, može postići aditivnim miješanjem osjet u našem oku jednak onome što ga izaziva bilo koja boja ili mješavina boja. To se danas primjenjuje u kolor-televiziji.

Albert Abraham MICHELSON (1852 — 1931) bio je neko vrijeme direktor Međunarodnog ureda za mjere i utege (BIMP) u Sèvresu. Tamo je pomoću svog interferometra usporedio etalon metra s valnim duljinama svjetlosti što je emitiraju atomi kadmija. Poslije je bio profesor u Chicagu. Precizno je izmjerio brzinu svjetlosti usavršenom Foucaultovom metodom, a Michelsonove stube optički je uređaj za istraživanje fine strukture spektralnih linija.

Hans Christian OERSTED (1777 — 1851) prvi je opazio da jaka električna struja koja teče tankom žicom od platine djeluje na magnetsku iglu. Budući da je ta struja tu tanku žicu i užarila, prva mu je pomisao bila da je to djelovanje posljedica topline što se tu razvija. Slijedeći pokus s debljom žicom pokazao je da djelovanje na magnet nije uzrokovano toplinom.

Georg Simon OHM (1787 — 1854)

Petrus PEREGRINUS u 13. stoljeću

John Henry POYNTING (1852 — 1914)

Heinrich Daniel RUHMKORFF (1803 — 1877)

Felix SAVART (1791 — 1841) uz zakon koji je otkrio u zajednici s Biotom poznat je i po svojim pokusima iz područja akustike, osobito po apsolutnom određivanju frekvencije tonova.

Nikola TESLA rođen je 1856. u Smiljanu u Lici kao sin pravoslavnog paroha, a umro u New Yorku 1943. godine. Studirao je u Grazu i u Pragu. Kraće je vrijeme surađivao s T. A. Edisonom (1847 — 1931), a onda je, u Americi nastavio samostalno svoj istraživački i izumilački rad. Teslino otkriće višefaznih električnih

izmjeničnih struja ostat će mu kao trajni spomenik i doprinos civilizaciji čovječanstva. Do tog Teslina izuma elektrane su opskrbljivale potrošače električne energije istosmjernom strujom. Bežični prijenos električne energije bilo je drugo područje Teslina rada. Služeći se visokofrekventnim strujama i visokim naponima, dobivenima uređajem koji nosi njegovo ime, Tesla je izveo mnoge spektakularne eksperimente, koji su mu pronijeli slavu širom svijeta na prijelazu iz prošloga u ovo stoljeće. Svoje je pronalaskе Tesla opisao u velikom broju prijavljenih patenata. Istraživački je rad financirao svojim sredstvima, novcem koji su mu donijeli njegovi patent. Tijekom života Tesla je nekoliko puta bio bogat i opet siromašan.

Premda je uzeo američko državljanstvo i stalno boravio u SAD, Tesla nije nikad zaboravio svoj rodni kraj i narod iz kojega je potekao, pa je poznata njegova izjava: »Ponosim se srpskim imenom i hrvatskom domovinom.« Godine 1976. svečano je proslavljena godišnjica njegova rođenja.

Sir William THOMSON (1824 — 1908), poslije lord Kelvin, poznat je i po svojim radovima iz područja termodinamike.

Richard Chace TOLMAN (1881 — 1948) bio je poznat kao teorijski fizičar. Objavio je radove iz statističke mehanike, teorije relativnosti i relativističke kozmologije.

Alessandro VOLTA (1745 — 1827) znamenit je po svojim istraživanjima s područja elektriciteta, koja se nadovezuju na rad L. Galvanija (1737 — 1798). Tako se mogu spomenuti ova Voltina otkrića: Voltin članak, Voltin stup, Voltin kondenzator za otkrivanje malih napona elektroskopom, kontakti napon koji nastaje dodiranjem dviju različitih kovina. Istraživao je i električni organ što ga imaju neke ribe.

