

MARIJAN BREZINŠČAK

MJERNI SISTEMI ELEKTROTEHNIKE



TEHNIČKA KNJIGA
IZDAVAČKO PREDUZEĆE NARODNE TEHNIKE
BEOGRAD — 1951

MJERNI SISTEMI ELEKTROTEHNIKE

„Kada ono o čemu govorite možete izmjeriti i izraziti brojevima, onda znate nešto o tome; ali kada to ne možete izmjeriti niti izraziti brojevima, vaše je saznanje oskudno i nedovoljno . . .“

Lord Kelvin

UVODNE PRIMJEDBE

U posljednje vrijeme veliki broj stručnih časopisa, tehničkih i fizikalnih, raspisao se o tzv. novim jedinicama koje su, prema naknadnoj i definitivnoj odluci Generalne konferencije za mjere i utege (1948 god.), stupile na snagu 1. januara 1948. U vezi s tim, još i danas, dakle preko dvije godine nakon donošenja punovažne odluke o pitanju jedinica, razvijaju se mnoge diskusije, iz kojih razabiremo da većina onih koji treba da primjenjuju te nove jedinice nema dovoljno jasne i točne predstave o tom predmetu. Ovi »Mjerni sistemi elektrotehnike« imaju namjenu da našoj široj stručnoj publici unesu malo svjetlosti u probleme mjernih sistema, naročito mjernih sistema elektrotehnike.

Zašto je uopće došlo do uvođenja tih »novih jedinica«, tzv. apsolutnih jedinica? U grubim crtama, odgovor je u ovom: Različite discipline tehnike kao što je mehanika, nauka o toplini, elektrotehnika, nauka o svjetlosti itd. upotrebljavaju, svaka za sebe, svoje posebne jedinice, koje se međusobno razlikuju i fizikalno i u brojčanim iznosima. Posljedica toga je ta da se kod primjene jedinica svakiput pojavljuju preračunski koeficijenti, kada se dvije ili više disciplina tehnike sastanu na istom problemu, koji jednako zaokuplja i jednu i drugu disciplinu. Kao jedan od primjera možemo istaći činjenicu, da se, na primjer, u mehanici upotrebljava za radnju i energiju jedinica kilogrammetar (kilogram-sila), u nauci o toplini kalorija, a u elektrotehnici joule ili kilowattsat. Sve četiri nabrojene jedinice mjere istu fizikalnu veličinu, a discipline koje ih imaju u svojim osnovima veoma često se sastaju, čak i na običnim problemima tehnike. Ako bi isti problem koji je, na primjer, bio u tehnici zahvaćen sa ove četiri jedinice, rješavao fizičar, on bi doveo u pomoć i erge — jedinicu radnje i energije u fizici. Prema tome, pet jedinica za jednu te istu fizikalnu veličinu! Jadan je onda položaj konstruktera i projektanta, koji se, na primjer, služi literaturom koja sadrži svih pet jedinica i do završetka svog posla i te kako se mora namučiti, dok pomo-

ću svih mogućih preračunskih koeficijenata sve jedinice dovede na onu na koju je naučen, koja mu je »u krvi.«

Naveo sam samo jedan primjer; a takvih primjera ima mnogo, i to naročito u elektrotehnici. Čini se da je elektrotehnika najtješnje vezana s fizikom, a između »tehničkih« i »fizikalnih« jedinica postoje ogromne razlike, kako po iznosu tako i po fizikalnoj pravilnosti. U elektrotehnici je donedavno vladala zbrka u pogledu jedinica. Ako prolistamo elektrotehničku literaturu, vidimo da je pisana s različitim sistemima jedinica, koji se međusobno veoma mnogo razlikuju; između pojedinih sistema jedinica postoje ponori, koji se ne mogu premostiti umjetnim načinima. Jaz je osobito dubok između tzv. tehničkih i fizikalnih jedinica. Upravo je nerazumljivo, kako fizika, koja bi morala tumačiti pojave na fizikalno besprijekoran način, može upotrebljavati jedinice koje su tako složene da, po fizikalnom smislu, nikako ne mogu odgovarati veličinama koje mjere. Na primjer, tzv. fizikalni sistem jedinica mjeri električnosti jedinicom koja je sastavljena od mehaničkih jedinica! I fizičari se te jedinice tvrdokorno pridržavaju, iako su baš oni najsvjesniji da njome na fizikalno ispravan način ne izražavaju veličine koje njima mjere.

Posljednjih nekoliko desetljeća donijelo je uvjerenje, da jedinice moraju biti odabrane tako da se njima na najlakši način mogu služiti različite discipline tehnike i nauke. Ideal bi svakako bio, da se odabere sistem jedinica koji bi mogao zahvatiti i obrađivati sve pojave u prirodi. Teoretski to nije nemoguće, ali bi odabiranje takvog sistema jedinica imalo smisla samo za teoretsku fiziku, a nikako za tehničke nauke. Tehnika traži od jedinica, da joj omoguće što lakše i ugodnije računanje pomoću njih, kao i to da vrijede za više područja.

U tom smislu razvijali su se i sistemi jedinica koji su danas prerasli u mjerne sisteme, budući da nije riječ samo o jedinicama, već i o mnogim drugim »stvarima« koje izlažemo u ovoj knjizi. Osim praktičnosti i važnosti za više područja, od mjernih sistema se traži da budu fizikalno besprijekorni. Izgleda kao paradoks, da tehničari u fizikalnom pogledu ispravljaju fizičare; ali činjenice pokazuju da je to zaista tako. Naročito su u elektrotehnici izvršeni ogromni ispravci »klasičnih« sistema, i sa sigurnošću možemo tvrditi, da su nedavno doneseni zaključci »postavili stvar na pravo mjesto« i da su mjerni sistemi elektrotehnike »ozdravljeni«. To isto je već prije učinjeno u mehanici. Ostali su još otvoreni problemi kod odabiranja najrazumnijeg mjernog sistema u nauci o toplini, a pogotovo kod fotometrije. Stanoviti napredak postignut je u nauci o toplini, za koju je na Konferenciji u oktobru 1948. odlučeno, da toplinu (energiju) treba mjeriti u jouleima. Ti-

me se nauka o toplini djelomično povezala s mehanikom i elektrotehnikom. Međutim, problem mjernog sistema nauke o toplini još je otvoren, i Jugoslaviji je dopala čast da preko svog predstavnika na međunarodnim konferencijama za mjere i utege, ljubljanskog profesora Dr. techn. F. Avčina, izradi prijedlog novih termičkih jedinica. Mislim da ne smijem mimoći činjenicu (koju mnogi neće da vide), da je stav Avčina i u pitanju mjernih sistema elektrotehnike izvanredno jasan i kritički, i da njegovi članci objavljeni u »Elektrotehničkom vjesniku« (1948.), za razumijevanje i primjenu novog mjernog sistema elektrotehnike predstavljaju značajan doprinos u svjetskom mjerilu. To sam morao napomenuti već i zbog toga, što njegov pogled na mjerne sisteme elektrotehnike predstavlja okosnicu ove knjige.

Čitajući svjetsku, novu literaturu o pitanjima mjernih sistema elektrotehnike, uočavamo da unatoč svim mogućim rješenjima međunarodnih konferencija, mnogim poznatim stručnjacima nije jasno, u čemu je problem mjernih sistema elektrotehnike.

U ovoj knjizi pokušao sam izložiti mjerne sisteme elektrotehnike približno onako kako su se razvijali i ukazati na probleme koje treba riješiti. Da li sam u tome uspio, neka sudi čitalac. Mislim da ne bi bilo na odmet, da se kod nas uskoro pojavi knjiga koja bi obrađivala mjerne sisteme svih disciplina tehnike, a ne samo elektrotehnike.

Da je takva knjiga, kao i ova, potrebna, mislim da o tom ne može biti mnogo diskusije, budući da većina stručnjaka u praksi »muku muči« baš s jedinicama, jer je kao lancem privezana na onaj sistem jedinica, u kojem je stekla svoju tehničku naobrazbu ili se izvježbala u primjeni dotičnog sistema jedinica.

Dok se stručnjak u praksi kako tako priučio na stanoviti sistem jedinica, velike neugodnosti doživljava onaj koji pohađa srednju školu ili sveučilište. Predavaju mu i fizičari i stručnjaci—tehničari, i to svaki u svom sistemu jedinica, a tehničari i u različitim sistemima. Učenik mora udovoljavati i jednom i drugom a, možda, i trećem! Kad izidje iz škole, ostaje mu u glavi šarenilo mjernih sistema, i to mu, za čitav život predstavlja Babilon, ili barem dok se ne »pomiri« s jednim sistemom jedinica i usvoji ga kao »svog«. Međutim, čitavog života ga prati neugodan osjećaj, da nikada nije razumio ni osnovne postavke mjernih sistema i da se prema njima osjeća nekako skromnim.

To osobito vrijedi za srednji stručni kadar. Mislim naročito na elektrotehničku skupinu, budući da elektrotehnik, sa svojim jedinicama, predstavlja najkompliciraniji splet nejasnosti. Strojaru, a pogotovo gradjevinaru je lakše. Međutim, elektrotehničaru, koji je vezan za nova dostignuća fizike, to nije sitnica. Možda za-

to ne bi bilo suvišno kad bi se na našim ustanovama za odgajanje stručnih kadrova odredio barem jedan semestar za predavanje o mjernim sistemima. Osobito bi to bilo potrebno onima koji su se posvetili elektrotehničkoj struci.

Nalazimo se u periodu provodjenja u život odluka IX. Generalne konferencije za utege i mjere, koja je vrhovni forum za pitanje mjernih sistema; stoga mislim, da će ova knjiga, koja nikako ne pretendira na priznanje da je sveobuhvatna i iscrpna, kod toga pomoći i mnogima koji se »bore« protiv uvođenja novih jedinica, razjasniti o čemu je zapravo riječ i koliko od toga imamo koristi u tehnici. Bio bih naivan kada bih pomislio, da će se odluke navedene institucije »odmah« provesti u život; ali praksa će pokazati, kolike prednosti donosi novi mjerni sistem elektrotehnike. Kada se riješe još i problemi ostalih disciplina tehnike, te koristi će biti još veće i očiglednije: imat ćemo jedan zaista univerzalni mjerni sistem tehnike, a vjerovatno i znanosti.

Činjenica je, da se mnogi tehnički krugovi nesvjesno odupiru upotrebi novih jedinica. To rade stoga, što su vezani na naučeni sistem jedinica pa im se čini da bi »izgubili tlo pod nogama«, kad bi ga napustili. No upotreba jedinica je stvar navike. Doduše, teško je, ali nije nemoguće, odučiti se od nekog sistema jedinica na koji se čovjek nauči u toku višegodišnje prakse. Međutim, kada uoči prednosti novog sistema, svatko će uvidjeti da je to nužno. Mislim da je u sadašnjem periodu, kada smo na pragu upotrebe novih jedinica, najvažnije da se tehnička literatura štampa s novim jedinicama, jer ćemo time biti prisiljeni da ih usvojimo kao »svoje«. U vezi s tim mogu izraziti radost zbog knjige Ing. Debeica: »Elektrotehnički materijali«, koju u nastavcima, kao prilog, izdaje »Elektrotehnički vjesnik« (1949/50). U njoj su u velikoj mjeri primijenjene nove jedinice, i ako tako nastavimo, nove će knjige, pisane s novim jedinicama, »poplaviti« tržište, te će čitaocu, tj. onima koji se služe tim knjigama, nove jedinice »ući u krv«. Od neobično je velike važnosti, da se na našim srednjim i visokim školama počne predavati s novim jedinicama, tako da kadrovi koji će za nekoliko godina otići u privredu, imaju »u krvi« suvremene jedinice i, eventualno, nove mjerne sisteme. Vjerujem da će u svemu tome pomoći i ovi »Mjerni sistemi elektrotehnike«.

Smatram svojom dužnošću da »Tehničkoj knjizi«, Beograd, izrazim zahvalnost, što je omogućila štampanje ove knjige, a isto tako i drugovima iz školskih klupa — Faustinu Lackoviću, koji mi je pomagao u izradi tabela i, djelomično, zajedno sa mnom pročitao rukopis, i pokojnom Vladimiru Šuštersiću, koji je spretnom rukom izradio crteže.

U Zagrebu, novembra 1949.

M. B.

OPĆENITO O MJERNIM SISTEMIMA

1. PRIRODNI ZAKONI I FIZIKALNE VELIČINE

U razvoju naučne misli čovječanstva osjeća se jedna osnovna linija po kojoj je, uz mnoge zablude i stramputice, čovječanstvo razvijalo svoju naučnu misao i prema njoj, a ponekad i prije nje, i misao tehničke primjene, tehnike uopće. Ta razvojna linija počinje od spekulativnih nazora učenjaka antičnog doba, kada su se više ili manje izuzetaka, realnim objektima pripisivala svojstva koja pripadaju ljudskoj misli i na temelju toga promatran svijet i izgrađivan naučni pogled na svijet.

Takvo mišljenje moglo je postojati samo dok čovjek nije počeo tražiti uzroke i povode raznim procesima oko sebe, u prirodi, umjesto u sebi samom. Čim je učinjen taj korak, tj. da je čovjek počeo promatrati i na temelju toga shvaćati raznolike procese u prirodi, postavljeni su temelji egzaktne nauke, koja se temelji na nizu opažanja i na iskustvima koja su stečena tim opažanjima. Od prvog iskustvenog utvrđivanja objektivnih činjenica do moderne fizike vodi strm i naporan put. To je put kojim kroči naučna misao, koja može biti zaista naučna samo onda, ako svoje teorije temelji na činjenicama svestrano provjerenim pokusima, koji su izvedeni pod najrazličitijim uvjetima.

Iskustvo koje je čovječanstvo skupilo tokom svog razvoja, jasno i precizno pokazuje, da se procesi u prirodi odvijaju po nekim, točno utvrđenim zakonitostima. Na temelju mnogih, često veoma mučnih, zamornih i dugotrajnih pokusa odredi se zakonitost odvijanja prirodnih procesa u određenoj oblasti prirodnih nauka. Jednom eksperimentalno utvrđena zakonitost odvijanja prirodnih procesa omogućuje nam, da na temelju nje unaprijed odredimo tok istovrsnog procesa, ako su nam poznati uvjeti pod kojima će se taj proces odigrati i faktori koji kod toga sudjeluju. Te zakonitosti formulirane su u tzv. prirodnim zakonima, koje obično oblačimo u matematsko runo. Karakteristične ve-

ličine koje kod tog ili tih procesa sudjeluju nazivamo fizikalnim veličinama, a označujemo ih stanovitim simbolima dogovorno usvojenim za pojedine veličine. Fizikalne veličine koje karakteriziraju intenzitet pojava u prirodi, svojstva i stanja sredstava u kojima se te pojave odigravaju, lučimo na:

osnovne fizikalne veličine (kraće: osnovne veličine) i na

izvedene fizikalne veličine (kraće: izvedene veličine).

Prve su temeljne, osnovne fizikalne veličine koje se ne mogu izvesti iz drugih; druge su one fizikalne veličine koje se izvede iz osnovnih. Zato se i zovu izvedene ili sekundarne veličine, za razliku od osnovnih, primarnih.

Temelj prirodnih nauka su prirodni zakoni i fizikalne veličine koje u njima nastupaju. Budući da su tehničke nauke čedo prirodnih nauka, i zakonitosti su isto tako temelj praktičkih izdanja nauke — tehnike. Kod tehničke primjene prirodnih zakona uvidja se uloga i zadatak nauke kao institucije, koja u svakom pogledu treba da omogući bolji život čovjeku, što se očituje u svim mogućim radovima i konstrukcijama koje olakšavaju rad čovjeku. Svaka tehnička konstrukcija izvedena je na temelju poznatih zakonitosti dane oblasti, u kojoj je spomenuta konstrukcija izvedena.

No same zakonitosti nisu dovoljne za egzaktnu primjenu fizikalnih zakona. Tehnika i nauka imaju točno određene ciljeve: one rade s određenim iznosima veličina, one grade određene objekte. Prema tome, osim kvalitativnog zadiranja u prirodne procese, kod proučavanja samih procesa dolazi u primjeni do pojma iznosa, količine, sudionika procesa. To znači, drugim riječima, da prirodne procese treba zahvaćati i kvantitativno, a to povlači za sobom mjerenje fizikalnih veličina — sudionika prirodnih procesa. Čim je riječ o mjerenju nekih veličina, odmah pada na um i jedinica kojom se dotična veličina mjeri. Prema tome, nauka, tehnika, trgovina itd. imaju u svojim osnovima jedinice kojima se sudjelujuće veličine mjere. Tim jedinicama se određuje intenzitet njihovog sudjelovanja u procesima, ekonomičnost, svrshodnost i tome slično.

Dok u pojedinim oblastima prirodnih nauka vrijede pojedini zakoni, za čitavu prirodu vrijedi jedan princip, a to je princip održanja energije. Taj princip moramo postaviti u centar svih izlaganja i proučavanja prirodnih procesa, jer se njegovom primjenom mogu postići dalekosežni rezultati. Inače se dolazi do besmislenih zaključaka i konstrukcija izvedenih na temelju ignoriranja principa održanja energije. Kao primjer ignoriranja ili

»obaranja« tog principa služi uporna težnja prošlih stoljeća, da se stvori perpetuum mobile. U pretežnom dijelu spornih mjesta kod rješavanja problema u primjeni prirodnih zakona, princip održanja energije služi kao putokaz koji redovito ukazuje na pravi, jedino ispravan put. Prema tome, s principom održanja energije moramo računati kao temeljnim kriterijem i smatrati ga osnovnim izvorom odgovora na sporna pitanja. Svestrana primjena tog principa u nauci i tehnici, ekonomici itd. potvrđuje ispravnost takvog mišljenja.

2. FIZIKALNE VELIČINE I NJIHOVE RAZMJERNOSTI

Iskustvo stečeno nizom eksperimentalnih činjenica pokazuje, da neke fizikalne veličine imaju prvostepenu ulogu u prirodnim procesima, da im je, dakle, važnost veća nego važnost nekih drugih veličina. Te veličine prvostepene važnosti ne daju se putem fizikalnih zakona odrediti pomoću drugih veličina. Zbog toga se takve veličine nazivaju osnovnim, za razliku od izvedenih veličina koje se mogu odrediti pomoću i putem osnovnih veličina. Iz toga slijedi da izvedene veličine igraju drugostepenu ulogu, budući da se mogu odrediti osnovnim veličinama.

Pomoću prirodnih zakona, osnovne i izvedene veličine stoje u međusobnoj organskoj vezi, koja se očituje baš u tim zakonima. Te veličine mogu stajati u međusobno neovisnim i međusobno ovisnim zakonitostima. Ako uzmemo u razmatranja samo one zakonitosti koje stoje u međusobno neovisnoj vezi, dakle, na primjer, ne definiraju jednu te istu veličinu na dva načina, odmah možemo zaključiti da je broj osnovnih veličina stanovite oblasti prirodnih nauka određen razlikom broja veličina koje sudjeluju u toj stanovitoj oblasti i broja nezavisnih veza između tih veličina. (Kao veoma jednostavan primjer možemo uzeti Newto-

nov zakon u obliku: $F = m \frac{d^2 l}{dt^2}$. U njemu nastupaju četiri veličine: sila F , masa m , dužina l i vrijeme t . Taj zakon je temelj dinamike i predstavlja nezavisnu vezu, budući da nije poznata dopunska ili jednostavnija relacija. Broj osnovnih veličina je određen razlikom broja sudjelujućih veličina i broja nezavisnih veza. U našem primjeru je to: $4 - 1 = 3$. Dakle, ovdje dolaze tri osnovne veličine.

Karakter izvedenih veličina određujemo iz međusobnog odnosa osnovnih veličina koje određuju izvedenu. Svaku izvedenu

veličinu možemo prikazati u ovisnosti o osnovnim veličinama. One dolaze u nekim oblicima, potencijama, što ovisi o prirodnom zakonu koji povezuje ove dvije vrste veličina, opisivajući proces koji se odigrava u prirodi.

Svaku izvedenu veličinu možemo matematski prikazati u obliku produkta (ili kvocijenta) osnovnih veličina, danih u stanovitom stepenu, i nekog brojčanog (relativni broj, čisti broj) koeficijenta k . Ako neka izvedena fizikalna veličina G , određene oblasti fizike, ovisi o trima osnovnim veličinama X, Y, Z , pišemo to u ovom obliku:

$$G = k \cdot X^a Y^b Z^c. \quad (1)$$

Ovdje je k koeficijent proporcionalnosti (čisti broj); a, b, c , su relativni brojevi, veći, jednaki ili manji od jedinice.

Iznos koeficijenta proporcionalnosti k možemo odabrati prema svom nahodjenju, tj. kad uvodimo pojam o izvedenim veličinama, možemo se dogovoriti o iznosu koeficijenta k . Budući da se svuda postavlja zahtjev, da odnos između veličina bude što jednostavniji, redovito se koeficijent k izjednačuje s jedan (1) i time se dobivaju najjednostavniji sistemi ovisnosti između osnovnih i izvedenih veličina.

Na prvi pogled se čini, da to ne radimo svuda, budući da u neke jednadžbe koje opisuju neki proces u prirodi uvodimo brojčane koeficijente, koji se razlikuju od jedinice. Međutim, malo pomnije razmatranje pokazuje da ti koeficijenti, koji se razlikuju od 1 u prirodnim zakonima, kod odnosa između osnovnih i izvedenih jedinica ipak imaju iznos jednak jedinici. Takve slučajeve koeficijenata koji dolaze u prirodnim zakonima, različitih od 1, imamo, na primjer, u jednadžbama koje određuju visinu slobodnog pada $h = \frac{1}{2} g t^2$, energiju električkog i magnetskog polja, $\frac{1}{2} C u^2$;

$\frac{1}{2} L i^2$ itd. Ovdje su koeficijenti $1/2$ ušli u jednadžbe, kao plod matematskih operacija (integriranja), a njihova umjesnost postojanja baš na tim mjestima eksperimentalno je utvrđjena.

Vezu između izvedenih i osnovnih veličina možemo prikazivati pomoću tzv. formula razmjernosti,¹⁾ koje po-

¹⁾ Ovdje dosljedno upotrebljavamo termin »razmjernost«, koji ima korijen u ruskom: „размерность“. U našoj starijoj literaturi redovito nailazimo na riječ »dimenzija«, koja dolazi od »medjunarodnog« (franc., njem., engl) »dimension«. Izraz »razmernost« je (prema ruskom) u

kazuju kakav je razmjer (odnos) izmedju određene izvedene fizikalne veličine i osnovnih veličina. Formule razmjernosti pokazuju, s kakvim je osnovnim veličinama i u kojim njihovim stepenima izražena neka izvedena veličina. U tim formulama nema koeficijenata proporcionalnosti, jer je riječ o fizikalnim veličinama a ne o njihovim iznosima.

Činjenicu da je u pitanju razmjernost neke veličine ističemo time, što zatvaramo simbol te veličine u uglastu zagradu, i tako, na primjer, za prijašnju izvedenu veličinu G dobivamo ovaj opći oblik formule razmjernosti:

$$[G] = [X^a Y^b Z^c]. \quad (2)$$

Uobičajeno je da se produkt $X^a Y^b Z^c$ naziva razmjernošću veličine G .

Iz primjene formula razmjernosti, koje je u nauku uveo Fourier a primjenio Maxwell, vidi se njihova korist u upotrebi, budući da one daju shematsku predodžbu o karakteru veze izmedju osnovnih i izvedenih fizikalnih veličina pa, prema tome, i o fizikalnoj prirodi izvedenih veličina. Njihova primjenljivost je općenita, tako da se mogu postaviti i kod relacija, u koje su neke veličine uvedene pod znakom integrala, diferencijala ili sume više fizikalnih veličina itd.

Iz svega navedenoga slijedi, da ćemo pod istovrsnim veličinama razumijevati one veličine, koje imaju iste razmjernosti. Prema tome, odavde već se naziru korisne primjene jednadžbi razmjernosti kod kontroliranja rezultata dobivenih na različite načine, putem različitih operacija i pod različitim uvjetima.

3. JEDINICE I NJIHOVI ODNOSI

Formulama razmjernosti služimo se, uglavnom, u svrhu boljeg razumijevanja fizikalnog smisla i značenja pojedinih veličina i za nadziranje pravilnosti jednadžbi. Prema tome, s njima nismo u mogućnosti usporedjivati iznose fizikalnih veličina, jer su formulama razmjernosti veličine određene samo kvalitativno a nikoliko kvan-

slovensku tehničku literaturu, koliko je autoru poznato, prvi uveo godine 1948. F. Avčin. I Česi upotrebljavaju nešto slično: „rozměr“ (izgleda iz istog korijena kao i ovdje), a nekada i »dimense«. Sigurno je da termin »razmjernost« nije lošiji od termina »dimenzije« (koji — usput rečeno — ni nije najbolji, kako se vidi iz predgovora R. Podhorskog prijevodu: Ulich, Kratak udžbenik fizikalne kemije, NZH, Zagreb 1947.), a bliži je našem jeziku.

titativno. Da bismo istovrsne fizikalne veličine mogli usporedjivati, moramo ih mjeriti, tj. odrediti (mjenjem) koliko je puta neka istovrsna fizikalna veličina veća od određene fizikalne veličine koju proizvoljno uzimamo za jedinicu mjerenja.

Mjerimo li neku fizikalnu veličinu G proizvoljno odabranom jedinicom (G_0) možemo, u skladu s onim što smo gore rekli, napisati da je:

$$G = G_n \cdot (G_0). \quad (3)$$

Ovdje je G_n relativni (čisti) broj, koji pokazuje (na temelju mjerenja) koliko je puta mjerena veličina G veća od veličine (G_0) koju smo uzeli za jedinicu. Jedinicu označujemo okruglom zagradom i indeksom 0. (Jednadžba razmjernosti gornjeg izraza glasila bi $[G] = [G_0]$, budući da su to dvije istovrsne veličine, samo ne-jednakih iznosa.)

Pretpostavimo da je neka izvedena veličina za mjerenje određena na slijedeći način s osnovnima: $G = k \cdot X^a Y^b Z^c$. Ovaj odnos vrijedi za bilo kakav izbor jedinica za mjerenje osnovnih veličina X, Y, Z . Označimo jedinice mjerenja veličina X, Y, Z , sa (X_0), (Y_0), (Z_0). Na temelju $G = G_n (G_0)$ jednadžbu (1) možemo napisati u obliku:

$$G_n (G_0) = k \cdot X_n^a (X_0)^a \cdot Y_n^b (Y_0)^b \cdot Z_n^c (Z_0)^c,$$

odakle je:

$$G_n (G_0) = k \cdot X_n^a Y_n^b Z_n^c \cdot (X_0)^a (Y_0)^b (Z_0)^c = k \cdot X_n^a Y_n^b Z_n^c (X_0^a Y_0^b Z_0^c).$$

Oдавде vidimo da je jedinica za mjerenje veličine G određena osnovnim jedinicama (X_0), (Y_0), (Z_0), uzetim u određenom stepenu. Taj stepen određen je samim prirodnim zakonom. Za svaku fizikalnu veličinu koja ulazi u gornju jednadžbu možemo proizvoljno odabrati jedinicu, tj. možemo proizvoljno odabrati (X_0), (Y_0), (Z_0), (G_0). Kad proizvoljno odabiremo navedene jedinice, dobivamo iz omjera:

$$\frac{(X_0^a Y_0^b Z_0^c)}{(G_0)} = \alpha$$

određeni koeficijent α koji povezuje jedinice svih sudjelujućih veličina.

Na temelju ove dopunske relacije, gornju jednadžbu možemo pisati u obliku:

$$G_n = \alpha k X_n^a Y_n^b Z_n^c. \quad (4)$$

Iz ove jednadžbe je očito, da ćemo smatrati da su jedinice zgodnije i pametnije odabrane onda, kad je koeficijent α jednak

jedinici, dakle, kada je jedinica izvedene veličine izvedena iz jedinica osnovnih veličina.

Iz $G = G_n (G_0)$ vidi se da se rezultat mjerenja fizikalne veličine G sastoji od dva faktora: od G_n i od odabrane jedinice (G_0). Isto, naravno, vrijedi i za X_n^a i (X_0^a) itd. G_n , X_n^a itd. nazivamo **brojčanim iznosima** mjerenja veličina, jer neimenovanim brojem pokazuju koliko jedinica iznosi neka fizikalna veličina.

Gornje jednadžbe koje povezuju veličine, jedinice i brojčane iznose pokazuju, da između brojčanih iznosa fizikalnih veličina dobivamo ovisnost koje se (osim u specijalnom slučaju) razlikuju od koeficijenata k između veličina, te se mijenjaju kad se promijene jedinice kojima mjerimo veličine.

Izbor jedinica može biti izvršen tako da koeficijenti proporcionalnosti koji povezuju brojčane iznose veličina budu jednaki koeficijentima između fizikalnih veličina. To znači, da koeficijent α mora biti jednak jedinici i, prema tome je

$$(G_0) = (X_0^a Y_0^b Z_0^c). \quad (4a)$$

To znači, da jedinice mjerenja izvedenih i osnovnih veličina moraju biti međusobno povezane onako kako su povezane razmjernosti osnovnih i izvedenih veličina, ako hoćemo poštiti indentičnost ovisnosti između veličina (osnovnih i izvedenih) i brojčanih iznosa kao posljedice mjerenja. Skup jedinica koji nastaje na takav način nazivamo **sistemom jedinica**. Prema tome, na takav način pod formulama razmjernosti možemo razumijevati i formule koje povezuju jedinice; dakle, $\{G_0\} = (X_0^a Y_0^b Z_0^c)\}$, sa sistemom razmjernosti veličina prelazimo na razmjernosti jedinica jednostavno tako da simbole za razmjernosti u jednadžbama zamijenimo simbolima za jedinice. To je i logično, jer jedinica mjerenja ima istu razmjernost kao i mjerena veličina, samo je točno određenog iznosa.

Između jedinica i brojčanih iznosa postoji određena veza koja, kad se primijeni pravilo koje ćemo sada izvesti, ima znatnu ulogu. Pretpostavimo, da postoji određena fizikalna veličina G koju želimo mjeriti.

Mjerenja izvršimo pomoću dvije jedinice, koje su, naravno, istog fizikalnog karaktera kao i mjerena fizikalna veličina. Kad veličinu G mjerimo pomoću jedinice (G_{01}), kao rezultat mjerenja dobivamo brojčani iznos G_{n1} . Prema jednadžbi (3) u tom slučaju je

$$G = G_{n1} (G_{01}).$$

Mjerenjem te iste fizikalne veličine G pomoću istovrsne jedinice (G_{02}), koja je po iznosu različita od (G_{01}), dobivamo drugi brojčani iznos jednak, na primjer, G_{n2} . Očigledno je da i u ovom slučaju vrijedi da je

$$G = G_{n2} (G_{02}).$$

Budući da je riječ o dvostrukom mjerenju jedne te iste fizikalne veličine G , pomoću jedinica koje su po iznosu različite, jasno je da gornja dva izraza možemo izjednačiti i tada nastaje:

$$\frac{G_{n1}}{G_{n2}} = \frac{(G_{02})}{(G_{01})},$$

tj. brojčani iznosi dobiveni mjerenjem jedne te iste fizikalne veličine odnose se obratno, od upotrebljenih jedinica.

Analogno izboru veličina, osnovnim jedinicama nazivamo one koje smo proizvoljno odabrali, a sve ostale jedinice, određene osnovnim jedinicama, nazivamo izvedenima. Tome ne smeta ni činjenica, što neke jedinice mogu imati i svoje vlastite nazive, kao što je to redovito u elektrotehnici. Izvedene jedinice treba izvesti putem formula razmjernosti, jer za $(G_0) = (X_0^a) (Y_0^b) (Z_0^c)$ treba da su odnosi između osnovnih i izvedenih jedinica odabrani na temelju formula razmjernosti. Tako je, na primjer, u mehanici osnovna jedinica dužina (Giorgi) 1 metar, a vremena 1 sekunda. Kao jedinicu (izvedenu) brzine moramo usvojiti 1 metar u sekundi, jer je razmjernost brzine jednaka razmjernosti dužine podijeljenoj razmjernošću vremena. Prema tome, zakon $v = \frac{dl}{dt}$ ne predstavlja samo odnos između puta i vremena, već i između pripadnih jedinica.

No nije nužno da osnovne jedinice sistema budu ujedno i jedinice osnovnih veličina; potrebno je samo da broj osnovnih jedinica bude jednak broju osnovnih veličina u području fizike o kojem je riječ. Osim toga, sve izvedene jedinice sistema jedinica moraju biti određene formulama razmjernosti iz osnovnih jedinica, budući da istovrsne fizikalne veličine u istom sistemu jedinica treba da budu mjerene istom jedinicom, iako osnovne jedinice nisu jedinice osnovnih veličina.

Možemo reći da su osnovne jedinice češće različite od osnovnih veličina nego ujedno i jedinice osnovnih veličina. Ovo potonje je specijalni slučaj, ali je, kako se čini, prilično utjecao u teoriji mjernih sistema.

Kada sve osnovne jedinice nisu ujedno i jedinice osnovnih veličina, postavljamo vezu između izvedenih i osnovnih jedinica tako da u formule razmjernosti umjesto osnovnih uvedemo one veličine čije jedinice uzimamo kao osnovne.

Tako, na primjer, u mehanici, gdje redovito uzimamo kao osnovne veličine dužinu [L], masu [M] i vrijeme [T], kao osnovne jedinice možemo uzeti jedinicu dužine [L], energije [W] i akceleracije [a]. U tom slučaju, preko formule razmjernosti energije $[W] = [L^2 M T^{-2}]$ i formule razmjernosti akceleracije $[a] = [L T^{-2}]$, možemo izvesti nove formule razmjernosti za masu i vrijeme, i tada dobivamo:

$$[M] = [W a^{-1} L^{-1}]; [T] = [a^{-1/2} L^{-1/2}].$$

Vidimo da se u formulama razmjernosti mogu pokazati i razlomljeni eksponenti, koji mogu biti negativni i pozitivni (ili jednaki nuli). Neugodna je strana takvih stepena veličina u tom što su nepregledne, tako da je teško uočiti fizikalni smisao veličine koja je tako izražena.

Formule koje međusobno povezuju osnovne i izvedene jedinice mogu se odlično primijeniti i onda, kada hoćemo odrediti, kako se mijenja izvedena jedinica, ako mijenjamo osnovne jedinice. Kao ilustracija poslužiti će nam slijedeći primjeri.

Akceleracija a određena je sa $a = \frac{dv}{dt}$, a budući da je brzina definirana sa $v = \frac{dl}{dt}$, slijedi da je razmjernost akceleracije $[a] = [L T^{-2}]$. Odaberemo li za jedinice dužine i vremena (L_0) i (T_0) gornja formula razmjernosti, prema jednadžbi (4a), prelazi u

$$(a_0) = (L_0) (T_0)^{-2},$$

gdje (a_0) predstavlja jedinicu akceleracije. Kada bi za mjerenje iste akceleracije a upotrebili neke druge jedinice, na primjer (L'_0) , (T'_0) , dobili bismo drukčiju jedinicu i za akceleraciju (a'_0) . Svakako bi opet vrijedilo:

$$(a'_0) = (L'_0) (T'_0)^{-2}.$$

Ako se gornje dvije jednadžbe podijele, izlazi da je

$$\frac{(a_0)}{(a'_0)} = \left(\frac{L_0}{L'_0} \right) \left(\frac{T_0}{T'_0} \right)^{-2}.$$

Ta veza je veoma poučna, kako možemo vidjeti iz slijedećeg primjera. Uzmimo da se jedinica dužine 100 puta smanjila. To znači da je omjer $(L_0/L'_0) = 10^2$. Isto tako, ako se jedinica vremena smanjila 1000 puta što znači da je omjer $(T_0/T'_0) = 10^3$, iz prijašnje jednadžbe — omjera dobivamo da je odnos stare i nove jedinice za akceleraciju:

$$\left(\frac{a_0}{a'_0}\right) = (10^2) \cdot (10^3)^{-2} = 10^{-4}.$$

To znači da je nova jedinica akceleracije (a'_0) 10^4 puta veća od prijašnje (a_0).

Drugi primjer uzet ćemo također iz mehanike. Osnovne veličine Giorgijevog sistema za mehaniku su dužina l , masa m i vrijeme t , s razmjernostima $[L]$, $[M]$, $[T]$. Razmjernost radnje $[A]$ odredit ćemo pomoću $dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}$, tj. radnja je jednaka produktu sile $\mathbf{F}$ i puta $d\mathbf{l}$, na kojem je sila djelovala. Međutim, razmjernost sile $\mathbf{F}$ još ne znamo, te je prema tome moramo odrediti iz drugog Newtonovog zakona $\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a}$. Razmjernost akceleracije a izračunali smo u gornjem primjeru. Prema tome, sila $\mathbf{F}$ ima razmjernost $[F] = [M] \cdot [LT^{-2}] = [LMT^{-2}]$, a iz toga slijedi da je razmjernost radnje A :

$$[A] = [F] \cdot [L] = [LMT^{-2}] \cdot [L] = [L^2MT^{-2}].$$

Sada od te jednadžbe, u skladu s. onim što smo prije govorili načinimo jednadžbu koja povezuje izvedenu jedinicu (radnje) (A_0) s osnovnim jedinicama (L_0), (M_0) i (T_0).¹⁾ Dobivamo:

$$(A_0) = (L_0)^2 (M_0) (T_0)^{-2}.$$

Kada bi osnovne jedinice bile neke druge, na primjer, (L'_0) (M'_0), (T'_0), bila bi drukčija i izvedena jedinica (A'_0). Međutim, u svakom slučaju ove druge jedinice (sa crticom) veže jednadžba analogna prvoj (budući da slijedi iz formule razmjernosti i na temelju toga iz jednadžbe 4a):

$$(A'_0) = (L'_0)^2 (M'_0) (T'_0)^{-2}.$$

Podijelimo li netom napisane dvije jednadžbe, dobivamo:

$$\frac{(A_0)}{(A'_0)} = \left(\frac{L_0}{L'_0}\right)^2 \left(\frac{M_0}{M'_0}\right) \left(\frac{T_0}{T'_0}\right)^{-2},$$

¹⁾ Kod CGS sistema osnovne jedinice su ujedno i jedinice osnovnih veličina.

tj. vezu pomoću koje određujemo promjenu izvedene jedinice koja uslijedi, ako se promijene osnovne ili bilo koja od njih (jedna, dvija ili sve).

Uzmimo konkretan primjer: jedinica dužine poveća se 10 puta, tj. $(L_0)/(L'_0) = 10^{-1}$, jedinica mase smanji 10 puta, tj. $(M_0)/(M'_0) = 10$, a jedinica vremena poveća 10 puta, tj. $(T_0)/(T'_0) = 10^{-1}$. U tom slučaju je

$$\frac{(A_0)}{(A'_0)} = (10^{-1})^2 \cdot 10 \cdot (10^{-1})^2 = 10^{-2+1+2} = 10.$$

Rezultat kaže, da se jedinica radnje u novom sistemu jedinica (s crticom) smanjila 10 puta, jer je $(A_0) = 10 \cdot (A'_0)$.

Da smo jedinicu mase smanjili 100 puta, dobili bismo u oba sistema (uz ostale navedene primjene jedinice dužine i vremena) istu jedinicu za radnju. Ovo nam pokazuje, kako možemo kombinirati različite osnovne jedinice, a da ne promijenimo neku izvedenu.

Prema svemu što smo ovdje ukratko izložili, sistemi mjernih jedinica moraju ispunjavati zahtjeve ovih uvjeta:

da je broj osnovnih jedinica sistema jednak broju osnovnih veličina i

da sve izvedene jedinice moraju biti izvedene iz osnovnih pomoću formula razmjernosti.¹⁾

¹⁾ Tako, na primjer, u elektrotehnici frekvencija f i kružna frekvencija ω imaju razmjernosti $[T^{-1}]$. To je posve očito i prirodno, budući da je $\omega = 2\pi f$ i, prema tome, omjer ω/f daje 2π , što mora biti neimenovani broj (bez razmjernosti).

Ovdje bismo, kao nelogičnost, mogli spomenuti mjerenje wattnog učina $P_w = u \cdot i \cdot \cos \varphi$, jalovog učina $P_j = u \cdot i \cdot \sin \varphi$ i prividnog učina $P = u \cdot i$ sa tri jedinice. Naime, upotrebljava se watt, var i volt-ampere. Postavimo li jedinice koje kod toga sudjeluju u omjer, ne dobivamo neimenovane brojeve bez razmjernosti, već omjere naznačenih jedinica. Naravno, kad tako gledamo, temeljna relacija $P^2 = P_w^2 + P_j^2$ nema smisla, budući da bi kod upotrebe watta, vara i volt-ampera zbrajali jedinice koje su međusobno različite. Kalantarov zato predlaže, da se upotrebi jedinstvena oznaka, na primjer, watt. Takav stav je razumljiv, jer mi, u svojim računima, podjeljujemo učin na onaj koji iskorištavamo i na onaj koji se gubi, jalovo prebacuje u prenosnim linijama. Najjednostavnije bi bilo da se kaže: watt u smislu wattnog učina i, na primjer, jalovi watt kao oznaka za jalov učin. No u praksi te stvari svakako nisu od presudnog značenja.

4. PRAMJERE I PRAMJERILA (ETALONI)

Jedinice koje se odabiru proizvoljno moraju biti na nečemu odmjerene — bilo na materijalnom pramjerilu (etalonu) koje je internacionalno dogovoreno, bilo na nekom univerzalnom svojstvu prirode. Pramjerilo (etalon) je, dakle, međunarodno utvrđena (dogovorena) pripomoć kojom odredjujemo pripadnu pramjeru.

Tako je, na primjer, prametar koji se čuva u Sèvresu pramjerilo na kojem je odmjerena pramjera jednog metra. Analogno je prakilogram, isto tako čuvan u Sèvresu, pramjerilo na kojem je odmjerena pramjera jednog kilograma (za masu).

Pramjerila predstavljena materijalno nazivamo ponekad »materijalnim pramjerilima«, za razliku od »prirodnih pramjerila« koja su redovito konstantno i univerzalno svojstvo prirode. Materijalna pramjerila su, na primjer, za jedinicu dužine — metar, a za jedinicu mase — kilogram. Prirodne pramjere su za jedinicu jakosti električne struje (permeabilitet vakuuma — $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m) i za jedinicu vremena — sekundu. Obje jedinice, H/m i sekunda, imaju svoje pramjerilo u zvjezdanom prostoru, ali pramjerilo vremena ima svoj osnov u zakonitosti nebeskih gibanja, dok je pramjerilo struje karakterizirano stanjem prostora.¹⁾

Od pramjerila se traži da, po mogućnosti, budu jednaka na bilo kojem mjestu zemlje, te da se tokom vremena ne mijenjaju i da padaju pod upliv što manje faktora i u što manjoj mjeri. Tom zahtjevu se udovoljava dijelom tako da se pramjerila (materijalna) čuvaju na pogodnim mjestima pod uvjetima, koji se tokom vremena ne mijenjaju. To vrijedi, na primjer, za prametar i prakilogram, dok su pramjerila za vrijeme i jakost struje univerzalne fizikalne konstante s izvanrednom postojanošću.

5. SISTEMI RAZMJERNOSTI, JEDINICA I PRAMJERILA

Iz prijašnjih izlaganja moglo se vidjeti, da isto onako kao što mjerne jedinice čine odredjene sisteme, i razmjernosti mogu tvoriti svoje sisteme. Ovisi o tome koje veličine uzimamo za osnovne i prema njima odredjujemo razmjernosti izvedenih. Prema tome, različitim odabiranjem osnovnih veličina dobivamo različite sisteme razmjernosti. Posve analogno je i kod izbora pramjerila, gdje redovito odabiramo ona pramjerila koja nam omogućuju

¹⁾ To je uobičajeno gledanje na pramjerila. Zapravo pramjerilo predstavlja aparatura kojom je izvršeno mjerenje i na temelju toga postavljena definicija (kod permeabiliteta).

što preciznija, jednostavnija i lakša mjerenja i mogućnost reprodukcija jedinica na bilo kojem mjestu zemlje. Prema tome, različitim izborom pramjerila dobivamo različite sisteme pramjerila.¹⁾

Povijest razvoja mjernih sistema pokazuje, da je dijelom problematika mjernih sistema fizike sadržana u razlikovanju:

1. sistema razmjernosti;
2. sistema jedinica i
3. sistema pramjerila.

Ova tri sistema potpuno su samostalna, a međusobno ih veže pravilo koherencije razmjernosti.²⁾ Nije, dakle, nužno da osnovna jedinica mora biti jedinica one veličine koja je odabrana za osnovnu i da pramjerilo treba biti učinjeno ili odabrano baš za tu jedinicu.

Danas poznamo tri najbolja sistema koji odgovaraju zahtjevima teorije i prakse,³⁾ a ima mnogo izgleda da će definitivno biti usvojena preko međunarodnih foruma, koji su kompetentni za donošenje odluka u pogledu mjernih sistema.

1. Sistem razmjernosti: Kalantarovljev sistem razmjernosti [ЛТQΦ]. (Obrazloženje vidi u odsječku: »Kalantarovljev sistem razmjernosti«).

2. Sistem jedinica:

- a) za mehaniku i nauku o toplini (budući da je toplina vrsta energije) — Giorgijev sistem jedinica (m, kg, s);
- b) za elektrodinamiku: Giorgi—Mieov uži apsolutni sistem jedinica (VAs) koji se bez ikakvih poteškoća i direktno priključuje na sistem pod 2a).

Iz svega izloženoga možemo zaključiti, da pod mjernim sistemima ne razumijevamo samo različite sisteme jedinica, već i sisteme razmjernosti i sisteme pramjerila. Prema tome, kada se govori

¹⁾ Ovo moramo shvatiti simbolički, budući da pomoću pramjerila definiramo jedinice, dakle uvodimo simboličku oznaku za način definiranja.

²⁾ Vidi odsječak: »Pravilo koherencije razmjernosti«.

³⁾ Obrazloženje za takvu tvrdnju vidi u kasnijem izlaganju.

o problemima mjernih sistema, to mogu biti problemi jedinica, pramjerila ili razmjernosti. Nije isključena mogućnost, da istodobno mogu postojati i problemi, na primjer, jedinica i problemi jednog od ostalih dvaju faktora koji ulaze u mjerne sisteme.

6. VEZA IZMEDJU ELEKTROMAGNETSKIH I MEHANIČKIH POJAVA

Dugo vremena je postojalo mišljenje, da procesi u elektromagnetskim poljima i mehanički procesi čine dvije zasebne sfere, koje međusobno ničim nisu povezane osim silama koje djeluju u magnetskim i električkim poljima. No princip održanja energije je jedan od temeljnih principa koji povezuju mehaniku s elektromagnetizmom. Energija električkog, magnetskog ili elektromagnetskog polja može se »pretvoriti« u toplinu ili u mehanički rad, i time je postavljena veza između elektromagnetizma i mehanike.

Postoji još jedna veza, a to je brzina širenja elektromagnetskih valova u vakuumu, koji je karakteriziran dielektričkom konstantom vakuuma ϵ_0 i permeabilitetom vakuuma μ_0 . Brzina širenja elektromagnetskih valova određena je u vakuumu sa

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}},$$

gdje c predstavlja brzinu svjetlosti ($c \doteq 3 \cdot 10^8$ metara u sekundi).

Prema tome, preko slijedeća tri »mosta« možemo mjeriti elektromagnetske veličine direktno mehanički:

1. pomoću sila koje nastupaju u električkim i magnetskim poljima;
2. pomoću mjerenja električke energije, koju možemo pretvoriti u toplinu i u mehaničku radnju i
3. pomoću brzine svjetlosti c ($\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$).

7. VELIČINSKE JEDNADŽBE

Na jednadžbama koje opisuju stanje ili proces u prirodi opažamo razne oblike u kojima su dane. Već prema obliku u kojem stoje na raspolaganju za upotrebu, možemo zaključiti koje su više a koje manje prikladne.

One za koje tvrdimo da su prikladnije, i to za praksu prikladnije, prepoznavamo po tome, što na najjednostavniji način koji je uopće moguć međusobno povezuju fizikalne veličine u prirodne

zakone. Procese koji se odigravaju u prirodi zahvaćamo matematski na temelju eksperimenata, tj. sve veličine koje sudjeluju u nekom procesu međusobno povezujemo tzv. veličinskim jednađbama (jednadžbe veličina). To su nama svima poznate jednađbe kojima, na primjer, opisujemo gibanje tjelesa pod djelovanjem sila (Drugi Newtonov zakon), proces elektromagnetske indukcije i tome slično. Te jednađbe veličina nemaju parazitnih faktora. Faktori proporcionalnosti dolaze samđ tamo, gdje treba da dodju po svom fizikalnom smislu, a taj mora biti potvrđjen eksperimentom. Tako, na primjer, u jednađbe ulaze faktori $\frac{1}{2}$ kod izraza za slobodni pad $h = \frac{1}{2} g t^2$, ili energije elektrostatskog ili magnetskog

polja: $\frac{1}{2} C u^2$; $\frac{1}{2} L i^2$ (ovdje kao rezultat integriranja). U takvim slučajevima ovi faktori imaju puni fizikalni smisao te ih, dakle, ne možemo smatrati parazitnima (kao, na primjer, $\frac{4\pi}{c}$ u Gaussovom sistemu jedinica.)

Jednadžbe veličina omogućuju mnogostranu kontrolu. Tako se, na primjer, uvrštavanjem razmjernosti veličina koje nastupaju u ispitivanoj jednađbi veličina može ustanoviti, da li je dotična jednađba fizikalno uopće pravilna. To nam najzornije mogu pokazati konkretni primjeri.

Brzina prostiranja elektromagnetskih valova v povezana je s frekvencijom valova f i njihovom valnom dužinom λ pomoću jednađbe:

$$v = f \cdot \lambda.$$

Gornja jednađba je jednađba veličina, jer može služiti za bilo koje jedinice za v , f , λ . Ona, dakle, nije vezana na određeni sistem jedinica, nego vrijedi za bilo koji sistem jedinica.

Jednadžba veličina je, primjerice:

$$F = B \cdot i \cdot l.$$

Ona određuje mehaničku silu koja djeluje na ravni, strujom protjecani vodič sa strane magnetskog polja u kojem se nalazi vodič.

Smatramo li gornju jednađbu veličina algebarskim izrazom i kao s takvim i postupamo, možemo, na primjer, ustanoviti, da li je jednađba fizikalno pravilna. Postupajući sa gornjom jednađbom veličina kao s algebarskim izrazom, na desnoj strani umjesto veličina možemo uvrštavati njihove razmjernosti. Naprimjer, u Giorgi-Miejevu sistemu (vidi tabelu XIII.) su razmjernosti od B , i i l :

$$[B] = [u L^{-2} T]; [i] = [i]; [L] = [L].$$

Uvrstimo li to u desnu stranu gornje jednadžbe veličina, dobivamo razmjernost sile F u ovom sistemu:

$$[F] = [u L^{-2} T] \cdot [i] \cdot [L] = [u \text{ i } L^{-1} T].$$

Sada u tabeli XIII. pogledamo razmjernost sile u ovom sistemu razmjernosti. Tu ćemo vidjeti da je $[F] = [u i L^{-1} T]$, te je prema tome, razmjernost lijeve i desne strane identična, što znači da je jednadžba veličina fizikalno besprijeekorna.

