Prof. dr ing. Vojislav Bego

MJERENJA U ELEKTROTEHNICI



UDŽBENICI SVEUČILIŠTA U ZAGREBU
MANUALIA UNIVERSITATIS STUDIORUM ZAGRABIENSIS

Dr ing. VOJISLAV BEGO
redovni profesor Elektrotehničkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu

MJERENJA U ELEKTROTEHNICI

TREĆE PROŠIRENO IZDANJE



TEHNIČKA KNJIGA
ZAGREB

Odobreno rješenjem komisije za udžbenike i skripta Sveučilišta u Zagrebu,
broj 08-1119/2-1975, od 30. lipnja 1975.

PREDGOVOR TREĆEM IZDANJU

Nepunih sedam godina nakon prvog izdanja bilo je, evo, potrebno već treće izdanje ove knjige, što je potvrda da je osnovna namjena djela, navedena u predgovoru prvom izdanju, uspješno ostvarena. Očito, djelo nije poslužilo samo kao nastavno pomagalo studentima na elektrotehničkim fakultetima, već i drugima koji su željeli solidno svladati osnove mjerenja u elektrotehnici.

Dok su u drugom izdanju bile uklonjene samo naknadno uočene pogreške i izvršene sitnije dopune, u trećem su izdanju, zbog neobično brzog razvoja mjerne tehnike, bile potrebne gotovo u svim poglavljima znatnije dopune, a da se knjiga bitnije ne bi povećala, ispuštena su neka rješenja koja se danas manje upotrebljavaju. Osim toga, dodano je novo poglavlje, „Daljinska mjerenja i mjerni sustavi", u kojem je veća pažnja posvećena mjernim pretvaračima koji sve više potiskuju razne električne mjerne instrumente.

Zagreb, u rujnu 1975. godine V. Bego

PREDGOVOR PRVOM IZDANJU

Ovaj udžbenik obrađuje opća mjerenja u elektrotehnici, dakle ona mjerenja koja su zajednička i osnovna za sva područja praktične elektrotehnike. Razne specijalne grane mjerenja u elektrotehnici, kao što su primjerice mjerenja električnih strojeva, visokofrekventna, visokonaponska, daljinska mjerenja i mjerenja neelektričnih veličina, obuhvaćena su ovdje samo toliko koliko je to potrebno inženjerima kojima to nije uža specijalnost.

U prvom poglavlju udžbenika objašnjeni su osnovni pojmovi teorije pogrešaka i ukazano je na mogućnost njezine primjene u velikoserijskoj proizvodnji. U daljnjih sedam poglavlja obrađeni su najprije najvažniji sastavni dijelovi mjerne opreme, zatim laboratorijski izvori, električni mjerni instrumenti, brojila, mjerni mostovi i kompenzatori, mjerni transformatori, te elektronički mjerni uređaji. U devetom i desetom poglavlju opisane su mjerne metode koje se koriste pri mjerenju pojedinih električnih, magnetskih i neelektričnih veličina.

Udžbenik je prvenstveno namijenjen studentima elektrotehnike, a dakako i svima drugima koji žele solidno svladati osnove mjerenja u elektrotehnici. Materijal je obrađen šire nego što se obično izlaže u okviru kolegija na elektrotehničkim fakultetima. Time se pruža mogućnost studentima da se prema svojim željama i potrebama detaljnije obavijeste o mjerenjima u elektrotehnici, a inženjerima da prošire znanje stečeno za vrijeme studija. Uz opća objašnjenja potrebna početniku, dodana su često i detaljnija razmatranja i analize koje su korisne inženjerima u praksi, a studente privikavaju inženjerskim metodama i inženjerskom načinu mišljenja.

Premda udžbenik ima 512 stranica i 565 slika, ipak mi nije bila želja, a niti je bilo moguće, obraditi sve interesantne teme ovog opširnog područja. U odličnom djelu prof. dr Josipa Lončara „Električka mjerenja", koje je doživjelo već četvrto izdanje i poslužilo mnogim generacijama pa i autoru, može čitalac naći obrađene mnoge od tih tema. Uopće sam nastojao pišući ovu knjigu da bude što manje preklapanja i da ona bude u stanovitom smislu nadopuna djelu prof. Lončara.

Ugodna mi je dužnost zahvaliti prof. dr inž. Radenku Wolfu i prof. inž. France Mlakaru koji su pregledali i recenzirali cijeli rukopis te mi pomogli kritičkim napomenama i korisnim savjetima. Prof. dr inž. Stanko Turk i prof. inž. Ivan Šoštarec pregledali su dijelove rukopisa i upozorili me na manjkavosti i mogućnosti poboljšanja. Naročitu zahvalnost dugujem asistentima Vladimiru Šimecu, Dušanu Božiću, Božidaru Ferkoviću, Dušanu Vujeviću, Dragutinu Markovinoviću i Mladenu Boršiću, koji su mi pomogli u pripremi gradiva, pri rješavanju zadataka i korekturi složenog teksta.

Urednik edicije Ivan Uremović i ostali drugovi iz Tehničke knjige i Željezničke štamparije u Subotici pokazali su veliku susretljivost i razumijevanje. Njima treba zahvaliti da je knjiga ovako lijepo opremljena.

V. Bego

SADRŽAJ

PREDGOVOR 5

SADRŽAJ 7

UVOD 15

1. POGREŠKE MJERENJA 23

1.1. Sistematske pogreške 24

1.2. Slučajne pogreške 25

1.2.1. Računanje s grupnim vrijednostima 29

1.2.2. Gaussova ili normalna razdioba 31

1.3. Područje pouzdanosti 32

1.4. Mjerna nesigurnost 35

1.5. Granice pogrešaka 36

1.6. Pogreške funkcija izravno mjerenih veličina (složene pogreške) . . 37

1.6.1. Standardna devijacija funkcije izravno mjerenih veličina . 38

1.6.2. Sigurne granice pogrešaka funkcija izravno mjerenih veličina 39

1.6.3. Statističke granice pogrešaka funkcija izravno mjerenih veličina 40

1.7. Prikazivanje i izravnavanje rezultata mjerenja 41

1.8. Zadaci 46

2. MJERNI OTPORNICI, KONDENZATORI I SVICI 49

2.1. Mjerni otpornici 49

2.1.1. Materijali za mjerne otpornike 49

2.1.2. Vremenska konstanta otpornika 50

2.1.3. Načini namatanja žičanih otpornika 52

2.1.4. Etaloni otpora 54

2.1.5. Otpornici s preklopkama i čepovima 55

2.1.6. Otpornici s kliznom žicom 56

2.1.7. Slojni otpornici 57

2.2. Mjerni kondenzatori 60

2.2.1. Računski etaloni kapaciteta 61

2.2.2. Upotrebni etaloni kapaciteta 62

2.3. Mjerni svici 64

2.3.1. Računski etaloni samoinduktiviteta 65

2.3.2. Upotrebni etaloni samoinduktiviteta 66

2.3.3. Računski etaloni međuinduktiviteta 67

2.3.4. Upotrebni etaloni međuinduktiviteta 67

2.3.5. Svici promjenljivog međuinduktiviteta 68

2.4. Zadaci 69

3. LABORATORIJSKI IZVORI 71

3.1. Etaloni napona 71

3.1.1. Westonov etalonski članak 71

3.1.2. Etaloni napona sa Zenerovim diodama 73

3.2. Laboratorijski izvori istosmjerne struje 75

3.3. Laboratorijski izvori izmjenične struje 76

3.4. Ugađanje struje 78

3.4.1. Potenciometarski spoj 79

3.4.2. Ugađanje struje predotporom 80

3.4.3. Klizni otpornici 81

3.4.4. Regulacioni transformatori 81

3.5. Zadaci 82

4. ELEKTRIČNI MJERNI INSTRUMENTI 83

4.1. Općenito o električnim mjernim instrumentima 83

4.1.1. Skala i kazaljka električnih mjernih instrumenata . . . 83

4.1.2. Moment i protumoment 87

4.1.3. Ležaj sa šiljkom 93

4.1.4. Prigušenje: a) Elektromagnetsko prigušenje 97; b) Zračno prigušenje 99; c) Tekućinsko prigušenje 99 97

4.1.5. Dinamika pomičnog organa mjernih instrumenata: a) Gibanje pomičnog organa nakon uključivanja konstantne mjerene veličine 100: (Titrajno neprigušeno gibanje; Titrajno prigušeno gibanje; Granično aperiodsko gibanje; Aperiodsko gibanje; Izbor prigušenja); b) Gibanje pomičnog organa kod sinusnih mjerenih veličina 107 100

4.1.6. Kućišta električnih mjernih instrumenata 109

4.1.7. Standardi za električne mjerne instrumente: a) Tačnost 112; b) Preopterećenje 113; c) Referentni uvjeti i promjena pokazivanja 113; d) Prigušenje 115; e) Ispitni naponi 116; f) Oznake mjernih instrumenata 116 111

4.2. Instrumenti s pomičnim svitkom 120

4.2.1. Princip rada 120

4.2.2. Dimenzioniranje magneta 121

4.2.3. Proširivanje mjernog opsega: a) Proširivanje naponskog mjernog opsega 125; b) Proširivanje strujnog mjernog opsega 125 125

4.2.4. Galvanometri 127

4.2.5. Balistički galvanometar: a) Titrajno neprigušeno gibanje 132; b) Titrajno prigušeno gibanje 132; c) Granično aperiodsko gibanje 134; d) Aperiodsko gibanje 136; e) Proširivanje mjernog opsega balističkog galvanometra 136; f) Upotreba balističkog galvanometra 137 131

4.2.6. Fluksmetar 137

4.2.7. Precizni i pogonski instrumenti 140

4.2.8. Instrumenti s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem 141

4.2.9. Instrumenti s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem (vektormetri): a) Mjerenje sinusnih napona i struja 152; b) Mjerenje faznog pomaka između dva napona 153; c) Mjerenje djelatne i jalove snage 153; d) Mjerenje viših harmoničkih članova 154; e) Mjerenje osnovnog harmoničkog člana 155; f) Snimanje krivulje struje i napona 155; g) Ostale primjene instrumenata s mehaničkim ispravljačem 157 150

4.2.10 Instrumenti s pomičnim svitkom i upravljanim poluvodičkim ispravljačima 157
4.3. Instrumenti s unakrsnim svicima (kvocijentni magnetoelektrični instrumenti) 159
4.4. Instrumenti s pomičnim magnetom 162
4.4.1 Princip rada 162
4.4.2. Kvocijentni instrumenti s pomičnim magnetom 163
4.4.3. Galvanometri s pomičnim magnetom 164
4.5. Elektrodinamski instrumenti 165
4.5.1. Princip rada 165
4.5.2. Elektrodinamski instrumenti bez željeza 168
4.5.3. Elektrodinamski instrumenti zatvoreni željezom (ferodinamski instrumenti) 170
4.5.4. Kvocijentni elektrodinamski instrumenti 170
4.6. Instrumenti s pomičnim željezom 173
4.6.1. Princip rada 173
4.6.2. Pogonske i laboratorijske izvedbe 175
4.7. Indukcioni instrumenti 178
4.8. Elektrostatski instrumenti 181
4.8.1. Princip rada 181
4.8.2. Izvedbe elektrostatskih instrumenata 182
4.9. Instrumenti na termičkoj osnovi 186
4.9.1. Instrumenti s vrućom žicom 186
4.9.2. Instrumenti s termopretvaračem 186
4.9.3. Bimetalni instrumenti 189
4.10. Registracioni instrumenti 190
4.11. Oscilografi 195
4.11.1. Oscilografi s materijalnim pisačem 196
4.11.2. Oscilografi s tekućinskim mlazom 197
4.11.3. Svjetlosni oscilografi 197
4.12. Zadaci 202

5. ELEKTRIČNA BROJILA 205
5.1. Istosmjerna brojila 205
5.1.1. Elektrolitska brojila 205
5.1.2. Magnetomotorna brojila 206
5.1.3. Elektrodinamska brojila 208
5.2. Izmjenična brojila 209
5.2.1. Jednofazna indukciona brojila djelatne energije 209
5.2.2. Indukciona trofazna brojila djelatne energije 212
5.2.3. Indukciona brojila jalove energije 213
5.2.4. Brojila prividne energije 213
5.3. Posebne izvedbe električnih brojila 213
5.3.1. Višetarifna brojila 214
5.3.2. Vršna brojila 214
5.3.3. Brojila s pokazivačem maksimuma 214
5.4. Elektronička brojila 215

5.5. Ispitivanje brojila 216
5.5.1. Ispitivanje brojila vatmetrom i stop-urom 217
5.5.2. Ispitivanje pomoću preciznog brojila 218
5.5.3. Ispitivanje na trajan rad 218
5.5. Zadaci 218

6. MJERNI MOSTOVI I KOMPENZATORI 219
6.1. Wheatstoneov most za istosmjernu struju 220
6.1.1. Izvedbe Wheatstoneova mosta 221
6.1.2. Osjetljivost mosta 224
6.1.3. Prilagođenje mosta 228
6.1.4. Nepotpuno uravnotežen most 232
6.1.5. Područje primjene 233
6.2. Thomsonov most 234
6.3. Wheatstoneov most za izmjeničnu struju 236
6.3.1. Uvjeti ravnoteže 236
6.3.2. Ugađanje ravnoteže mosta 238
6.3.3. Klasifikacija mostova 241
6.3.4. Osjetljivost i prilagođenje Wheatstoneova mosta za izmjenične struje 244
6.3.5. Tačnost mjerenja 245
6.4. Kompenzatori za istosmjernu struju 247
6.4.1. Osnovni spojevi kompenzatora za istosmjernu struju . . 247
6.4.2. Mjerenje struje i otpora pomoću kompenzatora 249
6.4.3. Osjetljivost nulindikatora 250
6.4.4. Precizni kompenzatori: a) Feussnerov kompenzator 251; b) Rapsov kompenzator 252; c) Kaskadni kompenzator 253; d) Diesselhorstov kompenzator 253; e) Kompenzator s tri pomoćna kruga 256 251
6.4.5. Djelitelj napona 257
6.4.6. Stepenasti kompenzator 257
6.4.7. Tehnički kompenzator 258
6.4.8. Samouravnotežavajući (automatski) kompenzatori . . . 258
6.5. Kompenzatori za izmjeničnu struju 261
6.5.1. Izmjenični kompenzator s termopretvaračem 262
6.5.2. Izmjenični kompenzator s NTC otpornicima 264
6.5.3. Izmjenični kompenzator s elektrodinamskim mjernim sistemom 265
6.5.4. Izmjenični kompenzator s kvadratnim elektrometrom . . 266
6.5.5. Kompleksni izmjenični kompenzatori 267
6.6. Zadaci 269

7. MJERNI TRANSFORMATORI 271
7.1. Naponski transformatori 272
7.1.1. Način djelovanja 272
7.1.2. Tačnost 276
7.1.3. Označavanje stezaljki 276
7.1.4. Ispitivanje izolacije 277
7.1.5. Izvedbe naponskih transformatora 278
7.1.6. Kapacitivni naponski transformatori 280
7.1.7. Induktivna djelila 282

7.2. Strujni transformatori 283
7.2.1. Način djelovanja 283
7.2.2. Tačnost 287
7.2.3. Mjere za smanjenje pogrešaka strujnih transformatora . 288
7.2.4. Vladanje strujnog transformatora pri povećanoj primarnoj struji 290
7.2.5. Termička i dinamička struja strujnih transformatora . . 292
7.2.6. Označavanje stezaljki 293
7.2.7. Izvedbe strujnih transformatora 293
7.3. Strujni mjerni transformatori za istosmjernu struju 297
7.4. Mjerenje pogrešaka mjernih transformatora 298
7.5. Zadaci 301

8. ELEKTRONIČKI MJERNI UREĐAJI 303
8.1. Mjerna pojačala 303
8.1.1. Negativna reakcija ili negativna povratna veza 303
8.1.2. Svojstva mjerenih pojačala 308
8.2. Elektronički voltmetri 308
8.2.1. Istosmjerni elektronički voltmetri 308
8.2.2. Izmjenični elektronički voltmetri 311
8.3. Digitalni mjerni uređaji 314
8.3.1. Elektronički brojači: a) Mjerenje vremena 319; b) Mjerenje frekvencije 320 316
8.3.2. Pretvaranje analognih veličina u digitalne: a) Pretvaranje istosmjernog napona u vrijeme 321; b) Pretvaranje napona u frekvenciju 322; c) Stepenasti pretvarači 323 320
8.4. Osciloskop 324
8.5. Zadaci 334

9. MJERENJE ELEKTRIČNIH I MAGNETSKIH VELIČINA 337
9.1. Mjerenje napona i struja 337
9.1.1. Mjerenje vrlo malih istosmjernih struja i napona . . . 337
9.1.2. Mjerenje vrlo malih izmjeničnih struja i napona: a) Mjerne slušalice 338; b) Vibracioni galvanometri 339; c) Elektronički nulindikatori 341 338
9.1.3. Visokonaponska mjerenja: a) Kuglasta iskrišta 342; b) Djelitelj napona 346; c) Mjerni instrumenti priključeni na naponske transformatore 347; d) Instrumenti spojeni u seriju s otporom 347; e) Instrumenti koji mjere ispravljenu struju kondenzatora 347; f) Mjerenje visokih napona elektrostatskim instrumentima 348; g) Visokonaponski rotirajući voltmetri 348; h) Ostale metode 348; i) Visokonaponski izvori, industrijske frekvencije 349; j) Izvori udarnih napona 350; k) Izvori istosmjernih visokih napona 352 342
9.1.4. Mjerenje velikih istosmjernih struja strujnim jarmom . . 353
9.2. Mjerenje snage 348
9.2.1. Mjerenje snage kod istosmjerne struje 358
9.2.2. Mjerenje djelatne snage jednofazne izmjenične struje: a) Mjerenje snage pomoću vatmetra 360; b) Mjerenje snage pomoću tri ampermetra 362; c) Mjerenje snage pomoću tri voltmetra 363; d) Mjerenje snage kompleksnim izmjeničnim kompenzatorom i izmjeničnim mostovima 363; e) Mjerenje snage pomoću mjernih pretvarača snage 364 360

9.2.3. Mjerenje djelatne snage trofaznih sistema pomoću metode dvaju vatmetara (Aronov spoj) 365
9.2.4. Mjerenje djelatne snage trofaznih sistema metodom triju vatmetara 369
9.2.5. Mjerenje jalove snage u jednofaznim sistemima 370
9.2.6. Mjerenje jalove snage u trofaznim sistemima 370
9.2.7. Poluizravna mjerenja snage 371
9.2.8. Neizravno mjerenje snage 372
9.2.9. Mjerenje snage na višim frekvencijama: a) Termički vatmetri 373; b) Mjerenje snage pomoću osciloskopa 374; c) Mjerenje snage na vrlo visokim frekvencijama 375 . . . 373

9.3. Mjerenje otpora 377
9.3.1. Mjerenje djelatnog otpora mjerenjem napona i struje (*U-I* metoda) 377
9.3.2. Mjerenje djelatnog otpora svitka velikog induktiviteta . 379
9.3.3. Poredbene metode mjerenja djelatnog otpora 381
9.3.4. Omometri: a) Omometri s pomičnim svitkom 383; b) Omometri s unakrsnim svicima 385; c) Digitalni omometri 386 . 383
9.3.5. Mjerila izolacije: a) Mjerila izolacije s induktorom 388; b) Mjerila izolacije s baterijom i mehaničkim pretvaračem 388; c) Mjerila izolacije s baterijom i tranzistorskim pretvaračem 389 387
9.3.6. Mjerenje izolacije u pogonu 389
9.3.7. Laboratorijske metode mjerenja vrlo velikih otpora: a) Mjerenje otpora metodom gubitka napona 390; b) *U-I* metoda 391; c) Wheatstoneov most 391 390
9.3.8. Mjerenje otpora uzemljenja: a) Mjerenje otpora uzemljenja *U-I* metodom 392; b) Nippoldova metoda 394; c) Behrendova metoda 394; d) Mjerenje specifičnog otpora tla 395 . . . 392
9.3.9. Mjerenje otpora tekućina 396

9.4. Mjerenje induktiviteta 398
9.4.1. Mjerenje samoinduktiviteta *U-I* metodom 398
9.4.2. Mosne metode mjerenja induktiviteta: a) Most s promjenljivim induktivitetom 400; b) Most s dvije klizne žice 400; c) Maxwellov most (Maxwell-Wienov most) 402; d) Owenov most 403; e) Hayov most 404; f) Andersonov most 405 . . 399

9.5. Mjerenje međuinduktiviteta 406
9.5.1. Balističke metode 406
9.5.2. Metoda opozicije 407
9.5.3. Carey-Fosterov most 408
9.5.4. Mjerenje međuinduktiviteta pomoću metoda za mjerenje samoinduktiviteta 409
9.5.5. Usporedba međuinduktiviteta, otpora i frekvencije . . . 409

9.6. Mjerenje kapaciteta 410
9.6.1. Mjerenje kapaciteta *U-I* metodom 410
9.6.2. Balističke metode mjerenja kapaciteta 411
9.6.3. Wienov most 411
9.6.4. Scheringov most 413
9.6.5. Transformatorski mostovi 419
9.6.6. Mjerenje kapaciteta elektrolitskih kondenzatora 424
9.6.7. Ogawin most 425

9.7. Mjerenje frekvencije 426
9.7.1. Frekventometar s jezičcima 426

9.7.2. Frekventometri s kazaljkom 428
9.7.3. Mostovi za mjerenje frekvencije: a) Robinsonov most 431; b) Rezonantni most 432; c) Campbellov most 433 . . . 431
9.7.4. Metode rezonancije 433
9.7.5. Poredbene metode mjerenja frekvencije 434
9.7.6. Digitalni frekventometri 435

9.8. Magnetska mjerenja 436
9.8.1. Mjerenje magnetskog toka i indukcije pomoću induciranih napona: a) Mjerenje magnetskog toka balističkim galvanometrom 437; b) Mjerenje magnetskog toka fluksmetrom 437; c) Mjerenje magnetske indukcije B_0 rotirajućim ili titrajućim svicima 438; d) Mjerenje izmjeničnih tokova pomoću induciranih napona 438 436
9.8.2. Mjerenje magnetske indukcije pomoću sila na vodiče . . 440
9.8.3. Novije metode mjerenja magnetskih polja: a) Hallova sonda 441; b) Foersterova sonda 441; c) Otporne magnetske sonde 442; d) Metode nuklearne magnetske rezonancije 444 . . 441
9.8.4. Dobivanje homogenih magnetskih polja 445
9.8.5. Općenito o ispitivanju svojstava magnetskih materijala: a) Određivanje H na osnovi poznate raspodjele magnetskih napona 446; b) određivanje H na osnovi poznatog faktora magnetiziranja 448; c) Određivanje H mjerenjem pada magnetskog napona 448; d) Određivanje H mjerenjem indukcije B_0 na površini uzorka 450 445
9.8.6. Ispitivanje svojstava magnetskih materijala istosmjernom strujom: a) Balistička metoda s prstenastim uzorkom 450; b) Fahy-Simplexov permeametar 454; c) Iliovicijev jaram 455; d) Metoda istma 455; e) Stablein-Steinitzov uređaj 456 . . 450
9.8.7. Ispitivanje svojstava magnetskih materijala izmjeničnom strujom: a) Vatmetrička metoda mjerenja gubitaka u željezu 460; b) Snimanje dinamičke petlje histereze vektormetrom 464; c) Snimanje dinamičke petlje histereze osciloskopom 465 458

9.9. Zadaci 466

10. MJERENJE NEELEKTRIČNIH VELIČINA ELEKTRIČNIM POSTUPCIMA

10.1. Pasivni mjerni pretvarači 472
10.1.1. Otporni mjerni pretvarači 472
10.1.2. Induktivni mjerni pretvarači 477
10.1.3. Kondenzatorski mjerni pretvarači 478

10.2. Aktivni mjerni pretvarači 479
10.2.1. Indukcijski pretvarači 479
10.2.2. Termoelektrični pretvarači 481
10.2.3. Piezoelektrični pretvarači 482

10.3. Određivanje mjesta kvara u kabelima i vodovima 483
10.3.1. Murayeva metoda 484
10.3.2. Varleyeva metoda 485
10.3.3. Heinzelmannova metoda 486
10.3.4. Određivanje mjesta prekida u kabelu 487
10.5.5. Metode reflektiranja impulsa 488
10.3.6. Metoda stojnih valova 489
10.3.7. Indukciona metoda 489

10.4. Zadaci 490

11. DALJINSKA MJERENJA I MJERNI SUSTAVI 491
11.1. Prijenos mjernih podataka istosmjernom strujom 491
11.2. Prijenos mjernih podataka izmjeničnom strujom 498
11.3. Analogni prijenos mjernih podataka impulsima 499
11.4. Digitalni prijenos mjernih podataka 500
11.5. Višestruko iskorištenje veza 502
11.6 Mjerni sustavi 504
11.7. Zadaci 506
12. RJEŠENJA ZADATAKA 507
13. LITERATURA 513
14. DJELOMIČNI POPIS OZNAKA UPOTREBLJAVANIH U FORMULAMA . 527
15. KAZALO POJMOVA 533
16. SKRAĆENICE 545

UVOD

Prirodne i tehničke znanosti temelje se na podacima dobivenim mjerenjem. Mjerenja omogućavaju provjeru teoretskih izvoda i razmatranja, a često daju gradivo i za daljnje teoretske razrade. Ona su neophodna i kod svake tehničke realizacije, najprije u toku konstruiranja pri snimanju karakteristika modela ili prototipa, te kasnije tokom proizvodnje u svrhe kontrole. Isto su tako značajna mjerenja koja se obavljaju zbog racionalne eksploatacije i provjere ispravnosti raznih tehničkih uređaja i postrojenja.

Što zapravo znači mjeriti? Znači eksperimentalnim putem odrediti pravu vrijednost *mjerene veličine* određenom tačnošću. To određivanje se svodi na usporedbu između mjerene veličine i *pripadne jedinice*, pa je stoga potrebno da jedinice upotrebljavane u mjernoj tehnici budu definirane najvećom mogućom tačnošću. U prvim počecima mjerne tehnike upotrebljavale su se primitivne jedinice kao što su palac, lakat, stopa itd., dok se u novije vrijeme definicije jedinica sve više oslanjaju na pojave u prirodi koje se odlikuju izvanrednom stalnošću, a mogu se što tačnije odrediti i u svako doba reproducirati. Zbog napretka nauke i tehnike u stalnom su porastu i zahtjevi u pogledu tačnosti i mjerne mogućnosti, pa se s vremena na vrijeme uvode nove definicije jedinica, koje osiguravaju daljnje povećanje tačnosti.

Danas je u međunarodnoj upotrebi *Međunarodni sistem jedinica* (Système International d'Unités) s međunarodnom kraticom SI, čije su osnovne veličine: duljina, masa, vrijeme, jakost električne struje, termodinamička temperatura, količina materije i jakost svjetlosti. Ovdje ćemo pokazati kako su tim sistemom definirane jedinice duljine, mase, vremena i jakosti električne struje.

1. Jedinica duljine METAR (oznaka: m) jest duljina jednaka 1 650 763,73 valnih duljina zračenja u vakuumu, koje odgovara prelazu između razina $2p_{10}$ i $5d_5$ atoma kriptona 86.

2. Jedinica mase KILOGRAM (oznaka: kg) predstavljena je masom međunarodne pramjere kilograma (pohranjene u Međunarodnom birou za mjere i utege).

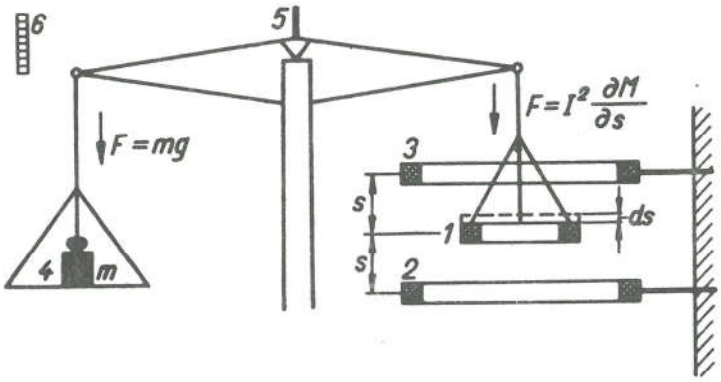
3. Jedinica vremena SEKUNDA (oznaka: s) jest trajanje 9 192 631 770 perioda zračenja koje odgovara prijelazu između dviju hiperfinih razina osnovnog stanja atoma cezija 133.

4. Jedinica jakosti električne struje AMPER (oznaka: A) jest jakost one stalne električne struje koja protječući kroz dva ravna, paralelna i neizmjerno dugačka vodiča zanemarivo malog kružnog presjeka, u vakuumu, međusobno udaljena jedan metar, uzrokuje između njih silu $2 \cdot 10^{-7}$ njutna po metru duljine.

Odluke u vezi s Međunarodnim sistemom jedinica donosi Generalna konferencija za mjere i utege, a to je skupština ovlaštenih predstavnika zemalja članica Konvencije o metru, koju je potpisala većina zemalja, a među njima i Jugoslavija.

Navedena definicija za jedinicu duljine usvojena je na Jedanaestoj generalnoj konferenciji za mjere i utege, održanoj u jesen 1960. godine u Parizu. Definicija za jedinicu mase usvojena je na Trećoj generalnoj konferenciji za mjere i utege 1901. godine, definicija jedinice vremena na Trinaestoj generalnoj konferenciji za mjere i utege 1967. godine, a definicija jedinice jakosti električne struje na Devetoj generalnoj konferenciji za mjere i utege, 1948. godine.

Prije ovako definiranih jedinica bila je na kongresu u Londonu 1908. godine za potrebe elektrotehnike internacionalno prihvaćena jedinica jakosti struje nazvana internacionalni amper (jakost struje koja elektrolitički sekundno izlučuje 1,11800 mg srebra) i jedinica električnog otpora nazvana internacionalni om (otpor kod 0 °C stupca 14,4521 g žive svagdje istog presjeka i dugog 106,300 cm). Tako definirane jedinice jakosti struje i električnog otpora ostale su na snazi punih 40 godina. One se od današnjih međunarodnih (apsolutnih) jedinica ne razlikuju samo po definiciji već i po vrijednosti. Između jedinica prema starijim internacionalnim odredbama, koje ćemo označiti s indeksom 0, i današnjih međunarodnih jedinica utvrđen je slijedeći odnos: $A_0 = 0{,}99985\ A$; $V_0 = 1{,}00034\ V$; $\Omega_0 = 1{,}00049\ \Omega$ i $W_0 = 1{,}00019\ W$.



Slika 0.1. Shematski prikaz Rayleighove strujne vage

O provođenju međunarodnih zaključaka u pojedinim zemljama brinu se nacionalne metrološke ustanove, koje u svojim laboratorijima vrše potrebna istraživanja, mjerenja i baždarenja. Poznati su: National Physical Laboratory u Engleskoj, National Bureau of Standards u SAD, Всесоюзный научно-исследовательский метрологический институт имени Менделеева, Bureau National Scientifique et Permanent des Poids et Mesures u Francuskoj, Physikalisch-Technische Bundesanstalt u Zapadnoj Njemačkoj, Deutsches Amt für Messwesen und Warenprüfung u Istočnoj Njemačkoj itd.

U tim laboratorijima razvijene su brojne metode maksimalne tačnosti, koje polaze neposredno od definicija jedinica. Tako je za određivanje jakosti električne struje poznata tzv. **strujna vaga** ili *Rayleighova vaga*, na kojoj se mjerenje jakosti struje svodi na mjerenje sila između vodiča protjecanih strujom. Razumljivo je da se s takvom vagom nije moglo baš doslovce pridržavati navedene definicije 1 ampera. Neizmjerno dugačak vodič možemo samo zamisliti. Ne postoji ni vodič zanemarivo malog presjeka. Stoga je oblik vodiča Rayleighove vage prilagođen eksperimentalnim mogućnostima. Na jednom kraku izvanredno precizne vage (sl. 0.1) zavješen je svitak *1*, koji se nalazi između dva nepomična svitka *2* i *3*. Sva tri svitka su tako električki spojena u seriju da prilikom prolaska struje *I* donji svitak

2 privlači pomični svitak *1*, a gornji svitak *3* ga odbija. Prije puštanja struje kroz svitke vaga se tačno uravnoteži, što se precizno očita na skali *6*, na koju zrcalo *5* baca zraku svjetla. Kada se kroz svitke pusti struja *I*, da bi se ponovno postigla ravnoteža vage, potrebno je postaviti na njezin drugi krak dodatni uteg *4*, mase *m*. Tada je na vagi s jednakim krakovima elektrodinamska sila *F* između svitaka tačno jednaka težini dodatnog utega: $F=mg$.

Elektrodinamsku silu između svitaka možemo odrediti promatrajući energiju *W* magnetskog polja sva tri svitka, koja iznosi:

$$W = \tfrac{1}{2} L_n I^2 + M I^2 + \tfrac{1}{2} L_p I^2 \tag{0.1}$$

Tu je L_n samoinduktivitet nepomičnih svitaka *2* i *3*, L_p samoinduktivitet pomičnog svitka *1*, a *M* međuinduktivitet između nepomičnih svitaka i pomičnog svitka *1*. Energija magnetskog polja je konstantna ako kroz svitke teče konstantna struja, a vaga se nalazi u ravnoteži. Ako se pomični svitak *1* pomakne prema gore (crtkano na slici) za diferencijal puta d*s*, promijenit će se energija magnetskog polja zbog promjene međuinduktiviteta *M*. Ta promjena energije magnetskog polja iznosi:

$$\mathrm{d}W = I^2 \frac{\partial M}{\partial s} \mathrm{d}s \tag{0.2}$$

što smo dobili derivacijom izraza (0.1) po *s*, uz pretpostavku da je struja *I* konstantna (L_n i L_p ne ovise o položaju svitka *1*). Na osnovi zakona o održanju energije bit će promjena energije d*W* jednaka utrošku rada *F*d*s*, nastalog pomakom pomičnog svitka, pa dobivamo:

$$F = I^2 \frac{\partial M}{\partial s} \tag{0.3}$$

Kako je pri ravnoteži vage elektrodinamska sila *F* jednaka težini dodatnog utega ($F=mg$), vrijedi:

$$I = \sqrt{mg \Big/ \frac{\partial M}{\partial s}} \tag{0.4}$$

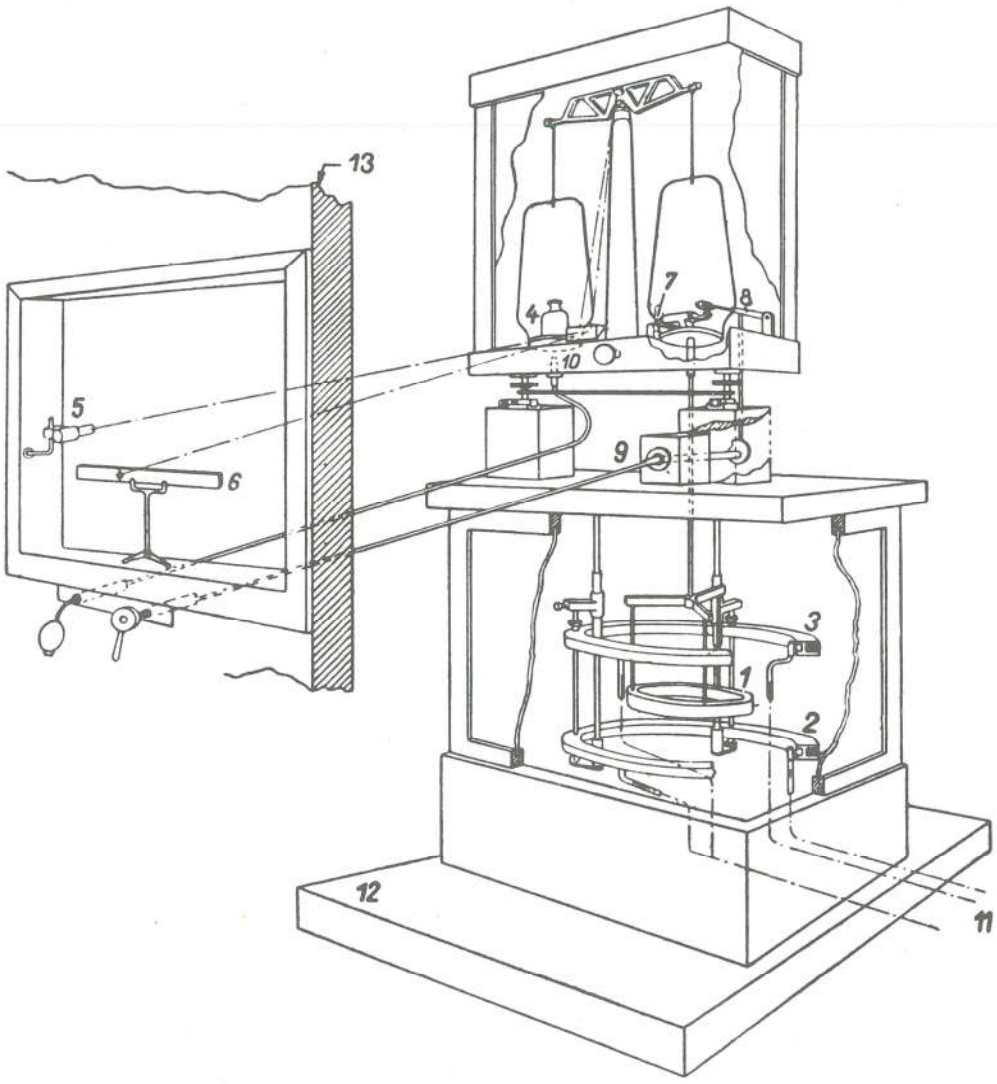
Vidimo da je prilikom „vaganja struje" potrebno poznavati masu *m* dodatnog utega, ubrzanje *g* sile teže na mjestu gdje se nalazi vaga i ovisnost ukupnog međuinduktiviteta *M* o vertikalnom razmaku *s* između svitaka. Budući da strujna vaga služi kao pramjerilo jedne od osnovnih veličina Međunarodnog sistema jedinica, potrebno je poznavati *m*, *g* i $\partial M/\partial s$ maksimalnom mogućom tačnošću. Stoga se utezi mase *m* provjeravaju usporedbom s pramjerama mase, a ubrzanje *g* sile teže određuje se pomoću nekoliko najtačnijih mjernih metoda. Postupak određivanja $\partial M/\partial s$ drugačiji je. Njega treba izvanredno tačno *proračunati*. Poznato je da međuinduktivitet *M* dvaju svitaka u vakuumu, a praktički i u zraku, ovisi o indukcionoj konstanti μ_0, te geometrijskim dimenzijama i udaljenosti svitaka. Indukciona konstanta μ_0 neposredno slijedi iz definicije 1 ampera, jer sila *F* između dva paralelna vodiča duljine *l* i razmaka *d* iznosi:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} \quad \text{ili} \quad \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \tag{0.5}$$

Prema definiciji, jakost struje iznosi 1 A kada je $d=1\,\mathrm{m}$, a $\frac{F}{l} = 2.10^{-7}\,\mathrm{N/m}$, pa nakon uvrštavanja dobivamo odmah:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N/A^2} \tag{0.6}$$

Preostaje, dakle, da se najvećom mogućom tačnošću izmjere dimenzije svitaka i njihova udaljenost, te na osnovi tih podataka izračuna $\partial M/\partial s$. Uz izvanredno precizan i dugotrajan rad pri mjerenju i izradi svih dijelova, te uz niz posebnih mjera opreza, od kojih se samo neke razabiru na sl. 0.2, postižu se danas relativne mjerne nesigurnosti od $\pm 3 \cdot 10^{-6}$, (tj. 1 amper se može odrediti s mjernom nesigurnošću od $\pm$ 3 μA). Takva tačnost zadovoljava praktički sve zahtjeve. Ipak, ona daleko zaostaje za relativnim mjernim nesigurnostima koje nastaju pri mjerenju jedinica duljine ($4 \cdot 10^{-9}$), mase (10^{-9}) i vremena (10^{-13}).



Slika 0.2. Perspektivna skica Rayleighove strujne vage koju upotrebljava američki National Bureau of Standards

1 pomični svitak; *2* i *3* nepomični svici; *4* uteg; *5* izvor svjetlosnog snopa; *6* skala za očitavanje ravnoteže vage; *7* fleksibilne dovodne žice za privođenje struje u pomični svitak *1*; *8* uređaj za dodavanje utega; *9* sklopka za mijenjanje smjera struje, čime se suprotno usmjeruje elektrodinamska sila pa zbog toga treba sa *8* dodati uteg; *10* zračna puhaljka; *11* dovodi rashladne vode; *12* temelji izolirani protiv vibracija; *13* zid kojim je odijeljena prostorija u kojoj se nalazi uređaj od prostorije iz koje se upravlja

Služeći se strujnom vagom mogli bismo odrediti i sve ostale elektromagnetske jedinice, npr. tako da na prikladan način pretvorimo električnu radnju $W = I\,U\,t$ u mehaničku radnju. Pri tom bi bilo potrebno mjeriti mehaničku radnju u njutnmetrima (Nm), vrijeme u sekundama (s) i struju u amperima (A) pomoću strujne

vage. Budući da je 1 Nm = 1 VAs, dobili bismo jedinicu napona V. Slično tome, mogli bismo pretvoriti električnu radnju $W = I^2 R t$ u toplinu, pa bi se iz mjerenja struje, vremena i stvorene topline dobila jedinica otpora Ω. Ipak se ne postupa tako jer se dobivena mehanička radnja i toplina ne mogu izmjeriti u vrhunskoj tačnosti. Znatno se veća tačnost postiže ako se jedinica otpora odredi izravnim postupcima, polazeći od indukcione konstante μ_0 određene definicijom ampera, prema izrazu (0.6).

Jednu takvu mogućnost pružaju računski etaloni induktiviteta i međuinduktiviteta. Poznato je da se induktivitet i međuinduktivitet svitaka bez željeza mogu izračunati na temelju njihovih dimenzija, broja zavoja i indukcione konstante μ_0. Posebnim izvedbama svitaka (pogl. 2.3.1 i 2.3.3) i uz najpažljivije mjerenje njihovih dimenzija može se njihov induktivitet L i međuinduktivitet M danas odrediti s relativnom mjernom nesigurnošću od $\pm 2 \cdot 10^{-6}$. Kod izmjenične struje imaju ovakvi svici jalovi otpor koji je definiran njihovim induktivitetom, odnosno međuinduktivitetom i frekvencijom, što omogućuje određivanje jedinice otpora. Kako se frekvencija može mjeriti vrlo tačno, to se na ovaj način, uz primjenu prikladnih mosnih spojeva, određuje jedinica otpora Ω s gotovo jednakom nesigurnošću kao L i M (pogl. 9.5.5).

U novije vrijeme određuje se jedinica otpora mnogo tačnije pomoću Thompson-Lampardova računskog etalona kapaciteta (pogl. 2.1.1). Da bi se mogao izračunati njegov kapacitet potrebno je izmjeriti samo jednu jedinu duljinu i poznavati dielektričnu konstantu vakuuma ε_0. Poznato je da između te konstante i konstante μ_0 vlada odnos izražen Maxwellovim jednadžbama:

$$c^2 \varepsilon_0 \mu_0 = 1 \tag{0.7}$$

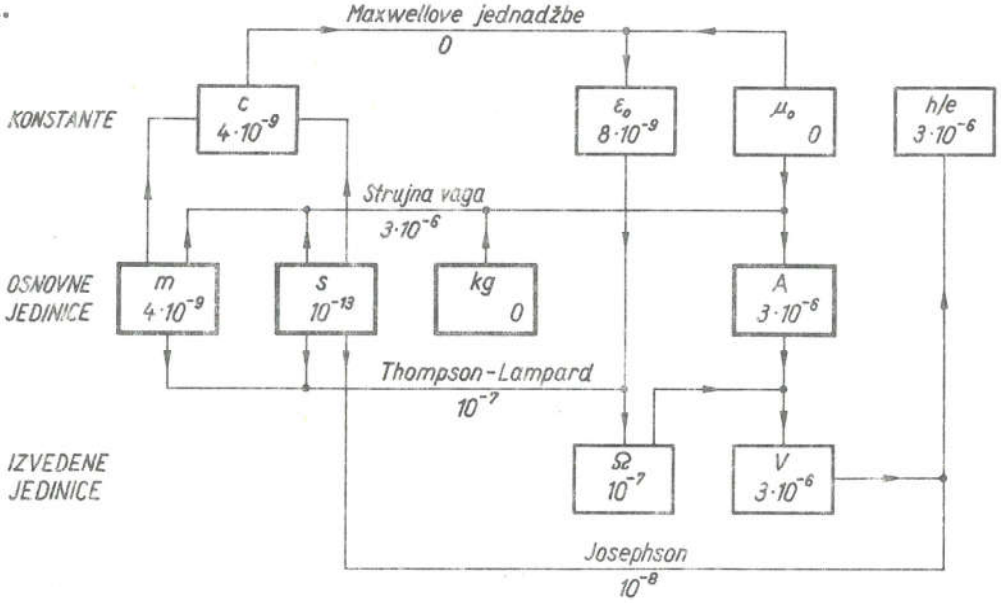
gdje je c brzina širenja elektromagnetskih valova u vakuumu. Mjerenjem valne duljine i frekvencije laserskog zračenja (lit. 0.11) mjeri se u najnovije vrijeme brzina c jednakom relativnom mjernom nesigurnošću kao i jedinice duljine ($4 \cdot 10^{-9}$). To znači, da se ε_0 može danas odrediti s relativnom mjernom nesigurnošću od $2 \cdot 4 \cdot 10^{-9} = 8 \cdot 10^{-9}$, jer μ_0 ima po definiciji tačnu vrijednost, a c ulazi s kvadratom u izraz (0.7). Time je omogućeno da se vrlo tačno izračuna kapacitet Thompson-Lampardova etalona. Takav etalon ima pri izmjeničnoj struji jalov otpor koji je definiran njegovim kapacitetom i frekvencijom, što, uz prikladnu mosnu metodu, omogućuje određivanje jedinice otpora (pogl. 9.6.7). Ovim postupkom postiže se danas relativna mjerna nesigurnost od samo $1 \cdot 10^{-7}$, što je čak 30 puta manje od mjerne nesigurnosti strujne vage!

Jedinica napona dobiva se iz odnosa 1 Ω · 1 A = 1 V, pa se može odrediti s relativnom mjernom nesigurnošću od $3 \cdot 10^{-6}$, koliko iznosi i nesigurnost strujne vage, jer se utjecaj mjerne nesigurnosti jedinice otpora može praktički zanemariti.

Veliki napredak u vrhunskoj metrologiji znači otkriće izmjeničnoga Josephsonova efekta kojim se dobiva napon strogo proporcionalan frekvenciji, dakle veličini koja se može vrlo tačno mjeriti. B. D. Josephson je 1962. godine otkrio da između dva vodiča u supravodljivom stanju, odvojena vrlo tankim slojem izolacije debljine od oko 1 nm, teče izmjenična struja frekvencije f ako se na njima održava napon U:

$$U = \frac{h}{2e} f = 2{,}067850 \cdot 10^{-15} \cdot f \tag{0.8}$$

gdje je h Plancova konstanta, a e naboj elektrona. Konstanta h/e dobiva se iz mjerenja napona U i frekvencije f, pa ne može biti određena manjom mjernom nesigurnošću od $3 \cdot 10^{-6}$ jer toliko iznosi mjerna nesigurnost jedinice napona. S druge strane, kod pokusa s Josephsonovim efektom može se vrijednost napona po volji često reproducirati s mjernom nesigurnošću od oko $1 \cdot 10^{-8}$. Ta činjenica dovodi u pitanje prikladnost izbora sadašnjih osnovnih jedinica Međunarodnog sistema jedinica.



Slika 0.3. Shematski prikaz izvođenja električnih jedinica u Međunarodnom sistemu jedinica SI (brojčani podaci predstavljaju relativnu mjernu nesigurnost pojedinih jedinica, konstanti i postupaka u 1974. godini)

Tablica 0.1

Usporedbom utvrđene razlike napona nacionalnih etalona prema etalonu BIPM (u μV)

Metrološki zavod	1950	1953	1955	1957	1961	1964	1967	1970
DAMW	−10,2	−2,8	+0,5	+1,1	—	−4,3	−6,8	+2,5
ETL	−3,5	−1,4	−2,0	−3,4	−2,9	−3,5	−2,7	+0,5
IEN	—	—	—	—	0	+0,8	−0,9	0,0
LCIE	−0,1	−1,8	−1,8	−2,1	−3,2	−3,1	−4,9	+0,2
NBS	+0,8	−3,3	−0,7	−1,3	−1,9	−2,2	−2,6	+0,2
NPL	+2,2	+3,2	+4,5	+5,2	+5,1	+3,1	+2,6	+0,7
NRC	—	−3,1	−2,4	−0,8	−3,4	−1,7	−3,0	+0,1
NSL	—	—	—	—	—	—	—	0,0
PTB	—	−2,3	+0,6	+0,2	−0,1	−1,4	−0,6	−0,3
ВНИИМ	+23,0	+22,3	+9,3	+8,4	+6,8	+7,8	+8,4	+2,2

DAMW — Deutsches Amt für Messewesen und Warenprüfung, Berlin
ETL — Electrotechnical Laboratory, Tokio
IEN — Instituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris, Torino
LCIE — Laboratoire Central de l'Industrie de l'Electricité, Paris
NBS — National Bureau of Standards, Washington
NPL — National Physical Laboratory, Teddington
NRC — National Research Council, Otawa
NSL — National Standards Laboratory, Chippendale
PTB — Physikalisch-Technische Bundesanstalt (prije rata PTR: Physikalisch-Technische Reichsanstalt), Braunschweig
ВНИИМ — Всесоюзный научно-исследовательский институт имени Менделеева, Ленинград

Opisani postupci izvođenja električnih jedinica i fundamentalnih konstanti shematski su prikazani na sl. 0.3. Ti su postupci vrlo složeni i dugotrajni, pristupačni samo najvećim, posebno opremljenim metrološkim laboratorijima. Pomoću takvih metoda baždare se znatno jednostavniji i praktičniji uređaji, kao što su *etaloni otpora* (pogl. 2.1.4) i *etaloni napona* (pogl. 3.1.), koji onda omogućavaju vrlo tačna mjerenja i u ostalim laboratorijima, uz znatno jednostavniji postupak. Osim toga, etaloni otpora i napona služe za provjeru tačnosti opisanih mjernih metoda raznih metroloških laboratorija. Uobičajeno je da se svakih nekoliko godina pojedini najprecizniji etaloni otpora i napona izbaždare u nacionalnim metrološkim laboratorijima, a onda međusobno usporede. U tablici 0.1 prikazane su razlike napona takvih etalona prema etalonu u Međunarodnom birou za mjere i utege (Bureau International des Poids et Mesures — BIPM) u Sèvresu kraj Pariza, gdje se i provode takve usporedbe već od 1932. godine. Vidimo da razlike kod posljednje usporedbe većinom ne premašuju 1 μV, odnosno milijunti dio napona etalona, koji iznosi 1,018650 V pri 20 °C.

1. POGREŠKE MJERENJA

Osnovni je zadatak mjerne tehnike da odredi pravu vrijednost mjerene veličine u određenim okolnostima. Međutim, i uz primjenu najtačnijih mjernih metoda i uređaja općenito dolazi do stanovitog odstupanja između prave vrijednosti mjerene veličine i izmjerene vrijednosti. Jedino su pri tačnijim mjerenjima ta odstupanja manja, a pri manje tačnim veća. Razlog tim odstupanjima jesu nesavršenosti mjerne opreme, mjernog postupka, mjernog objekta, te lične pogreške onoga koji mjeri. Ta odstupanja nazivamo **apsolutnim pogreškama mjerenja** i različito ih definiramo, ovisno o tome da li su to pogreške pokaznih mjerila ili pogreške mjera. (Pod *pokaznim mjerilima* razumijevamo onu mjernu opremu koju karakterizira skala i značka u vidu materijalne kazaljke, svjetlosnog znaka, noniusa, meniskusa kapilare itd., a pomična je ili značka ili skala. *Mjere* predstavljaju onu mjernu opremu koja utjelovljuje određene pojedinačne vrijednosti neke veličine. To su npr. utezi različitih masa, kalibri, etaloni otpora, etaloni napona itd.).

Kod pokaznih mjerila apsolutna je pogreška razlika između vrijednosti očitane na mjerilu i prave vrijednosti mjerene veličine. Znači da je pogreška pozitivna, ako je izmjerena vrijednost veća od prave vrijednosti. Kod mjera je apsolutna pogreška razlika između naznačene vrijednosti mjere i njezine prave vrijednosti. Tu je pogreška pozitivna ako je naznačena vrijednost veća od prave vrijednosti.

Pri ocjeni tačnosti mjerenja redovno je interesantna **relativna pogreška** koja je odnos između apsolutne pogreške i prave vrijednosti mjerene veličine.

Kod *pokaznih mjerila relativna* je *pogreška:*

$$\frac{\text{izmjerena vrijednost minus prava vrijednost}}{\text{prava vrijednost}}$$

Na primjer, ampermetrom je izmjereno 1,352 A, a prava je vrijednost struje 1,358 A. Tada je apsolutna pogreška — 0,006 A, a relativna — 0,006/1,358 = — 0,0044 ili — 0,44%.

Kod *mjera relativna pogreška* iznosi:

$$\frac{\text{naznačena vrijednost minus prava vrijednost}}{\text{prava vrijednost}}$$

Na primjer, na mjernom otporniku je naznačeno da njegov otpor iznosi 100 Ω, a mjerenjem vrlo preciznom metodom ustanovljeno je da mu otpor iznosi 100,15 Ω. Tada je apsolutna pogreška tog otpornika — 0,15 Ω, odnosno relativna pogreška —0,0015 ili 0,15% (bez zaokruživanja 0,1498%).

Upotrebljava se još i pojam *korekcija* (popravka). Korekcija ima istu apsolutnu vrijednost kao i pogreška, ali je *suprotnog* predznaka.

Razlikujemo tri vrste pogrešaka: grube, sistematske i slučajne.

Grube pogreške nastaju nepažnjom ispitivača, izborom neodgovarajućeg mjernog postupka ili zbog neuočavanja uzroka pogreške. Nije rijetkost da se zbog nepažnje krivo očita otklon instrumenta, naročito na instrumentu s više skala ili s nepregledno podijeljenim skalama. Takvi propusti mogu se općenito izbjeći pažljivošću i poznavanjem upotrijebljenog mjernog postupka, pa ih u daljnjim razmatranjima nećemo uzimati u obzir.

Sistematske pogreške nastaju općenito zbog nesavršenosti mjerila, mjera, mjernog postupka, mjernog objekta, te zbog *obuhvatljivih* utjecaja okoline i ličnih utjecaja ispitivača. Sistematske pogreške imaju određenu vrijednost i određeni predznak, pa se mogu uzeti u obzir putem korekcije. Ako mjerna vrijednost nije korigirana mjerni je rezultat *neispravan*, odnosno ima sistematsku pogrešku.

Nastaju i sistematske pogreške čiji iznos nije poznat i stoga se ne mogu obuhvatiti korekcijom, ali je i za njih karakteristično da imaju jednu stalnu ali nepoznatu vrijednost i stalan ali nepoznat predznak.

Slučajne pogreške izazivaju neobuhvatljive i neizbježne promjene koje nastaju u mjerilima, mjerama i mjernom objektu, te neobuhvatliive promjene utjecaja okoline i ispitivača. Njih u pravilu izaziva mnoštvo zasebnih uzroka, koji u svakom pojedinom mjerenju različito djeluju. Stoga se slučajne pogreške mijenjaju po veličini i predznaku i dovode do rasipanja rezultata, tj. one čine rezultat *nesigurnim*.

1.1. SISTEMATSKE POGREŠKE

Kako smo već naveli, sistematske pogreške mogu nastati zbog nesavršenosti mjernog objekta, mjerila, mjera ili mjernog postupka. Ako se kod mjernog objekta računa s određenim dimenzijama, odstupanje od tih dimenzija izaziva sistematsku pogrešku. Na primjer, pri mjerenju specifičnog električnog otpora vodiča kružnog presjeka, relativno odstupanje promjera vodiča od vrijednosti s kojom se računa izaziva dvostruko veće relativno odstupanje mjerne vrijednosti.

Nehomogenost mjernog objekta može također biti izvor pogreške. Često u takvim prilikama ima smisla samo srednja vrijednost niza mjerenja izvršenih na različitim mjestima objekta. Gubici u željezu jedne ploče dinamo-lima, zbog njegove nehomogenosti, ne smiju se određivati na osnovi mjerenja gubitaka samo jednog malog dijela čitave ploče. Slično vrijedi i za određivanje tvrdoće metalnih predmeta.

Mjerila i mjere mogu imati stanovitu sistematsku pogrešku zbog nedovoljno tačnog justiranja; u podjelama na skali dolazi do mjestimičnih odstupanja, a i konstanta skale može biti neispravna. Mjerni otpori, kondenzatori, svici, utezi i kalibri odstupaju manje ili više od naznačenih vrijednosti. Ta odstupanja su katkada posljedica procesa starenja.

Vrlo često vrijednost izmjerena mjernim instrumentom ili mjernim uređajem[1]) ne ovisi samo o mjerenoj veličini, već na nju nepoželjno utječu i druge fizikalne veličine, koje tada nazivamo *utjecajnim veličinama*. Ako se o njima ne vodi računa, redovno dolazi do sistematskih pogrešaka. Na pokazivanje instrumenata koji služe

[1]) Pod mjernim instrumentom podrazumijevamo mjerni sistem zajedno s kućištem i eventualno ugrađenim priborom. Jedan instrument može sadržavati više mjernih sistema. Pokazno mjerilo, ili kraće mjerilo, je mjerni instrument s čitavim priborom, dakle, i s onim koji se može odijeliti. Mjerni uređaj je sastavljen od više mjera i mjerila.

za mjerenje struje, napona ili snage može utjecati frekvencija mjerenih veličina, jer se s frekvencijom mijenjaju gubici u željezu i bakru instrumenata, a nastaju i promjene prividnog otpora ugrađenih elemenata. Ako je pri tom poznat utjecaj frekvencije na pokazivanje instrumenata, može se taj utjecaj uzeti u obzir dodatnim mjerenjem frekvencije. Temperatura okoline, te zagrijavanje instrumenta zbog vlastitih gubitaka, nerijetko primjetno utječu na otklon instrumenta, jer zbog promjene temperature nastaju promjene magnetskih i električnih svojstava ugrađenih elemenata, te promjene elastičnosti opruga i dimenzija mjernog sistema. Na pokazivanje instrumenta mogu utjecati i strana magnetska i električna polja, blizina metalnih, a naročito željeznih predmeta, vlažnost, zračni pritisak itd.

Sistematske pogreške često izaziva potrošak priključenih mjernih instrumenata. Priključivanje voltmetra izaziva smanjenje mjerenog napona ako otpor naponskog izvora nije neznatan prema otporu voltmetra, a uključivanje ampermetra može uzrokovati smanjenje struje u mjerenom strujnom krugu zbog otpora ampermetra. I brzina vrtnje malog motora može se smanjiti zbog povezivanja tahometra itd.

Razumljivo je da uvijek moramo nastojati koliko je god moguće obuhvatiti sistematske pogreške i uzeti ih u obzir putem korekcije. Da bismo to mogli, potrebno je da dobro poznajemo teoriju primijenjenih metoda i karakteristike upotrijebljene mjerne opreme, te sve ostale faktore koji utječu na rezultate mjerenja. Ipak, ponegdje neće biti moguće odrediti veličinu sistematske pogreške, naročito u vezi s utjecajem okoline. Tada treba pokušati da se barem što sigurnije procijeni veličina takvih sistematskih pogrešaka.

1.2. SLUČAJNE POGREŠKE

Ako isti ispitivač uzastopce više puta mjeri jednakom pažljivošću istu konstantnu mjerenu veličinu s istim instrumentima i pod istim vanjskim utjecajima, dobivat će rezultate koji će ipak međusobno odstupati i rasipati se oko neke vrijednosti. Do rasipanja dolazi zbog slučajnih pogrešaka koje nije moguće kontrolirati i uzeti u obzir putem korekcije, jer se mijenjaju po veličini i predznaku. To su pogreške koje nastaju pri očitanju otklona kazaljke, pogreške zbog zračnosti i trenja u ležajima mjernih instrumenata i zbog ostalih sličnih mehaničkih manjkavosti, te pogreške zbog promjenljivih otpora kontakta i šumova elektroničkih mjernih uređaja. I vremenske promjene utjecajnih veličina i razne neodredive promjene u okolini mogu izazvati slučajne pogreške.

Pojedinačni rezultati su ovdje dobiveni pod istim uvjetima, pa ni jedan od njih nema prednost pred drugim. Prema metodi najmanjih kvadrata (Gauss, 1795 g.) tada je najvjerojatnija vrijednost mjerene veličine *aritmetička sredina* pojedinačnih rezultata. Ako je izvršeno n mjerenja i pojedinačni rezultati iznose $x_1, x_2 \ldots x_n$, onda je aritmetička sredina $\bar{x}$ pojedinačnih rezultata:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1.1)$$

Računanje aritmetičke sredine prema ovom izrazu provodi se samo s malim brojem pojedinačnih rezultata, danim jednostavnim brojevima. U ostalim slučajevima jed-

nostavnije je odrediti aritmetičku sredinu ako se umanje pojedinačni rezultati za neku prikladnu veličinu x_0:

$$\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0) \tag{1.2}$$

Za pojedinačne rezultate 17,08; 17,09; 17,10; 17,09; 17,11 i 17,10 dobivamo aritmetičku sredinu:

$$\bar{x} = 17{,}00 + \frac{0{,}08 + 0{,}09 + 0{,}10 + 0{,}09 + 0{,}11 + 0{,}10}{6} = 17{,}095$$

Što je neki mjerni postupak *precizniji*, to se međusobno manje razlikuju pojedinačni rezultati mjerenja, pa se za računsku ocjenu preciznosti nekog mjernog postupka procijenjuje *srednja kvadratna pogreška pojedinačnog mjerenja* ili tzv. *standardna devijacija*. Ta procjena iznosi:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} \tag{1.3}$$

Vidimo da se prema ovom izrazu srednja kvadratna pogreška određuje na osnovi razlika $(x_i - \bar{x})$ između pojedinačnih rezultata x_i i aritmetičke sredine $\bar{x}$ umjesto, kako bi to prema definiciji pogreške bilo ispravno, na osnovi razlika između pojedinačnih mjerenja x_i i prave vrijednosti mjerene veličine. Razlog je tome taj što nam redovno prava vrijednost mjerene veličine nije poznata. Stoga možemo samo procijeniti srednju kvadratnu pogrešku na osnovi statističkih razmatranja, koja pokazuju da se nepristrana procjena srednje kvadratne pogreške dobiva ako se u nazivnik izraza (1.3) uvede faktor $n-1$ umjesto faktora n. Pri dovoljno velikom n razlikuje se s neznatno od veličine σ, koja je u statističkoj teoriji poznata kao standardna devijacija osnovnog skupa, a ovdje je srednja kvadratna pogreška pojedinačnog mjerenja dotičnog mjernog postupka. Uz više podataka ($n - 1 \approx n$) jednostavnije je procijeniti srednju kvadratnu pogrešku pomoću slijedećeg izraza:

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_0)^2 - (\bar{x} - x_0)^2 \tag{1.4}$$

Ovim postupcima procijenjujemo srednju kvadratnu pogrešku pojedinačnog mjerenja, no mi kao rezultat mjerenja uzimamo aritmetičku sredinu $\bar{x}$ pojedinačnih mjerenja, pa je za mjernu praksu vrlo korisno razmotriti kolika je pogreška tako dobivene aritmetičke sredine. Očito je da bismo, ponavljajući čitavo mjerenje još jednom, dobili novih n pojedinačnih rezultata, čija aritmetička sredina $\bar{x}_2$ ne bi općenito bila jednaka prethodno dobivenoj aritmetičkoj sredini $\bar{x}_1$. Ponavljajući čitavo mjerenje više puta dobivali bismo redom aritmetičke sredine $\bar{x}_1, \bar{x}_2 \ldots \bar{x}_m$, koje bi se međusobno razlikovale i rasipale oko neke vrijednosti. Pomoću izraza sličnog izrazu (1.3) mogli bismo onda procijeniti srednju kvadratnu pogrešku $s_{\bar{x}}$ aritmetičkih sredina, odnosno standardnu devijaciju aritmetičke sredine. Razmotrimo sada kakav odnos vlada između standardne devijacije s pojedinačnog mjerenja i standardne devijacije $s_{\bar{x}}$ aritmetičke sredine. Da bismo to mogli zaključiti, ustanovimo prethodno koliko iznosi standardna devijacija s_y skupa Y čiji je opći član

$y_{ij} = u_i + v_j$ $(i = 1,2 \ldots n;\ j = 1,2 \ldots k)$, gdje su u_i i v_j opći članovi nezavisnih skupova $u_1, u_2 \ldots u_n$ i $v_1, v_2 \ldots v_k$. Označimo aritmetičke sredine tih skupova s. $\bar{u}$ i $\bar{v}$, pa će njihove standardne devijacije iznositi:

$$s_u = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2} \quad \text{i} \quad s_v = \sqrt{\frac{1}{k-1}\sum_{j=1}^{k}(v_j - \bar{v})^2} \tag{1.5}$$

Nije potrebno dokazivati da je aritmetička sredina $\bar{y}$ skupa Y jednaka sumi aritmetičkih sredina $\bar{u}$ i $\bar{v}$, odnosno $\bar{y} = \bar{u} + \bar{v}$, pa kvadrat standardne devijacije s_y iznosi vrlo približno:

$$s_y^2 = \frac{1}{nk}\sum_{i,j}(y_{i,j} - \bar{y})^2 = \frac{1}{nk}\sum_{i,j}(u_i + v_j - \bar{u} - \bar{v})^2 \tag{1.6}$$

Dalje je:

$$\sum_{i,j}(u_i - \bar{u} + v_j - \bar{v})^2 = \sum_{i,j}(u_i - \bar{u})^2 + 2\sum_{i,j}(u_i - \bar{u})(v_j - \bar{v}) + \sum_{i,j}(v_j - \bar{v})^2$$

Kako je:

$$\sum_{i,j}(u_i - \bar{u})^2 = k\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})^2 = k(n-1)s_u^2 \approx kns_u^2$$

$$\sum_{i,j}(v_j - \bar{v})^2 = n\sum_{j=1}^{k}(v_j - \bar{v})^2 = n(k-1)s_v^2 \approx kns_v^2$$

$$\sum_{i,j}(u_i - \bar{u})(v_j - \bar{v}) = \sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u})\sum_{j=1}^{k}(v_j - \bar{v}) = 0$$

jer su sume odstupanja od aritmetičke sredine jednake nuli, dobivamo da kvadrat standardne devijacije sume dvaju skupova iznosi vrlo približno:

$$s_y^2 = s_u^2 + s_v^2 \tag{1.7}$$

Na sličan način možemo dokazati da kvadrat standardne devijacije s_y sume skupova, čije su standardne devijacije $s_u, s_v, s_w \ldots$, iznosi:

$$s_y^2 = s_u^2 + s_v^2 + s_w^2 + \ldots \tag{1.8}$$

Koristeći se ovim izrazom možemo odrediti standardnu devijaciju $s_{\bar{x}}$ aritmetičke sredine $\bar{x}$. Prema (1.1) iznosi aritmetička sredina:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i = \frac{x_1}{n} + \frac{x_2}{n} + \ldots + \frac{x_n}{n} \tag{1.9}$$

Kako standardna devijacija pojedinačnog rezultata $x_1, x_2 \ldots x_n$ iznosi s, standardna devijacija sumanda $\frac{x_1}{n}$, $\frac{x_2}{n}$ $\ldots$ $\frac{x_n}{n}$ u izrazu (1.9) iznosi $\frac{s}{n}$, jer su oni n puta

manji od pojedinačnih rezultata, pa uz pomoć izraza (1.8) dobivamo kvadrat standardne devijacije $s_{\bar{x}}$ aritmetičke sredine:

$$s_{\bar{x}}^2 = \left(\frac{s}{n}\right)^2 + \left(\frac{s}{n}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{s}{n}\right)^2 = n\left(\frac{s}{n}\right)^2 \tag{1.10}$$

odnosno standardna devijacija $s_{\bar{x}}$ aritmetičke sredine iznosi:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{1.11}$$

Kako smo mogli i očekivati, standardna devijacija $s_{\bar{x}}$ aritmetičke sredine općenito je manja od standardne devijacije s pojedinačnog mjerenja i obrnuto je proporcionalna ali ne s brojem pojedinačnih mjerenja, već samo s drugim korijenom iz broja pojedinačnih mjerenja. Sa 9 pojedinačnih mjerenja $s_{\bar{x}}$ je 3 puta manje od s, a sa 100 pojedinačnih mjerenja samo 10 puta. Stoga nema pravog smisla obavljati mnogo pojedinačnih mjerenja, pogotovo jer se time smanjuje samo utjecaj slučajnih pogrešaka, dok se, naravno, sistematske pogreške ne mogu time otkloniti.

Ne smijemo smetnuti s uma da dobro podudaranje pojedinačnih rezultata pri ponavljanju pokusa još nije dokaz da je rezultat tačan. Punu sigurnost u ispravnost rezultata dobivamo tek uspoređivanjem podataka dobivenih raznim mjernim metodama i mjernim uređajima.

Tablica 1.1

Primjer razrade pojedinačnih rezultata mjerenja

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	200,10	+0,05	0,0025
2	200,00	−0,05	0,0025
3	199,85	−0,20	0,0400
4	200,15	+0,10	0,0100
5	199,95	−0,10	0,0100
6	199,90	−0,15	0,0225
7	200,35	+0,30	0,0900
8	200,00	−0,05	0,0025
9	200,15	+0,10	0,0100
10	199,80	−0,25	0,0625
11	199,95	−0,10	0,0100
12	200,20	+0,15	0,0225
13	200,15	+0,10	0,0100
14	199,95	−0,10	0,0100
15	200,15	+0,10	0,0100
16	199,85	−0,20	0,0400
17	200,20	+0,15	0,0225
18	200,10	+0,05	0,0025
19	199,95	−0,10	0,0100
20	200,25	+0,20	0,0400
Suma	4001,00	+1,30 −1,30 0,00	0,4300

Aritmetička sredina:

$$\bar{x} = \frac{4001{,}00}{20} = 200{,}05 \text{ mm}$$

Standardna devijacija pojedinačnog mjerenja (srednja kvadratna pogreška pojedinačnog mjerenja) s:

$$s = \sqrt{\frac{0{,}43}{19}} = 0{,}15 \text{ mm}$$

Procentualni iznos standardne devijacije s:

$$s\% = \frac{s}{\bar{x}}\,100 = \frac{0{,}15}{200{,}05}\,100 = 0{,}075\ \%$$

Standardna devijacija $s_{\bar{x}}$ aritmetičke sredine (srednja kvadratna pogreška aritmetičke sredine):

$$s_{\bar{x}} = \frac{0{,}15}{\sqrt{20}} = 0{,}034 \text{ mm}$$

Procentualni iznos standardne devijacije $s_{\bar{x}}$:

$$s_{\bar{x}}\% = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}}\,100 = \frac{0{,}034}{200{,}05}\,100 = 0{,}017\ \%$$

Zbog boljeg razumijevanja pojedinih pojmova prikazani su u tablici 1.1 pojedinačni rezultati mjerenja duljine jednog štapa, te je određena aritmetička sredina $\bar{x}$, standardna devijacija s pojedinačnog mjerenja i standardna devijacija $s_{\bar{x}}$ aritmetičke sredine. Duljina štapa izmjerena je 20 puta prikladnim mjernim uređajem, čija je sistematska pogreška toliko mala da se može zanemariti, a pojedinačni rezultati x_i mjerenja su navedeni onim redoslijedom kako su dobivani.

Prema izrazima (1.1) ili (1.2) određujemo aritmetičku sredinu samo kada su sva pojedinačna mjerenja jednako pouzdana. U protivnom uvodimo pozitivne brojeve $p_1, p_2 \ldots p_n$, koji su mjera za njihovu različitu pouzdanost. Nazivamo ih težinama i preciznijim mjerenjima pridajemo veću težinu (veći p). Ako su poznate standardne devijacije s_i pojedinačnih mjerenja, možemo odrediti težinu p_i iz izraza:

$$p_i = \frac{\text{konstanta}}{s_i^2}$$

Za konstantu proizvoljno odabiremo neku vrijednost koja je prikladna za računanje, pa je onda aritmetička sredina:

$$\bar{x} = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} \tag{1.12}$$

Do ovog izraza dolazi se pomoću metode najmanjih kvadrata. Ta metoda dade se korisno primijeniti i u slučajevima kada treba odrediti više nepoznatih veličina koje se ne dadu direktno mjeriti, kao i u slučajevima kada izmjerene veličine moraju zadovoljiti stanovitom uvjetu [pogl. 1.7. i lit. 1.1. i 1.2].

1.2.1. Računanje s grupnim vrijednostima

Ako je pojedinačnih rezultata mnogo, često grupiramo zajedno približno iste rezultate mjerenja. Time dobivamo pregledniju sliku rezultata nepomućenu neznatnim varijacijama i ujedno pojednostavnjujemo računski postupak određivanja aritmetičke sredine i standardne devijacije. Grupiranje provodimo tako da područje u kojem se rasipaju rezultati podijelimo na više jednakih dijelova. Podjela ne smije biti pregruba, jer smanjuje preglednost i dovodi do pogrešnih podataka. Prefina podjela otežava računanje. Obično se odabire neparan broj grupa, a njihov broj ovisi o broju pojedinačnih rezultata. Kad je malo pojedinačnih rezultata, oko desetak, uzimamo oko pet grupa, za nekoliko desetaka rezultata 7 do 9 grupa, a za nekoliko tisuća pojedinačnih rezultata dvadesetak grupa. Granice grupa treba tako odabrati da nema dvoumljenja pri sortiranju rezultata u grupe.

Prikladnost takvog postupka i način određivanja aritmetičke sredine $\bar{x}$ i standardne devijacije s razabiru se iz tablice 1.2, gdje su grupirani podaci već navedeni u tablici 1.1. Tu se pojedinačni rezultati kreću od 199,80 do 200,35 mm, pa ćemo područje rasipanja podijeliti na 7 grupa, uzevši širinu grupe $i = 0{,}1$ mm. Aritmetička sredina i standardna devijacija računaju se sada prema izrazima (1.2) i (1.4), nešto modificiranim. Umjesto s $x_i - x_0$ računa se ovdje s $i \cdot d$, gdje je i širina grupe, a d broj grupa između proizvoljno odabrane nulte grupe i promatrane grupe. U navedenom primjeru je za nultu grupu odabrana grupa čija je donja granica 200,03, a gornja 200,12, dakle grupa unutar koje se nalazi aritmetička sredina. Daljnji postupak je vidljiv iz tablice 1.2.

Tablica 1.2

Primjer računanja s grupnim vrijednostima

Granice grupa	Broj članova grupe (frekvencija) f	f	d	$f \cdot d$	$f \cdot d^2$
199,73 – 199,82	I	1	−3	−3	9
199,83 – 199,92	III	3	−2	−6	12
199,93 – 200,02	𝍸 I	6	−1	−6	6
200,03 – 200,12	II	2	0	0	0
200,13 – 200,22	𝍸 I	6	1	6	6
200,23 – 200,32	I	1	2	2	4
200,33 – 200,42	I	1	3	3	9
	Suma	20		11 − 15 = = −4	46

Već smo upozorili da granice grupa treba tako odabrati da pri svrstavanju rezultata ne bude dvoumljenja u koju grupu spada rezultat. U našem primjeru odabrane su granice . . . 3 i . . . 2, pa kako rezultati mjerenja završavaju na 0 ili 5, nije sporno u koju grupu treba uvrstiti rezultat.

Kako je sredina nulte grupe: $x_0 = (200{,}03 + 200{,}12)/2 = 200{,}075$ mm, aritmetička sredina $\bar{x}$ pojedinačnih rezultata jest:

$$\bar{x} = x_0 + i\frac{\Sigma fd}{\Sigma f} = 200{,}075 + 0{,}1\,\frac{-4}{20} = 200{,}05_5 \text{ mm}$$

i standardna devijacija:

$$s = i\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2} = 0{,}1\sqrt{\frac{46}{20} - \left(\frac{4}{20}\right)^2} = 0{,}15 \text{ mm}$$

Dakle, $\bar{x}$ i s određeni na ovaj način praktički se ne razlikuju od onih tačno određenih u tablici 1.1, a postupak je bitno kraći, naročito kad je mnogo pojedinačnih rezultata.

Broj članova grupa prikazan je u tablici 1.2 s onoliko crtica, koliko iznosi broj članova grupe, što je zgodno iz više razloga. Obično prije ispunjavanja tablice s grupnim vrijednostima raspolažemo spiskom pojedinačnih rezultata, ispisanih onim redom kako su dobiveni tokom mjerenja, tj. rezultati nisu sortirani po veličini. Tablicu onda ispunjavamo tako da idemo redom po spisku i unosimo crticu u onu grupu u koju rezultat spada. Ako nam spisak pojedinačnih rezultata nije potreban, možemo crtice direktno unositi u tablicu tokom samog mjerenja. Zbog preglednosti obično svaki peti rezultat u jednoj grupi unosimo tako da povučemo horizontalnu crticu preko prijašnje četiri vertikalne crtice. Ako crtice uredno unosimo, možemo na osnovi njihova rasporeda dobiti uvid kako se pojedinačni rezultati rasturaju.

1.2.2. Gaussova ili normalna razdioba

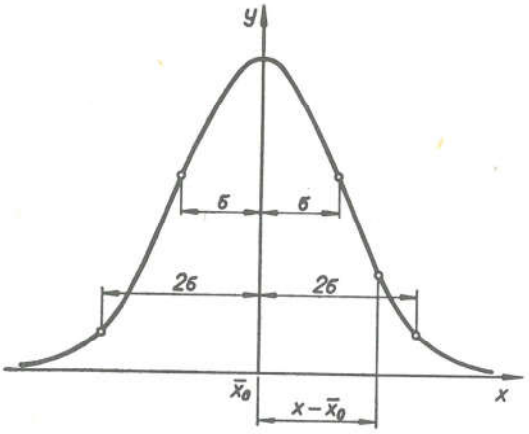
Ako pogreške nastaju djelovanjem izvanredno velikog broja slučajnih i međusobno nezavisnih uzroka, od kojih svaki izaziva različite ali vrlo male pogreške, onda se mjerni rezultati rasipaju prema poznatoj Gaussovoj ili normalnoj razdiobi. Ti uvjeti, mada strogi po definiciji, praktički su dovoljno ispunjeni u većini slučajeva, pa se mnogi problemi u raznim područjima primjene rješavaju baš ovom razdiobom. Poklapanje je općenito tako dobro, da već i nevelik broj pojedinačnih rezultata možemo interpretirati relacijama koje se temelje na toj razdiobi.

Normalna razdioba je definirana funkcijom vjerojatnosti:

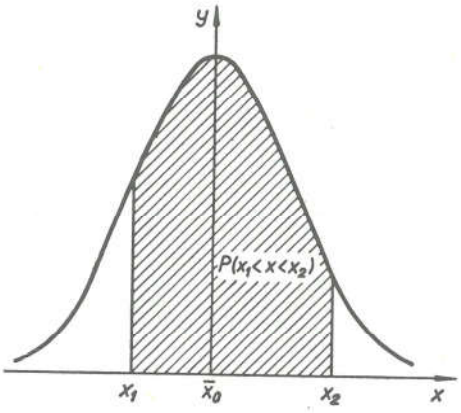
$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}_0}{\sigma}\right)^2} \tag{1.13}$$

gdje su $\bar{x}_0$ aritmetička sredina beskonačnog skupa, a σ standardna devijacija beskonačnog skupa.

Vidimo da je normalna razdioba jednoznačno definirana aritmetičkom sredinom $\bar{x}_0$ i standardnom devijacijom σ. Krivulja je zvonolika oblika, s tjemenom na pravcu $x = \bar{x}_0$ i asimptotski se približava osi x (sl. 1.1).



Slika 1.1. Normalna razdioba



Slika 1.2. Vjerojatnost P pri normalnoj razdiobi

Vjerojatnost $P_{(x_1 < x < x_2)}$ da će varijabla x primiti neku vrijednost između x_1 i x_2 dobiva se integriranjem funkcije vjerojatnosti (1.13) u granicama od x_1 do x_2:

$$P_{(x_1 < x < x_2)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{x}_0}{\sigma}\right)^2} dx \tag{1.14}$$

Ovaj integral predstavlja zapravo površinu ispod krivulje vjerojatnosti nad intervalom od x_1 do x_2 (sl. 1.2). (U priručnicima matematske statistike mogu se naći utabličene vrijednosti ovog integrala za $\sigma = 1$ i $x_1 = \bar{x}_0$). Neke karakteristične vrijednosti ovog integrala prikazane su u tablici 1.3.

Tablica 1.3

Vjerojatnosti pri normalnoj razdiobi

Donja i gornja granica	Vjerojatnost da se x nalazi	
	unutar granica	izvan granica
$\bar{x}_0 - 0{,}674\,\sigma$ i $\bar{x}_0 + 0{,}674\,\sigma$	0,500 = 50%	50%
$\bar{x}_0 - \sigma$ i $\bar{x}_0 + \sigma$	0,6826 = 68,26%	31,74%
$\bar{x}_0 - 2\,\sigma$ i $\bar{x}_0 + 2\,\sigma$	0,9545 = 95,45%	4,55%
$\bar{x}_0 - 3\,\sigma$ i $\bar{x}_0 + 3\,\sigma$	0,9973 = 99,73%	0,27%
$\bar{x}_0 - 4\,\sigma$ i $\bar{x}_0 + 4\,\sigma$	0,99994 = 99,994%	0,006%

Vidimo da se pri normalnoj razdiobi unutar granica $\pm\ \sigma$ nalazi 68,3% rezultata mjerenja, unutar granica $\pm\ 2\,\sigma$ već 95,5%, a izvan granica $\pm\ 3\,\sigma$ nalazi se samo 0,27% rezultata mjerenja.

Unutar granica $\pm\ 0{,}674\,\sigma$ nalazi se polovica rezultata mjerenja, pa se te granice nazivaju *vjerojatnom pogreškom mjerenja* i ponegdje se koriste za označavanje preciznosti mjernog postupka.

Pomoću normalne razdiobe i ostalih teoretskih razmatranja koja spadaju u područje statističke teorije, rješavaju se danas brojni problemi u modernoj industriji. Tako se, naročito u masovnoj proizvodnji, sve više prelazi na statističku kontrolu kvalitete. Pojedinačno mjerenje svakog komada pri velikim serijama zahtijeva mnogo vremena, a jednolični postupak smanjuje pažljivost ispitivača. Stoga je mnogo ekonomičnije, a ipak pruža mogućnost da se održi kvaliteta na određenom nivou, ako se ispita samo jedan manji dio cijele količine i na osnovi karakteristika utvrđenih na tom dijelu donese sud o čitavoj količini. Da bi tako donesen sud bio ispravan, u prvom redu moraju elementi koje smo izabrali za ispitivanje što bolje reprezentirati čitavu količinu. To će biti samo onda kad svaki element ima jednaku mogućnost da bude izabran. Obično se izbor prepušta slučaju, u koju svrhu se koriste posebne tablice slučajnih brojeva. Daljnji je problem određivanje količine elemenata koje ćemo ispitati. Količina očito ovisi o traženoj tačnosti rezultata, o sigurnosti kojom se želi donijeti sud i o standardnoj devijaciji veličine koja se mjeri, pa se može lako odrediti uz pomoć statističke teorije. Kada smo izabrali elemente za ispitivanje, koje nazivamo uzorkom, izvršit ćemo potrebna mjerenja, te na osnovi podataka mjerenja izračunati kolike su aritmetička sredina i standardna devijacija mjerene veličine uzorka. Na osnovi tih podataka možemo onda s traženom sigurnošću donijeti sud u kojim granicama se nalazi aritmetička sredina i standardna devijacija cijele količine, odnosno koliko u cijeloj količini ima elemenata izvan određenih granica.

1.3. PODRUČJE POUZDANOSTI

Već smo ustanovili da aritmetička sredina pojedinačnih rezultata mjerenja ne mora biti jednaka stvarnoj vrijednosti mjerene veličine, čak ako smo i odstranili sve sistematske pogreške. Da bi to ona postala, potrebno je izvršiti često neprovedivo mnogo pojedinačnih mjerenja. Stoga redovno ustanovljavamo samo *granice* unutar kojih se može s odabranom statističkom sigurnošću P očekivati stvarna vrijednost

mjerene veličine, uz pretpostavku normalne razdiobe pogrešaka. Te granice nazivamo *granicama pouzdanosti*, a područje unutar tih granica *područjem pouzdanosti* (Confidence intervals, Vertrauensbereich — vidi npr. The Reduction and Presentation of Experimental Results, BSS 2846:1957 i DIN 1319: Grundbegriffe der Messtechnik — Januar 1972.). Ti pojmovi se sve više upotrebljavaju umjesto pojma srednje kvadratne pogreške aritmetičke sredine (izraz 1.11), koji se još zadržao npr. u geodeziji.

Pri određivanju granica i područja pouzdanosti katkada nam je poznata standardna devijacija σ osnovnog skupa, a katkada nije. Kada na osnovi mnogobrojnih mjerenja, provedenih pod jednakim uvjetima, čak i kroz duže vrijeme, *možemo dobro procijeniti standardnu devijaciju* σ, onda granice i područje pouzdanosti određujemo prema tablici 1.4.

Tablica 1.4

Određivanje područja pouzdanosti kad se σ može dobro procijeniti

Statistička sigurnost	Područje pouzdanosti	Granice pouzdanosti	
		donja	gornja
$P = 68{,}3\ \%$	$\bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
$P = 95\ \%$	$\bar{x} \pm \frac{1{,}96\,\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} - \frac{1{,}96\,\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} + \frac{1{,}96\,\sigma}{\sqrt{n}}$
$P = 99\ \%$	$\bar{x} \pm \frac{2{,}58\,\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} - \frac{2{,}58\,\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} + \frac{2{,}58\,\sigma}{\sqrt{n}}$
$P = 99{,}73\ \%$	$\bar{x} \pm \frac{3\,\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} - \frac{3\,\sigma}{\sqrt{n}}$	$\bar{x} + \frac{3\,\sigma}{\sqrt{n}}$

Ovako definirano područje pouzdanosti $\left(\bar{x} \pm \frac{k\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ jest područje unutar kojeg se sa sigurnošću P može očekivati stvarna vrijednost mjerene veličine $\left(\bar{x} - \frac{k\sigma}{\sqrt{n}}\right.$ i $\left.\bar{x} + \frac{k\sigma}{\sqrt{n}}\right.$ su donja i gornja granica pouzdanosti$\left.\right)$. Kod $k = 3$ ($P = 99{,}73\%$) nalazi se stvarna vrijednost praktički uvijek unutar područja pouzdanosti.

U mjernoj tehnici većinom nije moguće iz praktičkih razloga provesti mnogo mjerenja, međutim, u nekim prilikama postoje podaci o čitavom nizu mjerenja provedenih kroz duži vremenski period. Ako je pri tome broj pojedinačnih mjerenja bio redom $n_1, n_2, \ldots n_k$, može se često standardna devijacija osnovnog skupa procijeniti prema izrazu:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1}(x_{1i} - \bar{x}_1)^2 + \sum_{i=1}^{n_2}(x_{2i} - \bar{x}_2)^2 + \ldots + \sum_{i=1}^{n_k}(x_{ki} - \bar{x}_k)^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1) + \ldots + (n_k - 1)} = \frac{\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{n_j}(x_{ji} - \bar{x}_j)^2}{n - k} \tag{1.15}$$

Pomoću ovog izraza može se dobiti dobra procjena standardne devijacije pod uvjetom da su svi obuhvaćeni pokusi bili provedeni u jednakim uvjetima.

Pri novim, još neiskušanim mjernim postupcima i pokusima, čije rasipanje nije poznato, često iz ekonomskih razloga treba procijeniti standardnu devijaciju na osnovi malo pojedinačnih mjerenja. Tada se područje pouzdanosti određuje na osnovi *Studentove t-razdiobe*, koja potiče od W. S. Gosseta (pseudonim „Student"):

$$\bar{x} \pm \frac{t}{\sqrt{n}} s \tag{1.16}$$

Pri tome faktor t ovisi o odabranoj vrijednosti P i broju n pojedinačnih mjerenja. U tablici 1.5 dane su vrijednosti za t i $t/\sqrt{n}$ za danas najčešće upotrebljavane vrijednosti statističke sigurnosti: $P = 68{,}3\%$, $P = 95\%$, $P = 99\%$ i $P = 99{,}73\%$.

Tablica 1.5

Zaokružene vrijednosti za t i $t/\sqrt{n}$ pri različitim statističkim sigurnostima P

Broj pojedinačnih mjerenja n	Vrijednosti za t i $t/\sqrt{n}$							
	$P = 68{,}3\ \%$		$P = 95\ \%$		$P = 99\ \%$		$P = 99{,}73\ \%$	
	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$	t	$t/\sqrt{n}$
(2)	(1,8)	(1,3)	(12,7)	(9,0)	(64)	(45)	(235)	(166)
3	1,32	0,76	4,3	2,5	9,9	5,7	19,2	11,1
4	1,20	0,60	3,2	1,6	5,8	2,9	9,2	4,6
5	1,15	0,51	2,8	1,24	4,6	2,1	6,6	3,0
6	1,11	0,45	2,6	1,05	4,0	1,6	5,5	2,3
8	1,08	0,38	2,4	0,84	3,5	1,24	4,5	1,6
10	1,06	0,34	2,3	0,72	$3{,}2_5$	1,03	4,1	1,29
20	1,03	0,23	2,1	0,47	2,9	0,64	3,4	0,77
30	1,02	0,19	$2{,}0_5$	0,37	2,8	0,50	3,3	0,60
50	1,01	0,14	2,0	0,28	2,7	0,38	$3{,}1_6$	0,45
100	1,00	0,10	2,0	0,20	2,6	0,26	3,1	0,31
200	1,00	0,07	$1{,}9_7$	0,14	2,6	0,18	$3{,}0_4$	0,22
Preko 200	1,0	0	1,96	0	2,58	0	3,0	0

Iz tablice 1.5 vidimo da faktor t raste sa smanjenjem broja pojedinačnih mjerenja n. Uz samo dva mjerenja nije više moguće dati statističku procjenu. Pri velikom n ne razlikuje se faktor t od faktora k u tablici 1.4.

Konačni rezultat iz n pojedinačnih mjerenja iskazuje se ako su *otklonjene sistematske pogreške*, pomoću aritmetičke sredine $\bar{x}$ i područja pouzdanosti za određenu statističku sigurnost P. Područje pouzdanosti daje se ili u jedinicama mjerene veličine ili u relativnim iznosima. Za primjer naveden u tablici 1.1 ($\bar{x} = 200{,}05$ mm; $s = 0{,}15$ mm i $n = 20$) bit će konačni rezultat uz statističku sigurnost $P = 95\%$ $\left(\frac{t}{\sqrt{n}} = 0{,}47 \text{ prema tablici 1.5, odnosno } \frac{t}{\sqrt{n}} s = 0{,}47 \cdot 0{,}15 = 0{,}07 \text{ mm}\right)$:

$$\bar{x} \pm \frac{t}{\sqrt{n}} s = 200{,}05 \text{ mm} \pm 0{,}07 \text{ mm}$$

ili s relativnim područjem pouzdanosti:

$$\bar{x}\,(1 \pm \varepsilon) = 200{,}05\,(1 \pm 3{,}5 \cdot 10^{-4})\ \text{mm}$$

Prije statističke obrade mjernih rezultata važno je provjeriti jesu li mjerenja obavljena pod jednakim uvjetima i jesu li neovisna jedna od drugih. To se često zaboravlja i nekritički se primjenjuju statističke metode, što većinom dovodi do neispravnih zaključaka.

1.4. MJERNA NESIGURNOST

Određivajući područja pouzdanosti u prijašnjem poglavlju pretpostavili smo da su otklonjene sve sistematske pogreške. No takvi pokusi su dosta rijetki u mjernoj praksi, jer osim poznatih sistematskih pogrešaka, koje se mogu otkloniti korekcijom, često još postoje i nepoznate sistematske pogreške. Njih ne možemo obuhvatiti korekcijom, pa zato dolazi do povećanja mjerne nesigurnosti. Ipak se prema prilikama nepoznate sistematske pogreške mogu barem grubo procijeniti, pa tada *mjernu nesigurnost (u) aritmetičke sredine* iz n pojedinačnih mjerenja definiramo pomoću područja pouzdanosti (izraz 1.16) uvećanog za procijenjenu vrijednost f sistematskih pogrešaka:

$$\pm u = \pm \left[\left| \frac{t}{\sqrt{n}} s \right| + |f| \right] \tag{1.17}$$

a konačni rezultat izražavamo u obliku:

$$\bar{x} \pm u \quad \text{ili} \quad \bar{x}\,(1 \pm \varepsilon_u), \quad \text{gde je} \quad \varepsilon_u = \frac{u}{\bar{x}}$$

Mjerna nesigurnost u može se smanjiti povećanjem broja pokusa samo do neke određene granice, zbog udjela neodređenih sistematskih pogrešaka. To praktički znači da općenito nema svrhe izvršiti pretjerano mnogo pokusa.

Zbog bolje ocjene nesigurnosti mjernih rezultata korisno je razlikovati ova dva granična slučaja: postupak ponavljanja pokusa i usporedne pokuse.

Postupkom ponavljanja pokusa jedan ispitivač određuje mjernu vrijednost s istim mjernim uređajem, ponavljajući pokus n puta. Postupkom ponavljanja većinom ne možemo u cijelosti obuhvatiti sistematske pogreške.

Usporednim pokusima razni ispitivači određuju mjerenu veličinu u raznim laboratorijima, primjenjujući razne mjerne uređaje iste izvedbe. Ovdje je standardna devijacija općenito veća nego kod postupka ponavljanja pokusa. Razlog tome su pogreške pojedinih uređaja, pogreške koje unose razni ispitivači, te razlike u postupku pojedinih laboratorija. Te dodatne pogreške imaju za pojedine laboratorije karakter sistematskih pogrešaka, ali ako se statistički obrađuje veći broj laboratorija koji u tome sudjeluju, one se pojavljuju kao dodatne „slučajne" pogreške što povećavaju standardnu devijaciju. Katkada se dio tih dodatnih pogrešaka, npr. poznate pogreške mjernih uređaja, mogu eliminirati korekcijom. Najčešće to ipak nije moguće, pa dolazi do spomenutog povećanja standardne devijacije. Iskustvo pokazuje da je često standardna devijacija usporednih pokusa otprilike dva puta veća nego kod postupka ponavljanja pokusa. Primjer usporednih pokusa su tzv. kružna ispitivanja, pri kojima više laboratorija redom vrši usporedna ispitivanja nekog određenog mjernog objekta ili mjernog uređaja.

Pri iskazivanju konačnog rezultata i njegove mjerne nesigurnosti treba označiti da li su podaci dobiveni na osnovi postupka ponavljanja ili usporednih pokusa. Tek u posljednjem slučaju ima mjerni rezultat općenitu važnost.

Mjernu nesigurnost mjernog postupka potrebno je razlikovati od mjerne nesigurnosti aritmetičke sredine. Ona služi za međusobnu usporedbu različitih mjernih postupaka i uređaja, pa ju treba tako definirati da ne ovisi o broju izvršenih pojedinačnih mjerenja, koji je od slučaja do slučaja različit. Stoga mjernu nesigurnost mjernog postupka izražavamo pomoću jednostruke ili višestruke vrijednosti standardne devijacije σ osnovnog skupa ili dovoljno reprezentativne vrijednosti s. U fizici i geodeziji često se mjerna nesigurnost mjernog postupka definira pomoću jednostruke vrijednosti standardne devijacije σ ili s, kako je to već Gauss uveo (srednja kvadratna pogreška pojedinačnog mjerenja). Zbog povećanih zahtjeva na sigurnost u modernoj industriji pojavljuju se zahtjevi za povećanjem na dvostruku vrijednost standardne devijacije ili čak na trostruku vrijednost, npr. u industriji mineralnih ulja. Ipak se u posljednje vrijeme daje sve veća prednost, naročito u industriji, statističkoj sigurnosti $P = 95\%$ $(1{,}96\,\sigma)$.

1.5. GRANICE POGREŠAKA

Granice pouzdanosti i mjernu nesigurnost treba strogo razlikovati od granica pogrešaka.

Granice pogrešaka su, u praktičkoj mjernoj tehnici, ugovorena ili garantirana najveća odstupanja na više ili manje od prave ili naznačene vrijednosti. Granice pogrešaka mogu biti dane jednostrano (predznak + ili −) ili dvostrano (±) i ne smiju biti prekoračene, bez obzira na mjernu nesigurnost kojom mjerni rezultat može biti ustanovljen. Granice pogrešaka omogućavaju nedvosmislenu podjelu mjernih uređaja ili mjernih objekata na „ispravne" i „neispravne".

Granice pogrešaka obuhvaćaju, ako nije drugačije ugovoreno, sistematske pogreške, te dodatna odstupanja koja nastaju zbog pojava starenja.

Da bi se izbjegli nesporazumi pri utvrđivanju prekoračenja granica pogrešaka, potrebno je da mjerna nesigurnost bude dovoljno mala; po mogućnosti ne smije biti veća od 1/5 područja danog granicama pogrešaka.

Zbog boljeg razumijevanja navest ćemo primjer. Jedan živin termometar sa skalom od 0 do 50 °C ima podjele od 1/10 °C i garantirane granice pogrešaka ± 0,15 °C. Pri baždarenju s etalonskim termometrom u vodenoj kupki na „tačnoj" temperaturi od 20,00 °C pokazao je 20,10 °C (sl. 1.3, primjer 1). Prema tome je njegova sistematska pogreška:

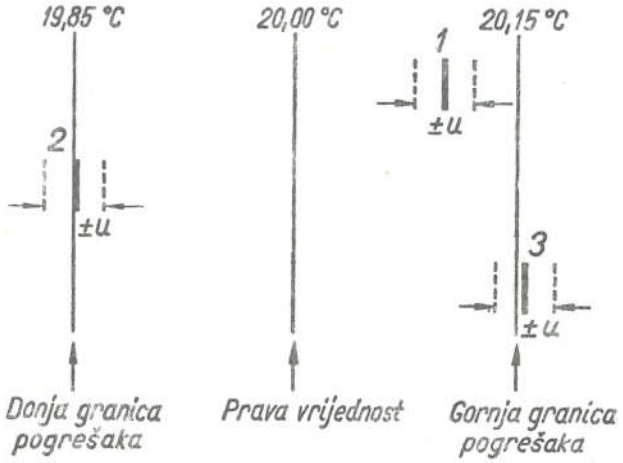
$$20{,}10\ °C - 20{,}00\ °C = 0{,}10\ °C$$

dakle još unutar granica pogrešaka. Ako je isto i kod ostalih temperatura, te ako ispitivani termometar zadovoljava i ostale propisane zahtjeve, može se proglasiti ispravnim.

Mjerna nesigurnost pri ovakvoj izvedbi termometra iznosi ± 0,02 °C, što je 7,5 puta manje od područja danog granicama pogrešaka, pa se eventualno prekoračenje granica pogrešaka može sa sigurnošću ustanoviti.

Korisnik termometra može se zadovoljiti time da su pogreške njegovog termometra unutar $\pm 0{,}15$ °C, a ako želi tačnije mjeriti, može uzeti u obzir sistematsku pogrešku. Tada on može pomoću ovakvog termometra „ispravno" mjeriti unutar mjerne nesigurnosti od $\pm 0{,}02$ °C.

Da bi se bolje objasnilo značenje granica pogrešaka, prikazana su na sl. 1.3 još dva primjera. U drugom primjeru je pokazivanje termometra 19,85 °C i upravo je na donjoj granici. Granice pogrešaka su još održane. U trećem primjeru pokazivanje termometra iznosi 20,16 °C, te je izvan granica pogrešaka. Takav se termometar ne smije proglasiti ispravnim.



Slika 1.3. Primjeri za granice pogrešaka i mjernu nesigurnost u (u primjeru 1 i 2 su održane granice pogrešaka, a u primjeru 3 nisu)

Kada se propisuju ili daju podaci o nekom mjernom rezultatu, postupku ili mjernom uređaju ne preporučuje se upotreba pojma „tačnost" već pojmova: mjerna nesigurnost i granice pogrešaka. Ako se daju brojčani podaci o mjernoj nesigurnosti, treba uz njih navesti izraze: „nesiguran" ili „mjerna nesigurnost", kako bi se izbjegle zabune. I pri davanju brojčanih podataka o granicama pogrešaka ne smije se izostaviti izraz „granice pogrešaka". Iznimno je to dopušteno ako time u vezi ne može nastati zabuna.

1.6. POGREŠKE FUNKCIJA IZRAVNO MJERENIH VELIČINA (SLOŽENE POGREŠKE)

U mjernoj praksi se često tražena veličina ne dobiva izravnim mjerenjem, već se do nje dolazi računskim putem na osnovi mjerenja nekih drugih veličina. Pri tome se redovno postavlja pitanje pogreške tako dobivenog rezultata. Mogući su ovi slučajevi:

a) Vrijednosti sistematskih pogrešaka mjerenih veličina su poznate, npr. iz tablica baždarenja. Neka je npr. mjerni rezultat y funkcija mjerenih veličina x_1, $x_2 \ldots x_n$, tj. $y = F(x_1, x_2 \ldots x_n)$. Ako su pri tom sistematske pogreške mjerenih veličina: Δx_1, $\Delta x_2 \ldots \Delta x_n$, onda se sistematska pogreška Δy može odrediti pomoću totalnog diferencijala funkcije y:

$$\Delta y = \frac{\partial F}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2}\Delta x_2 + \ldots + \frac{\partial F}{\partial x_n}\Delta x_n = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\Delta x_i\right) \qquad (1.18)$$

Tu je pretpostavljeno da su pogreške $\frac{\Delta x_i}{x_i} \ll 1$. U računu pogreške mjernog rezultata treba pripaziti na predznak pogrešaka Δx_i. Redovno je ipak jednostavnije u ovakvim prilikama najprije iskorigirati podatke dobivene mjerenjem, a tek onda pomoću tih podataka izračunati traženi mjerni rezultat y, koji je tada bez sistematske pogreške.

b) Poznate su standardne devijacije, odnosno srednje kvadratne pogreške mjerenih veličina (pogl. 1.6.1.).

c) Poznate su granice pogrešaka mjerenih veličina (pogl. 1.6.2).

1.6.1. Standardna devijacija funkcije izravno mjerenih veličina

Ako se mjerni rezultat $y = F(x_1, x_2 \ldots x_n)$ određuje mjerenjem veličina x_1, $x_2 \ldots x_n$, pa se pri tom izmjerene vrijednosti tih veličina rasturaju zbog djelovanja slučajnih pogrešaka, onda se u izrazu (1.18) pogreške Δx_1, $\Delta x_2 \ldots \Delta x_n$ mijenjaju od slučaja do slučaja i po veličini i po predznaku. Stoga pogreške Δx_1, $\Delta x_2 \ldots \Delta x_n$ možemo promatrati kao n nezavisnih skupova koji su u izrazu (1.18) pomnoženi faktorima $\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2} \ldots \frac{\partial F}{\partial x_n}$, pa prema izrazu (1.8) možemo odrediti standardnu devijaciju s_y funkcije y, ako su poznate standardne devijacije $s_1, s_2 \ldots s_n$ veličina $x_1, x_2 \ldots x_n$:

$$s_y^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2 s_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_2}\right)^2 s_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial F}{\partial x_n}\right)^2 s_n^2 \tag{1.19}$$

odnosno:

$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} s_i\right)^2} \tag{1.20}$$

Razmotrimo standardne devijacije nekih jednostavnijih funkcija s kojima se češće susrećemo:

a) Standardna devijacija produkta: $y = x_1 x_2$.

$$s_y = \sqrt{x_2^2 s_1^2 + x_1^2 s_2^2} \quad \text{i} \quad s_{y\%} = \sqrt{s_{1\%}^2 + s_{2\%}^2} \tag{1.21}$$

Na primjer, pri određivanju snage istosmjernog potrošača mjerenjem njegove struje i napona ($P = IU$) dobiva se standardna devijacija snage 1,41%, ako su standardne devijacije izmjerene struje i napona 1%.

b) Standardna devijacija kvocijenta: $y = \frac{x_1}{x_2}$.

$$s_y = \sqrt{\frac{s_1^2}{x_2^2} + \frac{x_1^2 s_2^2}{x_2^4}} \quad \text{i} \quad s_{y\%} = \sqrt{s_{1\%}^2 + s_{2\%}^2} \tag{1.22}$$

Na primjer, pri određivanju otpora mjerenjem struje i napona $\left(R = \frac{U}{I}\right)$ bit će standardna devijacija otpora 1,41%, ako su standardne devijacije izmjerene struje i napona 1%.

c) Standardna devijacija zbroja: $y = x_1 + x_2$.

$$s_y = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \quad \text{i} \quad s_{y\%} = \frac{\sqrt{x_1^2 s_{1\%}^2 + x_2^2 s_{2\%}^2}}{x_1 + x_2} \tag{1.23}$$

Ako je npr. $x_1 = x_2$ i $s_{1\%} = s_{2\%} = s_{x\%}$, dobivamo:

$$s_{y\%} = \frac{s_{x\%}}{\sqrt{2}}$$

Vidimo da je procentualna standardna devijacija sume *manja* od procentualne standardne devijacije pojedinih sumanada.

d) Standardna devijacija razlike: $y = x_1 - x_2$.

$$s_y = \sqrt{s_1^2 + s_2^2} \quad \text{i} \quad s_{y\%} = \frac{\sqrt{x_1^2 s_{1\%}^2 + x_2^2 s_{2\%}^2}}{x_1 - x_2} \tag{1.24}$$

Procentualna standardna devijacija razlike može postati jako velika ako se x_1 i x_2 malo razlikuju, pa takva mjerenja treba izbjegavati. Na primjer, gubici jednog transformatora izmjereni su metodom dvaju vatmetara, te su dobivena očitanja 100 kW i −95 kW, odnosno gubici iznose 5 kW. Ako su standardne devijacije očitanja 0,1%, onda je procentualna standardna devijacija gubitaka:

$$s_{y\%} = \frac{\sqrt{100^2 \cdot 0{,}1^2 + 95^2 \cdot 0{,}1^2}}{100 - 95} = 2{,}76\%$$

odnosno 27,6 puta veća od procentualne standardne devijacije očitanja na jednom vatmetru.

1.6.2. Sigurne granice pogrešaka funkcija izravno mjerenih veličina

Većinom su pri praktičkim mjerenjima poznate samo granice pogrešaka upotrijebljenih mjernih uređaja, instrumenata i mjera. Ako se pri tome do traženog rezultata dolazi računski, na osnovi mjerenja nekih drugih veličina, onda *granice pogrešaka* rezultata možemo odrediti tako da u totalni diferencijal funkcije (izraz 1.18) uvrstimo umjesto $\Delta x_1, \Delta x_2 \ldots \Delta x_n$ poznate granice pogrešaka $\pm G_1, \pm G_2 \ldots \pm G_n$ mjerenih veličina $x_1, x_2 \ldots x_n$. Koji predznak treba tada dati granicama mjerenih veličina? U najnepovoljnijem slučaju mogu se prave vrijednosti mjerenih veličina nalaziti bilo na donjoj, bilo na gornjoj granici pogrešaka, pa granice pogrešaka funkcije neće sigurno biti premašene samo onda ako ih odredimo zbrajanjem *apsolutnih* vrijednosti parcijalnih diferencijala funkcije. Takve granice nazivamo *sigurnim* granicama pogrešaka funkcije i određujemo ih pomoću izraza:

$$G'_y = \pm \left\{ \left| \frac{\partial F}{\partial x_1} G_1 \right| + \left| \frac{\partial F}{\partial x_2} G_2 \right| + \ldots + \left| \frac{\partial F}{\partial x_n} G_n \right| \right\} = \pm \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{\partial F}{\partial x_i} G_i \right| \tag{1.25}$$

Razmotrimo sigurne granice pogrešaka nekih jednostavnijih funkcija.

a) Sigurne granice pogrešaka produkta: $y = x_1 x_2$.

$$G'_y = \pm \{ |x_2 G_1| + |x_1 G_2| \} \quad \text{i} \quad G'_{y\%} = \pm \{ |G_{1\%}| + |G_{2\%}| \} \tag{1.26}$$

Na primjer, snaga istosmjernog potrošača određena je mjerenjem njegove struje i napona; ako su granice pogrešaka izmjerene struje i napona $\pm 1\%$, onda su granice pogrešaka snage $\pm 2\%$ (usporedi s primjerom u pogl. 1.6.1a).

b) Sigurne granice pogrešaka kvocijenta: $y = \frac{x_1}{x_2}$.

$$G'_y = \pm \left\{ \left| \frac{G_1}{x_2} \right| + \left| \frac{x_1 G_2}{x_2^2} \right| \right\} \quad \text{i} \quad G'_{y\%} = \pm \{ |G_{1\%}| + |G_{2\%}| \} \tag{1.27}$$

Na primjer, otpor jednog otpornika određen je mjerenjem struje i napona; ako su granice pogrešaka mjerenja struje i napona $\pm 1\%$, onda su granice pogrešaka otpora $\pm 2\%$ (usporedi s primjerom u pogl. 1.6.1b).

c) Sigurne granice pogrešaka zbroja: $y = x_1 + x_2$.

$$G'_y = \pm \{ |G_1| + |G_2| \} \quad \text{i} \quad G'_{y\%} = \pm \frac{|x_1 G_{1\%}| + |x_2 G_{2\%}|}{x_1 + x_2} \tag{1.28}$$

Što je jedan sumand veći, više utječu njegove procentualne granice pogrešaka!

d) Sigurne granice pogrešaka razlike: $y = x_1 - x_2$.

$$G'_y = \pm \{ |G_1| + |G_2| \} \quad \text{i} \quad G'_{y\%} = \pm \frac{|x_1 G_{1\%}| + |x_2 G_{2\%}|}{x_1 - x_2} \tag{1.29}$$

Slično kao u poglavlju 1.6.1d dobivamo za male razlike velikih brojeva znatne procentualne granice pogrešaka, pa bismo za primjer naveden u tom poglavlju, uz granice pogrešaka vatmetara od $\pm 0{,}1\%$, dobili granice pogrešaka gubitaka:

$$G'_{y\%} = \pm \frac{100 \cdot 0{,}1 + 95 \cdot 0{,}1}{100 - 95} = \pm 3{,}9\%$$

dakle 39 puta veće nego što su procentualne granice pogrešaka vatmetara.

1.6.3. Statističke granice pogrešaka funkcija izravno mjerenih veličina

Sigurne granice pogrešaka funkcije odredili smo uz vrlo malo vjerojatnu pretpostavku da će se sve izmjerene vrijednosti nalaziti baš na granici pogrešaka i to na onoj granici gdje dolazi do zbrajanja apsolutnih iznosa parcijalnih diferencijala u izrazu (1.18). Što je veći broj mjerenih veličina potrebnih za određivanje rezultata, to je manja vjerojatnost da će pogreška mjernog rezultata doseći tako izračunate granice. Zato smo ove granice i nazvali sigurnim granicama. Ovako izračunate granice bit će stoga vrlo često preširoke, pa se u mjernoj praksi mnogo upotrebljavaju *statističke* granice G''_y koje se određuju prema izrazu (1.20), s tom razlikom

da se umjesto standardnih devijacija uvrštavaju *granice pogrešaka* pojedinih mjerenih veličina:

$$G''_y = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial F}{\partial x_i} G_i \right)^2} \tag{1.30}$$

Ovako izračunate granice pogrešaka bit će ipak katkada premašene, pa zato kod njih možemo govoriti samo o njihovoj manjoj ili većoj statističkoj sigurnosti. Detaljnija razmatranja pokazuju da statistička sigurnost ovih granica iznosi otprilike 95%, ako je rezultat dobiven na osnovi mjerenja dviju veličina čije su standardne devijacije dva puta manje od njihovih granica pogrešaka ($s_1 = 0{,}5\ G_1$ i $s_2 = 0{,}5\ G_2$). Sigurnost iznosi već 99% ako su standardne devijacije dviju mjerenih veličina otprilike 2,5 puta manje od njihovih granica pogrešaka, te ako im je razdioba pogrešaka simetrična s obzirom na granice pogrešaka (lit. 1.8).

Napomenimo još da je raspodjela pogrešaka raznih mjernih uređaja, instrumenata i mjera upotrebljavanih u mjernoj tehnici takva da uz primjenu statističkih granica pogrešaka postižemo sigurnost od barem 95%. Upotrebom kvalitetnije mjerne opreme postižemo sigurnost koja je čak iznad 99%.

Iznimno ne smijemo na ovaj način određivati granice pogrešaka ako su pogreške upotrijebljenih mjernih uređaja međusobno ovisne. Ako se npr. do mjernog rezultata $y = x_1 + x_2 + x_3$ dolazi pomoću tri mjerna uređaja s granicama pogrešaka G_1, G_2 i G_3, te ako se uređaji 2 i 3 baždare pomoću nekog preciznijeg uređaja s granicama pogrešaka $G_0 < G_2$, G_3 i njihova pogreška uzme u obzir pomoću popravki, onda su statističke granice pogrešaka mjernog rezultata:

$$G''_y = \pm \sqrt{G_1^2 + (2\,G_0)^2}, \quad \text{a ne:} \quad G''_y = \pm \sqrt{G_1^2 + 2\,G_0^2} \tag{1.31}$$

Treba voditi računa i o tome da se kod nekih mjernih uređaja, kao što su npr. mjerni transformatori, susrećemo s izrazito nesimetričnom raspodjelom pogrešaka unutar granica pogrešaka. U takvim prilikama preporučljivo je primijeniti sigurne granice pogrešaka.

1.7. PRIKAZIVANJE I IZRAVNAVANJE REZULTATA MJERENJA

Uz rezultate mjerenja kod kojih je tačnost od posebnog značaja, navodimo granice pogrešaka mjerenja, odnosno mjernu nesigurnost, na način kako je to objašnjeno u poglavljima 1.4 i 1.5. Pri raznim tekućim mjerenjima često to nije potrebno; zadovoljavamo se time da rezultat ispišemo na toliko decimalnih mjesta da pogreška mjerenja ne bude veća od jedinice zadnjeg decimalnog mjesta. Na primjer: $y =$ $= 20{,}46$ A znači da pogreška mjerenja nije veća od $\pm 0{,}01$ A. Pri tome treba s brojem 0 postupati kao i s ostalim brojevima, pa npr. $y = 20{,}00$ A znači da pogreška mjerenja nije veća od $\pm 0{,}01$ A, a $y = 20{,}0$ A da pogreška mjerenja nije veća od $\pm 0{,}1$ A. Ako ocijenimo da je pogreška mjerenja veća od jedinice zadnjeg decimalnog mjesta, ispisujemo zadnju decimalu smanjenu i nešto niže od ostalih decimala (npr. $20{,}4_6$).

Ispisivanje nepotrebnog broja decimalnih mjesta treba i onda izbjegavati kada se do konačnog rezultata dolazi tek nakon preračunavanja rezultata dobivenih mjerenjem.

Na primjer:

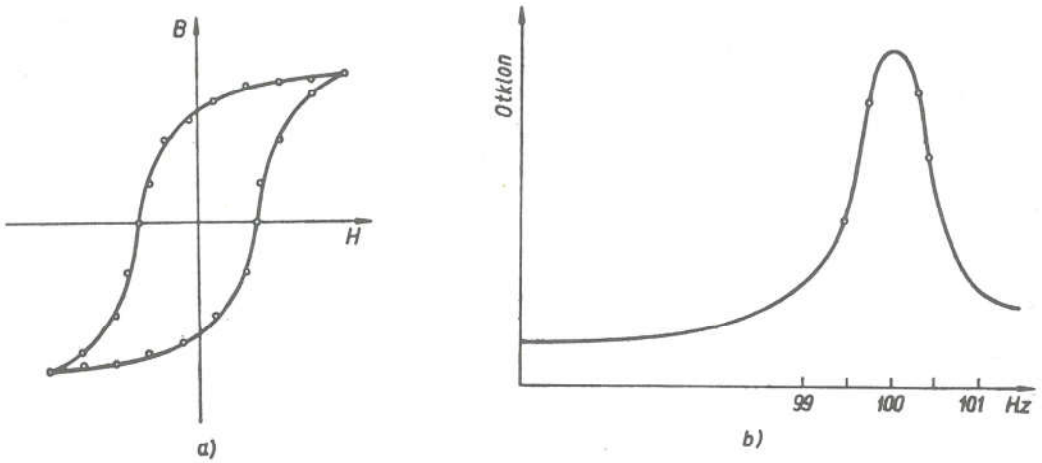
$$\frac{20{,}46 \pm 0{,}02}{7} = 2{,}923 \pm 0{,}003, \quad \text{a ne} \quad 2{,}9228 \pm 0{,}0029$$

ili:

$$5{,}4 \cdot 8{,}9 = 48, \quad \text{a ne} \quad 48{,}06$$

Pri tome zadnju zadržanu brojku povisujemo za jedan, ako je prva otpuštena brojka veća od 5 ili 5. Na primjer 48,5 zaokružujemo na 49.

Vrlo često se u mjernoj praksi provodi mjerenje pojava koje ovise o nekoj promjenljivoj veličini. Tada, zbog veće preglednosti, prikazujemo grafički izmjerene vrijednosti i na dijagramu ih označavamo tačkicama, kružićima ili križićima. Ako zatim te tačke spojimo linijom, obično dobivamo izlomljenu krivulju zbog pogrešaka mjerenja. Kako se najčešće snimaju kontinuirano promjenljive fizikalne pojave, vučemo krivulju između tačaka (sl. 1.4 *a*), vodeći računa da suma pozitivnih i negativnih odstupanja susjednih tačaka od krivulje bude jednaka nuli, slično kao što je pri određivanju aritmetičke sredine suma pozitivnih i negativnih odstupanja bila jednaka nuli. Crtanje krivulje je olakšano ako je karakter krivulje unaprijed poznat, što je vrlo često.

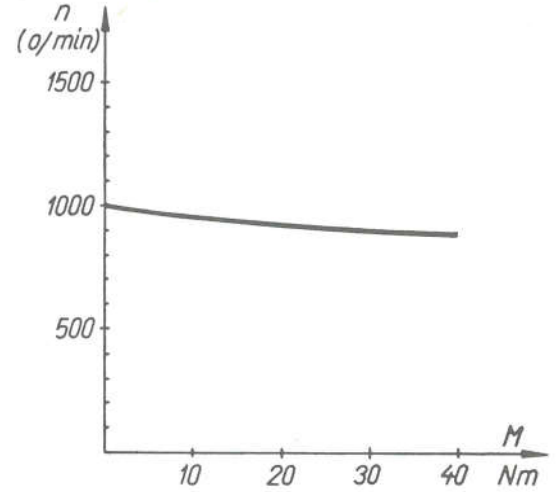


Slika 1.4. Grafičko prikazivanje međusobno ovisnih mjernih vrijednosti

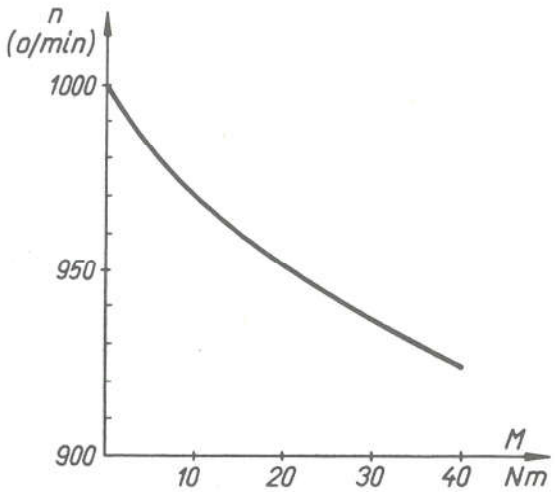
Kod grafičkih prikaza, gdje dobivena krivulja pokazuje maksimum ili minimum ili jako zakrivljenje, treba biti oprezan u interpoliranju, jer su moguće velike pogreške. Tu je potrebno izmjeriti vrijednosti upravo kod maksimuma ili minimuma. Neispravno je pokušati te vrijednosti odrediti pomoću susjednih tačaka, služeći se interpolacijom kao na sl. 1.4 *b*.

Pri grafičkom prikazivanju rezultata treba voditi računa o svrsishodnom izboru mjerila. Prevelikim mjerilom gubi se preglednost, a premalim ne postiže dovoljna tačnost očitanja na dijagramu. Pogreške očitanja na dijagramu iznose otprilike $\pm$ 0,1 mm, pa je svrsishodno odabrati takvo mjerilo da mjerna nesigurnost u mjerene veličine prikazane u tom mjerilu iznosi otprilike tri do pet puta više, odnosno 0,3 — 0,5 mm. (Na primjer, struju koja se mjeri s nesigurnošću $\pm$ 0,1 A zgodno je prikazati u mjerilu 1 cm = 2 A). Da bi se vrijednosti prikazane na dijagramu mogle brzo očitati, zgodno je da jedna podjela na dijagramu predstavlja jednostruku, dvostruku ili peterostruku jedinicu mjerene veličine ili njene dekadske umnoške.

Treba voditi računa i o načinu prikazivanja međusobne ovisnosti mjerenih veličina. Na primjer, pri crtanju veličina koje se malo mijenjaju zgodno je nanijeti samo onaj dio u kojem se promjene odvijaju. Slike 1.5 i 1.6 prikazuju brzinu vrtnje jednog porednog motora u ovisnosti o momentu opterećenja. Sa sl. 1.6 moguće je lagano očitanje broja okretaja, a sa sl. 1.5 je to gotovo nemoguće. Pri tome oba dijagrama zauzimaju istu površinu.

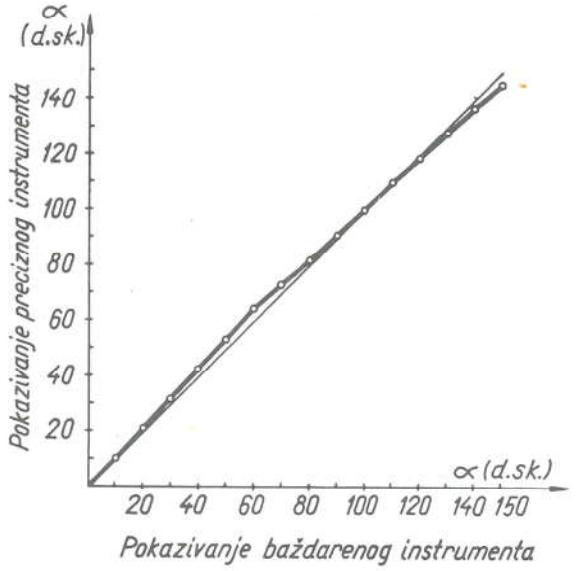


Slika 1.5. Neprikladno prikazivanje ovisnosti brzine vrtnje motora o momentu opterećenja

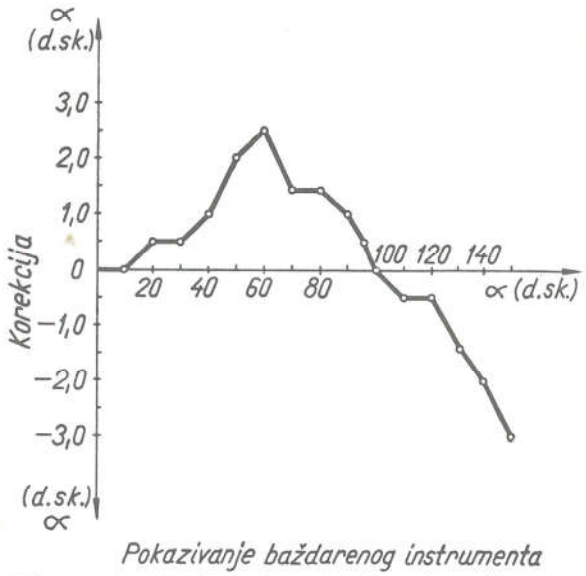


Slika 1.6. Prikladno prikazivanje ovisnosti brzine vrtnje motora o momentu opterećenja

Ako se npr. baždari jedan instrument pomoću drugog preciznijeg instrumenta, zgodno je nanijeti na os apscisa otklon baždarenog instrumenta, a na os ordinata razliku između pokazivanja preciznijeg instrumenta i baždarenog instrumenta, tj. korekciju (sl. 1.8). Time dobivamo znatno veću preglednost nego kad bismo na ordinatu nanijeli otklon preciznijeg instrumenta (sl. 1.7).



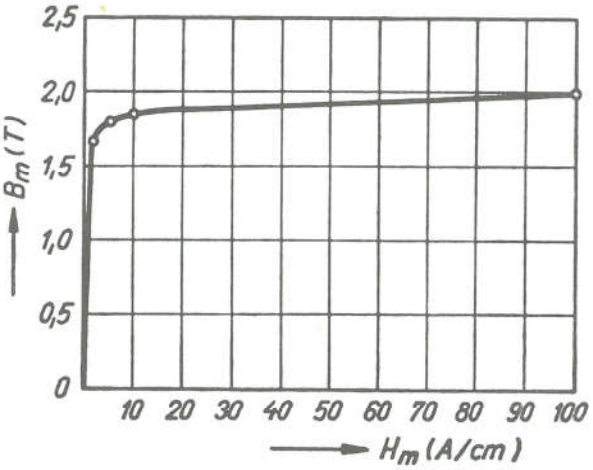
Slika 1.7. Neprikladno prikazivanje pokazivanja preciznog i baždarenog instrumenta



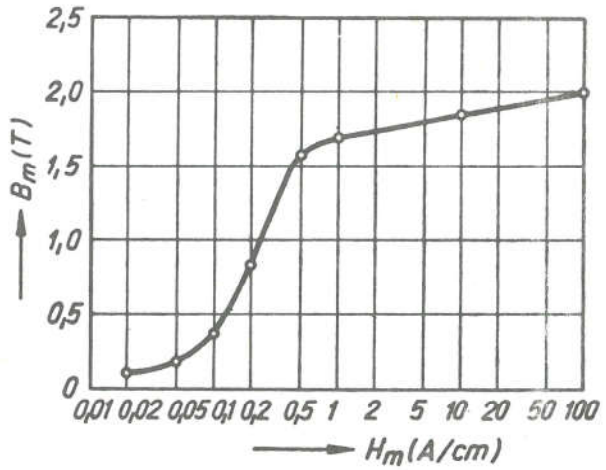
Slika 1.8. Prikladno prikazivanje pokazivanja preciznog i baždarenog instrumenta

Pri kvadratičnom odnosu između mjerenih veličina ($y = k\,x^2$) zgodno je na apscisi x upotrijebiti kvadratičnu skalu, tako da parabola pređe u pravac. Time se dobiva veća preglednost i bolje se mogu vršiti interpolacije i ekstrapolacije.

Ako npr. želimo prikazati odnos između magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja za neki magnetski materijal počevši od vrlo slabih do najvećih polja, onda je jakost magnetskog polja bolje prikazati na logaritamskoj skali (sl. 1.10). Prikaz je mnogo pregledniji nego na linearnoj skali (sl. 1.9).



Slika 1.9. Neprikladno prikazivanje krivulje magnetiziranja



Slika 1.10. Prikladno prikazivanje krivulje magnetiziranja

Pomoću računskih postupaka koji se temelje na metodi najmanjih kvadrata mogu se mjerni rezultati tačnije i potpunije obraditi nego njihovim grafičkim prikazivanjem. No takvi postupci zahtijevaju, već i u jednostavnim primjerima, mnoštvo računskih operacija koje je teško provesti bez upotrebe stolnoga računskog stroja, za koji je poželjno da ima mogućnost programiranja i memoriranja. Postupak je najjednostavniji kad između dviju mjerenih veličina vlada linearni odnos. Tada za n izmjerenih parova x_i i y_i određujemo linearnu funkciju:

$$y = a\,x + b \tag{1.32}$$

kod koje je najmanja suma kvadrata odstupanja od izmjerenih vrijednosti. Ta funkcija naziva se *pravac regresije*, a konstante a i b tog pravca dobivaju se na ovaj način (lit. 1.1. i 1.2.):

$$a = \frac{[xy] - \frac{1}{n}[x]\,[y]}{[x^2] - \frac{1}{n}[x]^2} \qquad b = \frac{1}{n}[y] - \frac{a}{n}[x] \tag{1.33}$$

gdje su:

$$[x] = \sum_{i=1}^{n} x_i; \quad [y] = \sum_{i=1}^{n} y_i; \quad [xy] = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i; \quad [x^2] = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \tag{1.34}$$

Srednju kvadratnu pogrešku, odnosno standardnu devijaciju pojedinačnog mjerenja s_y, možemo procijeniti iz odstupanja pojedinačnih mjerenja y_i od vrijednosti izračunatih pomoću pravca regresije $y_{rač}$:

$$s_y = \sqrt{\frac{y_i - y_{rač}}{n - 2}} \tag{1.35}$$

Standardne devijacije konstanti a i b, određenih iz izraza (1.33), iznose:

$$s_a^2 = \frac{s_y^2}{[x^2] - \frac{1}{n}[x]^2} \qquad s_b^2 = \frac{s_y^2}{n - \frac{[x]^2}{[x^2]}} \tag{1.36}$$

Linearnu regresiju možemo primijeniti i kada između dviju mjerenih veličina ne vlada linearni odnos. Tada nalazimo približne vrijednosti a_0 i b_0 konstanti a i b te razvijemo funkciju $y = f(x, a, b)$ u red potencija od $\Delta a = a - a_0$ i $\Delta b = b - b_0$. Uzimamo u obzir samo članove prvog reda, pa dobivamo linearnu jednadžbu s kojom postupamo na već opisani način. Dat ćemo jedan primjer. Mjeri se izbijanje jednog kondenzatora koje se odvija po zakonu $u = U_m e^{-t/T}$, gdje je u napon na kondenzatoru u vremenu t, U_m napon kondenzatora na početku izbijanja, a $T = RC$ je vremenska konstanta. Provedena su dva mjerenja. U prvome (stupci 2 i 3 u tablici 1.6) jedan je ispitivač motrio na otklone voltmetra i pri naponima od 150 V, 140 V, 120 V, ... davao znak drugom ispitivaču da očita vrijeme. U drugom pokusu (stupci 5 i 6 u tablici 1.6) drugi ispitivač je nakon 0, 10, 20, ... sekundi davao znak prvom ispitivaču da očita napon. Iz podataka mjerenja valja odrediti vremensku konstantu T, početni napon U_m i standardnu devijaciju s_y, s_{U_m} i s_T za oba pokusa, te zaključiti koji je postupak pouzdaniji. Razvojem u red dobivamo:

$$u = U_{m_0} e^{-t/T_0} + \Delta U_m \, e^{-t/T_0} + \Delta T \frac{U_{m_0} t}{T_0^2} e^{-t/T_0} \tag{1.37}$$

ili:

$$u e^{t/T_0} - U_{m_0} = \Delta T \frac{U_{m_0} t}{T_0^2} + \Delta U_m \tag{1.38}$$

Tablica 1.6.

Mjerenje izbijanja kondenzatora

i	2	3	4	5	6	7
	Prvo mjerenje			Drugo mjerenje		
i	Napon kondenzatora	Vrijeme	Razlika između izmjerenog i izračunatog napona	Napon kondenzatora	Vrijeme	Razlika između izmjerenog i izračunatog napona
	V	s	V	V	s	V
1	150	0	0,98	150	0	0,05
2	140	5,4	0,48	133	10	0,30
3	130	12	1,27	117,5	20	0,07
4	120	17	−1,11	104	30	0,08
5	110	25	0,15	92	40	0,03
6	100	33	0,37	81	50	−0,39
7	90	40,2	−1,25	72	60	−0,02
8	80	51	0,01	64	70	0,26
9	70	61	−0,80	56	80	−0,40
10	60	75	0,31	50	90	0,09
11	50	89	−0,31	44	100	−0,17
12	40	108	0,10	39	110	−0,09
13	30	132	0,22	35	120	0,41
14				30,5	130	−0,11

Upotrijebimo li oznake iz izraza (1.32), dobit ćemo: $y = u\,e^{t/T_0} - U_{m_0}$, $a = \Delta T$, $x = U_{m_0}\,t/T_0^2$ i $b = \Delta U_m$. Pretpostavimo da je: $U_{m_0} = 150\,\text{V}$ i $T_0 = 82\,\text{s}$, pa uz pomoć izrazâ od (1.32) do (1.36) izlazi za prvo i drugo mjerenje (indeksi 1 i 2):

$$a_1 = -0{,}03\,\text{s}; \quad b_1 = -0{,}98\,\text{V}; \quad U_{m1} = 149{,}02\,\text{V}; \quad T = 81{,}97\,\text{s};$$
$$s_{y_1} = 0{,}75\,\text{V}; \quad s_{a_1} = 0{,}24\,\text{s}; \quad s_{b_1} = 0{,}35\,\text{V}$$

$$a_2 = -0{,}18\,\text{s}; \quad b_2 = -0{,}05\,\text{V}; \quad U_{m_2} = 149{,}95\,\text{V}; \quad T = 81{,}82\,\text{s};$$
$$s_{y_2} = 0{,}24\,\text{V}; \quad s_{a_2} = 0{,}07\,\text{s}; \quad s_{b_2} = 0{,}12\,\text{V}$$

Vidimo da se u drugom mjerenju dobivaju manje standardne devijacije. Pri određivanju veličina U_m i T korisno je poći od rezultata jednog i drugog mjerenja, no pri tome treba uzeti u obzir da je težina drugog mjerenja veća, pa prema izrazu (1.12) dobivamo:

$$U_m = \frac{149{,}02 + 149{,}95\,(0{,}35/0{,}12)^2}{1 + (0{,}35/0{,}12)^2} = 149{,}8_5\,\text{V}$$

$$T = \frac{81{,}97 + 81{,}82\,(0{,}24/0{,}07)^2}{1 + (0{,}24/0{,}07)^2} = 81{,}8_3\,\text{s}$$

Osim na opisani način mogu se eksponencijalne, logaritamske funkcije i funkcije potencija linearizirati tako da se one logaritmiraju i onda primijene izrazi od (1.32) do (1.36). U već izloženom primjeru dobili bismo logaritmiranjem: $\ln y = -t/T + \ln U_m$. Tu konstante a i b iznose: $a = 1/T$ i $b = \ln U_m$, a možemo ih onda odrediti pomoću izraza (1.33).

1.8. Zadaci

1) Wheatstoneovim mostom izvršeno je pet mjerenja jednog otpora pod istim okolnostima. Dobivene su vrijednosti: 1483, 1478, 1482, 1485 i 1480 oma. Kolika je najvjerojatnija vrijednost mjerenog otpora, zatim standardna devijacija s pojedinačnog mjerenja i standardna devijacija $s_{\bar{x}}$ aritmetičke sredine?

2) Koliki su aritmetička sredina x, standardna devijacija s i područje pouzdanosti aritmetičke sredine kod $P = 95\%$ za slijedeće pojedinačne rezultate mjerenja:

104,4	100,4	103,4	106,2
106,4	103,0	103,8	104,8
104,4	103,2	105,2	104,8
102,8	107,6	102,2	105,4
105,4	105,8	107,0	101,8

3) Kroz duži vremenski period obavljena su u više navrata mjerenja gubitaka raznih uzoraka transformatorskog lima iste vrste. Svaki uzorak je izmjeren dva puta istim mjernim uređajem i pod jednakim okolnostima. Dobiveni su podaci: 9,53 i 9,46; 9,31 i 9,35; 9,74 i 9,79; 9,48 i 9,42; 9,51 i 9,58; 9,58 i 9,53 W. Kolika je mjerna nesigurnost ($P = 95\%$) upotrijebljenog mjernog postupka?

4) Od ukupno 10000 otpornika nazivne vrijednosti 1000 oma izmjeren je uzorak od 200 otpornika. Koliko će otpornika od ukupne količine odstupati od nazivne vrijednosti preko $\pm 0{,}5\%$, ako je aritmetička sredina uzorka 1001,0 oma, a standardna devijacija uzorka 2,0 oma?

5) Od otpornika iste nazivne vrijednosti čija je standardna devijacija 0,4% treba složiti serijsku kombinaciju od 10 otpornika. Kolika je procentualna standardna devijacija takve kombinacije?

6) Otpornici od 10 oma imaju standardnu devijaciju 0,2%, a otpornici od 100 oma standardnu devijaciju 2%. Koliku procentualnu standardnu devijaciju ima paralelna, odnosno serijska kombinacija, takva dva otpornika?

7) Na jednom dijelu motora serijske proizvodnje izvršen je pokus trajnog rada i izmjereno zagrijavanje. Aritmetička sredina nadtemperature tih motora iznosila je 65 °C, a standardna devijacija 2,5 °C. Koliki će se procent motora zagrijavati preko propisima dopuštene granice nadtemperature od 70 °C?

8) Kondenzatori kapaciteta 1 μF imaju standardnu devijaciju 1%, a kondenzatori od 0,2 μF standardnu devijaciju 5%. Kolika je procentualna standardna devijacija paralelne i serijske kombinacije takva dva kondenzatora?

9) Vrijednost otpora jednog otpornika određena je mjerenjem njegove struje i napona. Kolike su sigurne i statističke granice pogrešaka tako određenog otpora, ako su granice pogrešaka izmjerene struje $\pm 0{,}2\%$, a napona $\pm 0{,}5\%$.

10) Snaga potrošača poznatog djelatnog otpora R određena je mjerenjem njegova napona. Kolike su sigurne i statističke granice pogrešaka tako određene snage, ako su granice pogrešaka izmjerenog napona $\pm 0{,}2\%$, a otpora $\pm 0{,}1\%$.

11) Koliki su gubici agregata, ako njegova primljena snaga iznosi 1436 W, a predana 1383 W? Koliko iznosi procentualna mjerna nesigurnost tako određenih gubitaka, ako su sistematske pogreške vatmetara uzete u obzir, a mjerna nesigurnost vatmetara iznosi 0,1%?

12) Treba odrediti jalovu snagu nekog jednofaznog potrošača na osnovi mjerenja struje, napona i djelatne snage. Kolike su sigurne i statističke granice pogrešaka jalove snage kod $\cos \varphi = 0$; 0,5; 0,707 i 0,894, ako su granice pogrešaka upotrijebljenih instrumenata $\pm 0{,}5\%$?

2. MJERNI OTPORNICI, KONDENZATORI I SVICI

Mjerni otpornici, kondenzatori i svici nalaze najširu primjenu u električnoj mjernoj tehnici i susrećemo se u gotovo svim električnim mjernim instrumentima i uređajima, kao predotpori, poredni otpori, zakretači faze itd. Često se na osnovi usporedbe s njima određuju nepoznati otpori, kapaciteti i induktiviteti. Tačnost mjerenja tada izravno zavisi o tačnosti upotrijebljenih mjernih otpornika, kondenzatora ili svitaka, pa se oni za potrebe najpreciznijih mjerenja izrađuju čak u granicama pogrešaka od $\pm 0{,}001\%$. Od njih se zahtijeva da ostanu nepromijenjeni mnogo godina, te da budu što manje podložni utjecaju temperature okoline, vlage, blizine susjednih predmeta, vanjskih električkih i magnetskih polja itd. Posebno se od mjernih otpornika zahtijeva da njihov vlastiti induktivitet, vlastiti kapacitet i kapacitet prema zemlji budu što manji, tj. da predstavljaju što „čišći" djelatni otpor. Time se redovno znatno pojednostavnjuje mjerenje, a naročito izračunavanje mjerene veličine. Slično se od mjernih kondenzatora i svitaka zahtijeva da predstavljaju što „čišći" kapacitet i induktivitet.

2.1. MJERNI OTPORNICI

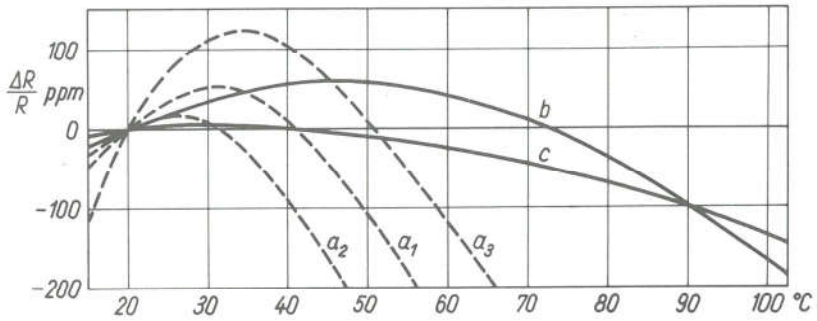
2.1.1. Materijali za mjerne otpornike

Od materijala predviđenih za izradu mjernih otpornika, naročito onih vrlo preciznih, zahtijevamo da imaju visok specifični otpor, neznatan temperaturni koeficijent otpora, neznatan termoelektrički napon prema bakru, konstantnost kroz desetke godina, te da ne mijenjaju otpor zbog mehaničkih naprezanja što nastaju od trešnje i udaraca. Takva svojstva u velikoj mjeri posjeduje manganin, legura bakra i mangana s malim dodatkom nikla, koji je vrlo rano uveden u upotrebu (Edward Weston, 1884 g.). Njegov specifični otpor iznosi $0{,}43\ \Omega\ \frac{mm^2}{m}$, temperaturni koeficijent otpora 0,00001/°C, a termoelektrički napon prema bakru svega $1\mu V/°C$.

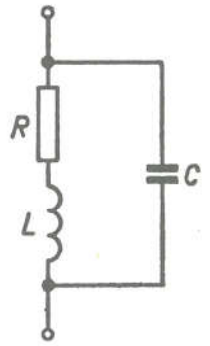
Da bi se postigli mali temperaturni koeficijent i vremenska konstantnost, mora se manganin podvrći posebnoj toplinskoj obradi. Neizolirane žice žare se otprilike 1 sat u neutralnoj atmosferi, na 400 °C, dok se već namotani otpornici s izoliranom žicom drže od 12 sati do 3 dana na temperaturi od 140 °C. Nakon toga prepuštaju se otpornici još i prirodnom starenju, koje traje od nekoliko mjeseci do jedne godine.

Svojstva slična manganinu imaju legure poznate pod nazivom izabelin, novokonstantan, te legure zlata i kroma, pa se i one upotrebljavaju za izradu najpreciznijih otpornika.

Često se primjenjuju i razne legure nikla i kroma (izaom i karma), koje imaju specifični otpor oko 1,3 $\Omega mm^2/m$, dakle otprilike tri puta veći od manganina. Osim toga, njihova je mehanička čvrstoća znatno veća, tako da se iz tih legura izrađuju žice čiji promjer iznosi samo 0,012 mm, dok najtanje manganinske žice imaju promjer 0,02 mm. Zbog toga se žicama od tih legura mogu izraditi visokoomski otpornici, koji imaju znatno manje dimenzije nego manganinski.



Slika 2.1. Promjene otpora manganina, izaoma i Vishay-otpornika u ovisnosti o temperaturi (1 ppm = 0,0001%): a_1, a_2 i a_3 manganin; b izaom; c Vishay-otpornici



Slika 2.2. Nadomjesna shema mjernog otpornika

Promjene otpora manganina i izaoma ovisno o temperaturi prikazane su na sl. 2.1. krivuljama a_1, a_2, a_3 i b. Najčešće se upotrebljava manganin s promjenama otpora prema krivulji a_1 jer ona ima tjeme na 30 °C, a tolika je obično radna temperatura mjernih uređaja zbog njihova vlastitog zagrijavanja. Takvo podudaranje je povoljno jer su u blizini tjemena najmanje promjene otpora. Za najpreciznije mjerne uređaje, koji se sami vrlo malo zagrijavaju, odabire se manganin s promjenom otpora prema krivulji a_2, a za uređaje koji se znatnije zagrijavaju povoljnija je krivulja a_3. Kako se razabire iz sl. 2.1, otpor izaoma manje ovisi o temperaturi nego otpor manganina. Još je manje ovisan o temperaturi otpor Vishay-otpornika (pogl. 2.1.7.).

Danas se umjesto žičanih mjernih otpornika sve više upotrebljavaju *slojni otpornici*, kod kojih se na tijelo od porculana, keramike ili stakla nanosi odgovarajućim tehnološkim postupcima tanki sloj metala, metalnih oksida ili ugljika (pogl. 2.1.7.).

2.1.2. Vremenska konstanta otpornika

Prolaskom struje kroz otpornik nastaje unutar i izvan njega magnetsko polje, tako da svaki otpornik posjeduje i određeni induktivitet L, koji često dolazi do izražaja već i na niskim frekvencijama. Između zavoja, kao i između raznih dijelova otpornika, vlada u pogonu potencijalna razlika koja stvara električno polje i veže električni naboj, pa sve te dijelove možemo zamisliti međusobno povezane s mnoštvom kapaciteta malog iznosa. Razmatranje se pojednostavnjuje ako te kapacitete nadomjestimo samo jednim kapacitetom odgovarajućeg iznosa, koji je povezan na početak i kraj otpornika. Tim kapacitetom možemo obuhvatiti i eventualne kapacitivne veze između otpornika i susjednih metalnih dijelova. Na taj način dobi-

vamo nadomjesnu shemu mjernog otpornika (sl. 2.2), koja se može upotrijebiti sve do vrlo visokih frekvencija. Vlastiti induktivitet i kapacitet mjernog otpornika izazvat će fazni pomak između njegove struje i napona, pa otpornik neće predstavljati čisti djelatni otpor, naročito na području viših frekvencija. Razumljivo je da nastojimo što više smanjiti vlastiti induktivitet i kapacitet mjernih otpornika, no ipak ih ne možemo potpuno otkloniti. Stoga razmotrimo da li se njihove vrijednosti mogu tako međusobno uskladiti da mjerni otpornik djeluje kao djelatni otpor, premda posjeduje vlastiti kapacitet i induktivitet. U tu svrhu odredimo impedanciju Z spoja prema sl. 2.2:

$$Z = \frac{(R + j\omega L)\dfrac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}} = R\frac{1 + j\omega\left[\dfrac{L}{R}(1 - \omega^2 LC) - RC\right]}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \tag{2.1}$$

Od mjernih otpornika zahtijevamo mali fazni pomak te je redovno: $\operatorname{tg}\varphi \approx \varphi$, pa iz brojnika izraza (2.1) dobivamo:

$$\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi = \omega\left[\frac{L}{R}(1 - \omega^2 LC) - RC\right] = \omega\tau \tag{2.2}$$

gde je τ *vremenska konstanta* otpornika:

$$\tau = \frac{L}{R}(1 - \omega^2 LC) - RC \tag{2.3}$$

U ovom izrazu bit će $\omega^2 LC$ jednako jedinici kada se postigne frekvencija rezonancije koja kod mjernih otpornika nastupa tek na visokim frekvencijama reda MHz. Stoga je na niskim i tonskim frekvencijama $\omega^2 LC \ll 1$, pa tada izraz (2.3) možemo pisati u obliku:

$$\tau \approx \frac{L}{R} - RC \tag{2.4}$$

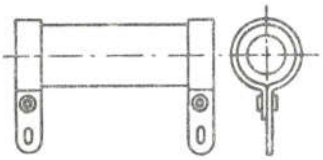
Vidimo da je uz $\dfrac{L}{R} - RC = 0$ i vremenska konstanta τ na niskim frekvencijama jednaka nuli, odnosno da mjerni otpornik djeluje kao čisto djelatni otpor, premda posjeduje stanoviti vlastiti kapacitet i induktivitet. Tek na visokim frekvencijama, kada $\omega^2 LC$ više nije zanemarivo, dolazi do izražaja prisustvo L i C.

Bez posebnih mjera prevladava pri malim otporima utjecaj induktiviteta. Tada je $\dfrac{L}{R} > CR$, pa su pozitivni fazni pomak φ i vremenska konstanta τ. Obratno, pri vrlo velikim otporima prevladava utjecaj kapaciteta $C\left(CR > \dfrac{L}{R}\right)$. Oba utjecaja se međusobno kompenziraju kod žičanih otpornika od otprilike 200 do 500 oma. Zbog toga treba niskoomskim žičanim otpornicima posebnim načinima namatanja smanjiti njihov vlastiti induktivitet, a visokoomskim otpornicima njihov vlastiti kapacitet.

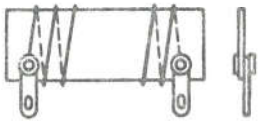
Vremenska konstanta τ mjernih otpornika redovno je male vrijednosti, pa se najčešće izražava u nanosekundama (ns).

2.1.3. Načini namatanja žičanih otpornika

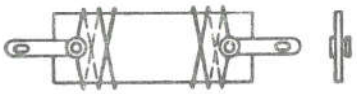
Jednostavni žičani otpornik jednoslojno namotan na tijelo okrugla presjeka (sl. 2.3) ima znatan induktivitet, koji najčešće ne dopušta njegovu upotrebu u mjerne svrhe kod izmjenične struje. Namatanjem otporne žice na tanku pločicu od tvrdog papira ili tinjca smanjuje se presjek otpornika otprilike 10 puta, a time isto toliko i njegov vlastiti induktivitet (sl. 2.4). Složenijim namatanjem prema Ayrton-Perryu (sl. 2.5), gdje se dvije paralelne grane namataju u suprotnom smjeru, smanjuje se induktivitet otprilike 100 puta prema rješenju prikazanom na sl. 2.3. Uz ovaj način namatanja ne utječe kapacitet između žica na križanjima, jer na tome mjestu imaju obje žice jednak potencijal.



Slika 2.3. Žičani otpornik namotan na tijelo okrugla presjeka

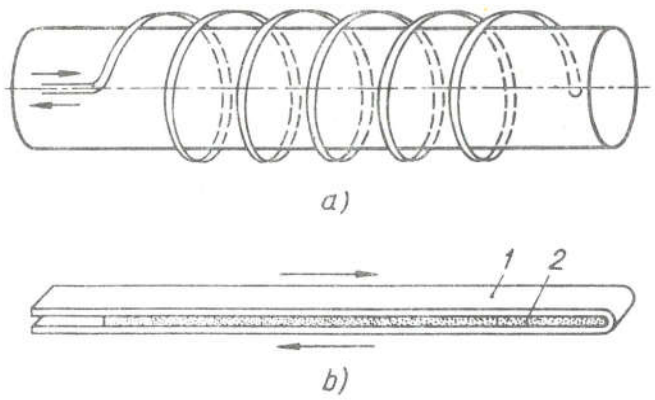


Slika 2.4. Plosnati žičani otpornik



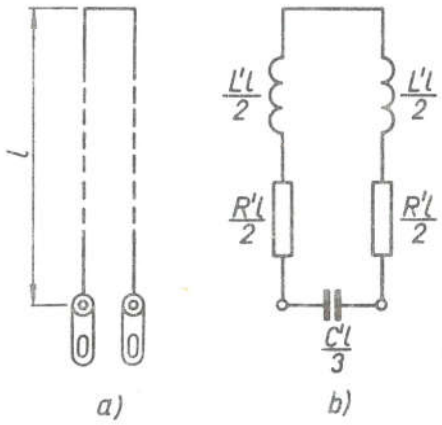
Slika 2.5. Plosnati žičani otpornik unakrsno motan (namatanje prema Ayrton-Perryu)

Kod niskoomskih otpornika do otprilike 100 Ω dobiva se vrlo mala vremenska konstanta ako se upotrijebi *bifilarni namot* (sl. 2.6), čije su dvije žice na početku spojene, a onda skupa namotane na tijelo okrugla ili plosnata presjeka. Time se postiže vrlo malen induktivitet, jer kroz susjedne žice teku struje suprotna smjera. Protivno tome, takvim načinom namatanja dobivamo znatan vlastiti kapacitet, jer napon između dvije žice raste od nule na njihovom zajedničkom početku, do punog iznosa na njihovom kraju. Impedanciju ovakvog otpornika možemo odrediti shvativši bifilarni namot kao dvožilni vod, koji je na kraju kratko spojen (sl. 2.7*a*).



Slika 2.6. Bifilarno motani otpornici: a) s otpornom žicom; b) s otpornim limom za vrlo male iznose otpora

1 manganinski lim; *2* izolacija od tinjca



Slika 2.7. Bifilarno motan otpornik: a) prikazan kao dvožilni vod koji je na kraju kratko spojen; b) nadomjesna shema

Prema teoriji vodova bit će tada ulazna impedancija: $Z_u = Z \operatorname{th} \gamma l$. Tu je: $Z = \sqrt{R' + j\omega L'}/\sqrt{G' + j\omega C'}$ valna impedancija dvožilnog voda, a R', L', G' i

C' djelatni otpor, induktivitet, odvod i kapacitet voda po jedinici duljine. Dalje je: $\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$ valna konstanta, a l polovica ukupne duljine žice. Dobit ćemo preglednije rezultate ako umjesto ulazne impedancije Z_u uvedemo ulaznu admitanciju Y_u:

$$Y_u = \frac{1}{Z \operatorname{th} \gamma l} = \frac{\operatorname{cth} \gamma l}{Z} \tag{2.5}$$

i $\operatorname{cth} \gamma l$ razvijemo u red:

$$\operatorname{cth} \gamma l = \frac{1}{\gamma l}\left(1 + \frac{(\gamma l)^2}{3} - \frac{(\gamma l)^4}{45} + \ldots\right) \tag{2.6}$$

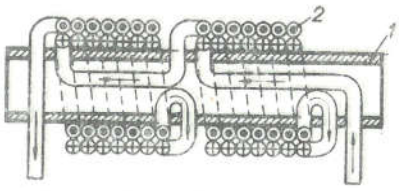
Kod $|\gamma l| < 1$ dobivamo dobro približenje ako uzmemo samo prva dva člana reda (pogreška je manja od 1,5%):

$$Y_u = \frac{1}{Z\gamma l} + \frac{\gamma l}{3Z} = \frac{1}{R'l + j\omega L'l} + \frac{1}{3}(G'l + j\omega C'l) \tag{2.7}$$

Vidimo da kod $|\gamma l| < 1$ impedanciju otpornika sačinjavaju serijski spojeni $R'l$ i $j\omega L'l$, kojima se paralelno nalazi trećina ukupnog kapaciteta $C'l$ između žica (sl. 2.7 *b*), dok $\frac{1}{3} G'l$ možemo redovno zanemariti uz dobru izolaciju žica. (Kapacitet $C'l$ možemo eksperimentalno odrediti ako izmjerimo kapacitet između priključaka otpornika, prekinuvši spojište žica). Prema (2.4) bit će, dakle, vremenska konstanta bifilarno namotanog otpornika:

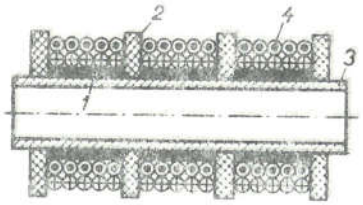
$$\tau = \frac{L'l}{R'l} - \frac{1}{3}R'lC'l = \frac{L'}{R'} - \frac{1}{3}R'C'l^2 \tag{2.8}$$

Kad je duljina l voda mala prevladava prvi član u ovom izrazu, pa otpornik ima redovno neznatnu induktivnu reaktanciju dok je kod $\frac{L'}{R'} = \frac{1}{3}R'C'l^2$ vremenska konstanta jednaka nuli. Kod većih duljina žica, odnosno visokoomskih otpornika, prevladava drugi član u izrazu (2.8), pa otpornik dobiva kapacitivnu reaktanciju koja raste razmjerno kvadratu duljine žica. Zbog toga se namot visokoomskih otpornika najčešće dijeli na više sekcija. Tako je kod *Chaperonova namota* čitav namot podijeljen u više sekcija u obliku svitaka s više slojeva, a malo zavoja po sloju (sl. 2.8). Smjer namatanja teče naizmjence sad u jednom, sad u drugom smjeru. Kod namota po *Wagner-Wertheimeru* (sl. 2.9) namata se svaka sekcija na posebnu metalnu cijev *1* koja je na određenom potencijalu. Sekcije su međusobno izolirane izolacionim prstenima *2* i nataknute na izolacionu cijev *3*. Takvim načinima namatanja postižu se vremenske konstante koje unutar tonskog područja ne premašuju nekoliko nanosekunda.



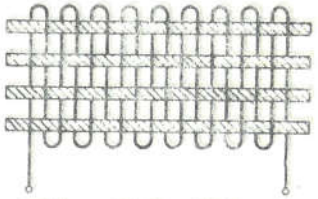
Slika 2.8. Chaperonov namot

1 metalna cijev; *2* namot



Slika 2.9. Wagner-Wertheimerov namot

1 metalna cijev; *2* izolacioni prsteni; *3* izolaciona cijev; *4* namot



Slika 2.10. Utkani namot

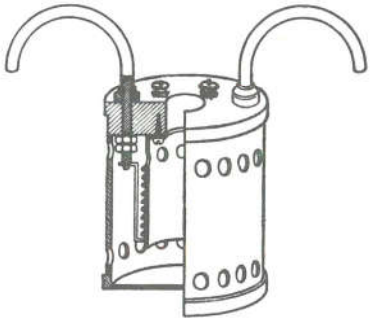
Sa svim spomenutim načinima namatanja moguće je postići dobru međusobnu kompenzaciju induktivne i kapacitivne reaktancije otpornika, samo ako je duljina žice manja od 1/8 valne duljine upotrijebljene frekvencije. To je razlog da se visokoomski žičani otpornici, koji trebaju veliku duljinu žice, ne mogu upotrijebiti na visokim frekvencijama. Na području visokih frekvencija izaziva poteškoće i pojava skinefekta, zbog kojeg je potrebno voditi računa o veličini presjeka žice. Ako je potreban veći presjek, spaja se paralelno više tankih, međusobno isprepletenih i izoliranih žica.

Pri visokonaponskim mjerenjima upotrebljavaju se otpornici s *utkanim namotom* čija je žica od otpornog materijala satkana nitima od izolacionog materijala (sl. 2.10). Takvi namoti se izrađuju na strojevima sličnim onima za tkanje, te se dobivaju vrpce koje imaju i do 2 MΩ po metru duljine. Prikladni su za visoke napone zbog velike udaljenosti od početka do kraja otpornika i jednolike raspodjele napona uzduž otpornika. Njihova vremenska konstanta iznosi od 10 do 100 ns.

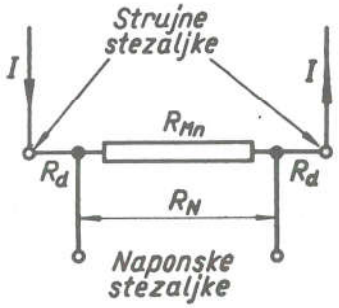
2.1.4. Etaloni otpora

Za vrlo tačna laboratorijska mjerenja upotrebljavaju se etalonski (ili normalni) otpornici. Obično se izrađuju u dekadski stepenovanim iznosima između $1 \cdot 10^{-5}\ \Omega$ i $1 \cdot 10^{5}\ \Omega$. Etaloni čiji je otpor manji od 0,1 Ω izrađuju se od manganinskog lima, a ostali od manganinske žice. Žica se u otpornicima do 100 oma namata bifilarno, dok se za veće vrijednosti otpora upotrebljava Chaperonov namot. Pri tome se postižu vremenske konstante od otprilike + 10 ns kod 1 Ω do — 180 ns kod $10^{4}\ \Omega$.

U izvedbi njemačkog Fizikalno-tehničkog saveznog zavoda (PTB-Physikalisch-Technische-Bundesanstalt) namotana je manganinska žica oko izolacionog tijela koje je učvršćeno na poklopac od izolacionog materijala (sl. 2.11). Namot je zaštićen metalnom kutijom, koja ima otvore zbog boljeg hlađenja. Otpornik se smije opteretiti na zraku najviše do 1 W, a u petrolejskoj kupci do 10 W. Pri najpreciznijim mjerenjima ne prelazi se ni deseti dio tih vrijednosti. Temperatura otpornika mjeri se termometrom koji se utakne u poseban otvor na poklopcu.



Slika 2.11. Etalonski otpornik prema PTB-u



Slika 2.12. Shema spajanja niskoomskih etalonskih otpornika

R_{Mn} — otpor manganinske žice ili lima; R_d — otpor dovoda

Krajevi otpora su izvedeni od okruglih bakrenih šipki svinutih prema dolje, kako bi se mogle uroniti u posudice sa živom, što nadomještava priključne stezaljke. Izrađuju se i takvi otpornici koji imaju svinute dovode i stezaljke ili samo stezaljke.

Otpornici čiji je otpor veći od 10 Ω imaju samo dvije stezaljke, pa je pri njihovu baždarenju uključen i otpor bakrenih dovoda, koji iznosi otprilike 10^{-4} Ω. Kada bi etalonski otpornici, čiji je otpor manji od 10 Ω, imali također samo dvije stezaljke, ne bi više bio zanemariv prelazni otpor na njihovim stezaljkama, koji se od slučaja do slučaja mijenja i katkada dostiže iznos od 10^{-4} Ω. Ne bi više bile zanemarive ni promjene otpora bakrenih dovoda, do kojih dolazi zbog promjene temperature. Stoga ti otpornici imaju posebne »naponske« stezaljke (sl. 2.12) priključene izravno na krajeve manganinske žice. Tada padovi napona na strujnim dovodima i na prelaznim otporima »strujnih« stezaljki nemaju utjecaja, jer se mjeri samo pad napona na manganinskoj žici. S druge strane, otpori dovoda do »naponskih« stezaljki i prelazni otpori tih stezaljki ne utječu na mjerenje, jer na njima nastaju posve neznatni padovi napona zbog redovno vrlo slabih struja u naponskom krugu.

Granice pogrešaka etalonskih otpornika iznose npr. ± 0,01%, a nekih izvedbi čak ± 0,001%. Relativne godišnje promjene otpora etalonskih otpornika koji se čuvaju u metrološkim ustanovama ne prelaze npr. $1 \cdot 10^{-6}$.

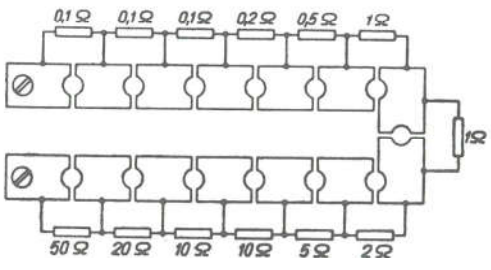
2.1.5. Otpornici s preklopkama i čepovima

U laboratorijskim mjerenjima mnogo se upotrebljavaju slogovi preciznih otpornika smještenih u zajedničku kutiju. Susrećemo se izvedbe s čepovima i s preklopkama.

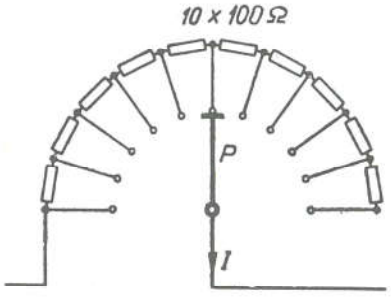
U prvoj izvedbi potrebna spajanja otpornika se obavljaju pomoću koničnih čepova koji se utaknu u provrte između kontaktnih pločica. Slog otpornika može se pri tome sastojati od 10 jednakih otpornika po svakoj dekadi. Otpornici su tada spojeni u seriju, a između spojnih mjesta i izlazne stezaljke nalazi se deset čepišta. Tu se željeni broj otpornika ukapča pomoću samo jednog čepa.

U izvedbi prema sl. 2.13 postiže se isti broj kombinacija pomoću manje otpornika. Tu je potrebno samo trinaest otpornika da se dobiju sve vrijednosti otpora od 0,1 do 100 Ω, u skokovima po 0,1 Ω dok bi u izvedbi s deset jednakih otpornika po svakoj dekadi trebalo za to 30 otpornika. Nedostatak ovog rješenja je u nezgodnijem rukovanju i većem broju kontaktnih otpora, jer da bi se postigao otpor od npr. 0,1 Ω potrebno je utaknuti čak 12 čepova.

Upotrebljavaju se slogovi otpornika čiji se otpori odnose kao 1:2:3:4, a s kojima se vrijednosti otpora od 0,1 do 100 Ω mogu postići sa svega 12 otpornika.



Slika 2.13. Skupina otpornika s čepovima



Slika 2.14. Otpornici s preklopkama

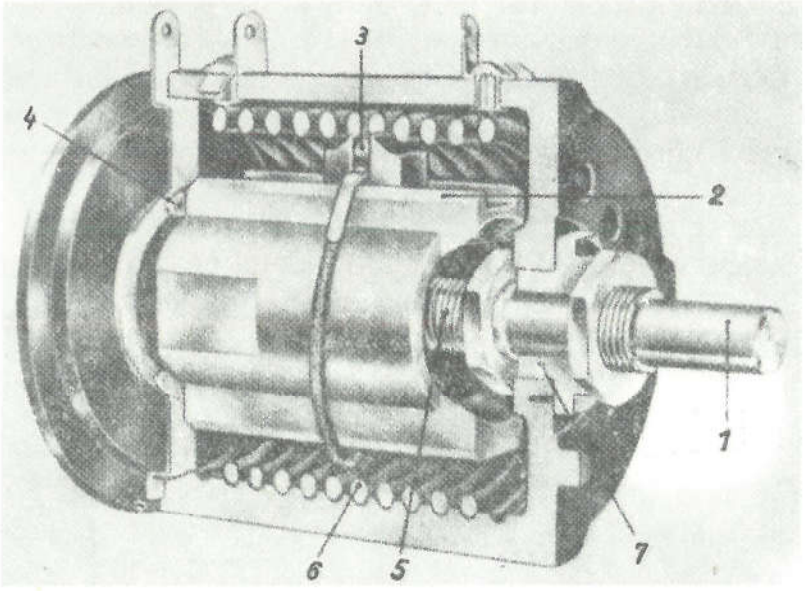
Danas se redovito upotrebljavaju slogovi otpornika s preklopkama koji se sastoje od jedne ili više dekada otpora. Na sl. 2.14. prikazana je jedna takva dekada otpornika od 100 Ω. Okretanjem preklopke *P* slijeva nadesno ukapča se sve više otpornika, pa se tako mogu postići svi otpori od 100 Ω do 1000 Ω u skokovima po 100 Ω. U zajedničku kutiju ugrađuje se i do šest takvih dekada otpora koje se spajaju u seriju, a vrijednost otpornika svake slijedeće dekade deset je puta manja od prethodne.

Izvedba s preklopkama mnogo je zgodnija pri radu, dok se izvedbe s čepovima odlikuju vrlo malim kontaktnim otporima. Otpor kontakta s čepom iznosi pri pažljivoj izvedbi i rukovanju otprilike samo $5 \cdot 10^{-5}$ Ω, dok je kontaktni otpor najboljih preklopki otprilike $2 \cdot 10^{-4}$ Ω. Kontakte preklopki je dobro povremeno očistiti petrolejom a zatim premazati tankim slojem parafinskog ulja bez kiseline. Tada kontaktni otpor ostaje dugo vremena neznatan.

U preciznim izvedbama sastoje se slogovi otpornika od manganinskih otpornika namotanih onako kako je prikazano na sl. 2.6, 2.8 i 2.9, ili se koriste kvalitetne izvedbe slojnih otpornika. Dopušteno opterećenje po pojedinom otporniku obično je oko 0,5 W. Granice pogrešaka preciznih otpornika iznad 1 Ω iznose npr. ± 0,02%.

2.1.6. Otpornici s kliznom žicom

Otpornici s kliznom žicom sastoje se od jedne kalibrirane otporne žice nategnute po obodu okrugle ploče od izolacionog materijala. Po toj žici klizi kliznik u vidu pera, ili rjeđe kotačića, tako da se može kontinuirano mijenjati otpor između početka, odnosno kraja klizne žice i kliznika. Klizna žica se izrađuje od manganina ili legura kroma i nikla. Njezin promjer nije iz mehaničkih razloga manji od 0,3 mm, pa kako je još i duljina žice ograničena zbog mogućnosti smještaja, njezin otpor iznosi najviše 10 do 20 oma. Veći otpori se postižu ako se klizna žica namota helikoidalno na valjak i pri tome osigura vođenje kliznika.



Slika 2.15. Gusjeničasti helikoidalni otpornik

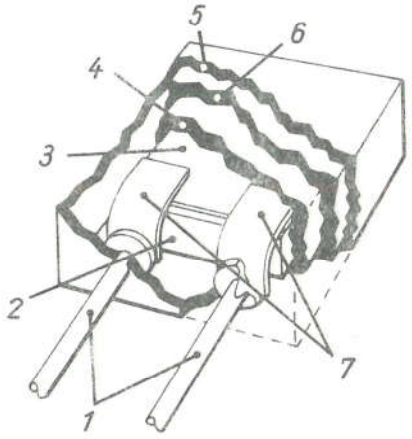
1 osovina; *2* utor za vođenje; *3* i *4* klizni kontakt; *5* šuplja osovina s vanjskim narezom; *6* gusjeničasto namotana otporna žica; *7* ležaj

Mnogo češće se upotrebljavaju gusjeničasti klizni otpornici, kojih je tanka, oksidirana ili emajlirana otporna žica gusto namotana oko jedne deblje žice ili tankog prstena. Tu kliznik klizi po uskoj stazi s koje je skinuta izolacija žice. Ugađanje otpora moguće je samo u skokovima koji odgovaraju otporu jednog zavoja, no uz mnogo, gusto namotanih zavoja ti skokovi su tako mali da obično ne smetaju pri manje preciznim mjerenjima. I ovdje se veći otpori uz vrlo male dimenzije otpornika postižu ako se nosiva žica, oko koje je gusto omotana otporna žica, namota helikoidalno na valjak. Takvu jednu izvedbu prikazuje sl. 2.15, gdje se promjena otpora od nule do maksimalnog iznosa postiže nakon 10 okretaja kliznika.

Otpornik s kliznom žicom ne postiže preciznost kao otpornik s preklopkama. Ipak, u najboljim izvedbama odstupanja od linearnosti manja su od $1^0/_{00}$. Kontaktni otpor na klizniku veći je i manje stalan nego kod preklopki, pa se otpornici s kliznom žicom radije upotrebljavaju u spojevima gdje kontaktni otpor kliznika ne sudjeluje u mjernom rezultatu, kao npr. u mosnim i kompenzacionim spojevima.

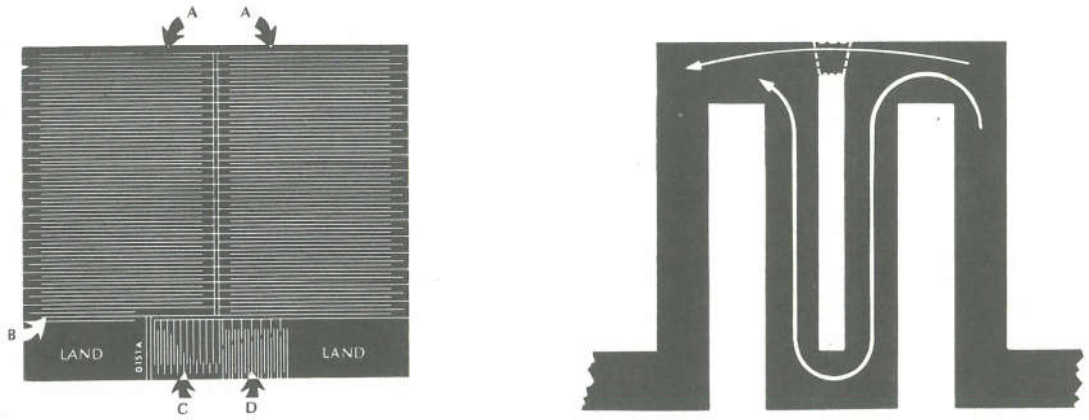
2.1.7. Slojni otpornici

Pomoću slojnih otpornika ostvaruju se otpori od 1 Ω do 100 MΩ, pa čak i do 10 000 MΩ, i nazivne snage od 0,025 W do 100 W. Odlikuju se vrlo malom vremenskom konstantom, što omogućuje njihovu primjenu i na najvišim frekvencijama. Neke njihove izvedbe ravne su u pogledu tačnosti najboljim izvedbama žičanih otpornika, pa ih čak i nadmašuju. Upotrebljavaju se *ugljeni slojni otpornici* kod kojih je na keramičku cjevčicu nanesen tanki sloj ugljika dobiven razgrađivanjem pogodnog ugljikovodika. Kod *metalnih slojnih otpornika* nanosi se na keramičku cjevčicu vrlo tanki metalni sloj dobiven isparavanjem kroma, nikla ili drugih metala. Upotrebljavaju se još i metalni slojni otpornici s »debelim« slojem metala ili metalnih oksida koji se na podlogu nanose postupkom sličnim onome kod tiskanih električnih krugova. Vrlo mali temperaturni koeficijent i odlična vremenska stalnost otpora postignuta je kod Vishay-otpornika (sl. 2.16), kod kojih se kompaktni metalni sloj posebnim postupkom nanosi na staklenu podlogu, a zatim se jetkanjem dobiva mreža serijskih i paralelnih strujnih staza. Ugađanje otpornika na tačan iznos provodi se presijecanjem paralelnih strujnih staza. Tako



Slika 2.16. Vishay-otpornik s kompaktnim metalnim slojem
1 priključci; *2* staklena podloga; *3* jetkani kompaktni metalni sloj; *4* omotač od silikonske gume koji ublažava vanjske udare; *5* epoksidna kutija; *6* epoksidni sloj za zaštitu od vlage; *7* fleksibilne spojne trake

se na području *A* i *B* (sl. 2.17) presijecanjem jedne paralelne staze povećava otpor za 2%, odnosno 1%, a na područjima *C* i *D* progresivno manje, što omogućuje ugađanje otpornika čak na 0,001%. Istezanje podloge zbog promjene njene temperature prenosi se na metalni sloj i izaziva promjenu otpora, no koeficijent toplinskog rastezanja podloge i temperaturni koeficijent otpora metalnog sloja tako su odabrani da je rezultirajuća promjena otpora vrlo mala (sl. 2.1). Tako srednji temperaturni koeficijent za temperature od 0°C do 25°C iznosi samo + 1,2 ppm/°C (ppm = pars per millionen = $1:10^6 = 1 \cdot 10^{-6}$), a za temperature od 25 °C do 60 °C samo — 0,9 ppm/°C. Vishay-otpornici se izrađuju za snage od 0,3 W (dimenzije 8,1 × 7,5 × 2,5 mm) do 1 W (dimenzije 13,2 × 30,2 × 6,2 mm) i otpore od 2 Ω do 600 kΩ.



Slika 2.17. Strujne staze Vishay-otpornika: *a)* cijela mreža strujnih staza Vishay-otpornika s područjima *A*, *B*, *C* i *D* za ugađanje (dimenzije 5,4x6,2 mm); *b)* dio strujne staze sa strujama prije i poslije presijecanja paralelne grane

Tablica 2.1

Tipične karakteristike raznih vrsta mjernih otpornika

Vrst otpornika	Temperaturni koeficijent ppm/°C −55 do +125°C	Tolerancije ugađanja (optimalne) %	Promjena otpora kod uskladištenja (godišnja) %	Promjena otpora pod opterećenjem (2000 h) %
Vishay	±3 (1 ppm/°C za 0—60°C)	± 0,001	0,0025	± 0,03
Žičani	± 3 do ± 10	± 0,001	± 0,02	± 0,04
Tanki metalni sloj	± 15 do ± 150	± 0,01	± 0,1	± 0,05
»Debeli« metalni sloj	± 50 do ± 150	± 0,05	± 0,1	± 0,5
Metalni oksid	± 50 do ± 200	± 0,5	± 0,1	± 0,5
Ugljeni	− 180 do − 800	± 1	± 0,15	± 0,5

Tablica 2.1 donosi tipična svojstva raznih vrsta otpornika važna pri njihovu izboru u mjerne svrhe. Uz temperaturni koeficijent otpora tu su još i najuže tolerancije koje se mogu ostvariti pri ugađanju, godišnje promjene otpora kod uskladištenja pri temperaturi 20 ± 5 °C, te promjene otpora pod opterećenjem nazivnom snagom u trajanju od 2000 h.

Osim o tim svojstvima potrebno je još voditi računa da su otpornici, ovisno o vrsti i izvedbi, izvori manjeg ili većeg električnog šuma, koji nastaje zbog toplinskog gibanja elektrona (toplinski šum) ili zbog prolaska struje kroz nehomogeni materijal i nestabilne kontakte. Napon toplinskog šuma ne ovisi o vrsti otpornika, već o drugom korijenu iz: njegova otpora R, apsolutne temperature T i širine Δf promatranoga frekvencijskog pojasa. (Nyquist je dokazao da aritmetička sredina kvadrata napona šuma iznosi: $\overline{e_s^2} = 4\,kTR\,\Delta f$, gdje je $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K, Boltzmannova konstanta.) Na primjer otpornik od 1000 Ω pri sobnoj temperaturi stvara u frekvencijskom pojasu od 10 000 Hz napon toplinskog šuma od 0,4 μV. Napon šuma zbog prolaska struje kroz otpornik ovisi o veličini te struje, odnosno o naponu priključenome na otpornik. Stoga se i izražava u mikrovoltima po voltu (μV/V). Kod ugljenih slojnih otpornika iznosi od 0,1 μV/V do više μV/V, ovisno o njihovu otporu i izvedbi, a neznatan je kod žičanih otpornika i najboljih izvedbi metalnih slojnih otpornika.

Slojni otpornici, naročito oni manje tačnosti, izrađuju se serijski u golemim količinama. U praksi se pri raznim mjernim i ostalim sklopovima zahtijevaju različite vrijednosti njihova otpora, pa ne bi bilo dovoljno kad bi se izrađivali samo za vrijednosti od 1 Ω, 10 Ω, 100 Ω, 1000 Ω. . . kao što je to s etalonskim otpornicima. Stoga je potrebno, osim ovih vrijednosti, odabrati još i druge, vodeći pri tome računa da njihov broj bude što manji, jer se time smanjuju troškovi uskladištenja, proizvodnje i ispitivanja. Stepenovanje npr. na način 10, 11, 12, . . 98, 99 i 100 ne bi bilo u punoj mjeri svrsishodno, jer je procentualna razlika između susjednih vrijednosti na početku 10%, a na kraju samo 1%, pa je bolje stepenovati prema geometrijskom redu, pri čemu je konstantan odnos između susjednih vrijednosti. Danas se sve više uvodi prema preporukama IEC (International Electrotechnical Commision) geometrijski red E 12, gdje odnos između susjednih vrijednosti iznosi: $\sqrt[12]{10} = 1{,}21$, tj. unutar jedne dekade predviđeno je 12 stepena. Njihove zaokružene vrijednosti iznose:

Red E 12: 1,0 1,2 1,5 1,8 2,2 2,7 3,3 3,9 4,7 5,6 6,8 8,2

Pomoću ovog reda moguće je ostvariti bilo koju vrijednost s tolerancijama od ± 10%. (Npr. za 220 Ω je gornja granica: 220 + 10% = 242, a za slijedeću veću vrijednost, tj. 270 Ω, donja je granica 243 Ω.) Ukoliko je potrebno finije stepenovanje upotrebljava se red E 24, gdje odnos između susjednih vrijednosti iznosi: $\sqrt[24]{10} = 1{,}10$. Tu se, osim vrijednosti koje pripadaju redu E 12, uvodi još slijedećih 12 zaokruženih vrijednosti:

Red E 24 = E 12 + 1,1 1,3 1,6 2,0 2,4 3,0 3,6 4,3 5,1 6,2 7,5 9,1

Pomoću reda E 24 zadovoljene su tolerancije od ±5%. Kod još većih zahtjeva upotrebljavaju se redovi E 48 i E 96, koji zadovoljavaju tolerancije od ± 2,5%, odnosno ± 1,25%.

2.2. MJERNI KONDENZATORI

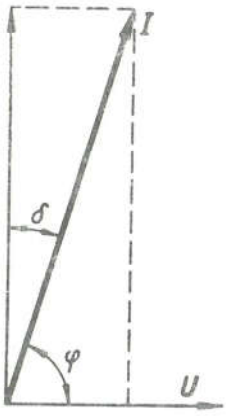
Od mjernih kondenzatora zahtijevamo da njihov kapacitet bude tačno poznat, te da je vremenski stalan, neovisan o temperaturi, naponu i frekvenciji. Dalje zahtijevamo da oni predstavljaju što „čišći" kapacitet, odnosno da imaju vrlo velik izolacioni otpor između elektroda, neznatne gubitke u dielektriku i dovodima, te neznatan vlastiti induktivitet. Fazni pomak φ između struje I i napona U nesavršenog mjernog kondenzatora nije tačno $\pi/2$ rad., već zbog kuta gubitaka δ iznosi $\pi/2 - \delta$ (sl. 2.18). Gubici u kondenzatoru su tada:

$$P = U\,I\cos\varphi = U\,I\sin\delta \approx U^2\,C\,\omega\sin\delta \approx U^2\,C\,\omega\,\delta \qquad (2.9)$$

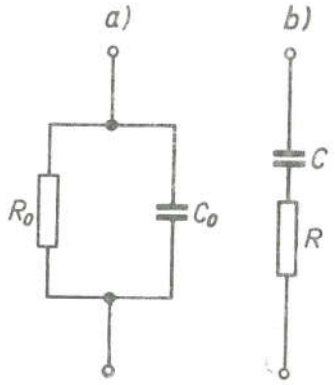
Gubici u kondenzatoru, dakle, rastu s kvadratom napona i frekvencijom. Možemo zamisliti da je te gubitke uzrokovao otpor R dodan u seriju kapacitetu C ili otpor R_0 spojen paralelno kapacitetu C_0 (sl. 2.19). Između tih veličina vladaju ovi odnosi:

$$C = C_0(1 + \mathrm{tg}^2\delta) \approx C_0 \qquad \mathrm{tg}\,\delta = \frac{1}{R_0 C_0 \omega} = R\omega C \qquad (2.10)$$

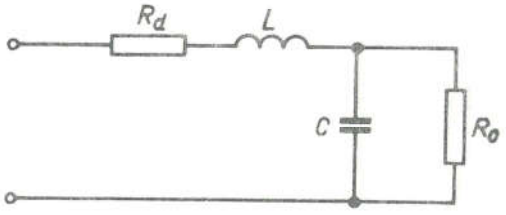
Uz pretpostavku stalnog kuta gubitaka δ bili bi otpori R i R_0 obrnuto proporcionalni frekvenciji. Međutim i kut gubitaka tehničkih kondenzatora ovisi na različite načine ne samo o frekvenciji već i o temperaturi, a djelomično i o naponu, pa se općenito jedan tehnički kondenzator može nadomjestiti određenim kapacitetom i otporom samo za neku određenu frekvenciju, temperaturu i napon.



Slika 2.18. Vektorski dijagram struje i napona kondenzatora s gubicima



Slika 2.19. Nadomjesna shema kondenzatora s gubicima: a) paralelni; b) serijski spoj



Slika 2.20. Nadomjesna shema kondenzatora na visokim frekvencijama

Struja kondenzatora stvara magnetsko polje ne samo oko dovoda do elektroda, već i u samom kondenzatoru, pa svaki kondenzator ima određeni mali induktivitet L koji postaje primjetan tek na visokim frekvencijama. Dovodi, a i elektrode kondenzatora, imaju stanoviti djelatni otpor R_d koji se na višim frekvencijama povećava zbog djelovanja skinefekta. Taj otpor dolazi također do izražaja tek na visokim frekvencijama, jer je tada malena reaktancija kondenzatora. Padovi napona na induktivitetu L i otporu R_d su razmjerni struji kondenzatora, pa ih treba zamisliti serijski spojene kapacitetu C (sl. 2.20).

U daljnjem razmatranju zanemarimo zbog jednostavnosti sve gubitke u kondenzatoru i nadomjestimo serijsku kombinaciju induktiviteta L i kapaciteta C jednim kapacitetom C_e, koji ima jednaku reaktanciju kao i ta serijska kombinacija. Bit će, dakle:

$$\frac{1}{j\omega C_e} = \frac{1}{j\omega C} + j\omega L = \frac{1}{j\omega C}(1 - \omega^2 LC)$$

ili

$$C_e = \frac{C}{1 - \omega^2 LC} = \frac{C}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} \quad \text{gdje je} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{2.11}$$

Pri tome je f_0 frekvencija na kojoj nastupa serijska rezonancija. Kapacitet C_e je, dakle, veći od kapaciteta C. Za frekvencije koje ne prelaze deseti dio frekvencije f_0 ta razlika nije velika. Pri $f = 0{,}1\, f_0$ iznosi samo 1%. Pri $f = f_0$ postaje C_e beskonačno velik, a na još višim frekvencijama djeluje kondenzator kao svitak čiji je induktivitet $L_e = L\,[1 - (f_0/f)^2]$. Frekvencija rezonancije kondenzatora ovisi o njegovoj izvedbi, a može se uz stanovite zahvate povisiti i na više stotina megaherca.

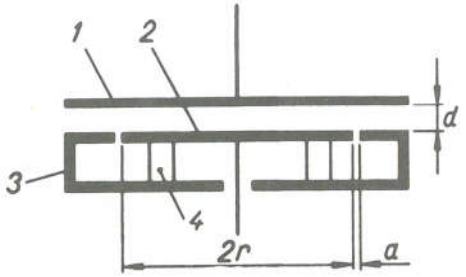
2.2.1. Računski etaloni kapaciteta

Pod računskim etalonima kapaciteta podrazumijevamo etalone čiji se kapacitet može odrediti računski na osnovi tačno poznatih dimenzija. Takvi etaloni moraju imati jednostavan geometrijski oblik koji omogućuje matematičko određivanje kapaciteta i precizno mjerenje dimenzija. To je npr. moguće kod pločastog kondenzatora sa zaštitnom elektrodom, prikazanog na sl. 2.21. Gornja elektroda *1* je ravna, vrlo glatka i okrugla ploča, nešto većeg promjera od donje elektrode *2*. Oko donje elektrode nalazi se zaštitna elektroda *3*, odvojena samo vrlo uskim zračnim rasporom. Pri mjerenju se elektrode *2* i *3* nalaze na gotovo istom potencijalu, pa je električno polje između elektroda *1* i *2* praktički homogeno. Time su gotovo izbjegnuti rubni efekti, pa se iznos kapaciteta između elektroda *1* i *2* može dobro aproksimirati jednostavnim izrazom: $C_{12} = \varepsilon_0\,(2r + a)^2\,\pi/4d$ (tačniji izraz u lit. 2.7 i 2.25).

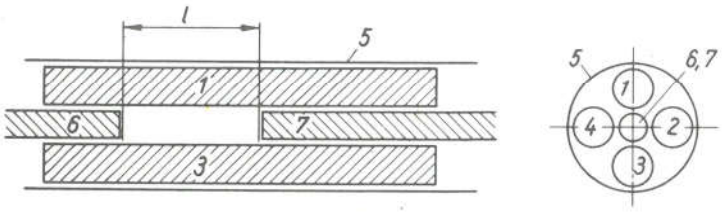
Mnogo manje pogreške postižu se pomoću etalona kapaciteta kojega je razradio A. M. Thompson na temelju teoretskih razmatranja D. G. Lamparda 1956. godine. Ta razmatranja pokazuju da, kod simetričnog rasporeda valjaka *1*, *2*, *3* i *4* prema sl. 2.22, kapacitet između valjaka *1* i *3*, odnosno *2* i *4* iznosi:

$$C_{13} = C_{24} = \frac{\varepsilon_0}{\pi} l \ln 2 \tag{2.12}$$

gdje je ε_0 dielektrična konstanta vakuuma koja se pomoću izraza (0.7) može odrediti s relativnom mjernom nesigurnošću od $8 \cdot 10^{-9}$, a l je efektivna duljina valjaka. Ona se, zbog rubnih efekata, sasvim ne podudara s izmjerenim razmakom između valjaka *6* i *7*, no udio tih rubnih efekata može se lako dobiti izvođenjem dvaju mjerenja pri različitim razmacima. Vrijednost je ovog rješenja u tome što eventualna mala odstupanja od simetričnog rasporeda neznatno utječu na rezultat. Ako npr. zbog nesimetričnog rasporeda ili nesavršenosti površina valjaka razlika između C_{13} i C_{24} iznosi $5 \cdot 10^{-4}$, što se u metrološkim zavodima može lako postići, onda srednja vrijednost tih kapaciteta $(C_{13}+C_{24})/2$ odstupa od izraza $\frac{\varepsilon_0}{\pi} l \ln 2$ samo za $0{,}5 \cdot 10^{-8}$ (detaljnije u lit. 2.11.). Stoga je dovoljno u vrhunskoj tačnosti izmjeriti samo razmak l, što se provodi interferencijskom metodom, pa relativne pogreške mjernog postupka ne premašuju $1 \cdot 10^{-7}$!



Slika 2.21. Pločasti kondenzator sa zaštitnom elektrodom: *1* i *2* gornja i donja elektroda; *3* zaštitna elektroda; *4* izolator



Slika 2.22. Aksijalni i radijalni presjek Thompsonova računskog etalona kapaciteta *1, 2, 3* i *4* jednaki metalni valjci; *5* uzemljeni oklop; *6* i *7* pomični metalni valjci

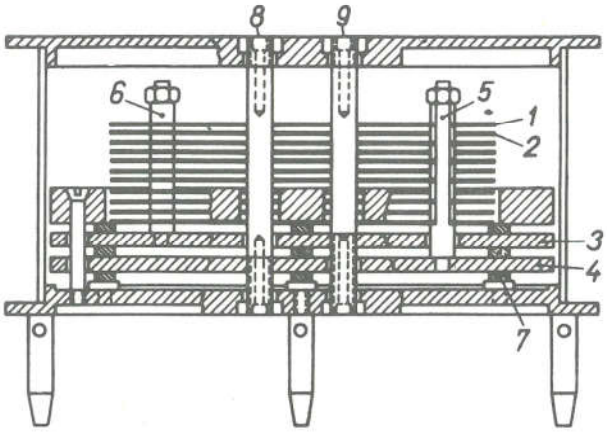
2.2.2. Upotrebni etaloni kapaciteta

Pomoću računskih etalona kapaciteta baždare se upotrebni etaloni kapaciteta, koji su redovno prikladniji za upotrebu, a odlikuju se velikom vremenskom stalnošću, malim kutom gubitaka, malim temperaturnim koeficijentom i frekvencijskom neovisnošću. Takva svojstva ponajviše imaju etaloni s taljenim kvarcom kao dielektrikom i elektrodama od zlata, koji su hermetički zatvoreni u posudi ispunjenoj suhim dušikom. Njihov kapacitet iznosi 10 pF ili 100 pF, temperaturni koeficijent oko 12 ppm/°C, a kut gubitaka manje od $1 \cdot 10^{-5}$. Obično su ugrađeni u prikladni zračni ili uljni ultratermostat koji održava njihovu temperaturu na $\pm$ 0,01 °C, čemu odgovaraju promjene kapaciteta od samo $\pm$0,12 ppm. Godišnje promjene njihova kapaciteta ne premašuju 0,3 ppm.

Vrlo dobra svojstva postižu se pločastim kondenzatorima s pločama od invara, koje se odlikuju vrlo malim koeficijentom toplinskog rastezanja. Sistem ploča hermetički je zatvoren u posudi ispunjenoj suhim dušikom pod malim nadtlakom. Obično njihov kapacitet iznosi 10, 100 ili 1000 pF, temperaturni koeficijent od 2 do 5 ppm/°C, a kut gubitaka manje od $1 \cdot 10^{-5}$. Godišnje promjene njihova kapaciteta nisu veće od 20 ppm.

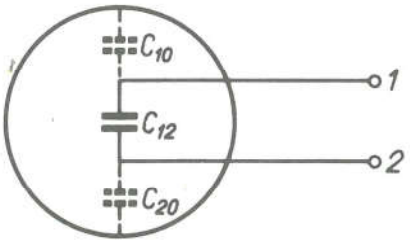
Već dugo se upotrebljavaju zračni etaloni kapaciteta u izvedbi poput one na sl. 2.23. Sastoje se od dva sistema ploča, *1* i *2*, od kojih je svaki pritegnut sa tri svornika na nosivu masivnu ploču *3*, odnosno *4*. Svornici *5* i *6* jednog i drugog sistema ploča su međusobno zakrenuti za 60° i prolaze kroz posebne otvore na pločama drugog sistema. Razmak između ploča istog sistema održavaju kovinski

prsteni. Za izolaciju jednog sistema od drugog služe ulošci *7* od kvarca. Promjer ploča je npr. 120 mm ø, debljina 1 mm, a razmak između ploča 2 mm. Gornja ploča ima otvore koji se mogu više ili manje zatvoriti i time ugoditi vrijednost kapaciteta na tačan iznos Svornici *8* i *9* služe kao priključci kondenzatora i omogućavaju njegovo spajanje s gornje i donje strane, pa se više takvih kondenzatora može slagati jedan na drugi i tako dobiti veći kapacitet.



Slika 2.23. Upotrebni etalon kapaciteta

1 i *2* sistem ploča; *3* i *4* nosive ploče; *5* i *6* svornici za pritezanje sistema ploča; *7* izolacioni ulošci; *8* i *9* priključci



Slika 2.24. Parazitski kapaciteti C_{10} i C_{20} između elektroda i kućišta zračnog kondenzatora

Sistemi ploča su zaštićeni metalnim kućištem koje je od njih dosta odmaknuto, kako bi se postigao što manji kapacitet između sistema ploča i kućišta. Ipak, taj kapacitet nije zanemariv, te ga treba pri mjerenju uzeti u obzir, ovisno o načinu spajanja kondenzatora. Ako je sistem *1* uzemljen (sl. 2.24) ukupni kapacitet iznosi $C_{12} + C_{20}$, odnosno $C_{12} + C_{10}$, ako je uzemljen sistem *2*. Kada nije uzemljen niti jedan sistem, kapacitet kombinacije iznosi $C_{12} + C_{10}\,C_{20}/(C_{10} + C_{20})$.

Ovakvim izvedbama dobivaju se kapaciteti od 100 pF do 5000 pF, dok se posebnim izvedbama relativno velikih dimenzija postiže čak i 50000 pF. Vremenska stalnost im je vrlo velika zbog masivne i pažljive izvedbe. Njihov izolacioni otpor iznosi u suhom stanju od 10^{13} do 10^{15} Ω, a temperaturni koeficijent 10 ppm/°C.

Slično se izrađuju promjenljivi kondenzatori kojih je samo jedan sistem nepomičan, dok se drugi može zakretati. Njihove ploče imaju polukružan oblik.

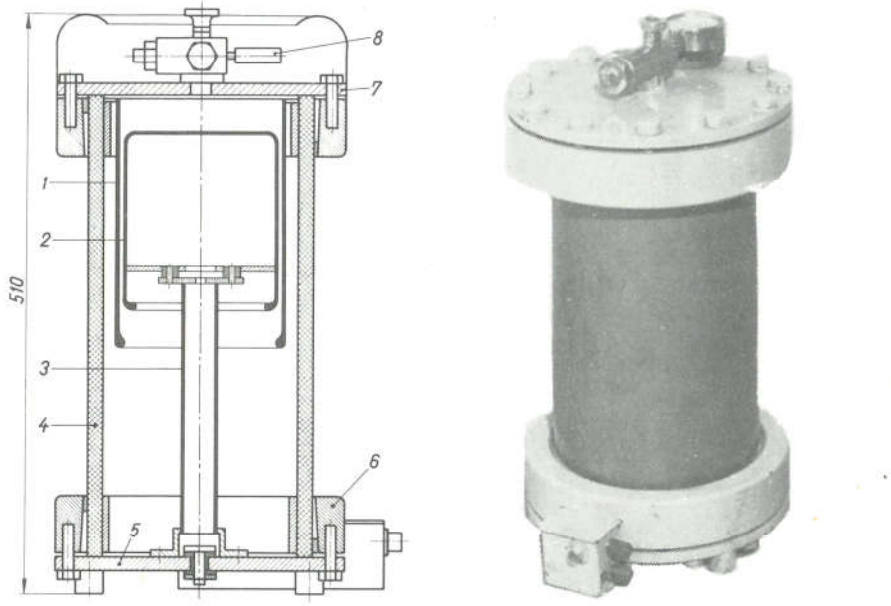
Kad se žele dobiti veće vrijednosti kapaciteta, upotrebljavaju se kondenzatori s izolacijom od tinjca. Kod njih se postižu granice pogrešaka od ± 0,05%, kut gubitaka oko $1 \cdot 10^{-4}$ i temperaturni koeficijent od oko + 20 ppm/°C. Izrađuju se kao pojedinačni kondenzatori ili kao dekadske kutije sa stepenima 10 × 0,001 μF, 10 × 0,01 μF i 10 × 0,1 μF i slično. Preklopke tih dekadskih kutija razlikuju se od onih u otpornim dekadama jer se različite vrijednosti kapaciteta dobivaju paralelnim, a ne serijskim spajanjem pojedinih kondenzatora.

U mjerne svrhe upotrebljavaju se i kondenzatori u kojih kao izolacija služe razne plastične mase, najčešće polistiren (komercijalni naziv Styroflex), koji imaju kut gubitaka od oko $2 \cdot 10^{-4}$, temperaturni koeficijent — 140 ppm/°C i godišnju stabilnost kapaciteta od oko 0,05%. Upotrebljavaju se i kondenzatori s izolacijom od raznih keramičkih materijala, ili pri manjim zahtjevima, od papira.

U visokonaponskoj mjernoj tehnici potrebni su precizni mjerni kondenzatori s malim kutom gubitaka, koji uz to mogu izdržati visoke napone. Tim zahtjevima

odgovaraju *tlačni kondenzatori* koji su punjeni komprimiranim plinom, na primjer dušikom pod pritiskom od 10 do 15 atmosfera. Plinovi pod takvim pritiskom mogu izdržati znatno jača električka polja, jer je njihova probojna čvrstoća gotovo proporcionalna pritisku. Na primjer, dušik pod pritiskom od 15 atmosfera može izdržati i do 270 kV tjemenog izmjeničnog napona s elektrodama razmaknutim 1 cm. Zbog toga se može odabrati znatno manji razmak između elektroda nego pri atmosferskom pritisku i tako smanjiti dimenzije kondenzatora.

Danas se umjesto dušika obično primjenjuje sumporni heksafluorid (SF_6), koji uz pritisak od 2,2 atmosfere izdrži isti napon kao dušik uz pritisak od 15 atmosfera.



Slika 2.25. Tlačni kondenzator (R. Končar)

1 visokonaponska elektroda; *2* mjerna elektroda; *3* zaštitna elektroda; *4* izolacioni cilindar od tvrdog papira; *5* i *6* gornji i donji poklopac

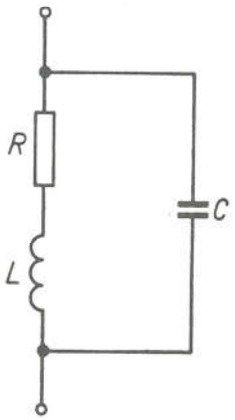
Na sl. 2.25 prikazana je izvedba tlačnog kondenzatora. U cilindru od tvrdog papira *4*, nalaze se: visokonaponska elektroda *1*, mjerna elektroda *2* i zaštitna elektroda *3* učvršćene na gornji, odnosno donji poklopac cilindra. Poklopci i cilindar su tako dimenzionirani i učvršćeni da mogu izdržati pritisak komprimiranog plina kojim je kondenzator punjen. Cilindar ujedno služi kao izolator između gornjeg poklopca koji se nalazi pod visokim naponom i donjeg, uzemljenog poklopca. Zaštitna elektroda *3* je također uzemljena. Kondenzator od 100 pF takve konstrukcije, koji može izdržati ispitni napon od 300 kV, visok je samo 1200 mm.

2.3. MJERNI SVICI

Pri istosmjernim, a pogotovo izmjeničnim mjerenjima, upotrebljavaju se za usporedbu mjerni svici čiji je vlastiti induktivitet L, odnosno međusobni induktivitet M, dovoljno točno poznat. I ovdje tražimo da te veličine budu vremenski konstantne, neovisne o frekvenciji, struji, temperaturi i vanjskim magnetskim poljima, te da vlastiti kapacitet svitaka bude neznatan. Također nastojimo da djelatni

otpor R svitka bude što manji, odnosno da kvocijent L/R, koji nazivamo *vremenskom konstantom* svitka, bude što veći. To je prilično teško ostvariti, jer se mjerni svici obično izvode bez željeza da bi se izbjegle poteškoće koje unosi nepravilnost krivulje magnetiziranja i gubici u željezu. Postizanje određenog induktiviteta L sa svitkom bez željeza traži više zavoja, a time i veći djelatni otpor R, koji onda redovno treba uzeti u račun pri mjerenju. Stoga je potrebno da i djelatni otpor R svitka bude poznat, te da ne ovisi o frekvenciji, pa se svici namataju žicom ispletenom od više tankih izoliranih niti. Time se smanjuje utjecaj skinefekta.

Mjerni svitak, slično kao i mjerni otpornik, možemo nadomjestiti serijski spojenim otporom R i induktivitetom L, te njima paralelno spojenim kapacitetom C, koji nadomješta vlastiti kapacitet mjernog svitka (sl. 2.26). Nadomjestimo dalje takvu kombinaciju serijski spojenim otporom R_e i induktivitetom L_e. Bit će, dakle:



Slika 2.26. Nadomjesna shema mjernog svitka

$$R_e + j\omega L_e = \frac{(R + j\omega L)\,\dfrac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{R + j\omega\,[L\,(1 - \omega^2 LC) - R^2 C]}{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \tag{2.13}$$

Nastojimo da otpor R i vlastiti kapacitet C mjernih svitaka budu što manji, pa se u brojniku desnog izraza može zanemariti R^2C prema $L\,(1 - \omega^2\,L\,C)$, a isto tako i $\omega^2\,C^2\,R^2$ u nazivniku:

$$R_e + j\omega L_e \approx \frac{R}{(1 - \omega^2 LC)^2} + j\omega\,\frac{L\,(1 - \omega^2 LC)}{(1 - \omega^2 LC)^2} \tag{2.14}$$

Izjednačujući realne i imaginarne komponente, te uz $\omega^2\,L\,C \ll 1$, dobivamo:

$$R_e \approx \frac{R}{(1 - \omega^2 LC)^2} \approx R\,(1 + 2\omega^2 LC) \tag{2.15}$$

i

$$L_e \approx \frac{L}{1 - \omega^2 LC} \approx L\,(1 + \omega^2 LC) \tag{2.16}$$

Vidimo da R_e i L_e rastu s frekvencijom, to više, što je veći vlastiti kapacitet svitka. Na nekoj određenoj frekvenciji $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ nastupa rezonancija svitka.

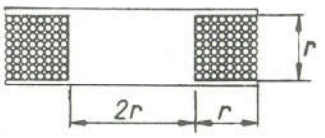
2.3.1. Računski etaloni samoinduktiviteta

Pod računskim etalonima samoinduktiviteta razumijevamo mjerne svitke čiji se samoinduktivitet određuje računski na osnovi broja zavoja i vrlo precizno izmjerenih dimenzija. Takvi etaloni jednostavnog su oblika, koji omogućava pre-

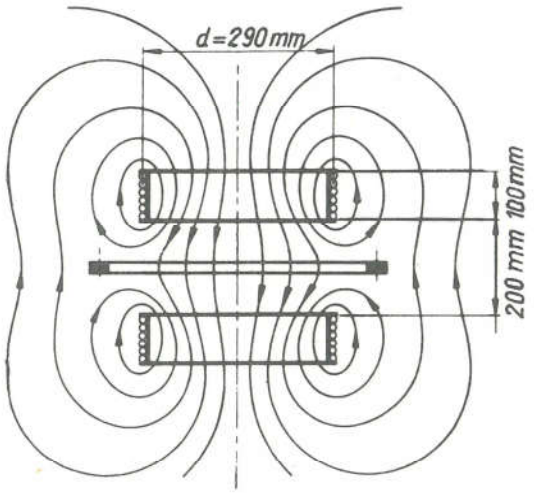
cizno mjerenje onih dimenzija koje ulaze u proračun induktiviteta. To je najčešće jednoslojni cilindrični svitak namotan na tijelo od kvarca, mramora, steatita itd. Ti materijali se odlikuju velikom vremenskom postojanošću i malim temperaturnim koeficijentom istezanja. Temperaturni koeficijent istezanja taljenog kvarca iznosi samo 0,5 ppm/°C. Žice svitka su uložene u spiralni utor izbrušen po obodu kvarcnog tijela, tako da se može izmjeriti promjer i međusobni razmak svakog pojedinog zavoja. Pogreške pri određivanju induktiviteta računskim putem iz izmjerenih dimenzija iznose uz najpažljiviji rad oko $2 \cdot 10^{-6}$.

2.3.2. Upotrebni etaloni samoinduktiviteta

Računski etaloni se koriste u posebnim metrološkim ustanovama. Oni, međutim, zbog svojih velikih dimenzija nisu prikladni za redovitu upotrebu u ostalim laboratorijima. Tamo se upotrebljavaju prikladnije izvedbe manjih dimenzija. Vrijednost njihova induktiviteta nije moguće tačno odrediti računski, već se određuje na osnovi usporedbe s računskim etalonima. Upotrebni etaloni su najčešće višeslojni okrugli svici kvadratična presjeka, čije su stranice jednake unutrašnjem polumjeru svitka (sl. 2.27). S tako odabranim dimenzijama postiže se najveća vremenska konstanta L/R uz zadanu količinu bakra. Ako je N broj zavoja takvog svitka, a r unutrašnji polumjer u cm, onda njegov induktivitet iznosi [lit. 2.12]:



Slika 2.27. Upotrebni etalon samoinduktiviteta



Slika 2.28. Računski etalon međuinduktiviteta, prema Campbellu (M = 0,01 H)

$$L = 25{,}5\, N^2 r\, 10^{-9}\ [\mathrm{H}] \qquad (2.17)$$

Tijelo svitka je obično od keramike. Žica namota je ispletena od mnoštva izoliranih niti, a gotov namot se impregnira parafinom pod vakuumom. Stezaljke svitka se nalaze na njegovom vanjskom rubu, dakle na mjestu gdje je polje najslabije. One ipak moraju biti što manjih dimenzija, kako bi se otklonili gubici zbog vrtložnih struja. Zbog istog razloga izrađuju se čak i od otpornog materijala. Takvi etaloni se općenito izrađuju u dekadskim stepenima od 0,0001 H do 1 H. Njihova vremenska konstanta, ovisno o dimenzijama, iznosi od 0,5 do 10 ms, a frekvencija rezonancije od 20 kHz do nekoliko megaherca. Takvim izvedbama postiže se godišnja vremenska stalnost od 0,001 do 0,005%.

Za više frekvencije izrađuju se posebni etaloni induktiviteta, najčešće s tijelom od porculana. Smanjenje vlastitog kapaciteta postiže se posebnim načinom nama-

tanja, pri čemu se izbjegava da budu blizu zavoji između kojih vlada veća potencijalna razlika.

Etaloni izvedeni prema sl. 2.27 jako su osjetljivi na vanjska magnetska polja, a i sami stvaraju veliko rasipno polje, što može lako utjecati na rezultate mjerenja. U tom su pogledu prikladniji etaloni s jednoliko namotanom keramičkom jezgrom *toroidnog* oblika, koji nemaju rasipnog polja, a i neosjetljivi su na vanjska homogena magnetska polja. Zbog toga se takvi etaloni mogu slagati jedan na drugi, ili jedan do drugoga i od njih sastaviti vrlo precizne dekade induktiviteta relativno malih dimenzija. Kod dobrih izvedbi višegodišnja stabilnost je bolja od 0,01%, a vremenska konstanta L/R iznosi od 1 do 3 ms.

Veće vremenske konstante i veći iznosi induktiviteta lakše se ostvaruju pomoću jezgri od feromagnetskih materijala. Ovisno o frekvenciji, upotrebljavaju se prstenaste jezgre od vrlo tankog lima visokog permeabiliteta (legure nikla i željeza) ili feritne jezgre. Utjecaj nelinearnosti krivulje magnetiziranja na iznos induktiviteta smanjuje se odgovarajućim zračnim rasporom. Takvim izvedbama postižu se granice pogrešaka od npr. 0,5% do 2%, vremenske konstante preko 20 ms i temperaturni koeficijent oko 20 ppm/°C.

2.3.3. Računski etaloni međuinduktiviteta

Oblik računskih etalona međuinduktiviteta također se tako odabire da se one dimenzije koje utječu na međuinduktivitet mogu što preciznije izmjeriti i onda pomoću njih odrediti međuinduktivitet računskim putem. Poznat je računski etalon međuinduktiviteta po Campbellu (sl. 2.28). Primarni namot se sastoji od dvije jednoslojne polovice namotane na tijelo od kvarca promjera 290 mm. Svaka polovica ima 100 zavoja od golog bakra promjera 0,6 mm, a korak tih zavoja iznosi 1 mm. Sekundarni namot ima 495 zavoja namotanih u više slojeva žicom promjera 0,5 mm. Presjek tog namota iznosi 150 mm², a srednji promjer 508 mm. Takvim rasporedom smanjuje se utjecaj pogreške u određivanju srednjeg promjera sekundarnog namota, jer se on nalazi na mjestu gdje je neznatna jakost magnetskog polja. Dimenzije primarnog namota bitno utječu na tačnost određivanja međuinduktiviteta, no one se mogu vrlo tačno izmjeriti zbog jednoslojne izvedbe primarnog namota. Zbog toga relativna nesigurnost u određivanju međuinduktiviteta iznosi uz najpažljiviji rad oko $2 \cdot 10^{-6}$ (lit 2.4.).

2.3.4. Upotrebni etaloni međuinduktiviteta

Upotrebni etaloni međuinduktiviteta praktički su istog oblika kao i etaloni samoinduktiviteta. Obično se tako izrađuju da se žice primarnog i sekundarnog svitka skupa namataju, tako da leže po čitavoj duljini jedna uz drugu. Zbog toga je međuinduktivitet posve jednak samoinduktivitetu primarnog, odnosno sekundarnog svitka. Ovim načinom namatanja dobiva se velik kapacitet između primarnog i sekundarnog namota, pa se ovakvi etaloni mogu upotrijebiti samo na niskim frekvencijama ili pri balističkim mjerenjima. Njihov međuinduktivitet obično iznosi 0,01 H.

Etaloni međuinduktiviteta su upotrebljivi do otprilike 2000 Hz, ako oba svitka leže aksijalno jedan iznad drugog, kao na sl. 2.29. Tada je međuinduktivi-

tet M manji od $\sqrt{L_1 L_2}$ i može se za svitke kvadratičnog presjeka, koji su posve blizu jedan drugome, dobro aproksimirati izrazom (lit. 6):

$$M = 4\pi r N^2 \left(\ln \frac{8r}{d} - 2\right) \cdot 10^{-9} \quad [\mathrm{H}] \tag{2.18}$$

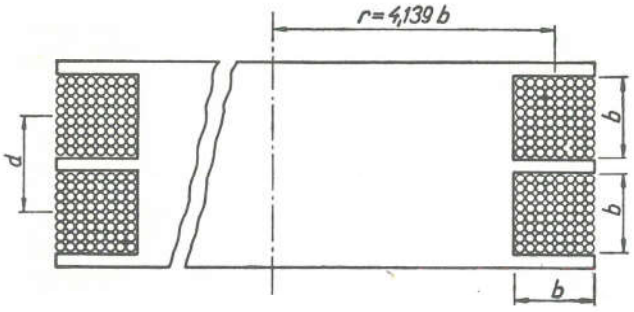
Tu je N broj zavoja svitaka, r [cm] srednji polumjer svitaka, a d [cm] razmak između središta svitaka, koji je ovdje gotovo jednak stranici b kvadratičnog presjeka svitaka ($b \approx$ d).

Maksimalni međuinduktivitet uz zadanu količinu bakra postižemo pri $r/b = 4{,}139$, odnosno pri unutrašnjem promjeru svitka: $2r - b = 7{,}279\, b$. Tada međuinduktivitet i samoinduktivitet svitaka iznose:

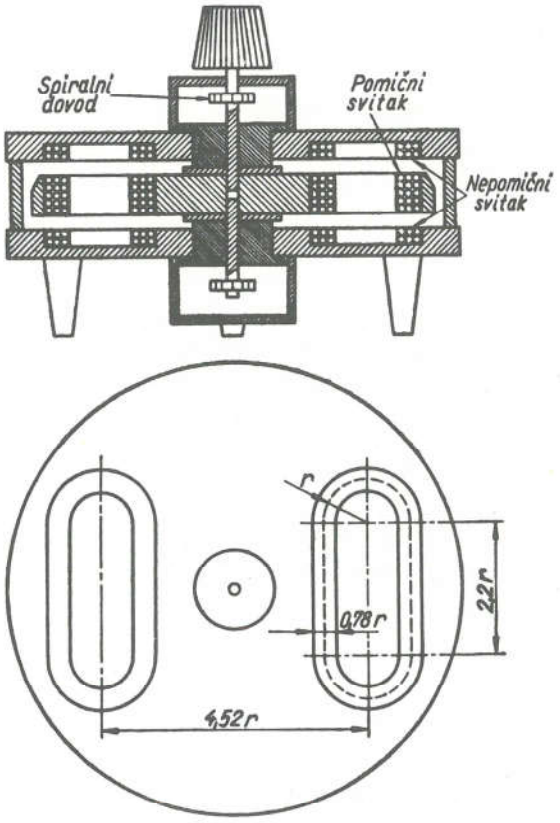
$$M = 78 b N^2 10^{-9} \quad [\mathrm{H}] \tag{2.19}$$

i

$$L = 120 b N^2 \cdot 10^{-9} \quad [\mathrm{H}] \tag{2.20}$$



Slika 2.29. Upotrebni etalon međuinduktiviteta



Slika 2.30. Svici promjenljivog međuinduktiviteta s linearnom karakteristikom

2.3.5. Svici promjenljivog međuinduktiviteta

Promjenljivi samoinduktivitet može se ostvariti pomoću dva svitka od kojih je jedan nepomičan, a drugi pomičan i nalazi se unutar prvoga. Ako se svici spoje u seriju ili paralelno, ovisit će samoinduktivitet kombinacije o samoinduktivitetu L_1 i L_2 prvog i drugog svitka i njihovu međuinduktivitetu M. Za serijski spoj svitaka lako dobivamo:

$$L' = L_1 + L_2 + 2M \quad \text{i} \quad L'' = L_1 + L_2 - 2M \tag{2.21}$$

Lijevi izraz vrijedi ako se tokovi prvog i drugog svitka podupiru, a desni ako se slabe. Promjenom međusobnog položaja svitaka mijenja se njihov međuinduktivitet, pa se samoinduktivitet kombinacije može kontinuirano mijenjati od neke minimalne do neke maksimalne vrijednosti.

Da bi se smanjio utjecaj vanjskih magnetskih polja, često se upotrebljavaju izvedbe s dva pomična i dva ili četiri nepomična svitka koji su tako motani da se u njima poništavaju naponi inducirani od vanjskih homogenih magnetskih polja. Posebnim oblikom svitaka postiže se pritom gotovo linearna karakteristika skale (slika 2.30).

2.4. Zadaci

1) Pri frekvenciji 10 kHz, koliko je procentualno veća impedancija od djelatnog otpora mjernog otpornika s vremenskom konstantom $\tau = 100$ ns?

2) Kolika je vremenska konstanta mjernog otpornika čiji je djelatni otpor 100 oma, vlastiti kapacitet 1,4 nF, a vlastiti induktivitet 19 μH? Koliki je fazni pomak između njegovog napona i struje pri 10 kHz, 100 kHz i 1 MHz?

3) Kolika je vremenska konstanta bifilarno namotanog otpornika čiji je djelatni otpor 500 oma, vlastiti kapacitet 85 pF i vlastiti induktivitet 3,3 μH? Koliko bi iznosila njegova vremenska konstanta, ako bi se njegov namot rastavio u dvije jednake, bifilarno namotane sekcije?

4) Koje se procentualne tolerancije bilo kojeg traženog iznosa otpora mogu postići u najnepovoljnijem slučaju paralelnim spajanjem dvaju otpornika s vrijednostima otpora prema redu E 12? Pri tom za otpor jednog otpornika treba iz reda E 12 odabrati prvu vrijednost koja je veća od tražene vrijednosti.

5) Koliko iznose C, R i tg δ nesavršenog kondenzatora pri $f = 50$ Hz, ako su $C_0 = 1{,}8$ μF i $R_0 = 90$ kΩ (oznake prema sl. 2.19)?

6) Koliko će iznositi procentualne statističke granice pogrešaka kapaciteta kondenzatora prema sl. 2.21 određenog na osnovi njegovih dimenzija, ako je razmak elektroda izmjeren s granicama pogrešaka $\pm 0{,}5\,^0/_{00}$, a promjer elektroda s granicama pogrešaka $\pm 0{,}1\,^0/_{00}$?

7) Koliko iznosi procentualna promjena kapaciteta kondenzatora prema sl. 2.21 po 1 °C, ako je temperaturni koeficijent istezanja elektroda $18{,}5 \cdot 10^{-6}$/°C, a razmak elektroda ostaje nepromijenjen?

8) Koliki je unutrašnji polumjer r i broj zavoja N upotrebnog etalona samoinduktiviteta prema sl. 2.27, ako se želi postići induktivitet 0,1 H i vremenska konstanta $\tau = 10$ ms? Faktor punjenja (odnos ukupnog presjeka bakra prema presjeku svitka) neka je: $f_{Cu} = 0{,}4$, a specifični otpor vodiča $\rho = 0{,}0175\ \Omega\ \text{mm}^2/\text{m}$.

9) Promjenljivi samoinduktivitet je ostvaren pomoću dva svitka jednakog samoinduktiviteta 13,9 mH, čiji se međuinduktivitet može mijenjati od -11 mH do $+11$ mH. Koliki se najmanji i najveći induktivitet mogu ostvariti ako se svici spoje jedanput paralelno, a drugi puta serijski?

3. LABORATORIJSKI IZVORI

Pod laboratorijskim izvorima podrazumijevamo izvore struja koji se koriste pri mjerenju i ispitivanju, bilo za napajanje samog mjernog kruga, bilo za dobivanje pomoćnih napona potrebnih u raznim mjernim sklopovima, uređajima i instrumentima. Zbog raznovrsnih potreba postavljaju se različiti zahtjevi u pogledu visine njihova napona, snage, frekvencije i valnog oblika. Koliko ti zahtjevi mogu biti različiti vidimo po tome što se upotrebljavaju izvori čiji je izlazni napon manji od jednog volta, do onih koji daju više milijuna volta. Njihova snaga iznosi od nekoliko milivata pa do preko stotinu megavata, a frekvencija od npr. 0,00005 Hz pa do preko 10^{10} Hz.

U većini primjena neophodno je da se iznos izlaznog napona laboratorijskog izvora može kontinuirano mijenjati, a kod izmjeničnih izvora često se traži i kontinuirano mijenjanje frekvencije. Redovno se zahtijeva da izlazni napon i frekvencija izvora, nakon što su ugođeni na neke određene vrijednosti, budu stabilni, tj. da se vremenski ne mijenjaju. Također se redovno zahtijeva da se valni oblik laboratorijskog izvora što manje razlikuje od idealnog valnog oblika, kao što su sinusni valni oblik, pravokutni valni oblik itd., dok se od istosmjernih izvora napona zahtijeva da njihova valovitost bude što manja, odnosno da napon brujanja bude neznatan.

Posebno značenje u mjernoj tehnici imaju naponski izvori, čiji je napon vrlo tačno poznat i ne mijenja se s vremenom. To su tzv. *etaloni napona*, koji uz pomoć raznih kompenzacionih sklopova služe za najtačnija mjerenja napona, struja, otpora i snaga. Do pred nekoliko godina upotrebljavao se kao etalon napona isključivo Westonov etalonski članak, dok se danas za tu svrhu sve više upotrebljavaju etaloni napona sa Zenerovim diodama.

3.1. ETALONI NAPONA

3.1.1. Westonov etalonski članak

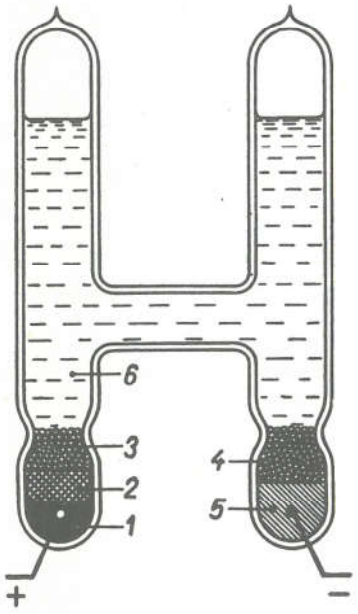
Westonov etalonski članak prihvaćen je 1908. g. kao internacionalni etalon napona, umjesto do tada upotrebljavanog Clarkovog članka. U izvedbi koja se naziva *internacionalni Westonov etalonski članak*, sastoji se pozitivna elektroda od čiste žive (sl. 3.1) iznad koje se nalazi sloj živina sulfata $Hg_2\ SO_4$, dok se negativna elektroda sastoji od kadmijeva amalgama prekrivenog slojem kristala kadmijevog sulfata. Obje elektrode spaja zasićena otopina kadmijeva sulfata u destiliranoj vodi. Pri pažljivoj izradi i uz upotrebu potpuno čistih kemikalija napon ovakvog neopterećenog članka iznosi **1,01865 V**, na temperaturi od 20°C. Ovisnost njegova napona o temperaturi istraživana je već prije više desetljeća, te je na Konferenciji za mjere

i utege u Londonu 1908. g. preporučeno da se napon za područje temperature od 10 do 25°C određuje prema tablici 3.1. Napon pojedinih članaka razlikuje se ponešto od vrijednosti u ovoj tablici, ali je redovno ta razlika podjednaka na svim navedenim temperaturama.

Ako se temperatura etalonskog članka najprije povisi, a onda smanji na početnu vrijednost, ne dobiva se posve isti napon kao na početku. Razlika je redovno vrlo mala, npr. pri promjeni temperature od 20 na 25, pa ponovo na 20°C iznosi 24 sata nakon smanjenja temperature manje od 2 do 5 μV. Razlog toj razlici su uglavnom čestice koje elektrode apsorbiraju iz pregrada smještenih iznad elektroda. Zato se manje naponske razlike dobivaju od neprenosivih članaka koji ne trebaju takve pregrade.

Godišnje promjene napona etalonskih članaka izrađenih najvećom pažnjom iznose samo nekoliko mikrovolta, te se oni uz pažljiv postupak mogu koristiti 10 pa i 15 godina.

Stalnost napona članaka znatno se poboljšava ako su oni pohranjeni u ultratermostatu, koji održava njihovu temperaturu u granicama od ± 0,01 °C, ili još bolje.



Slika 3.1. Westonov etalonski članak

1 pozitivna elektroda iz žive; 2 depolarizaciona pasta s kristalićima živina sulfata; 3 i 4 sloj kristala kadmijeva sulfata (zbog osiguranja zasićenosti otopine); 5 negativna elektroda iz kadmijeva amalgama; 6 zasićena otopina kadmijeva sulfata

Tablica 3.1

Napon internacionalnog Westonova etalonskog članka u ovisnosti o temperaturi

Temp. °C	Napon V	Temp. °C	Napon V	Temp. °C	Napon V
10	1,018951	16	1,018797	21	1,018608
12	1,018909	17	1,018763	22	1,018565
13	1,018884	18	1,018727	23	1,018520
14	1,018857	19	1,018690	24	1,018473
15	1,018828	20	1,018650	25	1,018424

Unutarnji otpor Westonova etalonskog članka iznosi od 300 do 1000 oma, pa se pri opterećenju sa strujom od 10^{-9} A već dobiva pad napona koji iznosi od 0,3 do 1 μV. Stoga se na njegovim stezaljkama dobivaju naponi prema tablici 3.1 samo onda kad on nije ni malo opterećen, npr. pri kompenzacionim mjernim postupcima.

U toku mjernog postupka ne smije se članak niti kratkotrajno opteretiti iole većim strujama. Ako se optereti strujom od 10^{-3} A samo jednu sekundu, potrebno je kod najboljih izvedbi čekati jedan do dva sata da se razlika između napona prije i poslije opterećenja smanji na 2 μV. Uskladištenje Westonova članka na temperaturama koje su manje od 4°C i veće od 40°C može prouzrokovati njegovo stalno oštećenje.

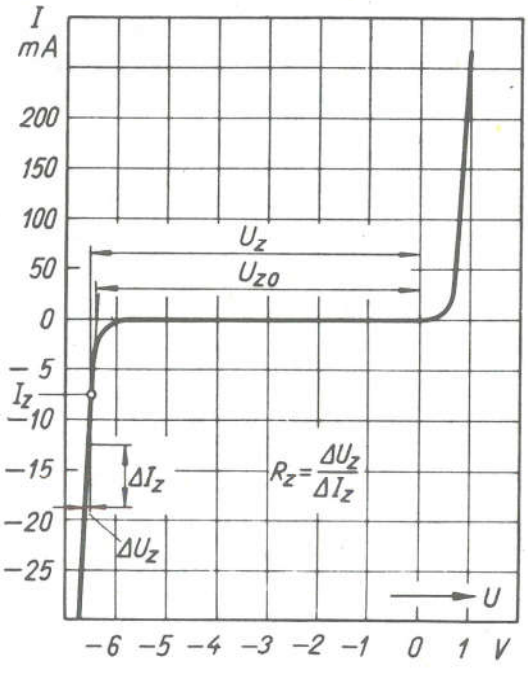
U novijim izvedbama promijenit će se napon za otprilike 50 μV, ako je članak trajno opterećen strujom od 1 μA u toku jedne godine.

Pored opisane izvedbe upotrebljava se, poglavito u Americi, izvedba u kojoj je otopina nezasićena na temperaturi iznad 4°C. Napon tog članka iznosi od 1,01880 do 1,01980 V i praktički je gotovo neovisan o temperaturi. U ovoj izvedbi više se rasipaju iznosi napona pojedinih članaka, a i vremenska stalnost je slabija. Godišnje promjene napona iznose kod dobrih izvedbi i do 50 μV.

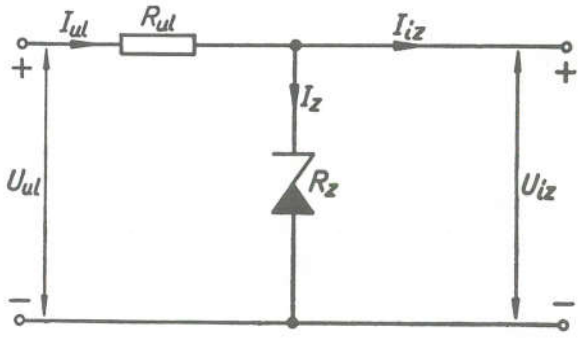
3.1.2. Etaloni napona sa Zenerovim diodama

U novije vrijeme nalaze sve širu primjenu etaloni napona sa Zenerovim diodama, naročito ondje gdje je takav izvor napona opterećen i gdje je pogonska temperatura iznad 40°C. Zenerove diode su poluvodičke diode, koje se u propusnom području ponašaju kao i ostale diode. Međutim, kod njih u zapornom području isprva struja sasvim slabo raste s porastom napona, da bi iznad određenog napona vrlo naglo porasla, kako se to vidi iz karakteristike prikazane na slici 3.2. Tu pojavu je prvi razjasnio C. Zener 1934. g., pa se po njemu naziva *Zenerov efekt*. Negativni napon pri kojem dolazi do naglog porasta struje poznat je kao *Zenerov napon*, a struja u Zenerovu području kao *Zenerova struja*. Ta pojava je reverzibilna, a Zenerov napon je vremenski vrlo stalan i iznosi, ovisno o izvedbi diode, od 1 do više desetaka volti. Za primjenu je najvažnije električno svojstvo Zenerove diode, *strmina* karakteristike u Zenerovom području, odnosno Zenerov otpor R_z, koji prema sl. 3.2 iznosi:

$$R_z = \frac{\Delta U_z}{\Delta I_z} \tag{3.1}$$



Slika 3.2. Karakteristika Zenerove diode



Slika 3.3. Jednostavni spoj stabilizatora napona sa Zenerovom diodom

Ovaj otpor je ovisan o vrsti diode i veličini Zenerove struje, te iznosi oko 0,5. . . 150 Ω. Sl. 3.3 prikazuje principijelni spoj naponskog izvora sa Zenerovom diodom, u kojem se izlazni napon U_{iz} dobiva na stezaljkama Zenerove diode, a ona je preko ulaznog otpornika R_{ul} priključena na ulazni napon U_{ul}. Uz oznake na sl. 3.3 dobivamo:

$$U_{ul} = I_{ul} R_{ul} + U_{iz} = (I_{iz} + I_z) R_{ul} + U_{iz} \tag{3.2}$$

Dalje je uz oznake na sl. 3.2:

$$U_{iz} = U_{z0} + I_z R_z \tag{3.3}$$

pa nakon uvrštavanja u (3.2) slijedi:

$$U_{ul} = U_{iz}\left(1 + \frac{R_{ul}}{R_z}\right) - U_{z0}\frac{R_{ul}}{R_z} + I_{iz}R_{ul} \tag{3.4}$$

Ako želimo da izlazni napon U_{iz} bude stalna iznosa, potrebno je da relativnim promjenama ulaznog napona U_{ul} odgovaraju što manje relativne promjene izlaznog napona U_{iz}, odnosno da bude što veći faktor stabilizacije S:

$$S = \frac{\mathrm{d}U_{ul}}{U_{ul}} : \frac{\mathrm{d}U_{iz}}{U_{iz}} = \frac{\mathrm{d}U_{ul}}{\mathrm{d}U_{iz}} \cdot \frac{U_{iz}}{U_{ul}} \tag{3.5}$$

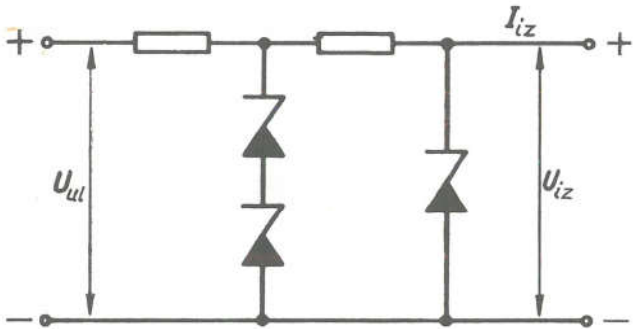
Uz pretpostavku konstantne izlazne struje I_{iz} i konstantnog napona U_{z0}, dobivamo deriviranjem izraza (3.4) po U_{iz}: $\frac{\mathrm{d}U_{ul}}{\mathrm{d}U_{iz}} = 1 + \frac{R_{ul}}{R_z}$, pa slijedi:

$$S = \frac{U_{iz}}{U_{ul}}\left(1 + \frac{R_{ul}}{R_z}\right) = \frac{U_{iz}}{U_{ul}}\left(1 + \frac{U_{ul} - U_{iz}}{R_z(I_{iz} + I_z)}\right) \tag{3.6}$$

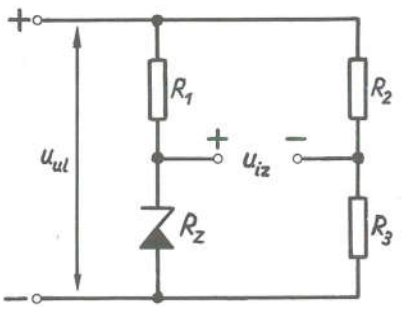
Odavde razabiremo da se faktor stabilizacije povećava ako povećavamo ulazni napon, a smanjujemo ukupnu struju $I_{iz} + I_z$. Ipak, pri tom ne smijemo toliko smanjiti Zenerovu struju I_z da radna tačka siđe sa strmog dijela karakteristike. Teoretski maksimalnu vrijednost S_{max} faktora stabilizacije postižemo uz $U_{ul} \to \infty$:

$$S_{max} = \frac{U_{iz}}{(I_{iz} + I_z)R_z} \tag{3.7}$$

Obično se ulazni napon odabire otprilike dva puta veći od izlaznog, jer daljnje povećanje ulaznog napona ne pridonosi bitno povećanju faktora stabilizacije.



Slika 3.4. Kaskadni spoj stabilizatora napona sa Zenerovom diodom



Slika 3.5. Mosni spoj stabilizatora napona sa Zenerovom diodom

Praktički se ovakvim spojem može ostvariti faktor stabilizacije do najviše 100, što znači da promjeni ulaznog napona od 10% odgovara promjena izlaznog napona od 0,1%. Ako želimo postići još veći faktor stabilizacije, spajamo jedan za drugim više stepena s faktorima stabilizacije S_1, S_2 . . . S_n, pa je tada ukupni faktor stabilizacije S_u:

$$S_u = S_1 \cdot S_2 \ldots S_n \tag{3.8}$$

Kaskadni spoj zahtijeva znatno veći ulazni napon od izlaznog napona, pa je prikladnije rješenje mosni spoj (sl. 3.5) kojim se uz: $R_Z/R_1 = R_3/R_2$ teoretski postiže neizmjeran faktor stabilizacije. Upotrebljavaju se i drugi spojevi, a naročito razna elektronička rješenja, koja osiguravaju konstantnu struju kroz Zenerovu diodu, a time i njezin konstantni napon.

Temperaturni koeficijent Zenerova napona ovisan je o veličini Zenerova napona i struje. Kod $U_Z \approx 5$ V i $I_Z \approx 5$ mA praktički je jednak nuli, dok je iznad toga napona pozitivan, a ispod negativan. Utjecaj temperaturnog koeficijenta se odstranjuje ili odgovarajućim kompenzacionim spojevima ili se odabire takva kombinacija dioda pri kojoj je njegova vrijednost vrlo mala. Time se postiže da promjena izlaznog napona u ovisnosti o temperaturi iznosi npr. samo 10^{-6}/°C, što je znatno manje nego kod Westonova etalonskog članka.

Obično su etaloni napona sa Zenerovim diodama predviđeni za priključak na rasvjetnu mrežu. Pomoću ugrađenog transformatora snizuje se mrežni napon, a zatim ispravlja i stabilizira Zenerovim diodama u odgovarajućem spoju. Pri tome su diode najčešće smještene u malom termostatu, kako bi izlazni napon bio što manje ovisan o temperaturi okoline. Takvim rješenjem dobiva se izlazni napon koji po vremenskoj stalnosti odgovara najboljim izvedbama Westonova etalonskog članka, a nadmašuje ga po temperaturnoj neovisnosti i mogućnosti opterećenja.

3.2. LABORATORIJSKI IZVORI ISTOSMJERNE STRUJE

Za napajanje mjernog kruga i pomoćnih uređaja upotrebljavaju se na području istosmjerne struje suhi galvanski članci, akumulatori, ispravljači i istosmjerni generatori.

Suhi galvanski članci ili od njih sastavljene baterije upotrebljavaju se u prenosnim instrumentima koji moraju biti neovisni o javnoj električnoj mreži. Unutarnji otpor tih članaka relativno je visok; iznosi od 0,3 do 20 Ω, i raste tokom pražnjenja, pa stoga napon na stezaljkama baterije opada s porastom i trajanjem struje opterećenja. Za prenosne uređaje izrađuju se baterije koje se sastoje od paketa članaka minijaturnih dimenzija.

Akumulatori su zbog stalnosti svog napona i vrlo malog unutarnjeg otpora prikladni i za najpreciznija mjerenja. Spajanjem članaka u seriju dobivaju se naponi do nekoliko stotina volta, a paralelnim spajanjem struje do nekoliko stotina ampera. Upotrebljavaju se olovni, čelični (željezo-nikal), kadmijevi (nikal-kadmij) i srebreni (srebro-cink) akumulatori. Za primjenu u prenosnim uređajima izrađuju se zabrtvljene izvedbe sastavljene od članaka malih dimenzija.

U prenosnim uređajima se za dobivanje viših istosmjernih napona upotrebljavaju *pretvarači istosmjernog napona*, umjesto većeg broja članaka spojenih u seriju. Kod njih se pomoću mehaničkog ili elektroničkog prekidača najprije prekida istosmjerni napon, te na taj način proizvodi pulsirajući napon koji se transformira na odabrani viši iznos, a zatim na odgovarajući način ispravlja i izglađuje.

Za praktičku primjenu u velikoj su prednosti ona rješenja kod kojih se istosmjerni mjerni i pomoćni naponi dobivaju ispravljanjem izmjenične struje iz javne električne mreže, jer tada nisu potrebni nikakvi samostalni izvori struje. U tu svrhu se danas sve više i više upotrebljavaju *poluvodički ispravljači*. Valovitost ispravljenih napona otklanja se dodavanjem odgovarajućih električnih filtara, koji se sastoje od kombinacije kondenzatora i svitaka ili kondenzatora i otpornika.

Pri većini mjernih postupaka potrebno je još i stabilizirati tako dobivene istosmjerne napone, jer se napon izmjenične mreže dosta mijenja (dopuštene promjene iznose ± 10%), a zbog toga i istosmjerni napon dobiven njegovim ispravljanjem. Stabiliziranje se provodi raznim elementima i sklopovima s nelinearnim karakteristikama, od kojih ćemo spomenuti stabilizatore s tinjalicama i stabilizatore sa Zenerovim diodama. Na osnovi spojeva, sličnih onima prikazanim na sl. 3.4 i 3.5, te još uz pomoć tranzistora snage, dobivaju se istosmjerni naponi čija je dugotrajna stabilnost bolja od ± 0,01%. Takvi se izvori upotrebljavaju danas i pri najpreciznijim istosmjernim mjerenjima, gdje služe kao izvori ne samo stabilnog već i vrlo tačno poznatog napona. Izrađuju se kao naponski ili strujni izvori raznih izlaznih snaga, rijetko iznad 500 W, za napone od nekoliko volta do nekoliko kilovolta i struje od nekoliko miliampera do više desetaka ampera. Često se iznos njihova napona ili struje može vrlo fino namještati preklopkama ili tipkama na potrebni iznos (kod najboljih izvedbi čak na šest mjesta, s time da odstupanja postavljenih vrijednosti od stvarnih vrijednosti ne premašuju npr. 0,005%). Redovno struje opterećenja do nazivnog iznosa neznatno utječu na izlazni napon (npr. samo 0,0005%), a isto tako i promjene mrežnog napona.

Istosmjerni generatori se koriste za dobivanje istosmjernih napona pri onim ispitivanjima i mjerenjima gdje su potrebne veće snage. Pri tome za pogon generatora redovno služi asinhroni ili sinhroni motor priključen na električnu mrežu. I ovo rješenje potiskuju u novije vrijeme razne vrste ispravljača.

3.3. LABORATORIJSKI IZVORI IZMJENIČNE STRUJE

Na području izmjeničnih struja služe kao laboratorijski izvori: električna mreža, generatori za izmjenične struje i elektronički izvori vremenski promjenljivih napona i struja.

3.3.1. Električne mreže i generatori izmjeničnih struja

Za laboratorijska mjerenja i ispitivanja na frekvenciji 50 Hz često se kao naponski izvor koristi *električna mreža* preko regulacionih i zakretnih transformatora ili regulacionih otpornika. Dopuštene promjene napona mreže iznose ± 10%, a promjene frekvencije ± 0,5%, što ne zadovoljava preciznija mjerenja. Primjenom automatskih regulatora napona raznih izvedbi može se stabilnost napona bitno poboljšati, npr. na ± 0,1%. Magnetski stabilizatori napona mogu se rijetko upotrijebiti za stabilizaciju mjernog napona, jer oni izobličuju njegov valni oblik.

Generatori izmjeničnih struja upotrebljavaju se do frekvencija od nekoliko tisuća herca, pri mjerenjima gdje je potrebna snaga veća od otprilike 1 kVA. Generator tjera sinhroni motor, asinhroni motor ili istosmjerni motor. U agregatu sinhroni motor—sinhroni generator priključen je motor na električnu mrežu, a generator dobiva uzbudnu struju iz stabilnog istosmjernog izvora, pa je napon generatora neovisan o promjenama napona izmjenične mreže. Na njegov napon i frekvenciju utječu samo promjene frekvencije mreže koje redovno nisu znatne i sporo se odvijaju. Ako želimo izbjeći ovisnost napona generatora o frekvenciji mreže i opterećenju generatora, potrebno je i ovdje upotrijebiti automatske regulatore napona. Kada je potreban izmjenični izvor promjenljive frekvencije upotrebljava se agregat istosmjerni motor—sinhroni generator, kod kojeg se frekvencija generatora mijenja promjenom brzine vrtnje agregata.

3.3.2. Elektronički izvori

Elektronički izvori vremenski promjenljivih napona i struja upotrebljavaju se u raznovrsne namjene, pa se susreće mnoštvo izvedbi. Najpoznatije su: sinusni oscilatori, generatori funkcija, signalni generatori, generatori impulsa, generatori promjenljive frekvencije, etaloni frekvencije i vremena, te kalibratori.

Sinusni oscilatori služe za dobivanje sinusnih napona frekvencije od nekoliko herca do preko deset gigaherca. Pojedini oscilatori pokrivaju samo jedan dio toga frekvencijskog područja, tako da je omjer između njihove najviše i najniže frekvencije od 10^3 pa do 10^8. Obično se frekvencija ugađa pomoću preklopke ili tipaka u dekadskim skokovima, a zatim unutar jedne dekade kontinuirano. Najčešće su to RC-oscilatori, pa se takva ugađanja postižu promjenom otpora ili kapaciteta u njihovu rezonantnom krugu. Izobličenje sinusnoga valnog oblika većinom je manje od 1%, a u najboljim izvedbama ispod 0,1% ili čak manje od 0,005%. Nastoji se da amplituda izlaznog napona ne ovisi o frekvenciji; ipak promjene napona iznose i do 10%. Kod izvedbi s ugrađenim voltmetrom za mjerenje izlaznog napona mogu se te promjene svesti u granice uvjetovane pogreškom instrumenta (1 do 2%). Redovno je omogućeno ugađanje izlaznog napona u skokovima i kontinuirano u velikom rasponu pomoću potenciometra na izlazu oscilatora ili u posljednjem stepenu pojačanja.

Posebno se fino ugađanje, stalnost i tačnost frekvencije i napona postižu tzv. **sintetizerom frekvencije.** To su digitalno upravljani oscilatori, sinhronizirani s kvarcnim oscilatorom, koji daju stabilni i čisti valni oblik u širokom području frekvencija. Najbolje izvedbe osiguravaju: stabilnost frekvencije od $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ do $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ na dan, mogućnost namještanja i očitanja frekvencije na devet znamenki, a napona na četiri znamenke, frekventno područje od 0,1 Hz do preko 10 MHz, te izobličenje sinusnog oblika napona manje od 0,1%.

Generatori funkcija su oscilatori kod kojih se može birati valni oblik izlaznog napona. Najčešće je to sinusni, pravokutni, trokutasti i pilasti valni oblik. Izrađuju se za frekvencije od 0,00005 Hz (trajanje jedne periode 20 000 s) do više od 10 MHz, no pojedine izvedbe obično ostvaruju samo jedan dio toga frekvencijskog područja (od 3 do 10 frekvencijskih dekada). Ugađanje frekvencije i izlaznog napona provodi se slično kao i kod već opisanih sinusnih oscilatora. Nastoji se postići što manje odstupanje od idealnog valnog oblika, pa izobličenja sinusnoga valnog oblika ne premašuju izobličenja sinusnih oscilatora. Odstupanje od linearnosti kod trokutastoga valnog oblika obično je manje od 1%, a za pravokutni valni oblik vrijeme porasta napona iznosi od 20 do 200 ns.

Signalni generatori su sinusni oscilatori s mogućnošću amplitudne, frekvencijske, fazne i impulsne modulacije. Obično pokrivaju jedan dio frekvencijskog područja od 10 kHz do 40 GHz.

Generatori impulsa proizvode naponske impulse različitih iznosa, predznaka i trajanja koji se mogu ponavljati s frekvencijom od oko 0,1 Hz pa do preko 200 MHz. Trajanje impulsa može se ugađati u širokim granicama, npr. od 2 ns do više sekundi. U nekim izvedbama ostvaruje se niz impulsa kojima se ugađa iznos, trajanje, međusobni razmak i repeticija u vrlo širokom rasponu. Pojedini generatori mogu mijenjati vrijeme porasta, odnosno pada napona. Služe za ispitivanja impulsnih i digitalnih sklopova.

Generatori promjenljive frekvencije služe kao izvori napona pri oscilografiranju frekvencijskih karakteristika sklopova. Za njih je karakteristično da im se frekvencija izlaznog napona jednoliko mijenja unutar stanovitoga frekvencijskog područja. Granice tog frekvencijskog područja i brzina promjene frekvencije namještaju se u širokim granicama. Promjena frekvencije je sinhronizirana s otklonom snopa katodne cijevi, tako da se na njezinom zastoru dobiva frekvencijska karakteristika mjerenog sklopa.

Etaloni frekvencije (i vremena) su oscilatori kojih je frekvencija vrlo tačno poznata i vremenski stalna. Takav primarni etalon je cezijev etalon frekvencije u kojemu se frekvencija kvarcnog oscilatora kontrolira pomoću cezijeva rezonatora. Frekvencija serijski izrađenih cezijevih rezonatora iznosi 9 192 631 770,0 Hz i ostaje nepromijenjena za vrijeme života rezonatora. Frekvencije pojedinih rezonatora vrlo malo se međusobno razlikuju, što je ustanovljeno usporedbom velikog broja izrađenih cezijevih rezonatora. Standardna devijacija iznosi samo 0,01 Hz ili $1 \cdot 10^{-12}$. To je i razlog zašto je frekvencija zračenja atoma cezija poslužila za definiciju jedinice vremena (vidi definiciju sekunde u Uvodu). Upotrebljavaju se i rubidijevi rezonatori, koji se također odlikuju izvanrednom vremenskom stabilnošću frekvencije, ali su kod njih znatno veća odstupanja između frekvencija pojedinih rezonatora.

Kao etaloni frekvencije upotrebljavaju se i *kvarcni oscilatori*, kojima je u rezonantnom krugu kvarcni kristal. Ako se pomoću ultratermostata održava temperatura kristala u vrlo uskim granicama, stabilnost frekvencije unutar nekoliko desetaka sekundi iznosi oko $1 \cdot 10^{-11}$, a u toku jednog dana bolje od $5 \cdot 10^{-10}$. Kvarcni kristal je podložan starenju, pa se njegova frekvencija polagano i dosta pravilno mijenja, tako da je njezina godišnja stabilnost oko $1 \cdot 10^{-7}$. Zbog toga je potrebno povremeno korigirati frekvenciju kvarcnog oscilatora, što se postiže promjenom kapaciteta kondenzatora dodanoga u seriju kvarcnom kristalu. Kvarcni oscilatori često služe i za tačno mjerenje vremena. Posebnim djeliteljima frekvencije dobiva se dijeljenjem visoke frekvencije kvarcnog oscilatora niska frekvencija kojom se napaja pokazna naprava s kazaljkama ili digitalnim pokazivačem vremena. Tačnost takvih satova ovisi o tačnosti kvarcnog oscilatora, pa se ona lako može odrediti iz podataka koje smo već spomenuli. Na ovaj način, i bez temperaturne stabilizacije kvarca, relativne pogreške u mjerenju vremena već i kod ručnih satova ne premašuju 10^{-6}, odnosno 30 s u toku jedne godine.

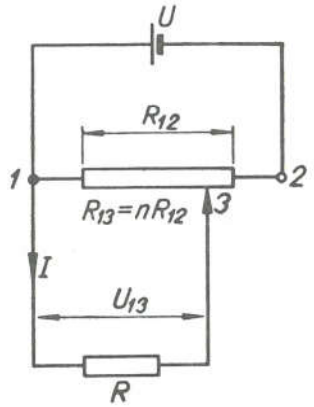
Kalibratori su oscilatori koji na izlazu daju napon vrlo tačno poznatog iznosa, te služe za baždarenje preciznih instrumenata. Visoka tačnost ($\pm$ 0,02% postavljene vrijednosti u području od 50 Hz do 20 kHz) postiže se stalnim uspoređivanjem izlaznog napona oscilatora s naponom pravokutnog oblika dobivenoga pomoću ugrađenog etalona napona sa Zenerovim diodama. Napon se razlike pojačava i upotrebljava za korekciju napona oscilatora (pogl. 6.5.1).

3.4. UGAĐANJE STRUJE

Pri provedbi raznih mjerenja i ispitivanja redovno je potrebno ugoditi na određene iznose struju u mjernom krugu i struje u pomoćnim krugovima. Zbog toga je u mnogim laboratorijskim izvorima predviđena kontinuirana promjena njihovog izlaznog napona. Pri upotrebi izvora s fiksnim naponom provodi se ugađanje struje pomoću otpornika koji su spojeni ili potenciometarski ili kao predotpori, a pri izmjeničnoj struji upotrebljavaju se za tu svrhu još i regulacioni i zakretni transformatori.

3.4.1. Potenciometarski spoj

Na sl. 3.6 prikazan je potenciometarski spoj otpornika R_{12}. Krajnje stezaljke *1* i *2* tog otpornika spojene su na stezaljke izvora, a teret R je spojen paralelno otporu $R_{13} = n R_{12}$ između stezaljke *1* otpornika R_{12} i njegova kliznika *3*. Kroz teret R teče struja I koja se može ugađati pomicanjem kliznika na otporniku R_{12}:



Slika 3.6. Potenciometarski spoj kliznog otpornika

$$I = \frac{Un}{R\left[1 - \frac{R_{12}}{R}(n^2 - n)\right]} \tag{3.9}$$

Ako označimo $\frac{R_{12}}{R} = p$, slijedi:

$$I = \frac{Un}{R\,[1 - p\,(n^2 - n)]} \tag{3.10}$$

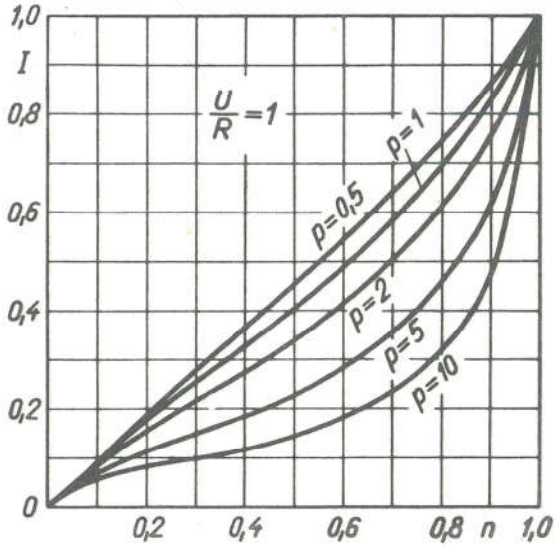
Uz $p \ll 1$, odnosno uz $R_{12} \ll R$, dobivamo:

$$I \approx \frac{U}{R} n \tag{3.11}$$

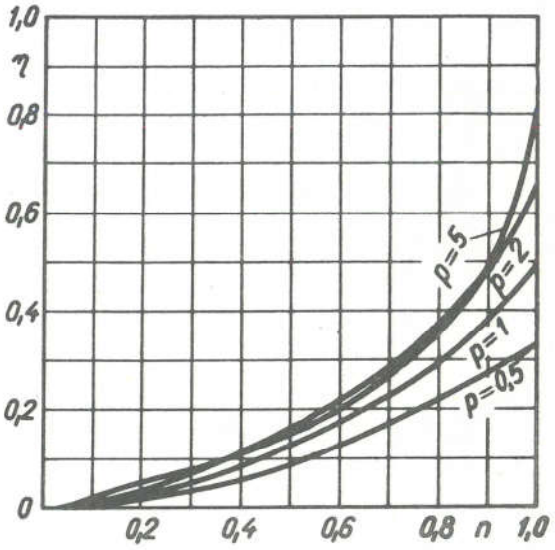
Vidimo da tada struja I linearno raste s povećanjem otpora $R_{13} = n R_{12}$, odnosno dobivamo obično vrlo povoljno „linearno" ugađanje struje. Uz $p \gg 1$, odnosno $R_{12} \gg R$, pomicanjem kliznika raste struja na početku vrlo sporo, a na kraju naglo skače na iznos $\frac{U}{R}$, kako se to razabire na sl. 3.7.

