

Radenko Wolf

OSNOVE
ELEKTRIČNIH
STROJEVA

ŠKOLSKA KNJIGA-ZAGREB



UDŽBENICI SVEUČILIŠTA U ZAGREBU
MANUALIA UNIVERSITATIS STUDIORUM ZAGRABIENSIS



Urednik

Dr. Želimir Matutinović

Recenzenti

Prof. dr. Božidar Frančić
prof. dr. Martin Jadrić

Lektor

Antun Česko prof.

Crteže izradio

Zvonimir Feil

Objavljivanje ovog sveučilišnog udžbenika odobrio je Odbor za znanstveno-nastavnu literaturu Sveučilišta u Zagrebu rješenjem broj 02-522/1-1989. od 28. lipnja 1989.

CIP — Katalogizacija u publikaciji
Nacionalna i sveučilišna biblioteka, Zagreb
UDK 621.313(075.8)

WOLF, Radenko

Osnove električnih strojeva / Radenko
Wolf ; [crteže izradio Zvonimir Feil]. — Zagreb : Školska knjiga, 1989. — XIII, 573 str. : ilustr. ; 24 cm. — (Udžbenici Sveučilišta u Zagrebu = Manualia Universitatis studiorum Zagrabienensis)

Bibliografija: str. 564—565. — Kazalo.

ISBN 86-03-99530-3

Tisak: Tiskara „O. Keršovani“ — Pula

Prof. dr. RADENKO WOLF

OSNOVE ELEKTRIČNIH STROJEVA

drugo izdanje



ŠKOLSKA KNJIGA — ZAGREB 1989

Predgovor

Prije više od osam godina izašao je iz štampe udžbenik *Uvod u teoriju električnih strojeva* u izdanju »Školske knjige«. Zamišljen kao osnova za nastavnu obradu električnih strojeva, bio je sastavljen tako da je obuhvatio sve one predodžbe i pojmove koji su zajednički za razmatranje svih vrsta električnih strojeva u daljnjem studiju. Udžbenik je bio izričito namijenjen onima koji će dalje studirati električne strojeve.

Koncipiran na posve nov način, udžbenik *Osnove električnih strojeva* treba da nadomjesti dosadašnji udžbenik, ali također i da preuzme mnogo širu zadaću:

- da bude uvod u materiju za sve one koji će se i dalje baviti električnim strojevima i
- da pruži zaokruženu informaciju svim budućim inženjerima elektrotehnike, bez obzira na usmjerenje, kao i svima onima koji su zainteresirani za područje električnih strojeva.

S obzirom na namjenu i opseg knjige, ovdje nije detaljnije razrađena teorija pojedinih vrsta strojeva potrebna pri projektiranju i analizi, niti konstrukcija i tehnologija njihove izrade. Isto tako nisu detaljno razrađena njihova dinamička svojstva, metoda analize za proračun statičkih i dinamičkih karakteristika, metode ispitivanja električnih strojeva i mnoga druga zanimljiva područja. Ukratko, *Osnove električnih strojeva* su za one koji će se posebno baviti strojevima tek početak upoznavanja.

Kako bi se olakšalo snalaženje čitaocima, uz tekst se na rubu stranice nalaze oznake ►►►, ►► ili ►, koji tekst svrstavaju u tri grupe. Te oznake nipošto nisu naznake važnosti teksta, već isključivo imaju karakter upute. Tekst označen sa ►►► blizak je onom čitaocu kojemu informacija o strojevi-
ma tim tekstom vjerojatno i završava, a tekst označen sa ► čitaocu koji će se i dalje intenzivno baviti strojevima. No te oznake nipošto nemaju ograničavajući značaj. Dobro je došao svaki čitalac koji će zakoračiti u tekst označen sa ►► ili ►.

Drugi dio knjige sadrži gradivo koje je dijelom sadržano i u udžbeniku iz 1975. Provedene su i neke izmjene. Tako su uvodna razmatranja prebačena u I dio, a poglavlje o neelektričnim veličinama i jedinicama usklađeno je sa zakonskim propisima koji su stupili na snagu 1. 1. 1981. Potpuno je pak novo poglavlje o računanju sila i momenata iz energije magnetskog polja u rasporu.

Ova je knjiga pisana da bi potakla na razmišljanje, pa se nadam da će je rado prihvatiti svaki čitalac kojemu je dovoljan samo poticaj da bi dalje otkrivao sam i nalazio svoje pristupe i rješenja. U tom smislu knjiga je namijenjena ne samo studentu elektrotehnike, već i širem krugu čitalaca koje zanimaju električni strojevi.

Na kraju želim zahvaliti svima koji su pogledali rukopis u toku izrade, te svojim sugestijama i primjedbama pridonijeli njegovoj kvaliteti. Pojedina poglavlja pregledali su mr. Drago Ban, dr. Vlado Ostović, dr. Ivan Ilić i dr. Antun Vučetić, pa im ovim putem zahvaljujem na uloženom trudu. Osobito sam zahvalan dr. Martinu Jadriću i dr. Božidaru Frančiću na pažljivom pregledu rukopisa i izvanredno zanimljivim diskusijama o različitim stručnim i pedagoškim pitanjima pri izboru i obradi gradiva.

U Zagrebu, 28. 12. 1983.

Prof. dr. Radenko Wolf

SADRŽAJ

Prvi dio

1. OSNOVE PRETVORBE MEHANIČKE I ELEKTRIČNE ENERGIJE	3
1.1. Potreba pretvorbe energije	3
1.2. Fizikalna osnova	4
1.3. Inducirani napon	5
1.4. Sila na vodič	6
1.5. Smjer pretvorbe	8
1.6. Skošeni vodič	10
1.7. Faradayev zakon	12
1.8. Napon rotacije i napon transformacije	13
1.9. Bilanca energije	14
1. Zadaci	17
2. KAKO OSTVARITI STROJ ZA PRETVORBU	20
2.1. Elementi za realizaciju pretvorbe	20
2.2. Magnetsko polje	21
2.3. Njihanje i kružno gibanje	21
2.4. Uvišestručenje vodiča	23
2.5. Smještaj vodiča	25
2.6. Uzbudni dio i armatura	28
2.7. Shematsko prikazivanje	29
2.8. Zbrajanje napona	30
2.9. Zbrajanje sila	30
2.10. Smjer vrtnje i momenta	32
2.11. Unipolarni stroj	33
2.12. Dijelovi stroja	34
2.13. Primjeri izvedenih strojeva	35
2. Zadaci	37
3. MAGNETSKI KRUG	40
3.1. Osnovni oblik magnetskog kruga	40
3.2. Proračun magnetskog kruga	43
3.3. Glavni i rasipni tok	45
3.4. Oblici magnetskog kruga kod strojeva	46
3.5. Koncentrirana i raspodijeljena uzbuda	50
3.6. Utjecaj oblika pola na raspodjelu indukcije i ukupni tok	52
3.7. Gubici zbog histereze	54
3. Zadaci	59

4. MODEL STROJA ZA ISTOSMJERNE STRUJE I NAPONE	61
4.1. Prstenasti rotor	61
4.2. Kolektor	63
4.3. Paralelne grane kod dvopolnog stroja	64
4.4. Cilindrični rotor	65
4.5. Zašto vanjski polovi	67
4.6. Strujni oblog i protjecanje armature	68
4.7. Višepolni stroj	69
4. Zadaci	71
5. MODEL STROJA ZA IZMJENIČNE NAPONE I STRUJE	72
5.1. Izmjenični napon iz prstenastog rotora	72
5.2. Izmjenični napon iz statorskog namota	73
5.3. Zonski namotni faktor	77
5.4. Skraćeni svici	79
5.5. Tetivni i ukupni namotni faktor	81
5.6. Inducirani napon u namotu	83
5.7. Frekvencija induciranog napona	85
5.8. Prematanje	86
✓ 5.9. Zona namatanja	87
5.10. Višefazni namot	88
5.11. Trofazni namot	89
5.12. Spoj u zvijezdu	90
5.13. Spoj u trokut	91
5.14. Zašto unutrašnji polovi	92
5. Zadaci	93
6. STRUJNI OBLOG I PROTJECANJE	95
6.1. Raspored struja	95
6.2. Protjecanje	96
6.3. Kontinuirani raspored struja	97
6.4. Strujni oblog	99
6.5. Protjecanje kao funkcija položaja na obodu	100
6.6. Računanje s osnovnim harmoničkim članovima strujnog obloga i protjecanja	102
6.7. Vektor strujnog obloga i vektor protjecanja	103
6.8. Zbrajanje protjecanja i vektor indukcije u rasporu	104
6. Zadaci	104
7. PROTJECANJE IZMJENIČNE I VIŠEFAZNE UZBUDE	107
7.1. Uzbuda i protjecanje	107
✓ 7.2. Pulsirajuće protjecanje i okretna protjecanja	108
7.3. Brzina vrtnje okretnog protjecanja	111
7.4. Prostorni položaj okretnih protjecanja	112
7.5. Protjecanje trofaznog namota	112
7.6. Protjecanje dvofaznog namota	115
7.7. Protjecanje m-faznog namota	117
7.8. Eliptično protjecanje	118
7.9. Izračunavanje protjecanja namota	119
7. Zadaci	120

8. RAZVIJENI MOMENT I INDUCIRANI NAPON	123
8.1. Paralelne grane u namotu stroja izmjeničnog napona	123
8.2. Inducirani napon istosmjernog stroja	126
8.3. Obodna sila i moment	128
8.4. Moment istosmjernog stroja	129
8.5. Trenutna vrijednost momenta izmjeničnog stroja	131
8.6. Moment višefaznog stroja	135
8.7. Moment jednofaznog stroja	135
8.8. Kut opterećenja	136
8. Zadaci	138
9. SINHRONI STROJ. NAČIN RADA	141
9.1. Dogovor o predznacima	141
9.2. Fazorski dijagram i prostorni vektorski dijagram	142
9.3. Protjecanje i struja	144
9.4. Inducirani napon, prazni hod	145
9.5. Opterećenje	146
9.6. Regulacija napona i frekvencije	147
9.7. Energetska ravnoteža	147
9.8. Idealni stroj	148
9.9. Kratki spoj	148
9.10. Sinhrona reaktancija	151
9. Zadaci	154
10. SINHRONI STROJ NA KRUTOJ MREŽI	155
10.1. Kruta mreža	155
10.2. Ravnoteža napona	155
10.3. Ravnoteža protjecanja	156
10.4. Ravnoteža frekvencija	157
10.5. Utjecaj uzbude	158
10.6. Utjecaj momenta na osovinu	159
10.7. Sistem prikazivanja	161
10.8. Momentna karakteristika	162
10.9. Sinhronizacija	164
10.10. Sinhroni motor	165
10. Zadaci	167
11. SINHRONI STROJ. IZVEDBE I SVOJSTVA	169
11.1. Izvedbe	169
11.2. Turbogenerator	170
11.3. Hidrogenerator	170
11.4. Natpisna pločica	171
11.5. Uzbudni sistem	174
11.6. Istaknuti polovi	175
11.7. Jednofazni sinhroni stroj	178
11.8. Daljnji razvoj	179
11. Zadaci	180

12. ASINHRONI STROJ. NAČIN RADA	181
12.1. Stator na mreži	181
12.2. Otvoreni rotor	182
12.3. Okretno protjecanje mirnog rotora	183
12.4. Klizanje	185
12.5. Struja rotora	186
12.6. Protjecanje rotora koji se vrti	189
12.7. Ravnoteža napona i protjecanja	191
12.8. Prikaz u motorskom sistemu	191
12.9. Moment	194
12.10. Momentna karakteristika	195
12.11. »Idealni« rotor	198
12.12. Asinhroni stroj izvan motorskog područja rada	199
12.13. Energetska bilanca	200
12. Zadaci	202
13. ASINHRONI STROJ. IZVEDBE I SVOJSTVA	204
13.1. Kolutni motor	204
13.2. Utjecaj otpora na struju	205
13.3. Utjecaj otpora na moment	206
13.4. Kavezni motor	207
13.5. Pokretanje zvijezda-trokut	208
13.6. Rotor s potiskivanjem struje	209
13.7. Otpor rotora i gubici	211
13.8. Reverziranje i promjena brzine	213
13.9. Izvedbe i vrste zaštite	215
13.10. Daljnji razvoj	216
13. Zadaci	217
14. ISTOSMJERNI STROJ	220
14.1. Način rada istosmjernog stroja	220
14.2. Vrste uzbude	223
14.3. Samouzbuda	225
14.4. Nezavisna uzbuda	227
14.5. Serijska uzbuda	228
14.6. Kompaundna uzbuda	228
14.7. Reakcija armature	231
14.8. Karakteristike istosmjernog generatora	234
14.9. Karakteristike istosmjernog motora	236
14.10. Regulacija napona i brzine vrtnje	239
14.11. Pokretanje motora	241
14.12. Komutacija	243
14.13. Daljnji razvoj	246
14. Zadaci	246
15. MALI MOTORI	249
15.1. Upotreba	249
15.2. Jednofazni motor	249
15.3. Pomoćna faza za zalet	254
15.4. Kondenzatorski motor	259

15.5.	Reverziranje motora s pomoćnom fazom	259
15.6.	Trofazni motor na jednofaznoj mreži	261
15.7.	Motor s kratkospojenom pomoćnom fazom	263
15.8.	Sporohodni motor	267
15.9.	Rotori za asinhroni rad	271
15.10.	Rotori za sinhroni rad	273
15.11.	Rotori za sporohodne motore	277
15.12.	Univerzalni motor	286
15.13.	Mali istosmjerni motori	289
15.	Zadaci	291
16.	STROJEVI POSEBNE NAMJENE	294
16.1.	Linearni motori	294
16.2.	Pomaćni motori	296
16.3.	Koraćni motori	298
16.4.	Davaći položaja	304
16.5.	Komponentni čitaći	308
16.6.	Tahogeneratori	309
16.7.	Kombinacije	312
16.	Zadaci	314
<i>Drugi dio</i>		
17.	UVOD	319
17.1.	Električne i neelektrične veličine i jedinice	319
17.1.	Zadaci	326
17.2.	Predznaci snaga i njihovih komponenata	327
17.2.	Zadaci	332
17.3.	Energetska razmatranja	333
17.3.	Zadaci	343
17.4.	Proračun sila i momenata	343
17.4.	Zadaci	374
18.	POLJE U RASPORU	377
18.1.	Prostorni harmonički članovi	377
18.1.	Zadaci	380
18.2.	Vremenski harmonički članovi	385
18.2.	Zadaci	286
18.3.	Harmonički članovi u jednofaznom protjecanju	387
18.3.	Zadaci	389
18.4.	Harmonički članovi u višefaznom protjecanju	390
18.4.	Zadaci	399
18.5.	Raspodjela indukcije u rasporu	402
18.5.	Zadaci	411
18.6.	Zasićenje	413
18.6.	Zadaci	415
19.	PRORAČUN MAGNETSKOG KRUGA	416
19.1.	Uvod	416
19.1.	Zadaci	421
19.2.	Podjela	424

19.2.	Zadaci	425
19.3.	Zračni raspor	425
19.3.	Zadaci	431
19.4.	Zubi	432
19.4.	Zadaci	437
19.5.	Polovi	437
19.5.	Zadaci	439
19.6.	Jarmovi	439
19.7.	Zadaci	445
20.	NAMOTI	446
20.1.	Elementi i vrste namota	446
20.1.	Zadaci	450
20.2.	Namotni faktor i viši harmonički članovi	453
20.2.	Zadaci	464
20.3.	Višefazni namoti	466
20.3.	Zadaci	473
20.4.	Kolektorski namoti	475
20.4.	Zadaci	484
20.5.	Kolektorski namot u izmjeničnom i okretnom polju	486
20.5.	Zadaci	489
21.	REAKTANCIJE NAMOTA	490
21.1.	Namoti i njihove konstante	490
21.1.	Zadaci	491
21.2.	Glavni i rasipni tok	491
21.2.	Zadaci	495
21.3.	Prikazivanje reaktancijama	496
21.3.	Zadaci	498
21.4.	Reaktancije višefaznog namota	498
21.4.	Zadaci	501
21.5.	Utjecaj skošenja utora	502
21.5.	Zadaci	507
21.6.	Utorsko rasipanje	508
21.6.	Zadaci	513
21.7.	Rasipanje među glavama zubi	515
21.7.	Zadaci	516
21.8.	Rasipanje glava namota	516
21.8.	Zadaci	517
21.9.	Dvostruko ulančeno rasipanje	517
21.9.	Zadaci	518
21.10.	Rasipna reaktancija	519
21.10.	Zadaci	519
22.	KAVEZNI NAMOT	521
22.1.	Mnogofazni kratkospojni namot	521
22.1.	Zadaci	522

22.2. Naponi i struje u kavezu	523
22.2. Zadaci	526
22.3. Otpor i rasipanje	527
22.3. Zadaci	532
22.4. Preračunavanje na primarni namot	532
22.4. Zadaci	533
22.5. Utjecaj poprečnih struja	534
22.5. Primjeri	538
INDEKS OZNAKA	541
LITERATURA	564
ABECEDNO KAZALO	567

OSNOVE ELEKTRIČNIH STROJEVA

I dio

PRVI DIO

1. Osnove pretvorbe mehaničke i električne energije

1.1. Potreba pretvorbe energije

▶▶▶ Energija se u prirodi pojavljuje u različitim oblicima. Od latentne (»skrivena«) energije u materiji, koja se može osloboditi kemijskim ili fizikalnim procesima, potencijalne energije (»energije položaja«), koja se može osloboditi premještanjem materije unutar gravitacijskog polja, preko toplinske energije, tlačne energije, energije magnetskog polja, pa do električne energije i mehaničkog rada, cijelo je mnoštvo oblika energije koji se svi mogu prikazati kao ekvivalent određenoga izvršenog rada ili kao ekvivalent određene topline. Energija u bilo kojem obliku može se točno definirati određenim parametrima i mjeriti istom mjerom, bez obzira na oblik u kojem se pojavljuje. Jedan od osnovnih zakona fizike kazuje nam da je energija neuništiva, a to znači da se ona ne može stvoriti ni uništiti, nego samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi.

Pretvorba je energije proces koji može biti povratan ili nepovratan (reverzibilan ili ireverzibilan). U nepovratnom procesu energija, ili jedan njezin dio, pretvara se u takav oblik da je nije moguće upotrijebiti za bilo kakvu daljnju pretvorbu. Ta energija nije nestala, ona se samo ne može natrag pretvoriti. Primjer takva ireverzibilnog procesa je svaki proces u kojem se dio energije pretvara u toplinu koja prelazi na okolinu. Taj dio topline ne može se natrag pretvoriti jer se nalazi na najnižem temperaturnom nivou, i zbog toga je takav proces nepovratan.

Električni strojevi pretvaraju mehaničku energiju u električnu, i obrnuto, električnu u mehaničku. Ta su dva oblika energije posebno zanimljiva.

Mehanički rad omogućuje čovjeku život i poboljšava životne uvjete. Svaki mehanički rad dobiven pretvorbom energije u stroju rasterećuje čovjeka, koji bi inače taj rad morao obaviti, pretvorbom u vlastitom organizmu. Nedostatak prvih strojeva za obavljanje mehaničkog rada bio je u tome što su oni bili vezani za mjesto gdje se nalazila energija, npr. mlin uz potok ili rijeku. Izumom parnog stroja gorivo se moglo dopremiti do stroja, ali je tad trebalo veliku količinu energije koju je proizvodio stroj otpremati do mnogih, često udaljenih mjesta gdje se obavljao rad. Kako se razvijala industrija, tako je problem transporta energije postajao sve veći.

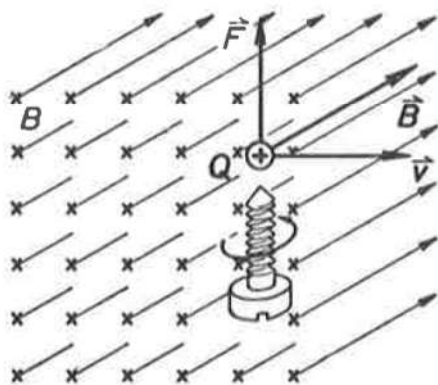
Pravo rješenje bio je pronalazak mogućnosti proizvodnje i upotrebe *električne energije*. Prijenos električne energije vrlo je jednostavan, pa se ona može proizvoditi

tamo gdje je to najjednostavnije s obzirom na raspoložive izvore, a upotrijebiti tamo gdje treba. Uvođenjem izmjenične struje, posebno višefaznih sistema, omogućena je pretvorba niskih napona u visoke, i obratno, a time i prijenos na velike udaljenosti. Tako je došlo do razvoja velikih zemaljskih mreža što povezuju izvore energije u zajedničku mrežu iz koje se mogu napajati pojedini potrošači gdje god i kad god žele. Osim toga, umjesto nezgrapnih i teško upravljivih prijenosa energije putem osovina, remena i sl., potrošaču je omogućeno da jednostavnim električnim razvodom dovede energiju do svakoga radnog mjesta. Danas ne samo da svako radno mjesto ima svoj motorni pogon već se na istom stroju različite operacije obavljaju zasebnim motorima, što je omogućilo bolje upravljanje, automatizaciju i optimalizaciju rada strojeva.

Prema smjeru pretvorbe govorimo o električnim *generatorima* — kad stroj proizvodi električnu energiju, ili o električnim *motorima* — kad stroj proizvodi mehaničku energiju. Električni generatori i električni motori vrlo su slični i po izgledu i po načinu rada. I jedni i drugi koriste se istim fizikalnim pojavama i istim principima pretvorbe energije iz jednog oblika u drugi, pa isti stroj može obavljati pretvorbu u jednome ili u drugom smjeru. Stroj nazivamo i označujemo generatorom ili motorom prema njegovoj namjeni, prema tome je li namijenjen za proizvodnju električne energije, ili za mehanički rad. Ovdje ćemo prvenstveno razmotriti osnovne principe pretvorbe energije koji su zajednički za sve vrste strojeva, a zatim pogledati neke specifičnosti u vezi s vrstom stroja, njegovom namjenom, veličinom i drugim okolnostima koje određuju njegovu izvedbu i ponašanje pri upotrebi.

1.2. Fizikalna osnova

►►► Osnovom pretvorbe električne energije u mehaničku, ili obratno, možemo smatrati fizikalnu pojavu da *na električni naboj koji se giba u magnetskom polju djeluje sila* proporcionalna jakosti polja magnetske indukcije, brzini gibanja i količini naboja koji se giba.



Sl. 1.1. Sila na električni naboj koji se giba u magnetskom polju

Smjer te sile na električni naboj okomit je na smjer silnica magnetske indukcije i na smjer gibanja naboja, i povezan je sa smjerom silnica i smjerom gibanja pravilom *desnog vijka* (sl. 1.1). Po tom pravilu treba da zamislimo desni vijak koji zakrećemo u smjeru u kojemu bismo smjer brzine gibanja naboja $\mathbf{v}$ doveli najkraćim

putem u smjer silnica $\mathbf{B}$. Napredovanje desnog vijka pokazuje nam pri tome smjer sile $\mathbf{F}$ koja djeluje na naboj. Pri međusobno okomitim smjerovima iznos sile bit će:

$$F = Q v B, \quad (1)$$

gdje je Q količina naboja, v brzina gibanja, a B magnetska indukcija; smjer sile je — uz pozitivan naboj Q — definiran pravilom desnoga vijka.

►► Ako smjer gibanja nije okomit na smjer silnica, treba uzeti u račun komponentu gibanja koja je okomita. Sila $\mathbf{F}$ je uvijek okomita na ravninu u kojoj se nalaze vektori brzine gibanja $\mathbf{v}$ i indukcije $\mathbf{B}$, pa je matematička formulacija koja sve to uzima u obzir, i ujedno definira smjer sile $\mathbf{F}$, jednaka umnošku naboja Q (uključujući predznak!) i vanjskog umnoška vektora $\mathbf{v}$ i $\mathbf{B}$:

$$\mathbf{F} = Q (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (2)$$

Osim elektromagnetske sile na naboj mogu djelovati i elektrostatske sile u električnom polju jakosti $\mathbf{K}$, tako da je ukupna sila na naboj Q , tzv. Lorenzova sila, jednaka:

$$\mathbf{F} = Q (\mathbf{K} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (3)$$

1.3. Inducirani napon

►►► Prva konsekvencija osnovnoga fizikalnog zakona što smo ga upravo razmotrili jest *pojava induciranog napona u vodiču koji se giba u magnetskom polju*. Gibajući vodič okomito na njegov smjer i na smjer silnica magnetske indukcije, prisilno gibamo i sav slobodni naboj koji se nalazi u vodiču i iz njega ne može izići. Na svaki element naboja Q djeluje elektromagnetska sila $Q v B$, pa nastaje koncentracija pozitivnih naboja na jednoj, a negativnih na drugoj strani vodiča (sl. 1.2). Kad je konačno uspostavljeno stanje ravnoteže, pa se naboji unutar vodiča više ne razmještaju, znači da na pojedini naboj ne djeluje više nikakva sila, ili da su elektrostatska sila $Q K$ i elektromagnetska sila $Q v B$, koje djeluju jedna drugoj nasuprot, u ravnoteži:

$$Q K + Q v B = 0.$$

To će biti ispunjeno kad jakost električnog polja bude:

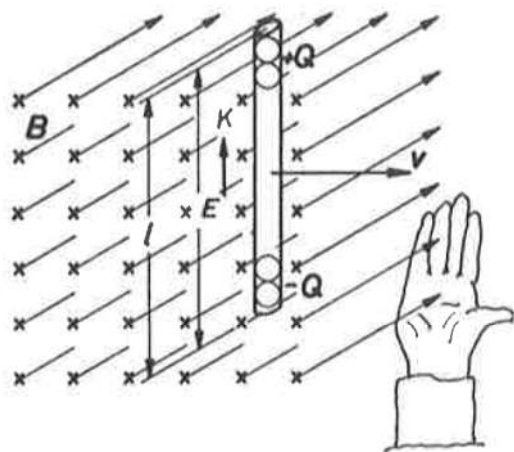
$$K = -v B,$$

i to po cijeloj duljini vodiča. Ako je polje uzduž cijelog vodiča K , onda će razlika potencijala ili inducirani napon u vodiču biti:

$$E = -K l = v B l. \quad (1)$$

Pravilom desnog vijka možemo odrediti i smjer induciranog napona, a da se ne bismo uvijek vraćali na određivanje smjera sile na naboj, služimo se pri određivanju smjera induciranog napona pravilom desne ruke. Postavimo li desnu ruku s

ispruženim palcem tako da silnice magnetske indukcije ulaze na dlan i palac da pokazuje smjer gibanja vodiča relativno prema magnetskom polju, onda će ispruženi prsti pokazivati smjer induciranog napona. Posebno valja istaknuti da je smjer gibanja $\mathbf{v}$ onaj smjer kojim se vodič giba relativno prema polju. Ako, dakle, vodič miruje, a giba se magnetsko polje, smjer gibanja $\mathbf{v}$ suprotan je smjeru gibanja magnetskog polja.



Sl. 1.2. Induciranje napona u vodiču koji se giba u magnetskom polju

►► Kod bilo kojeg položaja vodiča prema silnicama i bilo kojeg smjera gibanja vodiča treba uzeti projekciju smjera vodiča u smjer okomit na ravninu u kojoj leže smjer silnica i smjer brzine gibanja, a projekciju brzine u toj ravnini okomito na smjer silnica. S takvim međusobno okomitim komponentama može se inducirani napon računati kao kod međusobno okomitih smjerova. Matematički se to jednostavno i precizno formulira tako da se time odmah definira i smjer induciranog napona kao vanjski umnožak vektora brzine $\mathbf{v}$ i vektora indukcije $\mathbf{B}$, kojih unutrašnji umnožak s vektorom dužine vodiča $\mathbf{l}$ daje inducirani napon koji je, naravno, skalar:

$$E = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}. \quad (2)$$

►►► Kad vodič gibamo u magnetskom polju, inducira se u njemu napon proporcionalan brzini gibanja vodiča, jakosti magnetske indukcije i duljini vodiča u magnetskom polju. Jednako se tako inducira napon kad vodič miruje, a gibaju se magnetske silnice — bitno je relativno gibanje vodiča prema silnicama.

Inducirani napon ne znači još pretvorbu energije. Tek kad u vodiču poteče struja, razvija se električna snaga:

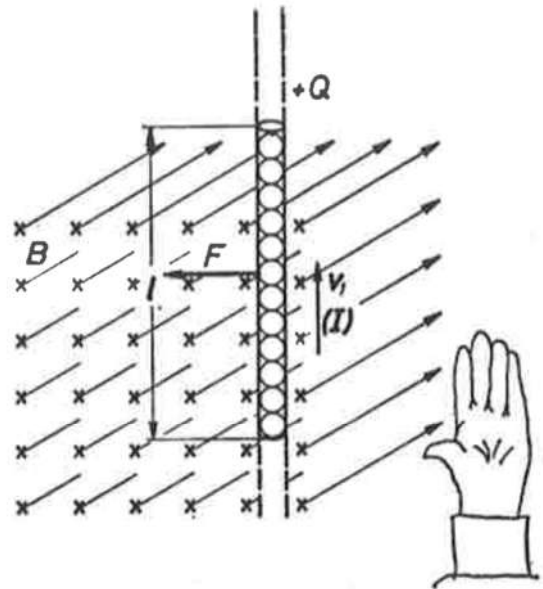
$$P_{el} = E I.$$

Tako dugo dok je struja $I = 0$, i snaga je $P_{el} = 0$.

1.4. Sila na vodič

►►► Druga konsekvencija osnovnog zakona o elektromagnetskoj sili na naboj koji se giba jest pojava *sile na vodič u magnetskom polju kroz koji teče struja*. Dok je za induciranje napona bilo potrebno gibanje vodiča, sila na vodič djeluje i onda kad

vodič miruje. Potrebno je samo da kroza nj teče struja. Struja je gibanje naboja uzduž vodiča. Ako i opet uzmemo da je smjer vodiča okomit na smjer silnica, onda na naboje koji se gibaju u smjeru vodiča djeluje sila okomita na smjer silnica i na smjer vodiča (sl. 1.3).



Sl. 1.3. Sila na vodič kroz koji protječe struja u magnetskom polju

Označimo s q količinu naboja u jedinici duljine vodiča, a s v_1 brzinu kojom se naboj giba uzduž vodiča. U jedinici vremena prođe kroz svaki presjek količina naboja:

$$I = q v_1,$$

što je, prema definiciji, jakost struje u vodiču. Sila na naboj u jedinici duljine vodiča što se giba brzinom v_1 iznosi prema osnovnom zakonu:

$$F_1 = q v_1 B,$$

a budući da je naboj koji prođe kroz presjek vodiča u jedinici vremena jednak struji, izlazi:

$$F_1 = I B.$$

Sila na cijelu duljinu vodiča u magnetskom polju l jednaka je tad:

$$F = F_1 l = I l B. \quad (1)$$

Smjer te sile opet je lako odrediti iz pravila desnog vijka, no jednostavnije je upamtiti pravilo lijeve ruke koje glasi: postavimo li dlan lijeve ruke tako da silnice na nj ulaze, a smjer ispruženih prstiju tako da se podudara sa smjerom struje, ispruženi će palac pokazati smjer sile koja djeluje na vodič.

Pravilo *desne* i pravilo *lijeve* ruke lako je upamtiti: prvim određujemo smjer *induciranog napon*a, a drugim smjer *sile* na vodič. U oba pravila postavljamo ruku tako da *silnice* ulaze na *dlan*, *prsti* pokazuju smjer *električne veličine* (inducirani

napon, odnosno struja), a *palac* smjer *mehaničke veličine* (brzina gibanja, odnosno smjer sile).

►► Struja je skalarna veličina, a duljina vodiča ima iznos i prostorni položaj prema smjeru silnica, pa je definiramo vektorom $\mathbf{l}$. Ako smjer vodiča nije okomit na smjer silnica, potrebno je uzeti komponentu vektora $\mathbf{l}$ okomitu na vektor $\mathbf{B}$, pa se matematička formulacija i opet može najbolje dati primjenom vanjskog umnoška:

$$\mathbf{F} = I (\mathbf{l} \times \mathbf{B}). \quad (2)$$

Time je precizno definiran i smjer sile na vodič.

►►► Sila na vodič još ne znači da smo dobili bilo kakav mehanički rad. Mehanička snaga je umnožak sile i brzine u smjeru sile:

$$P_{meh} = F v.$$

Očito je mehanička snaga jednaka nuli kad se vodič ne giba:

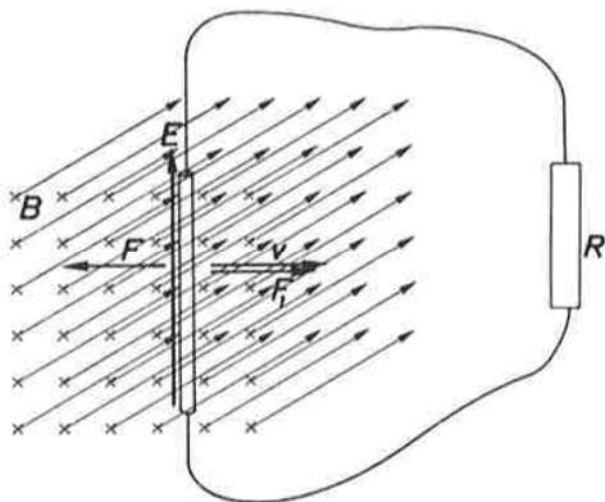
$$v = 0, P_{meh} = 0.$$

1.5. Smjer pretvorbe

►►► Električnu snagu dobivamo tek kad se u vodiču inducira napon i kad vodičem poteče struja. Za induciranje napona potrebno je gibanje u magnetskom polju.

Mehanička snaga nastaje kad se vodič na koji djeluje sila giba u magnetskom polju. Da bi na nj djelovala sila, potrebno je da vodičem teče struja.

Električnu i mehaničku snagu dobit ćemo tek onda kad se vodič *giba u magnetskom polju*, a kroz vodič istodobno *teče struja*.



Sl. 1.4. Pretvorba energije u generatoru

Na slici 1.4. prikazan je smjer induciranog napona u vodiču koji se giba u magnetskom polju indukcije B određen prema pravilu desne ruke. Priključimo li na takav vodič otpornik i tako zatvorimo strujni krug, poteći će u vodiču struja u smje-

ru induciranog napona. Prema pravilu lijeve ruke lako ćemo vidjeti da će zbog te struje na vodič djelovati sila u smjeru suprotnome smjeru brzine gibanja vodiča.

Da bi se gibanje nastavilo, bit će potrebno djelovati na vodič vanjskom silom F_1 , po veličini jednakom sili F :

$$F_1 = F,$$

ali u smjeru gibanja vodiča. Inducirani napon i struja koja teče u smjeru induciranog napona daju u vremenskom intervalu dt izvršeni električni rad:

$$dW_{el} = E I dt$$

koji je pozitivan, što znači da ga je naš zamišljeni sistem dao vanjskome strujnom krugu, u ovom slučaju otporu R .

Mehanički rad jednak je umnošku sile i izvršenog pomaka u smjeru sile. U ovom su slučaju smjer sile i izvršenog pomaka suprotni, pa je dobiveni mehanički rad negativan:

$$dW_{meh} = -F v dt.$$

Uvrstimo li za inducirani napon:

$$E = v B l,$$

dobivamo električni izvršeni rad:

$$dW_{el} = v B l I dt, \quad (1)$$

a jednako tako, uvrstimo li za silu na vodič:

$$F = I l B,$$

bit će mehanički rad što ga je izvršio vodič:

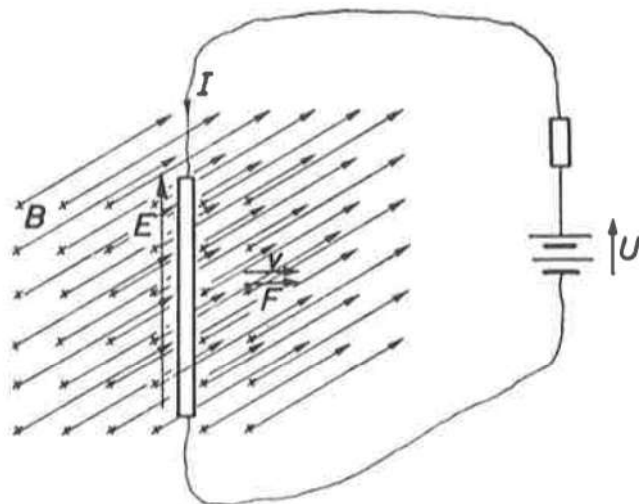
$$dW_{meh} = -I l B v dt. \quad (2)$$

Negativni predznak pokazuje da smo taj mehanički rad morali izvršiti da bi se vodič kroz vrijeme dt gibao. Taj je rad dakle utrošen, a nije ga izvršio vodič. Oba su izraza jednakog iznosa, pa vrijedi općenito:

$$dW_{el} + dW_{meh} = 0. \quad (3)$$

Zbroj izvršenoga električnog rada i izvršenoga mehaničkog rada uvijek je jednak nuli. U ovom je slučaju prvi član pozitivan, a drugi negativan. Električna energija je dobivena, a mehanički rad je utrošen. Naš zamišljeni sistem predočuje princip rada *generatora*, kod kojega trošimo mehanički rad da bismo dobili električnu energiju — obavljamo dakle pretvorbu mehaničke energije u električnu.

Da bismo prikazali model suprotne pretvorbe, moramo na krajeve vodiča umjesto otpornika R priključiti izvor napona U (sl. 1.5), koji je nešto veći od induciranog napona E , i to upravo toliko veći da kroz vodič poteče struja I u smjeru nasuprot induciranom naponu E . Smjer struje i napona tada su suprotni, pa vodič ne daje, već prima električnu energiju:



Sl. 1.5. Pretvorba energije u motoru

$$dW_{el} = -E I dt. \quad (4)$$

Prema pravilu lijeve ruke lako je vidjeti da je promjena smjera struje I izazvala i promjenu smjera sile F , koja sada djeluje u smjeru gibanja. Vodič pri tome obavlja mehanički rad:

$$dW_{meh} = + F v dt. \quad (5)$$

Uvrstivši poznate iznose za inducirani napon i za silu, dobivamo opet:

$$dW_{el} + dW_{meh} = 0, \quad (6)$$

samo što je sada prvi član negativan, a drugi pozitivan, a to znači da sistem uzima električnu energiju, a daje mehanički rad. Prikazani sistem predodžuje princip rada *motora*, koji električnu energiju pretvara u mehaničku.

1.6. Skošeni vodič

►► U najopćenitijem slučaju smjerovi silnica, brzine gibanja i vodiča ne moraju biti međusobno okomiti, pa ih možemo predložiti slikom 1.6. a. Ako općenito napišemo:

$$dW_{el} = E I dt = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} I dt \quad (1)$$

$$dW_{meh} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt = I (\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} dt, \quad (2)$$

onda vanjski produkt $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ označava bazu paralelepipeda kojemu su stranice tri vektora: $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$, i $\mathbf{l}$, a unutrašnji produkt $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$ je volumen tog paralelepipeda V . Vrijedi, dakle:

$$dW_{el} = V I dt. \quad (3)$$

No jednako tako vanjski produkt $(\mathbf{B} \times \mathbf{l})$ predstavlja drugu bazu istog paralelepipeda, a po pravilima vektorskog računa je:

$$(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) = -(\mathbf{B} \times \mathbf{l}),$$

pa će biti:

$$(\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = -V,$$

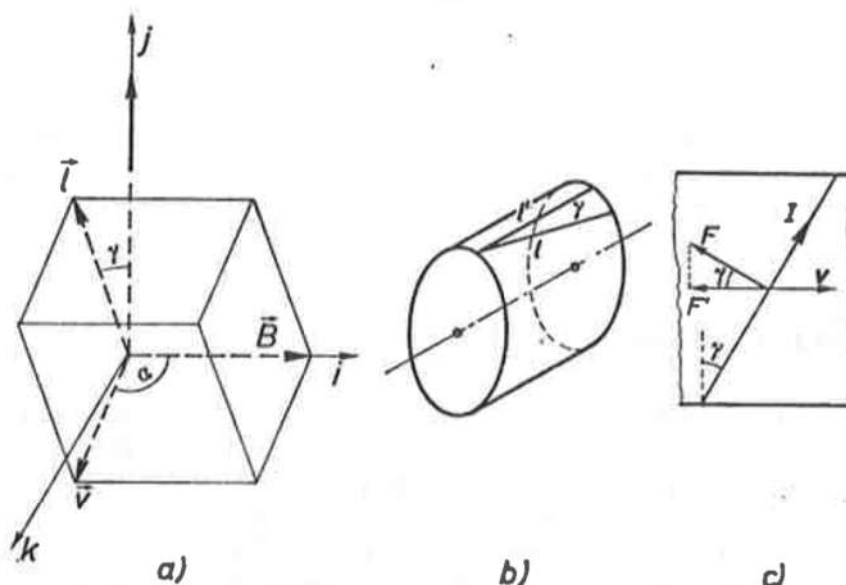
odnosno:

$$dW_{meh} = -V I dt. \quad (4)$$

S predznakom struje mijenja se predznak jednog i drugog člana, ali njihov zbroj ostaje:

$$dW_{el} + dW_{meh} = 0,$$

pa se vidi da prethodna razmatranja vrijede i u najopćenitijem slučaju.



Sl. 1.6. Skošeni položaj vodiča: a) opći slučaj položaja i gibanja vodiča prema smjeru indukcije $\mathbf{B}$, b) ravni i skošeni položaj vodiča, c) korisna komponenta sile na vodič

Praktički je vodič uvijek smještan na obodu cilindra koji rotira, pa je smjer njegova gibanja uvijek tangencijalan. Silnice ulaze okomito na površinu cilindra, dakle radijalno. Ta dva smjera uvijek su međusobno okomita. Jedino smjer vodiča izuzetno može biti pomaknut za neki mali kut γ prema smjeru izvodnice cilindra, tj. prema aksijalnom smjeru, koji je okomit i na smjer silnica i na smjer brzine gibanja. Takav vodič koji odstupa od smjera izvodnice nazivamo *skošenim* vodičem

(sl. 1.6.b). Projekcija duljine vodiča u smjer okomit na silnice i na brzinu gibanja iznosi:

$$l' = l \cos \gamma, \quad (5)$$

pa s tom duljinom l' treba računati inducirani napon:

$$E = v B l' \quad (6)$$

Pogledamo li silu u smjeru brzine gibanja $\mathbf{v}$, onda je to tangencijalna komponenta ukupne sile $\mathbf{F}$ koja djeluje okomito na vodič (sl. 1.6.c). Ta komponenta iznosi:

$$F' = F \cos \gamma = I l B \cos \gamma. \quad (7)$$

Označimo li opet s l' projekciju duljine vodiča u smjer izvodnice, dobivamo za efektivnu silu u smjeru gibanja:

$$F' = I l' B. \quad (8)$$

▶▶▶ Nastaje jednostavno pravilo: inducirani napon i silu u smjeru gibanja kod skošenog vodiča u homogenome magnetskom polju možemo računati jednako kao kod neskošenog vodiča, samo treba umjesto stvarne duljine vodiča l uvrstiti *efektivnu duljinu vodiča* l' , koja je jednaka projekciji stvarne duljine u smjer izvodnice.

Ukupna sila na skošeni vodič F osim tangencijalne komponente ima još jednu komponentu okomitu na smjer gibanja. Ta komponenta ne obavlja nikakav rad, pa nema nikakva značenja pri pretvorbi energije. No ne valja zaboraviti da ta aksijalna sila nastoji rotor pomaknuti u aksijalnom smjeru iz njegova položaja, zbog čega se odgovarajućom konstrukcijom ležajeva mora osigurati da se to ne dogodi.

1.7. Faradayev zakon

▶▶▶ U vodiču se inducira napon ako se vodič giba prema silnicama magnetskog polja. Da bismo taj inducirani napon mogli iskoristiti, čak da bismo ga mogli uopće mjeriti, potrebno je na krajevima vodiča zatvoriti neki radni, ili samo mjerni strujni krug. Ako imamo bilo kako definiran strujni krug, možemo za određivanje inducirano napona u tome strujnom krugu upotrijebiti *Faradayev zakon*, koji je još općenitiji od promatranja kako vodič siječe silnice. Taj zakon kaže da je *inducirani napon u strujnom krugu jednak brzini kojom se mijenja magnetski tok ulančen strujnim krugom*, a smjer inducirano napona je takav da potjera struje koje se *protive promjeni toka*:

$$E = -d\Psi/dt. \quad (1)$$

Na sl. 1.7. prikazana je petlja u kojoj možemo mjeriti inducirani napon. Ona se nalazi u homogenom polju indukcije B , silnice ulaze okomito na površinu petlje, a jedna strana petlje duljine l je pomična, izvedena kao bakreni štap koji kliže po

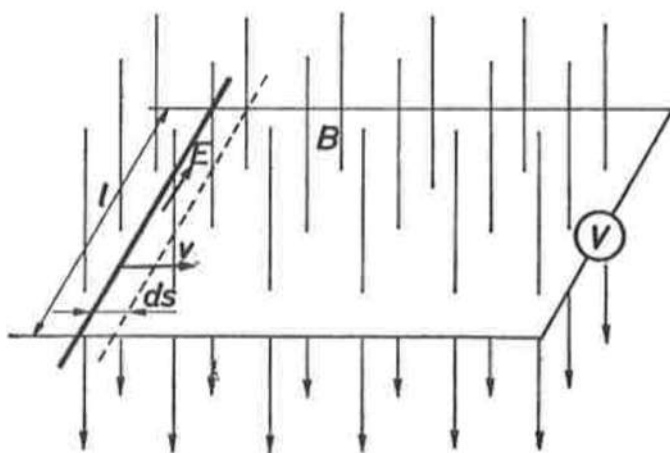
dva paralelna bakrena štapa što čine stranice petlje. Pri gibanju štapa brzinom v smanjuje se tok obuhvaćen petljom. To smanjenje u vremenu dt iznosi:

$$d\Psi = -B l v dt,$$

pa je prema Faradayevu zakonu:

$$E = -d\Psi/dt = v B l, \quad (2)$$

što je isti rezultat dobiven razmatranjem kako vodič siječe silnice, tj. razmatranjem gibanja vodiča u polju magnetske indukcije. No Faradayev zakon vodi nas jednostavnim putem do rezultata i onda kad vodič miruje, a napon se inducira zbog toga što se mijenja polje magnetske indukcije B . Prorjeđivanje silnica u petlji može se prikazati tako da se one »šire« i pri tome režu konture petlje, no bit pojave izrečena je najopćenitije Faradayevim zakonom.



Sl. 1.7. Faradayev zakon

1.8. Napon rotacije i napon transformacije

►► Na slici 1.8. prikazan je vodič koji se duljinom l nalazi u magnetskom polju između polova magneta, gdje je indukcija B . Vodič se može gibati u polju, pri čemu siječe silnice, a na njegovim krajevima su priključci voltmetra koji mjeri inducirani napon. Petlja s voltmetrom čini zatvoreni strujni krug, a prikazana je kao kruta petlja, koja se pri kretanju iz položaja 1 u položaj 2 nalazi samo dijelom svoje desne stranice duljine l u polju magnetske indukcije B . Svi ostali dijelovi petlje kreću se u prostoru gdje polja nema. Magnetski tok ulančen s tim strujnim krugom mijenja se s gibanjem petlje. Slično kao prije, i tu se može pokazati da je napon izračunan iz »rezanja silnica« jednak onome prema Faradayevu zakonu:

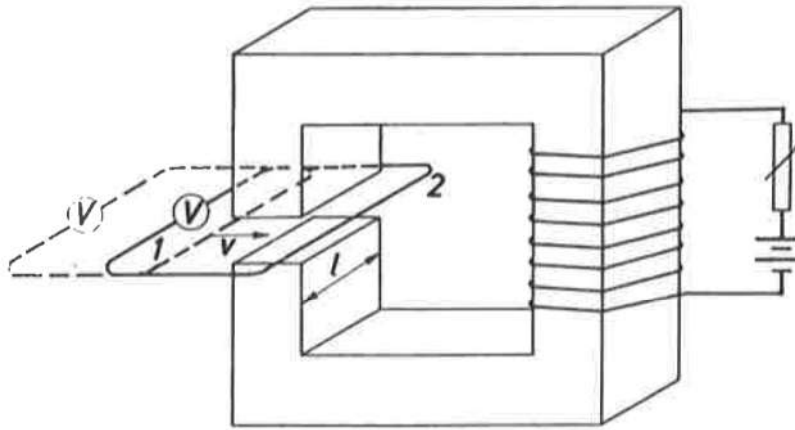
$$e = -d\Psi/dt = v B l.$$

Pri tome se prilike u magnetskom krugu nisu mijenjale, ukupni tok Φ ostao je nepromijenjen, pa tako i indukcija u rasporu B .

Ako je magnetski tok u jezgri proizveden uzбудnom strujom u posebnome »uzbudnom namotu«, pa ako npr. pomoću promjenljivog otpornika mijenjamo tu

struju, mijenjat će se i magnetski tok jezgre Φ i indukcija u rasporu B . Označimo tok ulančen s promatranom petljom s Ψ , a faktor proporcionalnosti toga ulančenog toka s uzbudnom strujom i označimo s L_{12} i nazovimo međuinduktivitetom uzbudnog kruga i promatrane petlje:

$$\Psi = L_{12} i.$$



Sl. 1.8. Napon rotacije i napon transformacije

Međuinduktivitet L_{12} ovisi o položaju vodiča u rasporu, pa je prema tome promjenljiv. Ako inducirani napon u petlji računamo prema Faradayevu zakonu, treba to uzeti u obzir, pa dobivamo:

$$e = -d\Psi/dt = -L_{12} di/dt - i dL_{12}/dt. \quad (1)$$

Prvi član izraza nazivamo *naponom transformacije* e_t . To je napon nastao zbog promjene indukcije u rasporu u kojemu se vodič nalazi, a inducira se i onda kad vodič miruje. Drugi član izraza je *napon rotacije* e_r . To je napon nastao zbog promjene geometrijskih odnosa promatrane petlje i magnetskog kruga, npr. gibanjem vodiča u rasporu, a inducira se i onda kad se tok u magnetskom krugu ne mijenja. *Ukupni inducirani napon* je:

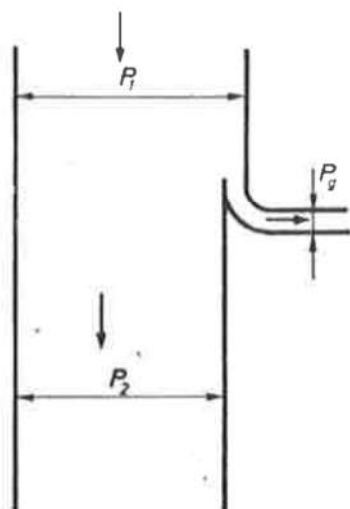
$$e = e_t + e_r. \quad (2)$$

1.9. Bilanca energije

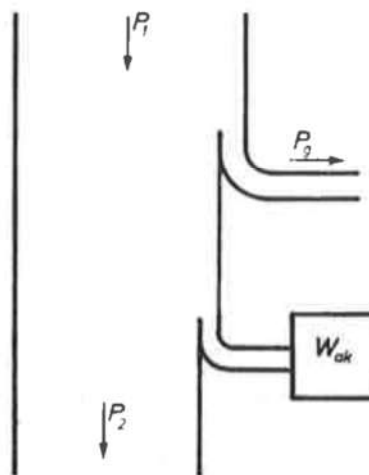
►►► Pretvorba mehaničke energije u električnu, ili obratno, obavlja se u zračnom rasporu između mirnog i pomičnog dijela stroja, gdje se nalaze silnice magnetskog polja i vodiči. U pretvorbi su količina električne energije i količina mehaničke energije međusobno jednake. No uređaji za pretvorbu nisu idealni. Jedan njihov dio mora se gibati, a pri tome, zbog trenja između mirnih i pomičnih dijelova ležajeva koji omogućuju gibanje, pa i zbog trenja zraka na pomičnim dijelovima, nastaje toplina koja odlazi u okolinu. Vodiči koji sudjeluju u pretvorbi nisu idealni. Svaki takav vodič ima svoj električni otpor. Struja koja mora teći kroz takav vodič stvara, prema Jouleovu zakonu, određenu količinu topline, koja i opet odlazi u okolinu. Da bi se ostvarila pretvorba, vodič se mora relativno gibati prema magnetskim silnicama, a to znači da se i podloga na koju je on pričvršćen da bi prenio mehaničke

sile, giba relativno prema silnicama, pa se i u njoj induciraju »vrtložne struje«, u željezu nastaju gubici histereze, što sve razvija toplinu koja odlazi u okolinu. Sve to pokazuje da stroju treba dovesti nešto više energije no što ćemo je nakon izvršene pretvorbe dobiti jer se jedan dio dovedene energije zbog nesavršenosti uređaja pretvara u toplinu i odlazi u okolinu. Taj dio energije ne može se više pretvarati, taj dio procesa je ireverzibilan, pa tu energiju nazivamo *gubicima*.

Ako promatramo pretvorbu kao kontinuirani proces, možemo je prikazati dijagramom protoka energije kroz stroj prema slici. 1.9. Dovedena energija na ulazu u stroj P_1 veća je od predane energije na izlazu iz stroja P_2 , a razlika P_g jest gubitak energije, tj. ona energija koja se u stroju pretvara u toplinu i odlazi u okolinu.



Sl. 1.9. Bilanca energije



Sl. 1.10. Akumulirana energija

►► Da bi se u stroju stvorilo potrebno magnetsko polje, treba dovesti određenu količinu energije, koja se akumulira u magnetskom polju te se može pri promjenama pogonskog stanja ili povećati ili vraćati strujnim krugovima. Slično je tako u masama koje se gibaju akumulirana kinetička energija, koja se može povećati ili vratiti kad se brzina kretanja poveća ili smanji. Na slici 1.10. prikazan je dijagram toka energije u stroju uzevši u obzir i *akumuliranu energiju*. Akumulirana se energija ne mijenja kad stroj radi stacionarno, tj. kad se uvjeti rada ne mijenjaju. Snaga se troši na akumulaciju ili se prolazno dobiva iz akumulacije, pri uspostavljanju ili prekidanju pogona ili pri promjenama pogonskih stanja. Vrijedi, dakle:

$$W_{ak} = W_{\phi} + W_k. \quad (1)$$

$$P_{ak} = dW_{ak}/dt \quad (2)$$

U stacionarnom pogonu je:

$$P_{ak} = 0,$$

pa bilanca energije glasi:

$$P_1 = P_2 + P_g, \quad (3)$$

kao da akumulacije i nema.

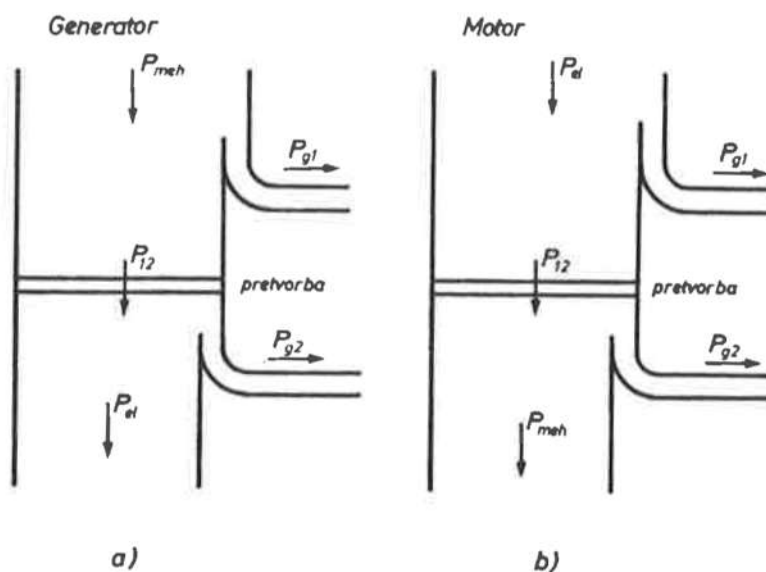
Snagu gubitaka P_g možemo dalje raščlaniti, npr. na gubitke koji nastaju prije pretvorbe u rasporu P_{g1} i na gubitke nastale poslije pretvorbe u rasporu P_{g2} (sl.

1.11), ili te gubitke možemo još detaljnije podijeliti prema njihovom uzroku i mjestu nastajanja. Kad tako odvojimo gubitke, dobivamo snagu koja se pretvara u rasporu P_{12} , i tu strogo vrijedi jednakost obaju oblika energije, dakle jednakost dovedene i pretvorene snage u zračnom rasporu. Ta snaga razlikuje se, međutim, od snage dovedene stroju i od snage dobivene iz stroja:

$$P_{12} = P_1 - P_{g1} \quad (4)$$

$$P_2 = P_{12} - P_{g2} \quad (5)$$

$$P_2 = P_1 - P_{g1} - P_{g2} = P_1 - P_g. \quad (6)$$



Sl. 1.11. Bilanca energije: a) za generator, b) za motor

►►► Bilanca energije generatora razlikuje se od bilance energije motora samo u tome što je kod *generatora* dovedena snaga mehanička, a predana snaga je električna (sl. 1.11.a):

$$P_1 = P_{meh}, \quad P_2 = P_{el}. \quad (7)$$

Kod *motora* je obratno: dovedena snaga je električna, a predana je snaga mehanička (sl. 1.11.b):

$$P_1 = P_{el}, \quad P_2 = P_{meh}. \quad (8)$$

Gubitke u stroju ne možemo izbjeći, ali nastojimo da oni budu što manji, tj. da snaga dobivena pretvorbom bude što bliže snazi koju smo stroju doveli. Koliko smo u tome uspjeli, kazuje nam *faktor korisnosti* ili, kratko, *korisnost* stroja η . Taj faktor definiran je kao omjer snage koju stroj predaje prema snazi koju prima, i

uvijek je manji od 1. Pretvorba je uspješnija i korisnost stroja veća što je taj omjer bliži jedinici:

$$\eta = P_2/P_1 < 1. \quad (9)$$

Često se korisnost η izražava u postocima:

$$\eta \% = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100, \quad (10)$$

pri čemu bi $\eta \% = 100\%$ bila savršena pretvorba. Što je stroj veći, to se postiže bolja pretvorba, pa se korisnost vrlo velikih strojeva približava vrijednosti 99%, a za sitne strojeve moramo biti zadovoljni ako ona dosegne od 20 do 40%, pa i manje.

1. Zadaci



1. Vodič duljine l giba se brzinom v okomito na smjer silnica homogenoga magnetskog polja indukcije B i okomito na svoju duljinu. Zbog toga se u vodiču inducira neki napon, E , no kako je strujni krug otvoren, svi slobodni naboji u vodiču miruju (sl. 1.2). Kojom silom i u kojem smjeru djeluju svi ostali naboji u vodiču na promatrani elektron ($q_0 = 0,160 \cdot 10^{-18} \text{ As}$) ako je $B = 1 \text{ T}$, a $v = 50 \text{ m/s}$? Koliko je elektrostatsko polje uzduž vodiča?

$$[8 \cdot 10^{-18} \text{ N } \uparrow, 50 \text{ V/m } \downarrow]$$

2. Ako je duljina vodiča u 1. zadatku $l = 50 \text{ cm}$, kolik će biti napon između krajeva vodiča: a) ako on miruje; b) ako se giba brzinom $v = 50 \text{ m/s}$? Kakav je polaritet?

$$[0 \text{ V}; 25 \text{ V } \pm]$$

3. Ako vodič iz 2. zadatka premostimo tako da je ukupni otpor kruga $0,5 \Omega$, a dovodi se nalaze izvan magnetskog polja, kolika će struja teći: a) kad vodič miruje; b) kad se vodič giba brzinom od 50 m/s ? Odredite smjer.

$$[0 \text{ A}; 50 \text{ A } \uparrow]$$

4. Kolik mora biti napon akumulatora (zanemarivog otpora) dodanoga u vanjski krug u 3. zadatku da bi potekla struja od 50 A u suprotnom smjeru za primjere a) i b)?

$$[25 \text{ V}; 50 \text{ V}]$$

5. Kolika sila i u kojem smjeru djeluje na vodič u zadatku 3. a i 3. b, te 4. a i 4. b?

$$[0; 25 \text{ N}; 25 \text{ N}; 25 \text{ N}]$$

← → →

6. Ako je otpor vodiča zanemarivo malen, tako da je praktički sav otpor sadržan u vanjskom krugu, koliku električnu snagu vodič predaje vanjskom krugu u sva četiri promatrana primjera (zadaci 3.a, 3.b, 4.a i 4.b)?

$$[0; 1\,250 \text{ W}; 0; -1\,250 \text{ W}]$$

7. Koliku snagu daje akumulator u zadatku 4.a i 4.b vodiču koji promatramo, a koliku snagu cijelom krugu?

[a) 0 i 1 250 W; b) 1 250 W i 2 500 W]

8. Koliku mehaničku snagu daje vodič u zadacima 3.a, 3.b, 4.a i 4.b?

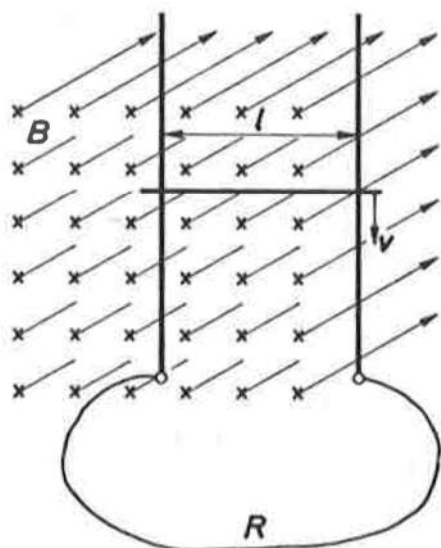
[0; -1 250 W; 0; +1 250 W]

9. Za promatrana četiri slučaja treba navesti pretvorenu snagu, smjer pretvorbe i gubitke, računajući u gubitke onaj dio dovedene snage koji se pretvorio u toplinu.

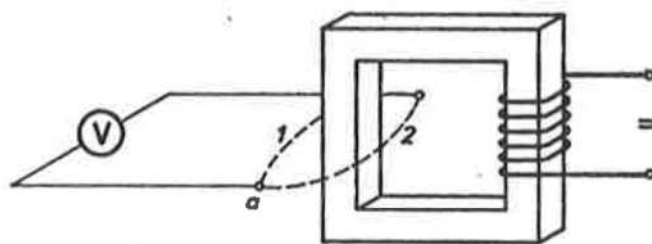
[0, -, 0; 1 250 W, mehanička u električnu, 0; 0, -, 1 250 W; 1 250 W, električna u mehaničku, 1 250 W]

10. Kolika je sila potrebna da bi se vodič prema slici 1.12. gibao brzinom $v = 20$ m/s ako je $B = 0,8$ T, $l = 0,3$ m, a otpor kruga $R = 0,1\Omega$?

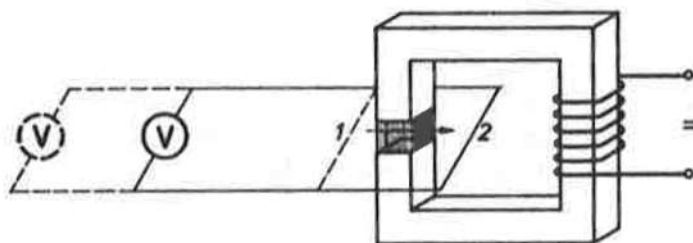
[11,52 N]



Sl. 1.12. Uz zadatak 10.



Sl. 1.13. Uz zadatak 12.



Sl. 1.14. Uz zadatak 13.

11. Kolika je promjena ulančenog toka u 10. zadatku u vremenu od 0,1 s? Kolik je inducirani napon? Odredite smjer.

[-0,48 Vs; 4,8 V]

12. Kolik će napon pokazati voltmeter ako se vodič koji zatvara strujni krug iz položaja 1 premjesti u položaj 2 tako da se u točki a krug otvori i nakon provlačenja vodiča kroz jezgru ponovno zatvori (sl. 1.13), sve u vremenu od 0,2 s. U jezgri je uzbuđen konstantan tok $\Phi = 0,01$ Wb.

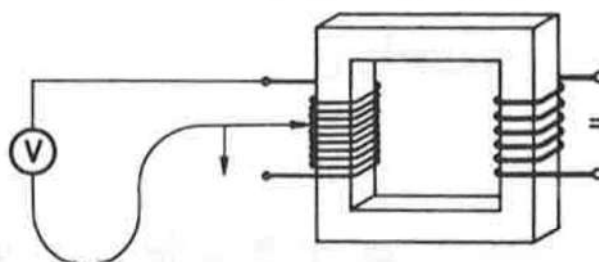
[0]

13. Isto pitanje, ali premještanje se obavlja provlačenjem vodiča kroz raspor u magnetskoj jezgri, bez otvaranja strujnog kruga (sl. 1.14), s time da prolazak kroz raspor traje 0,2 s.

[50 mV]

14. Kolik će napon pokazati voltmetar ako se ulančeni tok $\Psi = 0,2 \text{ Wb}$ povećava jednolikim pomicanjem kliznika po zavojima namota prema slici 1.15. brzinom od 10 zavoja u sekundi?

[0]



Sl. 1.15. Uz zadatak 14.

15. Koliki su gubici, a kolika je korisnost η elektromotora koji uzima iz mreže 6 280 W, razvija moment od 36,8 Nm i vrti se brzinom vrtnje od 1 400 r min⁻¹?

[885 W; 0,859]

16. Generator daje 400 kW pri brzini vrtnje od 1 500 r min⁻¹. Korisnost mu je $\eta = 0,92$. Kolikom snagom treba tjerati generator i koliki su gubici?

[434,8 kW; 34,8 kW]



17. Na obodu rotora promjera $D = 0,3 \text{ m}$ i duljine 0,20 m nalazi se vodič kojim teče struja od 50 A, a koji je skošen, tako da sa smjerom izvodnice zatvara kut $\gamma = 10^\circ$. Indukcija na obodu rotora je 0,8 T. Kolika je: a) ukupna sila na vodič; b) njezina tangencijalna komponenta; c) njezina aksijalna komponenta; d) koliko sila na vodič pridonosi momentu?

[a) 8,12 N; b) 8 N; c) 1,41 N; d) 1,20 Nm]

2. Kako ostvariti stroj za pretvorbu

2.1. Elementi za realizaciju pretvorbe

►►► Pri pretvorbi imamo s jedne strane električnu, a s druge mehaničku snagu:

$$P_{el} = E I = v B l I$$

$$P_{meh} = F v = I l B v.$$

I jedna i druga snaga mogu se dovesti ili odvesti iz stroja ako postoji:

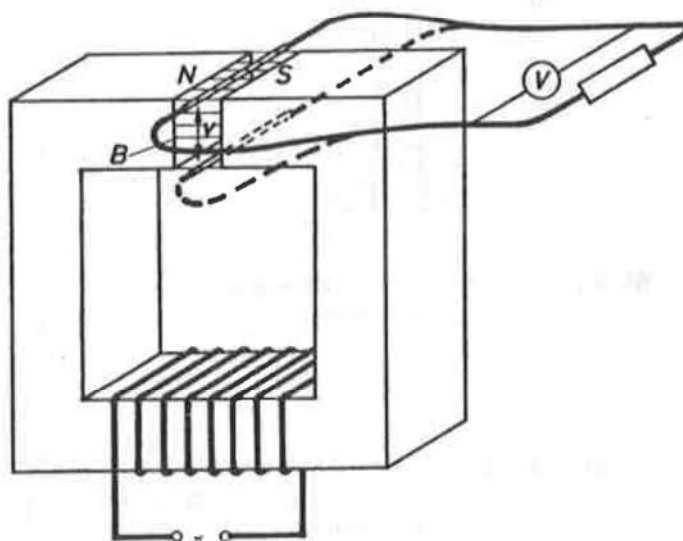
- *magnetsko polje* indukcije B ;
- *vodič* koji duljinom l leži u polju indukcije;
- mogućnost *relativnog gibanja* vodiča prema silnicama magnetskog polja nekom brzinom v ;
- *priključci* vodiča na vanjski strujni krug preko kojih se može vodiču dovesti ili od njega odvesti struja I ;
- *mehanički uređaj* za prijenos sila i momenata od vodiča do osovine, ili obratno.

Od poznavanja osnovnih principa pretvorbe moglo je dakle započeti razmišljanje o *konstrukcijskim rješenjima* svih ovih problema koji bi omogućili da se ostvari zamišljena pretvorba. Prva ostvarenja prošla su kroz mnoga dotjerivanja, poboljšanja, izmjene, potakla su nove zamisli, i kroz dugi razvoj došlo je do raznovrsnih rješenja koja se danas primjenjuju. Razvoj nije završen, pa se i dalje radi na poboljšanjima i novim pristupima kako bismo mogli izrađivati sve bolje i ekonomičnije strojeve.

Nije naodmet razmotriti elemente s početka razvoja i predložiti sliku o stroju vlastitim razmišljanjem, a ne samo usvajanjem činjenica i najboljih rješenja koja se primjenjuju.

2.2. Magnetsko polje

►►► Magnetsko polje indukcije B možemo stvoriti *permanentnim magnetom*, ili *elektromagnetom*. Kod permanentnog magneta polje indukcije B uzbuđuju manje ili više orijentirane čestice s molekularnim strujama u tvrdom magnetskom materijalu od kojega je permanentni magnet napravljen. Kod elektromagneta uzбудu magnetskog polja daje struja u uzbudnom namotu. Na slici 2.1. vidi se takav uzbudni namot namotan na željeznu jezgru. *Željezna jezgra* ima vrlo malen magnetski otpor u usporedbi sa zrakom, pa se uz istu uzбудu dobiva mnogo veća magnetska indukcija B . Jezgra mora biti razrezana, sa *zračnim rasporom* dovoljne duljine da bi se u njemu mogao kretati vodič koji sudjeluje u pretvorbi. Taj raspor nastojimo održati što kraćim jer se na putu silnica kroz zrak troši velik dio uzbuđene. Kraći raspor uz jednaku uzбудu daje veću magnetsku indukciju B .



Sl. 2.1. Translatorno gibani vodič

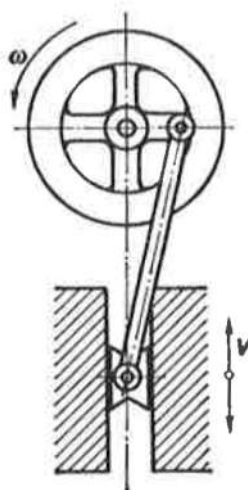
Površina jezgre uz zračni raspor mora biti određene širine da bi se u polju magnetske indukcije našla duljina vodiča l , no mora biti i određene visine kako bi bilo prostora za gibanje vodiča, a da ne izađe iz područja magnetskog polja. Time su nabrojani osnovni elementi za ostvarenje magnetskog polja u stroju, a brojne varijante bit će još spomenute.

2.3. Njihanje i kružno gibanje

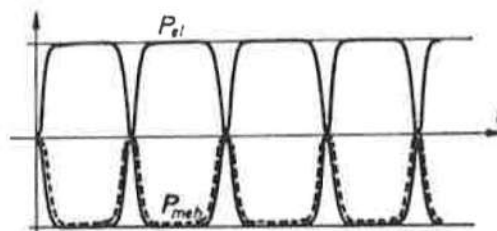
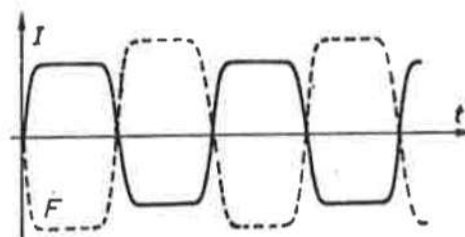
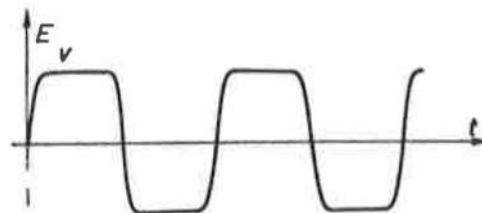
►►► Prva je i najbliža pomisao da se gibanje vodiča koji treba da ostane u magnetskom polju, ostvari linearnim reverzionim gibanjem vodiča okomito na njegovu duljinu l , dakle, prema slici 2.1, gore-dolje u zračnom rasporu. Takvo gibanje može se pretvoriti u kružno gibanje prilično složenim mehanizmom, poznatim kod parnih strojeva, kompresora i sl., koji se vidi na slici 2.2.

Kad gibanje vodiča promijeni smjer, mijenja se i smjer induciranog napona, pa i smjer struje koju on tjera (sl. 2.3). Promjena smjera struje uzrokuje i promjenu smjera sile, koja u ovom slučaju »generatora« uvijek zadržava smjer suprotan smjeru

brzine gibanja v . Vidimo da se u vodiču inducira izmjenični napon i teče izmjenična struja, ali umnožak $E I = P_{el}$ ostaje stalno pozitivan, a umnožak $F v = P_{meh}$ ostaje stalno negativan. Stanje prema slici 2.3. odgovaralo bi gibanju vodiča konstantnom brzinom prema gore i zatim konstantnom brzinom nadolje, što je uzeto zbog preglednijeg razmatranja. Zapravo, kod pogona prema slici 2.2. gibanje bi bilo bliže sinusnom njihanju, pa bismo i na slici 2.3. umjesto oštih pravokutnih oblika dobili približno sinusoide, no zaključci bi ipak u osnovi bili jednaki.



Sl. 2.2. Pretvorba translatorsnog gibanja u rotacijsko



Sl. 2.3. Napon, struja, električna i mehanička snaga kod translatorsnog gibanja vodiča

Očito je da se njihanje vodiča među polovima magneta može ostvariti mnogo jednostavnije ako među polovima statora ostavimo cilindrični provrt, gdje je smješten cilindrični dio jezgre koji se može vrtjeti oko svoje osi. Na površinu toga cilindričnog okretnog dijela, *rotora*, pričvrstit ćemo vodič aksijalno usmjeren i vrtjeti ga zajedno s rotorom (sl. 2.4).

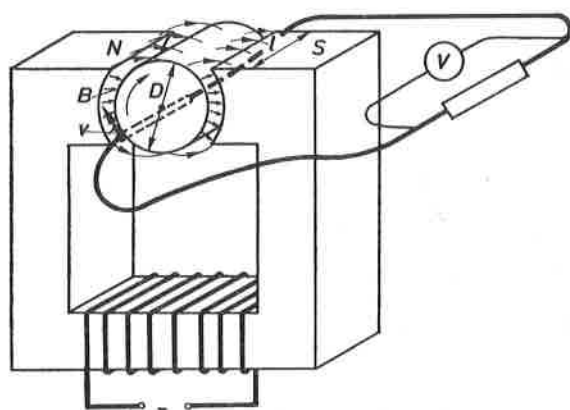
Kod rotacijskog gibanja brzina se u strojarstvu pa tako i u elektrostrojarstvu, definira kao *brzina vrtnje* u okretajima na minutu (r/min), i bilježi se s n . Iz tog podatka lako je odrediti kutnu brzinu, koja se mjeri radijanima u sekundi (rad/s), jer brzina vrtnje n predstavlja $n/60$ punih okretaja u jednoj sekundi, a svaki puni okretaj predstavlja 2π radijana, tako da je:

$$\omega = 2\pi n/60 \text{ s}^{-1}. \quad (1)$$

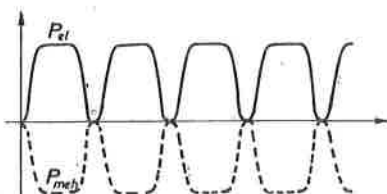
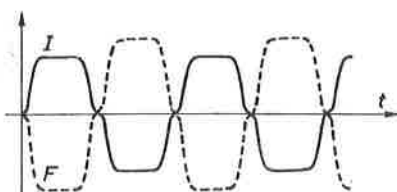
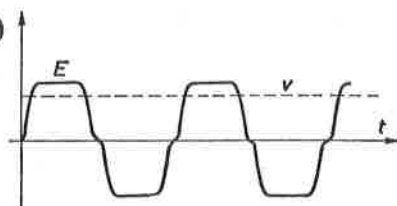
Brzina kojom se kreće vodič na obodu relativno prema silnicama koje miruju, tzv. obodna brzina, računa se iz činjenice da svaka točka oboda prevari pri jednom punom okretaju put $D\pi$, pa je:

$$v = D \pi n/60 \text{ m/s}. \quad (2)$$

Silnice na slici 2.4. zadržale su u oba rasporeda smjer slijeva nadesno, gibanje vodiča u lijevom rasporu je prema gore, a u desnome prema dolje. Smjer induciranog napona morao se, dakle, promijeniti. I tu dobivamo, kao i kod linearnog njihanja, *izmjenične napone i struje*, ali električnu snagu uvijek istoga smjera, a mehaničku snagu uvijek smjera suprotnoga električnoj, kao što je prikazano na slici 2.5. Napon je konstantan dok se vodič kreće ispod pola gdje je indukcija konstantna. Između polova on postepeno prelazi u napon suprotnog smjera, pa ga treba prikazati slikom koja odgovara raspodjeli indukcije na tom dijelu oboda.



Sl. 2.4. Vodič pri rotacijskom gibanju



Sl. 2.5. Napon, struja, električna i mehanička snaga pri rotacijskom gibanju vodiča

2.4. Uvišestručenje vodiča

►►► Inducirani napon u jednom vodiču ne može biti velik. Obodna je brzina ograničena centrifugalnim silama i čvrstoćom rotora, indukcija je ograničena zasićenjem u željezu, a dimenzije stroja prvenstveno cijenom izrade. Zato bi stroj sa samo jednim vodičem na obodu rotora mogao pretvarati vrlo skromne snage, koje ne bi nikako bile primjerene troškovima izrade takva stroja. Srećom, na obodu ima dovoljno mjesta da se postavi mnogo vodiča, od kojih svaki može pretvarati jedan dio ukupne snage.

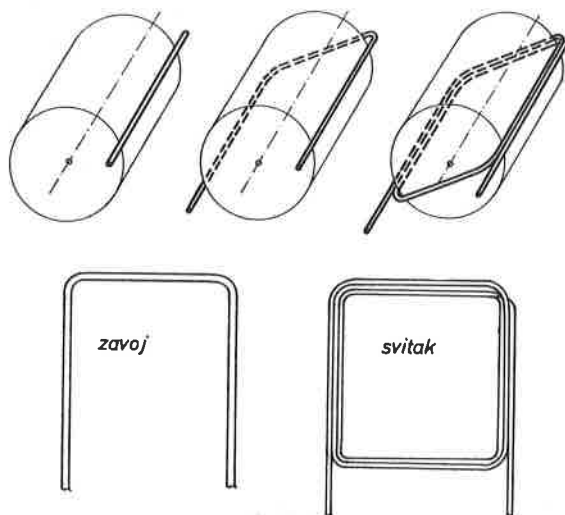
Posebno je zanimljivo da pri pretvorbi dobijemo veći napon no što ga može dati jedan vodič sam. Napon jednog vodiča treba višestruko uključiti u strujni krug, i to tako da u strujni krug uključimo *više u seriju spojenih vodiča*. Kako se to postiže, prikazano je na slici 2.6. Ako vodiču na obodu stroja dodamo još jedan vodič dijametralno smješten na obodu, i obadva spojimo na suprotnoj čeonj strani rotora, dobivamo *zavoj* od dva vodiča. Naponi jednog i drugog vodiča, gledani

u aksijalnom smjeru, suprotni su, jer se vodiči uvijek kreću pod suprotnim polovima, no gledano u smjeru obilaženja od početka prema kraju zavoja, ti se naponi zbrajaju. Napon zavoja jednak je, dakle, zbroju napona obaju vodiča. No taj postupak možemo nastaviti, pa završetak prvog zavoja spojiti s početkom drugog zavoja. To možemo ponoviti više puta, sve dok ima mjesta, pa dobivamo *svitak* s ukupno w zavoja. Ako se u vodiču inducirao napon E_1 , napon jednog zavoja bit će:

$$E_{zav} = 2 E_1,$$

a napon svitka s w zavoja:

$$E_s = 2 E_1 w.$$

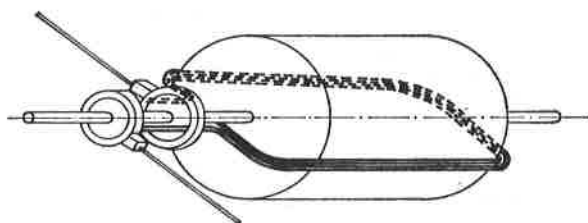


Sl. 2.6. Vodič, zavoj i svitak

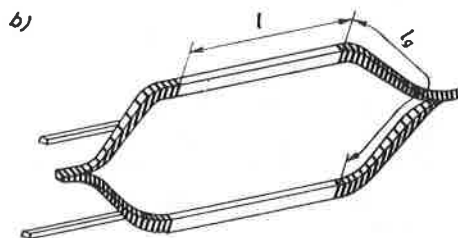
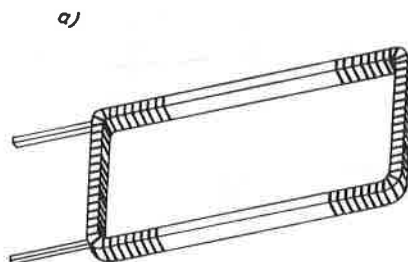
Tako dobivamo napon svitka koji je višestruko veći od napona vodiča. No ništa ne stoji na putu da na obod smjestimo više takvih svitaka i da ih spojimo u seriju, pa će se naponi svih tih svitaka zbrajati. Takvu kombinaciju spojenih svitaka nazivamo *namotom*, te govorimo o naponu namota. Pri tome je potreban mali oprez jer napon namota ne smijemo jednostavno računati kao umnožak napona svitka s brojem svitaka. Indukcija B ne mora biti na svim mjestima oboda jednaka, pa će i naponi pojedinih svitaka biti možda različiti. Treba, dakle, zbrajati stvarne napone pojedinih svitaka.

Ako je cijeli namot smješten na obodu rotora — na slici 2.7. prikazan je jednim svitkom — postavlja se pitanje kako povezati krajeve namota koji rotira s priključcima vanjskih strujnih krugova koji miruju. To se rješava tako da na osovinu smjestimo dva *klizna koluta*, dva metalna prstena izolirana prema osovinu, na koje priključimo krajeve rotorskog namota. Po kliznim kolutama klizu metalne ili grafitne *četkice*, smještene u posebne držače, i pritisnute perima na klizni kolut. Na četkice su priključeni vanjski dovodi, a one uspostavljaju dobar električni kontakt između kolutova, koji čine krajeve namota što rotira, i vanjskih dovoda.

Svaki svitak sastoji se od *aktivnog* dijela koji leži duljinom l na svakoj strani u magnetskom polju (ta duljina jednaka je duljini magnetske jezgre stroja) i *glave svitka* srednje duljine l_g , sa svake strane, koja predstavlja spojeve pojedinih vodiča u zavoje i pojedinih zavoja u svitak. Te glave svitka nisu u magnetskom polju, u njima se ne inducira napon, pa nisu aktivni dio namota pri pretvorbi. Njihov otpor samo povećava gubitke Jouleove topline, pa ih nastojimo izvesti što kraćima.



Sl. 2.7



Sl. 2.8. Oblikovanje svitka: a) neoblikovani, b) oblikovani svitak

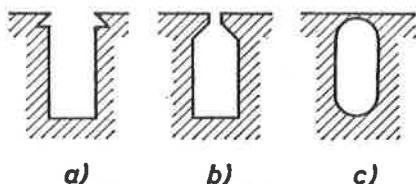
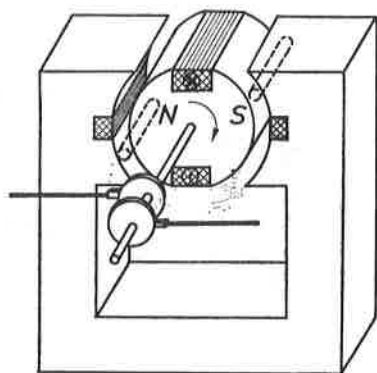
Pojedini svici dovršavaju se prije ugradnje u stroj. Od izolirane žice namotamo zahtijevanih w zavoja, zatim posebno izoliramo aktivne strane svitka, koje će se nalaziti u željeznoj jezgri, a posebno glave namota, koje će ostati s čeonih strana. No kad bi više takvih svitaka pokušali postaviti na obod stroja, njihove bi glave jedna drugoj smetale. Potrebno ih je složiti jednu do druge, pa se radi toga svici moraju prije ulaganja u stroj formirati u posebnoj napravi kojom se glave svitaka oblikuju na potpuno jednak način, tako da se one uredno slažu jedna do druge i čine *glavu namota* s jedne i s druge čeonice strane stroja (sl. 2.8a i b).

2.5. Smještaj vodiča

►►► Izvedba prema slici 2.4, koju smo dosad razmatrali, samo je jedna od mogućnosti. Magnetske silnice su mirovale, a vodič se na obodu rotora gibao. Relativno gibanje vodiča prema silnicama možemo ostvariti i tako da vodič miruje — na površini statora — a da rotira magnetsko polje. Tu, dakle, rotor mora biti permanentni magnet ili mora nositi uzбудni namot (sl. 2.9). Da bi se magnetski tok pretežno zatvarao u željezu, i ovdje je potrebna jezgra unutar koje se vrti rotor. Smještaj uzbudnog namota ovdje je nešto teži, dovod struje do uzbudnog namota treba osigurati preko kliznih koluta, no zato su svici namota u kojem se inducira

napon smješteni u zračnom rasporu uz nepomični dio, stator, pa nisu potrebni nikakvi klizni koluti za dovod ili odvod struje.