Prednost jednadžbi veličina ide još dalje. Možemo ih, na primjer, iskoristiti kod određivanja jedinice sile u konkretnom primjeru, ako se za B , i , l poslužimo određenim sistemom jedinica. Uzмимо da navedene tri veličine uvrstavamo u elektromagnetski CGS sistem jedinica,¹⁾ u kojem su jedinica za B , i , l :

$$(B) = (\text{cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}); (i) = (\text{cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}); (l) = (\text{cm}).$$

Ove podatke možemo takodjer uzeti iz tabele XIII., samo za $[L]$, $[M]$ i $[T]$ moramo uvrštavati cm , g , s .

Postupajući s jednadžbom veličina $F = B \cdot i \cdot l$ kao s algebarskim izrazom, pošto svakoj veličini pripišemo jedinicu koju smo sami odabrali, dobivamo da je

$$F = B (\text{cm}^{-1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}) \cdot i (\text{cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}) \cdot l (\text{cm}) = B (\text{cmgs}^{-2}).$$

Silu smo, dakle, dobili u CGS sistemu jedinica, što je logično, budući da su i upotrebljene jedinice bile u tom sistemu. Iz tabele XIII. vidimo (a još točnije iz tabele III.), da cmgs^{-2} predstavlja 1 dyn — jedinicu sile u CGS sistemima.

Posve analogno dobili bismo u Giorgijevu sistemu jedinica u kojem je

$$(B) = (\text{Vm}^{-2}\text{s}); (i) = (\text{A}); (l) = (\text{m}),$$

slijedeće:

$$(F) = B (\text{Vm}^{-2}\text{s}) \cdot i (\text{A}) \cdot l (\text{m}) = B \cdot i \cdot l (\text{VA m}^{-1}\text{s}),$$

a to je newton, kako se vidi iz velike tabele XIV.

Kad ovako upotrebimo jednadžbu veličina, možemo se služiti bilo kakvim jedinicama, kako nam pokazuje slijedeći primjer.

¹⁾ Ovdje za jedinice ne treba upotrebljavati indeks nula, budući da se ne treba bojati neke zamjene.

Jednadžba veličina je, na primjer,

$$r = \rho \frac{l}{S},$$

gdje je r otpor l dugačkog vodiča konstantnog presjeka S i specifičnog otpora ρ . Napisana jednadžba veličina ne govori ništa o tome, kakve ćemo jedinice upotrebiti.

Uzmimo da je bakreni vodič dugačak $l = 0,2$ kilometara, presjeka $S = 0,1 \text{ cm}^2$ i specifičnog otpora $\rho = 0,0175 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$.

Otpor r će u ovom primjeru iznositi:

$$r = \rho \frac{l}{S} = 0,0175 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{0,2 \text{ km}}{0,1 \text{ cm}^2}.$$

S ovdje upotrebljenim jedinicama možemo postupati, kako smo već rekli, kao s algebarskim izrazima te, na primjer, sve jedinice (osim Ω) svesti na metre, odnosno kvadratne metre. Budući da je

$$1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2; \quad 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}; \quad 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2,$$

pošto u gornju jednadžbu uvrstimo ove vrijednosti, bit će

$$r = 0,0175 \frac{\Omega 10^{-6} \text{ m}^2}{\text{m}} \cdot \frac{0,2 \cdot 10^3 \text{ m}}{0,1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}.$$

Kad ovo skratimo, bit će

$$r = 0,0175 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 0,2 \cdot 10^3}{0,1 \cdot 10^{-4}} \Omega = 0,35 \Omega.$$

Vidimo da smo pomoću jednadžbe veličina i odgovarajućih jednostavnih pretvaranja jedinica na veoma jednostavan način dobili traženi rezultat, iako su pojedine veličine bile zadane i u mm^2 , m , km i cm^2 .

Prema tome, pomoću jednadžbi veličina možemo kontrolirati razmjernost rezultata i upotrebljavati bilo kakve jedinice, koje tokom računanja uvrstavamo u jednadžbu veličina uz same simbole veličina ili iznose veličina (kao u netom izvedenom primjeru). Zbog tih prednosti, jednadžbe veličina sve više se upotrebljavaju u modernoj literaturi. One su i veoma pregledne, jer ne sadržavaju do-

datnih koeficijenata (osim onih koji dolaze po fizikalnom značenju) pa je, prema tome, s njima ugodnije računati nego s onima o kojima će biti govora u slijedećem odsječku.

Kao veoma povoljno, kod pisanja jednadžbi pokazalo se slijedeće: jednadžba veličina je, na primjer,

$$U_i = B \cdot l \cdot v,$$

tj. jedan oblik zakona elektromagnetske indukcije, koji kaže da se napon U_i inducira ako se u magnetskom polju B vodič duljine l giblje brzinom v . Ta jednadžba, naravno, u skladu s prije rečenim, nije vezana na određeni sistem jedinica. Ali zamislimo da je magnetska indukcija B zadana, na primjer, u weberima po kvadratnom centimetru, dužina u metrima a brzina u kilometrima u sekundi, i to tako da je $B = 10^{-2} \text{ Wb/cm}^2$, $l = 1 \text{ m}$, $v = 2 \text{ km/s}$. Gornje iznose možemo direktno uvrstiti u gornju jednadžbu samo na ovaj način:

$$U_i = 10^{-2} \frac{\text{Wb}}{\text{cm}^2} \cdot 1 \text{ m} \cdot 2 \frac{\text{km}}{\text{s}},$$

tj. svakom iznosu dodali smo, u istom stepenu kao u jednadžbi veličina za U_i , pripadne jedinice u kojima smo izrazili B , l , v . Služimo li se pravilima množenja, tj. postupamo li sa gornjim iznosima (u jednadžbi) i jedinicama kao s algebarskim izrazima, možemo pisati:

$$U_i = 10^{-2} \cdot 1 \cdot 2 \cdot \frac{\text{Wb} \cdot \text{m} \cdot \text{km}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} = 2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Wb} \cdot \text{m} \cdot \text{km}}{\text{cm} \cdot \text{s}}.$$

Jednicu napona ne možemo odrediti sve dok jedinice ne dovedemo u takav međusobni odnos, da dobijemo Wb/s , koja predstavlja 1 volt. Prema tome, m , km , cm^2 moramo svesti na zajedničku mjeru (odnosno osnovnu jedinicu). Odaberimo, na primjer, metre. Znamo, da je

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}; \quad 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Uvrstimo li to u gornju jednadžbu, inducirani napon dobivamo zaista u voltima:

$$U_i = 2 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Wb} \cdot 1 \text{ m} \cdot 10^3 \text{ m}}{10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^1 \frac{\text{Wb}}{\text{s}} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ V}.$$

Kod mnogih veoma kompliciranih jednadžbi, takav ili sličan postupak upravo je neophodan i zato se danas sve više upotrebljava.

8. JEDNADŽBE KOLIČINA (KOLIČINSKE JEDNADŽBE)

Starija fizika i elektrotehnika redovito nisu upotrebljavale jednadžbe veličina već tzv. jednadžbe količina (količinske jednadžbe), koje su svakiput vezane na određeni sistem jedinica. Tako je, na primjer, jednadžba količina

$$U_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_m \cdot N \cdot f \cdot 10^{-8} \text{ volti,}$$

koja određuje iznos efektivne vrijednosti induciranog napona U_1 ako se unutar N zavoja sinusoidno mijenja magnetski tok, maksimalnog iznosa Φ_m frekvencijom f . Ova jednadžba vrijedi samo onda kada uvrštavamo magnetski tok u maxwellima, N u brojevima zavoja, f u hertzima. Samo u tom slučaju napon U_1 izlazi u voltima, te se kod takvog načina pisanja jednadžbi formule svakiput moraju »opisati«, tj. naznačiti u kojim se jedinicama moraju uvrštavati pojedine veličine da se dobiju tražene veličine ili tražena veličina baš u odabranim jedinicama.

Očito je takav način opisivanja prirodnih procesa manje pogodan nego način opisivanja pojava pomoću jednadžbi veličina. Uz ograničenost upotrebe jednadžbi količina, neugodno djeluje i manja preglednost, a i kod studija je neprikladan, jer je teško pamtiti sve moguće koeficijente kao, na primjer, parazitni koeficijent 10^{-8} u gornjoj jednadžbi (koeficijent 10^{-8} dolazi u gornjoj jednadžbi količina uslijed toga, što je 1 elektromagnetska CGS jedinica — maxwell — jednaka 10^{-8} webera, a weber u sekundi daje volt; hertzi se upotrebljavaju u oba sistema — zapravo s^{-1} — te zato postoji samo koeficijent 10^{-8}).

Kao izraziti primjer, i jednadžbu veličina $F = B \cdot i \cdot l$ možemo napisati kao jednadžbu količina. Tako, na primjer, u starijim djelima fizike i elektrotehnike redovito piše

$$F = B \cdot i \cdot l \cdot 10^{-1} \text{ dyna.}$$

(Kod ove jednadžbe za F — u oba načina pisanja — pretpostavljamo da je polje okomito na smjer strujanja elektricitete i na silu, tako da ne uvodimo sinus kuta između B i l).

Kad je jednadžba djelovanja između magnetskog polja i vodiča koji je protjecan strujom tako napisana, moramo odmah napomenuti, da treba uvrštavati:

- B u gaussima (Gs),
- i u amperima (A),
- l u centimetrima (cm).

Samo u tom slučaju dobijemo silu danu u dynima (koeficijent 10^{-1} pojavio se zbog toga što je 1 elektromagnetska CGS jedinica jednaka 10 ampera).

Isto tako je količinska jednadžba

$$r = 0,0175 \cdot \frac{l}{S} \text{ ohma}$$

pravilna samo onda, kad dužinu uvrštavamo u metrima i presjek u kvadratnim milimetrima. Naročito još treba upozoriti, da je riječ o bakrenoj žici, budući da se 0,0175 odnosi na bakar.

Postoji još jedan oblik jednadžbi, a to su one koje su nedovoljno opisane i, prema tome, krnje, nepravilne. Kao primjer za to može poslužiti jednadžba koja bi imala, da određuje nosivost magneta radne površine S kod indukcije B:

$$F = \frac{B^2 S}{2 \mu_0} \text{ kiloponda.}^{1)}\rangle$$

Ovdje je nosivost, sila F, jasno naznačena kilopondima, a nije spomenuto u kojim jedinicama treba uvrštavati magnetsku indukciju B, permeabilitet vakuumā μ_0 i površinu S. Ovakve jednadžbe susrećemo veoma rijetko, jer to, prema današnjem shvaćanju pisanja jednadžbi, predstavlja griješku autora. Ipak se nekada može i to dogoditi, ako autor pretpostavlja da je jednadžba u takvom obliku toliko poznata, da je ne treba opisivati. Takvo mišljenje je, razumije se, nepravilno²⁾.

¹⁾ kp — KILOPOND — naziv za kilogramsilu (kg^*)

²⁾ Opširnije i preciznije o veličinskim i količinskim jednadžbama vidi u: M. Brezinščak, Veličinske i količinske jednadžbe, Elektrotehničar 5 (1951), br. 1—2, str. 7 (Dodatak kod revizije).

RACIONALNI I NERACIONALNI OBLIK JEDNADŽBI ELEKTROMAGNETSKOG POLJA

9. OPĆENITO O RACIONALNIM I NERACIONALNIM OBLICIMA PISANJA JEDNADŽBI I FORMULA ELEKTROMAGNETSKOG POLJA

Još i danas u elektrotehničkoj literaturi susrećemo dva načina pisanja obrazaca i jednađbi, kojima se služimo kod proračunavanja raznih veličina u nauci o elektriciteti i magnetizmu. Tu su jednađbe koje zahvaćaju električko i magnetsko polje, i obrasci koji omogućuju proračunavanje kapaciteta kondenzatora raznih oblika, induktiviteta različitih uređaja, jakosti magnetskih i električkih polja, gustoća energija električkog i magnetskog polja itd. U starijim djelima elektrotehničke literature, a skoro isključivo u knjigama i časopisima fizikalnog karaktera, nalazimo jedan način pisanja, dok u kasnijim elektrotehničkim knjigama, a naročito u novijim djelima, nalazimo drugačiji način pisanja pa, prema tome, i drukčije obrasce za spomenute veličine.

Tako, na primjer, u starijim djelima nalazimo formulu za kapacitet C pločastog kondenzatora:

$$C = \frac{\epsilon S}{4 \pi d},$$

gdje je ϵ dielektrička konstanta dielektrikuma koji odjeljuje obje ploče, S površina svake od ploča a d razmak između ploča, tj. debljina dielektrikuma koji je između ploča.

Dok je navedena formula za izračunavanje kapaciteta pločastog kondenzatora komplicirano građena, obrazac za određivanje kapaciteta osamljene kugle radiusa R , koja je uronjena u dielektrikum sa dielektričkom konstantom ϵ , naprotiv je veoma jednostavan i glasi:

$$C = \epsilon R$$

U tom istom obliku pisanja obrazaca iz područja elektromagnetizma, induktivitet $\mathcal{L}$ dvožičnog voda dužine l , koji se sastoji od dvije žice polumjera r , trajno razmaknutih za d i smještenih u zrak, određen je sa

$$\mathcal{L} = 4 \mu_0 l \left(\ln \frac{d}{r} + \frac{1}{4} \right),$$

gdje je μ_0 permeabilitet vakuuma (praktički i zraka).

Dalje je, na primjer, jakost magnetskog polja H u unutrašnjosti ravnog solenoida, kroz čije N zavoje protječe električna struja jakosti i :

$$H = 4 \pi \frac{N i}{l},$$

gdje je l dužina solenoida.

Privedene formule stavljene su samo kao eklatantni primjeri, jer ćemo pomoću njih moći uočiti razliku od drugog načina pisanja, koji ćemo sada navesti. Svakako, s navedena četiri primjera nismo iscrpili mogućnost daljnjeg uspoređivanja, što ćemo, uostalom, kasnije još vidjeti.

U modernim udžbenicima elektrotehnike i u odgovarajućim časopisima nalazimo drukčije napisane obrasce za kapacitete, induktivitete, jakosti magnetskog polja i tome slično. Tako danas, na primjer, redovito računamo kapacitet pločastog kondenzatora po formuli:

$$C = \frac{\epsilon S}{d},$$

koja je očigledno jednostavnija od navedene. No, kapacitet osamljene kugle računa se po kompliciranoj formuli:

$$C = 4 \pi \epsilon R,$$

a induktivitet spomenutog dvožičnog voda pomoću formule:

$$\mathcal{L} = \frac{\mu_0}{\pi} l \left(\ln \frac{d}{r} + \frac{1}{4} \right).$$

Kod ovog, drugog, oblika pisanja jednadžbi i formula elektromagnetizma, jakost magnetskog polja H u unutrašnjosti dugog ravnog solenoida određena je sa:

$$H = \frac{N i}{l}.$$

Kao osnov razmatranja naveli smo samo ova četiri primjera, budući da oni, kako ćemo odmah vidjeti, dovoljno obilno ilustriraju razliku, te logičnost ili nelogičnost ili, točnije, racionalnost, odnosno neracionalnost jednog i drugog načina pisanja obrazaca i jednadžbi elektromagnetizma.

Malo pomnije razmatranje navedenih formula omogućuje nam da znamo, koje su formule napisane pravilnije a koje manje pravilno. Podjimo istim redom kojim smo napisali gornje izraze u jednom i u drugom obliku i analizirajmo pojedine obrasce.

Pločasti kondenzator, kako dobro znamo, sastoji se od dviju ploča jednakih površina, koje su na svakom mjestu jednako udaljene. Prema tome, gledano geometrijski, dimenzije pločastog kondenzatora su, kao geometrijske tvorevine, posve linearnog karaktera, te je upravo nerazumno da se u prvi izraz za kapacitet pločastog kondenzatora mogao uvući faktor 4π , jer znamo (iz geometrije), da faktor 4π karakterizira kuglastu površinu, sferu. Odmah možemo zaključiti, da je drugi oblik pisanja izraza za kapacitet pločastog kondenzatora ($C = \epsilon S/d$) mnogo razumniji, racionalniji od prvoga, jer je riječ, kako smo već rekli, o linearnim razmjerima pločastog kondenzatora.

Kao drugi primjer naveli smo kapacitet osamljene kugle (a isto tako može se uzeti i primjer dviju koncentričnih kugala). Očigledno je da je ovdje riječ o kuglastoj površini, te bude u oči što u prvom načinu pisanja nema faktora 4π , iako se on upravo nameće ovamo svojom geometrijskom potrebom. No taj faktor nalazimo kod drugog načina pisanja ($C = 4\pi \epsilon k$), što nam se čini posve razumljivim.

Kod trećeg primjera, gdje promatramo obrazac za računanje induktiviteta dviju paralelnih žica, na prvi pogled ne nalazimo te razlike, budući da su oba izraza dosta komplicirano građena. No zato je utoliko osjetljivija razlika kod primjera za jakost magnetskog polja u unutrašnjosti ravnog solenoida. Budući da se radi o ravnom solenoidu, čini nam se racionalnijim pisanje izraza za jakost magnetskog polja u obliku $H = Ni/l$ nego u prvom obliku.

Oblik formula i obrazaca koji smo najprije izložili naziva se neracionalnim, a drugi, za koji smo utvrdili da je prirodniji, racionalnim.

Fizika i starija elektrotehnika redovito upotrebljavaju neracionalni oblik, što se očituje i u glavnim jednadžbama i formulama elektromagnetizma i, kako ćemo kasnije vidjeti, u jednadžbama elektromagnetskog polja, u poznatim Maxwellovim jednadžbama.

Iz gornjeg razmatranja se vidi, da je formalna razlika između neracionalnih i racionalnih oblika jednadžbi i obrazaca ta, što se kod neracionalnih oblika pojavljuje faktor 4π na mjestima gdje uopće nema razloga da postoji, dok se kod racionalnih oblika faktor 4π stavlja, odnosno dovodi na ona mjesta, kuda treba da prođe po geometrijsko-fizikalnoj interpretaciji zakona nauke o elektriciteti i magnetizmu.

Budući da je kod jednadžbi elektromagnetskog polja i njihovih izvoda za praktičku elektrotehniku riječ o čitavim izgrađenim sistemima jednadžbi i odgovarajućim jedinicama, ubuduće ćemo govoriti o sistemima jednadžbi i time o odgovarajućim sistemima jedinica. Prema tome možemo govoriti o racionalnom i neracionalnom obliku jednadžbi.

Koliko je danas poznato, izvjesne alogičnosti neracionalnih oblika jednadžbi prvi je primijetio engleski fizičar Oliver Heaviside, koji je 1891. godine izvršio racionalizaciju¹⁾ jednadžbi, tj. neracionalni oblik jednadžbi sveo na racionalni oblik na dosta nezgodan način; naime, posljedica njegove racionalizacije bila je temeljita izmjena sistema jedinica mjerenja veličina elektromagnetizma. Svojom racionalizacijom Heaviside je htio dati permeabilitetu (magnetskoj propustljivosti) vrijednost 1 ili 10^n , gdje je n čitavi broj. Takvo gledište dovelo je do drugačijih jedinica nego što su prijašnje i nove jedinice su prema starima bile u odnosu $(4\pi)^m \cdot 10^n$, gdje je $m = \pm \frac{1}{2}$ ili $m = \pm 1$. Takvo komplicirano gradjenje racionalnih oblika i sistema nije dovelo do primjenljivosti Heavisideovog sistema, odnosno oblika, jer je mogućnost prelaza s jednih jedinica na druge praktički veoma skromna.

10. O IZVORIMA NERACIONALNOSTI

Razlika između racionalnog i neracionalnog oblika jednadžbi i obrazaca elektromagnetizma izvire iz samih osnovnih zakonitosti, koje vladaju u tom području. O tome, u kakvom obliku napišemo osnovne jednadžbe nauke o elektriciteti i nauke o magnetizmu, ovisi kakve ćemo oblike jednadžbi dobiti.

¹⁾ Taj izraz potječe od samog O. Heavisidea koji je u »Elektromagnetic Theory«, London 1893., već uveo svoj racionalni sistem jednadžbi.

Kako je poznato, Priestley-Coulombov¹⁾ zakon određuje silu F_e kojom djeluju međusobno dva točkasta električka naboja Q i q , međusobno razmaknuta za r , jednakšbom:

$$F_e = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}. \quad (5)$$

Sila F_e prirodan je indeks e zato da se istakne činjenica, da mehanička sila djeluje između električkih naboja; to je potrebno, budući da analogne zakone imamo u astronomiji i u nauci o magnetizmu. Koeficijent k_e ima ulogu faktora proporcionalnosti, tako da k_e možemo proizvoljno odabrati. Takvim, proizvoljnim, odabirom koeficijenta k određujemo jedinicu elektricitete, uz jedinice za silu i dužinu (r), preuzete iz mehanike.

Kod određivanja vrijednosti koeficijenta k_e određujemo sami da li ćemo odabrati racionalni ili neracionalni oblik jednakšbi. Zato je potrebno pomnije razmatranje Coulomb-Priestleyevog zakona za električke naboje.

Zamislimo da se u prostoru, koji je ispunjen dielektrikumom, kojeg karakterizira dielektrička konstanta ϵ , nalazi električki naboj Q . Taj naboj, točkasti, okružen je svojim električkim poljem koje se manifestira time što može djelovati na električke naboje unesene u polje naboja Q . Budući da zamišljamo da je električki naboj Q koncentriran u jednoj točki, možemo reći, a to odgovara stvarnosti koja je provjerena pokusima, da polje naboja Q u svakoj točki udaljenoj za r od naboja Q djeluje na drugi električki naboj q silom F_e koja je obratno proporcionalna kvadratu razmaka između naboja Q i q . Razumije se da u polje uneseni naboj q mora biti tako malih iznosa, da ne deformira postojeće polje stvoreno nabojem Q . Polje naboja Q djeluje na svakom mjestu polja na naboj q istom silom F_e , ako je udaljenost r između oba naboja ista. A oko točke, koju predstavlja naboj Q , točke u kojima je djelovanje (sile) između oba naboja u istoj udaljenosti ista, tvore kuglastu površinu (površina istih sila). Prema tome, ovdje postoji kuglasta simetrija. Svaka kugla s radiusom r , kojemu je jedan kraj uboden u točku gdje se nalazi Q , predstavlja površinu jednakih sila s kojima će na određeni naboj q djelovati polje naboja Q . Budući da sila kojom naboj Q djeluje na nepromijenjeni

¹⁾ Engleski prirodoslovac Priestley otkrio je god. 1767. taj zakon, no o tome nisu znali širi krugovi, sve dok francuski fizičar Coulomb god. 1785. nije otkrio zakon za silu između dva magnetska »pola« i istodobno objavio i zakon o djelovanju između dvaju električkih naboja.

uneseni (pokusni) naboj q opada s kvadratom njihove međusobne udaljenosti r , to površina koncentričnih kugala, koje predstavlja ju kugle istih sila, raste po formuli $4 \pi r^2$. Dakle, posve je razumljivo (osobito ako se uzme u obzir Gaussov teorem i analogija s hidromehanikom), što Coulombov zakon pišemo u racionalnom obliku:

$$F_e = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{4 \pi r^2} \frac{r}{r}. \quad (6)$$

Ovdje je sila djelovanja izmedju naboja napisana u vektorskom obliku, a $\mathbf{r}/r$ je jedinični vektor iznosa 1, koji kaže da je smjer vektora $\mathbf{F}_e$ isti kao i smjer radius-vektora $\mathbf{r}$ — od Q do q .

Usporedimo li oba izraza za silu izmedju električkih naboja (5) i (6), dobivamo vrijednost koeficijenta k_e , koji je napisan u jednadžbi (5):

$$k_e = \frac{1}{4 \pi \epsilon}.$$

Dobiveni izraz možemo pisati i u drugom obliku:

$$k_e = \frac{1}{4 \pi \epsilon_r \cdot \epsilon_0},$$

u kojem je ϵ (dielektrička konstanta) rastavljena na dva člana: na ϵ_r koji predstavlja relativnu dielektričku konstantu (koja kaže koliko je puta dielektrička konstanta neke materije veća od dielektričke konstante vakuuma), i na ϵ_0 koja karakterizira vakuum. Sve članove međusobno veže relacija $\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0$.

Gornji oblik pisanja izraza za silu F_e [jednadžba (6)], predstavlja racionalni oblik pisanja i s tim osnovom nastaje racionalni sistem jednadžbi i obrazaca praktičke i teoretske elektrotehnike.

Klasična elektrotehnika je, kod formiranja izraza za F_e , sa k_e pošla drugim, tobože jednostavnijim putem, te je zanemarila sfernu simetriju električkog polja točkastog naboja. Rezultat toga je da se Coulombov zakon piše u obliku:

$$F_e = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{r^2}.$$

Usporedimo li posljednja dva oblika, vidimo da se već ovdje ispoljava razlika izmedju jednog i drugog načina pisanja u tome,

što postoji određeni odnos, naime proporcionalnost jednog i drugog oblika u iznosu 4π . No klasična fizika, odnosno njezino praktično izdanje — elektrotehnika, pošla je još dalje, pa je ignorirala fizikalnu sadržinu dielektričke konstante, o čemu će biti govora kod apsolutnih sistema (odsječak 20).

Nauka o elektriciteti i magnetizmu rodila se i razvijala u doba, kada je čitava fizika (i fizičari) bila zadojena velikim uspjesima, koje je postigla Newtonova mehanika. Osobito je naučenjake frapirao oblik zakona, koji određuje sile između nebeskih masa (zakon gravitacije), te je postavljen opći zahtjev, da se svi osnovni zakoni, barem gdje je to moguće, svedu na newtonovski oblik. Budući da trajni magneti imaju točke naročitog intenziteta, tzv. magnetske polove, a djelovanje sila između dvaju takvih magnetskih polova opada kvadratično s povećanjem razmaka između polova, nastao je Coulombov¹⁾ zakon za magnetske mase, analogan Newtonovom zakonu za nebeske mase i Coulomb-Priestleyevom zakonu električkih naboja. Označimo li dvije magnetske mase sa m i m_0 , a njihovu međusobnu udaljenost sa r , dobivamo simbolički izražen Coulombov zakon za međusobno djelovanje magnetskih masa:

$$F_m = k_m \cdot \frac{m \cdot m_0}{r^2}.$$

Sila F nosi indeks m zato da se istakne činjenica, da sile djeluju između magnetskih masa. Koeficijent k_m ima ulogu faktora proporcionalnosti i o tome kako interpretiramo taj koeficijent ovisi, kakav ćemo dobiti sistem jednadžbi i jedinica i kakva će biti fizikalna pozadina.

Uvodjenjem magnetskih masa u temelje nauke o elektriciteti i magnetizmu, dobivamo simetričnu zgradu magnetizma, analognu onoj za elektricitetu, no time istodobno uvlačimo u sva daljnja rasudjivanja nepotrební balast, koji na teškim usponima magnetizma moramo odbaciti zašavši u ćor-sokak. Tako je zalutala i nauka o magnetizmu, jer takozvanih »magnetskih masa« fizikalno uopće ne može biti; te mase ne postoje i ovdje ih uvodimo samo zato, što su na njih vezani izvjesni sistemi jedinica i što je Coulombov zakon »magnetskih masa« bio (i još je) ishodište jednog sistema razmjernosti i sistema jedinica. Uvodjenje »magnetski masa« već je u svoje vrijeme osudio Faraday, ali se ta toliko slaba strana elektromagnetizma još i danas provlači kroz neke udžbenike, iako je ne bi trebalo ni spomenuti, jer se na taj način onome koji uči elektrotehniku zamršuju i onako zamrše-

¹⁾ Ponekad se zove i Coulombov-Cavendishov zakon.

ni pojmovi.¹⁾ Ovdje smo taj oblik jednaždbi, a time i »magnetske mase«, morali spomenuti, jer razmatramo problem koji je dijelom i proizišao iz takve interpretacije magnetizma.

Moderni udžbenici elektrotehnike uopće ne spominju tu zlo- kobnu »magnetsku masu«, jer je nepotrebna, a svi sistemi (moder- ni) razmjernosti i jedinica mogu se izvesti iz poznatih Maxwello- vih jednaždbi. Još je čudnije, da se i danas gdjegdje nadje udžbe- nik koji uvodi i spominje »magnetske mase«, iako je stara Ampè- reova teorija kružnih električnih struja potvrđjena eksperimentalno i daje dovoljno zornu predstavu o magnetizmu. Konačno, i proši- renje te teorije daje još potpuniju sliku, koja onoga koji uči redo- vito zadovoljava, koja jasno svodi magnetizam na elektricitetu i time odbacuje tzv. »magnetsku masu« definitivno.

Postupamo li sada kod Coulombova zakona odredjivanja sile F_m izmedju dvije »magnetske mase« isto tako kao kod zakona za električne naboje, analognim rasudjivanjem dobivamo, kao i prije, jednažbu mehaničkog djelovanja:

$$F_m = \frac{1}{\mu} \frac{m \cdot m_0}{4 \pi r^2} \frac{r}{r},$$

koja je napisana u vektorskom obliku. Prema tome, ovdje smo sa- movoljno odredili da je $k_m = \frac{1}{4 \pi \mu}$, i tako smo dobili racionalni oblik Coulombovog zakona za »magnetske mase«. Faktor μ je tzv. permeabilitet, a sastavljen je, analogno kao i ϵ , od dva faktora: od μ_r koji predstavlja relativnu magnetsku propustljivost mate- rijala u kojem djeluje sila F_m , i od μ_0 , koji predstavlja magnetsku propustljivost vakuuma. Veže ih odnos $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$.

Analogno zakonu za električne naboje, Coulombov zakon »magnetskih masa« u neracionalnom obliku glasi:

$$F_m = \frac{1}{\mu} \frac{m \cdot m_0}{r^2}.$$

¹⁾ U modernoj literaturi, osim nekih iznimaka, redovito se sada prilazi proučavanju magnetskog polja na taj način, da se u početak razmatranja uvodi sila $F = B \cdot i \cdot l$, kojom međusobno djeluju magnet- sko polje i strujom protjecani vodič (Vidi, na primjer, na kraju knjige označeno Küpfmüllerovo djelo)

Vidimo da je između ova dva oblika isti onaj faktor 4π . Daljnja razmatranja pokazuju, da se taj faktor stalno provlači kroz jednačbe, i to je jedna od razlika između pisanja jednačbi elektromagnetizma u oba oblika.

11. RACIONALNI OBLIK JEDNAČBI ELEKTRO-MAGNETSKOG POLJA

Prolistamo li modernu elektrotehničku literaturu, kako domaću tako i svjetsku, redovito nalazimo jednačbe napisane u racionalnom obliku. Iznimku čine samo djela iz fizike, čiji se autori tvrdokorno drže (doduše ima i iznimaka) neracionalnog oblika pisanja jednačbi i CGS sistema (o tome vidi kasnije — odsječak 19).

Ovdje ćemo u racionalnom obliku izvesti samo osnovne relacije; na primjer: vezu između gustoće električkog pomaka (koji se naziva još i električkom indukcijom, gustoćom električkog polja i tome slično) i jakosti električkog polja, vezu između magnetskog toka i »magnetske mase«, zakon protjecanja, zakon magnetskih krugova, oblik izraza za magnetski otpor i magnetski napon (koji se u starijoj literaturi nazivao i magnetomotornom silom — MMS). Ostale odnose možemo lako izvesti iz relacija, koje ćemo ovdje izvesti.

Na kraju svakog izvoda napisat ćemo, radi usporedbe, i do-
tlačni izraz u neracionalnom obliku i postaviti odnos između pojedinih veličina pisanih u racionalnom i u neracionalnom obliku.

Kod izvodjenja moramo poći putevima »klasične« elektrotehnike jer, na primjer, ne možemo postaviti veze između »magnetskih masa« i magnetskog toka, ako idemo putem moderne elektrotehnike, koja »magnetske mase« ignorira.

a) Veza između gustoće električkog pomaka D i jakosti električkog polja E

Zamislimo da se u prostoru ispunjenom materijom dielektričke konstante ϵ nalazi točkasti električki naboj $Q > 0$. Električki naboj možemo zamisliti potpuno okruženim zatvorenom površinom S , čiji je trag crtkano prikazan na slici 1. Kada bi u udaljenosti r od točkastog naboja Q smjestili tzv. »pokusni« točkasti električki naboj q , na njega bi djelovala sila koja je dana Coulombovim zakonom. U racionalnom obliku pisanja jednačbi to djelovanje bi bilo vektorski izraženo sa

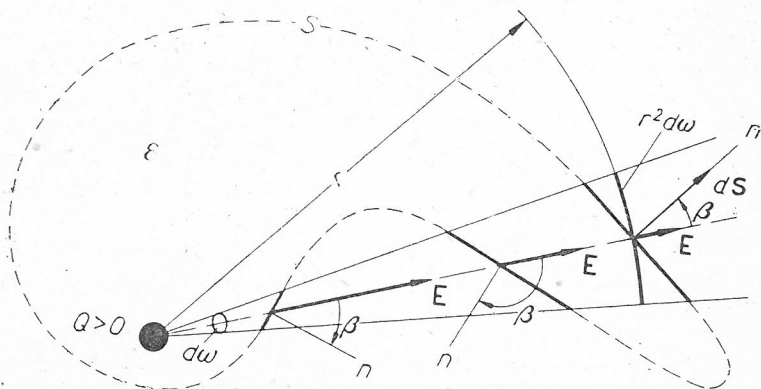
$$F_e = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{4 \pi r^2} \cdot \frac{r}{r}$$

Prema definiciji, jakost električkog polja E u udaljenosti r od naboja Q dana je omjerom sile F_e i »pokusnog« naboja q , tj. jakost polja iznosi:

$$E = \frac{F_e}{q} = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{4\pi r^2} \frac{r}{r} \quad (7)$$

Na slici 1. smo iz izvora električkog polja povukli dvije zrake koje predstavljaju granične plohe elementarnog iznosa toka vektora jakosti električkog polja, koji pod prostornim kutom $d\omega$ izlazi iz naboja $Q > 0$. Promatranje ograničimo na krajnji desni element površine dS , kroz koji prolazi elementarni tok vektora jakosti električkog polja:

$$E \cdot dS = E \cdot \cos \beta \cdot dS. \quad (8)$$



Sl. 1 — K izvodu veze između vektora gustoće električkog pomaka i vektora jakosti električkog polja

Kako se vidi iz slike 1., β je kut što ga zatvaraju vektor jakosti električkog polja i vektor površine dS , koji je usmjeren u pravcu normale n na površinu dS .

Iz slike se dalje vidi, da vrijedi odnos:

$$\cos \beta dS = \pm r^2 d\omega,$$

gdje je $d\omega$ diferencijal prostornog kuta pod kojim je vidljiva površina dS . Predznak $+$ upotrebljavamo onda kada silnice izlaze iz površine dS , tj. kada je $\pi/2 \geq \beta \geq -\pi/2$, a $-$ u slučaju kada silnice ulaze u površinu dS , tj. kada je β tupi kut u pozitivnom ili u negativnom smislu

Uvrstimo li u jednadžbu (8) netom napisanu pomoćnu jednadžbu i na desnoj strani pišemo iznos dan jednadžbom (7) u analitičkom obliku, onda je

$$E dS = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{4\pi r^2} r^2 d\omega.$$

Ako na desnoj strani dobivene jednadžbe skratimo r^2 , dobivamo

$$E dS = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{4\pi} d\omega.$$

Ova jednadžba odnosi se samo na diferencijal toka vektora jakosti električkog polja i na diferencijal prostornog kuta. Da bismo izrazili čitav tok koji izlazi kroz površinu S iz naboja Q , moramo sve elementarne kutove zbrojiti u ukupni kut, tj. gornju jednadžbu moramo integrirati na lijevoj strani po zatvorenoj površini S , a na desnoj strani po prostornom kutu. Time na lijevoj strani dobivamo ukupni tok, a na desnoj strani puni prostorni kut 4π , pod kojim silnice izlaze iz naboja $Q > 0$ i pod kojim je vidljiva zatvorena površina S . Prema tome, integracijom gornja jednadžba prelazi u oblik ¹⁾:

$$\oint E dS = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q}{4\pi} 4\pi.$$

Oдавде nalazimo, da je

$$Q = \epsilon \oint E dS.$$

Budući da je gustoća pomaka D definirana kao diferencijalni kvocijent pomaknute elektricitete dQ kroz diferencijal površine dS .

iz gornje jednadžbe (pomoću $D = \frac{dQ}{dS}$) slijedi da je

$$D = \epsilon E.$$

Ovaj odnos vrijedi u vektorskom obliku samo onda, ako je dielektrikum homogen i izotropan. Da smo kod provedenog izvora upotrebili neracionalni oblik Coulomb-Priestleyevog zakona, dobili bismo vezu između D i E u neracionalnom obliku pisanja jednadžbi:

$$D = \frac{\epsilon}{4\pi} E.$$

Vidimo da se ovdje opet pojavljuje onaj isti faktor 4π koji posreduje između veličina i jedinica pisanih u racionalnom i neracionalnom obliku pisanja jednadžbi.

¹⁾ U pomanjkanju tiskarskih znakova upotrebljavamo za označivanje kružnog integrala znak $\oint$.

b) Veza između magnetskog toka Φ i »magnetske mase« m

Smatramo li, kao što to čini klasična elektrotehnika, »magnetske mase« izvorom magnetskog toka, i ovdje možemo izvesti posve analogne zaključke kao pod točkom a). Potrebno je najprije odrediti jakost magnetskog polja H koja, prema »klasičnom« izvodu, slijedi iz Coulombovog zakona za »magnetske mase«, posve analogno prijašnjem izvodu, tj.:

$$H = \frac{F_m}{m_0} = \frac{1}{\mu} \frac{m}{4\pi r^2},$$

gdje je, razumije se, izraz za F_m pisan u racionalnom obliku, a m_0 predstavlja tzv. »pokusnu magnetsku masu«.

Ako smo, dakle, »magnetske mase« shvatili kao izvor magnetskog toka Φ , uz sliku analognu slici 1., u kojoj je Q zamijenjen sa m , možemo pisati:

$$H dS = H \cos \beta dS,$$

gdje je β kut koji zatvaraju H i normala na dS . Uz pomoć jednadžbe

$$\cos \beta dS = \pm r^2 d\omega,$$

koja ima isto značenje kao i na slici 1., i ako u gornju jednadžbu za $H dS$ uvrstimo iznos H određen pomoću m , te integriramo po zatvorenoj površini S , slijedi da je

$$\oint H dS = \frac{1}{\mu} \frac{m}{4\pi} 4\pi.$$

Ovaj izraz možemo još malo urediti, te za slučaj izotropne i homogene materije u kojoj se nalaze »magnetske mase« vrijedi ($\mu = \text{const.}$):

$$\oint \mu H dS = m.$$

Poznato je, da su permeabilitet μ , vektor jakosti magnetskog polja H i vektor magnetske indukcije B međusobno povezani relacijom

$$B = \mu H.$$

Na temelju ovog odnosa, gornju jednadžbu možemo pisati u obliku:

$$\oint B dS = m. \quad (9)$$

Iz napisanog izraza vidimo, da ovdje imamo analogan teorem (Gaussov), kakav smo imali kod izvodjenja odnosa u električkom polju. Formalno, i samo formalno, možemo shvatiti $\mathbf{B}$ kao analogon vektora $\mathbf{D}$ i, prema tome, doći do analognih zaključaka kao prije.

S druge strane, iz definicije magnetske indukcije slijedi, da je magnetski tok Φ jednak integralu vektora magnetske indukcije preko neke površine S , tj.:

$$\Phi = \int_s \mathbf{B} d\mathbf{S},$$

odnosno, u klasičnoj interpretaciji, gdje se »magnetska masa« smatra izvorom magnetskog toka:

$$\Phi = \oint \mathbf{B} d\mathbf{S}. \quad (10)$$

Provedeni izvod fizikalno je nepravilan, jer je već sam osnov — uvođenje »magnetskih masa« — nepravilan, a nepravilnost slijedi iz činjenice, da su svojedobno »magnetske mase« shvaćane kao izvori i ponori magnetskog toka. Tako se smatralo, da iz sjevernog (+) »pola« nekog magneta magnetske silnice izviru i poniru u »mase« negativnog (južnog) predznaka. Dakle, tražila se potpuna analogija s naukom o elektriciteti, gdje električke silnice izviru iz pozitivnih električkih naboja i poniru u negativne. Prema takvom shvaćanju, magnetske silnice nisu bile neprekinute, dakle da nigdje ne »počinju« niti »svršavaju«, da su zamišljene linije zatvorene u same sebe. Takvo je gledište mnogo puta, zapravo na svakoj primjeni zakona elektromagnetizma, eksperimentalno oboreno, a sadržano u Maxwellovoj teoriji elektromagnetskog polja ($\text{div } \mathbf{B} = 0$).

Izjednačimo li netom izvedenu relaciju (10) s izrazom (9), dobivamo odnos izmedju magnetskog toka Φ i »magnetske mase« m u racionalnom obliku:

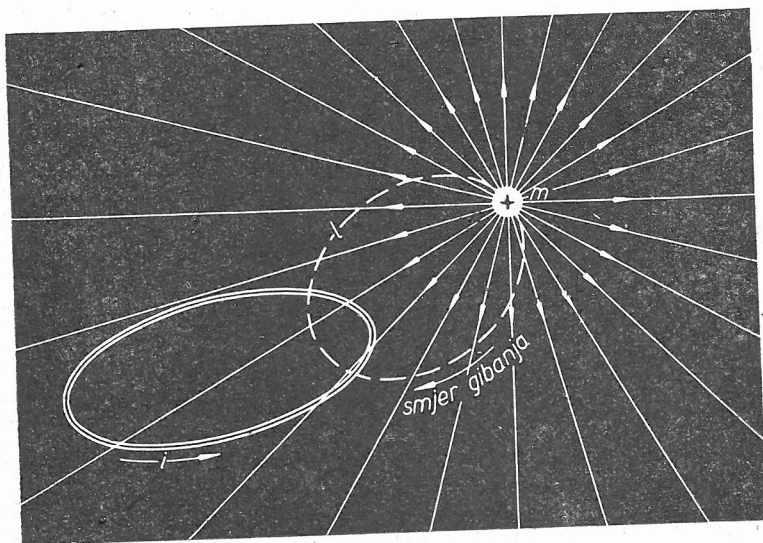
$$\Phi = m.$$

Naprotiv, u neracionalnom obliku pisanja jednadžbi nauke o magnetizmu vrijedi odnos $\Phi = 4\pi m$, do čega možemo doći ako Coulombov zakon za »magnetske mase« pišemo u neracionalnom obliku i izvedemo isti izvod. Kod svega ovoga, moramo ponovno napomenuti, da je riječ o fizikalno lošoj interpretaciji osnova magnetizma kada uvodimo »magnetske mase«. Ali je u ovom djelu takvo gledanje potrebno, budući da moramo ponoviti korake koje je napravila nauka o magnetizmu, kada je postavljala svoje osnovne

relacije i shvaćanja. Prema tome, izloženi izvod i gledište danas je za nas samo od historijske vrijednosti, a nikako u skladu sa suvremenim gledanjem na teoriju elektromagnetskog polja, koja je nebrojeno puta dokazana praksom.

c) Veza između vektora jakosti magnetskog polja $\mathbf{H}$ i električne struje i

Zamislimo da »magnetsku masu« m gibljemo duž zatvorene linije l kroz unutrašnjost zatvorenog strujnog kruga, kako je prikazano slikom 2. Gibanjem magnetske mase, prema klasičnoj pred-



Sl. 2 — K izvodu veze između vektora jakosti magnetskog polja i jakosti električne struje

stavi, dolazi do mijenjanja međusobnog položaja između magnetskog toka Φ proizvedenog »magnetskom masom« m , i mirujućeg strujnog kruga koji je u početku (dok nema gibanja »magnetske mase«) električki mrtav. To znači, da se mijenja iznos magnetskog toka unutar petlje koja predstavlja strujni krug, te se, prema tome, u petlji, uslijed promjene magnetskog toka Φ , inducira napon u u svakom trenutku dan relacijom:

$$u = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Posljedica tog induciranog napona u strujnom krugu je struja koja ima takav smjer i smisao, da nastoji spriječiti gibanje »magnetske mase«, koja je podržavana u gibanju vanjskim izvorom energije, tj. gibana je vanjskom silom. Oko struje i , koja je nastala procesom indukcije, oplete se magnetsko polje, te za potpuni ophod »magnetske mase« m duž zatvorene linije l mora vanjski izvor energije obaviti radnju:

$$A = \oint m \mathbf{H} d\mathbf{l},$$

gdje je $\mathbf{H}$ jakost magnetskog polja proizvedenog induciranom strujom i .

Ta mehanički obavljena radnja A manifestira se kao pojava energije elektromagnetskog polja i iznosi

$$A = \int_0^t u i dt,$$

tj. jednaka je integralu produkta trenutnih vrijednosti induciranog napona u i struje i za vrijeme t , koliko traje proces ophodjenja »mase« m , tj. koliko traje proces indukcije.

Budući da predznak minus kod izraza za inducirani napon samo simbolički predstavlja oznaku, da smanjenjem magnetskog toka nastaje napon koji nastoji spriječiti smanjenje magnetskog toka (i obratno), u daljnjem izvodjenju možemo ispustiti predznak minus, jer sada svodimo čitav problem na energetska bazu.

U idealnom slučaju (kakav kod izvoda redovito pretpostavljamo) sva se mehanička radnja $A = \oint m \mathbf{H} d\mathbf{l}$ pretvara u elektromagnetsku energiju, tako da oba izraza za A možemo izjednačiti; tj. pisati ovako:

$$\oint m \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_0^t u i dt.$$

Uslijed konstantnosti, m možemo staviti ispred znaka integrala. Sada u desnu stranu jednadžbe uvrstimo za u iznos $d\Phi/dt$ i tada jednadžba glasi:

$$\oint m \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_0^t \frac{d\Phi}{dt} i dt.$$

Odmah vidimo da izraz prelazi u oblik (uz $i = \text{const.}$):

$$\oint m \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_0^\Phi i d\Phi,$$

odakle integracijom desne strane slijedi da je

$$m \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = i \Phi.$$

Ako sada primijenimo rezultat izveden pod točkom b) tj. $\Phi = m$, nastaje:

$$m \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = m i.$$

Kraćenjem sa m dobivamo traženu vezu između $\mathbf{H}$ i i u racionalnom obliku:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = i.$$

To je ujedno i jedna od Maxwellovih jednadžbi, koju možemo pisati i u drugom obliku, ako uzmemo u obzir da je jakost struje i definirana vremenskom promjenom elektricitete (tj. $i = dQ/dt$):

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \frac{dQ}{dt}.$$

Kada bismo tražili vezu između $\mathbf{H}$ i i u neracionalnom obliku, morali bismo staviti $\Phi = 4\pi m$, te bismo dobili traženu vezu u neracionalnom obliku:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = 4\pi i, \text{ odnosno } \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = 4\pi \frac{dQ}{dt}.$$

Ukoliko se promatrani strujni krug u kojem se inducira napon u ne sastoji od jedne petlje već od N zavoja, inducirani napon će po iznosu biti jednak $u = N \frac{d\Phi}{dt}$, te onda i gornje relacije prelaze u ovaj oblik:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = N i, \text{ odnosno } \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = N \frac{dQ}{dt}.$$

U neracionalnom obliku pisanja dolazi, naravno, faktor 4π , te izvodjene jednadžbe u neracionalnom obliku poprimaju ovaj oblik:

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = 4\pi N i, \text{ odnosno } \oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = 4\pi N \frac{dQ}{dt}.$$

d) Magnetski napon F i magnetski otpor R_m .
Jednadžbu.

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = N i.$$

možemo pisati i u drugom obliku, ako uzmemo u obzir da je magnetski tok $d\Phi$ koji gustoćom B prolazi kroz okomiti presjek dS cijevčice magnetskih silnica (koja je analogna cijevčici električkih silnica):

$$d\Phi = B dS = \mu H ds.$$

Izvedemo li odavde

$$H = \frac{d\Phi}{\mu dS}.$$

i uvrstimo u gornju jednadžbu, dobivamo da je

$$\oint \frac{d\Phi}{\mu dS} dl = Ni.$$

Budući da magnetski tok $d\Phi$ ima nepromijenjeni iznos uzduž čitave cijevčice magnetskih silnica, možemo u netom dobivenoj relaciji staviti $d\Phi$ pred znak integrala, čime nastaje:

$$d\Phi \oint \frac{dl}{\mu dS} = Ni.$$

Ovu jednadžbu možemo napisati i u ovom obliku:

$$d\Phi = \frac{Ni}{\oint \frac{dl}{\mu dS}}.$$

Dobiveni izraz predstavlja tzv. zakon magnetskih krugova (Hopkinsonov zakon) napisan u racionalnom obliku.

Često se taj zakon uspoređuje s Ohmovim zakonom, koji vrijedi za električke strujne krugove:

$$i = \frac{u}{r},$$

gdje je u narinuti napon, i jakost električne struje u strujnom krugu, a r otpor strujnog kruga.

U vezi s rečenim, izraz

$$F = Ni$$

dobiva naziv magnetski napon, a izraz

$$R_m = \oint \frac{dl}{\mu dS}$$

naziv magnetski otpor. Magnetski napon se češće naziva i magnetomotornom silom (MMS), iako taj tzv. magnetski napon uopće nema veze sa silom; naziv MMS historijskog je porijekla, tj. datira iz prvih dana elektrotehnike, kada su se sve pojave u svijetu, pa tako i elektromagnetske, pokušavalo tumačiti mehaničkim slikama (silama).

Zakon magnetskih krugova ima samo formalnu sličnost s Ohmovim zakonom za električne strujne krugove. U biti, oba zakona se stubokom razlikuju, što možemo zaključiti iz slijedećih rasudjivanja.

Teoretski, otpor električkog strujnog kruga može biti neizmjereno velik; na primjer, ako je jedan dio strujnog kruga izveden od dielektrikuma (idealnoga). Ustvari, ima materijala koji mogu posjedovati veoma visoke otpore, te možemo reći da je tom zahtjevu teoretski udovoljeno. Posljedica toga je činjenica, da u strujnom krugu može djelovati napon, a da ne dodje do strujanja elektricitete. Drugim riječima, to znači da za prolazanje električne struje kroz strujni krug električki otpor mora imati konačni iznos, odnosno da u dotičnom vodljivom materijalu moraju postojati slobodni električni naboji.

Kod tzv. magnetskog otpora posve je drugačije. Magnetski otpor, naime, ni teoretski ne može poprimiti neizmjereno velike iznose, budući da magnetska propustljivost (permeabilitet) ne može biti jednaka nuli, već u krajnjem slučaju svojoj najmanjoj vrijednosti¹⁾ — iznosu permeabiliteta vakuuma.

Isto tako, suprotno od stanja u električkom strujnom krugu, pojava magnetskog naponu povlači za sobom pojavljivanje magnetskog toka. Uostalom, to je u skladu s postavkom, da (po Faradayu) električnu struju i magnetsko polje koje tu struju okružuje, treba promatrati kao dvije karakteristike istog elektromagnetskog procesa.

Formula za magnetski otpor R_m koja je gore napisana pojednostavljuje se ako je riječ o cijevi magnetskih silnica, koja ima konačni presjek S , uz uvjet da je dužina cijevi u odnosu na presjek veoma velika. U tom slučaju je magnetski otpor dan u obliku:

$$R_m = \int \frac{dl}{\mu S}.$$

¹⁾ Zanemarujemo pojavu diamagnetizma.