Odnos između snage utrošene u teretu R i snage koju daje izvor jest korisnost η spoja za ugađanje struje. U potenciometarskom spoju korisnost iznosi:

$$\eta = \frac{n^2 p}{np\,[np\,(1 - n) + 2 - n] + 1} \tag{3.12}$$



Slika 3.7. Struja I tereta priključenog na potenciometar u ovisnosti o omjerima $n = R_{13}/R_{12}$ i $p = R_{12}/R$

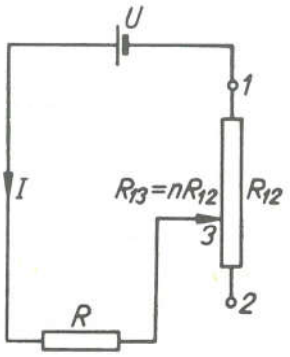


Slika 3.8. Korisnost potenciometarskog spoja u ovisnosti o omjerima $n = R_{13}/R_{12}$ i $p = R_{12}/R$

Korisnost potenciometarskog spoja je slaba i pogoršava se smanjenjem odnosa $p = R_{12}/R$, odnosno što je ugađanje linearnije, to je korisnost manja (sl. 3.8). Zbog toga se taj spoj *koristi za ugađanje struje slabih tereta*, gdje se obično ne postavlja pitanje potroška snage.

3.4.2. Ugađanje struje predotporom

U ovom spoju spajaju se u seriju teret R i otpor $R_{13} = n R_{12}$ između stezaljke *1* otpornika R_{12} i njegova kliznika *3* (sl. 3.9). Ako označimo $p = R_{12}/R$, bit će struja I tereta:



Slika 3.9. Klizni otpornik spojen kao predotpor

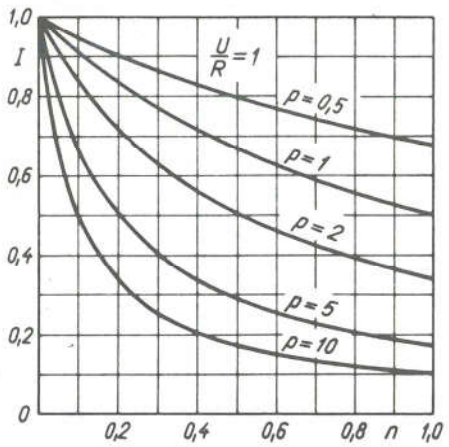
$$I = \frac{U}{R + nR_{12}} = \frac{U}{R(1 + np)} \tag{3.13}$$

Kod $p = 1$ moguće je gotovo linearno ugađanje struje od $U/2R$ do dva puta veće vrijednosti U/R (sl. 3.10). Korisnost η ovog spoja iznosi:

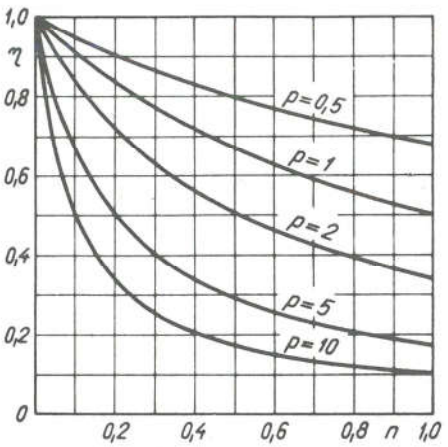
$$\eta = \frac{1}{1 + np} \tag{3.14}$$

i prikazana je za različite odnose n i p na sl. 3.11. Ovaj spoj je prikladan za *ugađanje struje u uskim granicama kod tereta većih snaga.*

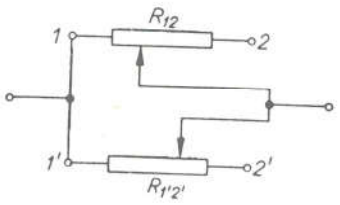
Katkada ugađanje struje pomoću samo jednog žičanog otpornika nije dovoljno fino, jer su preveliki skokovi koji nastaju pri prelasku kliznika otpornika s jednog zavoja žice na drugi. Tada se upotrebljavaju dva otpornika, R_{12} i $R_{1'2'}$, od kojih drugi ima barem deset puta veći otpor od prvoga i namotan je tanjom žicom. Otpornici se spajaju paralelno (sl. 3.12), pa se otpornikom R_{12} vrši grubo ugađanje struje, a otpornikom $R_{1'2'}$ fino ugađanje. Otpornik većeg otpora je obično rađen za manje struje, pa treba paziti da se ne preoptereti pomicanjem njegova kliznika prema početku. Stoga obično treba držati ukopčanu barem četvrtinu njegova otpora.



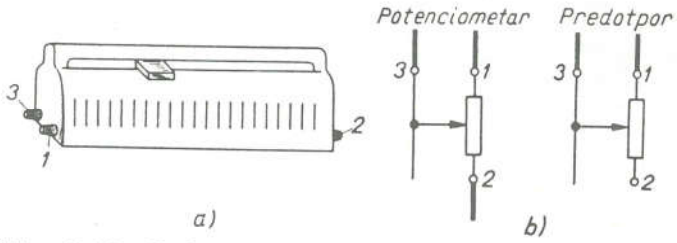
Slika 3.10. Struja I tereta u osvisnosti o omjerima $n = R_{13}/R_{12}$ i $p = R_{12}/R$ kod kliznog otpornika spojenog kao predotpor



Slika 3.11. Korisnost spoja s predotporom u ovisnosti o omjerima $n = R_{13}/R_{12}$ i $p = R_{12}/R$



Slika 3.12. Paralelno spajanje otpornika za grubo i fino ugađanje struje

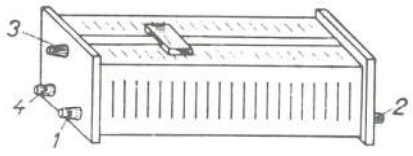


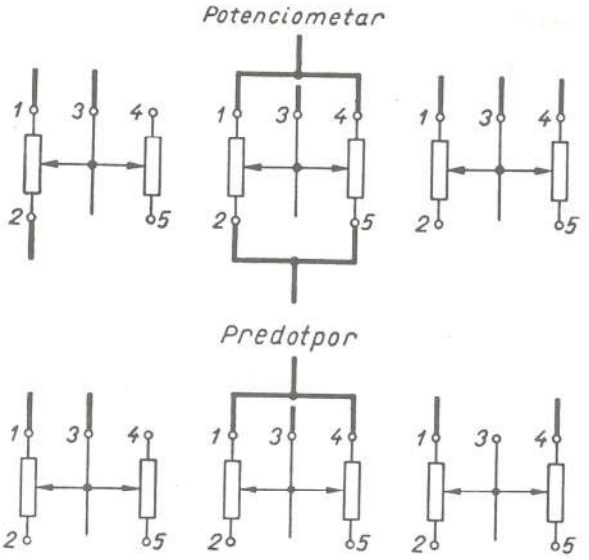
Slika 3.13. Jednostruki klizni otpornik: a) vanjski izgled; b) načini spajanja

1 i *2* izvodi s krajeva namota otpornika; *3* izvod s kliznika

3.4.3. Klizni otpornici

Za ugađanje struje i napona često se koriste otpornici s preklopkama, no još više se u laboratorijima upotrebljavaju razne izvedbe kliznih otpornika. Dvije uobičajene izvedbe su prikazane na sl. 3.13 i 3.14. Kod jednostrukog otpornika (sl. 3.13) jednoslojno je tijesno namotana oksidirana otporna žica na jednu dugoljastu keramičku cijev, po kojoj klizi kliznik. Dvostruki otpornik (sl. 3.14) sastoji se od dvije keramičke cijevi omotane otpornom žicom. Cijevi su postavljene jedna uz drugu i po njima klize dva kliznika međusobno mehanički povezana. Jedna i druga izvedba može se upotrebljavati kao potenciometar i kao predotpor, s tom razlikom da su kod dvostrukog otpornika mogući još i razni paralelni i serijski spojevi njegovih grana (sl. 3.14*b*). Snaga koja se smije trošiti u otporniku ograničena je zagrijavanjem otporne žice i uglavnom ovisi o rashladnoj površini žice, a ne i o njezinoj debljini. U uobičajenim izvedbama iznosi ta snaga pri uključenju cijelog otpornika (tzv. nazivna snaga) od 50 do 500 W.





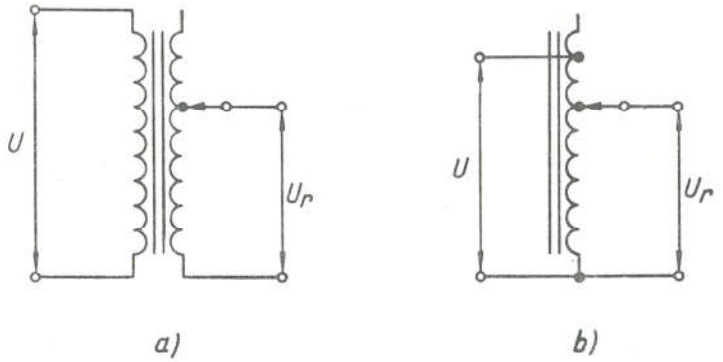
Slika 3.14. Dvostruki klizni otpornik: a) vanjski izgled, b) načini spajanja

1 i *2* izvodi s krajeva namota prvog otpornika; *3* izvod s kliznika; *4* i *5* izvodi s krajeva namota drugog otpornika

3.4.4. Regulacioni transformatori

Kad se priključuje na javnu električnu mrežu, vrlo često se ugađanje napona i truja obavlja regulacionim i zakretnim transformatorima. Za tu svrhu u laboratorijima se mnogo upotrebljavaju regulacioni transformatori s prstenastom jezgrom i

jednoslojnim namotom po kojem klizi ugljeni kliznik. Izrađuju se za struje do otprilike 25 A i napone do nekoliko stotina volta, s posebnim primarnim i sekundarnim



Slika 3.15. Shema regulacionog transformatora:
a) s odvojenim namotima, b) u autotransformatorskom spoju

namotom (sl. 3.15 *a*), ili kao autotransformatori (sl. 3.15 *b*). Redovno su predviđeni za priključak na napon 220 V i 50 Hz. Njihovo ugađanje napona je linearno, a korisnost vrlo povoljna, pa su u tom pogledu u prednosti pred otpornicima u potenciometarskom spoju. Finoća regulacije ovisi o broju zavoja namota po kojem klizi kliznik i obično je bolja od $\pm 0{,}5\%$.

3.5. Zadaci

1) Koliko posto se smanjuje napon na stezaljkama Westonova etalonskog članka ako je opterećen strujom 1 μA, a njegov unutrašnji otpor iznosi 750 Ω?

2) Koliki je faktor stabilizacije S spoja prema sl. 3.3, ako su $R_Z = 10\ \Omega$; $I_Z = 3$ mA; $I_{iz} = 3$ mA; $U_{ZO} = 6$ V i $U_{ul} = 12$ V? Koliko bi se povećao faktor stabilizacije, ako su $U_{ul} = 24$ V; $U_{ul} = 48$ V i $U_{ul} = 96$ V?

3) Koliki je faktor stabilizacije spoja prema sl. 3.4, ako su $R_Z = 10\ \Omega$; $I_Z = 3$ mA; $I_{iz} = 3$ mA; $U_{ZO} = 6$ V i $U_{ul} = 24$ V?

4) Na izlazne stezaljke spoja, s podacima kao u zadatku 3), treba priključiti manganinski otpornik od 1300 Ω. Koliki otpor R_p treba spojiti u seriju s tim otpornikom, ako želimo da kroz njega teče struja I_{iz} od tačno 3 mA? Koji temperaturni koeficijent bi trebao imati otpor R_p da na struju I_{iz} ne utječu promjene temperature okoline, ako je temperaturni koeficijent Zenerove diode $+0{,}6$ mV/°C? Koliki dio otpora R_p treba izraditi od bakrene žice, ako je ostatak od manganinske žice (uzeti $\alpha_{Cu} = 0{,}0039$/°C i $\alpha_{Mn} \approx 0$)?

5) U strujnom krugu želi se pomoću kliznog otpornika ugađati struja od 0,1 A do 1 A, u stepenima od 5 mA. Kolika mora biti duljina kliznog otpornika kada je on potenciometarski spojen (pretpostaviti linearno ugađanje), a kolika kada je serijski spojen, ako je po 1 cm duljine otpornika namotano 10 zavoja otporne žice, te ako je napon izvora tako izabran da se u krajnjem položaju otpornika dobiva 1 A?

6) U strujnom krugu želi se pomoću kliznog otpornika ugađati struja od 0,8 A do 1 A u stepenima od 5 mA. Ostalo kao u zadatku 5).

7) Kolika približno struja još smije teći kroz klizni otpornik od 400 Ω a da se on ne zagrije preko dopuštene granice, ako se kod drugog otpornika od 100 Ω iste tipske izvedbe dopušta struja 2 A?

4. ELEKTRIČNI MJERNI INSTRUMENTI

4.1. OPĆENITO O ELEKTRIČNIM MJERNIM INSTRUMENTIMA

Električni mjerni instrumenti služe za neposredno mjerenje električnih veličina kao što su: napon, struja, snaga, otpor, faktor snage, frekvencija, kapacitet itd.

Redovno kod električnih mjernih instrumenata djeluje mjerena veličina na jedan pomičan organ instrumenta i otklanja ga zajedno s kazaljkom. Njegov otklon mora ovisiti o vrijednosti mjerene veličine, tako da određenoj vrijednosti mjerene veličine odgovara određeni položaj pomičnog organa, odnosno kazaljke. U tu svrhu djeluje na pomični organ još jedan *mehanički* ili *električni protumoment* koji se suprotstavlja momentu mjerene veličine, pa pomični organ zauzima položaj gdje su oba momenta u ravnoteži. Pri tome protumoment mora ovisiti o položaju pomičnog organa, pa se često za tu svrhu upotrebljavaju spiralne opruge ili torzione trake, čiji je moment razmjeran kutu njihova zakretanja. Kako se pomični organ zaustavlja u položaju gdje su momenti u ravnoteži, bit će i moment izazvan mjerenom veličinom razmjeran otklonu pomičnog organa. Time se dobiva tražena ovisnost otklona o vrijednosti mjerene veličine.

Pri nagloj promjeni vrijednosti mjerene veličine treba da pomični organ što prije zauzme nov položaj ravnoteže. Ako bi na njega djelovao samo moment mjerene veličine i protumoment spiralnih opruga, nastale bi, zbog njegove tromosti i elastičnosti opruge, dugotrajne oscilacije. Zato se redovno dodaje još jedan prigušni moment koji sprečava oscilacije.

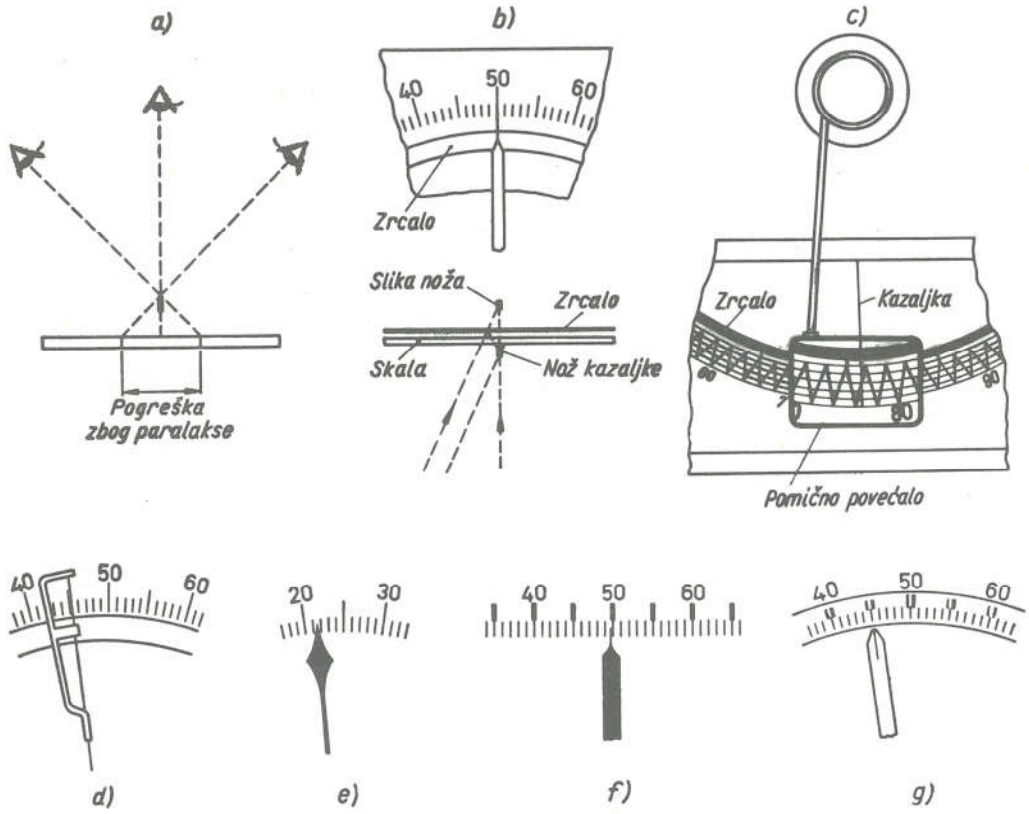
Sam način djelovanja mjerene veličine na pomični organ osniva se na raznim principima, ovisno o vrsti instrumenta. Tu se koriste elektromagnetske, elektrostatske, elektrotermičke, pa čak i elektrolitičke pojave.

4.1.1. Skala i kazaljka električnih mjernih instrumenata

Položaj pomičnog organa, a time i vrijednost mjerene veličine, određuje se pomoću kazaljke i skale. Skala ima za tu svrhu prikladnu *podjelu* u vidu crtica ili tačaka s pripadajućom *numeracijom*. Sve crtice nisu jednako duge; obično su zbog veće preglednosti svaka peta i svaka deseta crtica dulje od ostalih. Veličina skale, broj crtica i njihova debljina odabiru se ovisno o preciznosti instrumenta.

Precizni laboratorijski instrumenti imaju obično više od sto crtica (najčešće 150), u razmaku otprilike 1 mm. Debljina crtica iznosi ispod 0,1 mm. Pogonski instrumenti se izrađuju s manje crtica i one su znatno deblje. Kazaljke su također prilagođene traženoj preciznosti instrumenta. Kazaljke preciznih instrumenata imaju na kraju često oblik noža koji stoji okomito na skalu (nožaste kazaljke). Nje-

gova debljina je po prilici jednaka debljini crtica na skali. Kazaljka je malo odmaknuta od skale, kako bi se mogla slobodno kretati. Stoga postoji opasnost netačnog očitanja zbog paralakse, ako promatrač ne gleda okomito na skalu (sl. 4.1 *a*). Zato se obično uz skalu, ispod kazaljke, nalazi zrcalo (sl. 4.1 *b*), pa se promatrač mora tako postaviti da kazaljka pokrije svoju sliku u zrcalu. U tom položaju on gleda okomito na skalu, pa je pogreška zbog paralakse izbjegnuta. Da bi se omogućilo što tačnije očitanje i unutar jedne podjele, imaju neki najprecizniji instrumenti skalu s transverzalnim podjelama (sl. 4.1 *c*). Naročito tačna očitanja dobivaju se ako se pri tom još upotrijebi i povećalo.

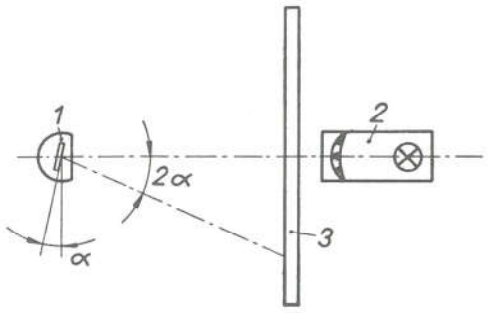


Slika 4.1. Skala i kazaljke električnih mjernih instrumenata: a) pogreška očitanja zbog paralakse; b) skala sa zrcalom i nožasta kazaljka; c) skala s transverzalnom podjelom i pomičnim povećalom; d) skala sa zrcalom i nitna kazaljka; e) skala i kazaljka kod pogonskih instrumenata; f) skala i kazaljka kod profilnih instrumenata; g) skala i kazaljka gdje se gornja površina kazaljke nalazi na istoj visini kao i skala

Neki precizni instrumenti imaju nitnu kazaljku (sl. 4.1 *d*). Na vrhu kazaljke je napeta vrlo tanka crna kovinska ili svilena nit natkrita malim bijelim zaslonom, pa se slika niti bolje zapaža u zrcalu.

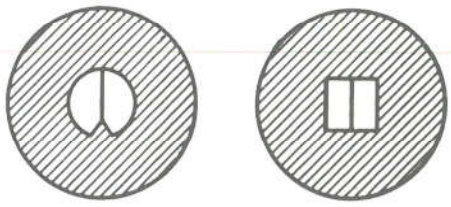
Na pogonskim instrumentima (sl. 4.1 *e* i *f*) očitanje nije tako tačno, ali su kazaljke robustnije i bolje odgovaraju pogonskim prilikama. Prošireni dio ispod samog vrha kazaljke omogućava orijentaciona očitanja iz veće udaljenosti. U izvedbi prema sl. 4.1 *g* izbjegnuta je pogreška zbog paralakse time što se gornja površina kazaljke nalazi na istoj visini kao i skala.

U osjetljivim sistemima izbjegava se upotreba materijalne kazaljke zbog smanjenja tromosti i težine pomičnog organa, pa se upotrebljavaju **zrcalni sistemi** i **instrumenti sa svjetlosnim znakom.**



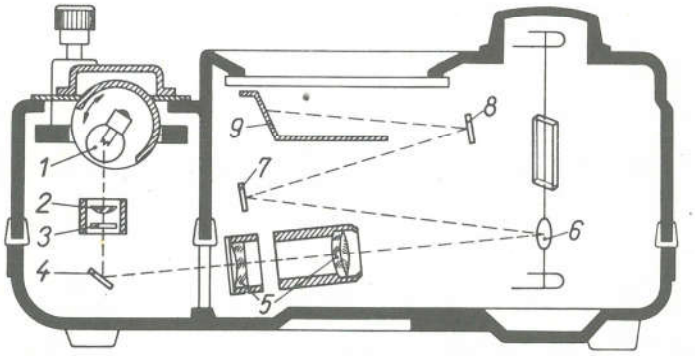
Slika 4.2. Zrcalni sistem

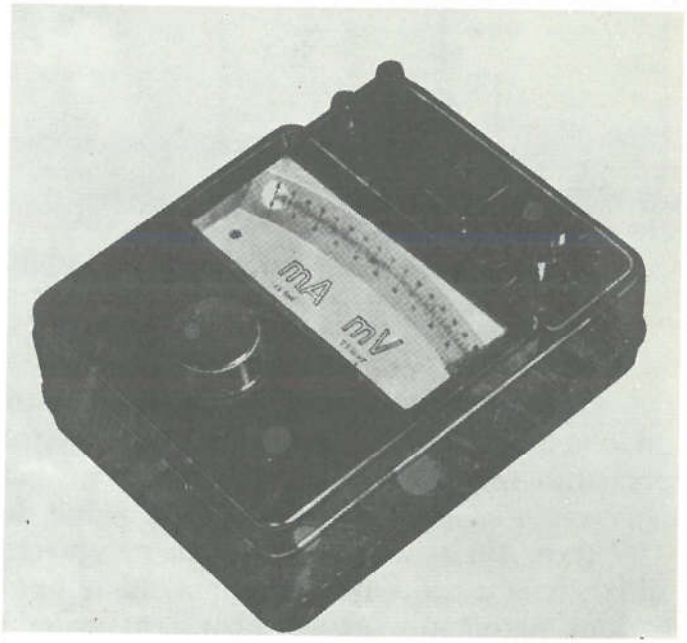
1 zrcalo na pomičnom organu; *2* projekcioni aparat; *3* odvojena skala



Slika 4.3. Zasloni na projekcionom aparatu

U zrcalnim sistemima (sl. 4.2) pričvršćeno je na pomičnom organu malo zrcalo *1* koje odbija svjetlosnu zraku na posebnu skalu udaljenu 0,5 do 2 m. Svjetlosnu zraku šalje mali projekcioni aparat *2*, na čijem se okruglom ili četverouglastom otvoru nalazi napeta tanka nit (sl. 4.3). Sjena niti na osvijetljenom dijelu skale omogućava precizno očitanje otklona pomičnog organa. Udaljenost skale od osi pomičnog organa ovdje je mnogostruko veća nego u sistemu s materijalnom kazaljkom. Osim toga, otklonu organa za kut α odgovara otklon svjetlosne zrake za 2α, pa se ovim rješenjem postiže velika osjetljivost.



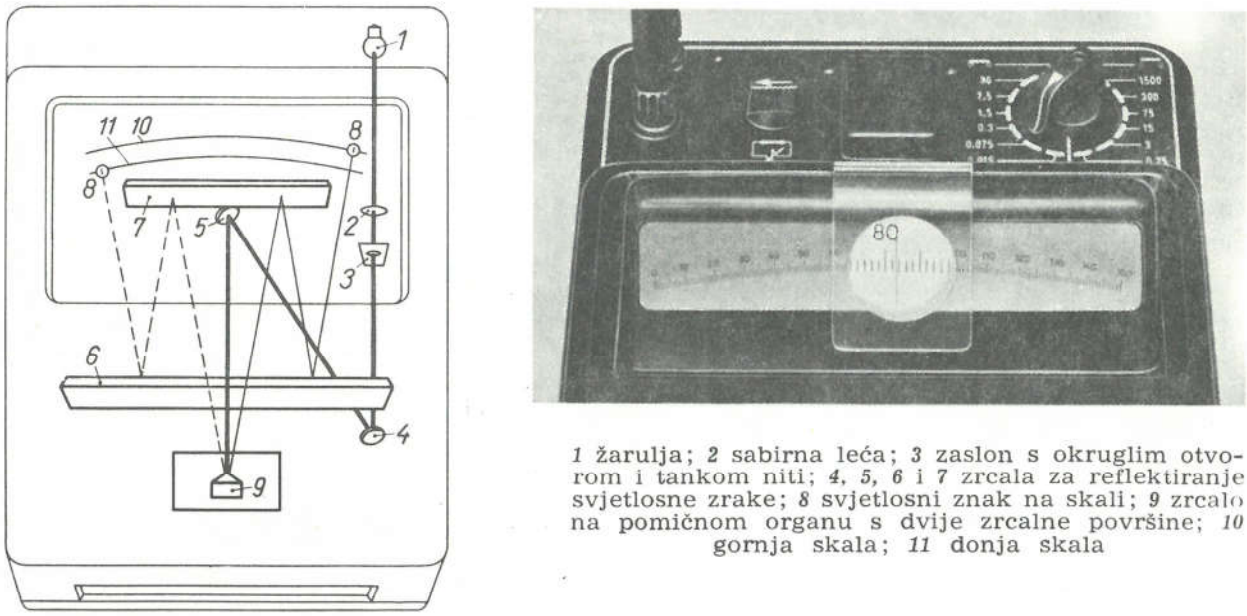


Slika 4.4. Instrument sa svjetlosnim znakom (S & H): gore — tok zrake svjetlosti, dolje — vanjski izgled instrumenta

1 žarulja; *2* sabirna leća; *3* zaslon s okruglim otvorom i tankom niti; *4*, *7* i *8* zrcala; *5* leće; *6* zrcalo na pomičnom organu; *9* skala

Instrumenti sa svjetlosnim znakom (sl. 4.4) prikladniji su za upotrebu od zrcalnih, jer se kod njih projekcioni aparat i skala nalaze u kućištu instrumenta. Da bi se povećala njihova osjetljivost a zadržale uobičajene dimenzije, zraka se nakon odbijanja od zrcala *6*, pričvršćenog na pomičnom organu, odbija još od zrcala *7* i *8* a tek onda pada na skalu *9*. Prednost im je jednostavno očitanje, jer nema poteškoća s paralaksom.

I ovdje se kod nekih izvedbi preciznost povećava primjenom pomičnog povećala za očitavanje, a kod najpreciznijih instrumenata koristi se izvedba sa svjetlosnim znakom i dvostrukom skalom (sl. 4.5). Svaka polovica dvostruke skale ima npr. 150 podjela i duljinu 150 mm. Numeracija počinje od lijevog prema desnom kraju gornje skale i nastavlja se dalje od lijevog prema desnom kraju donje skale. Na pomičnom organu pričvršćeno je zrcalo sa dvije zrcalne površine koje međusobno tvore tupi kut. Pri manjim otklonima pomičnog organa reflektira se svjetlosna zraka od desne zrcalne površine i pada na gornju skalu. Kada se pomični organ dovoljno zakrene doći će svjetlosni znak na desni kraj gornje skale. Istodobno će se pojaviti svjetlosni znak i na početku donje skale zbog odbijanja svjetlosne zrake od lijeve zrcalne površine. Baš to je prikazano na sl. 4.5. Daljnje će se zakretanje pomičnog organa očitavati na donjoj skali. Na taj način se postiže dvostruka duljina skale a da se ne povećava veličina kućišta instrumenta! Ukupna duljina skale u ovoj izvedbi iznosi $2 \times 150 = 300$ mm, pa se na njoj s lakoćom može očitati i tisući dio punog otklona (0,3 mm). I ovdje svjetlosna zraka, nakon reflektiranja sa zrcala na pomičnom organu, ne pada odmah na skalu, već se prethodno reflektira od zrcala *6* i *7*. Time se povećava duljina zrake, odnosno osjetljivost instrumenta, a da mu se ne povećavaju dimenzije.



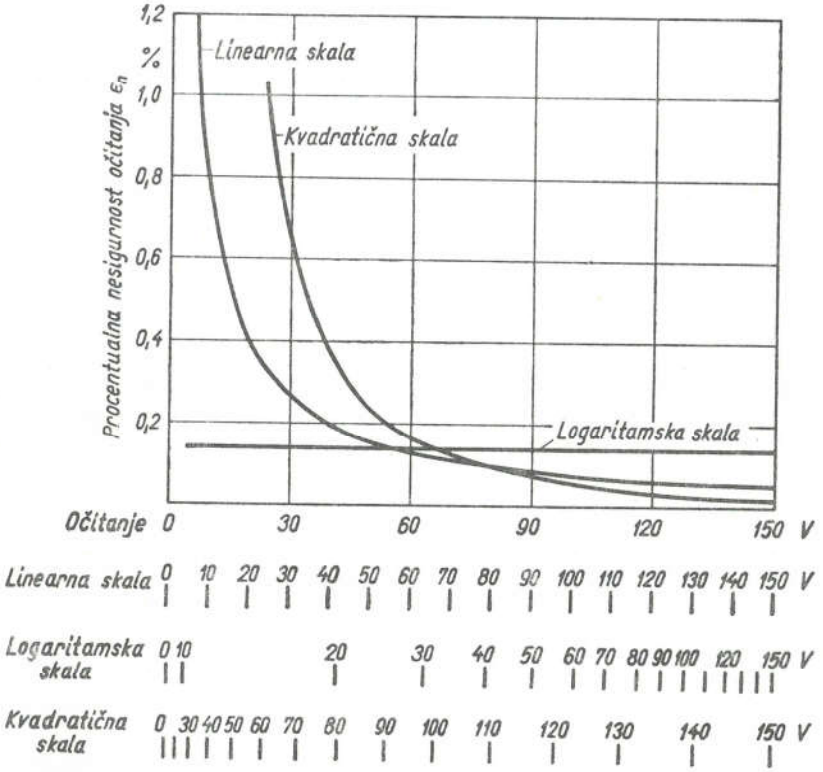
1 žarulja; *2* sabirna leća; *3* zaslon s okruglim otvorom i tankom niti; *4*, *5*, *6* i *7* zrcala za reflektiranje svjetlosne zrake; *8* svjetlosni znak na skali; *9* zrcalo na pomičnom organu s dvije zrcalne površine; *10* gornja skala; *11* donja skala

Slika 4.5. Lijevo — instrument sa svjetlosnim znakom i dvostrukom skalom (H & B), desno — skala instrumenta s pokrovom za zaštitu od vanjske svjetlosti i pomičnim povećalom (Siemens)

Opisane izvedbe kazaljki i skala omogućavaju više ili manje precizno očitanje otklona pomičnog organa, odnosno vrijednosti mjerene veličine. Kod uobičajenih preciznih izvedbi s nožastom ili nitnom kazaljkom i skalom sa zrcalom iznosi *nesigurnost n očitanja* nešto manje od jedne desetine jedne podjele, odnosno otprilike 0,07 mm. Po apsolutnom iznosu nesigurnost očitanja jednaka je duž čitave skale, ali izražena u procentima otklona ona je to veća, što je otklon kazaljke manji. Ako su otkloni pomičnog organa razmjerni vrijednosti mjerene veličine, tj. ako je skala linearna, bit će *procentualna nesigurnost očitanja* ε_n obrnuto razmjerna otklonu α:

$$\varepsilon_n = \frac{n}{\alpha} 100 \qquad (4.1)$$

Najmanju procentualnu nesigurnost očitanja postižemo pri maksimalnom otklonu α_{max}. Na primjer, kod preciznih instrumenata, čija je duljina skale 135 mm, a nesigurnost očitanja oko 0,07 mm, iznosi procentualna nesigurnost očitanja pri punom otklonu samo 0,05%. Pri manjim otklonima bit će procentualna nesigurnost očitanja sve veća, kako je to prikazano na sl. 4.6. Na kvadratičnoj skali naročito je mala procentualna nesigurnost očitanja u blizini punog otklona, pa je takva skala podesna za mjerenje veličina koje se malo mijenjaju. Logaritamska skala ima jednaku pro-



Slika 4.6. Nesigurnost očitanja izražena u procentima očitanja za skalu duljine 135 mm i nesigurnost očitanja 0,07 mm kod linearne, logaritamske i kvadratične skale (gore).
Linearna, logaritamska i kvadratična skala (dolje).

centualnu nesigurnost očitanja na cijelom mjernom opsegu, pa se upotrebljava kad se mjerena veličina mijenja u širokom opsegu, npr. pri mjerenju intenziteta svjetla ili jakosti zvuka. Kako se razabire iz sl. 4.6, linearna skala je povoljnija od logaritamske u intervalu od 37% do 100% punog otklona. Stoga se takva skala redovno upotrebljava kod preciznih laboratorijskih instrumenata za više mjernih opsega koja se mogu mijenjati u omjeru 1 : 2 ili 1 : 3.

4.1.2. Moment i protumoment

Djelovanje električnih mjernih instrumenata zasniva se na ovisnosti otklona njihovog pomičnog organa o vrijednosti mjerene veličine. Ta se ovisnost može postići ako na pomični organ djeluje moment M_1, koji je ovisan o vrijednosti mjerene veličine, i *protumoment* ili *direkcioni moment* M_2, koji npr. ovisi samo o otklonu pomičnog organa. Kada ne djeluje moment M_1, vratit će moment M_2 pomični organ na nulti položaj.

Općenito je moment M_1 funkcija mjerene veličine X i otklonskog kuta α pomičnog organa. Protumoment M_2 kod instrumenata s mehaničkim protumomentom samo je funkcija kuta α, tj.:

$$M_1 = f_1(X, \alpha) \tag{4.2}$$

$$M_2 = f_2(\alpha) \tag{4.3}$$

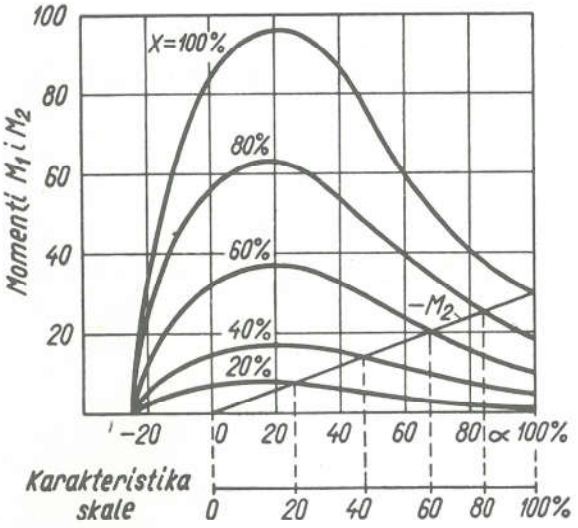
Pomični organ će zauzeti onaj položaj u kojem su ova dva momenta u ravnoteži:

$$M = M_1 + M_2 = 0 \tag{4.4}$$

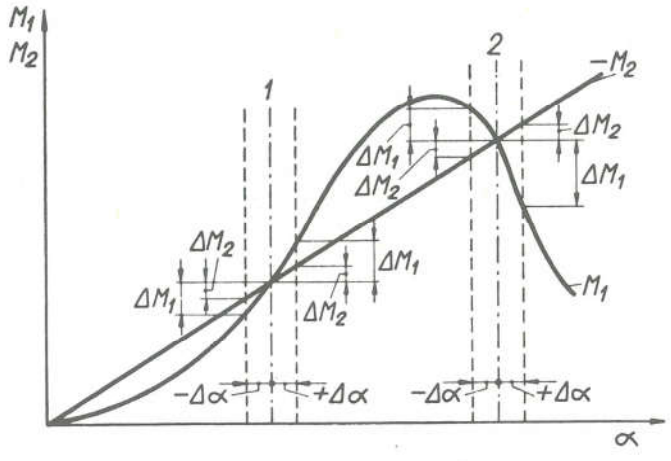
Iz izraza (4.2), (4.3) i (4.4) slijedi da je otklonski kut α funkcija mjerene veličine X:

$$\alpha = f(X) \tag{4.5}$$

Ako su poznate funkcije f_1 i f_2 može se za svaku vrijednost mjerene veličine X odrediti otklonski kut α. Na sl. 4.7 prikazan je moment M_1 kao funkcija otklonskog kuta α za vrijednosti mjerene veličine koje iznose 20, 40, 60, 80 i 100% vrijednosti mjerene veličine pri punom otklonu. Protumoment je linearna funkcija kuta α i postiže se npr. pomoću spiralnih opruga. Presjecišta M_1 i $-M_2$ daju tačke ravnoteže, odnosno otklone za 20, 40, 60, 80 i 100% vrijednosti mjerene veličine pri punom otklonu. Primjer odgovara odnosima u instrumentu s pomičnim željezom.



Slika 4.7. Određivanje karakteristike skale na osnovi momenta M_1 mjerene veličine X i protumomenta M_2



Slika 4.8. Nestabilni (1) i stabilni (2) položaj ravnoteže pomičnog organa

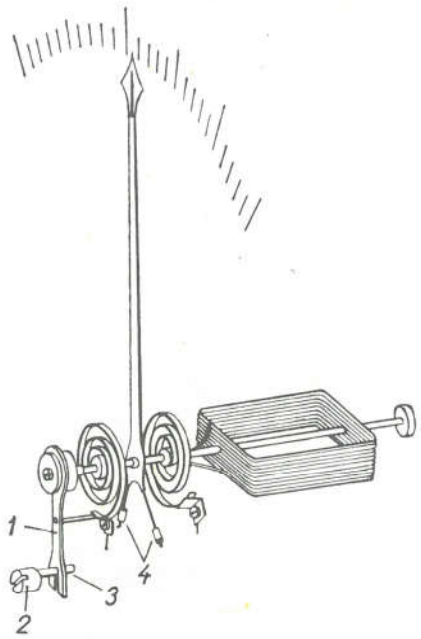
U nekim mjernim sistemima nema mehaničkog protumomenta M_2, pa pomični organ može u iskopčanom stanju zauzeti bilo koji položaj. Nakon ukapčanja djeluju na pomični organ barem dva momenta, ovisna na neki način o mjerenoj veličini i otklonskom kutu. Momenti djeluju jedan protiv drugoga, pa će se pomični organ zaustaviti u položaju gdje su ta dva momenta jednaka po veličini:

$$M_1 = f_1(X, \alpha) \tag{4.6}$$

$$M_2 = f_2(X, \alpha) \tag{4.7}$$

$$\alpha = f(X) \tag{4.8}$$

Ovisnost momenata M_1 i M_2 o otklonskom kutu α mora biti takva da osigurava stabilan rad pomičnog organa instrumenta. Ako se pri nepromijenjenoj vrijednosti mjerene veličine pomakne pomični organ za neki kut $\Delta\alpha$, promijenit će se momenti M_1 i M_2 za iznose ΔM_1 i ΔM_2, pa će se ravnoteža poremetiti. Ako se želi stabilan rad, mora suma $\Delta M_1 + \Delta M_2$ tako djelovati da povrati pomični organ u prijašnji položaj ravnoteže. Na sl. 4.8 prikazana su dva položaja ravnoteže (*1* i *2*) pomičnog organa. Prvi položaj je nestabilan jer pomaku $+\Delta\alpha$ odgovara pozitivna suma $\Delta M_1 + \Delta M_2$, pa će nastati još veće udaljavanje od položaja ravnoteže. Pomaku $-\Delta\alpha$ odgovara negativna suma $\Delta M_1 + \Delta M_2$, pa će i tu doći do bježanja od položaja ravnoteže. Položaj *2* je stabilan. Pomaku $+\Delta\alpha$, odnosno $-\Delta\alpha$, odgovara negativna, odnosno pozitivna suma $\Delta M_1 + \Delta M_2$, pa će doći do vraćanja pomičnog organa u prijašnji položaj ravnoteže. Sumu momenata $\Delta M_1 + \Delta M_2$ nazivamo *momentom namještanja* M_n:



Slika 4.9. Pomični organ instrumenta s pomičnim svitkom

1 pomična poluga za podešavanje nultog položaja; *2* i *3* glava s ekscentrom za pomicanje poluge *1*; *4* utezi za uravnotežavanje pomičnog organa

$$M_n = \Delta M_1 + \Delta M_2 \qquad (4.9)$$

Da bi se pomični organ što sigurnije vratio u položaj ravnoteže, potrebno je da se udaljavanjem od položaja ravnoteže brzo povećava vrijednost momenta namještanja. Stoga je za pouzdan rad mjerodavan *specifični moment namještanja* M_{ns}, tj. moment namještanja reduciran na jedinični kut. U praksi se najčešće moment namještanja preračunava na 90°:

$$M_{ns90} = \frac{\partial (M_1 + M_2)}{\partial \alpha} \cdot \frac{\pi}{2} \qquad (4.10)$$

Stabilan rad pomičnog organa dobiva se kada je $M_{ns90} < 0$, labilan za $M_{ns90} = 0$, a nestabilan za $M_{ns90} > 0$. Namještanje je to pouzdanije, što je veći specifični moment namještanja.

Mehanički protumoment postiže se pomoću spiralnih opruga ili traka s kojima je pomični organ zavješen ili napet.

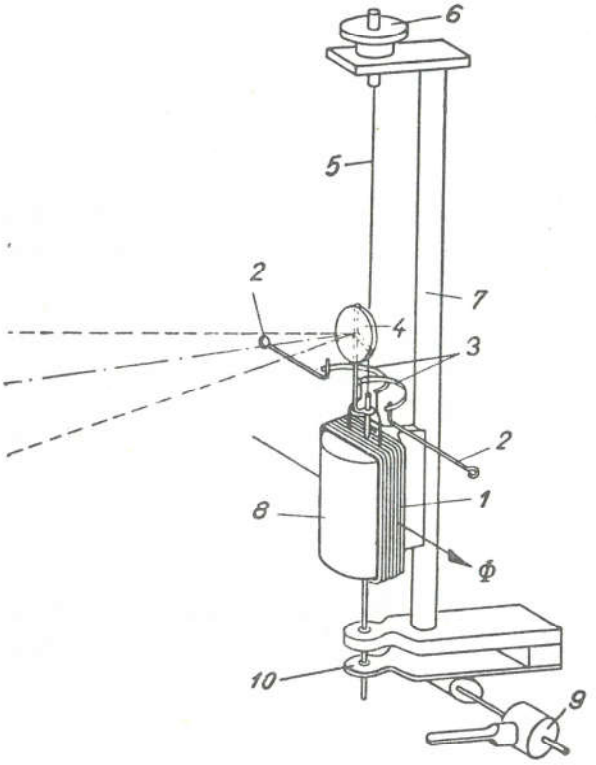
U izvedbi sa **spiralnim oprugama** obično se upotrebljavaju dvije opruge, koje djeluju jedna protiv druge (sl. 4.9). Jedan kraj prve i druge opruge je učvršćen (zalemljen) na pomični organ mjernog instrumenta. Drugi kraj prve opruge je učvršćen na nepomični oslonac, a druge opruge na pomičnu polugu *1*. Dok ne djeluje moment M_1 opruge će dovesti pomični organ u položaj gdje su njihovi momenti u ravnoteži. Tada se kazaljka instrumenta mora nalaziti na nultom položaju. U protivnom, pomiče se poluga *1* sve dotle dok se to ne postigne. Pomicanje poluge može se redovno obaviti a da se ne otvara instrument. U tu se svrhu nalazi na kućištu instrumenta npr. glava *2* jednog svornika, koji na svom kraju ima ekscentar *3*. Ekscentar ulazi u ušicu poluge *1* pa se okretanjem svornika ona može zakretati lijevo ili desno, čime se nateže ili otpušta jedna spiralna opruga.

Obično se upotrebljavaju dvije spiralne opruge, a ne samo jedna, jer se ona skuplja ili širi na promjeni temperature. Razlog je tome zgušnjavanje materijala na površini opruge što nastaje tokom procesa valjanja. Zbog toga

se ona ponaša donekle slično kao bimetalna traka (pogl. 4.9.3), odnosno promjena temperature izaziva njezino širenje ili skupljanje. Ako se, međutim, odaberu dvije opruge podjednakih svojstava onda će se jednako širenje i skupljanje opruga međusobno kompenzirati, pa će promjena temperature izazvati znatno manje pomicanje nultog položaja pomičnog organa.

U nekim starijim izvedbama instrumenata za postizanje protumomenta koristila se gravitaciona sila malog utega ekscentrično učvršćenog na pomični organ. Danas se pomični organ redovno uravnotežuje, kako bi se izbjegli dodatni momenti zbog gravitacione sile. Za tu svrhu služe mali utezi *4* prikazani na sl. 4.9.

Protumoment koji stvara spiralna opruga određuje se na osnovi dimenzija opruge i modula elastičnosti upotrijebljenog materijala [lit. 27]:



Slika 4.10. Zrcalni galvanometar sa zavješenim sistemom

1 pomični svitak; *2* i *3* dovodi do pomičnog svitka; *4* zrcalo; *5* traka za zavješenje pomičnog svitka; *6* okretljivo dugme; *7* nosač; *8* jezgra od mekog željeza (magnet nije prikazan); *9* ručka za aretiranje; *10* elastično pero

$$M_2 = \frac{E}{12}\,\frac{b\,\delta^3}{l}\,\alpha \qquad (4.11)$$

gdje su:

b širina opruge (veća stranica)

δ debljina opruge (manja stranica)

α kut zakreta [rad.]

E modul elastičnosti

l duljina razvijene opruge

Pri tom specifično naprezanje materijala opruge iznosi: $\sigma = \frac{E\,\delta}{2\,l}\,\alpha$. Najčešće se spiralne opruge izrađuju od bronce koja je nemagnetična i dobre električne vodljivosti, pa se opruge mogu koristiti i za dovod struje do pomičnog organa. Modul elastičnosti iznosi u njih oko 10^7 N/cm², a do $\sigma = 5 \cdot 10^3$ N/cm² još se ne pojavljuju trajne deformacije. Ako se ne želi preći takvo specifično naprezanje, potrebno je da pri zakretanju opruga za 90° bude odnos $\frac{l}{\delta} \geqq 1600$. Dimenzije i svojstva spiralnih opruga normirani su (npr. DIN 43801).

U vrlo osjetljivim sistemima dobiva se protumoment pomoću jedne trake na kojoj visi pomični organ **(zavješeni sistemi)** ili pomoću dvije trake koje napinju pomični organ **(trakom napeti sistemi)**. U oba sistema trake služe za postizanje protumomenta i ujedno zamjenjuju ležajeve.

Na sl. 4.10 prikazana je jedna izvedba zavješenog sistema. Na tankoj traci *5*, koja služi za dobivanje protumomenta, visi pomični organ, u ovom primjeru pomični svitak *1*. Preko vrlo tankih traka *2* i *3*, npr. od zlata, koje praktički nemaju nikakve direkcione sile, dovodi se struja u svitak. Iznad svitka je učvršćeno zrcalo *4* koje odbija svjetlosnu zraku na posebnu skalu. Ugađanje nultog položaja obavlja

se okretanjem dugmeta *6*. Na njemu visi pomični svitak koji se slobodno okreće oko jezgre od meka željeza. Razmak između jezgre i svitka je obično manji od jednog milimetra, pa prije upotrebe valja nosač *7* postaviti tačno u vertikalan položaj, kako svitak ne bi dodirivao jezgru. Stoga kućišta ovakvih izvedbi stoje na tri izdanka, od kojih se dva mogu ugađati. Ugrađena libela pri tome nam omogućava da ustanovimo kada smo instrument postavili u ispravan položaj. Ovakvi instrumenti moraju se postavljati na potpuno mirnu podlogu. Naprezanje niti i njihanje pomičnog organa za vrijeme prenošenja izbjegava se aretiranjem. Okretanjem ručke *9* slijeva nadesno okreće se i jedan ekscentar koji podiže elastično pero *10*, a time i izdanak na donjoj strani svitka, sve dok se svitak ne nasloni na željeznu jezgru *8*. Time je traka rasterećena, a svitak se za vrijeme transporta ne klati. Zavješeni sistemi koriste se danas samo kod vrlo osjetljivih galvanometara, na koje se ne postavljaju veliki zahtjevi u pogledu tačnosti.

Trake koje služe za zavješenje ili napinjanje pomičnog organa izrađuju se od bronce, platine, platine-nikla, platine-iridijuma ili kvarca. Najčešće su plosnata oblika, jer se tim oblikom postiže veća nosivost, uz isti torzioni moment. Za okrugao presjek iznosi torzioni moment [lit. 21 i 22]:

$$M = \frac{\pi}{32} d^4 \, \mathrm{G} \, \frac{\alpha}{l} \tag{4.12}$$

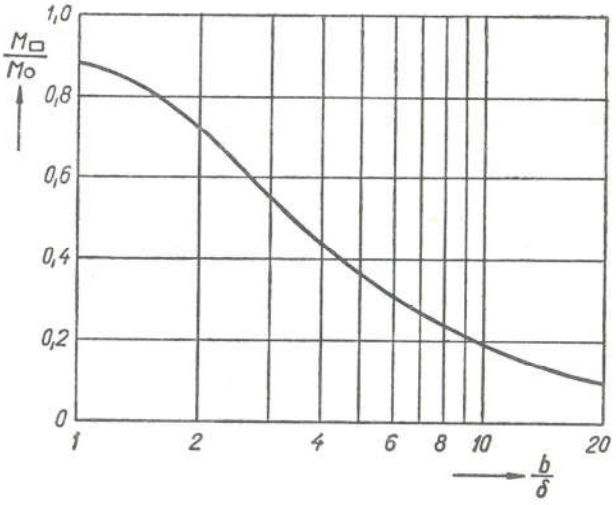
a za pravokutan presjek:

$$M = \eta \, b \, \delta^3 \, \mathrm{G} \, \frac{\alpha}{l} \tag{4.13}$$

Pri tome su:

- d promjer žice
- l duljina trake ili žice
- b širina trake (veća stranica)
- δ debljina trake (manja stranica)
- α torzioni kut
- G modul smicanja
- η faktor koji ovisi o odnosu stranica trake

b/δ	η
1	0,140
2	0,229
3	0,263
6	0,299
10	0,313
∞	0,333



Slika 4.11. Torzioni moment trake u ovisnosti o omjeru njezine širine i debljine pri konstantnom presjeku i duljini trake. Uzeto da torzioni moment pri jednakom okruglom presjeku iznosi 1

Pri odnosu $b/\delta = 10$ postiže se pet puta manji torzioni moment nego uz okrugao profil istog presjeka (sl. 4.11). Stoga se u osjetljivim sistemima rado upotrebljavaju vrlo uske trake s omjerom stranica npr. 20 : 1. U preciznim instrumentima ipak se izbjegava tako visok omjer, jer kod uskih traka više utječe njeno opterećenje na

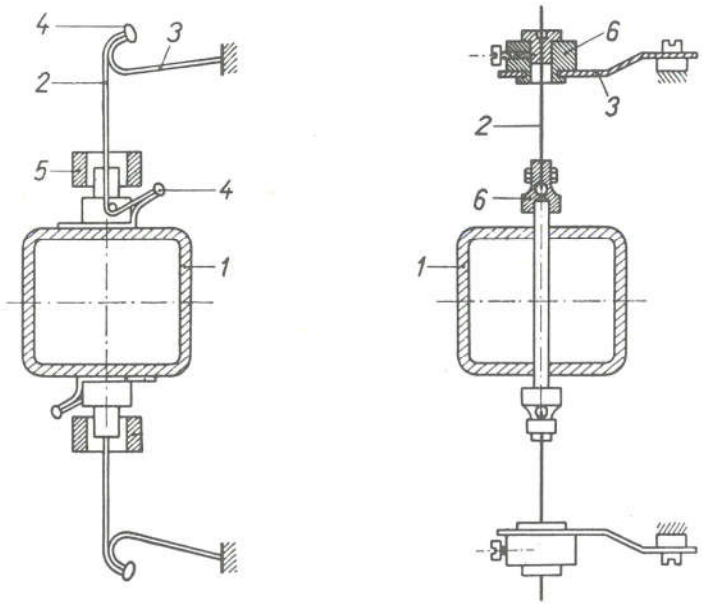
njezin torzioni moment, pa su one osjetljivije na promjenu opterećenja. Traka koja je opterećena silom F dobiva povećanje torzionog momenta za iznos [lit. 22]:

$$M_F = \frac{b^2 + \delta^2}{12\,l} F\alpha \tag{4.14}$$

To povećanje iznosi u nekim izvedbama i do 25% ukupnog torzionog momenta.

Za električne mjerne instrumente upotrebljavaju se trake čiji torzioni koeficijent iznosi od otprilike 0,06 do 6000 nWs/rad/m, odnosno 0,01 do 1000 mpcm/90°/100 mm (1 nWs/rad/m = 0,16 mpcm/90°/100 mm).

Pomični organ *trakom napetih sistema* napet je trakama između dva pera. U tim sistemima nije potrebno aretiranje i strogo održavanje vertikalnog položaja, pa se čak izvode s pomičnim organom u horizontalnom položaju. Zahvaljujući poboljšanju svojstava upotrebljavanih traka, te novijim konstruktivnim rješenjima, sve više se ovakvi sistemi upotrebljavaju ne samo u laboratorijskim, već i pogonskim instrumentima.



Slika 4.12. Trakom napeti sistemi

1 pomični svitak; *2* napeta traka; *3* pero za napinjanje trake; *4* zalemljeni krajevi trake; *5* zaštitni prsten; *6* stezaljke za pričvršćenje trake

Na sl. 4.12 su shematski prikazane dvije izvedbe trakom napetih sistema. Na sl. 4.12 *a* zalemljena je traka *2* na pero *3*, koje napinje traku, da pomični organ ne bi mijenjao položaj naprama nepomičnim dijelovima instrumenta. Ipak se na taj način ne mogu izbjeći pomaci pomičnog organa zbog trešnje i udaraca kojima je instrument izložen tokom upotrebe. Oni će izazvati dodatno dinamičko naprezanje trake, koje bi moglo prouzrokovati čak njezino kidanje. Stoga se upotrebljavaju zaštitni prsteni *5* koji ograničavaju radijalne i aksijalne pomake pomičnog organa na nekoliko desetinki milimetra. Time se bitno smanjuju dodatna dinamička naprezanja traka, pa takvi sistemi mogu izdržati znatne udarce i trešnju.

U izvedbi s trakama, slično kao i u onima sa spiralnim oprugama, primjećuju se pojave mehaničke histereze i elastičnog povratnog djelovanja. Pojava mehaničke histereze očituje se u slijedećem pokusu: Pustimo da pomični organ prigušeno

titra i zabilježimo položaj u kojem se umirio. Nakon toga izazovimo kratkotrajno pun otklon pomičnog organa i pustimo da se bez titraja vrati na nulti položaj. Vidjet ćemo da se taj položaj neće posve poklapati s prvotnim, već će se zbog tzv. mehaničke histereze pojaviti stanovito malo odstupanje, koje ovisi o prethodnom otklonu pomičnog organa. Ova je pojava posljedica trenja u kristalima trake ili opruge. Ako držimo pomični organ na punom otklonu jedan sat i onda pustimo da se vrati na nulti položaj bez titraja, neće se taj nulti položaj poklapati s nultim položajem nakon kratkotrajnog otklona, ali će ta razlika nestati nakon izvjesnog vremena (2 do 4 sata). Ovu pojavu nazivamo elastičnim povratnim djelovanjem i tumačimo je mehaničkim naponima koji se javljaju pri otklonu u materijalu trake ili opruge.

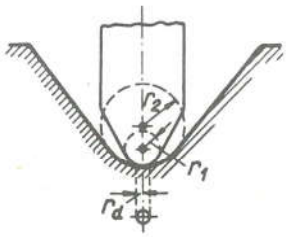
Složenim tehnološkim postupcima uvedenim u novije vrijeme smanjeni su elastično povratno djelovanje i mehanička histereza trake, tako da se kod preciznih instrumenata mogu koristiti zakretanja do 10° po 1 cm duljine trake, a kod pogonskih i do 250°/cm.

Traka u blizini zalemljenog mjesta pokazuje pojačano elastično povratno djelovanje. Stoga je dio trake uz zalemljeno mjesto nategnut preko zakrivljenog kraja pera, pa ne sudjeluje u stvaranju protumomenta (sl. 4.12 *a*). Još pouzdanije rješenje se dobiva ako se krajevi trake ne zaleme, već obuhvate prikladnim stezaljkama (sl. 4.12 *b*).

4.1.3. Ležaj sa šiljkom

Ležaj sa šiljkom se često koristi u pogonskim i preciznim mjernim instrumentima. Osovina pomičnog organa završava na oba kraja konusom koji je na vrhu zaobljen i okreće se u konusnom ležaju, također zaobljenom na vrhu (sl. 4.13). Osovina se izrađuje od tvrda čelika, a ležaj od bronce ili češće, zbog manjeg trenja, od dragog kamenja (safir, ahat, rubin). Poželjno je da podloga bude od tvrđeg materijala (9 po Mosu) nego osovina (6 do 7 po Mosu).

Radijus r_d dodirne površine između šiljka osovine i ležaja ovisi o pritisku F osovine na ležaj (sl. 4.13):



Slika 4.13. Ležaj sa šiljkom

r_1 i r_2 radijusi zakrivljenosti osovine i ležaja; r_d radijus dodirne površine

$$r_d = \sqrt[3]{0{,}68\,F\left(\frac{1}{E_1}+\frac{1}{E_2}\right)\frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}} \qquad (4.15)$$

gdje su:

r_1, r_2 radijusi zakrivljenosti osovine i ležaja [cm]

F pritisak na ležaj [kp]

E_1, E_2 modul elastičnosti materijala osovine i ležaja [kp/cm²]

Najveći specifični pritisak vlada u sredini dodirne površine, a iznosi:

$$\sigma_{max} = \frac{1{,}5\,F}{r_d^2\,\pi} = \sqrt[3]{0{,}235\,\frac{F}{(1/E_1+1/E_2)^2}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)^2} \qquad (4.16)$$

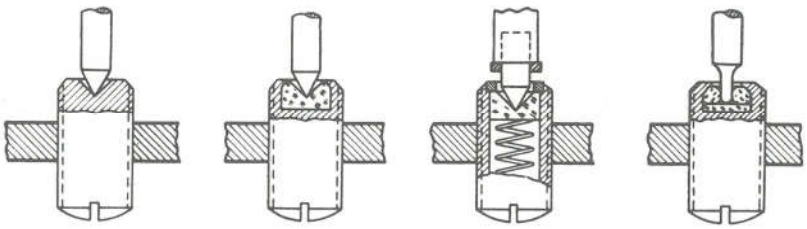
Moment trenja u takvom ležaju iznosi:

$$M_t = \frac{2}{3} \mu r_d F \tag{4.17}$$

gdje je μ koeficijent trenja za upotrijebljene materijale. On za čelik i safir iznosi 0,13, ali se u praksi mora računati i sa tri puta većim vrijednostima ($\mu = 0{,}4$); E iznosi za čelik $2 \cdot 10^6$ kp/cm², a za safir $5 \cdot 10^6$ kp/cm². Za određeni σ_{max} i μ slijedi iz (4.16) i (4.17):

$$M_t = \frac{2\mu}{3} \sqrt{\frac{1{,}5\, F^3}{\pi \sigma_{max}}} = kF^{1,5} = kG^{1,5} \tag{4.18}$$

gdje je k konstanta određena koeficijentom trenja upotrijebljenih materijala i dopuštenim najvećim specifičnim pritiskom σ_{max}, a F pritisak na ležaj, koji je u *vertikalnim sistemima* jednak težini G pomičnog organa. Iz izraza (4.18) vidimo da se smanjenje momenta trenja postiže smanjenjem koeficijenta trenja μ i povećanjem specifičnog pritiska σ_{max}. Stoga se ležaj i osovina izrađuju od materijala s malim koeficijentom trenja, a njihova površina se pažljivo dotjeruje finim poliranjem. Za σ_{max} se odabiru vrlo visoke vrijednosti, čak do 800 kp/mm², tako da su to najnapregnutiji ležaji od svih koji se koriste u tehnici. Ipak se najviše može postići smanjivanjem težine pomičnog organa, jer je moment trenja razmjeran težini na potenciju 1,5. Radijus zakrivljenosti osovine odabire se ovisno o težini pomičnog organa i namjeni instrumenta, a kreće se od 10 do 100 μm, dok je radijus zakrivljenosti ležaja 2 do 3 puta veći.



Slika 4.14. Izvedbe ležaja sa šiljkom

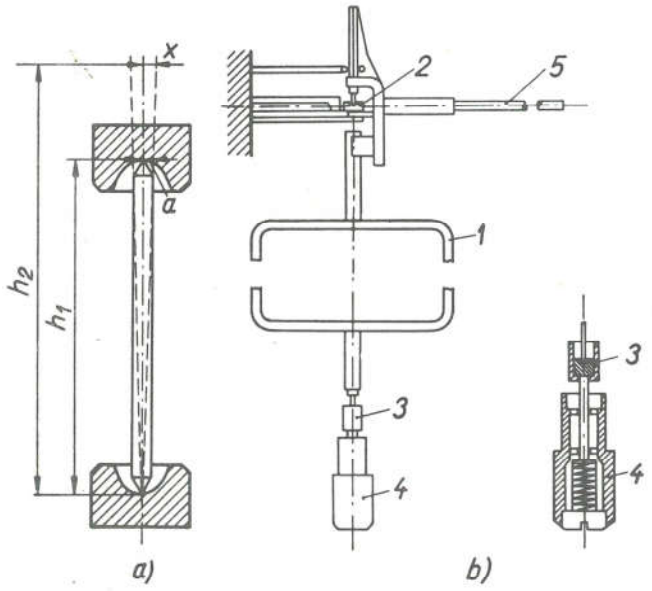
Na sl. 4.14 prikazane su različite izvedbe ležaja sa šiljkom. Sl. 4.14 *a* prikazuje ležaj od bronce, koji se koristi u jednostavnijim pogonskim instrumentima s laganim pomičnim organom. Osovina od čelika okreće se u konusnom udubljenju na vijku od tvrde, polirane bronce. Okretanjem vijka može se ugoditi potrebna zračnost između šiljka i ležaja. U izvedbi pod b) u metalni vijak je umetnut ležaj od umjetnog ili prirodnog dragog kamena, kako se to obično radi kod preciznijih instrumenata. Ako srednji specifični pritisak prelazi 200 kp/cm², ili ako je sistem izložen trešnjama i udarcima, prikladnija je izvedba prikazana na sl. 4.14 *c*, gdje pero pritišće dragi kamen na šiljak osovine sa silom koja je oko 2 puta veća od težine pomičnog organa. Pri udarcima i trešnjama koji izazivaju veću silu od ove, dolazi do odmicanja dragog kamena u provrtu vijka, a time i do povećanja pritiska na šiljak osovine. To povećanje pritiska nije veliko, jer se prošireni dio osovine pri jačim udarcima naslanja na kraj vijka. U instrumentima s teškim pomičnim organom upotrebljava se ležaj s rukavcem (sl. 4.14 *d*), gdje se rukavac okreće u dragom kamenu s provrtom. Zaobljeni vrh rukavca naslanja se na drugi ravni ili udubljeni dragi kamen. Tu je trenje u ležaju znatno veće nego u ležaju sa šiljkom, jer je

radijus rukavca bitno veći od radijusa šiljka. Upotrebljava se za registracione i pogonske instrumente koji su izloženi znatnim trešnjama.

Pri vertikalnom položaju osovine prenosi se težina pomičnog organa instrumenta na donji ležaj, a u gornjem nastaje mala zračnost. Ta zračnost ne smije se smanjiti daljnjim približavanjem ležaja, jer bi se osovina mogla zaglaviti zbog temperaturnih istezanja. Zbog toga će se gornji kraj osovine klatiti oko srednjeg položaja za neku malu duljinu a (sl. 4.15*a*). To će izazvati klaćenje kazaljke, koja se redovno nalazi iznad gornjeg ležaja. Pomaci x kazaljke bit će to veći, što je kazaljka više iznad donjeg ležaja, pa uz oznake na sl. 4.15 *a* slijedi:

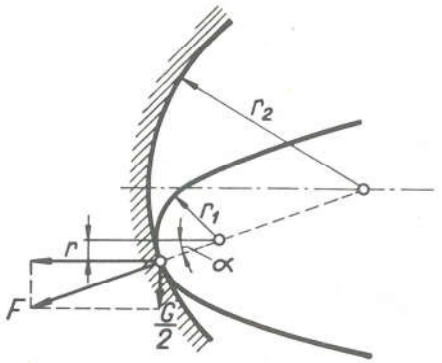
$$x = \frac{a h_2}{h_1} \tag{4.19}$$

Ova pogreška se može držati u prihvatljivim granicama malom zračnošću u ležajima (oko 10 μm) ili izvedbom ležaja prema sl. 4.14 *c*. Može se otkloniti i tako da gornji šiljak ulazi u ležaj odozgo (sl. 4.15 *b*). Time gornji ležaj postaje nosiv, pa se osovina klati u donjem ležaju. Kazaljka je na visini gornjeg ležaja, pa se ona neće klatiti zbog klaćenja donjeg kraja osovine. I ovo klaćenje može se izbjeći ako posebno pero pritišće dragi kamen donjeg ležaja kao na sl. 4.15 *b*. Time se ujedno rasterećuje gornji ležaj.



Slika 4.15. Klaćenje osovine zbog zračnosti u ležajima: a) klaćenje gornjeg kraja osovine što uzrokuje i klaćenje kazaljke (h_2 udaljenost kazaljke od donjeg ležaja); b) gornji šiljak ulazi u ležaj odozgo, pa se kazaljka ne klati

1 pomični svitak; *2* gornji nosivi ležaj; *3* donji ležaj; *4* nosač s perom koje pritišće izdanak ležaja *3*; *5* kazaljka



Slika 4.16. Sile u horizontalnom ležaju sa šiljkom

Pri *horizontalnom položaju osovine* rade ležaji sa šiljkom pod znatno nepovoljnijim uvjetima. Uz istu težinu G pomičnog organa znatno je veći pritisak F na ležaj nego pri vertikalno postavljenoj osovini. Uz oznake na sl. 4.16 dobivamo:

$$F = \frac{G}{2 \sin \alpha} \tag{4.20}$$

Sila trenja F_t i moment trenja M_t tu iznose:

$$F_t = \mu F = \frac{G\mu}{2 \sin \alpha}$$

$$M_t = F_t r = \frac{G\mu}{2 \sin \alpha} r_1 \sin \alpha$$

$$M_t = \frac{1}{2} \mu G r_1 \tag{4.21}$$

Vidimo da je pri horizontalno položenoj osovini moment trenja razmjeran radijusu zakrivljenosti r_1 osovine, a ne radijusu r_d dodirne površine, kao pri vertikalnom položaju (izraz 4.17). Kako je r_1 znatno veće od r_d ,nastaje pri horizontalnom položaju mnogostruko veće trenje.

Procentualna pogreška, koju će prouzrokovati moment trenja, ovisi o odnosu između momenta trenja i momenta opruge. Neka je pri otklonu α moment M_1, izazvan mjerenom veličinom, jednak momentu M_2 opruga. Kada ne bi djelovao moment trenja, pomični organ bi zauzeo baš otklon α (sl. 4.17). Zbog djelovanja momenta trenja M_t doći će do odstupanja od toga položaja, koje će ovisiti i o kretanju kazaljke prije dolaska do položaja ravnoteže. Ako se npr. kazaljka vrlo sporo kreće slijeva nadesno, ona će zastati na položaju α_d, gdje je:

$$M_1 + M_2 - M_t = 0 \tag{4.22}$$

Ako se kazaljka polagano kreće sdesna nalijevo, ona će zastati u položaju α_g, gdje je:

$$M_1 + M_2 + M_t = 0 \tag{4.23}$$

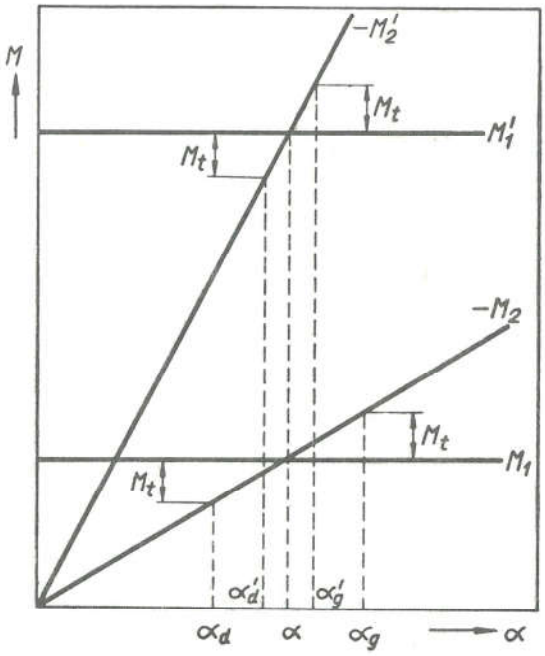
Pri bržem kretanju, zbog djelovanja momenta tromosti pomičnog organa, može kazaljka preći položaj α_d ili α_g i zaustaviti se negdje na području između α_d i α_g, tako da su zapravo mogući svi otkloni od α_d do α_g. Mjerenje postaje zbog toga nesigurno, pa je područje između α_d i α_g, koje nazivamo područjem trenja, potrebno držati unutar određenih uskih granica. Jače opruge pri jednakom momentu trenja suzit će područje trenja. To se razabire i na sl. 4.17, gdje jačim oprugama (M_2') odgovara manja razlika između α_d' i α_g'.

Iz toga slijedi da se određena preciznost instrumenta s ležajima sa šiljkom može postići samo onda ako je moment trenja dovoljno malen prema momentu opruga. Zbog toga je prema Keinathu uveden **broj dobrote** γ koji daje mogućnost ocjene valjanosti sistema:

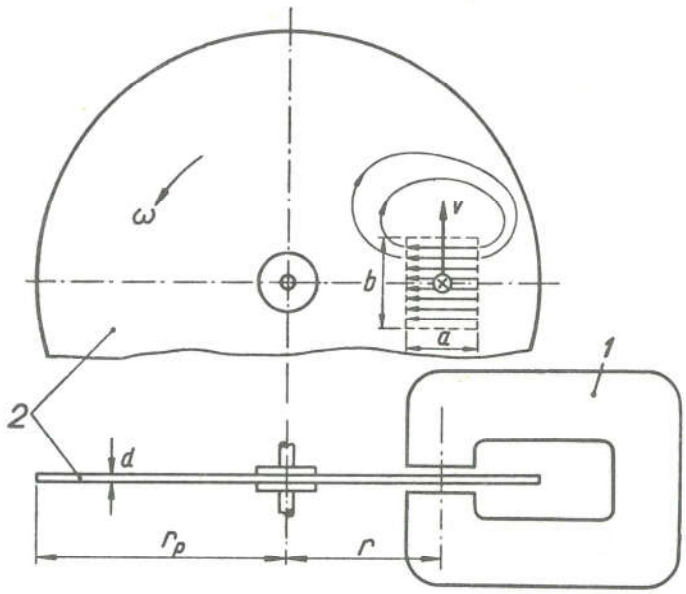
$$\gamma = \frac{10\,M}{G^{1,5}} \tag{4.24}$$

gdje su: M [pcm] zakretni moment opruga pri zakretanju za 90°, a G [p] težina pomičnog organa sistema, o kojoj ovisi moment trenja, kako je to već prije dokazano [izraz (4.18)]. Faktor 10 je eksperimentalno odabran, tako da u sistemu s brojem dobrote jednakim jedinici nema poteškoće zbog trenja u ležajima, ali je potrošak instrumenta velik. Pri broju dobrote $\gamma = 0{,}1$ postiže se niska pogreška trenja tek vrlo pažljivom izradom ležaja, ali je potrošak instrumenta manji. Ako je broj dobrote samo 0,01, bolje je upotrijebiti izvedbu napetu trakom ili rasterećene ležaje sa šiljkom čiji pomični organ visi na traci a ležaji samo sprečavaju veća bočna klaćenja.

Područje trenja može se izmjeriti na slijedeći način. Kazaljka se dovede tačno na nulti položaj, ili na neki drugi položaj u kojem se želi kontrolirati trenje. Položaj se provjeri pomoću lupe. Zatim se instrument lagano zakrene, tako da se kazaljka pomakne za nekoliko dijelova skale. Kad se kazaljka umirila, provjeri se pomoću lupe da li se vratila u prvobitni položaj. Precizne instrumente, čija pogreška trenja iznosi samo nekoliko stotinki milimetra, teško je kontrolirati na taj način. Pouzdaniji podaci se dobivaju ako se upotrijebi poseban uređaj koji se sastoji od čvrste podloge i mikroskopa s povećanjem oko 40 puta. U okularu mikroskopa ucrtan je križ, a sam mikroskop se može pomicati iznad skale instrumenta i postići poklapanje križa i kazaljke. Zatim se propuštanjem struje kroz instrument izazove vrlo malen otklon (veličine jednog dijela skale) i nakon toga struja polagano vrati na nulu. Kazaljka se zbog djelovanja trenja neće vratiti u prvobitni položaj, što se može precizno ustanoviti pomoću mikroskopa.



Slika 4.17. Područje trenja kod ležaja sa šiljkom kod slabijeg i jačeg momenta M_2



Slika 4.18. Princip elektromagnetskog prigušenja
1 permanentni magnet; *2* metalna ploča

4.1.4. Prigušenje

Osim momenta i protumomenta djeluje na pomični organ instrumenta još i prigušni moment, sa zadatkom da spriječi oscilacije pomičnog organa, tako da on što prije zauzme konačni položaj. Koristi se elektromagnetsko, zračno i tekućinsko prigušenje.

a) **Elektromagnetsko prigušenje.** Mnogo se koristi u cijelom nizu mjernih instrumenata, a osniva se na stvaranju vrtložnih struja u metalnim pločama, kratkospojenim svicima ili metalnim okvirima, kada se oni kreću u polju permanentnog magneta. Tako dobivene vrtložne struje stvaraju s poljem permanentnog magneta moment koji se protivi gibanju pomičnog organa. Veličinu tog momenta odredit ćemo, uz stanovita zanemarenja, za primjer prikazan na sl. 4.18. U rasporu permanentnog magneta *1* giba se srednjom brzinom v metalna, nemagnetska ploča (ili segmenat) *2*. Pretpostavimo da tok magneta zahvaća jednu ograničenu površinu

ploče dimenzija $a \times b$, u kojoj magnetska indukcija ima istu vrijednost B. Tada će se duž stranice a inducirati napon:

$$U = B\,v\,a \tag{4.25}$$

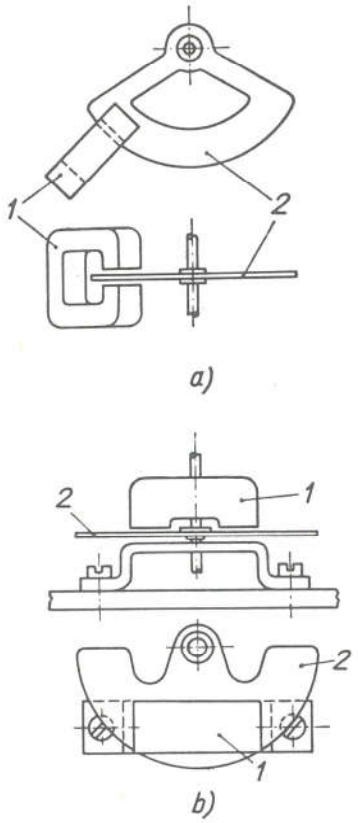
Smjer strujnica izazvanih tim naponom bit će, unutar dijela ploče površine $a\,b$, uglavnom paralelan sa stranicom a. Ukupna struja I, koja prolazi kroz taj dio ploče, ovisit će u prvom redu o otporu tog dijela ploče, koji iznosi:

$$R_{ab} = \rho \frac{a}{b\,d} \tag{4.26}$$

gdje su ρ specifični otpor materijala ploče, a d debljina ploče. Utjecaj otpora ostalog dijela ploče uzet ćemo u obzir pomoću faktora k, tako da će ukupni djelujući otpor ploče iznositi:

$$R = k\,\rho \frac{a}{b\,d} \tag{4.27}$$

(Faktor k ovisi uglavnom o udaljenosti r težišta površine ab od osi ploče. Ako je polumjer ploče r_p, bit će $k \approx 3$ kod $r < 0{,}5\,r_p$ i $k \approx 5$ kod $r \approx 0{,}8\,r_p$).



Slika 4.19. Elektromagnetsko prigušenje kod električnih mjernih instrumenata

1 magnet; 2 kočna ploča

Iz izraza (4.25) i (4.27) možemo odrediti ukupnu struju I:

$$I = \frac{b\,d\,B\,v}{k\,\rho} \tag{4.28}$$

odnosno snagu P koja se troši u ploči na stvaranje Jouleove topline:

$$P = R\,I^2 = \frac{a\,b\,d\,(B\,v)^2}{k\,\rho} \tag{4.29}$$

Ta je snaga jednaka umnošku sile F_p, koja se protivi gibanju, i brzine v ($P = F_p\,v$), pa slijedi:

$$F_p = \frac{a\,b\,d}{k\,\rho} B^2\,v \tag{4.30}$$

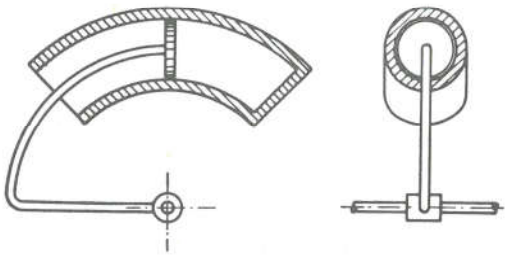
Prigušni moment iznosi:

$$M_p = F_p\,r = \frac{a\,b\,d}{k\,\rho} r^2\,B^2\,\omega = P_e\,\omega \tag{4.31}$$

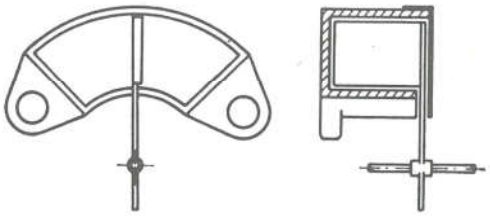
gdje su P_e konstanta prigušenja [Nms/rad], a ω kutna brzina ploče [rad/s]. Zbog r^2 u izrazu (4.31) najprije raste kočni moment udaljavanjem magneta od osi ploče. Približavanjem magneta rubu ploče počinje kočni moment naglo padati zbog porasta faktora k.

Kružni oblik kočne ploče upotrebljava se kod brojila. U mjernim instrumentima zakretanje pomičnog organa redovno ne prelazi 90°, pa se upotrebljavaju segmentni oblici ploče (sl. 4.19 *a* i *b*). U novije vrijeme radije se upotrebljava oblik pod *b*, jer je tu faktor *k* manji.

b) **Zračno prigušenje.** Ovdje se prigušenje postiže pomoću lopatice od tankog lima, pričvršćene na pomični organ instrumenta, koja se giba u cjevčici ili komori. Raspor između ruba lopatice i susjednih stijena iznosi jedva 0,2 do 0,5 mm, tako da pri gibanju lopatice zrak u rasporu vrlo brzo struji. Zbog toga nastaju



Slika 4.20. Klipna izvedba zračnog prigušenja električnih mjernih instrumenata



Slika 4.21. Krilasta izvedba zračnog prigušenja električnih mjernih instrumenata

gubici u zraku koji uzrokuju prigušivanje oscilacija pomičnog organa. Uobičajene su klipne (sl. 4.20) i krilaste (sl. 4.21) izvedbe, od kojih se ova posljednja više upotrebljava. Pri manjim brzinama prigušni moment je proporcionalan kutnoj brzini ω lopatice:

$$M_p = P_m \omega \tag{4.32}$$

Konstanta P_m može se približno odrediti iz slijedećih izraza (lit. 27):

1) klipna izvedba

$$P_m = \left(\frac{0{,}44}{\delta} + 0{,}04\right) A r^2 \, 10^{-7} \text{ [Nms/rad.]} \tag{4.33}$$

2) krilasta izvedba

$$P_m = \left(\frac{0{,}25}{\delta} + 0{,}17\right) h^2 b \, 10^{-7} \text{ [Nms/rad.]} \tag{4.34}$$

gdje su:

A površina klipa [cm²]
δ raspor [mm]
r udaljenost sredine klipa od osi pomičnog organa [cm]
h visina krila u radijalnom smjeru [cm]
b širina krila u aksijalnom smjeru [cm]

c) **Tekućinsko prigušenje.** Ovo se prigušenje koristi ondje gdje su potrebni vrlo veliki prigušni momenti, kao kod nekih pisača ili sistema s vrlo malim titrajnim vremenom (svjetlosni oscilografi). Princip djelovanja je isti kao i kod zračnog prigušenja, time da ulogu zraka ovdje preuzima ulje, ili glicerin. Katkada se cijeli pomični organ uranja u tekućinu (svjetlosni oscilografi), što je moguće samo kod zrcalnih sistema.

4.1.5. Dinamika pomičnog organa mjernih instrumenata

a) **Gibanje pomičnog organa nakon uključivanja konstantne mjerene veličine.** Kod mjernih instrumenata nije dovoljno voditi računa samo o njihovim karakteristikama u stacionarnom stanju, kada se pomični organ smirio na položaju gdje je moment M_1, izazvan mjerenom veličinom, jednak protumomentu M_2 spiralnih opruga ili torzione trake. Njihova upotrebljivost ovisit će i o ponašanju pomičnog organa pri promjeni mjerene veličine. Iz praktičkih razloga zahtijevat ćemo da pomični organ što brže slijedi promjene mjerene veličine i da se u dovoljno kratkom vremenu smiri na novom položaju, koji odgovara promijenjenoj vrijednosti mjerene veličine. Zahvati pomoću kojih se to postiže bitno utječu na konstrukciju i osnovne karakteristike instrumenta, pa je korisno razmotriti zakone gibanja pomičnog organa.

Za vrijeme gibanja pomičnog organa djeluju općenito ovi momenti:

1) moment M_1 izazvan mjerenom veličinom X. Općenito je taj moment funkcija mjerene veličine X i kuta otklona α:

$$M_1 = f(X, \alpha) \tag{4.35}$$

Mi ćemo prva razmatranja ograničiti na primjer kada je taj moment ovisan samo o mjerenoj veličini, kao recimo u sistemu s pomičnim svitkom, gdje je taj moment proporcionalan struji i koja protječe kroz pomični svitak:

$$M_1 = f(X) = G\,i \tag{4.36}$$

2) Moment M_2 spiralnih opruga ili torzionih traka, koji je proporcionalan kutu otklona pomičnog organa, a suprotstavlja se momentu M_1:

$$M_2 = -D\alpha \tag{4.37}$$

Konstanta D naziva se direkciona konstanta.

3) Moment prigušenja M_{3e} (električni moment prigušenja) koji izazivaju struje u pomičnom svitku, njegovom metalnom okviru ili u njegovim ostalim metalnim dijelovima, inducirane zbog gibanja pomičnog svitka u magnetskom polju permanentnog magneta. Taj moment je proporcionalan kutnoj brzini i djeluje uvijek suprotno momentanom smjeru vrtnje pomičnog svitka (pogl. 4.1.4a):

$$M_{3e} = -P_e \frac{d\alpha}{dt} \tag{4.38}$$

Ovome momentu možemo pribrojati i moment trenja zbog gibanja pomičnog organa u zraku (mehanički moment prigušenja). Taj moment je približno proporcionalan kutnoj brzini i također djeluje kočno:

$$M_{3m} = -P_m \frac{d\alpha}{dt} \tag{4.39}$$

Sumiranjem momenata M_{3e} i M_{3m} dobivamo ukupni moment prigušenja, koji je proporcionalan kutnoj brzini:

$$M_3 = M_{3e} + M_{3m} = -P_e \frac{d\alpha}{dt} - P_m \frac{d\alpha}{dt} = -P \frac{d\alpha}{dt} \tag{4.40}$$

Konstanta P naziva se (ukupna) konstanta prigušenja.

4) Moment M_4 zbog momenta tromosti J pomičnog organa, koji se protivi ubrzanju pomičnog organa i proporcionalan je njegovom kutnom ubrzanju:

$$M_4 = -J\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} \tag{4.41}$$

(Moment tromosti J integral je produkta elementa mase $\mathrm{d}m$ i kvadrata njegove udaljenosti r od osi vrtnje: $J = \int r^2\,\mathrm{d}m$).

Prema d'Alembertovu pravilu, suma momenata koji djeluju na jedan slobodni sistem jednaka je nuli:

$$\sum M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0 \tag{4.42}$$

pa uvrštavanjem vrijednosti za pojedine momente iz izraza (4.36), (4.37), (4.40) i (4.41) dobivamo diferencijalnu jednadžbu gibanja pomičnog organa instrumenta:

$$J\frac{\mathrm{d}^2\alpha(t)}{\mathrm{d}t^2} + P\frac{\mathrm{d}\alpha(t)}{\mathrm{d}t} + D\alpha(t) = Gi(t) \tag{4.43}$$

Razmotrimo najprije primjer kada je instrument naglo uključen, te kroz njega odmah nakon uključivanja teče istosmjerna struja konstantnog iznosa I. Tada diferencijalna jednadžba (4.43) poprima oblik:

$$J\frac{\mathrm{d}^2\alpha(t)}{\mathrm{d}t^2} + P\frac{\mathrm{d}\alpha(t)}{\mathrm{d}t} + D\alpha(t) = GI \tag{4.44}$$

Da bismo riješili ovu nehomogenu linearnu diferencijalnu jednadžbu drugoga reda s konstantnim koeficijentima, preslikajmo je u donje područje Laplaceovom jednostranom transformacijom:

$$p^2 J\bar{\alpha}(p) - Jp\alpha(0) - J\alpha'(0) + pP\bar{\alpha}(p) - P\alpha(0) + D\bar{\alpha}(p) = \frac{GI}{p} \tag{4.45}$$

Neka u momentu uključivanja struje ($t = 0$) instrument nema otklona [$\alpha(0) = 0$] i neka mu je pri tome kutna brzina jednaka nuli [$\alpha'(0) = 0$], pa se izraz (4.45) pojednostavnjuje:

$$p^2 J\bar{\alpha}(p) + pP\bar{\alpha}(p) + D\bar{\alpha}(p) = \frac{GI}{p} \tag{4.46}$$

ili:

$$\bar{\alpha}(p) = \frac{GI}{p(p^2 J + pP + D)} = \frac{GI}{J(p - p_1)(p - p_2)p} \tag{4.47}$$

Tu su p_1 i p_2 korijeni jednadžbe: $p^2 J + pP + D = 0$:

$$p_{1,2} = -\frac{P}{2J} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4J^2} - \frac{D}{J}} \tag{4.48}$$

ili s kraticama $\eta = \frac{P}{2J}$ i $\beta = \sqrt{\frac{P^2}{4J^2} - \frac{D}{J}}$:

$$p_{1,2} = -\eta \pm \beta \tag{4.49}$$

Rastavljajući dalje izraz (4.47) na parcijalne razlomke dobivamo:

$$\bar{\alpha}(p) = \frac{G\,I}{J}\left[\frac{1}{p\,p_1\,p_2} + \frac{1}{p_1 - p_2}\left(\frac{1}{p_1(p - p_1)} - \frac{1}{p_2(p - p_2)}\right)\right] \tag{4.50}$$

Original ove funkcije glasi:

$$\alpha(t) = \frac{G\,I}{J}\left[\frac{1}{p_1\,p_2} + \frac{1}{p_1 - p_2}\left(\frac{e^{p_1 t}}{p_1} - \frac{e^{p_2 t}}{p_2}\right)\right] \tag{4.51}$$

Uvrštavanjem vrijednosti za p_1 i p_2 iz izraza (4.49) dobivamo nakon sređenja:

$$\alpha(t) = \frac{G\,I}{J\,p_1\,p_2}\left[1 + \frac{1}{2\beta}e^{-\eta t}\left(p_2\,e^{\beta t} - p_1\,e^{-\beta t}\right)\right] \tag{4.52}$$

Dalje je:

$$\frac{G\,I}{J\,p_1\,p_2} = \frac{G\,I}{D} = \alpha_0, \tag{4.53}$$

gdje je α_0 stacionarni otklon instrumenta nakon završetka prelazne pojave. Momenti M_3 i M_4 tada su jednaki nuli, pa ostaje: $M_1 = M_2$ ili $D\,\alpha_0 = G\,I$, odnosno $\alpha_0 = G\,I/D$. Stoga slijedi:

$$\alpha(t) = \alpha_0\left[1 + \frac{1}{2\beta}e^{-\eta t}\left(p_2\,e^{\beta t} - p_1\,e^{-\beta t}\right)\right] \tag{4.54}$$

Za gibanje pomičnog organa od bitnog je značenja da li je β imaginaran ili realan broj, odnosno da li je razlika pod korijenom u izrazu (4.48) negativna ili pozitivna. Pri imaginarnom β prelaze pripadne eksponencijalne funkcije u izrazu (4.54) u sinusnu funkciju realnog argumenta, odnosno pomični organ će titrati više ili manje prigušeno, ovisno o faktoru $e^{-\eta t}$. Obratno, pri realnom β vode eksponencijalne funkcije β u izrazu (4.54) na aperiodsko (neoscilatorno) gibanje pomičnog organa. Između ta dva suprotna stanja mora postojati prelazno stanje ($\beta = 0$), koje se naziva „*aperiodsko granično gibanje*".

Pri razmatranju gibanja pomičnog organa prikladno je uvesti bezdimenzionu veličinu s, zvanu *stepen prigušenja*, koja predstavlja drugi korijen odnosa između prvog i drugog sumanda pod korijenom u izrazu (4.48):

$$s = \frac{P}{2\sqrt{D\,J}} \tag{4.55}$$

Kad je $s < 1$ pomični organ će prigušeno titrati, kad je $s = 1$ nastaje aperiodsko granično gibanje, dok je pri $s > 1$ gibanje aperiodsko (tablica 4.1).

Titrajno neprigušeno gibanje. Razmotrimo najprije idealizirani primjer, u kojem je prigušenje pomičnog organa jednako nuli. Taj primjer samo je teoretskog značenja, jer se zbog neizbježnog mehaničkog trenja ne može ostvariti u praksi. Zbog $P = 0$ poprimaju korijeni p_1 i p_2 u izrazu (4.48) vrijednosti:

$$p_1 = j\sqrt{\frac{D}{J}} = j\,\omega_0 \qquad p_2 = -j\sqrt{\frac{D}{J}} = -j\,\omega_0 \tag{4.56}$$

pa uvrštavanjem u izraz (4.54) dobivamo:

$$\alpha(t) = \alpha_0\left[1 - \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2}\right] = \alpha_0\left[1 - \cos\omega_0 t\right] \tag{4.57}$$

Vidimo da bi u ovom idealiziranom primjeru pomični organ stalno titrao s kružnom frekvencijom ω_0, poprimajući otklone od nule do dvostruke vrijednosti stacionarnog otklona. Njegovo titrajno vrijeme, koje nazivamo *prirodnim titrajnim vremenom*, pri tom iznosi:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}} \tag{4.58}$$

Titrajno prigušeno gibanje. Tu će β u izrazu (4.49) imati imaginarnu vrijednost pa je spretnije raditi s realnom veličinom $\omega = \sqrt{\frac{D}{J} - \frac{P^2}{4J^2}}$, odnosno $\beta = j\omega$. Uvrštavanjem u izraz (4.54) slijedi nakon uređenja:

$$\alpha(t) = \alpha_0\left[1 - e^{-\eta t}\left(\frac{\eta}{\omega}\sin\omega t + \cos\omega t\right)\right] \tag{4.59}$$

$$\alpha(t) = \alpha_0\left[1 - \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{\omega^2}}\, e^{-\eta t}\sin\left(\omega t + \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\eta}\right)\right] \tag{4.60}$$

Pomični organ će prigušeno titrati kružnom frekvencijom ω, odnosno s titrajnim vremenom: $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Kako je $\omega = \sqrt{\frac{D}{J} - \frac{P^2}{4J^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - \eta^2}$, slijedi:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{\omega_0}{\omega} = \frac{\sqrt{\omega^2 + \eta^2}}{\omega} = \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{\omega^2}} \tag{4.61}$$

pa se umjesto (4.60) može alternativno pisati:

$$\alpha(t) = \alpha_0\left[1 - \frac{T}{T_0}\, e^{-\eta t}\sin\left(\omega t + \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\eta}\right)\right] \tag{4.62}$$

Tablica 4.1

Vrste gibanja pomičnog organa instrumenta

Vrsta gibanja	Prigušenje	Stepen prigušenja
Titrajno neprigušeno gibanje	$P = 0$	$s = 0$
Titrajno prigušeno gibanje	$P < 2\sqrt{DJ}$	$s < 1$
Granično aperiodsko gibanje	$P = 2\sqrt{DJ}$	$s = 1$
Aperiodsko gibanje	$P > 2\sqrt{DJ}$	$s > 1$

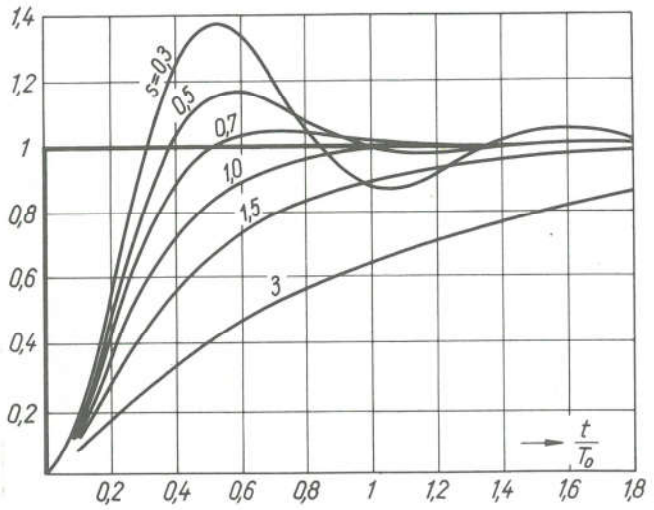
Dalje je:

$$\frac{\omega}{\eta} = \frac{\sqrt{1-s^2}}{s}; \quad \frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1-s^2}}; \quad \omega = \frac{2\pi\sqrt{1-s^2}}{T_0}; \quad \eta = \frac{2\pi s}{T_0}, \tag{4.63}$$

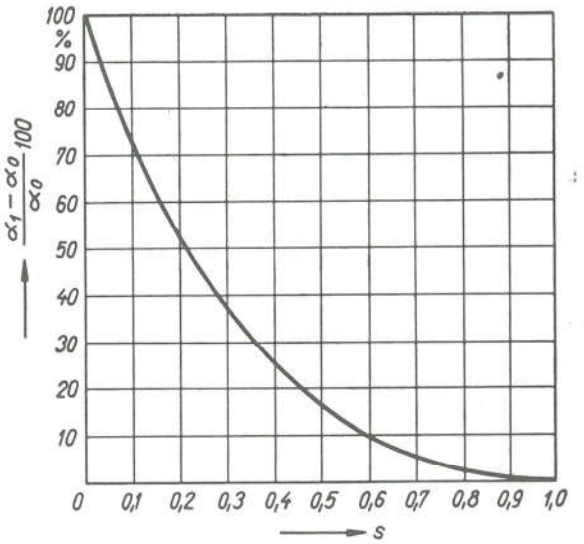
pa bi se izraz (4.60) mogao pisati i ovako:

$$\alpha(t) = \alpha_0\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-s^2}} e^{-\frac{2\pi s t}{T_0}} \sin\left(\frac{2\pi\sqrt{1-s^2}}{T_0} t + \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{1-s^2}}{s}\right)\right] \tag{4.64}$$

Kako stepen prigušenja utječe na gibanje pomičnog organa prikazano je na sl. 4.22, gdje je gibanje pomičnog organa za stepene prigušenja $s = 0{,}3$, $s = 0{,}5$ i $s = 0{,}7$ određeno prema izrazu (4.64).



Slika 4.22. Gibanje pomičnog organa instrumenta nakon uključivanja konstantne mjerene veličine



Slika 4.23. Ovisnost omjera $(\alpha_1 - \alpha_0)/\alpha_0$ o stepenu prigušenja s

Razmotrit ćemo, dalje, kako se lako može eksperimentalno odrediti stepen prigušenja jednog instrumenta iz odnosa između prvog maksimalnog otklona α_1 i otklona α_0 za stacionarno stanje. U trenutku kada pomični organ poprimi maksimalan otklon, njegova je brzina jednaka nuli $\left(\frac{d\alpha}{dt} = 0\right)$. Stoga ćemo derivaciju izraza (4.62) izjednačiti s nulom:

$$\frac{\eta T}{T_0} e^{-\eta t} \sin\left(\omega t + \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\eta}\right) - \frac{\omega T}{T_0} e^{-\eta t} \cos\left(\omega t + \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\eta}\right) = 0$$

i nakon kraćenja i uređenja dobiti:

$$\omega t = \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\eta} - \operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\eta} = N\pi \tag{4.65}$$

gdje je N cijeli broj. Pri parnom N postiže otklon minimum, a pri neparnom maksimum. Prvi maksimum se postiže nakon vremena t_1, koje možemo odrediti ako u (4.65) uvrstimo $N = 1$:

$$\omega t_1 = \frac{2\pi\sqrt{1-s^2}}{T_0} t_1 = \pi$$

ili:

$$t_1 = \frac{T_0}{2\sqrt{1 - s^2}} \tag{4.66}$$

Stavljajući dobiveno t_1 u (4.64) proizlazi vrijednost prvog maksimalnog otklona α_1:

$$\alpha_1 = \alpha_0 \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 - s^2}} e^{-\pi s/\sqrt{1 - s^2}} \sin\left(\pi + \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{1 - s^2}}{s}\right)\right]$$

$$\alpha_1 = \alpha_0 \left[1 + e^{-\pi s/\sqrt{1 - s^2}}\right] \tag{4.67}$$

Vidimo, dakle, da se stepen prigušenja s može odrediti iz odnosa prvog maksimalnog otklona i stacionarnog otklona, jer iz izraza (4.67) lako dobivamo:

$$\frac{1}{s} = \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\ln \dfrac{\alpha_1 - \alpha_0}{\alpha_0}}\right)^2} \tag{4.68}$$

Ovisnost stepena prigušenja s i omjera $(\alpha_1 - \alpha_0)/\alpha_0$ prikazana je na sl. 4.23.

Granično aperiodsko gibanje. Pri kružnoj frekvenciji $\omega = 0$, tj. kada je $P = 2\sqrt{DJ}$, upravo prelazi titrajno gibanje u aperiodsko. Korijeni karakteristične jednadžbe su tada jednaki i realni:

$$p_{1,2} = -\eta = -\sqrt{\frac{D}{J}} \tag{4.69}$$

Jednadžba (4.47) poprima oblik:

$$\bar{\alpha}(p) = \frac{GI}{Jp(p - p_1)^2} = \frac{GI}{Jpp_1^2\left(1 - \dfrac{p}{p_1}\right)^2}$$

Original te funkcije glasi:

$$\alpha(t) = \frac{GI}{Jp_1^2}\left[1 - (1 + p_1 t)\, e^{p_1 t}\right] \tag{4.70}$$

Kako GI/Jp_1^2 predstavlja otklon α_0 pri stacionarnom stanju, a $p_1 = -\sqrt{\dfrac{D}{J}} = -2\pi/T_0$, dobivamo uvrštavanjem u (4.70):

$$\alpha(t) = \alpha_0\left[1 - \left(1 + \frac{2\pi t}{T_0}\right) e^{-2\pi t/T_0}\right] \tag{4.71}$$

Granično aperiodsko gibanje prikazano je na sl. 4.22 ($s = 1$).

Aperiodsko gibanje. Kada koeficijent prigušenja P poprimi veću vrijednost od one koja odgovara graničnom aperiodskom gibanju, pomični organ se aperiodski giba. Vrijednost pod korijenom u karakterističnoj jednadžbi je pozitivna, pa je β realan:

$$p_{1,2} = -\eta \pm \beta$$

Uvrštavanjem ovih korijena u jednadžbu (4.54) dobivamo nakon uređenja:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left\{ 1 - e^{-\eta t} \left[\frac{\eta (e^{\beta t} - e^{-\beta t})}{2\beta} + \frac{e^{\beta t} + e^{-\beta t}}{2} \right] \right\}$$

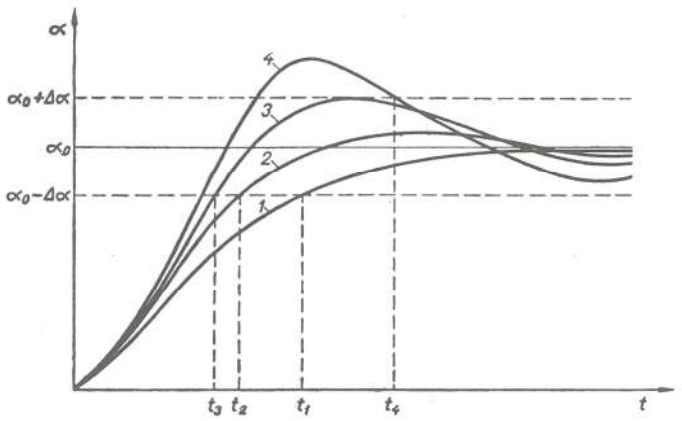
$$\alpha(t) = \alpha_0 \left[1 - e^{-\eta t} \left(\frac{\eta}{\beta} \operatorname{sh} \beta t + \operatorname{ch} \beta t \right) \right]$$

ili:

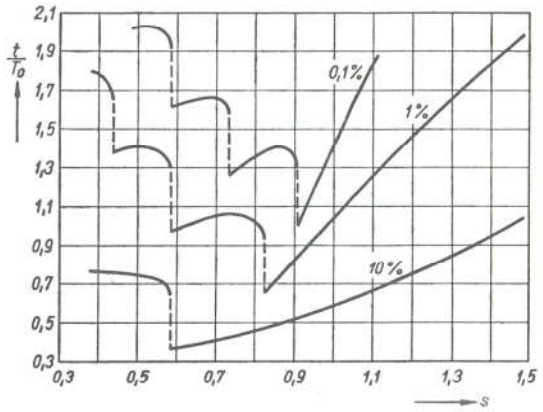
$$\alpha(t) = \alpha_0 \left[1 - e^{-\eta t} \frac{\omega_0}{\beta} \operatorname{sh} \left(\beta t + \operatorname{Ar\,th} \frac{\beta}{\eta} \right) \right] \qquad (4.72)$$

Aperiodsko gibanje pomičnog organa prikazano je na sl. 4.22 ($s = 1{,}5$ i $s = 3{,}0$).

Izbor prigušenja. Nakon uključivanja stacionarnih mjerenih veličina ili nakon njihovih naglih promjena, redovno je poželjno da pomični organ mjernog instrumenta što prije zauzme konačni otklon. To se prvenstveno postiže malim titrajnim vremenom T_0 pomičnog organa instrumenta. Važan je, međutim, i izbor prikladne vrijednosti stepena prigušenja. Ako je on malen, pomični organ će dugo titrati prije nego što zauzme konačni otklon, dok bi veliki stepen prigušenja doveo do njegovog sporog, gmizavog gibanja. Na sl. 4.22 lako je razabrati da će se pomični organ najprije potpuno smiriti, ako se odabere granično aperiodsko stanje. Međutim, redovno nije potrebno čekati da se pomični organ potpuno smiri, već se očitati može i prije, čim se pomični organ dovoljno približi konačnom otklonu. Tada aperiodsko granično stanje nije najpovoljnije rješenje, što se vidi iz primjera na



Slika 4.24. Vrijeme potrebno da otklon više ne prelazi granice $\alpha_0 \pm \Delta\alpha$



Slika 4.25. Vrijeme potrebno da otklon više ne prelazi granice ± 0,1%, 1% i 10% u ovisnosti o stepenu prigušenja s

sl. 4.24, gdje je prikazano gibanje pomičnog organa pri naglom uključivanju neke stacionarne veličine (T_0 konstantno, a s promjenljivo). Neka je pri tome α_0 konačni otklon pomičnog organa i neka se očitanje želi provesti čim otkloni više ne budu prelazili granice $\alpha_0 \pm \Delta\alpha$, dane npr. tačnošću instrumenta. Na sl. 4.24 vidimo da kod $s = 1$ možemo tada očitati otklon nakon vremena t_1 (krivulja *1*). Manje vrijeme t_2 bit će potrebno ako odaberemo nešto manji stepen prigušenja (krivulja *2*). Najkraće vrijeme t_3 postižemo ako odaberemo još manji stepen prigušenja, tako da prvi maksimalni otklon bude baš za $\Delta\alpha$ veći od α_0 (krivulja *3*). Daljnje smanjenje stepena prigušenja dovelo bi do povećanja vremena čekanja (krivulja *4*), jer bismo očitanje mogli provesti tek nakon smanjenja otklona na gornju granicu.

Na sl. 4.25 prikazano je vrijeme čekanja u ovisnosti o stepenu prigušenja za razne tačnosti očitanja ($\Delta\alpha = 10\%$, $\Delta\alpha = 1\%$ i $\Delta\alpha = 0{,}1\%$ konačne vrijednosti α_0). Vidimo da se uz $\Delta\alpha = 10\%$ postiže najkraće vrijeme čekanja pri stepenu prigušenja $s \approx 0{,}6$. Tada ono iznosi 37% prirodnog titrajnog vremena T_0. Kod $\Delta\alpha = 1\%$ najpovoljnije je odabrati $s = 0{,}83$. Vrijeme čekanja je duže i iznosi 67% vremena T_0. Uz $\Delta\alpha = 0{,}1\%$ bit će potrebno još duže čekanje, koje je baš jednako titrajnom vremenu T_0. Tu je najpovoljnije odabrati $s = 0{,}91$.

b) **Gibanje pomičnog organa kod sinusnih mjerenih veličina.** Dosadašnja razmatranja su pokazala kako je gibanje pomičnog organa instrumenta usko povezano s njegovim prirodnim titrajnim vremenom T_0. Odabiranje kratkog vremena T_0 omogućava da pomični organ vjerno slijedi i nagle promjene vrijednosti mjerene veličine. Ako se vrijeme T_0 jako smanji, dobiva se čak mogućnost snimanja momentanih vrijednosti izmjeničnih veličina. Praktički se to može ostvariti tako da se prvenstveno do krajnih izvedbenih mogućnosti smanje dimenzije i težina pomičnog organa, a time i njegov moment tromosti J, jer je prema (4.58): $T_0 = 2\pi\sqrt{J/D}$. U sistemima koji se upotrebljavaju kod svjetlosnih oscilografa postiže se na taj način vrijeme T_0 čak ispod 10^{-4} s. Do kojih frekvencija će takvi pomični organi slijediti momentane vrijednosti izmjeničnih veličina? Da bismo to mogli zaključiti, razmotrimo kako se pomični organ vlada kad se na njega primijeni izmjenična mjerena veličina. Razmatranja ćemo ograničiti na mjerenja sinusnih veličina. Ona su tada matematički jednostavnija, a osim toga pružaju uvid u vladanje pomičnog organa i kod nesinusnih izmjeničnih veličina, jer se one po Fourierovu stavku mogu svesti na niz sinusnih veličina. Diferencijalna jednadžba (4.43) tada glasi:

$$J\frac{\mathrm{d}\alpha^2}{\mathrm{d}t^2} + P\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} + D\alpha = G I_\mathrm{m} \sin\omega t \tag{4.73}$$

Pri rješavanju ove jednadžbe pustit ćemo iz vida prelazne pojave pri ukapčanju koje naglo iščezavaju i ovise o početnim prilikama, te ćemo razmatrati samo stacionarno stanje za koje vrijedi, kako je iz matematike poznato, partikularno rješenje:

$$\alpha(t) = \alpha_m \sin(\omega t + \varphi) \tag{4.74}$$

Da bismo lakše odredili amplitudu α_m i fazni pomak otklona pomičnog organa, prikažimo otklon i mjerenu veličinu u obliku:

$$\bar{\alpha} = \alpha_m \mathrm{e}^{j(\omega t + \varphi)} = \alpha_m \mathrm{e}^{j\varphi} \cdot \mathrm{e}^{j\omega t} \quad \text{i} \quad \boldsymbol{I} = I_m \mathrm{e}^{j\omega t} \tag{4.75}$$

te $\boldsymbol{I}$, $\bar{\alpha}$ i njegove derivacije uvrstimo u (4.73):

$$\alpha_m \mathrm{e}^{j\varphi} \cdot \mathrm{e}^{j\omega t} [(j\omega)^2 J + j\omega P + D] = G I_m \mathrm{e}^{j\omega t}$$

Dalje lako dobivamo:

$$\bar{\alpha} = \frac{G\boldsymbol{I}}{D - \omega^2 J + j\omega P} \tag{4.76}$$

Prema tome je amplituda otklona pomičnog organa:

$$\alpha_\mathrm{m} = \frac{G I_\mathrm{m}}{\sqrt{(D - \omega^2 J)^2 + (\omega P)^2}} \tag{4.77}$$

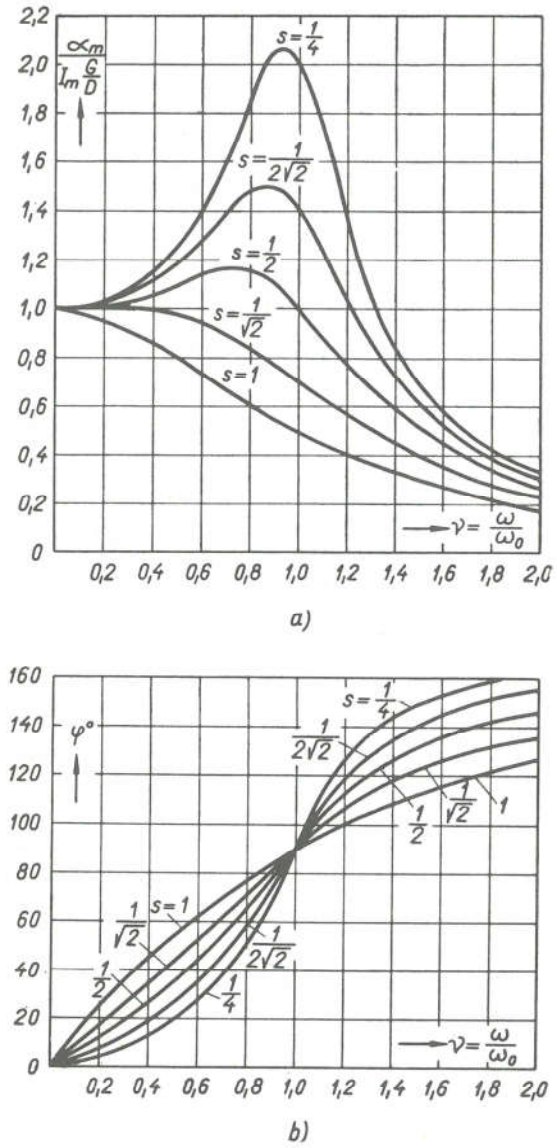
a otklon pomičnog organa fazno zaostaje prema mjerenoj veličini za kut:

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega P}{D - \omega^2 J} \qquad (4.78)$$

Gornji izrazi postaju pregledniji ako prema (4.55) uvedemo stepen prigušenja $s = \frac{P}{2\sqrt{DJ}}$, te omjer $\nu = \frac{\omega}{\omega_0}$, tj. omjer između frekvencije ω mjerene veličine i prirodne frekvencije pomičnog organa $\omega_0 = 2\pi/T_0$, koja prema (4.56) iznosi: $\omega_0 = \sqrt{D/J}$. Tada, nakon uređenja, dobivamo:

$$\alpha_m = \frac{G I_m}{D\sqrt{(1-\nu^2)^2 + (2s\nu)^2}} \qquad (4.79)$$

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{2\nu s}{1-\nu^2} \qquad (4.80)$$



Slika 4.26. Amplitude i fazni pomaci između otklona pomičnog organa i mjerene veličine u ovisnosti o omjeru ν između frekvencija ω mjerene veličine i frekvencije ω_0 pomičnog organa $\nu = \omega/\omega_0$ za razne stepene prigušenja s: a) amplitude; b) fazni pomaci

Pri mjerenju izmjeničnih veličina, čija je frekvencija ω znatno manja od prirodne frekvencije ω_0 pomičnog organa ($\nu \approx 0$), otklon iznosi $\alpha_m = G I_m/D$, a fazni pomak φ je neznatan ($\varphi \approx 0$). Na višim frekvencijama, naročito kada se one približavaju frekvenciji ω_0, otklon uvelike ovisi o stepenu prigušenja s (sl. 4.26 *a*). Kada je ν jednako jedinici, otklon je baš obrnuto proporcionalan stepenu prigušenja: $\alpha_m = G I_m/2sD$, pa se izborom malog stepena prigušenja mogu postići znatno veći otkloni nego kod istosmjerne struje. Ta pojava se koristi kod vibracionih galvanometara koji služe za zapažanje posve slabih izmjeničnih struja (pogl. 9.1.2 *b*). Njihova ekstremno visoka osjetljivost posljedica je izbora vrlo malog stepena prigušenja (npr. $s = 0{,}005$) i usklađivanja prirodne frekvencije pomičnog organa s frekvencijom mjerenog izvora. Obratno, u većini ostalih sistema, a naročito sistema za svjetlosne oscilografe, želimo da otkloni ne ovise o frekvenciji na što širem frekvencijskom području. Kako se razabire na sl. 4.26 *a* i *b*, povoljno je tada odabrati stepen prigušenja oko 0,7, koji osigurava frekvencijsku neovisnost za područje od $\omega = 0$ do $\omega \approx 0{,}4\,\omega_0$.

Ne smijemo zaboraviti da momentane vrijednosti izmjeničnih veličina mogu registrirati samo posebne izvedbe, čiji pomični organ ima vrlo malen moment tromosti. Ostale izvedbe koje obično služe za mjerenje istosmjernih napona i struja imaju prirodno titrajno vrijeme i do nekoliko sekunda, pa njihov pomični organ ne može da slijedi momentane vrijednosti izmjeničnih veličina i ostaje u nultom

položaju oko kojega više ili manje primjetno titra. Da su amplitude tih titraja tada vrlo male možemo lako razabrati iz izraza (4.79), koji se ovdje zbog velikog omjera ν može pojednostavniti u oblik: $\alpha_m \approx G\, I_m/D\nu^2$. Ako je npr. $f_0 = 1/s$, a instrument priključen na izmjenični izvor frekvencije 50 Hz, bit će $\nu = 50$, odnosno amplituda je čak 2500 puta manja od one koju bismo dobili da pomični organ može slijediti momentane vrijednosti. To bi moglo zavesti neupućenog promatrača na pomisao kako kroz svitak instrumenta uopće ne teče struja. Međutim, kroz svitak možda teče struja čak mnogo jača od one koja smije prolaziti, pa se stoga može dogoditi da svitak instrumenta pregori.

Iz dosada rečenog možemo zaključiti da instrumenti čiji je moment, izazvan mjerenom veličinom, razmjeran vrijednosti mjerene veličine ($M_1 = G\, i$) mogu dobiti mirujući otklon samo kad mjere istosmjerne veličine. (Kod pulzirajućih istosmjernih veličina, npr. kod ispravljene izmjenične struje, njihov mirujući otklon bit će razmjeran aritmetičkoj srednjoj vrijednosti mjerene veličine.) To je razlog da se za mjerenje izmjeničnih napona i struja upotrebljavaju drugi sistemi, u kojih između momenta M_1 i vrijednosti mjerene veličine vlada drugačija ovisnost, najčešće kvadratična: $M_1 = G\, i^2$. Razmotrit ćemo kako se takvi sistemi vladaju kada se na njih primijeni sinusna mjerena veličina $I_m \sin \omega t$. Diferencijalna jednadžba (4.43) tada glasi:

$$J\frac{\mathrm{d}^2\alpha}{\mathrm{d}t^2} + P\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t^2} + D\alpha = G\, I_m^2 \sin^2 \omega t = \tfrac{1}{2} G\, I_m^2 (1 - \cos 2\omega t) \qquad (4.81)$$

Desna strana ove jednadžbe ima jedan konstantni član $\frac{1}{2} G\, I_m^2$ i drugi, čija je frekvencija 2ω. Lako je razabrati da će zbog prvog člana pomični organ dobiti otklon $\alpha = G\, I_m^2/2\, D$ oko kojeg će, zbog drugoga člana, titrati frekvencijom 2ω. Redovno prirodno titrajno vrijeme pomičnog organa električnih mjernih instrumenata iznosi i do nekoliko sekunda, pa već pri mjerenju veličina industrijske frekvencije ti titraji neće biti primjetni. Stoga će pomični organ dobiti mirujući otklon koji je razmjeran kvadratu efektivne vrijednosti I mjerene veličine zbog $\frac{1}{2} I_m^2 = I^2$:

$$\alpha = \frac{I_m^2}{2}\frac{G}{D} = I^2\frac{G}{D} \qquad (4.82)$$

Lako je dalje zaključiti da će otklon ovakvog sistema biti razmjeran kvadratu mjerene veličine i onda kada ona nema sinusan oblik. Zato se ovakvi sistemi upotrebljavaju za mjerenje efektivnih vrijednosti izmjeničnih struja i napona.

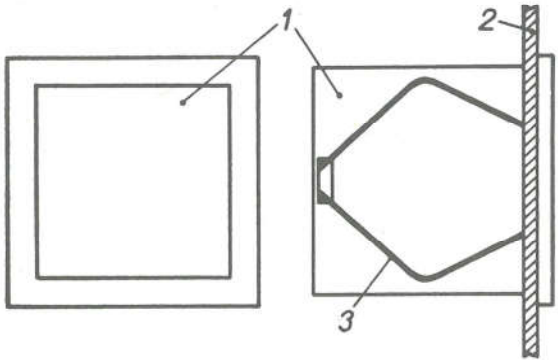
4.1.6. Kućišta električnih mjernih instrumenata

Električni mjerni instrumenti dijele se u pogledu izvedbe kućišta u dvije skupine: instrumenti za ugradnju i prenosivi instrumenti.

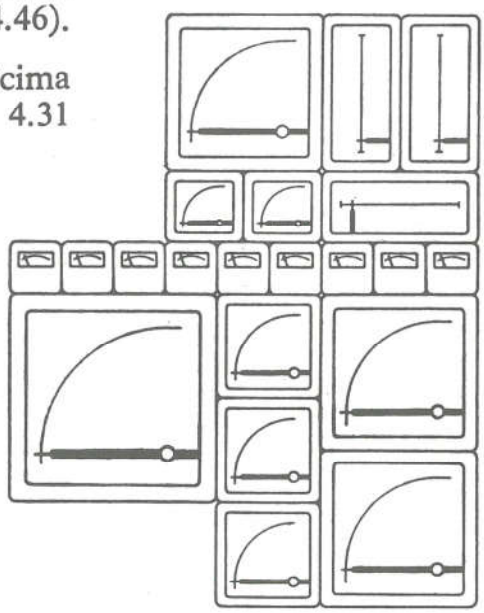
Kućište *instrumenata za ugradnju* izvedeno je u obliku koji omogućava jednostavnu i neposrednu montažu u prednju ploču rasklopnice ili nekog većeg uređaja (sl. 4.27). Čeona ploča takvih instrumenata je kvadratnog, pravokutnog ili, danas već rjeđe, okruglog oblika. Dimenzije čeone ploče su normirane u nekim zemljama (npr. DIN 43700 predviđa duljine stranica 48, 72, 96, 144 ili 192 mm), a duljine stranica su tako odabrane da se instrumenti s kvadratnom i pravokutnom čeonom pločom

mogu tijesno slagati jedan uz drugi (sl. 4.28). Instrumenti za ugradnju s kvadratnom čeonom pločom imaju sektorsku skalu sa stojećom ili visećom kazaljkom ili u posljednje vrijeme sve više s kvadratnom skalom (sl. 4.29), koja uz iste dimenzije kućišta omogućava dužu skalu. Kada treba što racionalnije iskoristiti prostor na prednjoj ploči rasklopnice, upotrebljavaju se profilni instrumenti s pravokutnom čeonom pločom (sl. 4.30) ili instrumenti s kvadratnom čeonom pločom i kružnom skalom (npr. skala na sl. 4.46).

Iznimno se kod frekventometara s jezičcima umjesto kazaljke upotrebljava niz jezičaca (sl. 4.31 — vidi poglavlje 9.7.1.).



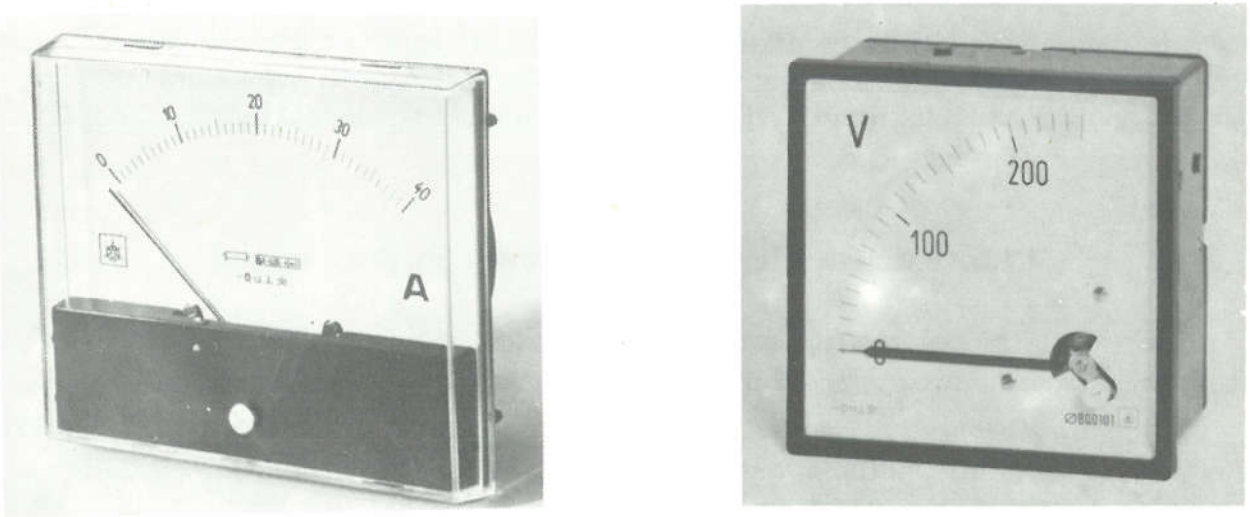
Slika 4.27. Instrument za ugradnju
1 instrument; *2* prednja ploča rasklopnice; *3* pero za učvršćenje



Slika 4.28. Normirane dimenzije čeone ploče instrumenata (DIN 43700)

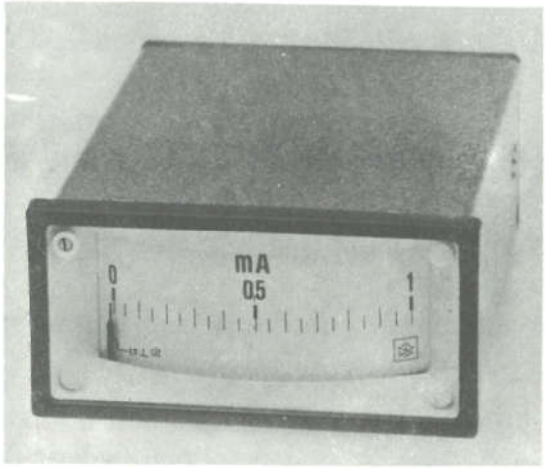
Kućišta instrumenata za ugradnju su od željeznog lima ili češće od umjetne smole.

Kućišta *prenosivih instrumenata* većinom su od umjetne smole. Drvena kućišta se upotrebljavaju ako se ona izrađuju u malim količinama ili ako su za vrijeme upotrebe izložena većim mehaničkim opterećenjima, na koja je drvo otpornije od umjetne smole. Kućište se većinom sastoji od poklopca i donjeg dijela, pa njihova

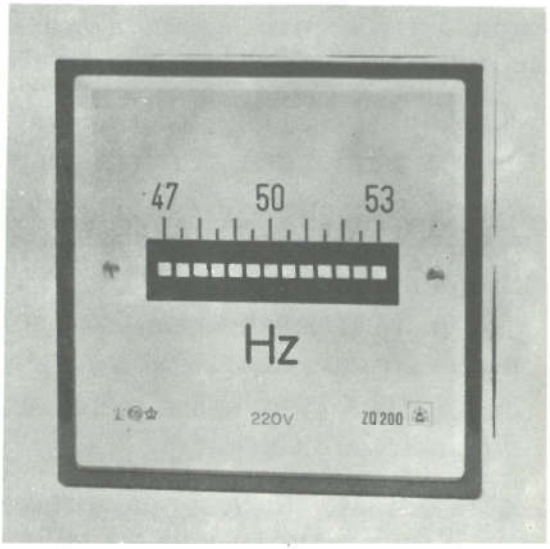


Slika 4.29. Sektorska skala: lijevo — sa stojećom kazaljkom; desno — kvadrantna skala (Iskra)

spojna mjesta moraju biti dobro zabrtvljena, kako se ne bi mjerni sistem tokom vremena zaprašio. Izvedbe prenosivih instrumenata prilagođene su njihovoj namjeni. Precizni instrumenti služe uglavnom za laboratorijska mjerenja, dok pogonski prenosivi instrumenti služe za mjerenja u pogonu, prigodom montaže ili revizija postrojenja. Jedni i drugi imaju najčešće više mjernih opsega koji se mogu mijenjati pomoću preklopke ili čepova.
Pogonski instrumenti su robustnije izvedbe i manji zbog manje skale.



Slika 4.30. Profilni instrumenti (Iskra)



Slika 4.31. Frekventometar s jezičcima (Iskra)

4.1.7. Standardi za električne mjerne instrumente

Korištenje, nabavka i izrada mjerne opreme uvelike su olakšani ako su definirani osnovni pojmovi, oznake, način ispitivanja, mogućnosti korištenja, granice pogrešaka itd. To je dovelo do razrade nacionalnih standarda i pravila, kao što je VDE u Njemačkoj, BSS u Engleskoj, AIEE u SAD, GOST u SSSR-u itd. Ti standardi i pravila su nastali kao posljedica specifičnog razvoja pojedinih zemalja, pa između njih postoje stanovite razlike. Internacionalna elektrotehnička komisija (IEC) putem svojih preporuka, rađenih u suradnji s nacionalnim komitetima, nastoji koordinirati standarde pa su njezinim djelovanjem, naročito u posljednje vrijeme, znatno smanjene razlike.

U nas su mjerodavni standardi koje Jugoslavenski zavod za standardizaciju izda kao „Jugoslavenski standard" (JUS). JUS je u našoj zemlji službeni akt i pridržavanje odredaba iz standarda je obavezno. JUS je redovno u skladu s preporukama IEC-a.

Jugoslavenski standard za električne mjerne instrumente i njihov pribor (JUS L.G1.020 izdan 1962. godine) daje definicije općih pojmova, klase tačnosti mjernih instrumenata i pribora, način ispitivanja, referentne uvjete za utjecajne veličine, definira oznake za mjerne instrumente itd. (Ne smijemo zaboraviti da se standardi mijenjaju od vremena na vrijeme, prilagođavajući se napretku i razvoju tehnike, pa treba pripaziti da se upotrijebe oni standardi koji su na snazi).

Ovdje ćemo navesti neke definicije dane tim standardom.

Pokazni opseg mjernog instrumenta je cjelokupni opseg skale na kome se mogu promatrati otkloni njegovog pomičnog organa. Od pokaznog opsega treba razlikovati **mjerni opseg** koji je dio pokaznog opsega na kome instrument mjeri naznačenom tačnošću. Mjerni opseg je ograničen donjom i gornjom granicom, koje označujemo tačkicama uz podjele na skali ili na koji drugi način, ako se mjerni opseg razlikuje od pokaznog opsega. **Mjerni domet** je vrijednost mjerene veličine, koja odgovara gornjoj granici mjernog opsega. Kao osnov pri određivanju tačnosti mjernih instrumenata, osim u određenim slučajevima, uzima se **maksimalna vrijednost mjernog opsega,** koja se određuje na slijedeći način:

— ako je nula na jednom kraju skale, maksimalna vrijednost mjernog opsega odgovara gornjoj granici mjernog opsega,
— ako je nula između oba kraja skale (npr. u sredini), maksimalna vrijednost mjernog opsega jednaka je sumi apsolutnih vrijednosti donje i gornje granice mjernog opsega,
— ako je nula izvan skale, maksimalna vrijednost mjernog opsega jednaka je razlici gornje i donje granice mjernog opsega,
— za mjerila faktora snage uzima se da je maksimalna vrijednost mjernog opsega 90 električnih stupnjeva.

a) **Tačnost.** Budući da procentualna pogreška najzornije karakterizira mjerne instrumente u pogledu njihove tačnosti, ona je općenito prihvaćena kao kriterij za njihovu klasifikaciju. Prema jugoslavenskom standardu JUS L. G 1.020 razvrstani su mjerni instrumenti u sedam klasa tačnosti koje se označavaju indeksima: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5 i 5. Pripadajući mjerni pribor, tj. mjerni predotpornici i shuntovi razvrstani su u pet klasa tačnosti koje se označavaju indeksima: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5 i 1,0. Pri tom je indeks klase jednak procentualnim granicama pogrešaka (tablica 4.2).

Tablica 4.2

Granice pogrešaka mjernih instrumenata u ovisnosti o indeksu klase

Indeks klase	0,1	0,2	0,5	1	1,5	2,5	5
Granice pogrešaka	±0,1%	±0,2%	±0,5%	±1%	±1,5%	±2,5%	±5%

Granice pogrešaka mjernih shuntova i predotpornika

Indeks klase	0,05	0,1	0,2	0,5	1
Granice pogrešaka	±0,05%	±0,1%	±0,2%	±0,5%	±1%

Kada se instrument upotrijebi u granicama svog mjernog opsega i u referentnim uvjetima, njegova pogreška ne smije preći granice navedene u tablici 4.2. (O referentnim uvjetima bit će govora u pogl. 4.1.7 c). Pri tom se pogreške izražavaju u procentima *maksimalne vrijednosti mjernog opsega* za sve instrumente, osim za kvo-

cijentna mjerila, omometre i instrumente s logaritamskom ili hiperboličkom skalom, kada se izražavaju na slijedeći način:

— u postocima *prave vrijednosti* za mjerila frekvencije s jezičcima (za svaki jezičak posebno);

— u postocima *duljine skale* za kvocijentna mjerila;

— u postocima *duljine skale* ili u postocima *prave vrijednosti* (ovisno o proizvođaču, što mora biti označeno na skali) za omometre i instrumente s logaritamskom ili hiperboličkom skalom.

Ako npr. instrument klase tačnosti 1 ima maksimalnu vrijednost mjernog opsega 1 A, onda pogreška na bilo kojem dijelu mjernog opsega ne smije preći, u referentnim uvjetima, vrijednost od ± 0,01 A (1% od 1 A). To ujedno znači da ćemo pri većim otklonima instrumenta imati uže granice pogrešaka nego pri manjim otklonima, ako granice izrazimo u procentima *prave vrijednosti mjerene veličine* a ne u procentima maksimalne vrijednosti mjernog opsega. Pri punom otklonu tako određene procentualne granice pogreške će biti jednake indeksu klase, dok će npr. pri polovici punog otklona biti dva puta veće, pri trećini tri puta veće itd.

b) **Preopterećenje.** Standardom je definirana sposobnost preopterećenja mjernog instrumenta. Ampermetri, strujne grane vatmetara i varmetara moraju bez oštećenja izdržati opterećenje sa 120% nazivne vrijednosti struje kroz 2 sata (nazivna vrijednost je vrijednost mjerene veličine naznačene na instrumentu). Kad se instrumenti ohlade na referentnu temperaturu, moraju odgovarati zahtjevima klase tačnosti. Voltmetri i naponske grane vatmetara moraju bez oštećenja izdržati opterećenje sa 120% nazivnog napona kroz 2 sata.

Traži se, također, da instrument izdrži stanovita kratkotrajna preopterećenja, koja npr. nastaju zbog kratkog spoja. Vrijednosti za preopterećenje dane su u tablici 4.3, na str. 114.

Nakon pokusa kratkotrajnog preopterećenja i pošto se ohladio na referentnu temperaturu, ne smije instrument klase 0,1 i 0,2 imati odstupanje od mehaničkog nultog položaja veće od 0,5% duljine skale. Za instrumente ostalih klasa ono mora biti manje od vrijednosti indeksa klase.

c) **Referentni uvjeti i promjena pokazivanja.** Osim mjerene veličine, mogu na otklon instrumenta utjecati razne druge fizikalne veličine koje nazivamo *utjecajnim veličinama.* To su: temperatura okoline, položaj instrumenta, strana magnetska i električna polja, Zemljino magnetsko polje, oblik mjerene struje, visina napona kod vatmetara i mjerila faktora snage i sl. Utjecajne veličine su nerijetko uzrok netačnom pokazivanju instrumenta. Zato standardi određuju vrijednosti pojedinih utjecajnih veličina, tzv. *referentne vrijednosti* i njihove tolerancije, pri kojima instrument mora odgovarati zahtjevima navedene klase tačnosti.

Standardi predviđaju npr. za temperaturu referentnu vrijednost 20 ± 1°C kod instrumenata klase 0,1 do 0,5, i 20 ± 2°C kod instrumenata klase 1 do 5, ako proizvođač nije naznačio druge referentne vrijednosti. Znači da će instrument morati zadovoljiti klasu tačnosti samo onda ako je održana navedena temperatura, odnosno ako je održano tolerantno područje. Ovaj zahtjev je vrlo teško zadovoljiti pri korištenju instrumenata, pa proizvođači nastoje izraditi instrumente koji su manje osjetljivi na pojedine utjecajne veličine.

Standardi daju referentne uvjete i njihove tolerancije u pogledu napona, struje i faktora snage za: vatmetre, varmetre, mjerila faze i frekvencije, omometre i višefazne instrumente. Na primjer, tolerancija napona iznosi ± 2%.

U praksi se događa da se zbog raznih uzroka ne mogu održati referentni uvjeti. Za takve slučajeve propisi predviđaju šira područja upotrebe, u kojima se dozvoljavaju stanovite promjene pokazivanja (varijacije), s time da promjene, prouzrokovane od svake utjecajne veličine zasebno, ne smiju preći indeks klase. Tako npr. promjena temperature za ± 10°C od referentne temperature ne smije izazvati veću promjenu pokazivanja od indeksa klase. Ako je referentna temperatura 20°C, instrument npr. klase 1 ne smije griješiti više od 1% maksimalne vrijednosti mjer-

Tablica 4.3

Pokus kratkotrajnog preopterećenja

Instrument	Faktor strujnog preopterećenja[1])	Faktor naponskog preopterećenja[1])	Broj preopterećenja	Trajanje jednog preopterećenja s	Razmak između dva preopterećenja s
	Instrumenti klase 0,1 0,2 0,5				
ampermetri	2	—	5	[2])	15
voltmetri i mjerila frekvencije	—	2	5	[2])	15
vatmetri, varmetri i mjerila faktora snage	1	2	1	5	—
	2	1	5	[2])	15
	Instrumenti klase 1,0 1,5 2,5 5				
ampermetri	10	—	9	0,5	60
	10	—	1	5	—
voltmetri i mjerila frekvencije	—	2	9	0,5	60
	—	2	1	5[3])	—
vatmetri, varmetri i mjerila faktora snage	10	1	9	0,5	60
	10	1	1	5[4])	—
	1	2	1	5	—

[1]) Pokus treba izvršiti pod referentnim uvjetima.
[2]) Preopterećenje mora biti što kraće, ali ipak toliko dugo da kazaljka pređe pun otklon.
[3]) Osim prenosivih mjerila frekvencije.
[4]) Osim prenosivih mjerila faktora snage.

nog opsega na temperaturnom području od 18 do 22°C. Temperature okoline od 10 do 18°C i od 22 do 30°C smiju izazvati promjenu pokazivanja instrumenta do 1%, što znači da u krajnjem slučaju instrument na tim temperaturama smije griješiti i do 2% maksimalne vrijednosti mjernog opsega.

Prema standardu ne smije promjena u pokazivanju preći vrijednost indeksa klase kod slijedećih odstupanja utjecajnih veličina od referentne vrijednosti:

1) odstupanja temperature do ± 10°C,
2) odstupanje položaja do ± 5° od naznačenog referentnog položaja (u zavješenim sistemima ± 1°),
3) odstupanje napona do ± 10% kod instrumenata na čije pokazivanje utječe promjena napona (kvocijentna mjerila, mjerila frekvencije i faze, vatmetri i dr.),
4) odstupanje frekvencije do ± 10% od referentne frekvencije, odnosno od gornje ili donje granice referentnog opsega frekvencije.

U pogledu vatmetara i varmetara standardom je određeno da pri $\cos \varphi = 0$ (kod vatmetara) i $\sin \varphi = 0$ (kod varmetara) i pri nazivnom naponu i nazivnoj struji otklon ne smije preći vrijednost indeksa klase. Kod vatmetara klase 0,1, 0,2 i 0,5 promjena ne smije preći vrijednost indeksa klase kada se prvo priključe na nazivni napon, nazivnu struju i polovicu nazivnog faktora snage a zatim na nazivni napon, polovicu nazivne struje i nazivni faktor snage. Slične odredbe vrijede za varmetre.

U pogledu utjecaja stranog magnetskog polja standard određuje da kod instrumenata obilježenih simbolom F 30 (tablica 4.6) upisani broj daje gustoću magnetskog toka u mT, pri kojoj promjene ne prelaze vrijednost indeksa klase. Ako instrument nije označen simbolom F 30, vrijede podaci iz tablice 4.4.

Tablica 4.4

Dopuštene granice promjena pokazivanja za gustoću stranog magnetskog toka od 0,5 mT

Instrumenti	Klasa tačnosti						
	0,1	0,2	0,5	1	1,5	2,5	5
Instrumenti s pomičnim svitkom, astatički instrumenti, instrumenti s magnetskim oklopom	± 1,5%			± 3%			
Ostali instrumenti	± 3%			± 6%			

Propisi definiraju i dopušteni utjecaj nesimetrija struja kod višefaznih instrumenata i utjecaj željeznih i vodljivih ploča.

d) **Prigušenje.** U pogledu prigušenja instrumenata standard traži da otklon instrumenta, čija je kazaljka na nultom položaju, pri momentanom uključivanju vrijednosti mjerene veličine koja odgovara 2/3 duljine skale, ne pređe kod prvog titraja položaj ravnoteže više od 30% duljine skale. Vrijeme potrebno da se pri tom titraji smanje na 1,5% duljine skale ne smije biti duže od 4 s. To vrijeme se naziva *vrijeme umirivanja.*

Od ovog zahtjeva izuzeti su instrumenti s vrućom žicom, elektrostatski instrumenti, zavješeni sistemi itd.

e) **Ispitni naponi.** Standardi definiraju za pojedine radne napone instrumenata odgovarajuće ispitne napone s kojima treba ispitati mjerne instrumente između kućišta i mjernog sistema (tablica 4.5). Ako je kućište od izolacionog materijala, instrument se pričvrsti na metalnu ploču pod okolnostima kakve su u normalnom radu, a ispitni napon se priključi između ploče i mjernog sistema. Pri tome pristupačni dijelovi za podešavanje nule moraju biti na potencijalu ploče.

Tablica 4.5

Ispitni naponi

Dopušteni radni napon U V	Efektivne vrijednosti ispitnog napona kV	Broj upisan u zvjezdicu prema tablici 4.7 b
40	0,5	nema broja
41....650	2	2
651....1000	3	3
1001....2000	5	5
preko 2000	Najbliži viši cijeli broj prema izrazu $(2\,U + 1000)\,10^{-3}$	Broj izračunat prema izrazu iz prethodnog stupca
Instrumenti izuzeti od ovog pokusa		0

Ispitivanje se vrši izmjeničnim naponom frekvencije između 45 do 65 Hz, u trajanju 1 minute.

f) **Oznake mjernih instrumenata.** Na skali ili vanjskoj strani kućišta moraju mjerni instrumenti imati slijedeće oznake ili podatke:

1) naziv ili znak proizvođača,
2) jedinicu mjerene veličine označenu simbolom (simboli A-1 do A-22, tablica 4.6),
3) tvornički broj za instrumente klase 0,1 do 0,5, a na prenosivim instrumentima za sve klase,
4) klasu tačnosti (simboli E-1 do E-3),
5) vrst struje (simboli B-1 do B-6),
6) ispitni napon (simboli C-1 do C-3),
7) mjerni sistem (simboli F-1 do F-22).

Prema potrebi se stavljaju i drugi simboli (npr. simbol položaja, simbol odvojenog shunta ili predotpora itd.). Ako se referentni uvjeti razlikuju od vrijednosti danih standardom, moraju se također označiti.

Na male instrumente (promjera ili stranice kućišta manjih od 65 mm) dopušteno je staviti samo bitne oznake, dok se ostale moraju navesti u dokumentu koji se isporučuje uz instrument.

Tablica 4.6

Simboli za mjerne instrumente

Broj	Naziv	Simbol
A. SIMBOLI NEKIH JEDINICA I NJIHOVIH DEKADSKIH UMNOŽAKA		
A-1	kiloamper	kA
A-2	amper	A
A-3	miliamper	mA
A-4	mikroamper	μA
A-5	kilovolt	kV
A-6	volt	V
A-7	milivolt	mV
A-8	mikrovolt	μV
A-9	megavat	MW
A-10	kilovat	kW
A-11	vat	W
A-12	megavar	Mvar
A-13	kilovar	kvar
A-14	var	var
A-15	megaherc	MHz
A-16	kiloherc	kHz
A-17	herz	Hz
A-18	megaom	MΩ
A-19	kiloom	kΩ
A-20	om	Ω
A-21	tesla	T
A-22	militesla	mT

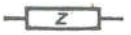
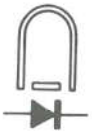
Broj	Naziv	Simbol
B. SIMBOLI KOJI OZNAČAVAJU VRST STRUJE KOJU INSTRUMENT MJERI		
B-1	Istosmjerna struja	—
B-2	Izmjenična struja	~
B-3	Istosmjerna ili izmjenična struja	⎓
B-4	Trofazni mjerni sistem s jednim strujnim i jednim naponskim krugom	≋
B-5	Trofazni mjerni sistem sa dva strujna i dva naponska kruga	≋
B-6	Trofazni mjerni sistem sa tri strujna i tri naponska kruga	≋
C. SIMBOLI ISPITNIH NAPONA		
C-1	Ispitni napon 500 V	☆
C-2	Ispitni napon iznad 500 V (npr. 2 kV)	☆2
C-3	Simbol instrumenta koji se ne podvrgava ispitnom naponu	☆0

Tablica 4.6
(nastavak)

Br.	Naziv	Simbol
D. SIMBOLI POLOŽAJA INSTRUMENTA		
D-1	Instrument za vertikalan položaj	
D-2	Instrument za horizontalan položaj	
D-3	Instrument čija skala za vrijeme upotrebe stoji koso prema horizontali (npr. 60°)	
E. SIMBOLI KLASE TAČNOSTI		
E-1	Indeks klase čije su pogreške izražene u procentima mjernog dometa (npr. 1,5)	1,5
E-2	Indeks klase čije su pogreške izražene u procentima duljine skale (npr. 1,5)	
E-3	Indeks klase čije su pogreške izražene u procentima prave vrijednosti (npr. 1,5)	
F. SIMBOLI KOJI OZNAČAVAJU PRINCIP DJELOVANJA MJERNIH INSTRUMENATA I PRIBORA		
F-1	Instrument s pomičnim svitkom	
F-2	Instrument s unakrsnim svicima	
F-3	Instrument s pomičnim magnetom	

Br.	Naziv	Simbol
F-4	Kvocijentni instrument s pomičnim magnetom	
F-5	Instrument s pomičnim željezom	
F-6	Instrument s pomičnim željezom i permanentnim magnetom	
F-7	Kvocijentni instrument s pomičnim željezom	
F-8	Elektrodinamski instrument	
F-9	Elektrodinamski instrument zatvoren željezom (ferodinamski instrument)	
F-10	Kvocijentni elektrodinamski instrument	
F-11	Kvocijentni elektrodinamski instrument zatvoren željezom (kvocijentni ferodinamski instrument)	
F-12	Indukcioni instrument	
F-13	Kvocijentni indukcioni instrument	
F-14	Instrument s vrućom žicom	

Tablica 4.6
(nastavak)

Br.	Naziv	Simbol	Br.	Naziv	Simbol
F-15	Bimetalni instrument		F-24	Upozorenje na odvojeni predotpornik	
F-16	Elektrostatski instrument		F-25	Upozorenje na odvojeni induktivni predotpornik	
F-17	Instrument s titrajućim jezičcima		F-26	Upozorenje na odvojenu impedanciju	
F-18	Neizolirani termopretvarač	 [1]	F-27	Elektrostatski oklop	
F-19	Izolirani termopretvarač	 [1]	F-28	Magnetski oklop	
F-20 a	Instrument s pomičnim svitkom s ugrađenim izoliranim termopretvaračem		F-29	Astatički instrument	ast
F-20 b	Instrument s pomičnim svitkom s odvojenim neizoliranim termopretvaračem		F-30	Magnetska indukcija koja odgovara indeksu klase, izražena u desetinama mT	5
F-21	Ispravljač	 [1]	F-31	Stezaljka za uzemljenje	
F-22	Instrument s pomičnim svitkom s ugrađenim ispravljačem		F-32	Podešavač nule	
F-23	Upozorenje na odvojeni shunt		F-33	Upozorenje na posebno uputstvo ili dokument	

[1]) Ako je nesporazum isključen, mogu se ovi simboli upotrijebiti umjesto simbola F-20a, F-20b ili F-22 da označe mjerni instrument s termopretvaračem ili ispravljačem

4.2. INSTRUMENTI S POMIČNIM SVITKOM

4.2.1. Princip rada

Princip rada instrumenata s pomičnim svitkom i permanentnim magnetom, koji se kraće nazivaju instrumenti s pomičnim svitkom, prikazan je na sl. 4.32. Uzdužne stranice pravokutnog svitka *1* kreću se u zračnom rasporu između polova permanentnog magneta *2* ili njegovih polnih nastavaka i valjkaste jezgre *3* od mekog željeza. Zračni raspor se odabire što uži (1 do 2 mm) i jednolike širine, tako da u njemu vlada snažno i praktički homogeno magnetsko polje čije silnice imaju radijalan smjer, tj. smjer okomit na zračni raspor. Stoga, kada kroz svitak teče struja i, djeluje na vodiče koji se nalaze u zračnom rasporu sila F tangencijalnog smjera. Kako je iz fizike poznato, ta sila je razmjerna struji i, magnetskoj indukciji B i ukupnoj duljini vodiča u magnetskom polju. Ako magnetsko polje zahvaća duljinu h uzdužne stranice svitka i ako svitak ima N zavoja, djelovat će prema tome na svaku uzdužnu stranicu svitka sila $F = BNhi$. Pri prosječnoj širini b svitka tvore te sile moment:

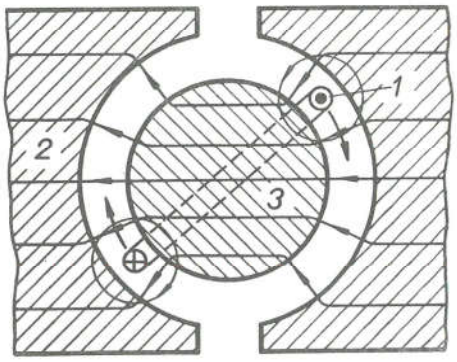
$$M_1 = B\,N\,b\,h\,i = G\,i \qquad (4.83)$$

Ovom momentu protivi se moment M_2 spiralnih opruga u sistemu s ležajima, a u zavješenim i napetim sistemima torzioni moment trake (pogl. 4.1.2). Moment M_2 je razmjeran kutu otklona pomičnog organa: $M_2 = -D\,\alpha$. Uz konstantnu struju I kroz pomični svitak zauzet će pomični organ položaj gdje su oba momenta jednaka ($M_1 + M_2 = 0$):

$$B\,N\,b\,h\,I = D\alpha$$

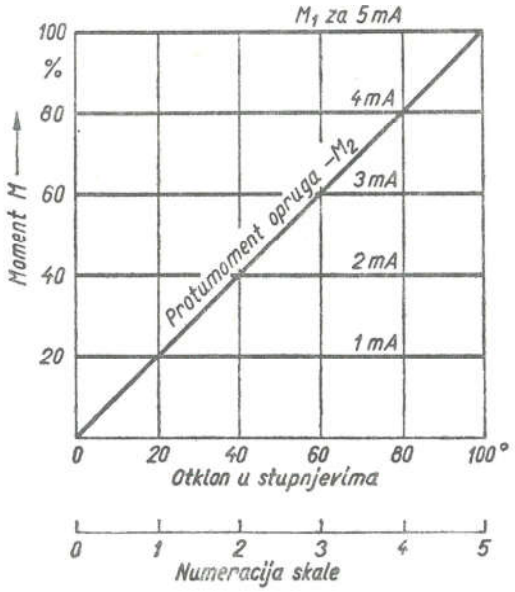
ili:

$$I = \frac{D}{B\,N\,b\,h}\alpha = \frac{D}{G}\alpha = C_i\,\alpha \qquad (4.84)$$



Slika 4.32. Osnovni raspored instrumenta s pomičnim svitkom

1 pomični svitak; *2* polovi permanentnog magneta; *3* jezgra od meka željeza



Slika 4.33. Moment M_1 i protumoment M_2 instrumenta s pomičnim svitkom

Otklon na instrumentu s pomičnim svitkom razmjeran je, dakle, struji I pomičnog svitka, odnosno skala instrumenta je linearna (sl. 4.33). Konstantu C_i nazivamo *strujnom konstantom*. Instrumenti s pomičnim svitkom mogu dobiti mirujući otklon samo pri istosmjernoj struji. Pri izmjeničnoj struji mijenja se njezin smjer u svakoj slijedećoj poluperiodi, pa se zbog toga mijenja i smjer momenta M_1. Pomični organ ne može slijediti tako brze promjene smjera momenta pa ostaje u nultom položaju, oko kojega više ili manje titra. Što je veća frekvencija struje, amplitude titraja su manje. Obično se već kod 50 Hz ne može primijetiti titranje kazaljke.

4.2.2. Dimenzioniranje magneta

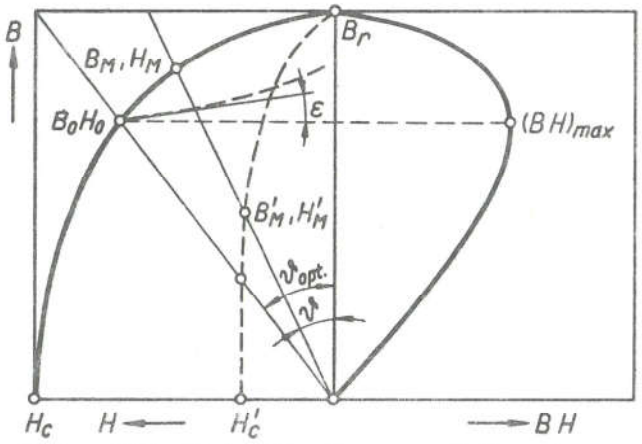
Iz izraza (4.83) lako se razabire da se osjetljivost instrumenta s pomičnim svitkom povećava pri većoj magnetskoj indukciji B u zračnom rasporu. Pri određivanju njezine vrijednosti potrebno je poznavati krivulju demagnetiziranja upotrijebljenog magnetskog materijala (sl. 4.34). Tačka B_r na toj krivulji predstavlja remanentnu indukciju koja ostaje nakon prestanka uzbude. To se, naravno, odnosi na primjer kada čitav magnetski krug tvori permanentan magnet. Međutim, u magnetskom krugu instrumenta s pomičnim svitkom nalazi se i zračni raspor potreban za smještaj svitka, pa će očito indukcija u magnetu biti niža od B_r. Da bismo lakše odredili njezinu vrijednost, pretpostavimo:

1) da nema rasipanja magnetskog toka, tj. da sav tok magneta prolazi kroz zračni raspor,
2) da je indukcija u zračnom rasporu konstantna,
3) da se magnetski otpor eventualnih polnih nastavaka i jezgre može zanemariti.

Uvedimo ove oznake:

B_M	indukcija u magnetu	B_z	indukcija u zračnom rasporu
H_M	jakost magnetskog polja u magnetu	H_z	jakost magnetskog polja u zračnom rasporu
S_M	presjek magneta	S_z	presjek zračnog raspora
l_M	duljina magneta	l_z	duljina zračnog raspora

Uz prije navedene pretpostavke, magnetski tok u zračnom rasporu jednak je onom u permanentnom magnetu:



Slika 4.34. Krivulja demagnetiziranja permanentnog magneta

$$B_M S_M = B_z S_z = \mu_0 H_z S_z \quad (4.85)$$

Dalje, prema zakonu protjecanja linijski integral jakosti magnetskog polja duž zatvorenog magnetskog kruga, koji nije obuhvaćen uzbudnom strujom, jednak je nuli:

$$H_M l_M + H_z l_z = 0 \quad (4.86)$$

Ako izraz (4.86) podijelimo sa (4.85), dobit ćemo:

$$\frac{H_M}{B_M} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{S_M}{S_z}\frac{l_z}{l_M} = \operatorname{tg}\vartheta \quad (4.87)$$

Vidimo da je odnos između jakosti magnetskog polja i indukcije u magnetu ovisan samo o dimenzijama magneta i zračnog raspora. To nam omogućuje da pomoću pravca zakrenutog za kut ϑ prema osi ordinate odredimo indukciju B_M u magnetu. Presjecište toga pravca s krivuljom demagnetiziranja očito daje B_M i H_M (sl. 4.34). Poznavajući B_M možemo prema (4.85) lako odrediti indukciju u zračnom rasporu:

$$B_z = B_M \frac{S_M}{S_z} \quad (4.88)$$

Iz izraza (4.87) je vidljivo da će indukcija u magnetu i zračnom rasporu biti to manja, što je veća duljina zračnog raspora naprama duljini magneta. Dalje je sa sl. 4.34 jasno da će uz iste ostale uvjete zadržati veću indukciju onaj magnetski materijal koji ima širu petlju histereze (veći H_c). Na sl. 4.34 su prikazane dvije krivulje demagnetiziranja s istim B_r, ali različitom koercitivnom silom (H_c i H'_c). Vidljivo je da je indukcija B'_M u magnetu s manjom koercitivnom silom H'_c manja od indukcije B_M magneta s većom koercitivnom silom H_c. To je razlog da se za permanentne magnete nastoji upotrijebiti materijal sa što većom koercitivnom silom.

Ako međusobno pomnožimo izraze (4.85) i (4.86), vrijedi za njihove apsolutne iznose:

$$B_M H_M S_M l_M = \mu_0 H_z^2 S_z l_z \tag{4.89}$$

$S_M l_M$ je volumen V_M magneta, a $S_z l_z$ volumen V_z zračnog raspora, pa umjesto (4.89) možemo pisati:

$$B_M H_M V_M = \mu_0 H_z^2 V_z$$

ili:

$$V_M = \frac{\mu_0 H_z^2 V_z}{B_M H_M} \tag{4.90}$$

Vidimo da potrebni volumen magneta raste s kvadratom jakosti magnetskog polja u zračnom rasporu i volumenom zračnog raspora, a opada s produktom $B_M H_M$. Zbog toga je poželjno da se za radnu tačku odabere tačka na krivulji demagnetiziranja s najvišim produktom iznosa B i H. Na sl. 4.34 je prikazan produkt BH u ovisnosti o indukciji u magnetu. On je jednak nuli kada je $B = B_r$ i $B = 0$. Maksimalni iznos praktički se postiže u presjecištu krivulje demagnetiziranja s dijagonalom pravokutnika čije su stranice B_r i H_c (B_0 i H_0 na sl. 4.34). Maksimalni iznos produkta $B\,H$ označavamo sa $(BH)_{max}$.

Pri tačnijem proračunu trebalo bi uzeti u obzir ona zanemarenja koja su na početku navedena. To se najčešće radi pomoću koeficijenta iskorištenja magnetskog toka k_B koji daje odnos između magnetskog toka kroz zračni raspor i ukupnog toka magneta, te pomoću koeficijenta iskorištenja magnetskog napona k_H. Uvođenjem tih koeficijenata izrazi (4.85), (4.86), (4.87) i (4.90) dobivaju oblik:

$$k_B B_M S_M = \mu_0 H_z S_z \tag{4.91}$$

$$k_H H_M l_M + H_z l_z = 0 \tag{4.92}$$

$$\frac{H_M}{B_M} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{k_B}{k_H}\frac{S_M}{S_z}\frac{l_z}{l_M} = \operatorname{tg}\vartheta \tag{4.93}$$

$$V_M = \frac{1}{k_H k_B}\frac{\mu_0 H_z^2 V_z}{B_M H_M} = \frac{1}{k_u}\frac{\mu_0 H_z^2 V_z}{B_M H_M} \tag{4.94}$$

gdje je k_u ukupni koeficijent iskorištenja:

$$k_u = k_H k_B \tag{4.95}$$

Najmanji volumen magneta je potreban kada je $\vartheta = \vartheta_{opt}$, odnosno kada je $B_M H_M = (BH)_{max}$. Tada imamo:

$$V_M = \frac{1}{k_u}\frac{\mu_0 H_z^2 V_z}{(BH)_{max}} \tag{4.96}$$

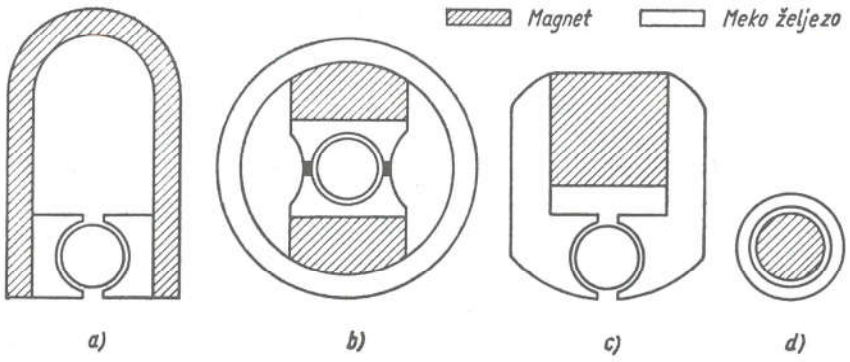
Stariji magnetski materijali su imali znatno manji produkt $(BH)_{max}$ od današnjih, pa su bili potrebni vrlo veliki magneti. Napretkom tehnologije taj produkt je znatno porastao i doveo do bitnog smanjenja dimenzija magneta. U tablici 4.7 prikazane su karakteristične vrijednosti nekoliko vrsta magnetskih materijala.

Tablica 4.7

Magnetske karakteristike legura za permanentne magnete

Materijal	Približni sastav u % (ostatak željezo)	B_r T	H_C A/m	$(BH)_{max}$ kJ/m³
1 Kromov čelik	1 C; 2 do 6 Cr	0,95 do 1,05	6000 do 5200	2,08
2 Volframov čelik	1 C; 5 W	1,03	560	2,56
3 Kobaltni čelik	36 Co; 3,5 Cr; 3 W; 0,85 C	0,9	16800	7,52
4 AlNiCo 160	10 Al; 21 Ni; 17 Co; 3 Cu; 1 Ti	0,65	55000	13,5
5 AlNiCo 400	9 Al; 15 Ni;	1,15	50000	33
700	24 Co; 3 Cu	> 1,25	> 56000	50
6 Bariumferit 300	Ba 0 · 6 Fe_2 O_3	0,39	140000	25

Materijali pod 1, 2 i 3 su najranije upoznati, pa su se prvi počeli koristiti za magnete instrumenata s pomičnim svitkom. Oblikuju se kovanjem i mogu se relativno lako obrađivati. Zbog njihove visoke remanencije, a male koercitivne sile, bio je potreban velik magnet, dugoljasta oblika. Pomoću polnih nastavaka povećavana je površina zračnog raspora za 20 do 40%. Oblik magneta bio je redovno potkovast (sl. 4.35 *a*).



Slika 4.35. Oblici magneta instrumenata s pomičnim svitkom

Materijali pod 4, 5 i 6 su novijeg datuma. Zbog velike krtosti teško se mehanički obrađuju. Potreban oblik magneta se dobiva lijevanjem, sinteriranjem ili prešanjem. Na konačne dimenzije se dotjeruju brušenjem. Ova činjenica je bitno utjecala na

oblik magneta izrađenih od tih materijala. Odabiru se jednostavni oblici koji se lako lijevaju ili sinteriraju, a ne zahtijevaju naknadnu strojnu obradu (npr. bušenje rupa i sl.). Zbog njihove velike koercitivne sile odgovaraju kraći, najčešće prizmatični oblici, na koje se dodaju prikladni nastavci od meka željeza (sl. 4.35 *b* i *c*).

Veliki produkt $(BH)_{max}$ novijih magnetskih materijala omogućio je i izradu instrumenata u kojih je jezgra, oko koje se okreće svitak, permanentni magnet, dok je vanjski prsten od mekog željeza (sl. 4.35 *d*). Ovakav jezgrasti magnet magnetizira se u određenom smjeru okomitom na njegovu os, tako da se njegov magnetski tok grana na dvije grane i zatvara preko vanjskog prstena od meka željeza. Ovom izvedbom postižu se bitno manje dimenzije mjernog sistema, kako se to razabire iz sl. 4.35 u kojoj su sve izvedbe prikazane u otprilike istom mjerilu.

Ovisno o obliku magneta mijenjaju se i faktori k_B i k_H. Rasipanje magnetskog toka potkovastih magneta je veliko, pa k_B iznosi od 0,2 do 0,3. U dobro zatvorenim magnetskim krugovima ovaj faktor iznosi 0,4 do 0,45, dok u jezgrastim izvedbama magneta čak 0,7 do 0,8. Faktor k_H se kreće od 0,8 do 1.

Otklon pomičnog svitka je razmjeran indukciji u zračnom rasporu, pa je potrebno da se ona dugi niz godina nimalo ne mijenja. Stalnost indukcije poboljšava se raznim postupcima starenja, koji su uvijek povezani sa stanovitim slabljenjem indukcije. Objasnit ćemo to na magnetskom postupku starenja. Indukciju već magnetiziranog magneta smanjimo jednim vanjskim poljem jačim od polja s kojim se magnet može sresti tokom upotrebe. To vanjsko polje smanjit će indukciju u magnetu ovisno o strmini pripadnog dijela krivulje demagnetiziranja, pa će npr. indukcija pasti od vrijednosti B_M na B_0 (sl. 4.34). Kad se vanjsko polje otkloni porast će indukcija u zračnom rasporu, ali ne više na onu vrijednost koju je imala prije djelovanja vanjskog polja. Porast indukcije kretat će se po krivulji koja je znatno položenija i koju pri malim promjenama možemo nadomjestiti pravcem. Strmina tog pravca dana je reverzibilnim permeabilitetom koji se kod permanentnih magneta naziva i permanentni permeabilitet μ_p. Na sl. 4.34 nacrtan je taj pravac nagnut za kut ε prema apscisnoj osi. Tu je onda $\operatorname{tg} \varepsilon = \mu_p$. Relativni permanentni permeabilitet kromova čelika iznosi oko 28, a AlNiCO magneta oko 4. Daljnje promjene koje će nastati tokom upotrebe djelovanjem vanjskih polja kretat će se po tome pravcu, pa će zbog njegove položenosti njihov utjecaj biti znatno manji. Osim toga, kada se otkloni vanjsko polje uspostavit će se prethodna vrijednost magnetske indukcije, jer su sada promjene gotovo reverzibilne.

Najčešće se magnetsko starenje provodi izmjeničnim vanjskim poljem određene jakosti. Slično djelovanje postiže se i temperaturnim starenjem. Ovisno o vrsti magneta izlaže se već magnetizirani magnet povećanoj temperaturi od npr. 100 °C nekoliko sati ili više puta grije i hladi npr. na + 50 °C i −50 °C. Na magnete za najpreciznije instrumente nije dovoljno primijeniti samo umjetno starenje, već treba pričekati i do 6 mjeseci da se on još bolje stabilizira. Nakon toga su promjene indukcije u zračnom rasporu neznatne i kod dobrih magnetskih materijala iznose npr. nešto više od 10^{-5} u toku prve godine.

Indukcija u zračnom rasporu instrumenata s pomičnim svitkom obično iznosi od 0,1 do 0,5 T. Tako snažno magnetsko polje u zračnom rasporu tvori permanentni magnet, a ne mjerena veličina kao u nekim drugim sistemima. Stoga se instrumenti s pomičnim svitkom odlikuju vrlo malim vlastitim potroškom i velikom osjetljivošću.

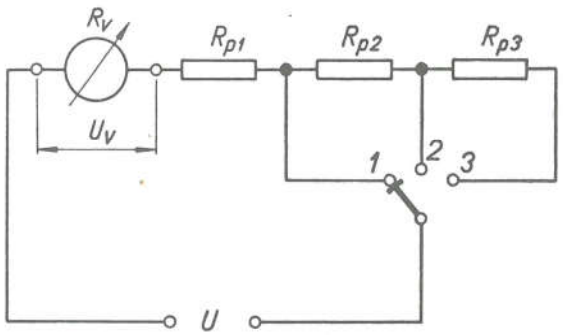
4.2.3. Proširivanje mjernog opsega

Otklon instrumenata s pomičnim svitkom ovisi o istosmjernoj struji koja teče kroz njihov pomični svitak. Redovno je ta struja vrlo mala i rijetko je, da bi se postigao pun otklon, potrebno više od 20 mA. Međutim, njihov mjerni opseg može se po volji proširiti upotrebom paralelno spojenih otpornika (shuntova). Instrumenti s pomičnim svitkom omogućavaju i mjerenja istosmjernih napona, jer se mjerenje napona može uz pomoć Ohmova zakona svesti na mjerenje struje. Tu se odgovarajući mjerni opseg postiže pomoću predotpornika. Često se instrumenti s pomičnim svitkom izrađuju s više naponskih i strujnih mjernih opsega, te se onda mogu upotrebljavati na vrlo širokom području.

a) **Proširivanje naponskog mjernog opsega.** Takvo proširivanje postižemo spajanjem predotpora R_p u seriju sa svitkom instrumenta:

$$R_p = \frac{R_V}{U_V}(U - U_V) \qquad (4.97)$$

gdje su R_V unutrašnji otpor instrumenta, U_V pad napona na instrumentu, a U napon koji želimo mjeriti. Kvocijent R_V/U_V nazivamo *karakterističnim otporom* voltmetra. To je otpor predotpornika kojim se postiže povećanje mjernog opsega voltmetra za 1 volt. Jednak je recipročnoj vrijednosti struje voltmetra pri punom otklonu. U uobičajenim izvedbama iznosi od 10^2 do 10^5 Ω/V.



Slika 4.36. Voltmetar s više naponskih mjernih opsega

Pomični svitak je redovno izrađen od bakrene žice, pa porast temperature za 1°C izaziva povećanje njegova otpora za oko 0,4%. Ako bismo pri mjerenju malih napona priključili svitak izravno na mjereni izvor napona, ovisila bi struja svitka, a time i otklon kazaljke, ne samo o mjerenom naponu, već i o temperaturi svitka. Stoga pri mjerenju napona treba uvijek dodati predotpornik koji nije temperaturno ovisan (ili ima negativan temperaturni koeficijent). Utjecaj promjene temperature tada iznosi:

$$p_t\,\% = -\frac{\alpha\,\Delta\vartheta\,R_{sv}}{R_p + R_{sv}(1 + \alpha\,\Delta\vartheta)}\,100 \qquad (4.98)$$

gdje je α temperaturni koeficijent otpora R_{sv} svitka, a $\Delta\vartheta$ promjena temperature. Ako želimo da promjena temperature od 10 °C ne utječe više od 0,2%, potrebno je dodati temperaturno neovisni predotpor koji je 19 puta veći od otpora svitka namotanog bakrenom žicom. Posebnim spojevima prema Swinburnu ili Campbellu može se temperaturni utjecaj otkloniti sa znatno manjim predotporom.

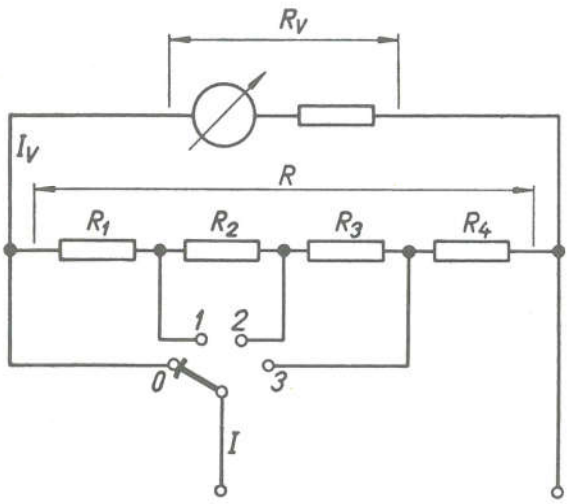
Kod voltmetara s više mjernih opsega najčešće se više predotpora spaja u seriju i pomoću preklopke bira odgovarajući mjerni opseg (sl. 4.36).

b) **Proširivanje strujnog mjernog opsega.** Proširivanje strujnog mjernog opsega instrumenta s pomičnim svitkom postižemo shuntiranjem tako, da samo jedan dio mjerene struje teče kroz svitak. Pri tome se ne smije izravno shuntirati svitak instrumenta, jer je otpor njegova bakrenog namota temperaturno promjenljiv. Zato

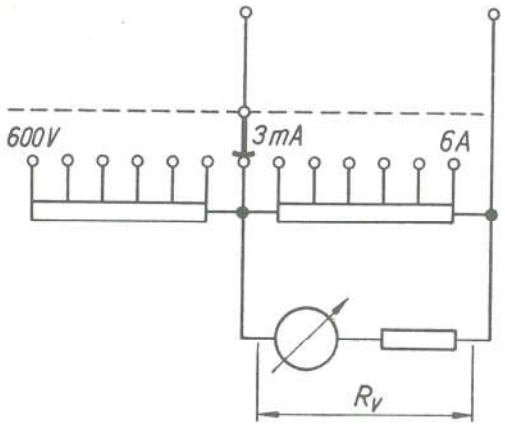
se u seriju sa svitkom dodaje kompenzacioni otpornik od otpornog materijala kojemu se temperaturni koeficijent može zanemariti tako, da otpor te serijske kombinacije bude praktički temperaturno neovisan. Ako je R_V otpor svitka i predotpora, I_V struja instrumenta, a želimo mjeriti struju I, potrebno je paralelno spojiti shunt otpora R_s:

$$R_s = \frac{R_V I_V}{I - I_V} \tag{4.99}$$

U praksi se mnogo koriste ampermetri s više mjernih opsega, kod kojih se mjerni opseg mijenja jednostavno okretanjem jednopolne preklopke. Tada se upotrebljava



Slika 4.37. Ampermetar s više strujnih mjernih opsega



Slika 4.38. Shema višestrukog instrumenta sa sedam strujnih mjernih opsega i šest naponskih mjernih opsega

višestruki shunt prema sl. 4.37. Pomoću instrumenta čija je struja I_V, a otpor R_V, želimo postići mjerne opsege: I_0, I_1, I_2 i I_3. Označimo:

$$I_0 = n_0 I_y; \qquad I_1 = n_1 I_0; \qquad I_2 = n_2 I_0 \quad \text{i} \quad I_3 = n_3 I_0$$

Kad je preklopka u položaju 0, tj. kada je uključen najmanji mjerni opseg I_0, priključen je paralelno instrumentu otpor $R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$:

$$R = \frac{I_V R_V}{I_0 - I_V} = \frac{R_V}{n_0 - 1} \tag{4.100}$$

Pri preklopci u položaju *1* spojen je u seriju s instrumentom otpor R_1, a njima paralelno se nalazi serijska kombinacija otpora R_2, R_3 i R_4:

$$R_2 + R_3 + R_4 = R - R_1 = \frac{I_V (R_V + R_1)}{I_1 - I_V} = \frac{R (n_0 - 1) + R_1}{n_0 n_1 - 1} = \frac{R}{n_1}$$

Na sličan način dobivamo:

$$R_3 + R_4 = \frac{R}{n_2} \quad \text{i} \quad R_4 = \frac{R}{n_3} \tag{4.101}$$

ili:

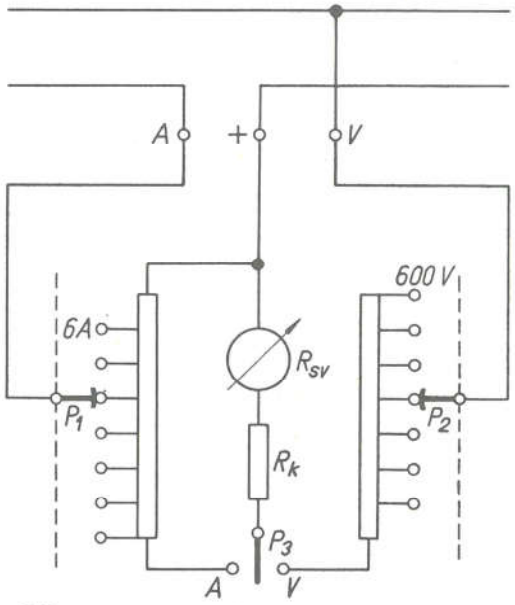
$$R_1 = R\left[1 - \frac{1}{n_1}\right]; \quad R_2 = R\left[\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n_2}\right]; \quad R_3 = R\left[\frac{1}{n_2} - \frac{1}{n_3}\right] \tag{4.102}$$

Najveći pad napona na porednim otporima dobivamo kada je uključen najveći mjerni opseg, tj. za primjer prikazan na sl. 4.37 kad je preklopka u položaju *3*. Taj pad napona onda iznosi:

$$U = I_V (R_V + R - R_4) = I_V R_V \left[\frac{n_0 n_3 - 1}{n_3 (n_0 - 1)} \right]$$

Ako je omjer n_0 blizu jedinici, znatno će se povećati pad napona na porednim otporima kod većih mjernih opsega.

U praksi se često koriste višestruki instrumenti s više naponskih i strujnih mjernih opsega. Promjena mjernog opsega i ovdje se vrši pomoću jednopolne preklopke (sl. 4.38). Rado se koristi i rješenje prema sl. 4.39, gdje je predviđena posebna preklopka za strujne, a posebna za naponske mjerne opsege. Mjereni napon se priključuje na stezaljke „+" i „V", a mjerena struja na stezaljke „+" i „A". Okretanjem preklopke P_3 prema A ili V prekapča se instrument za mjerenje struje ili napona. Prebacivanje ove preklopke moguće je i pod opterećenjem, jer se prebacuje samo pomični svitak instrumenta s kompenzacionim otporom R_k, dok strujni krug trošila ostaje neprekinut. Time je omogućeno gotovo istodobno mjerenje struje i napona nekog trošila pomoću samo jednog instrumenta.



Slika 4.39. Shema višestrukog instrumenta na kojeg se istodobno mogu priključiti mjerena struja i napon

P_1 preklopka za biranje strujnih opsega; P_2 preklopka za biranje naponskih opsega; P_3 preklopka za prekapčanje na mjerenje struje ili napona; R_{sv} otpor svitka instrumenta; R_k otpor za kompenzaciju promjene otpora R_{sv} s temperaturom

4.2.4. Galvanometri

Galvanometri su naročito osjetljivi električni mjerni instrumenti koji se upotrebljavaju za mjerenje vrlo slabih struja i napona. Prvenstveno se koriste u laboratorijima, gdje npr. služe za mjerenje površinskih struja, termonapona, velikih izolacionih otpora, te kao nulinstrumenti za uravnotežavanje mostova i kompenzatora. Njihove posebne izvedbe upotrebljavaju se u magnetskim mjerenjima (balistički galvanometar i fluksmetar). Upotrebljavaju se i u pogonskim mjerenjima, npr. kao nulinstrumenti galvanometarskih pojačala.

Razlikujemo *galvanometre s pomičnim svitkom* (i permanentnim magnetom) i *galvanometre s pomičnim magnetom* (pogl. 4.4.3), koji se upotrebljavaju pri mjerenju istosmjernih struja i napona, te *vibracione galvanometre*, koji služe kao nulindikatori kod izmjeničnih struja (pogl. 9.1.2 b).

Galvanometri s pomičnim svitkom omogućavaju mjerenje neznatnih istosmjernih struja i napona. Kod njih se visoka strujna osjetljivost postiže pomoću više zahvata. U prvom redu njihov pomični svitak ima mnogo zavoja vrlo tanke žice. Umjesto materijalne kazaljke obično se upotrebljava svjetlosna zraka duljine 0,5

do 2 m. Mehanički protumoment je vrlo slab. Tu se redovno koriste sistemi napeti tankom trakom ili, u najosjetljivijim izvedbama, zavješeni sistemi (pogl. 4.1.2). Smanjenje protumomenta dovodi do povećanja prirodnog titrajnog vremena. Stoga se vrhunske osjetljivosti lakše postižu uz veće titrajno vrijeme.

Da je za postizanje veće strujne osjetljivosti povoljno odabrati što veći broj zavoja lako se razabire iz izraza (4.84), koji možemo pisati ovako: $\alpha = I\,B\,N\,b\,h/D$. Veći broj zavoja svitka uzrokuje povećanje otpora svitka do kojeg dolazi ne samo zbog dulje žice, već i zbog smanjenja njezina presjeka. Naime, ne smijemo zaboraviti da bitno veći broj zavoja ne bismo mogli smjestiti u zračni raspor između polova magneta i željezne jezgre, ako pri tome ne bismo smanjili presjek žice. Postoji još jedan važan razlog. Ako ne bismo smanjili presjek žice došlo bi do povećanja težine pomičnog svitka, a time i do porasta njegova momenta tromosti J, što bi prema (4.58) dovelo do povećanja prirodnog titrajnog vremena T_0 pomičnog organa. Prema tome, ako mijenjajući broj zavoja svitka želimo sačuvati isti T_0, potrebno je održati nepromijenjen umnožak broja zavoja N i presjeka $S_{\check{z}}$ žice, tj. presjek S_{Cu} bakra svitka mora ostati konstantan ($S_{Cu} = N\ S_{\check{z}} = \text{konst}$). Ovo razmatranje smo pojednostavnili, jer nismo uzeli u obzir utjecaj izolacije žice, koja kod tanje žice procentualno više sudjeluje u ukupnoj težini i presjeku svitka.

Kako će broj zavoja svitka utjecati na naponsku osjetljivost galvanometra? Da bismo to mogli uočiti, prikažimo otklon galvanometra u ovisnosti o naponu U na njegovom svitku. Prema (4.84) bit će: $\alpha = U\,B\,N\,b\,h/D\,R_g$. Pri tome je R_g otpor svitka galvanometra, koji možemo odrediti ako poznamo broj zavoja N svitka, presjek $S_{\check{z}}$ žice, specifični otpor ρ materijala žice i srednju duljinu l_s jednog zavoja: $R_g = N\,l_s\,\rho/S_{\check{z}}$. Nakon uvrštavanja dobivamo: $\alpha = U\,B\,b\,h\,S_{Cu}/N\,D\,l_s\,\rho$. Iz ovoga razabiremo da se veća naponska osjetljivost lakše postiže s manjim brojem zavoja svitka, odnosno uz njegov manji otpor. U ovom razmatranju nismo vodili računa o padu napona u predotporniku galvanometra.

Razmotrimo još kako broj zavoja svitka utječe na potrošak snage P u svitku, potrebne da bi se postigao određen otklon α. Množenjem već izvedenih izraza za otklon galvanometra u ovisnosti o struji I i naponu U lako dobivamo: $\alpha^2 = P\,B^2\,b^2\,h^2\,S_{Cu}/D^2\,l_s\,\rho$. Dakle, potrošak snage potreban da bi se postigao određen otklon nije, uz navedene pretpostavke, ovisan o broju zavoja, odnosno o otporu svitka galvanometra.

Pri izboru galvanometra treba voditi računa o otporu kruga u koji je galvanometar uključen. Već smo pri razmatranju gibanja pomičnog organa instrumenata (pogl. 4.1.5) napomenuli da se gibanjem svitka u magnetskom polju permanentnog magneta induciraju u njemu struje koje prigušuju gibanje pomičnog organa. Tako nastali moment prigušenja naročito dolazi do izražaja kod osjetljivih galvanometara, te može onemogućiti mjerenje uz prenizak otpor kruga u koji je galvanometar uključen.

Veličinu tog momenta prigušenja možemo odrediti na osnovi slijedećeg razmatranja, koje se nadovezuje na već rečeno u pogl. 4.1.5. Zbog vrtnje pomičnog svitka kutnom brzinom $\frac{d\alpha}{dt}$ inducira se u svitku napon e', koji možemo odrediti na osnovi poznate $B\,l\,v$ formule elektromagnetske indukcije:

$$e' = 2\,B\,N\,h\,\frac{b}{2}\,\frac{d\alpha}{dt} = B\,N\,b\,h\,\frac{d\alpha}{dt} = G\,\frac{d\alpha}{dt} \qquad (4.103)$$

Tu su $\frac{b}{2}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t}$ brzina v vodiča, a $2Nh$ ukupna duljina vodiča u polju magnetske indukcije B. Ako je R_v otpor vanjskog kruga priključenog na galvanometar, a R_g otpor svitka galvanometra, te ako označimo $R = R_g + R_v$, zbog induciranog napona e' poteći će struja i':

$$i' = \frac{e'}{R_g + R_v} = \frac{G}{R_g + R_v}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = \frac{G}{R}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} \tag{4.104}$$

Struja i' prouzrokovat će moment koji se prema Lenzovu pravilu protivi gibanju pomičnog svitka. Taj moment prema (4.83) i (4.104) iznosi:

$$M_{3e} = G\,i' = \frac{G^2}{R}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} = P_e\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}t} \tag{4.105}$$

ili:

$$P_e = \frac{G^2}{R} \tag{4.106}$$

Vidimo da je konstanta prigušenja P_e obrnuto proporcionalna ukupnom otporu R kruga galvanometra. Stoga će pri nekom određenom otporu R_a vanjskog kruga faktor P_e postići takvu vrijednost da će ukupni faktor prigušenja $P = P_e + P_m$ biti:

$$P = P_e + P_m = \frac{G^2}{R_g + R_a} + P_m = 2\sqrt{D\,J} \tag{4.107}$$

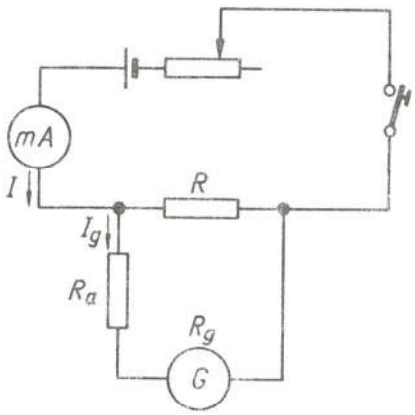
(P_m je prema [4.39] faktor prigušenja zbog gibanja svitka kroz zrak.) Prema tablici 4.1 pri tome prigušenju postiže se aperiodsko granično stanje. Otpor R_a se naziva *vanjski granični otpor galvanometra* i važna je karakteristika svakog galvanometra. Kod vanjskih otpora koji su manji od R_a giba se pomični organ galvanometra aperiodski, a kod otpora koji su veći od R_a, titrajući.

(U neosjetljivim sistemima ne postiže se aperiodsko stanje pomoću vanjskog graničnog otpora, već se umjesto toga koriste aluminijski ili bakreni okviri, preko kojih se namota pomični svitak. Zbog gibanja pomičnog organa induciraju se u tom okviru struje koje stvaraju potrebni moment prigušenja).

U tablici 4.8 navedeni su podaci o galvanometrima raznih izvedbi. Zbog usporedbe dani su podaci i o jednom galvanometru s pomičnim magnetom. Vidimo da galvanometri omogućavaju mjerenje vrlo slabih struja i napona. Mjerenje još slabijih struja postaje nesigurno zbog Brownova gibanja pomičnog organa izazvanog gibanjem molekula okolnog zraka. Pri mjerenju vrlo slabih napona treba voditi računa o termonaponima koji mogu uvelike pokvariti mjerni rezultat. Priključci na galvanometar moraju se zato najpažljivije izraditi od odgovarajućeg materijala.

Neki galvanometri imaju dva pomična svitka namotana jedan preko drugoga. Jedan svitak je obično namotan debljom žicom i ima malo zavoja, dok je drugi namotan s mnogo zavoja vrlo tanke žice. Prvi svitak je jako naponski osjetljiv, a drugi strujno. U nekim izvedbama galvanometara može se osjetljivost mijenjati jačim ili slabijim shuntiranjem polnih nastavaka magneta. Shuntiranje se provodi pomičnim jarmom od meka željeza, koji je montiran tik uz polne nastavke magneta. Ovisno o položaju, odvodi meko željezo veći ili manji dio magnetskog toka te time više ili manje slabi jakost magnetskog polja u zračnom rasporu galvanometra. Na taj način se dobiva mogućnost promjene strujne konstante C_i galvanometra i njegovog vanjskog graničnog otpora R_a.

Često je u laboratorijskoj praksi potrebno eksperimentalno odrediti iznos strujne konstante C_i nekog galvanometra. Na prvi pogled izgleda najjednostavnije da se njemu serijski doda drugi galvanometar, čija je strujna konstanta poznata. Pri istoj struji kroz oba galvanometra bit će njihovi otkloni obrnuto razmjerni njihovim strujnim konstantama, pa se nepoznata strujna konstanta može lako odrediti. Međutim, rijetko će biti na raspolaganju galvanometar slične osjetljivosti i tačno poznate strujne konstante, pa je redovito zgodnije shuntirati ispitivani galvanometar i onda ga usporediti s nekim znatno manje osjetljivim, ali preciznim instrumentom (sl. 4.40). Galvanometru i njegovom vanjskom graničnom otporu R_a spoji se paralelno mali precizni otpor R i miliampermetrom mjeri ukupna struja I te paralelne kombinacije. Struju galvanometra I_g možemo onda izračunati prema poznatoj formuli o grananju struja:



Slika 4.40. Određivanje strujne konstante C_i galvanometra

$$I_g = \frac{I\,R}{R_g + R_a + R}$$

Tablica 4.8

Podaci o nekim izvedbama galvanometara

	C_i $\mathrm{nA/\frac{mm}{m}}$	C_u $\mu\mathrm{V/\frac{mm}{m}}$	T_0 s	R_g Ω	R_a Ω	P_0 $\mathrm{W/\frac{mm^2}{m^2}}$
Galvanometar sa svjetlosnim znakom	40 9 1,8 0,48	2 10 40 48	1,8 1,8 2 3,2	10 100 2000 10000	40 1000 20000 90000	$80 \cdot 10^{-15}$ $90 \cdot 10^{-15}$ $72 \cdot 10^{-15}$ $23 \cdot 10^{-15}$
Zrcalni galvanometar napet trakom	20 1,8 0,07	1,5 27,5 35	3 2,8 6	15 400 2800	60 15000 500000	$30 \cdot 10^{-15}$ $50 \cdot 10^{-15}$ $2,5 \cdot 10^{-15}$
Zavješeni zrcalni galvanometar	1,5 0,07	0,25 5	8 8	15 450	150 70000	$3,75 \cdot 10^{-16}$ $3,5 \cdot 10^{-16}$
Galvanometar s pomičnim magnetom	0,05	0,008	7,2	15	165	$4 \cdot 10^{-19}$

Ovdje znače:

C_i — strujna konstanta (struja koja izaziva 1 mm otklona svjetlosne zrake duge 1 m),
C_u — naponska konstanta [napon koji izaziva 1 mm otklona svjetlosne zrake duge 1 m pri aperiodskom prigušenju: $C_u = C_i (R_a + R_g)$],
T_0 — prirodno titrajno vrijeme,
R_g — otpor svitka galvanometra,
R_a — vanjski granični otpor i
P_0 — potrošak galvanometra za 1 mm otklona svjetlosne zrake duge 1 m ($P_0 = C_i \cdot C_u$).

Kako je $I_g = C_i\,\alpha$, bit će:

$$C_i = \frac{I\,R}{(R_g + R_a + R)\,\alpha} \tag{4.108}$$

4.2.5. Balistički galvanometar

Galvanometri, naročito oni s dugim prirodnim titrajnim vremenom T_0, mogu se upotrebljavati za tzv. balistička mjerenja, pri kojima se motri trenutni maksimalni otklon (balistički otklon) pomičnog organa. Ako, naime, kroz galvanometar projuri kratkotrajna struja, tzv. strujni udar, čije je trajanje t_0 vrlo kratko prema vremenu T_0, ne dospije se pomični organ galvanometra pomaknuti za vrijeme prolaska struje. Međutim, za vrijeme strujnog udara dobio je pomični organ mehanički impuls pa će se, ovisno o veličini tog impulsa, otkloniti više ili manje, ali tek nakon što je prošao strujni udar. Mehanički impuls $\int_0^{t_0} M_1\,\mathrm{d}t$ možemo odrediti ako prema (4.83) uvrstimo $M_1 = G\,i$:

$$\int_0^{t_0} M_1\,\mathrm{d}t = G\int_0^{t_0} i\,\mathrm{d}t = G\,Q \tag{4.109}$$

Vidimo da je mehanički impuls upravno razmjeran naboju Q koji je za vrijeme strujnog udara projurio kroz pomični svitak galvanometra. Zbog mehaničkog impulsa dobit će pomični organ početnu kutnu brzinu α_0' i počet će se otklanjati. Kako je iz mehanike poznato, umnožak kutne brzine α_0' i momenta tromosti J pomičnog organa jednak je mehaničkom impulsu, tj.:

$$J\,\alpha_0' = \int_0^{t_0} M_1\,\mathrm{d}t = G\,Q \quad \text{ili} \quad \alpha_0' = \frac{G\,Q}{J} \tag{4.110}$$

odnosno, početna kutna brzina pomičnog organa također je upravno razmjerna naboju Q. Poznavajući brzinu α_0' možemo daljnje gibanje pomičnog organa odrediti pomoću jednadžbe (4.45), stavljajući desnu stranu jednadžbe jednaku nuli zato, jer kroz pomični svitak više ne teče vanjska struja. Ako uz to galvanometar nije imao otklona prije strujnog udara [$\alpha\,(0) = 0$], bit će:

$$p^2\,J\,\bar{\alpha}\,(p) + p\,P\,\bar{\alpha}\,(p) + D\,\bar{\alpha}\,(p) = J\,\alpha_0' = G\,Q, \quad \text{ili}$$

$$\bar{\alpha}\,(p) = \frac{G\,Q}{p^2\,J + p\,P + D} = \frac{G\,Q}{J\,(p - p_1)\,(p - p_2)} = \frac{G\,Q}{J\,(p_1 - p_2)}\left[\frac{1}{p - p_1} - \frac{1}{p - p_2}\right] \tag{4.111}$$

Tu su p_1 i p_2 korijeni karakteristične jednadžbe: $p^2J + p\,P + D = 0$. Original funkcije (4.111) glasi:

$$\alpha\,(t) = \frac{G\,Q}{J\,(p_1 - p_2)}\left(\mathrm{e}^{-p_1\,t} - \mathrm{e}^{-p_2\,t}\right) \tag{4.112}$$

ili, ako se uvedu prema (4.49) kratice η i β:

$$\alpha(t) = \frac{GQ}{2J\beta} e^{-\eta t}\left(e^{\beta t} - e^{-\beta t}\right) \tag{4.113}$$

I ovdje je za gibanje pomičnog organa od bitnog značenja da li je β imaginaran ili realan broj. Slično kao i u pogl. 4.1.5, prikladno je u daljnjim razmatranjima uvesti prema (4.55) stepen prigušenja $s = P/2\sqrt{DJ}$. Ovisno o veličini stepena prigušenja nastupit će titrajno neprigušeno gibanje ($s = 0$), titrajno prigušeno gibanje ($s < 1$), granično aperiodsko gibanje ($s = 1$) i aperiodsko gibanje ($s > 1$).

a) **Titrajno neprigušeno gibanje.** Da bismo postigli ovakvo gibanje, potrebno je da faktor prigušenja P bude jednak nuli, što se u praksi zbog neizbježnog mehaničkog trenja ne može ostvariti. Stoga ovo ima samo teoretsko značenje. Tu je $\eta = 0$, a $\beta = j\sqrt{D/J} = j\omega_0$, pa uvrštavanjem u (4.113) dobivamo:

$$\alpha(t) = \frac{GQ}{2j\omega_0 J}(e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}) = \frac{GQ}{\omega_0 J}\sin\omega_0 t \tag{4.114}$$

Dalje je prema (4.84) : $G = D/C_i$, a prema (4.58) : $T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{J/D}$, pa se jednadžba (4.114) može preurediti u oblik:

$$\alpha(t) = \frac{QD}{\omega_0 C_i J}\sin\omega_0 t = \frac{Q\omega_0}{C_i}\sin\omega_0 t = \frac{2\pi Q}{C_i T_0}\sin\omega_0 t \tag{4.115}$$

Vidimo da bi otkloni potpuno neprigušenog galvanometra varirali sinusno s prirodnim titrajnim vremenom T_0 (sl. 4.41 za $s = 0$). Prvi maksimalni otklon α_1 pomičnog organa nastupio bi nakon vremena $t_1 = T_0/4$, kada je $\sin\omega_0 t_1 = 1$. Taj maksimalni otklon bio bi proporcionalan množini elektriciteta Q, jer je prema (4.115) : $\alpha_1 = 2\pi Q/C_i T_0$, odnosno balistički mjerenu množinu elektriciteta Q mogli bismo odrediti iz jednadžbe $Q = C_{Bo}\alpha_1$, gdje bi C_{Bo} bila *balistička konstanta za potpuno neprigušen galvanometar*:

$$C_{Bo} = \frac{C_i T_0}{2\pi} \tag{4.116}$$

b) **Titrajno prigušeno gibanje.** Ovakvo gibanje nastupa kada je $s < 1$, odnosno $P < 2\sqrt{DJ}$. Tada jednadžba (4.112) poprima oblik:

$$\alpha(t) = \frac{GQ}{2jJ\omega} e^{-\eta t}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) = \frac{GQ}{\omega J} e^{-\eta t}\sin\omega t \tag{4.117}$$

Ako se u ovaj izraz uvedu odnosi navedeni u (4.63), dobivamo:

$$\alpha(t) = \frac{2\pi Q}{C_i T_0}\frac{1}{\sqrt{1-s^2}} e^{-\frac{2\pi s t}{T_0}}\sin\frac{2\pi\sqrt{1-s^2}}{T_0}t \tag{4.118}$$

Iz dobivenih jednadžbi vidimo da je gibanje pomičnog organa prigušeno sinusno, s prigušenjem zbog faktora $e^{-\eta t}$ (sl. 4.41, $s = 0{,}2$ i $0{,}5$). Za mjerne svrhe prvenstveno je interesantan balistički otklon α_1, tj. najveći trenutno postignuti otklon koji nastaje zbog strujnog udara. Balističkom otklonu α_1 odgovara maksimum funkcije α, ko-

ji možemo odrediti potraživši vrijeme $t = t_1$ u kojem je prva derivacija funkcije $\alpha(t)$ (izraz 4.117) jednaka nuli:

$$\frac{GQ}{\omega J}\left[-\eta\, e^{-\eta t_1} \sin \omega t_1 + e^{-\eta t_1}\, \omega \cos \omega t_1\right] = 0$$

i dalje, nakon kraćenja i uređenja:

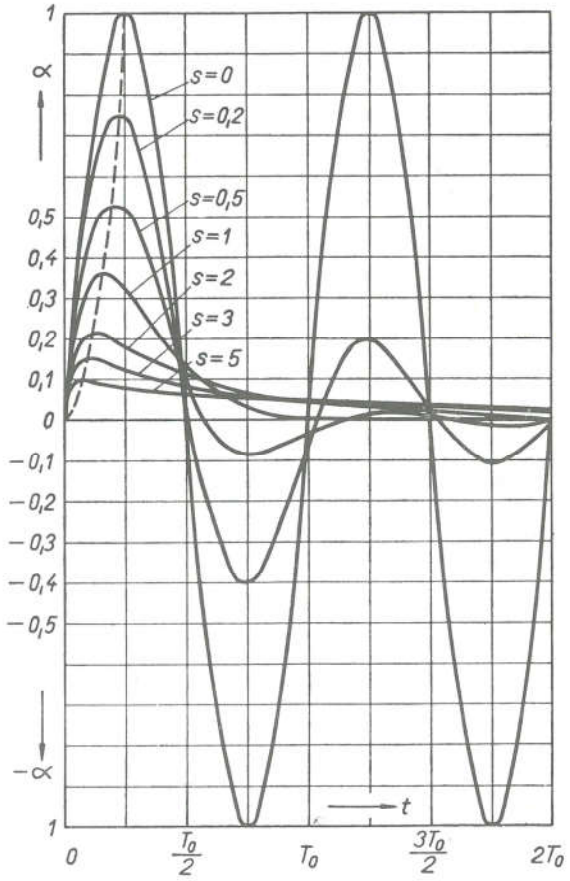
$$t_1 = \frac{1}{\omega} \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega}{\eta} \tag{4.119}$$

Supstituirajući ovako određeni t_1 u (4.117) dobivamo onda izraz za vrijednost balističkog otklona α_1, koji možemo dalje pojednostavniti upotrebljavajući na poznati način izraze (4.84), (4.58) i (4.61):

$$\alpha_1 = \frac{GQ}{\omega J} e^{-\frac{\eta}{\omega} \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega}{\eta}} \sin\left(\operatorname{arc\,tg} \frac{\omega}{\eta}\right) = \frac{2\pi Q}{C_i T_0} e^{-\frac{\eta}{\omega} \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega}{\eta}} \tag{4.120}$$

Vidimo da i u titrajno prigušenom gibanju galvanometra vlada proporcionalnost između balističkog otklona α_1 i množine elektriciteta Q, ako je ona u kratkom vremenu projurila kroz galvanometar. To nam pruža mogućnost znatnog praktičkog značenja, da pomoću balističkog otklona α_1 galvanometra odredimo množinu elektriciteta Q na osnovi relacije $Q = C_{Bp}\,\alpha_1$, s konstantom C_{Bp} zvanom *balistička konstanta prigušenog galvanometra* (s < 1):

$$C_{Bp} = \frac{C_i T_0}{2\pi} e^{\frac{\eta}{\omega} \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega}{\eta}} \tag{4.121}$$



Slika 4.41. Gibanje balističkog galvanometra pri različitim stepenima prigušenja $\left(\text{uzeto } \frac{2\pi Q}{C_i T_0} = 1\right)$

Konstantu C_{Bp} možemo najjednostavnije eksperimentalno odrediti ako pustimo da kroz galvanometar projuri poznata množina elektriciteta Q i pri tom očitamo pripadni balistički otklon α_1 (pogl. 9.6.2). Tada je $C_{Bp} = Q/\alpha_1$. Ako bismo konstantu C_{Bp} htjeli odrediti i na osnovi izraza (4.121), morali bismo prethodno eksperimentalno utvrditi vrijednosti konstanti C_i, η i ω, odnosno T. Strujnu konstantu C_i galvanometra možemo eksperimentalno odrediti na način već objašnjen u pogl. 4.2.4, a titrajno vrijeme T mjereći npr. vrijeme između svakog drugog prolaska kazaljke galvanometra kroz nulti položaj. Da bismo odredili η potrebno je poznavati omjer k između ma koje amplitude titraja i amplitude istog predznaka koja dolazi iza nje (sl. 4.42):

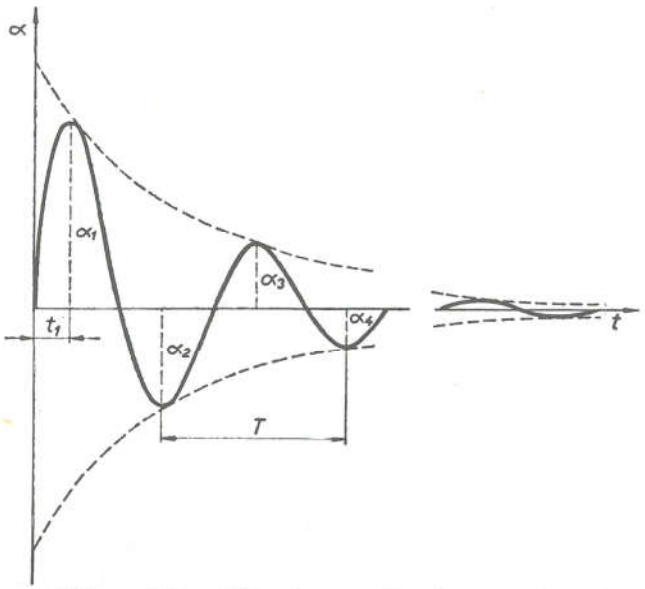
$$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} = \frac{\alpha_3}{\alpha_5} = \ldots \tag{4.122}$$

Već smo ustanovili da će otklon α_1 nastupiti u trenutku t_1 (izraz 4.119). Do slijedeće amplitude α_3 istog predznaka treba očito da prođe vrijeme punog titraja T, pa će ona nastupiti u trenutku $t_1 + T$. Amplituda α_5 će nastupiti prema tome u trenutku $t_1 + 2\,T$, i slično dalje. Stoga će u izrazu (4.117) vrijednost sinusa biti jednaka kod svih amplituda istog predznaka , pa ju pri određivanju omjera amplituda možemo ispustiti i pisati:

$$k = \frac{\alpha_1}{\alpha_3} = \frac{\alpha_3}{\alpha_5} = \ldots = \frac{e^{-\eta t_1}}{e^{-\eta (t_1 + T)}} = \frac{e^{-\eta (t_1 + T)}}{e^{-\eta (t_1 + 2\,T)}} = e^{\eta T} \qquad (4.123)$$

Umjesto omjera k, zvanog **omjer prigušenja,** prikladnije je uvesti prirodni logaritam δ te veličine, koji se naziva **logaritmički dekrement prigušenja:**

$$\delta = \ln k = \eta\, T \qquad (4.124)$$



Slika 4.42. Titrajno prigušeno gibanje

Ova nam relacija omogućava da lako odredimo odnos između T_0 i T, jer uvrštavanjem u (4.61) odmah dobivamo:

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{1 + \frac{\delta^2}{4\,\pi^2}} \qquad (4.125)$$

Dalje, uvrštavanjem δ u (4.121) dobivamo balističku konstantu C_{Bp}, prikazanu u ovisnosti o konstantama koje je lako eksperimentalno odrediti:

$$C_{Bp} = \frac{C_i\, T_0}{2\,\pi}\, e^{\frac{\delta}{2\pi}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{2\pi}{\delta}} \qquad (4.126)$$

Kod malog logaritamskog dekrementa prigušenja može se ovaj izraz pojednostavniti. Tada je $\frac{2\pi}{\delta}$ veliko, pa se arc tg $\frac{2\pi}{\delta}$ približava vrijednosti $\pi/2$ i eksponencijalni se faktor može pisati jednostavnije sa $e^{\delta/4}$ ili čak sa $e^{\delta/4}$ dalje aproksimiranim u $1 + \delta/4$:

$$C_{Bp} \approx \frac{C_i\, T_0}{2\,\pi}\, e^{\frac{\delta}{4}} \approx \frac{C_i\, T_0}{2\,\pi}\left(1 + \frac{\delta}{4}\right) \qquad (4.127)$$

Obično se ovako pojednostavnjeni izrazi mogu upotrebljavati kada se naboj nekog kondenzatora izbija preko galvanometra. Tada se zbog prisustva kondenzatora u krugu galvanometra ne mogu zatvoriti struje prigušenja, pa ostaje samo slabo zračno prigušenje.

c) **Granično aperiodsko gibanje.** Kada je $\beta = 0$ korijeni karakteristične jednadžbe su jednaki i realni ($p_{1,2} = -\eta$). Jednadžba (4.111) tada prelazi u oblik:

$$\bar{\alpha}\,(p) = \frac{G\,Q}{J\,(p - p_1)^2}$$

Original te funkcije glasi:

$$\alpha(t) = \frac{G\,Q}{J}\,t\,\mathrm{e}^{-\eta\,t} \tag{4.128}$$

Ovakvo je gibanje prelaz oscilatornog gibanja u aperiodsko (sl. 4.41 za $s = 1$). Ovdje je $\delta = \infty$, pa balističku konstantu možemo odrediti iz izraza (4.126) ako zamislimo δ vrlo veliko, a time $2\pi/\delta$ posve neznatno. Tada se može $\operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi}{\delta}$ dobro aproksimirati sa $\frac{2\pi}{\delta}$, pa eksponent od e kod sve većeg δ prelazi u $\frac{\delta}{2\pi}\cdot\frac{2\pi}{\delta} = 1$. Stoga balistička konstanta C_{B} graničnog aperiodskog gibanja iznosi:

$$C_{\mathrm{B}} = \frac{C_{\mathrm{I}}\,T_0}{2\pi}\,\mathrm{e} \tag{4.129}$$

Konkretno, za zavješeni zrcalni galvanometar s podacima prema tablici 4.8 ($C_{\mathrm{I}} = 1{,}5\cdot 10^{-9}\,\mathrm{A}/\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{m}}$ i $T_0 = 8$ s) iznosila bi, dakle, balistička konstanta: $C_{\mathrm{B}} = 1{,}5\cdot 10^{-9}\cdot 8\mathrm{e}/2\pi = 5{,}2\ \mathrm{nAs}/\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{m}}$. Da bi se postigla baš ta balistička konstanta, treba voditi računa o tome da vanjski otpor galvanometra bude jednak njegovu vanjskom graničnom otporu R_{a} (za navedeni galvanometar to je 150 Ω). Balističkim mjerenjima još bolje odgovaraju galvanometri koji imaju duže prirodno titrajno vrijeme T_0 nego u ovome primjeru, recimo 20 ili 30 s. Tada ima dovoljno vremena da se balistički otklon dobro očita.

Vrijeme t_1 u kojem nastupa najveći otklon možemo odrediti ako preuredimo (4.119), uzevši i tu $\delta \to \infty$:

$$t_1 = \frac{1}{\omega}\operatorname{arc\,tg}\frac{\omega}{\eta} = \frac{T_0}{2\pi}\sqrt{1+\frac{\delta^2}{4\pi^2}}\operatorname{arc\,tg}\frac{2\pi}{\delta}$$

$$t_{1\,\delta\to\infty} \doteq \frac{T_0}{2\pi}\sqrt{1+\frac{\delta^2}{4\pi^2}}\,\frac{2\pi}{\delta} = \frac{T_0}{2\pi}\sqrt{1+\frac{4\pi^2}{\delta^2}} = \frac{T_0}{2\pi} \tag{4.130}$$

Ovdje je vrijeme t_1 kraće nego kod neprigušenog i slabo prigušenog galvanometra.

Balistička mjerenja se najčešće provode s galvanometrom u graničnom aperiodskom stanju. Tada je najkraće vrijeme smirivanja galvanometra na nulti otklon, pa se može brže provesti više mjerenja. Balistička konstanta je veća nego pri titrajno prigušenom gibanju, pa su uz isto Q manji balistički otkloni. Na prvi pogled moglo bi zbog toga izgledati da je, barem što se tiče veličine otklona, povoljnije odabrati titrajno prigušeno gibanje. Ne smije se, međutim, zaboraviti da je u većini pokusa naboj Q obrnuto razmjeran otporu galvanometarskog kruga, pa balistički otkloni ovise zapravo o umnošku $C_{\mathrm{B}}(R_{\mathrm{g}} + R_{\mathrm{a}})$. Taj umnožak je manji pri graničnom aperiodskom gibanju, pa se zato tada dobivaju veći otkloni. Još veći otkloni bi se dobili uz još jače prigušenje, ali je tada gibanje galvanometra previše gmizavo i dolazi sve više do izražaja otpor galvanometra, koji je temperaturno promjenljiv.

Dosadašnja razmatranja su provedena uz pretpostavku da je trajanje t_0 strujnog udara neznatno prema prirodnom titrajnom vremenu T_0 galvanometra. Ako nije

tako, bit će balistički otklon galvanometra manji. Pogreška koja zbog toga nastaje može se odrediti iz izraza:

$$\mathrm{p}\,\% = -100\,K\left(\frac{t_0}{T_0}\right)^2 \tag{4.131}$$

Faktor K ovisi o vremenskom toku struje i za vrijeme strujnog udara. Pri konstantnoj struji i kroz vrijeme t_0 može se uzimati $K = 1{,}6$, dok pri strujnim udarima s jačim strujama na početku i kasnije sve slabijim, ispada K manje. Konkretno, ako strujni udar stalne struje traje desetinu prirodnog titrajnog vremena T_0 galvanometra ($t_0 = 0{,}1\ T_0$), dobit će se: $\mathrm{p}\,\% = -100 \cdot 1{,}6/100 = -1{,}6\%$.

d) **Aperiodsko gibanje.** Pri ovom gibanju su korijeni karakteristične jednadžbe realni i različiti, pa se jednadžba (4.113) može pisati u obliku:

$$\alpha(t) = \frac{GQ}{J\beta}\,\mathrm{e}^{-\eta t}\,\mathrm{sh}\,\beta t \tag{4.132}$$

Vrijeme t_1 i balistička konstanta C_{Ba} pri tom iznose:

$$t_1 = \frac{T_0}{2\pi\sqrt{s^2-1}}\,\mathrm{ar\,th}\,\frac{\sqrt{s^2-1}}{s} \tag{4.133}$$

$$C_{Ba} = \frac{C_i T_0}{2\pi}\,\mathrm{e}^{\frac{s}{\sqrt{s^2-1}}\,\mathrm{ar\,th}\,\frac{\sqrt{s^2-1}}{s}} \tag{4.134}$$

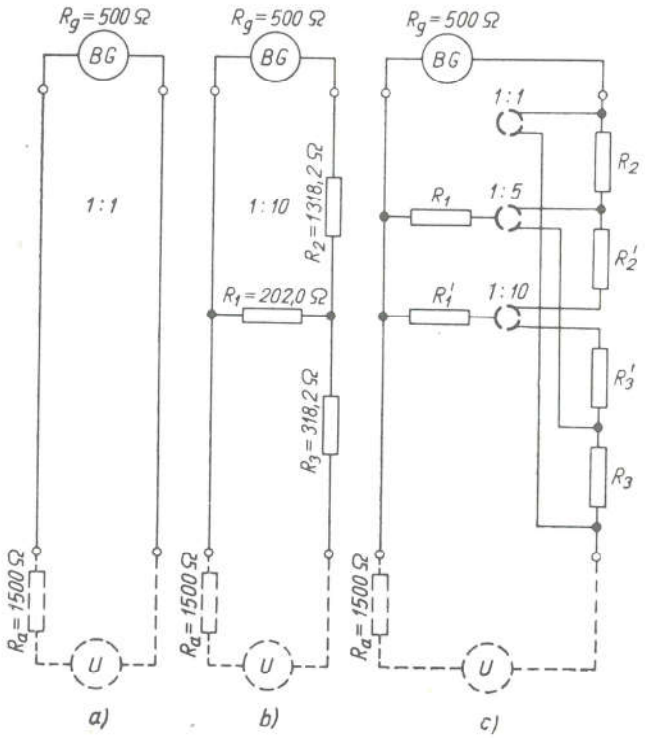
Aperiodsko gibanje je prikazano na sl. 4.41 ($s = 2$, $s = 3$ i $s = 5$).

e) **Proširivanje mjernog opsega balističkog galvanometra.** Ako želimo smanjiti osjetljivost balističkog galvanometra, ne smijemo naprosto primijeniti jednostavan shunt kao kod ampermetra, jer bi tada stezaljke galvanometra bile premoštene ne samo s vanjskim graničnim otporom R_a, već i otporom shunta. Otpor shunta je često znatno manji od otpora R_a, pa bi ukupni otpor njihove paralelne kombinacije bio bitno niži od potrebnog vanjskog graničnog otpora galvanometra. Time bismo, dakle, posvema poremetili prilike prigušenja galvanometra i promijenili njegovu balističku konstantu. Zbog toga se mora upotrijebiti kombinacija otpora koja će omogućiti da kroz galvanometar teče samo određeni dio udarne struje, a da pri tom ipak vanjski otpor galvanometra ostane nepromijenjen. Redovno se postavlja još jedan zahtjev. Množina elektriciteta Q, koja će pojuriti iz mjerenog izvora, ovisi u većini balističkih mjerenja i o otporu galvanometarskog kruga, pa se zahtijeva da pri promjeni osjetljivosti ostane nepromijenjen otpor gledan sa stezaljki mjerenog izvora. Ovim zahtjevima odgovaraju kombinacije otpornika prikazane na sl. 4.43. U spoju prema sl. 4.43 *a* galvanometar nije premošten, pa se tada postiže maksimalna osjetljivost. Vanjski otpor galvanometra je R_a, a ukupni otpor galvanometarskog kruga priključenog na mjereni izvor $R_g + R_a$. Za smanjenje osjetljivosti galvanometra upotrebljavaju se tri otpornika, R_1, R_2 i R_3, u tzv. T spoju (sl. 4.43 *b*). Da bi pri tom ostao vanjski granični otpor galvanometra nepromijenjen, potrebno je, očito, zadovoljiti jednadžbu:

$$R_2 + \frac{R_1(R_3 + R_a)}{R_1 + R_3 + R_a} = R_a \tag{4.135}$$

Dalje, otpor priključen na mjereni izvor ostat će nepromijenjen ako je:

$$R_a + R_3 + \frac{R_1 (R_2 + R_g)}{R_1 + R_2 + R_g} = R_a + R_g \tag{4.136}$$



Slika 4.43. Shuntovi za balistički galvanometar: a) osjetljivost 1 : 1; b) osjetljivost 1 : 10; c) spoj za dobivanje triju osjetljivosti

i konačno, kroz galvanometar će teći n-ti dio struje mjerenog izvora kada je:

$$\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_g} = \frac{1}{n} \tag{4.137}$$

Rješenjem ovih jednadžbi dobivamo:

$$R_1 = \frac{n}{n^2 - 1}(R_a + R_g) \tag{4.138}$$

$$R_2 = \frac{n R_a - R_g}{n + 1} \tag{4.139}$$

$$R_3 = \frac{n R_g - R_a}{n + 1} \tag{4.140}$$

Na sl. 4.43*c* prikazan je spoj u kojem se prebacivanjem jednog čepa postižu tri razne osjetljivosti $\left(\frac{1}{1}, \frac{1}{5} \text{ i } \frac{1}{10}\right)$.

f) **Upotreba balističkog galvanometra.** Balistički galvanometar obično se koristi za slijedeća mjerenja:

1. mjerenje kapaciteta (pogl. 9.6.2),
2. mjerenje međuinduktiviteta (pogl. 9.5.1),
3. magnetska mjerenja — snimanje krivulje prvog magnetiziranja i krivulje histereze (pogl. 9.8.1 a i 9.8.6),
4. mjerenje malih vremena. Za vrijeme t, čije se trajanje želi izmjeriti, propusti se kroz galvanometar konstantna poznata struja I. Stoga će kroz galvanometar proteći naboj $Q = I\,t = C_B \cdot \alpha_1$ pa se vrijeme t može odrediti: $t = C_B \cdot \alpha_1 / I$.

U novije vrijeme za magnetska mjerenja sve se više umjesto balističkog galvanometra upotrebljava fluksmetar.

4.2.6. Fluksmetar

Fluksmetar se izvedbeno razlikuje od ostalih galvanometara po tome što je njegova direkciona konstanta D radikalno smanjena do krajnih mogućih granica, a elektromagnetsko prigušenje ekstremno povećano izborom malog otpora njegova pomičnog svitka i neznatnim vanjskim otporom. To je razlog da se pri razmatranju

njegovog gibanja dobiva karakteristična jednadžba, (izraz 4.48), čiji je jedan korijen realan a drugi jednak nuli (zbog $D \approx 0$):

$$p_1 = -\frac{P}{2J} + \sqrt{\frac{P^2}{4J^2} - \frac{D}{J}} = 0$$

$$p_2 = -\frac{P}{2J} - \sqrt{\frac{P^2}{4J^2} - \frac{D}{J}} = -\frac{P}{J} = -2\eta$$

Jednadžba (4.111) ovdje poprima oblik:

$$\bar{\alpha}(p) = \frac{GQ}{J(p - p_1)(p - p_2)} = \frac{GQ}{Jp(p - p_2)} \tag{4.141}$$

Original te funkcije glasi:

$$\alpha(t) = \frac{GQ}{-2\eta J}(e^{-2\eta t} - 1) = \frac{GQ}{P}(1 - e^{-2\eta t}) \tag{4.142}$$

Kako je η vrlo veliko, iščeznut će jako brzo eksponencijalni član, pa će pomični organ nakon posve kratkog vremena zauzeti otklon GQ/P i na njemu se zadržati. To je i razumljivo, jer ne postoji direkciona sila koja bi ga vratila na nulti položaj. U ovom izvodu smo prešutno pretpostavili da je pomični organ na početku mjerenja bio na nultom položaju. Međutim, kako nema direkcione sile, može pomični organ na početku mjerenja imati bilo koji otklon α_1. Tada ćemo iz (4.142) dobiti razliku između otklona α_2 na kraju mjerenja i otklona α_1 na početku mjerenja:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = \frac{GQ}{P} \tag{4.143}$$

Već smo napomenuli da je kod fluksmetra ekstremno povećano elektromagnetsko prigušenje smanjenjem otpora galvanometarskog kruga. Stoga je udio mehaničkog prigušenja posve neznatan ($P_e \gg P_m$), pa u izraz (4.143) možemo umjesto P staviti P_e, što prema (4.106) iznosi G^2/R:

$$G(\alpha_2 - \alpha_1) = RQ \tag{4.144}$$

Kako je $RQ = R\int i\,dt$, a $Ri = e$, slijedi $RQ = \int e\,dt$, što znači da u biti fluksmetar umjesto strujnih mjeri *naponske udare*, odnosno ovima proporcionalne promjene magnetskih tokova. Poznato je, naime, da inducirani napon iznosi $N\frac{d\Phi}{dt}$, pa je $\int e\,dt = N(\Phi_2 - \Phi_1)$. Dakle, ako je fluksmetar pri početnom toku Φ_1 imao stalan početni otklon α_1, zauzet će nakon uspostavljanja konačnog toka Φ_2 stalan konačni otklon α_2, s time da će razlika između α_2 i α_1 biti proporcionalna razlici tokova Φ_2 i Φ_1:

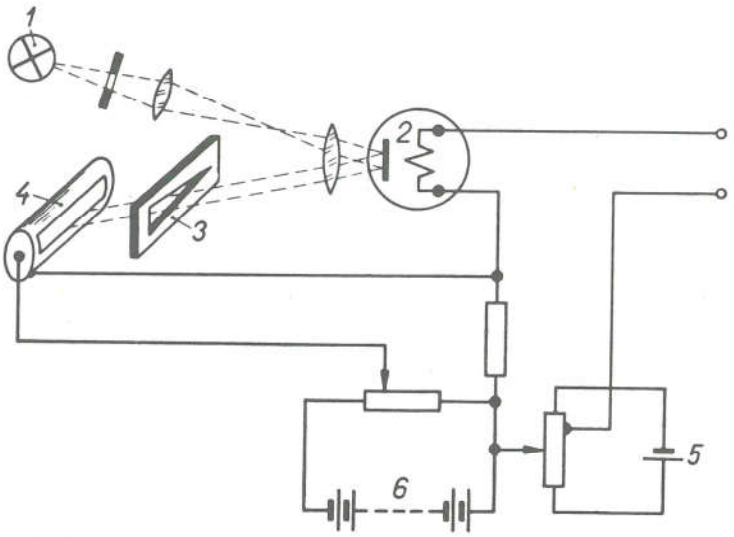
$$G(\alpha_2 - \alpha_1) = N(\Phi_2 - \Phi_1) \tag{4.145}$$

Proporcionalnost koja vlada između mjerene razlike tokova i razlike otklona fluksmetra čini ga vrlo prikladnim za najraznovrsnija magnetska mjerenja. U novije vrijeme oni se zbog svojih očitih prednosti sve više upotrebljavaju umjesto balističkih galvanometara. Otkloni fluksmetra su stalni, a ne balistički, pa se mogu tačnije očitati. Ne treba voditi računa o trajanju t_0 strujnog udara, dok smo kod balističkih mjerenja trebali zbog toga odabrati trome sisteme, s kojima se mjeri

sporije. Otpor svitka, priključenog na fluksmetar, ne treba tačno podesiti na određenu vrijednost, jer u izrazu (4.145) nema otpora fluksmetarskog strujnog kruga. Osim toga, kod fluksmetra se lakše postiže visoka osjetljivost.

Konstanta G fluksmetra lako se eksperimentalno određuje. Jedan od načina jest da najprije fluksmetar priključimo na svitak koji ima N zavoja i očitamo otklon α_1. Zatim u svitak utaknemo magnetski štap tako, da svitak obuhvaća sredinu štapa i očitamo otklon α_2. Uz poznati tok Φ magnetskog štapa bit će onda: $G = N\Phi/(\alpha_2 - \alpha_1)$. Konstantu G možemo odrediti i tako da komutiramo struju I primarnog namota transformatora poznatog međuinduktiviteta M, kojemu je sekundarni namot priključen na fluksmetar. Tim komutiranjem nastaje promjena $2MI$ ukupnog toka kroz sekundarni namot, pa se odmah dobiva:

$$G = 2MI/(\alpha_2 - \alpha_1)$$



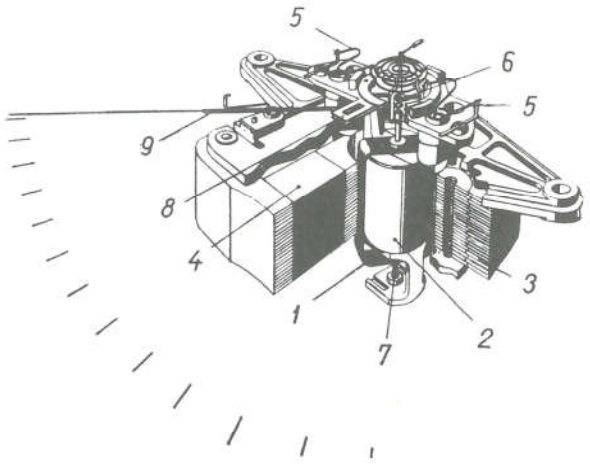
Slika 4.44. Fluksmetar s kompenzacijom parazitskog momenta i mogućnošću dovođenja kazaljke na željeni položaj

1 žarulja; *2* zrcalo na pomičnom svitku fluksmetra; *3* zaslon s procijepom; *4* dugoljasti foto-otpor; *5* pomoćni izvor za dovođenje kazaljke na željeni položaj; *6* pomoćni izvor za kompenzaciju parazitskog momenta

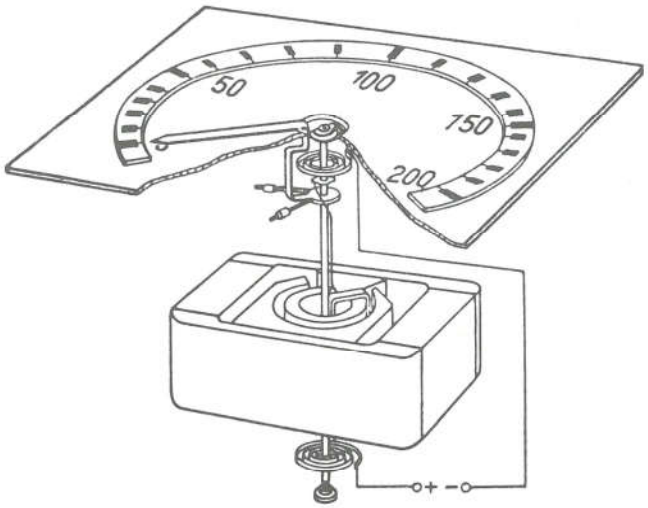
Fluksmetri se izrađuju, ovisno o potrebnoj osjetljivosti, s materijalnom kazaljkom kao trakom napeti sistemi, ili sa svjetlosnom kazaljkom kao zavješeni, ili kao trakom napeti sistemi. Kod ovih posljednjih postiže se otprilike 2μVs po jednom zavoju i dijelu skale. Pomični organ fluksmetra morao bi bez vanjskih utjecaja mirovati na bilo kojem mjestu. Ipak, zbog neizbježnog parazitskog momenta kojeg uzrokuju dovodi do pomičnog organa i nesavršenost balansiranja, postavlja se pomični organ u određeni položaj, koji se ne mora poklapati s početkom skale. Ovom položaju približava se pomični organ posve sporo i jedva primjetno zbog golemog prigušenja. Da bi se mogla iskoristiti cijela skala, poželjno je da početni otklon α_1 bude na početku ili na kraju skale. Zbog toga većina fluksmetara ima još i dodatni uređaj koji radi ili na mehaničkom ili na električnom principu i služi za dovođenje kazaljke na željeni položaj. Kod električnog principa šalje se iz posebnog izvora vrlo slaba struja u pomični svitak. Veličina te struje ugodi se potenciometrom na takvu vrijednost da moment koji ona stvara upravo kompenzira parazitski moment. Tako će kazaljka ostati na željenom položaju, makar se on ne poklapa s mehaničkim položajem ravnoteže pomičnog organa. Kao izvor napona najčešće se koristi fotoelement osvijetljen iz svjetlosnog izvora koji inače služi za dobivanje svjetlosnog znaka instrumenta. U nekim izvedbama zraka, koju reflektira zrcalo na pomičnom organu, najprije prolazi kroz jedan procijep, a onda tek pada na dugoljasti foto-otpor (sl. 4.44). Procijep nije svugdje jednake širine, tako da će ovisno o otklonu pomičnog organa foto-otpor biti slabije ili jače osvijetljen. Zbog toga će se mijenjati njegov otpor a time i struja koja služi za kompenzaciju parazitskog momenta. Pažljivim dimenzioniranjem širine procijepa može se postići potpuna kompenzacija parazitskih momenata na bilo kojem mjestu, pa će kazaljka kod ovakve izvedbe mirovati prije i poslije mjerenja.

4.2.7. Precizni i pogonski instrumenti

Precizni instrumenti s pomičnim svitkom zadovoljavaju klasu tačnosti 0,1; 0,2 ili 0,5 i koriste se većinom u laboratorijima, baždarnicama i ispitnim stanicama. Zbog njihove primjene u različite svrhe redovno se izrađuju s više mjernih opsega koji se lako mogu mijenjati, obično pomoću preklopke ili čepova. Najčešći su omjeri mjernih opsega 1 : 3 : 10 ili 1 : 2 : 5 : 10, npr. višestruki precizni instrument s na-



Slika 4.45. Precizni instrument s pomičnim svitkom klase 0,1 (Norma)
1 pomični svitak; *2* jezgra od meka željeza; *3* jaram od meka željeza; *4* magnet; *5* dovodi struje; *6* gornji ležaj; *7* donji ležaj; *8* poluga za naravnavanje nultog položaja; *9* kazaljka



Slika 4.46. Unipolarni sistem

ponskim mjernim opsezima 0,15; 0,3; 0,75; 1,5; 3; 7,5; 15; 30; 75; 150; 300 i 750 V i strujnim mjernim opsezima 1,5; 3; 7,5; 15; 30; 75; 150; 300; 750 mA i 1,5; 3; 7,5 i 15 A. Kod mjernih opsega odabranih kao u ovome primjeru skala je obično podijeljena na 150 podjela, s numeracijom od 0 do 150, pa se vrijednost mjerene veličine može lako napamet izračunati. Dovoljno je kod mjernih opsega 0,15; 1,5 . . . očitanu vrijednost na skali pomnožiti s odgovarajućim dekadskim faktorom, a kod mjernih opsega 0,3; 3 . . . i 0,75; 7,5 . . . još pomnožiti, odnosno podijeliti, s 2. Pri omjeru mjernih opsega 1 : 3 : 10 potrebne su dvije skale, jedna npr. s numeracijom od 0 do 100, a druga od 0 do 30. Omjer mjernih opsega 1 : 5 : 10 rjeđe se upotrebljava, jer se tu moraju koristiti i otkloni koji su do pet puta manji od punog otklona. Tu onda procentualne granice pogrešaka mjerene veličine dosižu vrijednosti koje su i do pet puta veće od indeksa klase instrumenta.

Precizni instrumenti s pomičnim svitkom izrađuju se za mjerne opsege od otprilike 10^{-6} A i 10^{-3} V, pa sve do vrlo velikih struja i napona. Njihov vlastiti potrošak iznosi od 10^{-6} do 10^{-3} W. Često se njihov karakteristični otpor ugađa na tačno određene vrijednosti, npr. 1000 Ω/V ili 333,3 Ω/V, kako bi se mogli koristiti izmjenljivi predotpori. Iz istog razloga ugađa se napon milivoltmetara predviđenih za priključak na izmjenljive shuntove npr. tačno na 60 mV ili 150 mV.

Da bi se očitao otklon instrumenta na 0,1% tačno, potrebno je i uvježbanom ispitivaču 3 do 5 s. Zato se visoka tačnost preciznih instrumenata može tek onda u potpunosti iskoristiti, ako se mjere stalne veličine ili veličine koje se sporo mijenjaju. Zbog istog razloga nije potrebno da vrijeme umirivanja preciznih instrumenata bude naročito kratko. Obično se odabire otprilike 1 s. Instrumenti klase tačnosti 0,1 danas se većinom izrađuju sa skalom duljine oko 300 mm, a da zbog toga di-

menzije instrumenta ne bi bile velike, upotrebljava se sve više dvostruka skala, kao na sl. 4.5. Ovakva duljina skale smanjuje nesigurnost očitanja u granice koje su nekoliko puta uže od granica pogrešaka danih klasom tačnosti 0,1.

Za precizne instrumente odabire se takav oblik magneta i njegovih polnih nastavaka da bude što više smanjen utjecaj vanjskih magnetskih polja (npr. oblik kao na sl. 4.35 *b*) i još se po potrebi mjerni sistem instrumenta zaštićuje oklopima od lima visoke magnetske vodljivosti. Time se postiže to da instrumenti ne utječu jedan na drugoga makar su tijesno priljubljeni, a na pokazivanje ne utječe ni Zemljino magnetsko polje ili željezna podloga. U novijim izvedbama sve više se upotrebljavaju sistemi napeti trakama.

Na sl. 4.45 prikazan je sistem jednog preciznog instrumenta klase 0,1 s magnetom prema sl. 4.35 *b*. U njegov gornji i donji ležaj ulaze šiljci odozgo, a dragi kamen donjeg ležaja pritišće pero koje je tako dimenzionirano da oba ležaja budu jednako opterećena. Time je izbjegnuto klaćenje kazaljke kako je to objašnjeno na str. 95. (sl. 4.15). Njegova skala je duljine 300 mm i ima transverzalnu podjelu, kao ona na sl. 4. 1 *c*.

Instrumenti za ugradnju redovno su predviđeni za neku određenu namjenu, pa obično imaju samo jedno mjerno područje. Njihova skala ima manje debljih podjela, koje su vidljive i iz veće daljine. Naročito dobro očitanje iz veće daljine postiže se instrumentima s kružnom skalom, u kojih kut otklona prelazi 250°. Pri istim dimenzijama kućišta duljina ovakve skale je otprilike 1,7 puta veća nego kad je otklon samo 90°. Tako veliki otkloni mogu se postići unipolarnom izvedbom mjernog sistema (sl. 4.46), gdje jedan polni nastavak gotovo posve obuhvaća drugi polni nastavak magneta. U zračnom rasporu između tih polnih nastavaka nalazi se samo jedna strana pomičnog svitka, dok je druga pričvršćena na osovinu pomičnog organa.

I za instrumente za ugradnju sve više se upotrebljavaju trakom napeti sistemi, a u novije vrijeme i izvedbe sa svjetlosnim znakom, čime se postiže manji potrošak, veća tačnost i kraće vrijeme umirivanja.

4.2.8. Instrumenti s pomičnim svitkom i ispravljačem

Odlična svojstva sistema s pomičnim svitkom, u prvom redu izvanredna osjetljivost i malen potrošak, razlog su da se njihovo područje primjene želi proširiti i na izmjenične struje. Za tu svrhu je potrebno prethodno ispraviti mjerenu izmjeničnu veličinu, što se postiže pomoću poluvodičkih ispravljača, mehaničkih ispravljača, upravljanih poluvodičkih ispravljača, termopretvarača (pogl. 4.9.2), ili elektroničkim postupcima (pogl. 8)

Najviše se upotrebljavaju poluvodički ispravljači i to: germanijeve diode zbog malog pada napona u propusnom smjeru ili planarne silicijeve diode zbog velikoga zapornog napona i manje temperaturne ovisnosti. Na sl. 4.47 prikazane su statičke karakteristike raznih poluvodičkih ispravljača, koje pokazuju odnos između istosmjerne struje što teče kroz ispravljač i napona na ispravljaču. Karakteristike ovise o temperaturi ispravljača (sl. 4.48). Pri vrlo malim primijenjenim naponima karakteristike imaju približno kvadratičan karakter, pa ih možemo nadomjestiti parabolom:

$$i = \frac{1}{R_0}(u + c\,u^2) \tag{4.146}$$

gdje su:

i momentana vrijednost struje ispravljača
u momentana vrijednost napona na ispravljaču
R_0 otpor ispravljača kod u ≈ 0
c konstanta koja ovisi o zakrivljenosti karakteristike

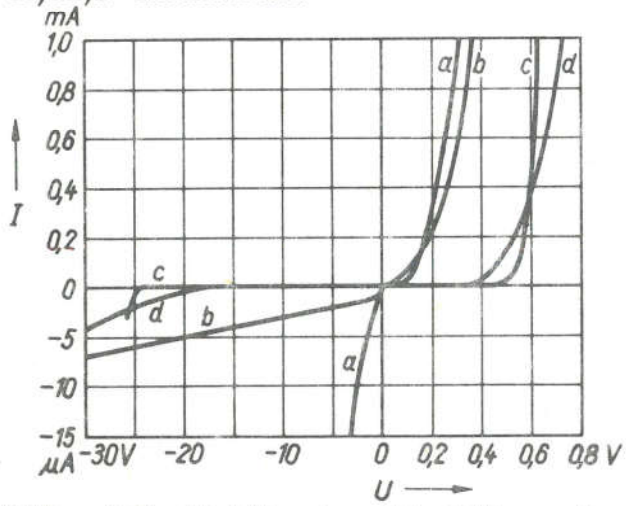
Ako na serijsku kombinaciju ispravljača i instrumenta s pomičnim svitkom zanemarivog vlastitog otpora priključimo dovoljno malen izmjenični napon: $u = U_m \sin \omega t$ (sl. 4.49), teći će kroz instrument struja:

$$i = \frac{1}{R_0}(U_m \sin \omega t + c\, U_m^2 \sin^2 \omega t) \tag{4.147}$$

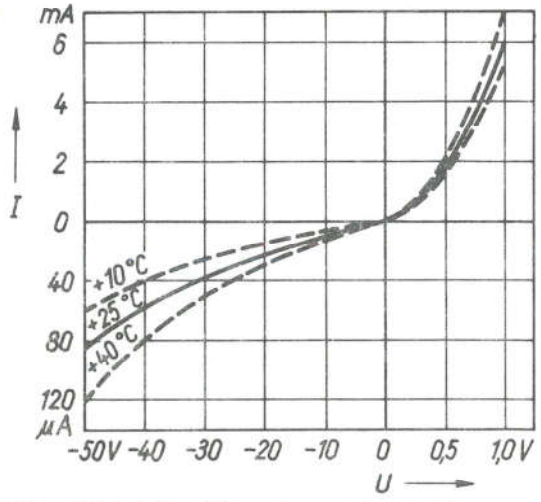
Instrument s pomičnim svitkom pokazat će srednju (aritmetičku) vrijednost te struje:

$$I_{sr} = \frac{1}{R_0}\left(\frac{U_m}{T}\int_0^T \sin \omega t\, dt + \frac{c\, U_m^2}{T}\int_0^T \sin^2 \omega t\, dt\right) = \frac{c\, U_m^2}{2 R_0} = c\frac{U^2}{R_0} \tag{4.148}$$

Vidimo da je otklon instrumenta razmjeran kvadratu efektivne vrijednosti upotrijebljenog napona, pa dobivamo mogućnost mjerenja efektivnih vrijednosti izmjeničnih napona. Ipak se ta mogućnost vrlo rijetko koristi, jer tada otpor ispravljača predstavlja veći dio otpora kruga, a otpor ispravljača ovisi o temperaturi i mijenja se tokom vremena. Struje kroz ispravljač su pri tome vrlo male, pa je potreban veoma osjetljiv instrument.



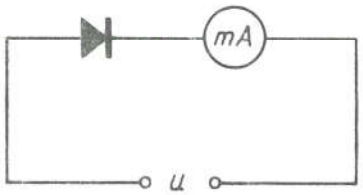
Slika 4.47. Statička karakteristika poluvodičkih ispravljača: *a*) bakreno-oksidulni (Cu_2O) ispravljač; *b*) germanijev ispravljač; *c*) silicijev ispravljač; *d*) selenski ispravljač



Slika 4.48. Statička karakteristika germanijeve diode

Ako je napon na ispravljaču nešto veći (do 0,3 V), može se karakteristika ispravljača nadomjestiti eksponencijalnom funkcijom. Na još većim naponima prevladava linearni dio karakteristike ispravljača, pa otpor ispravljača možemo u propusnom

smjeru nadomjestiti konstantnim otporom R_{pr}, a u zapornom smjeru konstantnim otporom R_z. Srednja vrijednost struje koja će tada teći kroz instrument iznosi:



Slika 4.49. Poluvalno ispravljanje

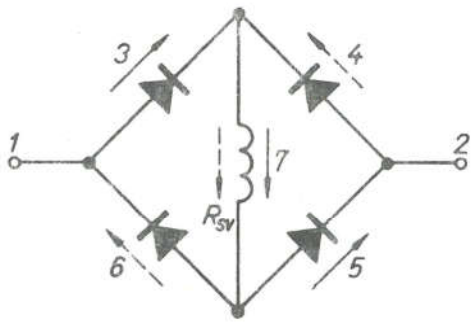
$$I_{sr} = \frac{1}{T}\left[\frac{U_m}{R_{pr}}\int_0^{T/2}\sin\omega t\,dt + \frac{U_m}{R_z}\int_{T/2}^{T}\sin\omega t\,dt\right] =$$

$$= \frac{U_m}{\pi}\left(\frac{1}{R_{pr}} - \frac{1}{R_z}\right) = \frac{U_{sr}}{2}\left(\frac{1}{R_{pr}} - \frac{1}{R_z}\right) \qquad (4.149)$$

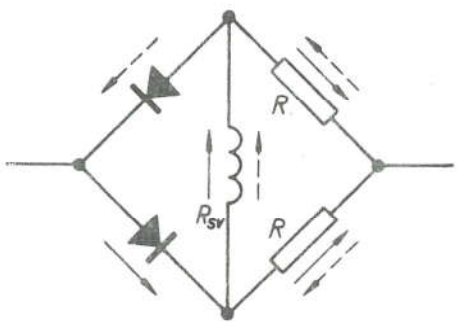
Kod većine instrumenata koristi se što više linearni dio karakteristike ispravljača, gdje je otklon instrumenta razmjeran srednjoj vrijednosti mjerenog izmjeničnog napona. Međutim, redovno nas kod izmjeničnih struja zanima efektivna vrijednost mjerene veličine, pa se skala instrumenta baždari u efektivnim vrijednostima. Baždarenje se provodi pri sinusnom naponu, odnosno struji, a na skalu se nanose pripadne efektivne vrijednosti. Ako s tako izbaždarenim instrumentom mjerimo nesinusne veličine, instrument će pokazivati više ili manje netačno, ovisno o faktoru oblika mjerene veličine. Mjeri li se npr. nesinusni napon efektivne vrijednosti U i srednje (aritmetičke) vrijednosti U_{sr}, tj. faktora oblika $\xi = U/U_{sr}$, pokazat će instrument $U_{sr}\,\xi_0$, gdje je ξ_0 faktor oblika za sinusoidu (1,11). Dakle, umjesto stvarne efektivne vrijednosti $U = U_{sr}\,\xi$ instrument pokazuje $U_{sr}\,\xi_0$, pa zbog toga nastaje procentualna pogreška p:

$$p = \frac{U_{sr}\xi_0 - U_{sr}\xi}{U_{sr}\xi}\,100 = \frac{\xi_0 - \xi}{\xi}\,100\,\% \qquad (4.150)$$

U jednostavnom spoju prema sl. 4.49 dobiva se samo poluvalno ispravljanje mjerene izmjenične veličine. Da bi se dobila veća osjetljivost, obično se koristi punovalno ispravljanje pomoću Graetzova spoja (sl. 4.50) ili spoja prema sl. 4.51. U Graetzovu spoju priključuje se izmjenični napon na stezaljke *1* i *2*. Za vrijeme po-



Slika 4.50. Graetzov spoj

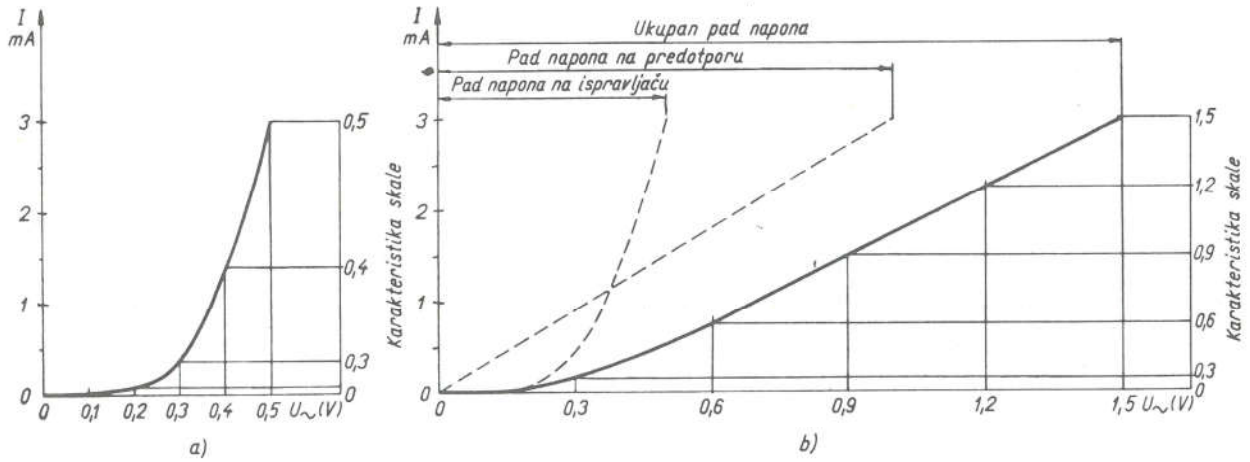


Slika 4.51. Punovalno ispravljanje s dva ispravljača i dva otpora

zitivnog poluvala teče struja od stezaljke *1* preko ispravljača *3*, instrumenta 7 i ispravljača *5* na stezaljku *2*. Za vrijeme toga poluvala ne propuštaju struju ispravljači *4* i *6*. Za vrijeme negativnog poluvala teče struja od *2* preko *4*, 7, *6* prema *1*. Za vrijeme oba poluvala struja teče kroz instrument u istom smjeru. U spoju prema sl. 4.51 grana se struja u dvije grane, tj. jednim dijelom teče kroz serijsku kombinaciju instrumenta i jednog od otpora R, a drugim dijelom kroz drugi otpor R.

To smanjuje strujnu osjetljivost. Prednost mu je, međutim, što struja u propusnom smjeru teče istodobno samo kroz jedan ispravljač, a ne kroz dva, kao u Graetzovu spoju. Time dobivamo manji pad napona na ispravljačima i, što je važnije, manje kompenzacione otpore. Naime, ispravljači imaju znatni temperaturni koeficijent. Bakreno-oksidulni ispravljači npr. mijenjaju otpor u propusnom smjeru za oko $-1{,}5\%$ za svaki stupanj Celzija. Njihovu promjenu otpora djelomično kompenzira promjena otpora svitka instrumenta, jer njegov otpor raste s temperaturom. Ipak, to redovno nije dovoljno. Potreban je još znatan dodatni kompenzacioni otpor koji raste s temperaturom, i tako je odabran da ukupni otpor cijele kombinacije nije praktički ovisan o temperaturi. U spoju prema sl. 4.51 već i otpori R sudjeluju pri kompenzaciji temperaturne ovisnosti otpora ispravljača.

Od velikog su praktičkog značenja instrumenti s pomičnim svitkom koji imaju mnogo mjernih opsega ne samo za istosmjerne, već i za izmjenične struje i napone. Mogućnost mjerenja izmjeničnih struja i napona dobiva se pomoću poluvodičkih ispravljača. Uobičajene tvorničke izvedbe omogućavaju mjerenje struja od otprilike 0,1 mA do 6 A i napona od otprilike 1 V do 1000 V (tabl. 4.9). U većini izvedbi mijenjaju se mjerni opsezi preklopkom, što uvelike olakšava upotrebu. Zbog mnogo istosmjernih i izmjeničnih mjernih opsega upotrebljivi su za najraznovrsnija mjerenja, pa se često nazivaju **univerzalni instrumenti.**



Slika 4.52. Karakteristika skale instrumenta s ispravljačem: a) bez predotpora; b) s predotporom

Nelinearna karakteristika poluvodičkih ispravljača utječe na karakter skale instrumenata s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem. Ako ispravljač i instrument zanemarivog otpora priključimo bez predotpora izravno na izvor napona, dobit ćemo skalu čija je karakteristika slična karakteristici ispravljača (sl. 4.52 *a*). Dodamo li kombinaciji ispravljača i instrumenta naponski neovisan predotpor R_p, dobit ćemo novu karakteristiku skale koja će biti više linearna. Novu karakteristiku možemo grafički odrediti ako zbrojimo padove napona koje izaziva ista struja na otporu ispravljača i predotporu R_p (sl. 4.52 *b*). Uz dovoljno velik predotpor R_p možemo dobiti praktički linearnu skalu. Znači da bi univerzalni instrument na izmjeničnom području trebao imati više raznih skala, jer će svakom mjernom opsegu odgovarati druga vrijednost otpora R_p. To je iz praktičkih razloga gotovo neostvarivo. Poželjno je da imamo samo jednu skalu za izmjeničnu struju na svim strujnim i naponskim područjima. Da bismo to postigli, potrebno je da vanjski otpor R_v, koji priključujemo na instrument s ispravljačem i kompenzacionim otporom R_k,

Tablica 4.9

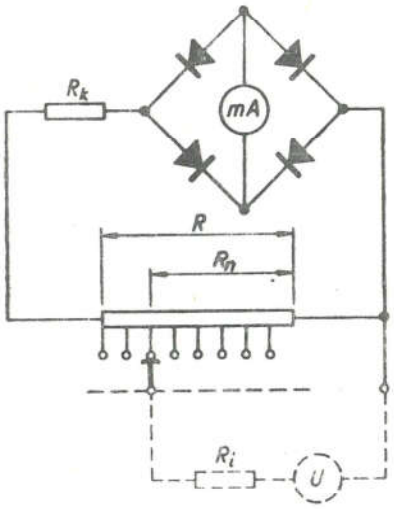
Podaci o nekim univerzalnim instrumentima

Tip	Naponski mjerni opsezi[1])	Strujni mjerni opsezi[1])	Karakteristični otpor [Ω/V]		Najveći pad napona kod mj. str. [V]		Klasa tačnosti		Opaska
			=	~	=	~	=	~	
UNIMER 1[2]) (Iskra)	0,1–0,3–1–3–10–30–100–300–1000 V	5–50 μA 0,5–5–50–500 mA –5 A	200000 Ω/V (od 0,3 do 30 V) 10 MΩ (od 100 do 1000 V)		0,1 (0,3 za 5 μA)		2,5	2,5	omometar
UNIMER 3 (Iskra)	(0,1)–(0,5)–(2)–2,5–10–50–(200)–250–(500)–1000–(2000) V	(50)μA–0,25–(0,5)–2,5–(5)–25 mA –(0,05)–0,25–(0,5)–2,5–(5) A	20000	4000	0,3	1,7	2,5	2,5	omometar mjerenje kapaciteta
Multavi 8 (H & B)	0,15–1,5–6–30–150–300–600–900 V	0,06–0,15–0,6–3–15–60–300–1500–6000 mA	100000	20000			1	1,5	omometar
PM 2403[2]) (Philips)	0,1–0,3–1–3–10–30–100–300–1000 V	1–3–10–30μA–0,1–0,3–1–3–10–30–100 mA–1 A	(ulazni otpor 10 MΩ)		0,1 (0,25 za 1 A)	0,1 (0,25 za 1 A)	2	3	
DU 10 (Metra)	(300 mV)–3–6–12–30–60–120–300–600V	(20 μA)–0,12–3–12–60–300–1200–6000 mA	50000	16666	0,9	0,9	1,5	2,5	omometar
Unigor 4p (Goerz)	(100 mV)–(0,5)–(2,5)–10–(25)–50–(100)–250–1000–(5000) V	(50 μA)–0,25–1–5–25–100–1000 mA	100000	20000	0,45	0,45	1,5	2,5	omometar mjerenje kapaciteta
Multavi[2]) 12 (H & B)	od 0,1 mV do 1000 V (13 mjernih opsega)	od 0,1 μA do 1 A (13 mjernih opsega)	1000000				1,5	1,5	omometar

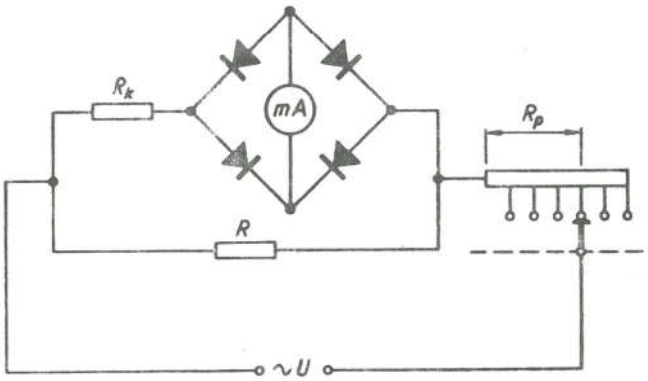
[1]) Mjerni opsezi navedeni u zagradama odnose se samo na istosmjernu struju.

[2]) Univerzalni instrument s elektroničkim pojačalom

ima isti iznos na svim mjernim opsezima. Pri mjerenju izmjeničnih struja možemo to postići ako upotrijebimo i inače prikladni višestruki shunt prema sl. 4.37. Tada je na instrument s ispravljačem i otporom R_k priključen otpor R (sl. 4.53) koji ima istu vrijednost u svim mjernim opsezima. Utjecaj otpora kruga čiju struju mjerimo možemo redovno zanemariti, makar se on nalazi paralelno jednom dijelu otpora R, jer je otpor mjerenog kruga obično znatno veći ($R_i \gg R_n$). Kada to ne bi bilo tako, promijenili bismo struju mjerenog kruga uvođenjem ampermetra. Prema tome je na instrument s ispravljačem i otporom R_k priključen gotovo uvijek isti vanjski otpor $R_v = R$, pa će instrument zadržati istu karakteristiku skale na svim mjernim opsezima.