Wilhelm Eduard WEBER (1804 — 1891) bio je profesor fizike u Göttingenu. Elektromagnetska mjerenja provedena u zajednici s R. Kohlrauschom, koja su oni objavili 1856. godine, omogućila su Maxwellu da 1862. iznese hipotezu kako je i svjetlost elektromagnetski val. Naime, iz tih mjerenja mogao je Maxwell izračunati brzinu svojih elektromagnetskih valova u uzduhu, a ona se tako dobro slagala s brzinom koju je Fizeau izmjerio za svjetlost u uzduhu, da Maxwell nije mogao nego zaključiti da je i svjetlost iste naravi kao i valovi u »sredstvu koje nosi magnetske i električne pojave«.

Theodor WULF (1868 — 1946) konstruirao je vrlo uspjele elektrometre s metaliziranom kvarcnom niti.

KAZALO

A

abracija zvijezda 196, 204
G. B. Airy 198, 235
alniko 78
amper, 12, 99, 217, 222
A. M. Ampère 235
Ampèreov aparat 107
Ampèreovo pravilo 75
ampermetar 68, 112
analogija 82, 101, 117, 135, 138, 144, 152, 158, 188, 229
anoda 115
antena 20, 127
apsolutni prostor 195
apsolutno vrijeme 195
D. Arago 123, 140, 169, 235

B

balistički galvanometar 20, 22
balistički voltmetar 142
H. Barkhausen 81, 235
Barkhausenova pojava 81
P. Barlow 235
Barlowljevo kolo 94
baterija 68, 114, 136, 148
J. B. Biot 85, 235
bizmut 103
B-linije 84, 139
R. J. Bošković 8, 235
Boškovićev pokus 196
Boškovićeva krivulja sila 236
Boškovićevi atomi 8, 236
J. Bradley 196, 237
K. F. Braun 237
Braunov elektrometar 21, 34, 44, 60
brojčana jednadžba 98, 220
brojčani faktor 86, 219
brzina elektromagnetskih valova 176
brzina rasprostiranja elektromagnetskog djelovanja 169
brzina svjetlosti 11, 177, 185, 189, 190, 195, 214
brzina Zemlje 185
brzina zvuka 183

C

H. Cavendish 44, 237
cezij 97
ciklička zamjena 179
C. A. Coulomb 237
Coulombov zakon 10, 44, 86
P. Curie 237
Curieova konstanta 102
Curieova točka 103
Curieov zakon 102

Č

čelik 80, 104
čvorište 70

D

J. Dalton 236, 237
H. Davy 8, 237
demagnetiziranje 77
dielektričnost 40, 50, 55, 122, 139, 171, 225
dielektričnost vakuumu 40, 50, 101
dijamagnetične tvari 101
dimenzije 219
dinamička teorija 8, 236
D-linije 34, 60
C. Doppler 201, 238
Dopplerova pojava 201
duljina 96, 218, 222
dvostruka zvijezda 188
džul 221, 227

E

efektivna jakost struje 115
efektivni napon 42
A. Einstein 10, 193, 195, 215
ekliptika 197
ekvipotencijalna ploha 37
električna energija 63, 66, 71, 162, 166
električna influencija 18, 39, 82
električna polarizacija 53, 57
električna sila 13, 32, 35, 39, 44, 64, 72, 218, 223
električna silnica 8, 33, 129
električna struja 68, 70, 72, 74, 96, 138, 149, 217, 222
električna susceptibilnost 54
električna vodljivost 122, 225
električni izolator 14, 49, 51, 80
električni naboj 13, 56, 80, 115, 138, 157, 222
električni napon 34, 37, 40, 68, 128, 138, 142, 218, 223
električni otpor 69, 72, 225
električni pomak 21, 39, 48, 55, 66, 70, 89, 95, 224
električni potencijal 34, 40, 67
električni titraži 158, 165
električni titrajni krug, vidi: titrajni krug
električni tok, vidi: tok električnog pomaka
električno polje 16, 23, 32, 34, 49, 51, 129
elektrofor 31
elektrolitička jakost struje 115
elektroliza 115
elektromagnet 101, 106, 141
elektromagnetska energija 163, 173, 188
elektromagnetska sila 92, 99, 128, 140
elektromagnetski valovi 66, 175, 183
elektromagnetsko polje 116, 138, 171
elektron 105, 209
elektroskop 16, 40
elektrostatsko polje 16, 38, 43, 122, 180
elementarni magneti 80, 103
elementarni zakon 86
element struje 86, 90, 93, 120