Bez obzira na varijante izvedbe — *uzbuda na statoru* ili *uzbuda na rotoru* — ostaje problem: kako u zračni raspor koji treba izvesti što kraćim smjestiti namot s njegovim svicima, zavojima i vodičima, kojih mora biti što više.



Sl. 2.10. Oblici utora: a) otvoreni, b) poluzatvoreni, c) zatvoreni

Sl. 2.9. Smještaj vodiča na statoru i na rotoru

Rješenje je u tome da se svici ne postavljaju na površinu rotora ili statora u zračnom rasporu, već se polažu u *utore*, žljebove, koji su napravljeni aksijalno na površini rotora ili statora, ovisno o tome kako treba izvesti namot.

Oblik je utora različit (sl. 2.10). Tako razlikujemo *otvorene uture* (sl. 2.10.a), *poluzatvorene uture* (sl. 2.10.b) i *zatvorene uture* (sl. 2.10.c).

Kod otvorenih utora gotov, formirani i izolirani svitak *ulaže* se svakom svojom stranom u po jedan utor. U utoru može biti samo jedna strana svitka, koja ga potpuno ispunjava, ili dvije strane dvaju različitih svitaka, od kojih jedna ispunjava donju, a druga gornju polovinu utora, pa govorimo o *jednoslojnom* ili o *dvoslojnom* namotu. Kad je utor ispunjen, zatvara se trapeznim klinom koji osigurava namot od ispadanja.

Kod poluzatvorenih utora, za namote s mnogo zavoja od tanje žice u svitku, izolacija se stavi uz stijenke utora, a onda se stranica svitka koja se sastoji od više tanjih vodiča koji nisu međusobno povezani spušta ili *usipava* vodič po vodič kroz suženi otvor utora. Na kraju se i tu stavlja klin.

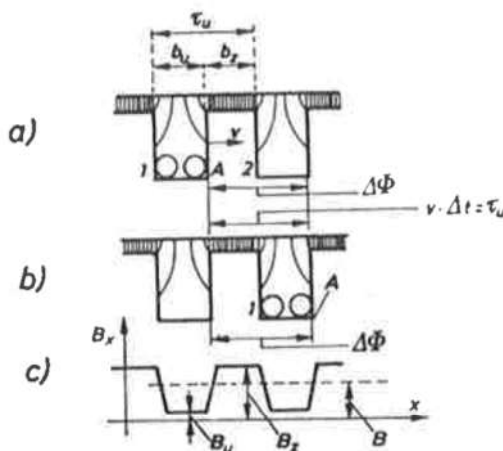
Napokon, zatvoreni utor može se iskoristiti samo tako da se namot *šiva* uzdužno kroz uture, ili se strana svitka razreže, izravna, *provuče* kroz utor i onda opet spaja vodič po vodič s drugom stranom svitka. To su sve neprikladni tehnološki postupci. Zatvoreni utori najčešće se upotrebljavaju kod namota gdje se u utor stavlja samo jedan vodič, ili gdje se cijeli namot *izlije* pod tlakom od aluminijske legure (kavezni namot).

Smještajem vodiča u uture dobiva se prostor za namot, koji, doduše, nije neograničen, ali je znatno obilniji no što bi bio pri smještaju vodiča na površinu statora ili rotora.

Ako površinu željeza uz zračni raspor izbrazdamo utorima između kojih ostaju *zubi*, očito je da će magnetska indukcija B biti veća iznad zuba, gdje je zračni raspor kratak, a manja iznad utora, gdje je put kroz zrak dug (sl. 2.11). Ako je indukcija na dnu utora, gdje leži vodič, neznatna, pojavljuje se na trenutak sumnja neće li i

inducirani napon u vodiču na tom mjestu biti neznatan. Razmotrimo taj napon prema slici 2.11. pomoću Faradayeva zakona. Kad utor 1 koji se kreće brzinom v dođe iz položaja prikazanoga na slici 2.11.a u položaj na slici 2.11.b, slika je magnetskog

Sl. 2.11. Napon i sile kod vodiča smještenih u utorima: a) položaj vodiča na početku, b) na kraju promatranog proma, c) raspodjela indukcije u rasporu



polja opet potpuno jednaka onoj kao u a). Jedina je razlika u tome što je dio magnetskog toka $\Delta\Phi$ koji otpada na jedan utorski korak τ_u prešao s desne strane zamišljene točke A na njezinu lijevu stranu. Neka vodič u utoru 1 pripada zamišljenome strujnom krugu koji se zatvara negdje na desnoj strani slike. Tad je dio toka $\Delta\Phi$ jednak smanjenju ulančenog toka toga strujnog kruga u vremenu koje je trebalo da utor 1 dođe u položaj utora 2, dakle da prevali put τ_u . Izračunajmo to vrijeme:

$$v \Delta t = \tau_u$$

$$\Delta t = \tau_u / v.$$

Uz oznake prema slici 2.11, promjena toka bit će:

$$\Delta\Phi = B_z b_z l + B_u b_u l = B \tau_u l,$$

gdje je B = srednja vrijednost indukcije za jedan utorski korak, tj.:

$$B = \frac{B_z b_z + B_u b_u}{b_z + b_u}. \quad (1)$$

Prema Faradayevu zakonu izlazi:

$$E = -d\Phi/dt = \frac{B \tau_u l}{\tau_u / v} = v B l. \quad (2)$$

Inducirani napon nije, dakle, određen malom indukcijom B_u na dnu utora, već srednjom vrijednošću indukcije B za cijeli utorski korak.

Vidimo da promatranje kako vodič siječe silnice nipošto nije pogrešno. Treba samo ispravno utvrditi brzinu kojom se silnice prebacuju s jedne strane na drugu

vodiča. U isto se vrijeme Δt prebaci jednak broj silnica, tj. $\Delta\Phi$, preko jednoga utorskog koraka koji se sastoji od širine zuba b_z i širine utora b_u . Gustoća silnica iznad zuba je B_z , iznad utora B_u , a u prosjeku je B . Da bi se prebacio jednak broj silnica, mora brzina prebacivanja na pojedinim mjestima biti takva da vrijedi:

$$\begin{aligned} B_z v_z \Delta t &= B_u v_u \Delta t = B v \Delta t \\ v_z &= v B/B_z \\ v_u &= v B/B_u. \end{aligned} \quad (3)$$

Brzina prebacivanja silnica preko zuba bit će, dakle, manja od obodne brzine v , a brzina prebacivanja preko utora bit će znatno veća. Odatle je razumljivo da će se na dnu utora, unatoč maloj vrijednosti indukcije, inducirati napon koji odgovara srednjoj vrijednosti indukcije B i kretanju obodnom brzinom v .

Iz zakona o održanju energije možemo izračunati ukupnu silu na vodič i utor:

$$\begin{aligned} F v &= E I = v B l I \\ F &= I l B, \end{aligned} \quad (4)$$

pa vidimo da se i ta sila daje računati iz prosječne vrijednosti indukcije za jedan utorski korak. Dakako, na vodič djeluje samo mali dio te sile, koji odgovara indukciji u utoru:

$$F_v = I l B_u, \quad (5)$$

a ostali dio sile djeluje na bočne stranice utora, tj. na zube:

$$F_u = F - F_v = I l (B - B_u). \quad (6)$$

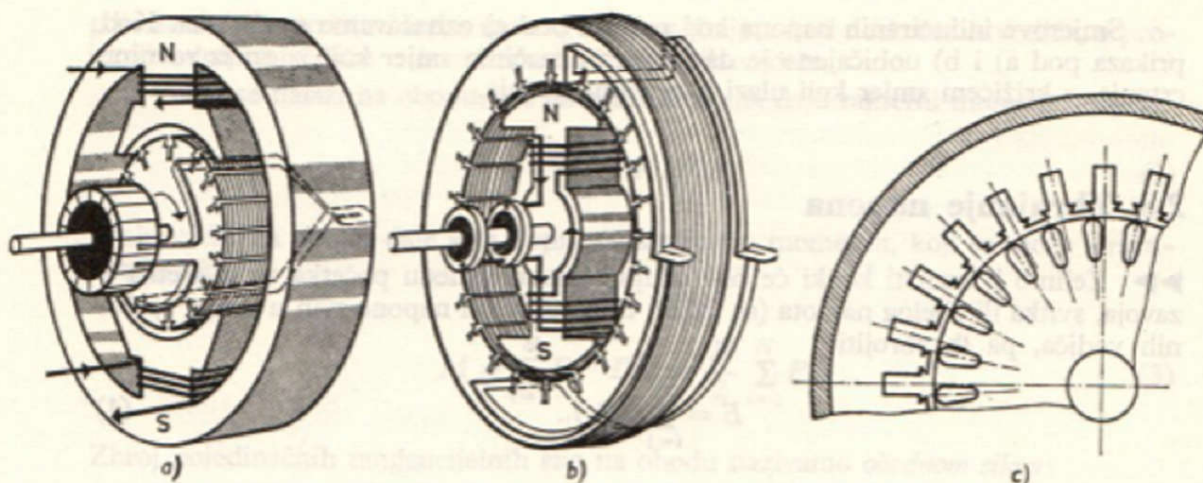
2.6. Uzbudni dio i armatura

►►► *Uzbudnim dijelom* stroja nazivamo onaj dio koji nosi uzbudni namot ili permanentne magnete, bez obzira na to je li to dio koji miruje — stator, ili dio koji se vrti — rotor. Drugi dio, onaj koji nosi namot u kojemu se inducira napon, nazivamo *armaturom*. I armatura može prema tome biti na rotoru ili na statoru.

Na slici 2.12. a predložena je izvedba s uzbudnim dijelom na statoru. Uzbudni namot namotan je oko istaknutih polova. Armatura je na rotoru, namot je smješten u utore, a na slici je ucrtan samo jedan svitak.

Slika 2.12. b prikazuje izvedbu s uzbudnim dijelom na rotoru, a armaturom na statoru, i opet je ucrtan samo jedan svitak. Uzbudni je namot i tu, kao i u prvom slučaju, namotan oko *istaknutih polova*.

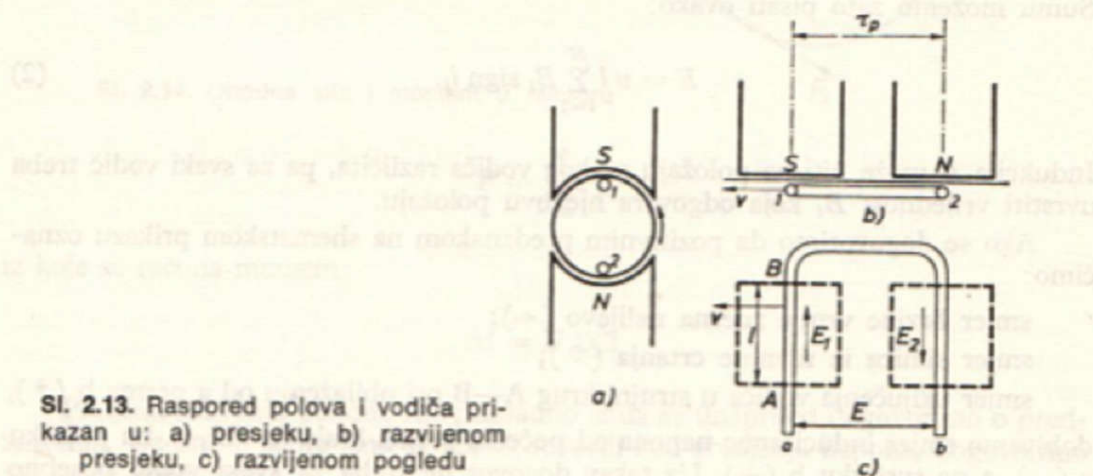
Treći slučaj, prema slici 2.12. c, prikazuje stator i rotor bez istaknutih polova, tzv. *cilindrični* stator i rotor. Uzbudni namot i namot armature smješteni su u utore, pa uzbudni dio može biti stator, ili rotor, a tako i armatura može biti rotor ili stator.



Sl. 2.12. Uzbudni dio: a) na statoru, b) na rotoru, c) na statoru ili rotoru

2.7. Shematsko prikazivanje

►►► U shematskom prikazivanju dopušteno se poslužiti različitim metodama, od kojih su tri uobičajene prikazane na slici 2.13.



Sl. 2.13. Raspored polova i vodiča prikazan u: a) presjeku, b) razvijenom presjeku, c) razvijenom pogledu

Prvi je način prikazivanja *presjekom* (sl. 2.13.a). Crtanje cijeloga magnetskog kruga izostavlja se, a crta se samo rotor i dio statora uz raspored. Prikaz je pregledan, no nešto je manje praktičan za crtanje. Kružići prikazuju utore, ili strane svitaka u utorima.

Drugi je način prikaza (sl. 2.13.b) *razvijanje presjeka* tako da zračni raspored prelazi u pravac. Označuju se samo detalji uz zračni raspored — polovi, utori, strane svitaka. Shemu je lako crtati i pregledna je, ali se ne mogu prikazati, kao ni u slučaju a), spojevi između svitaka, dakle shema namota. Radi toga je najprikladniji način prema slici 2.13.c, gdje zračni raspored razvijamo u ravninu, ali ga ne prikazujemo u aksijalnom kao kod b), već u *radijalnom pogledu*. Tu se tada vidi duljina svitaka, spojevi u glavama namota, cijela shema namota.

Smjerove induciranih napona kod prikaza pod c) označavamo strelicama. Kod prikaza pod a) i b) uobičajeno je da točkom označimo smjer koji izlazi iz ravnine crtanja, a križićem smjer koji ulazi u ravninu crtanja.

2.8. Zbrajanje napona

►► Želimo li saznati koliki će biti ukupni napon između početka a i svršetka b zavoja, svitka ili cijelog namota (sl. 2.13), treba odrediti napone svih u seriju spojenih vodiča, pa ih zbrojiti:

$$E = \sum_{i=1}^N v B_i l_i. \quad (1)$$

Sumu valja protegnuti na svih N u seriju spojenih vodiča. Brzina v za sve je vodiče jednaka. Isto tako za sve je vodiče jednaka aktivna duljina vodiča, jednaka duljini željezne jezgre, ali vodič nije na jednak način uključen u strujni krug. Dogovorimo li se da pozitivnim smatramo onaj napon koji gleda od čeo-ne strane A prema čeo-noj strani B , onda pri obilaženju namota od početka a prema kraju b treba zbrojiti napone svih vodiča koje prolazimo u smjeru $A \rightarrow B$, a odbiti napone onih vodiča što ih prolazimo u smjeru $B \rightarrow A$. Duljini vodiča treba pripisati predznak ovisan o tome kako je vodič uključen u strujni krug — pozitivno ($A \rightarrow B$) ili negativno ($B \rightarrow A$). Sumu možemo zato pisati ovako:

$$E = v l \sum_{i=1}^N B_i \text{sign } l_i. \quad (2)$$

Indukcija B može biti na položaju svakog vodiča različita, pa za svaki vodič treba uvrstiti vrijednost B_i koja odgovara njegovu položaju.

Ako se dogovorimo da pozitivnim predznakom na shematskom prikazu označimo:

smjer brzine vrtnje zdesna nalijevo ($\leftarrow$);

smjer silnica iz ravnine crtanja ($\odot$);

smjer uključenja vodiča u strujni krug $A \rightarrow B$ pri obilaženju od a prema b ($\uparrow$), dobivamo smjer induciranih napona od početka prema kraju ($a \rightarrow b$), tj. na početku a ($-$), a na svršetku b ($+$). Uz takav dogovor ne treba za svaki vodič posebno primjenjivati pravilo desne ruke, već se odmah može doprinos svakog vodiča uvrštavati u sumu.

2.9. Zbrajanje sila

►► Na vodič u magnetskom polju kojim teče struja djeluje sila. Zanima nas tangencijalna komponenta te sile, tj. sila u smjeru u kojemu se giba svaka točka površine rotora. Izračunavamo je kao:

$$F = I l B, \quad (1)$$

gdje za duljinu vodiča l treba uvrstiti stvarnu duljinu kod neskošenih vodiča, a projekciju duljine vodiča u izvodnicu kod skošenih vodiča.

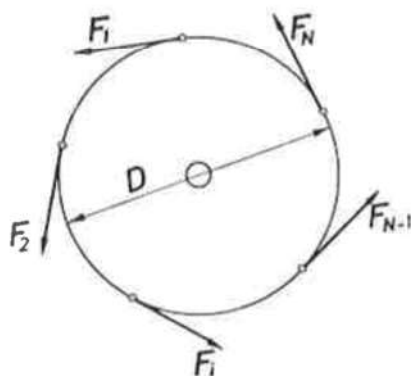
Vodič se nalazi na obodu, pa tangencijalna sila daje zakretni moment:

$$M = F D/2. \quad (2)$$

Svaki vodič na obodu daje svoj doprinos ukupnom momentu, koji se može izračunati ovako:

$$M = \sum_{i=1}^N F_i \cdot D/2 = \frac{D}{2} \sum_{i=1}^N F_i. \quad (3)$$

Zbroj pojedinačnih tangencijalnih sila na obodu nazivamo *obodnom silom*:



Sl. 2.14. Obodna sila i moment u rasporu

$$F = \sum_{i=1}^N F_i,$$

iz koje se računa moment:

$$M = F D/2$$

Pri izračunavanju obodne sile prikladno je da se unaprijed dogovorimo o predznacima. Uz ono o čemu smo se već dogovorili kod zbrajanja napona, dogovorimo još da je pozitivan:

smjer sile u smjeru brzine gibanja v ;

smjer struje u smjeru induciranog napona, od a prema b.

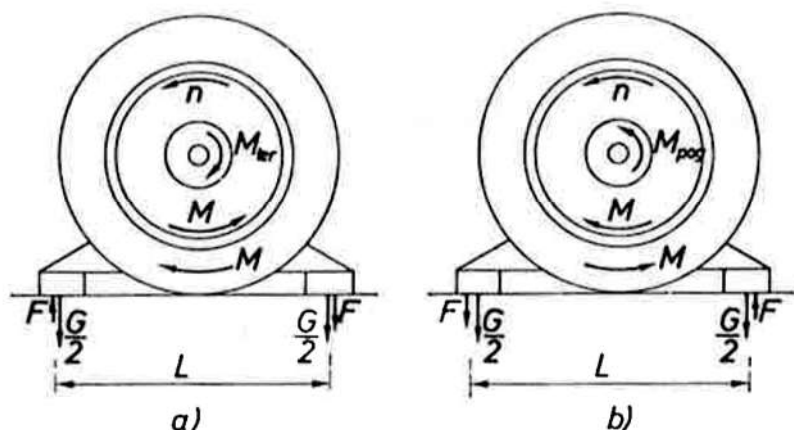
Budući da bismo prema pravilu lijeve ruke uz pozitivnu struju u vodiču pozitivnog smjera i pozitivnu indukciju B dobili negativan smjer sile, valja pisati:

$$F = - \sum_{i=1}^N I l_i B_i = - I l \sum_{i=1}^N B_i \text{ sign } l_i. \quad (4)$$

Taj negativni predznak upozorava samo na već poznatu činjenicu da *struja u smjeru induciranog napona uzrokuje silu smjera suprotnoga smjeru gibanja*.

2.10. Smjer vrtnje i momenta

►►► Na slici 2.15.a shematski su prikazani momenti koji se pojavljuju u radu motora. Uz pretpostavljeni lijevi smjer vrtnje, elektromagnetski moment u zračnom rasporu koji djeluje na rotor zakretat će ga također ulijevo, tj. djelovat će u smjeru vrtnje. Taj se moment prenosi na osovinu i na spojku motora, koja ga povezuje s teretom — radnim strojem, dizalicom, pogonom vozila ili sl. — kojeg moment djeluje suprotno smjeru vrtnje. Razvijeni moment na rotoru svladava moment tereta, a u stacionarnom pogonu ta su dva momenta jednaka.



Sl. 2.15. Obodna sila i moment na osovini, kućištu i postolju: a) motora, b) generatora

Prema zakonu akcije i reakcije, u zračnom rasporu djeluje moment jednake veličine, a suprotna smjera, na stator i na rotor. Ako moment na rotor djeluje u smjeru vrtnje, moment na stator će djelovati suprotno smjeru vrtnje. Može se jednostavno zamisliti da se kod motora rotor otiskuje od statora.

Stator je nepomičan, jer se čvrsto oslanja na postolje. Reakcija postolja na noge statora drži ravnotežu momentu koji djeluje na stator. Pri tome su jednake sile kojima noge statora djeluju na postolje. Na noge statora djeluje osim toga i težina stroja, pa je očito da će se pri opterećenju motora prema slici 2.15.a sila pod desnom nogom povećati, a pod lijevom smanjiti za iznos F određen momentom tereta:

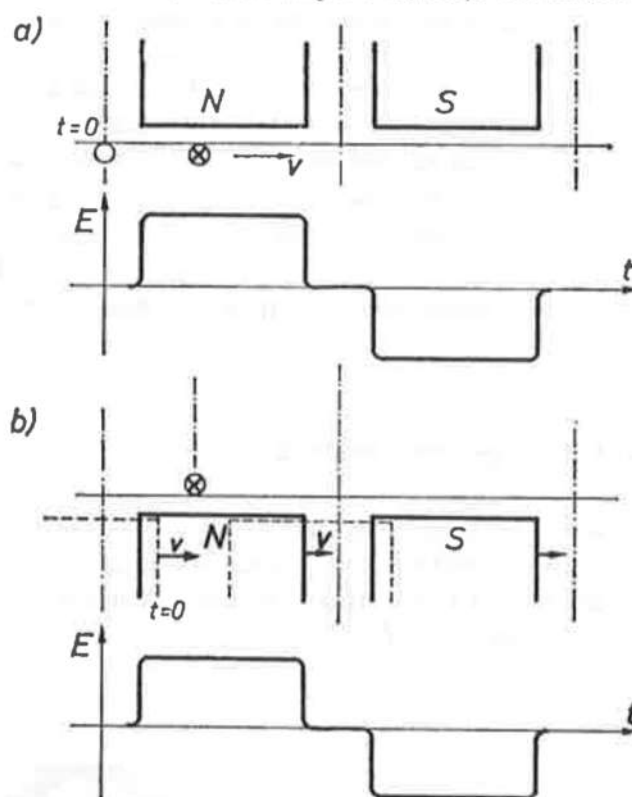
$$F = M/L.$$

Slični zaključci mogu se izvesti za generatorski rad prema slici 2.15.b. Uzmemo li opet da je smjer vrtnje ulijevo, onda je to ujedno i smjer u kojem pogonski stroj — turbina, motor — tjera rotor. U stacionarnom pogonu taj pogonski moment mora biti jednak po veličini elektromagnetskome momentu koji djeluje na rotor u zračnom rasporu suprotno smjeru vrtnje. Prema zakonu akcije i reakcije, moment na stator djelovat će u smjeru vrtnje, pa možemo zamisliti da kod generatora rotor povlači za sobom stator. Zbog toga će i sile na postolje imati smjer suprotan onome kod sila pri radu motora — izuzevši, dakako, vlastitu težinu stroja — pa će se prema slici 2.15.b sila pod lijevom nogom pri opterećenju povećati, a pod desnom smanjiti.

Stroj ne bi mogao raditi kad mehanički dijelovi statora i rotora ne bi bili dovoljno čvrsti da mogu prenijeti sile i momente. Pokretni dijelovi prenose mehaničku snagu. Uobičajeno je da se *aktivnim dijelovima stroja* nazivaju oni dijelovi koji služe za uspostavljanje i vođenje magnetskih silnica — *magnetski krug*, za vođenje električnih struja — *strujni krugovi*, i za održanje električnog polja — *izolacija*. Takva podjela nije posve opravdana jer ti dijelovi zaista aktivno služe za prijenos električne snage, ali bez dijelova kojima se obavlja gibanje i prenose se sile i momenti, dakle prenosi mehanička snaga, ne bi bilo pretvorbe, pa su u tom smislu i mehanički konstrukcijski dijelovi stroja aktivni dijelovi.

2.11. Unipolarni stroj

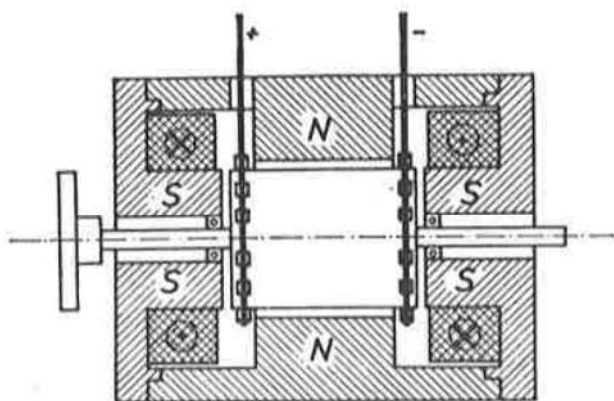
►► Razmatrali smo gibanje vodiča u magnetskom polju. Prema slici 2.16.a, pri gibanju brzinom v svakom položaju vodiča s obzirom na polove, koji su nosioci magnetskog polja, odgovara određena vrijednost induciranog napona. Kako je taj položaj ovisan o vremenu, možemo inducirani napon prikazati ovisno o položaju, ili o vremenu. Pod N-polom inducira se napon jednog smjera, a pod S-polom napon suprotnoga smjera, pa je očito da će inducirani napon biti izmjenični napon.



Sl. 2. 16. Napon pri gibanju: a) vodiča, b) magnetskog polja

Slično je i kad vodič miruje, a polovi se sa silnicama gibaju brzinom v (sl. 2.16.b). Ako smo u prvom slučaju kao početni trenutak odabrali onaj u kojem se vodič nalazi u simetrali između dva pola i nailazi na N-pol, a u drugome trenutak kad N-pol nailazi na vodič, i simetrala se između polova upravo poklapa s vodičem, bit će slika induciranog napona za oba slučaja potpuno jednaka. I tu dobivamo izmjenični napon.

Gibanje na obodu stroja na kojem se izmjenjuju raznoimeni magnetski polovi i ne može dati drugo nego izmjenični napon. Kad bismo htjeli da se u vodiču indu-



cira istosmjerni napon, morao bi po cijelom obodu biti isti magnetski pol. To zahtijeva sasvim drukčije zamišljen magnetski krug stroja, kako je to prikazano na slici 2.17.

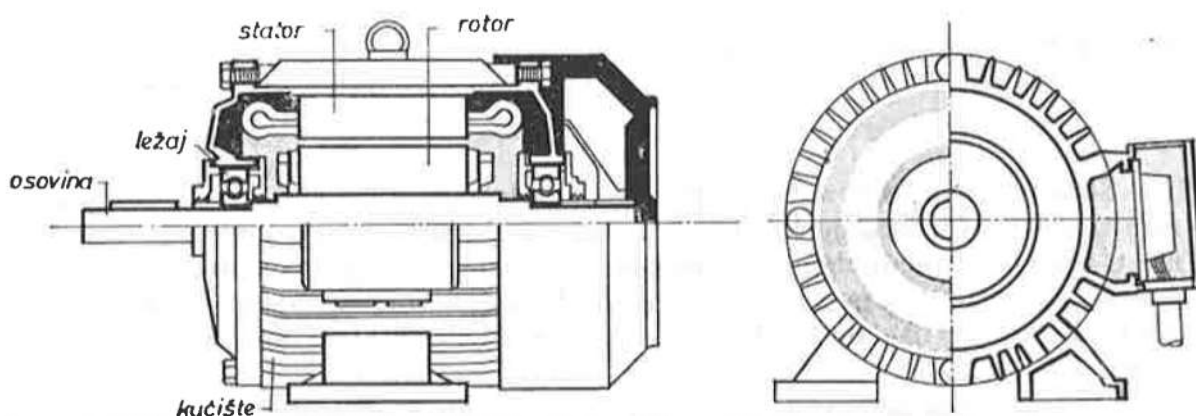
Sl. 2.17. Unipolarni stroj

Rotor se nalazi u željeznom prstenu iz kojeg po cijelom obodu silnice prelaze na rotor. Čitav je prsten, dakle, N-pol. Iz rotora silnice izlaze aksijalno na obje strane u aksijalne S-polove statora, koji su povezani s prstenastim N-polom. Uzbudni namot nalazi se s obje čelone strane, os mu je aksijalnog smjera. Jasno je da se po cijelom obodu ispod N-pola inducira napon istoga aksijalnog smjera. Rotor može biti napravljen od željeza, i ne treba nikakvih vodiča, jer sam on služi kao niz paralelnih vodiča. Uz oba ruba rotora smješten je po jedan vijenac četkica kojima se napon induciran uzduž rotora priključuje na vanjski strujni krug.

Takav *unipolarni stroj*, stroj s jednim polaritetom, daje istosmjerni napon bez ikakva naknadnog ispravljanja. Velik mu je nedostatak u tome što daje relativno mali napon — napon samo jednog vodiča. Broj vodiča ne možemo uvišestručiti, ni izvršiti spajanje u seriju. Zbog toga je upotreba unipolarnog stroja ograničena.

2.12. Dijelovi stroja

►►► Za pretvorbu mehaničke energije u električnu, ili obratno, potrebno je relativno gibanje vodiča prema magnetskom polju. Zbog toga stroj uvijek ima jedan pomični dio koji rotira i naziva se *rotorom*, za razliku od dijela koji miruje i naziva se *statorom* (sl. 2.18).



Sl. 2.18. Asinhroni motor u presjeku

Stator i rotor zajedno oblikuje svojim željeznim dijelovima put kojim će se stvarati silnice *magnetskog kruga*. Vodiči su smješteni oko polova ili u utorima statora ili rotora i čine električne krugove koji mogu služiti za stvaranje magnetskog polja (*uzbudni namot*), ili za induciranje napona i time direktno za pretvorbu energije (*namot armature*).

Stator je sa svojim namotom smješten u *kućište*, koje preko *nogu* prenosi moment na postolje na koje je stroj pričvršćen. Kućište nosi i štiti cijeli stroj. Rotor je navučen na *osovinu* na koju prenosi razvijeni moment. Osovina se vrti u *ležajima*, koji mogu biti postavljeni na *postolje* izvan kućišta ili su u tzv. *ležajnim štitovima* pričvršćenima s čeonih strana na kućište statora. Ležajevi osiguravaju centričan položaj rotora pri vrtnji, njegovu nesmetanu vrtnju uz što manje gubitke trenja te sprečavaju aksijalno pomicanje rotora.

Mehanička snaga se odvodi s osovine ili joj se dovodi preko spojke, remenice, zupčanika ili sličnog *elementa za mehanički prijenos snage*. Slobodni kraj osovine nosi klin koji osigurava remenicu, spojku ili sl. od proklizavanja na osovinu.

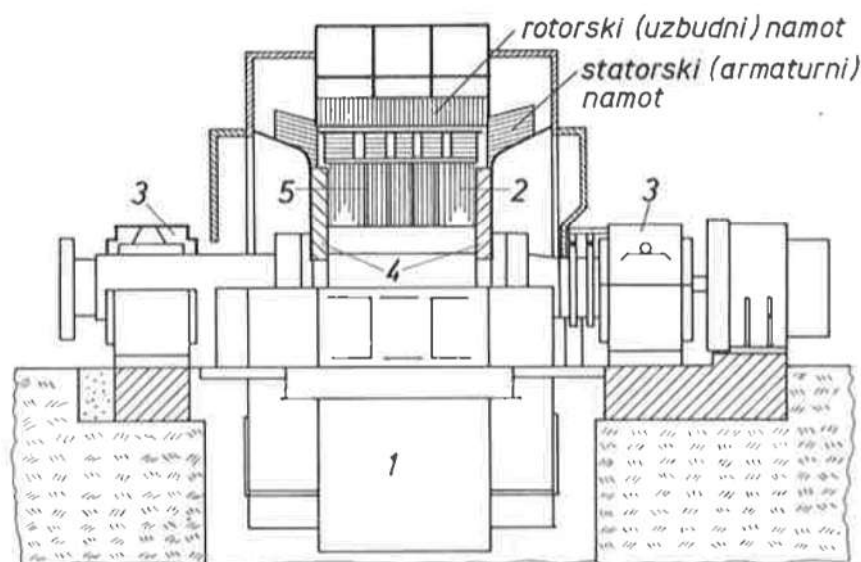
Izolacija vodiča u namotu, zatim izolacija namota prema željezu i prema drugim namotima i izolacija izvoda služe za održavanje električnog polja u stroju, bez kojega ne bi bilo napona između krajeva namota, pa ni električne energije koja se izmjenjuje s vanjskim strujnim krugom. Riječ je tu o *izolaciji vodiča*, *međuzavojnoj izolaciji*, *utorskoj izolaciji*, *izolaciji glava namota* i *izolaciji izvoda*. Svi izvodi stroja dovode se do jedne (kod većih strojeva i više) *priključnih kutija* gdje su pregledno smješteni i zaštićeni, uz mogućnost prikladnog spajanja s vanjskim dovodima. Kod većih strojeva to mogu biti i otvorene priključne letvice, ili masivne priključne sabirnice.

Osim *magnetskog kruga* i *električnih krugova* prisutni su kod strojeva i *rashladni krugovi*. Poseban je problem kod električnih strojeva odvođenje topline koja se stvara zbog gubitaka, kako temperatura u stroju ne bi narasla do nedopuštene vrijednosti. Sredstvo koje odvodi toplinu iz stroja može biti zrak, vodik, ulje, voda, a kreće se u posebnim rashladnim krugovima, pri čemu iz stroja oduzima toplinu i predaje je okolini. U primjeru na slici 2.18, koja prikazuje stroj relativno male snage, rashladni je sistem relativno jednostavan — to je površinsko hlađenje zrakom. Toplina stvorena gubicima prelazi sa statora i rotora na kućište, pri čemu pomažu mala ventilacijska rebarca na rotoru. Kućište ima izvana rebra kako bi se povećala rashladna površina, a na desnoj strani osovine nalazi se pod perforiranom zaštitnom kapom ventilator koji tjera zrak u aksijalnom smjeru uzduž rebara i tako pojačava odvod topline s kućišta.

2.13. Primjeri izvedenih strojeva

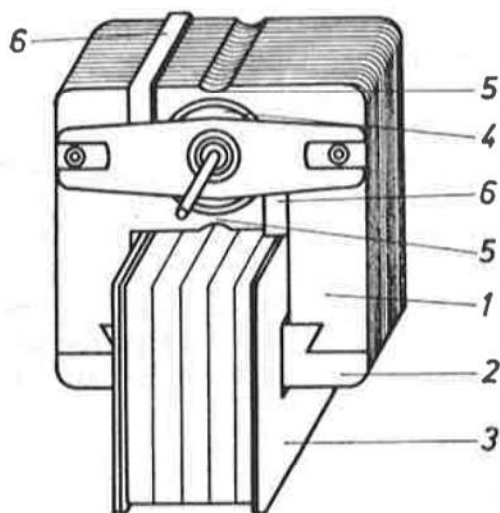
▶▶▶ Stroj prema slici 2.18. karakterističan je za male snage. Rotor je sa svojim ležajevima smješten u ležajne štitove statora. Statorsko kućište s nogama pričvršćuje se vijcima, te se motor može jednostavno nositi s mjesta na mjesto. Hlađenje je osigurano ventilatorom na osovinu motora. Izvedba je karakteristična za motore od nekoliko kilovata do nekoliko desetaka kilovata snage.

Primjer stroja veće snage — desetak MW i više — sadrži slika 2.19. Statorsko kućište 1 postavljeno je na posebno betonirane temelje a rotor 2 se vrti u ležajevima 3 koji su postavljeni direktno na temelje, neovisno o statoru. Dva ventila-



SI. 2.19. Veliki sinhroni stroj

tora 4 s čeonih strana ubacuju aksijalno zrak prema sredini stroja, a željezo statora i rotora ima na svakih nekoliko centimetara radijalne kanale 5 kroz koje struji rashladni zrak prema obodu stroja, tako da je odvod topline iz željeza i s namota vrlo intenzivan.



SI. 2.20 Mali motor s kratkospojenom pomoćnom fazom

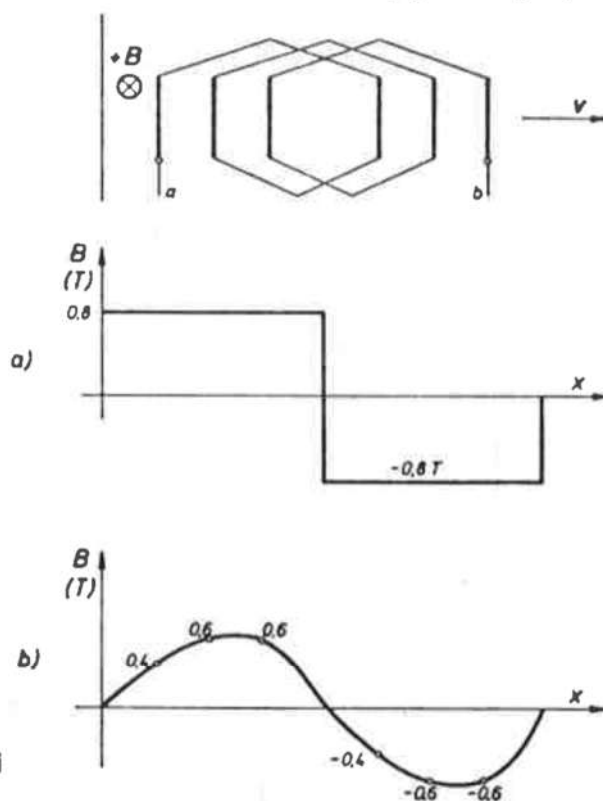
Treći primjer, na slici 2.20, prikazuje vrlo mali stroj, snage od svega nekoliko vata. Kvadratična jezgra 1 veličine svega nekoliko centimetara ima jednu stranicu 2 koja se može odvojiti, kako bi se na nju nataknuo gotov izolirani namot 3, i zatim jezgra nanovo zatvorila. Sitan rotor 4 smješten je u provrtu u sredini gornje stranice jezgre, koja nije provrtom prekinuta, kako bi jezgra zadržala svoju mehaničku krutost. Uski željezni mostići 5 iznad provrta i ispod njega toliko su uski da u njima dolazi do visokoga magnetskog zasićenja, pa silnice uglavnom prelaze na rotor, a samo vrlo malim dijelom mimo njega. Svaki od polova jezgre jednim je dijelom obuhvaćen kratkospojnim prstenom 6.

2. Zadaci



1. Na obodu rotora prema slici 2.21 nalazi se namot. Kolik će biti napon između krajeva namota b—a u promatranom trenutku ako se obod rotora kreće brzinom $v = 25 \text{ m/s}$, duljina vodiča u polju je $l = 60 \text{ cm}$, a polje je po obodu raspoređeno prema a) ili prema b)?

[a) 72 V; b) 48 V]



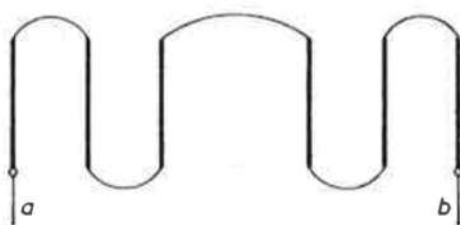
Sl. 2.21. Namot i raspored polja u 1.a i 1.b zadatku

2. Kolika će sila djelovati na obod rotora iz 1. zadatka i u kojem smjeru ako u promatranom trenutku od a prema b teče struja $I = 50 \text{ A}$, a polje je raspoređeno prema skici a) ili b) iz 1. zadatka?

[a) 144 N; b) 96 N]

3. Kako bi glasili odgovori na pitanja iz 1. i 2. zadatka kad bi namot bio spojen prema slici 2.22?

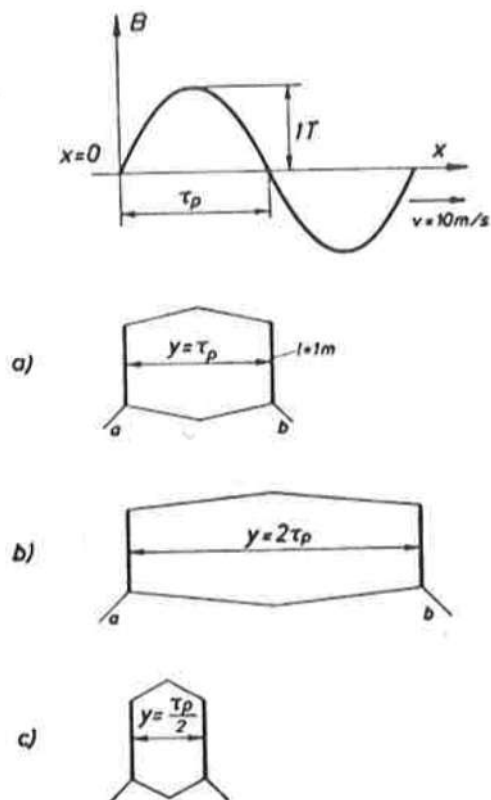
[a) 24 V, 48 N; b) 12 V, 24 N]



Sl. 2.22. Namot u 3. zadatku

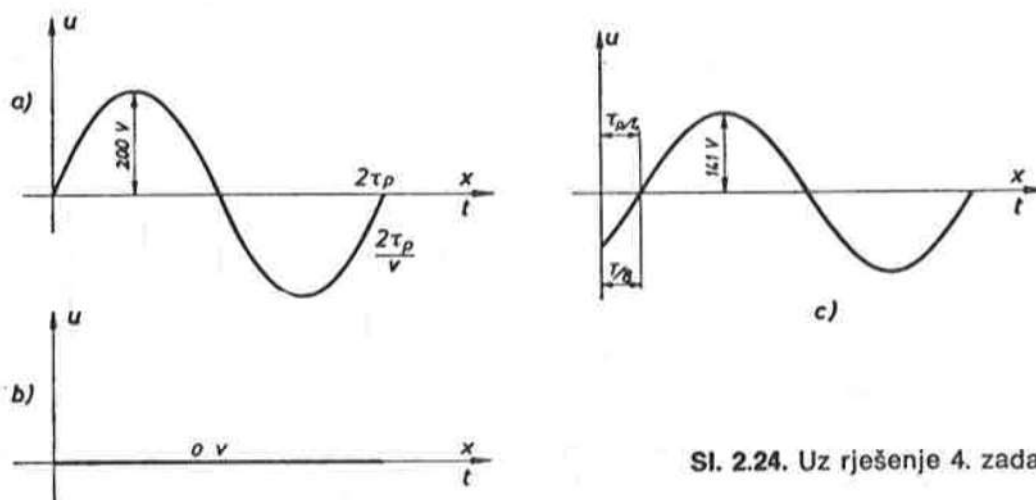
4. Na obodu rotora koji se kreće brzinom $v = 10 \text{ m/s}$ nalazi se svitak s $w = 10$ zavoja. Duljina vodiča u polju je $l = 1 \text{ m}$. Indukcija u rasporu raspoređena je

periodički po sinusnom zakonu, amplituda je $B_m = 1 \text{ T}$, a periodu čini dvostruki polni korak $2\tau_p$ (kod 2-polnog stroja to je duljina cijelog oboda stroja). Treba krivuljom prikazati napon svitka ovisno o položaju koji zauzima prva strana svitka pri gibanju uzduž polja, i to ako je širina svitka: a) τ_p ; b) $2\tau_p$; c) $0,5\tau_p$ (sl. 2.23). Kolika je maksimalna vrijednost napona svitka za a), b) i c)? Kako bi izgledale krivulje ovisnosti napona o vremenu?



Sl. 2.23. Raspored polja i oblik svitaka u 4. zadatku

[Sl. 2.24.; krivulje $u = f(t)$ izgledaju jednako, s tim što se umjesto x piše $t = \frac{x}{v}$]



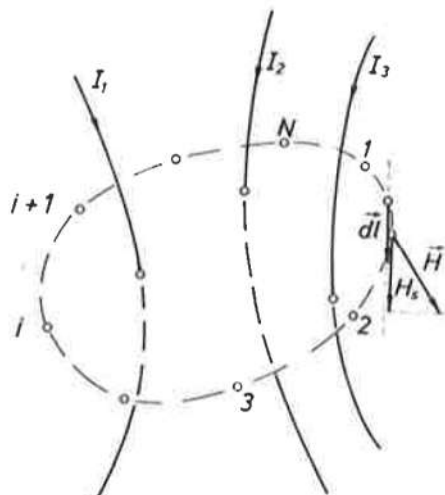
Sl. 2.24. Uz rješenje 4. zadatka

5. Kolika je najveća vrijednost sile koja djeluje na obod stroja iz zadataka 4.a, 4.b i 4.c ako u svitku teče konstantna struja $I = 20 \text{ A}$?
- [a) 400 N; b) 0; c) 283 N]
6. Kako glasi odgovor u 5. zadatku ako umjesto konstantne struje u svitku teče struja koju inducirani napon šalje kroz ukupni otpor kruga od 10Ω ?
- [a) 400 N; b) 0; c) 200 N]
7. Rotor promjera $D = 45 \text{ cm}$ vrti se brzinom od 1800 r min^{-1} . Kolika je: a) obodna brzina; b) kutna brzina rotora?
- [a) 42,4 m/s; b) 188,5 rad s⁻¹]

3. Magnetski krug

3.1. Osnovni oblik magnetskog kruga

►►► Prilike u magnetskom polju opisuje osnovni *zakon protjecanja* koji kazuje da je linijski integral magnetskog polja $\mathbf{H}$ po zatvorenoj konturi jednak ukupnoj struji što prolazi kroz površinu koju ta kontura zatvara (sl. 3.1):



Sl. 3.1. Zakon protjecanja

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{I} \cdot d\mathbf{S} \quad (1)$$

ili:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I = \Theta. \quad (2)$$

Zbroj svih struja koje prolaze kroz površinu zatvorenu nekom konturom nazivamo protjecanjem i označavamo ga sa Θ .

Integral polja $\mathbf{H}$ po zatvorenoj konturi možemo rastaviti na N odsječaka, pa je ukupni integral:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_1^2 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \int_2^3 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} + \dots + \int_N^1 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}.$$

Integral na dijelu konture i do $i + 1$ nazivamo *magnetskim naponom* na tom odsječku:

$$\int_i^{i+1} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = V_i, \quad (3)$$

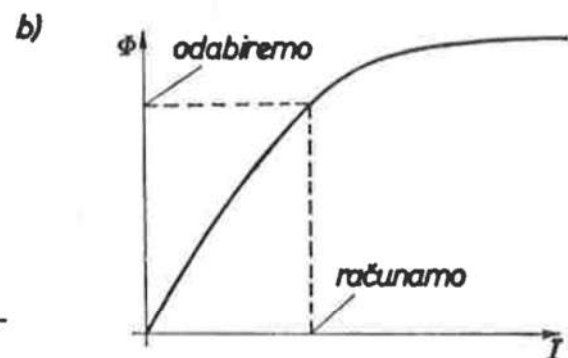
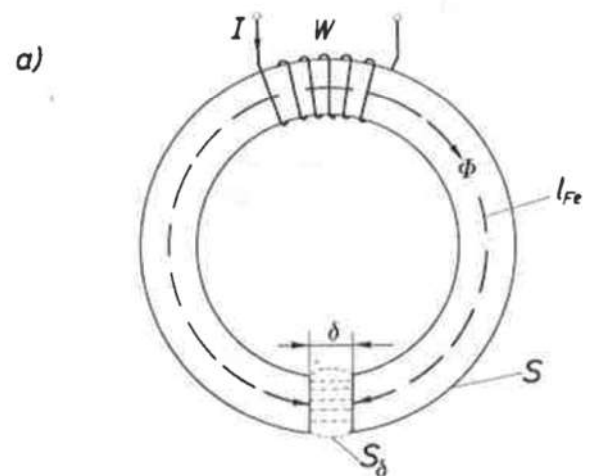
a suma svih magnetskih napona po zatvorenoj konturi jednaka je protjecanju Θ :

$$\sum_1^N V_i = \Theta \quad (4)$$

Između magnetskog polja $\mathbf{H}$ i polja magnetske indukcije $\mathbf{B}$ vlada u svakoj točki poznati odnos:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (5)$$

gdje je μ = permeabilnost, koja je za zrak konstantna ($\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-6}$ Vs/Am), a za željezo je nekoliko stotina do nekoliko tisuća puta veća i ovisi o vrijednosti magnetske indukcije u toj točki. Budući da je permeabilnost u željezu promjenljiva, obično se odnos indukcije B i polja H za željezo daje izravno *krivuljom magnetiziranja* $B = f(H)$.



Sl. 3.2. Magnetski krug: a) slika, b) karakteristika

Silnice polja magnetske indukcije su zatvorene linije, pa cijeli proizvedeni magnetski tok možemo podijeliti konturama koje su paralelne sa silnicama indukcije $\mathbf{B}$ u tzv. cijevi polja. Broj silnica magnetskog toka obuhvaćen jednom cijevi polja ostaje isti bez obzira na presjek cijevi polja.

Za magnetsko polje električnog stroja karakteristično je da se najvećim dijelom nalazi u željezu, ali je jedan dio puta silnica uvijek zatvoren kroz zrak, jer moramo imati zračni raspor između statora i rotora. U prvoj aproksimaciji mogli bismo magnetski krug stroja prikazati kao na slici 3.2.a. Radi jednostavnosti uzeli smo svuda jednak presjek željeza i samo jedan zračni raspor. Kao konturu integracije odaberimo srednju liniju prstena. Kroz površinu ograničenu tom konturom prolazi struja I ukupno w puta (w = broj zavoja uzbuđnog namota), pa je protjecanje:

$$\Theta = I w. \quad (6)$$

Integracijski put podijelimo na željezo i na zrak, pa će pripadni magnetski naponi biti:

$$V_{Fe} + V_{zr} = \Theta. \quad (7)$$

Ako smo zadali struju, a pokušavamo odrediti tok u rasporu Φ , onda mogućnost računanja prestaje. Naime, ne znamo kako će se ukupni magnetski napon podijeliti na zrak i na željezo, pa za željezo ne znamo ni vrijednost polja H , ni vrijednost magnetske indukcije B . Međutim, račun možemo dovršiti podemo li od zadanoga magnetskog toka Φ i pokušamo odrediti potrebnu struju I . Naime, tok podijelimo presjekom željeza, pa dobivamo indukciju u željezu:

$$B = \Phi / S. \quad (8)$$

S krivulje magnetiziranja za odabrani materijal — koja mora biti poznata — određujemo polje H što odgovara indukciji B :

$$H_{Fe} = f(B_{Fe})$$

i izračunavamo magnetski napon u željezu:

$$V_{Fe} = H_{Fe} l_{Fe}.$$

Isti tok Φ prolazi i kroz zračni raspor, pa uzmemo li u obzir i malo povećanje presjeka cijevi polja u rasporu, dobivamo iz poznatog toka i presjeka indukciju:

$$B_{\delta} = \Phi / S_{\delta}.$$

Polje H izvodi se iz poznate permeabilnosti zraka:

$$H_{\delta} = B_{\delta} / \mu_0$$

pa se izračunava magnetski napon za put u zraku:

$$V_{zr} = H_{\delta} \delta$$

te ukupno protjecanje:

$$\Theta = V_{Fe} + V_{zr}$$

struja:

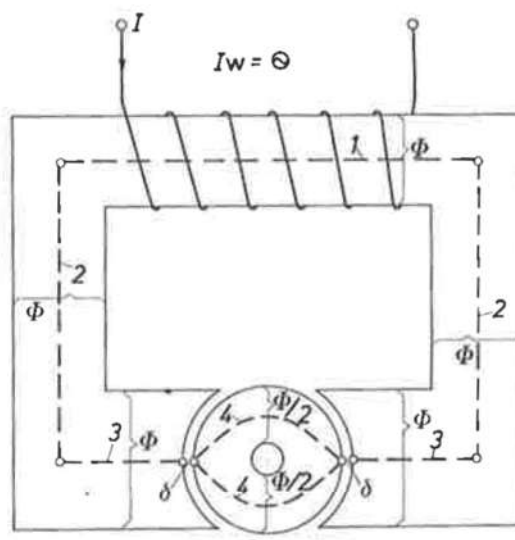
$$I = \Theta / w.$$

Tako smo za odabrani tok Φ dobili potrebnu uzbudnu struju I . Ako to ponovimo za nekoliko vrijednosti toka, možemo nacrtati *karakteristiku magnetskog kruga* $\Phi = f(I)$. Tada je riješen i obrnuti problem: možemo odabrati bilo koju vrijednost uzbudne struje i s karakteristike magnetskog kruga očitati pripadnu vrijednost toka koji će ta struja proizvesti.

Magnetski krug stroja bit će u pravilu složeniji, potrebno je rastaviti ga na više dijelova, ali osnovni pristup bit će isti, posebno redoslijed računanja, pri čemu polazimo od toka da bismo izračunali uzbudnu struju.

3.2. Proračun magnetskog kruga

►► Kao primjer nešto složenijega magnetskog kruga uzmimo onaj prema slici 3.3. Podijelimo cijeli put silnica kroz željezo na karakteristične odsječke označene



Sl. 3.3. Uz proračun magnetskog kruga

na slici 1, 2, 3 u statoru i 4 u rotoru. Osim toga, silnice prolaze dva puta kroz zračni raspor. Za svaki odsječak odredimo presjek S i srednju duljinu silnica l . Odaberimo jednu vrijednost toka Φ i izračunajmo indukcije:

$$B_1 = \Phi / S_1, B_2 = \Phi / S_2, B_3 = \Phi / S_3.$$

Kroz presjek S_4 prolazi samo polovina ukupnog toka, tj. $\Phi/2$, pa je:

$$B_4 = \Phi / 2 S_4.$$

S krivulje magnetiziranja (ili s različitih krivulja, ako su materijali različiti) očitavamo pripadne vrijednosti polja:

$$H_1, H_2, H_3, H_4$$

i izračunavamo *magnetske napone*:

$$V_1 = H_1 l_1, V_2 = H_2 l_2, V_3 = H_3 l_3, V_4 = H_4 l_4,$$

Za zračni raspor, gdje silnice ulaze okomito na površinu pola, valja presjek računati kao razvijenu površinu pola. Uz širinu pola mjerenu u zračnom rasporu, b_p , i dužinu L to iznosi:

$$S_\delta = b_p L$$

pa je indukcija:

$$B_\delta = \Phi / S_\delta,$$

polje:

$$H_\delta = B_\delta / \mu_0$$

i magnetski napon na zračnom rasporu:

$$V_\delta = H_\delta \delta.$$

Ako integraciju počnemo odsječkom **1** magnetskog kruga, da bi se put zatvorio treba proći:

$$\begin{aligned} &1 \times \text{odsječak } \mathbf{1} \\ &2 \times \text{odsječak } \mathbf{2} \\ &2 \times \text{odsječak } \mathbf{3} \\ &1 \times \text{odsječak } \mathbf{4} \\ &2 \times \text{zračni raspor } \delta \end{aligned}$$

Da bismo dobili tok Φ , mora *ukupno protjecanje*, dakle, biti:

$$\Theta = V_1 + 2 V_2 + 2 V_3 + V_4 + 2 V_\delta,$$

a *struja*:

$$I = \Theta / w,$$

Tako se i za složeni magnetski krug izračunava karakteristika $\Phi = f(I)$.

Permeabilnost željeza je $\mu = \mu' \mu_0$, gdje je μ' = relativna permeabilnost, koja se kod slabo zasićenog željeza kreće u granicama od 3 000 do 4 000. Ako je za zrak polje H uz indukciju B :

$$H = B / \mu_0,$$

onda je za isto toliku indukciju u željezu potrebno polje:

$$H_{Fe} = B/\mu'\mu_0 = H/(3\,000-4\,000).$$

Zbog toga u zbroju magnetskih napona mali putovi δ u zraku obično znatno više pridonose nego mnogo veći putovi l u željezu, osim kod znatnog zasićenja. Često se zbog toga jednostavno uzima:

$$\Theta \cong V_{zr} \quad (1)$$

ili se duljina zračnog raspora korigira *faktorom zasićenja* kao da je cijeli magnetski napon potreban za zračni raspor, ali je on povećan (nadomjesni zračni raspor):

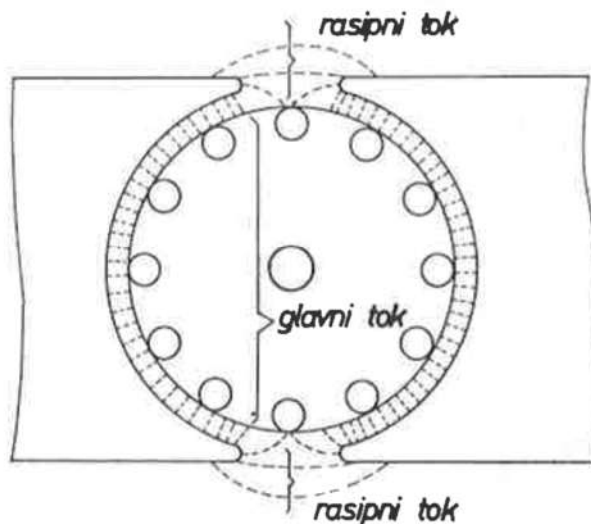
$$V = H_{\delta} \delta'' \quad (2)$$

$$\delta'' = k_{zas} \delta \quad (3)$$

$$k_{zas} = (V_{zr} + V_{Fe})/V_{zr}. \quad (4)$$

3.3. Glavni i rasipni tok

▶▶▶ Željezom u magnetskom krugu postizemo koncentraciju silnica magnetske indukcije tamo gdje su nam potrebne. U pretvorbi nam je potrebno polje magnetske indukcije tamo gdje leže vodiči armature — u zračnom rasporu. U tom smislu smatramo korisnom svaku silnicu koja u zračnom rasporu prelazi sa statora na rotor, i obratno. Sve te korisne silnice zajedno čine tzv. *glavni tok* električnog stroja (sl. 3.4).



Sl. 3.4. Glavni i rasipni tok

Određeni broj silnica ne prelazi sa statora na rotor i opet natrag na stator već se izravno zatvara od jednog pola statora na drugi pol zaobilazeći pri tome rotor. To ne možemo spriječiti jer nema za magnetske silnice nečega što bi bilo analogno

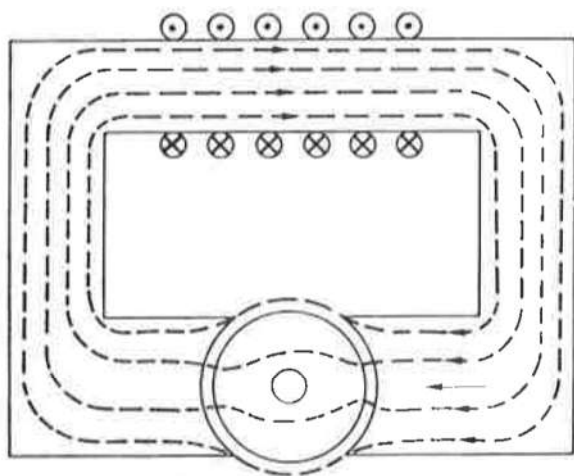
izolaciji kod električnih struja. Zrak doduše pruža znatno veći magnetski otpor od željeza, ali i korisni magnetski tok mora dva puta proći kroz zračni raspor, što zahtijeva prilično velik magnetski napon između oba pola. Taj isti magnetski napon djeluje i u prostoru između polova koji ne obuhvaća rotor, pa će se i u tom prostoru zatvoriti jedan dio toka od pola na pol. Te silnice ne zahvaćaju vodiče armature, ne induciraju u njima napone, niti stvaraju sile, pa nisu korisne u pretvorbi. Zbog toga taj dio toka nazivamo *rasipnim tokom*.

Na slici 3.4. prikazan je glavni i rasipni tok u magnetskom krugu stroja s uzbuđom na statoru. Kod uzbude na rotoru pojavljuje se jednako tako rasipni tok između polova rotora, koji zaobilazi stator. Na slici 3.9. predočena je po jedna silnica glavnog toka i rasipnog toka kod uzbude na rotoru.

Rasipni tok ne znači nikakve gubitke. On ne razvija nikakvu toplinu koja bi u pretvorbi bila izgubljena. S te strane nas rasipni tok ne bi trebao smetati. No on prolazi, zajedno s glavnim tokom, kroz jezgru uzbuđnog dijela stroja i povećava tamo zasićenje, što zahtijeva više uzbuđnog protjecanja, veći uzbuđni namot, a sve to zbog rasipnog toka, koji uopće ne sudjeluje u pretvorbi. Razumljivo je da zbog toga nastojimo, oblikovanjem magnetskog kruga, držati rasipni tok što manjim, a glavni tok što većim.

3.4. Oblici magnetskog kruga kod strojeva

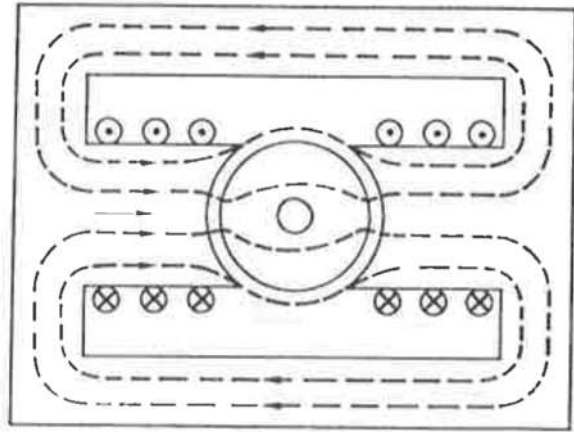
▶▶▶ U jednoj od najstarijih konstrukcija električnog stroja formiran je magnetski krug prema slici 3.5. Četvrtasta jezgra imala je s jedne strane *jaram* na koji je bio



Sl. 3.5. Magnetski krug sa statorskom uzbuđom na jarmu

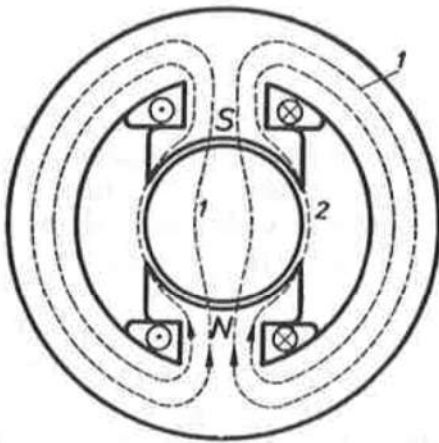
namotan uzbuđni namot, a s druge strane bila je prekinuta *provrtom*, tako da su nastali polovi između kojih se vrtio rotor. Na slici je označen put kojim se zatvaraju silnice glavnog toka i silnice rasipnog toka. Takva izvedba magnetskog kruga upotrebljava se mnogo u izradi malih električnih strojeva.

Podjelom jarma na dva dijela i premještanjem uzbuđnog namota na polove dobiva se magnetski krug ogrnutog tipa prema slici 3.6. Strojevi *četvrtastih vanjskih kontura* izrađuju se za manje i za veće snage kad ih treba uklopiti u ograničeni prostor — npr. u vozila, kućanske aparate i sl.

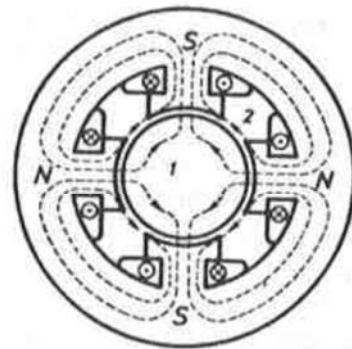


Sl. 3.6. Magnetski krug sa statorskom uzбудom na polovima

Kod strojeva s magnetskom jezgrom *okruglog oblika* valja razlikovati strojeve s *istaknutim polovima* i one s *cilindričnim statorom i rotorom*. Slika 3.7. predložuje magnetski krug okrugle vanjske konture s istaknutim polovima na statoru.



Sl. 3.7. Dvopolni stator okrugle izvedbe s istaknutim polovima

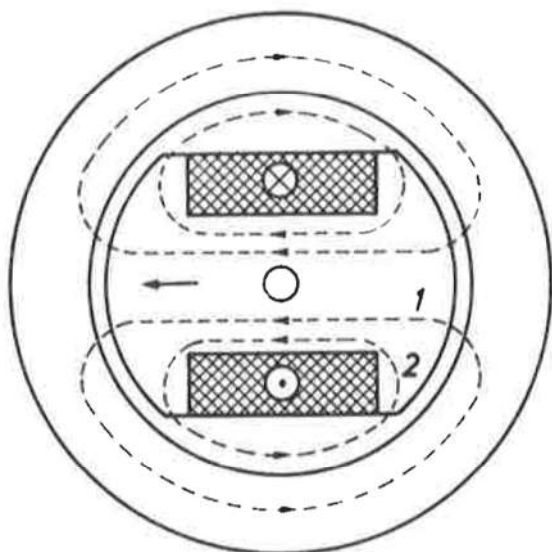


Sl. 3.8. Četveropolni stator s istaknutim polovima

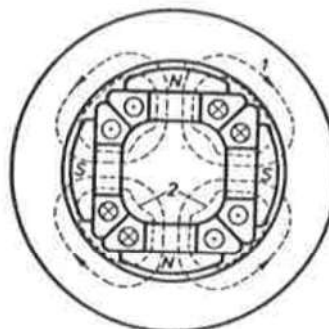
Broj polova ne mora biti ograničen na dva. Po obodu stroja dade se razmjestiti i 4, 6 i više polova. Budući da mora biti jednak broj N i S-polova, govorimo obično o *broju pari polova*. Većim brojem pari polova dobivamo, uz istu magnetsku indukciju u zračnom rasporu, manji tok po polu, što daje niže jarmove. Na slici 3.8. prikazan je stroj s $p = 2$ para polova na statoru (»četveropolni« stroj), uz označen put silnica glavnog toka (1) i rasipnog toka (2). Ako po simetrali između susjednih polova izdvojimo jedan par polova, iz simetrije lako vidimo da je slika magnetskog polja pod idućim parom polova potpuno jednaka. Zbog toga je pri razmatranju magnetskog kruga s više pari polova posve dovoljno izvršiti proračun za jedan par polova i rezultate primijeniti na sve ostale polove.

Na slici 3.9. predložen je magnetski krug 2-polnog ($p = 1$) stroja s istaknutim polovima na rotoru. Treba usporediti kako se silnice rasipnog toka približavaju silnicama glavnog toka u slučaju uzbuđivanja na statoru (sl. 3.7) i ovdje. U prvom slučaju silnice su se zbrajale u statoru, a kroz rotor je prolazio samo glavni tok. Ovdje se

silnice zbrajaju u rotoru, a u statoru se nalazi samo glavni tok. Općenito, u uzbuđnom dijelu stroja zbraja se glavni i rasipni tok, a armaturom prolazi samo glavni tok.



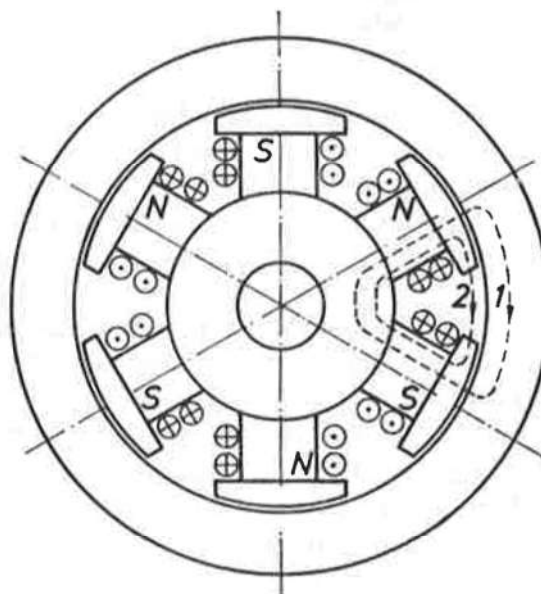
Sl. 3.9. Magnetski krug s uzbuđom na istaknutim polovima dvopolnog rotora



Sl. 3.10. Četveropolni rotor s istaknutim polovima

Četveropolni ($p = 2$) stroj s istaknutim polovima na rotoru prikazan je na slici 3.10. Po obodu stroja uvijek su naizmjenice porazmješteni raznoimeni polovi. Pogledamo li smjer uzbuđne struje na pojedinom polu, označen križićem ili točkom, vidimo da u istom međupolnom prostoru uvijek leže vodiči sa strujom istog smjera. Taj međupolni prostor možemo promatrati kao veliki utor napravljen na prvobitno cilindričnom provrtu.

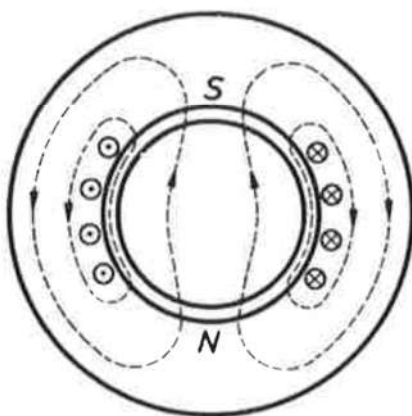
Sličan primjer magnetskog kruga s istaknutim polovima na rotoru sadrži i slika 3.11, samo za 6-polni stroj (broj pari polova $p = 3$). Ucrtan je tok silnica između simetrane N-pola i simetrane susjednog S-pola. Ta slika mogla bi se preslikati između svake dvije simetrane susjednih polova, dakle toliko puta koliko stroj ima



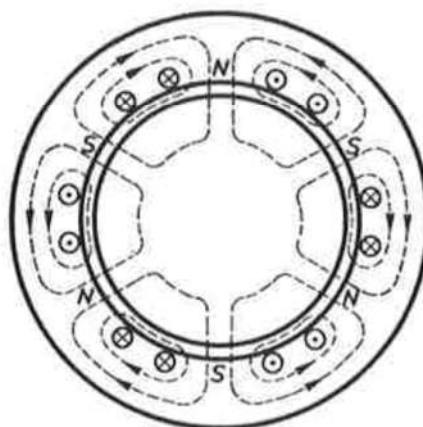
Sl. 3.11. Šesteropolni rotor s istaknutim polovima

polova. Dobili bismo u tom slučaju šest jednakih slika od kojih je potrebno izračunati samo jednu. Razmatranje koje smo s ukupnoga magnetskog kruga najprije sveli na jedan par polova sada smo, koristeći se odnosima simetrije unutar magnetskog kruga, reducirali na po jednu polovinu N-pola i S-pola.

U utoru između polova bila je koncentrirana cijela uzbudna struja između dva pola. No umjesto da to strujno »protjecanje« bude koncentrirano u jednom utoru, možemo ga raspodijeliti na veći broj utora, pa umjesto *koncentrirane* uzbude dobivamo tzv. *raspodijeljenu* uzbudu. Na slici 3.12. prikazan je magnetski krug 2-polnog ($p = 1$) stroja s uzbudom na statoru, ali umjesto istaknutih polova izvedena je raspodijeljena uzbuda. I tu se pojavljuju silnice rasipnog toka.



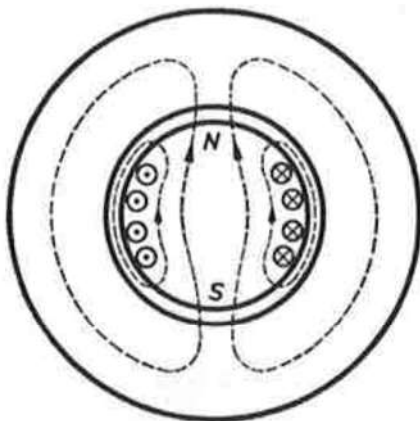
SI. 3.12. Cilindrični dvopolni stator



SI. 3.13. Cilindrični šesteropolni stator

Na slici 3.13. magnetski je krug 6-polnog stroja ($p = 3$), s raspodijeljenom uzbudom na statoru. I tu se vidi da je dovoljno analizirati jednu od šest jednakih slika rasporeda silnica za po jedan polni korak, od simetrale jednog pola do simetrale susjednog pola.

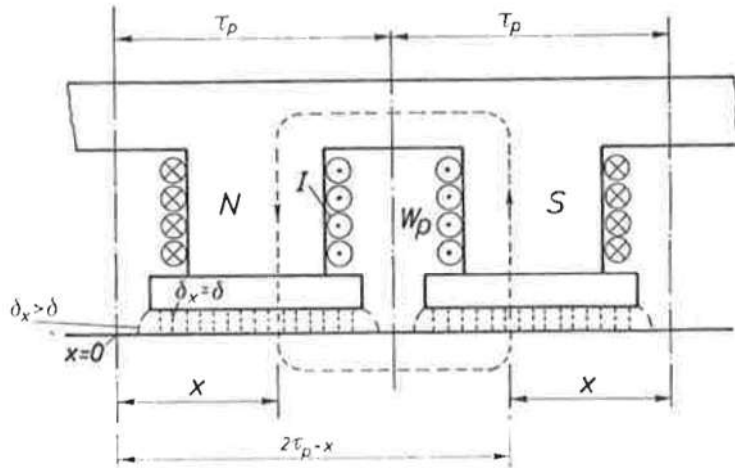
Naposljetku, na slici 3.14. vidi se magnetski krug 2-polnog ($p = 1$) stroja s raspodijeljenom uzbudom na rotoru.



SI. 3.14. Cilindrični dvopolni rotor

3.5. Koncentrirana i raspodijeljena uzbuda

►►► Na slici 3.15. razvijen je jedan par polova magnetskog kruga i označena jedna silnica u udaljenosti x od simetrale pred N-polom. Zbog simetrije ta će se



Sl. 3.15. Koncentrirana uzbuda

silnica vraćati ispod S-pola na mjestu koje se nalazi za istu udaljenost x ispred simetrale pred idućim N-polom. Izvršimo li integraciju zatvorenom linijom koju označava ta silnica i zanemarimo li magnetske napone u željezu prema onima u zračnom rasporu, dobivamo:

$$\Theta_x = 2 H_x \delta_x \quad (1)$$

jer je, zbog simetrije, polje na mjestu x jednako po iznosu, a suprotnog je smjera polju na mjestu $2\tau_p - x$. Protjecanje je pri tome:

$$\Theta_x = 2 I w_p,$$

gdje je w_p = broj zavoja na jednom polu, a I = struja u uzбудnom namotu. Polje je prema tome:

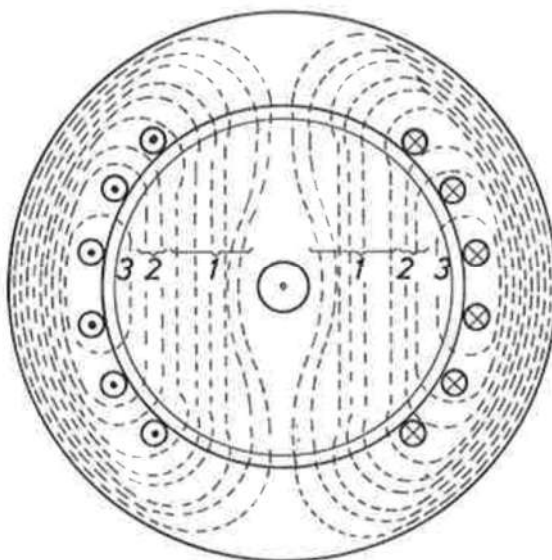
$$H_x = \Theta_x / 2\delta_x = 2 I w_p / 2 \delta_x = I w_p / \delta_x,$$

a indukcija:

$$B_x = \mu_0 H_x = \mu_0 I w_p / \delta_x. \quad (2)$$

Duljina silnice između rotora i statora δ_x pod polom je jednaka geometrijskoj duljini zračnog raspora.

Koliki god x odabrali, struje što ih obuhvaća integracijska linija ostaju iste, pa je i u izrazu za magnetsku indukciju brojnik nepromijenjen. Duljina zračnog raspora može, ali ne mora, biti konstantna. Ako je ona konstantna, bit će i magnetska indukcija ispod pola konstantna. Od toga je izuzeto područje na rubovima polova, gdje je zbog rubnih pojava put silnica produžen, pa indukcija ispod ruba pola ne pada odjednom na nulu, već se postepeno smanjuje, što bitno ne utječe na naša razmatranja.



Sl. 3.16. Raspodijeljena uzbuda

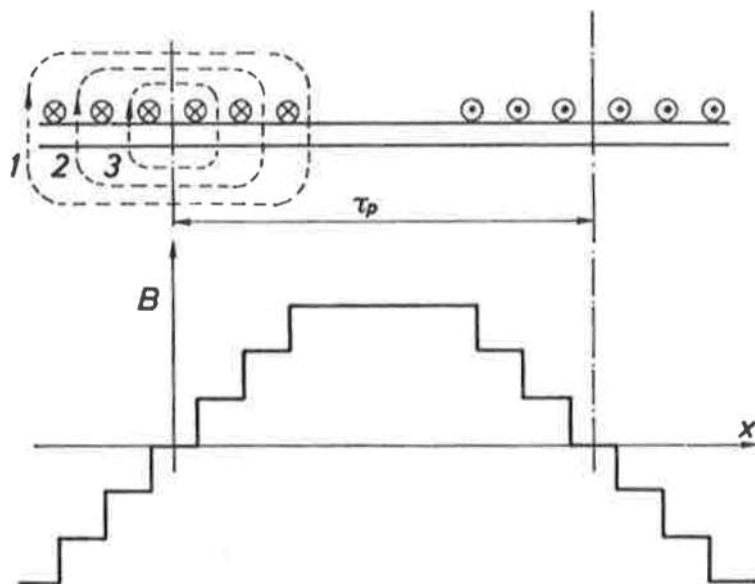
Na slici 3.16. predložen je 2-polni stroj s raspodijeljenom uzbudom. Silnice u području **1** obuhvaćaju sve struje uzbudnog namota koji je raspodijeljen po utorima, i to bez obzira na to koje mjesto oboda između obiju utora promatramo. To znači da ćemo u tom području imati konstantnu indukciju maksimalnog iznosa. U području označenome s **2** silnice obuhvaćaju samo $2/3$ ukupnog protjecanja smještenoga na obodu, pa će indukcija u zoni od prvog do drugog utora biti (zanemarujući utjecaj željeza) $2/3$ maksimalne indukcije u rasporu. Slično tome silnice u području **3** obuhvaćaju samo $1/3$ ukupnog protjecanja, pa će i indukcija u zoni **3** biti svega $1/3$ maksimalne indukcije. Napokon, između srednja dva utora u zoni nema uopće magnetskih silnica, jer kad bismo i ucrtali silnicu u toj zoni, obuhvaćene struje bile bi jednake nuli. Indukcija na mjestu x oboda bit će općenito:

$$B_x = \mu_0 \Theta_x / 2 \delta_x, \quad (3)$$

pri čemu protjecanje Θ_x može biti na raznim mjestima različito (u našem primjeru u području **1**: $\Theta_x = 6 I$, u području **2**: $\Theta_x = 4 I$, u području **3**: $\Theta_x = 2 I$ i u području između srednja dva utora: $\Theta_x = 0$), a i duljina zračnog raspora može biti na raznim mjestima različita. Raspodjela indukcije u rasporu, koja je kod istaknutih polova prema slici 3.15. ovisila o duljini zračnog raspora na pojedinim mjestima, ovisi kod raspodijeljene uzbude i o rasporedu struja po obodu i o duljini zračnog raspora na svakome mjestu oboda.

Bolji uvid daje nam razvijena slika oboda stroja. Uz konstantan zračni raspor možemo obavljati integraciju obuhvaćajući, uvijek simetrično prema simetrali,

sve veći dio struje na obodu. Prema već opisanom postupku dobivamo raspodjelu indukcije u rasporu kao stepeničastu krivulju na slici. Kad zračni raspor ne bi bio konstantan, mogli bismo nacrtati analognu stepeničastu funkciju po obodu, koja bi predstavljala obuhvaćeno protjecanje za silnicu na određenom mjestu. To bi protjecanje trebalo množiti s μ_0 i dijeliti iznosom dvostruke duljine zračnog raspora



Sl. 3.17. Polje u rasporu kod raspodijeljene uzbude

δ_x , koja može biti od mjesta do mjesta različita. Umjesto rasporeda indukcije po obodu crtali bismo, dakle, prvo *raspodjelu protjecanja* po obodu, iz koje se dađe, uz poznatu *raspodjelu duljine zračnog raspora*, računati *raspodjela indukcije* po obodu.

3.6. Utjecaj oblika pola na raspodjelu indukcije i ukupni tok

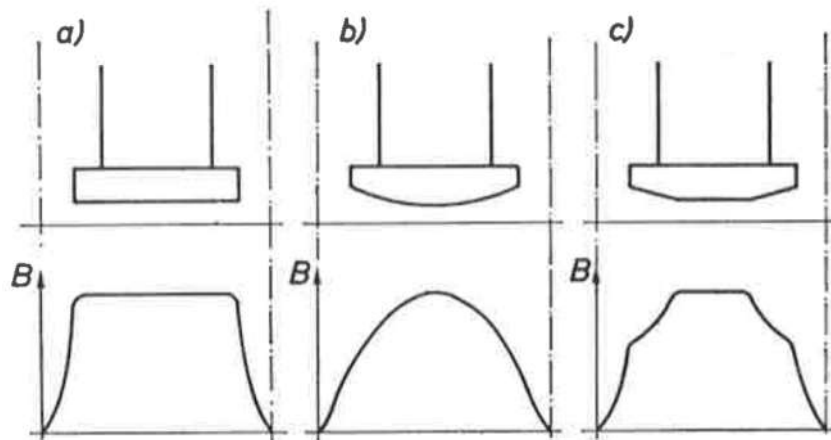
►►► Kod strojeva *izmjenične struje* nastojimo da oblik krivulje induciranoga izmjeničnog napona bude što bliži *sinusoidi*. Napon koji se inducira u vodiču pri gibanju jednolikom brzinom v :

$$E = v B l$$

direktno je proporcionalan vrijednosti indukcije u rasporu na mjestu na kojem se vodič u tom trenutku nalazi. Pri gibanju uzduž oboda *inducirani napon u vodiču vjerno preslikava sliku prostorne raspodjele indukcije u rasporu* u vremensku sliku induciranog napona. Kad bismo željeli sinusni oblik krivulje induciranog napona, morali bismo se pobrinuti da raspodjela indukcije uzduž raspora bude sinusna.

Prema razmatranju u odjeljku 3.5, na oblik krivulje indukcije u rasporu kod istaknutih polova može se utjecati formiranjem duljine raspora ispod pola.

Konstantna duljina raspora prema slici 3.18.a dat će *konstantnu indukciju* ispod pola. Da bismo dobili krivulju raspodjele indukcije bližu *sinusoidi*, moramo pol formirati tako da zračni raspor raste prema rubovima pola (sl. 3.18.b). To znat-

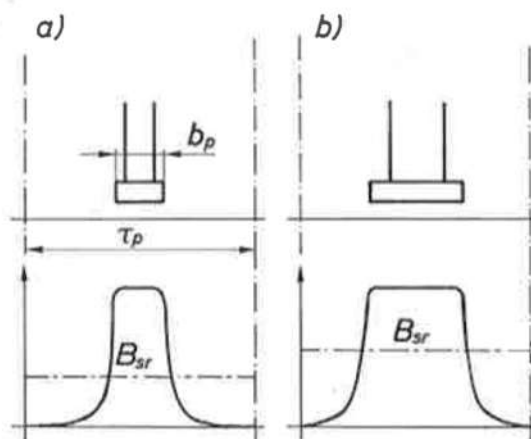


Sl. 3.18. Utjecaj oblika pola na raspodjelu indukcije: a) konstantan raspor, b) raspor promjenljiv po zakonu kosekansa, c) konstantan raspor s podrežanim rubovima pola

no komplicira izradu takvih polova, pa se našlo kompromisno rješenje polova s konstantnim rasporom, ali s *podrežanim rubovima*. Tehnologija izrade takvih polova mnogo je jednostavnija, a dobivena raspodjela indukcije mnogo je bliža sinusoidi nego raspodjela kod konstantnoga zračnog raspora.

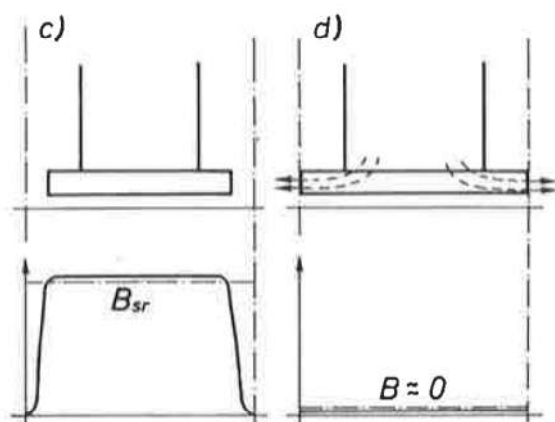
Srećom, oblik krivulje napona cijelog namota nije jednak obliku krivulje napona pojedinog vodiča, pa se načinom spajanja vodiča u namotu daje utjecati na poboljšanje krivulje napona.

Za stroj *istosmjerne struje* nije važan sinusni oblik krivulje napona, ali je važno da dobijemo *što veću srednju vrijednost napona u vodiču*. To nam govori da bi zračni raspor valjalo izvesti konstantne duljine, a pol bi morao biti što širi. Ne treba, međutim, smetnuti s uma da su širi polovi bliži jedan drugome, pa je i rasipni tok od pola na pol veći.