Slika 4.53. Višestruki shunt za instrument s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem



Slika 4.54. Višestruki predotpor za instrument s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem

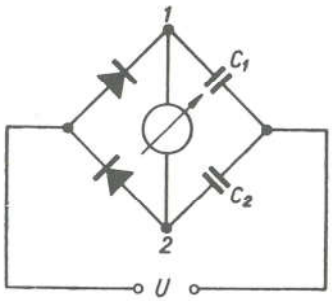
Pri mjerenju izmjeničnih napona potrebno je instrument s ispravljačem i otporom R_k premostiti otporom R i toj paralelnoj kombinaciji dodati u seriju predotpor R_p (sl. 4.54). Da li je i ovdje postignut isti vanjski otpor R_v na svim mjernim opsezima? Ako zanemarimo otpor izvora napona, što redovno možemo, predstavljat će vanjski otpor instrumenta s ispravljačem paralelna kombinacija otpora R i R_p:

$$R_v = \frac{R R_p}{R + R_p} = \frac{R}{1 + R/R_p} \tag{4.151}$$

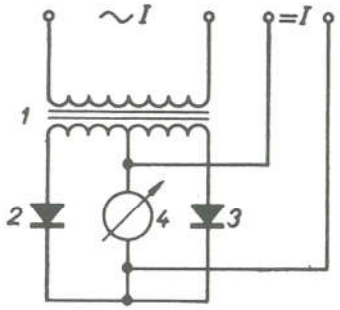
Pri većim naponskim mjernim opsezima bit će $R_p \gg R$, pa je vanjski otpor konstantan: $R_v \approx R$. Pri nižim naponskim mjernim opsezima to je već teže postići, pa neki univerzalni instrumenti imaju posebnu skalu za najniži naponski opseg (najčešće 1,5 V ~). Ako se odabere isti vanjski otpor pri mjerenju napona i struja, može se koristiti zajednička skala. Tako se najčešće i postupa, pa većina instrumenata ima samo jednu skalu za izmjenične napone i struje (primjer instrument na sl. 4.57).

Na području viših frekvencija dolazi do izražaja kapacitet ispravljača, koji je naročito velik kod bakreno-oksidulnih ispravljača. Zbog vrlo tankog polupropusnog sloja iznosi njihov kapacitet čak $20 \cdot 10^{-9}$ F/cm². Poradi tako velikog kapaciteta teći će na višim frekvencijama znatne struje kroz ispravljač i u nepropusnom smjeru, pa oni s porastom frekvencije sve više gube ispravljačko svojstvo. Zato se instrumenti s bakreno-oksidulnim ispravljačima mogu upotrebljavati samo za frekvencije do nekoliko tisuća herca. Kapacitet germanijevih ispravljača znatno je manji, otprilike 1 pF, pa se oni mogu koristiti do vrlo visokih frekvencija.

Na tonfrekventnom području upotrebljava se Greinacherov spoj (sl. 4.55 — vidi pogl. 8.2.2). Tu se, pri velikom otporu instrumenta, postiže na njegovim stezaljkama napon koji je gotovo jednak dvostrukoj tjemenoj vrijednosti priključenog izmjeničnog napona. Zato se ovakav spoj upotrebljava za mjerenje niskih izmjeničnih napona. Mogućnost mjerenja tjemenog napona dobiva se i pomoću jednog poluvodičkog ispravljača i kondenzatora (pogl. 8.2.2, sl. 8.14).



Slika 4.55. Greinacherov spoj



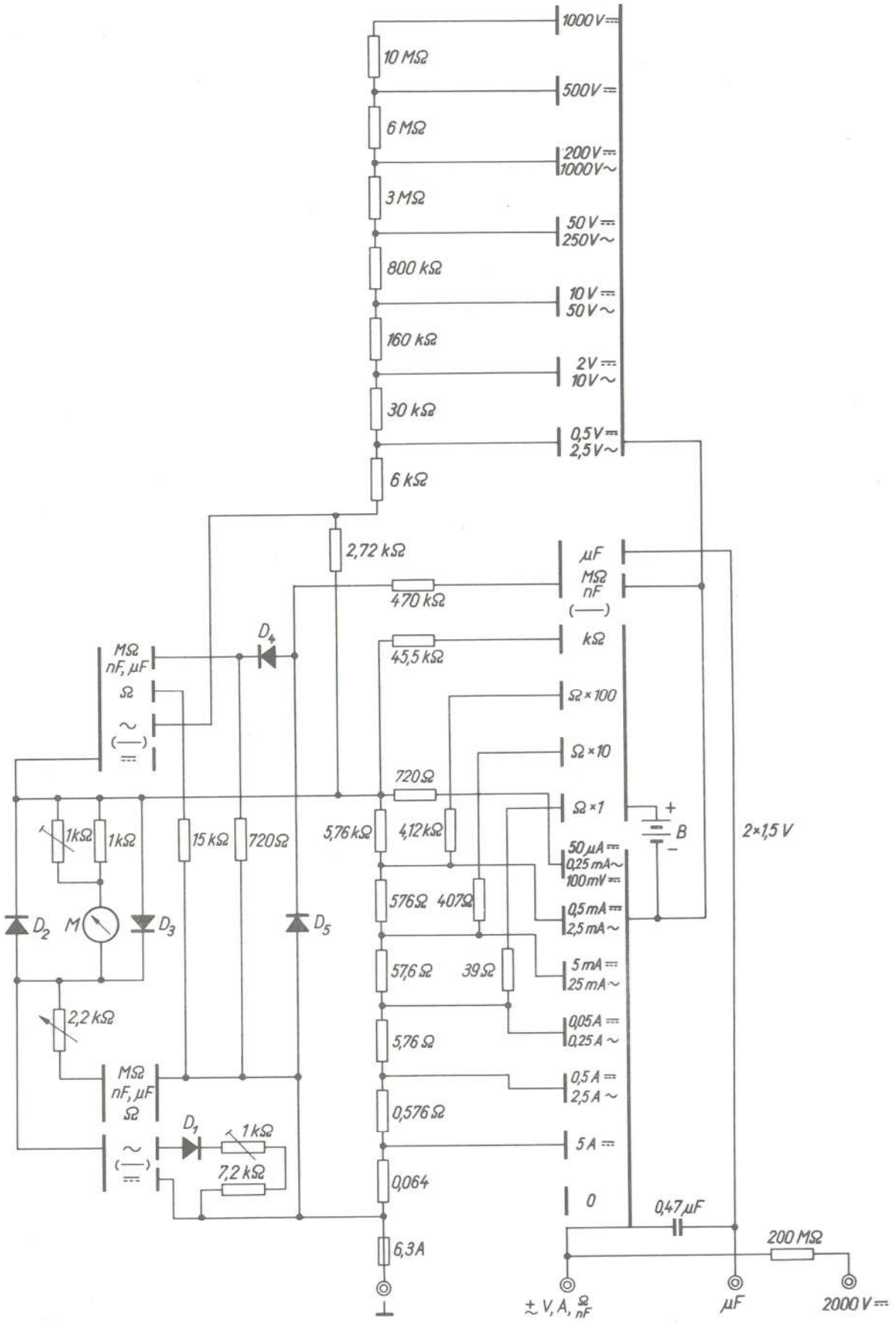
Slika 4.56. Punovalno ispravljanje s dva poluvodička ispravljača i strujnim transformatorom

1 strujni transformator; *2* i *3* poluvodički ispravljači; *4* instrument s pomičnim svitkom

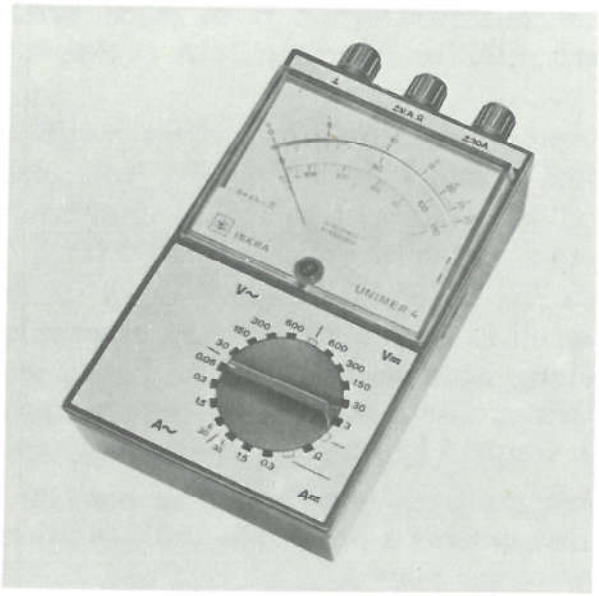
Kod nekih univerzalnih instrumenata postiže se punovalno ispravljanje pomoću dva poluvodička ispravljača i strujnog transformatora (sl. 4.56). Za vrijeme jednog poluvala teče sekundarna struja kroz jednu polovicu sekundarnog namota strujnog transformatora *1*, kroz ispravljač *2* i instrument s pomičnim svitkom *4*. Za vrijeme slijedećeg poluvala teče struja kroz drugu polovicu sekundarnog namota, ispravljač *3*, te kroz instrument u istom smjeru kao i za vrijeme prethodnog poluvala. Sekundarna struja strujnog transformatora razmjerna je primarnoj struji. Njihov omjer praktički je jednak omjeru između broja zavoja primarnog namota i broja zavoja polovice sekundarnog namota. Stoga na sekundarnu struju neće primjetno utjecati nelinearna karakteristika ispravljača, pa će instrument imati linearnu skalu i pri mjerenju izmjeničnih struja. Zahvaljujući tome izrađuju se ovakvi instrumenti sa samo jednom skalom za istosmjerne i izmjenične struje i napone. Pri mjerenju istosmjernih veličina priključujemo se izravno na instrument s pomičnim svitkom, a ispravljači sprečavaju prolaz struje kroz sekundarni namot transformatora, kako se to razabire na sl. 4.56.

Često su univerzalni instrumenti predviđeni i za mjerenje otpora, što još više povećava njihovu upotrebljivost. Na sl. 4.57 shema je takvog univerzalnog instrumenta. Ispravljanje je struje poluvalno pomoću samo jednog ispravljača (D_1), a ispravljači D_2 i D_3 štite mjerni sistem od oštećenja velikim strujama pri neispravnom rukovanju. U redovnom radu pad napona na mjernom sistemu i njegovu predotporu znatno je manji od naponskog praga ispravljača D_2 i D_3, pa tada kroz njih teku neznatne struje. Tek pri preopterećenjima ti ispravljači preuzimaju veći dio struje zbog svoje nelinearne karakteristike. Za zaštitu shuntova od preopterećenja ugrađen je osigurač nazivne struje od 6,3 A. Otpor se mjeri ommetarskim spojem (pogl. 9.3.4), a izvor napona su dvije baterije od 1,5 V. Instrument mjeri i kapacitete. Tada kao izvor napona služi električna mreža od 150 do 250 V, a ispravljanje se provodi ispravljačima D_4 i D_5 (pogl. 9.1.3 e).

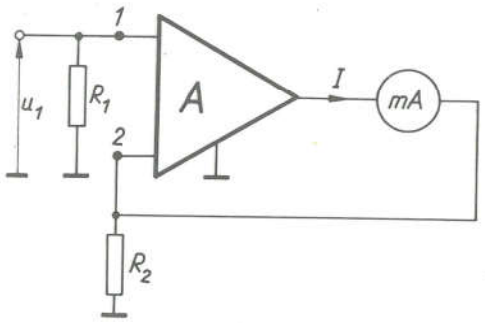
Instrumenti s kazaljkom mogu se izraditi još dovoljno robusni za pogonske uvjete ako njihov potrošak nije manji od 10 μA, odnosno ako im karakteristični otpor nije veći od 100 000 Ω/V kod istosmjerne struje ili oko 20 000 Ω/V pri izmjeničnoj struji. U nekim ispitivanjima, naročito na elektroničkim uređajima, potrebno



Slika 4.57. Shema univerzalnog instrumenta UNIMER 3 (Iskra), kl. 2,5; karakteristični otpor 20000 Ω/V za istosmjernu struju i 4000 Ω/V za izmjeničnu struju



Sl. 4.58. Vanjski izgled univerzalnog instrumenta Unimer 4 (Iskra)



Slika 4.59. Principijelna shema univerzalnog instrumenta s elektroničkim pojačalom

je mjeriti vrlo male struje i napone instrumentima još manje potrošnje, pa se u tu svrhu izrađuju univerzalni instrumenti s mjernim pojačalom. Njihov karakteristični otpor iznosi i do 1 MΩ/V, a ipak je pri tome sam instrument s kazaljkom dovoljno robustan. Principijelnu shemu takvog instrumenta s mjernim pojačalom prikazuje sl. 4.59. Ako je pojačanje A mjernog pojačala dovoljno veliko, onda će biti neznatan napon između njegovih ulaznih stazaljki *1* i *2*. To znači da će napon na otporu R_2 biti praktički jednak mjerenom naponu U_1. S druge strane, struja I na izlazu pojačala teče najprije kroz instrument, a onda gotovo u cijelom iznosu kroz otpor R_2, jer je ulazna struja pojačala neznatna zbog njegovog velikog otpora. Iz toga izlazi: $I = U_1/R_2$. Vidimo da struju instrumenta određuju jedino napon U_1 i otpor R_2, pa je time otklonjen utjecaj promjene pojačanja A pojačala kao i utjecaj promjene otpora instrumenta. Zbog toga i pri mjerenju izmjeničnih struja i napona ne dolazi do izražaja nelinearna karakteristika ispravljača, pa se ovim rješenjem postiže linearna skala instrumenta.

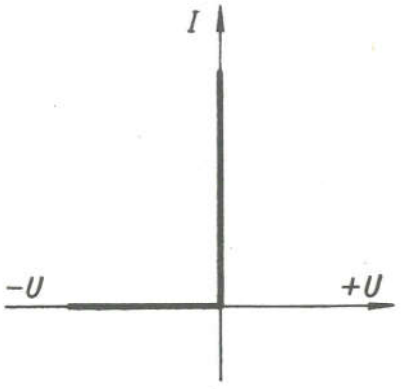
Univerzalni instrumenti s mjernim pojačalom ne razlikuju se po dimenzijama od ostalih univerzalnih instrumenata, a napajaju se iz ugrađenih džepnih baterija napona npr. od 9 V.

4.2.9. Instrumenti s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem (vektormetri)

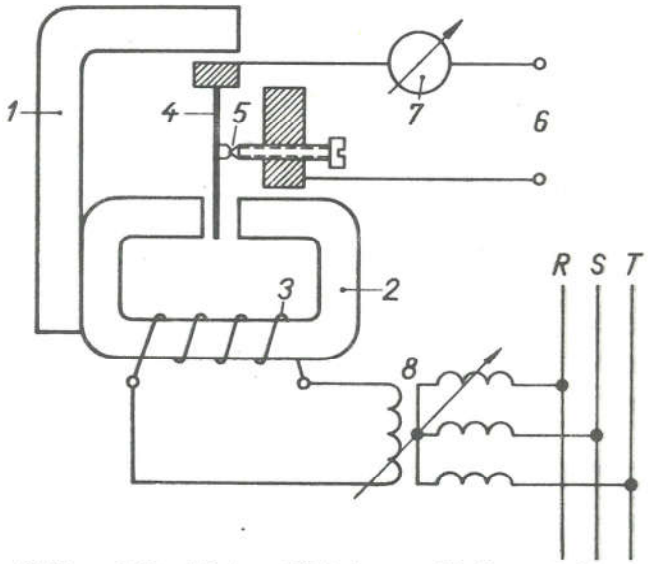
Ispravljačko djelovanje mehaničkog ispravljača postiže se pomoću mehaničkog kontakta, koji se jednom otvara i zatvara u toku jedne periode mjerene veličine. Takvi se ispravljači odlikuju zanemarivo malim otporom za vrijeme propuštanja struje, tj. kad je kontakt zatvoren ($R_{pr} \approx 5 \cdot 10^{-2}\ \Omega$) i vrlo velikim otporom kad je kontakt otvoren ($R_z \approx 10^7\ \Omega$). Njihov otpor u zapornom i propusnom smjeru je neovisan o struji i naponu, pa im se karakteristika ispravljanja podudara s karakteristikom idealnog ispravljača (sl. 4.60). To im je i velika prednost pred poluvodičkim ispravljačima, čiji je otpor u zapornom i propusnom smjeru ovisan o naponu, struji i temperaturi i koji na malim naponima gube svojstvo ispravljanja.

Zbog odličnih svojstava ispravljanja mogu se pomoću mehaničkog ispravljača i dovoljno osjetljivog instrumenta s pomičnim svitkom mjeriti vrlo slabi izmjenični naponi i struje u granicama pogrešaka od 0,2 do 0,5%.

Poznate su dvije izvedbe mehaničkih ispravljača: oni s elektromagnetskim upravljanjem kontakta (Siemens-Halske) i oni s mehaničkim upravljanjem kontakta (AEG).



Slika 4.60. Karakteristika idealnog ispravljača

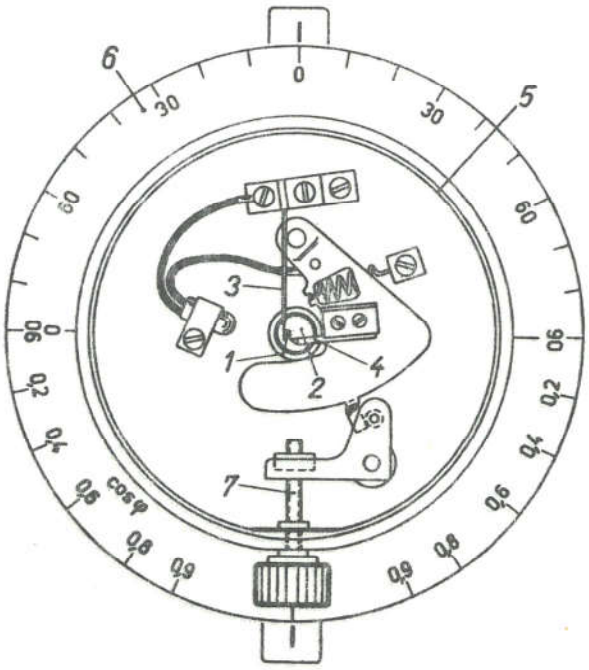


Slika 4.61. Mehanički ispravljač s elektromagnetskim upravljanjem (S & H)

1 permanentni magnet; *2* elektromagnet; *3* uzbudni namot elektromagneta; *4* čelično pero; *5* ispravljački kontakt; *6* priključci za mjereni napon; *7* instrument s pomičnim svitkom; *8* zakretač faze

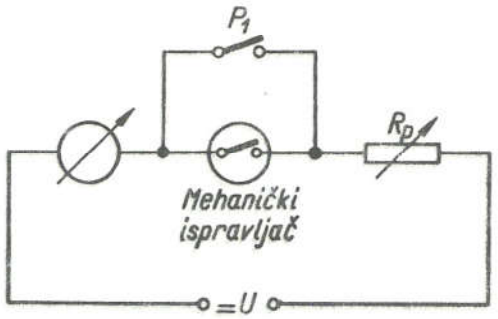
U prvoj izvedbi (sl. 4.61) na čelično pero *4*, koje je magnetizirano permanentnim magnetom *1*, djeluje elektromagnet *2* priključen na izmjenični izvor iste frekvencije kao i mjerena veličina. Stoga čelično pero titra u ritmu frekvencije uzbudne struje elektromagneta, pa je praktički tokom polovice jedne periode uspostavljen kontakt između čeličnog pera i vijka *5*. Ako je taj kontakt zatvoren samo za vrijeme pozitivnog ili negativnog poluvala mjerene veličine, dobit ćemo poluvalno ispravljanje, a instrument s pomičnim svitkom *7*, spojen u seriju s mehaničkim ispravljačem, mjerit će polovinu srednje aritmetičke vrijednosti mjerene veličine. Da bismo omogućili otvaranje i zatvaranje kontakta u pravom trenutku, spajamo uzbudni namot *3* elektromagneta preko zakretača faze *8*. Time se može početak otvaranja, odnosno zatvaranja kontakta, po volji ugađati. Ovakva izvedba omogućava ispravljanje do 1000 Hz.

U izvedbi s mehaničkim upravljanjem kontakta (sl. 4.62) postiže se otvaranje i zatvaranje kontakta pomoću ekscentričnog izdanka *1* na osovini *2* malog dvopolnog sinhronog motora priključenog na istu mrežu kao i mjerena veličina. Motor je samozaletan i troši oko 5 W. Izdanak na osovini razdvaja u ritmu frekvencije kontaktno pero *3* od mirujućeg kontakta *4*. Ugađanje otvaranja i zatvaranja kontakta u željenom trenutku postiže se zakretanjem glave *5* na kojoj su učvršćeni kontakti *3* i *4*. Kut zakretanja može se očitati na posebnoj skali *6* u tačnosti boljoj od



Slika 4.62. Mehanički ispravljač s mehaničkim upravljanjem (AEG)

1 ekscentrični izdanak; *2* osovina dvopolnog sinhronog motora; *3* kontaktno pero; *4* mirujući kontakt; *5* okretljiva glava; *6* skala; *7* vijak za ugađanje trajanja kontakta



Slika 4.63. Spoj za ugađanje trajanja kontakta

jednog električnog stupnja. U ovoj izvedbi lako se ugađa vrijeme trajanja kontakta u toku jedne periode. U tu svrhu služi vijak 7 kojim se, više ili manje, pomiče mirujući kontakt. Koliko je kontakt zatvoren u toku jedne periode može se ustanoviti na slijedeći način: Instrument s pomičnim svitkom, spojen u seriju s mehaničkim ispravljačem, priključi se preko predotpora R_p na izvor istosmjerne struje (sl. 4.63). Posebnom preklopkom P_1 premosti se kontakt mehaničkog ispravljača tako, da kroz instrument teče istosmjerna struja i predotporom R_p ugodi puni otklon α_{max}. Ako se, zatim, preklopka P_1 otvori, teći će kroz instrument struja samo dok je kontakt mehaničkog ispravljača zatvoren. Stoga će se otklon α instrumenta smanjiti:

$$\alpha = \alpha_{max} \frac{T_k}{360°} \tag{4.152}$$

Tu je T_k trajanje kontakta mehaničkog ispravljača izraženog u električnim stupnjevima. Kad je kontakt zatvoren polovicu periode ($T_k = 180°$), bit će α dva puta manji od α_{max}.

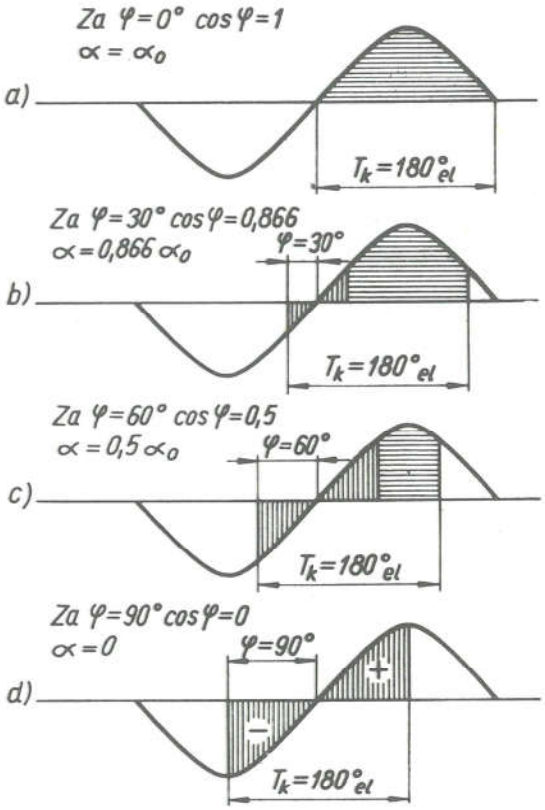
U izvedbi s elektromagnetskim upravljanjem kontakta moguće je postići promjenu trajanja kontakta T_k samo pomoću dva mehanička ispravljača koji se spajaju u seriju, ako se želi dobiti T_k manji od 180°, ili paralelno, ako se želi T_k između 180° i 360°.

Idealna karakteristika ispravljanja mehaničkih ispravljača omogućava da se osjetljivi instrumenti s pomičnim svitkom iskoriste za mjerenja vrlo slabih izmjeničnih napona i struja, odnosno kao nulinstrumenti. Međutim, to je tek jedna od

primjena mehaničkih ispravljača, jer je njihovo područje primjene mnogo šire. Koriste se za određivanje: djelatnih i jalovih komponenata, faznog pomaka između dvije izmjenične veličine, oblika krivulje napona i struje, tjemene vrijednosti napona, osnovnog i viših harmoničkih članova itd. Posebno se mnogo koriste pri magnetskim mjerenjima za određivanje gubitaka u željezu, jakosti magnetskog polja i indukcije, te za snimanje krivulje histereze.

Djelovanje mehaničkog ispravljača vidljivo je na sl. 4.64. Ako se vrijeme otvaranja i zatvaranja kontakta poklapa s trenutkom kada mjerena veličina postiže nultu vrijednost (sl. 4.64*a*), instrument s pomičnim svitkom dobiva otklon $\alpha = \alpha_0$ koji odgovara srednjoj aritmetičkoj vrijednosti jednog poluvala mjerene veličine, odnosno horizontalno iscrtanoj površini na sl. 4.64*a*. Označimo sa I_m tjemenu vrijednost mjerene sinusne struje, a sa C_i strujnu konstantu instrumenta, tj. struju koja otklanja kazaljku instrumenta za jedan dio skale, pa vrijedi:

$$\alpha_0 = \frac{I_m}{2\pi C_i} \int_0^{\pi} \sin t \, dt = \frac{I_m}{\pi C_i} \qquad (4.153).$$



Tk = vrijeme trajanja kontakta
φ = fazni pomak mehaničkog ispravljača
α = otklon instrumenta

Slika 4.64. Djelovanje mehaničkog ispravljača

Ako se trenutak otvaranja, odnosno zatvaranja, kontakta fazno pomakne za kut φ prema mjerenoj veličini, poteći će kroz instrument s pomičnim svitkom jedan dio negativnog poluvala, koji će kompenzirati djelovanje odgovarajućeg dijela pozitivnog poluvala (vertikalno iscrtane površine na sl. 4.64*b*, *c* i *d*). Otklon instrumenta bit će i ovdje proporcionalan horizontalno iscrtanoj površini:

$$\alpha = \frac{I_m}{2\pi C_i} \int_{\varphi}^{\pi+\varphi} \sin t \, dt = \frac{I_m}{\pi C_i} \cos\varphi = \alpha_0 \cos\varphi \qquad (4.154)$$

Pri faznom pomaku $\varphi = 90°$ kazaljka instrumenta se neće otkloniti (sl. 4.64*d*).

Ugađanje faznog pomaka φ moguće je u izvedbi s elektromagnetskim upravljanjem pomoću zakretača faze, a u izvedbi s mehaničkim upravljanjem zakretanjem glave na kojoj je učvršćen mirujući kontakt. Fazni pomak φ može se očitati na skali zakretača faze ili na zakretnoj glavi.

a) **Mjerenje sinusnih napona i struja.** Pri mjerenju sinusnih napona priključuje se mehanički ispravljač u seriju s instrumentom s pomičnim svitkom i predotporom na mjereni napon. Za ovaj slučaj odabire se trajanje kontakta $T_k = 180°$ i traži položaj zakretača faze pri kojem se postiže maksimalni otklon instru-

menta pomoću kojeg se prema (4.153) odredi srednja aritmetička vrijednost mjerenog napona. Povoljnije je taj položaj odrediti tako da se zakretač faze najprije dotle zakreće dok otklon instrumenta ne postane jednak nuli. Poslije toga se zakrene zakretač faze za 90°. Time se postiže otvaranje, odnosno zatvaranje, kontakta upravo u trenutku kada je momentana vrijednost mjerenog napona jednaka nuli. To je ujedno položaj gdje kazaljka instrumenta postiže najveći otklon (sl. 4.64*a*). Kad je oblik sinusan, bit će efektivna vrijednost mjerenog napona:

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} C_i R_V \pi \alpha_0, \tag{4.155}$$

gdje je R_V otpor instrumenta i predotpora.

Pri serijskom spajanju mehaničkog ispravljača, pomičnog svitka instrumenta i predotpora dosizat će napon na otvorenom kontaktu mehaničkog ispravljača tjemenu vrijednost mjerenog napona, tako da se na taj način ne mogu mjeriti previsoki naponi. Napon na otvorenom kontaktu može se smanjiti ako se paralelno pomičnom svitku instrumenta i mehaničkom ispravljaču spoji jedan otpornik prikladne vrijednosti, ili ako se ispravljač spoji paralelno pomičnom svitku.

Pri mjerenju vrlo slabih napona pomoću mehaničkog ispravljača primjećuje se utjecaj parazitskih napona koji npr. kod ispravljača s mehaničkim upravljanjem potječu od sinhronog motora i iznose oko $2 \cdot 10^{-6}$ V.

Mjerenje izmjeničnih struja provodi se tako da se s milivoltmetrom (s pomičnim svitkom) spojenim u seriju s mehaničkim ispravljačem mjeri pad napona na prikladnom shuntu. I ovdje je potrebno potražiti položaj zakretača faze pri kojem je otklon instrumenta najveći.

b) **Mjerenje faznog pomaka između dva napona.** Instrument s mehaničkim ispravljačem priključi se na jedan od mjerenih napona i pomiče zakretač faze dok se kod nekog faznog pomaka φ_1 ne postigne nula na instrumentu. Zatim se instrument s ispravljačem priključi na drugi napon i zakreće zakretač faze, dok se ponovo ne postigne nulti otklon kod nekog faznog pomaka φ_2. Tada je fazni pomak između oba napona:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \tag{4.156}$$

U principu se može fazni pomak između dva napona odrediti i iz razlike faznih pomaka kod kojih se postižu maksimalni otkloni na instrumentu, ali je takav postupak manje pouzdan, jer je tada teško tačno odrediti položaj zakretača kojemu odgovara maksimalni otklon.

Na sličan način možemo odrediti fazni pomak između dviju struja ili između struje i napona.

c) **Mjerenje djelatne i jalove snage.** Instrument s mehaničkim ispravljačem priključi se na napon potrošača i zakreće fazni zakretač dok se na instrumentu ne postigne nulti otklon. Zatim se, zakrenuvši fazni zakretač za 90°, očita otklon na instrumentu, koji je tada proporcionalan mjerenom naponu. Ne dirajući zakretač faze mjeri se, nakon toga, struja potrošača. Tada je otklon na instrumentu proporcionalan veličini $I \cos \varphi$, a mjerena snaga dobiva se iz umnoška prvog i drugog očitanja.

Pri mjerenju jalove snage potrošača potrebno je nakon očitanja napona zakrenuti fazni zakretač za 90° i izmjeriti struju. Otklon je tada proporcionalan veličini $I \sin \varphi$, a jalova snaga potrošača dobiva se iz umnoška izmjerenog napona i veličine $I \sin \varphi$.

d) **Mjerenje viših harmoničkih članova.** Instrument s mehaničkim ispravljačem može poslužiti i za određivanje viših harmoničkih članova. Trajanje kontakta uzima se pri tome 180°. Određivanje trećeg hramoničkog člana α_{x3} moguće je pomoću triju mjerenja pri faznim pomacima α_0, α_{60} i α_{120} (sl. 4.65):

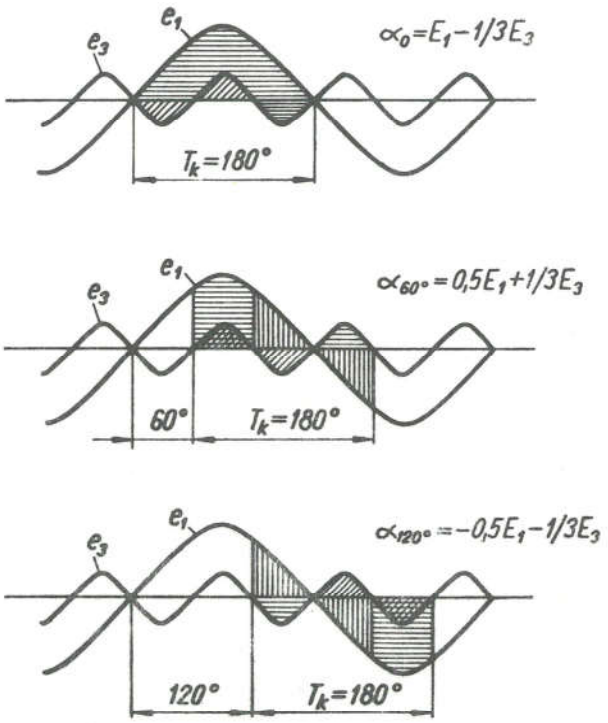
$$\alpha_{x3} = \alpha_0 - \alpha_{60} + \alpha_{120} \qquad (4.157)$$

Tri mjerenja su dovoljna samo onda kad osnovni i treći harmonički član istodobno poprimaju vrijednost nula, kao na sl. 4.65. Općenito su potrebna još tri mjerenja pri pomacima 30°, 90° i 150°:

$$\alpha_{y3} = -\alpha_{30} + \alpha_{90} - \alpha_{150} \qquad (4.158)$$

Oba pojedinačna rezultata α_{x3} i α_{y3} predstavljaju komponente trećeg harmoničkog člana s međusobnim faznim pomakom od 90°, pa se ukupna vrijednost trećeg harmoničkog člana dobiva iz izraza:

$$\alpha_3 = \sqrt{\alpha_{x3}^2 + \alpha_{y3}^2} \qquad (4.159)$$



Slika 4.65. Određivanje trećeg harmoničkog člana

Na sličan način mogu se odrediti i ostali viši harmonički članovi. Tako je npr. za određivanje petog harmoničkog člana potrebno 2×5 mjerenja s faznim pomakom od $180°/5 = 36°$, odnosno 2×7 mjerenja s faznim pomakom $180°/7 = 25{,}7°$ za određivanje sedmog harmoničkog člana. Vrijednost petog i sedmog člana određuje se onda iz slijedećih izraza:

$$\alpha_{x5} = \alpha_0 - \alpha_{36} + \alpha_{72} - \alpha_{108} + \alpha_{144} \qquad (4.160)$$

$$\alpha_{y5} = \alpha_{18} - \alpha_{54} + \alpha_{90} - \alpha_{126} + \alpha_{162} \qquad (4.161)$$

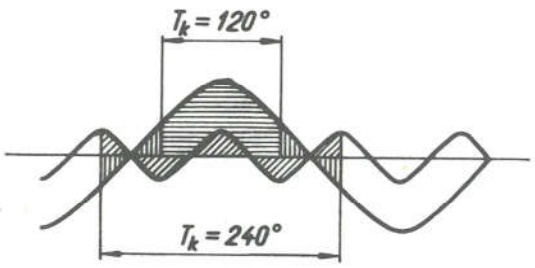
$$\alpha_5 = \sqrt{\alpha_{x5}^2 + \alpha_{y5}^2} \qquad (4.162)$$

$$\alpha_{x7} = \alpha_0 - \alpha_{25,7} + \alpha_{51,4} - \alpha_{77,1} + \alpha_{102,9} - \alpha_{128,6} + \alpha_{154,3} \qquad (4.163)$$

$$\alpha_{y7} = -\alpha_{12,9} + \alpha_{38,6} - \alpha_{64,3} + \alpha_{90} - \alpha_{115,7} + \alpha_{141,4} - \alpha_{167,1} \qquad (4.164)$$

$$\alpha_7 = \sqrt{\alpha_{x7}^2 + \alpha_{y7}^2} \qquad (4.165)$$

e) **Mjerenje osnovnog harmoničkog člana.** Promjenom trajanja kontakta T_k mogu se eliminirati pojedini viši harmonički članovi. Ako se npr. odabere $T_k = 120°$ ili 240°, neće treći harmonički član utjecati na dobiveni rezultat, što se lako razabire na sl. 4.66. Zbog skraćenog trajanja kontakta bit će pri tome smanjen otklon prouzrokovan osnovnim harmoničkim članom, pa očitanja na instrumentu treba pomnožiti s određenim faktorom. Taj faktor se dobiva iz odnosa srednjih vrijednosti kod $T_k = 180°$ i $T_k = 120°$, odnosno 240°:



Slika 4.66. Eliminiranje trećeg harmoničkog člana

$$k_{120°} = \frac{\int_{0°}^{180°} \sin t \, dt}{\int_{30°}^{150°} \sin t \, dt} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}155 \qquad (4.166)$$

$$k_{240°} = \frac{\int_{0°}^{180°} \sin t \, dt}{\int_{-30°}^{210°} \sin t \, dt} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}155 \qquad (4.167)$$

Utjecaj 3, 5, 9, 15 . . . harmoničkog člana može se odstraniti tako da se trajanje kontakta T_k ugodi na 120° ili 240° i izvrše dva mjerenja pri faznom zakretaču pomaknutom za 90° + 18° i 90° — 18° prema položaju u kojem je otklon instrumenta jednak nuli. Zakretanje faznog zakretača za ± 18° predstavlja za peti harmonički član fazni pomak ± 90°, odnosno ± 270° za petnaesti harmonički član, pa ako uzmemo srednju vrijednost iz ta dva mjerenja, neće u rezultatu sudjelovati 5, 15 . . . harmonički članovi. Tim postupkom smanjen je i otklon zbog osnovnog harmoničkog člana, što uzimamo u obzir slijedećim faktorom:

$$k_{120° \pm 18°} = \frac{\int_{0°}^{180°} \sin t \, dt}{\frac{1}{2}\left[\int_{12°}^{132°} \sin t \, dt + \int_{48°}^{168°} \sin t \, dt\right]} = 1{,}214 \qquad (4.168)$$

Prema tome veličinu osnovnog harmoničkog člana dobivamo na ovaj način:

$$\alpha_0 = 1{,}214 \frac{\alpha_{+18°} + \alpha_{-18°}}{2} \qquad (4.169)$$

f) **Snimanje krivulje struje i napona.** Krivulju struje i napona može se snimati tačku po tačku pomoću instrumenata s mehaničkim ispravljačem. Ovaj postupak je moguć samo kad je mjerena veličina dovoljno stalna, odnosno ako se praktički ne mijenja tokom jedne minute, koliko približno traje snimanje ovim postupkom. Pogreške snimanja, reducirane na tjemenu vrijednost snimane pojave, mogu iznositi i manje od 0,5%, što je tačnije nego kad se snima oscilografom ili osciloskopom.

Krivulju struje možemo snimiti tako da struju propustimo kroz primarni namot transformatora poznatog međuinduktiviteta M, a na sekundarni namot

priključimo voltmetar s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem (sl. 4.67). Odabiremo trajanje kontakta $T_k = 180°$. Srednja aritmetička vrijednost napona na instrumentu bit će pri tome:

$$U_{sr} = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T/2} e \, dt \tag{4.170}$$

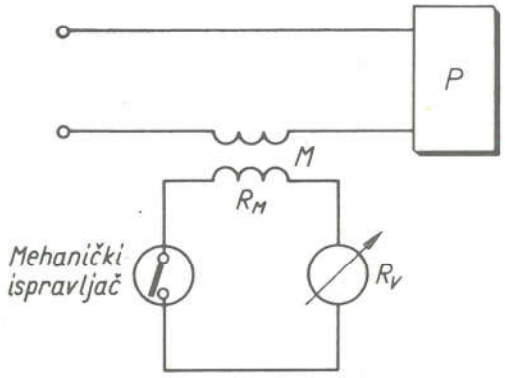
Tu je T vrijeme trajanja jedne periode, t trenutak u kojem se kontakt mehaničkog ispravljača zatvori, a e momentana vrijednost napona induciranog u sekundarnom namotu: $e = -M \, di/dt$, odnosno:

$$U_{sr} = \frac{1}{T} \int_{i_t}^{i_{t+T/2}} -M \, di = f M (i_t - i_{t+T/2}) \tag{4.171}$$

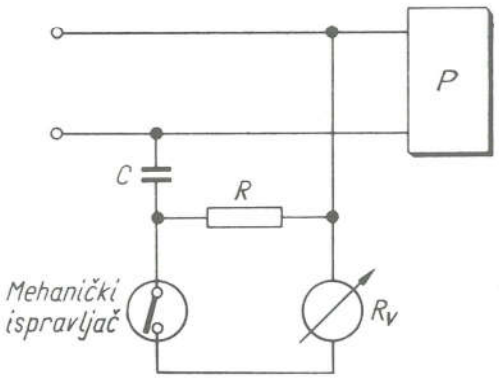
gdje su f frekvencija mjerene struje, $i_{t+T/2}$ momentana vrijednost struje u trenutku otvaranja kontakta, a i_t u trenutku zatvaranja kontakta. Kada je oblik krivulje simetričan, s obzirom na vremensku os ($i_t = -i_{t+T/2}$), dobiva se:

$$U_{sr} = 2 f M i_t \tag{4.172}$$

Mijenjanjem trenutka zatvaranja t može se, dakle, izmjeriti bilo koja momentana vrijednost struje i tako snimiti njezin oblik. Pri tome je potrebno da djelatni otpor



Slika 4.67. Snimanje krivulje struje pomoću vektormetra



Slika 4.68. Snimanje krivulje napona pomoću vektormetra

R_M sekundarnog svitka bude zanemariv prema otporu R_V voltmetra. Ukoliko tom zahtjevu nije zadovoljeno, potrebno je uzeti u obzir pad napona na otporu R_M:

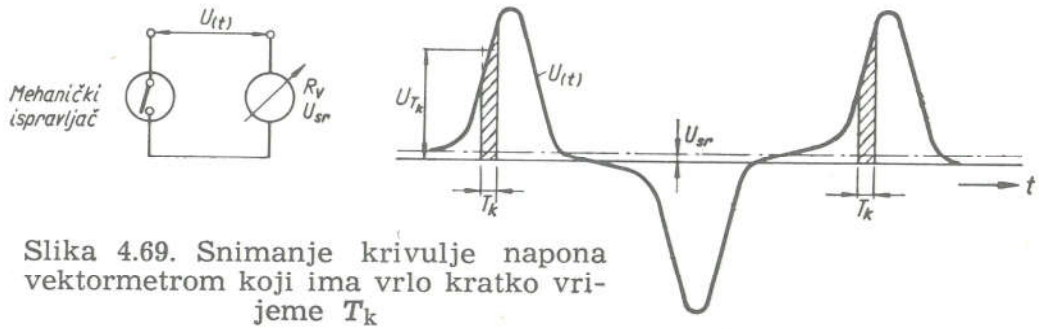
$$U_{sr} = 2 f M i_t \frac{R_V}{R_V + R_M} \tag{4.173}$$

Slično se može pomoću instrumenta s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem snimiti krivulja napona prema sl. 4.68. Srednja aritmetička vrijednost napona na instrumentu bit će:

$$U_{sr} = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T/2} R i_C \, dt = f R C [u_{t+T/2} - u_t] = -2 f C R u_t \tag{4.174}$$

Pri tome otpor R mora biti znatno manji od otpora instrumenta R_V i reaktancije kapaciteta C.

Krivulju napona i struje možemo snimiti i na slijedeći način: trajanje kontakta T_k jako ćemo smanjiti, tako da će iznositi samo dvadeseti do pedeseti dio jedne periode. Otklon instrumenta bit će tada gotovo proporcionalan momentanoj vrijednosti napona za vrijeme dok je kontakt zatvoren (sl. 4.69).



Slika 4.69. Snimanje krivulje napona vektormetrom koji ima vrlo kratko vrijeme T_k

g) **Ostale primjene instrumenta s mehaničkim ispravljačem.** Instrument s mehaničkim ispravljačem mnogo se upotrebljava pri izmjeničnim magnetskim mjerenjima za određivanje jakosti magnetskog polja, indukcije, gubitaka u željezu i pri snimanju krivulje histereze (pogl. 9.8.7 *b*). Koristi se i za određivanje prijenosne i fazne pogreške strujnih i naponskih mjernih transformatora.

4.2.10. Instrumenti s pomičnim svitkom i upravljanim poluvodičkim ispravljačima

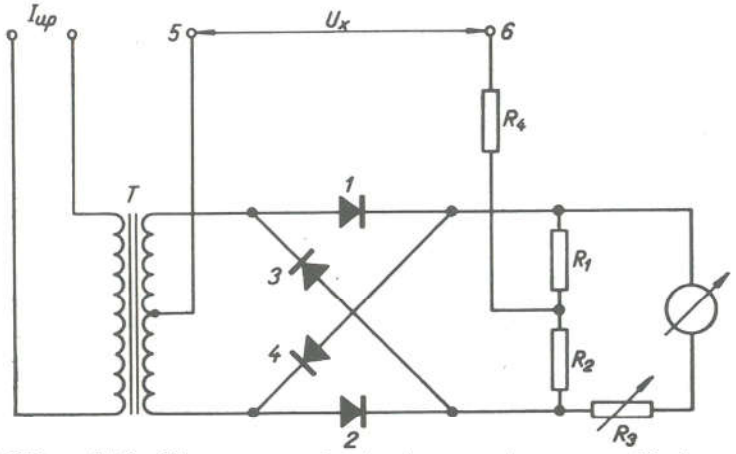
Upravljani poluvodički ispravljači djeluju slično kao mehanički ispravljači. Sastoje se od mjernog kruga i upravljačkog kruga, koji je priključen na izvor iste frekvencije kao i mjerni krug. Kao i kod mehaničkog ispravljača, otklon instrumenta s pomičnim svitkom razmjeran je produktu mjerene izmjenične struje I i kosinusa faznog pomaka φ između mjerene i upravljačke struje:

$$\alpha = k\, I \cos \varphi \tag{4.175}$$

Upravljani poluvodički ispravljači koriste se kao fazno osjetljivi nulindikatori u mjernim mostovima i kompenzatorima, te kao mjerila jalovih i djelatnih komponenata izmjeničnih veličina. Za razliku od mehaničkih ispravljača koji se mogu primijeniti samo na frekvencije do najviše 1000 Hz, poluvodički ispravljači koriste se i na području mnogo viših frekvencija.

Fazno upravljanje poluvodičkih ispravljača dobivamo u biti tako da na pojedine poluvodičke ispravljače istodobno primijenimo i mjereni napon i znatno veći upravljački napon. Ako je momentana vrijednost velikog upravljačkog napona takvog predznaka da poluvodič radi na nepropusnom dijelu svoje karakteristike, onda zbog znatno manjeg mjerenog napona neće poteći struja kroz ispravljač, pa makar se smjer mjerenog napona podudarao sa smjerom propuštanja ispravljača. Mjereni napon, ovisno o svom predznaku, samo će malo povećati ili smanjiti ukupni napon na ispravljaču, ali će ukupni napon ostati i dalje istog predznaka. Obratno, ako je momentana vrijednost upravljačkog napona takvog predznaka da ispravljač radi na propusnom dijelu karakteristike, poteći će zbog mjerenog napona dodatna struja kroz ispravljač, bez obzira da li se smjer mjerenog napona poklapa ili ne po-

klapa sa smjerom propuštanja ispravljača. Dakle, na ovaj način postižemo, slično kao i kod mehaničkog ispravljača, to, da za vrijeme jedne poluperiode upravljačkog napona ispravljač propušta struju iz mjerenog izvora, dok za vrijeme druge poluperiode ne propušta.



Slika 4.70. Shema spoja instrumenta s pomičnim svitkom i upravljanim poluvodičkim ispravljačima

Da bi se ova pojava mogla iskoristiti u mjerne svrhe, potrebno je osigurati da struje iz upravljačkog izvora ne teku ni u mjereni izvor, a ni u instrument s pomičnim svitkom. To se postiže raznim mosnim i diferencijalnim spojevima. Jedan takav spoj, koji se često upotrebljava, prikazan je na sl. 4.70. Pogledajmo najprije što se događa kad je uključen samo upravljački izvor. Tada će kroz primarni namot strujnog transformatora T teći upravljačka struja I_{up}. Za vrijeme jedne poluperiode sekundarna struja tog transformatora zatvara se npr. preko ispravljača *1* i *4*, a za vrijeme druge poluperiode preko ispravljača *2* i *3*. Lako je razabrati da se struja iz upravljačkog izvora neće zatvarati preko mjerenog izvora U_x, a niti preko instrumenta s pomičnim svitkom. Obratno, ako je uključen samo mjereni izvor, a isključen upravljački izvor, teče struja za vrijeme jedne poluperiode od stezaljke *5* na srednji izvod sekundarnog namota strujnog transformatora, a onda se grana. Jedna polovica struje teče preko ispravljača *1*, otpora R_1 i R_4 na stezaljku *6*, a druga polovica preko ispravljača *2*, otpora R_2 i R_4 također na stezaljku *6*. Za vrijeme druge poluperiode prolazi struja od stezaljke *6* preko otpora R_4, a onda dalje u dvije grane preko otpora R_1, ispravljača *4* i polovice sekundarnog namota transformatora na stezaljku *5*, odnosno preko otpora R_2, ispravljača *3* i druge polovice sekundarnog namota strujnog transformatora opet na stezaljku *5*. U ovom primjeru struja iz mjerenog izvora U_x neće teći kroz instrument, a niti kroz upravljački izvor. Treba napomenuti da je redovno struja iz mjerenog izvora vrlo mala, tako da ispravljači rade na donjem dijelu ispravljačke karakteristike, gdje je otpor ispravljača i u propusnom smjeru veoma velik. Pogledajmo sada što se događa ako se istodobno uključe upravljački i mjereni napon. Za vrijeme jedne poluperiode upravljačkog napona teče struja upravljanja preko ispravljača *1* i *4*. Za vrijeme te poluperiode jedna polovica mjerene struje sa stezaljke *5* teče kroz jednu polovicu sekundarnog namota transformatora i kroz ispravljač *1*, a druga polovica kroz drugu polovicu sekundarnog namota i kroz ispravljač *4*. Dalje mjerena struja teče dijelom preko otpora R_1, a dijelom preko instrumenta, otpora R_3 i R_2 i vraća se preko otpora R_4 na stezaljku *6*. Za vrijeme druge poluperiode upravljačkog napona teče upravljačka struja kroz ispravljače *2* i *3*, a mjerena struja se onda grana preko njih i dalje, dijelom preko otpora R_2, a dijelom preko instrumenta i otpora R_1, vraća na stezaljku *6*.

Ako je mjereni napon u fazi s upravljačkim naponom, bit će struja kroz instrument s pomičnim svitkom istoga smjera za vrijeme jedne i druge poluperiode. Imamo, dakle, punovalno ispravljanje. Ako mjereni napon nije u fazi s upravljačkim naponom, struja kroz instrument mijenja smjer u toku jedne poluperiode pa, slično kao i kod mehaničkog ispravljača, otklon instrumenta ovisi i o faznom pomaku između mjerenog i upravljačkog napona.

Ovakav spoj koriste danas i neki univerzalni instrumenti, tako da je s njima moguće mjeriti ne samo različite izmjenične napone i struje, već i njihove fazne pomake, djelatne i jalove komponente (sl. 4.71).



Slika 4.71. Vektormetar koji mjeri izmjenične struje od 1 mA do 5000 mA, izmjenične napone od 0,5 V do 500 V (granice pogrešaka ±0,5%), fazne pomake od 0 do 360° (granice pogrešaka ±0,3°), te djelatne i jalove komponente struja i napona (R. Končar)

4.3. INSTRUMENTI S UNAKRSNIM SVICIMA (KVOCIJENTNI MAGNETOELEKTRIČNI INSTRUMENTI)

Kod instrumenata s unakrsnim svicima postiže se moment i protumoment pomoću dva čvrsto povezana svitka koja su međusobno zakrenuta za kut $2\,\delta$ (sl. 4.72). Svici se nalaze u rasporu između polnih nastavaka permanentnog magneta. Raspor nije svugdje jednake širine, već je obično na krajevima širi, tako da je gustoća magnetskog toka veća u sredini nego na krajevima raspora. Stoga momenti svitaka ne ovise samo o strujama I_1 i I_2 koje teku kroz njih, već i o položaju svitaka. Na pomični organ djeluju samo električni momenti, pa će pomični organ zauzeti položaj gdje je moment M_1 prvog svitka jednak protumomentu M_2 drugog svitka. Kako je:

$$M_1 = k_1 I_1 f_1(\alpha) \tag{4.176}$$

$$M_2 = k_2 I_2 f_2(\alpha) \tag{4.177}$$

bit će u stanju ravnoteže:

$$M_1 + M_2 = 0 \tag{4.178}$$

ili:

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \tag{4.179}$$

Otklon instrumenata s unakrsnim svicima jest funkcija omjera struja koje teku kroz svitke, pa se ovakvi instrumenti nazivaju i *kvocijentni instrumenti.*

U izvedbi prema sl. 4.72 postiže se približno kosinusna raspodjela gustoće toka duž raspora. U sredini raspora gustoća magnetskog toka postiže maksimalnu vrijednost B_{max}, dok prema krajevima opada:

$$B = B_{max} \cos \alpha \tag{4.180}$$

Ako je $\alpha = 0$ u položaju svitaka kao na sl. 4.72, onda momenti iznose:

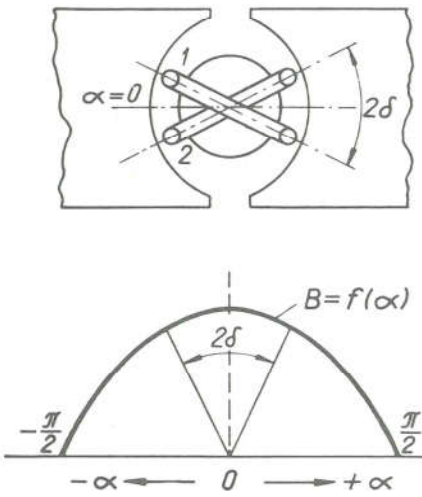
$$M_1 = I_1 b h N_1 B_{max} \cos (\alpha + \delta) \tag{4.181}$$

$$M_2 = I_2 b h N_2 B_{max} \cos (\alpha - \delta) \tag{4.182}$$

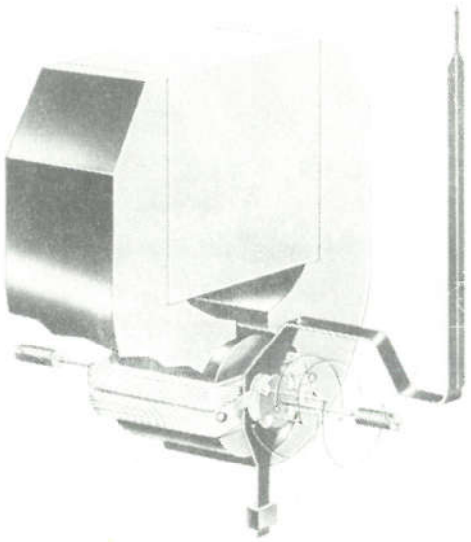
Tu je $b h$ djelujuća površina svitka, a N_1 i N_2 su brojevi zavoja prvog, odnosno drugog svitka. U stanju ravnoteže momenti su jednaki, pa izjednačavanjem izraza (4.181) i (4.182) slijedi:

$$\frac{I_1 N_1}{I_2 N_2} = \frac{\cos (\alpha - \delta)}{\cos (\alpha + \delta)} \tag{4.183}$$

Ovo rješenje se koristi za mjerenje omjera struja od oko 0,8 do 1,2. Slično djelovanje se dobiva ako je raspor u sredini proširen, a na krajevima sužen. Tada sile na svitke moraju djelovati prema unutra, a ne prema van, kao u izvedbi prema sl. 4.72.



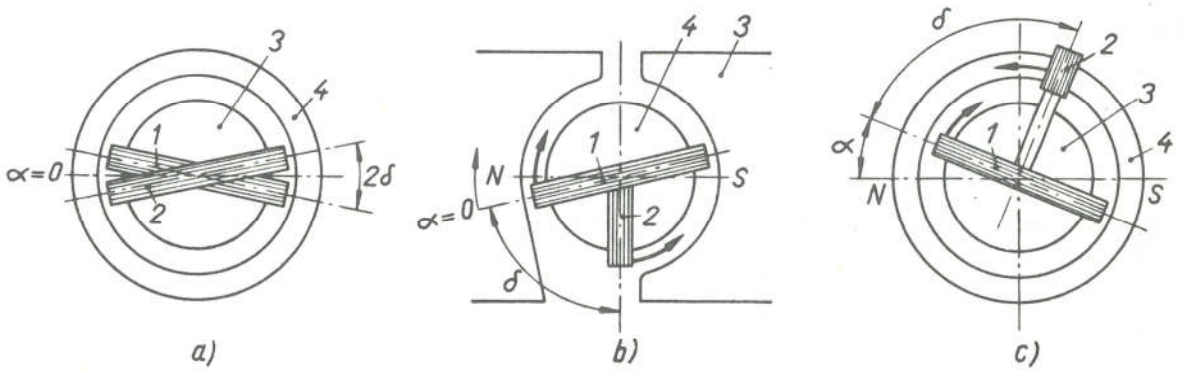
Slika 4.72. Osnovni raspored instrumenta s unakrsnim svicima



Slika 4.73. Sistem instrumenta s unakrsnim svicima (H & B)

Uobičajena su i neka druga rješenja. Tako je na sl. 4.74 *a* prikazana izvedba s jezgrastim magnetom *3* oko kojega se nalazi prsten od meka željeza *4*. Zračni raspor je u ovoj izvedbi svugdje jednake širine, a sinusna podjela toka duž raspora dobiva se samim jezgrastim magnetom. Izvedba je prikladna za omjere struja od oko 0,8 do 1,2.

Na sl. 4.74 *b* prikazana je nesimetrična izvedba. Svitak *1* kreće se po dijelu zračnog raspora gdje je gustoća toka konstantna, dok svitak *2* zakretanjem ulazi u polje sve veće gustoće. Struja u svitku *1* poprima različite vrijednosti, a u svitku *2* je konstantna. Kada kroz svitak *1* ne teče struja, svici se nalaze u položaju koji je prikazan na slici. Kada kroz svitak *1* poteče struja, zakreću se svici u smjeru kazaljke na satu, pa svitak *2* dolazi u sve jače polje i daje sve veći protumoment. Koristi se za mjerenje većih promjena kvocijenata I_1/I_2 koji počinju od nule.



Slika 4.74. Različite izvedbe instrumenata s unakrsnim svicima
1 i *2* čvrsto povezani unakrsni svici; *3* permanentni magnet ili njegovi polni nastavci; *4* prsten ili jezgra od meka željeza

U izvedbi prema sl. 4.74 *c* zakreće se svitak *1* oko jezgrastog magneta. Svitak *2* obuhvaća prsten od meka željeza i čvrsto je povezan u okomitom položaju sa svitkom *1*. Kada je prvi svitak u najjačem polju, drugi je u najslabijem. Zakretanjem svitaka dolazi prvi svitak u sve slabije polje koje opada po zakonu kosinusa, dok se drugi svitak kreće u polju koje raste po zakonu sinusa. Svici će zauzeti položaj u kojem su njihovi momenti, koji djeluju protivno, međusobno izjednačeni:

$$k_1 I_1 N_1 B_{max} \cos\alpha = k_2 I_2 N_2 B_{max} \sin\alpha$$

ili:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{k_1 I_1 N_1}{k_2 I_2 N_2} \tag{4.184}$$

Ako se iskoristi područje od $\pm 45°$, dobiva se ovdje praktički linearna skala.

U nekim izvedbama učvršćeni su svici jedan iznad drugoga, te se svaki kreće u posebnom magnetskom polju koje se dobiva pomoću dva para polnih nastavaka. Oblikom polnih nastavaka mogu se postići različite karakteristike skale.

Instrumenti s unakrsnim svicima imaju široko područje primjene. Oni se koriste za mjerenje omjera dviju struja, ili dvaju napona, ili napona i struje, tj. služe i za mjerenje otpora (pogl. 9.3.4 b). Mnogo se upotrebljavaju za daljinska mjerenja veličina koje se mogu svesti na prije navedene omjere. Tako se često koriste za daljinsko mjerenje temperature pomoću otpornih pretvarača, čiji je otpor ovisan o temperaturi (pogl. 10.1.1). Velika prednost mjerenja otpora pomoću ovih instrumenata proizlazi iz njihove neosjetljivosti na promjene napona napajanja. Ipak se napon napajanja ne smije bitno smanjiti, jer će tada zbog slabijih električnih momenata više utjecati trenje u ležajima i direkciona sila dovoda. Struja do unakrsnih svitaka dovodi se preko vrlo tankih kovinskih traka, najčešće od zlata, koje su tako izvedene da uzrokuju što manji mehanički moment.

Potrošak instrumenata s unakrsnim svicima nešto je veći nego onih s pomičnim svitkom. Uzrok je nejednolik zračni raspor i veći prostor potreban za smještaj dva svitka. U pogledu tačnosti, preopteretivosti, utjecaja temperature i stranih polja ne razlikuju se bitno od instrumenata s pomičnim svitkom.

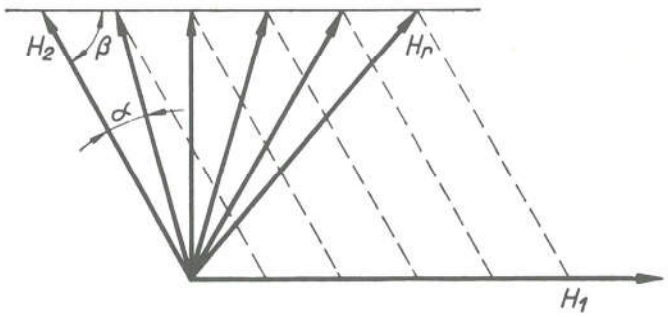
4.4. INSTRUMENTI S POMIČNIM MAGNETOM

4.4.1. Princip rada

Princip djelovanja instrumenata s pomičnim magnetom temelji se na pojavi da se magnetska igla u magnetskom polju postavlja u smjeru magnetskih silnica. Taj princip je korišten u mjerne svrhe već u prvim počecima električne mjerne tehnike, ali je do šire primjene instrumenata s pomičnim magnetom došlo tek u posljednje vrijeme, zahvaljujući poboljšanim svojstvima novijih magnetskih materijala. Odlikuju se jednostavnom i robustnom konstrukcijom, pa se sve više upotrebljavaju kao instrumenti za rasklopnice, naročito ondje gdje se zahtijevaju male dimenzije instrumenta. Oni, međutim, nalaze primjenu i u laboratorijima, kao vrlo osjetljivi galvanometri za istosmjernu i izmjeničnu struju.

Sastoje se od jedne male magnetske igle i jednog svitka kroz koji protječe mjerena struja, čije polje otklanja iglu. Protumoment stvara spiralna opruga ili, još češće, drugo magnetsko polje dobiveno pomoću posebnog nepomičnog magneta ili drugog svitka. U tu svrhu koristi se katkada i Zemljino magnetsko polje.

Neka na magnetsku iglu djeluje vektor $\boldsymbol{H}_1$ jakosti polja što ga stvara svitak kroz koji protječe mjerena struja i vektor $\boldsymbol{H}_2$ jakosti polja dobivenog pomoću nepomičnog permanentnog magneta (sl. 4.75). Magnetska igla će se postaviti u smjer rezultirajućeg vektora $\boldsymbol{H}_r$. Promjena mjerene struje izaziva promjenu veličine vektora $\boldsymbol{H}_1$, a time i promjenu položaja pomične igle. Na karakter skale može se utjecati izborom omjera veličina vektora $\boldsymbol{H}_1$ i $\boldsymbol{H}_2$, te kutom β. Pri malom β skala je na početku zgusnuta, a na kraju raširena. Pri velikom β je obratno. Simetrična skala, tj. skala koja je u sredini raširena, a na krajevima jednako zgusnuta, postiže se kad je $2 H_2 \cos \beta = H_{1\max}$, gdje je $H_{1\max}$ jakost polja svitka pri punom otklonu.



Slika 4.75. Vektorski dijagram jakosti magnetskog polja u instrumentu s pomičnim magnetom

Momente koji će djelovati na magnetsku iglu možemo odrediti zamišljajući iglu kao magnetski dipol, čiji je magnetski tok Φ. Tada će na svaki pol dipola u magnetskom polju jakosti $\boldsymbol{H}$ djelovati sila $\boldsymbol{F}$:

$$\boldsymbol{F} = \Phi \boldsymbol{H} \tag{4.185}$$

Moment koji će izazvati ta sila ovisit će o razmaku l magnetskih polova, koji je uvijek nešto manji od duljine igle, te o nagibu igle prema vektoru $\boldsymbol{H}$. Tako će vektor $\boldsymbol{H}_1$ izazvati moment M_1:

$$M_1 = \Phi H_1 l \sin(\alpha + \beta) \tag{4.186}$$

a vektor $\boldsymbol{H}_2$ nepomičnog magneta moment M_2:

$$M_2 = -\Phi H_2 l \sin \alpha \tag{4.187}$$

Igla će se postaviti u položaj gdje su oba momenta u ravnoteži ($M_1 + M_2 = 0$) ili:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_1 \sin \beta}{H_2 - H_1 \cos \beta} \tag{4.188}$$

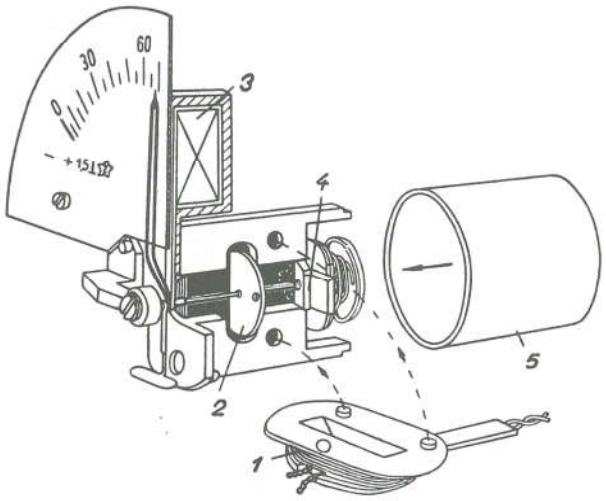
Položaj igle ne ovisi o jakosti njezinih polova. Ipak je za postizanje zadovoljavajućeg momenta namještanja i te kako važno da jakost polova magnetske igle bude što veća, pa se ona izrađuje od kvalitetnih tvrdih magnetskih materijala. Time se dobiva veći specifični moment namještanja, koji prema izrazu (4.10) ovdje iznosi:

$$M_{ns90} = \frac{\partial (M_1 + M_2)}{\partial \alpha} \frac{\pi}{2} = - \Phi H_2 l \pi \frac{\sin \beta}{2 \sin (\alpha + \beta)} \tag{4.189}$$

Na sl. 4.76 prikazana je jedna novija izvedba instrumenta s pomičnim magnetom, koja se koristi za mjerenje istosmjerne struje i napona. Magnetska igla ovdje je oblika okrugle pločice *2* i giblje se u polju koje stvara dvodijelni svitak *1* kroz koji protječe mjerena struja. Protumoment prouzrokuje nepomični permanentni magnet koji je smješten iza pomičnog magneta. Mjerni sistem je zaštićen željeznim oklopom *5* od djelovanja stranih magnetskih polja.

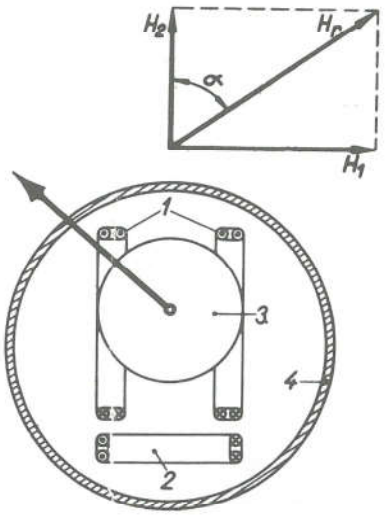
Potrošak ovih instrumenata je veći nego instrumenata s pomičnim svitkom. Iznosi otprilike 10 do 100 mW. Većinom se izrađuju u klasi 1 do 2,5, ali se može postići i klasa tačnosti 0,2.

Njihova je izvedba jednostavna i robustna, jer im nisu potrebne opruge i dovodi do pomičnog organa. Prikladni su za upotrebu na vozilima i drugim mjestima izloženim trešnji.



Slika 4.76. Instrument s pomičnim magnetom

1 svitak protjecan mjerenom strujom; *2* pomični magnet; *3* lopatica za zračno prigušenje; *4* nepomični magnet; *5* zaštitni željezni oklop



Slika 4.77. Kvocijentni instrument s pomičnim magnetom

1 svitak protjecan strujom I_1; *2* svitak protjecan strujom I_2; *3* pomični magnet; *4* zaštitni željezni oklop

4.4.2. Kvocijentni instrumenti s pomičnim magnetom

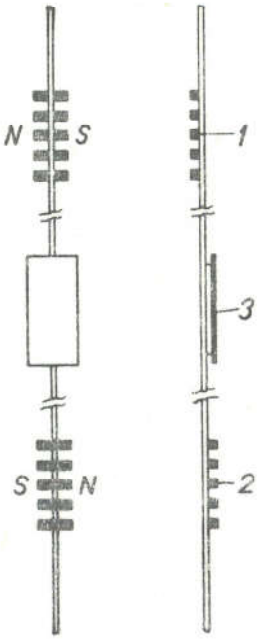
Kod kvocijentnih instrumenata s pomičnim magnetom djeluje na pomični magnet magnetsko polje dvaju svitaka koji stoje okomito jedan prema drugome (sl. 4.77). Otklon α pomičnog magneta ovisi o omjeru struja koje teku kroz jedan i drugi svitak:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_1}{H_2} = k \frac{I_1}{I_2} \tag{4.190}$$

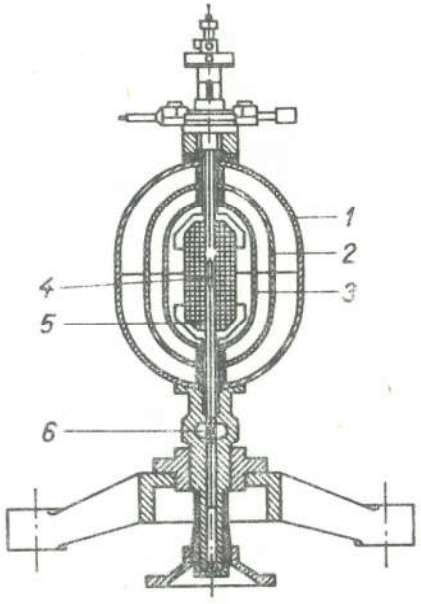
Ovi instrumenti mjere, dakle, kvocijent dviju struja, slično kao i instrumenti s unakrsnim svicima, pa se i koriste za iste svrhe. Potrošak im je veći nego instrumenata s unakrsnim svicima, ali su jednostavniji, robustniji i jeftiniji. Mnogo ih koriste vozila kao mjerače nivoa benzina, pokazivače položaja, mjerače pritiska i temperature.

4.4.3. Galvanometri s pomičnim magnetom

Galvanometri s pomičnim magnetom su najstariji električni mjerni instrumenti koji su se koristili za mjerenje malih istosmjernih struja. Na magnetsku iglu djelovalo se magnetskim poljem svitka kroz koji je protjecala mjerena struja, dok je za protumoment najčešće korišteno Zemljino magnetsko polje. Oni su dobrim dijelom istisnuti iz tehničke prakse. Ipak, neka novija usavršena rješenja koriste se još i danas i omogućuju mjerenja izvanredno malih struja i napona. Tako se pomoću Paschenova galvanometra, proizvodnje Cambridge, postiže osjetljivost od 4900 mm/m po μV i 130000 mm/m po μA. Pomični organ se sastoji od dvije grupe po pet malih permanentnih magneta zavješenih na tankoj kvarcnoj niti duljine 20 cm i promjera 0,001 mm (sl. 4.78). Grupe magneta suprotno su polarizirane, tako da se izbjegne utjecaj vanjskog magnetskog polja. Na svaku grupu magneta djeluje po jedan par svitaka kroz koje protječe mjerena struja. Svici se mogu spajati serijski, serijski-paralelno i paralelno, tako da otpor kombinacija iznosi npr.: 12; 3 ili 0,75 Ω. Sistem je zaštićen magnetskim oklopom od mumetala.



Slika 4.78. Pomični magneti Paschenova galvanometra
1 i *2* grupe po pet suprotno polariziranih magneta; *3* zrcalo



Slika 4.79. Oklopljeni galvanometar s pomičnim magnetom
1, *2* i *3* magnetski oklopi; *4* pomični magnet; *5* svitak; *6* zrcalo

Sl. 4.79 prikazuje izvedbu oklopljenog galvanometra s pomičnim magnetom. Ovdje je pomični magnet u obliku štapića koji je poprečno magnetiziran i okreće se oko svoje duže osi. Štapić je izrađen od kvalitetnog tvrdog magnetskog materijala (oerstit 700). Sistem je zaštićen od vanjskih polja trostrukim oklopom od mumetala, tako da se vanjska polja smanjuju za $3 \cdot 10^8$. Ovakvim rješenjem postiže se izvanredna naponska osjetljivost, koja je čak veća nego ona galvanometara s pomičnim svitkom (tablica 4.8).

4.5. ELEKTRODINAMSKI INSTRUMENTI

4.5.1. Princip rada

Pomični svitak elektrodinamskih instrumenata smješten je u magnetskom polju jednog nepomičnog svitka, a ne u polju permanentnog magneta, kao kod instrumenata s pomičnim svitkom i permanentnim magnetom. Najjednostavnije odnose ovdje dobivamo ako zamislimo nepomični svitak jako dug i bez željeza, a pomični svitak smješten u njegovoj sredini (sl. 4.80). Magnetska indukcija B u sredini nepomičnog svitka može se tada lako odrediti iz broja zavoja N_1, struje i_1 i duljine l_1 nepomičnog svitka:

$$B = \mu_0 \frac{i_1 N_1}{l_1} \tag{4.191}$$

Da bismo odredili moment M_1 koji će djelovati na pomični svitak, potrebno je još poznavati struju i_2, broj zavoja N_2, srednju površinu zavoja $b\,h$ i β kut nagiba pomičnog svitka prema uzdužnoj osi nepomičnog svitka. Na osnovi iz fizike poznatih sila što djeluju na vodiče u magnetskom polju kroz koje protječe struja, odmah slijedi:

$$M_1 = b\,h\,N_2\,i_2\,B\cos\beta = \mu_0 \frac{b\,h}{l_1} N_2\,i_2\,N_1\,i_1\cos\beta \tag{4.192}$$

Protumoment M_2 i ovdje stvaraju spiralne opruge ili torzione trake:

$$M_2 = -D\,\alpha \tag{4.193}$$

pa će se pomični organ zaustaviti pri otklonu α, gdje su ova dva momenta jednaka ($M_1 + M_2 = 0$) ili:

$$\alpha = \frac{\mu_0}{D} \frac{b\,h}{l_1} N_2\,i_2\,N_1\,i_1\cos\beta \tag{4.194}$$

Veličinu momenta M_1 možemo odrediti i tako da razmatramo promjenu energije sadržane u oba svitka, do čega dolazi kad se pomični svitak zakrene za neznatan kut $\mathrm{d}\alpha$. Iz zakona o održanju energije ta promjena mora biti jednaka radnji $M_1\mathrm{d}\alpha$, izvršenoj zakretanjem svitka. U nepomičnom i pomičnom svitku, čiji su induktiviteti L_1, odnosno L_2, a međuinduktivitet M, sadržana je energija:

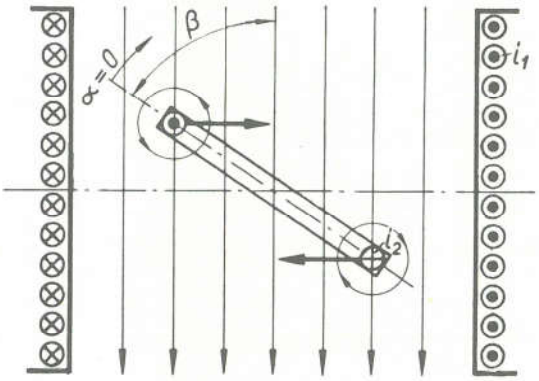
$$W = \tfrac{1}{2} L_1 i_1^2 + \tfrac{1}{2} L_2 i_2^2 + M\,i_1\,i_2 \tag{4.195}$$

Da bismo odredili nastalu promjenu energije najjednostavnije je pretpostaviti da su struje u svicima ostale nepromijenjene. Tada je međuinduktivitet M jedina veličina koja se mijenja u izrazu (4.195), jer induktiviteti L_1 i L_2 ne ovise o međusobnom položaju svitaka. Prema tome će biti: $M_1\,\mathrm{d}\alpha = \mathrm{d}M\,i_1\,i_2$, ili:

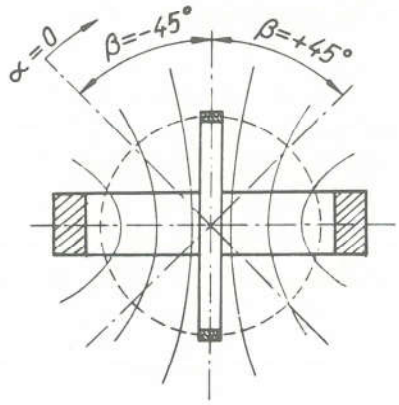
$$M_1 = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} i_1\,i_2 \tag{4.196}$$

Za raspored prema sl. 4.80 može se međuinduktivitet M jednostavno odrediti: $M = \mu_0 \frac{b\,h}{l_1} N_1 N_2 \sin\beta$, pa je $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\beta} = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} = \mu_0 \frac{b\,h}{l_1} N_1 N_2 \cos\beta$, te uvrštavanjem u (4.196) dobivamo za moment M_1 ponovo istu vrijednost kao i u (4.192).

Želimo li da je otklon pomičnog organa ovisan samo o produktu $i_1 i_2$, potrebno je u izrazu (4.196) da $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha}$ bude konstantno. To se dobrim dijelom postiže ako se skrati nepomični svitak (sl. 4.81) a otkloni pomičnog svitka prema uzdužnoj osi nepomičnog svitka ne prelaze 45° (β od −45° do + 45°). Linearnu skalu za produkt $i_1 i_2$ vrlo lako postižemo u izvedbi sa svjetlosnim znakom, gdje se β zbog velike duljine svjetlosne kazaljke kreće od npr. −10° do + 10°. Tada se cos β u izrazu (4.194) mijenja gotovo neznatno od 0,985 do 1,000.



Slika 4.80. Osnovni raspored elektrodinamskog instrumenta bez željeza



Slika 4.81. Magnetsko polje elektrodinamskog instrumenta bez željeza, s kratkim nepomičnim svitkom

Kada kroz svitke teku istosmjerne struje I_1 i I_2, bit će prema (4.196) moment M_1 ovisan o produktu $I_1 I_2$:

$$M_1 = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} I_1 I_2 \tag{4.197}$$

Ako kroz svitke teku izmjenične struje I_1 i I_2 iste frekvencije, bit će momentana vrijednost momenta M_1 funkcija umnoška njihovih momentanih vrijednosti. Pomični svitak, zbog svoje tromosti, neće slijediti momentane vrijednosti momenta, već će se otkloniti ovisno o njegovoj srednjoj vrijednosti. Poznato je da je srednja vrijednost umnoška momentanih vrijednosti struja I_1 i I_2 jednaka umnošku efektivnih vrijednosti struja I_1 i I_2 i kosinusa njihovog međusobnog faznog pomaka ψ, ili:

$$M_1 = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} I_1 I_2 \cos\psi \tag{4.198}$$

Svici elektrodinamskih instrumenata mogu se spojiti na više načina (sl. 4.82 *a*, *b* i *c*). Spoj prema sl. 4.82 *a* koristi se za mjerenje struja. Kroz oba svitka, spojena u seriju, teče struja trošila, pa je zakretni moment, a time i otklon α instrumenta, određen kvadratom mjerene struje:

$$M_1 = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} I^2 \tag{4.199}$$

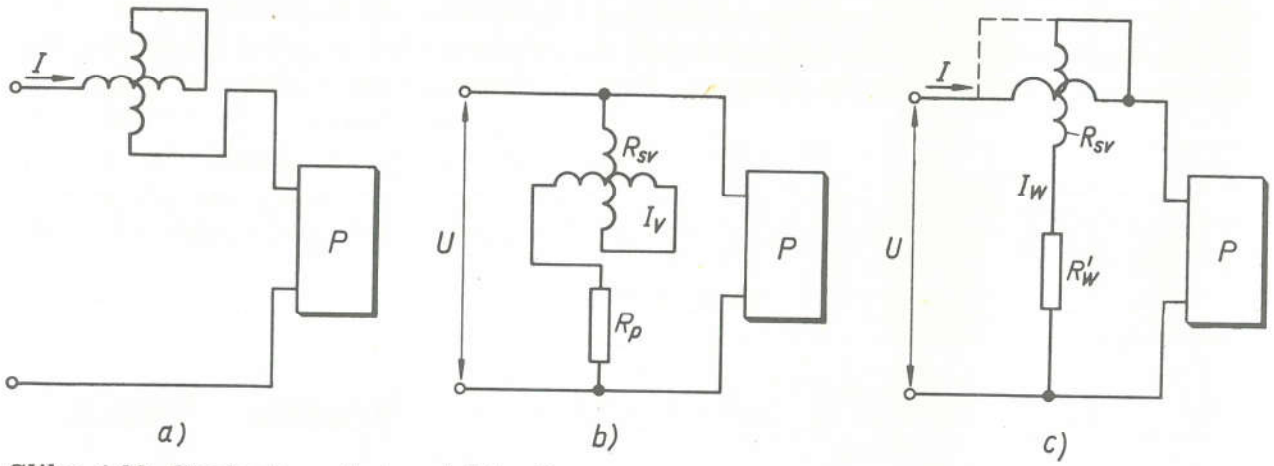
Uz konstantno $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha}$ skala je elektrodinamskih ampermetara kvadratična. Zbog ovisnosti momenta o kvadratu mjerene struje mogu tako spojeni elektrodinamski instrumenti mjeriti i izmjenične struje.

Spoj prema sl. 4.82 *b* koristi se za mjerenje napona. Svici su opet spojeni u seriju i preko djelatnog otpora R_p priključeni na mjereni napon U. Ako je otpor svitaka R_{sv} i ako je prema tome $R_V = R_p + R_{sv}$ ukupni otpor voltmetra, teče kroz voltmetar struja $I_V = U/R_V$ pa su moment M_1, a time i otklon α, određeni sa $I_V^2 = U^2/R_V^2$, dakle s kvadratom mjerenog napona U:

$$M_1 = \frac{1}{R_V^2} \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} U^2 \tag{4.200}$$

Kao i kod ampermetara, skala je kvadratična.

Predotpor R_p potreban je zato jer su nepomični i pomični svitak namotani bakrenom žicom, pa im se otpor mijenja s temperaturom. Bez njega bi temperatura utjecala na veličinu struje kroz svitke, a time i na otklon α instrumenta. Pri mjerenju izmjeničnih napona ovisila bi struja kroz svitke i o frekvenciji mjerenog napona, jer svici imaju stanovitu reaktanciju razmjernu s frekvencijom. Zbog tih razloga potrebno je u seriju dodati temperaturno neovisan otpornik R_p takvog otpora, da prema njemu budu neznatne promjene djelatnog otpora i reaktancije svitaka.



Slika 4.82. Spajanje svitaka elektrodinamskog instrumenta: a) za mjerenje struje; b) za mjerenje napona; c) za mjerenje snage

Prema sl. 4.82 *c* spajaju se *elektrodinamski vatmetri*. Kroz nepomični svitak od malo zavoja debele žice teče struja I trošila snage P, dok je pomični svitak od mnogo zavoja tanke žice spojen u seriju s otporom R'_W i priključen na napon trošila. Struja $I_1 = I_W$ pomičnog svitka razmjerna je naponu trošila, a ako je R'_W dovoljno velik djelatni otpor, bit će praktički i u fazi s naponom trošila. Stoga je fazni pomak između struja I_1 i I gotovo jednak faznom pomaku φ između napona i struje trošila, pa prema (4.198) vrijedi:

$$M_1 = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} I I_1 \cos\psi = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} \frac{I U \cos\varphi}{R_{sv} + R'_W} = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} \frac{P}{R_{sv} + R'_W} = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha} \frac{P}{R_W} \tag{4.201}$$

Vidimo da su moment M_1, a time i otklon α elektrodinamskog vatmetra, određeni mjerenom snagom P trošila. Uz konstantno $\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}\alpha}$ bit će otkloni vatmetra upravno razmjerni mjerenoj snazi.

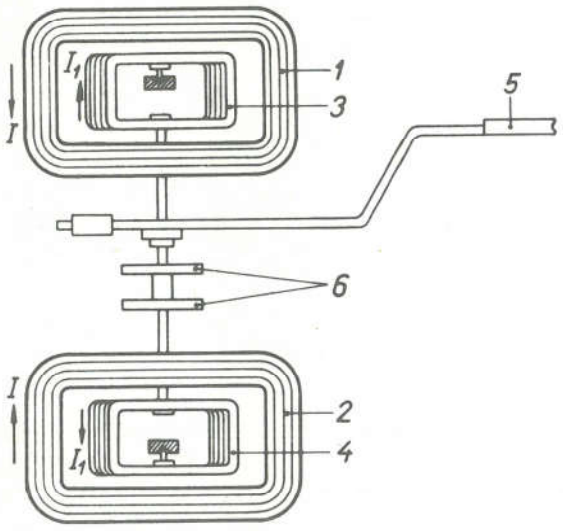
Elektrodinamski voltmetri i ampermetri se danas rijetko koriste kao pogonski instrumenti, jer su ih potisnuli jednostavniji i jeftiniji instrumenti s pomičnim željezom. Međutim, elektrodinamski vatmetri prevladavaju ne samo kao laboratorijski, već i kao pogonski instrumenti za mjerenje snage.

Upotrebljavaju se razne izvedbe elektrodinamskih sistema. Neke nemaju željeza u magnetskom krugu svitaka (elektrodinamski instrumenti bez željeza). Utjecaj vanjskih magnetskih polja smanjuje se kod njih astatičkim izvedbama ili oklopima od željeznog lima. U drugim se izvedbama magnetski tok svitaka zatvara preko željezne jezgre (željezom zatvoreni elektrodinamski instrumenti).

4.5.2. Elektrodinamski instrumenti bez željeza

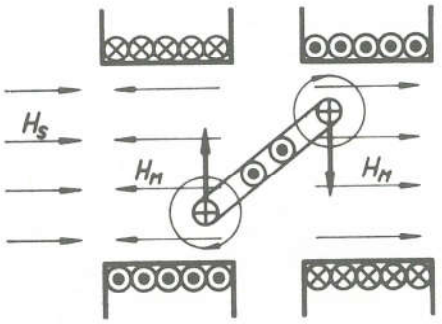
Elektrodinamski sistemi bez željeza izrađuju se gotovo isključivo kao precizni instrumenti, i to ponajviše kao precizni vatmetri. Njihovo pokazivanje praktički je jednako na istosmjernoj struji i izmjeničnoj struji nižih frekvencija. Male razlike u pokazivanju na izmjeničnoj struji mogu nastati zbog induktiviteta pomičnog svitka i zbog međuinduktiviteta između nepomičnog i pomičnog svitka. Ta je razlika primjetna tek pri malim faktorima snage i frekvencijama otprilike iznad 500 Hz, a mogu se još upotrebljavati, ovisno o izvedbi, i do 10000 Hz.

Utjecaj stranih polja otklanja se ili astatičkim izvedbama ili oklapanjem. Astatičke izvedbe se u principu sastoje od dva mjerna sistema, čiji su pomični svici učvršćeni na istoj osovini. Smjer struja kroz njihove svitke je tako odabran da se momenti oba sistema zbrajaju, dok se momenti koje izazivaju strana homogena magnetska polja međusobno poništavaju. Pri tome se mjerni sistemi nalaze prostorno jedan iznad drugoga (sl. 4.83) ili jedan pored drugoga (sl. 4.84).



Slika 4.83. Osnovni raspored astatičke izvedbe elektrodinamskog instrumenta s mjernim sistemima koji stoje jedan iznad drugoga

1 i *2* nepomični svici; *3* i *4* pomični svici; *5* kazaljka; *6* spiralne opruge

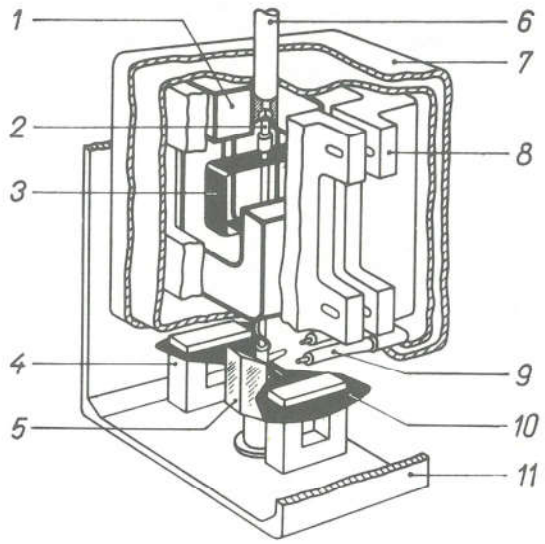


Slika 4.84. Principijelni prikaz astatičke izvedbe elektrodinamskog instrumenta sa sistemima koji stoje jedan pored drugoga

(H_M polje nepomičnih svitaka; H_S strano polje

Oklapanje sistema izvodi se pomoću oklopa od magnetski vrlo dobro vodljivog materijala. Oklop mora biti dovoljno udaljen od mjernog sistema da magnetski tok nepomičnog svitka ne stvori u oklopu znatnije vrtložne struje, jer one uzrokuju fazni pomak između magnetskog toka i struje nepomičnog svitka. Oklopi se izrađuju od legura nikla i željeza (permaloy, mumetal itd.). Povoljnije je umjesto jednog debljeg upotrijebiti dva tanja, međusobno razmaknuta oklopa. Vanjski oklop se tada izrađuje od materijala s visokim zasićenjem i on odvodi veći dio magnetskog toka. Unutarnji oklop ima visok početni permeabilitet i odvodi preostali manji dio toka.

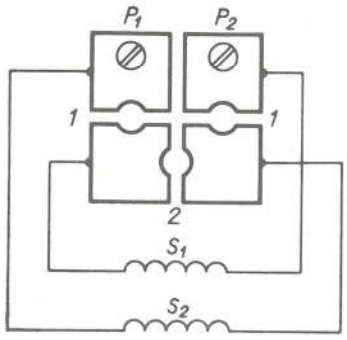
Na sl. 4.85 prikazana je jedna izvedba oklopljenog elektrodinamskog vatmetra klase tačnosti 0,1, sa svjetlosnim znakom i dvostrukom skalom prema sl. 4.5. Pomični svitak je napet trakama. Njegovi su nazivni naponi npr.: 30; 75; 90; 150 i 300 V, a pri nazivnom naponu teče kroz naponsku granu struja 10 mA. Izrađuje se za dva strujna područja, npr. 0,5 i 1 ili 2,5 i 5 A. U posebnoj izvedbi za mjerenje malih snaga nazivni naponi su znatno niži: 3 i 9, 15 i 30 V, a struja naponske grane pri nazivnom naponu iznosi samo 1 mA. Strujna područja su mu 0,025 i 0,05 A ili 0,1 i 0,2 A. U ovoj izvedbi ne upotrebljava se dvostruka skala, jer je klasa tačnosti 0,5.



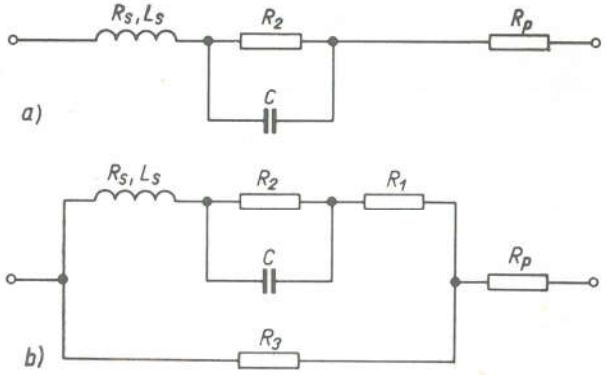
Slika 4.85. Elektrodinamski vatmetar klase tačnosti 0,1 sa svjetlosnim znakom i dvostrukom skalom (H & B)

1 nepomični svitak; *2* keramička osovina pomičnog organa; *3* pomični svitak; *4* magnet; *5* zrcalo s dvije zrcalne površine; *6* keramička cjevčica kroz koju prolazi napeta traka; *7* dvostruki magnetski oklop; *8* keramički nosač nepomičnog svitka; *9* dovodi; *10* ploča za elektromagnetsko prigušenje; *11* nosač mjernog sistema

Mijenjanje strujnog područja izvodi se serijskim ili paralelnim spajanjem polusvitaka nepomičnog svitka. Prespaja se obično čepovima (sl. 4.86). Kad su čepovi u položaju *1*, svici su paralelno spojeni, a u položaju *2* serijski. Time se dobivaju dva mjerna područja. Sa četiri svitka postižu se tri mjerna područja (npr. 2,5; 5 i 10 A).



Slika 4.86. Spoj za mijenjanje strujnog područja serijskim ili paralelnim spajanjem polusvitaka nepomičnog svitka

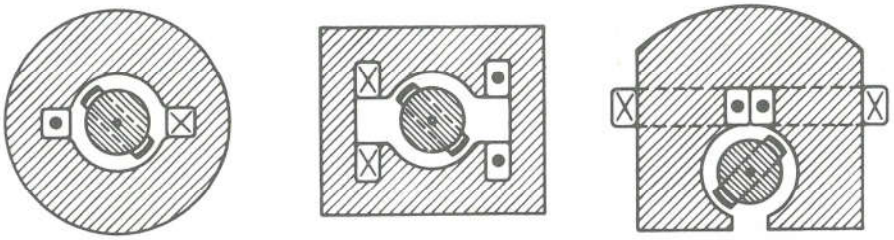


Slika 4.87. Spojevi za kompenzaciju fazne pogreške naponske grane vatmetra

Naponska područja mijenjaju se pomoću različitih predotpora dodanih u seriju pomičnom svitku. Promjena otpora pomičnog svitka preciznih vatmetara često se kompenzira serijski dodanim otporom s negativnim temperaturnim koeficijentom. Fazna pogreška koja nastaje zbog induktiviteta pomičnog svitka otklanja se paralelno spojenim induktivnim svitkom ili još češće kondenzatorom koji je dodan paralelno jednom dijelu predotpora (sl. 4.87 *a* i *b*). Rješenje pod *b* zadovoljava i pri različitim predotporima R_p. Sličnim spojevima kompenzira se i fazni pomak između magnetskog toka i struje nepomičnog svitka, te razlike koja se pojavljuje između istosmjernih i izmjeničnih mjerenja.

4.5.3. Elektrodinamski instrumenti zatvoreni željezom (ferodinamski instrumenti)

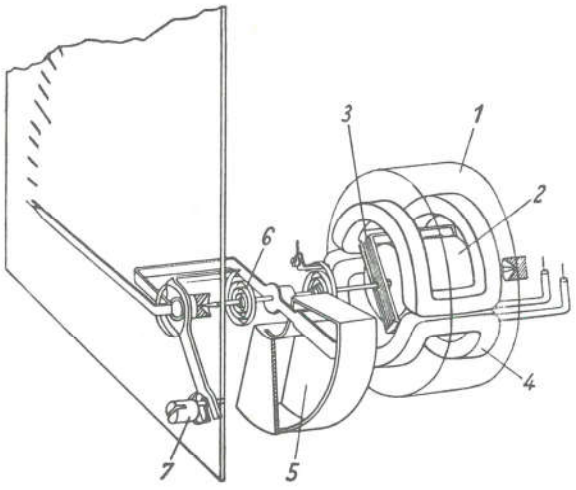
Kod elektrodinamskih instrumenata zatvorenih željezom magnetski tok većim dijelom prolazi kroz željezo. Pomični svitak okreće se u zračnom rasporu između jezgre i jarma. Jezgra i jaram su izrađeni od kvalitetnog, tankog, izoliranog magnetskog lima, da bi se što više smanjili gubici vrtložnih struja. Na sl. 4.88 prikazani su razni uobičajeni oblici lima i smještaj pomičnog i nepomičnog svitka, a na sl. 4.89 shematski je prikazana konstrukcija jednog elektrodinamskog instrumenta zatvorenog željezom. Njegovi limovi oblika su prema sl. 4.88 *a*.



Slika 4.88. Razni oblici lima elektrodinamskih instrumenata zatvorenih željezom

Kod elektrodinamskih instrumenata zatvorenih željezom ne može se postići onako visoka tačnost kao kod elektrodinamskih bez željeza. Razlog je ovisnost permeabiliteta magnetskog lima o jakosti magnetskog polja. Pogreške također izazivaju gubici histereze i vrtložnih struja u limu.

Postižu se klase tačnosti od 0,5 do 1. Utjecaj stranih polja redovno je neznatan, a potrošak nešto manji nego u sistemu bez željeza. Na niskim frekvencijama utjecaj frekvencije je malen, dok se na višim frekvencijama javljaju poteškoće zbog zagrijavanja sistema zbog gubitaka u željezu. Ipak se specijalnim izvedbama s magnetskom jezgrom od praškastih materijala može još mjeriti i na frekvencijama preko 10000 Hz.



Slika 4.89. Perspektivna skica elektrodinamskog instrumenta zatvorenog željezom

1 željezni jaram; *2* željezna jezgra; *3* pomični svitak; *4* nepomični svitak; *5* komora za zračno prigušenje; *6* spiralne opruge; *7* podešavanje nultog položaja

4.5.4. Kvocijentni elektrodinamski instrumenti

Kvocijentni elektrodinamski instrumenti imaju dva unakrsna pomična, ili dva unakrsna nepomična svitka. Izrađuju se ili bez željeza, ili željezom zatvoreni. Na sl. 4.90 prikazan je princip takvog instrumenta bez željeza. Pomični svici su učvršćeni pod pravim kutom i nemaju direkcionih opruga. Ako kroz nepomični svitak

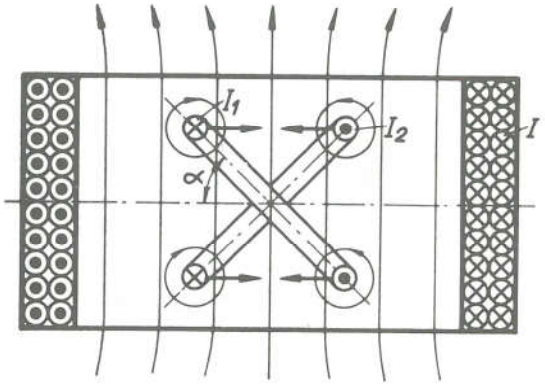
teče struja I, a kroz jedan od pomičnih struja I_1, djelovat će na taj svitak moment M_1:

$$M_1 = k_1 I I_1 \cos\varphi \sin\alpha \qquad (4.202)$$

gdje je α kut otklona svitka prema poprečnoj osi, a φ fazni pomak između struja I i I_1.

Struja I_2 kroz drugi pomični svitak neka je fazno pomaknuta za 90° prema struji I_1, pa će na drugi svitak djelovati moment M_2:

$$M_2 = k_2 I I_2 \cos(90° - \varphi) \sin(90° - \alpha)$$



Slika 4.90. Principijelni prikaz kvocijentnog elektrodinamskog instrumenta

ili:

$$M_2 = k_2 I I_2 \sin\varphi \cos\alpha \qquad (4.203)$$

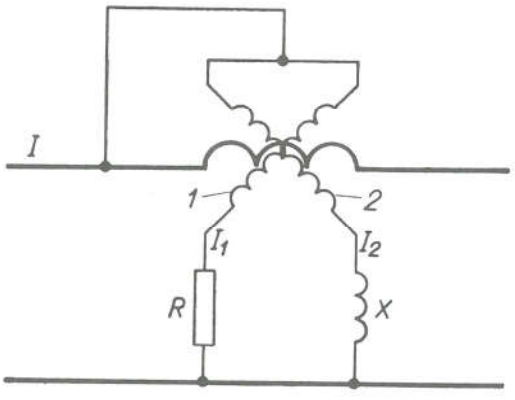
Kako nema direkcionih opruga, zauzet će pomični svici položaj gdje su oba momenta jednaka:

$$k_1 I I_1 \cos\varphi \sin\alpha = k_2 I I_2 \sin\varphi \cos\alpha$$

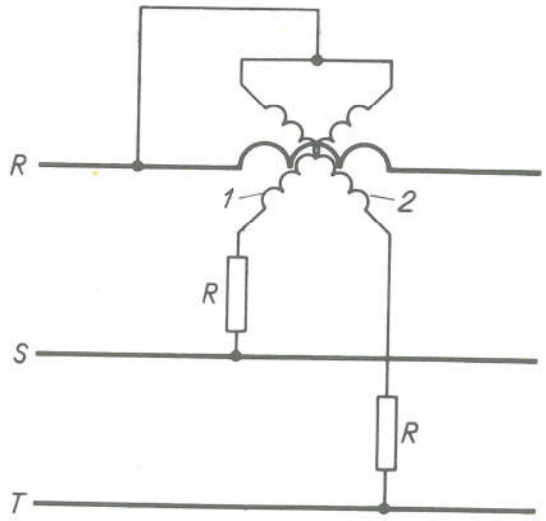
ili:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{k_1}{k_2}\frac{I_1}{I_2}\operatorname{tg}\alpha \qquad (4.204)$$

Ako je omjer između I_1 i I_2 stalan, što se lako postiže spajanjem jednog i drugog svitka na isti napon, dobiva se otklon α instrumenta ovisan o faznom pomaku između struje I kroz nepomični svitak i struje I_1 kroz pomični svitak. *Stoga se ovakvi sistemi koriste kao* cos φ*-mjerila* (*mjerila faktora snage*). Može se dokazati da je otklon instrumenta određen faznim pomakom φ, i ako kut između pomičnih svitaka nije 90°. Ni pomak između struja I_1 i I_2 ne mora biti 90°.



Slika 4.91. Shema spajanja cos φ-mjerila na jednofaznu mrežu

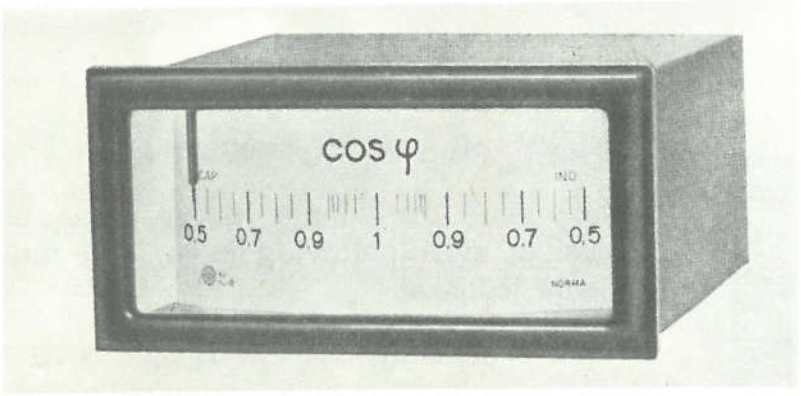


Slika 4.92. Shema spajanja cos φ-mjerila na trofaznu mrežu

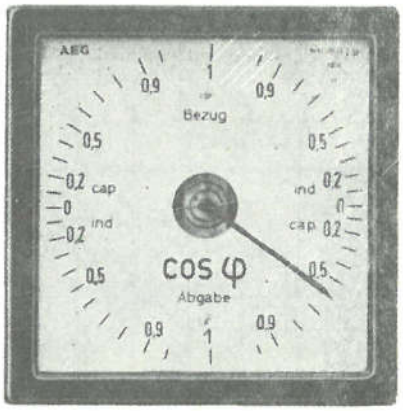
U jednofaznim sistemima postiže se taj pomak tako da se svitak *1* spoji preko otpornika na napon mreže, a svitak *2* preko prigušnice na isti napon (sl. 4.91). U trofaznim sistemima koristi se za tu svrhu već postojeći pomak između faza, pa se svici *1* i *2* spajaju preko otpornika na različite faze (sl. 4.92).

Skale instrumenata izravno pokazuju cos φ. Kod instrumenata čiji je otklon oko 90° skala se baždari za cos φ od 0 do 1, ako se očekuje samo induktivni teret ili za 0,5 kap . . . 1 . . . 0,5 ind. (sl. 4.93).

Kod trofaznih instrumenata mogu se upotrijebiti i kružne skale od 360° sa skalom za cos φ od 1 do — 1. Prikladne su ako se predviđa primanje i davanje energije (sl. 4.94).



Slika 4.93. Primjer skale cos φ-mjerila



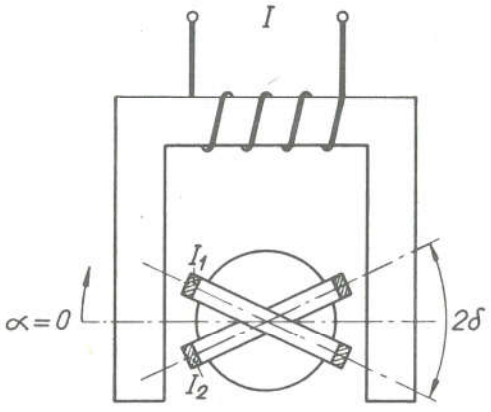
Slika 4.94. Primjer skale cos φ-mjerila

Potrošak im je velik i kreće se za strujni svitak do 10 VA, a za naponske svitke i do 20 VA. Proizvode se najčešće za 5 A i napon od 100 V, pa se priključuju preko strujnih i naponskih mjernih transformatora. Za niskonaponske mreže izrađuju se za napone do oko 500 V.

Tačnost im odgovara klasi 1,5 do 2,5. Izvedbe zatvorene željezom moraju imati, slično kao instrumenti s unakrsnim svicima, nejednolik zračni raspor, kako bi se postigla ovisnost momenta o pomaku svitka (sl. 4.95). Ako je fazni pomak između struje I nepomičnog svitka i struja I_1 i I_2 pomičnih svitaka φ_1, odnosno φ_2, te ako su pomični svici međusobno pomaknuti za kut 2δ, djelovat će na svitke *1* i *2* momenti:

$$M_1 = k_1 I I_1 \cos \varphi_1 f(\alpha + \delta) \qquad (4.205)$$

$$M_2 = k_2 I I_2 \cos \varphi_2 f(\alpha - \delta) \qquad (4.206)$$



Slika 4.95. Kvocijentni elektrodinamski instrument zatvoren željezom

Pomični organ će se zaustaviti kod otklona α, gdje su momenti M_1 i M_2 u ravnoteži:

$$\frac{f(\alpha + \delta)}{f(\alpha - \delta)} = \frac{k_2 I_2 \cos \varphi_2}{k_1 I_1 \cos \varphi_1} \qquad (4.207)$$

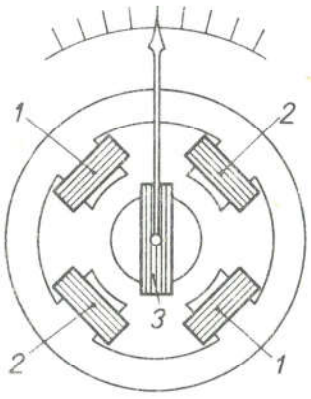
Ako je struja I_2 u fazi s naponom trošila, a I_1 prema njemu pomaknuta za kut β, te ako su obje struje razmjerne naponu trošila, bit će:

$$\alpha = f_1\left[\frac{\cos \varphi}{\cos(\varphi + \beta)}\right] \qquad (4.208)$$

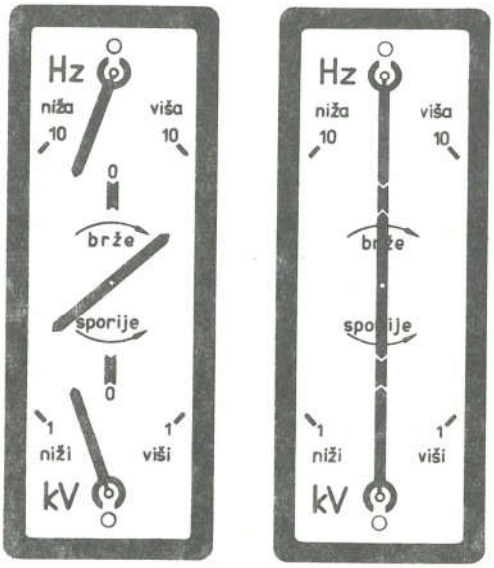
Pri tome je φ fazni pomak između napona i struje trošila. Vidljivo je da je otklon α instrumenta određen faznim pomakom trošila.

Ovi instrumenti se izvode i tako da su naponski unakrsni svici nepomični, a strujni svitak pomičan (sl. 4.96). Dva i dva suprotno postavljena svitka (*1* i *2*) spojena su serijski, a do pomičnog svitka *3* dovodi se struja preko tankih dovoda bez direkcione sile. I za ovu izvedbu vrijede već izvedene jednadžbe.

Elektrodinamski instrumenti s unakrsnim svicima mogu se koristiti i kao *sinhronoskopi*. Sinhronoskopi se upotrebljavaju npr. pri ukapčanju sinhronih generatora na mrežu. Njih se smije ukopčati samo ako su frekvencije generatora i mreže jednake, te ako su im naponi jednaki i u fazi. Kontrola frekvencije i faznog pomaka provodi se pomoću sinhronoskopa.



Slika 4.96. Kvocijentni elektrodinamski instrument zatvoren željezom s nepomičnim naponskim svicima



a) b)

Slika 4.97. Prednja strana uređaja za sinhronizaciju (gornja kazaljka pokazuje razliku frekvencije, a donja razliku napona generatora i mreže; u sredini kazaljka sinhronoskopa): a) napon, frekvencija i fazni pomak generatora i mreže nisu izjednačeni; b) napon, frekvencija i fazni pomak generatora i mreže su izjednačeni

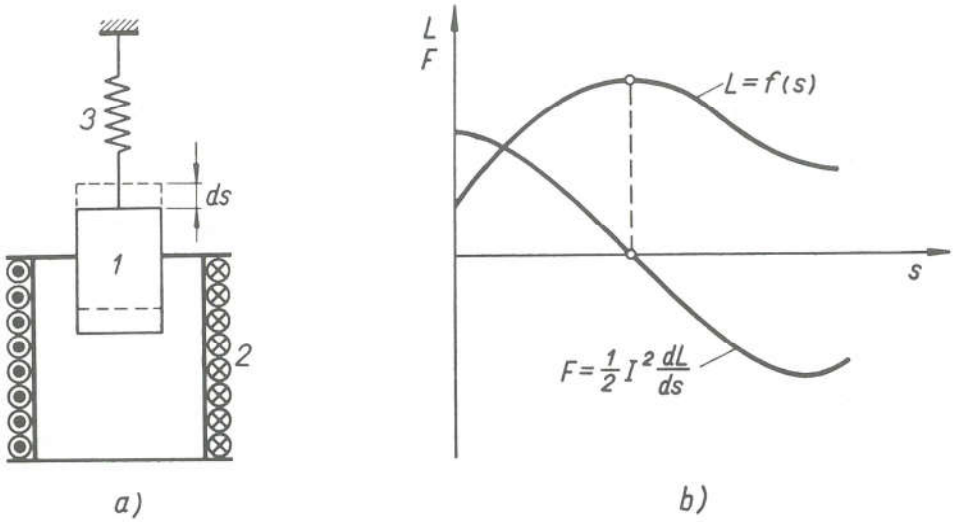
U izvedbi na sl. 4.96 priključuje se svitak *3* preko prikladnog otpora na napon generatora. Svici *1* i *2* priključuju se na mrežu. Ako frekvencija generatora i mreže nije jednaka, vrti se svitak *3* brzinom koja je određena razlikom frekvencije generatora i mreže. Kada je frekvencija generatora veća od frekvencije mreže, vrti se svitak *3* u jednom smjeru, a kada je manja, u njemu suprotnom. Kad su frekvencije jednake, svitak se zaustavlja. Ako su još naponi mreže i generatora u fazi, postavit će se svitak *3*, a time i kazaljka, u određen položaj označen na skali, pa se generator može uključiti u mrežu (sl. 4.97).

4.6. INSTRUMENTI S POMIČNIM ŽELJEZOM

4.6.1. Princip rada

Za mjerenje jakosti struje i napona upotrebljavaju se instrumenti s pomičnim željezom koji su, naročito na području tehničkih frekvencija, gotovo posve potisnuli sva ostala rješenja. To su po konstrukciji vrlo jednostavni instrumenti koji su se u početku upotrebljavali samo za pogonska mjerenja, dok se danas, zahvaljujući novijim, usavršenim rješenjima, izrađuju i kao najpreciznij laboratorijski instrumenti. Princip njihova rada osniva se na djelovanju magnetskog polja svitka protjecanog strujom na pomični željezni dio. U najstarijim izvedbama (Kohlra-

uschov ampermetar, 1884 g.) bio je pomični željezni štapić *1* elastično zavješen iznad svitka *2* kroz koji je protjecala struja (sl. 4.98 *a*). Ovisno o jačini struje *I*, željezni štapić je manje ili više magnetiziran i uvlačen u unutrašnjost svitka. Silu *F* koja djeluje na željezni štapić možemo odrediti promatrajući promjenu energije sadržane u svitku, do koje dolazi kada se štapić pomakne za neznatnu duljinu d*s* u smjeru sile *F*. Iz zakona o održanju energije ta promjena mora biti jednaka radnji



Slika 4.98. Princip rada instrumenta s pomičnim željezom
1 štapić od meka željeza; *2* nepomični svitak; *3* pero

$F\,\mathrm{d}s$. Zbog pomaka štapića za duljinu d*s*, mijenja se induktivitet L svitka za iznos $\mathrm{d}L$, odnosno energija sadržana u svitku za iznos $\frac{1}{2} I^2\,\mathrm{d}L$. Stoga je: $\frac{1}{2} I^2\,\mathrm{d}L = F\,\mathrm{d}s$, ili:

$$F = \frac{1}{2} I^2 \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}s} \tag{4.209}$$

Uvlačenje štapića u svitak uzrokuje porast njegova induktiviteta (sl. 4.98*b*), pa je derivacija $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}s}$ pozitivna. Kada štapić zauzme središnji položaj, postiže induktivitet maksimalnu vrijednost, pa je derivacija $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}s} = 0$, odnosno $F = 0$. U današnjim izvedbama nije pomični željezni dio elastično zavješen, već se zakreće oko mehaničke osi. Zakretanju se protivi, kao i u ostalim mjernim sistemima, moment spiralnih opruga ili torzionih traka. Pri zakretanju pomičnog dijela za neznatni kut $\mathrm{d}\alpha$ nastaje radnja $M_1\mathrm{d}\alpha$, koja mora biti jednaka promjeni $\frac{1}{2} I^2\,\mathrm{d}L$ energije sadržane u svitku, ili:

$$M_1 = \frac{1}{2} I^2 \frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\alpha} \tag{4.210}$$

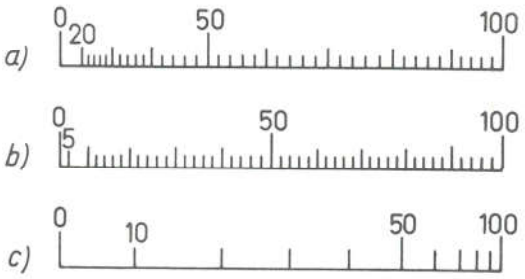
Pri mjerenju izmjeničnih struja momentane vrijednosti m_1 momenta mijenjaju se vrlo brzo u ovisnosti o momentanoj vrijednosti struje. Zbog tromosti pomični organ ne može slijediti tako brze promjene, već zauzima položaj određen srednjom vrijednošću M_1 momenta:

$$M_1 = \frac{1}{T}\int_0^T m_1\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\alpha}\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\alpha} I^2 \tag{4.211}$$

Vidimo da idealni instrument s pomičnim željezom mjeri *efektivne vrijednosti izmjeničnih struja*. Ako svitku instrumenta dodamo u seriju dovoljno velik djelatni otpor, tako da struja i svitka bude razmjerna priključenom naponu ($i = u/R_v$), bit će otklon instrumenta određen *efektivnom vrijednošću napona*.

Ako induktivitet svitka raste linearno s otklonom, tj. ako je $\frac{dL}{d\alpha} = \text{konst.}$, razmjeran je moment M_1 prema izrazu (4.210) kvadratu mjerene struje. Kako je protumoment spiralnih opruga ili torzionih traka razmjeran kutu otklona, dobit ćemo kvadratičnu skalu instrumenta. Od laboratorijskih instrumenata redovno se zahtijeva linearna skala. Da bismo to postigli, potrebno je da moment M_1 bude razmjeran struji I, što je prema (4.210) moguće samo onda ako je:

$$I\frac{dL}{d\alpha} = \text{konst.} \qquad (4.212)$$



Slika 4.99. Karakteristike skala instrumenata s pomičnim željezom

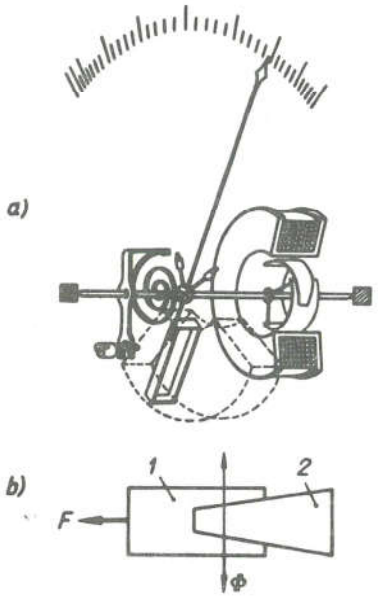
Taj uvjet nije moguće ispuniti kad su struje posve male, jer tada $\frac{dL}{d\alpha}$ treba da bude jako veliko (kad $I \to 0$ onda $\frac{dL}{d\alpha} \to \infty$). Stoga početni dio skale instrumenata s pomičnim željezom ostaje uvijek stisnut.

Ovisno o namjeni instrumenta, mogu se zgodnim izborom oblika, zasićenja i rasporeda pomičnog željeza postići različiti karakteri skale. Neki karakteristični oblici takvih skala vide se na sl. 4.99. Skala *a* ima skoro kvadratičan karakter i upotrebljava se npr. za mjerenje pogonskog napona, gdje se žele što tačnije očitati vrijednosti od 70 do 90% pokaznog opsega. Skala *b* je praktički linearna iznad 10% vrijednosti pokaznog opsega i upotrebljava se za laboratorijske instrumente. Upotrebom željeza s vrlo visokim početnim permeabilitetom postiže se na početku proširena skala (skala *c*). Odabiranjem visoke indukcije dolazi na kraju skale do zasićenja pomičnog željeza, pa je skala na kraju zgusnuta. Ovakva skala koristi se npr. pri mjerenju struje motora čija nazivna struja iznosi otprilike 30% pokaznog opsega, dok se pri pokretanju motora dobivaju udarci struje i do 100% pokaznog opsega. U gornjim skalama predstavlja mjerni opseg, u kojem instrument zadovoljava traženu klasu, samo jedan dio pokaznog opsega. Mjerni opseg posebno se označava, npr. tačkom ispod odgovarajuće crtice na skali.

4.6.2. Pogonske i laboratorijske izvedbe

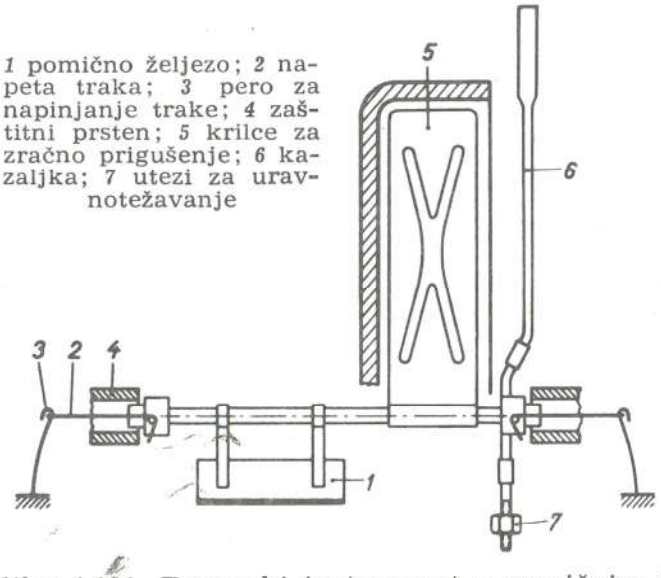
Umjesto nekadašnjih izvedbi s plosnatim svitkom u koji je ulazila okrugla pločica od meka željeza, danas se gotovo isključivo upotrebljavaju izvedbe s okruglim svitkom. Jedna takva izvedba prikazana je na sl. 4.100. U unutrašnjosti okruglog svitka nalaze se dva kružno savijena listića od meka željeza. Jedan listić je mehanički povezan s osovinom i može se okretati, dok je drugi učvršćen na svitak. Pri prolasku struje kroz svitak magnetiziraju se oba listića pa dolazi do njihova odbijanja (sl. 4.100 *b*). Oblikom jednog i drugog listića može se lako utjecati na karakter skale. U novije vrijeme se i za instrumente za ugradnju sve više upotreblja-

vaju trakom napeti sistemi umjesto onih s ležajima i šiljcima (sl. 4.101). Odlikuju se manjim vlastitim potroškom i otpornošću na trešnju. Za laboratorijske potrebe često se koristi izvedba s okruglim svitkom i dva radijalno postavljena listića (sl. 4.102 *a*). Jedan od listića je učvršćen na okrugli svitak, a drugi na osovinu. Struja



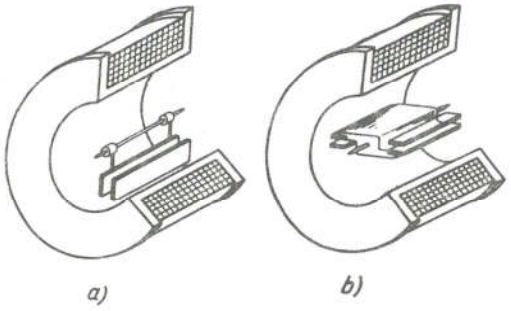
Slika 4.100. Instrument s pomičnim željezom i okruglim svitkom: a) osnovni raspored mjernog sistema; b) međusobno djelovanje željeznih listića

1 pomični željezni listić; *2* nepomični željezni listić; *F* sila na pomični listić; *Φ* magnetski tok svitka

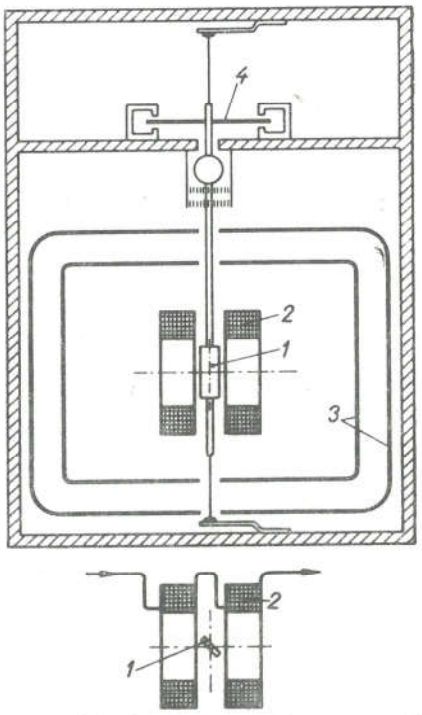


1 pomično željezo; *2* napeta traka; *3* pero za napinjanje trake; *4* zaštitni prsten; *5* krilce za zračno prigušenje; *6* kazaljka; *7* utezi za uravnotežavanje

Slika 4.101. Pogonski instrument s pomičnim željezom s trakom napetim sistemom



Slika 4.102. Laboratorijski instrument s pomičnim željezom i okruglim svitkom: a) s jednim parom listića od meka željeza; b) s dva para listića od meka željeza



Slika 4.103. Instrument s pomičnim željezom na principu iglenog galvanometra

1 pomično željezo; *2* nepomični svitak; *3* dvostruki magnetski oklop; *4* prigušenje

svitka magnetizira listiće pa se oni međusobno odbijaju silom koja opada približno s kvadratom njihove udaljenosti. Time se postiže gotovo već od početka linearna skala (skala *b* na sl. 4.99), jer s druge strane zakretni moment raste s kvadratom mje-

rene struje. Povoljnije je ako se upotrijebe dva para listića simetrično postavljena prema osovini. Time se izbjegavaju radijalne sile (sl. 4.102 *b*).

Laboratorijski instrumenti izrađuju se i na principu iglenog galvanometra (sl. 4.103). Igla se sastoji od dvije pločice simetrično učvršćene na jednu i drugu stranu osovine. Pri nultom otklonu igla je postavljena koso na smjer magnetskog polja koje stvaraju dva svitka protjecana mjerenom strujom. S porastom struje postavlja se igla sve više u smjer polja. Utjecaj stranih polja otklanja se dvostrukim oklopom, a potrebno prigušenje dobiva se pomoću posebnog magneta i okrugle metalne ploče koji su smješteni izvan oklopa, da ne bi utjecali na pomično željezo.

Vlastiti potrošak instrumenata s pomičnim željezom za ugradnju u rasklopne ploče kreće se od 0,5 do 1 VA, dakle 10^5 do 10^6 više nego kod instrumenata s pomičnim svitkom, a približno jednako kao kod željezom zatvorenih elektrodinamskih sistema. Upotrebljavani kao voltmetri troše nekoliko puta više zbog potroška u predotporu. Potrošak trakom napetih sistema je otprilike deset puta manji. Potrošak preciznih instrumenata prikazan je u tablici 4.10.

Tablica 4.10

Podaci o nekim preciznim instrumentima s pomičnim željezom

Izvedba	s kazaljkom		sa svjetlosnim znakom		
Klasa tačnosti	0,2	0,5	0,1	0,2	0,5
Potrošak ampermetra u VA	0,5	0,25	0,1	0,015	0,003
Potrošak voltmetra na najnižem mjernom opsegu u VA	6	2	1,5	0,2	0,03
Najmanji strujni mjerni opseg u A	0,03	0,015	0,03	0,003	0,001
Najveći strujni mjerni opseg u A	12	30	6	1,2	6
Pogreška zbog histereze pri istosmjernoj struji u % punog otklona	0,05	0,15	0,04	0,06	0,2
Granica frekventnog utjecajnog područja u Hz	250	500	250	500	1000
Utjecaj stranog polja 400 A/m u % punog otklona	0,1	0,2	0,03	0,05	0,1

Instrumenti s pomičnim željezom su jako preopteretivi, jer nemaju nikakvih pokretnih dijelova koji vode struju. Preopteretivost je ograničena samo mehaničkom čvrstoćom pokretnih dijelova i zagrijavanjem nepomičnog svitka, pa se može relativno jednostavnim zahvatima povećati. Tako se instrumenti za ugradnju u rasklopnicu obično mogu kratkotrajno preopteretiti 50-strukom, a u posebnim izvedbama čak 100-strukom nazivnom strujom.

Prigušenje je najčešće zračno ili rjeđe elektromagnetsko. Moment tromosti je malen zbog relativno malog pomičnog željeza.

Tačnost ovih instrumenata ovisi uglavnom o kvaliteti upotrijebljenog mekog željeza. U novije vrijeme postignute su izvedbe koje zadovoljavaju i klasu tačnosti 0,1. Instrumenti za ugradnju u rasklopnice izrađuju se najčešće u klasi 1,5.

Pogreške dobrim dijelom uzrokuju pojava histereze i nelinearnost krivulje magnetiziranja mekog željeza, te gubici zbog vrtložnih struja. Kad instrument mjeri istosmjernu struju, pokazat će zbog petlje histereze veći otklon, ako je prije toga bio opterećen nekom većom strujom, tj. instrument može za istu mjerenu struju dati različite otklone, ovisne o prethodnim opterećenjima. Ta odstupanja se smanjuju upotrebom materijala vrlo uske krivulje histereze, tj. male koercitivne sile. Zbog pojava histereze ostat će nakon mjerenja stanoviti remanentni magnetizam u mekom željezu, što će također utjecati na tačnost narednog mjerenja. I ta se pogreška otklanja uskom petljom histereze. Tu su se najboljim pokazale legure željeza i nikla.

Do odstupanja u otklonu instrumenta pri mjerenju izmjeničnih i istosmjernih struja istih efektivnih vrijednosti može doći zbog zakrivljenosti krivulje magnetiziranja. Neka se npr. na nekoj određenoj istosmjernoj struji meko željezo nalazi na kraju svog linearnog dijela krivulje magnetiziranja. Pri mjerenju izmjenične struje iste efektivne vrijednosti neće tjemena vrijednost sinusne struje izazvati za $\sqrt{2}$ veću indukciju u željezu. Indukcija će biti manja zbog zakrivljenja krivulje magnetiziranja. Zato će izmjenična struja dati manji otklon nego istosmjerna iste efektivne vrijednosti. Zbog istog razloga mogu izmjenične struje istih efektivnih vrijednosti, ali različitih faktora oblika, dati različite otklone. Ova pogreška se izbjegava korištenjem dovoljno niskih indukcija u mekom željezu, gdje je krivulja magnetiziranja još linearna. Instrumenti kojima je skala zbog visokog zasićenja na kraju zbijena, upotrebljavaju se samo za izmjeničnu struju.

Gubici vrtložnih struja u pomičnom željezu također prouzrokuju razlike između pokazivanja kod istosmjerne i izmjenične struje. Ta razlika je primjetna na višim frekvencijama. Razlika može nastati i zbog induktiviteta svitka, ako pri mjerenju izmjeničnih napona nije dodan dovoljno velik djelatni predotpor.

Utjecaj temperature se kod ampermetara svodi na slabljenje protumomenta spiralnih opruga. Iznosi oko 0,2% za 10°C. Kod voltmetara utječe i promjena otpora bakrenog svitka, ako predotpor nije dovoljno velik.

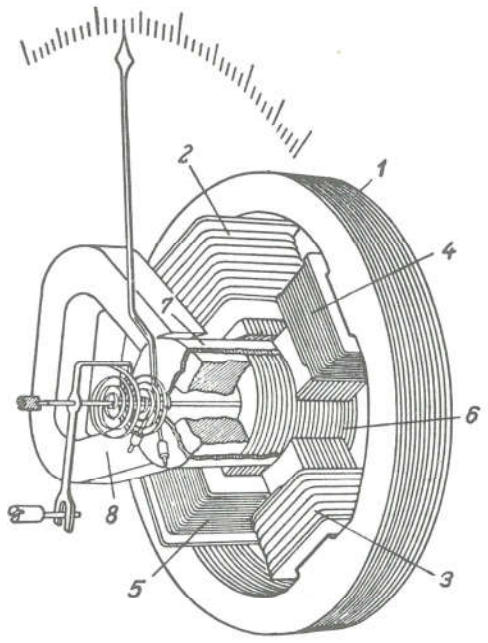
Utjecaj i malih stranih polja može biti znatan, jer magnetsko polje svitka nije jako. Otklanja se ili astatičkim izvedbama ili, češće, pomoću jednog ili dva oklopa od magnetski dobro vodljivog materijala.

Frekvencija mjerene veličine utječe zbog već navedenih razloga na otklon instrumenta, pa se instrumenti s pomičnim željezom koriste samo do nekoliko stotina herca, a gornja granica upotrebe ne prelazi nekoliko kHz.

4.7. INDUKCIONI INSTRUMENTI

U indukcionim instrumentima, slično kao i u asinhronom motoru, okretno magnetsko polje statora inducira u rotoru vrtložne struje. Zakretni moment koji nastaje djelovanjem tih struja zakreće onda rotor u smjeru okretnog polja. U izvedbi s bubnjićem (sl. 4.104) na statoru *1* od transformatorskog lima nalaze se četiri pola okrenuta prema rotoru, na koja su nataknuti svici (*2*, *3*, *4* i

5). Polovi okružuju jezgru 6, koja je također od transformatorskog lima. U zračnom rasporu između statora i jezgre okreće se aluminijski bubnjić 7. Po dva suprotna svitka na statoru spojena su u seriju i kroz njih teku izmjenične struje I_1 i I_2 koje stvaraju magnetske tokove Φ_1 i Φ_2, međusobno prostorno pomaknute za 90°. Ako su tokovi još međusobno i fazno pomaknuti, nastaje njihovim sastavljanjem okretno polje koje stvara zakretni moment M_1 proporcionalan umnošku tokova Φ_1 i Φ_2 i sinusu faznog pomaka ψ između njih:



$$M_1 = k\,\Phi_1\,\Phi_2 \sin\psi \qquad (4.213)$$

Okretno polje je najizrazitije i zakretni moment najveći kada je fazni pomak 90°, odnosno kada je $\sin\psi = 1$. Tokovi Φ_1 i Φ_2 su razmjerni i u fazi sa strujama I_1 i I_2, pa izraz (4.213) možemo pisati i u obliku:

$$M_1 = k_1\,I_1\,I_2 \sin\psi \qquad (4.214)$$

Slika 4.104. Indukcioni instrument s bubnjićem
1 stator; *2, 3, 4* i *5* polovi i svici; *6* jezgra; *7* aluminijski bubnjić; *8* permanentni magnet

Mehanički protumoment stvaraju spiralne opruge, a prigušenje se postiže sa dva jaka permanentna magneta *8*, čiji polovi okružuju bubnjić.

Osim starijih indukcionih instrumenata s bubnjićem, upotrebljavaju se *indukcioni instrumenti s pločom*, čiji su svici poredani jedan do drugoga u istoj ravnini, tako da okretno polje prelazi u magnetsko polje koje putuje od pola do pola u istom smjeru. Takve izvedbe se upotrebljavaju za kvocijentna mjerila i brojila (pogl. 5.5), a u novije vrijeme i za registracione vatmetre i varmetre.

Indukcioni instrumenti se upotrebljavaju za mjerenje izmjeničnih struja, napona i snaga, te kao kvocijentna mjerila.

Svici jednog para polova *indukcionih voltmetara* (sl. 4.105*a*) priključuju se na mjereni napon preko djelatnog otpora R, a svici drugog para polova preko induktivne reaktancije (prigušnice) X. Time kroz parove svitaka teku struje koje su međusobno fazno pomaknute za gotovo 90°, što je uvjet dobivanja najvećeg zakretnog momenta. Struje u obje grane su razmjerne mjerenom naponu U, pa je prema (4.214) zakretni moment određen njihovim umnoškom, tj. kvadratom mjerenog napona:

$$M_1 = k\,U^2 \qquad (4.215)$$

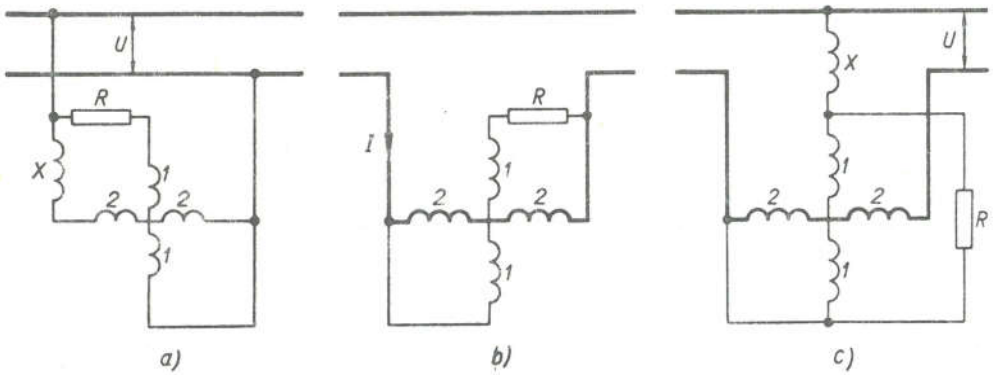
Kako je mehanički protumoment M_2 spiralnih opruga razmjeran kutu otklona, bit će skala indukcionih voltmetara kvadratična.

Svici jednog para polova *indukcionih ampermetara* (sl. 4.105 *b*) spajaju se paralelno svicima drugog para polova. Stoga se mjerena struja grana na dvije struje. Da bi se ostvarilo okretno polje, potrebno je da između tih struja postoji fazni po-

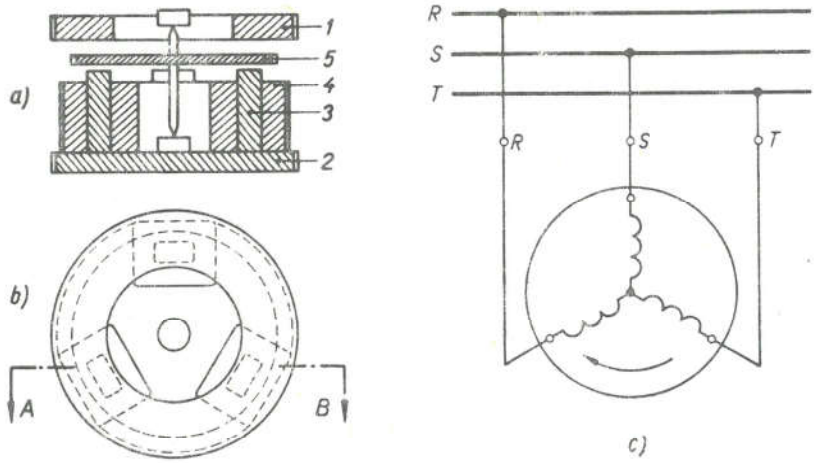
mak. Zato se svicima jednog para polova dodaje u seriju djelatni otpor R, a drugi par svitaka se tako izrađuje da sam po sebi ima što veću reaktanciju. Na taj način dobiva se zakretni moment M_1 koji je proporcionalan kvadratu mjerene struje:

$$M_1 = k\, I^2 \tag{4.216}$$

Vidimo da je skala indukcionog ampermetra kvadratična.



Slika 4.105. Spajanje svitaka indukcionog instrumenta pri mjerenju napona, struje i snage: a) mjerenje napona; b) mjerenje struje; c) mjerenje snage



Slika 4.106. Indikator smjera okretnog polja: a) presjek A—B; b) pogled odozgo na stator; c) shema spoja indikatora

1 prsten za povrat magnetskog toka; *2* stator; *3* jezgre; *4* uzbudni svici; *5* vrtiva aluminijska ploča

U *indukcionim vatmetrima* teče kroz jedan par svitaka struja opterećenja I, dok se svici drugog para polova nalaze u naponskoj grani. Struja u naponskoj grani treba da je fazno pomaknuta tačno za 90° prema naponu, jer će samo tada zakretni moment biti razmjeran mjerenoj snazi:

$$M_1 = k_1\, I_1\, I_2 \sin(90 - \varphi) = k\, I\, U \cos\varphi = k\, P \tag{4.217}$$

Najčešće se fazni pomak od 90° struje u naponskoj grani postiže spojem naponske grane prema sl. 4.105 *c*. Obratno, kod *indukcionih varmetara* (mjerila jalove snage) mora fazni pomak struje u naponskoj grani biti jednak nuli, jer tek tada vrijedi:

$$M_1 = k_1\, I_1\, I_2 \sin\varphi = k\, I\, U \sin\varphi \tag{4.218}$$

Indukcioni instrumenti se upotrebljavaju u posebnim izvedbama i za pokazivanje *smjera okretnog polja* (sl. 4.106). Sastoje se od tri u trokut postavljene željezne jezgre *3* s namotima *4*, koji su spojeni u zvijezdu i priključeni na trofaznu mrežu.

Time se stvara okretno magnetsko polje koje prolazi kroz vrtivu aluminijsku ploču 5 i zatvara se preko gornjeg prstena i donje ploče. Ako indikator priključimo na mrežu prema redoslijedu koji je označen na njegovim stezaljkama, ploča se okreće u smjeru nacrtane strelice. Ako ga priključimo pogrešno, ploča se okreće u suprotnom smjeru. Na taj način se može provjeriti da li je redoslijed faza mreže ispravno označen. Ovakvi indikatori se koriste za frekvencije od 15 do 150 Hz i napone 50 do 600 V, a troše nekoliko voltampera

4.8. ELEKTROSTATSKI INSTRUMENTI

4.8.1. Princip rada

Mjerni sistem elektrostatskih instrumenata predstavlja kondenzator s jednom nepomičnom i jednom pomičnom elektrodom, koja je povezana sa sistemom za pokazivanje. Elektrostatske sile, izazvane naponom primijenjenim na elektrode, uzrokuju pomak pomične elektrode u smislu povećanja kapaciteta kondenzatora. Taj pomak ograničava pero koje također djeluje na pomičnu elektrodu i suprotstavlja se elektrostatskim silama. Silu F, koja djeluje na pomičnu elektrodu, možemo odrediti na osnovi radnje koju je potrebno izvršiti da se elektroda pomakne za neznatan pomak ds u smjeru sile F. Ta radnja je $F\,ds$. Pri tome se kapacitet između elektroda mijenja za vrlo mali iznos dC, odnosno električna energija kondenzatora za $\frac{1}{2} U^2\,dC$. U mirnom stanju bit će: $F\,ds = \frac{1}{2} U^2\,dC$, ili:

$$F = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{ds} \tag{4.219}$$

odnosno:

$$M_1 = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha} \tag{4.220}$$

Sila je proporcionalna kvadratu napona, pa elektrostatski instrumenti mogu mjeriti istosmjerne i izmjenične napone. Kod izmjeničnih napona mjere efektivne vrijednosti.

Promjena kapaciteta postiže se u nekim izvedbama promjenom razmaka između elektroda, a u drugim izvedbama zalazi pomična elektroda između nepomičnih elektroda, pa se mijenja djelujuća površina elektroda. Kako se razabire iz izraza (4.220), imat će elektrostatski instrument kvadratičnu skalu ako je $dC/d\alpha$ konstantno. Posebnim zahvatima može se postići da bude $U\,dC/d\alpha$ konstantno pa se dobiva, osim posve na početku skale, linearna podjela.

Vlastiti potrošak je izvanredno malen, jer to su jedini instrumenti kod kojih mjereni napon prouzrokuje neposredno silu na pomični organ. U svim drugim sistemima mjerimo napon na osnovi mjerenja struje. Stoga pri mjerenju istosmjernih napona teku samo neznatne struje zbog nesavršene izolacije. One su reda veličine 10^{-10} A. Pri mjerenju izmjeničnih napona teku male kapacitivne struje zbog kapaciteta samog mjernog sistema.

Naponska preopteretivost im nije velika, jer se zbog veće osjetljivosti ide dosta visoko s naprezanjima dielektrikuma. Preskok između elektroda nastaje pri naponu koji je otprilike 50% veći od nazivnog napona. Zato se obično dodaje zaštitni otpornik koji ograničava struju kod proboja. Vrijednost njegovog otpora ne smije biti prevelika zbog pada napona koji na njemu nastaje uslijed kapacitivnih struja.

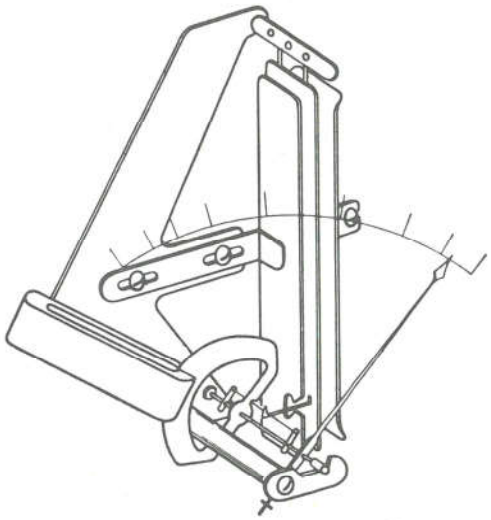
Prigušenje ovih instrumenata je zračno ili elektromagnetsko. Njihova tačnost znatno ovisi o mjernom opsegu i općenito se teško postiže zbog malih zakretnih momenata. Kreće se od 1 do 2,5%. U novijim izvedbama za više napone postiže se i klasa tačnosti 0,2.

Frekvencijsko područje primjene im je vrlo široko. Tek na najvišim frekvencijama dolazi do primjetnih padova napona u dovodima. Gornja granica upotrebe u izvedbama s malim kapacitetom od nekoliko pF dosiže i 10^8 Hz.

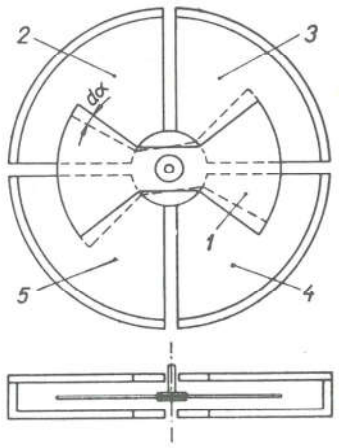
Magnetska polja ne utječu na njihov otklon, a utjecaj temperature se svodi na promjenu protumomenta spiralnih opruga, pa je relativno malen.

4.8.2. Izvedbe elektrostatskih instrumenata

Postoji čitav niz raznih izvedbi elektrostatskih instrumenata, počevši od jednostavnih elektroskopa koji su se upotrebljavali kao prvi električni mjerni instrumenti. Današnje konstrukcije se uglavnom mogu razvrstati na: pločaste izvedbe, kvadrantne elektrometre, multicelularne voltmetre i posebne izvedbe za mjerenje visokih napona.



Slika 4.107. Pločasta izvedba elektrostatskog instrumenta



Slika 4.108. Kvadrantni elektrometar

1 vrtiva elektroda; *2*, *3*, *4* i *5* kvadranti (*2* i *4* te *3* i *5* su međusobno spojeni)

Jedna pločasta izvedba je prikazana na sl. 4.107. Mjerni sistem se sastoji od tri pravokutne ploče. Vanjske ploče su nepomične, dok srednja visi na tankim metalnim trakama. Kada se primijeni napon na vanjske ploče, a srednja spoji s jednom od vanjskih ploča, dolazi do pomicanja srednje ploče prema vanjskoj suprotnog polariteta, pa se kazaljka otkloni. Protumoment stvara težina same pomične ploče, te prije mjerenja treba postaviti ploče u vertikalan položaj. Za vrijeme prenošenja instrument treba aretirati. Izrađuju se za mjerne opsege od 1000 do 15000 V.

Kod kvadrantnog elektrometra (sl. 4.108) visi na tankoj, metalnoj ili metaliziranoj kvarcnoj niti vrtiva elektroda *1* u obliku dva nasuprot stojeća kružna isječka. Ta elektroda se nalazi u metalnoj posudi razdijeljenoj na četiri međusobno izolirana kvadranta. Suprotni kvadranti su međusobno povezani i nalaze se na istom potencijalu. Shematski se zato često crtaju samo dvije nepomične elektrode (sl. 4.109). Kvadrantni elektrometar moguće je spojiti na više načina. U idiostat-

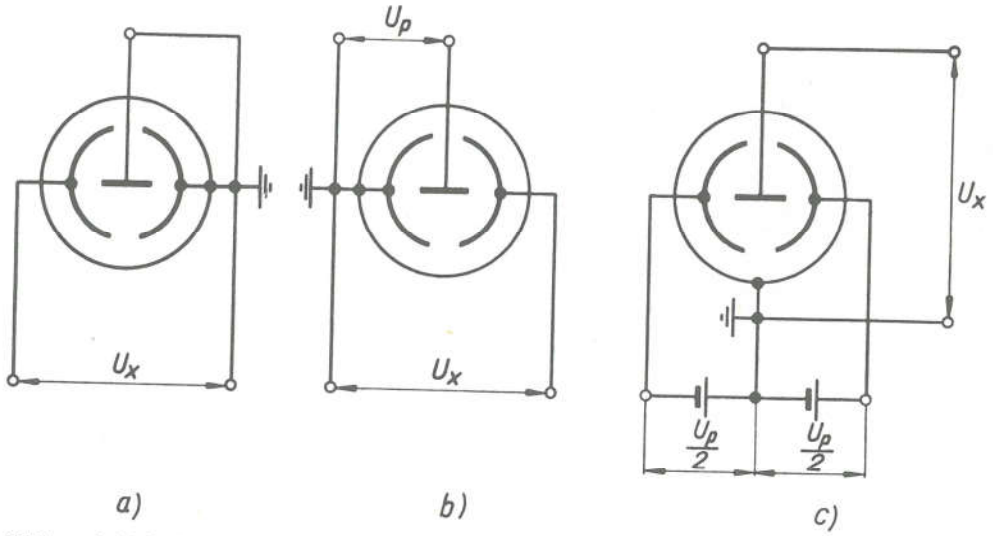
skom spoju (sl. 4.109 *a*) povezana je vrtiva elektroda s jednom nepomičnom elektrodom i oklopom koji je uzemljen. Mjereni napon se priključuje na obje nepomične elektrode. Djelovanjem elektrostatskih sila vrtiva elektroda se primiče prema nepomičnoj, suprotno nabijenoj elektrodi. Kapacitet između njih time raste razmjerno kutu zakretanja α vrtive elektrode, pa je $dC/d\alpha = \text{konst}$. Iz izraza (4.220) onda slijedi:

$$M_1 = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\alpha} = \frac{1}{2} k_1 U^2 \tag{4.221}$$

Kako je mehanički protumoment razmjeran kutu otklona, dobivamo kvadratičnu skalu:

$$\alpha = k U^2 \tag{4.222}$$

U heterostatskom spoju prema sl. 4.109 *b* mjereni napon U_x je priključen na obje nepomične elektrode, dok je između pomične i nepomične, uzemljene elektrode, primijenjen mnogostruko veći pomoćni napon U_p.



Slika 4.109. Spojevi kvadrantnog elektrometra: a) idiostatski spoj; b) i c) heterostatski spojevi

Neka je kapacitet između vrtive i uzemljene, nepomične elektrode, C_1, a kapacitet između vrtive i neuzemljene, nepomične elektrode, C_2. Zakretanjem vrtive elektrode prema neuzemljenoj elektrodi doći će do smanjenja kapaciteta C_1 za dC_1 i istodobno do povećanja kapaciteta C_2 za dC_2. Iz sl. 4.108 je vidljivo da su te promjene kapaciteta po veličini jednake, samo suprotna predznaka. Radnja $M_1 d\alpha$, nastala zakretanjem vrtive elektrode za kut $d\alpha$, jednaka je promjeni energije sadržane u kondenzatorima C_1 i C_2:

$$M_1 \, d\alpha = \frac{1}{2} (U_p + U_x)^2 \, dC_2 + \frac{1}{2} U_p^2 \, dC_1$$

Kako je $dC_2 = - dC_1 = dC$, slijedi:

$$M_1 \, d\alpha = U_x U_p \, dC + \frac{1}{2} U_x^2 \, dC$$

U_p se odabire znatno veći od U_x, pa se drugi član na desnoj strani gornjeg izraza može zanemariti:

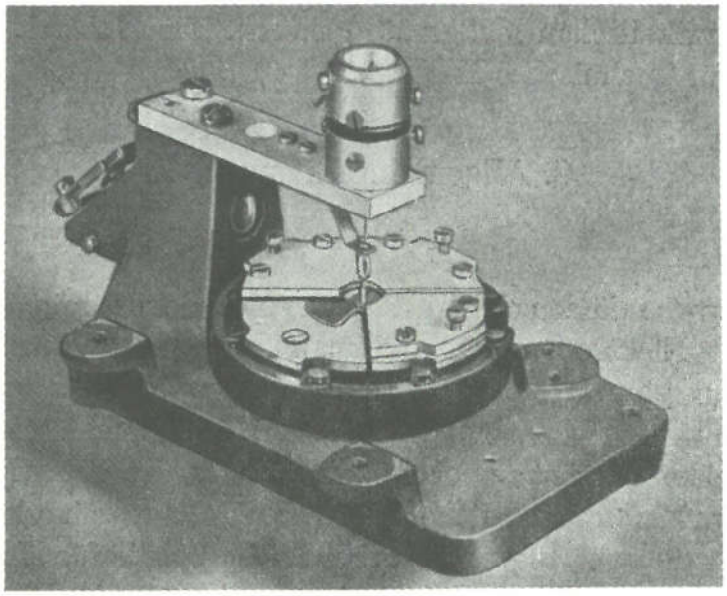
$$M_1 = U_x U_p \frac{dC}{d\alpha} = k_1 U_x U_p, \tag{4.223}$$

odnosno:

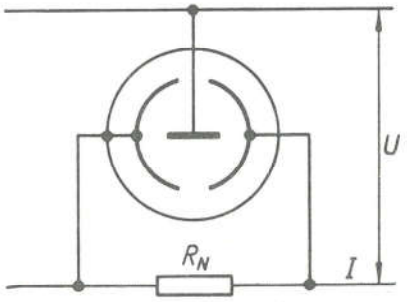
$$\alpha = k U_x U_p \tag{4.224}$$

U heterostatskom spoju prema sl. 4.109 *c* primijenjen je mjereni napon U_x između vrtive elektrode i oklopa koji je uzemljen, a pomoćni napon simetrično između nepomičnih elektroda. Za njegov otklon također vrijedi izraz (4.224).

Heterostatskim spojevima se postiže veća osjetljivost. Pri dovoljno visokim pomoćnim naponima mogu se mjeriti naponi ispod 10^{-4} V. Ovakvi instrumenti pretežno su laboratorijskog karaktera. Bez pomoćnog napona i mikroskopskog očitanja postiže se najmanji mjerni opseg od otprilike 10 V (sl. 4.110).



Slika 4.110. Mjerni sistem kvadrantnog elektrometra (S & H)



Slika 4.111. Mjerenje snage kvadrantnim elektrometrom

Kvadrantni elektrometri omogućavaju i mjerenje snage (sl. 4.111). Napon U trošila priključi se između vrtive elektrode i jedne nepomične elektrode a pad napona, izazvan strujom trošila na etalonskom otporniku R_N, primijeni se na nepomične elektrode. Prema izrazu (4.224) otklon α je razmjeran snazi P trošila:

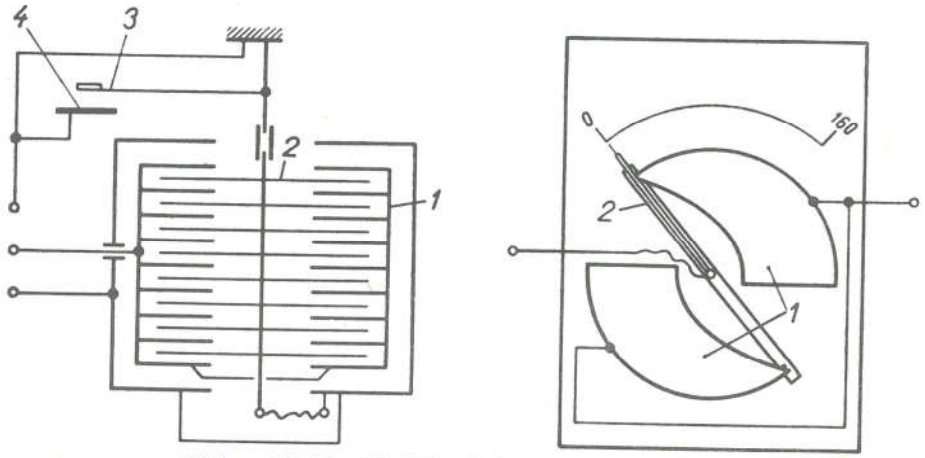
$$\alpha = k U I \cos\varphi = k P \tag{4.225}$$

Na taj način moguće je mjeriti snagu pri istosmjernoj i izmjeničnoj struji sve do najviših frekvencija. Pokazivanje takvog vatmetra može se stalno provjeravati preciznim istosmjernim kompenzatorima i tako baždaren vatmetar onda koristiti za najpreciznija laboratorijska mjerenja snaga pri izmjeničnoj struji sve do najviših frekvencija.

Povećanje osjetljivosti u multicelularnim voltmetrima postiže se brojnim pomičnim i nepomičnim elektrodama (sl. 4.112). Vrtive elektrode igličasta su oblika, a nepomične su tako oblikovane da se što više linearizira skala. Njihovi mjerni opsezi kreću se od nekoliko desetaka volta do 1500 V, a vlastiti kapacitet im iznosi od 10 do 60 pF.

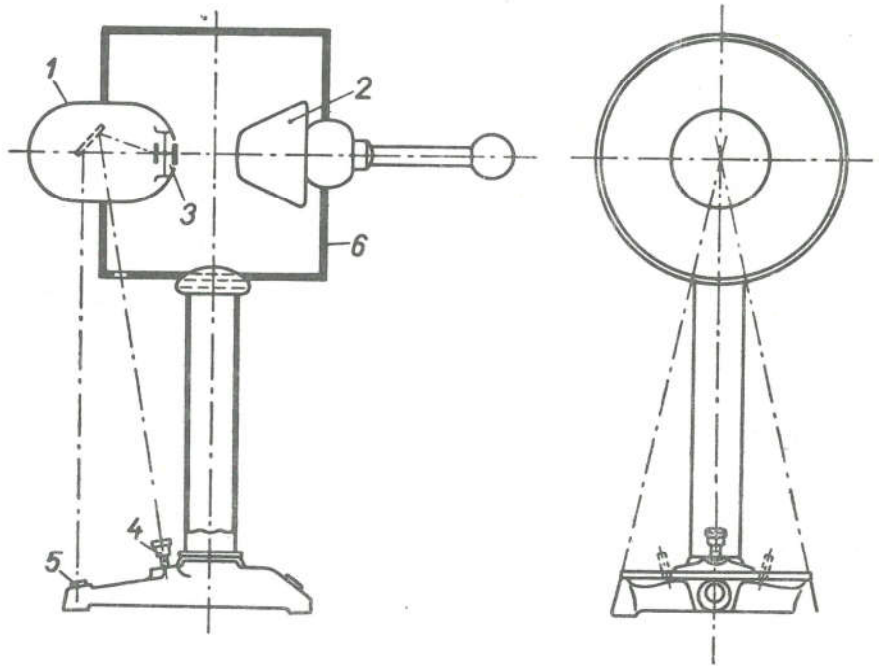
Na sl. 4.113 prikazan je elektrostatski voltmetar za visoke napone. Mjerni sistem se sastoji od dvije zaštitne elektrode, od kojih jedna ima u sredini mali otvor. U njemu se nalazi vrtiva elektroda zavješena na tankoj traci. Na vrtivoj elek-

trodi je učvršćeno malo zrcalo na koje pada zraka iz posebnog izvora svjetla i reflektira se na skalu. Mjerni opsezi mijenjaju se promjenom razmaka između zaštitnih elektroda. Pri tome se karakteristika skale ne mijenja, pa se instrument može baždariti na najmanjem mjernom opsegu. Novije izvedbe zadovoljavaju čak klasu tačnosti 0,2, a koriste se za mjerenje napona od nekoliko kilovolta do više stotina kilovolta.



Slika 4.112. Multicelularni voltmetar

1 nepomične elektrode; *2* igličaste pomične elektrode; *3* kazaljka; *4* skala



Slika 4.113. Elektrostatski voltmetar za visoke napone (T. T. & Co)

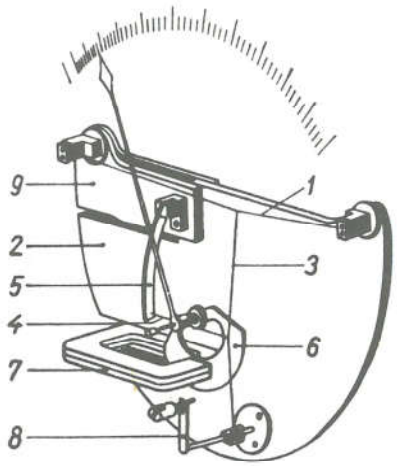
1 i *2* zaštitne elektrode; *3* vrtiva elektroda sa zrcalom; *4* izvor svjetla; *5* skala; *6* pokrov od prozirnog izolacionog materijala

Elektrostatski instrumenti upotrebljavaju se pri mjerenju napona vrlo slabih izvora, gdje bi drugi instrumenti s većim potroškom poremetili odnose u mjerenom krugu. Pogodni su, nadalje, za mjerenja u blizini jakih magnetskih polja, te za mjerenja na visokim frekvencijama.

4.9. INSTRUMENTI NA TERMIČKOJ OSNOVI

4.9.1. Instrumenti s vrućom žicom

Djelovanje instrumenata s vrućom žicom osniva se na pojavi rastezanja kovina zbog porasta njihove temperature. Zagrijavanje, a time i istezanje tanke žice, postiže se pomoću mjerene struje i približno je razmjerno kvadratu te struje. To istezanje je neznatno, pa se mora prikladnim prenosom povećati (sl. 4.114). Povoljno je da žica zagrijavana strujom ima velik temperaturni koeficijent istezanja, velik specifični otpor s malim temperaturnim koeficijentom otpora, visoku tačku topljenja, dobru mehaničku čvrstoću i otpornost prema koroziji. Upotrebljava se platina, platina-nikl, platina-srebro, manganin itd.



Slika 4.114. Instrument s vrućom žicom

1 vruća žica; *2* osnovna ploča; *3* pomoćna žica; *4* žica za napinjanje; *5* plosnato pero; *6* aluminijska ploča za elektromagnetsko prigušenje; *7* magnet; *8* poluga za ugađanje nultog položaja kazaljke; *9* kompenzacija utjecaja temperature okoline

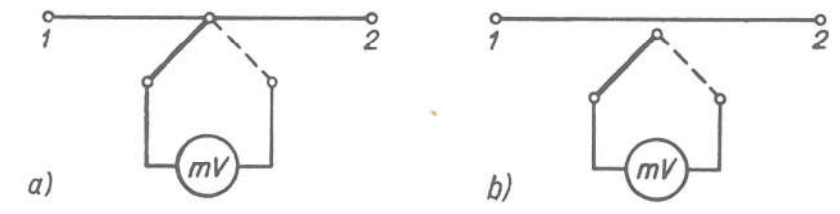
Potrošak struje iznosi otprilike 30 do 250 mA, a potrošak snage 0,1 do 1 W. Struje se mogu mjeriti izravno do 0,5 A, a iznad toga uz pomoć shuntova. Tada je potrošak velik i penje se na nekoliko stotina vata. Najniži naponski mjerni opseg jest oko 3 V, ali je tada potrošak struje i do 300 mA.

Osjetljivi su na preopterećenje, jer lako dolazi do pregaranja vruće žice. Zato se smiju kratkotrajno preopteretiti najviše dva do tri puta.

Instrumenti s vrućom žicom upotrebljavaju se za mjerenja efektivnih vrijednosti visokofrekventnih struja i napona, a mogu mjeriti u posebnom spoju i snage. Spadaju među najstarije mjerne instrumente, ali su zbog velikog potroška i slabe preopteretivosti danas posve istisnuti iz upotrebe.

4.9.2. Instrumenti s termopretvaračem

Termopretvarači omogućavaju dobivanje istosmjernih napona koji su ovisni o efektivnoj vrijednosti mjerene izmjenične struje. Sastoje se od termoelementa čije se spojno mjesto grije pomoću ogrjevne žice protjecane mjerenom strujom (sl. 4.115). Ogrjevna žica se izrađuje od: kromnikla, manganina, platine ili ostalih otpornih materijala malog temperaturnog koeficijenta otpora, dok se za termoelement odabiru kombinacije: bakar-konstantan, manganin-konstantan, kromnikl-konstantan itd. Napon koji dobivamo na slobodnim krajevima termoelementa pro-



Slika 4.115. a) Neizolirani termopretvarač, b) Izolirani termopretvarač

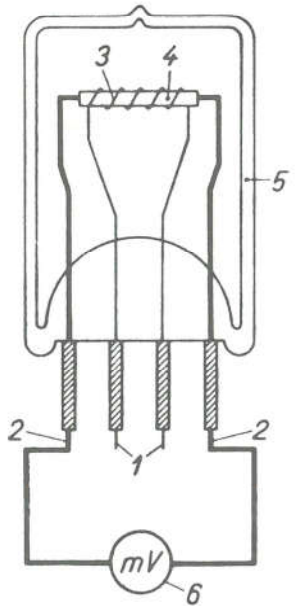
porcionalan je temperaturnoj razlici između spojnog mjesta i hladnih krajeva, odnosno približno proporcionalan snazi utrošenoj za grijanje spojnog mjesta:

$$U = k_1 (\vartheta_1 - \vartheta_0) \approx k_2 I^2 R \qquad (4.226)$$

U napon termoelementa na slobodnim krajevima
ϑ_0 temperatura hladnih krajeva
R otpor ogrjevne žice
ϑ_1 temperatura spojnog mjesta termoelementa
I struja grijanja
k_1 i k_2 konstante

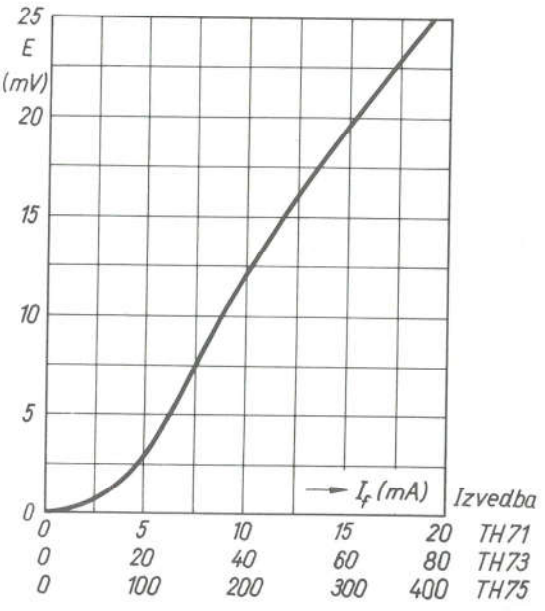
Naponi koji se na taj način dobivaju dosižu vrijednosti od 5 do 12 mV i mjere se pomoću osjetljivog instrumenta s pomičnim svitkom. Ako je upotrijebljen instrument s linearnom skalom, bit će njegov otklon razmjeran nastalom naponu, odnosno kvadratu mjerene struje, dakle, dobit će se kvadratična skala za mjerenu struju. Karakter skale može se izmijeniti prikladnim oblikom polnih nastavaka instrumenta i dobiti gotovo linearna skala.

Upotreba termopretvarača proširuje područje primjene instrumenta s pomičnim svitkom, jer omogućava mjerenje izmjeničnih struja vrlo visoke frekvencije. Napon termoelementa ovisi samo o snazi trošenoj za grijanje ogrjevne žice, pa ćemo dobiti iste vrijednosti napona bilo da grijemo žicu istosmjernom ili izmjeničnom strujom, ako se njihove efektivne vrijednosti ne razlikuju. Mjerenje će biti tačno i kad se oblik izmjenične struje znatno razlikuje od sinusnog oblika. To nam omogućava da instrumente s termopretvaračem precizno izbaždarimo istosmjernom strujom.



Slika 4.116. Termopretvarač u vakuumu

1 priključci za mjerenu struju; *2* priključci termoelementa na instrument; *3* ogrjevna spirala; *4* staklena cjevčica; *5* stakleni balon promjera 8 mm; *6* milivoltmetar



Slika 4.117. Ovisnost istosmjernog napona o struji ogrjevne žice termopretvarača u vakuumu za izvedbe TH71, TH73 i TH75 (Philips)

Pri mjerenju na području niskih i tonskih frekvencija upotrebljavaju se termopretvarači čiji je termoelement zavaren ili tvrdo zalemljen na ogrjevnu žicu (sl. 4.115*a*). Takvo rješenje nije prikladno na visokim frekvencijama jer tada teku znatne kapacitivne struje preko ogrjevne žice i termoelementa, koje uzrokuju netačno mjerenje. Zato se termoelement izolira od ogrjevne žice pomoću tanke staklene cjevčice (sl. 4.115*b*). Na visokim frekvencijama počinje smetati skinefekt ogrjevne

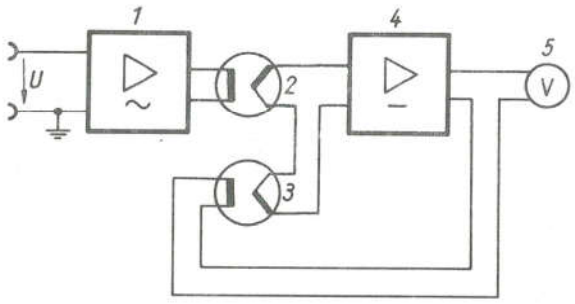
žice, pa se umjesto okrugle ogrjevne žice upotrebljava tanka traka ili cijev s vrlo tankim stijenama, npr. cijev promjera 1 mm sa stijenkama debljine 0,01 mm. Time se postiže da utjecaj frekvencije ne prelazi ± 1,5% čak ni na frekvencijama $10^8 \ldots 10^9$ Hz.

Za mjerenje manjih struja od oko 1 do 250 mA upotrebljavaju se termopretvarači u vakuumu, gdje se termoelement s ogrjevnom žicom nalazi u malom staklenom balonu vakumiranom na oko 10^{-5} mm Hg (sl. 4.116). Time se izbjegava odvod topline konvekcijom okolnog zraka i postiže do 20 puta veća osjetljivost nego kod izvedbi u zraku, koje se primjenjuju za mjerenje struja od 150 mA do približno 10 A. Potrošak vakumiranih pretvarača iznosi od 2 do 20 mW, a zračnih i do 2 W. Ovisnost istosmjernog napona o struji ogrjevne žice termopretvarača u vakuumu proizvodnje Philips prikazana je na sl. 4.117.

Instrumenti s pomičnim svitkom i termopretvaračem koriste se i za mjerenje izmjeničnih napona od otprilike 1 do 500 V. Pri tom uzimaju struju od 3 do 10 mA.

Njihova tačnost je kod zračnih izvedbi ograničena starenjem ogrjevne žice, a kod vakuumskih promjenom vakuuma. Postižu se granice pogrešaka od 0,5 do 1%.

Nedostatak takvih termopretvarača je njihova mala preopteretivost. Pri punom otklonu instrumenta iznosi temperatura ogrjevne žice otprilike 200 °C, pa dopušteno kratkotrajno preopterećenje leži negdje kod dvostruke struje, gdje se temperatura ogrjevne žice penje na oko 800 °C.



Slika 4.118. Voltmetar za mjerenje efektivnih vrijednosti izmjeničnih napona pomoću termopretvarača

Svojstvo termopretvarača da stvaraju istosmjerni napon strogo ovisan o efektivnoj vrijednosti ogrjevne struje upotrebljava se na razne načine u mjernoj tehnici. Tako pažljivo izrađeni termopretvarači služe za najtačnije usporedbe istosmjernih i izmjeničnih struja (pogl. 6.5.1), a često su dio i elektroničkih uređaja kada se želi mjeriti stvarna efektivna vrijednost izmjeničnih struja i napona. Jedno takvo rješenje prikazuje sl. 4.118. Na ulaz preciznoga, širokopojasnog mjernog pojačala *1* priključen je mjereni napon, a na njegov izlaz ogrjevna žica termopretvarača *2*, tako da je struja kroz ogrjevnu žicu razmjerna mjerenom naponu. Termonaponi pretvarača *2* i *3* spojeni su protivno jedan drugome i dovedeni su na ulaz osjetljivoga diferencijalnog istosmjernog pojačala *4*. Izlazna struja tog pojačala grije ogrjevnu žicu termopretvarača *3*. Budući da je diferencijalno pojačalo vrlo osjetljivo, termonaponi pretvarača *2* i *3* gotovo su jednaki, a to isto onda vrijedi i za njihove ogrjevne struje jer se odabiru termopretvarači vrlo sličnih karakteristika. Time se dobiva da je struja kroz ogrjevnu žicu termopretvarača *3*, koja ujedno teče i kroz pokazni instrument *5*, razmjerna efektivnoj vrijednosti mjerenog napona. To rješenje ima znatnih prednosti prema izravnom mjerenju termonapona po-

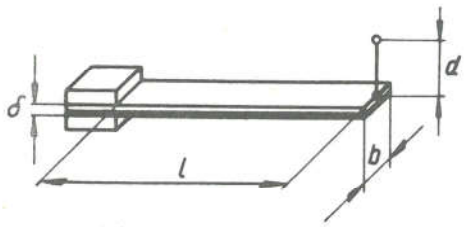
moću instrumenta s pomičnim svitkom. Ovdje se dobiva potpuno linearna, a ne kvadratična skala pokaznog instrumenta. Zahvaljujući pojačalu *1* postižu se mjerni opsezi od 0,001 V do 300 V, a ulazni otpor na svim opsezima iznosi 10 MΩ. Izlazna struja pojačala *1* je ograničena, pa ne može pregorjeti ogrjevna žica termopretvarača. Odstranjen je i utjecaj temperature okoline jer ona podjednako utječe na oba pretvarača, pa ostaje ista razlika termonapona koja se privodi diferencijalnom pojačalu *4*. Ovakvim rješenjem postižu se granice pogrešaka bolje od ± 1% za frekvencije od 50 Hz do 1 MHz (± 5% kod 10 MHz).

4.9.3. Bimetalni instrumenti

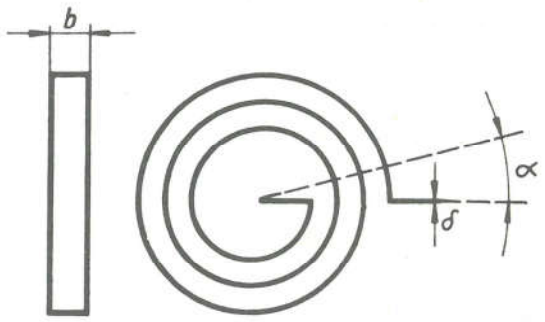
Kada se dvije metalne trake različitih temperaturnih koeficijenata istezanja izvaljaju u vrućem stanju tako, da se po čitavoj svojoj duljini međusobno čvrsto priljube, dobiva se tzv. bimetalna traka koja se pri promjeni temperature izvija na jednu ili drugu stranu. Izvijanje d ravne bimetalne trake (sl. 4.119) učvršćene na jednom kraju razmjerno je promjeni temperature $\Delta\vartheta$, kvadratu duljine l trake, a obrnuto razmjerno njezinoj debljini δ:

$$d = \frac{K_0 l^2 \Delta\vartheta}{\delta} \tag{4.227}$$

Tu je K_0 konstanta koja ovisi o temperaturnim koeficijentima istezanja upotrijebljenih metala. Najčešće se trake izrađuju od raznih legura željeza, nikla i mangana, čija konstanta K_0 iznosi od 0,06 do 0,16 · 10^{-4}/°C. Tako npr. kad se ravnoj bimetalnoj traci duljine 100 mm, debljine 1 mm, promijeni temperatura za 100°C,



Slika 4.119. Bimetalna traka učvršćena na jednom kraju



Slika 4.120. Bimetalna spirala

slobodni se kraj izvine najviše oko 16 mm. Ako je bimetalna traka namotana u spiralu (sl. 4.120) čiji je vanjski kraj učvršćen, slobodni unutarnji kraj zakrene se za kut α:

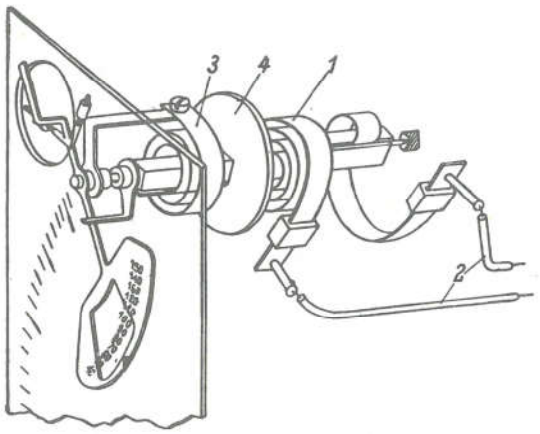
$$\alpha = \frac{360}{\pi} K_0 \frac{l \Delta\vartheta}{\delta} \tag{4.228}$$

Zakretanje bimetalne spirale koristi se za mjerne svrhe. Kroz spiralu, ili kroz namot od otporne žice tijesno namotan oko spirale, propusti se mjerena struja koja zagrijava spiralu, pa se u skladu s veličinom mjerene struje slobodni kraj spirale više ili manje zakrene, a zajedno s njim i kazaljka instrumenta. Nadtemperatura spirale razmjerna je kvadratu mjerene struje, pa zato bimetalni mjerni sistemi pokazuju efektivnu vrijednost struje, a skala instrumenta je kvadratična.

Bimetalni mjerni sistemi se bitno razlikuju od ostalih mjernih sistema dugim vremenom namještanja. Kazaljka postiže konačni otklon tek onda kada se ustali ona temperatura spirale na kojoj je snaga privedena spirali jednaka snazi koju sistem

predaje okolici. Stoga vrijeme namještanja kod postojećih konstrukcija iznosi 8 do 15 minuta. Velika tromost bimetalnih instrumenata pogodna je za pokazivanje efektivne vrijednosti promjenljivih mjerenih veličina, jer tada bimetalni instrument daje sliku stvarnog termičkog opterećenja vodova i uređaja. Zato se i koriste za kontrolu opterećenja kabela i transformatora.

Temperatura okoline također utječe na zakretanje bimetalne spirale, a time i na otklanjanje kazaljke. Za kompenzaciju tog utjecaja dodaje se još jedna bimetalna spirala kroz koju ne protječe mjerena struja (sl. 4.121) i djeluje na kazaljku u suprotnom smjeru. Da bi kompenzacija bila potpuna, potrebno je da se obje spirale jednako vladaju, te da spirala kroz koju protječe struja ne zagrijava kompenzacionu spiralu. Zato se spirale međusobno odvajaju izolacionom pločicom.



Slika 4.121. Bimetalni instrument

1 bimetalna spirala kroz koju teče mjerena struja; *2* dovodi struje; *3* bimetalna spirala za kompenzaciju utjecaja temperature okoline; *4* izolaciona pločica

Bimetalni instrumenti su često opremljeni kazaljkom maksimalnog otklona koju mjerna kazaljka potiskuje ispred sebe i ostavlja u položaju maksimalnog otklona. Time se dobiva koristan podatak koji daje uvid u najveće termičko opterećenje mjerenog objekta.

Konstrukcija bimetalnih instrumenata je vrlo jednostavna. Nije im potreban ni mehanički protumoment, a ni prigušni moment, jer njihove funkcije preuzima bimetalna spirala. Njezin moment je snažan, tako da lako pokreće i kazaljku za maksimalni otklon. Bimetalni instrumenti nisu jako preopteretivi jer zagrijavanje mjerne spirale raste s kvadratom mjerene struje, a spirala je već na nazivnoj struji dobro zagrijana. Zato se bimetalni instrumenti često priključuju preko strujnih transformatora s malim faktorom sigurnosti (pogl. 7.2.4) koji sprečavaju da struja u mjernoj spirali prekorači dopuštenu vrijednost.

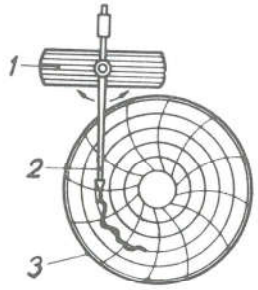
Bimetalni instrumenti mogu uz najbolju izvedbu zadovoljiti klasu tačnosti 1,5. Normalno treba računati s pogreškama koje dosižu i 2,5% maksimalne vrijednosti mjernog opsega.

4.10. REGISTRACIONI INSTRUMENTI

Registracioni instrumenti omogućavaju registriranje vrijednosti mjerene veličine kroz duži vremenski period, te nalaze primjenu gotovo na svim tehničkim područjima. Sastoje se od mjernog sistema i mehanizma za registriranje izmjerenih vrijednosti. Njihovi mjerni sistemi su u biti slični onima električnih mjernih instrumenata i odabiru se ovisno o mjerenoj veličini. U pogledu načina registriranja mjerene pojave poznate su dvije osnovne izvedbe: **linijski registracioni instrumenti** i **tačkasti registracioni instrumenti.**

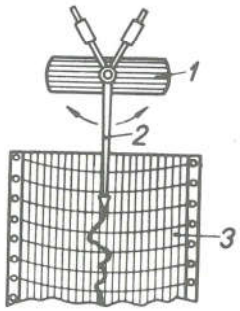
Pisač prve izvedbe neprestano priliježe uz papir i crta neprekinutu liniju. Tu je zbog trenja pisača o papir potreban veći zakretni moment mjernog sistema nego kod običnih mjernih instrumenata.

Vrlo jednostavnu izvedbu linijskog registracionog instrumenta shematski prikazuje sl. 4.122. Na kazaljci pomičnog organa *1* nalazi se pisač *2* koji bilježi na papiru kružnog formata vrijednosti mjerene veličine. Poseban mehanizam jednoliko okreće papir, pa poprečne krivulje lučnog oblika nacrtane na papiru predstavljaju vremensko mjerilo, dok koncentrični krugovi služe za određivanje vrijednosti mjerene veličine. Uobičajeni su vanjski promjeri papira: 130, 185, 255 ili 310 mm, a jedan okretaj najčešće traje 24 sata. Nakon jednog ili najviše nekoliko okretaja potrebno je zamijeniti papir, jer dijagram postaje nepregledan.



Slika 4.122. Registriranje na papiru kružnog formata

1 pomični organ; *2* pisač; *3* papir



Slika 4.123. Registriranje na papirnatoj traci

1 pomični organ; *2* pisač; *3* papirnata traka

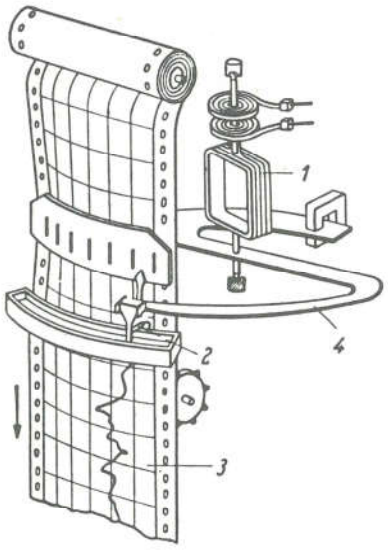
Mnogo se upotrebljavaju izvedbe s papirom u obliku trake koja je na jednom, ili češće na oba kraja, perforirana. Poseban mehanizam jednoliko pomiče traku zahvaćajući kotačićima perforaciju papira. Najjednostavnije rješenje izvedbi s papirnatom trakom dobiva se ako je pisač izravno montiran na kraju kazaljke mjernog sistema, kao na sl. 4.123. Vertikalne crte na traci predstavljaju skalu mjerene veličine, a horizontalni lukovi označavaju vrijeme. Izvedba je jednostavna, ali nedostatak je što pisač riše u luku, pa se takvo rješenje više gotovo ne susreće.

Mnogo su jednostavnija očitavanja krivulja u pravokutnim koordinatama, što se praktički može realizirati na više načina. Tako se prije za tu svrhu mnogo upotrebljavala izvedba s kukastom kazaljkom, dok danas dominiraju izvedbe s elipsnim upravljačem ili neka slična rješenja.

U izvedbi s kukastom kazaljkom (sl. 4.124) nalazi se pisač na kraju te kazaljke. Kako se pisač kreće po luku, mora papir biti na tome mjestu izbočen, što se postiže pomoću prikladno oblikovane metalne podloge. Ispod pisača nalazi se rezervoar iz kojeg pisač dobiva tintu kapilarnim djelovanjem. Takvo rješenje zahtijeva veliku duljinu kućišta instrumenta kako bi se moglo postići potrebno ispupčenje papira, pa je potisnuto od modernijih rješenja sa znatno manjim kućištima.

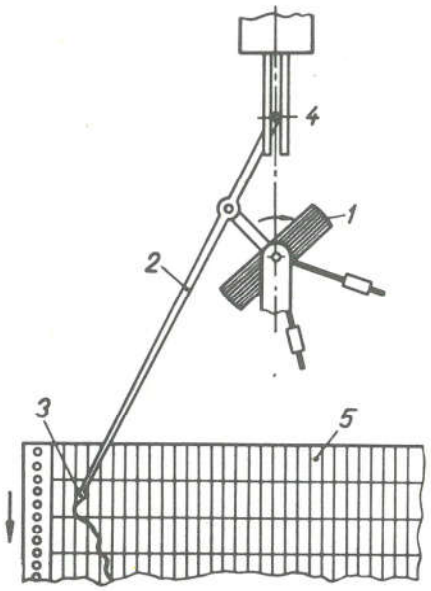
Kod elipsnog upravljača (sl. 4.125) pomični organ *1* zglobno je povezan s polugom *2* koja na jednom kraju ima pisač *3*, dok njezin drugi kraj klizi po vertikalnoj vodilici *4*. Uz prikladan odnos duljina pojedinih poluga postiže se kretanje pisača praktički po pravcu. Na sličan način radi kulisni upravljač (sl. 4.126) čija je poluga *2* na kraju svinuta i ima okomiti izdanak koji klizi po nešto zakrivljenoj kulisi *4*. Za male širine registracione trake prikladna je izvedba prema sl. 4.127, u kojoj je pisač zglobno učvršćen na kraju kazaljke, pa se pri njenom zakretanju može prilagoditi papiru.

U novijim izvedbama pisača jako su smanjena kućišta, a naročito njihove prednje strane. Posebno se vodi računa da vidljivi dio površine dijagrama predstavlja što veći dio ukupne prednje površine instrumenta. Dok je kod registracionih instrumenata starije izvedbe odnos između tih površina bio oko 1 : 6, danas je on smanjen



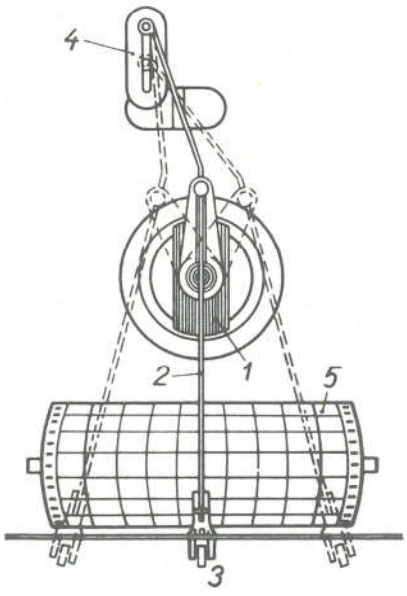
Slika 4.124. Registracioni instrument s kukastom kazaljkom

1 pomični organ; *2* pisač; *3* papirnata traka; *4* kukasta kazaljka



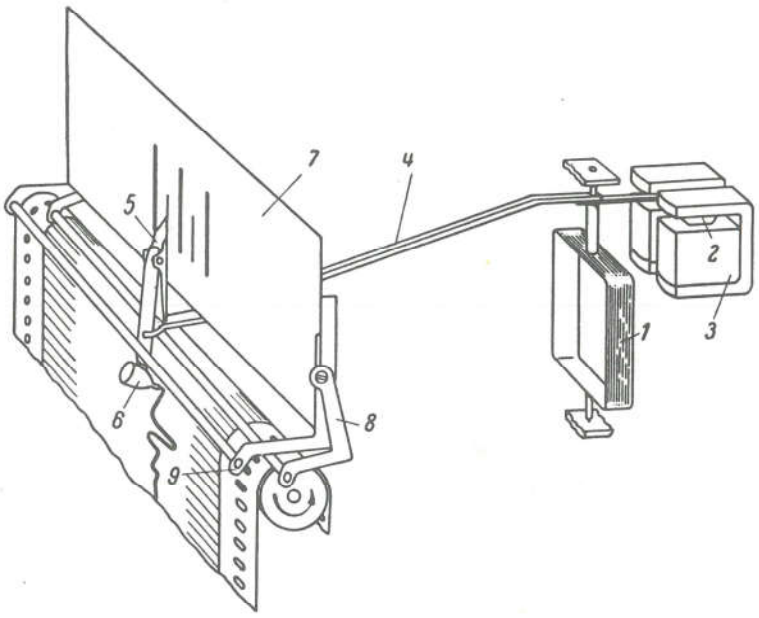
Slika 4. 125. Registracioni instrument s elipsnim upravljačem

1 pomični organ; *2* poluga; *3* pisač; *4* vodilica; *5* papirnata traka



Slika 4.126. Registracioni instrument s kulisnim upravljačem

1 pomični svitak; *2* svinuta poluga; *3* pisač; *4* kulisa; *5* papirnata traka



Slika 4.127. Registracioni instrument za male širine registracione trake

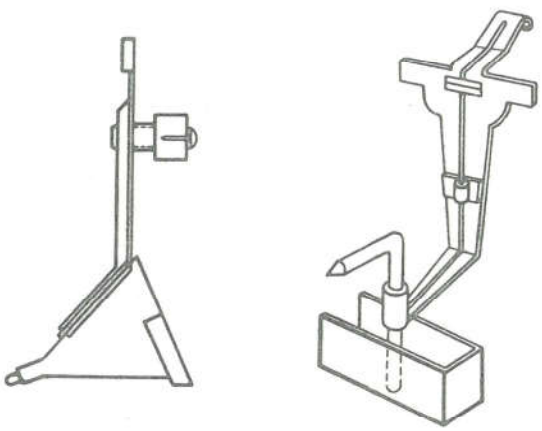
1 pomični organ; *2* i *3* elektromagnetsko prigušenje; *4* poluga kazaljke; *5* kazaljka; *6* pisač; *7* skala; *8* i *9* aretiranje

na gotovo 1 : 2. U novijim izvedbama kreće se širina prednjeg okvira od npr. 96 do 288 mm, a visina od 192 do 288 mm. Širine pisanja pri tom iznose 50 do 120 mm, dok je vidljiva duljina dijagrama 80 do 210 mm. Često se u isto kućište ugrađuju po dva ili tri sistema, od kojih svaki ima širinu pisanja 50, 60 ili 100 mm.

Brzine gibanja trake papira odabiru se prema potrebama pogona. Za mjerene veličina koje se sporo mijenjaju shodno je odabrati manje brzine, od nekoliko milimetara na sat, dok se za pojave koje se brže mijenjaju upotrebljavaju brzine od nekoliko milimetara na sekundu. Uobičajene su brzine: 5, 10, 20, 60, 120, 300, 600, 1200, 3600, 7200, 18000 ili 36000 mm/h.

Za pomicanje papira upotrebljavaju se sinhroni motori priključeni na električnu mrežu, ili mehanizmi s oprugom, slični satnom mehanizmu, koji se od vremena na vrijeme navijaju ručno ili automatski pomoću posebnog motora. Pogreške u hodu ovakvih mehanizama iznose u dobrim izvedbama manje od jedne minute na dan. Da bi se osigurao jednolik hod papirnate trake, redovno mehanizam pomiče traku pomoću kotačića koji zahvaća perforaciju na rubovima trake. Razmak između rupa perforacije obično je 5 mm.

Vrijednosti mjerene veličine najčešće se bilježe pomoću pisača s tintom. Na kraju kazaljke učvršćena je mala posudica napunjena tintom, npr. konusna oblika (sl .4.128 *a*), koja završava tankom kapilarnom cjevčicom prislonjenom uz papirnatu traku. Kapilara je od materijala kojeg ne nagriza tinta, npr. nikla, plemenitih metala ili stakla i ostavlja na papiru trag širine oko 0,2 do 0,4 mm. Zaliha tinte u takvoj posudici traje obično više tjedana. U nekim, uglavnom starijim izvedbama, posudica je nepomična, a na kazaljci je učvršćena samo kapilara čiji je jedan kraj uronjen u tintu, a drugi prislonjen na papirnatu traku kao na sl. 4.124 i 4.128 *b*.



a) *b)*

Slika 4.128. Pisači za registracione instrumente: a) pisač s posudicom konusnog oblika; b) kapilarni pisač s nepomičnim rezervoarom tinte

Umjesto tintom, može se registriranje postići pomoću metaliziranog papira na koji lagano prilježe šiljak od volframa, učvršćen na kraju kazaljke mjernog sistema. Metalizirani papir se sastoji od papirnate podloge na koju je pod vakuumom isparavanjem nanijet vrlo tanak sloj (0,1 μm) legure s niskom temperaturom taljenja (npr. cink-kadmij). Između šiljka od volframa i metalnog sloja primijeni se istosmjerni napon od 20 do 30 V, pa zbog malog električnog luka ostaje dobro vidljiv, oštar trag na metalnom sloju.

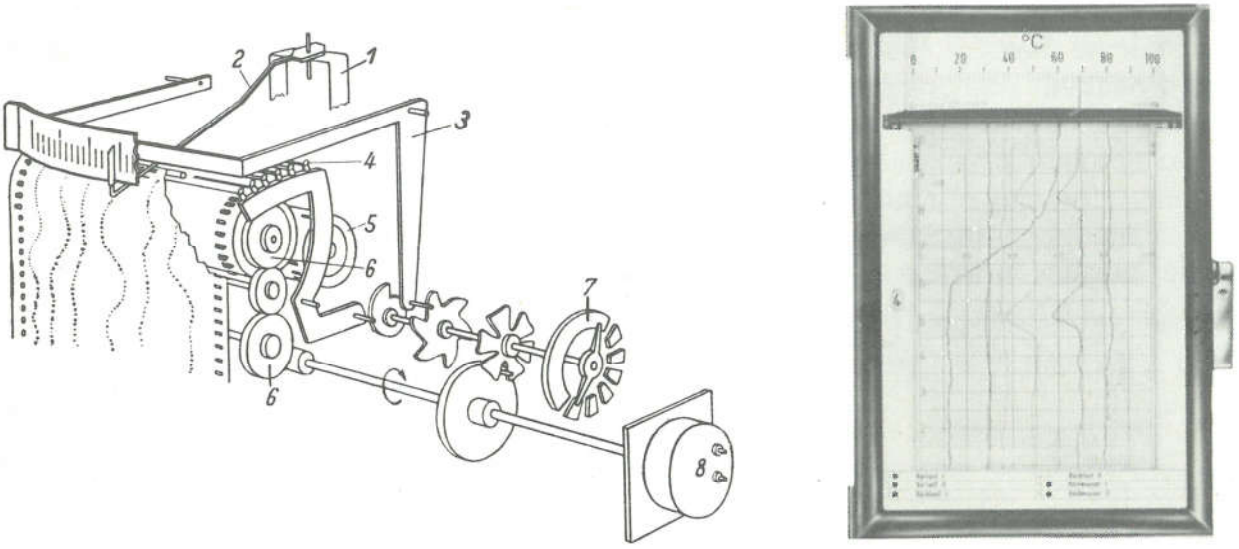
Upotrebljava se i postupak u kojem metalna igla na kraju kazaljke mjernog sistema lagano dodiruje papirnatu traku ispod koje se nalazi traka karbon-papira. Trag na papirnatoj traci koji se na taj način dobiva nešto je širi nego onaj pisača s tintom, ali je postupak jednostavan i jeftin. Da se smanji potrošak trake karbon-papira, ona se pomiče brzinom znatno manjom od brzine papirnate trake.

Katkada se registriranje postiže pomoću šiljka koji struže po tamnom papiru premazanom svijetlim voskom. Šiljak otklanja vosak pa ostaje trag koji je vidljiv zbog tamnije boje papira. Trenje između šiljka i voštanog sloja može se znatno smanjiti ako je šiljak ugrijan. Susrećemo se i neka druga rješenja, npr. registriranje pomoću električnih iskara, registriranje pomoću tekućinskog mlaza, registriranje na magnetofonskoj vrpci itd.

Mjerni sistemi linijskih pisača moraju svladati znatno trenje između pisača i podloge, te trenje u upravljačkom dijelu. Stoga su njihovi zakretni momenti znatno veći nego u običnih mjernih instrumenata (preko 20 puta). Trenje u ležajima mjer-

nog sistema tek je mali dio ukupnog trenja, pa se kod njih rado upotrebljavaju ležaji s rukavcem, prikladni za veća opterećenja.

Linijski registracioni instrumenti nisu zbog velikog potroška prikladni za priključak na slabe izvore. U takvom slučaju upotrebljavaju se *tačkasti registracioni instrumenti* kod kojih ne klizi pisač po podlozi, pa nema povećanog trenja. Kazaljka



Slika 4.129. Tačkasti registracioni instrument: lijevo — perspektivna skica; desno — prednja strana instrumenta

1 pomični svitak; *2* kazaljka; *3* stremen; *4* vrpce natopljene tintom; *5* kotur papirnate trake; *6* valjak za pomicanje papira; *7* preklopka za uključivanje mjernih krugova; *8* sinhroni motor

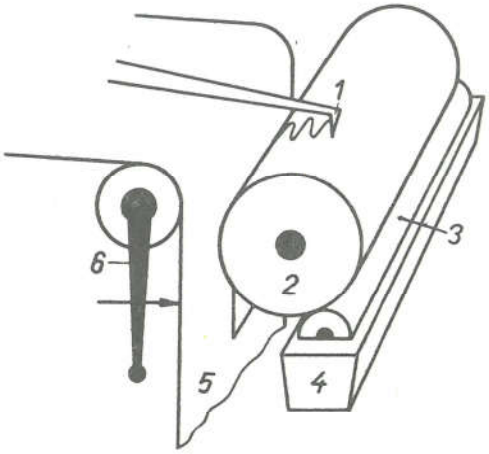
njihovog mjernog sistema kreće se slobodno, tako da se mogu upotrijebiti vrlo osjetljivi mjerni sistemi kakvi su potrebni za mjerenje npr. napona termoelemenata pri registraciji temperature. Na sl. 4.129 je shematski prikazan jedan tačkasti pisač. Iznad kazaljke *2* nalazi se pomični stremen *3*, koji se djelovanjem posebnog mehanizma spušta u pravilnim vremenskim razmacima (npr. svakih 30 s) i kratkotrajno pritiska prema dolje kazaljku mjernog sistema. Između kazaljke i papirnate trake nalazi se vrpca *4* natopljena bojom, slično kao na pisaćim strojevima, pa pri svakom spuštanju stremena ostaje na papirnatoj traci tačkast trag čiji položaj odgovara vrijednosti mjerene veličine. Na taj način ostaje na pomičnom papiru niz tačkica, tako da se tok registrirane pojave može dobro slijediti. Dok je stremen podignut, kreće se mjerni sistem slobodno i namješta na položaj koji odgovara vrijednosti mjerene veličine.

Redovno se tačkasti pisači izrađuju za istodobnu registraciju više veličina. To se postiže pomoću preklopke *7* koju satni mehanizam zakreće u pravilnim vremenskim razmacima i koja onda uključuje mjerni instrument u razne mjerne krugove. Zbog preglednosti registrira se svaka mjerena veličina posebnom bojom, pa satni mehanizam postavlja ujedno ispod stremena vrpcu druge boje za svaku mjerenu veličinu. Na taj način može se pomoću pisača prikazanog na sl. 4.129 istodobno registrirati šest mjerenih veličina i prikazati ih u šest različitih boja. To je velika prednost tačkastih pisača. Zbog načina rada mogu se takvi pisači koristiti samo za registriranje pojava koje se sporo mijenjaju.

Za *registriranje smetnji* koje mogu nastati na električnim mrežama izrađuju se posebni registracioni instrumenti čija se papirnata traka u normalnim pogonskim okolnostima kreće sporo (npr. 20 mm/h). U trenutku nastanka smetnje djelovanjem

releja prekapča se privremeno registracioni instrument na mnogostruko veću brzinu od npr. 20 mm/s, tako da se mogu zabilježiti pojedinosti nastalih smetnji. Prekapčanje traje vrlo kratko, iznosi maksimalno oko 80 ms.

Mjerni sistem mora pri tome biti prilagođen tako velikim brzinama, tj. mora imati malo titrajno vrijeme i prikladno prigušenje. Siemensov registrator smetnji koristi 3 ili 4 mjerna sistema sa zakretnim svitkom i suhim ispravljačima, koji imaju vrlo velik zakretni moment. Pisači bilježe vrijednosti u lučnim koordinatama na metaliziranom papiru, a širina pisanja im iznosi 24 mm. Vrijeme umirivanja mjernih sistema je oko 50 ms, a stepen prigušenja 0,8.



Slika 4.130. Princip instrumenta za registriranje smetnji (Sadir-Carpentier)

1 pisač; *2* valjak za bilježenje; *3* valjak koji premazuje tintom valjak *2*; *4* posuda s tintom; *5* papirnata traka; *6* relej koji prislanja traku *5* na valjak *2*

Takvo rješenje ne omogućava registriranje povećanom brzinom kretanja papira pojava za vrijeme samog početka smetnji, jer do povećanja brzine dolazi tek djelovanjem smetnji na relej za prekapčanje brzina. U izvedbi prikazanoj na sl. 4.130 otklonjen je taj nedostatak. Mjerni sistem bilježi momentane vrijednosti mjerene veličine na valjku za bilježenje *2*, premazanom tintom. Obodna brzina valjka iznosi 100 mm/s. Valjak za bilježenje neprestano nanovo premazuje tintom valjak *3* i tako briše pojave snimljene tokom prethodnog okretaja. Tek kada nastupi smetnja ukapča se mehanizam za pomicanje papirnate trake *5*, a posebni relej *6* prislanja tu traku na valjak za bilježenje. Preslikavanje snimljenih pojava sa valjka za bilježenje na papirnatu traku nastupa tek 1 s nakon snimanja pojave, pa se mogu na papiru registrirati i pojave neposredno prije nastanka smetnji.

4.11. OSCILOGRAFI

Za registriranje mjerenih veličina koje se vrlo brzo mijenjaju služe brojne i različite izvedbe oscilografa. Izbor odgovarajuće izvedbe prvenstveno ovisi o frekvenciji mjerene veličine, jer od nje mora biti barem dva puta veća prirodna frekvencija ω_0 pomičnog organa mjernog sistema oscilografa (pogl. 4.1.5 *b*). Kako je $\omega_0 = \sqrt{D/J}$, može se registriranje brzih pojava postići samo odgovarajućim smanjenjem momenta tromosti J pomičnog organa, te povećanjem direkcione konstante D. Oscilografi s materijalnim pisačem (tablica 4.11) mogu se upotrijebiti samo za registriranje veličina čija frekvencija ne prelazi otprilike 150 Hz zbog znatnog momenta tromosti materijalne kazaljke, te zbog trenja između pisača i podloge. Brže pojave mogu se registrirati pomoću oscilografa s tekućinskim mlazom i svjetlosnih oscilografa, a još brže pomoću oscilografa s katodnom cijevi, gdje brzi mlaz elektrona slijedi praktički bez vremenskog zaostajanja momentane vrijednosti mjerene veličine. Oscilografe s katodnom cijevi obično nazivamo osciloskopima (pogl. 8.4) Oscilografi i osciloskopi nalaze sve širu primjenu; bez njih se danas ne može zamisliti rad u laboratorijima i ispitnim stanicama.

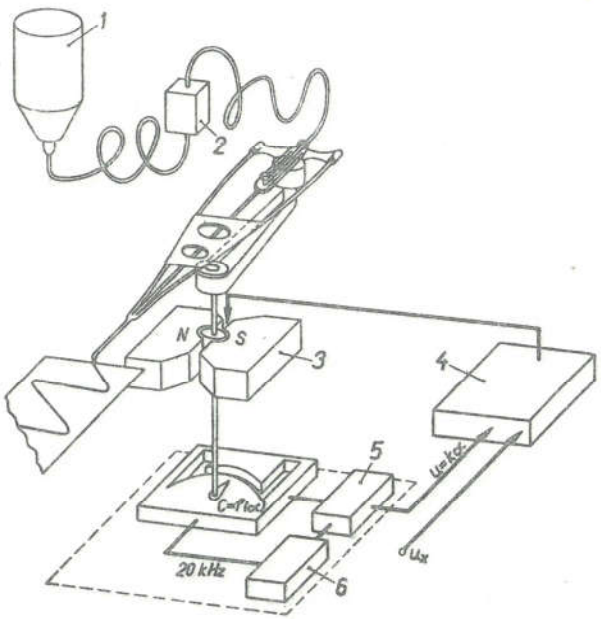
Tablica 4.11

Frekvencijsko područje primjene oscilografa i osciloskopa

Vrst oscilografa	frekvencija (Hz)								
	10^0	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
Oscilografi s materijalnim pisačem	▓	▓	▓	▒					
Oscilografi s tekućinskim mlazom	▓	▓	▓	▓					
Svjetlosni oscilografi	▓	▓	▓	▓	▓	▒			
Osciloskopi	▓	▓	▓	▓	▓	▓	▓	▓	▒

4.11.1. Oscilografi s materijalnim pisačem

Na kraju lagane poluge, učvršćene na pomičan organ mjernog sistema, nalazi se pisač koji prilježe na pomičnu papirnatu traku i bilježi momentane vrijednosti mjerene veličine. Obično je pisač oštar šiljak koji struže po tamnom papiru premazanom svijetlim voskom, po začađenoj filmskoj traci ili po metaliziranom papiru, slično kao kod nekih registracionih instrumenata (pogl. 4.10). Redovno otkloni pisača ovakvih izvedbi nisu veliki, jer se zbog povećanja frekvencije ω_0 odabire velika konstanta D, pa bi za postizanje većih otklona bile potrebne znatne struje koje bi previše zagrijavale pomični organ. Upotrebljavaju se i sićušni pisači s tintom, u koje se zbog velike brzine pisanja dovodi tinta iz spremišta pod pritiskom. Slika 4.131 prikazuje jednu takvu izvedbu. Pomični svitak nalazi se u polju permanentnog magneta i priključen je na pojačalo. Sistem je izveden bez mehaničkog protumomenta; umjesto njega predviđen je kapacitivni davač koji proizvodi napon u, proporcionalan otklonu α pomičnog organa ($u = k\alpha$). Razlika između napona



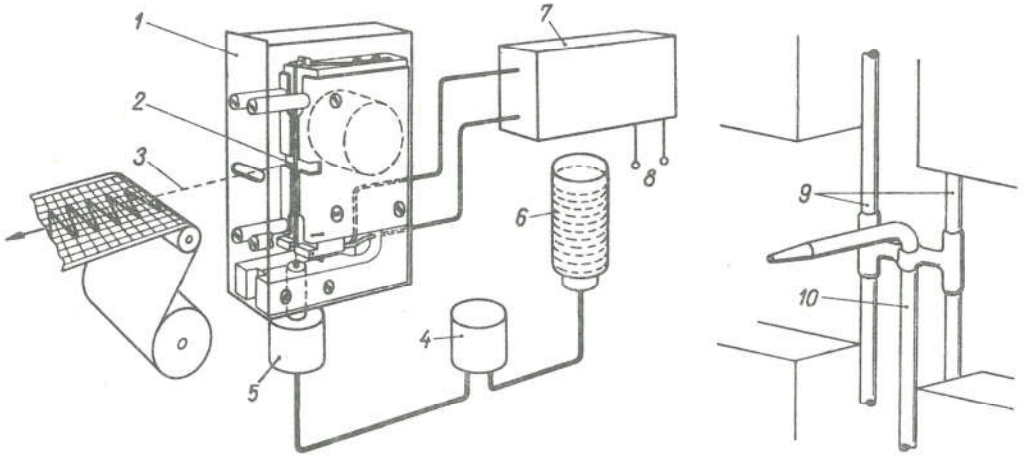
Slika 4.131. Princip oscilografa s materijalnim pisačem (Brush, Ohio, USA)

1 spremnik tinte; *2* ventil; *3* instrument s pomičnim svitkom; *4* pojačalo; *5* demodulator; *6* oscilator

davača i mjerenog napona privodi se preko pojačala pomičnom svitku, pa se on zakreće sve dok ne dođe u položaj na kojem je ta razlika napona jednaka nuli. Time se postiže da je otklon α pomičnog organa razmjeran mjerenoj veličini.

4.11.2. Oscilografi s tekućinskim mlazom

Registriranje mjerenih veličina frekvencija do 1000 Hz omogućava oscilograf s tekućinskim mlazom (sl. 4.132). Pomični organ se sastoji od uske petlje napete između polova jakog magneta. Kada kroz petlju teče struja, ona se zakreće zbog djelovanja elektromagnetskih sila. Na petlju je učvršćen svinuti kraj tanke kapilare koji završava sapnicom promjera od samo 10 μm (sl. 4.132*b*). Drugi kraj kapilare je učvršćen na nepomičan oslonac i priključen preko filtra na pumpu koja siše tintu iz spremišta i tiska je pod velikim pritiskom prema sapnici. Ovisno o brzini pisanja, taj pritisak iznosi 15 do 45 atm. Petlja se najviše može zakrenuti



Slika 4.132. Oscilograf s tekućinskim mlazom (S & H): a) cjelokupni principijelni prikaz; b) sapnica povećana otprilike 20 puta

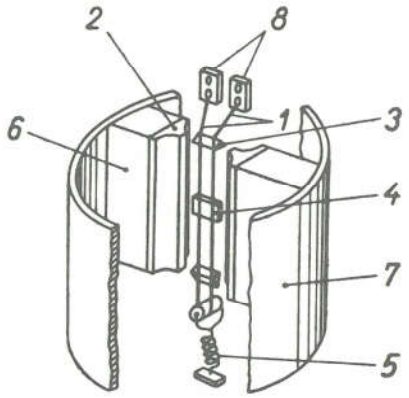
1 mjerni sistem; *2* sapnica; *3* tekućinski mlaz; *4* pumpa; *5* filtar; *6* spremište tinte; *7* pojačalo; *8* ulaz pojačala; *9* petlja; *10* kapilara

za $\pm$ 32° pa se, ovisno o udaljenosti registracionog papira, dobivaju maksimalni otkloni tekućinskog mlaza od 12 do 38 mm. Otpor petlje iznosi 0,7 Ω, a zakretanje za $\pm$ 32° zahtijeva struju od 300 mA. Zbog toga se petlja priključuje preko mjernog pojačala pomoću kojeg se dobiva maksimalno zakretanje petlje već kod 75 mV priključenih na ulazu pojačala. Pri tom ulazni otpor pojačala iznosi 1 M Ω. U jedan uređaj ugrađuje se do 12 takvih mjernih sistema, tako da se istodobno može registrirati 12 pojava.

4.11.3. Svjetlosni oscilografi

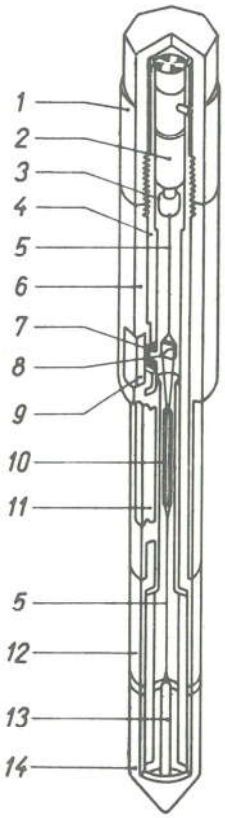
Mjerni sistem svjetlosnih oscilografa sastoji se ili od uske petlje napete između polova elektromagneta (sl. 4.133) ili od sićušnog uskog svitka smještenog u jakom magnetskom polju (sl. 4.134). Izvedbe sa svitkom (svjetlosni oscilograf s titrajućim svitkom) su osjetljivije, a posljednjih nekoliko godina izrađuju se i za više frekvencije nego izvedbe s petljom. One zauzimaju manje mjesta, jer se njihovo zrcalo može lakše tako učvrstiti da mu ravnina bude okomita na smjer mag-

netskog polja. Najčešće je titrajući svitak napet dvjema tankim trakama i smješten u dugoljastu cjevčicu, promjera samo nekoliko milimetara, koja se umeće u okrugao otvor između polnih nastavaka magneta. U cjevčicu su ugrađeni produžeci tih polnih nastavaka (*11* na sl. 4.134), kako bi na svitak djelovalo što jače magnetsko polje. Na vanjskoj strani cjevčice nalazi se otvor s lećom i dvije kontaktne površine (*12* i *14* na sl. 4.134) preko kojih se dovodi struja u titrajući svitak. Redovno se između polnih nastavaka magneta nalazi više okruglih otvora,



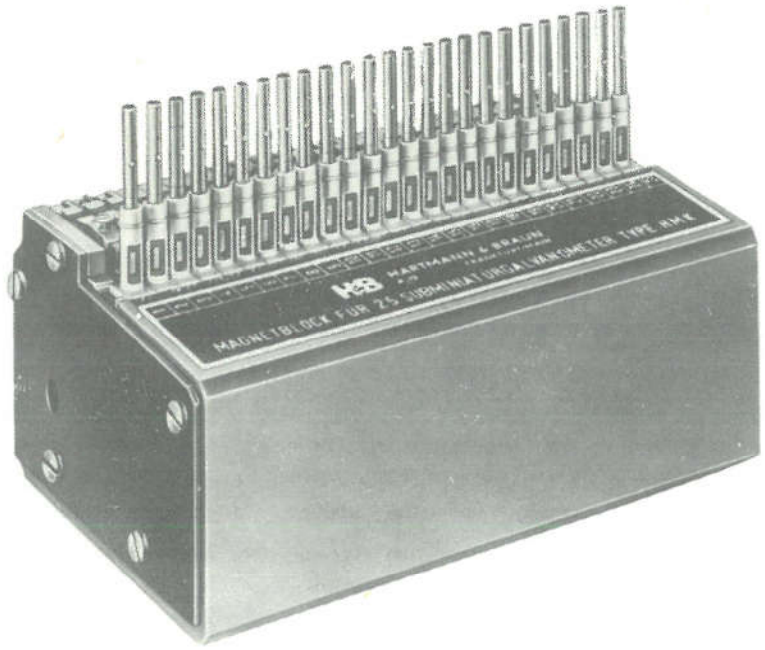
Slika 4.133. Skica titrajuće petlje (S & H)

1 petlja; *2* polni nastavci; *3* stremen; *4* zrcalo; *5* pritezno pero; *6* permanentni magnet ili elektromagnet; *7* jaram od magnetskog materijala; *8* priključne stezaljke



Slika 4.134. Presjek kroz titrajući svitak (S & H)

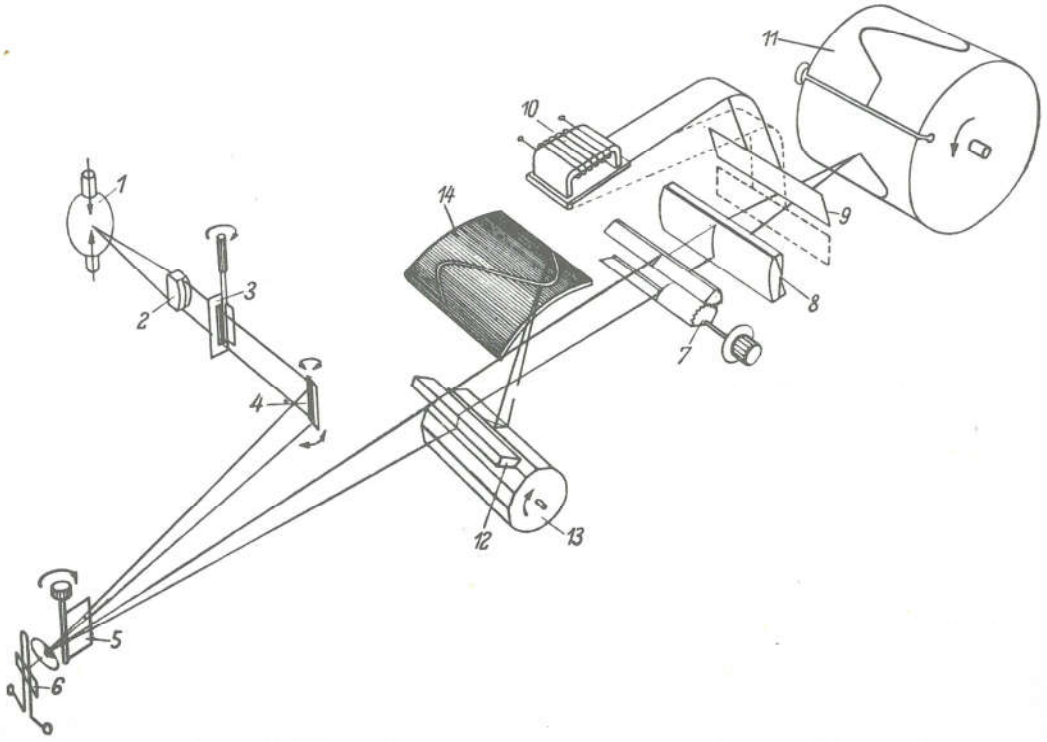
1 poklopac; *2* gornja osovina; *3* prstenasto pero; *4* nosiva cijev; *5* napeta traka; *6* cijev od izolirajućeg materijala; *7* zaslon; *8* zrcalo; *9* leća; *10* titrajući svitak; *11* produžeci polnih nastavaka; *12* gornja kontaktna cijev; *13* donja osovina; *14* donja kontaktna cijev



Slika 4.135. Magnetski blok za 25 titrajućih svitaka (H & B)

pa se u nekim izvedbama može u zajednički magnetski blok smjestiti i do 50 svitaka (sl. 4.135). Takvo rješenje ima veliku praktičku vrijednost jer se pomoću jednog oscilografa nevelikih dimenzija može istodobno snimiti mnogo mjerenih pojava.

Na petlju, odnosno svitak, učvršćeno je malo zrcalo koje se zajedno s njima zakreće, ovisno o promjenama mjerene struje. Zakretanje zrcala prenosi se optičkim putem pomoću prikladnog rasvjetnog uređaja (sl. 4.136). Svjetlosna zraka iz jakog izvora svjetla *1* prolazi kroz kondenzor leću *2* i uski otvor *3*, te se reflektira od zrcala *4* i pada na zrcalo, učvršćeno na petlju ili svitak *6*. Nakon toga zraka prolazi kroz procijep *7* i cilindričnu leću *8* te pada u obliku sitne, ali vrlo svijetle mrlje na fotografski papir ili film *11*. Otkloni petlje ili svitka uzrokuju otklanjanje svijetle mrlje u smjeru okomitom na gibanje papira, pa se bržim ili sporijim pomicanjem papira dobiva više ili manje razvučena registrirana krivulja, tzv. oscilogram.



Slika 4.136. Optički dio svjetlosnog oscilografa

1 žarulja; *2* kondenzor leća; *3* zaslon; *4* okretljivo zrcalo; *5* okretljivi zaslon; *6* titrajuća petlja; *7* zaslon s uskim procijepom; *8* cilindrična leća; *9* zaslon za zatvaranje zrake; *10* elektromagnet za zatvaranje zaslona *9*; *11* registracioni papir; *12* prizmatična leća; *13* poligonalno zrcalo; *14* mutno staklo

Da bi se mjerena pojava mogla i promatrati za vrijeme oscilografiranja, odvaja se jedan dio zrake pomoću prizme *12* i privodi jednoliko rotirajućem sistemu poligonalno smještenih zrcala *13*, od kojih se odbija do mutnog stakla ili zastora *14*. Slika pojave će mirovati na zastoru samo kad je rotiranje sistema zrcala *13* sinhronizirano s mjerenom pojavom. To se postiže okretanjem sistema *13* sinhronim motorom koji je priključen na izvor iste frekvencije kao i mjerena pojava ili pomoću motora čiji se broj okretaja može fino ugađati. Ako se sistem zrcala *13* ne vrti sinhrono, bježat će slika na zastoru naprijed ili natrag, već prema tome da li se motor vrti brže ili sporije.

Nakon razvijanja fotografskog papira (ili filma), pojavit će se na papiru više ili manje taman trag mjerene pojave, ovisno o kvaliteti optičkog dijela oscilografa, jakosti izvora svjetlosti, osjetljivosti papira te brzini pisanja svijetle mrlje po papiru. Ako je v_p brzina kretanja papira, a $f(t)$ snimana funkcija, onda brzina pisanja svijetle mrlje iznosi:

$$v = \sqrt{v_p^2 + \left(\frac{df}{dt}\right)^2} \qquad (4.229)$$

Kada je $f(t) = A \sin \omega t$, iznosi maksimalna brzina pisanja svijetle mrlje:

$$v_{max} \approx A\,\omega \tag{4.230}$$

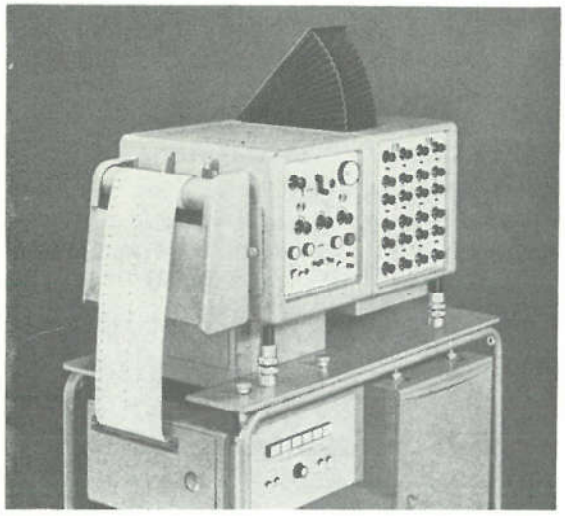
jer je redovno $A^2\,\omega^2 \gg v_p^2$. U tablici 4.12 prikazane su maksimalne brzine pisanja na različitim frekvencijama i amplitudama.

Tablica 4.12

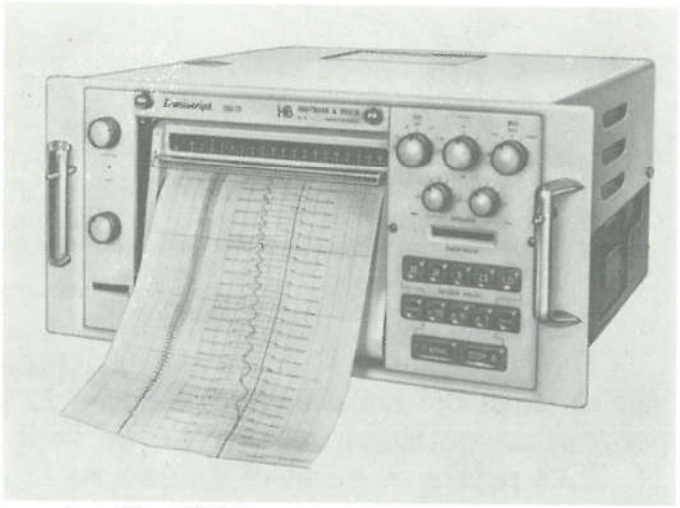
Maksimalne brzine pisanja u m/s pri registriranju sinusnih funkcija različitih frekvencija i amplituda A

f (Hz)	50	1000	10000	200000
$A = 1$ cm	3,14	63	630	12600
$A = 5$ cm	15,7	314	3140	62800

S najboljim oscilografima postiže se upotrebom vrlo osjetljivog papira i mokrog postupka razvijanja čak brzina pisanja od 25 km/s. Kod dobro opremljenih oscilografa postupak je uvelike pojednostavnjen pomoću uređaja za automatsko razvijanje i fiksiranje oscilograma, koji je ugrađen u samom oscilografu i omogućava dobivanje gotovih oscilograma već nakon 10 s (sl. 4.137).



Slika 4.137. Svjetlosni oscilograf s ugrađenim uređajem za automatsko razvijanje i fiksiranje oscilograma (S & H)

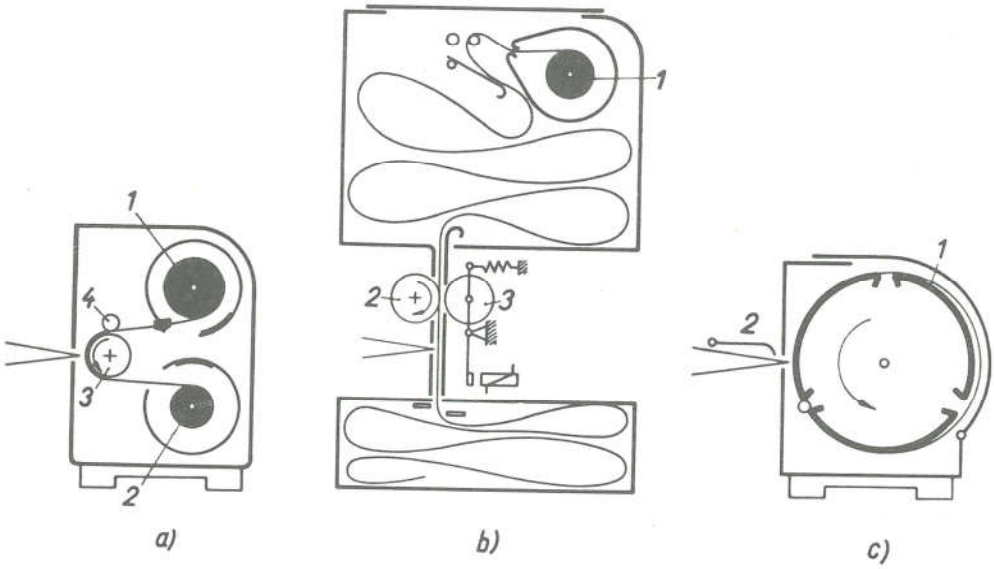


Slika 4.138. Svjetlosni oscilograf s fotopapirom koji se sam razvija na dnevnom svijetlu neposredno nakon snimanja (H & B)

Za brzo dobivanje gotovih oscilograma mnogo se u novije vrijeme koriste oscilografi s jakom živinom svjetiljkom i fotopapirom osjetljivim samo na uskom ultravioletnom području od 350 nm do 440 nm valne duljine (sl. 4.138). Trag svijetle mrlje iz živine svjetiljke postaje vidljiv kada se papir izloži nekoliko sekundi djelovanju danjeg svjetla. Ako se takav oscilogram kasnije ne izlaže jačem svjetlu, nije ga čak potrebno ni fiksirati. Ovakvim postupkom postižu se maksimalne brzine pisanja od 2 km/s. Zbog usporedbe navodimo da oscilograf s tekućinskim mla-

zom postiže maksimalnu brzinu pisanja od 60 m/s, a oscilograf s materijalnim pisačem najviše otprilike 10 m/s.

Kod većine oscilografa može se prekapčati brzina pomicanja registracionog papira i prilagoditi frekvenciji mjerene veličine, tako da njezina jedna perioda bude prikazana na duljini papira od najmanje 1 mm. Prema tome je potrebno da pri registriranju veličine čija je frekvencija 10 kHz bude brzina papira barem 10 m/s. Uobičajeni postupci pomicanja papira prikazani su na sl. 4.139. U izvedbi pod *a* odmata se papir za registriranje s bubnja *1* i namata na bubanj *2*, a valjak *3* povlači papir, koji je na njega pritisnut valjkom *4*. Ovim rješenjem mogu se dobiti oscilogrami čija je duljina čak 100 m, ali maksimalne brzine papira ne prelaze 4 m/s.



Slika 4.139. Različiti principi pomicanja papira za registriranje

Da bi se postigla puna brzina papira, potrebno je i do 0,5 s. U rješenju prema sl. 4.139*b* prije snimanja se odmota s bubnja *1* određena duljina papira, koju će za vrijeme snimanja povući valjak *2*. Taj valjak se vrti već prije snimanja, a do povlačenja papira dolazi tek kada valjak *3* pritisne papir na valjak *2*. Time se postižu brzine papira i do 15 m/s, a vrijeme postizanja pune brzine ne prelazi 20 ms. Duljina oscilograma iznosi najviše 2 m. Brzine papira od čak 80 m/s postižu se kada je papir omotan oko bubnja *1*, koji se vrti već prije snimanja (sl. 4.139*c*), a snimanje počima tek kada se podigne zaslon *2*. Duljina oscilograma ovdje iznosi najviše 1 m.

Najčešće se mogu lako zamijeniti mjerni sistemi oscilografa, pa se može umetnuti onaj koji u određenim okolnostima najbolje odgovara u pogledu frekvencijskog područja i osjetljivosti. Mjerni sistemi za šire frekvencijsko područje imaju redovno manju strujnu i naponsku osjetljivost, kako se to razabire iz podataka u tablici 4.13 za neke sisteme s titrajućim svitkom.

Osim mjernih sistema sa svitkom ili petljom i permanentnim magnetom upotrebljavaju se i elektrodinamski mjerni sistemi, koji umjesto permanentnog magneta imaju elektromagnet, slično kao elektrodinamski instrumenti. Ako se kroz elektromagnet propusti struja mjerenog trošila, a titrajući svitak ili petlja priključe preko odgovarajućeg predotpora na napon trošila, otklanjat će se zraka razmjerno trenutačnoj vrijednosti snage trošila.

Tablica 4.13

Električni podaci o mjernim sistemima s titrajućim svitkom
(Century Electronics & Instruments)

Frekvencijsko područje u kojem odstupanje amplitude ne prelazi 5%	Otpor mjernog sistema Ω	Strujna osjetljivost $\frac{mm}{mA \cdot m}$	Naponska osjetljivost $\frac{mm}{V \cdot m}$
0 do 1200 Hz	40	4,56	114
0 do 2000 Hz	40	1,8	45
0 do 3000 Hz	20	2,3	115
0 do 4800 Hz	20	0,82	41
0 do 6000 Hz	30	0,8	26
0 do 7800 Hz	30	0,46	15,5

Da bi se postiglo što šire frekvencijsko područje, odabire se stepen prigušenja 0,7 (pogl. 4.1.5 *b*), koji se kod titrajućih petlji postiže uljnim prigušenjem. Kod titrajućih svitaka čija je prirodna frekvencija manja od 500 Hz postiže se taj stepen prigušenja elektromagnetskim prigušenjem, a na višim frekvencijama i s uljnim prigušenjem.

Da bi se iz oscilograma mogao odrediti vremenski tok mjerene veličine, potrebno je da na njemu bude nanijeta vremenska skala. U nekim izvedbama ona se dobiva pomoću kratkotrajnih bljeskova u određenim vremenskim razmacima, koji na oscilogramu ostavljaju uske tamne crte okomite na smjer pomicanja papira. U drugim izvedbama služi za tu svrhu posebna petlja priključena na oscilator tačno poznate frekvencije, od npr. 100 ili 1000 Hz.

4.12. Zadaci

1) Koliko iznosi procentualna nesigurnost očitanja na linearnoj, odnosno kvadratičnoj skali pri otklonu 15 mm, te pri punom otklonu, ako je ukupna duljina skale 150 mm, a nesigurnost očitanja $\pm 0{,}075$ mm? Koliko iznosi procentualna nesigurnost očitanja na tim skalama, ako je mjerena veličina 10 puta manja od mjernog dometa?

2) Koliko puta je veći torzioni moment okrugle trake od torzionog momenta pravokutne trake istog presjeka i od istog materijala, s omjerom stranica 1 : 6?

3) Koji odnos vlada između zakretnog momenta opruga pri zakretanju za 90° i momenta trenja mjernog sistema s brojem dobrote 1, ako pretpostavimo koeficijent trenja $\mu = 0{,}2$ i specifični pritisak u ležaju $\sigma_{max} = 200$ kp/mm²?

4) Koliki je stepen prigušenja instrumenta koji nakon uključivanja konstantne mjerene veličine postigne maksimalni otklon 57 d.sk, a zatim se smiri na 50 d.sk?

5) Koliki je stepen prigušenja instrumenta koji upravo zadovoljava granične zahtjeve standarda u pogledu prigušenja (pogl. 4.1.7 đ)?

6) Prirodno titrajno vrijeme galvanometra iznosi $T_0 = 2$ s. Kada je ukupni otpor galvanometarskog kruga 200 oma, titrajno vrijeme iznosi 4 s. Koliki je otpor u galvanometarskom krugu potreban da se postigne granično aperiodsko gibanje, ako se mehaničko prigušenje može zanemariti?

7) Galvanometar s otporima $R_g = 1000\,\Omega$ i $R_a = 300\,\Omega$ postiže pri vanjskom otporu od $600\,\Omega$ titrajno vrijeme od 7 s. Koliko je njegovo prirodno titrajno vrijeme, ako se mehaničko prigušenje može zanemariti?

8) Koji odnos vlada između konstante G galvanometra i C_0, T_0, s_0 i $R_a + R_g$?

9) Koliko će iznositi amplituda titraja kazaljke voltmetra s pomičnim svitkom (izražena u voltima) ako ga se priključi na izmjenični napon 220 V frekvencije 50, odnosno 15 Hz? ($T_0 = 1$ s, a $s = 0{,}8$).

10) Strujna osjetljivost vibracionog galvanometra na njegovoj prirodnoj frekvenciji iznosi 100 mm/μA. Kolika je njegova strujna osjetljivost pri istosmjernoj struji, ako je stepen prigušenja galvanometra $s = P/2\sqrt{D\mathcal{J}} = 0{,}005$?

11) Strujna osjetljivost vibracionog galvanometra na njegovoj prirodnoj frekvenciji iznosi 100 mm/μA. Kolika je njegova strujna osjetljivost na frekvenciji dva, odnosno tri puta većoj od prirodne frekvencije, ako je stepen prigušenja $s = 0{,}005$?

12) Instrument, čiji je moment $M_1 = G\,i^2$, postigao je na određenoj izmjeničnoj struji frekvencije 50 Hz otklon od 100 d.sk. S kojom će amplitudom titrati kazaljka, ako je prirodno titrajno vrijeme pomičnog organa instrumenta $T_0 = 2$ s, a stepen prigušenja $s = 0{,}8$?

13) S kojim se najdužim prirodnim titrajnim vremenom T_0 još može zadovoljiti zahtjev standarda da se titranje pomičnog organa smanji na 1,5% duljine skale u vremenu koje nije duže od 4 s?

14) Voltmetar s pomičnim svitkom i mjernim opsegom od 0 do 150 V pokazao je kod referentnih uvjeta: 10; 20; 30 ... 150 V, dok je tačna vrijednost mjerenog napona iznosila: 10,0; 20,1; 30,1; 40,2; 50,1; 60,0; 69,9; 79,8; 89,7; 99,9; 110,0; 120,2; 130,1; 140,1 i 150,0 V. Koju klasu tačnosti zadovoljava baždareni voltmetar?

15) Koliko najmanje oma mora imati manganinski predotpor voltmetra s pomičnim svitkom da promjene pokazivanja zbog promjene temperature okoline ne pređu vrijednosti dopuštene standardom za klasu tačnosti 0,5, ako svitak instrumenta od bakrene žice ima 20 oma (uzeti u obzir samo promjene otpora svitka; $\alpha_{Cu} = 0{,}0039/°C$ i $\alpha_{Mn} \approx 0$)?

16) Koje iznose treba odabrati za otpore R_1, R_2 i R_3 kod višestrukog shunta prema sl. 4.37 da bi se postigli mjerni opsezi: 0,03; 0,3 i 3 A, ako su $R_V = 10\,\Omega$ i $I_V = 10$ mA?

17) Koliko iznosi T_0, C_{B0}, C_{Bp} i C_B balističkog galvanometra, ako je pri gibanju otvorenog galvanometra sa strujnom konstantom $C_i = 0{,}8 \cdot 10^{-8}$ A/d.sk dobiveno $\alpha_1 = 150$ d.sk, $\alpha_2 = -95$ d.sk i titrajno vrijeme $T = 11$ s?

18) Koliko iznose otpori R_1, R_1', R_2, R_2', R_3 i R_3' shunta prema sl. 4.43 za galvanometar čiji su $R_g = 35\,\Omega$ i $R_a = 70\,\Omega$, ako se žele postići osjetljivosti: $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{5}$?

19) Koliko iznosi konstanta G fluksmetra, ako je komutiranjem struje $I = 2$ A primarnog namota transformatora međuinduktiviteta $M = 0{,}01$ H dobiveno na fluksmetru priključenom na sekundarni namot $\alpha_2 - \alpha_1 = 99{,}8$ d.sk?

20) Koliko će procentualno griješiti univerzalni instrument prema sl. 4.54, s gotovo linearnom skalom, baždaren u efektivnim vrijednostima sinusne struje, ako faktor oblika mjerene struje ili napona iznosi $\xi = 1{,}18$?

21) Koji napon će pokazati univerzalni instrument prema sl. 4.54 s gotovo linearnom skalom, baždaren u efektivnim vrijednostima sinusne struje, ako se priključi na istosmjerni napon $U = 4$ V?

22) Voltmetar s pomičnim svitkom i mjernim dometom 10 $V_{=}$, spojen u seriju s mehaničkim ispravljačem, priključen je na sinusni izmjenični napon efektivne vrijednosti 10 V. Koje će vrijednosti pokazati voltmetar, ako fazni pomak φ zatvaranja kontakta mehaničkog ispravljača iznosi: 0°, 30°, 60° i 90°, a vrijeme trajanja kontakta $T_k = 180°$, odnosno 120°?

23) Induktivitet jednog ampermetra s pomičnim željezom ovisi o otklonu izraženom u stupnjevima prema relaciji: $L \approx (380 + 3{,}4\sqrt{\alpha})\,10^{-6}$ H. Koliko iznosi moment M_1 pri otklonu od 90°, ako tada kroz instrument teče struja 1 A? Koliki je otklon u stupnjevima kod 0,1 i 0,5 A?

24) Međuinduktivitet nekog elektrodinamskog vatmetra s mjernim opsegom 0 do 750 W mijenja se prema izrazu: $M \approx 4{,}8\,(\alpha - 65)\,10^{-5}$ H, gdje je α otklon pomičnog organa u stupnjevima. Koliko iznosi moment M_1 pri punom otklonu, ako je otpor naponske grane 10000 Ω?

25) Na izmjenični napon $U_m (\sin \omega t - 0{,}3 \sin 3 \omega t)$ priključen je univerzalni instrument prema sl. 4.54, s gotovo linearnom skalom, baždaren u efektivnim vrijednostima sinusne struje te instrument s pomičnim željezom. Koliko će pokazati instrument s pomičnim željezom, ako univerzalni instrument pokazuje 100 V?

26) Na elektrostatski voltmetar prema sl. 4.112 priključen je napon $u = (100 + 50 \sin 314 t)$ V. Koliko će volta pokazati elektrostatski voltmetar?

27) Kvadrantni elektrometar postiže pun otklon u idiostatskom spoju kod 20 V. Na kojem će naponu U_x isti voltmetar postići pun otklon u heterostatskom spoju, ako je pomoćni napon 60 V?

28) Kolika procentualna pogreška nastaje pri snimanju amplitude sinusnog napona svjetlosnim oscilografom, ako je frekvencija sinusnog napona dva puta manja od prirodne frekvencije pomičnog organa oscilografa, a stepen prigušenja iznosi 0,7?

29) Svjetlosnim oscilografom snima se trenutačno ukapčanje istosmjernog napona. Koliko će se procentualno razlikovati prvi otklon zrake od konačnog i nakon kojeg će vremena zraka postići prvi put otklon koji odgovara konačnom, ako je stepen prigušenja 0,7, a prirodna frekvencija pomičnog organa 3000 Hz?

30) Svjetlosnim oscilografom snima se izmjenični napon: $u = U_m (\sin \omega t + 0{,}5 \sin 3 \omega t)$. S kojom procentualnom pogreškom će biti prikazana na oscilogramu amplituda osnovnog harmoničkog člana, te koliko će iznositi amplituda trećeg harmoničkog sinusa i kosinusa, ako je ω šest puta manji od kružne prirodne frekvencije pomičnog organa a stepen prigušenja $s = 0{,}7$?

5. ELEKTRIČNA BROJILA

Električna brojila se većinom upotrebljavaju za mjerenje i registriranje električne energije koja je u određenom razdoblju predana potrošaču. Takva zadaća daje im posebno mjesto među ostalim mjernim instrumentima. U prvom redu, zbog mnogo potrošača električne energije proizvode se brojila, naročito ona za upotrebu u domaćinstvima, u vanredno velikim serijama, znatno većim nego većina ostalih mjernih instrumenata. S druge strane, na osnovi pokazivanja brojila vrše se obračuni električne energije, pa treba naročito voditi računa o njihovoj tačnosti i pouzdanosti, pogotovo kad služe za obračun utrošene energije velikih potrošača. Zbog tih razloga proizvode se brojila na velikoserijski način u specijaliziranim tvornicama ili pogonima, a njihova konstrukcija se neprestano usavršava, počevši od prvih dana njihove primjene, pa do danas.

Većinom se brojila sastoje od malog elektromotora koji pokreće brojač okretaja na kojemu se može očitati potrošena energija za posmatrano vrijeme. Da bi takvo brojilo stvarno pokazalo mjerenu energiju $W = \int_{t_1}^{t_2} P \, dt$, potrebno je da brzina vrtnje ω motora bude razmjerna snazi P potrošača:

$$P = k\,\omega = k\,\frac{d\alpha}{dt} \tag{5.1}$$

Tek tada će biti:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P \, dt = k \int_{t_1}^{t_2} \omega \, dt = k \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} d\alpha = k(\alpha_2 - \alpha_1) = 2\pi k N \tag{5.2}$$

gdje $N = (\alpha_2 - \alpha_1)/2\pi$ označuje broj okretaja brojila u vremenu $t_2 - t_1$.

Upotrebljavaju se različite vrste brojila. Zbog boljeg pregleda podijelit ćemo ih na ona za istosmjernu struju, od kojih neka mjere množinu elektriciteta (ampersatna brojila), te na brojila za izmjeničnu struju. Budući da se i jedna i druga izrađuju u brojnim izvedbama, razmotrit ćemo samo ona koja se najčešće susreću.

5.1. ISTOSMJERNA BROJILA

5.1.1. Elektrolitska brojila

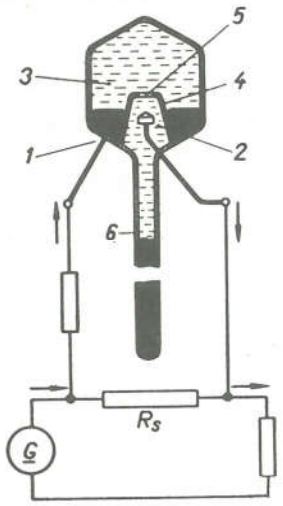
Elektrolitska brojila mjere potrošak količine elektriciteta (ampersatna brojila) i prva su uvedena u upotrebu (1881 g.). Brojilo sa živom, nazvano i stia-brojilo, jedno je od takvih (sl. 5.1). Sastoji se od staklene posude posebna oblika u kojoj se nalazi kao elektrolit otopina živinog i kalijevog jodida (HgJ + KJ).

Posuda je podijeljena poroznom stijenkom *4* na dva dijela. U gornjem dijelu nalazi se živa koja služi kao anoda, a u donjem dijelu ugljena katoda stožastog oblika. Pri prolasku struje kroz elektrolit izlučuje se živa na katodi i pada u sitnim kapljicama u mjernu cijev *6*, koja je snabdjevena skalom baždarenom u ampersatima.

Od vremena na vrijeme očita se visina žive u mjernoj cijevi i okrene posuda, kako bi živa mogla preći u gornji dio posude kroz posebni otvor *5*. Nakon toga posuda se ponovo vraća u prijašnji položaj i proces počinje iznova.

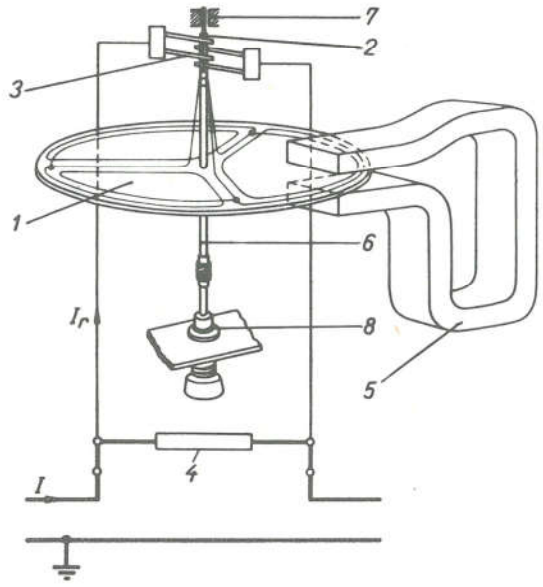
Mjerni opseg može se proširiti pomoću porednog otpornika (shunta) R_s, koji se tako odabire da pri nazivnoj struji pad napona na njemu iznosi oko 0,8 V. Tada kroz posudu teče struja od otprilike 20 mA.

Osim stia-brojila, upotrebljava se brojilo s vodikom, u kojem kao elektrolit služi razrijeđena fosforna kiselina. I jedno i drugo brojilo upotrebljavaju se danas samo za kontrolne svrhe, npr. u elektrokemijskoj industriji, dok za obračunavanje služe samo iznimno.



Slika 5.1. Brojilo sa živom

1 anoda; *2* katoda; *3* elektrolit; *4* porozna stijenka; *5* otvor na poroznoj stijenci; *6* mjerna cijev



Slika 5.2. Magnetomotorno brojilo

1 rotor s tri plosnata svitka; *2* kolektor; *3* četkice; *4* podesivi poredni otpornik R_s; *5* permanentni magnet; *6* vertikalna čelična osovina rotora; *7* gornji ležaj s rukavcem; *8* donji uporni ležaj

5.1.2. Magnetomotorna brojila

Magnetomotorna brojila su u suštini mali istosmjerni motori, kojima kao stator redovno služi jedan ili više permanentnih magneta. Jedno takvo brojilo prikazuje sl. 5.2. Namot rotora *1* plosnata je oblika i sastoji se od tri svitka, čiji su krajevi spojeni na trodjelni kolektor *2*. Čitav namot je oklopljen omotačem od aluminijskog lima, pa izvana izgleda kao okrugla aluminijska ploča. Kroz namot rotora teče preko četkica *3* struja I_r, koja je samo dio struje I potrošača, dok ostali, redovno znatno veći dio struje, teče preko porednog otpora *4*. (Pad napona na tom

otporu je pri nazivnoj struji reda veličine jednog volta). Jedan dio vodiča namota rotora nalazi se u polju permanentnog magneta 5, te nastaje zakretni moment M_1, koji je razmjeran struji I_r rotora i toku Φ_M permanentnih magneta:

$$M_1 = k_1 I_r \Phi_M = k_2 I \Phi_M = k_3 I \tag{5.3}$$

Zbog ovog momenta dolazi do vrtnje rotora, pa se u aluminijskom omotaču djelovanjem magnetskog toka permanentnih magneta induciraju vrtložne struje koje se protive vrtnji rotora. Veličina vrtložnih struja razmjerna je umnošku brzine vrtnje ω i toka Φ_M, a kočni moment zbog vrtložnih struja razmjeran je umnošku tih struja i toka Φ_M, tako da dobivamo:

$$M_2 = k_4 \omega \Phi_M^2 = k_5 \omega \tag{5.4}$$

Ako zanemarimo utjecaj trenja, ustalit će se rotor na onoj brzini vrtnje na kojoj su momenti M_1 i M_2 jednaki ($M_1 = M_2$), pa iz izraza (5.3) i (5.4) slijedi:

$$k_3 I = k_5 \omega \tag{5.5}$$

odnosno:

$$\omega = k I \tag{5.6}$$

Vidimo da je brzina vrtnje brojila razmjerna struji potrošača, tako da iz broja okretaja N, koje je rotor izvršio u određenom vremenskom intervalu, možemo odrediti potrošak količine elektriciteta (As ili Ah):

$$k \int_{t_1}^{t_2} I \, dt = \int_{t_1}^{t_2} \omega \, dt = \alpha_2 - \alpha_1 = 2 \pi N \tag{5.7}$$

Kad je napon potrošača konstantan, možemo izbaždariti brojilo neposredno u vatsatima ili kilovatsatima.

U nekim izvedbama rotor magnetomotornog brojila načinjen je bez aluminijskog omotača, te postiže onu brzinu vrtnje pri kojoj je inducirani napon U_i u rotoru praktički jednak padu napona $(I - I_r) R_s$ na porednom otporu R_s. Ako zanemarimo otpor namota rotora i trenje, bit će: $U_i = I R_s$. Inducirani napon U_i razmjeran je umnošku brzine vrtnje ω rotora i toku Φ_M permanentnih magneta, pa slijedi:

$$U_i = k_1 \omega \Phi_M = I R_s \tag{5.8}$$

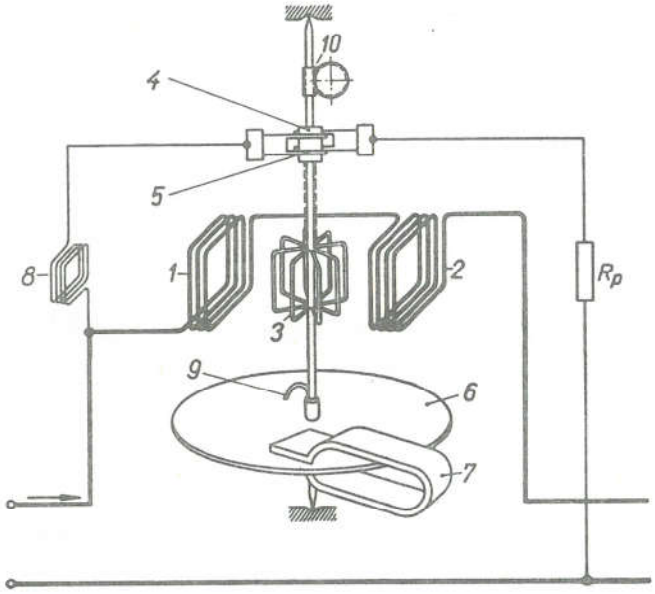
ili:

$$\omega = k I \tag{5.9}$$

I ovdje je brzina vrtnje rotora razmjerna struji potrošača, pa i ovakva izvedba služi za mjerenje ampersati.

5.1.3. Elektrodinamska brojila

U elektrodinamskim brojilima ne stvara magnetsko polje permanentni magnet, kao u magnetomotornim brojilima, već dva nepomična svitka, *1* i *2* (sl. 5.3), protjecana strujom I potrošača. Rotor *3* ovih brojila sastoji se od više pravokutnih svitaka, koji su preko kolektora *4* i predotpora R_p priključeni na napon potrošača. Zakretni moment koji okreće rotor, slično kao kod elektrodinamskih vatmetara, razmjeran je umnošku struje I kroz svitke *1* i *2*, te struje I_r kroz namot rotora:



$$M_1 = k_1 I I_r \qquad (5.10)$$

Rotor je priključen na napon U potrošača preko velikog otpora R_p, pa je struja $I_r \approx U/R_p$. Iz toga slijedi:

$$M_1 = k_2 I U = k_2 P \qquad (5.11)$$

Slika 5.3. Elektrodinamsko brojilo

1 i *2* strujni svici; *3* pravokutni svici rotora; *4* kolektor; *5* četkice; *6* aluminijska ploča; *7* permanentni magnet; *8* pomoćni svitak; *9* željezna zastavica; *10* pužni prenos

Na istoj osovini učvršćena je aluminijska ploča *6* koja se okreće u polju permanentnih magneta *7*, te stvara potrebni protumoment M_2, razmjeran brzini vrtnje rotora ($M_2 = k_3\omega$). Brojilo će postići onu brzinu vrtnje pri kojoj su oba momenta jednaka ($M_1 = M_2$ ili $k_2P = k_3\omega$), pa vrijedi:

$$\omega = k P \qquad (5.12)$$

Vidimo da je brzina vrtnje elektrodinamskog brojila razmjerna snazi potrošača, pa će brojilo pokazivati potrošak električne energije (kWh).

Kod malih struja potrošača djeluje na rotor slabi zakretni moment, te bi tada trenje u ležajima i na kolektoru izazvalo osjetne pogreške. Stoga se dodaje pomoćni nepomični svitak *8*, koji je spojen u seriju s namotom rotora. Magnetsko polje toga svitka ovisno je samo o naponu potrošača, koji se redovno bitno ne mijenja, pa se i bez struje potrošača dobiva stanoviti moment što služi za kompenzaciju momenta trenja. Da se ne bi zbog djelovanja pomoćnog polja rotor vrtio i onda kad nema potrošnje, učvršćuje se na njega mala željezna zastavica *9*, koju pri posve malim zakretnim momentima može zadržati permanentni magnet *7* kad mu se ona približi. Iznad aluminijske ploče nalazi se zaštitni lim od dobrog magnetskog materijala koji sprečava prodiranje magnetskog toka permanentnog magneta u rotor brojila (nije ucrtan na sl. 5.3).

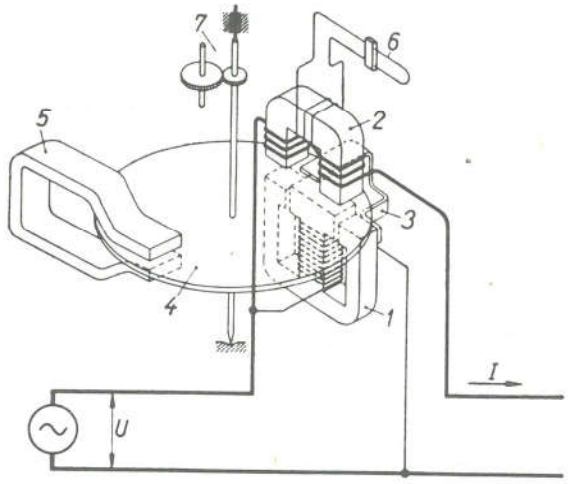
Ovako izvedena brojila su osjetljiva na strana magnetska polja, pa se u novije vrijeme izrađuju sa željeznom jezgrom. Takvom izvedbom smanjuje se potrošak, i osjetljivost na strana magnetska polja. Elektrodinamska brojila upotrebljavaju se redovno samo u mrežama istosmjerne struje, premda se u principu mogu upotrebljavati i kao brojila za izmjeničnu struju. U mrežama izmjenične struje gotovo bez iznimke upotrebljavaju se indukciona brojila, koja su znatno jeftinija.

5.2. IZMJENIČNA BROJILA

U mrežama izmjenične struje upotrebljavaju se brojila za djelatnu, jalovu i prividnu energiju. Ona mogu biti jednofazna, trofazna s dva mjerna sistema i trofazna s tri mjerna sistema.