E-linije 33
empirijska vrijednost 221
energija 63, 66, 136, 141, 156, 195, 209
eter 185
eterski vjetar 185

F

farad 225
M. Faraday 8, 17, 33, 91, 116, 134, 185, 238
faza 41, 162
fazna brzina 183
fazni pomak 160, 162
fazni vodič 167
feromagnetične tvari 101, 103, 149
A. H. L. Fizeau 177, 239
fizička veličina 96, 217
fizički pokusi 190
fizički zakon 7, 86, 96, 217
L. Foucault 146, 239
fronta vala 184, 201

G

W. Gaede 134, 239
Galilejeve transformacije 189, 206
galvanometar 21, 56, 125
W. Gilbert 239
Gilbertov versorij 32, 51
van de Graaffov stroj 26, 30, 121
O. Guericke 15, 239
gustoća električne energije 66, 158, 226
gustoća električne struje 120, 135, 224
gustoća elektromagnetske energije 158, 174
gustoća magnetske energije 158, 226
gustoća naboja 28, 45, 46, 48
gustoća struje energije 175, 226
gustoća zavoja 88

H

O. Heaviside 139, 239
henri 226
H. Hertz 139, 183, 240
histereza 105
homogeno polje električno 34, 53, 66
homogeno polje magnetsko 79, 104, 157, 180
S. Hondl 4, 240

I

idealna zavojnica 150, 156, 160
idealni otpornik 150
impulsna masa 213
impuls sile 209
inducirani napon 123, 128, 134, 139, 145, 150, 157, 226
inducirano polje električno 95, 128, 233
inducirano polje magnetsko 90, 169
induktivitet 150, 157, 161, 226
induktor 134, 147
inercijalni prostor 195, 238

influenca, vidi: električna influenca, r
netska influenca
interferencija 183, 186
iskrište 166
istodobni događaji 195
izmjenična struja 77, 144, 154
izmjenični napon 42, 114, 144, 153, 158
izolator 14, 49, 51, 80, 170, 175
izvedena mjerna jedinica 98, 221
izvor napona 56, 67, 114, 150, 161
izvor struje 163

J

jakost električne struje, vidi: električna st
jakost električnog polja 13, 39, 48, 54,
jakost magnetskog pola 79, 82, 142, 225
jakost magnetskog polja 76, 79, 85, 117,
jakost struje energije 174
jedinica mjera 97, 220, 227, 232
jeka 184
J. P. Joule 240
Jouleova toplota 71, 114, 145, 157
Jouleov zakon 71, 221

K

kapacitet 58, 224
katoda 105, 115
katodni osciloskop 156, 160
kilogram 222
kinetička energija 157, 188, 214
R. Kirchhoff 240
Kirchhoffovi zakoni 70, 117
koercitivna sila 105
Kohlrausch 177, 242
kondenzator 21, 30, 46, 49, 56, 59, 63, 66, 148, 158, 163, 219
kripton 11
krivulja histereze 105
kulometar 112, 115
kulon 222
kušalica 17, 63
kvaliteta fizičke veličine 96, 218

L

E. H. Lenc 240
Lencovo pravilo 139, 145
Leydenska boca 30, 62, 134, 166
linearna gustoća naboja 45, 88
linije električnog polja, vidi: D-linije, E-linije
O. J. Lodge 166, 240
H. A. Lorentz 193, 201, 240
Lorentzove transformacije 11, 193