Sl. 3.19 Utjecaj širine pola na srednju vrijednost indukcije: a) $b_p/\tau_p = 0,2$, b) 0,4, c) 0,8, d) 1,0

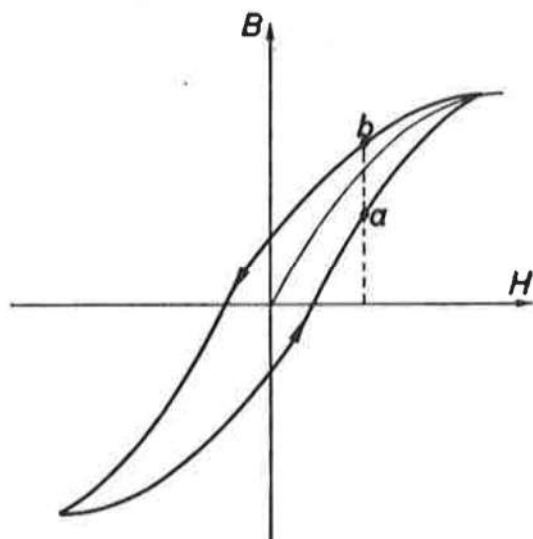
Na slici 3.19 raspodjela je indukcije u zračnom rasporu za sve veću i veću širinu pola. Gledajući slike od a) do d) vidimo da srednja vrijednost indukcije B_{sr} postaje veća što je pol širi. Pri tome nismo uzeli u razmatranje rasipni tok. No na slici 3.19.e, gdje je širina pola zauzela cijeli polni korak, to više ne možemo učiniti.



Jasno je da se tad pol naslonio na pol i da će sav tok prelaziti kao rasipni tok s pola na pol, a neće prolaziti kroz zračni raspor na rotor. Možemo slobodno zaključiti da će indukcija u rasporu tad biti nula. Kad bismo i kod manjih širina pola uzeli u obzir rasipni tok, mogli bismo odabrati širinu koja je prihvatljiva s obzirom na rasipanje, a daje dovoljno veliku srednju vrijednost indukcije u rasporu.

3.7. Gubici histereze

►►► *Pojava histereze* unosi u ovisnost magnetske indukcije B o polju H određenu dvoznačnost. Prema slici 3.20, za istu vrijednost polja H dobit ćemo indukciju B



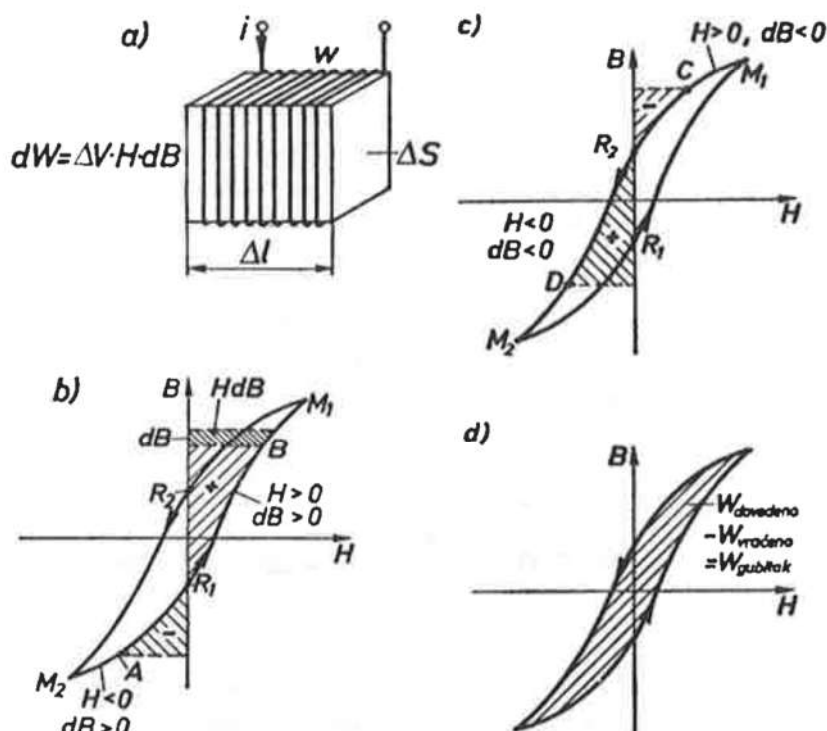
Sl. 3.20. Petlja histereze

u točki a kod uzlaznog magnetiziranja, tj. pri povećavanju vrijednosti H , a drugu vrijednost indukcije B u točki b kod silaznog magnetiziranja, tj. pri smanjivanju vrijednosti H .

Ta pojava histereze ima i energetske posljedice. Može se pokazati da se u procesu magnetiziranja željezu dovodi i odvodi energija, i to tako da je nakon dovršenog jednog ciklusa magnetiziranja po petlji histereze dobiveno iz željeza manje energije no što mu je bilo dovedeno. Taj *gubitak energije* u jednom ciklusu premagnetiziranja jednak je po jedinici volumena željeza upravo *površini petlje histereze*. Ako povećamo granice H_{max} i B_{max} unutar kojih se odvija premagnetiziranje, povećat će se i petlja histereze, pa će njezina površina porasti približno u omjeru maksimalne indukcije na kvadrat. Ako se premagnetiziranje odvija frekvencijom f , tj. f punih ciklusa u sekundi, bit će izgubljena energija u jednoj sekundi — a to je snaga koja se pretvara u toplinu:

$$P_h = k_h B^2 f, \quad (1)$$

gdje je k_h konstanta karakteristična za određeni magnetski materijal. To su *gubici histereze*.



Sl. 3.21. Gubici zbog histereze: a) promatrani volumen željeza u magnetskom krugu, b) dovod energije kod uzlaznog magnetiziranja, c) dovod energije kod silaznog magnetiziranja, d) utrošak energije za puni ciklus magnetiziranja

►►► Na slici 3.21 prikazano je kako nastaju gubici histereze. Uzmimo zamišljeni element željeza volumena $\Delta V = \Delta S \Delta l$, uzduž kojega duljine Δl polje H uzbuđuje magnetsku indukciju B . Neka to polje H stvara zamišljeni namot s w zavoja (sl. 3.21.a) i neka kroz presjek ΔS prolazi tok $\Delta \Phi = \Delta S B$. Ulančeni je tok onda $\Delta \Psi = w \Delta \Phi$. Sve elemente uz onaj promatrani element možemo jednostavno izostaviti iz računa, zamišljajući da svaki od njih ima svoju uzbuđu koja omogućuje da se naš tok zatvori.

Ako se tad indukcija u promatranom elementu mijenja, inducirat će se napon koji će sa strujom i u zamišljenom svitku dovesti u vremenu dt energiju:

$$dW = -e i dt.$$

Napon je jednak:

$$e = -d \Delta \Psi / dt = -w \Delta S dB / dt.$$

Uzbudna struja pri polju H mora biti:

$$i = H \Delta l / w,$$

pa je napokon dovedena energija:

$$dW = \Delta S \Delta l H dB = \Delta V H dB.$$

Dovedena energija po jedinici volumena za prirast indukcije dB iznosi:

$$dW_1 = dW / \Delta V = H dB. \quad (2)$$

To je površina između ordinatne osi i petlje histereze za prirast dB (sl. 3.21.b). Ako razmatranje počnemo od točke R_1 u kojoj je polje $H = 0$, pa polje povećavamo prema točki M_1 , dovedena energija jednaka je površini između ordinatne osi i desne grane petlje histereze. Smanjujemo li polje po lijevoj grani petlje histereze, npr. od točke C do R_2 , površina prema ordinatnoj osi je vraćena energija, jer je H pozitivno, ali je dB negativno (sl. 3.21.c). Takvo razmatranje pokazuje da od R_1 do M_1 dovodimo energiju, od M_1 do R_2 je vraćamo, od R_2 do M_2 je opet dovodimo (jer je i H i dB negativno), a od M_2 do R_1 opet je vraćamo. Bilanca za jedan puni ciklus pokazuje da smo više energije doveli nego što smo je vratili, i to upravo za onoliko koliko je površina petlje histereze (sl. 3.21.d).

3.8. Gubici zbog vrtložnih struja i ukupni gubici u željezu

▶▶▶ Indukcija u željezu koja se mijenja frekvencijom f inducira napon $e = -d\Phi / dt$ u svakom zavoju koji obuhvaća magnetski tok Φ , ali jednako tako i u željeznoj jezgri kroz koju magnetski tok prolazi. Ta je jezgra vodljiva, i ako je u prvoj aproksimaciji zamislimo kao niz paralelnih vodiča koji obuhvaćaju silnice jednog dijela toka, pa sve do punog toka, u svakom tome zamišljenom vodiču inducira se napon i teče struja koja po Jouleovu zakonu razvija toplinu.

▶▶ Da bismo razmatranje pojednostavili, uzmimo da struja teče u pojasu uz rub željeza i da obuhvaća cijeli tok. Inducirani je napon proporcionalan umnošku Φf , što je lako provjeriti ako potražimo derivaciju po vremenu toka koji se sinusno mijenja frekvencijom f . Otpor strujnog puta neka je R . Prema slici 3.22.a bit će onda snaga pretvorena u toplinu:

$$P_1 = E^2 / R = k (\Phi f)^2 / R.$$

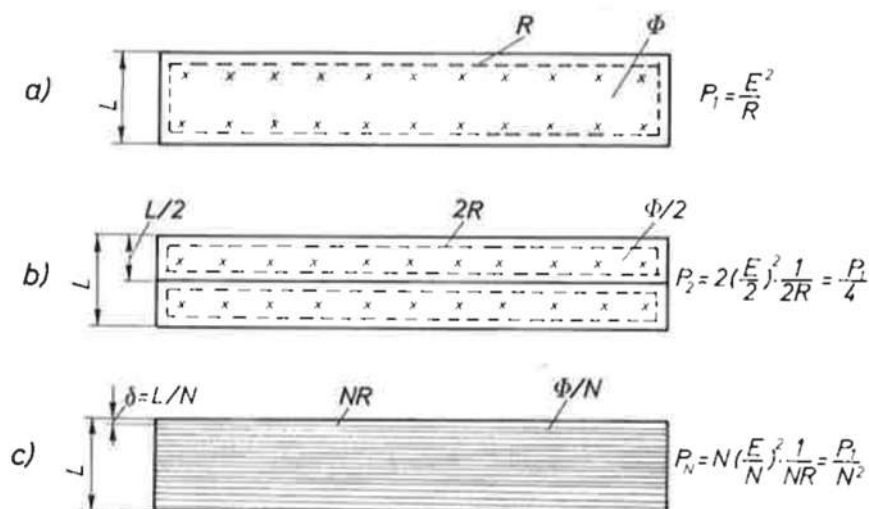
Podijelimo li tad jezgru paralelno sa silnicama na dva jednaka dijela (sl. 3.22.b), bit će tok u jednom dijelu $\Phi/2$, pa će inducirani napon u toj polovici biti dva puta

manji. Istodobno će se otpor dvostruko povećati jer je presjek koji struji stoji na raspolaganju dva puta manji. Gubici u obje polovice bit će tada:

$$P_2 = 2 (E/2)^2 / 2R = E^2 / 4R = P_1 / 4.$$

Gubici su se smanjili na četvrtinu.

Još je efikasnije ako jezgru podijelimo na više jednakih dijelova, npr. N dijelova koji zajedno daju potrebnu debljinu jezgre L (sl. 3.22.c):



Sl. 3.22. Gubici zbog vrtložnih struja: a) puni presjek željeza, b) presjek podijeljen na 2 dijela, c) presjek podijeljen na N dijelova

$$N \delta = L.$$

Debljina jednog dijela bit će:

$$\delta = L/N.$$

U jednom dijelu tok će biti Φ/N , a otpor će biti N puta veći, pa možemo očekivati gubitke:

$$P_N = N (E/N)^2 / NR = E^2 / N^2 R = P_1 / N^2 = P_1 \delta^2 / L^2.$$

Podjelom na N slojeva paralelnih sa silnicama, gubici zbog vrtložnih struja smanjili su se N^2 puta ili, ako promatramo isti volumen jezgre, gubici zbog vrtložnih struja bit će proporcionalni kvadratu debljine parcijalnih dijelova jezgre.

►►► Praktički smanjujemo gubitke vrtložnih struja tako da dijelove magnetskog kruga u kojima se indukcija mijenja (npr. rotor pri uzbudi statora istosmjernom strujom, ili stator kod uzbude rotora istosmjernom strujom, ili oba pri uzbudi izmjeničnom strujom) izvedemo lamelirano, tj. od međusobno izoliranih limova poslaganih paralelno sa silnicama toka. Limovi moraju biti što tanji jer su gubici proporcionalni kvadratu debljine lima (δ^2), zatim su proporcionalni kvadratu napona koji se inducira, a ovise o indukciji B i frekvenciji f . Prema tome, gubici zbog vrtložnih struja iznose:

$$P_w = k_w (B f \delta)^2, \quad (1)$$

gdje je k_w konstanta za određivanje gubitaka zbog vrtložnih struja ovisna o vrsti željeza.

►► Za limove koje ćemo upotrijebiti u gradnji električnih strojeva dobivamo uz krivulju magnetiziranja obično podatke u ovakvom obliku:

$P_{1,0}$ — ukupni gubici u željezu kod indukcije $B = 1 \text{ T}$ i frekvencije $f = 50 \text{ Hz}$, pri debljini lima δ_0 ;

$p_h = P_h/P_{Fe}$ — udio gubitaka zbog histereze u ukupnim gubicima u željezu uz spomenute uvjete;

$p_w = P_w/P_{Fe}$ — udio gubitaka zbog vrtložnih struja u ukupnim gubicima u željezu uz spomenute uvjete.

Prvi podatak navodi se u W/kg, a druga dva su relativni brojevi, npr. $p_h = 0,75$, $p_w = 0,25$, koji zbrojeni uvijek daju 1.

Gubici histereze kod $B = 1,0 \text{ T}$ i $f = 50 \text{ Hz}$ iznose tada:

$$P_{h\ 1,0} = P_{1,0} p_h,$$

a kod bilo kojih uvjeta u blizini navedenih valja računati:

$$P_h = P_{1,0} p_h \left(\frac{B}{1,0} \right)^2 \frac{f}{50} \text{ W/kg.} \quad (2)$$

Gubici zbog vrtložnih struja iznose kod osnovnih uvjeta:

$$P_{w\ 1,0} = P_{1,0} p_w,$$

a kod bilo koje indukcije, frekvencije i debljine lima u blizini osnovnih vrijednosti, treba računati:

$$P_w = P_{1,0} p_w \left(\frac{B}{1,0} \frac{f}{50} \frac{\delta}{\delta_0} \right)^2. \quad (3)$$

Ukupni gubici u željezu po jedinici mase bit će:

$$P_{Fe} = P_h + P_w. \quad (4)$$

Više puta dobiva se i podatak o gubicima pri indukciji $1,5 \text{ T}$:

$$P_{1,5} \text{ W/kg,}$$

koji omogućuje da se točnije izračunaju gubici u blizini indukcije $1,5 \text{ T}$.

Podaci o krivulji magnetiziranja za različite vrste dinamo-limova i o njihovim gubicima nalaze se u tablici 1. Vrijednosti indukcije B navedene su za jakost polja od 25, 50, 100 i 300 A/cm.

Tablica 1.

Krivulje magnetiziranja i gubici dinamo-limova od 0,5 mm

Oznaka	P_{Fe1}	p_H	p_W	$P_{Fe1,5}$	B_{25}	B_{50}	B_{100}	B_{300}
	W/kg	—	—	W/kg	(T)			
DL 3,6/0,5	3,6	0,667	0,333	8,3	1,53	1,63	1,73	1,98
DL 3,0/0,5	3,0	0,785	0,215	6,9	1,50	1,60	1,71	1,95
DL 2,6/0,5	2,6	0,810	0,190	6,0	1,49	1,58	1,70	1,94
DL 2,3/0,5	2,3	0,826	0,175	5,3	1,47	1,57	1,69	1,93
DL 2,0/0,5	2,0	0,832	0,168	4,6	1,45	1,55	1,67	1,90
DL 1,7/0,5	1,7	0,837	0,163	3,9	1,43	1,55	1,65	1,85
DL 1,5/0,5	1,5	0,840	0,160	3,5	1,43	1,55	1,65	1,85
DL 1,35/0,5	1,35	0,842	0,158	3,1	1,43	1,55	1,65	1,85
DL 1,2/0,5	1,2	0,843	0,157	2,8	1,43	1,55	1,65	1,85

3. Zadaci



1. Koliko (u postocima) treba povećati protjecanje da bismo zadržali istu indukciju u rasporu električnog stroja ako smo zračni raspor povećali od 0,25 na 0,3 mm? Zanimaruje se zasićenje u željezu.

[20 %]

2. Istosmjerni generator ima šest polova na kojima se nalazi ukupno 1 200 zavoja protjecanih strujom 6 A. Raspor ispod polova je $\delta = 2$ mm. Kolika je indukcija u rasporu? Zanimarite željezo.

[0,754 T]

3. Sinusno raspoređeno protjecanje maksimalne vrijednosti od 560 A stvara u rasporu duljine 0,9 mm polje. Kolika je maksimalna vrijednost indukcije u rasporu?

[0,782 T]

4. Uzbudno protjecanje po paru polova istosmjernog stroja iznosi 1 700 A. Od toga otpada na padove magnetskog napona u željezu 400 A. Duljina zračnog raspora je 1 mm. Kolika će biti: a) indukcija u rasporu; b) faktor zasićenja k_{zas} ; c) nadomjesna duljina zračnog raspora δ'' ?

[a) 0,818 T; b) 1,308; c) 1,31 mm]

5. Uzbudni namot ima 180 zavoja po polu. Proračun za tok Φ koji odgovara indukciji u rasporu od 0,7 T pokazao je da magnetski napon iznosi za:

- zračni raspor 1 200 A (jedan prolaz)
- zub rotora 80 A (jedan prolaz)
- jaram rotora 160 A (cijeli polni korak)
- jaram statora 250 A (cijeli polni korak)
- pol statora 60 A (jedan prolaz)

Kolika je struja potrebna u uzбудnom namotu da bismo u rasporu dobili indukciju 0,7 T?

[8,58 A]



6. Pravokutna magnetska jezgra sa zračnim rasporom napravljena je od dinamo-lima 3 W/kg, debljine od 0,5 mm i specifične mase od $7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Presjek je jezgre $10,4 \text{ cm}^2$, srednja duljina silnica u željezu je 50 cm. Jezgra se magnetizira izmjeničnom strujom frekvencije od 50 Hz, tako da je indukcija u željezu 0,9 T. Koliki su gubici histereze, a koliko gubici zbog vrtložnih struja u jezgri?

[7,74 W; 2,12 W]

7. Jezgra u 6. zadatku namotana je tako da je za postizanje maksimalne indukcije od 0,9 T potrebna trenutna vrijednost struje 1,67 A. Takvoj maksimalnoj vrijednosti kod sinusnog oblika odgovarala bi efektivna vrijednost uzbudne struje od 1,18 A. Međutim, budući da je namot priključen na sinusni izmjenični napon, indukcija se mijenja po sinusnom zakonu, a struja ne. Da li će efektivna vrijednost struje koja stvarno teče u uzbudnom namotu biti veća ili manja od navedenih 1,18 A?

[Manja!]

8. Koliki bi bili ukupni gubici kad bismo jezgru iz 6. zadatka napravili: a) od lima debela 0,35 mm; b) od lima 0,8 mm debljine?

[a) 8,78 W; b) 13,17 W]

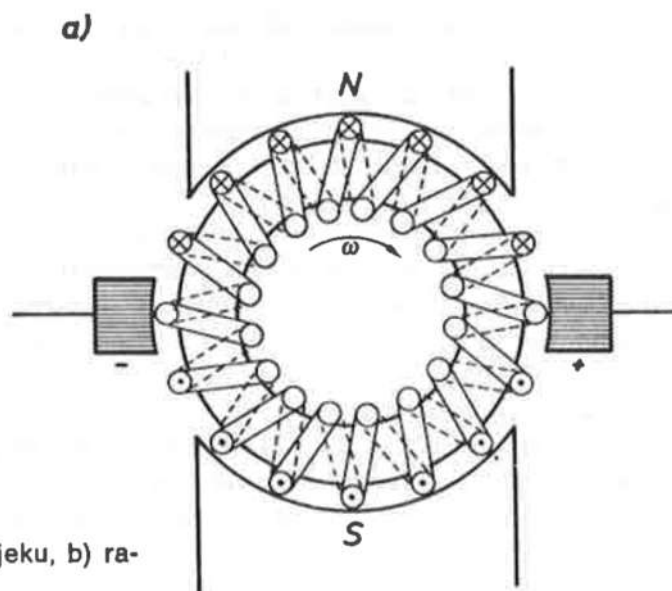
9. Koliki bi bili ukupni gubici jezgre iz 6. zadatka kad bismo jezgru od limova debelih 0,5 mm magnetizirali: a) s 25 Hz; b) sa 60 Hz, uz jednaku maksimalnu vrijednost indukcije?

[a) 4,40 W; b) 12,34 W]

4. Model stroja za istosmjerne napone i struje

4.1. Prstenasti rotor

►►► Stroj s *prstenastim rotorom* koji je namotan zatvorenim namotom, tj. jednoliko raspoređenim zavojima koji se, nakon obilaska prstena svršetkom posljednjeg zavoja nadovezuju opet na početak prvog zavoja, nije samo povijesno onaj oblik stroja od kojega je razvoj počeo već je i najpregledniji stroj na kojem se najbolje vidi povezanost svih elemenata. Prstenasti rotor vrti se između polova magnetskog kruga i u njegovim se zavojima inducira napon. Taj je napon jednog smjera pod N-polom, a suprotnog je smjera pod S-polom. Neka nas obilaženje namota u smjeru induciranog napona ispod N-pola vodi u smjeru kazaljki na satu. Pod S-polom će nas obilaženje namota u smjeru ovdje induciranog napona, koji je suprotan prvome, voditi suprotno smjeru kazaljki na satu. Oba napona gledaju jedan drugome nasuprot, drže ravnotežu, i u namotu neće poteći nikakva struja.



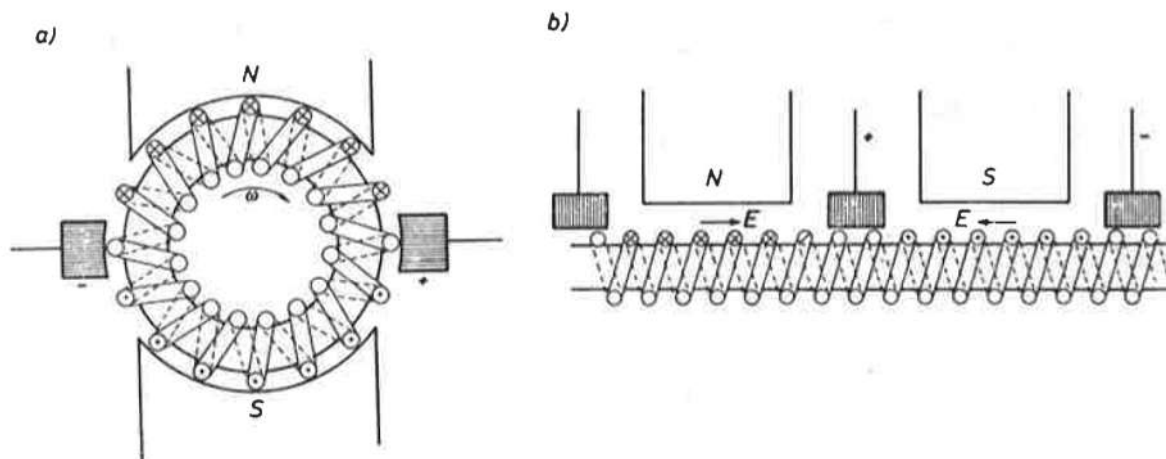
Sl. 4.1. Prstenasti namot: a) u presjeku, b) razvijen

Između točke lijevo i točke desno u simetrali između polova nailazimo na puni napon koji se inducira u gornjoj grani prstenastog namota i djeluje paralelno s naponom induciranom u donjoj grani (sl. 4.1.a).

Potrebno je samo ukloniti izolaciju s vanjske površine vodiča na prstenu i prisloniti dvije četkice, koje su prvobitno bile napravljene od mekih bakrenih pletenica, a poslije dobile oblik komadića grafita ili metala što kliže po površini pritisnut perom i spaja vodiče prstenastog namota s vanjskim dijelom strujnog kruga.

U nacrtanom položaju na slici 4.1.a napon je između četkica puni inducirani napon grane; desna je četkica pozitivna, a lijeva negativna.

Kako god se rotor vrtio, u uzastopnim kratkim vremenskim razmacima slika položaja vodiča rotora (poput sl. 4.1) prema magnetskim polovima se ponavlja.



Sl. 4.1. Prstenasti namot: a) u presjeku, b) razvijen

Nakon svakog pomaka za jedan zavoj rotorskog namota ta je slika posve identična. U vodičima iznad »neutralne linije« u kojoj se nalaze četkice inducirani će napon gledati u jednom smjeru obilaženja, a ispod te linije u drugom smjeru. Na četkicama će napon biti stalno isti. Napon u pojedinom vodiču uvijek mijenja predznak kad vodič dolazi iz područja N-pola u područje S-pola, i obratno. Napon svakog vodiča je dakle izmjenični napon, ali napon na četkicama zadržava svoj smjer i veličinu — on je *istosmjerni napon*. Četkice što kližu po golim vodičima prstenastog namota obavljaju tu zadaću mehaničkog ispravljača koji izmjenične napone i struje iz namota pretvara u istosmjerne napone i struje u vanjskome strujnom krugu. Takav prstenasti rotor, nazvan Grammeovim kolutom, poslužio je u realizaciji prvih strojeva istosmjerne struje.

Na slici 4.1.b predložen je isti stroj s prstenastim rotorom u razvijenom prikazu. Odnosi su tu vrlo jasni, vidi se suprotan smjer napona jedne i druge grane, koji daje pozitivan polaritet na jednoj četkici, a negativan na drugoj (u razvijenom prikazu četkica sasvim lijevo i ona sasvim desno je ista).

Ako tad na četkice između kojih je uspostavljen istosmjerni napon U priključimo neka vanjska trošila, npr. otpornike, poteći će u cijelome strujnom krugu struja u smjeru induciranih napona. U vanjskom krugu ta će struja teći od (+)-četkice prema (—)-četkici stroja, a unutar prstenastog namota ona će teći u smjeru induciranih napona, pa će se podijeliti u dvije paralelne grane. U gornjoj grani kroz vodiče teče struja u jednom smjeru, a u donjoj grani u suprotnom smjeru obilaženja. Smjer struje u istom vodiču pri rotaciji se mijenja jer vodič prelazi iz jedne grane u drugu. No struja grane ostaje uvijek istog smjera i sastavlja se sa strujom druge grane u *struju armature*, koja je *istosmjerna*.

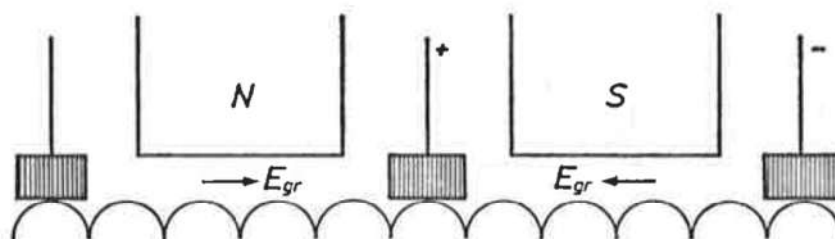
Napon se inducira samo u dijelu vodiča koji se nalazi u magnetskom polju, a to je dio vodiča s vanjske strane prstena. Unutrašnji dio prstena ne samo što ne

pridonosi pretvorbi već svojim otporom povećava gubitke zbog Jouleove topline u namotu.

Potrebno je razlikovati inducirani napon E od napona na priključnim stezaljkama stroja U . Sam namot ima određeni otpor armature R_a , u kojemu, kad teče struja, nastaje određeni pad napona. Jednako tako pad napona nastaje na prijelaznom otporu između četkica i vodiča armature. Kad stroj radi kao generator, struja teče iz stroja u vanjsku mrežu, pa je inducirani napon E veći od napona na stezaljkama U za spomenuti pad napona. Obratno, kad stroj radi kao motor i uzima struju iz mreže, napon na stezaljkama U veći je od napona E za pad napona. Taj pad napona nije velik i ne utječe bitno na ponašanje stroja, pa ga često izostavljamo iz razmatranja. Tako idealizirani stroj omogućava nam da sagledamo osnovne zakone koji određuju svojstva i ponašanje stroja. Neke manje važne pojedinosti ostavit ćemo za kasnije, detaljnije razmatranje. Na taj način fizikalna slika stroja postaje jasnija.

4.2. Kolektor

►►► Shemu armature stroja istosmjerne struje najlakše je crtati na način prikazan na slici 4.2. Čak i onda kad stroj nije izveden s prstenastim namotom, upotrebljavamo takav prikaz jer je jednostavan i pregledan.

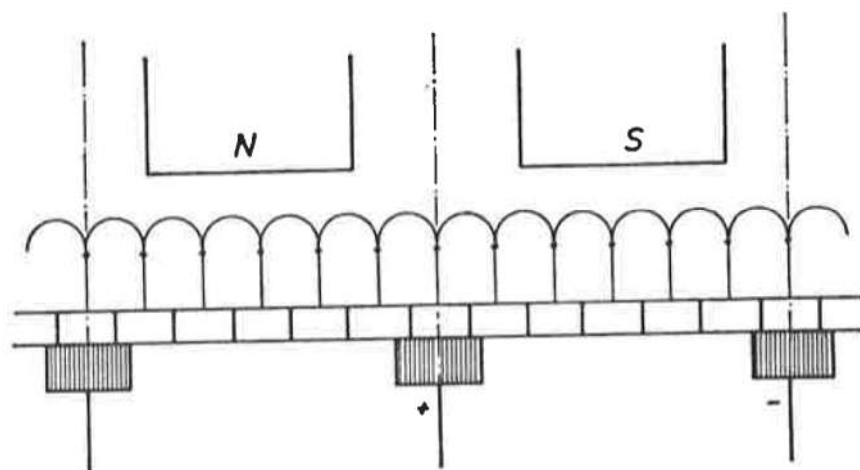


Sl. 4.2. Shematski prikaz prstenastog namota

U tom načinu prikazivanja još je jedan detalj koji već davno ne odgovara stvarnim izvedbama, a to su četkice koje klizu direktno po golim vodičima namota. U početku su strojevi zaista tako bili građeni, no ubrzo se pokazalo da to izaziva mnoge neprilike. Vodiče je na obodu trebalo ogoliti, a izolacija među vodičima i prema željezu morala je ostati sačuvana, teško je bilo ostvariti dobar kontakt četkice, i vodiča, trošenje vodiča trenjem četkica uništavalo je cijeli namot.

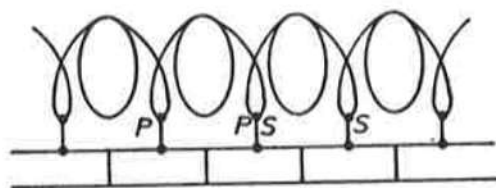
Sve su to bili razlozi da se potraži bolje rješenje. Svaki zavoj prstenastog namota spojen je s jednom lamelom tzv. *kolektora*. Lamele su međusobno izolirane i poslagane tako da čine bubanj navučen — preko izolacije — na osovinu. Po fino obrađenoj površini tog bubnja klizu četkice i uspostavljaju kontakt s pojedinim zavojima kao kad bi klizale po namotu. Umjesto namota troši se površina kolektora, koja se uvijek može naknadno tokariti i dotjerati. Kolektor je mehanički čvrst i omogućuje mnogo bolje priližeganje četkica, koje se sada izводе kao precizno reznani komadi grafita ili sinteriziranoga metalnog praha, u posebnom držaču, s perom koje ih pritišće na površinu kolektora.

Shematski prikaz na slici 4.3. izrađen je onako kako je za crtanje najzgodnije. U stvarnosti je radna ploha kolektora vanjski plašt cilindra, a ne čeonu ploha, i četkice pritišću na površinu kolektora u radijalnom smjeru. Ne treba, dakle, shemu zamijeniti s prostornom skicom.



SI. 4.3. Kolektor

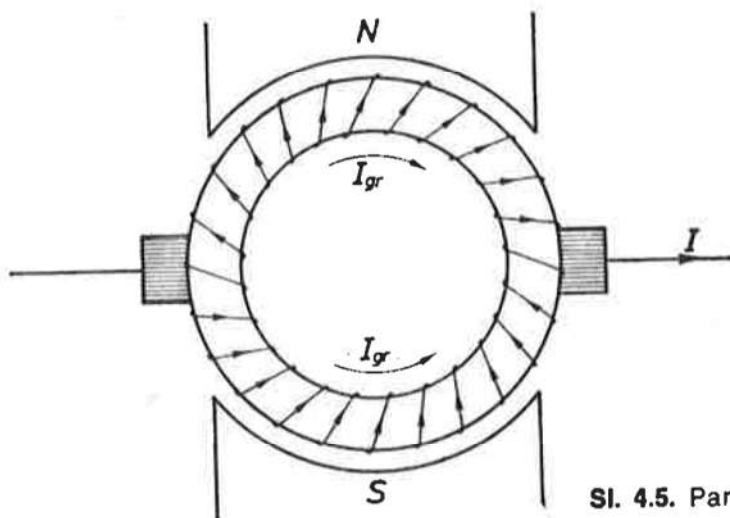
Broj zavoja koji se smještaju na prstenasti rotor može biti znatan. Broj lamela kolektora ograničen je mogućnošću izrade jer bi pri velikom broju lamela one is-pale vrlo tanke i nježne. Zato se zavoji grupiraju u svitke, od kojih svaki sadrži vi-še zavoja. Izvodi na lamelu kolektora ne rade se sa svakog zavoja, nego između svaka dva svitka, prema slici 4.4. Označimo li s P početak, a s S svršetak svitka, svici se spajaju tako da na lameli kolektora spojimo svršetak prethodnog i početak idu-ćeg svitka. Kolektor mora imati toliko lamela koliko namot ima svitaka.



SI. 4.4. Prstenasti namot sa svicima i kolek-torom

4.3. Paralelne grane kod dvopolnog stroja

►►► Dvopolni stroj prema slici 4.5 uvijek ima u namotu dvije paralelne grane. Budući da je i kod višepolnih strojeva broj paralelnih grana uvijek paran, govorimo



SI. 4.5. Paralelne grane kod dvopolnog stroja

obično o broju *pari paralelnih grana* a , slično kao što govorimo o broju *pari polova* p . Jednom granom smatramo dio namota u kojem se napon inducira u istom smjeru. Prema slici 4.5. jedna grana namota bila bi gornja polovica namota ispod N-pola, a druga grana donja polovica ispod S-pola. Četkice su postavljene u sredinu između obje grane, u tzv. *neutralnu os* u simetrali između obaju polova, gdje se ne inducira nikakav napon. U tom položaju dobivamo između četkica najveći napon, *napon grane*. Napon grane i napon na stezaljkama stroja identični su:

$$U = U_{gr}. \quad (1)$$

Zbog načina kako je vođen priključak od svitka na lamelu kolektora kolektor je obično zakrenut prema namotu, tako da lamela na koju je priključen svitak u neutralnoj zoni ne leži u simetrali između polova. Dakako da i četkice tad ne leže u toj simetrali, pa se tome ne treba čuditi. Četkice stvarno leže na onom mjestu kolektora koje je povezano sa svitkom u neutralnoj zoni

Struje paralelnih grana zbrajaju se na četkici, pa je struja četkice:

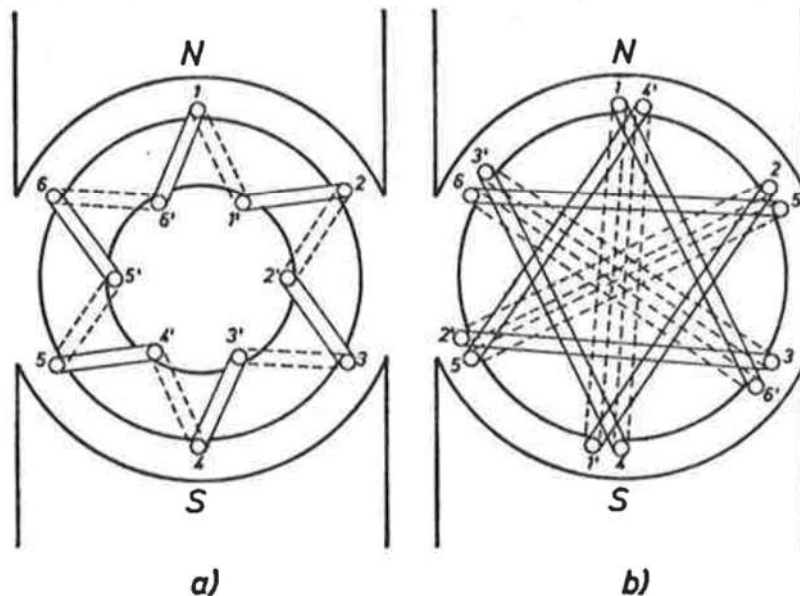
$$I_c = 2 I_{gr}. \quad (2)$$

Kod 2-polnog stroja to je ujedno i cijela struja koja izlazi ili ulazi na priključcima stroja — *struja armature*:

$$I_a = I_c = 2 I_{gr}.$$

4.4. Cilindrični rotor

▶▶▶ Slika 4.6.a sadrži vrlo pojednostavljen prstenasti namot. U vodičima na obodu 1, 2, 3 ... inducira se napon. Vodiči s unutrašnje strane prstena 1', 2', 3'... su mrtvi vodiči, u kojima se napon ne inducira i na koje ne djeluju sile, jer se nalaze izvan magnetskog polja.



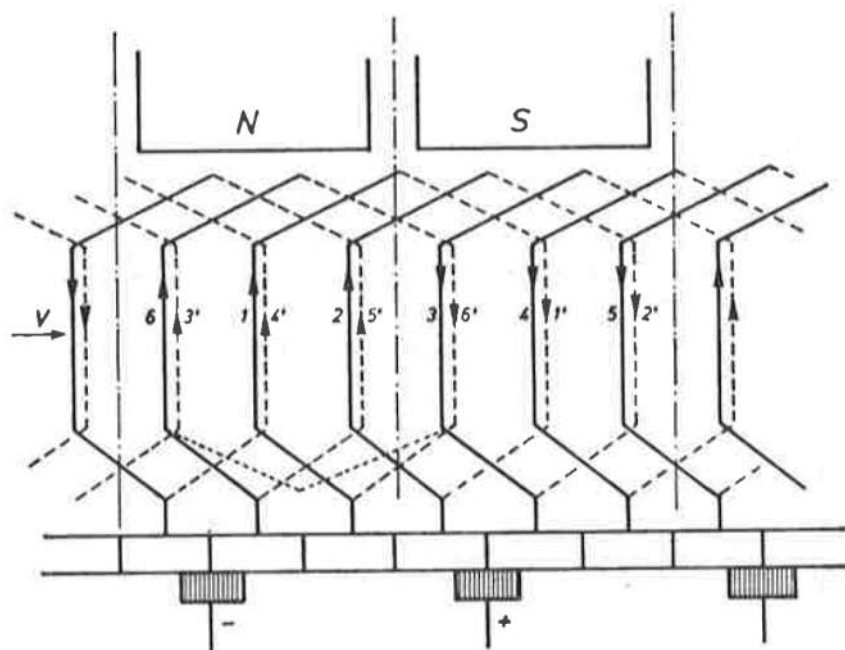
Sl. 4.6. Prstenasti (a) i cilindrični (b) namot

Zamislimo vodiče $1', 2', 3' \dots$ (sl. 4.6.b) povučene s unutrašnje strane prstena na vanjsku površinu, u položaj smješten dijametralno prema vodičima $1, 2, 3 \dots$. Tada će se u tim vodičima inducirati naponi, a budući da vodiči $1-1', 2-2', 3-3' \dots$ čine po jedan zavoj, njihovi se naponi zbrajaju. Posljednji vodič (u našem slučaju $6'$) nadovezuje se opet na prvi (1), pa je i taj namot zatvoreni namot, sa svim svojstvima prstenastog namota, samo što je broj aktivnih vodiča udvostručen.

Rotor pri tome ne valja izvesti kao prsten, već kao bubanj, što je jednostavnije, a posebno je mnogo jednostavnije namotati takov rotor, gdje se svici ne motaju oko jezgre prstena, već se polažu na površinu cilindra. Velika je prednost *cilindrične armature* pred prstenastom u tome što su *svi vodiči aktivni*.

Na slici 4.6.b vidimo, da na istom mjestu oboda treba smjestiti dva vodiča, ili, ako umjesto zavoja napravimo svuda svitak, dvije strane svitka. U jedan utor na obodu valja, dakle, smjestiti strane svitaka označene s 1 i $4'$, zatim u idući utor 2 i $5'$, pa 3 i $6'$, 4 i $1'$, 5 i $2'$, te 6 i $3'$. Te strane svitaka čine dva sloja u utoru, gornji sa stranama svitaka $1, 2, 3 \dots$, i donji sa $1', 2', 3' \dots$. To je tzv. *dvoslojni namot*. I gornji i donji sloj čine aktivni vodiči.

Isti namot prikazan je na drugi način na slici 4.7. Gornji sloj utora popunjen je vodičima ucrtanima punom crtom, a donji sloj vodičima ucrtanima crtkanom li-



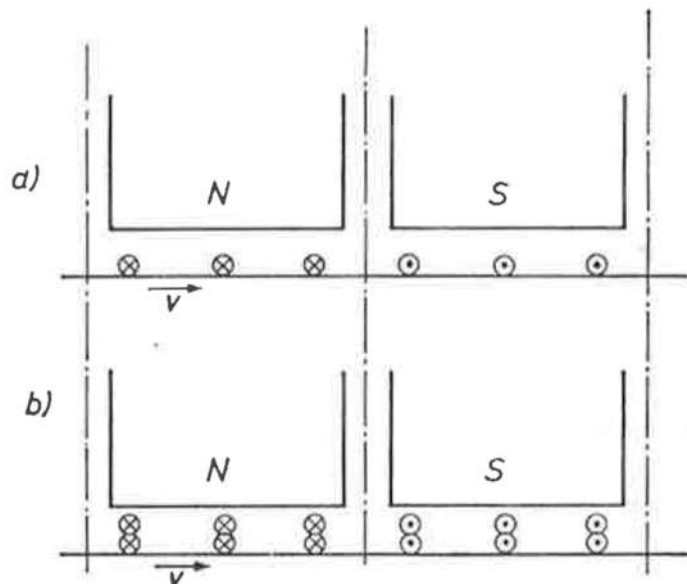
Sl. 4.7. Shema cilindričnog namota

nijom. Ako se za svaki vodič ucrtta smjer induciranog napona, može se pratiti zbrajanje napona uzduž zatvorenog namota, pa se vidi da namot i tu ima dvije paralelne grane, vidi se položaj u koji treba postaviti četkice na kolektor i kako taj položaj prostorno ne odgovara simetrali između polova, ali odgovara lameli kolektora na koju je priključen svitak kojeg stranice leže u neutralnoj zoni.

Umjesto jednog vodiča možemo na shemi prema slici 4.7. zamisliti u svakom utoru po jednu stranu svitka. Ucrtani priključci na lamele kolektora čine tada po-

četke i krajeve pojedinih svitaka. Kao primjer, označen je čeon dio na strani kolektora jednog od svitaka sa stranama 6 i 6'.

Napokon, isti slučaj sa tri utora po polu predložen je na slici 4.8. a za prstenasti namot, a na slici 4.8.b za cilindrični namot, u razvijenom presjeku. Broj aktivnih



Sl. 4.8. Vodiči (a) prstenastog i (b) cilindričnog namota u rasporu

vodiča na obodu kod cilindričnog namota je udvostručen, uz jednak ukupni broj vodiča. Očito je da je iskorištenje utrošenog materijala kod cilindrične armature bolje.

4.5. Zašto vanjski polovi

►► U opisanoj izvedbi stroja istosmjerne struje polovi miruju, a namot se vrti zajedno s kolektorom. Četkice koje kliču po kolektoru miruju u čvrstom položaju prema polovima (u neutralnoj zoni), a time i prema slici induciranih napona po obodu stroja. Iz toga izlazi da napon među četkicama mora biti uvijek istog smjera i veličine. Četkice s kolektorom služe kao *mehanički ispravljač* struja i napona armature ili kao mehanički izmjenjivač izvana dovedenih istosmjernih napona i struja

Napon u vodičima može se inducirati tako da se vodiči gibaju, a magnetsko polje miruje, ali i tako da vodiči miruju, a da se giba magnetsko polje. Mogli bismo, dakle, armaturu izvesti na statoru, a rotor izvesti s uzбудnim namotom, ili s permanentnim magnetima, tako da polje rotira prema vodičima. Razmotrimo bi li takva izvedba s unutrašnjim polovima i vanjskom armaturom imala kakve prednosti.

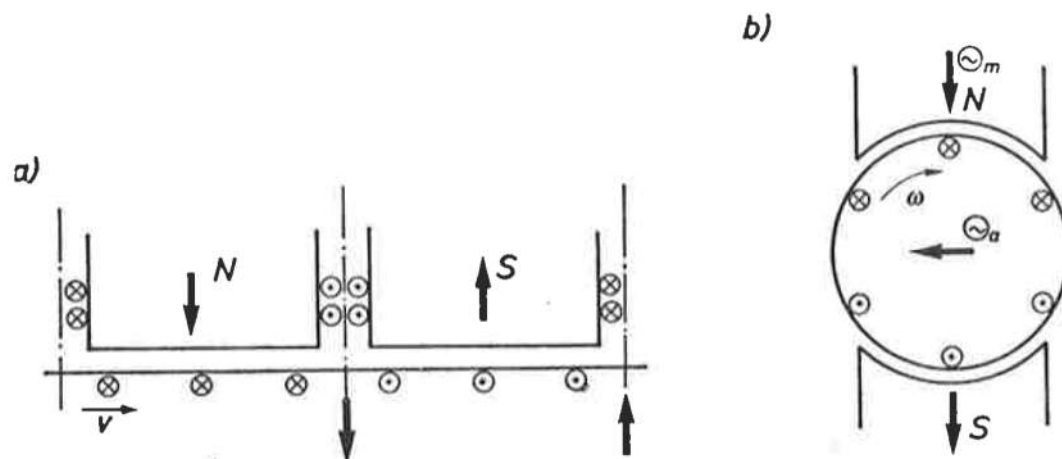
Namot armature u tom bi slučaju mirovao sa statorom, pa bi i njegovi izvodi na lamelama kolektora morali mirovati. Kolektor koji miruje zahtijevao bi da se četkice vrte zajedno s rotorom. To izaziva višestruku nepriliku. Na sistem četkica

djelovale bi pri rotaciji centrifugalne sile. S četkica koje rotiraju mogli bismo preneti struje i napone na vanjski strujni krug koji miruje samo tako da četkice priključimo na dva klizna koluta, s novim slogom četkica koje miruju. Ako stroj nije izveden s permanentnim magnetima, treba i uzбудnu struju dovoditi rotorskom namotu preko kliznih koluta i četkica. Sve u svemu, znatno zamršeniji, nepouzdaniji i skuplji sistem od onoga s uzbuđom na statoru i s armaturom koja rotira.

Ne treba se, dakle, čuditi što se *strojevi istosmjerne struje uvijek izvode s uzbuđom na statoru* i s armaturom s kolektorom na rotoru. Obrnuta izvedba susreće se sasvim izuzetno kod strojeva bez kolektora, s permanentnim magnetima na rotoru, uz upravljanje strujom u svicima armature pomoću poluvodičkih ventila.

4.6. Strujni oblog i protjecanje armature

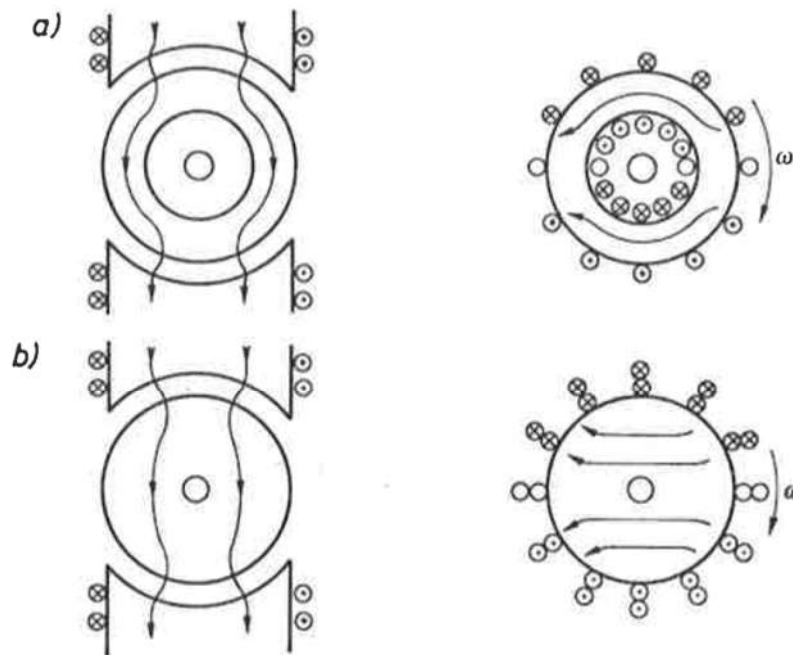
▶▶▶ Na polovima istosmjernog stroja nalazi se uzbudni namot koji svojim protjecanjem djeluje na N-pol u jednom smjeru, a na S-pol u suprotnom smjeru (sl. 4.9.a). Os magnetskog polja koje bi to protjecanje proizvelo označena je strelicom. To je uzbudno protjecanje Θ_{uzb} , a os mu se poklapa s osi polova.



Sl. 4.9. Raspored i magnetsko djelovanje struja: a) razvijeni prikaz, b) prikaz u presjeku

Kad u vodičima armature poteče struja, ona je uvijek jednog smjera pod N-polom, a suprotnog je smjera pod S-polom, kako god se rotor vrtio. Posljedica je rotacije samo ta da drugi vodič stupa na umjesto prethodnoga, no struja je na određenom mjestu oboda uvijek ista. Obod stroja je, kažemo, obložen strujom, pa tu linearnu gustoću struje po obodu nazivamo strujnim oblogom koji se izražava u A/m. Na slici 4.9.b vidi se da strujni oblog armature djeluje jednako kao zamišljeni svitak kojem je os u simetrali između polova, tj. u simetrali četkica. Taj svitak svojim protjecanjem stvara polje u *poprečnom* smjeru, za razliku od *uzdužnog* smjera osi polova. To poprečno protjecanje nazivamo protjecanjem armature Θ_a . Budući da je os tog protjecanja usmjerena prema dijelu zračnog rasporeda gdje nema polova, pa je put u zraku dug, to protjecanje neće stvoriti polje magnetske indukcije ni izdaleka onoliko koliko ga stvara uzbudno protjecanje ispod polova, ali to nepoželjno poprečno polje ipak uzrokuje određene teškoće.

Na slici 4.10.a vide se putovi silnica uzdužnog toka i poprečnog toka kod prstenaste armature. Jednako se tako se na slici 4.10.b zapaža put silnica uzdužnog i poprečnog toka kod cilindrične armature. Osim što silnice slijede put kroz željezo, obje se slike bitno ne razlikuju.



Sl. 4. 10. Magnetsko djelovanje uzbude i struje armature kod a) prstenastog i b) cilindričnog namota

4.7. Višepolni stroj

▶▶▶ Razmatranja o magnetskom krugu pokazala su, da se stroj može izvesti i s više od jednog para polova. Raspodjela polja u rasporu je periodička, i jedan par polova odgovara jednoj periodi. Za svaki daljnji par polova slika se ponavlja.

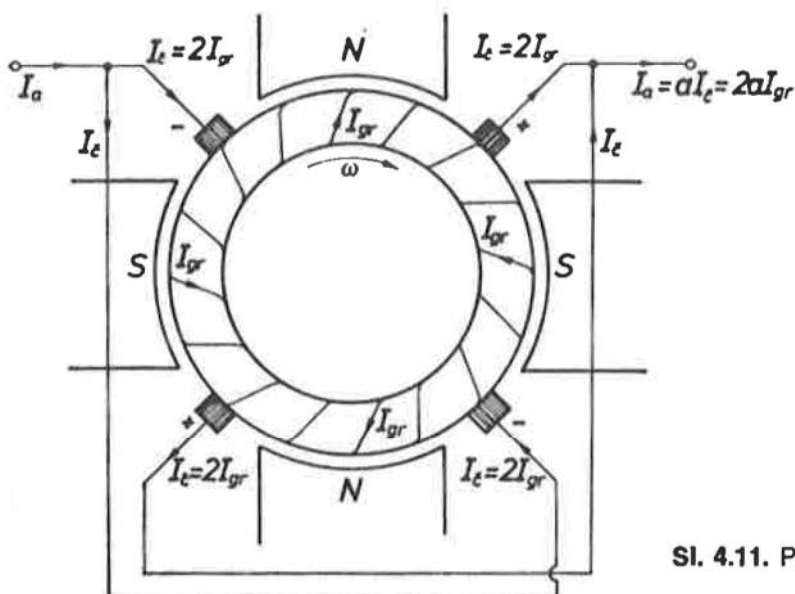
Zbog toga se višepolni stroj često shematski prikazuje sa samo jednim parom polova koji zauzima cijelu periodu, tj. puni kut od 360° . Puni opseg stroja je p punih perioda ili kut $p \cdot 360^\circ$. Geometrijski kut koji zauzima opseg stroja iznosi 360° , pa jedan par polova zauzima geometrijski kut $360/p$. Svaki kut u 2-polnom prikazu je p -puta veći od stvarnoga geometrijskog kuta na obodu stroja s p pari polova. Ako stvarne kutove nazovemo *geometrijskim* kutovima, a odgovarajuće kutove u 2-polnom prikazu *električnim* kutovima (gdje je jedan par polova prikazan kao puna perioda od 360°), vrijedi odnos:

$$\alpha_{el} = p \alpha_{geom} \quad (1)$$

Ako smo za jedan par polova izračunali obodnu silu F_1 i moment M_1 , ne treba zaboraviti da će svaki idući par polova pridonijeti jednako toliko, pa će ukupna sila ukupni moment biti:

$$F = p F_1, \quad M = p M_1. \quad (2)$$

Da bismo vidjeli ostale odnose u namotu višepolnog stroja, nacrtajmo punu shemu 4-polnog stroja ($p = 2$), zbog preglednosti s prstenastim namotom. Na slici 4.11. vidimo da se namot rastavlja na četiri paralelne grane. Općenito, s p pari



Sl. 4.11. Paralelne grane kod višepolnog stroja

polova dobili bismo, uz takav način namatanja, p pari paralelnih grana. Označimo s I_{gr} struju u jednoj grani i pogledajmo kolika je ukupna struja armature. Stroj s $2p$ polova imat će po obodu na $2p$ mjesta razmještene četkice. Svaka četkica odvođi ili dovodi struju za dvije grane, pa je:

$$I_c = 2 I_{gr}.$$

Ukupno a pari paralelnih grana daje a četkica (+) i a četkica (−). Kad spojimo četkice (+) zajedno i četkice (−) zajedno, dobivamo ukupnu struju:

$$I_a = a I_c = 2 a I_{gr}. \quad (3)$$

Struje svih $2a$ paralelnih grana zbrajaju se u ukupnu struju armature. Napon između četkica (+) i (−) jednak je naponu jedne grane:

$$U = U_{gr}.$$

Valja spomenuti da ima i drugih načina namatanja, gdje ne vrijedi pravilo:

$$a = p,$$

koje je očito važno za namatanje prihvaćeno u našim razmatranjima. Tako namatanje pri kojem ne spajamo kraj jednog svitka s početkom idućeg svitka, već s početkom svitka koji je još za dvostruki polni korak dalje, daje nam jednu granu ispod

svih N-polova i drugu ispod svih S-polova, a ne po jednu granu ispod svakog pola. Tu, dakle, dobivamo, bez obzira na broj pari polova p :

$$a = 1.$$

Ima i drugih mogućnosti formiranja namota, kod kojih izlazi:

$$a \neq p,$$

no najčešće su dvije mogućnosti:

$$a = p,$$

$$a = 1.$$

4. Zadaci

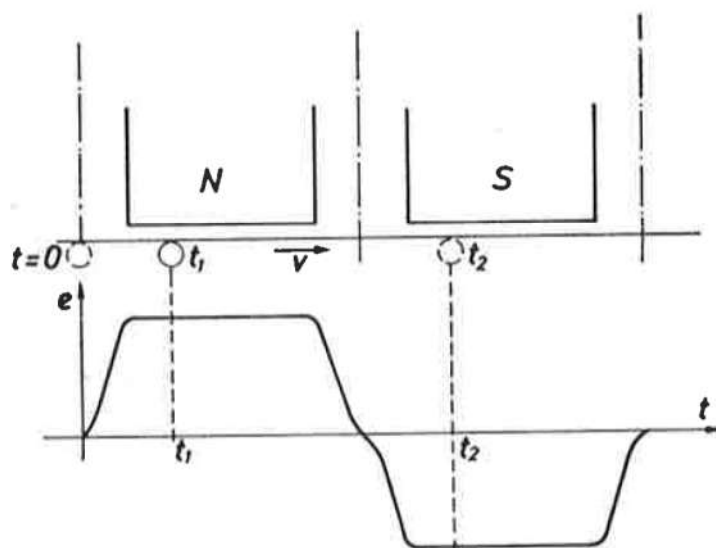


1. Namot istosmjernog stroja izveden je kao dvoslojni, s jednom stranom svitka u gornjem, i s jednom u donjem dijelu utora. Smješten je na rotoru sa 81 utorom. Koliko svitaka ima na rotoru i koliko lamela ima kolektor tog stroja?
[81; 81]
2. Prstenasti rotor sa 800 zavoja daje napon od 440 V. Koliki bismo napon dobili pri istoj brzini vrtnje i istoj uzbudi, kad bismo rotor namotali istim brojem zavoja kao cilindrični?
[880 V]
3. Armatura istosmjernog stroja ima $a = 3$ para paralelnih grana. Napon po grani je 250 V, a dopuštena struja jedne grane 40 A. Kolik je: a) napon; b) struja; c) snaga na stezaljkama stroja?
[a) 250 V; b) 240 A; c) 60 kW]
4. Sila na vodiče pod jednim polom istosmjernog stroja promjera u rasporu $D = 40$ cm s $p = 2$ para polova iznosi 70 N. Kolik je razvijeni moment na osovini?
[56 Nm]
5. Na prstenastom rotoru 4-polnog stroja četkice su postavljene pod sredinom polova. Koliki će se napon pojaviti na četkicama ako je zbroj napona svih vodiča 440 V? Za koji (geometrijski) kut treba pomaknuti nosač četkica da bismo dobili maksimalni mogući napon? Kolik je taj napon?
[0 V; 45°; 110 V]
6. U kojem smjeru s obzirom na os pola djeluje: a) protjecanje uzbude; b) protjecanje armature?
[a) u osi; b) okomito na os pola]

5. Model stroja za izmjenične napone i struje

5.1. Izmjenični napon iz prstenastog rotora

►► U svakom vodiču prstenastog namota inducira se izmjenični napon. Prema slici 5.1. svakom položaju vodiča na obodu odgovara vrijeme koje je proteklo da



Sl. 5.1. Napon u vodiču prstenastog namota

vodič dođe iz početnog položaja ($t = 0$) u položaj $t = t_1$. Indukcija u rasporu odgovara tom položaju, pa je i inducirani napon određen položajem, odnosno vremenom t potrebnim da vodič dođe do tog položaja. Krivulja raspodjele indukcije po obodu, $B = f(x)$, može se, dakle, jednostavno preslikati u krivulju $e = f(t)$ tako da svakoj indukciji pripišemo napon:

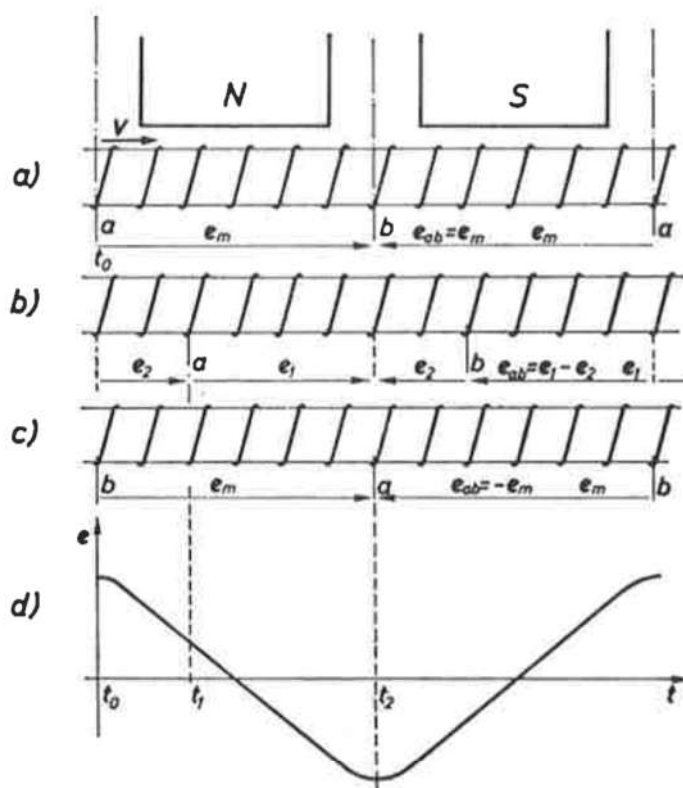
$$e = v B l,$$

a svakom položaju x vrijeme:

$$t = x/v.$$

Takvi naponi pojedinih vodiča zbrajali su se u uvijek jednak napon grane između čvrstih točaka u prostoru, postavljenih u simetralu među polovima.

Promatramo li napon ne između čvrstih točaka u prostoru, nego između čvrstih točaka na namotu a—b koje rotiraju zajedno s namotom, dobit ćemo prema slici 5.2. puni napon grane kad se točke a i b nalaze u neutralnoj zoni (sl. 5.2.a). Nešto



Sl. 5.2. Izmjenični napon između dvaju čvrstih otcjepa u prstenastom namotu: a) položaj maksimalnog pozitivnog napona, b) međupoložaj, c) položaj maksimalnog negativnog napona, d) ovisnost napona o položaju

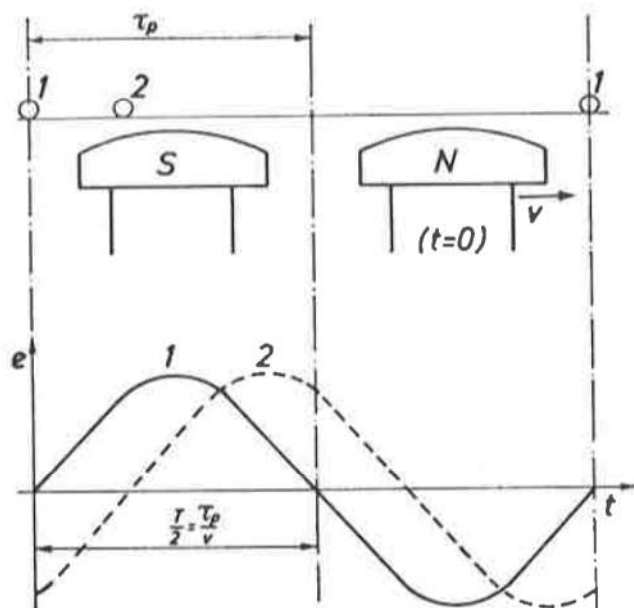
nakon toga točke a i b pomakle su se s cijelim namotom rotora, pa je napon među njima jednak razlici napona između točke a i neutralne zone i napona između točke b i iste neutralne zone (sl. 5.2b). Kad točke a i b dospiju svaka pod sredinu svog pola, napon među njima bit će nula. Kad se namot zakrene za jedan polni korak (sl. 5.2.c), napon od a do b promijenit će predznak. Tako je napon e_{ab} prošao sve vrijednosti od $e_{ab} = e_m$, preko $e_{ab} = 0$ do $e_{ab} = -e_m$, i počinje se vraćati prema pozitivnim vrijednostima. Na slici 5.2.d vidimo kako se mijenja napon između dva čvrsta otcjepa na prstenastom namotu pri rotaciji ispod polova statora, pa je očito da dobivamo *izmjenični napon*.

Da bismo taj izmjenični napon i njegove struje mogli dovesti do potrošača, potrebno je namot priključiti na *klizne kolute* s četkicama za vanjske dovode. Da bismo to izbjegli, tu je očito na mjestu da *zamijenimo ulogu statora i rotora* i da postavimo vodiče armature na stator koji miruje, gdje ih možemo izravno spojiti s vanjskim krugom, a magnetske polove i uzbudni namot na rotor.

5.2. Izmjenični napon iz statorskog namota

▶▶▶ Uz polne nastavke tako prilagođenog oblika da nastaje približno sinusna raspodjela indukcije ispod pola, dobivamo i krivulju induciranog napona u vodiču

približno *sinusnog oblika* (sl. 5.3). Poluperioda tog napona je ono vrijeme u kojem se rotor pomakne za jedan polni korak τ_p :



Sl. 5.3. Sinusni napon u vodičima statorskog namota

$$T/2 = \tau_p/v.$$

U dva vodiča smještena na različitim mjestima oboda 1 i 2 inducirat će se jednaki naponi, samo što će napon u vodiču 2 *zaostajati u fazi* za naponom u vodiču 1 onoliko koliko treba polu rotora da prevali razmak od 1 do 2.

Ako dva vodiča razmaknuta za polni korak τ_p spajamo u zavoj, napon će zavoja biti (sl. 5.4):

$$e_{ab} = e_1 - e_1'.$$

Napon e_1' u drugom vodiču pomaknut je u fazi za polovicu periode prema naponu u prvom vodiču e_1 , pa je njihova razlika zapravo zbroj apsolutnih iznosa. Napon zavoja s korakom τ_p jednak je dvostrukom naponu vodiča 1, kao što se vidi na slici 5.4.

Na toj slici, kao i na mnogim daljnjim slikama, magnetski su polovi ucrtani shematski kao da je raspор konstantan, ali se smatra da je oblik polja indukcije u raspору sinusan.

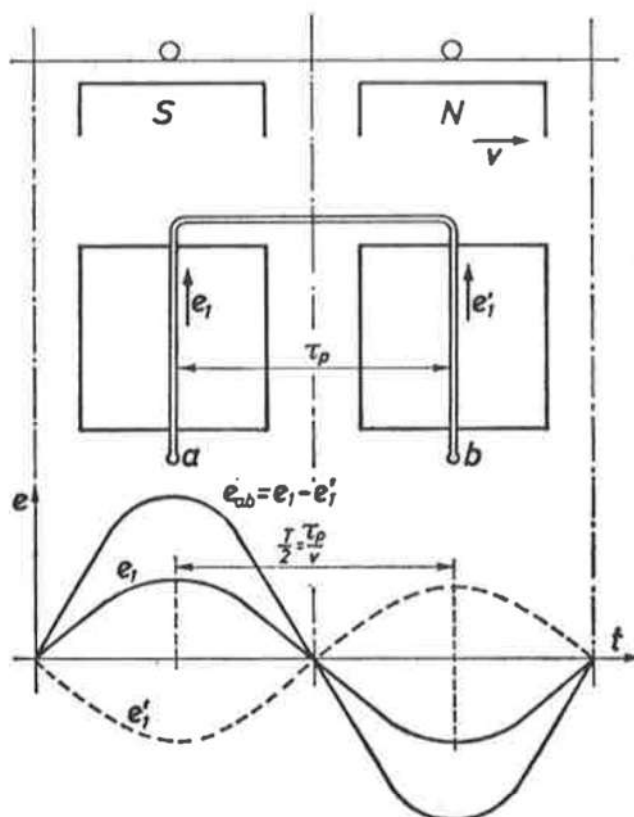
Prikažimo na primjeru triju dijametralnih svitaka kako se zbrajaju sinusni naponi svitaka spojenih u seriju.

Sinusno promjenljivi naponi, struje i druge veličine prikazuju se ovisno o vremenu t . Argument trigonometrijske funkcije je kut, a ne vrijeme. Varijablu t treba dakle, množiti takvom konstantom k da vrijednost $kt = \alpha$ bude kut. Dimenzija te konstante očito je s^{-1} . Mjerimo li kut u radijanima, i označimo trajanje jedne periode sinusno promjenljive veličine s T , odnos kuta α i pripadnog vremena t mora biti jednak odnosu punog kuta 2π i vremena T :

$$\alpha : t = 2\pi : T$$

pa je:

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} t = k t.$$



Sl. 5.4. Napon jednog zavoja

Konstanta kojom valja množiti vrijeme t naziva se kružnom frekvencijom i označava se sa ω :

$$k = \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Recipročna vrijednost trajanja jedne periode jednaka je broju perioda u sekundi, a to je frekvencija:

$$f = \frac{1}{T},$$

odakle vrijedi:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

Kut koji označava argument sinusno promjenljive veličine, »električni kut«, jednak je:

$$\alpha = \omega t.$$

Kod stroja s dva pola taj je kut identičan geometrijskom kutu relativnog zakreta između vodiča i polova. Kod stroja s više od jednog para polova puna perioda odgovara zakretu za jedan par polova, a to je samo $1/2$, $1/3$... općenito $1/p$ punog okreta.

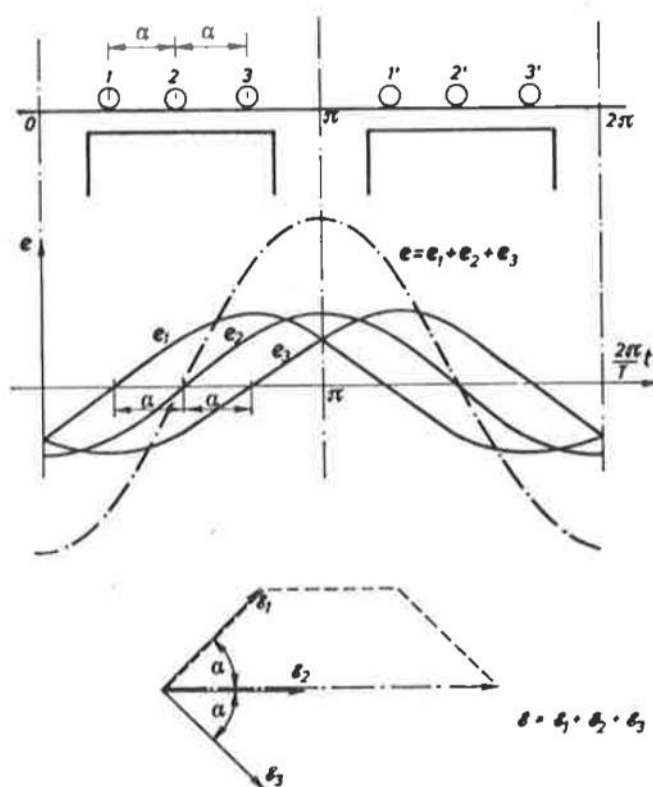
Kod grafičkog prikazivanja može se kao varijabla upotrijebiti vrijeme t , ili električni kut ωt . U prvom slučaju ako počnemo s $t = 0$, protekloj poluperiodi odgovarat će vrijeme $t = T/2$, punoj periodi $t = T$ itd. U drugom slučaju počinjemo sa $\omega t = 0$, pa poluperiodu označava na apscisnoj osi $\omega t = \pi$, punu periodu $\omega t = 2\pi$ itd.

Neka je u 2-polnom prikazu električni kut između susjednih svitaka jednak α , a vrijeme potrebno da se rotor zakrene za dvostruki polni korak (jednako trajanju pune periode) neka je T . Vrijeme koje odgovara kutu α iznosi tad :

$$t_\alpha = \alpha T / 2\pi,$$

pa sinusoide napona e_1, e_2, e_3 treba prikazati pomaknute u fazi za to vrijeme t_α ako ih prikazujemo ovisno o vremenu t , odnosno za kut α ako ih prikazujemo ovisno o kutu ωt . Sve tri sinusoide zbrojene točku po točku daju resultantnu sinusoidu:

$$e = e_1 + e_2 + e_3.$$



Sl. 5.5. Zbrajanje napona vodiča iz različitih utora

Mnogo je kraće i jednostavnije da inducirane napone prikažemo odgovarajućim simboličkim vektorima, ili fazorima:

$$\mathbf{E}_1 = E_1$$

$$\mathbf{E}_2 = E_2 - \alpha^\circ$$

$$\mathbf{E}_3 = E_3 - 2 \alpha^\circ.$$

Te fazore možemo vektorski zbrojiti, pa dobivamo *rezultantni sinusni napon*, koji je uvijek manji od algebarske sume svih napona (sl. 5.5). Ako imamo grupu od q svitaka, bit će:

$$|\mathbf{E}_z| = |\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \dots + \mathbf{E}_q| < E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_q \quad (1)$$

Kad je po obodu stroja s p pari polova jednoliko raspodijeljeno ukupno N utora, električni kut α između dva susjedna utora bit će:

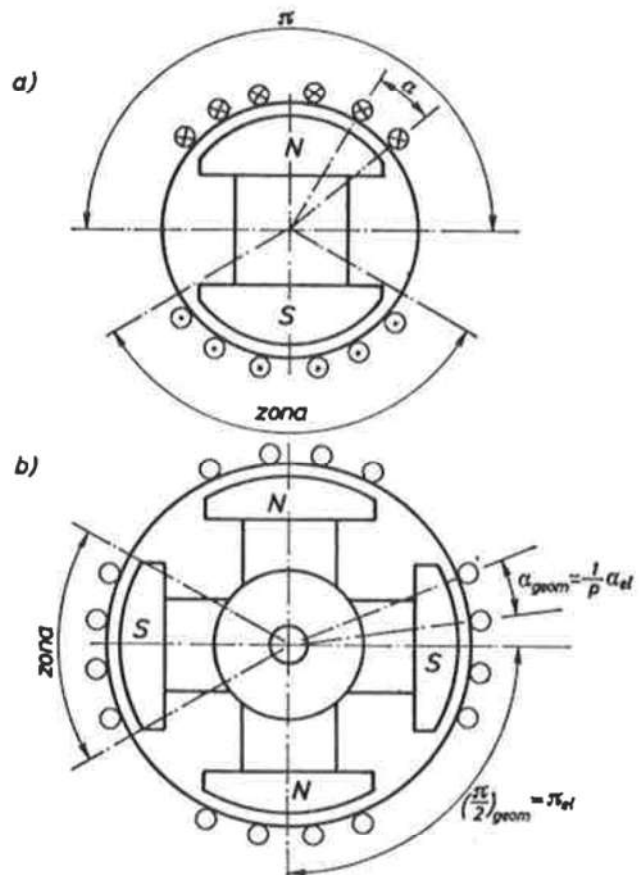
$$\alpha = 2 \pi p / N.$$

Taj isti kut slijedi i iz razmaka τ_u između simetrala susjednih utora (*utorski korak*) i razmaka između simetrala polova (*polni korak*):

$$\alpha = \tau_u \pi / \tau_p.$$

5.3. Zonski namotni faktor

►►► Neka je statorski namot smješten u utorima prema slici 5.6. Na toj slici i daljnjim slikama ucrtani su samo utori u kojima se nalaze vodiči. »Prazni utori«



Sl. 5.6. Geometrijski i električki kut kod:
a) dvopolnog, b) četveropolnog stroja

između njih izostavljeni su. Učrtani kružići predstavljaju, dakle, vodiče ili skupine vodiča iz istog utora.

Uzmimo za početak da je u svaki utor smješten samo jedan vodič. Geometrijski kut između utora neka bude α_{geom} . Kod 2-polnog stroja to je ujedno i električni kut između utora α (sl. 5.6.a). Kod stroja s p pari polova geometrijski, kut α_{geom} je električni kut (sl. 5.6.b) α :

$$\alpha = \alpha_{geom} \cdot p.$$

Napone svih u seriju spojenih vodiča možemo zbrojiti bilo kojim redoslijedom — rezultat je uvijek jednak. Odaberimo npr. takav redoslijed da prvo zbrojimo napone svih vodiča koji leže pod jednim polom. Ako na obodu ima ukupno N utora, onda na jedan pol otpada:

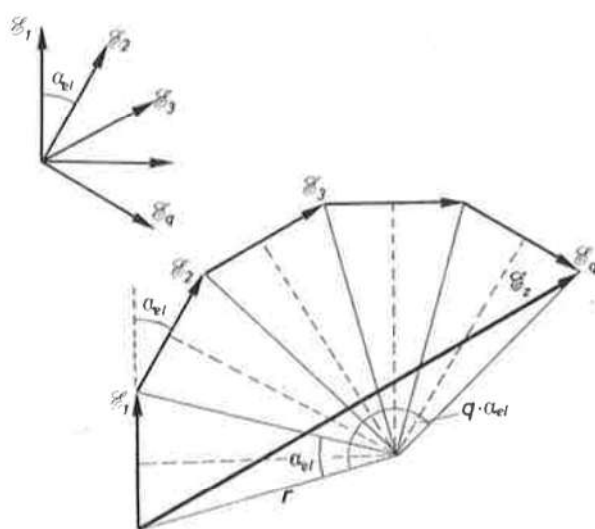
$$N_p = N/2p$$

utora, no od toga raspoloživog broja utora po polu namata se samo jedan dio, koji ćemo označiti s q utora, a preostali utori ostaju prazni. Tih q namotanih utora pod jednim polom nazivamo jednom *zonom* namatanja. Budući da jedan pol sa svojih $N/2p$ utora čini električni kut π , to je električni kut između susjednih utora:

$$\alpha = \frac{\pi}{N/2p} = 2p\pi/N. \quad (1)$$

Naponi u pojedinim utorima jedne zone i pripadajući fazori bit će:

$e_1 = E_1 \sin \omega t$	fazor: $\mathbf{E}_1 = E_1 \underline{0^\circ}$
$e_2 = E_1 \sin (\omega t - \alpha)$	$\mathbf{E}_2 = E_1 \underline{-\alpha^\circ}$
$e_3 = E_1 \sin (\omega t - 2\alpha)$	$\mathbf{E}_3 = E_1 \underline{-2\alpha^\circ}$
.....	
$e_q = E_1 \sin [\omega t - (q - 1) \alpha]$	$\mathbf{E}_q = E_1 \underline{-(q - 1) \alpha^\circ}$



Sl. 5.7. Zonski namotni faktor

Na slici 5.7. prikazano je kako se fazori napona u pojedinim utorima zbrajaju u ukupni napon zone E_z . Ako sve fazore nadovežemo jedan na drugi i opišemo kružnicu kojoj je polumjer r , bit će:

$$E_1/2 = r \sin (\alpha/2),$$

a budući da je središnji kut za cijeli napon zone $q \alpha$, vrijedi:

$$E_z/2 = r \sin (q \alpha/2).$$

Algebarska suma svih napona u zoni je $q E_1$, a stvarna, vektorska suma iznosi:

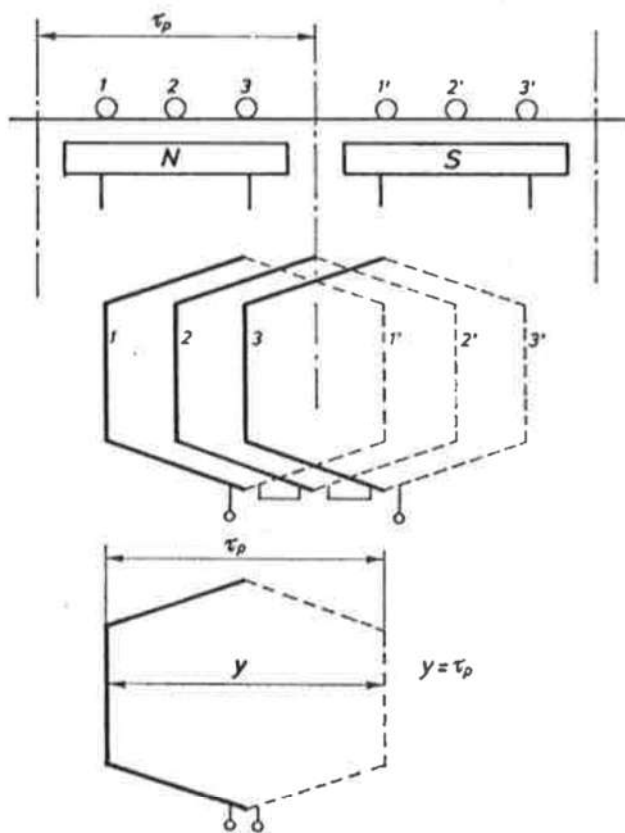
$$E_z = q E_1 f_z. \quad (2)$$

Faktor f_z nazivamo *zonskim namotnim faktorom*. On je omjer *stvarnog napona* jedne zone i *algebarske sume* napona svih utora u zoni. Prema prethodnim izlaganjima možemo ga računati ovako:

$$f_z = E_z/q E_1 = \frac{\sin (q \alpha/2)}{q \sin (\alpha/2)} = \frac{\sin (q p \pi/N)}{q \sin (p \pi/N)}. \quad (3)$$

5.4. Skraćeni svici

►►► Svici mogu biti *dijametralni*, kao na slici 5.8. To znači da je razmak od jedne do druge strane istog svitka jednak polnom koraku τ_p , ili da je električni kut između obiju strana svitka, npr 1 i 1', jednak π .



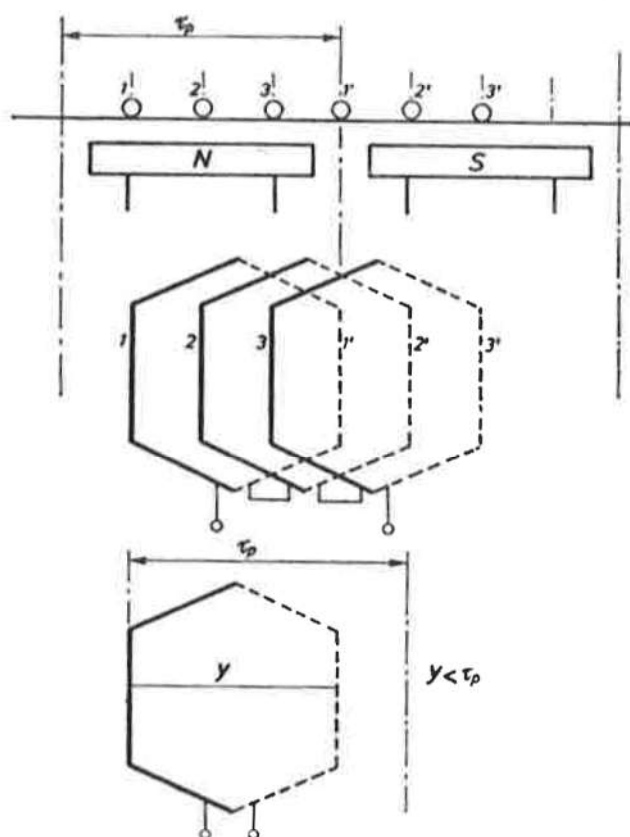
Sl. 5.8. Dijametralni svici

Kod 2-polnog stroja strane su takva svitka smještene u utorima koji leže na istom dijametru — odatle i naziv dijametralni svici. Kod stroja s više od jednog para polova strane dijametralnog svitka leže na istom dijametru u 2-polnom prikazu gdje se vidi samo 1 par polova u punom kutu 2π .

Razmak od jedne do druge strane svitka nazivamo *širinom svitka* y , i iskazujemo ga obično brojem utora. Ako jednako tako i polni korak izrazimo brojem utora, za dijametralni svitak vrijedi:

$$y = \tau_p.$$

Često se izvode *skraćeni svici* u kojih je širina svitka manja od polnog koraka (sl. 5.9):



Sl. 5.9. Skraćeni svici

$$y < \tau_p. \quad (1)$$

Odnos širine svitka i polnog koraka nazivamo *skraćanjem* ili *prikratom* svitka:

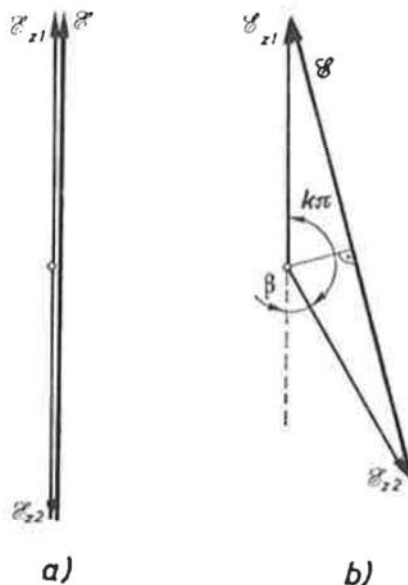
$$k = y/\tau_p. \quad (2)$$

Obično se umjesto širine svitka iskazuje *korak namatanja*, i to tako da se uzme redni broj utora u koji je smještena jedna strana svitka i onaj u koji je smještena druga strana svitka. Tako podatak o koraku namatanja 1—11 znači da je širina svitka deset utorskih koraka. Ako je npr. pri tome polni korak $\tau_p = 12$ utorskih koraka, onda je prikrate jednaka 10/12 (tako se, bez kraćenja, i iskazuje).

Skraćenjem svitaka postiže se ušteda u duljini glava namota i njihov lakši smještaj. No, što je još važnije, skraćenjem se može popraviti oblik krivulje napona kako bi on bio što bliži sinusnome.

5.5. Tetivni i ukupni namotni faktor

▶▶▶ Kod dijametralnog svitka napon njegove druge strane pomaknut je u fazi prema naponu prve strane za kut π . Kad te dvije strane spojimo, ukupni napon jednak je razlici napona obiju strana, a to je u ovom slučaju jednako dvostrukom naponu jedne strane (sl. 5.10.a).



Sl. 5.10. Tetivni namotni faktor: a) dijametralni svici, b) skraćeni svici

Vidjeli smo kako se iz napona pojedinih strana svitaka računa napon jedne zone. Suprotne strane tih istih svitaka čine drugu zonu, pod drugim polom. Ako je napon druge strane svakog svitka pomaknut za kut π prema naponu prve strane, onda i zbroj napona drugih strana mora biti pomaknut prema zbroju napona prvih strana za taj isti kut. Napon druge zone zakrenut je za kut π prema naponu prve zone, i njihova je razlika — kod dijametralnih svitaka — jednaka dvostrukom naponu zone:

$$E = 2 E_z.$$

U skraćenom svitku napon njegove druge strane zaostaje za naponom prve strane za kut:

$$k \pi = \frac{y}{\tau_p} \pi.$$

To vrijedi za svaki svitak u zoni, pa će, prema tome, i ukupni napon druge zone zaostajati za naponom prve zone za taj isti kut (sl. 5.10.b).