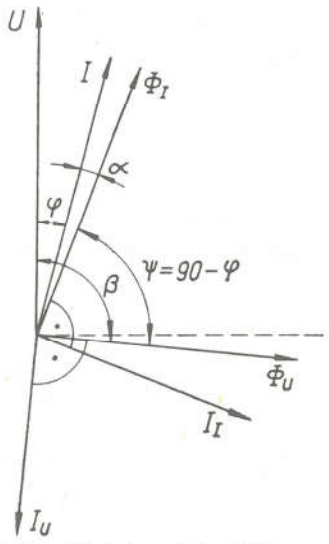
5.2.1. Jednofazna indukciona brojila djelatne energije

U mrežama izmjenične struje redovno se upotrebljavaju indukciona brojila čije je djelovanje slično djelovanju indukcionih instrumenata. Sastoje se od dva elektromagneta (*1* i *2* na sl. 5.4) od kojih je jedan, donji, namotan s mnogo zavoja tanke žice i priključen na napon potrošača, a drugi, gornji, namotan sa samo nekoliko zavoja debele žice kroz koju teče struja potrošača. Ti elektromagneti, koje nazivamo naponskim, odnosno strujnim elektromagnetom, smješteni su jedan



Slika 5.4. Indukciono brojilo

1 naponski elektromagnet; *2* strujni elektromagnet; *3* stremen za povrat magnetskog toka; *4* aluminijska ploča; *5* permanentni magnet; *6* petlja od otpornog materijala za ugađanje faznog pomaka; *7* zupčani prenos na brojač



Slika 5.5. Vektorski dijagram indukcionog brojila djelatne snage

nasuprot drugome, a između njih se nalazi vrtiva aluminijska ploča *4*. Tu ploču zahvaća magnetski tok Φ_I strujnog elektromagneta, koji je proporcionalan struji I potrošača i tok Φ_U naponskog elektromagneta, koji je proporcionalan naponu U potrošača. Tokovi Φ_I i Φ_U induciraju u aluminijskoj ploči napone koji fazno zaostaju prema tim tokovima za 90°. Ovi naponi proizvode u aluminijskoj ploči vrtložne struje I_I i I_U koje su, zbog male reaktancije aluminijske ploče, gotovo u fazi s tim naponima. Zbog toga možemo uzeti da vrtložne struje I_I i I_U također fazno zaostaju za tokovima Φ_I, odnosno Φ_U, za kut od 90° (sl. 5.5). Tok Φ_U stvara s vrtložnim strujama I_I zakretni moment M_1':

$$M_1' = k_1 \Phi_U I_I \cos(90 - \psi) = k_1 \Phi_U I_I \sin\psi \qquad (5.13)$$

Prema sl. 5.5, tu je ψ fazni pomak između toka Φ_U i Φ_I. Slično tome stvara tok Φ_I s vrtložnim strujama I_U zakretni moment M_1'':

$$M_1'' = k_2 \Phi_I I_U \cos(90 - \psi) = k_2 \Phi_I I_U \sin\psi \qquad (5.14)$$

Struja I_I je razmjerna toku Φ_I, a struja I_U je razmjerna toku Φ_U, pa se jednadžbe (5.13) i (5.14) mogu pisati u obliku:

$$M_1' = k_3 \Phi_I \Phi_U \sin \psi \tag{5.15}$$

$$M_1'' = k_4 \Phi_I \Phi_U \sin \psi \tag{5.16}$$

Tokovi Φ_I i Φ_U ne stvaraju nikakav moment sa strujama koje sami induciraju, jer između njih vlada fazni pomak od 90°. Stoga je ukupni zakretni moment M_1 jednak sumi momenata M_1' i M_1'', ili:

$$M_1 = k_5 \Phi_I \Phi_U \sin \psi \tag{5.17}$$

Vidimo da je ukupni zakretni moment proporcionalan umnošku iznosa tokova i sinusu faznog pomaka između njih. Konstanta k_5 ovisi o dimenzijama i rasporedu strujnog i naponskog elektromagneta, frekvenciji i vodljivosti aluminijske ploče. Tokovi Φ_I i Φ_U su razmjerni struji I, odnosno naponu U potrošača, pa možemo dalje pisati:

$$M_1 = k\, I\, U \sin \psi \tag{5.18}$$

Želimo li da brojilo mjeri djelatnu energiju, potrebno je da zakretni moment M_1 bude razmjeran snazi P potrošača. Kako je $P = U\, I \cos \varphi$, bit će taj zahtjev ispunjen samo ako je $\sin \psi = \cos \varphi$, odnosno ako je:

$$\psi = 90° - \varphi \tag{5.19}$$

Tada je:

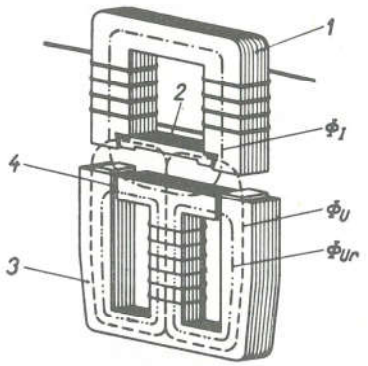
$$M_1 = k\, I\, U \sin \psi = k\, I\, U \cos \varphi = k\, P \tag{5.20}$$

Magnetski tok Φ_I strujnog elektromagneta koji prodire u aluminijsku ploču nije tačno u fazi sa strujom I, nego za njom zaostaje za mali kut α (sl. 5.5) Razlog tome su gubici u željezu elektromagneta i gubici u aluminijskoj ploči. Budući da je potrebno zadovoljiti izraz (5.19) ako želimo da indukciono brojilo djeluje ispravno, mora tok Φ_U naponskog elektromagneta koji prodire u aluminijsku ploču, zaostajati prema naponu U za kut β, koji je za kut α veći od 90°, ili:

$$\beta - \alpha = 90° \tag{5.21}$$

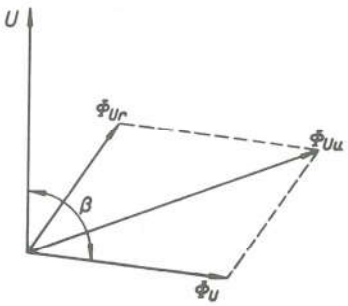
Taj zahtjev ne bi bio ispunjen ako u aluminijsku ploču prodire ukupni magnetski tok Φ_{Uu} naponskog elektromagneta, jer on zbog djelatnog otpora namota elektromagneta zaostaje fazno prema naponu U za kut koji je manji, a ne veći, od 90°. Stoga je jezgra naponskog elektromagneta tako izvedena (sl. 5.4 i sl. 5.6) da se ukupni tok Φ_{Uu} grana na dva dijela. Dio Φ_{Ur} toga toka zatvara se preko zračne pukotine (*4* na sl. 5.6), tako da samo dio Φ_U prolazi kroz aluminijsku ploču. Zbog većih gubitaka u krugu toka Φ_U dolazi do njegova faznog zaostajanja prema naponu U za kut koji je veći od 90° (sl. 5.7). Na taj način nije baš lako ugoditi da bude posve tačno $\beta - \alpha = 90°$. Stoga za fino ugađanje služi pomoćni namot od nekoliko zavoja na strujnoj jezgri. Na krajeve tog namota priključena je petlja od otpornog materijala (*6* na sl. 5.4), čiji se otpor R može kontinuirano mijenjati pomicanjem mostića. Time se povećava kut α za mali kut δ. Pri tome je $\operatorname{tg} \delta = L\omega/R$, gdje je L induktivitet pomoćnog namota.

Kod indukcionih brojila dobiva se potrebni kočni moment M_2 pomoću permanentnog magneta (*5* na sl. 5.4), čiji magnetski tok zahvaća aluminijsku ploču brojila. Taj kočni moment je razmjeran brzini vrtnje ω aluminijske ploče, pa kako je



Slika 5.6. Shematski prikaz jezgri i magnetskih tokova indukcionog brojila

1 jezgra strujnog elektromagneta; *2* magnetski paralelni spoj između polova strujnog elektromagneta; *3* jezgra naponskog elektromagneta; *4* zračna pukotina

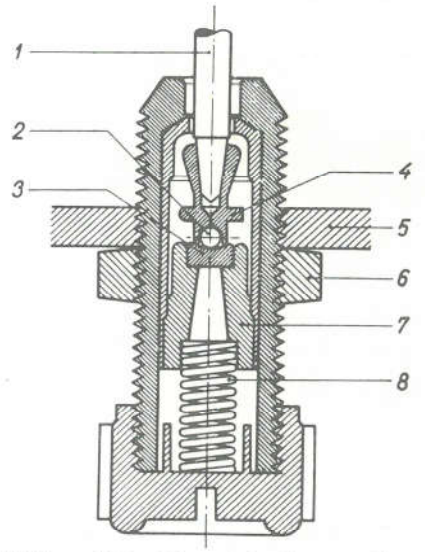


Slika 5.7. Vektorski dijagram magnetskih tokova naponskog elektromagneta

Φ_{Uu} ukupni magnetski tok; Φ_U dio toka koji prolazi kroz aluminijsku ploču; Φ_{Ur} rasipni tok koji prolazi kroz zračnu pukotinu *4* na sl. 5.6

moment M_1 razmjeran snazi P potrošača, dobivamo da je brzina vrtnje aluminijske ploče razmjerna snazi P potrošača ($\omega = k\,P$), a broj okretaja aluminijske ploče razmjeran mjerenoj energiji.

Utjecaj trenja kod indukcionih brojila kompenziramo pomoćnim naponskim momentom, koji dobivamo tako da naponski tok Φ_U razdvojimo na dva dijela, Φ'_U i Φ''_U, između kojih vlada mali fazni pomak ψ'. Time nastaje pomoćni moment koji je prema (5.17) razmjeran umnošku iznosa tih tokova i sinusu faznog pomaka između njih. U novijim izvedbama indukcionih brojila prouzrokuje taj pomoćni moment mala, okretna željezna ručica, učvršćena na jezgru naponskog elektromagneta, koja se može odgovarajuće zakrenuti i tako ugoditi potrebni pomoćni moment. Da se rotor brojila ne bi zbog toga okretao i onda kada nema potrošnje, učvršćena je na njegovu osovinu željezna kukica, koju pri posve malim zakretnim momentima može zadržati željezni listić pričvršćen na jezgru naponskog elektromagneta. Pri porastu mrežnog napona jače je magnetiziran željezni listić, pa je i njegovo djelovanje jače. To je povoljno, jer će tada zbog višeg napona porasti i pomoćni naponski moment.

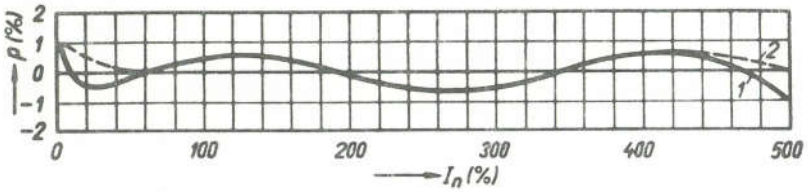


Slika 5.8. Presjek kroz donji uporni ležaj brojila

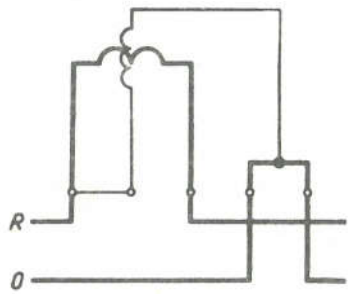
1 osovina rotora; *2* čelična kuglica; *3* tanjurić od sintetskog materijala; *4* rukavac s koničnim provrtom; *5* stalak; *6* protumatica za ugađanje visine; *7* tuljak za ležajni tanjurić; *8* opruga

Brojilo mora pouzdano mjeriti više godina bez nadzora. Da bi se udovoljilo tome zahtjevu, potrebno je da ležaji i ostali dijelovi podložni trošenju budu što robustnije i trajnije izvedbe, kao ležaj prikazan na sl. 5.8, koji je uobičajen kod brojila. Da bi trenje ležaja bilo što manje, nalazi se na donjem kraju osovine *1* čelična kuglica *2*, koja se opire o tanjurić *3* od sintetskog safira ili rubina. Gornji ležaj izrađuje se najčešće s rukavcem. Rukavac je od tanke čelične igle, a ležaj od dragog kamena.

Za razliku od starijih brojila, suvremena se mogu opteretiti do 300%, 400%, ili čak 700% temeljne struje, a da pri tome pogreška ne prekorači dopuštenu granicu. Slika 5.9 prikazuje krivulju pogreške jednog indukcionog brojila do peterostruke temeljne struje za faktor snage 1 i 0,5. Kad su tereti vrlo mali (oko 5% temeljne struje), pogreška je pozitivna zbog djelovanja pomoćnog naponskog momenta. Porastom tereta (30%) pogreška postaje negativna, jer je još malen permeabilitet strujne jezgre, a zatim s porastom tog permeabiliteta postaje opet pozitivna (100%). Uz još veći teret (200%) prelazi opet pogreška u negativno područje, jer dolazi do izražaja kočno djelovanje struja koje inducira u aluminijskoj ploči strujni elektromagnet. Ta se pogreška kompenzira magnetskim shuntom između polova strujne jezgre, u kojem se uz još veća opterećenja (400 %) pojavljuje zasićenje, tako da veći dio toka prodire u aluminijsku ploču. Na kraju (kod 500%) prelazi konačno pogreška u negativno područje, jer je iscrpljeno djelovanje magnetskog shunta i jer nastaje zasićenje cijele strujne jezgre.*



Slika 5.9. Krivulja pogreške indukcionog brojila
1 za faktor snage 1; 2 za faktor snage 0,5



Slika 5.10. Priključak jednofaznog indukcionog brojila

Na pokazivanje brojila utječu napon mreže, frekvencija i temperatura. Porast napona obično izaziva dodatnu negativnu pogrešku.

Priključivanje brojila shematski je prikazano na sl. 5.10. Dovod faznog voda priključujemo uvijek na prvu lijevu stezaljku, a odvod faznog voda k potrošaču priključujemo na drugu stezaljku na lijevoj strani. Na treću i četvrtu stezaljku priključujemo dovod i odvod nul-voda. Između prve i druge stezaljke nalazi se stezaljka na koju je priključen naponski svitak. Ta stezaljka je već u tvornici povezana s prvom lijevom stezaljkom, tako da kod priključivanja brojila ne treba posebno izvoditi taj spoj. Kad se brojilo baždari ili kad se priključuje preko mjernih transformatora, taj spoj treba odstraniti.

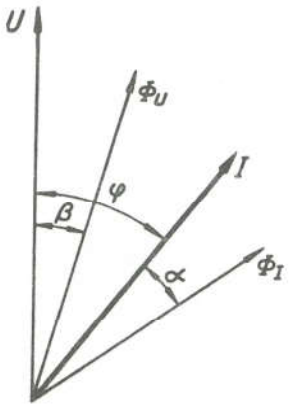
5.2.2. Indukciona trofazna brojila djelatne energije

Indukciona trofazna brojila izvode se sa dva i tri mjerna sistema. Prvo je brojilo sastavljeno od dva mjerna sistema, čiji su rotori pričvršćeni na zajedničku osovinu koja tjera brojač. Sistemi su spojeni u tzv. Aronovom spoju (pogl. 9.2.3), pa se takva brojila mogu upotrebljavati samo kod trofaznih mreža bez nulvodiča. Za trofazne mreže s nulvodičem upotrebljavaju se brojila s tri mjerna sistema, čiji su rotori pričvršćeni na zajedničku osovinu koja tjera brojač. Obično se izvode tako da strujni i naponski elektromagneti dvaju mjernih sistema djeluju na jednu aluminijsku ploču, a strujni i naponski elektromagnet trećeg mjernog sistema, te permanentni magnet za kočenje, djeluju na drugu aluminijsku ploču. Obje ploče su učvršćene na istu osovinu koja pokreće brojač.

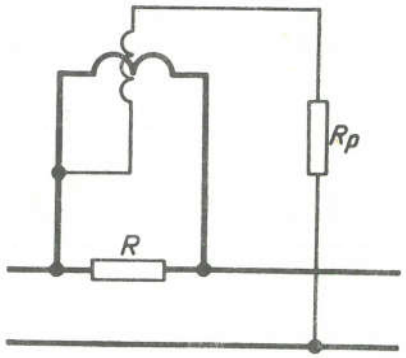
* Pomoću najnovijih elektroničkih brojila, opisanih u pogl. 5.4, postižu se znatno uže granice pogrešaka, no ona se za sada zbog više cijene upotrebljavaju uglavnom za obračun utrošene energije većih potrošača.

5.2.3. Indukciona brojila jalove energije

Dokazali smo da je zakretni moment kod indukcionih sistema razmjeran umnošku iznosa naponskog toka Φ_U i strujnog toka Φ_I, te sinusu faznog pomaka ψ između njih (5.17). Prema tome, ako želimo da takav mjerni sistem mjeri jalovu energiju, potrebno je da fazni pomak ψ između tih tokova bude jednak faznom pomaku φ između napona i struje potrošača. Dakle, ako strujni tok Φ_I zaostaje fazno prema struji I potrošača za kut α, onda mora naponski tok Φ_U zaostajati prema naponu U za kut $\beta = \alpha$ (sl. 5.11). Praktički se to postiže tako da se paralelno strujnom svitku doda otpornik R, a u seriju naponskom svitku otpornik R_p (sl. 5.12).



Slika 5.11. Vektorski dijagram indukcionog brojila jalove energije



Slika 5.12. Priključak jednofaznog brojila jalove energije

Jalova energija trofaznih mreža može se mjeriti pomoću brojila jalove energije, sastavljenih od dva ili tri jednofazna mjerna sistema jalove energije. U takvom slučaju priključuju se na isti način kao i trofazna brojila djelatne energije. No jalova energija može se mjeriti pomoću trofaznih brojila koja su sastavljena od dva, odnosno tri jednofazna mjerna sistema djelatne energije, spojena na određeni način (pogl. 9.2.6).

5.2.4. Brojila prividne energije

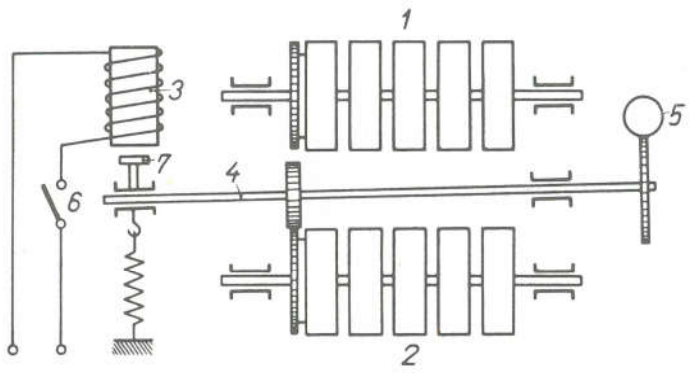
Brojila prividne energije su po svojoj konstrukciji mnogo kompliciranija od onih djelatne i jalove energije. Većinom se sastoje od brojila djelatne i jalove energije, čiji se brojevi okretaja geometrijski zbrajaju pomoću složenih mehaničkih sistema. Rijetko se upotrebljavaju za neposredno određivanje utrošene prividne energije, već najčešće u vezi s brojilima s pokazivačem maksimuma.

5.3. POSEBNE IZVEDBE ELEKTRIČNIH BROJILA

U želji da se što bolje iskoristi instalirana snaga električne mreže, obično se provodi takva tarifna politika prodaje električne energije koja stimulira potrošača na jednoličnu potrošnju. Za tu svrhu određuje se niža tarifa za potrošnju u vrijeme kada je mreža slabije opterećena, ili se potrošnja gdje je pređena određena uglavljena snaga naplaćuje po višoj tarifi. Provođenje takve, često složene tarifne politike, omogućavaju posebne izvedbe električnih brojila.

5.3.1. Višetarifna brojila

Višetarifna brojila se sastoje od jednog mjernog sistema i dva ili više brojača koje releji naizmjence povezuju s mjernim sistemom. Na sl. 5.13 prikazano je dvotarifno brojilo sa dva brojača, *1* i *2*. Dok nije uključen relej *3*, povezan je brojač *2* preko osovine *4* s osovinom *5* rotora brojila. U određeno vrijeme uključuje poseban *sklopni sat* sklopku *6*, pa relej *3* privuče kotvu *7*, te time primakne osovinu *4* gornjem brojaču. Vrijeme uklapanja i isklapanja brojača *1* i *2* može se namještati na sklopnom satu, koji se navija ručno ili električno.



Slika 5.13. Shematski prikaz dvotarifnog brojila

1 i *2* brojači za razne tarife; *3* relej; *4* osovina brojača povezana preko pužnog prenosa s rotorom brojila; *5* osovina rotora brojila; *6* sklopka koju uključuje sklopni sat; *7* kotva koju privlači relej *3*

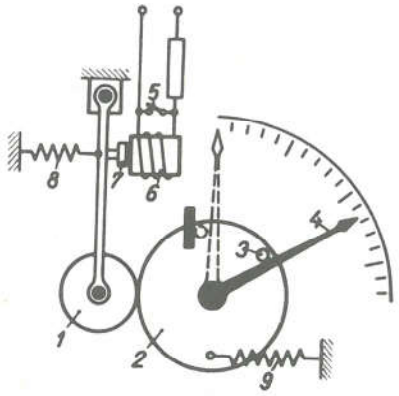
5.3.2. Vršna brojila

Vršna brojila pokazuju potrošnju električne energije do koje dolazi kada se premaši određena granična snaga. Kod nekih brojila te vrste djeluje na rotor brojila, osim zakretnog momenta razmjernog snazi potrošača, još i jedan konstantni protumoment, koji odgovara graničnoj snazi. Ako je prvi moment manji, rotor se ne okreće zbog djelovanja zapornog mehanizma, a ako je veći, onda se rotor okreće brzinom vrtnje koja je proporcionalna razlici momenata, pa brojilo pokazuje potrošnju nastalu prekoračenjem granične snage. Druga brojila te vrste pokazuju, osim toga, i ukupni potrošak energije.

5.3.3. Brojila s pokazivačem maksimuma

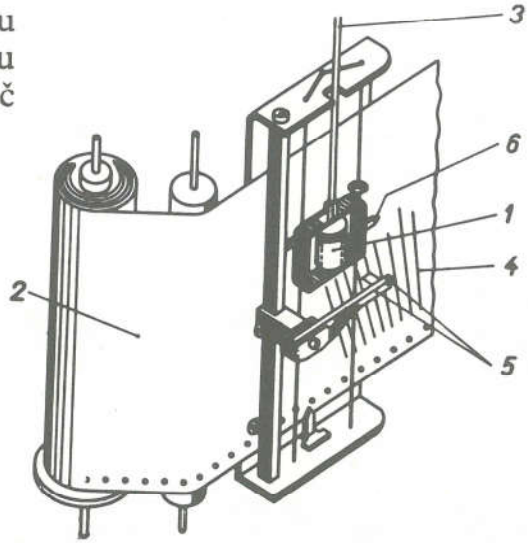
Da bi se stimuliralo na jednoličnu potrošnju, naročito veće potrošače, upotrebljavaju se brojila s pokazivačem maksimuma. Takva brojila pokazuju koliko je u vremenu između dva očitanja brojila iznosio *najveći potrošak energije* u periodu od npr. 15, 30 ili 60 minuta. Princip rada takvog brojila prikazuje sl. 5.14. Pored brojača, pokreće rotor brojila zupčanik *1*, a ovaj dalje zupčanik *2*, koji se u prikazanom primjeru okreće u smjeru kazaljke na satu i preko čepa *3* potiskuje kazaljku *4*. Kada prođe jedan period (15, 30 ili 60 min) sklopni sat uklopi sklopku *5*, priključenu paralelno releju *6*, pa relej otpusti kotvu *7*, koju onda privuče pero *8* i ujedno odmakne zupčanik *1* od zupčanika *2*. Tada pero *9* zakrene zupčanik *2* i vrati ga u početni položaj. Pri tome kazaljka zbog trenja zadržava otklon do kojeg je potisnuta čepom, a taj je otklon razmjeran potrošku energije u proteklom vremenskom periodu. Sklopni sat nakon samo nekoliko sekundi isključuje sklopku *5*, pa zupčanik *1* ponovo počinje zakretati zupčanik *2*. Ako je u novom vremenskom periodu potrošak energije veći, potisnut će čep *3* još dalje kazaljku. Ako je pak potrošak manji, čep uopće ne stiže do kazaljke, koja zato ostaje na prijašnjem mjestu. Postupak se neprestano ponavlja, pa na taj način možemo ustanoviti koliko je u toku npr. jednog

mjeseca iznosio najveći potrošak energije u jednom periodu. Prilikom mjesečnog očitanja brojila vraća se kazaljka u početni položaj posebnim uređajem koji je zapečaćen. Obično je ploča pokazivača maksimuma izbaždarena u kilovatima, a ne kilovatsatima, što je moguće zato jer je trajanje perioda fiksirano. Time se na ploči izravno očitava maksimalni iznos srednje snage jednog perioda u proteklom mjesecu. Za vrlo velike potrošače električne energije upotrebljavaju se brojila s pokazivačem maksimuma koji je povezan s uređajem za registriranje (*brojila s maksigrafom*). Kod tih brojila je osovina zupčanika *2*, na sl. 5.14, preko posebnog prenosnog mehanizma povezana s pisačem, koji na papirnatoj traci riše ravne crte, čija je duljina razmjerna kutu zakretanja zupčanika *2*, odnosno energiji utrošenoj u jednom periodu (sl. 5.15). Po isteku svakog vremenskog perioda vraća se pisač



Slika 5.14. Princip rada pokazivača maksimuma

1 zupčanik povezan preko prigona s rotorom brojila; *2* zupčanik; *3* čep; *4* kazaljka; *5* sklopka koju uključuje sklopni sat; *6* relej; *7* kotva; *8* pero za odmicanje zupčanika *1*; *9* pero za vraćanje zupčanika *2* u početni položaj



Slika 5.15. Shematski prikaz pisaće naprave brojila s maksigrafom

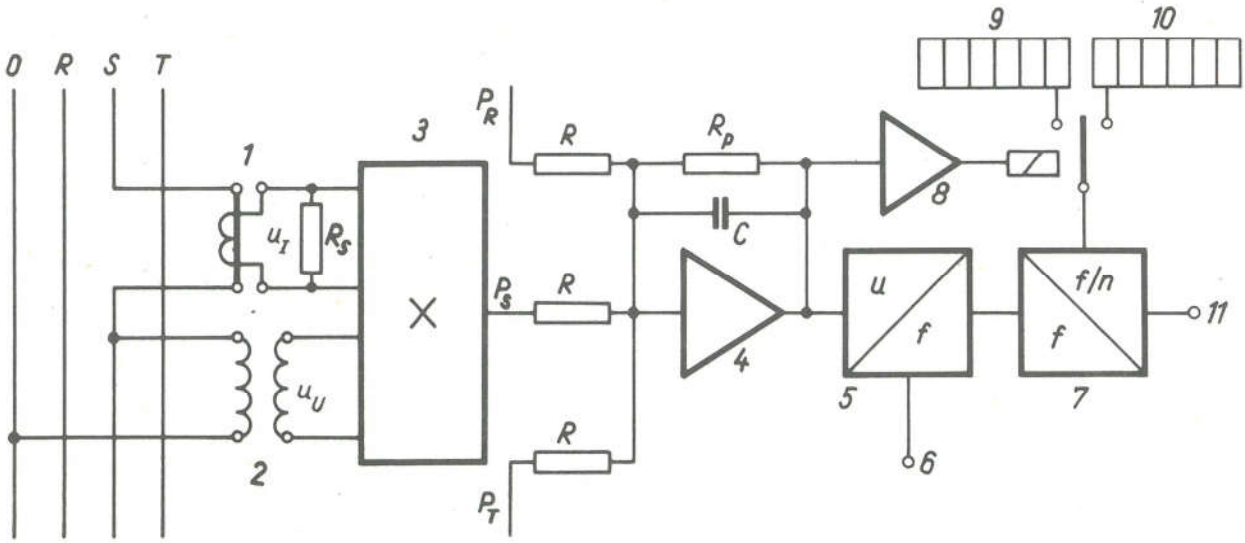
1 pisač; *2* papirnata traka; *3* vrpca koja je omotana oko osovine zupčanika *2* na sl. 5.14; *4* crte koje predstavljaju srednju snagu jednog perioda; *5* kontakt za signaliziranje kada opterećenje premaši odabranu vrijednost; *6* izdanak za spajanje i rastavljanje kontakta *5*

u početni položaj, a papirnata traka se pomakne naprijed. U novije vrijeme se umjesto pisača upotrebljavaju uređaji za perforiranje trake, tzv. *perforatori maksimuma*, na kojim se prema položaju izbušenih rupica u papirnatoj traci može odrediti opterećenje u svakom vremenskom periodu. Registriranje na perforiranim trakama omogućava vrlo brzu računsku obradu podataka na odgovarajućim računskim strojevima.

5.4. ELEKTRONIČKA BROJILA

U novije vrijeme razvijena su elektronička brojila koja postižu uže granice pogrešaka (ispod 0,1%) od dosada opisanih brojila. Takvo trofazno brojilo priključuje se preko tri strujna i tri naponska transformatora u mrežu (sl. 5.16). Na otporu R_s u sekundarnom krugu strujnog transformatora *1* dobiva se napon u_I razmjeran primarnoj struji. Taj napon i sekundarni napon u_U naponskog transformatora *2* privodi se impulsnom multiplikatoru *3* (pogl. 9.2.2 e) koji proizvodi impulse čija je površina razmjerna umnošku $u_I u_U$. Impulsi iz multiplikatora svih triju faza vode se na ulaz pojačala *4* koji, zbog djelovanja otpora R i R_p i kapaciteta C, te impulse zbraja i gladi (pogl. 8.11) tako, da se na izlazu pojačala dobiva istosmjerni napon razmjeran snazi P mreže. Dalje se na izlazu pretvarača *5* dobivaju

impulsi čija je frekvencija razmjerna tom istosmjernom naponu (pogl. 8.3.2 b), pa je broj tih impulsa u razdoblju $t_2 - t_1$ razmjeran energiji: $W = \int_{t_1}^{t_2} P \, dt$. Obično se još broj tih impulsa smanjuje pomoću djelitelja frekvencije *7*, a onda se impulsi privode brojaču *9* ili *10*, ovisno o smjeru energije.



Slika 5.16. Blok-shema elektroničkog brojila

1 strujni transformator sa teretom R_s; *2* naponski transformator; *3* impulsni multiplikator; *4* sumirajuće i gladeće pojačalo; *5* pretvarač napona u frekvenciju; *6* izlaz za baždarenje i signalizaciju; *7* djelitelj frekvencije; *8* detektor smjera energije na osnovi predznaka istosmjernog napona na pojačalu *4*; *9* brojač za primljenu energiju; *10* brojač za predanu energiju; *11* izlaz za daljinska mjerenja

5.5. ISPITIVANJE BROJILA

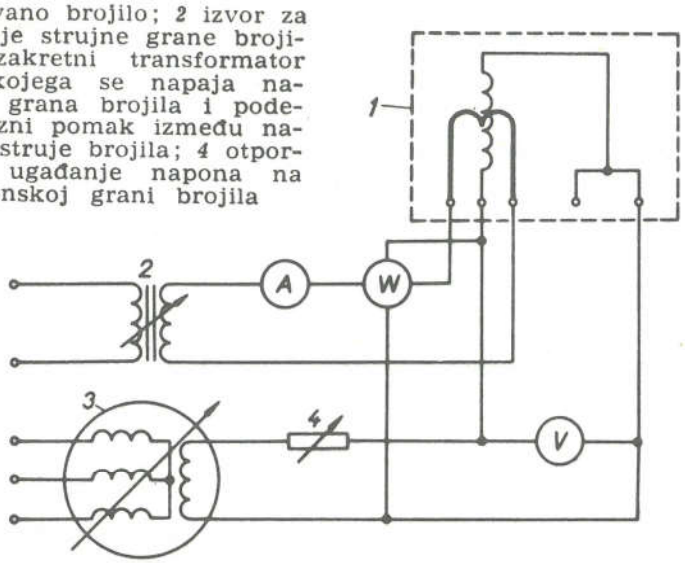
Brojila, kao naprave za obračunavanje potroška električne energije, moraju odgovarati po svojim kvalitetama propisima danim od mjerodavnih ustanova. Za nas u tom pogledu vrijede propisi Uprave za mjere i plemenite kovine u Beogradu, prema kojima se smiju upotrebljavati samo ona brojila koja su službeno ispitana i žigosana od strane po njoj ovlaštenih kontrolnih organa.

Brojila se u principu ispituju tako da se usporedi potrošak W_p koji pokazuje ispitivano brojilo s potroškom W_s koji je istodobno određen pomoću vrlo preciznih mjernih naprava. Procentualna pogreška brojila je onda:

$$p = \frac{W_p - W_s}{W_s} 100\ \% \qquad (5.22)$$

Ispitivanje se može provesti s „faktičnim" opterećenjem, tj. s faktično priključenim prikladno odabranim potrošačem ili s „umjetnim" opterećenjem pri kojem su naponska i strujna grana brojila priključene svaka na svoj izvor. Pri tome je izvor na koji je priključena naponska grana brojila opterećen samo malom strujom te naponske grane i naponske grane kontrolne naprave, a izvor na koji je priključena strujna grana brojila daje samo vrlo mali napon, potreban za pokrivanje padova napona u strujnoj grani ispitivanog brojila i strujnoj grani kontrolne naprave.

Na taj način mogu se provesti ispitivanja brojila uz utrošak neznatne energije, a osim toga je olakšano ugađanje potrebnih iznosa napona i struja, te faznih pomaka između njih (sl. 5.17).



1 ispitivano brojilo; *2* izvor za napajanje strujne grane brojila; *3* zakretni transformator preko kojega se napaja naponska grana brojila i podešava fazni pomak između napona i struje brojila; *4* otpornik za ugađanje napona na naponskoj grani brojila

Slika 5.17. Spoj za „umjetno" opterećenje brojila

Izvedba brojača brojila prilagođena je mjesečnom očitanju potroška električne energije, pa se na njemu ne može precizno očitati potrošak energije koji je nastao u kratkom vremenskom intervalu od npr. nekoliko minuta. Zato se većinom baždarenje i justiranje brojila provodi na osnovi broja okretaja N koje aluminijska ploča brojila izvrši u određenom vremenskom intervalu. Zbog toga se na poklopcu brojila nalazi stakleni prozorčić kroz koji se može vidjeti rub aluminijske ploče ili je čitav poklopac napravljen od prozirnog materijala. Na rubu aluminijske ploče nalazi se redovno crvena značka, kako bi se lakše mogao odrediti broj okretaja ploče. Ujedno je na natpisnoj pločici brojila označeno koliko okretaja treba da izvrši ploča po 1 kilovatsatu (npr. 750 okr/kWh).

Brojila električne energije baždare se vatmetrom i stop-urom, te preciznim brojilom. Konačna provjera obavlja se ipitivanjem na trajan rad.

5.5.1. Ispitivanje brojila vatmetrom i stop-urom

Pri ovom postupku opteretimo brojilo „faktičnim" ili „umjetnim" opterećenjem i usporedimo njegovo pokazivanje s podacima dobivenim pomoću preciznog vatmetra i stop-ure. Ako se aluminijska ploča brojila okrenula tokom ispitivanja N puta, onda brojilo pokazuje potrošak energije:

$$W_p = \frac{N}{c} 3600 \cdot 10^3 \,[\mathrm{Ws}] \tag{5.23}$$

gdje je c konstanta brojila u okretajima po kilovatsatu, koja je redovno navedena na natpisnoj pločici brojila. Pri tome smo stop-urom odredili vrijeme t potrebno da aluminijska ploča izvrši N okretaja, a preciznim vatmetrom izmjerili konstantnu snagu P opterećenja prema spoju prikazanom na sl. 5.17. Prema tome, stvaran utrošak energije iznosi: $W_s = Pt$, pa na osnovi izraza (5.22) možemo odrediti pogrešku brojila. Kod preciznih laboratorijskih uređaja za baždarenje brojila upotrebljava se umjesto ručne stop-ure električna stop-ura, koja se automatski uključuje kad crvena značka ploče dođe ispred fotoćelije postavljene na prozorčić brojila, a isključuje kad ploča izvrši određeni broj okretaja, namješten na elektroničkom brojaču.

Ako je izvor napona vrlo stabilan, prikladnije je pogrešku brojila odrediti pomoću izraza:

$$p = \frac{t - t_s}{t_s} 100\ \% \tag{5.24}$$

gdje su t_s stvarno vrijeme koje je bilo potrebno da brojilo izvrši N okretaja, a t zahtijevano vrijeme koje određujemo na osnovi konstante c [okr/kWh] brojila i snage P [W] opterećenja:

$$t = \frac{N \cdot 3600 \cdot 10^3}{cP} \tag{5.25}$$

U ovom postupku potrebno je da napon izvora, koji služi za napajanje strujne i naponske grane ispitivanog brojila, bude stabiliziran unutar $\pm$ 0,1%.

5.5.2. Ispitivanje pomoću preciznog brojila

Ispitivanje se vrši tako da se strujne grane ispitivanog i preciznog brojila spoje u seriju, a naponske paralelno, te se pri raznim opterećenjima uspoređuju očitanja na jednom i drugom brojilu. Kako je kod preciznog brojila lakše postići veću tačnost pri određenoj struji, često se ono priključuje preko preciznog strujnog transformatora s više odvojaka. Na taj način se postiže da precizno brojilo radi na istoj struji i na raznim opterećenjima ispitivanog brojila.

Precizno brojilo danas je redovito elektroničko, a cijeli postupak ispitivanja, pogotovo u ispitnim stanicama proizvođača brojila i većim ispitnim stanicama kontrolnih organa, potpuno je automatiziran.

5.5.3. Ispitivanje na trajan rad

Ovo ispitivanje se provodi kao konačna kontrola nakon justiranja brojila i služi za otkrivanje raznih pogrešaka koje se ne mogu ustanoviti kratkotrajnim ispitivanjima, kao npr. trenje i oštećenja u brojaču, netačan prenos itd. Poželjno je da je trajanje ispitivanja što duže, ali najmanje toliko da brojilo pokaže 2 kWh. U tvornicama koje proizvode brojila ispituje se na taj način istodobno stotinu, pa i više brojila.

5.6. Zadaci

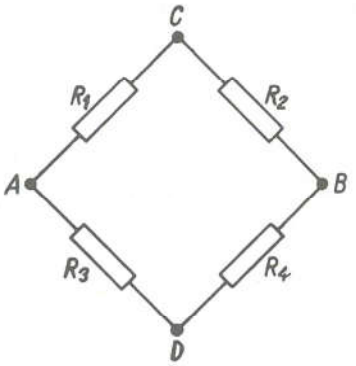
1) Kolika je snaga potrošača, ako je aluminijska ploča njegovog brojila s konstantom c = = 750 okr/kWh izvršila 30 okretaja u jednoj minuti?
2) Pri ispitivanju indukcionog brojila s konstantom c = 3000 okr/kWh vatmetar je pokazivao 920 W. Kolika je procentualna pogreška brojila, ako je pri tom aluminijska ploča brojila izvršila 10 okretaja u 13,2 s?
3) Aluminijska ploča magnetomotornog brojila za 110 V i 5 A izvršila je 10 okretaja u 17,4 s, pri opterećenju konstantnom strujom od 4 A. Kolika je procentualna pogreška brojila, ako je konstanta brojila c = 4600 okr/kWh?
4) Indukciono brojilo s konstantom c = 750 okr/kWh priključeno je na napon 220 V i opterećeno jalovom strujom od 20 A. Brojilo nije bilo do kraja ugođeno, pa je pri tom brzina vrtnje aluminijske ploče bila 1 okr/min. Za koliko stupnjeva treba promijeniti kut α (sl. 5.5) ugađanjem otpora u pomoćnom krugu strujnog elektromagneta, da bi se zaustavila aluminijska ploča?
5) Koliko će procentualno griješiti indukciono brojilo pri mjerenju na potrošaču s faktorom snage $\cos\varphi = 1$, odnosno $\cos\varphi = 0{,}1$, ako razlika kutova β i α (sl. 5.5) ne iznosi 90°, već 88°?

6. MJERNI MOSTOVI I KOMPENZATORI

Osim mjernim instrumentima s izravnim očitanjem, izvode se električna mjerenja i brojnim mjernim metodama koje omogućavaju međusobnu usporedbu poznatih i nepoznatih veličina. Za usporedbu je redovno potreban indikator koji se dovodi na „nulu" određenim ručnim ili automatskim ugađanjima poznatih veličina. Mjerne metode općenito omogućavaju mnogo tačnija mjerenja nego mjerni instrumenti s izravnim očitanjem, pa se često koriste za najpreciznija laboratorijska mjerenja i baždarenja. Međutim, zahvaljujući sve boljim rješenjima automatizacije ugađanja, čime se izbjegava nezgodno i dugotrajno ručno ugađanje, proširuje se njihova primjena sve više i na pogonska mjerenja.

Od mjernih metoda najpoznatije su mosne i kompenzacione metode za istosmjernu i izmjeničnu struju.

Mosne metode omogućavaju jednostavnu i neposrednu usporedbu impedancija, a time i određivanje nepoznatih impedancija pomoću poznatih. Osnovni spoj, poznat kao Wheatstoneov most, uveden je još u prvim decenijama telegrafije. Sastoji se od četiri otpornika, čije su vrijednosti: R_1, R_2, R_3 i R_4 (sl. 6.1). Između tačaka A i B priključen je izvor napona, a između tačaka C i D osjetljiv nulindikator. Ako su poznata tri otpora, koja su tako odabrana da kroz nulindikator ne teče struja, može se četvrti, nepoznati otpor, odrediti pomoću ostala tri otpora. Most se može napajati i izmjeničnom strujom, a pojedine grane mosta mogu sačinjavati serijski ili paralelni spojevi djelatnih otpora, kapaciteta i induktiviteta, što daje mnoštvo mogućih kombinacija. Mnoge od njih nalaze praktičku primjenu, o čemu će se kasnije više govoriti.



Slika 6.1. Osnovni spoj Wheatstoneova mosta

Jedan od uvjeta za postizanje odgovarajuće tačnosti mjerenja pomoću mosnih metoda jest zadovoljavajuća osjetljivost nulindikatora, koji mora postizati uočljive otklone na dovoljno malim promjenama otpora u granama mosta. Za istosmjerne mostove upotrebljavaju se kao nulindikatori prvenstveno instrumenti s pomičnim svitkom, izravno ili preko pojačala, a za mostove za izmjeničnu struju telefonske slušalice, vibracioni galvanometri i elektronički nulindikatori.

Široku primjenu nalaze mosni spojevi i pri mjerenju neelektričnih veličina koje na odgovarajući način djeluju na veličinu otpora jedne grane ili jednog dijela mosta. Tako se, npr., mogu mjeriti temperature, sile, pritisci, vlaga, duljine itd.

Kompenzacionim metodama određuje se nepoznata elektromotorna sila ili nepoznati pad napona pomoću usporedbe s padom napona koji izaziva poznata struja na poznatom otporu. Usporedba se postiže tako da se oba napona spajaju u opoziciju i poznati napon, ručno ili automatski, mijenja dok nulindikator ne ostane

bez otklona. Tada je nepoznati napon upravo jednak poznatom padu napona, pa ga se na taj način može odrediti.

Za vrijeme mjerenja ostaje mjereni izvor neopterećen, jer je nulindikator bez otklona. Stoga je mjerni rezultat neovisan o otporu nulindikatora i unutarnjem otporu mjerenog izvora. To je ujedno osnovna prednost kompenzacionih metoda pred otklonskim.

Po svom načinu djelovanja omogućavaju kompenzatori samo neposredno mjerenje napona, međutim, posredno služe i za mjerenja struja, ako pomoću njih mjerimo pad napona na poznatom otporu. Usporedbom padova napona, koje izaziva ista struja na poznatom i nepoznatom otporu, moguće je mjeriti i otpor. Istodobnim mjerenjem struje i napona pomoću kompenzatora moguće je izračunavanje nepoznate snage, a ako se još mjeri i vrijeme, tada i izračunavanje energije.

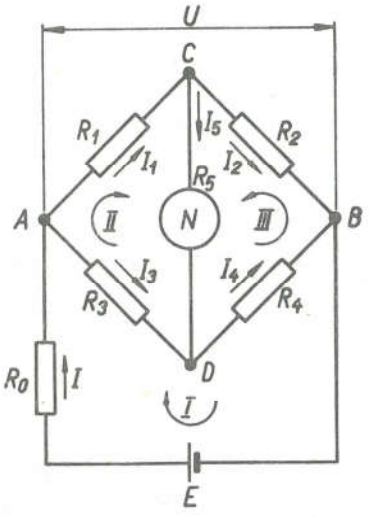
Poznati napon, kako smo već naveli, predstavlja pad napona koji izaziva poznata struja na poznatom otporu. Ako se ta struja mjeri mjernim instrumentom, postiže se tačnost ograničena tačnošću mjernih instrumenata. Ako se ta struja određuje pomoću etalona napona i etalonskih otpornika, postiže se vrhunska tačnost pri mjerenju napona, struja, otpora i snaga.

Kompenzacione metode se koriste kod istosmjernih i izmjeničnih struja. Kod posljednjih je potrebno izjednačiti napone po veličini, frekvenciji i faznom pomaku.

6.1. WHEATSTONEOV MOST ZA ISTOSMJERNU STRUJU

Wheatstoneov most mnogo se koristi za pogonska i laboratorijska mjerenja otpora srednjih i visokih vrijednosti. Grane mosta sastoje se od otpora R_1 do R_4, koji su protjecani strujama I_1 do I_4 (sl. 6.2). Jakost tih struja ovisi o vrijednosti otpora u pojedinim granama, te se određenom kombinacijom otpora može postići da kroz nulindikator ne teče struja ($I_5 = 0$). Tada nema pada napona na nulindikatoru, pa su jednaki padovi napona na otpornicima R_1 i R_3, a isto tako i padovi napona na otpornicima R_2 i R_4:

$$I_1 R_1 = I_3 R_3 \quad \text{i} \quad I_2 R_2 = I_4 R_4 \tag{6.1}$$



Slika 6.2. Cjelokupni spoj Wheatstoneova mosta

Zbog $I_5 = 0$ bit će: $I_1 = I_2$ i $I_3 = I_4$, pa dijeljenjem gornjih jednadžbi dobivamo:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \tag{6.2}$$

Ako nam nije poznat jedan od otpora (npr. R_1), možemo ga odrediti iz izraza:

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4} \tag{6.3}$$

Vidimo da je za određivanje nepoznatog otpora potrebno poznavati samo jedan od preostala tri otpora (R_2 ili R_3) i omjer drugih dvaju otpora ($R_3 : R_4$ ili $R_2 : R_4$).

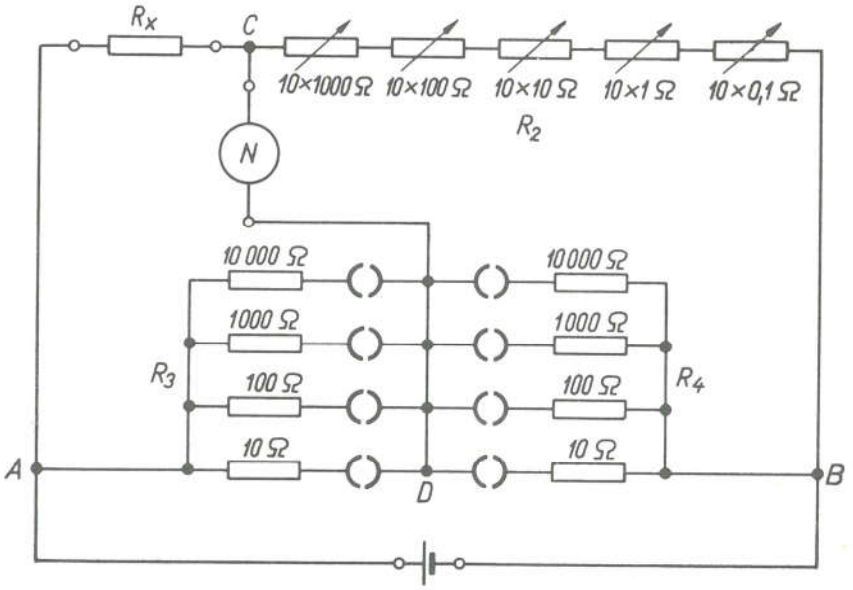
Ravnoteža mosta ($I_5 = 0$) neće se promijeniti ako međusobno zamijenimo priključke izvora napona i nulindikatora (izvor priključimo na tačke C i D, a nulindikator na tačke A i B). To je lako uvidjeti ako izraz (6.2) prikažemo u obliku $R_1/R_3 = R_2/R_4$.

Promjene napona ne utječu na ravnotežu mosta. Ipak treba paziti da se izborom prevelikog napona ne preopterete otpornici u mostu i prouzrokuje promjena njihova otpora. Preopterećenje dijelova mosta može dovesti do različitog zagrijanja dijelova mosta i time prouzrokovati stvaranje termonapona, koji znaju izazvati znatne pogreške mjerenja. Postojanje termonapona možemo ustanoviti ako i pri isključenom izvoru napona dobijemo otklon nulindikatora. Taj otklon treba uzeti kao nov nulti položaj indikatora ili treba izvršiti još jedno mjerenje otpora sa strujom u obrnutom smjeru i kao rezultat uzeti aritmetičku sredinu vrijednosti dobivenih prvim i drugim mjerenjem.

6.1.1. Izvedbe Wheatstoneova mosta

Prema izvedbi razlikujemo most s dekadskim otpornicima i most s kliznom žicom.

U *Wheatstoneovu mostu s dekadskim otpornicima* najčešće se u drugoj grani nalazi kutija dekadskih otpornika s preklopkama ili čepovima, npr.: $10 \times 0{,}1$; 10×1; 10×10; 10×100 i 10×1000 Ω, tako da se vrijednost otpora R_2 može mijenjati u skokovima po 0,1 Ω od 0,1 do 11111 Ω (sl. 6.3). Novijim izvedbama preklopki postižu se danas vrlo pouzdani kontakti, tako da se sve rjeđe upotrebljavaju otpornici s čepovima. Zbog jednostavnog računanja odabiru se za omjer R_3/R_4 iznosi: 1/100, 1/10, 1, 10, 100 itd. Izvode se kao pogonski i precizni mostovi. Upotrebom preciznih žičanih otpornika postižu se granice pogrešaka manje od ± 0,02 %.



Slika 6.3. Wheatstoneov most s dekadskim otpornicima

Kako se otpor u drugoj grani može mijenjati samo u skokovima od 1 Ω (ili u skokovima od 0,1 Ω, ako je predviđena i dekada $10 \times 0{,}1$ Ω), nije uvijek moguće postići nulti otklon na osjetljivom nulindikatoru. Nulindikator će, npr.,

kod vrijednosti R_2' imati otklon α_1 na jednu stranu, a već kod prve slijedeće moguće vrijednosti $R_2' + 1$ (ili $R_2' + 0{,}1$) otklon α_2 na drugu stranu. Vrijednost R_2, pri kojoj bi se dobio nulti otklon može se redovno dovoljno tačno odrediti linearnom interpolacijom. Iz sl. 6.4 lako slijedi:

$$R_2 = R_2' + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \tag{6.4}$$

ili, ako najmanja moguća promjena otpora u drugoj grani iznosi 0,1 Ω:

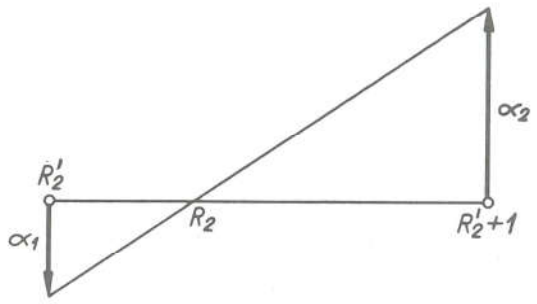
$$R_2 = R_2' + \frac{0{,}1\,\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \tag{6.5}$$

U praksi se često upotrebljava *Wheatstoneov most s kliznom žicom* (sl. 6.5), koji je po izvedbi jednostavniji od onoga s dekadama, a ipak daje za praksu zadovoljavajuće tačnosti (od oko 0,5 do 2,5 %). Kod njega se omjer R_3/R_4 ugađa promjenom duljina a i b precizno kalibrirane klizne žice pomičući kliznik K, dok se otporu R_2 daje prikladna fiksna vrijednost (obično se alternativno mogu ukopčati otpori koji se međusobno odnose kao 1 : 10 : 100 itd.).

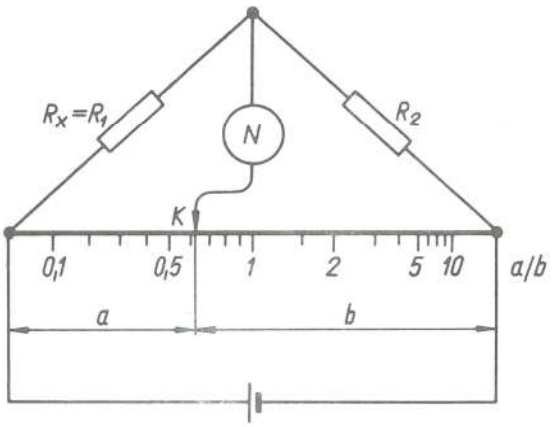
U položaju ravnoteže ($I_5 = 0$) vrijedi:

$$R_1 = R_2 \frac{a}{b} \tag{6.6}$$

Vrijednost traženog otpora može se u uobičajenim izvedbama redovno očitati na skali klizne žice izravno ili množenjem s faktorima: 10, 100, 1000 itd.



Slika 6.4. Određivanje mjerne vrijednosti interpolacijom otklona nulindikatora



Slika 6.5. Wheatstoneov most s kliznom žicom

Ovisno o vrijednosti otpora R_1 postizat će se ravnoteža mosta u raznim položajima kliznika K. Razmotrimo sada u kojem se položaju kliznika može očekivati najmanja pogreška pri određivanju otpora R_1 zbog netačnog očitanja duljina a i b. Pri tome pretpostavimo da granice pogrešaka očitanja duljine b na kliznoj žici iznose $\pm G_b$, te da ne ovise o položaju kliznika, kao što je to redovno u praksi. Duljinu a ne moramo posebno očitavati, jer je možemo odrediti iz razlike ukupne duljine klizne žice l i duljine b ($a = l - b$), odnosno mjereni otpor R_1 možemo odrediti iz izraza:

$$R_1 = R_2 \frac{l - b}{b} \tag{6.7}$$

Ukupnu duljinu l klizne žice može se prethodno vrlo tačno odrediti te se pogreška u određivanju duljine l može zanemariti. Ostaje, dakle, samo utjecaj netačnosti određivanja duljine b, pa će granice pogrešaka otpora R_1, koje uzrokuje netačno očitanje, iznositi:

$$G_{R_1} = \pm \frac{\mathrm{d}R_1}{\mathrm{d}b} G_b \quad \text{ili:} \quad G_{R_1} = \mp \frac{R_2 l}{b^2} G_b \tag{6.8}$$

Relativne, odnosno procentualne granice pogrešaka, dobivaju se ako se izraz (6.8) podijeli sa R_1:

$$G_{R_1\%} = \frac{G_{R_1}}{R_1} 100 = \mp \frac{b}{R_2 a} \frac{R_2 l}{b^2} G_b 100\ \%$$

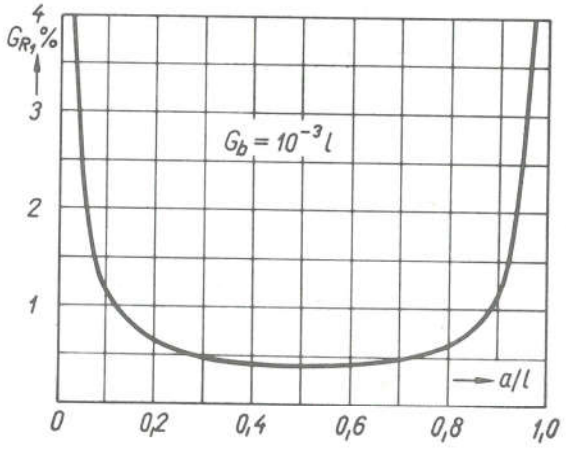
ili:

$$G_{R_1\%} = \mp G_b \frac{a+b}{ab} 100\ \% \tag{6.9}$$

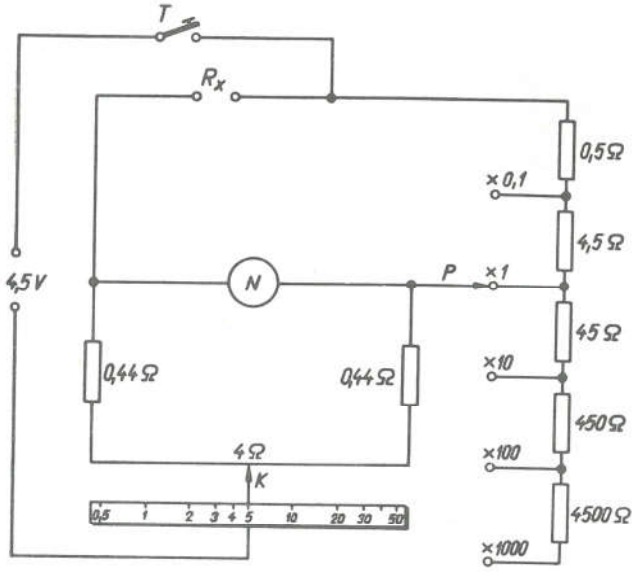
Procentualne granice pogrešaka $G_{R_1\%}$ bit će to manje, što je veći nazivnik izraza (6.9). On će doseći maksimum kada je:

$$\frac{\mathrm{d}(ab)}{\mathrm{d}b} = 0, \text{ odnosno } b = \frac{l}{2} \tag{6.10}$$

Vidimo da se najmanje pogreške mogu očekivati na sredini klizne žice, dok se kod kliznika blizu krajeva klizne žice dobivaju nepouzdani rezultati. To se vidi i na sl. 6.6, gdje je prikazana pogreška zbog netačnog očitanja kada je $G_b = 10^{-3} l$. Mnoge tvorničke izvedbe Wheatstoneova mosta imaju zbog toga na oba kraja



Slika 6.6. Pogreške mjerenja zbog netačnosti očitanja $G_b = 10^{-3} l$ u ovisnosti o položaju kliznika



Slika 6.7. Shema spoja tvorničkog Wheatstoneova mosta s kliznom žicom

klizne žice dodane fiksne otpornike, čiji je otpor oko 9 puta manji od otpora klizne žice (sl. 6.7). Time je postignuto da se klizna žica koristi samo na onom dijelu gdje su pogreške zbog očitanja relativno malene. Ujedno je na taj način izbjegnut jako zgusnuti dio skale.

Prve izvedbe mostova s kliznom žicom imale su nategnutu žicu između dva držača, dok se u današnjim izvedbama ona redovno napinje po obodu prstena od izolacionog materijala. Time se dobiva mogućnost izrade mostova džepnog for-

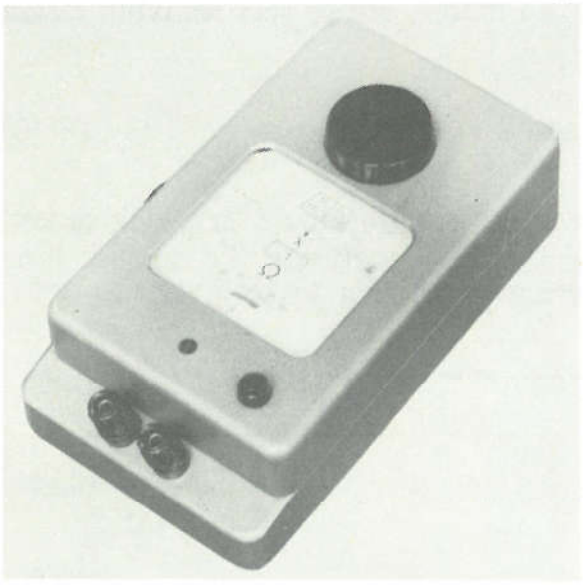
mata, a da pri tome klizna žica bude ipak oko 30 cm duga. Uobičajene tvorničke izvedbe izrađuju se najčešće za mjerenje otpora od 0,05 do 50000 Ω (sl. 6.7 i 6.8). Za R_2 odabiru se obično vrijednosti 0,5, 5 . . . 5000 Ω, dok se skala klizne žice numerira s 0,5 . . . 5 . . . 50. Tako se postiže da se vrijednost mjerenog otpora dobiva množenjem očitanja na skali s faktorima: 0,1; 1; . . . 1000. Ovakvi mostovi se redovno napajaju iz ugrađene džepne baterije od 4,5 V, a ugrađeni nulindikatori imaju strujnu konstantu npr. 20 μA/d. sk. i otpor oko 30 Ω.

U masovnoj proizvodnji otpornika redovno je potrebno utvrditi da li zadovoljavaju tražene tolerancije, najčešće zadane u procentima. Mostovi s kliznom žicom, posebno prilagođeni za tu svrhu (procentualni mjerni mostovi), imaju najčešće u drugoj grani poredbeni otpornik, čiji je otpor upravo jednak traženoj vrijednosti mjerenih otpora. Na krajevima klizne žice tih mostova dodaju se otpornici čiji je otpor R_d znatno veći od otpora klizne žice, tako da se na kliznoj žici, snabdjevenoj procentualnom skalom, mogu pouzdano očitati i mala procentualna odstupanja od tražene vrijednosti. Ako sa ν, odnosno $1/\nu$, označimo odnos između mjerenog i poredbenog otpora na početku i na kraju klizne žice, onda između otpora $R_ž$ klizne žice i otpora R_d treba postići odnos:

$$\nu = \frac{R_d}{R_d + R_ž}\,; \qquad \frac{1}{\nu} = \frac{R_d + R_ž}{R_d}$$

ili:

$$R_d = R_ž \frac{\nu}{1 - \nu} \qquad (6.11)$$



Slika 6.8. Tvornički most s kliznom žicom (Iskra)

Tako npr. za: $\nu = 0{,}9$ i $\frac{1}{\nu} = 1{,}11$ dobivamo: $R_d = R_ž\ 0{,}9/0{,}1 = 9\ R_ž$. Pogreška mjerenog otpornika kada je kliznik na početku, odnosno na kraju klizne žice, iznosit će tada −10%, odnosno +11,1%.

Pogreške očitanja na kliznoj žici iznose nekoliko dijelova jednog milimetra, pa se visoka tačnost mjerenja otpora može postići samo pomoću kliznih žica znatno duljih nego kod uobičajenih mostova džepnog formata. Zadržavši male dimenzije mosta, može se postići da duljina klizne žice bude i nekoliko metara, ako se ona više puta spiralno omota oko bubnja. Kliznik je tada kotačić sa žlijebom, koji je perima pritisnut na kliznu žicu. Mjerni rezultat se dobiva pomoću brojčanika koji pokazuje na kojem se zavoju spirale nalazi kliznik i pomoću kružne skale s finim podjelama, koja daje položaj kliznika unutar jednog zavoja. Na taj način se mogu postići granice pogrešaka čak ispod 0,05 %.

6.1.2. Osjetljivost mosta

Želimo li izmjeriti pomoću mosne metode otpor R_1, a da pri tome pogreške mjerenja ne budu u apsolutnom iznosu veće od $\pm\ \Delta R_1$, onda je u prvom redu potrebno osigurati da promjena otpora R_1 za ΔR_1 (ili odgovarajuća promjena

ostalih otpora u granama mosta) izazove, u blizini položaja ravnoteže, dobro uočljive otklone nulindikatora, tj. potrebno je postići zadovoljavajuću osjetljivost mosta. Da bismo mogli razmotriti osjetljivost mosta, potrebno je najprije izračunati struju I_5 kroz nulindikator. Uz pomoć drugog Kirchhoffova zakona dobivamo za prvu, drugu i treću zamku (sl. 6.2):

$$I R_0 + I_3 R_3 + I_4 R_4 = E$$

$$I_1 R_1 + I_5 R_5 - I_3 R_3 = 0$$

$$-I_2 R_2 + I_5 R_5 + I_4 R_4 = 0$$

Iz čvorova A, C i D dobivamo: $I = I_1 + I_3$; $I_2 = I_1 - I_5$ i $I_4 = I_3 + I_5$, pa slijedi:

$$I_1 R_0 + I_3 (R_0 + R_3 + R_4) + I_5 R_4 = E$$

$$I_1 R_1 - I_3 R_3 + I_5 R_5 = 0$$

$$-I_1 R_2 + I_3 R_4 + I_5 (R_2 + R_4 + R_5) = 0$$

Struju I_5 kroz nulindikator dobivamo iz kvocijenta determinanti:

$$I_5 = \frac{\begin{vmatrix} R_0 & R_0+R_3+R_4 & E \\ R_1 & -R_3 & 0 \\ -R_2 & R_4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_0 & R_0+R_3+R_4 & R_4 \\ R_1 & -R_3 & R_5 \\ -R_2 & R_4 & R_2+R_4+R_5 \end{vmatrix}}$$

Rješenjem determinanti slijedi:

$$I_5 = \frac{E (R_2 R_3 - R_1 R_4)}{(R_1+R_2) [R_3 R_4 + R_5 (R_3+R_4)] + R_1 R_2 (R_3+R_4) + R_0 [(R_1+R_3) (R_2+R_4+R_5) + R_5 (R_2+R_4)]} \tag{6.12}$$

U mjernoj praksi često su interesantna dva ekstremna slučaja, kada je otpor izvora R_0 ili malen da se može zanemariti, ili vrlo velik.

Za $R_0 = 0$ vrijedi:

$$I_5 = \frac{E (R_2 R_3 - R_1 R_4)}{(R_1 + R_2) [R_3 R_4 + R_5 (R_3 + R_4)] + R_1 R_2 (R_3 + R_4)} \tag{6.13}$$

Pri vrlo velikom otporu R_0 bit će ukupna struja mosta: $I \approx E/R_0$, pa se izraz (6.12) pojednostavnjuje na slijedeći način:

$$I_5 = \frac{I (R_2 R_3 - R_1 R_4)}{(R_1 + R_3) (R_2 + R_4 + R_5) + R_5 (R_2 + R_4)} \tag{6.14}$$

Zbog pojednostavnjenja izraza (6.12) uvedimo slijedeće oznake:

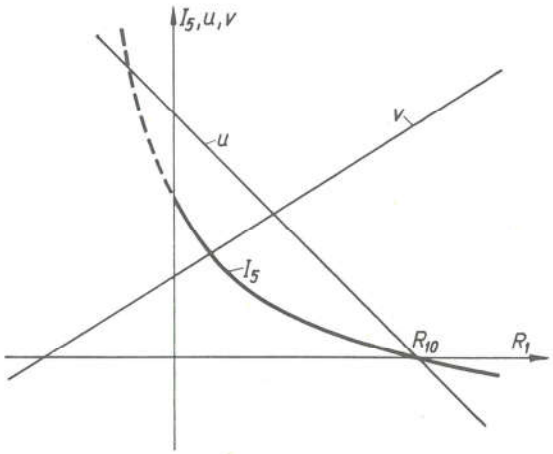
$$A = R_2 R_3 \qquad B = R_3 R_4 + R_5 (R_3 + R_4) \qquad C = R_2 (R_3 + R_4);$$

$$D = R_0 (R_2 + R_4 + R_5) \qquad F = R_0 R_5 (R_2 + R_4)$$

Uvrštavanjem gornjih oznaka u (6.12) dobivamo:

$$I_5 = \frac{E (A - R_1 R_4)}{R_1 (B + C + D) + R_2 B + R_3 D + F} = E \frac{u}{v} \tag{6.15}$$

Brojnik i nazivnik izraza (6.15) linearne su funkcije otpora R_1 pa je struja I_5 razlomljena linearna funkcija otpora R_1 (sl. 6.9). Kod $R_1 = 0$ i $R_1 \to \infty$ dobivamo za struju I_5:



$$I_{5_{R_1=0}} = \frac{E A}{R_2 B + R_3 D + F}$$

$$I_{5_{R_1 \to \infty}} = \frac{- E R_4}{B + C + D}$$

Slika 6.9. Struja I_5 nulindikatora Wheatstoneova mosta u ovisnosti o vrijednosti mjerenog otpora R_1

Osjetljivost O mosta predstavlja odnos promjene struje I_5 indikatora i odgovarajuće promjene mjerenog otpora R_1. Dobiva se deriviranjem izraza (6.15) po R_1:

$$O = \frac{\mathrm{d}\, I_5}{\mathrm{d}\, R_1} = - E \frac{[R_1 (B + C + D) + R_2 B + R_3 D + F] R_4 + (A - R_1 R_4)(B + C + D)}{[R_1 (B + C + D) + R_2 B + R_3 D + F]^2} \tag{6.16}$$

Osjetljivost mosta nas redovno interesira u blizini ravnoteže mosta, gdje je:

$$R_1 = R_{10} = \frac{R_2 R_3}{R_4} = \frac{A}{R_4} \tag{6.17}$$

Tada je osjetljivost:

$$O_0 = \left(\frac{\mathrm{d}\, I_5}{\mathrm{d}\, R_1} \right)_{R_1 = R_{10}} = \frac{- E R_4}{R_{10} (B + C + D) + R_2 B + R_3 D + F} \tag{6.18}$$

Koristeći ovaj izraz možemo odrediti struju nulindikatora u blizini ravnoteže pomoću razlike $\Delta R_1 = R_1 - R_{10}$:

$$\Delta I_5 = O_0 \Delta R_1 = \frac{-E R_4 \Delta R_1}{R_{10}(B + C + D) + R_2 B + R_3 D + F} \tag{6.19}$$

Često je interesantno odrediti kakvu struju ΔI_5 izaziva *relativno* odstupanje mjerenog otpora od vrijednosti koja odgovara ravnoteži mosta, pa označimo:

$$\delta = \frac{\Delta R_1}{R_{10}} \tag{6.20}$$

Uz pomoć izraza (6.19) dobivamo:

$$\delta = -\frac{\Delta I_5}{E R_4}\left[B + C + D + \frac{R_2 B + R_3 D + F}{R_{10}}\right]$$

Nakon sređivanja slijedi (izostavljen predznak minus):

$$\delta = \frac{\Delta I_5}{E}\left\{R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5\left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}}\right) + \right.$$

$$\left. + R_0\left[R_5\left(\frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) + \frac{R_{10}}{R_3} + 2 + \frac{R_3}{R_{10}}\right]\right\} \tag{6.21}$$

Ako se umjesto elektromotorne sile E izvora uvrsti napon U na mostu, pojednostavnjuje se izraz (6.21) u oblik:

$$\delta = \frac{\Delta I_5}{U}\left[R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5\left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}}\right)\right] \tag{6.22}$$

Pri velikom otporu izvora dobiva izraz (6.21) oblik:

$$\delta = \frac{\Delta I_5}{I}\left[R_5\left(\frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) + \frac{R_{10}}{R_3} + 2 + \frac{R_3}{R_{10}}\right] \tag{6.23}$$

Uvrstimo li u izraze (6.21), (6.22) ili (6.23) za ΔI_5 najmanju struju $I_{5\min}$ koju još možemo očitati na nulindikatoru, predstavljat će tada δ najmanju relativnu promjenu mjerenog otpora koju možemo zamijetiti u mostu ($\delta = \delta_{\min}$). U smislu definicija iz poglavlja 1.4 bit će $\delta_{\min}$, dakle, *relativna mjerna nesigurnost mosta prouzrokovana njegovom neosjetljivošću.* Stoga ona po mogućnosti ne smije biti veća od 1/5 granica pogrešaka mosta. Ako se, npr., zahtijevaju granice pogrešaka mosta $\pm 1\,{}^0/_{00}$, poželjno je da se u mostu mogu još uočiti promjene otpora koje iznose $0{,}2\,{}^0/_{00}$, ($\delta_{\min} \leqq 0{,}2\,{}^0/_{00}$). Najmanja struja $I_{5\min}$ koju još možemo očitati na nulindikatoru ovisi o strujnoj konstanti indikatora, a i o izvedbi skale i kazaljke. U preciznijim izvedbama indikatora redovno se može lako uočiti otklon koji iznosi deseti dio jednog dijela skale, odnosno mogu se još zamijetiti struje koje iznose: $I_{5\min} = C_i/10$, gdje je C_i strujna konstanta indikatora.

6.1.3. Prilagođenje mosta

Najmanje relativne promjene mjerenog otpora koje ćemo još moći zamijetiti u mostu neće ovisiti samo o naponu na mostu i osjetljivosti nulindikatora, već i o međusobnim omjerima otpora mosta. Stoga označimo:

$$m = \frac{R_2}{R_{10}} \qquad n = \frac{R_3}{R_{10}} \qquad p = \frac{R_0}{R_{10}} \qquad q = \frac{R_5}{R_{10}} \tag{6.24}$$

dok iz uvjeta ravnoteže mosta slijedi: $R_4 = m\,n\,R_{10}$.

Uvrstimo ove omjere u izraz (6.21). Dalje, umjesto struje ΔI_5 uvrstimo $I_{5\min}$, pa ćemo dobiti najmanju relativnu promjenu mjerenog otpora koja se još može zamijetiti na mostu:

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{E} R_{10} \left\{ 1 + m + n + mn + q(m + 2 + m^{-1}) + \right.$$
$$\left. + p\left[n + 2 + n^{-1} + \frac{q}{mn}(1 + m)(1 + n) \right] \right\} \tag{6.25}$$

Teoretski bi $\delta_{\min}$ zadobio najmanju vrijednost kod $m = n = p = q = 0$:

$$\delta_{\min t} = \frac{I_{5\min}}{E} R_{10} \tag{6.26}$$

Ovakva vrijednost za $\delta_{\min}$ je praktički neostvarljiva, jer je nemoguće izvesti nulindikator čiji je otpor jednak nuli, a zbog m i n jednakih nuli bila bi struja u donjoj grani mosta neizmjerno velika. Stoga ćemo uvijek dobivati veće vrijednosti od one prema izrazu (6.26).

Koje ćemo vrijednosti odabirati za pojedine elemente mosta, ovisit će o dodatnim zahtjevima koji se iz praktičkih razloga postavljaju pri slaganju mosta. Navest ćemo neke od njih:

a) unaprijed definiran napon U na mostu,

b) ograničena struja I_1 kroz mjereni otpor zbog njegova zagrijavanja,

c) ograničena struja I izvora,

d) ograničena snaga izvora.

Samo jednim od ovih zahtjeva nisu još definirani omjeri otpora u mostu. Potrebno je uz to zadati ili otpor nulinstrumenta ili njegov vatni potrošak.

Razmotrimo najprije primjer kada je zadan napon U na mostu i otpor nulinstrumenta. Tada izraz (6.25) poprima jednostavniji oblik:

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{U} R_{10} [1 + m + n + mn + q(m + 2 + m^{-1})] \tag{6.27}$$

Vidimo da ovdje treba odabrati n što manje. Obično se uzima $n \approx 0{,}1$ ili čak $n \approx$ $\approx 0{,}01$. Daljnje smanjenje neznatno bi utjecalo na osjetljivost mosta, a dovelo bi do još veće struje u donjoj grani. Najprikladniju vrijednost za m dobit ćemo deriviranjem izraza (6.27) po m:

$$\frac{\mathrm{d}\,\delta_{\min}}{\mathrm{d}\,m} = \frac{I_{5\min}}{U} R_{10}\,[1 + n - q\,(m^{-2} - 1)] = 0$$

$$m = \sqrt{\frac{q}{1 + n + q}} \quad \text{ili} \quad R_2 = R_{10}\sqrt{\frac{R_5}{R_{10} + R_3 + R_5}} \tag{6.28}$$

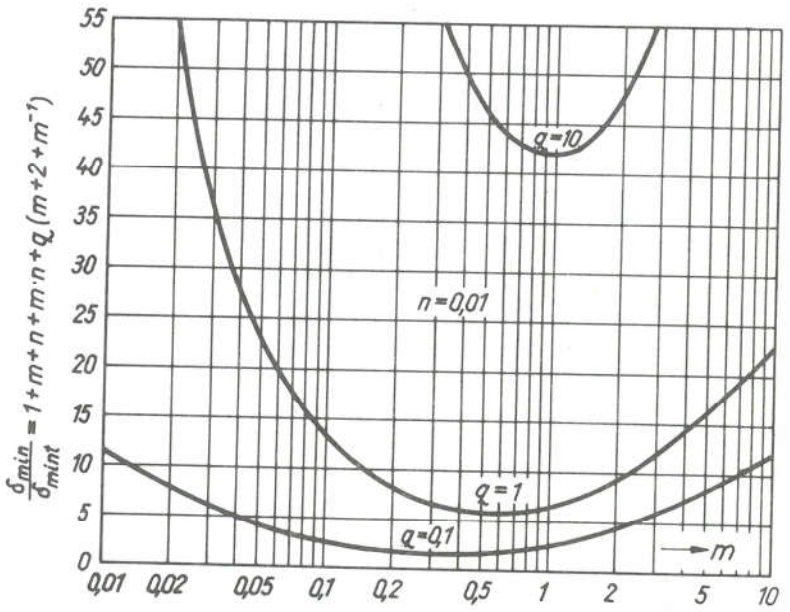
Pri ovoj vrijednosti za R_2 dobiva se, uz prije navedene uvjete, najmanja mjerna nesigurnost. Optimum je dosta blag, pa se toga ne moramo strogo pridržavati.

Kako promjena omjera m utječe na mjernu nesigurnost, prikazano je na sl. 6.10. Na ordinati je zbog bolje preglednosti nanesen samo izraz u uglastim zagradama iz jednadžbe (6.27), koji ujedno predstavlja odnos između stvarne i teoretski moguće vrijednosti $\delta_{\min}$.

Kod nulinstrumenata s velikim vlastitim otporom ($q \to \infty$) dobivaju se optimalni uvjeti kad je $R_{10} = R_2$. Ako tada umjesto $I_{5\min}$ uvedemo najmanji napon $U_{5\min}$ koji se još može zapaziti na nulinstrumentu ($U_{5\min} = I_{5\min} R_5 = I_{5\min} R_{10}\, q$), prelazi izraz (6.27) u oblik:

$$\delta_{\min} = 4\,\frac{U_{5\min}}{U} \tag{6.29}$$

Uz veliki vlastiti otpor nulinstrumenta nije potrebno da donja grana mosta bude niskoomska.



Slika 6.10. Mjerna nesigurnost Wheatstoneova mosta u ovisnosti o omjeru $m = R_2/R_{10}$ kod $p = R_0/R_{10} = 0$

Posve druge najpovoljnije odnose između otpora mosta dobit ćemo ako je ograničena struja I_1 kroz mjereni otpor R_1, a napon na mostu možemo po volji mijenjati. Neka je i ovdje unaprijed zadan nulinstrument, odnosno njegov otpor. Napon U na mostu bit će tada:

$$U = I_1\, R_{10}\,(1 + m) \tag{6.30}$$

Uvrštavanjem u izraz (6.27) dobivamo nakon sređivanja:

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{I_1}\left[1 + n + q + \frac{q}{m}\right] \tag{6.31}$$

Vidimo da je ovdje potrebno uzeti što veći m ($m \approx 10$ ili čak $m \approx 100$). Kako u donjoj grani mosta nije ograničena struja, uzet ćemo n što manji ($n \approx 0{,}1$ ili $n \approx \approx 0{,}01$).

Na sličan način možemo odrediti najprikladnije odnose kad je zadana ukupna struja mosta i otpor nulinstrumenta ili kada je zadana snaga izvora i otpor nulinstrumenta (tablica 6.1).

Često nije unaprijed definiran nulinstrument, već ga treba odabrati. Pri tome ćemo nastojati postići određenu osjetljivost mosta s nulinstrumentom što jednostavnije tipne izvedbe. Ovisno o broju zavoja N i presjeku žice $S_{ž}$ pomičnog svitka, imat će nulinstrumenti iste tipne izvedbe različitu strujnu konstantu i vlastiti otpor. Međutim, njihov pomični svitak imat će zbog jednakih glavnih dimenzija više-manje isti presjek S_{Cu} bakra, koji je jednak umnošku broja zavoja i presjeka žice svitka:

$$S_{Cu} = N\,S_{ž} \tag{6.32}$$

Ako je l_s srednja duljina jednog zavoja pomičnog svitka, a ρ specifični otpor materijala žice, bit će otpor nulinstrumenta:

$$R_g = \frac{N\,l_s\,\rho}{S_{ž}} \tag{6.33}$$

Tablica 6.1

Omjeri $m = R_2/R_{10}$; $n = R_3/R_{10}$; $q = R_5/R_{10}$ pri kojima se postiže najmanji δ_{min}

	Zadano			Omjeri pri kojima se postiže najmanji δ_{min}			Opaska
				m	n	q	
1	R_{10}	U	P_{min}	0,5	$\approx$0,01	0,336	$q=\frac{m(1+n)}{1+m}$
2	R_{10}	I	P_{min}	$\approx$100	2	2,97	
3	R_{10}	I_1	P_{min}	$\approx$100	$\approx$0,01	1	
4	R_{10}	P	P_{min}	1	1	1	
5	R_{10}	U	q	$\sqrt{\frac{q}{1+n+q}}$	$\approx$0,01		
6	R_{10}	I	q	$\approx$100	$\sqrt{1+q\left(1+\frac{1}{m}\right)}$		
7	R_{10}	I_1	q	$\approx$100	$\approx$0,01		
8	R_{10}	P	q	$\frac{q+\sqrt{9q^2+8q(1+n)}}{2(1+n+q)}$	$-\frac{1}{4}+\sqrt{\frac{9}{16}+\frac{1}{2}q\left(1+\frac{1}{m}\right)}$		

U = napon na mostu
I = ukupna struja kroz most
I_1 = struja kroz R_{10} i R_2
P = snaga utrošena u mostu
P_{min} = snaga potrebna za postizanje najmanjeg, još uočljivog otklona nulindikatora

Zakretni moment svitka je prema (4.83) proporcionalan umnošku broja zavoja N i struje kroz svitak, pa uz pomoć izraza (6.32) i (6.33) lako dobivamo da se određeni otklon α kod instrumenata istog tipa postiže uz praktički isti potrošak snage P:

$$\alpha = k N I = k I \sqrt{\frac{R_g S_{Cu}}{l_s \rho}} = k_1 I \sqrt{R_g} \tag{6.34}$$

ili:

$$\alpha^2 = k_2 I^2 R_g = k_2 P \tag{6.35}$$

Isto tako je za najmanji još uočljivi otklon α_{min} potreban gotovo isti potrošak snage P_{min} za sve instrumente istoga tipa. To znači da najmanja struja I_{min}, koju još možemo očitati, ovisi o otporu R_g instrumenta. Pri većem otporu bit će ta struja manja i obratno:

$$I_{min} = \sqrt{\frac{P_{min}}{R_g}} \tag{6.36}$$

Uvrštavanjem izraza (6.36) u (6.25) dobivamo, uz $R_g = R_5$ i $P_{min} = P_{5min}$:

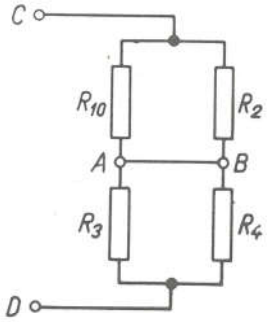
$$\delta_{min} = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{P_{5min} R_{10}}{q}} \left\{ 1 + m + n + mn + q(m + 2 + m^{-1}) + \right.$$
$$\left. + p\left[n + 2 + n^{-1} + \frac{q}{mn}(1 + m)(1 + n) \right] \right\} \tag{6.37}$$

Deriviranjem ovog izraza po q i uz $\frac{d\delta_{min}}{dq} = 0$ dobivamo nakon uređenja optimalnu vrijednost za omjer q:

$$q = \frac{m(1 + n)}{1 + m} \tag{6.38}$$

Vidimo da omjer q ne ovisi o otporu izvora napona.

Usporedimo optimalni otpor nulindikatora s unutarnjim otporom R_{CD} mosta (otpor mosta mjeren na stezaljkama C i D koje su predviđene za priključak nulindikatora) i to najprije kada je most uravnotežen, a otpor izvora malen da se može zanemariti (sl. 6.11):

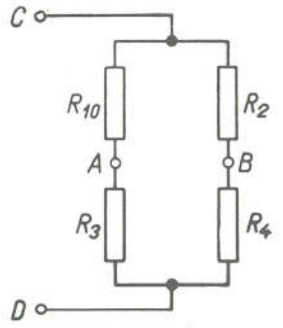


Slika 6.11.

$$R_{CD} = \frac{R_{10} R_2}{R_{10} + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = R_{10}\left[\frac{m}{1 + m} + \frac{mn}{1 + m} \right] = R_{10} \frac{m(1 + n)}{1 + m} \tag{6.39}$$

Pri vrlo velikom otporu R_0 bit će otpor R_{CD} mosta u položaju ravnoteže (sl. 6.12):

$$R_{CD} = \frac{(R_{10} + R_3)(R_2 + R_4)}{R_{10} + R_2 + R_3 + R_4} = R_{10} \frac{(1 + n)(m + nm)}{1 + m + n + mn} = R_{10} \frac{m(1 + n)}{1 + m} \tag{6.40}$$



Slika 6.12.

Iz izraza (6.38), (6.39) i (6.40) vidimo da je optimalni otpor nulindikatora upravo jednak otporu R_{CD} mosta. To je razumljivo, jer je poznato da teret preuzima najveću moguću snagu iz izvora onda, kad je njegov otpor upravo jednak otporu izvora. Uvrštavanjem optimalnog otpora nulindikatora u izraz (6.37) dobivamo nakon sređenja:

$$\delta_{min} = \frac{2}{E} \sqrt{\frac{P_{5min} R_{10} (1 + m)(1 + n)}{m}} \left[1 + m + p \frac{1 + n}{n} \right] \tag{6.41}$$

Ostali odnosi u mostu ovisit će o dodatnim uvjetima i ograničenjima koja se iz praktičkih razloga postavljaju pri slaganju mosta, kao npr. definirani napon mosta U, ograničena struja I_1 kroz mjereni otpor, ograničena struja izvora I ili djelatni potrošak mosta. S obzirom na ta ograničenja dobivaju se odnosi koji su prikazani u tablici 6.1.

Zbog relativno blagih optimuma, ne moramo se strogo pridržavati vrijednosti navedenih u tablici 6.1; one nam služe samo za orijentaciju.

Potrebno je napomenuti da pri upotrebi osjetljivih nulinstrumenata treba voditi računa o otporu R_{CD} mosta. Poželjno je da je taj otpor jednak „vanjskom graničnom otporu" nulinstrumenta. Ako to nije, pomažemo se dodavanjem predotpora nulinstrumentu ili njegovim shuntiranjem.

6.1.4. Nepotpuno uravnotežen most

Često se za kontinuirano mjerenje promjenljivih otpora upotrebljava nepotpuno uravnotežen Wheatstoneov most, kod kojeg se iz otklona indikatora određuje nastala promjena otpora. Otklon indikatora bit će pri tome razmjeran naponu, odnosno struji mosta, pa se ovdje mora održavati konstantan napon, odnosno struja mosta, čega nije bilo kod uravnoteženog Wheatstoneova mosta. Struja indikatora može se odrediti pomoću prije izvedenih izraza (6.12), (6.13) i (6.14), već prema tome da li su zadani napon izvora, napon mosta ili ukupna struja mosta. Najčešće se uzima: $R_{10} = R_2 = R_3 = R_4 = R$, pa ako još označimo: $R_1 = R_{10} + \Delta R$, pojednostavnjuju se navedeni izrazi.

Pri zadanoj elektromotornoj sili E izvora tada dobivamo:

$$I_5 = \frac{E}{4(R + R_0)} \frac{\Delta R}{R + R_5} \tag{6.42}$$

Kada je $R_0 = 0$ slijedi:

$$I_5 = \frac{E}{4R} \frac{\Delta R}{R + R_5} \tag{6.43}$$

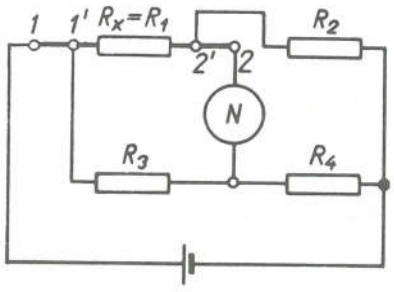
Pri konstantnoj ukupnoj struji I mosta bit će:

$$I_5 = \frac{I}{4} \frac{\Delta R}{R + R_5} \tag{6.44}$$

6.1.5. Područje primjene

Wheatstoneov most ne možemo koristiti za mjerenje malih otpora (ispod otprilike 0,1 Ω) zbog pogreške koju izaziva otpor spojnih vodova i njihovih spojnih mjesta. Taj otpor se pribraja mjerenom otporu, pa se pri mjerenju malih otpora dobivaju znatno veće vrijednosti od stvarnih. Koliko male otpore možemo još mjeriti Wheatstoneovim mostom, ovisit će o tačnosti koju želimo postići, te o kvalitetu spojnih mjesta i otporu spojnih vodova. Najveću nesigurnost unosi otpor kontakta na spojnim mjestima, jer on ovisi o pritisku, čistoći dodirnih površina, materijalu vodova i stezaljki, te se od slučaja do slučaja jako mijenja. Za ilustraciju navest ćemo podatke mjerenja otpora jednog spojnog voda izrađenog od bakrenog užeta presjeka 10 mm² i duljine 45 cm, koji je na krajevima imao bakrene stopice. Dok se odgovarajućom metodom mjerio samo otpor spojnog voda, dobivani su uvijek isti rezultati (0,814 mΩ), jer je vod pri svim mjerenjima zadržao istu temperaturu. Međutim, kada je mjerenjem obuhvaćen i otpor kontakata između bakrenih stopica i stezaljki na koje je vod bio priključen, dobivani su nakon svakog novog pritezanja stezaljki drugačiji rezultati (1,252; 1,229; 1,215; 1,220; 1,285; 1,231; 1,266; 1,195; 1,173 i 1,253 mΩ).

Wheatstoneovim mostom možemo mjeriti i znatno manje otpore ako ga spojimo na prikladan način (sl. 6.13). Na mjereni otpor se priključujemo s po dva „strujna" i dva „naponska" voda, kao i u ostalim metodama za mjerenje malih otpora. Otpor dovoda do „strujne" stezaljke *1* ne utječe na tačnost mjerenja, jer se nalazi izvan mosta. Otpor dovoda do stezaljke *1'* dodaje se otporu R_3, pa se otpor R_3 mora odabrati dovoljno velik. Otpor dovoda do stezaljke *2* dodaje se otporu nulinstrumenta, te ne utječe na ravnotežu mosta. Otpor dovoda do stezaljke *2'* dodaje se otporu R_2, pa i on treba da bude dovoljno velik. U principu se na taj način mogu mjeriti i jako mali otpori. Poteškoća je dobivanje zadovoljavajuće osjetljivosti, jer zbog prije navedenih razloga moramo pri mjerenju malih otpora odabrati vrlo velike omjere m i n.



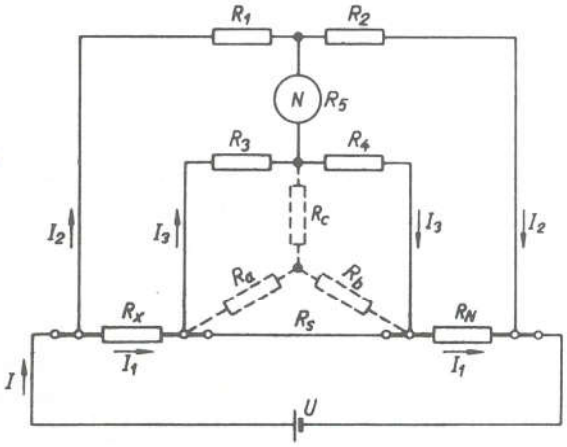
Slika 6.13. Spoj Wheatstoneova mosta za mjerenje malih otpora

Pomoću Wheatstoneova mosta mogu se mjeriti i jako veliki otpori. On se katkada koristi čak i za mjerenje izolacionih otpora, koji iznose i nekoliko tisuća megaoma. Tada se upotrebljavaju elektronički ili elektrostatski nulinstrumenti vrlo velikog vlastitog otpora.

Gornja granica primjene uobičajenih tvorničkih izvedbi Wheatstoneovih mostova kreće se od nekoliko stotina kilooma, do nekoliko megaoma.

6.2. THOMSONOV MOST

Dvostruki most, koji je uveo Thomson 1862. g., upotrebljava se za mjerenje malih otpora. Kroz mjereni otpor R_x i poredbeni otpor R_N teče struja I_1 (sl. 6.14) koja mora biti to veća, što su otpori R_x i R_N manji, tako da se dobiju dovoljno veliki padovi napona potrebni za postizanje zadovoljavajuće osjetljivosti. Na „naponske" stezaljke otpora R_x i R_N, koje tačno definiraju početak i kraj tih otpora, priključeni su dovoljno veliki otpori R_1, R_2, R_3 i R_4, prema kojima su zanemarivi otpori priključnih vodova i spojnih mjesta.



Slika 6.14. Osnovni spoj Thomsonova mosta

U stanju ravnoteže ne teče kroz galvanometar struja, pa uz oznake na sl. 6.14 vrijedi:

$$I_2 R_1 = I_1 R_x + I_3 R_3 \qquad (6.45)$$

$$I_2 R_2 = I_1 R_N + I_3 R_4 \qquad (6.46)$$

$$I_3 = I_1 \frac{R_s}{R_3 + R_4 + R_s} \qquad (6.47)$$

Ako izraz za I_3 uvrstimo u (6.45) i (6.46) te obje jednadžbe podijelimo i uredimo, dobivamo:

$$R_x = R_N \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_4 R_s}{R_3 + R_4 + R_s}\left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right) \qquad (6.48)$$

Kada je: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = n$, pojednostavnjuje se gornji izraz:

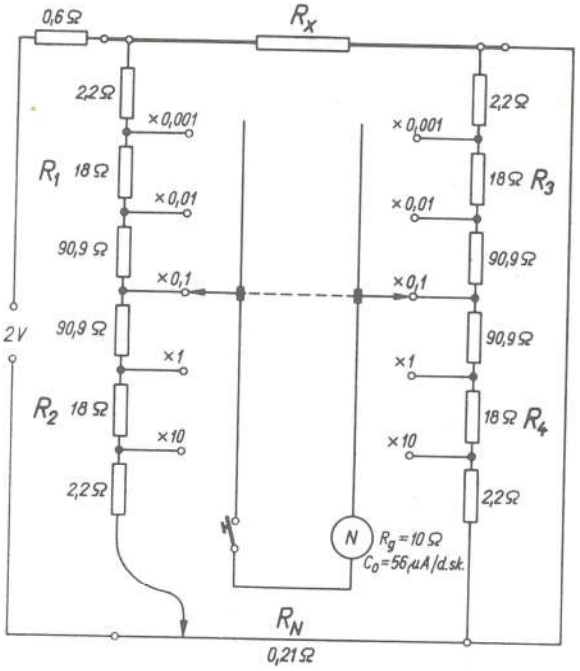
$$R_x = R_N \frac{R_1}{R_2} = R_N n \qquad (6.49)$$

Ovaj izraz se može upotrijebiti i kad R_1/R_2 nije posve jednako R_3/R_4, ako se odabere otpor R_s vanredno malen, kako se to lako razabire iz izraza (6.48). Ovo je važno iz praktičkih razloga, jer možemo izraditi otpore R_3 i R_4 manje tačnosti od ostalih dijelova. Mali R_s postižemo debelim i kratkim spojnim vodom između R_x i R_N.

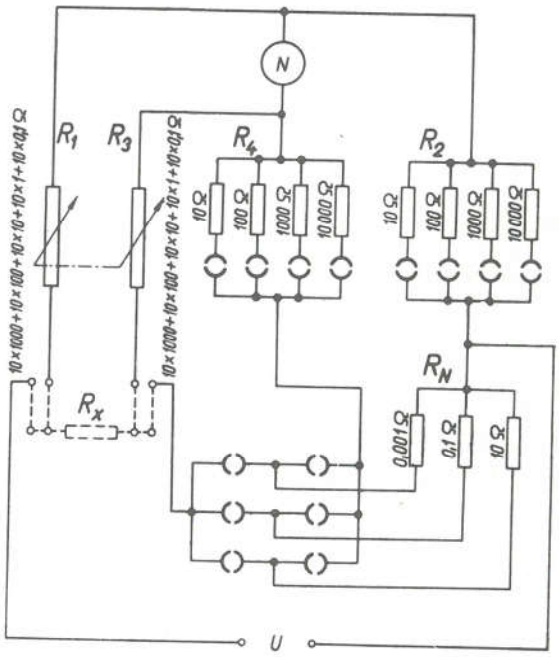
Thomsonov most se izrađuje u mnogo izvedbi. U pogonskim izvedbama susrećemo dva rješenja. U jednom je otpor R_N načinjen u obliku klizne žice, pa se može kontinuirano mijenjati, dok se omjeri R_1/R_2 i R_3/R_4 mijenjaju istodobno u dekadskim stepenima (sl. 6.15). U drugom rješenju mijenja se otpor R_N u dekadskim stepenima, dok su otpori R_1 i R_3 izvedeni kao klizni otpornici, čiji su kliznici mehanički povezani. Na taj način se osigurava: $R_1/R_2 = R_3/R_4$.

U laboratorijskim izvedbama Thomsonova mosta najčešće se otpori R_1 i R_3 izvode kao dekadski otpornici ($10 \times 0{,}1$ do $10 \times 1000\ \Omega$) s dvostrukim preklopkama, tako da se istodobno mijenja R_1 i R_3. Pri tome je redovno $R_1 = R_3$. Otpori R_2 i R_4 mogu se mijenjati u dekadskim stepenima, npr. $R_2 = R_4 = 10$; 100; 1000 ili 10000 Ω. Za poredbeni otpor R_N upotrebljavaju se izvana priključeni ili ugra-

đeni etalonski otpornici od 10^{-5} do 10 oma. S ovakvim izvedbama mogu se mjeriti otpori od otprilike 10^{-6} do 10 oma, u granicama pogrešaka od ± 0,01 %. Jednu takvu laboratorijsku izvedbu Thomsonova mosta prikazuje sl. 6.16. Često je predviđeno prespajanje u Wheatstoneov spoj, pa se onda mogu mjeriti otpori i do 10^7 oma istom tačnošću.



Slika 6.15. Shema spoja tvorničkog Thomsonova mosta s kliznom žicom. Numeracija na skali: 0,1 do 2,1



Slika 6.16. Shema spoja laboratorijskog Thomsonova mosta

Slično kao kod Wheatstoneova mosta, potrebno je i ovdje da most bude dovoljno osjetljiv, odnosno da mjerna nesigurnost zbog neosjetljivosti mosta bude barem nekoliko puta manja od traženih granica pogrešaka. Mjernu nesigurnost Thomsonova mosta možemo odrediti ako transformiramo trokut otpora R_3, R_4 i R_s u zvijezdu otpora, te tako dobijemo Wheatstoneov most za koji smo već u poglavlju 6.1 izveli izraze za mjernu nesigurnost zbog neosjetljivosti. Grane tog Wheatstoneova mosta sačinjavaju otpori: R_1; R_2; $R_x + R_a$ i $R_b + R_N$, dok je otpor dijagonale $R_5 + R_c$.

Za zvijezdu otpora dobivamo slijedeće vrijednosti (sl. 6.14):

$$R_a = \frac{R_3 R_s}{R_3 + R_4 + R_s} \qquad R_b = \frac{R_4 R_s}{R_3 + R_4 + R_s} \qquad R_c = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4 + R_s} \tag{6.50}$$

Gornje vrijednosti uvrstimo u izraz za mjernu nesigurnost Wheatstoneova mosta (izraz 6.22 uz $R_0 = 0$, $\Delta I_5 = I_{5\min}$ i $\delta = \delta_{\min}$), pa dobivamo za Thomsonov most:

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{U}\left[R_x + R_a + R_b + R_N + R_1 + R_2 + (R_c + R_5)\left(\frac{R_1}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_1}\right)\right] \tag{6.51}$$

R_x, R_a, R_b i R_N možemo redovno zanemariti prema R_1 i R_2, pa nakon uređenja dobivamo:

$$\delta_{min} = \frac{I_{5min}}{U}\left[R_1 + R_2 + (R_c + R_5)\frac{R_1^2 + 2R_1R_2 + R_2^2}{R_1 R_2}\right]$$

$$\delta_{min} = \frac{I_{5min}}{U}(R_1 + R_2)\left[1 + (R_c + R_5)\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right] \qquad (6.52)$$

U gotovo svim izvedbama je $R_1 = R_3$ i $R_2 = R_4$, pa slijedi:

$$\delta_{min} = \frac{I_{5min}}{U}(R_1 + R_2)\left[2 + R_5\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}\right] \qquad (6.53)$$

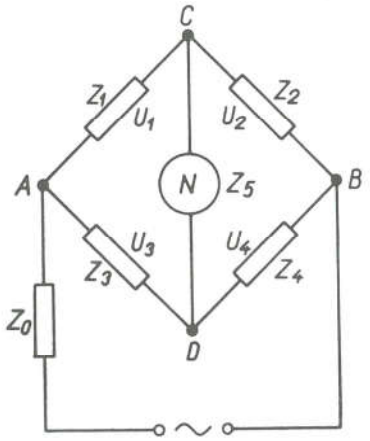
Pri tome je $U \approx I_1 (R_x + R_N + R_s)$.

Zbog eliminiranja eventualnih termonapona često je potrebno mjerenje obaviti i sa strujom u obrnutom smjeru. Ako se dobivene vrijednosti obaju mjerenja međusobno mnogo ne razlikuju, uzima se kao rezultat njihova aritmetička sredina.

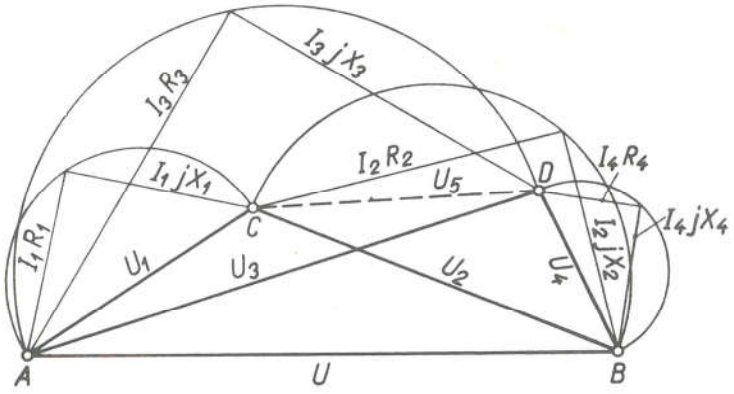
6.3. WHEATSTONEOV MOST ZA IZMJENIČNU STRUJU

6.3.1. Uvjeti ravnoteže

Kod izmjeničnih struja omogućavaju mjerni mostovi međusobnu usporedbu impedancija što se, odabiranjem prikladnih elemenata u pojedinim granama mosta, mnogo koristi za mjerenje djelatnih otpora, samoinduktiviteta, međuinduktiviteta, kapaciteta, kuta gubitaka, frekvencije itd. Pri tom je osnovni spoj Wheatstoneov most za izmjenične struje, koji se sastoji od četverokuta impedancija (sl. 6.17).



Slika 6.17. Osnovni spoj Wheatstoneova mosta za izmjenične struje



Slika 6.18. Vektorski dijagram neuravnoteženog Wheatstoneova mosta za izmjenične struje

Na jednu dijagonalu mosta priključuje se izmjenični izvor napona, a na drugu odgovarajući nulindikator. Ako se u granama mosta nalaze impedancije: Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4, bit će uvjet ravnoteže, slično kao kod Wheatstoneova mosta za istosmjerne struje:

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \qquad (6.54)$$

Ako impedancije prikažemo u obliku $\boldsymbol{Z} = R + jX$, dobivamo:

$$(R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)$$

ili:

$$R_1R_4 - X_1X_4 + j(R_1X_4 + R_4X_1) = R_2R_3 - X_2X_3 + j(R_2X_3 + R_3X_2) \quad (6.55)$$

Ova se jednadžba, po pravilu o međusobnoj jednakosti realnih i međusobnoj jednakosti imaginarnih komponenata, može rastaviti na dvije jednadžbe:

$$R_1R_4 - X_1X_4 = R_2R_3 - X_2X_3 \quad (6.56)$$

$$R_1X_4 + R_4X_1 = R_2X_3 + R_3X_2 \quad (6.57)$$

Dvije jednadžbe nam omogućuju da odredimo realnu i imaginarnu komponentu nepoznate impedancije na osnovi poznatih realnih i imaginarnih komponenata ostalih impedancija.

Ako prikažemo impedancije mosta u obliku $\boldsymbol{Z} = Z|\varphi|$, dobivamo u stanju ravnoteže:

$$Z_1|\varphi_1| \cdot Z_4|\varphi_4| = Z_2|\varphi_2| \cdot Z_3|\varphi_3| \quad (6.58)$$

ili:

$$Z_1Z_4|\varphi_1 + \varphi_4| = Z_2Z_3|\varphi_2 + \varphi_3| \quad (6.59)$$

Iz jednadžbe (6.59) slijedi uvjet za odnos apsolutnih vrijednosti impedancija i njihovih faznih kutova:

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3 \quad (6.60)$$

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3 \quad (6.61)$$

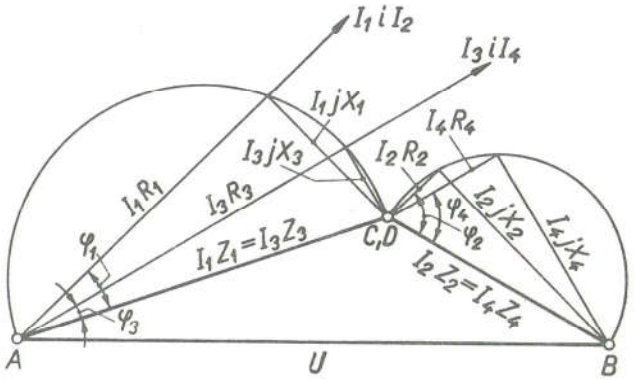
Dobar uvid u odnose kod Wheatstoneova mosta za izmjenične struje dobivamo iz njegovog naponskog vektorskog dijagrama (sl. 6.18), koji prikazuje padove napona $\boldsymbol{U}_1$, $\boldsymbol{U}_2$, $\boldsymbol{U}_3$ i $\boldsymbol{U}_4$ u pojedinim granama:

$$\boldsymbol{U}_1 = R_1\boldsymbol{I}_1 + jX_1\boldsymbol{I}_1$$

$$\boldsymbol{U}_2 = R_2\boldsymbol{I}_2 + jX_2\boldsymbol{I}_2$$

$$\boldsymbol{U}_3 = R_3\boldsymbol{I}_3 + jX_3\boldsymbol{I}_3$$

$$\boldsymbol{U}_4 = R_4\boldsymbol{I}_4 + jX_4\boldsymbol{I}_4$$



Slika 6.19. Vektorski dijagram uravnoteženog Wheatstoneova mosta za izmjenične struje

Suma napona $\boldsymbol{U}_1$ i $\boldsymbol{U}_2$, odnosno $\boldsymbol{U}_3$ i $\boldsymbol{U}_4$, jednaka je naponu $\boldsymbol{U}$ napajanja mosta koji je prikazan na slici vektorom $\overline{AB}$. Razlika napona $\boldsymbol{U}_1$ i $\boldsymbol{U}_3$, odnosno $\boldsymbol{U}_2$ i $\boldsymbol{U}_4$, predstavlja napon $\boldsymbol{U}_5$ na nulindikatoru (vektor $\overline{CD}$ na sl. 6.18).

Taj napon je znatan, što znači da most nije uravnotežen. Slika 6.19 prikazuje vektorski dijagram uravnoteženog mosta. Napon na nulindikatoru jednak je tada

nuli, pa tačke C i D padaju u jednu tačku. Naponi U_1 i U_3, odnosno U_2 i U_4, moraju biti izjednačeni po apsolutnoj vrijednosti i faznom kutu. Kako kroz nulindikator ne teče struja, bit će ujedno: $I_1 = I_2$ i $I_3 = I_4$. Dalje se iz slike 6.19 razabire da je: $\varphi_1 - \varphi_3 = \varphi_2 - \varphi_4$, što se podudara s izrazom (6.61).

U principu je kod istosmjernog Wheatstoneova mosta za postizanje uvjeta ravnoteže bilo dovoljno ugađati samo jednu veličinu, npr. R_2, ili R_3, ili R_4. Kod Wheatstoneova mosta za izmjenične struje potrebno je napone u granama mosta uskladiti i po apsolutnoj vrijednosti i po faznom pomaku, pa je općenito za postizanje ravnoteže potrebno *ugađati dvije veličine u mostu.* To slijedi i iz uvjeta ravnoteže, gdje je kod izmjeničnih mostova potrebno zadovoljiti dvije jednadžbe, a kod istosmjernih samo jednu.

U svakoj grani mosta mogu se nalaziti bilo induktiviteti, bilo kapaciteti, bilo djelatni otpori, sami, ili u raznim serijskim ili paralelnim kombinacijama, pa postoji vrlo mnogo mogućih kombinacija za slaganje Wheatstoneova mosta za izmjenične struje. Međutim, ako se vodi računa o brzini ugađanja ravnoteže mosta i jednostavnosti mjerenja, te o cijeni elemenata mosta, znatno se smanjuje broj prikladnih kombinacija.

6.3.2. Ugađanje ravnoteže mosta

Već smo ustanovili da je pri postizanju ravnoteže izmjeničnog mosta potrebno ugađati dvije veličine, što očito otežava postupak uravnotežavanja. Pri tome nije svejedno koje smo dvije veličine odabrali za ugađanje, pa ćemo to posebno razmotriti. Za tu svrhu bit će nam potrebno poznavati struju I_5 kroz nulindikator, koju možemo odrediti uz pomoć već izvedenog izraza za struju nulindikatora u istosmjernom Wheatstoneovu mostu [izraz (6.12)], ako umjesto R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 i R_0 uvrstimo Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 i Z_0:

$$I_5 = \frac{E(Z_2Z_3 - Z_1Z_4)}{(Z_1+Z_2)[Z_3Z_4+Z_5(Z_3+Z_4)]+Z_1Z_2(Z_3+Z_4)+Z_0[(Z_1+Z_3)(Z_2+Z_4+Z_5)+Z_5(Z_2+Z_4)]} \tag{6.62}$$

U blizini ravnoteže mosta prouzrokovat će već i male promjene impedancija mosta relativno znatne promjene brojnika izraza (6.62), dok će one malo utjecati na veličinu nazivnika. Zbog toga ćemo u daljnjim razmatranjima postupka ugađanja promatrati samo promjenljivi izraz u brojniku:

$$z = Z_1Z_4 - Z_2Z_3 = (R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) - (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3) \tag{6.63}$$

Ako se mijenja samo jedan realni član ili samo jedan imaginarni član u izrazu (6.63), dobivaju se vrijednosti za z koje se, prikazane u kompleksnoj ravnini, kreću po pravcu. To se može ilustrirati na primjeru mosta (sl. 6.20) koji u granama *1* i *2* ima djelatne i induktivne otpore, a u granama *3* i *4* posve djelatne otpore:

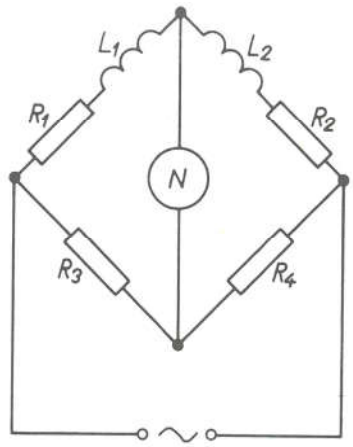
$$Z_1 = R_1 + j\,\omega L_1 = R_1 + j\,X_1 \qquad Z_3 = R_3$$

$$Z_2 = R_2 + j\,\omega L_2 = R_2 + j\,X_2 \qquad Z_4 = R_4$$

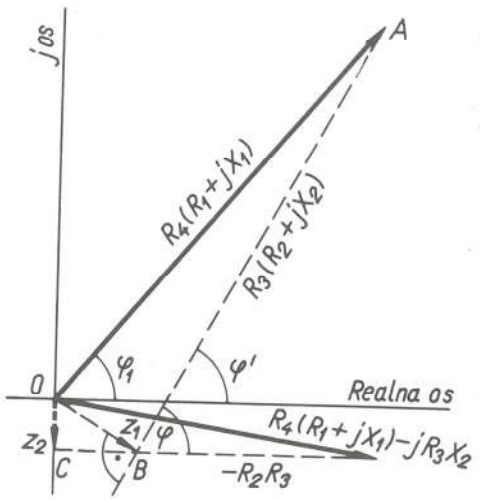
Tada dobivamo za z:

$$z = R_4 (R_1 + j X_1) - R_3 (R_2 + j X_2) \tag{6.64}$$

Zamislimo sada da ugađanje ravnoteže mosta počinje najprije mijenjanjem otpora R_3. Tada se neće mijenjati izraz $R_4 (R_1 + j X_1)$ u jednadžbi (6.64), pa ga u kompleksnoj ravnini možemo prikazati jednim konstantnim vektorom čiji je fazni kut $\varphi_1 = \text{arc tg} \frac{X_1}{R_1}$. Taj vektor je prikazan dužinom $\overline{OA}$ na sl. 6.21.



Slika 6.20.



Slika 6.21.

Promjenom otpora R_3 mijenja se apsolutna vrijednost izraza $R_3 (R_2 + j X_2)$, ali njegov fazni kut φ' ostaje nepromijenjen:

$$\varphi' = \text{arc tg} \frac{X_2}{R_2} \tag{6.65}$$

Promjene vektora z mogu se, dakle, prikazati kao suma jednog konstantnog vektora i jednog vektora čija se duljina mijenja, ali mu smjer ostaje nepromijenjen. To znači, da će se vrh vektora z kretati po pravcu koji prolazi kroz tačku A, a priklonjen je prema realnoj osi za kut φ' (sl. 6.21). Na nekoj određenoj vrijednosti otpora R_3 postiže vektor z, a time i struja I_5, najmanju vrijednost z_1 prikazanu na sl. 6.21 dužinom $\overline{OB}$. Daljnjim povećavanjem ili smanjivanjem otpora R_3 rasla bi duljina vektora z, odnosno veličina struje I_5. Vidimo da samim mijenjanjem otpora R_3 ne možemo postići ravnotežu mosta, već samo neki određeni minimum struje I_5, koji očito ovisi o vektoru $R_4 (R_1 + j X_1)$. Daljnje približavanje ravnoteži mosta moguće je mijenjanjem nekog drugog elementa. Neka je to npr. R_2. Izraz za z pišimo sada u obliku:

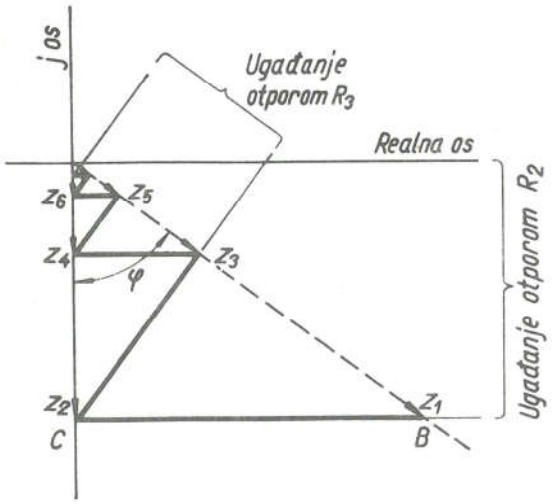
$$z = -R_2 R_3 + [R_4 (R_1 + j X_1) - j R_3 X_2] \tag{6.66}$$

Promjenom otpora R_2 mijenja se samo vektor $R_2 R_3$ koji ima fazni kut $\varphi'' = 0$, dok izraz u uglastim zagradama ostaje nepromijenjen. Stoga će se vrh vektora z kretati po pravcu koji prolazi kroz tačku B, a paralelan je s realnom osi zbog $\varphi'' = 0$. Ugađanjem otpora R_2 dobit ćemo sada minimalnu vrijednost z_2, koja je manja od vrijednosti z_1 postignute prvim ugađanjem otporom R_3. No ravnoteža mosta

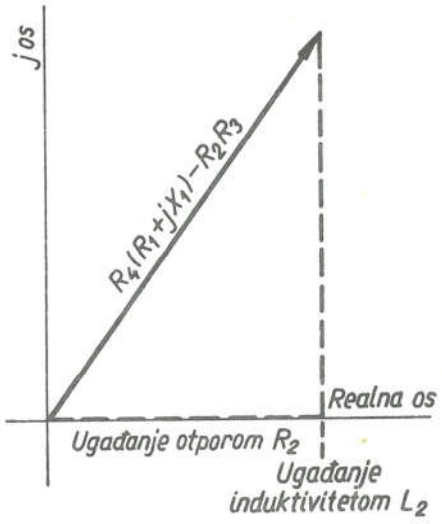
nije time još postignuta. Bit će potrebno više puta uzastopce ugađati i R_2 i R_3, te dobiti redom vektore $z_3, z_4, z_5, z_6 \ldots$ da bismo se posve približili položaju ravnoteže. Pri tom će vektori $z_1, z_3, z_5 \ldots$ ležati na jednom pravcu, a vektori $z_2, z_4, z_6 \ldots$ na drugom pravcu, koje nazivamo pravcima ugađanja. Broj potrebnih ugađanja ovisi, očito, o kutu φ između pravaca ugađanja, koji je jednak razlici između φ' i φ'', kako se to razabire na sl. 6.21:

$$\varphi = \varphi' - \varphi'' \tag{6.67}$$

Što je kut φ manji, bit će potrebno više ugađanja, tj. bit će lošija *konvergencija mosta*. Ravnotežu mosta moguće je postići i ugađanjem drugih veličina, npr. pomoću R_2 i L_2 (sl. 6.23). Pri ugađanju sa L_2 mogu se promjene vektora z prikazati kao razlika konstantnog vektora $R_4 (R_1 + j X_1) - R_2 R_3$ i vektora $j R_3 X_2$, koji se mijenja po veličini, ali mu fazni kut $\varphi' = 90°$ ostaje nepromijenjen. Na sjecištu tog vektora i realne osi dobiva se minimum. Ugađanjem otpora R_2 mijenja se u izrazu za z samo produkt $- R_2 R_3$, tako da se vrh vektora z kreće po realnoj osi ($\varphi'' = 0$), te se na nekoj određenoj vrijednosti otpora R_2 dobiva $z = 0$, odnosno postiže ravnoteža mosta. Ovdje su potrebna, dakle, samo dva ugađanja: jedno sa L_2 i jedno sa R_2 što je, očito, mnogo zgodnije. Za razliku od ugađanja s otporima R_2 i R_3, gdje je minimum postignut jednim otporom ovisio o vrijednosti drugoga otpora, ugađanja sa R_2 i L_2 bila su *međusobno neovisna*.



Slika 6.22.



Slika 6.23.

Potrebno je napomenuti da su kod prije spominjanih traženja minimuma pripadne promjene apsolutnih vrijednosti vektora z, odnosno struje I_5, u blizini minimuma vrlo male. Stoga je pri mjerenju teško odrediti tačnu vrijednost otpora za ugađanje koja odgovara stvarnom minimumu. To je vidljivo na sl. 6.24. Vrijednost z_n' se neznatno razlikuje od z_n:

$$z_n' = z_n \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \approx z_n \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{2}\right) \tag{6.68}$$

gdje je α kut između z_n' i z_n. Ako je npr. $\alpha = 11{,}3°$, dobivamo da je $z_n' = 1{,}02\, z_n$, tj. samo 2% veći od z_n. Takve male promjene apsolutnih vrijednosti vektora z već je teško primijetiti na mnogim nulinstrumentima, a pogotovo na slušalicama.

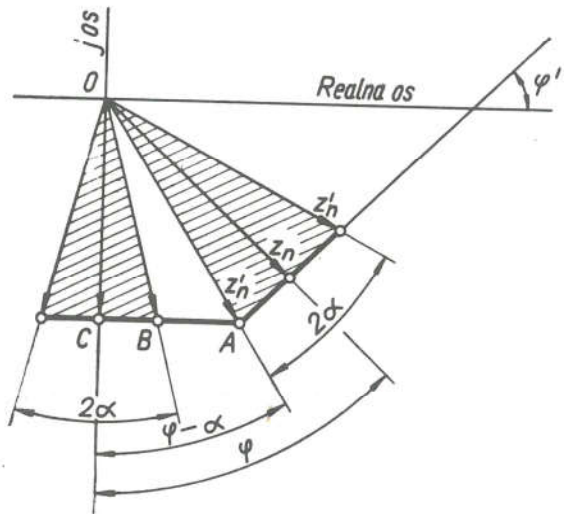
To će otežati traženje položaja ravnoteže, naročito kad je kut između pravaca ugađanja malen, a kad je taj kut 90°, neće više biti dovoljna samo dva ugađanja.

Korisno je odabrati i neko numeričko mjerilo konvergencije izmjeničnog mosta. Najčešće ga definiramo kao logaritam kvocijenta struje nulindikatora prije (I_{5n}) i poslije ($I_{5(n+1)}$) jednog ugađanja:

$$\varkappa = \log \frac{I_{5n}}{I_{5(n+1)}} \tag{6.69}$$

Ako je kut između pravaca ugađanja φ, bit će faktor konvergencije $\varkappa$:

$$\varkappa = \log \frac{1}{\cos \varphi} \tag{6.70}$$



Slika 6.24.

Pri tome nismo uzeli u obzir da se tačan minimum teško može odrediti. Ako ocijenimo da se pri određivanju minimuma griješi za $\pm \alpha$, bit će uz oznake na sl. 6.24:

$$\varkappa = \log \frac{I_{5n}}{I_{5(n+1)}} = \log \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \log \frac{\overline{OA} \cos \alpha}{\overline{OC}}$$

ili:

$$\varkappa = \log \frac{\cos \alpha}{\cos (\varphi - \alpha)} \tag{6.71}$$

Uzima se da je konvergencija vrlo dobra, kad je $\varkappa$ veći od 0,6 ili kad je $\frac{I_{5n}}{I_{5(n+1)}} > 4$, dok je za $\varkappa < 0{,}15$ loša $\left(\frac{I_{5n}}{I_{5(n+1)}} < 1{,}4\right)$.

Ova razmatranja o konvergenciji mostova vrijede uz pretpostavku da su za uravnotežavanje mosta upotrijebljeni nulindikatori koji reagiraju na veličinu struje ili napona u dijagonali, kao što su to telefonske slušalice, vibracioni galvanometri, elektronički voltmetri itd. Međutim, u posljednje vrijeme sve više se upotrebljavaju nulindikatori koji pokazuju i fazni pomak struje ili napona dijagonale mosta. To su npr. osjetljivi vektormetri s mehaničkim ispravljačem ili upravljanim poluvodičkim ispravljačima, te elektronički nulindikatori s katodnom cijevi. Pomoću njih je često moguće postići ravnotežu mosta nakon samo nekoliko ugađanja i tamo, gdje indikatori koji reagiraju samo na veličinu struje zahtijevaju vrlo mnogo ugađanja (poglavlje 9.4.2 b).

6.3.3. Klasifikacija mostova

Već smo naveli da postoji mnoštvo mogućih varijanti Wheatstoneova mosta za izmjenične struje. Međutim, broj varijanti se bitno smanjuje ako pretpostavimo:

a) da se uravnotežavanja vrše pomoću samo dva elementa, što je s obzirom na jednostavnost rukovanja, praktičnost i cijenu mosta potpuno opravdano,

b) da su ugađanja međusobno neovisna, što je povoljno s obzirom na brzinu i tačnost postizanja ravnoteže.

Prikažimo impedancije u pojedinim granama najprije kao serijsku kombinaciju realnih i imaginarnih komponenata, pa iz uvjeta ravnoteže dobivamo izraz za nepoznatu impedanciju u prvoj grani:

$$R_1 + j X_1 = \frac{(R_2 + j X_2)(R_3 + j X_3)}{R_4 + j X_4} = \frac{Z_3}{Z_4}\left(R_2 + jX_2\right) \tag{6.72}$$

Izraz (6.72) možemo reducirati u oblik:

$$R_1 + jX_1 = A + j B \tag{6.73}$$

gdje su A i B realni brojevi. Ako želimo da ugađanja budu međusobno neovisna, potrebno je da jedan element za ugađanje mijenja *samo* veličinu A, a drugi *samo* veličinu B. To je praktički moguće postići ako se mijenja R_2 (ili R_3) i X_2 (ili X_3), a *omjer impedancija dviju preostalih grana bude realan ili imaginaran.* Ako umjesto impedancija pojedinih grana uvedemo njihove admitancije, mogu se lako uočiti daljnje tri mogućnosti. Uvedimo najprije admitanciju četvrte grane:

$$R_1 + jX_1 = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)(G_4 + jB_4) = Z_2 Z_3 (G_4 + jB_4) \tag{6.74}$$

gdje je

$$\frac{1}{Z_4} = G_4 + jB_4 \tag{6.75}$$

Iz izraza (6.74) vidimo da međusobno neovisna ugađanja možemo postići i tako da jedan element za ugađanje utječe samo na G_4, a drugi samo na B_4. To se praktički postiže kad se u četvrtoj grani nalaze paralelno spojeni promjenljivi djelatni otpor i promjenljiva reaktancija. Pri tome *produkt* $Z_2 Z_3$ *mora biti ili realan ili imaginaran.*

Daljnje dvije mogućnosti možemo najlakše uočiti ako uvedemo admitanciju prve grane:

$$Z_1 = \frac{1}{G_1 + jB_1} = \frac{Z_3}{Z_4}\,\frac{1}{G_2 + jB_2} \tag{6.76}$$

ili

$$G_1 + jB_1 = \frac{Z_4}{Z_3}(G_2 + jB_2) \tag{6.77}$$

Da bi ovdje postigli međusobno neovisna ugađanja, potrebno je da promjenljive veličine budu G_2 i B_2 (ili G_3 i B_3), a *omjer impedancije* preostalih grana mora biti *ili realan, ili imaginaran.* I na kraju:

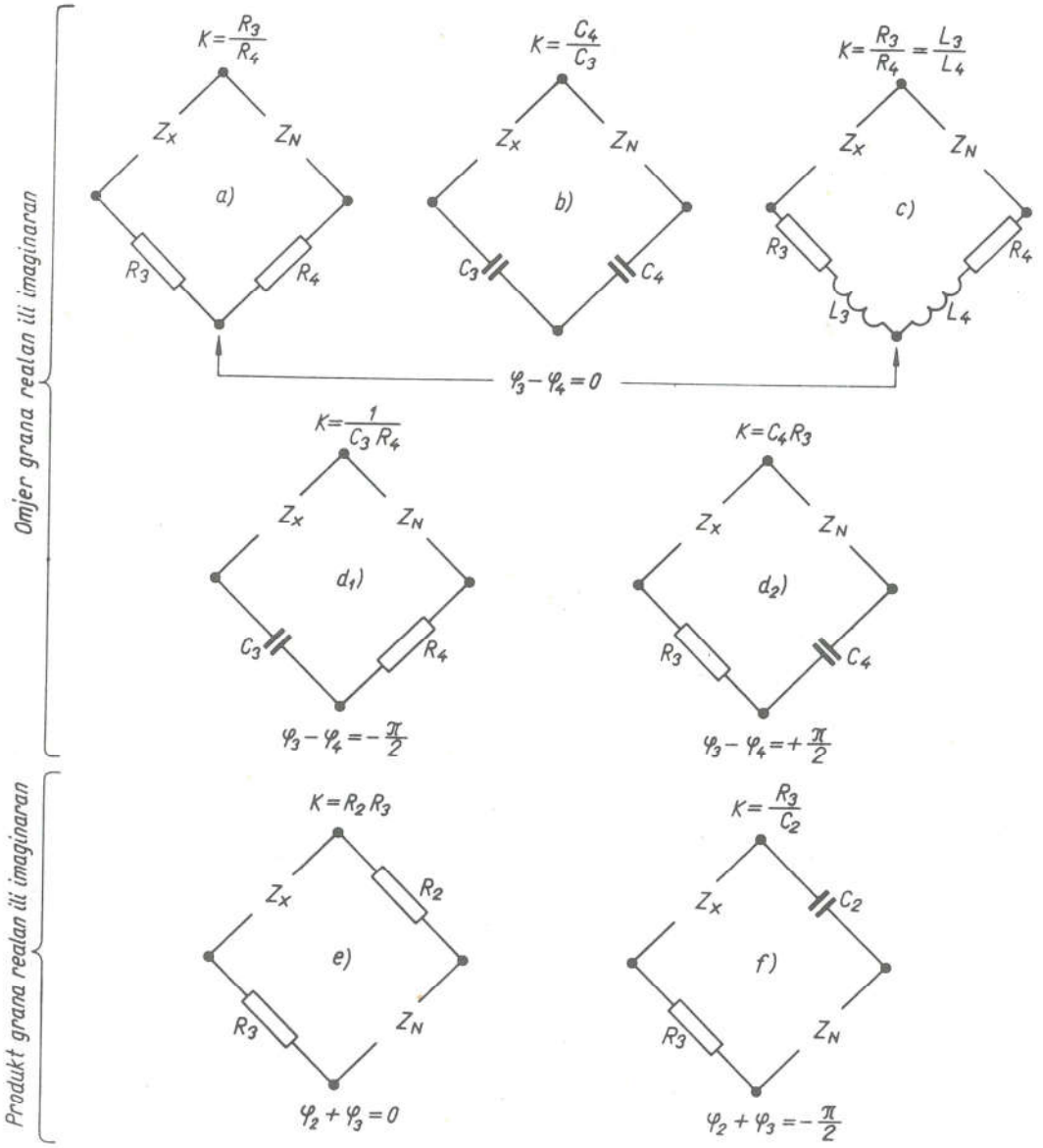
$$Z_1 = \frac{1}{G_1 + jB_1} = \frac{Z_2 Z_3}{R_4 + jX_4} \tag{6.78}$$

$$G_1 + jB_1 = \frac{R_4 + jX_4}{Z_2 Z_3} \tag{6.79}$$

Ovdje *produkt* $Z_2 Z_3$ mora biti *ili realan, ili imaginaran,* a promjenljive veličine su R_4 i X_4.

U svim gornjim rješenjima bilo je potrebno da omjer ili produkt impedancija dviju poznatih grana bude ili realan, ili imaginaran, te da jedan element za ugađanje mijenja realnu, a drugi imaginarnu komponentu impedancije ili admitancije preostale grane.

Pri praktičkoj realizaciji navedenih rješenja nastoji se poznate grane mosta realizirati sa što manje elemenata. Tako se npr. za fiksne grane mosta (grane u kojima nema elemenata za ugađanje) odabiru ili samo otpornici, ili samo kondenzatori ili, rjeđe, mjerni svici. Realni omjer impedancija fiksnih grana postiže se najčešće



Slika 6.25. Tipovi Wheatstoneova mosta za izmjenične struje s međusobno neovisnim elementima za ugađanje

pomoću dva otpornika ili dva kondenzatora, imaginarni omjer pomoću jednog otpornika i kondenzatora. Slično vrijedi za produkt impedancija fiksnih grana. Ako se tako odaberu za fiksne grane mosta samo jednostavni elementi, dobiva se šest tipova mostova, prikazanih na sl. 6.25. Uvjeti ravnoteže za te mostove navedeni su u tablici 6.2, koja ujedno služi da bismo brzo ustanovili od kojih se elemenata sastoji Z_N na sl. 6.25. Npr. pri mjerenju kapaciteta C_x i otpora R_x kondenzatora dobiva se Z_N serijskim spojem C_N i R_N (spoj mosta *a*, *b* i *c*), serijskim spojem L_N i R_N (spoj mosta d_1), paralelnim spojem G_N i L_{oN} (spoj mosta *e*) i paralelnim spojem C_{oN} i G_N (spoj mosta *f*).

Daljnji izbor najprikladnije varijante ovisi o naponu mosta, frekvenciji, tačnosti, izvedbenim mogućnostima itd., o čemu će biti govora pri razmatranju pojedinačnih rješenja (pogl. 9.4.2; 9.5.3; 9.6.3 i 9.6.4).

U mjernoj praksi koriste se i neka rješenja koja nisu obuhvaćena gornjim pregledom. Tu bi spadali mostovi za mjerenje impedancija čiji je fazni kut blizu nuli ili blizu 90°. Kod njih se može postići dobra konvergencija makar se ne odaberu međusobno neovisni elementi za ugađanje (pogl. 9.4.2, 9.6.3 i 9.6.4).

Tablica 6.2

Izrazi za određivanje veličina mjerenih mostovima prema sl. 6.25

Mjerena veličina	Spoj mosta				
	a, b, c	d_1	d_2	e	f
$R_x =$	$K R_N$	$K L_N$	$\frac{K}{C_N}$	$K G_N$	$K C_{0N}$
$L_x =$	$K L_N$	– –	$K R_N$	$K C_{0N}$	– –
$C_x =$	$\frac{C_N}{K}$	$\frac{1}{K R_N}$	– –	$\left(\frac{L_{0N}}{K}\right)$	$\frac{1}{K G_N}$
$G_x =$	$\frac{G_N}{K}$	$\left(\frac{1}{K L_{0N}}\right)$	$\frac{C_{0N}}{K}$	$\frac{R_N}{K}$	$\frac{1}{K C_N}$
$L_{0x} =$	$(K L_{0N})$	– –	$\frac{K}{G_N}$	$K C_N$	– –
$C_{0x} =$	$\frac{C_{0N}}{K}$	$\frac{G_N}{K}$	– –	$\frac{L_N}{K}$	$\frac{R_N}{K}$

R, L, C su oznake za serijski spojene djelatne otpore, induktivitete i kapacitete
G, L_0, C_0 su oznake za paralelno spojene konduktancije, induktivitete i kapacitete
K ima vrijednost koja je označena na odgovarajućem spoju mosta na sl. 6.25
U zagradama su rješenja koja nemaju praktično značenje.

6.3.4. Osjetljivost i prilagođenje Wheatstoneova mosta za izmjenične struje

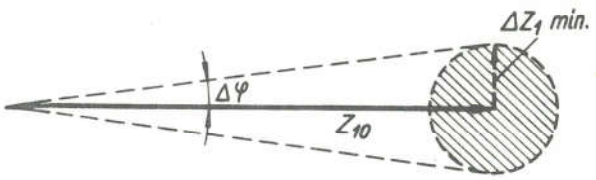
Određivanje osjetljivosti Wheatstoneova mosta za izmjenične struje može se provesti pomoću sličnog postupka kao za istosmjerne struje (pogl. 6.1.2 i 6.1.3) s time, da se djelatni otpori nadomjeste impedancijama. Tako npr. na osnovi izraza (6.25) možemo odrediti mjernu nesigurnost izmjeničnog mosta zbog neosjetljivosti:

$$\delta_{\min} = \frac{\Delta Z_{1\min}}{Z_{10}} = \frac{\Delta I_{5\min}}{E} Z_{10} \left\{ 1 + m + n + m\,n + q\,(m + 2 + m^{-1}) + \right.$$
$$\left. + p \left[n + 2 + n^{-1} + \frac{q}{m\,n} (1 + m)\,(1 + n) \right] \right\} \qquad (6.80)$$

gdje su Z_{10}, m, n, p i q kompleksne veličine:

$$m = \frac{Z_2}{Z_{10}}\,; \quad n = \frac{Z_3}{Z_{10}}\,; \quad p = \frac{Z_0}{Z_{10}}\,; \quad q = \frac{Z_5}{Z_{10}} \text{ (oznake prema sl. 6.17)}$$

Struja $\Delta I_{5\min}$ predstavlja najmanju struju koju još možemo zamijetiti na nulinstrumentu. Ona očito može imati bilo koji fazni kut prema naponu mosta, pa prema tome i $\Delta Z_{1\min}$ može imati bilo koji fazni kut prema Z_{10}. To znači da neosjetljivost mosta može prouzrokovati pogreške u određivanju kako veličine, tako i faznog kuta mjerene impedancije (sl. 6.26). Najveću kutnu pogrešku dobivamo kada fazni kut između $\Delta Z_{1\,\min}$ i Z_{10} iznosi 90°. Tada kutna pogreška $\Delta\varphi$ zbog neosjetljivosti iznosi: $\Delta\varphi = \text{arc tg}\,\delta_{\min} \approx \delta_{\min}$.



Slika 6.26.

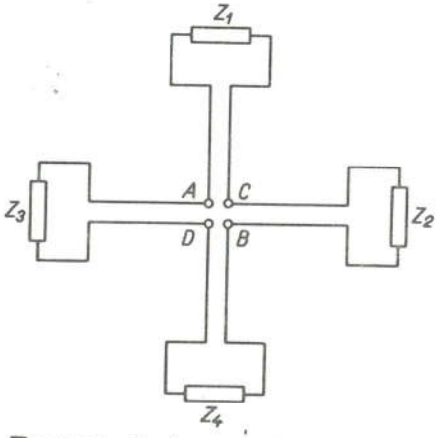
U pogledu izbora najpovoljnije vrijednosti impedancije nulindikatora i poznatih grana mosta zbog postizanja optimalne osjetljivosti vrijede slična razmatranja kao za istosmjernu struju (pogl. 6.1.3).

6.3.5. Tačnost mjerenja

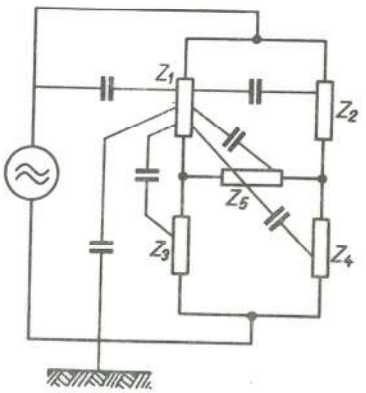
Granice pogrešaka mjerenih veličina rezultiraju prvenstveno iz granica pogrešaka upotrijebljenih poznatih elemenata u mostu na osnovi kojih se izračunavaju mjerene veličine. (pogl. 1.6).

Dodatne pogreške pri mjerenju mostovima može izazvati nedovoljna izolacija između pojedinih dijelova mosta međusobno i prema zemlji, utjecaj magnetskih polja i parazit kih kapaciteta.

Strana magnetska polja, ili polja izazvana samim elementima mosta, mogu inducirati parazitske napone u zamkama mosta ili ostalim elementima mosta, te time poremetiti ravnotežu. Ona mogu utjecati i na pokazivanje nulindikatora, ako nije dovoljno oklopljen. Stoga treba pri razmještaju elemenata mosta o tome voditi računa. Rasporedom prema sl. 6.27 bitno se smanjuju naponi inducirani u zamkama mosta. Sa stezaljki A i B, odnosno C i D, odvode se okomito na ravninu mosta priključci na izvor napona i nulindikator. Uz to je često potrebno osjetljive elemente mosta oklopiti materijalom dobre magnetske vodljivosti.



Slika 6.27. Raspored elemenata mosta kojim se smanjuje utjecaj stranih i vlastitih magnetskih polja



Slika 6.28. Parazitski kapaciteti neoklopljenog Wheatstoneova mosta za izmjenične struje

Parazitski kapaciteti ovise o međusobnom položaju elemenata mosta i njihovoj udaljenosti od okolnih predmeta. Oni mogu znatno utjecati na ravnotežu mosta, naročito pri mjerenju na višim frekvencijama i velikim impedancijama u granama mosta (sl. 6.28). Već i blizina ruke može utjecati na ravnotežu mosta.

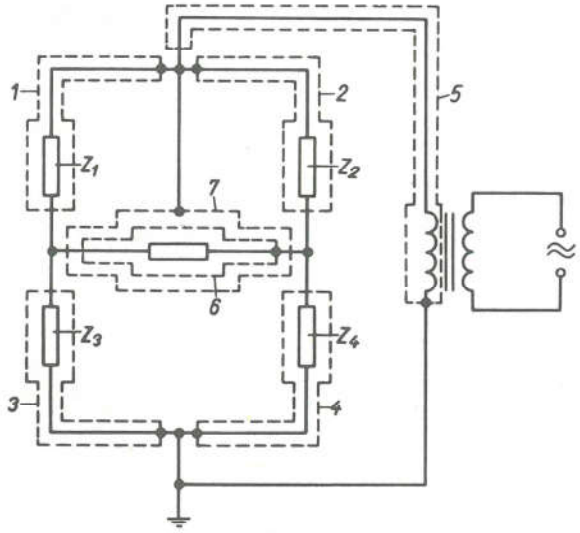
Želi li se raditi s definiranim elementima mosta koji neće ovisiti o navedenim faktorima, moraju se elementi mosta: mjerni otpornici, kondenzatori, svici, nulindikatora, a i izvor, oklopiti prikladnim metalnim oklopom i već pri njihovu baždarenju uzeti u obzir vrijednost kapaciteta prema oklopu, kako je to objašnjeno u poglavlju 2.2.2. Oklope treba dobro galvanski izolirati prema mjernom elementu, kako bi se odstranile eventualne struje kroz izolaciju.

Spajanje oklopa na odgovarajuće tačke mosta treba tako izvesti da međusobni kapaciteti između oklopa i kapaciteti oklopa prema zemlji ne utječu na rezultat. Na sl. 6.29 je prikazan most složen od impedancija Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 i nulindikatora, koji su svi posebno oklopljeni. Oklopi su tako spojeni na pojedine tačke mosta da ne utječu na rezultat mjerenja, što je vidljivo iz slijedećeg razmatranja.

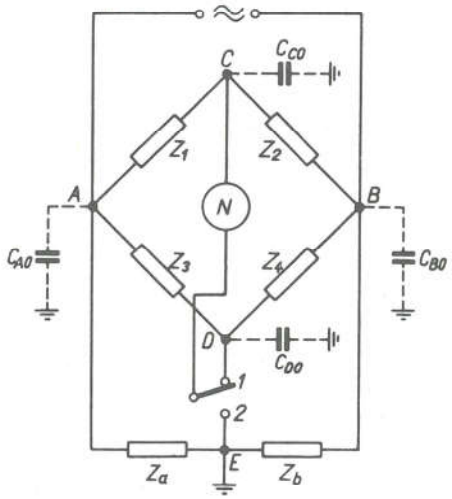
Kapacitet između oklopa *1* i zemlje spojen je paralelno izvoru, te ne utječe na rezultat mjerenja.

Isto vrijedi za kapacitete prema zemlji oklopa *2* i *7*, te za međusobne kapacitete oklopa: *1* i *3*, *1* i *4*, *2* i *3*, *2* i *4*, *7* i *3*, *7* i *4*, *1* i *5*, *2* i *5* te *7* i *5*.

Oklopi *3*, *4* i *5* su na potencijalu zemlje, pa njihovi kapaciteti prema zemlji ne dolaze do izražaja. Isto vrijedi i za njihove međusobne kapacitete.



Slika 6.29. Oklopljeni Wheatstoneov most za izmjenične struje



Slika 6.30. Wagnerov pomoćni most

Oklopi *1*, *2* i *7* su na istom potencijalu pa između njih nema kapacitivnih struja.

Jedino kapacitet između oklopa *6* i *7* leži paralelno impedanciji Z_2, pa ga treba pri baždarenju uzeti u obzir.

Opisani način potpuno je oklapanje mosta, koje nije uvijek potrebno. Katkada je dovoljno samo djelomično oklapanje, gdje se odustaje od oklapanja onih elemenata čiji se utjecaj međusobnih kapaciteta ili kapaciteta prema zemlji na ravnotežu mosta može zanemariti.

Utjecaj parazit kih kapaciteta i slabe izolacije prema zemlji može se otkloniti Wagnerovim pomoćnim mostom (sl. 6.30). Tu su Wheatstoneovu mostu, sastavljenom od impedancija Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4, dodane impedancije Z_a i Z_b. Pri preklopci u položaju *1* najprije se uravnoteže impedancije Z_1, Z_2, Z_3 i Z_4, a onda preklopka prebaci na položaj *2* i ugađanjem jedne od impedancija Z_a i Z_b uravnoteži Z_1, Z_2, Z_a i Z_b. Ugađanje se nastavlja dok se ne postigne ravnoteža u položaju

1 i *2*. Tada su tačke C, D i E na istom potencijalu, tj. na potencijalu zemlje. Da bismo pojednostavnili razmatranje o djelovanju Wagnerova pomoćnog mosta, zamislimo parazitske kapacitete pojedinih grana prema zemlji koncentrirane u tačkama A, B, C i D. Vidimo da kroz kapacitete C_{CO} i C_{DO} ne teče struja, jer između tačaka C i D i zemlje nema potencijalne razlike. Stoga ti kapaciteti (i izolacioni otpori) neće utjecati na ravnotežu mosta.

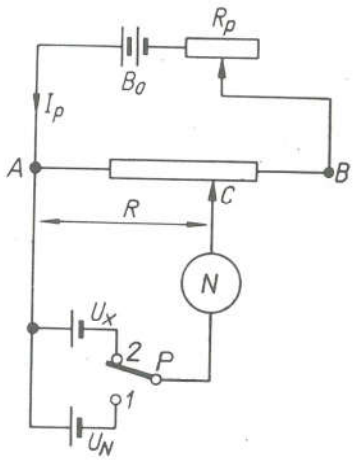
Kapaciteti C_{AO} i C_{BO} leže paralelno granama Z_a i Z_b, pa ne utječu na ravnotežu glavnog mosta. Impedancije Z_a i Z_b treba uzeti dovoljno male, da ne bi blizina promatrača i susjednih predmeta utjecala na ravnotežu mosta.

6.4. KOMPENZATORI ZA ISTOSMJERNU STRUJU

6.4.1. Osnovni spojevi kompenzatora za istosmjernu struju

Poznati pad napona koji služi za kompenzaciju mjerenog napona može se u principu postići pomoću potenciometarskog postupka kojeg je uveo Poggendorff 1841. g. ili pomoću ampermetarskog postupka prema Lindeck-Rotheu (1899. g.).

Princip *potenciometarskog postupka* vidi se na sl. 6.31. Potenciometar AB priključen je preko otpora R_p na pomoćnu bateriju B_0, pa kroz potenciometar teče pomoćna struja I_p, koja se ugađanjem otpora R_p može naravnati na odgovarajuću vrijednost. Postavljanjem preklopke P u položaj *2* spajaju se u opoziciju mjereni napon U_x i pad napona između tačaka A i C potenciometra, pa će razlika između njih prouzrokovati otklon osjetljivog nulindikatora. Pomicanjem kliznika C potenciometra treba postići da nulindikator ostane bez otklona. Tada je mjereni napon upravo jednak padu napona između tačaka A i C potenciometra. Ako je otpor između tih tačaka R (tzv. kompenzacioni otpor), bit će:



Slika 6.31. Princip potenciometarskog postupka

$$U_x = I_p R \tag{6.81}$$

Tačnost mjerenja napona U_x ovisit će o tačnosti kojom možemo odrediti otpor R i pomoćnu struju I_p. Upotrebom preciznih potenciometara, specijalno razvijenih za provođenje kompenzacionih postupaka, može se R odrediti vrhunskom tačnošću. Mjerenje struje I_p pomoću miliampermetra ne osigurava dovoljnu tačnost u preciznim laboratorijskim mjerenjima, pa se takvo rješenje susreće samo kod nekih pogonskih kompenzatora. Veću tačnost mjerenja možemo postići ako struju u pomoćnom krugu ugodimo pomoću etalonskog elementa. Tada se postupa ovako: preklopku P postavimo najprije u položaj *1*, gdje se uspoređuje napon U_N etalonskog elementa s padom napona na potenciometru. Otporom R_p mijenjamo struju u pomoćnom krugu dok nulindikator ne ostane bez otklona. Tada je napon etalonskog elementa jednak padu napona na otporu $R = R_1$ između tačaka A i C potenciometra:

$$U_N = I_p R_1 \tag{6.82}$$

Budući da R_1 i U_N mogu biti vrlo tačno poznati, omogućeno nam je pouzdano određivanje pomoćne struje I_p:

$$I_p = \frac{U_N}{R_1} \tag{6.83}$$

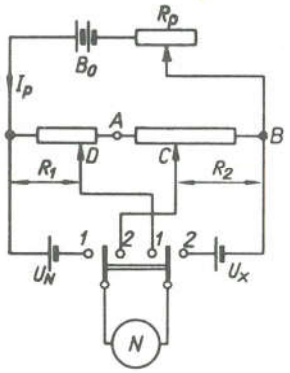
Nakon toga prebacimo preklopku u položaj *2* te, ne mijenjajući otpor R_p, tražimo položaj kliznika C pri kojem će nulindikator ostati bez otklona. Ako pri tom otpor između tačaka A i C potenciometra iznosi $R = R_2$, bit će:

$$U_x = I_p R_2 \tag{6.84}$$

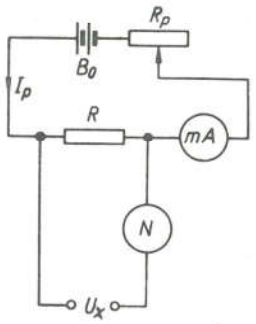
Uvrstimo li u ovaj izraz vrijednost za struju I_p iz izraza (6.83), dobivamo:

$$U_x = U_N \frac{R_2}{R_1} \tag{6.85}$$

Iz ovog izraza vidimo da nam za određivanje mjerenog napona nije izravno potrebno poznavanje pomoćne struje. Bitno je da se ta struja nije nimalo promijenila za vrijeme mjerenja napona U_x. Ipak se za struju I_p redovno odabire tačno 0,1 mA ili 1 mA. To se postiže ako kod etalonskog elementa napona $U_N = 1{,}01865$ V odaberemo $R_1 = 10186{,}5\ \Omega$ ili $R_1 = 1018{,}65\ \Omega$. Tada je izračunavanje mjerenog napona jednostavno: $U_x = 10^{-4} R_2$ ili $U_x = 10^{-3} R_2$.



Slika 6.32. Princip potenciometarskog postupka s posebnim mjernim otpornikom R_1 za naravnavanje pomoćne struje



Slika 6.33. Lindeck-Rotheov kompenzator

Već smo ustanovili da se pomoćna struja ne smije mijenjati za vrijeme mjerenja napona U_x. To u dobroj mjeri postižemo pouzdanom pomoćnom baterijom, temperaturno neovisnim otporima u pomoćnom krugu i dobrim kontaktima na kliznicima i preklopkama otpornika. Pomoćnu struju ipak treba češće provjeravati, a to je u rješenju prema sl. 6.31 nespretno jer se mora svaki put vraćati kliznik C na položaj koji tačno odgovara vrijednosti R_1. Stoga je zgodnije rješenje prema sl. 6.32, gdje se pomoćna struja ugađa posebnim otporom R_1, spojenim u seriju s potenciometrom AB. Kad je preklopka najprije u položaju *1*, ugađa se pomoćna struja pomoću otpora R_p dok nulindikator ne ostane bez otklona. Tada je: $I_p = U_N/R_1$. Pri preklopci u položaju *2* kompenzira se mjereni napon pomoću potenciometra AB, pomicanjem kliznika C. Kad je nulindikator bez otklona, bit će: $U_x = U_N R_2/R_1$. Da li se za vrijeme ovog ugađanja struja I_p promijenila, možemo lako provjeriti jednostavnim prebacivanjem preklopke u položaj *1*. Nulindikator mora pri tom opet ostati bez otklona. Otpor R_1 se redovno izvodi s malom mogu-

nošću ugađanja koja je potrebna zbog eventualnih razlika između napona pojedinih etalonskih elemenata i razlika koje nastaju zbog utjecaja temperature na napon etalonskih elemenata.

Na sl. 6.33 je prikazan princip *ampermetarskog postupka prema Lindeck-Rotheu.* Tu se za kompenzaciju mjerenog napona koristi pad napona koji izaziva promjenljiva pomoćna struja I_p na fiksnom otporu R. Ugađanjem otpora R_p postiže se da nulindikator ostane bez otklona. Tada je:

$$U_x = I_p R \tag{6.86}$$

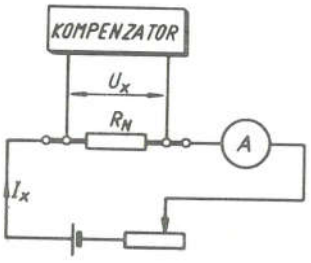
Mjereni napon je izravno proporcionalan struji pomoćnog kruga, pa je tačnost mjerenja ograničena tačnošću upotrijebljenog ampermetra. Ovakvo rješenje se koristi za pogonska mjerenja malih napona, prvenstveno za mjerenje napona termoelemenata pri toplinskim mjerenjima. Za razliku od izravnog mjerenja napona pomoću milivoltmetra, ovdje rezultat ne ovisi o unutarnjem otporu izvora napona. Mogu se mjeriti vrlo mali naponi uz upotrebu robustnih instrumenata, budući da se potrebna snaga dobiva iz pomoćne baterije, a ne iz mjerenog izvora. Najčešće se izvode s više mjernih opsega a granice pogrešaka tvorničkih izvedbi su obično manje od $\pm 0{,}5\%$.

6.4.2. Mjerenje struja i otpora pomoću kompenzatora

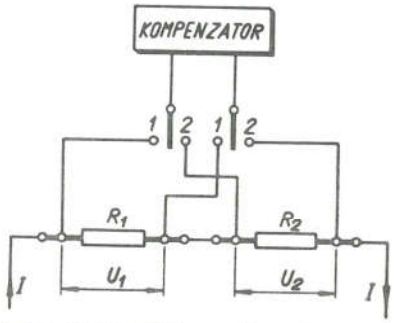
Kompenzacioni postupak može se koristiti i za mjerenje struja ako se pomoću kompenzatora mjeri pad napona U_x koji izaziva nepoznata struja I_x na poznatom otporu R_N (sl. 6.34):

$$I_x = \frac{U_x}{R_N} \tag{6.87}$$

Time se dobiva mogućnost baždarenja i najpreciznijih ampermetara. Ista struja mjeri se kompenzatorom i ampermetrom koji se baždari, te se iz razlike pokazivanja određuje pogreška ampermetra.



Slika 6.34. Mjerenje struje pomoću kompenzatora



Slika 6.35. Mjerenje otpora pomoću kompenzatora

Otpore možemo također odrediti kompenzacionim postupkom. Nepoznati otpor R_2 spajamo u seriju s poznatim otporom R_1, te pomoću kompenzatora mjerimo pad napona U_2 na nepoznatom otporu i pad napona U_1 na poznatom otporu (sl. 6.35):

$$R_2 = R_1 \frac{U_2}{U_1} \tag{6.88}$$

6.4.3. Osjetljivost nulindikatora

Želimo li pomoću kompenzatora izmjeriti napon U_x, a da pri tome pogreške mjerenja ne budu veće od $\pm \Delta U_x$, tada je prvenstveno potrebno osigurati da promjene napona za $\pm \Delta U_x$ (ili odgovarajuće promjene ostalih parametara kompenzacionog kruga) izazovu u blizini položaja ravnoteže dobro uočljive otklone nulindikatora. Veličinu tih otklona možemo odrediti ako poznajemo struje koje će pri tome teći kroz nulindikator. Stoga izračunajmo struju nulindikatora za osnovni spoj kompenzatora prema sl. 6.36. Uz oznake prema sl. 6.36, dobivamo pomoću Kirchoffovih zakona za gornju i donju zamku:

$$I_p (R_p + R + R_0) - I_n R = U_b$$

$$-I_p R + I_n (R + R_n) = -U_x$$

Struju nulindikatora I_n dobivamo iz kvocijenta determinanti:

$$I_n = \frac{\begin{vmatrix} R_p + R + R_o & U_b \\ -R & -U_x \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_p + R + R_o & -R \\ -R & R + R_n \end{vmatrix}} = \frac{U_b R - U_x (R_p + R + R_o)}{R (R_p + R_o) + R_n (R_p + R + R_o)} \tag{6.89}$$

Kroz nulindikator neće teći struja ($I_n = 0$) ako je:

$$U_b R = U_x (R_p + R + R_0) \tag{6.90}$$

Struju koja će poteći kroz nulindikator, ako se malo poremeti ravnoteža zbog promjene bilo kojeg od parametara kruga, možemo odrediti diferenciranjem izraza (6.89). Tako će promjena mjerenog napona U_x za ΔU_x izazvati struju nulindikatora:

$$\Delta I_n = \left(\frac{\partial I_n}{\partial U_x}\right)_0 \Delta U_x = -\frac{(R_p + R + R_o)\,\Delta U_x}{R (R_p + R_o) + R_n (R_p + R + R_o)} \tag{6.91}$$

Slično možemo odrediti struju nulindikatora, ako se promijeni napon pomoćne baterije za ΔU_b:

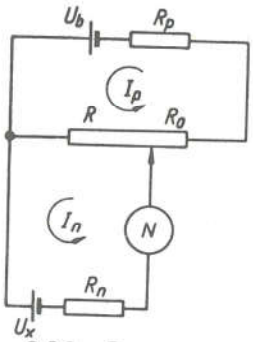
$$\Delta I_n = \frac{R\,\Delta U_b}{R (R_p + R_o) + R_n (R_p + R + R_o)} \tag{6.92}$$

Sličnim postupkom mogli bismo odrediti struju nulindikatora, ako se promijeni kompenzacioni otpor R za ΔR. Međutim, jednostavnije ju je odrediti pomoću izraza (6.91), jer promjena otpora R za ΔR izaziva istu struju nulindikatora kao i promjena napona U_x za $\Delta U_x = -I_p \Delta R = -\frac{U_x}{R} \Delta R$. Stoga će struja kroz nulindikator u tom slučaju iznositi:

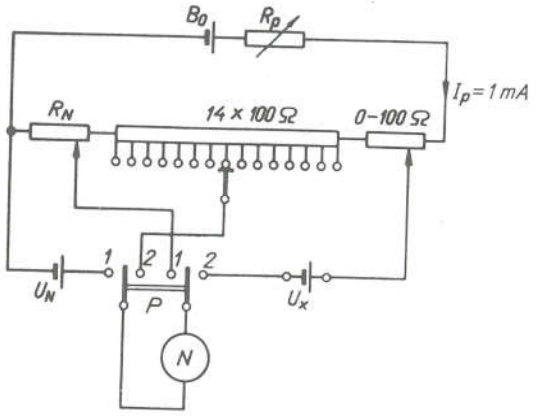
$$\Delta I_n = \frac{U_x (R_p + R + R_o)\,\Delta R}{R [R (R_p + R_o) + R_n (R_p + R + R_o)]} = \frac{U_b \Delta R}{R (R_p + R_o) + R_n (R_p + R + R_o)} \tag{6.93}$$

6.4.4. Precizni kompenzatori

Kompenzatorom prema sl. 6.32, s potenciometrom izvedenim u obliku klizne žice ili kliznog otpornika, ne može se postići visoka tačnost, jer zbog nesavršenosti klizne žice i kliznih spojeva nije moguće precizno odrediti vrijednost kompenzacionog otpora. Bolji su kompenzatori kojima je u seriju s kliznom žicom dodan precizni dekadski otpornik s preklopkom (sl. 6.37). Tu se samo mali dio kompenzacionog napona dobiva s klizne žice, pa je tačnost veća. Želimo li postići još veću tačnost, moramo povećati broj dekadskih otpornika i izbjeći upotrebu klizne žice. Broj dekada, međutim, ne možemo povećavati jednostavno tako da ih spajamo u seriju, jer bi se pomicanjem preklopki na dekadama mijenjao otpor, odnosno struja u pomoćnom krugu (održavanje konstantne struje osnovni je uvjet kompenzacije pomoću potenciometarskog postupka). Da bi se održala konstantna struja u pomoćnom krugu i povećala tačnost, razvijeni su razni tipovi preciznih kompenzatora kao što je Feussnerov, Rapsov, kaskadni kompenzator, Diesselhorstov kompenzator itd.

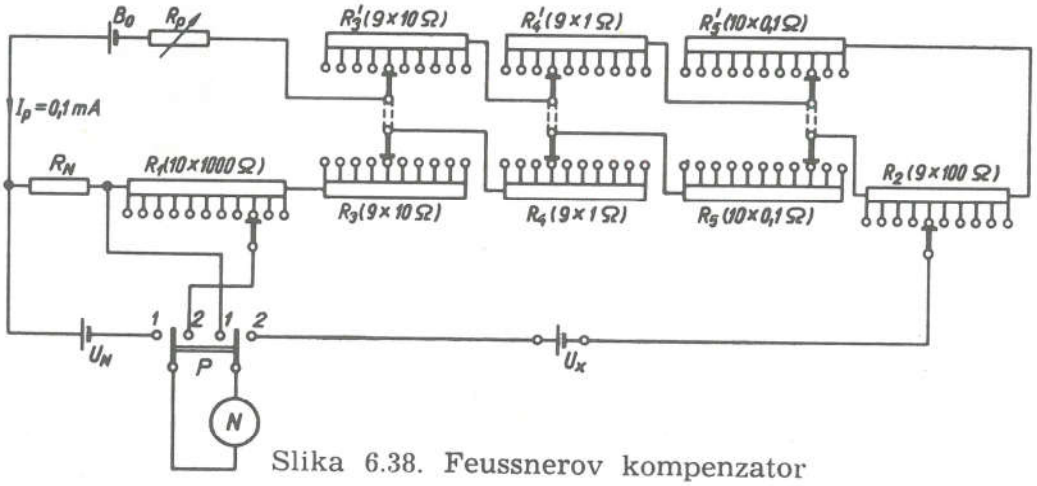


Slika 6.36. Osnovni spoj kompenzatora



Slika 6.37. Kompenzator s jednim dekadskim otpornikom i kliznom žicom

a) **Feussnerov kompenzator.** Ovaj kompenzator za kompenzaciju mjernog napona koristi pet dekada (R_1 do R_5) : 10×1000; 9×100; 9×10; 9×1 i $10 \times 0{,}1\ \Omega$ (sl. 6.38). Da se ne bi mijenjao otpor pomoćnog kruga, dodane su u seriju još tri dekade (R_3', R_4' i R_5'): 9×10; 9×1 i $10 \times 0{,}1\ \Omega$, čije su preklopke



Slika 6.38. Feussnerov kompenzator

mehanički povezane s preklopkama dekada istih vrijednosti iz kompenzacionog dijela. One su tako spojene da povećanju otpora na dekadi iz kompenzacionog dijela odgovara isto toliko smanjenje otpora dodane dekade, i obratno. Na taj način

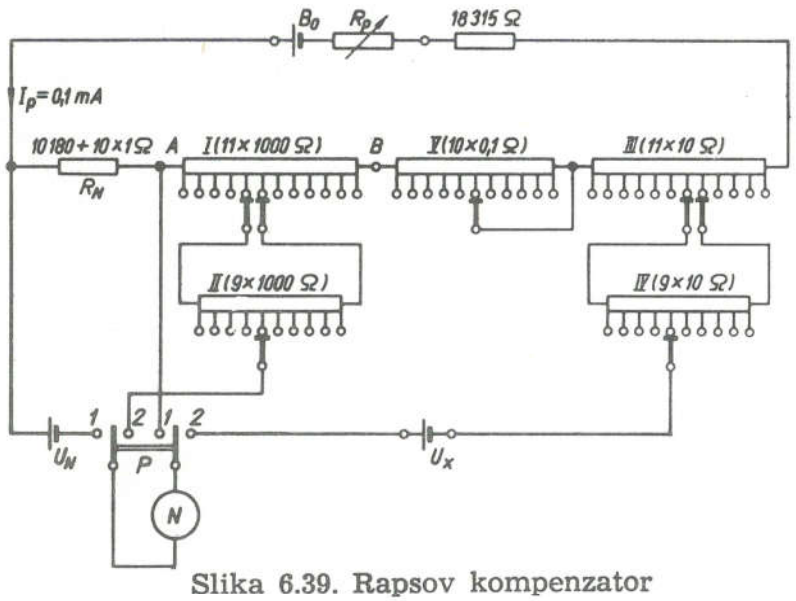
ostaje konstantan otpor pomoćnog kruga, bez obzira na položaj preklopki, dok otpor kompenzacionog dijela, odnosno kompenzacioni napon, možemo po volji mijenjati. Struju u pomoćnom krugu ugađamo otporom R_p sve dotle, dok se pad napona na otporu R_N ne izjednači s naponom etalonskog elementa (preklopka P u položaju *1*). Tada u pomoćnom krugu teče tačno 0,1 mA. Nakon toga prebacimo preklopku P na položaj *2* i iskompenziramo mjereni napon pomicanjem preklopki na dekadama R_1 do R_5, a da pri tome više ne mijenjamo otpor R_p. Vrijednost mjerenog napona tada iznosi:

$$U_x = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5)\, 10^{-4}\,(\mathrm{V}) \tag{6.94}$$

b) **Rapsov kompenzator.** Rapsovim kompenzatorom (sl. 6.39) može se mjeriti tačno na pet znamenaka, uz primjenu samo pet dekadskih otpornika. Promatrajući otpor između krajnih tačaka dekada I i II (na slici tačke A i B) vidimo da je on konstantan bez obzira na položaj preklopki. Sastoji se od 10 otpornika od 1000 Ω u dekadi I, spojenih u seriju s paralelnom kombinacijom jednog otpornika od 1000 Ω iz dekade I i devet otpornika po 1000 Ω iz dekade II. On, dakle, iznosi:

$$R_{AB} = 10 \cdot 1000 + \frac{1000 \cdot 9000}{1000 + 9000} = 10000 + 900 = 10900\ \Omega$$

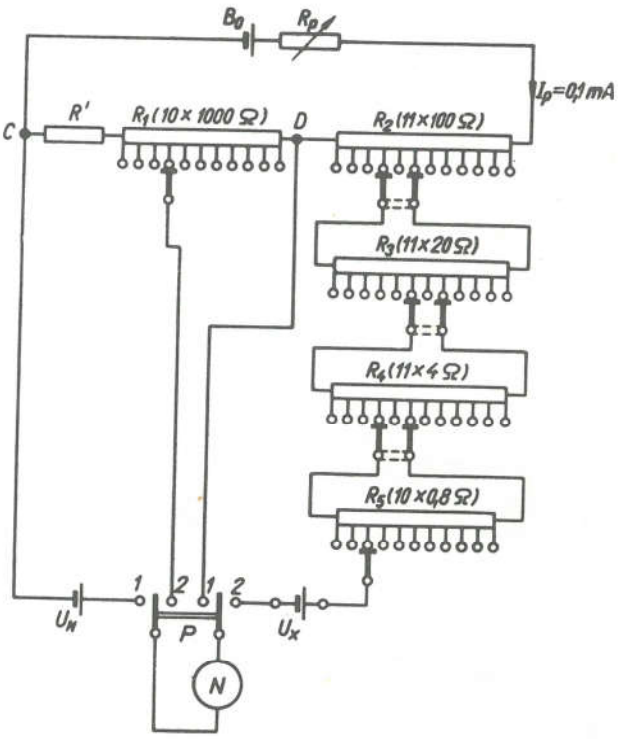
Zbog pomoćne struje koja je i ovdje tačno 0,1 mA, a ugađa se pomoću etalonskog elementa i otpora R_N, iznosit će pad napona na otpornicima od 1000 Ω iz dekade I tačno 0,1 V. Paralelna kombinacija jednog otpornika iz dekade I i devet otpornika iz dekade II predstavlja otpor od 900 Ω, pa će pad napona na njoj iznositi 0,09 V. Taj pad napona porazdijelit će se na devet otpornika iz dekade II, pa će na svakom od njih pad napona biti devet puta manji, tj. 0,01 V.



Slika 6.39. Rapsov kompenzator

Slično vrijedi i za kombinaciju dekada III i IV. Kako pojedini otpornici tih dekada imaju otpor 10 Ω, dobiva se pad napona od 0,001 V na pojedinom otporniku iz dekade III i pad napona od 0,0001 V na otpornicima iz dekade IV. Na svakom pojedinom otporniku iz pete dekade ($10 \times 0{,}1\ \Omega$) iznosi pad napona 0,00001 V. Pomicanjem preklopke ove dekade mijenja se ukupni otpor pomoćnog kruga. Međutim, pomoćni krug Rapsova kompenzatora priključuje se na bateriju od 4 V, pa ukupni otpor pomoćnog kruga, uključivši tu fiksni predotpor od oko 18000 Ω i promjenljivi otpor R_p za ugađanje pomoćne struje, iznosi oko 40000 Ω. Stoga je neznatan utjecaj pete dekade na otpor, odnosno struju pomoćnog kruga.

c) **Kaskadni kompenzator.** Slično kao na Rapsovom kompenzatoru, moguće je i na kaskadnom (sl. 6.40) očitavati napone na pet znamenki, uz upotrebu samo pet dekada. Tri dekade (R_2, R_3 i R_4) imaju preklopku s dva klizna međusobno izolirana kontakta, koji su mehanički povezani i razmaknuti za dva stepena. Ostale dvije dekade ($10 \times 1000\ \Omega$ i $10 \times 0{,}8\ \Omega$) imaju preklopku s jednim kliznim kontaktom. Mjerenje se izvodi na slijedeći način. Najprije se otpor R' tako odabere da se između tačaka C i D dobije otpor R_N koji odgovara naponu etalonskog elementa ($R_N = U_N \cdot 10^4$). Zatim se preklopka P postavi u položaj *1* i ugađanjem otpora R_p mijenja pomoćna struja, sve dok galvanometar ne postigne nulpoložaj. Time smo pomoćnu struju naravnali na 0,1 mA, pa na pojedinim otpornicima dekade R_1 iznosi pad napona 0,1 V. Na otpornicima dekade R_2, koji nisu premošteni dekadom R_3, pad napona je deset puta manji (0,01 V). Isto toliki pad napona vlada i na dva premoštena otpornika te dekade, jer su oni premošteni otporom od 200 Ω, tako da ta paralelna kombinacija ima ukupno 100 Ω. Lako je, dalje, razabrati da na pojedinim otpornicima dekada R_3, R_4 i R_5 pad napona redom iznosi: 10^{-3}, 10^{-4}, odnosno 10^{-5} V. Prema tome, ako preklopku P prebacimo u položaj *2*, možemo mjereni napon U_x, kompenzirati na isti način kao kod Feussnerovog i Rapsovog kompenzatora.



Slika 6.40. Kaskadni kompenzator

d) **Diesselhorstov kompenzator.** Za razliku od dosad opisanih kompenzatora, Diesselhorstov je niskoomski, pa je zbog toga naročito podesan za mjerenje vrlo malih napona. Odabiranjem posebnog spoja postignuto je da se u kompenzacionom krugu ne nalaze kontakti preklopki, pa prelazni otpori i termonaponi na kontaktima preklopki ne ometaju tačnost mjerenja. Slika 6.41 prikazuje izvedbu sa tri dvostruke dekade otpornika. Iz baterije B_0 dovodi se pomoćna struja I_p koja se u kompenzatoru grana na struje I_{p1} i I_{p2}. Veličina ovih struja ne ovisi o položaju preklopki, jer se njihovim premještanjem ne mijenja otpor ni jedne ni druge grane. Padovi napona su u obje grane jednaki, pa uz oznake na slici 6.41 slijedi:

$$I_{p1}(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) = I_{p2}(R_4 + R_5 + R_6)$$

$$\frac{I_{p1}}{I_{p2}} = \frac{R_4 + R_5 + R_6}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \tag{6.95}$$

Kompenzacija mjerenog napona U_x, priključenog na tačke CD, postiže se pomoću pada napona od tačke A do tačke C i pada napona između tačke A i tačke D. Zbog suprotnog smjera struja I_{p1} i I_{p2} dobiva se mjereni napon iz razlike tih padova napona ($U_x = U_{AD} - U_{CA}$).

Dvostruka dekada I sastoji se od 2 × 11 otpornika, čiji je otpor $\frac{R_4}{11}$, dekada II od 2 × 10 otpornika po $\frac{R_1}{10}$, a dekada III od 2 × 10 otpornika po $\frac{R_6}{10}$ oma. Ako položaje preklopki I, II i III označimo, prema sl. 6.41, sa x_1, x_2 i x_3, dobivamo za mjereni napon U_x:

$$U_x = I_{p1}\left[\frac{R_4}{11}(x_1 + 1) + R_2 + \frac{R_1}{10}x_2\right] - I_{p2}\left[\frac{R_6}{10}(10 - x_3) + \frac{R_4}{11}(10 - x_1)\right] \quad (6.96)$$

Odaberimo za otpore R_1 do R_6 slijedeće vrijednosti:

$R_1 = 10 \cdot 0{,}11 = 1{,}1\ \Omega$

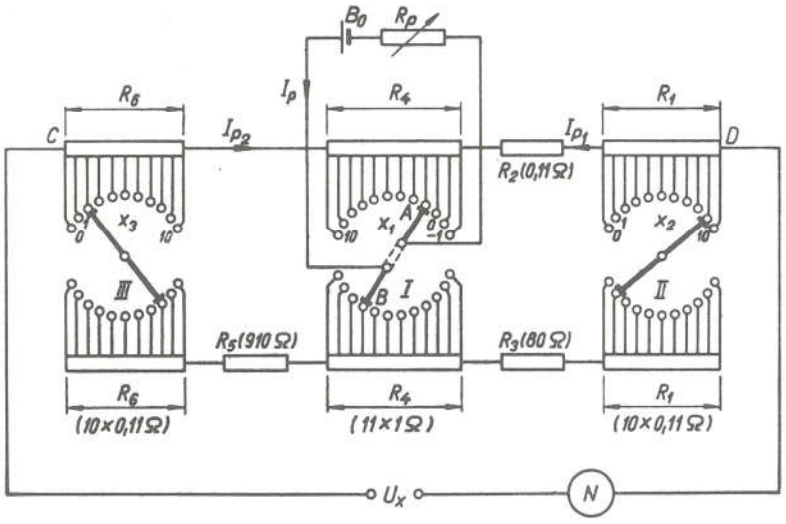
$R_2 = 0{,}11\ \Omega$

$R_3 = 80\ \Omega$

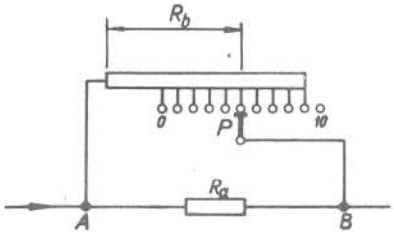
$R_4 = 11 \cdot 1 = 11\ \Omega$

$R_5 = 910\ \Omega$

$R_6 = 10 \cdot 0{,}11 = 1{,}1\ \Omega$



Slika 6.41. Diesselhorstov kompenzator s tri dvostruke dekade



Slika 6.42. Whiteova dekada

pa uvrštavanjem gornjih vrijednosti u izraze (6.95) i (6.96) dobivamo:

$$\frac{I_{p1}}{I_{p2}} = \frac{922{,}1}{92{,}21} = 10 \qquad I_{p1} = 10\, I_{p2} \qquad I_p = I_{p1} + I_{p2} = 11\, I_{p2}$$

$$U_x = 11\, I_{p2}\,(x_1 + 0{,}1\, x_2 + 0{,}01\, x_3)$$

$$U_x = I_p\,(x_1 + 0{,}1\, x_2 + 0{,}01\, x_3) \quad (6.97)$$

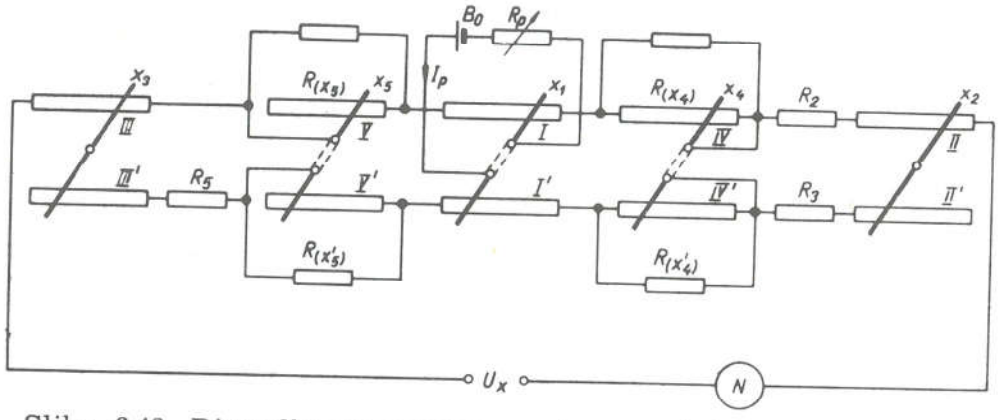
Ako je npr. $x_1 = 3$, $x_2 = 5$ i $x_3 = 8$, bit će mjereni napon: $U_x = 3{,}58\, I_p$. Pomoćna struja I_p naravnava se na tačnu vrijednost pomoću etalonskog elementa, kao i kod ostalih preciznih kompenzatora.

Opisani kompenzator omogućava mjerenje napona samo na tri znamenke, što za precizna mjerenja nije dovoljno. Proširenje na pet znamenki postiže se dodavanjem dviju dvostrukih poredbenih dekada koje je uveo White. Jednostruka izvedba takve dekade vidi se na sl. 6.42. Otporu R_a paralelno je spojen znatno veći otpor R_b, čija se vrijednost može mijenjati pomoću preklopke P od najmanje vrijednosti R_{bo} do neizmjernog otpora na zadnjem položaju preklopke. Izborom prikladnih vrijednosti otpora R_b može se postići da se ukupni otpor paralelne kombi-

nacije otpora R_a i R_b mijenja za neku konstantnu vrijednost pomicanjem preklopke P za jedan stepen. U ovakvom rasporedu ne utječe otpor kontakta preklopke P, jer se otpor R_b uzima dovoljno velik. Također se bitno smanjuje utjecaj termoelektričnih napona na kontaktu preklopke P. Ako se npr. na kontaktu preklopke P pojavi termoelektrični napon U_t, on će protjerati struju kroz krug koji zatvaraju otpori R_a i R_b. Ta struja će izazvati na stezaljkama A—B dekade pad napona:

$$U_{AB} = \frac{U_t R_a}{R_a + R_b} \tag{6.98}$$

Otpor R_a se odabire znatno manji od otpora R_b, pa je i napon U_{AB} znatno manji od termoelektričnog napona U_t. Stoga se ovakvom izvedbom može praktički odstraniti utjecaj termoelektričnih napona.



Slika 6.43. Diesselhorstov kompenzator s pet dvostrukih dekada

Kod Diesselhorstova kompenzatora s pet dekada dodane su dvije ovakve dvostruke dekade (IV i IV', te V i V', na sl. 6.43). Vrijednosti otpora R_a i R_b su pri tome tako odabrane da se postiže:

$$R_{(x_4)} = 0{,}9890 + 0{,}0011\, x_4 \qquad R_{(x'_4)} = 0{,}9989 - 0{,}0011\, x_4$$
$$R_{(x_5)} = 0{,}9989 - 0{,}0011\, x_5 \qquad R_{(x'_5)} = 0{,}9890 + 0{,}0011\, x_5$$

(x_4 i x_5 označavaju položaje preklopki dekada IV i V).

Otpor paralelnih grana kompenzatora ne ovisi o položaju preklopki dekada IV i V, jer je serijski otpor dvostrukih dekada konstantan:

$$R_{(x_4)} + R_{(x'_4)} = R_{(x_5)} + R_{(x'_5)} = 1{,}9879\ \Omega \tag{6.99}$$

Pomoću odgovarajućih vrijednosti za otpore R_2, R_3 i R_5 i ovdje se postiže da je struja kroz lijevu granu deset puta manja od one kroz desnu:

$$I_{p1} = 10\, I_{p2} \qquad I_{p1} = \frac{10}{11} I_p \qquad I_{p2} = \frac{1}{11} I_p$$

Ako se ovdje dekade I i I' sastoje od 10 otpornika po 1 Ω sa numeracijom od 0 do 10 a dekade II, II', III i III' od 11 otpornika po 0,11 Ω s numeracijom od —1 do 10, onda za mjereni napon dobivamo:

$$U_x = \frac{10}{11} I_p \left[x_1 + R_{(x_4)} + R_2 + (1 + x_2)\, 0{,}11 \right] -$$

$$- \frac{1}{11} I_p \left[(10 - x_3)\, 0{,}11 + R_{(x_5)} + 10 - x_1 \right]$$

$$U_x = I_p \left[x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}01x_3 + \frac{10}{11} R_{(x_4)} - \frac{1}{11} R_{(x_5)} + \frac{10}{11} R_2 - \frac{10}{11} \right]$$

$$U_x = I_p \left[x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}01x_3 + 0{,}001x_4 + 0{,}0001x_5 + \right.$$

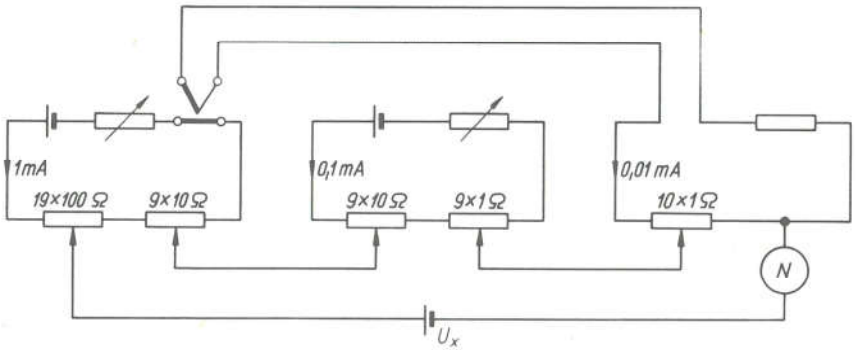
$$\left. + 0{,}989 \frac{10}{11} - 0{,}9989 \frac{1}{11} - \frac{10}{11} + \frac{10}{11} R_2 \right]$$

Posljednja četiri člana moraju biti jednaka nuli, što se postiže uz $R_2 = 0{,}11089\ \Omega$. Tada je:

$$U_x = I_p \left[x_1 + 0{,}1x_2 + 0{,}01x_3 + 0{,}001x_4 + 0{,}0001x_5 \right] \qquad (6.100)$$

Za pomoćnu struju odabiru se vrijednosti: 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2} ili 10^{-1} A, a pomoćna struja se ugađa na poznati način pomoću etalonskog elementa. Različite vrijednosti pomoćnih struja dobivaju se shuntiranjem grana kompenzatora.

e) **Kompenzator s tri pomoćna kruga.** Zahvaljujući uvođenju tri odvojena pomoćna kruga, mogu se kod ovog kompenzatora upotrijebiti jednostavne jednostruke preklopke (sl. 6.44). U prvom pomoćnom krugu ugodimo struju tačno na 1 mA, pa na dekadi koja se sastoji od 19 otpornika po 100 Ω dobivamo naponske stepene od 100 mV, a na dekadi sa 9 otpornika po 10 Ω stepene od 10 mV. U drugom pomoćnom krugu dobivaju se naponski stepeni od 1, odnosno 0,1 mV, pa se na tačnost pomoćne struje u tom krugu postavljaju sto puta manji zahtjevi.

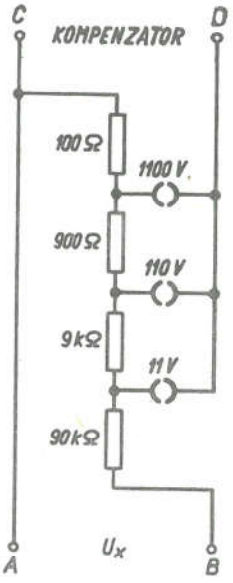


Slika 6.44. Kompenzator s tri pomoćna kruga

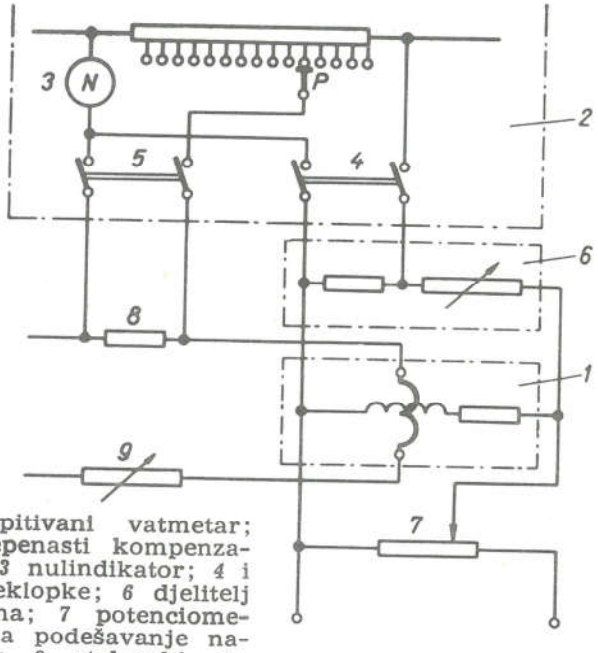
Još manji zahtjevi se postavljaju na tačnost struje u trećem pomoćnom krugu; taj krug napaja se pomoću termopretvarača čija se odvojena ogrjevna žica grije strujom prvog pomoćnog kruga. Povoljno je u ovom rješenju da na tačnost mjerenja ne utječu prelazni otpori na kontaktima preklopki, jer preko njih ne teče struja kad kompenziramo mjereni napon. Upotreba jednostavnih preklopki omogućuje da se odvojci s otpornika jedne dekade dovedu na dvije preklopke i tako dobije još jedan neovisan kompenzacioni napon. Time je omogućeno da jednostavnim prekapčanjem kompenziramo dva mjerena napona neposredno jedan za drugim.

6.4.5. Djelitelj napona

Pomoću kompenzatora mogu se izravno mjeriti samo niski naponi, obično do 1,1 V, pa se za mjerenje viših napona upotrebljava djelitelj napona (sl. 6.45). Na stezaljke A i B priključuje se mjereni napon, a na stezaljke C i D kompenzator. Ukupni otpor djelitelja između stezaljki A i B iznosi obično 100 000 Ω, dok je otpor između stezaljke A i prvog, drugog, odnosno trećeg odvojka 100, 1000, odnosno 10 000 Ω. Ako utaknemo čep u donje spojište dobivamo mjerni opseg 11 V, ako ga utaknemo u srednje spojište mjerni je opseg 110 V, a kad je čep u gornjem spojištu, mjerni opseg je 1100 V. U novije vrijeme umjesto čepova upotrebljavaju se pouzdane preklopke. Treba imati na umu da upotrebom djelitelja nije više neopterećen mjereni izvor napona.



Slika 6.45. Djelitelj napona za kompenzator



1 ispitivani vatmetar; *2* stepenasti kompenzator; *3* nulindikator; *4* i *5* preklopke; *6* djelitelj napona; *7* potenciometar za podešavanje napona; *8* etalonski otpornik; *9* otpornik za naravnavanje struje

Slika 6.46. Baždarenje vatmetra stepenastim kompenzatorom

6.4.6. Stepenasti kompenzator

Za baždarenje preciznih voltmetara, ampermetara i vatmetara, upotrebljavaju se stepenasti kompenzatori koji su posebno rađeni za tu svrhu, te omogućavaju znatno jednostavniji i brži postupak baždarenja od dosad opisanih preciznih kompenzatora. Oni se mogu stepenasto namještati baš na one vrijednosti na kojima se obično instrumenti baždare. Na instrumentima s npr. 150 podjela bit će to na 15 mjesta, odnosno na svakoj desetoj podjeli. Želimo li tako izbaždariti voltmetar za 150 V pri punom otklonu, na njega ćemo priključiti takav napon da dobijemo upravo pun otklon instrumenta. Napon sa stezaljki voltmetra smanjit ćemo pomoću preciznog otpornog djelitelja napona npr. 150 puta, odnosno tačno na 1 V, ako voltmetar ispravno pokazuje. Taj napon ćemo usporediti s naponom stepenastog kompenzatora koji je pomoću etalonskog elementa namješten tačno na 1 V. Ako je baždareni voltmetar tačan, onda nulinstrument, koji služi za usporedbu napona dobivenog iz kompenzatora i napona s otpornog djelitelja, treba da ostane bez otklona. Ako se nulinstrument otkloni, znači da baždareni voltmetar griješi. Dapače, nulinstrument

se može tako odabrati i izbaždariti da izravno pokazuje procentualnu pogrešku voltmetra. Na sličan način može se voltmetar baždariti i na ostalim otklonima.

Na sl. 6.46 prikazan je princip baždarenja jednog vatmetra pomoću stepenastog kompenzatora. Najprije se pomoću stepenastog kompenzatora ugodi napon na naponskoj grani vatmetra *1* na nazivnu vrijednost. U tu svrhu je potrebno otporni naponski djelitelj *6* postaviti na nazivnu vrijednost i pomoću otpornika *7* za ugađanje napona namjestiti takav napon da se pri uključivanju preklopke *4* ne dobije otklon nulinstrumenta. Nakon toga se pomoću otpornika *9* ugodi struja u strujnoj grani vatmetra na takvu vrijednost da se postigne željeni otklon vatmetra. Ako je preklopka P kompenzatora namještena na odgovarajući stepen, može se nakon uključivanja preklopke *5* na nulindikatoru očitati pogreška, odnosno korekcija vatmetra. Za baždarenje vatmetara koriste se još brže metode, gdje nije potrebno posve tačno ugoditi napon naponske grane vatmetra.

6.4.7. Tehnički kompenzator

Kompenzacioni postupak primjenjuje se i kada nije potrebna naročita tačnost, ako se želi da mjereni izvor ne bude opterećen. Tada se obično ne upotrebljava etalonski element, već se struja u pomoćnom krugu naravnava pomoću ampermetra. Pri tome se zahtijeva uvijek ista vrijednost struje, pa je potrebno da ampermetar bude vrlo precizno izbaždaren samo na jednome mjestu skale. Budući da se ne traži naročita tačnost, najčešće zadovoljavaju i jednostavni spojevi, kao onaj na sl. 6.37.

Pored toga upotrebljavaju se sve češće tehnički kompenzatori kod kojih se konstantna pomoćna struja dobiva iz izvora stabiliziranog pomoću Zenerovih dioda, tako da nije potrebno ručno ugađanje.

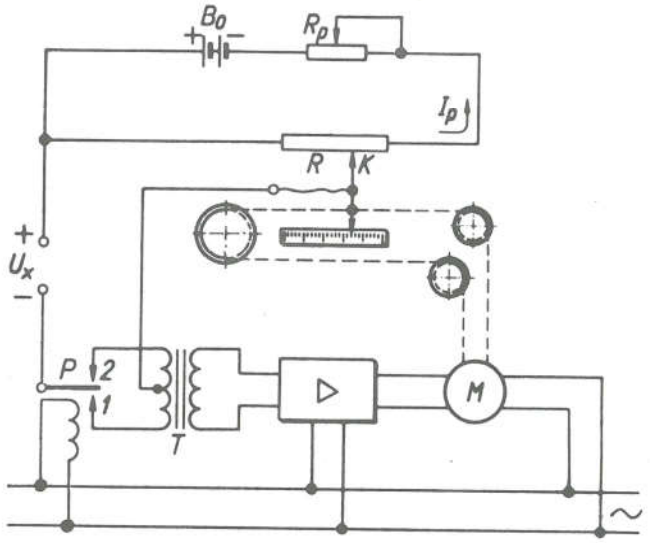
6.4.8. Samouravnotežavajući (automatski) kompenzatori

Ručno uravnotežavanje kompenzatora dolazi u obzir pri laboratorijskim mjerenjima, te povremenim provjeravanjima i baždarenjima uređaja u pogonu. Želimo li prednosti kompenzacionog postupka prenijeti i na tekuća pogonska mjerenja, potrebno je automatizirati postupak uravnotežavanja. To je postignuto kod samouravnotežavajućih kompenzatora, koji nalaze korisnu i značajnu primjenu u raznim pogonskim mjerenjima i registriranjima (npr. mjerenje temperature i ostalih fizikalnih veličina koje se mogu svesti na mjerenje napona, struje ili otpora).

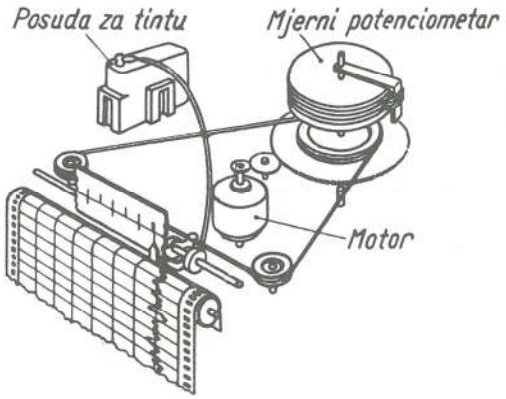
Samouravnotežavajući kompenzatori odlikuju se robustnošću, pouzdanošću i tačnošću. Djelovanje im se temelji na potenciometarskom ili ampermetarskom kompenzacionom postupku s time, da se uravnotežavanje redovno postiže primjenom elektroničkih postupaka.

Potenciometarskim postupkom (sl. 6.47) uspoređuje se mjereni napon U_x s padom napona na kompenzacionom otporu R. Razlika između ta dva napona dovodi se na elektroničko pojačalo. Pri tom se upotrebljava elektronički prekidač ili elektromagnetski mehanički prekidač (P na sl. 6.47) napajan iz mreže. Njegova kotva titra u ritmu frekvencije mreže, te za vrijeme jedne poluperiode dodiruje mirni kontakt *1*, a za vrijeme druge poluperiode kontakt *2*. Stoga istosmjerna struja, prouzrokovana razlikom mjerenog i kompenzacionog napona, teče sad kroz jednu, sad kroz drugu polovicu primarnog namota transformatora T. Time se na sekun-

darnoj strani transformatora dobiva izmjenični napon čija je frekvencija jednaka frekvenciji mreže, a veličina proporcionalna naponskoj razlici mjerenog i kompenzacionog napona. Promjena predznaka te razlike napona izaziva fazni pomak izmjeničnog napona od 180°. Izmjenični napon pojačava se pomoću višestepenog cijevnog ili tranzistorskog pojačala i dovodi do glavnog namota izmjeničnog motora M mehanički povezanog s kliznikom K potenciometra. Pomoćni namot motora spojen je na mrežu, pa će se motor okretati u jednom ili drugom smjeru, ovisno o faznom pomaku izmjeničnog napona dovedenog na glavni namot. Kad nema napona na glavnom namotu, motor se zaustavlja. Okretanje motora uzrokuje pomicanje kliznika K potenciometra, a time i smanjenje razlike između mjerenog i kompenzacionog napona, što se nastavlja sve dok se naponi ne izjednače i motor zaustavi.



Slika 6.47. Samouravnotežavajući kompenzator na potenciometarskom principu



Slika 6.48. Shematski prikaz jednog kompenzacionog linijskog pisača

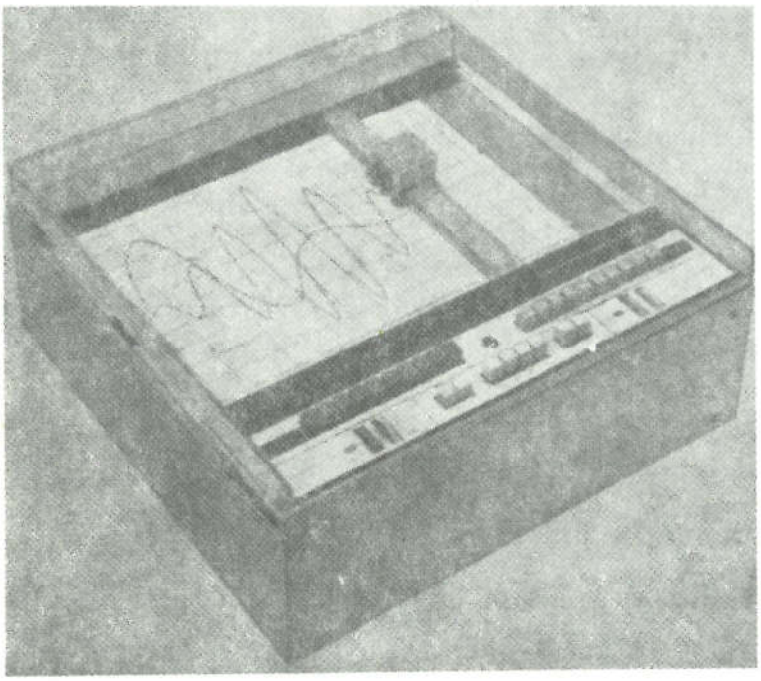
Isti automatizirani postupak primjenjivao se prije i za ugađanje pomoćne struje kompenzatora na potrebnu vrijednost. Upotrebom u posljednje vrijeme razvijenih visokostabiliziranih izvora istosmjernog napona nije više potrebno automatsko ugađanje pomoćne struje. Dovoljno je samo njezino povremeno provjeravanje, a to se može obaviti i ručno.

Sl. 6.48 prikazuje izvedbu jednog kompenzacionog linijskog pisača. Motor, čiji se glavni namot napaja preko pojačala, okreće preko zupčanog prenosa osovinu na kojoj je učvršćen kliznik potenciometra. Na istoj osovini nalazi se remenica omotana užetom koje pokreće mehanizam za pisanje. Takvim izvedbama postižu se granice pogrešaka ispod $\pm 0{,}25\%$. Širina pisanja iznosi obično oko 250 mm, a pisača malog formata 120 ili 100 mm. Najmanje mjerno područje jest oko 1 mV, a ovisno je o izvedbi. Vrijeme umirivanja kreće se od 0,2 s naviše. Izvode se i kao tačkasti pisači, kada služe za registraciju i do 12 mjerenih pojava.

Na sličnom principu rade i *koordinatni pisači* koji crtaju mjerenu pojavu u kartezijevom koordinatnom sistemu. Sastoje se od dva samouravnotežavajuća kompenzatora, od kojih jedan izaziva pomake pisača u smjeru osi X, a drugi u smjeru osi Y (sl. 6.49). Upotrebljavaju se kad se neka promjenljiva veličina ne želi prikazati kao funkcija vremena, već kao funkcija neke druge promjenljive veličine, npr. zakretni moment kao funkcija brzine vrtnje.

(*Samouravnotežavajući mostovi* rade na sličnom principu kao samouravnotežavajući kompenzatori. Umjesto nulindikatora i tu se ugrađuje osjetljivo pojačalo, koje napaja glavni namot motora za ugađanje ravnoteže. Često se isti uređaj može prespojiti bilo u mosni, bilo u kompenzacioni spoj.)

Lindeck-Rotheov samouravnotežavajući kompenzator djeluje na principu prikazanom na sl. 6.33, no naravnavanje otpora R_p postiže automatski. Nulindikator djeluje na otpor R_p i mijenja ga dotle dok se pad napona na fiksnom otporu R ne izjednači s mjerenim naponom. Takvo djelovanje nulindikatora na otpor R_p može se zamisliti npr. tako da svakoj vrijednosti otpora R_p odgovara u stanju ravnoteže kompenzatora određeni položaj pomičnog organa nulindikatora, tj. pri ravnoteži kompenzatora zauzimat će pomični organ nulindikatora, ovisno o vrijednosti otpora R_p, razne položaje, a ne neki određeni „nulti" položaj. Kako pri ravnoteži ne smije kroz nulindikator teći struja, trebalo bi za ovu svrhu upotrijebiti nulindikator bez direkcionog momenta. To nije moguće ostvariti u potpunosti, jer ipak postoje stanoviti parazitski momenti, kao što je moment trenja i moment koji izazivaju dovodi do pomičnog organa nulindikatora. Stoga će kroz nulindikator teći stanovita struja potrebna za kompenzaciju parazitskih momenata, koja će prouzrokovati stanovitu pogrešku kompenzatora.



Slika 6.49. Koordinatni pisač

Nulindikator, najčešće osjetljivi galvanometar G, izaziva promjene otpora R_p na razne načine, npr. pomoću rezonantnih krugova na koje djeluje željezna pločica p učvršćena na pomični organ galvanometra (sl. 6.50 *a*) ili pomoću svitka s, učvršćenog na pomični organ galvanometra G u kojem se, ovisno o položaju, induciraju naponi raznih veličina (sl. 6.50 *b*). Ipak se najčešće koristi rješenje pomoću fotootpora ili fotoćelije f (sl. 6.50 *c*). Zraka iz posebnog izvora L pada na zrcalo galvanometra G koji služi kao nulindikator i reflektira se na fotootpor f, te ga više ili manje osvjetljava, ovisno o položaju zrcala. Time se mijenja otpor fotootpora koji se nalazi u krugu rešetke elektronske cijevi E, pa se zbog toga mijenja i napon rešetke cijevi, odnosno struja I_p u kompenzacionom krugu, sve dok se pad napona na kompenzacionom otporu ne izjednači s mjerenim naponom. Ako kroz nulindikator ne teče struja, bit će struja u kompenzacionom krugu:

$$I_p = \frac{U_x}{R} \tag{6.101}$$

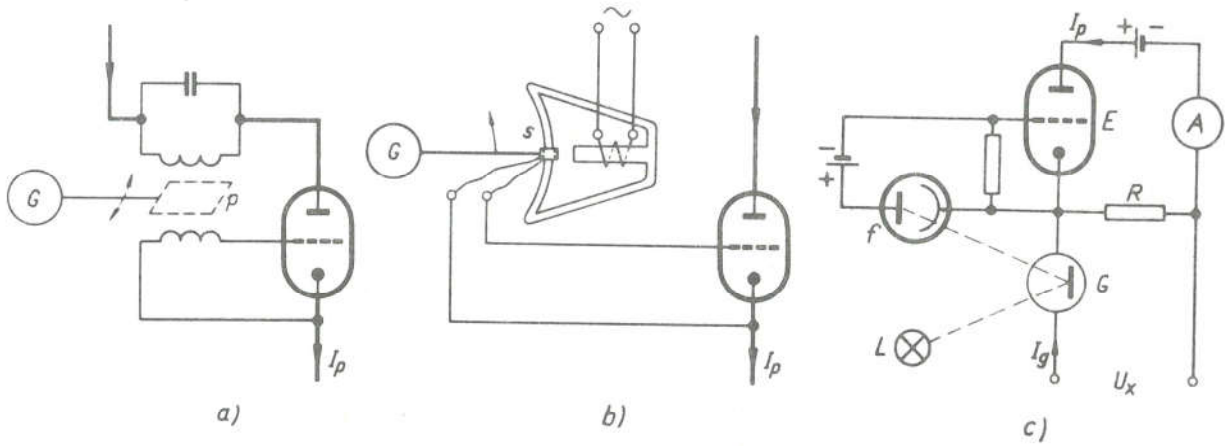
Kako zbog prije navedenih razloga kroz galvanometar ipak teče neka mala struja ΔI_g, nastat će zbog nje dodatni pad napona na otporu R_g galvanometra, na unutarnjem otporu R_u mjerenog izvora i na kompenzacionom otporu R, koji možemo zanemariti, jer je redovno $R_g + R_u > R$. Stoga će u kompenzacionom krugu teći struja I'_p koja više nije tačno proporcionalna mjerenom naponu:

$$I_p' = \frac{U_x - \Delta I_g (R_g + R_u)}{R} \tag{6.102}$$

Struja I_p' razlikuje se od tačne vrijednosti I_p, pa time nastaje pogreška p:

$$p = \frac{\Delta I_g (R_g + R_u)}{U_x} \ 100\ \% \tag{6.103}$$

Kod uvedenih izvedbi iznosi ΔI_g oko 10^{-8}A ili čak 10^{-9}A (a i manje), ako se upotrijebi povratna veza. To omogućava dobivanje vrlo niskih mjernih opsega, od otprilike 25 μV, što nije moguće postići s drugim vrstama samouravnotežavajućih kompenzatora.



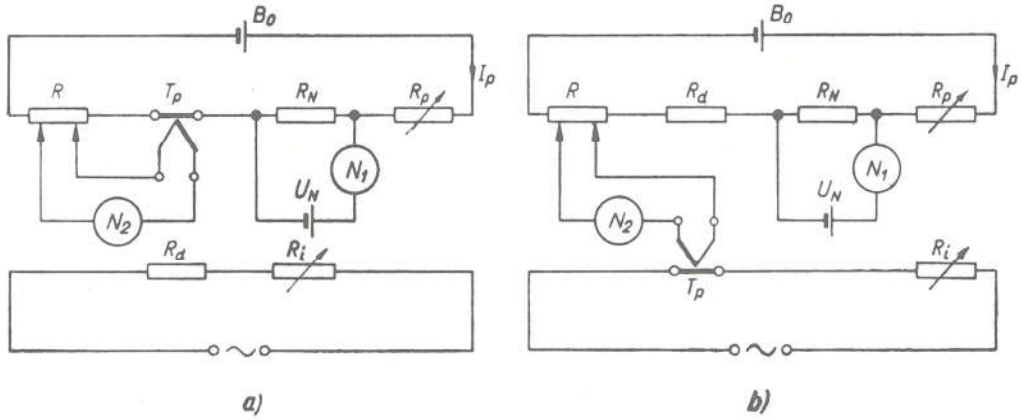
Slika 6.50. Načini automatskog ugađanja struje Lindeck-Rotheova kompenzatora s galvanometarskim pojačalom

6.5. KOMPENZATORI ZA IZMJENIČNU STRUJU

Slično kao kod istosmjerne struje, mogu se kompenzacione metode upotrijebiti za usporedbu izmjeničnih napona. Razlika je u tome što se kod izmjenične struje, da bi se postigla ravnoteža, mjereni i kompenzacioni napon treba da izjednače po veličini, faznom pomaku i frekvenciji. Visoka tačnost na području istosmjerne struje postiže se neposrednom usporedbom mjerenog napona s naponom etalonskog elementa. Kod izmjenične struje ne postoji odgovarajući etalon napona. Stoga se tu visoka tačnost može ostvariti samo pri utvrđivanju *omjera* veličina mjerenog i kompenzacionog napona, te njihovog međusobnog faznog pomaka, dok se određivanje veličine mjerenog napona oslanja na pokazivanje mjernog instrumenta s kojim se namješta pomoćna struja kompenzatora, slično kao i kod tehničkih kompenzatora za istosmjernu struju. Ipak, i izmjenične veličine možemo mjeriti gotovo istom tačnošću kao i istosmjerne napone, ako pomoću pouzdanih pretvarača izvršimo pretvaranje izmjeničnih veličina u istosmjerne, koje onda mjerimo poznatim istosmjernim kompenzacionim postupcima. Za tu svrhu upotrebljavaju se termopretvarači, NTC otpornici (komercijalno ime za otpornike s vrlo visokim negativnim temperaturnim koeficijentom otpora), elektrodinamski sistemi itd., koji u sklopu odgovarajućih kompenzacionih metoda omogućavaju postizanje tačnosti potrebne za baždarenje najpreciznijih izmjeničnih mjernih instrumenata klase tačnosti 0,1. Slično kao kod izmjeničnih mostova, za nulinstrumente se upotrebljavaju vibracioni galvanometri, telefonske slušalice, a u posljednje vrijeme sve više i raznovrsni elektronički nulinstrumenti.

6.5.1. Izmjenični kompenzator s termopretvaračem

Kako smo već naveli u poglavlju 4.9.2, istosmjerni napon termopretvarača razmjeran je snazi I^2R trošenoj za grijanje ogrjevne žice, pa ćemo dobiti iste vrijednosti tog napona bilo da grijemo žicu istosmjernom ili izmjeničnom strujom, ako se njihove efektivne vrijednosti ne razlikuju. Odstupanja se pojavljuju tek na vrlo visokim frekvencijama, kada se zbog djelovanja skinefekta primjetno povećava djelatni otpor R ogrjevne žice. Takvo svojstvo termopretvarača omogućava vrlo precizno mjerenje izmjeničnih veličina pomoću istosmjernih mjernih metoda. Razumljivo je da se visoka tačnost mjerenja može pri tome postići samo ako se istosmjerni napon termopretvarača mjeri istosmjernim kompenzacionim metodama. Osim toga, potrebno je predvidjeti stalnu i neposrednu mogućnost baždarenja termopretvarača istosmjernom strujom, jer su njegove karakteristike podložne starenju i vanjskim utjecajima. I to baždarenje treba provesti istosmjernim kompenzacionim metodama. Takvim postupkom može se onda ostvariti tačnost koja je potrebna za baždarenje najpreciznijih izmjeničnih mjernih instrumenata klase tačnosti 0,1.



Slika 6.51. Izmjenični kompenzator s termopretvaračem: a) baždarenje istosmjernom strujom; b) mjerenje izmjeničnog napona

Pojednostavnjena shema jednog izmjeničnog kompenzatora, koja se temelji na gore iznesenim principima, prikazana je na sl. 6.51. U pomoćnom istosmjernom kompenzacionom krugu ugodi se struja I_p otporom R_p, na određenu vrijednost, gdje je pad napona na otporu R_N jednak naponu U_N etalonskog elementa (sl. 6.51*a*), slično kao kod istosmjernih kompenzatora. Za pomoćnu struju I_p obično se odabire 10 mA. Pomoćna struja teče i kroz ogrjevnu žicu termopretvarača T_p. On se zbog toga grije, te na stezaljkama termoelementa nastaje istosmjerni napon koji se kompenzira padom napona na otporu R između kliznika, tj. kliznici se dotle pomiču dok nulindikator N_2 ne ostane bez otklona. Nakon toga se ogrjevna žica termopretvarača uključi u izmjenični krug, a otpor R_d u istosmjerni (sl. 6.51 *b*). Otpor R_d je jednak otporu ogrjevne žice termopretvarača, pa ovo prespajanje neće izazvati promjenu struje I_p u pomoćnom istosmjernom krugu. Ne mijenjajući otpor R ugađa se sada struja u izmjeničnom krugu dotle, dok nulindikator N_2 ne ostane ponovo bez otklona. Tada kroz ogrjevnu žicu termopretvarača teče struja iste efektivne vrijednosti I_p kao i pri prvom ugađanju, pa je vrijednost mjerenog izmjeničnog napona U_x:

$$U_x = I_p (R_i + R_d) \tag{6.104}$$

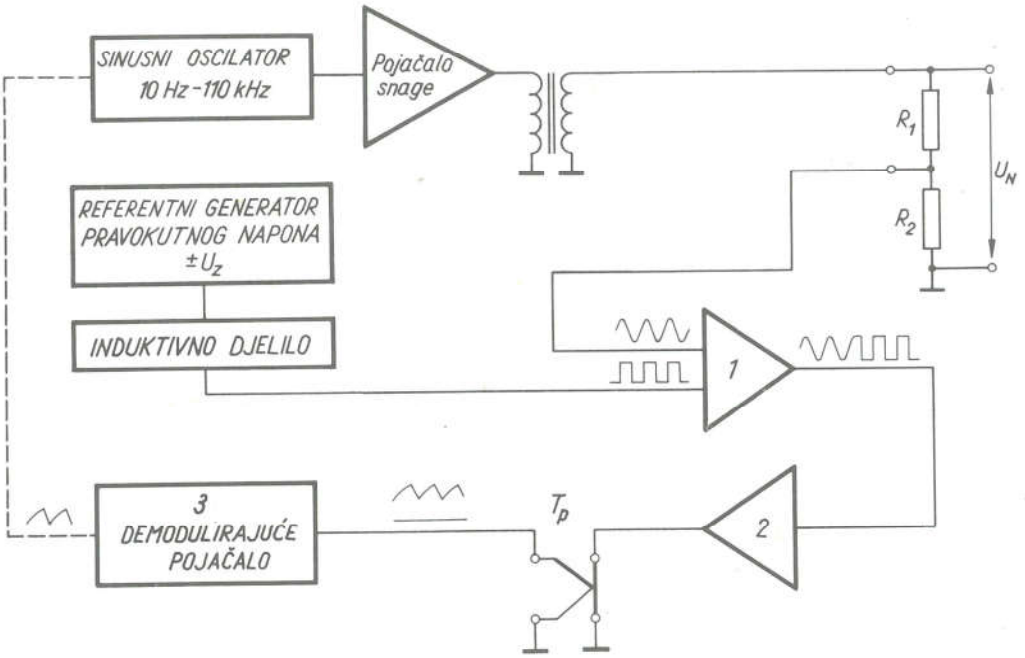
Upotrebom preciznih otpornika u istosmjernom i izmjeničnom krugu mogu se na taj način mjeriti izmjenični naponi unutar granica pogrešaka ± 0,03 do ± 0,05 %, na frekvencijama do 10000 Hz. Primjenom preciznih shuntova i strujnih transformatora mogu se istom tačnošću mjeriti i izmjenične struje do vrlo velikih vrijednosti. Na sličnom principu radi izmjenični kompenzator sa dva termopretvarača prema dr Rumpu, izmjenični kompenzator tvornice Tettex, kompenzator prema Griffinu i Hermachu itd.

Postupak baždarenja preciznih izmjeničnih instrumenata pomoću kompenzatora s termopretvaračem može se bitno pojednostavniti ako se pomoćni istosmjerni krug napaja iz visokostabiliziranog istosmjernog izvora, tako da je potrebno samo povremeno provjeravati vrijednost pomoćne struje. Daljnje pojednostavnjenje dobivamo ako struju u izmjeničnom krugu kompenzatora ugađamo na osnovi pokazivanja baždarenog mjernog instrumenta. Tada će pri termopretvaraču uključenom u izmjenični krug nulindikator N_2 ostati bez otklona, ako baždareni instrument ne griješi. U protivnom će se nulindikator N_2 otkloniti. Dapače, nulindikator se može tako odabrati i izbaždariti da izravno pokazuje procentualnu pogrešku baždarenog instrumenta.

Za baždarenje preciznih instrumenata, naročito digitalnih, posebno su prikladni kalibratori (pogl. 3.3) koji na svom izlazu daju izmjenični napon od 10 Hz do preko 100 kHz vrlo tačno poznatog iznosa. U biti se i njihova tačnost temelji na usporedbi poznatog i nepoznatog napona pomoću termopretvarača, s tom razlikom što je ovdje ta usporedba potpuno automatizirana i ponavlja se više puta u sekundi. Blok-shemu takvog kalibratora prikazuje sl. 6.52. Iz jedne vrlo stabilne Zenerove diode, smještene u termostatu, dobiva se istosmjerni napon U_Z na kojemu se osniva tačnost kalibratora. Taj napon se komutira pomoću posebnoga elektroničkog sklopa i tako se dobiva izmjenični pravokutni napon iznosa $\pm U_Z$. Promjene efektivne vrijednosti tog napona, u razdoblju od šest mjeseci, iznose otprilike ± 0,001%. Tako dobiveni pravokutni napon privodi se na ulaz induktivnog djelila sa šest dekada i uspoređuje s izlaznim naponom kalibratora U_N izravno ili preko preciznih djelitelja napona R_1 i R_2. Uspoređivanje se provodi tako da elektronička preklopka *1* redom uključuje više puta u sekundi pravokutni napon i napon s izlaza kalibratora, te ih preko pojačala *2* privodi ogrjevnoj žici termopretvarača T_p. Ako oba napona imaju jednaku efektivnu vrijednost, onda istosmjerni napon termoelementa pretvarača nije valovit, već ima stalni iznos. Obratno, što se efektivne vrijednosti tih napona više razlikuju, to istosmjerni napon ima veću izmjeničnu komponentu. Pojačalo *3* odbacuje istosmjerni napon termoelementa i pojačava izmjeničnu komponentu koja dalje služi za automatsku korekciju napona sinusnog oscilatora. Takvom korekcijom otklanja se valovitost napona termoelementa, što znači da nema razlike između efektivnih vrijednosti pravokutnog i sinusnog napona. Na taj se način postiže tačnost izlaznog napona kalibratora od ± 0,02% na frekventnom području od 50 do 20 000 Hz. Naponska područja takvog kalibratora su: 1 mV, 10 mV, 100 mV, 1 V, 10 V, 100 V i 1000 V, a napon se na svim područjima može namjestiti na šest mjesta.

Na sličnom principu djeluju i vrlo tačni pretvarači efektivnih vrijednosti izmjeničnih napona u istosmjerni napon. Visoka tačnost se tu postiže tako da se mjereni izmjenični napon uspoređuje s istosmjernim naponom s izlaza pretvarača. Usporedba se obavlja pomoću termopretvarača kao i kod opisanog kalibratora, s tom razlikom da se ovdje pravokutni napon dobiva komutiranjem izlaznoga istosmjernog napona. Iznos se tog napona automatski ugađa sve dok iščezne va-

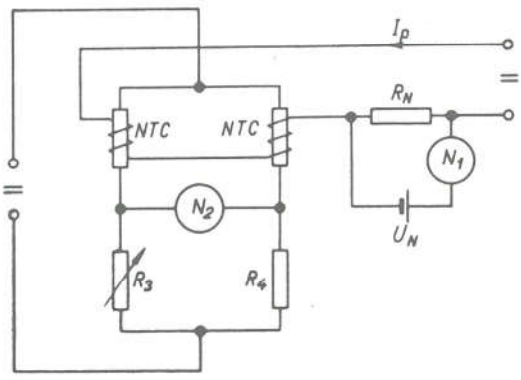
lovitost napona termoelementa. Kada je to postignuto, onda je efektivna vrijednost izmjeničnog napona na ulazu pretvarača jednaka istosmjernom naponu na njegovu izlazu. Tako dobiveni istosmjerni napon mjeri se digitalnim voltmetrom, pa je cijela kombinacija vrlo tačni digitalni voltmetar efektivnih vrijednosti izmjeničnih napona (granice pogrešaka na frekvencijskom području od 50 Hz do 100 kHz iznose oko ± 0,03%).



Slika 6.52. Kalibrator izmjeničnih napona od 1mV do 1000 V frekvencije od 10 Hz do 110 kHz (Hewlett-Packard)

6.5.2. Izmjenični kompenzator s NTC otpornicima

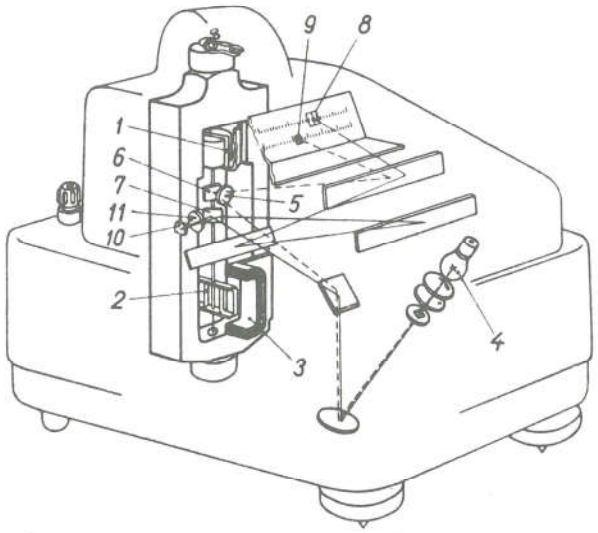
Neki izmjenični kompenzatori umjesto termopretvarača koriste NTC otpornike omotane ogrjevnom žicom (sl. 6.53). Dva takva otpornika tvore grane Wheatstoneova mosta, a kroz njihove ogrjevne žice teče ista istosmjerna struja I_p ugođena pomoću etalonskog elementa napona U_N, preciznog otpornika otpora R_N i nul-indikatora N_1. Wheatstoneov most se uravnoteži ugađanjem otpora R_3, a onda se ogrjevna žica jednog od NTC otpornika uključi u mjereni izmjenični krug. Uz nepromijenjene iznose otpora R_3 i R_4 uspostavit će se ponovo ravnoteža Wheatstoneova mosta samo kad je efektivna vrijednost izmjenične struje jednaka onoj istosmjerne.



Slika 6.53. Izmjenični kompenzator s NTC otpornicima

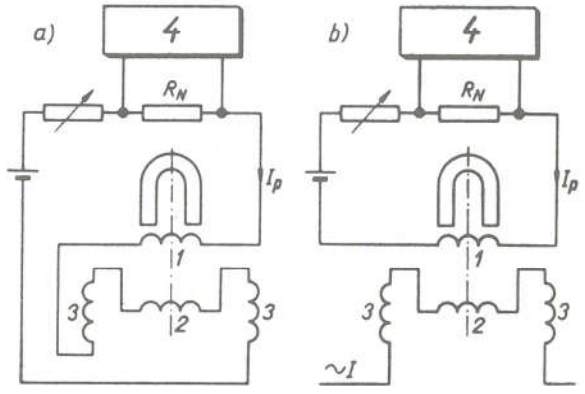
6.5.3. Izmjenični kompenzator s elektrodinamskim mjernim sistemom

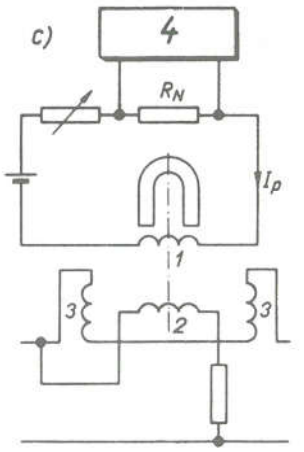
Vrlo tačnu usporedbu izmjeničnih i istosmjernih veličina omogućava i instrument s dva mjerna sistema prema Shotteru i Hawkesu (sl. 6.54). Pomični svitak *1* sistema s permanentnim magnetom i svitak *2* elektrodinamskog sistema učvršćeni su na istoj osovini koja je napeta trakama. Mjerni sistemi su tako izvedeni i spojeni da su njihovi momenti jednaki, ali suprotni kad kroz njih teče ista istosmjerna struja. To se može provjeriti baždarenjem prema sl. 6.55*a*. Kroz svitak sistema s permanentnim magnetom, te kroz pomični i nepomične svitke elektrodinamskog sistema, propusti se istosmjerna struja I_p koja se mjeri istosmjernim kompenzatorom *4*. Pri tome se ne smije dobiti otklon instrumenta. Ako smo to postigli, nećemo dobiti otklon ni kad kroz elektrodinamski sistem propustimo izmjeničnu struju efektivne vrijednosti I_p (sl. 6.55 *b*). Otklon će nastati samo onda kada se



Slika 6.54. Instrument s dva mjerna sistema prema Shotteru i Hawkesu

1 pomični svitak sistema s permanentnim magnetom; *2* pomični svitak elektrodinamskog sistema; *3* nepomični svitak elektrodinamskog sistema; *4* izvor svijetla; *5* leća za kraću svjetlosnu kazaljku; *6* zrcalo na pomičnom organu za kraću svjetlosnu kazaljku; *7* zrcalo na pomičnom organu za dulju svjetlosnu kazaljku; *8* gornja skala na koju pada dulja svjetlosna kazaljka; *9* donja skala; *10* nepomično zrcalo; *11* leća za dulju svjetlosnu kazaljku





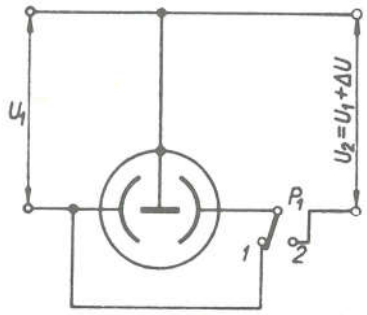
Slika 6.55. Izmjenični kompenzator s dva mjerna sistema prema Shotteru i Hawkesu: a) baždarenje; b) mjerenje struje; c) mjerenje snage

1 svitak sistema s permanentnim magnetom; *2* pomični svitak elektrodinamskog sistema; *3* nepomični svici elektrodinamskog sistema; *4* istosmjerni kompenzator

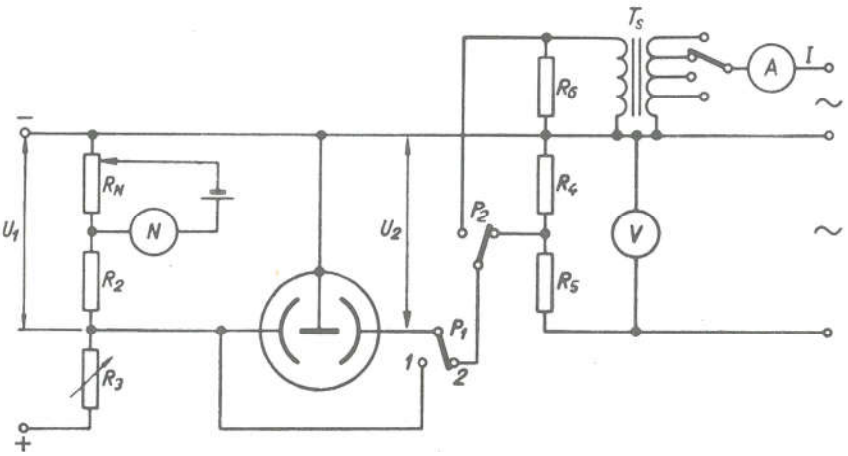
istosmjerna i izmjenična struja razlikuju po veličini. Taj otklon će biti razmjeran njihovoj razlici, pa se skala instrumenta može izbaždariti npr. tako da izravno pokazuje procentualni iznos razlike. Odgovarajućim spajanjem svitaka elektrodinamskog sistema dobiva se mogućnost mjerenja izmjeničnih struja, napona i snaga (sl. 6.55 *c*). Na frekventnom području od 25 do 500 Hz postižu se ovakvim rješenjem granice pogrešaka koje ne prelaze ± 0,05 %. U izvedbi instrumenta s dva mjerna sistema, prikazanoj na sl. 6.54, predviđene su dvije skale. Na donju skalu pada svjetlosna zraka duljine 400 mm, a na gornju zraka pet puta dulja (2000 mm). Time se na gornjoj skali dobiva pet puta veća osjetljivost, koja se koristi za fina ugađanja i očitanja malih razlika.

6.5.4. Izmjenični kompenzator s kvadrantnim elektrometrom

Kvadrantni elektrometar, opisan u poglavlju 4.8.2, također može poslužiti za vrlo tačnu usporedbu istosmjernih i izmjeničnih napona zahvaljujući svojoj frekvencijskoj neovisnosti. Između pomične elektrode i jedne nepomične elektrode elektrometra priključi se poznati istosmjerni napon U_1, a između pomične elektrode



Slika 6.56. Usporedba istosmjernih i izmjeničnih napona pomoću kvadrantnog elektrometra



Slika 6.57. Baždarenje voltmetra i ampermetra pomoću izmjeničnog kompenzatora s kvadrantnim elektrometrom

i druge nepomične elektrode mjereni izmjenični napon U_2, čija se efektivna vrijednost samo malo razlikuje od vrijednosti U_1, tj. $U_2 = U_1 + \Delta U$ (sl. 6.56 preklopka P_1 u položaju *2*). Zakretanje pomične elektrode za kut $d\alpha$ dovodi do povećanja njenog kapaciteta prema jednoj nepomičnoj elektrodi za dC_1 i do smanjenja njenog kapaciteta prema drugoj elektrodi za dC_2. Pri tom je kod kvadrantnog elektrometra $dC_1 = -dC_2$. Mehanička radnja $M_1 d\alpha$ izvršena tim zakretanjem jednaka je promjeni energije sadržane u kapacitetu elektrometra:

$$M_1 d\alpha = \tfrac{1}{2} U_1^2 \, dC_1 + \tfrac{1}{2} U_2^2 \, dC_2 \qquad (6.105)$$

odnosno:

$$M_1 = \frac{dC_2}{d\alpha} (U_1 \, \Delta U + \tfrac{1}{2} \Delta U^2) \qquad (6.106)$$

Ako je ΔU malo prema U_1, možemo u gornjem izrazu zanemariti član $\frac{1}{2} \Delta U^2$:

$$M_1 \approx \frac{dC_2}{d\alpha} U_1 \, \Delta U \qquad (6.107)$$

Kako je torzioni moment traka s kojima je napeta pomična elektroda razmjeran kutu zakretanja ($M_2 = D\alpha$), dobiva se otklon pomične elektrode u stanju ravnoteže ($M_1 = M_2$):

$$\alpha = \frac{1}{D} \frac{dC_2}{d\alpha} U_1 \, \Delta U \qquad (6.108)$$

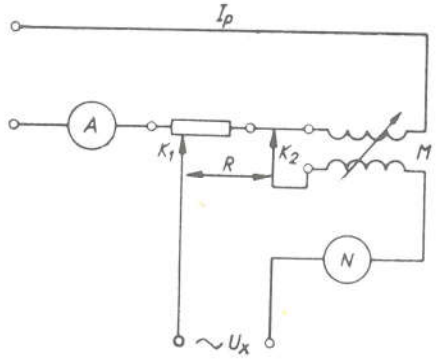
Iz gornjeg izraza lako je zaključiti da se za neki određeni napon U_1 može otklon pomične elektrode izbaždariti u procentima odstupanja napona U_2 od U_1:

$$\alpha = \frac{1}{D}\frac{dC_2}{d\alpha} U_1^2 \Delta U\% \cdot 10^{-2} \qquad (6.109)$$

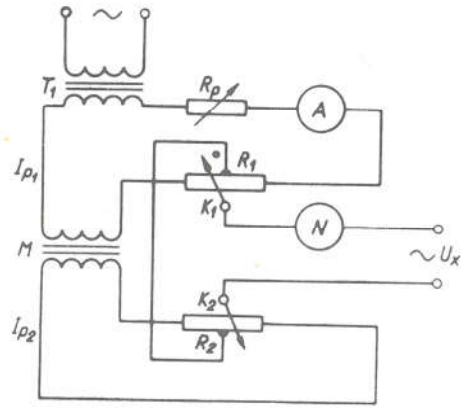
Pri $U_2 = U_1$ treba da je otklon $\alpha = 0$, što se može lako provjeriti prebacivanjem preklopke P_1 u položaj *1*. Istosmjerni napon U_1 mjeri se vrlo tačno posredstvom otpora R_N, etalonskog elementa napona U_N i nulindikatora N (sl. 6.57). Na stezaljkama voltmetra V, koji se baždari, naravna se određeni otklon i pomoću potenciometra, sastavljenog od otpornika otpora R_4 i R_5, smanji napon na iznos U_2. Pri tome se vrijednosti otpora R_4 i R_5 tako odaberu da je napon U_2 upravo jednak naponu U_1, ako voltmetar ispravno pokazuje. Ako baždareni voltmetar griješi, otklonit će se elektrometar i izravno pokazati procentualnu pogrešku voltmetra. Pri baždarenju ampermetara upotrebljava se strujni transformator T_S koji je na sekundarnoj strani premošten otporom R_6. Vrijednost tog otpora tako se odabere da pri tačnom pokazivanju ampermetra pad napona na tom otporu upravo iznosi U_1.

6.5.5. Kompleksni izmjenični kompenzatori

Dosad opisani izmjenični kompenzatori ne omogućavaju određivanje faznog pomaka mjerenih izmjeničnih napona i struja, jer se kompenzacija provodi tek nakon njihova pretvaranja u istosmjerne veličine. Ako se želi kompenzacionim metodama odrediti i fazni pomak izmjeničnih veličina, upotrebljavaju se tzv. kompleksni kompenzatori. U njihovom pomoćnom krugu teče izmjenična struja, čija se veličina mjeri jednim od dosad opisanih kompenzacionih postupaka. Pri manjim zahtjevima u pogledu tačnosti mjeri se pomoćna struja preciznim instrumentom s pomičnim željezom, ili elektrodinamskim instrumentom.



Slika 6.58. Kompleksni izmjenični kompenzator s promjenljivim međuinduktivitetom



Slika 6.59. Geygerov kompleksni kompenzator

Kod kompleksnog kompenzatora, prikazanog na sl. 6.58, dobiva se kompenzacioni napon iz dva napona, U_y i U_z, međusobno zakrenuta za 90°, koji se mogu mijenjati po veličini. Napon U_y vlada na otporu R između kliznika K_1 i K_2 i u fazi je s pomoćnom strujom I_p koja teče kroz taj otpor ($U_y = RI_p$). Struja I_p teče i kroz primarni namot transformatora promjenljivog međuinduktiviteta M, pa se u njegovom sekundarnom namotu inducira napon $U_z = j\omega M I_p$ koji je fazno pomaknut

za 90° prema naponu U_y. Naponima U_y i U_z kompenzira se mjereni napon U_x, pa kada kroz nulindikator ne teče struja, vrijedi:

$$U_x = \sqrt{U_y^2 + U_z^2} = I_p \sqrt{R^2 + \omega^2 M^2} \tag{6.110}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_z}{U_y} = \frac{\omega M}{R} \tag{6.111}$$

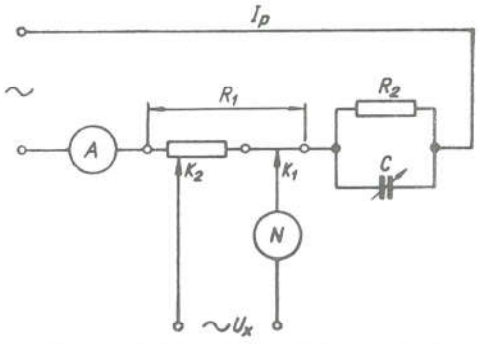
Kod *Geygerovog izmjeničnog kompenzatora* također se dobiva kompenzacioni napon iz dva napona međusobno fazno zakrenuta za 90° (sl. 6.59). Pomoćni krug kompenzatora napaja se preko izolacionog transformatora T_1. Struja I_{p1} u tom pomoćnom krugu ugodi se otporom R_p na određenu vrijednost, koja se očitava na preciznom ampermetru A. Preko transformatora stalnog međuinduktiviteta M napaja se drugi pomoćni kompenzacioni krug. Njegova struja I_{p2} fazno je zakrenuta praktički za 90° prema struji I_{p1}, jer se otpor R_2 drugog pomoćnog kruga odabire znatno veći od reaktancije toga kruga. Stoga vrijedi:

$$\boldsymbol{I}_{p2} \approx \frac{j\omega M \boldsymbol{I}_{p1}}{R_2} \tag{6.112}$$

Struja I_{p1} teče kroz otpornik otpora R_1, a struja I_{p2} kroz otpornik otpora R_2. Sredine tih otpornika su međusobno spojene, pa između njihovih kliznika K_1 i K_2 vlada napon koji je suma pada napona U_y između kliznika K_1 i spojišta, i pada napona U_z između kliznika K_2 i spojišta. Padovi napona U_y i U_z su međusobno fazno zakrenuti za 90° i mogu se mijenjati po veličini i predznaku, tako da se njihovim sumiranjem može kompenzirati mjereni napon U_x bilo kojeg faznog pomaka. Neke izvedbe ovakvih kompenzatora (Hartmann-Braunov izmjenični kompenzator) omogućavaju mjerenje izmjeničnih napona od 0,02 do 500 V i izmjeničnih struja od 0,0002 do 20 A, na frekvencijama od 50 do 1000 Hz (pogl. 9.2.2 d).

Pri mjerenju pogrešaka mjernih transformatora upotrebljava se *kompenzator za male fazne pomake* (sl. 6.60). Struja I_p mjerena ampermetrom A teče kroz otpor R_1, te paralelnu kombinaciju otpora R_2 i kapaciteta C. Impedancija takve kombinacije iznosi:

$$\boldsymbol{Z} = R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega C R_2}$$



Slika 6.60. Kompleksni izmjenični kompenzator za male fazne pomake

Množenjem brojnika i nazivnika drugog sumanda sa $1 - j\omega C R_2$ slijedi:

$$\boldsymbol{Z} = R_1 + \frac{R_2 - j\omega C R_2^2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} \quad \text{ili:} \quad \boldsymbol{Z} = \frac{R_1 + R_2 + \omega^2 C^2 R_1 R_2^2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} - j \frac{\omega C R_2^2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}$$

Tangens faznog kuta δ_z impedancije $\boldsymbol{Z}$ prema tome iznosi:

$$\operatorname{tg} \delta_z = - \frac{\omega C R_2^2}{R_1 + R_2 + \omega^2 C^2 R_1 R_2^2} \tag{6.113}$$

Ovaj spoj se koristi, kako smo već naveli, za mjerenje malih faznih pomaka, pa je redovno $\omega^2 C^2 R_1 R_2^2$ neznatno prema $R_1 + R_2$. Stoga se izraz (6.113) može pojednostavniti:

$$\operatorname{tg} \delta_Z \approx - \frac{\omega C R_2^2}{R_1 + R_2} \tag{6.114}$$

Struja I kroz impedanciju Z prednjačit će prema naponu U za kut δ, koji je jednak negativnom faznom kutu impedancije Z ($\operatorname{tg} \delta = -\operatorname{tg} \delta_Z$). Stoga će i kompenzacioni napon $I R$, koji se dobiva na otporu R između kliznika K_1 i K_2, prednjačiti prema naponu U za kut δ. Veličina kompenzacionog napona ugađa se s kliznicima K_1 i K_2 za fino i grubo ugađanje, a fazni pomak promjenom kapaciteta C. Kad se postigne ravnoteža, pad napona između kliznika K_1 i K_2 jednak je mjerenom naponu U_x, pa vrijedi:

$$U_x = I R \qquad \operatorname{tg} \delta \approx \frac{\omega C R_2^2}{R_1 + R_2} \tag{6.115}$$

Ako mjereni napon U_x fazno zaostaje prema naponu U, potrebno je kapacitet C spojiti paralelno otporu R_1.

6.6. Zadaci

1) Koliki je otpor mjerenog otpornika ako je na Wheatstoneovu mostu s dekadskim otpornicima dobiven na nulindikatoru otklon $-8{,}5$ d.sk. kod $R_2 = 121\ \Omega$ i otklon $+10{,}4$ d.sk. kod $R_2 = 121{,}1\ \Omega$? U oba primjera bio je $R_3 = 100\ \Omega$ i $R_4 = 100\ \Omega$.

2) Kolike su procentualne granice pogrešaka Wheatstoneova mosta s kliznom žicom zbog netačnosti očitanja ako su: 1) $a = 15$ mm, 2) $a = 120$ mm? Duljina klizne žice iznosi 300 mm, a granice pogrešaka očitanja duljine a klizne žice iznose $\pm 0{,}5$ mm.

3) Koliki otpor treba dodati s jedne i druge strane klizne žice Wheatstoneova mosta s kliznom žicom ako se želi da granice pogrešaka zbog netačnog očitanja ne pređu 1%? Duljina klizne žice iznosi 300 mm, granice pogrešaka očitanja na kliznoj žici $\pm 0{,}2$ mm, a otpor klizne žice $10\ \Omega$.

4) Koje vrijednosti otpora R_2, R_3 i R_4 treba odabrati da bi se postigla najveća osjetljivost Wheatstoneova mosta ako su: $R_1 = 10000\ \Omega$, $R_5 = 500\ \Omega$, a napon na mostu $U = 2$ V? Kolika mora biti strujna konstanta C_i nulindikatora ako se želi postići $\delta_{min} = 0{,}01\%$ (uzeti $I_{5min} = C_i/10$)? Pretpostaviti $R_0 \approx 0$.

5) Koje vrijednosti otpora R_2, R_3, R_4 i R_5 treba odabrati da bi se postigla najveća osjetljivost Wheatstoneova mosta uz određeni vlastiti potrošak nulindikatora, ako je $R_1 = 10000\ \Omega$ i napon na mostu $U = 2$ V? Koju strujnu konstantu C_i treba imati nulindikator da bi se postiglo $\delta_{min} = 0{,}01\%$ (uzeti $I_{5min} = C_i/10$)? Pretpostaviti $R_0 \approx 0$.

6) Potrebno je izmjeriti otpor od $10\ \Omega$ u Wheatstoneovu mostu, a da pri tome izvor napona ne bude opterećen više od 1 W. Koje su najpovoljnije vrijednosti otpora R_2, R_3, R_4 i R_5, ako se želi postići najveća osjetljivost mosta uz određeni vlastiti potrošak nulindikatora? Koliki je napon na mostu? Pretpostaviti $R_0 \approx 0$.

7) Kolika će procentualna pogreška nastati pri mjerenju Wheatstoneovim mostom otpornika vrijednosti $0{,}05\ \Omega$, ako se ne vodi računa o otporu dvaju bakrenih vodiča s kojima je mjereni otpornik priključen na most? Svaki vodič je dug 0,5 m, presjeka 0,5 mm^2, a otpor kontakta na njihovim pojedinim spojnim mjestima iznosi $5 \cdot 10^{-4}\ \Omega$.

8) Kolika je vrijednost otpora mjerenog Thomsonovim mostom ako su: $R_N = 0{,}1$; $R_1 = R_3 = 64$ i $R_2 = R_4 = 1000\ \Omega$? Kolika će procentualna pogreška nastati kad je R_3 veći za 5% od R_1, ako se pri tom vrijednost mjerenog otpora odredi prema jednostavnom izrazu (6.49)? Ovdje neka je $R_s = 10^{-4}\ \Omega$.

9) Kolika je vrijednost otpora mjerenog Thomsonovim mostom ako su: $R_N = 0{,}05\ \Omega$; $R_1 = R_3 = 60\ \Omega$ i $R_2 = R_4 = 1000\ \Omega$? Kolika će pogreška nastati kad se ne vodi računa o otporu vodiča s kojim je mjereni otpornik priključen na most, ako je otpor svakog pojedinog vodiča 0,01 Ω.

10) Kolika je mjerna nesigurnost zbog neosjetljivosti Thomsonova mosta ako su: $R_N = 0{,}1\ \Omega$, $R_1 = R_3 = 10\ \Omega$, $R_2 = R_4 = 1000\ \Omega$, $R_s = 0{,}0001\ \Omega$, $R_5 = 50\ \Omega$, $I_{5min} = 0{,}5 \cdot 10^{-7}$ A, a struja kroz mjereni otpor iznosi 3 A?

11) Kako se moraju odnositi vrijednosti otpora R_1 i R_2 u Thomsonovu mostu prema sl. 6.15, ako se žele postići mjerni opsezi koji se odnose kao $1 : 10 : 10^2 : 10^3 : 10^4$?

12) Struja u pomoćnom krugu kompenzatora prema sl. 6.37 iznosi 1 mA, a otpor pomoćnog kruga 4000 Ω. Koju strujnu konstantu C_i mora imati nulindikator (uzeti $I_{nmin} = C_i/10$), ako se želi da pri mjerenju napona 0,8 V mjerna nesigurnost zbog neosjetljivosti iznosi 0,1%? Otpor nulindikatora iznosi 200 Ω, a unutarnji otpor mjerenog izvora može se zanemariti.

13) Koju strujnu konstantu C_i mora imati nulindikator u Feussnerovu kompenzatoru, ako se pri mjerenju napona 90 V želi da mjerna nesigurnost zbog neosjetljivosti iznosi 0,01% (uzeti $I_{nmin} = C_i/10$)? Otpor pomoćnog kruga iznosi 40000 Ω, a otpor nulindikatora 300 Ω. Djelitelj napona ima ukupno 100 kΩ i spojen je tako da smanjuje mjereni napon 100 puta.

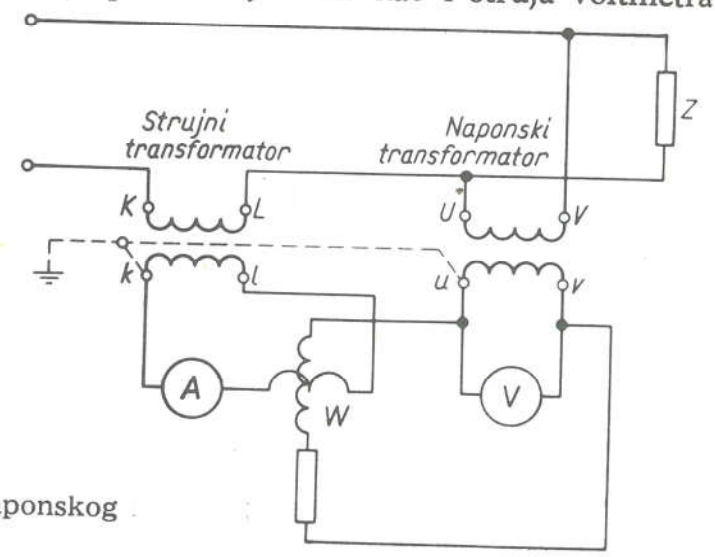
14) Koliki su veličina mjerenog napona i njegov fazni pomak, ako je na kompleksnom kompenzatoru prema sl. 6.58 postignuta ravnoteža kod $R = 860\ \Omega$ i $M = 42$ mH? Struja u pomoćnom krugu kompenzatora iznosi 10 mA, a frekvencija 1000 Hz.

15) Na kompenzatoru za male fazne pomake prema sl. 6.60 postignuta je ravnoteža kod $R = 520\ \Omega$, $R_1 = 1000\ \Omega$, $R_2 = 500\ \Omega$ i $C = 82$ nF. Koliki su veličina mjerenog napona i njegov fazni pomak, ako je struja u pomoćnom krugu kompenzatora 50 mA, a frekvencija 50 Hz?

7. MJERNI TRANSFORMATORI

Mjerenje visokih izmjeničnih napona i velikih struja, snaga i energija pomoću instrumenata izravno uključenih u mjereni strujni krug, zahtijevalo bi glomazne instrumente različitih izvedbi, prilagođenih visini napona i veličini struje mjerenog strujnog kruga. Pri iole većim strujama i naponima postaje takvo rješenje posve nepraktično i često gotovo neizvedivo, pa se tada upotrebljavaju mjerni transformatori koji reduciraju mjerene struje i napone na vrijednosti prikladne za mjerenje, tj. redovno na nazivne struje od 1 ili 5 A i nazivne napone od 100 V, $100/\sqrt{3}$ V i $200/\sqrt{3}$ V. Ujedno takvi transformatori služe za izoliranje mjernih instrumenata od visokih napona u mjerenom krugu, tako da rukovanje s njima postaje bezopasno.

Mjerni transformatori sastoje se redovno od jezgre izrađene od magnetskog materijala, te od primarnog i sekundarnog namota koji su međusobno odvojeni i izolirani, ovisno o visini napona u mjerenom krugu. Njihovi primarni namoti uključuju se u mjereni strujni krug, dok se na njihove sekundarne namote priključuju mjerni instrumenti. Koriste se dvije vrste mjernih transformatora: *naponski* i *strujni*. Primarni namot naponskog (mjernog) transformatora priključuje se *paralelno* potrošaču čiji se napon mjeri (sl. 7.1). Pri tome struja kroz njegov primarni namot mora biti znatno manja od struje potrošača, slično kao i struja voltmetra pri izravnom mjerenju napona. Primarni namot strujnog transformatora uključuje se u *seriju* s potrošačem (sl. 7.1), pa kroz njega teče puna struja potrošača. Tu zahtijevamo da pad napona na njegovom primarnom namotu bude neznatan prema naponu potrošača, slično kao pad napona na ampermetru pri izravnom mjerenju struje.



Slika 7.1. Priključivanje strujnog i naponskog transformatora

Na sekundarne namote mjernih transformatora priključuju se, osim voltmetara i ampermetara, strujne i naponske grane vatmetara, varmetara, fazometara itd., pa je potrebno da sekundarni napon naponskog transformatora, odnosno sekundarna struja strujnog transformatora, budu u fazi s primarnim naponom, odnosno s primarnom strujom.

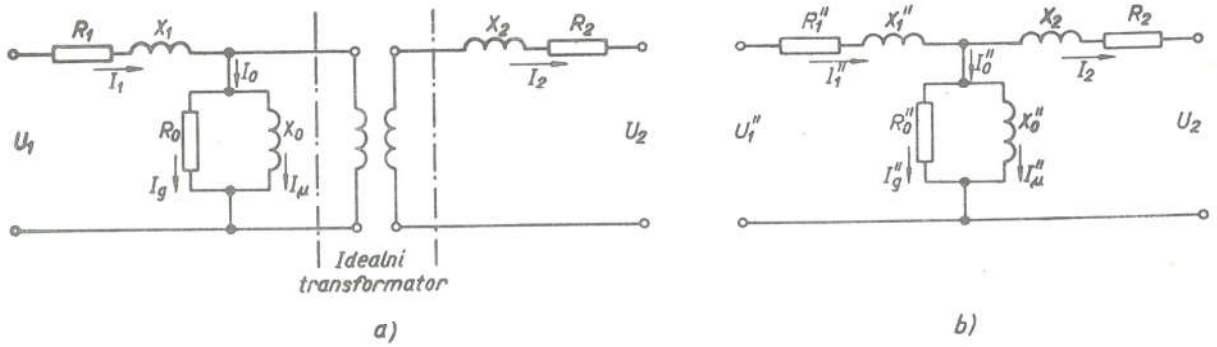
7.1. NAPONSKI TRANSFORMATORI

7.1.1. Način djelovanja

Od naponskih (mjernih) transformatora zahtijeva se da transformiraju mjerene napone u jednom praktički stalnom omjeru i gotovo bez faznog pomaka, na vrijednosti koje su prikladne za mjerenje mjernim instrumentima. Taj zahtjev bi u potpunosti ispunio samo idealan transformator. To bi bio transformator u kojem ne nastaju nikakvi padovi napona i čija je struja magnetiziranja jednaka nuli. To bi bilo moguće jedino kad bi njegovi namoti bili bez djelatnog otpora a njegova jezgra neizmjerne magnetske vodljivosti. Osim toga, trebalo bi da primarni i sekundarni namot obuhvaćaju čitav magnetski tok, tj. da nema nikakvih rasipnih tokova. Lako je razabrati da između primarnog napona U_1 i sekundarnog napona U_2 idealnog transformatora vlada uvijek stalan odnos, upravo jednak odnosu broja zavoja N_1 i N_2 primarnog i sekundarnog namota:

$$U_1 : U_2 = N_1 : N_2 \tag{7.1}$$

Prema tome, pomoću idealnog transformatora možemo lako odrediti vrijednost napona priključenog na njegov primarni namot, ako izmjerimo napon na njegovim sekundarnim stezaljkama i pomnožimo s omjerom broja zavoja N_1/N_2. Primarni namot realnog transformatora imat će određeni djelatni otpor R_1, a sekundarni namot otpor R_2, pa takav transformator možemo prikazati pomoću idealnog transformatora kojemu smo na primarnoj strani dodali otpor R_1, a na sekundarnoj otpor R_2 (sl. 7.2 *a*). Osim toga, kod realnog transformatora jedan dio magnetskog toka zahvaćat će samo primarni namot. To je tzv. rasipni primarni tok, koji je razmjeran primarnoj struji transformatora. Njegov utjecaj možemo obuhvatiti



Slika 7.2. Nadomjesna shema transformatora

pomoću tzv. primarnog rasipnog induktiviteta $L_{1\sigma}$ ili pomoću primarne rasipne reaktancije: $X_1 = \omega L_{1\sigma}$, što dodajemo na primarnu stranu idealnog transformatora. Slično tome možemo utjecaj rasipnog toka sekundarnog namota obuhvatiti pomoću sekundarne rasipne reaktancije $X_2 = \omega L_{2\sigma}$ (sl. 7.2 *a*). Djelatne i jalove gubitke jezgre možemo nadomjestiti gubicima u otporu R_0 i reaktanciji X_0, spojenim paralelno idealnom transformatoru (sl. 7.2 *a*). Shema realnog transformatora postaje još preglednija ako pretpostavimo jednak broj zavoja primarnog i sekundarnog namota. Tada se, s obzirom na padove napona, neće ništa promijeniti ako

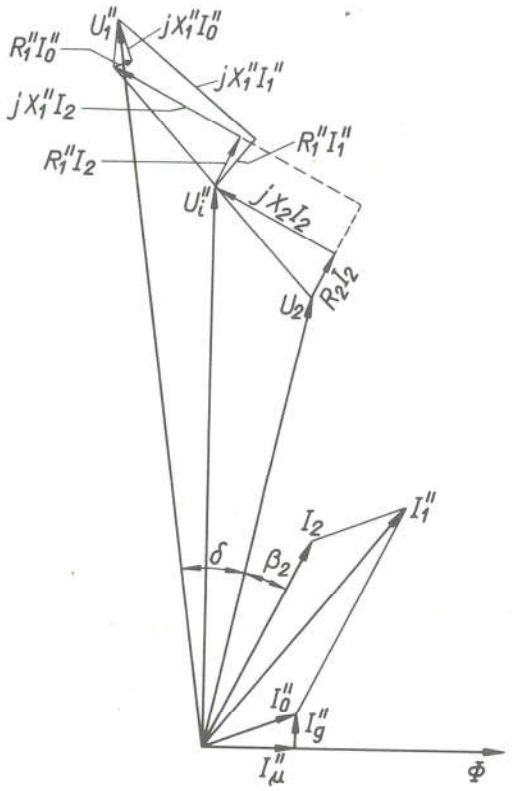
na sl. 7.2*a* izostavimo idealni transformator i pređemo na poznatu nadomjesnu shemu transformatora, prikazanu na sl. 7.2*b*. Tom se shemom možemo poslužiti i kada nije jednak broj zavoja primarnog i sekundarnog namota. Dovoljno je da sve vrijednosti reduciramo npr. na sekundarnu stranu transformatora. Vrijednosti primarnog napona, struje i otpora, reducirane na sekundarnu stranu, iznose:

$$U_1'' = U_1 \frac{N_2}{N_1}$$

$$I_1'' = I_1 \frac{N_1}{N_2}$$

$$R_1'' = R_1 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2$$

$$X_1'' = X_1 \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \qquad (7.2)$$



Slika 7.3. Vektorski dijagram naponskog transformatora

Iz nadomjesne sheme lako razabiremo da omjer između napona U_1 i U_2 realnog transformatora nije jednak omjeru zavoja N_1 i N_2, a niti su naponi U_1 i U_2 posve u fazi. Razlog je pad napona koji izaziva primarna struja I_1 u otporu R_1 i reaktanciji X_1 i sekundarna struja I_2 u otporu R_2 i reaktanciji X_2. Ti padovi napona bit će manji ako je manje opterećenje transformatora, odnosno ako se transformator približi stanju praznog hoda. Da slika bude jasnija, nacrtajmo vektorski dijagram naponskog transformatora (sl. 7.3) u kojem su, zbog veće preglednosti, nacrtani padovi napona i fazni pomaci pretjerano veliki. Na sekundarne stezaljke naponskog transformatora priključeni su mjerni instrumenti, pa će kroz sekundarni namot teći struja opterećenja I_2, koja općenito zaostaje za naponom U_2 za neki kut β_2. Struja I_2 izaziva u sekundarnom namotu padove napona $R_2 I_2$ i $j X_2 I_2$. Ako te napone pridodamo naponu U_2, dobivamo napon U_i'' induciran u sekundarnom namotu. Taj napon induciran je tokom Φ. Njegova efektivna vrijednost iznosi:

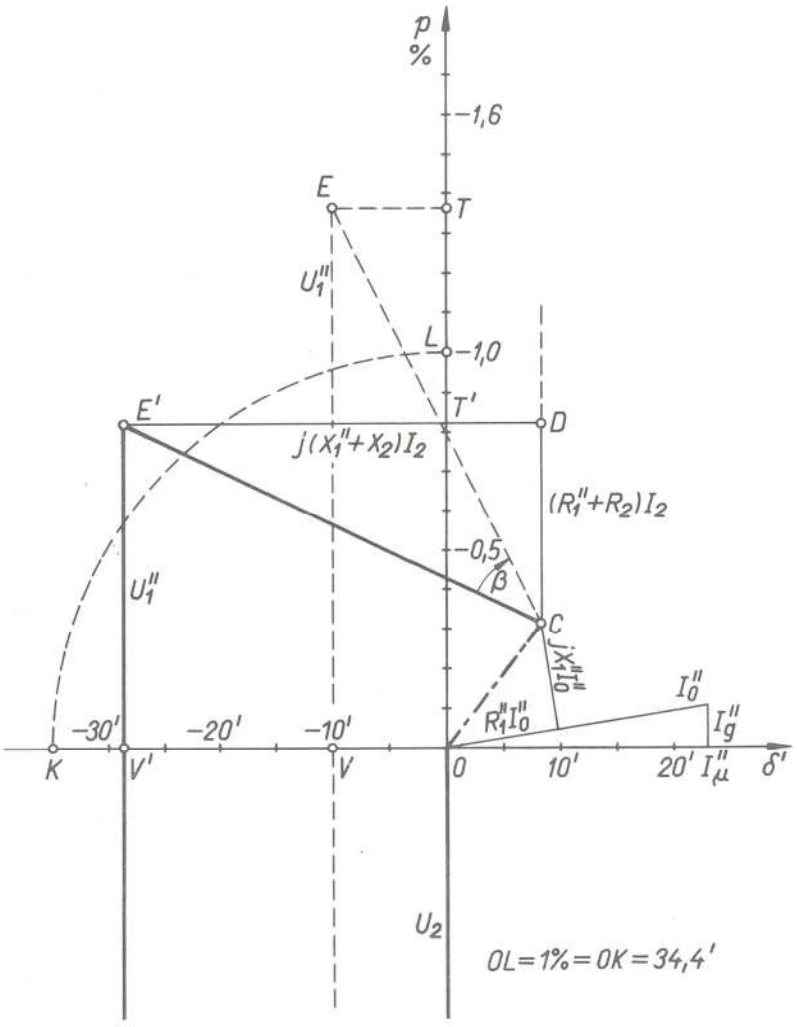
$$U_i'' = 4{,}44\, \Phi_m N_2 f \qquad (7.3)$$

gdje je Φ_m tjemena vrijednost glavnog toka Φ, tj. toka zajedničkog za primarni i sekundarni namot, a f frekvencija mjerenog napona. Za održavanje toka Φ bit će potrebna struja magnetiziranja I_0'', čija je jalova komponenta $I_\mu'' = U_i''/X_0''$ u fazi s glavnim tokom Φ, dok je komponenta $I_g'' = U_i''/R_0''$ fazno pomaknuta za 90° i pokriva gubitke u željezu. Napon U_1'' na stezaljkama primarnog namota veći je od napona U_i'' za padove napona $R_1'' I_1''$ i $j X_1'' I_1''$ u primarnom namotu. Struja I_1'' jednaka je vektorskoj sumi sekundarne struje I_2 i struje magnetiziranja I_0'', pa možemo prikazati odvojeno pad napona $(R_1'' + jX_1'')I_0''$ koji izaziva struja magnetiziranja u primarnom namotu, od pada napona $(R_1'' + j X_1'')\, I_2$ koji nastaje zbog opterećenja transformatora strujom I_2.