M

magnet 74, 76, 95
magnetičnost, vidi: magnetska polarizacija
magnetostatsko polje 95, 122, 180
magnetska energija 157, 162
magnetska igla 74, 77, 82, 108, 123, 140, 144
magnetska indukcija 81, 94, 102, 128, 143, 157, 226

magnetska influencija 82
 magnetska polarizacija 80, 102, 104
 magnetska potkova 81, 92, 109, 112, 127
 magnetska sila 76, 79, 85, 91, 140, 225
 magnetska susceptibilnost 102
 magnetske silnice 8, 75, 108, 117, 130
 magnetski dipol 80
 magnetski lanac 82
 magnetski list 108, 140, 145
 magnetski moment 107, 225
 magnetski naboj 80
 magnetski napon 117, 138
 magnetski pol 74, 77, 80, 107, 133, 142, 225
 magnetski štap 81, 92, 107, 124, 134
 magnetski tok 83, 94, 128, 131, 138, 142, 145, 149, 157, 226
 magnetsko polje 75, 85, 88, 101, 126, 130, 136, 139, 143, 149, 157
 magnetsko polje Zemlje 79, 110, 127
 magnezij 101
 masa 96, 152, 195, 209, 218, 222
 J. C. Maxwell 8, 240
 Maxwellova hipoteza 134
 Maxwellove dvoploče 22, 55, 144
 Maxwellove jednačbe 10, 28, 84, 122, 138, 175
 Međunarodni sustav mjera SI 98, 221
 mehanički moment 107
 mehanički valovi 183
 metar 11, 222
 A. A. Michelson 241
 Michelsonov interferometar 186
 minus-elektricitet 15
 mirni prostor 189
 mjera, vidi: mjerna jedinica
 mjerenje 96
 mjerna jedinica 96, 217
 mjerni broj 101, 217
 moment električnog dipola 222

N

načelo jednostavnosti 86, 217
 načelo nesmetane superpozicije 86, 119, 136
 načelo održanja energije 36
 načelo potpunosti 217
 načelo relativnosti 189, 238
 nadomjesni spoj 62
 napon, vidi: električni napon, magnetski napon
 naponska rezonancija 163
 neimenovan broj 97, 177, 210,
 neonska cijev 152
 neposredno mjerenje 220
 neprigušeni valovi 176
 Newtonova nauka 7
 nezavisna fizikalna veličina 96, 218
 nezavisna mjerna jedinica 97, 221, 227
 nul - vodič 41
 njutn 96, 223

O

odredbeni faktor 98, 220
 H. C. Oersted 74, 241
 G. S. Ohm 241
 Ohmov zakon 67, 152, 225
 okvirna antena 127
 olovno drvece 116
 om 225
 optički put 186
 osciloskopska katodna cijev 105
 osnovna jednačba 26, 39, 116, 135, 138, 175, 218, 229
 osnovna mjerna jedinica 97, 221
 osnovni zakon 71, 86, 195, 209, 217
 otpornik 68

P

paralelni spoj 63, 73
 paramagnetične tvari 101
 P. Peregrinus 78, 84, 117, 241
 permanentni magnet 80, 103, 112, 120, 142
 permeabilnost 99, 102, 110, 122, 139, 157, 171, 226
 permeabilnost vakuumu 12, 101, 234
 perpetuum mobile 36
 petlja 70
 plošna gustoća magnetizma 108
 plošna gustoća magnetskog momenta 110
 plošna gustoća naboja 47, 52, 223
 plus-elektricitet 15
 pokretni prostor 189
 polarizacija izolatora 51, 224
 polarizacija valova 183
 pomaćna magnetska struja 138, 226
 pomaćna struja 136, 170
 pomak prema crvenome 204
 posredno mjerenje 220
 potencijal, vidi: električni potencijal
 J. H. Poynting 241
 Poyntingov vektor 175, 226
 praskavac 116
 pravčasta struja 75, 85, 100, 117
 pravilo desnog vijka 75, 108, 133, 136, 138
 prijelazne pojave 154, 160
 prijenosna struja 136
 primarna zavojnica 125, 146
 princip, vidi također: načelo
 princip energije 36
 princip homogenosti 233
 prostorna gustoća naboja 28, 48, 52, 224
 provodna struja 136
 pruge interferencije 186
 pulzacija 162, 201