Ukupni napon E dobiva se tada kao vektorska razlika napona obiju zona E_{z1} i E_{z2} . Iznos tog napona izračunava se prema slici 5.10.b kao:

$$E = 2 E_z \sin (k \pi / 2).$$

Odnos toga *ukupnog napona* i *zbroja iznosa zonskih napona* nazivamo *tetivnim namotnim faktorom*.

$$f_t = E/2 E_z = \sin \frac{y}{\tau_p} \frac{\pi}{2}. \quad (1)$$

Tetivni namotni faktor pokazuje omjer u kojemu se smanjio zbroj zonskih napona zato što strane svitka u 2-polnom prikazu ne leže na dijametru, već na tetivi kružnice.

Ukupni napon izračunava se tada tako da algebarski zbrojimo iznose napona svih vodiča u obje zone i rezultat pomnožimo zonskim i tetivnim namotnim faktorom, ili jednostavno *namotnim faktorom*:

$$f_n = f_z f_t. \quad (2)$$

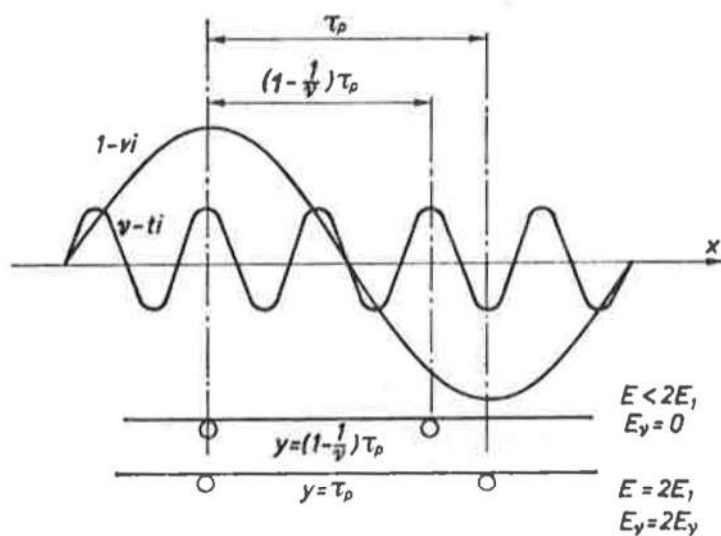
Iz definicije zonskog faktora izlazi naime:

$$E_z = q E_1 f_z,$$

a iz definicije tetivnog faktora:

$$E = 2 E_z f_t = 2 q E_1 f_z f_t = \Sigma E_1 \cdot f_n. \quad (3)$$

Namotni faktor obuhvaća utjecaj geometrije namota na inducirani napon. Kad smo odredili namotni faktor, ostaje samo da algebarski zbrojimo napone svih vodiča i zbroj pomnožimo namotnim faktorom. To vrijedi i za strojeve s više pari polova. Za svaki par polova slika se ponavlja, pa ono što smo izračunali za jedan par polova vrijedi i za svaki slijedeći. Treba samo pripaziti kako je namot spojen jer dijelovi namota različitih pari polova, čak različitih polova, mogu biti spojeni u seriju, ali i paralelno.



Sl. 5.11. Eliminacija viših harmoničkih članova napona skraćivanjem

►► Na koji način skraćenje svitaka popravlja oblik krivulje induciranog napona, vidi se na slici 5.11. Krivulja napona koji nije sinusan može se prema Fourieru rastaviti na harmoničke članove. Na slici je prikazan osnovni harmonički član i jedan od viših harmoničkih članova, općenito reda ν (u prikazanom slučaju je $\nu = 5$). Ta krivulja ujedno predoduje raspodjelu indukcije B u rasporu, pa je možemo nacrtati kao krivulju raspodjele s poluperiodom iznad polnog koraka τ_p za osnovni harmonički član. Član reda ν ima ν puta kraću poluperiodu, tj. τ_p/ν . To znači da u raspodjeli indukcije unutar jedne poluperiode osnovnoga harmoničkog člana ima ν poluperioda ν -toga harmoničkog člana.

Dijametralni svitak koji jednom stranom leži na mjestu maksimalne indukcije osnovnog člana, leži drugom stranom na mjestu maksimalne indukcije suprotnog predznaka. To vrijedi i za svaki harmonički član, pa ako osnovni član indukcije inducira u strani svitka napon E_1 , a član reda ν napon $E_{\nu 1}$, bit će ukupni napon u svitku:

$$\text{od osnovnog člana } E = 2 E_1;$$

$$\text{od } \nu\text{-tog člana } E_{\nu} = 2 E_{\nu 1}.$$

Skratimo tada svitak na $y = (1 - 1/\nu) \tau_p$. Na slici 5.11. vidimo da je indukcija osnovnoga harmoničkog člana na mjestu druge strane svitka nešto manja od maksimalne pa će pripadni napon obiju strana biti:

$$E < 2 E_1.$$

Međutim, indukcija ν -toga harmoničkog člana bit će na mjestu druge strane svitka maksimalna, ali istog predznaka, pa će ukupni napon svitka, kao razlika napona obiju strana, biti:

$$E_{\nu} = 0.$$

Time smo, na račun malog smanjenja napona osnovnoga harmoničkog člana (tektivni namotni faktor!), potpuno eliminirali član napona reda ν .

Ako je raspodjela indukcije takva da se u strani svitka inducira osnovni harmonički član E , 3-ći E_3 , 5-ti E_5 ... ν -ti E_{ν} , onda će napon cijelog svitka biti:

kod prikrate $y/\tau_p =$	1	2/3	4/5	6/7
$\nu = 1$	$2 E \times 1$	0,87	0,95	0,97
$\nu = 3$	$2 E_3 \times 1$	0	0,59	0,78
$\nu = 5$	$2 E_5 \times 1$	0,87	0	0,43
$\nu = 7$	$2 E_7 \times 1$	0,87	0,59	0

Ti primjeri pokazuju kako se svaki harmonički član može eliminirati izborom odgovarajuće prikrate i kako se time smanjuju i ostali harmonički članovi, a najmanje osnovni harmonički član, što nam upravo odgovara.

5.6. Inducirani napon u namotu

►►► U dosadašnjem razmatranju uzeli smo da se svaki zavoj sastoji od samo dva vodiča i da je u svakom utoru bio samo jedan vodič. Proširimo to razmatranje i

pretpostavimo da svitak ima više zavoja i da u svakom utoru leži z_1 vodiča. Uzmimo, zasad, da su svi ti vodiči spojeni u seriju. Neka je napon koji se inducira u jednom vodiču E_1 i neka u namotanoj zoni po svakom polu bude q utora. Napon po jednom paru polova bit će:

$$E_p = 2 q z_1 E_1 f_n,$$

a za svih p pari polova, uz sve vodiče spojene u seriju:

$$E = 2 q p z_1 E_1 f_n.$$

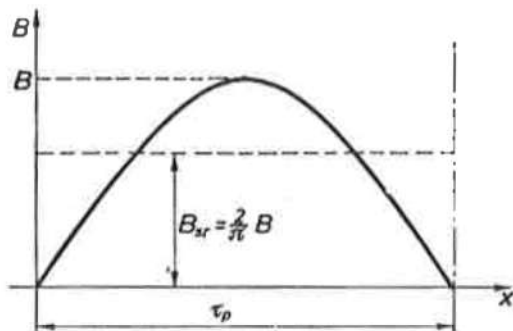
Umjesto broja vodiča po utoru z_1 uvedimo ukupni broj vodiča spojenih u seriju z , odnosno ukupni broj zavoja $w = z/2$:

$$z = 2 q p z_1$$

$$w = q p z_1$$

$$E = 2 w E_1 f_n.$$

Napon jednog vodiča izračunavamo iz magnetske indukcije B i brzine gibanja v . Kad je riječ o indukciji, ili o magnetskom toku ili protjecanju, uvijek se misli na *maksimalnu vrijednost*. Tako i kod sinusno raspoređene indukcije određenog iznosa B taj iznos uvijek znači maksimalnu vrijednost sinusne raspodjele. Za izmjenične napone i struje, ako nije ništa posebno napomenuto, ti iznosi uvijek znače *efektivne vrijednosti*, dakle kod sinusnog oblika maksimalni iznos podijeljen s $\sqrt{2}$.



Sl. 5.12. Srednja vrijednost sinusno raspodijeljene indukcije

Na slici 5.12. sinusno je raspodijeljena indukcija u rasporu B . Napon koji se u takvu polju indukcije u jednom vodiču inducira bit će:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} v B l. \quad (1)$$

Izrazimo indukciju B tokom jednog pola Φ :

$$\Phi = \tau_p l B_{sr} = \tau_p l \frac{2}{\pi} B. \quad (2)$$

Uz $\tau_p = D \pi/2$ p to daje:

$$B = p \Phi / D l.$$

Obodnu brzinu v izrazimo brzinom vrtnje n :

$$v = D \pi n / 60. \quad (3)$$

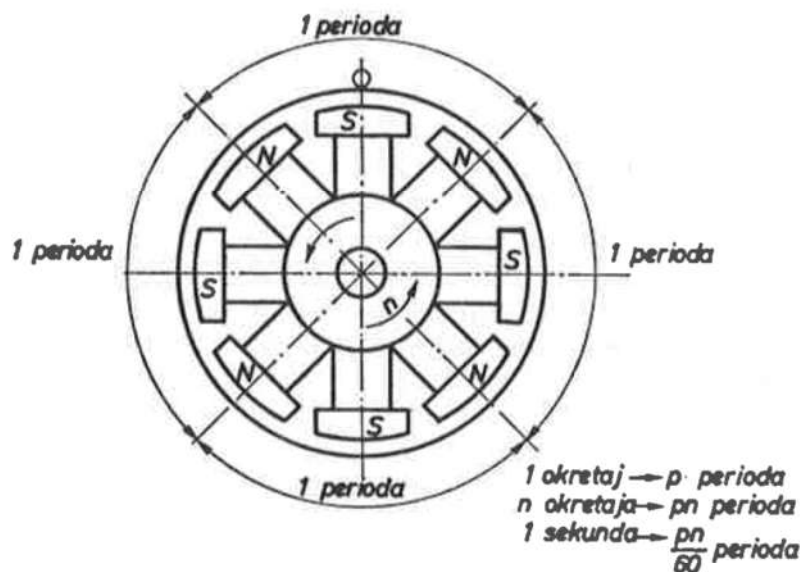
Uvrstivši indukciju B i brzinu v u izraz za napon jednog vodiča E_1 i uvrštenjem tog izraza u izraz za ukupni napon namota, dobivamo konačno *napon namota* kojemu je svih w zavoja spojeno *u seriju*:

$$E = \frac{2 \pi}{\sqrt{2}} \Phi \frac{p n}{60} w f_n = 4,44 \Phi \frac{p n}{60} w f_n. \quad (4)$$

5.7. Frekvencija induciranog napona

►►► Frekvencija izmjeničnog napona ili struje je broj punih perioda koje napon ili struja prođu u jednoj sekundi. Očito je da prolazak jednog para polova ispred vodiča znači jednu punu periodu induciranog napona, jer se nakon toga ponavlja ista slika s opet istim ili s drugim parom polova. Prolazak jednog para polova kod 2-polnog stroja znači jedan puni okretaj. No ako stroj ima više pari polova p , onda jedan puni okretaj inducira p punih perioda napona. U ukupno n okretaja broj perioda je $p n$, a budući da stroj koji se vrti brzinom vrtnje n napravi n punih okretaja u jednoj minuti, to je broj perioda u jednoj sekundi, ili *frekvencija* f , induciranog napona (sl. 5.13):

$$f = p n / 60. \quad (1)$$



Sl. 5.13. Frekvencija induciranog napona

Uvrstimo li to u izraz za napon u odjeljku 5.6, dobivamo pojednostavnjeni izraz za *ukupni napon namota*:

$$E = 4,44 \Phi f w f_n. \quad (2)$$

Taj izraz podsjeća na poznati izraz za izračunavanje induciranog napona u transformatoru pri sinusno promjenljivom toku Φ . Jedina je razlika u namotnom faktoru, koji se ovdje pojavljuje, a tamo ga nije bilo, jer se tamo tok mijenja jednako u svim zavojima u istom trenutku, a ovdje, zbog raspodjele namota po obodu, taj je trenutak od svitka do svitka nešto pomaknut.

5.8. Prematanje

►► Napon u namotu — uz iste magnetske prilike, koje ne možemo mnogo mijenjati zbog pojave zasićenja u željezu, i uz jednak raspored svitaka, istu »geometriju« namatanja — ovisi o ukupnom broju zavoja w , a taj možemo povećati ili smanjiti povećamo li ili smanjimo broj zavoja u svakome pojedinom svitku.

Česta je potreba da stroj *premotamo* uz nepromijenjeni tok Φ i nepromijenjeni namotni faktor f_n , tako da dobijemo neki drugi inducirani napon u namotu E . Drugi inducirani napon znači da je i napon na priključnim stezaljkama stroja u istom omjeru promijenjen. Pođimo od namota s jednim zavojem u svitku pa ga usporedimo s namotom koji ima w_1 zavoja po svitku.

Pretpostavimo da je napon jednog svitka tog namota s jednim zavojem po svitku bio takav da je inducirani napon cijelog namota:

$$E' = 4,44 \Phi f w' f_n.$$

Tad će u namotu koji u svakom svitku ima w_1 zavoja *inducirani napon biti* w_1 puta veći:

$$E = 4,44 \Phi f w f_n = w_1 E'. \quad (1)$$

Struja koju smijemo pustiti da teče kroz namot ograničena je dopuštenim zagrijavanjem stroja. Očito je da je za zagrijavanje *svejedno teče li kroz presjek bakra u jednom utoru određena struja ili taj presjek zamišljamo podijeljenim na deset jednakih dijelova*, pa kroz svaki od njih teče desetina struje. Tako dugo dok je presjek svih vodiča zajedno u jednom utoru isti i struja po jedinici presjeka (gustoća struje) ista, možemo uzeti da je i razvijena toplina, pa i zagrijavanje isto.

Ako u utor stavimo umjesto jednog vodiča w_1 vodiča, a raspoloživi je presjek ostao nepromijenjen, moramo uzeti manji presjek vodiča. Ako je prvobitni presjek bio q' , on će tada biti:

$$q = q' / w_1.$$

To znači da će i *struja koja teče u namotu biti* w_1 puta manja:

$$I = I' / w_1. \quad (2)$$

Uz napon na stezaljkama približno jednak induciranom naponu bila je električna snaga koju smo mogli dovesti ili odvesti iz stroja kod namota s jednim zavojem po svitku:

$$S' = E' I',$$

a kod premotanog stroja s w_1 zavoja po svitku:

$$S = E I = w_1 E' I' / w_1 = E' I' = S'. \quad (3)$$

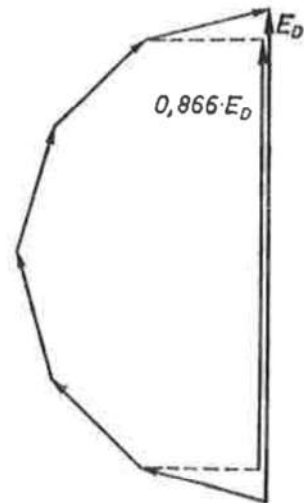
Snaga koju možemo pretvoriti u stroju *nije se prematanjem promijenila* — uz iste dimenzije, isto iskorištenje magnetskog kruga, istu gustoću struje, isti namotni faktor, i jednako hlađenje. Izbor napona s kojim stroj radi ne utječe na snagu. To vrijedi tako dugo dok napon nije toliko različit da zahtijeva bitno drukčiju količinu izolacije vodiča u utoru.

5.9. Zona namatanja

► Kad na obod stroja treba smjestiti samo jedan namot (jednofazni stroj), za smještaj namota imamo na raspolaganju cijeli polni korak pod svakim polom, s brojem utora:

$$N_p = N/2 p.$$

Cijelim tim prostorom nikad se ne koristimo, već uzimamo samo dio raspoloživog broja utora po polu, koji smo označili s q .



Sl. 5.14. Izbor zone namatanja

Razlog tome lako je shvatiti ako pogledamo sliku 5.14. Kad bismo namotali cijeli prostor ispod pola, dobili bismo inducirani napon E_D koji odgovara promjeru kružnice opisane poligonu napona pojedinih utora. Namotamo li samo $2/3$ polnog koraka, tj. ako uzmemo $q = N_p 2/3$, dobit ćemo manji napon:

$$E = 0,866 E_D.$$

Napon je 13,4 % manji, pa je toliko manja i snaga stroja, ako računamo uvijek s istom strujom. Međutim, uštedjeli smo 33,3 % bakra. Označimo li odnos dobivene

snage i utrošenog bakra pri namatanju cijeloga polnog koraka sa 1, onda je taj odnos sada:

$$S/G_{Cu} = 0,866/0,667 = 1,30$$

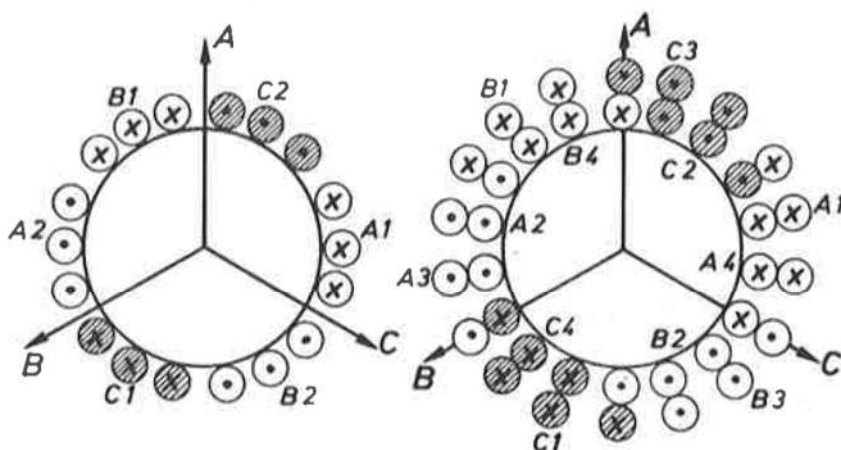
Upotrijebljeni bakar je 30 % više iskorišten! Mala računica pokazuje ovu sliku:

namotani dio zone	1/1	2/3	1/2	1/3
izgubljena snaga	0 %	13,4 %	29,3 %	50,0 %
ušteda bakra	0 %	33,3 %	50,0 %	66,7 %
snaga po jedinici težine bakra S/G_{Cu}	1,0	1,30	1,41	1,50

Očito je da je bakar to bolje iskorišten, što smo manji dio oboda namotali. No to nas ne smije zavarati — cijenu stroja ne čini samo bakar, pa očito ne bi imalo smisla graditi strojeve za koje bi utrošak bakra bio gotovo nula i snaga gotovo nikakva, unatoč visokom omjeru snage i težine bakra. Kad se uzmu u obzir i ostali troškovi, a ne samo cijena bakra, računice pokazuju da je povoljno odabrati *zonu namatanja* negdje oko 2/3 ukupno raspoloživog prostora pod polom, što se i radi kod tzv. jednofaznih strojeva.

5.10. Višefazni namot

►►► Da bi se iskoristio cijeli obod stroja, stavlja se na stator više namota od kojih svaki radi za sebe. Tako dobivamo bolji namotni faktor f_n i bolje iskorištenje stroja, jer je isti magnetski krug iskorišten ne samo za jedan već za više armaturnih namota. Svaki namot nazivamo *faznim namotom* ili *fazom*, pa govorimo o *višefaznom namotu* i *višefaznom stroju*.



Sl. 5.15. Smještaj trofaznog namota: a) jednoslojno, b) dvoslojno

Najobičniji je primjer višefaznog stroja trofazni stroj. Na obodu stroja smještene su tri fazna namota. Zbog simetrije njihove su osi razmaknute jedna od druge za kut (električni) $2\pi/3$. Za svaki fazni namot imamo na raspolaganju 1/3 svakoga polnog koraka, pa svaki namot zauzima zonu od $\pi/3$ unutar polnog koraka koji znači kut π (sl. 5.15.a). Prva zona faze A označena je na slici s A 1, druga s A 2; analog-

no tome B 1 i B 2 za drugu fazu i C 1 i C 2 za treću fazu. Tako tri faze, svaka sa zonom namatanja $\pi/3$, zapremaju cijeli obod, i stroj je potpuno iskorišten.

Izvedemo li namot dvoslojno, svaka će faza imati dvije zone u jednom sloju i dvije zone u drugom sloju. Jedno su svici u zoni A 1 (gornji sloj) i A 2 (donji sloj), drugo A 3 (gornji sloj) i A 4 (donji sloj). Isto se tako faza B sastoji od grupe svitaka u zonama B 1 i B 2 i druge grupe u zonama B 3 i B 4, a faza C od grupe svitaka u zonama C 1 i C 2 te C 3 i C 4 (sl. 5.15.b).

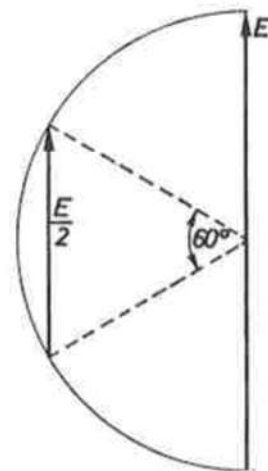
U dvoslojnoj izvedbi može se cijeli donji sloj zakrenuti unatrag za 1, 2 ili više utora, pa svaki svitak postaje skraćeni svitak. Dobivamo namot sa skraćenim svicima koji potpuno ispunjava sve utore u gornjem i u donjem sloju.

5.11. Trofazni namot

► *Trofazni namot* su zapravo tri odvojena namota na istom statoru. Oni zapremaju cijeli raspoloživi prostor za namatanje.

Kad bismo stator namotali jednim jedinim namotom (dakle jednofazno), i to tako da i opet iskoristimo sve utore, dobili bismo ukupni napon E (sl. 5.16). Ako je s obzirom na presjek vodiča dopuštena struja I , bit će snaga takvog jednofaznog stroja:

$$S_{1f} = E I. \quad (1)$$



Sl. 5.16. Usporedba trofaznog i jednofaznog namota na istom statoru i uz jednak utrošak bakra

Isti stator može se namotati trofazno; svaki namot zauzima onda $1/3$ raspoloživog broja utora, odnosno zona namatanja za svaku je fazu $\pi/3$. Napon koji dobivamo u svakome faznom namotu, uz nepromijenjeni broj zavoja po svitku, iznosi prema slici 5.16:

$$E_{3f} = \frac{1}{2} E_{1f}. \quad (2)$$

Prema tome će i snaga jedne faze trofaznog stroja biti:

$$S_f = \frac{1}{2} S_{1f}, \quad (3)$$

tj. svega $1/2$ snage potpuno namotanoga jednofaznog stroja. No budući da svaku od tri faze možemo isto toliko opteretiti, to je ukupna snaga koju pretvara trofazni stroj:

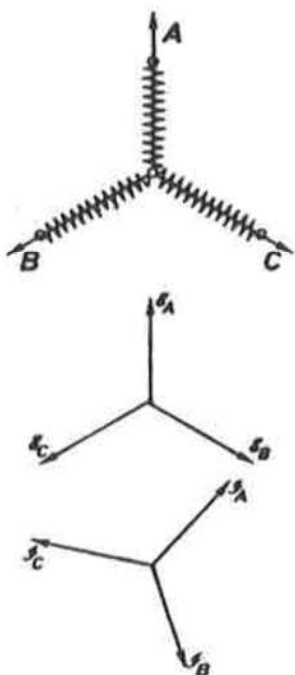
$$S_{3f} = 3 \frac{1}{2} E I = 1,5 S_{1f}. \quad (4)$$

Ta je snaga 50 % veća od snage jednofaznog stroja uz jednaki utrošak bakra. Do tog zaključka došli smo već promatrajući snagu po jedinici težine bakra ovisno o zoni namatanja. Trebalo je samo riješiti kako uz zonu namatanja od $1/3$ polnog koraka ipak popuniti cijeli obod namotom. To je riješeno trofaznim namotom.

Prednost trofaznog sistema nije samo u ekonomičnosti gradnje strojeva. Fazne namote možemo povezati u trofazni sistem prema slici 5.17.

►►► Trofazni stroj izvodi se s tri međusobno jednaka namota, sa simetrično razmaknutim osima za $2\pi/3$ električnih stupnjeva (tj. za $2\pi/3$ p geometrijskih stupnjeva). Zbog toga će sva tri fazna napona biti po veličini jednaka, a u fazi će slijediti jedan za drugim redoslijedom A—B—C—A ..., s faznim zaostajanjem $2\pi/3$. Takav sistem nazivamo *simetričnim trofaznim sistemom napona*.

Ako je opterećenje svih triju faznih namota jednako, što nazivamo »simetričnim opterećenjem«, bit će i struje svih triju faza međusobno jednake i zaostajat će jedna za drugom u fazi za $2\pi/3$. Takav sistem struja nazivamo *simetričnim trofaznim sistemom struja* (sl. 5.17).

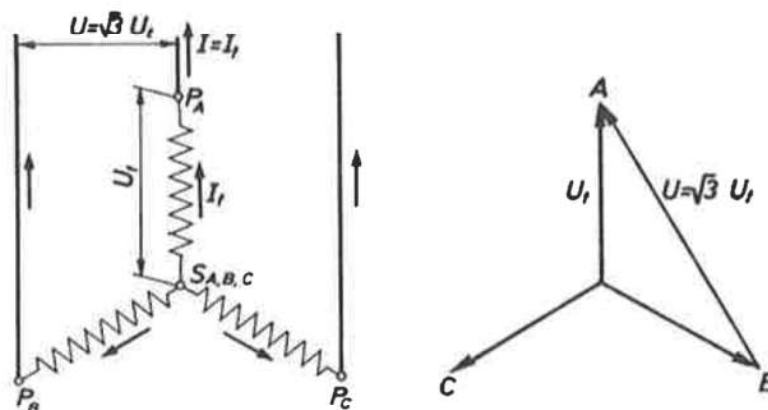


Sl. 5.17. Simetrični trofazni sistem

5.12. Spoj u zvijezdu

►►► Spojimo li početke svih triju faznih namota zajedno prema slici 5.18, a od njihovih svršetaka vodimo struju do potrošača, možemo struju svih triju grupa potrošača vraćati u zajedničku točku u kojoj počinju sva tri namota — nul-točku ili *zvjezdishte* — jednim zajedničkim vodom, *nul-vodom*. Ako je opterećenje simetrično, sve će se tri struje prema slici 5.17. zbrajati u nul-vodu u rezultantu iznosa

nula. Ako je naš stroj motor, njegove će struje uvijek biti simetrične, pa će se u zvjezdištu poništavati. Tri namota trofaznog stroja ne trebaju šest, već samo tri dovoda, što je velika ušteda. Ako stroj radi kao generator, bit će potreban četvrti dovod do zvjezdišta samo pri veoma nesimetričnim opterećenjima. Obično je to suvišno jer nesimetrije nisu velike.



Sl. 5.18. Trofazni namot spojen u zvijezdu

Struje u dovodima nazivamo *linijskim strujama*, za razliku od *faznih struja* koje teku u faznim namotima stroja. Jednako tako napone između vodiča dovoda nazivamo *linijskim naponima* za razliku od *faznih napona* između krajeva pojedinoga faznog namota. Na slici 5.18. vidimo da u *spoju u zvijezdu*, što smo ga upravo opisali, teče ista struja i u dovodima i u faznim namotima, pa vrijedi:

$$I = I_f. \quad (1)$$

Naprotiv, napon među dovodima, *linijski napon*, veći je od faznog napona za $\sqrt{3}$ puta:

$$U = \sqrt{3} U_f. \quad (2)$$

Snaga u sve tri faze zajedno iznosi:

$$S = 3 U_f I_f, \quad (3)$$

što će, izraženo linijskim veličinama, biti:

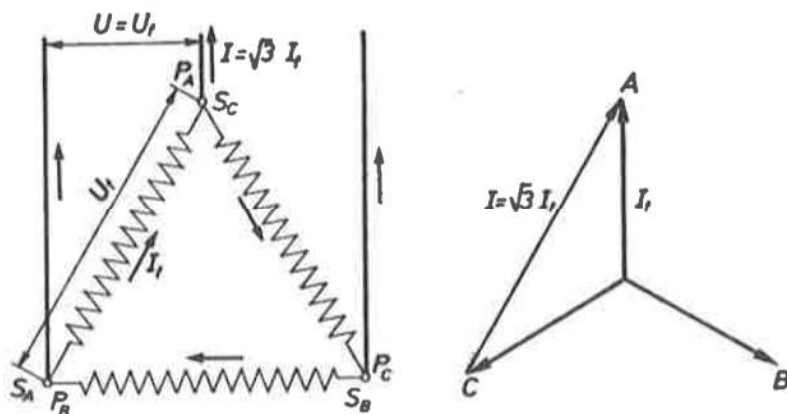
$$S = 3 \frac{U}{\sqrt{3}} I = \sqrt{3} U I. \quad (4)$$

5.13. Spoj u trokut

►►► Umjesto u zvijezdu, tri fazna namota mogu se spojiti u *trokut* prema shemi na slici 5.19. Tu se početak slijedećeg faznog namota nadovezuje na svršetak prethodnoga, tako da sva tri namota čine zatvoren trokut.

Napon između dovoda, *linijski napon*, kod spoja u trokut jednak je naponu faznog namota:

$$U = U_f. \quad (1)$$



Sl. 5.19. Trofazni namot spojen u trokut

Struja u dovodu jednaka je razlici struja dvaju faznih namota koji su s tim dovodom spojeni. Na slici 5.19. vidi se da je vektorska razlika bilo kojih dviju faznih struja u simetričnom sistemu, *linijska struja*, $\sqrt{3}$ puta veća od fazne struje:

$$I = \sqrt{3} I_f. \quad (2)$$

Snaga je opet:

$$S = 3 U_f I_f, \quad (3)$$

što izraženo linijskim veličinama daje:

$$S = 3 U I / \sqrt{3} = \sqrt{3} U I. \quad (4)$$

Snaga trofaznog stroja može se, dakle, izračunati iz *linijskih veličina*, a da i ne moramo znati kako je stroj spojen — u zvijezdu ili u trokut.

Sve snage o kojima smo u ovom poglavlju raspravljali prividne su snage. Radnu snagu koju pretvaramo mogli bismo računati tek kad bi bio poznat faktor snage $\cos \varphi$. Napon stroja ograničen je zasićenjem u željezu. Struja kojom smijemo opteretiti stroj ovisi o dopuštenom zagrijavanju, a jednaka struja će isto toliko zagrijavati namot kroz koji teče i onda kad je u fazi s naponom, ili kad je pomaknuta za $\pi/2$, pa nema nikakve pretvorene radne snage. Električna opteretivost stroja određena je prividnom snagom, pa se ponajprije moramo pitati kolika prividna snaga može prolaziti kroz stroj.

5.14. Zašto unutrašnji polovi

►► Istosmjerni strojevi uvijek se grade s polovima na statoru i armaturom na rotoru, a istaknuli smo za to dobre razloge.

Izmjenični strojevi izrađuju se gotovo uvijek s uzbuđom na rotoru, a armaturom na statoru. Čak i asinhroni strojevi, koji nemaju poseban uzbuđni namot, razmje-

njuju električnu energiju s mrežom u statorskim namotima, pa i tu treba stator smatrati armaturom. Zanimljivo je i kod izmjeničnih strojeva pogledati razloge zbog kojih je praksa baš takva, tj. zašto su oni praktički uvijek s armaturom na statoru.

U armaturu se dovodi cijela električna snaga za pretvorbu. Tu su, dakle, veliki naponi, velike struje, a potrebno je da se povežu namoti i mreža. Kad bi armatura bila na rotoru, trebali bismo za tri fazna namota barem tri klizna koluta s četkicama, između kojih bi naponi bili prilično visoki, a preko njih bi tekle velike struje. Bio bi to dakle, glomazan i skup uređaj. Kod armature na statoru namote koji miruju jednostavno je povezati s vanjskim dovodima.

Tamo gdje imamo uzbudni namot dovoljna su dva dovoda preko kliznih koluta, uz znatno niže napone i relativno male struje, pa smještaj uzbudnog namota na rotoru ne smeta.

Kod asinhronih motora rotoru ne treba dovoditi struju izvana. Ona se inducira magnetskim poljem u namotima koji su kratko spojeni. I tu su, dakle, svi razlozi u prilog izvedbe kojoj se namot što razmjenjuje energiju s mrežom nalazi na statoru.

5. Zadaci



1. Generator u spoju u zvijezdu napaja motor u spoju u trokut. Linijski napon i struja su 380 V, 125 A. Kolik je napon i struja: a) faznog namota generatora; b) faznog namota motora?

[a) 220 V, 125 A; b) 380 V, 72,2 A]

2. Trofazni generator priključen je s tri fazna vodiča i nul-vodom na potrošače koji su nesimetrično raspoređeni pa uzimaju struje od 150 A, 150 A i 170 A. Fazni pomak struje u sve tri faze je jednak, tj. struje zaostaju jedna za drugom za 120° .

Kolika će struja teći u nul-vodu?

[20 A]

3. Kolik je polni korak 6-polnog stroja provrta od 68 cm, sa 72 utora, izražen: a) u jedinicama duljine; b) u utorskim koracima?

[a) 35,6 cm; b) 12]

4. Okretno polje indukcije u rasporu amplitude 0,8 T, a sinusne raspodjele, vrti se brzinom od $1\,500\text{ r min}^{-1}$. Dijametralni svitak s deset zavoja na rotoru miruje. Promjer u rasporu je 25 cm, duljina stroja je 20 cm, a stroj je 4-polni. Kolik je napon svitka, a kolika frekvencija?

[44,43 V; 50 Hz]

5. Svitak ima deset zavoja, a u svakom se vodiču inducira sinusni napon od 3,5 V. Kolik je ukupni napon svitka: a) ako je svitak dijametralan; b) ako je korak svitka $\frac{2}{3} \tau_p$?

[a) 70 V; b) 60,6 V]

6. Za trofazni 4-polni stroj sa 60 utora valja napraviti svitke za dvoslojni namot sa skraćanjem za $1/5$ polnog koraka. Koliko svitaka treba napraviti i koji mora biti korak svitka?

[60; 1—13]

7. Trofazni 4-polni stroj ima 72 utora. Kolik je broj utora po polu i fazi q i kolik je fazni pomak između induciranih napona u vodičima dvaju susjednih utora?

[6; 10°]

8. U jednom vodiču namota koji ima ukupno 210 zavoja inducira se napon od 1,04 V. Zonski namotni faktor iznosi 0,958, a tetivni 0,924. Kolik je ukupni inducirani napon u namotu?

[386,7 V]

9. Stator s 96 utora namotan je trofaznim namotom, i to tako da je broj polova: a) $2p = 2$; b) $2p = 4$. Kolik je broj utora po polu i fazi i kolik je električni kut α između susjednih utora?

[a) 16, $3,75^\circ$; b) 8, $7,5^\circ$]

10. Umjesto namota u kojem se inducira 500 V treba ugraditi novi namot s jednakim rasporedom koji će dati 380 V. Ako polje u rasporu mora ostati nepromijenjeno, kolik mora biti broj zavoja pojedinog svitka (izraženo u postocima)?

[76%]

11. Sinhroni generator vrti se brzinom od $1\,000\text{ r min}^{-1}$ i daje 3 000 V, 50 Hz. Ako taj isti generator treba da opskrbljuje potrošače frekvencijom od 60 Hz, kojom ga brzinom treba vrtjeti? Ako uzbuda ostaje nepromijenjena, koji će napon davati neopterećeni stroj kod 60 Hz?

[$1\,200\text{ r min}^{-1}$; 3 600 V]



12. Trofazni jednoslojni namot 2-polnog stroja smješten je na statoru s 30 utora, tako da zauzima zonu od 60° . Odredite koji utori pripadaju kojoj fazi ako prva faza (A) počinje u utoru broj 1.

[A 1—16—2—17—3—18—4—19—5—20

B 11—26—12—27—13—28—14—29—15—30

C 21—6—22—7—23—8—24—9—25—10]

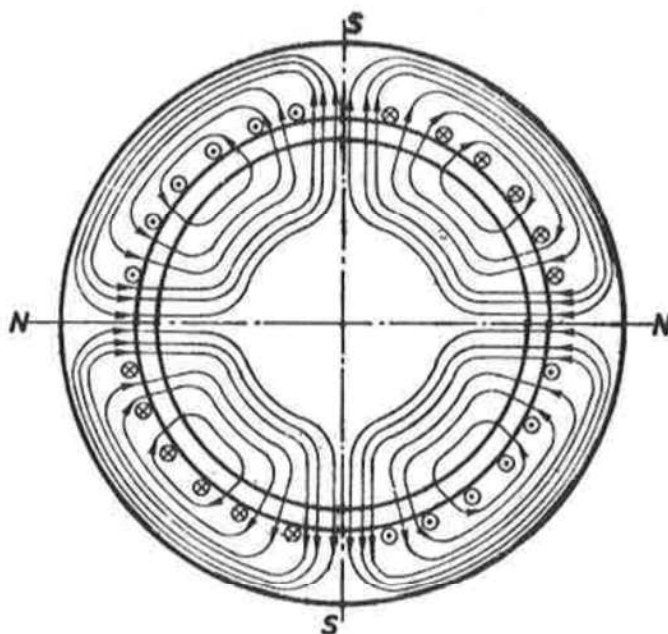
13. Stator s 96 utora namotan je 4-polnim trofaznim namotom tako da su svi utori popunjeni. Kolik je zonski namotni faktor za osnovni harmonički član?

[0,956]

6. Strujni oblog i protjecanje

6.1. Raspored struja

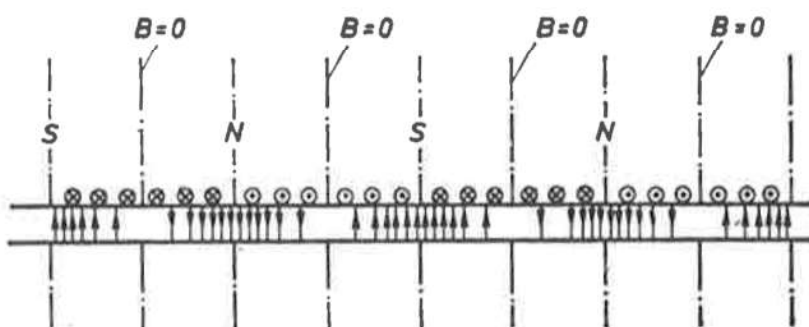
►►► Magnetsko polje u zračnom rasporu određeno je rasporedom struja oko zračnog raspora. Da bismo sagledali kako te struje utječu na sliku polja u rasporu, nije potrebno crtati cijeli namot. Dovoljno je ucrtati u presjeku raspored struje u utorima uz obod stroja i njihov smjer (sl. 6.1).



Sl. 6.1. Raspored struje i magnetskih silnica četveropolnog stroja

Struja je u svim vodičima jedne zone jednog smjera, a u vodičima slijedeće zone suprotnog je smjera, pa će magnetske silnice biti najgušće u prostoru između dviju zona — svaka silnica koja na tom mjestu prolazi kroz raspor obuhvaća sve struje jedne zone. U sredini svake zone magnetsko će polje biti jednako nuli (neutralna os). Periodički raspored struja — zone sa strujom $\otimes$ smjera i zone sa strujom $\odot$ smjera periodički se smjenjuju — stvara periodički raspoređeno magnetsko polje. Između susjednih zona iznos je magnetske indukcije maksimalan — naizmjenice u jednome i drugome smjeru, a u sredini svake zone indukcija je jednaka nuli.

Obično ne crtamo cijeli tok magnetskih silnica, već samo dio koji prolazi kroz zračni raspor (sl. 6.2). Slika sa zračnim rasporom razvijenim u pravac pokazuje sve što je potrebno, a lakše ju je crtati.



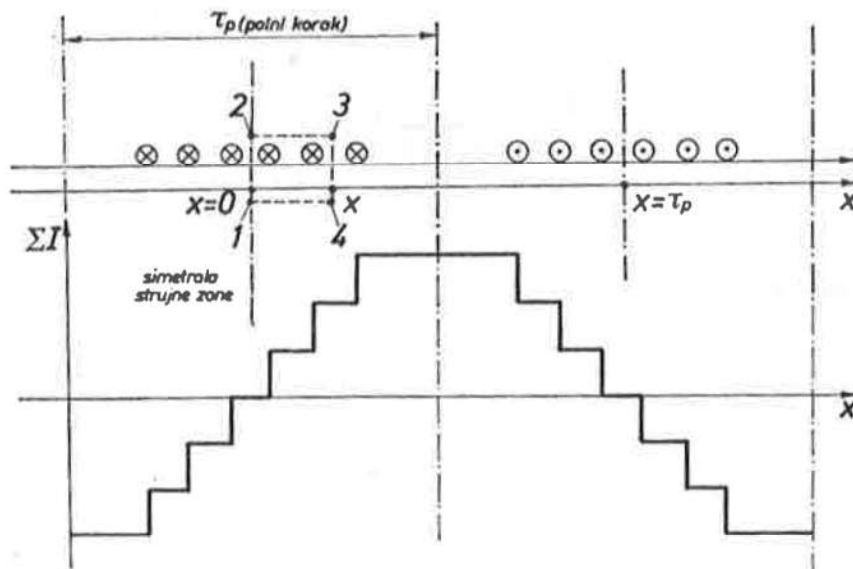
Sl. 6.2. Razvijeni zračni raspor četveropolnog stroja

Ova razmatranja, koja se odnose na jedan namot na obodu, vrijede i za više namota na istom obodu. Broj polova za svaki od tih namota, npr. za namot statora i za namot rotora, mora biti jednak. Raspored struja svakog namota je periodička funkcija iste duljine periode. No cijeli raspored jednog namota može biti pomaknut na jednu ili na drugu stranu prema rasporedu drugog namota.

Magnetsko polje uzduž zatvorene linije određeno je ukupnom obuhvaćenom strujom bez obzira na to kojem namotu pojedine struje pripadale. Odatle izlazi da se za više od jednog namota može uzeti ukupni raspored struja uz zračni raspor od svih namota zajedno, pa ga promatrati kao što bismo to učinili sa strujama samo jednog namota.

6.2. Protjecanje

►►► Magnetsko polje određuje se prema zakonu protjecanja: $\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum I$.



Sl. 6.3. Funkcija protjecanja uz raspodijeljene struje na obodu

Zatvorena linija po kojoj ćemo izvršiti integraciju odabire se po volji. Praktično je uzeti put integracije onako kako je na slici 6.3. označeno crtkanom linijom 1—2—3—4—1. Integraciju počinjemo prolaskom kroz zračni raspor na mjestu gdje znamo da je magnetska indukcija jednaka nuli, a to je sredina strujne zone. Nastavljamo je kroz željezo uzduž jarma, vraćamo se kroz zračni raspor na mjestu udaljenome za razmak x od mjesta gdje smo integraciju započeli, i vraćamo se kroz željezo u početnu točku. Integral uzduž linije 1—2—3—4—1 iznosio bi:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{1}{\mu_0} B_{12} \delta_{12} + \frac{1}{\mu_{Fe}} B_{23} l_{23} + \frac{1}{\mu_0} B_x \delta_x + \frac{1}{\mu_{Fe}} B_{41} l_{41}.$$

Prvi od ta četiri člana jednak je nuli jer smo odabrali mjesto gdje je $B_{12} = 0$. Drugi i četvrti član su zbog visoke permeabilnosti željeza zanemarivo mali. Ostaje samo treći član, pa se približno uzima:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} \cong H_x \delta_x. \quad (1)$$

Taj je integral jednak sumi obuhvaćenih struja, koju nazivamo *protjecanjem*. Očito je da će suma obuhvaćenih struja ovisiti o tome kako daleko smo protegli petlju integracije, tj. koliki je x . Da bismo istaknuli ovisnost protjecanja o x , dodat ćemo oznaci Θ protjecanja indeks x :

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_x \delta_x = \Theta_x. \quad (2)$$

Na slici 6.3. prikazano je kako se suma obuhvaćenih struja mijenja s položajem x , a to je funkcija $\Theta_x = f(x)$.

Iz poznatog *protjecanja* možemo tad odrediti *polje* H i *indukciju* B na mjestu oboda x :

$$H_x = \Theta_x / \delta_x \quad (3)$$

$$B_x = \mu_0 \Theta_x / \delta_x. \quad (4)$$

6.3. Kontinuirani raspored struja

▶▶▶ U dosadašnjem razmatranju struje smo zamišljali raspoređene u točkama koje su označavale sredinu utora. Takav *točkasti* raspored struja nije osobito prikladan za analitičku obradu

Struja je u stvarnosti raspoređena po cijelom presjeku vodiča koji se nalaze u utoru. Za sliku magnetskog polja važno je kolike struje obuhvaća pojedina silnica, a to uopće ne ovisi o smještaju struje na vrhu ili na dnu utora. Blizu je misao da cijelu struju utora zamislimo jednoliko raspoređenu po zamišljenoj liniji *uzduž utorskog otvora*. Ako je širina utorskog otvora o , onda bi gustoća struje uzduž te linije bila:

$$A = I/o \text{ A/m}. \quad (1)$$

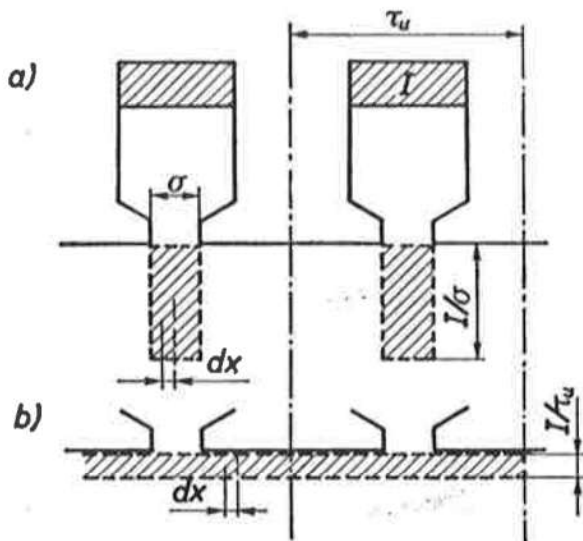
Na element te linije duljine dx djeluje sila:

$$dF = \frac{I}{\sigma} dx l B,$$

a na cijelu duljinu uz jedan utorski otvor:

$$F = \int_0^{\sigma} dF = I l B.$$

Ni izračunana sila na jedan utor ni raspored magnetskog polja izvan područja promatranog utorskog otvora nisu se nimalo promijenili time što smo umjesto točkastog rasporeda struje uzeli kontinuirani raspored uzduž utorskog otvora (sl. 6.4.a).



Sl. 6.4. Kontinuirana raspodjela struje a) po utorskom otvoru; b) po utorskom koraku

Uz pretpostavku da je indukcija uzduž jednoga utorskog koraka τ_u praktički konstantna — sile ionako računamo sa srednjom vrijednosti indukcije za utorski korak! — možemo bez oklijevanja poći korak dalje i struju razmjestiti kontinuirano *uzduž cijeloga utorskog koraka* koji obuhvaća jedan cijeli utor i jedan cijeli zub. Gustoća struje uzduž tog puta bit će:

$$A = I/\tau_u \quad \text{A/m}, \quad (2)$$

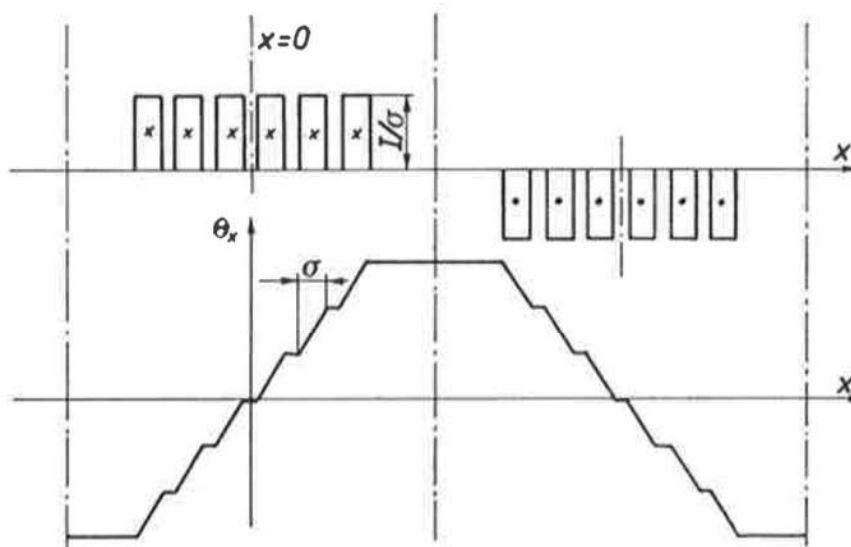
pa možemo izračunati silu koja otpada na jedan utor:

$$F = \int_0^{\tau_u} \frac{I}{\tau_u} dx l B = I l B.$$

Ni taj postupak (sl. 6.4.b) nije promijenio magnetsku sliku izvan promatranoga utorskog koraka i proračun sile, pa ga možemo prihvatiti kao ekvivalentan već razmatranim rasporedima. Prednost mu je u tome što se sada raspored struje u jednome utorskom koraku nadovcuje bez prekida na drugi utorski korak, a to olakšava analitički pristup.

6.4. Strujni oblog

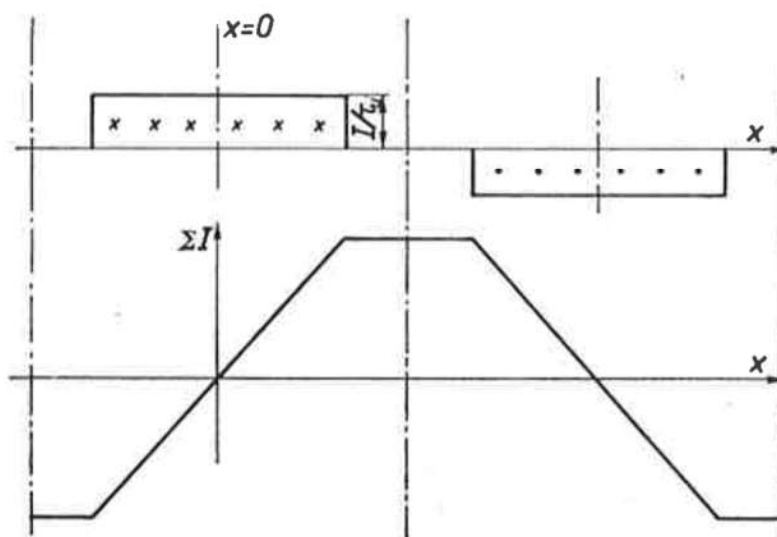
►►► Na slici 6.3. prikazali smo kako se suma obuhvaćenih struja koju smo nazivali protjecanjem Θ_x mijenja ovisno o promatranom mjestu na obodu x , pri pretpostavljenome točkastom rasporedu struja u simetrali svakog utora. Protjecanje je bilo predočeno stepeničastom funkcijom položaja x .



Sl. 6.5. Protjecanje uz kontinuiranu raspodjelu struje po utorskom otvoru

Na slici 6.5. predočen je raspored struja po obodu uz struju svakog utora jednoliko raspoređenu uzduž utorskog otvora. Suma obuhvaćenih struja sada ne raste skokom, već se postepeno diže od jedne strane do druge utorskog otvora. Krivulja protjecanja sada je stepeničasta, sa skošenim čelom svake stepenice.

Kontinuirani raspored struje uzduž utorskog koraka (sl. 6.6) zapravo je *kontinuirani raspored struje uzduž cijele zone namatanja*. Suma obuhvaćenih struja li-



Sl. 6.6. Protjecanje uz kontinuiranu raspodjelu struje po utorskom koraku

nearno raste uzduž zone, a ostaje konstantna između dviju zona. Dobivamo krivulju protjecanja $\Theta_x = f(x)$ trapeznog oblika.

Linearnu gustoću struje po obodu stroja nazivamo *strujnim oblogom* a izražavamo ga u A/m. Ta gustoća struje ne mora biti na svakom mjestu oboda jednaka — ona ovisi o rasporedu struja — pa je i strujni oblog funkcija položaja x točke oboda koju promatramo:

$$A_x = f(x).$$

Isti raspored struja prema slici 6.3. prikazan je funkcijom strujnog obloga prema slici 6.5. ili prema slici 6.6. U prvom primjeru to su pravokutnici visine I/o iznad svakoga utorskog otvora širine o . U drugom primjeru to je pravokutnik visine I/τ_u iznad svake zone namatanja širine $q \tau_u$. Strujni oblog prema slici 6.6. pokazuje manje detalja, ali je prikladniji za računanje, a daje iste rezultate.

Točkasti raspored struja nije prikladan za prikazivanje putem gustoće struje jer konačna struja I u jednoj točki znači neizmjerljivo veliku gustoću uzduž širine nula, što, pomnoženo, mora dati I . Uzimanjem konačne širine za smještaj struje na obodu, račun postaje pregledniji.

6.5. Protjecanje kao funkcija položaja na obodu

▶▶▶ Ako je poznat *strujni oblog* u svakoj točki oboda, daje se izračunati struja u odsječku oboda širine dx :

$$dI_x = A_x dx.$$

Pomak granice naše integracijske petlje 3—4 iz točke x oboda (sl. 6.3) u točku $x + dx$ povećava obuhvaćene struje za izvedeni iznos, pa je:

$$d\Theta_x = A_x dx. \quad (1)$$

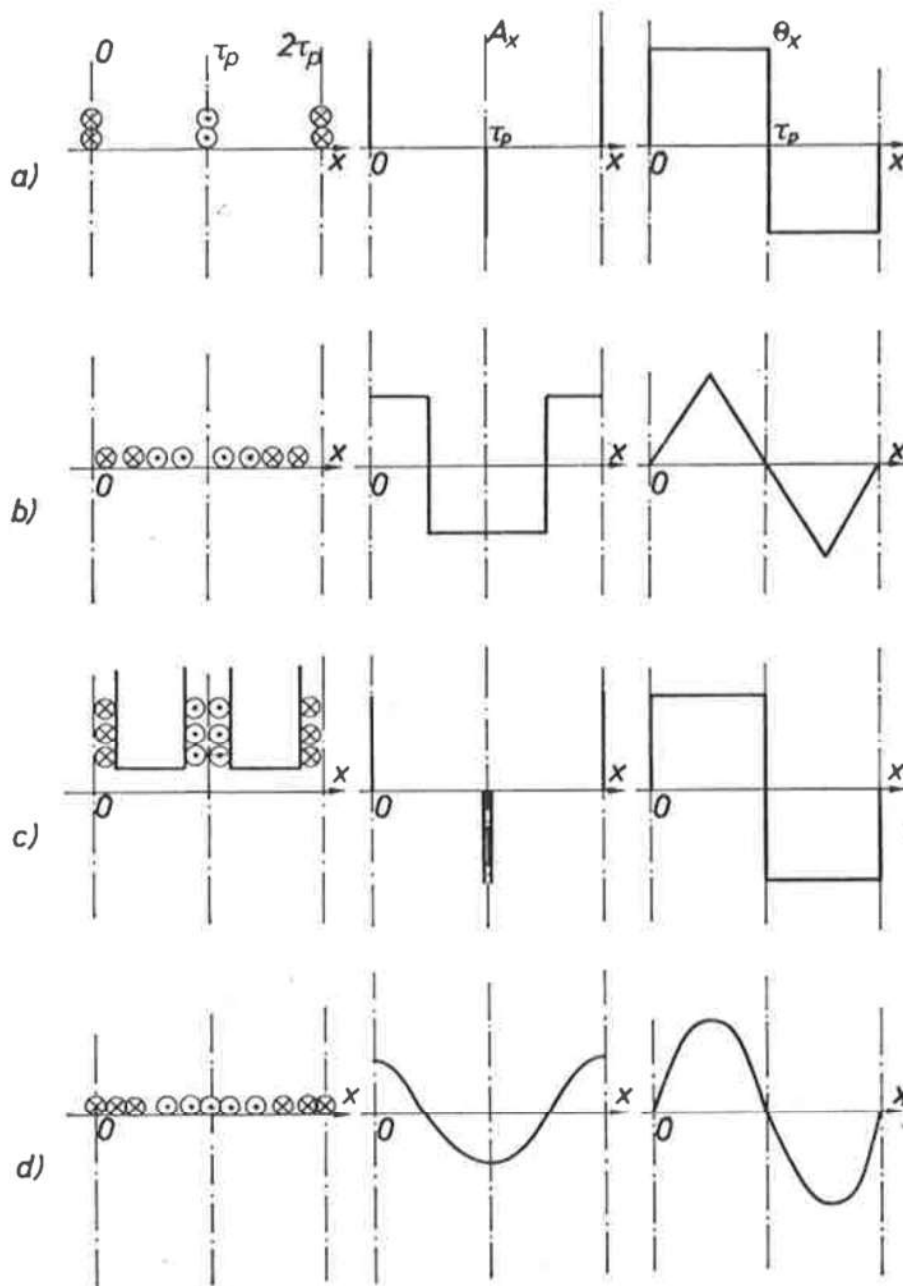
Ako je poznata funkcija A_x uzduž cijelog oboda, a želimo izračunati *protjecanje* Θ_x u točki oboda x , treba integrirati:

$$\Theta_x = \int_0^x A_x dx. \quad (2)$$

I *strujni oblog* A_x i *protjecanje* Θ_x ovise o mjestu x na obodu koje promatramo, tj. *funkcije su položaja na obodu* x . Te dvije funkcije međusobno su povezane. Protjecanje Θ_x dobivamo integracijom funkcije strujnog obloga od početne točke u sredini strujne zone. Strujni oblog izračunavamo deriviranjem funkcije protjecanja.

Na slici 6.7. nekoliko je primjera rasporeda struja, strujnog obloga i protjecanja. Slika 6.7.a prikazuje točkasti raspored struja u razmaku polnog koraka. Na istim mjestima treba zamisliti strujni oblog neodređene visine i širine. Umnožak visine i širine daje točkastu struju $2 I$. »Sredina« tog točkastog rasporeda struje odvaja struju I , pa je visina pravokutnika koji predočuje protjecanje jednaka I .

Slika 6.7.b prikazuje kontinuirano raspoređene struje po obodu konstantne linearne gustoće. Strujni je oblog pravokutna funkcija, a njezin integral, protjecanje, trokutna je funkcija visine $A \tau_p/2$. Slika 6.7.c prikazuje istaknute polove s namotom koji je točkasto razmješten uz polove. Silnice od pola prema neutralnoj zoni obuhvaćaju čitav namot pola, pa strujni oblog treba postaviti u zračni raspor u sredinu između polova.



Sl. 6.7. Nekoliko primjera strujnog obloga i pripadnog protjecanja, uz raspored struja: a) točkasti, b) kontinuirani, c) koncentrirani, d) sinusni

Na slici 6.7.d raspored je vodiča nepravilna razmaka, tako da se postigne strujni oblog što bliži kosinusnom obliku. Protjecanje toga strujnog obloga bit će onda predstavljeno krivuljom oblika sinusoide.

6.6. Računanje s osnovnim harmoničkim članovima strujnog obloga i protjecanja

►►► Strujni oblog A_x , a jednako tako i protjecanje Θ_x , *periodičke su funkcije položaja* na obodu x . Jedna perioda smještena je unutar dvostrukoga polnog koraka $2\tau_p$.

Svaka periodička funkcija može se prema *Fourieru* prikazati *beskonačnim redom* sinusnih i kosinusnih funkcija s članovima od reda 1 do reda ∞ .

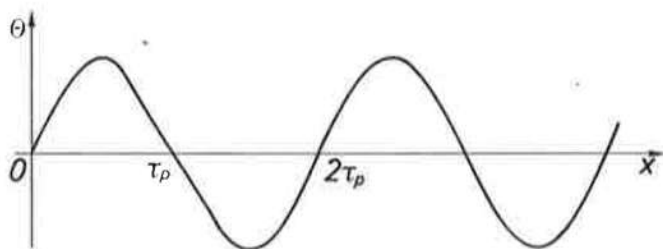
Najveći harmonički član je osnovni član, onaj reda $\nu = 1$. Ostali su članovi to manji što je opisana periodička funkcija bliža sinusnom obliku. Za ocjenu onoga što se zbiva u električnom stroju, bez ulaženja u detalje, dovoljno je ako umjesto krivulje strujnog obloga, ili krivulje protjecanja, uzmemo njihov *osnovni harmonički član* prema Fourierovu razvoju.

Budući da smo ishodište odabrali u sredini pozitivne strujne zone, bit će to i mjesto gdje osnovni član strujnog obloga ima maksimum, pa ga možemo prikazati kao:

$$A_x = A_m \cos \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (1)$$

Prema definiciji, protjecanje ćemo dobiti integracijom strujnog obloga (sl. 6.8):

$$\Theta_x = \int_0^x A_x dx = A_m \frac{\tau_p}{\pi} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x = \Theta_m \sin \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (2)$$



Sl. 6.8. Aproximacija protjecanja osnovnim harmoničkim članom Fourierova razvoja

Amplituda strujnog obloga A_m i amplituda protjecanja Θ_m povezane su čvrstim odnosom:

$$\Theta_m = A_m \tau_p / \pi. \quad (3)$$

Kosinusno raspoređeni strujni oblog daje sinusno raspoređeno protjecanje. To znači da je periodička funkcija protjecanja pomaknuta prema funkciji strujnog obloga naprijed na kut $\pi/2$, ili po obodu u smjeru pozitivnog x za četvrtinu periode $\tau_p/2$.

Pretpostavka sinusnoga strujnog obloga u rasporu, što daje i sinusno protjecanje, zanemaruje sve *više harmoničke članove* u prostornoj raspodjeli. U detaljnim analizama mogu se u račun uzeti i ti viši harmonički članovi, do nekog reda, i sa svakim postupati otprilike kao s osnovnim harmoničkim članom, te dobivene rezultate superponirati (što je korektno dok ne dođemo do znatnih zasićenja u želje-

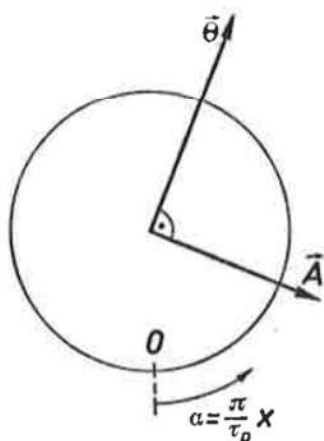
zu). Osnovno ponašanje stroja određeno je osnovnim članovima strujnog obloga i protjecanja, a možemo ga mnogo jednostavnije odrediti ako računamo sa sinusno raspoređenim veličinama.

6.7. Vektor strujnog obloga i vektor protjecanja

►►► U 2-polnom prikazu, gdje punim krugom predočujemo dvostruki polni korak, tj. punu periodu unutar koje je definiran raspored struja, strujni oblog i protjecanje — mjesto x na obodu prikazano je kutom $\frac{x}{\tau_p} \pi$. Sinusno raspodijeljen strujni oblog može se u takvoj slici prikazati vektorom $\mathbf{A}$ kojem je iznos jednak A_m , a vrh mu gleda prema onom mjestu unutar dvostrukoga polnog koraka na kojem se nalazi maksimum strujnog obloga. Jednako se tako i protjecanje dađe prikazati vektorom $\vec{\Theta}$, kojem je iznos jednak Θ_m , a vrh mu gleda prema onom mjestu gdje je maksimum protjecanja. Iznosom, položajem i podatkom da je oblik krivulje sinusan potpuno su opisani strujni oblog i protjecanje. Vektor $\mathbf{A}$ i vektor $\vec{\Theta}$ potpuno dakle određuju strujni oblog i protjecanje u rasporu stroja. Tako definirani vektori opisuju skalarne veličine (vidi definicije strujnog obloga i protjecanja) koje su periodički raspoređene po obodu.

Strujni oblozi i protjecanja u rasporu, prikazani krivuljama ovisno o x , mogu se zbrajati u ukupan strujni oblog i ukupno protjecanje tako da krivulje na svakom mjestu x zbrajamo točku po točku. Ako su te krivulje sinusoida jednake duljine periode, rezultat je opet sinusoida koje amplitudu i fazni položaj možemo dobiti i bez zbrajanja točku po točku tako da uzmemo vektor jedne sinusoida i vektor druge sinusoida pa vektorskim zbrajanjem odredimo vektor zbroja. Dvije sinusno raspoređene istovrsne veličine, npr. dva strujna obloga, zbrajaju se uvijek u 2-polnom prikazu.

Na slici 6.9. vektor je strujnog obloga $\mathbf{A}$ i vektor protjecanja $\vec{\Theta}$. Pozitivni smjer obilaženja suprotan je smjeru kazaljki na satu. Vidi se da je vektor protjecanja pomaknut prema vektoru strujnog obloga za kut $\pi/2$ u pozitivnom smjeru. Protjecanje prethodi strujnom oblogu za $\pi/2$.



Sl. 6.9. Vektor strujnog obloga i vektor protjecanja



Sl. 6.10. Zbrajanje protjecanja u rasporu

6.8. Zbrajanje protjecanja i vektor indukcije u rasporu

▶▶▶ Više namota na obodu stroja daje i više strujnih obloga, od kojih svaki stvara svoje protjecanje. Prikažimo svako protjecanje vektorom. *Ukupno protjecanje* dobit ćemo tako da *vektorski zbrojimo* protjecanja pojedinih namota. Jednak bismo rezultat dobili kad bismo svaki strujni oblog prikazali vektorom, zbrojili vektore strujnih obloga i odredili pripadno protjecanje. Ukupno ili rezultatno protjecanje prikazuje djelovanje svih namota zajedno. Taj rezultatni vektor definira amplitudu i položaj na obodu sinusno raspodijeljene veličine — rezultatnog protjecanja po obodu.

Rezultantno protjecanje, tj. djelovanje svih namota zajedno, određuje magnetsku indukciju u rasporu. Budući da je:

$$B_x = \mu_0 \Theta_x / \delta_x, \quad (1)$$

tad će, kad je duljina zračnog raspora konstantna, vrijednost indukcije na svakom mjestu biti proporcionalna vrijednosti protjecanja na tom mjestu:

$$B_x = \Theta_x \mu_0 / \delta = k \Theta_x. \quad (2)$$

Maksimalna vrijednost indukcije bit će proporcionalna maksimalnoj vrijednosti protjecanja, a obje sinusoida bit će u fazi. Odatle izlazi da će uz *konstantan zračni raspor* vektor magnetske indukcije **B** biti u fazi s vektorom protjecanja $\vec{\Theta}$, a iznosi će im biti *proporcionalni*.

Uz *promjenljivi zračni raspor* ne možemo postupiti tako, već treba iz sinusnog protjecanja točku po točku računati indukciju množenjem s μ_0 i dijeljenjem s δ_x koje može biti od točke do točke različito. Dobivamo krivulju indukcije, koja više ne mora biti sinusna ali je svakako periodička. Rastavljanjem te krivulje na harmoničke članove dobivamo osnovni harmonički član koji svojim iznosom i položajem definira vektor indukcije **B**.

6. Zadaci



1. Četveropolni stroj ima na svakom polu 350 zavoja kroz koje teče uzbudna istosmjerna struja od 10 A. Koliko je protjecanje pod sredinom pola?

[3 500 A]

2. Na obodu stroja jednoliko je raspoređen 4-polni namot s ukupno 360 vodiča. Struja je u svakom vodiču 5 A, uz odgovarajući predznak. Provrt stroja je $D = 20$ cm. Kolik je strujni oblog? Koliko je maksimalno protjecanje? Kolik je osnovni harmonički član protjecanja?

[2 864,8 A/m; 225 A; 182,4 A]

3. Ako je protjecanje na određenom mjestu oboda stroja 500 A, a zračni raspor 0,6 mm, kolika će na tom mjestu biti indukcija u rasporu? Zanimarite željezo.

[1,05 T]

4. Dva stroja, A i B, imaju jednake provrte $D = 50$ cm, jednake zračne raspore i, jednaki broj polova $2p = 4$. Duljine željeznih paketa su različite: $L_A = 30$ cm, $L_B = 40$ cm. Oba stroja imaju jednake namote, samo su duljine vodiča prilagođene duljini paketa. Ako u zračnom rasporu želimo postići jednake indukcije, $B_A = B_B$, koji stroj treba uzбудiti većom strujom?

[Oba jednakom]

5. Strujni oblog 4-polnog stroja sastoji se od četiri koncentrirane struje razmaknute za polni korak τ_p , iznosa $+500$ A, -500 A, $+500$ A i -500 A. Kako izgleda dijagram protjecanja po obodu, kolika mu je amplituda i kolika je amplituda osnovnoga harmoničkog člana?

[Pravokutnog oblika; 250 A; 318,3 A]

6. Polni korak 2-polnog stroja je 25 cm, a obložen je jednoliko vodičima kojima teku struje tako da na svaki cm otpada $+50$ A pod jednim, a -50 A pod drugim polnim korakom. Kako izgleda dijagram protjecanja, kolika mu je amplituda, a kolika je amplituda osnovnoga harmoničkog člana?

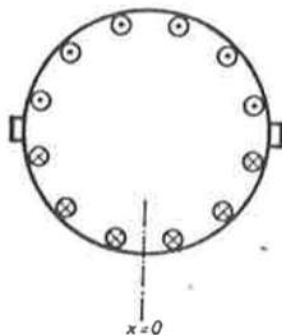
[Trokutnog oblika; 625 A; 506,6 A]

7. Amplituda sinusno raspodijeljenoga strujnog obloga 6-polnog stroja sa 72 utora nalazi se nad utorom broj 1. Nad kojim se utorom nalazi amplituda protjecanja?

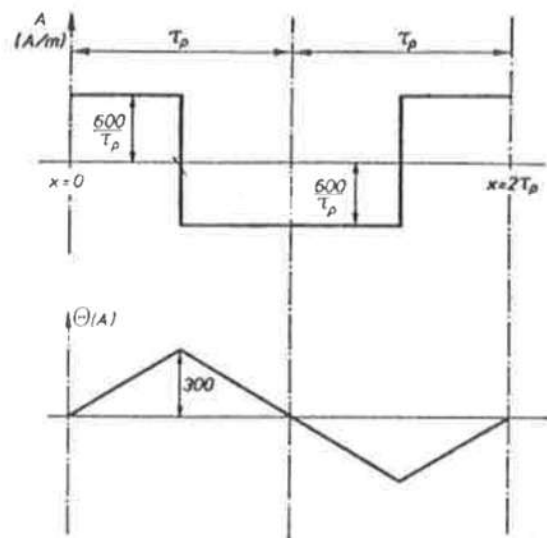
[7.]

8. Dva stroja imaju različite provrte: $D_A = 20$ cm, $D_B = 30$ cm, isti broj polova i sinusno raspoređene strujne obloge. Zračni je raspor jednog i drugog stroja $\delta = 0,6$ mm, a amplituda indukcije u rasporu u oba je stroja jednaka. Koji stroj A ili B, ima veći strujni oblog i koliko?

$[A_A = 1,5 A_B]$



Sl. 6.11. Raspored struja u 9.zadatku



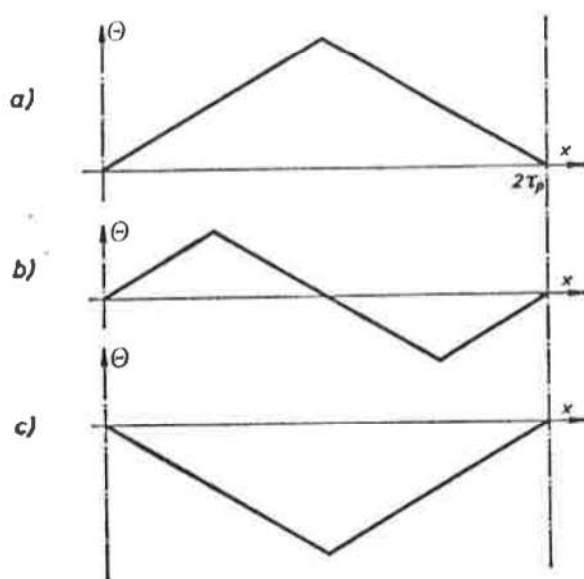
Sl. 6.12. Određivanje strujnog obloga i protjecanja (9. zadatak)

9. Raspored struja po obodu rotora istosmjernog stroja prikazan je na slici 6.11. U svakom se utoru nalazi deset vodiča. Struja u svakom vodiču je 10 A. Računajući s prosječnom vrijednošću obloga po utorskom koraku treba nacrtati: a) krivulju strujnog obloga; b) krivulju protjecanja za cijeli obod. Označite karakteristične vrijednosti.

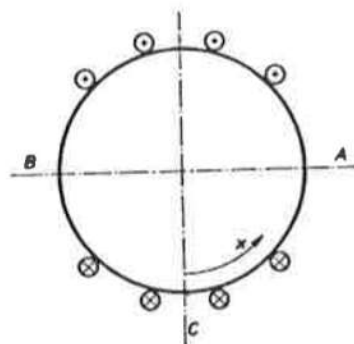
[Sl. 6.12]

10. Integracija strujnog obloga u 9. zadatku može se započeti na različitim mjestima oboda, pa se dobivaju protjecanja, npr. prema slici 6.13a, b ili c. Od koje točke na obodu je započeta integracija u sva tri primjera? Koji je postupak ispravan ako je zračni raspored jednolik?

$$\left[\text{a) } x_0 = -\frac{\tau_p}{2}; \text{ b) } x_0 = 0; \text{ c) } x_0 = +\frac{\tau_p}{2}; \text{ postupak pod b) } \right]$$



Sl. 6.13. Izbor granica integracije strujnog obloga (10. zadatak)



Sl. 6.14. Protjecanje namota u kojemu teče izmjenična struja (11. zadatak)

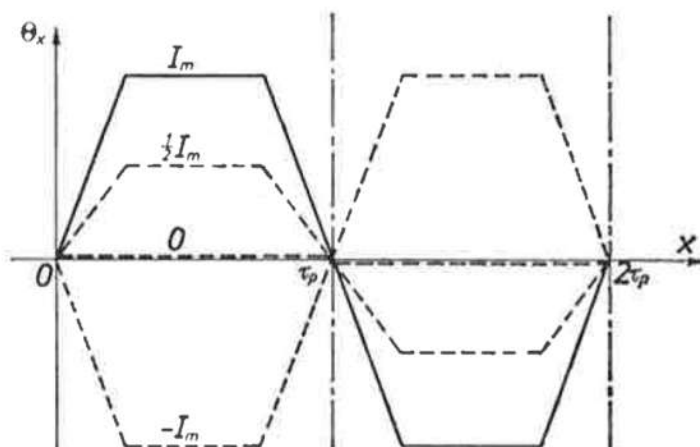
11. Namot prema slici 6.14. zauzima 2/3 oboda, a ima po utoru 20 zavoja. Kroz namot teče izmjenična struja od 10 A. Koliko je protjecanje u točkama A, B, C u trenutku: a) kad je struja maksimalna; b) 1/4 periode poslije; c) 1/2 periode poslije?

$$[\text{a) } 566 \text{ A, } -566 \text{ A, } 0; \text{ b) } 0, 0, 0; \text{ c) } -566 \text{ A, } 566 \text{ A, } 0]$$

7. Protjecanje izmjenične i višefazne uzbude

7.1. Uzbuda i protjecanje

►►► Dosad smo pretpostavljali da su struje u namotu konstantne, pa smo razmatrali strujne obloge i protjecanja i utvrdili da se mogu odrediti funkcije prostorne raspodjele A_x , odnosno θ_x , koje se mogu aproksimirati sinusoidama. Uzbudna struja ili uzbuda je pri tome, pretpostavljeno, konstantna. Uzmimo da smo dobili sliku protjecanja npr. prema slici 7.1. dok je u namotu tekla istosmjerna struja I_m .

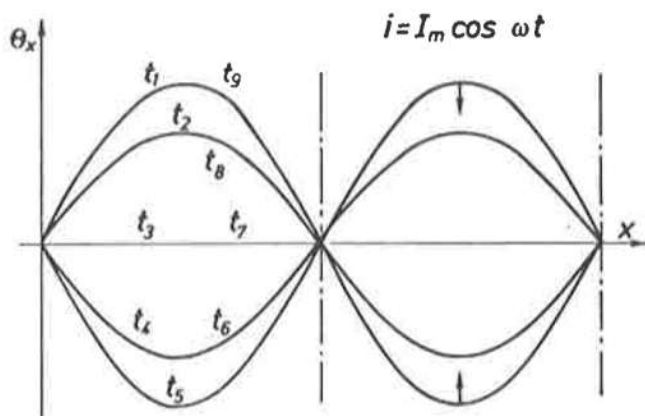


Sl. 7.1. Protjecanje trapezne raspodjele pri istosmjernoj uzbudnoj struji

Takva *istosmjerna uzbuda* daje sliku strujnog obloga i sliku protjecanja koje miruju, ne mijenjaju ni veličinu ni položaj prema namotu u kojemu teče struja. Ako smanjimo struju na polovicu: $I = I_m/2$, smanjit će se ordinate i krivulje strujnog obloga i krivulje protjecanja na polovicu. Uredimo li da struja u namotu bude 0, bit će i strujni oblog i protjecanje jednaki 0. Ako promijenimo smjer struje u namotu, promijenit će se smjer i strujnog obloga i protjecanja.

Kad bismo kroz namot pustili izmjeničnu struju, koja u vremenima $t_1, t_2, t_3 \dots$ poprima vrijednosti $i_1, i_2, i_3 \dots$, dobili bismo prostorni raspored (na sl. 7.2. sinusnog oblika) koji zadržava svoj oblik, ali mijenja ordinate proporcionalno trenutnim vrijednostima struje u namotu $i_1, i_2, i_3 \dots$. Takva *izmjenična uzbuda* daje sliku

strujnog obloga i protjecanja koja je zadržala svoj oblik, ali joj ordinate pulsiraju između pozitivne i negativne maksimalne vrijednosti na tom mjestu. To je pulsirajuće protjecanje stvoreno izmjeničnom strujom.



Sl. 7.2. Protjecanje sinusne raspodjele pri izmjeničnoj uzbuđenoj struji

Pretpostavimo da je izmjenična uzbuđna struja u početnom trenutku promatranja $t = 0$ upravo maksimalna te da je sinusna. Tada će amplituda protjecanja pulsirati prema zakonu:

$$\Theta_t = \Theta_1 \cos \omega t, \quad (1)$$

gdje je Θ_1 amplituda prostorne raspodjele protjecanja u trenutku kad je struja maksimalna, a Θ_t je ta ista amplituda u bilo kojem trenutku t . U bilo kojem času t bit će prostorna raspodjela protjecanja:

$$\Theta_x = \Theta_t \sin \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (2)$$

Uvrstimo u taj izraz veličinu amplitude Θ_t ovisno o vremenu t pa dobivamo vrijednost protjecanja u bilo kojem trenutku t i na bilo kojem mjestu oboda x :

$$\Theta_{x,t} = \Theta_t \sin \frac{\pi}{\tau_p} x = \Theta_1 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x \cos \omega t. \quad (3)$$

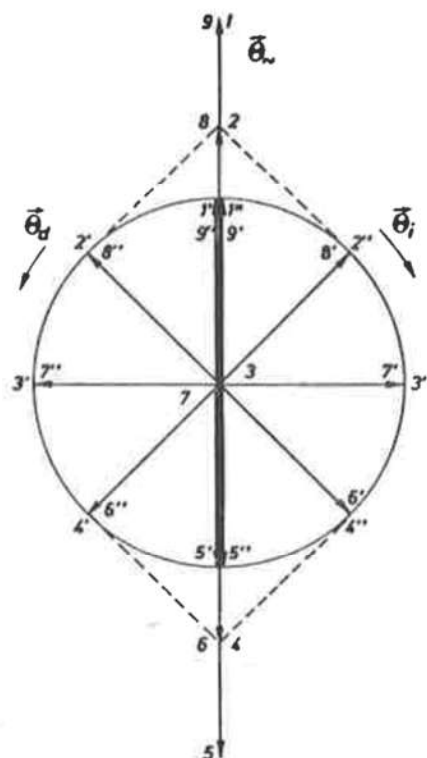
7.2. Pulsirajuće protjecanje i okretna protjecanja

▶▶▶ Ako je protjecanje *sinusno raspodijeljeno* uzduž oboda, a uzbuđuje ga struja koja se mijenja po *sinusnom zakonu*, dobit ćemo *sinusno pulsirajuće protjecanje* prema slici 7.2. Prikažemo li to protjecanje vektorom, bit će taj vektor $\vec{\Theta}_\sim$ uvijek istog smjera, ali će mu duljina pulsirati između maksimalne pozitivne i maksimalne negativne vrijednosti (sl. 7.3).

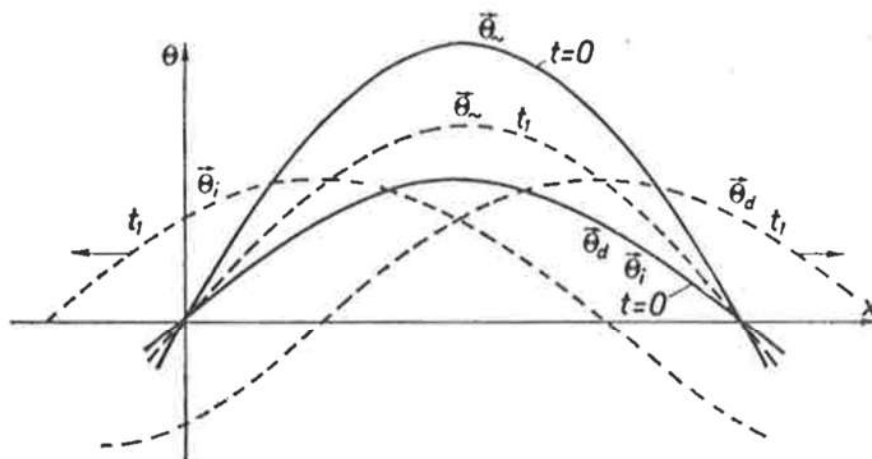
Umnožak sinusa i kosinusa u izrazu za $\Theta_{x,t}$ daje se prikazati zbrojem dvaju sinusnih članova, pa je:

$$\Theta_{x,t} = \frac{1}{2} \Theta_1 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + \frac{1}{2} \Theta_1 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right). \quad (1)$$

**Sl. 7.3. Prikaz pulsirajućeg protjecanja sa dva okret-
na protjecanja**



Prvi je član sinusni val konstantne amplitude $\Theta_1/2$ koji se kreće u smjeru pozitivnih vrijednosti x , a drugi član je isto takov sinusni val koji se kreće u suprotnom smjeru (sl. 7.4).



Sl. 7.4. Prikaz prostorne raspodjele pulsirajućeg protjecanja i njegovih okret-nih komponenti

Da je to zaista tako, možemo se uvjeriti ako odaberemo bilo koju ordinatu prvog vala, npr. onu koja u trenutku $t = 0$ odgovara položaju na obodu x_0 , pa je pratimo po obodu krećući se brzinom v . U trenutku t naći ćemo se u točki promatranja:

$$x = x_0 + vt,$$

a argument promatranog izraza bit će uvijek isti samo ako bude:

$$\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t = \frac{\pi}{\tau_p} (x_0 + v t) - \omega t = \text{konst.}$$

Izraz u kojemu se pojavljuje vrijeme bit će konstantan ako je dio izraza koji je množen vremenom jednak nuli:

$$\frac{\pi}{\tau_p} v - \omega = 0,$$

tj. ako se krećemo uzduž oboda brzinom:

$$v = \frac{\tau_p}{\pi} \omega, \quad (2)$$

Uz brzinu kretanja v pratit ćemo po obodu upravo onu točku vala koju smo u početku odabrali izborom x_0 ; ako smo odabrali $x_0 = 0$, bit će to nul-točka; ako smo odabrali $x_0 = \tau_p/2$, bit će to amplituda sinusoide itd. Cijeli val kreće se, dakle, nepromijenjenog oblika, u pozitivnom smjeru.

Lako je vidjeti da je drugi član isti takav val koji se po obodu kreće brzinom:

$$v = -\frac{\tau_p}{\pi} \omega, \quad (3)$$

dakle jednakom brzinom kao prvi val, ali u suprotnom smjeru.

Budući da je obodna brzina v jednaka umnošku mehaničke kutne brzine ω_m i polumjera $D/2$, to gornjoj obodnoj brzini odgovara mehanička kutna brzina:

$$\omega_m = \frac{v}{D/2} = \frac{\tau_p}{\pi} \omega \frac{2}{D},$$

što, uz $D\pi = 2p\tau_p$, daje kutnu brzinu za pozitivni val:

$$\omega_m = \omega/p, \quad (4)$$

a za negativni val:

$$\omega_m = -\omega/p. \quad (5)$$

Ta mehanička kutna brzina ω_m stvarna je kutna brzina kojom se val kreće u prostoru, za razliku od električne kutne brzine kojom bi se val kretao u 2-polnom prikazu i koja prikazuje električni kut prevaljen u jednoj sekundi, a mehanička kutna brzina prikazuje geometrijski kut prevaljen u jednoj sekundi. Električna kutna brzina vala nije ništa drugo nego kružna frekvencija $2\pi f$.

Tako smo *sinusno pulsirajuće protjecanje* prikazali kao zbroj dvaju *okretnih protjecanja*, odnosno takvih protjecanja kojima se oblik i veličina ne mijenjaju, ali mjesto na kojemu se nalazi amplituda protjecanja na obodu stroja putuje kutnom brzinom ω_m .