Kako je iz dijagrama vidljivo, zbog padova napona nisu naponi U_1'' i U_2 u fazi, kako bi to bilo poželjno, već između njih postoji fazni pomak δ, tj. mjerni transformator ima određenu *faznu pogrešku*, koja se najčešće izražava u minutama (δ'). Zbog istog razloga neće biti održan nazivni odnos transformacije K_n naponskog (mjernog) transformatora, već će doći do *naponske pogreške* transformatora p_n:

$$p_n = \frac{K_n U_2 - U_1}{U_1} 100\% \tag{7.4}$$

gdje je K_n nazivni omjer transformacije naponskog (mjernog) transformatora, odnosno omjer između nazivnog primarnog i sekundarnog napona ($K_n = U_{1n}/U_{2n}$).



Slika 7.4. Möllinger-Geweckeov dijagram naponskog transformatora

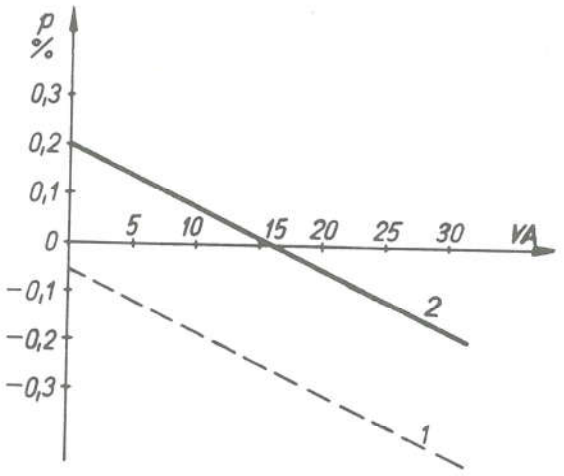
Kako smo već naveli, zbog bolje preglednosti nacrtani su u dijagramu 7.3 pretjerano veliki padovi napona u otporima i rasipnim reaktancijama transformatora. U stvarnosti su ti padovi napona redovno vrlo mali, jer se od naponskih (mjernih) transformatora traži mala naponska i fazna pogreška. Stoga bi takav dijagram nacrtan u mjerilu bio nepregledan i ne bi mogao poslužiti za kvantitativna razmatranja. *Dijagram po Möllingeru i Geweckeu* omogućava i kvantitativna razmatranja (sl. 7.4). U ovome dijagramu se vodilo računa o realnim odnosima kod mjernih transformatora, pa se na dijagramu prikazuju samo vrhovi vektora napona U_1'' i U_2. Vrh vektora napona U_2 leži u ishodištu koordinatnog sistema čija je jedna os paralelna, a druga okomita na vektor U_2.

Zbog malog faznog pomaka između induciranog napona U_i'' i napona na sekundarnim stezaljkama U_2 nastaje pogreška koja se može posve zanemariti ako se struja I_μ'' nanese okomito na U_2, a ne na U_i''. Isto vrijedi i za struju I_g'' koja se nanosi paralelno sa U_2. Padovi napona $R_1'' I_0''$ i $j X_1'' I_0''$, koje izaziva struja magnetiziranja u primarnom namotu, dodaju se sekundarnom naponu U_2, tj. nanose se od ishodišta koordinatnog sistema paralelno, odnosno okomito na struju I_0'' (vektor $\overline{OC}$). Ako je na transformator priključen čisti djelatni otpor, bit će struja I_2 u fazi s naponom U_2, pa će pad napona $(R_1'' + R_2) I_2$ biti u fazi s naponom U_2 (vek-

tor $\overline{CD}$). Pad napona $j(X_1'' + X_2)\,I_2$ je okomit na vektor napona U_2 (vektor $\overline{DE'}$). U tački E' leži vrh vektora napona U_1''. Zbog malog δ može se dio vektora U_1'', koji se vidi na dijagramu, nanijeti paralelno s vektorom U_2. Naponska pogreška se dobiva iz razlike duljina vektora U_1'' i U_2, odnosno dovoljno tačno iz odsječka $\overline{OT'}$ na ordinatnoj osi, dok se fazna pogreška dobiva iz odsječka $\overline{OV'}$ na apscisnoj osi. Određivanje naponskih i faznih pogrešaka pojednostavnjuje se odabiranjem prikladnog mjerila. Tako, npr., ako se uzme da je $U_2 = 100$ V $= 5$ m, izlazi da odsječak $\overline{OL}$, duljine 0,05 m = 5 cm, predstavlja naponsku pogrekšu -1 %, odnosno svaki centimetar osi ordinate predstavlja 0,2 %. Ovim postupkom odstupilo se od definicije naponske pogreške prema izrazu (7.4), jer se pogreške reduciraju na napon U_2, a ne na napon U_1. S obzirom na redovno male razlike između U_1'' i U_2 nastaje time mala pogreška u određivanju naponske pogreške, koja nema nikakvo praktičko značenje. Odsječak $\overline{OK}$, duljine 5 cm, na apscisnoj osi predstavlja faznu pogrešku δ_1:

$$\delta_1 \approx \operatorname{tg}\delta_1 = \frac{0{,}05}{5} = 0{,}01 \text{ rad.} \quad (7.5)$$

ili 34,4 minute. Pogreška je pozitivna ako je vektor sekundarnog napona vremenski ispred vektora primarnog napona.



Slika 7.5. Naponska pogreška naponskog transformatora u ovisnosti o opterećenju

1 bez korekture broja zavoja; *2* s korekturom broja zavoja

Uz određene dužine $\overline{OL}$ i $\overline{OK}$ lako se mogu nanijeti skale na apscisnoj i ordinatnoj osi za naponsku i faznu pogrešku. Za primjer na sl. 7.4 dobiva se $\overline{OT'} = -0{,}82$ % i $\overline{OV'} = -29'$.

Ako teret naponskog (mjernog) transformatora nije djelatni otpor, već ima neki fazni kut β, treba $\overline{CE'}$ zarotirati za kut β tako da dođe u položaj $\overline{CE}$. Tada je za primjer na sl. 7.4 naponska pogreška $-1{,}36$ %, a fazna pogreška $-10'$.

Iz sl. 7.3 i 7.4 vidimo da se pri omjeru zavoja koji je jednak nazivnom omjeru transformacije K_n dobiva već u praznom hodu negativna naponska pogreška, koja postaje sve negativnija što je teret veći. Zbog toga se obično korigira broj zavoja, tj. oduzima se nešto zavoja primarnom namotu, tako da će se naponska pogreška porazdijeliti (sl. 7.5). Ona je onda pri malim teretima pozitivna, dok pri većim postaje negativna. Katkada je korekturu broja zavoja na primarnom namotu teško provesti, jer je namotaj već izoliran debelom bandažom papira. Tada se obično na sekundarne stezaljke transformatora priključi mali dodatni autotransformator, na kojem je lako korigirati broj zavoja.

Iz dosadašnjih razmatranja je vidljivo da pogreške transformatora rastu s porastom tereta. Zato se (mjerni) naponski transformator smije opteretiti, a da pri tome pogreške ne pređu dopuštene granice, samo do određene struje, odnosno do određenog tereta, koji je redovno naveden na natpisnoj pločici transformatora (nazivni teret). Teret se navodi u VA, koje uzima pri sekundarnom nazivnom naponu.

Razumljivo je da voltmetre, naponske grane vatmetara, varmetara i fazometara treba priključivati *paralelno* na stezaljke sekundarnog namota.

7.1.2. Tačnost

Većina propisa za mjerne transformatore predviđa pet klasa tačnosti: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0 i 3,0. U tablici 7.1 dane su granice naponskih i faznih pogrešaka za pojedine klase tačnosti prema preporukama IEC (publikacija 186 i 186A iz 1969. i 1970. godine).

Tablica 7.1

Granice pogrešaka za naponske transformatore

klasa tačnosti	pogreške	
	naponske (%)	fazne (minute)
0,1	±0,1	± 5
0,2	±0,2	±10
0,5	±0,5	±20
1	±1,0	±40
3	±3	nisu ograničene

Zahtjevima iz tablice 7.1 moraju naponski transformatori zadovoljiti za napone između 80 i 120% nazivnog napona, te terete između 25 i 100% nazivnog tereta. Standardizirane su slijedeće vrijednosti nazivnog tereta:

10, 15, **25**, 30, **50**, 75, **100**, 150, **200**, 300, 400, **500** VA

Preporučuju se deblje tiskane vrijednosti.

Teret upotrijebljen pri ispitivanju tačnosti naponskih mjernih transformatora treba da ima induktivni faktor snage 0,8.

Osim nazivne snage, to jest najveće snage do koje transformator treba da zadovoljava u pogledu tačnosti, definira se i granična snaga s obzirom na zagrijavanje. Ona je obično nekoliko puta veća od nazivne snage.

7.1.3. Označavanje stezaljki

Stezaljke primarnog namota jednofaznih (mjernih) naponskih transformatora označavaju se slovima U i V, ako je transformator predviđen za mjerenje linijskog napona mreže. Tada je cijeli visokonaponski namot izoliran za pun ispitni napon. Sekundarne stezaljke se pri tom označavaju slovima *u* i *v*. Pri označavanju primar-

nih i sekundarnih stezaljki treba paziti da primarni napon na stezaljkama U i V bude u fazi s naponom na sekundarnim stezaljkama *u* i *v*, a nikako ne u protufazi, što je naročito važno kad se na sekundarne stezaljke priključuju naponske grane vatmetara, brojila itd.

Na transformatorima koji se priključuju na fazni napon označavaju se stezaljke primarnog namota slovima U i X, a sekundarnog slovima *u* i *x*. Stezaljka X je uzemljena i redovno je znatno slabije izolirana.

Trofazne naponske mjerne transformatore označavamo na primarnoj strani slovima U, V, W i X, odnosno slovima *u*, *v*, *w* i *x* na sekundarnoj strani.

7.1.4. Ispitivanje izolacije

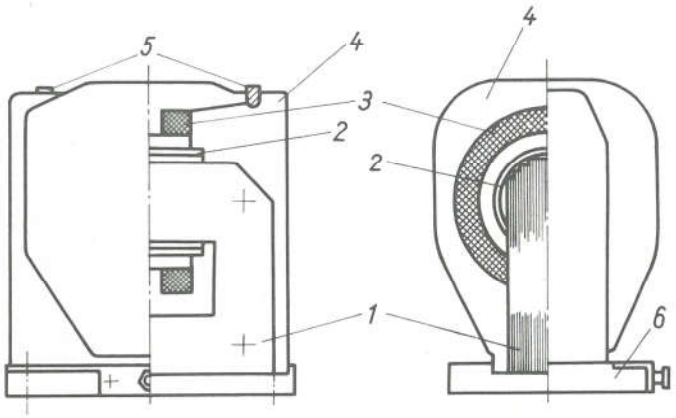
Izolaciona svojstva naponskih transformatora provjeravaju se ispitivanjem izolacije stranim naponom industrijske frekvencije, ispitivanjem izolacije zavoja induciranim naponom i ispitivanjem udarnim naponom. Pri ispitivanju izolacije stranim naponom provjerava se izolacija između primarnog i sekundarnog namota i izolacija prema kućištu, te eventualno jezgri. Ispitni napon priključi se između namota koji ispitujemo i kućišta na koje smo priključili ostale namote. Frekvencija ispitnog napona iznosi 50 Hz. Pri uklapanju napon ne smije prelaziti 50% konačne vrijednosti. Podizanje napona do konačne vrijednosti treba izvršiti u stupnjevima od najviše 5% ispitnog napona i to u vremenu od najmanje 10 sekundi. Nakon što je postignut pun ispitni napon, treba ga zadržati u punom iznosu jednu minutu. Smatra se da je izolacija izdržala ispitni napon, ako ne dođe do proboja i preskoka. Visinu ispitnog napona određuju propisi, ovisno o pogonskom naponu transformatora. Tako npr. za transformatore čiji je najviši pogonski napon mreže 12 kV ispitni napon iznosi 28 kV, dok za transformatore čiji je najviši pogonski napon 123 kV ispitni napon iznosi 230 kV.

Ispitivanjem izolacije zavoja induciranim naponom provjerava se izolacija među zavojima, slojevima i svicima. Osim toga, ovo ispitivanje treba da nadomjesti ispitivanje izolacije stranim naponom kod postepeno izoliranih namota. Tada, naime, ispitni napon ne bi smio premašiti vrijednost određenu najslabije izoliranom tačkom, pa bi pojačana izolacija na drugim mjestima ostala neispitana. Pri ispitivanju induciranim naponom postoji mogućnost da se naprezanje izolacije postepeno povisuje od uzemljene tačke prema slobodnom kraju. Ispitivanje se tako provodi da se npr. na sekundarni namot transformatora priključi povišeni izmjenični napon. Da ne bi zbog povišenog napona došlo do zasićenja u željezu i velikih struja magnetiziranja, povisuje se frekvencija otprilike u omjeru ispitnog i nazivnog napona transformatora. Propisi predviđaju da i ovaj pokus traje jednu minutu, ako ispitni napon ima dvostruku frekvenciju od nazivne. Ako je odabrana viša frekvencija od dvostruke, propisi dopuštaju skraćenje vremena ispitivanja. Propisi obično zahtijevaju da ispitni napon između zavoja bude otprilike dva puta veći od onog koji vlada pri nazivnom naponu transformatora.

Ispitivanjem izolacije udarnim naponom provjerava se izdržljivost izolacije s obzirom na kratkotrajne prenapone kojima je izložena izolacija u pogonu (pogl. 9.1.3).

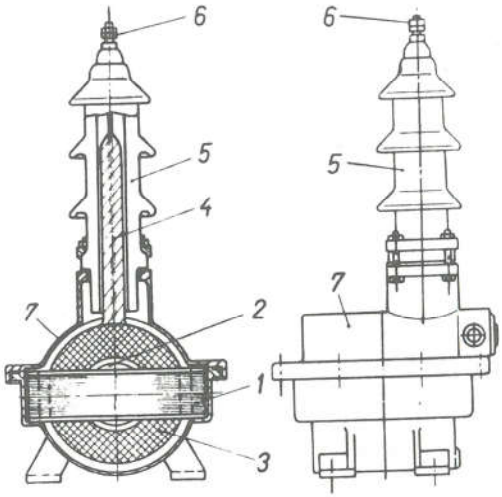
7.1.5. Izvedbe naponskih transformatora

Iz dosadašnjih razmatranja vidimo da naponske i fazne pogreške transformatora opadaju smanjivanjem djelatnog otpora i rasipnih reaktancija primarnog i sekundarnog namota, što daje osnovne smjernice za proračun i konstrukciju mjernog transformatora. Djelatni otpor namota može se smanjiti povećanjem presjeka žice i smanjenjem broja zavoja, što uz odabranu magnetsku indukciju u željezu dovodi do povećanja presjeka jezgre. Smanjenje rasipnih reaktancija postiže se također smanjenjem broja zavoja, smanjenjem razmaka između namota i povećanjem duljine namota. Vidjeli smo da i struja magnetiziranja izaziva stanovitu pogrešku, pa se ne smije odabrati previsoka magnetska indukcija u željezu.



Slika 7.6. Naponski transformator s epoksidnom izolacijom za 20 kV (R. Končar)

1 jezgra; *2* sekundarni namot; *3* primarni namot; *4* izolacija od epoksidne smole; *5* priključci *U* i *V* primarnog namota; *6* priključci niskonaponskog namota



Slika 7.7. Malouljni naponski transformator za $35/\sqrt{3}$ kV (R. Končar)

1 jezgra; *2* sekundarni namot; *3* primarni namot s papirnatom izolacijom impregniranom transformatorskim uljem; *4* izolirani izvod primarnog namota; *5* porculanski izolator; *6* visokonaponski priključak *U*; *7* siluminsko kućište

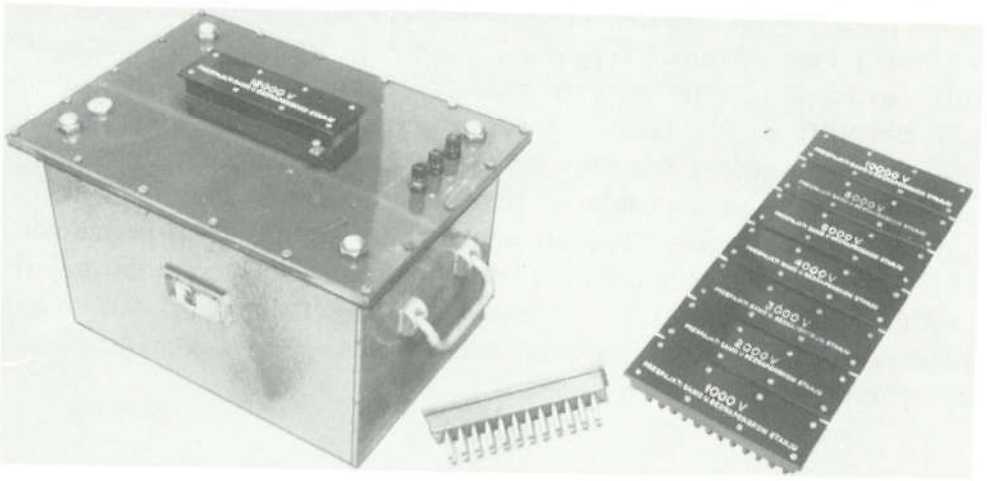
Na izvedbu (mjernih) naponskih transformatora bitno utječe pogonski napon. Na niskim pogonskim naponima upotrebljavaju se suhe izvedbe, a zaštita od vlage postiže se impregnacijom prikladnim izolacionim lakovima. Za pogonske napone do 38 kV sve više se koriste izvedbe s epoksidnim smolama. U tim izvedbama (sl. 7.6) primarni namot *3* je zaliven epoksidnom smolom, koja ujedno služi kao izolacija između tog namota, te sekundara i jezgre. Priključci *5* na primarni namot su također zaštićeni epoksidnom smolom. Izvedba prikazana na sl. 7.6 predviđena je za mjerenje nazivnog napona od 20 kV.

Za pogonske napone od nekoliko kilovolta pa do najviših napona upotrebljavaju se uljne izvedbe, gdje se jezgra s primarnim i sekundarnim namotom nalazi u kotlu napunjenom transformatorskim uljem. Na sl. 7.7 je prikazana uljna izvedba naponskog transformatora za mjerenje faznih napona od $35/\sqrt{3}$ kV.

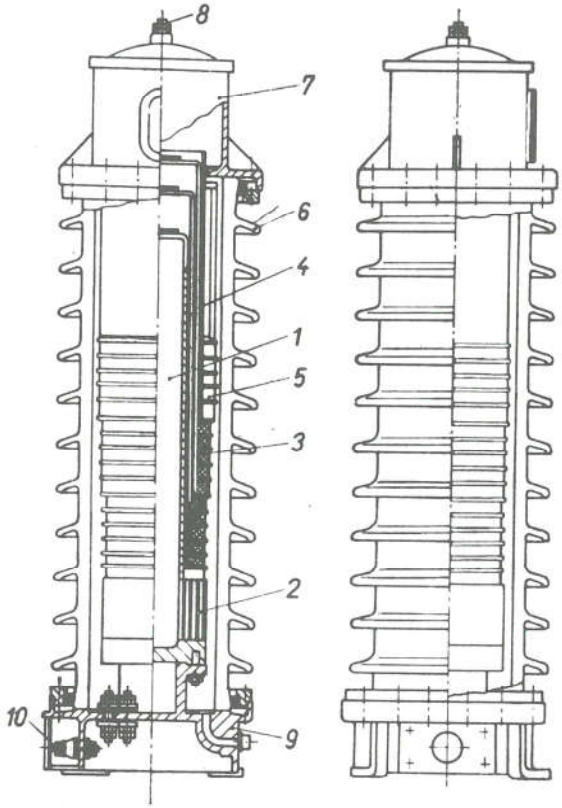
Za precizna laboratorijska mjerenja izrađuju se posebni naponski (mjerni) transformatori velike tačnosti, najčešće prespojivi za razne napone (sl. 7.8).

Pri visokim naponima upotrebljavaju se i (mjerni) naponski transformatori s otvorenom jezgrom (sl. 7.9) u obliku stupa. Jezgra je najčešće složena od radijalno postavljenih limova i na dnu ima stopalo koje smanjuje magnetski otpor. Otvorenom jezgrom znatno se smanjuju dimenzije transformatora i pojednostavnjuje izo-

liranje, jer otpada izolacija prema jarmu. Zbog malog promjera jezgre s namotima može se čitav transformator smjestiti u izolator od porculana, koji je tek nešto veći od običnog potpornog izolatora za isti napon. Otvorena jezgra uzrokuje veću struju magnetiziranja koja ipak ne prelazi razumne granice. Fazna pogreška koju izaziva pad

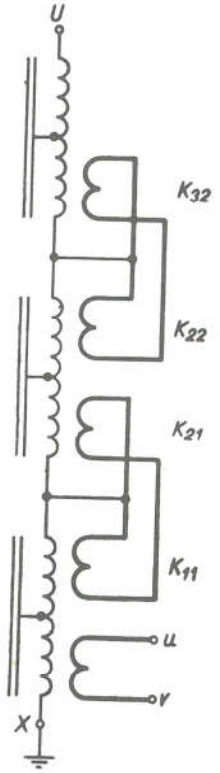


Slika 7.8. Precizni laboratorijski naponski mjerni transformator klase tačnosti 0,1, prespojiv pomoću češljeva za napone 1, 2, 3 ... 12 kV (R. Končar)



Slika 7.9. Naponski transformator s otvorenom jezgrom za $110/\sqrt{3}$ kV (R. Končar)

1 otvorena jezgra; *2* stopalo jezgre; *3* sekundarni namot; *4* izolacija između primarnog i sekundarnog namota; *5* primarni namot; *6* porculanski izolator; *7* konzervator; *8* visokonaponski priključak; *9* siluminsko kućište; *10* priključci sekundarnog namota i donji priključak primarnog namota



Slika 7.10. Kaskadni naponski transformator

napona zbog povećane struje magnetiziranja može se otkloniti prikladnim kompenzacionim spojevima.

Izoliranje primarnog namota mjernih transformatora za vrlo visoke napone zadaje velike poteškoće, tako da troškovi za njegovu izolaciju prelaze sve ostale troškove. Zato je razumljivo da se na vrlo visokim naponima daje prvenstvo rješenjima koja pojednostavnjuju izolaciju izvedbe, pa makar to bilo na račun povećanja težine namota i jezgre. Jedno takvo rješenje su *kaskadni naponski transformatori*, koji se sastoje od više međusobno povezanih transformatora (sl. 7.10). Primarni namoti transformatora su spojeni u seriju, a sredina svakog namota je povezana s njegovom jezgrom. Zbog toga je najveći napon između namota i jezgre tek jedan dio mjerenog napona. Kod tri transformatora u kaskadnom spoju on iznosi samo šestinu mjerenog napona, pa je izoliranje primarnog namota znatno

pojednostavnjeno. Ovakav način spajanja dovodi do potencijalne razlike između jezgri transformatora, no to ne zadaje veće poteškoće. Dovoljno je transformatore postaviti jedan iznad drugoga i između njih osigurati odgovarajući izolacioni razmak. Obično se ovakvi transformatori ugrađuju u zajednički porculanski izolator, koji se zatim ispuni transformatorskim uljem. Transformatori su međusobno još povezani i pomoću kompenzacionih namota K_{11}, K_{21}, K_{22} i K_{32}. Bez njih bi se mjereni napon jednoliko podijelio na primarne namote transformatora samo pri neopterećenom sekundarnom namotu transformatora. Opterećenje sekundarnog namota izaziva smanjenje napona na donjem transformatoru, a porast napona na ostalim transformatorima. Zbog toga bi se sekundarni namot smio samo malo opteretiti, odnosno za mjerenje bi stajala na raspolaganju samo mala snaga. Kompenzacioni namoti poboljšavaju raspodjelu napona između transformatora kaskade, jer nejednolika raspodjela napona izaziva struje izjednačenja u kompenzacionim namotima koje djeluju u smislu smanjenja razlika. Zato se, zahvaljujući kompenzacionim namotima, može više opteretiti sekundarni namot.

7.1.6. Kapacitivni naponski transformatori

Za mjerenje visokih pogonskih napona upotrebljavaju se kapacitivni naponski transformatori. Njihov je glavni dio visokonaponski kondenzator kapaciteta C_1 koji je spojen u seriju s kondenzatorom znatno većeg kapaciteta C_2 (sl. 7.11 *a*). Između napona U_1, priključenog na serijsku kombinaciju kapaciteta C_1 i C_2 i napona U_2 na kapacitetu C_2, mjerenog voltmetrom čiji se potrošak može zanemariti, vlada odnos:

$$U_1 : U_2 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) : \frac{1}{C_2} \quad \text{ili} \quad U_1 = U_2\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) \tag{7.6}$$

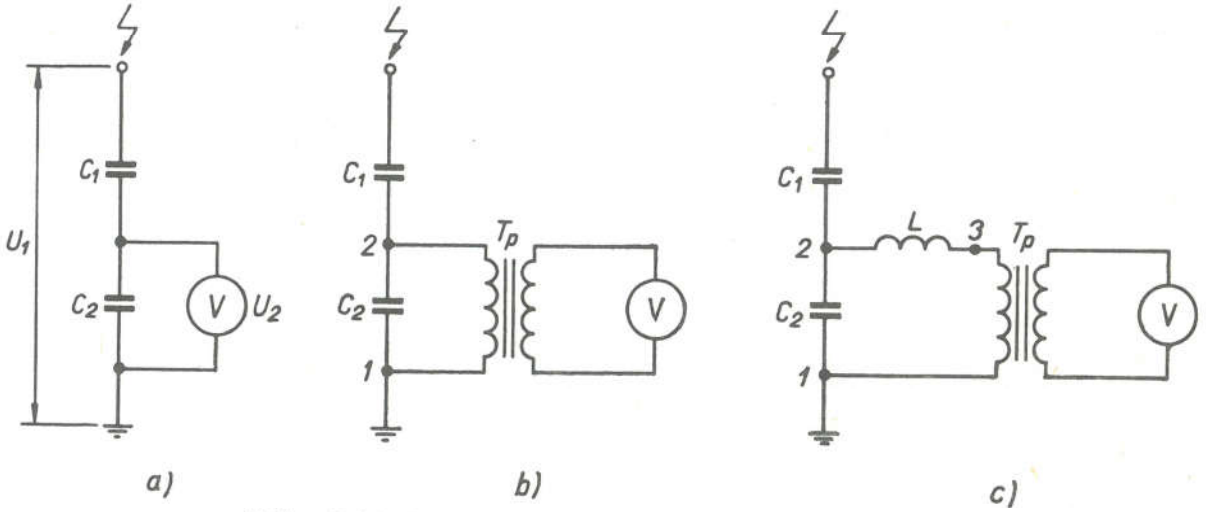
Na odnos napona U_2 i U_1 ne utječe frekvencija mjerenog izvora, a ni viši harmonički članovi. Kapacitet C_1 je znatno manji od kapaciteta C_2, pa na njemu nastaje veći dio pada napona. Obratno, pad napona na kapacitetu C_2 je redovno znatno manji i tako se odabire da ima vrijednost prikladnu za mjerenje.

Ako se potrošak voltmetra ne može zanemariti, dolazi do smanjenja napona U_2, ovisno o veličini otpora R voltmetra. Omjer napona U_1 i U_2 je tada:

$$\frac{U_1}{U_2} = \sqrt{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2 + \left(\frac{1}{R\,C_1\,\omega}\right)^2} \tag{7.7}$$

Pri upotrebi transformatora za mjerenje u visokonaponskim mrežama potrošak priključenih instrumenata iznosi i do 100 VA, što bi u spoju prema sl. 7.11*a* bitno utjecalo na omjer napona U_1 i U_2. Taj bismo utjecaj mogli smanjiti znatnim povećanjem kapaciteta djelitelja napona, što očito povisuje cijenu uređaja. Povoljnije rješenje dobivamo ako smanjimo vrijednost kapaciteta C_2, odnosno povećamo napon U_2 na više kilovolta, a mjerne instrumente priključimo preko prikladnog (mjernog) naponskog transformatora T_p (sl. 7.11 *b*). Time smo, uz istu prividnu snagu kapacitivnog djelitelja napona, povećali prividnu snagu u kapacitetu C_2 pa će, uz pretpostavku zanemarivih gubitaka u transformatoru, utjecaj potroška

instrumenata biti manji. Neka je npr. pri $220/\sqrt{3}$ kV ukupna snaga djelitelja napona 4400 VA. Bez upotrebe transformatora T_p trebao bi na kapacitetu C_2 vladati propisani napon od $100/\sqrt{3}$ V. To znači da bi prividna snaga u kapacitetu C_2 bila samo 2 VA. Priključivanje instrumenata, čiji je potrošak nekoliko desetaka VA, paralelno kapacitetu C_2 dovelo bi do jakog smanjenja napona U_2. Upotrebom transformatora može se napon na kapacitetu C_2 znatno povećati, npr. na 15000 V. Uz istu ukupnu snagu djelitelja povećat će se tada snaga u kapacitetu C_2 na 520 VA, pa će i utjecaj potroška instrumenata biti manji.



Slika 7.11. Kapacitivni naponski transformator

Daljnje je poboljšanje dodavanje svitka induktiviteta L ispred transformatora T_p (sl. 7.11 *c*). Njegov utjecaj možemo objasniti ovako: unutrašnja impedancija djelitelja napona između tačaka 1 i 2 (vidi sl. 7.11 *b*) iznosi:

$$Z_u = \frac{1}{\omega (C_1 + C_2)} \tag{7.8}$$

jer se kapacitet C_1 može zamisliti paralelno kapacitetu C_2, zbog male impedancije mreže. Impedancija Z_u je kapacitivnog karaktera, pa je možemo bitno smanjiti dodavanjem prikladnog induktiviteta L, tako da bude:

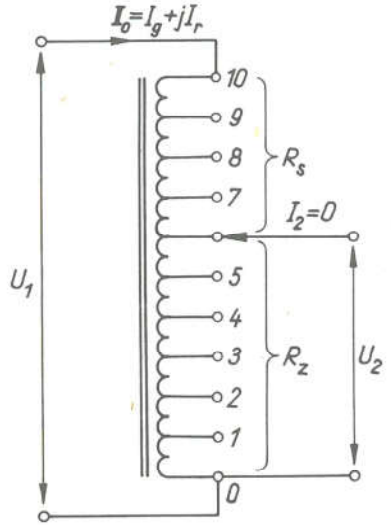
$$L\omega = \frac{1}{\omega (C_1 + C_2)} \tag{7.9}$$

Unutrašnja impedancija takve kombinacije, uz zanemarenje djelatnih komponenata, jednaka je nuli, odnosno priključivanje transformatora T_p s instrumentima na tačke 1 i 3 (sl. 7.11 *c*) ne bi izazvalo promjenu napona, a to smo baš tražili. Razmatranje je pojednostavnjeno jer nisu uzeti u obzir gubici u transformatoru, svitku i kondenzatoru, ali i tačan račun daje povoljne rezultate. Baš ovakav spoj se danas mnogo koristi pri kapacitivnim naponskim transformatorima.

Kapacitivni naponski transformatori su pogodni samo za mjerenja na visokim naponima od oko 150 kV naviše. Kondenzatori su obično smješteni u porculanski izolator ispunjen uljem a pomoćni transformator T_p i prigušnica nalaze se u postolju transformatora. Ovakvi transformatori mogu poslužiti i za održavanje visokofrekventnih veza.

7.1.7. Induktivna djelila

Induktivna djelila su naponski transformatori s odvojcima koji, usavršeni u novije vrijeme, omogućuju vrlo tačnu podjelu priključenog napona. Slika 7.12 prikazuje takvo djelilo u kojemu se priključeni napon dijeli na deset jednakih dijelova. Visoka je tačnost postignuta time što je deset vodiča istog presjeka najprije međusobno isprepleteno, a onda omotano oko prstenaste jezgre odlične



Slika 7.12. Shema jedne dekade induktivnog djelila

magnetske vodljivosti. Nakon toga vodiči su spojeni u seriju, a na spojnim mjestima napravljeni su odvojci. Zbog takvog načina namatanja obuhvaća svaka dionica praktički potpuno jednaki magnetski tok, pa se u svakoj od njih inducira gotovo jednaki napon U_d. Pretpostavimo da djelilo nije opterećeno ($I_2 = 0$), pa odredimo pogrešku zbog djelatne komponente struje magnetiziranja I_g. (Utjecaj jalove komponente struje magnetiziranja I_μ na naponsku pogrešku obično je mnogo manji). Uz oznake prema sl. 7.12, izlazi za n-ti odvojak:

$$U_1 = 10\,U_d + I_g\,(R_s + R_z) \tag{7.10}$$

$$U_2 = n\,U_d + I_g\,R_z \tag{7.11}$$

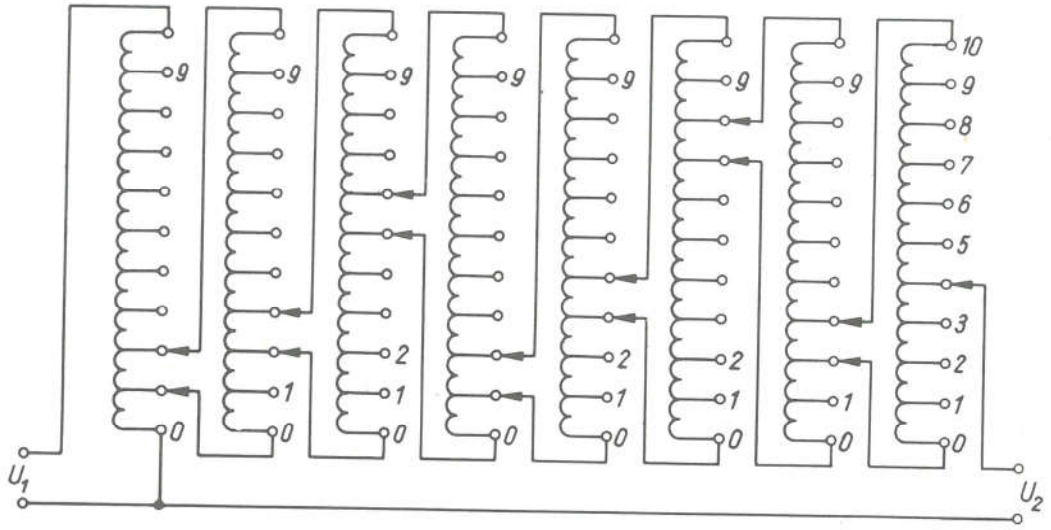
Prema izrazu (7.4) dobivamo za nazivni omjer transformacije $K_n = 10/n$ naponsku pogrešku:

$$p_n = \frac{(n\,U_d + I_g\,R_z)\dfrac{10}{n} - 10\,U_d - I_g\,(R_s + R_z)}{U_1}\,100\ \%$$

$$p_n = \frac{I_g}{U_1}\left(\frac{10-n}{n}\,R_z - R_s\right)100\ \% \tag{7.12}$$

Ako je otpor dionica jednak i iznosi R_d, bit će: $R_z = n\,R_d$ i $R_s = (10 - n)\,R_d$, pa uvrštavanjem u izraz (7.12) dobivamo $p_n = 0$. To je kod ovakve izvedbe u

velikoj mjeri ostvareno jer su svim vodičima presjek, duljina, specifični otpor i temperatura praktički jednaki. Ipak se sasvim mala odstupanja ne mogu izbjeći, pa je poželjno da djelatna komponenta struje magnetiziranja bude što manja. Pažljivom izvedbom i jezgrom od odličnoga magnetskog materijala postiže se pogreška manja od 0,00001%. Spajanjem više ovakvih djelila na način kao kod kompenzatora po Kelvin-Varleyju (sl. 6.40) može se namještati omjer napona čak



Slika 7.13. Induktivno djelilo od osam dekada u Kelvin-Varleyevu spoju (namještena vrijednost $U_2/U_1 = 0{,}12513724$)

na osam mjesta (sl. 7.13). U tom spoju svaka dekada opterećuje prethodnu, ali to opterećenje izaziva samo malu dodatnu pogrešku. Razlog tome je vrlo velika ulazna impedancija pojedine dekade (otprilike 1 MΩ i paralelno tome 40 H) i njihov mali izlazni otpor (oko 0,1 Ω i 1 μH). Pri višim frekvencijama primjećuje se utjecaj kapacitivnih struja koje teku između dionica. Posebnim izvedbama može se taj utjecaj smanjiti, pa se onda postiže izvanredna tačnost i pri frekvenciji od npr. 1 MHz.

Zbog svojih izuzetnih svojstava nalaze induktivna djelila sve širu primjenu, a naročito ondje gdje je potrebno vrlo tačno mjerenje omjera napona.

7.2. STRUJNI TRANSFORMATORI

7.2.1. Način djelovanja

Strujni (mjerni) transformatori transformiraju mjerenu struju u jednom praktički stalnom omjeru i gotovo bez faznog pomaka, na vrijednost koja je prikladna za mjerenje. Ako se mjere struje u visokonaponskim mrežama, služe strujni (mjerni) transformatori i za izoliranje mjernih instrumenata od visokih napona.

Strujni transformatori se u svome radu približavaju idealnom transformatoru, čiji su primarni amperzavoji jednaki sekundarnim amperzavojima:

$$I_1 N_1 = I_2 N_2 \tag{7.13}$$

tj. omjer transformacije iznosi:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1}$$

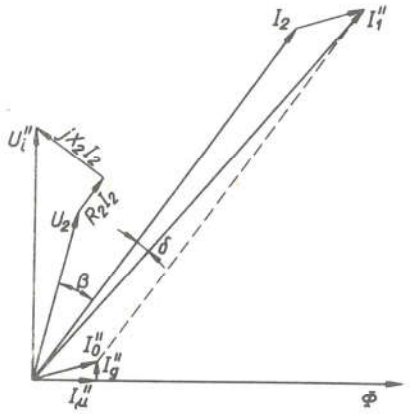
Ovo idealno stanje ne možemo sasvim postići, jer je za protjecanje sekundarne struje potreban stanovit napon, induciran u sekundarnom namotu, koji služi za pokrivanje padova napona u sekundarnom namotu i instrumentima. Za induciranje tog napona potreban je određeni dio amperzavoja primarnog namota, koji nije iskompenziran sekundarnim amperzavojima, već služi za magnetiziranje jezgre. Taj dio amperzavoja izravan je uzrok strujne i fazne pogreške strujnih transformatora, pa treba nastojati da bude što manji. Zbog toga se u strujnim transformatorima većinom upotrebljavaju jezgre od visokopermeabilnih magnetskih materijala i odabiru niske magnetske indukcije. Zbog istog razloga ne smije otpor priključenih instrumenata preći određenu, redovno nisku vrijednost. Ako bismo stezaljke strujnog transformatora ostavili otvorene, služila bi čitava primarna struja za magnetiziranje željeza, što bi prouzrokovalo njegovo krajnje zasićenje, a time i visok napon na sekundarnom namotu, čak opasan po život. Visoka indukcija uzrokuje velike gubitke u željezu i dovodi do pretjeranog zagrijavanja. *Zbog toga sekundarne stezaljke strujnog transformatora ne smiju u pogonu nikada ostati otvorene.* Ako se žele isključiti instrumenti, treba prethodno kratko spojiti sekundarne stezaljke.

Rad strujnog transformatora možemo objasniti pomoću nadomjesne sheme transformatora (sl. 7.2 *b*), korištene već pri razmatranju naponskih (mjernih) transformatora. Polazeći od te sheme dobivamo vektorski dijagram strujnog transformatora (sl. 7.14). Sekundarna struja $\boldsymbol{I}_2$ uzrokuje padove napona $R_2 \boldsymbol{I}_2$ i $jX_2 \boldsymbol{I}_2$ u djelatnom otporu i rasipnoj reaktanciji sekundarnog namota i pad napona $\boldsymbol{U}_2$ na priključenim instrumentima. Tim padovima napona drži ravnotežu napon $\boldsymbol{U}_i''$ induciran u jezgri, koji nastaje djelovanjem toka $\boldsymbol{\Phi}$ fazno pomaknutog za 90°. U fazi s tokom $\boldsymbol{\Phi}$ je komponenta $\boldsymbol{I}_\mu''$ struje magnetiziranja $\boldsymbol{I}_0''$, dok je djelatna komponenta $\boldsymbol{I}_g''$ struje magnetiziranja u fazi s naponom $\boldsymbol{U}_i''$. Vektorski zbroj struja $\boldsymbol{I}_2$ i $\boldsymbol{I}_0''$ daje primarnu struju $\boldsymbol{I}_1''$, reduciranu na sekundarnu stranu. Vidimo da se struje $\boldsymbol{I}_1''$ i $\boldsymbol{I}_2$ razlikuju po veličini i fazi, pa ćemo, ovisno o veličini struje magnetiziranja $\boldsymbol{I}_0''$, imati određenu strujnu i faznu pogrešku. Strujnu pogrešku definiramo ovako:

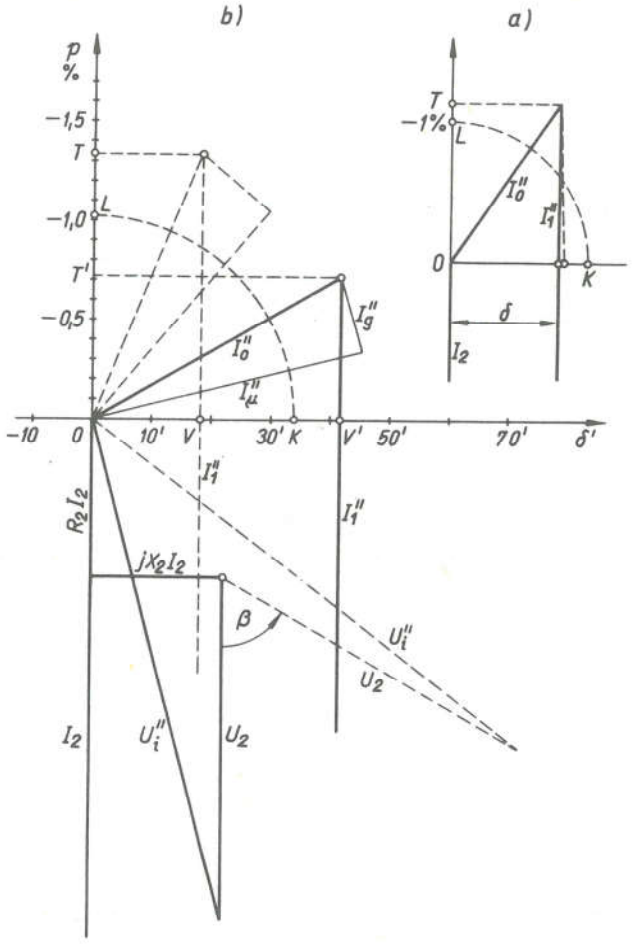
$$p_i = \frac{K_n I_2 - I_1}{I_1} 100\ \% \tag{7.14}$$

gdje je K_n nazivni omjer transformacije strujnog (mjernog) transformatora, odnosno omjer između nazivne primarne i sekundarne struje $\left(K_n = \frac{I_{1n}}{I_{2n}}\right)$. Kut δ predstavlja faznu pogrešku strujnog transformatora, koja se najčešće izražava u minutama (δ'). Fazna pogreška je pozitivna ako je vektor sekundarne struje vremenski ispred vektora primarne struje.

Struja magnetiziranja nacrtana je na sl. 7.14 pretjerano uvećana, zbog veće preglednosti. U stvarnim izvedbama strujnih transformatora ona je znatno manja. Ovisno o klasi tačnosti transformatora ona se kreće od oko $1^0/_{00}$ do nekoliko procenata mjerene struje, pa bi crtanje u mjerilu dijagrama prema sl. 7.14 bilo nepregledno. Stoga se i ovdje koristi dijagram prema Möllingeru i Geweckeu, u kojem je ishodište koordinatnog sistema premješteno na vrh vektora struje I_2, a smjer osi ordinata se poklapa sa smjerom vektora struje I_2 (sl. 7.15 *a*).



Slika 7.14. Vektorski dijagram strujnog transformatora



Slika 7.15. Möllinger-Geweckeov dijagram strujnog transformatora

Vektor koji predočava pad napona $R_2 I_2$ u djelatnom otporu sekundarnog namota leži na ordinatnoj osi, dok je pad napona $j X_2 I_2$ paralelan s apscisnom osi. Pad napona na teretu strujnog transformatora prikazan je vektorom U_2, koji je pri djelatnom teretu paralelan s ordinatnom osi. Geometrijski zbroj vektora $R_2 I_2$, $j X_2 I_2$ i U_2 daje inducirani napon U_i''. Komponenta I_μ'' struje magnetiziranja fazno je pomaknuta za 90° prema naponu U_i''. Vektorski zbroj struje I_μ'' i struje gubitaka u željezu I_g'', koja je u fazi s naponom U_i'', daje struju magnetiziranja I_0''. Ako struju I_0'' dodamo struji I_2 dobivamo primarnu struju I_1'', koju možemo na ovom dijagramu crtati paralelno sa strujom I_2, jer je zbog velikog mjerila drugi kraj vektora I_1'' i I_2 vrlo udaljen. Ako je struja $I_2 = 5$A, obično se uzima mjerilo 5 A = 5 m, pa odsječak $\overline{OL} = 5$ cm na ordinatnoj osi predstavlja strujnu pogrešku od 1%, dok odsječak $\overline{OK} = 5$ cm na apscisnoj osi daje faznu pogrešku od 34,4'. Slično kao i u Möllinger-Geweckeovu dijagramu za naponske transformatore, možemo na apscisnoj i ordinatnoj osi nanijeti skalu za faznu i strujnu pogrešku. I ovdje se nije postupilo strogo po definiciji strujne pogreške, jer se pogreška dobiva reduciranjem na struju I_2, a ne I_1. To odstupanje, međutim, nema praktičnog značenja.

U primjeru prikazanom na sl. 7.15 iznosi strujna pogreška $p_1 = \overline{OT'} = -0{,}72\%$, a fazna pogreška $\delta' = \overline{OV'} = +42'$. Ako teret strujnog transformatora nije djelatni otpor, već ima fazni kut β, onda treba vektor napona U_2 zakrenuti za kut β. To dovodi do promjene veličine i faznog pomaka induciranog napona U_1'', odnosno struje magnetiziranja I_0'', pa će se dobiti druga strujna i fazna pogreška. Na primjeru prikazanom na sl. 7.15 dobiva se: $p_1 = \overline{OT} = -1{,}33\%$ i $\delta' = \overline{OV} = 18'$.

Iz dijagrama 7.14 i 7.15 očito je da pogreške prouzrokuje baš struja magnetiziranja I_0, pa se ona nastoji smanjiti izborom niskih indukcija, odabiranjem prikladnih magnetskih materijala za jezgru i ostalim zahvatima. Da bi se dobio osnovni uvid o veličinama koje utječu na tačnost strujnog (mjernog) transformatora, razmotrit ćemo koje veličine utječu na njegovu ukupnu pogrešku p_{1u}:

$$p_{1u} = -\frac{I_0}{I_1}100 = -\frac{I_0 N_1}{I_1 N_1}100 = -\frac{\Theta_0}{\Theta_1}100 = -\frac{\Theta_0/l_{Fe}}{\Theta_1/l_{Fe}}100 = -\frac{\vartheta_0}{\vartheta_1}100 \qquad (7.15)$$

gdje je l_{Fe} srednja duljina magnetskih silnica u željeznoj jezgri, a ϑ_1 primarno protjecanje po jedinici duljine ($\vartheta_1 = \Theta_1/l_{Fe}$). Protjecanje ϑ_0 po jedinici duljine jezgre, potrebno za magnetiziranje jezgre, može se odrediti iz transformatorske jednadžbe:

$$U_1' = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f \Phi_m N_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f B_m S_{Fe} N_1 \qquad (7.16)$$

Uvedimo dalje faktor μ_g:

$$\mu_g = \frac{B_m}{\vartheta_0} \qquad (7.17)$$

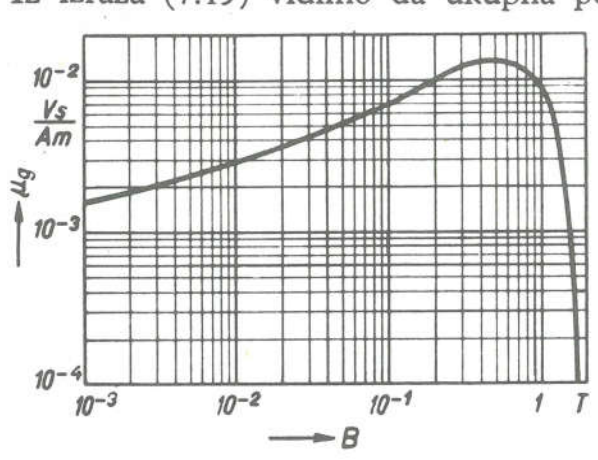
gdje je B_m tjemena vrijednost magnetske indukcije, a ϑ_0 pripadna efektivna vrijednost protjecanja po jedinici duljine jezgre, pa uz pomoć izraza (7.15) i (7.16) dobivamo:

$$p_{1u} = -\frac{B_m}{\vartheta_1 \mu_g}100 = -\frac{\sqrt{2}U_1'}{2\pi f S_{Fe} N_1 \vartheta_1 \mu_g} \qquad (7.18)$$

Ako pomnožimo brojnik i nazivnik izraza (7.18) sa strujom I_1 te ako označimo prividnu snagu prenijetu preko jezgre sa $P = U_1' I_1$ i volumen jezgre sa $V_{Fe} = S_{Fe} l_{Fe}$, slijedi:

$$p_{1u} = -\frac{P}{\sqrt{2}\pi f V_{Fe} \vartheta_1^2 \mu_g} \qquad (7.19)$$

Iz izraza (7.19) vidimo da ukupna pogreška raste s povećanjem prividne snage prenijete preko jezgre, a opada s povećanjem frekvencije, volumena jezgre, faktora μ_g i kvadrata primarnog jediničnog protjecanja. Faktor μ_g za transformatorski lim prikazan je na sl. 7.16.



Slika 7.16. Faktor μ_g transformatorskog lima debljine 0,35 mm u ovisnosti o magnetskoj indukciji

7.2.2. Tačnost

Strujni transformatori koji služe za priključak mjernih instrumenata (strujni transformatori za mjerenje) razvrstani su prema preporukama IEC (Current transformers — Publication 185/1966) i standardima JUS N.H9. 101, 102 i 103 u šest klasa tačnosti: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 3 i 5. Oznaka klase tačnosti jednaka je apsolutnoj vrijednosti granice strujne pogreške u postocima pri nazivnom teretu i 120% nazivne primarne struje. Tako npr. strujni transformator klase tačnosti 1 ima granice strujne pogreške ±1% pri 120%-tnoj nazivnoj primarnoj struji. Ovisnost granica strujne i fazne pogreške o primarnoj struji prikazana je u tablici 7.2.

Tablica 7.2

Granice pogrešaka strujnih transformatora za mjerenje

Klasa tačnosti	± granice strujnih pogrešaka u % pri				± granice faznih pogrešaka u minutama pri			
	0,1 I_n	0,2 I_n	1,0 I_n	1,2 I_n	0,1 I_n	0,2 I_n	1,0 I_n	1,2 I_n
0,1	0,25	0,2	0,1	0,1	10	8	5	5
0,2	0,5	0,35	0,2	0,2	20	15	10	10
0,5	1,0	0,75	0,5	0,5	60	45	30	30
1	2,0	1,5	1,0	1,0	120	90	60	60
3	0,5 do 1,2 I_n : 3,0				nisu ograničene			
5	0,5 do 1,2 I_n : 5,0				nisu ograničene			

Strujna i fazna pogreška transformatora klase tačnosti 0,1; 0,2; 0,5 i 1 ne smije preći vrijednosti iz tablice 7.2 kada su opterećeni teretima između 25% i 100% nazivnog tereta, a transformatora klase tačnosti 3 i 5 kada su opterećeni teretima između 50% i 100% nazivnog tereta. Teret upotrijebljen pri ispitivanju treba da ima induktivni faktor snage 0,8, izuzev ako troši snagu manju od 5 VA. U tom slučaju faktor snage treba da bude jednak jedinici.

Nazivni teret obično se izražava u voltamperima, koje dobivamo iz izraza:

$$P_t = I_{2n}^2 Z_n \tag{7.20}$$

gdje je I_{2n} nazivna sekundarna struja, a Z_n nazivna impedancija tereta. Standardne vrijednosti nazivnih snaga strujnih transformatora za mjerenje i pripadne impedancije za nazivne struje 1 i 5 A prikazane su u tablici 7.3.

Tablica 7.3

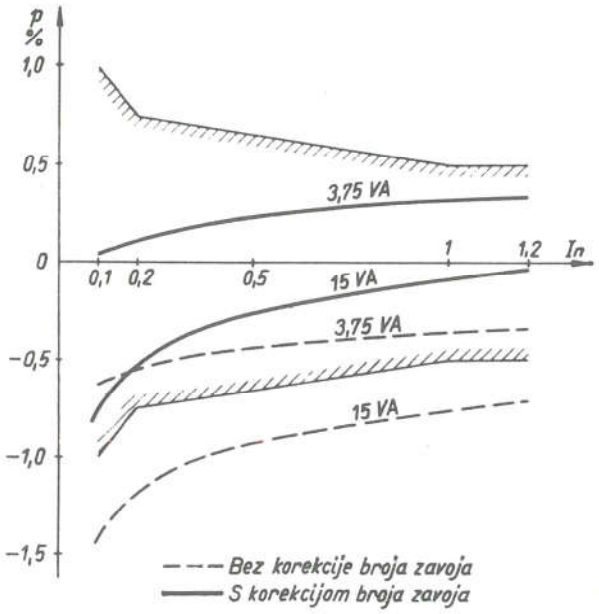
Standardne vrijednosti nazivnih snaga i impedancija tereta strujnih transformatora za mjerenje

Nazivna snaga (VA)	2,5	5	10	15	30
Nazivna impedancija pri nazivnoj struji 5 A (Ω)	0,1	0,2	0,4	0,6	1,2
Nazivna impedancija pri nazivnoj struji 1 A (Ω)	2,5	5	10	15	30

Ako impedancija tereta kod transformatora klase tačnosti 0,1 do 1 ne dosiže 1/4 nazivne vrijednosti, preporučuje se dodati u seriju odgovarajući otpor, kako bi transformator bio opterećen teretom za koji vrijede propisane granice pogrešaka.

7.2.3. Mjere za smanjenje pogrešaka strujnih transformatora

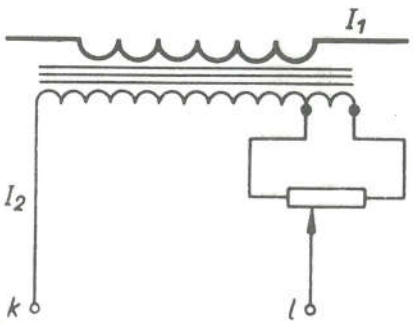
Ako broj zavoja strujnog transformatora tako odaberemo da umnožak nazivne primarne struje i broja zavoja primarnog namota bude tačno jednak umnošku nazivne sekundarne struje i broja zavoja sekundarnog namota ($I_{1n} N_1 = I_{2n} N_2$),



Slika 7.17. Strujna pogreška strujnog transformatora u ovisnosti o veličini struje i tereta

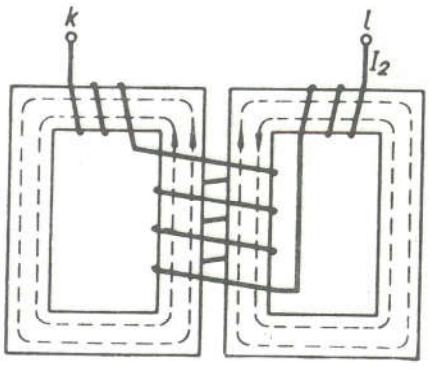
dobit ćemo negativnu strujnu pogrešku, jer je sekundarna struja I_2 manja od reducirane primarne struje I_1'' zbog struje magnetiziranja. Općenito je apsolutna vrijednost te strujne pogreške to veća, što su mjerene struje manje od nazivne

struje transformatora (sl. 7.17). Razlog tome je lako objasniti. Za manje struje bit će potreban manji inducirani napon U_i, odnosno manja magnetska indukcija u jezgri, a manjoj indukciji redovno odgovara manji faktor μ_g, kako se to razabire na sl. 7.16. Zbog toga je pri manjim mjerenim strujama veći procentualni udio struje magnetiziranja, što uzrokuje veći iznos strujne pogreške. Uže granice strujne pogreške očito se mogu postići ako se dobije da strujna pogreška bude dijelom negativna, a dijelom pozitivna. Za tu svrhu je dovoljno korigirati broj zavoja jednog od namota. Redovno je to sekundarni namot, koji obično ima mnogo više zavoja od primarnog. Njemu je potrebno smanjiti broj zavoja, jer želimo dobiti veće sekundarne struje. U preciznim strujnim transformatorima potrebno je vrlo malo korigirati omjer transformacije, pa tu često već samo jedan zavoj daje pretjerano veliku korekciju. Obično se tada postupa tako da se s jednim zavojem sekundarnog namota obuhvati samo jedan dio limova jezgre, odnosno samo jedan dio magnetskog toka jezgre. Druga mogućnost je prikazana na sl. 7.18. Jedan ili više zavoja sekundarnog namota premostimo potenciometrom, a na njegov kliznik spojimo teret strujnog transformatora. Struja tereta I_2 granat će se na jednu i drugu stranu potenciometra, pa će kroz premošteni dio namota teći samo jedan dio struje tereta, koji možemo po volji ugoditi pomicanjem kliznika. Time se dobiva mogućnost vrlo finog ugađanja sekundarnih amperzavoja.



Slika 7.18. Korekcija strujne pogreške pomoću potenciometra

Pogreške strujnih transformatora nastoji se smanjiti i pomoću raznih drugih zahvata, od kojih ćemo spomenuti samo neke. Da bi se smanjila pogreška strujnih transformatora, potrebno je odabrati nisku indukciju u njegovoj jezgri, a baš na niskim indukcijama je faktor μ_g vrlo malen, kako se to razabire na sl. 7.16. Stoga se u nekim rješenjima jezgra posebnim zahvatima predmagnetizira i dovodi na veće indukcije, gdje je μ_g znatno veći. Jedan od načina predmagnetiziranja jezgre prikazan je na sl. 7.19, gdje se za tu svrhu koristi sekundarna struja transformatora. Sekundarni namot strujnog transformatora podijeljen je na tri dijela. Glavni dio obuhvaća čitavu jezgru, dok drugi i treći dio, koji su jednaki i imaju samo nekoliko zavoja, obuhvaćaju jednu, odnosno drugu polovicu jezgre i magnetiziraju svaku polovicu u drugom smjeru. Na taj način stvoreni tokovi ne induciraju napon ni u primarnom namotu ni u glavnom dijelu sekundarnog namota, a ipak magnetiziraju jezgru.



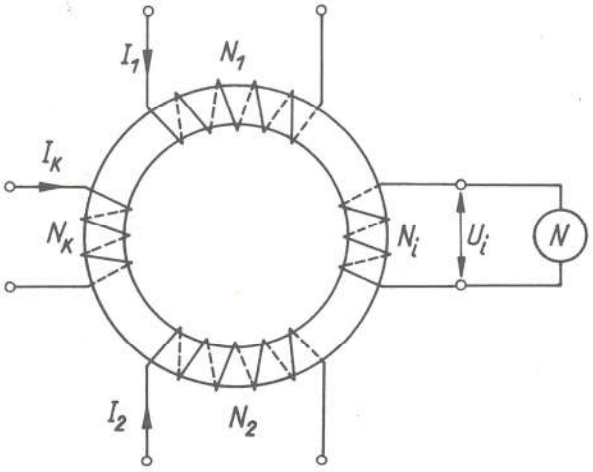
Slika 7.19. Predmagnetiziranje jezgre strujnog transformatora pomoću sekundarne struje

Pogreška strujnog transformatora može se svesti na neznatni iznos ako se glavni uzrok njegove pogreške, a to je struja magnetiziranja, smanji na nulu. To je ostvareno kod *strujnog komparatora* (sl. 7.20), koji osim primarnog i sekundarnog

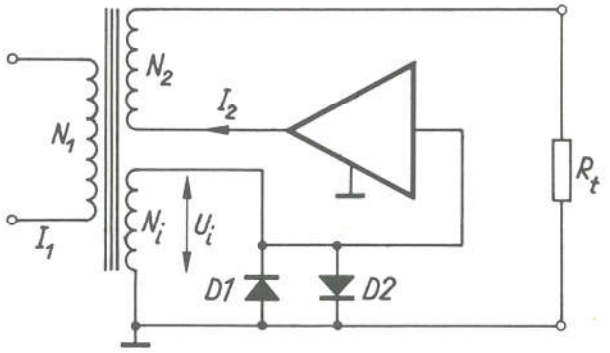
namota ima još kompenzacijski i indikacijski namot od N_k i N_i zavoja. Veličina i fazni pomak kompenzacijske struje I_k ugađa se sve dok osjetljivi nulindikator N, priključen na indikacijski namot, ostane bez otklona ($U_i = 0$). Tada nema magnetskog toka u jezgri komparatora, pa ni struje magnetiziranja, te vrlo tačno vrijedi:

$$N_1 I_1 = N_2 I_2 + N_k I_k \tag{7.21}$$

Mjerenjem kompenzacijske struje I_k možemo ustanoviti i vrlo male razlike između primarnih i sekundarnih amperzavoja (ispod 10^{-5}), što služi pri baždarenju etalonskih strujnih transformatora.



Slika 7.20. Strujni komparator



Slika 7.21. Strujni transformator s operacijskim pojačalom

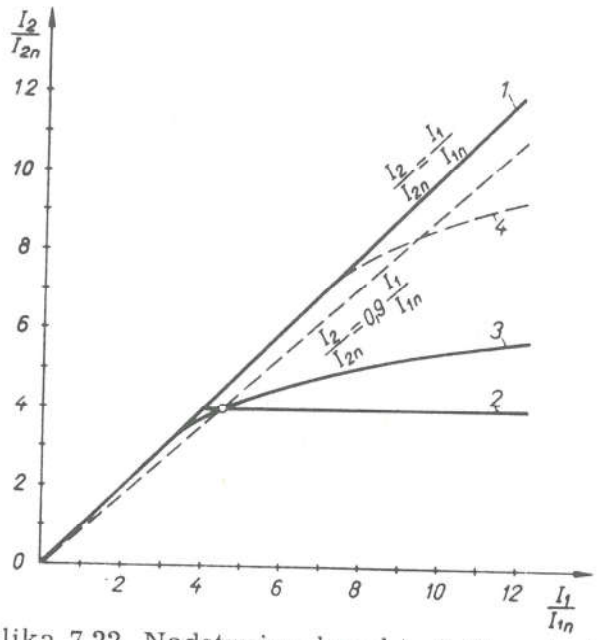
Na sličan način djeluje rješenje prikazano na sl. 7.21. Napon U_i indikacijskog namota privodi se ulazu osjetljivoga pojačala pogreške koje šalje struju I_2 kroz sekundarni namot i teret R_t. Potrebnu snagu dobiva, dakle, teret R_t iz operacijskog pojačala, pa je strujni transformator opterećen samo ulazom pojačala. To opterećenje je neznatno, pa nije teško postići malu pogrešku jer prema izrazu (7.19) pogreška pada sa smanjenjem snage koju prenosi jezgra.

Pri velikome strujnom udaru ne može pojačalo dati odgovarajuću struju I_2. Zbog toga poraste napon u indikacijskom namotu iznad napona praga dioda D_1 i D_2, pa preko njih poteče struja potrebna za kompenzaciju primarnih amperzavoja.

7.2.4. Vladanje strujnog transformatora pri povećanoj primarnoj struji

Pri kratkim spojevima u mreži porast će često primarna struja strujnog transformatora na vrijednost mnogostruko veću od nazivne vrijednosti. To izaziva povećanje sekundarne struje, sekundarnog napona i magnetske indukcije u jezgri.

Ako primarna struja toliko naraste da indukcija pređe koljeno na krivulji magnetiziranja, znatno će porasti struja magnetiziranja a time i pogreška transformatora. Kod strujnih transformatora predviđenih za priključak mjernih instrumenata nastojimo da sekundarna struja pri kratkom spoju što manje naraste, kako bismo zaštitili instrumente od oštećenja. Tu se upotrebljavaju transformatori s relativno visokom magnetskom indukcijom u jezgri pri nazivnoj struji, pa već na manjim strujnim preopterećenjima dolazi do zasićenja u željezu. Kad je jezgra jednom zasićena, daljnji porast primarne struje izaziva mnogo manje povećanje sekundarne struje. Ovisnost sekundarne struje o primarnoj prikazana je na sl. 7.22. Na ordinati je omjer između stvarne, I_2, i nazivne sekundarne struje I_{2n} a na apscisi omjer između stvarne, I_1, i nazivne primarne struje I_{1n}, da bi se eliminirao utjecaj omjera transformacije. Prikazanu ovisnost nazivamo i nadstrujnom karakteristikom strujnog transformatora. Pravac *1* predstavljao bi takvu karakteristiku kad bi strujna pogreška bila jednaka nuli, a krivulja *2* idealnu karakteristiku strujnog transformatora za priključak mjernih instrumenata (*strujni transformator za mjerenje*). Krivulja *3* prikazuje stvarnu karakteristiku jednog takvog transformatora.



Slika 7.22. Nadstrujna karakteristika strujnog transformatora

1 idealna nadstrujna karakteristika strujnog transformatora za zaštitu; *2* idealna nadstrujna karakteristika strujnog transformatora za mjerenje; *3* i *4* strujna karakteristika strujnog transformatora za mjerenje pri 100% i 50% nazivnom teretu

Prema IEC preporukama vladanje strujnog transformatora za mjerenje u području struja iznad nazivne karakterizirano je *nazivnom sigurnosnom* strujom I_{1s}. To je vrijednost primarne struje kod koje, uz teret jednak nazivnom, umnožak efektivne vrijednosti sekundarne struje I_{2s} i nazivnog omjera transformacije K_n nije veći od $0{,}9\ I_{1s}$:

$$K_n\, I_{2s} \leq 0{,}9\, I_{1s} \quad \text{ili} \quad \frac{I_{2s}}{I_{2n}} \leq 0{,}9\, \frac{I_{1s}}{I_{1n}} = 0{,}9\, F_s \tag{7.22}$$

Omjer između nazivne sigurnosne struje I_{1s} i nazivne primarne struje I_{1n} naziva se *faktorom sigurnosti*: $F_s = I_{1s}/I_{1n}$. Njegove standardne vrijednosti su: $F_s = 5$ i $F_s = 10$. Na sl. 7.22 crtkano je ucrtan pravac koji prikazuje $I_2/I_{2n} = 0{,}9\ I_1/I_{1n}$. Apscisom tačke u kojoj se siječe nadstrujna karakteristika s tim pravcem određen je najmanji faktor sigurnosti, koji još zadovoljava izraz (7.22). Za strujni transformator, čija je nadstrujna karakteristika prikazana krivuljom *3*, iznosi faktor sigurnosti 4,5 ili više.

Instrumenti u sekundarnom krugu su u slučaju kratkog spoja u mreži tim bolje zaštićeni, što je faktor sigurnosti manji. Ne smijemo pri tom zaboraviti da se faktor sigurnosti odnosi na transformatore opterećene nazivnim teretom. Ukoliko je priključeni teret manji od nazivnog, potreban je manji inducirani napon, pa do zasićenja jezgre dolazi kod većih struja (krivulja *4* na sl. 7.22). Radi toga je potrebno, ako priključeni instrumenti nemaju dovoljnu impedanciju, priključiti u seriju dodatnu impedanciju.

Strujni transformatori predviđeni za priključak zaštite (*strujni transformatori za zaštitu*) treba da ispravno rade baš pri preopterećenju, odnosno kratkom spoju u mreži. Zato bi pravac *1* na sl. 7.22 predstavljao idealnu karakteristiku takvog strujnog transformatora. Za ispravan rad određene vrste zaštite važno je da se ograniče viši harmonički članovi sekundarne struje koje uzrokuje nelinearna krivulja magnetiziranja, naročito u blizini zasićenja. Ako je udio viših harmoničkih članova znatan, nije moguće vektorsko prikazivanje a niti rastavljanje ukupne pogreške na strujnu i faznu. To je razlog da se kod strujnih transformatora za zaštitu definira *složena pogreška* p_{is}, koja je efektivna vrijednost razlike između trenutnih vrijednosti primarne struje i sekundarne struje pomnožene s nazivnim omjerom transformacije. Složena pogreška se općenito izražava kao postotak efektivne vrijednosti primarne struje:

$$p_{is} = \frac{100}{I_1}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (K_n i_2 - i_1)^2 \, dt} \ \% \qquad (7.23)$$

gdje su i_1 i i_2 trenutne vrijednosti primarne i sekundarne struje, a T trajanje jednog perioda.

Najveća vrijednost primarne struje uz koju transformator zadovoljava u pogledu složene pogreške naziva se *nazivna primarna granična struja tačnosti* a omjer između nje i nazivne primarne struje *granični faktor tačnosti*. Standardne vrijednosti tog faktora su: 5, 10, 15, 20 i 30. Standardne klase tačnosti strujnih transformatora za zaštitu su: 5P i 10P (tablica 7.4). Podaci o klasi i graničnom faktoru tačnosti navode se na natpisnoj pločici jedan do drugoga, pa npr. 5P20 znači da strujni transformator ima klasu tačnosti 5P i granični faktor tačnosti 20.

Tablica 7.4

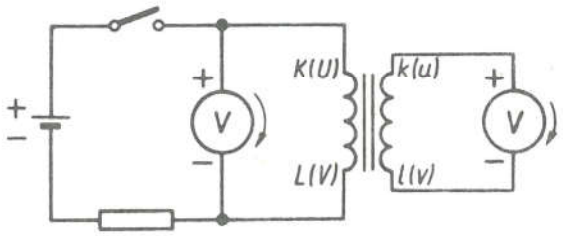
Granice pogrešaka strujnih transformatora za zaštitu

Klasa tačnosti	Granice strujne pogreške pri nazivnoj primarnoj struji i nazivnom teretu %	Granice fazne pogreške pri nazivnoj primarnoj struji i nazivnom teretu min	Granice složene pogreške pri nazivnoj primarnoj graničnoj struji tačnosti %
5 P	± 1	± 60	5
10 P	± 3	nisu ograničene	10

7.2.5. Termička i dinamička struja strujnih transformatora

Strujni transformatori moraju mehanički i termički izdržati struju kratkog spoja u mreži, što se postiže dovoljno velikim presjekom namota i dobrim učvršćenjem. Najveća struja kratkog spoja koja može proteći kroz strujni transformator ovisi

o snazi izvora, a ne o snazi potrošača čiju struju transformator mjeri. Zato se može dogoditi da strujni transformator male nazivne struje bude izložen vrlo velikim strujama kratkog spoja. Zbog toga se na natpisnoj pločici transformatora mora označiti koje dinamičke i termičke struje transformator još podnosi. Kao *nazivnu kratkotrajnu termičku struju* (I_{th}) definiramo efektivnu vrijednost primarne struje koju transformator može izdržati u trajanju 1 sekunde, uz kratko spojen sekundarni namot. Pri tome se namot ne smije nedopušteno zagrijati. Kao *nazivnu dinamičku struju* (I_{dyn}) definiramo najveću trenutnu vrijednost primarne struje koju, uz kratko spojen sekundarni namot, transformator može izdržati a da pri tome ne bude električki ili mehanički oštećen uslijed elektromagnetskih naprezanja.



Slika 7.23. Provjeravanje oznaka stezaljki mjernih transformatora

Da bi transformator izdržao određenu termičku struju, potrebno mu je presjek S vodiča primarnog namota dimenzionirati prema izrazu:

$$S = \frac{I_{th}}{a} \text{ (mm}^2\text{)} \qquad (7.24)$$

gdje je $a = 180$ A/mm² za bakar i $a = 118$ A/mm² za aluminij.

7.2.6. Označavanje stezaljki

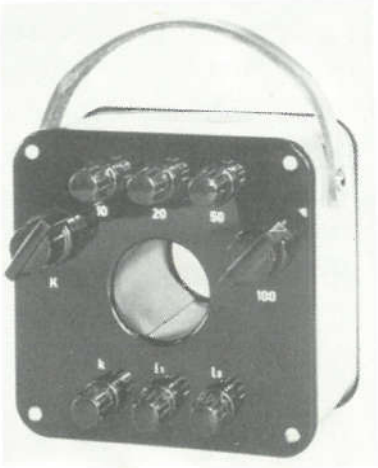
Primarne stezaljke strujnog transformatora označavamo velikim slovima K i L, a sekundarne stezaljke malim slovima *k* i *l*. (IEC preporučuje oznake P_1 i P_2 za primarni namot, te S_1 i S_2 za sekundarni namot). Ispravno označene stezaljke posebno su korisne na mjernim transformatorima na koje su priključeni vatmetri, varmetri i sl. Provjeravanje oznaka može se, kao i na ostalim transformatorima, provesti pomoću izvora istosmjernog napona i istosmjernog voltmetra. Za tu svrhu preko preklopke priključimo pozitivni pol izvora na stezaljku K strujnog transformatora, a negativni na stezaljku L (sl. 7.23). Na sekundarne stezaljke priključujemo istosmjerni voltmetar tako da je njegova pozitivna stezaljka priključena na stezaljku *k*, a negativna na stezaljku *l*. Pri uključivanju preklopke stvorit će se u jezgri magnetski tok, koji će inducirati napon u istom smjeru u primarnom i sekundarnom namotu. Stoga će voltmetar, priključen na sekundarni namot, dobiti kratkotrajan pozitivni otklon. Dobije li negativni otklon, transformator je pogrešno označen, pa treba oznake *k* i *l* zamijeniti ili zamijeniti dovode do tih stezaljki.

7.2.7. Izvedbe strujnih transformatora

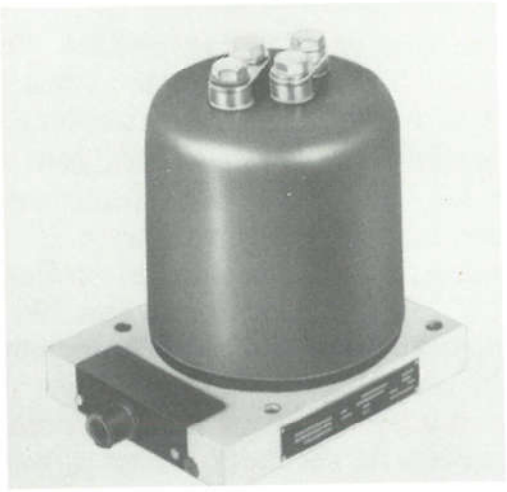
Postoji mnogo rješenja tehničke izvedbe strujnih transformatora, ovisno o namjeni, primarnim strujama i pogonskom naponu. Strujni transformatori koji se upotrebljavaju za laboratorijska mjerenja redovno imaju više strujnih područja, koja se odabiru priključkom na odgovarajuće stezaljke transformatora. Neke izvedbe imaju ugrađenu preklopku koja omogućava promjenu područja pod opterećenjem. Pri mjerenju većih struja obično se izbjegavaju stezaljke. Umjesto njih se jedan od vodiča mjerenog kruga provlači kroz otvor na transformatoru. On tada

predstavlja primarni namot strujnog transformatora. Namatanjem jednog ili više zavoja dobiva se strujni transformator za veće ili manje primarne struje (sl. 7.24).

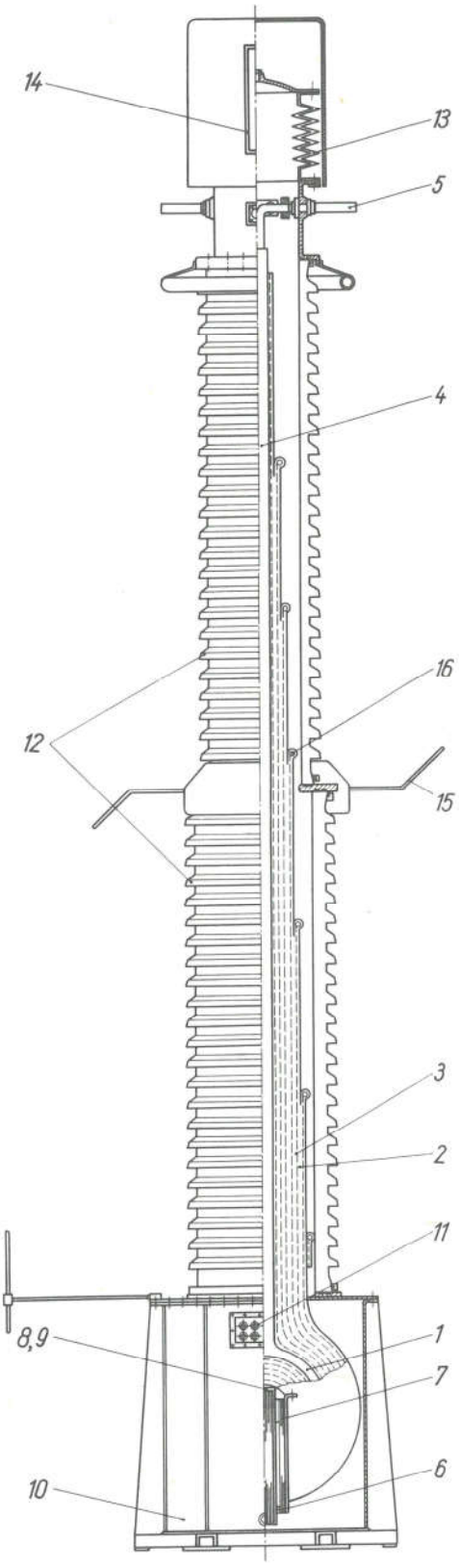
Niskonaponski strujni transformatori za ugradnju ne razlikuju se izvedbeno bitno od običnih niskonaponskih transformatora. U starijim izvedbama za više napone izolirao se primarni namot prema kućištu i sekundarnom namotu pomoću



Slika 7.24. Laboratorijski strujni transformator (Iskra)



Slika 7.25. Epoksidni strujni transformator za najviši pogonski napon 38 kV s jednom ili dvije jezgre (R. Končar)

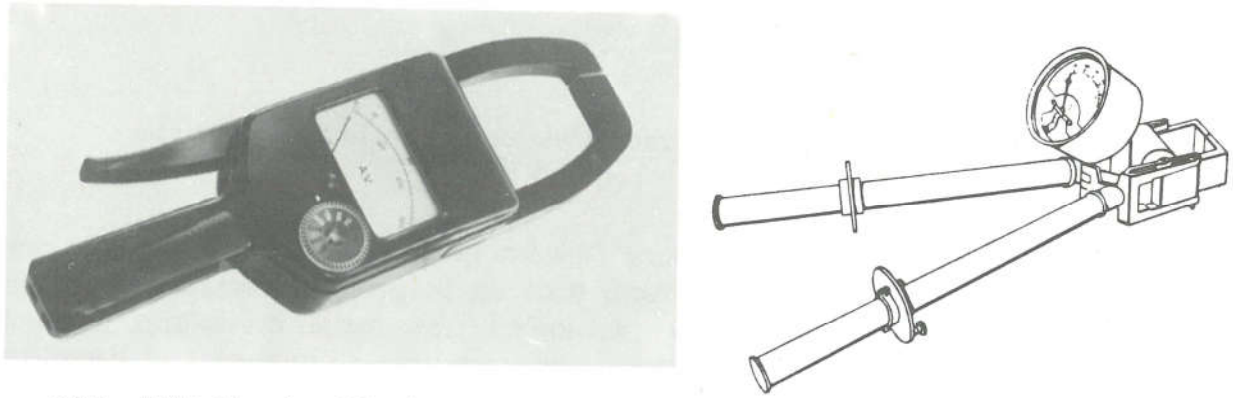


Slika 7.26. Malouljni strujni transformator za nazivni napon 400 kV (R. Končar)

1 primarni namot; *2* papirnata izolacija primarnog namota; *3* ekvipotencijalne metalne bandaže; *4* izvodi primarnog namota; *5* priključne *K* i *L* stezaljke primarnog namota; *6* jezgra za faktor sigurnosti $F_s = 10$; *7* sekundarni namot predviđen za priključak instrumenata; *8* i *9* jezgra i sekundarni namot za priključak zaštite; *10* kotao transformatora; *11* stezaljke sekundarnih namota; *12* porculanski izolator; *13* elastična membrana ; *14* stakleni prozorčić za kontrolu nivoa transformatorskog ulja; *15* rogovi za zaštitu od prenapona; *16* prsteni na krajevima bandaže za poboljšanje raspodjele električnog polja

porculanskih izolatora posebnog oblika. Umjesto takvih izvedbi danas su sve češće izvedbe u kojih je primarni namot zaliven epoksidnom smolom i tako izoliran prema jezgri i sekundarnom namotu (sl. 7.25). Izvedbe za više napone, pogotovo za one vrlo visoke, redovno su uljne. Jezgra, primarni i sekundarni namot nalaze se u uljnom kotlu i međusobno su izolirani debelom bandažom papira. Zbog bolje raspodjele polja u izolaciji upotrebljavaju se ekvipotencijalne metalne bandaže, kao što je to vidljivo na sl. 7.26, koja prikazuje malouljni strujni transformator za nazivni napon 400 kV. Transformator ima dvije jezgre namotane svaka sa svojim sekundarnim namotom, dok im je primarni namot zajednički. Jedna jezgra sa svojim sekundarnim namotom ima faktor sigurnosti $F_s = 10$ i služi za priključak instrumenata, dok druga ima veliki granični faktor tačnosti i koristi se za priključak zaštite.

U praksi se za kontrolna mjerenja upotrebljavaju *strujna kliješta* (Dietzova kliješta), tj. strujni transformatori koji omogućavaju mjerenje struje a da se prethodno ne prekida strujni krug. Strujna kliješta su izrađena tako da se željezna jezgra može rasklopiti i njome obuhvatiti vodič protjecan mjerenom strujom (sl. 7.27). Taj je vodič onda primarni namot od samo jednog zavoja, dok je sekundarni namot od više zavoja namotan oko same jezgre. Uz jezgru je redovno prigrađen ampermetar, prilagođen sekundarnom namotu. Pomoću više odvojaka na sekundarnom namotu dobivaju se razni mjerni opsezi, tako da se mogu mjeriti struje od nekoliko ampera do nekoliko tisuća ampera. Mogućnost mjerenja na višim naponima postiže se dovoljno dugim ručkama od izolacionog materijala.

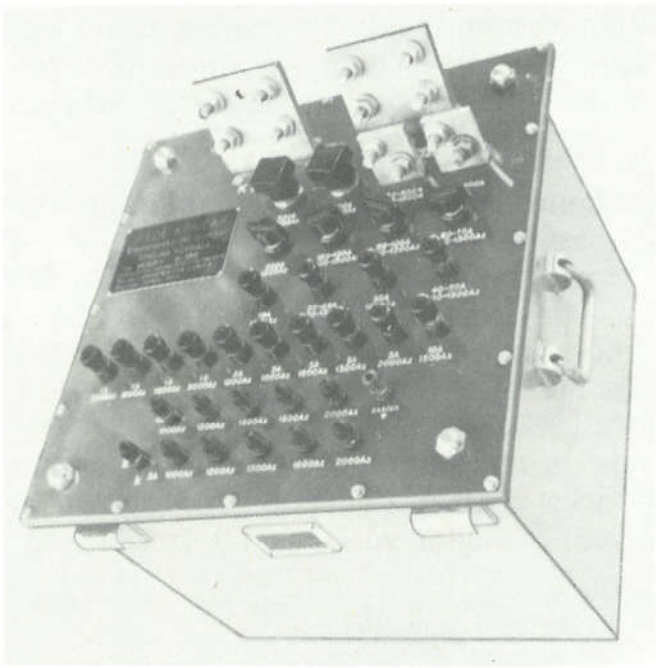


Slika 7.27. Strujna kliješta: lijevo — za napone do 1 kV; desno — za napone do 30 kV (H & B)

Etalonski strujni transformatori služe za vrlo tačna mjerenja struja, potrebna npr. pri određivanju pogrešaka preciznih mjernih transformatora usporednom metodom. Odlikuju se vrlo malom strujnom pogreškom od npr. samo ± 0,005% i faznom pogreškom od ± 0,5′. Tako male pogreške postižu se upotrebom magnetskih materijala vrlo visokog permeabiliteta i odabiranjem većih nazivnih amper-zavoja. Redovno se izrađuju s mnogo izvoda na primarnom namotu, tako da je moguće mjerenje svih standardnih vrijednosti primarnih struja. I na sekundarnom namotu postoje odvojci za sve standardne i uobičajene vrijednosti sekundarnih struja (sl. 7.28).

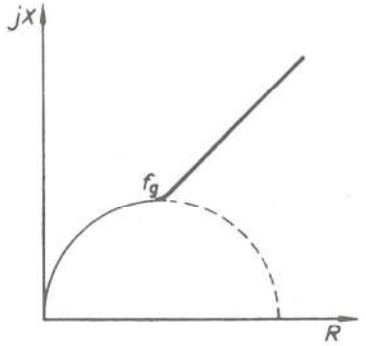
Primjena mjernih transformatora nije isključivo ograničena na područje industrijskih frekvencija. Susrećemo ih i u visokofrekventnim postrojenjima za kaljenje i taljenje, a i u dojavnoj tehnici. Kada se strujni transformatori koriste na području viših frekvencija, treba voditi računa o vrtložnim strujama u limovima jezgre,

koje dovode do potiskivanja magnetskog toka. Posljedica toga jest da na području visokih frekvencija ne možemo jalove i djelatne gubitke u jezgri nadomjestiti gubicima u nekom određenom induktivitetu L_0 i njemu paralelno spojenom otporu R_0, kako smo to uradili u nadomjesnoj shemi transformatora pokazanoj na sl. 7.2. Vektorski dijagram impedancije paralelne kombinacije R_0 i L_0 kružnog je oblika i podudara se s dijagramom impedancije svitka sa željeznom jezgrom samo do

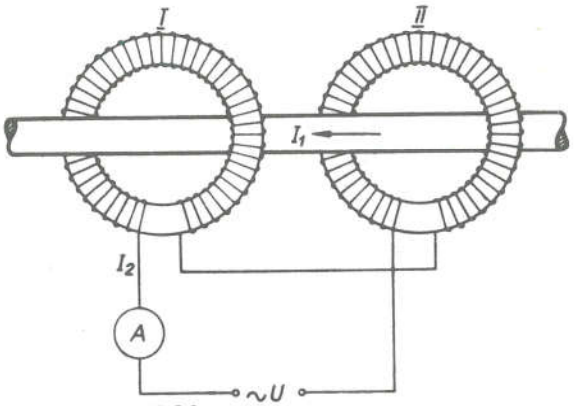


Slika 7.28. Etalonski strujni transformator za primarne nazivne struje od 1 do 2000 A (R. Končar)

neke određene frekvencije, tzv. granične frekvencije f_g. Nakon te frekvencije raste impedancija svitka sa željeznom jezgrom, tako da je pri tom realna komponenta uvijek jednaka imaginarnoj (sl. 7.29). Granična frekvencija normalnih željeznih limova obrnuto je razmjerna s kvadratom debljine lima i kreće se kod limova za ovu svrhu od 1 do 20 kHz. Na višim frekvencijama sve su važniji kapaciteti između namota, te kapaciteti između slojeva i zavoja. Ako se o svemu tome vodi računa, mogu se izvesti strujni transformatori koji zadovoljavaju sve do frekvencija od više MHz.



Slika 7.29. Vektorski dijagram impedancije svitka sa željeznom jezgrom u ovisnosti o frekvenciji



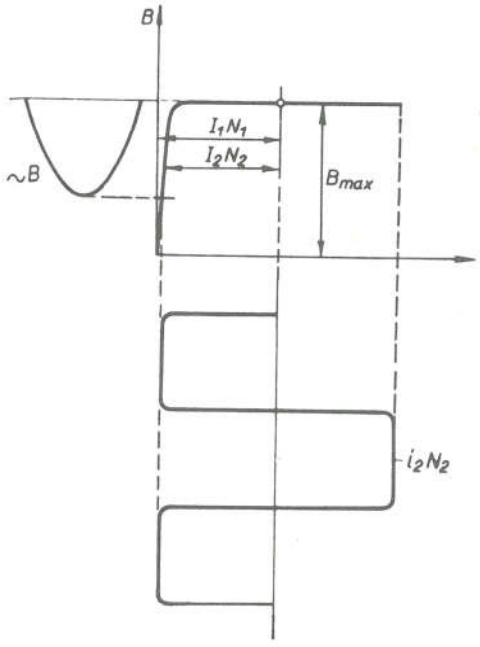
Slika 7.30. Shematski prikaz strujnog transformatora za istosmjernu struju

7.3. STRUJNI TRANSFORMATORI ZA ISTOSMJERNU STRUJU

Za mjerenje velikih istosmjernih struja koriste se rješenja koja mnogo podsjećaju na strujne transformatore za izmjeničnu struju.

Uobičajeni način mjerenja istosmjerne struje pomoću shunta i instrumenta sa zakretnim svitkom nije podesan za mjerenje vrlo velikih istosmjernih struja, jer tada nastaju znatni gubici u shuntu. Tako npr. pri mjerenju struje od 10 000 A i uobičajenog napona na shuntu od 60 mV nastaju gubici od 600 W, koji izazivaju poteškoće pri konstrukciji shunta. Zbog toga se danas velike struje mjere drugim metodama, od kojih se neke zasnivaju na principu magnetskih transduktora. Vod kojim teče mjerena istosmjerna struja (sl. 7.30) prolazi kroz dvije prstenaste jezgre od dobrog magnetskog materijala, s praktički pravokutnom krivuljom magnetiziranja. Oko prstenastih jezgri namotan je sekundarni namot, koji je spojen u seriju s ampermetrom i priključen na izmjenični napon konstantne vrijednosti. Namoti prve i druge jezgre spojeni su u seriju, vodeći pri tome računa da eventualne nagle promjene istosmjerne struje induciraju u sekundarnim namotima napone koji se međusobno poništavaju. Zbog toga će se tokom jedne poluperiode u jednoj jezgri podudarati smjerovi istosmjernog i izmjeničnog toka, dok će u drugoj jezgri njihovi smjerovi biti suprotni.

U jezgri gdje se izmjenični tok podudara s istosmjernim ne može doći do povećanja njezine indukcije, jer jezgra je već jako zasićena istosmjernim tokom. Za vrijeme te poluperiode bit će, dakle, izmjenični tok u toj jezgri jednak nuli. U drugoj jezgri može se stvoriti odgovarajući izmjenični tok, ali samo onda ako kroz sekundarni namot poteče takva struja da jezgra više ne bude zasićena. To je moguće samo onda ako sekundarni amperzavoji budu gotovo jednaki primarnima, tj. ako se budu razlikovali samo toliko koliko je potrebno za održavanje određenog toka u jezgri. Uz upotrebu dobrih magnetskih materijala ta razlika je neznatna, pa vrijedi:



Slika 7.31. Magnetska indukcija u jezgri i sekundarna struja istosmjernog strujnog transformatora

$$I_1 N_1 = I_2 N_2 \qquad (7.25)$$

Kako je redovno $N_1 = 1$, jer kroz jezgre prolazi samo jedan primarni vodič, slijedi:

$$I_1 = I_2 N_2 \qquad (7.26)$$

Vidimo da su ovdje, kao i kod strujnih transformatora za izmjenične struje, primarni amperzavoji jednaki sekundarnim, ako se u jednom i drugom slučaju zanemari struja magnetiziranja.

Zbog gotovo pravokutne karakteristike upotrijebljenog magnetskog materijala dobiva se praktički pravokutan oblik sekundarne struje I_2 (sl. 7.31), koju je najprikladnije mjeriti instrumentom sa zakretnim svitkom i suhim ispravlja-

čima u Graetzovu spoju. Granice pogrešaka koje se postižu ovakvim mjerenjem kreću se od 0,2 do 1 %. Veličina izmjeničnog napona ne utječe primjetno, pa nisu potrebni posebni stabilizatori izmjeničnog napona.

Ova metoda se koristi za mjerenje istosmjernih struja od nekoliko stotina ampera, pa do nekoliko stotina tisuća ampera. Sekundarni teret može iznositi i do 100 W.

7.4. MJERENJE POGREŠAKA MJERNIH TRANSFORMATORA

Mjerenje pogrešaka mjernih transformatora ne može se provesti zadovoljavajućom tačnošću ako se pomoću pokaznih instrumenata mjeri njihova primarna i sekundarna struja ili napon, jer su mjerni instrumenti reda tačnosti mjernih transformatora. Osim toga, na taj način ne bismo mogli odrediti faznu pogrešku ispitivanog transformatora, a posebnu poteškoću bi izazivalo mjerenje pogrešaka transformatora koji su predviđeni za velike primarne struje, odnosno napone.

Zbog toga se upotrebljavaju posebne mjerne metode koje omogućuju vrlo tačno mjerenje pogrešaka mjernih transformatora. Prema nekim metodama pogreške se određuju pomoću vrlo preciznih otpornika, kondenzatora itd., dok se prema drugim uspoređuje ispitivani transformator s vrlo preciznim mjernim transformatorom.

Na sl. 7.32 je prikazan način mjerenja pogrešaka strujnih transformatora prema Scheringu i Albertiu. Primarna struja teče kroz primarni namot ispitivanog transformatora, precizni otpornik otpora R' i kontrolni instrument A, a sekundarna struja I_2, dobivena iz ispitivanog strujnog transformatora, teče kroz priključeni teret Z_t i precizni otpornik otpora R''. Otpore R' i R'' treba tako odabrati da je pad napona I_1R' veći od pada napona I_2R''. Paralelno otporu R' priključena je kombinacija otpora R_1, R_2 i kapaciteta C u spoju koji se upotrebljava kod kompenzatora za male fazne pomake (pogl. 6.5.5).

Kroz nulinstrument N neće teći struja kada pad napona $I_2 R''$ na otporu R'' bude jednak padu napona $I R$ na dijelu R otpora R_1:

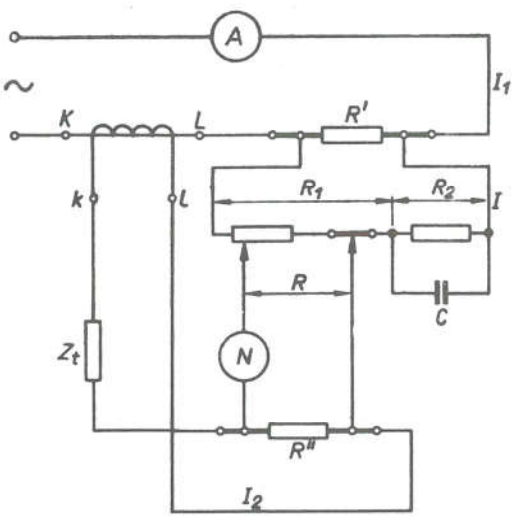
$$I_2 R'' = I R \qquad (7.27)$$

Odnos struje I prema I_1 možemo odrediti iz jednostavnog izraza:

$$I_1 \frac{R'(R_1 + R_2)}{R' + R_1 + R_2} = I(R_1 + R_2) \qquad (7.28)$$

Pri tome smo zanemarili utjecaj kapaciteta C koji izaziva samo malo fazno zakretanje struje I, te redovno neznatno utječe na njezinu veličinu. Otpor R' je obično znatno manji od $R_1 + R_2$, pa ga u nazivniku izraza (7.24) možemo zanemariti:

$$I = I_1 \frac{R'}{R_1 + R_2} \qquad (7.29)$$



Slika 7.32. Metoda za mjerenje pogrešaka strujnih transformatora prema Scheringu i Albertiu

Ako izraz (7.29) uvrstimo u (7.27), dobivamo:

$$I_2 R'' = I_1 \frac{R R'}{R_1 + R_2} \quad \text{ili} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{(R_1 + R_2) R''}{R R'} \tag{7.30}$$

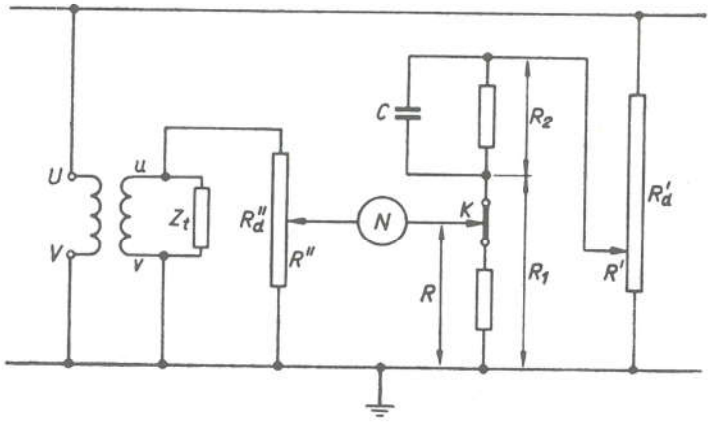
Iz poznatih vrijednosti otpora R', R'', R_1 i R_2 može se, dakle, odrediti omjer struja I_1 i I_2, pa tako odrediti i strujnu pogrešku ispitivanog strujnog transformatora. Otpori upotrijebljenih otpornika moraju pri tome biti vrlo tačno poznati, npr. unutar ± 0,02 %. Kroz otpornik otpora R' teku primarne struje, koje mogu biti vrlo velike, ovisno o nazivnoj primarnoj struji ispitivanog transformatora, pa ga treba prikladno dimenzionirati. Često se mora upotrijebiti i vodeno hlađenje zbog velikih gubitaka $I_1^2 R'$.

Ako struja I_2 nije potpuno u fazi sa strujom I_1, tj. ako strujni transformator ima neku određenu faznu pogrešku δ, onda je, da bi se postigla ravnoteža, potrebno fazno zakrenuti za kut δ struju I kroz otpor R. To se postiže ugađanjem kapaciteta C. Fazna pogreška ispitivanog transformatora tada se određuje pomoću izraza (6.115) izvedenog u poglavlju 6.5.5:

$$\delta \approx \operatorname{tg} \delta = \frac{\omega R_2^2 C}{R_1 + R_2} \tag{7.31}$$

Da bi određivanje fazne pogreške transformatora bilo pouzdano, potrebno je da upotrijebljeni otpornici imaju neznatnu vremensku konstantu.

Mjerenje naponske i fazne pogreške naponskih mjernih transformatora pomoću otpornog djelitelja napona prikazano je na sl. 7.33. Primarni namot ispitivanog transformatora (stezaljke U — V) i visokonaponski djelitelj napona R'_d paralelno su priključeni na izvor izmjeničnog napona. Na sekundarni namot ispitivanog transformatora priključeni su teret Z_t i djelitelj napona R''_d, čime se smanjuje sekundarni napon transformatora na podesnu vrijednost. Paralelno jednom malom dijelu R' djelitelja napona R'_d priključena je kombinacija otpora R_1, R_2 i kapaciteta C. Pomicanjem kliznika K na kliznoj žici izjednačuju se po veličini padovi napona na otporima R i R'', dok se ugađanjem kapaciteta C postiže izjednačavanje njihovog faznog pomaka, pa će tada nulinstrument N pokazati nulu. Iz tačno poznatih vrijednosti otpora R', R'', R_1, R_2, R'_d i R''_d te kapaciteta C, određuje se naponska i fazna pogreška ispitivanog transformatora. Spomenuti otpori moraju biti vrlo tačno poznati, npr. unutar ± 0,02 %.

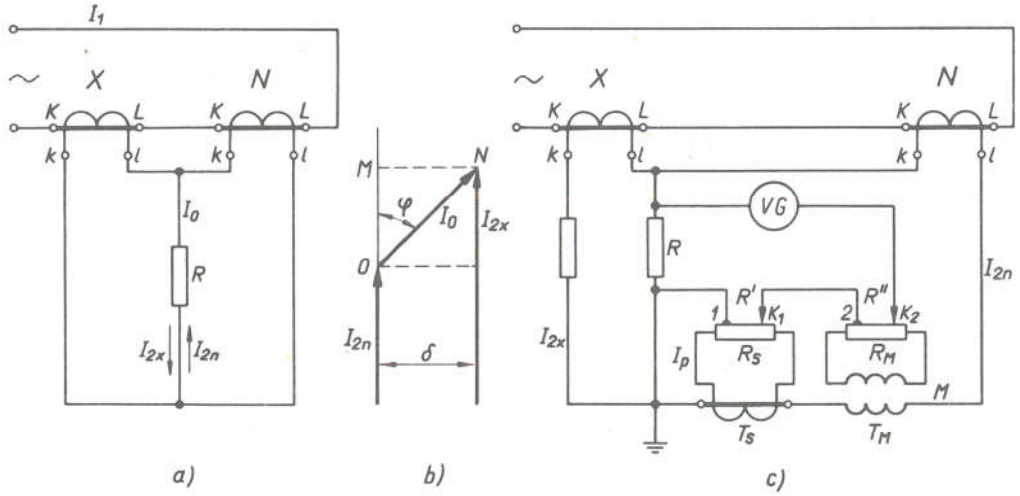


Slika 7.33. Metoda za mjerenje pogrešaka naponskih transformatora prema Scheringu i Albertiu

Naročit je problem izvedba djelitelja napona R'_d, pogotovo ako se ispituju transformatori s visokim primarnim nazivnim naponom. Djelitelj napona R'_d ne smije se uzeti pretjerano velikog otpora zbog njegovih kapacitivnih struja prema zemlji, koje izazivaju faznu pogrešku. Posljedica toga su znatni gubici u djelitelju, što zahtijeva povećanje njegovih dimenzija i pojačano hlađenje.

Prikladnije rješenje je kapacitivni djelitelj napona koji se sastoji od dva kapaciteta C_1 i C_2. Kapacitet C_1 je vrlo malen (nekoliko desetaka pF), dok je kapacitet C_2 mnogostruko veći, tako da praktički sav pad napona nastaje na kapacitetu C_1. Stoga se C_1 mora izolirati za pun primarni napon ispitivanog transformatora. Za tu svrhu su podesni tlačni kondenzatori punjeni komprimiranim plinom (pogl. 2.2) koji se mogu načiniti za vrlo visoke napone, a ujedno imaju neznatan kut gubitaka. Često se djelitelj napona zamjenjuje etalonskim naponskim transformatorom, čija se naponska i fazna pogreška mogu zanemariti ili su tačno poznate.

Od usporednih metoda za mjerenje pogrešaka strujnih transformatora česta je metoda po Hohleu (sl. 7.34 *a*). Kroz serijski spojene primarne namote etalonskog strujnog transformatora N i ispitivanog strujnog transformatora X teče struja I_1. Sekundarni namoti su također spojeni u seriju, pa će kroz mali djelatni otpor R u dijagonali teći razlika I_0 sekundarnih struja I_{2x} i I_{2n} ispitivanog transformatora i etalona. Kako je pogreška etalona neznatna, struja I_0 je zapravo ukupna apsolutna pogreška ispitivanog transformatora. Komponenta $\overline{OM}$ struje I_0, koja je u fazi sa strujom I_{2n}, apsolutna je strujna pogreška, dok je komponenta $\overline{MN}$ posljedica fazne pogreške ispitivanog transformatora (sl. 7.34 *b*). Pad napona izazvan strujom I_0 na malom otporu R kompenzira se pomoću dva međusobno okomita napona, od kojih je jedan u fazi sa strujom I_{2n}. Ti naponi se dobivaju pomoću pomoćnog strujnog transformatora T_S i transformatora T_M stalnog međuinduktiviteta M (sl. 7.34*c*). Sekundarna struja I_p pomoćnog transformatora T_S proporcionalna je i u fazi s njegovom primarnom strujom ($I_p = n\, I_{2n}$), pa je pad napona



Slika 7.34. Hohleova metoda za mjerenje pogrešaka strujnih transformatora

na otporu R_s, priključenom na sekundarnoj strani, u fazi sa strujom I_{2n}. Napon induciran u sekundarnom namotu transformatora T_M fazno je pomaknut prema struji I_{2n} za 90°, pa je praktički i napon na vrlo velikom otporu R_M, priključenom na sekundarnoj strani, fazno pomaknut za 90°. Kada se pomicanjem kliznika K_1 i K_2 postigne da nulinstrument VG nema otklona, izjednačen je pad napona na

otporu R s padovima napona na otporima R' i R'' (R' je otpor između kliznika K_1 i spojišta *1*, a R'' između kliznika K_2 i spojišta *2*), odnosno:

$$n I_{2n} R' + j I_{2n} M\omega \frac{R''}{R_M} = I_0 R \tag{7.32}$$

Struju I_0 možemo rastaviti na komponente $I_0 \cos\varphi$ i $j I_0 \sin\varphi$, od kojih je prva u fazi sa strujom I_{2n}:

$$n I_{2n} R' + j I_{2n} M\omega \frac{R''}{R_M} = I_0 R \cos\varphi + j I_0 R \sin\varphi$$

odnosno:

$$n I_{2n} R' = I_0 R \cos\varphi \quad \text{i} \quad I_{2n} M\omega \frac{R''}{R_M} = I_0 R \sin\varphi \tag{7.33a i b}$$

Iz izraza (7.33) možemo odrediti strujnu i faznu pogrešku ispitivanog transformatora:

$$p_i = \frac{I_0 \cos\varphi}{I_{2n}} 100 = \frac{nR'}{R} 100\% \tag{7.34}$$

$$\delta \approx \frac{I_0 \sin\varphi}{I_{2n}} = \frac{R'' M\omega}{R R_M} \quad \text{ili} \quad \delta' = 3440 \frac{R'' M\omega}{R R_M} \text{ minuta} \tag{7.35}$$

Osim opisanih metoda za mjerenje pogrešaka mjernih transformatora upotrebljavaju se i brojne druge od kojih neke omogućavaju izravno očitanje pogrešaka a kod drugih se ugađanje ravnoteže postiže automatski.

7.5. Zadaci

1) Na sekundarne stezaljke naponskog (mjernog) transformatora priključen je teret koji pri naponu 85 V uzima struju 0,02 A. Kolika je nazivna snaga priključenog tereta, ako je sekundarni nazivni napon 100 V?

2) Treba nacrtati Möllinger-Geweckeov dijagram za naponski (mjerni) transformator i odrediti δ i p_u, ako su: $U_2 = 100$ V; $I''_\mu = 30$ mA; $I''_g = 10$ mA; $R''_1 = 7\ \Omega$; $X''_1 = 10\ \Omega$; $R_2 = 6\ \Omega$ i $X_2 = 9\ \Omega$. Prividna snaga induktivnog tereta iznosi 5 VA, a fazni pomak 30° (mjerila: 1 V = = 5 cm i 1 mA = 0,1 cm).

3) Naponski (mjerni) transformator ima u praznom hodu naponsku pogrešku $p_u = -0{,}05\%$, a pri nazivnom teretu $p_u = -0{,}5\%$. Koliko zavoja treba oduzeti primarnom namotu koji ima 12100 zavoja, da bi transformator zadovoljio klasu tačnosti 0,2?

4) Treba izvesti izraz (7.7) služeći se Theveninovim teoremom!

5) Koliki će procentualni pad napona izazvati voltmetar na sl. 7.11*a*, ako je njegov otpor 10 000Ω, a $C_1 = 4$ nF i $C_2 = 2{,}8\ \mu$F?

6) Pri struji 2,3 A vlada na sekundarnim stezaljkama strujnog transformatora napon 1,5 V. Kolika je nazivna snaga priključenog tereta, ako je sekundarna nazivna struja strujnog transformatora 5 A?

7) Kroz primarni namot strujnog (mjernog) transformatora za 100/5 A teče 76 A. Kolika struja teče kroz svaki od dva ampermetra priključena paralelno na sekundarne stezaljke strujnog transformatora, ako su njihove impedancije jednake?

8) Treba nacrtati Möllinger-Geweckeov dijagram za strujni transformator i odrediti δ i p_i pri teretu od 1 Ω (fazni pomak 36° 50′) ako su: $R_2 = 0{,}3\ \Omega$; $X_2 = 0{,}2\ \Omega$; $I''_\mu = 30$ mA; $I''_g = 12$ mA i $I_2 = 5$ A (mjerila: 1 V = 1 cm, 1 mA = 0,1 cm).

9) Treba odrediti tjemenu vrijednost napona induciranog u sekundarnom namotu strujnog štapnog transformatora za 2000/5 A, ako su sekundarne stezaljke greškom ostavljene otvorene, a kroz primar teče nazivna struja. Neka presjek jezgre iznosi 4 cm², srednja duljina magnetskog toka 35 cm, frekvencija mreže 50 Hz, a permeabilitet materijala jezgre na donjem dijelu krivulje magnetiziranja 0,05 Vs/Am (uzeti zbog jednostavnijeg računa da je stalan).

10) Treba odrediti napon sekundarnog namota strujnog transformatora prema zemlji ako greškom nije uzemljena ni jedna stezaljka sekundarnog namota. Neka je napon primarnog namota transformatora prema zemlji 63,5 kV, kapacitet primarnog namota prema sekundarnom 500 pF, a sekundarnog prema zemlji 50 nF.

11) Koliki je odnos efektivnih vrijednosti primarne i sekundarne struje štapnog strujnog transformatora 2000/5 A, ako su primarne struje znatno veće od nazivne vrijednosti, tako da se utjecaj željeza može zanemariti? Neka je srednja duljina magnetskog toka 35 cm, srednji presjek jednog zavoja namota 4 cm², ukupni otpor sekundarnog kruga 1,5 Ω, faktor snage tereta 1,0, a frekvencija mreže 50 Hz.

12) Koliko su procenata manji izmjenični amperzavoji od istosmjernih, kod istosmjernog strujnog transformatora prema sl. 7.30, ako su: istosmjerna struja 5000 A, presjek jezgre 10 cm², srednja duljina magnetskog toka 35 cm, broj zavoja sekundarnog namota 1000 i izmjenični napon 220 V, 50 Hz. Zbog jednostavnosti uzeti da je permeabilitet jezgre sve do zasićenja konstantan i da iznosi 0,05 Vs/Am, a da zasićenje nastaje na indukciji $B = 1{,}7$ T.

13) Kolike su strujna i složena pogreška strujnog transformatora s omjerom transformacije 1, ako su jednaki osnovni harmonički članovi primarne i sekundarne struje a treći harmonički član sekundarne struje iznosi 5%?

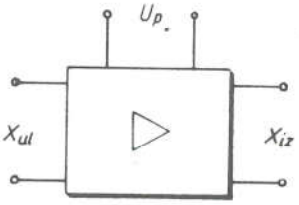
14) Treba naći vrijednost međuinduktiviteta M u Hohleovu kompenzatoru prema sl. 7.34*c*, ako je otpor u dijagonali mosta 5 Ω, a žele se mjeriti fazne pogreške do $\pm 150'$ ($f = 50$ Hz)!

15) Zbog određivanja fazne i naponske pogreške (mjernog) naponskog transformatora izvršeno je uspoređivanje s etalonskim naponskim transformatorom. Napon na sekundarnoj strani etalona, mjeren instrumentom s pomičnim željezom, bio je 100 V, a instrument s pomičnim svitkom u seriji s mehaničkim ispravljačem (vektormetar) pokazao je pri tome 44,8 V. Pri mjerenju razlike napona ispitivanog transformatora i etalona pokazao je vektormetar 0,32 V, kada je ispravljač radio u fazi sa sekundarnim naponom etalona, odnosno 0,42 V, uz pomak 90°. Kolika je fazna i naponska pogreška ispitivanog transformatora?

8. ELEKTRONIČKI MJERNI UREĐAJI

8.1. MJERNA POJAČALA

Zadatak je mjernih pojačala da pojačaju vrlo slabe struje i napone te tako omoguće njihovo određivanje pomoću mjernih instrumenata ili katodne cijevi. Mjerena veličina X_{ul} dovodi se na ulaz pojačala (sl. 8.1), a na njegovom izlazu dobiva se „pojačana" električna veličina X_{iz}, koja je redovno razmjerna veličini X_{ul}. Zahvaljujući pomoćnom izvoru U_p općenito je snaga na izlazu iz pojačala mnogostruko veća od snage koju ono uzima na ulazu, tako da se na izlaz pojačala može priključiti mjerni instrument koji nije naročito osjetljiv ili pak registracioni instrument. Može se postići da ulazni otpor pojačala bude vanredno velik, pa se pojačala upotrebljavaju i ondje gdje bi izravno priključen mjerni instrument previše opteretio mjereni izvor.



Slika 8.1. Blok-shema pojačala

Pojačala služe i za zbrajanje, odbijanje, deriviranje, integriranje, logaritmiranje, te za provođenje raznih drugih računskih operacija s mjernim vrijednostima (operacijska pojačala). Njihovu široku primjenu omogućila je tehnika integriranih krugova, kojom su bitno smanjene dimenzije i cijena pojačala.

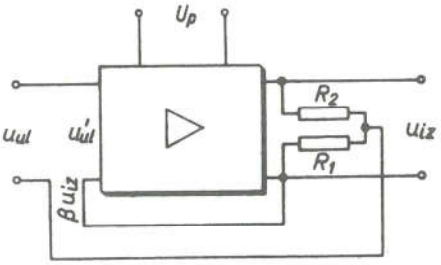
8.1.1. Negativna reakcija ili negativna povratna veza

Već smo naveli da se od mjernih pojačala redovno zahtijeva stalan odnos između ulazne i izlazne veličine, odnosno zahtijeva se stalno pojačanje A. Neka je na ulaz pojačala priključen mjereni napon u_{ul}, a na izlazu pojačala neka je dobiven napon u_{iz}. Pojačanje A je onda:

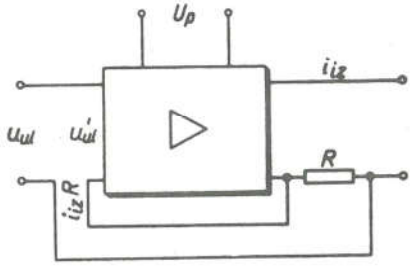
$$A = \frac{u_{iz}}{u_{ul}} \tag{8.1}$$

Općenito, odnos između ulaznog i izlaznog napona neće biti konstantan. On će ovisiti o veličini ulaznog napona u_{ul}. I veličina pomoćnog napona U_p utjecat će na taj odnos, jer će npr. kod pojačala s elektronskim cijevima promjena pomoćnog napona izazvati promjenu napona žarenja i anodnog napona cijevi. Isto tako će starenje ugrađenih elemenata izazvati promjene parametara, pa se zbog svega toga pojačanje

može promijeniti i nekoliko puta. Stabiliziranjem pomoćnog napona postiže se znatno poboljšanje, ali i tada promjene pojačanja iznose i do 50%. Zato se ovakvo



Slika 8.2. Blok-shema pojačala u naponskoj negativnoj reakciji



Slika 8.3. Blok-shema pojačala u strujnoj negativnoj reakciji

pojačalo rijetko može upotrijebiti za mjerne svrhe. Tek primjenom negativne reakcije postiže se zadovoljavajuća stabilizacija pojačanja. Na sl. 8.2 prikazana je naponska negativna reakcija pri kojoj se na ulaz pojačala dovodi napon proporcionalan izlaznom naponu. Njegov smjer je suprotan smjeru ulaznog napona u_{ul}. Zato napon u'_{ul} na ulazu u samo pojačalo nije više u_{ul} već je smanjen za iznos $\beta u_{iz} = u_{iz} R_1/(R_1 + R_2)$, ili:

$$u'_{ul} = u_{ul} - \beta u_{iz} \tag{8.2}$$

Ako samo pojačalo ima pojačanje A, onda je $u_{iz} = A u'_{ul}$, pa izraz (8.2) možemo pisati i ovako:

$$u'_{ul} = u_{ul} - \beta A u'_{ul}$$

ili:

$$u'_{ul} = \frac{u_{ul}}{1 + \beta A} \tag{8.3}$$

Dalje je:

$$u_{iz} = A u'_{ul} = \frac{A}{1 + \beta A} u_{ul} \tag{8.4}$$

tako da za pojačalo s negativnom reakcijom dobivamo slijedeće pojačanje:

$$A' = \frac{A}{1 + \beta A} \tag{8.5}$$

Ako umnožak βA odaberemo znatno veći od jedinice ($\beta A \gg 1$), bit će pojačanje $A' \approx 1/\beta$, tj. praktički neće ovisiti o pojačanju A za koje smo ustanovili da je podložno promjenama:

$$A' \approx \frac{1}{\beta} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \tag{8.6}$$

Otpore R_1 i R_2 možemo ostvariti pomoću preciznih mjernih otpornika i tako dobiti vrlo pouzdano pojačanje A'. Neka je npr. $A = 1000$, a $1 + \beta A = 100$, odnosno $\beta = 0{,}099$. Tada pojačalo s negativnom reakcijom ima pojačanje $A' = 10$, dakle 100 puta manje nego bez negativne reakcije, ali je ono znatno manje podložno

promjenama. Ako se A smanji za 20%, smanjit će se A' samo za 0,25%. Osim toga, sada na izlazni napon pojačala znatno manje utječe potrošak instrumenta priključenog na izlazu. Veća struja instrumenta izazvat će veći pad napona u samome pojačalu, a to je isto kao da se smanjilo pojačanje A pojačala. Prije smo vidjeli da promjene pojačanja A neznatno utječu na pojačanje A' pojačala s negativnom reakcijom, pa će prema tome i potrošak priključenog instrumenta neznatno utjecati na veličinu izlaznog napona, odnosno pojačalo se ponaša kao izvor s vrlo malim unutarnjim otporom.

U opisanom pojačalu vlada između ulaznog i izlaznog napona stalan odnos. Češće se, međutim, izrađuju pojačala u kojima između ulaznog napona u_{ul} i izlazne struje i_{iz} vlada stalan odnos (pojačala sa strujnim izlazom). Takvo rješenje je zato povoljnije, jer je potrošak ampermetara općenito manji nego potrošak voltmetara, pa se pojačalo može izraditi za manju izlaznu snagu. Kod pojačala sa strujnim izlazom ostvaruje se negativna reakcija tako da se u seriju s priključenim instrumentom (sl. 8.3) spoji otpor R, te na ulaz pojačala privede pad napona $i_{iz}R$ koji nastaje na otporu R. Tada je:

$$u'_{ul} = u_{ul} - i_{iz}R \tag{8.7}$$

Označimo ovdje kao pojačanje odnos između izlazne struje i_{iz} i ulaznog napona u'_{ul}, odnosno napona u_{ul}, tj.: $A_s = \frac{i_{iz}}{u'_{ul}}$ i $A'_s = \frac{i_{iz}}{u_{ul}}$, pa nakon uvrštavanja u (8.7) dobivamo:

$$A'_s = \frac{i_{iz}}{u_{ul}} = \frac{1}{R}\,\frac{1}{1 + \frac{1}{R A_s}} \tag{8.8}$$

Uz vrlo veliko pojačanje A_s bit će $R A_s \gg 1$, pa se izraz (8.8) može pojednostaviti:

$$A'_s \approx \frac{1}{R} \tag{8.9}$$

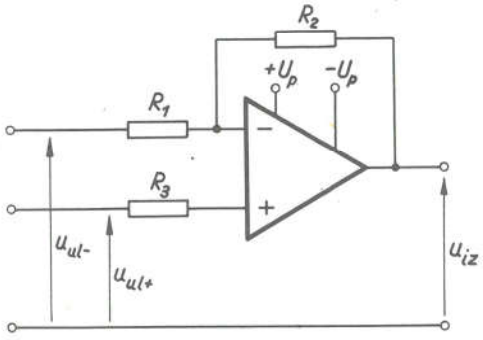
Vidimo da pojačanje A'_s pri jakoj negativnoj reakciji ovisi prvenstveno o konstantnosti otpora R, pa zato tu moramo upotrijebiti precizni mjerni otpornik. Kao i pri naponskoj negativnoj reakciji, i ovdje se pouzdanost pojačanja postiže na račun njegova smanjenja. Da bismo to mogli lakše razabrati, označimo: $A_{sg} = \frac{1}{R}$ i uvrstimo u (8.8):

$$A'_s = A_{sg}\,\frac{1}{1 + \frac{A_{sg}}{A_s}} \tag{8.10}$$

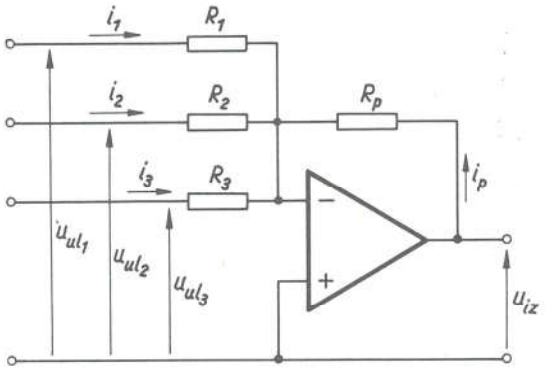
Iz ovog izraza razabiremo da A_s mora biti mnogo veći od A_{sg}, odnosno A'_s, ako želimo da njegove promjene malo utječu. Tako, kada je $A_s/A_{sg} = 100$, smanjenje A_s za 20% uzrokuje smanjenje A'_s za samo 0,25%.

Na osnovi razmatranja sličnih onima kod pojačala s naponskom negativnom reakcijom, može se zaključiti da će na pojačanje A'_s neznatno utjecati promjene otpora priključenog mjernog instrumenta.

Negativnom reakcijom mogu se ostvariti različiti funkcijski odnosi između ulaznih i izlaznih veličina pojačala, odnosno mogu se provesti razne računske operacije s mjernim vrijednostima. U tu svrhu se upotrebljavaju **operacijska pojačala,** izvedena najčešće u tehnici integriranih krugova, koja se obično u shemama predočuju trokutom. Na vertikalnoj stranici trokuta su ulazi u pojačalo, a na suprotnom vrhu je izlaz iz pojačala (sl. 8.4). Napon u_{ul-}, priveden ulaznoj



Slika 8.4. Operacijsko pojačalo s invertiranim (—) i neinvertiranim (+) ulazom



Slika 8.5. Sumirajuće pojačalo

priključnici označenoj na operacijskom pojačalu s »—«, pojačava se i zakreće u fazi za 180° (invertirani spoj). Napon u_{ul+}, priveden na priključnicu »+«, ne zakreće se fazno (neinvertirani spoj). Napon u_{iz} na izlazu može se odrediti slično kao kod pojačala na sl. 8.2, pa pri otporu R_3 mnogo manjem od ulaznog otpora pojačala, dobivamo:

$$u_{iz} = \frac{A}{1 + \beta A}[u_{ul+} - (1 - \beta)\, u_{ul-}] \tag{8.11}$$

Operacijska pojačala imaju redovito vrlo veliko pojačanje A. Tako mnogo upotrebljavano integrirano pojačalo s oznakom 741 ima tipično pojačanje $A = 200\,000$, ulazni otpor 2 MΩ, a izlazni 75 Ω. Integrirano pojačalo 725 ima tipično pojačanje $A = 3\,000\,000$, ulazni otpor 1,5 MΩ, a izlazni otpor 150 Ω. Pri tom masa jednog i drugog pojačala iznosi samo oko 1,3 grama. Zbog velikog pojačanja A mogu se redovito za β odabrati male vrijednosti ($\beta \ll 1$), pa izlazni napon praktički iznosi:

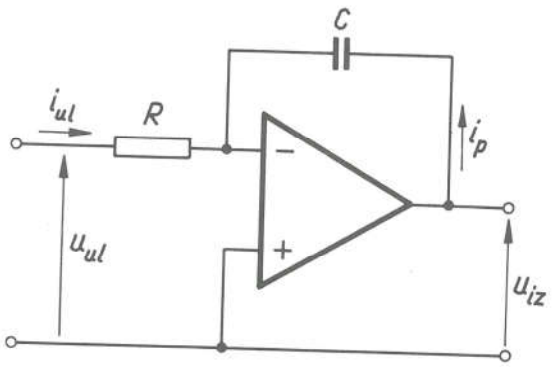
$$u_{iz} = (u_{ul+} - u_{ul-})\,(R_1 + R_2)/R_1 \tag{8.12}$$

Na sl. 8.5 je prikazano kako se pomoću operacijskog pojačala može dobiti suma velikog broja ulaznih napona pomnožena s proizvoljnom konstantom. Zbog neznatne ulazne struje pojačala bit će suma struja i_1, i_2 i i_3 u otporima R_1, R_2 i R_3 praktički jednaka struji i_p u otporu R_p. Dalje je, zbog velikog pojačanja, napon na ulazu pojačala neznatan prema naponima u_{ul1}, u_{ul2} i u_{ul3}, pa struje kroz otpore R_1, R_2 i R_3 redom iznose: u_{ul1}/R_1, u_{ul2}/R_2 i u_{ul3}/R_3. Iz istog razloga struja u otporu R_p iznosi u_{iz}/R_p, pa odmah dobivamo:

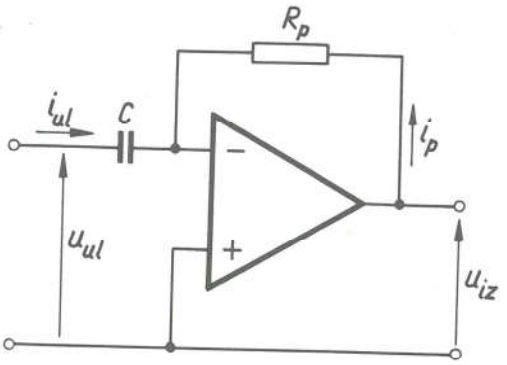
$$u_{iz} = -\left(\frac{u_{ul1}}{R_1} + \frac{u_{ul2}}{R_2} + \frac{u_{ul3}}{R_3}\right) R_p \tag{8.13}$$

Integriranje ulaznog napona postižemo spojem prema sl. 8.6. I ovdje možemo staviti $i_{ul} + i_p \simeq 0$ i $i_p \simeq -u_{ul}/R$. Zbog neznatnog ulaznog napona pojačala bit će napon na kapacitetu C praktički jednak izlaznom naponu pojačala, pa izlazi:

$$u_{iz} = \frac{1}{C}\int i_p \, dt = -\frac{1}{RC}\int u_{ul} \, dt \qquad (8.14).$$



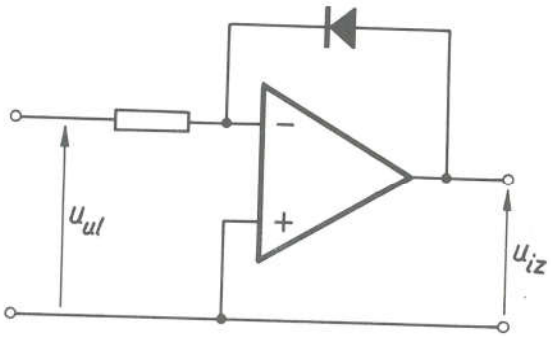
Slika 8.6. Integrirajuće pojačalo



Slika 8.7. Diferencirajuće pojačalo

Diferencirajuće pojačalo prikazano je na sl. 8.7. Ako su neznatni ulazna struja i napon pojačala, bit će: $i_p + i_{ul} \simeq 0$, kao i $i_{ul} \simeq C\,(du_{ul}/dt)$, pa slijedi:

$$u_{iz} \simeq R_p\, i_p \simeq R_p\, C_u \frac{du_{ul}}{dt} \qquad (8.15)$$



Slika 8.8. Logaritmirajuće pojačalo

Logaritamska karakteristika pojačala dobiva se diodom u povratnoj vezi (sl. 8.8), koristeći eksponencijalnu ovisnost struje u propusnom smjeru o naponu diode. Zbog znatne ovisnosti te struje o temperaturi diode, održava se konstantna temperatura termostatom, koji je najčešće dio integriranog kruga.

8.1.2. Svojstva mjernih pojačala

Zahvaljujući primjeni negativne povratne veze i raznih drugih zahvata, izrađuju se širokopojasna mjerna pojačala za istosmjerne napone i izmjenične napone frekvencije do nekoliko stotina megaherza, a da na čitavom tom frekvencijskom području pojačanje odstupa samo nekoliko postotaka. Za vrlo tačna mjerenja upotrebljavaju se mjerna pojačala čije granice pogrešaka iznose samo 0,01%, ili još manje, ali to su obično izvedbe za neko niže frekvencijsko područje, npr. od 10 Hz do 10 000 Hz ili slično. Pri visokim frekvencijama raste utjecaj parazitskih kapaciteta između pojedinih elemenata pojačala, jer se s frekvencijom smanjuje njihov jalovi otpor, što ograničava primjenu pojačala iznad određene gornje granične frekvencije. Pri mjerenju malih istosmjernih napona dolazi do izražaja napon klizanja pojačala, pa su za njihovo mjerenje potrebne posebne izvedbe (pogl. 8.2.1). Ako nije potrebno mjerenje istosmjernih napona, može se utjecaj napona klizanja praktički otkloniti tako, da se pojedini stupnjevi pojačala povežu kondenzatorom, a ne otpornikom i time spriječi prolaz sporih napona klizanja. Takva pojačala imaju onda i donju graničnu frekvenciju ispod koje pogreška pojačala nedopustivo raste. Izrađuju se i selektivna pojačala, koja se najčešće koriste za analizu viših harmoničkih članova. Takva pojačala imaju vrlo veliko pojačanje samo u nekom, posve uskom frekvencijskom području. Selektivnost se može postići na više načina. Često se na izlazu pojačala priključi jedna dijagonala frekvencijski ovisnog izmjeničnog mosta, a napon druge dijagonale koristi se za dobivanje negativne reakcije. Na nekoj određenoj frekvenciji most je u ravnoteži, pa je negativna reakcija jednaka nuli. Tada pojačalo ima vrlo veliko pojačanje. Na ostalim frekvencijama most nije u ravnoteži, pa postoji snažna negativna reakcija koja bitno smanjuje pojačanje.

8.2. ELEKTRONIČKI VOLTMETRI

Elektronički voltmetri se upotrebljavaju za mjerenja istosmjernih napona i izmjeničnih napona od niskih do najviših frekvencija. Prednost im je vrlo velika osjetljivost, visoka ulazna impedancija, široko frekvencijsko područje i neosjetljivost na preopterećenja.

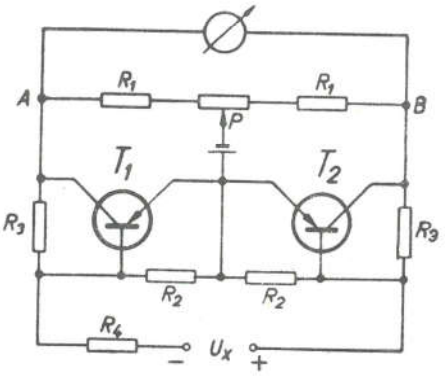
Općenito se sastoje od djelitelja napona, istosmjernog ili izmjeničnog pojačala, ispravljačkog stepena, indikatora i izvora napajanja. Kao indikator redovno se upotrebljava instrument s pomičnim svitkom, zbog njegovih odličnih svojstava. Pri tome se mogu upotrijebiti robustnije izvedbe većeg potroška, jer se lako postiže odgovarajuće pojačanje.

Mnogo se upotrebljavaju tranzistorske izvedbe s mnoštvom istosmjernih i izmjeničnih mjernih opsega, malih dimenzija i potroška, s ugrađenim džepnim baterijama za napajanje, koje se po dimenzijama ne razlikuju od univerzalnih instrumenata (pogl. 4.2.8).

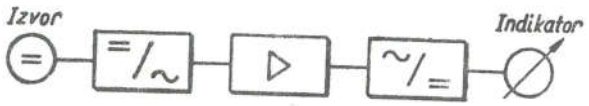
8.2.1. Istosmjerni elektronički voltmetri

Elektronički voltmetri za mjerenje istosmjernih napona odlikuju se velikim karakterističnim otporom, znatno većim od onog koji se postiže instrumentima s pomičnim svitkom. Pojednostavnjenu shemu jednog takvog voltmetra prikazuje

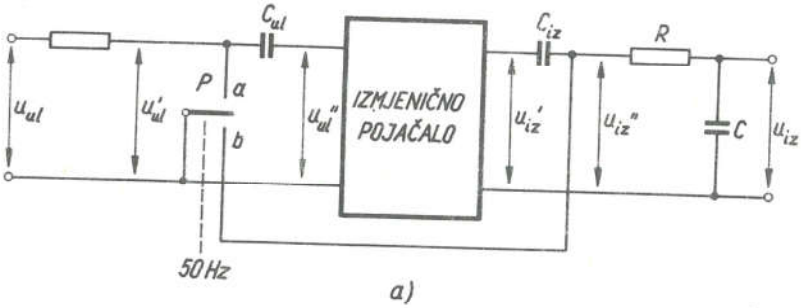
sl. 8.9. Tranzistori su spojeni u protuspoju, a izvor napajanja i indikacioni instrument se nalaze u suprotnim dijagonalama mosta. Potenciometrom P izjednače se padovi napona u granama s otpornicima R_1. Indikator tada nema otklona, jer se tačke A i B nalaze na istom potencijalu. Kada prema označenim polaritetima priključimo mjereni napon, dolazi do porasta struje baze tranzistora T_1 i smanjenja struje baze tranzistora T_2, te između tačaka A i B nastaje razlika potencijala koja uzrokuje otklon instrumenta. Takvim spojem moguće je postići najniži naponski mjerni opseg od oko 60 mV, karakteristični otpor od 1 MΩ/V i najniži strujni mjerni opseg od oko 1 μA. Za napajanje je dovoljna džepna baterija od 1,5 V.



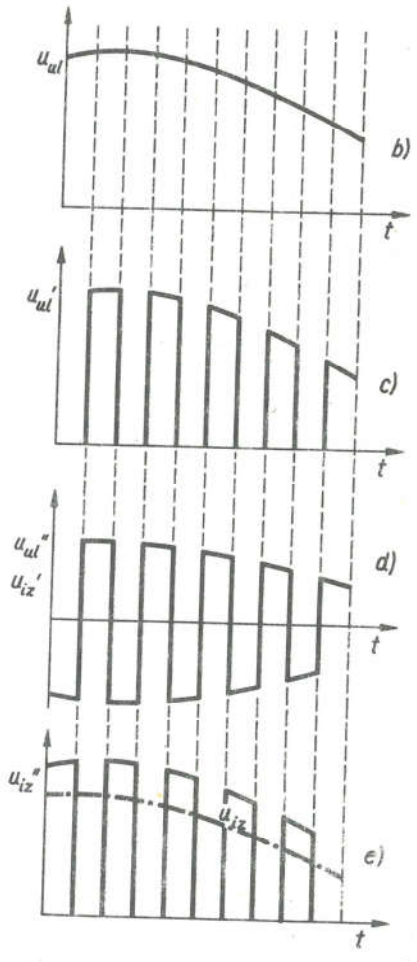
Slika 8.9. Tranzistorski voltmetar



Slika 8.10. Blok-shema istosmjernog voltmetra za male napone



a)



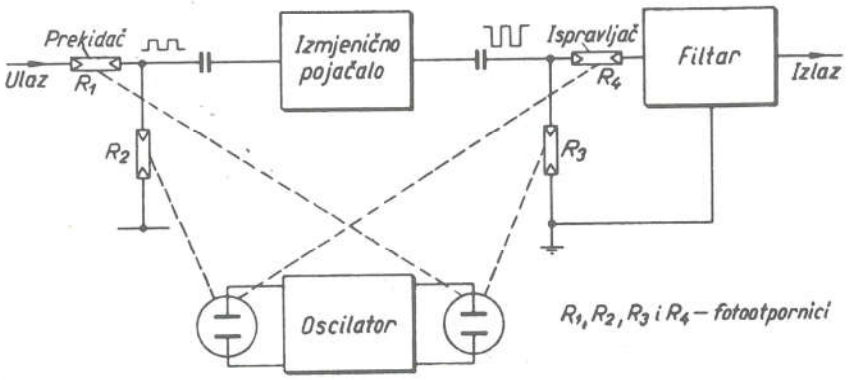
Slika. 8.11. Pojačalo s mehaničkim prekidačem: *a*) blok-shema; *b*), *c*), *d*), i *e*) naponi na ulazu i izlazu pojačala

Opisanim spojem ne možemo postići manji naponski mjerni opseg od navedenog zbog *klizanja nultog položaja*, do kojeg dolazi uslijed promjene: temperature okoline, napona napajanja i karakteristika ugrađenih elemenata. Te promjene kvare ravnotežu koju smo postigli potenciometrom P i izazivaju šetanje kazaljke

indikatora. Dakle, voltmetar se ponaša kao da smo mu na ulazu priključili promjenljivi napon (napon klizanja ili drift), koji kod spoja prema sl. 8.9 i uz najpažljiviju izvedbu dosiže 1 mV. Te poteškoće su zajedničke svim pojačalima istosmjernog napona. Tako i već opisano integrirano pojačalo 741 (pogl. 8.1.1) ima napon klizanja također 1 mV. Napomenimo još da poremećaji ravnoteže u pojačalu uzrokuju struje (struje klizanja) u njegovu ulaznom krugu, zbog kojih nastaje pad napona u otporu mjerenog izvora (npr. tipična vrijednost struja klizanja kod pojačala 741 iznosi 20 nA). Taj pad napona superponira se mjerenom naponu i izaziva pogrešku mjerenja, koja je tim veća, što je veći otpor mjerenog izvora. Razumljivo je da mjereni naponi moraju biti mnogostruko veći od napona klizanja, pa zato istosmjerna pojačala ne mogu mjeriti vrlo male istosmjerne napone. Njihovo mjerenje rješava se tako, da se istosmjerni napon najprije pretvori u izmjenični, pojača koliko je potrebno, ispravi i onda mjeri (sl. 8.10). Time je zaobiđen problem klizanja, jer on ne dolazi do izražaja kod izmjeničnih pojačala. Pretvaranje istosmjerne struje u izmjeničnu provodi se mehaničkim, tranzistorskim, fotootpornim prekidačima, te modulatorima s Hallovom sondom, kapacitivnim diodama, dinamičkim kondenzatorima itd.

Pojačalo s mehaničkim ispravljačem (sl. 8.11) još je uvijek jedno od najpovoljnijih rješenja za pojačanje vrlo slabih istosmjernih napona. Kotva prekidača P titra frekvencijom od npr. 50 Hz i naizmjence kratko spaja ulaz i izlaz pojačala. Napon u'_{ul} ispred prekidača stalno se mijenja od iznosa nula do iznosa određenog ulaznim naponom. Kroz kondenzator C_{ul} prolazi samo izmjenična komponenta tog napona (u''_{ul} na sl. 8.11 *d*) koja se u pojačalu pojačava i zatim ispravlja djelovanjem kontakta *b* (u'_{iz} i u''_{iz} na sl. 8.11 *d* i *e*). Nakon toga se dobiveni isprekidani napon gladi RC-sklopom na izlazu, koji ima integratorsko svojstvo. Ovakvim rješenjem smanjen je napon klizanja na samo nekoliko desetinki mikrovolta. Nedostatak mu je ograničeno trajanje mehaničkog prekidača (oko 3000 sati rada) i njegova niska frekvencija, koja ne prelazi 500 Hz.

Kod pojačala s **poluvodičkim prekidačem** preuzimaju tranzistori funkciju mehaničkog prekidača. Na bazu tranzistora primijeni se pomoćni pravokutni napon, pa je otpor između emitera i kolektora sad vrlo malen (npr. 100 Ω), a sad vrlo velik (npr. 1 MΩ), pa tako upravljani tranzistor može nadomjestiti mehanički prekidač. Frekvencija upravljanja obično je veća od 10^4 Hz. Ovim se rješenjem ne može ostvariti velik ulazni otpor, a napon klizanja iznosi oko 20 μV.

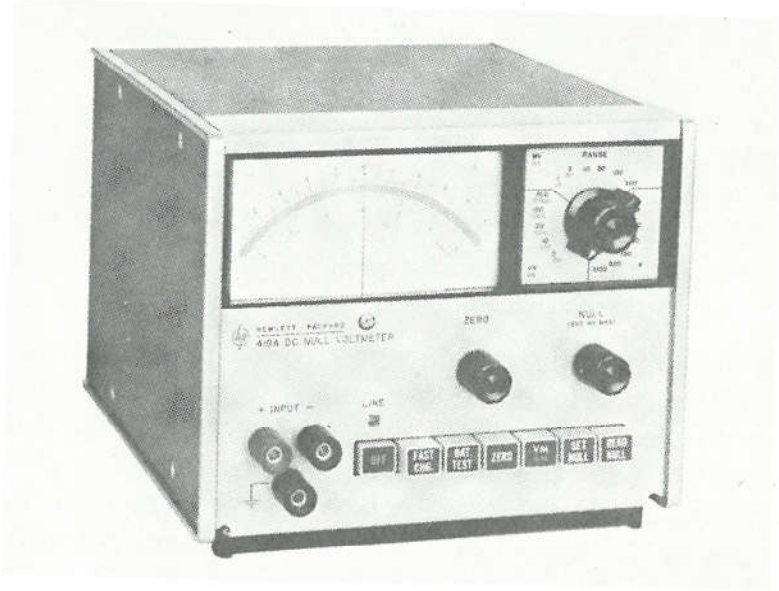


Slika 8.12. Blok-shema pojačala s fotootporima

Način djelovanja **pojačala s fotootporima** prikazan je na sl. 8.12. Poseban oscilator napaja dvije tinjalice, tako da svijetli sad jedna, sad druga. Jedna tinjalica osvjetljava fotootpornike R_1 i R_3, a druga fotootpornike R_2 i R_4. Neosvijetljeni

fotootpornici imaju vrlo velik otpor, a osvijetljeni vrlo malen, pa se istosmjerni napon pretvara na ulazu u pojačalo u pulsirajući napon. Na sličan način se nakon izlaska iz pojačala ispravlja izmjenični napon. Tako dobiven istosmjerni napon »izgladuje« se prikladnim filtrom i onda dovodi instrumentu s pomičnim svitkom.

Ovakvo rješenje omogućuje najniži naponski opseg $\pm$ 3 μV uz ulazni otpor od 100 000 Ω. Ne računajući prvih 30 minuta nakon ukapčanja, ne prelazi napon klizanja 0,5 μV u toku jednog dana (sl. 8.13).

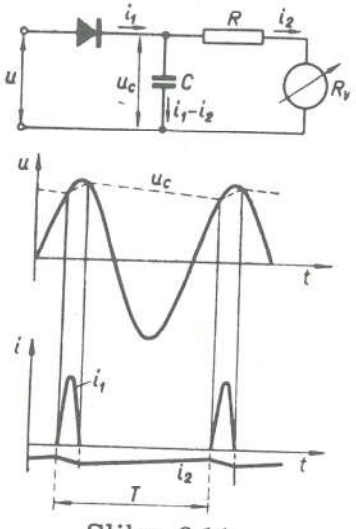


Slika 8.13. Elektronički nulvoltmetar s naponskim opsezima od $\pm$3 μV do 1000 V i ulaznim otporima od 0,1 M Ω do 100 MΩ (Hewlett-Packard)

8.2.2. Izmjenični elektronički voltmetri

Uobičajena su dva osnovna tipa izmjeničnih elektroničkih voltmetara. Jednim se mjereni izmjenični napon najprije ispravi, pojača koliko je potrebno, a onda mjeri instrumentom s pomičnim svitkom. Drugim se mjereni napon prvo pojača u široko-pojasnom izmjeničnom pojačalu, a onda ispravi i mjeri instrumentom s pomičnim svitkom.

Prvi se često nazivaju i **diodni voltmetri,** jer na ulazu imaju diodu kojom se ispravlja mjereni napon. Ispravljanje je obično vršno, što se postiže dodavanjem kapaciteta C paralelno instrumentu i njegovom predotporu R (sl. 8.14). Da bismo lakše mogli razumjeti djelovanje takvog spoja, zamislimo najprije da se iza ispravljača nalazi samo kapacitet C. Tada, zbog ispravljača, može kroz kapacitet C teći struja samo u jednom smjeru, pa će se on nakon jedne ili više pozitivnih poluperioda nabiti na tjemenu vrijednost U_m mjerenog napona i ostati tako nabijen. Ako se paralelno kapacitetu C nalazi dovoljno velik otpor $R + R_V$, neće se napon na kapacitetu bitno izmijeniti, te će i dalje ostati praktički jednak tjemenoj vrijednosti U_m mjerenog napona.



Slika 8.14.
Vršno ispravljanje

To znači da će kroz instrument teći struja i_2 koja je približno proporcionalna tjemenoj vrijednosti U_m mjerenog napona [$i_2 \approx U_m/(R+R_V)$], odnosno instrument će pokazivati tjemene vrijednosti mjerenog napona neovisno o njegovom valnom obliku. Količina elektriciteta koju kapacitet C preuzima prilikom nabijanja iz mjerenog izvora mora u stacionarnom stanju biti jednaka količini kojom se izbija preko otpora $R + R_V$. Stoga površina između krivulje struje nabijanja i_1 i apscisne osi mora biti jednaka površini između apscisne osi i krivulje i_2. Kapacitet C se nabija samo u vrlo kratkom intervalu, dok je njegov napon manji od momentane vrijednosti mjerenog napona. Zbog toga struja i_1 ima vid kratkotrajnih strujnih impulsa, za razliku od struje i_2 koja je gotovo konstantna. Iz toga slijedi da je mjereni izvor najveći dio periode praktički neopterećen, dok u kratkim intervalima nabijanja kapaciteta C dolazi do snažnog opterećenja izvora. Ovo impulsno opterećenje izvora nadomještavamo ekvivalentnim otporom R_{ul} koji bi, priključen na izvor, trošio istu snagu koju troši ispravljački spoj. Snaga koju troši ispravljački spoj praktički iznosi: $P \approx U_m^2/(R + R_V)$, dok otpor R_{ul} troši pri sinusnom naponu snagu: $P = U_m^2/2R_{ul}$, pa iz toga slijedi ekvivalentna vrijednost ulaznog otpora: $R_{ul} = (R + R_V)/2$.

U ovim razmatranjima smo pretpostavili da će napon na kapacitetu C biti približno jednak tjemenoj vrijednosti mjerenog napona. Da bismo to zbilja postigli, potrebno je da vremenska konstanta $C(R + R_V)$ bude mnogostruko veća od trajanja T jedne periode mjerenog napona. Osim toga, otpor $R + R_V$, kroz koji se kapacitet C izbija, mora biti znatno veći od otpora kroz koji se nabija, tj. otpora izvora uvećanog za otpor ispravljača u propusnom smjeru.

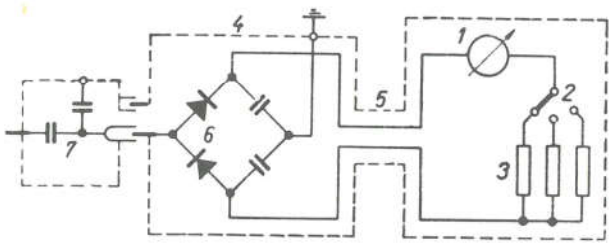
Osim ovog spoja sa samo jednim ispravljačem i jednim kondenzatorom često se koristi spoj s dva ispravljača i dva kondenzatora (Greinacherov spoj — sl. 4.58), 4.55.
u kojem se na indikatorskoj grani dobiva gotovo dvostruk iznos tjemene vrijednosti mjerenog napona. Na sl. 8.15 prikazana je shema jednog posve jednostavnog voltmetra koji se može koristiti sve do 450 MHz. Sastoji se od jednog vrlo osjetljivog instrumenta s pomičnim svitkom *1* i predotporima *3*. Preklopkom *2* mogu se birati mjerni opsezi od 0,2 . . . 20 V. Da bi se ovakav voltmetar mogao koristiti na širokom području frekvencija, potrebno je u prvom redu da ulazni kapacitet bude što manji. Za tu svrhu mora se što više skratiti dovod, pa su poluvodičke diode i kondenzatori smješteni u posebno kućište *4* i kabelom *5* povezani s instrumentom. Iz kućišta *4* viri kratka sonda koja se neposredno prislanja na mjerno mjesto. Drugi kraj sonde izravno je spojen na diode, pa ukupna duljina dovoda od mjernog mjesta do dioda iznosi samo nekoliko centimetara, koliko iznosi duljina sonde. Duljina kabela *5* nema utjecaja, jer kroz njega teče već ispravljena struja.

Pri mjerenju napona većih od 20 V valja upotrijebiti kapacitivni djelitelj napona s kojim se smanjuje napon, npr. u omjeru 50 : 1, i tako dobiva mogućnost mjerenja napona do 1000 V.

Ovakvi voltmetri redovito se baždare tako da pokazuju vrijednosti $U_m/\sqrt{2}$ mjerenog napona. Prema tome oni pri mjerenju sinusnih napona pokazuju njihovu efektivnu vrijednost. Ako mjereni napon nije sinusan, vrijednosti očitane na tako baždarenom voltmetru neće značiti efektivnu vrijednost mjerenog napona. Dolazi do pogreške koja ovisi o valnom obliku mjerenog napona. Ako valni oblik znatno odstupa od sinusnog, mogu zbog toga nastati krupne pogreške u određivanju efektivne vrijednosti. Tada se pomoću tako baždarenih instrumenata može tačno od-

rediti samo tjemena vrijednost mjerenog napona, koja se dobiva množenjem očitanja sa $\sqrt{2}$.

Jednostavnim spojem prikazanim na sl. 8.15 ne može se ostvariti vrlo velik ulazni otpor R_{ul}, kakav se često zahtijeva u visokofrekventnoj mjernoj tehnici. Zato se ispravljeni izmjenični napon, umjesto instrumentom s pomičnim svitkom, najčešće mjeri istosmjernim elektroničkim voltmetrima, već opisanim u poglavlju 8.2.1. Zbog toga tvorničke izvedbe istosmjernih elektroničkih voltmetara imaju obično još dodan ispravljački dio, tako da se mogu upotrijebiti za mjerenje istosmjernih i izmjeničnih napona. Ulazni otpor ovakvih rješenja je obično 10 do 30 MΩ, a ulazni kapacitet oko 1 pF. Osjetljivost im nije velika, jer diode gube ispravljačka svojstva na niskim naponima. Njihov najniži mjerni opseg jest oko 0,5 V. To se ne odnosi na posebna rješenja s dvije diode podjednakih karakteristika, koje su održavane na istoj temperaturi. Jedna dioda služi za ispravljanje mjerenog napona, a druga za ispravljanje pomoćnog napona koji se automatski ugađa sve dotle, dok se ispravljeni naponi ne izjednače. Na taj način je određivanje mjerenog napona svedeno na mjerenje pomoćnog napona, što je lakše provesti. U ovakvim rješenjima je najosjetljiviji mjerni opseg 0,01 V, a granična frekvencija 1000 MHz.



Slika 8.15. Spoj jednostavnog diodnog voltmetra

1 vrlo osjetljivi instrument s pomičnim svitkom; *2* preklopka za biranje mjernih opsega; *3* predotpori; *4* kućište s ispravljačkim dijelom; *5* spojni kabel; *6* germanijeve diode; *7* kapacitivni djelitelj



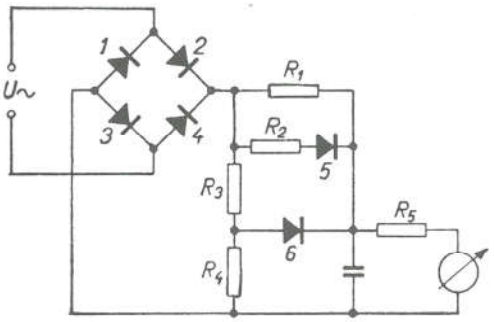
Slika 8.16. Elektronički voltmetar tipa pojačalo-ispravljač

Kod **voltmetra tipa pojačalo-ispravljač** (sl. 8.16) mjereni izmjenični napon pojačava se najprije širokopojasnim pojačalom s negativnom reakcijom (poglavlje 8.1.2). Napon na izlazu pojačala se zatim ispravlja i privodi indikatoru. Zahvaljujući izmjeničnom pojačalu postiže se visoka osjetljivost (npr. najniži mjerni naponski opseg 100 μV). Frekvencijsko područje ograničeno je pojačalom i redovito ne prelazi 10 MHz. Ulazni otpor je obično ispod 10 MΩ, a ulazni kapacitet između 10 i 30 pF. Indikator najčešće mjeri srednju vrijednost mjerenog napona, a skala se baždari u efektivnim vrijednostima za sinusni napon. Uvode se, međutim, sve više rješenja pri kojima indikator mjeri efektivnu vrijednost mjerenog napona. Tada se nakon pojačanja ispravlja pomoću termopretvarača (pogl. 4.9.2) ili pomoću poluvodičkih ispravljača u posebnom spoju.

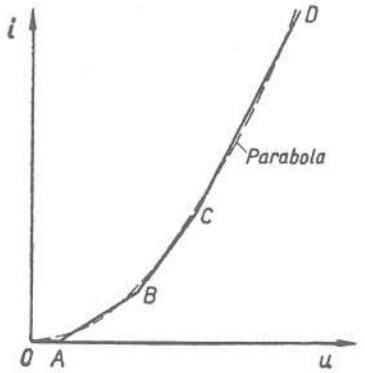
Vidjeli smo (pogl. 4.2.8) da s poluvodičkim ispravljačima i potrebnim otporima u ispravljačkom krugu dobivamo gotovo linearnu karakteristiku ispravljanja. Instrument s pomičnim svitkom, priključen iza ispravljača, mjeri onda srednju vrijednost ispravljene izmjenične struje. Ako želimo da instrument s pomičnim svitkom mjeri njezinu efektivnu vrijednost, moramo ostvariti kvadratičnu karakteristiku ispravljača. To nam npr. omogućava spoj prikazan na sl. 8.17. Dok je mjereni napon posve malen rade ispravljači *1* . . . *4*, povezani u Graetzovu spoju, na donjem dijelu svoje karakteristike gdje je još velik njihov otpor u propusnom smjeru. Zbog toga kroz instrument teče vrlo mala struja, koja prethodno prolazi preko otpora R_1 i R_5. Ta struja praktički ne prolazi kroz grane u kojima se nalaze ispravljači *5* i *6*, jer se u seriji s njima nalaze otpori R_2, odnosno R_3. To je razlog da je karak-

teristika ispravljanja ovakvog sklopa na početku sasvim položena (dio od 0 do A na karakteristici prikazanoj na sl. 8.18). Na nešto većim mjerenim naponima dolaze ispravljači u Graetzovu spoju na linearni dio svoje karakteristike, pa struja kroz instrument mnogo brže raste. Zato je karakteristika ispravljanja sklopa tada strmija (dio karakteristike od A do B). Na još većim mjerenim naponima bit će pad napona na otporu R_1 već toliko velik da će ispravljač *5* preći na linearni dio svoje karakteristike. Zbog toga će sada znatan dio ispravljene struje teći i preko grane u kojoj se nalazi ispravljač *5*. Time se zapravo smanjio otpor u krugu instrumenta, pa će karakteristika ispravljanja sklopa biti još strmija (dio karakteristike od B do C). I na kraju porast će napon na ispravljaču *6* toliko da će i on preći na linearni dio svoje karakteristike. Time dolazimo na najstrmiji dio karakteristike sklopa (dio karakteristike od C do D). Izborom vrijednosti otpora R_1 do R_5 može se karakteristika ispravljanja ovakvog sklopa jako približiti obliku parabole i time postići da instrument s pomičnim svitkom mjeri efektivne vrijednosti ispravljenog izmjeničnog napona.

Vrlo tačna mjerenja prave efektivne vrijednosti izmjeničnih napona postižu se primjenom termopretvarača (pogl. 4.9.2 i pogl. 6.5.1).



Slika 8.17. Spoj za dobivanje kvadratične karakteristike ispravljanja



Slika 8.18. Karakteristika ispravljanja spoja prema sl. 8.17

8.3. DIGITALNI MJERNI UREĐAJI

Za digitalne mjerne uređaje karakteristično je da prikazuju mjerni rezultat upotrebom znamenaka. Njihov naziv potječe od latinske riječi digitus (prst), od koje je kasnije nastala engleska riječ digit (znamenke od 0 do 9). Izražavanje rezultata mjerenja u digitalnom obliku ima znatnih prednosti. Tako se otklanjaju subjektivne pogreške očitanja i, što je još važnije, dobivaju rezultati mjerenja u obliku koji je vrlo prikladan za daljnju obradu na računskim strojevima i za daljinska mjerenja.

Digitalni način izražavanja mjernih rezultata nije najnovijeg datuma. U biti je već i klasični istosmjerni kompenzator s dekadskim otpornicima digitalni uređaj, jer se kod njega brojčana vrijednost mjerenog napona dobiva neposredno pomoću znamenki s kojima su označeni položaji preklopki na dekadskim otpornicima. Neke osnovne karakteristike digitalnih mjerenja vide se već i na ovom primjeru. Tu mjerni rezultat ne može poprimiti beskonačan broj vrijednosti, već samo diskretne vrijednosti, čiji broj ovisi o broju upotrijebljenih dekada. Pri tome je najmanji korak jednak desetom dijelu zadnje dekade. Veličina koraka, odnosno broj dekada, odabire se prema traženoj tačnosti mjerenja. Tako se npr. pomoću kompenzatora s tri dekade može postići 999 različitih mjernih vrijednosti i time osigurati tačnost očitanja od 0,1% maksimalne vrijednosti.

Tablica 8.1

Cijeli brojevi do 12 prikazani analogno i u dekadskom, binarnom i tetradskom sustavu

analogno — = 1	dekadsko	binarno 2^3 2^2 2^1 2^0	tetradsko 10 8 4 2 1
—	1	I	I
—	2	I 0	I 0
—	3	I I	I I
—	4	I 0 0	I 0 0
—	5	I 0 I	I 0 I
—	6	I I 0	I I 0
—	7	I I I	I I I
—	8	I 0 0 0	I 0 0 0
—	9	I 0 0 I	I 0 0 I
—	10	I 0 I 0	I 0 0 0 0
—	11	I 0 I I	I 0 0 0 I
—	12	I I 0 0	I 0 0 I 0

Zbog izvedbenih razloga često se kod digitalnih mjernih uređaja umjesto uobičajenog dekadskog sustava brojenja upotrebljava binarni sustav brojenja, čija je baza 2, pa se brojevi izražavaju kao suma potencija broja 2, ili pak tetradski sustav gdje je zadržana podjela na dekade, ali je svaka dekada dalje binarno podijeljena. U tablici 8.1 prikazani su cijeli brojevi do 12 pomoću dekadskog, binarnog, tetradskog sustava, te na analogan način pomoću odgovarajućih dužina. Prisutnost dotične potencije broja 2 u binarnom i tetradskom prikazivanju označeno je u tablici sa I, a odsustvo sa 0. Daljnji primjer prikazan je na sl. 8.19, gdje je broj 87 predočen pomoću dekadskog, binarnog i tetradskog sustava.

Dekadski

87 $(8\times10^1 + 7\times10^0 =$
$80 + 7 = 87)$

Binarno

IOIOIII $(1\times2^6 + 0\times2^5 + 1\times2^4 + 0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0 =$
$64 + 0 + 16 + 0 + 4 + 2 + 1 = 87)$

Tetradski

1000 0111 $(1\times2^3 + 0\times2^2 + 0\times2^1 + 0\times2^0)10^1 + (0\times2^3 + 1\times2^2 + 1\times2^1 + 1\times2^0)10^0 =$
$80 + 0 + 0 + 0 + 0 + 4 + 2 + 1 = 87)$

Slika 8.19. Broj 87 prikazan u dekadskom, binarnom i tetradskom sastavu brojenja

Prednost binarnog i tetradskog prikazivanja možemo uvidjeti već na spomenutom primjeru klasičnog kompenzatora. Da bismo ovdje postigli tačnost očitanja od 0,1%, bilo je nužno upotrijebiti 3 dekade, odnosno $3\times9 = 27$ otpora ($9 \times 100\,\Omega$; $9 \times 10\,\Omega$ i $9 \times 1\,\Omega$). Tu nisu uračunate dekade potrebne za održavanje konstantne struje u pomoćnom krugu kompenzatora. Za istu tačnost potrebno je u binarnom sustavu samo 10 otpora ($2^0 = 1$; $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64$; $2^7 = 128$; $2^8 = 256$ i $2^9 = 512$,što ukupno daje 1023 Ω, uz korak od 1 Ω).

U tetradskom sustavu bit će potrebno 12 otpora (1; 2; 4; 8; 10; 20; 40; 80; 100; 200; 400 i 800 Ω).

Posebno je povoljno da su u binarnom i tetradskom sustavu brojenja potrebne samo dvije znamenke (u tablici 8.1 0 i I), koje se vrlo lako i jednostavno dadu prikazati pomoću elemenata koji mogu zauzeti dva različita stanja. To npr. može biti sklopka ili kontakt releja u zatvorenom, odnosno otvorenom položaju, elektronska cijev ili tranzistor u stanju vođenja, odnosno nevođenja struje, ili magnetska jezgra u tački remanencije $-B_r$, odnosno $+B_r$.

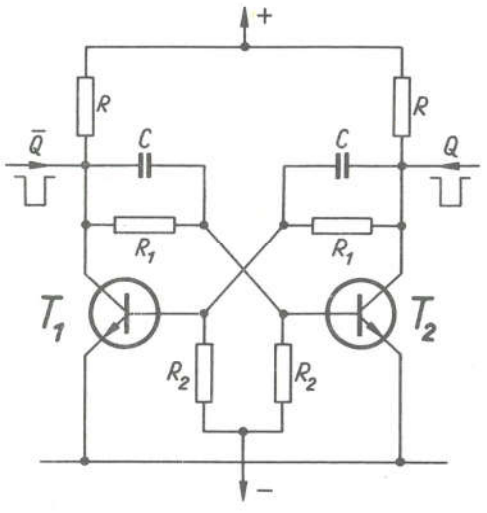
Predočavanje rezultata pomoću binarnog sustava naročito je prikladno tamo gdje se mjerni rezultati neposredno dalje obrađuju u nekom računskom stroju. Međutim, mjerni rezultati u takvom obliku nisu prikladni za izravna očitanja zbog našeg načina mišljenja koje je prilagođeno dekadskom sustavu brojenja. U takvim prilikama potrebno je mjerne rezultate preraditi pomoću posebnih sklopova u dekadski oblik.

8.3.1. Elektronički brojači

Za brojenje električnih impulsa upotrebljavaju se elektromehanički i elektronički brojači. Kod prvih jedan elektromagnet nakon prestanka svakog impulsa pomiče mehanički brojač za jednu jedinicu. Njihova je izvedba jednostavna, ali omogućava brojenje samo do nekoliko stotina impulsa u sekundi. Zato se u posljednje vrijeme sve više upotrebljavaju znatno brži elektronički brojači s kojima se danas može brojiti čak i do 10^8 impulsa u sekundi.

Elektronički brojači se izvode u različitim spojevima i izvedbama. Često su sastavljeni od tzv. *bistabilnih multivibratora*, koji imaju to svojstvo da dalje prenose samo svaki drugi primljeni impuls.

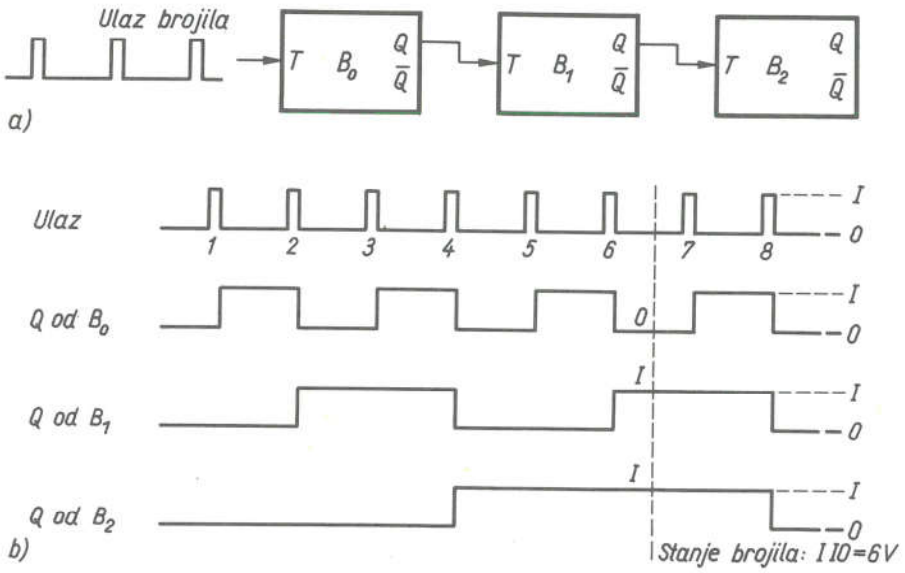
Svaki takav multivibrator sastoji se od npr. dva tranzistora T_1 i T_2 (sl. 8.20), čiji su kolektori spojeni preko djelitelja R_1 i R_2 sa bazom drugog tranzistora. Drugi kraj tih djelitelja priključuje se na negativni pol prikladnog pomoćnog na-



Slika 8.20. Bistabilni multivibrator

pona. Pretpostavimo da je tranzistor T_1 u zasićenju. Tada je napon na njegovom kolektoru malen, pa baza tranzistora T_2, preko djelitelja $R_1 - R_2$, dobiva negativni napon. Zato tranzistor T_2 ne vodi struju. Napon na njegovom kolektoru

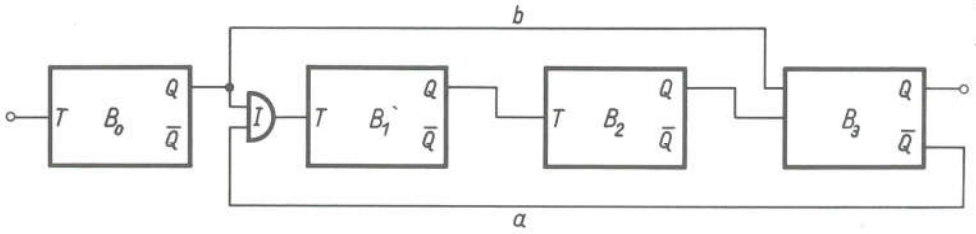
je velik, pa baza tranzistora T_1 dobiva struju i on je u zasićenju, kako smo to na početku i pretpostavili. Vidimo, dakle, da kroz jedan tranzistor teče struja, a kroz drugi ne teče. To stanje je stabilno i neće se samo od sebe promijeniti. Pri tom je kapacitet C, koji je spojen na bazu tranzistora T_1, nabijen na znatno veći napon od kapaciteta C spojenog na bazu tranzistora T_2. Pogledajmo što će se dogoditi ako na obje stezaljke $\overline{Q}$ i Q istodobno nadođe dovoljno velik kratkotrajni negativni impuls. On će prekinuti struju tranzistora T_1 (slično se događa ako impulsi nadođu na baze tranzistora). Kada impuls nestane, napon na bazi tranzistora T_2 će prije dostići pozitivnu vrijednost, jer je kapacitet te baze nabijen na manji napon. Zbog toga će sada tranzistor T_2 preuzeti vođenje struje. Ovo novo stanje je stabilno i promijenit će se tek nadolaskom slijedećeg impulsa. Na taj način se postiže da pojedini tranzistor vodi struju nakon svakog drugog impulsa. Pri tom napon njegovog kolektora, odnosno napon tačke Q ili $\overline{Q}$, padne gotovo na nulu, pa se ovakvim sklopom može dalje proslijediti svaki drugi primljeni negativni impuls. Ako povežemo više ovakvih bistabila jedan za drugim, dobivamo iza prvog svaki drugi, iza drugog svaki četvrti, iza trećeg svaki osmi impuls itd. Impulsi se dovode na T ulaz bistabila B_0 (sl. 8.21), koji je na odgovarajući način povezan s bazama,



Slika 8.21. Brojilo od tri bistabila: *a*) blok-shema; *b*) vremenski slijed impulsa na ulazu brojila i na Q izlazima bistabila

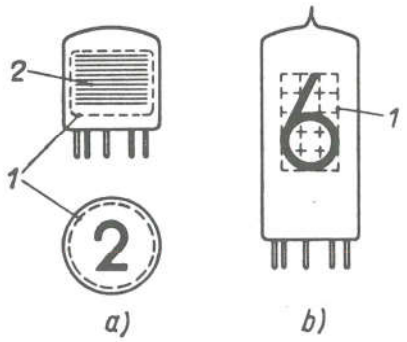
odnosno kolektorima njegovih tranzistora. Ulazi T slijedećih bistabila spojeni su na Q izlaze prethodnih bistabila, pa svaka promjena stanja od »I« na »0« djeluje na slijedeći bistabil. Četiri ovakva bistabila mogu se i tako povezati da tvore jednu dekadsku jedinicu, koja dalje propušta svaki deseti primljeni impuls. Takva jedna mogućnost je prikazana na sl. 8.22. Izlaz bistabila B_3 vezan je na jedan ulaz logičkog sklopa I između bistabila B_0 i B_1, a na njegov drugi ulaz spojen je izlaz bistabila B_0. Logički sklop I proslijeđuje impulse u bistabil B_1 jedino ako oba njegova ulaza dobiju napon. Do osmog impulsa izlaz $\overline{Q}$ bistabila B_3 je pod naponom, pa impulsi iz bistabila B_0 ulaze u bistabil B_1. Deveti impuls mijenja samo stanje bistabila B_0, a deseti impuls ne može ući u bistabil B_1 jer drugi ulaz logičkog sklopa I nije pod naponom. Taj impuls preko veze *b* djeluje izravno na bistabil B_3 i prekreće ga. Time se dobiva impuls za slijedeću dekadu, a svi bistabili ove dekade su opet u početnom položaju. Napomenimo još da impulsi iz bistabila B_2 djeluju

samo na prvi tranzistor T_1 bistabila B_3, a impulsi preko veze *b* samo na njegov drugi tranzistor T_2. Stoga impulsi preko veze *b* prekreću bistabil B_3 jedino kada njegov tranzistor T_2 vodi struju, a to se događa samo kod desetog impulsa.

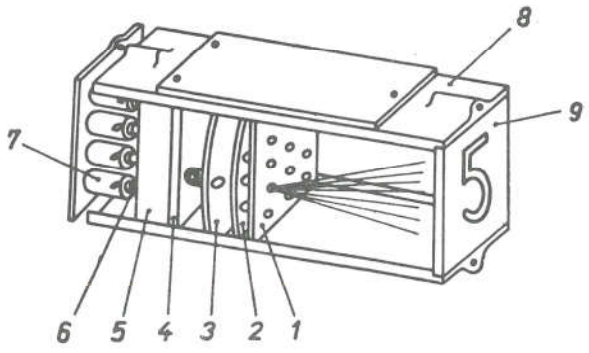


Slika 8.22. Primjer povratne veze u dekadskom brojilu

Najjednostavnija mogućnost očitanja broja primljenih impulsa u brojilo bile bi žaruljice priključene na izlaze bistabila preko tranzistorskih sklopki. Kada je bistabil u stanju »I«, žaruljica svijetli, a ne svijetli kada je u stanju »0«. Ipak se umjesto toga redovito upotrebljavaju dekadski indikatori sa znamenkama od 0 do 9 u raznovrsnim izvedbama. Tako se za tu svrhu upotrebljavaju posebne cijevi punjene plinom, koje imaju jednu zajedničku anodu i deset katoda u obliku znamenaka od 0 do 9 (sl. 8.23). Anoda je, već prema konstrukciji, sva u obliku mrežice ili je djelomično masivna, a djelomično mrežasta. Katode u obliku znamenaka postavljene su paralelno ili okomito na podnožje cijevi, ovisno o tome da li je predviđena horizontalna ili vertikalna montaža cijevi. Katoda koja je pod naponom tinjavo svijetli, pa se iz prilične daljine vidi svijetleći broj.



Slika 8.23. Pokazne plinske cijevi s katodama u obliku brojeva: a) ravnina brojki paralelna s podnožjem cijevi; b) okomita na podnožje cijevi



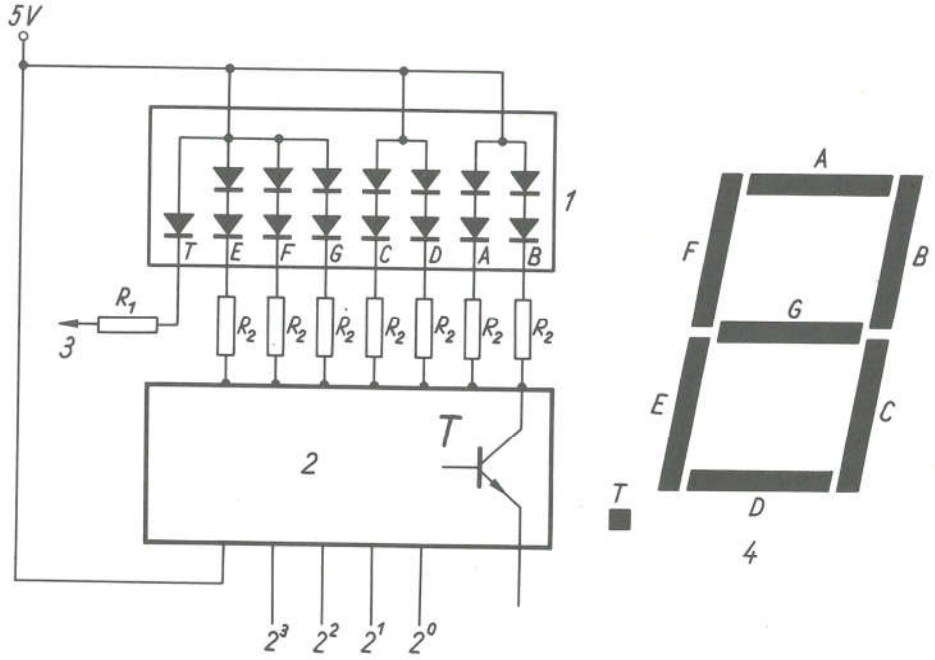
Slika 8.24. Presjek uređaja za projiciranje znamenki na mliječno staklo

1 dijafragma; *2* blok objektiva; *3* blok kondenzor-leća; *4* toplinski filtar koji zaštićuje leće od zagrijavanja; *5* držač; *6* žarulje; *7* grla za žarulje; *8* kutija; *9* mliječno staklo na koje se projiciraju znamenke od 0 do 9

Kod nekih izvedbi znamenke se projiciraju na mliječno staklo. Pri tome se upotrebljava za svaku znamenku posebna žarulja (sl. 8.24) ili postoji samo jedna žarulja ispred koje se pomiče ploča s izrezanim znamenkama od 0 do 9.

U novije vrijeme sve više se upotrebljavaju indikatori načinjeni od malih poluvodičkih dioda, koje svijetle pri struji od nekoliko miliampera i naponu manjem od 2 V (engl. light emitting diodes — LED). Obično se znamenke od 0

do 9 sastavljaju od sedam segmenata (sl. 8.25), a posebni sklop (dekoder s pobudnim sklopom) na osnovi podataka, dobivenih iz brojila u tetradskom ili nekom drugom sustavu brojenja, uključuje odgovarajuće segmente preko tranzistorskih sklopki i zaštitnih otpora (T i R_2 na sl. 8.25) na naponski izvor.



Slika 8.25. Segmentni indikator od svijetlećih dioda

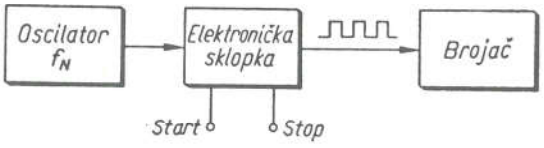
1 Spoj svijetlećih dioda; *2* dekoder s pobudnim sklopom, koji na osnovi podataka u tetradskom sustavu uključuje odgovarajuće svijetleće diode; *3* spoj na sklop koji određuje decimalnu tačku; *4* vanjski izgled sedam-segmentnog indikatora (npr. kad indikator pokazuje brojku 1, svijetle segmenti B i C, a brojku 2 segmenti A, B, G, E i D itd.)

Upotrebljavaju se još indikatori s tekućim kristalima, žaruljice sa sedam niti, iz kojih se sastavljaju znamenke, te razna druga rješenja. Pri tom su sama brojila, te dekoderi i pobudni sklopovi redovito izvedeni u tehnici integriranih krugova.

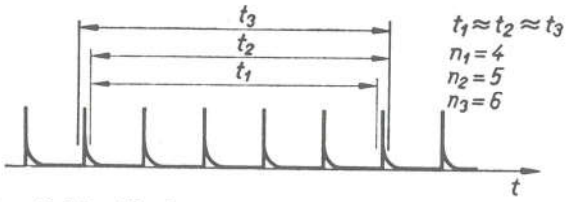
Elektronički brojači nalaze vrlo široku primjenu u mjernoj tehnici. Oni se npr. koriste za vrlo tačna mjerenja vremena, frekvencije, odnosa frekvencija i trajanja perioda.

a) **Mjerenje vremena.** Izvor izmjeničnog napona, čija je frekvencija f_N vrlo tačno poznata, priključi se preko elektroničke sklopke na brojač, tako da on broji samo u vremenskom intervalu t kad je sklopka zatvorena (sl. 8.26). Vrijeme t možemo onda odrediti iz broja impulsa n koje je brojač prebrojio:

$$t = \frac{n}{f_N} \tag{8.16}$$



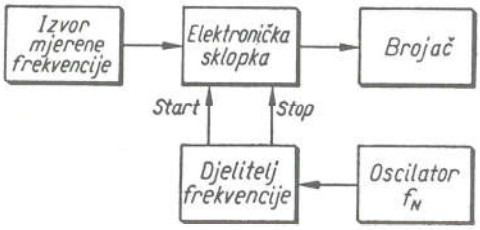
Slika 8.26. Blok-shema digitalnog mjerenja vremena



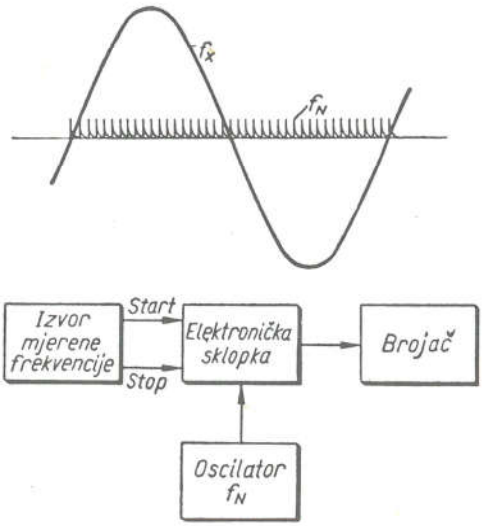
Slika 8.27. Nesigurnost mjerenja vremena (t_1, t_2 i t_3 su gotovo jednaki vremenski intervali, a n_1, n_2 i n_3 pripadni brojevi impulsa)

Zatvaranje i otvaranje elektroničke sklopke izaziva pojava čije trajanje mjerimo. Pri tome trenutak zatvaranja i otvaranja sklopke može imati različite fazne pomake prema impulsima iz izmjeničnog izvora, što u krajnjem slučaju može izazvati pogrešku od $\pm$ 1 impulsa (sl. 8.27). Zato treba frekvenciju f_N tako odabrati da se dobije dovoljno velik broj impulsa n. Kod npr. $n = 1000$ bit će ta pogreška ograničena na $\pm$ 0,1%.

b) **Mjerenje frekvencije.** Tu je brojač preko elektroničke sklopke priključen na izvor čija se frekvencija mjeri, te broji impulse iz tog izvora tačno određeno vrijeme t_0 (sl. 8.28). Ovim postupkom mogu se postići izvanredne tačnosti, jer se pomoću etalonske frekvencije f_N, dobivene iz termostatiranog kvarcnog oscilatora, može odrediti vrijeme t_0 čak u tačnosti od oko $\pm 10^{-8}$. Impulsi iz kvarcnog oscilatora privode se elektroničkoj sklopki preko djelitelja koji propušta npr. svaki milionti impuls. Ako je pri tom frekvencija oscilatora npr. 1 MHz, nadolazit će impulsi pred elektroničku sklopku jedanput u sekundi. Prvi takav impuls zatvorit će sklopku, a drugi će ju otvoriti tačno nakon jedne sekunde. Ovakav postupak nije prikladan ako mjereni izvor ima nisku frekvenciju, jer će tada doći do izražaja pogreška od $\pm$ 1 impulsa, koja općenito nastupa pri takvim mjerenjima. Ona npr. pri mjerenju frekvencije 50 Hz i uz $t_0 = 1$s znači procentualnu pogrešku od $\pm$ 2%. Stoga je pri mjerenju niskih frekvencija povoljnije mjeriti trajanje npr. jednog perioda mjerene frekvencije (sl. 8.29). Tu jedan impuls iz mjerenog izvora zatvara, a drugi otvara elektroničku sklopku, dok brojač za to vrijeme broji impulse pomoćnog oscilatora vrlo tačno poznate frekvencije f_N. Uz mjerenu frekvenciju



Slika 8.28. Blok-shema digitalnog mjerenja frekvencije



Slika 8.29. Princip i blok-shema digitalnog mjerenja trajanja jedne periode mjerene frekvencije

od npr. 50 Hz bit će brojač priključen u trajanju 1/50 s pa će, priključen na pomoćni oscilator frekvencije 1 MHz, prebrojiti za to vrijeme 20 000 impulsa. Tu mjerna nesigurnost od $\pm$ 1 impulsa predstavlja samo $\pm$ 0,05‰. Mjereni izvor može se priključiti na elektroničku sklopku preko djelitelja frekvencije koji propušta npr. svaki deseti ili stoti impuls, pa će se tada mjeriti trajanje 10, odnosno 100 perioda. Time se dobiva još veća tačnost.

8.3.2. Pretvaranje analognih veličina u digitalne

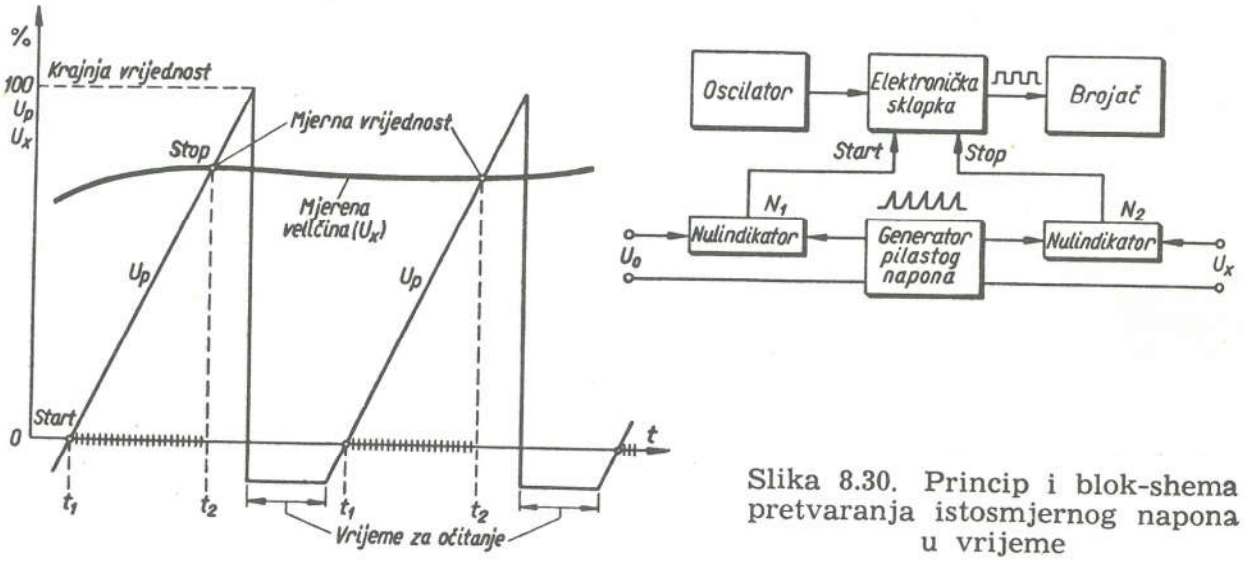
Velika većina mjerenih pojava po svojoj je prirodi kontinuirano promjenljiva, pa ih se može mjeriti pomoću digitalnih mjernih metoda jedino ako se prethodno pretvore u digitalni oblik. Pri tome je istosmjerni napon posebno pogodan, pa se

razne druge električne i neelektrične veličine, kao što su struja, snaga, otpor, temperatura, geometrijski pomak, brzina vrtnje, ubrzanje itd. nastoje prethodno svesti na istosmjerni napon. Najčešće se pretvaranje u digitalni oblik ostvaruje na osnovi pretvaranja istosmjernog napona u vrijeme, odnosno frekvenciju, ili pomoću stepenastih pretvarača.

Digitalne metode imaju znatnih prednosti kada se traži velika tačnost. Postiže se tačnost koja je jednaka tačnosti najpreciznijih kompenzatora, očitanje rezultata je objektivno, a ulazna impedancija vrlo visoka, tako da je moguće neposredno baždarenje s etalonskim elementom. Posebno su pogodne za daljinska mjerenja, jer omogućavaju tačno prenošenje mnoštva podataka na velike daljine bilo žičnim ili bežičnim putem.

Ostvarenje digitalnih mjernih metoda zahtijeva razmjerno složene elektroničke sklopove, što danas još ograničava najširu primjenu.

a) **Pretvaranje istosmjernog napona u vrijeme.** Pretvaranje napona u vrijeme zasniva se na mjerenju vremena potrebnog da neki napon koji linearno raste (pilasti napon U_p) naraste do iznosa mjerenog napona U_x (sl. 8.30). Pilasti napon počinje od nekog negativnog iznosa (da se izbjegnu greške pri pokretanju generatora pilastog napona) i u trenutku t_1 postiže vrijednost jednaku nuli, a u tre-



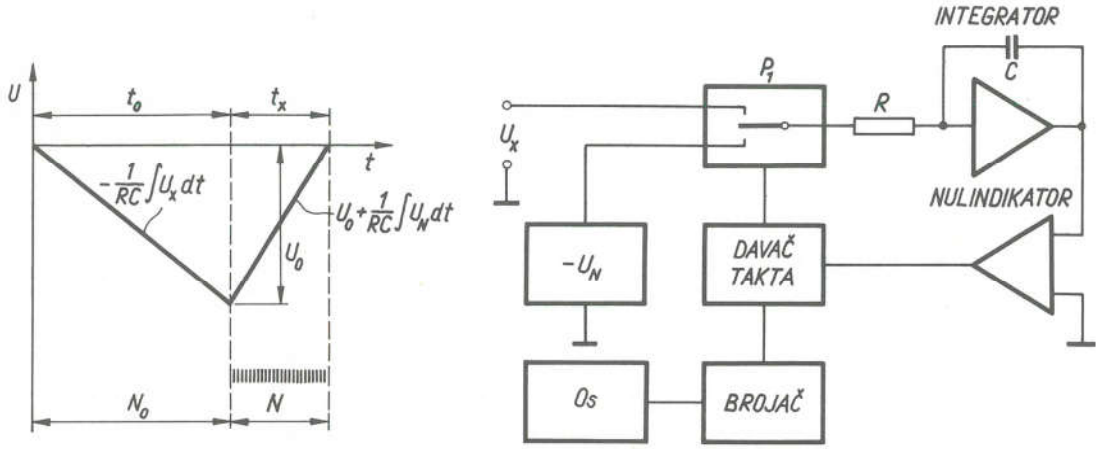
Slika 8.30. Princip i blok-shema pretvaranja istosmjernog napona u vrijeme

nutku t_2 izjednačava se s mjerenim naponom U_x. Kako pilasti napon linearno raste, pretvara se na ovaj način mjereni napon U_x u njemu proporcionalan vremenski interval: $\Delta t_x = t_2 - t_1$, koji se može vrlo tačno mjeriti pomoću već opisanih elektroničkih brojača. Za tu svrhu priključuje se brojač preko elektroničke sklopke na oscilator visoke frekvencije. U trenutku t_1 ($U_p = 0$) nulindikator N_1 zatvori elektroničku sklopku i brojač počinje brojiti impulse iz oscilatora. Brojenje prestaje u trenutku t_2, kada nulindikator N_2 otvori elektroničku sklopku. Broj impulsa koje je brojač prebrojio proporcionalan je vremenskom intervalu Δt_x, odnosno mjerenom naponu U_x. Izborom frekvencije oscilatora i strmine pilastog napona može se postići da brojač izravno pokazuje vrijednost mjerenog napona. Impuls za ponovno uključivanje pilastog napona ujedno briše rezultat prethodnog mjerenja.

Tačnost mjerenja napona ovim postupkom najviše ovisi o stabilnosti i linearnosti pilastog napona. Postižu se granice pogrešaka od 0,1 do 0,2% i mjerni opsezi

od 1 pa sve do 1000 V. Izbor područja obavlja se automatski, a uređaj pokazuje predznak napona i decimalni zarez. Mjerenje traje od nekoliko ms do 1 sekunde.

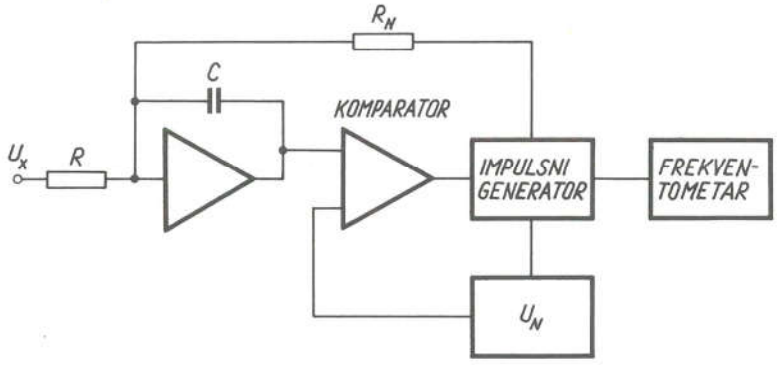
Izvanredna tačnost i mala osjetljivost na smetnje, uz relativno jednostavnu izvedbu, postiže se pomoću digitalnih voltmetara s dvostrukim pilastim naponom (sl. 8.31). Mjereni napon U_x dovodi se integrirajućem pojačalu i integrira tačno



Slika 8.31. Digitalni voltmetar s dvostrukim pilastim naponom

određeno vrijeme t_0 (obično 100 ms), pa napon na izlazu pojačala nakon toga iznosi: $U_0 = U_x t_0/RC$. Nakon toga prebacuje se preklopnik P_1 s mjerenog napona U_x na tačno poznati napon U_N, protivnog predznaka, i integrira sve dok napon na izlazu ne padne na nulu. Vrijeme t_x, koje je za to potrebno, očito je razmjerno omjeru U_x/U_N, odnosno: $t_x = t_0\ U_x/U_N$. Umjesto vremena elektronički brojač broji impulse primljene iz oscilatora Os u vremenskom intervalu t_0 i t_x, pa ako broj tih impulsa iznosi N_0 i N, lako dobivamo: $U_x = U_N\, N/N_0$. Vidimo da pokazivanje brojača ne ovisi o tačnosti frekvencije oscilatora Os, niti o vremenskoj konstanti RC, već samo o tačnosti napona U_N i broja impulsa N_0 i N, što se može vrlo tačno realizirati na relativno jednostavan način.

b) **Pretvaranje napona u frekvenciju.** Jedan od načina pretvaranja napona u frekvenciju prikazan je na sl. 8.32. Mjereni napon je priključen na integrirajuće

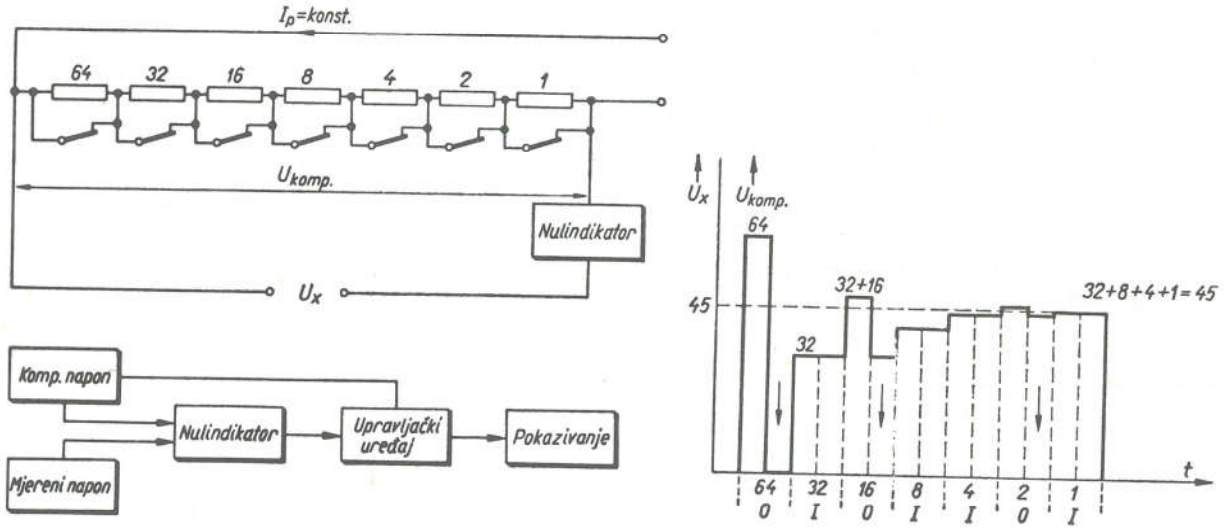


Slika 8.32. Blok-shema pretvaranja napona u frekvenciju

pojačalo koje se sastoji od otpora R, kapaciteta C i pojačala. Kada napon na izlazu pojačala dostigne napon U_N etalonskog izvora napona, komparator uključi impulsni generator koji impulsom iznosa $U_N\, C$ dovodi integrirajuće pojačalo na nulti po-

ložaj, pa proces integriranja počinje nanovo. Naboj koji primi kapacitet C u sekundi iz mjerenog izvora, praktički iznosi U_x/R. Ako je integriranje ponovljeno n puta u sekundi, onda je iz impulsnog generatora kapacitet C primio naboj: $U_N\, C\, n = U_N\, T_N\, n/R_N$, gdje je T_N trajanje impulsa a U_N njegov napon. Pri velikom n bit će naboji primljeni iz mjerenog izvora i etalonskog izvora jednaki, a suprotnog predznaka, pa mjereni napon iznosi: $U_x = -\, U_N\, T_N\, R\, n/R_N = -\, U_N\, T_N\, R\, f/R_N$. Vidimo da se mjereni napon dobiva iz veličina koje se dadu vrlo tačno mjeriti i realizirati. Tačnost se još više povećava ako se svaka slijedeća integracija provede s komutiranim priključcima mjerenog i etalonskog napona, jer se time otklanja pogreška zbog napona klizanja pojačala, pa takav pretvarač koristi tvornica Iskra u svojim preciznim elektroničkim brojilima (pogl. 5.4).

c) **Stepenasti pretvarači.** Pretvaranje analognih veličina u digitalne pomoću stepenastih pretvarača postiže se u principu na isti način kao i kod preciznih kompenzatora i mostova s ručnim uravnotežavanjem, s tom razlikom da je njihov proces uravnotežavanja potpuno automatiziran. Stepenasti pretvarači se u biti sastoje od grupe preciznih otpornika, osjetljivog elektroničkog nulindikatora i upravljačkog uređaja koji redom uključuje i isključuje otpornike, sve dok se ne postigne ravnoteža. Uključivanje otpornika provodi se pomoću releja ili elektroničkih sklopki, a stepenovanje otpornika je ili binarno ili dekadsko. Rezultat slijedi iz položaja sklopki nakon uravnotežavanja i može se redovno očitati na brojčanoj skali instrumenta.



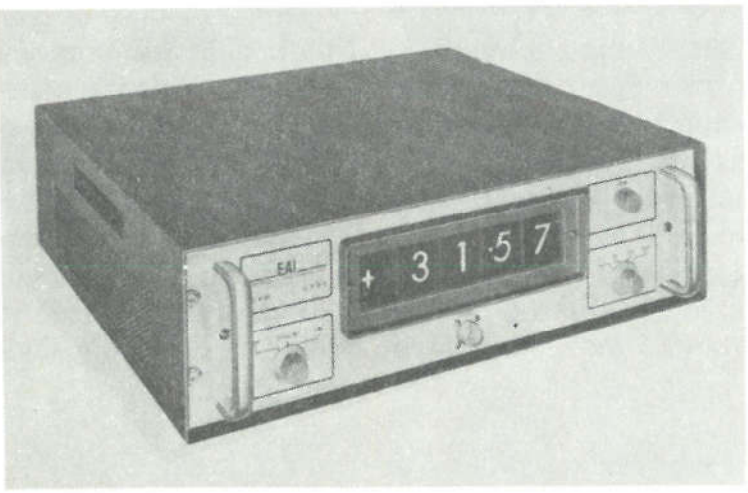
Slika 8.33. Princip i blok-shema stepenastog pretvarača

Kao primjer prikazani su na sl. 8.33 načelna shema i proces uravnotežavanja jednostavnog stepenastog pretvarača koji radi na principu kompenzacije i služi za digitalno mjerenje istosmjernih napona. U njegovom pomoćnom krugu, kroz koji teče konstantna struja I_p, nalazi se 7 binarno stepenovanih otpora koji služe za dobivanje kompenzacionog napona U_{komp}. Na početku procesa uravnotežavanja svi su otpori kratko spojeni ($U_{komp} = 0$). Ugađanje počima otvaranjem sklopke na najvećem otporu. Ako nulindikator ustanovi da je tako dobiveni kompenzacioni napon veći od mjerenog napona ($U_{komp} > U_x$), uslijedit će ponovno kratko spajanje najvećeg otpora. Ako je U_{komp} manji ili jednak U_x, ostat će njegova sklopka otvorena. U primjeru na sl. 8.33 mjereni napon je vrijednosti 45, dok je pad napona na najvećem otporu 64, pa će uslijediti ponovno zatvaranje njegove sklopke. Nakon

toga slijedi otvaranje sklopke na slijedećem manjem otporu. Kako je $45 > 32$, sklopka ostaje otvorena. Uravnotežavanje se dalje tako nastavlja sve dok ne dođe red i na najmanji otpor.

Ako se odabere dovoljno binarno ili dekadski stepenovanih preciznih otpornika, može se ovim rješenjem doseći tačnost najpreciznijih kompenzatora (0,01%). Brzina uravnotežavanja, ovisno o izvedbi, iznosi 5 do 100 ms po stepenu.

Na sl. 8.34 prikazan je digitalni voltmetar koji automatski odabire odgovarajući mjerni opseg i pokazuje predznak mjerenog napona. Njegove granice pogrešaka iznose samo $\pm 0{,}01\% \pm 1$. Podatak ± 1 redovno se navodi pri davanju granica pogrešaka digitalnih uređaja, jer njihova zadnja znamenka može u krajnjem slučaju biti za 1 veća ili manja.



Slika 8.34. Tranzistorizirani digitalni voltmetar s mjernim opsezima 1, 10, 100 i 1000 V; granice pogrešaka $\pm$ 0,01% $\pm$ 1 (EAI)

8.4. OSCILOSKOP

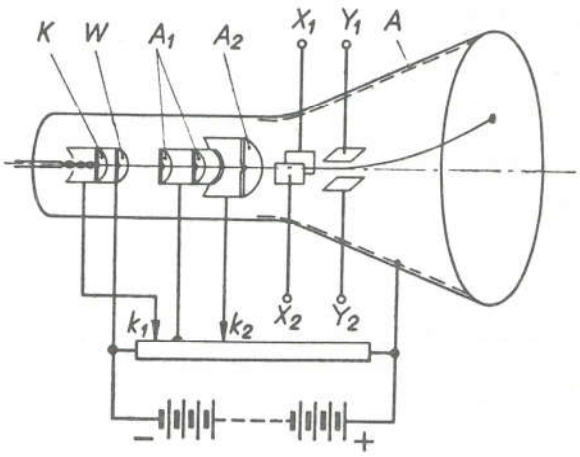
Na osciloskopu sliku mjerene pojave riše tanak snop brzih elektrona koji udara na fluorescentni zastor katodne cijevi. Snop se otklanja djelovanjem električnih ili magnetskih polja i slijedi njihove promjene sve do najviših frekvencija bez vremenskog zaostajanja, odnosno slijedi momentane vrijednosti mjerene veličine koja je prouzrokovala ta električna ili magnetska polja. Time je omogućeno snimanje pojava čija je frekvencija čak i preko 100 MHz.

Osnovni dio osciloskopa jest katodna cijev (Braun 1897. g.) s vrućom ili rjeđe hladnom katodom. Snop se najčešće otklanja pomoću električnog polja, jer se tako postiže velika ulazna impedancija, velika brzina pisanja i linearnost odnosa između otklona snopa i napona koji stvara električno polje. Sistemi s magnetskim otklanjanjem daju na fluorescentnom zastoru manju svijetlu mrlju, potrebna im je kraća katodna cijev, ali imaju malu ulaznu impedanciju, pa se rijetko upotrebljavaju za mjerne svrhe. Primijenjuju se u televizijskim prijemnicima.

Katodna cijev ima ove osnovne elemente:

a) neizravno grijanu katodu koja stvara slobodne elektrone,
b) elektronsku optiku koja snop elektrona fokusira upravo na zastoru i omogućava dobivanje oštre slike,
c) sistem za otklanjanje elektronskog snopa i
d) zastor na koji pada snop elektrona i koji pretvara njihovu kinetičku energiju u svjetlosnu.

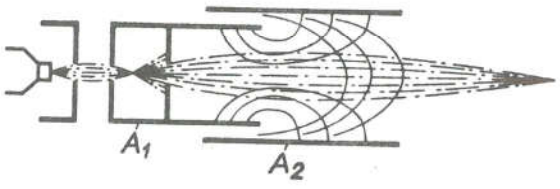
Shematski izgled katodne cijevi s elektrostatskim sistemima za otklanjanje vidi se na sl. 8.35. Oblik staklenog balona na početku je cilindričan, zatim se konično širi i završava blago izbočenim dnom, premazanim s unutrašnje strane fluorescentnim slojem. Balon je visoko vakumiran, tako da je unutrašnji pritisak manji od 10^{-6} mm Hg.



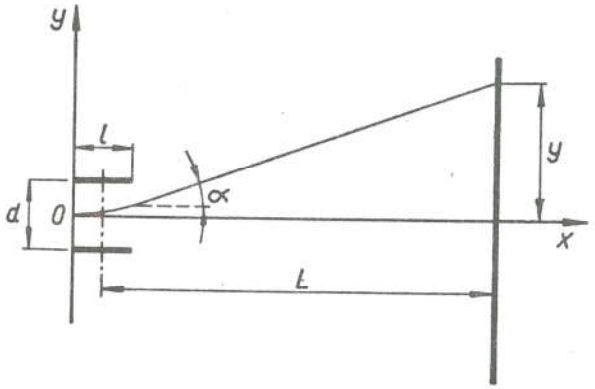
Slika 8.35. Katodna cijev s elektrostatskim sistemima za otklanjanje elektronskog snopa

K katoda; W Wehneltov cilindar; A_1 i A_2 anode; A grafitna naslaga na koničnom dijelu cijevi (anoda za naknadno ubrzanje)

Neizravno grijana katoda K daje snop elektrona koji je već na početku dosta uzak i kružnog presjeka, jer je emisioni sloj katode postavljen u okruglom udubljenju katodne površine. Neposredno iza katode nalazi se Wehneltov cilindar W, koji ima dijafragmu s okruglim otvorom u sredini. On je na negativnom potencijalu prema katodi (−20 do −40 V) i djelomično primorava elektrone da se sakupe oko osi cijevi. Promjenom potencijala Wehneltova cilindra prema katodi, pomoću kliznika k_1, može se mijenjati broj elektrona snopa, odnosno svjetlina mrlje na fluorescentnom zastoru, što je njegov glavni zadatak. Dovoljno velikim negativnim potencijalom može se čak spriječiti prolaz elektrona kroz otvor Wehneltova cilindra tako, da će nestati svijetla mrlja na fluorescentnom zastoru. Anode A_1 i A_2, koje se nalaze na pozitivnom potencijalu od nekoliko stotina ili čak nekoliko tisuća volta, primoravaju elektrone da se kreću velikom brzinom prema zastoru. Osim toga, anode služe i za koncentriranje elektronskog snopa. Nakon prolaska elektrona kroz otvor na dijafragmi anode A_1 treba spriječiti širenje elektronskog snopa. To je moguće oblikovanjem električnog polja kroz koje prolaze elektroni. Slično kako se



Slika 8.36. Elektronska optika katodne cijevi



Slika 8.37. Određivanje otklanjanja elektronskog snopa

lomi svjetlosna zraka pri prolasku iz jedne sredine u drugu s različitim brzinama širenja, lomi se i elektronski snop kod prijelaza iz jedne ekvipotencijalne površine u drugu. Ekvipotencijalne površine između anoda mogu se formirati oblikom anoda

te njihovom potencijalnom razlikom, tako da se fokus elektronskog snopa dobije upravo na zastoru (sl. 8.36). Potencijalna razlika između anoda A_1 i A_2 može se fino ugađati kliznikom k_2 (vidi sl. 8.35). Elektroda A je grafitna naslaga na unutrašnjoj stijeni koničnog dijela katodne cijevi. Služi za naknadno ubrzavanje elektrona nakon prolaska kroz otklonske pločice, čime se postiže veća svjetlina slike. O tom će se kasnije više govoriti.

Pri otklanjanju elektronskog snopa električnim poljem upotrebljavaju se dva para paralelnih pločica, smještena jedan za drugim u vratu cijevi. Prvi par je postavljen okomito prema drugome.

Kad nema potencijalne razlike između otklonskih pločica, prolazi elektronski snop duž osi cijevi i udara u sredinu zastora. Ako je na otklonske pločice, međusobnog razmaka d, primijenjen napon U, dobit će se električno polje jakosti U/d, približno homogeno i okomito na ravninu pločica. Na elektron, čiji je naboj e_0 a masa m_0, djeluje sila (sl. 8.37):

$$F = e_0 \frac{U}{d} = m_0 \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} \tag{8.17}$$

Odavde dobivamo brzinu kretanja elektrona u smjeru osi y:

$$v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{e_0}{m_0} \frac{U}{d} t \tag{8.18}$$

Da bi elektron prošao između pločica, potrebno je vrijeme $t = l/v_x$, gdje su l duljina pločica, a v_x brzina kretanja u smjeru osi x. Brzinu elektrona u smjeru osi y, nakon prolaska između pločica, dobivamo uvrštavanjem $t = l/v_x$ u izraz (8.18):

$$v_y = \frac{e_0}{m_0} \frac{U}{d} \frac{l}{v_x} \tag{8.19}$$

Nagib putanje elektrona nakon prolaza između pločica je onda:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{e_0}{m_0} \frac{U}{d} \frac{l}{v_x^2} \tag{8.20}$$

Brzina v_x je ovisna o anodnom naponu U_a:

$$v_x = \sqrt{2 \frac{U_a e_0}{m_0}} \tag{8.21}$$

pa nakon uvrštavanja u (8.20) slijedi:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \frac{U}{U_a} \frac{l}{d} \tag{8.22}$$

Kad je poznat nagib putanje elektrona i udaljenost L centra pločica od zastora, može se odrediti otklon y na zastoru:

$$y = L \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \frac{U}{U_a} \frac{l}{d} L \tag{8.23}$$

Vidimo da je otklon mlaza proporcionalan naponu narinutom na otklonske pločice, a obrnuto proporcionalan anodnom naponu. Veći otklon dobivamo duljim pločicama, manjim razmakom između njih i većom udaljenošću zastora. **Relativna statička osjetljivost** S_r otklonskih pločica definira se omjerom između otklona y svijetle mrlje i istosmjernog napona U, koji je taj napon izazvao, odnosno:

$$S_r = \frac{y}{U} = \frac{l L}{2 U_a d} \tag{8.24}$$

Relativna statička osjetljivost se obično daje u mm/V i iznosi od 0,1 do 2 mm/V U novijim izvedbama mijenja se njezina vrijednost s otklonom manje od 2%.

Dinamička osjetljivost jest osjetljivost na izmjeničnoj struji. Ona je sve do najviših frekvencija praktički jednaka statičkoj osjetljivosti. Tek na frekvencijama iznad 100 MHz utječe vrijeme prolaska elektrona između otklonskih pločica i dinamička se osjetljivost počinje razlikovati od statičke.

Magnetsko otklanjanje elektronskog snopa provodi se pomoću svitaka čije polje djeluje okomito na snop. Svici se postavljaju uz sam vrat cijevi, obično podijeljeni na dva dijela spojena u seriju i simetrično postavljena na obje strane cijevi. Ako je magnetska indukcija, proizvedena tim svicima, iznosa B, a brzina elektrona u smjeru osi x iznosa v_x, djelovat će na elektron sila $F = Bv_x e_0$, pa će on dobiti ubrzanje okomito na os x:

$$a_y = \frac{F}{m_0} = \frac{B v_x e_0}{m_0} \tag{8.25}$$

Brzina u smjeru osi y ovisit će o vremenu zadržavanja t elektrona u magnetskom polju, odnosno o brzini v_x elektrona u smjeru osi x i duljini l na kojoj djeluje magnetsko polje ($t = l/v_x$):

$$v_y = a_y t = \frac{B v_x e_0}{m_0} \frac{l}{v_x} = \frac{B l e_0}{m_0} \tag{8.26}$$

Iz toga slijedi otklon na zastoru:

$$y = v_y \frac{L}{v_x} = \frac{B l L}{\sqrt{2 U_a m_0/e_0}} \tag{8.27}$$

Pri elektrostatskom otklanjanju otklon je obrnuto proporcionalan anodnom naponu, a pri magnetskom obrnuto proporcionalan drugom korijenu anodnog napona.

Zastor katodne cijevi je premazan s unutrašnje strane fluorescentnim materijalom, kojemu je zadatak da pretvori što veći dio kinetičke energije elektronskog snopa u svjetlost. Pri tome je važno da se spektar svjetlosti koju emitira zastor što bolje poklapa sa spektrom osjetljivosti oka ili fotografskog materijala. Za promatranje je najbolje ako zastor daje svjetlost zelenožute boje, dok je za fotografsko snimanje najpovoljnije plavo svjetlo.

Zastor se premazuje cinkovim sulfidom, cinkovim ortosilikatom, kalijevim volframatom itd.

Zastor mora i nakon uzbuđivanja emitirati svjetlost kraće ili duže vrijeme, tj. treba da ima svojstvo **persistencije.** Ako se slika mijenja pri promatranju, traži se manja persistencija kako bi slika bila pregledna, dok se npr. za posmatranje

prijelaznih pojava koje se ne ponavljaju traži velika persistencija. S obzirom na to izrađuju se zastori kod kojih intenzitet svjetla padne npr. na 10% svoje vrijednosti 0,1 μs nakon prestanka uzbuđivanja, kao i oni kojima za to treba čak preko 10 s. Često se upotrebljava zastor s oznakom P31 ili GH zelene boje, kod kojeg to vrijeme iznosi oko 40 μs.

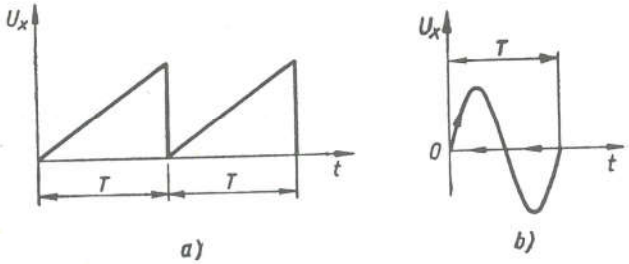
Za snimanje vrlo brzih pojava koje se ne ponavljaju potreban je velik intenzitet svijetle mrlje, što zahtijeva povećanje snage P elektronskog snopa:

$$P = I\,U_a \tag{8.28}$$

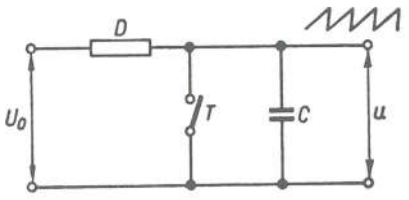
gdje su I struja snopa, a U_a anodni napon. Povećanje snage na račun struje nije povoljno, jer se otežava fokusiranje i gubi na oštrini slike. Struja elektronskog snopa zato obično iznosi samo nekoliko mikroampera. Povećanje anodnog napona opet dovodi do smanjenja osjetljivosti, jer je prema izrazu (8.24) osjetljivost obrnuto proporcionalna anodnom naponu. Prikladno je rješenje anoda za naknadno ubrzanje elektrona, koja se nanosi u obliku vodljivog sloja na konični dio katodne cijevi (anoda A na sl. 8.35). Time se stvara električno polje koje naknadno ubrzava elektrone, tako da se osjetljivost relativno malo smanjuje. Na anodu za naknadno ubrzanje dovodi se pozitivni napon koji može biti i nekoliko puta veći od napona između katode i anode A_2, npr. 10 ili čak 20 kV. Time se omogućava promatranje i snimanje pojava koje se ne ponavljaju, a traju manje od npr. 0,1 μs.

U novije vrijeme izrađuju se **katodne cijevi s pamćenjem** koje mogu gotovo trajno zadržati sliku na svom zastoru. Mogućnost »pamćenja« je ostvarena primjenom materijala koji, bombardirani snopom elektrona pod određenim uvjetima, emitiraju više elektrona nego što ih bombardiranjem primaju. Ako se ispred zastora katodne cijevi postavi vrlo fina metalna mrežica i na nju nanese dielektrik (npr. Mg Fl) navedenih svojstava, onda će se on, zbog gubitaka elektrona, nabiti pozitivno na mjestima preko kojih je prošao snop elektrona. Pomoću još jedne mrežice na određenom potencijalu, te pomoću dodatnih katoda koje obasjavaju dielektrik, može se to stanje održati vrlo dugo. Pri tom elektroni iz dodatnih katoda prolaze kroz mrežicu s navedenim dielektrikom samo na mjestima gdje je ona pozitivno nabijena, dok ih negativno nabijeni dio mrežice odbija. Elektroni koji su prošli mrežicu ubrzavaju se anodom za naknadno ubrzavanje i udaraju u zastor cijevi i to upravo na onim mjestima preko kojih je prije prošao snop elektrona. Takvim i sličnim rješenjima može se u širokim granicama ugađati vrijeme pamćenja i svjetlina upamćene slike, te izvršiti brisanje slike.

Ako želimo promatrati mjereni napon kao funkciju vremena, potrebno je dovesti mjereni napon na jedan par pločica, npr. onaj koji daje vertikalni otklon snopa, dok na drugi par pločica treba privesti takav napon koji će dati snopu jednoliku



Slika 8.38. a) pilasti napon; b) slika na zastoru katodne cijevi kada je na vertikalne pločice priključen sinusni, a na horizontalne pilasti napon



Slika 8.39. Pojednostavnjena principijelna shema generatora pilastog napona

brzinu kretanja slijeva nadesno. Kada snop dođe do desnog kraja mora se što brže vratiti u početni položaj na lijevome kraju. Tom zahtjevu odgovara **generator pilastog napona,** čiji napon linearno raste i periodički nakon vremena T pada od najveće vrijednosti na početnu (sl. 8.38). Ako ovakav napon primijenimo na pločice za horizontalni otklon, a na pločice za vertikalni otklon priključimo npr. sinusni napon čije je trajanje periode također T, dobit ćemo na zastoru neiskrivljenu sliku sinusoide.

U osnovi se pilasti napon dobiva pomoću posebnog elektroničkog sklopa kojim se odgovarajući kondenzator redom najprije nabija konstantnom strujom a zatim naglo prazni. Dio tog sklopa, preko kojeg se kondenzator nabija, pojednostavnjeno je prikazan na sl. 8.39 izvorom istosmjernog napona U_0 i elementom D a dio preko kojeg se prazni tipkom T. Kada se u trenutku t_1 tipka otvori, počinje nabijanje kondenzatora strujom i te njegov napon raste prema jednadžbi:

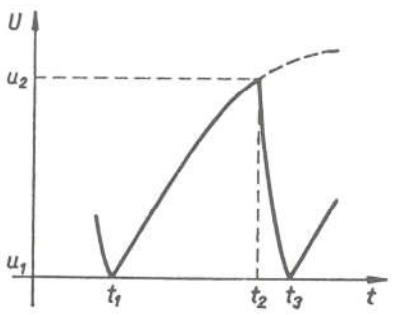
$$u = \frac{1}{C}\int_{t_1}^{t_2} i\,\mathrm{d}t \tag{8.29}$$

Napon će na kondenzatoru rasti linearno jedino ako je struja nabijanja konstantna ($i = I_0$). Konstantnost struje treba da osigura element D. Ako je to običan otpornik konstantnog otpora R, onda napon na kondenzatoru raste po eksponencijalnom zakonu (sl. 8.40):

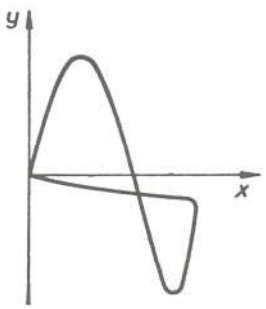
$$u = U_0\,(1 - \mathrm{e}^{-t/RC}) \tag{8.30}$$

Kada napon na kondenzatoru dosegne u trenutku t_2 određenu vrijednost u_2, zatvori se tipka i počinje naglo pražnjenje kondenzatora jer je otpor tipke mnogostruko manji od otpora R. Kada u trenutku t_3 padne napon kondenzatora na početnu vrijednost, tipka se ponovno otvori i započinje novi period pilastog napona. Napon izvora treba da je znatno veći od napona u_2, jer tada nabijanje kondenzatora teče po približno pravocrtnom dijelu eksponencijalne krivulje nabijanja. Ako tome uvjetu nije zadovoljeno, kao i kad trajanje pražnjenja kondenzatora nije kratko, dobivamo iskrivljen oscilogram snimane pojave. Tako će se npr. pri snimanju mjerenog napona sinusnog oblika umjesto sinusoide dobiti krivulja kao na sl. 8.41.

Mnogo bolje iskorištenje izvora istosmjernog napona uz potpuno konstantnu struju nabijanja kondenzatora postiže se posebnim elektroničkim sklopovima, kao što je Millerov integrator ili integrirajućim pojačalom prema sl. 8.6 (pogl. 8.1.1),



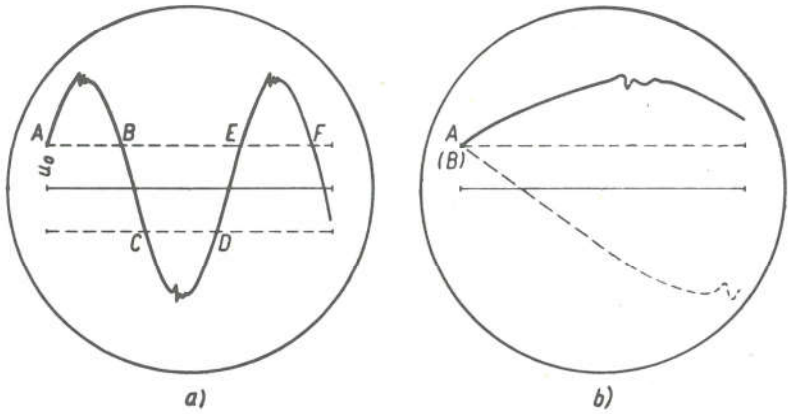
Slika 8.40. Pilasti napon dobiven nabijanjem kondenzatora iz istosmjernog izvora preko otpora R



Slika 8.41. Slika na zastoru katodne cijevi kada je na vertikalne otklonske pločice priključen sinusni napon, a na horizontalne napon prema sl. 8.40.

ako se ostvari: $i_{ul} + i_p \simeq 0$ i $i_p = -u_{ul}/R$. Takvim sklopovima dobiva se linearnost pilastog napona bolja od 1% i trajanje njegove periode od 1 μs (i manje) pa sve do 50 s, što se postiže odgovarajućom promjenom otpora R i kapaciteta C.

Otklanjanje elektronskog snopa otklonskim pločicama utječe više ili manje primjetno na fokus snopa. Ta pojava se naziva **astigmatizam** *katodne cijevi* a uzrok joj je nesavršenost elektronske optike. Astigmatizam se može korigirati dovođenjem otklonskih pločica na izvjesni prednapon u odnosu na zadnju anodu. Kod osciloskopa koji imaju istosmjerna pojačala obično se ta korekcija vrši dugmetom na prednjoj ploči osciloskopa s kojim se izjednačava potencijal zadnje anode sa srednjim potencijalom otklonskih pločica.



Slika 8.42. Primjene okidne vremenske baze: a) trajanje porasta pilastog napona jednako 3/2 periode promatrane pojave; b) trajanje porasta pilastog napona jednako 3/10 periode promatrane pojave

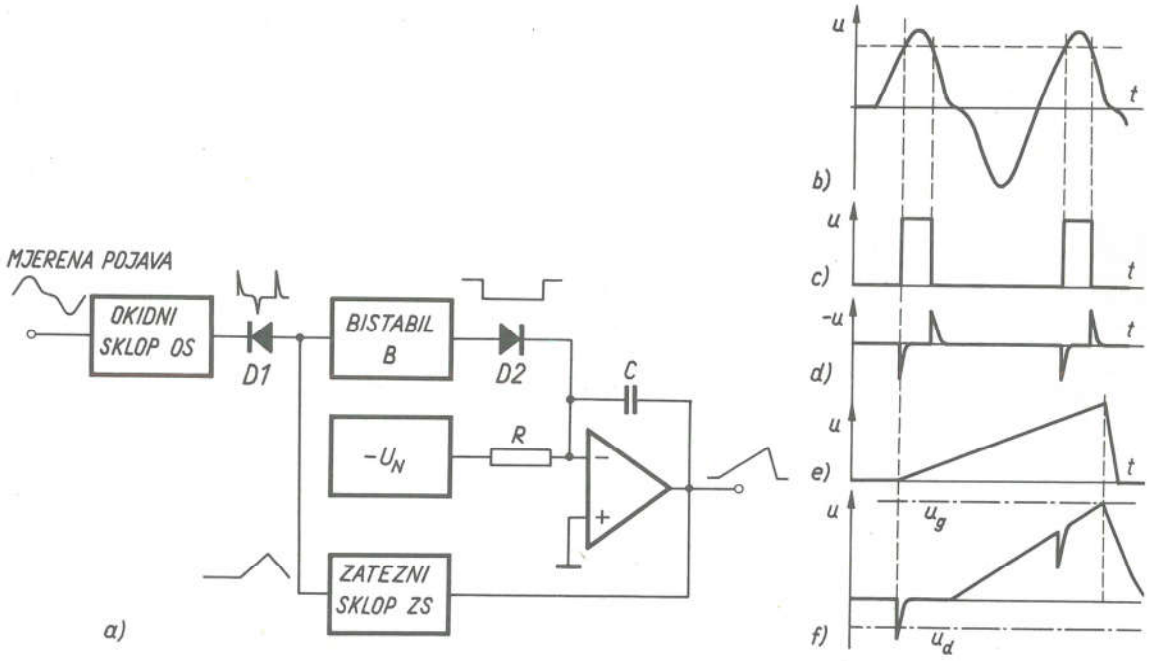
Da bi se dobila mirna slika neke periodične pojave na zastoru osciloskopa, mora odnos između frekvencije mjerene pojave i frekvencije pilastog napona biti cijeli broj, koji se ne mijenja za vrijeme promatranja. Ne smije se mijenjati ni fazni pomak. Takvo održavanje međusobnog odnosa naziva se **sinhronizam.** Vrlo je teško održavati sinhronizam ručnim ugađanjem frekvencije pilastog napona, jer svaka i najmanja promjena, bilo na mjerenoj pojavi ili na generatoru pilastog napona, zahtijeva ponovno ugađanje. Stoga, da bi se postigao pouzdan sinhronizam, treba omogućiti utjecaj napona mjerene pojave na rad generatora pilastog napona. Također treba omogućiti promatranje kratkotrajnih prelaznih pojava koje se ne ponavljaju ili se ponavljaju u nepravilnim vremenskim razmacima. To se u punoj mjeri postiže **okidnom vremenskom bazom** koja »okida« jednu periodu pilastog napona tek nakon djelovanja odgovarajućeg signala. Brzina porasta pilastog napona ne ovisi o naponu signala i može se po volji odabrati bez obzira na trajanje jedne periode mjerene pojave. Za svako slijedeće okidanje potreban je ponovni signal. Taj signal se dobiva ili od same mjerene pojave ili iz nekog drugog vanjskog izvora. Izbor trenutka okidanja obavlja se najčešće ugađanjem nivoa napona signala kod kojeg dolazi do okidanja. Tako u primjeru prikazanom na sl. 8.42*a* do okidanja dolazi u tački A kad promatrani napon postiže iznos u_0, koji se može po volji mijenjati od neke donje granice do tjemene vrijednosti promatranog napona. Na sl. 8.42 *b* do okidanja dolazi kod istog napona u_0, ali je vrijeme porasta pilastog napona odabrano pet puta kraće, pa se može promatrati samo jedan dio periode, što je velika prednost okidne baze. Do ponovnog okidanja došlo bi već u tački B pa bi se na osci-

logramu vidio i dio pojave koji se ne želi promatrati (crtkano na sl. 8.42 *b*). Da bi se to izbjeglo dodaje se još posebni sklop koji omogućava okidanje samo kada je derivacija promatranog napona po vremenu pozitivna a ne negativna ili obratno. U našem primjeru potrebno je odgovarajuću preklopku na prednjoj ploči osciloskopa postaviti u položaj kojim se dobiva okidanje kada je ta derivacija pozitivna. Tada će dolaziti do okidanja samo u tački A, odnosno E (u tačkama C i D neće doći do okidanja jer je napon u_0 negativan).

Svijetla mrlja se vidi na zastoru samo za vrijeme porasta pilastog napona a ugašena je za vrijeme povrata i mirovanja. To je potrebno jer bi se za vrijeme mirovanja pilastog napona dobila svijetla tačka velikog intenziteta na mjestu odakle počinje otklanjanje. Modulacija intenziteta svijetle mrlje vrši se pravokutnim naponom na Wehneltovu cilindru koji ima pozitivnu vrijednost samo za vrijeme porasta pilastog napona.

Rješenje s okidnom bazom posebno je prikladno za promatranje kratkotrajnih prelaznih pojava koje se ne ponavljaju. Dok pojava ne nastupi, ugašena je svijetla mrlja na zastoru. Otvaranje i otklanjanje snopa počinje tek onda kada nastupi mjerena pojava, koja izravno preko okidnog sklopa daje impuls potreban za okidanje baze. Kako je za proces otvaranja okidne baze ipak potrebno neko određeno vrijeme, ne bi se pri tom na oscilogramu vidio početak mjerene pojave. Stoga mjerena pojava djeluje odmah na okidnu bazu, a na *y*-otklonske pločice dolazi nešto kasnije, jer se njima privodi preko četveropola za kašnjenje. Za tu svrhu može se npr. upotrijebiti dovoljno dug koaksijalni kabel koji je na kraju premošten djelatnim otpornikom, čiji je otpor jednak valnom otporu kabla. Time se izbjegava refleksija na kraju kabela i postiže neizobličeno prenošenje mjerene pojave. Zbog prolaska kroz kabel stići će mjerena pojava do *y*-pločica sa stanovitim zakašnjenjem, pa će se na oscilogramu vidjeti čitava pojava.

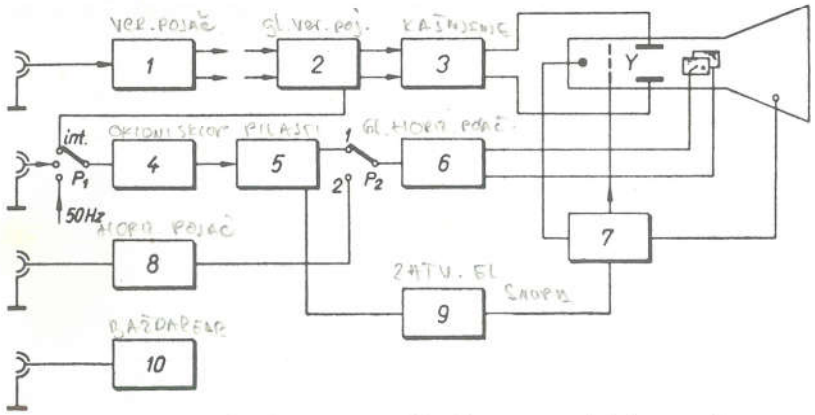
Na sl. 8.43 prikazana je blok-shema i djelovanje okidne vremenske baze. Promatrana pojava privodi se okidnom sklopu OS, koji se obično sastoji od djelitelja,



Slika 8.43. Okidna vremenska baza: *a*) blok-shema; *b*) mjereni napon; *c*) napon Schmittovog okidnog sklopa; *d*) derivirani napon Schmittovog okidnog sklopa (izlaz iz sklopa OS); *e*) pilasti napon; *f*) napon na ulazu u bistabil B (u_d i u_g — naponi kod kojih ulazni tranzistor bistabila B prestaje, odnosno počinje voditi struju)

pojačala i Schmittova okidnog sklopa. Taj sklop okida kada njemu privedeni napon premaši određenu vrijednost, a vraća se u početni položaj kada privedeni napon padne ispod određene vrijednosti (sl. 8.43 *c*). Time se dobivaju pravokutni impulsi koji se dalje deriviraju pomoću *RC*-sklopa i na taj način pretvaraju u strme kratkotrajne impulse (sl. 8.43 *d*). Tako dobiveni negativni impulsi dolaze na bazu ulaznog tranzistora bistabila *B*, koji zbog toga prestaje voditi struju, a vođenje struje preuzima drugi tranzistor bistabila. Uslijed toga se na izlazu bistabila dobiva negativni napon koji dovodi diodu D_2 u zaporno područje, pa integrirajuće pojačalo počinje nabijati kondenzator *C*. Dio tako dobivenog pilastog napona vraća se na ulaz bistabila preko posebnog zateznog sklopa ZS. Kada pilasti napon dosegne određeni pozitivni iznos prebacuje bistabil u početno stanje, jer njegov ulazni tranzistor zbog pozitivnog napona na svojoj bazi ponovo preuzima vođenje struje. Tada prestaje nabijanje kapaciteta *C* i dolazi do njegovog naglog pražnjenja preko diode D_2. Generator pilastog napona ponovo će proraditi tek kad naiđe novi impuls iz okidnog sklopa OS. Negativni impulsi, koji stignu za vrijeme porasta pilastog napona, ne mogu djelovati jer dolaze na bazu ulaznog tranzistora, koji ionako ne vodi struju. Da ne bi došlo do ponovnog okidanja pilastog napona prije nego se kondenzator *C* izbio, prenosi se pilasti napon na ulaz bistabila *B* s određenim kašnjenjem kako se to vidi iz sl. 8.43 *f*, gdje su ujedno prikazane razine na kojima dolazi do promjene stanja bistabila *B*.

Osjetljivost katodne cijevi je od 0,1 do 2 mm/V, pa se ne mogu izravno snimati mali naponi. Stoga je potrebno pojačalo koje povećava mjereni napon ako je nužno i nekoliko tisuća puta. Njegovo pojačanje mora biti neovisno o frekvenciji a frekvencijsko područje što šire. Ne smije izazivati ni fazni pomak. Danas se bolji osciloskopi opremaju pojačalima koja pouzdano rade i na frekvencijama od više stotina megaherca, a postižu osjetljivost od npr. 0,2 mm/mV. Pomoću diferencijalnih pojačala postižu se još bolje osjetljivosti.



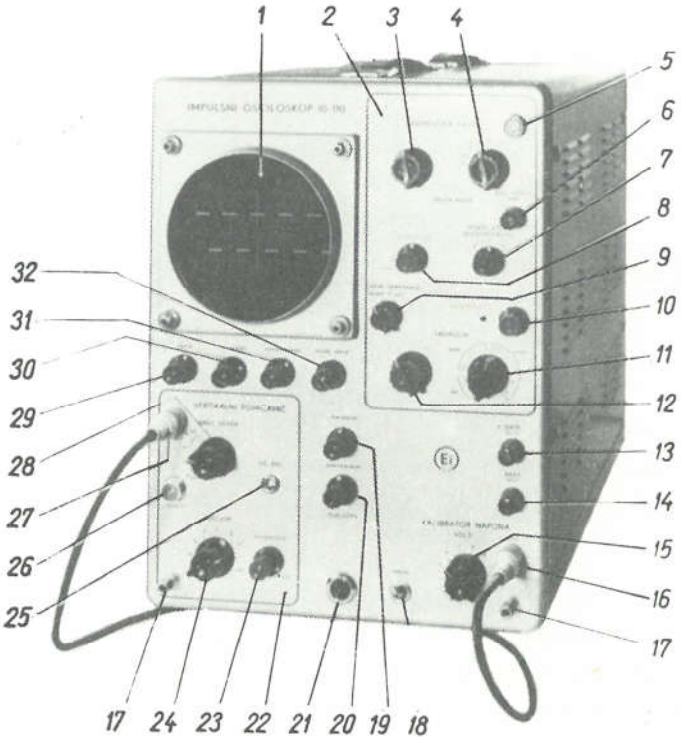
Slika 8.44. Blok-shema osciloskopa s okidnom bazom, vertikalnim i horizontalnim pojačalom

1 vertikalno predpojačalo; *2* glavno vertikalno pojačalo; *3* četveropol za kašnjenje; *4* okidni sklop koji se preklopkom P_1 može priključiti na promatranu pojavu (položaj »int«), vanjski izvor ili mrežu; *5* generator pilastog napona; *6* glavno horizontalno pojačalo koje se preklopkom P_2 može priključiti na generator pilastog napona (položaj *1*) ili na vanjski izvor (položaj 2); *7* visokonaponski ispravljač za dobivnje pomoćnih napona; *8* horizontalno predpojačalo; *9* sklop za zatvaranje elektronskog snopa; *10* izvor kalibriranih napona za baždarenje otklona osciloskopa

Za promatranje pojava na području frekvencija od 500 MHz pa do nešto manje od 20 GHz upotrebljavaju se posebne izvedbe osciloskopa, koje rade na principu uzimanja uzoraka. Za vrijeme jedne periode promatrane pojave snimi se i zapamti samo jedna njezina tačka, za vrijeme druge periode slijedeća i tako redom dalje, dok se ne dobije slika cijele periode. Time se rad pojačala i katodne cijevi premješta na niže frekvencijsko područje i mimoilaze mnoge poteškoće koje se javljaju pri najvišim frekvencijama.

Na sl. 8.44 i 8.45 prikazane su blok-shema i prednja ploča osciloskopa s vertikalnim i horizontalnim pojačalom i okidnom bazom.

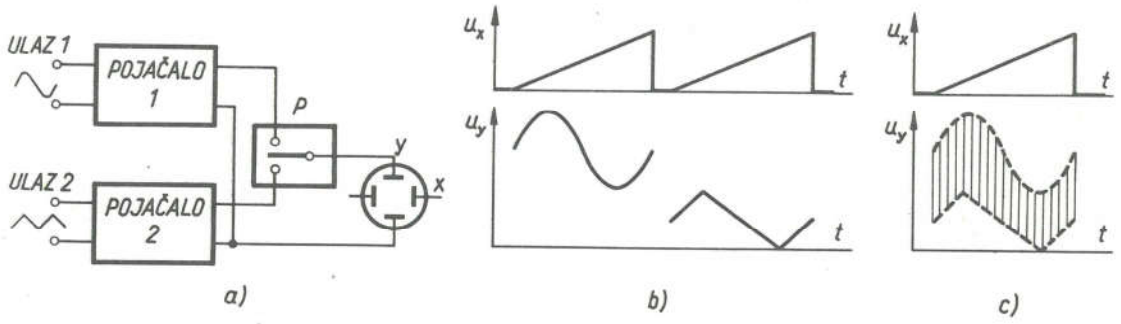
1 zastor katodne cijevi promjera 130 mm; *2* dio prednje ploče namijenjen za vremensku bazu; *3* i *4* odabiranje izvora okidnog signala (mjerena pojava, vanjski izvor ili mreža) i njegovog polariteta, te odabiranje vrste okidanja; *5* koaksijalni priključak za vanjski signal; *6* priključak na horizontalno pojačalo; *7* odabiranje nivoa napona signala pri kojem dolazi do okidanja; *8* ugađanje okidnog sklopa na odgovarajuće vrste rada; *9, 10, 11* i *12* stepenasto i kontinuirano ugađanje brzine horizontalnog otklanjanja svijetle mrlje od 0,2 μs/cm do 20 s/cm; *13* izlaz pozitivnog impulsa koji traje dok se svijetla mrlja horizontalno otklanja; *14* izlaz pilastog napona; *15* odabiranje vrijednosti kalibriranog napona pravokutnog valnog oblika; *16* izlaz kalibriranog napona; *17* priključnica za uzemljenje osciloskopa; *18* sklopka za uključivanje osciloskopa; *19* i *20* vertikalno i horizontalno pomicanje svijetle mrlje; *21* svjetlosni signal uključenog osciloskopa; *22* dio prednje ploče namijenjen za vertikalno pojačalo; *23* i *24* kontinuirano i tepenasto ugađanje pojačanja (od 0,05 V/cm do 20 V/cm); *25* potenciometar za kompenzaciju posmaka slike do kojeg dolazi kad se ugađa dugmetom *23*; *26* i *27* koaksijalne priključnice za priključak na dva mjerna mjesta; *28* biranje mjernog mjesta (istosmjerni napon priključuje se direktno na vertikalno pojačalo a izmjenični preko kondenzatora — dugme u položaju »DC«, odnosno »AC«); *29, 30, 31* i *32* ugađanje fokusa, svjetline, astigmatizma i osvjetljenja skale.



Slika 8.45. Prednja ploča osciloskopa s okidnom bazom (Ei-Niš)

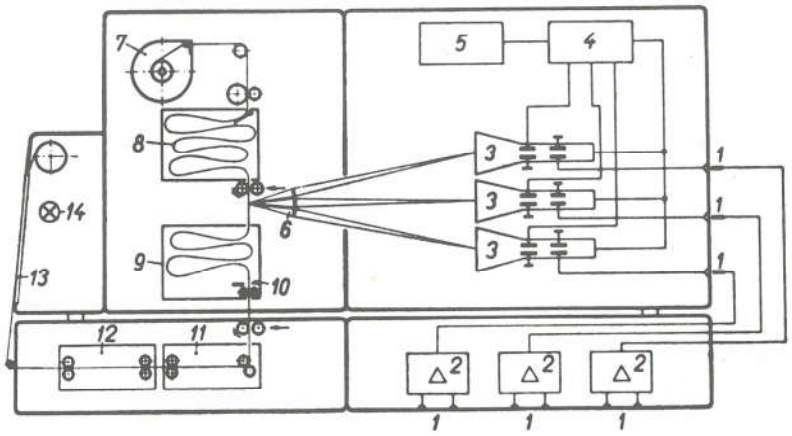
Proširene mogućnosti primjene imaju osciloskopi s katodnom cijevi s više elektronskih snopova. Svaki snop ima svoj otklonski sistem, što omogućava promatranje više pojava, koje ne moraju biti periodične. Najčešće se takvi osciloskopi izrađuju s dva snopa.

Promatranje dviju ili više pojava pomoću osciloskopa s jednim elektronskim snopom moguće je uz upotrebu elektronske preklopke P koja dovodi do y-otklonskih pločica sad jednu, sad drugu snimanu pojavu (sl. 8.46 *a*). Pri tom se primije-



Slika 8.46. Istodobno promatranje dviju pojava pomoću osciloskopa s jednim elektronskim sklopom: *a*) blok shema; *b*) metoda zamjene; *c*) metoda sjeckanja

njuju metoda zamjene i metoda sjeckanja. Kod prve metode jedna pojava se prikazuje za vrijeme jedne periode pilastog napona, a druga pojava za vrijeme druge periode i tako redom dalje (sl. 8.46 *b*). Kod druge metode elektronska preklopka uključuje mnogo puta (najčešće s frekvencijom 100 kHz) jednu i drugu pojavu za vrijeme jedne periode pilastog napona (sl. 8.46 *c*). Zbog gustog sjeckanja dobiva se utisak neprekinutih linija. Generator pilastog napona okida jedna od mjerenih pojava, pa kod obje metode dobiva se mirna slika jedino kad se frekvencije mjerenih pojava odnose kao cijeli brojevi.



Slika 8.47. Oscilograf s katodnim cijevima

1 priključci za mjerene napone; *2* elektronička pojačala; *3* katodne cijevi; *4* potenciometri za ugađanje oštrine, svjetline i položaja snopa; *5* izvor pomoćnih napona; *6* objektivi; *7* kazeta s filmom; *8* papir pripremljen za snimanje; *9* prostor za skupljanje filma; *10* nož za rezanje filma; *11* i *12* posude za razvijanje i fiksiranje filma; *13* prozor za promatranje oscilograma; *14* žarulja za osvjetljavanje oscilograma

Upotrebljavaju se i osciloskopi koji su kombinacija svjetlosnog oscilografa i osciloskopa. Titrajući svici ili petlje nadomješteni su ovdje katodnim cijevima. Otkloni njihove svijetle mrlje prenose se pomoću odgovarajuće optike na pomični fotografski papir ili film. Prikladni su za istodobno snimanje više brzih prelaznih pojava (sl. 8.47).

8.5. Zadaci

1. Koliki A i β naponskog pojačala treba odabrati, ako se želi da promjene pojačanja A za $\pm$ 50% ne izazovu promjene pojačanja $A' = 10$, koje prelaze $\pm$ 0,2%?
2. Koliko iznosi otpor R strujnog pojačala prema sl. 8.3, ako se pri naponu $U_{ul} = 1$ V na ulazu pojačala dobiva na izlazu struja 10 mA? Koliko mora iznositi pojačanje A_s, ako se želi da njegove promjene od $\pm$ 50% ne promijene struje na izlazu pojačala više od $\pm$ 1%?
3. Diodni voltmetar prema sl. 8.14 priključen je na akumulatorsku bateriju od 4 V. Koliki će napon pri tome pokazati diodni voltmetar, ako je njegova skala baždarena u efektivnim vrijednostima sinusnog napona?
4. Na sumirajuće pojačalo prema sl. 8.5 s ulaznim otporima $R_1 = R_2 = R_3 = 1000\ \Omega$ priključeni su naponi 35 mV, 57 mV i 65 mV. Koliki je napon na izlazu pojačala, ako je $R_p = 10\,000\ \Omega$?
5. Na integrirajuće pojačalo prema sl. 8.6 priključen je pravokutni izmjenični napon frekvencije f i amplitude U_m. Kakav se valni oblik napona dobiva na izlazu i kolika mu je vršna vrijednost, ako su zadani R i C?
6. Na derivirajuće pojačalo prema sl. 8.7 priključen je napon $U_m \sin \omega t$. Kakav se napon dobiva na izlazu pojačala, ako su zadani R i C?
7. Na pojačalo prema sl. 8.6 priključene su umjesto kapaciteta dvije Zenerove diode ($U_Z = 6$ V) spojene u seriju, ali suprotno polarizirane. Kakav će se napon dobiti na izlazu, ako je na ulaz priključen izmjenični napon amplitude 100 mV?
8. Diodni voltmetar prema sl. 8.14 baždaren je u efektivnim vrijednostima sinusnog napona čije je trajanje periode mnogostruko kraće od vremenske konstante $C(R + R_V)$ voltmetra. Koliki će napon pokazati voltmetar pri mjerenju pravokutnog izmjeničnog napona frekvencije 100 Hz, efektivne vrijednosti 10 V, ako je $C = 0{,}2\ \mu$F a $R + R_V = 10^5$ oma? (Otpor izvora i otpor ispravljača u propusnom smjeru neka je zanemariv.)

9. Koliko mora iznositi vremenska konstanta $C(R + R_V)$ diodnog voltmetra prema sl. 8.14, ako se želi da mjerena vrijednost odstupa maksimalno 1% od stvarne tjemene vrijednosti napona, čija je frekvencija 50 Hz? Zbog jednostavnijeg računa pretpostaviti da izbijanje kondenzatora C traje cijelu periodu.
10. Koliko iznosi ekvivalentni ulazni otpor diodnog voltmetra prema sl. 8.14, ako je $R + R_V = 10^5\ \Omega$?
11. Prikažite broj 2427 u binarnom i tetradskom sustavu brojenja!
12. Koliko iznosi brzina v_x elektrona osciloskopa s anodnim naponom $U_a = 800$ V? Na kojoj frekvenciji iznosi vrijeme prolaska elektrona između otklonskih pločica 20-ti dio jedne periode, ako je duljina pločica $l = 2$ cm ($e_0 = 0{,}160 \cdot 10^{-18}$ As; $m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg)?
13. Kolika je statička osjetljivost S_r osciloskopa, ako su $U_a = 800$ V, $l = 2$ cm, $d = 1{,}5$ cm i $L = 12$ cm?

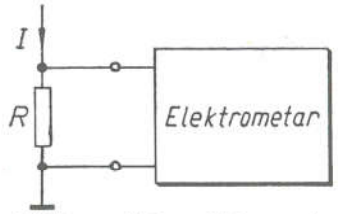
9. MJERENJE ELEKTRIČNIH I MAGNETSKIH VELIČINA

9.1. MJERENJE NAPONA I STRUJA

Mjerenje napona i struja provodi se raznovrsnim električnim mjernim instrumentima i uređajima koji se međusobno razlikuju po mjernom opsegu, vlastitom potrošku, frekvencijskom području, tačnosti, opteretivosti, praktičnosti itd., o čemu bezuvjetno treba voditi računa pri njihovu izboru. U poglavljima 4, 6, 7 i 8 već su opisani razni instrumenti i uređaji koji služe za mjerenje napona i struja i dani su osnovni podaci o njihovoj upotrebljivosti, pa ćemo se ovdje osvrnuti samo na još neka rješenja koja se koriste za mjerenje posve malih struja i napona, te na rješenja koja se upotrebljavaju u visokonaponskoj mjernoj tehnici i pri mjerenju velikih istosmjernih struja. Da bismo dobili bolji uvid u upotrebljivost pojedinih instrumenata i uređaja, prikazat ćemo na kraju poglavlja tablično njihova područja primjene (tablice 9.1 do 9.4, str. 354 do 357).

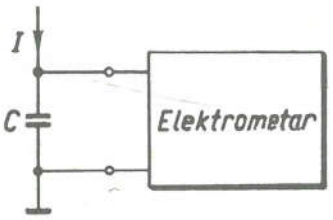
9.1.1. Mjerenje vrlo malih istosmjernih struja i napona

Struje veličine do 10^{-6} A mogu se još mjeriti instrumentima s kazaljkom. Za mjerenje još manjih struja mnogo se upotrebljavaju galvanometri sa svjetlosnim znakom ili zrcalni galvanometri. Pomoću ovih posljednjih mogu se zapaziti struje veličine 10^{-12} A. Daljnje povećanje osjetljivosti galvanometra sprečava, kako smo već naveli u poglavlju 4.2.4, Brownovo gibanje pomičnog organa. Mnogo veća osjetljivost postiže se upotrebom **elektrometara** koji omogućavaju mjerenje struja čak manjih od 10^{-16} A. Pri tome se koriste uglavnom dvije metode. Prema prvoj se struja određuje *mjereći elektrometrom pad napona* što ga ona stvara na otporu poznatog iznosa (sl. 9.1). Ako je npr. $R = 10^{12}\ \Omega$, a najmanji napon koji se još može mjeriti na elektrometru 1 mV, onda je najmanja struja, koja se još može mjeriti, 10^{-15} A. Iz ovog primjera razabiremo da otpor R mora imati vrlo veliki iznos ako se želi postići visoka osjetljivost. Elektrometar je priključen paralelno otporu R, pa stoga njegov ulazni otpor mora biti također vrlo velik, dapače mnogostruko veći od iznosa otpora R. Zato se pad napona na otporu R može mjeriti samo pomoću osjetljivih elektrostatskih instrumenata, kao što je npr. kvadrantni elektrometar u heterostatskom spoju (pogl. 4.8.2), ili pomoću elektroničkih elektrometara. I jedni i drugi se odlikuju vanredno velikim ulaznim otporom. Kod elektroničkih elektrometara s izravnim pojačanjem istosmjernog napona upotrebljavaju se na ulazu posebne elektrometarske cijevi s odlično izoliranom rešetkom, s kojima se postižu ulazni otpori reda veličine



Slika 9.1. Mjerenje vrlo malih struja elektrometrom i otpornikom

10^{16} Ω. Kod elektroničkih elektrometara u kojima se istosmjerni napon najprije pretvara u izmjenični (vidi u poglavlju 8.2.1) potrebno je da sam pretvarač ima vanredno velik ulazni otpor. To se postiže ako se npr. pretvaranje istosmjerne u izmjeničnu struju izvede pomoću *dinamičkog kondenzatora.* On se sastoji od jedne nepomične i jedne pomične elektrode, koju se dodatnim vanjskim sistemom dovodi u stanje titranja i na taj način dobiva periodična promjena kapaciteta. Dovede li se kondenzatoru stanoviti naboj, dobit će se na njegovim krajevima periodičke promjene napona, kao posljedica promjena kapaciteta. Efektivna vrijednost tako dobivenog izmjeničnog napona iznosi otprilike 10 do 20% istosmjernog napona.