Naravno, najjednostavniji je slučaj, kada su permeabilitet μ i presjek magnetskog kruga S konstantni uzduž čitave dužine magnetskog kruga, te gornja formula za takav slučaj prelazi u:

$$R_m = \frac{l}{\mu S}.$$

U tom slučaju je magnetski tok Φ određen tzv. Ohmovim zakonom za magnetske krugove u racionalnom obliku

$$\Phi = \frac{N i}{\frac{l}{\mu S}}$$

U neracionalnom obliku magnetski napon iznosi

$$F = 4\pi N i,$$

što se može izvesti postupkom analognim onome koji je proveden. Magnetski otpor je u neracionalnom i racionalnom obliku određen istom formulom.

12. USPOREDBA JEDNADŽBI ELEKTROMAGNETSKOG POLJA PISANIH U RACIONALNOM I NERACIONALNOM OBLIKU

Dosadašnjim izvođenjem jednadžbi postavili smo temeljne konture racionalnog sistema jednadžbi, a svuda smo, radi uspoređivanja, naznačili i neracionalni oblik. Daljnje jednadžbe su ili iste u jednom i drugom načinu pisanja ili se pak lako mogu izvesti iz ovih nekoliko temeljnih relacija. Stoga ne ćemo izvoditi sve jednadžbe, već ćemo rezultate koji slijede iz provedenih izvoda svrstati u tabelu, u kojoj komparativno stoje jedan uz drugi racionalni i neracionalni oblik pisanja jednadžbi i obrazaca elektromagnetizma.

Iz tabele I. se vidi da je racionalni oblik jednadžbi i obrazaca elektromagnetizma jednostavniji, a k tome još daje simetričnu sliku jednadžbi. Tako su, na primjer, zakon protjecanja i zakon elektromagnetske indukcije potpuno simetrični u racionalnom obliku pisanja, a u neracionalnom nisu. Isto tako se vidi da u neracionalnom obliku pisanja jednadžbi ulazi faktor 4π onamo gdje to geometrijski najmanje odgovara, dok u racionalnom dolazi na svoje pravo mjesto.

Osnovna jednadžbe i odnosi u racionalnom i neracionalnom obliku
pisanja jednadžbi elektromagnetskog polja

Tabela I

Redni broj		Racionalni oblik	Neracionalni oblik
1	Veza između toka vektora gustoće pomaka i elektricitete	$\psi = \oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$	$\psi = \oint \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q$
2	Veza između magnetskog toka i „magnetske mase“	$\Phi = \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = m$	$\Phi = \oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 4\pi m$
3	Veza između gustoće pomaka i jakosti električnog polja	$D = \frac{dQ}{dS} = \epsilon E$	$D = \frac{dQ}{dS} = \frac{\epsilon E}{4\pi}$
4	Veza između magnetske indukcije i jakosti magnetskog polja	$B = \frac{d\Phi}{dS} = \mu H$	$B = \frac{d\Phi}{dS} = \mu H$
5	Coulomb—Priestleyev zakon za električne naboje	$F_e = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{4\pi r^2}$	$F_e = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{r^2}$
6	Coulombov zakon za „magnetske mase“	$F_m = \frac{1}{\mu} \frac{m \cdot m_0}{4\pi r^2}$	$F_m = \frac{1}{\mu} \frac{m \cdot m_0}{r^2}$
7	Gaussov poučak za električno polje	$\oint \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon}$	$\oint \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{4\pi Q}{\epsilon}$
8	Gaussov poučak za magnetsko polje	$\oint \mathbf{H} d\mathbf{S} = \frac{m}{\mu}$	$\oint \mathbf{H} d\mathbf{S} = \frac{4\pi m}{\mu}$
9	Jakost električnog polja	$E = \frac{F_e}{q}$	$E = \frac{F_e}{q}$

10	Jakost magnetskog polja			$H = \frac{F_m}{m_0}$	
11	Zakon protjecanja			$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = Ni$ $\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = i = 4\pi \frac{dQ}{dt}$	$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = 4\pi Ni$ $\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = 4\pi i = 4\pi \frac{dQ}{dt}$
12	Zakon elektromagnetske indukcije			$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = u = -\frac{d\Phi}{dt}$	$\oint \mathbf{E} d\mathbf{l} = u = -\frac{d\Phi}{dt}$
13	Veza između vektora gustoće poma- ka $\mathbf{D}$, jakosti električnog polja $\mathbf{E}$ i vektora polarizacije $\mathbf{P}$			$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$	$\mathbf{D} = \frac{\epsilon_0}{4\pi} \mathbf{E} + \mathbf{P}$
14	Veza između dielektrične konstante ϵ i koeficijenta polarizacije α			$\epsilon = \epsilon_0 + \alpha$	$\epsilon = \epsilon_0 + 4\pi \alpha$
15	Veza između magnetske indukcije $\mathbf{B}$, jakosti magnetskog polja $\mathbf{H}$ i in- tenziteta magnetiziranja $\mathbf{J}$			$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{J}$	$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{J}$
16	Veza između permeabiliteta μ i mag- netskog susceptibiliteta $\mathcal{H}$			$\mu = \mu_0 + \mathcal{H}$	$\mu = \mu_0 + 4\pi \mathcal{H}$
17	Ohmov zakon			$i = \frac{u}{R}$	$i = \frac{u}{R}$
18	Zakon magnetskih krugova			$\Phi = \frac{F}{R_m} = \frac{Ni}{R_m}$	$\Phi = \frac{F}{R_m} = \frac{4\pi Ni}{R_m}$

Redni broj		Racionalni oblik	Neracionalni oblik
19	Magnetski napon	$F = Ni$	$F = 4\pi Ni$
20	Magnetski otpor	$R_m = \frac{l}{\mu S}$	$R_m = \frac{l}{\mu S}$
21	Električni kapacitet	$C = \frac{Q}{u}$	$C = \frac{Q}{u}$
22	Koeficijent indukcije	$\mathcal{L} = \frac{\Psi}{i} = \frac{N\Phi}{i}$	$\mathcal{L} = \frac{\Psi}{i} = \frac{N\Phi}{i}$
23	Energija električkog polja kondenzatora	$W = \frac{Cu^2}{2}$	$W = \frac{Cu^2}{2}$
24	Energija magnetskog polja uredjaja induktiviteta $\mathcal{L}$	$W = \frac{\mathcal{L}i^2}{2}$	$W = \frac{\mathcal{L}i^2}{2}$
25	Prostorna gustoća energije električkog polja	$w = \frac{DE}{2} = \frac{\epsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon}$	$w = \frac{DE}{2} = \frac{\epsilon E^2}{2} = \frac{2\pi D^2}{\epsilon}$
26	Prostorna gustoća energije magnetskog polja	$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu}$	$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu H^2}{2} = \frac{B^2}{8\pi\mu}$

Nastavak tabele I.

Redni broj		Racionalni oblik	Neracionalni oblik
27	Elektrodinamska sila dvaju paralelnih vodiča	$F = \frac{\mu l}{2\pi d} i^2$	$F = \frac{2\mu l}{d} i^2$
28	Maxwellove jednažbe u diferencijalnom obliku	$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{g} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ $\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$	$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{g} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ $\operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
29	Vektor Poyntinga	$\mathbf{S} = [\mathbf{E} \mathbf{H}]$	$\mathbf{S} = \frac{I}{4\pi} [\mathbf{E} \mathbf{H}]$

To se veoma lijepo vidi iz ovog primjera: U racionalnom obliku jednadžbi i formula dobivamo slijedeće formule za kapacitet pločastog, cilindričkog i kuglastog kondenzatora koji se sastoji od dvije koncentrične kugle:

$$C = \frac{\epsilon S}{d}; \quad C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln R/r}; \quad C = \frac{4\pi\epsilon r R}{R-r},$$

gdje u prvoj formuli S znači površinu svake od ploča, a d razmak između ploča. U drugoj je l dužina cilindričkog kondenzatora koji se sastoji od vanjskog valjka polumjera R i unutrašnjeg r . U trećoj formuli je R polumjer vanjske, a r polumjer unutrašnje kugle. ϵ je, naravno, dielektrička konstanta dielektrikuma, koji ispunjava prostor između elektroda. Vidimo da je u prvoj formuli brojčani koeficijent 1, u drugoj 2π a u trećoj 4π . To nam se čini potpuno prirodnim, jer je u prvom slučaju električko polje između ploča homogeno, u drugom postoji osna, a u trećem kuglasta simetrija. Navedeni koeficijenti već svojom prisutnošću pokazuju, da je u prvom slučaju riječ o linearnim dimenzijama kondenzatora, u drugom o kružnicama (presjek valjka), a u trećem o kuglastoj površini.

13. ODNOSI VELIČINA U RACIONALNOM I NERACIONALNOM OBLIKU

Kao ishodište izračunavanja odnosa veličina i jedinica u racionalnom i neracionalnom obliku pisanja jednadžbi služi nam činjenica, da su neke jedinice i jednadžbe iste i u jednom i u drugom obliku. Tako, na primjer, sve jedinice mehanike zadržavaju istu vrijednost u jednom i u drugom načinu pisanja, budući da nisu podvrgnute djelovanju racionalizacije. Dalje, u oba sistema je nepromijenjena elektriciteta Q i magnetski tok Φ . Time što su neke veličine ostale nepromijenjene, tj. zadržavaju istu veličinu, a u jednom načinu pisanja su vezani s drugim veličinama drukčije nego u drugome, nastaju različita poimanja ostalih veličina, koje su preko jednadžbi vezane s osnovnim veličinama — s električnom Q i magnetskim tokom Φ . Kako ćemo kasnije vidjeti, to povlači za sobom i različitost jedinica kojima se mjere te druge, izvedene, veličine.

Ovdje nećemo izvoditi sve odnose između racionalnog i neracionalnog pisanja jednadžbi, već samo one bitnije, kod kojih nema istovjetnosti jednadžbi, odnosno ekvivalentnosti jedinica.

Da bi nam račun bio pregledniji, pisat ćemo simbole veličina u racionalnom obliku posve obično kao dosada (na primjer, ja-

kost magnetskog polja H), a simbolima koji dolaze u jednadžbama pisanim u neracionalnom obliku dodat ćemo na desnoj gornjoj strani zarez (na primjer, za jakost magnetskog polja u neracionalnom obliku simbol će biti H').

Princip rada je taj, da se u odnos (dijeljenje) stave formule koje i u jednom i u drugom načinu pisanja jednadžbi određuju istu veličinu, ali na takav način, da je jedna strana kvocijenta poznata.

a) Odnos između ϵ (racionalni oblik) i ϵ' (neracionalni oblik)

Odnos između ϵ i ϵ' dobivamo iz Coulomb—Priestleyevog zakona za električne naboje. U racionalnom i neracionalnom obliku taj zakon glasi:

$$F_e = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{4 \pi r^2}; \quad F'_e = \frac{1}{\epsilon'} \frac{Q' \cdot q'}{r'^2}.$$

Kad podijelimo prvu jednadžbu drugom, dobivamo:

$$\frac{F_e}{F'_e} = \frac{\frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{4 \pi r^2}}{\frac{1}{\epsilon'} \frac{Q' \cdot q'}{r'^2}}.$$

Sile F_e i F'_e imaju isto značenje i jedinicu u jednom i u drugom načinu pisanja, a isto tako i Q (i q), te r i r' . Prema tome, njihov omjer je jednak jedinici. Na temelju toga, kad skratimo F_e sa F'_e , Q sa Q' , q sa q' i r^2 sa r'^2 , slijedi da je

$$\epsilon = \frac{\epsilon'}{4 \pi}.$$

Time smo dobili međusobnu ovisnost veličine ϵ i ϵ' pisanih u racionalnom i neracionalnom obliku, a budući da postoji između jednog i drugog oblika zavisnost, postoji i različito shvaćanje (s obzirom na jedinicu i s obzirom na brojevi iznos) između ϵ pisanog u jednom i drugom obliku. Kako se kod toga ponašaju jedinice za mjerenje iste veličine, vidjet ćemo iz odsječka 14.

Pomoću dobivenog rezultata možemo odmah naći i zavisnost između E i E' . Ova zavisnost slijedi iz definicije:

$$\frac{D}{D'} = \frac{dQ/dS}{dQ'/dS'} = 1.$$

Ovaj omjer jednak je jedinici, budući da je, kako smo već spomenuli, veličina Q (i njezina jedinica) jednaka Q' , a površina S je također mjerena istom jedinicom u jednom i drugom obliku.

Iz razmatranja pod točkom 11a slijedi, da je u racionalnom obliku pisanje jednadžbi D vezano sa E relacijom:

$$D = \varepsilon E,$$

a u neracionalnom

$$D' = \frac{\varepsilon' E'}{4\pi}.$$

Prema tome, uvrštavanjem neto napisanih relacija $\varepsilon = \varepsilon'/4\pi$ slijedi iz $D/D' = 1$ da je

$$\frac{E}{E'} = 1,$$

što znači, da je značenje jakosti električkog polja u racionalnom obliku jednako onome u neracionalnom; te su, dakle, jednake jedinice kojima se mjeri jakost električkog polja u prvom i drugom sistemu.

b) Odnos između m i m'

U racionalnom obliku je magnetski tok vezan s »magnetskom masom« m relacijom:

$$\Phi = m.$$

U neracionalnom obliku postoji ovisnost:

$$\Phi' = 4\pi m'.$$

Budući da je $\Phi = \Phi'$ dijeljenjem

$$\frac{\Phi}{\Phi'} = \frac{m}{4\pi m'}$$

slijedi odnos između »magnetskih masa« u racionalnom i neracionalnom načinu pisanja:

$$\frac{m}{m'} = 4\pi.$$

c) Odnos između H i H'

Zakon protjecanja u racionalnom i neracionalnom obliku glasi:

$$\oint H dl = \frac{dQ}{dt}; \quad \oint H' dl' = 4\pi \frac{dQ'}{dt'}.$$

Iz njihovog omjera

$$\frac{\oint H dl}{\oint H' dl} = \frac{dQ/dt}{4\pi dQ'/dt'},$$

slijedi da je

$$\frac{H}{H'} = \frac{1}{4\pi}.$$

Ovdje je, razumije se, uzeto u obzir, da je $t = t'$, jer vrijeme ne podliježe racionalizaciji.

d) Odnos izmedju μ i μ'

Odnos izmedju μ i μ' možemo izvesti, na primjer, iz jednadžbe za jakost magnetskog polja u ovisnosti o »magnetskoj masi«, ali za razliku od izvoda ε/ε' , ovdje ćemo poći od činjenice da je

$$B = \mu H, \text{ odnosno } B' = \mu' H'.$$

Budući da je $B = d\Phi/dS$, a Φ i S u oba oblika pisanja imaju istu jedinicu, slijedi da je $B = B'$. Postavljanjem omjera B/B' izlazi, uz navedenu napomenu, da je

$$\frac{\mu}{\mu'} \cdot \frac{H}{H'} = 1.$$

Uzmemo li u obzir da je $H/H' = 1/4\pi$, slijedi da se permeabiliteti odnose kao

$$\frac{\mu}{\mu'} = 4\pi.$$

e) Odnos izmedju F i F'

Odnos magnetskih napona u racionalnom i neracionalnom obliku slijedi iz jednadžbi koje ih određuju:

$$F = Ni; F' = 4\pi Ni'.$$

Budući da su Q i Q' u omjeru 1, u istom su omjeru i i i' , jer je $i = dQ/dt = dQ'/dt'$. Prema tome, dijeljenjem gornjih dvaju izraza slijedi da je

$$\frac{F}{F'} = \frac{1}{4\pi}.$$

f) Odnos između R_m i R'_m

Postavimo li u omjer formulu

$$R_m = \frac{1}{\mu} \frac{1}{S}$$

koja određuje tzv. »magnetski otpor« jednako u oba načina pisanja, dobivamo da je

$$\frac{R_m}{R'_m} = \frac{\mu S' l}{\mu S l'}.$$

Omjeri S'/S i l'/l jednaki su jedinici, pa iz gornjeg izraza slijedi, da se veličine magnetskog otpora odnose obratno od permeabiliteta, dakle u omjeru

$$\frac{R_m}{R'_m} = \frac{1}{4\pi}.$$

Ovaj odnos mogli smo utvrditi i pomoću Ohmovog zakona za magnetske krugove, budući da je $R_m \cdot \Phi = F$. Jasno je da na taj način dobivamo isti rezultat.

g) Provjeravanje dobivenih rezultata

Dobivene rezultate možemo provjeriti, na primjer, na jednadžbi koja određuje jakost magnetskog polja u ovisnosti o »magnetskoj masi«. U neracionalnom obliku taj obrazac glasi:

$$H' = \frac{1}{\mu'} \frac{m'}{r'^2}.$$

Provjeravanje se provodi tako da se u ovaj izraz za μ' , m' i r' stavljaju odnosi spram racionalnog oblika pisanja, a isto tako i za H' . Stavimo li to svuda gdje je to potrebno, treba da dobijemo izraz za H u ovisnosti o m pisan u racionalnom obliku. U točkama c), d) i b) utvrdili smo da vrijede odnosi:

$$H' = 4\pi H; \quad \mu' = \frac{\mu}{4\pi}; \quad m' = \frac{m}{4\pi}.$$

Uvrstimo li ove jednakosti u gornji izraz, dobivamo:

$$4\pi H = \frac{1}{\frac{\mu}{4\pi}} \cdot \frac{\frac{m}{4\pi}}{r^2}.$$

Odavde slijedi da je

$$H = \frac{1}{\mu} \frac{m}{4\pi r^2}.$$

Vidimo da su naša izvodjenja ispravna, jer smo preko izvedenih pomoćnih relacija iz neracionalnog oblika postigli racionalni oblik pisanja ovisnosti H o »magnetskoj masi« m . Analogno možemo dokazati ispravnost naših izvoda i preko drugih jednadžbi.

14. ODNOSI JEDINICA U RACIONALNOM I NERACIONALNOM SISTEMU JEDNAŽDBI I OBRAZACA ELEKTROMAGNETSKOG POLJA

Racionalni i neracionalni oblik pisanja jednadžbi i obrazaca elektromagnetizma povlači za sobom i različite jedinice kojima se fizikalne veličine mjere. U odsječku 3. dokazali smo, da se brojčani iznosi mjerenja neke veličine odnose obratno od jedinica kojima je ta veličina mjerena. Ustvari, odnosi izračunati u prijašnjem odsječku odnose se na brojčane iznose veličina, budući da neka fizikalna veličina može biti samo ta fizikalna veličina, bez obzira na sistem jedinica u kojem je mjerimo, bez obzira na sistem i način

Tabela II

Odnosi veličina i jedinica

Veličina	Oznaka	Odnos veličina u racionalnom i neracionalnom obliku pisanja	Odnos jedinica u racionalnom i neracionalnom obliku pisanja
Elektriciteta	Q	1	1
Magnetski tok	Φ	1	1
Gustoća pomaka	D	1	1
Jakost električkog polja	E	1	1
Dialektrička konstanta	ϵ	$1/4\pi$	4π
Magnetska indukcija	B	1	1
Jakost magnetskog polja	H	$1/4\pi$	4π
Magnetski napon	F	$1/4\pi$	4π
Permeabilitet	μ	4π	$1/4\pi$
Magnetski otpor	R_m	$1/4\pi$	4π
„Magnetska masa“	m	4π	$1/4\pi$

pisanja kojim opisujemo sudjelovanje te veličine u prirodnim procesima. Prema tome ćemo, ustvari, pod odnosima veličina u ovom primjeru shvatiti odnose brojčanih iznosa, te će se, dakle, pripadne jedinice odnositi obratno od brojčanih iznosa, dakle i veličina, što je paralelno svrstano u donjoj tabeli II.

U tabeli su navedeni samo najvažniji odnosi; na temelju izvođenja analognih onima koji su provedeni u odsječku 13., možemo doći do odnosa ostalih veličina i jedinica.

APSOLUTNI [LMT] SISTEMI SA TRI OSNOVNE VELIČINE

15. CRTICA IZ POVIJESTI MJERNIH SISTEMA ELEKTROTEHNIKE

Opće je poznata činjenica, da danas u raznim disciplinama prirodnih nauka postoje različiti mjerni sistemi, pod kojima se obično razumijevaju samo sistemi jedinica, a ne i sistemi razmjernosti i pramjerila, kako smo to utvrdili u prijašnjim odsječcima. No ne samo da u različnim područjima vrijede i upotrebljavaju se različiti mjerni sistemi, već i u istom području, u istoj disciplini, može vrijediti više mjernih sistema. Kao izraziti primjer toga je baš elektrotehnika, u kojoj imamo obilje svih mogućih sistema (na koje ćemo doći u toku kasnijeg izlaganja) i zato ponekad studij elektrotehnike ogorčava baš primjena svih mogućih jedinica. Poteškoću, na primjer, čini čitaocu literatura koja je napisana nekim drugim jedinicama, različitim od onih na koje je on naučen, koje su mu (kako se to kaže) »ušle u krv«. Oдавде, iz istodobne primjene različitih sistema jedinica i mjernih sistema uopće, i proizlazi stanovita antipatija spram problema mjernih jedinica i mjernih sistema uopće.

Istodobno postojanje različitih sistema za isto područje prirodnih nauka ima svojeg razloga, koji moramo potražiti u povijesti mjernih sistema. Mjerni sistemi su ogledalo u kojem se vidi razvitak naučne misli i njezine praktičke primjene na tehniku. U počecima stvaranja egzaktne naučne misli činilo se, da u prirodi postoje, na primjer, procesi mehanički, toplinski, električki, magnetski itd. Prema takvom mišljenju bilo je logično (barem tako se činilo), da svako područje treba da ima svoje specifičnosti i, prema tome, i svoje specifične jedinice. U tom se došlo veoma daleko. Tako, na primjer, danas za radnju i energiju u različitim disciplinama imamo različite jedinice kao, na primjer, kilopondmetar (kilogrammetar), joule, kalorija, erg itd. To je svakako suvišno, jer energija može biti samo energija. Ali jednom je riječ, na primjer,

o energiji tijela podignutog na stanovitu visinu; drugiput o energiji električkog ili magnetskog polja (prema tome to nije »električka« ili »magnetska« energija, već energija električkog ili magnetskog polja); trećiput o energiji plinova itd. S druge strane, utjecala su razna mišljenja, lišena logičnih osnova, da se neke discipline prirodnih nauka mogu zatvoriti u okvir poznatijih disciplina. To je, na primjer, svodjenje elektricitete i magnetizma na mehaniku, što se još i danas osjeća kod tzv. »fizikalnih« [LMT] sistema. Da kod toga nema pravilne fizikalne predstave, vidjet ćemo iz izlaganja u kasnijim odsječcima. Dok se na jednoj strani pokušavalo da se stanovita područja prirodnih nauka, koja su bila manje istražena, nasilno svedu na poznatija područja, malo se pomišljalo na to, da se na temelju eksperimenata povežu stanovite oblasti prirodnih nauka, ali na takav način, da fizikalna slika opisivivanja procesa ne bude osakaćena. Nastojanja, i uspjehe koji su kod toga postignuti, možemo ubrojiti već u naš vijek koji je, osobito u posljednjih dvadeset godina, doveo do mnogih napredaka mjernih sistema. Kod toga je uzimamo u obzir da je potrebna što veća točnost kod mjerenja, što jednostavniji postupak mjerenja i što pravilnija fizikalna slika prirodnih procesa.

Promatrajući šarenilo mjernih sistema elektrotehnike sa gledišta doba u kojem su nastali, možemo tolerirati veoma velike ne-logičnosti ranijih sistema. Medjutim, ne može se tolerirati da se još i danas, u doba kada su mjerni sistemi postigli tolike teoretske i praktičke uspjehe, pojavljuju djela koja ignoriraju sve moguće odluke međunarodnih institucija, kompetentnih za donošenje odluka o karakteru mjernih sistema.

Kako ćemo vidjeti iz niže izloženog nepotpunog i oskudnog historijata razvoja mjernih sistema elektrotehnike, u posljednjih nekoliko godina učestale su međunarodne konferencije koje se bave problemima mjernih sistema, i već iz toga možemo zaključiti, da su »stari« sistemi dotrajali i da se tražilo (i još traži) definitivno rješenje problematike mjernih sistema.

Cini se da je prvi sistem jedinica za magnetizam predložio godine 1832. njemački matematičar i fizičar F. Gauss. To je apsolutni sistem jedinica (za dužinu, masu i vrijeme), do čije potrebe je Gauss došao na temelju izučavanja magnetskog polja zemlje. Kao osnovne jedinice, Gauss je predložio milimetar, miligram (za masu) i sekundu. Britansko društvo za unapređenje nauke (British Association for the Advancement of Science) je taj sistem, primijenjen na elektricitetu i magnetizam (na primjeni za elektricitetu je radio i njemački fizičar W. Weber), predložila 1861. godine međunarodnom Kongresu elektrotehničara u Parizu. Taj Kongres

je prihvatio danas »klasični« sistem jedinica CGS, primijenjen na elektricitetu i magnetizam. Kao osnovne jedinice nisu prihvaćene one koje je predložio Gauss (po Gaussu se nazivlje i jedan sistem jedinica — tzv. simetrični CGS sistem), već centimetar, gram i sekunda. Godina 1875. predstavlja značajan datum za mjerne sisteme uopće, jer je te godine potpisana tzv. metarska konvencija (Convention diplomatique du mètre), koja je i danas obavezna u svim državama potpisnicima te konvencije.

Iza ovoga slijedi dugi vremenski period u kojem se tražilo ispravljanje griješaka koje su učinjene na uštrb fizikalne pravilnosti tretiranja elektricite i magnetizma. Počelo je »liječenje« CGS sistema na taj način, što su stvarani apsolutni sistemi sa četiri osnovne jedinice. Neki autori tvrde, da je na to ukazivao već slavni Maxwell i da je predlagao, da se uvedu sistemi sa četiri osnovne veličine i jedinice.

Ocem moderne metrologije moramo smatrati talijana Giovanni Giorgi-ja, koji je već u svom glasovitom pismu, upućenom 1901 godine časopisu The Electrician, predlagao, da se uvedu sistemi s četiri osnovne jedinice. Njegovu misao je odmah prihvatio Kennely i ukazao, da to neka bude ohm i onda se kasnije Giorgiju pripisivalo da je predložio sistem s osnovnim jedinicama: m, kg, s, ohm.

U mnogim publikacijama piše se, da je novi sistem M. K. S. A. (naročito Francuzi), dok je u stvari Giorgijev sistem, kako je to usvojeno na konferenciji u Torquay-u (Velika Britanija) godine 1938.

Budući da se je G. Mie mnogo zalagao, da se u elektrotehnici jedinica mase izbac i kao osnovna, mnogo se puta novi sistem naziva Giorgi—Mie-ov sistem, ili nekada »uži Mie-ov sistem«, što je provedeno i u ovoj knjizi.

Još prije ovih događaja, prvi međunarodni elektrotehnički kongres (1881. god.) usvojio je da se uvedu tzv. »praktičke« jedinice amper, volt, ohm, farad, coulomb, koje nose imena slavnih fizičara i elektrotehničara, koji su dali veliki obol na području elektromagnetizma.

Značajna za mjerne sisteme elektrotehnike je londonska konferencija održana godine 1908., kada su donesene točne definicije, tolerancije i ostale karakteristike »međunarodnih« jedinica elektromagnetizma.

Godine 1928., na međunarodnoj konferenciji savjetodavnog komiteta za elektricitetu (Comité Consultatif d'Electricité, CCE), u Parizu izražena je misao, da se »internacionalne« jedinice zamijene onima koje su definirane na »apsolutni« način.

Godina 1929. je veoma važna za teoriju mjernih sistema elektrotehnike, jer te godine sovjetski elektrotehničar Kalantarov objavljuje svoj sistem razmjernosti, koji je do danas neosporno najpravičniji. Ovim sistemom, koji je u počast otkrivača nazvan Kalantarovljevim sistemom razmjernosti, definitivno je »oprana« fizikalno loša pozadina mnogih prijašnjih sistema. Tako je taj sistem, u teoriji mjernih sistema elektrotehnike, zauzeo centralno mjesto.

VIII. generalna konferencija za mjere i utege (Conférence Générale des poids et mesures) odlučila je 1933. godine da se uvedu nove »apsolutne« jedinice umjesto dotadašnjih »medjunarodnih« (»internacionalnih«). Na sastanku medjunarodne elektrotehničke komisije (Commission Electrotechnique Internationale, CEI) u Scheveningu kod Bruxellesa odlučeno je godine 1935., da se uvedu tri »Giorgijeve« jedinice — metar, kilogram (za masu) i sekunda. Izbor četvrte, električke ili magnetske, jedinice prepušten je pojedinih nacijama, tj. nije donesena definitivna, obvezatna odluka. Datum uvođenja pao je na 1. januar 1940., no Drugi svjetski rat omeo je provođenje ove odluke u djelo, te je Deveta generalna konferencija za mjere i utege, održana u oktobru 1948. godine u Sèvresu kod Pariza, naknadno sankcionirala odluku o stupanju na snagu novih apsolutnih jedinica na 1. januara 1948. godine; tu odluku je godine 1946. donio Medjunarodni komitet za mjere i utege.

Medjunarodna institucija koja je kompetentna za donošenje odluka o pitanju mjernih sistema sagrađena je u »trokatnom« obliku:

1. Medjunarodni biro za mjere i utege (Bureau international des poids et mesures);
2. Medjunarodni komitet za mjere i utege (Comité international des poids et mesures) i
3. Generalna konferencija za mjere i utege (Conférence Générale des poids et mesures.)

Osim savjetodavnog komiteta za elektricitetu, postoje i savjetodavni komiteti za fotometriju, za termometriju i za kalorimetriju.

Medjunarodni biro (koji je naveden pod tačkom 1.) djeluje pod nadzorom Medjunarodnog komiteta, a vrhovni organ nad obadva je Generalna konferencija, koja ovlašćuje Komitet da u vremenu između dvije Generalne konferencije može izdavati odluke, koje su obavezne za sve države potpisnice metarske konvencije (1875).

Kod donošenja odluka o pitanju mjernih sistema, Medjunarodni komitet i Generalna konferencija služe se uskladenim rezultatima mjerenja koja se postignu u četiri velika državna laboratorija:

National Bureau of Standards (Washington, USA);

Всесоюзный научно — исследовательский институт метрологии
им. Менделеева (СССР);

National Physical Laboratory (Velika Britanija) i

Physikalisch—Technische Anstalt, (PTA) (Njemačka).

Ostale podatke koji zadiru u povijest mjernih sistema i način donošenja odluka spomenut ćemo na odgovarajućim mjestima u daljnjem tekstu knjige.

16. OPĆENITO O APSOLUTNOM [LMT] SISTEMU

Pod apsolutnim [LMT] sistemima veličina i jedinica mjerenja razumijevamo sisteme, koji u svojim osnovima imaju:

l — [L] — dužinu

m — [M] — masu

t — [T] — vrijeme.

Naziv-apsolutni sistemi potječe iz činjenice, da odabrana pramjerila jedinica dužine, mase i vremena ne ovise o geografskom položaju mjesta gdje je jedinica utvrđena, niti se mijenju tokom vremena; da su, dakle, apsolutna u smislu postojanosti. Iz napisana tri simbola vidimo, da su to osnovne veličine temeljnih zakona mehanike. Za osnovne jedinice taj sistem ima istodobno jedinice osnovnih veličina. Ovim se sistemom, u toku razvoja nauke htjelo obuhvatiti sve pojave u prirodi, pa tako i električke i magnetske. To znači da je pokušavano (a katkada se pokušava još i danas!) sve procese u prirodi strpati u mehanički okvir. Za doba u kojem je nastao [LMT] sistem, nije ni čudo, da su mjerodavni ljudi vidjeli u tzv. »mehanističkom« gledanju na svijet potpuno i savršeno ovladavanje prirodnim procesima (ali je u toliko čudnije danas!). Red koji je Newtonova mehanika uvela postavljanjem zakonitosti zemaljskog i nebeskog gibanja, bio je previše zavodljiv i za naučne krugove, tako da nisu mogli postići ništa više već pokušati svakovrsne pojave (pa i životne!) tumačiti »mehanistički«. Pokušavalo se sve pojave u prirodi svesti na mehaniku ili barem zakonitosti u pojedinim područjima nauke svesti na newtonovski oblik.

U vrijeme kada je Newtonova mehanika triumfirala, iskustva o elektriciteti i magnetizmu otvarala su tom iskustvenom materijalu put u nauku; o praktičkoj, tehničkoj primjeni tih dviju naučnih disciplina nije još bilo ni govora. Ta činjenica je, vjerojatno, davala još čvršći okvir mehanističkom gledanju na svijet, koji je bio

neosporno pravilan, kako se barem onda činilo. Nagli razvoj čitave nauke pokazao je uskoro, da je kod toga postupljeno nedovoljno pažljivo i sve neugodnosti koje se još i danas osjećaju kod mjernih sistema i jedinica izviru iz tih osnovnih (nepravilnih) postavaka.

Danas je posve jasno, da nelogičnosti koje izviru iz [LMT] sistema kod primjene na elektricitetu pripadaju prošlosti, tj. da netočnosti fizikalnih slika [LMT] sistema primijenjenih na elektricitetu i magnetizam, moramo pripisati nedovoljnom poznavanju biti elektricitete i magnetizma. Nelogičnosti i fizikalne apsurdnosti nekih [LMT] sistema primijenjenih na elektricitetu i magnetizam zamjetit ćemo iz izlaganja u odsječcima koji slijede.

17. RAZMJERNOSTI MEHANIČKIH VELIČINA U [LMT] SISTEMU

Mehaniku (osim statike, koja je takodjer njezin sastavni dio) u smislu uvjeta pod kojim razmatramo gibanja, možemo podijeliti na dva dijela: na kinematiku i na dinamiku. Prva ne uzima u obzir sile koje djeluju kod gibanja, a druga to čini.

Kinematika se zadovoljava dvjema osnovnim veličinama: dužinom [L] i vremenom [T]. Iz ovih dviju osnovnih veličina možemo izvesti ostale, izvedene veličine, tj. njihov odnos do osnovnih veličina, njihovu razmjernost. Tako je, na primjer, brzina v definirana omjerom puta i vremena; matematski to glasi:

$$v = \frac{dl}{dt}.$$

Do razmjernosti brzine v dolazimo tako da od gornje jednadžbe koja definira brzinu, načinimo jednadžbu razmjernosti. To postavljamo tako da u isti odnos u kojem stoje veličine (dl/dt) , stavimo odgovarajuće razmjernosti. U našem slučaju, za dl razmjernost dužine [L], a za vrijeme dt razmjernost vremena [T]. Takav je postupak kod određivanja svih mogućih razmjernosti. Za naš primjer dobivamo:

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} = [LT^{-1}].$$

Posve analogno postupamo sa drugim veličinama; za akceleraciju a , iz $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2l}{dt^2}$ dobivamo razmjernost akceleracije:

$$[a] = \frac{[v]}{[T]} = [LT^{-1}T^{-1}] = [LT^{-2}]$$

Na pokazani način možemo odrediti razmjernosti bilo koje od kinematičkih veličina, kakve smo sada imali u postupku.

Dinamici nisu dovoljne samo dvije osnovne veličine; kinematičkim dvjema pridružuje se treća — masa $[M]$. Ta činjenica je očigledno proizišla iz Newtonovog zakona gibanja, po kojem je sila F povezana s masom m i akceleracijom a po obrascu:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot \frac{d^2l}{dt^2}.$$

Iz ove temeljne jednadžbe dinamike, koju smo napisali u vektorskom obliku (da bismo pokazali da razmjernosti veličina možemo posve jednako odredjivati i preko jednadžbi napisanih u vektorskom obliku), uvrštavanjem razmjernosti osnovnih veličina dobivamo razmjernost izvedene veličine — sile:

$$[F] = [LMT^{-2}].$$

Budući da je radnja određena u diferencijalnom obliku produktom $dA = F \cdot dl$, iz napisane (u diferencijalnom obliku) definicije jednadžbe dobivamo odmah jednadžbu razmjernosti radnje

$$[A] = [F] \cdot [L] = [LMT^{-2}] \cdot [L] = [L^2MT^{-2}].$$

Iz mehanike je poznato, da je učin (efekat) P definiran radnjom obavljenom u jedinici vremena: $P = dA/dt$; razmjernost učina P nastaje dijeljenjem razmjernosti radnje sa $[T]$. Dakle je

$$[P] = [A] : [T] = [L^2MT^{-3}].$$

Možemo još izvesti razmjernost mehaničkog momenta M . Moment je definiran produktom sile i kraka (dakle dužine), tj. $M = [F \cdot l]$, gdje uglasta zagrada sada znači, da je riječ o vektorskom produktu (vektor mehaničkih momenata okomit je na ravninu koju zatvaraju vektori sile i kraka). Uvrstimo li u gornju jednadžbu razmjernosti sile i kraka, dobivamo razmjernost mehaničkog momenta:

$$[M] = [F] \cdot [L] = [L^2MT^{-2}].$$

Usporedimo li razmjernosti momenta i radnje, vidimo da su one međusobno jednake. To na prvi pogled izgleda nelogično, jer

su radnja i mehanički moment dvije potpuno različite fizikalne veličine. No ta prividna nelogičnost iščezava, ako se sjetimo da je radnja skalarna veličina, a mehanički moment vektorska.

Ovdje se, kod izvodjenja razmjernosti mehaničkih veličina, možemo zaustaviti, jer razmjernosti svih ostalih veličina mehanike slijede iz onih koje smo dosada naveli. Kako se iz provedenog postupka vidi, na temelju osnovnih veličina nije teško izvoditi razmjernosti izvedenih veličina.

18. JEDINICE [LMT] SISTEMA I NJIHOVA PRAMJERILA

Jedinice [LMT] sistema osnovane su na trima pramjerilima (etalonima), od kojih se prva dva (uz posebne uvjete) čuvaju u Sèvresu kod Pariza. Kopiju etalona ima svaka država potpisnica tzv. metarske konvencije (1875.). Na tim pramjerilima odmjerene su ove pramjere (1 i 2):

1) pramjera dužine je jedan metar. Jedan metar je dužina naznačena između dvije crte na šipci, koja je na naročito odabrani način oblikovana (šipka u presjeku izgleda kao veliko slovo H), od platine i iridijuma na temperaturi taljenja leda;

2) pramjera mase je kilogram. Jedan kilogram je masa platin-iridiumovog valjka spremljenog na temperaturi taljenja leda. (Masa ovog valjka veća je za oko 27 mg od mase 1 kubičnog decimetra vode na $+4\text{ C}^\circ$);¹⁾

3) pramjera vremena je sekunda. Jedna sekunda je 86.400-dio srednjeg sunčanog dana.²⁾ Prema tome, sekunda je pramjera koja ima svoje pramjerilo u zvjezdanom sistemu, te se zato ponekad nazivlje i »prirodnom pramjerom«.

(Prihvatimo li navedene pramjere kao jedinice, dovodimo u upotrebu tzv. »Giorgijev« sistem jedinica, koji je definitivno stupio na snagu 1. januara 1948.)

Kod osnivanja prvih [LMT] sistema jedinica nisu usvojene izložene pramjere jedinica, već njihov stoti, odnosno tisućiti dio. Tako je nastao apsolutni [LMT] sistem jedinica koji ćemo niže opisati.

19. CGS SISTEM JEDINICA MEHANIČKIH VELIČINA

Apsolutni CGS sistem veličina i jedinica je sistem, čije osnovne veličine imaju razmjernost [LMT], a osnovne su jedinice:

¹⁾ Pramjeru 1 kilogram prihvatio je godina 1889. »Medjunarodni biro za utege i mjere« u Parizu.

²⁾ Točniju definiciju vidi u »Электричество«, Moskva, br. 1/1948.

1 centimetar	(1 cm),
1 gram	(1 g),
1 sekunda	(1 s).

Prema tome je 1 centimetar stoti dio promjera dužine — metra, a 1 gram tisućiti dio promjera mase — kilograma.

Sistem jedinica koji je time nastao zove se CGS (cm, gram, sekunda) sistem ili, nekiput, fizikalni sistem jedinica.

Kako smo već spomenuli, razmjernosti osnovnih i izvedenih veličina CGS sistema su one koje smo izveli u odsječku 17., te zato ovdje ne ćemo ponavljati provedeni postupak određivanja razmjernosti, već ćemo odrediti ovisnost izvedenih jedinica o osnovnima (u CGS sistemu).

Ovisnost izvedenih jedinica o osnovnima dobivamo tako da u formule razmjernosti, umjesto simbola [LMT] osnovnih veličina uvrštavamo osnovne jedinice. To je ovdje lako moguće, jer su osnovne jedinice ujedno i jedinice osnovnih veličina. Da istaknemo razliku ovisnosti između jedinica i ovisnosti između veličina, stavljamo simbole razmjernosti veličina u uglaste zagrade, a odgovarajuće jedinice u okrugle. Tako, na primjer, za brzinu u CGS sistemu dobivamo ovisnost izvedene jedinice brzine o osnovnim jedinicama:

$$(v) = (\text{cm s}^{-1}),$$

što znači da je jedinica brzine u CGS sistemu 1 centimetar u sekundi.

Analogno tome za ubrzanje (akceleraciju) dobivamo da je

$$(a) = (\text{cm s}^{-2}),$$

i, dalje, za silu F, energiju W i učin P:

$$(F) = (\text{cm g s}^{-2}) = (1 \text{ dyn})$$

$$(W) = (\text{cm}^2 \text{g s}^{-2}) = (1 \text{ erg})$$

$$(P) = (\text{cm}^2 \text{g s}^{-3}) = (1 \text{ erg s}^{-1})$$

Ovdje smo trećim članom odmah označili i naziv izvedenih jedinica: dyn i erg. Prema tome su one i definirane ovako:

1 dyn je jedinica sile koja masi od 1 grama daje ubrzanje jednog centimetra u sekundi na kvadrat;

1 erg je jedinica radnje koja se obavi svladavanjem konstantne sile od 1 dyna na putu od jednog centimetra.

Pokazanim postupkom možemo sve izvedene mehaničke jedinice izraziti osnovnim jedinicama. U tabeli III. naznačene su razmjernosti veličina, njihove jedinice, odnos do osnovnih i eventualni nazivi izvedenih jedinica CGS sistema.

Razmjernosti, jedinice i nazivi mehaničkih veličina CGS sistema jedinica

Veličina	Oznaka	Razmjernost	Jedinica	Naziv jedinice
Dužina	l	[L]	cm	centimetar
Masa	m	[M]	g	gram
Vrijeme	t	[T]	s	sekunda
Djelovanje	A	$[L^2MT^{-1}]$	cm^2gs^{-1}	—
Radnja, energija	A, W	$[L^2MT^{-2}]$	cm^2gs^{-2}	erg
Učin, snaga	P	$[L^2MT^{-3}]$	cm^2gs^{-3}	erg u sekundi
Sila	F	$[L MT^{-2}]$	$cmgs^{-2}$	dyn
Površina	S	$[L^2]$	cm^2	kvadratni centimetar
Volumen	V	$[L^3]$	cm^3	kubni centimetar
Brzina	v	$[LT^{-1}]$	cms^{-1}	centimetar u sekundi
Ubrzanje	a	$[LT^{-2}]$	cms^{-2}	gal
Tlak	p, f	$[L^{-1}MT^{-2}]$	$cm^{-1}gs^{-2}$	—
Specifična težina	γ	$[L^{-2}MT^{-2}]$	$cm^{-2}gs^{-2}$	—
Okretni moment	M	$[L^2MT^{-2}]$	cm^2gs^{-2}	—
Moment inercije	J	$[L^2M]$	cm^2g	—

(Osnovne jedinice su deblje obrubljene)

Dovde je CGS sistem »u redu« u odnosu na električke i magnetske veličine. Specijalno za mehaniku, [LMT] sistem je najprikladniji i nema prigovora ni sa koje strane. U odnosu na čitavu fiziku, svaki sistem je u redu sve dok nekoj ili nekim veličinama fizike ne da karakter, koji nikako ne odgovara toj fizikalnoj veličini ili veličinama.

Čim sa CGS sistemom, kakav smo dovde postavili, zadjemo u područje elektromagnetskih veličina, uvidimo da se (ignoriranjem objektivnih veličina druge vrste) zapetljamo u nepravilnosti. Tako se zapetljao i CGS sistem, čim je s tri osnovne mehaničke veličine zašao u elektromagnetizam. To će nam pokazati razmatranja u slijedećim odsječcima.

20. APSOLUTNI ELEKTROSTATSKI CGS SISTEM JEDINICA (CGSE)

Dok je mehanika već dobila solidne temelje (u tehničkom smislu ima i danas iste nazore kao i onda) Newtonovom koncepcijom, nauka o elektriciteti i magnetizmu tek se počela razvijati u laboratorijskom obliku. Postalo je nužno da se pojave u nauci o elektriciteti i magnetizmu kvantitativno zahvate i da se, dakle, ustanove jedinice kojima bi se vršila mjerenja.

U skladu s ondašnjim gledanjem na prirodne procese, F. Gauss je 1833. godine predložio apsolutni sistem jedinica za mjerenje magnetskih veličina. Do uvjerenja da je takav sistem potreban došao je Gauss na temelju izučavanja magnetskog polja zemlje. On je predložio apsolutni sistem sa tri osnovne (mehaničke) jedinice: milimetar (dužina), miligram (masa) i sekunda (vrijeme). Kasnije je W. Weber razradio i uveo apsolutni sistem za mjerenje električkih veličina, tzv. elektrostatski CGS sistem jedinica (CGSE).

Taj Weberov apsolutni sistem jedinica ima korijen u Coulombovom zakonu za električke naboje (pisan u neracionalnom obliku). Da su upotrebili baš taj zakon za vezu između elektricitete i mehaničkih veličina, izgledalo je posve razumljivim, budući da je Coulombov zakon kao jaje jajetu sličan Newtonovom zakonu, koji matematski određuje djelovanje između masa. (Izgleda da je i ovdje »pomogao« Newtonov autoritet!) Taj zakon u neracionalnom obliku glasi:

$$F_e = k'_e \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{r^2},$$

gdje F_e označuje silu koja djeluje između dva točkasta električka naboja Q i q , udaljena za $r \cdot \epsilon$ pretstavlja dielektričku konstantu, a k'_e konstantu proporcionalnosti, koja ovisi o materijalu u koji su uronjena oba naboja, i o izboru jedinica.

Za F_e i r razmjernosti su sila i dužina. Treba još odrediti razmjernost elektricitete. I sada je učinjen sudbonosni korak, koji je doveo do nelogičnosti koje ćemo sresti niže.

U gornjoj jednadžbi je koeficijent k'_e izjednačen s jedinicom i oglašen bez razmjernosti. Time je, razumije se, od gornje jednadžbe ostalo:

$$F_e = \frac{Q \cdot q}{r^2}.$$

Oдавде odmah slijedi jednadžba razmjernosti elektricitete:

$$[Q] = [\sqrt{F_e L^2}] = [F L^2]^{1/2}.$$

F_e je mehanička sila koja ima razmjernost $[LMT^{-2}]$. Uvrstimo li ovu razmjernost u gornju jednadžbu razmjernosti, dobivamo izraz za razmjernost elektricitete u elektrostatskom $[LMT]$ sistemu:

$$[Q] = [L^{3/2} M^{1/2} T^1].$$

Ovaj korak, što ga je učinila stara fizika, za naše današnje pojmove je nedopustiv. Tim korakom je elektriciteta izražena pomoću dužine, mase i vremena (dakle posve mehaničkim veličinama), a danas je opće poznato, da je elektriciteta nešto što se ne da strpati u mehanički okvir, da je nešto što prelazi taj okvir. Tim korakom određena je elektriciteti samostalna egzistencija; njezina razmjernost je izjednačena s nekim razlomljenim eksponentima osnovnih mehaničkih veličina!

Kad je učinjen jedan korak koji je zakoračio na pogrešnu stazu, i svi daljnji koraci bili su promašeni. Tako, primjerice, za razmjernost jakosti električkog polja E (prema definiciji je $E = F_e/Q$) dobivamo:

$$[E] = \frac{[F_e]}{[Q]} = [F_e] \cdot [Q^{-1}] = [LMT^{-2}] \cdot [L^{3/2} M^{1/2} T^1]^{-1} = [L^{-1/2} M^{-1/2} T^1].$$

Za jakost struje slijedi iz $i = dQ/dt$ razmjernost:

$$[i] = [QT^{-1}] = [L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}],$$

a za napon u prema $u = \int E \cdot dl$:

$$[u] = [E] \cdot [L] = [L^{-1/2} M^{-1/2} T^1 L] = [L^{1/2} M^{-1/2} T^1].$$

Nadasve iznenadjuje rezultat za razmjernost kapaciteta C .

Kapacitet je općenito određen omjerom naboja i napona, tj. $C = \frac{Q}{u}$.

Uvrstimo li ovamo (u formulu razmjernosti) izračunate razmjernosti za Q i u , dobivamo razmjernost kapaciteta:

$$[C] = \frac{[Q]}{[u]} = [L^{3/2} M^{1/2} T^1] : [L^{1/2} M^{-1/2} T^1] = [L].$$

Rezultat je zaista paradoksalan, jer smo za kapacitet dobili razmjernost dužine! Prema tome, za mjerenje kapaciteta (dakle ve-

ličine potpuno električke) dobili smo istu jedinicu kao i za mjerenje dužine. Zvučilo bi kao ruganje, kada bismo na temelju toga zaključili, da su dužina i kapacitet jedno te isto i da ih možemo mjeriti istom jedinicom!

No možemo poći i dalje u traženju paradoksa. Vodljivost G određena je po Ohmovom zakonu sa:

$$G = \frac{i}{u}.$$

Uvrstimo li ovamo razmjernosti za struju i napon, dobivamo razmjernost vodljivosti:

$$[G] = \frac{[i]}{[u]} = [LT^{-1}],$$

dakle razmjernost brzine! Kako vidimo, izlaze fantastične razmjernosti iz kojih bi neupućeni mogao krivo shvatiti čitavu elektrotehniku. U ovom konkretnom primjeru mogao bi uzeti da su električka vodljivost i brzina dvije identične fizikalne veličine!

Budući da je električki otpor r recipročan električkoj vodljivosti G , izlazi da je razmjernost električkog otpora

$$[r] = [L^{-1} T],$$

tj. razmjernost recipročne vrijednosti brzine!?

Budući da je jakost magnetskog polja određena, na primjer, za solenoid sa $H = Ni/l$ iz gornje jednadžbe dobivamo razmjernost jakosti magnetskog polja H , tako da za jakost struje i uvrstimo razmjernost $[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}]$, a za dužinu, naravno, $[L]$. Prema tome je

$$[H] = \frac{[i]}{[L]} = \frac{[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}]}{[L]} = [L^{1/2} M^{1/2} T^{-2}].$$

(Zavoji kroz koje protječe struja i su bez razmjernosti, budući da produkt Ni pretstavlja struju jakosti Ni . To je jasno, jer jakost magnetskog polja ovisi o produktu Ni , te mala struja malog iznosa i velikog broja zavoja, ili obratno, može proizvesti magnetsko polje iste jakosti).