Okretno protjecanje koje se kreće u smjeru pozitivnih vrijednosti x nazivamo *direktnim* a protjecanje suprotna smjera nazivamo *inverznim okretnim protjecanjem*.

Sinusno pulsirajuće protjecanje što ga stvara izmjenična uzbudna struja u namotu može se prikazati zbrojem direktnoga okretnog protjecanja i inverznoga okretnog protjecanja, a svako od njih ima amplitudu jednaku polovici amplitude pulsirajućeg protjecanja. *Kutna brzina* kojom se kreću oba protjecanja, svako u svojem smjeru, jednaka je kružnoj frekvenciji ω podijeljenoj brojem pari polova p :

$$\omega_m = \omega/p = 2\pi f/p,$$

pa ovisi o frekvenciji uzbudne struje i o broju pari polova stroja.

Na slici 7.4. vidimo kako svako okretno protjecanje putuje u svom smjeru. Ako ih zbrojimo, dobivamo rezultatnu sinusoidu, kojoj se amplituda mijenja, ali se nalazi uvijek na istom mjestu oboda, — dakle pulsirajuće protjecanje.

I okretno protjecanje možemo prikazati vektorom. Vektore protjecanja možemo, dakako, prikazati i u geometrijskoj slici provrta stroja, ali ih smijemo zbrajati i oduzimati samo u dvopolnom prikazu, tj. onda kad puni kut znači punu periodu rasporeda sinusne veličine. Zato je i na slici 7.3. prikazano pulsirajuće protjecanje $\tilde{\theta}_\sim$ u 2-polnom prikazu. U početnom trenutku 1 to je protjecanje maksimalno i prikazano je sa dva jednaka okretna protjecanja. Vektor okretnog protjecanja u 2-osnom prikazu rotira kutnom brzinom ω i prevali puni kut dok struja prođe jednu punu periodu. To bi u stvarnosti značilo da je okretno protjecanje u to vrijeme prevalilo kut koji odgovara jednom paru polova $2\pi/p$. Duljina tog vektora za razliku od vektora pulsirajućeg protjecanja, ostaje uvijek ista. Na slici 7.3. označeno je osam položaja okretnih protjecanja, od 1 do 9, unutar jedne periode koju prolazi struja. Ti su položaji za direktno protjecanje označeni sa 1'—2'—3'—...—8'—9', a za inverzno protjecanje sa 1''—2''—3''—...—8''—9'', i njihov je vektorski zbroj označen redom sa 1—2—3—...—8—9. Vidi se da oba okretna protjecanja zbrojena čine pulsirajuće protjecanje, od kojega smo u razmatranju i pošli.

Direktno i inverzno okretno protjecanje komponente su *pulsirajućeg* protjecanja koje dobivamo napajanjem namota izmjeničnom strujom.

7.3. Brzina vrtnje okretnog protjecanja

▶▶▶ Kutna brzina okretnog protjecanja ω_m i kružna frekvencija ω struje koja uzbuđuje polje vezane su izrazom:

$$\omega_m = \omega/p.$$

U vremenu $T = 1/f$, koje je potrebno da struja prođe jednu cijelu periodu, okretno se polje zakrene za kut u prostoru:

$$\alpha_g = \omega_m T = \frac{\omega}{p} T = \frac{2\pi f}{p} \frac{1}{f} = 2\pi/p,$$

odnosno za električni kut:

$$\alpha = 2\pi.$$

To je upravo kut koji odgovara jednom paru polova. *Okretno polje kreće se, dakle, uvijek takvom brzinom da prijeđe jedan par polova dok struja prijeđe jednu punu periodu.*

Kutna brzina ω_m pokazuje nam koliki kut na obodu stroja prevali okretno polje. Obično se umjesto kutne brzine upotrebljava pojam brzina vrtnje. Brzina vrtnje n pokazuje nam koliko punih okretaja u jednoj minuti izvrši okretno polje, rotor ili bilo koji predmet ili veličina koje rotacijsko gibanje prikazujemo. Budući da je jedan puni okretaj kut 2π , a n okretaja na minutu je $n/60$ okretaja na sekundu, to je očito da brzini vrtnje n odgovara kutna brzina:

$$\omega_m = 2\pi n/60 \quad \text{rad/s.}$$

Brzina vrtnje okretnog polja bit će prema tome:

$$n = 60 \omega_m / 2\pi = \frac{60}{2\pi} \frac{2\pi f}{p} = 60 f/p \quad \text{r/min.} \quad (1)$$

Pokazano je (vidi odjeljak 5.7) da se u stroju s p pari polova pri brzini vrtnje n induciraju naponi frekvencije:

$$f = p n/60. \quad (2)$$

Sada vidimo da ćemo u stroju s p pari polova koji napajamo strujom te iste frekvencije dobiti okretna polja što se vrte tom istom brzinom vrtnje.

7.4. Prostorni položaj okretnih protjecanja

►►► Pokazali smo u odjeljku 7.2 (vidi i sl. 7.3) da se oba okretna protjecanja vektorski sastavljaju u pulsirajuće protjecanje. Os pulsirajućeg protjecanja ne mijenja položaj i podudara se s osi namota u kojem teče izmjenična uzbudna struja. Suma okretnih protjecanja najveća je kad oba leže u istom smjeru. To znači da će pulsirajuće protjecanje biti maksimalno u trenutku kad se oba okretna protjecanja sastanu u osi uzbuđenog namota.

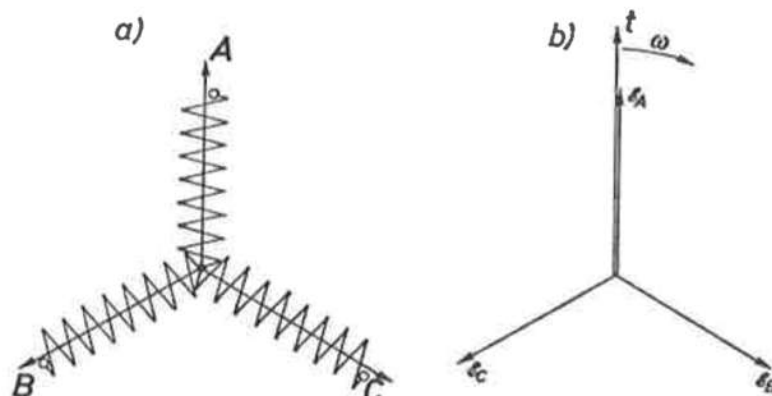
Maksimalno pulsirajuće protjecanje pojavljuje se onda kad uzbudna struja prolazi kroz maksimum. Odatle pravilo o položaju okretnih protjecanja na obodu stroja: *vektori okretnih protjecanja, direktnog i inverznog, sastaju se u osi namota uvijek u trenutku kad izmjenična uzbudna struja u namotu prolazi kroz maksimum.*

7.5. Protjecanje trofaznog namota

►►► Svaki je fazni namot višefaznog namota protjecan izmjeničnom strujom. Ta struja stvara dva jednaka okretna protjecanja suprotnih smjerova vrtnje koja se sastaju u osi namota u trenutku kad je u tom namotu struja maksimalna i vrte se takvom kutnom brzinom ω_m da prijeđu kut $2\pi/p$ (geometrijski), odnosno električni kut 2π u vremenu jedne periode $T = 1/f$.

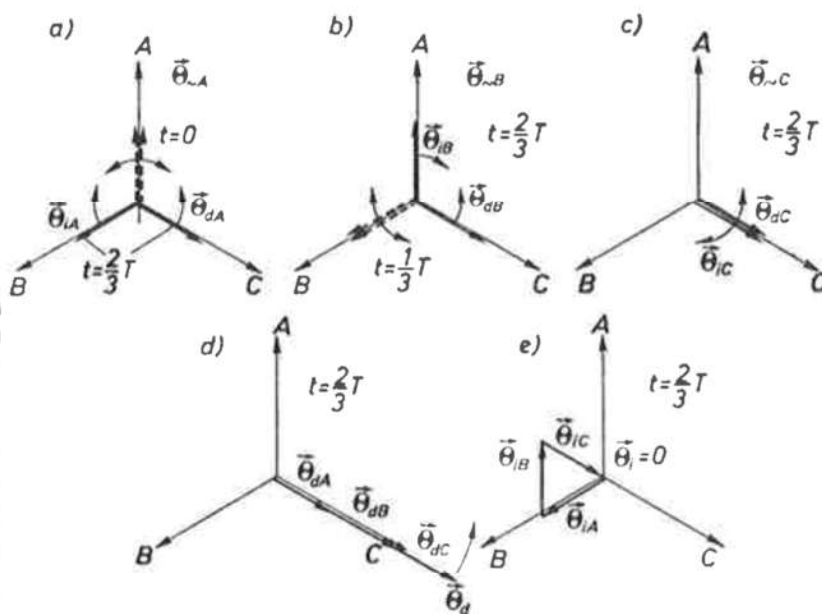
U primjeru trofaznog namota (sl. 7.5) osi namota razmaknute su za električni kut $2\pi/3$ (sl. 7.5.a), pa će i naponi biti jedan prema drugome pomaknuti u fazi za $2\pi/3$. Fazorski dijagram na slici 7.5.b crtamo prema dogovoru uvijek tako da os

Sl. 7.5. Prostorna slika (a) i fazorski dijagram napona (b) trofaznog sistema



t rotira u smjeru kazaljki na satu, pa u tom smjeru slijede i fazori napona $\mathbf{E}_A$, $\mathbf{E}_B$, $\mathbf{E}_C$. Od toga treba razlikovati prostorni prikaz prema slici 7.5.a, gdje smo odabrali lijevi smjer vrtnje stroja, pa osi namota A—B—C slijede jedna za drugom u lijevom smjeru vrtnje, suprotno smjeru kazaljki na satu.

Pri simetričnom opterećenju struje će u namotima biti, kao i naponi, međusobno razmaknute u fazi za $2\pi/3$. Svaka struja stvara svoja okretna polja. Ako s $t = 0$ označimo trenutak kad struja $\mathbf{I}_A$ prolazi kroz maksimum, onda će struja $\mathbf{I}_B$ prolaziti kroz maksimum u času $t = T/3$, struja $\mathbf{I}_C$ u trenutku $t = 2T/3$, a struja $\mathbf{I}_A$ ponovo u času $t = T$. To znači da će se okretna protjecanja struje $\mathbf{I}_A$ naći u osi namota A u trenutku $t = 0$, okretna protjecanja struje $\mathbf{I}_B$ naći će se u osi namota B u času $t = T/3$, a okretna protjecanja struje $\mathbf{I}_C$ bit će u osi namota C u trenutku $t = 2T/3$. To je prikazano za fazu A na slici 7.6.a (crtkano), za fazu B na slici 7.6.b te za fazu C na slici 7.6.c. U vremenu $T/3$ svako okretno protjecanje prewali $1/3$, punog kruga a u vremenu $2T/3$ $2/3$ punog kuta (u 2-polnom prikazu).



Sl. 7.6. Zbrajanje okretnih komponenata u trofaznom sistemu. Sve slike u trenutku $t = \frac{2}{3}T$: a) okretne komponente faze A, b) okretne komponente faze B, c) okretne komponente faze C, d) zbroj direktnih okretnih komponenata, e) zbroj inverznih okretnih komponenata

Na slici 7.6.a punom je crtom označeno gdje će se naći direktno, a gdje inverzno protjecanje struje $\mathbf{I}_A$ nakon vremena $2T/3$. To isto označeno je na slici 7.6.b za protjecanja struje $\mathbf{I}_B$, a slika 7.6.c predložuje okretna protjecanja struje $\mathbf{I}_C$ u tom trenutku. Slike 7.6.a, b i c pokazuju da se *sva tri direktna okretna protjecanja nalaze istog trenutka u istom smjeru*. Budući da se vrte jednakom brzinom i u istom smjeru, očito je da je to trajan međusobni položaj, pa će sva tri direktna okretna protjecanja dati rezultirajuće direktno okretno protjecanje jednako algebarskom zbroju svih triju komponenata. Budući da je svaka komponenta jednaka polovici amplitude pulsirajućeg protjecanja jedne faze:

$$\Theta_{d1} = \Theta_1/2, \quad (1)$$

to će rezultirajuće direktno okretno protjecanje biti (sl. 7.6.d):

$$\Theta_d = \frac{3}{2} \Theta_1. \quad (2)$$

Kao i komponente okretnih protjecanja svake struje za sebe, tako i to rezultantno direktno okretno protjecanje prolazi kroz os namota svake faze u onom trenutku kad je struja te faze maksimalna.

Inverzna okretna protjecanja bit će u prostoru uvijek međusobno pomaknuta za električni kut $2\pi/3$, pa će njihov *vektorski zbroj uvijek ostati jednak nuli* (sl. 7.6.e).

Kao rezime razmatranja treba reći: *trofazni simetrični namot napajan simetričnim sistemom trofaznih struja daje okretno protjecanje kojem je amplituda 50 % veća od amplitude pulsirajućeg protjecanja jedne faze*, koje se vrti u *pozitivnom smjeru* brzinom takvom da prijeđe razmak jednog para polova dok struja prođe jednu punu periodu, a os se okretnog protjecanja nađe u *osi namota* uvijek u trenutku kad struja tog namota prolazi kroz *maksimum*.

►► To se može dokazati i analitički napišemo li izraze za prostornu raspodjelu protjecanja svakoga faznog namota:

$$\Theta_{x,tA} = \Theta_{tA} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x$$

$$\Theta_{x,tB} = \Theta_{tB} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\Theta_{x,tC} = \Theta_{tC} \sin \left(\frac{\pi}{\tau} x - \frac{4\pi}{3} \right)$$

i uvrstimo njihove — vremenski ovisne — amplitude:

$$\Theta_{tA} = \Theta_1 \cos \omega t$$

$$\Theta_{tB} = \Theta_1 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$\Theta_{tC} = \Theta_1 \cos \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Umnožak sinusa i kosinusa u izrazu za protjecanje svake faze pretvorimo zatim u zbroj dvaju sinusnih izraza, kako smo to učinili u odjeljku 7.2, pa dobivamo protjecanje svake faze rastavljeno u direktno i inverzno okretno protjecanje:

$$\begin{aligned}\Theta_{x,tA} &= \frac{\Theta_1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right) \\ \Theta_{x,tB} &= \frac{\Theta_1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \Theta_{x,tC} &= \frac{\Theta_1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - \frac{2\pi}{3}\right).\end{aligned}$$

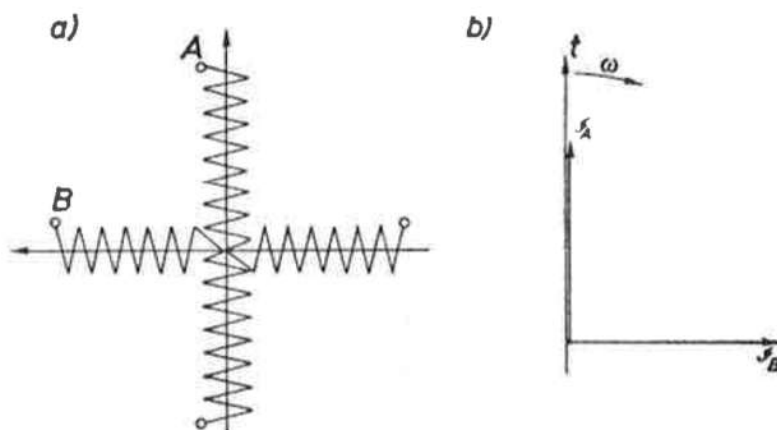
Ukupno protjecanje svih triju faznih namota je suma tih izraza:

$$\Theta_{x,t} = \Theta_{x,tA} + \Theta_{x,tB} + \Theta_{x,tC} = \frac{3}{2} \Theta_1 \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right). \quad (3)$$

U sumi, naime, tri desna člana, koja znače inverzna okretna protjecanja, daju nulu, a tri lijeva člana, koja označavaju direktna okretna protjecanja pojedinih faznih namota, zbrajaju se u trostruki iznos. Rezultat je, dakle, direktno okretno protjecanje amplitude 50 % veće od amplitude protjecanja jedne faze.

7.6. Protjecanje dvofaznog namota

►► Uz strojeve s trofaznim namotom susrećemo i strojeve s *dvofaznim namotom*. Dva namota su zakrenuta na obodu za električni kut $\pi/2$, a struje su im jednakog iznosa, ali pomaknute u fazi za kut $\pi/2$, kako je to u prostornom prikazu (a) i fazorskom dijagramu (b) predloženo na slici 7.7.



Sl. 7.7. Prostorna slika (a) i fazorski dijagram struja (b) dvofaznog sistema

Takav *simetrični dvofazni sistem* možemo razmatrati jednako kao što smo to učinili s trofaznim sistemom. Kad je struja I_B maksimalna i njezina se okretna protjecanja nalaze u osi namota B, okretna su protjecanja struje I_A već prevalila kut $\pi/2$ u jednom, odnosno drugom smjeru. Dalje rotiraju oba direktna okretna pro-

tjecanja u istom položaju i zbrajaju se algebarski u rezultatno direktno okretno protjecanje:

$$\Theta_d = \Theta_{dA} + \Theta_{dB} = 2 \Theta_1/2 = \Theta_1. \quad (1)$$

Inverzna okretna protjecanja rotiraju u položaju jedno nasuprot drugome, pa je njihova suma u svakom trenutku 0.

I ovdje možemo analitički prikazati raspored protjecanja obaju namota:

$$\begin{aligned} \Theta_{xA} &= \Theta_{tA} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x \\ \Theta_{xB} &= \Theta_{tB} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

i uvrstiti vremenski ovisne izraze za njihove amplitude:

$$\begin{aligned} \Theta_{tA} &= \Theta_1 \cos \omega t \\ \Theta_{tB} &= \Theta_1 \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

pa, kad oba pulsirajuća protjecanja pretvorimo u njihove okretne komponente dobivamo:

$$\begin{aligned} \Theta_{x,tA} &= \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right) \\ \Theta_{x,tB} &= \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - \pi \right). \end{aligned}$$

Ako izraze zbrojimo, opet se drugi članovi desne strane — inverzne komponente — ukidaju, a prvi članovi — direktne komponente — zbrajaju:

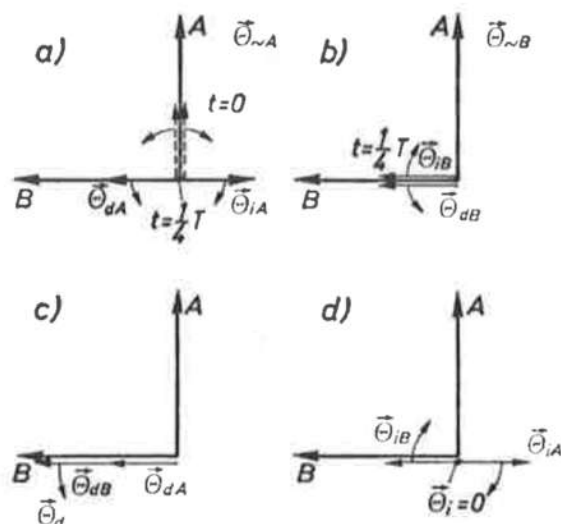
$$\Theta_{x,t} = \Theta_{x,tA} + \Theta_{x,tB} = \Theta_1 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right). \quad (2)$$

Kod dvofaznog namota *amplituda okretnog protjecanja jednaka je amplitudi pulsirajućeg protjecanja jedne faze.*

Za brzinu i položaj okretnog protjecanja vrijedi isto što je vrijedilo kod trofaznog namota.

Na slici 7.8. prikazan je nastanak okretnog protjecanja u simetričnome dvofaznom sistemu, slično kao što je to pokazano na slici 7.6. za trofazni sistem. Struja u fazi B zaostaje u fazi za 1/4 periode. Brojimo li vrijeme ($t = 0$), od prolaska struje u fazi A kroz maksimum, tj. od trenutka kad se oba okretna protjecanja faze A nalaze u osi faznog namota A (sl. 7.8.a), bit će nakon 1/4 periode njihov položaj

pomaknut prema osi faze A za $\pi/2$ ulijevo, odnosno udesno. U tome istom trenutku bit će okretna protjecanja faze B u osi namota faze B (sl. 7.8.b). Oba direktna okretna protjecanja vrte se dalje jednakom brzinom ulijevo, pa je njihova rezultanta $\vec{\Theta}_d$ prema slici 7.8.c. jednaka po iznosu amplitudi pulsirajućeg protjecanja jedne faze. Oba inverzna protjecanja vrte se udesno, a jedno gleda drugome nasuprot, pa je njihova rezultanta prema slici 7.8.d jednaka nuli.



Sl. 7.8. Zbrajanje okretnih komponenata u dvofaznom sistemu. Sve slike u trenutku $t = T/4$: a) okretne komponente faze A, b) okretne komponente faze B, c) zbroj direktnih okretnih komponenata, d) zbroj inverznih okretnih komponenata

7.7. Protjecanje m -faznog namota

▶▶▶ Relativno gibanje između vodiča i magnetskog polja može se ostvariti tako da magnetsko polje miruje, a da se vodiči gibaju, ali i tako da vodiči miruju, a da se magnetsko polje giba. Magnetsko polje koje rotira možemo ostvariti tako da namote rotora uzbudimo istosmjernom strujom, pa rotor vrtimo. Tu smo vidjeli još jednu mogućnost: magnetsko polje koje rotira možemo stvoriti sistemom namota koji miruju, a u kojima teku izmjenične struje. Na primjeru simetričnoga trofaznog i simetričnoga dvofaznog sistema pokazali smo kako simetrični sistem struja u simetričnom namotu stvara okretno polje jednog smjera. Okretno polje suprotnog smjera potpuno iščezava.

Isto bismo mogli postići m -faznim simetričnim sistemom. Izmjenična struja u svakoj od m faza stvorila bi pulsirajuće protjecanje amplitude Θ_1 , koje se može rastaviti na direktno okretno protjecanje i inveržno okretno protjecanje, svake amplitude $\Theta_1/2$. Budući da imamo ukupno m namota, dobivamo m direktnih i m inverznih okretnih protjecanja. Jednaki tok razmatranja što smo ga primijenili na trofazni i na dvofazni namot pokazuje da su i ovdje sva direktna okretna protjecanja istog smjera, a sva inverzna okretna protjecanja čine krakove simetrične m -krake zvijezde. Zbroj direktnih okretnih protjecanja daje *ukupno direktno okretno protjecanje*:

$$\Theta_d = \frac{m}{2} \Theta_1, \quad (1)$$

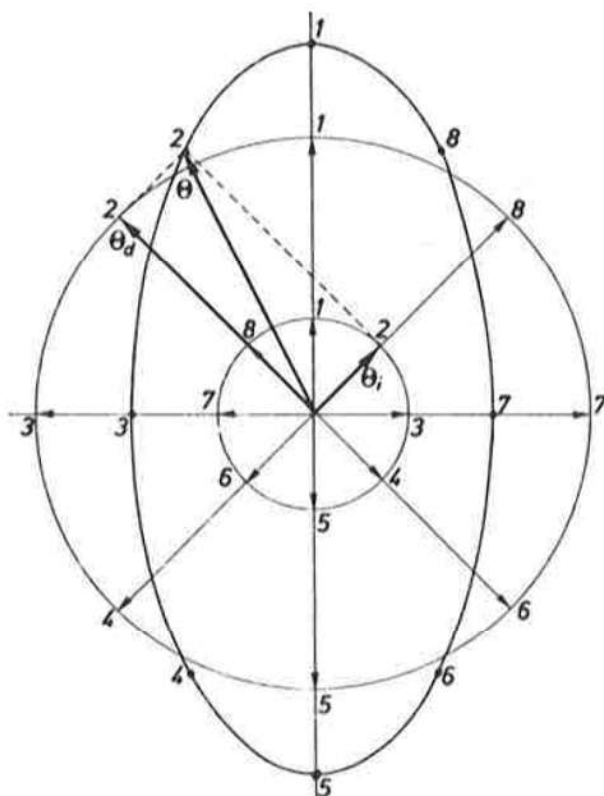
a *vektorski zbroj svih inverznih okretnih protjecanja daje nulu*.

Strojeve obično ne izrađujemo s više od tri faze. Izuzetak su rotorski namoti, kojima ne dovodimo struju, već nju inducira magnetsko polje u kojem se rotor vrti. Pri tome faznih namota može biti koliko želimo, uz uvjet da su svi međusobno jednaki i simetrično raspoređeni po obodu. Pri tome bit će i sistem induciranih struja u namotima simetričan, pa će takav m -fazni namot stvarati okretno polje kakvo smo već prikazali.

7.8. Eliptično protjecanje

►► Drukčiju sliku dobivamo ako sistem iz bilo kojeg razloga nije simetričan. *Nesimetrija* nastaje kad:

- amplitude struja nisu istog iznosa u svakoj fazi;
- fazni kut između struja nije svuda jednak;
- kut između osi namota nije svuda isti;
- broj zavoja ili namotni faktor nisu svuda jednaki.



Sl. 7.9. Eliptičko protjecanje

Rastavimo li u takvome nesimetričnim sistemu pulsirajuće protjecanje svake faze na dva okretna protjecanja, pa sve skupa zbrojimo, dobit ćemo rezultatno direktno okretno protjecanje (koje ne mora biti algebarska suma svih komponenata!) i rezultatno inverzno okretno protjecanje koje se razlikuje od nule. *Nesimetrični* sistem razlikuje se od *simetričnoga* po tome što se u *nesimetričnome* pojavljuje i *inverzno okretno protjecanje*.

Na slici 7.9. prikazan je primjer direktnog i inverznog okretnog protjecanja. Trajanje jedne periode struje T podijeljeno je na osam jednakih dijelova, pa je na većoj kružnici označen položaj vektora direktnoga okretnog protjecanja u trenucima $t_1, t_2, t_3 \dots t_8, t_1$, a na manjoj kružnici označen je položaj vektora inverznog okretnog protjecanja u istim trenucima. Ako vektorski zbrojimo oba protjecanja za svaki trenutak, dobivamo položaj i veličinu rezultantnog protjecanja u svakom trenutku od 1 do 8.

Vrh vektora rezultantnog protjecanja kreće se po elipsi, što se može razabrati i iz same slike 7.9.

Umjesto *simetričnog* ili *kružnog* okretnog protjecanja izlazi *eliptičko* protjecanje, u kojem se mijenja i smjer i amplituda ovisno o vremenu.

7.9. Izračunavanje protjecanja namota

►► Izmjenična struja efektivne vrijednosti I stvara u jednom paru dijametralno smještenih vodiča protjecanje pravokutna oblika, visine $I\sqrt{2}/2$. Treba, naime, računati s maksimalnom vrijednosti struje jer magnetske izmjenične veličine uvijek navodimo kao maksimalne vrijednosti. Prema Fourieru valja uzeti osnovni harmonički član, koji za takav pravokutnik iznosi:

$$\Theta_1 = \frac{4}{\pi} I \sqrt{2}/2. \quad (1)$$

Kao što se zbroj sinusnih napona u vodičima koji su raspoređeni u utorima dobiva geometrijskim zbrajanjem, tako se i zbroj protjecanja za pojedine parove utora dobiva *geometrijskim zbrajanjem*. U oba slučaja možemo zbrajanje izvršiti algebarski i rezultat pomnožiti namotnim faktorom f_n . Izračunani osnovni harmonički član pomnoži se brojem zavoja koji otpada na par polova i namotnim faktorom f_n :

$$\Theta_1 = \frac{4}{\pi} \frac{I\sqrt{2}}{2} \frac{w}{p} f_n. \quad (2)$$

To je *amplituda pulsirajućeg protjecanja* namota kojim teče izmjenična struja.

Ako uzmemo višefazni namot s m faza, onda će *amplituda okretnog protjecanja* koje takav namot proizvodi biti $m/2$ puta veća:

$$\Theta = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{I\sqrt{2}}{2} \frac{w}{p} f_n. \quad (3)$$

Posebno kod *trofaznog namota* bit će *amplituda protjecanja jedne faze*:

$$\Theta_1 = 0,95 \frac{I w}{p} f_n, \quad (4)$$

a okretno protjecanje cijelog namota:

$$\Theta = 1,35 \frac{I w}{p} f_n. \quad (5)$$

7. Zadaci



1. Kolika mora biti amplituda sinusno raspodijeljenog i sinusno pulsirajućeg protjecanja svake faze trofaznoga 4-polnog namota da bismo dobili okretno protjecanje amplitude 210 A? Kolika je brzina vrtnje okretnog protjecanja ako je frekvencija uzбудnih struja 50 Hz?

[140 A; 1 500 r min⁻¹]

2. Amplituda sinusno raspoređenoga pulsirajućeg protjecanja jedne faze trofaznog namota statora kad u njoj teče nazivna struja iznosi 250 A. Ako u sve tri faze teku struje trofaznog sistema iznosa nazivne struje, kolika će biti amplituda okretnog protjecanja koje stvaraju?

[375 A]

3. Jednofazni namot proizvodi sinusno raspoređeno pulsirajuće protjecanje amplitude 180 A. Prikažite ga s dva okretna protjecanja. Gdje se nalaze i kolike su njihove amplitude u trenutku kad je struja u namotu: a) maksimalna; b) jednaka nuli?

[a) dir. 0°, 90 A; inv. 0°, 90 A

b) dir. +90°, 90 A; inv. -90°, 90 A]

4. Kolika je kutna brzina, a kolika brzina vrtnje okretnog protjecanja trofaznog 6-polnog namota napajanoga iz mreže od 50 Hz?

[104,7 rad s⁻¹; 1 000 r min⁻¹]

5. Trofazni namot na statoru provrta $D = 40$ cm uzbuđen strujama frekvencije od 50 Hz stvara okretno polje. Koliki put i koliki kut prevali amplituda okretnog protjecanja u rasporu u vremenu potrebnome da struja prijeđe jednu poluperiodu, ako je stroj:

a) 2-polni; b) 6-polni?

[a) 0,628 m; 180°; b) 0,209 m; 60°]

6. Kojom brzinom vrtnje rotira okretno polje proizvedeno simetričnim strujama u statoru trofaznog stroja ako je frekvencija tih struja; a) 50 Hz, b) 60 Hz, a stroj je 4-polni?

[a) 1 500 r min⁻¹; b) 1 800 r min⁻¹]

7. Ako obod 6-polnoga trofaznog statora označimo geometrijskim stupnjevima počevši od osi faze 1, gdje će se nalaziti amplituda trofaznoga okretnog protjecanja u trenutku kad je struja faze 1:

a) maksimalna; b) nula; c) minimalna?

[a) 0° ; b) 30° ; c) 60°]

8. Stator 2-polnoga trofaznog stroja ima 108 utora. Os faze R nalazi se povrhu utora broj 1. Gdje se nalazi amplituda okretnog protjecanja u trenutku kad je struja: a) u fazi R; b) u fazi S; c) u fazi T maksimalna?

[a) 1; b) 37; c) 73]

9. Kolika mora biti amplituda sinusno raspoređenog protjecanja jednoga od faznih namota trofaznog stroja ako treba postići okretno polje indukcije u rasporu amplitude $0,8\text{ T}$, a zračni je raspor $0,4\text{ mm}$?

[169,8 A]



10. Amplituda sinusno raspoređenoga pulsirajućeg protjecanja jedne faze dvofaznog namota statora iznosi 150 A. Ako i u drugome faznom namotu teče struja jednake amplitude, kakvo protjecanje rezultira i kolika mu je amplituda?

[Okretno; 150 A]

11. Kolika je brzina vrtnje, a kolika kutna brzina okretnog polja dvofaznoga 4-polnog stroja napajanoga iz mreže od 50 Hz?

[1 500 r min^{-1} ; 157,1 rad s^{-1}]

12. U simetričnome trofaznom namotu teku trofazne struje fazno razmaknute za 120° , ali je zbog nesimetrije struja u jednoj fazi 20% veća. Ako se amplituda protjecanja jedne faze s manjom strujom označi s 100% koliko je: a) direktno; b) inverzno protjecanje cijelog sistema?

[a) 160%; b) 10%]

13. Koliko će biti okretno protjecanje trofaznoga 6-polnog namota s brojem zavoja po fazi $w = 240$ i s namotnim faktorom $f_n = 0,866$, u kojem teče struja po fazi 8,6 A?

[804 A]

14. Koliko će biti okretno protjecanje 6-polnog namota prema zadatku 13. ako je namot izveden kao dvofazni?

[536 A]

15. Koliko će biti pulsirajuće protjecanje jednofaznog namota s podacima iz zadatka 13? Kolika će biti direktna, a kolika inverzna okretna komponenta?

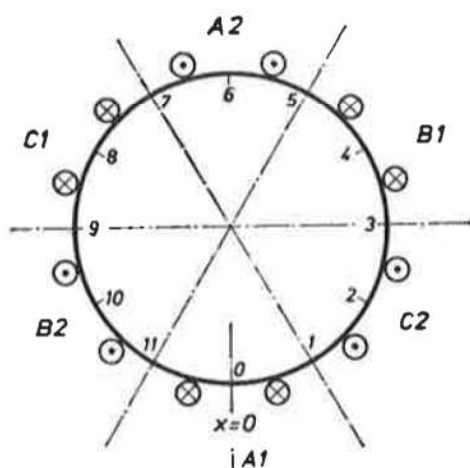
[536 A; 268 A; 268 A]

16. Trofazni namot spojen u zvijezdu, priključen na mrežu trofaznog napona od 380 V, uzima struju magnetiziranja po fazi 10 A. Ta struja stvara okretno polje takve veličine da naponi inducirani u namotima budu u ravnoteži s narinutim mrežnim naponima. Koliku bi struju uzeo jedan fazni namot priključen na napon od 220 V uz ostala dva fazna namota nepriključena?

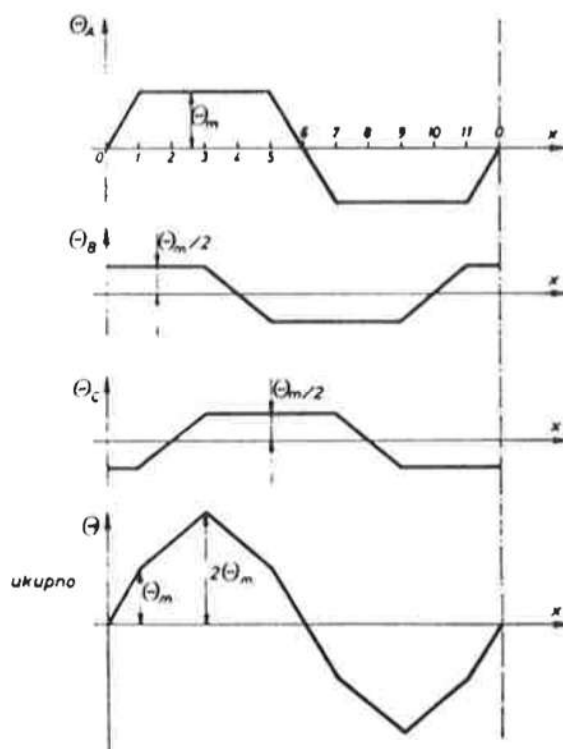
[15 A]

17. Trofazni namot zauzima obod stroja prema slici 7.10. Treba nacrtati protjecanje faza A, B i C te ukupno protjecanje u trenutku kad je struja faze A maksimalna. Uzeti jednoliku raspodjelu struje unutar svake zone.

[Sl. 7.11]



Sl. 7.10. Protjecanje trofaznoga jednoslojnog namota (17. zadatak)



Sl. 7.11. Rješenje 17. zadatka

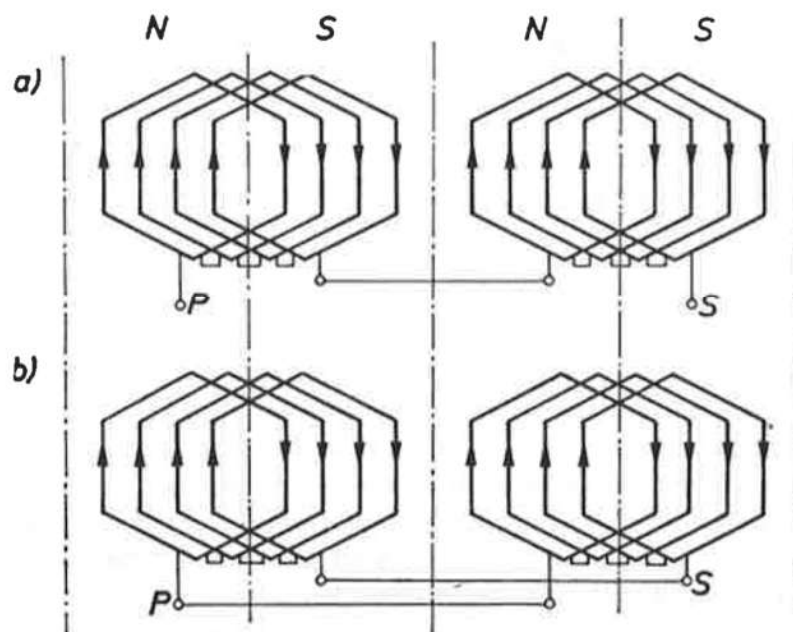
8. Razvijeni moment i inducirani napon

8.1. Paralelne grane u namotu stroja izmjeničnog napona

►► Strojevi istosmjerne struje imali su zatvorene namote koji su se razvili iz prstenastih namota. Namot je morao biti zatvoren kako bismo pomoću četkica mogli oduzimati s namota napon uvijek istog smjera i veličine. Takav namot morao je uvijek imati barem dvije paralelne grane.

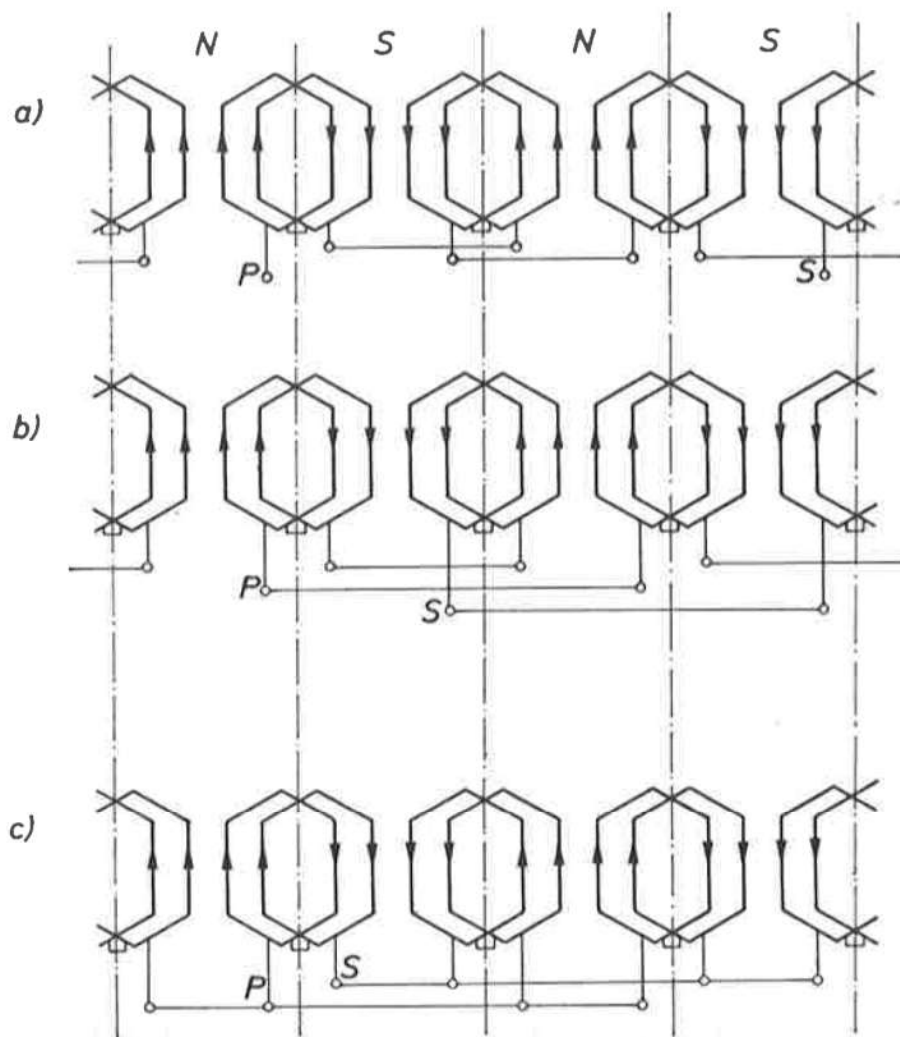
Namot izmjeničnog stroja, ili namot jedne faze višefaznog stroja, može biti *otvoreni namot*, s izvedenim početkom i svršetkom (P, odnosno S). No to ne znači da i takav namot ne može imati više *paralelnih grana*.

Paralelne grane dobivamo na razne načine. Da bismo bilo koja dva dijela namota smjeli spojiti paralelno, moraju naponi u njima biti jednaki po veličini i po faznom položaju. Taj *zahtjev potpune simetrije paralelnih grana* odmah pokazuje gdje smijemo, a gdje ne smijemo dijelove namota spajati paralelno.



Sl. 8.1. Shema četveropolnog jednoslojnog namota s jednom grupom svitaka po paru polova i a) jednom granom i b) dvije paralelne grane

Slika 8.1. sadrži jednoslojni namot s dva para polova, namotan s jednom grupom svitaka po paru polova. Dvije grupe svitaka, po jedna za svaki par polova, potpuno su simetrične, pa ih možemo spojiti ili u seriju (sl. 8.1.a) ili paralelno (sl. 8.1.b).



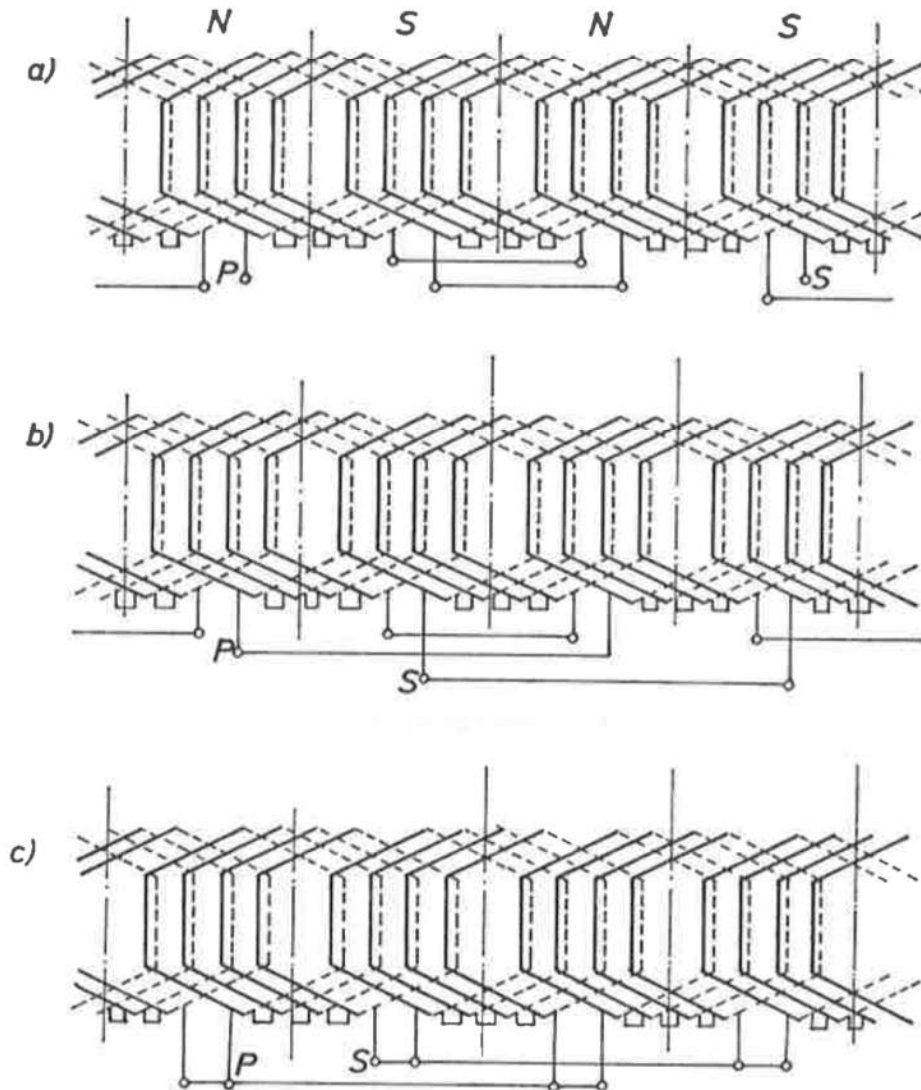
Sl. 8.2. Shema četveropolnog jednoslojnog namota s jednom grupom svitaka po polu i a) jednom granom, b) dvije paralelne grane i c) četiri paralelne grane

Slika 8.2. prikazuje isti stator, također s jednoslojnim namotom, ali sa svicima grupiranim tako da dobivamo po jednu grupu svitaka po svakom polu. Naponi takvih dviju grupa potpuno su simetrični, samo je napon u drugoj grupi suprotna smjera, pa takvu grupu valja uključiti u strujni krug sa zamijenjenim izvodima, kao što se to vidi u serijskom spajanju svih grupa na slici 8.2.a.

Ako grupe jednog para polova spojimo u seriju, a tako i grupe drugog para polova, onda dvije tako nastale grane, koje su potpuno simetrične, možemo spojiti paralelno (sl. 8.2.b). Dobili smo dvije paralelne grane.

No možemo i svaku grupu svitaka po polu smatrati posebnom granom ako samo zamijenimo izvode svake druge grupe. Tako spojene grupe svitaka prema slici 8.2.c daju četiri paralelne grane.

Dvoslojni namot na istom statoru prema slici 8.3. daje četiri potpuno simetrične grupe svitaka koje možemo spojiti sve u seriju (sl. 8.3.a), ili po dvije u seriju, pa dvije takve grane paralelno (sl. 8.3.b), ili pak sve četiri paralelno (sl. 8.3.c). Možemo, dakle, dobiti jednu, dvije ili četiri paralelne grane.



Sl. 8.3. Shema četevropalnog dvoslojnog namota sa a) jednom, b) dvije paralelne grane i c) četiri paralelne grane

Općenito, svaki se namot daje izvesti s toliko *simetričnih grupa* koliko on ima *polova*:

$$g = 2p.$$

Ostanimo kod oznake a za broj pari paralelnih grana, unatoč tome što broj paralelnih grana ovdje može biti i neparan, a to znači da tek broj paralelnih grana $2a$ mora biti cijeli broj. Cijeli broj mora biti i broj grupa spojenih u seriju s .

Ukupan broj grupa g mora biti jednak umnošku broja paralelnih grana, $2a$, i broja serijskih grupa u jednoj paralelnoj grani, s :

$$g = 2as,$$

pa je mogući broj paralelnih grana:

$$2a = g/s = 2p/s.$$

Budući da i $2a$ i s moraju biti cijeli brojevi, mogući su samo oni brojevi paralelnih grana koje dobivamo dijeljenjem broja polova $2p$ cijelim brojevima $s = 1, 2 \dots$ bez ostatka. Tako je kod stroja s tri para polova moguće izvesti 1, 2, 3 ili 6 paralelnih grana ($a = 1/2, 1, 3/2$ ili 3).

►►► Napon stroja jednak je naponu jedne grane. U odjeljku 5.6. izračunali smo napon namota stroja s w zavoja, u kojem su svi zavoji bili spojeni u seriju. Ako stroj izvedemo s $2a$ paralelnih grana, bit će broj zavoja u jednoj grani:

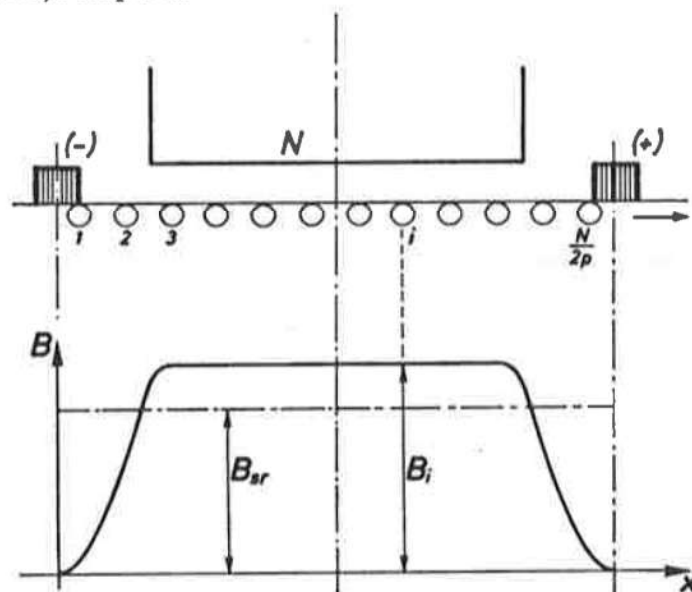
$$w_1 = w/2a. \quad (1)$$

Napon grane, a to je ujedno i napon tog namota, dobit ćemo tako da umjesto ukupnog broja zavoja w u izraz za napon stroja uvrstimo broj zavoja u grani w_1 prema odjeljku 5.6, odnosno 5.7:

$$E = E_{gr} = 4,44 \Phi f \frac{w}{2a} f_n. \quad (2)$$

8.2. Inducirani napon istosmjernog stroja

►►► Između četkice (+) i (-) nalaze se na obodu stroja istosmjerne struje uvijek novi vodiči — jer se rotor s vodičima vrti, a četkice stoje — ali uvijek nanovo u istom položaju u kojem se u njima induciraju isti naponi. Male razlike nastupaju samo u intervalu dok idući utor zauzme mjesto prethodnoga, što uzrokuje mala, tzv. utorska kolebanja napona.



Sl. 8.4. Izračunavanje induciranih napona istosmjernog stroja

Uz ukupni broj utora N , ispod jednog pola imamo $N/2p$ utora (sl. 8.4). Neka u svakom utoru bude z_1 vodiča. Na mjestu i -toga utora, gdje je indukcija u rasporu (srednja vrijednost za zub i utor) jednaka B_i , inducirat će se u svakom vodiču napon:

$$E_i = v B_i l.$$

U svim vodičima ispod jednog pola bit će ukupni napon:

$$E_p = \sum_{i=1}^{N/2p} v B_i l z_1.$$

Kad bi svi vodiči stroja bili spojeni u seriju, dobili bismo ukupni napon:

$$E_{ser} = 2 p E_p.$$

Znamo, međutim, da su vodiči svrstani najmanje u dvije paralelne grane ($a = 1$). Pri najjednostavnijem načinu namatanja koje smo dosad razmatrali bilo je toliko paralelnih grana u namotu koliko je stroj imao polova ($a = p$), no moguće su i drukčije varijante namatanja, u kojima dobivamo:

$$a = 1, 2, 3 \dots \text{do } p$$

Uz $2 a$ paralelnih grana bit će i broj vodiča u grani $2 a$ puta manji nego kad bi svi vodiči bili spojeni u seriju, pa će i napon grane — a to je i napon stroja — biti $2 a$ puta manji:

$$E = \frac{1}{2 a} E_{ser} = \frac{1}{2 a} 2 p E_p = \frac{p}{a} \sum_{i=1}^{N/2p} v B_i l z_1.$$

Taj izraz sastoji se od konstantnih faktora, izuzevši indukciju, koja može biti na različitim mjestima različita, pa ga možemo pisati:

$$E = \frac{p}{a} v l z_1 \sum_{i=1}^{N/2p} B_i. \quad (1)$$

Sumu od $N/2p$ vrijednosti indukcije u jednakim razmacima možemo pisati kao umnožak srednje vrijednosti indukcije ispod pola s $N/2p$:

$$\sum_{i=1}^{N/2p} B_i = B_{sr} \frac{N}{2p}. \quad (2)$$

Srednja vrijednost indukcije određuje tok ispod pola:

$$\Phi = B_{sr} \tau_p l = B_{sr} \frac{D \pi}{2p} l. \quad (3)$$

Umjesto $\sum B_l$ može se, dakle, pisati:

$$\sum_{i=1}^{N/2p} B_l = \frac{N}{2p} \Phi \frac{2p}{D \pi l}. \quad (4)$$

Ako još obodnu brzinu v izrazimo brzinom vrtnje n :

$$v = D \pi n / 60 \quad (5)$$

i ako umjesto broja vodiča po utoru z_1 uvedemo ukupni broj vodiča z :

$$z = N z_1, \quad (6)$$

dobivamo konačno *napon istosmjernog stroja*:

$$E = \frac{p}{a} \frac{\Phi n z}{60}. \quad (7)$$

Ukupni magnetski tok po polu Φ i brzina vrtnje n dadu se u pogonu mijenjati, na njih možemo utjecati. Broj pari polova i broj pari paralelnih grana, pa i ukupni broj vodiča z , ne mogu se na izvedenom stroju više mijenjati te oni ulaze u konstantu koja pripada određenom stroju i koju nazivamo *koeficijentom inducirano napona*:

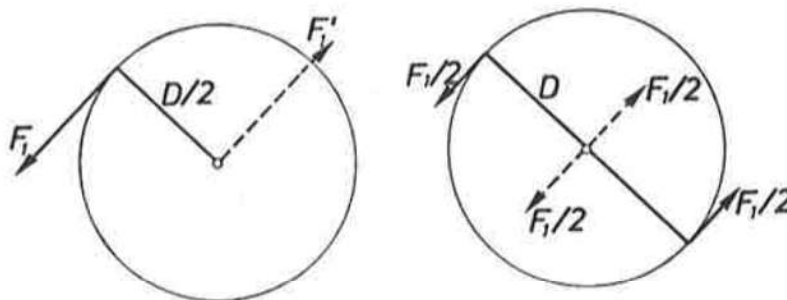
$$k_E = \frac{p}{a} \frac{z}{60}, \quad (8)$$

a određuje *veličinu inducirano napona* u stroju:

$$E = k_E \Phi n. \quad (9)$$

8.3. Obodna sila i moment

►►► Na slici 8.5. prikazana je sila na jedan vodič na obodu F_1 . Na osovini rotora pojavljuje se sila reakcije kojom djeluje ležaj, iste veličine i obrnuta smjera.



Sl. 8.5. Obodna sila i moment

Taj par sila daje moment $F_1 D/2$. Zamislimo sada silu F_1 podijeljenu na dvije jednake sile, s hvatištima na dijametralnim mjestima oboda. Moment tog para sila isti je, tj. $\frac{F_1}{2} D$. Mogli bismo promatrati svaku od tih sila s njezinom reakcijom u središtu. Obje reakcije ukidaju se, a zbroj dvaju momenata ostaje isti:

$$\frac{F_1}{2} \frac{D}{2} + \frac{F_1}{2} \frac{D}{2} = F_1 D/2 \quad (1)$$

Razlika je samo u tome što se u prvom slučaju opterećuje ležaj i osovina, a u drugome ne.

Za mehaničku snagu koju dovodimo ili odvodimo svejedno je jesu li sile razmještene simetrično po obodu ili su sve koncentrirane na jednom ili više mjesta. Zato se obično sve sile na obodu zbroje u jednu *obodnu silu*, koja pomnožena polumjerom daje ukupni zakretni moment:

$$F D/2 = M. \quad (2)$$

8.4. Moment istosmjernog stroja

▶▶▶ Na svaki od z_1 vodiča u jednom utoru kroz koje teče struja jedne grane I_{gr} djeluje sila:

$$F_1 = I_{gr} l B_t = \frac{I}{2a} l B_t, \quad (1)$$

a na cijeli utor sila:

$$F_u = z_1 F_1 = \frac{z}{N} \frac{I}{2a} l B_t, \quad (2)$$

gdje je B_t označena indukcija na mjestu promatranog utora. Za jedan polni korak sila iznosi:

$$F_p = \frac{z}{N} \frac{I}{2a} l \sum_{i=1}^{N/2p} B_{ti}. \quad (3)$$

Izrazimo i sada sumu vrijednosti indukcije ispod pojedinih utora jednoga polnog koraka pomoću srednje vrijednosti indukcije, odnosno toka jednog pola Φ , pa ćemo za ukupnu silu na obodu stroja dobiti obodnu silu:

$$F = 2 p F_p = \frac{p}{a} \frac{z I \Phi}{D \pi}. \quad (4)$$

Ukupni razvijeni moment:

$$M = F D/2 = \frac{p}{a} \frac{\Phi I z}{2 \pi} \quad (5)$$

I ovdje možemo sve vrijednosti određene konstrukcijom stroja, a ne mijenjaju se u pogonu, obuhvatiti jednim *koeficijentom momenta* k_M :

$$k_M = \frac{p}{a} \frac{z}{2 \pi}, \quad (6)$$

pa će moment koji razvija istosmjerni stroj biti:

$$M = k_M \Phi I. \quad (7)$$

Očito je da su koeficijent momenta k_M i koeficijent induciranog napona k_E čvrsto vezani:

$$k_M = k_E \frac{60}{2 \pi}, \quad (8)$$

što se može vidjeti i iz energetskeg razmatranja.

U stroju bez gubitaka mora mehanička snaga na osovini biti jednaka električnoj snazi u namotu:

$$P_{meh} = P_{el}.$$

Mehanička je snaga:

$$P_{meh} = M \omega_m = k_M \Phi I \frac{2 \pi n}{60},$$

a električna je snaga:

$$P_{el} = E I = k_E \Phi n I,$$

Izjednačenjem tih dvaju izraza dobivamo:

$$k_M = k_E \frac{60}{2 \pi}.$$

Uvrstimo li u formuli (9) odjeljka 8.2. brzinu vrtnje n izraženu kutnom brzinom ω :

$$n = \frac{60}{2 \pi} \omega,$$

bit će izraz za inducirani napon:

$$E = k_E \frac{60}{2\pi} \Phi \omega = k_M \Phi \omega.$$

Zajednička konstanta za računanje napona i momenta je, dakle:

$$k = \frac{p}{a} \frac{z}{2\pi}, \quad (9)$$

pa se pomoću nje računa:

$$E = k \Phi \omega \quad (10)$$

$$M = k \Phi I. \quad (11)$$

8.5. Trenutna vrijednost momenta izmjeničnog stroja

►►► U izmjeničnom stroju nastojimo postići sinusno raspodijeljeno protjecanje, a tako i sinusnu raspodjelu magnetske indukcije u rasporu. Pri odstupanju od sinusoida uzimamo osnovni harmonički član Fourierova razvoja i opet računamo sa *sinusno raspodijeljenim veličinama*.

Neka su $\vec{\Theta}_1$ i $\vec{\Theta}_2$ protjecanja statora i rotora, predložena vektorima u 2-polnom prikazu. Vektor indukcije bit će određen rezultatnim protjecanjem $\vec{\Theta}$ koje dobivamo vektorskim zbrajanjem protjecanja $\vec{\Theta}_1$ i $\vec{\Theta}_2$. Pri konstantnoj duljini zračnog raspora δ_x , smjer vektora $\mathbf{B}$ magnetske indukcije podudarati će se sa smjerom vektora rezultatnog protjecanja $\vec{\Theta}$, a pri promjenljivome zračnom rasporu ta se dva smjera mogu i razlikovati. U svakom slučaju, smjer vektora $\mathbf{B}$ i smjer vektora $\vec{\Theta}_1$, odnosno $\vec{\Theta}_2$, neće biti jednak (sl. 8.6).

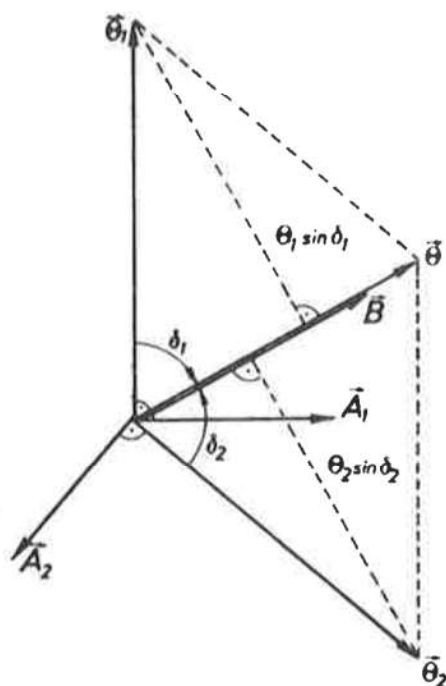
Računajmo moment koji djeluje na rotor, pa kut od vektora rotorskog protjecanja $\vec{\Theta}_2$ do vektora indukcije $\mathbf{B}$ označimo s δ_2 . Pripadni strujni oblog predložen je vektorom $\mathbf{A}_2$ koji zaostaje za kut $\pi/2$ za vektorom protjecanja $\vec{\Theta}_2$ (sl. 8.6).

Na element oboda rotora duljine dx , uz strujni oblog na tom mjestu A_x i indukciju B_x , djeluje sila (v. odjeljak 2.9):

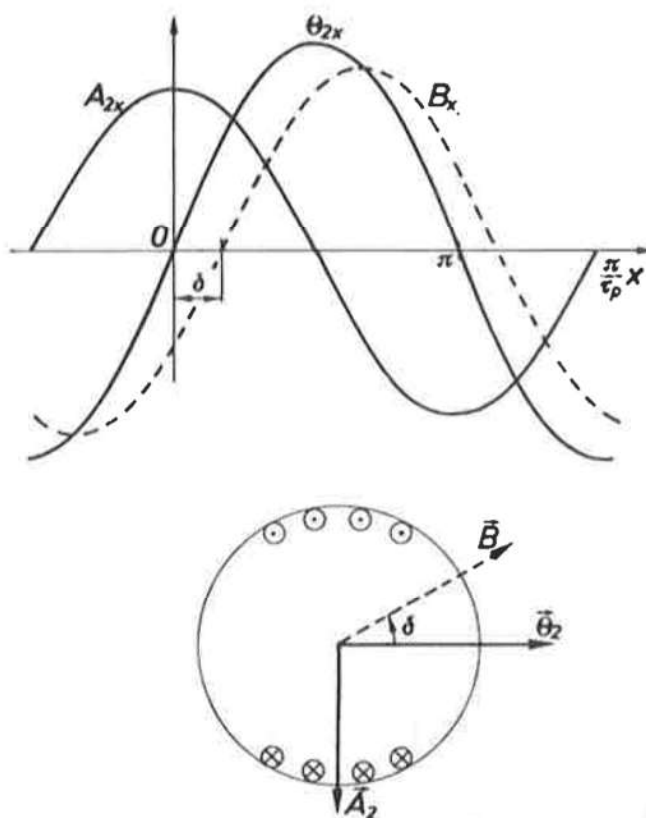
$$dF = -A_x dx l B_x,$$

pri čemu se pozitivan smjer sile na obodu računa u smjeru pozitivnog x , tj. suprotno od smjera kazaljki na satu.

Prostorna raspodjela strujnog obloga i protjecanja rotora i indukcije u rasporu predložena je krivuljama na razvijenom obodu i vektorima u 2-polnom prikazu na slici 8.7.



SI. 8.6. Vektorski dijagram protjecanja i indukcije izmjeničnog stroja



SI. 8.7. Prostorna raspodjela strujnog obloga, protjecanja i indukcije

Ta prostorna raspodjela može se prikazati izrazima:

$$A_{2x} = A_2 \cos \frac{\pi}{\tau_p} x$$

$$\theta_{2x} = \theta_2 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x = A_2 \frac{\tau_p}{\pi} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x$$

$$B_x = B \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \delta_2 \right).$$

Obodna sila za jedan pol dobiva se integracijom sile na element oboda duljine dx kroz cijeli polni korak:

$$\begin{aligned} F_p &= - \int_{x=0}^{\tau_p} A_x B_x l dx = -A_2 B l \int_{x=0}^{\tau_p} \cos \frac{\pi}{\tau_p} x \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \delta_2 \right) dx = \\ &= -A_2 B l \int_0^{\tau_p} \left[\frac{1}{2} \sin \left(\frac{2\pi}{\tau_p} x - \delta_2 \right) + \frac{1}{2} \sin (-\delta_2) \right] dx = + A_2 B l \frac{1}{2} \tau_p \sin \delta_2. \end{aligned}$$

Uvedimo umjesto amplitude strujnog obloga amplitudu protjecanja:

$$A_2 = \frac{\pi}{\tau_p} \Theta_2,$$

izračunajmo obodnu silu za svih $2p$ polova:

$$F = 2p F_p = p \pi l \Theta_2 B \sin \delta_2$$

i ukupni moment koji djeluje na rotor:

$$M_2 = F D/2 = \frac{D \pi l p}{2} \Theta_2 B \sin \delta_2.$$

Uvedimo u izvedeni izraz još *volumen provrta stroja*:

$$V = \frac{D^2 \pi}{4} l,$$

pa je *moment* konačno:

$$M_2 = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_2 \sin \delta_2. \quad (1)$$

Taj izraz pokazuje da se moment pojavljuje tek onda kad je kut između vektora protjecanja i vektora indukcije različit od nule. Moment je proporcionalan sinusu tog kuta, koji nazivamo *kutom opterećenja*.

Kad bismo izveli istu računicu za stator, dobili bismo za moment izraz:

$$M_1 = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_1 \sin \delta_1. \quad (2)$$

Rezultantno protjecanje koje pri konstantnom zračnom rasporu određuje i smjer vektora indukcije, leži uvijek između obiju komponenata, Θ_2 i Θ_1 . To znači da kutovi opterećenja δ_2 i δ_1 moraju biti uvijek suprotnog predznaka pa su i sinusi tih kutova suprotna predznaka. Sa slike 8.6. vidi se da je:

$$|\Theta_1 \sin \delta_1| = |\Theta_2 \sin \delta_2| \quad (3)$$

pa izlazi:

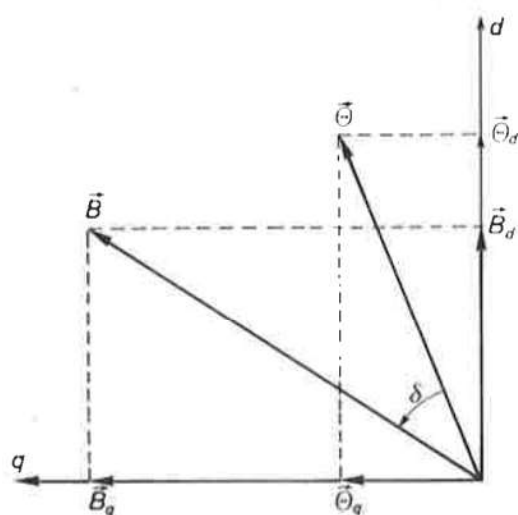
$$M_1 = -M_2. \quad (4)$$

Vektor indukcije ispred vektora protjecanja u smjeru vrtnje daje pozitivan moment, tj. moment u smjeru vrtnje. O *smjeru momenta* može se općenito reći da je *uvijek takav da osi pojedinih protjecanja nastoji dovesti u os rezultantnog protjecanja*.

►► Ovi su zaključci izvedeni uz pretpostavku konstantnoga zračnog raspora. Pri tome se smjer vektora indukcije podudara sa smjerom vektora rezultantnog protjecanja. Kad to ne bi bilo tako, ne bi više vrijedilo da je $|\Theta_1 \sin \delta_1| = |\Theta_2 \sin \delta_2|$. Dakako da i tu moment na stator mora biti jednak i suprotnog smjera od momenta na rotor. Tu se osim sila koje djeluju na strujom protjecane vodiče pojavljuju još i sile na rubne plohe nejednolikog raspora u magnetskom polju. Zbog toga djeluje još jedan moment, tzv. *reluktantni moment*, tako nazvan jer mu je uzrok nejednaki magnetski otpor ili reluktancija po obodu stroja (v. II dio, odjeljak 17.4).

►►► Izvedeni izraz za moment vrijedi kad su vrijednosti protjecanja i indukcije u rasporu, pa i kut δ , stalni. No isto se tako može računati moment kod promjenljivih uzбудnih struja i kuta δ ako se uvrste trenutne vrijednosti Θ , B i δ . Pri tome dobivamo *trenutnu vrijednost momenta*.

Sva ova razmatranja vrijede ako su protjecanja u rasporu i indukcija u rasporu sinusno raspodijeljeni ili da računamo sa sinusnim osnovnim harmoničkim članom tih veličina. Takve sinusne veličine možemo prikazati vektorima na slici na kojoj puni krug predočuje jedan par polova, tj. 360° električnih. Na takvoj slici (sl. 8.8) možemo postaviti *dvoosni sistem*, s po volji odabranim smjerom *uzdužne*



Sl. 8.8. Prikaz vektora protjecanja i indukcije u dvoosnom (d -- q) sistemu

osi d , a s *poprečnom* osi q pomaknutom za 90° u smjeru vrtnje. Svaki vektor u provrtu možemo tada prikazati *komponentama* u d -osi i u q -osi, pa dobivamo vektor protjecanja definiran komponentama $\vec{\Theta}_d$ i $\vec{\Theta}_q$ i vektor indukcije definiran komponentama $\vec{B}_d$ i $\vec{B}_q$.

Moment ćemo računati prema izrazu (1), računajući umjesto s $\vec{B}$ i $\vec{\Theta}_2$ s njihovim komponentama u osima d i q . Uz pozitivan smjer vrtnje u lijevo komponenta B_q razvija moment:

— s komponentom Θ_q , uz kut 0° , $M_{qq} = 0$;

— s komponentom Θ_d , uz kut 90° , $M_{qd} = +B_q \Theta_d \cdot \frac{\pi}{\tau_p} V$.

Komponenta B_d daje:

s komponentom Θ_q , uz kut -90° , $M_{dq} = -B_d \Theta_q \cdot \frac{\pi}{\tau_p} V$;

s komponentom Θ_d , uz kut 0° , $M_{dd} = 0$.

Ukupni moment računa se iz komponentata u dvoosnom sistemu ovako:

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V (B_q \Theta_d - B_d \Theta_q).$$

8.6. Moment višefaznog stroja

▶▶▶ U višefaznog stroja pojavljuju se dvije vrste protjecanja: protjecanje uzbuđeno *istosmjernom strujom* na rotoru koji se vrti brzinom n i protjecanje uzbuđeno *izmjeničnim strujama u višefaznom namotu* koje se također vrti istom brzinom n . Na koji god način nastala, protjecanja statora i rotora sigurno se vrte jednakom brzinom n u istome međusobnom položaju, koji se ne mijenja u stacionarnom pogonu, dok se ne promijeni pogonsko stanje. Rezultantno protjecanje i vektor indukcije ostaju, dakle, isti, a jednako tako i kut δ . Budući da se trenutne vrijednosti B , Θ i δ ne mijenjaju, neće se mijenjati ni trenutna vrijednost momenta:

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta \sin \delta \quad (1)$$

sve dok se ne promijeni pogonsko stanje.

Upravo je to karakteristično za razvijeni moment višefaznog stroja. *Moment* je izjednačen, on *ne pulsira* oko srednje vrijednosti pod utjecajem izmjeničnih struja, već mu je vrijednost neprestano *jednaka*.

8.7. Moment jednofaznog stroja

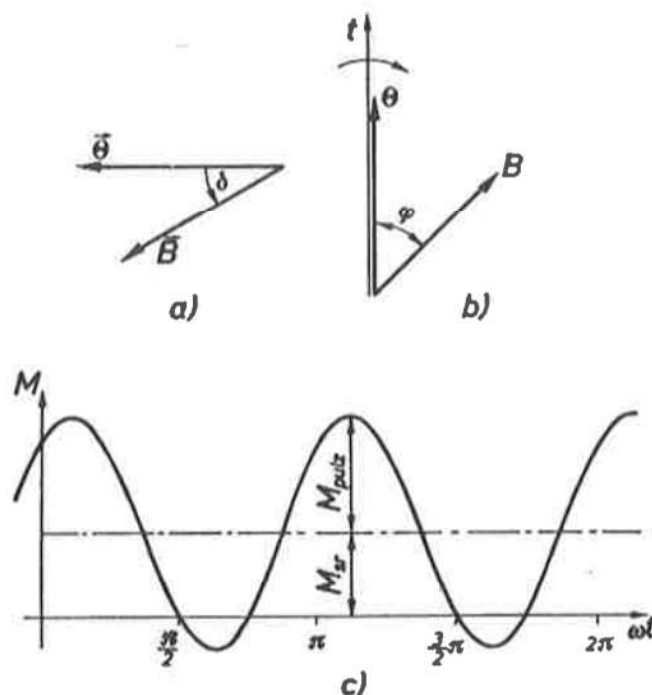
▶▶ Kod jednofaznog stroja pulsira protjecanje, pulsira i indukcija kružnom frekvencijom ω struje koja teče kroz jednofazni namot. Neka je, prema slici 8.9, električni kut između osi protjecanja $\vec{\Theta}$ i osi indukcije $\mathbf{B}$ jednak δ i neka sinusno pulsiranje indukcije zaostaje u fazi za kut φ prema pulsiranju protjecanja Θ . Trenutne vrijednosti protjecanja i indukcije mogu se tada predložiti izrazima:

$$\Theta_t = \Theta \cos \omega t$$

$$B_t = B \cos (\omega t - \varphi).$$

Uvrstivši te trenutne vrijednosti u izraz za trenutnu vrijednost momenta, dobivamo:

$$\begin{aligned} M_t &= \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta \sin \delta \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta \sin \delta [\cos (2 \omega t - \varphi) + \cos \varphi]. \end{aligned}$$



Sl. 8.9. Trenutna vrijednost momenta jednofaznog stroja: a) vektori protjecanja i indukcije, b) fazori protjecanja i indukcije, c) trenutna vrijednost momenta

Prosječna vrijednost prvog člana u zagradi u toku jedne poluperiode jednaka je nuli, a drugi se član ne mijenja; vrijednost mu je $\cos \varphi$. Vremenske promjene momenta prikazane su na slici 8.9.c. Srednja mu je vrijednost:

$$M_{sr} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta \sin \delta \cos \varphi, \quad (1)$$

a trenutna vrijednost pulsira oko srednje vrijednosti dvostrukom kružnom frekvencijom 2ω , uz amplitude pulsacija:

$$M_{puls} = \frac{1}{2} \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta \sin \delta. \quad (2)$$

Da bi pulsirajuće protjecanje s pulsirajućim valom indukcije dalo zakretni moment, prostorna os u kojoj protjecanje pulsira ne smije biti ista kao os u kojoj pulsira indukcija; mora, dakle, biti $\delta \neq 0$. Osim toga, fazni pomak između vremenske pulsacije jedne i druge veličine mora biti različit od $\pi/2$, a kružna frekvencija pulsacija obiju veličina mora biti jednaka.

8.8. Kut opterećenja

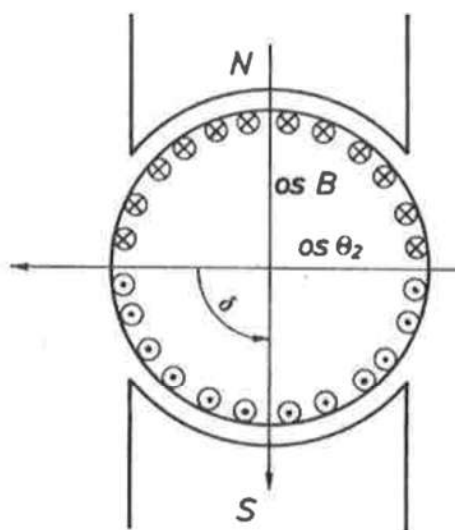
►► Moment koji djeluje na rotor stroja mora biti u ravnoteži s momentom kojim rotor tjeramo ili kojim ga opterećujemo. Potpuno rasterećen stroj — ako zanemarimo gubitke — ne razvija nikakav moment, a potpuno opterećeni stroj razvija puni moment.

Veličina razvijenog momenta ovisi o magnetskoj indukciji u rasporu, o protjecanju promatranog namota i o kutu opterećenja δ .

O indukciji B ovisi i visina induciranog napona. Većina strojeva upotrebljava se pri stalnoj vrijednosti napona na priključcima, a to praktički znači pri stalnoj vrijednosti induciranog napona. Indukcija B mora, dakle, biti stalna jer je određena naponom mreže.

Ako je rotor uzbuđen istosmjernom strujom konstantne vrijednosti, kao što je to kod *sinhronih strojeva*, protjecanje rotora također je konstantno. Jedina je mogućnost *prilagodivanja opterećenju* promjena *kuta opterećenja* δ . Dakako da se struje u statorskima namotima prilagođuju tako nastalome novom pogonskom stanju.

Drugi je slučaj kod strojeva u kojih se struje u rotoru induciraju od indukcije u rasporu, a to su *asinhroni strojevi*. Promjenom opterećenja tu se mijenja i protjecanje rotora i kut opterećenja.



Sl. 8.10. Kut opterećenja istosmjernog stroja

Treći je slučaj *istosmjernog stroja*, kod kojeg je prema slici 8.10. kut između osi protjecanja rotora i osi indukcije jednak $\pi/2$. Tu se *kut opterećenja* uopće *ne mijenja* s promjenom opterećenja, pa se *prilagodivanje* obavlja samo *promjenom protjecanja rotora*, a to znači promjenom struje armature.

Promatramo li samo rotorsku stranu, pri promjeni opterećenja mijenja se u prvom slučaju samo kut opterećenja δ , u drugome rotorska struja i kut opterećenja, a u trećemu samo rotorska struja.

► Način računanja sa sinusnim raspodjelama koje dobivamo uzevši osnovni harmonički član po Fourieru nije baš točan kod istosmjernog stroja, jer se pri oblikovanju polova i ne trudimo da postignemo raspodjelu što bližu sinusnoj, nego nastojimo dobiti što veći tok Φ . Zbog toga zanemarenje viših harmoničkih članova donosi tu nešto veće odstupanje. To je razlog što smo izraz za razvijeni moment istosmjernog stroja izveli uzevši u obzir *stvarnu raspodjelu* indukcije i protjecanja, a ne osnovne harmoničke članove.

8. Zadaci



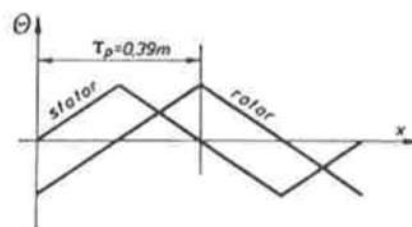
1. Između osi indukcije u rasporu i osi protjecanja rotora kut je $\delta = 30^\circ$. Razvijeni moment iznosi 70 Nm. Koliki najveći moment može razviti stroj ako indukcija u rasporu ostane nepromijenjena, a protjecanje rotora se povisi 20%?
[168 Nm]
2. Uz konstantno protjecanje rotora i konstantno rezultirajuće protjecanje najveći moment koji stroj može razviti iznosi 600 Nm. Kolik je geometrijski kut između oba protjecanja ako stroj razvija 300 Nm, a stroj je: a) 6-polni; b) 4-polni?
[a) 10° ; b) 15°]
3. Obje polovine spojke između pogonskog motora i 12-polnoga sinhronog generatora priključenoga na mrežu od 50 Hz spojene su sa šest svornika smještenih 200 mm od osi vrtnje. Generator daje 800 kW, a korisnost mu je 0,90. Koliku silu prenosi svaki svornik?
[14 147 N]
4. Sinhroni generator s cilindričnim rotorom priključen je na krutu mrežu, uzbuđen i opterećen tako da radi s električnim kutom opterećenja $\delta = 35^\circ$. S kojim kutom δ će stroj raditi ako daje istu radnu snagu, a uzbudu mu povišimo 20%?
[$28,6^\circ$]
5. Istosmjerni stroj namotan je tako da armatura ima četiri paralelne grane. Kad je brzina vrtnje $1\,500\text{ r min}^{-1}$, pri uzbudnoj struji od 5 A, na stezaljkama stroja pojavljuje se napon od 200 V. Ako se stroj namota istim brojem vodiča, ali tako da ima dvije paralelne grane, kolik će biti napon pri istoj brzini vrtnje i istoj uzbudi?
[400 V]
6. Istosmjerni generator namotan je s tri para paralelnih grana i uz ukupno 600 vodiča na obodu daje pri nazivnoj brzini vrtnje i nazivnoj uzbudi nazivni napon na stezaljkama. Ako želimo dobiti jednak nazivni napon pri istoj brzini i istoj uzbudi, ali uz namot s dvije paralelne grane, koliko mora biti vodiča na obodu stroja?
[200]
7. Generator izmjenične struje ima trofazni namot, a svaka faza sastoji se od jedne grane u kojoj se inducira napon od 660 V. Kolik će biti napon faznog namota ako ga spojimo drukčije, tako da ima: a) 2; b) 3; c) 6 paralelnih grana?
[a) 330 V; b) 220 V; c) 110 V]
8. Istosmjerni generator s tri para polova, tri para paralelnih grana u namotu i s 1 500 vodiča na obodu, vrti se brzinom od $1\,800\text{ r min}^{-1}$. Magnetski tok po polu iznosi $9,8 \cdot 10^{-3}$. Kolik će biti napon na stezaljkama neopterećenog generatora?
[441 V]

9. U generatoru iz 8. zadatka teče struja od 15 A. Koliki moment mora svladavati pogonski stroj ako zanemarimo gubitke i ako je magnetski tok nepromijenjen?

[35,1 Nm]



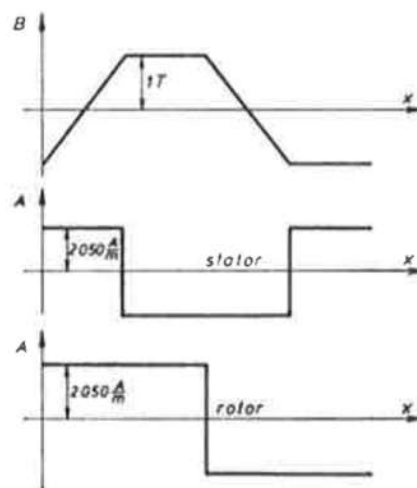
10. Na statoru i rotoru 4-polnog stroja krivulje protjecanja izgledaju kao na slici 8.11 (crtanoj za jedan par polova). Maksimalna vrijednost za stator i za rotor



Sl. 8.11. Određivanje rasporeda indukcije iz protjecanja statora i rotora 10. zadatak

je 400 A. Treba nacrtati krivulju indukcije u rasporu za jedan par polova ako je raspor svuda iste duljine: $\delta = 0,5$ mm, i krivulje strujnog obloga za stator i za rotor. Označite vrijednosti.

[Sl. 8.12]



Sl. 8.12. Rješenje 10. zadatka

11. Duljina stroja u 10. zadatku je 30 cm. Kolika je obodna sila, a koliki moment na stator i na rotor? Je li to generator ili motor? Smjer vrtnje rotora suprotan je smjeru kazaljke na satu.

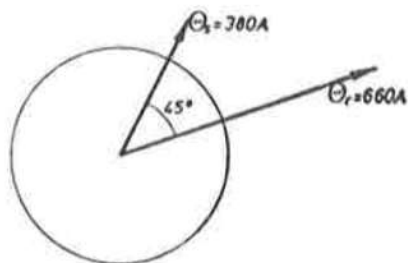
[+ 480 N, + 119 Nm; -480 N, -119 Nm; generator]

12. Sinusno raspoređeno protjecanje rotora zaostaje za sinusno raspoređenom indukcijom u rasporu 4-polnog stroja za 1/12 oboda stroja. Amplituda protjecanja je 2 200 A, indukcije 0,9 T, promjer rotora je 0,4 m, a duljina 0,18 m. Kolik je razvijeni moment je li generatorski ili motorski? Smjer vrtnje je pozitivan.

[388 Nm; motorski]

13. Sinusno raspoređena protjecanja 2-polnog stroja promjera od 0,466 m s volumenom rotora od $0,04 \text{ m}^3$ predložena su vektorima na slici 8.13. Kolik moment razvija stroj i radi li kao generator ili kao motor? Zračni je raspor konstantnog iznosa $\delta = 1,5 \text{ mm}$. Smjer vrtnje je pozitivan.

$$[\Theta = 967 \text{ A}, B = 0,81 \text{ T}, M = 25,5 \text{ Nm, motor}]$$

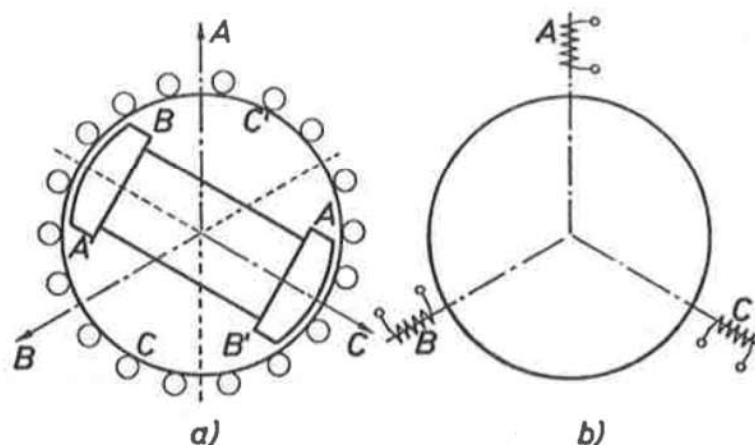


Sl. 8.13. Određivanje momenta iz vektora statorskog i rotorskog protjecanja (13. zadatak)

9. Sinhroni stroj. Način rada

9.1. Dogovor o predznacima

►► Višefazni sinhroni generator ima na statoru višefazni (obično trofazni) namot s p pari polova, raspoređen simetrično u utorima na obodu. Na shemi se obično prikazuje samo jedan par polova kao puni krug jer zakretu rotora za dvostruki polni korak odgovara puna perioda induciranog napona. Takav shematski prikaz za trofazni stroj vidi se na slici 9.1 a. Obično se ne crtaju utori ili vodiči, već se samo označi os namota jedne, druge i treće faze (sl. 9.1.b).