Slika 9.2. Mjerenje vrlo malih struja elektrometrom i kondenzatorom

Još manje struje mogu se mjeriti pomoću druge, tzv. *integracione metode,* gdje se struja određuje mjerenjem promjene napona ΔU na kondenzatoru poznatog kapaciteta C, koji se nabija mjerenom strujom u određenom vremenskom intervalu Δt (sl. 9.2):

$$I = C\frac{\Delta U}{\Delta t} \tag{9.1}$$

Promjena napona na kondenzatoru mjeri se elektrometrom koji mora imati vrlo velik ulazni otpor. Ako se odabere dovoljno dug vremenski interval (npr. 15 min) i vrlo osjetljiv elektrometar malog kapaciteta, mogu se na taj način zapaziti struje od čak 10^{-19} A, dakle, otprilike 1 elektron u sekundi. Ovom metodom mogu se pouzdano mjeriti samo struje čije se vrijednosti ne mijenjaju u toku mjerenja, ali se postiže veća osjetljivost nego prvom metodom, koja se uglavnom koristi za mjerenje struja do 10^{-15} A.

Za mjerenje *vrlo malih napona* upotrebljavaju se galvanometri sa svjetlosnim znakom ili još osjetljiviji zrcalni galvanometri (tablica 4.8), te osjetljiva istosmjerna pojačala (pogl. 8.1.2 i 8.2.1), pomoću kojih se premašuje osjetljivost najosjetljivijih galvanometara s pomičnim magnetom.

9.1.2. Mjerenje vrlo malih izmjeničnih struja i napona

Pri mjerenju s izmjeničnim mostovima i kompenzatorima potrebni su osjetljivi nulindikatori. Mjerni sistemi koji se inače koriste za mjerenje izmjeničnih struja, kao što su to oni s pomičnim željezom, elektrodinamski sistemi te oni s pomičnim svitkom i termopretvaračem ili poluvodičkim ispravljačem, nisu za ovu svrhu prikladni zbog svoje slabe osjetljivosti i skale koja je, barem na početku, kvadratičnog karaktera. Znatno veća osjetljivost postiže se mjernim slušalicama, vibracionim galvanometrima, te instrumentima s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem ili upravljanim poluvodičkim ispravljačima. U novije vrijeme sve više se koriste elektronički nulindikatori koji su nenadomjestivi na području viših frekvencija, a na području nižih frekvencija sve više potiskuju ostala rješenja.

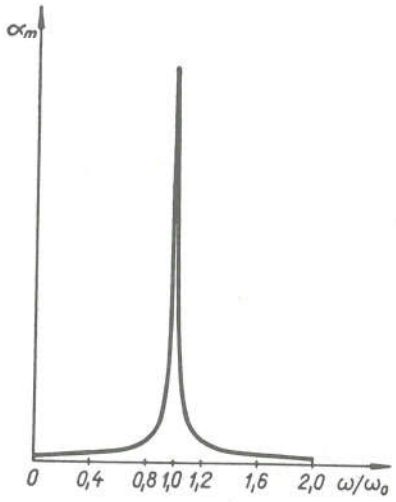
a) **Mjerne slušalice.** Upotrebljavaju se do otprilike 4000 Hz. Najosjetljivije su na području od 500 do 1500 Hz, dok kod 50 Hz nisu upotrebljive jer na tako niskoj frekvenciji membrana slušalice slabo reagira, a i uho je manje osjetljivo za dubo-

ke tonove. Na slušalicama otpora 100 Ω mogu se još zamijetiti tonovi kada teče struja frekvencije 50 Hz, jačine otprilike 100 μA. Na frekvenciji 500 Hz zamjećuju se već struje jačine 0,01 μA, ili čak 10^{-9} A. Budući da slušalice nisu selektivne, često pri mjerenju smetaju viši harmonički članovi napona izvora, zbog kojih se na uravnoteženom mostu dobiva samo minimum tona.

b) **Vibracioni galvanometri.** Kod vibracionih galvanometara ne dobiva se stalan otklon pomičnog organa, već pomični organ titra frekvencijom mjerene izmjenične struje. U suštini su slični instrumentima s pomičnim magnetom ili pomičnim svitkom, dakle instrumentima koji služe za mjerenje istosmjernih struja. Stoga izmjenična struja izaziva otklon pomičnog organa sad na jednu, sad na drugu stranu. Pomični organ snabdjeven je zrcalom, slično kao kod zrcalnih galvanometara sa svjetlosnim znakom. Kada se galvanometar priključi, pomični organ počinje titrati frekvencijom izmjenične struje. Kako je titranje brzo, vidjet ćemo na skali svijetlu prugu koja će biti to uža, što je mjerena struja manja. Kada instrument ostane bez struje, dakle, kada pomični organ prestane titrati, sužuje se svijetla pruga u oštru, usku liniju.

Velika osjetljivost vibracionih galvanometara postiže se izjednačavanjem prirodne frekvencije ω_0 pomičnog organa s frekvencijom mjerene struje. Kako smo u pogl. 4.1.5 b već dokazali, bit će tada amplituda titraja pomičnog organa: $\alpha_m = G I_m/2sD$. Kako je dalje: $s = \frac{P}{2\sqrt{DJ}}$ i $\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}$, dobivamo:

$$\alpha_m = \frac{G I_m}{\omega_0 P} \qquad (9.2)$$



Slika 9.3. Amplitudna karakteristika vibracionog galvanometra

Vidimo da je za postizanje osjetljivosti vibracionog galvanometra osnovno to da se što više smanji konstanta prigušenja P. Malo prigušenje ne osigurava samo veliku osjetljivost, već i veliku selektivnost, kako se to razabire na sl. 9.3, gdje su amplitude pomičnog organa prikazane u ovisnosti o omjeru ω/ω_0, zadržavši pri tome konstantnu amplitudu mjerene struje. Zahvaljujući neznatnom prigušenju postižu vibracioni galvanometri na rezonantnoj frekvenciji otklone koji su i do 400 puta veći od onih kod istosmjerne struje.

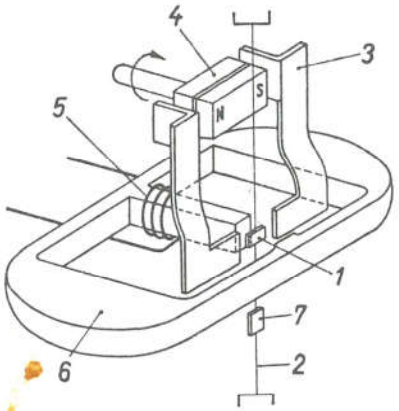
Poznati su: **vibracioni galvanometri s iglom** i **vibracioni galvanometri sa svitkom ili petljom.**

Umjesto nekada mnogo upotrebljavanih vibracionih galvanometara s iglom od meka željeza, prema Scheringu i Schmidtu, danas se gotovo isključivo upotrebljavaju galvanometri s iglom od permanentnog magneta, prema Rumpu. U suštini je to instrument s pomičnim magnetom, u kojemu na pomični magnet djeluje magnetsko polje jednog nepomičnog permanentnog magneta i magnetsko polje jednog svitka protjecanog mjerenom strujom (pogl. 4.4.1). Osnovni raspored vidi se na sl. 9.4. Vrlo mali pomični magnet (igla) *1* (npr. 8 × 0,8 × 0,1 mm) napet je tankom trakom *2* i kreće se između polnih nastavaka *3* permanentnog magneta *4*. Kada kroz svitak *5* ne teče mjerena struja, postavlja se pomični magnet u smjer

magnetskog polja jakosti H, koje vlada između polnih nastavaka *3*. Time nastaje direkcioni moment $D = H\,\Phi\,l$, gdje je l razmak polova pomičnog magneta, a Φ njegov magnetski tok. Ako je J moment tromosti pomičnog organa i ako ne uzmemo u obzir direkcioni moment trake, bit će prirodna frekvencija ω_0 pomičnog organa:

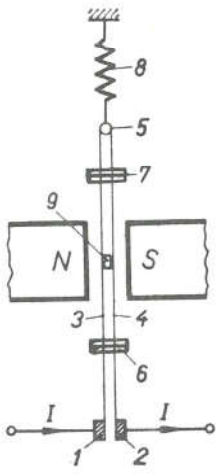
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}} = \sqrt{\frac{H\Phi l}{J}} \tag{9.3}$$

Permanentni magnet *4* sastoji se od dvije uzdužno magnetizirane pločice od kojih je jedna nepomična, a druga se može zakretati i do 180° pomoću malog pužnog prenosa. Na taj način može se mijenjati jakost H magnetskog polja od nule do nekog maksimuma, što prema (9.3) izaziva promjenu prirodne frekvencije ω_0 pomičnog organa koja se na taj način može kontinuirano mijenjati do otprilike 200 Hz. Mjerena izmjenična struja teče kroz svitak *5* i stvara preko željezne jezgre *6* u zračnom rasporu izmjenično magnetsko polje, koje je okomito na polje permanentnog magneta *4*. To izmjenično polje izaziva titranje pomičnog organa. Kako smo već naveli, amplitude titraja bit će najveće kada se prirodna frekvencija pomičnog organa izjednači s frekvencijom mjerene struje. Izjednačavanje tih frekvencija lako postižemo zakretanjem jedne pločice permanentnog magneta *4*, sve dok na skali galvanometra ne dobijemo najširu svijetlu prugu uz konstantnu mjerenu struju.



Slika 9.4. Osnovni raspored vibracionog galvanometra s iglom od tvrdomagnetskog materijala

1 pomična igla od tvrdomagnetskog materijala; *2* napeta traka; *3* polni nastavci permanentnog magneta; *4* permanentni magnet; *5* svitak protjecan mjerenom izmjeničnom strujom; *6* jezgra kroz koju se zatvara izmjenični magnetski tok; *7* zrcalo



Slika 9.5. Petljasti vibracioni galvanometar

1 i *2* priključne stezaljke; *3* i *4* tanke niti; *5* spojnica; *6* i *7* oslonci; *8* pero; *9* zrcalo

Često se svitak *5* sastoji od dva odvojena namota koji se mogu spajati ili serijski ili paralelno. Osim toga svaki namot ima više odvojaka, tako da se osjetljivost može mijenjati od npr. 1/1000 do 1/1. Najčešće se osjetljivost vibracionih galvanometara daje tako da se navede širina svijetle pruge u milimetrima pri struji od 1 μA ili naponu od 1 μV. Podaci se daju za rezonanciju i za širinu svijetle pruge reduciranu na 1 m dugu svjetlosnu kazaljku. Kod 50 Hz njihova osjetljivost iznosi otprilike 100 do $700\,\frac{\text{mm}}{\mu\text{A}\cdot\text{m}}$ i 0,5 do $2{,}3\,\frac{\text{mm}}{\mu\text{V}\cdot\text{m}}$.

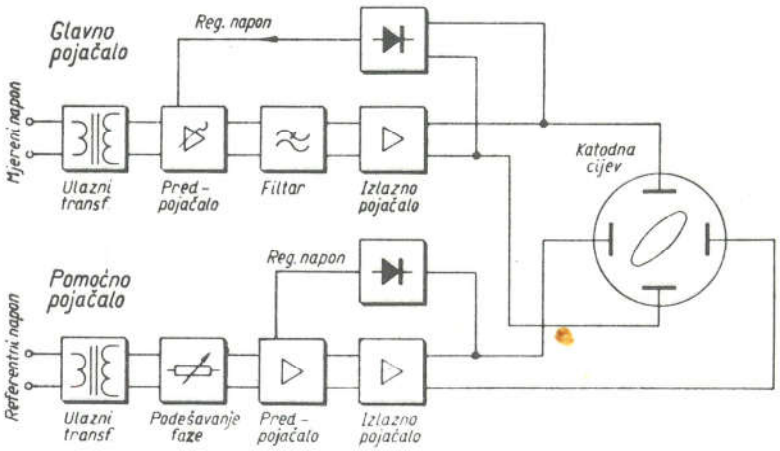
Vibracioni galvanometri s petljom djeluju na principu instrumenata s pomičnim svitkom (sl. 9.5). Na stezaljke *1* i *2* priključene su dvije tanke niti ili trake *3* i *4* i međusobno spojene spojnicom *5*. Niti leže na osloncima *6* i *7* i mogu se nategnuti

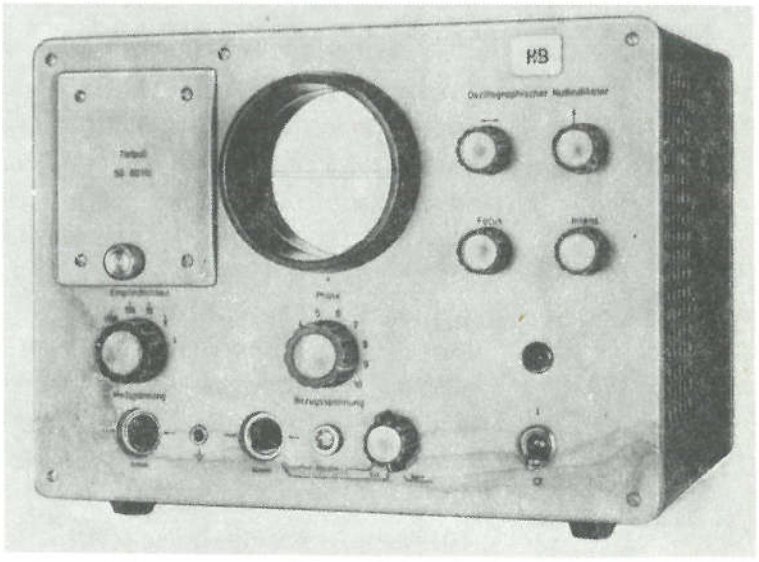
perom *8*. U sredini petlje nalijepljeno je malo zrcalo *9*. Petlja se nalazi između polnih nastavaka jakog permanentnog magneta, pa će pri prolasku struje kroz petlju doći do njezina zakretanja. Ovdje se frekvencija rezonancije može ugađati bilo natezanjem pera *8*, bilo pomicanjem oslonaca *6* i *7*, slično kao na violini. Ovakvi galvanometri se upotrebljavaju na frekvencijama od 15 do 3000 Hz, a osjetljivost im je od 80 do 0,01 $\frac{mm}{\mu A \cdot m}$. Osjetljivost im opada s porastom frekvencije, što se razabire iz izraza (9.2). Ovim galvanometrima slični su vibracioni galvanometri sa svitkom, koji umjesto petlje imaju uzak svitak od vrlo tanke žice.

Vibracioni galvanometri su vrlo osjetljivi na vanjska magnetska polja, pa se moraju dobro oklopiti. Obično se upotrebljavaju dvostruki oklopi od limova visoke magnetske vodljivosti.

c) **Elektronički nulindikatori** su i' na području niskih frekvencija gotovo potisnuli sva ostala rješenja. Njihov osnovni sastavni dio jest osjetljivo izmjenično pojačalo, posebno rađeno za primanje vrlo slabih signala. Pojačani signal se ispravlja i mjeri instrumentom s pomičnim svitkom ili se kao indikator upotrebljava magično oko. Najčešće se upotrebljava selektivno pojačalo, kako bi se lakše moglo provesti uravnotežavanje mosta s obzirom na osnovni harmonički član. Obično se izrađuju za frekvencije 16 $^2/_3$, 50 . . . 60 i 1000 Hz. Njihova je osjetljivost kod 50 Hz nekoliko puta veća od osjetljivosti vibracionog galvanometra i gotovo se ne mijenja s frekvencijom, dok je kod vibracionog galvanometra obrnuto razmjerna frekvenciji.

U novije vrijeme uvedeni su **osciloskopski nulindikatori** koji kod izmjeničnih mostova i kompenzatora omogućavaju neovisno ugađanje elemenata mosta po veličini i faznom pomaku. Blok-shema takvog nulindikatora prikazana je na sl. 9.6. Pojačani mjereni napon, npr. napon dijagonale izmjeničnog mosta, dovodi se na pločice za vertikalni otklon katodne cijevi. Na pločice za horizontalni otklon dovodi se referentni napon iste frekvencije, pa se na zastoru cijevi pojavljuju krivulje koje imaju oblik više ili manje plosnate elipse, ovisno o faznom pomaku između mjerenog i referentnog napona. Kada su ti naponi međusobno u fazi, na





Slika 9.6. Osciloskopski nulindiktator; na najosjetljivijem stepenu iznosi osjetljivost 1 cm/μV, a ulazni otpor 200 Ω (H & B)

zastoru se vidi koso položena crta, a kada je mjereni napon jednak nuli, ta crta zauzima horizontalan položaj. Referentni napon se dobiva iz istog izvora iz kojeg se napaja izmjenični most ili kompenzator i može se pomoću jednog $R-C$ člana zakretati do otprilike 180°. Tim zakretanjem može se dati referentnom naponu takav fazni pomak da nakon toga ugađanja elemenata mosta budu međusobno neovisna (pogl. 9.4.2b). Da bi za vrijeme cijelog postupka uravnotežavanja mosta slika ostala vidljiva na zastoru cijevi, predviđeno je automatsko ugađanje pojačanja mjerenog napona. Viši harmonički članovi mjerenog napona odstranjuju se posebnim, izmjenljivim, uskopropusnim filtrima, npr. za frekvencije 16 $^2/_3$, 50... 60, 100... ...150, 400...500, 800...1000 Hz. Osjetljivost im je na cijelom tom frekvencijskom području praktički konstantna i otprilike 10 puta veća od osjetljivosti vibracionog galvanometra kod 50 Hz.

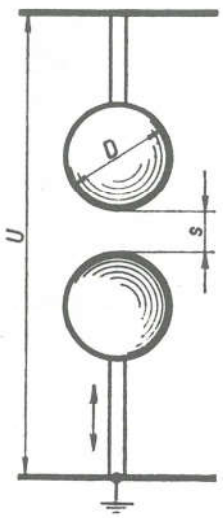
9.1.3. Visokonaponska mjerenja

Upotreba visokih napona u elektrotehnici, a naročito u prijenosu električne energije na veće daljine, zahtijevala je razvoj posebnog, vrlo opširnog područja mjerne tehnike koja obrađuje specifičnu problematiku visokonaponskih mjerenja. Jedan dio problema tog područja svodi se na samu problematiku mjerenja visokih napona, dok se drugi odnosi na način dobivanja visokih napona potrebnih za visokonaponska ispitivanja u laboratorijima.

Danas se visoki naponi mjere slijedećim uređajima: a) kuglastim iskrištima, b) mjernim instrumentima priključenim na djelitelje napona, c) mjernim instrumentima priključenim na naponske mjerne transformatore, d) instrumentima spojenim u seriju s otporom, e) instrumentima koji mjere ispravljenu struju kroz kondenzator, f) elektrostatskim instrumentima, g) rotirajućim visokonaponskim voltmetrima i h) ostalim posebnim mjernim metodama.

Izvore, potrebne za visokonaponska ispitivanja, možemo podijeliti u četiri grupe: i) izvori izmjeničnih napona, j) izvori udarnih napona, k) izvori istosmjernih napona i l) visokofrekventni izvori.

a) **Kuglasta iskrišta** su jednostavno, pouzdano i već vrlo rano uvedeno rješenje za mjerenje **tjemene vrijednosti** napona. Njihova konstrukcija i primjena su detaljno definirani (JUS N.A5.510).

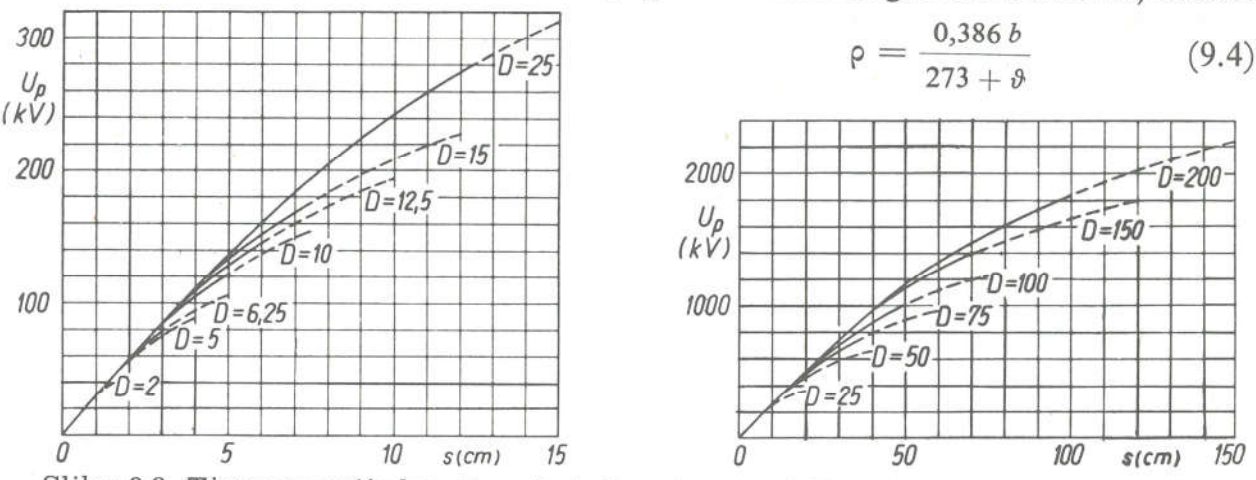


Slika 9.7. Kuglasta iskrišta

Mjerenje kuglastim iskrištima zasniva se na činjenici da do proboja kroz zrak između kugli dolazi samo onda, ako je tjemena vrijednost primijenjenog napona jednaka ili veća od stanovite vrijednosti U_p. To znači da će pri polaganom podizanju primijenjenog napona doći do proboja u trenutku kad on upravo postigne tu vrijednost. Probojni napon U_p ovisi o razmaku kugli s i promjeru kugli D (sl. 9.7) a u manjoj mjeri i o barometarskom pritisku i temperaturi zraka. Određuje se iz tablica dobivenih teoretskim i eksperimentalnim putem, koje se mogu naći u propisima za mjerenje s kuglastim iskrištima (JUS N.A5.510). Tablice daju vrijednost probojnog napona U_p na temperaturi

zraka 20°C i atmosferskom pritisku od 760 mm Hg, tj. pri tzv. relativnoj gustoći zraka ϱ jednakoj jedinici. Na nekoj drugoj temperaturi ϑ i atmosferskom pritisku b poprima relativna gustoća zraka vrijednost:

$$\varrho = \frac{0{,}386\, b}{273 + \vartheta} \qquad (9.4)$$



Slika 9.8. Tjemene vrijednosti probojnih napona u kV za jednopolno uzemljena kuglasta iskrišta kod 20 °C i 760 mm Hg za izmjenični napon, negativni udarni napon i istosmjerni napon oba polariteta (Promjer D kugli u cm; vrijednosti prikazane crtkano nisu pouzdane)

Vrijednosti iz tablice za U_p treba tada množiti s relativnom gustoćom ϱ. Proporcionalnost između U_p i ϱ vrijedi samo u području: $0{,}95 < \varrho < 1{,}05$. Izvan tog područja dobivaju se vrijednosti za U_p pomoću faktora k, koji se može naći u tablicama.

Pri manjim razmacima između kugli, tj. pri malom s/D, postoji gotovo linearna ovisnost između probojnog napona U_p i s, kako je to vidljivo na sl. 9.8, gdje je prikazana ovisnost napona U_p o razmaku s za različite promjere kugli, na temperaturi 20°C i atmosferskom pritisku 760 mm Hg. Pri većim omjerima s/D probojni napon U_p raste sve sporije s razmakom s, a utjecaj okolnih predmeta postaje sve veći. Zbog toga se u standardima navodi tačnost mjerenja od $\pm$ 3% samo za omjere $s/D \leqq 0{,}5$, dok za omjere između 0,5 i 0,75 tačnost nije navedena. Ujedno standardi definiraju dopuštene razmake kugli od poda i susjednih predmeta. Taj razmak kreće se od 9 do 3 D, ovisno o promjeru kugli. Iz gornjega slijedi da će pri mjerenju većih napona biti potrebne kugle većeg promjera. S druge strane, velike kugle nisu prikladne za mjerenje manjih napona pa se, ovisno o veličini mjerenog napona, odabire promjer kugli. Standardizirani su promjeri:

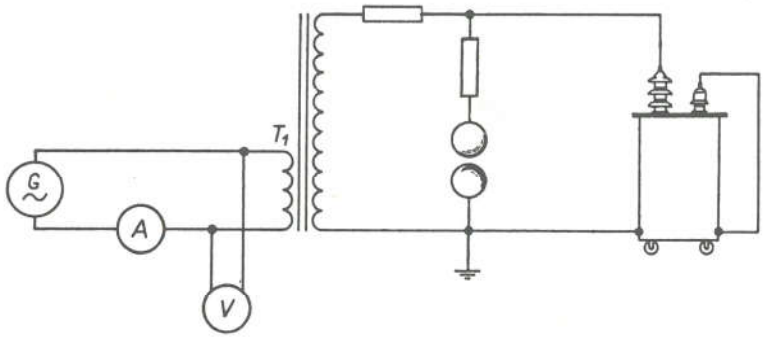
2 5 6,25 10 12,5 15 25 50 75 100 150 i 200 cm

Kugle moraju imati glatku površinu, naročito na mjestu gdje nastaje preskok. Promjer kugli ne smije odstupati od standardizirane vrijednosti više od 2%, a zakrivljenost oko mjesta proboja više od 0,1 do 0,2%, ovisno o promjeru D.

Pri mjerenju napona s kuglama čiji je promjer manji od 12,5 cm, te pri mjerenju napona ispod 50 kV (bez obzira na promjer kugli), preporučuje se dopunski ozračiti prostor između kugli kvarcnom svjetiljkom ili radioaktivnim materijalom. Time se smanjuje rasipanje probojnih napona.

Struje koje teku između kugli za vrijeme proboja mogle bi oštetiti njihovu površinu i izazvati neugodne visokofrekventne oscilacije. Stoga se ispred kugli dodaje zaštitni otpor, čija vrijednost ipak ne smije biti prevelika, kako na njemu ne bi nastao primjetan pad napona zbog kapacitivne struje iskrišta. Na istosmjernim i izmjeničnim naponima industrijske frekvencije upotrebljavaju se predotpori od 0,1 do 1 MΩ.

Na probojni napon utječe i način priključivanja kugli, te nije svejedno da li je jedna kugla uzemljena ili su kugle simetrično spojene prema zemlji. Zbog toga su u standardima dane posebne tablice za probojne napone pri simetričnom rasporedu, a posebne za jednopolno uzemljene sisteme. Razlike nisu velike, npr. kod kugli promjera 100 cm i razmaku 50 cm dobivamo za simetrične sisteme probojni napon 1070 kV, pri 20°C i 760 mm Hg. U jednopolno uzemljenom sistemu su probojni naponi nešto niži i ne ovise samo o tjemenoj vrijednosti napona, već i o polaritetu. Kod izmjeničnih napona, istosmjernih napona oba polariteta i negativnih udarnih napona dobiva se proboj pri 1010 kV, dok proboj kod pozitivnih udarnih napona nastupa pri 1040 kV.



Slika 9.9. Mjerenje ispitnog napona kuglastim iskrištem

Postupak pri mjerenju kuglastim iskrištima objasnit ćemo na jednom primjeru koji je čest u elektrotehničkoj praksi. Izolacija električnih strojeva, aparata i transformatora provjerava se pod okolnostima koje su teže od normalnih pogonskih okolnosti. Pooštreni ispitni uvjeti treba da otkriju sve one skrivene greške u izolaciji koje bi se pokazale tek nakon dužeg rada u pogonu ili bi došle do izražaja pri raznim pogonskim smetnjama. Jedno takvo ispitivanje jest ispitivanje stranim naponom industrijske frekvencije. Napon dobiven iz posebnog izvora primijeni se između ispitivanog pola (ili namota kod strojeva i transformatora) i ostalih polova (ili namota) spojenih s tijelom. Visina ispitnog napona određuje se prema važećim propisima i otprilike je dva puta veća od nazivnog napona. Ispitni napon (redovno frekvencije 50 Hz i sinusnog oblika) treba ispitivani objekt da izdrži u trajanju od jedne minute.

Spaja se prema sl. 9.9. Iz generatora, ili nekog drugog izvora promjenljivog izmjeničnog napona, napajamo primarnu stranu ispitnog transformatora T_1. Na sekundarnoj strani tog transformatora, zbog velikog omjera između broja zavoja sekundarnog i primarnog namota, dobivamo potreban visoki napon, koji se dalje primjenjuje na ispitivani objekt. Na primarnoj strani mjerimo napon pomoću voltmetra V, pa bi na prvi pogled izgledalo da napon na ispitivanom objektu možemo lako odrediti iz poznatog omjera broja zavoja transformatora T_1. Međutim, ne smijemo zaboraviti na kapacitet ispitivanog objekta, koji se redovno ne može zanemariti. Stoga će poteći kapacitivna struja koja će izazvati *porast* napona u rasipnim induktivitetima transformatora T_1. Taj porast može biti znatan, pogotovo ako su rasipni induktiviteti transformatora i kapacitet ispitivanog objekta blizu rezonancije. Daljnju poteškoću moglo bi izazvati izobličenje sinusnog oblika napona. Za naprezanje izolacije mjerodavna je tjemena vrijednost ispitnog napona, pa zbog mogućih izobličenja oblika napona treba provesti izravno mjerenje njegove tjemene vrijednosti.

Navedeni razlozi zahtijevaju da se ispitni napon mjeri izravno na ispitivanom objektu i to pomoću uređaja koji mjeri tjemenu vrijednost napona, kao što su to kuglasta iskrišta. Pri tome nerado s kuglastim iskrištem mjerimo puni ispitni napon, jer proboj na iskrištu izaziva u ispitnom krugu naponske promjene koje su neugodne pri punom ispitnom naponu. Zadovoljavamo se time da pri naponu koji je manji od ispitnog izbaždarimo pomoću kuglastog iskrišta voltmetar, osciloskop ili neki drugi pomoćni mjerni instrument, priključen u primarni ili sekundarni krug ispitnog transformatora. Baždarimo tako da kugle razmaknemo na udaljenost na kojoj probojni napon nije manji od 80% ispitnog napona, te polagano podižemo napon dok ne nastane proboj. Napon treba podizati tako polako da se može tačno očitati pokazivanje pomoćnog instrumenta u trenutku proboja. Ako u zraku ima prašine ili vlakana, mogu nastati proboji na nižim naponima, pa je tada potrebno više mjerenja. Izmjerenom se smatra srednja vrijednost od tri uzastopna mjerenja, čije se ekstremne vrijednosti razlikuju najviše za 3%.

Nakon toga razmaknemo kugle na udaljenost kojoj odgovara probojni napon za 10 do 20% viši od ispitnog, i prema pomoćnom instrumentu ugodimo ispitni napon. Ako smo pri baždarenju razmakli kugle na udaljenost kojoj odgovara probojni napon U_b i pri tome dobili otklon pomoćnog instrumenta α_b, onda pri ispitnom naponu U_{isp} pomoćni instrument treba da pokaže otklon α_{isp}:

$$\alpha_{isp} = \frac{U_{isp}}{U_b} \alpha_b \tag{9.5}$$

Ovaj izraz slijedi iz pretpostavljene linearnosti odnosa između otklona na pomoćnom instrumentu i napona na ispitivanom objektu. Ova ekstrapolacija može biti neispravna ako struja ispitnog transformatora nelinearno raste s porastom napona. Nelinearnost može npr. prouzrokovati zasićenje u jezgri ispitnog transformatora T_1, pa treba izbjegavati veće indukcije u njegovoj jezgri. Ispitivanje treba provoditi oprezno, pažljivo provjerivši da li su osigurani uvjeti za postizanje pretpostavljene linearnosti. Preporučuje se izvršiti baždarenje i na nekoliko raznih napona.

Podizanje primijenjenog napona na primarnoj strani transformatora T_1 mora biti u što manjim stepenima. Zahtijeva se da promjena napona po stepenu bude najviše 1%, a po mogućnosti ispod 0,5%. Brzina promjene napona ne smije biti veća od 5% u sekundi, a iznad 75% ispitnog napona 2% u sekundi.

Kuglasto iskrište je pouzdan i jednostavan uređaj za mjerenje visokih napona, čiju je ispravnost vrlo lako provjeriti. Zbog toga je dugi niz godina bio jedini standardima priznati mjerni uređaj na području visokih napona. Ipak je sam postupak mjerenja napona pomoću iskrišta nepraktičan, naročito za redovna mjerenja, pa ga sve više potiskuju druga rješenja, jednostavnija za upotrebu, a tačnija.

Za mjerenje visokih napona upotrebljavala su se iskrišta sa šiljcima izvedena od „novih dugih igala za šivanje br. 00". Njihova pouzdanost je mnogo manja od one kuglastih iskrišta i znatno su osjetljivija na vlažnost zraka, ali su izvedbeno vrlo jednostavna. Iznad 100 kV vrijedi približno formula:

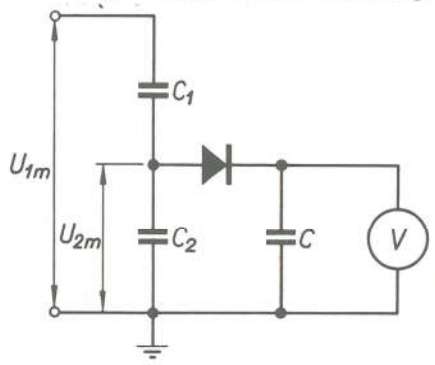
$$U_p = 15{,}4 + 4{,}74\, s \tag{9.6}$$

gdje je U_p tjemena vrijednost probojnog napona (kV), a s razmak igala (cm). Ne upotrebljavaju se pri dielektričnim ispitivanjima.

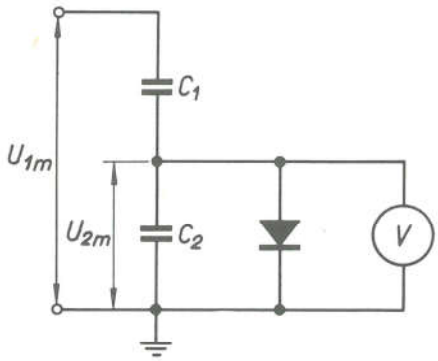
Umjesto iskrišta sa šiljcima danas se za neka određena mjerenja koriste štapna iskrišta, koja se sastoje od dva metalna štapa presjeka jedne polovine kvadratnog inča.

b) **Djelitelj napona.** U visokonaponskoj mjernoj tehnici upotrebljavaju se omski, kapacitivni i kombinirani kapacitivno-omski djelitelji napona.

Omski djelitelji napona se izrađuju od otporne žice malog temperaturnog koeficijenta, kako njihov otpor ne bi ovisio o temperaturi okoline i struji opterećenja. Upotrebljavaju se za mjerenje visokih istosmjernih, izmjeničnih i udarnih napona. Pri mjerenju izmjeničnih, a naročito udarnih napona, potrebno je da parazitni induktivitet, vlastiti kapacitet i kapacitet prema zemlji budu što manji. Mali vlastiti induktivitet i kapacitet se postižu prikladnim načinom namatanja (pogl. 2.1.3), dok se kapacitet prema zemlji smanjuje zaštitnim prstenima ili zaslonima raznih oblika. Utjecaj parazitnih kapaciteta prema zemlji raste s otporom djelitelja, pa se izbjegava upotreba djelitelja s vrlo visokim otporom. Takvih poteškoća nema u mjerenju istosmjernih napona, pa tamo dolaze u obzir djelitelji znatno većeg otpora, realizirani pri manjim zahtjevima tačnosti, pomoću slojnih otpornika. Napon na otcjepu djelitelja mjeri se pomoću instrumenta vrlo malog potroška, koji je predviđen za mjerenje tjemenih ili efektivnih vrijednosti napona. Iz poznatog napona na otcjepu i omjera vrijednosti otpora u gornjem i donjem dijelu potenciometra lako se određuje vrijednost visokog napona.



Slika 9.10. Mjerenje tjemene vrijednosti napona kapacitivnim djeliteljem i ispravljačem spojenim u seriju s pomoćnim kondenzatorom C



Slika 9.11. Mjerenje tjemene vrijednosti napona kapacitivnim djeliteljem i ispravljačem spojenim paralelno niskonaponskom kondenzatoru djelitelja

Kapacitivni djelitelji se upotrebljavaju pri mjerenju izmjeničnih i udarnih napona. Sastoje se od visokonaponskog kondenzatora kapaciteta C_1 i niskonaponskog kondenzatora znatno većeg kapaciteta C_2 (sl. 7.11 *a*). Visokonaponski kondenzator mora biti izoliran za punu vrijednost mjerenog napona. Obično se sastoji od više papirnatih kondenzatora koji se slažu jedan na drugi i spajaju u seriju. Ugrađuju se u visoki cilindar od izolacionog materijala i impregniraju uljem. U tu svrhu se upotrebljavaju i visokonaponski kondenzatorski provodnici ili čak lanac porculanskih kapastih izolatora spojenih u seriju.

Mjerenjem efektivne vrijednosti napona na kapacitetu C_2 pomoću voltmetra zanemarivog potroška (npr. pomoću elektrostatskog voltmetra) može se odrediti efektivna vrijednost U_1 visokog napona $[U_1 = U_2 (1 + C_2/C_1)]$. Tjemenu vrijednost visokog napona može se odrediti na više načina. Tako npr. sl. 9.10 prikazuje spoj koji omogućava izravno očitanje tjemene vrijednosti visokog izmjeničnog napona. Paralelno kapacitetu C_2 priključena je serijska kombinacija kapaciteta C i ispravljača, pa se kapacitet C nabija na tjemenu vrijednost napona U_2 koji vlada na kapa-

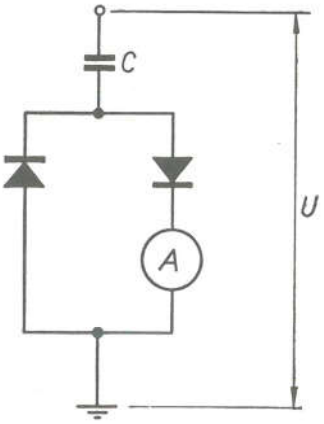
citetu C_2. Voltmetar malog potroška, priključen paralelno kapacitetu C, mjeri, dakle, tjemenu vrijednost napona U_2. Otpor voltmetra mora biti dovoljno velik da bi bilo neznatno pražnjenje kapaciteta C za vrijeme dok ispravljač ne propušta struju.

Upotrebljava se i spoj prema sl. 9.11, u kojem je ispravljač spojen paralelno kapacitetu C_2.

c) **Mjerni instrumenti priključeni na naponske transformatore.** Ovo rješenje se upotrebljava za mjerenje napona industrijske frekvencije do nekoliko stotina kilovolta. Mjerni transformatori su redovno predviđeni za znatne terete, pa se na njihovoj sekundarnoj strani može istodobno priključiti više mjernih instrumenata i relejna zaštita (pogl. 7.1).

d) **Instrumenti spojeni u seriju s otporom.** Među priznate metode mjerenja visokih napona spada i serijski spoj osjetljivog ampermetra i vrlo velikog djelatnog otpora. Vrijednost mjerenog napona se određuje iz umnoška struje očitane na ampermetru i otpora serijskog otpornika. Ova metoda se koristi za mjerenja izmjeničnih napona, a još više za mjerenja istosmjernih napona. Za serijski otpornik vrijede slične napomene kao i za omske djelitelje napona.

e) **Instrumenti koji mjere ispravljenu struju kondenzatora.** Prema Chubbovu postupku (sl. 9.12) određuje se tjemena vrijednost napona mjerenjem srednje vrijednosti ispravljene struje kondenzatora kapaciteta C. Gornja elektroda kondenzatora priključuje se na visoki napon, a donja preko dvije ispravljačke cijevi s hladnom katodom na zemlju. Cijevi su spojene paralelno, a njihovi smjerovi propuštanja struje su suprotni. U seriji s jednom cijevi nalazi se instrument s pomičnim svitkom koji mjeri srednju vrijednost struje jedne poluperiode. Ako su i momentana vrijednost struje, t_1 trenutak početka jedne poluperiode struje, a T trajanje jedne periode, bit će srednja vrijednost struje koju mjeri instrument:



Slika 9.12. Mjerenje tjemene vrijednosti napona prema Chubbu

$$I_{sr} = \frac{1}{T}\int_{t_1}^{t_1+T/2} i\,\mathrm{d}t \tag{9.7}$$

Redovno možemo zanemariti otpor instrumenta i ispravljačkih cijevi, pa je momentana vrijednost u mjerenog napona jednaka naponu q/C zbog naboja q na kapacitetu C. Deriviranjem napona u po t dobivamo: $C\,\mathrm{d}u/\mathrm{d}t = \mathrm{d}q/\mathrm{d}t = i$, pa uvrštavanjem u (9.7) slijedi:

$$I_{sr} = \frac{C}{T}\int_{u_{t_1}}^{u_{t_1+T/2}} \mathrm{d}u = \frac{C}{T}\left(u_{t_1+T/2} - u_{t_1}\right) \tag{9.8}$$

U trenucima t_1 i $t_{1+T/2}$ bit će, zbog $i = 0$, također $\mathrm{d}u/\mathrm{d}t = 0$, pa $u_{t_1+T/2}$ i u_{t_1} predstavljaju tjemenu vrijednost napona u prvoj, odnosno drugoj poluperiodi. Ako je: $u_{t_1+T/2} = -u_{t_1} = U_m$, uz $T = 1/f$, dobivamo uvrštavanjem u (9.8) tjemenu vrijednost mjerenog napona:

$$U_m = \frac{I_{sr}}{2fC} \tag{9.9}$$

Kad tjemene vrijednosti tih dviju poluperioda nisu jednake, dobiva se ovim postupkom njihova srednja vrijednost. Ova metoda ne daje tačne podatke ako napon ima više od jednog maksimuma tokom jedne poluperiode.

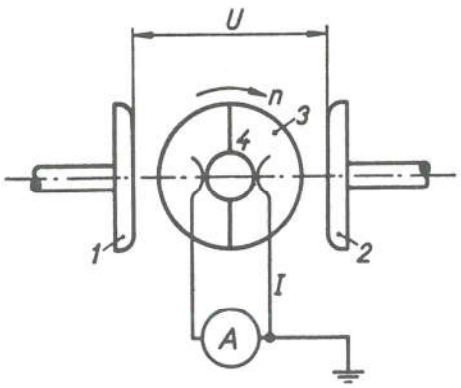
f) **Mjerenje visokih napona elektrostatskim instrumentima.** Princip elektrostatskih instrumenata je već objašnjen u pogl. 4.8, a na sl. 4.113 prikazana je jedna izvedba predviđena za mjerenje viših napona. Izrađuju se za mjerenje napona do oko 500 kV, a mogu se upotrebljavati i na visokim frekvencijama. Mjere efektivne vrijednosti napona s tačnošću boljom od 1%.

g) **Visokonaponski rotirajući voltmetri.** Principna shema jednog visokonaponskog rotirajućeg voltmetra prikazana je na sl. 9.13. Mjereni istosmjerni napon U je primijenjen između dvije pločaste elektrode *1* i *2*. U polju tih elektroda okreće se rotor *3*, tjeran posebnim motorom koji nije prikazan na slici. Rotor se sastoji od dva međusobno izolirana metalna polucilindra, koji su preko dvodjelnog kolektora *4* priključeni na osjetljivi instrument A s pomičnim svitkom. Jedna stezaljka tog instrumenta je uzemljena. Za vrijeme vrtnje rotora nabijaju se polucilindri rotora djelovanjem polja elektroda *1* i *2* i izbijaju preko instrumenta A, tako da kroz instrument teče istosmjerna struja I, ovisna o brzini vrtnje n (okr/s) rotora, kapacitetu C između jedne elektrode i rotora, te naponu U između elektroda:

$$I = 2\,C\,U\,n \tag{9.10}$$

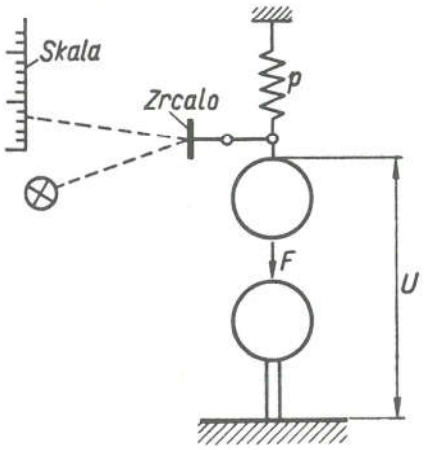
Mjerenjem struje I može se, uz poznato C i n, odrediti istosmjerni napon U.

Pomoću rotirajućeg voltmetra mogu se mjeriti i izmjenični naponi, ako je rotor tjeran dvopolnim sinhronim motorom.



Slika 9.13. Visokonaponski rotirajući voltmetar

1 i *2* pločaste elektrode; *3* dvodijelni rotor; *4* kolektor



Slika 9.14. Mjerenje visokih napona pomoću sila između kugli

h) **Ostale metode.** Od brojnih metoda koje se upotrebljavaju za mjerenje visokih napona, a nismo ih do sada spomenuli, navest ćemo samo neke. Visoki naponi do oko 1000 kV mogu se odrediti mjerenjem sile F između nabijenih kuglastih iskrišta (sl. 9.14). Jedna kugla je uzemljena, a kugla pod naponom visi na peru p. Istezanje pera p, nastalo djelovanjem elektrostatskih sila, očitava se pomoću posebnog optičkog uređaja. Sila između kugli, a time i istezanje pera, raste s kvadratom primijenjenog napona, a opada s kvadratom udaljenosti kugli. Pogreške mjerenja iznose 1 do 2%.

Bolometarska metoda omogućava mjerenje visokih napona na osnovi promjene otpora zagrijane platinske žice, koja se u blizini voda pod visokim naponom bolje hladi zbog djelovanja ionizacije.

Mjerenje visokih napona moguće je i na osnovi spektra rendgenske cijevi, koji je ovisan o upotrijebljenom naponu.

Interesantno je područje određivanja električnih polja u blizini dijelova pod naponom. Smjer električnog polja može se jednostavno odrediti pomoću slamke duge nekoliko centimetara, koja se može okretati oko igle učvršćene na štapu od izolacionog materijala. Igla prolazi kroz težište slamke, pa će se slamka postaviti u smjer električnog polja.

Potencijal neke tačke u blizini dijelova pod naponom može se odrediti pomoću male sonde priključene na poseban izvor napona, koji se može mijenjati i po veličini i po fazi. Ako između sonde i njezine okoline postoji potencijalna razlika, poteći će kroz sondu struja koju možemo registrirati osjetljivim nulindikatorom. Napon i fazni pomak posebnog izvora napona ugađamo sve dok nulindikator ne pokaže nulu. Tada nema potencijalne razlike između sonde i okoline, pa potencijal na tom mjestu možemo odrediti iz poznatog napona primijenjenog na sondu.

i) **Visokonaponski izvori industrijske frekvencije.** Za ispitivanje stranim naponom izolacije električnih strojeva, transformatora, aparata i ostale opreme, te za ostala visokonaponska ispitivanja upotrebljavaju se posebni izvori visokog napona, čija nazivna snaga i napon ovise o karakteristikama ispitivane opreme. Pri ispitivanju izolacije niskonaponske opreme, malog vlastitog kapaciteta, kao što su npr. razni mjerni instrumenti, aparati, mali motori i transformatori, dovoljan je ispitni transformator dimenzioniran za prividnu snagu od oko 500 VA. Kod opreme za više pogonske napone, većeg vlastitog kapaciteta, potrebni su snažni ispitni transformatori.

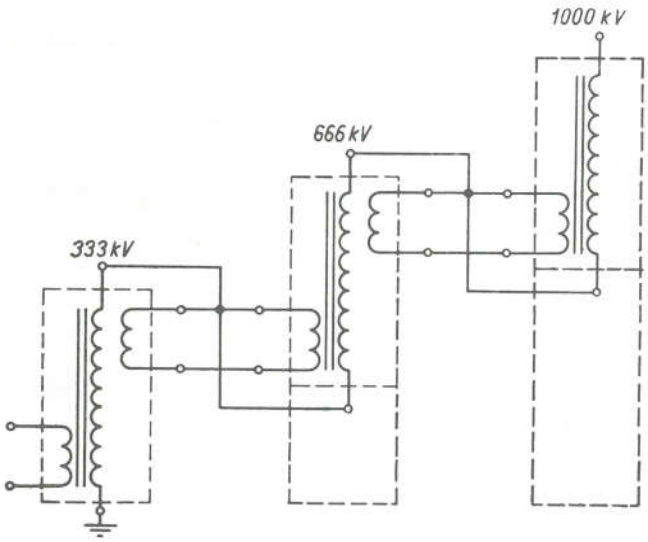
Tako npr. potrebna prividna snaga pri ispitivanju izolacije na energetskim transformatorima pogonskog napona od 110 ili 220 kV doseže vrijednosti od više stotina kVA. Ona iznosi:

$$P = U_{isp}^2 C \omega \tag{9.11}$$

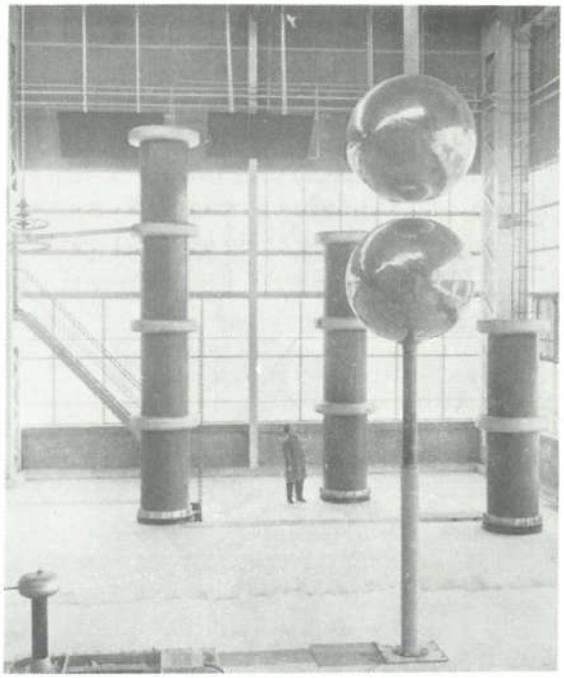
gdje je U_{isp} ispitni napon, a C kapacitet ispitivanog namota prema uzemljenim namotima, jezgri i kotlu. Ispitivanje izolacije redovno traje samo jednu minutu, pa zagrijavanje ispitnog transformatora i izvora promjenljivog napona obično ne zadaje poteškoće. Mnogo je teže zadovoljiti zahtjevu da ukupna unutarnja impedancija izvora ispitnog napona bude malena, tj. da njegova struja kratkog spoja bude dovoljno velika. Velika struja kratkog spoja omogućava stvaranje jakog električnog luka pri proboju, pa je kasnije lakše pronaći mjesto proboja na ispitivanom objektu. Mala unutarnja impedancija izvora napona, koja je redovno induktivnog karaktera, ujedno osigurava mali porast napona kod kapacitivnih struja tereta. Zbog toga se zahtijeva da struja kratkog spoja bude veća od kapacitivne struje tereta. Ako je struja kratkog spoja upravo tri puta veća od struje tereta, bit će napon na sekundaru opterećenog ispitnog transformatora 1,5 puta veći od napona u neopterećenom stanju.

Za više harmoničke članove u izvoru napona značit će priključeni kapacitivni teret manji otpor, a rasipni induktiviteti ispitnog transformatora i izvora veći otpor, pa može doći do pojave rezonancije viših harmoničkih članova. Zbog toga treba nastojati da valni oblik izvora napona bude sinusan.

Ispitivanje izolacije stranim naponom detaljno je definirano propisima koji, između ostalog, određuju i visinu ispitnog napona. Tako npr. namote transformatora nazivnog napona 380 V treba ispitati sa 2500 V, dok je za namote nazivnog napona 220 kV propisan ispitni napon od 395 do 450 kV, ovisno o izvedbi. Tako visoki ispitni naponi dobivaju se pomoću posebnih ispitnih transformatora, koji se često spajaju u kaskadu. Na sl. 9.15 je prikazana kaskada za 1000 kV od tri transformatora. Primar prvog transformatora kaskade napaja se iz izvora promjenljivog napona. Jedna stezaljka sekundarnog namota tog transformatora je uzemljena, dok se na drugoj dobiva napon od 333 kV prema zemlji. Tercijarni namot tog transformatora predviđen je samo za nekoliko kilovolta i povezan s visokonaponskom stezaljkom sekundarnog namota. Služi za napajanje drugog transformatora kaskade, koji je podignut na postolje izolirano za 333 kV. Donja stezaljka sekundarnog namota drugog transformatora također je na potencijalu 333 kV prema zemlji, pa se na gornjoj stezaljci dobiva napon od 666 kV. Treći transformator se napaja pomoću tercijarnog namota drugog transformatora, a nalazi se na postolju izoliranom za 666 kV. Na gornjoj stezaljci tog transformatora dobiva se onda 1000 kV.



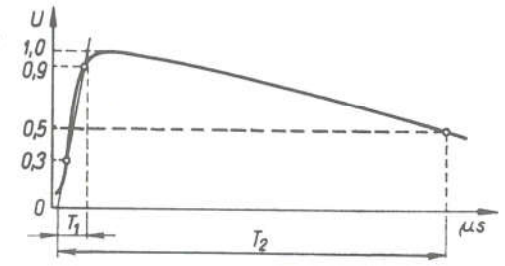
Slika 9.15. Kaskada od tri transformatora za 1000 kV i 1000 kVA (R. Končar)



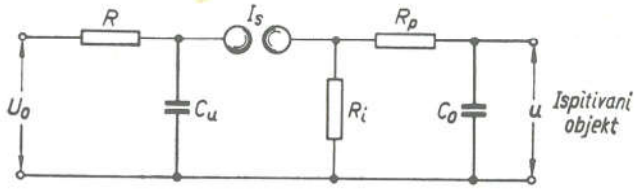
Vidimo da pomoću kaskadnog spoja možemo dobiti visoki napon koji je jednak sumi sekundarnih napona pojedinih transformatora kaskade. Takav spoj je prikladan zato jer poteškoće pri izradi ispitnih transformatora naglo rastu s porastom napona, pa je izvedbeno lakše upotrijebiti više jedinica koje su izolirane za niži napon. Ipak njih ne smije biti previše zbog poteškoća s padovima napona, odnosno težeg dobivanja većih snaga.

j) **Izvori udarnih napona.** Transformatori, sklopke, izolatori i ostala električna oprema izloženi su u pogonu kratkotrajnim prenaponima koji nastaju pri atmosferskim pražnjenjima i poremećajima u mreži. Takvi prenaponi dolaze do te opreme u vidu putujućih valova strmog čela i položitijeg hrpta i izazivaju opasna naprezanja njihove izolacije. Stoga je električnu opremu potrebno prethodno u laboratoriju ispitati na izdržljivost prema takvim prenaponima. To je razlog da se u visokonaponskim laboratorijima koriste generatori udarnog napona koji proizvode kratkotrajne visoke napone, slične prenaponima u mreži. Da bi se rezultati

ispitivanja mogli međusobno uspoređivati, definiraju propisi udarni napon pomoću njegove tjemene vrijednosti U, trajanja čela vala T_1 i polutjemenog trajanja hrpta T_2, onako kako je prikazano na sl. 9.16.



Slika 9.16. Standardni oblik udarnog napona



Slika 9.17. Osnovna shema za dobivanje udarnih napona

Traženi oblik možemo dobiti pomoću kombinacije otpora i kapaciteta, prema sl. 9.17. Kapacitet C_u se nabija iz istosmjernog izvora napona U_0 preko visokoomskog otpora R (nabijanje traje više sekundi). Kada napon na kapacitetu dovoljno poraste, preskoči iskra na iskrištu I_s, pa se kapacitet C_u počne izbijati kroz otpor R_i, koji je mnogo manji od R. Tada ujedno počinje nabijanje kapaciteta C_0 preko niskoomskog otpora R_p. Kapacitet C_0 uzima se znatno manji od C_u, pa će napon na kapacitetu C_0 brzo porasti i približiti se vrijednosti napona na kapacitetu C_u, da se nakon toga oba počnu izbijati preko otpora R_i. Napon na ispitivanom predmetu, koji je paralelno spojen kapacitetu C_0, najprije će naglo porasti do neke određene vrijednosti, a zatim polaganije opadati. Cijela ta pojava traje vrlo kratko (nekoliko desetaka μs), pa na nju ne može djelovati postojeća veza kapaciteta C_u i istosmjernog izvora napona preko vrlo velikog otpora R. Stoga će se kapaciteti C_u i C_0 potpuno isprazniti, te će se ugasiti iskra na iskrištu I_s. Nakon toga će početi ponovo polagano nabijanje kapaciteta C_u iz izvora U_0, tj. ponavljanje cijelog procesa.

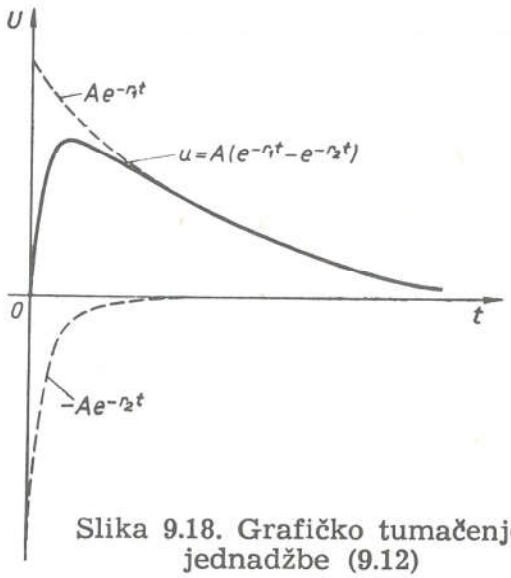
Kvantitativna razmatranja napona na ispitivanom predmetu vode do izraza:

$$u = A\,(e^{-r_1 t} - e^{-r_2 t}) \qquad (9.12)$$

čiji je graf prikazan na sl. 9.18. Pri znatno kraćem trajanju čela prema trajanju hrpta vala, dakle uz $T_2 \gg T_1$, vrijedi približno:

$$r_1 \approx \frac{1}{C_u R_i} \qquad r_2 \approx \frac{1}{C_0 R_p}$$

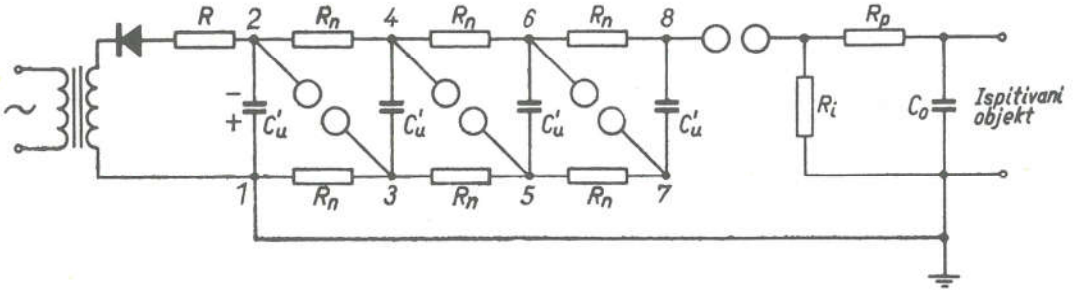
$$A \approx U_0$$



Slika 9.18. Grafičko tumačenje jednadžbe (9.12)

Uz $T_2 \gg T_1$ bit će, očito, $r_2 \gg r_1$, tako da zapravo za vrijeme trajanja čela vala napon raste prema izrazu: $u \approx U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{C_0 R_p}}\right)$, a za vrijeme hrpta vala opada prema izrazu: $u \approx U_0\, e^{-\frac{t}{C_u R_i}}$, odnosno trajanje čela vala uglavnom ovisi o vremenskoj konstanti $C_0 R_p$, a trajanje hrpta o vremenskoj konstanti $C_u R_i$.

Standardizirano je trajanje čela vala $T_1 = 1{,}2\ \mu s$, a polutjemeno trajanje hrpta $T_2 = 50\ \mu s$. Takav val se kratko označava: 1,2/50. Istosmjerni napon, potreban za nabijanje kondenzatora C_u, redovno se dobiva pomoću visokonaponskog transformatora i ispravljača. Prije su se kao ispravljači upotrebljavale visokovakumirane ispravljačke cijevi s vrućom katodom, tzv. kenotroni, koji ispravljaju napone do nekoliko stotina kilovolta. Danas se u tu svrhu upotrebljava mnogo poluvodičkih ispravljača spojenih u seriju.



Slika 9.19. Pojednostavnjena shema udarnog generatora prema Marxu

Opremu za mreže od 110, odnosno 220 kV, potrebno je ispitati udarnim naponom od oko 500, odnosno 1 000 kV, što bi pri dobivanju udarnih napona prema jednostavnoj shemi na sl. 9.17 zahtijevalo skup istosmjerni izvor još većeg napona od traženih udarnih. Mnogo je prikladnije rješenje **udarni generator prema Marxu** (sl. 9.19), gdje nije potreban tako visok istosmjerni napon. Iz istosmjernog izvora napaja se niz kondenzatora spojenih paralelno pomoću visokoomskih otpornika R_n. Kada se kondenzatori nabiju na dovoljno visok napon, preskočit će iskra na prvom iskrištu koje ima manji razmak između kugli.

Zbog preskoka na prvom iskrištu porast će napon prema zemlji tačke *4* na dvostruki iznos. To se neće dogoditi s naponom tačke *5* prema zemlji zbog visokoomskog otpornika R_n i kapaciteta te tačke prema zemlji, te će doći do preskoka na drugom iskrištu, a zatim redom i na ostalim iskrištima. Time se kondenzatori preko iskrišta spajaju u seriju i na posljednjem iskrištu dobiva napon koji je suma napona pojedinih kondenzatora. Kondenzatori se nakon toga izbijaju preko otpornika R_i i R_p onako kako je to već objašnjeno na sl. 9.17. Djelovanje otpornika R_n može se za vrijeme izbijanja zanemariti, jer je njihov otpor znatno veći od otpora R_i. Obično se uzima 6 do 12 kondenzatora koji se nabijaju paralelno, a izbijaju serijski. Tada je potreban 6 do 12 puta manji napon istosmjernog izvora.

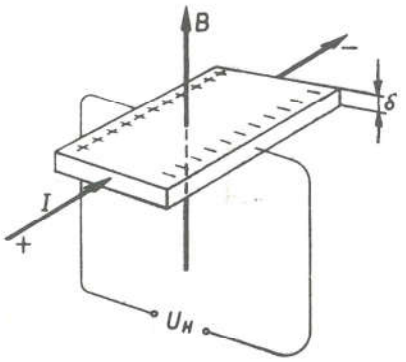
Dosad najviši napon postignut udarnim generatorima iznosi 7,5 MV. Energije koje se postižu pri jednom udaru zasad se kreću od 1 do 300 kWs.

Ispitivani objekti treba da izdrže propisani ispitni udarni napon, a da se ne oštete. Oštećenja pri ispitivanju transformatora mogu se sa sigurnošću ustanoviti samo oscilografiranjem struja kroz namot za vrijeme trajanja udarne pojave. Iz promjene oblika struje može se ustanoviti nastali kvar, i čak odrediti njegovo mjesto u namotu.

k) **Izvori istosmjernih visokih napona.** Ispitivanje izolacije stranim izmjeničnim naponom objekata s velikim vlastitim kapacitetom zahtijeva znatne prividne snage. Tako je npr. pri ispitivanju duljih kablova. Dobivanje velikih prividnih snaga poseban je problem pri ispitivanju već položenih kablova, jer se izvor napona mora dopremiti na mjesto ispitivanja. Zato se takva ispitivanja obično vrše istosmjernim

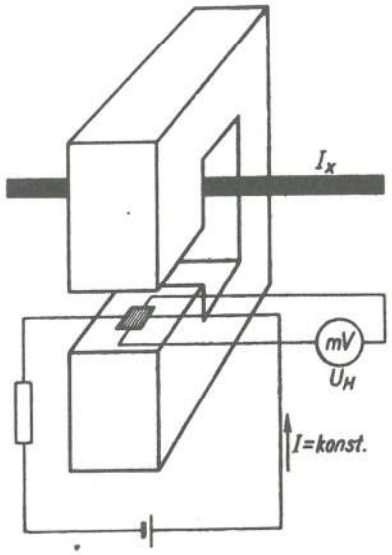
naponom. Tada nije potreban snažan izvor, jer se kabel polagano nabija do punog ispitnog napona, a nakon toga teče samo neznatna struja zbog nesavršene izolacije kabela. Istosmjerni napon izaziva manja naprezanja izolacije, pa propisi zahtijevaju istosmjerne ispitne napone koji su znatno viši od odgovarajućih izmjeničnih ispitnih napona.

Kao izvor istosmjernog napona obično služi jednofazni visokonaponski transformator s ispravljačem. Ispravlja se pomoću kenotronki ili sa više poluvodičkih ispravljača spojenih u seriju. Kombinacijama od više ispravljačkih jedinica i kondenzatora mogu se dobiti istosmjerni naponi mnogostruko veći od raspoložive tjemene vrijednosti izmjeničnog napona. Tako se npr. prema spoju na sl. 4.58 pomoću dva ispravljača i dva kondenzatora mogu dobiti istosmjerni naponi gotovo dvostruko veći od tjemene vrijednosti izmjeničnog napona. Kondenzatori kapaciteta C_1 i C_2 se nabijaju preko ispravljača na tjemenu vrijednost izmjeničnog napona, pa se na tačkama *1* i *2* dobiva suma njihovih napona, tj. dvostruka vrijednost tjemene vrijednosti izmjeničnog napona. S više kondenzatora i ispravljača može se dobiti istosmjerni napon mnogostruko veći od tjemene vrijednosti izmjeničnog napona napajanja.



Slika 9.20. Hallov efekt

I upravljačka struja; U_H Hallov napon; *B* magnetska indukcija; δ debljina pločice



Slika 9.21. Mjerenje velikih istosmjernih struja strujnim jarmom i Hallovom sondom

Za ispravljanje se upotrebljavaju i mehanički ispravljači koji su u sinhronizmu s izmjeničnim naponom transformatora i spajaju ispitivani objekt s izvorom samo za vrijeme pozitivne ili samo za vrijeme negativne poluperiode izmjeničnog napona tako da se ispitivani objekt nabija na pozitivni, odnosno negativni istosmjerni napon.

9.1.4. Mjerenje velikih istosmjernih struja strujnim jarmom

Velike istosmjerne struje mjere se i pomoću strujnog jarma s Hallovom sondom. Prema sl. 9.20 sastoji se Hallova sonda od jedne tanke pločice koja je „uzdužno" protjecana upravljačkom strujom *I*. Ako uz to magnetske silnice okomito probadaju pločicu, nastaje „poprečno" napon proizveden silama magnetskog polja na gibane naboje u pločici. Taj napon se naziva Hallov napon i praktički je proporcionalan produktu iznosa struje *I* i indukcije *B* magnetskog polja, a obrnuto je proporcionalan debljini δ pločice:

$$U_H = R_H \frac{B\ I}{\delta} \tag{9.13}$$

Hallova konstanta R_H ovisi o materijalu pločice. Upotrebljavaju se silicij, indijum-antimon i indijum-arsen zbog znatne Hallove konstante, niskog specifičnog otpora i njihove slabe ovisnosti o temperaturi.

Princip mjerenja velikih struja pomoću Hallove sonde prikazan je na sl. 9.21. Mjerena struja teče kroz vodič koji prolazi kroz prozor željezne jezgre. U zračnom rasporu jezgre nalazi se Hallova sonda protjecana konstantnom uprav-

Tablica 9.1

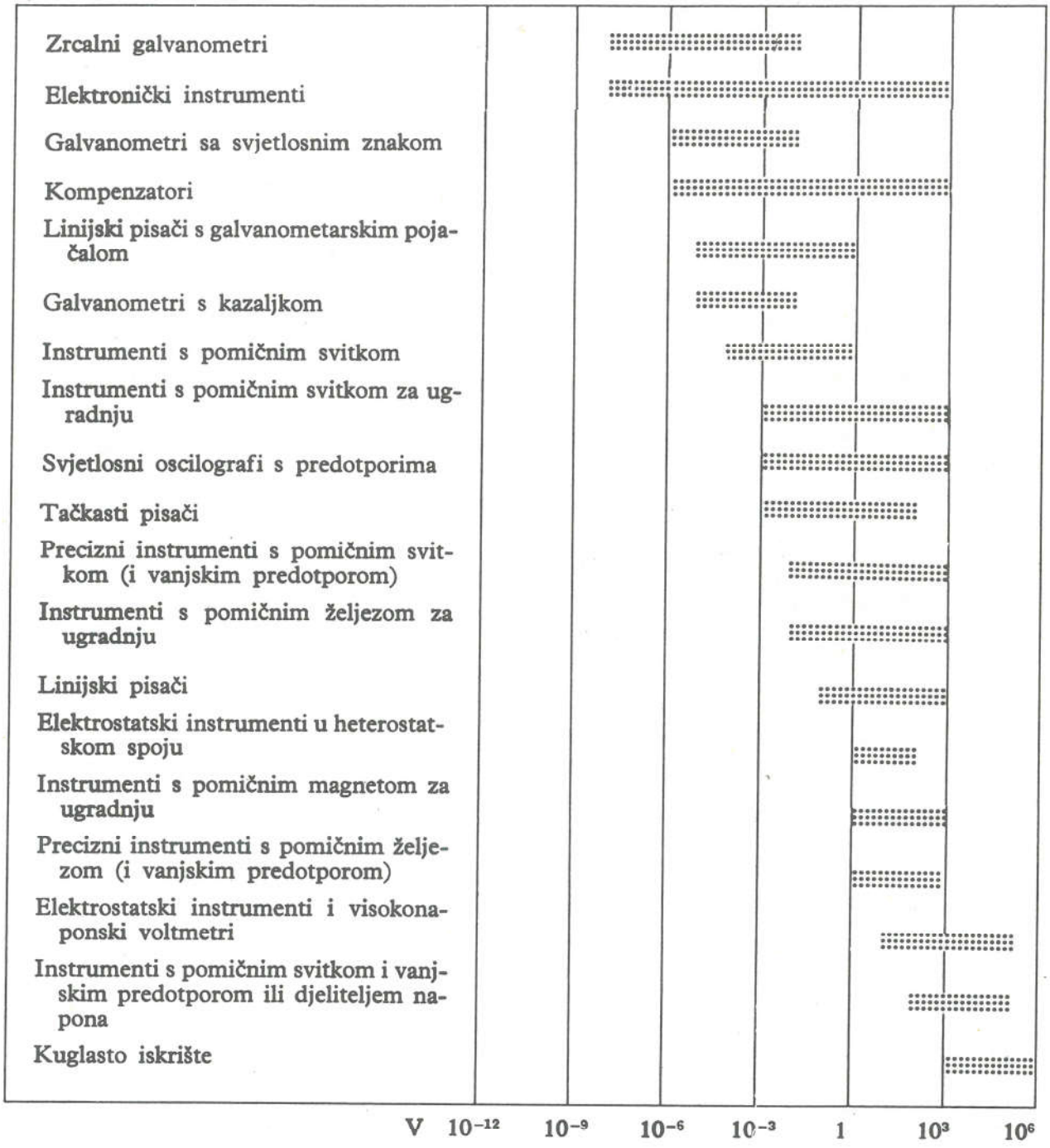
Područje primjene mjernih instrumenata i uređaja za istosmjernu struju



ljačkom strujom. Jakost polja u zračnom rasporu je proporcionalna jakosti mjerene struje, pa je prema izrazu (9.13) Hallov napon sonde također razmjeran mjerenoj struji.

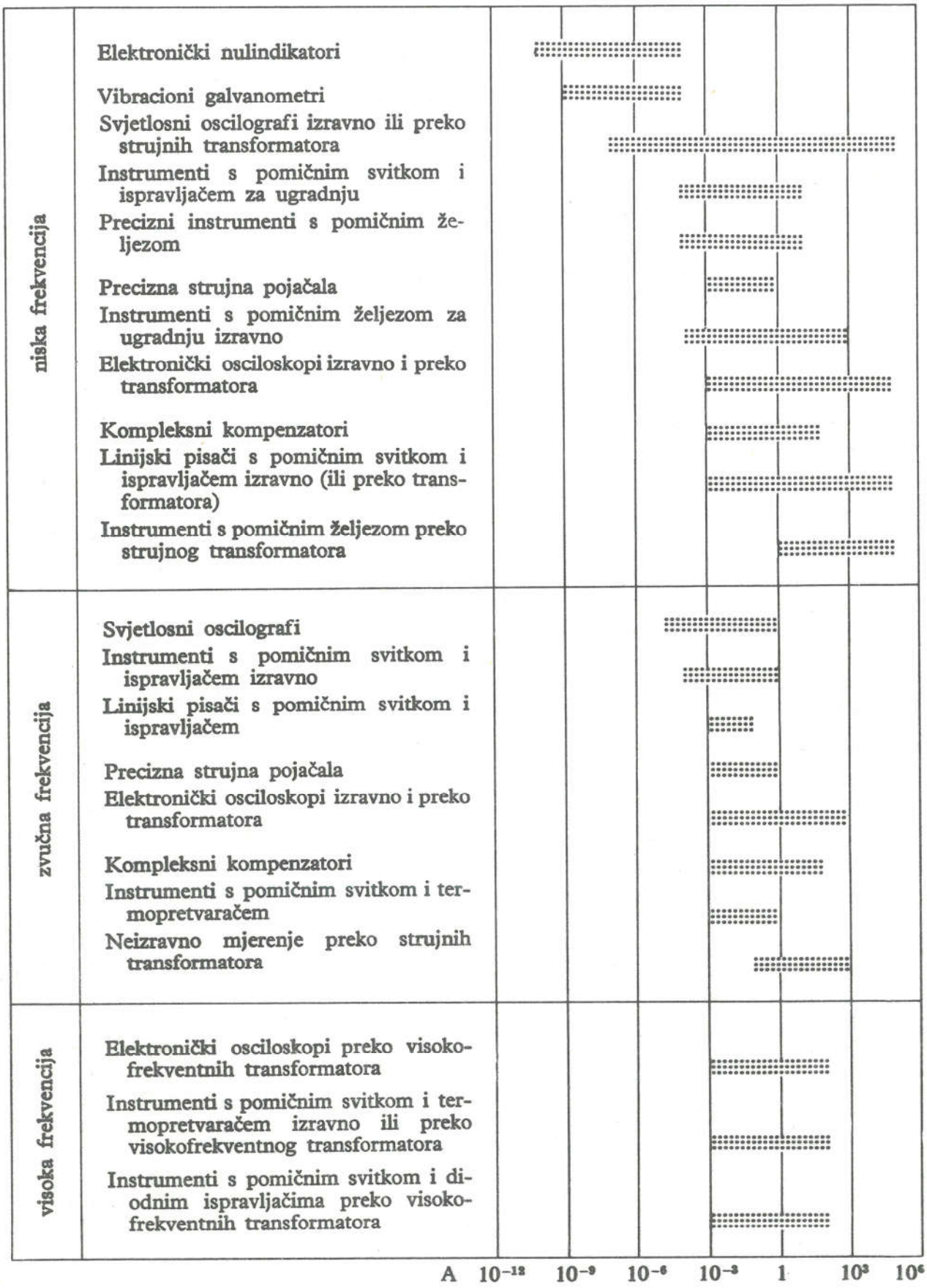
Tablica 9.2

Područje primjene mjernih instrumenata i uređaja za istosmjerni napon



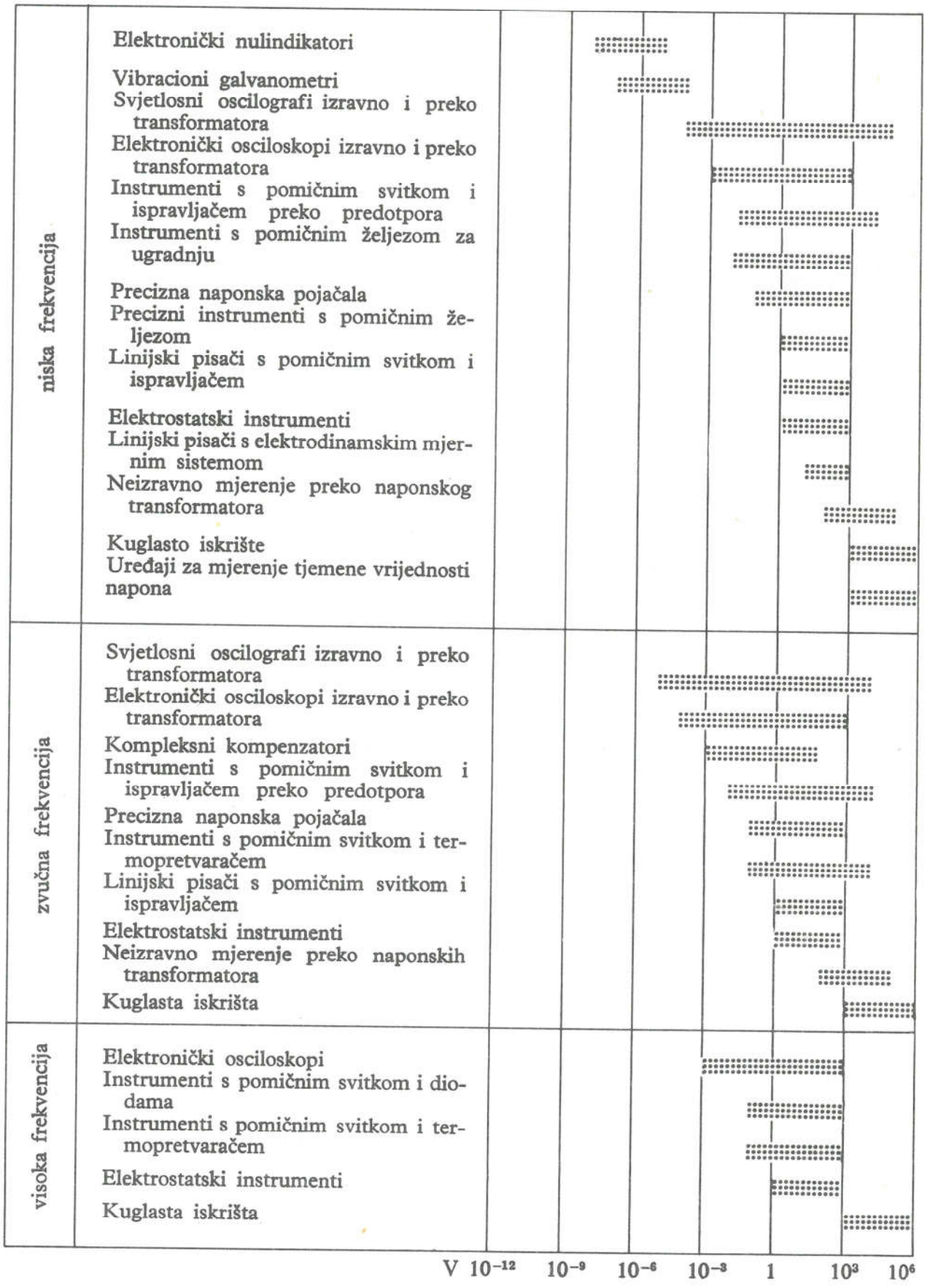
Tablica 9.3

Područje primjene mjernih instrumenata i uređaja za izmjeničnu struju



Tablica 9.4

Područje primjene mjernih instrumenata i uređaja za izmjenične napone



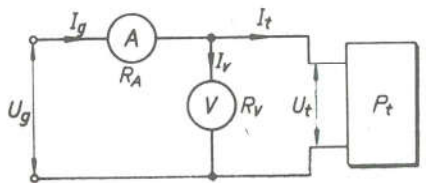
9.2. MJERENJE SNAGE

9.2.1. Mjerenje snage kod istosmjerne struje

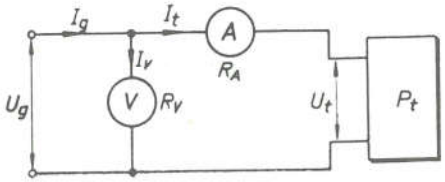
Kod istosmjerne struje određena je snaga P_t tereta produktom njegove struje I_t i napona U_t, pa se mjerenjem struje I_t ampermetrom i napona U_t voltmetrom dobivaju podaci potrebni za određivanje snage P_t:

$$P_t = U_t I_t \tag{9.14}$$

Pri tom je moguće voltmetar priključiti na stezaljke tereta (sl. 9.22) ili na stezaljke izvora napona (sl. 9.23). Ako je potrošak instrumenata neznatan prema snazi tereta, dobivat će se na oba načina praktički jednaki rezultati. U protivnom, treba uzeti u obzir potrošak instrumenata. Ovisno o načinu spajanja bit će to jednom potrošak ampermetra, a drugi put potrošak voltmetra.



Slika 9.22. Mjerenje snage istosmjerne struje ampermetrom i voltmetrom koji je spojen na mjereni teret



Slika 9.23. Mjerenje snage istosmjerne struje ampermetrom i voltmetrom koji je spojen na izvor

Pri mjerenju snage tereta prema sl. 9.22 teče kroz ampermetar struja generatora I_g koja predstavlja zbroj struje I_t tereta i struje I_v voltmetra. Budući da je: $I_v = U/R_v$, bit će snaga P_t:

$$P_t = U_t I_t = U_t (I_g - I_v) = U_t I_g - U_t I_v = U_t I_g - \frac{U_t^2}{R_v} \tag{9.15}$$

Da bismo dobili snagu tereta, treba od umnoška izmjerene struje I_g i izmjerenog napona U_t odbiti potrošak voltmetra U_t^2/R_v.

Želimo li pomoću istog spoja odrediti snagu P_g koju daje izvor, potrebno je umnošku izmjerene struje I_g i napona U_t dodati potrošak ampermetra $I_g^2 R_A$:

$$P_g = (U_t + I_g R_A) I_g = U_t I_g + I_g^2 R_A \tag{9.16}$$

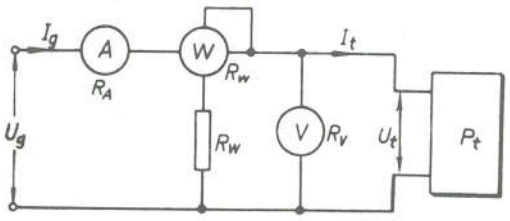
Pri mjerenju snage tereta prema sl. 9.23 treba od umnoška izmjerene struje I_t i napona U_g odbiti potrošak ampermetra, jer voltmetar mjeri i pad napona $I_t R_A$ na ampermetru:

$$P_t = (U_g - I_t R_A) I_t = U_g I_t - I_t^2 R_A \tag{9.17}$$

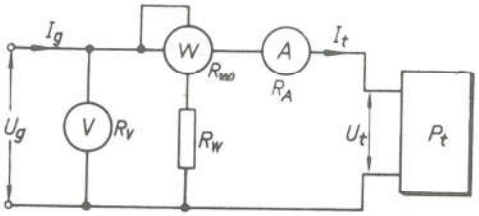
Snaga koju daje izvor bit će pri mjerenju prema sl. 9.23:

$$P_g = U_g (I_t + I_v) = U_g I_t + \frac{U_g^2}{R_v} \tag{9.18}$$

Kada ćemo odabrati jedan, a kada drugi način spajanja? Često je u jednom načinu spajanja potrebna korekcija zbog potroška instrumenta, dok se u drugome može zanemariti. Razumljivo je da ćemo tada dati prednost onome spoju u kojem nije potrebna korekcija. Tako ćemo, kada je otpor tereta znatno veći od otpora ampermetra, odabrati spoj prema sl. 9.23. Obratno, kada je otpor tereta neznatan prema otporu voltmetra, odabrat ćemo spoj prema sl. 9.22. Kada nije moguće izbjeći korekciju, bolje je odabrati spoj u kojem je potrebna korekcija zbog potroška voltmetra. Razlog je tome, što je otpor voltmetra redovno poznat i ne ovisi o temperaturi. Osim toga, tada je korekcijoni član u svim mjerenjima isti, ako je napon konstantan.



Slika 9.24. Mjerenje snage vatmetrom čija je naponska grana spojena na mjereni teret



Slika 9.25. Mjerenje snage vatmetrom čija je naponska grana spojena na izvor

Tačnost mjerenja snage ovisi o tačnosti upotrijebljenog ampermetra i voltmetra, pa se npr. sigurne procentualne granice pogrešaka snage dobivaju iz zbroja procentualnih granica pogrešaka pri mjerenju struje i napona (pogl. 1.6.2a). U tom pogledu je povoljnije izravno mjerenje snage pomoću vatmetra. I tu su moguća dva načina spajanja. Možemo naponsku granu vatmetra spojiti na stezaljke tereta (sl. 9.24) ili na stezaljke izvora napona (sl. 9.25). Ovisno o tome bit će jednom potrebno uzeti u obzir potrošak naponske grane, a drugi put potrošak strujne grane, slično kao pri mjerenju snage voltmetrom i ampermetrom (tablica 9.5).

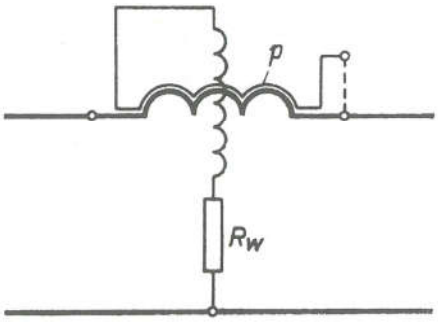
Tablica 9.5

Određivanje snage izvora i tereta pomoću očitanja na vatmetru

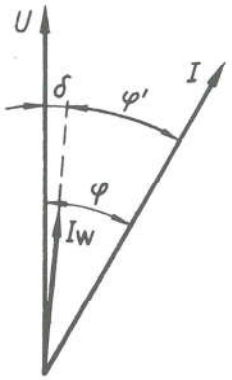
Spoj	Snaga izvora	Snaga tereta
prema sl. 9.24	$P_W + I_g^2 (R_w + R_A)$	$P_W - \left(\frac{U_t^2}{R_V} + \frac{U_t^2}{R_W} \right)$
prema sl. 9.25	$P_W + \frac{U_g^2}{R_V} + \frac{U_g^2}{R_W}$	$P_W - I_t^2 (R_w + R_A)$

P_W — snaga očitana na vatmetru
U_g — napon izvora (generatora)
U_t — napon tereta
I_g — struja izvora (generatora)
I_t — struja tereta
R_w — otpor strujne grane vatmetra
R_W — otpor naponske grane vatmetra
R_A — otpor ampermetra
R_V — otpor voltmetra

Smjer otklona kazaljke vatmetra ovisit će o redoslijedu priključivanja naponskih i strujnih stezaljki vatmetra. Ako npr. zamijenimo redoslijed naponskih stezaljki, promijenit će se smjer otklona kazaljke.



Slika 9.26. Kompenzirani vatmetar



Slika 9.27. Vektorski dijagram struje I_w u naponskoj grani vatmetra, te struje i napona tereta

To vrijedi i za strujne stezaljke. Isto tako će promjena smjera toka energije dovesti do promjene smjera otklona kazaljke. Da bi priključak stezaljki bio nedvosmisleno određen, obično proizvođači instrumenata označavaju stezaljke i prilažu shemu priključaka. Često se umjesto toga zvjezdicom ili na koji drugi način označavaju dovodne strujne i naponske stezaljke. Pri tome, redovno, kada je dovodna naponska stezaljka spojena na isti pol kao i strujna grana, otklon kazaljke udesno znači smjer toka energije od dovodne prema odvodnoj stezaljci strujne grane vatmetra. Da bi označavanje stezaljki bilo jedinstveno, pripremaju se međunarodne preporuke o označavanju stezaljki vatmetra.

Pri korištenju vatmetra treba pripaziti da se ne preoptereti njegova strujna ili naponska grana. Opreznost je potrebna, jer do toga može doći a da kazaljka vatmetra ne premaši pun otklon. To je moguće zato jer otklon vatmetra ovisi o **produktu** struje i napona. Stoga je preporučljivo kontrolirati voltmetrom napon naponske grane i ampermetrom struju strujne grane vatmetra.

Najtačnija mjerenja snage, kakva se zahtijevaju npr. pri baždarenju preciznih vatmetara, omogućavaju precizni kompenzatori (pogl. 6.4.4 i 6.4.6).

9.2.2. Mjerenje djelatne snage jednofazne izmjenične struje

a) **Mjerenje snage pomoću vatmetra.** Na području niskih frekvencija određuje se djelatna snaga jednofaznih tereta redovno pomoću vatmetara, najčešće elektrodinamskog tipa. Zbog kontrole opterećenja strujne, odnosno naponske grane, zbog određivanja prividne i jalove snage, te faktora snage, mjeri se obično još ampermetrom i voltmetrom struja, odnosno napon tereta, kao na sl. 9.24 i 9.25. Pri mjerenju manjih snaga bit će potrebne korekcije zbog potrošaka instrumenata. Otpori ampermetra i strujne grane vatmetra često nisu poznati, a i temperaturno su promjenljivi, pa izbjegavamo spojeve kod kojih je potrebna korekcija zbog njihova potroška.

Upotrebljavaju se i tzv. **kompenzirani vatmetri** kod kojih nije potrebna korekcija zbog potroška naponske grane, jer imaju još jedan dodatni pomoćni namot s kojim se otklanja utjecaj toga potroška. Pomoćni namot p ima isto toliko zavoja koliko i nepomični strujni svitak vatmetra, te je tijesno uz njega namotan (sl. 9.26). Djelovanje toga svitka je najlakše razabrati kada je vatmetar priključen na izvor napona, a nema tereta. Nekompenzirani vatmetar bi tada imao stanoviti otklon, jer kroz strujnu i naponsku granu teče struja, ovisna o otporu naponske grane. Stoga će snaga očitana na vatmetru označavati gubitke njegove naponske grane. U kompenziranom vatmetru teći će, također, kroz strujni svitak struja naponske grane, ali će ta ista struja u suprotnom smjeru teći kroz pomoćni svitak, pa je jakost rezultirajućeg magnetskog polja strujnog i pomoćnog svitka jednaka nuli. Stoga se pomični svitak vatmetra neće otkloniti, a to smo upravo i tražili jer teret nije priključen. Vidimo da kroz pomoćni svitak teče samo struja naponske grane vatmetra, pa stoga može njegova žica biti znatno manjeg presjeka od žice strujnog svitka.

Za mjerenje snage tereta s malim faktorom snage nisu prikladni vatmetri koji imaju pun otklon pri nazivnoj struji i naponu, te faktoru snage jednakom jedinici. Njihov otklon bio bi tada malen, što je nepovoljno s obzirom na tačnost mjerenja. Prikladniji su za tu svrhu vatmetri koji imaju pun otklon pri nekom manjem faktoru snage, npr. pri $\cos\varphi = 0{,}2$ ili 0,1. Kod tereta čiji je faktor snage vrlo malen upotrebljavaju se vatmetri koji postižu pun otklon čak kod $\cos\varphi = 0{,}05$.

Pri mjerenju snage tereta s malim faktorom snage više utječe na tačnost mjerenja eventualna fazna pogreška naponske grane vatmetra. Da bi elektrodinamski sistem mjerio snagu, potrebno je da struja I_w njegove naponske grane bude tačno u fazi s naponom U na naponskoj grani. Pretpostavimo da npr. zbog induktiviteta naponskog svitka postoji između napona U i struje I_w stanoviti mali fazni pomak δ (sl. 9.27). Tada vatmetar neće mjeriti stvarnu snagu tereta: $P = U\,I\cos\varphi$, već će zbog faznog pomaka δ pokazati:

$$P_w = U\,I\cos(\varphi - \delta) \tag{9.19}$$

Time nastaje pogreška čija je procentualna vrijednost:

$$p_\delta = \frac{P_w - P}{P}\,100 = \frac{U\,I\cos(\varphi - \delta) - U\,I\cos\varphi}{U\,I\cos\varphi}\,100 \tag{9.20}$$

Kako je $\cos(\varphi - \delta) = \cos\varphi\cos\delta + \sin\varphi\sin\delta$, te kako je $\sin\delta \approx \delta$ i $\cos\delta \approx 1$ za praktički uvijek neznatne iznose δ, dobivamo:

$$p_\delta \approx 100\,\delta\,\mathrm{tg}\,\varphi \tag{9.21}$$

Ako fazni pomak δ naponske grane vatmetra izrazimo u minutama, slijedi:

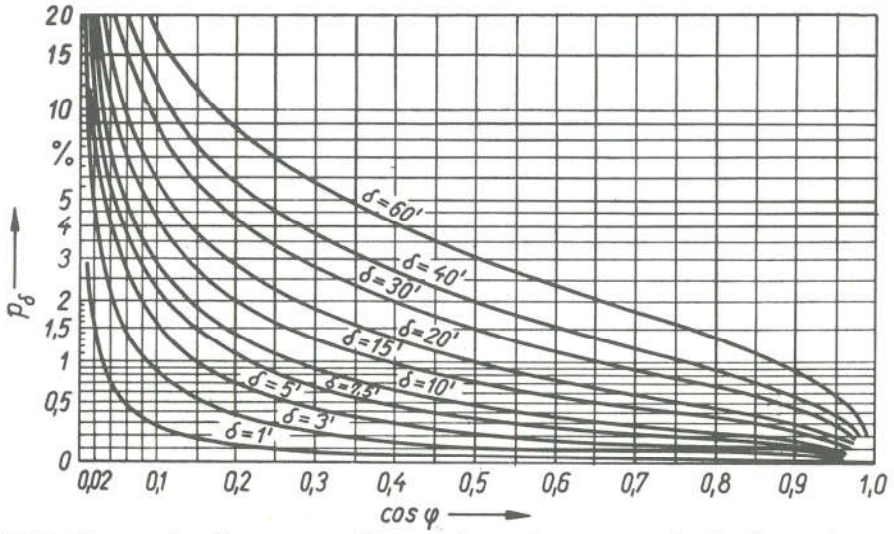
$$p_\delta \approx \frac{\pi\,\delta'\,\mathrm{tg}\,\varphi}{108} \tag{9.22}$$

Mjerenjem struje, napona i snage P_w dobivamo podatke za izračunavanje faznog pomaka φ' ($\cos\varphi' = P_w/U\,I$). Fazni pomak φ između U i I, potreban za izračunavanje pogreške prema izrazima (9.21) i (9.22), dobivamo iz sume $\varphi = \varphi' + \delta$.

Međutim, pogrešku zbog faznog pomaka δ možemo i izravno odrediti pomoću faznog pomaka φ', ako upotrijebimo izraz:

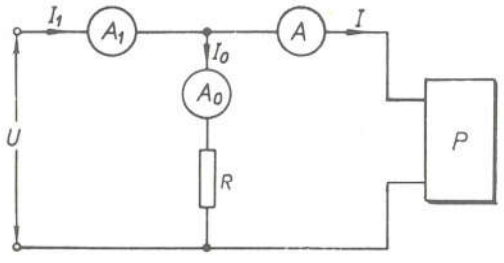
$$p_\delta = \frac{100\,\delta \operatorname{tg}\varphi'}{1 - \delta \operatorname{tg}\varphi'} \tag{9.23}$$

Iz gornjih izraza slijedi da će utjecaj faznog pomaka δ naponske grane vatmetra biti to veći, što je veći tg φ, odnosno što je manji faktor snage mjerenog tereta (sl. 9.28).

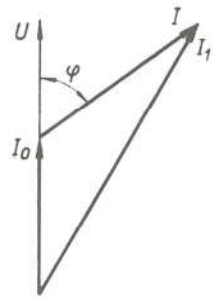


Slika 9.28. Procentualna pogreška mjerenja snage (p_δ) zbog faznog pomaka δ struje u naponskoj grani vatmetra u ovisnosti o faktoru snage tereta

Mjerenje snage pomoću elektrodinamskih vatmetara primijenjuje se na području nižih frekvencija. Na području viših frekvencija kod elektrodinamskih vatmetara bez željeza poteškoće izaziva induktivitet naponskog svitka i međuinduktivitet svitaka, dok kod željezom zatvorenih elektrodinamskih sistema nastaju još i pogreške zbog vrtložnih struja u lameliranom željezu. Uz pomoć feritnih jezgri i jarma pomaknuta je danas granična frekvencija primjene na oko 10 000 Hz. To je ujedno i granična frekvencija primjene sistema bez željeza.



Slika 9.29. Mjerenje snage pomoću tri ampermetra



Slika 9.30. Vektorski dijagram za metodu triju ampermetara

b) **Mjerenje snage pomoću tri ampermetra** (sl. 9.29). Paralelno mjerenom teretu spaja se poznati djelatni otpor R i pomoću tri ampermetra mjere posebno struja I tereta, struja I_0 kroz otpor R i ukupna struja I_1 kroz paralelnu kombinaciju tereta i otpora R. Struja I_0 je u fazi s primijenjenim naponom U (vidi sl. 9.30), dok struja kroz teret ima prema tome naponu fazni pomak φ. Na osnovi kosinusova poučka slijedi:

$$I_1^2 = I_0^2 + I^2 - 2\,I_0\,I\cos(180° - \varphi) \tag{9.24}$$

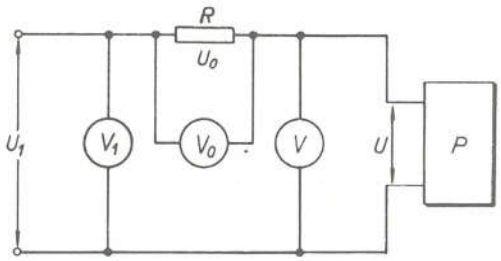
Kako je $I_0 = U/R$ i $P = U\,I\cos\varphi$, slijedi:

$$P = U\,I\cos\varphi = \frac{I_1^2 - I_0^2 - I^2}{2}R \tag{9.25}$$

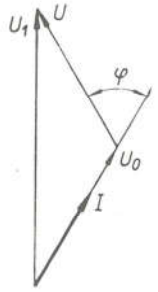
Prema tome je faktor snage tereta:

$$\cos\varphi = \frac{I_1^2 - I_0^2 - I^2}{2\,I_0\,I} \tag{9.26}$$

S obzirom na tačnost mjerenja povoljno je da otpor R bude približno jednak impedanciji tereta, a otpori ampermetara u odnosu na impedanciju tereta što manji. Stoga je ova metoda podesna za mjerenje tereta velike impedancije. Dolazi u obzir gdje nema vatmetra, ili ako je potrebno izvršiti mjerenje snage na višim frekvencijama.



Slika 9.31. Mjerenje snage pomoću tri voltmetra



Slika 9.32. Vektorski dijagram za metodu triju voltmetara

c) **Mjerenje snage pomoću tri voltmetra** (sl. 9.31). U seriju s mjerenim teretom spaja se poznati djelatni otpor R i pomoću tri voltmetra mjeri: napon U tereta, napon U_0 na otporu R i ukupni napon U_1 na serijskoj kombinaciji tereta i otpora R. Ovdje je napon U_0 na otporu R u fazi sa strujom I kroz taj otpor, dok napon U ima prema toj struji fazni pomak φ (sl. 9.32). Na osnovi kosinusova poučka slijedi:

$$U_1^2 = U_0^2 + U^2 - 2\,U_0\,U\cos(180° - \varphi) \tag{9.27}$$

Budući da je $U_0 = I\,R$ i $P = U\,I\cos\varphi$, dobiva se nakon uvrštavanja u (9.27):

$$P = \frac{U_1^2 - U_0^2 - U^2}{2\,R} \tag{9.28}$$

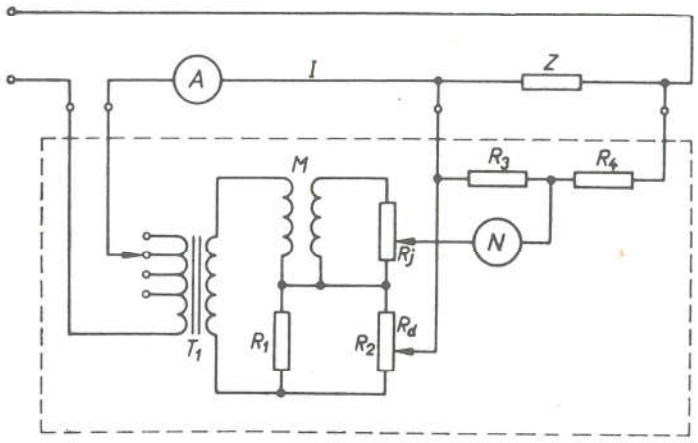
$$\cos\varphi = \frac{U_1^2 - U_0^2 - U^2}{2\,U_0\,U} \tag{9.29}$$

Ako se želi postići što veća tačnost, treba da je poznati otpor R približno jednak impedanciji tereta. Otpori voltmetara moraju biti znatno veći od otpora R i impedancije tereta, ili njihov utjecaj treba uzeti u obzir putem korekcije. Upotrebom elektroničkog voltmetra može se ova metoda primijeniti na području visokih frekvencija. S obzirom na veliki ulazni otpor elektroničkog voltmetra redovno neće biti potrebne korekcije zbog njegova potroška.

d) **Mjerenje snage kompleksnim izmjeničnim kompenzatorom i izmjeničnim mostovima.** Kompleksni izmjenični kompenzatori omogućavaju mjerenje snaga od 0,1 VA do otprilike 5 kVA, kod 50 Hz, u tačnosti ± 0,1% (pogl.

6.5.5). Primjenom mjernih naponskih i strujnih transformatora mogu se precizno mjeriti i znatno veće snage. Pomoću kompleksnih kompenzatora postiže se veća tačnost nego kad se snaga mjeri vatmetrom. Osim toga, otklon vatmetra ovisi o kvadratu promjena napona, dok se ravnoteža kompenzatora ne poremećuje pri promjeni napona, ukoliko je struja tereta razmjerna njegovu naponu. Zbog toga pri određivanju snage tereta u ovisnosti o struji ne treba struju precizno mjeriti. Na sl. 9.33 prikazano je mjerenje snage tereta Z pomoću kompleksnog kompenzatora. Djelatna snaga se određuje na osnovi izraza:

$$P = k\, I^2\, R_d \tag{9.30}$$



Slika 9.33. Mjerenje snage kompleksnim izmjeničnim kompenzatorom

Konstanta k ovisi o omjeru prijenosa transformatora Tr_1, te vrijednosti otpora R_1, R_2, R_3 i R_4. Ovakvi kompenzatori se upotrebljavaju za mjerenje snaga u frekvencijskom području od 50 do 1000 Hz.

I izmjenični mostovi (pogl. 9.4.2, 9.6.3 i 9.6.4) mogu se koristiti za mjerenje snage. Pri tom je potrebno izmjeriti struju jedne grane mosta ili ukupnu struju mosta. Umjesto struje može se izmjeriti napon jedne grane ili ukupni napon mosta.

e) **Mjerenje snage pomoću mjernih pretvarača snage.** Zbog mogućnosti daljinskog mjerenja i upravljanja, te računske obrade mjernih podataka, često se upotrebljavaju mjerni pretvarači koji najčešće mjerenu veličinu pretvaraju u njoj proporcionalan istosmjerni napon. Tako se za mjerenje snage upotrebljavaju parabolični multiplikatori, tranzistorski multiplikatori, impulsni multiplikatori i razna druga rješenja, u kojima se na izlazu dobiva istosmjerni napon ili struja razmjerna mjerenoj snazi.

Parabolični multiplikatori tvore umnožak napona i struje, tako da ih najprije pretvore u njima proporcionalne struje i_U i i_I ili njima proporcionalne napone u_U i u_I, a onda njihove kvadrirane sume, odnosno razlike oduzmu:

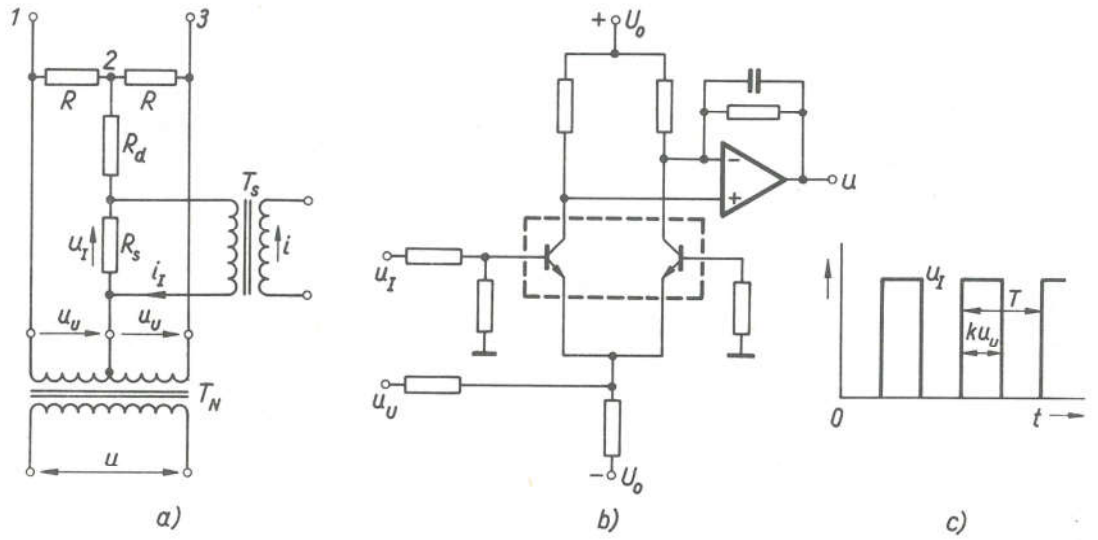
$$(i_U + i_I)^2 - (i_U - i_I)^2 = i_I^2 + 2i_I\, i_U + i_U^2 - (i_I^2 - 2i_I\, i_U + i_U^2) = 4i_I\, i_U \tag{9.31}$$

Na taj način djeluje termički vatmetar, objašnjen u poglavlju 9.2.9. Na istom principu djeluje rješenje prikazano na sl. 9.34 *a*. Otpor R_d, sastavljen od više dioda i otpora, ima paraboličnu karakteristiku ($i = k\,u^2$) i znatno je veći od otpora R između stezaljki *1* i *2*, odnosno *2* i *3*. Napon u_U sekundarnog namota transformatora T_N razmjeran je naponu u mjerenog tereta, a napon na otporu R_s u sekundarnom krugu strujnog transformatora T_s razmjeran je struji i tereta. Kroz otpor R između stezaljki *1* i *2* teče struja $k\,(u_U + u_I)^2$, a kroz otpor R između stezaljki *2* i *3* struja $k\,(u_U - u_I)^2$. Prema tome, između stezaljki *1* i *3* vlada napon:

$$u_{13} = kR\,[(u_U + u_I)^2 - (u_U - u_I)^2] = 4kR\,u_U\,u_I \qquad (9.32)$$

Srednja vrijednost tog napona iznosi $4kR\,U_U\,U_I \cos\varphi$ i očito je razmjerna snazi tereta.

Kod tranzistorskih multiplikatora iskorištava se ovisnost strmine tranzistora o emiterskoj struji (sl. 9.34 *b*). Napon u_U, proporcionalan naponu tereta, upravlja strminom obaju tranzistora, a napon u_I upravlja bazom jednog od tranzistora. Razlika kolektorskih napona proporcionalna je tada produktu $u_U\,u_I$ i privodi se diferencijalnom pojačalu.



Slika 9.34. Mjerni pretvarači snage: *a)* parabolični multiplikator; *b)* tranzistorski multiplikator; *c)* impulsni multiplikator

Vrlo tačno rade impulsni multiplikatori koji proizvode pravokutne impulse (sl. 9.34 *c*), čija je amplituda proporcionalna naponu u_I, a širina naponu u_U. Površina impulsa je onda proporcionalna produktu $u_I\,u_U$. Glađenjem impulsa dobiva se istosmjerni napon proporcionalan snazi tereta. Frekvencija impulsa može doseći i 1 MHz, što omogućava mjerenje snage na frekvencijama do otprilike 100 kHz (opširnije u pogl. 11.1.).

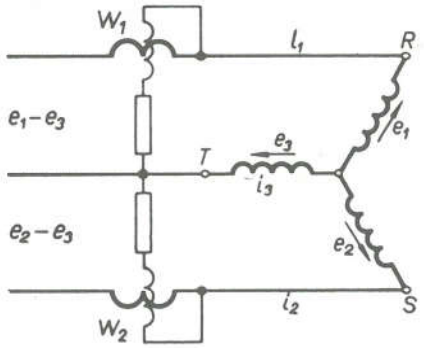
9.2.3. Mjerenje djelatne snage trofaznih sistema pomoću metode dvaju vatmetara (Aronov spoj)

Metodom dvaju vatmetara mjeri se snaga nesimetričnih trofaznih sistema bez nulvodiča. Pri tome su strujne grane vatmetara W_1 i W_2 priključene u dvije faze, a dovodne stezaljke njihovih naponskih grana na istu fazu u kojoj je i strujna grana (sl. 9.35). Odvodne stezaljke naponskih grana priključuju se na fazu u kojoj nema strujnih grana vatmetara. Treba paziti da dovodne stezaljke strujnih grana budu na strani izvora napona.

Metoda dvaju vatmetara može se najlakše objasniti promatranjem momentanih vrijednosti snage u svakoj fazi. Suma momentanih vrijednosti snaga u svakoj fazi daje ukupnu momentanu vrijednost snage trofaznog sistema:

$$P_{mom} = e_1\,i_1 + e_2\,i_2 + e_3\,i_3 \qquad (9.33)$$

Kako je to trofazni sistem bez nulvodiča, mora suma struja svih triju faza biti u svakom trenutku jednaka nuli:



Slika 9.35. Mjerenje djelatne snage metodom dvaju vatmetara (Aronov spoj)

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \qquad (9.34)$$

ili

$$-i_3 = i_1 + i_2 \qquad (9.35)$$

Ako vrijednost za i_3 iz izraza (9.35) uvrstimo u izraz (9.33), dobivamo:

$$P_{mom} = e_1 i_1 + e_2 i_2 - e_3 (i_1 + i_2)$$

$$P_{mom} = i_1 (e_1 - e_3) + i_2 (e_2 - e_3) \qquad (9.36)$$

Kako je na naponsku granu vatmetra W_1 primijenjen napon $e_1 - e_3$, a kroz njegovu strujnu granu teče struja i_1, on će pokazati srednju vrijednost P_1 prvog sumanda u izrazu (9.36). Na naponsku granu vatmetra W_2 primijenjen je napon $e_2 - e_3$, a kroz njegovu strujnu granu teče struja i_2, pa će vatmetar W_2 pokazati srednju vrijednost P_2 drugog sumanda. Prema tome će suma pokazivanja prvog i drugog vatmetra: $P_1 + P_2$ dati srednju vrijednost snage svih triju faza:

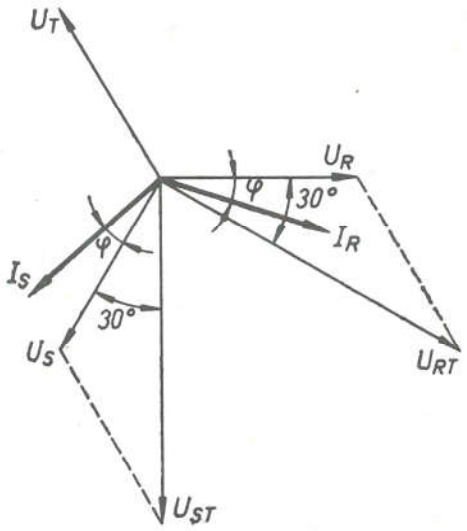
$$P = P_1 + P_2 \qquad (9.37)$$

Da bi se bolje razumjela metoda dvaju vatmetara, prikazan je na sl. 9.36 vektorski dijagram *trofaznog sistema sa simetričnim opterećenjem*, pri kojem fazne struje zaostaju za pripadnim faznim naponom za kut φ. Na naponsku granu vatmetra W_1 djeluje linijski napon $U_R - U_T$, prikazan na dijagramu vektorom U_{RT}. Taj napon zaostaje prema naponu U_R za 30°, pa između struje I_R i napona U_{RT} postoji pomak $30° - \varphi$, odnosno vatmetar W_1 će pokazati:

$$P_1 = I_R U_{RT} \cos (30° - \varphi) \qquad (9.38)$$

Na naponsku granu vatmetra W_2 djeluje linijski napon U_{ST} koji je ispred napona U_S za 30°, pa između struje kroz strujnu granu tog vatmetra i napona na njegovoj naponskoj grani postoji pomak $30° + \varphi$. Stoga će vatmetar W_2 pokazati:

$$P_2 = I_S U_{ST} \cos (30° + \varphi) \qquad (9.39)$$



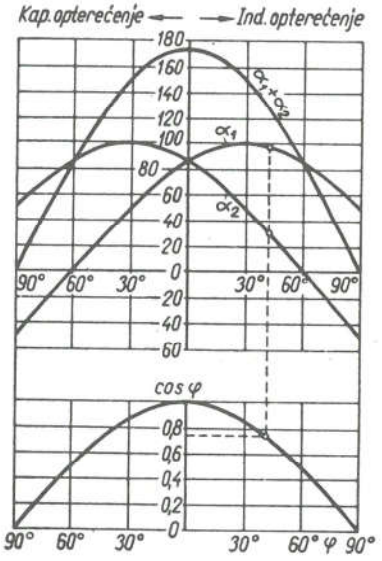
Slika 9.36. Vektorski dijagram Aronova spoja za mjerenje djelatne snage

Pokazivanje pojedinih vatmetara različito ovisi o faktoru snage. Otkloni α_1 i α_2 jednog i drugog vatmetra prikazani su na sl. 9.37 u ovisnosti o faznom pomaku φ struje, a uz pretpostavku da se pri tome struja i napon ne mijenjaju po veličini.

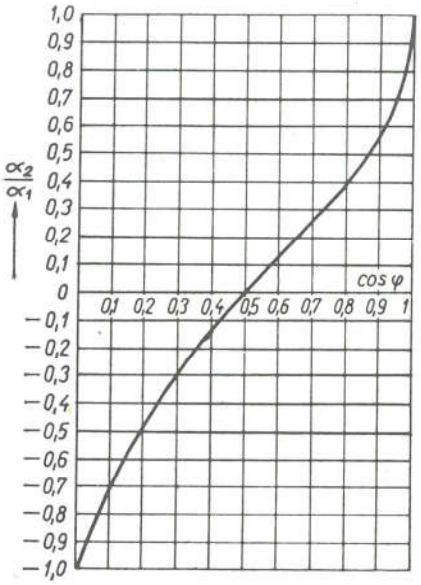
Pri djelatnom opterećenju ($\varphi = 0$) oba vatmetra imaju jednak otklon:

$$P_1 = P_2 = U\,I\cos 30° \tag{9.40}$$

Povećanjem faznog pomaka φ opada otklon vatmetra W_2, dok otklon vatmetra W_1 raste i postiže maksimum kod $\varphi = 30°$. Pri faznom pomaku 60° ($\cos\varphi = 0{,}5$) otklon vatmetra W_2 pada na nulu, a ako fazni pomak i dalje raste, on postaje negativan. U potpuno jalovom opterećenju otkloni obaju vatmetara su jednaki, ali otklon vatmetra W_2 ima pri tom negativan predznak, tako da je suma otklona jednaka nuli.



Slika 9.37. Otkloni vatmetara kod Aronova spoja u ovisnosti o faznom pomaku φ simetričnog tereta



Slika 9.38. Određivanje faktora snage iz omjera otklona α_2 i α_1 vatmetara u Aronovu spoju

Vatmetri imaju redovno skalu s nulom na lijevom kraju skale, pa će kazaljka pri negativnom otklonu preći njezin lijevi kraj. Stoga kada je P_1 negativan, treba obrnuti naponske priključke da bi se mogao očitati otklon na instrumentu. U tu svrhu neki vatmetri imaju preklopku za promjenu polariteta naponske grane. Tako dobiveno očitanje odbija se od očitanja na drugom vatmetru.

U simetrično opterećenim trofaznim sistemima može se odrediti faktor snage tereta iz omjera otklona jednog i drugog vatmetra. Već je prije izvedeno:

$$P_1 = U\,I\cos(30° - \varphi) \qquad P_2 = U\,I\cos(30° + \varphi)$$

Odbijanjem P_2 od P_1 slijedi:

$$\begin{aligned} P_1 - P_2 &= U\,I\cos 30°\cos\varphi + U\,I\sin 30°\sin\varphi - \\ &\quad - U\,I\cos 30°\cos\varphi + U\,I\sin 30°\sin\varphi = U\,I\sin\varphi \end{aligned} \tag{9.41}$$

Zbrajanjem izraza za P_1 i P_2 dobiva se:

$$P_1 + P_2 = \sqrt{3}\,U\,I\cos\varphi \tag{9.42}$$

Dijeljenjem izraza (9.41) i (9.42) slijedi:

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} = \frac{U I \sin\varphi}{\sqrt{3}\, U I \cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg}\varphi \tag{9.43}$$

ili:

$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3}\,\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \tag{9.44}$$

Označimo: $\xi = \frac{P_2}{P_1}$, pa dobivamo:

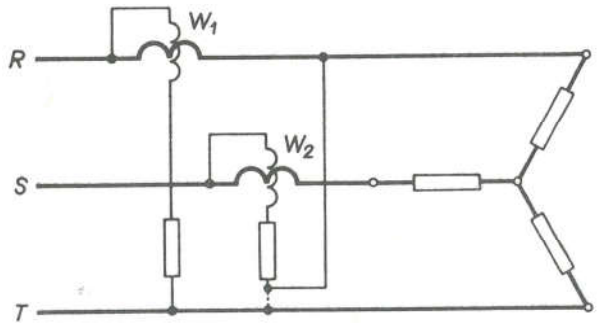
$$\operatorname{tg}\varphi = \sqrt{3}\,\frac{1 - \xi}{1 + \xi} \tag{9.45}$$

ili:

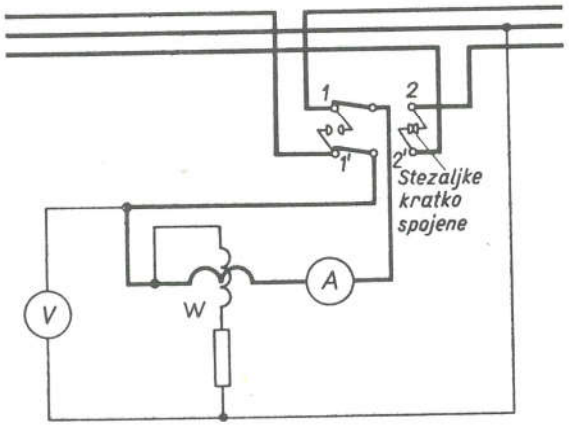
$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + 3\left(\frac{1 - \xi}{1 + \xi}\right)^2}} \tag{9.46}$$

Vrijednosti za cos φ, u ovisnosti o omjeru ξ, prikazane su na sl. 9.38, što nam može poslužiti da brzo odredimo faktor snage iz omjera P_2/P_1.

Očitanja na vatmetrima treba numerički zbrajati ili odbijati, ovisno o faktoru snage tereta. Katkada ni približno nije poznat faktor snage tereta, pa su moguće zabune. Stoga treba voditi računa o pravilnom priključivanju, tj. mora se paziti na vremenski slijed faza, a i na to koje su dovodne stezaljke na naponskoj i strujnoj grani vatmetra.



Slika 9.39. Kontrola pravilnog priključivanja vatmetara u Aronovu spoju



Slika 9.40. Mjerenje snage Aronovim spojem uz upotrebu samo jednog vatmetra

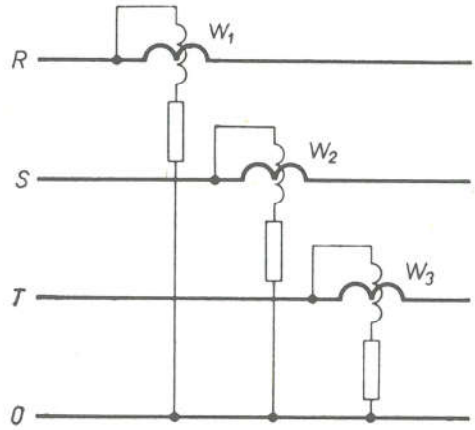
Kontrola pravilnog priključivanja provodi se na slijedeći način: Vatmetri W_1 i W_2 spoje se tako da oba imaju pozitivan otklon. Jedan od njih će pri tom dati manji otklon. Neka je to vatmetar W_2. Njegova naponska grana se odvoji od one faze u kojoj nema strujnih grana vatmetara i priključi na fazu u koju je uključena strujna grana drugog vatmetra (sl. 9.39). Ako je njegov otklon i sada pozitivan, vatmetar je **bio ispravno spojen** i njegovo je očitanje trebalo pribrojiti očitanju na drugom vatmetru. Ako je obratno, treba ga odbiti.

Mjerenja snage metodom dvaju vatmetara mogu se uz pomoć posebne višestruke preklopke obaviti i samo jednim vatmetrom (sl. 9.40). U prvom položaju preklopke vatmetar mjeri snagu P_1 a u drugom snagu P_2. Preklopka mora biti tako konstruirana da u toku preklapanja najprije kratko spoji stezaljke *1* i *1'* na koje je

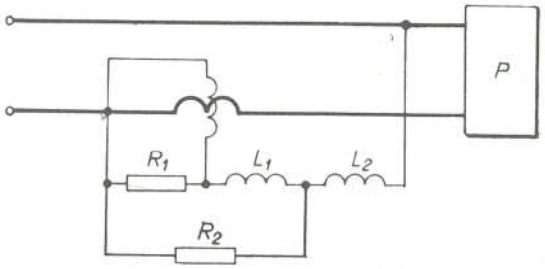
priključena strujna grana vatmetra, a tek onda priključi strujnu granu na stezaljke *2* i *2'* druge faze. Nakon toga prekida se veza koja je kratko spajala stezaljke druge faze. Na taj se način ne prekida strujni krug tereta ni u jednom trenutku. Preklopka istodobno prebacuje i jedan kraj naponske grane vatmetra iz jedne faze u drugu.

9.2.4. Mjerenje djelatne snage trofaznih sistema metodom triju vatmetara (slika 9.41)

U ovoj metodi teku kroz strujne grane vatmetara fazne struje tereta, dok su njihove naponske grane priključene na pripadne fazne napone. Na taj način svaki vatmetar mjeri snagu jedne faze, pa suma pokazivanja svih triju vatmetara daje ukupnu snagu trofaznog sistema. Ako sistem nema nulvodiča odvodni krajevi naponskih grana spojeni su zajedno, pa čine zvjezdište sistema sastavljenog od tri naponske grane. I ovdje se može pomoću posebne preklopke mjeriti metodom triju vatmetara sa samo jednim vatmetrom. Pomoću preklopke prebacuju se strujne i naponske stezaljke redom iz jedne faze u drugu. Preklopka mora biti pri tome tako izvedena da ne prekida strujni krug tereta.



Slika 9.41. Mjerenje djelatne snage metodom triju vatmetara



Slika 9.42. Mjerenje jalove snage elektrodinamskim vatmetrom

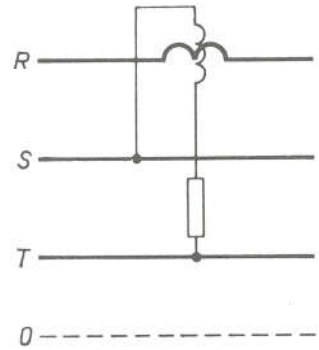
Postavlja se pitanje: kada upotrijebiti metodu dvaju, a kada metodu triju vatmetara? Očito se u sistemima s nulvodičem smije upotrijebiti samo metoda triju vatmetara, dok se u trofaznim sistemima bez nulvodiča mogu upotrijebiti obje metode. Kod tereta s faktorom snage blizu jedinici može se dati stanovita prednost metodi dvaju vatmetara, jer su potrebna samo dva očitanja, odnosno samo dva vatmetra. U pogledu tačnosti tu nema bitne razlike. Pri mjerenju tereta s malim faktorom snage dobivaju se metodom dvaju vatmetara otkloni suprotnog predznaka, koji se po apsolutnim vrijednostima to manje razlikuju, što je manji faktor snage tereta. Kako mjerenu snagu određujemo upravo iz razlike tih otklona, uzrokovat će već i male pogreške instrumenata nepouzdano mjerenje snage. I mjerenje metodom triju vatmetara, ako se upotrijebe vatmetri za $\cos \varphi = 1$, nije prikladno za mjerenje snage tereta s malim faktorom snage, jer su tada mali njihovi otkloni. Pravo rješenje je ovdje metoda triju vatmetara, ali uz primjenu vatmetara za mali faktor snage (npr. 0,2 ili 0,1 ili čak 0,05). Tada će se na vatmetrima dobiti znatni otkloni. Takvi vatmetri ne mogu se upotrijebiti u metodi dvaju vatmetara, jer se već s vatmetrima za $\cos \varphi = 1$ dobiva polovica punog otklona kod posve jalova tereta i uz nazivnu struju i napon vatmetra. Kod vatmetara za faktor snage manji od 0,5 dobili bi se u tom slučaju otkloni veći od punog, tj. izvan skale.

9.2.5. Mjerenje jalove snage u jednofaznim sistemima

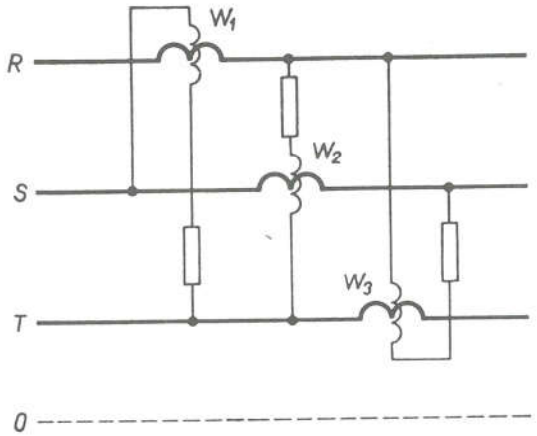
Indukcioni mjerni sistemi imaju otklon proporcionalan umnošku struja kroz njegove svitke i sinusa faznog pomaka između tih struja, pa mogu služiti za izravno mjerenje jalove snage ako je jedan svitak priključen na napon tereta preko dovoljno velikog djelatnog otpora, a kroz drugi teče struja tereta. Ipak se za mjerenje jalove snage češće koriste elektrodinamski sistemi kod kojih je potrebno postići fazni pomak od 90° između struje kroz naponski svitak i napona mjerenog tereta. Takav pomak ne može se postići pomoću samo jedne prigušnice spojene u seriju s naponskim svitkom, zbog neizbježnog djelatnog otpora prigušnice i svitka. Potrebna je kombinacija induktiviteta i otpora, kao npr. na sl. 9.42. Kombinacija je frekvencijski ovisna, pa se tačna mjerenja dobivaju samo na frekvenciji za koju je kombinacija ugođena.

9.2.6. Mjerenje jalove snage u trofaznim sistemima

Mjerenje jalove snage u trofaznim sistemima može se provesti pomoću jednosistemskih instrumenata koji mjere jalovu snagu (varmetara), spajajući ih onako kako se spajaju vatmetri pri mjerenju djelatne snage u trofaznim sistemima. Stoga je i tu moguća metoda jednog, dvaju ili triju varmetara.



Slika 9.43. Mjerenje jalove snage trofaznog simetričnog tereta metodom jednog vatmetra



Slika 9.44. Mjerenje jalove snage metodom triju vatmetara

Mjerenje jalove snage u trofaznim simetričnim sistemima moguće je i pomoću vatmetara, ako se njihova naponska grana priključi na napon fazno pomaknut za 90° prema naponu koji bi imala naponska grana pri mjerenju djelatne snage. Tako će se za mjerenje jalove snage po metodi jednog vatmetra upotrijebiti spoj prema sl. 9.43. Tu je strujna grana vatmetra uključena u fazu R, a naponska grana na linijski napon U_{ST}, umjesto na fazni U_R, kako bi bilo potrebno pri mjerenju djelatne snage. Odabran je linijski napon U_{ST} jer je fazno pomaknut za 90° prema naponu U_R. Taj napon je $\sqrt{3}$ puta veći od faznog, pa to treba uzeti u obzir pri računanju jalove snage, ili povećati predotpor naponske grane vatmetra za $\sqrt{3}$ puta.

Slično se postupa pri mjerenju jalove snage metodom triju vatmetara (sl. 9.44). Jalova snaga P_x trofaznog sistema se tada određuje iz izraza:

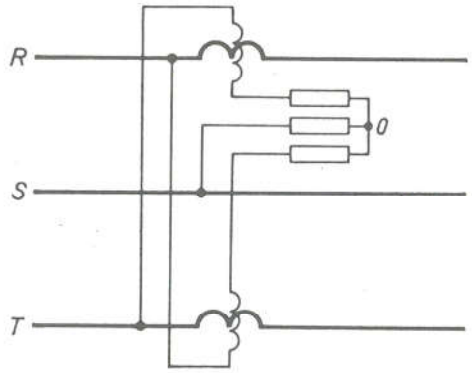
$$P_x = \frac{1}{\sqrt{3}}(P_{xR} + P_{xS} + P_{xT}) \qquad (9.47)$$

U trofaznim sistemima bez nulvodiča moguće je mjerenje jalove snage metodom dvaju vatmetara (sl. 9.45). Ovdje se naponske grane priključuju na fazni napon. Stoga je potrebno, ako nultačka sistema nije pristupačna, izvesti umjetnu nultačku. Pri određivanju jalove snage treba uzeti u obzir da je upotrijebljen za $\sqrt{3}$ puta manji napon:

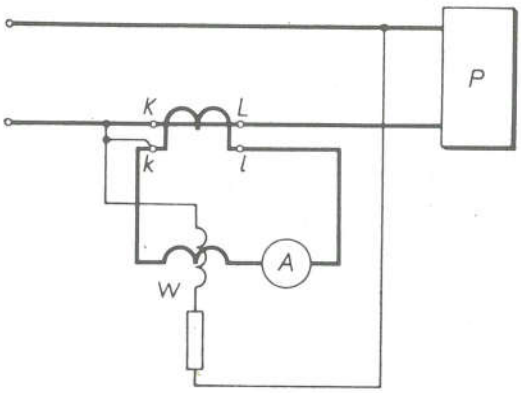
$$P_x = \sqrt{3}\,(P_{x1} + P_{x2}) \tag{9.48}$$

U trofaznim sistemima sa simetričnim opterećenjem može se jalova snaga odrediti i na osnovi očitanja dvaju vatmetara u Aronovu spoju prema sl. 9.35, ako se odbiju a ne zbroje njihovi otkloni, kako se to razabire iz izraza (9.41). Dobivenu razliku treba još pomnožiti s $\sqrt{3}$.

U opisanim spojevima vlada pun linijski napon između strujnog i naponskog svitka, što ograničava njihovu upotrebu na višim naponima. Stoga se obično za napone iznad 110 V upotrebljavaju mjerni naponski transformatori.



Slika 9.45. Mjerenje jalove snage metodom dvaju vatmetara



Slika 9.46. Poluizravno mjerenje djelatne snage jednofaznog tereta

9.2.7. Poluizravna mjerenja snage

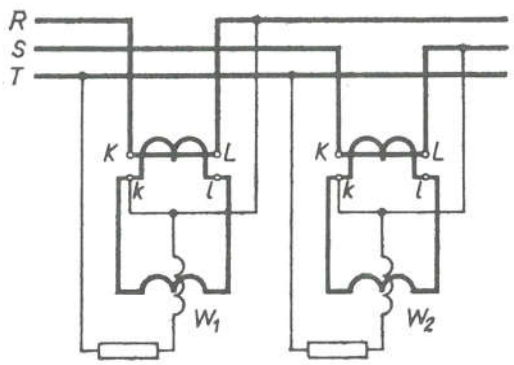
Mjerenje struja i snaga instrumentima izravno uključenim u mjereni krug prikladno je samo kod manjih snaga. Veće mjerene struje zahtijevaju snažne dovode do ampermetara i strujnih grana vatmetara, a i konstrukcija tih instrumenata postaje neprikladna. Praktička granica izravnog mjerenja struja iznosi oko 50 A. Stoga se pri mjerenju većih snaga na nižim naponima koristi poluizravna metoda, gdje se strujne grane vatmetara i ampermetri priključuju preko strujnih transformatora koji velike mjerene struje smanjuju u određenom omjeru na prikladne vrijednosti.

Na sl. 9.46 je prikazano poluizravno mjerenje jednofaznog tereta. Strujna grana vatmetra i ampermetar su spojeni u seriju i priključeni na sekundarne stezaljke strujnog transformatora. Zbog ograničenja potencijalne razlike između strujnog i naponskog svitka vatmetra koristi se potencijalna veza.

Pri mjerenju poluizravnom metodom u trofaznim sistemima spajanje je slično. Sl. 9.47 i 9.48 pokazuju spoj u poluizravnoj metodi dvaju, odnosno triju vatmetara. Gdje je to moguće, spaja se sekundarna stezaljka *k* strujnog transformatora na nul-

vodič. Da bi se smanjio napon između naponskog i strujnog svitka, spajaju se predotpori naponske grane na stranu faznog priključka.

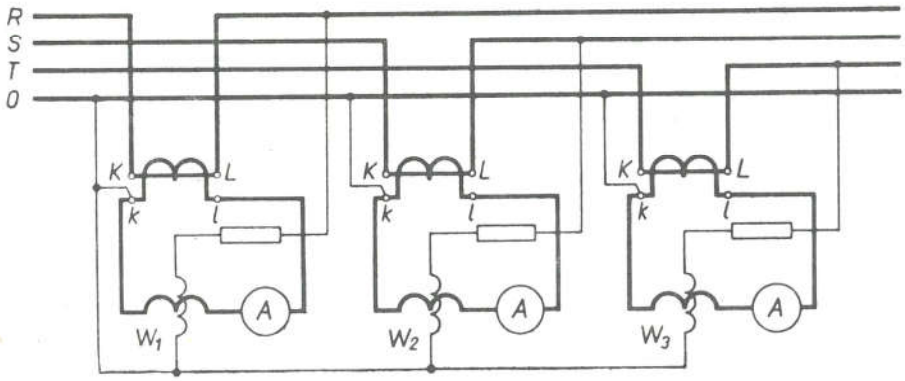
I ovdje je moguće mjerenje pomoću samo jednog ampermetra, voltmetra i vatmetra, uz upotrebu posebne preklopke koja mora biti tako konstruirana da za vrijeme prekapčanja instrumenata iz jedne faze u drugu niti u jednom trenutku ne ostanu otvorene sekundarne stezaljke strujnih transformatora. Takve preklopke djeluju na sličan način kao preklopka prikazana na sl. 9.40.



Slika 9.47. Poluizravno mjerenje djelatne snage metodom dvaju vatmetara

9.2.8. Neizravno mjerenje snage

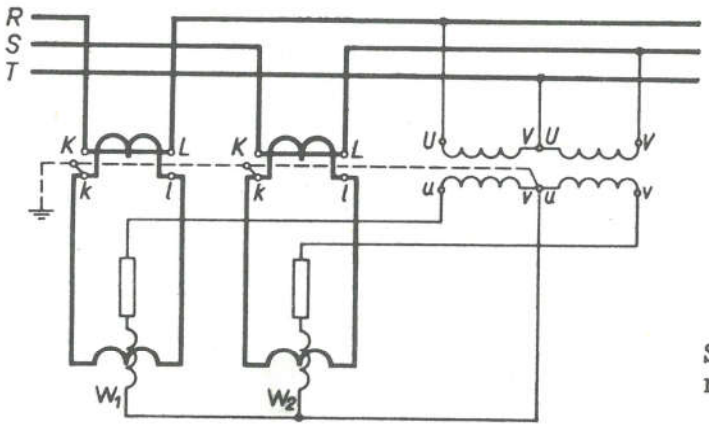
Ako je napon mjerenog kruga visok, teško je izvedivo mjerenje snaga, napona i struja pomoću izravno priključenih mjernih instrumenata. Viši naponi zahtijevaju pojačanu izolaciju mjernih sistema instrumenata i dovoda i stalna su opasnost pri rukovanju. Praktička je granica negdje oko 750 V. Na višim naponima priključuju se strujne grane vatmetara i ampermetri preko strujnih transformatora koji izoliraju mjerne instrumente od mjerenog visokonaponskog kruga. Naponske grane



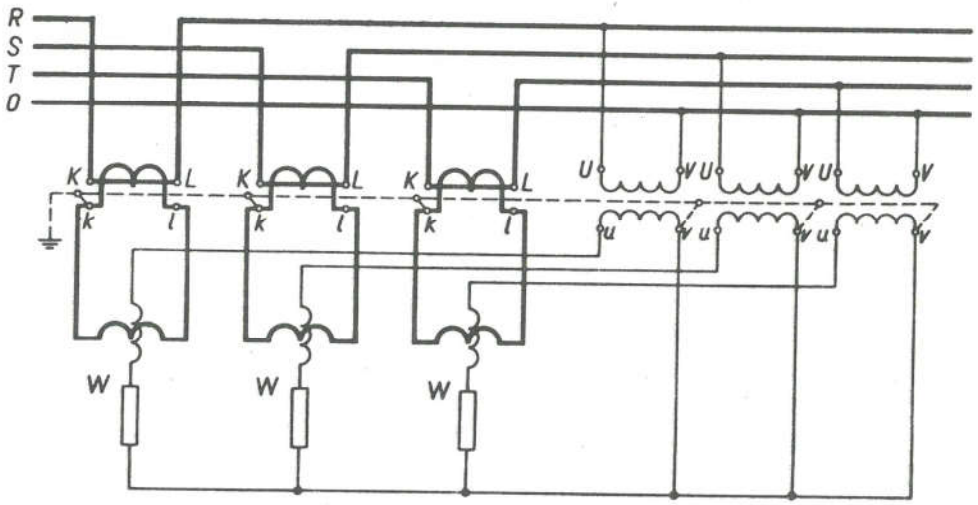
Slika 9.48. Poluizravno mjerenje djelatne snage metodom triju vatmetara

vatmetara i voltmetri priključuju se na naponske mjerne transformatore koji smanjuju mjereni napon na prikladnu vrijednost. Na sl. 7.1 prikazano je neizravno mjerenje u jednofaznom krugu. Posebnu pažnju treba obratiti na uzemljenje jedne stezaljke strujnog transformatora i jedne stezaljke naponskog transformatora. Time se sprečava da sekundarni krug mjernih transformatora dođe na visoki potencijal pri eventualnom proboju njihove izolacije. Međutim, i uz ispravnu izolaciju opasno je ne uzemljiti te stezaljke, jer bi instrumenti mogli doći na opasan potencijal prema zemlji već i zbog kapacitivne veze između primarnog i sekundarnog namota mjernih transformatora.

Na sl. 9.49 prikazano je neizravno mjerenje pomoću metode dvaju vatmetara, a na sl. 9.50 neizravno mjerenje pomoću metode triju vatmetara.



Slika 9.49. Neizravno mjerenje snage metodom dvaju vatmetara



Slika 9.50. Neizravno mjerenje snage metodom triju vatmetara

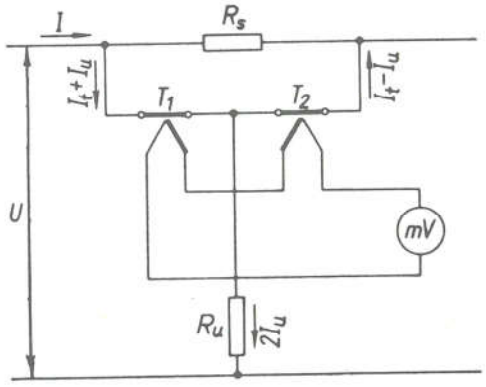
9.2.9. Mjerenje snage na višim frekvencijama

a) **Termički vatmetri.** Pomoću termopretvarača u posebnom spoju (W. Dudell, 1904. g.) moguće je mjerenje snage na visokim frekvencijama. Paralelno otporu R_s nalaze se ogrjevne žice dvaju termopretvarača spojene u seriju (sl. 9.51). Sa spojišta ogrjevnih žica odvodi se preko otpora R_u struja $2I_u$ na drugi pol izvora napona. Struja I iz izvora teče većim dijelom kroz otpor R_s, a manjim kroz ogrjevne žice termopretvarača, pa vodeći računa još i o struji koja teče kroz otpor R_u, dobivamo da kroz ogrjevnu žicu termopretvarača T_1 teče struja $I_t + I_u$, a kroz ogrjevnu žicu termopretvarača T_2 struja $I_t - I_u$. Stoga će se ogrjevne žice zagrijati na različite temperature ϑ_1 i ϑ_2. Budući da su nadtemperature žica razmjerne kvadratu ogrjevne struje (pogl. 4.9.1), možemo razliku temperatura odrediti ovako:

$$\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 = k_1 [(I_t + I_u)^2 - (I_t - I_u)^2] = 4 k_1 I_t I_u \qquad (9.49)$$

Uz pretpostavku da je I_t praktički proporcionalno struji tereta, a I_u naponu tereta, dobivamo:

$$\Delta\vartheta = k_2 U I \cos\varphi = k_2 P \tag{9.50}$$



Slika 9.51. Termički vatmetar

Poznato je da je napon termoelemenata termopretvarača razmjeran nadtemperaturi ogrjevne žice, pa razliku $\Delta\vartheta$ možemo odrediti ako pomoću osjetljivog instrumenta izmjerimo razliku napona termoelemenata. Prema (9.50) bit će razlika napona proporcionalna mjerenoj snazi. Upotrebom osjetljivog galvanometra sa svjetlosnim znakom i primjenom poboljšanih spojeva koji smanjuju pogreške a povećavaju osjetljivost, dobiva se otklon od 1 d. sk. već kod 1 μW.

b) **Mjerenje snage pomoću osciloskopa.** Osciloskop se upotrebljava za mjerenje djelatne i jalove snage u području frekvencija od 10 kHz do 10 MHz. Snaga se određuje iz površine zatvorene krivulje, koja se dobije na zastoru katodne cijevi kada se na jedan par otklonskih pločica primijeni napon u_t tereta, a na drugi par napon u_C kondenzatora spojenog u seriju s teretom (sl. 9.52). Ako je y vertikalni, a x horizontalni otklon elektronskog snopa, onda je površina A zatvorene krivulje:

$$A = \int y \, dx \tag{9.51}$$

Dalje je: $y = k_y u_t$ i $x = k_x u_C$, gdje su k_y i k_x konstante osjetljivosti osciloskopa. Pretpostavimo da kroz teret teče sinusna struja $i = I_m \sin \omega t$. Tada je napon na teretu: $u_t = Z I_m \sin(\omega t + \varphi)$, a napon na kondenzatoru: $u_C = \frac{I_m}{C\omega} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{I_m}{C\omega} \cos \omega t$. Budući da je $dx = k_x \, du_C = \frac{k_x I_m}{C} \sin \omega t \, dt$ i $y = k_y Z I_m \sin(\omega t + \varphi)$, dobivamo uvrštavanjem u (9.51) površinu krivulje koja će se ocrtati za vrijeme trajanja T jedne periode:

$$A = \int_0^T k_x k_y \frac{I_m^2 Z}{C} \sin(\omega t + \varphi) \sin \omega t \, dt \tag{9.52}$$

Kako je $\sin(\omega t + \varphi) = \sin \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \varphi$, dobit ćemo:

$$A = \frac{k_x k_y I_m^2 Z}{C} \left(\int_0^T \sin^2 \omega t \cos \varphi \, dt + \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t \sin \varphi \, dt \right)$$

i:

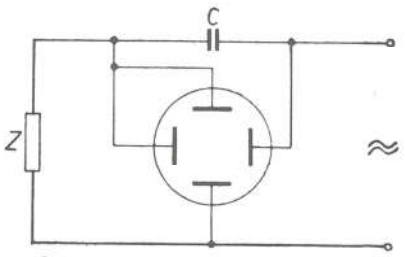
$$A = \frac{k_x k_y I_m^2 Z}{C} \frac{T}{2} \cos \varphi \tag{9.53}$$

Znamo da je $\frac{I_m^2 Z}{2} \cos\varphi$ snaga P tereta, pa je:

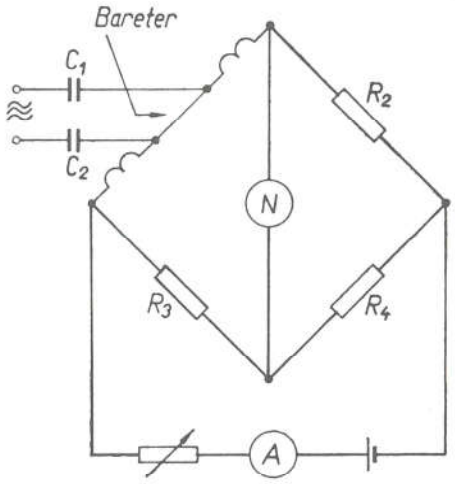
$$A = \frac{k_x k_y P T}{C} = \frac{k_x k_y P}{f C}, \quad \text{odnosno} \quad P = \frac{A C f}{k_x k_y} \tag{9.54}$$

Na sličan način možemo dokazati da bi površina zatvorene krivulje na zastoru osciloskopa bila razmjerna jalovoj snazi P_x tereta, ako bismo umjesto kapaciteta C spojili u seriju s teretom djelatni otpor R. Tada je $A = 2\pi k_x k_y P_x R$.

c) **Mjerenje snage na vrlo visokim frekvencijama.** Do frekvencije od otprilike 100 MHz struja i napon su osnovne električne veličine koje služe za određivanje stanja jednog strujnog kruga. Na još višim frekvencijama nije više tako jer se tada, zbog vrlo male valne duljine, veličine napona i struje bitno mijenjaju duž dovoda ili se uopće ne mogu jednoznačno definirati, kao što je to kod šupljih vodiča. Zato je na tom frekvencijskom području prikladnije mjeriti snagu. Pri tome se koriste dva postupka. *Apsorpcijskim postupkom* troši se snaga izvora na zagrijavanje mjerne sonde (dvopolno mjerenje snage). Ako pri tom ne dolazi do refleksije, mjeri se na taj način maksimalna snaga koju dotični izvor može dati. Drugim postupkom mjeri se snaga koja se od izvora prenosi teretu (četveropolno mjerenje snage).



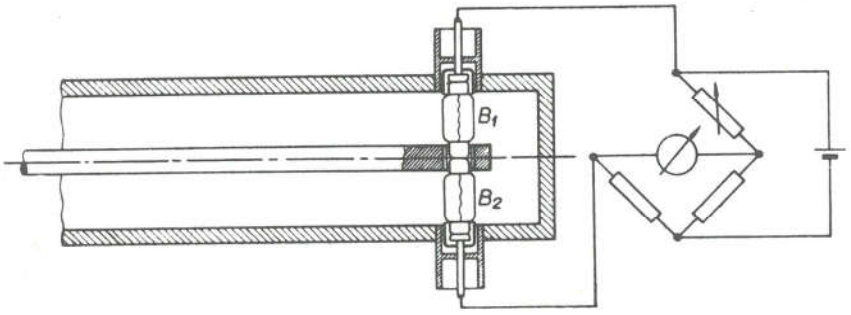
Slika 9.52. Mjerenje snage pomoću osciloskopa



Slika 9.53. Bolometarski most

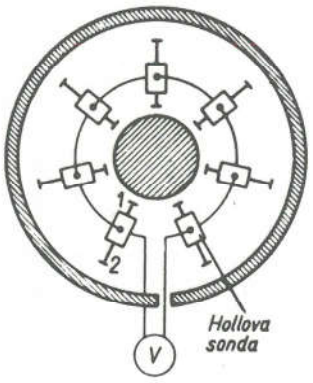
Od brojnih metoda koje se temelje na spomenutim postupcima navest ćemo samo dvije. *Bolometarska metoda* (sl. 9.53) troši snagu visokofrekventnog izvora na zagrijavanje vrlo tanke i kratke platinske žice, zvane bareter. Njezina duljina je oko 1 cm, a promjer 1 do 3 μm. Platinska žica se nalazi u jednoj grani uravnoteženog Wheatstoneova mosta, pa promjena njezinog otpora, što nastaje zbog zagrijavanja žice, izaziva otklon nulindikatora. Promjena otpora žice je ovisna o mjerenoj snazi, a praktički ne ovisi o frekvenciji zbog njenog vrlo malog promjera i duljine. Stoga se skala indikatora može izbaždariti na nekoj niskoj frekvenciji ili na istosmjernoj struji tako, da izravno pokazuje veličinu mjerene snage. Mjereni izvor priključuje se na bareter preko dva kondenzatora, pa u visokofrekventni krug ne može prodrijeti istosmjerna struja. Induktiviteti na krajevima baretera sprečavaju ulazak visokofrekventnih struja u ostale grane mosta. Takav postupak primjenjuje se na frekvencije do 10 GHz i omogućava mjerenje snaga koje iznose samo 10^{-8} W. Pri tom pogreške mjerenja iznose oko 10%. Na sl. 9.54 prikazano je mjerenje snage pomoću ovakvog bolometra na jednom koaksijalnom vodu. Dva jednaka baretera, B_1 i B_2,

otpora 100 Ω, spojena su u seriju i priključena na Wheatstoneov most za istosmjernu struju. Žice baretera nalaze se u malom staklenom balonu koji je vakumiran ili ispunjen neutralnim plinom. Grla baretera su galvanski izolirana od vanjske cijevi koaksijalnog voda, tako da istosmjerna struja iz mosta ne teče u visokofrekventni iz-



Slika 9.54. Mjerenje snage u koaksijalnom vodu pomoću bolometra

vor. Kako je s visokofrekventnim strujama? Za njih ta izolacija nije prepreka jer je grlo baretera jedna elektroda, a stijenka vanjske cijevi koaksijalnog voda druga elektroda jednog kondenzatora, čiji je kapacitet već dovoljno velik da se preko njega zatvore visokofrekventne struje (kapaciteti C_1 i C_2 na sl. 9.53). Znači da se visokofrekventna struja grana preko oba baretera, tako da su oni za nju paralelno spojeni, odnosno predstavljaju otpor od 50 Ω. Toliko iznosi i valni otpor koaksijalnog voda, pa ne dolazi do refleksije vala na kraju voda.



Slika 9.55. Mjerenje snage pomoću serijski spojenih Hallovih sondi

Na sl. 9.55 prikazano je četveropolno mjerenje snage pomoću Hallovih sondi. Srednja vrijednost napona U_H Hallove sonde iznosi (vidi pogl. 9.1.4):

$$U_H = R_H \frac{I_y B_x \cos \varphi}{\delta} \tag{9.55}$$

Tu su: I_y efektivna vrijednost struje sonde, B_x efektivna vrijednost magnetske indukcije u sondi, φ fazni pomak između struje i indukcije, δ debljina sonde, a R_H Hallov koeficijent. Da bismo pri rasporedu prema sl. 9.55 mogli mjeriti snagu, potrebno je da struja I_y bude razmjerna naponu U_y između unutarnjeg i vanjskog vodiča ($I_y = k_1 U_y$), a da indukcija B_x bude proporcionalna struji I_z vodiča ($B_x = k_2 I_z$). Tada je Hallov napon razmjeran mjerenoj snazi P:

$$U_H = R_H \frac{k_1 k_2}{\delta} U_y I_z \cos \varphi = k P \tag{9.56}$$

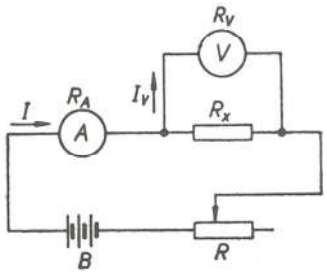
Da bi se dobio što viši napon, uzima se nekoliko sondi koje se spajaju u seriju i postavljaju uz unutarnji vodič, gdje vlada najjače polje. Indukcija B_x tog polja razmjerna je struji I_z vodiča. U sonde se dovodi struja I_y preko kapacitivne veze, ostvarene proširenim završecima *1* i *2*. Zbog toga je struja I_y razmjerna naponu U_p između unutarnjeg i vanjskom vodiča. Time su otvoreni uvjeti da Hallov napon bude razmjeran mjerenoj snazi P. Ovakvim postupkom mogu se mjeriti snage na frekvencijama koje ne prelaze 1 GHz. Postiže se osjetljivost od otprilike 1 μV/W.

9.3. MJERENJE OTPORA

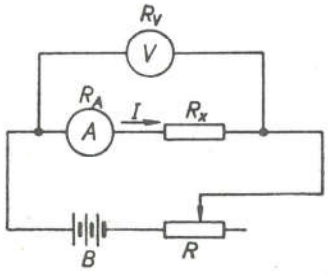
Mjerenje djelatnih otpora pomoću mosnih i kompenzacionih metoda već je opisano u pogl. 6.1, 6.2 i 6.4. Mostovi i kompenzatori omogućavaju mjerenje otpora od najmanjih do vrlo visokih vrijednosti. Njihove precizne izvedbe s dekadskim otpornicima osiguravaju mjerenje otpora vrhunske tačnosti, dok su izvedbe s kliznom žicom manje tačne, ali znatno jednostavnije za rukovanje. Ipak se zbog raznovrsnih zahtjeva mjerne prakse upotrebljavaju i brojne druge metode mjerenja djelatnih otpora, koje su opisane u ovom poglavlju.

9.3.1. Mjerenje djelatnog otpora mjerenjem napona i struje (*U-I* metoda)

Ova metoda je prikladna za mjerenje malih, srednjih i velikih otpora. Omogućava mjerenje otpora u pogonskim okolnostima, što je naročito važno kod otpora koji se mijenjaju ovisno o pogonskim okolnostima (npr. zbog zagrijanja, ovisnosti o naponu itd.). Za provedbu potrebni su samo voltmetar i ampermetar, dakle instrumenti koji se i inače vrlo često koriste. Moguća su dva spoja: naponski (sl. 9.56) i strujni (sl. 9.57).



Slika 9.56. Mjerenje djelatnog otpora mjerenjem napona i struje (naponski spoj)



Slika 9.57. Mjerenje djelatnog otpora mjerenjem napona i struje (strujni spoj)

U *naponskom spoju* voltmetar je priključen na stezaljke mjerenog otpornika, pa je očitani napon U jednak naponu na otporniku. Ampermetar mjeri struju I koja je suma struje otpornika i struje voltmetra I_V. Otpor R_V voltmetra redovno je poznat, pa se može odrediti njegova struja: $I_V = U/R_V$. Kako kroz mjereni otpornik teče struja $I - I_V$, bit će njegov otpor:

$$R_X = \frac{U}{I - I_V} = \frac{U}{I - \dfrac{U}{R_V}} \tag{9.57}$$

U *strujnom spoju* (sl. 9.57) ampermetar mjeri struju otpornika, a voltmetar pad napona na ampermetru i mjerenom otporniku. Ako je otpor ampermetra R_A, bit će:

$$R_X = \frac{U - R_A I}{I} = \frac{U}{I} - R_A \tag{9.58}$$

Općenito se upotrebljava onaj spoj u kojem se može zanemariti potrošak instrumenata i upotrijebiti jednostavan izraz: $R_x = U/I$. To znači da ćemo pri malim otporima upotrijebiti naponski spoj (sl. 9.56), jer voltmetar zbog svog velikog otpora troši neznatnu struju, najčešće zanemarivu prema struji mjerenog otpornika, tj. $I \gg I_V$. Pri velikim otporima upotrebljava se strujni spoj (sl. 9.57), jer se tada redovno može zanemariti mali otpor ampermetra.

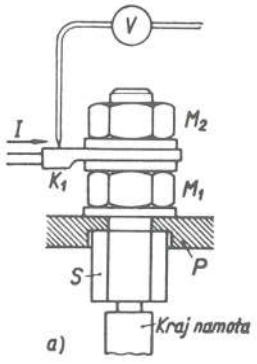
Pri srednjim otporima upotrebljava se onaj spoj koji omogućava upotrebu jednostavnog izraza: $R_x = U/I$. Ako ne možemo izbjeći korekciju zbog potroška instrumenata radije upotrebljavamo naponski spoj, jer je otpor voltmetra redovno naznačen i ne ovisi o temperaturi.

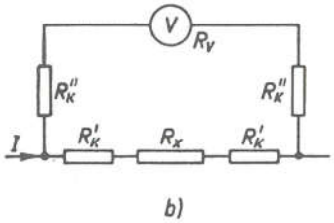
Tačnost mjerenja otpora ovisit će o klasi tačnosti upotrijebljenih instrumenata i veličini njihovih otklona. Poželjno je da otkloni budu što bliže punom otklonu. Za preciznija mjerenja upotrebljavaju se instrumenti klase 0,2 (ili čak 0,1) s mnogo mjernih opsega, tako da se mogu dobiti zadovoljavajući otkloni. U blizini punog otklona postižu se s instrumentima klase 0,2 sigurne granice pogrešaka mjerenog otpora od oko 0,5% (pogl. 1.6.2b).

Upotrebom odgovarajućih instrumenata mogu se pomoću ove metode mjeriti otpori od oko 10^{-6} do $10^{12}\ \Omega$.

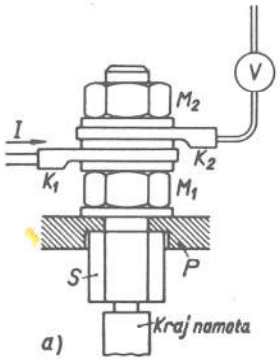
Pri mjerenju malih otpora treba voditi računa o načinu priključivanja instrumenata, kako bi se izbjegao utjecaj otpora spojnih mjesta. To ćemo objasniti na primjeru. Na sl. 9.58*a* prikazana je jedna stezaljka nekog malog otpora, npr. stezaljka namota jednog stroja. Kraj namota je zalemljen na svornik S, koji je pomoću matice M_1 pritegnut na izolacionu ploču P. Svornik se oslanja na donju stranu izolacione ploče svojim proširenim dijelom.

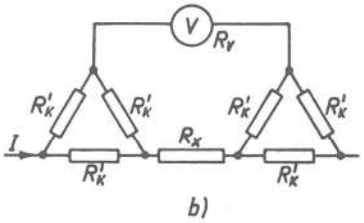
Da bi se izmjerio otpor namota, dovodi se struja I preko voda s kabelskom stopicom K_1, koja je pritegnuta maticom M_2. Milivoltmetar neka je priključen preko šiljka na stopicu K_1. Da bismo razmotrili ispravnost ovakvog načina spajanja instru-



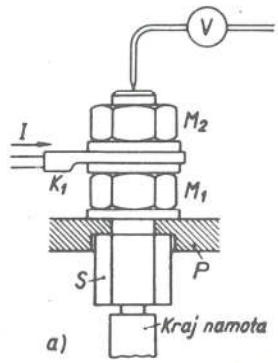


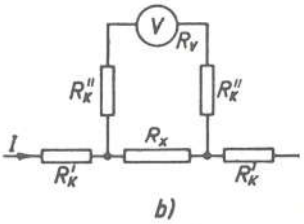
Slika 9.58. Neispravan priključak voltmetra kod mjerenja malih otpora





Slika 9.59. Neispravan priključak voltmetra kod mjerenja malih otpora





Slika 9.60. Ispravan priključak voltmetra kod mjerenja malih otpora

menata, pretpostavimo da između kabelske stopice K_1 i svornika S postoji prelazni otpor R'_K od oko $10^{-4}\ \Omega$, što treba očekivati. Između šiljka i kabelske stopice može se očekivati nešto veći prelazni otpor R''_K, npr. $10^{-3}\ \Omega$. Druga stezaljka namota nije prikazana, ali pretpostavimo da je spajanje izvedeno na isti način. Električka shema takvog spoja s ucrtanim prelaznim otporima prikazana je na sl. 9.58 *b*. Prelazni otpor R''_K između šiljka i stopice spojen je u seriju s otporom R_V milivoltmetra, koji redovno iznosi nekoliko desetaka oma, dakle znatno više od otpora R''_K. Stoga se utjecaj otpora R''_K na struju I_V milivoltmetra može potpuno zanemariti. To se ne može reći za otpore R'_K jer se oni nalaze u seriji s malim otporom R_x namota, tj. milivoltmetar neće mjeriti samo pad napona na otporu R_x, već i na prelaznim otporima R'_K. Zato će nastati pogreška u mjerenju otpora:

$$p = \frac{2R'_K}{R_x} 100\% \tag{9.59}$$

Ta pogreška može biti vrlo velika, ako je R_x malen. Npr. za $R_x = 10^{-3}\ \Omega$ i $R'_K = 10^{-4}\ \Omega$ ona iznosi čak 20%. Prema tome je ovakav način priključivanja posve neispravan.

Na sl. 9.59 *a* prikazana je druga mogućnost. Milivoltmetar je priključen na namot pomoću kabela koji završava s kabelskom stopicom K_2, pritegnutom maticom M_2. Sada će struja I teći jednim dijelom iz stopice K_1 preko prelaznog otpora R'_K na svornik. Drugi dio struje teći će iz stopice K_1 preko stopice K_2 u svornik. Zbog jednostavnosti pretpostavimo da je prelazni otpor između stopica K_1 i K_2, te između stopice K_2 i svornika, također R'_K. Električka shema ovog spoja s ucrtanim prelaznim otporima prikazana je na sl. 9.59 *b*. Zbog grananja struje I preko stopice K_2 nastat će pogreška:

$$p = \frac{2R'_K}{3R_x} 100\% \tag{9.60}$$

Pogreška je nešto manja nego u prvom primjeru, ali još uvijek prevelika. Za $R_x = 10^{-3}\ \Omega$ i $R'_K = 10^{-4}\ \Omega$ iznosi 7%. Prema tome je i ovaj način spajanja posve neispravan.

Na sl. 9.60 *a* prikazan je ispravni način spajanja. Voltmetar je priključen preko šiljaka koji su pritisnuti izravno na svornike, pa milivoltmetar ne mjeri pad napona na prelaznim otporima R'_K. Ovo razmatranje vrijedi i kada male otpore mjerimo pomoću ostalih metoda za mjerenje malih otpora (Thomsonov most i kompenzaciona metoda).

9.3.2. Mjerenje djelatnog otpora svitaka velikog induktiviteta

Kad mjerimo djelatni otpor svitaka i namota, naročito onih sa željeznom jezgrom, treba čekati neko vrijeme nakon uključivanja dok struja i napon postignu stacionarne vrijednosti. Vrijeme potrebno da se praktički postigne stacionarno stanje ovisit će o vremenskoj konstanti strujnog kruga.

Ako svitak, čiji je djelatni otpor R_L a induktivitet L, priključimo preko predotpora R_p na izvor istosmjernog napona U zanemarivog unutarnjeg otpora (sl. 9.61), rast će struja od nule do konačne vrijednosti: $I = \frac{U}{R_L + R_p}$ po eksponencijalnom zakonu:

$$i = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-t/T}\right) \tag{9.61}$$

U tom su izrazu $R = R_L + R_p$ ukupni djelatni otpor, a $T = L/R$ vremenska konstanta strujnog kruga. Voltmetar vrlo velikog otpora, koji je priključen na stezaljke svitka, ne mjeri samo pad napona iR_L, već i inducirani napon $L\frac{di}{dt}$:

$$u = iR_L + L\frac{di}{dt} = iR_L + \frac{LU}{RT}e^{-t/T} = iR_L + Ue^{-t/T} \tag{9.62}$$

Prema tome, ako izmjerimo otpor svitka U-I metodom istovremenim očitanjem struje i i napona u, prije nego je struja dosegla konačnu vrijednost, onda kvocijent u/i neće predstavljati djelatni otpor svitka:

$$\frac{u}{i} = \frac{iR_L + Ue^{-t/T}}{i} = R_L + \frac{Ue^{-t/T}}{\frac{U}{R}(1 - e^{-t/T})} = R_L + \frac{R}{e^{t/T} - 1} \tag{9.63}$$

Procentualno odstupanje, dakle, iznosi:

$$p = \frac{\frac{u}{i} - R_L}{R_L}100 = \frac{R}{R_L}\frac{1}{e^{t/T} - 1}100 = \frac{k}{e^{t/T} - 1}100\% \tag{9.64}$$

gdje je $k = \frac{R_L + R_p}{R_L} = \frac{R}{R_L}$. Ako želimo da odstupanje bude manje od 0,5 %, onda moramo pričekati da nakon uključivanja prođe vrijeme t koje možemo odrediti iz (9.64):

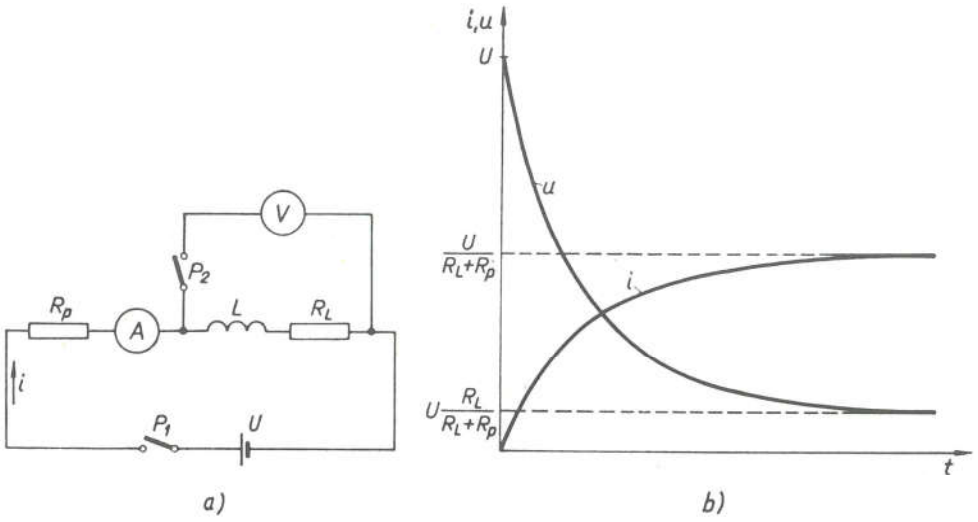
$$p = \frac{k}{e^{t/T} - 1}100 \leqq 0{,}5$$

ili:

$$t \geqq T \ln (200\,k + 1) \tag{9.65}$$

Vidimo da vrijeme čekanja t možemo skratiti ako povećamo veličinu predotpora R_p, jer se time smanjuje vremenska konstanta $T = \frac{L}{R_L + R_p} = \frac{L}{kR_L}$. Dodavanje velikog predotpora nužno je pri mjerenju otpora namota velikih transformatora. Nije ništa neobično da vremenska konstanta njihovog namota iznosi npr. 300 s, pa bi prema (9.65) trebalo čekati gotovo pola sata da odstupanje bude manje od 0,5% [$t = 300 \ln (200 + 1) \approx 1600$ s]. Ako dodamo predotpor koji je sto puta veći od djelatnog otpora namota, smanjit ćemo vrijeme čekanja na samo 30 s [$t = \frac{300}{101} \ln (200 \cdot 101 + 1) \approx 30$ s]. Ne smijemo zaboraviti da će u ovom primjeru napon na voltmetru u trenutku uključivanja biti sto puta veći od napona pri konačnoj vrijednosti struje. Stoga voltmetar smijemo uključiti, npr. pomoću preklopke P_2 (na sl. 9.61), tek kada je struja gotovo postigla konačnu vrijednost.

Ova razmatranja vrijede ako su svi drugi namoti transformatora otvoreni, te ako nema paralelno spojenih namota. Ako je, međutim, neki od ostalih namota kratko spojen, onda se u njemu za vrijeme prelazne pojave induciraju struje koje usporavaju postizanje konačne vrijednosti magnetskog toka, a time i konačne vrijednosti struje u mjerenom namotu. Vremenski tok struje u kratko spojenom namotu ovisi uglavnom o njegovom induktivitetu i djelatnom otporu, pa se na njega ne

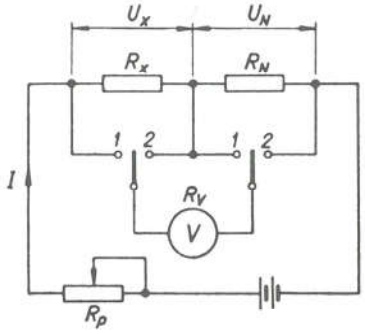


Slika 9.61. Mjerenje djelatnog otpora svitaka velikog induktiviteta *U—I* metodom: a) shema spoja; b) prelazna pojava nakon uključivanja istosmjernog napona

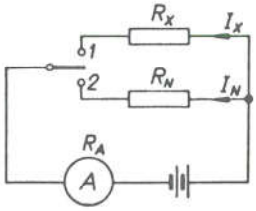
može bitno utjecati predotporom dodanim u seriju mjerenom namotu. To znači da će kod velikih transformatora struja u kratko spojenom namotu iščeznuti tek nakon dužeg vremena, a dok ne iščezne, ne može struja u mjerenom namotu postići konačnu vrijednost. Slično se događa i kod paralelno spojenih namota. Zato je najpogodnije da se pri mjerenju otpora otvore kratko spojeni namoti gdje god je to moguće.

9.3.3. Poredbene metode mjerenja djelatnog otpora

U poredbenim metodama uključuju se poznati i nepoznati otpor u seriju (sl. 9.62) ili paralelno (sl. 9.63), pa se uspoređuju njihovi naponi, odnosno struje. Vrijednost nepoznatog otpora dobiva se na osnovi vrijednosti poznatog otpora (npr. etalona otpora) i omjera otklona na istom instrumentu, pa se općenito može postići veća tačnost nego mjerenjem napona i struje.



Slika 9.62. Poredbena metoda mjerenja otpora u serijskom spoju



Slika 9.63. Poredbena metoda mjerenja otpora u paralelnom spoju

U serijskom spoju (sl. 9.62) priključeni su na izvor istosmjernog napona nepoznati i poznati otpori R_x i R_N spojeni u seriju. Struju u strujnom krugu ugađamo otporom R_p na pogodnu vrijednost. Ta struja uzrokuje na otporu R_x pad napona U_x, koji mjerimo voltmetrom V pri preklopci u položaju *1*:

$$U_x = I \frac{R_x \cdot R_V}{R_x + R_V} \tag{9.66}$$

gdje je R_V otpor voltmetra. Pri preklopci u položaju *2* mjeri voltmetar pad napona na poznatom otporu R_N, pa vrijedi:

$$U_N = I \frac{R_N \cdot R_V}{R_N + R_V} \tag{9.67}$$

Iz izraza (9.66) i (9.67) dobivamo, uz pretpostavku da se struja za vrijeme mjerenja ne mijenja:

$$R_x = R_N \frac{U_x}{U_N} \frac{R_V}{R_V + R_N (1 - U_x/U_N)} \tag{9.68}$$

Ako su otpori R_x i R_N znatno manji od otpora voltmetra R_V, možemo otpor R_x odrediti iz jednostavnog izraza:

$$R_x = R_N \frac{U_x}{U_N} \tag{9.69}$$

To je razlog da se ovaj spoj obično koristi pri mjerenju malih otpora. Da se postignu veće tačnosti poželjno je da otkloni voltmetra budu preko polovice skale pri jednom i drugom mjerenju, te da se koristi isti mjerni opseg voltmetra. To se postiže ako se otpori R_x i R_N mnogo ne razlikuju.

Pri mjerenju velikih otpora prikladniji je paralelni spoj prema sl. 9.63. Tu mjerimo, uz konstantan napon izvora, struje I_x i I_N kroz nepoznati i poznati otpor:

$$I_x = \frac{U}{R_x + R_A} \qquad I_N = \frac{U}{R_N + R_A} \tag{9.70}$$

ili:

$$R_x = (R_N + R_A) \frac{I_N}{I_x} - R_A \tag{9.71}$$

Redovno se pri mjerenju velikih otpora može zanemariti otpor R_A ampermetra, pa dobivamo jednostavni izraz:

$$R_x = R_N \frac{I_N}{I_x} \tag{9.72}$$

Da bismo što više odstranili utjecaj netačnosti ampermetra, najbolje je kao poznati otpor upotrijebiti promjenljivi otpornik (npr. precizni dekadski otpornik) i dotle ga mijenjati, dok instrument ne postigne isti otklon kao i pri nepoznatom otporu. Tada je $R_x = R_N$. U ovome postupku ne utječe na rezultat otpor instrumenta i

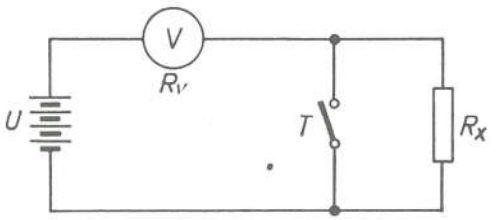
izvora napona. Tu se u seriju s ampermetrom može dodati otpornik za ugađanje struje. Njegov otpor također neće utjecati na rezultat, ukoliko je bio pri oba mjerenja isti.

9.3.4. Omometri

Omometri su električni mjerni instrumenti koji izravno pokazuju vrijednost mjerenog otpora, te služe za brza mjerenja malih, srednjih i velikih otpora. Izvedbe predviđene za mjerenje izolacionih otpora omogućavaju neposredno mjerenje otpora od više stotina megaoma (megaomometri ili mjerila izolacije). Kod omometara i megaomometara koriste se mjerni sistemi s pomičnim svitkom ili unakrsnim svicima.

a) **Omometri s pomičnim svitkom.** Prema Ohmovu zakonu, otpor je obrnuto razmjeran struji ($R = U/I$). Stoga se skala instrumenta koji mjeri struju ili napon mjerenog otpora može izbaždariti u omima, ako se održava konstantan napon, odnosno struja.

Za mjerenje većih otpora prikladan je spoj prema sl. 9.64. Na konstantni napon U serijski su priključeni instrument velikog unutarnjeg otpora R_V i mjereni otpor R_x, koji se može kratko spojiti pomoću tipke T. Na instrumentu se očitaju struje I_1 i I_2, odnosno otkloni α_1 i α_2 pri zatvorenoj i otvorenoj tipci:



Slika 9.64. Omometarski spoj

$$I_1 = \frac{U}{R_V} = k\alpha_1 \qquad (9.73)$$

$$I_2 = \frac{U}{R_V + R_x} = k\alpha_2 \qquad (9.74)$$

Dijeljenjem izraza (9.73) i (9.74) dobivamo:

$$R_x = R_V\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_2} - 1\right) \qquad (9.75)$$

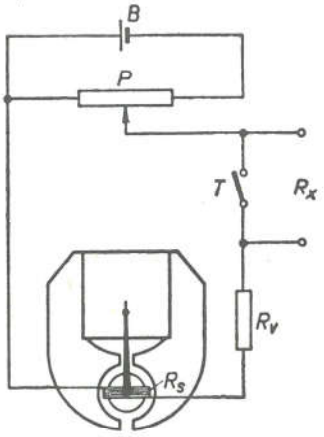
Vidimo da je za određivanje mjerenog otpora važan samo omjer otklona, pa na tačnost mjerenja neće npr. utjecati slabljenje magneta instrumenta i slično.

Da bi se postigla veća tačnost mjerenja, poželjno je da otklon α_1 bude što veći. Stoga se redovno za α_1 odabire pun otklon instrumenta. Ako je mjereni otpor malen, dobivat će se i pri otvorenoj tipci približno pun otklon, pa će za $\alpha_1 = \alpha_2$ biti $R_x = 0$. Obratno, struja I_2, odnosno otklon α_2 instrumenta, bit će to manji, što je veći mjereni otpor, pa $\alpha_2 = 0$ znači: $R_x = \infty$. Kada je mjereni otpor jednak unutarnjem otporu omometra, dobiva se polovica punog otklona. Tu će relativne promjene mjerenog otpora izazivati najveće pomake kazaljke, što znači da je mjerna nesigurnost najmanja na sredini skale instrumenta.

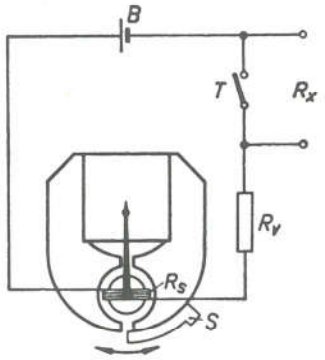
Za mjerenje otpora ovom metodom može se koristiti svaki voltmetar prikladnog unutarnjeg otpora, ali se mnogo upotrebljavaju posebni instrumenti sa skalom izravno baždarenom u omima ili megaomima, te s ugrađenim izvorom napona.

Kod skale baždarene u omima ili megaomima potrebno je stalno održavati predviđeni napon, kako bi otklon α_1 bio uvijek isti (redovno pun otklon kazaljke). Suhe baterije, koje se najčešće upotrebljavaju kao naponski izvor, ne osiguravaju potreban konstantni napon. Njihov napon s vremenom opada, pa treba osigurati uvijek isti otklon α_1 i u takvim uvjetima. To se postiže na dva načina. U rješenju

prema sl. 9.65 na bateriju je priključen potenciometar P, pomoću kojeg se naravna pun otklon instrumenta pri zatvorenoj tipci T ($R_x = 0$). Tada je na instrument priključen baš onaj napon za koji je on baždaren, pa se pri otvorenoj tipci T može očitati vrijednost mjerenog otpora. U rješenju prema sl. 9.66 otklanja se utjecaj promjene napona baterije pomicanjem magnetskog shunta S, pričvršćenog na polnim nastavcima permanentnog magneta instrumenta. Pomicanjem shunta mijenjamo jakost magnetskog polja u zračnoj pukotini mjernog sistema, a time i njegovu osjetljivost. Povećanjem osjetljivosti kompenziramo slabljenje napona baterije i postižemo pun otklon kazaljke pri zatvorenoj tipci T ($R_x = 0$). Pri otvorenoj tipci T pokazivat će instrument vrijednost mjerenog otpora. Pomicanje magnetskog shunta postiže se okretanjem dugmeta koje se nalazi na kućištu instrumenta.

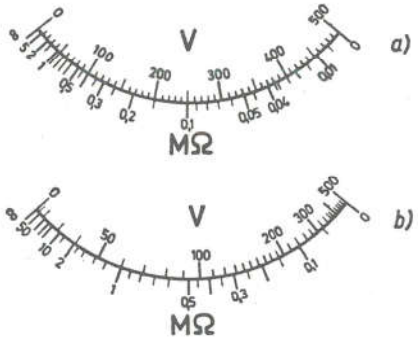


Slika 9.65. Omometar s djeliteljem napona

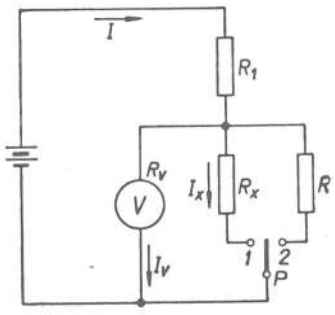


Slika 9.66. Omometar s magnetskim shuntom

Ako se kod omometara koristi mjerni sistem koji ima otklon razmjeran struji kroz pomični svitak, dobiva se skala kao na sl. 9.67 *a*. Omska (donja) skala je razvučena na manjim vrijednostima otpora, a na većim jako zbijena, za razliku od voltmetarske (gornje) skale koja je na čitavom području linearna. Omska skala se može popraviti posebnim oblikovanjem polova permanentnog magneta, pa se postiže gotovo logaritamski karakter skale, kao na sl. 9.67 *b*.



Slika 9.67. Skale omometra: a) kada upotrijebljeni voltmetar ima linearnu skalu; b) kada upotrijebljeni voltmetar ima na početku razvučenu skalu



Slika 9.68. Spoj omometra koji omogućava i mjerenje manjih otpora

Spoj prema sl. 9.64 nije prikladan za mjerenje malih otpora, jer bi tada tekle znatne struje koje bi prebrzo istrošile bateriju. Zato se radije koristi spoj prema sl. 9.68. Tu je u seriju s mjerenim otporom priključen znatno veći otpor R_1, tako

da je struja praktički konstantna, dok je voltmetar priključen paralelno mjerenom otporu. Uz oznake prema sl. 9.68 vrijedit će, pri preklopci P u položaju *1*, slijedeće jednadžbe:

$$I = I_x + I_V$$

$$U = IR_1 + I_xR_x$$

$$U_x = I_VR_V = I_xR_x$$

ili:

$$R_x = \frac{U_x R_1}{U - U_x\left(\frac{R_1}{R_V} + 1\right)} \qquad (9.76)$$



Slika 9.69. Tvornička izvedba omometra (Iskra)

Instrument ostaje bez otklona kada je $R_x = 0$, a postiže pun otklon kada R_x ima najveću vrijednost. Skala, baždarena u omima, vrijedit će i ovdje samo za određeni napon izvora. Da bi se uzele u obzir promjene napona izvora, potrebno je prije svakog mjerenja otpora prebaciti preklopku P u položaj *2*, gdje je umjesto otpora R_x priključen poznati otpor R. Tada se otklon ugađa na određenu vrijednost npr. pomicanjem magnetskog shunta.

b) **Omometri s unakrsnim svicima.** Instrumenti s unakrsnim svicima (pogl. 4.3) često se koriste kao omometri. Glavni razlog je tome što njihovo pokazivanje ovisi o omjeru struja kroz njihove svitke, odnosno ako se primijene pogodni spojevi, o omjeru nepoznatog i poznatog otpora, a ne ovisi o naponu upotrijebljenog izvora napona. Ipak, napon izvora ne smije bitno odstupati od predviđene vrijednosti, kako ne bi došli do izražaja slabi direkcioni momenti dovoda, trenje u ležajima i neizbalansiranost pomičnog organa. Redovno promjene napona izvora do $\pm 20\%$ ne utječu na pokazivanje instrumenta.

Ovisno o veličini mjerenog otpora i omjeru između najvećeg i najmanjeg otpora koji se mogu očitati na skali, upotrebljavaju se različiti spojevi. Najkarakterističniji spojevi su prikazani na sl. 9.70.

U serijskom spoju (sl. 9.70 *a*) mjereni otpor se spaja u seriju s jednim svitkom, a drugi svitak u seriju s poznatim otporom. Spoj se koristi za mjerenje većih otpora. Otklon instrumenta jest funkcija omjera otpora jedne i druge grane:

$$\alpha = f\left(\frac{R_1 + R_x}{R_2 + R_N}\right) \qquad (9.77)$$

U paralelnom spoju (sl. 9.70 *b*) jedan svitak je preko predotpora R_1 spojen paralelno mjerenom otporu R_x, a drugi svitak je preko predotpora R_2 spojen na izvor napona. Kroz jedan svitak instrumenta teče struja U/R_2, a kroz drugi $\frac{U R_x}{R_1 R_p + R_x (R_p + R_1)}$, pa dobivamo:

$$\alpha = f\left[\frac{R_2 R_x}{R_1 R_p + R_x (R_p + R_1)}\right] \tag{9.78}$$

Spoj se koristi za mjerenje manjih otpora.

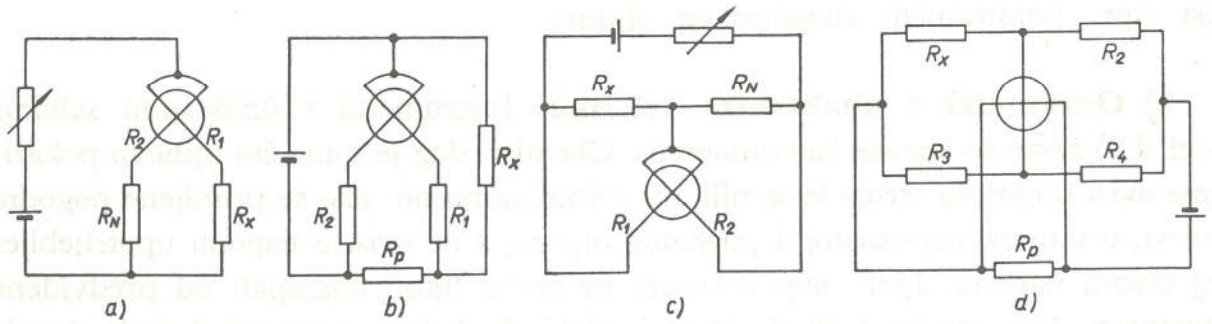
U spoju prema sl. 9.70 *c* uspoređuju se padovi napona na poznatom otporu R_N i nepoznatom otporu R_x:

$$\alpha = f\left[\frac{R_x}{R_N}\,\frac{R_2 + R_N}{R_1 + R_x}\right] \tag{9.79}$$

Kada je $R_1 \gg R_x$ i $R_2 \gg R_N$, dobivamo:

$$\alpha = f\left(\frac{R_x}{R_N}\,\frac{R_2}{R_1}\right) \tag{9.80}$$

U mosnom spoju (sl. 9.70 *d*) uspoređuje se struja u dijagonali mosta sa strujom napajanja mosta. U ovakvom spoju najčešće se upotrebljavaju instrumenti nesimetrične izvedbe prema sl. 4.74 *b*, jer su pogodni za mjerenje kvocijenta struja koji se mijenja u širokom opsegu, počevši od nule.



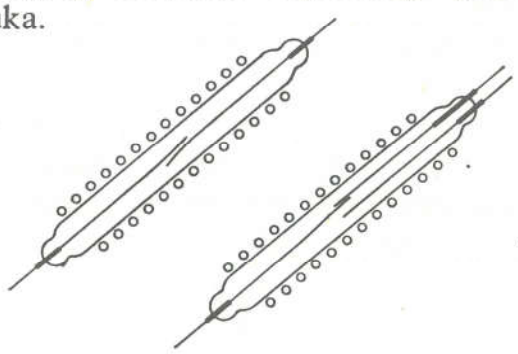
Slika 9.70. Spojevi omometra s unakrsnim svicima

c) **Digitalni omometri** obično rade na već objašnjenom principu stepenastih pretvarača (pogl. 8.3.2 c). U jednoj grani Wheatstoneova mosta nalazi se mjereni otpor, a u drugoj grupa preciznih otpornika koje upravljački uređaj redom uključuje i po potrebi isključuje, sve dok se ne postigne ravnoteža mosta. Otporima u ostalim granama mijenja se mjerni opseg mosta. Na sl. 9.71 prikazan je jedan takav precizni digitalni omometar koji služi za mjerenje otpora od 10 mΩ do 999 MΩ. Za otpore do 1 MΩ granice pogrešaka su manje od ± 0,05%, odnosno jedne jedinice zadnjeg mjesta. Izbor mjernog opsega vrši se automatski, a automatskim prekapčanjem napona postiže se da opterećenje mjerenog otpora ne pređe 10 mW. Uključivanje preciznih otpornika u drugoj grani mosta obavlja se pomoću releja čiji su kontakti utaljeni u staklenu cjevčicu napunjenu zaštitnim plinom (sl. 9.72).



Slika 9.71. Precizni digitalni omometar za mjerenje otpora od 0,01 Ω do 999 MΩ (granice pogrešaka ± 0,05% za otpore do 1 MΩ) sa štampačem mjernih vrijednosti (lijevo) i uređajem za kontrolu tolerancija mjerenih otpora (gore), tako da npr. mjerne vrijednosti izvan tolerancije mogu biti odštampane crveno (S & H)

Oko cjevčice omotan je svitak a završeci kontakta su od meka željeza, pa kada kroz svitak poteče odgovarajuća struja, dolazi do priljubljivanja kontakta. Ovakvi releji se odlikuju velikom trajnošću, malim kontaktnim otporom i velikom brzinom uklapanja. Završeci kontakta se izradjuju i od tvrdomagnetskog materijala. Tada je za uklapanje potreban kratkotrajni strujni impuls a do prekidanja kontakta dolazi tek nakon drugog kratkotrajnog impulsa suprotnog predznaka.



Slika 9.72. Kontakti utaljeni u staklenu cjevčicu napunjenu zaštitnim plinom

Često digitalni voltmetri (pogl. 8.3.2) uz pomoć ugrađenog strujnog izvora služe ujedno i kao digitalni omometri. Pri tom strujni izvor osigurava vrlo tačnu (dekadski stepenovanu) struju kroz mjereni otpor, pa je dovoljno pomoću digitalnog voltmetra izmjeriti pad napona na mjerenom otporu.

9.3.5. Mjerila izolacije

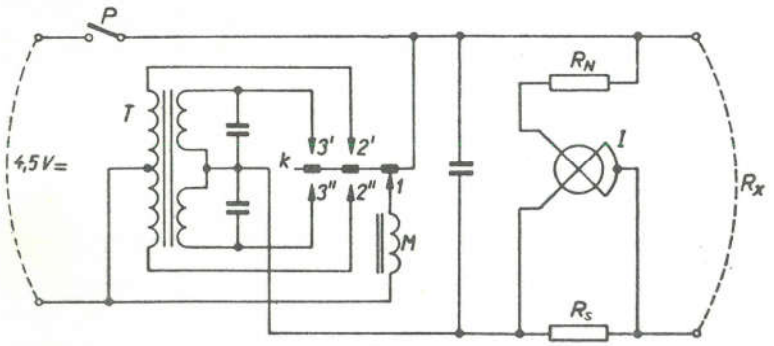
Mjerenje otpora izolacije se provodi na svim električnim postrojenjima i na svoj opremi, počevši od kućnih instalacija do visokonaponskih postrojenja, telefonskih instalacija, motora, transformatora, kabela itd. Posebno se to radi pri puštanju u pogon. Propisi pri tome određuju minimalni napon s kojim treba izvršiti mjerenje. Na primjer, za postrojenja s pogonskim naponom ispod 1000 V treba mjerenje izvršiti s pogonskim naponom ili najmanje sa 100 V. Za takva se postrojenja smatra da imaju zadovoljavajuću izolaciju ako gubitak zbog nepotpunosti izolacije u svakom dijelu instalacije između dva susjedna osigurača, ili iza posljednjeg osigurača, ne prekoračuje pri pogonskom naponu 1 mA (220 kilooma kod 220 V). I kod električnih strojeva se uzima sličan kriterij (približno jedan megaom po kilovoltu pogonskog napona), osim kod većih jedinica, gdje se upotrebljavaju druge empiričke formule koje dopuštaju manje vrijednosti otpora izolacije. Kod uljnih transformatora za više napone postižu se veće vrijednosti od 1 megaoma po kilovoltu.

Gornje vrijednosti su samo informativne pa se prije ispitivanja izolacije treba bolje upoznati s odgovarajućim propisima, odnosno iskustvenim podacima.

Potrebno je naglasiti da se pri gore navedenim ispitivanjima otpora izolacije ne traži neka visoka tačnost, zbog naravi samih izolacionih otpora. Oni nemaju stalnu vrijednost, već ovise o vlazi, prašini, temperaturi, naponu itd. S druge strane, ispitivanje se vrši vrlo često na terenu, daleko od ispitnih stanica i laboratorija, gdje katkada nema mrežnog priključka. Zbog toga je bilo potrebno razviti jednostavne, lagane, ne naročito precizne, lako prenosive uređaje s vlastitim izvorom napona. Postoji više takvih rješenja, koja se međusobno razlikuju po načinu dobivanja potrebnog napona i po metodi mjerenja izolacionog otpora.

S obzirom na izvor napona koriste se slijedeće mogućnosti:

a) **Mjerila izolacije s induktorom.** Izvor napona su mali generatori istosmjerne struje s permanentnim magnetom i armaturom „dvostruko T", te s kolektorom i četkicama. Okretanje je ručno, preko para zupčanika. Napon generatora je proporcionalan brzini vrtnje pa je, naročito kod mjerila izolacije koja mjere na principu omometra s pomičnim svitkom, potrebno poduzeti posebne mjere da se održi konstantan napon (zbog ručnog okretanja teško je održati stalnu brzinu vrtnje). Kod starijih izvedbi brzina vrtnje se mijenja kad je tipka T zatvorena (sl. 9.64) sve dotle, dok se ne dobije traženi otklon α_1 (redovno pun otklon). Održavajući istu brzinu vrtnje ispita se onda nepoznati otpor. Ovakvo mjerenje je dosta grubo jer ovisi o jednoličnom ručnom okretanju, pa se danas praktički ne koristi. U novijim rješenjima upotrebljavaju se dvije mogućnosti dobivanja konstantnog napona. To su: 1) mehanička metoda, gdje se pomoću tarne spojke povezane sa centrifugalnim regulatorom i malim zamašnjakom postiže dovoljno stalna brzina vrtnje; 2) električna metoda, gdje se za stabilizaciju napona koriste tinjalice ili $R-C$ spojevi. Korisna snaga je tada samo manji dio snage koju daje generator, a napon je konstantan za jedno šire područje brzine vrtnje. Mjerila izolacije s induktorom su gotovo džepnog formata, a težina im iznosi od 1 do 3 kg. Naponi induktora kreću se od 500 do 2500 V pa i više.



Slika 9.73. Shema mjerila izolacije s mehaničkim pretvaračem

b) **Mjerila izolacije s baterijom i mehaničkim pretvaračem** dobivaju potrebni napon od 500 i više volta iz baterije od npr. 4,5 V pomoću titrajnog prekidača i transformatora (sl. 9.73). Kad se uključi preklopka P počet će kotva k titrati zbog djelovanja elektromagneta M i kontakta *1*, slično kao kod običnog zujala. Zbog prilijeganja kotve na kontakte *2'* i *2''* poteći će isprekidana struja kroz primar transformatora T koja će na sekundarnoj strani transformatora, radi znatno većeg broja zavoja, stvoriti dovoljno visok izmjenični napon. Tako dobiveni izmjenični napon ispravlja se pomoću kontakta *3'* i *3''* istog titrajnog prekidača. Samo mjerenje otpora vrši se pomoću instrumenta I s unakrsnim svicima. Jedan svitak instrumenta je spojen preko poznatog otpora R_N na izvor napona. Drugi svitak je spojen paralelno otporu R_s, pa je struja kroz taj svitak proporcionalna struji kroz

nepoznati otpor R_x. Zbog toga je otklon instrumenta ovisan o otporu R_x, a ne ovisi o naponu izvora. Ovakvi su instrumenti ugodni za rad, ali im je potrebna relativno znatna struja iz baterije. Ugrađuju se po tri baterije od 4,5 V.

c) **Mjerila izolacije s baterijom i tranzistorskim pretvaračem.** Uređaj se napaja iz malih čeličnih akumulatora, a potrebni istosmjerni napon od 500 i više volta dobiva se preko tranzistorskog pretvarača. Odlikuju se velikom korisnošću (70 do 80%), malom težinom (0,5 kg) i trajnošću, pa su potisnuli rješenja s mehaničkim pretvaračem. Pri tom se koristi i mogućnost punjenja akumulatora jednostavnim priključkom na gradsku mrežu.

9.3.6. Mjerenje izolacije u pogonu

Prije opisana mjerila izolacije su predviđena za mjerenja izolacije **izvan pogona.** Frischovom metodom se može provjeriti izolacija u pogonu u istosmjernom postrojenju s dva neuzemljena vodiča. Mjeri se napon U između vodiča, a zatim naponi U_1 i U_2 pojedinih vodiča prema zemlji (sl. 9.74). Napon U_1 odnosi se prema naponu U kao otpor paralelne kombinacije otpora R_V instrumenta i otpora R_1 prema otporu te paralelne kombinacije spojene u seriju s otporom R_2. (Otpori R_1 i R_2 su otpori izolacije vodiča *1*, odnosno vodiča *2* prema zemlji.) Slično vrijedi za U_2.

$$\frac{U_1}{U} = \frac{\dfrac{R_V \cdot R_1}{R_1 + R_V}}{\dfrac{R_V \cdot R_1}{R_1 + R_V} + R_2} = \frac{R_1 R_V}{R_1 R_2 + R_1 R_V + R_2 R_V} \tag{9.81}$$

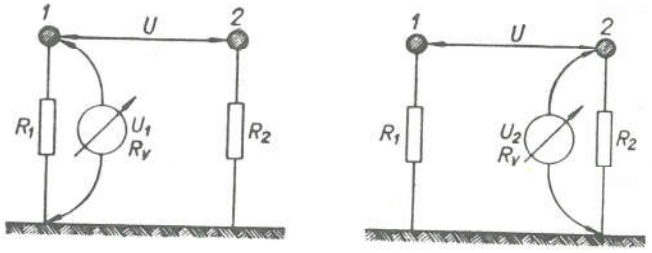
$$\frac{U_2}{U} = \frac{\dfrac{R_V \cdot R_2}{R_2 + R_V}}{\dfrac{R_V \cdot R_2}{R_2 + R_V} + R_1} = \frac{R_2 R_V}{R_1 R_2 + R_1 R_V + R_2 R_V} \tag{9.82}$$

Podijelimo (9.81) sa (9.82):

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$R_1 = R_2 \frac{U_1}{U_2}$$

$$R_2 = R_1 \frac{U_2}{U_1}$$



Slika 9.74. Mjerenje izolacije u pogonu Frischovom metodom

pa uvrštavanjem u (9.81) i (9.82) dobivamo:

$$\frac{U}{U_1} = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_V + R_1 R_V U_2/U_1}{R_1 \cdot R_V} = \frac{R_2 + R_V + R_V U_2/U_1}{R_V}$$

$$R_2 = R_V \left(\frac{U - U_1 - U_2}{U_1} \right) \tag{9.83}$$

odnosno:

$$R_1 = R_V\left(\frac{U - U_1 - U_2}{U_2}\right) \tag{9.84}$$

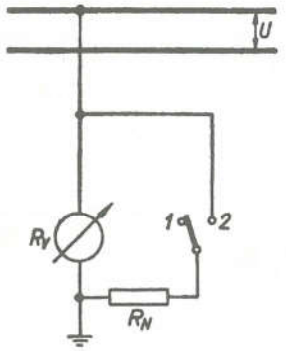
Za izolacioni otpor cijelog postrojenja prema zemlji izlazi:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_V\left(\frac{U}{U_1 + U_2} - 1\right) \tag{9.85}$$

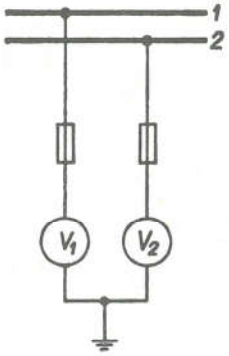
Izolacioni otpor jednog postrojenja u pogonu može se izmjeriti i pomoću metode sa sl. 9.75. Voltmetrom otpora R_V izmjerimo napon U_1 jednog vodiča prema zemlji a zatim, prebacivanjem preklopke u položaj *2*, spojimo otpor R_N paralelno voltmetru i izmjerimo napon U_2 istog vodiča prema zemlji. Za izolacioni otpor cijelog postrojenja prema zemlji tada dobivamo:

$$R = \frac{R_V \cdot R_N (U_1 - U_2)}{U_2 (R_V + R_N) - U_1 R_N} \tag{9.86}$$

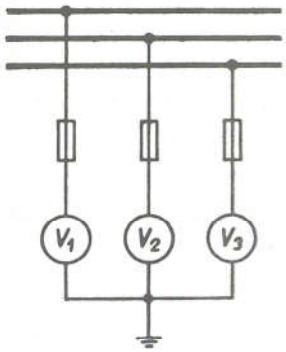
Za nadzor postrojenja istosmjerne struje u pogledu spoja sa zemljom dovoljno je priključiti dva voltmetra prema sl. 9.76. Uz podjednaku izolaciju oba vodiča prema zemlji pokazuju oba voltmetra jednak iznos (polovicu pogonskog napona).



Slika 9.75. Mjerenje izolacije u pogonu pomoću voltmetra i otpornika



Slika 9.76. Nadzor izolacije istosmjernog postrojenja pomoću dva voltmetra



Slika 9.77. Nadzor izolacije trofaznih neuzemljenih sistema pomoću tri voltmetra

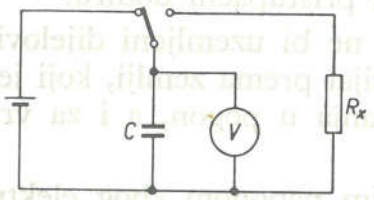
Pri slabijoj izolaciji jednog vodiča pokazuje pripadni voltmetar niži napon. Slično se može kontrolirati izolacija trofaznih neuzemljenih sistema (sl. 9.77).

9.3.7. Laboratorijske metode mjerenja vrlo velikih otpora

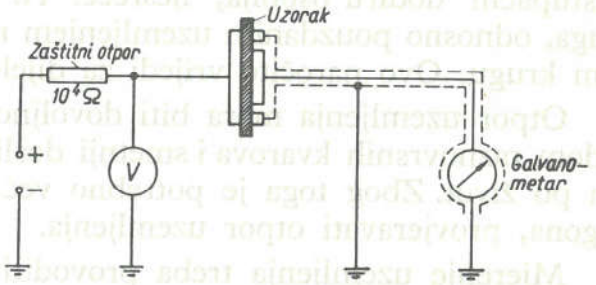
a) **Mjerenje otpora metodom gubitka naboja.** Ekstremno visoke otpore možemo izmjeriti mjerenjem trajanja izbijanja kondenzatora poznatog kapaciteta C preko nepoznatog otpora (sl. 9.78). Uz zanemarenje iznosa kapaciteta elektrostatskog voltmetra V i uz pretpostavku da je kondenzator savršen, vrijedi:

$$C \cdot R = \frac{t_2 - t_1}{\ln(U_1/U_2)} \tag{9.87}$$

gdje je $t_2 - t_1$ trajanje izbijanja a U_1 i U_2 napon kondenzatora na početku i na kraju izbijanja. Kod kondenzatora s nesavršenom izolacijom najprije pustimo da se on sam izbija, pa pomoću (9.87) odredimo njegovu vremensku konstantu CR_0, odnosno izolacioni otpor R_0 kondenzatora. Nakon toga izbijemo kondenzator preko



Slika 9.78. Mjerenje velikih otpora metodom gubitaka naboja



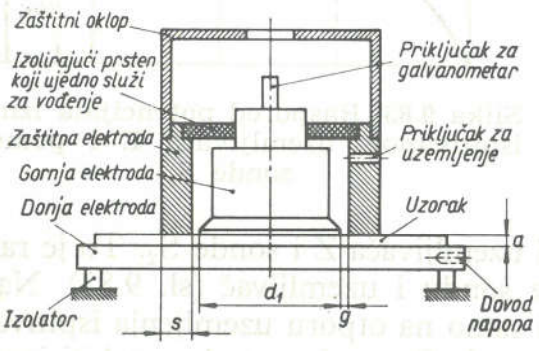
Slika 9.79. Mjerenje specifičnog otpora izolacionih materijala *U-I* metodom

nepoznatog otpora R_x i pri računanju vrijednosti otpora R_x uzmemo u račun istodobno izbijanje kondenzatora preko njegove vlastite izolacije. Ako je tada pomoću izraza (9.87) dobiven otpor R, iznosi vrijednost nepoznatog otpora R_x:

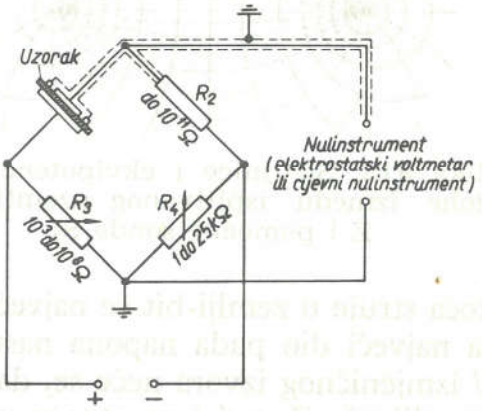
$$R_x = \frac{R \cdot R_0}{R_0 - R} \tag{9.88}$$

b) *U-I* **metoda.** Vrlo osjetljivim galvanometrima i uz primjenu dovoljno visokog napona mogu se mjeriti vrlo veliki otpori. Na taj se način mjere površinski i specifični otpor izolacionih uzoraka (sl. 9.79). Pri tome se zadovoljavamo tačnošću od $\pm 5\%$ u mjerenju otpora do $10^{10}\,\Omega$ i tačnošću od $\pm 20\%$ kod izolacionih otpora do $10^{12}\,\Omega$. Ispitni krug se zbog eventualnih kratkih spojeva zaštićuje otporom od oko $10^4\,\Omega$. Pri mjerenju specifičnog otpora stavlja se uzorak između dvije elektrode (sl. 9.80). Na donju, od postolja izoliranu elektrodu, dovodimo napon, a na gornju priključujemo mjerni instrument. Da bismo eliminirali površinske struje, oko gornje elektrode nalazi se uzemljena zaštitna elektroda. Instrument i dovod do mjerne elektrode su oklopljeni i uzemljeni. Promjer d_1 uzima se od 25 do 100 mm, a razmaci g i s iznose 1, odnosno 10 mm.

c) **Wheatstoneov most.** Vrlo veliki otpori mogu se mjeriti i pomoću Wheatstoneova mosta. Na sl. 9.81 je prikazano mjerenje specifičnog otpora uzorka izolacionog materijala.



Slika 9.80. Elektrode za mjerenje specifičnog otpora izolacionih materijala



Slika 9.81. Mjerenje specifičnog otpora izolacionih materijala Wheatstoneovim mostom

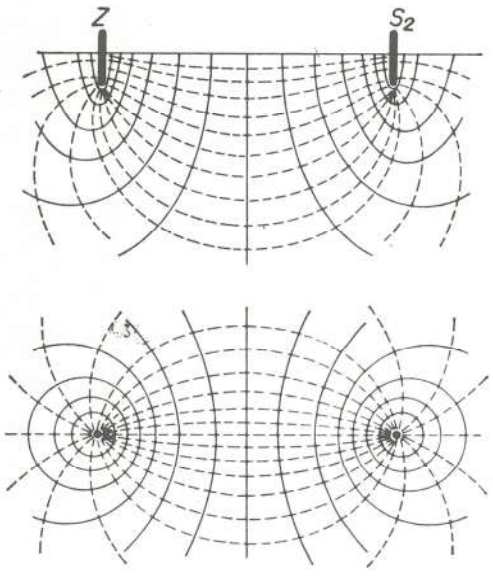
9.3.8. Mjerenje otpora uzemljenja

Dijelovi električne opreme koji ne pripadaju strujnom krugu mogu zbog raznih neispravnosti i kvarova doći pod napon i izazvati smetnje u radu, ili čak, ako su pristupačni dodiru osoblja, nesreće. To se sprečava dobrom izolacijom strujnog kruga, odnosno pouzdanim uzemljenjem metalnih dijelova koji ne pripadaju strujnom krugu. Ovo naročito vrijedi za dijelove koji su pristupačni dodiru.

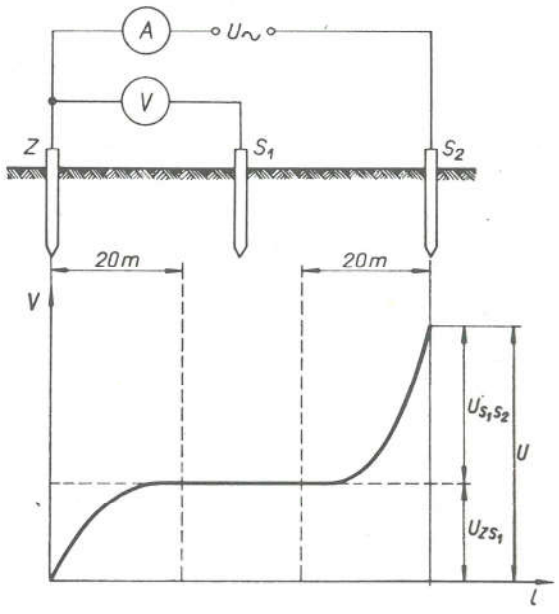
Otpor uzemljenja mora biti dovoljno nizak, da ne bi uzemljeni dijelovi prigodom raznovrsnih kvarova i smetnji došli na potencijal prema zemlji, koji je opasan po život. Zbog toga je potrebno već prije puštanja u pogon, a i za vrijeme pogona, provjeravati otpor uzemljenja.

Mjerenje uzemljenja treba provoditi izmjeničnim naponom zbog elektrolitičkog karaktera vođenja električne struje u zemlji. Pri udaru groma važne su kapacitivna i induktivna komponenta otpora uzemljenja, pa bi bilo najispravnije mjerenje vršiti visokom frekvencijom ili udarnim naponima. Mjerenje niskom frekvencijom je opravdano samo tada, kada je provjereno da se rezultati mjerenja niskom i visokom frekvencijom bitno ne razlikuju.

a) **Mjerenje otpora uzemljenja** *U-I* **metodom.** Otpor uzemljenja jednog uzemljivača može se odrediti tako da se kroz njega propusti određena izmjenična struja i izmjeri pad napona koji ona izaziva na otporu uzemljivača. Za tu svrhu je potrebno na dovoljnoj udaljenosti zabiti u zemlju pomoćnu sondu S_2, te između mjerenog uzemljivača Z i sonde S_2 priključiti izmjenični napon U (sl. 9.82). Gu-



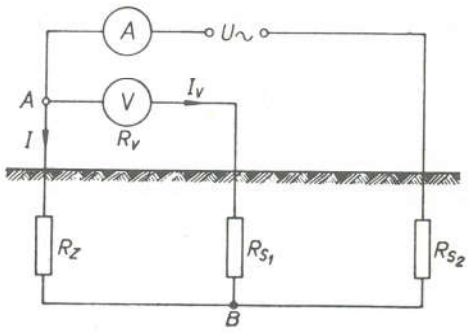
Slika 9.82. Strujnice i ekvipotencijalne plohe između ispitivanog uzemljivača Z i pomoćne sonde S_2



Slika 9.83. Raspored potencijala između ispitivanog uzemljivača Z i pomoćne sonde S_2

stoća struje u zemlji bit će najveća u blizini uzemljivača Z i sonde S_2. To je razlog da najveći dio pada napona nastaje baš uz sondu i uzemljivač (sl. 9.83). Napon U izmjeničnog izvora neće se, dakle, trošiti samo na otporu uzemljenja ispitivanog uzemljivača Z, već i na otporu uzemljenja sonde S_2, pa je potrebno zabiti između njih još jednu pomoćnu sondu S_1. Voltmetar dovoljno velikog unutarnjeg otpora, priključen između Z i S_1, mjerit će tada pad napona na otporu ispitivanog uzem-

ljivača Z. Pri tome moramo paziti da sonda S_1 bude dovoljno daleko od uzemljivača Z i sonde S_2, tj. mora se zabiti na mjestu gdje je gustoća struje već neznatna. Traži se da sonda S_1 bude najmanje 20 m udaljena od pločastih i šipkastih uzemljivača (Službeni list br. 6, god. XIII). Za prostrane uzemljivače treba da su te udaljenosti 2,5, odnosno 5 puta veće od najveće duljine mjerenog uzemljivača. Kod velikih električnih postrojenja koja imaju zrakasto ili petljasto uzemljenje može ova duljina iznositi nekoliko kilometara.
Pomoćne sonde S_1 i S_2 su obično metalne, na jednom kraju zašiljene šipke duljine do 1 m, promjera 10 do 20 mm. Udaljenost između sonda S_1 i S_2 uzima se veća od 20 m.



Slika 9.84. Nadomjesna shema mjerenja otpora uzemljenja *U-I* metodom

Iz izmjenične struje I i pada napona U_{ZS_1}, očitanog na voltmetru, možemo odrediti otpor uzemljenja R_Z uzemljivača Z:

$$R_Z = \frac{U_{ZS_1}}{I} \tag{9.89}$$

Pri tome mora otpor voltmetra biti dovoljno velik. To se razabire iz sl. 9.84. Voltmetar bi trebao mjeriti samo pad napona na ispitivanom uzemljivaču, dakle pad napona ΔU između tačaka A i B. Zbog pada napona koji izaziva struja voltmetra I_V na otporu R_{S_1} pomoćne sonde S_1, mjerit će voltmetar neki manji napon U_V:

$$U_V = \Delta U - I_V R_{S_1} \tag{9.90}$$

pa će nastati pogreška u mjerenju otpora R_Z uzemljivača:

$$\frac{\Delta R_Z}{R_Z} = \frac{U_V - \Delta U}{\Delta U} = -\frac{I_V R_{S_1}}{\Delta U} \tag{9.91}$$

Kako je $\Delta U = I_V (R_V + R_{S_1})$, gdje je R_V otpor voltmetra, slijedi:

$$\frac{\Delta R_Z}{R_Z} = -\frac{R_{S_1}}{R_V + R_{S_1}} \tag{9.92}$$

Iz ovog izraza razabiremo zašto propisi zahtijevaju da otpor voltmetra bude barem 10 puta veći od otpora uzemljenja sonde S_1.

Događa se da voltmetar pokazuje neki otklon, makar izvor izmjeničnog napona nije priključen. Razlog su padovi napona, koje izazivaju lutajuće struje obližnjih postrojenja. Tada moramo odabrati dovoljno velik napon izmjeničnog izvora koji će izazvati znatno veće padove napona. Pri mjerenju prostranih uzemljivača koji imaju mali otpor uzemljenja bit će zato potreban snažan izvor izmjeničnog napona.

b) **Nippoldova metoda.** Wheatstoneovim mostom mjeri se redom otpor R_{ZS_1} između mjerenog uzemljivača Z i sonde S_1, otpor R_{ZS_2} između Z i sonde S_2 i otpor $R_{S_1S_2}$ između sonda S_1 i S_2 (sl. 9.85). Most je napajan izmjeničnim naponom, najčešće dobivenim iz zujala, a kao nulinstrument služi slušalica. Ako označimo otpor uzemljivača Z sa R_Z, a otpore uzemljenja sondi S_1 i S_2 sa R_{S_1} i R_{S_2}, onda će gornja tri mjerenja dati sume otpora: $R_Z + R_{S_1}$, $R_Z + R_{S_2}$ i $R_{S_1} + R_{S_2}$, tj.:

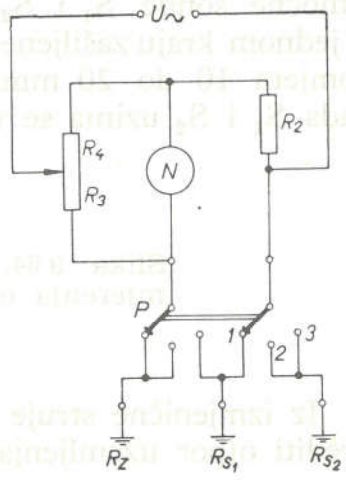
$$R_Z + R_{S_1} = R_{ZS_1} \qquad (9.93)$$

$$R_Z + R_{S_2} = R_{ZS_2} \qquad (9.94)$$

$$R_{S_1} + R_{S_2} = R_{S_1S_2} \qquad (9.95)$$

Iz ovih izraza može se izračunati otpor R_Z mjerenog uzemljivača Z:

$$R_Z = \frac{R_{ZS_1} + R_{ZS_2} - R_{S_1S_2}}{2} \qquad (9.96)$$



Slika 9.85. Nippoldova metoda mjerenja uzemljenja

Da bi se ovom metodom dobili donekle pouzdani rezultati, potrebno je da pomoćne sonde S_1 i S_2 budu izvedene pomno, tako da njihov otpor uzemljenja ne bude bitno veći od otpora mjerenog uzemljivača. Obratno, bilo bi $R_{ZS_1} + R_{ZS_2} \approx \approx R_{S_1S_2}$, pa bismo do rezultata dolazili iz razlike dvaju podjednakih brojeva. Poznato je da su tada rezultati nepouzdani (pogl. 1.6.1 d).

Prikladnije su mosne metode po Wiechertu ili Stösselu, gdje u rezultat ne ulazi otpor pomoćnih sondi. Kod njih je potrebno provesti samo dva mjerenja.

c) **Behrendova metoda.** Ova metoda također omogućava određivanje otpora mjerenog uzemljenja iz samo jednog mjerenja. Iz ručnog generatora dobivamo izmjeničnu struju I_1, koja teče kroz primar strujnog transformatora, ispitivani uzemljivač Z i sondu S_2 (sl. 9.86). Kroz sekundarni namot strujnog transformatora teći će struja I_2 koja je u stalnom omjeru prema struji I_1. Na nulinstrumentu nema otklona kada je napon U_1 između ispitivanog uzemljivača Z i sonde S_1 jednak padu napona U_2 na dijelu klizne žice otpora R_1, tj. kada je:

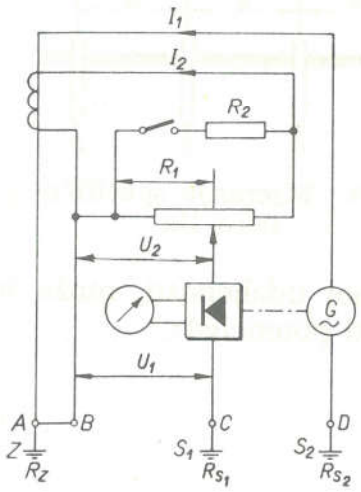
$$I_1 R_Z = I_2 R_1 \qquad (9.97)$$

Kako je omjer struja I_2/I_1 konstantan, tj. $I_2/I_1 = k$, slijedi:

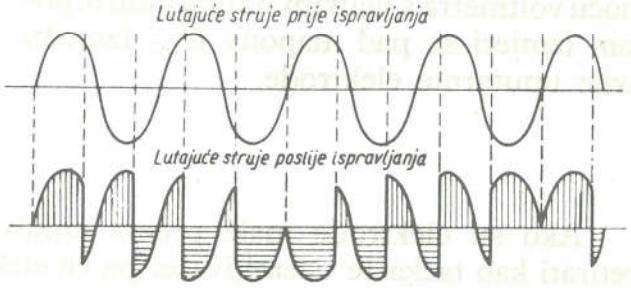
$$R_Z = k\, R_1 \qquad (9.98)$$

Veličinu mjerenog otpora uzemljenja možemo izravno očitati na skali klizne žice. Promjena mjernog opsega postiže se otporom R_2 koji se spaja paralelno kliznoj žici.

Lutajuće struje ne utječu na rezultat, jer je za nulinstrument upotrijebljen sistem s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem, koji je povezan s osovinom ručnog generatora. To se razabire iz sl. 9.87, gdje su prikazane lutajuće struje



Slika 9.86. Behrendova metoda



Slika 9.87. Djelovanje mehaničkog pretvarača na lutajuće struje

prije i poslije ispravljanja pomoću mehaničkog pretvarača, čija se frekvencija ne podudara s frekvencijom lutajućih struja. Za primjer prikazan na sl. 9.87 bit će srednja vrijednost ispravljene struje jednaka nuli nakon dvije periode. Ako se slučajno frekvencija lutajućih struja podudara s frekvencijom mehaničkog pretvarača, što se primjećuje po njihanju kazaljke instrumenta, dovoljno je promijeniti brzinu vrtnje ručnog generatora.

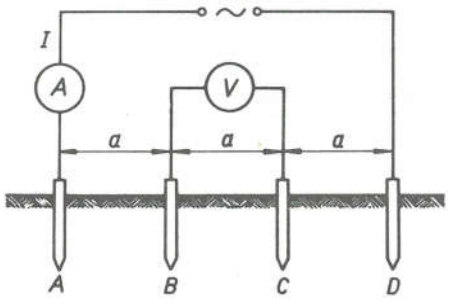


Slika 9.88. Tranzistorizirani uređaj za mjerenje otpora uzemljenja (Elektronika — Zadar)

Osim izvedbi s ručnim generatorom, izvode se i uređaji koji se napajaju iz džepne baterije. Pomoću mehaničkog pretvarača relejne izvedbe, ili u novije vrijeme redovito pomoću tranzistorskih sklopova, dobiva se potrebna izmjenična struja i ispravlja izmjenična struja u grani nulinstrumenta (sl. 9.88).

d) **Mjerenje specifičnog otpora tla.** Da bi se pri projektiranju uzemljenja mogle odrediti dimenzije uzemljivača, potrebno je prethodno mjerenjem odrediti specifični otpor tla. Pri tome se mora voditi računa o nehomogenosti tla i ovisnosti specifičnog otpora o klimatskim prilikama, pa je mjerenje potrebno izvršiti na više mjesta i u razna doba godine.

Obično se takva mjerenja provode pomoću četiri elektrode zabijene u zemlju u jednakim dovoljno velikim udaljenostima a (sl. 9.89). Na vanjske elektrode priključi se izvor izmjeničnog napona, a pomoću voltmetra s velikim unutarnjim otporom izmjeri se pad napona U_{BC} između dvije unutarnje elektrode.



Slika 9.89. Mjerenje specifičnog otpora tla

Ako su elektrode male prema njihovoj međusobnoj udaljenosti, može ih se tretirati kao tačkaste uzemljivače, pa će elektroda B imati potencijal:

$$V_B = \frac{I\rho}{2\pi a} - \frac{I\rho}{2\pi 2a} = \frac{I\rho}{4\pi a} \tag{9.99}$$

dok će potencijal elektrode C iznositi:

$$V_C = \frac{I\rho}{4\pi 2a} - \frac{I\rho}{2\pi a} = -\frac{I\rho}{4\pi a} \tag{9.100}$$

Potencijalna razlika između elektroda B i C iznosi:

$$U_{BC} = V_B - V_C = \frac{I\rho}{2\pi a} \tag{9.101}$$

pa je specifični otpor tla:

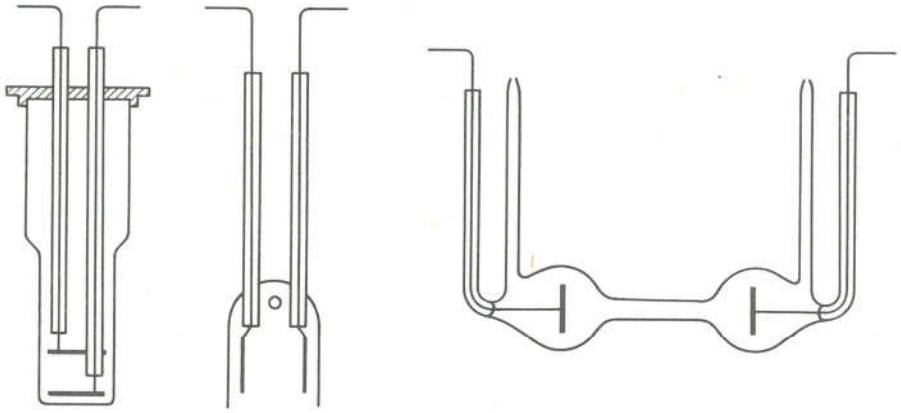
$$\rho = 2a\pi\frac{U_{BC}}{I} \tag{9.102}$$

Specifični otpor tla možemo odrediti i raznim drugim metodama, koje se bitno ne razlikuju od onih za mjerenje otpora uzemljenja. Tako možemo izmjeriti specifični otpor pomoću uređaja prikazanog na sl. 9.86 ako otklonimo vezu između stezaljke A i B, te stezaljke A, B, C i D uređaja povežemo redom sa sondama A, B, C i D.

9.3.9. Mjerenje otpora tekućina

Mjerenje otpora tekućina provodi se redovno izmjeničnom strujom. Razlog tome je *napon polarizacije* elektroda, koji sprečava da se otpor tekućina odredi na onako jednostavan način kao što je to moguće npr. kod kovinskih vodiča. Polarizacija je ovisna o smjeru struje, pa se njezini učinci mogu gotovo izbjeći ako se upotrijebi izmjenična struja od više stotina herca. Pri manjim zahtjevima u pogledu tačnosti zadovoljava već i mrežna frekvencija. Struja se uvodi u tekućinu preko elektroda koje su obično od platine, zbog njene otpornosti protiv kemijskih reakcija. Površina i razmak elektroda odabiru se prema boljoj ili lošijoj vodljivosti tekućina

određenih za ispitivanje. Elektrode za tekućine relativno male vodljivosti su smještene bliže jedna drugoj, kao kod elektrolitske stanice prikazane na sl. 9.90*a*. Kod nekih izvedbi tekućina se ulijeva u elektrolitsku stanicu (sl. 9.90*a*), a kod drugih stanica se uranja u tekućinu (sl. 9.90*b* i *c*).



Slika 9.90. Elektrolitske stanice

Mjerenje otpora tekućina obično se provodi Wheatstoneovim mostom koji se napaja izmjeničnom strujom iz oscilatora ili mreže. Specifični otpor ρ ili specifičnu vodljivost $\varkappa$ tekućina bilo bi najjednostavnije odrediti mjerenjem otpora stupca tekućine tačno određene duljine i presjeka. Tada bi vrijedio jednostavni izraz:

$$R = \rho \frac{l}{q} = \frac{l}{\varkappa q}$$

odnosno:

$$\varkappa = \frac{l}{q R} = \frac{A}{R} \tag{9.103}$$

Kod uobičajenih izvedbi elektrolitskih stanica, kao što su one na sl. 9.90, zbog nehomogenosti polja ne može biti govora o nekim određenim iznosima l i q stupca tekućine. Međutim, i kod njih će postojati čvrst odnos između otpora R i vodljivosti $\varkappa$, odnosno svaka takva stanica imat će određenu konstantu A. Ta konstanta se može eksperimentalno odrediti ako se izmjeri otpor R stanice napunjene tekućinom *poznate specifične vodljivosti* $\varkappa$. Za baždarenje se upotrebljavaju, već prema izvedbi stanice, ove otopine:

1. Sumporna kiselina maksimalne vodljivosti (30%-na), koja na 18°C ima vodljivost 0,7398 S cm^{-1}, a na 20°C vodljivost 0,7645 S cm^{-1}.
2. Zasićena (26,4%-na) otopina NaCl, gustoće 1,201 na 18°C. Prema Kohlrauschu iznosi njena vodljivost na temperaturi ϑ:

$$\varkappa = [215 + 4{,}8\,(\vartheta - 18°\mathrm{C})]\ 10^{-3}\ \mathrm{S\ cm^{-1}} \tag{9.104}$$

3. Normalna otopina KCl (74,6 g KCl u 1000 cm^3 otopine — 0,09824 S cm^{-1} na 18°C i 0,10209 S cm^{-1} na 20°C). Upotrebljava se i 1/10 — normalna, 1/50 — normalna, te 1/100 — normalna otopina KCl.

4. Normalna otopina sadre (0,001880 S cm^{-1} na 18°C i 0,001976 S cm^{-1} na 20°C).

Kada je jednom konstanta A stanice određena, onda se tom stanicom mogu određivati vodljivosti drugih tekućina. Treba samo stanicu napuniti ispitivanom tekućinom, odrediti joj pripadni otpor R, te izračunati vodljivost prema izrazu (9.103).

Pri mjerenju vodljivosti tekućina ne smije se zaboraviti da je njihova vodljivost znatno temperaturno ovisna. Prema (9.104) vidimo da npr. kod otopine kuhinjske soli ona raste više od 2% za 1°C povišenja temperature, dok npr. kod bakra vodljivost pada za 0,39%, uz isto povišenje temperature. To je razlog da pri mjerenju vodljivosti tekućine treba ujedno pažljivo izmjeriti i njezinu temperaturu.

Tablica 9.6

Područja metoda za mjerenje otpora

Područje [Ω]	10^{-6}	10^{-3}	1	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}
Mjerna metoda	Thomsonov most							
	U-I metoda							
	Kompenzacija							
		Wheatstoneov most						
		Digitalni omometri						
		Omometri						
		Mjerila izolacije						
					Elektronički megaomometri			
					Izbijanje kondenzatora			

9.4. MJERENJE INDUKTIVITETA

9.4.1. Mjerenje samoinduktiviteta *U-I* metodom

Svitak induktiviteta L i djelatnog otpora R predstavljat će kod izmjenične struje impedanciju Z:

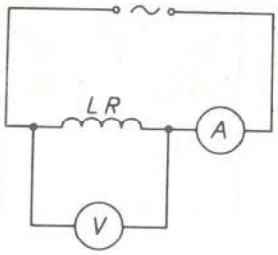
$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \qquad (9.105)$$

Vrijednost impedancije Z možemo odrediti mjerenjem napona i struje svitka (sl. 9.91), a djelatni otpor R nekom od istosmjernih metoda za mjerenje otpora. To vrijedi samo za svitke čiji su gubici jednaki na izmjeničnoj i istosmjernoj struji. Znači da ovaj postupak ne smijemo koristiti ako su svici sa željeznom jezgrom, zbog gubitaka u željezu koji se pojavljuju pri izmjeničnoj struji. I dodatni gubici u namotu zbog skinefekta mogu prouzročiti značajno povećanje gubitaka. U takvim slučajevima potrebno je mjeriti gubitke kod izmjenične struje, pa upotrebljavamo spoj prema sl. 9.92. Struju i napon svitka mjerimo ampermetrom i voltmetrom, a gubitke P vatmetrom:

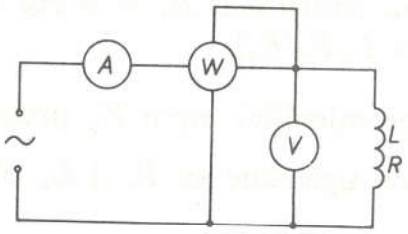
$$L = \frac{1}{\omega I^2}\sqrt{U^2 I^2 - P^2} \tag{9.106}$$

Struju i napon obično mjerimo instrumentima s pomičnim željezom, a snagu elektrodinamskim vatmetrom. Često treba uzeti u obzir i potrošak instrumenata (tablica 9.5). Gubici i permeabilitet željeza ovise o struji i frekvenciji, pa mjerenje treba provesti pod pogonskim okolnostima.

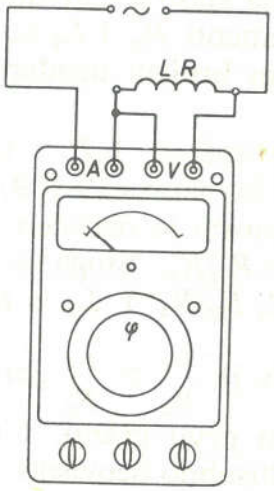
Samoinduktivitet i djelatni otpor svitka pri izmjeničnoj struji možemo odrediti i vektormetrom (sl. 9.93). Najprije izmjerimo vektormetrom struju svitka, postavivši fazni zakretač vektormetra u položaj u kojem dobivamo najveći otklon instrumenta. Zatim, ne dirajući fazni zakretač, priključimo vektormetar paralelno svitku. Tada on mjeri djelatni pad napona U_R. Ako zakrenemo fazni zakretač za 90°, mjerit će vektormetar jalovi pad napona U_L, pa je induktivitet svitka:



Slika 9.91. Mjerenje induktiviteta mjerenjem napona i struje



Slika 9.92. Mjerenje induktiviteta mjerenjem napona, struje i snage



Slika 9.93. Mjerenje induktiviteta vektormetrom

$$L = \frac{U_L}{I\omega} \tag{9.107}$$

9.4.2. Mosne metode mjerenja induktiviteta

Mosne metode mjerenja induktiviteta svode se na usporedbu nepoznatog induktiviteta i pripadnog djelatnog otpora s poznatim induktivitetima i djelatnim otporima, ili na usporedbu s poznatim kapacitetima i djelatnim otporima. U prvu grupu spadaju mostovi s promjenljivim poznatim induktivitetom i most s dvije klizne žice, a u drugu mostovi poznati pod imenom: Maxwellov, Owenov, Hayov, Andersonov i rezonantni most.

a) **Most s promjenljivim induktivitetom** (sl. 9.94). U prvoj grani mosta nalazi se svitak nepoznatog induktiviteta L_x i djelatnog otpora R_x, a u drugoj grani promjenljivi induktivitet L_2 djelatnog otpora R_2' i još jedan promjenljivi otpor R_2''. U trećoj i četvrtoj grani nalaze se djelatni otpori R_3 i R_4. Za uravnotežen most vrijedi: $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$, odnosno:

$$(R_x + j\omega L_x) R_4 = (R_2' + R_2'' + j\omega L_2) R_3 \tag{9.108}$$

Nakon množenja i odvajanja realnih komponenata od imaginarnih, dobivamo:

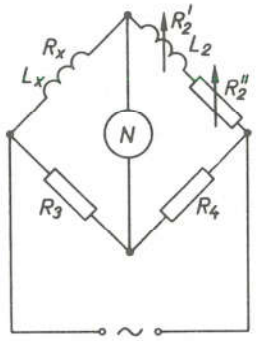
$$R_x = (R_2' + R_2'') R_3/R_4 = R_2 R_3/R_4 \tag{9.109}$$

$$L_x = L_2 R_3/R_4 \tag{9.110}$$

Prema klasifikaciji mostova (pogl. 6.3.3) ovaj spada u grupu čiji je omjer grana realan, a elementi R_2'' i L_2 su međusobno neovisni, tj. s njima se može most uravnotežiti malim brojem ugađanja.

(Koristeći sl. 6.25 i tablicu 6.2 možemo kraćim putem doći do izraza (9.109) i (9.110). Prema sl. 6.25 ovaj tip mosta je označen sa (a), te je njegova konstanta $K = R_3/R_4$. Stoga je prema tablici 6.2: $R_x = K R_N = R_2 R_3/R_4$ i $L_x = K L_N = L_2 R_3/R_4$).

Kada je $\frac{L_x}{R_x} > \frac{L_2}{R_2'}$, treba promjenljivi otpor R_2'' prebaciti u prvu granu. I tada će ugađanje sa R_2'' i L_2 biti međusobno neovisno.



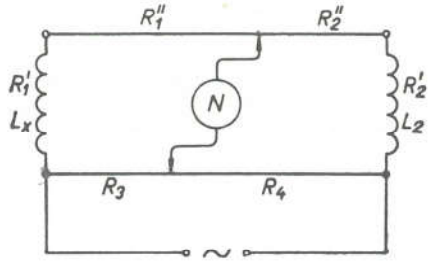
Slika 9.94. Most s promjenljivim induktivitetom

Ako se odaberu drugi elementi za ugađanje, npr. L_2 i R_3, ili L_2 i R_4, ili L_2 i R_3/R_4, neće biti ispunjen uvjet međusobne neovisnosti. Ipak se i tada mogu dobiti zadovoljavajuća ugađanja ravnoteže ako je $\omega L_x/R_x \ll 1$, jer je u tom slučaju kut φ između pravaca ugađanja blizu 90° (pogl. 6.3.2). Pri ugađanju ravnoteže pomoću L_2 i R_3 taj kut iznosi:

$$\varphi = \varphi' - \varphi'' = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L_2}{R_2} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega L_x}{R_x} \tag{9.111}$$

Ako se za ugađanje ravnoteže odaberu samo djelatni otpori R_2'' i R_3, ili R_2'' i R_4, ili R_2'' i R_3/R_4, ni onda nisu zadovoljeni uvjeti neovisnosti. Ipak se mogu dobiti zadovoljavajuća ugađanja ako je $\omega L_x/R_x \gg 1$, jer će tada kut φ biti blizu 90°.

b) **Most s dvije klizne žice** (sl. 9.95) Ravnoteža mosta se postiže pomicanjem kliznika na jednoj i drugoj kliznoj žici. Poznati induktivitet L_2 ima konstantan iznos. U stanju ravnoteže vrijedi:



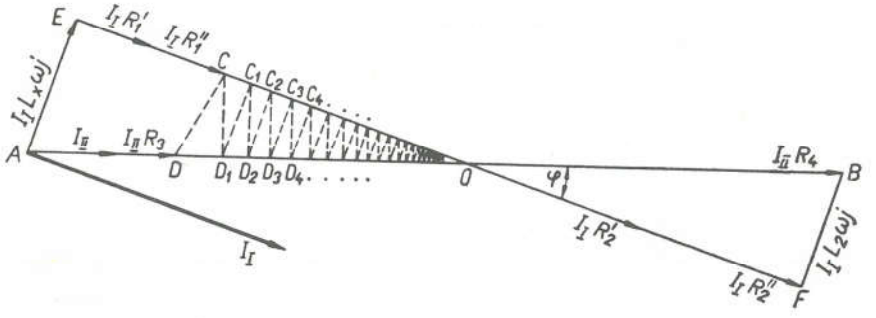
Slika 9.95. Most s dvije klizne žice

$$R_1' = (R_2' + R_2'')\frac{R_3}{R_4} - R_1'' \qquad (9.112)$$

$$L_x = L_2\frac{R_3}{R_4} \qquad (9.113)$$

Elementi za ugađanje nisu međusobno neovisni, pa kada je $\omega L_x/R_x < 1$ bit će teško uravnotežiti most. To se najbolje vidi iz naponskog vektorskog dijagrama mosta (sl. 9.96). Napon U napajanja mosta prikazan je vektorom $\overline{AB}$, a padovi napona na otporima R_3 i R_4 vektorima $\overline{AD}$ i $\overline{DB}$, koji su u fazi s vektorom $\overline{AB}$, jer su R_3 i R_4 djelatni otpori (pretpostavljena je neznatna struja nulindikatora!).

Zbog induktiviteta L_x i L_2 zaostajat će struja I_I kroz gornje grane mosta prema naponu U. Padovi napona koje ona izaziva prikazani su u dijagramu vektorima $j\omega L_x I_I$, $R_1' I_I$, $R_1'' I_I$, $R_2'' I_I$, $R_2' I_I$ i $j\omega L_2 I_I$. Vektorska suma tih padova napona jednaka je naponu napajanja mosta, a vektori $\overline{AC}$ i $\overline{CB}$ padovi su napona u prvoj i drugoj grani mosta. Razlika napona prve i treće grane predstavlja napon nulindikatora i predočena je u dijagramu vektorom $\overline{CD}$:

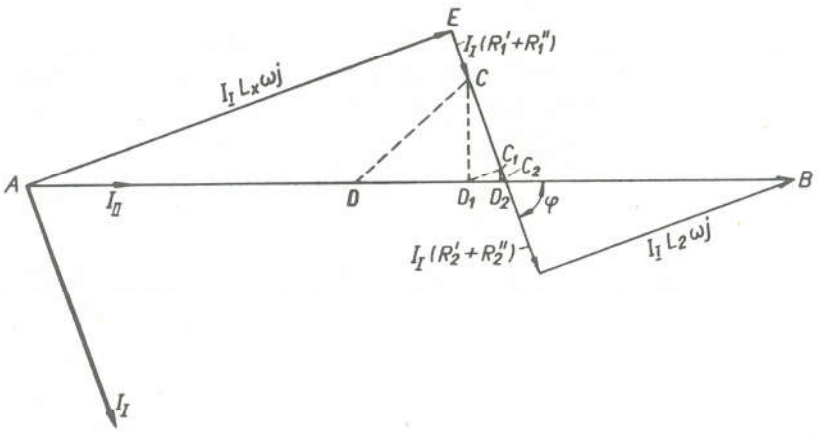


Slika 9.96. Uravnotežavanje mosta s dvije klizne žice, kada je $\omega L_x/R_1 < 1$

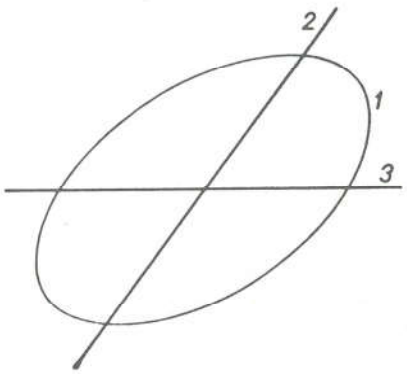
Traženje minimuma na mostu vrši se uzastopnim pomicanjem kliznika na jednoj i drugoj kliznoj žici, što na dijagramu odgovara pomicanju tačaka C i D.

Neka je prvo ugađanje izvršeno pomicanjem najprije donjeg kliznika. Ono će biti predočeno na dijagramu pomicanjem tačke D do mjesta gdje je najmanja udaljenost između tačke C i pravca AB, a to je baš u tački D_1, koja leži na okomici spuštenoj iz tačke C na pravac AB. Da bi se i dalje smanjio napon nulindikatora, potrebno je pomicati gornji kliznik i postaviti ga u položaj u kojem je napon nulindikatora minimalan. Taj položaj odgovara u dijagramu tački C_1 koja leži na okomici pravca EF iz tačke D_1. Slijedeće ugađanje vrši se opet kliznikom na donjoj žici i dobiva minimum u tački D_2 itd. Postupak se ponavlja dok se ne dođe dovoljno blizu položaju ravnoteže koji u dijagramu predstavlja sjecište pravaca AB i EF (tačka 0). Za primjer prikazan na sl. 9.96 potrebno je mnogo ugađanja, što je očito nepraktično. Mjerenje je ugodnije ako je pad napona na induktivitetima znatno veći od pada napona na gornjoj kliznoj žici, odnosno kada je kut φ između pravaca ugađanja EF i AB blizu 90°. To je prikazano na sl. 9.97. Očito je tu potrebno znatno manje ugađanja, pa možemo zaključiti da je ovaj most pogodan samo kada je $\omega L_x/R_1 \gg 1$.

Pri tome smo pretpostavili da je upotrijebljen nulindikator koji reagira na veličinu izmjeničnog napona ili struje u dijagonali, kao što su to: mjerne slušalice, vibracioni galvanometri, elektronički voltmetri itd. Međutim, taj zaključak ne vrijedi



Slika 9.97. Uravnotežavanje mosta s dvije klizne žice kada je $\omega L_x/R_1 > 1$



Slika 9.98. Slika na zastoru osciloskopskog nulindikatora pri uravnotežavanju mosta s dvije klizne žice

1 neuravnoteženi most (napon dijagonale CD na sl. 9.96); *2* napon indikatorske dijagonale u fazi s naponom napajanja mosta (DO na sl. 9.96); *3* uravnotežen most

ako smo upotrijebili fazno osjetljiv nulindikator, npr. onaj s katodnom cijevi (pogl. 9.1.2 c). Tada ćemo na x-otklonske pločice katodne cijevi priključiti napon U napajanja mosta, a na y-otklonske pločice pojačani napon dijagonale mosta (sl. 9.98). Pri neuravnoteženom mostu pojavit će se na zastoru cijevi krivulja u obliku elipse nagnute prema osi x, jer je npr. prema sl. 9.96 napon dijagonale $\overline{CD}$ fazno pomaknut prema naponu $\overline{AB}$ napajanja mosta. Prvo ugađanje provodimo pomicanjem gornjega kliznika, sve dok na zastoru ne dobijemo koso položen pravac. Tome na naponskom vektorskom dijagramu (sl. 9.96) odgovara pomicanje tačke C u tačku 0, jer tada na dijagonali mosta vlada napon $\overline{D0}$, koji je u fazi s naponom $\overline{AB}$. Kako je poznato, na zastoru cijevi dobivamo koso položen pravac samo onda, kada su u fazi naponi priključeni na x- i y-otklonske pločice katodne cijevi. Drugo ugađanje provedimo s donjim kliznikom, pomičući ga sve dotle dok koso položeni pravac ne zauzme horizontalan položaj. Tada je napon dijagonale mosta jednak nuli i ravnoteža mosta je uspostavljena teoretski nakon samo dva ugađanja, premda kut φ između pravaca ugađanja nije 90°.

Slično se i kod ostalih mostova može pomoću fazno osjetljivih nulindikatora uspostaviti ravnoteža teoretski sa samo dva ugađanja. Uvjet je, pri tom, da napon na x-otklonskim pločicama katodne cijevi bude u fazi s jednim od pravaca ugađanja.

c) **Maxwellov most (Maxwell-Wienov most).** U granama mosta nalaze se slijedeće impedancije (sl. 9.99):

$$Z_1 = R_x + j\,\omega\,L_x \qquad Z_2 = R_2$$

$$Z_3 = R_3 \qquad Z_4 = \frac{R_4}{1 + j\,\omega\,C_4\,R_4}$$

Ravnotežu mosta postižemo kada je zadovoljen uvjet:

$$\frac{(R_x + j\omega L_x) R_4}{1 + j\omega C_4 R_4} = R_2 R_3 \qquad (9.114)$$

ili:

$$R_x R_4 + j\omega L_x R_4 = R_2 R_3 + j\omega C_4 R_2 R_3 R_4 \qquad (9.115)$$

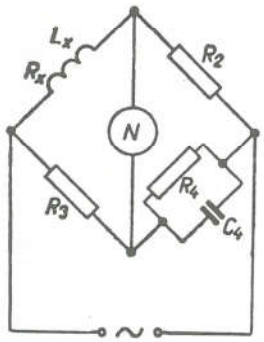
Odvajanjem realnih i imaginarnih komponenata dobivamo:

$$R_x = R_2 R_3/R_4 \qquad L_x = C_4 R_2 R_3 \qquad (9.116)$$

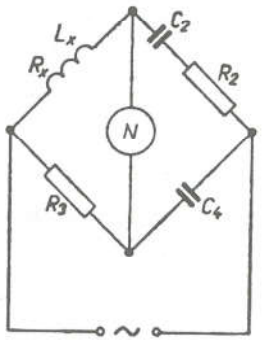
Na uvjete ravnoteže ne utječe frekvencija.

Ako se za promjenljive elemente mosta uzmu C_4 i R_4, zadovoljen je uvjet o neovisnosti elemenata za ugađanje (most s realnim produktom grana — tip (e) — pogl. 6.3.2 i 6.3.3), pa će se lako pronaći ravnoteža.

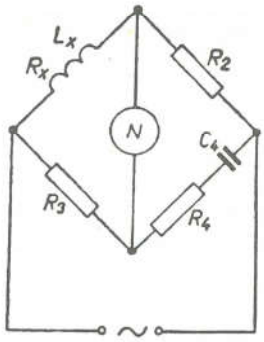
Iz izvedbenih razloga poželjno je za promjenljive elemente odabrati djelatne otpore R_4 i R_2 ili R_3, ali tada nisu zadovoljeni uvjeti neovisnog ugađanja. Mogućnost dobrog ugađanja dobiva se tek kad je $\omega L_x/R_x \gg 1$.



Slika 9.99. Maxwellov most



Slika 9.100. Owenov most



Slika 9.101. Hayov most

d) **Owenov most** (sl. 9.100). Kod Owenova mosta, slično kao i kod Maxwellova, određuje se nepoznati induktivitet pomoću poznatih djelatnih otpora i kapaciteta. U granama mosta nalaze se slijedeće impedancije:

$$Z_1 = R_x + j\omega L_x \quad Z_2 = R_2 - j/\omega C_2 \quad Z_3 = R_3 \quad Z_4 = 1/j\omega C_4$$

Ravnoteža se postiže ako je:

$$\frac{R_x + j\omega L_x}{j\omega C_4} = \left(R_2 - \frac{j}{\omega C_2}\right) R_3$$

ili:

$$R_x + j\omega L_x = j\omega C_4 R_2 R_3 + C_4 R_3/C_2$$

odnosno:

$$R_x = R_3 \frac{C_4}{C_2} \qquad L_x = R_2 R_3 C_4 \qquad (9.117)$$

Uvjet neovisnosti elemenata za ugađanje ravnoteže zadovoljen je ako su promjenljivi elementi R_2 i C_2 (omjer grana mosta imaginaran — tip (d_2) — pogl. 6.3.2 i 6.3.3).

Povoljni uvjeti za ugađanje ravnoteže sa R_2 i R_3 mogu se dobiti samo kad je $\omega L_x/R_x \ll 1$.

e) **Hayov most** (sl. 9.101). Hayov most ima u četvrtoj grani serijsku kombinaciju kapaciteta i otpora, za razliku od Maxwellova mosta koji ima paralelnu. Jednadžba ravnoteže glasi:

$$(R_x + j\,\omega\,L_x)\,(R_4 - j/\omega\,C_4) = R_2\,R_3 \tag{9.118}$$

Nakon množenja i odjeljivanja realnih i imaginarnih komponenata dobivamo:

$$R_x\,R_4 + \frac{L_x}{C_4} = R_2\,R_3 \tag{9.119}$$

$$\omega\,L_x\,R_4 - \frac{R_x}{\omega\,C_4} = 0 \tag{9.120}$$

Iz ovih jednadžbi slijedi:

$$L_x = \frac{C_4\,R_2\,R_3}{1 + \omega^2\,C_4^2\,R_4^2} \tag{9.121 a}$$

i

$$R_x = \frac{\omega^2\,C_4^2\,R_2\,R_3\,R_4}{1 + \omega^2\,C_4^2\,R_4^2} \tag{9.121 b}$$

Iz izraza (9.120) dobivamo faktor Q:

$$Q = \frac{\omega\,L_x}{R_x} = \frac{1}{\omega\,C_4\,R_4} \tag{9.122}$$

pa se izrazi pod (9.121) mogu prikazati u obliku:

$$L_x = \frac{C_4\,R_2\,R_3}{1+1/Q^2} \tag{9.123 a}$$

$$R_x = \frac{R_2\,R_3}{R_4}\,\frac{1}{1+Q^2} \tag{9.123 b}$$

Vidimo da je za određivanje L_x i R_x potrebno poznavanje frekvencije, što nije potrebno kod prethodnih mostova. Upotrebljava li se ovaj most za mjerenje induktiviteta s velikim faktorom Q, nije nužno tačno poznavanje frekvencije, jer je tada $1/Q^2$ u nazivniku izraza (9.123 *a*) zanemarivo prema jedinici.

Najčešće se iz praktičkih razloga ugađanje vrši sa R_4 i R_2 ili R_3.

f) **Andersonov most** (sl. 9.102). Taj most je važna i prikladna modifikacija Maxwellova mosta, koja odstupa od uobičajenog oblika Wheatstoneova mosta s četiri grane otpora. Pretvorbom trokuta impedancija $1/j\omega C$, R_0 i R_4 u zvijezdu impedancija Z', Z'' i Z''' (sl. 9.102 *b* i *c*) može se pretvoriti u uobičajeni oblik Wheatstoneova mosta i odrediti uvjete ravnoteže. Otpori Z' i Z'' iznose:

$$Z' = \frac{R_0 R_4}{R_0 + R_4 + 1/j\,\omega C} \qquad Z'' = \frac{R_4/j\,\omega C}{R_0 + R_4 + 1/j\,\omega C}$$

Pri ravnoteži vrijedi:

$$(R + j\,\omega L)\frac{R_4/j\,\omega C}{R_0 + R_4 + 1/j\,\omega C} = R_2\left(R_3 + \frac{R_0 R_4}{R_0 + R_4 + 1/j\,\omega C}\right)$$

ili:

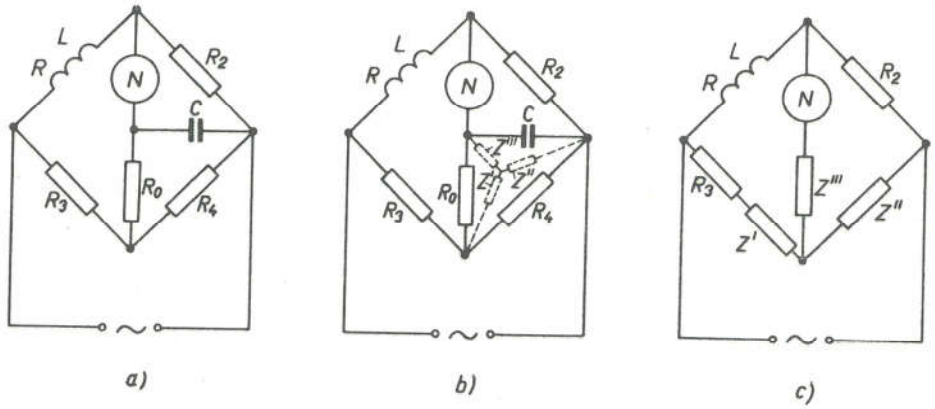
$$\frac{R R_4}{j\,\omega C} + \frac{L R_4}{C} = R_0 R_2 R_3 + R_2 R_3 R_4 + R_0 R_2 R_4 + \frac{R_2 R_3}{j\,\omega C}$$

Nakon odvajanja realnih od imaginarnih komponenata slijede uvjeti ravnoteže:

$$R R_4 = R_2 R_3 \tag{9.124}$$

$$L = C R_2\left[R_0\left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right) + R_3\right] \tag{9.125}$$

Uvjet neovisnosti elemenata za ugađanje je ispunjen ako se za promjenljive veličine odaberu djelatni otpori R_0 i R. Promjena R može se ostvariti tako da se svitku, čiji se induktivitet i djelatni otpor žele odrediti, doda u seriju promjenljivi poznati



Slika 9.102. Andersonov most

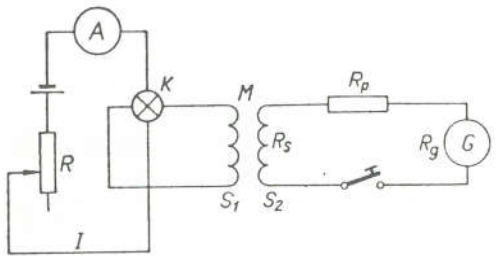
otpor. Time se dobiva mogućnost neovisnog ugađanja upotrebom samo promjenljivih djelatnih otpora. U ostalim mostovima trebalo je uz jedan promjenljivi djelatni otpor upotrijebiti promjenljivi induktivitet ili kapacitet, što je zbog izvedbenih razloga manje povoljno. Ovaj most se može izvesti kao vrlo precizan most za mjerenje induktiviteta od najmanjih do vrlo velikih iznosa. Maksimum osjetljivosti mosta na promjene otpora R_0 postižemo kada je: $L/C = R^2$ i $R_3 = R_4 = R/2 = R_2/2$.