Dalje, za magnetski tok, magnetsku indukciju B i induktivitet $\mathcal{L}$, preko $u = -d\Phi/dt$, $B = d\Phi/dS$, $\mathcal{L} = \Phi/i$ proizlaze razmjernosti:

$$[\Phi] = [u] \cdot [T] = [L^{1/2} M^{1/2}],$$

$$[B] = [\Phi] \cdot [L^{-2}] = [L^{-3/2} M^{1/2}] \quad i$$

$$[\mathcal{L}] = [\Phi] \cdot [i^{-1}] = [L^{-1} T^2].$$

Svakako je kod razmjernosti ovih triju veličina najkarakterističnija ona za magnetski tok, iz koje bi se razabralo da su izvor magnetskog toka obična masa i dužina, a da nema ni govora o prostoru i vremenu, a kamoli o elektriciteti!

»Interesantna« je još razmjernost za permeabilitet μ koja je dana sa:

$$[\mu] = \frac{[B]}{[H]} = [L^{-2} T^2],$$

dakle recipročnom vrijednošću kvadrata brzine!

Sve ovdje istaknute i neistaknute nelogičnosti uslijedile su odatle što elektrostatski sistem jedinica ignorira fizikalnu stvarnost --- elektricitetu i time dielektričkoj konstanti daje razmjernost:

$$[\epsilon] = [L^0 M^0 T^0],$$

tj. smatra je bez razmjernosti.

Istim postupkom možemo dalje odredjivati razmjernosti ostalih veličina nauke o elektriciteti i magnetizmu. Vrijednosti izvedenih jedinica u CGS sistemu dobivamo tako da u jednadžbe razmjernosti (mjesto uglastih zagrada stavimo okrugle) stavimo na mjesto simbola osnovnih veličina same jedinice. Tako, na primjer, od jednadžbe razmjernosti za napon u dobivamo jednadžbu iz koje se vidi, kako (izvedena) jedinica za napon ovisi o centimetru, gramu i sekundi (to su osnovne jedinice CGSE sistema):

$$[u] = [L^{1/2} M^{1/2} T^1]; (u) = (cm^{1/2} g^{1/2} s^1).$$

Primjerice, možemo izvesti odnos izvedenih do osnovnih jedinica u CGSE sistemu:

$$[i] = [L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}] \quad \text{daje:} \quad (i) = (cm^{3/2} g^{1/2} s^{-1}),$$

$$[\Phi] = [L^{1/2} M^{1/2}] \quad \text{daje:} \quad (\Phi) = (cm^{1/2} g^{1/2}),$$

$$[\mu] = [L^{-2} T^2] \quad \text{daje:} \quad (\mu) = (cm^{-2} s^2).$$

Ostale jedinice veličina u elektrostatskom CGS sistemu dane su u tabeli IV., u koju su unesene i razmjernosti električkih i magnetskih veličina.

U ovu tabelu nisu unesene sve veličine, jer je veći broj veličina sadržan u velikoj tabeli XIV. Tabela IV. je, prema Kalandarovu, podijeljena u dvije grupe veličina:

Tabela IV

Razmjernosti i jedinice električkih i magnetskih veličina
u elektrostatskom CGS sistemu (CGSE)

Veličina	Oznaka	Razmjer- nost	Jedinica	Zakon pomoću kojeg je jedinica izvedena (rac. oblik)	Naziv jedinice
Elektriciteta	Q	$[L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}]$	$cm^{3/2}g^{1/2}s^{-1}$	$F=k'e\frac{Q\cdot q}{r^2}$	Priestley
Gustoća električ- kog pomaka	D	$[L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}]$	$cm^{-1/2}g^{1/2}s^{-1}$	$D = Q/S$	—
Jakost struje	i	$[L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}]$	$cm^{3/2}g^{1/2}s^{-2}$	$i = Q/t$	—
Jakost magnet- skog polja	H	$[L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}]$	$cm^{1/2}g^{1/2}s^{-2}$	$H = i/l$	—
Električka vodljivost	G	$[LT^{-1}]$	cms^{-1}	$G = i/u$	—
Kapacitet	C	$[L]$	cm	$C = Q/u$	—
Dielektrička konstanta	ϵ	$[L^0M^0T^0]$	—	$C = \frac{\epsilon S}{l}$	—
Magnetski tok	Φ	$[L^{1/2}M^{1/2}]$	$cm^{1/2}g^{1/2}$	$\Phi = u \cdot t$	—
Magnetska indukcija	B	$[L^{-3/2}M^{1/2}]$	$cm^{-1/2}g^{1/2}$	$B = \Phi/S$	—
Električki napon	u	$[L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}]$	$cm^{1/2}g^{1/2}s^{-1}$	$u = E \cdot l$	—
Električki otpor	r	$[L^{-1}T]$	$cm^{-1}s$	$r = u/i$	—
Jakost električ- kog polja	E	$[L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}]$	$cm^{-1/2}g^{1/2}s^{-1}$	$E = F_e/Q$	—
Induktivitet	L	$[L^{-1}T^2]$	$cm^{-1}s^2$	$L = \Phi/i$	—
Permeabilitet	μ	$[L^{-2}T^2]$	$cm^{-2}s^2$	$\mu = B/H$	—

u tzv. električke, gdje u sistemu razmjernosti Kalant-
rova Q dolazi u prvoj potenciji i

u tzv. magnetske, gdje Φ dolazi u prvoj potenciji (ekspo-
nent od Φ je jednak jedinici).

21. APSOLUTNI ELEKTROMAGNETSKI CGS SISTEM JEDINICA (CGSM)

Kako smo već prije rekli, ovaj sistem jedinica predložio je
1832. godine Gauss, ali s osnovnim jedinicama $[LMT]$: milimetrom,
miligramom i sekundom. Britansko društvo za unapređenje nauke

predložilo je godine 1861. taj sistem (CGS primijenjen na elektriку i magnetizam) Medjunarodnom kongresu elektrotehničara u Parizu, koji ga je prihvatio s osnovnim jedinicama centimetar, gram i sekunda.

Elektromagnetski CGS sistem nastao je posve slično kao i elektrostatski CGS sistem, s razlikom da je kod njega kao ishodište uzet Coulombov zakon djelovanja između »magnetskih masa«. Taj zakon, matematski, određuje silu F_m između dvije »magnetske mase«¹⁾ m i m_0 , koje su međusobno udaljene za r , sa:

$$F_m = k'_m \frac{m \cdot m_0}{r^2} = \frac{1}{\mu} \frac{m \cdot m_0}{r^2}.$$

Krajnja desna strana napisane jednadžbe je prikazana u neracionalnom obliku, onako kako su to i uzimali osnivači elektromagnetskih CGS sistema.

Pretpostavivši, odnosno uzimajući da je μ jednak jedinici (dakle, da je $k'_m = 1$) a permeabilitet da je bez razmjernosti, gornja jednadžba prelazi u oblik iz kojeg možemo određivati razmjernosti pojedinih veličina nauke o magnetizmu i elektriciteti u elektromagnetskom CGS sistemu po formuli:

$$F_m = \frac{m \cdot m_0}{r^2}.$$

U gornjim jednadžbama je, naravno, F_m mehanička sila koja ima razmjernost $[LMT^{-2}]$.

Iz netom napisane jednadžbe za F_m izvodimo razmjernost »magnetske mase« u elektromagnetskom CGS sistemu:

$$[m] = [\sqrt{F_m L^2}] = [L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}].$$

Budući da su magnetski tokovi proporcionalni »magnetskim masama« (koeficijent proporcionalnosti je broj bez razmjernosti), izlazi da je razmjernost magnetskog toka ista kao i razmjernost »magnetske mase«, tj.

$$[\Phi] = [L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}].$$

Time što smo magnetski tok doveli u ovisnost o $[LMT]$, ignorirali smo fizikalnu konstantu μ koja karakterizira prostor u kojem postoji magnetsko polje. U elektromagnetskom CGS sistemu permeabilitet μ je bez razmjernosti:

$$[\mu] = [L^0 M^0 T^0].$$

¹⁾ O fizikalnoj apsurdnosti »magnetskih masa« vidi odsječak 10.

Tragovi ovakvog nasilnog postupka vide se na razmjernostima ostalih električkih i magnetskih veličina, a slični su onima kod CGSE sistema.

Postupak određivanja razmjernosti drugih veličina u ovom sistemu je isti kao i onaj koji smo upotrebili kod elektrostatskog CGS sistema. Iz $B = d\Phi/dS$ i $u = -d\Phi/dt$ dobivamo razmjernosti za magnetsku indukciju i električki napon. Ako to uvrstimo u naznačene formule, onda je

$$[B] = \frac{[\Phi]}{[L^2]} = [L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}], \text{ a}$$

$$[u] = \frac{[\Phi]}{[T]} = [L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}].$$

Preko učina $P = u \cdot i$ možemo odrediti razmjernost električne struje, ako uzmemo u obzir da je $[P] = [L^2 M T^{-3}]$:

$$[i] = \frac{[P]}{[u]} = \frac{L^2 M T^{-3}}{[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}]} = [L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}].$$

Oдавде nije teško doći do razmjernosti jakosti magnetskog polja:

$$[H] = \frac{[i]}{[L]} = \frac{[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}]}{[L]} = [L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}].$$

Veoma »egzotičnu« razmjernost dobivamo za induktivitet $\mathcal{L}$. Razmjernost induktiviteta (razumije se da isto vrijedi i za međusobni induktivitet!) nastaje iz

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[i]} = \frac{[L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}]}{[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}]} = [L].$$

Račun je, dakle, pokazao da u elektromagnetskom CGS sistemu možemo centimetrom mjeriti dvije fizikalno potpuno različite veličine! Dužina i induktivitet imaju u tome sistemu istu jedinicu (u radiotehnici još ni danas nije zaboravljen »cm« za mjerenje induktiviteta i kapaciteta!).

Za električki otpor izračunavamo da mu je razmjernost:

$$[r] = [L T^{-1}],$$

dakle razmjernost brzine! Naznačenim postupkom možemo izvesti razmjernosti drugih izvedenih veličina nauke o elektriciteti i magnetizmu. One su sadržane u tabeli V. u koju su unesene i izvedene (na temelju CGS) jedinice i njihovi nazivi.

Tabela V

Razmjernosti i jedinice električkih i magnetskih veličina u elektromagnetskom CGS sistemu (CGSM)

Veličina	Oznaka	Razmjernost	Jedinica	Naziv jedinice
Elektriciteta	Q	$[L^{1/2} M^{1/2}]$	$cm^{1/2} g^{1/2}$	—
Gustoća električkog pomaka	D	$[L^{-3/2} M^{1/2}]$	$cm^{-3/2} g^{1/2}$	—
Jakost struje	i	$[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}]$	$cm^{1/2} g^{1/2} s^{-1}$	dekaamper
Jakost magnetskog polja	H	$[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}]$	$cm^{-1/2} g^{1/2} s^{-1}$	oersted
Električna vodljivost	G	$[L^{-1} T]$	$cm^{-1} s$	—
Kapacitet	C	$[L^{-1} T^2]$	$cm^{-1} s^2$	—
Dielektrična konstanta	ϵ	$[L^{-2} T^2]$	$cm^{-2} s^2$	—
Magnetski tok	Φ	$[L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}]$	$cm^{3/2} g^{1/2} s^{-1}$	maxwell
Magnetska indukcija	B	$[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}]$	$cm^{-1/2} g^{1/2} s^{-1}$	gauss
Električki napon	u	$[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}]$	$cm^{3/2} g^{1/2} s^{-2}$	—
Jakost električkog polja	E	$[L^{1/2} M^{1/2} T^{-2}]$	$cm^{1/2} g^{1/2} s^{-2}$	—
Električki otpor	r	$[LT^{-1}]$	cms^{-1}	—
Induktivitet	L	$[L]$	cm	centimetar
Permeabilitet	μ	$[L^0 M^0 T^0]$	—	—

Iz tabele se vidi da i unutar samih jedinica vlada nesklad, jer dvije različite fizikalne veličine, B i H , imaju istu razmjernost: $[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}]$. Paradoks je nastao stoga što je μ u ovom sistemu jedinica uzet bez razmjernosti, a kako su B i H povezani relacijom $B = \mu H$ ¹⁾ dobile su obje veličinu istu razmjernost do osnovnih. Prema tome, obje veličine su imale i istu jedinicu. To bi moglo dovesti do zbrke, te su zato 1930. godine na plenarnoj konferenciji Međunarodne elektrotehničke komisije (održana u Skandinaviji) odlučili, da jedinica magnetske indukcije bude 1 gauss, a jedinica jakosti magnetskog polja 1 oersted. Taj naziv je dotada nosila jedinica magnetskog otpora.

Na toj konferenciji je odlučeno, da u elektromagnetskom CGS sistemu slijedeće jedinice dobiju ime:

¹⁾ Isto je u elektrostatskom CGS sistemu sa E i D , gdje je: $D = \epsilon E$.

maxwell (Mx) za magnetski tok;
 gauss (Gs) za magnetsku indukciju;
 oersted (Oe) za jakost magnetskog polja i
 gilbert (Gb) za magnetski napon.

Usporedimo li posljednje dvije tabele (IV. i V.), vidimo da različite fizikalne veličine imaju istu razmjernost jedanput u elektrostatskom a drugiput u elektromagnetskom CGS sistemu. Tako, na primjer, istu razmjernost ima Q u CGSE kao Φ u CGSM, i obratno. Uopće, u tim nelogičnostima postoji simetrija, te tako, na primjer, razmjernost Q, D, i, H, G, C i ε u CGSE odgovara razmjernostima Φ, B, E, r, L, μ u CGSM, i obratno.

Ožigosane protivrječnosti CGSE i CGSM sistema jedinica uzrokovane su nemogućnošću svodjenja elektromagnetskih procesa na mehaničke. Kako ćemo kasnije vidjeti, te nelogičnosti i protivrječnosti mogu se izbjeći samo tako da se sastavi sistem jedinica osnovan na četiri veličine a ne, kao ovdje, na tri mehaničke veličine. U zadnjoj liniji, kao popravak [LMT] sistema mogu biti zadržane tri osnovne mehaničke veličine (i jedinice) i njima pridružena jedna električka ili magnetska. Kako se vidi iz odsječka 24, tako je i učinjeno.

22. SIMETRIČNI (GAUSSOV) CGS SISTEM JEDINICA¹⁾

Pišemo li tzv. električke veličine u CGSE sistemu a magnetske u CGSM, dobivamo tzv. simetrični ili Gaussov CGS sistem jedinica elektromagnetizma. Osnovne su, dakle, jedinice simetričnog sistema centimetar, gram i sekunda, a razmjernosti onakve kakve su dane u posljednjim dvjema tabelama. U ovom sistemu su, dakle, i dielektrička konstanta i permeabilitet veličine bez razmjernosti. One za vakuum u neracionalnom obliku pisanja jednadžbi iznose

$$\varepsilon_0 = 1; \quad \mu_0 = 1,$$

budući da su u CGSE i CGSM (u neracionalnom obliku)

$$\varepsilon_0 = 1 \quad \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad (\text{CGSE}),$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad \mu_0 = 1 \quad (\text{CGSM}).$$

¹⁾ U ovoj knjizi izložimo samo tri apsolutna (LMT) sistema, dok ih u stvari ima sedam. To su, pored ovdje dosada opisana tri: Lorentzov simetrični racionalni sistem, Heavisideov elektrostatski, elektromagnetski i simetrični racionalni sistem. O njima će čitalac više naći u članku F. Avčina — »Ob uvedbi novih enot v elektrotehniški«, »Elektrotehniški vestnik«, Ljubljana, 1948., br. 4—5, str. 80.

U racionalnom obliku jednadžbi i obrazaca elektromagnetizma, te konstante (vakuuma) iznose (vidi odsječak 13a i 13d):

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \quad \mu_0 = \frac{4\pi}{c^2} \quad (\text{u CGSE}),$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi c^2} \quad \mu_0 = 4\pi \quad (\text{u CGSM}),$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \quad \mu_0 = 4\pi \quad (\text{u CGS Gauss}).$$

Iz gornjega možemo zaključiti, da se kod stvaranja Gaussovog CGS sistema nije išlo za tim da se »provede proširenje« na četvrtu osnovnu veličinu (električku ili magnetsku), već na spajanje elektrostatskog i elektromagnetskog CGS sistema.

Gaussov simetrični sistem uveden je u klasičnu elektrodinamiku i fiziku, te se još i danas upotrebljava u nekim djelima (iako, kako ćemo kasnije vidjeti, nema razloga za to). Naime, jedna od temeljnih relacija elektrodinamike traži, da se ispuni uvjet $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$, što uvjetuje da se Maxwellove jednadžbe elektromagnetskog polja i tzv. »materijalne jednadžbe« u Gaussovom sistemu pišu u ovom obliku:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{g} + \frac{1}{c} \frac{\delta \mathbf{D}}{\delta t}; \quad \text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t},$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0; \quad \text{div } \mathbf{D} = 4\pi \rho; \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}; \quad \mathbf{D} = \frac{\epsilon}{4\pi} \mathbf{E}; \quad \mathbf{g} = \gamma \cdot \mathbf{E}.$$

U privedenim jednadžbama, c ima razmjernost brzine te služi samo zato, da izjednači razmjernosti lijevih i desnih strana jednadžbi. Jednadžbe su napisane u neracionalnom obliku.

Pisanje Maxwellovih jednadžbi ovako kako je ovdje naznačeno, duboko je ukorijenjeno u fizici. U elektrotehnici se polako izbacuju a umjesto njih uvodi racionalni sistem jednadžbi, dok na temelju četiri osnovne veličine i novih jedinica otpada faktor izjednačivanja c koji je svojim postojanjem dokazivao nepravilnost CGS sistema i neprihvatljivost sistema sa trima osnovnim veličinama na nauku o elektriciteti i magnetizmu.

Ovdje moramo svakako istaći neke nelogičnosti simetričnog CGS sistema. U prvom redu je činjenica, da su u njemu razmjernosti induktiviteta i kapaciteta jednake razmjernosti dužine [L]. Točnije, da se u tom sistemu centimetrom mjere i dužine i induktiviteti i kapaciteti! To je zaista kulminacija nelogičnosti, gdje su na istu mjeru svedene tri fizikalne veličine koje odvojeno postoje u tri discipline!

Poznati njemački fizičar Sommerfeld se takvim i sličnim nelo-
gičnostima i fizikalnim nepravilnostima odlično podruguje: »Orto-
doksni broj tri koji leži u temeljima takozvanog CGS sistema mogao
se činiti hvalevrijednim dotle dok je bilo nade da se elektriciteta
svede na mehaniku. To vrijeme je prošlo. Na elektromagnetskim ve-
ličinama vršimo nasilje, ako ih uguravamo u Prokrustov krevet¹⁾
triju jedinica«.

U ovom sistemu jakost struje i ima dvije razmjernosti:

$$[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}], \text{ te } [L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}].$$

Ova dvojakost potječe odatle, što je električna struja vezana
i na elektromagnetski i na elektrostatski sistem, pa nastaje odgo-
varajuća razmjernost u ovisnosti o tome, s kojeg stanovišta pro-
matramo struju i.

Ako njezinu razmjernost tražimo iz jednadžbe (u neracional-
nom obliku)

$$\oint H \, dl = 4 \pi i,$$

struju i smatramo kao izvor magnetskog polja i iz elektromagnet-
skog CGS sistema slijedi razmjernost, koja je gore prva napisana.

Naprotiv, ako razmjernost za i tražimo iz jednadžbe $i = dQ/dt$,
dobivamo drugu uglastu zgradu koja je gore napisana. U tom slu-
čaju nam se čini da je i električkog karaktera, te razmjernost izvo-
dimo iz CGSE sistema.

23. ODNOS IZMEDJU JEDINICA ELEKTROSTATSKOG I ELEKTROMAGNETSKOG CGS SISTEMA

Istovremena upotreba jedinica elektrostatskog i elektromag-
netskog CGS sistema pokazala je, da između jedinica obaju siste-
ma postoji neka posve točna i trajna veza. Mjerenja su ukazivala
na to, da se elektrostatske jedinice odnose prema elektromagnet-
skim u odredjenim potencijama brzine svjetlosti! Te potencije mo-
gu biti ± 1 ili ± 2 . Takav odnos davao je CGSE i CGSM siste-
mima neku »misterioznost« pa je, možda, to i razlog »da još i

¹⁾ Prokrust — mitski razbojnik koji je uhvaćene putnike prisilja-
vao da legnu na njegov krevet; ako su bili kraći od kreveta, silom
bi ih rastezao do dužine kreveta, a ako su bili duži, odsijecao bi im
nogu da ih izravna s dužinom kreveta. Odatle potječe grčka uzrečica:
Prokrustov krevet.

danas za njih ima oduševljenih advokata, koji idu čak i na međunarodne konferencije da brane svog klijenta¹ kako kaže F. Avčin (1948.).¹⁾

Weber i Kohlrausch izvršili su 1856. godine dva mjerenja, kojima su ustanovili da se jedinice za elektricitetu u elektrostatskom i elektromagnetskom CGS sistemu odnose u omjeru brzine svjetlosti. I razmjernost tog omjera odgovarala je razmjernosti brzine. Navedena mjerenja su, dakle, pokazala da je

$$\frac{(Q_e)}{(Q_m)} = c \doteq 3 \cdot 10^{10} \text{ cm s}^{-1}.$$

Ovdje (Q_e) predstavlja jedinicu CGSE, a (Q_m) jedinicu CGSM sistema.

J. C. Maxwell je takodjer našao da je

$$\begin{array}{l} \text{elektrostatičko mjerenje kapaciteta} \\ \text{elektromagnetsko mjerenje istog kapaciteta} \end{array} = c^{-2} \doteq \frac{1}{9} 10^{-20},$$

tj. da se elektrostatska i elektromagnetska CGS jedinica kapaciteta odnose kao

$$\frac{(C_e)}{(C_m)} = c^2 \doteq 9 \cdot 10^{20} (\text{cm s}^{-1})^2.$$

Razmjernosti dobivenih dvaju omjera u skladu su sa svim što je dosada rečeno. Potražimo li u tabeli IV. razmjernost za elektricitetu i kapacitet (to su ovdje označeni Q_e i C_e), a u tabeli V. razmjernosti za iste veličine (koje smo ovdje označili sa Q_m i C_m) i postavimo iz tabela izvadjene razmjernosti u odnos, dobivamo²⁾

$$\frac{[Q_e]}{[Q_m]} = \frac{[L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}]}{[L^{1/2} M^{1/2}]} = [LT^{-1}] = [v].$$

¹⁾ Dr. techn. Francè Avčin, profesor Tehničke visoke škole u Ljubljani. Predstavnik Jugoslavije na međunarodnim konferencijama za rješavanje problema mjernih sistema. Deveta Generalna konferencija za mjere i utege (održana od 12. do 21. oktobra 1948. u Sèvresu kod Pariza) povjerila mu je izradu detaljnog prijedloga za novu jedinicu temperature i korekciju jednadžbi nauke o toplini.

²⁾ Mogli bismo ustanoviti (teoretski), da je c brzina svjetlosti na ovaj način: dva strujna kruga izvedena od žica smještenih u kvadrat sa stranicama a i razmaknuti (ova kruga) za d djeluju međusobno silom:

$$F = \frac{8}{c^2} I_1 I_2 \left(\frac{a^2 + 2d^2}{d \sqrt{a^2 + d^2}} - \frac{d \sqrt{2a^2 + d^2}}{a^2 + d^2} - 1 \right),$$

Dobili smo razmjernost brzine v pa, prema tome, eksperimentalni nalaz Webera i Kohlrauscha u pogledu razmjernosti nije neočekivan.

Posve analogno dobivamo za kapacitete

$$\frac{[C_e]}{[C_m]} = \frac{[L]}{[L^{-1} T^2]} = [L^2 T^{-2}] = [L T^{-1}]^2 = [v]^2$$

tj. dobili smo razmjernost kvadrata brzine svjetlosti, što je u skladu s rezultatom Maxwella.

Na temelju ovdje navedenih rezultata, možemo tražiti odnose izmedju ostalih jedinica CGSE i CGSM sistema. Tako, na primjer, za jedinicu napona, preko $u = Q/C$ (a može se i preko sile), dobivamo da je

$$\left[\frac{(u_e)}{(u_m)} \right] = \left[\frac{(Q_e)/(C_e)}{(Q_m)/C_m} \right] = \left[\frac{(Q_e)}{(Q_m)} \right] \cdot \left[\frac{(C_m)}{(C_e)} \right] = [v] \cdot [v]^{-2} = [v]^{-1},$$

tj. jedinice napona odnose se u CGSE i CGSM sistemu jedinica kao jedan prema brzini svjetlosti. Analognim rasudjivanjem možemo postići i odnose za druge jedinice. Ti izračunati odnosi svrstani su u tabelu XIV.

Ne upuštajući se u nepravilnosti postojanja takvog »misterioznog« odnosa, možemo učiniti jedan pokus: Provjerimo da li rezultati kakvi su stečeni mjerenjem proizlaze iz teoretskog promatranja. Ako bi CGSE i CGSM sistemi jedinica bili »zdravi«, morali bismo dobiti iste odnose kao kod mjerenja.

Izrazimo jedinicu elektricitete (Q_e) u CGSE pomoću centimetra, grama i sekunde. Tabela IV. daje: $(Q_e) = (cm^{3/2} g^{1/2} s^{-1})$. Posve analogno daje i tabela V.: $(Q_m) = (cm^{1/2} g^{1/2})$. Omjer ovih dviju jedinica daje:

$$\frac{(Q_e)}{(Q_m)} = \frac{(cm^{3/2} g^{1/2} s^{-1})}{(cm^{1/2} g^{1/2})} = (cm s^{-1}).$$

Rezultat je u redu u pogledu razmjernosti, ali nigdje ne vidimo iznosa brzine svjetlosti $3 \cdot 10^{10} cm/s$, koji bi, prema eksperimentu, morao doći izmedju obje jedinice.

ako jednim krugom teče struja jakosti I_1 , a drugim I_2 . Formula je napisana u Gaussovom sistemu. Ako bismo nakon mjerenja i očitavanja jakosti struja i sile, u gornju jednadžbu uvrstili dobivene iznose u apsolutnim iznosima, a isto tako a i d , dobili bismo »nepoznati« koeficijent c , koji baš odgovara brzini svjetlosti.

Uz već (u prijašnjim odsječcima) istaknute fizikalne nepravilnosti CGS sistema primijenjenih na elektricitetu i magnetizam, pridružila se još ova koju smo sada uočili. Značajne su Sommerfeldove riječi o tome: »Apsurdno je govoriti da je odnos elektrostatskih jedinica spram elektromagnetskih određen potencija brzine svjetlosti, jer odnos dviju jedinica za jednu te istu veličinu može biti samo čisti broj, dakle bez razmjernosti.«

Dobiveni eksperimentalni rezultati u skladu su s Maxwelllovom teorijom elektromagnetskog polja. Iz Maxwellovih jednadžbi saznajemo, da dielektrička konstanta ϵ_0 i permeabilitet μ_0 nisu međusobno nepovezani, već ih veže relacija (za vakuum)¹⁾:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}, \text{ odnosno: } \epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1.$$

Prema tome, dielektrička konstanta i permeabilitet vakuuma međusobno su čvrsto vezani pomoću brzine svjetlosti i odatle se odmah razabire, da odabiranjem jedne od ovih veličina (ϵ_0 ili μ_0) automatski određujemo drugu. Očito je da je gornja relacija fundamentalna jednadžba elektromagnetizma i kod daljnjih rasudjivanja svakiput je moramo uzimati u obzir.

Pomoću ovog rezultata možemo objasniti »misterioznost« Weberovih, Kohlrauschovih i Maxwellovih eksperimentalnih rezultata. Račun ćemo provesti za elektricitetu Q.

Coulombov zakon za električke naboje, napisan u racionalnom obliku, glasi:

$$F = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q \cdot q}{4 \pi r^2}.$$

Ako dielektričkoj konstanti ϵ pridodamo razmjernost (i samo tako!), uz uzetu razmjernost dielektričke konstante $[\epsilon]$ možemo pisati razmjernost elektricitete Q (slijedi iz gore napisanog zakona):

$$[Q] = [\epsilon^{1/2} M^{1/2} L^{3/2} T^{-1}].$$

Sada u mislima izvršimo mjerenje elektrostatskim apsolutnim jedinicama CGS. Kod toga dobijemo Q_e a upotrebili smo ϵ_e gdje indeks e pokazuje, da je riječ o elektrostatskom mjerenju. Nakon toga zamislimo analogno »magnetsko« mjerenje. Dobiveno je Q_m uz upotrebu ϵ_m . Svakako (na temelju $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$) vrijede odnosi:

$$\epsilon_e \cdot \mu_e \cdot c^2 = 1 \quad \text{i}$$

$$\epsilon_m \cdot \mu_m \cdot c^2 = 1,$$

¹⁾ Odgovarajući izvod vidi u domaćoj literaturi: J. Lončar, »Osnovi elektrotehnike«, knjiga druga, odjel »Elektromagnetski valovi« (Izdavanje 1947., stranica 334. do 340.).

gdje se indeks m odnosi na »magnetsko« mjerjenje. Budući da je u CGSM sistemu $\mu_m = 1$, iz druge gornje jednadžbe slijedi:

$$\epsilon_m = \frac{1}{c^2}. \quad \text{U CGSE je } \epsilon_e = 1.$$

Napravimo li od gornje jednadžbe razmjernosti za Q jednadžbu veličina i podijelimo Q_e sa Q_m (izvedemo ih iz iste jednadžbe razmjernosti), zamišljenim mjerenjem sa CGSE i CGSM (u drugom slučaju) jedinicama dobivamo da je

$$\left(\frac{Q_e}{Q_m}\right) = \left(\sqrt{\frac{\epsilon_e}{\epsilon_m}}\right).$$

Uvrstimo li ovamo netom spominjane $\epsilon_e = 1$ i $\epsilon_m = \frac{1}{c^2}$,

slijedi da je

$$\frac{(Q_e)}{(Q_m)} = c,$$

što je u skladu s eksperimentalnim rezultatom.

S jedanput određenim odnosom veličina mjerenih jednom elektrostatskim, a drugiput elektromagnetskim jedinicama, lako određujemo odnose između ostalih veličina i jedinica (tabela XIV).

[LMT] SISTEMI S ČETIRI OSNOVNE VELIČINE

24. APSOLUTNI [LMT μ_0] I [LMT ϵ_0] SISTEMI

Iz dosadašnjih razmatranja razmjernosti električkih i magnetskih veličina u CGSE, CGSM i CGS-Gaussovom sistemu proizlazi, da svi oni električkim i magnetskim veličinama daju umjetne razmjernosti, budući da se elektriciteta i magnetizam ne mogu reducirati na mehaniku. Odatle slijedi, da se nijedan sistem s trima osnovnim mehaničkim veličinama ne da primijeniti na elektromagnetske veličine, da je, dakle, za njih a priori neprikladan. Prema tome, potrebno je uz [LMT] veličine odabrati i jednu magnetsku ili električku kao osnovnu.

Ako [LMT] jedinicama, kao četvrtu veličinu, pridružimo permeabilitet vakuuma μ_0 i damo joj razmjernost $[\mu_0]$, nastaje [LMT μ_0] sistem, koji je, razumije se, apsolutni sistem, ali apsolutni sistem s četiri osnovne veličine, za razliku od prijašnjih sistema s trima osnovnim veličinama. Prema tome, ovdje bacamo prvi most na putu k popravljanju pogreške, koja je učinjena kod osnivanja apsolutnih [LMT] sistema, u kojima je pokušano da se elektriciteta reduciraj na mehaniku. S jedinicama centimetrom, gramom, sekundom i permeabilitetom $\mu_0 = 1$ nastaje CGS μ_0 sistem (u neracionalnom obliku, dok je u racionalnom sistemu jedinica $\mu_0/4\pi$).

Posve analogno možemo sastaviti $[LMT\epsilon_0]$ sistem veličina i jedinica, u kojem je dielektrička konstanta fizikalna veličina srazmjernošću koju označujemo s $[\epsilon_0]$. Kod neracionalnog oblika jednadžbi, kao četvrtu osnovnu jedinicu uzimamo dielektričku konstantu vakuuma $\epsilon_0 = 1$, a kod racionalnog oblika 4π .

Iz navedenoga proizlazi da će rezultati mjerenja jedne te iste fizikalne veličine u CGSP₀ i CGSM sistemima po iznosu biti jednaki u oba sistema, a isto vrijedi i za sistema CGS ϵ_0 i CGSE.

Razmjernosti važnijih električkih i magnetskih veličina u $[LMT\mu_0]$ i $[LMT\epsilon_0]$ (dakle za jedinice: CGSP₀ i CGS ϵ_0) sistemima dane su u slijedećoj tabeli, u koji su uneseni i nazivi za neke jedinice CGS μ_0 sistema.

Tabela VI

Razmjernosti električkih i magnetskih veličina u $[LMT\mu_0]$ i $[LMT\epsilon_0]$ sistemima

Veličina	Oznaka	Razmjernost u sistemu		Naziv jedinice u CGS sistemu
		$[LMT\mu_0]$	$[LMT\epsilon_0]$	
Elektriciteta	Q	$[L^{1/2} M^{1/2} \mu_0^{-1/2}]$	$[L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{1/2}]$	—
Gustoća električkog pomaka	D	$[L^{-3/2} M^{1/2} \mu_0^{-1/2}]$	$[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{1/2}]$	—
Jakost struje	i	$[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{-1/2}]$	$[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon_0^{1/2}]$	—
Jakost magnetskog polja	H	$[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{-1/2}]$	$[L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon_0^{1/2}]$	Oersted
Električka vodljivost	G	$[L^{-1} T \mu_0^{-1}]$	$[LT^{-1} \epsilon_0]$	—
Kapacitet	C	$[L^{-1} T^2 \mu_0^{-1}]$	$[L \epsilon_0]$	—
Dielektrička konstanta	ϵ	$[L^{-2} T^2 \mu_0^{-1}]$	$[\epsilon_0]$	—
Magnetski tok	Φ	$[L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{1/2}]$	$[L^{1/2} M^{1/2} \epsilon_0^{-1/2}]$	Maxwell
Magnetska indukcija	B	$[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{1/2}]$	$[L^{-3/2} M^{1/2} \epsilon_0^{-1/2}]$	Gauss
Električki napon	u	$[L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \mu_0^{1/2}]$	$[L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{-1}]$	—
Jakost električkog polja	E	$[L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \mu_0^{1/2}]$	$[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{-1/2}]$	—
Električki otpor	r	$[LT^{-1} \mu_0]$	$[L^{-1} T \epsilon_0^{-1}]$	—
Induktivitet	L	$[L\mu_0]$	$[tL^{-1} T^2 \epsilon_0^{-1}]$	—
Permeabilitet	μ	$[\mu_0]$	$[L^{-2} T^2 \epsilon_0^{-1}]$	—

S ova dva sistema djelomično je ispravljena griješka koja se uvukla kod sastavljanja apsolutnih [LMT] sistema, kada se uporno težilo da se elektriciteta i magnetizam svedu na mehaniku. Prijašnjim trima osnovnim veličinama pridružila se četvrta: μ_0 ili ϵ_0 . Popravljanjem apsolutnih [LMT] sistema s trima osnovnim veličinama nastali su zdraviji sistemi koji su ovdje ukratko opisani. No oni su samo bolji od sistema s trima veličinama, a nikako dobri, jer i u opisanim sistemima s četvrtom električkom ili magnetskom veličinom, koja je privezana na tri mehaničke, postoji masa koja je dovučena iz mehanike, a koja elektromagnetizmu nije potrebna, barem ne kao osnovna veličina. Istu masu ima i [LMTr] sistem koji je shematski naznačen u tabeli XIII.

MJERNI SISTEMI ELEKTROTEHNIKE ZASNOVANI NA ČETIRI OSNOVNE VELIČINE

25. TEHNIČKI (PRAKTIČKI) SISTEM JEDINICA ELEKTROTEHNIKE

U toku upotrebe apsolutnog elektromagnetskog sistema jedinica pokazalo se da jedinice toga sistema ne odgovaraju zahtjevima koje postavlja praktička elektrotehnika. Trebalo je odrediti neke druge jedinice, koje bi morale imati iste razmjernosti kao i elektromagnetski CGS sistem, ali drugačije vrijednosti jedinica, koje bi se mogle lakše prilagoditi potrebama praktičke elektrotehnike. Pokazalo se, na primjer, da su jedinice za radnju i energiju, učin, električki otpor, napon i tome slično u elektromagnetskom sistemu premalene, tako da kod njihove upotrebe dobivamo u tehnici nezgrapno velike mjerne brojeve, koji lako mogu dovesti do griješka kod računanja, a inače nisu poželjne, zbog nepreglednosti. Kao primjer možemo navesti ovo: u tehnici se motor snage $P = 2$ kW smatra »malim« motorom. Kada bismo to htjeli izraziti u jedinicama CGS sistema, dobili bismo da je $P = 2 \cdot 10^7$ erg/s $= 20\,000\,000$ erg/s, budući da je 1 watt $= 10^7$ erg/s. Navedeni primjer očigledno ilustrira neprihvatljivost jedinice erg/s. »Rasvjetna« električka mreža danas obično radi s naponom od 220 volta. Kada bi to izražavali jedinicama CGSM sistema, dobili bismo $220 \cdot 10^8 = 22\,000\,000\,000$ jedinica napona CGSM. U jedinicama CGSE sistema dobili bismo iznos $220 \cdot \frac{1}{300} = 0,733$ jedinica CGSE. (Usporedi sa tabelom XIV.)

Vidimo da su oba iznosa neprikladna za tehniku; jednom dobivamo prevelik broj, a drugiput broj koji je premalen, a da bi se s njime dalo ugodno računati!

Stoga je Britansko društvo za unapredjenje nauke predložilo tzv. tehnički sistem jedinica. Taj sistem se u raznoj literaturi spominje još i kao praktički i internacionalni sistem.

Razmjernosti veličina u tehničkom sistemu jedinica odgovaraju razmjernostima u elektromagnetskom apsolutnom sistemu ($\mu_0 = 1$

za neracionalni oblik), samo se, prema zahtjevu koji je postavljen kod osnivanja tog sistema, jedinice razlikuju od jedinica CGSM za decimalne mnogokratnike.

Prvi međunarodni elektrotehnički kongres je godine 1881. prihvatio prijedlog, da se uvedu »praktičke« jedinice elektrotehnike, i to:

- za jakost struje — 1 amper (1 A);
- za električki napon — 1 volt (1 V);
- za električki otpor — 1 ohm (1 Ω);
- za električki kapacitet — 1 farad (1 F) i
- za elektricitetu — 1 coulomb (1 C).

Kako vidimo, jedinicama ovog praktičkog sistema dani su nazivi po poznatim pionirima elektrotehnike. Ti nazivi ostali su do danas, unatoč nekim izmjenama samih sistema, kako ćemo vidjeti kasnije.

Međunarodni kongres elektrotehničara u Chikagu, 1893. godine, usvojio je i neka pramjerila; empirijski je definirao amper, ohm i volt na ovaj način:

1) pramjera električkog napina je 1 volt koji je određen na električna struja ima jakost od 1 ampera, kada iz vodene otopine srebrovog nitrata izluči sekundno 0,00118 grama¹⁾ srebra (kasnije se u fizici često upotrebljavala i definicija ampera izlučivanjem vodika iz plina praskavca!);

2) pramjera električkog otpora je 1 ohm. Električki otpor 1 ohm posjeduje stupac žive dug 106,3 centimetra, konstantnog presjeka 1 mm² na temperaturi taljenja leda;

3) pramjera električkog napona je 1 volt koji je određen naponom Clarkovog elementa s određenim naponom uz određene uvjete.

Kod određivanja treće pramjere učinjena je, naravno, nesmotrenost, jer su jakost struje, otpor i napon međusobno povezani Ohmovim zakonom, pa je posve suvišno (a s obzirom na to da je riječ o empirijskim definicijama, i nepravilno) određivati sve tri pramjere. Ova nelogičnost uklonjena je na međunarodnoj konferenciji godine 1908. u Londonu, kada su međunarodni (internacionalni) ohm još točnije definirali i odredili masu žive sa 14,4521 grama, a vrijednostima 106,3 cm i 0,00118 ponda dodali još dvije nule, htijući time istaknuti potrebu točnosti od 1/100.000.

¹⁾ Grama — mase.

Na konferenciji u Londonu napravljen je veliki korak u poboljšanju mjernih jedinica elektrotehnike. Već onda se vjerovalo, da će mjerna tehnika jednoga dana postići toliku točnost, da će se moći prijeći na zaista »čisti« apsolutni sistem. Zato se ukazala potreba, da se osim empiričkih definicija, koje smo izložili, definiraju odnosi praktičkih jedinica do jedinica apsolutnog elektromagnetskog sistema jedinica. Te odluke bile su posve samovoljne; nisu bile osnovaše na bilo kakvim mjerenjima u elektromagnetskom ili elektrostatskom CGS sistemu. Londonska konferencija odlučila je, da iznose:

1 volt (1 V) = 10^8 jedinica elektromagnetskog apsolutnog CGS sistema;

1 amper (1 A) = 10^{-1} jedinica elektromagnetskog apsolutnog CGS sistema.

Oдавде dalje proizlazi da je:

1 ohm (1 Ω) = 10^9 jedinica elektromagnetskog apsolutnog CGS sistema;

1 farad (1 F) = 10^9 jedinica elektromagnetskog apsolutnog CGS sistema;

1 henry (1 H) = 10^9 jedinica elektromagnetskog apsolutnog CGS sistema
i t. d.

Budući da je u elektrotehnici učin definiran sa $P = u \cdot i$, iz gornje odluke proizlazi da je jedinica učina u praktičkom sistemu $10^8 \cdot 10^{-1} = 10^7$ puta veća od jedinice u apsolutnom (CGS) sistemu. (Često se zapada u sumnju, kada se postavi pitanje: kako se dolazi do toga, da je učin definiran sa $P = u \cdot i$? Do tog rezultata možemo doći na temelju mehaničke slike, ako zamislimo da se u elektrostatskom polju E giblje električki naboj Q . Taj naboj, u slučaju protjecanja električne struje, možemo pisati i sa $Q = \int i dt$. Bu-

dući da je diferencijal radnje dA određen produktom sile F koja djeluje na putu dl u polju, možemo pisati $dA = F \cdot dl$. Sila F je sila EQ kojom polje miče naboj Q . Prema tome je $A = Q \int E dl$. Iz-

raz pod znakom integrala predočuje električki napon, tako da možemo pisati $A = Q \cdot u$, što je poznata relacija elektrotehnike. Uvedemo li ovamo gornju integralnu definiciju naboja, dobivamo pre-

ma definiciji izraz za učin: $P = \frac{dA}{dt} = u \frac{dQ}{dt} = u \frac{d}{dt} \int i dt = u i$.

Kod računa smo pretpostavili da je napon u neovisan o vremenu). Time je postavljen odnos između joulea u sekundi (tj. watta) i erga u sekundi. Budući da je jedinica vremena ista u obim sistemima, proizlazi da je posljedica Londonske konferencije da je

$$1 \text{ joule} = 10^7 \text{ erga.}$$

U međuvremenu je Drugi međunarodni kongres elektrotehničara godine 1889. odlučio, da nove nazive (po imenima poznatih fizičara) dobiju jedinice za energiju, učin i induktivitet:¹⁾

jedinica energije — 1 joule (1 J);

jedinica učina — 1 watt (1 W) i

jedinica induktiviteta — 1 henry (1 H).

Tehnički sistem jedinica zapravo ne predstavlja izgrađeni sistem, koji bi mogao zadovoljiti potrebama čitave fizike (odnosno njezine primjene — elektrotehnike) u tolikom stepenu kao CGS sistem, jer mu nije bila definirana jedinica dužine. Zato su se (a i sada se) u elektrotehnici, kod upotrebe tehničkih jedinica, istim pravom uzimaju i kilometri, metri, centimetri, milimetri itd. Sjetimo se samo da smo, na primjer, kod računanja otpora vodiča redovito dužine uvrštavali u metrima, a presjeke u kvadratnim milimetrima, dok smo kod određivanja, na primjer, magnetske indukcije u željezu računali s presjekom željeza u kvadratnim centimetrima. Dalje, redovito smo računali kapacitete i induktivitete vodova i kabela po kilometrima dužine itd., i t. sl.

Prema tome, tehnički (praktički) sistem jedinica bio je određen samo za područje elektricitete i magnetizma, a svojim postojanjem nije dokazivao neki naročiti uspjeh svih mogućih kongresa i konferencija u smislu sticanja logičnosti u sistemima razmjernosti i stvaranja jednog zaista univerzalnog sistema mjerenja veličina čitave nauke, već prelazni period (koji je — uzgred rečeno — prošao uvodjenjem novih apsolutnih jedinica od 1. januara 1948.), kako su to i zamislili na londonskoj konferenciji. Velika mu je mana, što su područja elektricitete i magnetizma bila odjeljena od mehanike pomoću kompliciranih faktora proporcionalnosti.

Jedna jedinica praktičkog sistema pokazala se (unatoč takvom nazivu) nepraktičnom. To je 1 farad — jedinica za kapacitet. Zbog toga redovito susrećemo kapacitete dane u mikrofadarima ($1 \mu F = 10^{-6} F$) ili čak u još manjim jedinicama. Isto tako, samo u daleko manjoj mjeri, neke jedinice su bile premale, pa se, na primjer,

¹⁾ Međunarodna elektrotehnička komisija je godine 1935. uvela još i nazive za magnetski tok, električku vodljivost i frekvenciju u praktičkom sistemu: weber (Wb), Siemens (S), hertz (Hz).

energija u industriji mjeri kilowattsatima, učin u kilowattima i tome slično.

Na temelju ispravke londonske konferencije od 1908. godine, definirane su električke i magnetske jedinice preko pramjera ampera i ohma (ili volta kao pomoćne pramjere određene Westonom normalnim elementom), a sve ostale jedinice proizlazile su iz navedenih dviju. Ispravljena je, dakle grješka definiranja ampera, volta i ohma, jer je dovoljno definirati dvije od njih, dok treća pomoću Ohmovog zakona proizlazi iz prvih dviju.

Definicije su glasile:

1) internacionalni (medjunarodni) a m p e r (1 A) je ona jakost konstantne električne struje koja iz vodene otopine srebrovog nitrata sekundno izlučuje 0,0011800 grama srebra;¹⁾

2) internacionalni (int.) o h m (1Ω) je otpor koji predstavlja stupac žive dužine 106,300 centimetra, mase 14,4521 grama (konstantnog presjeka) na temperaturi taljenja leda;

3) internacionalni v o l t (V) je onaj konstantni električki napon koji u vodiču otpora 1 int. ohma izvodi struju jakosti 1 int. ampera;

4) internacionalni w a t t (W) je učin koji izvodi konstantna električna struja jakosti 1 int. ampera uz električki napon 1 int. volta;

¹⁾ Unatoč svog naziva, »praktički sistem« u pogledu pramjerila nije naročito praktičan, kako nam pokazuje slijedeći primjer: za određivanje internacionalnog ampera upotrebljava se tzv. srebrni voltametar, pomoću kojeg treba izvršiti 60 do 80 točnih mjerenja koja traju duže vremena, a kod toga treba uzimati u obzir sve moguće uvjete, pod kojima se mjerenja vrše. Kao posljedica napredovanja mjerne tehnike nastupaju stalno novi faktori preračunavanja između praktičkih i apsolutnih elektromagnetskih jedinica.

Umjesto nezgodnog voltametra koji oduzima i mnogo vremena, državni laboratoriji su radije upotrebljavali normalne otpore od mangana i Westonov normalni element (Westonov standardni element se upotrebljava pretežno u Americi, te na 4°C , uz nezasićeni elektrolit, ima 1,01875 internacionalnih volta). Pomoću tako određenog ohma i volta je, na primjer, Bureau of Standards (USA) određivao amper; očito je to za pogonske svrhe veoma praktično, a mjerenja su dovoljno točna.

Savršena točnost se, naravno, ne može postići, jer napon elementa ovisi o temperaturi, zasićenju elektrolita i tome slično, a kako se pokazalo, i električki otpor normalnog otpornika se tokom vremena mijenja. Unatoč svoj pažnji kod čuvanja, uočena je u toku dvadeset godina promjena otpora od 0,03 promila.

5) internacionalni coulomb (C) je množina elektricitete koja proteče u sekundi kroz strujni krug, kada krugom teče struja jakosti 1 int. ampera;

6) internacionalni farad (F) posjeduje neki uređaj, kad se pod djelovanjem napona od 1 V nabije elektricitetom od 1 C;

7) internacionalni henry (H) je induktivitet strujnog kruga, u kojem se inducira napon od 1 V kod jednolike promjene jakosti struje za 1 A u 1 sekundi.

Iz navedenih definicija se vidi da je jedinica kapaciteta definirana tzv. statičkom jednadžbom $C = Q/u$, dok je jedinica induktiviteta definirana tzv. »dinamičkom« relacijom $L = - \frac{u}{di/dt}$.

koja proizlazi iz $u = -L \frac{di}{dt}$. Kako ćemo kasnije vidjeti, kod opi-

sivanja novog apsolutnog sistema (Giorgi—Mie—Kalantarov) postoje neke teškoće kod definiranja internacionalnih jedinica preko dinamičkih relacija; zato su kod definicije novih apsolutnih sistema sovjetski predstavnici predložili definicije jedinica kapaciteta i induktiviteta statičkim jednadžbama $C = Q/u$ i $L = \Phi/i$.

TABELA VII

Jedinice tehničkog (praktičkog, internacionalnog) sistema jedinica

Veličina	Oznaka	Odakle je izvedena	Naziv jedinice	Oznaka jedinice	1 tehnička jedinica sadrži jedinica	
					CGSM	CGSE
Električna struja	<i>i</i>	<i>odredjeno</i>	amper	<i>A</i>	10^{-1}	$3 \cdot 10^9$
Električki otpor	<i>r</i>	<i>odredjeno</i>	ohm°	Ω	10^9	$\frac{1}{9} \cdot 10^{11}$
Električki napon	<i>u</i>	$u = i \cdot r$	volt	<i>V</i>	10^8	$\frac{1}{3} \cdot 10^2$
Elekt-iciteta	<i>Q</i>	$Q = i \cdot t$	coulomb	<i>C</i>	10^{-1}	$3 \cdot 10^9$
Kapacitet	<i>C</i>	$C = Q/u$	farad	<i>F</i>	10^{-9}	$9 \cdot 10^{11}$
Induktivitet	<i>L</i>	$L = \frac{\Phi \cdot t}{i}$	henry	<i>H</i>	10^9	$\frac{1}{9} \cdot 10^{11}$
Učin	<i>P</i>	$P = u \cdot i$	watt	<i>W</i>	10^7	10^7
Energija	<i>W</i>	$W = P \cdot t$	joule	<i>J</i>	10^7	10^7
Električka vodljivost	<i>G</i>	$G = \frac{1}{r}$	siemens	<i>S</i>	10^{-9}	$9 \cdot 10^{11}$
Magnetski tok	Φ	$\Phi = i \cdot r \cdot t$	weber	<i>Wb</i>	10^8	$\frac{1}{3} 10^2$

Više o tehničkom sistemu jedinica elektrotehnike može se zaključiti iz velike tabele XIV., te iz objašnjenja iz poglavlja koja slijede.