Sl. 9.1. Smještaj trofaznog namota i shematski prikaz: a) vodiča statora, b) namota statora

U statoru se vrti rotor s istim brojem polova kao stator, uzbuđen istosmjernom strujom.

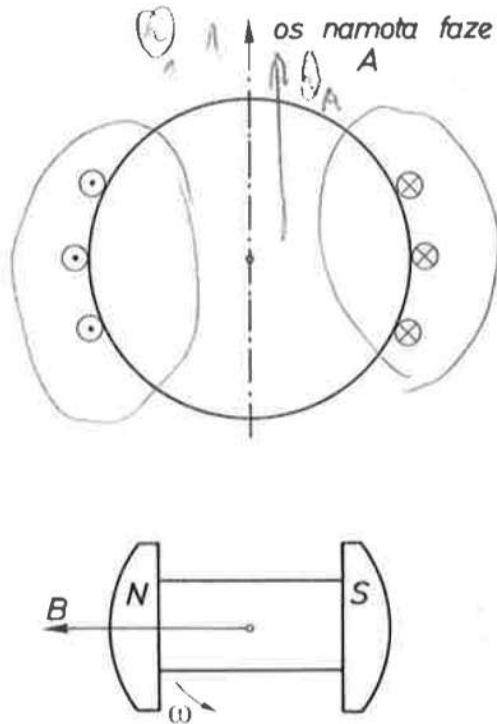
U shemi se i rotor prikazuje samo s dva pola (sl. 9.1.a). Kutovi u takvu prikazu su električni kutovi, puni kut odgovara stvarnom geometrijskom kutu $2\pi/p$. Punom okretu rotora odgovara cijela perioda induciranog napona u statoru, pa se vidi da naponi u namotima A, B, C zaostaju jedan za drugim za $1/3$ pune periode, što daje simetričan trofazni sistem napona.

U simetrično građenom stroju, uz simetrično opterećenje, jasno je da se u fazi B i u fazi C događa isto što i u fazi A, samo sa zakašnjenjem od $1/3$, odnosno $2/3$ trajanja pune periode. Zbog toga nije potrebno promatrati zbivanja u sve tri faze, već je dovoljno uzeti jednu, npr. fazu A, a ostale se uzimaju u obzir jednostav-

no tako da se protjecanje jedne faze zamijeni okretnim protjecanjem koje je 50% veće.

Odaberimo fazu A kao reprezentativnu i postavimo os njezina namota u vertikalu. U daljnjim razmatranjima uzmimo je kao *ishodišni smjer* za prostorna prikazivanja. Pretpostavimo lijevi smjer vrtnje rotora.

Pozitivni smjer struje u namotu faze A (označen križićima i točkicama na sl. 9.2) treba uzeti tako da *pozitivna struja stvara pozitivno protjecanje*, a to je protjecanje u smjeru osi faze A.



Sl. 9.2. Os namota statora i os namota rotora u času maksimalnog napona

Time je određen i *pozitivni smjer induciranog napona*. To je onaj smjer koji se *podudara sa smjerom pozitivne struje*.

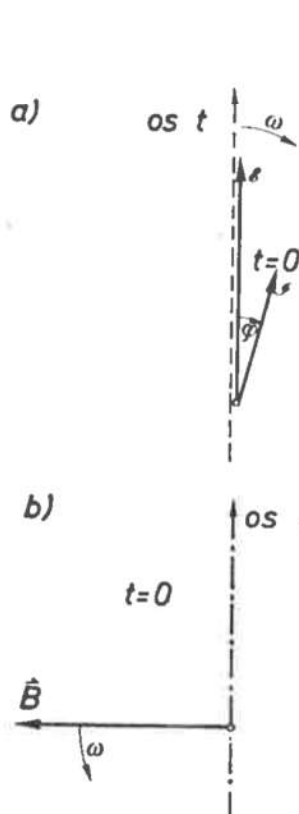
Ako je rotor uzbuđen tako da silnice magnetske indukcije izlaze iz pola označenoga s N tad prikazujemo val indukcije *vektorom* koji gleda od središta rotacije prema sredini N - pola. Poslužimo se pravilom desne ruke da bismo odredili smjer induciranog napona. Taj će napon biti nula kad se smjer vektora **B** poklapa s osi namota A. Napon će biti pozitivan i maksimalan kad je smjer vektora **B** prošao os namota A za $\pi/2$.

Na slici 9.2. os je namota A, a označen je smjer pozitivnog napona i pozitivne struje u namotu, i položaj rotora s vektorom indukcije **B**, koji odgovara trenutku u kojem je inducirani napon u namotu maksimalan.

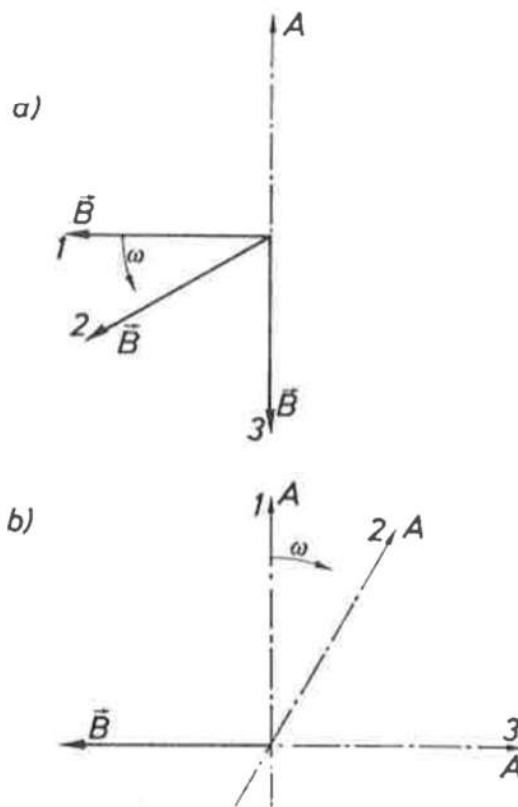
9.2. Fazorski dijagram i prostorni vektorski dijagram

▶▶▶ Inducirani napon i struja u namotu su *skalarne veličine*, vremenski promjenljive prema sinusnom zakonu. Kolike su njihove trenutne vrijednosti i kolik je vremenski pomak između njihovih prolazaka kroz maksimum, pokazuje nam *fazorski dijagram* prema slici 9.3.a.

Strujni oblog, protjecanje i indukcija u rasporu nisu skalarne veličine jer imaju svoj smjer i veličinu, pa ih prikazujemo *vektorima* u prostornome *vektorskom dijagramu* (sl. 9.3.b).



Sl. 9.3. Fazorski (a) i vektorski (b) dijagram



Sl. 9.4. Rotacija vektora (a) ili suprotna rotacija osi namota (b)

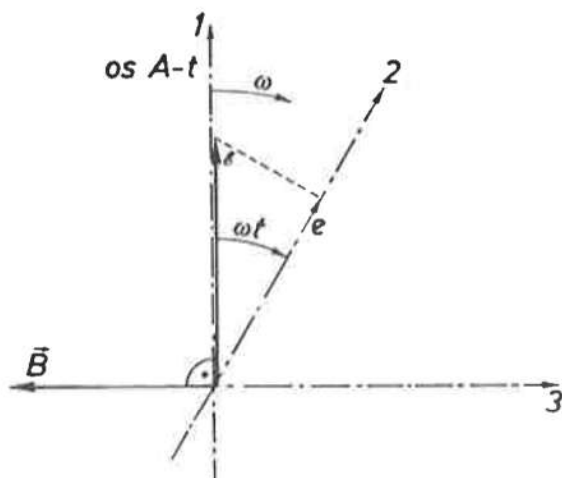
Vektori u prostornome vektorskom dijagramu vrte se brzinom ω ulijevo (sl. 9.4.a). Ono što nas pri tome zanima, osim veličine pojedinih vektora, to je njihov međusobni položaj i njihov položaj prema osi faze A kao referentnom smjeru za prostorni položaj svakog vektora. Budući da u dijagramu može biti više vektora, a os A samo je jedna, jednostavnije je crtati dijagram za različite trenutke 1, 2 ... tako da zakrećemo os A na slici za odgovarajući kut udesno, umjesto da sve vektore zakrećemo za taj isti kut ulijevo (sl. 9.4.b). Pri tome valja vektore, koji svi rotiraju istom brzinom ω , nacrtati samo jedanput i zadržati tu sliku mirnom, a os namota A pustiti da rotira udesno kutnom brzinom ω .

Fazorski dijagram crtamo također tako da fazore ucrtamo i zamišljamo nepomičnima, a vremensku os t puštamo da rotira udesno kružnom frekvencijom ω .

Ako smo se dogovorili da vremenska os rotira udesno i ako smo pretpostavili smjer vrtnje vektora u stroju ulijevo, možemo na istoj slici prikazati fazore napona i struja i vektore protjecanja i indukcija, pa pustiti jednu *zajedničku os*, koja čini *vremensku os t* i *prostornu os namota A*, da rotira udesno. Ta zajednička os A-t pokazuje nam *trenutne vrijednosti* napona i struja te *prostorni položaj* okretnih protjecanja i okretnog polja indukcije $\vec{B}$ (sl. 9.5).

Da bi takva slika bila ispravna, treba u taj zajednički dijagram nacrtati sve fazore u trenutku $t = 0$ i sve vektore u položaju što ga zauzimaju u trenutku $t = 0$. Os A-t ucrtamo vertikalno i pustimo da rotira kutnom brzinom ω udesno. U tak-

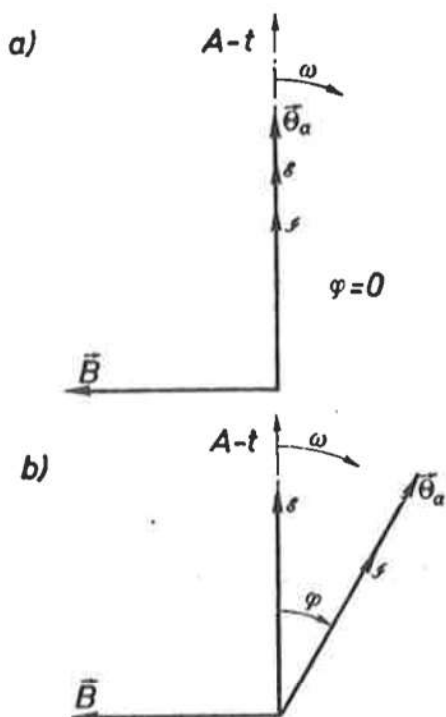
vom zajedničkom vektorsko-fazorskom dijagramu vektor indukcije $\vec{B}$ uvijek je pomaknut za $\pi/2$ ulijevo od fazora induciranog napona $\vec{E}$. To je fizikalno uvjetovano činjenicom da maksimum napona u fazi A nastupa za $1/4$ periode nakon što se os vektora indukcije poklopila s osi faze A.



Sl. 9.5. Fazor i vektor u istom dijagramu sa A-t osi

9.3. Protjecanje i struja

►►► Struje svih triju faza zajedno daju okretno protjecanje armature $\vec{\Theta}_a$. Vidjeli smo da je to protjecanje 50 % veće od protjecanja jednoga faznog namota samoga za sebe pri istoj struji, a položaj okretnog protjecanja pri rotaciji takav je da se ono svojom osi nađe u osi faze A točno u trenutku kad izmjenična struja u fazi A prolazi kroz maksimum.



Sl. 9.6. Fazor struje i vektor protjecanja, uz fazno zaostajanje struje za naponom a) ...
b) φ

Kad je struja u fazi A u fazi s naponom, naći će se okretno protjecanje u osi A u trenutku kad je napon maksimalan, tj. kad os A-t dođe u smjer fazora $\mathbf{E}$, odnosno $\mathbf{I}$. Vektor $\vec{\Theta}_a$ bit će u tom trenutku u tom istom položaju (sl. 9.6.a).

Prema slici 9.6.b, struja koja zaostaje za naponom za kut φ bit će maksimalna kad os A-t prevali kut φ . U tom se trenutku okretno protjecanje nalazi u smjeru osi namota A, a taj se smjer tog trenutka poklapa sa smjerom fazora $\mathbf{I}$, pa se izvodi općenit zaključak da je u *zajedničkome vektorsko-fazorskom dijagramu smjer vektora protjecanja identičan sa smjerom fazora struje* koja ga je proizvela.

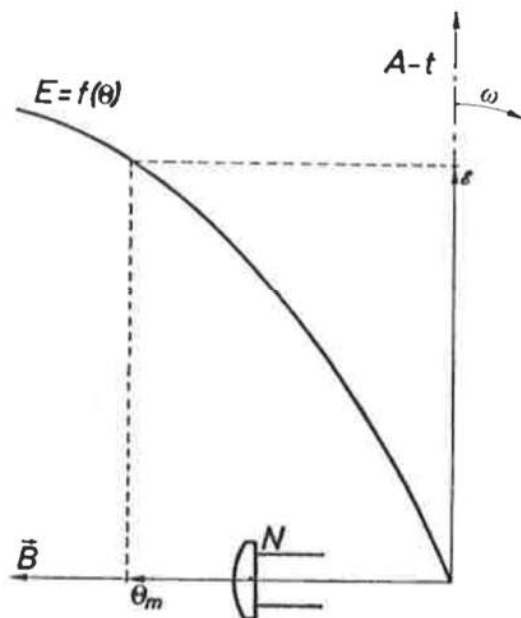
9.4. Inducirani napon, prazni hod

▶▶▶ Kod neopterećenog stroja jedina struja koja utječe na magnetske prilike je istosmjerna uzbudna struja na rotoru. Označimo iznos protjecanja što ga stvara ta struja sa Θ_m . To protjecanje određuje tad indukciju u rasporu B, koja opet daje ukupni tok Φ . Inducirani napon ovisi o tom toku Φ :

$$E = 4,44 \Phi f \frac{w}{2a} f_n. \quad (1)$$

Ovisnost toka o uzbudnoj struji $\Phi = f(I_m)$ ili o uzbudnom protjecanju $\Phi = f(\Theta_m)$ nazvali smo karakteristikom magnetskog kruga ili magnetskom karakteristikom.

Pomnožimo li ordinatnu skalu te karakteristike s $4,44 f \frac{w}{2a} f_n$, dobivamo na ordinatnoj osi umjesto toka Φ inducirani napon E . Tako smo dobili *karakteristiku praznog hoda* $E = f(\Theta_m)$, koja vrijedi pri konstantnoj brzini vrtnje, što za sinhroni stroj mora uvijek biti ispunjeno jer želimo dobiti napon konstantne frekvencije.



Sl. 9.7. Vektor uzbudnog protjecanja i fazor napona

Ako nacrtamo vektorsko-fazorski dijagram (sl. 9.7) uz fazor induciranog napona $\mathbf{E}$ vertikalno u osi A-t, vektor indukcije $\mathbf{B}$, a time i vektor protjecanja rotora

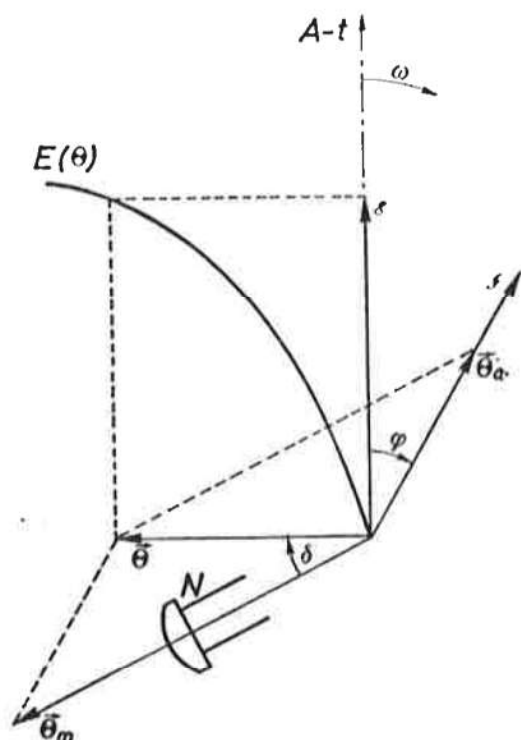
$\vec{\Theta}_m$, bit će u položaju za $\pi/2$ ulijevo. Ako ulijevo napravimo skalu za protjecanje Θ_m , koje možemo po volji mijenjati prilagođenjem istosmjerne uzbude struje rotora, a na vertikali napravimo skalu za inducirani napon, možemo ucrtati karakteristiku praznog hoda i za svaku prilagođenu vrijednost Θ_m odrediti pripadni inducirani napon E . Karakteristika je, doduše, okrenuta apscisnom osi ulijevo umjesto uobičajenog smjera udesno, no zato parove vrijednosti E i $\vec{\Theta}_m$ dobivamo odmah kao fazore i vektore u pravom položaju u dijagramu. Na slici je označen i položaj osi pola rotora.

U karakteristici praznog hoda uzeli smo u obzir i zasićenje u željezu. Indukcija B nije proporcionalna protjecanju, koje u ovom slučaju iznosi Θ_m , već raste nešto sporije zbog zasićenja, pa tako i inducirani napon E ne raste proporcionalno protjecanju, već prema zakonu prikazanome na karakteristici praznog hoda.

To specifično pogonsko stanje u kojem u namotima statora ne teku nikakve struje, a nazivamo ga *praznim hodom*, daje nam uvid u prilike u magnetskom krugu stroja, a to znači, u ovisnost inducirano napona o uzbudnoj struji, utjecaj zasićenja u željezu i drugo.

9.5. Opterećenje

►►► Priključkom simetrično raspoređenih trošila na stezaljke statora, koje su u praznom hodu bile otvorene, u faznim namotima će poteći struje I koje zaostaju za naponima za kut φ . Te će struje stvoriti okretno protjecanje armature $\vec{\Theta}_a$. To *protjecanje armature* daje se u našem prikazu predložiti vektorom u smjeru fazora struje I . *Protjecanje rotora*, ako nismo dirali regulator uzbudne struje, ostalo je nepromijenjena iznosa. Oba protjecanja zajedno, $\vec{\Theta}_a$ i $\vec{\Theta}_m$, zbrajaju se u ukupno ili



Sl. 9.8. Dijagram sinhronog stroja pri opterećenju

rezultantno protjecanje Θ , a to rezultantno protjecanje određuje visinu induciranog napona. Rezultantno protjecanje bit će zakrenuto prema fazoru induciranog napona E za $\pi/2$ ulijevo, Ono će određivati visinu induciranog napona prema karakteristici praznog hoda (sl. 9.8). Os pola rotora bila je u praznom hodu za $\pi/2$ lijevo od fazora induciranog napona, a sada se, kod opterećenja, pomakla još više ulijevo, za dodatni kut δ .

Protjecanje koje je određivalo visinu napona u praznom hodu bilo je Θ_m . Sada se je smanjilo na iznos Θ , što znači da će se napon pri opterećenju smanjiti. Povećati ga možemo samo uz veću uzбудnu struju i time veći iznos Θ_m .

9.6. Regulacija napona i frekvencije

▶▶▶ *Da bi inducirani napon ostao isti kao što je bio u praznom hodu, moramo pri opterećenju povećati uzbudno protjecanje od iznosa koje je imalo u praznom hodu, Θ_{m0} , na toliki iznos da zajedno s protjecanjem armature Θ_a daje rezultantno protjecanje koje mora biti:*

$$\Theta = |\vec{\Theta}_m + \vec{\Theta}_a| = \Theta_{m0}, \quad (1)$$

tj. upravo toliko koliko je bilo protjecanje rotora u praznom hodu.

Tu zadaću preuzima *regulator napona*, koji na svako smanjenje napona reagira povećanjem uzbudne struje rotora.

Jednako tako *regulatorom brzine vrtnje* pogonskog stroja moramo frekvenciju proizvedenih napona i struja sinhronog stroja održavati konstantnom. Uobičajena frekvencija u Evropi je 50 Hz; da bismo dobili tu frekvenciju, moramo stroj vrtjeti brzinom:

$$n = 60 f/p. \quad (2)$$

To iznosi:

za 2 p =	2	4	6	8	10	12	20	30	40	60	80	100	—
n min ⁻¹ =	3 000	1 500	1 000	750	600	500	300	200	150	100	75	60	—

Takve brzine vrtnje moramo strogo održavati, kako bi potrošači priključeni na sinhroni generator dobivali napone i struje frekvencije od 50 Hz.

Posebno ćemo razmatrati slučaj kad stroju nametnemo određeni napon i određenu frekvenciju tako da ga priključimo na mrežu čvrstog napona i frekvencije.

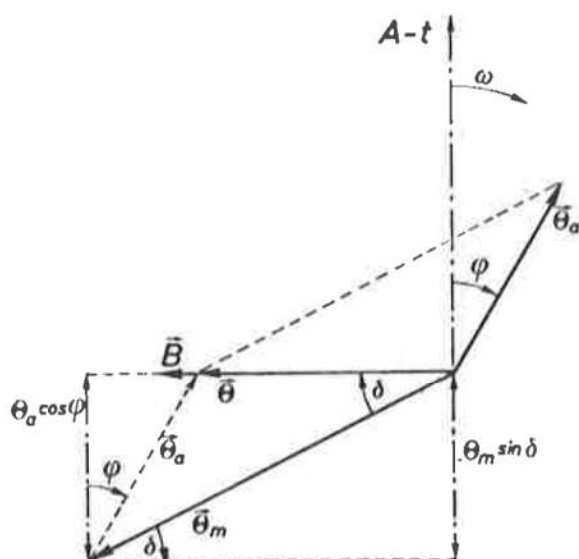
9.7. Energetska ravnoteža

▶▶ *Električna snaga stroja, uz napon i struju po fazi E_f , odnosno I_f , iznosi za tri faze:*

$$P_{el} = 3 E_f I_f \cos \varphi.$$

Za inducirani napon po fazi uvrstimo:

$$E_f = 4,44 \Phi f \frac{w}{2a} f_n = 4,44 \frac{2}{\pi} B \tau_p l f \frac{w}{2a} f_n.$$



Sl. 9.9. Dijagram sinhronog stroja i moment

Faznu struju možemo izraziti protjecanjem armature, koje za trofazni namot iznosi:

$$\Theta_a = \frac{3}{2} I_f \sqrt{2} \frac{w}{2a} \frac{1}{2p} \frac{4}{\pi} f_n.$$

Uvrstivši E_f i I_f iz tih dvaju izraza u izraz za električnu snagu P_{el} , dobivamo:

$$P_{el} = K B \Theta_a \cos \varphi, \quad K = \frac{\omega}{p} \frac{\pi}{\tau_p} V. \quad (1)$$

Moment koji djeluje na rotor izračunava se ovako:

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_m \sin \delta.$$

Taj moment moramo pomnožiti kutnom brzinom rotora da bismo dobili *mehaničku snagu*:

$$P_{meh} = M \frac{\omega}{p} = \frac{\omega}{p} \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_m \sin \delta = K B \Theta_m \sin \delta. \quad (2)$$

Vektorski dijagram protjecanja na slici 9.9. pokazuje da je uvijek:

$$\Theta_a \cos \varphi = \Theta_m \sin \delta.$$

Električnu snagu dobivamo množenjem $K B$ sa $\Theta_a \cos \varphi$, a mehaničku snagu množenjem $K B$ sa $\Theta_m \sin \delta$, pa odatle očito izlazi da je:

$$P_{el} = P_{meh.}$$

To pokazuje da je električna radna snaga određena *faktorom snage* $\cos \varphi$, a mehanička snaga *kutom opterećenja* δ , odnosno njegovim sinusom, ali je pri tome uvijek uspostavljena ravnoteža time što je projekcija u vertikalni smjer protjecanja armature uvijek jednaka projekciji protjecanja rotora.

9.8. Idealni stroj

►►► U razmatranjima namjerno smo izostavili neke detalje koji bitno ne utječu na rezultate.

Tako nismo uzeli u obzir *radne otpore namota* i *rasipne tokove* ulančene s namotom, koji su predloženi rasipnom reaktancijom namota. U radnom otporu i rasipnoj reaktanciji namota struje armature uzrokuju pad napona, pa se napon na stezaljkama stroja U razlikuje od induciranog napona E . Ta razlika iznosi ako struja teče iz stroja (generatorski rad):

$$U = E - I(R + jX), \quad (1)$$

odnosno ako struja teče iz mreže u stroj (motorski rad):

$$U = E + I(R + jX). \quad (2)$$

Razlika između iznosa U i E koja zbog toga nastaje nije velika i lako ju je, kad ustreba, uzeti u račun.

Također nismo uzeli u obzir *gubitke u stroju* koji nastaju zbog Jouleove topline u namotima, zatim zbog histereze i vrtložnih struja u željezu i zbog trenja i ventilacije pri mehaničkom gibanju. Snaga o kojoj je ovdje riječ uvijek je *pretvorena snaga* u rasporu. Kod generatora na osovinu dovodimo uvijek nešto veću snagu od pretvorene, a na stezaljkama stroja dobivamo nešto manju snagu od pretvorene. Isto vrijedi za motore, samo što nešto veću snagu dovodimo na stezaljke, a nešto manju dobivamo na osovinu. Razlika je nekoliko postotaka.

Stroj kojim se ovdje bavimo na neki je način *idealni stroj*, bez omskih otpora, bez rasipanja i bez gubitaka. Osnovni principi rada takvog idealnog stroja jasnije su pred očima, a detalji se mogu lako nadograditi.

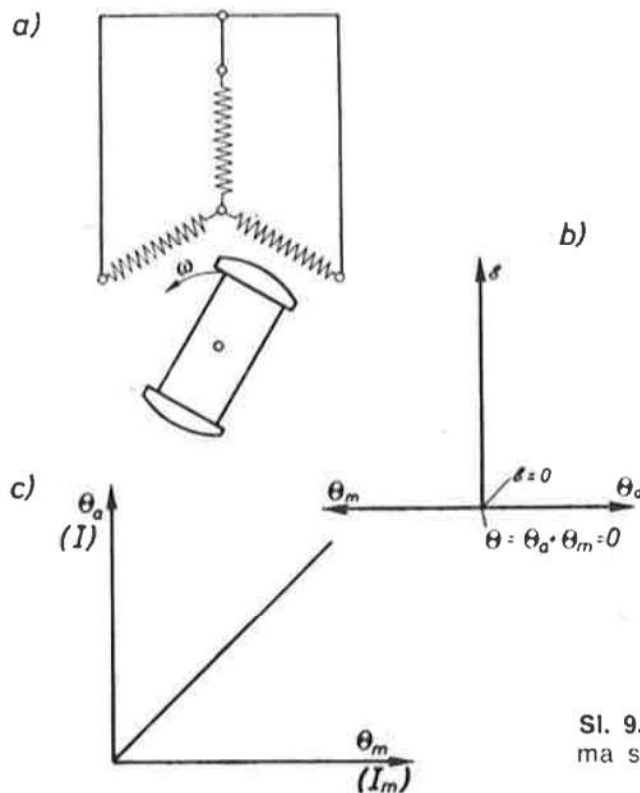
9.9. Kratki spoj

►►► Prazni hod posebno je pogonsko stanje pri kojem su stezaljke statora otvorene, pa u armaturi nisu tekle nikakve struje.

Drugo takvo posebno pogonsko stanje je *kratki spoj*. Stezaljke statora tad su međusobno kratko spojene, pa je napon između njih jednak nuli. Struje u kratko spojenoj armaturi mogu slobodno teći.

struju i određeni napon na stezaljkama (u ovom slučaju $U = 0$) sama od sebe uspostavlja ravnoteža djelovanjem struja armature.

Neka je u uzбудnom namotu podešena uzbudna struja takva da je uzbudno protjecanje jednako Θ_m . Pri otvorenim stezaljkama, prije kratkog spajanja, napon na stezaljkama bio je U , kao što odgovara uzbudnom protjecanju Θ_m prema karakteristici praznog hoda. Kad stezaljke kratko spojimo, napon između njih je $U = 0$ (jer je kratki spoj tako dobro izveden da je otpor između stezaljki praktički $R = 0$) (sl. 9.10.a). Naponu $U = 0$ odgovara, ako zanemarimo radni otpor i ra-



Sl. 9.10. Kratki spoj sinhronog stroja: a) shema spoja; b) dijagram; c) ovisnost struje armature o struji uzbuđe

sipnu reaktanciju armature, inducirani napon također nula, a prema karakteristici praznog hoda, inducirani napon nula dobivamo onda kad je resultantno protjecanje jednako nuli:

$$E = 0, \Theta = 0.$$

Uzбудno protjecanje Θ_m određeno je uzbudnom strujom narinutom izvana i ono se nije promijenilo. Zbog toga će u armaturnim namotima poteći struje, i te će struje dosegnuti toliku vrijednost da će njihovo okretno protjecanje, dodano vektorski protjecanju rotora $\vec{\Theta}_m$, dati ukupno protjecanje 0. To je moguće samo tako da protjecanje armature Θ_a bude jednakog iznosa, a suprotnog smjera od uzbudnog protjecanja Θ_m (sl. 9.10.b). Dakle, uvjet je ravnoteže u kratkom spoju, uz $U = 0$ da bude:

$$\begin{aligned} \vec{\Theta}_a + \vec{\Theta}_m &= 0 \\ \vec{\Theta}_a &= -\vec{\Theta}_m. \end{aligned} \quad (1)$$

nje θ_a , a to znači i veća struja armature. *Karakteristika kratkog spoja* prikazuje struju armature ovisno o uzbudnoj struji:

$$I = f(I_m)$$

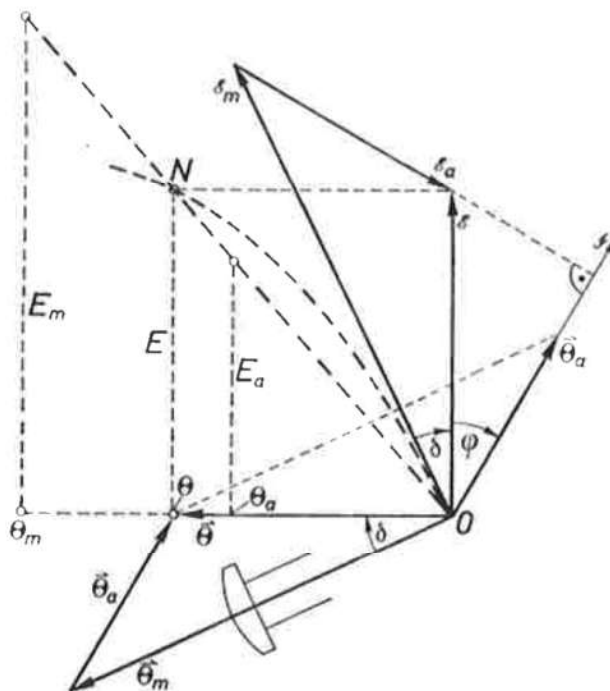
ili, što je isto, ovisnost obaju protjecanja prikazana je pravcem na slici 9.10.c.

9.10. Sinhrona reaktancija

►► Veličina induciranog napona u stroju određena je ukupnim ili rezultatnim protjecanjem u rasporu, koje dobivamo kao vektorski zbroj protjecanja rotora i protjecanja statora ili uzbudnog protjecanja i protjecanja armature:

$$\vec{\Theta} = \vec{\Theta}_m + \vec{\Theta}_a. \quad (1)$$

Fazor induciranog napona okomit je na rezultatno protjecanje, a veličinu mu možemo otčitati s karakteristike praznog hoda ako na apscisnoj osi odaberemo točku rezultatnog protjecanja Θ .



Sl. 9.11. Naponski dijagram

Vektori $\vec{\Theta}_m$, $\vec{\Theta}_a$ i $\vec{\Theta}$ čine karakteristični trokut prikazan na slici 9.11. Kao što je napon $\mathbf{E}$ okomit na vektor protjecanja $\vec{\Theta}$, tako možemo zamisliti napone $\mathbf{E}_m$ i $\mathbf{E}_a$ okomite na vektore $\vec{\Theta}_m$ i $\vec{\Theta}_a$, i proporcionalne po veličini tim protjecanjima u istom omjeru u kojemu stoji napon E prema protjecanju Θ . To znači da ćemo nacrtati *trokut napona*:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m + \mathbf{E}_a \quad (2)$$

sličan trokutu protjecanja:

$$\vec{\Theta} = \vec{\Theta}_m + \vec{\Theta}_a,$$

ali zakrenut za $\pi/2$ u smjeru kazaljki na satu. Samo inducirani napon E odgovara po karakteristici praznog hoda protjecanju Θ . Ostala dva napona odgovaraju karakteristici koju bismo dobili kad bismo povukli pravac kroz točku N na slici 9.11, koja odgovara ukupnom protjecanju. Trokut napona nacrtan je, dakle, uz pretpostavku da je zasićenje u željezu uvijek jednako pa su naponi proporcionalni protjecanjima.

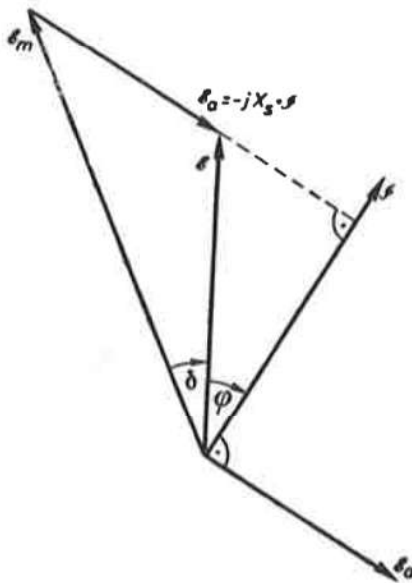
Napon E_a koji odgovara protjecanju armature proporcionalan je struji armature. Označimo faktor proporcionalnosti s X_s . Budući da on zaostaje za $\pi/2$ za strujom armature I , možemo njegov fazor pisati ovako:

$$E_a = \frac{1}{j} X_s J = -j X_s I. \quad (3)$$

Trokut napona da se tad prikazati ovako:

$$E = E_m - j X_s I. \quad (4)$$

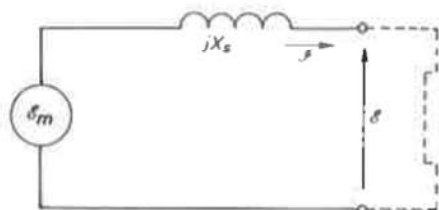
Član $j X_s I$ izgleda kao pad napona struje I u nekoj reaktanciji X_s , koji treba odbiti od nekoga fiktivnog napona rotorskog protjecanja E_m da bismo dobili stvarno inducirani napon E .



Sl. 9.12. Sinhrona reaktancija

Reaktanciju X_s nazivamo *sinhronom reaktancijom*. Fazorski dijagram sinhronog stroja poprima oblik prema slici 9.12. Napon rotorskog protjecanja E_m odgovara uzbudi rotora, ali po lineariziranoj karakteristici, predloženoj pravcem kroz točku N na slici 9.11. Od toga fiktivnog napona E_m moramo odbiti pad napona struje I u sinhronoj reaktanciji X_s da bismo dobili stvarno inducirani napon E , koji je, uz zanemarenje otpora i rasipne reaktancije namota, jednak naponu na stezaljkama U .

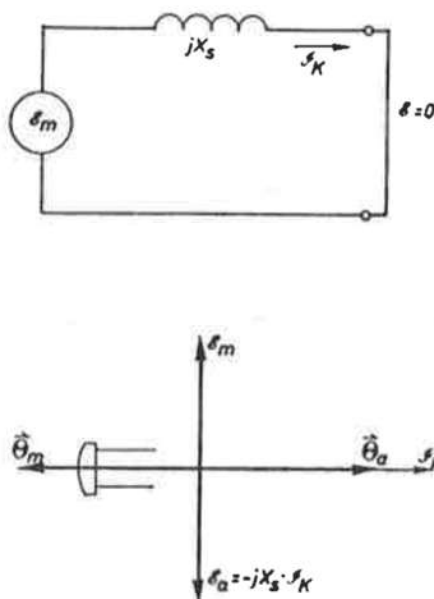
►►► Razmatranje pomoću trokuta napona omogućuje nam da uvedemo jednostavnu i preglednu *nadomjesnu shemu sinhronog stroja*. Crtamo je samo za jednu fazu. Sastoji se (sl. 9.13) od izvora napona E_m (po volji ga podešavamo uzбудnom



Sl. 9.13. Nadomjesna shema sinhronog stroja

strujom prema lineariziranoj karakteristici), s kojim je u seriju spojena sinhrona reaktancija X_s kroz koju teče struja armature I . Napon koji dobivamo na stezaljkama stroja je E . Ako je ne želimo zanemariti, rasipnu reaktanciju namota možemo uključiti u ukupnu sinhronu reaktanciju, pa će na stezaljkama biti napon U .

Kao primjer jednostavnog sagledavanja prilika pomoću nadomjesne sheme uzmimo opet kratki spoj prema slici 9.14. Stezaljke su kratko spojene, napon je $E = 0$.



Sl. 9.14. Kratki spoj i sinhrona reaktancija

Napon E_m , linearno proporcionalan uzбудnom protjecanju Θ_m , šalje struju kroz reaktanciju X_s , pa će ta struja zaostajati za naponom za $\pi/2$. Ta *struja kratkog spoja*, I_k , bit će tolika da će njezin pad napona u sinhronoj reaktanciji biti jednak naponu E_m koji je tjera:

$$I_k X_s = E_m = k I_m. \quad (5)$$

Odatle odmah izlazi proporcionalnost struje kratkog spoja i uzbudne struje, prikazana pravcem na slici 9.10.c.

9. Zadaci



1. Navedite podatke o struji, naponu i predanoj snazi u praznom hodu!

$$[I = 0; U \neq 0; P_2 = 0]$$

2. Navedite podatke o struji, naponu i predanoj snazi u kratkom spoju!

$$[I \neq 0; U = 0; P_2 = 0]$$

3. Što određuje veličinu rezultirajućeg protjecanja u rasporu sinhronog stroja?

$$[\text{Napon mreže}]$$

4. Koliku struju uzima iz mreže trofazni sinhroni motor od 5 MW, 10 kV, 50 Hz, $\cos \varphi = 0,80$, $\eta = 0,97$, pri nazivnom opterećenju?

$$[372 \text{ A}]$$

5. Trofazni sinhroni generator od 250 r min^{-1} , 10 kV, 50 Hz, 60 MVA, $\cos \varphi = 0,85$, ima gubitke od 1 040 kW. Koliku struju daje u mrežu pri nazivnom opterećenju i kolik je pri tome pogonski moment na osovini?

$$[3\,464 \text{ A}; 1,988 \cdot 10^6 \text{ Nm}]$$



6. Sinhrona reaktancija stroja B veća je 20% od one stroja A. Oba su stroja radila neopterećena s nazivnim naponom, a zatim su oba kratko spojena, bez promjene uzbudne struje. U kojem će stroju teći veća trajna struja kratkog spoja i koliko veća? Nazivni podaci obaju strojeva su jednaki.

$$[I_A = 1,2 I_B]$$

7. Sinhroni generator opterećen je prigušnicama i radi sa strujom I uz $\cos \varphi = 0$. Ako se ne dira uzbuda, a brzina vrtnje poveća se 20%, kolika će biti nova struja opterećenja? Zanimarite radne otpore.

$$[\text{Ista}]$$



8. Trofazni 4-polni sinhroni motor od 150 kW, 400 V, 50 Hz, spojen u zvijezdu, ima sinhronu reaktanciju od 0,5 oma po fazi, a radni otpor se može zanemariti. Koliko puta treba povećati uzbudu praznog hoda želimo li da pri punom opterećenju radi s $\cos \varphi = 1$? Gubici iznose 10% nazivne snage. Izračunajte kut opterećenja uz pretpostavku da je rotor cilindričan.

$$[1,13 \text{ puta}; 27,3^\circ]$$

10. Sinhroni stroj na krutoj mreži

10.1. Kruta mreža

▶▶▶ Sinhroni generator može opskrbljivati grupu svojih vlastitih potrošača kao jedini izvor električne energije za tu grupu. Tad govorimo o *vlastitoj mreži* tog generatora. Za takvu je mrežu karakteristično da ne može davati energiju sinhronom stroju, pa on ne može raditi kao motor. Ako se priključeni potrošak promijeni, a propustimo korigirati uzbuđu, napon na stezaljkama stroja će se promijeniti. Jednako tako, ako regulacijom pogonskog stroja ne osiguramo upravo onoliki dovod mehaničke snage koliki odgovara potrošku, stroj će se ubrzati ili usporiti, pa će se promijeniti frekvencija. Primjer takva pogona je npr. brodski generator za opskrbu broda električnom energijom, tjeran vlastitom turbinom ili dizelskim motorom, ili pomoćni agregat s dizelskim motorom za opskrbu kuće, bolnice ili drugog važnog objekta pri ispadu mreže.

Nasuprot tome, najveći broj sinhronih strojeva priključen je na zajedničku mrežu, koju ćemo nazvati *krutom mrežom*. Pod tim nazivom razumijevamo mrežu koju napaja toliki broj, i to tako velikih sinhronih generatora, da su njezin napon i frekvencija stalni. Svi priključeni strojevi zajedno pokrivaju potrošak priključen na mrežu.

Neki od priključenih strojeva može u mrežu davati električnu snagu ili je uzimati. No snaga koju daje ili uzima nije dovoljna da promijeni napon ili frekvenciju mreže. Utjecaj pojedinog stroja samog za sebe toliko je malen da ga možemo zanemariti, pa u svim razmatranjima polazimo od predodžbe da je napon mreže krut i da joj je frekvencija kruta.

Kruta mreža je, dakle, velika mreža čvrstog napona i čvrste frekvencije.

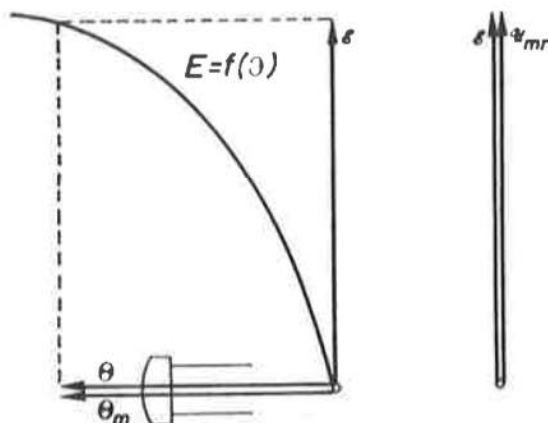
10.2. Ravnoteža napona

▶▶▶ Kad sinhroni stroj radi priključen na mrežu, ispunjena su dva uvjeta: 1. napon na stezaljkama stroja (kod »idealnog« stroja, to je ujedno i inducirani napon) identičan je naponu mreže jer su stezaljke stroja spojene s dovodima mreže:

$$E = U_{mr}; \quad (1)$$

2. brzina vrtnje mora biti sinhrona, vremenski usklađena, tako da je frekvencija napona mreže U_{mr} i napona stroja E točno jednaka.

Napon stroja E ne može odstupiti od napona mreže U_{mr} ni za malenkost, niti po veličini niti po faznom položaju. Ta bezuvjetna *ravnoteža napona* mora biti sačuvana u svim pogonskim uvjetima. Kruti napon mreže znači da je i napon stroja krut. Budući da je taj napon određen rezultatnim protjecanjem, zaključak je da je i *rezultantno protjecanje $\vec{\Theta}$ kod rada na krutoj mreži kruto*; ono se ne može promijeniti, već je čvrsto određeno krutim naponom mreže U_{mr} . Sve što bi moglo tu ravnotežu poremetiti, izaziva u statorkom namotu takve struje koje svojim protjecanjem ponovno uspostavljaju ravnotežu.



Sl. 10.1. Rad neopterećenog sinhronog stroja na krutoj mreži

Ako je, prema slici 10.1, stroj priključen na mrežu napona U_{mr} i uzbuđen tako da se u njemu inducira napon:

$$E = U_{mr}, \quad (2)$$

onda je rezultatna uzbuda, bez ikakvih struja u statoru, jednaka:

$$\vec{\Theta} = \vec{\Theta}_m \quad (3)$$

pa će stroj raditi na mreži u *praznom hodu*. Struje su u statoru jednake nuli.

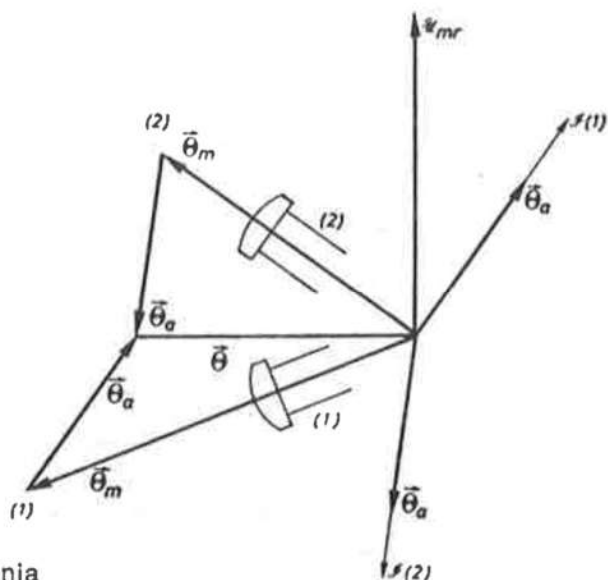
10.3. Ravnoteža protjecanja

▶▶▶ Ravnoteža napona zahtijeva da rezultatno protjecanje zadrži uvijek konstantan iznos i isti položaj, kako to odgovara konstantnome induciranom naponu. U smjeru tog rezultatnog protjecanja leži i vektor indukcije $\mathbf{B}$. Veličina i položaj su mu čvrsto određeni. Prema tome, vektor indukcije $\mathbf{B}$ i rezultatnog protjecanja $\vec{\Theta}$ mogu se kod rada na krutoj mreži smatrati čvrstim, nepromjenljivim veličinama.

Nasuprot tome, na vektor protjecanja rotora možemo utjecati, i to na dva načina. Možemo mijenjati njegov iznos, tako da biramo po volji veličinu istosmjerne uzbudne struje. Možemo mijenjati i njegov položaj, tako da na osovini stroj tjeramo ili kočimo većim ili manjim mehaničkim momentom na osovini, pa time uzrokuje zakret rotora za kut δ od prvobitnog položaja. Taj kut δ , kao što smo vidjeli,

uvijek uzrokuje moment koji nastoji vratiti rotor u prvobitni položaj. Posljedica većeg ili manjeg momenta na osovini bit će prema tome veći ili manji zakret δ , potreban da se razvijeni moment stroja izjednači s vanjskim momentom na osovini.

Svaka promjena veličine ili položaja uzbuđenog protjecanja $\vec{\Theta}_m$, uz kruto rezultantno protjecanje $\vec{\Theta}$, izazvat će struje u armaturi koje stvaraju protjecanje $\vec{\Theta}_a$ i, prema slici 10.2, uspostavljaju ravnotežu time što je uvijek:



Sl. 10.2. Uspostavljanje ravnoteže protjecanja

$$\vec{\Theta}_m + \vec{\Theta}_a = \vec{\Theta} = \text{konst.} \quad (1)$$

Ne samo sinhrona vrtnja rotora već se i njegov položaj kod kojega kut δ točno odgovara momentu na osovini, *održavaju sami*. Kad bi se kut opterećenja slučajno promijenio, nastao bi višak ili manjak razvijenog momenta, uvijek takva smjera da vraća rotor u prvobitni položaj. Taj dodatni moment poput elastičnog pera vraća rotor u položaj ravnoteže, u kojem razvijeni moment odgovara momentu na osovini i prisiljava ga da se u tom stabilnom položaju vrti sinhronom brzinom.

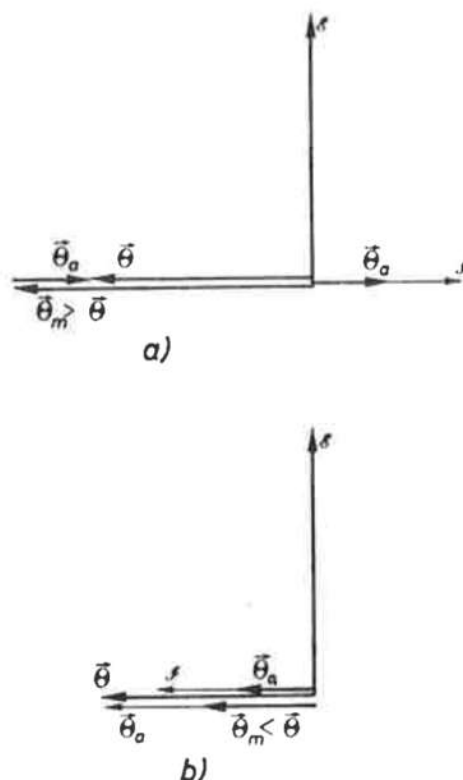
10.4. Ravnoteža frekvencija

►►► Frekvencija napona mreže i frekvencija induciranih napona u stroju moraju biti strogo jednake jer inače naponi mreže i naponi stroja ne bi mogli biti u ravnoteži.

Kad bismo rotor — nekim vanjskim utjecajem — prisilili da se vrti brzinom koja se nešto malo razlikuje od sinhrone, položaj rotora prema rezultatnom protjecanju što ga diktira napon mreže mijenjao bi se prema slici 10.3. Protjecanje $\vec{\Theta}_m$ (koje je ovdje uzeto u istom iznosu kao $\vec{\Theta}$, što može biti i drukčije) zauzima različite položaje prema rezultatnom protjecanju $\vec{\Theta}$, označene na slici s 0, 1, 2 ... Protjecanje armature $\vec{\Theta}_a$ mijenja pri tome položaj i veličinu i nije se između jedne maksimalne i jedne minimalne vrijednosti (ovdje jednake nuli), što znači da se i struja statora nije između vrlo velikih i manjih vrijednosti. Moment ovisan o

Nasuprot tome, ako smanjimo, uzбудu tako da je prema slici 10.4.b:

$$\Theta_m < \Theta,$$



Sl. 10.4. Rad (a) naduzbuđenog i (b) poduzbuđenog sinhronog stroja na krutoj mreži

protjecanje armature mora biti takvo da nadoknadi manjak uzbuđene na rotoru. Ravnoteža će opet biti uspostavljena, ali time što će generator »davati kapacitivnu struju« ili »uzimati induktivnu struju« iz mreže. Preciznije, *poduzbuđeni sinhroni stroj na mreži ponaša se kao prigušnica*.

Podešavanjem uzbudne struje može se regulirati veličina jalove snage. Što je stroj više poduzbuđen, to će više induktivne struje trošiti iz mreže (prigušnica), a što je više naduzbuđen, to će više induktivne struje davati mreži (kondenzator). Većina potrošača priključenih na mrežu troše induktivnu struju, pa će sinhroni strojevi na mreži redovito raditi naduzbuđeni kako bi mreži davali induktivnu struju koju trebaju njezini potrošači.

10.6. Utjecaj momenta na osovini

▶▶▶ Ako na osovinu sinhronog stroja koji se vrti u stanju potpune ravnoteže djelujemo nekim momentom M u smjeru vrtnje, npr. tako da otvorimo dovod energije pogonskom stroju, rotor će se zakrenuti iz svoga početnog položaja ($\delta = 0$) u smjeru vrtnje. Zakret za kut δ uzrok je elektromagnetskom momentu koji nastoji rotor vratiti u početni položaj, a proporcionalan je $\sin \delta$. Pogonski stroj mora taj moment, svladavati, dakle dovoditi snagu na osovini. *Kut δ će se sam prilagoditi momentu koji djeluje na osovini*, pa će se uspostaviti *mehanička ravnoteža uz dovod snage*:

$$P_{meh} = M_{pog} \omega_s,$$

gdje je ω_s sinhrona (mehanička) kutna brzina rotora.

Budući da rezultatno protjecanje $\vec{\Theta}$ mora ostati nepromijenjeno (sl. 10.5.a), pomak rotora i njegova protjecanja za kut δ izazvat će u statoru takvu struju $\mathbf{I}$ da njezino protjecanje zajedno s rotorskim protjecanjem daje opet isto, nepromijenjeno rezultatno protjecanje kao prije pomaka rotora za kut δ :

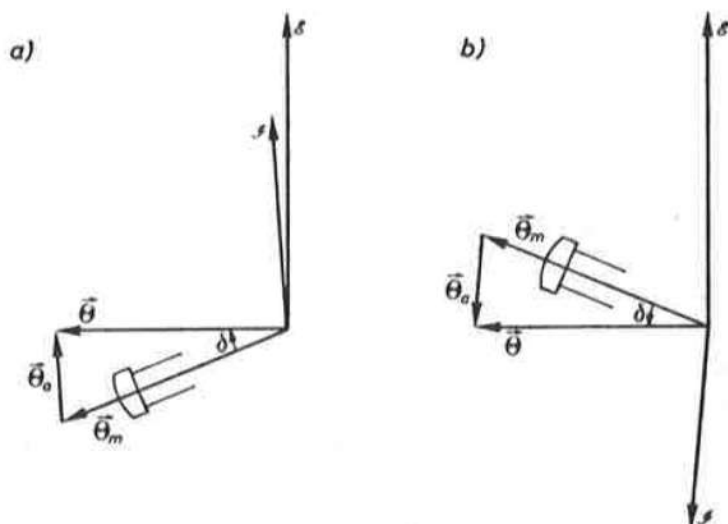
$$\vec{\Theta}_m + \vec{\Theta}_a = \vec{\Theta}. \quad (1)$$

Struja koja daje takvo protjecanje gotovo je u fazi s naponom $\mathbf{E}$; ona je pretežno radna struja. Generator tjeran momentom M_{pog} daje u mrežu radnu snagu.

Sasvim analogno razmatranje pokazuje da opterećenje osovine momentom tereta M_{ter} , koji je suprotan smjeru vrtnje, dovodi do zakreta rotora za kut δ suprotno smjeru vrtnje. Taj zakret je uzrok elektromagnetskom momentu na rotor u smjeru vrtnje, koji vuče teret i pri tome stroj predaje snagu:

$$P_{meh} = M_{ter} \omega_s. \quad (2)$$

Stroj je prešao u motorski rad. Ravnoteža protjecanja pokazuje da je struja i opet pretežno radna, ali je promijenila smjer (sl. 10.5.b). Generator »daje« negativnu struju, pa se može reći da »uzima« pozitivnu struju. Stroj, dakle, uzima radnu struju i električnu snagu iz mreže, što znači da radi kao motor.



Sl. 10.5. Generatorski (a) i motorski (b) rad sinhronog stroja na krutoj mreži

Važno je zapaziti da se sinhroni stroj *sam prilagođuje momentu na osovini*. Ako stroj potjeramo na osovini, rotor će se sam od sebe postaviti u položaj zakrenut u smjeru vrtnje za kut δ koji je upravo potreban da drži ravnotežu pogonskom momentu, a stroj će sam od sebe prijeći u generatorski rad. Ako, pak, stroj opteretimo na osovini, rotor će sam od sebe zaostati za kut δ upravo potreban da se razvije moment koji će svladati moment opterećenja, a stroj će sam od sebe prijeći u motorski rad i uzimati potrebnu snagu iz mreže.

Sinhroni stroj može raditi i kao generator i kao motor, a sam se prilagođuje režimu rada i visini opterećenja ovisno o tome kolikim ga momentom na osovini tjeramo ili kočimo.

Po želji i potrebi možemo odgovarajućim povećanjem uzbude slati u mrežu induktivnu struju i time uštedjeti postavljanje glomaznih i skupih kondenzatorskih baterija.

10.7. Sistem prikazivanja

►► Kad pri određenom polaritetu napona na stezaljkama nekog uređaja struja na stezaljci (+) teče iz uređaja, očito je da uređaj u tom trenutku daje električnu snagu u vanjske strujne krugove, u mrežu. Taj uređaj je tog trenutka generator.

Obrnuto, ako struja na stezaljci (+) ulazi u uređaj, on tog trenutka prima električnu snagu iz mreže, on je trošilo.

Sinhroni stroj može raditi kao generator, ali i kao motor. Svaki uređaj, pa i sinhroni stroj, možemo klasificirati kao generator ili kao trošilo.

Ako smo ga obilježili kao generator, a on uzima snagu i radnu struju iz mreže, ostajemo pri oznaci »generator«, s napomenom da u promatranome pogonskom stanju »generator« daje negativnu snagu i negativnu radnu struju u mrežu.

Da smo taj uređaj označili kao trošilo, onda bismo rekli da trošilo u ovom slučaju uzima pozitivnu snagu i pozitivnu radnu struju iz mreže.

Dakle, isto pogonsko stanje možemo opisati na dva načina, u dva različita sistema prikazivanja:

1. *generatorski sistem*;
2. *sistem trošila* (ponekad *motorski sistem*), što se vidi na slici 10.6.

Struje i snage u oba su sistema prikazivanja iste, ali im je predznak u oba sistema suprotan. U *generatorskom sistemu* uvijek se pitamo *što uređaj daje*. Suprotno tome, u *sistemu trošila* pitanje je uvijek: *što uređaj uzima*.

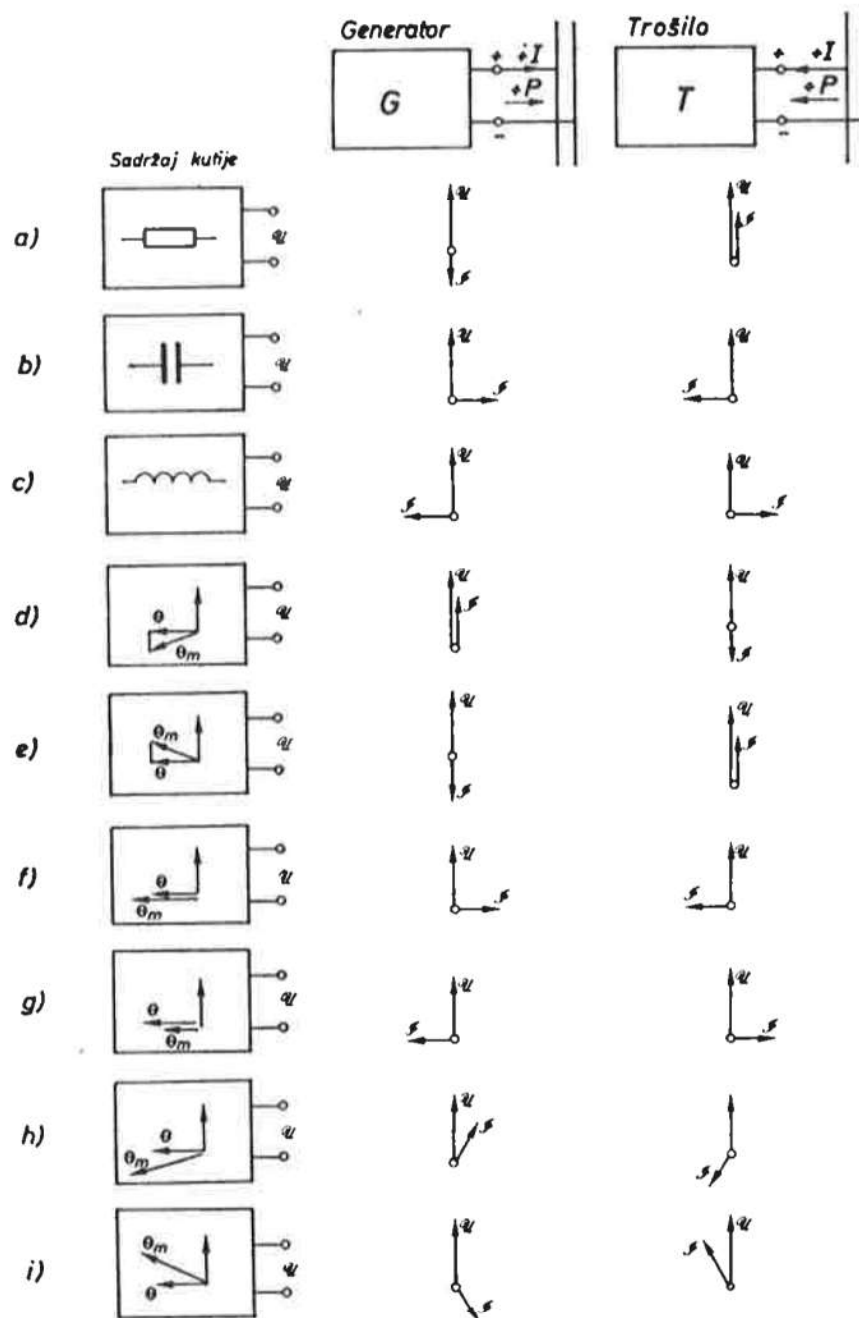
U *generatorskom sistemu* označavamo pozitivnom struju koja na stezaljci pozitivnog napona izlazi iz uređaja. Suprotno tome, u *sistemu trošila* označavamo pozitivnom struju koja na stezaljci pozitivnog predznaka napona ulazi u uređaj.

Ako uređaj promatramo kao kutiju nepoznata sadržaja (na sl. 10.6 lijevo), onda će opis njezina ponašanja ovisiti o tome kojim se sistemom prikazivanja služimo. Tako je na slici 10.6. lijevo skicom predložen sadržaj kutije za: a) otpornik; b) kondenzator; c) prigušnicu; d) sinhroni stroj s rotorom pomaknutim u smjeru vrtnje; e) sinhroni stroj s rotorom pomaknutim suprotno smjeru vrtnje; f) naduzbuđeni neopterećeni sinhroni stroj; g) poduzbuđeni neopterećeni sinhroni stroj; h) naduzbuđeni sinhroni stroj s rotorom pomaknutim u smjeru vrtnje; i) naduzbuđeni sinhroni stroj s rotorom pomaknutim suprotno smjeru vrtnje.

U slijedećoj koloni prikazan je fazorski dijagram napona i struje u *generatorskom sistemu*, a u trećoj koloni u *sistemu trošila*.

Za sinhroni stroj radije se služimo *generatorskim sistemom* prikazivanja, osim onda kad je izričito riječ o sinhronom motoru. U tom slučaju, kao većinom kod proučavanja motora, služimo se *sistemom trošila* ili *motorskim sistemom* prikazivanja.

Prijelaz iz jednoga u drugi sistem vrlo je lagan: svi *fazori struje mijenjaju predznak*, tj. treba ih zaokrenuti za kut π . Naravno da pri tome i sve *snage mijenjaju predznak*.



Sl. 10.6. Prikaz različitih odnosa napona i struje (a) u generatorskom, (b) u potrošačkom sistemu prikazivanja

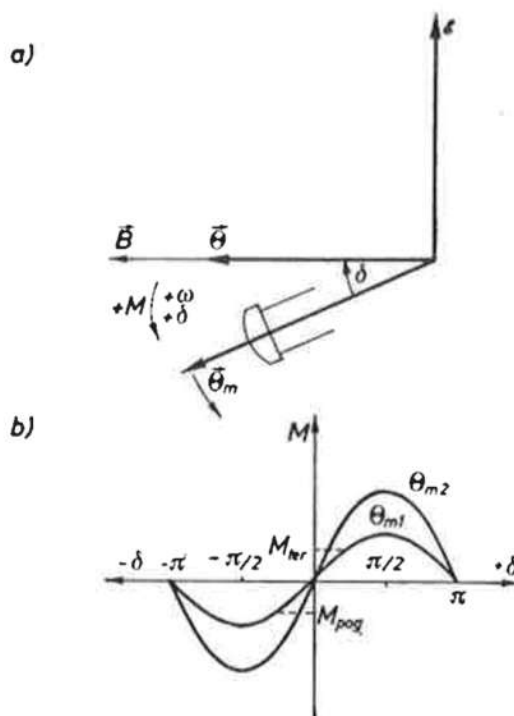
10.8. Momentna karakteristika

►►► Elektromagnetski moment koji djeluje na rotor sinhronog stroja izračunava se ovako:

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_m \sin \delta. \quad (1)$$

Uz konstantan napon mreže bit će i $E = \text{konst.}$, a to znači i $B = \text{konst.}$, pa moment ovisi o protjecanju Θ_m , koje možemo po volji podesiti uzбудnom strujom, i o $\sin \delta$, dakle o kutu δ koji se sam postavlja da bi se održala mehanička ravnoteža.

Slika 10.7.a sadrži prostorni položaj vektora koji određuju moment, a slika 10.7.b prikazuje ovisnost momenta o kutu opterećenja δ (u sistemu trošila).



Sl. 10.7. Moment sinhronog stroja: a) vektorski dijagram, b) karakteristika momenta u ovisnosti o kutu

Moment djeluje uvijek tako da rotor vraća u položaj ravnoteže elektromagnetskog i mehaničkog momenta. Uzmemo li smjer vrtnje kao smjer pozitivnog momenta, pomak u smjeru vrtnje uzrokovat će negativan moment, a pomak suprotan smjeru vrtnje pozitivan moment. Kut pomaka δ definiramo kao kut od vektora protjecanja do vektora indukcije, i označimo ga pozitivnim u smjeru vrtnje. Uz takav dogovor o predznacima dobivamo ispravne predznake momenta. Na slici 10.7.b to bi značilo da je na desnoj polovici dijagrama prikazan moment u motorском radu, a na lijevoj polovici u generatorskom radu.

Maksimalna vrijednost momenta ovisi o uzбудnom protjecanju Θ_m :

$$M_m = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_m. \quad (2)$$

Na slici 10.7.b predočena je ovisnost momenta o kutu δ za dvije različite vrijednosti uzбудnog protjecanja, Θ_{m1} i Θ_{m2} . Veće uzбудno protjecanje znači da će i maksimalna vrijednost momenta biti veća. No na slici se vidi i to da će stroj pri istom momentu na osovini raditi uz manji kut opterećenja δ onda kad je uzбудno protjecanje veće.

Kad moment na osovini premaši vrijednost maksimalnog momenta, nastaje ispadanje iz sinhronizma. Praktički, do ispadanja iz sinhronizma može doći već pri znatno manjem momentu na osovini ako pogon nije stacionaran, pa se pojavljuje njihanje položaja rotora oko stacionarnog stanja.

10.9. Sinhronizacija

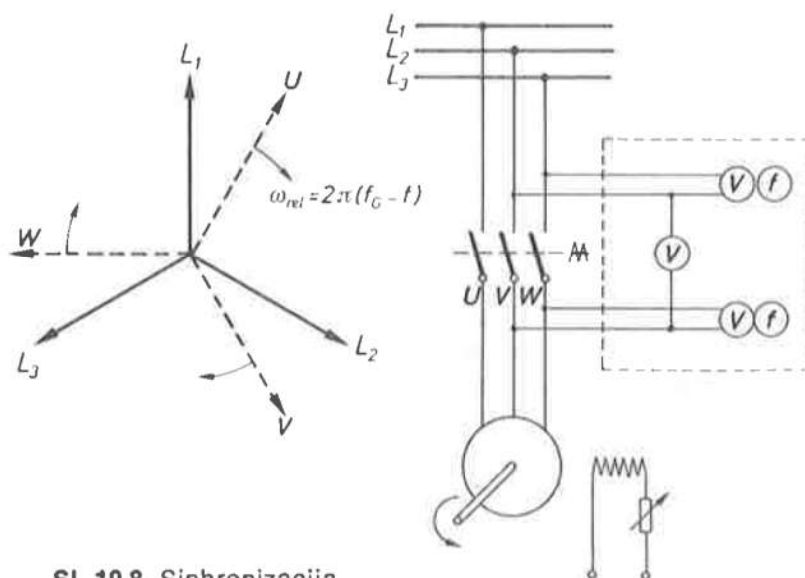
►►► Sinhroni stroj da se priključi na mrežu krutog napona i frekvencije tek onda kad se ispune svi potrebni uvjeti, a to su:

- da *brzina vrtnje stroja* odgovara *frekvenciji mreže* (sinhrona brzina);
- da *napon koji se inducira u stroju* odgovara *po iznosu naponu mreže*;
- da *napon stroja* odgovara *naponu mreže po faznom položaju*.

Razumije se da redoslijed faza na priključcima na strani generatora mora odgovarati redoslijedu faza na strani mreže, što nije potrebno provjeravati pri svakom priključivanju stroja na mrežu, jer je to već provjereno u izgradnji postrojenja.

Postupak postizanja i provjeravanja iznesenih uvjeta i priključivanja na mrežu nazivamo *sinhronizacijom*. Postupak provodimo uz upotrebu *sinhronizacijskog uređaja*.

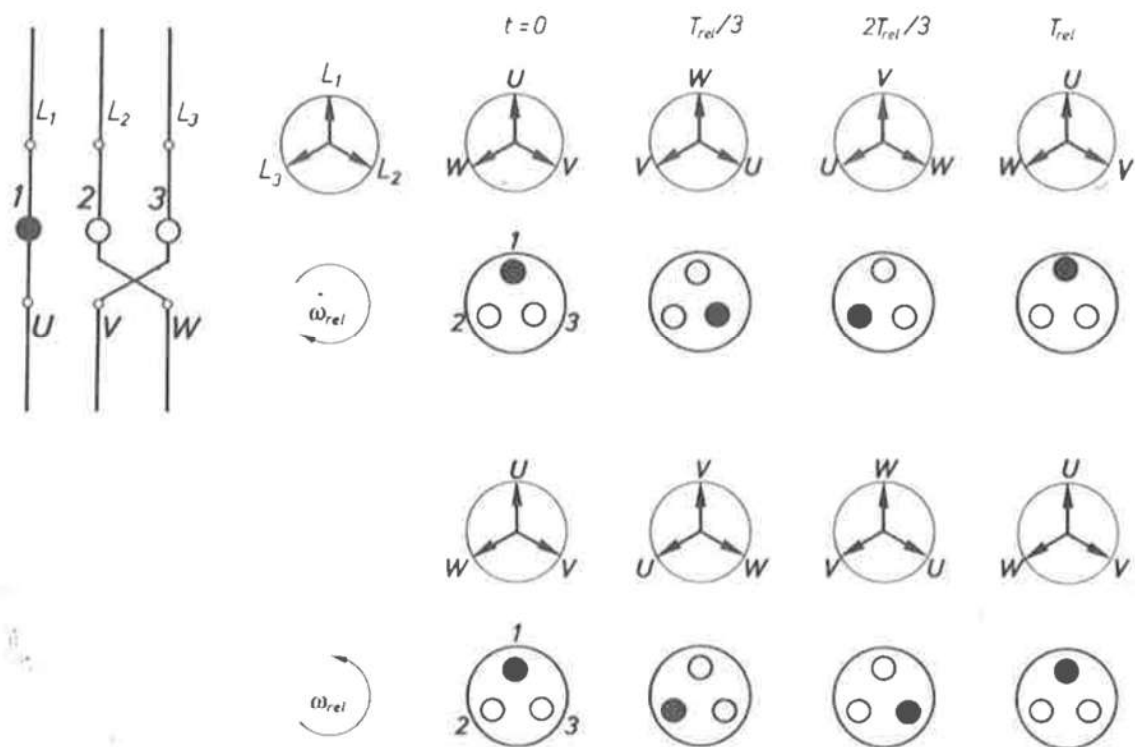
U najjednostavnijem obliku sinhronizacijski uređaj sastoji se od dvostrukog voltmetra, koji usporedno pokazuje napon mreže i napon sinhronog stroja, dvostrukog mjerila frekvencije, koje usporedno pokazuje frekvenciju mreže i stroja, te nul-voltmetra, koji pokazuje razliku napona u istoj fazi mreže i generatora (sl. 10.8).



Sl. 10.8. Sinhronizacija

Sinhroni stroj potjeramo njegovim pogonskim uređajem približno do sinhronne brzine i uzbudimo ga približno na napon mreže. Pri tome je sklopka između stroja i mreže, kojom ćemo izvršiti sinhronizaciju, otvorena. Sinhronizacijski uređaj priključen je jednom stranom ispred sklopke, a drugom iza nje, pa s jedne strane mjeri napon i frekvenciju mreže, a s druge napon i frekvenciju stroja. Na dvostrukim instrumentima tad dotjeramo frekvenciju stroja točno do frekvencije mreže (regulacijom pogonskog stroja) i napon stroja točno do napona mreže (regulacijom uzbude). Zvijezda napona stroja U—V—W tad je jednaka zvijezdi napona mreže L1—L2—L3 (sl. 10.8). Vrlo malo odstupanje frekvencije uzrokuje vrlo polagano zakretanje jedne zvijezde prema drugoj. Sklopku treba uključiti u trenutku kad se obje zvijezde poklope. Taj trenutak nastupa onda kad otklon nul-voltmetra spojenoga između stezaljke L₁ mreže i U stroja padne na nulu.

Kretanje zvijezde napona generatora prema zvijezdi napona mreže bolje se prati posebnim uređajem, koji pokazuje smjer i brzinu relativnog gibanja između obje zvijezde. Vrlo jednostavan uređaj koji služi toj svrsi može se napraviti od žarulja u svijetlom spoju. Žaruljama se premosti sklopka, pri čemu se dva priključka unakrst izmijene (sl. 10.9). Žarulje 1, 2, 3 smjestimo po kružnom obodu instrumen-



Sl. 10.9. Uređaj za sinhronizaciju u »svijetlom spoju«

ta. Ako je ω_{rel} relativna kutna brzina gibanja zvijezde napona stroja prema zvijezdi napona mreže, kojoj odgovara trajanje periode T_{rel} (vrlo dugo prema $1/f$ mreže), onda će se žarulje redom paliti i gasiti. Prema slici 10.9. vidi se da će u slučaju premale brzine rotora slika koju daju tri žarulje kružiti udesno, a uz preveliku brzinu rotora (donji dio slike) kružit će ulijevo. Položaj svjetla prema prvoj slici slijeva znači jednakost u fazi, i tada treba uključiti sklopku.

Za velike jedinice služe *poluautomatski uređaji*, koji obavljaju uklapanje u najpovoljnijem trenutku, ili *potpuno automatski uređaji za sinhronizaciju*, koji od samog početka preuzimaju podešavanje napona i frekvencije, kontrolu stanja i, na kraju, uklapanje sklopke. Takvim uređajem sinhronizacija se obavlja vrlo brzo.

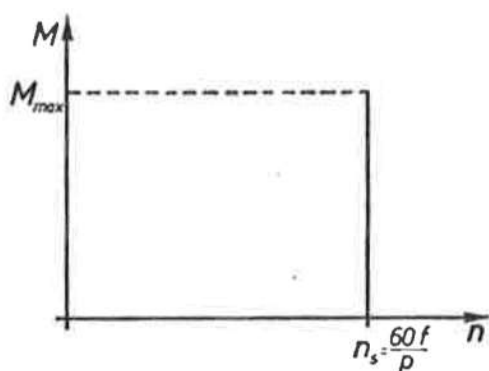
10.10 Sinhroni motor

▶▶▶ Svaki sinhroni stroj kad ga opteretimo momentom na osovini prelazi u motorski rad. Rotor se i dalje vrti sinhronom brzinom, ali u položaju koji je zaostao za položajem neopterećenog rotora za kut δ , ovisan o momentu tereta.

Rad motora obično se karakterizira krivuljom momenta ovisno o brzini vrtnje:

$$M = f(n).$$

Brzina vrtnje sinhronog motora ne mijenja se s opterećenjem, pa sve vrijednosti razvijenog momenta nastupaju pri istoj brzini, sinhronoj brzini n_s . Karakteristika na slici 10.10. to jasno pokazuje. Mijenja se samo položaj rotora, definiran kutom zakreta δ .



Sl. 10.10. Karakteristika momenta sinhronog stroja u ovisnosti o brzini vrtnje

Moment tereta ne smije dosegnuti maksimalnu vrijednost momenta M_{max} , tzv. *moment ispadanja iz koraka*, pri kojem je $\delta = \pi/2$, a ovisi o veličini rotorske uzbude Θ_m . U takvu bi slučaju motor ispao iz sinhronizma.

Sinhroni motor treba sinhronizirati onako kako smo to opisali za generator, no tu valja riješiti pitanje kako motor iz mirovanja dovesti do sinhronne brzine, jer se ne može računati na vlastitu pogonsku turbinu, koju ima svaki generator.

Ima nekoliko mogućih načina pokretanja sinhronog motora. Jedan je način pokretanja *pomoćnim motorom* na istoj osovini. Taj pomoćni motor može služiti samo za zalet, ili se nakon izvršenog zaleta pretvara u generator uzbudne struje, tzv. *uzbudnik* (zalet pomoću uzбудnika).

Drugi je način da se *prigušni kavez* ugrađen u polne nastavke ili pak vrtložne struje u samim polnim nastavcima iskoriste pri zaletu da bi stroj krenuo kao asinhroni motor koji ne doseže sinhronu brzinu, ali joj može doći vrlo blizu. Uključivanje uzbude kod brzine blize sinhronoj dovoljno je da rotor uskoči u sinhronizam. Od tog trenutka polni nastavci ili prigušni kavez nisu više opterećeni.

Treći je način *sinhroni zalet* stroja koji smo od početka uzbudili pa mu podižemo napon i frekvenciju na stezaljkama sve do punog napona i sinhronne brzine. To podizanje napona i frekvencije obavlja se pomoću *drugog generatora* (koji ima vlastiti pogonski stroj) ili pomoću tzv. *statičkog pretvarača*, tiristorskog sklopa za velike struje i napone, kojem se napon i frekvencija mogu podešavati od nule do nazivne vrijednosti.

Teškoće pri zaletu i sinhronizaciji govore protiv upotrebe sinhronog motora u elektromotornim pogonima. Koji put nas smeta i kruta brzina pri promjenama opterećenja. U nekim pogonima, međutim, ta je kruta brzina upravo ono što nam treba. Važno je svojstvo sinhronog motora, koje ide u prilog njegovoj upotrebi, mogućnost da mreži dobavlja induktivnu struju koju trebaju ostali potrošači. To se jednostavno postiže povišenjem uzbudne struje.

10. Zadaci



1. Sinhroni generator radi: a) na mreži čvrstog napona; b) na vlastitoj mreži s radnim potrošačima. Što će se dogoditi s naponom, frekvencijom i strujom ako povećamo snagu pogonskog stroja?

[a) $U_1 = U$, $f_1 = f$, $I_1 > I$; b) $U_1 > U$, $f_1 > f$, $I_1 > I$]

2. Sinhroni generator tjeran je preko spojke i opterećen je pri radu: a) na krutoj mreži; b) s vlastitim potrošačima. Što će se dogoditi ako pukne spojka i nestane pogonskog momenta?

[a) Stroj će se vrtjeti kao motor u praznom hodu; b) stroj će se zaustaviti.]

3. Sinhroni generator radi na mreži krutog napona i frekvencije. Kako će utjecati povećanje uzbudne struje na rezultirajuće protjecanje? Zanimarite radni otpor i rasipanje namota.

[Ostaje nepromijenjeno]

4. Koliki će biti kut opterećenja sinhronog stroja s cilindričnim rotorom koji je opterećen s 30% svoga maksimalnog momenta? Uzbudna struja se ne mijenja.

[17,5°]



5. Sinhroni stroj s cilindričnim rotorom radi na krutoj mreži u praznom hodu. Uzbudno protjecanje pri tome je 5 650 A. Koliko je uzbudno protjecanje Θ_m , protjecanje armature Θ_a i resultantno protjecanje Θ ako: a) rotor tjeramo mehanički na osovini tako da se rotor pomakne za kut od 30° (el.); b) rotor kočimo tako da zaostane za kut 20° (el.); c) povećamo uzbudno protjecanje za 20%; d) smanjimo uzbudno protjecanje za 10%? Zanimarite radni otpor i rasipanje namota.

[a) 5 650 A; 2 924,7 A; 5 650 A

b) 5 650 A; 1 962,2 A; 5 650 A

c) 6 780 A; 1 130 A; 5 650 A

d) 5 085 A; 565 A; 5 650 A]

6. Koliki maksimalni moment može razviti motor s podacima: 150 kW, 4-polni, 400 V, 50 Hz, $\cos \varphi = 0,8$, $X_s = 0,5$ oma po fazi, gubici 10% nazivne snage, uzbuđen na napon praznog hoda?

[2 037,2 Nm]

7. Sinhroni je stroj uzbuđen strujom od 5,2 A, i pri tome radi u praznom hodu na mreži krutog napona a da u statoru ne teče nikakva struja. Ako protjecanje rotora pri 5,2 A označimo sa 100%, koliko će biti protjecanje: a) rotora; b) resultantno, kad rotorsku struju podignemo na 6,24 A?

[a) 120%; b) 100%]

8. Sinhroni generator s osam pari polova na mreži nazivnog napona vrt se pri nazivnom opterećenju uz pomak rotora za električni kut od 36°. Kolik će biti

pomak rotora: a) električni; b) geometrijski, ako uzбудu povećamo 20%, a radno opterećenje smanjimo na polovicu?

[a) $14,2^\circ$ (el.); b) $1,77^\circ$ (geom.)]

9. Sinhroni 4-polni motor na mreži od 50 Hz, opterećen sa 100 kW, radi s kutom opterećenja (električnim) $\delta = 25^\circ$. Ako ne mijenjamo uzбудu: a) kolik će biti kut opterećenja poveća li se opterećenje na 150 kW; b) koliko se puta može povećati prvobitni moment opterećenja, a da motor ne ispadne iz sinhronizma? Treba pretpostaviti da je rotor cilindričan i zanemariti gubitke.

[a) $39,3^\circ$ (el.); b) 2,37 puta, do 1 506,4 Nm]

11. Sinhroni stroj.

Izvedbe i svojstva

11.1. Izvedbe

▶▶▶ Sinhroni strojevi izrađuju se od najmanjih do najvećih snaga. Prema veličini i namjeni, konstrukcijska rješenja vrlo su različita.

Najmanji strojevi, kojima se snaga mjeri čak milivatima, zahtijevaju jednostavnu i jeftinu serijsku proizvodnju, pa se tome prilagođuje i njihova konstrukcija.

Velikim jedinicama, koje služe kao motori ili kao generatori, snaga se mjeri megavatima kod motora, odnosno megavoltamperima kod generatora, i doseže vrijednosti od nekoliko stotina pa i više od tisuću MVA. Za tako velike snage posebno je važna ekonomičnost — što manje gubitaka pri pretvorbi, dakle što bolja korisnost η . Taj zahtjev da korisnost bude što bliža jedinici opravdava kod tako velikih strojeva na prvi pogled i skupa rješenja u konstrukciji i tehnologiji, jer i najmanje poboljšanje ekonomičnosti pretvorbe donosi mnogo veće uštede nego što je povećana cijena izrade.

Izbor izvedbe diktira veličina stroja, koju karakterizira podatak o snazi što se u stroju pretvara i brzina vrtnje za koju je stroj građen. Tu snagu za koju je stroj građen nazivamo *nazivnom snagom*, a to je uvijek snaga koju stroj daje nakon pretvorbe. Brzina je vrtnje *sinhrona brzina* koja odgovara frekvenciji mreže i broju polova stroja.

Brzinu vrtnje sinhronih motora diktira stroj koji treba tjerati, pri čemu izbjegavamo reduktore i slične skupe elemente prijenosa koji uzrokuju dodatne gubitke u pretvorbi.

Kod generatora brzinu vrtnje određuje pogonski stroj. Parna turbina zahtijeva visoku brzinu vrtnje, a najpogodnija brzina vrtnje vodne turbine ovisi o raspoloživom padu i njezinoj snazi. Generatori za pogon parnom turbinom pokazuju specifičnosti povezane s visokom brzinom vrtnje, pa generatore takve izvedbe nazivamo *turbogeneratorima*. Za razliku od njih, generatore specifične konstrukcije, koja odgovara pogonu vodnom turbinom, nazivamo *hidrogeneratorima*. Kod manjih snaga, npr. pomoćnih agregata za rasvjetu, brodskih agregata i sl., kao pogon služe dizelski motori, pa su to *dizelski generatori*.

11.2. Turbogenerator

►►► Dobra konstrukcija parne turbine zahtijeva veliku brzinu vrtnje. No kako sinhroni generator mora imati barem jedan par polova, njegova brzina vrtnje ne može premašiti vrijednost:

$$n = 60 f/p = 60 f,$$

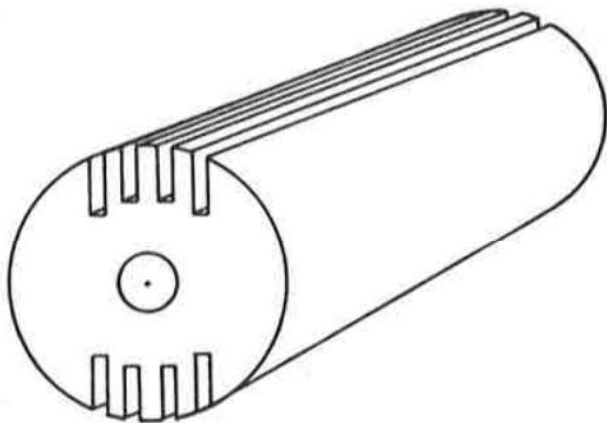
što za našu mrežu frekvencije od 50 Hz iznosi:

$$n = 3\,000 \text{ r min}^{-1}.$$

U Americi, gdje je frekvencija mreže 60 Hz, ta je brzina čak $n = 3\,600 \text{ r min}^{-1}$.

Tako visoka brzina zahtijeva da *promjer rotora ne bude prevelik*, a da mu konstrukcija bude robustna kako bi mogao izdržati centrifugalne sile, koje rastu proporcionalno s brzinom vrtnje na kvadrat i proporcionalno s udaljenošću masa što rotiraju od središta. Velika snaga uz mali provrt zahtijeva *znatnu duljinu stroja*.

Rotor je građen kao *cilindar* s radijalnim ili paralelnim utorima, u koje je smješten uzbudni namot (sl. 11.1). Preko glava rotorskog namota s jedne i druge strane navučena je čelična »kapa« koja preuzima centrifugalne sile što djeluju na glave namota i sprečava deformaciju glava.