R

računska obrada 98
 rad električne sile 35, 41, 72
 rad sile 213
 ravni val 177

razdjelni transformator 156, 160
 razgranište 70
 realna zavojnica 150, 157
 redukcija fizikalnih veličina 96, 218, 232
 redukcija mjernih jedinica 98, 222, 232
 relativističke transformacije 190, 207
 relativna dielektričnost 50, 56
 relativna permeabilnost 102
 relativno gibanje 125
 remanentni magnetizam 105
 reverzibilno nabijanje 63
 rezonancija 161, 163, 167
 rotacioni aparati 91
 H. D. Ruhmkorff 147, 241

S

samoindukcija 149
 sastavljanje brzina 206
 F. Savart 85, 241
 sekunda 222
 sekundarna zavojnica 125, 146
 serijski spoj 73, 163
 sila 218
 simens 225
 simetrija 228
 slobodni magnetizmi 80
 slobodni naboji 51
 smjer električnog polja 16, 32, 51
 smjer magnetskog polja 75, 144
 snaga 72, 145, 227
 specifična vodljivost 122, 139, 225
 specifični otpor 69, 225
 spektralne linije 201
 sraz kugala 210
 stacionarno elektromagnetsko polje 116, 135
 stacionarno rješenje 154, 159
 struja, vidi: električna struja
 strujanje energije 173
 strujna rezonancija 161
 susceptibilnost električna 54
 susceptibilnost magnetska 102
 svemirske maglice 204

T

teorijska vrijednost 221
 termomagnetsko njihalo 103
 N. Tesla 241
 tesla 226
 Teslin motor 169
 Teslin prekidač 167
 Teslin transformator 167
 Teslin visokofrekventni generator 134, 167

W. Thomson 9, 163, 165, 242
 E. Thomsona aparat 144
 tinjalica 164
 titrajni krug 59, 163
 tok električnog pomaka 28, 70, 136, 138, 224
 R. C. Tolman 242
 Tolmanov pokus 210
 transformator 146
 transverzalni val 181
 trofazni sustav 167

U

udarac napona 81, 142

V

vakuum 40, 185
 valovi zvuka 183, 201
 varijak 114
 vat 227
 veličina gibanja 195, 209
 veličinska jednadžba 96, 220, 233
 versorij 32, 51
 visokofrekventne struje 134
 višefazne struje 167
 vodič elektriciteta 14, 24, 69
 vodljivost 225
 volt 12, 222
 A. Volta 242
 Voltin elektrofor 31
 voltmetar 68
 vrijeme 96, 218, 222
 vrtložne struje 140, 146
 E. W. Weber 177, 242
 T. Wulf 123, 242

Z

zaporna ura 115
 zasićenje magnetsko 105
 zaštitna mrežica 18, 20, 24
 zaštitni otpornik 63
 zatvorena staza integracije 119
 zatvorene električne silnice 133, 170
 zavisna fizikalna veličina 96, 218
 zavisna mjerna jedinica 221
 zavojnica 75, 77, 88, 104, 110, 124, 144, 149,
 156, 161, 163
 zrake svjetlosti 206

Ž

željezna jezgra 125, 145, 161
 željezni otpornik 69

Izdavačka radna organizacija
ŠKOLSKA KNJIGA
Zagreb, Masarykova 28

Za izdavača
dr JOSIP MALIĆ

Grafički urednik
JOSIP JELIĆ

Korektor
IVANKA PALEŠČAK-RADEŠIĆ

Naklada 1000 primjeraka

Tisak završen u listopadu 1986.