26. POTPUNI TEHNIČKI SISTEMI ELEKTRIČKIH, MAGNETSKIH I MEHANIČKIH JEDINICA

Djelomično provedena analiza tehničkog (praktičkog) sistema električkih i magnetskih jedinica pokazuje, da taj sistem nije potpun, jer nije određena jedinica dužine a time (kako ćemo odmah vidjeti) ni jedinica mase. Ovdje ćemo pokazati da je dovoljno odrediti jednu od njih (dužinu ili masu) i da onda druga slijedi automatski. Odredivši jedanput jednu od spominjanih dviju jedinica, određujemo odmah i jedinice permeabiliteta, dielektričke konstante, magnetske indukcije, jakosti magnetskog polja, jakosti električkog polja, gustoće električkog pomaka itd. Sve, naravno, na temelju već navedenih jedinica tehničkog sistema.

Odabiranje jedinice za dužinu i masu izvršimo preko obrazaca za radnju.¹⁾ Naime, radnja, odnosno izraz za nju, predstavlja most između elektromagnetizma i mehanike, i to nam služi kao put za određivanje jedinica za $[L]$ i $[M]$.

U slučaju da sila F djeluje na diferencijalu puta dl obavljena je radnja (diferencijal):

$$dA = F \cdot dl.$$

U električkom primjeru je diferencijal radnje dA dan sa:

$$dA = u \cdot i \cdot dt,$$

što znači da tokom vremena dt , pod djelovanjem napona u , teče struja i .

Izrazimo li gornja dva izraza jednadžbama razmjernosti, u koje za F uvrstimo razmjernost $[LMT^{-2}]$ i izjednačimo oba gornja izraza za dA , proizlazi jednadžba razmjernosti

$$[FL] = [u \text{ i } T].$$

Silu možemo izraziti pomoću osnovnih veličina L , M , T ; izjednačenjem dobivamo da je

$$[L^2 MT^{-2}] = [u \text{ i } T].$$

Prebacivanjem svih veličina na lijevu stranu gornje jednadžbe, izlazi da je

$$[L^2 MT^{-3} u^{-1} i^{-1}] = 1$$

¹⁾ Može se i preko obrasca za silu $F = B \cdot i \cdot l$. (Vidi vježbu 38c. 3)

Ovim smo dobili tzv. poučak o bezrazmjernosnim produktima, koji veoma dobro služi kod izbora najprikladnije jedinice nekog sistema jedinica.

Gornja jednačba razmjernosti vrijedi za različite jedinice veličina raznih sistema, no u takvom odnosu, da produkt jedinica veličina $[L^2 MT^{-2}]$ s jedne strane i $[u \text{ i } T]$ s druge strane daje istu veličinu (energiju, odnosno radnju) i istu jedinicu. Prema tome, gornja jednačba vrijedi i za jedinice, te gornju jednačbu razmjernosti možemo prekrojiti u jednačbu jedinica veličina:

$$(L^2 MT^{-3} u^{-1} i^{-1}) = 1.$$

Uz odabrane jedinice za vrijeme $[T]$, napon $[u]$ i struju $[i]$ ostaju nam slobodne na izbor samo jedinice za dužinu $[L]$ i masu $[M]$.

Sada označimo osnovne jedinice indeksom 0; one (osnovne) stoje u 10^n -tom (gdje je $n = \pm 0, 1, 2, 3 \dots$) odnosu s jedinicama nekog drugog sistema koji zasada smatramo nepoznatim. Njegove jedinice veličina označujemo bez indeksa. Prema tome, vrijede odnosi do osnovnih jedinica:

$$(L) = (L_0) \cdot 10^\alpha$$

$$(M) = (M_0) \cdot 10^\beta$$

$$(T) = (T_0) \cdot 10^\gamma$$

$$(u) = (u_0) \cdot 10^\delta$$

$$(i) = (i_0) \cdot 10^\eta$$

gdje su (u skladu s gore rečenim) $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$ čitavi pozitivni ili negativni brojevi.

Uvrstimo li označene odnose traženih jedinica veličina do osnovnih u gornju jednačbu bezrazmjernosnih produkata, dobivamo da je

$$(L_0^2 M_0 T_0^3 u_0^{-1} i_0^{-1}) \cdot 10^{2\alpha + \beta - 3\gamma - \delta - \eta} = 1:$$

Budući da su $(L_0), (M_0), (T_0), (u_0), (i_0)$ jedinice jednog te istog sistema jedinica, iz poučka o bezrazmjernosnim produktima, koji smo prije postavili, proizlazi da je

$$(L_0^2 M_0 T_0^3 u_0^{-1} i_0^{-1}) = 1.$$

Pomoću ovoga iz prijašnje jednačbe (budući da je $10^0 = 1$) dobivamo:

$$2\alpha + \beta - 3\gamma - \delta - \eta = 0.$$

Dobiveni rezultat možemo primijeniti na određivanje jedinica dužine i mase u tehničkom sistemu. Kao ishodišni (s indeksom 0!)

sistem uzimamo elektromagnetski CGS sistem. Za napon, struju i vrijeme vrijede slijedeći odnosi između jedinica praktičkog i jedinica elektromagnetskog apsolutnog sistema (prema Londonskoj konferenciji):

1 sekunda = 10^0 elektromagnetskih CGS jedinica (sekunda);

1 volt = 10^8 elektromagnetskih CGS jedinica;

1 amper = 10^{-1} elektromagnetskih CGS jedinica.

Prema tome je:

$$\gamma = 0$$

$$\delta = 8$$

$$\eta = -1.$$

S ovim vrijednostima od $2\alpha + \beta - 3\gamma - \delta - \eta = 0$ nastaje:

$$2\alpha + \beta = 7.$$

Dobiveni izraz je odavno poznata veza između jedinica tehničkog i elektromagnetskog apsolutnog sistema.¹⁾ α i β se odnose na jedinicu dužine i jedinicu mase. Iz gornjeg izraza se neposredno razabire, da određenjem jedinice dužine automatski, putem gornje jednadžbe, određujemo jedinicu mase.

Maxwell je, u svom praktičkom sistemu, za jedinicu dužine odabrao približno $\frac{1}{4}$ zemaljskog meridijana, tzv. »kvadrant« koji iznosi 10^9 cm. Budući da je jedinica dužine u elektromagnetskom CGS sistemu 1 cm, slijedi da je u Maxwellovom sistemu jedinica (s jedinicom dužine 1 kvadrant):

$$\alpha = 9.$$

Prema tome, Maxwell je za jedinicu mase dobio 10^{11} puta manju vrijednost od jedinice u elektromagnetskom CGS sistemu, gdje je jedinica 1 gram. To slijedi uvrštenjem $\alpha = 9$ u gornju jednadžbu:

$$\beta = 7 - 2\alpha = 7 - 2 \cdot 9 = -11.$$

To znači da je, uz odabranu jedinicu dužine 10^9 cm, jedinica mase u praktičkom sistemu 10^{-11} grama. Očito je da takav izbor nema praktičke vrijednosti!

Sastavimo li drugi sistem u kojem uzimamo jedinicu dužine 1 cm (tj. $\alpha = 0$), za jedinicu mase iz

$$\beta = 7 - 2\alpha = 7$$

¹⁾ Neki autori pripisuju izvornost ovog rezultata Ascoliju (1904).

dobivamo 10^7 puta veću jedinicu mase od jedinice mase u elektromagnetskom CGS sistemu, tj. 10 tona (masa), što je za tehničke svrhe takodjer neprikladno.

Najbolje je pogodio Giorgi koji je godine 1901. odabrao $\alpha = 2$ i time dobio $\beta = 3$, što znači, da je za jedinicu dužine odabrao 100 cm (1 metar) i za jedinicu mase dobio 1000 grama (1 kilogram). Time je dobio zaista praktičan mjerni sistem čije su jedinice već poznate i primenjuju se u tehnici i trgovini.

Ovako izradjene praktičke sisteme nazivamo potpunima, jer se, pomoću njihovih jedinica, računanja bez trenja nastavljaju iz elektrotehnike u mehaniku i obratno. Prema tome, sistem izradjeni na toj osnovi vrijede jednako i za elektromagnetizam i za mehaniku, dakle ovladavaju znatnim dijelom fizike. No kako ćemo kasnije vidjeti kod proučavanja Kalantarovljevog sistema, i pored svoje udobnosti oni nose u sebi nešto što je za elektrotehniku a priori neprihvatljivo, a to je jedinica m a s e, odnosno sama m a s a.

MODERNI SISTEMI ELEKTROTEHNIKE

27. SISTEM RAZMJERNOSTI KALANTAROVA [LTQΦ]

Čitavu teoriju elektromagnetskog polja možemo matematski zahvatiti s nekoliko jednadžbi, koje su poznate pod nazivom Maxwellove jednadžbe. One u sebi uključuju sve pojave koje se mogu odigravati u elektromagnetskom polju; primijenjene na specijalne slučajeve, daju jednadžbe »čiste nauke o elektriciteti« ili pak magnetizma.

Općenito, ne uzimajući u obzir sistem jedinica u kojem ih upotrebljavamo, jednadžbe elektromagnetskog polja u racionalnom obliku glase:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{g} + \frac{\delta \mathbf{D}}{\delta t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = - \frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho,$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}},$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}; \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}; \quad \mathbf{g} = \gamma \cdot \mathbf{E}.$$

Prve četiri jednadžbe napisane su u diferencijalnom obliku a posljednje tri su tzv. »materijalne« jednadžbe koje izmedju električkih i magnetskih veličina uvode karakteristike materije u kojoj se odigravaju materijalni procesi u obliku elektromagnetskog polja (ϵ, μ, γ).

U ovih osam osnovnih jednađbi elektromagnetizma nastupa 12 veličina:

magnetska indukcija B	gustoća električkog pomaka D
jakost električkog polja E	jakost magnetskog polja H
permeabiliteť μ	dielektrička konstanta ϵ
gustoća električne struje g	prostorna gustoća elektricitete ρ
brzina c	specifična električka vodljivost γ
dužina l	vrijeme t

(Dužina je sadržana u operacijama rot i div, a vrijeme u parcijalnim izvodima.)

Gornjih 12 veličina međusobno je povezano s osam međusobno neovisnih jednađbi, tako da kod određivanja osnovnih veličina elektromagnetizma možemo po volji odabrati četiri od gornjih 12 veličina, budući da je broj osnovnih veličina određen razlikom broja nastupajućih veličina i broja jednađbi u kojima one nastupaju; taj broj je, kako vidimo, $12 - 8 = 4$.

Iz gornjih jednađbi, koje ovladavaju čitavim elektromagnetizmom (osim kod proučavanja gibanja nabijene čestice u elektromagnetskom polju), vidimo da u njima nastupaju, uz dužinu, i vrijeme, samo električke veličine. Postavlja se pitanje, koje ćemo veličine odabrati za osnovne? Ustanovili smo da ih mora biti četiri. Treba odabrati one veličine koje su zaista osnovne!

Da bismo to mogli odrediti, poslužimo se prvim dvjema Maxwellovim jednađbama napisanim u integralnom obliku (racionalna forma):

$$\oint H \, dl = \frac{dQ}{dt}; \quad \oint E \, dl = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Ove dvije jednađbe sadrže šest veličina: dužinu, vrijeme elektricitetu, magnetski tok, jakost magnetskog polja i jakost električkog polja. Između ovih šest veličina, koje tvore ove dvije jednađbe, nisu nam poznate dopunske relacije, a iz veličina koje ovdje dolaze, možemo izvesti sve ostale veličine nauke o elektriciteti i magnetizmu. I iz ovih dviju jednađbi, budući da su međusobno neovisne, izlazi da je broj osnovnih veličina jednak razlici između broja veličina koje u njima nastupaju i broja jednađbi. Taj broj je: $6 - 2 = 4$.

Budući da se svi prirodni procesi, pa tako i elektromagnetski, odigravaju u prostoru tokom vremena, proizlazi da za dvije osnovne veličine moramo odabrati dužinu $[L]$ i vrijeme $[T]$. Ostaju nam dakle na izbor još dvije veličine. Iz osam jednađbi elektromagnetizma, isto kao i iz prve dvije Maxwellove jednađbe, jasno se vidi da u njima ni na jednom mjestu ne nastupa masa, koja se tako tvr-

dokorno provlačila kroz sve mjerne sisteme elektrotehnike sve do pojave Kalantarova, koji je 1929. godine za ostale dvije osnovne veličine odabrao:

elektricitetu Q i
magnetski tok Φ .

Ovaj izbor je posve razumljiv, budući da u nauci o elektriciteti osnovnu ulogu ima sama elektriciteta, a u nauci o magnetskom polju isto takvu osnovnu ulogu ima magnetski tok. U počast utemeljitelja ovog sistema, ovaj sistem je nazvan Kalantarovljevim sistemom razmjernosti.

Do pojave Kalantarova bilo je uvriježeno, da se veličine elektromagnetizma dijele u slijedeće dvije glavne grupe veličina:

Električke veličine:	Magnetske veličine
elektriciteta Q	magnetski tok Φ
gustoća električkog pomaka D	magnetska indukcija B
električki napon U	magnetski napon F
jakost električkog polja E	jakost magnetskog polja H
jakost električne struje i .	

Kalantarov je došao do drugačije, proširene podjele veličina na električke i magnetske. On je električkim veličinama nazvao one koje su u takvoj vezi s osnovnom veličinom Q , da Q dolazi u jednadžbama razmjernosti u prvoj potenciji, a magnetski tok Φ u njih uopće ne ulazi. Posve analogno s tim nazvao je magnetskim one veličine, gdje u formulama razmjernosti za izvedene veličine ne ulazi kao osnovna veličina elektriciteta Q , ali ulazi magnetski tok Φ u prvoj potenciji. Sve ostale izvedene veličine u koje ulazi i Q i Φ sa bilo kakvim potencijama nazvao je elektromagnetskim veličinama.

Uzevši kao osnov izvedenih električkih veličina elektricitetu Q s razmjernošću $[Q]$, dobivamo pomoću poznatih jednadžbi — veze između pojedinih veličina u nauci o elektriciteti — grupu

električkih veličina:

Q — elektriciteta	$[Q]$
$D = \frac{dQ}{dS}$ — gustoća električkog pomaka	$[Q L^{-2}]$
$F = \frac{dQ}{dt} = i$ — magnetski napon, jakost električne struje	$[Q T^{-1}]$
$H = \frac{dF}{dl}$ — jakost magnetskog polja	$[Q L^{-1} T^{-1}]$

Isto tako, ako magnetski tok Φ s razmjernošću Φ shvatimo kao osnovnu veličinu nauke o magnetizmu, putem poznatih zakonitosti razmjernosti dobivamo za grupu

magnetskih veličina:

$$[\Phi] — \text{magnetski tok} \quad [\Phi],$$

$$B = \frac{d\Phi}{dS} — \text{magnetska indukcija} \quad [\Phi L^{-2}],$$

$$u = - \frac{d\Phi}{dt} — \text{električki napon} \quad [\Phi T^{-1}],$$

$$E = \frac{du}{dl} — \text{jakost električkog polja} \quad [\Phi L^{-1} T^{-1}],$$

Napisane razmjernosti električkih i magnetskih veličina pokazuju divnu simetriju, ali ona nije samo formalna (koja bi uz to imala i razmjernosne alogičnosti!) kao što je kod nekih »klasičnih« sistema veličina i jedinica. Uspoređujemo li veličine iz električke grupe s veličinama iz grupe magnetskih veličina, vidimo da su razmjernosti za elektricitetu, gustoću električkog pomaka, magnetski napon, odnosno električnu struju i jakost magnetskog polja posve jednako gradjene kao razmjernosti magnetskog toka, magnetske indukcije, električkog napona i jakosti električkog polja. Od jednih se dolazi na druge jednostavno tako da se Q zamijeni sa Φ , ili obratno, jer L i T, odnosno njihove potencije, u obje grupe za uspoređivane veličine stoje na istom mjestu i u istom obliku i stepenu. U čitavom Kalantarovljevom sistemu razmjernosti osjeća se (a i vidi) ona unutrašnja harmonija i lakoća definiranja veličina i razmjernosti, koje nema kod većine drugih sistema. A usto je taj sistem i teoretski najpravičniji, jer u svojim osnovima ima temeljnu električku i temeljnu magnetsku veličinu.

No simetrija i unutrašnja skladnost $[LTQ\Phi]$ Kalantarovljevog sistema nastavlja se dalje kod tzv. elektromagnetskih veličina Kalantarovljeva sistema.

Elektromagnetske veličine:

$$G = \frac{i}{u} \text{ — električka vodljivost } [Q \Phi^{-1}]$$

$$r = \frac{u}{i} \text{ — električki otpor } [Q^{-1} \Phi]$$

$$C = \frac{Q}{u} \text{ — električki kapacitet } [Q \Phi^{-1} T]$$

$$L = \frac{\Phi}{i} \text{ — induktivitet } [Q^{-1} \Phi T]$$

$$\epsilon = \frac{D}{E} \text{ — dielektrička konstanta } [Q \Phi^{-1} L^{-1} T]$$

$$\mu = \frac{B}{H} \text{ — permeabilitet } [Q^{-1} \Phi L^{-1} T]$$

Ovdje vrijedi isto što smo rekli za prijašnje dvije grupe veličina. Električka vodljivost, kod usporedjivanja uloga Q i Φ , odgovara električkom otporu, kapacitet induktivitetu, dielektrička konstanta permeabilitetu. To je logično, budući da jedne veličine (elektromagnetske) u danoj oblasti elektrotehnike imaju istu ulogu kao i druge veličine u drugoj oblasti. I ovdje dobivamo, na primjer, za μ razmjernost iz $[\epsilon]$ jednostavno tako, da u formuli razmjernosti za ϵ zamijenimo Q sa Φ i Φ sa Q , a odgovarajuće eksponente zadržimo. L i T i onako ostaju na svome mjestu. Prema tome, možemo reći da je Kalantarovljev sistem razmjernosti, uz teoretsku bespriječnost, veoma pregledan i jasno, da su kod takvog sistema računanja razmjernosti veoma pojednostavljena, a kontrola pomoću njih je veoma lako provediva.

Izvanrednost Kalantarovljevog sistema razmjernosti ispoljava se još i onda, kada ga hoćemo primijeniti i na mehaniku. Naime, Kalantarovljev sistem zahvaća i mehaničke veličine, kako ćemo to odmah vidjeti.

Pojavom Einsteina i Plancka, u modernoj fizici osnovnu ulogu počelo je igrati tzv. djelovanje¹⁾ koje je u poznatim jednadžbama savremene fizike oličeno u razmjernosti tzv. Planckove konstante h (energija W je, preko frekvencije ν , s Planckovom konstantom h povezana jednadžbom $W = h \cdot \nu$). Odatle slijedi, da je razmjernost Planckove konstante jednaka razmjernosti ener-

¹⁾ Slovenci vele »trud«, Rusi »действие«, Nijemci »Wirkung«.

gije pomnoženoj vremenom, tj. $[h] = [WT]$). Fizikalno si tu osnovnu veličinu prirode ne možemo zorno predočiti, jer svojim osjetima registriramo tek promjene te veličine (energija) ili, štaviše, kao raznovrsne promjene te veličine. Ovdje ćemo djelovanje označiti sa A, kod čega treba paziti da se ta oznaka ne zamijeni sa simbolom za radnju (A).

Razmjernost djelovanja A možemo u mehanici izraziti mehaničkim osnovnim veličinama L, M, T. Budući da je razmjernost energije $[W] = [L^2 MT^{-2}]$, slijedi, u skladu s onim što je već rečeno, da je razmjernost djelovanja

$$[A] = [W] \cdot [T] = [L^2 MT^{-1}].$$

S druge strane, energija W odredjena je u elektrotehnici produktom napona u, struje i te vremena T. Prema tome, električkim veličinama (plus vrijeme) možemo izraziti djelovanje A na slijedeći način (razmjernost djelovanja):

$$[A] = [W] \cdot [T] = [u \cdot i \cdot T] \cdot [T] = [iT] \cdot [uT].$$

Budući da je riječ o Kalantarovljevom sistemu razmjernosti ne možemo $[iT]$ shvatiti nikako drugačije nego kao elektricitetu s razmjernošću $[Q]$. Analogno vrijedi za $[uT]$, gdje taj produkt razmjernosti predstavlja drugu osnovnu veličinu Kalantarovljevog sistema, tj. magnetski tok Φ . Uzmemo li, dakle, u obzir da je $[Q] = [iT]$ i $[\Phi] = [uT]$, od gornje jednadžbe razmjernosti dobivamo da je

$$[A] = [Q \Phi].$$

Ovu jednadžbu razmjernosti treba da shvatimo kao fundamentalnu za čitavu fiziku, jer su ovdje najjednostavnijom mogućom relacijom osnovne električke i magnetske veličine povezane s osnovnom veličinom čitave fizike. Vidimo da se ovdje kristalnom jasnoćom ispoljava dalekosežnost Kalantarovljeve koncepcije, koji je svojim sistemom razmjernosti uspio povezati sva zbivanja u prirodi, odnosno točnije, veličine koje kod toga sudjeluju.

Iz svega rečenoga proizlazi, da je Kalantarovljev sistem razmjernosti zaista jedinstveni i univerzalni sistem koji nema ozbiljnog takmaca.

Naime, iz svega se vidi da sistem $[LTA]$ (A je djelovanje) možemo shvatiti kao mehanički dio Kalantarovljevog sistema, te se zapravo iz njega, preko $[A] = [Q \Phi]$, mehanički sistem produžuje u sistem električkih i magnetskih veličina. Djelovanje A iz mehaničkog sistema raspadne se za elektromagnetizam u dvije osnovne veličine elektromagnetizma: Q i Φ . Prema tome, time smo dobili siguran i čvrst most izmedju mehaničkih i elektromagnetskih veličina.

Izložene prednosti Kalantarovljevog sistema razmjernosti pokazuju, da je to zaista jedinstveni sistem u kojem se bez trenja može prelaziti s mehaničkih veličina na elektromagnetske (a isto tako i na toplinske), i obratno.

Kod dosadašnjeg razmatranja mogli smo opaziti, da nigdje nismo susreli masu $[M]$, što utoliko više začudjuje, kad se sjetimo da se kod apsolutnih $[LMT]$ sistema i njihovih popravljenih izdanja svuda pojavljivala masa kao osnovna veličina. O tome će još biti govora u odsječku 37.

Ugodna simetrija Kalantarovljevog sistema za električke i magnetske veličine proširuje se, uvođenjem osnovne veličine $[A] = [Q \Phi]$, i na mehaniku tako da, na primjer, za Q , i , H , Φ , u , E , za djelovanje, energiju i mehaničku silu dobivamo slijedeću usporedbenu tablicu razmjernosti:

Električke veličine	Magnetske veličine	Mehaničke veličine
Elektriciteta $[Q]$	Magnetski tok $[\Phi]$	Djelovanje $[Q \Phi]$
Magnetski napon $[Q T^{-1}]$	Električki napon $[\Phi T^{-1}]$	Energija $[Q \Phi T^{-1}]$
Jakost magnetskog polja $[Q L^{-1} T^{-1}]$	Jakost električkog polja $[\Phi L^{-1} T^{-1}]$	Mehanička sila $[Q \Phi L^{-1} T^{-1}]$

Iz napisane tablice možemo povući fizikalne analogije između spominjanih triju grupa veličina, a iz razmjernosti se vidi da su one posve simetrično građene, tako da se od električkih ili magnetskih veličina prelazi na mehaničke jednostavno tako da se umjesto Q (u električkim) ili Φ (u magnetskim) za mehaničke uvrsti produkt $Q \Phi$.

Shvativši u Kalantarovljevom sistemu $[LTA]$ za mehaniku temeljnim veličinama L , T , A , pomoću jednadžbi

$$[W] = \frac{[A]}{[T]}; [F] = \frac{[W]}{[L]}; [P] = \frac{[W]}{[T]}; [M] = \frac{[F]}{[L T^{-2}]}$$

(gdje su: W — energija, A — djelovanje, F — mehanička sila, P — učin, M — masa, L — dužina, T — vrijeme), možemo odrediti razmjernosti za energiju, učin, silu, masu, i to jednom pomoću $[LTA]$ dijela, a drugiput pomoću elektromagnetskog dijela $[LTQ \Phi]$.

Na temelju gornjih relacija određujemo razmjernosti mehaničkih veličina, kojima u slijedećoj tablici prilažemo i razmjernosti električkih i magnetskih veličina.

TABELA VIII

Razmjernosti mehaničkih, električkih i magnetskih veličina
u Kalantarovljevom sistemu

	Veličine	Oznaka	Razmjernost	
mehaničke				
1	Dužina	l	[L]	
2	Vrijeme	t	[T]	
3	Djelovanje	A	[A]	[QΦ]
4	Energija	W	[AT ⁻¹]	[QΦT ⁻¹]
5	Učin, snaga	P	[AT ⁻²]	[QΦT ⁻²]
6	Sila	F	[AL ⁻¹ T ⁻¹]	[QΦL ⁻¹ T ⁻¹]
7	Masa	m	[AL ⁻² T]	[QΦL ⁻² T]
električke				
8	Elektriciteta	Q	[Q]	
9	Gustoća električkog pomaka	D	[QL ⁻²]	
10	Jakost struje	i	[QT ⁻¹]	
11	Jakost magnetskog polja	H	[QL ⁻¹ T ⁻¹]	
12	Električka vodljivost	G	[QΦ ⁻¹]	
13	Kapacitet	C	[QΦ ⁻¹ T]	
14	Dielektrička konstanta	ϵ	[QΦ ⁻¹ L ⁻¹ T]	
magnetske				
15	Magnetski tok	Φ	[Φ]	
16	Magnetska indukcija	B	[ΦL ⁻²]	
17	Električki napon	u	[ΦT ⁻¹]	
18	Jakost električkog polja	E	[ΦL ⁻¹ T ⁻¹]	
19	Električki otpor	r	[Q ⁻¹ Φ]	
20	Induktivitet	$\mathcal{L}$	[Q ⁻¹ ΦT]	
21	Permeabilitet	μ	[Q ⁻¹ ΦL ⁻¹ T]	

(Deblje obrubljene veličine su osnovne)

Ako elektromagnetsko polje, odnosno pojave koje se u njemu odvijaju, promatramo sa stanovišta nauke o gradnji materije i uzmemo u obzir, da se elektriciteta nalazi svuda gdje se nalazi materija u užem (atomističkom) smislu, dolazimo do zaključka da je, zapravo, magnetski tok izvedena veličina, budući da je magnetsko polje posljedica električne struje. Takvu struju, na primjer, predstavljaju i električki nabijene čestice koje se giblju u atomima.

No time što bismo reducirali magnetizam na elektricitetu, ne bismo postigli ništa korisnoga, već bismo samo komplicirali jednadžbe razmjernosti, srušili divnu simetriju Kalantarovljeva sistema, a praktičkoj elektrotehnici koja je korijenski vezana i na magnetski tok ne bismo nimalo pomogli. Prema tome, ovakva kritika Kalantarovljeva sistema nema solidne podloge, te može imati stvaranja [QLT] sistema (koji bi nastao reduciranjem magnetskog toka na elektricitetu i brzinu) samo teoretskog smisla i interesa.

28. PREGLED RAZNIH SISTEMA RAZMJERNOSTI

U toku opisivanja raznih mjernih sistema elektrotehnike dođirnuti smo razne sisteme razmjernosti i na nekoliko primjera pokazali metodu, po kojoj određujemo razmjernosti pojedinih veličina u pojedinim sistemima. Tako smo, na primjer, u odsječcima 17, 20, 21, 22, 24 i 27 izvodili i svrstali u odgovarajuće tabele razmjernosti veličina u pojedinim sistemima.

No time nismo iscrpili listu raznih sistema razmjernosti, te je stoga, zbog mogućnosti uspoređivanja, sastavljena tabela XIII. koja sadrži deset sistema razmjernosti. Razmjernosti su preko poznatih zakonitosti koje vladaju u elektrotehnici izvedene na analogan način kao i one koje su sadržane u navedenim odsječcima. Redoslijed izvođenja redovito počinje od veličina koje su uzete za osnovne i odatle se produžuje u sve »kutove« nauke o elektricitetu i magnetizmu.

U tabeli XIII. svrstani su slijedeći sistemi razmjernosti:

1. elektrostatski [LMT] sistem;
2. simetrični (Gaussov) [LMT] sistem;
3. elektromagnetski [LMT] sistem;
4. sistem $[LMT\epsilon_0]$;
5. sistem $[LMT\mu_0]$;
6. sistem $[LMTi]$;
7. sistem $[LMTQ]$;
8. sistem $[LMTr]$;
9. uži Mie-ov sistem $[LTui]$;
10. sistem Kalantarova $[LTQ\Phi]$;

Sistemi nanizani od 1) do 5) opisani su u spomenutim odsječcima i na njima se ne ćemo duže zadržavati. Isto je i s posljednim sistemom naznačenim pod 10. Ostajo nam, dakle, da obrazložimo samo [LMTi], [LMTQ], [LMTr] i [LTui] sisteme.

[LMTi] nema svog posebnog naziva; osnovne su mu veličine dužina, masa, vrijeme i jakost električne struje. S obzirom na prve tri veličine, moglo bi se zaključiti da je to apsolutni sistem; međutim, o načinu definiranja jedinice, odnosno pramjerila za jakost električne struje ovisi da li će to biti apsolutni sistem. Ukoliko se jedinica jakosti struje definira na apsolutni način, nastaje apsolutni sistem, ali on nosi u sebi veličinu koja je nauci o elektricitetu i magnetizmu posve strana. To je masa [M]. U prijašnjem odsječku mogli smo vidjeti, da je ta veličina nepotrebna elektromagnetizmu, a ipak je sadržana u Kalantarovljevom sistemu razmjernosti, gdje se produkt $Q\Phi$ produžuje u mehaniku (a tu je masa nužna) kao djelovanje. Očito je da [LMTi] sistem nema nekog značenja, ali svojom prisutnošću u tabeli XIII. pokazuje kakvim je putem morala poći teorija mjernih sistema elektrotehnike u pogledu sistema razmjernosti, dok je došla do Kalantarovljevog sistema. Isto vrijedi i za sistem razmjernosti [LMTQ].

Shvatimo li jedinice, koje je na temelju Giorgijeve radnje predložio A. Kennelly, kao osnovne veličine, nastaje [LMTr] sistem, koji ima slične nedostatke kao i [LMTi].

Kao deveti po redu svrstan je uži Mieov sistem razmjernosti (vidi odsječak 30), čije su osnovne veličine dužina, vrijeme, napon, električna struja. Zapravo je to, prema današnjem shvaćanju, sistem jedinica (VAmS), ali ako osnovne jedinice užeg Mieovog sistema shvatimo kao osnovne veličine, možemo postaviti i sistem razmjernosti [LTui]. Kako iz tabele XIII. vidimo to je prvi sistem razmjernosti (od lijeva u desno) koji se oslobodio mase; ako usporedimo razmjernosti istih veličina u tom sistemu i u sistemima koji su svrstani lijevo od njega, očito je da nijedna njegova osnovna veličina ne nosi razlomljeni eksponent, već samo cjelobrojne pozitivne ili negativne eksponente. Taj sistem je veoma pregledan i iz njega se neposredno razabire i definicija pojedinih izvedenih veličina a, prema tome, i jedinica. Očito je takodjer, da takav sistem razmjernosti nema neke naročite vrijednosti za mehaniku. Tako, na primjer, razmjernost mase u užem Mieovom sistemu razmjernosti glasi $[M] = [u_i L^{-2} T^3]$. Prema tome, taj sistem (i kao sistem razmjernosti) ima otvorenih mogućnosti za elektricitetu i magnetizam, dok za mehaniku nije prikladan. O užem Mieovom sistemu bit će više govora u slijedećem odsječku.

U desetoj koloni svrstane su razmjernosti različitih veličina mehanike i nauke o elektriciteti i magnetizmu u Kalantarovljevom sistemu razmjernosti, koji je bio opisan u prijašnjem odsječku.

Sistemi razmjernosti poredjani su od lijeva u desno približno historijski, tj. onako su nastajali tokom razvoja mjernih sistema elektrotehnike. Iz glave tabele se vidi, da su sistemi podijeljeni u dvije grupe: sistemi s trima osnovnim veličinama i sistemi s četiri osnovne veličine.

Pratimo li jednu te istu veličinu u raznim sistemima razmjernosti (od lijeva u desno) tabele XIII., vidimo da u prvih 7 sistema za neke veličine ne možemo iz razmjernosti odmah zaključiti • kojoj je veličini riječ. Isto vrijedi i za neke veličine takozvanog mkg s Ω sistema (na primjer, jakost električne struje, magnet-ski tok itd.). Naprotiv, poslednja dva sistema razmjernosti daju zornu shemu odnosa izvedenih veličina prema osnovnim veličinama. U tome prednjači uži Mieov sistem iz kojeg se, na primjer, jasno vidi naputak za mjerenje elektricitete. Iz razmjernosti $[Q] = [IT]$ odmah zaključujemo na balističko mjerenje iznosa elektricitete preko $Q = \int i dt$. Posve analogno vrijedi i za mjerenje otpora: iz $[r] = \frac{[u]}{[i]}$ se vidi da je za mjerenje otpora dovoljno

uzeti voltmetar i ampermetar, izmjeriti pad napona na otporniku, jakost struje koja kroz njega protječe i odrediti kvocijent izmjerenog napona i struje. Isto tako, iz razmjernosti dielektričke konstante možemo zaključiti, kako ćemo izmjeriti iznos dielektričke konstante. (Vidi 9. stupac, gdje piše da je razmjernost dielektričke konstante $[\epsilon] = [u^{-1}]$ i $[L^{-1}T]$. Produkat $[IT]$ upućuje nas na mjerenje balističkim voltmetrom, a $[u^{-1}]$ i $[T]$ na mjerenje voltmetrom i dužinskom mjerilom. Tako se, ustvari, i radi.)¹⁾

Podrobnijom analizom izloženih deset sistema razmjernosti dađu se izvesti mnogi zaključci, koji pokazuju u kolikoj mjeri i gdje je koji sistem razmjernosti prikladan. Svi oni, na kraju, svršavaju na Kalantarovljevom sistemu kao najprikladnijem za sistem razmjernosti, i na užem Mieovom sistemu kao najzgodnijem za jedinice elektrotehnike.

29. PRAVILO KOHERENCIJE RAZMJERNOSTI

Sistemi razmjernosti, jedinica i pramjerila (dakle tri samostalna sistema) nisu međusobno nepovezana kako se to na prvi pogled čini. Njih drži u čvrstoj međusobnoj vezi tzv. pravilo

¹⁾ Vidi članak: Nešto o dielektričkoj konstanti, »Elektrotehničar«, Zagreb, 1949/2, str. 40.

koherencije razmjernosti. To ćemo pravilo razmotriti na primjeru odabiranja četiriju osnovnih veličina (a, prema tome, i četiriju osnovnih jedinica). No pravilo koherencije razmjernosti možemo upotrebiti kako već sam naziv kaže, samo u odnosu na neki sistem veličina ili jedinica koji smatramo osnovnim i, kao takvog, teoretski (fizikalno) apsolutno ispravnim. U našim razmatranjima Kalantarovljev sistem $[LTQ\Phi]$ smatramo osnovnim, a u mehanici sistem $[LMT]$.

Problem koherencije razmjernosti nameće se već kod izbora četiriju osnovnih veličina. Da su osnovne, znamo po tome što su međusobno neovisne. To je nuždan i dovoljan uvjet.

Pravilo ćemo utemeljiti na primjeru razmjernosti permeabilитета μ^1 . U osnovnom, Kalantarovljevom, sistemu razmjernosti, razmjernost permeabiliteta dana je u ovisnosti o L , T , Q i Φ ovako:

$$[\mu] = [L^{-1} T Q^{-1} \Phi].$$

Hoćemo znati, da li je sistem $[LMT\varepsilon_0]$ koherentan sa sistemom $[LTQ\Phi]$, tj. da li se osnovne i izvedene veličine $[LMT\varepsilon_0]$ sistema mogu izraziti osnovnim i izvedenim veličinama $[LTQ\Phi]$ sistema, odnosno, drugim riječima, da li možemo zaista uzeti veličine L , M , T , ε_0 kao osnovne četiri veličine koje, pomoću poznatih relacija elektromagnetizma, mogu zadovoljiti i fizikalno ispravno prikazivati čitavu teoriju elektromagnetskog polja. Ponavljamo da koherenciju tražimo u odnosu na neki postojeći izgradjeni osnovni sistem, koji smatramo fizikalno besprijeckornim.

Da li je $[LMT\varepsilon_0]$ sistem koherentan sa $[LTQ\Phi]$ (koji je osnovni), ustanovit ćemo baš putem razmjernosti za permeabilitet μ koji u oba promatrana sistema ima složeno gradjenu razmjernost. Razmjernost μ -a u Kalantarovljevom sistemu napisali smo gore; razmjernosti u sistemu $[LMT\varepsilon_0]$, za koji hoćemo da ustanovimo, da li je koherentan sa $[LTQ\Phi]$, možemo prepisati iz tabele XIII. Ona u $[LMT\varepsilon_0]$ sistemu iznosi:

$$[\mu] = [L^{-2} M^0 T^2 \varepsilon_0^{-1}]$$

Permeabilitet μ je prava fizikalna veličina. Budući da ni u jednom od promatranih sistema veličina ne igra ulogu temeljne veličine, određena je razmjernost od μ -a različito u oba sistema. No svakako mora biti

$$[\mu] = [L^{-1} T Q^{-1} \Phi] \equiv [L^{-2} M^0 T^2 \varepsilon_0^{-1}],$$

budući da se radi o jednoj te istoj fizikalnoj veličini prikazanoj (razmjernošću) pomoću dva sistema razmjernosti.

¹) Stroži izvod vidi u M. Brezinščak, Jedan izvod pravila koherencije, Elektrotehničar 4 (1950), br 7, str. 181—185.

Prvi sistem (Kalantarovljev) smatramo, kako smo već istaknuli, fizikalno besprijeckornim, no za drugi možemo, s rezervom, pretpostaviti da nije besprijeckoran i da nije udovoljeno gornjoj identičnosti. No identičnost možemo stvoriti umjetno tako da gornju jednadžbu razmjernosti napišemo u izvještačenom obliku:

$$[\mu] = [L^a L^{-1} T^b T^c Q^d Q^{-1} \Phi^d \Phi] \equiv [L^{-2} M^0 T^2 \epsilon_0^{-1}].$$

Ovu umjetno stvorenu identičnost možemo pisati i u drugom obliku:

$$[\mu] = [L^a T^b Q^c \Phi^d] \cdot [L^{-1} T Q^{-1} \Phi] \equiv [L^{-2} M^0 T^2 \epsilon_0^{-1}].$$

Iz netom napisane jednadžbe vidi se da će uvjet koherencije razmjernosti biti ispunjen (za konkretni slučaj; općenito izvođenje odvelo bi nas na složeni sklop jednadžbi koje su nepregledne) samo onda kada je:

$$[L^a T^b Q^c \Phi^d] = 1,$$

što je u skladu s onim što je prije rečeno. Naravno, u tom slučaju mora biti $a = b = c = d = 0$, budući da je svaki broj, osim nule, dignut na nultu potenciju jednak jedinici.

Jednadžbu u koju smo nasilno uveli identičnosti, možemo pisati i u slijedećem obliku koji će nam korisno poslužiti:

$$[\mu] = [L^{a-1} T^{b+1} Q^{c-1} \Phi^{d+1}] \equiv [L^{-2} M^0 T^2 \epsilon_0^{-1}].$$

Sada ćemo u gornju jednadžbu razmjernosti veličina u Kalantarovljevom sistemu (lijeva zagrada) uvesti razmjernosti za L , T , Q i Φ (dakle, osnovnih veličina Kalantarovljeva sistema) dane u sistemu $[LMT \epsilon_0]$. Iz tabele XIII. očitamo da je u $[LMT \epsilon_0]$ sistemu

$$\left. \begin{aligned} [L] &= [L^1 M^0 T^0 \epsilon_0^0] \\ [T] &= [L^0 M^0 T^1 \epsilon_0^0] \\ [Q] &= [L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{1/2}] \\ [\Phi] &= [L^{1/2} M^{1/2} T^0 \epsilon_0^{-1/2}] \end{aligned} \right\} \text{ I.}$$

Izvedemo li ono što je gore napomenuto, nakon kraćeg računanja dobivamo:

$$\left[L^{a-0 \cdot b + \frac{3}{2}c + \frac{d}{2} - 2} \times M^{0 \cdot a + 0 \cdot b + \frac{c}{2} + \frac{d}{2}} \times T^{0 \cdot a + b - c + 0 \cdot d + 2} \times \epsilon_0^{0 \cdot a + 0 \cdot b + \frac{c}{2} - \frac{d}{2} - 1} \right] \equiv [L^{-2} M^0 T^2 \epsilon_0^{-1}].$$

Prebacimo li desnu stranu jednadžbe na lijevu, na desnoj strani ostaje jedinica, a čitava jednadžba razmjernosti poprima ovaj oblik:

$$\left[L^{a - o \cdot b + \frac{3}{2}c + \frac{d}{2}} \quad {}_X M^{o \cdot a + o \cdot b + \frac{c}{2} + \frac{d}{2}} \quad {}_X \right. \\ \left. {}_X T^{o \cdot a + b - c + o \cdot d} \quad {}_X \varepsilon_0^{o \cdot a + o \cdot b + \frac{c}{2} - \frac{d}{2}} \right] \equiv 1.$$

Ovoj jednadžbi, kako se lako vidi, može biti udovoljeno samo onda kada su eksponenti od L , M , T i ε_0 jednaki nuli, dakle kada vrijede relacije:

$$\left. \begin{aligned} a - o \cdot b + \frac{3}{2}c + \frac{d}{2} &= 0 \\ o \cdot a + o \cdot b + \frac{c}{2} + \frac{d}{2} &= 0 \\ o \cdot a + b - c + o \cdot d &= 0 \\ o \cdot a + o \cdot b + \frac{c}{2} - \frac{d}{2} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ II.}$$

Iz druge i četvrte jednadžbe proizlazi da je $c = -d$ i $c = d$; ovom zahtjevu može biti udovoljeno samo onda kada je $c = d = 0$. Pomoću ovoga izlazi da je također $a = b = 0$.

S ovako dobivenim eksponentima možemo udovoljiti jednadžbi

$$[L^a T^b Q^c \Phi^d] = [L^0 T^0 Q^0 \Phi^0] \equiv 1,$$

što je bilo uvjet koherencije razmjernosti. Prema tome su $[LMT \varepsilon_0]$ i $[LTQ\Phi]$ sistemi koherentni. To se moglo i očekivati, jer da smo razmjernosti za L , T , Q i Φ u $[LMT \varepsilon_0]$ sistemu uvrstili u jednadžbu razmjernosti za μ u Kalantarovljevom sistemu, odmah bismo našli, da je udovoljeno traženoj identičnosti.

No dobivene četiri jednadžbe (II) imaju mnogo dalekosežnije značenje, koje dosada nismo uočili. Ako pomnije razmotrimo jednadžbe (II), vidjet ćemo da se uz nepoznanice a , b , c i d nalaze koeficijenti koji su eksponenti u jednadžbi razmjernosti (I), koja prikazuje osnovne veličine Kalantarovljeva sistema izražena u sistemu $[LMT \varepsilon_0]$.

Teorija determinata dokazuje, da sistem homogenih linearnih jednadžbi s istim brojem nepoznanica (u našem slučaju a , b , c , d

i četiri jednadžbe) ima rješenja različita od nule samo onda kada je determinanta sistema jednadžbi jednaka nuli. Dakle, vrijedi i obratno: kada je vrijednost determinante sistema različita od nule, rješenja jednadžbi jednaka su nuli.¹⁾

Jednadžbe (II) napisane su u obliku, od kojeg možemo odmah sastaviti determinantu D. Naputak za sastavljanje determinante D slijedi uspoređenjem jednadžbi (II) i (I). Usporedbom uočavamo, da su koeficijenti ispred a, b, c, d eksponenti od L, M, T, ϵ_0 . Prema tome je, u konkretnom slučaju, dovoljno izraziti osnovne veličine Kalantarovljeva sistema u [LMT ϵ_0] sistemu (onako kako su izvedene jednadžbe (I) i onda sastaviti determinantu:

$$D = \begin{vmatrix} & L & T & Q & \Phi \\ L & 1 & 0 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ M & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ T & 0 & 1 & -1 & 0 \\ \epsilon_0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

Eksponenti su u determinantu smješteni tako da svaka veličina Kalantarovljeva sistema (napisane horizontalno, tj. L, T, Q, Φ) ima svoju razmjernost u okomitom stupcu, ako veličini [LMT ϵ_0] sistema, smještenoj izvan crte determinante, namjestimo brojku, koja se nalazi u stupcu Kalantarovljeve veličine. Izračunamo li napisanu determinantu, dobivamo da joj je vrijednost jednaka $-\frac{1}{2}$, dakle je različita od nule i, prema tome, Kalantarovljev sistem i [LMT ϵ_0] sistem su koherentni.

Sada, konačno, dosadašnja izvodjenja provedena na konkretnom primjeru možemo generalizirati na općeniti slučaj, kad hoćemo ustanoviti, da li su osnovni sistem [LTXY] i sistem [LTUV] koherentni (L i T i onako ulaze u svaki sistem, pa smo, kao nepoznate, uveli samo veličine X, Y, U i V).

Shvatimo li sistem [LTXY] kao osnovni, njegove osnovne veličine L, T, X i Y možemo izraziti pomoću osnovnih veličina [LTUV] sistema na slijedeći način:

¹⁾ Vidi, na primjer, Željko Marković: Uvod u višu analizu II. str. 20., NZH, Zagreb, 1948.

$$[L] = [L^{\alpha_1} T^{\beta_1} U^{\gamma_1} V^{\delta_1}]$$

$$[T] = [L^{\alpha_2} T^{\beta_2} U^{\gamma_2} V^{\delta_2}]$$

$$[X] = [L^{\alpha_3} T^{\beta_3} U^{\gamma_3} V^{\delta_3}]$$

$$[Y] = [L^{\alpha_4} T^{\beta_4} U^{\gamma_4} V^{\delta_4}]$$

Pravilo koherencije razmjernosti kaže nam sada, da će dva sistema razmjernosti biti koherentna, kada je vrijednost determinante eksponenata napisanih potencija različita od nule, tj.:

$$D = \begin{matrix} & L & T & X & Y \\ \begin{matrix} L \\ T \\ U \\ V \end{matrix} & \begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \alpha_4 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 & \beta_4 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 & \gamma_4 \\ \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \delta_4 \end{vmatrix} & \neq 0 \end{matrix}$$

Pravilo koherencije razmjernosti veličina igra danas u teoriji razmjernost veoma važnu, a ponekad i odlučujuću ulogu, kada osvetljuje neke probleme koji se inače čine veoma zamršenim. Pravilo, ujedno, daje i odgovor na pitanje, da li mogu biti koherentna dva sistema, od kojih je jedan osnovan na četiri a drugi na tri veličine. Već pogled na gorju determinantu daje odgovor da je to nemoguće! Prema tome, u tom je odmah sadržan i odgovor na pitanje: da li apsolutni [LMT] sistemi mogu biti prikladni i za područje elektromagnetizma? Odgovor je odlučni — NE! Koherenciju za električke veličine moramo računati s obzirom na Kalandarovljev sistem s četiri osnovne veličine, jer je on dosada fizikalno najispravniji sistem, a k tome i savršeno pregledan i simetričan.

Budući da su osnovne veličine jedinice i pramjerila međusobno povezane, možemo reći da pravilo koherencije sistema ne rješava samo probleme izbora osnovnih veličina, već uvjetuje i odabiranje osnovnih jedinica i pramjerila.¹⁾

¹⁾ Primjere koherencije razmjernosti vidi u vježbama iz mjernih sistema, odsječak 38 b.

30. UŽI MIEOV SISTEM ELEKTRIČKIH JEDINICA

U odsječku 27. razmatran je problem izbora osnovnih veličina nauke o elektriciteti i magnetizmu. Utvrđeno je da je Kalantarovljev sistem razmjernosti s osnovnim veličinama L , T , Q , Φ za navedene discipline najprikladniji, jer on, osim svih drugih prednosti, na fizikalno najpravičniji način (a usto je najjednostavniji sistem), definira izvedene veličine. Prema tome, postavlja se pitanje: da li je Giorgijev sistem jedinica, kojemu su osnov metar, kilogram, sekunda i jedna električka ili magnetska jedinica, pravilno usvojiti i za elektromagnetske veličine?

Svakako je za Giorgijev sistem negativno to što u svojim osnovima ima masu $[M]$, koja je elektromagnetizmu posve tuđa osim kod proučavanja gibanja nabijenih materijalnih čestica u elektromagnetskom polju). Da li je, prema tome, Giorgijev sistem neprikladan za elektromagnetizam?!

Kod rješavanja postavljenog pitanja mnogo puta se griješi, jer je općenito usvojeno mišljenje, da sistemi jedinica, sistemi razmjernosti i sistemi pramjerila (etalona) moraju biti jedno te isto. Po tom mišljenju, osnovna jedinica mora biti ujedno i osnovna veličina, te da ove dvije (koje po tom mišljenju predstavljaju jedno te isto) moraju imati pramjerila koja im odgovaraju. Po tom mišljenju dozvoljeno je jedino to, da osnovna jedinica bude multipl ili submultipl pramjere.

Ovakvo mišljenje nije osnovano, jer su sistem razmjernosti, sistem jedinica i sistem pramjerila (etalona) tri samostalna sistema koja treba da budu međusobno povezana. Veže in pravilo koherencije razmjernosti.

Razmatranje razmjernosti električkih i magnetskih veličina pokazuje, da su za sastav jednog zaista besprijekornog sistema, uz dužinu i vrijeme, potrebne dvije električke veličine. Računanje (u poglavlju »Sistem razmjernosti Kalantarova«) pokazuje da treba odabrati 4 od njih. Svaki izbor četiriju veličina na toj bazi daje po jedan Mieov sistem. Ovi sistemi se zovu po Mieou koji je početkom ovog stoljeća prvi predlagao ovakove kombinacije. Tih kombinacija ima mnogo i zato treba odabrati najpovoljniju, kako u fizikalnom tako i u tehničko-mjernom smislu. Poželjno je da se osnovne veličine Mieovog sistema odaberu tako da iz razmjernosti izvedenih veličina (koje su izražene potencijama osnovnih s cjelobrojnim eksponentima) možemo odmah razabrati definicije izvedenih veličina ili čak i mjernu metodu pomoću koje ih mjerimo.

Za Kalantarovljev sistem razmjernosti ustanovljeno je da je besprijekoran sistem razmjernosti pa nije potrebno tražiti bolji. Prema tome, uz odabrani Kalantarovljev sistem razmjernosti treba pronaći najpogodniji sistem jedinica, koji bi odgovarao i u pogledu točnosti, fizikalne ispravnosti a, što je veoma važno, u pogledu definicija i mjerenja izvedenih jedinica isto tako kao i osnovnih.

Svim tim zahtjevima najbolje odgovara tzv. Mieov uži sistem jedinica, tj. sistem koji za svoje osnovne jedinice ima

dužinu — metar	(m) — [L]
vrijeme — sekunda	(s) — [T]
napon — volt	(V) — [u]
struju — amper	(A) — [i].

Ustvari, takav sistem jedinica (u modificiranom obliku)¹⁾ upotrebljavao se i kod praktičkog sistema jedinica, ali tada još nije pravičena razlika između sistema razmjernosti, jedinica i pramjera. Prema tome, problemi mjernih sistema elektrotehnike nisu u izboru četvrte jedinice, već četvrte pramjere, jer praktička elektrotehnika traži da se postojeće jedinice što manje mijenjaju (ali se traži dogovoreni odnos do apsolutnih CGS jedinica i apsolutno definiranje).