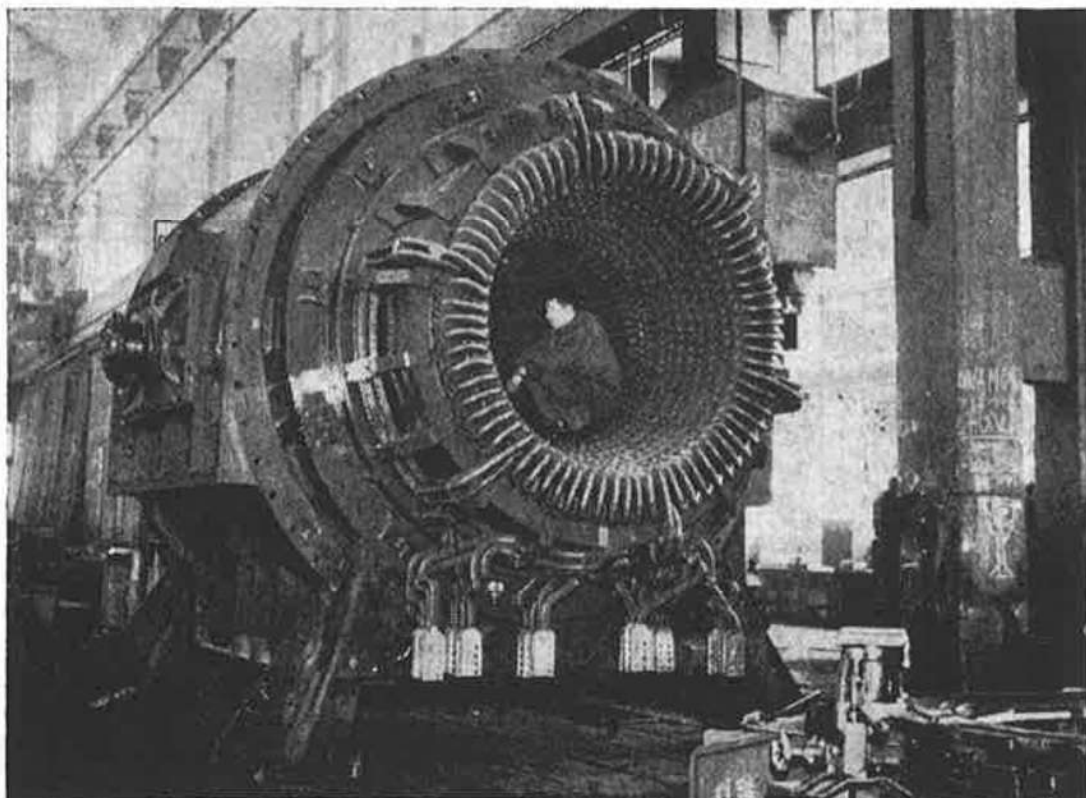
Sl. 11.1. Rotor turbogenerators bez namota

Stator nosi trofazni armaturni namot kojim je potpuno iskorišten raspoloživi prostor. Glave namota statora dobro su učvršćene kako sile između vodiča kod velikih struja, koje mogu nastupiti pri udarcima opterećenja, kratkim spojevima i sl., ne bi oštetile glave namota. Vanjski izgled takvog jednog statora turbogenerators prikazan je na slici 11.2.

Danas su u pogonu turbogeneratori snage od 1 600 MVA i više. Najčešće se izrađuju kao 2-polni strojevi, no kod najvećih snaga susreće se 4-polna izvedba.

11.3. Hidrogenerator

►►► Najpovoljnije brzine vrtnje vodnih turbina većih snaga znatno su niže od $3\,000 \text{ r min}^{-1}$, pa se broj pari polova hidrogenerators penje do nekoliko desetaka. Takva konstrukcija s mnogo pari polova zahtijeva velik promjer. Zbog niske brzine vrtnje mogu se i kod takvih većih promjera uspješno svladati centrifugalne sile. U usporedbi s turbogeneratorom relativno malog provrta i velike duljine, u hidrogenerators imamo *velike provrte* i relativno *male duljine*.



Sl. 11.2. Stator turbogeneratorsa u montaži («Rade Končar»)

Rotor hidrogeneratorsa redovito se izvodi s *istaknutim polovima*. Prema izboru i izvedbi vodne turbine gradi se i generator ili s *horizontalnom* ili s *vertikalnom osovinom*. Hidrogenerator s vertikalnom osovinom prikazan je na slici 11.3.

Dio magnetskog kruga koji se nalazi na statoru izveden je, kao i kod turbogeneratorsa, od limova. Kod hidrogeneratorsa velikog promjera taj se lamelirani dio magnetskog kruga, nazvan paketom statora, ugrađuje u kućište slaganjem limova jednog po jednog, u elektrani, gdje je kućište postavljeno na svoje mjesto, ili se kućište napravi od nekoliko segmenata koji se mogu dovršiti u tvornici i onda odvojeno prevoziti.

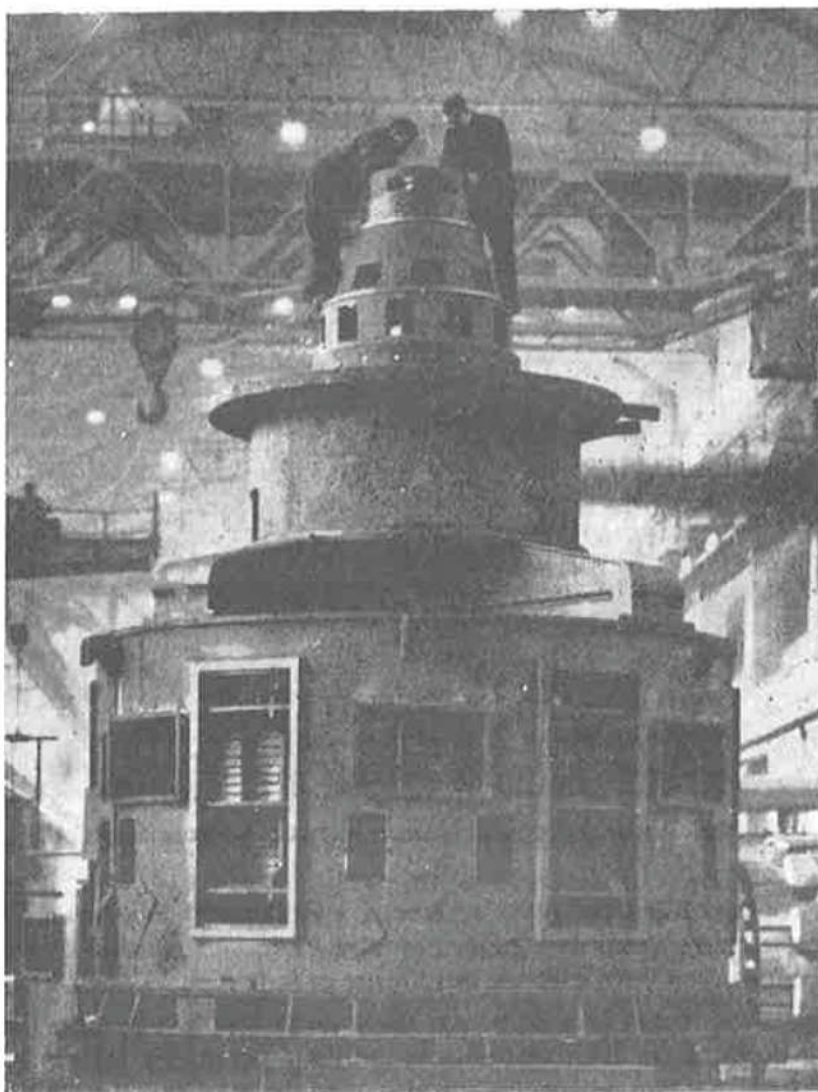
Svici se u tako velikim strojevima sastoje od jednoga jedinog zavoja, pa se svaka polovica svitka, tzv. štap, izolira i ulaže u utor posebno (sl. 11.4). Na obje čone strane štapovi se spajaju u namot.

Uz kućište se prigraduju hladnjaci u kojima se vodom hladi rashladni zrak što cirkulira kroz stroj. Tako se odvodi toplina nastala zbog gubitaka i u stroju se održava temperatura koja nije štetna za ugrađene materijale.

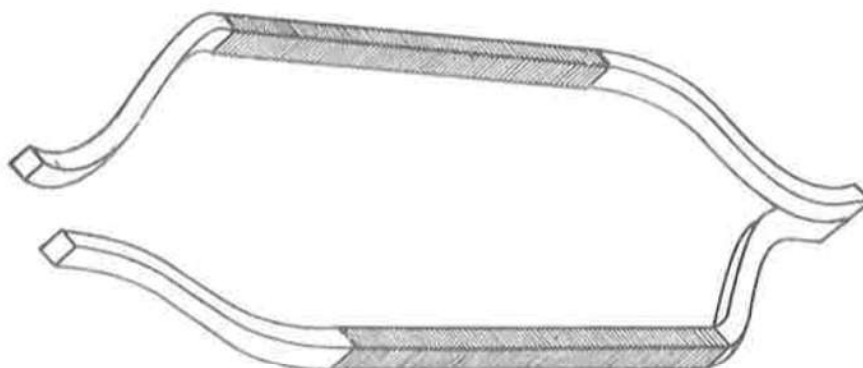
Danas ima hidrogeneratorsa snage od gotovo 1 000 MVA.

11.4. Natpisna pločica

►►► Svaki stroj mora imati tzv. *natpisnu pločicu* sa svim podacima o njegovoj namjeni i svojstvima. Osim podataka o proizvođaču, godini proizvodnje i tvorničkom broju, o standardima prema kojima je stroj građen i tehničkim podacima



Sl. 11.3. Hidrogenerator (»Rade Končar«)



Sl. 11.4. Štapovi statorskog namota hidrogeneratora

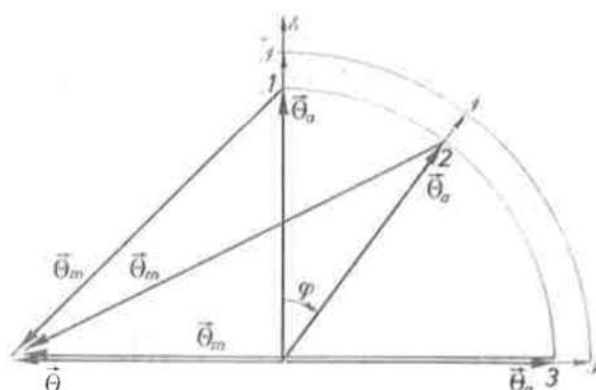
potrebnima onome koji će se brinuti o stroju u pogonu, natpisna pločica sadrži i tzv. *nazivne vrijednosti* snage, napona, struje, frekvencije, brzine vrtnje, faktora snage, uzbudne struje i uzbudnog napona.

Nazivne su one vrijednosti za koje je stroj građen. Ako se održavaju te vrijednosti stroj u radu mora besprijekorno funkcionirati. On će biti sposoban da daje nazivnu snagu ako su ispunjeni ostali uvjeti s natpisne pločice. Ako je npr. napon manji od nazivnoga, stroj neće davati nazivnu snagu, jer bi to izazvalo povećanu struju armature i povećanu toplinu gubitaka u namotima statora. Ne smijemo, dakle, prekoračiti nazivnu struju.

Naravno da stroj pri ispunjenim ostalim uvjetima može davati snagu manju od nazivne, jer mu smanjena struja ne može škoditi. Nazivna je snaga, dakle, gornja granica dopuštenog opterećenja.

Nazivna je snaga uvijek ona koju stroj daje. Kod motora je to uvijek mehanička snaga predana na osovini, izražena u W, kW ili MW. Kod generatora je to uvijek električna prividna snaga predana na stezaljkama stroja, izražena u VA, kVA ili MVA. Zašto se generatoru kao predana snaga navodi prividna, a ne radna snaga, lako je objasniti. Zamislimo generator koji mreži daje jalovu snagu, uz $\cos \varphi = 0$. On može biti opterećen nazivnom strujom pri nazivnom naponu i nalaziti se na granici dopuštenog zagrijavanja, a radna snaga koju pri tome predaje ostaje ipak $P_r = 0$. Očito je da za gubitke i zagrijavanje stroja nije toliko važno koliku radnu snagu predaje — važno je koliki je napon i kolika je struja, a to određuje prividnu snagu.

Pri nazivnom naponu i nazivnoj struji ipak nije svejedno s kolikim faktorom snage $\cos \varphi$ stroj radi, pa je i faktor snage uvijek naveden na natpisnoj pločici kao jedan od nazivnih podataka. Za generatore i motore nadzobudom se obično podešava da stroj šalje u mrežu induktivnu snagu koju mreža zahtijeva. Prema slici 11.5,



Sl. 11.5. Utjecaj faktora snage na struju rotora sinhronog generatora

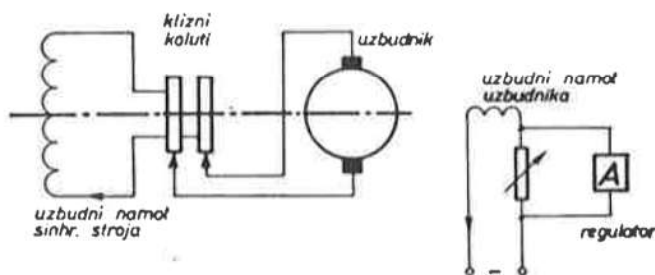
pri istoj, npr. nazivnoj struji armature, uzdužno protjecanje i uzbudna struja bit će to veći što više struja zaostaje u fazi za naponom. Veći fazni pomak φ , a to znači manji faktor snage $\cos \varphi$, zahtijeva veću uzbudnu struju pa i veće zagrijavanje rotora. Nazivni faktor $\cos \varphi$ je takav da zagrijavanje u rotoru ne premašuje dopuštenu granicu. Ako je $\cos \varphi$ veći od nazivne vrijednosti, zagrijavanje rotora će se smanjiti, ali ako se $\cos \varphi$ smanji ispod nazivne vrijednosti, onda smo prekoračili granice u kojima je zajamčen ispravan rad stroja. Nazivni je faktor snage $\cos \varphi$, dakle, ograničenje prema dolje, što znači da u pogonu s nazivnom strujom $\cos \varphi$ ne smije biti manji od nazivne vrijednosti, za razliku od napona, struje i snage, koji ne smiju prekoračiti nazivne vrijednosti.

Napon i struja višefaznog stroja navedeni na natpisnoj pločici uvijek su efektivne vrijednosti linijskog napona i linijske struje, uz onakav spoj namota kakav je na natpisnoj pločici označen.

11.5. Uzbudni sistem

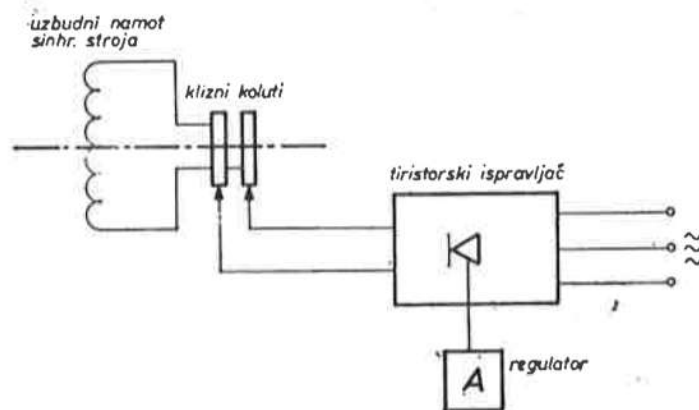
►►► U namotu rotora sinhronog stroja teče istosmjerna struja koju nazivamo *uzbudnom strujom*. Veličina te struje određuje veličinu induktivnih struja u statoru, pa je uzbudnu struju potrebno podesiti tako da postignemo stanje opterećenja jalovom snagom koje želimo.

Kao izvor uzbudne struje donedavno se gotovo isključivo upotrebljavao generator istosmjerne struje smješten na istoj osovini sa sinhronim strojem, nazvan *uzbudnikom* (sl. 11.6). Uzbudnik je izravno priključen na rotorski namot sinhronog stroja preko četkica i kliznih koluta. Uzbudna struja regulira se tako da napon uzbudnika podešavamo pomoću ručnog ili automatskog regulatora u njegovu uzbudnom krugu, gdje teku relativno male struje.



Sl. 11.6. Uzbudni sistem s uzbudnikom

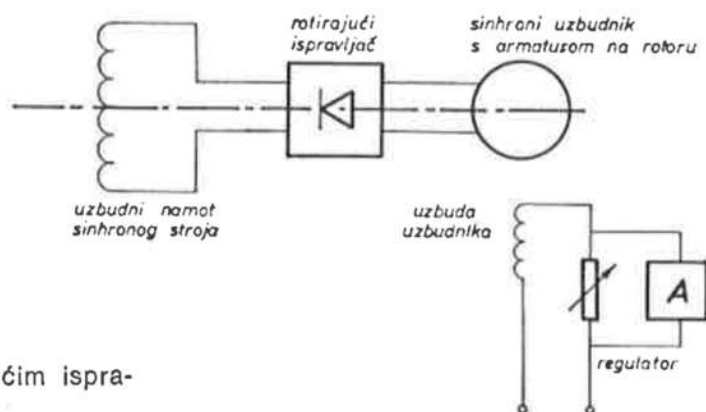
U novije vrijeme radije se upotrebljava tzv. *statička uzbuda* (sl. 11.7), bez rotirajućeg uzbudnika. Struja iz izmjeničnog (trofaznog) izvora ispravlja se upravljivim tiristorskim ispravljačem na koji djeluje regulator. Time smo zaobišli upotrebu kolektorskog uzbudnika, ali je potrebno osigurati izvor izmjeničnog napona za napajanje uzbude.



Sl. 11.7. Uzbudni sistem sa stacionarnim ispravljačem

Uzbuda s *rotirajućim ispravljačima* prema slici 11.8. potpuno eliminira i kolektor i klizne kolute. Kao uzbudnik služi mali sinhroni stroj u kojem su zamijenjene uloge statora i rotora. Armatura toga izmjeničnog uzbudnika rotira na istoj osovini s rotorom glavnoga sinhronog stroja i s njegovim uzbudnim namotom. Na istoj osovini rotiraju i ispravljači koji nisu upravljivi, pa im nisu potrebni nikakvi vanjski priključci. Napon armature sinhronog uzbudnika spojen je preko tih ispravljača s uzbudnim namotom glavnog stroja čvrstim priključcima bez ikakvih kliznih ko-

luta, jer cijeli taj sklop rotira na istoj osovinu. Polovi sinhronog uzbudnika, ovaj puta na statoru, miruju, pa za njihovu uzbudu također služe čvrsti dovodi. Regulacijom te relativno male struje upravljamo naponom sinhronog uzbudnika, a preko njega i ispravljenom strujom koja teče u uzbuđnom namotu glavnoga sinhronog stroja. Takav sinhroni uzbudnik jedan je od rijetkih primjera gdje sinhroni stroj ima armaturu na rotoru, a polove na statoru.



Sl. 11.8. Uzbudni sistem s rotirajućim ispravljačem

11.6. Istaknuti polovi

►► U dosadašnjim razmatranjima o silama i momentima u sinhronom stroju nismo obratili posebnu pažnju utjecaju nejednolikoga zračnog raspora, kao što ga imamo u strojeva s istaknutim polovima. Šutke smo pretpostavljali da je raspored po cijelom obodu konstantan (kao na sl. 11.9.a). Uz takav jednoliki zračni raspored protjecanje statora i protjecanje rotora — ili, kako smo uvijek u prvom približenju uzimali, osnovni harmonički član jednog i drugog protjecanja — dali su rezultatno protjecanje $\vec{\Theta}$, a u smjeru toga rezultatnog protjecanja ležao je i vektor magnetske indukcije u rasporu $\mathbf{B}$. Na stator djelovao je moment proporcionalan $\Theta_1 \sin \delta_1$, a na rotor moment suprotnoga smjera proporcionalan $\Theta_2 \sin \delta_2$. Ta dva momenta bila su po iznosu jednaka.

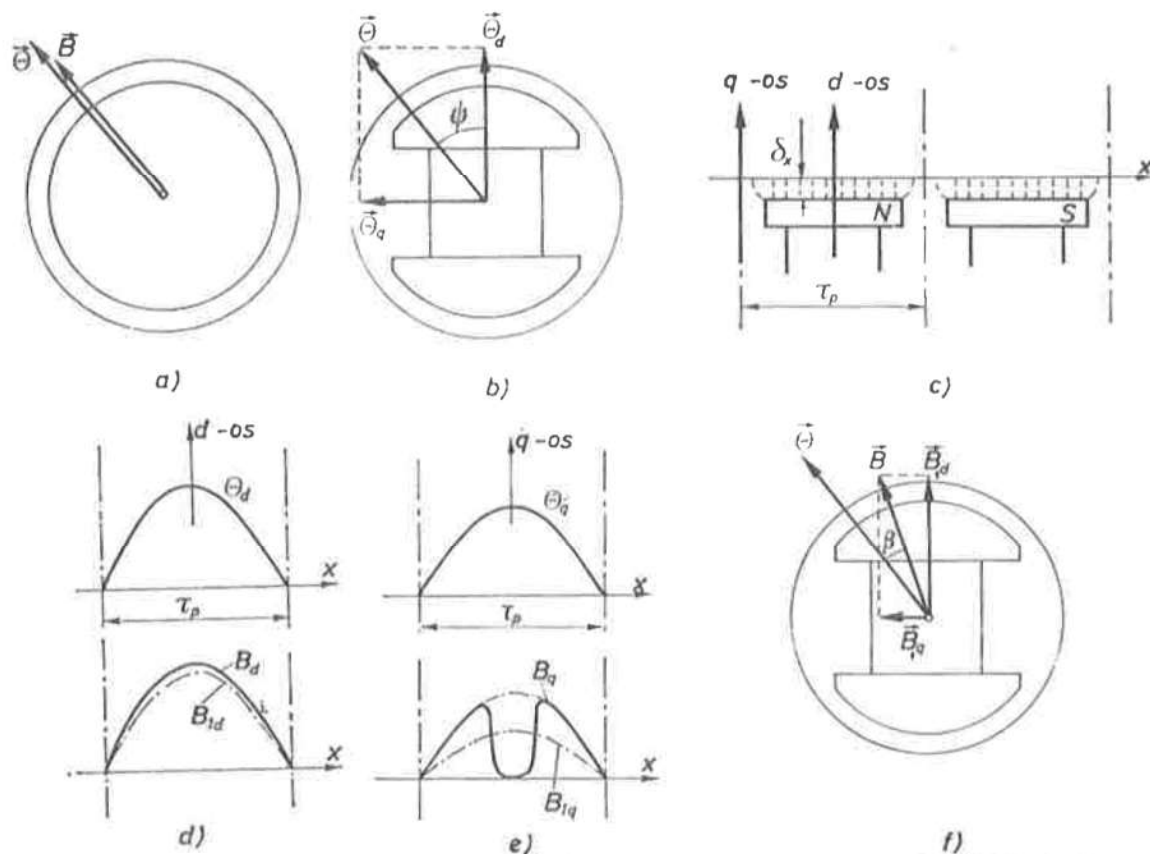
Ako nije bilo struje u rotorskom namotu, vrijedilo je $\Theta_2 = 0$, pa je rezultatno protjecanje bilo jednako statorskom protjecanju:

$$\Theta = \Theta_1,$$

a kut δ_1 bio je jednak nuli. Moment je pri tome i na stator i na rotor bio jednak nuli. Obratno, ako nije bilo struje u statorskom namotu, rotorsko se protjecanje izjednačilo s rezultatnim protjecanjem, kut δ_2 bio je nula, i moment je opet bio jednak nuli. To će se dogoditi i kad su polovi istaknuti, kad struje armature budu jednake nuli.

Drukčija je slika kod rotora s istaknutim polovima kad u statoru teku struje, a u rotoru nema uzbudne struje. Tu osobitost istaknutih polova posebno ćemo razmotriti.

Prema slici 11.9.b, protjecanje statora u bilo kojem položaju prema osi rotora, koji ćemo označiti kutom ψ , identično je kad nema rotorskog protjecanja rezul-



Sl. 11.9. Utjecaj istaknutih polova: a) rezultantno protjecanje i indukcija kod cilindričnog rotora, b) uzdužna i poprečna komponenta rezultantnog protjecanja kod istaknutih polova, c) uzdužna i poprečna os, d) indukcija od uzdužnog protjecanja, e) indukcija od poprečnog protjecanja, f) rezultantno protjecanje i rezultantna indukcija kod istaknutih polova

tantnom protjecanju $\vec{\Theta}$. Vektor indukcije $\vec{B}$, međutim, ne mora se tad po smjeru podudarati sa smjerom rezultantnog protjecanja. Da bismo to provjerili, rastavimo rezultantno protjecanje $\vec{\Theta}$ na dvije komponente — *uzdužnu*, u osi pola rotora:

$$\Theta_d = \Theta \cos \psi \quad (1)$$

i *poprečnu*, u simetrali međupolnog prostora:

$$\Theta_q = \Theta \sin \psi. \quad (2)$$

Sinusna raspodjela jedne i druge komponente prikazana je na slikama 11.9.d i 11.9.e. Na tim je slikama ucrtan i položaj uzdužne osi d i poprečne osi q, koji treba usporediti s razvijenim prikazom na slici 11.9.c. Zračni raspor oko osi d uglavnom je mali raspor ispod polnog nastavka. Tek na rubovima on prelazi u međupolni prostor, gdje je razmak u zraku znatno veći. Sinusno raspoređeno uzdužno protjecanje Θ_d proizvesti će zbog toga indukciju u rasporu koja je uglavnom jednaka $\Theta_d \mu_0 / \delta$; tek uz rubove bit će indukcija manja zbog povećanog δ . Osnovni harmonički član tako raspodijeljene indukcije bit će vrlo blizu onome što bismo ga dobili uz jednolik zračni raspor δ (sl. 11.9.d). Jednako tako sinusno raspoređeno poprečno protjecanje Θ_q najveće su vrijednosti iznad dijela oboda gdje je zračni raspor u međupolnom prostoru vrlo velik. Krivulja rasporeda indukcije pokazuje u tom

području veliko sniženje, a tek uz rubove indukcija odgovara onoj koju bismo dobili pri jednolikom rasporedu. Osnovni harmonički član takve raspodjele znatno je niži (sl. 11.9.e). Komponente vektora indukcije $\mathbf{B}$ u smjeru uzdužne i u smjeru poprečne osi nisu, dakle, proporcionalne komponentama protjecanja $\vec{\Theta}_d$ i $\vec{\Theta}_q$, već je komponenta $\mathbf{B}_d$ relativno veća, a komponenta $\mathbf{B}_q$ relativno manja (sl. 11.9.f). Kad te komponente vektora indukcije sastavimo u rezultantu $\mathbf{B}$, ona će s uzdužnom osi d zatvarati manji kut od kuta ψ što ga zatvara vektor protjecanja. Razlika kutova je β , i to tako da je *os indukcije uvijek pomaknuta prema osi pola*, tj. *u smjeru* bolje magnetske vodljivosti, ili *manje reluktancije*.

Na stator — uz protjecanje Θ — djelovat će moment:

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta \sin \beta,$$

a po zakonu akcije i reakcije djelovat će jednako toliki moment suprotna smjera i na rotor, unatoč tome što u rotorskim vodičima ne teče struja! Taj moment očito djeluje na konture nejednolikoga zračnog rasporeda. To je tzv. *reluktantni moment* koji djeluje, u slučaju različitog magnetskog otpora u različitim smjerovima, čak i kad istaknuti polovi nisu uzbuđeni. Reluktantni moment nastoji uvijek da se os protjecanja poklopi s osi najmanje reluktancije. Jasno je, dakle, da momenta neće biti ako su uzbuđeni istaknuti polovi rotora, a u statoru nema struje. No kad je rotor neuzbuđen, a u statoru teku struje, djelovat će reluktantni moment ovisan o položaju osi statorskog protjecanja prema osi polova rotora.

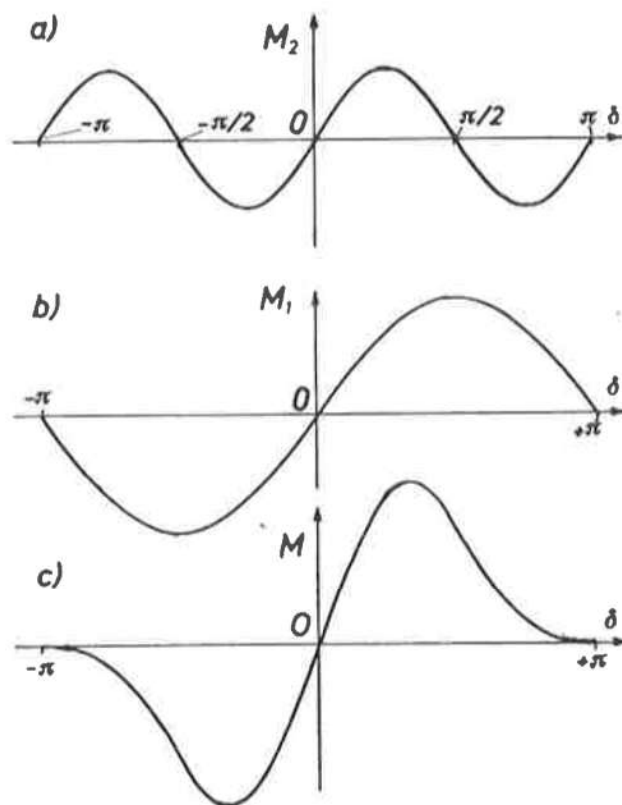
Kad se os protjecanja statora poklopi s osi pola, bit će $\psi = 0$, $\vec{\Theta} = \vec{\Theta}_d$, a $\vec{\Theta}_q = 0$. Za indukciju vrijedi tad također $\mathbf{B}_q = 0$, što znači da se vektor indukcije $\mathbf{B}$ po smjeru poklapa s vektorom protjecanja $\vec{\Theta}$. U tome je slučaju, dakle, reluktantni moment jednak nuli. No reluktantni moment će jednako tako biti jednak nuli kad je kut $\psi = \pi/2$, a to je onda kad os protjecanja padne u simetralu između polova. Tad je, naime, uzdužna komponenta i protjecanja i indukcije jednaka nuli:

$$\vec{\Theta}_d = 0, \quad \mathbf{B}_d = 0$$

pa je i opet smjer vektora $\mathbf{B}$ i vektora Θ isti, što daje reluktantni moment jednak nuli. Varijacije reluktantnog momenta imaju, dakle, dvostruko kraću periodu ($\delta = \pi$) od varijacija momenta kod uzbuđenog statora i rotora ($\delta = 2\pi$) (sl. 11.10.a). Reluktantni moment M_2 ovisan je o $\sin 2\delta$.

Ako rotor uzbudimo, djelovat će moment između protjecanja statora i rotora, ali i reluktantni moment. Ukupni moment je zbroj momenta M_1 ovisnoga o $\sin \delta$ i reluktantnog momenta M_2 ovisnoga o $\sin 2\delta$ (sl. 11.10.a, b i c). Reluktantni moment daje karakteristiku ukupnog momenta ovisno o kutu δ nešto strmiju u radnom području, što znači da su kutovi opterećenja nešto manji. Pri malom momentu na osovini stroj s istaknutim polovima može ostati u sinhronizmu i bez uzbude u rotoru, jer s nestankom uzbude nestaje samo komponenta momenta M_1 , a reluktantni moment ostaje.

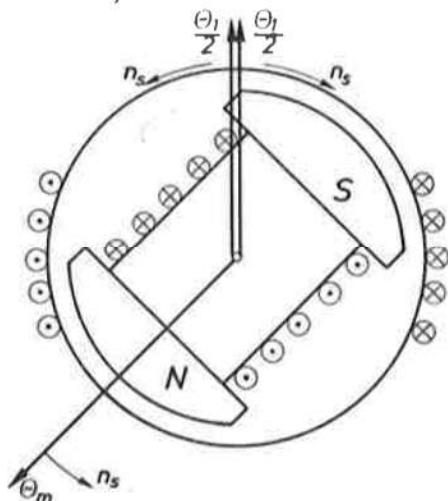
Posebnu grupu malih sinhronih motora koji rade bez uzbude na rotoru, a imaju istaknute polove, nazivamo reluktantnim motorima.



Sl. 11.10. Moment stroja s istaknutim polovima: a) reluktantni, b) među protjecanjima namota, c) ukupni

11.7. Jednofazni sinhroni stroj

►► Jednofazni sinhroni stroj ima na statoru umjesto simetričnoga višefaznog namota samo jedan namot. U tom namotu inducira se izmjenični napon i teče izmje-

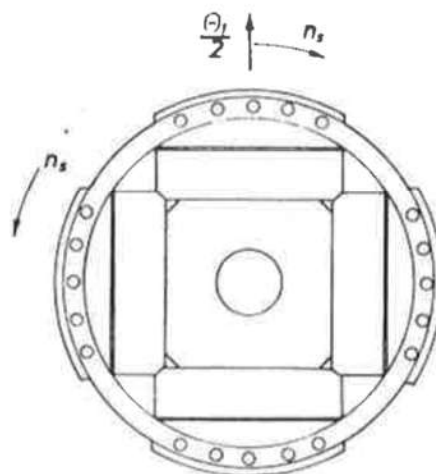


Sl. 11.11. Protjecanje statora i rotora jednofaznog stroja

nična struja. Izmjenična struja stvara u namotu pulsirajuće protjecanje θ_1 . To pulsirajuće protjecanje može se rastaviti u dva jednaka okretna protjecanja amplitude $\theta_1/2$, koja rotiraju u suprotnim smjerovima. Direktno protjecanje koje se vrti u istom smjeru i istom brzinom kao rotor sastavlja se s rotorskim protjecanjem θ_m u rezultatno protjecanje θ , pa vrijede razmatranja kao za trofazni stroj.

Nova je samo pojava velikoga *inverznog protjecanja* suprotnog smjera, koje je kod trofaznog stroja bilo nestalo. To protjecanje iste amplitude $\Theta_1/2$, a suprotnog smjera rotacije, vrti se relativno prema rotoru dvostrukom sinhronom brzinom $2n_s$.

Kako se od tog inverznog polja ne bi inducirali naponi i struje tamo gdje ne treba, ugrađuje se u polne nastavke *prigušni kavez*, bakreni štapovi jakog presjeka, koji su s jedne i s druge strane spojeni jakim kratkospojnim prstenom. Zadaća je prigušnog kaveza da djelovanjem struja što se u njemu induciraju prema Lenzovu zakonu suzbije ili priguši stvaranje znatnijeg polja magnetske indukcije koje bi nastalo inverznim protjecanjem.



Sl. 11.12. Prigušni kavez na rotoru sinhronog stroja

Prigušni kavez ugrađuje se i u *trofazne strojeve*. Zadaća mu je trostruka. Jednu smo već spomenuli kod sinhronih motora, koji treba da krenu od mirovanja do blizu sinhronne brzine, upravo djelovanjem momenta koji daju struje u prigušnom kavezu, inducirane okretnim poljem statora. Druga je zadaća prigušnog kaveza da priguši inverzno okretno polje, koje će nastati i kod simetričnoga trofaznog namota ako opterećenje u svim fazama nije simetrično. Neprigušeno inverzno polje ponekad će inducirati nedopustive napone u uzbuđnom namotu i u ostalim dijelovima stroja. Treća je zadaća prigušnog kaveza da priguši njihanje rotora oko položaja ravnoteže određenoga kutom opterećenja δ . Takvo njihanje može nastati zbog toga što rotor sa svojom zamašnom masom i ovisnosti momenta o kutu δ , koja ga poput pera vraća u osnovni položaj, čini titrajni sistem koji ima svoju vlastitu frekvenciju, pa ga njihanje pogonskog momenta ili opterećenja može u slučaju rezonancije dovesti do njihanja velikih amplituda, koja mogu svršiti ispadanjem iz sinhronizma. Struje inducirane u prigušnom kavezu znatno prigušuju takva njihanja.

11.8. Daljnji razvoj

►► Što je veći generator, to mu je bolja korisnost η . Pretvorba se vrši potpunije. Velike potrebe za električnom energijom tjeraju na neprestanu izgradnju novih kapaciteta. Pri tome se nastoje proizvoditi što manji gubici, a to znači graditi što manji broj jedinica što veće snage po jedinici. Postavlja se pitanje kolika je *granična snaga* po jedinici i kako se ta granična snaga može povisiti. To, naravno, otvara

više problema na koje moraju odgovoriti studije, istraživanja i iskustva. Tu su *mehanički problemi* svladavanja naprezanja, vibracija u radu i sl., zatim *problemi tehnoloških postupaka* s izolacijom za visoke napone koji danas u sinhronim strojevima premašuju 20 kV. Zatim *problemi hlađenja* — hlađenje zrakom zamjenjuje se hlađenjem pomoću vodika, uvodi se cirkulacija rashladne vode kroz vodiče u utorima i sl. Mnogo se proučavaju i rješenja supravodljivih generatora, u kojih hlađenje rotora do supravodljivog stanja obećava podizanje uzbude i postizanje takvih magnetskih indukcija u rasporu da bi se mogle izvući vrlo velike snage iz stroja ne prevelikih dimenzija.

11. Zadaci



1. Dva sinhrona generatora imaju na natpisnoj pločici podatke:

- a) 30 000 kVA, $\cos \varphi = 0,8$;
- b) 30 000 kVA, $\cos \varphi = 1$.

Koji generator treba veći pogonski stroj?

[Generator pod b)]

2. Sinhroni stroj ima nazivne podatke: 50 MVA, 16 kV, $\cos \varphi = 0,85$. Kolika je nazivna struja?

[1 804,2 A]

3. Sinhroni motor ima nazivne podatke: 5 MW, 10 kV, $\cos \varphi = 0,9$. Kolika je nazivna struja motora ako je korisnost $\eta = 0,96$?

[334,1 A]

4. Trofazni sinhroni generator 24 MVA, 10,5 kV, 50 Hz, 125 r min^{-1} , $\cos \varphi = 0,8$, ima korisnost $\eta = 0,97$. Kolika je nazivna struja? Kolik je pogonski moment pri nazivnom opterećenju?

[1 319,7 A; $1,512 \cdot 10^6 \text{ Nm}$]



5. Zašto jednofazni sinhroni stroj mora imati prigušni kavez na rotoru?

[Zbog prigušenja inverznog polja]

6. Na natpisnoj pločici sinhronog generatora piše između ostalog: 10 400 kVA, $\cos \varphi = 0,9$, 10 kV, spoj u zvijezdu. Smijemo li u trajnom radu pri nazivnom naponu dopustiti ova opterećenja: a) 600 A, $\cos \varphi = 0,95$; b) 9 800 kW, $\cos \varphi = 0,9$, c) 600 A, $\cos \varphi = 0,8$?

[a) Da; b) ne; c) ne]

7. Natpisna pločica trofaznoga sinhronog stroja ima podatke: 3 MW, 6 kV, 334 A, $\cos \varphi = 0,9$. Je li to motor ili generator? Kolika je korisnost η ?

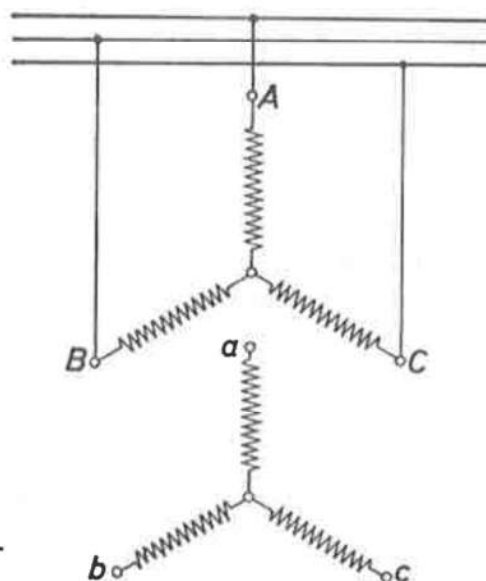
[Motor; 0,960]

12. Asinhroni stroj. Način rada

12.1. Stator na mreži

►►► Asinhroni stroj razlikuje se od sinhronog po tome što mu rotor nije napajan strujom iz vanjskog izvora. Struje se u rotoru induciraju okretnim poljem statora. Zato motor često nazivamo i *indukcionim motorom*.

Da bi okretno polje induciralo napone u vodičima rotora, mora biti neka relativna brzina između okretnog polja i rotora. Kad bi njihove brzine vrtnje bile jednake, u rotoru se ne bi inducirali naponi, ne bi potekle struje, a bez struje u rotoru ne bi bilo razvijenog momenta. Pri sinhronoj brzini takav motor ne bi mogao pretvarati energiju. To svojstvo asinhronog stroja da mu brzina mora biti različita od sinhrone ističe drugi naziv takva motora — *asinhroni motor*.



Sl. 12.1. Stator i trofazni otvoreni rotor asinhronog stroja

Stator asinhronog stroja izveden je jednako kao i stator sinhronog stroja. U utorima lameliranoga statorskog paketa nalazi se, najčešće, trofazni namot, spojen u zvijezdu ili trokut. Magnetske silnice zatvaraju se kroz rotor koji je također cilindričan i također lameliran. Asinhroni motor, dakle, nema istaknutih polova.

Stator asinhronog motora priključujemo na krutu mrežu trofaznog napona (sl. 12.1). Struje koje poteku iz mreže u namote statora bit će, zbog simetrije, me-

đusobno razmaknute u fazi, kao i naponi, za kut $2\pi/3$. Takve simetrične struje u simetričnome trofaznom namotu daju okretno protjecanje. Okretno protjecanje stvara u zračnom rasporu okretno polje magnetske indukcije $\mathbf{B}$, koje prikazujemo vektorom odgovarajućeg smjera i veličine. Raspored indukcije u rasporu — koji je, pretpostavljamo, sinusni — inducira u namotima statora trofazni sistem napona $\mathbf{E}_a, \mathbf{E}_b, \mathbf{E}_c$, koji mora biti upravo takav da drži ravnotežu trofaznom sistemu napona mreže što je smatramo krutom, $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3$. Kad bismo i tu zanemarili padove napona u radnom otporu i rasipnoj reaktanciji statorskih namota, dobili bismo model idealnog stroja. Bez padova napona, na stezaljkama bismo stroja dobili napon koji se u namotu inducirao, a budući da je na iste stezaljke priključen napon mreže, moraju naponi biti jednaki:

$$\mathbf{E}_a = \mathbf{U}_1, \mathbf{E}_b = \mathbf{U}_2, \mathbf{E}_c = \mathbf{U}_3. \quad (1)$$

Taj uvjet ravnoteže napona određuje struje u namotima. Okretno polje indukcije u rasporu, koje je rezultat djelovanja svih struja zajedno, mora biti upravo toliko da u namotima inducira napone $\mathbf{E}$.

Padovi napona uslijed struja u statorskom namotu kod asinhronog motora su znatni, i bitno utječu na rezultate u kvantitativnim razmatranjima. Slika idealnog stroja poslužiti će za uočavanje zbivanja i ovisnosti u asinhronom motoru, no ako želimo točnije vrijednosti npr. struje, momenta i drugih veličina, valja uzeti u obzir i padove napona, pa uvjet ravnoteže napona — bez zanemarenja — glasi:

$$\mathbf{E} = \mathbf{U} - \mathbf{I}(\mathbf{R} + j\mathbf{X}_{\sigma 1}). \quad (2)$$

12.2. Otvoreni rotor

▶▶▶ Rotor asinhronog stroja ne napaja se iz vanjskog izvora. U njemu teku samo struje što ih inducira okretno polje stvoreno u zračnom rasporu. Da bi te struje mogle poteći, namoti rotora moraju biti zatvoreni strujni krugovi — bilo tako da je svaki fazni namot rotora sam za sebe kratko spojen, bilo tako da su svi namoti rotora spojeni počecima u jedno zvjezdište, a svršecima u drugo zvjezdište.

Da bi struje u rotorskom namotu dale okretno protjecanje, mora taj namot biti višefazan, s barem dva fazna namota, a budući da bi to okretno protjecanje moralo biti simetrično (što znači da nema inverzne komponente), mora *višefazni namot rotora biti simetričan*. Simetričan višefazni sistem struja stvara simetrično okretno polje bez obzira na broj faza koje pri tome sudjeluju. Jednako tako, okretno polje inducira u simetričnome višefaznom namotu simetričan višefazni sistem napona bez obzira na broj faza. Dakle, *broj faza statora i rotora ne mora biti jednak* — samo mora biti raspoređen simetrično. Za razliku od broja faza, *broj polova statorskog i rotorskog namota mora u svakom slučaju biti jednak*.

Pogledajmo najprije što se zbiva u rotoru asinhronog motora koji je zaustavljen i *otvoren*, što znači da su svi strujni krugovi prekinuti, svaki posebno, ili time što je otvoreno jedno zvjezdište. Stator je priključen na mrežu i u rasporu stvara okretno polje koje u statoru inducira napone u ravnoteži s mrežnim naponima.

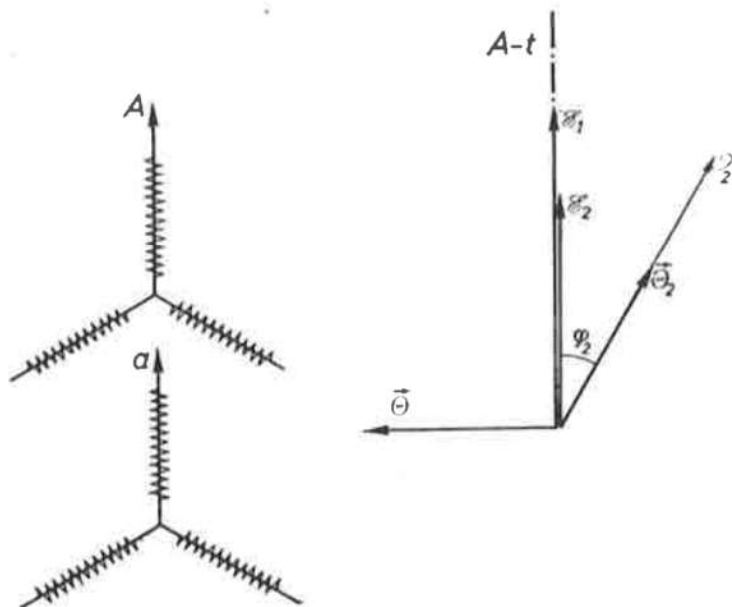
Isto okretno polje koje inducira napone u namotima statora inducirat će napone i u namotima rotora. Brzina kojom se to okretno polje vrti prema vodičima statora ista je kao i prema vodičima rotora, tj. frekvencije su jednake:

$$f_2 = f_1. \quad (1)$$

Tok po polu koji inducira napone u statoru i rotoru isti je tok Φ . Jedino se razlikuje broj zavoja i namotni faktor, koji za stator i za rotor mogu biti po fazi različiti. Podijelimo li izraze za inducirani napon rotora i statora, dobivamo:

$$E_2 : E_1 = w_2 f_{n2} : w_1 f_{n1}. \quad (2)$$

Inducirani napon po fazi rotora i napon po fazi statora stoje, dakle, u čvrstom odnosu tako dugo dok rotor miruje.



Sl. 12.2. Napon, struja i protjecanje mirnog rotora kojemu se osi namota podudaraju s osima statorskih namota

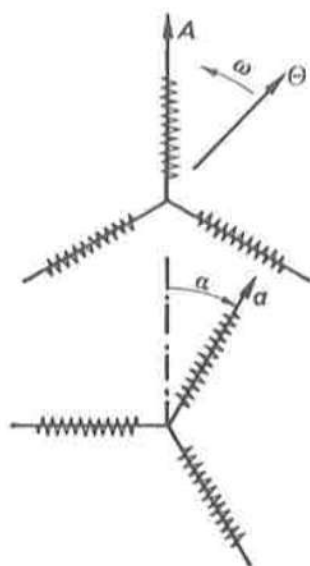
Ako rotor postavimo u položaj prema slici 12.2, u kojem se os a rotora poklapa s osi A statora, oba će inducirana napona, E_2 i E_1 , biti u fazi, jer ih inducira isto okretno polje. Zakretanjem rotora za kut α suprotno smjeru vrtnje okretnog polja, ili u smjeru vrtnje, dobit ćemo u rotoru napon koji prethodi u fazi za kut α , odnosno koji zaostaje u fazi.

12.3. Okretno protjecanje mirnog rotora

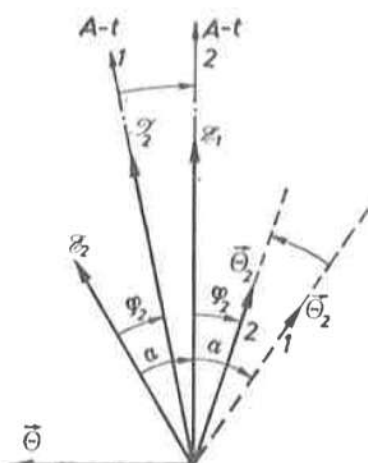
►►► Zatvorimo rotorske namote, ali zadržimo i dalje rotor u mirovanju. Inducirani naponi potjerat će u rotoru struje. Struja svake faze neće biti u fazi s naponom, već će za njim zaostajati za kut φ_2 , koji ovisi o odnosu reaktancije i radnog otpora rotorskog faznog namota.

Razmotrimo najprije slučaj kad je rotor zaustavljen u položaju u kojemu se osi a i A poklapaju. Oba napona, E_1 i E_2 , bit će pri tome u fazi (sl. 12.2), a struja I_2 zaostaje u fazi za kut φ_2 , pa njezin maksimum nastupa za toliko kasnije. U tre-

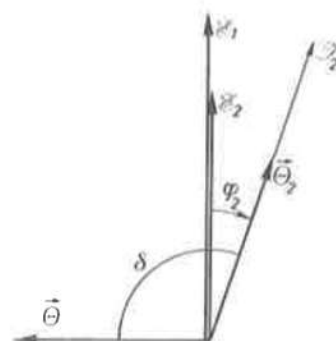
nutku kad je struja u fazi a maksimalna, okretno protjecanje što ga stvaraju rotor-ske struje mora se naći u osi faze a koje se sad podudara s osi faze statora A. Na slici 12.2. uz vertikalni položaj osi A-t prikazan je položaj fazora induciranih napona $\mathbf{E}_1$ i $\mathbf{E}_2$, te struje $\mathbf{I}_2$, pri čemu naponi upravo prolaze kroz maksimalne vrijednosti, a struja će dosegnuti maksimum tek poslije, kad os t prevali kut φ_2 . To znači da se i okretno protjecanje na toj slici mora ucrtati za kut φ_2 prije prolaska kroz os faze a, uz dogovoreni smjer rotacije vektora ulijevo. Slika pokazuje da fazor struje $\mathbf{I}_2$ i vektor njezina protjecanja $\vec{\Theta}_2$ treba crtati u istom smjeru.



Sl. 12.3. Napon, struja i protjecanje rotora zakrenutog prema statoru za kut



Sl. 12.4. Crtanje vektorsko-fazorskog dijagrama asinhronog motora bez obzira na položaj rotora



Na slici 12.3. predloženi su naponi $\mathbf{E}_1$, $\mathbf{E}_2$, struja $\mathbf{I}_2$ i protjecanja u slučaju kad se osi faze statora A i faze rotora a ne poklapaju. Okretno protjecanje $\vec{\Theta}$ rezultanta je okretnog protjecanja $\vec{\Theta}_1$ što ga stvaraju struje statora i okretnog protjecanja $\vec{\Theta}_2$ koje uzrokuju struje rotora. To rezultatno protjecanje inducira napone $\mathbf{E}_1$ u statorskom namotu, pa je po veličini definirano. Položaj mu je uvijek za $\pi/2$ ispred osi A u trenutku kad je fazor napona $\mathbf{E}_1$ u osi t.

Zakrenimo os rotora a prema osi statora A za neki kut α , npr. suprotno smjeru vrtnje, tj. udesno. Inducirani napon rotora $\mathbf{E}_2$ bit će tad pomaknut naprijed u fazi prema naponu statora $\mathbf{E}_1$, dakle ulijevo, za kut α . Fazor struje $\mathbf{I}_2$ zaostaje za fazorom napona $\mathbf{E}_2$ za kut φ_2 . Struja $\mathbf{I}_2$ je maksimalna u času kad se os A-t poklopi s fazorom $\mathbf{I}_2$ (položaj 1). U tom se trenutku okretno protjecanje $\vec{\Theta}_2$ nalazi u osi rotora a, za kut α udesno od fazora $\mathbf{E}_1$ (položaj 1). Do trenutka kad je napon $\mathbf{E}_1$ maksimalan os A-t mora prevaliti još kut $\alpha - \varphi_2$ udesno, a okretno protjecanje $\vec{\Theta}_2$ prevali kroz to vrijeme isti kut ulijevo, tako da zauzmu položaje 2 na slici 12.3. Ti su položaji identični onima prema slici 12.2, kad os rotora nije bila pomaknuta prema osi statora.

►►► Odatle izlazi opći zaključak: bez obzira na položaj rotora, njegovo protjecanje ima isti smjer koji bi imalo uz poklapanje osi namota statora i rotora (sl. 12.4). Zato se vektorsko-fazorski dijagram statora i rotora asinhronog motora crta uvijek tako kao da se osi njihovih namota podudaraju. To je posebno važno zato što pokazuje da *vrtnja rotora ne utječe na fazni položaj promatranih napona i struja, ni na položaj u prostoru protjecanja* koja su stvorena rotorskim strujama.

►► Budući da je rezultatno protjecanje koje inducira napone u statoru i u rotoru uvijek za kut $\pi/2$ ispred induciranih napona, a protjecanje rotora $\vec{\Theta}_2$ uvijek za kut φ_2 iza njih, bit će kut δ između njih, koji nam pokazuje veličinu razvijenog momenta, odnosno *kut opterećenja*, uvijek jednak:

$$\delta = \pi/2 + \varphi_2. \quad (1)$$

Dok rotor miruje, frekvencija rotorskih napona i struja bit će određena brzinom rezultatnog okretnog protjecanja:

$$f_{2o} = p n_s / 60. \quad (2)$$

Budući da broj pari polova za stator i za rotor mora biti jednak, očito je da će *brzina okretnog polja rotora biti jednaka brzini okretnog protjecanja koje ga je proizvelo*

$$n_{2o} = 60 f_{2o} / p = \frac{60}{p} \frac{p n_s}{60} = n_s. \quad (3)$$

12.4. Klizanje

►►► Visinu induciranog napona i frekvenciju napona i struja u rotoru diktira relativna brzina okretnoga magnetskog polja u rasporu prema rotoru. Kad se rotor vrti, brzini n rotora i n_s okretnog polja odgovara relativna brzina vrtnje:

$$n_{rel} = n_s - n.$$

Ta razlika obiju brzina vrtnje određuje frekvenciju u rotoru:

$$f_2 = (n_s - n) p / 60.$$

Obično navodimo odnos te frekvencije prema frekvenciji napona narinutih na stator:

$$f_2 / f_1 = (n_s - n) / n_s = s.$$

Taj odnos nazivamo *klizanjem*. Klizanje je *odnos relativne brzine okretnog polja prema rotoru i brzine okretnog polja*, a označavamo ga sa s ili ga dajemo u postocima kao $s\%$:

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (1)$$

$$s\% = \frac{n_s - n}{n_s} 100. \quad (2)$$

Rotorska je frekvencija:

$$f_2 = s f_1, \quad (3)$$

a inducirani napon u fazi rotora:

$$E_2 = 4,44 \Phi f_2 w_2 f_{n2} = 4,44 \Phi s f_1 w_2 f_{n2}. \quad (4)$$

Označimo li s E_{20} napon u fazi otvorenog rotora koji je zaustavljen, uz stator priključen na napon E_1 :

$$E_{20} = 4,44 \Phi f_1 w_2 f_{n2} \quad (5)$$

bit će odnos tog napona prema naponu statora:

$$E_{20}/E_1 = w_2 f_{n2}/w_1 f_{n1}. \quad (6)$$

Budući da je inducirani napon u rotoru proporcionalan frekvenciji u rotoru f_2 , bit će kod klizanja s:

$$E_2 = s E_{20}. \quad (7)$$

Inducirani napon rotora i njegova frekvencija direktno su proporcionalni klizanju s.

Kad rotor stoji ($n = 0$), klizanje je $s = 1$. Kad mu se brzina povećava, klizanje opada pa postaje $s = 0$ onda kad se rotor vrti sinhronom brzinom ($n = n_s$), tj. kad je brzina rotora jednaka brzini okretnog polja. Pri tome napon u rotoru postaje 0, pa u rotoru nema ni struja koje bi u magnetskom polju stvarale moment. Motor očito ne može raditi pri sinhronoj brzini. Za stvaranje momenta potrebno je neko, makar i maleno klizanje, potreban je asinhroni rad.

Klizanje s određuje ne samo brzinu vrtnje već i frekvencije, napone, struje — ukratko cijelo pogonsko stanje asinhronog stroja. Ono je najprikladniji parametar za definiranje tog stanja.

12.5. Struja rotora

▶▶▶ Inducirani napon u rotoru potječe od glavnog toka, dok se djelovanje rasipnog toka može izraziti rasipnom reaktancijom u sastavu impedancije rotorskog namota. To se prikazuje tako da je na izvor napona E_2 priključen strujni krug otpora R_2 i reaktancije $X_{\sigma 2}$ koja predodređuje rasipni tok.

Samoinduktivitetu rotorskog namota zbog rasipnog toka $L_{\sigma 2}$ odgovara uz frekvenciju mreže f_1 reaktancija:

$$X_{\sigma 2} = 2 \pi f_1 L_{\sigma 2}. \quad (1)$$

Uz frekvenciju rotorskih struja:

$$f_2 = s f_1 \quad (2)$$

bit će i vrijednost rasipne reaktancije rotora:

$$X_{\sigma 2s} = s X_{\sigma 2}. \quad (3)$$

Istodobno smanjit će se i vrijednost induciranih napona u rotoru na:

$$E_2 = s E_{20}. \quad (4)$$

Ako rotor *miruje* ($s = 1$), a stator priključimo na mrežu, poteći će u faznom namotu rotora *struja kratkog spoja*:

$$\mathbf{I}_{2k} = \frac{\mathbf{E}_{20}}{R_2 + j X_{\sigma 2}}. \quad (5)$$

No ako se rotor *vrti*, promijenit će se i inducirani napon i rasipna reaktancija ovisno o klizanju s , pa će struja u fazi rotora biti:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{s \mathbf{E}_{20}}{R_2 + j s X_{\sigma 2}}. \quad (6)$$

Podijelimo li brojnik i nazivnik klizanjem s , dobivamo:

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_{20}}{\frac{R_2}{s} + j X_{\sigma 2}}. \quad (7)$$

*Izraz je formalno jednak kao da se kod klizanja s povećao radni otpor u rotoru na vrijednost R_2/s (iako su se zapravo povećali i inducirani napon i reaktancija na s -struku vrijednost). Budući da je napon E_{20} konstantna vrijednost, uzet ćemo ga — u smjeru osi A-t — kao referentnu veličinu i promatrati *strujni krug konstantnoga narinutog napona u kojem je reaktancija konstantna, a mijenja se radni otpor ovisno o klizanju*.*

Prijelazom od izraza (6) na (7) zadržana je stvarna amplituda struje rotora, pa i njezin fazni pomak, ali se promijenila njezina frekvencija od stvarnog iznosa $s f_1$ na iznos f_1 . U relaciji (7) uvedena je nadomjesna impedancija rotora na koju djeluje napon $\mathbf{E}_{20}$ frekvencije f_1 . Tako dobivenu struju možemo pribrajati statorskoj struji u fazorsko-vektorskom dijagramu.

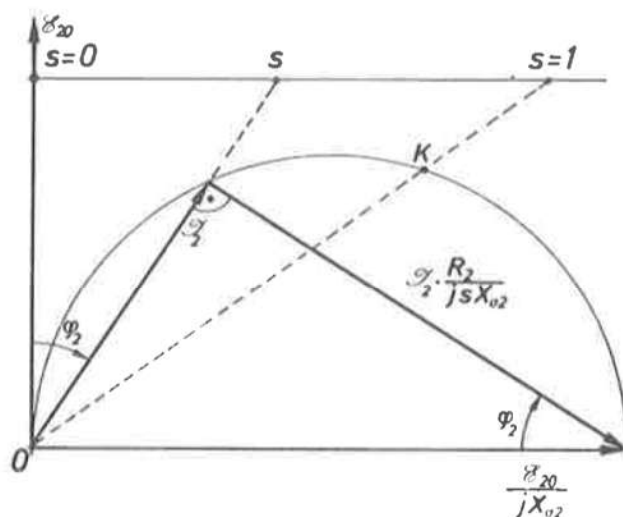
Razmotrimo struju u takvom strujnom krugu uz klizanje koje se mijenja od 1 do 0. Prethodni izraz neka je prikazan u obliku:

$$\mathbf{I}_2 (R_2/s + j X_{\sigma 2}) = \mathbf{E}_{20}. \quad (8)$$

Nakon dijeljenja s $j X_{\sigma 2}$ izlazi:

$$\mathbf{I}_2 + \mathbf{I}_2 \frac{1}{j} R_2 / s X_{\sigma 2} = E_{20} / j X_{\sigma 2}. \quad (9)$$

Desna strana izraza je fazor iznosa $E_{20}/X_{\sigma 2}$ koji zaostaje za $\pi/2$ iza fazora E_{20} (sl. 12.5). Lijeva je strana zbroj fazora struje $\mathbf{I}_2$ i jednog fazora koji za njim



Sl. 12.5. Kružni dijagram rotorske struje

zaostaje za $\pi/2$, a njihov zbroj daje konstantan rezultat $E_{20}/j X_{\sigma 2}$. Kakvo god bilo klizanje s , trokut iznad te baze ostaje pravokutan i vrh mu se kreće po polukružnici iznad iste baze. Lijeva kateta tog pravokutnog trokuta pri tome je uvijek fazor struje $\mathbf{I}_2$.

Fazna struja rotora zaostaje za naponom za kut φ_2 koji je, prema slici 12.5, određen odnosom:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{I_2}{\frac{R_2}{s X_{\sigma 2}}} = s X_{\sigma 2} / R_2. \quad (10)$$

Kad rotor miruje, bit će, uz $s = 1$:

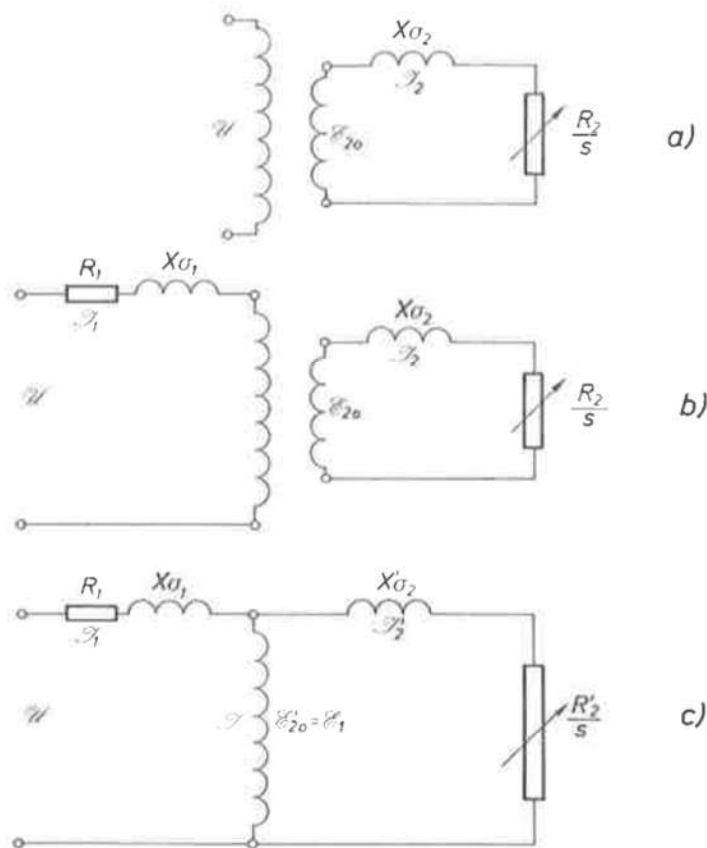
$$\operatorname{tg} \varphi_2 = X_{\sigma 2} / R_2,$$

a kod sinhronne brzine bit će, uz $s = 0$:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = 0.$$

Točku na polukružnici za $s = 1$ označavamo s k i nazivamo je *točkom kratkog spoja*, a točku za $s = 0$ označavamo s o i nazivamo je *točkom praznog hoda*. Vrh fazora struje $\mathbf{I}_2$ kreće se po kružnici od točke k , u kojoj motor kreće, do točke o , u kojoj se on vrti kad nema nikakva opterećenja na osovini.

U ovim razmatranjima uzet je pojednostavljeni model asinhronog motora u kojemu je pretpostavljeno da su statorski otpor R_1 i rasipna reaktancija $X_{\sigma 1}$ jednaki nuli. Time je napon rotora E_{20} postao neovisan o struji I_1 , pa je razmatran samo rotorski strujni krug (prikazan za jednu fazu na sl. 12.6.a). Uzmemo li u obzir da su R_1 i $X_{\sigma 1}$ različiti od nule, valja nacrtati shemu prema slici 12.6.b, gdje je konstantan mrežni napon U , a napon E_{20} se nešto mijenja ovisno o struji iz



Sl. 12.6. Nadomjesna shema asinhronog motora: a) uz R_1 i $X_{\sigma 1}$ jednako nuli, b) uzevši u obzir R_1 i $X_{\sigma 1}$, c) rotorske vrijednosti reducirane na statorski namot

mreže. Kako bi prikaz postao još pregledniji, uobičajeno je preračunati napon E_{20} , struju I_2 i impedanciju rotora R_2 , X_2 na broj zavoja statora. S takvim »reduciranim vrijednostima« E'_{20} , I'_2 , R'_2 , $X'_{\sigma 2}$, što znači uz pretpostavljen prijenosni omjer 1 : 1, može se stator i rotor prikazati u nadomjesnoj shemi jednim strujnim krugom (sl. 12.6.c), što olakšava računanje.

12.6. Protjecanje rotora koji se vrti

▶▶▶ Kad se rotor vrti, u njemu teku struje frekvencije:

$$f_2 = s f_1.$$

Te struje stvaraju okretno protjecanje koje se relativno prema rotoru vrti brzinom:

$$n_{rel} = 60 f_2 / p = s 60 f_1 / p = s n_s. \quad (1)$$

Brzina rotora prema mirnom statoru je:

$$n = n_s (1 - s). \quad (2)$$

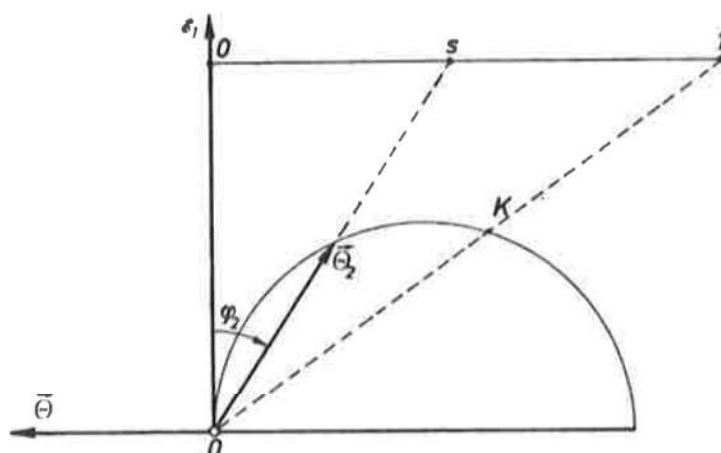
Brzina vrtnje okretnog protjecanja rotora relativno prema mirnom statoru jednaka je zbroju brzine rotora i brzine okretnog polja relativno prema rotoru:

$$n + n_{rel} = n_s (1 - s) + n_s s = n_s, \quad (3)$$

a to znači da se okretno polje rotora vrti prema statoru jednakom brzinom kao i rezultatno okretno protjecanje $\vec{\Theta}$ koje je induciralo napone i struje u rotoru.

Okretna protjecanja pri određenom klizanju ostaju u istome međusobnom položaju, što potvrđuje i poopćava zaključak stvoren razmatranjem mirnog rotora. Okretno protjecanje rotora $\vec{\Theta}_2$ proporcionalno je struji rotora I_2 , a položaj mu je uvijek takav da zaostaje za kut $\pi/2 + \varphi_2$ za rezultatnim protjecanjem $\vec{\Theta}$, bez obzira na to stoji li rotor u ovakvom ili onakvom zakrenutom položaju, ili se vrti, pa se taj položaj neprestano mijenja.

Budući da se položaj fazora struje I_2 i vektora protjecanja $\vec{\Theta}_2$ u vektorsko-fazorskom dijagramu podudaraju, a po iznosu su proporcionalni, možemo *dijagram* prema slici 12.5, koji je prikazivao fazor struje I_2 ovisno o klizanju, pretvoriti u *dijagram* prema slici 12.7, koji prikazuje vektor protjecanja $\vec{\Theta}_2$ ovisno o klizanju.



Sl. 12.7. Kružni dijagram rotorskog protjecanja

Kako je u oba dijagrama $\tan \varphi_2 = s X_{\sigma 2} / R_2$, može se za *otčitavanje klizanja* odabrati bilo koji horizontalni pravac na kojem vertikala iz ishodišta označava točku $s = 0$, a spojnica ishodišta s točkom k odsijeca dužinu koja predstavlja $s = 1$. Skala između te dvije točke podijeljena je linearno.

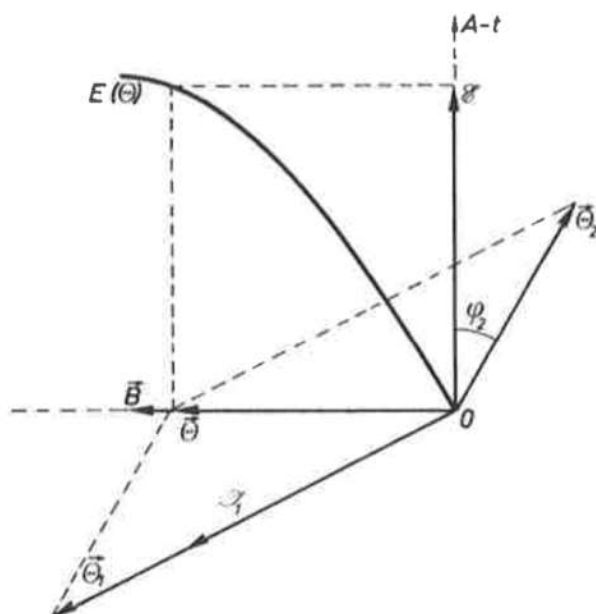
Klizanje s određuje fazni kut rotorske struje I_2 , pa i prostorni položaj vektora $\vec{\Theta}_2$ prema vektoru rezultatnog protjecanja $\vec{\Theta}$, koji rotiraju istom — sinhronom — brzinom.

12.7. Ravnoteža napona i protjecanja

▶▶▶ Ako i opet promatramo *motor* bez radnog otpora i rasipne reaktancije u statorskom namotu i bez gubitaka u željezu, dolazimo nanovo do istog *pravila ravnoteže*: inducirani naponi u statorskim namotima moraju svakog trenutka biti jednaki naponima mreže. To dalje znači da rezultirajuće protjecanje $\vec{\Theta}$ svih namota zajedno mora biti točno određenog iznosa i položaja koje određuju naponi mreže. Taj položaj je takav da prethodi fazoru napona $\vec{E}$ za kut $\pi/2$.

Protjecanje $\vec{\Theta}$ je rezultanta okretnog protjecanja rotora $\vec{\Theta}_2$ i okretnog protjecanja statora $\vec{\Theta}_1$. Veličina i položaj okretnog protjecanja rotora $\vec{\Theta}_2$ jednoznačno su određeni klizanjem s . Veličina i položaj rezultatnog protjecanja $\vec{\Theta}$ jednoznačno su određeni naponom statorskog namota $\vec{E}$, koji je diktiran mrežnim naponom. Uz točno određene vektore $\vec{\Theta}$ i $\vec{\Theta}_2$ određeno je i protjecanje statora kao vektor koji se nadovezuje na vektor $\vec{\Theta}_2$ da bi dao $\vec{\Theta}$:

$$\vec{\Theta} = \vec{\Theta}_2 + \vec{\Theta}_1. \quad (1)$$



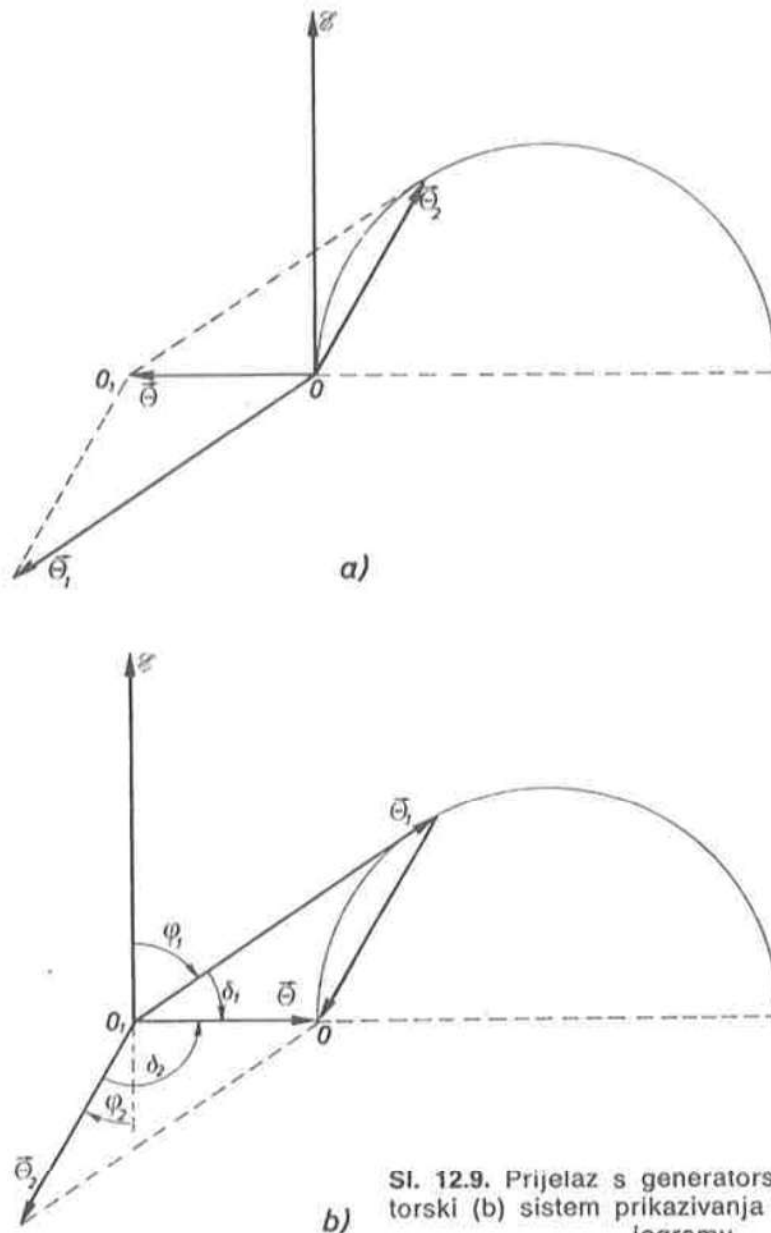
Sl. 12.8. Ravnoteža protjecanja asinhronog stroja

Na slici 12.8. vidimo kako naponu E prema karakteristici praznog hoda $E = f(\Theta)$ odgovara stanovito rezultatno protjecanje Θ . Protjecanje $\vec{\Theta}_2$ točno je određeno klizanjem s , kako je to pokazano u odjeljku 12.6. i na slici 12.7. Time je određeno i statorsko protjecanje $\vec{\Theta}_1$, koje mora s rotorskim protjecanjem dati rezultantu $\vec{\Theta}$. Statorska struja $\vec{I}_1$ proporcionalna je protjecanju $\vec{\Theta}_1$ i s njim je u istom položaju. Određivanjem *statorskog protjecanja* odredili smo, dakle, i *veličinu i fazni položaj statorske struje*.

12.8. Prikaz u motorskom sistemu

▶▶ U predočavanju rotorskih struja i protjecanja asinhronog motora dosad smo uzimali pozitivnim smjer struje koji se podudara sa smjerom inducirano napona.

To je karakteristično za generatorski sistem prikazivanja. Zbog toga je i smjer struje $\mathbf{I}_1$ ispao takav da joj je radna komponenta suprotna smjeru napona. To samo znači da generator daje negativnu radnu snagu, odnosno da motor uzima pozitivnu radnu snagu.



Sl. 12.9. Prijelaz s generatorskog (a) na motorski (b) sistem prikazivanja na kružnom dijagramu

Asinhroni stroj pretežno se upotrebljava kao motor, pa je praktičnije da njegov vektorsko-fazorski dijagram prikazujemo u *motorskom sistemu*. Prijelaz je vrlo jednostavan: sve *fazore struja* i *vektore protjecanja* koji ovise o smjerovima struja treba samo okrenuti za 180° . Budući da bi tad svi vektori završavali u ishodištu O umjesto da odande počinju, praktično je premjestiti ishodište u točku O_1 (sl. 12.9. a i b). Prikaz u generatorskom sistemu iz slike 12.9.a pretvorio se time u prikaz u motorskom sistemu na slici 12.9. b. Ishodište s fazorom napona $\mathbf{E}$ i osi A-t premješteno je u točku O_1 . Od O_1 do O je resultantno protjecanje $\bar{\Theta}$, od ishodišta O_1

do točke kružnice koja odgovara klizanju s dobivamo protjecanje statora $\vec{\Theta}_1$, a od te točke do točke O protjecanje rotora $\vec{\Theta}_2$. Na slici se vide i kutovi zaostajanja statorske i rotorske struje φ_1 , odnosno φ_2 , te kutovi opterećenja za statorsko i rotorsko protjecanje, δ_1 i δ_2 .

Izmjenična struja u simetričnome višefaznom sistemu daje protjecanje:

$$\Theta = \frac{m}{2} \frac{I \sqrt{2}}{2p} \frac{4}{\pi} w f_n = k I,$$

koje je proporcionalno struji. Tako je:

$$\vec{\Theta}_1 = k_1 \mathbf{I}_1 \quad (1)$$

$$\vec{\Theta}_2 = k_2 \mathbf{I}_2$$

$$\vec{\Theta} = k_1 \mathbf{I}.$$

Dijagram protjecanja sa slike 12.9.b dade se pretvoriti u *strujni dijagram* ako sva tri protjecanja podijelimo faktorom proporcionalnosti k_1 :

$$\vec{\Theta}_1/k_1 = J_1 \quad (2)$$

$$\vec{\Theta}_2/k_1 = J_2 k_2/k_1$$

$$\vec{\Theta}/k_1 = J.$$

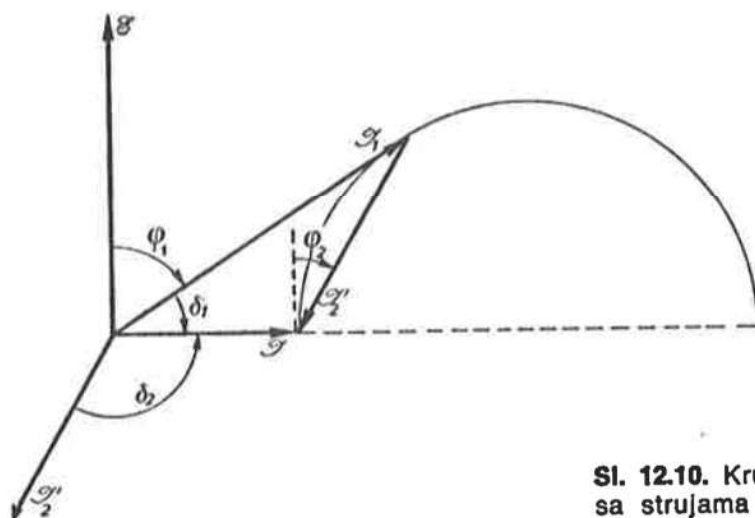
Protjecanje $\vec{\Theta}_1$ pretvorili smo time u fazor struje $\mathbf{I}_1$, protjecanje $\vec{\Theta}$ u fazor struje $\mathbf{I}$, a protjecanje $\vec{\Theta}_2$ u fazor struje $\mathbf{I}'_2 = \mathbf{I}_2 k_2/k_1$, gdje je:

$$k_2/k_1 = m_2 w_2 f_{n2}/m_1 w_1 f_{n1}, \quad (3)$$

a struja $\mathbf{I}_2$ pomnožena tim faktorom je ona struja koja bi morala teći u statorskim namotima da bi proizvela isto protjecanje $\vec{\Theta}_2$. Struja $\mathbf{I}$ je zamišljena struja statora koja sama za sebe stvara protjecanje jednako rezultirajućem protjecanju stvorenome zajedničkim djelovanjem struja statora i rotora. Tu struju nazivamo i strujom magnetiziranja. Ako je $s = 0$, kad struja rotora iščezava, statorom teče struja $\mathbf{I}$.

Budući da su svedene na isti broj zavoja, možemo sada sve tri struje zbrajati na jednak način kao što smo zbrajali protjecanja. Struja statora $\mathbf{I}_1$ i reducirana struja rotora $\mathbf{I}'_2$, kad ih zbrojimo, moraju uvijek dati struju magnetiziranja ili struju praznog hoda, $\mathbf{I}$, koja daje inducirani napon jednak narinutome mrežnom naponu (sl. 12.10).

Dijagram protjecanja pretvoren je tako u *kružni dijagram* struje asinhronog motora koji na modelu idealnog motora pokazuje bitne karakteristike ponašanja asinhronog motora.



Sl. 12.10. Kružni dijagram asinhronog motora sa strujama reduciranim na primarni namot

12.9. Moment

►► Moment koji djeluje na rotor izračunava se iz indukcije u rasporu $\mathbf{B}$ i rotorskog protjecanja Θ_2 te kuta među njima δ_2 :

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_2 \sin \delta_2. \quad 1)$$

Indukcija je proporcionalna naponu E , protjecanje Θ_2 je proporcionalno struji I_2 , a kut δ_2 uvijek je:

$$\delta_2 = \pi/2 + \varphi_2. \quad (2)$$

Odatle izlazi:

$$M = K E I_2' \cos \varphi_2. \quad (3)$$

Konstanta K iznosi:

$$K = m_1 / \omega_m,$$

gdje je m_1 broj faza statora, a $\omega_m = \omega/p$ je kutna (geometrijska) brzina vrtnje okretnog polja.

U izrazu K i napon E su konstante, a $I_2' \cos \varphi$ je udaljenost od točke N na kružnom dijagramu (za klizanje koje promatramo) do apscisne osi (sl. 12.11). Ta udaljenost predodređuje, u određenom mjerilu, *razvijeni moment*. Kad rotor stoji (točka k), visina do točke k je *potezni moment* M_k što ga motor razvija pri polasku. Kad brzina raste — a klizanje pada — moment se povećava do tzv. *prekretnog* ili *maksimalnog momenta* M_m (točka m), koji odgovara polumjeru kružnice, a onda se opet, kod sinhronne brzine ($s = 0$), smanjuje do vrijednosti $M = 0$.

Sve dok je moment što ga motor razvija veći od momenta kojim je opterećen na osovini, on se ubrzava, pa klizanje opada. Kad nastupi ravnoteža obaju momenata, brzina se više ne mijenja, motor radi uz klizanje koje daje moment jednak momentu

Označimo li sa s'_m približno određenu vrijednost prema (4), izlazi:

$$s_m = s'_m \frac{X'_{\sigma 2}}{\sqrt{R_1^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})^2}}. \quad (5)$$

Vidi se da je utjecaj, pogotovo rasipne reaktancije statora, znatan.

Da bismo računski odredili vrijednost razvijenog momenta kod bilo kojeg klizanja, zgodno je računati sa stvarnim vrijednostima napona i struje rotora. Uvedimo zato u izraz za moment u odjeljku 12.9. umjesto napona E napon E_{20} .

$$E = E_{20} w_1 f_{n1} / w_2 f_{n2}, \quad (6)$$

a umjesto struje I'_2 struju I_2 :

$$I'_2 = I_2 \frac{m_2 w_2 f_{n2}}{m_1 w_1 f_{n1}}. \quad (7)$$

Ta modifikacija mijenja u izrazu za moment samo konstantu:

$$M = K E I'_2 \cos \varphi_2 = K \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \right)^2 E_{20} I_2 \cos \varphi_2 = K_1 E_{20} I_2 \cos \varphi_2.$$

Izračunajmo rotorsku struju i $\cos \varphi_2$ iz elemenata impedancije rotora:

$$I_2 = E_{20} / Z_2 = E_{20} / \sqrt{(R_2/s)^2 + X_{\sigma 2}^2} \quad (8)$$

$$\cos \varphi_2 = (R_2/s) / \sqrt{(R_2/s)^2 + X_{\sigma 2}^2}. \quad (9)$$

►►► Kad to uvrstimo u izraz za moment i izraz sredimo, dobivamo:

$$M = K_1 \frac{E_{20}^2}{2 X_{\sigma 2}} \frac{2}{\frac{R_2}{s X_{\sigma 2}} + \frac{s X_{\sigma 2}}{R_2}} = K_1 \frac{E_{20}^2}{2 X_{\sigma 2}} \frac{2}{\frac{s_m}{s} + \frac{s}{s_m}}. \quad (10)$$

Taj izraz pokazuje kako se mijenja moment ovisno o klizanju, ali otkriva i utjecaj ostalih, konstantnih parametara, kao što su napon mreže na koju je motor priključen (a kojem je napon rotora E_{20} proporcionalan), rasipna reaktancija i omski otpor rotora.