9.5. MJERENJE MEĐUINDUKTIVITETA

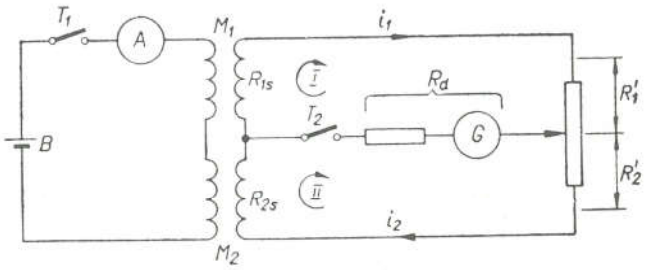
Mjerenje međuinduktiviteta može se provesti pomoću više metoda: balističkim metodama, metodom opozicije, posebnim mosnim spojevima, te pomoću mostova i ostalih metoda za mjerenje samoinduktiviteta.

9.5.1. Balističke metode

Međuinduktivitet između dva namota možemo izmjeriti pomoću balističkog galvanometra (sl. 9.103) ili radije pomoću fluksmetra. Jedan od namota (S_1) priključimo preko komutatora K na istosmjerni izvor napona. Otporom R naravnamo pogodnu struju I, koju očitamo na ampermetru A. Na drugi namot (S_2)



Slika 9.103. Mjerenje međuinduktiviteta balističkom metodom



Slika 9.104. Mjerenje međuinduktiviteta u mosnom spoju balističkim galvanometrom

priključimo balistički galvanometar preko otpora R_p. Vrijednost otpora R_p treba tako odabrati da zajedno s otporom R_s drugog namota predstavlja vanjski granični otpor R_a upotrijebljenog balističkog galvanometra. Promjena struje u prvom svitku inducirat će u drugom svitku napon $e = -M\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$, pa će kroz galvanometar prostrujiti određena množina elektriciteta Q:

$$Q = \int \frac{e\,\mathrm{d}t}{R_a + R_g} = -\int \frac{M\,\mathrm{d}i}{R_a + R_g} \tag{9.126}$$

Ako pomoću komutatora K komutiramo struju I u prvom svitku, tj. promijenimo vrijednost struje od $+I$ na $-I$, prostrujit će kroz galvanometar naboj $Q = 2\,M\,I/(R_a + R_g)$. Pri tome će galvanometar postići otklon α proporcionalan naboju $Q = C_B\,\alpha$, pa možemo uz poznatu balističku konstantu C_B galvanometra odrediti mjereni međuinduktivitet:

$$M = \frac{C_B\,(R_g + R_a)\,\alpha}{2\,I} \tag{9.127}$$

Tačniji rezultati dobivaju se upotrebom mosnog spoja (sl. 9.104). Tu nam je potreban tačno poznati međuinduktivitet M_2, npr. etalon međuinduktiviteta. Njegov primarni namot i jedan od mjerenih namota spojeni su u seriju i preko preklopke ili komutatora priključeni na istosmjerni izvor. Sekundarni namot etalona i drugi (sekundarni) mjereni namot spojeni su također u seriju i opterećeni serijskom kombinacijom otpora R_1' i R_2'. Spojište otpora R_1' i R_2' i spojište sekundarnih namota premošteno je balističkim galvanometrom. Ako se ukopča, iskopča ili komutira primarna struja, inducirat će se naponi u sekundarnim namotima koji će protjerati

određenu množinu elektriciteta kroz otpore R_1' i R_2', a jednim dijelom i kroz galvanometar. Pri određenom omjeru otpora R_1' i R_2' postiže se da promjena primarne struje ne izaziva otklon galvanometra. Taj omjer se određuje na slijedeći način: Promjenom primarne struje i inducira se u sekundarnim namotima napon $-M_1\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$, odnosno $-M_2\,\mathrm{d}i/\mathrm{d}t$, koji će na sekundarnoj strani protjerati struje i_1 i i_2. Označimo: $R_1 = R_{1s} + R_1'$ i $R_2 = R_{2s} + R_2'$, gdje su R_{1s} i R_{2s} otpori sekundarnih namota, pa uz pomoć drugog Kirchoffovog zakona dobivamo za prvu i drugu zamku (sl. 9.104):

$$-M_1\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i_1 R_1 + (i_1 - i_2) R_\mathrm{d} = 0 \tag{9.128}$$

$$-M_2\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i_2 R_2 + (i_2 - i_1) R_\mathrm{d} = 0 \tag{9.129}$$

Odbijmo drugu jednadžbu od prve, pa ćemo nakon uređenja dobiti:

$$\left(\frac{M_2}{R_2} - \frac{M_1}{R_1}\right)\mathrm{d}i = (i_2 - i_1)\left(1 + \frac{R_\mathrm{d}}{R_1} + \frac{R_\mathrm{d}}{R_2}\right)\mathrm{d}t \tag{9.130}$$

Neka je primarna struja na početku pokusa I_1, a na kraju I_2. Tada, nakon integracije izraza (9.130), dobivamo:

$$\left(\frac{M_2}{R_2} - \frac{M_1}{R_1}\right)(I_2 - I_1) = Q\left(1 + \frac{R_\mathrm{d}}{R_1} + \frac{R_\mathrm{d}}{R_2}\right) \tag{9.131}$$

gdje je Q množina elektriciteta koja prostruji kroz galvanometar. Ona će, očito, biti jednaka nuli kada je:

$$\frac{M_1}{R_1} = \frac{M_2}{R_2} \tag{9.132}$$

Ovdje balistički galvanometar služi kao nulinstrument, pa se upotrebom etalona međuinduktiviteta i preciznih mjernih otpora R_1' i R_2' može postići velika tačnost. Pri tome treba pripaziti da etalon međuinduktiviteta i mjerni svici ne budu blizu zbog međusobnih utjecaja.

Umjesto balističkog galvanometra, naročito za mjerenja prema sl. 9.103, danas se radije koriste fluksmetri (pogl. 4.2.6).

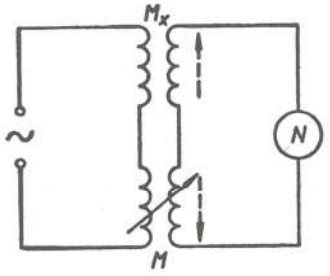
9.5.2. Metoda opozicije (sl. 9.105)

Primarni namoti transformatora nepoznatog međuinduktiviteta i transformatora poznatog promjenljivog međuinduktiviteta spojeni su u seriju i kroz njih teče ista izmjenična struja. Sekundarni namoti su također spojeni u seriju, ali u „opoziciji", tj. tako da se inducirani naponi protive jedan drugome. Nulinstrument je priključen na slobodne krajeve sekundarnih namota i pokazat će nulu kada su jednaki naponi inducirani u oba sekundarna namota. Ravnoteža se postiže ugađanjem promjenljivog poznatog međuinduktiviteta i tada je očito:

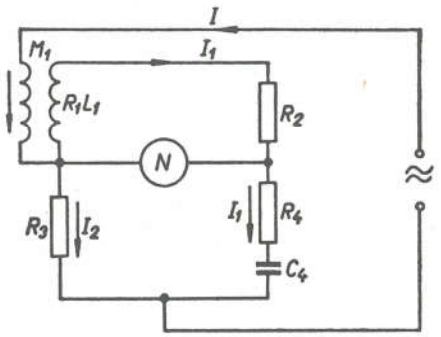
$$M_x = M \tag{9.133}$$

9.5.3. Carey — Fosterov most

Jedan od namota transformatora, čiji se međuinduktivitet M_1 mjeri, spojen je na izvor izmjeničnog napona i kroz njega teče struja I. Drugi namot tog transformatora, nepoznatog samoinduktiviteta L_1 i otpora R_1, tvori most s mjernim otpo-



Slika 9.105. Metoda opozicije



Slika 9.106. Carey-Fosterov most

rima R_2, R_3, R_4 i kapacitetom C_4 prema sl. 9.106. Struja I iz izmjeničnog izvora dijeli se na struje I_1 i I_2 kroz gornji, odnosno donji dio mosta. Kada je postignuta ravnoteža, vrijedi za gornju granu mosta:

$$I_1 (R_1 + j\,\omega\, L_1) + I_1 R_2 - (I_1 + I_2)\, j\,\omega\, M_1 = 0 \tag{9.134}$$

odnosno za donje grane mosta:

$$I_2 R_3 - I_1 \left(R_4 + \frac{1}{j\,\omega\, C_4} \right) = 0 \tag{9.135}$$

Sređivanjem izraza (9.134) i (9.135) dobivamo:

$$I_1 [R_1 + R_2 + j\,\omega\,(L_1 - M_1)] = I_2\, j\,\omega\, M_1 \tag{9.136}$$

$$I_1 \left(R_4 + \frac{1}{j\,\omega\, C_4} \right) = I_2 R_3 \tag{9.137}$$

Dijeljenjem prve jednadžbe s drugom slijedi:

$$\frac{R_1 + R_2 + j\,\omega\,(L_1 - M_1)}{R_4 + 1/j\,\omega\, C_4} = \frac{j\,\omega\, M_1}{R_3} \tag{9.138}$$

$$R_3 (R_1 + R_2) + j\,\omega\, R_3 (L_1 - M_1) = \frac{M_1}{C_4} + j\,\omega\, R_4 M_1 \tag{9.139}$$

Nakon odvajanja realnih od imaginarnih komponenata dobivamo:

$$M_1 = R_3\, C_4\, (R_1 + R_2) \tag{9.140}$$

$$L_1 = M_1 \left(1 + \frac{R_4}{R_3} \right) \tag{9.141}$$

ili:

$$L_1 = C_4\, (R_1 + R_2)\, (R_3 + R_4) \tag{9.142}$$

9.5.4. Mjerenje međuinduktiviteta pomoću metoda za mjerenje samoinduktiviteta

Mjerenje međuinduktiviteta može se izvesti pomoću mosnih i ostalih spojeva za mjerenje samoinduktiviteta, jer se mjerenje međuinduktiviteta može svesti na dva mjerenja samoinduktiviteta. Spajanjem u seriju primarnog i sekundarnog namota transformatora tako da im se magnetski tokovi potpomažu dobiva se induktivitet: $L' = L_1 + L_2 + 2M$, odnosno kad se tokovi slabe, induktivitet: $L'' = L_1 + L_2 - 2M$. (Pri tom su L_1 i L_2 samoinduktiviteti primarnog i sekundarnog namota transformatora a M međuinduktivitet između njih). Ako se gornji izrazi odbiju, slijedi:

$$M = \frac{L' - L''}{4} \tag{9.143}$$

Vidimo, dakle, da se iz izmjerenih vrijednosti L' i L'' može odrediti međuinduktivitet M.

9.5.5. Usporedba međuinduktiviteta, otpora i frekvencije

Za usporedbu međuinduktiviteta, otpora i frekvencije u vrhunskoj tačnosti upotrebljava se Campbellova metoda, načelno prikazana na sl. 9.107. Kada kroz nulinstrument ne teče struja, vrijede, uz oznake na sl. 9.107, ove naponske jednadžbe:

$$U_1 = -j\omega M_1 I_1 \qquad U_2 = -j\omega M_2 I_2 \qquad U_2 = R_4 I_1 - R_3 I_2 \tag{9.144}$$

$$U_1 + (R_1 + R_2 + R_3) I_2 + j\omega (L_1 + L_2) I_2 = 0 \tag{9.145}$$

Nakon eliminacije struje i napona iz tih jednadžbi i odvajanja realnih članova od imaginarnih, dobivaju se dva uvjeta:

$$\omega^2 M_1 M_2 = R_4 (R_1 + R_2 + R_3) \tag{9.146}$$

$$M_1 R_3 = (L_1 + L_2) R_4 \tag{9.147}$$

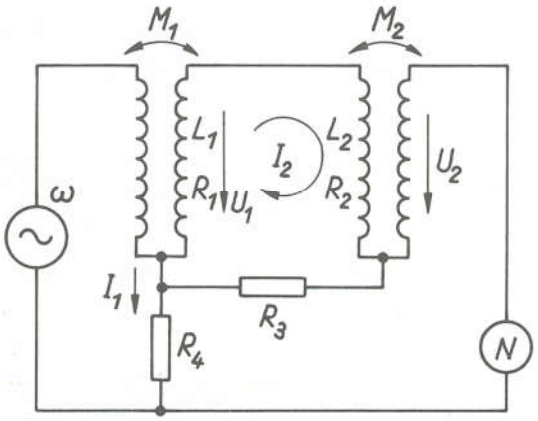
Potrebno je još na najprecizniji mogući način usporediti otpore R_1, R_2, R_3 i R_4 s etalonom otpora R, te međuinduktivitete M_1 i M_2 s etalonom međuinduktiviteta M, odnosno odrediti omjere:

$$\begin{gathered} r_1 = R_1/R; \quad r_2 = R_2/R; \quad r_3 = R_3/R; \quad r_4 = R_4/R; \\ m_1 = M_1/M; \quad m_2 = M_2/M \end{gathered} \tag{9.148}$$

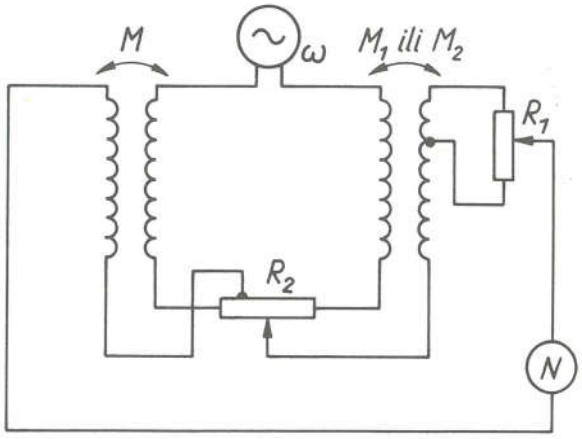
Uvrštenjem tih omjera u jednadžbu (9.146) dobiva se izraz koji povezuje R etalona otpora i M etalona međuinduktiviteta:

$$R = \left[\frac{r_4 (r_1 + r_2 + r_3)}{m_1 m_2} \right]^{1/2} \omega M = k\omega M \tag{9.149}$$

Ovu metodu uveo je engleski metrološki zavod National Physical Laboratory (NPL) za određivanje jedinice otpora, oslanjajući se pri tome na Campbellov računski etalon međuinduktiviteta (pogl. 2.3.3). Usporedba tog etalona s etalonima M_1 i M_2 na sl. 9.107 provodi se na način prikazan na sl. 9.108. Ravnoteža se ugađa potenciometrom R_1, koji je priključen na nekoliko zavoja sekundarnog namota etalona M_1, i potenciometrom R_2 (fazni pomak između napona na tim potenciometrima je 90°).



Slika 9.107. Campbellova metoda mjerenja otpora pomoću međuinduktiviteta i frekvencije



Slika 9.108. Usporedba međuinduktiviteta M i M_1 ili M_2

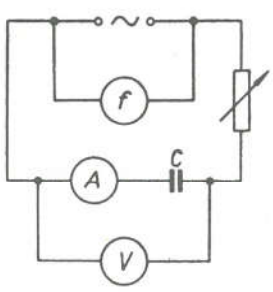
Relativna mjerna nesigurnost određivanja jedinice otpora opisanim postupkom iznosi oko $\pm 2 \cdot 10^{-6}$, pa je danas nadmašena postupcima koji se osnivaju na usporedbi kapaciteta, otpora i frekvencije (pogl. 9.6.7).

9.6. MJERENJE KAPACITETA

9.6.1. Mjerenje kapaciteta *U-I* metodom

Kako kapacitet kod izmjenične struje predstavlja reaktanciju $X = 1/2\pi fC$, može se njegova vrijednost (pri poznatoj frekvenciji f) odrediti mjerenjem struje i napona:

$$C = \frac{I}{2\pi f U} \tag{9.150}$$



Slika 9.109. Mjerenje kapaciteta mjerenjem napona i struje

Obično se pri tom upotrebljava spoj prema sl. 9.109, jer je većinom otpor ampermetra neznatan prema reaktanciji kondenzatora. Ako se napon mjeri elektrostatskim voltmetrom, čiji je vlastiti kapacitet vrlo malen prema mjerenom kapacitetu, priključujemo voltmetar izravno na kondenzator.

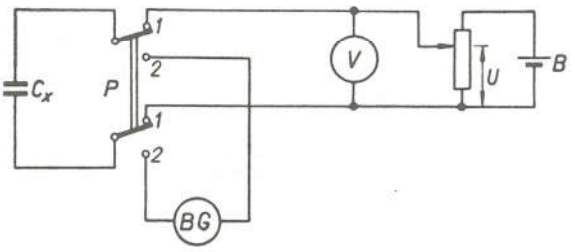
Pri mjerenju treba voditi računa o sinusnom obliku napona, jer za više harmoničke članove kapacitet ima manju reaktanciju. Ne smije se zaboraviti ni to da izraz (9.150) vrijedi samo za kondenzatore s neznatnim gubicima.

9.6.2. Balističke metode mjerenja kapaciteta

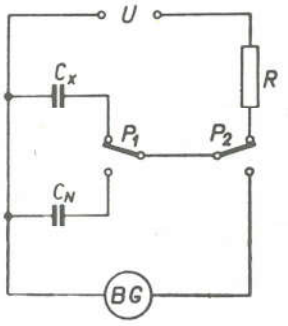
Prema sl. 9.110 nabije se mjereni kondenzator, kad je preklopka P u položaju *1*, na napon U. Prebacivanjem preklopke u položaj *2* isprazni se kondenzator preko balističkog galvanometra BG. Ako je pri tom α otklon galvanometra, a C_{Bp} balistička konstanta otvorenog galvanometra, bit će kapacitet C_x mjerenog kondenzatora:

$$C_x = \frac{C_{Bp}\,\alpha}{U} \tag{9.151}$$

Tačnije rezultate dobivamo usporedbom s etalonskim kondenzatorom (sl. 9.111). Mjereni i etalonski kondenzator redom nabijamo na napon U, a zatim ispraznimo



Slika 9.110. Mjerenje kapaciteta balističkom metodom



Slika 9.111. Uspoređivanje kapaciteta balističkom metodom

preko galvanometra, koristeći pri tome preklopke P_1 i P_2. Ako smo pri izbijanju mjerenog kondenzatora dobili otklon α_x a pri etalonskom α_n, bit će vrijednost nepoznatog kapaciteta:

$$C_x = C_N \frac{\alpha_x}{\alpha_N} \tag{9.152}$$

9.6.3. Wienov most

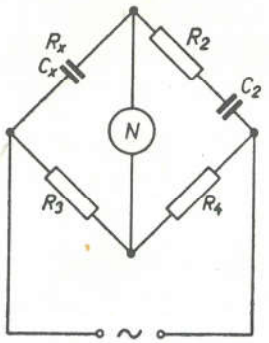
Mosne metode mjerenja omogućavaju ne samo usporedbu nepoznatog i poznatog kapaciteta, već i određivanje razlike kuta gubitaka jednog i drugog kondenzatora. Kod Wienova mosta (sl. 9.112) nalazi se u prvoj grani mjereni nesavršeni kondenzator predočen serijskom kombinacijom kapaciteta C_x i otpora R_x, a u drugoj grani etalonski kondenzator u seriji s promjenljivim djelatnim otporom R_2. U trećoj i četvrtoj grani nalaze se otpori R_3 i R_4. Pri ravnoteži mosta vrijedi:

$$\left(R_x + \frac{1}{j\,\omega\,C_x}\right) R_4 = \left(R_2 + \frac{1}{j\,\omega\,C_2}\right) R_3 \tag{9.153}$$

Nakon množenja i odvajanja realnih komponenata od imaginarnih dobivamo:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \qquad (9.154)$$

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \qquad (9.155)$$



Slika 9.112. Wienov most

Tangens kuta gubitaka mjerenog kondenzatora bit će:

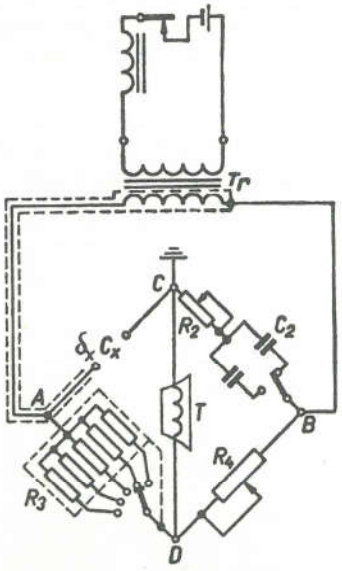
$$\operatorname{tg}\delta = \omega R_x C_x = \omega R_2 C_2 \qquad (9.156)$$

Wienov most je primjer mosta s realnim omjerom grana, pa se uvjet međusobne neovisnosti elemenata za ugađanje (pogl. 6.3.2 i 6.3.3 — tip mosta a) postiže ako su C_2 i R_2 promjenljivi elementi. Međutim, kako je kut gubitaka mjerenih kondenzatora redovno malen i iznosi najviše nekoliko stupnjeva, može se vrlo dobro ugađanje ravnoteže postići i mijenjanjem npr. R_2 i R_3, ili R_2 i R_4 ili R_2 i R_3/R_4.

Tada je kut φ između pravaca ugađanja:

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \delta \qquad (9.157)$$

tj. vrlo blizu 90° zbog malog δ, tako da se ravnoteža mosta može vrlo brzo postići. Promjenljivi otpori jeftinije su rješenje od promjenljivih kapaciteta, pa se oni češće upotrebljavaju.



Slika 9.113. Jednostavni, djelomično oklopljeni Wienov most

Jedno praktično rješenje jednostavnog prenosnog Wienovog mosta za mjerenje kapaciteta vidi se na sl. 9.113. Napon napajanja frekvencije 800 Hz dobiva se iz zujala s baterijom i dovodi se na most preko transformatora Tr. U prvoj grani mosta nalazi se mjereni kondenzator, a u drugoj dva fiksna kondenzatora od 0,01 i 0,1 μF s preklopkom i promjenljivi otpor R_2 za ugađanje faznog pomaka. U trećoj grani može se za R_3 pomoću preklopke odabrati: 10, 100, 1000 ili 10 000 oma. U četvrtoj grani nalazi se promjenljivi otpor R_4, čija se vrijednost može fino ugađati od 20 do 1000 oma. Kao nulinstrument služi telefonska slušalica. Tačka C mosta je uzemljena, a oklapanje mosta je samo djelomično provedeno zbog relativno malih otpora druge i četvrte grane.

Djelovanje parazitskih kapaciteta prema zemlji i oklopu možemo najbolje razmotriti ako zamislimo parazitske kapacitete koncentrirane u tačkama A, B, C i D mosta. Kapaciteti između tačke A i oklopa spojeni su paralelno izvoru napona,

pa očito ne utječu na ravnotežu mosta. Kapacitet tačke B sveden je pažljivom izvedbom na vrijednost od nekoliko pF i leži paralelno kapacitetu C_2, čija je najmanja vrijednost 0,01 μF, dakle nekoliko tisuća puta veća, pa se njegov utjecaj može zanemariti. Kapacitet tačke D prema zemlji, koji obuhvaća i kapacitet oklopa otpornika R_3, paralelan je slušalici T, pa također ne utječe na prilike ravnoteže. Kapacitet otpornika R_3 prema oklopu uzet je u obzir pri njegovoj izradi i baždarenju. Kapacitivne veze između slušalice i onoga koji rukuje s mostom mogu se zamisliti koncentrirane također u tačkama C i D. Tačka C je uzemljena pa njezin kapacitet ne djeluje, a kapacitet između tačke D i zemlje ne djeluje na ravnotežu mosta, jer se nalazi paralelno slušalici.

Most može mjeriti kapacitete od 20 pF do 10 μF, a granice pogrešaka mu iznose oko 1% mjerene vrijednosti, uvećane za ± 3 pF.

9.6.4. Scheringov most

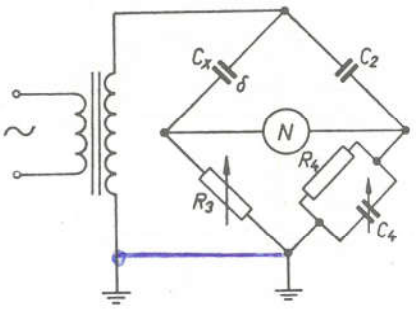
Scheringov most se prvenstveno koristi za mjerenje kuta gubitaka električne opreme i izolacionih materijala, naročito na višim naponima. Takva mjerenja imaju veliko praktično značenje, jer omogućavaju ne samo uvid u kvalitetu izolacije, već i u njezino električno naprezanje. Naime, kut gubitaka ovisi o primijenjenom naponu, odnosno o jakosti električnog polja u izolaciji. Kod većine izolacionih materijala taj kut najprije polagano raste, dok primijenjeni napon ne postigne neku određenu vrijednost, nakon čega nastaje njegovo naglo povećanje zbog pojave ionizacije. Poznato je da izolacija ne smije biti dugo vremena izložena djelovanju ionizacije, jer bi se zbog toga mogla oštetiti. Zato se redovno vrijednost pogonskog napona uzima niža od napona na kojem nastaje ionizacija. Vidimo, dakle, da se mjerenjem naponske ovisnosti kuta gubitaka dobiva mogućnost ocjene da li je izolacija nekog električnog proizvoda ispravno dimenzionirana. Stoga se Scheringov most upotrebljava pri ispitivanju izolatora, provodnika, kondenzatora, kabela, strojeva, transformatora i raznih visokonaponskih aparata.

Kondenzator kapaciteta C_2 u drugoj grani mosta (sl. 9.114) je etalonski kondenzator zanemarivo malog kuta gubitaka. U trećoj grani nalazi se djelatni otpor R_3, a u četvrtoj paralelna kombinacija otpora R_4 i kapaciteta C_4. Pri mjerenju visokim naponom priključuje se jedan kraj naponskog izvora na spojište prve i druge grane, a drugi kraj na spojište treće i četvrte grane. Drugi kraj izvora je uzemljen. Otpori R_3 i R_4 se tako odabiru da gotovo sav pad napona nastaje na kapacitetima C_x i C_2, pa su nulindikator i gornji krajevi otpora R_3 i R_4, te kapacitet C_4, na neznatnom naponu prema zemlji. To omogućuje bezopasno rukovanje tim elementima za vrijeme mjerenja. Istina je da se isto postiže i Wienovim mostom, ako se uzemlji spojište kapaciteta C_2 i otpora R_4 i uzme kapacitet C_2 mnogostruko veći od kapaciteta C_x. Međutim, tada bi čitav pad napona vladao i na otporu R_3, što zbog izvedbenih razloga nije povoljno, naročito na višim naponima mosta. Razlog je u tome, što su precizni kondenzatori za visoke napone mnogo jednostavniji i tačniji od visokonaponskih otpornika. Teoretski su moguće i razne druge kombinacije (npr. otpor u seriji s kapacitetom C_2, umjesto kapaciteta C_4), međutim sve one imaju određene manjkavosti, pa se za ispitivanje kondenzatora na višim naponima gotovo isključivo koristi Scheringov most.

Impedancije pojedinih grana mosta iznose:

$$Z_1 = R_x + \frac{1}{j\omega C_x} \qquad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2}$$

$$Z_3 = R_3 \qquad Z_4 = \frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4}$$



Slika 9.114. Scheringov most

Uvjeti ravnoteže su postignuti ako je:

$$\left(R_x + \frac{1}{j\omega C_x}\right)\frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4} = \frac{R_3}{j\omega C_2}$$

ili, nakon odvajanja realnih od imaginarnih komponenata:

$$C_x = C_2\frac{R_4}{R_3} \qquad R_x = \frac{C_4}{C_2}R_3 \tag{9.158}$$

Tangens kuta gubitaka iznosi:

$$\operatorname{tg}\delta = \omega C_x R_x = C_2\frac{R_4}{R_3}\frac{C_4}{C_2}R_3\,\omega$$

ili:

$$\operatorname{tg}\delta = \omega C_4 R_4 \tag{9.159}$$

Ako mjereni kondenzator prikažemo kao paralelnu kombinaciju kapaciteta C_{0x} i otpora $R_0 = \frac{1}{G_0}$, dobivamo:

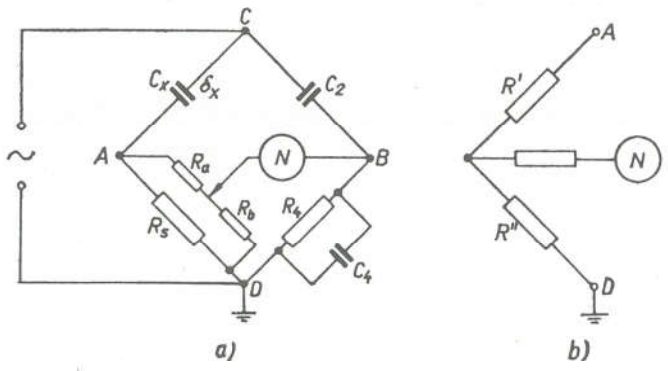
$$C_{0x} = C_2\frac{R_4}{R_3}\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2\delta} \approx C_2\frac{R_4}{R_3}\frac{1}{1 + \delta^2} \approx C_2\frac{R_4}{R_3} \tag{9.160}$$

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{G_0}{\omega C_{0x}} = \omega C_4 R_4 \tag{9.161}$$

Uvjet neovisnosti elemenata za ugađanje je postignut ako su R_4 i C_4 elementi za ugađanje (pogl. 6.3.2 i 6.3.3 — produkt grana imaginaran — tip mosta f). Međutim, praktički nema razlike ako su R_3 i C_4 promjenljivi elementi, jer je kut gubitaka redovno malen. Najčešće se na frekvenciji 50 Hz uzima za R_4 vrijednost $\frac{1000}{\pi}\,\Omega$, $\frac{100}{\pi}\,\Omega$, ili sl., jer se tada tg δ može lako izračunati. Na primjer, pri $R_4 = 1000/\pi$ dobiva se za tg δ:

$$\operatorname{tg}\delta = \omega C_4 R_4 = 2\pi\,50\,\frac{1000}{\pi}\,C_4 = 10^5\,C_4$$

Kod velikih vrijednosti kapaciteta C_x teče kroz treću granu znatna struja, pa se ona shuntira djelatnim, prikladno dimenzioniranim shuntom otpora R_s (sl. 9.115 *a*).



Slika 9.115. Varijanta Scheringova mosta za mjerenja kondenzatora velikih kapaciteta

Paralelno shuntu nalaze se: serijska kombinacija fiksnog otpornika, klizne žice čiji je kliznik priključen na nulindikator i dekadski slog otpornika. Otpor od tačke A do klizника klizne žice, tj. otpor fiksnog otpornika i dio otpora klizne žice, označen je sa R_a, a ostatak sa R_b. Uvjete ravnoteže možemo lako odrediti ako trokut otpora R_s, R_a i R_b pretvorimo u zvijezdu otpora (sl. 9.115 *b*). Za otpore zvijezde dobivamo:

$$R' = \frac{R_a R_s}{R_a + R_b + R_s} \qquad R'' = \frac{R_b R_s}{R_a + R_b + R_s} \tag{9.162}$$

pa je kapacitet mjerenog kondenzatora:

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R''} = C_2 R_4 \frac{R_a + R_b + R_s}{R_b R_s} \tag{9.163}$$

Pri izračunavanju kuta gubitaka treba uzeti u obzir povećanje djelatnog otpora prve grane zbog otpora R'. Zbog toga dolazi do povećanja tangensa kuta gubitaka prve grane:

$$\Delta \operatorname{tg} \delta = \omega C_x R' = \omega C_2 R_4 \frac{R_a}{R_b} \tag{9.164}$$

Tangens kuta gubitaka mjerenog kondenzatora jednak je izračunatom prema izrazu (9.159), umanjenom za $\Delta \operatorname{tg} \delta$:

$$\operatorname{tg} \delta = \omega \left(C_4 - C_2 \frac{R_a}{R_b} \right) R_4 \tag{9.165}$$

Često je $C_2 R_a/R_b$ znatno manji od C_4, pa možemo koristiti jednostavni izraz:

$$\operatorname{tg} \delta \approx \omega R_4 C_4 \tag{9.166}$$

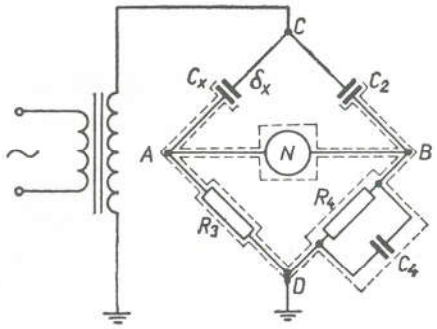
Oklapanje Scheringova mosta prema sl. 9.114 provodi se u skromnijim izvedbama tako da se pod zajedničkim oklopom nalaze elementi: R_3, R_4, C_4 i nulindikator, a oklop je spojen s mostom u tački D (sl. 9.116). Parazitski kapacitet C_{CO} između tačke C mosta i zemlje, koji predstavlja kapacitete gornjeg dijela visokonaponskog transformatora i kapacitet visokonaponskog dovoda do kapaciteta C_x i C_2, ne utječe na ravnotežu mosta, jer je paralelan izvoru. Kapacitet C_{AO} čvorišta A prema oklopu nalazi se paralelno otporu R_3. Obično se njegov utjecaj može zanemariti zbog relativno malih vrijednosti otpora R_3. Kapacitet C_{BO} čvorišta B prema oklopu nalazi se paralelno otporu R_4. I njegov se utjecaj obično može zanemariti zbog male vrijednosti otpora R_4. Ako se ti utjecaji ne mogu zanemariti, treba ih uzeti u obzir služeći se izrazom:

$$\operatorname{tg}\delta \approx \omega\,[(C_4 + C_{BO})\,R_4 - C_{AO}\,R_3] \tag{9.167}$$

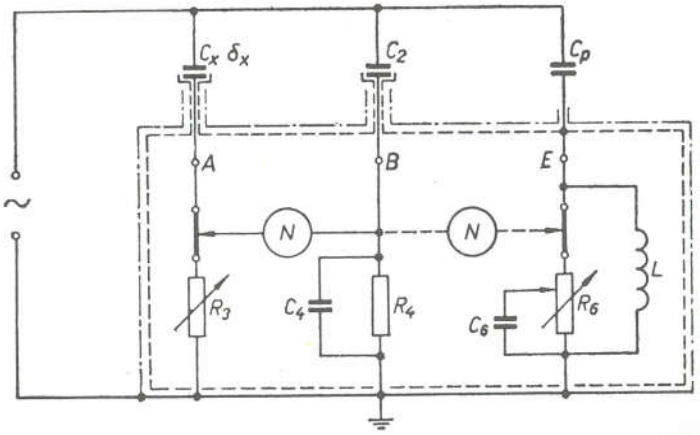
Pri mjerenju malih kapaciteta potrebno je zbog postizanja osjetljivosti mosta odabrati velike vrijednosti otpora R_3 i R_4, što se razabire iz izraza (6.80) za mjernu nesigurnost mosta. Uzevši u obzir odnose u Scheringovu mostu, taj se izraz pojednostavnjuje:

$$\delta_{min} = \frac{\Delta I_5}{U\,\omega\,C_2}\left(1 + \frac{R_5}{R_4} + \frac{C_2}{C_x}\right) \tag{9.168}$$

Kad su vrijednosti otpora R_3 i R_4 velike, korekcije zbog parazitskih kapaciteta bit će znatne, naročito ako se mjere kondenzatori malog kuta gubitaka, pa takvo mjerenje postaje nesigurno. Stoga se pri preciznim mjerenjima upotrebljavaju dvostruko oklopljene izvedbe s pomoćnim mostom. U takvim izvedbama oklopljeni su jednim izoliranim oklopom elementi R_3, R_4, C_4 i dovodi do niskonaponskih elektroda ispi-



Slika 9.116. Oklapanje Scheringova mosta

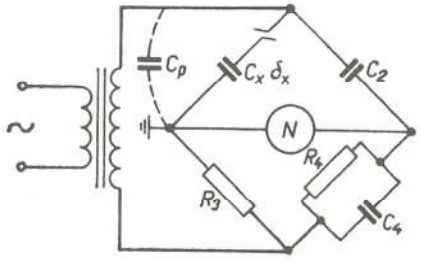


Slika 9.117. Dvostruko oklopljeni Scheringov most

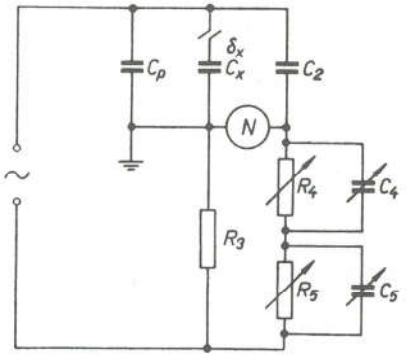
tivanog i etalonskog kondenzatora (sl. 9.117). Taj se oklop dovodi na potencijal čvorišta A i B mosta pomoću jednog pomoćnog mosta, sličnog Wagnerovu pomoćnom mostu. U gornjim granama pomoćnog mosta nalaze se etalonski kondenzator C_2 i parazitski kapacitet C_p, koji predstavlja kapacitet između visokonaponskog dovoda i izoliranog oklopa, te kapacitet između visokonaponskih elektroda ispitivanog i etalonskog kondenzatora i njihovih zaštitnih elektroda. U donjim granama pomoćnog mosta nalaze se s jedne strane otpor R_4 i kapacitet C_4, a s druge pomoćni elementi R_6 i C_6. Induktivitet je potreban, ako je kut gubitaka mjerenog kondenzatora C_x manji od kuta gubitaka parazitskog kapaciteta C_p.

Nakon uravnotežavanja Scheringova i pomoćnog mosta nalaze se čvorišta A, B i E na istom potencijalu, pa parazitski kapaciteti između čvorišta A, odnosno B i izoliranog oklopa ne utječu više na mjerni rezultat. Izolirani oklop je oklopljen još jednim oklopom, koji je uzemljen. Kapacitet između ta dva oklopa pribraja se kapacitetu C_6, pa također ne utječe na mjerni rezultat.

Poseban je problem mjerenje kapaciteta i faktora gubitaka kondenzatora **čija je jedna stezaljka uzemljena** i ne može se za vrijeme mjerenja izolirati. To susrećemo pri mjerenju kablova već položenih u zemlju, ili pri ispitivanju izolacije velikih strojeva, transformatora itd. Pri mjerenju takvih objekata ne smije se uzemljiti ni jedan kraj izvora napona, već treba most spojiti prema sl. 9.118.



Slika 9.118. Mjerenje Scheringovim mostom kondenzatora čija je jedna stezaljka uzemljena



Slika 9.119. Varijanta Scheringova mosta za mjerenje kondenzatora čija je jedna stezaljka uzemljena

Tada se paralelno ispitivanom kondenzatoru nalazi parazitski kapacitet C_p koji predstavlja kapacitet prema zemlji visokonaponskog dovoda do mosta i kapacitet prema zemlji jednog dijela visokonaponskog namota transformatora. Taj kapacitet redovno nije neznatan i ima kut gubitaka koji se ne može zanemariti. Stoga se mostom najprije izmjeri parazitski kapacitet C_p, isključivši ispitivani kondenzator, a zatim mjerenje ponovi uz priključeni ispitivani kondenzator. Iz ova dva mjerenja može se odrediti kapacitet C_x:

$$C_x = C_u - C_p \tag{9.169}$$

gdje je C_u ukupni kapacitet, tj. zbroj ispitivanog i parazitskog kapaciteta dobiven drugim mjerenjem, a C_p parazitski kapacitet dobiven prvim mjerenjem. Tangens kuta gubitaka (tg δ) mjerenog kondenzatora određuje se iz tg δ_p dobivenog pri prvom mjerenju i tg δ_u dobivenog pri drugom mjerenju:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{C_u \operatorname{tg}\delta_u - C_p \operatorname{tg}\delta_p}{C_u - C_p} \tag{9.170}$$

Računanje se pojednostavnjuje ako se četvrtoj grani mosta serijski doda paralelna kombinacija otpora R_5 i kapaciteta C_5 (sl. 9.119). Prvo mjerenje se provodi uz isključeni mjereni kapacitet C_x, a uravnotežavanje se postiže pomoću otpora R_5 i kapaciteta C_5. Pri tom su otpor R_4 i kapacitet C_4 kratko spojeni. Pri drugom mjerenju uključen je mjereni kapacitet C_x, a most se dovodi u ravnotežu pomoću elemenata R_4 i C_4, ne dirajući elemente R_5 i C_5.

Uz oznake prema sl. 9.119 vrijedi za uravnoteženi most pri prvom, odnosno drugom mjerenju:

$$Z_p = \frac{Z_2 Z_3}{Z_5} \qquad \frac{Z_p Z_x}{Z_p + Z_x} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_4 + Z_5},$$

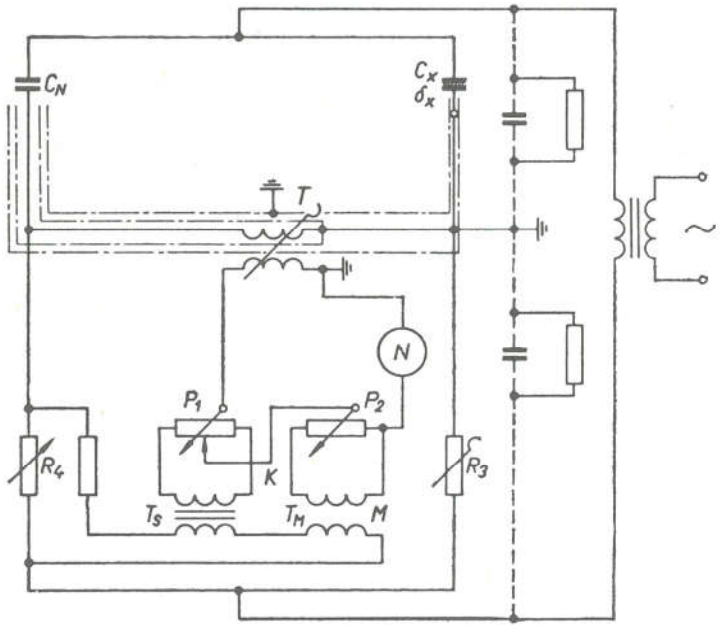
ili

$$Z_x = \frac{Z_2 Z_3}{Z_4 + Z_5 - Z_2 Z_3 / Z_p} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_4} \tag{9.171}$$

Vidimo da se C_x i tg δ određuju u ovakvom postupku na osnovi vrijednosti R_4 i C_4 ($C_x = C_2 R_4/R_3$ i tg $\delta = \omega C_4 R_4$). Pri tom je otpor R_4 promjenljiv. Ako je R_4 fiksan otpor, a mijenja se otpor R_3, potrebna su tri mjerenja.

Utjecaj parazitskih kapaciteta pri mjerenju kondenzatora čija je jedna stezaljka uzemljena može se izbjeći i pomoću tzv. okrenutog Scheringova mosta, čiji se elementi R_3, R_4 i C_4 i nulindikator nalaze na visokonaponskoj strani mosta dok je spojište kondenzatora C_x i C_2 uzemljeno. Dio mosta koji se nalazi pod visokim naponom je oklopljen i dobro izoliran prema zemlji, a s promjenljivim elementima se rukuje posredstvom izolacionih motki.

Mjerenje ovisnosti kuta gubitaka i kapaciteta kondenzatora o upotrijebljenom naponu čest je zadatak u praksi, pa se izvode *mostovi s automatskim ugađanjem ravnoteže* opremljeni registracionim instrumentima za izravno mjerenje kuta gubitaka i promjena kapaciteta C_x. Takvoj namjeni je prilagođena izvedba prema sl. 9.120. Tu most nije potpuno uravnotežen, već se napon dijagonale mosta dovodi preko mjernog transformatora T do kompleksnog kompenzatora K. Za napajanje kompenzatora služi pad napona na otporu R_4, pa se posredstvom strujnog transformatora T_S i transformatora T_M, čiji je međuinduktivitet M, dobivaju na potenciometrima P_1 i P_2 komponente kompenzacionog napona, fazno međusobno pomaknute za 90°. Napon na potenciometru P_1 u fazi je s onom komponentom napona dijagonale mosta, koja se pojavljuje zbog neuravnoteženih kapaciteta C_x i C_2. Pad napona na potenciometru P_2 u fazi je s komponentom napona dijagonale mosta, koja nastaje zbog neuravnoteženog kuta gubitaka.

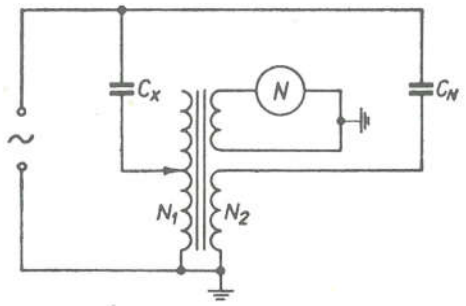


Slika 9.120. Scheringov most s automatskim ugađanjem ravnoteže

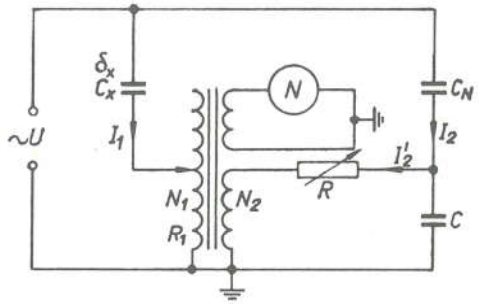
Pri ugađanju mosta najprije se pomoću otpora R_3 i R_4 postigne gruba ravnoteža mosta. Dalje se ostatak napona u dijagonali mosta iskompenzira potenciometrima P_1 i P_2, na kojima se može očitati $\Delta C_x/C_x$ i tg δ. Ovakav postupak je posebno prikladan ako se promatra ovisnost kapaciteta i kuta gubitaka o vremenu, temperaturi, naponu itd. Grubo ugađanje se provede samo jednom na početku mjerenja, a kasnije se nastale promjene kompenziraju samo potenciometrima P_1 i P_2, na kojima se može odmah i očitati promjena kapaciteta $\Delta C/C_x$ i tg δ. Uravnotežavanje mosta može biti automatizirano. Tada fazno osjetljivi nulindikator preko pojačala upravlja motorima koji preko mehaničkog prenosa pomiču kliznike potenciometara P_1 i P_2. Kliznici su povezani s pisačem koji na registracionom papiru bilježi promjene mjerene veličine u ovisnosti o referentnoj veličini.

9.6.5. Transformatorski mostovi

Usporedba mjerenog i etalonskog kondenzatora može se ostvariti ako se u donjem dijelu mosta upotrijebi posebni strujni transformator s odvojcima. Ovakvo rješenje se odlikuje velikom osjetljivošću i vrlo malim naponima u donjem dijelu mosta. Jedna varijanta takvog rješenja jest Glynnov most. U donjem dijelu mosta nalazi se strujni transformator s tri namota. Prvi namot ima mnogo odvojaka, pa se pomoću preklopki može uključiti više ili manje zavoja. Kroz taj namot teče struja mjerenog kapaciteta C_x. Drugi namot ima samo nekoliko odvojaka i kroz njega teče struja etalonskog kondenzatora. Na treći namot priključen je nulindikator (sl. 9.121). Pretpostavimo začas da je tg δ jednog i drugog kondenzatora jednak nuli, pa će kroz prvi i drugi namot teći posve kapacitivne struje koje će magneti-



Slika 9.121. Pojednostavnjena shema Glynnova mosta



Slika 9.122. Shema Glynnova mosta

zirati jezgru i prouzrokovati otklon nulinstrumenta. Ako su, međutim, amperzavoji prvog i drugog namota jednaki ($N_1 I_1 = N_2 I_2$) i suprotnog smjera, što se može postići suprotnim smjerovima namatanja namota, onda neće doći do magnetiziranja jezgre i induciranja napona u trećem namotu, pa se nulindikator neće otkloniti. Ako smo ugađanjem broja zavoja prvog namota to postigli, možemo lako odrediti kapacitet mjerenog kondenzatora. Redovno se može posve zanemariti djelatni otpor namota, pa kroz prvi namot teče struja $I_1 = UC_x\omega$, a kroz drugi struja $I_2 = U C_N \omega$. Kako je pri ravnoteži jednak broj amperzavoja jednog i drugog namota, dobivamo:

$$N_1 U C_x \omega = N_2 U C_N \omega$$

ili:

$$C_x = C_N \frac{N_2}{N_1} \tag{9.172}$$

Mjerenje kuta gubitaka može se postići uvođenjem promjenljivog otpora R i kapaciteta C u drugu granu mosta (sl. 9.122). Da se postigne ravnoteža treba sada zadovoljiti uvjet: $I_1 N_1 = I_2' N_2$, gdje je I_2' struja koja teče kroz drugi namot. Uz oznake na sl. 9.122 dobivamo:

$$I_2' = \frac{U}{\frac{1}{j\omega C_N} + \frac{RC}{C_N} + R} \tag{9.173}$$

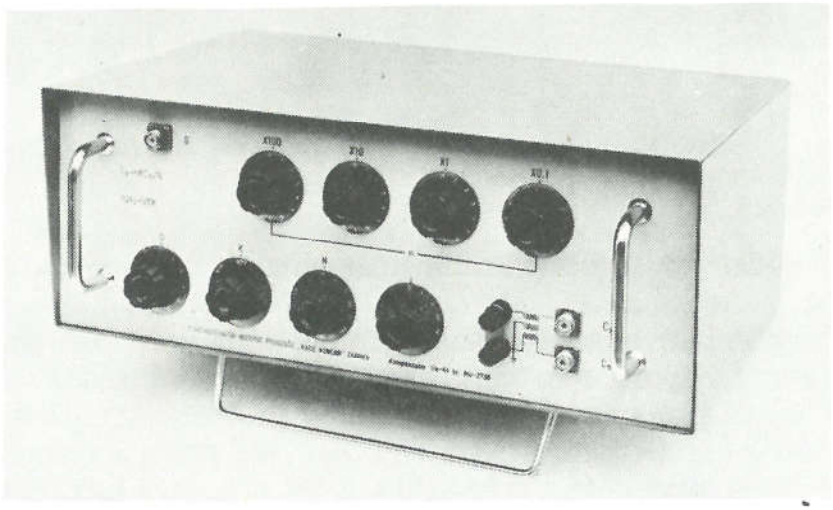
$$I_1 = \frac{U}{\frac{1}{j\omega C_x} + R_x + R_1} \tag{9.174}$$

pa nakon sređenja slijedi:

$$C_x = C_N \frac{N_2}{N_1}$$

$$\operatorname{tg}\delta = \omega (C_N + C) R - \omega C_N R_1 \frac{N_2}{N_1} \tag{9.175}$$

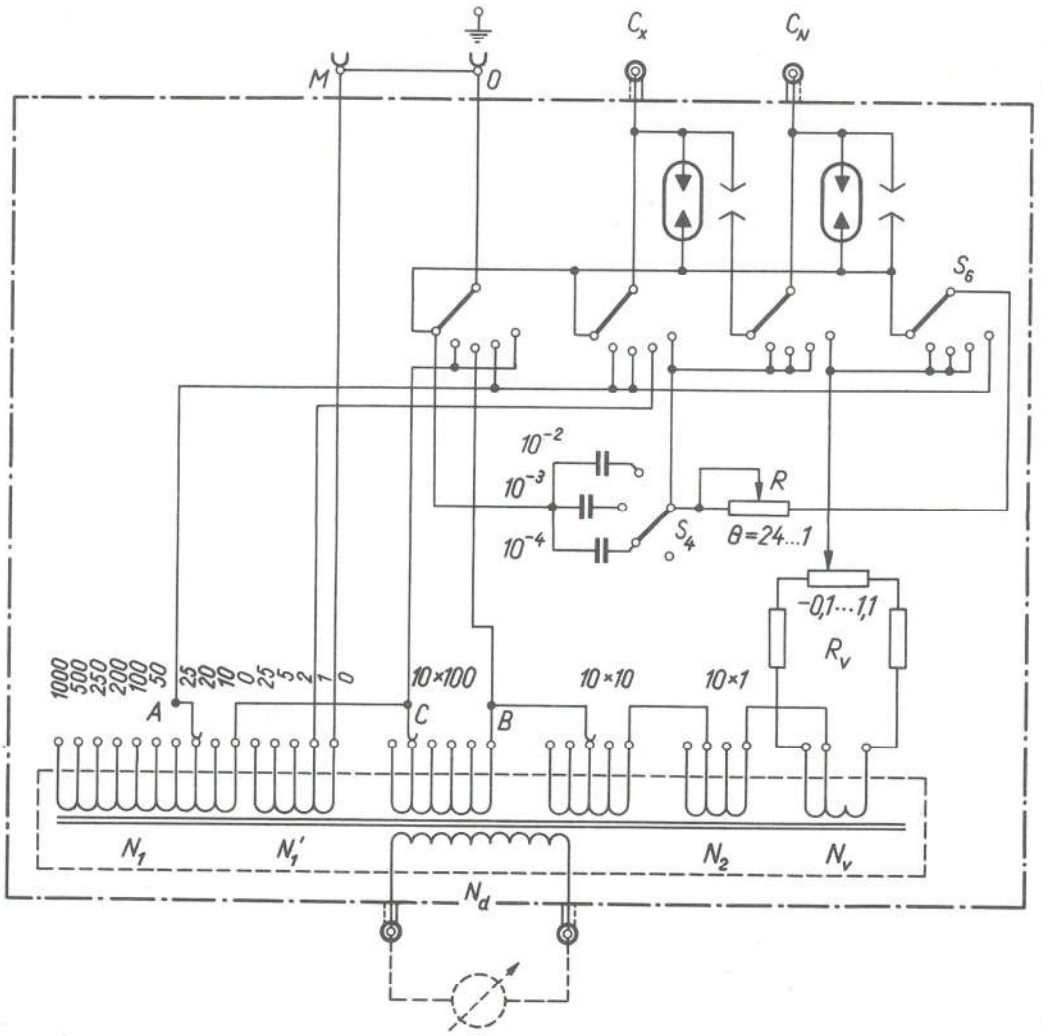
Redovno je $C_N \ll C$ i $R_1 \ll R$, te za tangens kuta gubitaka dobivamo jednostavan izraz $\operatorname{tg}\delta = \omega CR$. Otpori R_1 i R iznose samo nekoliko oma, pa je utjecaj parazitskih kapaciteta čvorišta znatno manji nego kod Scheringova mosta, te se obično može posve zanemariti. Osjetljivost mosta povećava se ako se jezgra transformatora izradi od materijala velikog permeabiliteta. Tada je i najmanja razlika u amperzavojima prvog i drugog namota dovoljna da izazove otklone nulindikatora.



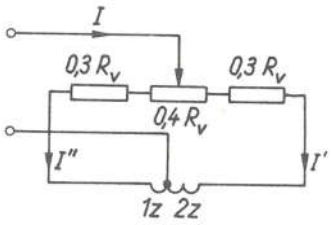
Slika 9.123. Izvedba Glynnova mosta (R. Končar)

Izvedba transformatorskog mosta za vrlo tačna mjerenja kapaciteta prikazana je na sl. 9.123 i 9.124. Tu se u drugoj grani nalazi namot s mogućnošću finog ugađanja broja zavoja (obratno nego kod rješenja na sl. 9.122). Time se dobiva izravno očitanje vrijednosti kapaciteta C_x jer se u izrazu (9.172) broj zavoja N_2 druge grane nalazi u brojniku tog izraza. Uz prikladni izbor omjera C_N/N_1 dobiva se C_x množenjem broja zavoja N_2 određenim dekadskim faktorom. Namot u drugoj grani ima 10 × 100, 10 × 10 i 10 × 1 zavoj i još tri zavoja (N_v na sl. 9.124) na koje je priključen potenciometar s predotporima. Time je omogućeno fino ugađanje amperzavoja. Struja I, koja ulazi preko kliznika, grana se u potenciometru na dva dijela (sl. 9.125). Jedan dio (I') prolazi kroz dva zavoja namota, a drugi (I'') kroz jedan zavoj, i to u suprotnom smjeru. Što je kliznik više udesno, povećava se struja koja prolazi kroz dva zavoja, zbog toga i djelujući broj amperzavoja. Predotpori su pred potenciometrom tako odabrani da se pomicanjem kliznika može promijeniti broj »zavoja« od −0,1 do 1,1. Na skali potenciometra moguće je još

očitati 0,005 zavoja ili 0,00045% maksimalnog broja zavoja. Odvojcima u prvoj grani bira se mjerno područje. Mogućnosti mosta povećane su time što se grupa od 10 × 100 zavoja iz druge grane može prebaciti u prvu granu, a isto tako može se svitak s N_1 zavoja iz prve grane prebaciti u drugu granu. Most je namijenjen



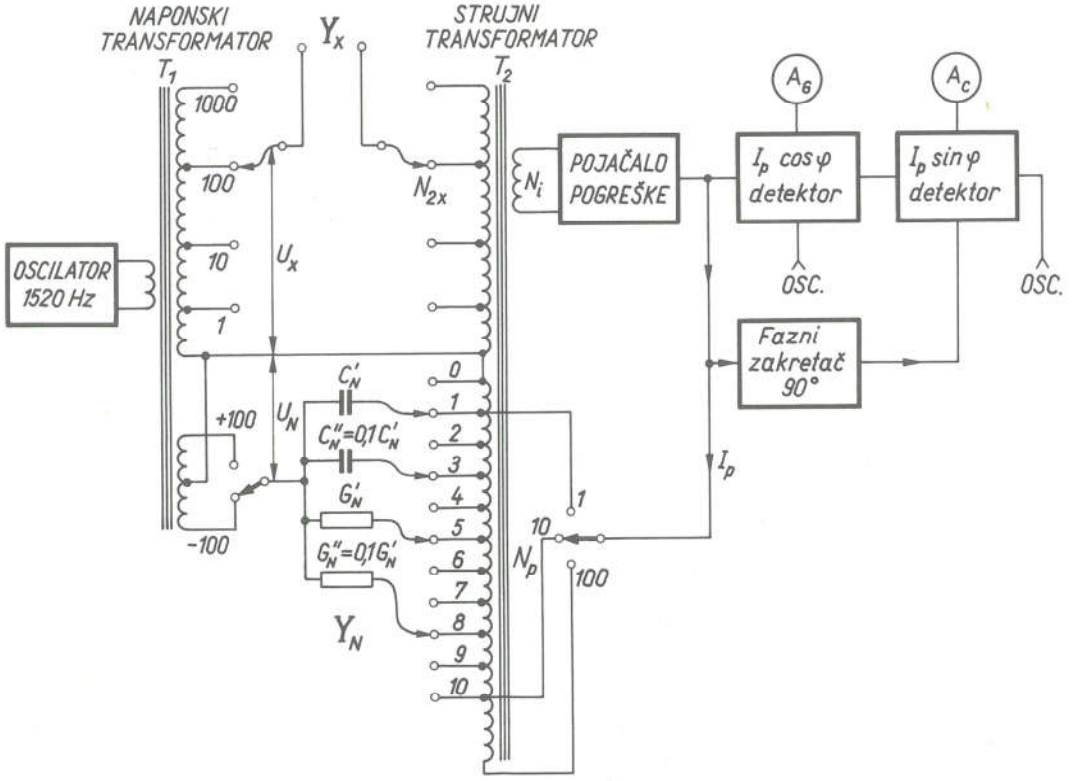
Slika 9.124. Transformatorski most za mjerenje kapaciteta (R. Končar)



Slika 9.125. Ugađanje dijelova »zavoja«

i za mjerenja kondenzatora s jednom uzemljenom stezaljkom, a i onih kondenzatora kojima je kut gubitaka manji od onoga u etalonskom kondenzatoru. Takva prespajanja obavljaju se preklopkom S_6, a preklopka S_4 služi za izbor područja kuta gubitaka.

U novije vrijeme razvijene su razne izvedbe više ili manje automatiziranih transformatorskih mostova. Pojednostavnjenu shemu takvoga univerzalnog mosta s poluautomatskim uravnoteživanjem prikazuje sl. 9.126. Tu je osim strujnog



Slika 9.126. Transformatorski most s poluautomatskim uravnotežavanjem (Wayne Kerr)

transformatora T_2, još i naponski transformator T_1 s posebnim odvojcima za mjerenu admitanciju $\mathbf{Y}_x = G_x + j\,B_x$ i poznatu admitanciju $\mathbf{Y}_N = G_N + C_N\,\omega\,j$. Naponi na mjerenoj i poznatoj admitanciji iznose:

$$U_x = U_z\,N_{1x} \qquad U_N = U_z\,N_{1N} \tag{9.176}$$

gdje je U_z napon po zavoju transformatora T_1, a N_{1x} i N_{1N} su brojevi zavoja namota na koje su priključene mjerena i poznata admitancija. Struje mjerene i poznate admitancije teku kroz namote strujnog transformatora T_2 od N_{2x}, odnosno N_{2N} zavoja, pa u njemu neće biti magnetskog toka kada je:

$$U_z\,N_{1x}\,N_{2x}\,(G_x + jB_x) = U_z\,N_{1N}\,N_{2N}\,(G_N + C_N\,\omega j)$$

ili:

$$G_x = \frac{N_{1N}\,N_{2N}\,G_N}{N_{1x}\,N_{2x}} \qquad B_x = \frac{N_{1N}\,N_{2N}\,C_N\omega}{N_{1x}\,N_{2x}} \tag{9.177}$$

Pri tom se etalonski kondenzator C_N može uključiti na odvojak »+100« ili »−100« transformatora T_1, što omogućuje mjerenje kapaciteta i induktiviteta. Zato se ovaj most i naziva univerzalnim.

Magnetski tok u jezgri transformatora T_2 može se gotovo sasvim poništiti i bez uključivanja grane s poznatom admitancijom. Na pomoćni namot od N_i zavoja transformatora T_2 priključen je ulaz osjetljivog pojačala pogreške. Izlazna

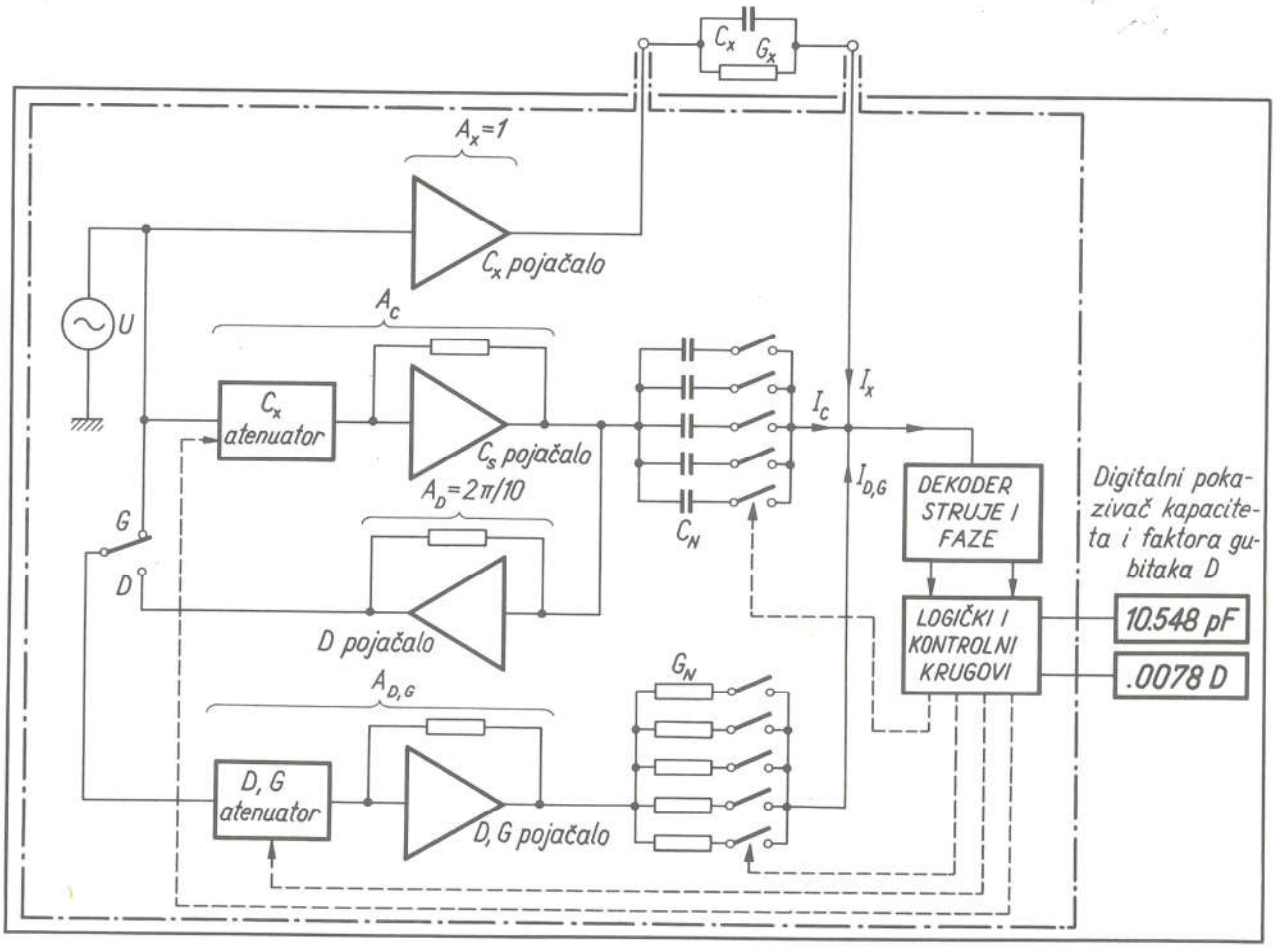
struja I_p tog pojačala vodi se natrag u namot od $N_p = 100$ zavoja transformatora T_2 i stvara amperzavoje protivne i praktički jednake amperzavojima koje proizvodi struja mjerene admitancije, tako da izlazi:

$$U_z N_{1x} N_{2x} (G_x + j B_x) = N_p \boldsymbol{I}_p$$

ili:

$$G_x = \frac{N_p I_p \cos \varphi}{U_z N_{1x} N_{2x}} \qquad B_x = \frac{N_p I_p \sin \varphi}{U_z N_{1x} N_{2x}} \tag{9.178}$$

Pomoću sklopa, sličnoga onom na sl. 4.70, mjeri instrument A_G struju $I_p \cos \varphi$ koja je u fazi s naponom mosta, a instrument A_C struju $I_p \sin \varphi$ fazno zakrenutu za 90°. Time se dobiva da pri mjerenju kondenzatora instrument A_G izravno pokazuje djelatnu vodljivost kondenzatora, a instrument A_C njegov kapacitet. Tačnost mjerenja pri tome je ograničena samo tačnošću instrumenata A_G i A_C (oko 1,5%). No tim mostom može se mjeriti mnogo tačnije. Neka je npr. instrument A_C pokazao da mjereni kondenzator ima kapacitet od $0{,}56_5$ nF. Ako nam ta tačnost nije dovoljna, uključit ćemo pomoću tipke etalonski kondenzator C'_N na odvojak 5 transformatora T_2. Njegova struja kompenzirat će dio amperzavoja koje stvara mjereni kondenzator, i to dio koji odgovara iznosu od 0,5 μF. Ostat će neiskompenziran dio koji odgovara kapacitetu od $0{,}06_5$ μF a njega će kompenzirati pojačalo pogreške. Da se pri tome ne bi jako smanjio otklon instrumenta A_C, istodobno s



Slika 9.127. Potpuno automatizirani most za mjerenje kapaciteta i faktora gubitaka (Hewlett-Packard)

uključivanjem kondenzatora C'_N prebacuje se struja pojačala I_p na odvojak od 10 zavoja na namotu N_p transformatora T_2. Time se deset puta povećava struja I_p i otklon instrumenta A_C, pa će se na instrumentu moći očitati npr. $0{,}065_7$ μF. Tačnost očitanja možemo još više povećati ako uključimo kondenzator C''_N, koji je deset puta manji od kondenzatora C'_N, na odvojak *6*. Istodobno se prebacuje struja pojačala na odvojak od 1 zavoja namota N_p, pa će se na instrumentu A_C moći očitati razlika od npr. $0{,}0057_3$ μF. Rezultat mjerenja je, dakle, $0{,}5657_3$ μF. Na sličan način se postupa pri određivanju djelatne vodljivosti kondenzatora.

Na sl. 9.127 prikazana je pojednostavnjena blok-shema potpuno automatiziranog mosta za mjerenje kapaciteta od 0,001 pF do 1,2 μF sa šest mjernih područja, koja se također automatski odabiru. Most se sastoji od tri grane. U prvoj je mjereni kondenzator kapaciteta C_x i djelatne vodljivosti G_x, koji je na naponski izvor priključen preko pojačala A_x s pojačanjem jednakim jedinici ($A_x = 1$). U drugoj i trećoj grani su etalonski kondenzator i otpori sa svojim atenuatorima i pojačalima A_C i $A_{D,G}$. Most se uravnotežuje ugađanjem atenuatora u drugoj i trećoj grani pomoću digitalno upravljanih tranzistorskih sklopki. Ravnoteža je ostvarena kada je suma struja svih triju grana jednaka nuli, što se ustanovljava pomoću strujnog transformatora sličnoga onom na sl. 9.126 (taj transformator nije prikazan na sl. 9.127). Struje kroz pojedine grane iznose:

$$I_x = (G_x + j\,\omega\,C_x)\,U; \quad I_C = j\,\omega\,C_N\,A_C\,U; \quad I_G = G_N\,A_{D,G}\,U \tag{9.179}$$

gdje je U napon na mostu. Kada je ravnoteža postignuta, bit će: $I_x + I_C + I_G = 0$, pa izlazi:

$$C_x = -\,A_C\,C_N; \quad G_x = -\,A_{D,G}\,G_N \tag{9.180}$$

Ako se želi mjeriti tangens kuta gubitaka mjerenog kondenzatora, prebacuje se preklopka P u položaj D. Tada u trećoj grani teče struja: $I_D = G_N\,A_{D,G}\,A_D\,U_C$, gdje je U_C napon na etalonskom kondenzatoru ($U_C = A_C\,U$), pa je uz pomoć izraza (9.179):

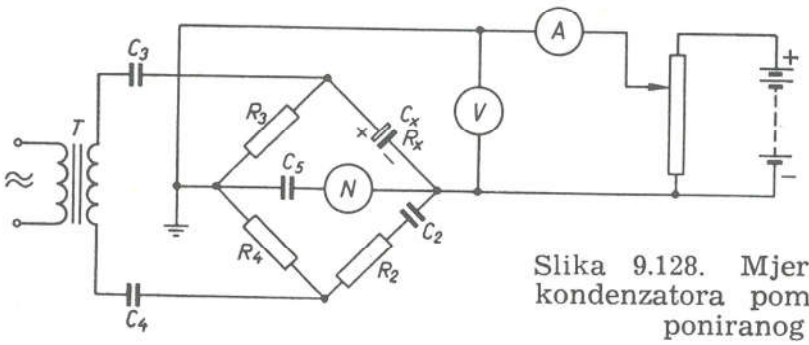
$$\operatorname{tg}\delta = \frac{G_x}{\omega\,C_x} = \frac{I_D}{\omega\,I_C} = \frac{G_N}{\omega\,C_N}\,A_D\,A_{D,G} \tag{9.181}$$

Ako se još odabere $G_N/\omega\,C_N = 10/2\pi$ i $A_D = 2\pi/10$, dobiva se da je $\operatorname{tg}\delta = A_{D,G}$. Podaci o kapacitetu, djelatnoj vodljivosti ili tangensu kuta gubitaka dobivaju se izravno u digitalnom obliku nakon automatskog uravnotežavanja, koje prosječno traje pola sekunde. Mjerenje se provodi s frekvencijama od 1 kHz, 10 kHz, 100 kHz, i 1 MHz, ovisno o iznosu mjerenog kapaciteta. Pri nižim frekvencijama postižu se granice pogrešaka od ± 0,1%, a kod 1 MHz iznose ± 1%.

9.6.6. Mjerenje kapaciteta elektrolitskih kondenzatora

Na elektrolitski kondenzator smije se priključiti samo istosmjerni napon određenog polariteta. Ako se priključi napon suprotnog polariteta ili ako se istosmjernom naponu superponira nedopušteno velik izmjenični napon, dolazi do razaranja tankog kemijskog sloja koji sačinjava dielektrik kondenzatora. O tome se vodi računa i pri mjerenju njihovog kapaciteta, pa se odabiru mjerni spojevi koji omogućavaju da se na kondenzator dovedu odgovarajući

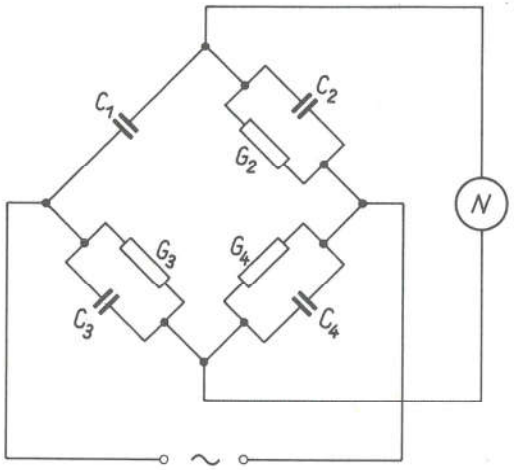
istosmjerni napon i izmjenični napon, potreban u mjerne svrhe. Jedan takav mjerni spoj prikazan je na sl. 9.128. Tu se mjerenje kapaciteta provodi Wienovim mostom (pogl. 9.6.3.) koji se sastoji od elemenata C_x, C_2, R_2, R_3 i R_4. Most je preko transformatora T priključen na izvor izmjeničnog napona. Potrebni istosmjerni napon dobiva se iz posebnog izvora, čiji se napon i struja mjere voltmetrom V i ampermetrom A. Prolaz istosmjerne struje kroz transformator T i nulindikator N sprečavaju kondenzatori C_3, C_4 i C_5.



Slika 9.128. Mjerenje kapaciteta elektrolitskih kondenzatora pomoću Wienova mosta i superponiranog istosmjernog napona

9.6.7. Ogawin most

U uvodu je napomenuto da se danas jedinica otpora određuje pomoću Thompson-Lampardova računskog etalona kapaciteta, a u poglavlju 2.1.1 opisana je njegova izvedba. Ovdje ćemo prikazati Ogawin most, koji u modificiranom obliku omogućuje da se vrhunska tačnost računskog etalona kapaciteta prenese na etalone otpora. On se sastoji samo od paralelnih komponenata u pojedinim granama mosta



Slika 9.129. Ogawin most

(sl. 9.129) što je, s obzirom na otklanjanje utjecaja parazitskih kapaciteta, bitno povoljnije nego kad su komponente spojene u seriju. Admitancije grana tog mosta iznose: $\boldsymbol{Y}_1 = j\omega C_1$, $\boldsymbol{Y}_2 = G_2 + j\omega C_2$, $\boldsymbol{Y}_3 = G_3 + j\omega C_3$ i $\boldsymbol{Y}_4 = G_4 + j\omega C_4$, pa njihovim uvrštavanjem u jednadžbu ravnoteže izmjeničnog mosta $\boldsymbol{Y}_1 \boldsymbol{Y}_4 = \boldsymbol{Y}_2 \boldsymbol{Y}_3$ dobivamo nakon sređivanja i odvajanja realnih komponenata od imaginarnih ove izraze:

$$G_2 G_4 = \omega^2 (C_2 C_3 - C_1 C_4); \qquad C_2 G_3 = C_1 G_4 - C_3 G_2 \qquad (9.182)$$

Ovim postupkom želimo odrediti vodljivost G nekog etalona otpora pomoću računskog etalona kapaciteta C i kružne frekvencije ω. Stoga će biti još potrebno na najprecizniji mogući način, npr. transformatorskim mostom, utvrditi omjere: $c_1 = C_1/C$, $c_2 = C_2/C$, $c_3 = C_3/C$ i $c_4 = C_4/C$, te $g_2 = G_2/G$, $g_3 = G_3/G$ i $g_4 = G_4/G$. Uvrštavanjem tih omjera u izraz (9.182) dobivamo nakon sređivanja:

$$G = \frac{1}{R} = \omega C \sqrt{\frac{c_1 c_2}{g_2 g_4}\left[1 - \frac{c_4 g_3}{c_3 g_4} - \frac{c_4 g_2}{c_2 g_4}\right]} = k \omega C \qquad (9.183)$$

Ako je $C_4 = 0$, gornji izraz se pojednostavnjuje u: $G = \omega C \sqrt{c_1 c_2 / g_2 g_4}$.

Uz najpažljiviji rad, vodeći računa o svim vanjskim utjecajima i smetnjama, postiže se ovim postupkom relativna mjerna nesigurnost određivanja otpora od oko $\pm 1 \cdot 10^{-7}$.

9.7. MJERENJE FREKVENCIJE

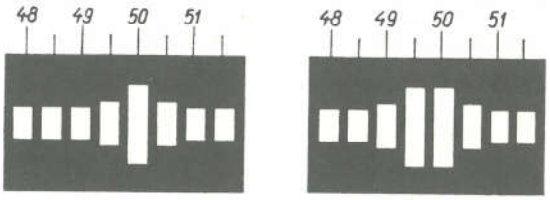
Za mjerenje frekvencije izmjeničnih struja upotrebljavaju se različite mjerne metode, ovisno o tome da li se mjeri na području niskih, zvučnih ili visokih frekvencija. Izbor metode ovisi i o zahtijevanoj tačnosti, te o tome da li se traži izravno očitanje frekvencije ili je predviđen neki više laboratorijski postupak.

9.7.1. Frekventometar s jezičcima

Na području niskih frekvencija mnogo se upotrebljavaju frekventometri s jezičcima zbog svoje jednostavnosti, robustnosti i trajnosti. Njihov mjerni sistem se sastoji od niza čeličnih pera u obliku jezičaca, koji titraju pod utjecajem elektromagneta priključenog na mjereni izvor. Jezičci su jednim krajem pričvršćeni na nosač, dok im je drugi kraj slobodan i svinut u obliku zastavice duge 3 do 5 mm, koja je obično bijele boje zbog bolje uočljivosti. Izrađuju se od čeličnih traka debljine od 0,1 do 0,5 mm, širine od 3 do 5 mm i duljine 20 do 60 mm. Svaki jezičac rezonira na drugu frekvenciju, koja se obično razlikuje od frekvencije susjednog jezičca za 0,5 Hz. U posebnim izvedbama ta razlika iznosi 0,25 Hz.

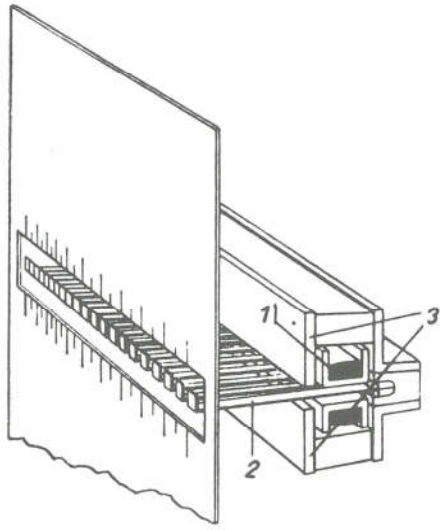
Kada instrument nije priključen, vidi se niz jednakih, bijelih zastavica koje miruju. Kada se instrument priključi, nastaje pojačano titranje jezičca, čija je frekvencija mehaničke rezonancije jednaka, ili jako blizu, dvostrukoj frekvenciji izvora. To titranje stvara utisak kao da se bijela zastavica produljila. Tako u primjeru prikazanom na sl. 9.130 *a* rezonira jezičac koji je označen sa 50 Hz, pa izgleda kao da je njegova zastavica nekoliko puta duža. Susjedni jezičci za 49,5 i 50,5 Hz također titraju, ali znatno manje. Budući da jezičac za 50 Hz najviše titra, a dva susjedna podjednako, može se zaključiti da je frekvencija mjerenog izvora upravo 50 Hz. Na sl. 9.130 *b* podjednako titraju jezičci za 49,5 i 50 Hz, što znači da je frekvencija mjerenog izvora $49{,}7_5$ Hz. Na taj način može se prosuditi vrijednost mjerene frekvencije u granicama od $\pm$ 0,1 Hz.

U Hartmann-Kempfovoj izvedbi (sl. 9.131) djeluje elektromagnet *1* neposredno na jezičce *2*. Svitak elektromagneta je dugoljasta oblika i obuhvaća sve jezičce, tako da magnetski tok prolazi kroz jezičce i zatvara se preko jarmova *3* od magnetskog materijala.



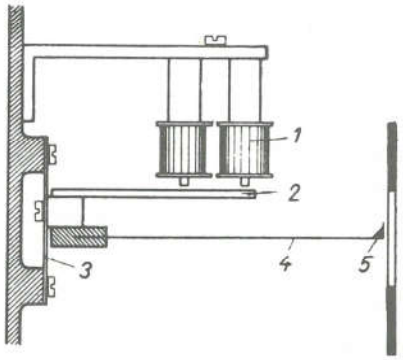
a) b)

Slika 9.130. Primjeri pokazivanja frekventometra s jezičcima



Slika 9.131. Hartmann-Kempfova izvedba frekventometra s jezičcima

1 elektromagnet; *2* jezičci; *3* jarmovi od magnetskog materijala



Slika 9.132. Frahmova izvedba frekventometra s jezičcima

1 elektromagnet; *2* kotva; *3* elastična pločica; *4* jezičac; *5* zastavica

U Frahmovoj izvedbi (sl. 9.132) djeluje elektromagnet *1* na kotvu *2* koja zbog toga neznatno vibrira. Te se vibracije prenose preko elastične pločice *3* na jezičce *4*, od kojih jače titraju samo oni koji su blizu rezonanciji. Ovakvim rješenjem postiže se manji potrošak.

Privlačna sila elektromagneta ovisi o kvadratu njegove struje, tako da u toku jedne periode dolazi dva puta do privlačenja jezičaca. Zato je potrebno da frekvencija mehaničke rezonancije bude jednaka dvostrukoj frekvenciji mjerenog izvora. Ako se izmjeničnoj struji superponira istosmjerna, koja je veća od tjemene vrijednosti izmjenične struje, doći će samo do jednog privlačenja u toku jedne periode, pa je frekvencija titraja jezičaca upravo jednaka mjerenoj frekvenciji. Isto možemo postići ako kroz elektromagnet propustimo samo jednu poluperiodu izmjenične struje dodavanjem npr. jednog poluvodičkog ispravljača u seriju s namotom elektromagneta ili ako izmjeničnom magnetskom polju elektromagneta superponiramo polje jednog permanentnog magneta. Ova se pojava može iskoristiti za proširenje mjernog opsega na dvostruku vrijednost.

Instrumenti s jezičcima koriste se za mjerenja frekvencija od nekoliko herca do oko 1500 Hz. Priključuju se slično kao voltmetri i troše, ovisno o naponu za koji su predviđeni, do oko 10 VA. Izrađuju se za izravni priključak od 65 do 500 V, dok se na više napone priključuju preko mjernih naponskih transformatora. Postižu se granice pogrešaka od 0,2 do 1% mjerene frekvencije. Veća tačnost lakše se postiže pri većoj duljini jezičaca. Duljina jezičaca, a time i njihova vlastita frekvencija, mijenja se s temperaturom, pa stoga nastaje pogreška od npr. 0,15%/10°C.

Instrumenti s jezičcima mogu se upotrijebiti i za mjerenje brzine vrtnje strojeva. Instrument se prisloni na ispitivani stroj i zbog vibracija stroja titra najviše onaj jezičac čija se vlastita frekvencija najbolje podudara s brzinom vrtnje stroja. Daljinski se može mjeriti brzina vrtnje ako ispitivani stroj tjera jedan mali izmjenični generator, čiji se napon dovodi do instrumenta s jezičcima.

Izrađuju se i mjerila frekvencije koja rade na elektrostatskom principu. Sastoje se od dvije elektrode, jedne nepomične i druge elastične, na kojoj su montirani jezičci. Zbog djelovanja elektrostatskih sila neznatno vibrira elastična ploča, što je dovoljno da odgovarajući jezičci počnu jače titrati.

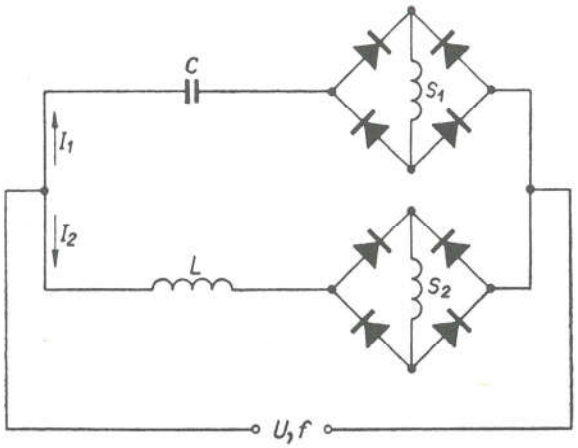
9.7.2. Frekventometri s kazaljkom

Za mjerenje frekvencije izmjeničnih mreža razvijeno je mnogo različitih mjernih sistema s kazaljkom, koji omogućavaju izravno očitanje i registriranje mjerene frekvencije. Njihovo mjerno područje je obično vrlo usko zbog redovno malih promjena frekvencije mreže. Izvode se npr. za mjerenje frekvencija od 49 do 51 Hz, ili čak za frekvencije od 49,9 do 50,1 Hz. Osnivaju se na različitim principima, pa se tako koriste kvocijentna mjerila indukcionog tipa, elektrodinamskog, ili ona s pomičnim željezom. Koriste se i instrumenti s unakrsnim svicima ili s pomičnim svitkom u kombinaciji s poluvodičkim ispravljačima.

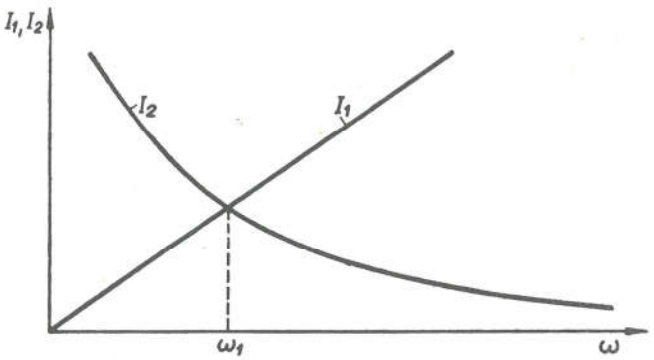
Na sl. 9.133 prikazana je pojednostavnjena izvedba frekventometra s unakrsnim svicima i poluvodičkim ispravljačima. Svitak S_1 sistema s unakrsnim svicima priključen je preko ispravljača u Graetzovu spoju i kondenzatora kapaciteta C na mjereni izvor. Drugi svitak tog sistema (svitak S_2) priključen je na mjereni izvor preko prigušnice induktiviteta L. Pri naponu U i kružnoj frekvenciji ω mjerenog izvora teku kroz svitke struje:

$$I_1 \approx U C \omega \tag{9.184}$$

$$I_2 \approx \frac{U}{L \omega} \tag{9.185}$$



Slika 9.133. Pojednostavnjena shema frekventometra s unakrsnim svicima

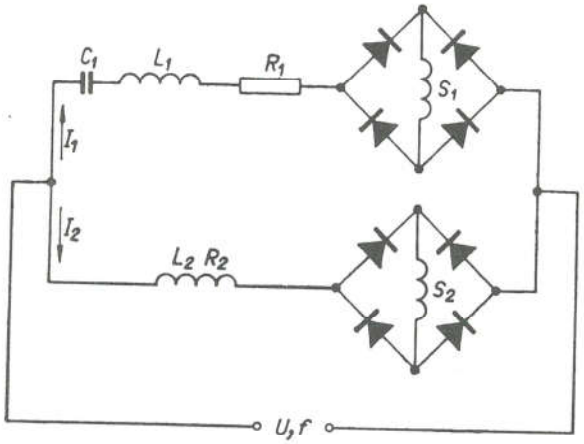


Slika 9.134. Ovisnost struja I_1 i I_2 o frekvenciji za shemu spoja prema sl. 9.134.

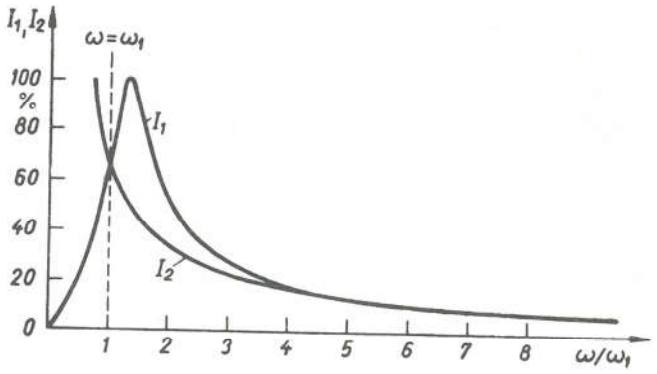
Struja kroz prvi svitak raste s porastom frekvencije, dok za struju kroz drugi svitak vrijedi obratno (sl. 9.134). Otklon instrumenta s unakrsnim svicima ovisi o omjeru struja kroz svitke (pogl. 4.3), pa je:

$$\alpha = f\left(\frac{I_1}{I_2}\right) = f(CL\omega^2) \tag{9.186}$$

Vidimo da je otklon instrumenta funkcija mjerene frekvencije. Ovakav jednostavan spoj ipak ne zadovoljava, jer je jako ovisan o višim harmoničkim članovima mjerenog izvora. Pretpostavimo da se frekvencija izvora nije promijenila, ali da oblik napona nije više sinusan. Tada će se struja u grani s kondenzatorom mnogo više povećati zbog superponiranih viših harmoničkih članova, nego struja u grani s prigušnicom. Zbog toga će se promijeniti omjer struja kroz jednu i drugu granu, a time i otklon instrumenta, premda se frekvencija izvora nije promijenila.



Slika 9.135. Shema spoja frekventometra s unakrsnim svicima na čije pokazivanje praktički ne utječu viši harmonički članovi

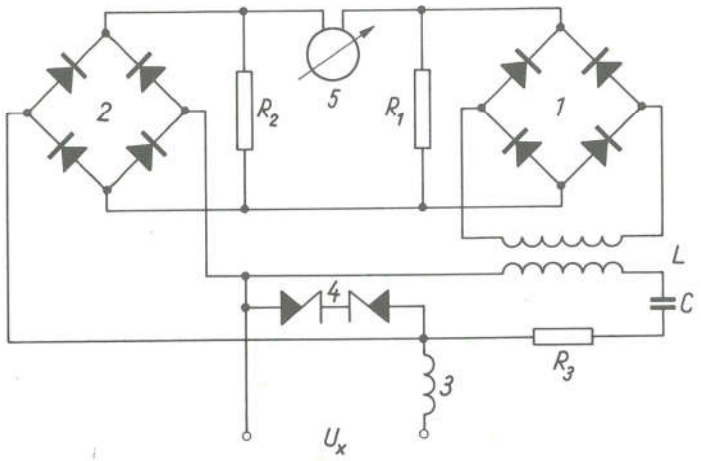


Slika 9.136. Ovisnost struja I_1 i I_2 o omjeru ω/ω_1 za shemu spoja prema sl. 9.135

Utjecaj viših harmoničkih članova bitno je smanjen spojem prema sl. 9.135. Tu se u prvoj grani nalazi serijska kombinacija otpora R_1, kapaciteta C_1 i induktiviteta L_1, čija je frekvencija rezonancije nešto iznad mjerenog frekvencijskog područja. U drugoj grani nalazi se samo prigušnica induktiviteta L_2. Ovisnost struje u prvoj i drugoj grani o frekvenciji prikazana je na sl. 9.136. Mjerno područje se odabire oko ω_1, gdje struja u prvoj grani raste s frekvencijom, a struja u drugoj grani pada, kao i u izvedbi prikazanoj na sl. 9.133. Ovdje je, međutim, utjecaj viših harmoničkih članova gotovo izbjegnut, jer na višim frekvencijama imaju oba kruga praktički jednaku impedanciju, kako se to razabire na sl. 9.136.

Instrument s pomičnim svitkom u kombinaciji s jalovim i djelatnim otporima često se upotrebljava za izravno mjerenje i registriranje frekvencije. Jedno takvo uobičajeno rješenje prikazano je na sl. 9.137. Mjereni napon dovodi se preko prigušnice *3* na dvije protivno spojene Zenerove diode *4*. Napon na tim diodama praktički je konstantan i napaja serijski spoj otpornika R_3, kondenzatora C i prigušnice L. Na sekundarnom namotu te prigušnice priključen je preko ispravljača *1* u Graetzovu spoju otpornik R_1. Napon na tom otporniku zbog djelovanja kapaciteta C i induktiviteta L ovisi o frekvenciji mjerenog napona. Protivno tome, napon na otporniku R_2 frekvencijski je neovisan jer je on preko ispravljača *2* izravno pri-

uključen na konstantni napon Zenerovih dioda. Instrument s pomičnim svitkom 5 mjeri razliku između napona otpornika R_1 i R_2, pa je njegov otklon funkcija mjerene frekvencije.

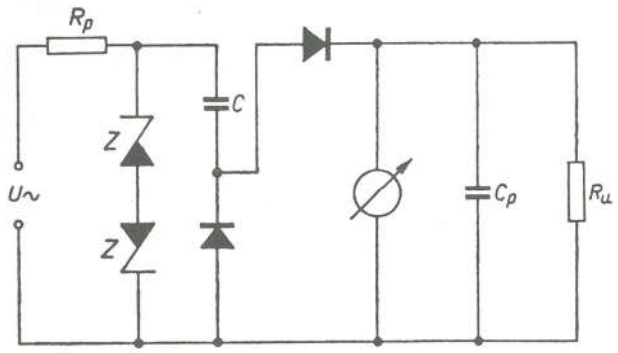


Slika 9.137. Frekventometar s pomičnim svitkom

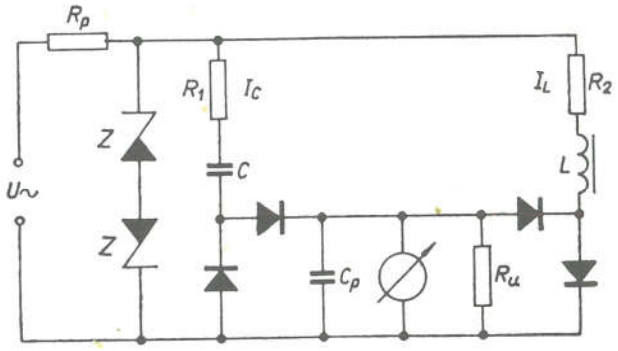
U novije vrijeme upotrebljavaju se frekventometri s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačima, gdje se mjerenje frekvencije svodi na mjerenje srednje vrijednosti ispravljene struje kondenzatora. Kako je objašnjeno u pogl. 9.1.3 e (sl. 9.12 i izraz 9.9), srednja vrijednost struje kondenzatora je tada upravno razmjerna tjemenoj vrijednosti izmjeničnog napona i njegovoj frekvenciji ($U_m = I_{sr}/2fC$). Ako se osigura konstantna tjemena vrijednost izmjeničnog napona, bit će otklon instrumenta s pomičnim svitkom upravno razmjeran mjerenoj frekvenciji:

$$f = \frac{I_{sr}}{2\,U_m\,C} \tag{9.187}$$

Konstantnu tjemenu vrijednost izmjeničnog napona dobivamo upotrebom Zenerovih dioda koje su preko predotpora R_p priključene na mjereni izvor napona (sl. 9.138), čija je amplituda znatno veća od Zenerova napona dioda. Zbog toga na diodama vlada pravokutni izmjenični napon određene amplitude. Kapacitet C_p služi



Slika 9.138. Mjerenje frekvencije pomoću struje nabijanja kondenzatora



Slika 9.139. Frekventometar sa Zenerovim diodama i dvije frekventno ovisne grane

za prigušenje mjernog sistema, a otpor R_u za ugađanje otklona instrumenta. Mjerni opseg ovakvih frekventometara počinje kod $f = 0$. Obično se izrađuju s više mjernih opsega, npr. za 100, 300, 1000 . . . 100 000 Hz. Ako se želi mjeriti samo jedno usko područje frekvencije, npr. od 49 do 51 Hz, dodaje se još jedna grana s prigušni-

com induktiviteta L (sl. 9.139). Struja I_L prigušnice opada s frekvencijom, a struja I_C kondenzatora raste s frekvencijom, pa će na nekoj određenoj frekvenciji srednja vrijednost struje koja teče kroz instrument biti jednaka nuli. Čim mjerena frekvencija više odstupa od te frekvencije, bit će veća razlika struja I_L i I_C, a time i veći otklon instrumenta. Na taj način mogu se mjeriti frekvencije na jednom uskom području, s granicama pogrešaka manjim od 0,1%.

9.7.3. Mostovi za mjerenje frekvencije

a) Na području zvučnih i visokih frekvencija upotrebljava se u laboratorijskim mjerenjima **Robinsonov most** (sl. 9.140). U prvoj grani toga mosta nalazi se serijska kombinacija otpora R_1 i kapaciteta C_1, a u drugoj paralelna kombinacija otpora R_2 i kapaciteta C_2. U trećoj i četvrtoj grani nalaze se otpori R_3 i R_4. Kad je most u ravnoteži bit će $\underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3$, pa kako je $\underline{Z}_1 = R_1 + 1/j\omega C_1$; $\underline{Z}_2 = \dfrac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}$; $\underline{Z}_3 = R_3$ i $\underline{Z}_4 = R_4$, slijedi:

$$R_4\left(R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}\right) = \frac{R_2 R_3}{1 + j\omega C_2 R_2} \tag{9.188}$$

Nakon uređenja i odvajanja realnih od imaginarnih članova, dobivamo:

$$\omega^2 = \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2} \quad \text{i} \quad R_1 R_4 + R_2 R_4 C_2/C_1 = R_2 R_3 \tag{9.189}$$

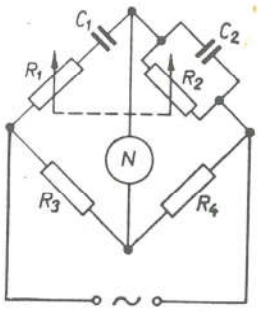
Ugađanje ravnoteže mosta uvelike je olakšano ako odaberemo:

$$R_1 = R_2 = R \quad \text{i} \quad C_1 = C_2 = C \tag{9.190}$$

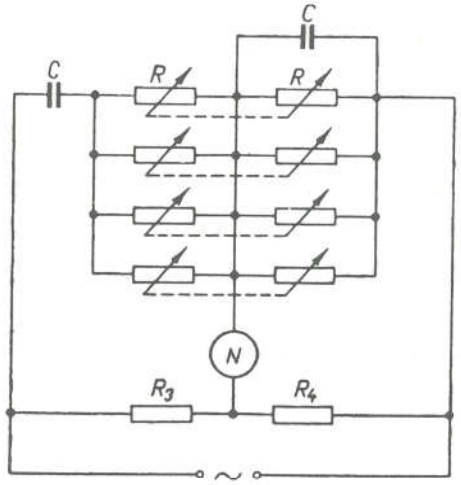
Tada se izrazi navedeni pod (9.189) pojednostavnjuju:

$$\omega = \frac{1}{RC} \quad \text{i} \quad 2R_4 = R_3 \tag{9.191}$$

Obično se ugađanje ravnoteže mosta zbog izvedbenih razloga provodi promjenom otpora R u prvoj i drugoj grani. Kako je prema (9.190) potrebno da djelatni otpor u prvoj grani bude jednak djelatnom otporu u drugoj grani, upotrebljavaju se pri tome ili dvostruki klizni otpornici čiji su kliznici mehanički povezani, ili dvostruki stepenasti otpornici. Da bi se u izvedbi sa stepenastim otpornicima postigla mogućnost izravnog očitanja mjerene frekvencije pomoću znamenki s kojima su ozna-



Slika 9.140. Robinsonov most za mjerenje frekvencije



Slika 9.141. Robinsonov most složen od stepenastih otpornika

čeni položaji preklopki stepenastih otpornika, potrebno je **paralelno** spojiti pojedine grupe otpornika (sl. 9.141). Zašto je to potrebno, možemo razabrati iz slijedećeg jednostavnog razmatranja. Neka je za postizanje ravnoteže mosta na frekvenciji f_I potreban otpor $R = R_I$ $\left(f_I = \frac{1}{2\pi C R_I}\right)$, a na frekvenciji f_{II} otpor $R = R_{II}$ $\left(f_{II} = \frac{1}{2\pi C R_{II}}\right)$. Na frekvenciji f_{III}, koja je jednaka zbroju frekvencija f_I i f_{II} ($f_{III} = f_I + f_{II}$), bit će potreban otpor R_{III} $\left(f_{III} = \frac{1}{2\pi C R_{III}}\right)$:

$$f_{III} = f_I + f_{II} = \frac{1}{2\pi C R_{III}} =$$

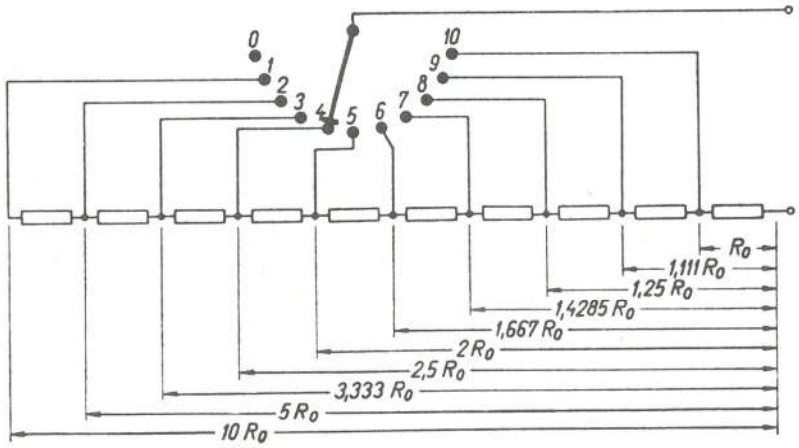
$$= \frac{1}{2\pi C R_I} + \frac{1}{2\pi C R_{II}} = \frac{1}{2\pi C}\left(\frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{II}}\right) \qquad (9.192)$$

ili:

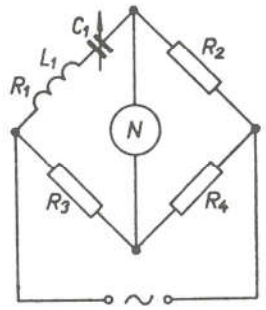
$$R_{III} = \frac{R_I R_{II}}{R_{II} + R_{III}} \qquad (9.193)$$

Vidimo da je otpor R_{III} jednak otporu paralelne kombinacije otpora R_I i R_{II}. Zbog toga i treba pojedine grupe otpornika spajati paralelno, a ne serijski.

Da bi se neposredno dobio dekadski iznos mjernog rezultata, upotrebljavaju se grupe otpornika s kojima se postiže ravnoteža mosta kod npr. 1, 2 . . . 9, 10 Hz, odnosno 10, 20 . . . 90, 100 Hz itd. Jedna takva grupa otpornika prikazana je na sl. 9.142. Budući da je prema izrazu (9.191) mjerena frekvencija obrnuto srazmjerna otporu R, bit će npr. otpor kod preklopke u položaju *1* deset puta veći od otpora R_0 kod preklopke u položaju *10*. Precizni mostovi imaju i do pet takvih grupa otpornika, tako da se mogu mjeriti frekvencije od npr. nekoliko herca do 100 kHz, s tačnošću očitanja od 1 Hz.



Slika 9.142. Spojna shema otpora za jednu dekadu Robinsonova mosta



Slika 9.143. Rezonantni most

b) Za mjerenje frekvencije upotrebljava se i **rezonantni most** (sl. 9.143). U prvoj grani mosta nalazi se serijska kombinacija kondenzatora kapaciteta C_1 i svitka čiji je induktivitet L_1, a djelatni otpor R_1. U drugoj, trećoj i četvrtoj grani nalaze se djelatni otpori s vrlo malim vremenskim konstantama.

Ravnoteža se postiže ako je zadovoljen zahtjev (pogl. 6.3.1 izraz 6.61):

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3$$

Kako je u ovom mostu $\varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = 0$, očito mora biti $\varphi_1 = 0$, tj. reaktancija prve grane mora biti jednaka nuli:

$$j\omega L_1 + 1/j\omega C_1 = 0 \tag{9.194}$$

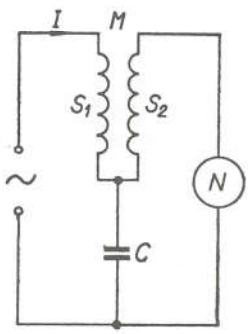
ili:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \tag{9.195}$$

Ravnoteža mosta obično se ugađa pomoću promjenljivog kapaciteta C_1 u prvoj grani i jednog od otpora iz ostalih grana.

Uz upotrebu preciznih elemenata mosta postižu se granice pogrešaka od oko 0,2%. Ovaj most se upotrebljava i za mjerenja induktiviteta ili kapaciteta, ako je poznata frekvencija izvora.

c) **Campbellov most** također se koristi za mjerenje frekvencije (sl. 9.144). Svitak S_1 spojen je u seriju s kondenzatorom kapaciteta C i priključen na mjereni izvor, te kroz njih protječe struja I. Nulinstrument se nalazi u krugu tog kondenzatora i svitka S_2. Promjenljivi međuinduktivitet M između svitaka S_1 i S_2 ugađamo dotle dok nulindikator ne pokaže nulu struje. Tada je napon $j\omega M\boldsymbol{I}$ induciran u svitku S_2 jednak po veličini, a protivan po fazi, padu napona $\boldsymbol{I}/j\omega C$ na kapacitetu C:



Slika 9.144.
Campbellov most

$$j\omega M\boldsymbol{I} + \boldsymbol{I}/j\omega C = 0 \tag{9.196}$$

ili:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C M}} \tag{9.197}$$

Kad je poznata frekvencija izvora, može Campbellov most poslužiti za određivanje nepoznatog kapaciteta C ili međuinduktiviteta M:

$$C = \frac{1}{M\omega^2} \quad \text{ili} \quad M = \frac{1}{C\omega^2} \tag{9.198}$$

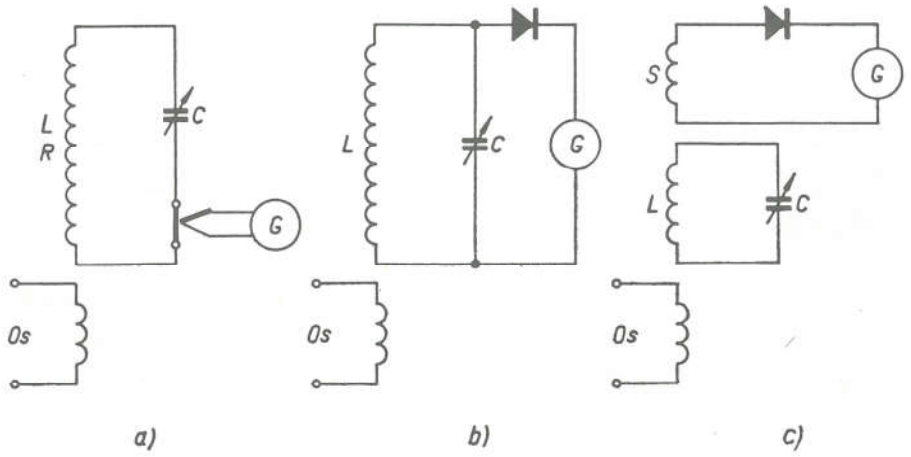
9.7.4. Metode rezonancije

Metode rezonancije koriste se na području srednjih i visokih frekvencija (sl. 9.145). Titrajni krug se obično izvodi s fiksnim induktivitetom L i promjenljivim kapacitetom C, a uzbuđuje se djelovanjem oscilatora Os, čija se frekvencija mjeri. Ugađanjem iznosa C dovodi se titrajni krug u rezonanciju koja se utvrđuje na osnovi maksimuma struje u rezonantnom krugu. Poznavajući L i C možemo odrediti mjerenu frekvenciju f:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L C}} \tag{9.199}$$

Struja u rezonantnom krugu mjeri se npr. instrumentom s termopretvaračem (sl. 9.145 *a*).

Rezonancija se može ustanoviti i po maksimumu napona na kapacitetu *C*, koji mjerimo osjetljivim instrumentom s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem (sl. 9.145 *b*). Pouzdanije rezultate dobivamo ako za utvrđivanje rezonancije upotrijebimo odvojen, aperiodski ugođen mjerni krug, sastavljen od galvanometra s ispravljačem i svitka S koji je induktivno vezan s rezonantnim krugom (sl. 9.145 *c*).



Slika 9.145. Mjerenje frekvencije pomoću rezonantnih krugova

Na taj način se u rezonantnom krugu ne nalaze nikakvi vanjski elementi, pa ga je moguće tačnije izbaždariti. Ovakvim postupcima postižu se granice pogrešaka od npr. 0,5%. Metoda rezonancije u titrajnim krugovima koristi se i za mjerenje kapaciteta ili induktiviteta. Tada moraju biti poznati frekvencija i jedan od elemenata titrajnog kruga (*L* ili *C*). Vrlo tačna mjerenja kapaciteta mogu se izvesti tzv. **metodom supstitucije,** gdje se rezonancija titrajnog kruga, uz stalnu frekvenciju, najprije postiže ugađanjem preciznog promjenljivog kondenzatora. Tada se paralelno preciznom kondenzatoru spoji mjereni kondenzator i mijenja vrijednost preciznog kondenzatora, dok se ponovno ne postigne rezonancija. Razlika u vrijednosti kapaciteta preciznog kondenzatora pri prvom i drugom ugađanju predstavlja kapacitet mjerenog kondenzatora.

9.7.5. Poredbene metode mjerenja frekvencije

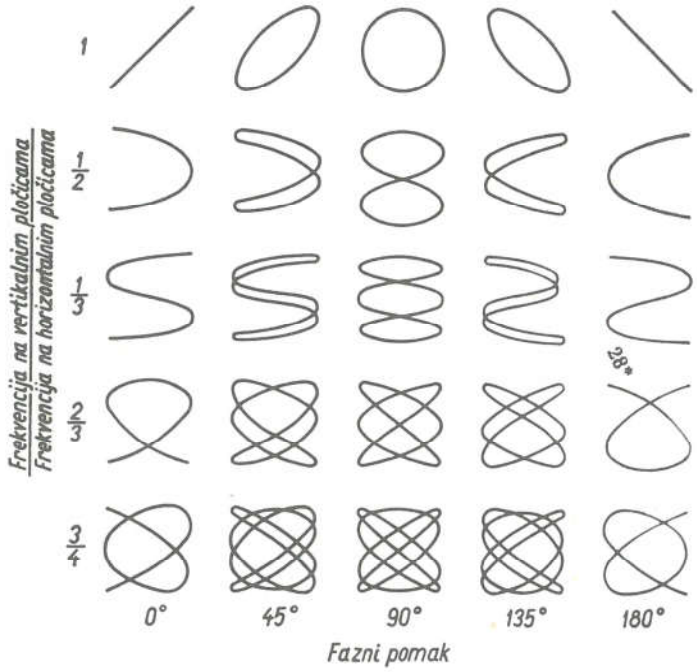
Usporedba poznate i nepoznate frekvencije izmjenične struje provodi se na više načina. U **heterodinskim mjerilima frekvencije** miješa se napon iz oscilatora poznate i promjenljive frekvencije s naponom iz oscilatora nepoznate frekvencije, te se nakon filtriranja dobiva napon čija je frekvencija jednaka razlici frekvencija obaju oscilatora. Ugađanjem poznate frekvencije može se postići da ta razlika bude jednaka nuli, što se dade ustanoviti npr. slušalicama ili magičnim okom. Tada je nepoznata frekvencija jednaka poznatoj.

Usporedba se često provodi i **osciloskopom.** Naponi poznate i nepoznate frekvencije dovode se na parove otklonskih pločica te se na zastoru katodne cijevi dobivaju poznate Lissajousove krivulje, čiji oblik ovisi o omjeru

između poznate i nepoznate frekvencije i njihovom faznom pomaku (sl. 9.146). Omjer frekvencija je pri tom jednak omjeru broja dodirnih tačaka tangenti povučenih na krivulju u smjeru osi x i y:

$$\frac{f_y}{f_x} = \frac{\text{broj dodirnih tačaka tangente u smjeru osi } x}{\text{broj dodirnih tačaka tangente u smjeru osi } y}$$

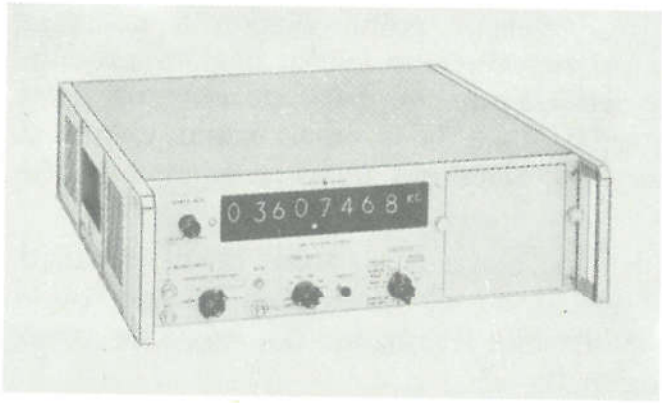
Na ovaj način mogu se odrediti omjeri frekvencija do otprilike 1:10, jer su iznad tog omjera krivulje sasvim nepregledne. Isto se događa ako je omjer frekvencija npr. 9:11. Veća preglednost se postiže primjenom **svjetlosne modulacije,** pri kojoj se na parove otklonskih pločica priključe naponi fazno pomaknuti za 90°, dobiveni npr. iz oscilatora poznate frekvencije. Time se na zastoru osciloskopa dobiva kružna baza. Napon iz izvora mjerene frekvencije priključuje se na Wehneltov cilindar i time mijenja intenzitet elektronskog snopa u ritmu mjerene frekvencije. Zbog toga se na zastoru katodne cijevi dobiva niz kružno poredanih tačkica (ili crtica). Ako je omjer frekvencija cijeli broj, nepoznata frekvencija se određuje množenjem broja tačkica s poznatom frekvencijom.



Slika 9.146. Lissajousove krivulje u ovisnosti o omjeru frekvencija i njihovom faznom pomaku

9.7.6. Digitalni frekventometri

Digitalni frekventometri rade ili na principu brojenja broja perioda mjerenog izvora u tačno određenom vremenu, ili na principu mjerenja trajanja jedne ili više perioda (pogl. 8.3.1 a). Oni daju brojčani iznos mjernog rezultata i odlikuju se vanrednom tačnošću. Na sl. 9.147 prikazan je jedan digitalni frekventometar.



Slika 9.147. Digitalni frekventometar za mjerenje frekvencija od 0 do 50 MHz (umetanjem posebnih uložaka do 18 GHz). Stabilnost ugrađenog etalonskog oscilatora $3/10^9$ na dan. (Hewlett-Packard)

9.8. MAGNETSKA MJERENJA

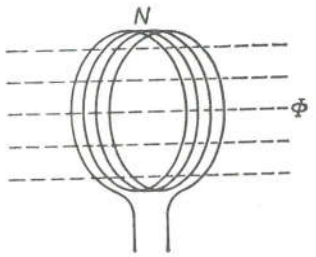
Magnetska mjerenja obuhvaćaju mjerenje magnetskog toka Φ, indukcije B, jakosti magnetskog polja H, magnetskog napona, reluktancije i permeabiliteta. Mjerenje tih veličina provodi se brojnim mjernim metodama koje se temelje na različitim principima, tako da ih je ovdje moguće prikazati samo u vrlo sažetom obliku. Rado upotrebljavan princip pri mnogim magnetskim mjerenjima jest određivanje magnetskih veličina pomoću napona kojeg izaziva promjena toka u svitku ili petlji. Međutim, za njihovo određivanje koriste se i sile koje djeluju na vodiče protjecane strujom u magnetskom polju ili sile na permanentni magnet u magnetskom polju. Često se koriste i razni efekti koje izazivaju magnetska polja u nekim materijalima (Hallov efekt, promjena otpora bizmuta i poluvodiča itd.). U novije vrijeme koristi se metoda nuklearne magnetske rezonancije za vrlo tačna (10^{-5}) određivanja magnetske indukcije.

Od posebnog tehničkog značenja su mjerne metode koje služe za određivanje magnetskih svojstava feromagnetskih materijala, jer se time dobivaju osnovni podaci za proračun i konstrukciju električnih strojeva i uređaja. To se u prvom redu odnosi na metode koje omogućavaju snimanje njihove krivulje magnetiziranja i petlje histereze, te na mjerenje gubitaka pri izmjeničnom magnetiziranju.

9.8.1. Mjerenje magnetskog toka i indukcije pomoću induciranih napona

Mnoge metode za mjerenje magnetskog toka, indukcije i jakosti magnetskog polja, osnivaju se na korištenju induciranih napona koje izaziva promjena magnetskog toka u svitku ili petlji. Sl. 9.148 prikazuje svitak od N zavoja koji obuhvaća magnetski tok Φ. Prema zakonu elektromagnetske indukcije vremenske promjene toga toka inducirat će u svitku napon:

$$e = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \qquad (9.200)$$



Slika 9.148. Svitak od N zavoja koji obuhvaća magnetski tok Φ

Za mjerne svrhe koriste se ili kratkotrajni inducirani naponi, tzv. naponski udari, izazvani naglom promjenom magnetskog toka kroz svitak, ili izmjenični naponi koji nastaju zbog periodične promjene toka. Izmjenični naponi mogu se postići i tako da se svitak okreće konstantnom brzinom vrtnje u stalnom magnetskom polju. Naponski udari se dobivaju pri nepomičnom svitku naglom promjenom magnetskog toka od neke početne na neku konačnu vrijednost. Međutim, mogu se postići i tako da se svitak naglo ukloni iz magnetskog polja ili da se zarotira npr. za 180°. Naponski udari se mjere pomoću balističkog galvanometra ili fluksmetra.

Ovi postupci, osim za određivanje veličine magnetskog toka, mogu poslužiti i za određivanje magnetske indukcije. Uvjet je da tok obuhvaćen svitkom bude homogen. Štaviše, ako materijal unutar svitka nije feromagnetski, može se ovim postupcima odrediti i jakost magnetskog polja H.

a) **Mjerenje magnetskog toka balističkim galvanometrom.** Poznato je da je balistički otklon galvanometra proporcionalan prostrujaloj množini elektriciteta Q (pogl. 4.2.5). S druge strane, lako je pokazati da je prostrujala množina elektriciteta Q, koju izaziva nagla promjena magnetskog toka, proporcionalna razlici iznosa magnetskog toka na početku i na svršetku pojave indukcije. Iz toga slijedi mogućnost primjene balističkog galvanometra pri magnetskim mjerenjima.

U strujni krug svitka S_2 uključimo balistički galvanometar G i predotpor R_p (sl. 9.103). Iznos predotpora R_p tako odaberemo da zajedno s otporom svitka R_s postignemo iznos R_a vanjskog graničnog otpora galvanometra ($R_a = R_p + R_s$). Tada vrijedi:

$$Q = C_B \alpha_1 \tag{9.201}$$

Potrebno je još dokazati proporcionalnost između prostrujale množine elektriciteta i pripadne razlike između početnog i konačnog toka. Inducirani napon e protjerat će kroz strujni krug ukupnog otpora $R = R_a + R_g$ struju $i = e/R$, pa će u vremenskom intervalu dt prostrujati množina elektriciteta $dQ = i\,dt$. Ukupna množina elektriciteta koja će prostrujati kroz galvanometar dobiva se onda integracijom od momenta $t = 0$, kada tok ima početni iznos $\Phi = \Phi_0$, do momenta $t = t_1$, kada tok postiže konačni iznos $\Phi = \Phi_1$:

$$Q = \int_0^{t_1} i\,dt = -\int_0^{t_1} \frac{N}{R}\frac{d\Phi}{dt}\,dt = \frac{N(\Phi_0 - \Phi_1)}{R} \tag{9.202}$$

ili:

$$N(\Phi_0 - \Phi_1) = Q\,R = R\,C_B\,\alpha_1 = K_B\,\alpha_1 \tag{9.203}$$

Konstanta K_B naziva se balistička konstanta galvanometra za mjerenje naponskih udara, jer je ovdje otklon galvanometra proporcionalan vremenskom integralu napona:

$$Q\,R = R\int_0^{t_1} i\,dt = \int_0^{t_1} e\,dt \tag{9.204}$$

Balistička konstanta za mjerenje naponskih udara kod vrlo osjetljivih galvanometara iznosi čak manje od 3.10^{-7} $\mathrm{Vs}/\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{m}}$, pa se već sa malim svicima, koji nemaju mnogo zavoja, mogu mjeriti gotovo neznatne promjene toka. Time se dobiva i mogućnost mjerenja magnetske indukcije B u različitim tačkama nekog magnetskog polja, jer se može odabrati svitak tako malih dimenzija da se istraživano polje unutar svitka može smatrati praktički homogenim. Mjerenje se tada provodi tako da se svitak sa N zavoja, presjeka S, naglo ukloni iz mjerenog polja. Dobiveni otklon galvanometra bit će onda proporcionalan toku NBS, jer je tok nakon uklanjanja svitka jednak nuli, pa vrijedi $B = K_B\,\alpha_1/NS$. Otklon galvanometra može se, dakako, postići i prekidanjem ili komutiranjem uzbudne struje.

b) **Mjerenje magnetskog toka fluksmetrom.** Otklon fluksmetra je također razmjeran promjeni magnetskog toka u ispitnom svitku, koja je nastala u vremenu između početka i kraja otklona (pogl. 4.2.6, izraz 4.145). U dobrim izvedbama ostaje pomični organ dovoljno dugo na početnom, odnosno krajnjem po-

ložaju, tako da se otkloni mogu očitati bez veće žurbe. U tome i jest prednost fluksmetra pred balističkim galvanometrom, jer su omogućena znatno tačnija mjerenja. Stoga se danas magnetska mjerenja sve više provode pomoću fluksmetra. Kod osjetljivih izvedbi napetih trakom postiže se npr. $2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{Vs}/\frac{\mathrm{mm}}{\mathrm{m}}$ po jednom zavoju.

c) **Mjerenje magnetske indukcije B_0 rotirajućim ili titrajućim svicima.** Pri snimanju karakteristika magnetskih materijala mjeri se katkada magnetska indukcija B_0 u zraku pomoću rotirajućih ili titrajućih svitaka. Metoda se upotrebljava kod istosmjernih magnetskih polja, pa se u rotirajućem svitku inducira izmjenični napon koji je upravo razmjeran magnetskoj indukciji B_0 i brzini vrtnje svitka. Redovno mjerena polja nisu homogena, pa se zahtijeva da dimenzije svitka budu što manje (npr. promjer svitka 3 mm). S obzirom na to, mogu se na taj način mjeriti indukcije od otprilike 10^{-2} T naviše. Znatno veća osjetljivost, uz manje dimenzije svitka, postiže se pomoću titrajućih svitaka. Očevidno na izvodima svitka nema napona, ako on čitav titra amo-tamo u homogenom polju. Zato je potrebno da u magnetskom polju bude samo jedna strana svitka ili da titra samo jedna strana svitka. Titranje najčešće izaziva piezoelektrični kristal, a frekvencije titraja iznose od 1 kHz do 50 kHz. Na taj način može se mjeriti magnetska indukcija B_0 reda veličine 10^{-4} T, na površini užoj od 1 mm.

d) **Mjerenje izmjeničnih tokova pomoću induciranih napona.** Izmjenični tok inducira u svitku, koji ga ubuhvaća, izmjenični napon prema zakonu elektromagnetske indukcije: $e = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$. U jednostavnoj prilici, kada se tok mijenja po zakonu sinusa ($\Phi = \Phi_\mathrm{m} \sin \omega t$), dobiva se napon koji varira po zakonu negativne kosinusoide:

$$e = -\omega N \Phi_\mathrm{m} \cos \omega t \tag{9.205}$$

Ako umjesto kružne frekvencije ω uvedemo frekvenciju f, onda efektivna vrijednost tog napona iznosi:

$$E = 4{,}44 f N \Phi_\mathrm{m} \tag{9.206}$$

Tjemenu vrijednost toka možemo, dakle, ovdje odrediti iz efektivne vrijednosti induciranog napona. To, međutim, vrijedi samo za sinusne tokove. Kod nesinusnih tokova može se odrediti *tjemena vrijednost* toka tako da se ne mjeri efektivna, već *srednja vrijednost* induciranog napona. Naime, lako je dokazati da postoji proporcionalnost između tjemene vrijednosti toka i srednje vrijednosti induciranog napona, ako nesinusni tok ima za vrijeme jedne poluperiode samo jednu ekstremnu vrijednost, tj. samo jednu vrijednost na kojoj je $\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = 0$. Općenito je srednja vrijednost napona jednaka vremenskom integralu apsolutnih iznosa momentanih vrijednosti za vrijeme jedne periode trajanja $T = \frac{1}{f}$, pa uz pomoć izraza (9.200) slijedi:

$$E_\mathrm{sr} = \frac{1}{T}\int_0^T |e|\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_0^T \left| -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \right| \mathrm{d}t = fN\int_{\Phi_0}^{\Phi_\mathrm{T}} |\mathrm{d}\Phi| \tag{9.207}$$

Kada tok monotono raste, tj. kada je $\mathrm{d}\Phi > 0$, bit će $\int |\mathrm{d}\Phi| = \int \mathrm{d}\Phi$, a kada tok monotono pada ($\mathrm{d}\Phi < 0$), bit će $\int |\mathrm{d}\Phi| = -\int \mathrm{d}\Phi$, pa je potrebno odvojeno integrirati intervale u kojima tok raste od onih u kojima pada. Neka je iznos toka na početku i na kraju perioda Φ_0, a tjemena vrijednost toka Φ_m, pa za srednju vrijednost napona dobivamo:

$$E_{sr} = fN \int_{\Phi_0}^{\Phi_m} \mathrm{d}\Phi - fN \int_{\Phi_m}^{-\Phi_m} \mathrm{d}\Phi + fN \int_{-\Phi_m}^{\Phi_0} \mathrm{d}\Phi = 4fN\Phi_m \qquad (9.208)$$

Vidimo, dakle, da je zaista srednja vrijednost induciranog napona proporcionalna tjemenoj vrijednosti toka. Stoga se pri određivanju tjemene vrijednosti toka mjeri inducirani napon pomoću voltmetara, koji se otklanjaju razmjerno srednjoj vrijednosti napona. Za tu svrhu redovno se koriste instrumenti s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem, koji se uz to još odlikuju malim potroškom. Kako je poznato (pogl. 4.2.8), najčešće su na skalama tih instrumenata naznačene 1,11-struke srednje vrijednosti, tako da pri mjerenju sinusnih veličina instrument pokazuje njihove efektivne vrijednosti. Ovdje su nam potrebne srednje vrijednosti, pa bi očitanja trebalo dijeliti sa 1,11 i uvrstiti u izraz (9.208). Umjesto toga, jednostavnije je upotrijebiti izraz (9.206), uvrštavajući za napon vrijednost očitanu na skali.

Na ovaj način ne možemo odrediti tjemenu vrijednost toka, ako on ima više od jednog maksimuma unutar jedne poluperiode, odnosno ako inducirani napon postiže za vrijeme jedne poluperiode više od jedanput vrijednost jednaku nuli. Tako kod izmjeničnog toka koji npr. za vrijeme jedne poluperiode ima maksimume Φ_{m1} i Φ_{m2} i minimum Φ_{min}, postoji slijedeća ovisnost između ekstremnih vrijednosti toka i srednje vrijednosti napona:

$$E_{sr} = 4fN(\Phi_{m1} + \Phi_{m2} - \Phi_{min}) \qquad (9.209)$$

Dragocjene mogućnosti pruža mjerenje induciranih napona pomoću vektormetra (instrumenata s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem — pogl. 4.2.9). Tu mehanički ispravljač uključuje instrument samo u toku jedne polovice periode, a trenutak zatvaranja kontakta može se po volji ugoditi. Ako se kontakt zatvorio u momentu t, onda će kroz instrument u toku jedne periode teći struja u intervalu od t do $t + T/2$. Instrument će tada pokazati „elektrolitičku srednju vrijednost" napona tog intervala, odnosno:

$$E_{sre} = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T/2} e\,\mathrm{d}t = \frac{1}{T} \int_{t}^{t+T/2} -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = fN(\Phi_t - \Phi_{t+T/2}) \qquad (9.210)$$

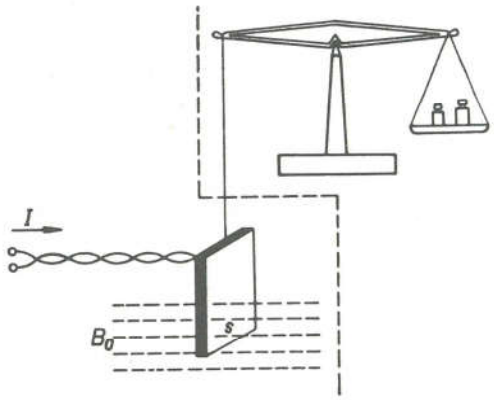
Najčešće kod izmjeničnih tokova teku jednako obje polovice perioda osim, dakako, po predznaku koji im je protivan. Tada je $\Phi_t = -\Phi_{t+T/2}$ pa se izraz (9.210) pojednostavnjuje:

$$E_{sre} = 2fN\Phi_t \qquad (9.211)$$

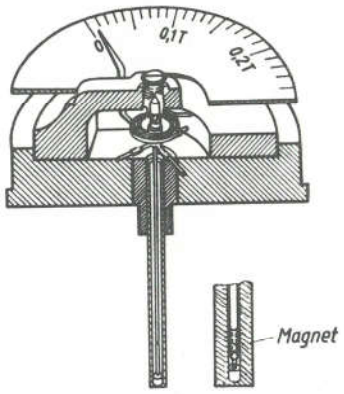
Vidimo da je napon koji pokazuje instrument izravno proporcionalan momentanoj vrijednosti toka u trenutku zatvaranja kontakta mehaničkog ispravljača. Time se dobiva mogućnost određivanja momentanih vrijednosti toka, što je od velikog praktičnog značenja. Ako je pri tome svitkom presjeka S obuhvaćen tok koji je homogen, može se odrediti i momentana vrijednost magnetske indukcije: $B_t = \Phi_t/S$, a kod neferomagnetskih materijala i momentana vrijednost jakosti magnetskog polja: $H_t = B_t/\mu_0$.

9.8.2. Mjerenje magnetske indukcije pomoću sila na vodiče

Na vodič duljine ds, protjecan strujom I u polju magnetske indukcije B, djeluje sila $\mathrm{d}F = I(\mathrm{d}s \times B)$, pa mjereći silu i struju možemo odrediti indukciju B. Pri tome odabiremo takav raspored vodiča da se može jednostavno izračunati ukupna sila $F = I\int_s(\mathrm{d}s \times B)$. To se npr. dobiva rasporedom prema sl. 9.149, gdje je ukupna sila $F = I\,s\,B$. Ovakav se postupak ne koristi mnogo u praksi. Koristi se samo pri ekstremno tačnim mjerenjima indukcije, gdje se onda postižu granice pogrešaka od čak $\pm$ 0,005%. Tada se struja mjeri najpreciznijim kompenzacionim postupcima i provodi kroz vodiče namotane na pravokutnu ploču, zavješenu na jedan krak precizne analitičke vage.



Slika 9.149. Mjerenje magnetske indukcije mjerenjem sila na vodiče protjecane strujom



Slika 9.150. Presjek magnetometra

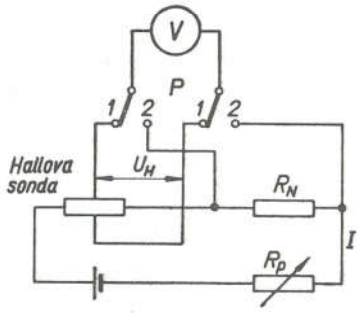
Pri određivanju magnetske indukcije koristi se i rješenje koje je u principu nalik na instrument s pomičnim svitkom. Umjesto polja permanentnog magneta ovdje djeluje na svitak mjereno polje. Kroz svitak se propušta poznata struja, pa je otklon pomičnog organa razmjeran mjerenoj magnetskoj indukciji.

Za brzo mjerenje magnetskih polja u zraku još uvijek se upotrebljavaju veoma rano uvedeni **magnetometri**, s kojima se indukcija određuje na osnovi zakretnog momenta permanentnog magneta dovedenog u mjereno polje. Izvedbu jednog magnetometra, predviđenog za praktična mjerenja, prikazuje sl. 9.150. Tu je oblik permanentnog magneta valjkast, a izrađen je od magnetskog materijala s vrlo velikom koercitivnom silom, da se ne bi razmagnetizirao. Zakretanju magneta protivi se spiralna opruga. Mjeri se tako, da se magnet u cijevnom završetku magnetometra postavi na mjesto gdje se želi mjeriti indukcija i zakreće kućište dok kazaljka ne

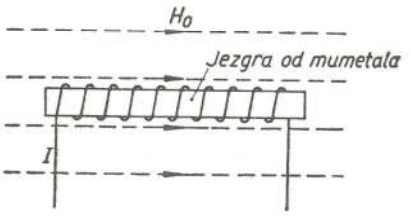
dođe na nulu. Smjer kazaljke pokazuje tada smjer polja. Nakon toga zakreće se kućište sve dok se ne dobije maksimalni otklon na skali, koji se postiže kada je os magneta okomita na smjer polja. Otklon kazaljke pokazuje tada mjerenu indukciju. Ovakvi magnetometri se izrađuju za mjerenje indukcije od 10^{-2} do 0,5 T.

9.8.3. Novije metode mjerenja magnetskih polja

a) **Hallova sonda.** Mjerenje magnetskih polja upotrebom Hallove sonde temelji se na efektu da je napon U_H sonde upravo razmjeran magnetskoj indukciji B_0. Na sl. 9.151 prikazan je spoj koji se upotrebljava pri mjerenju magnetskih polja Hallovom sondom. Upravljačku struju I naravnavamo otporom R_p na određenu vrijednost koja se utvrđuje mjereći osjetljivim visokoomskim voltmetrom V pad napona na otporu R_N. Pri tom je preklopka P u položaju *2*. Kad je preklopka P u položaju *1* mjerimo voltmetrom Hallov napon U_H. Ovakvim spojem možemo mjeriti magnetsku indukciju u zraku od npr. 0,005 do 2 T, s pogreškama koje ne prelaze $\pm$ 1,5% maksimalne vrijednosti mjernog opsega. Opisani mjerni postupak je mnogo jednostavniji od balističkog. Sonda je za vrijeme mjerenja nepomična, a instrument ima stalan otklon. Daljna je prednost vrlo mala sonda, dimenzija npr. 1,5 × 1,5 × 0,5 mm, ili čak još manja. Mogućnost mjerenja vrlo slabih polja Hallovom sondom postiže se ako se s jedne i druge strane poluvodičke pločice prigrade dodaci od materijala visoke magnetske vodljivosti, kao što je npr. mumetal. Tada se mogu mjeriti magnetske indukcije koje iznose samo 10^{-9} T.



Slika 9.151. Mjerenje magnetskih polja Hallovom sondom

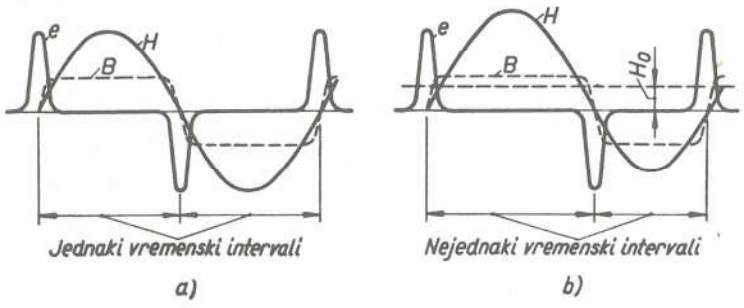


Slika 9.152. Jezgra, zasićena izmjeničnom uzbudnom strujom, koja služi za mjerenje slabih istosmjernih polja

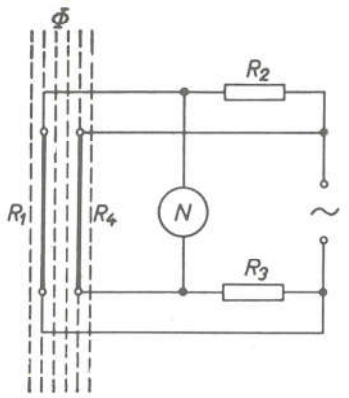
b) **Foersterova sonda.** Za mjerenje vrlo slabih istosmjernih magnetskih polja, kakva se susreću pri otkrivanju feromagnetskih predmeta u zemlji ili vodi, upotrebljava se Foersterova sonda. To je zapravo duga, štapasta jezgra od materijala visoke magnetske vodljivosti, a oko nje su omotani zavoji kroz koje protječe izmjenična sinusna struja (sl. 9.152). Zbog toga i jakost magnetskog polja H u jezgri varira po zakonu sinusoide. To, međutim, ne vrijedi za magnetsku indukciju B i inducirani napon e, jer oni zbog zasićenja jezgre variraju onako kako je prikazano na sl. 9.153 *a*. Vidimo da inducirani napon e sadrži, osim osnovnog harmoničkog člana, i znatne više harmoničke neparne članove. Parnih članova nema, jer obje polovice periode teku jednako. Ako jezgru postavimo u smjer mjerenog magnetskog polja jakosti H_0, očevidno će dulje trajati ona poluperioda induciranog napona e gdje su H i H_0 istog predznaka. Zbog toga će se u naponu e pojaviti i parni harmonički članovi, od kojih je naročito drugi znatan. Pokazuje se da je njegova efektivna vrijednost praktički upravno razmjerna jakosti H_0 mjerenog polja. Raznim načinima možemo

odvojiti drugi harmonički član od ostalih i na izlazu dobiti napon koji je razmjeran mjerenoj jakosti magnetskog polja.

Upotrebljava se i rješenje prema sl. 9.154, gdje prvu i četvrtu granu Wheatstoneova izmjeničnog mosta tvore dvije jednake žice od materijala visoke magnetske vodljivosti. Djelatni otpor tih žica znatno je veći na izmjeničnoj, nego na istosmjernoj struji jer se zbog njihovog visokog permeabiliteta javlja znatan skinefekt. Ako se žice postave u mjereno istosmjerno magnetsko polje i time predmagnetiziraju, smanjit će se skinefekt i poremetiti ravnoteža prethodno uravnoteženog mosta. Na osnovi napona koji se tada javlja na dijagonali mosta može se odrediti jakost mjerenog magnetskog polja. Na taj način mogu se mjeriti vrlo slaba polja, a da pri tome pogreška ne bude veća od npr. $\pm 10^{-9}$ T.



Slika 9.153. Valni oblik magnetske indukcije, jakosti polja i induciranog napona u jezgri prema sl. 9.152: a) kada se jezgra ne nalazi i b) kada se nalazi u istosmjernom polju



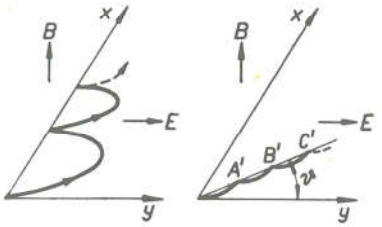
Slika 9.154. Mjerenje slabih istosmjernih polja izmjeničnim Wheatstoneovim mostom u kojem prvu i četvrtu granu tvore dvije jednake žice od materijala visoke magnetske vodljivosti

c) **Otporne magnetske sonde.** U magnetskom polju dolazi do većeg ili manjeg porasta specifičnog električnog otpora metala i poluvodiča, koji ovisi o „gibljivosti" njihovih slobodnih elektrona. Naime, magnetsko polje više otklanja „gibljivije" elektrone, što uzrokuje veću promjenu specifičnog otpora. Kod bakra iznosi gibljivost elektrona samo oko 30 cm²/Vs, tj. brzina elektrona iznosi 30 cm/s pri jakosti električnog polja od 1 V/cm. Stoga će njegov specifični otpor tek neznatno porasti u magnetskom polju. Gibljivost elektrona bizmuta znatno je veća ($\approx$ 5000 cm²/Vs), pa će se njegov specifični otpor povećati za oko 50% ako indukcija poraste od 0 na 1 T. To svojstvo bizmuta koristi se za mjerenje jakosti magnetskog polja, odnosno indukcije. Plosnata spirala S, namotana bifilarno žicom od bizmuta (sl. 9.155), postavi se u istraživano magnetsko polje, npr. u zračni raspor električnog stroja i iz promjene otpora spirale odredi jakost, odnosno indukcija tog magnetskog polja. U spojevima između elemenata treće i pete grupe periodskog sustava elemenata nailazi se na još veće gibljivosti slobodnih elektrona. Tako po Welkeru otkriven, odgovarajuće dotiran InSb (indium-antimon), ima najveću poznatu gibljivost od čak 76 000 cm²/Vs. Njegov otpor povećava se za 160% kada indukcija poraste od 0 na 1 T. Ipak, ni tako velika promjena otpora indium-

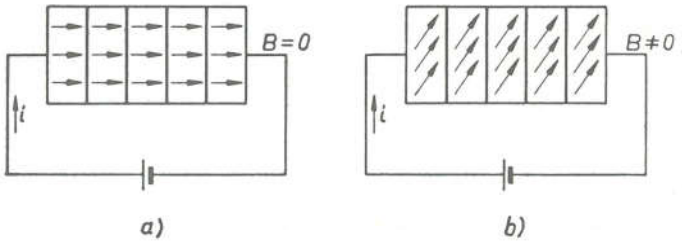


Slika 9.155. Bizmut spirala

-antimona u magnetskom polju često ne udovoljava mjernim zahtjevima, jer njegov otpor znatno ovisi i o temperaturi. Mnogo veće promjene otpora imaju tek nedavno izrađene sonde od indium-antimona, kod kojih se vodilo računa o načinu gibanja slobodnih elektrona u poluvodičima. Ako na elektron u vakuumu istodobno djeluje međusobno okomito električno i magnetsko polje, onda se elektron s početnom brzinom nula giba po cikloidi. Osnovica te cikloide je okomita na smjer elek-

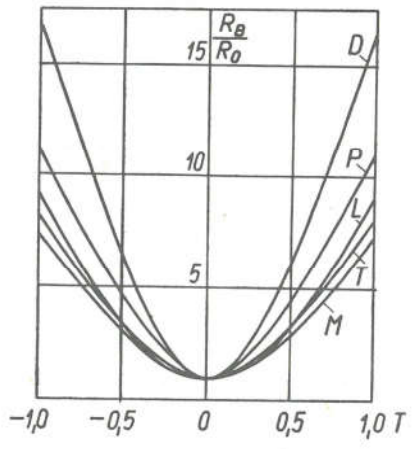


Slika 9.156. Putanja elektrona u međusobno okomitom električnom i magnetskom polju: a) u vakuumu; b) u poluvodiču



Slika 9.157. Shematski prikaz gibanja elektrona u indium-antimonu podijeljenom uskim metalnim pregradama: a) bez magnetskog polja; b) u magnetskom polju

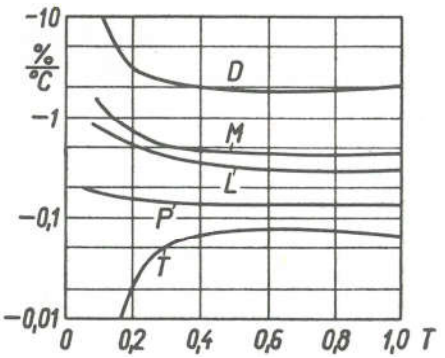
tričnog i magnetskog polja (sl. 9.156 *a*). U poluvodičima se elektron ne može nesmetano gibati kao u vakuumu zbog mnogo sudara elektrona s atomima kristalne rešetke. Pri svakom sudaru gubi elektron na brzini, pa nakon sudara dolazi do njegovog ponovnog ubrzavanja i otklanjanja zbog djelovanja električnog i magnetskog polja. Stoga se elektron u kristalnoj rešetki giba po krivulji prikazanoj na sl. 9.156 *b*, koja se može aproksimirati pravcem nagnutim prema smjeru električnog polja za kut ϑ. Taj kut se naziva Hallov kut, a ovisi o gibljivosti g_n elektrona i magnetskoj indukciji B ($\operatorname{tg}\vartheta = g_n B$). Kod metala je pri indukciji 1T taj kut ispod 0,5°, dok je kod indium-antimona čak 80° ($\operatorname{tg}\vartheta \approx 5$). Otklanjanje elektrona izaziva veću promjenu otpora ako je poluvodička pločica kraća, a šira. Tada je pak njezin otpor neznatan, što je s mjernog stanovišta neprikladno. Zato bi idealno rješenje bila traka indium-antimona podijeljena uskim metalnim pregradama (okomite crte na sl. 9.157). Ako



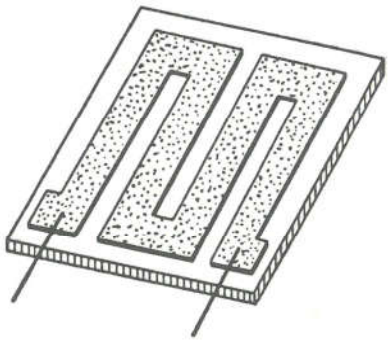
Slika 9.158. Omjer otpora R_B/R_0 otpornih magnetskih sondi raznih izvedbi (oznake D, P, L, T i M) u ovisnosti o magnetskoj indukciji B (R_0 R_B su otpori sondi van magnetskog polja i u polju indukcije B) (S&H)

se ovakva traka ne nalazi u magnetskom polju, onda strujnice teku slijeva nadesno (sl. 9.157 *a*), kao i da nema pregrada. Unesemo li traku u magnetsko polje čiji je smjer okomit na ravninu crtanja, dobivamo posve drugačiju sliku (sl. 9.157 *b*). S obzirom na veliku vodljivost metalnih pregrada ostaju granične površine između njih i poluvodičkog materijala na istom električnom potencijalu, dok se strujnice zakreću za Hallov kut ϑ. Uz vrlo mali razmak između pregrada u odnosu na širinu trake, te uz njihovu beskonačnu vodljivost, postigli bismo na taj način povećanje otpora za faktor $(1 + \operatorname{tg}^2\vartheta)$. Povećanje otpora indium-antimona u magnetskom polju indukcije 1 T iznosilo bi tada čak 2500%.

Idealnom rješenju uvelike se približavaju najnovije sonde izrađene tako, da je talini indium-antimona dodano 1,8% nikal-antimona (NiSb). Pri skrućivanju prema određenom temperaturnom programu dobivaju se gusto raspoređene tanke iglice NiSb koje vrlo efikasno zamjenjuju metalne pregrade, jer je njihova specifična vodljivost znatno veća od specifične vodljivosti InSb. Promjena otpora u magnetskom polju takvih sondi prikazana je na sl. 9.158, a na sl. 9.159 prikazane su



Slika 9.159. Procentualne pogreške raznih izvedbi sonda koje nastaju pri mjerenju indukcije, ako se temperatura sonda promijeni za 1°C (S&H)



Slika 9.160. Shematski prikaz izvedbe jedne magnetske sonde (S&H)

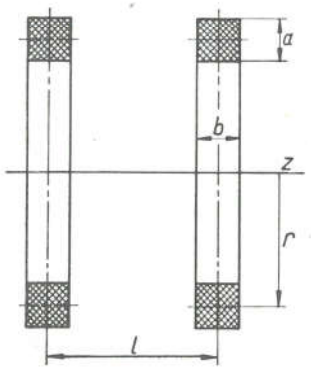
procentualne pogreške koje nastaju pri mjerenju indukcije, ako se temperatura sonde promijeni za 1°C. Na sl. 9.160 prikazana je izvedba jedne takve sonde. Na podlogu od keramičkog materijala debljine 0,5 mm nanijet je otprilike 20 μm debeo poluvodički sloj, na čijim se krajevima nalaze metalni dovodi. Izborom debljine, širine i duljine poluvodičkog sloja otpor ovakvih sondi varira od nekoliko oma do nekoliko kilooma. Pri tom dimenzije sonde iznose npr. samo $2 \times 1{,}5 \times 0{,}5$ mm.

d) **Metoda nuklearne magnetske rezonancije.** Istraživanja strukture atomske jezgre pokazala su da neke od njih posjeduju magnetski moment koji nastaje uslijed električnog naboja jezgre i njezine vrtnje. Kad se jezgra nađe u magnetskom polju magnetske indukcije B_0, vektor magnetskog momenta jezgre može zauzeti nekoliko određenih položaja u odnosu na smjer magnetskog polja. Tako vektor magnetskog momenta M jezgre vodika, protona, može u magnetskom polju posjedovati samo dvije orijentacije: jednu paralelnu a drugu antiparalelnu prema B_0. Da bi proton prešao iz paralelne u antiparalelnu orijentaciju, potrebna je energija $\Delta W = 2 M B_0$, koja se apsorbira iz okolnog polja. U obrnutom procesu, dakle, pri prelazu iz antiparalelne orijentacije u paralelnu, dolazi do emisije energije u istom iznosu. Frekvencija tog zračenja određena je poznatom kvantnom jednadžbom $\Delta W = hf$, gdje je h Planckova konstanta. Do apsorpcije energije ΔW može doći ako okomito na konstantno polje indukcije B_0 djeluje izmjenično polje čija je frekvencija baš: $f = \Delta W/h$. Kako je $\Delta W = 2 M B_0$, dobivamo: $f = 2 M B_0/h$ ili $B_0 = Kf$, gde je K konstanta koja za protone iznosi: $K = 2{,}34858\ 10^{-8}$ Ts. Na primjer u polju od 0,5 T ta frekvencija iznosi 21,3 MHz. Ovu pojavu nazivamo protonskom rezonancijom.

Pojava rezonancije može se ustanoviti vrlo precizno na različite načine, pa se ovdje merenje magnetskih polja ustvari svodi na mjerenje frekvencije. Kako se frekvencija može vrlo tačno izmjeriti, postižu se ovom metodom tačnosti reda veličine $1:10^5$.

9.8.4. Dobivanje homogenih magnetskih polja

Pri baždarenju ispitnih svitaka i ostalih detektora magnetske indukcije, te pri raznim drugim magnetskim mjerenjima, potrebna su homogena magnetska polja čija je jakost što tačnije poznata. U laboratorijima se najčešće takva polja postižu pomoću etalonskih solenoida. To su cilindrični svici, tačno poznatih dimenzija, čiji su zavoji jednoliko namotani jedan do drugoga. Polje unutar svitka nije posve jednoliko u aksijalnom i radijalnom smjeru, međutim, mogu se postići praktički homogena polja, ako se odabere velik omjer između duljine l i promjera d svitka. Tako se npr. pri omjeru $l/d = 40$ jakost magnetskog polja unutar dvije trećine duljine svitka ne mijenja više od 0,1%, a može se odrediti iz jednostavnog izraza $H_0 = N\,I/l$, gdje je N broj zavoja, l duljina, a I struja svitka.



Slika 9.161. Helmholtzovi svici koji se upotrebljavaju za dobivanje homogenog magnetskog polja

Za dobivanje homogenih magnetskih polja koriste se i Helmholtzovi svici prema sl. 9.161. Ako su uz oznake na slici $r = l$, $a \approx b \ll r$, možemo za područje između svitaka odrediti aksijalnu komponentu jakosti magnetskog polja iz izraza:

$$H_Z = \frac{I\,N}{r}\,\frac{8}{5\sqrt{5}}\left(1 - \frac{a^2}{60\,r^2}\right) \approx 0{,}72\,\frac{I\,N}{r} \qquad (9.212)$$

gdje je N broj zavoja svakog svitka.

Helmholtzovi svici se upotrebljavaju kada prostor u kojem je polje homogeno mora da bude lako pristupačan.

Pomoću ta dva rješenja ne mogu se postići vrlo jaka magnetska polja. Njih ostvarujemo elektromagnetima sa željeznom jezgrom i vrlo snažnim uzbudnim namotom. Tu se gotovo svi amperzavoji troše na usku zračnu pukotinu između polova elektromagneta, pa se zato i mogu ostvariti vrlo jaka polja. Još jača polja mogu se postići korištenjem pojave supravodljivosti vodiča u blizini „apsolutne nule" temperature.

9.8.5. Općenito o ispitivanju svojstava magnetskih materijala

Važan dio magnetskih mjerenja obuhvaća određivanje magnetskih svojstava feromagnetskih materijala. Uglavnom su to mjerenja međusobnih odnosa magnetske indukcije B i jakosti magnetskog polja H u ispitivanom uzorku. Magnetsku indukciju mjerimo jednim od načina koji su već objašnjeni u prijašnjim poglavljima, ali najčešće pomoću napona induciranih u svitku tijesno namotanom oko ispitivanog uzorka, na koji se pri istosmjernim mjerenjima priključuje balistički galvanometar ili fluksmetar, a pri izmjeničnim mjerenjima prikladni voltmetar.

Određivanje jakosti magnetskog polja H u principu se provodi na slijedeća četiri načina:

1. na osnovi poznate raspodjele magnetskih napona u magnetskom krugu ispitivanog uzorka;
2. na osnovi poznatog razmagnetizirajućeg faktora (faktora magnetiziranja);
3. mjerenjem magnetskog pada napona na ispitivanom uzorku;
4. mjerenjem jakosti magnetskog polja H uz površinu uzorka.

a) **Određivanje H na osnovi poznate raspodjele magnetskih napona.** Ovaj postupak je moguć u jednostavnijim slučajevima, gdje je iz teorije poznata raspodjela magnetskih napona u magnetskom krugu. To je npr. moguće kad je oblik uzorka prstenast, jer tada nema nikakvog razmagnetizirajućeg djelovanja krajeva. U tom primjeru određujemo jakost H magnetskog polja iz izmjerene struje magnetiziranja I, broja zavoja N omotanih oko uzorka i srednje duljine silnica l_{sr} u uzorku:

$$H = \frac{IN}{l_{sr}} \tag{9.213}$$

Duljina silnica je veća na vanjskom dijelu prstena nego na unutarnjem, pa polje u uzorku nije posve homogeno. Stoga nastojimo da se vanjski promjer d_v prstena ne razlikuje mnogo od unutarnjeg promjera d_u. Obično je dovoljno ako je: $d_v - d_u < d_v/5$. Tada možemo odrediti srednju duljinu silnica iz izraza:

$$l_{sr} = \frac{d_v + d_u}{2}\pi \tag{9.214}$$

Kada su veće razlike između d_u i d_v, bolje je upotrijebiti izraz:

$$l_{sr} = \frac{d_v - d_u}{\ln (d_v/d_u)}\pi \tag{9.215}$$

Pri ispitivanju magnetskih limova dobiva se prstenast oblik uzorka ili tako da se naslaže više prstena izrezanih iz ispitivane ploče, ili da se izrežu duge trake od kojih se namota prsten. Ovaj posljednji način redovno se upotrebljava pri ispitivanju magnetski orijentiranih limova. Efektivni presjek prstena složenog od limova, koji je potrebno poznavati zbog određivanja magnetske indukcije u uzorku, pouzdanije se može odrediti iz izvagane mase uzorka, srednje duljine prstena i specifične mase materijala, nego iz širine i debljine prstena. Priprema prstenastog uzorka je dugotrajna, naročito ako se ne može za više uzoraka upotrijebiti isti uzbudni namot, već ga treba oko svakog posebno namotati. Stoga se ovakav postupak koristi samo u preciznijim mjerenjima ili kada se raspolaže namotom koji se dade rastaviti. Pri manjim zahtjevima na tačnost postiže se zatvoren magnetski krug pomoću traka lima koje se slažu u četverokut (pogl. 9.8.7 a), ili se uzorak štapnog oblika premosti jarmom odlične magnetske vodljivosti (pogl. 9.8.6 c).

b) **Određivanje H na osnovi poznatog faktora magnetiziranja.** Kod uzorka prstenastog ili sličnog oblika moguće je na jednostavan način odrediti jakost magnetskog polja H, ali obično izrada takvih uzoraka nije jednostavna i zahtijeva dugotrajne pripreme. Očito je lakše realizirati uzorke štapasta oblika, a pogotovo

bi pripreme ispitivanja bile pojednostavnjene kad bi se takav uzorak mogao ispitivati u homogenom polju H_0 proizvedenom npr. dugim, jednoliko namotanim svitkom, znatno većim od uzorka. Tu pak nastaju poteškoće zbog toga jer je jakost polja H unutar feromagnetskih uzoraka ($\mu_r \gg 1$) očito manja od jakosti homogenog polja H_0 i općenito se vrlo teško računski određuje. Međutim, za uzorke koji imaju oblik rotacionog elipsoida i nalaze se u homogenom vanjskom polju paralelnom s osi rotacije elipsoida odnosi su jednostavniji. Polje unutar takvih uzoraka je također homogeno i može se odrediti iz izraza:

$$H = H_0 - H' \tag{9.216}$$

Pri tom je H_0 vanjsko homogeno polje, a H' se dobiva iz izraza:

$$H' = \frac{N}{\mu_0} J \tag{9.217}$$

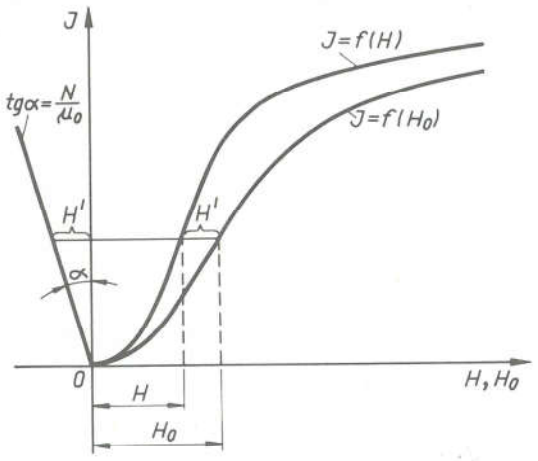
gdje je N faktor magnetiziranja, a J magnetska polarizacija ($J = B - \mu_0 H$). Za rotacioni elipsoid određuje se faktor magnetiziranja N iz izraza:

$$N = \frac{1 - e^2}{e^2}\left(\frac{1}{2e} \ln \frac{1 + e}{1 - e} - 1\right) \tag{9.218}$$

e je ekscentricitet rotacionog elipsoida i dobiva se iz duljine l osi rotacije elipsoida i njegovog najvećeg promjera d:

$$e = \sqrt{1 - d^2/l^2} \tag{9.219}$$

Za kuglu se dobiva faktor magnetiziranja $N = 1/3$. Približno se može H odrediti i za sredinu dugoljastih valjaka. Vrijednosti faktora magnetiziranja N rotacionih elipsoida i štapova valjkastog oblika prikazane su u tablici 9.7.



Slika 9.162. Određivanje magnetske polarizacije J u ovisnosti o H, ako je poznata njena ovisnost H_0

Na osnovi mjerenja magnetske indukcije B u uzorku i jakosti vanjskog polja H_0 možemo, poznavajući faktor magnetiziranja, odrediti i jakost magnetskog polja u uzorku postupkom prikazanim na sl. 9.162. Magnetsku polarizaciju J grafički prikazujemo u ovisnosti o vanjskom polju H_0. Pri tome treba J prethodno računski odrediti, jer se mjerenjem, npr. pomoću napona induciranih u svitku, dobiva podatak o indukciji B u uzorku. Određujemo ju pomoću izraza: $J = (B - \mu_0 H_0)/(1 - N)$. H_0 možemo lako odrediti i pomoću izraza (9.213), mjereći struju kroz uzbudni svitak. Ovisnost J o jakosti polja H u uzorku dobivamo pomoćnim pravcem za $H' = N J/\mu_0$. Tangens kuta priklona tog pravca prema ordinatnoj osi iznosi: $\operatorname{tg} \alpha = H'/J = N/\mu_0$. Ako sada od vrijednosti H_0 odbijemo vrijednost H' na način vidljiv iz sl. 9.162, dobivamo jakost polja H u uzorku za određeni J, odnosno $J = f(H)$.

Tablica 9.7

Faktor magnetiziranja N za rotacioni elipsoid i valjak

l/d	Faktor magnetiziranja N		l/d	Faktor magnetiziranja N	
	Elipsoid	Valjak		Elipsoid	Valjak
1	0,33333	—	60	0,001052	0,000828
2	0,17356	—	70	0,0008047	0,000633
5	0,05582	—	80	0,0006369	0,000497
10	0,02029	0,01623	90	0,0005182	0,000403
15	0,01075	0,00843	100	0,0004299	0,000334
20	0,006749	0,00535	150	0,0002091	0,000162
25	0,0047	0,00372	200	0,0001248	0,000095
30	0,003444	0,00274	300	0,00005997	
40	0,002116	0,00168	500	0,00002363	
50	0,001443	0,00115			

Ovaj postupak se danas rijetko upotrebljava, jer je ovdje pomoću uzbudnog svitka teško postići jaka polja potrebna za zasićenje ispitivanih uzoraka od tvrdih magnetskih materijala. Kod mekih magnetskih materijala, naročito onih s vrlo velikim permeabilitetom, ne razlikuje se mnogo H' od H_0 pa određivanje H postaje nesigurno.

c) **Određivanje H mjerenjem pada magnetskog napona.** Jakost magnetskog polja u uzorku možemo odrediti ako prikladnim postupkom izmjerimo magnetski pad napona između dvije tačke na površini uzorka. Uz pretpostavku da je polje unutar uzorka homogeno i poznavajući još razmak između tih tačaka, možemo odrediti H. Ako polje nije posve homogeno, dobiva se na taj način srednja vrijednost jakosti magnetskog polja.

Mjerenje magnetskih padova napona može se ostvariti pomoću **mjerila magnetskih napona.** U biti su to dugoljasti, gibljivi svici na koje se priključi osjetljiv balistički galvanometar ili fluksmetar. Gipkost je potrebna kako bi se svitak sa svojim krajevima mogao prisloniti na tačke između kojih želimo mjeriti magnetski pad napona. Praktički se gipkost najjednostavnije postiže tako da se zavoji gusto i jednoliko namotaju oko nemagnetskog remena od npr. kože ili gume. Obično se namotaju dva sloja, tako da se počne namatati od sredine remena do jednog kraja, pa onda natrag do drugog kraja i ponovo do sredine svitka. Time postižemo da se oba kraja svitka nalaze tijesno jedan uz drugi, pa ako još dovodne žice do galvanometra međusobno isprepletemo, onemogućili smo induciranje neželjenih

napona u dovodima. Neka mjerilo magnetskih napona ima ukupnu duljinu l, srednji presjek S i ukupni broj zavoja N, odnosno $N_1 = \frac{N}{l}$ zavoja na jedinicu duljine. Onda će mjerilo na duljini ds obuhvaćati tok:

$$d\Psi_0 = N_1 S \boldsymbol{B}_0 ds = \mu_0 N_1 S \boldsymbol{H}_0 ds \tag{9.220}$$

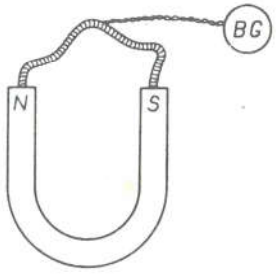
Kroz sve zavoje mjerila, čiji se krajevi nalaze na tačkama *1* i *2*, teći će tok:

$$\Psi_0 = \mu_0 N_1 S \int_1^2 \boldsymbol{H}_0 ds \tag{9.221}$$

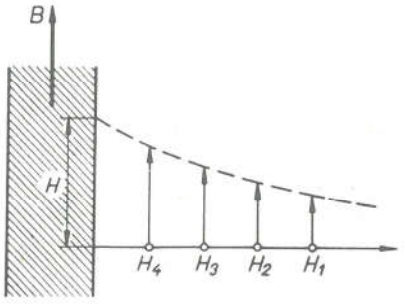
Ako polje naglo poništimo ili iz polja brzo uklonimo mjerilo, nastat će naponski udar u strujnom krugu galvanometra, koji će prema izrazu (9.203) izazvati balistički otkon α_1, proporcionalan ukupnoj promjeni toka ($\Psi_0 = K_B \alpha_1$). Linijski integral $\int_1^2 \boldsymbol{H}_0 ds$ neovisan je o stazi koju slijedi mjerilo između tačaka *1* i *2* (ako njime nismo obuhvatili vodiče kroz koje teče struja, tj. ako je rot $\boldsymbol{H}_0 = 0$) i predstavlja razliku skalarnog potencijala φ_1 i φ_2 tačaka *1* i *2*, koju možemo odrediti iz otklona galvanometra:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \boldsymbol{H}_0 \, ds = \frac{K_B}{\mu_0 S N_1} \alpha_1 \tag{9.222}$$

Tako se može izmjeriti magnetski napon između polova nekog permanentnog magneta (sl. 9.163) ili jakost magnetskog polja H u ispitivanom uzorku. U ovom drugom slučaju obično se upotrebljava kruto mjerilo polukružnog oblika, kod kojega je stalan razmak d između krajeva svitka. Tada je, uz pretpostavku da je polje



Slika 9.163. Određivanje magnetskog napona pomoću mjerila magnetskih napona



Slika 9.164. Jakost polja u blizini površine uzorka

homogeno, $H = (\varphi_1 - \varphi_2)/d$ i određuje se opet iz otklona balističkog galvanometra, koji se dobiva naglim uklanjanjem mjerila ili poništenjem polja. Dvostruki otklon galvanometra dobivamo ako umjesto toga naglo zarotiramo mjerilo, tako da krajevi svitka zamijene mjesta.

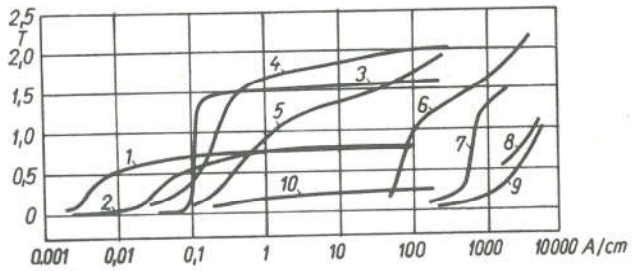
U posljednje vrijeme se i za ovakva mjerenja radije koristi fluksmetar umjesto balističkog galvanometra.

d) **Određivanje H mjerenjem indukcije B_0 na površini uzorka.** Jakost magnetskog polja H u uzorku (sl. 9.164) može se odrediti mjerenjem indukcije B_0 na površini uzorka, jer se tangencijalna komponenta magnetskog polja H ne mijenja na prijelazu s uzorka na zrak (rot $\boldsymbol{H} = 0$). Znači da je $B_0 = \mu_0 H$, pa iz izmjerenog B_0 možemo odrediti H. Tačnost ove metode ovisi o mogućnosti mjerenja B_0 što bliže površini uzorka. Za tu svrhu su prikladne metode čiji je mjerni element (detektor) što manji. Ako nije moguće izmjeriti B_0 dovoljno blizu površine uzorka, potrebno je izmjeriti B_0 na raznim udaljenostima od uzorka, pa veličinu H odrediti pomoću grafičke ekstrapolacije na površinu uzorka, kao na sl. 9.164.

Za mjerenje indukcije uz površinu uzorka najčešće se koriste vibrirajući ili rotirajući svici, Hallova sonda ili dvoslojni svitak, tijesno namotan oko uzorka. Slojevi tog svitka imaju jednak broj zavoja, suprotno su motani i spojeni u seriju, tako da u svitku inducira napon samo tok koji prolazi između njegovih slojeva. Stoga će otklon na svitak priključenog balističkog galvanometra ili fluksmetra biti proporcionalan indukciji B_0 oko površine uzorka.

9.8.6. Ispitivanje svojstava magnetskih materijala istosmjernom strujom

Za snimanje krivulje magnetiziranja, histereze, krivulje demagnetiziranja i permeabiliteta, postoji u mjernoj praksi mnoštvo mjernih metoda. Razlog tome su prvenstveno velike razlike u svojstvima upotrebljavanih magnetskih materijala (sl. 9.165). Tako kod mekih magnetskih materijala treba omogućiti mjerenja polja jakosti manjih od 10^{-1} A/m, a kod tvrdih čak većih od 10^6 A/m. Daljni razlozi su različiti oblici i veličine ispitivanih uzoraka, te željena brzina i tačnost mjerenja. Koriste se i istosmjerne i izmjenične mjerne metode. Od metoda i uređaja s istosmjernom strujom poznatiji su: balistička metoda s prstenastim uzorkom, Hopkinsonov jaram, Koepselov aparat, metoda istma, Burrowsov permeametar, Fahy-Simplexov permeametar, Sanford-Winterov permeametar, Stäblein-Steinitzov jaram, Neumannov jaram, Gumlichova metoda, Iliovicijev jaram. Od spomenutih metoda i uređaja opisat ćemo samo neke.



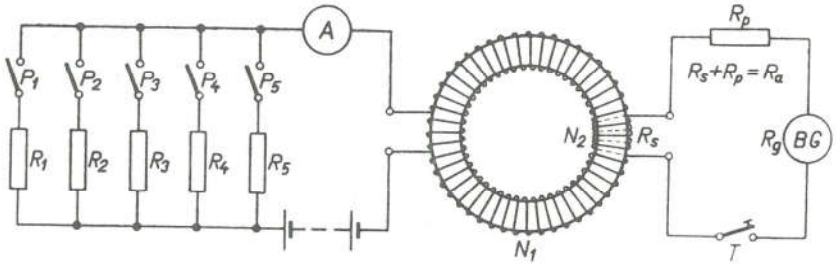
Slika 9.165. Krivulje magnetiziranja mekih i tvrdih magnetskih materijala

1 ultraperm; *2* mumetal; *3* permenorm; *4* orijentirani lim; *5* dinamo lim; *6* magnetski čelik Co 040; *7* oerstit 400; *8* oksidni magneti, anizotropni; *9* oksidni magneti, izotropni; *10* feritni prsteni

a) **Balistička metoda s prstenastim uzorkom.**

Postupak pri snimanju krivulje (prvog) magnetiziranja. Pod krivuljom (prvog) magnetiziranja razumijevamo krivulju po kojoj raste magnetska indukcija potpuno razmagnetiziranog željeza pri postepenom povisivanju jakosti magnetskog polja od nule prema gore. Razmotrit ćemo postupak snimanja krivulje magnetiziranja na uzorku prstenasta oblika. Mjerenje provodimo prema shemi

prikazanoj na sl. 9.166. Oko prstenastog uzorka omotamo N_1 zavoja i preko kombinacije otpora R_1, R_2, R_3 . . . i preklopki P_1, P_2, P_3 . . . priključimo na istosmjerni izvor napona. Kada su sve preklopke otvorene, ne teče struja kroz uzbudni namot, a ako redom uključujemo preklopke P_1, P_2, P_3 . . . teći će sve veće struje I_1, I_2, I_3 . . ., jer se otpor strujnog kruga smanjuje zbog paralelnog spajanja otpora R_1, R_2, R_3 . . . Pripadne iznose jakosti magnetskog polja H_1, H_2, H_3 . . . ovdje lako računski određujemo ($H = N_1 I / l_{sr}$).

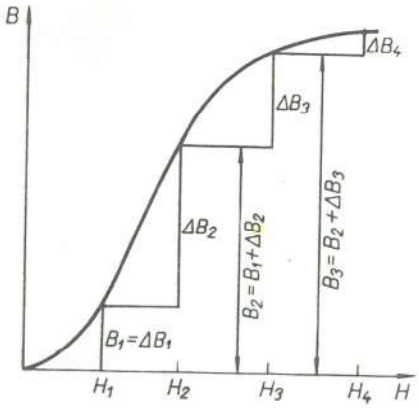


Slika 9.166. Shema spoja za snimanje krivulje prvog magnetiziranja balističkom metodom

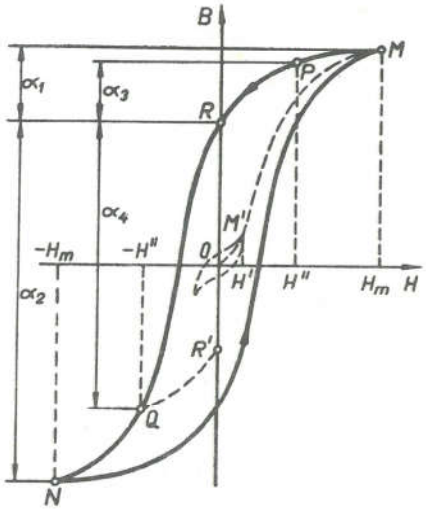
Skokovito povećavanje jakosti magnetskog polja prouzrokovat će skokovito povećavanje indukcije u uzorku za iznose ΔB_1, ΔB_2, ΔB_3 . . ., što će izazvati balističke otklone galvanometra priključenog na poseban namot od N_2 zavoja, omotanih također oko uzorka. Ako su S presjek uzorka, K_B balistička konstanta galvanometra za mjerenje naponskih udara, a α_1 balistički otklon galvanometra, bit će (pogl. 9.8.1a):

$$\Delta B_1 = \frac{K_B}{N_2 S} \alpha_1 \qquad (9.223)$$

Poznavajući ΔB_1, ΔB_2, ΔB_3 . . . i pripadne H_1, H_2, H_3 . . . možemo odrediti krivulju magnetiziranja kako je to prikazano na sl. 9.167. Pogreške pri određivanju tačaka krivulje bliže zasićenju su sve veće, jer se te tačke dobivaju zbrajajući sve



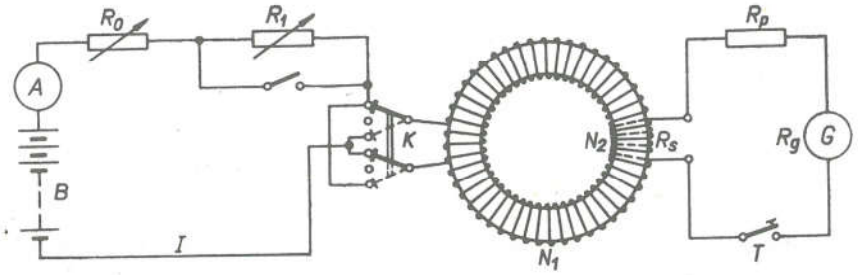
Slika 9.167. Konstrukcija krivulje prvog magnetiziranja na osnovi podataka dobivenih mjerenjem prema shemi na sl. 9.166.



Slika 9.168. Komutaciona krivulja i petlja histereze

više očitanja. Stoga se češće umjesto krivulje magnetiziranja snima komutaciona krivulja, koja se praktički poklapa s krivuljom (prvog) magnetiziranja.

Postupak pri snimanju statičke komutacione krivulje. Statička komutaciona krivulja jest krivulja koja spaja vrhove pojedinih petlji histereze snimanih uz različite iznose maksimalnih jakosti magnetskog polja (na sl. 9.168 crtkano izvučena krivulja). Kako smo već naveli, ona se praktički poklapa s krivuljom prvog magnetiziranja. Njezino snimanje može se provesti pomoću spoja prikazanog na sl. 9.169. Uzbudni namot s N_1 zavoja je priključen preko komutatora K, otpora R_0 i R_1 te ampermetra A, na izvor istosmjernog napona. Tijesno oko uzorka omotan je i poseban namot otpora R_s, s N_2 zavoja, na koji je priključen balistički galvanometar preko tipke T i otpora R_p, tako da $R_s + R_p$ bude jednako vanjskom graničnom otporu galvanometra ($R_a = R_s + R_p$). Uzorak se najprije razmagnetizira,



Slika 9.169. Shema spoja za snimanje komutacione krivulje i petlje histereze balističkom metodom

a onda otporima R_0 i R_1 naravna uzbudna struja I na neku malu početnu vrijednost I', zatvori tipka T, komutira uzbudna struja i očita balistički otklon galvanometra. Time su dobiveni podaci potrebni za izračunavanje najniže tačke M′ na komutacionoj krivulji:

$$B' = \frac{K_B}{2 N_2 S} \alpha_{M'} \qquad H' = \frac{I' N_1}{l_{sr}} \tag{9.224}$$

Postupak nastavljamo vraćanjem u tačku M′, komutirajući uzbudnu struju uz otvorenu tipku T da bismo izbjegli otklon galvanometra na suprotnu stranu, a zatim naravnavamo uzbudnu struju na slijedeću veću vrijednost. Ponovnim komutiranjem struje, uz zatvorenu tipku T, dobivamo balistički otklon iz kojeg određujemo novu tačku na komutacionoj krivulji. Postupak nastavljamo dok ne snimimo dovoljno tačaka. Pri tome treba naročito paziti da se u toku ugađanja struja ne vrati od neke veće vrijednosti na manju. Ako struja pri ugađanju „pobjegne" na neku veću vrijednost od predviđene, treba mjerenje izvršiti pri toj većoj struji ili ponoviti cijeli postupak razmagnetiziranja.

Postupak pri snimanju petlje histereze. Snimanje se provodi i pomoću spoja prikazanog na sl. 9.169. Kroz uzbudni namot prethodno razmagnetiziranog uzorka naravnamo uzbudnu struju na vrijednost koja odgovara krajnjoj tački M petlje histereze. Ukopčamo tipku T, komutatorom K *prekinemo* uzbudnu struju i očitamo balistički otklon α_1. Taj otklon će biti razmjeran razlici indukcija tačke M i R (sl. 9.168). Nakon toga ukopčamo komutatorom K ponovo uzbudnu struju, ali u *suprotnom smjeru* i očitamo otklon α_2 koji je razmjeran razlici indukcija tačaka R i N. Iz otklona α_1 i α_2 lako odredimo maksimalnu indukciju B_m u tački M i remanentnu indukciju B_r u tački R:

$$B_m = \frac{K_B}{2 S N_2} (\alpha_1 + \alpha_2) = K'_B (\alpha_1 + \alpha_2) \tag{9.225}$$

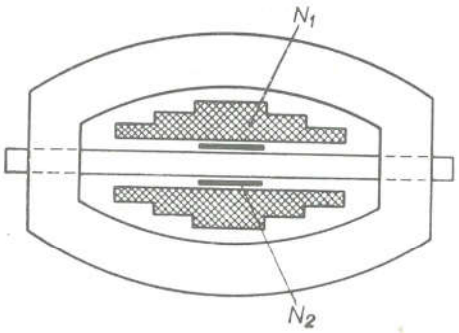
$$B_r = K'_B(\alpha_1 + \alpha_2) - 2K'_B\alpha_1 = K'_B(\alpha_2 - \alpha_1) \tag{9.226}$$

Ostale tačke na petlji histereze, npr. tačku P, odnosno Q, odredimo tako da najprije uz otvorenu tipku T smanjimo uzbudnu struju na vrijednost koja odgovara jakosti polja H''. Nakon toga ukopčamo tipku T, komutatorom K *prekinemo* struju, očitamo otklon balističkog galvanometra α_3, komutatorom ponovo ukopčamo struju, ali u *suprotnom smjeru* i očitamo otklon α_4. Tada je indukcija u tački P, odnosno Q:

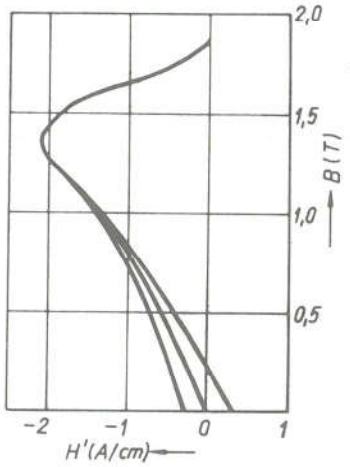
$$B_P = B_r + 2K'_B\alpha_3 \tag{9.227}$$

$$B_Q = B_r - 2K'_B\alpha_4 \tag{9.228}$$

Naročito je važno da snimanja provodimo obilazeći petlju histereze uvijek u istom smjeru. Tako, npr., nakon određivanja tačke Q ne smijemo odmah prekinuti struju koja odgovara toj tački, jer bismo tada postigli indukciju 0R′ koja više ne leži na krivulji snimane histereze. Stoga moramo najprije povećati uzbudnu struju na vrijednost koja odgovara tački N i onda je komutirati. Time je ponovo postignuta indukcija i polje koje odgovara tački M, pa možemo nastaviti snimanje ostalih tačaka.



Slika 9.170. Hopkinsonov jaram



Slika 9.171. Korekcione krivulje za Hopkinsonov jaram

Zbog opisanog postupka zgodno je za ugađanje uzbudne struje predvidjeti dva otpornika, R_0 i R_1, spojena u seriju, od kojih jednoga možemo kratko spojiti preklopkom (otpor R_1 na sl. 9.169). Tada maksimalnu struju, koja odgovara tački M na petlji histereze, naravnavamo otporom R_0, uz kratko spojeni otpor R_1. Tačku P postižemo otvaranjem preklopke i ugađanjem otpora R_1 na odgovarajuću vrijednost, a tačku Q komutiranjem te struje. Kratkim spajanjem otpora R_1 dobivamo tada odmah tačku N, a nakon komutiranja ponovo tačku M.

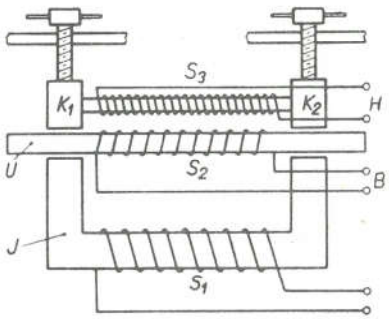
Pripadne jakosti magnetskog polja određujemo vrlo lako iz izmjerene uzbudne struje ($H = I N_1/l_{sr}$). To je svakako velika prednost prstenastih uzoraka. Međutim, kako smo već naveli, prstenasti uzorci zahtijevaju dugotrajne pripreme, pa gdje se traži manja tačnost radije se odabiru štapasti oblici uzoraka, odnosno svežnjevi uskih traka ispitivanog lima. Tako se pri snimanju komutacione krivulje i petlje histereze dinamo-limova često odabiru trakasti uzorci istih dimenzija kao i pri mjerenju gubitaka u Epsteinovu aparatu (pogl. 9.8.7 a) i ulažu u uzbudne svitke tog aparata. Treba napomenuti da je pri korištenju Epsteinova aparata za ovu svrhu

potrebno limove slagati preklopno, da bi se izbjegao zračni raspor i pomoću ispitivanih limova stvorio dobro zatvoren magnetski krug. Balistički galvanometar se priključuje na za to posebno predviđen namot, što tješnje omotan oko ispitivanih svežnjeva traka.

Kod štapastih uzoraka pomažemo se jarmom velikog presjeka od odličnog magnetskog materijala, tako da se njegov magnetski otpor može po mogućnosti zanemariti (Hopkinsonov jaram – sl. 9.170). Tada se jakost magnetskog polja u uzorku duljine l_u može jednostavno odrediti: ($H = I N_1/l_u$). Kroz veći svitak sa N_1 zavoja propuštamo uzbudnu struju I koju mjerimo ampermetrom, a na manji svitak sa N_2 zavoja, tijesno priljubljen uz uzorak, priključujemo balistički galvanometar. Pri mjerenju uzoraka visokog permeabiliteta ipak nije moguće zanemariti magnetski otpor jarma, odnosno jakost polja u uzorku izračunata pomoću jednostavnog izraza $H = I N_1/l_u$ bit će veća od stvarne vrijednosti H_u u uzorku:

$$H_u = \frac{I N_1}{l_u} - \frac{B}{l_u}\left(\frac{l_j}{\mu_j}\frac{S}{S_j} + \frac{l_z}{\mu_0}\frac{S}{S_z}\right) = H - H' \qquad (9.229)$$

H_u jakost magnetskog polja u uzorku
S presjek uzorka
S_j ukupni presjek jednog i drugog jarma
l_u duljina uzorka
l_j srednja duljina jarma
H' korektura
μ_j permeabilitet materijala jarma
S_z presjek zračne pukotine između uzorka i jarma
l_z duljina zračne pukotine
B magnetska indukcija u uzorku



Slika 9.172. Fahy-Simplexov permeametar

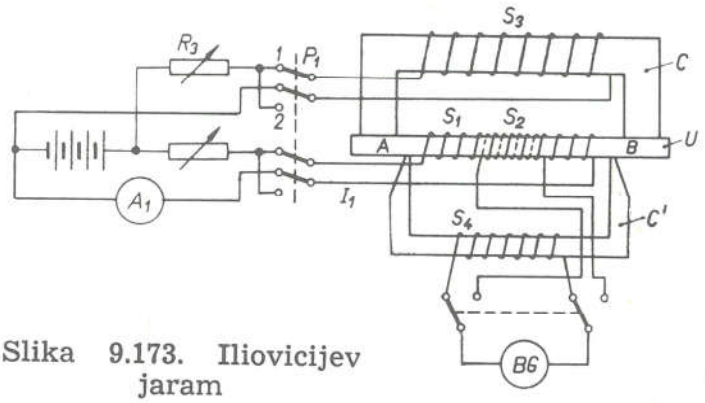
Korektura H' ovisi o promjenljivim veličinama B i μ_j, pa se najčešće za pojedine karakteristične vrste ispitivanih materijala crtaju korekcione krivulje, koje se eksperimentalno određuju pomoću tačnijih metoda (sl. 9.171). Strogo uzevši, te korekture su različite za silazni i uzlazni dio petlje histereze (desna, odnosno lijeva krivulja na sl. 9.171), ali ih često kod kvalitetnih jarmova zbog jednostavnosti združujemo u jednu krivulju.

Pri mjerenju modernih magnetskih materijala vrlo visokog permeabiliteta ne postižu se pomoću metode jarma uzasve korekture dovoljno pouzdani rezultati, pa se tada koriste drugi mjerni postupci.

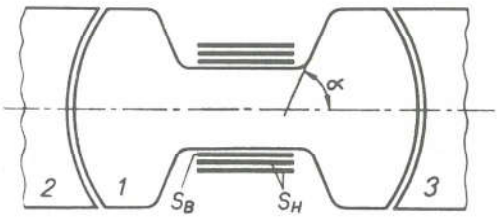
b) **Fahy-Simplexov permeametar.** Ovim uređajem određuje se jakost magnetskog polja mjerenjem magnetskog pada napona. Uzorak U (sl. 9.172) štapnog oblika uložen je u jaram J, magnetiziran svitkom S_1. Oko uzorka tijesno je namotan svitak S_2 koji služi za mjerenje magnetske indukcije B u uzorku. Uzorak je pritisnut na jaram pomoću dva željezna uloška K_1 i K_2, između kojih se nalazi štap od nemagnetskog materijala, omotan svitkom S_3. Taj svitak služi za mjerenje jakosti magnetskog polja H u uzorku. Pri mjerenju istosmjernom strujom komutira se ili prekida struja u uzbudnom svitku S_1 i pomoću balističkog galvanometra, priključenog na svitak S_2, mjeri magnetska indukcija onako kako je opisano kod

prstenastih uzoraka. Jakost magnetskog polja H određuje se pri tom iz otklona balističkog galvanometra priključenog na svitak S_3. Ova metoda se mnogo koristi u USA za redovna mjerenja.

c) **Iliovicijev jaram.** I ovdje se jakost magnetskog polja u uzorku određuje mjerenjem magnetskog pada napona. Svitak S_1 omotan je uzduž čitavog uzorka i služi za magnetiziranje kruga (sl. 9.173). Svitak S_2 je također omotan uzduž čitave slobodne duljine uzorka i predviđen je za mjerenje magnetske indukcije B u uzorku. Zbog tačnijeg određivanja B, svitak S_2 je namotan neposredno oko uzorka U, a svitak S_1 iznad njega. Magnetski tok se zatvara preko jarma C, na kojem je pomoćni svitak S_3. Strujom kroz taj svitak kompenziramo magnetski pad napona između tačaka A i B, tako da se svi amperzavoji svitka S_1 troše samo za magnetiziranje uzorka. Da li je ta kompenzacija stvarno postignuta, utvrđujemo pomoću jarma C' od magnetskog materijala i oko njega omotanog svitka S_4. Prebacivanjem preklopke P_1 iz položaja *1* u *2* istodobno komutiramo struju u svicima S_1 i S_3, pa pri potpunoj kompenzaciji neće dati otklon balistički galvanometar priključen na svitak S_4. Ukoliko se balistički galvanometar ipak otklonio, potrebno je promjenom otpora R_3 mijenjati struju u svitku S_3 sve dok se ne postigne potpuna kompenzacija. Kad se postigne potpuna kompenzacija lako će se odrediti jakost polja H u uzorku na osnovi poznate duljine l_{AB} između tačaka A i B, struje I_1 svitka S_1 i broja zavoja N_1 tog svitka ($H = I_1 N_1 / l_{AB}$). Jaram C ujedno pomaže da se postigne homogenost magnetskog polja u uzorku.



Slika 9.173. Iliovicijev jaram

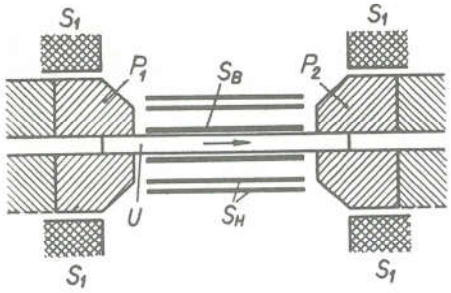


Slika 9.174. Metoda istma
1 uzorak; *2* i *3* polni nastavci jarma; S_B svitak za mjerenje magnetske indukcije; S_H dvoslojni svitak za mjerenje jakosti polja

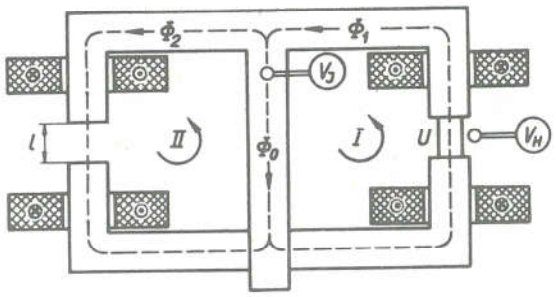
d) **Metoda istma.** Dosada opisane metode prikladne su za mjerenja s poljima koja ne prelaze otprilike $5 \cdot 10^4$ A/m, pa su za mjerenja još jačim poljima potrebne posebne metode. Ewingovom metodom istma postižemo jaka polja posebnim oblikom uzorka (sl. 9.174) koji je jako sužen na mjerenom dijelu, pa se tu postiže mnogostruko veća indukcija od one u širem dijelu uzorka i jarmu. Zato se gotovo svi amperzavoji uzbude troše samo na vrlo kratki, suženi dio uzorka, pa se pomoću uzbudnog namota velikog presjeka mogu na tom mjestu postići indukcije koje iznose čak 4,5 T i polja do $2 \cdot 10^6$ A/m. Maksimalna koncentracija toka se dobiva ako se stožasti dio izradi s nagibom od $\alpha = 60°$ prema osi stožca, a najhomogenije polje ako je taj kut oko 40°. U praksi se obično odabire nagib u sredini između te dvije krajnje vrijednosti. Oko suženog dijela tijesno je namotan svitak S_B koji služi za mjerenje indukcije B, a iznad njega se nalazi svitak S_H koji se sastoji od dva sloja s jednakim brojem zavoja, spojena u protuspoju, tako da inducirani napon u tom svitku potječe samo od toka koji prolazi između njegovih slojeva (pogl. 9.8.5 d).

Taj svitak služi za mjerenje jakosti magnetskog polja. Indukcija B i polje H određuju se iz balističkih otklona galvanometara priključenih na svitke S_B i S_H, koji nastaju kada se uzorak zakrene za 180°. To je ovdje moguće, jer krajevi uzorka imaju valjkast oblik.

Ova metoda nije prikladna za određivanje petlje histereze, a i izrada samog uzorka nije jednostavna. Zato se u praksi koriste različita modificirana rješenja čiji je oblik uzorka jednostavniji, a otkloni galvanometara se dobivaju na uobičajeni način komutiranjem ili prekidanjem uzbudne struje. Jedno takvo rješenje prikazano je na sl. 9.175. Tu je kratki ispitivani uzorak valjkastog oblika umetnut između polova P_1 i P_2 znatno većeg presjeka, tako da se u uzorku lako dobivaju vrlo velike indukcije. Uzorak se magnetizira pomoću dvodjelnog svitka S_1, a indukcija B i polje H i ovdje se mjere pomoću svitaka S_B i S_H smještenih u srednjoj trećini prostora između polova, da bi se izbjegle netačnosti zbog nejednolikog magnetiziranja uzorka na krajevima.



Slika 9.175. Metoda istma s polnim nastavcima



Slika 9.176. Stäblein-Steinitzov uređaj

e) **Stäblein-Steinitzov uređaj.** Balistički postupci određivanja magnetskih karakteristika dugotrajni su i neprikladni za tekuća mjerenja u proizvodnji. Kod Stäblein-Steinitzovog uređaja, predviđenog za snimanje krivulje demagnetiziranja permanentnih magneta, izbjegnuta je ta manjkavost zahvaljujući prvenstveno upotrebi rotirajućih ili titrajućih svitaka. Jaram tog uređaja je dvodjelan i u novijim izvedbama lameliran (sl. 9.176). Ispitivani uzorak U ulaže se u podesivi raspor desnog stupa jarma, dok isti takav raspor lijevog stupa ostaje prazan. Oko lijevog i desnog stupa omotani su jednaki uzbudni svici, kroz koje protječe ista struja magnetiziranja, ali u suprotnom smjeru, tako da kroz srednji stup teče samo razlika magnetskih tokova lijevog i desnog stupa. Kada uzorak nije uložen ta je razlika jednaka nuli, pa u srednjem stupu nema toka. Kada je uzorak uložen, pojavit će se u srednjem stupu tok koji je razmjeran magnetskoj polarizaciji $J = B - \mu_0 H$ uzorka. U rasporu srednjeg stupa smješten je rotirajući svitak, pa će se u njemu inducirati izmjenični napon razmjeran toku u srednjem stupu, odnosno magnetskoj polarizaciji J uzorka. Jakost polja H mjeri se pomoću titrajućeg ili rotirajućeg svitka koji se nalazi neposredno uz površinu uzorka. Ako se instrumentima koji mjere napone jednog i drugog svitka dodaju odgovarajući predotpori, ovisno o dimenzijama uzorka, mogu se oni tako izbaždariti da izravno pokazuju B i H vrijednosti uzorka. Time je omogućeno vrlo brzo snimanje krivulje demagnetiziranja, što je velika prednost ovog rješenja.

Cijeli jaram ovog uređaja potrebno je izraditi od magnetskog materijala vrlo visokog permeabiliteta. Zašto je to potrebno, možemo razabrati ako razmotrimo magnetske padove napona za lijevu i desnu zamku jarma (sl. 9.176):

$$\text{I.} \quad IN = Hl + (JS + \mu_0 H S_z) R_m + \Phi_0 R_{m_0} \tag{9.230}$$

$$\text{II.} \quad IN = \Phi_2 \left(R_m + \frac{l}{\mu_0 S_z} \right) - \Phi_0 R_{m_0} \tag{9.231}$$

I uzbudna struja
N broj zavoja oko jednog stupa
H jakost polja uzorka
J magnetska polarizacija uzorka
S presjek uzorka
l duljina uzorka i zračnog raspora krajnjih stupova
S_z efektivni presjek zračnog raspora krajnjih stupova
Φ_2 tok u lijevom jarmu
Φ_0 tok u srednjem stupu
R_m magnetski otpor lijevog, odnosno desnog dijela jarma
R_{m_0} magnetski otpor srednjeg stupa i njegovog zračnog raspora

Kroz srednji stup teče razlika tokova lijevog i desnog stupa, pa vrijedi:

$$\Phi_0 = JS + \mu_0 H S_z - \Phi_2 \tag{9.232}$$

Iz jednadžbi (9.230), (9.231) i (9.232) dobivamo nakon uređenja:

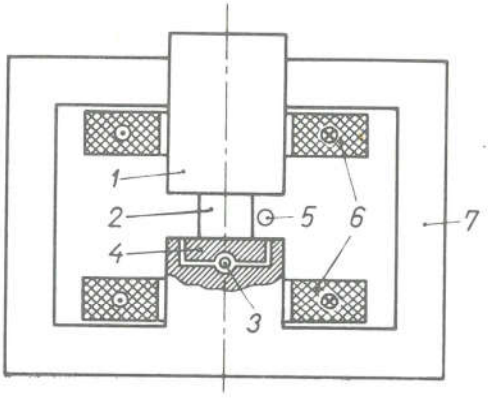
$$\Phi_0 = \frac{JS}{1 + \frac{\mu_0 S_z}{l} [R_m + 2R_{m_0}]} \tag{9.233}$$

Tek kada je $R_m = R_{m_0} = 0$, bit će tok u srednjem stupu razmjeran magnetskoj polarizaciji uzorka:

$$\Phi_0 = JS \tag{9.234}$$

Da bi u ovom rješenju kroz srednji stup tekao tok razmjeran magnetskoj polarizaciji J uzorka, bilo je potrebno predvidjeti lijevi stup s posebnim uzbudnim namotom s kojim se kompenzira tok $\mu_0 HS_z$ desnog jarma. U rješenju prema sl. 9.177, koje je razradio autor, to nije potrebno. Ovdje se magnetski tok polarizacije J uzorka mjeri pomoću mjerne sonde *3* smještene u donjem dijelu srednjeg stupa ispod okrugle ploče *4*, koja je odvojena od ostalih dijelova stupa malim zračnim rasporom. Razmotrimo djelovanje ovakvog uređaja kada nije uložen uzorak. Sonda *5* za mjerenje jakosti magnetskog polja, izvedena npr. u obliku rotirajućeg svitka, proizvodit će tada napon U_H razmjeran jakosti H magnetskog polja u zračnom rasporu. Zbog planparalelnih površina raspora srednjega stupa bit će polje u rasporu homogeno, osim u blizini rubova. Dakle, vrijedi:

$$H = k_H U_H \tag{9.235}$$



Slika 9.177. Uređaj za snimanje razmagnetizirajuće krivulje magnetskih materijala s električnom kompenzacijom toka u zraku

1 pomični dio srednjeg stupa; *2* uzorak; *3* sonda za mjerenje magnetske polarizacije; *4* okrugla ploča; *5* sonda za mjerenje jakosti magnetskog polja; *6* uzbudni svici; *7* jaram

Sonda *3* proizvodit će napon U_B razmjeran toku $\Phi_0 = \mu_0 H S_c$ koji prolazi kroz okruglu ploču *4*, površine S_c:

$$\Phi_0 = \mu_0 H S_c = \mu_0 S_c k_B U_B \quad \text{ili} \quad H = k_B U_B \tag{9.236}$$

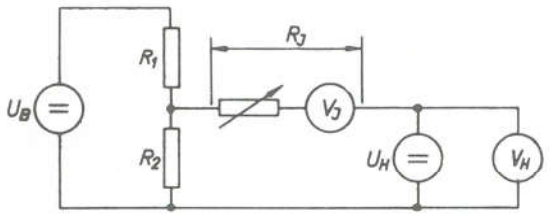
Ako sonde spojimo prema sl. 9.178 pokazivat će voltmetar V_H, spojen paralelno sondi *5*, napon razmjeran jakosti polja H u rasporu, pa se može tako izbaždariti da izravno pokazuje jakost magnetskog polja. Voltmetar V_J spojen je između jednog kraja sonde *5* i kliznika potenciometra, priključenog na sondu *3*. Lako je uvidjeti da se otklon tog voltmetra može svesti na nulu pri stanovitom omjeru otpora R_1 i R_2 potenciometra. Tada prema (9.235) i (9.236) vrijedi:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{U_H}{U_B} = \frac{H}{k_H} \frac{k_B}{H} = \frac{k_B}{k_H} \tag{9.237}$$

Vidimo da omjer otpora R_1 i R_2, pri kojem voltmetar V_J nema otklona, ovisi samo o konstantama k_B i k_H, a ne o jakosti magnetskog polja u rasporu. Uz pretpostavku da je polje iznad okrugle ploče *4* homogeno, ostat će voltmetar V_J bez otklona i ako mijenjamo visinu zračnog raspora.

Kada se uloži ispitivani uzorak *2*, prolazi kroz okruglu ploču *4*, osim toka Φ_0, još i tok $J S$ zbog magnetske polarizacije uzorka. Stoga će porasti napon sonde *3* za iznos ΔU_B, koji se može odrediti iz izraza (9.236):

$$\Delta U_B = \frac{J S}{\mu_0 k_B S_c} \tag{9.238}$$



Slika 9.178. Spoj sondi (U_B i U_H) za mjerenje jakosti polja i magnetske polarizacije za uređaj prema sl. 9.177.

Zbog napona ΔU_B poteći će kroz voltmetar V_J struja I_J razmjerna naponu ΔU_B, odnosno magnetskoj polarizaciji J uzorka:

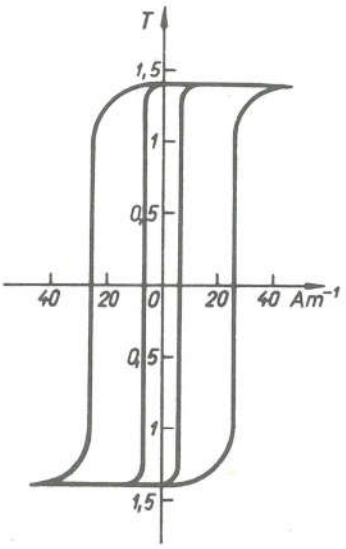
$$I_J = \frac{J}{\mu_0 k_B S_c} \frac{S R_2}{R_1 (R_2 + R_J) + R_2 R_J} \tag{9.239}$$

Ugađanjem predotpora voltmetra V_J možemo postići da kvocijent $SR_2/[R_1 (R_2 + R_J) + R_2 R_J]$ u izrazu (9.239) ostane konstantan pri raznim presjecima uzoraka pa je tada otklon instrumenta jedino ovisan o magnetskoj polarizaciji J uzoraka. Na taj način postižemo da se na instrumentima izravno očitavaju iznosi H i J uzoraka.

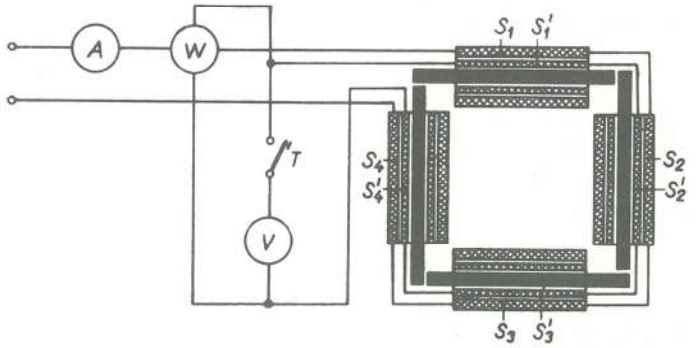
9.8.7. Ispitivanje svojstava magnetskih materijala izmjeničnom strujom

Na osnovi samo istosmjernih mjernih metoda ne možemo u potpunosti odrediti kako će se magnetski materijali vladati u izmjeničnim magnetskim poljima, kojima su većinom izloženi u tehničkoj upotrebi. Glavni razlog tome su gubici vrtložnih struja u magnetskim materijalima koji nastaju djelovanjem izmjeničnog

magnetskog toka i koji mogu poprimiti znatne iznose već na području tehničkih frekvencija, a pogotovo je njihov utjecaj od bitnog značaja na visokim frekvencijama. Njihovo određivanje je moguće samo izmjeničnim mjernim metodama. Najpotpunije podatke o vladanju magnetskih materijala u izmjeničnim poljima dobivamo snimanjem vremenske ovisnosti trenutačnih vrijednosti magnetske indukcije o jakosti magnetskog polja. Na osnovi toga možemo odrediti ne samo odnose između tjemenih, efektivnih i srednjih vrijednosti magnetske indukcije B i jakosti magnetskog polja H, već i dinamičku petlju histereze, čija površina predstavlja ukupne gubitke zbog histereze i vrtložnih struja u toku jedne periode. Na istoj tjemenoj vrijednosti toka bit će dinamička petlja histereze šira, odnosno veće površine od statičke petlje histereze koju snimamo istosmjernim metodama i čija površina predstavlja samo gubitke zbog histereze (sl. 9.179). Vrtložni gubici utjecat će i na oblik dinamičke petlje histereze. Porastom vrtložnih gubitaka postajat će vrhovi petlje histereze sve zaobljeniji, te će se petlja histereze približavati eliptičnom obliku. Zbog toga više neće maksimalne vrijednosti B i H nastupati u istom trenutku.



Slika 9.179. Statička i dinamička petlja histereze



Slika 9.180. Epsteinov aparat

Često nisu potrebni svi gore navedeni podaci, pa se tada upotrebljavaju brže i jednostavnije metode koje omogućavaju izravno određivanje tjemene ili efektivne vrijednosti indukcije i jakosti magnetskog polja, te gubitaka zbog histereze i vrtložnih struja.

Odnosi između magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja su mnogo složeniji pri izmjeničnim tokovima, pa je važno da se mjerenja provode pod jednoznačno određenim uvjetima, koji se što lakše mogu reproducirati. Tako se redovno zahtijeva sinusni oblik izmjeničnog toka, koji se ionako najčešće susreće u tehničkoj upotrebi. Kod sinusnog oblika toka općenito se ne postiže i sinusni oblik jakosti magnetskog polja, već on više ili manje odstupa od toga oblika zbog nelinearnosti krivulje magnetiziranja. Zbog toga, poznavajući npr. samo tjemenu vrijednost jakosti magnetskog polja, ne možemo odrediti njegovu efektivnu ili srednju vrijednost, pa ih je često potrebno posebno mjeriti. To je i razlog da se kod izmjeničnih tokova odnos između B i H prikazuje na više načina, kao npr.: $B_m = f(H_m)$; $B_{ef} = f(H_{ef})$; $B_m = f(H_{ef})$; $B_m = f(H_{1m})$, gdje je H_{1m} tjemena vrijednost osnovnog vala jakosti magnetskog polja. To je ujedno i razlog da se permeabilitet kod izmjeničnih tokova definira na različite načine, kao npr.: B_m/H_m; B_{ef}/H_{ef}; B_m/H_{1m};

B_m/H_{ef} itd. Pri tome se još uvijek često izražavaju B i H u „iracionalnim" elektromagnetskim jedinicama (1 T = 10^4 G i 1 A/m = $4\pi \cdot 10^{-3}$ Oe). Djelovanjem gubitaka u željezu dolazi do faznog pomaka δ između indukcije sinusnog oblika i osnovnog vala H_1 jakosti magnetskog polja. To je razlog da se uvede tzv. kompleksni permeabilitet $\mu^< = \mu_{re} + j\,\mu_{im}$ čiji je apsolutni iznos: $|\mu^<| = B_m/H_{1m}$, realni dio: $\mu_{re} = |\mu^<| \cos \delta$ i imaginarni dio: $\mu_{im} = |\mu^<| \sin \delta$.

U primjeni magnetskih materijala susrećemo se i sa slučajevima gdje se jakost magnetskog polja mijenja po zakonu sinusa, npr. kod strujnih transformatora, a indukcija B sadrži više harmoničke članove zbog nelinearnosti petlje histereze. Tada je najbolje i ispitivanje magnetskih materijala namijenjenih za tu svrhu provesti pod tim uvjetima.

a) **Vatmetrička metoda mjerenja gubitaka u željezu.** Najčešće se gubici u željeznim limovima određuju pomoću odavno poznate vatmetričke metode (Epsteinov aparat), koja je u mnogim državama standardizirana. Ispitivani limovi se izrežu u trake duljine 50 cm i širine 3 cm i slože u četiri jednaka svežnja, ukupne mase oko 10 kg. Pri rezanju treba paziti da se polovica traka izreže paralelno sa smjerom valjanja lima, a polovica okomito na taj smjer. Trake orijentiranih limova režu se sve u istom smjeru. Limovi se moraju međusobno dovoljno izolirati, da ne bi nastali dodatni gubici. Svežnjevi se ulažu u četiri dugoljasta svitka (S_1 do S_4 na sl. 9.180) učvršćena na zajedničko postolje, tako da tvore četverokut. Svici su dugi 42 do 43 cm, serijski su spojeni i imaju ukupno 600 zavoja. Na krajevima se svežnjevi lima čvrsto pritegnu vijcima i međusobno dobro priljube, tako da magnetski krug bude što bolje zatvoren. U starijoj izvedbi nije ovaj aparat imao sekundarni namot, već su se gubici mjerili pomoću vatmetra priključenog na primarnoj strani. Vatmetar je tada mjerio ne samo gubitke u željezu, već i znatne gubitke u svicima S_1 do S_4, koji su još i temperaturno ovisni. U novijoj izvedbi predviđen je sekundarni namot koji se sastoji od četiri svitka S_1' do S_4', tijesno omotana oko ispitivanih svežnjeva. Oni su izrađeni od tanje žice i imaju ukupno isti broj zavoja kao i svici S_1 do S_4 ($N_2 = 600$ zavoja). Služe za priključak naponske grane vatmetra i voltmetra. Tipkom T može se isključiti voltmetar, nakon što je ugođen potrebni napon. Kroz strujnu granu vatmetra teče primarna struja momentane vrijednosti i_1, dok je na naponsku granu vatmetra primijenjen sekundarni napon momentane vrijednosti u_2, pa će vatmetar pokazati:

$$P_W = \frac{1}{T}\int_0^T u_2\, i_1\, \mathrm{d}t \tag{9.240}$$

Inducirani napon u sekundarnom namotu je veći od napona u_2 za pad napona u otporu R_2 sekundarnog namota, pa slijedi:

$$u_2 = e_2 - R_2\, i_2 \tag{9.241}$$

Struju i_2 možemo odrediti iz poznatog sekundarnog napona u_2 i otpora R_W naponske grane vatmetra:

$$u_2 = e_2 - R_2 \frac{u_2}{R_W} = \frac{R_W}{R_W + R_2}\, e_2 \tag{9.242}$$

Zbog jednakog broja zavoja primarnog i sekundarnog namota vrijedi $e_2 = e_1$, pa iz izraza (9.240) i (9.242) dobivamo:

$$P_W = \frac{R_W}{R_W + R_2} \frac{1}{T} \int_0^T e_2 i_1 \, dt = \frac{R_W}{R_W + R_2} \frac{1}{T} \int_0^T e_1 i_1 \, dt \tag{9.243}$$

Očito je $\frac{1}{T} \int_0^T e_1 i_1 \, dt$ jednako zbroju gubitaka u željezu $P_ž$ i gubitaka P_2 na sekundarnoj strani. Kako je: $P_2 = \frac{U_2^2}{R_W^2} (R_W + R_2)$, slijedi:

$$P_W = \frac{R_W}{R_W + R_2} [P_ž + P_2] = \frac{R_W}{R_W + R_2} \left[P_ž + \frac{U^2}{R_W^2} (R_W + R_2) \right]$$

ili:

$$P_ž = \frac{R_2 + R_W}{R_W} \left(P_W - \frac{U_2^2}{R_W} \right) \tag{9.244}$$

Redovno je otpor R_2 znatno manji od otpora R_W, pa se izraz (9.244) može pojednostavniti:

$$P_ž = P_W - \frac{U_2^2}{R_W} \tag{9.245}$$

Dakle, gubitke u željezu dobivamo ako pokazivanje vatmetra umanjimo za gubitke u naponskoj grani vatmetra. Kako se gubici redovno navode u W/kg, potrebno je poznavati ukupnu masu željeza koju određujemo vaganjem. Masa uzorka ujedno služi za određivanje presjeka S željeza. Njega dobivamo iz poznate ukupne duljine svežnjeva (200 cm), mase i specifične mase ispitivanog željeza, koja iznosi od 7,55 do 7,85 kg/dm^3, ovisno o vrsti lima. Ovaj postupak je tačniji od postupka određivanja presjeka na osnovi izmjerenih dimenzija, jer je mjerenje debljine lima nepouzdano zbog hrapavosti njegove površine.

Gubitke lima obično mjerimo na indukciji od 1 T (P_{10}) i 1,5 T (P_{15}). Indukciju u željezu određujemo na osnovi induciranog napona u sekundarnom namotu (pogl. 9.8.1d):

$$U = 4 \xi B_m S N_2 f \tag{9.246}$$

Epsteinov aparat se još i danas koristi za tekuća pogonska mjerenja transformatorskih i dinamo-limova. U pogledu tačnosti ima niz manjkavosti, o kojima treba voditi računa pri većim zahtjevima u pogledu tačnosti i po mogućnosti ih uzeti u obzir putem korekcije:

Utjecaj magnetskog toka kroz zrak

Sekundarni svici S_1' do S_4' obuhvaćaju, osim magnetskog toka kroz ispitivano željezo, i tok kroz zračni raspor između željeza i sekundarnih svitaka. Njegov utjecaj se može zanemariti pri malim i srednjim indukcijama u željezu, ali pri indukcijama preko 1,5 T, naročito kod limova s niskim zasićenjem, treba o njemu voditi računa. Ako je S presjek željeza, a S' srednji presjek sekundarnih svitaka, treba indukciju B u željezu, određenu pomoću izraza (9.246), umanjiti za ΔB:

$$\Delta B = \frac{S' - S}{S} \mu_0 H \tag{9.247}$$

gdje je H jakost magnetskog polja u željezu, odnosno u zračnom rasporu između željeza i svitaka. Na primjer, za 1,5 T iznosi ova korekcija od $0{,}3 \cdot 10^{-2}$ T do $1 \cdot 10^{-2}$ T, ovisno o vrsti lima. Da bi se korekcija smanjila, postavlja se sekundarni svitak što bliže željezu.

Utjecaj izobličenja induciranog napona

Kako smo već naveli, redovno se traže podaci o gubicima u željezu kod sinusnog magnetskog toka, pa ako pri mjerenju nismo to postigli, potrebno je izmjerene gubitke preračunati na sinusni oblik toka. Za istu tjemenu vrijednost magnetske indukcije, tj. za istu srednju vrijednost induciranog napona, ostaju gubici histereze nepromijenjeni, makar se mijenja efektivna vrijednost napona. To ne vrijedi za gubitke vrtložnih struja, jer oni ovise o kvadratu efektivne vrijednosti induciranog napona. Ako su P_v gubici pri sinusnom naponu $U_{ef} = \xi_0 U_{sr}$, onda će pri nekom nesinusnom naponu iste srednje vrijednosti U_{sr}, ali različite efektivne vrijednosti $U'_{ef} = \xi U_{sr}$, nastati gubici vrtložnih struja P'_v:

$$P'_v = P_v \left(\frac{U'_{ef}}{U_{ef}}\right)^2 = P_v \left(\frac{\xi}{\xi_0}\right)^2 = P_v \left(\frac{\xi}{1{,}111}\right)^2 \tag{9.248}$$

ili:

$$\Delta P_v = P'_v - P_v = P'_v \left[1 - \left(\frac{1{,}111}{\xi}\right)^2\right] \tag{9.249}$$

Ovaj nam izraz omogućava da preračunamo gubitke vrtložnih struja na sinusni oblik toka, odnosno induciranog napona, ukoliko nam je poznat faktor oblika ξ i odnos gubitaka zbog vrtložnih struja i histereze. Faktor ξ možemo odrediti ako istodobno mjerimo napon voltmetrom koji pokazuje srednju vrijednost i voltmetrom koji pokazuje efektivnu vrijednost.

Zbog jednostavnijeg postupka priključuje se Epsteinov aparat na izvor posve sinusnog napona, pa se pri otporu primarnog kruga, koji se može zanemariti, dobiva magnetski tok također sinusnog oblika. Međutim, ako je otpor primarnog kruga znatan, gubi magnetski tok sinusni oblik jer nesinusna struja magnetiziranja izaziva u otporu primarnog kruga nesinusne padove napona. Stoga je naročito važno da otpori u primarnom krugu budu što manji. Izvor napona mora biti snažan i što manjeg unutarnjeg otpora. Nikako nije uputno da se regulacija napona vrši otporima u primarnom krugu. Također je važno da primarni namot Epsteinova aparata ima što manji djelatni otpor. Struja magnetiziranja kod 1 T obično nije velika, a ni jako izobličena, pa pad napona izazvan tom strujom ne utječe mnogo na oblik induciranog napona. Međutim, kod 1,5 T struja magnetiziranja je znatno veća i jako izobličena, pa je tada teško sačuvati potpuno sinusan oblik induciranog napona, odnosno magnetskog toka. Kod te indukcije iznosi faktor oblika oko 1,14 dok se kod 1 T lako postiže 1,111.

Utjecaj nejednolikog magnetiziranja

Ispitivano željezo nije jednoliko magnetizirano u Epsteinovu aparatu. Na mjestima gdje se priljubljuju pojedini svežnjevi dolazi do rasipanja toka, tako da indukcija uzduž svežnjeva nije konstantna. Sekundarni svici su nešto kraći od željeznih traka, pa mjerenjem dobivamo srednju vrijednost indukcije samo onog dijela željeza koji je obuhvaćen svicima, dakle, bez krajeva koji su slabije magnetizirani. Znači da će izmjerena srednja indukcija biti veća od stvarne, tj. izmjereni gubici će biti manji od gubitaka u idealnim okolnostima magnetiziranja. Pogreška zbog nejednolikog magnetiziranja iznosi više procenata, ali se teško može računski obuhvatiti.

Utjecaj temperature

Temperatura utječe na vodljivost željeza, a time i na gubitke zbog vrtložnih struja. Stoga je potrebno izmjerene vrtložne gubitke uvećati proporcionalno porastu otpora željeza. Obično se ova korekcija može zanemariti.

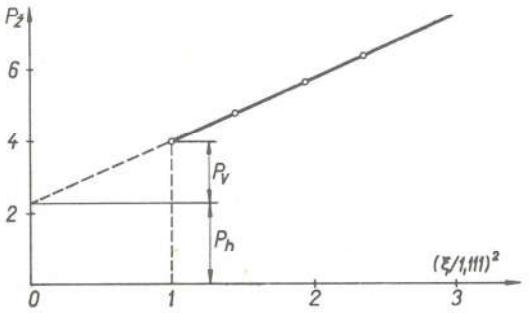
Utjecaj mehaničkih naprezanja

Kad se pripremaju uzorci za ispitivanje, ne smije se zaboraviti da su magnetski limovi, naročito oni bolje kvalitete, vrlo osjetljivi na mehanička naprezanja. Tako već rezanje lima u trake širine 3 cm može povećati gubitke i do 10%. Daljnje povećanje gubitaka izaziva pritezanje i savijanje lima.

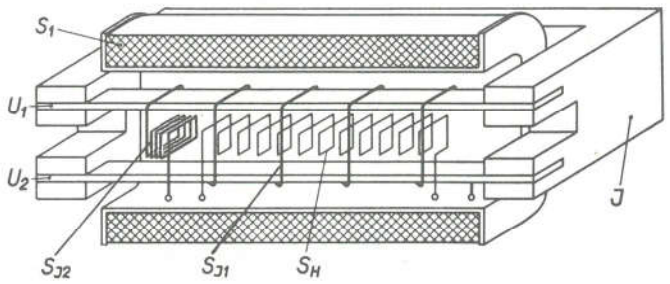
Ispitivanje željeza u Epsteinovu aparatu traži utrošak znatne količine lima, koji se poslije ne može više koristiti. Zato se u novije vrijeme radije upotrebljava tzv. mali Epsteinov aparat, kojemu treba uzorak znatno manje mase (1,25 do 2 kg). Tu su svežnjevi lima dugi 28 cm, a široki 3 cm. Preklapaju se na oba kraja, tako da tvore okvir čija je vanjska stranica 28 cm. Time se postiže homogenije magnetiziranje nego jednostavnim priljubljivanjem svežnjeva, ali je ipak potrebna stanovita korekcija zbog nehomogenosti. Primarni i sekundarni namot imaju po 700 zavoja. Manjim masama uzoraka potrebni su osjetljiviji instrumenti, naročito za mjerenje gubitaka. Upotrebljavaju se: vatmetar sa zavješenim sistemom, vatmetar čija je naponska grana priključena preko pojačala (pogl. 8.1.2), vektormetar, ili se gubici mjere pomoću izmjeničnih mostova. Utjecaj toka kroz zrak otklanja se pomoću zračnog transformatora prikladnog međuinduktiviteta, čiji je primarni namot spojen u seriju s primarnim namotom Epsteinova aparata. Međuinduktivitet je dimenzioniran tako da je napon induciran u njegovu sekundarnom namotu upravo jednak naponu koji inducira tok kroz zrak u sekundarnom namotu Epsteinova aparata. To je moguće postići, jer su oba napona razmjerna struji magnetiziranja. Spojimo li oba sekundarna namota u seriju i protufazno, dobit ćemo na njihovim slobodnim krajevima samo napon koji inducira magnetska polarizacija ispitivanog željeza.

Veliko praktično značenje imaju metode koje omogućavaju ispitivanje čitavih ploča lima, koje se ne režu. Time je izbjegnut utrošak lima pri ispitivanju, što je još važnije, omogućeno je ispitivanje čitave količine a ne samo uzoraka.

Razlučivanje ukupnih gubitaka u željezu na gubitke vrtložnih struja i gubitke histereze može se postići na više načina. Jedan od načina jeste da izmjerimo ukupne gubitke kod dva napona iste srednje vrijednosti, ali bitno različitog faktora oblika. Pri tom će gubici histereze ostati isti, jer oni ovise o tjemenoj vrijednosti indukcije, odnosno srednjoj vrijednosti napona, dok će se gubici vrtložnih struja promijeniti razmjerno kvadratu faktora oblika. Izmjerene gubitke nanosimo kao funkciju $(\xi/1{,}111)^2$ i ekstrapolacijom na $(\xi/1{,}111)^2 = 0$ dobivamo gubitke histereze, a ekstrapolacijom na $(\xi/1{,}111)^2 = 1$ dobivamo ukupne gubitke pri sinusnom naponu. Razlika ukupnih gubitaka i gubitaka histereze daje vrtložne gubitke (sl. 9.181).



Slika 9.181. Odvajanje gubitaka vrtložnih struja od gubitaka histereze na osnovi mjerenja ukupnih gubitaka u željezu, u ovisnosti o faktoru oblika induciranog napona



Slika 9.182. Jaram i namoti uređaja za snimanje dinamičke petlje histereze

U_1 i U_2 ispitivani limovi; J jaram; S_1 magnetizirajući svitak; S_{J1} i S_{J2} svici za mjerenje magnetske polarizacije uzorka; S_H svitak za mjerenje jakosti polja u uzorku

Razlučivanje ukupnih gubitaka u željezu na gubitke vrtložnih struja i gubitke histereze provodi se i tako da se ukupni gubici izmjere pri istoj indukciji ali na različitim frekvencijama. Kako pri stalnoj indukciji rastu gubici histereze P_h s prvom potencijom frekvencije, a gubici vrtložnih struja P_v s drugom, dovoljno je da se na dvjema različitim frekvencijama f_1 i f_2 izmjere ukupni gubici u željezu $P_{ž1}$ i $P_{ž2}$. Gubici histereze na frekvenciji f_2 iznose onda:

$$P_{h2} = \frac{P_{ž1} f_2^2/f_1 - P_{ž2} f_1}{f_2 - f_1} \qquad (9.250)$$

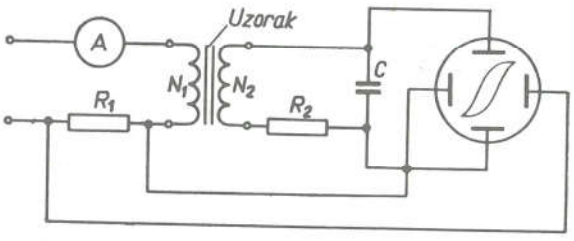
Iz razlike $P_{ž2} - P_{h2}$ dobivaju se odmah gubici vrtložnih struja.

b) **Snimanje dinamičke petlje histereze vektormetrom.** Već smo u poglavlju 9.8.1 objasnili kako se pomoću vektormetra, instrumenta s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem, mogu odrediti momentane vrijednosti magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja. Mnogi uređaji za snimanje dinamičke petlje histereze magnetskih materijala koriste baš tu mogućnost. Jedan takav uređaj prikazuje sl. 9.182. Ispitivani limovi podijele se u dva jednaka snopa, U_1 i U_2, ulože u procijepe na jarmu J od magnetskog materijala, te pritegnu vijcima. Obično se svaki snop sastoji od više limova, međutim, mjerenja se mogu provesti ako se ulože i samo dvije trake lima dimenzija 50×3 cm. Svitak S_1 služi za izmjenično magnetiziranje uzorka i priključuje se na ugodivi izvor izmjeničnog napona. Svitak S_H smješten je u sredini između dva snopa ispitivanog lima, gdje je jakost magnetskog polja praktički jednaka kao i u limovima. Vektormetar priključen na taj svitak mjerit će prema tome momentane vrijednosti jakosti magnetskog polja u uzorku. Magnetska indukcija B, odnosno magnetska polarizacija J uzorka, mjeri se po-

moću dva svitka. Prvi svitak S_{J1} omotan je oko oba snopa. Vektormetar priključen samo na taj svitak mjerio bi momentane vrijednosti magnetske indukcije u uzorku, kada tim svitkom ne bi bio obuhvaćen i tok kroz zrak. Zato je njemu u seriju dodan suprotno motani svitak S_{J2}, koji se nalazi između oba snopa uzorka, slično kao i svitak S_H. Broj zavoja jednog i drugog svitka tako je odabran da se naponi koje u njima inducira tok kroz zrak međusobno poništavaju. Stoga će napon njihove serijske kombinacije biti jednak nuli kada uzorak nije uložen. Kada je uzorak uložen, mjerit će priključeni vektormetar momentane vrijednosti magnetske polarizacije $J = B - \mu_0 H$ u uzorku.

Vidimo, dakle, da će vektormetar priključen na svitke S_H i S_J mjeriti momentane vrijednosti jakosti magnetskog polja, odnosno magnetske polarizacije u ispitivanom uzorku. Mijenjajući fazni pomak zatvaranja kontakta mehaničkog ispravljača vektormetra, a držeći pri tom stalan izmjenični napon na uzbudnom svitku S_1, dobivat ćemo razne tačke na dinamičkoj petlji histereze, koju nakon dovoljno snimljenih tačaka možemo grafički prikazati.

c) **Snimanje dinamičke petlje histereze osciloskopom.** Osciloskopom se može snimiti dinamička petlja histereze primjenom relativno jednostavnog mjernog sklopa (sl. 9.183). Primarni namot, koji ima N_1 zavoja, omotan je oko uzorka i priključen preko otpora R_1 na izvor izmjeničnog napona. Na sekundarni namot od N_2 zavoja priključeni su serijski spojeni otpor R_2 i kapacitet C. Pad napona U_{R1} na otporu R_1 dovodi se na pločice za horizontalni otklon. Otklon elektronskog snopa osciloskopa u smjeru osi x bit će, dakle, proporcionalan struji magnetiziranja i_1, jer je $U_{R1} = i_1 R_1$. U prstenastom ili štapnom uzorku, zatvorenom jarmom neznatnog magnetskog otpora, jakost magnetskog polja je razmjerna struji magnetiziranja i_1, jer je tada $H = N_1 i_1/l$, gdje je l duljina uzorka. Stoga je horizontalni otklon snopa razmjeran jakosti H magnetskog polja u uzorku:



Slika 9.183. Snimanje dinamičke petlje histereze osciloskopom

$$U_{R1} = \frac{R_1 l}{N_1} H = k_H H \tag{9.251}$$

Pad napona na kapacitetu C dovodi se na pločice za vertikalni otklon. Pri tom se odabire $R_2 \gg \frac{1}{C\omega}$, pa u sekundarnom krugu teče struja: $i_2 \approx e_2/R_2$. Kod uzorka čiji je efektivni presjek S, inducira se u sekundarnom namotu napon:

$$e_2 = -N_2 S \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \tag{9.252}$$

pa u sekundarnom krugu teče struja:

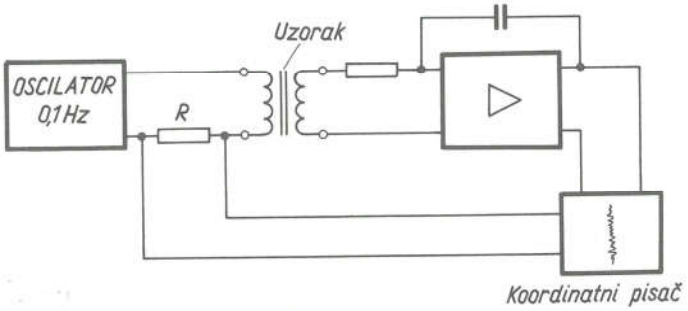
$$i_2 = -\frac{N_2 S}{R_2} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \tag{9.253}$$

Na kapacitetu C vlada napon $u_C = \frac{1}{C}\int i_2 \,\mathrm{d}t$, pa uvrštavajući izraz (9.253) dobivamo da je pad napona na kapacitetu, a time i otklon snopa u smjeru osi y, raz-

mjeran indukciji B u uzorku:

$$u_C = -\frac{N_2 S}{R_2 C} B = k_B B \tag{9.254}$$

Vidimo da je otklon elektronskog snopa u smjeru osi x i y razmjeran jakosti H magnetskog polja, odnosno indukciji B u uzorku, pa na zastoru osciloskopa dobivamo u određenom mjerilu prikazanu dinamičku petlju histereze ispitivanog uzorka. Ova metoda je posebno prikladna za brza kontrolna mjerenja u pogonu.



Slika 9.184. Snimanje statičke petlje histereze koordinatnim pisačem

d) **Snimanje petlje histereze koordinatnim pisačem.** Pomoću sklopa sličnoga onome na sl. 9.183 može se snimiti petlja histereze koordinatnim pisačem. Zbog mehaničke tromosti pisača odabire se tada vrlo niska frekvencija izmjeničnog izvora, oko 0,1 Hz, pa je snimljena petlja praktički statička petlja histereze ispitivanog uzorka. Integriranje sekundarnog napona obično se umjesto RC-sklopom provodi integrirajućim pojačalom (sl. 9.184).

9.9. Zadaci

1. Dinamički kondenzator je preko vrlo velikog otpora priključen na istosmjerni napon 1 mV. Kolika je efektivna vrijednost izmjeničnog napona na kondenzatoru, ako se njegov kapacitet mijenja prema relaciji: $C = \dfrac{C_0}{1 + 0{,}2 \sin \omega t}$?
2. Pri visokonaponskom ispitivanju baždaren je voltmetar na niskonaponskoj strani pomoću iskrišta kod 80% ispitnog napona i dobiven je otklon voltmetra od 92,3 d. sk. Koliki otklon treba postići na voltmetru pri punom ispitnom naponu?
3. Kolika je tjemena vrijednost izmjeničnog napona, ako je postupkom prema Chubbu kod $f = 50$ Hz i $C = 0{,}1$ nF dobivena srednja vrijednost struje $I_{sr} = 0{,}95$ mA?
4. Kolika će pogreška nastati pri određivanju tjemene vrijednosti izmjeničnog napona postupkom prema Chubbu, ako mjereni napon ima u toku jedne poluperiode dva maksimuma kod 63,2 kV i 95,7 kV i jedan minimum kod 60,4 kV?
5. Kolika je struja i prividna snaga potrebna pri ispitivanju izolacije transformatora snage stranim naponom, ako je kapacitet ispitivanog namota prema ostalim namotima, jezgri i kotlu 9 nF? Ispitni napon je 230 kV, frekvencije 50 Hz.
6. Snaga istosmjernog tereta otpora 500 Ω mjeri se ampermetrom otpora 0,05 Ω i voltmetrom otpora 10 000 Ω. Koliki je procentualni iznos korekcije zbog potroška instrumenta za spoj prema sl. 9.22 i za spoj prema sl. 9.23?
7. Pri određivanju gubitaka transformatora u praznom hodu dobiven je napon 110 V, struja 4,7 A i očitanje na vatmetru 27,2 W, na frekvenciji 50 Hz. Koliki su gubici u transformatoru, ako su naponska grana vatmetra otpora 6500 Ω i induktiviteta 20 mH, te voltmetar otpora 13 000 Ω, priključeni na stezaljke ispitivanog transformatora?

8. Pri određivanju snage metodom triju voltmetara izmjeren je na mjerenom teretu napon 200 V, na otporniku od 30 Ω napon 180 V i na njihovoj serijskoj kombinaciji napon 300 V. Koliki su djelatna snaga i faktor snage mjerenog tereta?
9. Pri mjerenju snage metodom triju ampermetara iznosila je ukupna struja 4,1 A, struja kroz otpornik od 50 oma 2,3 A, a struja tereta 2,6 A. Koliki su djelatna snaga i faktor snage tereta?
10. Pri kojem se odnosu između otpora R i impedancije Z tereta postižu najmanje granice pogrešaka snage mjerene metodom triju voltmetara (sl. 9.31), ako pretpostavimo jednake apsolutne granice pogrešaka pri mjerenju svih triju napona?
11. Pri kojem se odnosu između otpora R i impedancije Z tereta postižu najmanje granice pogrešaka snage mjerene metodom triju ampermetara (sl. 9.29), ako pretpostavimo jednake apsolutne granice pogrešaka pri mjerenju svih triju struja?
12. Pri mjerenju snage simetričnog trofaznog tereta metodom dvaju vatmetara dobiveno je $\alpha_1 = 91$ d. sk. i $\alpha_2 = 86$ d. sk. Vatmetri imaju puni otklon kod 2000 W i 100 d. sk. Koliki su snaga i faktor snage mjerenog tereta? Kolike su sigurne granice pogrešaka, ako su vatmetri klase tačnosti 0,2?
13. Koliko iznose snaga, faktor snage i sigurne granice pogrešaka, ako je $\alpha_2 = -86$ d. sk? Ostale vrijednosti kao u zadatku 12.
14. Snaga simetričnog trofaznog tereta je izmjerena metodom dvaju vatmetara, pa je kod linijske struje 5 A i linijskog napona 150 V dobivena snaga 807 W. Koliko iznose pokazivanja svakog vatmetra?
15. Pri mjerenju gubitaka trofaznog transformatora u kratkom spoju metodom triju vatmetara bili su linijski naponi 97 V, linijske struje 85 A i otkloni vatmetara 45 d. sk. Koliko iznose gubici transformatora i faktor snage, ako su upotrijebljeni vatmetri za 150 V, 100 A i $\cos\varphi = 0{,}1$, sa skalom od 150 d. sk? Kolike su sigurne granice pogrešaka gubitaka, ako su vatmetri klase tačnosti 0,2?
16. Strujni mjerni transformator za 100/5 A i naponski mjerni transformator za 10 000/100 V su upotrijebljeni pri mjerenju gubitaka jednofaznog transformatora u kratkom spoju. Na sekundarnoj strani mjernih transformatora dobiveno je 4,7 A, 93 V i 21 W. Koliki su gubici i faktor snage mjerenog transformatora, ako je strujna pogreška strujnog transformatora + 0,5%, a naponska naponskog transformatora + 0,3%, te ako je fazna pogreška strujnog transformatora + 25′, a naponskog + 5′?
17. Voltmetrom otpora $R_V = 20\,000\ \Omega$ i ampermetrom otpora 0,05 Ω treba izbaždariti otpor od 200 Ω. Koliki je procentualni iznos korekcije zbog potroška instrumenata u strujnom, a koliki u naponskom spoju?
18. Ampermetrom opsega 0 — 10 A ($R_A = 0{,}005\ \Omega$) i milivoltmetrom opsega 0 — 100 mV ($R_V = 200\ \Omega$) treba izbaždariti otpor od 0,005 Ω. Pri kojem se otklonu i kojem spoju postiže najveća tačnost? Koliko iznose sigurne granice pogrešaka, ako su upotrijebljeni pod referentnim uvjetima instrumenti klase tačnosti 0,2? Kakvu će procentualnu pogrešku izazvati kontaktni otpori od $10^{-3}\ \Omega$ na spojnim mjestima?
19. *U-I* metodom je potrebno izmjeriti otpornik od 10 Ω, opteretiv do 10 W. Na raspolaganju su slijedeći instrumenti: ampermetar za 0 — 1,5 A, kl. 0,5; ampermetar 0 — 6 A, kl. 0,2; voltmetar 0 — 15 V, kl. 0,5 i voltmetar 0 — 20 V, kl. 0,2. S kojim se instrumentima i na kojim otklonima postiže najbolja tačnost? Koliko tada iznose sigurne granice pogrešaka, ako su održani referentni uvjeti?
20. *U-I* metodom mjeri se otpor $R_L = 0{,}01\ \Omega$ svitka, čiji je induktivitet $L = 2$ H. Koje vrijeme mora proći nakon uključivanja, ako želimo da pogreška zbog prelaznih pojava bude manja od 0,2%? Predotpor R_p neka je pri tom 10, 100, odnosno 1000 puta veći od otpora R_L svitka!
21. Voltmetar otpora 750 kΩ, izravno priključen na naponski izvor zanemarivog unutrašnjeg otpora, pokazao je 150 V, a priključen preko mjerenog otpornika pokazao je 15,7 V. Koliko iznosi otpor mjerenog otpornika?
22. Voltmetar otpora 150 kΩ, izravno priključen na izvor unutrašnjeg otpora 2 kΩ, pokazao je 125 V, a priključen preko mjerenog otpornika pokazao je 25 V. Koliko iznosi otpor mjerenog otpornika?
23. Kolika je procentualna mjerna nesigurnost omometarske metode zbog nesigurnosti očitanja otklona pri 1/4, 1/2 i 3/4 punog otklona, ako upotrijebljeni instrument ima 100 d. sk., a nesigurnost očitanja otklona iznosi 0,1 d. sk?
24. Koji otpor ima otpornik preko kojega se kondenzator od 0,08 μF izbija na polovinu početnog napona u 15,3 s? Kondenzator se sam izbije na polovinu početnog napona u 62 s.

25. Koliki je otpor izolacije pojedinih vodiča, ako je mjerenjem prema Frischovoj metodi dobiveno: $U = 220$ V; $U_1 = 31$ V; $U_2 = 45$ V i $R_V = 300$ kΩ?

26. Pri mjerenju induktiviteta svitka mostom s dvije klizne žice postignuta je ravnoteža kod $L_2 = 0{,}1$ H; $R_1'' = 62\ \Omega$; $R_2' = 10\ \Omega$; $R_2'' = 38\ \Omega$; $R_3 = 81\ \Omega$ i $R_4 = 19\ \Omega$. Koliki su djelatni otpor i induktivitet mjerenog svitka?

27. U mostu za mjerenje induktiviteta s dvije klizne žice početo je ugađanje ravnoteže kod slijedećih vrijednosti elemenata mosta: $L_1 = 0{,}01$ H; $R_1' = 10\ \Omega$; $R_1'' = 20{,}2\ \Omega$; $L_2 = 0{,}01$ H; $R_2' = 10\ \Omega$; $R_2'' = 59{,}8\ \Omega$; $R_3 = 15\ \Omega$; $R_4 = 85\ \Omega$ i $f = 500$ Hz. Koliko je najmanje ugađanja s oba kliznika potrebno da pogreška u određivanju induktiviteta L, zbog odstupanja od položaja ravnoteže, ne bude veća od 2%?

28. U Maxwellovu mostu postignuta je ravnoteža kod $R_2 = 800\ \Omega$; $R_3 = 1450\ \Omega$; $R_4 = 2\,000\ \Omega$; $C_4 = 0{,}8\ \mu$F i $f = 1000$ Hz. Koliko iznose L_x, R_x i faktor Q?

29. Koliki su otpor i induktivitet svitka, ako je u Owenovu mostu dobivena ravnoteža kod $R_2 = 85\ \Omega$; $R_3 = 1200\ \Omega$; $C_2 = 0{,}5\ \mu$F i $C_4 = 0{,}2\ \mu$F?

30. Kolika je vrijednost međuinduktiviteta M_x, ako se komutiranjem struje jačine 2 A dobio otklon od 141 d. sk. na balističkom galvanometru s konstantom $C_B = 2 \cdot 10^{-8}$ As/d.sk? Pri tom je otpor u krugu galvanometra iznosio: $R_g + R_a = 1\,800\ \Omega$.

31. Kolika je vrijednost međuinduktiviteta M_x, ako se komutiranjem struje jačine 1 A dobio otklon fluksmetra od 20,4 d. sk? Konstanta fluksmetra iznosi 100 000 Maxwell-zavoja po dijelu skale.

32. Struja jačine 1 A kroz primarni svitak trenutno je prekinuta pomoću idealnog prekidača. Koja je najveća momentana vrijednost napona induciranog na sekundarnom svitku, ako je $L_1 = L_2 = M = 0{,}01$ H, a ukupni otpor sekundarnog kruga iznosi 1800 Ω (kapacitet namota može se zanemariti)? Nakon kojeg će vremena taj napon pasti na 10% svoje vrijednosti?

33. Mjerenjem međuinduktiviteta M_x balističkom metodom u mosnom spoju dobivena je ravnoteža kod $R_1' = 1\,050\ \Omega$; $R_2' = 800\ \Omega$; $R_{1S} = 15\ \Omega$; $R_{2S} = 12\ \Omega$; $R_d = 200\ \Omega$; $M_2 = 0{,}1$ H i $I_2 - I_1 = 2$ A. Koliko iznosi M_x i koliko mora iznositi balistička konstanta C_B galvanometra, ako se želi da promjeni od 1% mjerenog međuinduktiviteta odgovara promjena otklona balističkog galvanometra od 10 d. sk?

34. Kolika pogreška nastaje pri određivanju kapaciteta ampermetrom i voltmetrom s pomičnim željezom, ako se ne vodi računa o naponu trećeg harmoničkog člana, koji iznosi 5% osnovnog harmoničkog člana?

35. Kolika pogreška nastaje pri određivanju kapaciteta C_0 ampermetrom i voltmetrom s pomičnim željezom, ako je faktor gubitaka kondenzatora 5%?

36. Koliki je kapacitet kondenzatora, ako se njegovim izbijanjem preko balističkog galvanometra dobio otklon od 131 d. sk., ako je $C_{Bp} = 0{,}9 \cdot 10^{-8}$ As/d. sk., a napon kondenzatora prije izbijanja 92,3 V?

37. Koliki su kapacitet i faktor gubitaka kondenzatora, ako je mjerenjem Wienovim mostom dobivena ravnoteža kod $C_2 = 0{,}01\ \mu$F; $R_2 = 65\ \Omega$; $R_3 = 155\ \Omega$; $R_4 = 345\ \Omega$ i $f = 500$ Hz?

38. Kolika će pogreška nastati pri mjerenju faktora gubitaka kondenzatora Wienovim mostom kod 5000 Hz zbog vremenskih konstanti otpornika R_3 i R_4, koje neka iznose 20 i 80 ns?

39. Mjerenjem kondenzatora Scheringovim mostom postignuta je ravnoteža kod $C_2 = 100$ pF; $R_3 = 1200\ \Omega$; $R_4 = 3183\ \Omega$; $C_4 = 25$ nF i $f = 50$ Hz. Kakvu bismo vrijednost dobili za C_4, da je spoj između donjeg dijela mosta i kondenzatora C_x i C_2 izveden pomoću dva oklopljena kabela, svaki duljine 25 m, čiji kapacitet između vodiča i oklopa iznosi 100 pF po metru duljine kabela? Koliki su kapacitet i faktor gubitaka?

40. Ravnoteža u Scheringovu mostu je postignuta kod $C_2 = 100$ pF; $R_3 = 2200\ \Omega$; $R_4 = 3183\ \Omega$ i $C_4 = 16$ nF. Kolika mora biti strujna konstanta C_i [A/mm] vibracionog galvanometra, ako se želi da promjena tg δ za 5% izazove promjenu otklona vibracionog galvanometra od 0,25 mm? Napon na mostu je 10 000 V, frekvencije 50 Hz ($R_g = 200\ \Omega$).

41. Kolika je vrijednost mjerene frekvencije, ako je ravnoteža Robinsonova mosta postignuta kod $C = 12{,}5$ nF i $R = 137\ \Omega$?

42. Na prsten složen od transformatorskog lima, mase 6,2 kg, spec. mase 7,55 i srednje duljine 75 cm, namotana su dva namota po 500 zavoja. Mjerenjem prema shemi na sl. 9.180 vatmetar je pri naponu 130 V i frekvenciji 50 Hz pokazao 31 W. Koliko iznose gubici u željezu i indukcija B_m, ako je $R_V = R_W = 3000\ \Omega$, a voltmetar je ostao uključen pri mjerenju gubitaka?

43. Zbog odvajanja gubitaka vrtložnih struja od gubitaka histereze izmjerena je proba mase 10,4 kg u Epsteinovu aparatu na frekvenciji 25 i 50 Hz (spec. masa lima 7,55). Primarni i

sekundarni namot aparata imaju po 600 zavoja. Koliko pri indukciji 1 T iznosi napon inducirani u sekundarnom namotu kod 25 i 50 Hz, te gubici zbog vrtložnih struja i histereze, ako je vatmetar pokazao 12 W kod 25 Hz i 36 W kod 50 Hz, a otpor naponske grane vatmetra neka je 3 000 Ω.

44. Kolika će pogreška nastati pri određivanju indukcije uzorka ispitivanog u 50 cm-Epstein aparatu kod struje 5,1A, ako se ne vodi računa o toku kroz zrak? Primarni namot ima 600 zavoja, presjek uzorka iznosi 6,62 cm², a presjek sekundarnog svitka 22,44 cm². Zbog zasićenja uzeti faktor oblika struje $\xi = 2$.

10. MJERENJE NEELEKTRIČNIH VELIČINA ELEKTRIČNIM POSTUPCIMA

Područje primjene električnih mjernih instrumenata i mjernih metoda može se proširiti i na mjerenja najraznovrsnijih neelektričnih veličina, ako se one na osnovi fizikalnih zakonitosti prethodno pretvore u električne veličine. Sve veće tehničko značenje ovakvog rješenja temelji se na brojnim prednostima električnih mjernih metoda prema ostalim metodama, a naročito na mogućnosti lakog daljinskog mjerenja bez tromosti. U automatskoj regulaciji neelektričnih veličina pomoću električnih postupaka, koja je od bitnog značenja u modernoj industriji, postaje ovakvo rješenje čak i neophodno, jer je za provođenje takve regulacije potrebno najprije sve neelektrične veličine koje sudjeluju pretvoriti u električne veličine.

Pretvaranje neelektričnih veličina u električne ostvaruje se pomoću pretvarača koji u biti djeluju na dva načina. Kod nekih pretvarača mjerena neelektrična veličina izaziva posredno ili neposredno promjenu prikladnog otpora, kapaciteta, induktiviteta ili međuinduktiviteta. Tu je za mjerenje nastale promjene potreban pomoćni izvor mjerne struje, pa se takvi pretvarači nazivaju *pasivni pretvarači*. Kod drugih pretvarača vrši se pretvorba mehaničke, toplinske, svjetlosne

Tablica 10.1
Djelomični pregled pretvarača

Mjerene veličine	Aktivni pretvarači	Pasivni pretvarači
geometrijski pomak	—	otporni, kapacitivni, induktivni, fotootporni, kontaktni pretvarač
brzina, brzina vrtnje	indukcijski pretvarač	otporni, induktivni, kapacitivni pretvarač
ubrzanje, kutno ubrzanje	piezoelektrični, indukcijski pretvarač	otporni, induktivni, kapacitivni pretvarač
sila, pritisak	piezoelektrični pretvarač	otporni, induktivni, kapacitivni pretvarač
temperatura	termoelement	otporni pretvarač
kemijske	galvanski pretvarač	otporni pretvarač
optičke	fotoelement	fotootporni pretvarač

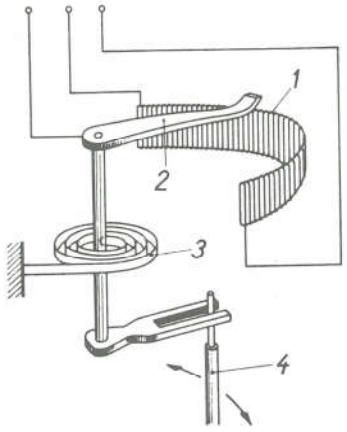
ili kemijske energije u električnu, na osnovi npr. indukcionog, piezoelektričnog, termoelektričnog, fotoelektričnog ili galvanskog djelovanja. Kod njih u principu nije potreban izvor pomoćne mjerne struje, pa se nazivaju *aktivni pretvarači.*

Vidimo da se djelovanje pretvarača osniva na mnoštvu fizikalnih pojava, pa se često isti zadatak može riješiti na više načina (tablica 10.1). Prednost treba dati onom rješenju koje omogućava jednostavniju, pouzdaniju i trajniju konstrukciju i koje osigurava jednoznačnu, najčešće linearnu, ovisnost između mjerene neelektrične i dobivene električne veličine.

10.1. PASIVNI MJERNI PRETVARAČI

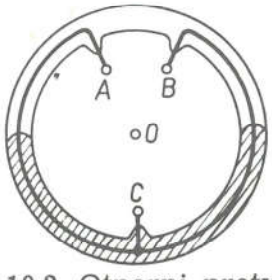
10.1.1. Otporni mjerni pretvarači

Izvedbe otpornih mjernih pretvarača su mnogobrojne i koriste se za mjerenja najraznovrsnijih neelektričnih veličina. Pri **otpornim pretvaračima s kliznikom** mjerena veličina izaziva pomak kliznika, a time i promjenu otpora između krajeva otpornika i kliznika (sl. 10.1). Promjena tog otpora mjeri se uobičajenim metodama za mjerenje otpora, najčešće pomoću instrumenta s unakrsnim svicima. Izvedbe ovakvih otpornika vrlo su nalik na već opisane izvedbe mjernih otpornika s kliznikom (pogl. 2.1.6 i 3.4.3). Izrađuju se od otpornih žica neznatnog temperaturnog koeficijenta, da na pokazivanje ne bi utjecala promjena temperature žice, a vodi se računa i o momentu trenja između kliznika i žice. Zahtijeva se da taj moment bude što manji (reda veličine nekoliko pcm), kako ne bi djelovao na mjerenu neelektričnu veličinu. Koriste se za mjerenje pravocrtnih pomaka i kutova zakreta. U slične svrhe koristi se izvedba s prstenastom, staklenom cijevi (sl. 10.2) unutar koje je smještena tanka platinska žica ukupnog otpora oko 10 oma. Prstenasta cijev je otprilike do polovice ispunjena živom, a iznad nje se nalazi vodik. Zbog velikog presjeka žive praktički je kratko spojen uronjeni dio platinske žice, pa se zakretanjem prstena oko osi O mijenja otpor između priključaka A — C i C — B. Ova izvedba je zaštićena od onečišćenja, osigurava pouzdan kontakt, ali je osjetljiva na trešnju.



Slika 10.1. Otporni pretvarač s kliznikom

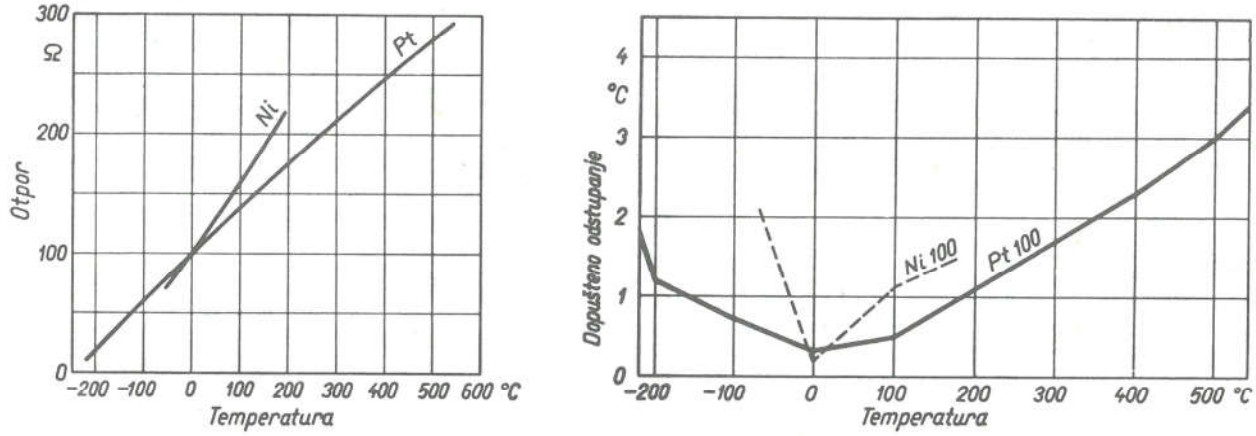
1 žičani namot; *2* kliznik; *3* povratno pero; *4* poluga za pomak



Slika 10.2. Otporni pretvarač s prstenastom cijevi i živom

Veliko praktično značenje imaju otporni mjerni pretvarači koji služe za mjerenje temperature, tzv. **otporni termometri** kod kojih mjerena temperatura izaziva promjenu otpora žičanog ili poluvodičkog otpornika. Žičani otporni termometri upotrebljavaju se za mjerenje temperatura od —220°C do otprilike 750°C. Izrađuju se najčešće od platinske

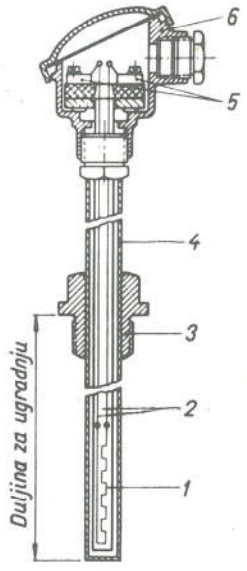
ili nikalne žice. Platinska žica se upotrebljava u području između −220°C i 750°C (uvjetno 1000°C). Njezin otpor će se povećati za 38,5% na promjeni temperature od 0°C na 100°C, dok kod nikalne žice to povećanje iznosi 61,7%, dakle oko 60% više. Nikalni otporni termometri se upotrebljavaju za temperature između −60°C i 150°C.