Odabiranje Mieovog užeg sistema (VAmS) za elektrotehniku ima veliko značenje, jer je to sistem koji je, ustvari, nastavak Giorgijevog sistema mehanike u elektromagnetizam. Most između ta dva sistema je energija, te se kod računanja iz jednog područja prelazi u drugo, dakle iz jednog sistema u drugi, bez trenja, bez ikakvih preračunskih faktora i spoticanja o bilo kakve nelogičnosti. Uvjet je, naravno, za to da se energija mjeri u jouleima, sila u newtonima, učin u wattima (koji odgovara Nms^{-2} !) itd.

U sistemu (VAmS) amper i volt moraju biti, naravno, definirani apsolutno u skladu s već spominjanim odlukama mjerodavnih međunarodnih foruma.

¹⁾ Upotrebljavan je 1 m, cm, mm, km pa prema tome, na primjer, i V/cm, A/cm itd.

Mieov (VAmS) sistem jedinica logično definira, na primjer, jedinicu otpora iz Ohmovog zakona koji ćemo napisati u obliku formule razmjernosti:

$$[r] = \frac{[u]}{[i]}, \text{ tj. } \Omega = \frac{V}{A}.$$

Gornja formula nam ujedno daje i uputu za mjerenje električnog otpora, tj. treba izmjeriti jakost struje i napon te izračunati kvocijent napona i struje. (Formula razmjernosti u CGS sistemu svakako to ne daje — pogledaj tablu XIII.!) Posve analogno je i kod definiranja coulomba. Iz formule razmjernosti $[Q] = [iT]$ odmah proizlazi, da balističkom metodom mjerimo elektricitetu po $Q = \int i dt$, a jedinica slijedi iz gornje jednodžbe razmjernosti:

$$1 \text{ coulomb} = 1 \text{ amper} \cdot 1 \text{ sekunda.}$$

Budući da je ovakav uži Mieov sistem jedinica priključen na Giorgijev apsolutni sistem, a amper je definiran apsolutno, i on postaje apsolutan. Ako usporedimo Mieov s Kalantarovljevim sistemom, već na prvi pogled vidimo pravilnost njegovog uvođenja, budući da je $[Q] = [iT]$, a $[\Phi] = [uT]$! (Mislimo, u pogledu razmjernosti.)

Na temelju svega što smo dosada izložili možemo reći da, ustvari, ovakav apsolutni sistem jedinica ima dvije grane: Giorgijev sistem za mehaniku i uži Mieov za elektromagnetizam.¹⁾ Budući da tehnika djeluje i na temelju zakona mehanike i elektromagnetizma, paralelno se upotrebljavaju oba sistema i, prema tome, ovaj novi apsolutni sistem (koji je uveden 1. I. 1948.) možemo nazvati Giorgi-Mieovim sistemom jedinica. Oba ta sistema zaokružuje sistemom razmjernosti Kalantarovljev sistem, a međusobna im je veza pravilo koherencije razmjernosti.

Na temelju toga možemo napisati tablicu jedinica nekih električkih i magnetskih veličina, čiji je temelj Mieov (VAmS) sistem jedinica.

¹⁾ U novijoj inostranoj literaturi većinom pišu Giorgijev sistem i pod tim razumijevaju kombinaciju Giorgijevog i užeg Mieovog sistema jedinica.

TABELA IX

Uži Mieov sistem jedinica nekih električnih i magnetskih veličina.

	Veličina	Oznaka	Jedinica u Mieovom sistemu (VAms)	Naziv jedinice	Oznaka jedinice
1	Elektriciteta	Q	As	coulomb	C
2	Gustoća električkog pomaka	D	Asm^{-2}	coulomb na kvadratni metar	Cm^{-2}
3	Jakost struje	i	A	amper	A
4	Jakost magnetskog polja	H	Am^{-1}	amper na metar	Am^{-1}
5	Električka vodljivost	G	$V^{-1} A$	siemens	S
6	Kapacitet	C	$V^{-1} As$	farad	F
7	Magnetski tok	Φ	Vs	weber	Wb
8	Magnetska indukcija	B	Vsm^{-2}	weber na kvadratni metar	Wbm^{-2}
9	Električki napon	u	V	volt	V
10	Jakost električkog polja	E	Vm^{-1}	volt po metru	Vm^{-1}
11	Električki otpor	r	VA^{-1}	ohm	Ω
12	Induktivitet	L	$VA^{-1} s$	henry	H

31. APSOLUTNI (NOVI) MJERNI SISTEM MEHANIKE I ELEKTROMAGNETIZMA¹⁾

Istodobna upotreba više mjernih sistema u elektrotehnici, naime, elektromagnetskog CGS, elektrostatskog CGS, Gaussovog

¹⁾ Taj novi sistem koji je na snazi od 1. januara 1948 u ovoj knjizi nazivamo apsolutnim praktičkim sistemom jedinica ili novim apsolutnim sistemom. Time hoćemo da istaknemo razliku između ovog apsolutnog sistema i CGS apsolutnih sistema (CGSE, CGSM, Gaussov CGS). Tu mjeru smatramo potrebnom stoga što se opaža, da nekim krugovima nije jasna razlika između dvaju oblika apsolutnih sistema koji su ovdje navedeni i time onemogućujemo da dodje do zbrke. Ponekad taj isti apsolutni praktički sistem nazivamo i Giorgi-Mieovim sistemom, gdje pod Mieovim sistemom razumijemo uži Mieov sistem jedinica.

CGS i tehničkog sistema, predstavlja dosta velike komplikacije kod računanja, a i kod nastave elektrotehnike. To se osjeća i u literaturi, gdje svaki autor piše u onom sistemu jedinica kojem je priučen i koji mu je tokom upotrebe »ušao u krv«.

Napretkom mjerne tehnike pokazalo se da pramjere praktičkog (tehničkog) sistema, tj. pramjere internacionalnih jedinica ne odgovaraju dovoljno točno multiplima i submultiplima apsolutnih jedinica definiranih na temelju sistema centimetar-gram-sekunda. Posljedica toga je da i između samih jedinica tehničkog sistema vlada nesklad.

To su neki od uzroka zbog kojih je 1901. Giorgi predložio novi apsolutni mjerni sistem koji je pretendirao da bude pravi univerzalni i potpuni praktički sistem. Ustvari, to je modificirani CGS sistem s osnovnim veličinama i jedinicama (na L, M, T dodana je četvrta električka) dužina — metar (m) — [L], masa — kilogram (kg) — [M], vrijeme — sekunda (s) — [T] i jedna elektromagnetska.

Prema tome je to sistem koji je zasnovan na tri mehaničke veličine, definirane apsolutno već postojećim pramjerilima i na jednoj električkoj; vidimo da je Giorgijeva misao vodilja bila, da što manje mijenja postojeće jedinice, te je zadržao postojeća pramjerila¹⁾, a trima mehaničkim veličinama je pridružio četvrtu električku. Istodobno s uvođenjem sistema osnovanog na 4 osnovne veličine, Giorgi je predložio da se usvoji pisanje jednadžbi elektromagnetizma u racionalnom obliku.

Godine 1928., na Međunarodnoj konferenciji savjetodavnog komiteta za elektricitetu u Parizu diskutiralo se o tome, da li da se i dalje zadrže dotadašnje empirijske međunarodne (internacionalne) jedinice ili da se predje na apsolutne jedinice (u skladu s odlukom Londonske konferencije od 1908. godine). Riješeno je da se za zamjenom pričekaju, dok veliki državni laboratoriji, specijalno opskrbljeni, točno ne odrede odnose između praktičkih (internacionalnih) i apsolutnih jedinica, s točnošću do petog decimalnog mjesta.

Na sastanku Međunarodne elektrotehničke komisije²⁾ u Scheveningenu kod Bruxellesa, odlučeno je godine 1935³⁾, da se uvedu tri Giorgijeve jedinice, i to:

1) Ovakav izbor je u skladu s onim što je izvodjeno u odsječku 26.

2) Commission Electrotechnique Internationale, CEI.

3) Već je 1933. Generalna konferencija za mjere i utege (Conférence Générale des poids et mesures) odlučila da se uvede apsolutni sistem jedinica, mjesto dotadašnjeg internacionalnog.

metar,
kilogram
sekunda,

ali da se prepušta na izbor četvrta, električka ili magnetska jedinica. Prema preporuci te komisije, kao četvrta jedinica može se odabrati jedna od ovih: ohm, volt, amper, coulomb, farad, henry ili weber.

Datum uvođenja novih jedinica bio je 1. januar 1940. po Drugi svjetski rat otegnuo je provođenje u život te odluke do 1. januara 1948.

Bez obzira na to što nije postignut sporazum u pogledu četvrte električke ili magnetske jedinice Giorgijevog sistema, za mehaniku vrijedi odluka od 1935. godine, te je prema tome, od tog datuma uveden Giorgijev sistem jedinica za mehaniku koji ćemo sada razmotriti.

32. GIORGIJEV SISTEM JEDINICA PRIMIJENJEN NA MEHANIKU

Tehnički sistem jedinica mehanike primjenjivan u tehnici, ustvari nije imao u svojim osnovama masu [M] već silu [F], tako da je to, ustvari, bio [LFT] sistem s osnovnim jedinicama metrom, kilogramom (silom)¹⁾ i sekundom. Prema tome, to nije bio apsolutni sistem u pravom smislu te riječi, budući da, na primjer, težina (sila!) ovisi o ubrzanju sile teže (gravitaciji), koja je, opet, različita na različitim mjestima zemaljske površine.

Istodobno upotrebljavanje (u istom području) naziva kilogram i za masu i za silu moglo je dovesti (a i dovođilo je i dovodi) do zbrke, te se zato redovito za kilogrammasu upotrebljavala oznaka kg, a za kilogramsilu kg* ili kG. Označavanje zvjezdicom, iz raznih uzroka (tipografska griješka, zaborav i sl.), može dovesti do nesporazuma (neki autori su označavali i obratno i — eto potpune zbrke), te se zato u novije vrijeme za kilogramsilu (kg*) upotrebljava naziv KILOPOND, s oznakom kp; preporučljivo je da se taj naziv i kod nas u prelaznom periodu upotrebljava.

No uvođenje Giorgijevog m, kg, s sistema jedinica (koji se ponekad naziva i MKS sistemom) ima za posljedicu i uvođenje nove jedinice za silu, kojoj je godine 1938. dan naziv NEWTON i označen sa N. Jedan newton iznosi 10^5 dyn, kako ćemo dalje vidjeti.

¹⁾ Tj. s kilopondom.

Giorgijev m, kg, s sistem je [LMT] sistem koji u svojoj osnovi ima apsolutne jedinice, od kojih su prve dvije definirane pramjerilima spremljenim u Sèvresu, a treća je prirodna konstanta. U Giorgijevom sistemu su, po iznosu, etaloni i jedinice jednake, dok je CGS sistem takodjer [LMT] sistem s prvim dvjema jedinicama, manjim od Giorgijevih. Jedinicu za silu Giorgijevog sistema izvodimo iz Newtonovog zakona:

$$F = m \cdot a = m \frac{d^2 l}{dt^2},$$

u koji za masu m uvrštavamo kilograme, za dužinu metre a za vrijeme sekunde. Budući da je u CGS sistemu jedinica mase 1 gram (dakle 1000 puta manja jedinica od jedinice u Giorgijevom sistemu), jedinica dužine 1 cm (dakle 100 puta manja jedinica) a jedinica vremena u obim sistemima ista, proizlazi da je jedinica sile u CGS sistemu 10^5 puta manja od jedinice u Giorgijevom sistemu. Prema tome je 1 newton (jedinica sile u Giorgijevom sistemu) izražen u dynima:

$$1 \text{ newton (N)} = 10^5 \text{ dyna}^1).$$

Promjenom jedinice za silu promijenjena je i jedinica za radnju, te nije više jedinica kilogrammetar (zapravo kilopondmetar, kpm) već 1 joule koji iznosi 10^7 erga, što slijedi iz obrasca za radnju A:

$$A = F \cdot l,$$

gdje je F sila, a l dužina. Ako je jedinica F u Giorgijevom sistemu 10^5 veća od jedinice CGS sistema, a jedinica dužine 10^2 puta veća, slijedi da je jedinica radnje u Giorgijevom sistemu 10^7 puta veća, tj.:

$$1 \text{ joule (J)} = 10^7 \text{ erga}^2).$$

(Usput rečeno, Deveta generalna konferencija za mjere i utege odlučila je u oktobru 1948., da se za toplinu upotrebljava takodjer joule, i postavila zahtjev, da kalorimetrička mjerenja budu što je moguće više izražena u jouleima. Gdje nije moguće izbjeći kaloriju, neka se svuda prilože podaci za preračunavanje kalorija u joule-e).

Isto tako je u Giorgijevom sistemu jedinica učina i snage 1 watt (W) umjesto dosadašnjih kilopondmetra u sekundi (kpm's), konjske snače (KS) i Horse Power (HP)³).

¹) Odnos između newtona i kiloponda (kg^*) vidi u vježbama.

²) Izvodjenje odnosa između joulea i kpm ($\text{kg}^* \text{ m}$) vidi u vježbama.

³) Odnos između W i kpm/s, KS, HP vidi u vježbama.

TABELA X

Jedinice mehaničkih veličina u Giorgijevom sistemu jedinica (**m, kg, s**), te odnosi do jedinica drugih sistema

Veličina		Jedinica Giorgijevog sistema		Zakon po- moću kojeg je jedinica izvedena	Jedinica CGS siste- ma Naziv	Jedinica tehn. (metarskog) [L-T] sistema Naziv	Preračunski faktori*		Opaska
Naziv	Ozna- ka	Naziv	Oznaka				k ₁	k ₂	
Dužina	<i>l</i>	Metar	<i>m</i>	—	<i>cm</i>	<i>m</i>	10^2	1	
Masa	<i>m</i>	Kilogram	<i>kg</i>	—	<i>g</i>	$kg\,s^2\,m^{-1}$	10^3	$\frac{1}{9,81}$	
Vrijeme	<i>t</i>	Sekunda	<i>s</i>	—	<i>s</i>	<i>s</i>	1	1	
Površina	<i>S</i>	Kvadratni metar	<i>m</i> ²	$S = l^2$	<i>cm</i> ²	<i>m</i> ²	10^4	1	
Volumen	<i>V</i>	Kubni metar	<i>m</i> ³	$V = l^3$	<i>cm</i> ³	<i>m</i> ³	10^6	1	
Brzina	<i>v</i>	Metar u sekundi	<i>ms</i> ⁻¹	$v = \frac{l}{t}$	<i>cms</i> ⁻¹	<i>ms</i> ⁻¹	10^2	1	
Ubrza je	<i>a</i>	Metar u sekundi po sekundi	<i>ms</i> ⁻²	$a = \frac{l}{t^2}$	<i>cms</i> ⁻²	<i>ms</i> ⁻²	10^2	1	
Brzina vrtnje	<i>n</i>	—	<i>s</i> ⁻¹	$n = \frac{1}{T}$	<i>s</i> ⁻¹	<i>s</i> ⁻¹	1	1	
Frekvencija	<i>f, \nu</i>	Hertz	<i>Hz</i>	$f = \frac{1}{T}$	<i>s</i> ⁻¹	<i>s</i> ⁻¹	1	1	
Kružna frekvencija	ω	—	<i>s</i> ⁻¹	$\omega = \frac{2\pi}{T}$	<i>s</i> ⁻¹	<i>s</i> ⁻¹	1	1	

Sila	F	Newton	N	$F = m \cdot a$	dyn	kp	10^5	$\frac{1}{9,81}$	**
Težina	G	Newton	N	$G = m \cdot g$	$(cmgs^{-2})$	"	"	"	
Specifična težina	γ	Newton po kubnom metru	Nm^{-3}	$\gamma = \frac{F}{V}$	$cm^{-2}gs^{-2}$	kpm^{-3}	1	$\frac{1}{9,81}$	**
Tlak	p, f	Newton po kvadratnom metru	Nm^{-2}	$p = \frac{F}{S}$	$cm^{-1}gs^{-2}$	kpm^{-2}	10	$\frac{1}{9,81}$	**
Okretni moment	M	Newton metar	Nm	$M = [Fl]$	cm^2gs^{-2}	kpm	10^7	$\frac{1}{9,81}$	
Momenat inercije (tromosti)	J	—	kgm^2	$J = mr^2$	cm^2g	kpm^2	10^7	$\frac{1}{9,81}$	
Energija, radnja	W, A	Joule	J	$A = F \cdot l$	$erg (cm^2gs^{-2})$	kpm	10^7	"	**
Djelovanje	$A^1)$	Planck	P	$A = W \cdot t$	cm^2gs^{-1}	kpm^s	10^7	"	
Učin, snaga	P	Watt	W	$P = \frac{W}{t}$	cm^2gs^{-3}	kpm^s^{-1}	10^7	"	**

* 1 CGS jedinica = $\frac{1}{k_1}$ Giorgijeva jedinica

1 tehnička jedinica = $\frac{1}{k_2}$ Giorgijeva jedinica

1 tehnička jedinica = $\frac{k_1}{k_2}$ CGS

** Vidi dodatnu tabelu IX — Osnovne jedinice su deblje obrubljene.

1) A kao simbol djelovanja ne smijemo zamijeniti sa simbolom za radnju (A), a isto tako ni oznaku za energiju W s kraticom za watt.

Na temelju svega ovoga dobivamo druge jedinice i za težinu (sila!), specifičnu težinu (Nm^{-3}) (umjesto dosadašnjeg kp dm^3 ili kp cm^3), tlak ili vlak, okretni moment, moment inercije (tromosti) i, tome slično.

Priložena tabela X. sadrži jedinice Giorgijevog, tehničkog [LFT] i CGS sistema, a dodani preračunski faktori pokazuju, kako se od jedinica jednog sistema dobivaju jedinice drugoga. Priložena je i dodatna tabela XI. u kojoj su navedene neke jedinice koje

TABELA XI

Dodatna tabela nekih jedinica k Giorgijevom sistemu jedinica

Veličina	Oznaka	Odnos jedinice
Sila	<i>F</i>	$1 \text{ kilopond (kp)} = 1 \text{ kilogramsila (kg*)}$ $1 \text{ newton (N)} = 10^5 \text{ dyn} = 0,102 \text{ kp}; 1 \text{ kp} = 9,81 \text{ N};$ $1 \text{ kp} = 2,2046 \text{ funti}$
Specifična težina	γ	$1 \text{ kpm}^{-3} = 10^{-6} \text{ kp cm}^{-3} = 10^{-3} \text{ kp dm}^{-3};$ $1 \text{ kp dm}^{-3} = 9,81 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-3}$ $1 \text{ Nm}^{-3} = 0,102 \cdot 10^{-3} \text{ kp dm}^{-3}$
Tlak	<i>p, f</i>	$1 \text{ kpm}^{-2} = 9,81 \text{ Nm}^{-2} = 9,81 \cdot 10^{-4} \text{ N cm}^{-2};$ $1 \text{ kp cm}^{-2} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Nm}^{-2}$ $1 \text{ Nm}^{-2} = 0,102 \cdot 10^{-4} \text{ kp cm}^{-2} (1 \text{ kp cm}^{-2} = 1 \text{ kg*/cm}^2 = 1 \text{ at - tehnička})$
Energija, radnja	$\frac{W}{A}$	$1 \text{ joule} = 1 \text{ newton} \times \text{metar} (1 \text{ J} = 1 \text{ Nm});$ $1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}; 1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg (dyn} \times \text{sec)};$ $1 \text{ kpm} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg} = 9,81 \text{ J}$ $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}; 1 \text{ Ws} = 0,24 \text{ cal};$ $1 \text{ kWh} = 860 \text{ kcal}$ $1 \text{ MeV (megelektronvolt)} = 1,6019 \cdot 10^6 \text{ erga}$
Učin, snaga	<i>P</i>	$1 \text{ W (watt)} = 1 \text{ Js}^{-1} = 1 \text{ Nms}^{-1}; 1 \text{ W} = 10^7 \text{ ergs}^{-1}; 1 \text{ kpms}^{-1} = 9,81 \text{ W};$ $1 \text{ W} = 0,102 \text{ kpms}^{-1}; 1 \text{ kW} = 1,36 \text{ KS} = 102 \text{ kpms}^{-1}; 1 \text{ KS} = 75 \text{ kpms}^{-1};$ $1 \text{ KS} = 0,736 \text{ W}; 1 \text{ HP} = 746 \text{ W}$

se mnogo upotrebljavaju u tehnici, a po svojim iznosima su veoma »šarene«.

Na temelju svega ovoga možemo još naznačiti definicije nekih jedinica mehaničkih veličina Giorgijeva sistema:

1. jedinica dužine je 1 metar (m) koji je određen pramjerylom što se čuva u Sèvresu;
2. jedinica mase je 1 kilogram (kg), koji je određen pramjerylom u Sèvresu;
3. jedinica vremena je 1 sekunda (s), koja ima svoje pramjerilo u zvjezdanom sistemu;
4. jedinica brzine je metar u sekundi (m's). To je brzina točke koja se, kod jednolikog i pravolinijskog gibanja, pomakne za 1 metar u 1 sekundi;
5. jedinica sile je 1 newton (N). To je sila koja masi od 1 kilograma daje ubrzanje od 1 metra u sekundi na svaku sekundu;
6. jedinica radnje (i energije) je 1 joule (J). To je radnja koja se obavi, kada konstantna sila od jednog newtona djeluje na putu od jednog metra;
7. jedinica učina je watt (W). To je učin kod kojeg se za vrijeme od jedne sekunde jednoliko obavlja radnja od 1 joulea.

Definicije jedinica ostalih veličina mehanike proizlaze iz gornjih.

Bilo bi naivno pomisliti da će se nove jedinice (osobito za silu) odjednom prihvatiti u svakodnevnom životu. U tom prelaznom periodu, od kilogramsile (kg*) do newtona, bilo bi veoma poželjno da se za jedinicu sile što više upotrebljava naziv KILOPOND kako bi bila što manja mogućnost zabune (u odnosu na kilogrammasu i kilogramsilu).

33. DEFINICIJE ELEKTRIČKIH I MAGNETSKIH JEDINICA NOVOG APSOLUTNOG (GIORGI-MIE) SISTEMA JEDINICA, TE ODNOS IZMEDJU NOVIH APSOLUTNIH I MEĐUNARODNIH JEDINICA¹⁾

Međunarodni komitet za mjere i utege odlučio je godine 1935., da se nove apsolutne jedinice uvedu 1 januara 1940. Drugi svjetski rat je spriječio provođenje te odluke, te se 1946. godine

¹⁾ Smatramo potrebnim da definicije jedinica novog apsolutnog sistema svrstamo u posebni (ovaj) odsječak, jer na mnogim mjestima i u stručnim knjigama nije jasno, da je tu riječ o posve novom na-

Komitet opet sastao i odredio da se apsolutne jedinice uvedu 1. januara 1948. Deveta generalna konferencija za mjere i utege, na svom zasjedanju u Šèvresu godine 1948., tu odluku je naknadno sankcionirala, a isto tako i odnos između apsolutnih i praktičkih jedinica elektromagnetizma (vidi na kraju ovog odsječka).

Novе definicije električkih i magnetskih jedinica su slijedeće (definicije za važnije mehaničke veličine su definirane u odsječku 32.):

1. Jedinica jakosti električne struje je jedan **a m p e r** (A). Jedan amper je jakost istosmjerne električne struje, koja tekući kroz dva ravna paralelna vodiča, zanemarivo malenog presjeka, udaljena u vakuumu međusobno za 1 metar, proizvodi po metru dužine žica silu od $2 \cdot 10^{-7}$ newtona. (Ovo slijedi iz jednadžbe:

$$f = B \cdot i \cdot l = \mu_0 \cdot H \cdot i = \mu_0 \frac{i}{2\pi r} i = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{i^2}{2\pi r} = \\ = 4\pi \cdot \frac{10^{-7} \cdot 1^2}{2\pi \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N m}^{-1});$$

2. jedinica napona (razlike potencijala) je jedan **v o l t** (V). To je napon koji djeluje između dvije točke vodiča, koji vodi istosmjernu struju od jednog ampera, ako se između te dvije točke žice troši učin od jednog watta (definicija se dakle izvodi iz $u = P/i$);
3. jedinica električkog otpora je jedan **o h m** (Ω). To je otpor između dvije točke vodiča, kada napon od jednog volta, koji vlada između te dvije točke protjera struju od jednog ampera. Uvjet je da vodič nije izvor napona (definicija se dakle izvodi iz $r = u/i$);
4. jedinica električkog naboja je jedan **c o u l o m b** (C). Jedan coulomb je elektriciteta koja protječe u jednoj sekundi, kod jakosti struje od jednog ampera (definicija se dakle izvodi iz $Q = \int i \, dt$);
5. jedinica električkog kapaciteta je jedan **f a r a d** (F). To je kapacitet električkog kondenzatora, kod kojeg se između elektroda pojavi napon od jednog volta, ako ga na-

činu definiraja (što je istom kod predavanja!). Kao primjer navodimo češki tehnički priručnik (Elektrotehnika, Čast I, treće popravljeno (!) izdanje, ČMT, Praha, 1946). Na stranici 32., na primjer, čitamo kako je amper definiran apsolutno, ohm i volt (!?) međunarodno, a **sva tri** jedinice uvaženi češki autori (njih deset) nazivaju **apsolutnima**.

bijemo elektricitetom u iznosu od jednog coulomba (definicija se dakle izvodi iz $C = Q/u$);

6. jedinica induktiviteta je jedan henry (H). To je induktivitet zatvorenog strujnog kruga, u kojem se inducira napon od jednog volta, kada se u njemu jakost struje ravnomjerno promijeni za jedan amper u jednoj se-

kundi (definicija se dakle izvodi iz $L = - \frac{u}{\frac{di}{dt}}$ ¹⁾);

7. jedinica magnetskog toka je jedan weber (Wb). To je magnetski tok koji u jednom zavoju strujnog kruga inducira napon od jednog volta, ako se tok u jednoj sekundi jednoliko smanji na nulu (definicija se dakle izvodi iz $u = - \frac{d\Phi}{dt}$ ²⁾);

8. jedinica jakosti magnetskog polja je jedan amper po metru (Am^{-1}). To je jakost magnetskog polja koje se pojavi u udaljenosti od $\frac{1}{2\pi}$ metra od beskonačno dugog

ravnog vodiča sasvim neznatnog presjeka, ako njime teče struja jakosti jedan amper (definicija se izvodi iz $H = \frac{i}{2\pi d}$).

Medjunarodni komitet za mjere i utege, na svom sastanku u oktobru 1946., na temelju izvršenih mjerenja velikih državnih laboratorija³⁾, odredio je da izmedju srednjih internacionalnih vrijednosti ohma i volta te apsolutnog ohma i volta vrijede ove relacije:

1 srednji internacionalni ohm = 1,00049 apsolutnog ohma;

1 srednji internacionalni volt = 1,00034 apsolutnog volta.

Na temelju toga slijedi da je:

1 srednji internacionalni amper = 0,99985 apsolutnog ampera;

1 srednji internacionalni coulomb = 0,99985 apsolutnog coulomba;

1 srednji internacionalni watt = 1,00019 apsolutnog watta;

1 srednji internacionalni joule = 1,00019 apsolutnog joulea;

1 srednji internacionalni farad = 0,99951 apsolutnog farada;

1 srednji internacionalni henry = 1,00049 apsolutnog henryja;

1 srednji internacionalni weber = 1,00034 apsolutnog webera.

¹⁾ i ²⁾ Sovjetski prijedlog »statičkog« definiranja henryja i webera predložen je na uzakonjenje u SSSR (vidi odsječak 36.).

³⁾ Nazivi tih laboratorija dani su u odsječku 15.

Iz navedenih odnosa medjunarodnih i apsolutnih jedinica vidi se da njihova neznatna promjena nema upliva na praktičku elektrotehniku, odnosno tehniku uopće¹⁾.

34. JEDNOSTAVNI PRIMJERI UPOTREBE NOVIH APSOLUTNIH JEDINICA

Nove jedinice ne predstavljaju za elektrotehniku uglavnom neku novost, jer njihovo apsolutno definiranje i, prema tome, neznatna razlika između njih i »medjunarodnih« ne predstavlja za praksu, bar što se tiče većine jedinica elektrotehnike, nešto novo. Medjutim, postoji osjetna razlika nekih jedinica, i to za jakost električkog i magnetskog polja i iznose dielektričke konstante i permeabiliteta vakuuma. Tako, u novom apsolutnom sistemu mjerimo jakost električkog polja u V/m, jakost magnetskog polja u A/m dok je iznos dielektričke konstante vakuuma $\epsilon_0 = 8,853 \cdot 10^{-12}$ As/Vm a permeabiliteta $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am. Razlika u elektrotehnici nastupa još svuda, gdje ulazi nova jedinica dužine — 1 metar — a, prema tome, i kvadratni i kubni metar.

Velike su razlike u mehanici, gdje nove jedinice za silu — newton — i dužinu — metar — (te kilogram za masu) znače nešto zaista novo. Tako je, na primjer, na prvi pogled veoma teško za silu udomačiti jedinicu 1 newton i, na primjer, reći da je neki čovjek težak 735 newtona, jer nam je već »u krvi« da rečenu težinu izrazimo kilogramima (sila) i kažemo, da je dotični čovjek težak 75 kg* (kiloponda). Čini se da je u prelaznom periodu, dok se ne predje na novi sistem jedinica, veoma svrsishodno upotrebljavati kilopond (kp) koji izražava kilogramsilu. Uvodjenje newtona povlači za sobom i mijenjanje iznosa specifičnih težina (N/m³), momenta (Nm), radnje (Nm umjesto dosadašnjeg kg* m) itd.

Svakako će proći još dosta vremena, dok se nove jedinice, izložene u 32. i 33. odsječku, dovedu do upotrebe u tehnici; ali u stručnoj literaturi ih treba sve više primjenjivati i tako djelovati na širi krug tehničara.

Najveća prednost novog apsolutnog sistema (kraće: apsolutni sistem) jedinica je u tome, što postoji direktna veza između električkih i mehaničkih jedinica — bez ikakvih preračunskih faktora. Slijedeći primjeri pokazuju primjenu apsolutnih jedinica, ilustriraju brojčane iznose nekih veličina u novom i starom sistemu jedinica, a na većini mjesta vrijednostima su pripisane i odgovarajuće je-

¹⁾ O posljedicama uvođenja novih jedinica vidi članak F. Avčina: »Ob uvedbi novih enot v elektrotehniki«, »Elektrotehniški vestnik«, Ljubljana, 1948. br. 1., str. 6 i 7.

činice kako bi se vidjelo na koji način se pomoću njih mogu kontrolirati pravilnosti jednadžbi i rezultata. Ukoliko u nekim slučajevima ne znamo napamet odnose nekih novih jedinica do starih, služimo se iscrpnom tabelom XIV.

Primjer 1. Dva dielektrikuma relativnih dielektričkih konstanta, $\epsilon_{r2} = 80$ i $\epsilon_{r1} = 4$, dodiruju se na površini $S = 0,01 \text{ m}^2$. Paralelno s tom sastavnom plohom djeluje homogeno električko polje $E = 10^6 \text{ V/m}$. Treba odrediti, kojom silom F i kojom silom f (po jedinici površine) dielektrikum s većom dielektričkom konstantom pritišće na dielektrikum s manjom dielektričkom konstantom.¹⁾

Sila f kojom dielektrikum sa ϵ_2 pritišće na jedinicu površine dielektrikuma sa ϵ_1 ($\epsilon_2 > \epsilon_1$), dana je izrazom:

$$f = \frac{1}{2} E^2 (\epsilon_2 - \epsilon_1) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 (\epsilon_{r2} - \epsilon_{r1}).$$

Uvrstimo li u ovu jednadžbu naše vrijednosti $E = 10^6 \text{ V/m}$, $\epsilon_0 = 8,853 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$, $\epsilon_{r2} = 80$, $\epsilon_{r1} = 4$, dobivamo da je

$$f = \frac{1}{2} 8,853 \cdot 10^{-12} (\text{As/Vm}) \cdot (10^6 \text{ V/m})^2 \cdot (80 - 4).$$

Oдавде, sredjenjem i množenjem, slijedi da je

$$f = \frac{1}{2} 8,853 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{12} \cdot 76 \left(\frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2} \right) = 336 \text{ N/m}^2.$$

Dobiveni izraz je u pogledu jedinica ispravan, budući da je:

$1 \frac{\text{As V}^2}{\text{Vm}^2} = 1 \frac{\text{As V}}{\text{m}^2 \text{m}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$, a $1 \text{ AVsm}^{-1} = 1 \text{ N}$, kako se vidi iz tabela XIV i XIII.

Na čitavu dodirnu površinu $S = 0,01 \text{ m}^2$ djeluje sila

$$F = f \cdot S = 336 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \cdot 0,01 (\text{m}^2) = 3,36 \text{ N}.$$

Da bismo mogli zornije predočiti tu silu F kojom jedan dielektrikum tlači na drugoga, izrazit ćemo gornje iznose za F i f u kilopondima. Budući da je $1 \text{ N} = 0,102 \text{ kp}$, slijedi da je

$$F = 3,36 \cdot 0,102 (\text{kp}) = 0,343 \text{ kiloponda, a}$$

$$f = 336 \cdot 0,102 (\text{kp/m}^2) = 34,3 \text{ kp/m}^2.$$

¹⁾ Vidi članak: »Jedan postupak računanja sila u električkom polju«, »Elektrotehničar«, 1949. br. 6. str. 132. do 138.

Primjer 2. Neko tijelo mase $m = 10$ kg giblje se brzinom $v = 100$ m/s. Treba odrediti, kolika bi morala biti sila F , da na putu $l = 0,4$ m obavi radnju iznosa jednakog energiji navedenog tijela u gibanju.

Spomenuto tijelo u gibanju posjeduje energiju

$$W = \frac{1}{2} mv^2.$$

Tražena sila F obavi na putu l radnju

$$A = F \cdot l.$$

Budući da je traženo $W = A$, iz izjednačenja gornjih dvaju izraza slijedi da je

$$F = \frac{mv^2}{2l}.$$

Uvrstimo li gornje iznose i pripadne jedinice, dobivamo da je

$$F = \frac{10 \text{ (kg)} \cdot 100^2 \text{ (m/s)}^2}{2 \cdot 0,4 \text{ (m)}} = 1,25 \cdot 10^5 \text{ N}.$$

Dobiveni izraz je u pogledu jedinica u redu, jer je $1 \text{ N} = 1 \text{ kgm/s}^2$, kako proizlazi iz tabele XIII.

Primjer 3. U homogenom magnetskom polju $B = 0,001$ Wb/m² giblje se elektron mase $m = 0,1 \cdot 10^{-31}$ kć nabijen sa $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Elektron je uletio u magnetsko polje pod djelovanjem napona $U = 1000$ V. Treba odrediti, koliki će biti radius zakrivljenosti putanje elektrona u magnetskom polju navedene jakosti.

Uvrstimo li ovamo gornje podatke izlazi da je

$$r = \frac{1}{B} \sqrt{2 \frac{m}{e} U}.$$

Uvrstimo li ovamo gornje podatke, nastaje da je

$$r = \frac{1}{0,001 \left(\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \right)} \sqrt{2 \cdot \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ (kg)}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ (As)}} \cdot 10^3 \text{ (V)}}.$$

Sredjenjem i računanjem pomoću $1 \text{ kg} = 1 \text{ VAs}^3/\text{m}^2$ (vidi tabelu XIII. ili XIV.) slijedi da je

$$r = 10^3 \left(\frac{\text{m}^2}{\text{Vs}} \right) \sqrt{\frac{18,2}{1,6} \cdot 10^{-9} \left(\frac{\text{VAs}^3}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{V}}{\text{As}} \right)}.$$

Konačno je

$$r = 10^3 \cdot 10,7 \cdot 10^{-4} \left(\frac{\text{m}^2 \text{Vs}}{\text{Vs m}} \right) = 1,07 \text{ m}.$$

Primjer 4. Treba odrediti specifičnu vodljivost bakra u novim jedinicama, ako u tehničkim iznosi $\gamma = 57 \text{ m}/\Omega \text{ mm}^2$.

Kvadratne milimetre, pomoću $1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$, moramo pretvoriti u kvadratne metre i uvrstiti u gornju vrijednost za γ , pa će biti

$$\gamma = 57 \frac{\text{m}}{\Omega \text{ mm}^2} = 57 \frac{\text{m}}{\Omega \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 57 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \text{ m}}.$$

Budući da je $\frac{1}{\Omega} = \text{S}$ (siemens), netom napisani izraz možemo pisati u ovom obliku:

$$\gamma = 57 \cdot 10^6 \text{ S/m} = 57 \text{ MS/m},$$

t.j. da bismo za vodljivost dobili isti brojčani znos kao u tehničkom sistemu jedinica, vodljivost moramo izraziti megasiemensima po metru.

Čini se, da se ova jedinica (kod specifičnog otpora, uz zadržanu vrijednost specifičnog otpora, imamo analogno jedinicu $\frac{\text{m}}{\text{M}\Omega}$)

ne će lako udomačiti u elektrotehnici, jer su kvadratni metri oda-
lečeni stvarnim presjecima vodova u elektrotehničkoj praksi (ne-
koliko kvadratnih milimetara). U tom slučaju, naravno, ostajemo
kod jedinice $\text{m}/\Omega \text{ mm}^2$, a kod proračunavanja je onda, uz iznose
veličina, zgodno pisati i jedinice i uz poznate odnose konačne re-
zultate pretvarati u traženi oblik.

Primjer 5. Ponekad nije prikladno upotrebljavati veličin-
ske jednadžbe, već količinske koje su prilagodjene stanovitim slu-
čajevima, koji često dolaze u praksi. Tako, na primjer, kada iz-
računavamo magnetski napon F u zračnom rasporu, redovito ima-
mo posla s milimetrima zračnog raspora δ . Ovdje ćemo napraviti
količinsku jednadžbu, gdje ćemo magnetski napon F računati na
taj način, da magnetsku indukciju B uvrštavamo u Wb/m^2 , a zra-
čni raspor δ u mm. Kod homogenog polja je

$$F = H \cdot \delta = \frac{B}{\mu_0} \cdot \delta.$$

Uvrštavanjem vrijednosti $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am i jedinica za B i δ (mm), izlazi

$$F = \frac{B \left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right)}{4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right)} \cdot \delta (\text{mm}) = 796 \cdot 10^3 B \frac{\left(\frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \right)}{\left(\frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \right)} \cdot \delta (10^{-3} \text{ m})$$

$$F = 796 \cdot B \left(\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right) \cdot \delta (\text{mm}) \dots\dots (A)$$

Prema tome, uvrštavajući magnetsku indukciju u weberima po kvadratnom metru, a zračni raspor u milimetrima, možemo dobiti magnetski napon F u amperima samo onda ako se poslužujemo gornjom količinskom jednadžbom. (Kod upotrebe Wb/m^2 nema mnogo »glavobolje«, jer je $1 \text{ Wb/m}^2 = 10^4$ gaussa, što znači da do Wb/m^2 od gaussa dolazimo jednostavno tako, da decimalni zarez pomaknemo za 4 mjesta ulijevo.)

Primjedba. Na pokazanih 5 primjera vide se prednosti i »mane« novog sistema jedinica. Da su neki iznosi, po našem mišljenju, »nezgrapni« u novom sistemu jedinica, smatra se zato što smo naučeni na stare i upravo privezani na njih. Stvar je vremena i vježbe, da se isto tako priučimo na nove jedinice i one nam se neće više činiti čudnovatim, a pogotovo ne onima koji će osnovnu tehničku naobrazbu steći sa novim jedinicama.

PROBLEMI MJERNIH SISTEMA ELEKTROTEHNIKE

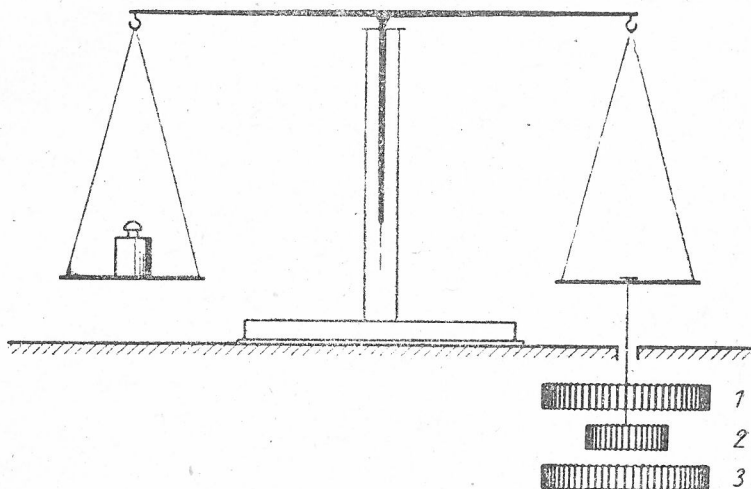
35. ODREĐJIVANJE ČETVORTE OSNOVNE JEDINICE

Nadovezujući na Giorgijevu misao iz 1901. godine, Kennelly je kao četvrtu osnovnu jedinicu novog apsolutnog sistema predložio 1 ohm. Prema tome, na tri mehaničke povezala se jedna električka jedinica. Ustvari, on je time predložio pramjerilo otpora, budući da je u ono doba vladalo općenito mišljenje, da pramjerila moraju biti izvedena baš za osnovne jedinice, odnosno, drugim riječima, nije se lučilo sisteme pramjerila od sistema jedinica. Usto dolazi još jedna razlika: između pramjerila dužine i mase s jedne strane i pramjerila elektromagnetskih veličina s druge strane, postoji prilična razlika. U prvom redu, to je razlika postojanosti pramjerila mehanike i pramjerila nauke o elektriciteti i magnetizmu. Pramjerila metra i kilograma u velikoj mjeri udovoljavaju osnovnom uvjetu, da pramjerilo mora biti što je moguće više nepromenljivo.

U svom prijedlogu sistema jedinica (a time i pramjerila — prema ondašnjem shvaćanju) m, kg, s, Ω , Kennelly je pretpostavljao, da nema razlike između pramjerila metra, kilograma i ohma. Činjenice, provjerene pokusima, tvrde drukčije. Tako su, na primjer, istraživanja postojanosti električkog (ohmskog) otpora pokazala, da električki otpor u obliku žice ili stupca vodljive tekućine, nema konstantne vrijednosti tokom nekog vremenskog perioda. U toku 20 godina opažene su promjene od 0,025 do 0,03 ‰ otpora, što za taj relativno kratki vremenski period znači dosta.¹⁾ Kennelly je, kod predlaganja ohma, ustvari predložio međunarodni a ne apsolutni ohm. Prema tome bi usvajanje ohma kao četvorte osnovne jedinice bilo u suprotnosti s usvojenom odlukom, da se uvede sistem apsolutnih jedinica.

¹⁾ Doduše, ta nepostojanost električkih otpornika sve više se smanjuje, te tako, na primjer, National Bureau of Standards u Washingtonu izvodi otpornike s veoma velikom postojanošću otpora. Takvi normalni mogu odlično služiti u tehnici.

U poslednje vrijeme, točnost mjerenja se za mnogo puta povećala, te je u velikim državnim laboratorijama izvršeno niz mjerenja ohma i ampera na apsolutni način. Takva mjerenja omogućila su apsolutno definiranje jedinica i, istodobno, sve točnije određivanje odnosa između apsolutnih i međunarodnih jedinica. (Apsolutne jedinice su, u skladu s Londonskom konferencijom od 1908. g., u određenim odnosima s apsolutnim [LMT] jedinicama!). Tako je, na primjer, apsolutni amper definiran pomoću tzv. Rayleighove vage (1884. g.), koja je prikazana na slici 3.



Sl. 3. Shematski prikaz Rayleighove vage

Ova shematska slika prikazuje običnu vagu, na čijem jednom tanjuriću je štap, za čiji kraj je pričvršćena zavojnica 2 koja se nalazi između dvije čvrste, fiksne zavojnice 1 i 3. Na drugom tanjuriću nalazi se uteg koji drži ravnotežu sili, kojom čvrste zavojnice drže u svom prostoru pomičnu zavojnicu (2). Na temelju Biot-Savartovog zakona, iz poznatog geometrijskog rasporeda zavojnica izračunata je sila koja, kod prolazjenja struja kroz sve zavojnice, djeluje između zavojnica 1, 3 i 2. Takve vage upotrebljava, na primjer, sovjetski Svesavezni naučno-istraživački institut metrologije Mendeljejeva i američki National Bureau of Standards.

Na temelju takvog apsolutnog definiranja ampera (»vaganje ampera») nastao je francuski prijedlog, da se kao četvrta osnovna jedinica usvoji apsolutni amper a ne ohm, kako je svojedobno predložio Kennelly.

I električki otpor se može mjeriti apsolutno na veoma duhovit način tzv. Lorentzovim postupkom, kojim vrši mjerenja britanski National Physical Laboratory. Taj postupak se sastoji u slijedećem.

U magnetskom polju jedne ili više zavojnica (solenoida) vrti se vodljiva okrugla ploča (Faradayev disk), čija se osovina podudara s osi magnetskog polja zavojnica. Kod jakosti struje i u zavojnici i kod n okretaja ploče u jedinici vremena, na rubu okretane ploče inducira se napon $u = M \cdot i \cdot n$, gdje je M međusobni induktivitet između zavojnica i oboda ploče. Međusobni induktivitet M može se veoma točno izračunati iz geometrijskih rasporeda i odnosa zavojnica i ploče. Struja i vodi se preko otpornika r koji udesimo tako (ili pak broj okretaja n) da je pad napona na otporu r jednak induciranom naponu (na obodu ploče). U tom slučaju je, naravno, $i \cdot r = M \cdot i \cdot n$, odakle je $r = M \cdot n$. Budući da je n mjeren, a M izračunat, s veoma velikom točnošću možemo ustanoviti otpor r (apsolutno).

Njemačka Physikalisch-technische Reichsanstalt (PTR) usporijevala je induktivitet zavojnice s kapacitetom u izmjeničnom mostu, i time prenijela mjerenje induktiviteta na mjerenje otpora i vremena koje je sadržano u frekvenciji. Induktivitet zavojnice je točno izračunat iz njezinih geometrijskih svojstava.

Ovdje smo u kratkim crtama upoznali nekoliko načina apsolutnog definiranja električkih jedinica. Prema tome, mogli bismo očekivati, da u mjernim sistemima elektrotehnike nema problema!?

Medjutim, problem postoji, i to problem, do kojega dolazimo ako pravilno i kritički razmatramo mjerne sisteme elektrotehnike. Mjerni sistemi u svojoj teoriji sadrže, kako smo već nekoliko puta naglasili, sisteme razmjernosti, sisteme jedinica i sisteme pramjerila.

U pogledu sistema razmjernosti nema diskusije. Tu je najprikladniji Kalantarovljev sistem razmjernosti. U pogledu jedinice je takodjer odlučeno: za mehaniku Giorgijev m , kg , s sistem, a za elektromagnetizam uži Mieov sistem jedinica (V , A , m , s).

A što je sa sistemom pramjerila? Imamo pramjerila za dužinu, masu i vrijeme. Nedostaje još četvrto pramjerilo za jednu električku ili jednu magnetsku veličinu. Prema tome, problem mjernih sistema nije u izboru četvrte osnovne jedinice, već u izboru četvrtog pramjerila¹⁾. Ova činjenica mnogima nije jasna i u tome se danas često griješi. Ta griješka potječe od nerazlikovanja sistema razmjernosti, jedinica i pramjerila.

¹⁾ Zapravo kad govorimo o pramjerilima mislimo na mjerne postupke kojima definiramo jedinice. U skladu s tim shvaćamo i izraz »sistem pramjerila« u simboličkom smislu. Ova napomena vrijedi za sva mjesta u knjizi gdje se o tome govori.

Da Kennellyjev ohm ne dolazi u obzir kao četvrto pramjerilo, jasno je iz prijašnjih izvoda. Moglo bi se pomoću Lorentzovog postupka ili Rayleighovom vagom (apsolutni amper), kako predlažu Francuzi!? Možemo se pitati, da li time zaista dobivamo »primarno« pramjerilo (ako možemo tako reći)?

Ako malo razmislimo kako se pomoću Rayleighove vage i Lorentzovog postupka mogu odrediti apsolutni amper i apsolutni ohm, odmah uočimo da smo kod jednog i kod drugog definiranja šutke uveli u račun permeabilitet vakuuma μ_0 . Prema tome, što ćemo vidjeti iz slijedećeg odsječka, apsolutni amper i ohm bili bi određeni posredno, preko μ_0 tj. μ_0 -u bi se najprije dodijelio stanoviti iznos i na temelju toga bi se definirali amper ili ohm.

36. IZBOR ČETVRTOG PRAMJERILA GIORGIJEVA SISTEMA JEDINICA

Kako smo već prije napomenuli, plenarni sastanak Međunarodne elektrotehničke komisije (u Scheveningenu 1935.) predložio je da se za četvrtu jedinicu Giorgijevog sistema usvoji jedna od ovih jedinica: ohm, volt, amper, coulomb, farad, henry, weber.

Sovjetska komisija za mjerne jedinice kod Akademije nauka SSSR, u toku 1936. do 1938. godine podrobno je proučila prijedlog plenarnog sastanka i zaključila, da kao osnovnu jedinicu ne prihvati nijednu od predloženih, već da usvoji jedinicu permeabiliteta vakuuma. (tzv. magn).

Medjutim ovo razlikovanje od francuskog prijedloga posljedica je neuočavanja činjenice, da se kod svega toga u stvari radi o definicijama i o ničemu drugom (usto su pojmovi neprecizirani). Razlika je u tome, što većina diskutiranih (na temelju francuskog prijedloga) usvaja dogovorom iznos za μ_0 dok sovjeti usvajaju iznos jedinice, kad kažu da je $1 \text{ magn} = \mu_0 10^{7/4} \Pi$ (racionalni oblik kojeg oni takodjer zastupaju). A zbrku unosi mišljenje, da se pramjerila moraju odnositi baš na osnovne jedinice i potonje na osnovne veličine. Medjutim definiranje i definicije imaju samo zakonodavni smisao, dok se za pojedina područja tehnike i znanosti upotrebljavaju koherentni sistemi, koji su tamo najprikladniji (mkgs u mehanici, Vams u elektrotehnici). Ipak sovjetski prijedlog (vidi citiranu literaturu) ima nekih dobrih strana, koje ćemo navesti pri kraju ovog odsječka.

Apsolutno definiranje ampera vrši se preko zakona koji određuje mehaničku silu, što djeluje između dva vodiča kojima protječe struja jakosti i . Obrazac koji matematski određuje silu f djelovanja na jedinicu dužine vodiča uronjenih u vakuum glasi:

$$f = \mu_0 \frac{i^2}{2\pi d}.$$

Tu je μ_0 permeabilitet vakuuma, a d razmak između vodiča, čije presjeke možemo zanemariti. Jednadžba je napisana u racionalnom obliku. Ako bismo, dakle, htjeli pomoću ovog zakona odrediti jedinicu apsolutnog ampera (osnovna jedinica — francuski prijedlog) uvrstili bismo u gornju jednadžbu za d jedan metar, a za f jedan newton po metru (radi se o MKS sistemu, dakle se moramo poslužiti metrom i newtonom!) i rekli da je jedinica jakosti struje (1 amper) ona struja koja između paralelnih vodiča (zanemari-vog presjeka) dugih 1 metar, razmaknutih za 1 metar, proizvodi silu od 2 newtona.¹⁾ Ali kod toga bismo napravili supoziciju, tj. pretpostavili bismo, da je permeabilitet vakuuma posve određenog iznosa (unaprijed odabranog).

Medjutim, to je posve samovoljna odluka, koja je uslijedila i kod stvaranja CGSM sistema, kod čega je, doduše, ignorirana razmjernost permeabiliteta, ali je, de facto, određen iznos (i jedinica) permeabiliteta, čim se za vakuum uvrstilo $\mu_0 = 1$ (neracionalni oblik jednadžbi).

Isto tako je i kod određivanja apsolutnog ohma, gdje kod određivanja M , odnosno L , u račun moramo najprije uvrstiti vrijednost odabranu za μ_0 .

Već navedeni razlog bio bi dovoljan, da se kao četvrto pramjerilo usvoji permeabilitet vakuuma.²⁾ Takvo odabiranje ima veoma čvrstu podlogu, budući da je permeabilitet vakuuma veoma postojan, možemo reći — apsolutno postojano i jednak na svakom mjestu zemlje (misli se na uzduh). Usto je to prirodno pramjerilo koje je univerzalnog značenja za čitavu fiziku, a tokom vremena se ne mijenja pa, prema tome, ispunjava sve što se traži od pramjerila.

Odabiranje permeabiliteta vakuuma, dakle universalne konstante koja karakterizira jedno od svojstava fizikalnog prostora, ima smisla, budući da je on apsolutan u pravom smislu te riječi. Sa gledišta poučka o koherenciji razmjernosti, takav izbor je posve razumljiv i opravdan, jer su koherentna sva tri sistema:

Kalantarovljev sistem razmjernosti $[L, T, Q, \Phi]$,
sistem jedinica za elektromagnetizam (VAMs) i
sistem pramjerila (m, kg, s, μ_0).

¹⁾ Naravno, to vrijedi samo za definiciju. Kod stvarnog mjerenja služimo se Biot-Savartovim zakonom, koji primjenjujemo na točno poznati geometrijski raspored vodiča koji, na primjer, čine zavojnice (kao što je rečeno kod Rayleighove vage).

²⁾ Misli se u simboličkim obliku kako je rečeno u primjedbi na str. 123.

Na ovom problemu, koji je bio predmet međunarodnih diskusija, vidi se da navedena tri sistema ne moraju sadržavati iste veličine i jedinice (prva dva), odnosno iste jedinice i pramjerila (etalone) koja im pripadaju i pramjere, već je nužno i dovoljno, da su sistemi koherentni.

U nekim krugovima se osporava tolika vrijednost permeabiliteta kao četvrtog pramjerila. Kažu da je to »apstraktna veličina« ili da »ističe magnetske veličine« i tome slično. Takvo gledanje je nepravilno; ono pokazuje, da nije poznato pravilo koherencije razmjernosti ili, drugim riječima, da se sistemi razmjernosti ne luče od sistema jedinica, a ovi opet od sistema pramjerila. Tvrdokorno je usvojeno mišljenje, da osnovne jedinice moraju biti odabrane za osnovne veličine, a pramjerila za te jedinice. Pravilo koherencije takvo mišljenje obara, a kao primjer nam služi baš ta novi apsolutni mjerni sistem jedinica ($[\text{LTQ } \Phi]$; (VAmS); m, kg, s, μ_0).

Tvrđnja da je permeabilitet vakuuma, ili bilo koje druge materije, apstraktna veličina, takodjer ne stoji. μ_0 je veličina kao i sve druge i njima potpuno ravnopravna. Permeabilitet na potpuno odredjeni način karakterizira fizikalni prostor u kojem se odigravaju materijalni procesi u obliku elektromagnetskog polja. Budući da smatramo, što i moramo, s obzirom na posljedice koje su potpuno »opipljive«, elektromagnetsko polje fizikalnom realnošću u punom značenju te riječi, ne možemo tvrditi da je μ_0 nešto apstraktno ili nešto što karakterizira apstraktno. Takvu izjavu ne potkopava ni činjenica što nemamo zorne predstave mehanizma elektromagnetskih procesa u vakuumu.

U užem Mieovom sistemu jedinica, jedinica od μ_0 određena je sa Vs/Am. Iz toga bi slijedilo, da je jedinica μ_0 izvedena jedinica, a budući da su tri ostale jedinice (metar, kilogram, sekunda) osnovne, koje su direktno naslonjene na pramjere, ukazao se kod Sovjeta zahtjev da i jedinica permeabiliteta dobije svoje posebno ime. Prijedlog da se jedinica permeabiliteta nazove imenom kojeg zaslužnog fizičara¹⁾ nije primljen, već je SSSR usvojena Kalantarovljeva ideja da jedinica permeabiliteta bude »magn«.

Medjutim sovjetskim prijedlog nije prihvaćem od ostalih zemalja-potpisnica Metarske konvencije, iz razloga koji su navedeni na početku ovog odsječka. Većina je za to, da se jednostavno usvoji $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ i time u zakonodavne svrhe definira amper kao prva jedinica u nizu elektromagnetskih jedinica.

¹⁾ Na primjer: »ewing«.

Nastali sistem pramjerila ima razmjernost¹⁾ $[LMT \mu_0]$, tj. istu razmjernost kao i $(CGS \mu_0)$ sistem. Budući da je u neracionalnom $(CGS \mu_0)$ sistemu permeabilitet vakuuma $\mu_0 = 1$, permeabilitet vakuuma možemo jednostavno odrediti u apsolutnom praktičkom sistemu. Treba se samo sjetiti, da je traženi odnos 10^n (gdje je n pozitivni ili negativni cijeli broj) između jedinica apsolutnog sistema i $(CGS \mu_0)$ sistema odnosno odgovarajućih veličina. Ne smijemo zaboraviti da se pripadne jedinice veličina odnose obratno od promatranih veličina. Iznos μ_0 u apsolutnom sistemu jedinica određen je tako da su sve jedinice praktičkog sistema zadržane (samo su točnije i apsolutno definirane), pa, prema tome, vrijede odnosi postavljeni, na primjer, između ampera i $(CGS \mu_0)$ jedinice jakosti struje itd.

Račun za iznos μ_0 vakuuma u apsolutnom sistemu jedinica provodimo na ovaj način: Razmjernost permeabiliteta je u Kalantarovljevom sistemu razmjernosti

$$[\mu] = \frac{[B]}{[H]} = \frac{[\Phi L^{-2}]}{[Q L^{-1} T^{-1}]} = [Q^{-1} \Phi L^{-1} T].$$

Označimo li veličine μ , Q , Φ , L , T u apsolutnom Mie-Giorgijevom sistemu jedinica normalno (bez ikakvih dopunskih indeksa i oznaka), a iste veličine u $(CGS \mu_0)$ sistemu crticom (primjerice μ' , Q' , Φ' , L' , T'), dijeljenjem μ sa μ' dobivamo da je

$$\frac{\mu}{\mu'} = \text{const} \cdot \frac{(Q^{-1} \Phi L^{-1} T)}{(Q'^{-1} \Phi' L'^{-1} T')}.$$

Odnos između jedinica apsolutnog i $(CGS \mu_0)$ sistema jedinica je (prema Londonskoj konferenciji, 1908) ovaj:

1 amper	=	10^{-1}	(CGS μ_0) jedinica
1 weber	=	10^8	„ „
1 metar	=	10^2	„ „
1 sekunda	=	1	„ „

Kod uvrštavanja navedenih odnosa u gornju jednadžbu, moramo uzeti u obzir da se veličine, odnosno brojevi iznosi, odnose obratno od jedinica koje im pripadaju, da je dakle

$$\frac{Q}{Q'} = 10^1; \frac{\Phi}{\Phi'} = 10^{-8}; \frac{L}{L'} = 10^{-2}; \frac{T}{T'} = 10^0 = 1.$$

¹⁾ I sistem pramjerila možemo prikazati sistemom razmjernosti tako da, na čas, shvatimo simboličku oznaku definiranja jedinica kao veličinu.

Konstantu const. morali smo napisati zato što je riječ o omjeru dvaju različitih oblika jednadžbi, naime racionalnog i neracionalnog. U odsječku 13 d ustanovili smo, da je omjer veličina permeabiliteta u racionalnom i neracionalnom obliku jednak 4π , te je, dakle, u našem slučaju $\text{const.} = 4\pi \cdot \mu'_0$ je u (CGS μ_0) sistemu jedinica jednak 1 (neracionalni oblik), pa ako sve dosada nakupljese podatke unesemo u jednadžbu koja određuje omjer μ/μ' , dobit ćemo da je

$$\frac{\mu_0}{\mu'_0} = 4\pi \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-8} \cdot 10^2 \cdot 10^0 = 4\pi \cdot 10^{-7}.$$

Prema tome je (uz $\mu'_0 = 1$) permeabilitet vakuuma u novom apsolutnom sistemu jedinica (u racionalnom obliku):

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m},$$

gdje je

$$1 \frac{Vs}{Am} = 1 \frac{H}{m}.$$

U neracionalnom sistemu pisanja jednadžbi je $\text{const.} = 1$ i prema tome pripadajući μ'_0 u apsolutnom neracionalnom sistemu 10^{-7} H/m .

Iz gornjeg izvoda vidimo, da je u neracionalnom obliku jedinica permeabiliteta $\frac{10^7}{4\pi}$ jedinica (CGS μ_0) sistema i da iznosi permeabilitet vakuuma $4\pi \cdot 10^{-7}$ jedinica apsolutnog sistema.

Pomoću ovako određenog μ_0 možemo odrediti ϵ_0 iz $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$:

$$\epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^{16}} \quad ^1)$$

odakle je:

$$\epsilon_0 = 8,853 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} = 8,853 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}.$$

Za jedinicu dielektričke konstante predlaže se naziv elekta²⁾, analogno nazivu magn. Vrijedi odnos: 1 elekta =

$$= 1 \frac{As}{Vm} = 1 \frac{F}{m}.$$

¹⁾ c uvijek uvrštamo u onim jedinicama o kojem sistemu jedinica je riječ. Ovdje je uvršteno $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$, dok je kod CGS sistema uzimamo $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}$.

²⁾ Prijedlog V. E. Solovljeva, Električstvo, januar 1949.

Iz svega rečenoga se vidi, da je μ_0 (a preko njega i ϵ_0) odabran tako da se njegovim služenjem u apsolutnom racionalnom sistemu za ostale jedinice dobivaju apsolutne jedinice.

Pozitivni dio sovjetskog prijedloga odnosi se na definicije apsolutnih jedinica, u kojem usvaja preporuku definicija Medjunarodnog komiteta za mjere i utege za sve jedinice, osim za weber i henry.

Po preporuci Medjunarodnog komiteta, weber se definira preko »dinamičke« relacije

$$u_1 = - \frac{d\Phi}{dt},$$

tj. kao magnetski tok, koji u jednom zavoju inducira napon od 1 volta, ako magnetski tok unutar zavoja u 1 sekundi ravnomjerno opadne na vrijednost nula.

Henry se na taj način isto tako definira dinamički pomoću

$$u_1 = - L \frac{di}{dt}, \text{ odnosno } L = - \frac{u_1}{\frac{di}{dt}},$$

kao induktivitet zatvorenog strujnog kruga, u kojem nastane napon 1 V. ako jakost struje i opada ravnomjerno »brzinom« 1 A/sekundi.

Po sovjetskom prijedlogu se weber i henry definiraju »statički«, analogno faradu. Taj prijedlog temelji na relaciji

$$\Phi = - \int u dt = r \int i dt = rQ,$$

i prema tome se mjerenje webera vrši na balistički način, pomoću balističkog galvanometra.

Henry je, prema tom prijedlogu, definiran »statički« prema:

$$L = \frac{\Phi}{i},$$

tj. posve analogno kao farad iz

$$C = \frac{Q}{u}.$$

Bez sumnje, takav način definiranja mnogo je jednostavniji od »dinamičkog« definiranja:

$$L = - \frac{u_1}{\frac{di}{dt}}, \text{ te } C = \frac{i}{\frac{du}{dt}},$$

od kojih je druga definicija manje poznata, a isto tako je moguća kao i prva (izvire iz $dQ = idt = Cdu$).

Prednost predloženih sovjetskih definicija je očita, ako uzme-
mo u obzir koliko veličina ulazi u obzir kod definiranja po sovjets-
skom, a koliko kod definiranja po Međunarodnom prijedlogu. Kod
sovjetskog prijedloga dolaze u obzir samo veličine Φ , i , Q , u , dok
kod međunarodnog uz njih nastupa još i vrijeme.

Definiranje webera i henryja na međunarodni način susreće
se i s nekim osnovnim neizbježivim teškoćama, čije izbjegavanje
putem definiranja jedinica preko sovjetskog prijedloga daje pred-
nost tom prijedlogu ispred međunarodnoga. Dinamički postupci
definiranja donose sobom skin-efekt, jer je kod vodiča s konačnim
presjekom nemoguće udovoljiti $u = -d\Phi/dt = \text{const.}$ kod $di/dt =$
 $= \text{const.}$ To slijedi iz činjenice, da se kod svake konačne brzine
mijenjanja magnetskog toka pojavi skin-efekt čija je posljedica
promjena podjele gustoće struje u vodiču i time se prividno pro-
mijeni otpor strujnog kruga. Po sovjetskoj definiciji važno je samo
stanje $Q = \int idt$, prema tome, vremenski tok procesa je od sekun-
darne važnosti.

Sovjetski prijedlog još predlaže za jedinicu magnetskog na-
pona (MMS — stari naziv!) »amper« umjesto »amperzavoje«, koji
se u tehnici redovito upotrebljava, a manje je pravilan od »ampe-
ra«. Isto vrijedi i za amper po metru (A/m) za jakost magnetskog
polja, umjesto dosada mnogo upotrebljavanoga »amperzavoja po
metru« (odnosno, u tehničkom sistemu jedinica, »amperzavoja po
centimetru).

No navedeni prijedlog u pogledu izbora četvrtog pramjerila
nije jedino rješenje izbora četvrtog pramjerila na »prirodnoj« bazi
(»prirodna« pramjerila!). Ovu tvrdnju možemo lako potkrijepiti.

Kod ovdje spominjanog prijedloga u pogledu četvrtog pra-
mjerila u centru pažnje bio je μ_0 . Trudili smo se da dokaže-
mo da μ_0 spada u grupu pravih fizikalnih veličina, tj. da je μ_0
veličina posve ravnoprava svim ostalim veličinama. Do posve
sličnog rasudjivanja za jednu drugu veličinu dolazimo, ako obrati-
mo pažnju na poznatu relaciju, koja neposredno slijedi iz Maxwell-
ove teorije elektromagnetskog polja:

$$\epsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot c^2 = 1.$$

U gornjoj relaciji, naravno ϵ_0 i μ_0 predstavljaju dielektričku
konstantu i permeabilitet vakuuma, a c brzinu svjetlosti.

Pripišemo li ϵ_0 svojstva fizikalne veličine, dakle posve ana-
logno kao što smo učinili kod μ_0 u gornjem izvodu, možemo i
dielektričku konstantu vakuuma odabrati kao četvrto pramjerilo.

Realizaciju odmeravanja jedinica na tom pramjerilu izvršili bismo preko Thomsonove vage i time definirali apsolutni volt. Dakle posve analogno kao što smo kod izbora μ_0 za četvrto pramjerilo pomoću Rayleighove vage definirali apsolutni amper.

Da bi tako definirani volt bio apsolutan, tj. da bi se oslonio na mehanički [LMT] sistem, morali bismo mjeriti silu, koja djeluje između tjelesa nabijenih mirujućom električitetom. Dakle, između tjelesa bi djelovao neki napon, čiju jedinicu bismo definirali baš pomoću mjerene sile, koja djeluje između spomenutih nabijenih vodiča. Budući da sila međusobnog djelovanja ovisi o ϵ_0 (za vakuum, dakle, približno i za zrak), morali bismo za ϵ_0 uvrstiti

tačno odabrani iznos $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9} \cdot 10^{-9} \text{ F/m}$; postupak u račun-

skom smislu posve je analogan onome kod kojeg smo, uz odabrano pramjerilo μ_0 , odabrali vrijednost

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}.$$

Medjutim, kako se čini, ovdje ne bi vrijedila definicija volta preko djelovanja između nabijenih vodiča dugačkih jedan metar, već preko ploča pločastog kondenzatora, čije ploče imaju površinu od 1 kvadratnog metra. Iz mjerno-tehničkih razloga, ovdje prikazani postupak, s pramjerilom za dielektričku konstantu vakuuma, manje je vrijedan od onoga za μ_0 te, izgleda, ima samo teoretsku vrijednost.¹⁾

¹⁾ Više o tome vidi »Elektrotehničar« 1950/3: »Još nešto iz problematike mjernih sistema elektrotehnike«.

NAPRETKI MJERNIH SISTEMA FIZIKE

37. SISTEM JEDINICA KONSTANATA PRIRODE¹⁾²⁾

Bodea je primjenom Kalantarovljevog sistema razmjernosti produbio teoriju razmjernosti i došao do veoma zanimljivih i dalekosežnih rezultata. On je postavio tzv. sistem jedinica konstanata prirode, u kojem su osnovne jedinice isključivo konstante prirode (zato je sistem nazvan sistemom jedinica konstanata prirode).³⁾

Put do takvog sistema jedinica vodi preko oba Coulombova zakona, tj. preko zakona mehaničkog djelovanja između električkih naboja, zakona djelovanja između magnetskih tokova (u klasičnoj interpretaciji preko tzv. »magnetskih masa«) i gravitacionog zakona (Newton) koji određuje mehaničko djelovanje između (nebeskih) masa. Ako usporedimo oblik tih triju zakona, vidimo da su potpuno jednako gradjeni, da dakle postoji matematska identičnost formulacije. No fizikalna sličnost u pogledu razmjernosti postoji samo između oba Coulombova zakona.

¹⁾ Sastavljeno prema članku Eugen Bodea: »Cohérence dimensionnelle entre unités théorétiques et pratiques« štampanom u Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, Zürich, No 8 od 19. IV. 1947.

²⁾ Što se tiče pogleda, formulacija i odnosa moderne fizike (koji su ovdje natuknuti tek simbolima i vrijednostima) neka čitalac potraži razjašnjenje u knjizi domaćeg izvora, od Ivana Supeka: »Teorijska fizika i struktura materije«, Zagreb, NZH, 1949.

³⁾ Ova idja nije nova; Stoney je godine 1874 izjavio da bi se uvriježene jedinice dale zamijeniti sa »prirodnim« jedinicama: brzina svjetlosti, koeficijent gravitacije i osnovni električki naboj.

Coulombov zakon djelovanja dvaju električkih naboja Q_1 i Q_2 razmaknutih za r glasi:

$$F_e = \frac{1}{\varepsilon} \frac{Q_1}{4 \pi r^2} Q^2$$

uz razmjernost F_e :

$$[F_e] = [Q \Phi^{-1} L^{-1} T]^{-1} [Q]^2 [L^{-2}].$$

Desna strana jednadžbe razmjernosti sastavljena je redom za ε , Q_1 , Q_2 , r^2 .

Posve analogno dobiva Bodea za zakon djelovanja izmedju magnetskih tokova:

$$F_m = \frac{1}{\mu} \frac{\Phi_1}{4 \pi r^2} \Phi_2$$

uz razmjernost sile F_m :

$$[F_m] = [Q^{-1} \Phi L^{-1} T]^{-1} [\Phi]^2 [L^{-2}].$$

Da bi postigao analogiju gornjih dvaju zakona u pogledu razmjernosti s Newtonovim zakonom djelovanja izmedju nebeskih masa m_1 i m_2 , Bodea u Newtonov zakon ($F_g = \frac{1}{\gamma_0} \frac{m_1 \cdot m_2}{4 \pi r^2}$) uvodi umjesto masa m_1 i m_2 odgovarajuće »energije mirovanja« koje, prema Einsteinu, iznose:

$$W_0 = m_0 \cdot c^2,$$

gdje je c brzina svjetlosti, a m_0 masa mirovanja. To je dovoljno točno, budući da je brzina svjetlosti nesrazmjerno veća od brzine gibanja nebeskih masa (planeta). No Bodea se tim ne zadovoljava, već zakon mehaničkog djelovanja izmedju masa, koji je sada izražen pomoću energije mirovanja, proširuje na djelovanja (A), tj. uvodi

$$W_0 = A_0 \cdot \varpi.$$

Taj rezultat slijedi iz kvante teorije (energija = $h \cdot \varpi$, gdje je h Planckova konstanta, a ϖ frekvencija). Na temelju toga dobiva W_1 i W_2 (energije mirovanja koje odgovaraju masama mirovanja m_1 i m_2) izraženo pomoću A_1 i A_2 (djelovanja) i, konačno, kao plod računanja, Newtonov zakon u obliku:

$$F_g = \frac{1}{\alpha_0} \frac{A_1}{4 \pi r^2} A_2,$$

s razmjernošću:

$$[F_g] = [Q \Phi L^{-1} T]^{-1} [Q \Phi]^2 [L^{-2}].$$

Usporedimo li razmjernosti veličina F_e , F_m i F_g , vidimo neočekivano analogiju razmjernosti spominjanih triju zakona. Netom napisana razmjernost opravdava hipotetično uvođenje Comptonove frekvencije ($W_0 = A_0 \cdot \varphi_c$) i izaziva pomisao da $Q\Phi$ predočuje materiju na koju je gravitacija čvrsto vezana, a njezina masa se, prema Einsteinu, mijenja relativistički s brzinom gibanja materije.

Kod nadomještavanja m_1 i m_2 s odgovarajućim energijama i, kasnije, sa djelovanjima A_1 i A_2 , dobio je Bodea između α_0 i γ_0 odnos:

$$\alpha_0 = \gamma_0 \frac{c^4}{\varphi_c^2},$$

odakle se, uz poznato γ_0 (konstanta gravitacije), dobiva za

$$\alpha_0 = 6,257 \frac{\text{As Vs}}{\text{ms}^{-1}}, \text{ s razmjernošću } [Q\Phi L^{-1}T]. \text{ Uz } \mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$$

$\frac{\text{A}^{-1} \text{V}}{\text{ms}^{-1}}$ dobivamo, preko jednadžbe $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$, za ϵ_0 vrijednost

$$\epsilon_0 = 8,853 \cdot 10^{-12} \frac{\text{AV}^{-1}}{\text{ms}^{-1}}.$$

Iz omjera električkog naboja e i mase m_e elektrona eksperimentalno je već davno utvrđeno, da elementarni kvantum električnosti, koji postoji u prirodi, iznosi:

$$e = 1,603 \cdot 10^{-19} \text{ As}.$$

Pomoću poznatih relacija i e možemo odrediti elementarni magnetski tok φ_0 . Sjetimo se da je razmjernost dielektričke konstante $[\epsilon] = [Q\Phi L^{-1}T]$ i permeabiliteta $[\mu] = [Q^{-1}\Phi L^{-1}T]$. Stavimo li ove dvije jednadžbe razmjernosti u omjer, dobivamo

$$\frac{[\epsilon]}{[\mu]} = [Q\Phi^{-1}]^2.$$

Iz ove jednadžbe razmjernosti možemo, na primjer, za vakuum sa ϵ_0 i μ_0 , čiji iznosi su dani gore, te se $e = 1,603 \cdot 10^{-19} \text{ As}$ izračunati elementarni magnetski tok φ_0 tako da od gornje jednadžbe razmjernosti napravimo jednadžbu veličina

$$\frac{\epsilon_0}{\mu_0} = (e\varphi_0^{-1})^2.$$

Odavde, uvrštenjem vrijednosti, dobivamo za φ_0 iznos:

$$\varphi_0 = e \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 6,035 \cdot 10^{-17} \text{ Vs}.$$

Pokusi provedeni u fizici pokazuju ispravnost ovog rezultata, te se na taj način već osjećaju konture tzv. sistema jedinica konstanta prirode, u kojem bi kao jedinice nastupale same konstante prirode. Dovde smo već našli dvije temeljne konstante prirode: elementarni kvant elektricitete e i elementarni magnetski tok φ_0 .

Veoma je važno, kako su e i φ_0 povezani s dielektričkom konstantom vakuuma i permeabilitetom vakuuma. Pišemo li razmjernost dielektričke konstante u obliku:

$$[\epsilon] = \frac{[Q \Phi^{-1}]}{[LT^{-1}]}$$

i od napisane jednadžbe razmjernosti napravimo običnu jednadžbu u koju uvrstimo e (na mjesto Q), φ_0 (na mjesto Φ) i umjesto $[LT^{-1}]$ (što predstavlja brzinu) brzinu svjetlosti c , dobivamo frappantan rezultat:

$$\frac{e \varphi_0^{-1}}{c} = 8,853 \cdot 10^{-12} \frac{AV^{-1}}{ms^{-1}} = \epsilon_0.$$

Ako analogno učinimo s permeabilitetom, nastaje:

$$\frac{\varphi_0 e^{-1}}{c} = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{A^{-1}V}{ms^{-1}} = \mu_0.$$

Dalekosežnost ovih dvaju rezultata očituje se u tome, što su ovim relacijama povezane prirodne konstante koje u modernim teorijama igraju temeljnu ulogu, a preko ϵ_0 i μ_0 se nastavljaju u klasičnu elektrodinamiku Maxwella.

Na nekoliko primjera ćemo vidjeti, da su navedene prirodne konstante e , φ_0 , c , φ_c čvrsto i svestrano povezane sa svim područjima fizike, te su zaista temeljne prirodne konstante koje zadiru u svaki »kutić« fizike.

Tako, na primjer, iz omjera Planckove konstante h ($h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js) sa produktom $e \varphi_0$, uvrštenjem iznosa za te konstante dobivamo:

$$\frac{h}{e \varphi_0} = \frac{h \epsilon_0 c}{e^2} = \frac{h}{e^2 \mu_0 c} = f_R = 68,6,$$

a to odgovara Sommerfeldovoj konstanti fine strukture!

Slično se iz omjera Bohrovog magnetona ($m_B = 1,456 \cdot 10^{-23}$ Vsm) sa φ_0 dobiva:

$$\frac{m_B}{\varphi_0} = \frac{e \mu_0 h}{m_e} : e \mu_0 c = \frac{h}{m_e c} = \frac{c}{\varphi_c} = \lambda_e,$$

prirodnu jedinicu dužine. Izraz za φ_0 uzeli smo iz prijašnjeg primjera; m_e predstavlja masu elektrona.

Na temelju ovog kratkog i nepotpunog izlaganja vidimo da prirodne konstante c , φ_0 , e i φ_0^{-1} igraju u fizici temeljnu ulogu, te ih je zato Bodea postavio kao temeljne jedinice sistema jedinica konstanata prirode. Ovaj sistem svakako ima smisla za teoretsku fiziku i za nju je čak veoma prikladan, kako ćemo vidjeti iz kasnijih brojčanih odnosa između ϵ_0 , μ_0 , χ , m_B , h , m_e .

Bodeaov sistem jedinica konstanata prirode koherentan je s Kalantarovljevim sistemom razmjernosti, kako se vidi iz slijedeće tablice.

Fabela XII

Bodeaov sistem jedinica konstanata prirode

Prirodna konstanta Bodeavljeva sistema			Razmjernost u Kalantarovljevom sistemu
Naziv	Oznaka	Iznos	
Elementarna elektriciteta jednog elektrona	e	$1,603 \cdot 10^{-19}$ (As)	[Q]
Elementarni magnetski tok koji odgovara Bohrovom magnetonu	φ_0	$6,935 \cdot 10^{-17}$ (Vs)	[Φ]
Brzina svjetlosti	c	$2,998 \cdot 10^8$ (ms ⁻¹)	[LT ⁻¹]
Comptonova frekvencija	φc	$1,24 \cdot 10^{20}$ (s ⁻¹)	[T ⁻¹]

Posljedica uvođenja Bodeaovih konstanata prirode kao jedinica u teoretsku fiziku bila bi, vjerojatno, pojednostavljenje jednažbi, što se može razabrati iz načina, na koji su određene pojedine veoma važne konstante fizike pomoću e , φ_0 , c i $\varphi_0 c$:

$$\epsilon_0 = 8,853 \cdot 10^{-12} \text{ (AsV}^{-1} \text{ m}^{-1}) = 1 e \varphi_0^{-1} c^{-1}$$

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ (A}^{-1} \text{ sVm}^{-1}) = 1 e^{-1} \varphi_0 c^{-1}$$

$$\chi = 9,76 \cdot 10^{-35} \text{ (AVs}^2) = 1 e \varphi_0$$

$$m_B = 1,456 \cdot 10^{-23} \text{ (Vsm)} = 1 \varphi_0 c \varphi_0^{-1}$$

$$h = 6 625 \cdot 10^{-34} \text{ (AVs}^2) = f_R \cdot e \varphi_0 = 68,6 e \varphi_0$$

$$m_e = 9,1 8 \cdot 10^{-31} \text{ (AVm}^{-2} \text{ s}^3) = f_R \cdot e \varphi_0 c^{-2} \varphi_0^{-1} = 68,6 e \varphi_0 c^{-2} \varphi_0^{-1}$$

¹⁾ Umjesto φ_0 možemo uzeti i m_B ili h ili μ_0 .

Koherencija Kalantarovljeva sistema sa sistemom jedinica konstanata prirode pokazuje, da je Kalantarovljev sistem duboko povezan s čitavom fizikom te je, prema tome, zbilja jedinstveni i univerzalni sistem.

Zapravo, jednu vrstu jedinica konstanata prirode predložio je već godine 1827. Babinet koji je, umjesto definicije metra pomoću 40-milijontog dijela zemaljskog meridijana, predlagao kao jedinicu dužine valnu dužinu neke odgovarajuće svjetlosti, koja bi bila neovisna o promjeni dimenzija zemlje i slično. Michelson i Morley su godine 1889. izradili metodu za mjerenje promjera metar, pomoću valnih dužina svjetlosti. Na temelju nje je Michelson god. 1892. mjerenjem ustanovio, da iznosi pariski metar 1553164,13 valnih dužina crvene linije kadmija. Kasnija mjerenja su dokazala ispravnost rezultata koje je postigao Michelson, uz ogradu, da su linije (zarezi) pariskog metra široke 10 do 12 valnih dužina crvene kadmijeve svjetlosti.

Budući da su mjerenja između crtica pariskog metra ograničena s obzirom na točnost i budući da je teško reproducirati pariski prametar, godine 1927. usvojena je definicija za dužinu koja više nema oslonca na pariskom metru. Te godine je dogovoreno, da na metar dužine otpada 1553164,13 svjetlosnih valnih dužina crvene crte kadmijevog spektra kad je zrak suh, temperatura 15°C a tlak 760 mm Hg. Prema tome, na temelju te definicije, u laboratorijima pomoću metoda interferencije ustanovljen je tako definirani metar, koji nema više veze s međunarodnim metrom (direktno veze!).

Međutim, i kadmijev spektar ima svoje loše strane: linija se ne sastoji od jedne jedine već od nekoliko crta koje su veoma blizu jedna drugoj (svjetlost nije monohromatska). Za zračenje kadmija potrebno ga je zagrijavati, uslijed čega se i onako »debele« linije još više prošire. I osjetljivost čovječjeg oka na crveno svjetlo nije naročito velika; otprilike sedam puta je manja od osjetljivosti na zeleno svjetlo.

Stoga se u novije vrijeme govori o tome, da se odredi jedinica dužine preko zelene svjetlosti zračenja žive 198, tj. izotopa žive koji nastaje kad se zlato bombardira neutronima. Pomoću bombardiranja izotopa zlata, koji nastane bombardiranjem zlata neutronima, nastali izotop odbacuje jedan elektron, tako da od njega nastaje živa 198 (Hg_{80}^{198}). Ovaj pokus je uspio godine 1940., a sada National Bureau of Standards izrađuje Hg_{198} u dovoljnim količinama, tako da za proizvodnju zračenja već upotrebljavaju Geissle-

rove cijevi punjene sa Hg. Dobivena svjetlost ima 12 izrazitih linija, koje se kreću od ultraljubičaste sa 3341 Å^1 (angströma) do žute sa 5791. Službeni podaci će se objaviti pošto mjerenja budu izvršena s točnošću od 10^{-8} .

Zelena linija Hg 198 od 5461 angströma veoma je povoljna, jer je živa jedini stabilni element koji ima relativno visoki tlak pare kod 0°C . Ta činjenica je veoma važna za konstrukciju žarulja punjenih sa Hg 198 parama, koje će na taj način postati pramjerila (etaloni) dužine.

¹⁾ Å (angström) je jedinica dužine: $1 \text{ angström} = 10^{-10} \text{ metra}$.

VJEŽBE

38a. Vježbe s formulama razmjernosti

Primjer 1. Treba odrediti, kakvu fizikalnu veličinu predstavlja izraz $\sqrt{\frac{L}{C}}$. U Kalantarovljevom sistemu razmjernosti induktivitet ima razmjernost $[L] = \frac{[\Phi]}{[i]}$, a kapacitet $[C] = \frac{[Q]}{[u]}$. Stavimo li ovo u jednadžbu razmjernosti, dobit ćemo:

$$\left[\sqrt{\frac{L}{C}} \right] = \left[\frac{\Phi/i}{Q/u} \right]^{1/2} = \left[\frac{\Phi u}{Q i} \right]^{1/2}.$$

Budući da je $[u] = [\Phi T^{-1}]$ i $[i] = [Q T^{-1}]$, slijedi dalje:

$$\left[\sqrt{\frac{L}{C}} \right] = \left[\frac{\Phi \Phi T^{-1}}{Q Q T^{-1}} \right]^{1/2} = \left[\frac{\Phi}{Q} \right] = [Q^{-1} \Phi].$$

Iz tabele XIII. vidimo, da je to razmjernost električkog otpora, tj. izraz $\sqrt{\frac{L}{C}}$ predstavlja (valni!) otpor.

Mogli smo poći, što je još jednostavnije, preko Mieovog sistema razmjernosti čime direktno slijedi:

$$\left[\sqrt{\frac{L}{C}} \right] = \left[\frac{\Phi/i}{Q/u} \right]^{1/2} = \left[\frac{u T/i}{i T/u} \right]^{1/2} = \left[\frac{u}{i} \right] = [r].$$

Primjer 2. Pomoću Mieovog sistema razmjernosti treba odrediti razmjernost izraza:

$$\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}.$$

U Mieovom sistemu su razmjernosti za ϵ i μ :

$$[\epsilon] = [u^{-1} i L^{-1} T]; \quad [\mu] = [u i^{-1} L^{-1} T].$$

Uvrštenje napisanih dviju jednažbi razmjernosti daje:

$$\left[\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \right] = [\epsilon \mu^{-1}]^{1/2} = [u^{-1} i L^{-1} T u^{-1} i L T^{-1}]^{1/2} = [u^{-1} i].$$

Razmjernost izraza je $[u^{-1} i]$, dakle je riječ o električkoj vodljivosti.

Primjer 3. Treba ustanoviti kakvu fizikalnu veličinu predstavlja izraz E/B . U Mieovom sistemu je razmjernost od E i B (jakost električkog polja i magnetska indukcija):

$$[E] = [u L^{-1}]; [B] = [u L^{-2} T]$$

Njihova podjela daje:

$$\left[\frac{E}{B} \right] = [u L^{-1} u^{-1} L^2 T^{-1}] = [L T^{-1}] = [v].$$

Omjer E/B predočuje, dakle, brzinu v .

Primjer 4. Potrebno je ustanoviti kakvu fizikalnu veličinu predstavlja omjer električke vodljivosti G i brzine v (G/v). Tu se treba poslužiti Mieovim sistemom razmjernosti.

Vodljivost G je dana u Mieovom sistemu sa $[G] = [u^{-1} i]$, a brzina $[v] = [L T^{-1}]$. Njihov omjer daje:

$$\left[\frac{G}{v} \right] = \frac{[u^{-1} i]}{[L T^{-1}]} = [u^{-1} i L^{-1} T].$$

Pogledamo li u tabelu XIII., vidjet ćemo da je to razmjernost dielektričke konstante; dakle je $\left[\frac{G}{v} \right] = [\epsilon]$.

Primjer 5. Treba ustanoviti, koju fizikalnu veličinu predstavlja produkt $L C \epsilon \mu$. U Kalantarovljevom sistemu razmjernosti L , C , ϵ , μ su:

$$[L] = [Q^{-1} \Phi T]; [\epsilon] = [Q \Phi^{-1} L^{-1} T];$$

$$[C] = [Q \Phi^{-1} T]; [\mu] = [Q^{-1} \Phi L^{-1} T].$$

Njihov produkt daje:

$$[L C \epsilon \mu] = [Q^{-1} \Phi T Q \Phi^{-1} T Q \Phi^{-1} L^{-1} T Q^{-1} \Phi L^{-1} T].$$

Sredjenjem ovog izraza nastaje:

$$[L C \epsilon \mu] = [L^{-2} T^4] = [L^{-1} T^2]^2 = \left[\frac{1}{L T^{-2}} \right]^2 = \left[\frac{1}{a} \right]^2 = [a^{-2}].$$

Napisani produkt predstavlja recipročnu vrijednost kvadrata akceleracije.

Primjer 6. Pomoću Q , u i T treba izraziti induktivitet L . Induktivitet možemo odrediti sa $[L] = [\Phi i^{-1}]$. Budući da je $[i] = [QT^{-1}]$, a $[\Phi] = [uT]$ slijedi uvrštenjem:

$$[L] = [uTQ^{-1}T] = [Q^{-1}uT^2].$$

Primjer 7. Treba ustanoviti da li se produkt $EBHD\epsilon\mu$ može izraziti pomoću D i B . Sve veličine izrazimo pomoću veličina Kalantarovljeva sistema razmjernosti. Slijedi da je (vidi tabelu XIII.)

$$[E] = [\Phi L^{-1}T^{-1}]$$

$$[D] = [QL^{-2}]$$

$$[B] = [\Phi L^{-2}]$$

$$[\epsilon] = [Q\Phi^{-1}L^{-1}T]$$

$$[H] = [QL^{-1}T^{-1}]$$

$$[\mu] = [Q^{-1}\Phi L^{-1}T]$$

Njihov produkt daje:

$$[EBHD\epsilon\mu] = [\Phi L^{-1}T^{-1} \times \Phi L^{-2} \times QL^{-1}T^{-1} \times QL^{-2} \times Q\Phi^{-1}L^{-1}T \times Q^{-1}\Phi L^{-1}T].$$

Oдавde je dalje:

$$[EBHD\epsilon\mu] = [Q^2\Phi^2L^{-8}T^0] = \left[\frac{Q}{L^2} \frac{\Phi}{L^2} \right]^2.$$

Budući da $[QL^{-2}]$ i $[\Phi L^{-2}]$ predstavljaju D i B , možemo reći da se gornji produkt može izraziti pomoću D i B jednažbom:

$$[EBHD\epsilon\mu] = [DB]^2.$$

38b. Jednostavni primjeri primjene pravila koherencije razmjernosti i izvod poučka o bezrazmjernosnim produktima iz Biot-Savartovog zakona

Primjer 1. Treba izračunati, da li je koherentan Kalantarovljev sistem proširen na mehaniku, tj. sistem (LTA), gdje $[A]$ predočuje razmjernost djelovanja.

Koherentnost tražimo, naravno, na temelju $[LMT]$ sistema, koji je za mehaniku besprijekoran. Izrazimo li veličine L , T i A pomoću osnovnih veličina L , M , T , dobivamo razmjernosti:

$$[L] = [L^1T^0A^0]$$

$$[M] = [L^{-2}TA]$$

$$[T] = [L^0T^1A^0].$$

Iz poučka koherencije razmjernosti slijedi preko determinante:

$$D = \begin{vmatrix} L & M & T \\ L & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 1(1 \cdot 0 - 1) - 2(0 \cdot 0 - 1 \cdot 0) + 0(0 \cdot 1 - 0 \cdot 1) = -1.$$

Budući da je vrijednost determinante različita od nule, izlazi da je [LTA] sistem koherentan, te se promatrana dva sistema mogu (za mehaniku) međusobno nadomještavati.

Primjer 2. Treba ustanoviti, da li je koherentan sistem [LvT], gdje v pretstavlja brzinu.

Izrazimo L, v i T sa [LMT] dobivamo:

$$[L] = [L^1 M^0 T^0]$$

$$[v] = [L^1 M^0 T^{-1}]$$

$$[T] = [L^0 M^0 T^1].$$

Determinanta daje

$$D = \begin{vmatrix} L & M & T \\ L & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Ovu determinantu nije ni bilo potrebno razvijati, jer jedan stupac sadrži same nule te je, prema tome, vrijednost determinante jednaka nuli. Sistem [LvT], dakle, nije koherentan. To je očigledno,

jer se v preko $[v] = \frac{[L]}{[T]}$ može izraziti pomoću ostale dvije (L, T),

a masa kod toga nije uzeta u obzir.

Primjer 3. Izvod poučka o bezrazmjernosnim produktima iz Biot-Savartovog zakona.

Treba izvesti poučak o bezrazmjernosnim produktima iz jednadžbe koja određuje iznos sile (F) djelovanja između magnetskog polja indukcije B u kojoj je dužinom l smješten vodič kroz koji teče električna struja jakosti i, i strujom protjecanog vodiča.

Ukoliko su vodič, magnetsko polje i sila međusobno okomiti, silu F međusobnog djelovanja polja i strujom protjecanog vodiča određujemo pomoću:

$$F = B \cdot i \cdot l.$$

Razmjernost sile F je određena sa:

$$[F] = [LMT^{-2}].$$

Magnetska indukcija B određena je omjerom $B = d\Phi/dS$, tj. ima razmjernost (u odnosu na magnetski tok Φ i površinu S):

$$[B] = [\Phi L^{-2}].$$

Magnetski tok Φ određen je (prema $u = -d\Phi/dt$) u ovisnosti o naponu u i vremenu T ovako:

$$[\Phi] = [uT].$$

Prema tome je razmjernost magnetske indukcije B do napona u , vremena T i dužine L slijedeća:

$$[B] = [L^{-2} uT].$$

Napravimo li pomoću ovoga rezultata od prve (obične) jednadžbe jednadžbu razmjernosti, dobivamo:

$$[F] = [BiL] = [L^{-1} uTi].$$

Ovim je dana razmjernost sile F pomoću dvije električke veličine te vremena i i dužine. Izjednačimo li ovo sa

$$[F] = [LMT^{-2}], \text{ slijedi:}$$

$$[LMT^{-2}] = [L^{-1} T u i],$$

odakle, uredjenjem, nastaje traženi poučak:

$$[L^2 MT^{-3} u^{-1} i^{-1}] = 1.$$

38c. Vježbe s jedinicama — Odredjivanje odnosa izmedju jedinica različitih mjernih sistema

1. Odnos izmedju kiloponda (kp , kg^* , kG) i dyna.

U CGS sistemu jedinica, osnovna jedinica sile je 1 dyn. To je sila koja 1 gramu (g) (masi) daje ubrzanje od 1 cm u sekundi na kvadrat. U tehničkom sistemu $[LFT]$ osnovna jedinica je jedan kilopond (1 kp , tj. kilogram težina, kg^*). Odnos izmedju kiloponda i dyna odredjujemo pomoću Newtonovog zakona na ovaj način:

$$F = m \cdot a.$$

Dyn je, prema navedenoj definiciji, određen iz gornje jednadžbe sa:

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm s}^{-2}.$$

Kilopond odredjujemo iz isto takve relacije:

$$F^* = m^* \cdot g,$$

gdje smo oznakom zvijezdica htjeli istaći, da je riječ o tehničkom [LFT] sistemu mehanike. g je gravitacija ($g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$) na 45-stupnju sjeverne širine. Prema toj relaciji kilopond (kg^*) je definiran kao sila koje djeluje na 45° SŠ na masu od 1 kg. Budući da je akceleracija kod toga $9,81 \text{ ms}^{-2}$, slijedi da je sila za jedinicu mase (kilogram), dakle 1 kilopond:

$$1 \text{ kp} = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} = 9,81 \text{ kg ms}^{-2}.$$

Stavimo li u omjer kp i dyn, dobivamo:

$$\frac{1 \text{ kp}}{1 \text{ dyn}} = \frac{9,81 \text{ kg ms}^{-2}}{1 \text{ g cm s}^{-2}} = \frac{9,81 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot 10^2 \text{ cm} \cdot 1 \text{ s}^{-2}}{1 \text{ g cm s}^{-2}}.$$

Oдавде slijedi, da je

$$1 \text{ kg} = 9,81 \cdot 10^5 \text{ dyna}$$

$$1 \text{ dyn} = 0,102 \cdot 10^{-5} \text{ kp}.$$

2. Odnos izmedju newtona (N) i dyna.

Newton i dyn pripadaju [LMT] sistemu, dakle imaju istu razmjernost, samo su različiti po iznosu. Newton je definiran kao sila koja 1 kg (masi) daje ubrzanje od 1 metra u sekundi na kvadrat, a dyn kao sila koja masi od 1 g daje ubrzanje od 1 cm u sekundi na kvadrat.

Prema tome je

$$1 \text{ newton} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ ms}^{-2}, \text{ a}$$

$$1 \text{ dyn} = 1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cms}^{-2}.$$

Podijelimo li ove dvije jednadžbe i kod toga uvrstimo $1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g}$, $1 \text{ ms}^{-2} = 10^2 \text{ cms}^{-2}$, dobivamo:

$$\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ dyn}} = \frac{10^3 \text{ g} \cdot 10^2 \text{ cms}^{-2}}{1 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm s}^{-2}}.$$

Kraćenjem slijedi:

$$1 \text{ newton} = 10^5 \text{ dyna a}$$

$$1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ newtona.}$$

3. Odnos izmedju newtona i kiloponda (kg*)

Odnos izmedju N i kp možemo odrediti na temelju prijašnjih dviju vježbi, tj. tako da i newton i kilopond svedemo na dyne:

$$\frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kp}} = \frac{10^5 \text{ dyn}}{9,81 \cdot 10^5 \text{ dyn}} = 0,102.$$

Oдавде је одмах

$$1 \text{ newton} = 0,102 \text{ kiloponda a}$$

$$1 \text{ kilopond} = 9,81 \text{ newtona.}$$

4. Odnos izmedju joulea i erga

U mehanici je radnja definirana matematski produktom sile F, koja djeluje na putu; dakle $A = F \cdot l$. Uvrštavamo li u taj izraz najprije F u newtonima i l u metrima (riječ je o Giorgijevom sistemu jedinica), a drugiput silu u dynima i dužinu u centimetrima ($1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \cdot 1 \text{ cm}$ u CGS sistemu jedinica), u prvom slučaju dobivamo radnju u jouleima, a u drugom u ergima. Gornja jednažba, dakle, daje:

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ newton} \cdot 1 \text{ metar i}$$

$$1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \cdot 1 \text{ centimetar.}$$

Podijelimo li ove jednažbe i uvrstimo u gornju $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$ i $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$, dobivamo:

$$\frac{1 \text{ J}}{1 \text{ erg}} = \frac{1 \text{ N} \cdot \text{m}}{1 \text{ dyn} \cdot \text{cm}} = \frac{10^5 \text{ dyn} \cdot 10^2 \text{ cm}}{1 \text{ dyn} \cdot 1 \text{ cm}}.$$

Oдавде slijedi da je

$$1 \text{ joule} = 10^7 \text{ erga a}$$

$$1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ joulea.}$$

5. Odnos izmedju kilopondmetra, kpm (kg*m) i erga, odnosno joulea

Kilopondmetar izrazimo pomoću erga na taj način da umjesto kp uvrstimo iznos $1 \text{ kp} = 9,81 \cdot 10^5 \text{ dyna}$, a za metar iznos 10^2 cm . Time dobivamo da je

$$1 \text{ kilopondmetar, kpm (kp*m)} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erga.}$$

Budući da je $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erga}$, slijedi da je

$$1 \text{ kpm} = 9,81 \text{ joulea a}$$

$$1 \text{ joule} = 0,102 \text{ kpm.}$$

6. Odnos između kWh i kcal

Da bismo mogli odrediti odnos između kWh i kcal, treba da izrazimo obje jedinice nekom zajedničkom. U ovom slučaju ćemo upotrebiti kpm, budući da znamo eksperimentalno utvrđeni odnos:

$$1 \text{ kcal} = 427 \text{ kpm}.$$

kWh možemo svesti na joulee na ovaj način:

$$1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ Wh} = 3600 \cdot 10^3 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J. Budući da je } 1 \text{ J} = 0,102 \text{ kpm, slijedi dalje da je } 1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \cdot 0,102 \text{ kpm} = 0,367 \cdot 10^6 \text{ kpm}.$$

Sada možemo postaviti odnos između kWh i kcal:

$$\frac{1 \text{ kWh}}{1 \text{ kcal}} = \frac{0,367 \cdot 10^6 \text{ kpm}}{427 \text{ kpm}} = 860.$$

Prema tome je

$$1 \text{ kWh} = 860 \text{ kcal a}$$

$$1 \text{ kcal} = 0,00116 \text{ kWh}.$$

7. Odnos između joulea i kalorije (male, gramkalorije)

Iz gornje vježbe vidimo da je

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J.}$$

Prema tome je

$$1 \text{ J} = \frac{1 \text{ kWh}}{3,6 \cdot 10^6}. \text{ Ako za } 1 \text{ kWh uvrstimo}$$

$$860 \text{ kcal} = 860 \cdot 10^3 \text{ cal, dobivamo da je}$$

$$1 \text{ J} = \frac{860 \cdot 10^3 \text{ cal}}{3,6 \cdot 10^6} = 0,24 \text{ cal}.$$

Obratno je:

$$1 \text{ cal} = 4,16 \text{ joulea}.$$

8. Odnos između Nm⁻² i kp/cm², te Nm⁻² i dyn/cm².

Odnos između newtona po kvadratnom metru (vlak, tlak) i kiloponda (kg*) po kvadratnom centimetru odredjujemo tako da Nm⁻², preko poznatih odnosa, svedemo na kp/cm².

Tako je

$$1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{0,102 \text{ kp}}{10^4 \text{ cm}^2}.$$

Oдавде је

$$1 \text{ Nm}^{-2} = 0,102 \cdot 10^{-4} \text{ kp/cm}^2 = 0,102 \cdot 10^{-4} \text{ at}$$

$$1 \text{ kp/cm}^2 = 1 \text{ at} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Nm}^{-2}.$$

Posve analogno odredjujemo odnos izmedju Nm^{-2} i dyn/cm^2 .
Uvrštenjem $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyna}$ slijedi da је

$$1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1 \frac{10^5 \text{ dyn}}{10^4 \text{ cm}^2},$$

odakle је

$$1 \text{ Nm}^{-2} = 10 \text{ dyn/cm}^2 \text{ a}$$

$$1 \text{ dyn/cm}^2 = \frac{1}{10} \text{ Nm}^{-2}.$$

9. Odnos izmedju kVm^{-1} (kV/m) i V/cm .

Budući da је $1 \text{ kV} = 10^3 \text{ V}$, a $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$, slijedi da је

$$1 \frac{\text{kV}}{\text{m}} = 1 \frac{10^3 \text{ V}}{10^2 \text{ cm}} = 10 \text{ V/cm}.$$

Dakle је

$$1 \text{ kV m}^{-1} = 10 \text{ V/cm}; 1 \text{ V/cm} = 10^{-1} \text{ kV m}^{-1}$$

10. Iznos dielektričke konstante u racionalnom i neracionalnom apsolutnom sistemu jedinica

Treba izračunati, koliko iznosi dielektrička konstanta vakuuma u racionalnom i neracionalnom apsolutnom sistemu jedinica (Giorgi-Mie), ako је u racionalnom sistemu permeabilitet vakuuma $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VA}^{-1}\text{m}^{-1}\text{s}$.