Slika 10.3: lijevo: ovisnost otpora o temperaturi za otpornike od platine i nikla; desno: dopuštena odstupanja (°C) otpornika od platine i nikla (podaci prema DIN 43760)

Redovno se zahtijeva da otpor žičanih otpornih termometara bude 100 oma na 0°C, te da raste s temperaturom u skladu s vrijednostima utvrđenim propisima. To se zahtijeva zato da se izbjegne pojedinačno međusobno usklađivanje žičanih otpornika s instrumentima koji na osnovi njihova otpora treba da izravno pokažu iznos mjerene temperature. Zbog toga propisi određuju i dopuštena odstupanja žičanih otpornih termometara u ovisnosti o iznosu mjerene temperature, pa kod platinskih termometara prema DIN 43760 ona iznose ± 0,3°C pri 0°C i rastu na ± 3°C pri 500°C. Kod nikalnih termometara iznose dopuštena odstupanja ± 0,2°C pri 0°C i ± 1,5°C pri 150°C (sl. 10.3).

Jednu izvedbu žičanog otpornog termometra prikazuje sl. 10.4. Otporna žica namotana je na tijelo od izolacionog materijala otpornog na temperaturu (npr. staklo, keramika, tinjac) i prekrivena slojem stakla ili keramike. Uložak s otpornom žicom obično se još ugrađuje u zaštitnu cijev, da bi se zaštitio od kemijskih i mehaničkih naprezanja. Posebna izvedba se koristi za mjerenje temperature željeznih jezgri i namota električnih strojeva i transformatora. Tu je otporna žica namotana na tanku traku od izolacionog materijala i zaštićena bandažom. Zahvaljujući plosnatom obliku, može se ovakav otporni termometar lako uložiti između limova jezgre ili svitaka stroja.



Slika 10.4. Otporni termometar

1 mjerni otpornik; *2* unutrašnji vodovi; *3* prirubnica za učvršćenje; *4* zaštitna cijev; *5* priključne stezaljke; *6* priključna glava

Otpor žičanih otpornih termometara mjeri se raznim poznatim metodama za mjerenje otpora. Pri tom zahtjevi u pogledu tačnosti mjerenja otpora nisu mali.

Već mjerenje temperature na ± 1°C zahtijeva mjerenje otpora unutar granica pogrešaka od ± 0,39%, kada se temperatura u blizini 0°C mjeri pomoću platinskih termometara. Na višim mjerenim temperaturama granice pogrešaka su još uže. Na 500°C iznose samo ± 0,12%. Odgovarajuće granice pogrešaka mjerenja otpora nešto su šire kod nikalnih termometara, jer njihov otpor znatnije ovisi o temperaturi.

Na tačnost mjerenja može utjecati i zagrijavanje otpornog termometra, prouzrokovano mjernom strujom koja teče kroz termometar. Najčešće ta struja iznosi 10 mA i ona, ovisno o konstrukciji termometra, izaziva zagrijavanje od 0,02°C do 1,5°C. Na mjernoj struji od 1 do 2 mA bit će zagrijavanje praktički posve zanemarivo, jer je ono razmjerno kvadratu mjerne struje.

Najčešće se instrument za mjerenje otpora ne nalazi posve blizu otpornog termometra, pa treba voditi računa o otporu vodova s kojima su oni međusobno povezani. U mjernim metodama koje predviđaju samo dva priključna voda do otpornog termometra pojavljuje se kod platinskih termometara od 100 Ω pogreška od 2,5°C, ako je otpor priključnih vodova 1 Ω. Zato je potrebno već pri baždarenju instrumenata predvidjeti određeni otpor vodova (najčešće 10 Ω) i pri puštanju u pogon dodati vodovima toliki otpor da se postigne baš predviđeni iznos. Obično su već u instrument ugrađeni ugodivi manganinski otpornici od npr. 10 Ω, čiji će se otpor pri puštanju u pogon smanjiti za iznos otpora vodova. Na taj način ipak se ne može u potpunosti eliminirati utjecaj otpora vodova zbog njegove ovisnosti o temperaturi. Da bismo taj utjecaj posve otklonili nužno je upotrijebiti četiri voda, a gotovo isto se već postiže i pomoću tri voda, ako se upotrijebe prikladni spojevi.

Mjerenje otpora otpornih termometara najčešće se provodi pomoću instrumenata s unakrsnim svicima (pogl. 9.3.4 b), dok se Wheatstoneov most i istosmjerni kompenzatori koriste uglavnom pri laboratorijskim mjerenjima, izuzevši samouravnotežavajuće izvedbe (pogl. 6.4.8) koje su prikladne i za pogonska mjerenja.

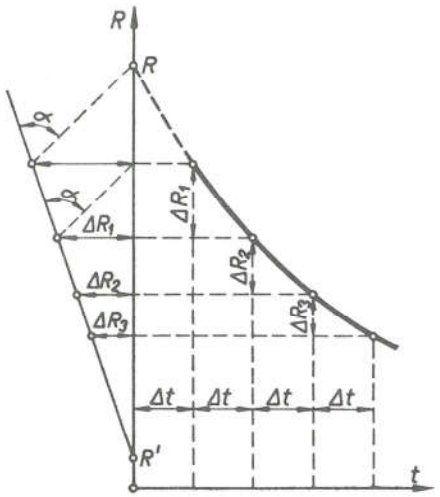
Kao otporni termometri upotrebljavaju se i *poluvodiči* za koje je karakteristično da imaju negativni temperaturni koeficijent. Njihov otpor opada s temperaturom prema izrazu:

$$R_T = R_{T_0} e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)} \tag{10.1}$$

Pri tome je R_T otpor na apsolutnoj temperaturi T, R_{T_0} otpor na početnoj temperaturi T_0, a B konstanta ovisna o tvari poluvodiča i početnoj temperaturi T_0. Njihove relativne promjene otpora s temperaturom su pet do deset puta veće nego platine, pa se poluvodički otporni termometri upotrebljavaju osobito za mjerenja malih temperaturnih promjena. Zbog malih dimenzija, odnosno malene mase, vrlo brzo reagiraju na promjene mjerene temperature. Upotrebljavaju se za mjerenja temperatura od −40°C do 200°C, iznimno do 400°C. Nedostatak im je što se zbog znatnog rasturanja njihovog početnog otpora i temperaturnog koeficijenta moraju pojedinačno baždariti ili pojedinačno prilagoditi mjernim sklopovima, npr. dodavanjem otpornika stalnog otpora.

I promjene otpora bakra često služe za određivanje temperature. Tako se redovno pri ispitivanju električnih strojeva, transformatora i aparata određuje srednja temperatura njihovog bakrenog namota iz promjene otpora samog namota. Otpor bakra praktički linearno raste s porastom temperature, pa se otpor R_ϑ bakrenog namota na temperaturi ϑ može odrediti iz otpora R_{20} na 20°C i temperatur-

nog koeficijenta α za istu temperaturu ($\alpha = 0{,}00392$):



$$R_\vartheta = R_{20}\,[1 + \alpha\,(\vartheta - 20)] \qquad (10.2)$$

Obično nam nije poznat otpor namota na 20°C, već otpor R_{h1} u hladnom stanju stroja na temperaturi ϑ_{h1} koja je vrlo blizu temperaturi okoline stroja, ako je stroj bio duže vremena izvan pogona. Stoga ϑ_{h1} možemo odrediti mjerenjem temperature okoline ili, još bolje, prislanjanjem prikladnog

Slika 10.5. Grafički postupak određivanja vrijednosti otpora u trenutku iskapčanja na osnovi mjerenja otpora izvršenog u jednakim vremenskim razmacima Δt nakon iskapčanja

termometra na namot stroja. Na osnovi izraza (10.2) slijedi:

$$R_{h1} = R_{20}\,[1 + \alpha\,(\vartheta_{h1} - 20)] \qquad (10.3)$$

Odbivši izraz (10.3) od (10.2) dobivamo nakon uređenja:

$$\vartheta = \vartheta_{h1} + \frac{R_\vartheta - R_{h1}}{R_{h1}}\left(\frac{1}{\alpha} + \vartheta_{h1} - 20\right) \qquad (10.4)$$

Vidimo da poznavajući temperaturu namota u hladnom stanju i otpore namota u vrućem i hladnom stanju možemo odrediti srednju temperaturu namota u vrućem stanju, što se često koristi pri ispitivanju strojeva da se ustanovi koliko se je namot zagrijao nakon određenog načina rada. Kod bakrenih namota bit će: $\left(\frac{1}{\alpha} - 20\right) = 235$, pa se izraz (10.4) može pojednostavniti:

$$\vartheta = \vartheta_{h1} + \frac{R_\vartheta - R_{h1}}{R_{h1}}(235 + \vartheta_{h1}) \qquad (10.5)$$

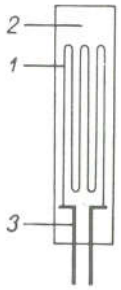
Najčešće se otpor namota ne može mjeriti za vrijeme rada stroja, već ga je potrebno prethodno isključiti i zaustaviti, pa tek onda izmjeriti otpor. To treba obaviti što brže, kako bi se izbjeglo znatnije ohlađivanje namota. Ako to nije moguće, mjeri se otpor nakon iskapčanja više puta u jednakim vremenskim razmacima Δt i grafički prikaže ovisnost otpora namota o vremenu (sl. 10.5). Ekstrapolacijom vrijednosti otpora na vrijeme $t = 0$ dobiva se otpor u momentu iskapčanja. Kako hlađenje redovno teče po eksponencijalnom zakonu, zgodno je ekstrapolaciju izvesti uz pomoć konstrukcije prikazane na sl. 10.5.

Posebne izvedbe otpornih mjernih pretvarača, tzv. **rastezne mjerne trake,** upotrebljavaju se za mjerenje mehaničkih naprezanja. Njihovo djelovanje osniva se na promjeni otpora metalnih vodiča, što nastaje kada se vodiči izlože mehaničkim naprezanjima. Ako npr. metalnu žicu vlačno opteretimo povećat će se duljina, a smanjiti presjek žice, pa će zbog jednog i drugog doći do povećanja njezinog električnog otpora. (Na promjenu otpora utjecat će dijelom i promjena specifičnog

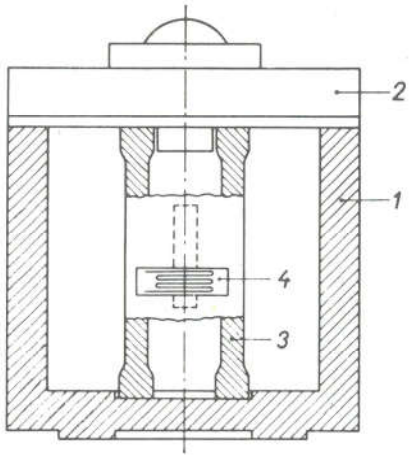
otpora.) Ovisnost otpora žice o istezanju je linearna i bez histereze, ako istezanje ne prelazi otprilike 0,5% duljine žice. Promjena otpora pri tom iznosi 1 .... 1,5%, ovisno o upotrijebljenom materijalu. Učvrstimo li takvu žicu na ispitivani predmet tako da ona slijedi njegovo istezanje, možemo na osnovi promjene otpora žice odrediti istezanje ispitivanog predmeta, a time i njegovo naprezanje.

Rastezne mjerne trake načinjene su obično od tanke žice od konstantana, debljine oko 20 μm, koja je zbog povećanja otpora vijugavo nalijepljena na podlogu od papira (sl. 10.6). Da bi se smanjio utjecaj otpora dovoda i omogućilo tačno mjerenje malih promjena otpora, potrebno je da otpor trake bude barem 100 oma. Uobičajena duljina trake iznosi od 5 do 60 mm, a struja koja kroz njih prolazi ima red veličine 10 mA.

Mjerne trake se upotrebljavaju za mjerenje tlačnih, vlačnih, torzionih opterećenja strojeva, nosača, mostova itd., bilo da su opterećenja statička ili dinamička. Trake se specijalnim ljepilom nalijepe na ispitivani predmet, vodeći pri tome računa da se smjer mjerenog istezanja poklapa sa smjerom žica na traci. Pri mjerenju statičkih opterećenja mjeri se promjena otpora trake istosmjernim mostovima, otklonivši pri tom posebnim spojevima smetnje koje izazivaju termonaponi i temperaturni koeficijent žice. Pri mjerenju dinamičkih opterećenja također se upotrebljavaju mosni spojevi, a izmjenični napon koji se javlja na indikatorskoj dijagonali mosta pojačava se osjetljivim izmjeničnim pojačalom.



Slika 10.6. Rastezna mjerna traka
1 otporna žica; *2* podloga od papira; *3* dovodne žice

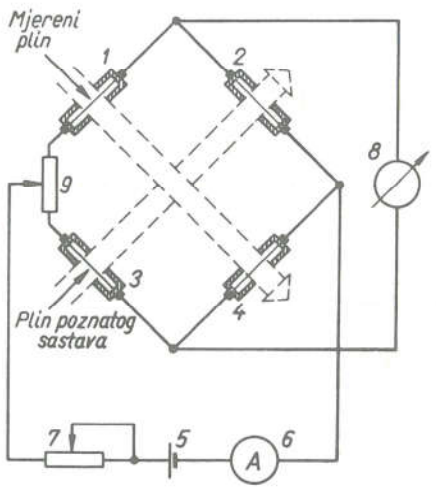


Slika 10.7. Mjerna kutija vage s rasteznim mjernim trakama
1 kutija; *2* poklopac; *3* šuplji cilindar; *4* rastezne mjerne trake

Mjerne trake se koriste i za izradu vrlo preciznih vaga (sl. 10.7), gdje se mjerenje sile svodi na mjerenje promjene duljine i promjera šupljeg cilindra. Na cilindar su nalijepljene četiri trake, dvije horizontalno, a dvije vertikalno. Pri tlačnom opterećenju cilindra povećava se otpor horizontalnih traka, a smanjuje otpor vertikalnih traka. Spojimo li mjerne trake tako da tvore četiri grane Wheatstoneova mosta, bit će napon indikatorske dijagonale razmjeran mjerenoj sili.

Od ostalih brojnih primjena otpornih pretvarača spomenut ćemo još samo njihovu upotrebu u fizikalnoj analizi plinova. Jedno rano uvedeno rješenje osniva se na mjerenju toplinske vodljivosti plinova i može se koristiti samo kada se toplinska vodljivost plina, čija se koncentracija mjeri, razlikuje od toplinske vodljivosti čitave smjese. Pojednostavnjena shema jednog uređaja koji radi na tom principu prikazana je na sl. 10.8. Četiri jednake, tanke platinske žice, spojene su u Wheatstoneov most, napajan određenom strujom koja se mjeri ampermetrom.

Veličina struje mosta je tako odabrana da će se platinske žice ugrijati na temperaturu od otprilike 100°C. Kad se žice nalaze u istom plinu most je uravnotežen, pa nulindikator nema otklona. Ukoliko se nulindikator ipak malo otkloni zbog neizjednačenih otpora žica, može se taj otklon svesti na nulu ugađanjem potenciometra *9*. Nadtemperatura platinskih žica ovdje ovisi o struji u granama mosta i toplinskoj vodljivosti plina. Što je ta vodljivost veća, to je manja nadtemperatura žica, a time i njihov otpor. Privedemo li žicama u prvoj i četvrtoj grani mjerenu smjesu plinova, a žicama u drugoj i trećoj grani smjesu poznatog sastava, otklonit će se nulindikator ako se njihove toplinske vodljivosti razlikuju. To nam omogućuje da skalu nulindikatora tako izbaždarimo da izravno pokazuje koncentraciju mjerenog plina. Da bi se postigla zadovoljavajuća tačnost potrebno je izjednačiti temperature poznate i mjerene smjese, npr. tako da se sve četiri komore drže u jednom termostatu. Ovakvi uređaji se koriste za određivanje koncentracije velikog broja plinova (npr. CO_2, NH_3, SO_2, H_2 u zraku ili u nekom drugom plinu). Razumije se da je skala instrumenta izbaždarena samo za određenu namjenu. Već prema potrebi koriste se razni mjerni opsezi, npr. 0 do 0,25% H_2; 40% do 100% CO_2, 99% do 100% Ar itd.

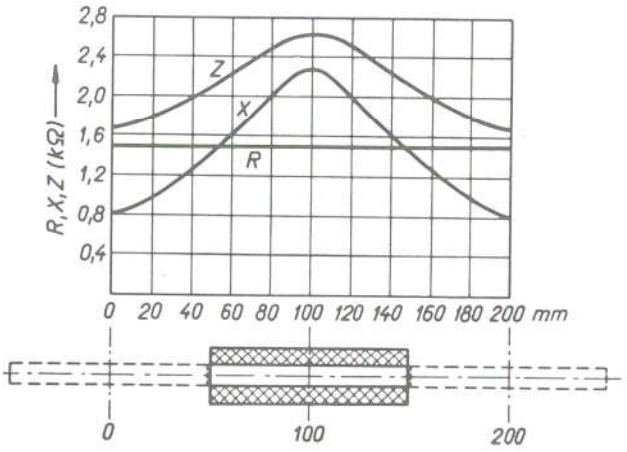


Slika 10.8. Principna shema uređaja za analizu plinova na osnovi toplinske vodljivosti

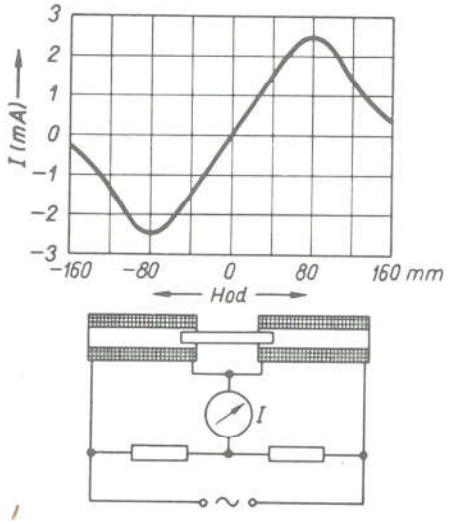
1 i *4* komore s mjerenim plinom; *2* i *3* komore s plinom poznatog sastava; *5* izvor konstantnog napona; *6* ampermetar za kontrolu struje mosta; *7* otpornik za naravnavanje struje mosta; *8* milivoltmetar koji pokazuje koncentraciju mjerenog plina; *9* potenciometar za simetriranje

10.1.2. Induktivni mjerni pretvarači

Princip rada induktivnih mjernih pretvarača osniva se na promjeni njihova induktiviteta pod utjecajem mjerene neelektrične veličine. Takvi se pretvarači široko koriste i izvode se, ovisno o namjeni, u različitim oblicima, a promjena in-

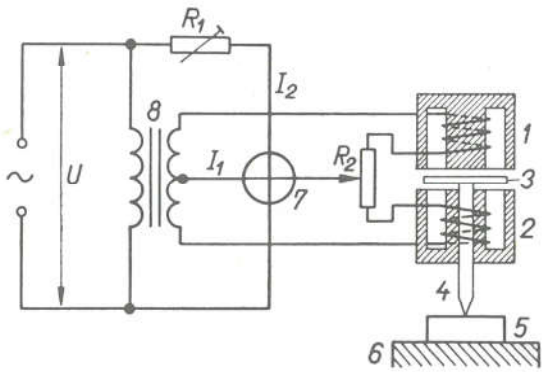


Slika 10.9 Primjer ovisnosti impedancije *Z*, reaktancije *X* i djelatnog otpora *R* o položaju jezgre u svitku



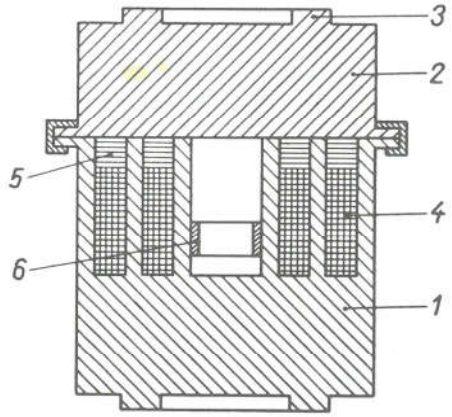
Slika 10.10. Primjer ovisnosti struje dijagonale o položaju jezgre kod svitka u mosnom spoju

duktiviteta postiže se bilo promjenom reluktancije nekog svitka, bilo promjenom njegovog broja zavoja. Promjena reluktancije ostvaruje se u nekim izvedbama pomicanjem jezgre prema namotu (sl. 10.9 i 10.10) ili pomicanjem kotve prema jezgri (sl. 10.11). Prvo rješenje je povoljnije pri pretvorbi većih pomaka, a drugo pri pretvorbi malih i najmanjih pomaka. Promjene induktiviteta, odnosno reaktancije i impedancije jednog svitka, koje nastaju pri pomicanju jezgre općenito su male (sl. 10.9), pa se radije koriste rješenja u kojima pomicanje jezgre izaziva povećanje induktiviteta jednog, a smanjenje induktiviteta drugog svitka (sl. 10.10 i 10.11). Spajanjem svitaka npr. u mosni spoj postiže se tada veća osjetljivost i tačnost.



Slika 10.11. Diferencijski pretvarač s pomičnom kotvom kao mjerač debljine

1 i *2* mjerni svici; *3* pomična kotva; *4* zatik; *5* mjereni predmet; *6* mjerni stol; *7* kvocijentni elektrodinamski instrument; *8* transformator za napajanje; I_1 struja u pomičnom svitku instrumenta; I_2 struja u nepomičnom svitku instrumenta; R_1 otpornik za mijenjanje mjernih opsega; R_2 otpornik za ugađanje nule



Slika 10.12. Mjerna kutija vage s jezgrom promjenljivog permeabiliteta

1 jezgra od permaloja; *2* poklopac; *3* dosjed za teret; *4* utori s namotom; *5* prsteni za zatvaranje magnetskog toka; *6* termistor za kompenzaciju promjene permeabiliteta jezgre s temperaturom

Kod nekih induktivnih pretvarača ostvaruje se promjena induktiviteta promjenom permeabilnosti jezgre, što nastaje kad se jezgra mehanički optereti. Te promjene su naročito izrazite kod legura od nikla i željeza. Izborom odgovarajućeg presjeka jezgre mogu se na taj način mjeriti sile od nekoliko ponda do više tona (sl. 10.12).

10.1.3. Kondenzatorski mjerni pretvarači

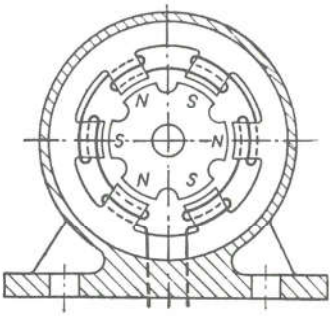
Djelovanje kondenzatorskih mjernih pretvarača osniva se na promjeni kapaciteta pretvarača pod utjecajem mjerene veličine. U nekim izvedbama promjena kapaciteta nastaje bilo zbog promjene razmaka elektroda, bilo zbog promjene njihovih djelujućih površina. Takve izvedbe služe za mjerenje pomaka, sila, brzina i ubrzanja.

U drugim izvedbama promjenu kapaciteta izaziva promjena dielektričnosti, koja nastaje bilo zamjenom tvari koja služi kao dielektrik, bilo promjenom svojstava jednog dielektrika pod utjecajem vanjskih uzroka, kao što su npr. temperatura, vlaga itd. Na ovaj način može se pri poznatoj dielektričnosti izmjeriti debljina neke tvari, ili razina neke tekućine, ili se može odrediti količina neke primjese, ako je njezina dielektričnost bitno različita od dielektričnosti osnovne komponente.

10.2. AKTIVNI MJERNI PRETVARAČI

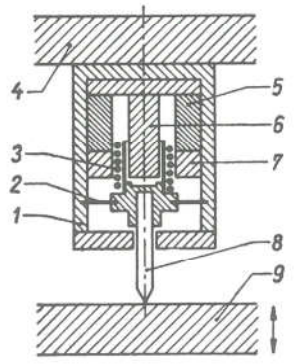
10.2.1. Indukcijski pretvarači

Kod indukcijskih pretvarača vrši se pretvorba mehaničke u električnu energiju na osnovi elektromagnetske indukcije. U svitku tih pretvarača inducira se napon koji je prema zakonu indukcije proporcionalan brzini promjene magnetskog toka Φ kojega obuhvaća N zavoja svitka $\left(e = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} N\right)$. Često promjenu toka izaziva relativno gibanje svitka naprama polju permanentnog magneta. Tako kod **pretvarača brzine vrtnje** napon inducira rotirajući permanentni magnet s velikom koercitivnom silom (sl. 10.13). Frekvencija i veličina napona induciranog u svitku proporcionalni su brzini



Slika 10.13. Pretvarač brzine vrtnje s permanentnim magnetom

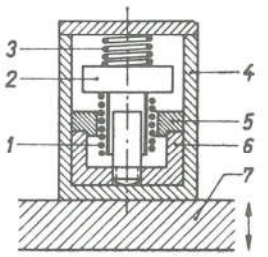
vrtnje permanentnog magneta, a taj je povezan s osovinom čija se brzina vrtnje mjeri. Pri mjerenju manjih brzina vrtnje upotrebljava se pretvarač s rotorom koji ima više pari polova, kako bi se dobila dovoljno visoka frekvencija. Indukcijski pretvarači se upotrebljavaju i kao **vibrometri.** Kućište vibrometara koji mjere *relativne* vibracije (sl. 10.14) učvršćeno je na prikladnu podlogu, dok je pomični izdanak vibrometra pritisnut na objekt čije se vibracije mjere. Na izdanak je učvršćen svitak koji se nalazi u polju snažnog permanentnog magneta, pa se u njemu induciraju na-



Slika 10.14. Vibrometar za mjerenje relativnih vibracija

1 kućište vibrometra; *2* elastična membrana; *3* svitak; *4* nepomična podloga; *5* permanentni magnet; *6* jezgra od meka željeza; *7* nastavak od meka željeza; *8* zatik; *9* objekt čije se vibracije mjere

poni koji su proporcionalni relativnoj brzini svitka prema polju permanentnog magneta, odnosno relativnoj brzini gibanja mjerenog objekta prema podlozi. Budući da je električno deriviranje i integriranje tog induciranog napona lako provesti, može se ovakva vrsta pretvarača upotrijebiti i za mjerenje akceleracije i amplitude vibracije. Katkada je, naročito kod velikih objekata, teško osigurati mirnu podlogu na koju bi se učvrstio vibrometar. Tada su prikladniji vibrometri izvedeni za mjerenje *apsolutnih vibracija* (sl. 10.15), koji se učvršćuju na sam mjereni objekt. Njihov je magnet učvršćen na kućište vibrometra a svitak s utegom je zavješen na slabo pero, tako da je njihovo prirodno titrajno vrijeme vrlo veliko.

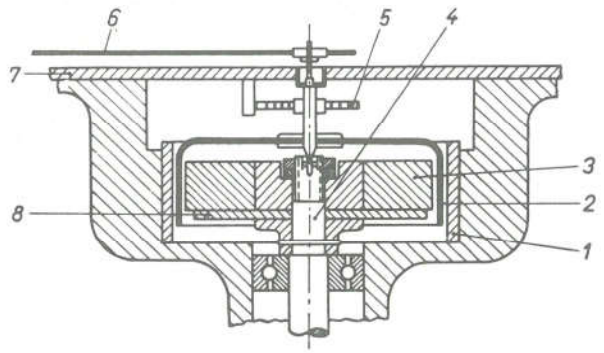


Slika 10.15. Vibrometar za mjerenje apsolutnih vibracija

1 svitak; *2* uteg; *3* slabo pero; *4* kućište; *5* permanentni magnet; *6* jaram od meka željeza; *7* objekt čije se vibracije mjere

Ako je titrajno vrijeme mjerenih vibracija bitno kraće, slijedit će mjerene vibracije samo magnet skupa s kućištem, dok će svitak praktički mirovati. Time se u svitku induciraju naponi kao da je učvršćen na nepomičnu podlogu.

Indukcijski tahometri s permanentnim magnetom neposredno mjere brzinu vrtnje (sl. 10.16). Sastoje se od jarma *1*, vrtivog aluminijskog bubnja *2* i permanentnog magneta *3*, koji je povezan s osovinom *4* čija se brzina vrtnje mjeri. Veličina struja induciranih u bubnju razmjerna je brzini vrtnje permanentnog magneta, pa je i zakretni moment koji djeluje na bubanj razmjeran toj brzini. Bubanj nastoji slijediti permanentni magnet, ali se tome protive spiralne opruge *5* koje su jednim krajem učvršćene na bubanj, a drugim na nepomični oslonac. Stoga će se bubanj samo zakrenuti razmjerno mjerenoj brzini vrtnje, pa se otklon kazaljke *6* učvršćene na bubanj može izbaždariti npr. u okr/min.



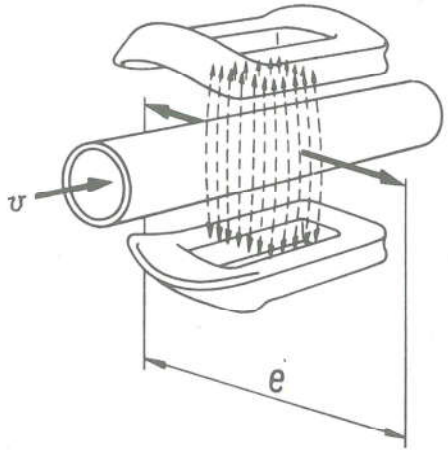
Slika 10.16. Indukcijski tahometar

1 jaram od meka željeza; *2* aluminijski bubanj; *3* permanentni magnet; *4* osovina; *5* spiralna opruga; *6* kazaljka; *7* skala; *8* temperaturno ovisni magnetski shunt koji kompenzira utjecaj promjene otpora bubnja *2* s temperaturom

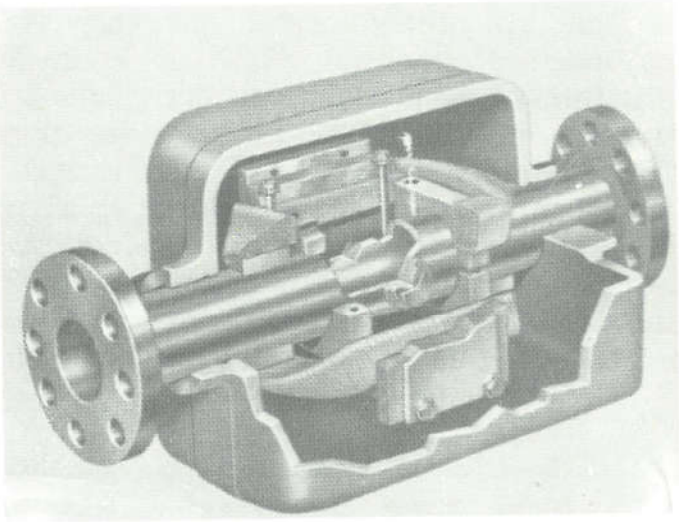
Indukcijski pretvarači se koriste i kao **davači protoka**. Izolirana cijev (sl. 10.17), kroz koju protječe tekućina čiji se protok mjeri, nalazi se u magnetskom polju dvaju svitaka. Prema zakonu indukcije na elektrodama, dijametralno učvršćenim na stijenki cijevi, inducira se napon razmjeran brzini tekućine v, razmaku elektroda l i indukciji B:

$$e = B\,l\,v \tag{10.6}$$

Kroz svitke teče izmjenična struja, pa se pri protjecanju tekućine inducira u davaču izmjenični napon reda veličine 1 mV, koji se privodi izmjeničnom pojačalu. Da bi se ovaj postupak mogao provesti, potrebno je da vodljivost tekućine bude barem 1 μS/cm.

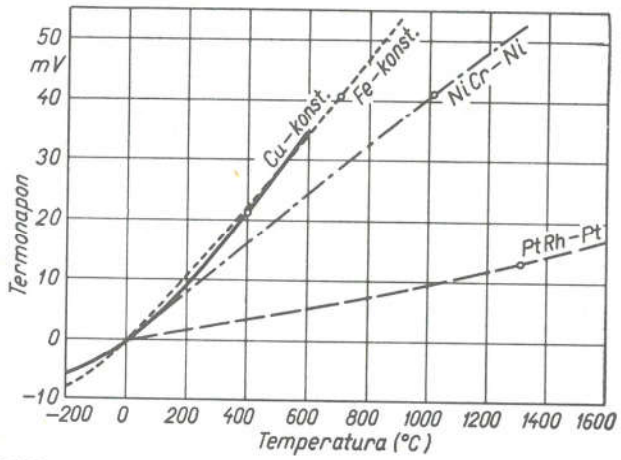


Slika 10.17. Indukcijski davač protoka (S & H)

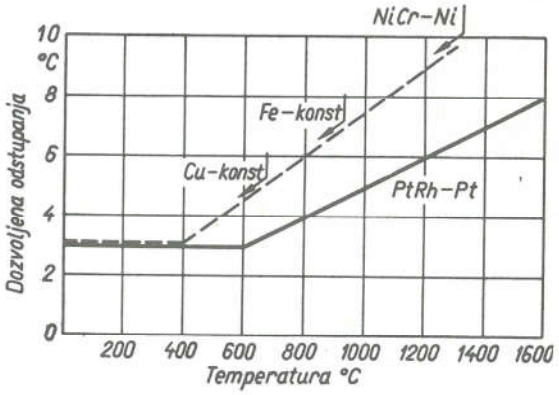


10.2.2. Termoelektrični pretvarači

Ovakvi pretvarači upotrebljavaju se za mjerenje temperatura od otprilike — 200 °C do +1600°C. Mjerenje se osniva na tzv. termoelektričnom efektu koji je 1821. g. otkrio Seebeck. Ako zagrijavamo mjesto na kojem se dodiruju dva različita metala ili legure, onda se na slobodnim krajevima javlja termoelektrični napon koji ovisi o temperaturnoj razlici između toplog spojišta i hladnih krajeva. Visina napona ujedno bitno ovisi o upotrijebljenim metalima. Povoljne kombinacije su parovi: bakar-konstantan (Cu-konst), željezo-konstantan (Fe-konst), nikalkrom-nikal (NiCr-Ni), te platinarodij-platina (PtRh-Pt). (Pozitivni polaritet napona dobiva se na članu koji je prvi naveden). Karakteristike ovih parova prikazane su na sl. 10.18, a njihova normirana dozvoljena odstupanja na sl. 10.19. Izbor odgovarajuće kombinacije prvenstveno ovisi o visini mjerene temperature i otpornosti termoparova prema mjerenom mediju. Da bi se povećali mehanička otpornost i otpornost prema kemijskim utjecajima, zaštićuje se termopar metalnom ili keramičkom cijevi (sl. 10.20), ovisno o mjerenoj temperaturi, sastavu mjerenog medija i mehaničkim naprezanjima.

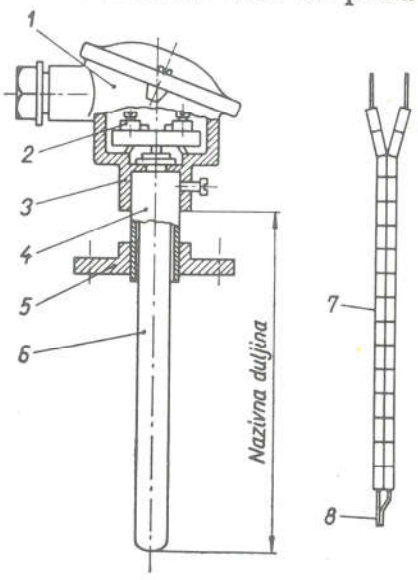


Slika 10.18. Termonaponi najčešće upotrebljavanih termoparova (s kružićem su označene granične temperature do kojih se mogu trajno upotrebljavati)



Slika 10.19. Dozvoljena odstupanja termoparova

Napon termoelementa je ovisan o razlici temperatura toplog i hladnog kraja pa se instrument, koji mjeri taj napon, može jedino onda izbaždariti tako da pokazuje temperaturu mjerenog mjesta, ako je konstantna temperatura hladnog kraja. Priključna glava termoelementa obično ne zadovoljava tome zahtjevu jer se i ona, više ili manje, zagrijava pri mjerenju. Stoga se termoelement mora produžiti upotrebom „voda izjednačenja" do „poredbenog mjesta" koje ima dovoljno konstantnu temperaturu. Vod izjednačenja se sastoji ili od istog materijala kao i sam termoelement, ili od materijala čiji je termonapon praktički jednak naponu termoelementa

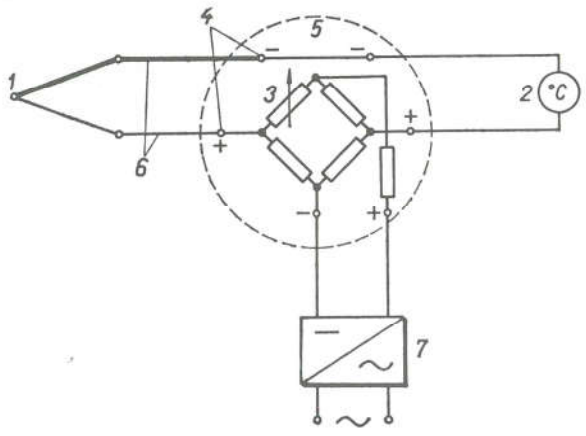


Slika 10.20. Termoelement
1 priključna glava; *2* priključne stezaljke; *3* pridržni prsten; *4* pridržna cijev; *5* prirubnica za učvršćenje; *6* zaštitna cijev; *7* izolacione cjevčice; *8* termopar

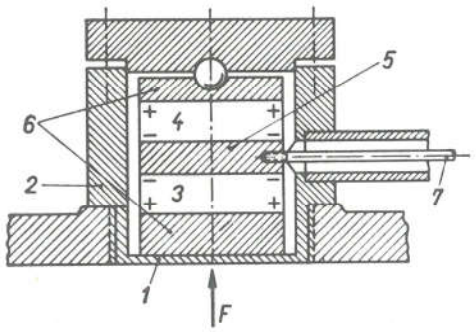
do temperatura na koje se može zagrijati priključna glava termoelementa (otprilike do 200°C). Ovo drugo rješenje obično se upotrebljava kod termoelemenata sastavljenih od plemenitih metala, jer bi tada bio preskup vod izjednačenja od istog materijala.

Za temperaturu poredbenog mjesta obično se odabire ili 0°C, ili sobna temperatura 20°C, ili 50°C, koja se onda održava pomoću termostata. Posebnim spojevima može se postići da pokazivanje instrumenta ne ovisi o temperaturi poredbenog mjesta (sl. 10.21). Između termoelementa i mjernog instrumenta nalazi se dijagonala Wheatstoneova mosta sastavljenog od tri temperaturno neovisna otpora i temperaturno ovisnog otpora *3*, koji je smješten na poredbeno mjesto termoelementa. Na nekoj određenoj temperaturi poredbenog mjesta most je uravnotežen. Kada uz istu temperaturu mjerenog mjesta poraste temperatura poredbenog mjesta, smanjit će se napon termoelementa, ali će se na dijagonali mosta pojaviti napon zbog promjene otpora *3*. Odgovarajućim dimenzioniranjem mosta može se postići da napon njegove dijagonale baš nadoknadi promjenu napona termoelementa.

Mali napon termoelemenata, koji iznosi samo 5 do 50 mV, mjeri se ili milivoltmetrima ili kompenzatorima. Otpor milivoltmetra mora se odabrati mnogostruko veći od otpora termoelementa i dovoda, koji se obično ugađaju na 20 Ω, jer su oni temperaturno ovisni. Zbog toga se mjerenje može provesti samo vrlo osjetljivim milivoltmetrima malog potroška (otprilike 10^{-6} W). Njihov moment je preslab da bi se upotrijebili kao mjerni sistemi kod linijskih pisača, pa dolaze u obzir samo tačkasti pisači (pogl. 4.10). Veću tačnost postižemo kompenzacionim postupcima. Za pretežno laboratorijska mjerenja upotrebljavaju se kompenzatori za mjerenje malih napona s ručnim ugađanjem, dok mjerenjima u pogonu bolje odgovaraju samouravnotežavajući kompenzatori na potenciometarskom ili ampermetarskom principu (pogl. 6.4.8).



Slika 10.21. Kompenzacioni spoj
1 termoelement; *2* mjerni uređaj; *3* temperaturno ovisni otpor; *4* poredbeno mjesto termoelementa; *5* zajedničko kućište za *3* i *4*; *6* vod izjednačenja; *7* mrežni ispravljač



Slika 10.22. Piezoelektrični pretvarač
1 membrana; *2* kućište; *3* i *4* piezokristali; *5* srednja elektroda; *6* krajnje elektrode; *7* priključni kabel

10.2.3. Piezoelektrični pretvarači

Takvi pretvarači se upotrebljavaju za mjerenje sila i pritiska, naročito pri snimanju sila i pritisaka što se brzo mijenjaju, npr. u cilindru eksplozionog motora. Njihovo djelovanje osniva se na pojavi da se na površini nekih vrsta kristala javlja određeni naboj kad se oni mehanički opterete u određenom smjeru s obzirom na

osi kristala. Vrlo dobra piezoelektrična svojstva pokazuju kvarc, turmalin, Roschelleske soli, barijev titanat i neki drugi kemijski spojevi. Za mjerne svrhe najviše se upotrebljava kvarc, zbog njegovog neznatnog temperaturnog koeficijenta, velike mehaničke čvrstoće i velikog modula elastičnosti ($E = 80 \cdot 10^6$ N/cm^2), tako da se pod djelovanjem mjerene sile vrlo malo mijenjaju njegove dimenzije i time dobiva mogućnost mjerenja sila praktički bez tromosti. Ako iz kristala kvarca izrežemo pločicu, vodeći pri rezanju računa o osima kristala, javit će se na površinama pločice, tlačenim silom F, naboj Q proporcionalan sili F i piezomodulu d, koji kod kvarca iznosi $2{,}3 \cdot 10^{-12}$ As/N. Prema tome bit će: $Q = F\,d$. Tako npr. ako kocku kvarca sa stranicama duljine 1 cm postavimo između dvije elektrode i tlačimo silom od 1 N, onda će se na elektrodama pojaviti naboj od $2{,}3 \cdot 10^{-12}$ As. Kapacitet C_k kondenzatora, kojeg tvore elektrode s kvarcom kao dielektrikom, iznosi ovdje samo 0,4 pF, pa će na elektrodama nastati napon $U = Q/C_k = 2{,}3 \cdot 10^{-12}/0{,}4 \cdot 10^{-12} \approx \approx 5{,}6$ V. Kada na elektrode priključimo mjerni uređaj dobit ćemo znatno manji napon, jer se tada paralelno kapacitetu samog pretvarača nalazi kapacitet priključnih vodova, koji je redovno znatno veći. Stoga, ovisno o veličini mjerenih sila, valja upotrijebiti više ili manje osjetljivo elektroničko pojačalo.

Na sl. 10.22 prikazana je mjerna kutija jednog piezoelektričnog pretvarača koja se sastoji od membrane *1*, kućišta *2*, piezokristala *3* i *4*, srednje elektrode *5*, krajnih elektroda *6* i priključnog kabela 7.

10.3. ODREĐIVANJE MJESTA KVARA U KABELIMA I VODOVIMA

Veliko je praktično značenje metoda koje služe za određivanje mjesta kvara na kabelima i vodovima. Kako se njima u biti mjeri udaljenost od mjernog mjesta do mjesta kvara, možemo i njih svrstati među metode za mjerenje neelektričnih veličina. Kvarovi na kabelima i vodovima nastaju zbog izvedbenih nedostataka, oštećenja pri polaganju i kasnije tokom rada zbog prenapona, pregrijavanja utjecaja korozije itd. Pronalaženje mjesta kvara bilo bi dugotrajno i mučno, naročito kad su kabeli dugi, ako ne bismo raspolagali prikladnim metodama koje omogućavaju što tačnije određivanje mjesta kvara na osnovi mjerenja provedenih na redovno pristupačnim krajevima kabela.

Pojavljuju se tri vrste kvarova: dozemni spoj, kratki spoj i prekid vodiča. Postojanje dozemnog ili kratkog spoja možemo ustanoviti mjerenjem izolacionog otpora redom između svakog pojedinog vodiča i ostalih vodiča, koje ćemo povezati zajedno i uzemljiti. Ako je pri tome samo jedan vodič imao premalen izolacioni otpor, onda taj vodič ima dozemni spoj. Ako je više vodiča imalo premalen izolacioni otpor, potrebno je još ustanoviti da li se radi o dozemnom ili kratkom spoju. Za tu svrhu mjerimo dozemni otpor svakog neispravnog vodiča (pri tome su ostali vodiči slobodni) i izolacioni otpor između pojedinih neispravnih vodiča. Prekid vodiča ustanovljavamo tako da na jednom kraju kabela uzemljimo sve vodiče, i onda na drugom kraju mjerimo redom otpor svakog vodiča prema zemlji.

Za određivanje mjesta kvara koriste se razne metode, ovisno o vrsti kvara, otporu vodiča, vanjskim smetnjama itd. Navest ćemo samo neke od njih.

10.3.1. Murayeva metoda

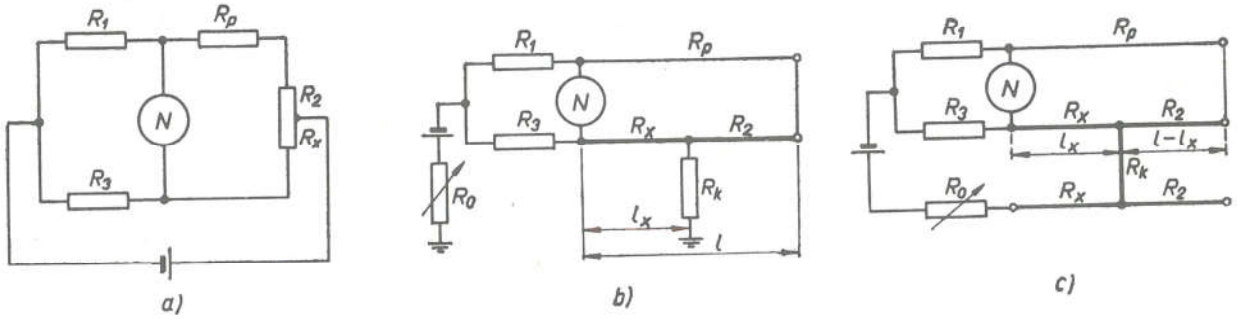
Poznate su dvije izvedbe ove metode: s jednim i sa dva pomoćna vodiča. Prva izvedba (sl. 10.23) služi za određivanje mjesta kvara na kabelima velikog otpora, kakvi su npr. telefonski kabeli. Za njezino provođenje potreban je jedan pomoćni vodič između jednog i drugog kraja kabela. Najčešće je to jedan ispravan vodič iz istog kabela. Cijeli je spoj u biti Wheatstoneov most (sl. 10.23*a*), čije dvije grane predstavljaju precizni otpornici otpora R_1 i R_3. Četvrtu granu tvori otpor R_x dijela neispravnog vodiča od mjesta mjerenja do mjesta kvara, dok drugu granu sačinjavaju pomoćni vodič otpora R_p i preostali dio neispravnog vodiča otpora R_2. Za uravnoteženi most vrijedi:

$$R_x = \frac{R_3}{R_1}(R_p + R_2) \tag{10.7}$$

Otpor R_x ovisi o udaljenosti l_x između mjesta mjerenja i mjesta kvara i otporu vodiča po jedinici duljine ($R_x = k\,l_x$). Ako je l ukupna duljina vodiča, te ako je za pomoćni vod upotrijebljen vodič iz istog kabela, bit će: $R_p = k\,l$ i $R_2 = (l - l_x)\,k$, pa slijedi:

$$l_x = 2\,l\frac{R_3}{R_1 + R_3} \tag{10.8}$$

Ova metoda se može koristiti za određivanje dozemnog i kratkog spoja. U prvom slučaju se jedan pol izvora napona uzemljuje preko otpora R_0 koji služi za ugađanje struje mosta na prikladnu vrijednost (sl. 10.23*b*), dok se u drugom slučaju taj pol spaja na jedan od vodiča u kratkom spoju (sl. 10.23*c*). U oba slučaja prelazni otpor R_k na mjestu kvara ne utječe na rezultat, jer se nalazi izvan mosta u seriji s izvorom napona i otporom R_0.



Slika 10.23. Određivanje mjesta kvara Murayevom metodom s jednim pomoćnim vodom: a) principni spoj; b) spoj pri određivanju zemnog spoja; c) spoj pri određivanju kratkog spoja

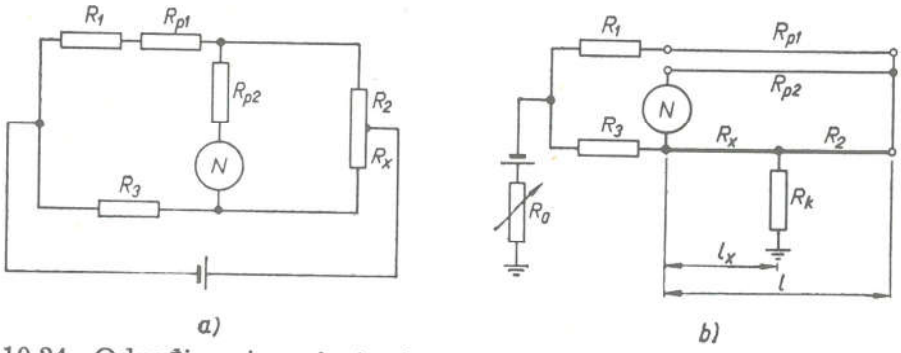
Pri određivanju mjesta kvara kabela malog otpora, kakvi su npr. elektroenergetski kabeli, upotrebljava se Murayeva metoda sa dva pomoćna vodiča, gdje je izbjegnut utjecaj prelaznih otpora na spojnim mjestima (sl. 10.24). U stanju ravnoteže vrijedi:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_{p1}} \tag{10.9}$$

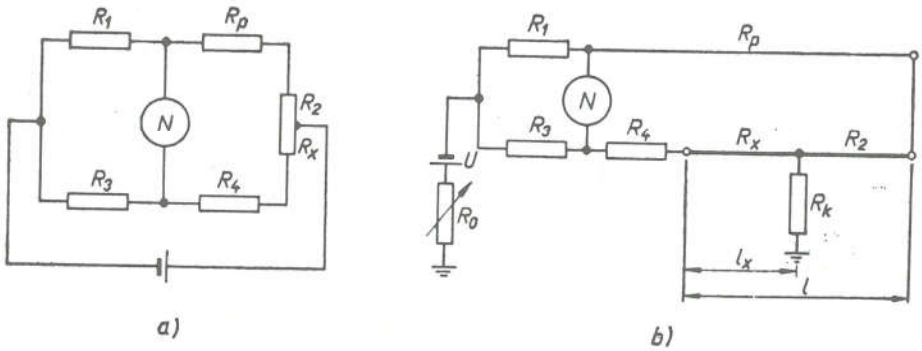
Kako je: $R_x = k\,l_x$ i $R_2 = k\,(l - l_x)$, dobivamo:

$$l_x = \frac{l\,R_3}{R_1 + R_3 + R_{p1}} \tag{10.10}$$

Obično se otpor R_1 uzima znatno veći od otpora R_{p1} pomoćnog vodiča, pa se R_{p1} često može zanemariti u nazivniku izraza (10.10).



Slika 10.24. Određivanje mjesta kvara Murayevom metodom s dva pomoćna voda: a) principni spoj; b) izvedbeni spoj



Slika 10.25. Određivanje mjesta kvara Varleyevom metodom: a) principni spoj; b) izvedbeni spoj

10.3.2. Varleyeva metoda (sl. 10.25)

Koristi se za određivanje mjesta kvara kabela velikog otpora. I ovdje je potreban samo jedan pomoćni vodič. Za uravnoteženi most vrijedi:

$$R_x = \frac{R_3}{R_1}\,(R_p + R_2) - R_4 \tag{10.11}$$

Kako je: $R_x = k\,l_x$; $R_2 = k\,(l - l_x)$ i $R_p = k\,l$, slijedi:

$$l_x = \frac{2\,R_3\,k\,l - R_1\,R_4}{k\,(R_1 + R_3)} \tag{10.12}$$

Uz $R_1 = R_3$ dobivamo za udaljenost mjesta kvara:

$$l_x = \frac{2l - R_4/k}{2} \tag{10.13}$$

Ova metoda daje zadovoljavajuće rezultate i kad su kvarovi posve blizu mjestu mjerenja.

10.3.3. Heinzelmannova metoda

Heinzelmannova metoda (sl. 10.26) koristi se za pronalaženje kvarova kabela velikog otpora. Potrebna su dva pomoćna vodiča i dva mjerenja, ali zato nije potrebno poznavati otpor pomoćnih vodiča. Kad je preklopka P u položaju *1*, dobivamo za uravnoteženi most:

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_{p1} + R_2}{R_x} \tag{10.14}$$

Kad je preklopka u položaju *2*, tvore drugu i četvrtu granu mosta prvi pomoćni vodič i vodič u kvaru. Drugi pomoćni vodič služi samo za napajanje mosta:

$$\frac{R_1'}{R_3'} = \frac{R_{p1}}{R_2 + R_x} \tag{10.15}$$

Iz izraza (10.14) i (10.15) slijedi:

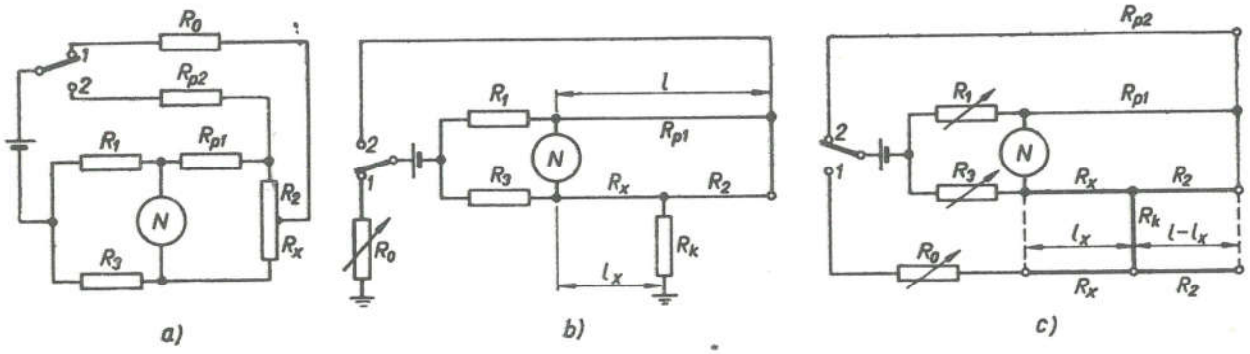
$$R_x = \frac{R_2 R_3 (R_1' + R_3)}{R_1 R_3' - R_1' R_3'} \tag{10.16}$$

Ako je: $R_1 + R_3 = R_1' + R_3'$, te uz: $R_x = k\, l_x$ i $R_2 = k\,(l - l_x)$, dobivamo:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R^3 - R_3} \quad \text{i} \quad l_x = \frac{R_3}{R_3'} l \tag{10.17 a i b}$$

Pri određivanju udaljenosti mjesta kvara nije, dakle, potrebno poznavati otpor pomoćnih vodiča.

Grafovom metodom s dva pomoćna vodiča i tri mjerenja može se odrediti mjesto kvara niskoomskih kabela, a da pri tome također ne treba poznavati otpor pomoćnih vodiča.



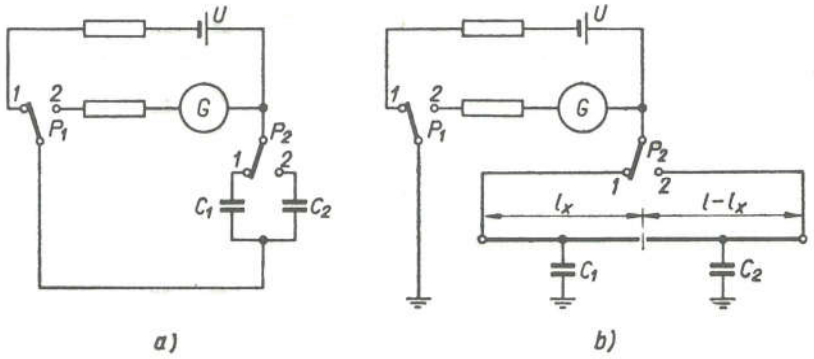
Slika 10.26. Određivanje mjesta kvara Heinzelmannovom metodom: a) principni spoj; b) određivanje zemnog spoja; c) određivanje kratkog spoja

Na osnovi opisanih metoda izrađuju se prenosni mjerni uređaji na kojima se pomoću preklopke može izabrati prikladna mjerna metoda. U uređaju su ugrađeni slogovi otpornika, nulindikator i ostali potrebni elementi.

Opisali smo samo neke mosne metode određivanja mjesta kvara kabela i vodova, međutim mogu se za tu svrhu upotrijebiti i brojne druge metode, ako se pri tom izbjegne utjecaj prelaznog otpora R_k, a kod niskoomskih kabela utjecaj prelaznih otpora na spojnim mjestima.

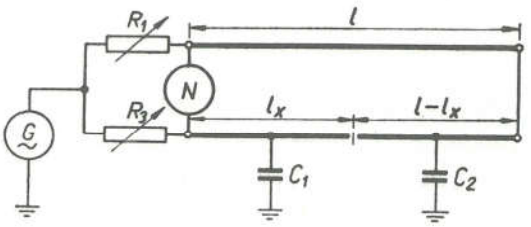
10.3.4. Određivanje mjesta prekida u kabelu

Mjesto prekida u kabelu može se odrediti mjerenjem kapaciteta obaju odvojenih dijelova kabela. Za tu svrhu mogu se upotrijebiti razne metode mjerenja



Slika 10.27. Određivanje mjesta prekida kabla usporedbom kapaciteta balističkim galvanometrom: a) principni spoj; b) izvedbeni spoj

kapaciteta. Na sl. 10.27 prikazan je postupak pomoću balističkog galvanometra. Kad su preklopke P_1 i P_2 u položaju *1* nabijemo jedan dio kabela na određeni napon i zatim izbijemo preko balističkog galvanometra pri preklopci P_1 u položaju *2*. Otklon α_1 galvanometra bit će proporcionalan kapacitetu C_1. Postupak ponovimo kad je preklopka P_2 u položaju *2*. Otklon α_2 galvanometra bit će sada proporcionalan kapacitetu C_2:



Slika 10.28. Određivanje mjesta prekida u kablu izmjeničnom strujom pomoću mosnog spoja

$$C_1 = C_2 \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \qquad \text{i} \qquad l_x = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} l \qquad (10.18\ \text{a i b})$$

Usporedbu kapaciteta C_1 i C_2 možemo izvršiti brojnim drugim postupcima npr. izmjeničnom strujom pomoću mosnog spoja (sl. 10.28). U položaju ravnoteže vrijedi:

$$C_1 = \frac{R_1}{R_3} C_2 \qquad (10.19)$$

Kako je $C_1 = k\, l_x$ i $C_2 = k\,(2l - l_x)$, slijedi:

$$l_x = 2\, l \frac{R_1}{R_1 + R_3} \qquad (10.20)$$

10.3.5. Metode reflektiranja impulsa

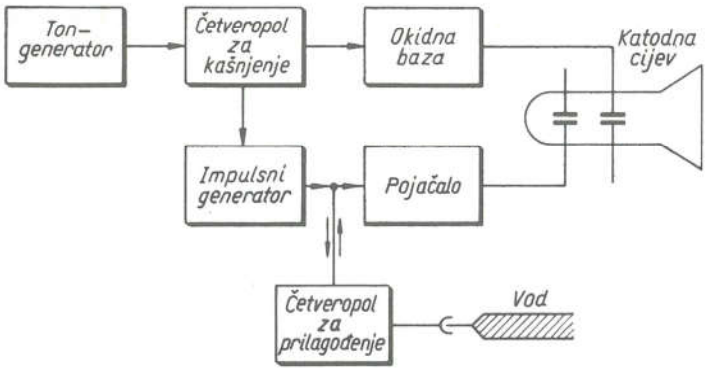
Metode reflektiranja impulsa uvedene su tek u novije vrijeme i služe za određivanje sve tri vrste kvarova na kabelima i vodovima. Osnivaju se na mjerenju vremena potrebnog da putujući val prevali udaljenost od mjernog mjesta do mjesta oštećenja. Ako se kratkotrajni impuls pošalje s mjernog mjesta u ispitivani vod, onda će na mjestu oštećenja zbog nagle promjene impedancije doći do njegovog jačeg ili slabijeg reflektiranja, pa se na osnovi vremena od polaska impulsa s mjernog mjesta do povratka reflektiranog impulsa može odrediti udaljenost mjesta oštećenja. Kada mjesto oštećenja ima veću impedanciju od valnog otpora voda, kao pri prekidu voda, onda se impuls reflektira bez promjene predznaka. U protivnom, npr. u kratkom spoju voda, reflektirani impuls ima protivan predznak. Međutim, odvojci na vodu, mjesta zavješenja zračnih vodova, kabelski mufovi itd. također izazivaju reflektiranje impulsa. Stoga je svrsishodno snimiti prilike na zdravom vodu i na osnovi utvrđenih razlika odrediti mjesto kvara.

Mjesto kvara može se odrediti na dva načina. Ako su poznati duljina l voda i vremena t_1 i t_2 od polaska impulsa do povratka reflektiranih impulsa s oštećenog mjesta i s kraja voda, određuje se udaljenost l_x oštećenog mjesta iz izraza:

$$l_x = \frac{t_1}{t_2} l \qquad (10.21)$$

U ovom postupku nije, dakle, potrebno poznavati brzinu rasprostiranja impulsa. Ako je poznata brzina rasprostiranja impulsa $v = c/\sqrt{\varepsilon'}$, gdje su c brzina svjetlosti u vakuumu, a ε' relativna dielektrična konstanta voda, onda se udaljenost oštećenog mjesta može odrediti iz izraza:

$$l_x = 0{,}5\, v t_1 \qquad (10.22)$$



Slika 10.29. Blok-shema uređaja za određivanje kvarova na kablu na osnovi metode reflektiranja impulsa

Da bi se dobili pouzdani rezultati, potrebno je brzinu rasprostiranja prethodno odrediti na jednom zdravom vodiču, jer se dielektrična konstanta izolacije kabela mijenja starenjem, a ovisi i o temperaturi.

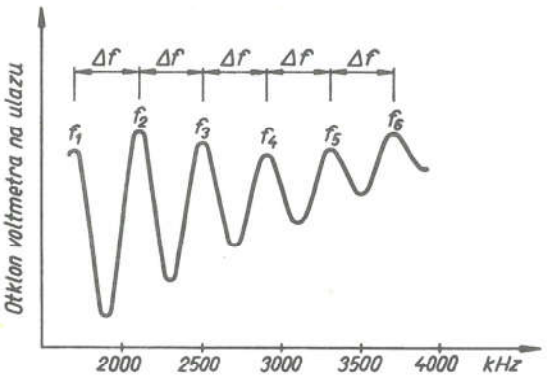
Na sl. 10.29 prikazana je blok-shema jednog uređaja koji radi prema metodi reflektiranja impulsa. Tongenerator uključuje npr. 500 puta u sekundi preko četveropola za kašnjenje impulsni generator, koji pri svakom uključivanju proizvede jedan kratkotrajni impuls. Trajanje tog impulsa iznosi samo 1 do 20 μs. Tongenerator ujedno uključuje, također preko četveropola za kašnjenje, okidnu bazu osciloskopa, te se na zastoru osciloskopa dobiva mirna slika cijele pojave ili samo jednog

njezinog dijela. Kašnjenje četveropola i otklanjanje elektronskog snopa u smjeru vremenske osi može se ugađati i baždareni su u μs, pa se vremena t_1 i t_2 mogu izravno očitati na osciloskopu. Ispitivani vod se priključuje na uređaj preko četveropola za prilagođenje, kako bi se na tom mjestu izbjegla refleksija impulsa. Neki uređaji imaju još i elektroničku preklopku pomoću koje se može naizmjence uključivati zdravi i ispitivani vodič. Na zastoru osciloskopa pojavljuju se tada istodobno slike pojava na jednom i drugom vodiču, pa se lako mogu ustanoviti i najmanje razlike.

10.3.6. Metoda stojnih valova

Ova metoda se također koristi za određivanje sve tri vrste kvarova na vodovima. Iz oscilatora, čija se frekvencija može ugađati od npr. 30 kHz do 10 000 kHz, dovodi se izmjenični napon u ispitivani vod. Napon se rasprostire duž voda u vidu elektromagnetskog vala i više ili manje reflektira na mjestu oštećenja. Pri određenoj frekvenciji f_1 nastaje stojni val koji lako možemo ustanoviti na osnovi maksimalnog otklona voltmetra priključenog na ulazu u ispitivani vod. Tada je udaljenost l_x mjesta oštećenja: $l_x = v\,n/2f_1$, gdje su v brzina rasprostiranja elektromagnetskog vala duž voda, a n cijeli broj. Ako nakon toga postepeno povisujemo frekvenciju oscilatora, ponovo će pri određenoj frekvenciji f_2 voltmetar na ulazu dobiti maksimalni otklon (sl. 10.30). Tada je: $l_x = v\,(n+1)/2f_2$, pa slijedi:

$$l_x = \frac{v}{2(f_2 - f_1)} = \frac{v}{2\Delta f} \qquad (10.23)$$



Slika 10.30. Određivanje kvarova na kablu metodom stojnih valova

Brzinu rasprostiranja v možemo odrediti ako isti postupak primijenimo na zdravi vod poznate duljine, ili ako mjerenje obavimo na oba kraja oštećenog voda.

10.3.7. Indukciona metoda

Do sada opisane metode omogućavaju da se mjesto oštećenja kabela odredi većom ili manjom tačnošću. Nakon toga se obično tačno mjesto kvara iznalazi indukcionom metodom. Kabel napajamo tonfrekventnom strujom ili visokofrekventnim impulsima koji oko njega stvaraju magnetsko polje. Stoga se u svitku koji nosimo iznad kabela inducira napon koji uzrokuje zujanje slušalica priključenih na taj svitak. Na mjestu oštećenja kabela prestaje ili se znatno smanjuje zujanje slušalica.

10.4. Zadaci

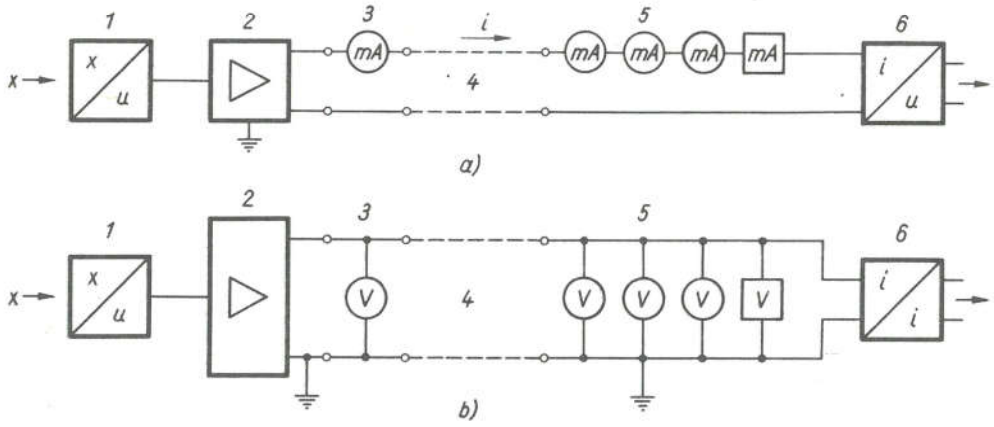
1. Instrument s unakrsnim svicima je predviđen za priključak na platinski otporni termometar preko dovoda koji treba da imaju 10 Ω. Kolika će pogreška nastati pri mjerenju temperature od 50°C, odnosno 500°C, ako sam platinski otpornik ima 100 Ω na 0°C, a dovodi imaju otpor od 9,5 Ω, umjesto 10 Ω?
2. Na koju se temperaturu zagrijao svitak, ako njegov otpor na 20°C iznosi 81,8 Ω a u zagrijanom stanju 108,3 Ω?
3. Koliko iznosi otpor namota stroja u trenutku iskapčanja, ako je 30, 60, 90, odnosno 120 s nakon iskapčanja mjerenjem dobiveno 0,454; 0,442; $0{,}432_5$ i 0,425 Ω?
4. Koliki napon treba priključiti na Wheatstoneov most sastavljen od jednakih mjernih traka nalijepljenih na šupalj cilindar, ako se želi da povećanje otpora traka za 1% u prvoj i četvrtoj grani i smanjenje otpora traka za 1% u drugoj i trećoj grani mosta uzrokuje na nulindikatorskoj grani vrlo velikog otpora naponsku razliku od 10 mV?
5. Kolika je efektivna vrijednost napona induciranog u davaču protoka prema sl. 10.17, ako je brzina tekućine 2 m/s, razmak elektroda 5 cm, a tjemena vrijednost izmjenične (sinusne) indukcije 0,02 T?
6. Da bi se otklonio utjecaj promjene temperature okoline dodan je prema sl. 10.21 termoelementu Pt Rh – Pt Wheatstoneov most sastavljen od tri manganinska otpornika od 10 Ω i jednog nikalnog otpornika koji ima otpor od 10 Ω na 20°C. Kojom strujom treba napajati Wheatstoneov most da bi se izbjegao utjecaj temperature okoline?
7. Pri određivanju mjesta dozemnog spoja kabela Murayevom metodom prema sl. 10.23 dobiveno je: $R_1 = 67{,}2\ \Omega$ i $R_3 = 32{,}8\ \Omega$. Na kojoj je udaljenosti nastao kvar, ako je ukupna duljina kabela 2000 m?

11. DALJINSKA MJERENJA I MJERNI SUSTAVI

Često je pri praćenju raznih tehničkih procesa i njihovu upravljanju potrebno provesti mjerenja na većem broju mjernih mjesta koja su međusobno manje ili više udaljena. Pri tome se nerijetko mora prikupiti mnoštvo mjernih podataka u vrlo kratkom vremenu, što zahtijeva upotrebu velikog broja mjernih instrumenata povezanih u jednu funkcionalnu cjelinu, koju nazivamo mjernim sustavom. Ovisno o međusobnoj udaljenosti mjernih mjesta, broju podataka koje treba prenijeti u jedinici vremena i o raznim drugim zahtjevima, podaci se prenose ili analogno (istosmjernom strujom, izmjeničnom strujom i impulsima) ili digitalno.

11.1. PRIJENOS MJERNIH PODATAKA ISTOSMJERNOM STRUJOM

Prijenos mjernih podataka na udaljenosti koje ne premašuju nekoliko kilometara često se obavlja istosmjernom strujom. Pri tome se pomoću odgovarajućeg pretvarača i pojačala s negativnom povratnom vezom mjerena veličina x pretvara u njoj proporcionalnu istosmjernu struju ili napon (sl. 11.1 *a* i *b*).



Sl. 11.1. Daljinsko mjerenje istosmjernom strujom: a) sa strujnim izlazom; b) s naponskim izlazom

1 mjerni pretvarač; *2* pojačalo s povratnom vezom; *3* kontrolni instrument na mjernom mjestu; *4* vod za prijenos podataka na daljinu; *5* mjerni instrumenti i uređaji na mjestu prijema podataka; *6* mjerni pretvarač

Kad se mjerena veličina pretvara u njoj proporcionalnu istosmjernu struju, upotrebljava se pojačalo sa strujnim izlazom (pogl. 8.1.1), tako da njegova izlazna struja u vrlo širokim granicama ne ovisi o otporu priključenog tereta (strujni izvor). Obično izlazne struje takvih pojačala iznose od 0 do 5, 10 ili 20 mA, a maksimalni naponi na izlazu pojačala od 10 do 30 V. To znači da npr. kod pojačala s izlaznom strujom do 5 mA i maksimalnim naponom od 30 V smije suma otpora priključenih vodova i instrumenata iznositi od 0 do 6000 Ω. Zbog toga se na takvo

pojačalo može u seriju priključiti znatan broj instrumenata preko prijenosnih vodova malog presjeka (npr. telefonskih vodova) koji mogu biti dugački i više kilometara. Pri tome nije potrebno otpor tereta ugađati na određenu vrijednost, već je dovoljno provjeriti da ne premašuje iznos određen maksimalnom strujom i naponom pojačala. To je velika prednost rješenja sa strujnim izlazom, pa se ono vrlo često susreće.

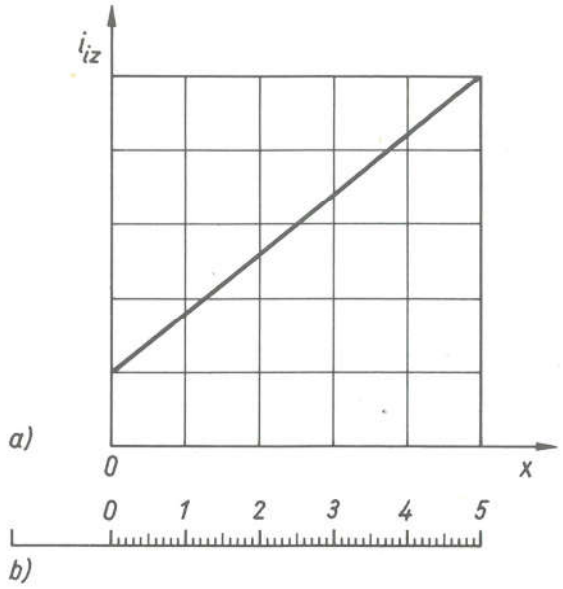
Kod pretvaranja mjerene veličine u njoj proporcionalan istosmjerni napon upotrebljava se pojačalo s negativnom naponskom povratnom vezom (pogl. 8.1.1), koje na izlazu obično daje napone od 0 do 1 V ili od 0 do 10 V. Pri tom rješenju valja voditi računa o padu napona u spojnim vodovima koji izazivaju struje priključenih instrumenata. Taj pad napona treba uzeti u obzir u kalibriranju instrumenata, ali uz sve to njegov iznos ne smije biti veći od 5 do 10 % ukupnog napona zbog promjene otpora vodova s temperaturom. Utjecaj tog pada napona može se u cijelosti izbjeći ako se otpornici R_1 i R_2 za povratnu vezu (sl. 8.2, pogl. 8.1.1) priključe na kraju voda paralelno mjernim instrumentima, no tada je potreban još jedan dodatni vod.

Kada priključeni instrumenti nemaju otklona, katkada ne možemo razlučiti je li zbilja mjerena veličina ravna nuli ili je nastao prekid u prijenosnom vodu. Da bi se otklonila ta dvoumica, upotrebljava se »živa« nula, tj. dodaje se pomoćna struja i_0 ili pomoćni napon u_0, tako da između mjerene veličine x i izlazne struje i_{iz}, odnosno izlaznog napona u_{iz} pojačala, vladaju ovi odnosi:

$$i_{iz} = k_i x + i_0 \tag{11.1}$$

$$u_{iz} = k_u x + u_0 \tag{11.2}$$

Obično se za struju i_0, odnosno napon u_0, odaberu takve vrijednosti da pri $x = 0$ instrumenti imaju petinu punog otklona, a tek kod prekida prijenosnog voda njihov otklon pada na nulu (sl. 11.2).

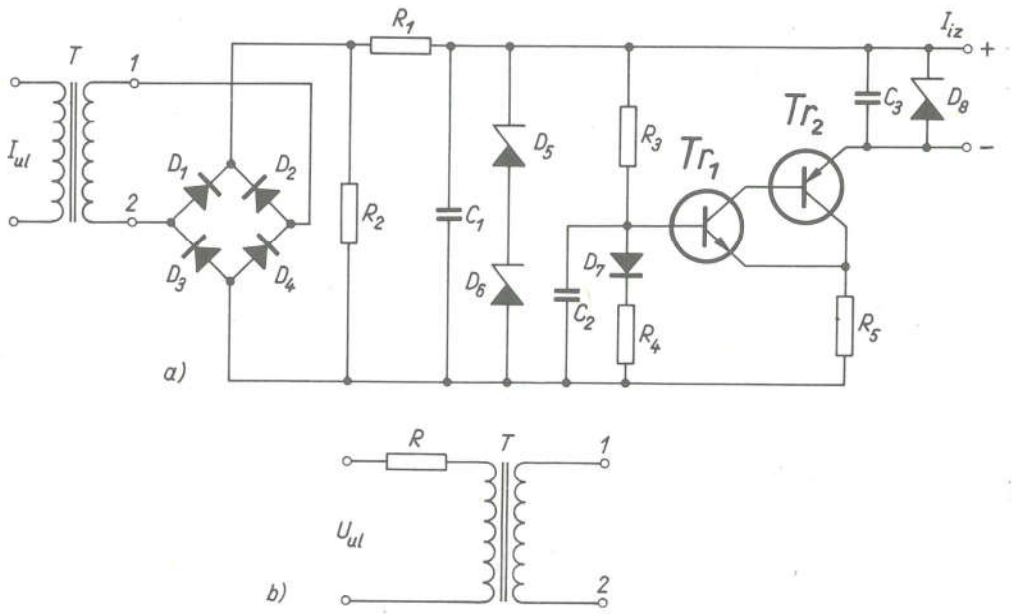


Sl. 11.2. Izlazna struja iz pretvarača sa »živom« nulom u ovisnosti o mjerenoj veličini (*a*), i skala priključenog instrumenta (*b*)

Razne neelektrične veličine, kao što su: temperatura, tlak, sila, mehanički pomak, brzina vrtnje itd., pretvaraju se u električne veličine pomoću mjernih pretvarača opisanih u poglavlju 10. Neki od tih pretvarača daju na izlazu napone

od samo nekoliko milivolta, a drugi napone od više volta, pa je pomoću odgovarajućeg pojačala (2 na sl. 11.1) potrebno sve te napone svesti na određeno strujno ili naponsko mjerno područje prikladno za daljinska mjerenja. Time se ujedno unificira mjerna oprema i omogućuje njena upotreba za mjerenje raznih veličina. Zbog toga se provodi, gdje je to potrebno, i linearizacija karakteristika pretvarača s kojom se pomoću dodatnih sklopova dobiva linearni odnos između mjerene neelektrične veličine i izlaznog istosmjernog napona ili struje. Iz istih razloga se i razne električne veličine, kao što su: izmjenična struja, izmjenični napon, električna snaga, fazni pomak, frekvencija itd., pretvaraju u njima proporcionalni istosmjerni napon ili struju.

Pretvaranje izmjenične struje u istosmjernu struju obično se provodi pomoću mjernih pretvarača s ispravljačima (sl. 11.3*a*). Transformatorom T izolira se primarni krug kroz koji teče mjerena struja I_{ul} od sekundarnog kruga i ujedno smanjuje vrijednost te struje na prikladni iznos. Ispravljačima D_1, D_2, D_3 i D_4 u Graetzovu spoju ispravlja se izmjenična struja koja dalje većim dijelom teče preko



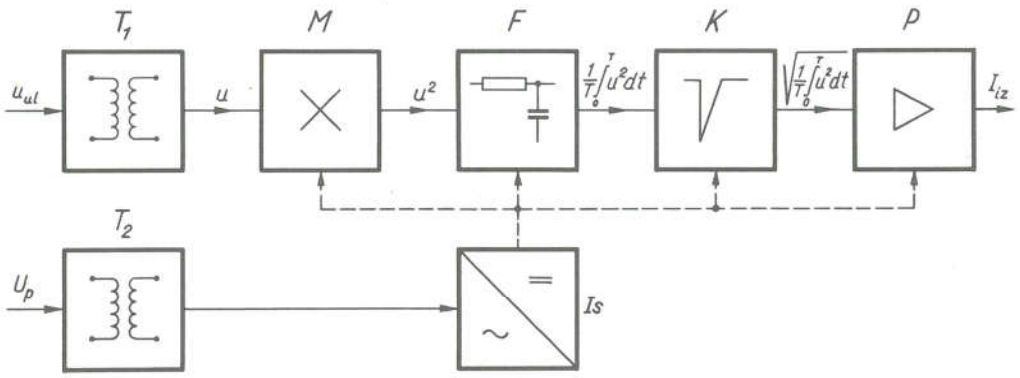
Sl. 11.3. Mjerni pretvarač izmjenične struje i napona u istosmjernu struju: a) mjerni pretvarač izmjenične struje u istosmjernu struju; b) ulazni dio mjernog pretvarača izmjeničnog napona u istosmjernu struju (ostali dio je jednak kao kod pretvarača na sl. 11.3*a*)

otpora R_2, tako da je istosmjerni pad napona na tom otporu razmjeran mjerenoj izmjeničnoj struji. Taj pad napona djelomično se filtrira pomoću otpora R_1 i kapaciteta C_1 i smanjen djelilom R_3, D_7 i R_4 privodi na bazu tranzistora Tr_1. Pri tome se napon dodatno filtrira djelovanjem kapaciteta C_2. Tranzistori Tr_1 i Tr_2 tvore pojačalo koje djelovanjem otpora R_5 radi kao pojačalo s negativnom strujnom povratnom vezom, čime se postiže da je izlazna struja razmjerna naponu na djelilu R_3, D_7 i R_4, a time i izmjeničnoj struji I_{ul}. Zenerove diode D_5, D_6 i D_8 služe za zaštitu od prenapona kod strujnog preopterećenja na ulazu i pri prekidu strujnog kruga na izlazu. Dioda D_7 smanjuje temperaturnu ovisnost sklopa i poboljšava neovisnost o otporu tereta. U ovakvim sklopovima izlazna struja obično iznosi od 0 do 5 mA ili od 0 do 10 mA, a maksimalni izlazni napon 15 V (otpor tereta od 0 do 3000 Ω, odnosno od 0 do 1500 Ω). Postižu se granice pogre-

šaka od ± 1 %, linearnost bolja od 0,5 % i valovitost istosmjernog napona manja od 1 %. Promjena tereta od 0 do maksimalnog iznosa izaziva dodatnu pogrešku od otprilike 0,1 %.

Isti sklop služi i za **pretvaranje izmjeničnog napona u istosmjernu struju.** Razlika je samo u primarnom namotu transformatora T, kojemu je u seriju dodan predotpor R (sl. 11.3*b*), tako da kroz njega teče struja do otprilike 20 mA razmjerna mjerenom izmjeničnom naponu.

Opisani pretvarači s ispravljačima pretvaraju zapravo srednju vrijednost izmjeničnih struja i napona u istosmjernu struju. Slično kao i instrumenti s ispravljačima (pogl. 4.2.8), baždare se tako da pokazuju efektivnu vrijednost sinusnih napona i struja, pa ako mjerene veličine nisu sinusne, nastaje pogreška. Kada se želi mjeriti efektivna vrijednost izmjeničnih napona i struja koji znatno odstu-

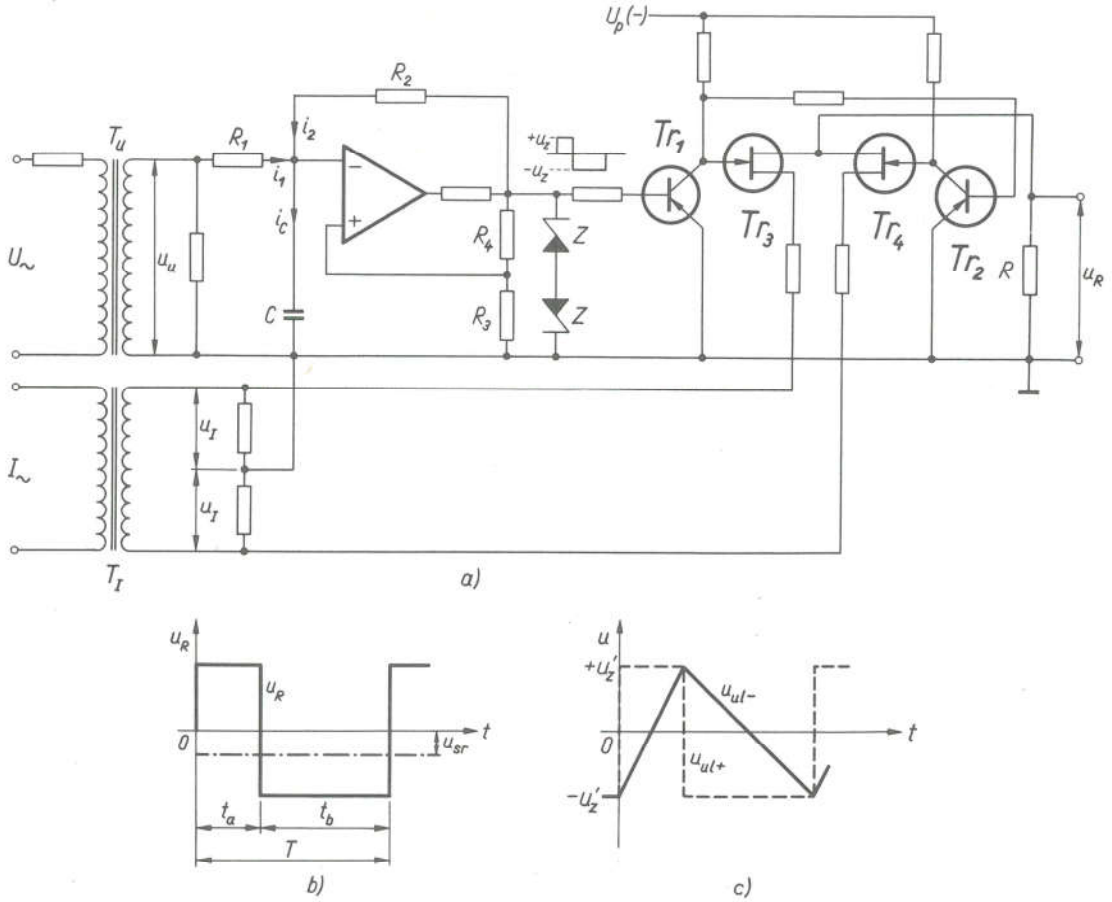


Sl. 11.4. Mjerni pretvarači efektivne vrijednosti izmjeničnog napona ili struje u istosmjernu struju

paju od sinusnog oblika upotrebljavaju se **pretvarači za mjerenje efektivnih vrijednosti** (sl. 11.4). Transformatorom T_1 galvanski se odvaja primarni krug od sekundarnoga i dobiva napon prilagođen elektroničkom multiplikatoru M (pogl. 9.2.2 e), koji kvadrira njegove trenutne vrijednosti. Pomoću filtra F prigušuju se izmjenične komponente i ostaje istosmjerni napon razmjeran kvadratu trenutnih vrijednosti mjerenog napona. Taj napon se privodi sklopu K, koji provodi računsku operaciju korjenovanja, tako da se na njegovu izlazu dobiva istosmjerni napon razmjeran efektivnoj vrijednosti mjerenog napona. Zatim pojačalo P taj napon pretvara u istosmjernu struju I_{iz} koja je onda također razmjerna efektivnoj vrijednosti mjerenog napona ili struje. Transformator T_2 i ispravljački sklop Is služe za dobivanje potrebnih pomoćnih istosmjernih napona. Ovakvim sklopovima postižu se granice pogrešaka od npr. ± 0,5 %.

I za mjerenja raznih **istosmjernih napona i struja** također se upotrebljavaju mjerni pretvarači koji ih pretvaraju u njima proporcionalnu istosmjernu struju prikladnu za daljinska mjerenja (od 0 do 5 mA, od 0 do 10 mA ili od 0 do 20 mA). Ti pretvarači ujedno služe za galvansko odvajanje prijenosnih vodova i mjernih instrumenata od mjerenoga strujnog kruga. Obično djeluju tako da se mjerena istosmjerna veličina reducira najprije na prikladni iznos, a onda pretvori u izmjenični napon i dovede na primarni namot transformatora koji služi za galvansko odvajanje. Izmjenični napon na sekundarnom namotu tog transformatora ispravlja se i privodi pojačalu sa strujnim izlazom.

Daljinsko mjerenje snage obavlja se **mjernim pretvaračima snage** (pogl. 9.2.2 e), od kojih su najčešći oni s impulsnim multiplikatorima koji osiguravaju granice pogrešaka od ± 0,5 % ili još bolje. Isti pretvarači, uz pomoć sklopa za zakretanje ulaznog napona za 90°, služe za mjerenje jalove snage. Dva, odnosno tri takva pretvarača, spojena na način kako se spajaju vatmetri kod metode dvaju, odnosno triju vatmetara, služe za mjerenje snage trofaznih potrošača. Tu se naponi iz pretvarača najprije sumiraju, a onda privode pojačalu sa strujnom povratnom vezom, pa se na njegovu izlazu dobiva istosmjerna struja razmjerna mjerenoj trofaznoj snazi.



Sl. 11.5. Pretvarač snage s implusnim multiplikatorom: a) pojednostavljena shema pretvarača; b) napon u_R na otporu R i srednja vrijednost tog napona u_{sr}; c) naponi u_{ul+} i u_{ul-} na »+« i »—« ulaznim priključcima operacijskog pojačala

Shema jednog **pretvarača snage s impulsnim multiplikatorom** prikazana je na sl. 11.5a. Na sekundarnim namotima transformatora T_U i T_I dobivaju se naponi u_U i u_I razmjerni naponu, odnosno struji na primarnim namotima tih transformatora. Upravljanjem pomoću sklopa priključenoga na sekundarni namot transformatora T_U, o čemu će poslije biti više riječi, postiže se da tranzistori Tr_3 i Tr_4 naizmjenično vode struju. Uslijed toga napon na otporu R mijenja predznak i, ovisno o tome vodi li tranzistor Tr_3 ili Tr_4, iznosi $+u_I$, ili $-u_I$. Ako tranzistor Tr_3 unutar jedne periode vodi struju u vremenu t_a, a tranzistor Tr_4 u vremenu t_b (sl. 11.5b), onda srednja vrijednost napona na otporu R iznosi:

$$u_{sr} = u_I \frac{t_a - t_b}{t_a + t_b} \tag{11.3}$$

Ako se napon u_I ne mijenja u vremenu $T = t_a + t_b$, onda je kod omjera $t_a : t_b = 1 : 1$ srednja vrijednost napona na otporu R ravna nuli ($u_{sr} = 0$). Mijenjanjem tog omjera može u_{sr} poprimiti sve vrijednosti od $-u_I$ do $+u_I$. Da bi napon u_{sr} bio razmjeran produktu napona u_I i u_U ($u_{sr} = K u_I u_U$), odnosno da bi pretvarač mjerio snagu, potrebno je da omjer $(t_a - t_b)/(t_a + t_b)$ u izrazu (11.3) iznosi:

$$\frac{t_a - t_b}{t_a + t_b} = K u_U \tag{11.4}$$

Takav odnos postižemo pomoću sklopa priključenoga na sekundarne stezaljke transformatora T_U (sl. 11.5*a*). Dvije suprotno spojene Zenerove diode Z režu izlazni napon iz operacijskog pojačala na iznos $+U_Z$ ili $-U_Z$. Preko djelila R_3 i R_4 vraća se mali dio tog napona na ulaznu priključnicu pojačala označenu sa +, tako da njezin napon iznosi: $u_{ul+} = \pm U_Z R_3/(R_3 + R_4) = \pm U'_Z$. Pretpostavimo da u određenom trenutku ($t = 0$) na priključnici »−«, odnosno na kapacitetu C, vlada napon $-U'_Z$ (sl. 11.5*c*), a na priključnici »+« napon $+U'_Z$. Napon na kapacitetu C se mijenja jer se on nabija preko otpora R_1 i R_2. Kako je napon u_{ul-} mnogo manji od napona u_U i U_Z, a ulazna struja pojačala neznatna, to struja nabijanja kapaciteta C iznosi:

$$i_C = i_1 + i_2 = \frac{u_U}{R_1} + \frac{U_Z}{R_2} \tag{11.5}$$

Zbog te struje linearno raste napon na kapacitetu C, te će se on nakon vremena t_a nabiti na napon $+U'_Z$:

$$t_a = \frac{2 C U'_Z}{i_C} = \frac{2 C U'_Z}{u_U/R_1 + U_Z/R_2} \tag{11.6}$$

Čim napon na kapacitetu C, odnosno na priključnici »−«, premaši iznos $+U'_Z$, promijenit će se predznak napona na izlazu iz operacijskog pojačala, pa ćemo zbog njegovog velikog pojačanja na Zenerovim diodama odmah dobiti napon $-U_Z$, a na »+« priključnici pojačala napon $-U'_Z$. Tada kroz kapacitet C teče struja:

$$i_C = \frac{u_U}{R_1} - \frac{U_Z}{R_2} \tag{11.7}$$

Ta struja izbija kapacitet C, te će njegov napon nakon vremena t_b pasti na iznos $-U'_Z$:

$$t_b = \frac{-2 C U'_Z}{i_C} = \frac{2 C U'_Z}{U_Z/R_2 - u_U/R_1} \tag{11.8}$$

Daljnje smanjenje napona kapaciteta C odmah izaziva promjenu predznaka napona na izlazu iz operacijskog pojačala, odnosno na Zenerovim diodama, pa se kapacitet ponovno nabija. Stoga se periodički ponavlja nabijanje i izbijanje kapaciteta C, a time se mijenja napon na Zenerovim diodama od $+U_Z$ na $-U_Z$. Napon $+U_Z$, odnosno $-U_Z$, privodi se bazi tranzistora Tr_1, pa zbog toga naizmjence vode

struju tranzistori Tr_3 i Tr_4. Ako u omjer $(t_a - t_b)/(t_a + t_b)$ uvrstimo izraze (11.6) i (11.8), dobivamo nakon uređenja:

$$\frac{t_a - t_b}{t_a + t_b} = -\frac{u_U R_2}{U_Z R_1} = K u_U \tag{11.9}$$

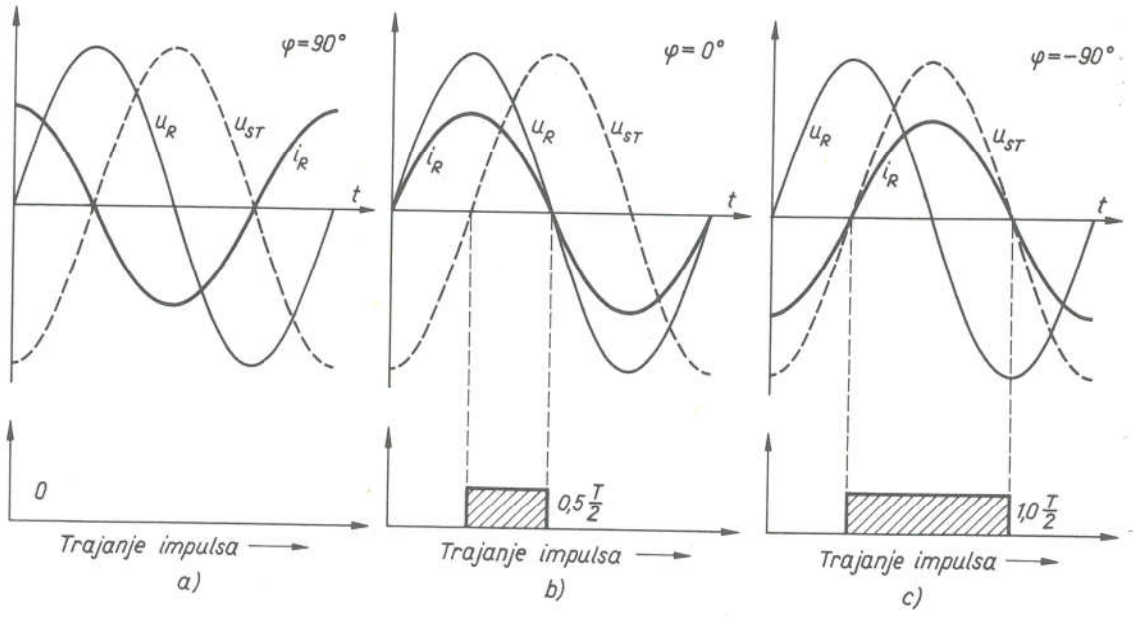
Taj izraz je jednak izrazu (11.4), što znači da je srednja vrijednost napona na otporu R razmjerna mjerenoj snazi, kako smo to i tražili:

$$u_{sr} = -\frac{R_2}{U_Z R_1} u_I u_U = K u_I u_U \tag{11.10}$$

Vrijeme $T = t_a + t_b$ treba odabrati dovoljno kratko, tako da promjene napona u_I i u_U unutar tog vremena budu zanemarive.

Pretvaranje frekvencije u njoj proporcionalni istosmjerni napon ili struju moguće je npr. pomoću sklopa prikazanog na sl. 9.138 (pogl. 9.7.2) ili onog prema sl. 9.133 ili 9.139, ako se želi mjeriti neko uže frekvencijsko područje. Upotrebljavaju se i razna druga rješenja.

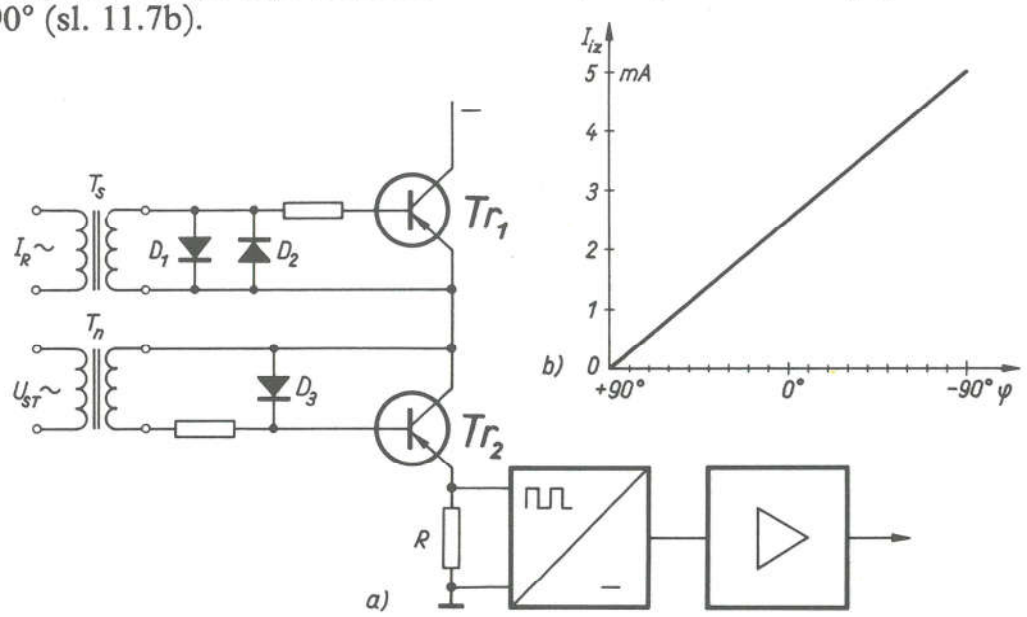
Princip rada jednoga **mjernog pretvarača faznog pomaka u istosmjernu struju** prikazan je na sl. 11.6. Odgovarajućim sklopom dobivaju se impulsi koji traju samo dok linijski napon u_{ST} i fazna struja i_R trofaznog sustava imaju pozitivnu



Sl. 11.6. Princip rada mjernog pretvarača faznog pomaka

trenutnu vrijednost. U prikazanim primjerima *a*, *b* i *c* trajanje impulsa je 0, 1/4 i 1/2 trajanja periode T. Pri tome fazni pomak između faznog napona u_R i struje i_R iznosi redom 90°, 0° i −90°. Srednja vrijednost slijeda takvih impulsa, dakle, linearno raste s promjenom faznog pomaka od +90° do −90°. Blok-shema mjernog pretvarača koji radi na tom principu prikazana je na sl. 11.7*a*. Diodama D_1, D_2 i D_3 jako su odrezani naponi na sekundarnim stranama transformatora T_s i T_n, tako da se tranzistorima Tr_1 i Tr_2 privode praktički pravokutni upravljački naponi. Tranzistori Tr_1 i Tr_2 vode struju samo onda kad oba upravljačka napona imaju pozitivnu vrijednost, odnosno na otporu R, spojenome u seriju s tranzistorima,

postoji pad napona samo kad napon u_{ST} i struja i_R imaju pozitivnu vrijednost. Tako dobiveni slijed impulsa filtriranjem se pretvara u istosmjerni napon koji se privodi ulazu pojačala sa strujnom povratnom vezom. Na izlazu tog pojačala dobiva se istosmjerna struja koja linearno raste s promjenom faznog pomaka od $+90°$ do $-90°$ (sl. 11.7b).



Sl. 11.7. Mjerni pretvarač faznog pomaka: a) Blok-shema mjernog pretvarača; b) struja na izlazu pretvarača

Osim opisanih mjernih pretvarača razvijeno je u novije vrijeme i mnogo drugih rješenja koja služe za pretvaranje praktički svih električnih i neelektričnih veličina u njima razmjernu istosmjernu struju ili napon. Zbog jednostavnosti i niske cijene upotrebljavaju se takvi pretvarači i kada nije potreban prijenos mjernih podataka na daljinu, te u kombinaciji s digitalnim voltmetrom ili instrumentom s pomičnim svitkom potiskuju ostale električne mjerne instrumente.

11.2. PRIJENOS MJERNIH PODATAKA IZMJENIČNOM STRUJOM

Izmjeničnom strujom mogu se prenijeti mjerni podaci na mnogo veće udaljenosti nego istosmjernom strujom, pogotovo ako se upotrijebe bežične radio veze, koje osim toga omogućuju prijenos podataka iz objekata koji se gibaju ili vrte. Pri tome pretvorba mjerene veličine u njoj proporcionalnu efektivnu vrijednost izmjenične struje ili napona, zbog smetnji i gubitaka u vodovima, služi samo za prijenos podataka na manje udaljenosti (pogl. 7: Mjerni transformatori). Umjesto toga vrlo često se podaci prenose **frekvencijskom modulacijom**, gdje mjerena veličina x mijenja frekvenciju f_0 izmjeničnog izvora konstantne tjemene vrijednosti U_m. Većinom je ta promjena frekvencije linearna funkcija mjerene veličine x, pa nakon modulacije napon izvora iznosi:

$$u = U_m \sin \{2\pi [f_0 + k x (f_1 - f_0)] t\} \qquad (11.11)$$

Pri $x = 0$ frekvencija izvora je f_0, a kada mjerena veličina poprimi maksimalnu vrijednost $x_{max} = 1/k$, tada je frekvencija izvora f_1. Općenito se frekvencija može vrlo tačno mjeriti, pa razlika frekvencija $f_1 - f_0$ ne mora biti velika, što je povoljna

okolnost pri višestrukom iskorištenju veza (pogl. 11.5). Mjerni rezultat ne ovisi o tjemenoj vrijednosti napona U_m, te padovi napona u prijenosnim vodovima i eventualne smetnje ne utječu na tačnost mjerenja. Potrebno je samo da signal na mjestu prijema bude još toliko velik da se može mjeriti.

Frekvencijska modulacija provodi se na različite načine. Obično mjerena veličina izaziva promjenu induktiviteta ili kapaciteta oscilatornog kruga LC oscilatora ili promjenu otpora R kod RC oscilatora.

11.3. ANALOGNI PRIJENOS MJERNIH PODATAKA IMPULSIMA

Mjerena veličina pretvara se u slijed impulsa istosmjerne ili izmjenične struje, kojima su frekvencija, trajanje ili fazni pomak razmjerni mjerenoj veličini (sl. 11.8).

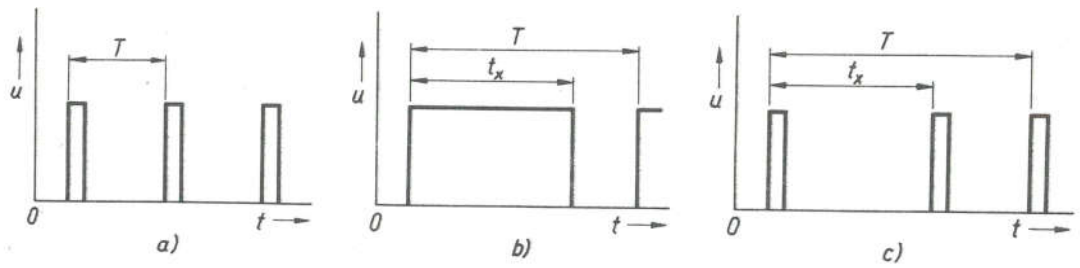
Pri **pretvaranju mjerene veličine u frekvenciju impulsa** (sl. 11.8*a*) vlada između mjerene veličine x i frekvencije impulsa $f = 1/T$ odnos:

$$f = k\,x \tag{11.12}$$

To znači da je broj impulsa N u vremenskom intervalu $t_2 - t_1$ razmjeran vremenskom integralu mjerene veličine u istom razdoblju:

$$N = \int_{t_1}^{t_2} f\,\mathrm{d}t = k\int_{t_1}^{t_2} x\,\mathrm{d}t \tag{11.13}$$

Takvi impulsi se dobivaju pomoću sklopova koji u frekvenciju pretvaraju ili istosmjerni napon (pogl. 8.3.2b) ili, kao kod elektroničkih brojila, snagu potrošača (pogl. 5.4). Kod motornih brojila (pogl. 5.1.2, 5.1.3 i 5.2.1) dobivaju se impulsi potrebni za daljinska mjerenja tako da rotor brojila pri svakom okretaju izazove određeni broj impulsa induktivnim putem ili prekidajući zraku koja osvjetljava fotootpor.



Sl. 11.8. Analogna daljinska mjerenja impulsima: a) pretvaranje mjerene veličine u frekvenciju impulsa; b) pretvaranje mjerene veličine u trajanje impulsa; c) pretvaranje mjerene veličine u fazni pomak impulsa

Vrijednost mjerene veličine utvrđuje se na mjestu prijema impulsa mjerenjem njihove frekvencije prikladnim frekventometrima, mjerenjem vremenskog intervala T ili mjerenjem broja impulsa u određenom vremenu pomoću mehaničkih ili elektroničkih brojača. Pri mjerenju frekvencije ili broja impulsa pogreška općenito iznosi $\pm$ 1 impuls (pogl. 8.3.1a). Zato trajanje mjerenja treba tako odabrati da se dobije dovoljan broj impulsa (pri 1000 primljenih impulsa pogreška je $\pm 1\,{}^{0}/_{00}$).

Padovi napona u prijenosnom vodu i eventualne smetnje ne utječu na tačnost mjerenja, slično kao i kod frekventne modulacije, ako je signal na mjestu prijema još dovoljno velik.

Kod **pretvaranja mjerene veličine u trajanje impulsa** (sl. 11.8*b*) trajanje t_x pravokutnog impulsa razmjerno je mjerenoj veličini x:

$$t_x = k\,x \tag{11.14}$$

Impulsi se ponavljaju nakon vremena T koje je veće od najvećeg mogućeg trajanja impulsa $t_{x\,max}$. Na mjestu prijema određuje se vrijednost mjerene veličine na osnovi mjerenja omjera t_x/T. Postižu se tačnosti od oko 1 %, a pri tome vrijeme T za mehaničke pretvarače iznosi oko 1 s, a za elektroničke oko 0,1 s.

Pri **pretvaranju mjerene veličine u fazni pomak** (sl. 11.8c) razmjerna je mjerena veličina x vremenskom intervalu t_x između dva kratkotrajna impulsa. Takvi kratkotrajni impulsi dobivaju se pomoću odgovarajućih elektroničkih sklopova (Schmittov okidni sklop) ako im se privede pravokutni impuls trajanja t_x prema sl. 11.8*b*. Kratkotrajni impulsi lakše se prenose na veće udaljenosti, pa se tako postupa pri većim duljinama prijenosnih vodova. Na mjestu prijema pretvaraju se ponovno kratkotrajni impulsi bistabilnim multivibratorima (pogl. 8.3.1) u pravokutne impulse trajanja t_x.

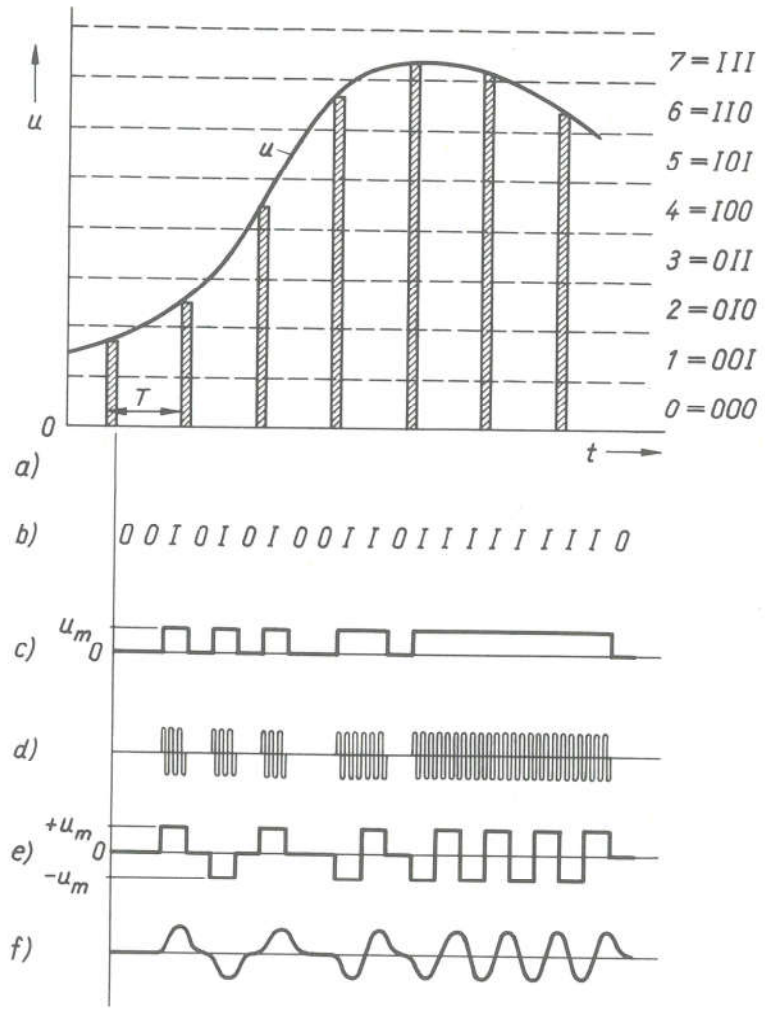
11.4. DIGITALNI PRIJENOS MJERNIH PODATAKA

Kod digitalnih daljinskih mjerenja najprije se pomoću odgovarajućih pretvarača mjerena veličina pretvori u njoj razmjeran napon u (sl. 11.9*a*), a on se dalje u određenim vremenskim razmacima T prevodi u digitalni oblik pomoću slijeda impulsa. Postupak se naziva pulsno-kodna modulacija (PCM). U tom postupku redovito se upotrebljava binarni sustav brojenja (binarni kod) u kojem je znamenka 0 predočena intervalom bez napona, a znamenka I impulsom iznosa U_m. Zbog jednostavnijeg prikaza upotrijebljeni su na sl. 11.9 binarni brojevi od samo tri mjesta, što omogućuje brojenje od 000 do III, odnosno od 0 do 7. Impulsi mogu biti istosmjerni (sl. 11.9*c*) ili izmjenični (sl. 11.9*d*). Kod istosmjernih impulsa dobivaju se bolje prijenosne karakteristike ako svaki slijedeći impuls ima suprotni predznak (sl. 11.9*e*).

Kako se razabire iz sl. 11.9*a*, pogreška pri pretvaranju u digitalni oblik može doseći iznos od $\pm$ 1 jedinice (kvanta), što kod binarnog broja od n mjesta, odnosno od 2^n kvanta, daje relativnu pogrešku od $\pm\, 2^{-n}$. Tačnost prijenosa prilagođava se tačnosti mjernih pretvarača, pa se obično upotrebljavaju binarni brojevi od 8 do 12 mjesta, odnosno sa $2^8 = 256$ do $2^{12} = 4096$ kvanta. Tome odgovaraju relativne pogreške od 3,9 do 0,24 ‰. Za daljinska mjerenja pomoću frekvencije impulsa potrebno je 1000 impulsa da bi se pogreška smanjila na 1 ‰ dok se kod ovog postupka isto postiže s binarnim brojem od 10 mjesta ($2^{10} = 1024$), odnosno sa samo 10 impulsa. To je jedan od razloga zbog kojeg se suvremena mjerna tehnika sve više oslanja na digitalni prijenos podataka.

Zbog frekvencijske karakteristike prijenosnog voda, koja ovisi o njegovoj duljini, induktivitetu, kapacitetu, otporu i odvodu voda po jedinici duljine, dobivaju se

na mjestu prijema manje ili više izobličeni impulsi (sl. 11.9*f*), pa je o tome potrebno voditi računa pri projektiranju prijenosa. Kod duljih vodova nakupljaju se u vodičima naponske smetnje iz susjednih izvora, koje se superponiraju mjernom signalu, te mogu izazvati pogreške u prijenosu. Pretpostavimo da je zbog toga u



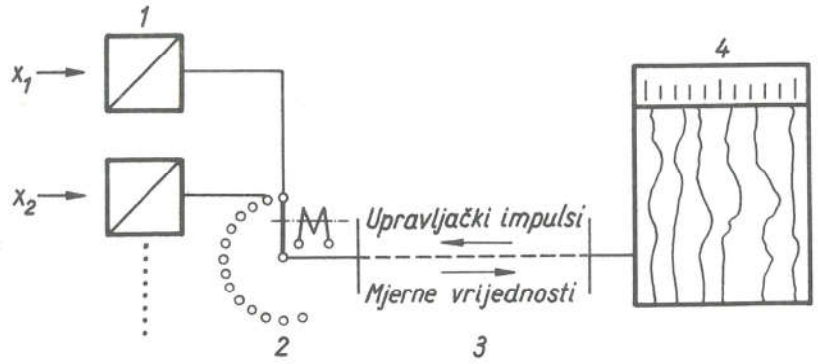
Sl. 11.9. Pulsno-kodna modulacija: a) uzimanje uzoraka mjerenog napona $u = f(t)$ u vremenskim intervalima T (desno su prikazane pripadne vrijednosti napona uzorka u dekadskom i binarnom sustavu brojenja); b) vrijednosti mjerenog napona u binarnom kodu od tri mjesta; c) slijed istosmjernih naponskih impulsa; d) slijed izmjeničnih naponskih impulsa; e) slijed naponskih impulsa u kojem je svaki slijedeći sa suprotnim predznakom; f) oblik napona na mjestu prijema

binarnom broju od osam mjesta koji iznosi OIOIIOII = 91 pogrešno prvo mjesto. Dobit ćemo IIOIIOII = 219, dakle potpuno neupotrebljiv rezultat. Pomoću dodatnih kontrolnih mjesta pridodanih binarnom broju mogu se takve pogreške otkloniti s po volji velikom statističkom sigurnošću. Najjednostavniji način, ali ipak vrlo djelotvoran, sastoji se u tome da se binarnom broju na kraju doda znamenka 0 ili I, tako da ukupan broj znamenki I bude paran. Na mjestu prijema onda se najprije provjerava je li broj znamenki I paran. Ako jest, odbacuje se dodana znamenka i primljeni podatak se dalje upotrebljava. U protivnome, podatkom se ne koristi i odmah se signalizira pogreška. Ovaj postupak zakazuje ako u jednome binarnom broju nastupe istodobno dvije pogreške, što je kod dobro izvedenih prijenosnih vodova rijetko.

11.5. VIŠESTRUKO ISKORIŠTENJE VEZA

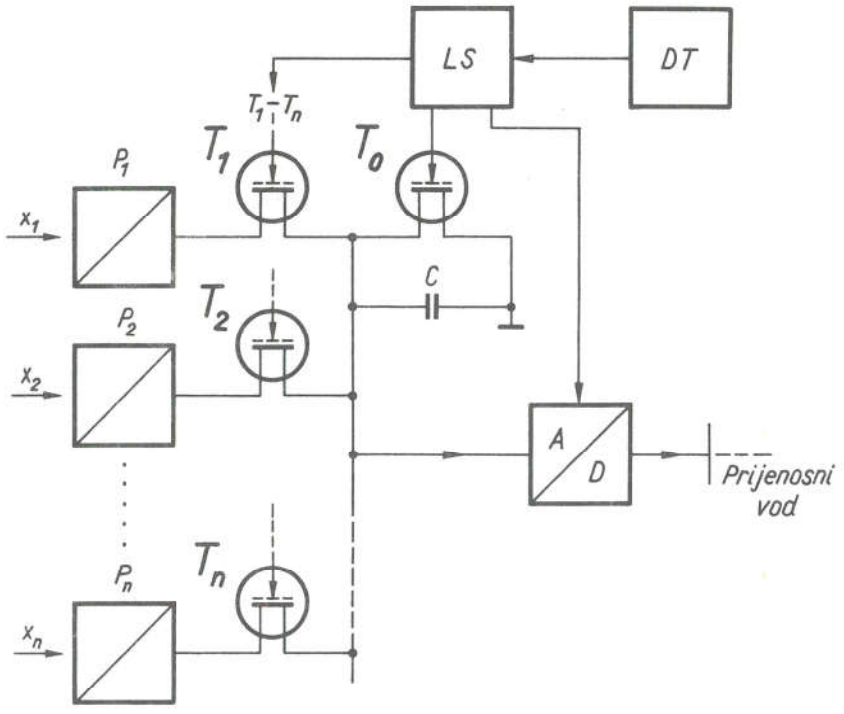
Zbog boljeg iskorištenja veza prenose se zajedničkim vodom mjerni podaci raznih mjerenih veličina, jedan za drugim (serijski) ili istodobno (paralelno).

Jednostavni primjer **serijskog** prenošenja analognih mjernih podataka prikazan je na sl. 11.10. Na mjernom su mjestu mjerni pretvarači *1* mjerenih veličina x_1 do x_n (npr. temperature raznih dijelova nekog stroja). Mjerni se pretvarači pomoću elektromehaničke preklopke *2* redom priključuju na prijenosni vod *3*,



Sl. 11.10. Serijsko prenošenje analognih mjernih vrijednosti pomoću elektromehaničke preklopke

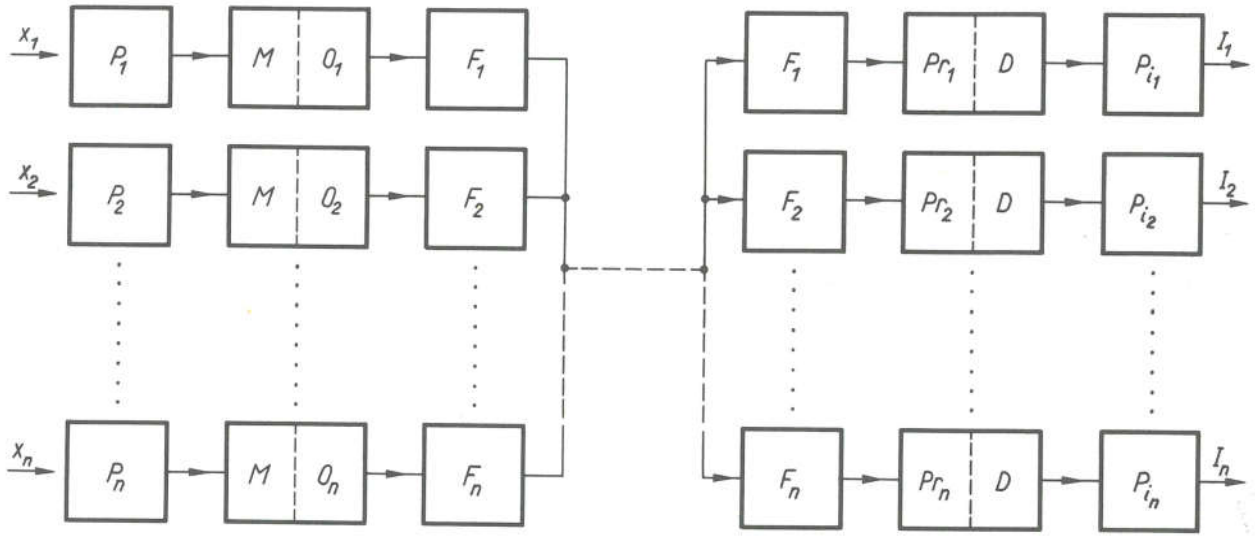
1 mjerni pretvarači mjerenih veličina x_1, x_2...; *2* daljinski upravljana preklopka; *3* vod za prijenos podataka na daljinu; *4* tačkasti registracioni instrument



Sl. 11.11. Serijsko prenošenje analognih mjernih vrijednosti pomoću poluvodičke preklopke

kojemu se na drugom kraju nalazi višestruki registracioni instrument *4*, kao što je tačkasti registracioni instrument prema sl. 4.129 (pogl. 4.10). Satni mehanizam registracionog instrumenta u pravilnim vremenskim razmacima postavlja ispod stremena instrumenta vrpcu druge boje za svaku mjerenu veličinu i ujedno šalje preko voda *3* impuls kojim se preklopka *2* prebacuje u slijedeći položaj.

Za uključivanje više mjernih pretvarača na zajednički vod služe elektromehaničke preklopke raznih izvedbi, koje se odlikuju kontaktnim otporom od samo nekoliko milioma i velikim izolacionim otporom, većim od $10^9\ \Omega$, u otvorenom stanju. Nedostatak im je mala brzina uklapanja, od najviše 50 uklapanja u sekundi, te ograničena trajnost. Zbog toga se češće upotrebljavaju mnogo brže poluvodičke preklopke, kao u primjeru na sl. 11.11. Davač takta DT preko logičkog sklopa LS i tranzistora s efektom električnog polja T_1 uključi mjerni pretvarač P_1, koji nabije kondenzator C. Nakon toga se isključi pretvarač P_1 i uključi analogno digitalni pretvarač A/D, koji napon pohranjen u kondenzatoru C pretvori u slijed impulsa i preda prijenosnom vodu. Dalje se pomoću tranzistora T_0 isprazni kondenzator C i tranzistorom T_2 uključi slijedeći pretvarač. Na taj način moguće je obaviti mjerenje napona jednog pretvarača u vremenu od samo nekoliko mikrosekundi ili još kraćemu.



Sl. 11.12. Istodobni prijenos mjernih vrijednosti na različitim nosećim frekvencijama

Više mjernih vrijednosti može se **istodobno** prenijeti zajedničkim vodom ako se njihov prijenos obavlja na različitim nosećim frekvencijama. Primjer takvog prijenosa prikazan je na sl. 11.12. Mjerena veličina x_1 pretvara se pomoću pretvarača P_1 u istosmjerni napon i privodi modulatoru M koji modulira frekvenciju oscilatora O_1 (pogl. 11.2) u uskome frekvencijskom pojasu. Filter F_1 propušta samo napone iz toga frekvencijskog pojasa, a ostale guši. Jednako se postupa s mjerenim veličinama x_2 do x_n, s time da se promjene frekvencija njihovih oscilatora odvijaju unutar slijedećeg frekvencijskog pojasa. Sve tako dobivene frekvencije šalju se preko zajedničkog voda, a onda se na mjestu prijema odvajaju pomoću filtera F_1 do F_n i privode prijemnicima Pr_1 do Pr_n. Konačno djelovanjem demodulatora D i izlaznih pretvarača P_i dobivaju se struje I_1 do I_n, koje su razmjerne mjerenim veličinama x_1 do x_n. Pri upotrebi telefonskih vodova obično se koristi frekvencijsko područje od 300 do 3400 Hz, podijeljeno na 24 pojasa po 120 Hz. Za bežične radio veze upotrebljava se frekvencijsko područje od 400 do 70 000 Hz, podijeljeno na 18 pojasa. Budući da su to frekvencije preniske za radio veze, provodi se još jedna frekvencijska modulacija s nosećim frekvencijama npr. od 217,550 MHz i 219,450 MHz, koje su dogovorno odabrane.

11.6. MJERNI SUSTAVI

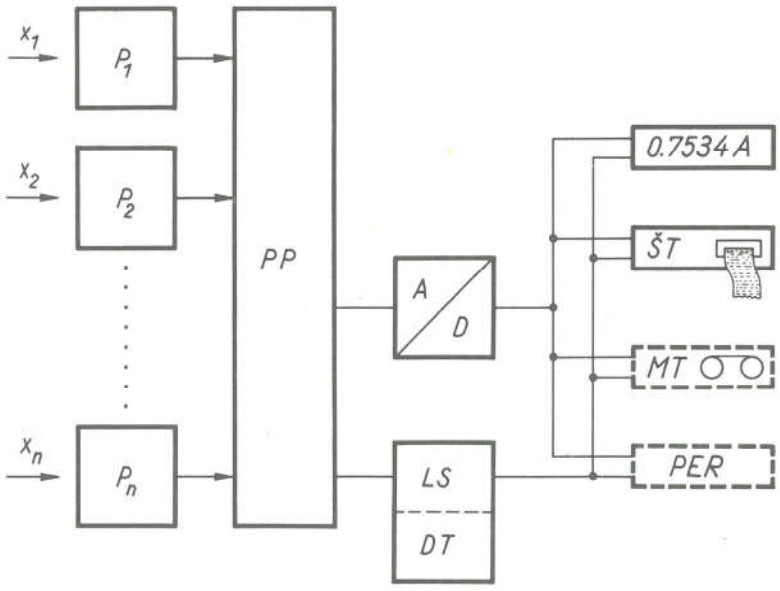
Pri povezivanju većeg broja mjernih instrumenata u jedan funkcionalni mjerni sustav obično se u većoj ili manjoj mjeri zahtijeva:

a) automatsko zapisivanje velikog broja mjerenih veličina određenim redoslijedom i u zadanim vremenskim intervalima, koji su katkada vrlo kratki;

b) signaliziranje kada neka mjerena veličina premaši određene granice;

c) automatsko upravljanje mjernim procesom prema zadanom programu.

Na sl. 11.13 prikazan je mjerni sustav koji omogućuje zapisivanje velikog broja mjernih vrijednosti pomoću samo jedne naprave. Mjerene električne i neelektrične veličine x_1 do x_n pretvaraju se u njima razmjerni istosmjerni napon od 0 do 1 V ili od 0 do 10 V pomoću pretvarača P_1 do P_n, kao što su oni opisani u pogl. 11.1. Ako je mjerno mjesto daleko, primjenjuje se jedan od već opisanih

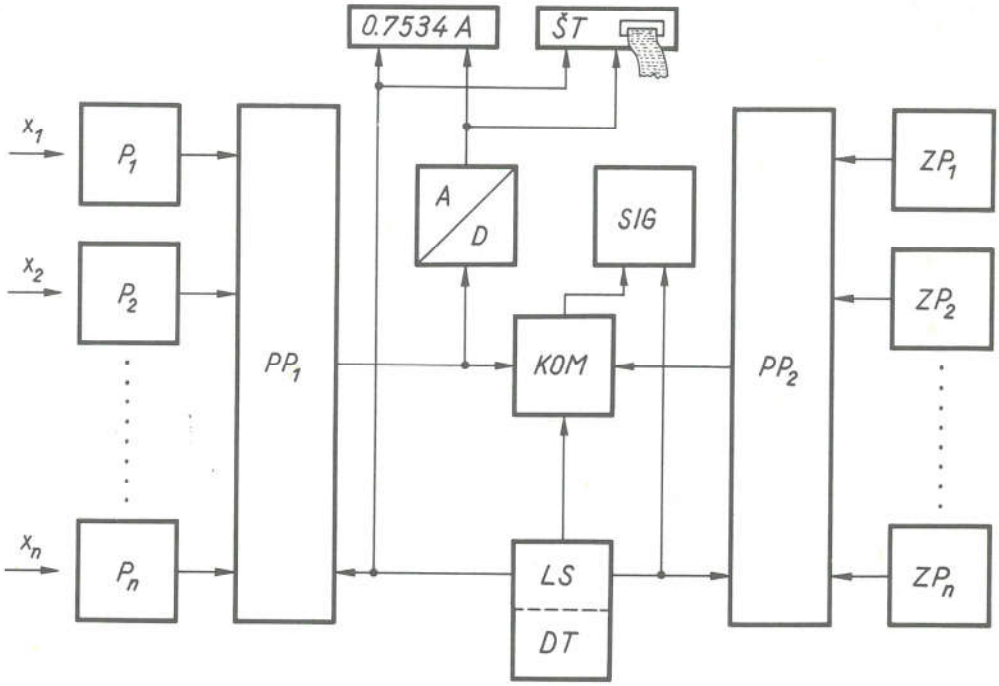


Sl. 11.13. Mjerni sustav sa zajedničkim napravama za očitanje i zapisivanje velikog broja mjernih vrijednosti

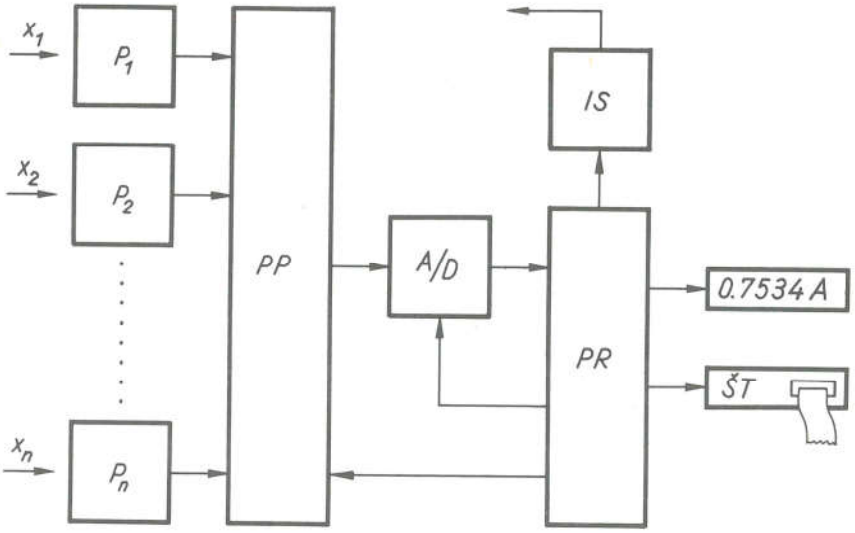
postupaka za daljinsko mjerenje. Poluvodička preklopka PP (kao npr. preklopka na sl. 11.11) uključuje određenim redoslijedom istosmjerne napone pretvarača na analogno-digitalni pretvarač A/D. Na njegovu izlazu nalaze se naprave za očitanje i zapisivanje mjernih vrijednosti: digitalni voltmetar i štampač ŠT. Za zapisivanje se još upotrebljavaju magnetske trake i perforatori traka ili kartica (MT i PER na sl. 11.13). Obično se zapisuje redni broj pretvarača, vrijeme mjerenja, numerički podatak o mjerenoj veličini i jedinica mjerene veličine. Redoslijed i trenutak uključivanja određuje prema zadanom programu davač takta DT preko logičkog sklopa LS, koji ujedno daje štampaču podatke o rednom broju pretvarača, vremenu mjerenja i jedinici mjerene veličine. Programom se može predvidjeti češće uključivanje veličina koje se brže mijenjaju.

Na sl. 11.14 prikazan je mjerni sustav koji signalizira kada neka mjerena veličina premaši određene granice. Tu je osim očitavanja i zapisivanja, kao na sl. 11.13, predviđena još i usporedba napona iz pretvarača P_1 do P_n sa zadanim parametrima ZP_1 do ZP_n. Usporedba se provodi komparatorom KOM, koji u slučaju

prekoračenja djeluje na sklop SIG za akustičku ili optičku signalizaciju. Davač takta DT preko logičkog sklopa LS te preklopki PP_1 i PP_2 istodobno uključuje na komparator KOM mjerenu veličinu i pripadni zadani parametar.



Sl. 11.14. Mjerni sustav sa zajedničkim napravama za očitanje, zapisivanje i signalizaciju kada neka od mjerenih veličina pređe određene granice



Sl. 11.15. Mjerni sustav s automatskim upravljanjem mjernim procesom pomoću procesnog računala

Na sl. 11.15 mjerni je sustav koji omogućuje automatsko upravljanje mjernim procesom prema zadanom programu pomoću procesnog računala PR. Uloga tog računala je višestruka. Ono određuje redoslijed i trenutak uključivanja pojedinih pretvarača prema zadanom programu, te napravama za očitanje i zapisivanje daje podatke o rednom broju pretvarača, vremenu mjerenja, zatim numeričke podatke o mjerenoj veličini i jedinici mjerene veličine. Na osnovi izmjerenih vrijednosti

ono izračunava razne potrebne podatke i dostavlja ih napravama za očitanje i zapisivanje. Ako neka od mjerenih veličina prekorači zadane granice, računalo djeluje preko izlaznog sustava IS na optičku i akustičku signalizaciju. Preko izlaznog sustava IS procesno računalo ujedno upravlja sklopovima za regulaciju mjerenog procesa.

11.7. Zadaci

1) Koliku pogrešku izaziva izolacioni otpor od 1 MΩ između vodiča prijenosnog voda ako mjerni pretvarač sa strujnim izlazom ima izlaznu struju 5 mA i izlazni napon 15 V?

2) Na mjerni pretvarač s naponskim izlazom priključena su tri instrumenta preko dvožilnoga bakrenog voda ($\rho = 0{,}0175\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$) presjeka 1,5 mm² i duljine 1 km. Kolika će pogreška nastati ako se ne uzme u obzir pad napona u vodu, a otpor svakog instrumenta iznosi 1000 Ω?

3) Pad napona na ulazu pretvarača prema sl. 11.3*a* iznosi 0,5 V kod ulazne struje $I_{ul} = 1$ A pri teretu na izlazu od 3000 Ω. Kolik je (približno) pad napona na ulazu kod iste ulazne struje, ali kod tereta od 0 Ω?

4) Pretvarač prema sl. 11.3*a* ($I_{ul} = 1$ A i djelatni pad napona na ulazu 0,5 V) želi se izmjenom primarnog namota transformatora T preraditi u pretvarač prema sl. 11.3*b*. Koliko puta valja povećati broj zavoja primarnog namota transformatora (ukupni presjek namota ostaje isti) i koliko iznosi predotpor R ako se zahtijeva da prerađeni pretvarač troši 25 mA kod 100 V?

5) Kroz mjerni pretvarač prema sl. 11.3*a*, baždaren u efektivnim vrijednostima sinusne struje, teče ulazna struja:

$$I_m [\sin \omega t + 0{,}2 \sin (3 \omega t + \varphi)].$$

Koliko pretvarač griješi pri $\varphi = 0$, i $\varphi = \pi/2$?

6) Kako se mijenja trajanje periode $T = t_a + t_b$ u ovisnosti o omjeru struja i_1/i_2 kod pretvarača prema sl. 11.5 ako kod $i_1 = 0$ trajanje periode iznosi T_0?

12. RJEŠENJA ZADATAKA

Poglavlje 1.

1. $\bar{x} = 1481{,}6\ \Omega$; $s = 2{,}7\ \Omega$; $s_{\bar{x}} = 1{,}2\ \Omega$
2. $\bar{x} = 104{,}4$; $s = 1{,}84$; $\bar{x} \pm \frac{t}{\sqrt{n}} s = 104{,}4 \pm 0{,}86$
3. $u = 0{,}08$ W
4. 241 otpornik
5. $s = 0{,}127\%$
6. $s = 0{,}257\%$ (paralelna kombinacija); $s = 1{,}82\%$ (serijska kombinacija)
7. 2,28%
8. $s = 1{,}18\%$ (paralelna kombinacija); $s = 4{,}17\%$ (serijska kombinacija)
9. $G'_{R\%} = \pm\ 0{,}7\%$; $G''_{R\%} = \pm\ 0{,}54\%$
10. $G''_{P\%} = \pm\ 0{,}5\%$; $G''_{P\%} = \pm\ 0{,}41\%$
11. $P = 53$ W; $u_{P\%} = 3{,}8\%$
12.

cos φ	G′	G″
0	1,0	0,71
0,5	1,5	0,96
0,707	2,5	1,5
0,894	7,0	4,1

Poglavlje 2.

1. 0,002%
2. $\varphi = 0{,}18°$; $\varphi = 1{,}7°$; $\varphi = -\ 43{,}2°$
3. $\tau = -35{,}9$ ns; $\tau = -\ 4{,}03$ ns
4. $\pm\ 1{,}3\%$
5. $C = 1{,}8\ \mu$F; $R = 34{,}8\ \Omega$; $\operatorname{tg}\delta = 0{,}0197$
6. $G''_C = \pm\ 0{,}54\ ‰$
7. 0,0037%/°C
8. $r^2 = 3{,}7\ \tau\rho/f_{Cu}$ (r u cm, τ u s, ρ u Ω mm²/m); $r = 4{,}02$ cm; $N = 988$ zavoja
9. Za paralelni spoj: $L_{min} = 1{,}45$ mH i $L_{max} = 12{,}45$ mH, a za serijski spoj: $L_{min} = 5{,}8$ mH i $L_{max} = 49{,}8$ mH

Poglavlje 3.

1. 0,074%
2. Za ulazni napon 12; 24; 48 i 96 V faktor stabilizacije S redom iznosi: 50,5; 75,5; 88 i 94,2
3. $S = 1{,}72 \cdot 10^3$
4. 710 Ω; $\alpha = 0{,}00028/°C$; 51,3 Ω
5. Duljina otpornika za potenciometarski spoj iznosi 20 cm, a za serijski 180 cm
6. Duljina otpornika za potenciometarski spoj iznosi 20 cm, a za serijski 5 cm
7. 1 A

Poglavlje 4.

1. Procentualna nesigurnost očitanja linearne skale iznosi 0,5% pri otklonu 15 mm, a 0,05% pri punom otklonu. Procentualna nesigurnost očitanja kvadratične skale iznosi 0,25% pri otklonu 15 mm, 0,025% pri punom otklonu a 2,5% kada je mjerena veličina 10 puta manja od mjernog dometa
2. $M_{\bigcirc}/M_{\square} = 3{,}2$
3. $M_{90°}/M_t = 4{,}9 \cdot 10^3$
4. $s = 0{,}53$
5. $s = 0{,}25$
6. $100\sqrt{3}\ \Omega$
7. 4,08 s
8. $G = \dfrac{T_0 C_i (R_g + R_a)}{\pi}(1 - s_0)$
9. 0,124 V; 1,38 V
10. 0,353 mm/μA
11. 0,333 mm/μA; 0,125 mm/μA
12. 0,0025 d.sk.
13. $T_0 = 7{,}17$ s
14. Zadovoljava klasu tačnosti 0,2
15. 136 Ω
16. $R_1 = 4{,}5\ \Omega$; $R_2 = 0{,}45\ \Omega$; $R_3 = 0{,}05\ \Omega$
17. $T_0 = 10{,}9$ s; $C_{Bo} = 1{,}39 \cdot 10^{-8}$ As/d.sk.; $C_{Bp} = 1{,}71 \cdot 10^{-8}$ As/d.sk.; $C_B = 3{,}77 \cdot 10^{-8}$ As/d.sk.
18. $R_1 = 70\ \Omega$: $R_1' = 21{,}875\ \Omega$; $R_2 = 35\ \Omega$; $R_2' = 17{,}5\ \Omega$; $R_3 = 0$; $R_3' = 17{,}5\ \Omega$
19. $G = 401\ \mu$Vs/d. sk.
20. −5,9%
21. 4,44 V
22. Za $T_k = 180°$ voltmetar će redom pokazati: 4,5 V; 3,90 V; 2,25 V i 0 V, a za $T_k = 120°$: 3,90 V; 3,38 V; 1,95 V i 0 V

23. $M_1 = 5{,}13 \cdot 10^{-6}$ Nm; 4,2°; 35,7°

24. $M_1 = 206 \cdot 10^{-6}$ Nm

25. 116 V

26. 106 V

27. 3,33 V

28. − 2,53%

29. + 4,6%; 0,174 ms

30. + 0,017%; 0,487; − 0,0215

Poglavlje 5

1. $P = 2{,}4$ kW

2. $p = -\ 1{,}2\%$

3. $p = +\ 2{,}2\%$

4. $\Delta\alpha = 1{,}04°$

5. $p = -\ 0{,}06\%$; $p = -\ 35\%$

Poglavlje 6

1. $R_x = 121{,}045\ \Omega$

2. 1) $G_{R_1}\% = \pm\ 3{,}5\%$; 2) $G_{R_1}\% = \pm\ 0{,}69\%$

3. 0,71 Ω

4. $R_2 = 2{,}17$ kΩ; $R_3 = 100\ \Omega$; $R_4 = 21{,}7\ \Omega$; $C_i = 0{,}127\ \mu$A/d.sk.

5. $R_2 = 5000\ \Omega$; $R_3 = 100\ \Omega$; $R_4 = 50\ \Omega$; $R_5 = 3360\ \Omega$; $C_i = 6{,}6 \cdot 10^{-8}$A/d.sk.

6. $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 10\ \Omega$; $U = 3{,}16$ V

7. +72 %

8. $R_x = 6{,}4$ mΩ; +0,0047 %

9. $R_x = 3$ mΩ; −0,017 %

10. $\delta_{min} = 0{,}12$ %

11. $1 : \frac{90}{11} : \frac{909}{22} : \frac{909}{22} : \frac{90}{11} : 1$

12. $C_i = 9{,}5 \cdot 10^{-6}$ A/d. sk.

13. $C_i = 0{,}11 \cdot 10^{-6}$ A/d. sk.

14. $U_x = 9{,}0$ V; $\varphi = 17{,}1°$

15. $U_x = 26$ V; $\varphi = 14{,}8'$

Poglavlje 7

1. $P_t = 2{,}35$ VA
2. $p_n = +1{,}4\%$; $\delta = 13{,}3'$
3. Od 37 do 43 zavoja; najpovoljnije 40 zavoja
5. $-0{,}64\%$
6. $P_t = 16{,}3$ VA
7. 1,9 A
8. $p_i = 0{,}55\%$; $\delta = 12'$
9. $U_m = 20{,}3$ kV
10. 629 V
11. $I_1/I_2 = 8{,}32 \cdot 10^3$
12. 0,15%
13. $p_i = +0{,}125\%$; $p_{is} = +5\%$
14. $M = 1{,}39$ mH
15. $p_n = 0{,}714\%$; $\delta' = 32{,}2'$

Poglavlje 8

1. $A = 4{,}99 \cdot 10^3$; $\beta = 0{,}0998$
2. $R = 99\ \Omega$; $A_s = 1$ A/V
3. $4/\sqrt{2}$ V
4. $-1{,}57$ V
5. Trokutasti; $\frac{U_m}{4fRC}$
6. $\omega R C U_m \cos \omega t$
7. Pravokutni; $U_m = 6$ V
8. 6,66 V
9. $T = 1$ s
10. $R_{ul} = 50$ kΩ
11. Binarno: IOOIOIIIIOII, tetradski: IO OIOO OOIO OIII
12. $v_x = 16{,}8 \cdot 10^6$ m/s; $f = 41{,}9$ MHz
13. $S_r = 0{,}1$ mm/V.

Poglavlje 9

1. $U = \sqrt{2} \cdot 10^{-4}$ V
2. $\alpha_{isp} = 115{,}4$ d. sk.

3. $U_m = 95\,kV$
4. $p = +2{,}9\%$
5. $I = 0{,}65\,A$; $P = 150\,kVA$
6. Za spoj prema sl. 9.22 korektura iznosi: $-4{,}76\%$, a za spoj prema sl. 9.23: $-0{,}01\%$
7. $P = 23{,}9\,W$
8. $P = 293\,W$; $\cos\varphi = 0{,}244$
9. $P = 119\,W$; $\cos\varphi = 0{,}398$
10. $R = Z$
11. $R = Z$
12. $P = 3540\,W$; $\cos\varphi = 0{,}9988$; $G' = \pm 0{,}23\%$
13. $P = 100\,W$; $\cos\varphi = 0{,}0163$; $G' = \pm 8\%$
14. $P_1 = 697{,}5\,W$; $P_2 = 109{,}5\,W$
15. $P = 1350\,W$; $\cos\varphi = 0{,}0945$; $G' = \pm 0{,}67\%$
16. $P = 36{,}6\,kW$; $\cos\varphi = 0{,}0422$
17. U naponskom spoju korektura iznosi $\pm 0{,}99\%$, a u strujnom $-0{,}025\%$.
18. Najbolja tačnost se postiže pri punom otklonu ampermetra (10 A) i u naponskom spoju. $G' = \pm 0{,}6\%$. Utjecaj korekturnih otpora je zanemariv ($-0{,}001\%$).
19. Najbolja tačnost se postiže ampermetrom za 0 do 1,5 A i voltmetrom za 0 do 20 V pri struji 1 A. $G' = \pm 1{,}15\%$
20. 157 s; 21,4 s; 2,62 s
21. $R_x = 6{,}41\,M\Omega$
22. $R_x = 608\,k\Omega$
23. 0,55%; 0,45%; 0,67%
24. $R_x = 366\,M\Omega$
25. $R_1 = 0{,}96\,M\Omega$; $R_2 = 1{,}39\,M\Omega$
26. $R_x = 143\,\Omega$; $L_1 = 0{,}426\,H$
27. Potrebno je najmanje 21 ugađanje
28. $L_x = 0{,}928\,H$; $R_x = 580\,\Omega$; $Q = 10{,}05$
29. $R_x = 480\,\Omega$; $L_x = 20{,}4\,mH$
30. $M_x = 1{,}27\,mH$
31. $M_x = 10{,}2\,mH$
32. $u = 1800\,V$; $t = 12{,}8\,\mu s$
33. $M_x = 0{,}1312\,H$; $C_B = 0{,}172 \cdot 10^{-6}\,As/d.\,sk.$
34. $p = +1\%$
35. $p = 0{,}125\%$
36. $C_x = 12{,}8\,nF$

37. $C_x = 22{,}3$ nF; $\operatorname{tg}\delta = 2{,}04 \cdot 10^{-3}$

38. $\Delta \operatorname{tg}\varphi = -1{,}88 \cdot 10^{-3}$

39. $C_x = 265$ pF; $\operatorname{tg}\delta = 25 \cdot 10^{-3}$; $C_4 = 23{,}44$ nF

40. $C_1 = 0{,}573 \cdot 10^{-6}$ A/mm

41. $f = 93{,}0$ kHz

42. $P_{\check{z}} = 19{,}7$ W; $B_m = 1{,}07$ T

43. $U_{25} = 45{,}9$ V; $U_{50} = 91{,}8$ V; $P_{v25} = 5{,}3$ W; $P_{v50} = 21{,}2$ W; $P_{h25} = 6$ W; $P_{h50} = 12{,}0$ W

44. $\Delta B = -9{,}75$ mT

Poglavlje 10

1. $-1{,}3$ °C; $-1{,}5$ °C

2. $\vartheta = 102{,}6$ °C

3. $R = 0{,}469\ \Omega$

4. $U = 1$ V

5. $U = \sqrt{2}$ mV

6. $I = 0{,}62$ mA

7. $l_x = 1312$ m

Poglavlje 11

1. $-0{,}3$ %

2. $-6{,}5$ %

3. $\approx 0{,}5$ V

4. 40 puta; $3200\ \Omega$

5. $-1{,}94$ %; $-1{,}94$ %;

6. $\dfrac{T_0}{1 - i_1^2/i_2^2}$

13. LITERATURA

LITERATURA O OPĆIM MJERENJIMA U ELEKTROTEHNICI

1. Archiv für technisches Messen und industrielle Messtechnik (ATM), Verlag R. Oldenbourg, München.
2. Avčin F. — Mlakar F. — Strojnik A.: Splošna električna in magnetna mjerenja, Univerzitetna založba, Ljubljana, 1961.
3. Barbagelata A.: Misure elettriche I, II, Ed. Politec. Tamburini, Milano, 1951.
4. Frank E.: Electrical Measurement Analysis, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London, 1959.
5. Golding E. W.: Electrical Measurements and Measuring Instruments, Sir I. Pitman & Sons, London, 1940.
6. Harris F. K.: Electrical Measurements, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1952,
7. Jaeger W.: Elektrische Messtechnik, III. izd., Verlag von J. A. Barth, Leipzig, 1928.
8. Jovanović V.: Električna merenja, Naučna knjiga, Beograd, 1967.
9. Jovevski V.: Električni merenja, Izdanie na Univerzitetot vo Skopje, Skopje, 1966.
10. Касаткин А. С.: Электрические измерения, Государсверпное издательство, Москва - -Ленинград, 1946.
11. Karsa B. E. F.: Electrical Measuring Instruments and Measurements, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1967.
12. Keinath G.: Die Technik elektrischer Messgeräte, R. Oldenbourg, München, 1928.
13. Kinnard I. F.: Applied Electrical Measurements, John Wiley & Sons, Inc., New York 1956.
14. Lapinski M.: Miernictwo elektryczne, Wydawnictwa Naukovo-Techniczne, Warszawa, 1967.
15. Laws F. A.: Electrical Measurement, II. izd., McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, London, 1938.
16. Linker A.: Elektrotechnische Messkunde, IV. izd., Verlag von J. Springer, Berlin, 1932.
17. Lončar J.: Električna mjerenja, IV. izd., Tehnička knjiga, Zagreb, 1965.
18. Лурье А. И.: Электрические измерения в сетях сильного тока, Государственное энергетическое издательство, Москва — Ленинград, 1948.
19. Mlakar F.: Opća električna mjerenja VI. izd., Elektrotehniška prosveta Slovenije, Ljubljana, 1971.
20. Orlich E.: Anleitungen zum Arbeiten im Elektrotechnischen Laboratorium, Verlag von J. Springer, Berlin, 1931.
21. Palm A.: Elektrische Messgeräte und Messeinrichtungen, IV. izd., Springer-Verlag, Berlin Göttingen, Heidelberg, 1963.
22. Pflier/Jahn: Elektrische Messgeräte und Messverfahren, III. izd., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1965.
23. Schwerdtfeger W.: Elektrische Messtechnik I, II, C. F. Winter'sche Verlagshandlung, Füssen, 1958.
24. Skirl W.: Elektrische Messungen, II. izd., Berlin, Leipzig, 1936.
25. Stanek J.: Technik elektrischer Messgeräte, II. izd., VEB Verlag Technik, Berlin, 1961.
26. Stöck M.-Winterling K. H.: Elektrische Messtechnik, B. G. Teubner Verlags Gesellschaft, Stuttgart, 1973.
27. Trnka Z. — Dufek M.: Elektrické měřici prístroje, Státni nakladatelství technické literatury, Praha, 1958.

LITERATURA PO POGLAVLJIMA

0. Metrološka mjerenja (uvod)

0.1. Avčin F.: Osnove metrologije, Državna založba Slovenije, Ljubljana, 1952.

0.2. Avčin F.: Predlog za osnivanje Saveznog metrološkog zavoda FNRJ, Elektrotehnički vesnik, 6-7, 1960, str. 159—163.

0.3. Brezinšćak M.: Mjere i sistemi jedinica, Tehnička knjiga, Zagreb, 1961.

0.4. Brezinšćak M.: Nova definicija i realizacija metra, Automacija br. 1, 1962, str. 38—40.

0.5. Brezinšćak M.: Mjerenje i računanje u tehnici i znanosti, Tehnička knjiga, Zagreb, 1971.

0.6. Curtis H. L.: Electrical Measurements, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, London 1937.

0.7. Javorský E. — Marko Š.: Metódy skúšania elektrických meracích prístrojov, Slovenské vydavateľstvo technickej literatúry, Bratislava, 1964.

0.8. Kemnitz W.: Untersuchungen über die Bestimmung der absoluten elektrischen Widerstandseinheit mit Hilfe eines von Tuttle angegebenen überbrückten T-Gliedes, E u M, Jahrgang 79, 1962, Heft 11/12, str. 305—310.

0.9. Mungall A. G. — Bailey R. — Daams H.: The Canadian Cesium Beam Frequency Standard, Metrologia, Vol. 2, No. 3, 1966, str. 98—104.

0.10. Rayner G. H.: An Absolute Determination of Resistance by Campbell's Method, Metrologia, Vol. 3, No. 1, 1967, str. 12—18.

0.11. Schrader H. J.: Die Basiseinheiten der Elektrodynamik-Möglichkeiten einer Neudefinition und ihre Konsequenzen, PTB Mitteilungen, Heft 1, Februar 1975, str. 29—32.

1. Pogreške mjerenja

1.1. Bego V.: Mjerna tehnika (Pogreške električnih mjerenja), skripta, Sveučilište Zagreb, 1966.

1.2. Čubranić N.: Teorija pogrešaka s računom izjednačenja, Tehnička knjiga, Zagreb, 1966.

1.3. DIN 1319, Grundbegriffe der Messtechnik, Dezember 1963.

1.4. Fritz W. — Poleck H.: Über die Fehler beim Messen und die praktische Beurteilung von Messergebnissen, ATM, Lfg. 350, März 1965, J 021—12; Lfg. 351, April 1965, J 021——13; Lfg. 352, Mai 1965, J 021—14.

1.5. JUS A.A2.020, Primena statističkih metoda u industriji, XII-1964.

1.6. Pavlić I.: Matematička statistika, Privreda, Zagreb, 1962.

1.7. Pavlić I.: Statistička teorija i primjena, Panorama, Zagreb, 1965.

1.8. Poleck H.: Die Sicherheit statistischer Fehlergrenzen bei der Fehlergrenzenfortpflanzung, ATM, Lfg. 344, September 1964, J 021—8; Lfg. 345, Oktober 1964, J 021—9; Lfg. 346, November 1964, J 021—10; Lfg. 360, Januar 1966, J 021—17; Lfg. 367, August 1966, J 021—18.

1.9. Rovešnjak M.: Statistička kontrola kvalitete, Panorama, Zagreb, 1966.

1.10. Vranić V.: Vjerojatnost i statistika, Tehnička knjiga, Zagreb, 1958.

1.11. Žarković S. S.: Kontrola kvaliteta robe, Izdavačko preduzeće Industriska knjiga, Beograd, 1949.

2. Mjerni otpornici, kondenzatori i svici

2.1. AEG: Präzisions-Kurbelwiderstände, ATM, Lfg. 207, April 1953, Z 112—2.

2.2. Белевцев А. Т.: Потенциометры, Государственное научно-техническое издательство, ОБОРОНГИЗ Москва, 1962.

2.3. Feldtkeller R.: Spulen und Übertrager, II. izd., S. Hirzel Verlag, Zürich, 1949.

2.4. Harrison P.W. — Rayner G. H.: A Primary Standard of Mutual Inductance, Metrologia, January 1967, Vol. 3, No. 1, str. 1—12.

2.5. Hetzel W — Melchert F.: Untersuchungen über die Eingung von „Centanin" — Drähten für Präzisionswiderstände, Z. Instr. 68, 1960, Heft 11, str. 264—270.

2.6. Keinath G.: Präzisions-Widerstände für Hochfrequenz mit besonderer Berücksichtigung amerikanischer Technik, ATM, Juni 1939, Z 115—1.
2.7. Кротков И. Н.: Точные измерения электрических емкости и индуктивности, Издательство комитета стандартов, мер и измерительных приборов при Совете министров СССР, Москва, 1966.
2.8. Krönert J.: Präzisions-Drahtwiderstande für Gleich- und Wechselstrom, ATM, 1931 — T78, Z 111—1.
2.9. Kugelstadt W.: Festwiderstände mit eingebrannten Edelmetallschichten, Siemens Zeitschrift, Februar 1967, Heft 2.
2.10. Laporte H.: Die Messung und Berechnung von Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten aller Art, Verlag von W. Knapp, Halle, 1950.
2.11. Najprecizniji standardi električkog kapaciteta, Automacija, 1962, br. 1, str. 36—37.
2.12. Pinter V.: Induktivni svici za ograničenje struje kratkog spoja, Informacije R. Končar br. 2, 1959, str. 37—49 i br. 3-4, 1959, str. 73—85.
2.13. Schulze A.: Die messtechnische Überwachung der elektrischen Widerstandseinheit, ATM, Lfg. 200, Spetember 1952, Z 111—2.
2.14. Schulze A.: Goldchrom-Normalwiderstände, ATM, Lfg. 203, Dezember 1952, Z 111—5.
2.15. Schulze A.: Messwiderstände, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1953.
2.16. Schulze A.: Widerstandswerkstoffe für Normalwiderstände, ATM, April 1940, Z 931—6.
2.17. Thomas J. L. — Keinath G.: Neue 1-Ω-Normalwiderstände des Bureau of Standards, ATM, 1931 — T47, Z 111—3.
2.18. Thomas J. L.: 1-Ohm-Normalwiderstände aus Reinmetallen, ATM, Juli 1934, Z 111—4.
2.19. Tribušon P. — Zalar S. M.: Električne osobine nikal-hromnih tankih slojeva, Tehnički bilten industrije ISKRA br. 3 i 4, 1965.
2.20. Wachendorf H.: Induktivitäten ohne Eisen Formeln und Kurven, ATM, Juli 1951, Z 120—1.
2.21. Warnecke H.: Hochspannungs-Messkondensatoren II. Pressgaskondensatoren, ATM, Dezember 1948, Z 131—5.
2.22. Zickner G.: Absolute Induktivitäts-Normale, ATM, Februar 1935, Z 121—1.
2.23. Zickner G.: Induktivitäts-Normale (unveränderbare Modelle), ATM, Mai 1935, Z 121—2.
2.24. Zickner G.: Induktivitäts-Normale (regelbare Modelle), ATM, März 1935, Z 123—1.
2.25. Zickner G.: Absolute Kapazitätsnormale, ATM, Oktober 1933. Z 131—1.
2.26. Zickner G.: Kapazitätsnormale mit festem Dielektrikum (Gilmmer und Glas), ATM, April 1934, Z 131—2.
2.27. Zickner G.: Normal-Luftkondensatoren (unveränderbare Modelle), ATM, Juni 1934, Z 131—3.
2.28. Zickner G.: Normal-Luftkondensatoren (Regelbare Modelle), ATM, Mai 1934, Z 135—1.

3. Laboratorijski izvori

3.1. Božić D.: Visokostabilni izvori istosmjernog napona kao zamjena za Westonov normalni element, magistarski rad, Zagreb, 1969.
3.2. Froehlich M.: Normalelemente, ATM, Lfg. 329, Juni 1963, Z 41—2.
3.3. Helke H.: Spannungskonstanthaltung mit Hilfe von Zenerdioden, ATM Lfg. 366, Juli 1966, Z 40—5; Lfg. 367, August 1966, Z 40—6.
3.4. Keysers G.: Die temperaturkompensierte Z-Diode, Funkschau, 1967, Heft 6, str. 167—168.
3.5. Melchert F.: Brückenschaltung mit Zenerdioden zur Erzeugung von Gleichspannungen hoher Konstanz, ETZ, Jg. 84, 1963, Heft 9, str. 277—280.
3.6. Moeller F.: Strom- Spannungs- und Phasenregelung für Messzwecke, Verlag G. Braun, Karlsruhe, 1949.
3.7. Niegel W.: Die Zenerdiode und ihre Anwendung in der Messtechnik, ATM, Lfg. 321, Oktober 1962, J 821—2.

3.8. Putz R.: Der lineare Spannungsteiler, ATM, Lfg. 247, August 1956, Z 65—8.
3.9. Richard-Foy R.: Mesures èlectirques de haute précision, Mesures, 31, 1966, No. 4, str. 79—86.
3.10. Stenzel R.: Netzgespeiste Konstantspannungs- und- stromquellen für Gleich- und Wechselspannung, ATM, Lfg. 284, September 1959, Z 40—2; Lfg. 286, November 1959, Z 40—3; Lfg. 287, Dezember 1959, Z 40—4.
3.11. Terrien J.: Résultat des 12e comparaisons des étalons nationaux de résistance et de force électromotrice effectées au Bureau International des Poids et Mesures, Metrologia, No 2, 1971.

4. Električni mjerni instrumenti

Općenito o električnim mjernim instrumentima

4.1. Blamberg E.: Gegenwartsfragen beim Bau elektrischer Messgeräte, VDI-Z., Bd. 92, Januar 1950, Nr. 2, str. 41—45.
4.2. Bubert J.: Betrachtungen über den Keinath-Gütefaktor, die Einstellsicherheit und den Reibungsfehler bei elektrischen Messgeräten, Feinwerktechnik, Jg. 65, Juli 1961, Heft 7, str. 235—242.
4.3. Bubert J.: Betrachtungen über den Keinath-Gütefaktor, die Einstellsicherheit und den Reibungsfehler bei elektrischen Messgeräte, Feinwerktechnik, Jg. 65, 1961, Heft 8, str. 296—305.
4.4. Bubert J.: Die mathematisch-physikalische Interpretation des Keinath-Gütefaktors und ihre Bedeutung für die Praxis, Feinwerktechnik, Jg. 67, Juli 1963, Heft 7, str. 237—247.
4.5. Clasen R. — Schroeder D.: Neue Präzisionsinstrumente, Siemens Z., September 1965, Heft 9, str. 1115—1121.
4.6. DIN 43 701, Strom- und Spannungsmesser für Geräte und Schalttafeln (Technische Leiferbedingungen), September 1957.
4.7. DIN 43 801, Spiralfedern für Betriebsmessinstrumente, Dezember 1961.
4.8. DIN 43 802, Skalen und Zeiger für elektrische Messinstrumente, Juni 1964.
4.9. DIN 43 807, Bezeichnung und Anordnung der Anschlussklemmen, Juni 1956.
4.10. DIN 43 831, Schreibende Messinstrumente für Einbau. Hauptmasse der Gehäuse und technische Werte, März 1962.
4.11. Ebinger A.: Fortschritte und Neuerungen in der Entwicklung von Präzisionsinstrumente für Gleich- und Wechselstrom, E u M, Jg. 73, 1956, Heft 18, str. 440—449.
4.12. Götze S.: Zur Begründung einer Gütezahl für spannbandgelagerte Messgeräte, Feinwerktechnik, Jg. 67, Januar 1963, Heft 1, str. 1—10.
4.13. Hildebrand S.: Zur Berechnung von Torsionsbändern im Feingerätebau, Feinwerktechnik, Jg. 61, Juni 1957, Heft 6, str. 191—198.
4.14. Hufbauer W. — Münch G.: Fortschritte auf dem Gebiet der Präzisions-Messinstrumente, ETZ-A, Bd. 78, 1957, Heft 17, str. 606—610.
4.15. Javorský E. — Marko Š.: Metódy skúšania elektrických meracich prístrojov, Slovénské vydavateľstvo technickej literatúry, Bratislava, 1964.
4.16. JUS L.G1.020, Električni pokazni merni instrumenti i njihov pribor — Opšti tehnički propisi, VI — 1962.
4.17. Kobbe U. — Münch G. — Partenfelder H.: Elektrische Präzisions-Messinstrumente, ETZ-A, Bd. 85, 1964, Heft 7, str. 213—219.
4.18. Koller J. O.: Valjanost i pogreške kod mjernih instrumenata za izmjeničnu struju, Automatizacije — Tehnička knjiga, Zagreb, 1965. str. 307—311.
4.19. Langbein R. — Werkmeister G.: Elektrische Messgeräte (Genauigkeit und Einflussgrössen), Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1943.
4.20. Merz E.: Auswanderungserscheinungen in erschütterten, drehschwingungsfähigen Messwerken, ATM, Lfg. 384, Januar 1968, J 010—4; Lfg. 385, Februar 1968, J 010—5.
4.21. Metal A.: Zum Problem der Spannbandlagerung, Dtsch. Elektrotechnik, Jg. 10, 1956, Heft 8, str. 302—304.
4.22. Partenfelder H. — Schmidt R.: Neue Präzisions-Lichtmarkeninstrumente der AEG für Gleich- und Wechselstrom, Spannung und Leistung, AEG-Mitteilungen, 47, 1957, 3/4, str. 84—86.

4.23. Richter B.: Elektrische Messgeräte mit grossem Zeigerausschlag, VDI-Z., Bd. 93, Januar 1951, Nr. 1, str. 22—23.

4.24. Samal E.: Statik der Spannbandlagerung, ATM, Lfg. 273, Oktober 1958, J 013—6.

4.25. Samal E.: Einstell- und Nullpunktssicherheit von Band- und Spannbandlagerungen, ATM, Lfg. 279, April 1959, J 013—8.

4.26. Samal E.: Dynamik der Spannbandlagerung, ATM, Lfg. 277, Februar 1959, J 013—7.

4.27. Sutter H.: Rechteckiges Schalttafel-Instrument 144 × 72 mit Grenzwertmeldern, Siemen Z., April 1961, Heft 4, str. 253—254.

4.28. Weingärtner F.: Über die Spannbandlagerung bei elektrischen Betriebsinstrumenten, Siemens Z., Bd. 27, April 1953, Heft 3, str. 129—134.

4.29. Weiss A.: Prüfverfahren und Ausführung stossfester Messwerke, Bull. Schweiz. elektrotechn. Ver., Bd. 45, 1954, Nr. 23, str. 972—977.

4.30. Weiss A.: Erschütterungsfreies Aufstellen und die erschütterungsfeste Konstruktion von Messinstrumenten, VDI-Z., 98, Februar 1956, Nr. 6, str. 205—208.

Instrumenti s pomičnim svitkom

4.31. Bubert J.: Das Ballistische Galvanometer, C. F. Winter'sche Verlagshandlung, Leipzig, 1943.

4.32. Bubert J.: Drehspulgalvanometer in Technik und Wissenschaft, Fienwerktechnik, Jg. 54, 1950, Heft 8, str. 195—199.

4.33. Corson A. J.: On the Application of Zener Diodes to Expanded Scale Instruments, Communication and Electronics No. 38, 1958, str. 535—539.

4.34. Dolfinger J.: Beeinflussung des Skalenverlaufes von Schalttafel-Instrumenten durch Halbleiter, Conti elektroberichte, Jg. 11, 1965, Heft 3, str. 1—4.

4.35. Fahlenbrach H.: Oxydische Dauermagnete mit magnetischer Vorzugsrichtung, ETZ-A, Juli 1953, Heft 13, str. 388-389.

4.36. Fischer J.: Über Dauermagnete: Eigenschaften, Bemessung, Baustoffe, Archiv für Elektrotechnik, XXXIX. Bd., 1949, Heft 5, str. 327—340.

4.37. Gensecke O.: Ein neues Spiegelgalvanometer mit Ablesevorrichtung, Siemens Z., April 1956, Heft 3, str. 115—117.

4.38. Jahn H. — Schwaibold E.: Eine Spannungslupe mit Ziffernazeige und Druckeranschluss Elektrizitätswirtschaft, Jg. 63, 1964, Heft 5, str. 181—183.

4.39. Koppelmann F.: Weschelstrommesstechnik unter besonderer Berücksichtigung des mechanischen Präzisionsgleichrichters, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1956.

4.40. Meyer E.: Empfindlichkeitsregler für Spiegelgalvanometer I (Der Ayrtonregler), ATM, November 1949, Z 65—5.

4.41. Meyer E.: Empfindlichkeitsregler für Spiegelgalvanometer II (Die universelle Schaltung) ATM, Mai 1951, Z 65—6.

4.42. Meyer E.: Über die Betriebsempfindlichkeit von Spiegelgalvanometern, Elektrotechnische Zeitschrift, Jg. 70, Juni 1949, Heft 6, str. 195—198.

4.43. Meyer E.: Zur Auswertung der Kennlinien von Dauermagnetstoffen, Archiv für Elektrotechnik, XL. Bd., 1952, Heft 6, str. 363—369.

4.44. Moerder C.: Ein Vergleich von Fluxmeter und ballistischem Galvanometer und ihrer speziellen Anwendungsgebiete, Archiv für Elektrotechnik, XL. Bd., 1952, Heft 4, str. 230—238.

4.45. Moerder C.: Empfindlichkeitsregler für Fluxmeter, ATM, Lfg. 195, April 1952, Z 65—7.

4.46. Nesbitt E. A. — Heidenreich R. D.: The Magnetic Structure of Alnico 5, Electrical Engineering, June 1952, str. 530—534.

4.47. Nüsslein G.: Nanoampermeter für Gleichstrom, Siemens Z., April 1956, Heft 3, str. 114—115.

4.48. Paine T. O. — Mendelsohn L. I.: High-Coercive-Force Permanent-Magnet Materials ans Their Application, Electrical Engineering, October 1954 str. 891—895.

4.49. Schmidt R.: Über die Verwendung von Aluminium-Nickel-Magneten in Präzisions--Drehspul-Instrumenten, AEG-Mitteilungen, 1951, Heft 5/6.

4.50. Schwarzer H.: Empfindlichkeitsregler für Galvanometre (Der allgemeine Fall mit Anpassung), ATM, Lfg. 318, Juli 1962, Z 65—10.
4.51. Walcher T.: Das Trockengleichrichter-Vielfachmessgerät, Springer-Verlag, Wien, 1950.
4.52. Wohlmuth H.: Ein Lichtmarkeninstrument, Siemens Z., April 1956, Heft 3, str. 113.
4.53. Zawischa R.: Moderne Drehspul-Zeigerinstrumente der Klasse 0,2, ATM, Lfg, 362, März 1966, J 721—24.
4.54. Ziermann A.: Die Messung der charakteristischen Drehspuldaten am fertigen Gerät, ATM, Lfg. 373, Februar 1967, J 014—9.

Ostale vrsti električnih mjernih instrumenata

4.55. Hufbauer W.: Praktische Ausführung elektrodynamischer Leistungsfaktormesser, ATM, Lfg. 350, März 1965, V 3631—13.
4.56. Jahn H.: Ein neues Präzisions-Dreheiseninstrument Kl. 0,5, Siemens Z., Jg. 30, 1956, Heft 3, str. 109—110.
4.57. Jahn H.: Das Milliwattmeter ein neues Präzisionsinstrument der Kl. 0,5 mit Spannbandlagerung und Lichtmarkenablesung, Siemens Z., April 1958, Heft 4, str. 211—213.
4.58. Kafka H.: Über elektrische Messinstrumente für Wechselstrom mit elektromagnetischem Richtmoment, E u M, Jg. 42, 1924, Heft 1, str. 1—5.
4.59. Koller J. O.: Präzisions-Strom-, Spannungs- und Leichtungsmesser für den Tonfrequenzbereich, Zeitschrift für Instrumentenkunde, 74, 1966. str. 369—372.
4.60. Matusche H.: Die Spannbandlagerung bei Dreheisen-Messgeräten, VDI-Z., Bd. 97, Januar 1955, Nr. 3, str. 70—71.
4.61. Meissner W. — Doll R.: Höchstempfindliches Panzergalvanometer, Zeitschrift für angewandte Physik, Bd. 7, Oktober 1955, Heft 10, str. 461—468.
4.62. Palm A.: Elektrostatische Messgeräte, G. Braun, Karlsruhe, 1951.
4.63. Palm A.: Elektrodynamische Messgeräte, G. Braun, Karlsruhe, 1954
4.64. Pauler W.: Das neue Dreheisen-Präzisionsinstrument, Siemens Z., April 1952 Heft 3, str. 129—133.
4.65. Peter H.: Das Drehmagnetinstrument-ein preisgünstiges Schalttafelinstrument für Gleichstrom- und Gleichspannungsmessungen, Eletrotechnik, Jg. 9, Oktober 1955, Heft 10, str. 360—363.
4.66. Pflier P. M.: Ein neuer elektrostatischer Spannungsmesser mit Lichtmarkenablesung, Siemens Z., Bd. 22, April/Juni 1942, Heft 2, str. 66—71.
4.67. Zawischa R.: Moderne Dreheisen-Zeigerinstrumente der Kl. 0,2, ATM, Lfg. 366, Juli 1966, J 731—12.

Registracioni instrumenti i oscilografi

4.68. Clasen R.— Jahn H.: Neue hochempfindliche Spulenschwinger für Lichtstrahl-Oszillographen, Siemens Z., Oktober/November 1957, Heft 10/11, str. 583—587.
4.69. Hederer A. — Jahn H.: Schnellschwingende Galvanometer für Lichtstrahl-Oszillographen, Siemens Z., September 1961, Heft 9, str. 654—658.
4.70. Kaiser W.: Oscillomink, ein neuartiger Flüssigkeitsstrahl-Oszilograph für Direktregistrierung, Siemens Z., April 1959, Heft 4, str. 224—226.
4.71. Kaiser W.: Vielfach-Direktregistrierung mit Flüssigkeitsstrahl, Siemens Z., April 1962, Heft 4, str. 324—326.
4.72. Kalusche H.: Der Oscillar 1/040, ein universeller Breitband-Oszillograph, Siemens Z., Februar 1963, Heft 2, str. 105—109.
4.73. Kemmerling C. — Meister K.: Lichtelektrische Grenzwertkontakte an Linienschreibern der Typen RK und RN, AEG-Mitteilungen, Bd. 49, 1959, Heft 2/3, str. 133—136.
4.74. Kübler A. — Boesel K.: Der neue Siemens-Schnellschreiber, Siemens Z., August 1953, Heft 5, str. 246—251.
4.75. Metzger H.: Ein neuer Störungsschreiber, Siemens Z., August 1954, Heft 7, str. 314——317.
4.76. Palm A.: Registrierinstrumente, J. Springer, Berlin, 1950.

5. Električna brojila

5.1. Beetz W.: Elektrizitätszähler, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1958.

5.2. Friedl R.: Fehlerstromwandler als Vergleichsmessgerät zur Fehlerbestimmung bei Zählerprüfungen, Z. Instr., Bd. 68, 1960, Heft 8, str. 195—198.

5.3. Krukowski W.: Grundzüge der Zählertechnik, Verlag von J. Springer, Berlin, 1930.

5.4. Schmiedel K.: Die Prüfung der Elektrizitäts-Zähler (Messeinrichtungen, Messmethoden und Schaltungen) III. izd., J. Springer, Berlin, 1940.

5.5. Stauber G. — Wellhöfer F.: Grossbereich-Stromwandler-Zähler Verrechnungszählsätze mit „weitem" Messbereich oder hoher Kurzschlussfestigkeit, Siemens Z., September 1955, Heft 10, str. 450—456.

5.6. Tschappu F.: Messmethoden zur Bestimmung des Einflusses von Netzoberwellen auf die Messgenauigkeit der Eletrizitätszähler, ATM, Lfg. 385, Februar 1968, J 752—14, str. 33—36.

6. Mjerni mostovi i kompenzatori

6.1. Angersbach F.: Über die Genauigkeit von Messungen mit dem Gleichstrom-Kompensator, ATM, Lfg. 251, Dezember 1956, J 930-1, str. 281—284.

6.2. Angersbach F.: Die Genauigkeit von Messungen mit dem Stufenkompensator, ATM, Lfg. 278, März 1959, J 930-2, str. 57—60.

6.3. Becker H.: Die Gleichstrombrücke als Messwertumformer, ATM, Januar 1966, J 910-6, str. 17—20.

6.4. Ebinger A. — Siegfried G.: Technischer Kompensator mit elektronisch stabilisierter Hilfsstromquelle, AEG-Mitteilungen, 54, 1964, 3/4, str. 193—195.

6.5. Griffin J. E. — Hermach F. L.: A Differential Thermocouple Voltmeter, A. I. E. E. Transactions, Volume, 1962, Part I, str. 339—344.

6.6. Helke H.: Wechselstrom-Gleichstrom-Konverter und Kompensations-verfakren für Wechselstrom, ATM, Lfg. 381, Oktober 1967, J 942-2, str. 227—232; Lfg. 382, November 1967, J 942—3, str. 255—260; Lfg. 384, Januar 1968, J 942—4, str. 11—12.

6.7. Карандеев К. Б.: Специальные методы электрических измерений, Государственное энергетическое издательство, Москва — Ленинград, 1963.

6.8. Keller A.: Trafo-Übersetzungsmesser, ATM, September 1939, Z 731—1

6.9. Keller A.: Neuer Trafo-Übersetzungsmesser, Elektrotechnische Zeitschrift, Jg. 72, August 1951, Heft 15, str. 463—464.

6.10. Oesterlin W.: Maximale Leistungsempfindlichkeit von Wheatstoneschen Brücken in der Nullmethode, ATM, Lfg. 233, Juni 1955, J 910-5, str. 141—142.

6.11. Partenfelder H.: Neuerungen am Wechselstromnormal, AEG-Mitteilungen, 47, 1957, 3/4, str.87—89.

6.12. Reinhardt A.: Dimensionierung einer Wheatstonebrücke mit Drehspulinstrument, ATM, Lfg. 257, Juni 1957, J 911-4, str. 141—144.

6.13. Rump W.: Über die genaue Absolutmessung von Wechselspannungen und einen Kompensator zur Prüfung von Wechselstrom-Feinmessgeräten, Elektrotechnik, Bd. 5, Februar 1951, Nr. 2, str. 62—67.

6.14. Samal E.: Erdung in Messchaltungen, ATM, April 1950, V 30—3.

6.15. Samal E.: Schirmung in Messschaltungen, ATM, Mai 1950, V 30—2; ATM, Juni 1950, V 30—5.

6.16. Samal E.: Zweckmässige Leitungsführung in Messchaltungen, ATM, Oktober 1950, V 30—6.

6.17. Schlamp G.: Der komplexe Wechselstromkompensator und seine Anwendung, ETZ-A, Bd. 81, 1960, Heft 22, str. 784—789.

6.18. Siegfried G.: Thermospannungsfreier Präzisionskompensator, AEG-Mitteilungen, 50, 1960, 8/9, str. 368—371.

6.19. Walcher Th.: Die praktische Anwendung des Kompensationsverfahrens in der elektrischen Messtechnik, E u M, Jg. 67, September 1950, Heft 9, str. 257—268.

6.20. Walcher Th.: Ein neuer Kompensations-Messtisch, kombiniert mit Wheatstone-und Thomson-Brücke, Conti elektroberichte, Jg. 10, 1964, Heft 3, str. 110—116.

6.21. Witting R.: Das Kompensationsprinzip nach H. Busch und seine Anwendungen, ETZ-A, März 1954, Heft 6, str. 210—211.

7. Mjerni transformatori

7.1. Bauer R.: Die Messwandler, J. Springer, Berlin, 1953.

7.2. Berandt M.: Die Nennüberstromziffer *n* von Stromwandlern, ihre Bedeutung und Messung, Siemens Z., Januar 1956, Heft 1, str. 15—17.

7.3. Busse G. — Hoffmann H. J.: Wandlermesseinrichtung für höhere Frequenzen, ETZ-A, Bd. 78, 1957, Heft 21, str. 789—792.

7.4. Fritz W.: Fehlermessungen an Spannungswandlern bei kleinen Spannungen, ETZ-A, Bd. 77, 1956, Heft 19, str. 695—696.

7.5. Geyger W.: Fehler grössen des Stromwandlers (Messung des Leerlaufstromes), ATM, Dezember 1938, Z 22—2.

7.6. Geyger W.: Neuere Stromwandler-Prüfeinrichtungen, ATM, Januar 1938, Z 222—9.

7.7. Geyger W.: Prüfung von Messwandlern (Selbsttätige Aufzeichnung der Fehlergrössen mit einem Koordinaten-Tintenschreiber), ATM, September 1935, Z 224—7.

7.8. Geyger W.: Prüfung von Messwandlern mit Koordinaten-Tintenschreibern (Messtechnische Fortschritte), ATM, Juni 1936, V 224—8.

7.9. Goldstein J.: Die Messwandler (Ihre Theorie und Praxis), Verlag Birkhäuser, Basel, 1952.

7.10. Helke H.: Messung von Höchststromwandlern, ETZ-A, Mai 1953, Heft 9, str. 263—265.

7.11. Hohle W.: Neuere Stromwandler-Prüfeinrichtungen, ATM, August 1934, Z 224—4.

7.12. Hohle W.: Fehlergrössen des Spannungswandlers (Experimentelle Bestimmung), ATM, April 1938, Z 33—1.

7.13. Hohle W.: Neuere Verfahren zum Prüfen von Spannungswandlern (Differentialverfahren I) ATM, Mai 1943, Z 33—2.

7.14. Kaltofen A.: Das Verhalten der Stromwandler im Überstromgebiet Elektrotechnische Zeitschrift, Jg. 72, Dezember 1951 Heft 24, str. 707—710.

7.15. Keinath G.: Theorie des Stromwandlers (Diagramm nach Möllinger-Gewecke), ATM, 1931-T 48, Z 21—1.

7.16. Keller A.: Neuzeitliche Messwandler-Prüfeinrichtung nach dem Differentialverfahren, ETZ-A, Februar 1953, str. 105—108.

7.17. Keller A.: Eine neue tragbare Wandlermesseinrichtung nach dem Kompensationsverfahren, ETZ-A, Bd. 78, 1957, Heft 4, str. 150—155.

7.18. Kettler H.: Entwicklungstendenzen im Messwandlerbau, Siemens Z., September 1957, Heft 9, str. 427—434.

7.19. Kopeček J. — Dvořák M.: Přístrojové transformátory (měřicí a jisticí), Academia nakladatelství Československé akademie ved, Praha, 1966.

7.20. Linckh H. E. — Helke H.: Messung von Stromwandlern für sehr kleine primäre Nennströme, ETZ-A, Juni 1953, Heft 11, str. 349—351.

7.21. Linckh H. E.: Absolute Messung von Stromwandlern, Elektrotechnische Zeitschrift, Bd. 73, Dezember 1952, Heft 23, str. 747—749.

7.22. Metal A.: Fehlergrössen des Stromwandlers (Messung der Fehlergrössen mit dem Kathodenstrahl-Oszillographen), ATM, April 1939, Z 22—4.

7.23. Перетц В. Б.: Влияние параметров измерительной цепи и формы кривой намагничивания на работу измерительного трансформатора постоянного тока, Электричество (1950) № 2, str. 66—69.

7.24. Park J. H.: Fehlergrössen des Stromwandlers (Einfluss der Wellenforma des Primärstromes), ATM, November 1938, Z 22—1.

7.25. Poleck H.: Grundlagen des kapazitiven Spannungswandlers, Siemens Z., Juni 1956, Heft 5—7, str. 326—333.

7.26. Putanec I.: Metoda proračuna strujnih mjernih transformatora, Elektrotehnika br. 3, 1965, str. 171—176.

7.27. Reiche W.: Kaskaden-Spannungswandler, ATM, Januar 1933, Z 387-1, str. T15—T17.

7.28. Ringger W.: Über einige Messwandlerprobleme, Bull. SEV, 54, 1963, 22, str. 921—933

7.29. Ritz H.: Zusammenhänge zwischen den für die Wirkungsweise und die Bemessung von Stromwandlern wichtigen Faktoren, ATM, April 1940, Z 221-3; ATM, Mai 1940, Z 221-4; ATM, Juli 1940, Z 221—5.

7.30. Ritz H.: Überstromziffer von Stromwandlern, ATM, Juni 1935, Z 26-1; ATM, März 1936, Z 26—2.

7.31. Синицкий Л. А. — Шумков Ю. М.: Расчет погрешности измерительных трансформаторов постоянного тока, Вестник электропромишленности, Госэнергоиздат (1960) № 4, стр. 29—32.

7.32. Сирота И. М.: Переходные режимы работы трансформаторов тока, Издательство Академии наук украинской ССР, Киев, 1961.

7.33. Širić S.: Mjerni transformatori, Referat 3.5, Zbornik predavanja sa seminara „Elektroindustrijska problematika velikih elektrana", Zavod za elektrostrojarstvo Elektrotehničkog fakulteta, Zagreb, 1957.

7.34. Thyen R.: Koronamessungen an Transformatoren, Siemens Z., Juli 1964, Heft 7, str. 541—548.

7.35. Zahorka R.: Höchststromwandler zur Präzisionsmessung grosser Gleichströme, ETZ-A, Bd. 85, 1964, Heft 23, Str. 748—752.

7.36. Zinn E. — Forger K.: Ein Messverfahren zum absoluten Bestimmen der Fehler von Spannungswandlern, ETZ-A, Dezember 1954, Heft 24, str. 805—809.

7.37. Zinn E.: Spannungswandler, ATM, Lfg. 449, Juni 1973, Z 30-F 2, str. 115—118.

7.38. Zinn E.: Stromwandler, ATM, Lfg. 445, Februar 1973, Z 20-F 3, str. 37—40.

8. Elektronički mjerni uređaji

8.1. Borucki L. — Dittmann J.: Digitale Messtechnik, J. Springer, Berlin, 1966.

8.2. Czech J.: Oszillographenmesstechnik, Verlag für Radiofoto-Kinotechnik GMBH, Berlin, Borsigwalde, 1959.

8.3. Fricke H. W.: Der Kathodenstrahloszillograph, Fachbuchverlag, Leipzig, 1960.

8.4. Fritze G. — Kalusche H.: Wechselstromverstärker für Präzisionsmessungen, Siemens Z., September 1955, Heft 10, str. 461—465.

8.5. Graef W.: Elektronische Zweikoordinaten — (XY—) Schreiber, Elektronik, 1963, Heft 7, str. 201—202.

8.6. Heistermann F.: Spannungs-Frequenz-Umformer für Messzwecke, AEG-Mitteilungen, 50, 1960, 1/2, str. 83—86.

8.7. Herman F.: Dekaden-Messbrücke mit Digitalanzeiger, Siemens Z., Januar 1965, Heft 1 str. 73—75.

8.8. Jahn H.: Eine einfache Digitaldarstellung analoger Zeigeraussschläge, ETZ-B, Jg. 14, 1962, Heft 7, str. 179—180.

8.9. Jelaković T.: Negativna reakcija, Radiostanica, Zagreb, 1957.

8.10. Kovačević B.: Elektronska merenja, skripta, Univerzitet u Nišu, 1971.

8.11. Kürner H.: Automatische Auswertung von Messergebnissen, VDI-Z., 103, 1961, Nr. 28, str. 1386—1392.

8.12. Kürner H.: Digitale Messmethoden als Grundlage der selbsttätigen Messwert-Verarbeitung, Automatik, Jg. 5, Heft 10, str. 362—370.

8.13. Lippmann H. J. — Wiehl K.: Modulation kleiner Gleichspannungen und Gleichströme mit Hilfe des Hall-Effektes, ETZ-A, Bd. 84, 1963, Heft 8, str. 252—256.

8.14. Lorenz E.: Ein Präzisions-Digital-Ohmmeter, Siemens Z., Jg. 34, 1960, Heft 10, str. 733—737.

8.15. Meyer — Brötz: Modulatoren zur Umsetzung sehr kleiner Gleichspannungen in Wechselspannungen, Elektronik, 1960, Nr. 2, str. 59—60.

8.16. Михайлов И. И.: Аппаратура телеизмерения с цифровым отсчетом, Издательство „Техника", Киев, 1964.

8 17. Partridge G. R.: Principles of Electronic Instruments, Prentice-Hall, Inc., 1958.

8.18. Popović V.: Merenja u telekomunikacijama i elektronici, Izdavačko preduzeće „Građevinska knjiga", Beograd, 1961.

8.19. Raković D. B.: Elektronika II — Oscilatori i kola impulsne tehnike, II. izd., Naučna knjiga, Beograd, 1962.

8.20. Schneider H.: Digitale Messtechnik, Elektronik, Jg. 7, 1958, Heft 7, str. 201—212.

8.21. Schneider H.: Die Technik der digitalen Messwertverarbeitung, Regelungstechnik, Jg. 10, 1962, Heft 7, str. 289—295.

8.22. Schuh R.: Digitale Darstellung von Messwerten, Elektrotechnik, Nr. 4/5, 1959, str. 24—28.

8.23. Spangenberg K. R.: Vacuum Tubes, McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, Toronto, London, 1948.

8.24. Süss R.: Der Relaisverstärker ein vielseitiges Gerät für Schalt-, Steuer-, und Regelaufgaben, Feinwerktechnik, Jg. 58, 1954, Heft 4, str. 125—133.

8.25. Šantić A.: Elektronička instrumentacija, skripta, Sveučilište u Zagrebu, 1974.

8.26. Šare M. — Šantić A.: Mjerenje u slaboj struji, I. dio (skripta), Sveučilište, Zagreb, 1963.

8.27. Turk S.: Mjerenje kratkih vremenskih pojava osciloskopom, Zbornkk radova JUREMA, 1961, str. 88—92.

8.28. Weber E.: Messwertverarbeitung, ETZ-A, Jg. 78, 1957, Heft 21, str. 775—778.

8.29. Wilke K. H.: Einfache Gleichspannungsverstärker mit Halbleiter-Bauelementen, Elektronik, 1962, Nr. 9, str. 267—271; 1962, Nr. 10, str. 303—304.

9. Mjerenje električnih i magnetskih veličina

Mjerenje napona i struja

9.1. Angersbach F.: Die genaue Messung von Wechselstrom, -spannung und -leistung, ATM. Lfg. 222, Juli 1954, V 3412-3, str. 153—156; Lfg. 226, November 1954, V 3412-4, str, 245—248; Lfg. 241, Februar 1956, V 3412-5, str. 29—31.

9.2. Borkmann D.: Hochstrommessung mit Hallgeneratoren, Elektrie, 1964, Heft 2, str. 46—50.

9.3. Böning P.: Die Messung hoher Wechselspannungen mittels kapazitiver Spannungsteiler (C-Messung), ATM, Mai 1951, V 3333-1; Lfg. 194, März 1952, V 3333-8.

9.4. Ebinger A.: Die Messung hoher elektrischer Spannungen, ATM, Lfg. 306, Juli 1961, V 330-F1, str. 165—166.

9.5. Ebinger A.: Strommessung, ATM, Lfg. 322, November 1962, V 320—F1, str. 263—264; Lfg. 331, August 1963, V 320-F2, str. 189—190.

9.6. Ebinger A.: Spannungsmessung, ATM, Lfg. 333, Oktober 1963, V 330-F2, str. 239—240; Lfg. 337, Februar 1964, V 330-F3, str. 47—48.

9.7. Grunert W.: Fortschritte bei der Messung von Netzoberwellen, ATM, Lfg. 219, April 1954, V 3621-8, str. 77—80.

9.8. Hartel W.: Anwendung der Hallgeneratoren, Siemens Z., September 1954, Heft 8, str. 376—384.

9.9. Kuhrt F. — Maaz K.: Messung hoher Gleichströme mit Hallgeneratoren, ETZ-A, Bd. 77, 1956, Heft 14, str. 487—490.

9.10. Marx E.: Hochspannungs-Praktikum, Verlag von J. Springer, Berlin, 1941.

9.11. Mcaninch O. G.: Thermocouple-Type Ammeters for Use at Very High Frequencies, Electrical Engineering, Mai 1954, str. 431—435.

9.12. Norinder H. — Salka O.: Stosswiderstände der verschiedenen Erdelektroden und Einbettungsmaterialien, Bull. SEV, Bd. 42, 1951, Nr. 10, str. 321—327.

9.13. Ohlon R.: An Electrostatic Method for the Absolute Measurement of Voltage, Metrologia No. 2, April 1967, str. 33—37.

9.14. Potthoff K.: Messtechnik der hohen Wechselspannungen, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1941.

9.15. Rabus W.: Messung von Überspannungen und Stossspannungen mit Hochvakuumventil und elektrostatischem Spannungsmesser, ETZ-A, Dezember 1953, Heft 23, str. 676—681.

9.16. Rabuzin T.: Mjerenje vrlo malih struja, Elektrotehnika, br. 2, 1964, str. 101—107.

9.17. Raske W.: Messteiler für hohe Stossspannungen, ATM, Dezember 1938, Z 116-1; ATM, Mai 1939, Z 116-4; ATM, Juni 1939, Z 116-5.

9.18. Raske W.: Hochspannungs-Prüftransformatoren für Niederfrequenz (Aufbau und Betriebsverhalten), ATM, Januar 1943, Z 62-1.

9.19. Predrag M.: Mjerenje jakih struja, Elektrotehnika br. 3, 1965, str. 197—200.

9.20. Смирнов С. М. — Терентьев П. В. Генераторы импульсов высокого напряжения, Издательство „Энергия", Москва-Ленинград, 1964.

Mjerenje snage

9.21. Bartak W.: Die Anwendung von Leistungsmessern mit kleinem cos φ für Endausschlag, Conti elektroberichte, Jg. 12, 1966, Heft 2.

9.22. Jaumann A.: Ein thermischer Leistungsmesser als Spannungsnormal im Frequenzgebiet bis 3000 MHz, Siemens Z., Dezember 1953, Heft 8, str. 416—420.

9.23. Philipp W.: Elektrische Leistungsmessung, ATM, Lfg. 370, November 1966, V 340-F7,

9.24. Poleck H.: Die Genauigkeit von Leistrungsmessungen bei Abnahmeversuchen, ATM, Lfg. 372, Januar 1967, str. R1—R4.

9.25. Wilde H.: Hochfrequenz-Leistungsmesser mit Trockengleichrichter, ATM, Lfg. 204, Januar 1953, v 3415-1, str. 5—6.

9.26. Zawischa R.: Drehstrom-Leistungsmessungen, E u M, Jg. 70, 1953, Heft 15/16, str. 354—357.

Mjerenje otpora, induktiviteta i kapaciteta

9.27. Blechschmidt E.: Präzisionsmessungen von Kapazitäten, dielektrischen Verlusten und Dielektrizitätskonstanten, Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1940.

9.28. Bulla W.: Über den Wert von HF-Messungen an Blitzschutzerdern, E u M, Jg. 69, 1952, Heft 6, str. 140—146.

9.29. Euler J.: Die Messung des Gleichstrom-Innenwiderstandes galvanischer Trockenzellen, ATM, Lfg. 250, November 1956, V 3514-6, str. 251—254.

9.30. Fritsch V.: Über HF-Messungen an Blitzschutzerdern, E u M, Jg. 69, 1952, Heft 18, str. 422—426.

9.31. Helke H.: Fehlwinkelmessungen an Widerständen bei Nieder- und Tonfrequenz, ATM, Lfg. 385, Februar 1968, V 354—6.

9.32. Hemmer N.: Universal C-tan, δ-Messbrücke mit schreibendem Schnellabgleicher, Siemens Z., Juni 1964, Heft 6, str. 505—506.

9.33. Jungfer H.: Messung von Induktivitäten bei Hochfrequenz, ATM, Lfg. 316, Mai 1962, V 3523-2.

9.34. Mlakar F.: Ozemljitve v električnih napravah, II del, merjenje ozemljitev, Elektrotehničko društvo Slovenije, Ljubljana, 1957.

9.35. Obpacher H.: Erfahrungen mit dem Siemens-Erdungsmesser für Bodenuntersuchungen, Siemens Z., August 1953, Heft 5, str. 281—287.

9.36. Sailer K.: Der spezifische Erdwiderstand — ein Beitrag zur Auswertung von Messergebnissen, Elektrizitätswirtschaft, Jg. 63, 1964, Heft 20, str. 710—712.

9.37. Sanick I. H.: Einfluss der Elektrolytgel-Behandlung von Erdelelektoden auf den Erdungswiderstand, Bull. SEV, Bd. 44, 1953, Nr. 25, srt. 1052—1057.

9.38. Trampuž Z.: Diferencijalni most za mjerenje kapaciteta i kuta gubitaka, Informacije Rade Končar 53—55, 1971, str. 91—102.

9.39. Wiessner W.: Präzisionsmessung von Kapazitäten, ATM, Lfg. 297, Oktober 1960, V 3531-1; Lfg. 301, Februar 1961, V 3530-2.

9.40. Vogelsberger M.: Fortschritte auf dem Gebiet der Messung von Widerstand Induktivität und Kapazität, ATM, Lfg. 361, Februar 1966, V 350-F2.

9.41. Witte E.: Messung des Isolationswiderstandes von Batterien gegen Erde, Archiv für Eektrotechnik, XL. Bd., 1952, Heft 4, str. 238—249.

Mjerenje frekvencije

9.42. Angersbach F.: Zeigerfrequenzmesser mit einem Reihenrezonanzkreis und einer Drossel, ATM, Lfg. 236, September 1955, V 3612-4.

9.43. Mitterer R.: Frequenzmessung in Tonfrequenzgebiet, ATM, Lfg. 307, August 1961, V 3613-5.

9.44. Sattelberg K.: Frequenz und Phasenmessung, ATM, Lfg. 351, April 1965, V 360-F3.

9.45. Sattelberg K.: Zeigerfrequenzmesser, ATM, Lfg. 252, Januar 1957, V 3612-9.

Magnetska mjerenja

9.46. Assmus F. — Boll R.: Messungen an weichmagnetischen Werkstoffen mit dem Hall-Generator, ETZ-A, Bd. 77, 1956, Heft 8, str. 234—236.

9.47. Brezinšćak M.: Protonski rezonator kao pramjerilo jedinice jakosti električne struje, Automacija 1, 1960, str. 56—63; Automacija, 1962/1, str. 2—10.

9.48. DIN 50 461, Bestimmung der magnetischen Eigenschaften von Elektroblech im 50-cm-Epsteinrahmen, Blatt 1, März 1960; Blatt 2, März 1960; Blatt 3, Mai 1961.

9.49. DIN 50 462, Bestimmung der magnetischen Eigenschaften von Elektroblechen im 25-cm-Emsteinrahmen, Blatt 1, Januar 1960; Blatt 2, Februar 1960; Blatt 3, September 1961; Blatt 4, September 1964, Baltt 5, Nevember 1965.

9.50. DIN 50 470, Bestimmung der Entmagnetizierungskurve und der permanenten Permeabilität in einem Joch, November 1964.

9.51. DIN 50 471, Bestimmung der Entmagnetisierungskurve und der permanenten Permeabilität im Doppeljoch, Entwurf, August 1967.

9.52. Hemmer N.: Korrektionsfreie Verlustmessung an Elektroblechen bei erzwungener Sinusform der Induktion, Siemens Z., August 1962, Heft 8, str. 620—646.

9.53. Кифер И. И.: Испытания ферромагнитных материалов, Государственное энергетическое издательство, Москва, 1962.

9.54. Koppelmann F.: Messung der Verlustziffer von Dynamoblechtafeln mit einem Anlegejoch, ETZ, Jg. 70, 1949, Heft 16, str. 463—467.

9.55. Krug W.: Messen der Augenblickswerte der Induktion und Feldstärke und der Ummagnetisierungsverluste von Elektroblechen, Archiv für das Eisenhüttenwesen, Jg. 23, 1952, Heft 5/6, str. 207—215.

9.56. Krug W.: Neue Messjoche für die Prüfung magnetischer Eigenschaften von Elektroblechen, Archiv für das Eisenhüttenwesen, 23, 1952, Heft 11/12, str. 101—108.

9.57. Mutabžija R.: Kriterij za tačno mjerenje magnetskih polja metodom nuklearno magnetske rezonancije, Elektrotehnika, br. 1, 1963. str. 6—10.

9.58. Namann H.: Das Koerzimeter nach dem Prinzip der Kraftlinienbrechung, ATM, Mai 1935, J 66—3.

9.59. Neumann H.: Prüfgeräte für Dauermagnetstähle und fertige Magnete (Neues Spannungmesserjoch von S & H), ATM, Oktober 1936, J 66—2.

9.60. Petrinović M.: Mjerenje statičkog magnetskog polja metodom nuklearne magnetske rezonancije, Elektrotehnika, br. 4, 1965, str. 281—286.

9.61. Petrinović M.: Mjerenje reverzibilnih petlji histereze metodom nuklearno magnetske rezonancije, Zbornik radova JUREMA, 1961, str. 132—139.

9.62. Reinboth H.: Technologie und Anwendung magnetischer Werkstoffe, VEB Verlag Technik, Berlin, 1958.

9.63. Thal W.: Das Ferrometer. Ein neues magnetisches Messgerät für Weicheisen, ATM, Dezember 1934, J 60—2.

9.64. Thal W.: Wechselstrom-Hysteresisschleife Aufnahme mit dem Ferrometer, ATM, Februar 1935, V 951-2.

9.65. Weiss H.: Feldplatten-magnetisch steuerbare Widerstände, ETZ-B, Bd. 17, 1965, Heft 10, str. 287—293.

9.66. Wettstein E.: Eisenmessgerät für ganze Blechtafeln, E u M, 1953, Heft 18, str. 59—64.

9.67. Winterhoff H.: Genaue Magnetfeldmessungen mit den Kernresonanz-Magnetfeldmesser, AEG-Mitteilungen, 50, 1960, 8/9, str. 382—388.

10. Mjerenje neelektričnih veličina električnim postupcima

10.1. Anderson J. C.: Temperature Measurement With Thermistors (some practical instruments), Electronic & Radio Engineer, 1958, str. 80—84.

10.2. Bauer K. — Steinhauer H. — Wechsung H.: Verfahren zur Ortung intermittierender Überschläge in Hochspannungskabeln, ETZ-A, Bd. 76, 1955, Heft 6, str. 225—227.

10.3. DIN 43 710, Thermospannungen und Werkstoffe der Thermopaare, April 1961.

10.4. DIN 43 714, Ausgleichsleitungen für Thermoelemente, Dezember 1963.

10.5. DIN 43 760, Grundwerte der Messwiderstände für Widerstandsthermometer, Juni 1967.

10.6. Engelhardt H.: Induktivno mjerenje protoka, Zbornik radova JUREMA, 1964, Zagreb, str. 104—110.

10.7. Fiegler H.J.: Die Fehlerortung nach dem Laufzeit-Messverfahren ETZ-A, 1953, Heft 9 str. 255—257.

10.8. Foord T. R. — Langlands R. C.: Transformer-ratio bridge network with precise lead compensation (and its application to the measure of temperature and temperature difference), PROC. IEE, Vol. 110, No. 9, 1963, str. 1963—1700.

10.9. Grave H. F.: Elektrische Messung nichtelektrischer Grössen, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.—G., Leipzig, 1962.

10.10. Henneberg H.: Ein neues Punkt-Ortungssystem für Starkstrom-Erdkabel, Siemens Z., 1959, Heft 11, str. 698—703.

10.11. Henneberg H.: Der Reflektograph ein Ortungsgerät für Kabel und Freileitungen nach dem Reflexions-Messverfahren, Siemens Z., 1952, Heft 7, str. 312—316.

10.12. Hill J. J. — Miller A. P.: An a. c. double bridge with inductively coupled ratio arms for precision platinum-resistance thermometry, PROCEEDINGS IEE, Vol. 110, No. 2, 1963, str. 453—458.

10.13. John S.: Die Fernmessung, Verlag und Druck G. Braun, Karlsruhe, 1951.

10.14. Kautsch R.: Elektrische Messtechnik zur Messung nichtelektrischer Grössen, VEB Verlag Technik, Berlin, 1967.

10.15. Kiene W.: Induktiver Durchflussmesser mit transistorisiertem Wechselspannungskompensations-Anzeiger, ATM, Lfg. 352, Mai 1965, V 1249—3.

10.16. Lindorf H.: Verfahren der Temperaturmessung, Feinwerktechnik, Jg. 56, 1952, Heft 3, str. 67—73.

10.17. Lotz H.: Richtlinien für den Einbau der Temperaturfühler, Feinwekrtechnik, Jg. 56, 1952, Heft 8, str. 237—240.

10.18. Merz L.: Grundkurs der Messtechnik. Teil II: Das elektrische Messen nichtelektrischer Grössen, R. Oldenbourg, München, Wien, 1968.

10.19. Rohrbach Ch.: Handbuch für elektrisches Messen mechanischer Grösssn,VDI-Verlag, Düsseldorf, 1967.

10.20. Röschlau H.: Ortung von Kabelfehlern mit dem Impuls-Echo-Verfahren, Elektrizitätwirtschaft, 1961, Heft 5, str. 131—138.

10.21. Somerville M. J. — Turnbull G. E.: Self-generating h. f. carrier feedback anemometer, PROC. IEE, Vol. 110, No. 10, 1963, str. 1905—1914.

10.22. Vojta D.: Prikaz načina mjerenja protoka, Automatizacija, Tehnička knjiga, Zagreb 1965 str. 245—254.

10.23. Westhoff G.: Grundlagen und Praxis der Temperaturmessung und Termeraturregelung, Vulkan-Verlag Dr W. Classen, Essen, 1965.

10.24. Widl E.: Ortung von Kabelfehlern nach klassischen Verfahren, Elektrizitätswirtschaft, 1961, Heft 5, str. 122—125.

11. Daljinska mjerenja i mjerni sustavi

11.1. Breunig H., Pitsch W.: Geräte zur Eingabe von Analogwerten in Prozessrechner des Siemens-Systems 300, Siemens Zeitschrift 45, 1971, Heft 3, str. 142—145.

11.2. Dittman J.: Digitale Zeitmultiplex-Fernmessverfahren, ATM, Lfg. 315, April 1962, V 3872-1, str. 81—84.

11.3. Günzel K.: Operationsverstärker in integrierter Schaltungstechnik für Geräte und Anlagen der Fernmesstechnik, Siemens Zeitschrift 44, 1970, Heft 2, str. 80—87.

11.4. Günzel K., Panier H.: Ein neuer Frequenzmessumformer für den Netzfrequenzbereich, Messtechnik 5, 1973, str. 131—136.

11.5. Günzel K.: Fernmesstechnik, ATM, Lfg. 467, Dezember 1974, V 380-F 3, str. 219—220.

11.6. John S.: Das Impulsfrequenz-Fernmessverfahren, ATM, Lgf. 315, April 1962, V 3844-1, str. 77—80.

11.7. John S.: Das Impulsfrequenz-Fernmessverfahren, ATM, Lgf. 317, Juni 1962, V 3844-2, str. 121—122.

11.8. John S.: Die Fernzählmessung für stetige Mittelwertbildung, ATM, Lfg. 328, Mai 1963, V 3844—3, str. 109—110.

11.9. Karger H., Unger E.: Frequenzmultiplexe Fernübertragung von Messwerten, ATM, Lfg. 322, November 1962, V 386-2, str. 249—252.

11.10. Karger H.: Messumformer für Grössen der Starkstromtechnik in Betriebsanlagen, Messen + prüfen/automatik, September 1973, str. 549—552 i Oktober 1973, str. 643—646.

11.11. Ricci D. W., Nelson G. E.: Standard instrument interface simplifies system design, Electronics, November 1974, str. 95—106.

11.12. Schmid D., Weyer R.: Fernwirken mit dem Tonfrequenz-Multiplexsystem TST-20, Siemens Zeitschrift 47, 1973, Heft 1, str. 37—43.

11.13. Unger E.: Einfache Fernmesseinrichtungen nach dem Gleichrichterverfahren, ATM, Lfg. 333, Oktober 1963, V 3831-1, str. 229—230.

11.14. Waibel B.: Fernwirksystem Z 701 zur zentralen Überwachung und Steuerung prozesstechnischer Anlagen, Siemens Zeitschrift 47, 1973, Heft 6, str. 426—433.

14. DJELOMIČNI POPIS OZNAKA UPOTREBLJAVANIH U FORMULAMA

A površina

A pojačanje (pogl. 8)

A_s pojačanje pojačala sa strujnim izlazom (pogl. 8)

A' pojačanje pojačala s negativnom reakcijom (pogl. 8)

A'_s pojačanje pojačala sa strujnim izlazom i negativnom reakcijom (pogl. 8)

B magnetska indukcija

B susceptancija

$\boldsymbol{B}$ prostorni vektor magnetske indukcije

B_r remanentna indukcija

C kapacitet

C_B balistička konstanta graničnog aperiodskog gibanja

C_{Ba} balistička konstanta aperiodski prigušenog galvanometra

C_{Bo} balistička konstanta neprigušenog galvanometra

C_{Bp} balistička konstanta prigušenog galvanometra

C_I strujna konstanta galvanometra

C kapacitet etalona (normale) kapaciteta

C_u naponska konstanta galvanometra

C_x nepoznati (mjerni) kapacitet

C_0 kapacitet kondenzatora kod paralelne nadomjesne sheme

D direkciona konstanta

E elektromotorna sila

E modul elastičnosti

E_{sr} srednja vrijednost elektromotorne sile

E_{sre} elektrolitička srednja vrijednost elektromotorne sile

F sila

$\boldsymbol{F}$ vektor sile

G modul smicanja

G moment pomičnog organa pri jediničnoj struji

G apsolutni iznos granica pogrešaka

G_4 konduktacija

G'_y apsolutni iznos sigurnih granica pogrešaka

G''_y apsolutni iznos statističkih granica pogrešaka

$G_{\%}$ procentualni iznos granica pogrešaka

H jakost magnetskog polja

$\boldsymbol{H}$ prostorni vektor jakosti magnetskog polja

H_0 vanjsko homogeno magnetsko polje

I efektivna vrijednost struje

$\boldsymbol{I}$ vektor struje

I_{dyn} nazivna dinamička struja strujnog transformatora

I_g struja izvora (generatora)

I_h (I''_h) djelatna komponenta struje magnetiziranja (reducirana na sek. stranu)

I_{iz} izlazna struja

I_m tjemena vrijednost struje

I_n struja nulindikatora

I_p, I_{p1}, I_{p2} pomoćna, odnosno pomoćne struje kompenzatora

I_{sr} srednja vrijednost struje

I_t struja tereta

I_{th} nazivna termička struja strujnog transformatora

I_{ul} ulazna struja

I_V struja voltmetra

I_Z Zenerova struja

I_μ (I''_μ) magnetizirajuća komponenta struje magnetiziranja (reducirana na sek. stranu)

I_0 (I''_0) struja magnetiziranja (reducirana na sek. stranu)

$I_1, I_2 \ldots I_5$ struje u Wheatstoneovom mostu (pogl. 6)

I_1 (I''_1) primarna struja transformatora (reducirana na sek. stranu) (pogl. 7)

I_{1n} nazivna primarna struja strujnog mjernog transformatora (pogl. 7)

I_2 sekundarna struja transformatora (pogl. 7)

I_{2n} nazivna sekundarna struja strujnog mjernog transformatora (pogl. 7)

J moment tromosti

J magnetska polarizacija

K konstanta

K_n nazivni omjer transformacije mjernog transformatora

L induktivitet

L_N induktivitet etalona (normale) induktiviteta

L_0, L_{on} induktivitet kod paralelnog nadomjesnog spoja

L_1 induktivitet primarnog svitka

L_2 induktivitet sekundarnog svitka

M međuinduktivitet

M_n moment namještanja

M_{ns90} specifični moment namještanja reduciran na 90°

M_p prigušni moment

M_t moment trenja

M_1 moment pomičnog organa instrumenta izazvan mjerenom veličinom

M_2 protumoment (direkcioni moment) pomičnog organa instrumenta

N broj okretaja

N faktor magnetiziranja

N (N_1, N_2) broj zavoja (primarnog, odnosno sekundarnog namota)

O osjetljivost

P snaga

P vjerojatnost

P ukupna konstanta prigušenja pomičnog organa instrumenta (pogl. 4)

P_e konstanta prigušenja pomičnog organa instrumenta zbog induciranih struja (pogl. 4)

P_m konstanta prigušenja pomičnog organa instrumenta zbog trenja (pogl. 4)

P_{mom} momentana vrijednost snage

$P_ž$ gubici u željezu

P_W snaga očitana na vatmetru

P_X jalova snaga

P_1, P_2 snage očitane na vatmetrima u Aronovom spoju

Q električni naboj, količina elektriciteta

Q faktor dobrote

R djelatni otpor

R_A otpor ampermetra

R_a vanjski granični otpor galvanometra

R_g otpor galvanometra

R_{hl} otpor u hladnom stanju

R_m magnetski otpor

R_N otpor etalona (normale) otpora ili preciznog otpornika

R_p otpor predotpornika

R_s otpor shunta

R_{sv} otpor svitka instrumenta

R_{ul} ulazni otpor

R_V otpor voltmetra

R_v otpor vanjskog kruga priključenog na galvanometar

R_W otpor naponske grane vatmetra ili brojila

R_w otpor strujne grane vatmetar

R_Z Zenerov otpor (pogl. 3)

R_Z otpor uzemljenja (pogl. 9)

R_x mjereni (nepoznati) otpor

R_0 paralelni otpor kod paralelnog nadomjesnog spoja

$R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_0$ otpori grana Wheatstoneovog mosta

R_1' otpor primarnog namota transformatora reduciran na sek. stranu

R_{10} otpor prve grane uravnoteženog Wheatstoneovog mosta

R_{20} otpor kod temperature 20°C

R_ϑ otpor kod temperature ϑ

R_m magnetski otpor

S faktor stabilizacije

S presjek

S_r relativna statička osjetljivost

T titrajno vrijeme (trajanje jedne periode)

T_k trajanje kontakta

T_0 prirodno titrajno vrijeme

U efektivna vrijednost napona

$\boldsymbol{U}$ vektor napona

U_a anodni napon

U_g napon izvora (generatora)

U_i inducirani napon

U_{isp} ispitni napon

U_{iz} izlazni napon

U_m tjemena vrijednost napona

U_N poznati napon

U_{RS}, U_{ST}, U_{TR} linijski naponi

U_{sr} srednja vrijednost napona (aritmetička)

U_t napon tereta

U_{ul} ulazni napon

U_Z Zenerov napon

U_{Zo} Zenerov napon ekstrapoliran za $I_Z=0$

U_x mjereni (nepoznati) napon

U_1, U_1'' primarni napon transformatora (reduciran na sek. stranu)

U_2 sekundarni napon transformatora

V volumen

V električni potencijal

W energija

W_p potrošak električne energije koji pokazuje ispitivano brojilo

W_s stvarni potrošak električne energije

X reaktancija

X_1, X_2, X_3, X_4 reaktancije grana Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

$\boldsymbol{Y}$ admitancija

Z apsolutni iznos impedancije

$\boldsymbol{Z}$ impedancija (prividni otpor)

$Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_0$ apsolutni iznos impedancije u Wheatstoneovom mostu

$\boldsymbol{Z}_1, \boldsymbol{Z}_2, \boldsymbol{Z}_3, \boldsymbol{Z}_4, \boldsymbol{Z}_5, \boldsymbol{Z}_0$ impedancije grana izmjeničnog Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

$\boldsymbol{Z}_{10}$ impedancija prve grane uravnoteženog Wheatstoneovog mosta

a ubrzanje

a duljina dijela klizne žice u Wheatstoneovom mostu

b širina

b duljina dijela klizne žice u Wheatstoneovom mostu

b barometarski pritisak

c konstanta brojila (okr/kWh)

d promjer

d broj grupa od promatrane do nulte grupe (pogl. 1)

d razmak između elektroda kondenzatora

e momentana vrijednost elektromotorne sile

e_0 naboj elektrona

f frekvencija

f broj članova grupe (pogl. 1)

f procijenjena vrijednost sistematskih pogrešaka (pogl. 1)

f_0 frekvencija rezonancije

f_N vrlo tačno poznata frekvencija

g ubrzanje sile teže

h visina

i momentana vrijednost struje

j imaginarna jedinica

k konstanta

k omjer prigušenja (pogl. 4.2.5)

l duljina

l ukupna duljina klizne žice Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

l_x udaljenost do mjesta kvara na vodu

m masa

m omjer otpora druge i prve grane Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

m omjer impedancija druge i prve grane Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

m_0 masa elektrona

n broj pojedinačnih mjerenja

n omjer otpora treće i prve grane Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

n omjer između mjerenog otpora i etalonskog otpora u Thomsonovom mostu (pogl. 6)

n broj impulsa (pogl. 8)

n omjer impedancija treće i prve grane Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

p operator Laplaceove transformacije

p težina mjerenja (pogl. 1)

p relativna pogreška

p omjer otpora izvora i prve grane Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

p omjer impedancija izvora i prve grane Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

p_i strujna pogreška strujnog mjernog transformatora

p_n naponska pogreška naponskog mjernog transformatora

p_δ pogreška vatmetra zbog reaktancije naponske grane

$p\%$ procentualna pogreška

q presjek žice

q omjer otpora indikatorske dijagonale i prve grane Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

q omjer impedancija indikatorske dijagonale i prve grane Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

r polumjer, radijus zakrivljenosti

r_1, r_2 korijeni kvadratne jednadžbe

s procjena standardne devijacije osnovnog skupa (pogl. 1)

s stepen prigušenja

s duljina puta

s_x procjena standardne devijacije aritmetičke sredine

t vrijeme

t varijabla kod t-razdiobe (pogl. 1)

t_1 vrijeme potrebno za postizanje prvog maksimalnog otklona pomičnog organa

u mjerna nesigurnost (pogl. 1)

u momentana vrijednost napona

v brzina

$\bar{x}$ aritmetička sredina pojedinačnih rezultata

$x_1, x_2, \ldots$ razne mjerne veličine

y funkcija vjerojatnosti (pogl. 1)

y funkcija direktno mjerenih veličina

z brojnik izraza za struju dijagonale izmjeničnog Wheatstoneovog mosta (pogl. 6)

α otklon kazaljke, otklon pomičnog organa

α fazni pomak između struje i strujnog toka indukcionog brojila (pogl. 5)

α_{maks} puni otklon pomičnog organa

α_0 stacionarni otklon pomičnog organa instrumenta

α_1 vrijednost prvog maksimalnog otklona pomičnog organa instrumenta

β fazni pomak tereta mjernih transformatora

γ broj dobrote

δ kut gutitaka kondenzatora

δ logaritmički dekrement prigušenja (pogl. 4.2.5)

δ relativna promjena mjerenog otpora (pogl. 6)

δ debljina

δ_{min} najmanja relativna promjena mjerenog otpora koja se još može zamijetiti u Wheatstoneovom ili Thomsonovom mostu (pogl. 6)

ΔI_5 promjena struje u indikatorskoj grani Wheatstoneovog mosta

ε relativna granica pouzdanosti (pogl. 1)

ε_u relativna granica mjerne nesigurnosti

ε_0 influenciona konstanta

η korisnost

ϑ temperatura

ϑ_{hl} temperatura hladnog namota

$\varkappa$ specifična vodljivost tekućina

$\varkappa$ faktor konvergencije (pogl. 6.3)

μ apsolutna permeabilnost

μ koeficijent trenja

μ_0 indukciona konstanta

ξ faktor oblika

ξ omjer pokazivanja vatmetara kod Aronovog spoja

ξ_0 faktor oblika sinusoide

ρ specifični električni otpor

ρ relativna gustoća zraka

σ standardna devijacija osnovnog skupa

σ specifično naprezanje (pogl. 4)

σ_{maks} najveće specifično naprezanje

τ vremenska konstanta

Φ magnetski tok

Φ_0 tjemena vrijednost magnetskog toka

ψ ulančeni magnetski tok

ψ fazni pomak između tokova strujnog i naponskog elektromagneta indukcionog sistema

φ fazni pomak struje prema naponu

φ fazni pomak između mjerene veličine i otklona pomičnog organa (pogl. 4.1.5)

φ skalarni potencijal

ω kružna frekvencija

ω kutna brzina

ω_0 prirodna kružna frekvencija

15. KAZALO POJMOVA

AIEE 111, 543
akumulatori 75
AlNiCo magneti 123
amper 15
— internacionalni 16
ampermetar, bimetalni 189
— elektrodinamski 165
— indukcioni 179
— Kohlrauschov 173
— s pomičnim svitkom 125, 140
— s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem 152
— s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem 144
— s pomičnim svitkom i termopretvaračem 186
— s pomičnim svitkom i upravljanim poluvodičkim ispravljačima 159
— s pomičnim željezom 177
— s vrućom žicom 186
ampersatna brojila 205
Andersonov most 405
aperiodsko granično gibanje 102, 105, 134
apsolutna pogreška 23
apsolutni etaloni kapaciteta 19, 61
— etaloni međuinduktiviteta 19, 67
— etaloni samoinduktiviteta 65
apsorpcijski postupak mjerenja snage 375
aretiranje 91
aritmetička sredina 25
— mjerna nesigurnost 35
Aronov spoj 212, 368
astatički elektrodinamski instrumenti 168
astigmatizam katodne cijevi 330
autotransformatori 82

Bakarno-oksidulni ispravljači 142, 144
balistička konstanta aperiodskog gibanja galvanometra 136
— galvanometra za mjerenje naponskih udara 437
— konstanta graničnog aperiodskog gibanja galvanometra 135
— neprigušenog galvanometra 132
— prigušenog galvanometra 133
balistička metoda mjerenja kapaciteta 411
— magnetskih karakteristika 450
balistička metoda mjerenja magnetskog toka 437
— međuinduktiviteta 406
balistički galvanometar 131, 406, 411, 437, 450
bareter 375
baždarenje ampermetara 249, 257, 262
— brojila 216
— vatmetara 257
— voltmetara 257, 262
Behrendova metoda mjerenja otpora uzemljenja 394
bifilarni namot 52
bimetalni instrumenti 189
bimetalna traka 189
— spirala 189
binarni kod 500
— sustav brojenja 315
bistabilni multivibrator 316
bizmut spirala 442
bolometarska metoda mjerenja snage 375
bolometarska metoda mjerenja visokih napona 349
Boltzmannova konstanta 59
broj dobrote 96
brojači, elektromehanički 316
— elektronički 316
brojila 205
— elektrodinamska 208
— elektrolitska 205
— indukciona 209
— ispitivanje 216
— istosmjerna 205
— izmjenična 209
— jednofazna, za djelatnu energiju 209
— magnetomotorna 206
— s maksigrafom 215
— s pokazivačem maksimuma 214
— sa živom 205
— s vodikom 206
— trofazna, za djelatnu energiju 212
— višetarifna 214
— vršna 214
— za jalovu energiju 213
— za prividnu energiju 213
Brownovo gibanje 129, 337
brzina pisanja oscilografa 200
— širenja elektromagnetskih valova 19

BSS 111, 543
— 2846, 33

Campbellov most 433
Campbellova metoda 409
Carey-Fosterov most 408
cezij 15
cezijev rezonator 78
Chaperonov namot 53
Chubbov postupak mjerenja visokih napona 347
cos φ-mjerila 171

Daljinska mjerenja 491
davač protoka 480
definicija jedinica 15
— duljina 15
— električne struje 15
— električnog otpora 16
— mase 15
— vremena 15
dekada s čepovima, otporna 55
— s preklopkom, otporna 56
Diesselhorstov kompenzator, 251, 253
Dietzova kliješta 295
diferencirajuće pojačalo 307
digitalni frekventometri 435
— mjerni uređaji 314
— omometri 386
dimenzioniranje magneta 121
DIN 43801, 90
— 1319, 33
— 43700, 109
— 43760, 473
dinamička osjetljivost osciloskopa 327
dinamička nazivna struja 292
dinamička petlja histereze 459
dinamički kondenzator 338
diode, germanijeve 142
diodni voltmetar 311
direkciona konstanta 100
direkcioni moment 87
djelatna snaga, mjerenje 358
djelitelj napona 257
— kapacitivni 346
— kapacitivno-omski 346
— omski 346
— visokonaponski 346
domet, mjerni 112
dvostruka skala 36
dvotarifno brojilo 214

Elastično povratno djelovanje 92
električni moment prigušenja 100, 128
elektrodinamska brojila 208
elektrodinamski ampermetar 167
— instrumenti 165
— instrumenti, astatički 168
— instrumenti bez željeza 168
— instrumenti, kvocijentni 170
— instrumenti zatvoreni željezom (ferodinamski) 170
— sinhronoskopi 173
— voltmetar 167
— vatmetar, kompenzirani 360
— voltmetar 167
elektrolitska brojila 205
elektromagnetsko prigušenje 97
elektromehanički brojač 316
elektrometar 337
— kvadrantni 182
— elektronički 337
elektronički brojači 316
— nulindikatori 341
— oscilatori 76
— voltmetri 308
— voltmetri, diodni 311
— voltmetri, istosmjerni 308
— voltmetri, izmjenični 311
— voltmetri, tranzistorski 309
elektroničko brojilo 215
elektroskop 182
elektrostatski instrumenti 181
— kvadrantni elektrometar 182
— pločasti 182
— vatmetar 184
— za mjerenje visokih napona 184
Epsteinov aparat 460
etalon frekvencije 78
— napona 21, 71
— napona sa Zenerovim diodama 73
— otpora 21, 54
— računski, kapaciteta 61
— računski, međuinduktiviteta 67, po Campbellu 67
— računski, samoinduktiviteta 65
— upotrebni, međuinduktiviteta 67
— upotrebni, samoinduktiviteta 66
etalonski mjerni transformatori 295
— Westonov članak 71
Ewingova metoda istma 455

Fahy-Simplexov permeametar 454
faktor konvergencije 241
faktor magnetiziranja 448
faktor oblika 143, 462
faktor snage, mjerenje 360, 363, 368
— mjerila 171
faktor stabilizacije 74
fazna pogreška strujnih mjernih transformatora 284

fazna pogreška naponskih mjernih transformatora 274
ferodinamski instrumenti 170
Ferarisovi instrumenti v. indukcioni instrumenti
Feussnerov kompenzator 251
fluksmetar 137
Foersterova sonda 441
fotootpor 139, 260, 470
Frahmov frekventometar 427
frekvencijska modulacija 498
frekventometri, digitalni 435
— s jezičcima 426
— s jezičcima, Frahmova izvedba 427
— s jezičcima, Hartmann-Kempfova izvedba 427
— s kazaljkom 428
— s pomičnom svitkom i poluvodičkim ispravljačima 430
— s unakrsnim svicima i poluvodičkim ispravljačima 428
— sa Zenerovim diodama 430
Frischova metoda mjerenja izolacije 389
funkcija vjerojatnosti 31

Galvanometri 127
— balistički 131
— Paschenov 164
— s pomičnim magnetom 127, 164
— s pomičnim svitkom 127
— vibracioni 127, 339
— vibracioni, s iglom 339
— vibracioni, sa svitkom ili petljom 339
galvanski članci 75
Gaussova razdioba 31
Generalna konferencija za mjere i utege 15, 16
generator funkcija 77
— impulsa 77
— izmjenične struje 76
— pilastog napona 329
germanijevi ispravljači 141
Geygerov kompenzator 268
Glynnov most 420
Graetzov spoj 143, 313
grafički prikaz rezultata mjerenja 42
Grafova metoda određivanja mjesta kvara 486
granice pogrešaka 36
— električnih mjernih instrumenata 112
— naponskog mjernog transformatora 276
— strujnog mjernog transformatora 287
granice pouzdanosti 33
granično aperiodsko gibanje 105, 134
Greinacherov spoj 147, 312, 353
grube pogreške 24
gusjeničasti klizni otpornici 56

Hallov efekt 353
Hallova sonda 353, 441
Hartmann-Kempfov frekventometar 427
Hayov most 404
Heinzelmannova metoda 486
Helmholtzovi svici 445
heterodinska mjerila frekvencije 434
heterostatski spoj kvadratnog elektrometra 183
Hohleova metoda mjerenja pogreška mjernih transformatora 300
Hopkinsonov jaram 453

Idiostatski spoj kvadratnog elektrometra 182
IEC 59, 111, 276, 287, 291, 293, 543
Iliovicijev jaram 455
impulsni multiplikator 365, 495
indeks klase 112
indikator smjera okretnog polja 180
indukcijski davač 480
indukcijski pretvarači 479
— tahometri 480
indukciona brojila 205
— jednofazna, za djelatnu energiju 209
— trofazna, za djelatnu energiju 212
— za jalovu energiju 213
indukciona konstanta 17
indukcioni instrumenti 178
— ampermetar 179
— s bubnjićem 178
— s pločom 179
— varmetar 180
— vatmetar 180
— voltmetar 175
induktivni pretvarači 477
induktivno djelilo 282
instrumenti, bimetalni 189
— elektrodinamski 165
— elektrodinamski bez željeza 168
— elektrodinamski, kvocijentni 170
— elektrodinamski zatvoreni željezom 170
— elektrostatski 181
— ferodinamski 170
— indukcioni 178
— kvocijentni s pomičnim magnetom 163
— na termičkoj osnovi 186
— pogonski 83, 110, 140
— precizni laboratorijski 109, 140, 168
— prema Shatteru i Hawkesu 265
— prenosivi 109
— registracioni 190

instrumenti registracioni, linijski 190
— registracioni, tačkasti 190
— sa svjetlosnim znakom 85
— s pomičnim magnetom 162
— s pomičnim svitkom 120
— s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem 150
— s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem 141
— s pomičnim svitkom i termopretvaračem 186
— s pomičnim željezom 173
— s unakrsnim svicima 159
— s vrućom žicom 186
— univerzalni 144, 159
— višefazni 114
— za registriranje smetnji 194
— za ugradnju 109, 141
integraciona metoda mjerenja struje 338
integrirajuće mjerno pojačalo 307
integrirano pojačalo 306
internacionalni amper 16
— om 16
— Westonov etalonski članak 71
iskrišta, kuglasta 342
— sa šiljcima 345
— štapna 346
ispitivanje, brojila 216
— izolacije 277, 349
ispitni napon električnih mjernih instrumenata 116
ispravljači, bakarno-oksidulni 142, 144
— germanijevi 141
— mehanički 141, 157
— poluvodički 141, 313
— upravljani poluvodički 141, 157
istosmjerna brojila 205
— elektrodinamska 208
— elektrolitska 205
— elektrolitska, sa živom 205
— elektrolitska, s vodikom 206
— magnetomotorna 206
izaom 50
izolacija, ispitivanje 277, 349
izolirani termopretvarač 186
izmjenična brojila 209
— indukciona, jednofazna za djelatnu energiju 209
— indukciona, trofazna za djelatnu energiju 212
— indukciona, za jalovu energiju 213
izravnavanje rezultata mjerenja 41
izvori istosmjerne struje 75
— istosmjernih visokih napona 352
— izmjenične struje 76
— laboratorijski 71
— udarnih napona 350
— visokonaponski industrijske frekvencije 349
Jedinice 15
jednofazna indukciona brojila 209
Josephsonov efekt 19
JUS 111, 543
JUS L.Gl.020 111
JUS N.A5 510 342
JUS N.H9. 101, 102 i 103, 287
Kalibrator 78, 263
kapacitivni djelitelj napona 346
kapacitivni naponski mjerni transformator 280
karakteristični otpor voltmetra 125
karma 50
kaskada transformatora 350
kaskadni kompenzator 251, 253
kaskadni naponski mjerni transformator 279
kaskadni spoj Zenerovih dioda 74
katodna cijev 325
— astigmatizam 330
— s pamćenjem 328
— s više elektronskih snopova 333
— zastor 327
kazaljka 83, 84, 85
— nitna 84
— nožasta 84
Kelvin-Varleyev spoj 283
kilogram 15
klasa tačnosti 112, 114, 115
klizni otpornici 81
— dvostruki 81
— jednostruki 81
koercitivna sila permanentnih magneta 122
Kohlrauschov ampermetar 173
kompenzacioni otpor 247
kompenzator, Diesselhorstov 251, 253
— Feussnerov 251
— Geygerov 267
— kaskadni 251, 253
— kompleksni 267
— Lindeck-Rotheov 249, 260
— precizni 251
— prema dr. Rumpu 263
— prema Griffinu i Hermachu 263
— Rapsov 251, 252
— samouravnotežavajući (automatski) 258
— s elektrodinamskim mjernim sistemom 265
— s kvadratnim elektrometrom 266
— s NTC otpornicima 264
— s potenciometarskim postupkom 258

kompenzator, stepenasti 257
— s termopretvaračem 262
— s tri pomoćna kruga 256
— tehnički 258
— Tettex 263
— za istosmjernu struju 247
— za izmjeničnu struju 261
— za male fazne pomake 268
kompenzirani vatmetar 361
kompleksni permeabilitet 460
komutaciona krivulja, statička 452
kondenzatori, dinamički 338
— promjenljivi 63
— s izolacijom od tinjca 63
— tlačni 64
— zračni 61
kondenzatorski pretvarači 478
konstanta brojila 217
konstanta fluksmetra 138
konstanta prigušenja 98, 129
konstantan 49
konvergencija mosta 240
koordinatni pisač 260, 466
korekcija 23
korisnost potenciometarskog spoja 80
— spoja s predotporom 80
kratkotrajno preopterećenje mjernih instrumenata 113, 114
krivulja demagnetiziranja 121
krivulja prvog magnetizma 450
— postupak snimanja 450
kućišta električnih mjernih instrumenata 109
kuglasta iskrišta 342
kut gubitaka kondenzatora 60
— mjerenje 412
kvadratni elektrometar 182
— heterostatski spoj 183
— idiostatski spoj 182
kvadratična skala 87
kvarcni oscilator 78
kvocijentna mjerila 112
kvocijentni elektrodinamski instrumenti 170
kvocijentni instrumenti s pomičnim magnetom 163
kvocijentni magnetoelektrični instrumenti 159

Lasersko zračenje 19
LED 318
ležaj sa šiljkom 93
Lindeck-Rotheov kompenzator 249, 260
linijski registracioni instrumenti 191
Lissajousove krivulje 434
logaritamska skala 87
logaritamsko mjerno pojačalo 307
logaritmički dekrement prigušenja 134

Magnet, dimenzioniranje 121
magnetometar 440
magnetomotorno brojilo 206
magnetski materijali 123, 450
magnetsko starenje 124
maksimalna vrijednost mjernog opsega 112
manganin 49
Marxov udarni generator 352
materijali za mjerne otpornike 49
Maxwellov most 402
Međunarodni biro za mjere i utege 17, 20
Međunarodni sistem jedinica 15, 17
mehanička histereza opruga 92
mehanički ispravljači 141, 150
— s elektromagnetskim upravljanjem kontakata 150
— s mehaničkim upravljanjem kontakata 150
mehanički protumoment 87
metar 15
metoda dvaju vatmetra 365
— opozicije 407
— reflektiranja impulsa 488
— strojnih valova 489
— supstitucije 434
— triju vatmetara 369
metoda istma 455
metoda najmanjih kvadrata 25
metrološke ustanove 16
mjera 23
mjerenje energije, djelatne 209
— jalove 213
— prividne 213
mjerenje faktora snage 171, 360, 363, 368
mjerenje gubitaka u željezu vatmetričkom metodom 460
mjerenje induktiviteta 398
— Andersenovim mostom 398
— Hayovim mostom 404
— Maxwellovim mostom 402
— mostom s dvije klizne žice 400
— mostom s promjenljivim induktivitetom 400
— Owenovim mostom 403
— *U-I* metodom 398
— vektormetrom 399
mjerenje izmjeničnih tokova pomoću induciranih napona 438

mjerenje kapaciteta 410
— balističkim metodama 411
— elektrolitskih kondenzatora 424
— Glynnovim mostom 419
— Ogawinim mostom 425
— Scheringovim mostom 413
— Scheringovim mostom s automatskim ugađanjem ravnoteže 418
— *U-I* metodom 410
— Wienovim mostom 411

mjerenje frekvencije 426
— Campbellovim mostom 433
— digitalnim frekventometrima 320, 435
— frekventometrima sa Zenerovim diodama 430
— frekventometrima s jezičcima 426
— frekventometrima s kazaljkom 428
— metodom rezonancije 433
— osciloskopom 434
— pomoću struje nabijanja kondenzatora 430
— poredbenim metodama 434
— rezonantnim mostom 432
— Robinsonovim mostom 431

mjerenja magnetske indukcije, pomoću induciranih napona 436, 438
— pomoću sila na vodiče 440

mjerenja magnetskih polja 436, 441

mjerenja magnetskog toka, balističkim galvanometrom 437
— fluksmetrom 437
— pomoću induciranih napona 436

mjerenje međuinduktiviteta 406
— balističkom metodom 406
— Carey-Fosterovim mostom 408
— metodom opozicije 407
— pomoću metoda za mjerenje samoinduktiviteta 409

mjerenje napona 337
— istosmjernih, malih 337
— izmjeničnih, malih 338
— kompenzatorom 247, 337
— visokih 342

mjerenje neelektričnih veličina 471

mjerenje otpora 377
— Campbellovom metodom 409
— izolacije 387
— izolacije u pogonu 389
— metodom gubitka naboja 390
— omometrima 383
— poredbene metode 381
— svitaka velikog induktiviteta 379
— tekućina 396
— Thomsonovim mostom 234
— *U-I* metodom 377
— Wheatstoneovim mostom 220, 391

mjerenje pogrešaka mjernih transformatora 298

mjerenje snage 358

mjerenje snage djelatne, jednofazne izmjenične struje 360
— djelatne, trofaznih sistema 365
— istosmjerne struje 358
— jalove, jednofaznih sistema 370
— jalove, trofaznih istema 370
— na višim frekvencijama 373
— na vrlo visokim frekvencijama 375
— neizravna 372
— poluizravna 371
— pomoću osciloskopa 374
— pretvaračima snage 495

mjerenje struja 337
— istosmjernih, malih 337
— istosmjernih, velikih 353
— izmjeničnih, malih 338

mjerenje specifičnog otpora tla 395

mjerenje vremena 319

mjerila faktora snage 171

mjerila izolacije 387
— s baterijom i mehaničkim ispravljačem 388
— s baterijom i tranzistorskim pretvaračem 389
— s induktorom 388

mjerila magnetskih napona 448

mjerilo 24

mjerna nesigurnost 35
— artimetičke sredine 35
— mjernog postupka 36

mjerne slušalice 338

mjerni domet 112

mjerni instrument 24

mjerni kondenzatori 49

mjerni mostovi, v. most 219

mjerni opseg 112
— maksimalna vrijednost 112

mjerni otpornici 49
— materijali 49
— s kliznom žicom 56
— slojni 50, 57
— s metalnim slojem 50, 57
— s preklopkama i čepovima 55
— s ugljenim slojem 50, 57
— vremenska konstanta 50
— žičani 52

mjerni sustav 491

mjerni uređaj 24

mjerno pojačalo 303
— diferencirajuće 307
— integrirajuće 307
— istosmjerno s fotootporima 310
— istosmjerno s mehaničkim prekidačem 310
— istosmjerno s tranzistorskim prekidačem 310
— izmjenično 298

mjerno pojačalo, logaritamsko 307

mjerno pojačalo sa strujnim izlazom 305
mjerni pretvarači v. pretvarači mjerni
mjerni svici 49, 64
— vremenska konstanta 65
mjerni transformatori, naponski 272
— strujni 283
— strujni za istosmjernu struju 297
moment mjerene veličine 87, 100
— direkcioni 87
— namještanja 89
— namještanja specifični 89
moment prigušenja 97, 100, 128
mosne metode mjerenja induktiviteta 399
— frekvencije 431
— kapaciteta 411
most, Andersonov 405
— Campbellov 433
— Carey-Fosterov 408
— Glynnov 419
— Hayov 404
— Maxwellov 402
— Ogawin 425
— Owenov 403
— rezonantni 432
— Robinsonov 431
— samouravnotežavajući (automatski) 259
— s dvije klizne žice 400
— Scheringov 413
— Thomsonov 234
— transformatorski 419
— Wagnerov pomoćni 246
— Wheatstoneov za istosmjernu struju 220, 391
— Wheatstoneov za izmjeničnu struju 236
— Wienov 411
multicelularni voltmetar 184
multivibrator, bistabilni 316
Murayeva metoda 484
Möllinger-Geweckeov dijagram, naponskog mjernog transformatora 274
— strujnog mjernog transformatora 285

Nadstrujna karakteristika strujnog mjernog transformatora 290
namatanje žičanih otpornika 52
napon klizanja 308, 310
— polarizacije 396
naponska pogreška naponskog mjernog transformatora 274
naponske stezaljke 54
naponski mjerni transformatori 272
— fazna pogreška 274
— granica pogrešaka 276
— idealni 272
— izvedbe 278
— kaskadni 279
— kapacitivni 280
naponski mjerni transformatori
— Möllinger-Geweckeov dijagram 274
— nadomjesna shema 272
— naponska pogreška 274
naponski udar 436
nazivne struje strujnog mjernog transformatora 285
nazivni omjer transformacije 274, 285
— naponi naponskog mjernog transformatora 274
— teret naponskog mjernog transformatora 276
nazivni teret strujnog mjernog transformatora 288
negativna povratna veza 303
negativna reakcija (povratna veza) 303
nepotpuno uravnotežen Wheatstoneov most 232
nesigurnost očitanja, procentualna 86
Nippoldova metoda mjerenja otpora uzemljenja 394
nitna kazaljka 84
normala v. etalon
normalna razdioba 31
nožasta kazaljka 83
nulindikator, elektronički 341
— osciloskopski 341, 402
nulinstrument 127
numeracija 83

Ogawin most 425
okidna vremenska baza 330
omjer prigušenja 133
omometar 113, 114, 383
— digitalni 386
— s pomičnim svitkom 383
— s unakrsnim svicima 160, 385
operacijsko pojačalo 306
opseg, mjerni 112
— pokazni 112
oscilator, elektronički 76, 77
— heterodinski 77
— kvarcni 78
— RC 77
— s piezoelektričnim kristalom 77
— sinusni 77
oscilograf 195
— petljasti 197
— s katodnim cijevima 334
— s materijalnim pisačem 196
— s tekućinskim mlazom 197
— s titrajućim svitkom 197
— svjetlosni 197
oscilogram 199
osciloskop 324
— dinamička osjetljivost 327

osciloskop relativna statička osjetljivost 327
— s elektrostatskim sistemima za otklanjanje 325
— s magnetskim otklanjanjem snopa 315, 327
osciloskopski nulindikator 341, 402
osjetljivost Wheatstoneovog mosta 224
otklonske pločice 326
otpornici v. mjerni otpornici
otporni mjerni pretvarači 472, s kliznikom 472
otporni termometri 472
Owenov most 403
oznake mjernih instrumenata 116

Paraboličnі multiplikator 364
paralaksa 84
parazitski kapacitet 63, 416
Paschenov galvanometar 164
perforatori maksimuma 215
permanentni magneti 121
permanentni permeabilitet, relativni 124
permeabilitet, kompleksni 460
— permanentni 124
— reverzibilni 124
persistencija 327
petlja histereze 451
— dinamička 459
— statička 459
piezoelektrični pretvarač 482
piezomodul 483
pilasti napon 329
pisač 190, 196
— kompenzacioni, linijski 259
— koordinantni 259
Planckova konstanta 20
podjela 83
područje pouzdanosti 32
područje trenja 96
Poggendorff 247
pogonski instrumenti 83, 93, 110, 140, 175
pogreška, apsolutna 23
— relativna 23
— vjerojatna 32
pogreške, funkcija izravno mjerenih veličina 37
— grube 24
— sistematske 24
— slučajne 24
— složene 37
pojačalo, mjerno 303
pokazni opseg 112
poluvodički ispravljači 141
popravka 23
postupak ponavljanja pokusa 35
potenciometarski postupak 247
potenciometarski spoj 79
— korisnost 80
ppm 58
pramjera 15
pravac regresije 44
prazni hod transformatora 273
precizni laboratorijski instrumenti 83, 91, 93, 109, 140, 168, 175
preciznost 26
prenosivi instrumenti 109
preopterećenje 113
— kratkotrajno 43, 114
pretvarač efektivne vrijednosti 494
— faznog pomaka 497
— snage 364, 395
pretvarači, istosmjernog napona 75
— stepenasti 323
pretvarači, mjerni, aktivni 471, 472, 479
— indikacijski 479
— induktivni 477
— kondenzatorski 478
— otporni 472
— otporni s kliznikom 472
— pasivni 471, 472
— piezoelektrični 482
— termoelektrični 481
pretvaranje, analognih veličina u digitalne 320
— istosmjernog napona u vrijeme 321
— napona u frekvenciju 322
prigušenje 97, 115, 128
— elektromagnetsko 97
— tekućinsko 99
— zračno 99
prilagođenje Wheatstoneovog mosta 228
prirodno titrajno vrijeme 103, 106
procentualna nesigurnost očitanja 86
procentualni mjerni most 224
profilni instrumenti 84
promjena pokazivanja 113
promjenjljivi kondenzator 63
proširivanje mjernog opsega 125
— balističkog galvanometra 136
— naponskog 125
— strujnog 125
protonska rezonacija 444
protumoment 87
pulsno-kodna modulacija 500

Računanje s grupnim vrijednostima 29
računski etalon međuinduktiviteta po Campbellu 67

računski etaloni induktiviteta 19
— međuinduktiviteta 19
Rapsov kompenzator 250, 252
rastezne mjerne trake 475
Rayleighova vaga 18
referentne vrijednosti 113
registracioni instrument 190
— linijski 190
— linijski, s elipsnim upravljačem 191
— linijski, s kukastom kazaljkom 191
— linijski, s kulisnim upravljačem 192
— tačkasti 190, 194
— za registriranje smetnji 194
regulacioni transformatori 81
relativna statička osjetljivost osciloskopa 327
relativna pogreška 23
relativni permanentni permeabilitet 124
remanentna indukcija 121
reverzibilni permeabilitet 124
rezonantni most 432
Robinsonov most 431
Rubidijev rezonator 78

Samouravnotežavajući (automatski) kompenzator 258
Scheringov most 413
— oklapanje 416
— s automatskim ugađanjem ravnoteže 418
— s kliznim otpornicima 415
sekunda 15
SI 15
signalni generator 77
sigurne granice pogrešaka 39
simboli za mjerne instrumente 117
sinhronizam 330
sinhronoskopi 173
sintetizer frekvencije 77
sinusni oscilator 77
sistematske pogreške 24
shunt, balističkog galvanometra 136
— višestruki 126
skala 83, 84, 85, 175
— dvostruka 86
— kvadratična 87
— logaritamska 87
sklopni sat 214
slojni otpornici 50, 57
— s metalnim slojem 50, 57
— s ugljenim slojem 50, 50
složene pogreške 37
slučajne pogreške 24, 25
Službeni list SFRJ 393
specifični moment namještanja 89
spiralne opruge 89
srednja kvadratna pogreška, artimetičke sredine 26
— pojedinačnog mjerenja 26
standardi za električne mjerne instrumente 111
standardna devijacija, aritmetičke sredine 26
— funkcije izravno mjerenih veličina 38
statička komutaciona krivulja 452
statička kontrola kvalitete 32
statička sigurnost 32
statičke granice pogrešaka 40
stepen prigušenja 102, 106
stepenasti kompenzator 257
stia-brojilo 205
strujna kliješta 295
strujna konstanta 120, 129
strujna pogreška strujnog transformatora 284
strujna vaga 16
strujne stezaljke 55
strujni komparator 289
strujni transformator s operacijskim pojačalom 290
Studentova t-razdioba 34
strujni transformator 283
— izvedbe 293
— mjerenje pogrešaka 298
— mjere za smanjenje pogrešaka 288
— tačnost 287
— termička i dinamička struja 292
— za istosmjernu struju 297
Stäblein-Steintizov uređaj 456
suhi galvanski članci 75
sumirajuće pojačalo 306
svici promjenjljivog međuinduktiviteta 68
svjetlosni oscilograf 196, 197
Système International d'Unites 15

Šum 59

Tehnički kompenzator 258
tekućinsko prigušenje 99
temperaturni koeficijent, bakra 475
— otpora materijala za mjerne otpornike 49
— otpora platine i nikla 473
— Zenerovog napona 75
termička nazivna struja 292
termički vatmetar 373

termoelektrični efekt 481
— napon 49
— pretvarači 481
termoelement 186, 481
termonapon 481
termopretvarači 141, 186
tetradski sustav brojenja 315
titrajući svitak, petlja, 198
Thompson-Lampardov računski etalon kapaciteta 19, 425
Thomsonov most 234
— laboratorijska izvedba 234
— mjerna nesigurnost 235
— pogonske izvedbe 234
tlačni kondenzator 64
trakom napeti sistemi 90, 91
transformatori v. mjerni transformatori
transformatorski most 419
tranzistorski multiplikator 365
trofazna brojila 212
trofazni sistem, mjerenje djelatne snage 369
— mjerenje jalove snage 370

Udarni generator prema Marxu 352
udarni napon 351
ugađanje struje predotporom 80
U-I metoda 377, 398, 410
uljni, naponski transformator 278
— strujni transformator 294
umjetno opterećenje 217
univerzalni instrument 144
upotrebni etaloni kapaciteta 61
— etaloni međuinduktiviteta 67
— etaloni samoinduktiviteta 66
Uprava za mjere i plemenite kovine 216
upravljani poluvodički ispravljači 141, 157
uporedni pokusi 35, 36
utjecajne veličine 24, 113
utkani namot 53

Vanjski granični otpor galvanometra 129, 135, 400, 437
Varleyeva metoda 485
varmetar 114, 115
— indukcioni 180
vatmetar 114, 115
— elektrodinamski 167, 168
— elektronički 374
— elektrostatski 184
— indukcioni 180
— kompenzirani 361
— termički 373
VDE 111, 543
vektormetar 150
vibracioni galvanometar 108, 339
— sa svitkom ili petljom 339, 340
— s iglom 339
vibrometri 479
Vishay-otpornik 50, 57
visokonaponska mjerenja 342
visoknonaponski rotirajući voltmetar 348
višefazni instrumenti 114
višestruki shunt 126
višetarifna brojila 214
vjerojatna pogreška 32
voltmetar, digitalni 315
— diodni 311
— elektrodinamski 167
— elektronički 308
— elektrostatski 185
— indukcioni 179
— istosmjerni 308
— izmjenični 311
— multicelularni 184
— s pomičnim svitkom 140
— s pomičnim svitkom i mehaničkim ispravljačem 152
— s pomičnim svitkom i poluvodičkim ispravljačem 146
— s pomičnim svitkom i upravljanim poluvodičkim ispravljačima 159
— s pomičnim željezom 177
— tipa pojačalo-ispravljač 313
— tranzistorski 309
vremenska konstanta, otpornika 50
— svitka 65
vrijeme umirivanja 115
vršno brojilo 214

Wagner-Wertheimerov namot 53
Wagnerov pomoćni most 246
Wehneltov cilindar 325
Welker 442
Westonov etaloški članak 71
Wheatstoneov most, za istosmjernu struju 220, 391
— osjetljivost 224
— područje primjene 233
— prilagođenje 228
— relativna mjerna nesigurnost 227
— s dekadskim otpornicima 221
— s kliznom žicom 222
Wheatstoneov most, za izmjeničnu struju 236
— konvergencija 240
— osjetljivost 244
— prilagođenje 244
— ravnoteža 236

Whiteova dekada 254
Wienov most 411

Zakretni transformatori 81
zastor katodne cijevi 327
zavješeni sistemi 90
Zenerova dioda 73
— struja 73
Zenerov efekt 73
Zenerov napon 73
— temperaturni koeficijent napona 75
zračni kondenzator 61
zračno prigušenje 99
zrcalni sistemi 85

Željezom zatvoreni elektrodinamski instrument 170
žičani mjerni otpornici 50
»živa« nula 492

16. SKRAĆENICE

AEG	Allgemeine Elektricitäts-Gesellschaft (Zap. Njemačka)
AIEE	American Institute of Electrical Engineers
BSS (ili B. S.)	British Standards Specification
Cambridge	Cambridge Instrument Company, Limited London
DIN	Deutsche Normen
EAI	Electronic Associates, Inc. Long Branch, New Jersey
Ei—Niš	Elektronska industrija Niš
GOST	Государственный стандарт
H & B	Hartmann & Braun AG Frankfurt/Main
IEC	International Electrotechnical Commision
Iskra	Združeno podjetje Iskra, Kranj
JUS	Jugoslavenski standard
Metra	Národní podnik Metra Blansko, Blansko (Čehoslovačka)
Norma	Norma Fabrik elektrischer Messgeräte Gesellschaft m. b. H. Wien
R. Končar	„Rade Končar" poduzeće za proizvodnju električne opreme, projektiranje i montažu postrojenja, Zagreb (ista skraćenica je upotrijebljena i za Elektrotehnički institut poduzeća Rade Končar)
S & H	Siemens & Halske Aktiengesellschaft (Zap. Njemačka)
T. T. & Co	Trüb, Täuber & Co. AG. Zürich
VDE	Verband Deutscher Elektrotechniker

544

Znak: 7607 Sv

Izdanje:
Prof. dr ing. VOJISLAV BEGO
MJERENJA U ELEKTROTEHNICI
3. izdanje

Stručni recenzenti:
Prof. ing. FRANCE MLAKAR
Prof. dr ing. STANKO TURK
Prof. dr ing. RADENKO WOLF

Izdavač:
TEHNIČKA KNJIGA, izdavačko poduzeće
OOUR IZDAVAČKA DJELATNOST
ZAGREB, Jurišićeva 10

Za izdavača odgovara
Glavni urednik:
ZVONKO VISTRIČKA

Urednik edicije:
IVAN UREMOVIĆ

Tehnički urednik:
ŽARKO PAVUNIĆ
SREĆKO ŠOŠTARIĆ

Crteži:
TOMISLAV STRUJIĆ

Rješenje korica:
SREĆKO PRELOVEC

Imprimirao:
AUTOR

Tisak:
NIŠP »PROSVJETA«, BJELOVAR

Tisak dovršen:
U SVIBNJU 1977.

Oslobođeno osnovnog poreza na promet na temelju mišljenja Republičkog sekretarijata za prosvjetu, kulturu i fizičku kulturu SR Hrvatske