Dielektrička konstanta vakuuma ϵ_0 , permeabilitet vakuuma μ_0 i brzina svjetlosti $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$ međusobno su povezani relacijom:

$$\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1, \text{ odakle је: } \epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}.$$

Uvrštenje iznosa za μ_0 i c daje za dielektričku konstantu (racionalni oblik):

$$\begin{aligned} \epsilon_0 &= \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (3 \cdot 10^8)^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 9 \cdot 10^{16}} = \\ &= 8,853 \cdot 10^{-12} \text{ V}^{-1} \text{ Am}^{-1} \text{ s}. \end{aligned}$$

U neracionalnom obliku je dielektrička konstanta vakuuma (ϵ'_0) 4π — puta većeg iznosa od ϵ_0 , što je utvrđeno u odsječku 13a. Prema tome je

$$\epsilon'_0 = 4\pi \epsilon_0 = 4\pi \cdot 8,853 \cdot 10^{-12} = 111,2 \cdot 10^{-12} \text{ V}^{-1}\text{Am}^{-1}\text{s (F/m)}.$$

11. Odnos između jedinice električnosti u CGSE i CGSM sistemu jedinica

Treba odrediti odnos između elektrostatske CGS jedinice električnosti i elektromagnetske jedinice CGS.

Ovaj odnos određujemo pomoću Coulombovog zakona sila između dva električna naboja Q i Q , koja ćemo u našem primjeru uzeti da su po iznosu jednaka (to ne mora biti; ovdje uzimamo to samo zbog jednostavnosti). Ta dva naboja, međusobno udaljena za r , djelovat će međusobno silom F (u vakuumu):

$$F_e = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q \cdot Q}{r^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{Q^2}{r^2}.$$

Jednadžba je napisana u neracionalnom obliku, budući da se radi o CGS sistemima koji su neracionalni (nemodificirani CGS sistemi!). U elektrostatskom sistemu je za ϵ_0 uzeta vrijednost 1, tj. $\epsilon_0 = 1$ i, prema tome, gornja jednadžba prelazi time u:

$$F_e = Q^2/r^2.$$

U elektromagnetskom CGS sistemu je, naprotiv, $\mu_0 = 1$ i, prema tome (pomoću $\epsilon'_0 \mu_0 c^2 = 1$), $\epsilon'_0 = 1/c^2$. Ovdje smo upotrebili crticu za veličine pisane u elektromagnetskom CGS sistemu. Prema tome će iste te dvije električnosti Q' i Q' (sada izražene u elektromagnetskim CGS jedinicama; zato je metnuta crtica) biti u CGSM sistemu napisane u Coulombovom zakonu

$$F_e = \frac{1}{\epsilon'_0} \frac{Q'^2}{r^2} = \frac{c^2 Q'^2}{r^2}.$$

Na F i r nismo stavili crtice (zbog jednostavnosti), jer su jedinice sile i dužine u oba sistema iste. Podijelimo li jednadžbe za F napisane u oba sistema, dobivamo:

$$\frac{F_e}{F_e} = \frac{c^2 Q'^2/r^2}{Q^2/r^2}.$$

Sada F_e i F_m možemo kratiti, a isto tako i r^2 i r^2 pa dobivamo:

$$1 = \frac{c^2 Q'^2}{Q^2}, \text{ odnosno } c \frac{Q'}{Q} = 1.$$

Prema tome je jedinica mjerenja elektricitete u CGSE c — puta ($c \doteq 3 \cdot 10^{10}$) veća od jedinice u CGSM sistemu jedinica, tj.

$$\frac{(Q)(\text{CGSE})}{(Q')(\text{CGSM})} = c = 3 \cdot 10^{10} (\text{cm/s})^{1)}.$$

12. Odnos između webera po kvadratnom metru i gaussa

Pomoću Biot-Savartovog zakona treba odrediti odnos između jedinice za magnetsku indukciju u Giorgi-Mieovom i elektromagnetskom CGS sistemu, tj. odnos između Wbm^{-2} i Gs .

Ako se spomenuti zakon $F = B \cdot i \cdot l$ za jedinice uvrstimo jednom newton, amper i metar, a drugiput dyn, 10 A, cm, dobijemo (pomoću $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$) iz $[B] = [F \cdot i^{-1} \cdot L^{-1}]$:

$$(B) = (\text{N} \cdot \text{Am}^{-1}); (B^*) = (\text{dyn} \cdot 10^{-1} \text{A}^{-1} \text{cm}^{-1}).$$

(Ovdje je zvijezdicom označen elektromagnetski CGS sistem jedinica).

Podijelimo li ove dvije jednačbe jedinica, dobivamo:

$$\frac{(B)}{(B^*)} = \left(\frac{10^5 \text{ dyn} \cdot \text{A}^{-1} \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}}{\text{dyn} \cdot 10^{-1} \text{ A}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}} \right) = 10^4.$$

Prema tome je jedinica magnetske indukcije u Giorgi-Mieovom apsolutnom sistemu 10^4 puta veća od jedinice u elektromagnetskom CGS. Vrijede dakle odnosi:

$$1 \text{ Wbm}^{-2} = 10^4 \text{ Gs}$$

$$1 \text{ Gs} = 10^{-4} \text{ Wb m}^{-2}.$$

13. Odnos između Am^{-1} , A/cm i Oe .

Treba odrediti odnose između oersteda (Oe), ampera na metar (Am^{-1}) i ampera na centimetar (A/cm), na temelju izračunava-

1) Vidi odsječak 23.

nja jakosti magnetskog polja u unutrašnjosti ravnog solenoida, koji je dug $l = 1$ metar i sastavljen od $N = 100$ zavoja. Kroz zavojе teče struja jakosti $i = 200$ ampera.

Oersted je jedinica elektromagnetskog CGS sistema jedinica, u kojem su jednadžbe pisane u neracionalnom obliku. U tom sistemu jednadžbi jakost magnetskog polja u unutrašnjosti solenoida određena je sa

$$H = 4 \pi \frac{Ni}{l},$$

gdje za i treba uvrštavati dekaampere, a za l centimetre da bi se dobila jakost polja u oerstedima. U našem primjeru imamo:

$$H = 4 \pi \cdot \frac{Ni}{l} = 4 \pi \frac{100 \cdot 20}{100} = 4 \pi \cdot 20 = 80 \pi \text{ oersteda.}$$

U racionalnom Mie-Giorgijevom sistemu jedinica, jakost magnetskog polja je

$$H = \frac{Ni}{l} = \frac{100 \cdot 200}{1} = 20000 \text{ Am}^{-1},$$

gdje smo za i uvrštavali ampere, a za l metre.

Riječ je o istom polju, koje je izraženo različitim jedinicama. Budući da je $H = H$, slijedi da je

$$80 \pi \text{ Oe} = 20\,000 \text{ Am}^{-1},$$

odakle je

$$1 \text{ Oe} = 79,58 \text{ Am}^{-1},$$

odnosno

$$1 \text{ Am}^{-1} = 4 \pi \cdot 10^{-3} \text{ Oe.}$$

Odnos između Am^{-1} i A/cm određujemo iz:

$1 \frac{\text{A}}{\text{m}} = 1 \frac{\text{A}}{100 \text{ cm}}$, odakle je $1 \text{ Am}^{-1} = 10^{-2} \text{ A/cm}$ i $1 \text{ A/cm} = 10^2 \text{ Am}^{-1}$. Na temelju gornjih odnosa izračunavamo odnos između oersteda i ampera na centimetar:

$$1 \text{ A/cm} = 10^2 \text{ Am}^{-1} = 10^2 \cdot 4 \pi \cdot 10^{-3} \text{ Oe} = 4 \pi \cdot 10^{-1} \text{ Oe.}$$

Prema tome je

$$1 \text{ A/cm} = \frac{4\pi}{10} \text{ Oe} \doteq \frac{5}{4} \text{ Oe} \quad \text{a}$$

$$1 \text{ Oe} = \frac{10}{4\pi} \text{ A/cm} \doteq \frac{4}{5} \text{ A/cm.}$$

39. Dodatni podaci

Prefiksi i njihovo značenje

Naziv	Odnos do glavne jedinice	Oznaka	Primjeri upotrebe
Piko	10^{-12}	p	1 pF = 10^{-12} F
Nano	10^{-9}	n	1 F = 10^9 nF
Mikro	10^{-6}	μ	1 μ A = 10^{-6} A
Mili	10^{-3}	m	1 mV = 10^{-3} V
Centi	10^{-2}	c	1 cm = 10^{-2} m
Deci	10^{-1}	d	1 dkg = 10^{-1} kg
Deka	10	D	1 DA = 10A
Hekto	10^2	h	1 hm = 10^2 m
Kilo	10^3	k	1 km = 10^3 m
Mega	10^6	M	1 M Ω = $10^6\Omega$
Giga	10^9	G	1 GVA = 10^9 VA
Tera	10^{12}	T	1 TVA = 10^{12} VA

Nazivi velikih brojeva

Deveta generalna konferencija za mjere i utege (1948. godine) usvojila je tzv. »N« pravilo za nazivanje velikih brojeva. »N« pravilo vrijedi za Evropu, kako slijedi iz: $10^{6N} = (N)$ nilijun:

10^6 — milijun

10^{24} — kvadrilijun

10^{12} — bilijun

10^{30} — kvintilijun

10^{18} — trilijun

10^{36} — sekstilijun.

Za 10^9 zadržan je naziv milijarda (kod Amerikanaca je milijarda jednaka 10^{12}).

**Odnos raznih jedinica učina,
koje se u praksi najčešće upotrebljavaju**

Jedinica	kW	KŠ	kpm/s	kcal min
1 kw	1	1,36	102	14,34
1 KS	0,7355	1	75	10,55
1 kpm/s	$9,8 \cdot 10^{-3}$	0,0133	1	0,1406
1 kcal/min	0,0697	0,0948	7,1	1

1 kpm = 1 kg* m

Neke važnije fizikalne konstante

Permeabilitet vakuuma	$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ VA}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s (H/m)}$
Dielektrička konstanta vakuuma	$\epsilon_0 = 8,853 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
Naboj elektrona	$e = 1,6007 \cdot 10^{-19} \text{ C (As)}$
Masa elektrona	$m = 9,1078 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Masa protona	$M = 1,6725 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Planckova konstanta	$h = 6,622 \pm 0,005 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Loschmidtov broj	$L = 6,0226 \pm 0,0015 \cdot 10^{23}$
Ubrzanje sile teže na 45° sjeverne širine	$g = 9,80629 \text{ ms}^{-2}$
Brzina svjetlosti	$c = 2,9974 \pm 0,00011 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$



Tabela XIII

Redni broj	Veličina	Oznaka veličine	[LMT] sistemi s tri osnovne veličine			Sistemi s četiri osnovne veličine						
			El stat [MLT]	Simetrični Gauss [LMT]	El. magn. [LMT]	[LMT ϵ_0]	[LMT μ_0]	[LMTi]	[LMTQ]	Giorgi (prvotni) [LMT r]	Mie (uži) [LTui]	Kalanjarov [LTQ Φ]
			M e h a n i č k e v e l i č i n e									
1	dužina	l	[L]	[L]	[L]	[L]	[L]	[L]	[L]	[L]	[L]	
2	vrijeme	t	[T]	[T]	[T]	[T]	[T]	[T]	[T]	[T]	[T]	
3	djelovanje (radnja puta vrijeme)	A	[L ² MT ⁻¹]	[L ² MT ⁻¹]	[L ² MT ⁻¹]	[L ² MT ⁻¹]	[L ² MT ⁻¹]	[L ² MT ⁻¹]	[L ² MT ⁻¹]	[L ² MT ⁻¹]	[uit ²] [A] = [Q Φ]	
4	energija, radnja	$\frac{V}{A}$	[L ² MT ⁻²]	[L ² MT ⁻²]	[L ² MT ⁻²]	[L ² MT ⁻²]	[L ² MT ⁻²]	[L ² MT ⁻²]	[L ² MT ⁻²]	[L ² MT ⁻²]	[uit] [AT ⁻¹] = [Q Φ T ⁻¹]	
5	učin, snaga	P	[L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻³]	[ui] [AT ⁻²]	
6	sila	F	[LMT ⁻²]	[LMT ⁻²]	[LMT ⁻²]	[LMT ⁻²]	[LMT ⁻²]	[LMT ⁻²]	[LMT ⁻²]	[LMT ⁻²]	[uiL ⁴ T] [AL ⁴ T ⁻¹]	
7	masa	m	[M]	[M]	[M]	[M]	[M]	[M]	[M]	[M]	[uiL ² T ³] [AL ² T]	
E l e k t r i č k e v e l i č i n e												
8	elektriciteta	Q	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2}]	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻¹ $\epsilon_0^{1/2}$]	[L ^{1/2} M ^{1/2} $\mu_0^{1/2}$]	[iT]	[Q]	[LM ^{1/2} T ^{1/2} $r^{1/2}$]	[iT] [Q]	
9	gustoća električkog pomaka	D	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2}]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ $\epsilon_0^{1/2}$]	[L ^{1/2} M ^{1/2} $\mu_0^{1/2}$]	[iL ² T]	[QL ⁻²]	[L ¹ M ^{1/2} T ^{-1/2} $r^{1/2}$]	[iL ² T] [QL ⁻²]	
10	jakost električne struje	i	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻²]	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻²]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻² $\epsilon_0^{1/2}$]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ $\mu_0^{1/2}$]	[i]	[QT ⁻¹]	[LM ^{1/2} T ^{1/2} $r^{1/2}$]	[i] [QT ⁻¹]	
11	jakost magnetskog polja	H	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻²]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻² $\epsilon_0^{1/2}$]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ $\mu_0^{1/2}$]	[iL ⁴]	[QL ⁻¹ T ⁻¹]	[M ^{1/2} T ^{1/2} $r^{1/2}$]	[iL ⁴] [QL ⁻¹ T ⁻¹]	
12	električna vodljivost	G	[LT ⁻¹]	[LT ⁻¹]	[L ⁴ T]	[LT ⁻¹ ϵ_0]	[L ⁴ T μ_0^{-1}]	[i ² L ² M ⁻⁴ T ³]	[L ² M ⁻⁴ TQ ²]	[r ⁻¹]	[u ⁻¹ i] [Q Φ ⁻¹]	
13	kapacitet	C	[L]	[L]	[L ⁴ T ²]	[L ϵ_0]	[L ⁴ T ² μ_0^{-1}]	[i ² L ² M ⁻⁴ T ⁴]	[L ² M ⁻⁴ T ² Q ²]	[Tr ⁻¹]	[u ⁻¹ iT] [Q Φ ⁻¹ T]	
14	dielektrička konstanta	ϵ	[L ⁰ M ⁰ T ⁰]	[L ⁰ M ⁰ T ⁰]	[L ² T ²]	[ϵ_0]	[L ² T ² μ_0^{-1}]	[i ² L ³ M ⁻⁴ T ⁴]	[L ³ M ⁻⁴ T ² Q ²]	[L ⁻¹ Tr ⁻¹]	[u ⁻¹ L ⁴ T] [Q Φ ⁻¹ L ⁻¹ T]	
M a g n e t s k e v e l i č i n e												
15	magnetski tok	Φ	[L ^{1/2} M ^{1/2}]	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} $\epsilon_0^{1/2}$]	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻¹ $\mu_0^{1/2}$]	[i ⁻¹ L ² MT ⁻²]	[L ² MT ⁻¹ Q ⁻¹]	[LM ^{1/2} T ^{1/2} $r^{1/2}$]	[uT] [Φ]	
16	magnetska indukcija	B	[L ^{3/2} M ^{1/2}]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{3/2} M ^{1/2} $\epsilon_0^{1/2}$]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ $\mu_0^{1/2}$]	[i ⁻¹ MT ⁻²]	[L ⁰ MT ⁻¹ Q ⁻¹]	[L ¹ M ^{1/2} T ^{-1/2} $r^{1/2}$]	[uL ² T] [Φ L ⁻²]	
17	električki napon	u	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻²]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ $\epsilon_0^{1/2}$]	[L ^{3/2} M ^{1/2} T ⁻² $\mu_0^{1/2}$]	[i ⁻¹ L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻² Q ⁻¹]	[LM ^{1/2} T ^{1/2} $r^{1/2}$]	[u] [Φ T ⁻¹]	
18	jakost električkog polja	E	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻²]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻¹ $\epsilon_0^{1/2}$]	[L ^{1/2} M ^{1/2} T ⁻² $\mu_0^{1/2}$]	[i ⁻¹ LMT ⁻³]	[LMT ⁻² Q ⁻¹]	[M ^{1/2} T ^{1/2} $r^{1/2}$]	[uL ⁻¹] [Φ L ⁻¹ T ⁻¹]	
19	električki otpor	r	[L ⁴ T]	[L ⁴ T]	[LT ⁻¹]	[L ⁴ T ϵ_0^{-1}]	[LT ⁻¹ μ_0]	[i ² L ² MT ⁻³]	[L ² MT ⁻⁴ Q ⁻²]	[r]	[ui ⁻¹] [Q ⁻¹ Φ]	
20	induktivitet	$\mathcal{L}$	[L ⁴ T ²]	[L]	[L]	[L ⁴ T ² ϵ_0^{-1}]	[L μ_0]	[i ² L ² MT ⁻²]	[L ² MQ ⁻²]	[Tr]	[ui ⁻¹ T] [Q ⁻¹ Φ T]	
21	permeabilitet	μ	[L ⁻² T ²]	[L ⁰ M ⁰ T ⁰]	[L ⁰ M ⁰ T ⁰]	[L ⁻² T ² ϵ_0^{-1}]	[μ_0]	[i ⁻² LMT ⁻²]	[LMQ ⁻²]	[L ⁻¹ Tr]	[ui ⁻¹ L ⁻¹ T] [Q ⁻¹ Φ L ⁻¹ T]	

Tabela XIV

Redni broj	Fizička veličina	Oznaka veličine	Jedinica Giorgi (m,kg,s)- -Mieovog(VAms) sistema jedinica			Jedinica CGS (Gaussovog) sistema		1 Giorgi- Mieova jedinica sadrži jedinica CGS				Jedinica tehni- čkog sistema (m,kg,s)-(A,AmS)		Naziv jedinice ili oznaka	Giorgi- Mieova jed- nica sadrži tehni- čku jedinica	Primjedba
			Naziv	Oznaka jedinice	Razmjernost je- dinice u užem Mieovom smislu	Naziv	Ozna- ka	Racionalni oblik (CGS)		Neracionalni oblik (CGS)		jed. CGS	jed. CGS			
								el. mag.	el. stat.	el. mag.	el. stat.					
M e h a n i č k e v e l i č i n e																
1	dužina	l	metar	m	m	centimetar	cm	10 ²	10 ²	10 ²	10 ²	1	metar	1		
2	vrijeme	t	sekunda	s	s	sekunda	s	1	1	1	1	1	sekunda	1		
3	djelovanje	A	planck	P	VA ^{s2}	erg sekunda	ergs	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	1	—	0,102		
4	energija , radnja	W A	Joule	J	VA s	erg	erg	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	1	kilopondmetar (kpm)	0,102	1 kpm = 1 kg * m 1 kg = kilogram-sila	
5	učin, snaga	P	watt	w	VA	erg u sekundi	ergs	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	1	kpm s ⁻¹	0,102		
6	sila	F	newton	N	VA m ⁻¹ s	dyn	dyn	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	10 ⁵	1	kilopond	0,102	1 kp = 1 kg *	
7	masa	m	kilogram	kg	VA m ⁻² s ³	gram	g	10 ³	10 ³	10 ³	10 ³	1	kpm ⁻¹ s ²	0,102	1 kpm ⁻¹ s ² = 981 kg	
E l e k t r i č k e i m a g n e t s k e v e l i č i n e																
8	elektriciteta	Q	coulomb	C	As	priestley		10 ⁻¹	3·10 ⁹	10 ⁻¹	3·10 ⁹	C	coulomb	1	1C = 1As = 1F V 1priestley = 10 ⁻⁹ C	
9	gustoća električkog pomaka	D	coulomb na kvadratni metar	C/m ²	Am ² s			10 ⁻⁵	3·10 ⁵	10 ⁻⁵	3·10 ⁵	C	C/cm ²	10 ⁻⁴		
10	površinska gustoća elektriciteta	σ	—	C/m ²	Am ² s			10 ⁻⁵	3·10 ⁵	10 ⁻⁵	3·10 ⁵	C	C/cm ²	10 ⁻⁴	1C/m ² = 10 ⁻⁴ C/cm ²	
11	prostorna gustoća elektriciteta	ρ	coulomb na kubni metar	C/m ³	Am ³ s			10 ⁻⁷	3·10 ³	10 ⁻⁷	3·10 ³	C	C/cm ³	10 ⁻⁶		
12	jakost električne struje	i	amper	A	A			10 ⁻¹	3·10 ⁹	10 ⁻¹	3·10 ⁹	C	amper	1		
13	gustoća električne struje	g	amper na kva- dratni metar	A/m ²	Am ⁻²			10 ⁻⁵	3·10 ⁵	10 ⁻⁵	3·10 ⁵	C	amper na kvadratni milimetar	10 ⁻⁶	1A/m ² = 10 ⁻⁶ A/mm ² 1A/mm ² = 10 ⁶ A/m ²	
14	potencijal , napon	φ u	volt	V	V			10 ⁸	1/300	10 ⁸	1/300	C ⁻¹	volt	1		
15	jakost električkog polja	E	volt na metar	V/m	Vm ⁻¹			10 ⁶	1/3 · 10 ⁻⁴	10 ⁶	1/3 · 10 ⁻⁴	C ⁻¹	volt na centimetar	10 ⁻²	1kv/m = 10 ² V/cm 1V/cm = 10 ⁻² kv/m	
16	ohmski otpor	r	ohm	Ω	VA ⁻¹			10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	C ⁻²	ohm	1		
17	specifični električki otpor	ρ		Ωm	VA ⁻¹ m			10 ¹¹	1/9 · 10 ⁹	10 ¹¹	1/9 · 10 ⁹	C ⁻²		10 ²		
18	električka vodljivost	G	siemens	S	V ⁻¹ A			10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	C ²	siemens	1		
19	specifična električka vodljivost	σ		1/Ωm	V ⁻¹ Am ⁻¹			10 ⁻¹¹	9 · 10 ⁹	10 ⁻¹¹	9 · 10 ⁹	C ²		10 ⁻²		
20	električki Kapacitet	C	farad	F	V ⁻¹ As	centimetar	cm	10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	C ²	farad	1	1F = 9 · 10 ¹¹ cm ⁻¹ 1F = 10 ¹² pF	
21	apsolutna dielektrička konstanta	ε	(elekta?) ²	F/m	V ⁻¹ Am ² s			10 ⁻¹¹	9 · 10 ⁹	10 ⁻¹¹	9 · 10 ⁹	C ²	farad na centimetar	10 ⁻²	1ε ₀ μ ₀ C ² = 1 (C = = 3 · 10 ⁹ m/s) slijedi uz μ ₀ = 4π · 10 ⁻⁷ VA ⁻¹ m ⁻¹ s ⁻² ε ₀ = 1/4πC ² = 8,85 · 10 ⁻¹² V ⁻¹ Am ² s	
22	relativna dielektrička konstanta	ε _r														
23	magnetski tok	φ	weber	Wb	Vs	maxwell	Mx	10 ⁸	1/300	10 ⁸	1/300	C ⁻¹	maxwell	10 ⁸		
24	magnetska indukcija	B	veber na kva- dratni metar	Wb/m ²	Vm ⁻² s	gauss	Gs	10 ⁴	1/3 · 10 ⁻⁶	10 ⁴	1/3 · 10 ⁻⁶	C ⁻¹	gauss	10 ⁴	1Mx = 1Gs · 1cm ²	
25	jakost magnetskog polja	H	amper na metar	A/m	Am ⁻¹	oersted	Oe	10 ⁻³	3 · 10 ⁷	10 ⁻³	3 · 10 ⁷	C	oersted	10 ⁻³	1Oe = 79,58 A/m 1A/m = 1257 · 10 ⁻³ Oe	
26	permeabilitet (magnetska propusljivost)	μ	(magn?) ²	H/m	VA ⁻¹ m ⁻¹ s			10 ⁷	1/9 · 10 ¹³	1/4π · 10 ⁷	1/4π · 10 ¹³	C ⁻²	henry na centimetar	10 ⁻²	μ ₀ = 4π · 10 ⁻⁷ VA ⁻¹ m ⁻¹ s	
27	relativni permeabilitet	μ _r												1		
28	intenzitet magnetiziranja	J	veber na kva- dratni metar	Wb/m ²	Vm ⁻² s	gauss	Gs	10 ⁴	1/3 · 10 ⁻⁶	1/4π · 10 ⁴	1/4π · 10 ⁶	C ⁻¹	gauss	10 ⁴		
29	protjecanje, uzbuđenje	(H)	amper	A	A			10 ⁻¹	3 · 10 ⁹	10 ⁻¹	3 · 10 ⁹	C	amper	1		
30	magnetski napon	U _m F	amper	A	A	gilbert	Gb	10 ⁻¹	3 · 10 ⁹	1/4π · 10 ⁻¹	1/4π · 10 ⁹	C	amper	1		
31	magnetski potencijal	V	amper	A	A	gilbert	Gb	10 ⁻¹	3 · 10 ⁹	1/4π · 10 ⁻¹	1/4π · 10 ⁹	C	amper	1		
32	magnetski otpor	R _m		1/H	V ⁻¹ As ⁻¹			10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	1/4π · 10 ⁻⁹	1/4π · 10 ¹¹	C ²		1		
33	magnetska vodljivost	λ	henry	H	VA ⁻¹ s			10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	1/4π · 10 ⁹		C		1		
34	induktivitet i međusobni induktivitet	L M	henry	H	VA ⁻¹ s	centimetar	cm	10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	C ⁻²		1	1H = 1Vb/As = 1Ω s 1H · 10 ⁹ cm ⁻¹	
V e l i č i n e i z m j e n i č n i h s t r u j a																
35	jalovi otpor (reaktancija)	X	ohm	Ω	VA ⁻¹			10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	C ⁻²	ohm	1		
36	prividni otpor (inpedancija)	Z	ohm	Ω	VA ⁻¹			10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	10 ⁹	1/9 · 10 ¹¹	C ⁻²	ohm	1		
37	prividna vodljivost (admitancija)	Y	siemens	S	V ⁻¹ A			10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	C ²	siemens	1		
38	jalova vodljivost (susceptancija)	B	siemens	S	V ⁻¹ A			10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	10 ⁻⁹	9 · 10 ¹¹	C ²	siemens	1		
39	wattni učin , snaga	P _w	watt	w	VA	erg u sekundi	erg s	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	1	watt	1		
40	jalovi učin, snaga	P _j	var	Var	VA	erg u sekundi	erg s	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	1	var	1		
41	prividni učin, snaga	P	voltamper	VA	VA	erg u sekundi	erg s	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	10 ⁷	1	voltamper	1		

UPOTREBLJENA LITERATURA

KNJIGE

- Coulson C. A., Electricity, Oliver and Boyd, Edinburgh, 1948.
- ČMT, Elektrotechnika, Čast I., Praha, 1946.
- Хайкин С. Э., Механика, Ogiz-Gostehizdat, Moskva-Lenjingrad, 1947.
- Jovanović V. Dj., Osnovni zakoni elektriciteta, Naučna knjiga, Beograd, 1948.
- Круг К. А., Основы электротехники, Gosenergoizdat, Moskva-Lenjingrad, 1946., I. dio.
- Küpfmüller K., Einführung in die theoretische Elektrotechnik, Springer, Berlin, 1939 (II. izdanje).
- Ландау Л. и Лифшиц Е., Теория поля, Ogiz-Gostehizdat, Moskva-Lenjingrad, 1948.
- List V., Základy elektrotechniky, ČMT, Praha, 1946., I. dio.
- Lončar J., Osnovi elektrotehnike, Zagreb, 1947., knjiga druga.
- Миткевич В. Ф., Магнитный поток и его преобразования, Izdanja AN SSSR, Moskva-Lenjingrad, 1946.
- Нейман—Калантаров, Теоретические основы электротехники, Gosenergoizdat, Moskva-Lenjingrad, 1948., knjiga I.
- Папалекси Н. Д., Курс физики, Gostehizdat, Moskva-Lenjingrad, 1947., II. dio.
- Pohl R. V., Einführung in die Elektrizitätslehre, Springer, Berlin, 1943.
- Ranojević M. N., Sistemi jedinica i rešeni zadaci iz osnova elektrotehnike, Centralno udruženje studenata tehnike, Beograd, 1947.
- Starling S. G., Electricity and Magnetism, Longmans, Green and Co., London, 1948.
- Stubbings G. W., Dimensions in Engineering Theory, Crosby Lockwood and Son Ltd., London, 1948.
- Supek I., Teorijska fizika i struktura materije, NZH, Zagreb, 1949.
- Тамм И. Е., Основы теории электричества, Gostehizdat, Moskva-Lenjingrad, 1949.
- Trnka Z., Uvod do theoretické elektrotechniky, ESČ, Praha, 1946.

CASOPISI

Avčin F., Elektrotehniški vestnik, Ljubljana, 1948., str. 1., 73., 169.
i 243.

Bedjanič V., Elektrotehniški vestnik, Ljubljana, 1942., str. 1. i 33.

Bodea E., Bulletin SEV, Zürich, 1947., № 8.

Cornelius P. and Hamaker H. C., Philips Research Reports, Eindhoven,
1949., april.

Kalantarov P. L., Električestvo, Moskva, 1948., broj 1.

» » 1949., broj 1.

Koželj V. A., Elektrotehniški vestnik, Ljubljana, 1946., str. 2.

König H., Krondl M., Landolt M., Bulletin SEV, Zürich, 1949., № 15.

Malikov M. F., Električestvo, Moskva, 1948., broj 1

» » 1949., broj 1.

Pérard A., Bulletin SEV, Zürich, 1949., № 8.

Polhovski V., Elektropriroda, Beograd, 1949., str. 175. i 221.

Sena L. A. i Standelj A. E., ŽTF, Lenjingrad, 1949., tom. XIX., februar,
str. 279. i 283.

Solovljev V. E., Električestvo, Moskva, 1949., broj 1.

Wallot J., ETZ, Berlin, 1943., str. 13. i 229.

Simboli koji su upotrebljeni u ovoj knjizi imaju ova značenja:

a	— akceleracija, koeficijent	l	— dužina
A	— amper, radnja, djelovanje	L	— induktivitet
$\text{\AA}$	— angström	L	— razmjernost dužine
b	— koeficijent	m	— metar, masa, »magnetska masa«, mili
B	— magnetska indukcija	m_B	— Bohrov magneton
c	— brzina svjetlosti, centi, koeficijent	M	— međusobni induktivitet
C	— coulomb, kapacitet	M	— razmjernost mase, mo- ment, mega
d	— promjer, diferencijal, de- ci, koeficijent	n	— neimenovani broj, norma- la, nano, broj okretaja
D	— gustoća električkog po- maka, deka, determinanta	N	— broj zavoja
e	— naboj elektrona, indeks	p	— piko, tlak, vlak
E	— jakost električkog polja	P	— planck, učin, polarizacija,
f	— frekvencija, sila na jedi- nicu dužine, sila na jedi- nicu površine	P_w	— wattni učin
f_R	— Sommerfeldova konstanta fine strukture	P	— jalovi učin
F	— farad, sila, magnetski napon	q, Q	— elektriciteta
g	— gram, gustoća električne struje	r	— električki otpor, radius, udaljenost
G	— fizikalna veličina, elek- trička vodljivost, giga	R	— radius
H	— henry, jakost magnetskog polja	s	— sekunda
i	— jakost električne struje	S	— siemens, vektor Poyntin- ga, površina
J	— joule, intenzitet magneti- ziranja, moment tromosti	t	— vrijeme
k	— kilo, koeficijent	T	— razmjernost vremena
k_e, k_m	— koeficijenti	u	— napon
		u_1	— inducirani napon
		U	— efektivna vrijednost iz- mjeničnog napona
		U_m	— magnetski napon
		v	— brzina
		V	— volt, volumen
		w	— gustoća energija

W	— watt, energija	μ	— apsolutni permeabilitet
X, Y, Z	— općenita oznaka za fizi- kalne veličine	μ_r	— relativni permeabilitet
α	— koeficijent, koeficijent po- larizacije	μ_0	— permeabilitet vakuuma
β	— koeficijent, kut	ν	— frekvencija
γ	— koeficijent, specifična te- žina, specifična električka vodljivost	ν_c	— Comptonova frekvencija
δ	— koeficijent, zračni raspor	π	— Ludolfov broj
ϵ	— apsolutna dielektrička konstanta	ρ	— specifični otpor, prostor- na gustoća elektricitete
ϵ_r	— relativna dielektrička konstanta	σ	— površinska gustoća elek- tricitete
ϵ_0	— dielektrička konstanta vakuuma	φ_0	— elementarni magnetski tok
η	— koeficijent	Φ	— magnetski tok
ϑ	— uzbudjenje, protjecanje	χ	— elementarni iznos djelo- vanja ($\chi = e\varphi_0$)
λ	— valna dužina	ψ	— ukupni magnetski tok
λ	— magnetska vodljivost	ω	— prostorni kut, kružna frekvencija
		Ω	— ohm.

PRIMJEDBA: Vektori su štampani masnije; na slici 1 predloženi su
debljim uspravnim slovima.

POGOVOR

Objektivne opće tiskarske teškoće, fuzioniranje „Industrijske knjige“, Beograd, s „Tehničkom knjigom“, Beograd, pomanjkanje matematskog sloga i niz drugih nepredviđenih teškoća uvjetovalo je, da ova knjižica ugleda svijet dvije godine nakon što je napisana. To je njezina najveća mana, budući da je njena namjena bila, da početkom 1950, kad je interes za pitanja metrologije bio na vrhuncu, unese malo svjetlosti u ovovrsne probleme i da druge pisce ponuka na djelovanje u smislu prihvaćanja *Giorgijeva sistema jedinica*.

U međuvremenu, od pisanja ove knjige do njenog dolaska u ruke čitaoca, obavljeno je mnogo posla. 1) Na julskom zasjedanju CEI 1950. U Parizu konačno je, u svrhu definicije, kao četvrta osnovna jedinica usvojen *amper*; 2) Tamo je usvojena t. zv. *totalna racionalizacija*, koja je forsirana i kod pisanja ove knjige. 3) Kod nas su sva tri elektrotehnička časopisa objavila „Prijedlog termina i oznaka za fizikalne veličine“, kojeg su sastavili P. Avčín i V. Koželj, i taj danas vrijedi kao nepisani zakon. U njemu je predložena obavezna upotreba novog sistema jedinica s nazivom *Giorgijev sistem jedinica*. Naši elektrotehnički krugovi ovaj sistem u velikoj mjeri upotrebljavaju. Što vrijeme odmiče dalje, broj onih kojima je on „ušao u krv“ postaje veći. 4) Pojavilo se niz rasprava iz metrologije, koje tretiraju ove problemz i koje iz električke i mehaničke metrologije, izbacuju nedostatke prošlosti. Ovo čišćenje potrajat će još neko vrijeme, jer se moraju izvesti na čistac problemi mjernih sistema nauke o toplini i fotometrije i dovesti u sklad s *Giorgijevim sistemom jedinica*.

U vezi s 4) moram primjetiti, da je daljnji nedostatak knjige koju ovim recima zaključujem, u tome, što su nedovoljno obrađene veličinske jednadžbe i mehanički dio *Giorgijeva sistema*. Međutim, na već složenoj knjizi nije se moglo vršiti većih izmjena, knjigu s novom podjelom gradiva nije se moglo napisati. Mišljenja sam danas, da su veličinske jednadžbe i koherencija (čiji je specijalni rezultat pravilo bezrazmjernih produkata) nerazdvojno vezani i bez njih se *Giorgijev sistem jedinica* ne može ni zamisliti, odnosno dosljedno provedeni *Giorgijev sistem* ovakvih problema ne može poznavati. Iz ovih razloga molim čitaoca, da prije donošenja suda o ovoj knjizi prouči radove „Veličinske i količinske jednadžbe“ [*Elektrotehničar* 5 (1951), br. 1—2, str. 7] i „Nekoliko primjedbi u vezi s mehani-

čkim dijelom Giorgijeva sistema jedinica. [Elektrotehnički vjesnik 19 (1951) broj 4—5, str. 133—146, čime će čitav predmet dobiti neophodni okvir.

Metrološka pitanja još uvijek su aktualna i ona se postavljaju i rješavaju uglavnom u dva smjera: 1) praktična strana i 2) teoretska produbljivanja osnova metrologije. I jedno i drugo veoma je važno, pa stoga na kraju ovog Pogovora navodim niz radova koji svjedoče o tome, koliki je danas interes za metrologiju. Uz spomenute nove radove navodim i neke starije, koji su mi došli u ruke nakon predaje rukopisa, pa su dijelom zanimljivi i kao građa za povijest metrologije.

- E. Bodea, Giorgis rationales MKS — Mass-System mit Dimensionskohärenz für Mechanik, Elektromagnetik, Thermik und Atomistik fundiert auf Kalantaroffs [LTQ Φ -System, zweite Auflage, Birkhäuser, Basel, 1949
- E. Bradshaw, Rationalized MKS Units in Electrical Engineering Education, Proceedings of IEE, London 97 (1950), Part 1, No 107, Sept., str. 252—257, te 272
- P. W. Bridgman, Theorie der Physikalischen Dimensionen, prijevod H. Holla, Teubner, Leipzig, Berlin 1932
- M. Brezinščak, Borba oko jedinica, Elektrotehničar 4 (1950), br. 3—4, str. 94—98
- M. Brezinščak, Jedan izvod pravila koherencije razmjernosti, jedinica i pramjerila, Elektrotehničar 4 (1950), br. 7, str. 181—185
- M. Brezinščak, Problematika mjernih sistema nauke o toplini obzirom na novouvedeni Giorgijev sistem jedinica, Elektrotehnički vjesnik 18 (1950), br. 7—8, str. 177—181
- M. Brezinščak, Nekoliko primjedbi u vezi s mehaničkim dijelom Giorgijeva sistema jedinica, Elektrotehnički vjesnik 19 (1951) — br. 4—5, str. 138—140
- M. Brezinščak, Dva kilograma, Strojarski vjesnik 6 (1951) br. 9 (u tisku)
- G. A. Campbell, A System of „Definitive Units” Proposed for Universal Use, Science 61 (1925), April, No 1579, str. 353—357
- G. A. Campbell, Three Superfluous Systems of Electromagnetic Units, Physics 3 (1932), November, No 5, str. 230—239
- G. A. Campbell, A Definitive System of Units, Bulletin of the National Research Council, 1933, str. 48—79
- L. H. A. Carr, The MKS or Giorgi System of Units, Proceedings of IEE, London 97 (1950), Part I, No 107, Sept., str. 235—240, 270

- Cornelius, Korte Samenvatting der Electriciteitsleer, Meulenhoff and Co., Amsterdam, 1948
- Cornelius, The Rationalized Giorgi System with Absolute Volt and Ampere as Applied in Electrical Engineering, Philips Technical Review 10 (1948), No 3, str. 79—86
- Cornelius, Proposal and Recommendations Concerning the Definitions and Units of Electromagnetic Quantities, Philips Research Reports 4 (1949), June, str. 232—237
- Cornelius, H. C. Hamaker, The Rationalized Giorgi System and its Consequences, Philips Research Reports 4 (1949), April, str. 123—142
- Cornelius, Kurze Zusammenfassung der Elektrizitätslehre. Eine Einführung des rationalisierten Giorgischen Masssystems, Springer, Wien 1951
- Denis - Papin, A. Kaufmann, Memento des Unités Giorgi (MKSA), Desforges, Paris, 1949
- Denis - Papin, J. Vallois, Métrologie Générale, Dunod, Paris, 1948
- Amt für Mass und Gewicht, Bern, Zur Einführung neuer elektrischer, magnetischer und photometrischer Einheiten, Bull. SEV 41 (1950), No 1, str. 1—8
- Illiod, La Commission Internationale de l'Eclairage, Bull. SEV 5 (1914), No 5, str. 256—259
- Frank, Die Masssysteme und Masseinheiten der elektrischen und magnetischen Grössen, Elektrotechnik und Maschinenbau 68 (1951), H 11, str. 280—284
- Ferwer, Der internationale Wert der elektromotorischen Kraft des Weston—Normalelementes, Bull. SEV 2 (1911), No 8, str. 149—152
- Giorgi, Memorandum sur le système MKS d'unités pratiques, Bureau Central de la CEI, Sept. 1934.
- Giorgi, La métrologie électrique classique et les systèmes d'unités qui en dérivent, Examen critique; La métrologie électrique nouvelle et la construction du système électrotechnique absolu MKS, Revue générale de l'Electricité, Paris, 1937
- Giorgi—V. V. Petrović, Klasična električna metrologija i sistemi jedinica koji iz nje proizlaze. Kritična razmatranja, Tehnički list 20 (1938), br. 17—18, str. 227—231, br. 19—20, str. 249—253
- Giorgi—V. V. Petrović, Nova električna metrologija i konstrukcija apsolutnog električnog sistema MKS, Tehnički list 20 (1938), br. 21—22, str. 268—272, br. 23—24, str. 299—303
- Giorgi, Evoluzione nell'insegnamento dell'elettrotecnica generale, L'energia elettrica 25 (1948), str. 249—252

- G. Giorgi, *Verso l'Elettrotecnica moderna*, Libreria Editrice Politecnica Cesare Tamburini, Milano, 1949
- G. Giorgi, *DATI E VALORI per la fisica e l'elettrotecnica*, Societa editrice internazionale, 1949
- G. Giorgi, *Systèmes d'unités et nomenclature*, Revue Générale de l'Electricité, 1950, Juin, str. 278—280
- P. Grivet, *Le système d'unités Giorgi dans ses rapports avec la tradition, la pratique et l'enseignement*, Bulletin de la Societe française des Electriciens 7 (1947), No 75
- P. Grivet, *Champs et Particules dans le système Giorgi rationalisé*, Bulletin de la Societe française des Electriciens 9 (1949), No 98
- W. de Groot, *The Origin of the Giorgi System of Electrical Units*, Philips Technical Review 10 (1948), No 2, str. 55—60
- F. Häberli, *Physikalische Grössen. Eine Klarstellung der Begriffe*, Schweizer Archiv 13 (1947), No 3, str. 65—70; No 4, str. 113—119, No 5, str. 136—140
- E. Hållén, *Some Units in the Giorgi System and the CGS System*, Kungl. Tekniska Högskolans Handlingar, Stockholm, No 6, 1947
- G. W. O. Howe, *The Rationalized MKS System*, Wireless Engineer 27 (1950), No 316, str. 1.
- A. E. Kennelly—M. Landolt, *Die Annahme des Giorgischen Masssystem durch die Internationale elektrotechnische Kommission*, Bull. SEV 28 (1937), No 2, str. 17—26
- H. König, M. Kronl, M. Landolt [Bericht des Fachkollegiums 24 des Schweizerischen Elektrotechnischen Komitees (CES)], *Zur Einführung des Giorgi-Systems*, Bull. SEV 40 (1949), No 15, str. 462—474
- H. König, *Über die Mehrdeutigkeit des Grössenbegriffs*, Bull. SEV 41 (1950), No 17, str. 625—629
- W. Kummer, *Die grundlegenden Massgrössen der Elektrotechnik im Lichte der Relativitätstheorien*, Bull. SEV 13 (1922), No 1, str. 1—9
- M. Landolt, *Grösse, Masszahl und Einheit*, Rascher, Zürich, 1943
- M. Landolt, *Zur Theorie der Dimension der physikalischen Grössen*, Bull. SEV 41 (1950), No 12, str. 473—479; Bull. SEV, Zürich, 41 (1950), No 14, str. 541
- J. Landry, *CEI. Comité Electrotechnique Suisse. Conference officielle de Turin, du 7 au 13 Septembre 1911*, Bull. SEV 3 (1912), No 4, str. 69—79
- O. Löbl, *Memorandum über elektrische und magnetische Einheiten*, Elektrotechnische Zeitschrift 72 (1951), H. 15, str. 455—462

- H. Marriott, A. L. Cullen, The Rationalization of Electrical Theory and Units, Proceedings of IEE 97 (1950), Part I, No 107, Sept., str. 245—251, str. 271—272
- G. Oberdorfer, Das natürliche Masssystem, Springer, Wien, 1949
- A. Périard, La neuvième Conference générale des Poids et Mesures, Revue Générale de l'Électricité, 1949, No 2, str. 44—48
- V. V. Petrović, O gradjenju koherentnih sistema jedinica, Tehnički list 20 (1938), br. 13—14, str. 165—168; br. 15—16, str. 198—203
- M. Presl, Merjenje v fiziki in tehniki, Industrijski vestnik, Ljubljana 5 (1950), št. 4, str. 49—51; št. 6, str. 85—88
- G. H. Rawcliffe, The Rationalization of Electrical Units and Its Effect on the MKS System, Proceedings of IEE 97 (1950), Part I, No 107, Sept., str. 241—244, 270—271
- M. Skalický, Die neuen elektrischen absoluten Masseinheiten, Siemens (Austria) Zeitschrift 1 (1949), September, H. 2, str. 25—27
- U. Stille, Rationale und nicht-rationale Behandlung des Elektromagnetischen Feldes, Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft 1 (1949), No 1, str. 38—55
- U. Stille, Drei- Vier- und Fünf-Grundgrößen — Gleichungen in der Elektrodynamik, Ibid. str. 56—75
- J. A. Stratton, Electromagnetic Theory, Mc Graw-Hill, New York, 1941.
- J. Stula—Götz, Das geplante internationale Einheitensystem, Elektrotechnik und Maschinenbau 68 (1951), H. 8, str. 215—219

U Zagrebu, 12 rujna 1951

M. B.

S A D R Ź A J

OPĆENITO O MJERNIM SISTEMIMA

1. Prirodni zakoni i fizikalne veličine	str. 1
2. Fizikalne veličine i njihove razmjernosti	3
3. Jedinice i njihovi odnosi	5
4. Pramjere i pramjerila (etaloni)	12
5. Sistemi razmjernosti, jedinica i pramjerila	12
6. Veza između elektromagnetskih i mehaničkih pojava	14
7. Veličinske jednadžbe	14
8. Jednadžbe količina (količinske jednadžbe)	19

RACIONALNI I NERACIONALNI OBLIK JEDNADŽBI ELEKTROMAGNETSKOG POLJA

9. Općenito o racionalnim i neracionalnim oblicima pisanja jednadžbi i formula elektromagnetskog polja	21
10. O izvorima neracionalnosti	24
11. Racionalni oblik jednadžbi elektromagnetskog polja	29
a) Veza između gustoće električkog pomaka D i jakosti električkog polja E	29
b) Veza između magnetskog toka Φ i „magnetske mase” m	32
c) Veza između vektora jakosti magnetskog polja H i električne struje i	34
d) Magnetski napon F i magnetski otpor R_m	36
12. Usporedba jednadžbi elektromagnetskog polja pisanih u racionalnom i neracionalnom obliku	39
13. Odnosi veličina u racionalnom i neracionalnom obliku	44
a) Odnos između ϵ (racionalni oblik) i ϵ' (neracionalni oblik)	45
b) odnos između m i m'	46
c) Odnos između H i H'	46
d) Odnos između μ i μ'	47
e) Odnos između F i F'	47
f) Odnos između R_m i R'_m	48
g) Provjeravanje dobivenih rezultata	48
14. Odnosi jedinica u racionalnom i neracionalnom sistemu jednadžbi i obrazaca elektromagnetskog polja	49

APSOLUTNI [LMT] SISTEMI SA TRI OSNOVNE VELIČINE

15. Crtica iz povijesti mjernih sistema elektrotehnike	51
16. Općenito o apsolutnom [LMT] sistemu	55
17. Razmjernosti mehaničkih veličina u [LMT] sistemu	56
18. Jedinice [LMT] sistema i njihova pramjerila	58
19. CGS sistem jedinica mehaničkih veličina	58
20. Apsolutni elektrostatski CGS sistem jedinica (CGSE)	61
21. Apsolutni elektromagnetski CGS sistem jedinica (CGSM)	65
22. Simetrični (Gaussov) CGS sistem jedinica	69
23. Odnos između jedinica elektrostatskog i elektromagnetskog CGS sistema	71

[LMT] SISTEMI S ČETIRI OSNOVNE VELIČINE

24. Apsolutni $[LMT \mu_0]$ i $[LMT \epsilon_0]$ sistemi	75
--	----

MJERNI SISTEMI ELEKTROTEHNIKE ZASNOVANI NA ČETIRI OSNOVNE VELIČINE

25. Tehnički (praktički) sistem jedinica elektrotehnike	78
26. Potpuni tehnički sistemi električnih, magnetskih i mehaničkih jedinica	84

MODERNI SISTEMI ELEKTROTEHNIKE

27. Sistem razmjernosti Kallantarova $[LTQ\Phi]$	87
28. Pregled raznih sistema razmjernosti	95
29. Pravilo koherencije razmjernosti	97
30. Uži Mie-ov sistem električkih jedinica	103
31. Apsolutni (novi) mjerni sistem mehanike i elektromagnetizma	106
32. Giorgijev sistem jedinica primijenjen na mehaniku	108
33. Definicije električkih i magnetskih jedinica novog apsolutnog (Giorgi—Mie) sistema jedinica te odnos između novih apsolutnih i međunarodnih jedinica	113
34. Jednostavni primjeri upotrebe novih apsolutnih jedinica	116

PROBLEMI MJERNIH SISTEMA ELEKTROTEHNIKE

35. Određivanje četvrte osnovne jedinice	121
36. Izbor četvrtog pramjerila Giorgijeva sistema jedinica	124

NAPRETCI MJERNIH SISTEMA FIZIKE

37. Sistemi jedinica konstanta prirode	132
--	-----

VJEŽBE

- 38a. Vježbe s formulama razmjernosti
- 38b. Jednostavni primjeri primjene pravila koherencije razmjerno
i izvod poučka o bezrazmjernosnim produktima iz Bloti-Sava
tova zakona
- 38c. Vježbe s jedinicama — Određivanje odnosa između jedinica
različitih mjernih sistema
39. Dodatni podaci
- Prefiksi, njihovo značenje
- Nazivi velikih brojeva
- Odnos raznih jedinica učina, koje se u praksi najčešće upo-
bljavaju
- Neke važnije fizikalne konstante
- Literatura
- Značenje simbola upotrebljenih u ovoj knjizi
- Pogovor

OPĆE

1. Pr
2. Fi
3. Je
4. Pr
5. Si
6. V
7. V
8. Je

RACI EL

9. Oj
žb
10. O
11. Ra
a)
b)
c)
d)
12. Us
nc
13. O
a)
b)
c)
d)
e)
f)
g)
14. O
i

INDUSTRISKA BIBLIOTEKA

Marjan Brezinščak

MJERNI SISTEMI ELEKTROTEHNIKE

Izdanje: Izdavačko Preduzeće „TEHNIČKA KNJIGA”

BEOGRAD, 7 jula br. 26

Tehnički urednik: Dragoljub Petković

Korektor: Brana Aćimović

Štampa: Štamparija „MINERVA” - Subotica

Štampanje završeno oktobra 1951 god.