Motor kreće *poteznim momentom* ili *momentom kratkog spoja* M_k koji odgovara klizanju $s = 1$. Moment zatim raste do *maksimalne vrijednosti* kod klizanja s_m . Nakon toga imamo silaznu, radnu granu momentne karakteristike, na kojoj asinhroni motor normalno radi. U tom području najmanji poremećaj — usporenje ili ubrzanje — dovodi do takve promjene momenta koja motor vraća u prvobitno stanje; koja ga, dakle, ubrzava ili usporava. Na tom dijelu karakteristike motor, kažemo, radi *stabilno*. Klizanje pri normalnom radu motora iznosi svega nekoliko postotaka.

Maksimalna vrijednost momenta nastupa pri prekretnom klizanju s_m :

$$s = s_m$$

pa dobivamo, uvrštenjem u izraz za moment, njegovu maksimalnu vrijednost:

$$M_m = K_1 E_{20}^2 / 2 X_{\sigma 2}. \quad (11)$$

Taj moment očito ovisi o naponu na kvadrat, obrnuto je proporcionalan rasipnoj reaktanciji rotora, a uopće ne ovisi o otporu rotora.

Ako uvedemo varijablu:

$$x = s_m/s = \frac{R_2}{s} \frac{1}{X_{\sigma 2}}, \quad (12)$$

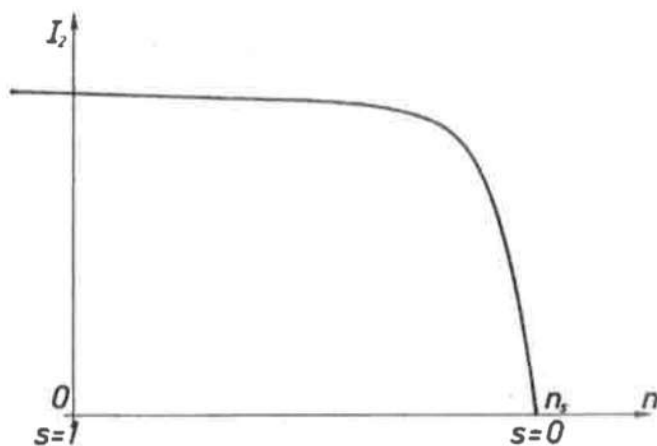
pa moment kod bilo kojeg klizanja izrazimo maksimalnim momentom i tom varijablom, nastaje jednostavan izraz:

$$M = M_m \frac{2}{x + 1/x}. \quad (13)$$

Sličan se izvedeni izraz za *rotorsku struju* prikazuje ovisno o varijabli x :

$$I_2 = \frac{E_{20}}{X_{\sigma 2}} \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}. \quad (14)$$

Ovisnost rotorske struje o klizanju predočena je na slici 12.12.



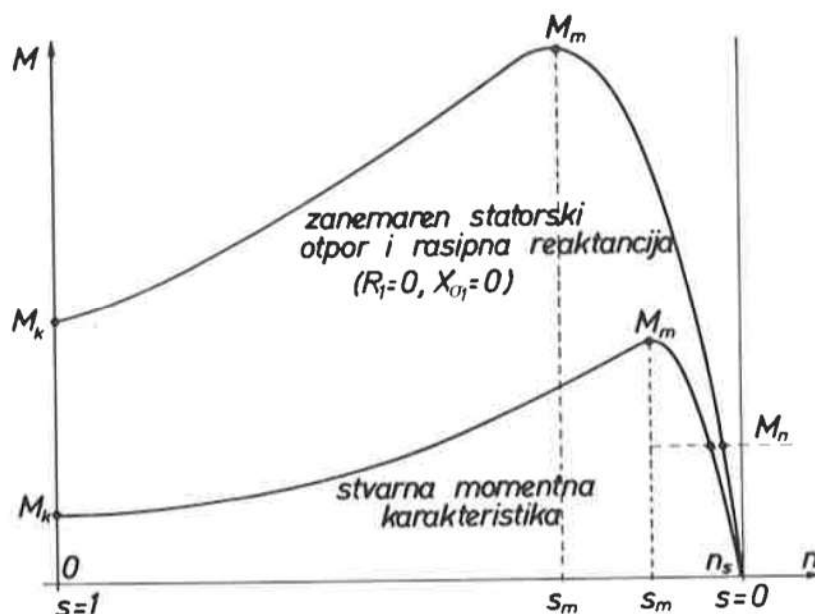
SI. 12.12. Rotorska struja asinhronog motora u ovisnosti o klizanju

Uzmemo li pri izračunavanju momenta u obzir i *otpor i rasipnu reaktanciju statora*, dobivamo *točniji izraz*:

$$M = K_1 \frac{U^2}{2 X_{\sigma 2}} \frac{s_m}{s_m'} \frac{2}{x \frac{s_m}{s_m'} + \frac{1}{x \frac{s_m}{s_m'}} + \frac{2 R_1}{X_{\sigma 2}} \left(\frac{s_m}{s_m'} \right)^2}. \quad (15)$$

Maksimalna je vrijednost momenta:

$$M_m = K_1 \frac{U^2}{2 X_{\sigma 2}} \frac{s_m}{s'_m} \frac{1}{1 + \frac{R_1}{X_{\sigma 2}} \left(\frac{s'_m}{s_m} \right)^2} \quad (16)$$



Sl. 12.13. Moment asinhronog motora u ovisnosti o klizanju

Na slici 12.13. prikazana je ovisnost momenta o klizanju za 6-polni motor nazivne snage od 56 kW. Niža krivulja dobivena je uzimajući u obzir statordi otpor i rasipnu reaktanciju, a viša uz zanemarenje tih vrijednosti. Vidi se znatna razlika u rezultatima.

12.11. Idealni rotor

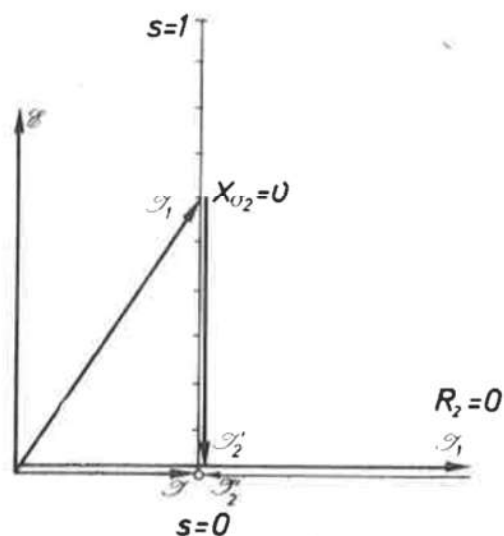
►► Da bi slika pretvorbe energije u stroju bila što jednostavnija i jasnija, zanemarivali smo detalje koji bitno ne utječu na izvedene zaključke. Tako smo zanemarili utjecaj radnih otpora i rasipnih reaktancija u statordskom namotu.

Kod asinhronih motora, međutim, radni otpor rotora nismo zanemarili, niti to smijemo učiniti, ma kako on bio malen.

Kad bismo u rotorskom namotu imali samo rasipnu reaktanciju, bez radnog otpora, struja I_2 uvijek bi zaostajala za naponom za kut $\varphi_2 = \pi/2$, pa bi iznos $I_2 \cos \varphi_2$ (sl. 12.11) uvijek bio jednak nuli. Motor bez otpora u rotorskom namotu ne može, prema tome, razvijati moment. Kružni dijagram sa slike 12.10. degenerira u točku na horizontalnoj osi (sl. 12.14).

Slično bi pretpostavka da je $X_{\sigma 2} = 0$ pretvorila kružni dijagram u vertikalnu dužinu. Obje vrijednosti, R_2 i $X_{\sigma 2}$, sličnog su reda veličine, i zanemarenje jedne ili druge bitno iskrivljuje sliku ponašanja stroja. Zanemarenje tih vrijednosti, ko-

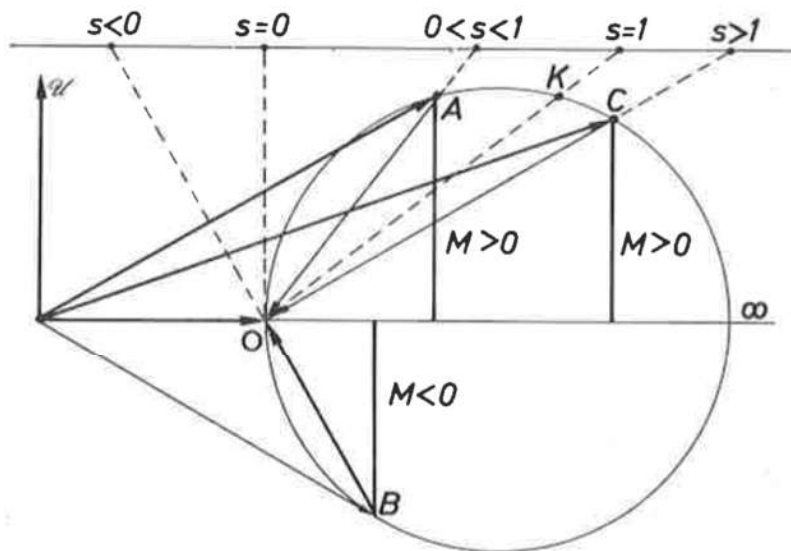
liko god malene bile, bitno mijenja sliku rada motora. Motor bez rotorskog otpora uopće ne bi bio sposoban da razvija moment, a to znači da ne bi mogao ni pretvarati energiju. Kako god je poželjno da gubici zbog Jouleove topline u rotoru budu što manji, rotorske struje ne smiju zaostajati za naponom za kut $\varphi_2 = \pi/2$, pa mora postojati rotorski otpor da bi motor mogao uopće raditi. Pretpostavka »idealnog« rotora bez otpora bila bi apsurdna, pa *rotorski otpor*, kao i rotorsku *rasipnu reaktanciju moramo uzeti u račun* kad razmatramo ponašanje asinhronog motora.



Sl. 12.14. Strujni dijagram »idealnog« rotora

12.12. Asinhroni stroj izvan motorskog područja rada

▶▶▶ U području klizanja od 0 do 1 rotor se vrti u smjeru okretnog polja, ali brzinom manjom od brzine okretnog polja. Na slici 12.15. točka A jedna je od točaka toga *motorskog* područja rada. Razvijeni moment — predložen vertikalnom udaljenošću radne točka A do apscisne osi — je pozitivan, što znači da djeluje u smjeru okretnog polja, a to je i smjer vrtnje rotora.



Sl. 12.15. Asinhroni stroj u motornom (O-A-k), generatorskom (O-B- ∞) i kočnom (k-C- ∞) području rada

Ako se rotor vrti u smjeru okretnog polja, ali prekorači njegovu brzinu, tako da je $n > n_s$, klizanje postaje negativno. Takvo pogonsko stanje predloženo je na slici 12.15. točkom B. Radne komponente struje rotora i statora promijenile su

smjer, stroj uzima negativnu radnu snagu, a to znači da daje radnu snagu mreži — pretvorio se u *generator*. Moment je promijenio smjer — točka B je ispod apscisne osi — djeluje suprotno smjeru vrtnje, što znači da mehaničku snagu treba dovoditi. Zanimljivo je da stroj i dalje uzima induktivnu struju i snagu kao i prije, ponaša se, dakle, u pogledu induktivne struje kao prigušnica, bez obzira na to radi li kao motor ili kao generator.

U točki k rotor stoji i pri tome razvija potezni moment, no budući da nema gibanja, nema ni mehaničke snage ni pretvorbe energije. Sva snaga koju motor uzima iz mreže troši se na gubitke strujne topline u stroju.

Zavrtnimo rotor u suprotnom smjeru. Klizanje tad poprima vrijednosti veće od 1. Takvom pogonu odgovara točka C na slici 12.15. Vidi se da stroj uzima električnu snagu iz mreže. Moment je pozitivan, tj. u smjeru vrtnje okretnog polja, ali je smjer vrtnje suprotan — negativan, pa je razvijena mehanička snaga negativna. Stroj prima i električnu snagu iz mreže i mehaničku snagu na osovini. Jedna i druga snaga ulaze u stroj i obje se u njemu pretvaraju u toplinu gubitaka u otporima. Moment djeluje suprotno vrtnji rotora, on ga koči, pa takvo pogonsko stanje nazivamo *kočnim pogonom* ili *protustrujnim kočenjem*.

Horizontalni pravac na koji smo nanijeli skalu klizanja od 0 do 1 možemo proširiti na obje strane i nanijeti u istom mjerilu nalijevo skalu negativnih klizanja, od 0 do $-\infty$, a nadesno skalu klizanja većih od 1, od 1 do $+\infty$. Polukružnica koja predodžuje struju kod promjene klizanja s nastavlja se drugom polovicom kružnice ispod apscisne osi za negativna klizanja. To se odmah vidi ako se u razmatranjima o kružnom dijagramu u odjeljku 12.5. umjesto s uvrsti $-s$.

Kao i sinhroni stroj, tako i asinhroni stroj može raditi ili kao motor ili kao generator. Kad ga opteretimo, njegova se brzina smanji, dolazi do pozitivnog klizanja, i stroj sam počinje raditi kao motor. Ako ga potjeramo na osovini, brzina mu se poveća, klizanje postane negativno, i on sam počinje raditi kao generator. Asinhroni stroj se sam prilagođuje načinu pogona i opterećenju, kao i sinhroni stroj. Dok se sinhroni stroj prilagođavao promjenom položaja rotora, uvijek pri istoj brzini vrtnje, asinhroni stroj se prilagođuje malom promjenom brzine vrtnje, promjenom klizanja.

12.13. Energetska bilanca

▶▶▶ Rotor asinhronog stroja da se prikazati jednostavnom nadomjesnom shemom prema slici 12.16. Konstantni napon E_{20} , proporcionalan naponu mreže E , djeluje na strujni krug u kojem teče struja I_2 , a sastoji se od rotorske rasipne reaktancije $X_{\sigma 2}$ i fiktivnog otpora R_2/s , koji se mijenja s klizanjem, pa karakterizira pogonsko stanje. Shemu crtamo za jednu fazu rotora.

Za svih m_2 faza bit će snaga koja prelazi sa statora na rotor:

$$P_{12} = m_2 I_2^2 R_2/s. \quad (1)$$

U rotoru stvarno teče struja I_2 , a stvarni otpor po fazi iznosi R_2 . To znači da se u rotoru stvarno pretvara u Jouleovu toplinu:

$$P_{2el} = m_2 I_2^2 R_2. \quad (2)$$

Ostatak snage koja je prošla kroz zračni raspor sa statora na rotor je snaga koja se pretvorila u mehaničku snagu na osovini:

$$P_{2meh} = P_{12} - P_{2el} = m_2 I_2^2 R_2 / s - m_2 I_2^2 R_2 = m_2 I_2^2 R_2 (1 - s) / s \quad (3)$$

Ta računica pokazuje raspodjelu snage u rasporu na *električne gubitke* u rotoru i *mehaničku snagu* na osovini:

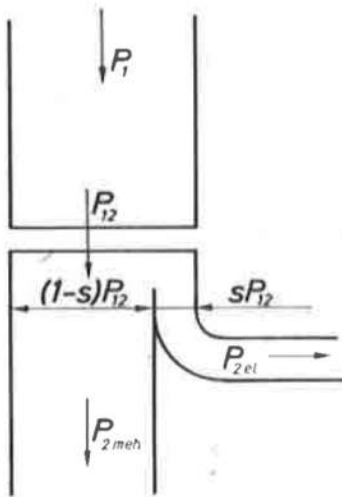
$$P_{2el} = s P_{12} \quad (4)$$

$$P_{2meh} = (1 - s) P_{12} \quad (5)$$

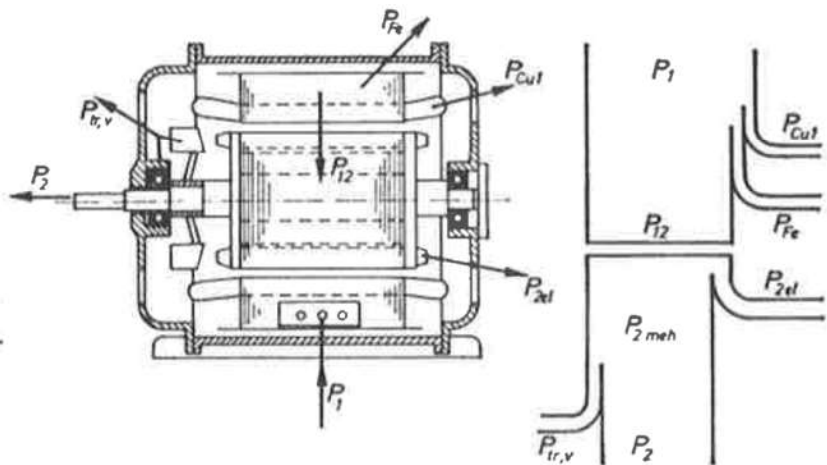
Snaga u rasporu u našem je slučaju, uz zanemarenja otpora statorskog namota i gubitaka u željezu, identična sa snagom koju motor uzima iz mreže:

$$P_{12} = P_1.$$

U točnijoj analizi trebali bismo od snage iz mreže odbiti gubitke u statoru, pa bismo dobili snagu koja prolazi kroz zračni raspor P_{12} . Protok snage kroz motor predočen je na slici 12.16.



Sl. 12.16. Električna i mehanička snaga u rotoru asinhronog stroja



Sl. 12.17. Gubici asinhronog stroja

Na slici 12.17. prikazan je malo detaljnije *dijagram protoka snage* kroz stroj, s označenim pojedinim *grupama gubitaka*. To su gubici zbog strujne topline u namotu statora P_{cu1} , gubici u željezu statora P_{Fe} , a nakon prolaska kroz zračni raspor gubici strujne topline u namotu rotora P_{2el} , te gubici zbog trenja i ventilacije na koje se troši dio razvijene mehaničke snage. Gubici u željezu rotora zanemarivo su maleni jer je frekvencija kojom se mijenja magnetska indukcija u željezu rotora $f_2 = s f_1$ pri klizanju od nekoliko postotaka tako malena da gubitaka u željezu rotora praktički nema.

Na skici motora označen je protok snage kroz stroj i pojedine grupe gubitaka s približnim mjestom nastanka. Svi ti gubici moraju prijeći na okolinu, pri čemu

pomaže rashladni zrak koji preuzima toplinu i predaje je okolini direktno, preko kućišta ili preko posebnih hladnjaka. Tako se temperatura u stroju održava u dopuštenim granicama.

12. Zadaci



1. Trofazni 8-polni asinhroni motor priključen je na mrežu od 50 Hz i radi s klizanjem od 8%. Kolika je brzina vrtnje okretnog polja što ga stvaraju rotorske struje relativno prema rotoru? Kolika je brzina vrtnje rotora? Kolika je brzina vrtnje okretnog polja rotora relativno prema statoru?

[60 r min⁻¹; 690 r min⁻¹; 750 r min⁻¹]

2. Nazivno opterećen asinhroni motor na mreži frekvencije od 50 Hz vrti se brzinom od 1 425 r min⁻¹. Koliko polova ima motor? Kojom bi se približno brzinom vrtio neopterećen? Koliko mu je klizanje u % pri nazivnom opterećenju?

[4; 1 500 r min⁻¹; 5%]

3. Kakvo mora biti klizanje asinhronog stroja da bi radio kao generator?

[s < 0]

4. Asinhroni motor ima na natpisnoj pločici podatke: 380 V, 50 Hz, spoj u zvezdu, 10 kW, 20,8 A, $\cos \varphi = 0,86$, 1 425 r min⁻¹. Koliki su ukupni gubici i korisnost η pri nazivnom opterećenju i koliko je klizanje s%?

[1 773,5 W; 0,849; 5%]

5. Asinhroni motor na mreži od 380 V, opterećen sa 6 kW, uzima struju od 12,9 A i ima ukupne gubitke od 1 200 W. Kolik je faktor snage $\cos \varphi$ motora?

[0,848]

6. Kolika je frekvencija rotorskih struja 6-polnoga asinhronog motora na mreži od 50 Hz kad se vrti brzinom: a) 970 r min⁻¹; b) 300 r min⁻¹?

[a) 1,5 Hz; b) 35 Hz]

7. Asinhroni motor na mreži od 50 Hz vrti se kod nazivnog opterećenja brzinom od 720 r min⁻¹ i predaje snagu od 45 kW. Koliko je klizanje i koliki su gubici u bakru rotora?

[4%; 1 875 W]

8. Na natpisnoj pločici trofaznoga asinhronog motora su ovi podaci: 5 kW, 380 V, 50 Hz, 1 430 r min⁻¹, 10,4 A, $\cos \varphi = 0,85$. Koliki su gubici, a kolika korisnost η pri nazivnom opterećenju? Koliki moment pri tome razvija motor?

[818 W; 0,859; 33,4 Nm]



9. Uz nazivni napon od 380 V prekretni moment asinhronog motora iznosi 190 Nm. Kolik će biti prekretni moment ako se napon smanji na 300 V?

[118,4 Nm]

- 10.** Kad rotor asinhronog motora stoji, a stator je priključen na mrežu, na otvorenim kliznim kolutima izmjeren je napon od 200 V. Kolik bi bio napon na kliznim kolutima kad bismo otvorili rotorske strujne krugove pri brzini vrtnje od 920 r min^{-1} ? Kolika bi bila frekvencija tog napona? Stroj je 6-polni, a frekvencija mreže je 50 Hz.

[16 V; 4 Hz]

- 11.** Asinhroni stroj sa šest polova radi kao generator s klizanjem od -5% . Kolika je brzina vrtnje rotora, a kolika je brzina vrtnje okretnog protjecanja što ih stvaraju rotorske struje relativno prema rotoru?

[1 050 r min^{-1} ; -50 r min^{-1}]

- 12.** Dva inače slična mala kavezna asinhrona motora jednake nazivne snage imaju pri nazivnom opterećenju nešto različite brzine vrtnje, i to motor A 1 425 r min^{-1} , a motor B 1 450 r min^{-1} . Odakle razlika, koji motor će imati bolji potezni moment, a koji će imati manje gubitke pri nazivnom opterećenju?

[$s_A > s_B$; $R_{2A} > R_{2B}$; $M_{kA} > M_{kB}$; $P_{Cu2A} > P_{Cu2B}$]

- 13.** Trofazni asinhroni motor priključen na mrežu nazivnog napona od 380 V, 50 Hz razvija potezni moment od 150 Nm. Kolik će biti potezni moment ako napon mreže padne na 80% nazivne vrijednosti? Zanimarite utjecaj zasićenja.

[96 Nm]

13. Asinhroni stroj. Izvedbe i svojstva

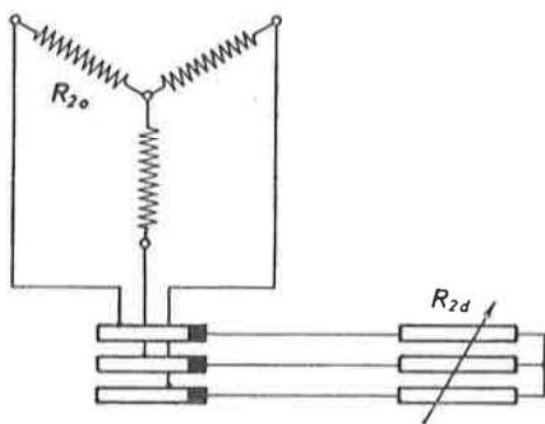
13.1. Kolutni motor

►►► Rotorski višefazni namot mora biti kratko spojen da bi mogle teći rotorske struje. To znači da bismo početke namota mogli povezati u jedno zvjezdište, a svršetke u drugo. Vanjski priključci nisu pri tome potrebni.

Ako želimo povećati otpor u strujnim krugovima rotora, učinit ćemo to tako da ćemo u seriju sa svakim faznim namotom rotora uključiti po jedan vanjski otpornik. Radi toga na rotoru spojimo u zvjezdište samo početke namota, a njihove svršetke izvedemo do kliznih koluta preko kojih možemo u seriju sa svakim faznim namotom uključiti *vanjski otpor*.

Ako je otpor faznog namota R_{20} , pa u seriju dodamo vanjski dodatni otpor R_{2d} , bit će ukupna vrijednost otpora po fazi koja određuje karakteristike stroja:

$$R_2 = R_{20} + R_{2d}. \quad (2)$$



Sl. 13.1. Kolutni rotor

Takav motor za koji su karakteristični klizni koluti i četkice nazivamo *kolutnim motorom*. Obično se i na rotoru izvodi trofazni namot, pa su za izvode svih triju faza potrebna tri klizna koluta (sl. 13.1). Izvedbom dvofaznog namota nismo

na kliznim kolutima ništa uštedjeli jer treba napraviti izvode iz stroja za svršetke obiju faza i za zvjezdište, što i opet daje tri klizna koluta.

13.2. Utjecaj otpora na struju

►►► Veličina struje u rotoru linearno je ovisna o naponu na koji je stroj priključen — a njemu je proporcionalan napon u fazi rotora E_{20} — ali je ovisna i o varijabli $x = \frac{R_2}{s} \frac{1}{X_{\sigma 2}}$:

$$I_2 = \frac{E_{20}}{X_{\sigma 2}} \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} \quad (1)$$

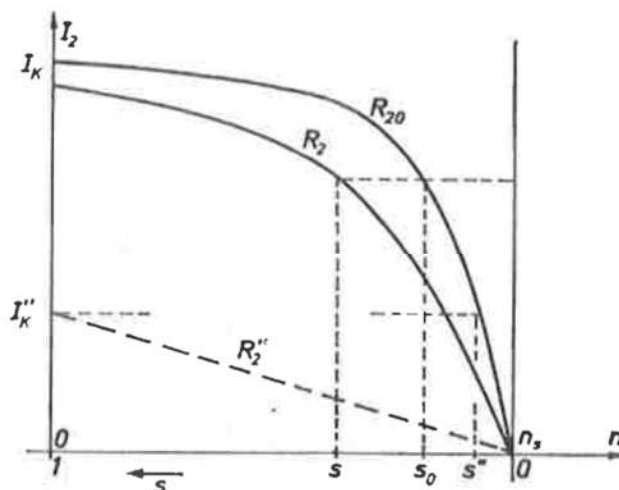
Promijenimo li otpor u rotorskom krugu R_2 , budući da nismo promijenili vrijednost reaktancije $X_{\sigma 2}$, dobit ćemo jednake vrijednosti struje kod drugih vrijednosti klizanja, naime uvijek onda kad omjer R/s bude isti:

$$R_{20}/s_0 = R_2/s \quad (2)$$

Onu istu struju koju smo dobili bez dodatnog otpora, samo uz otpor namota R_{20} i uz klizanje s_0 , dobit ćemo pri otporu povećanome na vrijednost R_2 pri klizanju s koje je povećano u istom omjeru:

$$s : s_0 = R_2 : R_{20} \quad (3)$$

Karakteristika koja prikazuje struju I_2 ovisno o klizanju (sl. 13.2) pokazuje kako povećanje otpora u rotorskom krugu s R_{20} na R_2 rasteže cijelu krivulju ulijevo — udaljenost točke karakteristike od ordinate klizanja nula povećava se u omjeru R_2/R_{20} .



Sl. 13.2. Utjecaj otpora na karakteristiku rotorske struje u ovisnosti o klizanju

Povećanjem otpora u rotorskom krugu možemo smanjiti strujni udarac pri uključivanju zaustavljenog motora na mrežu. Pri priključivanju na mrežu motora koji još stoji, a nema u rotorskom krugu drugog otpora do otpora namota R_{20} , potekla bi iz mreže struja prilično visokog iznosa I_k (sl. 13.2). Ako želimo da taj udarac struje

uz klizanje 1 ne prijeđe vrijednost npr. I_k , koja bi se normalno pojavila uz neko klizanje s'' , treba ukupni otpor u rotorskom krugu povećati na takvu vrijednost R_2 da bude:

$$1 : s'' = R_2 : R_{20}. \quad (4)$$

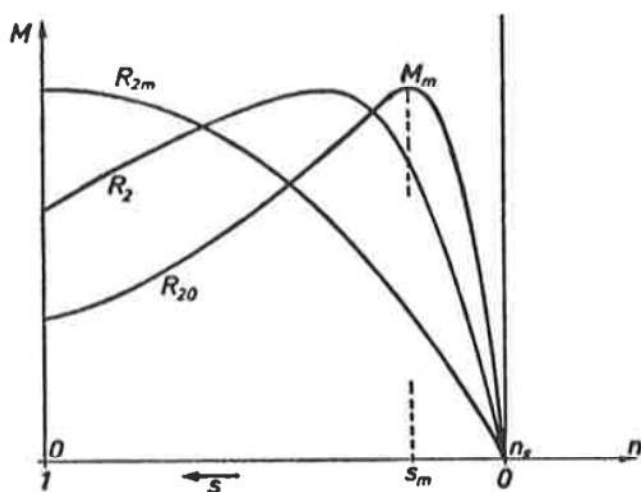
Takav dodatni otpornik, koji se postepeno isključuje s porastom brzine motora, nazivamo *uputnikom* ili *pokretačem*. Mogućnost ograničenja potezne struje jedna je od prednosti kolutnog motora. Obično se nakon dovršenog zaleta posebnim uređajem, *podizačem četkica*, kratko spoje klizni koluti, a četkice se podignu da ne klizu po kliznim kolutima, kako bi se smanjilo trenje i njihovo trošenje.

Ako se mijenja napon na koji je motor priključen, struja će pri svakom klizanju, odnosno pri svakoj vrijednosti x , biti smanjena u jednakom omjeru u kojem se smanjio napon.

13.3. Utjecaj otpora na moment

►►► Kao i struja, moment se iskazuje pomoću varijable $x = s_m/s$:

$$M = K_1 \frac{E_{20}^2}{2 X_{\sigma 2}} \frac{2}{x + 1/x}. \quad (1)$$



Sl. 13.3. Utjecaj otpora na karakteristiku momenta u ovisnosti o klizanju

Karakteristika momenta ovisno o klizanju s prikazana je na slici 13.3. Moment je određen vrijednošću varijable x , a to znači da će povećanje otpora n puta dati isti moment kod klizanja koje je također povećano n puta. Uz poznatu momentnu karakteristiku pri otporu R_{20} koji ima sam namot rotora, dobit ćemo karakteristiku za bilo koji drugi ukupni otpor R_2 u krugu rotora tako da ćemo za svaku vrijednost momenta povećati klizanje u omjeru povećanja otpora:

$$s = s_0 R_2 / R_{20}. \quad (2)$$

Krivulja je momenta razvučena ulijevo, u omjeru povećanja otpora. Mogli bismo jednostavno zadržati istu krivulju momenta koju smo nacrtali za otpor R_{20} i samo promijeniti skalu za klizanje na apscisnoj osi množenjem s R_2/R_{20} .

Očito je da se dodavanjem otpora u rotorski krug povećava potezni moment sve do vrijednosti prekretnog momenta M_m , koja uz otpor R_{20} nastupa pri prekretnom klizanju s_m . Želimo li da prekretni moment nastupi kod klizanja $s = 1$, valja povećati rotorski otpor do vrijednosti:

$$R_2 = R_{20} \frac{1}{s_m}. \quad (3)$$

Dodavanje otpora u rotorske strujne krugove donijelo je dvije bitne prednosti:

- *potezni moment kojim motor kreće može se povećati;*
- *potezna struja koju motor uzima iz mreže pri pokretanju može se smanjiti.*

Te se prednosti kolutnog motora mogu ostvariti kompliciranijom i skupljom izvedbom nego što je izvedba bez kliznih koluta, gdje namote možemo kratko spojiti već na samom rotoru.

13.4. Kavezni motor

►►► Broj faza rotora ne mora biti jednak broju faza statora. Bilo koji broj faza na rotoru, uz uvjet da su namotane simetrično, s jednakim brojem zavoja i s istim kutom od faze do faze, stvorit će u okretnom polju simetrični višefazni sistem napona i induciranih struja, a takve struje daju okretno protjecanje za koje vrijede sva prethodna razmatranja.

Veliko pojednostavnjenje izvedbe bio bi višefazni namot kod kojeg bi se svaki fazni namot sastojao od samo jednoga kratko spojenog zavoja.

No još je jednostavnije izvesti *svaki fazni namot kao jedan štap u utoru*. Svi štapovi spojeni su prstenom u jedno zvjezdište s jedne strane rotora i isto takvim prstenom s druge strane rotora u drugo zvjezdište. Svaki štap čini pri tome jednu fazu, pa je ukupni broj faza jednak broju utora:

$$m_2 = N_2, \quad (1)$$

a broj zavoja u namotu svake faze iznosi:

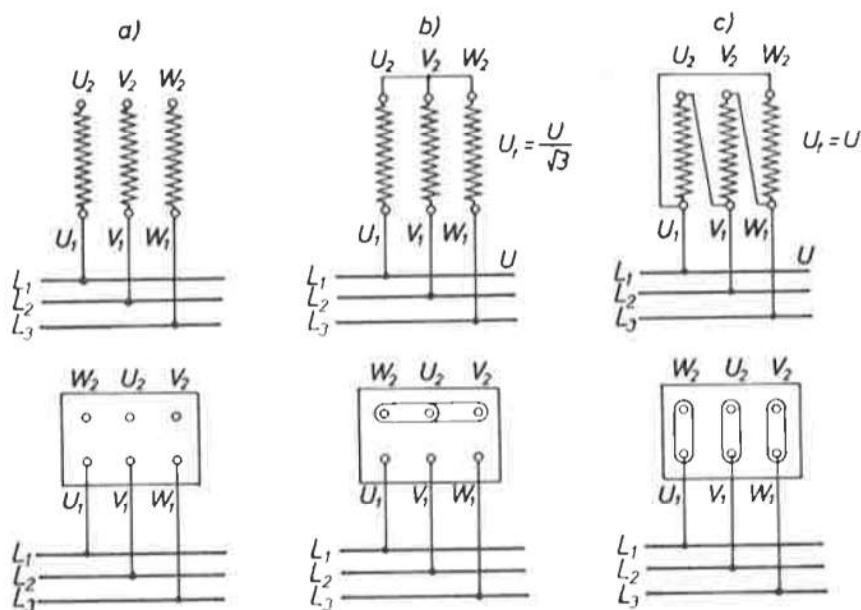
$$w_2 = 1/2. \quad (2)$$

Velika prednost takva kaveznog rotora je u vrlo jednostavnoj izradi: nema namatanja, štapove ne treba izolirati, nego se jednostavno proture kroz uture i s obje strane zavare na prsten. Manjim motorima rade se rotorski namoti kao *kavezi* od aluminijske, koji se, rastaljen, pod tlakom štrca u kalup s rotorom tako da ispuni uture i prostor za kratkospojne prstene (*tlačni lijev*).

13.5. Pokretanje zvijezda-trokut.

►►► Kod kaveznog motora nema mogućnosti dodavanja otpora u rotorske strujne krugove. Ako je udarac struje prilikom priključka na mrežu prevelik, on se daje smanjiti snižavanjem napona na stezaljkama motora za vrijeme pokretanja. Proporcionalno naponu smanji se struja, no istodobno se smanji i potezni moment, i to proporcionalno naponu na kvadrat. Jedan od uobičajenih postupaka za manje motore je *pokretanje tzv. preklopkom zvijezda-trokut*.

Svi počeci statorskih namota i svi svršeci izvedeni su na priključnu pločicu, gdje se namoti spajaju u zvijezdu ili u trokut i priključuju na mrežu (sl. 13.4.a). Zgodnom permutacijom stezaljki postiže se jednostavno prespajanje namota u zvijezdu (sl. 13.4.b) ili u trokut (sl. 13.4.c).



Sl. 13.4. Prespajanje asinhronog motora na priključnoj pločici: a) izvodi i do vodi, b) spoj »zvijezda«, c) spoj »trokut«

Na natpisnoj pločici motora navedeni su podaci o nazivnom naponu (to je napon mreže na koju se motor priključuje) i spoju (zvijezda ili trokut). Motor predviđen za rad pri nazivnom naponu u spoju u zvijezdu ne smijemo priključiti na isti napon spojen u trokut. U tom bi slučaju napon po svakom faznom namotu bio $\sqrt{3}$ puta veći, što bi izazvalo nedopustivo visoka zasićenja u željezu i pregrijavanje motora. Obratno, stroj određen za rad u spoju u trokut smijemo priključiti na mrežu istog napona spojenoga u zvijezdu. Napon je po fazi pri tome $\sqrt{3}$ puta manji, pa stroj nije zasićen. Snaga koju motor može tada dati je manja, pa je takav priključak dopušten samo privremeno.

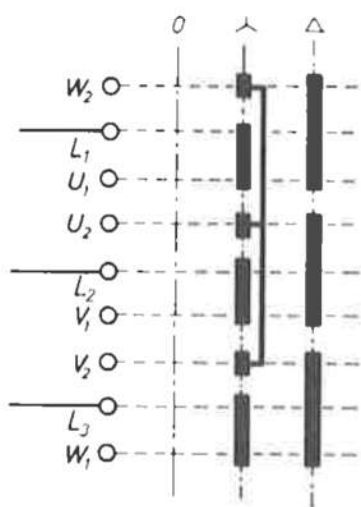
Mogućnost priključka motora na mrežu u spoju u zvijezdu, i prebacivanje u spoj u trokut nakon izvršenog zaleta primjenjujemo da bi se ublažio strujni udarac prilikom priključivanja motora na mrežu. U tu svrhu služi tzv. preklopka zvijezda-trokut prikazana na slici 13.5. Lijevo su označeni priključci mreže i krajeva statorskih namota motora. Zakretom preklopke iz nultog položaja u položaj zvijezda namot je spojen u zvijezdu i priključen na mrežu. Napon po fazi je time $\sqrt{3}$ puta manji no što bi bio pri spoju u trokut, za koji je motor predviđen. Zbog toga je faz-

na struja, struja svakog namota, $\sqrt{3}$ puta smanjena. Linijska struja pri spoju u zvijezdu jednaka je faznoj struji, a pri spoju u trokut fazna bi se struja, ionako $\sqrt{3}$ puta veća, u mreži pojavila kao linijska struja koja je od fazne još $\sqrt{3}$ puta veća. Ukupno bi pri spoju u trokut potekla u mreži tri puta veća struja od one pri spoju u zvijezdu, pa je za mrežu udarac znatno ublažen.

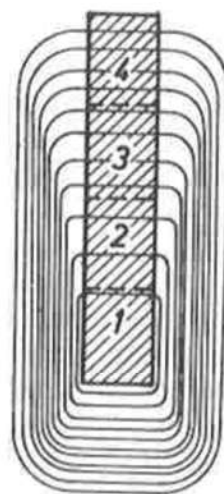
S druge strane potezni se moment mijenja s naponom na kvadrat. Napon po fazi je kod spoja u zvijezdu $\sqrt{3}$ puta manji, pa će potezni moment biti tri puta manji.

Nakon zaleta prebacujemo preklopku u položaj trokut i fazne namote priključujemo na puni napon za koji su predviđeni, što motoru omogućava da preuzme puno opterećenje.

Preklopku zvijezda-trokut možemo upotrijebiti samo za pokretanje motora predviđenih za trajni rad u spoju u trokut. Osim toga, smanjivanje potezne struje na $1/3$ pune vrijednosti povezano je sa smanjivanjem poteznog momenta na $1/3$ vrijednosti kod nazivnog napona, što nije uvijek dopustivo.



Sl. 13.5. Preklopka zvijezda — trokut



Sl. 13.6. Potiskivanje struje u štapu rotora

13.6. Rotor s potiskivanjem struje

►► U dubokom utoru rotora, ispunjenome samo jednim štapom, zamislimo istosmjernu struju koja je jednoliko raspodijeljena po presjeku štapa. Ta bi struja stvorila magnetsko polje (sl.13.6) sa silnicama koje se zatvaraju poprijeko kroz utor oko pojedinih dijelova štapa. Sve silnice prolaze u jednom smjeru kroz željezo ispod utora, a drugim smjerom poprečno kroz utor u raznim visinama. Zbog visoke permeabilnosti željeza magnetski otpor koji se tim silnicama suprotstavlja leži uglavnom u poprečnom putu kroz utor, u zraku.

Prema zakonu protjecanja, uz svuda jednaki magnetski otpor gustoća silnica ovisit će o obuhvaćenoj struji. Očito je da će silnice pri vrhu utora obuhvaćati cijelu struju štapa, pa će i njihova gustoća biti najveća, a prema dnu utora bit će sve rjeđe i rjeđe. Zamislimo štap podijeljen po visini na nekoliko sekcija. Sekcije pri dnu utora (npr. 1) sudjeluju pri uzbuđi gotovo svih silnica koje poprečno prolaze kroz utor, a sekcije pri vrhu utora (npr. 4) uzbuđuju samo mali broj tih silnica.

Slično je i s ulančenim tokovima. Ako sve sekcije zamislimo kao dijelove strujnih krugova, sekcije na dnu utora ulančene su gotovo sa svim silnicama u utoru, a sekcije pri vrhu utora samo s malim brojem silnica.

Tako dugo dok u štapu teče istosmjerna struja, taj ulančeni tok ne utječe na raspodjelu struje po presjeku štapa. No ako poteče izmjenična struja, svaka sekcija (možemo ih zamisliti vrlo mnogo) ima svoju reaktanciju koja se suprotstavlja prolasku izmjenične struje. Ta je reaktancija najveća u donjim sekcijama, pa postaje sve manja prema gornjim sekcijama, prema vrhu utora. Zbog toga će teći više struje tamo gdje je reaktancija manja, a to je u gornjim slojevima. Tu pojavu nazivamo *potiskivanjem struje*. Poprečno magnetsko polje potiskuje struju od dna utora prema zračnom rasporu. Što je veća frekvencija, to su veće reaktancije i njihov utjecaj, pa je i potiskivanje struje jače izraženo.

Potiskivanje struje u utoru ima dvostruko djelovanje:

- gubici zbog *Jouleove topline se povećavaju*;
- *reaktancija štapa se smanjuje*.

Potiskivanje struje prema vrhu utora očito se nalazi negdje između slučaja jednolike raspodjele struje i slučaja u kojemu bi struja bila potpuno potisnuta iz jednog dijela presjeka. Pri tome je jasno da bi manji raspoloživi presjek značio veći otpor i veće gubitke. Očito je da bi i u realnom slučaju potiskivanja efekt bio jednak kao da se radni otpor povećao, pa govorimo o *povećanju radnog otpora* zbog potiskivanja struje.

Potiskivanjem dopijeva više struje u gornje sekcije (npr. sekcija 4), koje manje pridonose stvaranju ulančenoga poprečnog toka, a manje struje ostaje u donjim sekcijama (npr. sekcija 1), koje su više pridonosile stvaranju ulančenog toka. Zbog toga će i ukupni ulančeni poprečni tok biti manji, pa govorimo o *smanjenju rasipne reaktancije* u utoru zbog potiskivanja struje.

Taj efekt povećanja radnog otpora i smanjenja reaktancije djeluje na porast varijable:

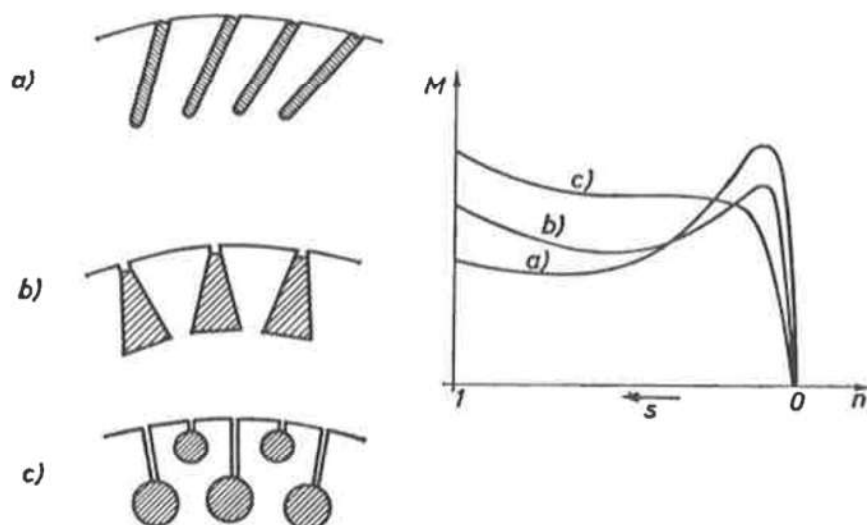
$$x = R_2/sX_{\sigma 2}, \quad (1)$$

o kojoj ovisi struja I_2 i razvijeni moment M . Zbog *potiskivanja struje povećava se moment kod određenog klizanja* većeg od s_m .

Potiskivanje struje i efekti potiskivanja povećavaju se s frekvencijom. Kad su frekvencije male, npr. one koje se u rotoru pojavljuju u normalnom pogonu, pri klizanju od nekoliko postotaka potiskivanja praktički nema. No prilikom uključivanja motora, dok on još nije krenuo, klizanje je $s = 1$, pa je frekvencija rotorskih struja jednaka frekvenciji mreže. Tada se znatno povećava varijabla x , a to je upravo pogonsko stanje kad nam je to najviše potrebno, jer pri pokretanju želimo smanjiti udarac struje, a povećati potezni moment. Kad se motor zaletio, klizanje poprima male vrijednosti, pa se otpor i reaktancija zaustavljaju na vrijednostima koje odgovaraju jednolikoj raspodjeli struje.

►►► Potiskivanje struje uvijek je prisutno. Možemo ga, međutim, znatno pojačati ako rotor izvedemo na odgovarajući način (sl. 13.7). Jedna je mogućnost da izvedemo što dublje utore, u kojima će potiskivanje biti mnogo jače izraženo (sl. 13.7.a). Takav kavez s *dubokim utorima* daje znatno veći potezni moment i manju poteznu struju od običnog kaveza s npr. okruglim utorima.

Još je izraženiji efekt potiskivanja u *trapeznih utora*, prema slici 13.7.b. Presjek koji se sužava prema vrhu utora dovodi struje pri potiskivanju u područje manje širine, pa otpor još više raste, a utjecaj na momentnu karakteristiku još je veći.



Sl. 13.7. Izvedbe i momentne karakteristike kaveznih rotora s potiskivanjem struje: a) duboki utori, b) trapezni utori, c) dvokavezni rotor

Najveći se efekt postiže *dvokaveznim rotorom* (sl. 13.7.c) na kojem su izvedena dva kaveza, unutrašnji, većeg presjeka, od bakra, i vanjski, manjeg presjeka, od materijala većeg specifičnog otpora. Prilikom zaleta struje su potisnute u vanjski kavez, gdje je otpor veći, a u pogonu se raspoređuju u unutrašnjem kavezu, gdje je otpor manji, pa su i gubici manji. Izvedba takva dvokaveznog rotora nešto je složenija.

Kod većih motora, izvedenih s kaveznim rotorom, možemo, dakle, iskoristiti potiskivanje struje da bismo dobili manju struju i veći potezni moment pri pokretanju. To smo kod kolutnih motora, koji su mnogo skuplji i kompliciraniji posizavali dodavanjem vanjskih otpora.

13.7. Otpor rotora i gubici

►► Promatrajmo dva potpuno jednaka motora, priključena na istu mrežu i opterećena jednakim momentom. Jedina razlika neka je u veličini rotorskog otpora, koji neka bude kod jednog motora R'_2 , a kod drugoga R''_2 .

Veličina razvijenog momenta određena je varijablom:

$$x = R_2/sX_{\sigma 2}$$

pa će oba motora, opterećena jednakim momentom, raditi uz različita klizanja:

$$R'_2/s' = R''_2/s''.$$

Jednaki moment opterećenja znači da je u oba motora varijabla x jednaka:

$$x' = x''.$$

Ta ista varijabla x određuje i struju motora, pa se može zaključiti da će u oba motora *pri jednakome momentu opterećenja teći i jednake struje*:

$$I'_2 = I'_2 = I_2. \quad (1)$$

Pogledajmo zatim gubitke zbog strujne topline u jednom i drugom rotoru:

$$P_{2el} = m_2 I_2^2 R_2. \quad (2)$$

Struja je u oba rotora jednaka, razlikuju se samo otpori R_2 , pa je odnos gubitaka u oba rotora:

$$P'_{2el}/P_{2el} = R'_2/R_2. \quad (3)$$

Pri jednakome momentu opterećenja i jednakim ostalim parametrima *gubici zbog strujne topline u rotoru bit će direktno proporcionalni rotorskom otporu*. Dobar potezni moment i mala potezna struja zahtijevaju što veći rotorski otpor, no ekonomičan rad sa što manje gubitaka zahtijeva što manji otpor rotora.

Razmotrimo i snagu u rasporu:

$$P_{12} = \frac{1}{s} m_2 I_2^2 R_2. \quad (4)$$

Vidjeli smo da su u oba motora struja i odnos R_2/s jednaki. To znači da su uz jednak razvijeni moment i struja i snaga u rasporu jednake, bez obzira na vrijednost rotorskog otpora:

$$P'_{12} = P_{12} = P_{12}. \quad (5)$$

Mehanička snaga na osovini bit će:

$$P_{2meh} = (1 - s) P_{12} \quad (6)$$

pa je pri istome momentu, budući da su uz različite rotorske otpore i klizanja različita, i mehanička snaga na osovini nešto različita:

$$P'_{2meh} = (1 - s') P_{12} \quad (7)$$

$$P''_{2meh} = (1 - s'') P_{12}.$$

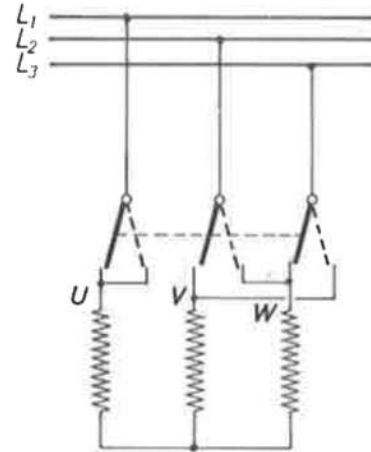
Povećani rotorski otpor, uz jednaki moment na osovini, što znači i jednaku snagu u rasporu P_{12} , povećava klizanje u istom omjeru u kojem se otpor povećao. Time se promijenio i ključ raspodjele snage u rasporu na električne gubitke u rotoru i mehaničku snagu, pa je:

$$P_{2el} = \frac{s''}{s'} P'_{2el} \quad (8)$$

$$P'_{2meh} = \frac{(1 - s'')}{(1 - s')} P'_{2meh}. \quad (9)$$

13.8. Reverziranje i promjena brzine

►►► Promjena smjera vrtnje ili *reverziranje* postiže se tako da se *zamjenom dvaju dovoda do mreže* izmijeni fazni redoslijed napona priključenih na namote U—V—W. Redoslijed priključaka mreže L1—L2—L3 daje desni smjer vrtnje, a redoslijed L1—L3—L2 lijevi smjer vrtnje, jer se promjenom redoslijeda mijenja smjer vrtnje okretnog polja. Naponi mreže L1—L2—L3—L1 ... kasne jedan za drugim za kut $2\pi/3$. Okretno polje statora vrti se uvijek tako da od namota u kojemu struja prethodi kreće prema namotu u kojemu struja zaostaje u fazi. Priključkom na mrežu L1—U, L2—V, L3—W, okretno će se polje kretati iz osi namota U u os namota V, pa u os namota W, dakle smjerom U—V—W—U ... Ako zamijenimo dva priključka



Sl. 13.8. Reverziranje trofaznog asinhronog motora

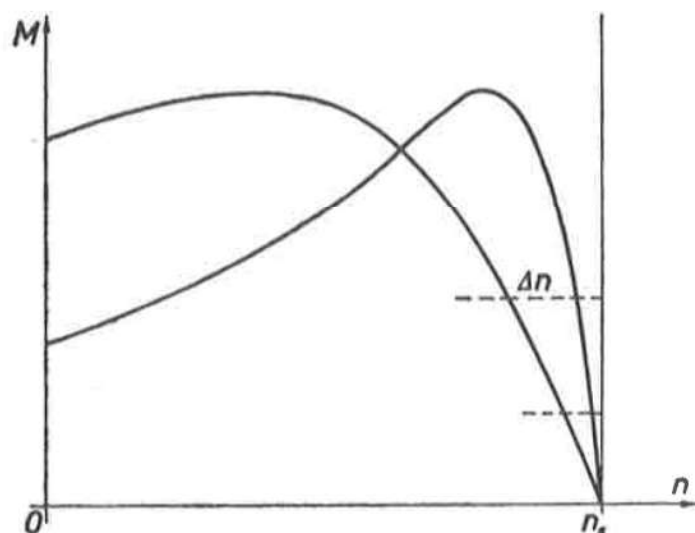
(sl. 13.8), pa spojimo L1—U, L3—V, L2—W, okretno polje će se kretati iz osi namota U u os namota W, pa u os namota V, te će smjer vrtnje biti U—W—V—U ... Smjer se vrtnje zamjenom dvaju priključaka obrnuo.

Reverziranje postižemo *sklopkom za reverziranje*, prema slici 13.8.

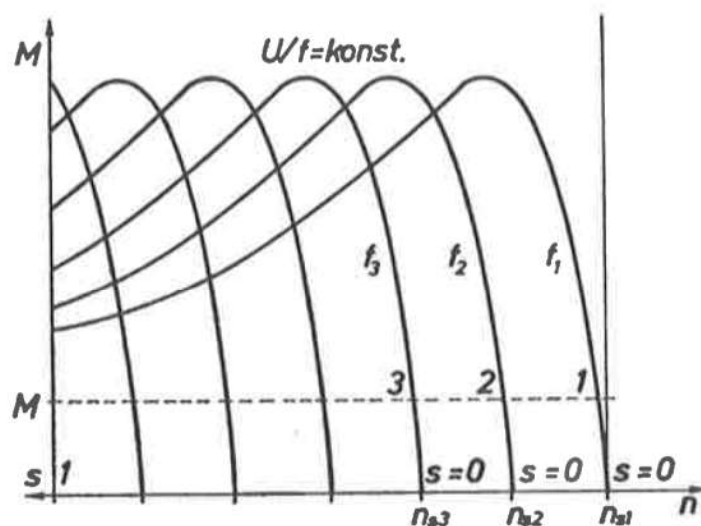
Jedan od osnovnih nedostataka asinhronog motora pokazuje se onda kada u pogonu trebamo *različite brzine vrtnje*. To zahtijeva rješenja koja ili poskupljuju motor, ili su potrebni skupi dodatni uređaji, ili se znatno smanjuje ekonomičnost pretvorbe.

Kod kolutnog motora smanjuje se brzina vrtnje *dodavanjem otpora u rotorski krug*. Pri istom momentu klizanje se povećava proporcionalno ukupnom otporu u rotorskom krugu. Promjena brzine koja se tako postiže ovisi o momentu opterećenja (sl. 13.9). Kad je opterećenje malo, ne postiže se gotovo nikakva promjena brzine vrtnje. Osim toga, pri istom momentu motor vuče iz mreže istu snagu, bez obzira na rotorski otpor. Predana snaga smanjuje se sa smanjivanjem brzine vrtnje. Cijela razlika pretvara se u strujnu toplinu u rotoru. Takva regulacija brzine vrtnje u širem opsegu očito je vrlo neekonomična.

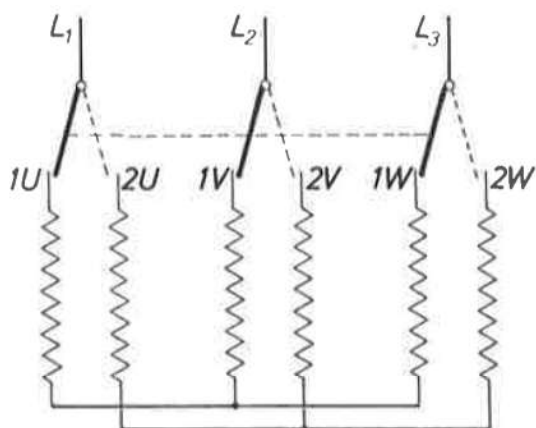
Brzina vrtnje daje se mijenjati i pomoću frekvencije napona na koji je motor priključen. Ako želimo da indukcija B , a time i zasićenje u željezu, ostanu nepromijenjeni, moramo proporcionalno frekvenciji mijenjati i visinu napona na koji je motor priključen. Takva *regulacija frekvencijom i naponom* zahtijeva dodatni skupi tiristorski sklop. Brzina vrtnje motora može se regulacijom frekvencije kontinuirano mijenjati. Slika 13.10. prikazuje karakteristike momenta pri regulaciji frekvencijom i naponom, dobivene uz zanemarenje statorskog otpora i rasipne reaktancije.



Sl. 13.9. Regulacija brzine vrtnje otporima u rotorskom krugu



Sl. 13.10. Regulacija brzine vrtnje promjenom frekvencije i napona

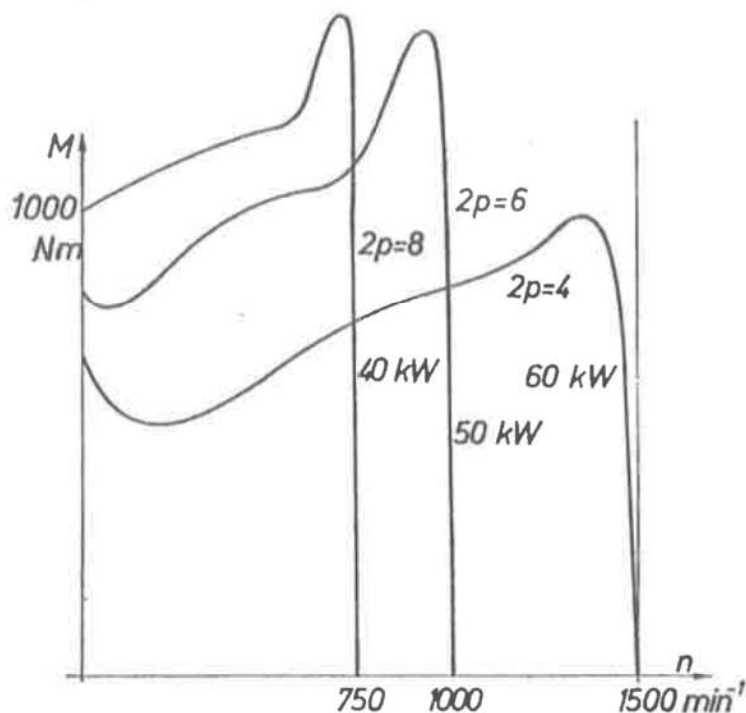


Ako nam ne treba kontinuirana regulacija, nego su dovoljne npr. dvije brzine, izvodimo motor s dva namota različitih brojeva polova (*dvobrzinski motor*) u istim utorima (sl. 13.11). Prema potrebnoj brzini na mrežu se priključuje jedan ili drugi namot.

Sl. 13.11. Promjena brzine vrtnje dvonamotnog motora

Ima i spojeva kod kojih se isti namot spaja na različite načine da bi se dobili različiti brojevi polova (*Dahlanderovi spojevi*).

Izvode se i motori s tri različite brzine. Podjelom utorskog prostora na namote različitih brojeva polova postiže se da snage pri različitim brzinama budu raspodijeljene u onom omjeru koji nam je potreban. Snaga pri svakoj brzini kod *višebrzinskog motora* znatno je manja nego što bi bila kod jednobrzinskog motora iste veličine. Slika 13.12. sadrži snimljene momentne karakteristike trobrzinskog motora (»Rade Končar«).



Sl. 13.12. Karakteristike višebrzinskog motora

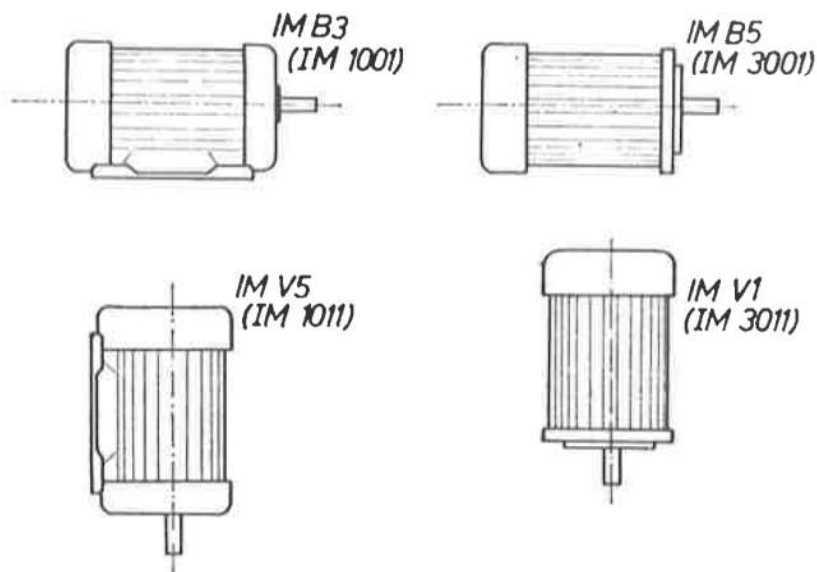
13.9. Izvedbeni oblici, vrste zaštite

►►► Zbog svoje jednostavnosti i pouzdanosti asinhroni je motor u upotrebi najrašireniji.

Prema namjeni i načinu postavljanja i spajanja s mehanizmom kojem treba davati mehaničku snagu, razlikuju se različiti *izvedbeni oblici motora*, koji su sistematizirani i definirani standardima. Svakom izvedbenom obliku koji je klasificiran standardima pripada određena oznaka, pa se svaka varijanta može jednoznačno odrediti.

Na slici 13.13. samo je nekoliko primjera. Motor se izvodi s nogama ili s priрубnicom, s horizontalnom ili s vertikalnom osovinom, s ležajnim štitovima ili s odvojenim ležajevima, ili za direktnu ugradnju u mehanizam koji treba tjerati. Tako je na slici 13.13. jedan primjer izvedbe s nogama, s ležajnim štitovima i s horizontalnom osovinom (IM B 3, ili IM 1001), zatim primjer izvedbe s ležajnim štitovima, s horizontalnom osovinom, ali s priрубnicom (IM B 5, ili IM 3001), primjer s nogama, s ležajnim štitovima i s vertikalnom osovinom, s pogonom dolje (IM V 5, ili IM 1011), te, napokon, izvedba s ležajnim štitovima, s priрубnicom,

s vertikalnom osovinom s pogonom dolje (IM V 1, ili IM 3011). Navedene oznake uzete su iz međunarodnih propisa (IEC); prva oznaka pripada skraćenom kodu za ograničeni broj najčešćih izvedbi, a druga pripada općem kodu, koji obuhvaća sve izvedbe.



Sl. 13.13. Nekoliko izvedbi asinhronog motora

Vrste zaštite motora, također obuhvaćene standardima, odnose se na zaštitu od slučajnog dodira dijelova koji se kreću i dijelova pod naponom, zatim od prodiranja stranih krutih tijela u stroj te na zaštitu od štetnog djelovanja prskajuće ili kapajuće vode na stroj. Razni stupnjevi zaštite postižu se oblikovanjem kućišta, zatvaranjem otvora mrežicama manje ili veće gustoće, ili potpunim zatvaranjem kućišta prema okolini.

Posebna je zaštita tzv. *S-zaštita* ili *protueksplozijska zaštita* za strojeve koji će raditi u okolini u kojoj vlada opasnost od eksplozije, kao što su to rudnici, industrijski pogoni s eksplozivnim plinovima, parama, sitnom prašinom i sl. Takvi strojevi moraju biti projektirani, izvedeni i ispitani u skladu s posebnim propisima o eksplozijskoj zaštiti, tzv. S-propisima.

Toplina nastala zbog gubitaka odvodi se iz stroja rashladnim zrakom. Ako je motor izveden tako da zrak iz neposredne okoline ulazi u motor i direktno hladi aktivne dijelove, to su *otvoreni* odnosno *zaštićeni motori*. Kod *zatvorenih motora* zrak iz neposredne okoline ne propuhuje motor, već ga hladi samo po vanjskoj površini. Unutrašnjost motora hladi čist zrak koji cirkulira u zatvorenom krugu, ili se zrak motoru dovodi rashladnim kanalima ili cijevima. Za veće jedinice izvode se i prigradeni ili ugrađeni *hladnjaci* s vodom ili zrakom. Brojne varijante hlađenja strojeva obuhvaćene su, slično kao i vrste mehaničke zaštite, standardima.

13.10. Daljnji razvoj

►► Za male asinhronne motore karakteristična je proizvodnja u velikim serijama. To znači da je svaka i najmanja ušteda materijala važna, a jednako tako i svako pojednostavnjenje tehnologije izrade. Utrošak materijala i rada po jedinici snage veoma se smanjio od vremena kad je asinhroni motor postao najviše upotrebljavani stroj

i taj proces smanjivanja dimenzija, težine i cijene još uvijek je u toku. Nastavljanje tog procesa zahtijeva vrlo pomno proračunavanje stroja. Osim toga, sve veće iskorištenje aktivnih materijala dovelo je do toga da pojave koje nekad nisu bitnije utjecale danas više ne možemo zanemariti. To su npr. pojave u magnetskom krugu pri *višim zasićenjima*, *utjecaj utora* na prostorne harmoničke članove pola u rasporu, *dodatni gubici* koji nastaju oko zračnog raspora i mnogi takvi problemi.

Novi projekt asinhronog stroja dobivao se — ne tako davno — tako da se proračunavalo više varijanti (što je bio dug posao, pa varijanata nije bilo mnogo) i odabirala najbolja. Danas umjesto toga obavljamo *optimaliziranje* na računskom stroju, pri čemu se kombinacije mnogobrojnih parametara odabiru na osnovi promatranja smjera u kojem se kreću rezultati, dok ne dodemo do optimalnog rezultata koji uz najveću ekonomičnost zadovoljava sve postavljene uvjete.

Pokušaji da se standardiziraju ne samo snage nego i sve priključne dimenzije malih asinhronih motora međunarodnim dogovorom, doveli su već do značajnih rezultata. Svrha je takve *standardizacije* zamjenjivost motora određene snage i brzine vrtnje drugim takvim motorom bilo čije proizvodnje. Na taj način svatko može na svjetskom tržištu ravnopravno nastupati sa svojim motorima serijske proizvodnje. No to nas ujedno obvezuje na neprestani razvoj kako bismo mogli pratiti najbolja rješenja u svijetu.

Kod većih strojeva mnogo se proučavaju pojave u *dinamičkim pogonskim stanjima*. Nisu rijetki pogoni u kojima se opterećenje mijenja u određenim ciklusima, strojevi se često pokreću, mijenjaju se brzine i sl. Prilikom takvih prijelaza iz jednoga pogonskog stanja u drugo mijenjaju se moment, brzina vrtnje, struje i gubici drukčije no što bismo to očekivali na osnovi analize stacionarnih pogonskih stanja. Veliki kapacitet i brzina rada računskog stroja omogućuju danas analizu tih prijelaznih pojava. Takve analize daju nam korisne podatke o mogućnostima primjene i ekonomičnosti rada pri takvim ili sličnim režimima opterećenja.

U pogonima gdje je potrebna regulacija brzine vrtnje sve se češće upotrebljava i asinhroni motor priključen preko statičkih frekventnih pretvarača. Asinhroni motor također često radi u postrojenju u kojem se nalaze drugi veliki tiristorski upravljani strojevi koji svojim velikim nesinusnim strujama izobličuju mrežni napon. U oba slučaja *napon* kojim se napaja naš asinhroni motor *nije sinusan*, već sadrži mnogo vremenskih viših harmoničkih članova. Njihov utjecaj na moment i gubitke motora također je cilj analiza i istraživanja.

13. Zadaci



1. Kako se može promijeniti smjer vrtnje trofaznoga asinhronog motora?
[Zamjenom dvaju dovoda mreže]
2. Što se postiže izvedbom rotora asinhronog motora s dvostrukim kavezom?
[Smanjenje potezne struje i povećanje poteznog momenta]
3. Četveropolni asinhroni motor razvija moment 34,1 Nm i vrti se, priključen na mrežu od 50 Hz, brzinom od $1\,400\text{ r min}^{-1}$. Koliku snagu daje motor, a koliki su gubici u strujnim krugovima rotora?

[5 000 W; 357 W]



4. Trofazni 4-polni motor priključen na mrežu od 50 Hz i opterećen konstantnim momentom vrti se brzinom od $1\,425\text{ r min}^{-1}$ i uzima iz mreže 10 A. Ako se u rotorske strujne krugove dodaju vanjski otpori tako da otpor po fazi bude šest puta veći, kojom će se brzinom vrtjeti motor i koju će struju uzimati.
[1 050 r min^{-1} ; 10 A]
5. Asinhroni motor opterećen konstantnim momentom vrti se brzinom od $1\,410\text{ r min}^{-1}$. Dodavanjem otpora u rotorske strujne krugove brzina je smanjena na $1\,230\text{ r min}^{-1}$. Koliko puta su porasli ukupni gubici u rotorskim strujnim krugovima?
[Tri puta]
6. Kod nazivnog napona od 380 V potezni moment kaveznoga asinhronog motora je 170% nazivnog momenta, a potezna struja 400% nazivne. Koliki će biti ti postoci ako napon padne na 340 V? Zanimarite utjecaj zasićenja.
[136%; 358%]
7. Asinhroni motor spojen u trokut i priključen na mrežu nazivnog napona prilikom pokretanja uzima iz mreže struju od 75 A i razvija moment od 98,1 Nm. Koliki će biti struja i moment ako motor prespojimo u zvijezdu i priključimo na istu mrežu? Zanimarite utjecaj zasićenja.
[25 A; 32,7 Nm]
8. Asinhroni motor od 380 V, 50 Hz, spoj u zvijezda, 5 kW, 13,6 A, prespojen je u trokut i priključen na trofaznu mrežu od 220 V. Koliku će struju uzimati iz mreže pri opterećenju 5 kW? Hoće li se namot pregrijati?
[23,6 A; neće]
9. Koliki je »kut opterećenja« asinhronog motora kod kojeg nastupa maksimalni (prekretni) moment? Zanimarite otpor i rasipanje statorskog namota.
[135°]
10. Kolutni motor ima otpor po fazi rotora 0,25 oma i razvija maksimalni moment kod klizanja 8%. Koliko treba dodati otpora po fazi rotora da bi motor kretao s maksimalnim momentom?
[2,88 oma]
11. Prekretni moment 4-polnoga asinhronog motora od 8 kW, $1\,440\text{ r min}^{-1}$ 60%, je veći od nazivnog momenta pri nazivnom naponu. Kolik je prekretni moment u Nm ako se mrežni napon smanji 15%? Zanimarite utjecaj zasićenja.
[61,3 Nm]
12. Asinhroni kavezni motor spojen u trokut i priključen na mrežu od 380 V, 50 Hz, može razviti maksimalni moment od 54,9 Nm i pri tome se vrti brzinom od $1\,360\text{ r min}^{-1}$. Koliki maksimalni moment može razviti isti motor na istoj mreži ako ga prespojimo u zvijezdu? Kod koje će brzine tada postići maksimalni moment? Zanimarite utjecaj zasićenja.
[18,3 Nm; $1\,360\text{ r min}^{-1}$]

13. Asinhroni 6-polni motor s kolutnim rotorom na dizalici diže teret brzinom 1,2 m/s. Motor pri tome radi brzinom vrtnje od 960 r min^{-1} , priključen na mrežu frekvencije od 50 Hz. Kojom će brzinom motor dizati taj isti teret ako u rotorski krug preko kliznih koluta uključimo otpornike tako da se otpor rotora po fazi udeseterostruči?

[0,75 m/s]

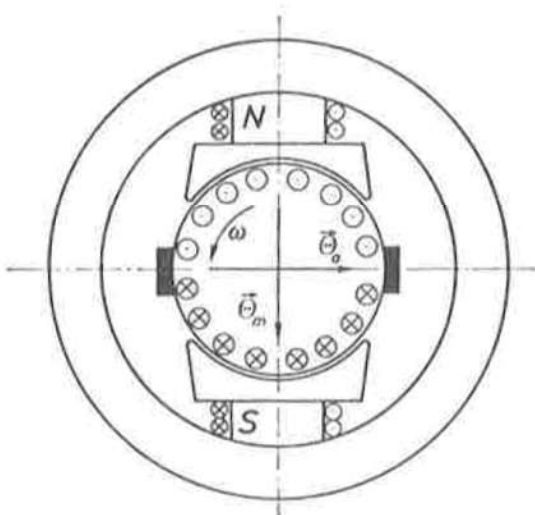
14. Četveropolni asinhroni motor s kliznim kolutima ima otpor po fazi rotora 0,2 oma. Opterećen nazivnom snagom vrti se brzinom vrtnje od 1425 r min^{-1} . Koliko otpora treba dodati po fazi rotora da bi se pri istom momentu opterećenja motor vrtio brzinom od 900 r min^{-1} ?

[1,4 oma]

14. Istosmjerni stroj

14.1. Način rada istosmjernog stroja

►►► Istosmjerni stroj redovito se izvodi s uzbuđom na statoru i armaturom na rotoru. Uzbuda je smještena na istaknutim polovima (sl. 14.1) i u zračnom ras-

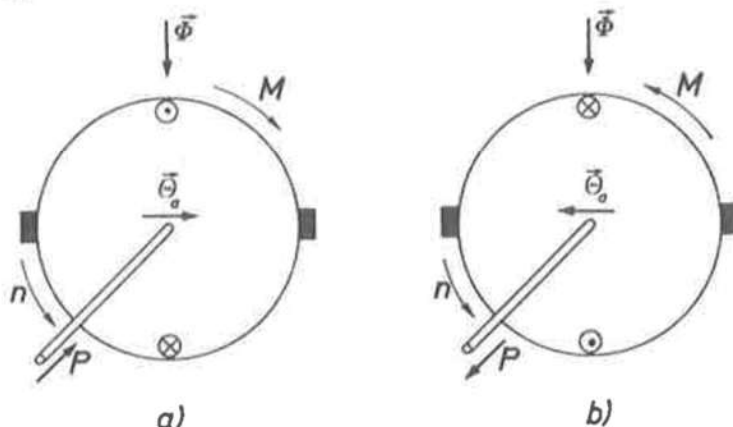


Sl. 14.1. Shematski prikaz istosmjernog stroja

poru ispod polova stvara polje indukcije B . U tom polju se vrti armatura, pa se u njezinim vodičima induciraju naponi. Svaki vodič prolazi naizmjenice ispod N-pola i S-pola, te se *smjer napona induciranoga u vodiču mijenja*. Unatoč tome što su naponi i struje u svakome pojedinom vodiču izmjenični, na *četkicama*, koje kliču po kolektoru (što je slično kao da kliču po vodičima armature), a nalaze se uvijek u istom položaju prema polovima statora, *pojavljuje se napon uvijek istog smjera i teče struja uvijek istog smjera*. Kolektor koji se vrti, s *četkicama koje miruju*, zapravo je *mehanički ispravljač* izmjeničnih napona i struja armature u istosmjerne napone i struje u vanjskim dovodima. Možemo, naravno, reći i obrnuto da je kolektor izmjenjivač vanjskih istosmjernih napona i struja u izmjenične napone i struje u vodičima armature.

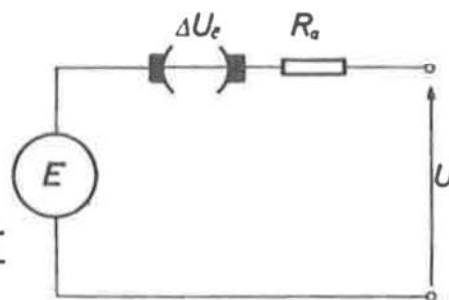
Ako na četkice priključimo vanjske potrošače, inducirani istosmjerni napon stroja potjerat će kroz njih struju, a ta će struja u vodičima armature biti istog smjera kao i inducirani napon. Na slici 14.2.a označen je smjer induciranog napona uz

lijevi smjer vrtnje i označeni smjer magnetskih silnica. Taj je smjer za sve vodiče iznad osi četkica isti, a za sve vodiče ispod te osi suprotan. Struje koje teku u smjeru tih induciranih napona djeluju kao svitak kojemu os leži u osi četkica, te daju protjecanje armature $\vec{\Theta}_a$ označenog smjera. Magnetsko polje statora i protjecanje označenog smjera daju zakretni moment koji djeluje na rotor u smjeru u kojem bi os protjecanja doveo najkraćim putem u os magnetskog polja statora, što se može provjeriti i pravilom lijeve ruke. Čim smo stroj opteretili kao generator, pojavio se moment koji djeluje na rotor nasuprotno smjeru vrtnje. Taj moment treba svladavati momentom pogonskog stroja da bi se vrtnja rotora nastavila. Tako se uspostavlja energetska ravnoteža mehaničke snage koju generatoru dovodimo i električne snage koju on daje.



Sl. 14.2. Smjer vrtnje, razvijenog momenta i snage istosmjernog (a) generatora i (b) motora

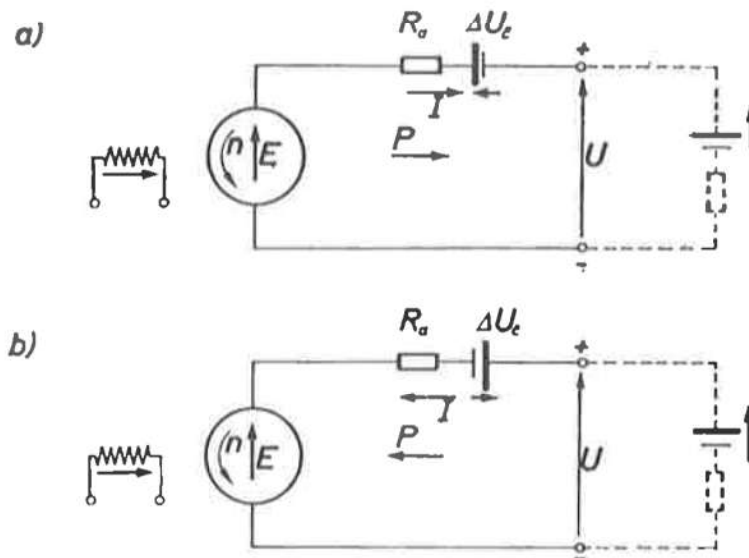
Ako umjesto potrošača na četkice istosmjernog stroja priključimo vanjski izvor istosmjernog napona i ako je napon tog izvora malo veći od napona induciranih u našem stroju, poteći će iz vanjskog izvora u istosmjerni stroj struja obrnutog smjera, suprotna smjeru njegova induciranih napona. *Promjenom smjera struje promijenio se smjer sila na vodiče, smjer momenta i smjer protoka energije.* Stroj tada uzima električnu energiju iz vanjskog izvora, njegov moment djeluje u smjeru vrtnje i na osovini predaje mehaničku snagu. Istosmjerni stroj prešao je iz generatorskog rada u motorski rad. Smjer protjecanja i momenta vidi se za taj slučaj na slici 14.2.b.



Sl. 14.3. Otpor namota armature i napon prijelaza na četkicama u nadomjesnoj shemi istosmjernog stroja

Armaturni namot ima svoj otpor, od četkice (+) do četkice (−) ukupno R_a . Od četkica do kolektora nastaje određeni pad napona, gotovo istog iznosa kod svih struja, od oko 1 V po četkici, tj. ukupno za četkice (+) i (−) $\Delta U_c = 2$ V. Taj pad napona uvijek je istog iznosa i uvijek je usmjeren suprotno struji koja teče preko četkica. Zbog toga je zgodno prikazati istosmjerni stroj kao *idealni izvor* induciranih napona E , kojem je u seriju dodan *otpor armature* R_a i *kontakt s padom napona*

$\Delta U_c = 2 \text{ V}$. Takvo prikazivanje istosmjernog stroja (sl. 14.3), s otporom armature i padom napona na četkicama izvučenim izvan »idealne armature« napona E , omogućuje da se napon na stezaljkama takva stroja prikaže kao inducirani napon stroja E smanjen ili povećan za pad napona u otporu armature i na četkicama. Posebno vrijedi za generator (sl. 14.4.a):



Sl. 14.4. Generatorski (a) i motorski (b) rad istosmjernog stroja u nadomjesnoj shemi

$$E > U, \quad E - U = I R_a + 2 \quad (1)$$

$$E = U + I R_a + 2$$

odnosno za motor (sl. 14.4.b):

$$E < U, \quad U - E = I R_a + 2 \quad (2)$$

$$E = U - I R_a - 2.$$

Tu je primijenjen generatorski sistem prikazivanja za generator, a motorski sistem za motor. Kad bismo primijenili isti sistem prikazivanja za oba pogona vrijedilo bi za generatorski sistem:

$$E = U + I R_a \pm 2, \quad (3)$$

i to i za generatorski i za motorski rad, jedino bi struju za generatorski rad trebalo unijeti kao $+I$, a za motorski rad kao $-I$.

Slično bi za motorski sistem prikazivanja bilo:

$$E = U - I R_a \pm 2, \quad (4)$$

samo što bi za motorski rad struja bila $+I$, a za generatorski rad $-I$.

U oba je slučaja predznak pada napona na četkicama $\Delta U_c = 2 \text{ V}$ uvijek jednak predznaku pada napona u armaturi $I R_a$.

Protjecanje armature u poprečnoj osi, osi četkica, praktički ne stvara polje magnetske indukcije u prostoru između polova, jer je put silnica u zraku u tom području vrlo velik pa indukcija ostaje mala (sl. 14.1). Međutim, zbog protjecanja armature povećava se protjecanje pod jednim rubom pola, a smanjuje se pod drugim. Nelinearne prilike u željezu razlogom su da je pripadno povećanje indukcije pod jednim rubom pola relativno manje od smanjenja pod drugim rubom pola. Rezultat je toga da se ukupni tok pod polom zbog te reakcije armature uvijek nešto smanji, bez obzira na to gleda li protjecanje armature udesno ili ulijevo, a to znači bez obzira na generatorski ili motorski rad.

Taj efekt smanjenja glavnog toka zbog protjecanja armature, koji je to veći što je struja armature veća, nazivamo smanjenjem uzbuđene zbog zasićenja pod rubovima polova, ili reakcijom armature zbog zasićenja. Djelovanje mu je takvo kao da smo smanjili uzbuđeno protjecanje za iznos $\Delta \Theta_{zas}$, koji se povećava kako je struja armature veća, ali ne ovisi o smjeru struje u armaturi.

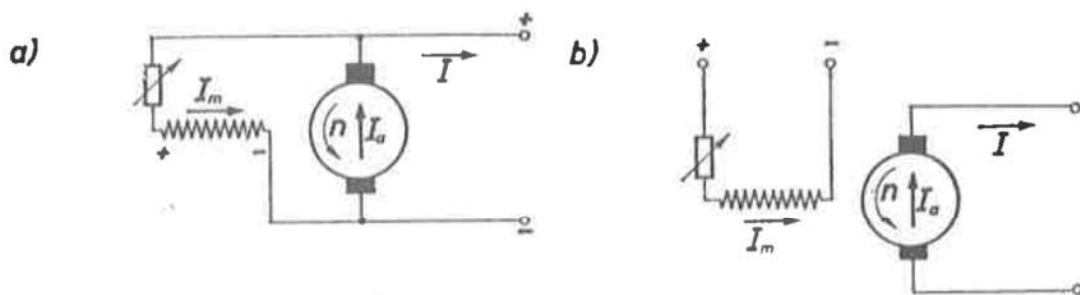
14.2. Vrste uzbuđene

►►► Da bismo na polovima stvorili uzbuđeno protjecanje, potrebno je da na njih namotamo uzbuđni namot s w_p zavoja po polu. Uzbuđeno protjecanje po polu iznositi će:

$$\Theta_m = I_m w_p, \quad (1)$$

gdje je I_m struja koja teče kroz uzbuđni namot.

Uzbuđni namot može se napajati ili tako da namot priključimo na stezaljke stroja koji uzbuđujemo, ili na bilo koji istosmjerni napon U_m neovisan o stroju, ili tako da ga spojimo u seriju s armaturom stroja pa da ista struja koja teče kroz armaturu prolazi i kroz uzbuđni namot. U prvom slučaju riječ je o *porednoj uzbuđi* ili *samouzbudi*, u drugome o *nezavisnoj uzbuđi*, a u posljednjemu o *serijskoj uzbuđi*.



Sl. 14.5. Uzbuda istosmjernog stroja: a) samouzbuda, b) nezavisna uzbuđa

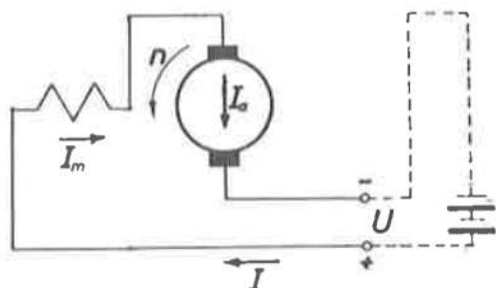
Kod poredne uzbuđene izvor istosmjernog napona iz kojeg se uzima uzbuđna struja je sam stroj koji uzbuđujemo — tada je to samouzbuda — ili je to ona ista mreža na koju su priključene stezaljke armature tog stroja. Armatura stroja i uzbuđni namot paralelno su priključeni na tu mrežu. Odatle naziv paralelna ili poredna uzbuđa (sl. 14.5.a). Napon uzbuđene pri tome je jednak naponu na stezaljkama armature:

$$U_m = U.$$

O nezavisnoj uzbudi riječ je onda kad se ona napaja iz posebnog izvora koji ne ovisi o naponu stroja što ga uzbuđujemo (sl. 14.5.b).

Kod motora se armatura napaja vanjskim naponom U . Najčešće isti izvor napona napaja i uzbudu. Ipak treba i kod motora razlikovati nezavisnu uzbudu, kad za uzbudu služi odvojeni izvor napona, koji uzbudu može napajati naponom sasvim drugog iznosa ili je taj napon posebno upravljiv.

Serijska uzbuda spojena je u seriju s armaturom, pa kroz uzбудni namot teče struja armature (sl. 14.6). Pri raznim opterećenjima mijenja se struja armature, a time i uzбудna struja. Veća struja uzbuđuje i veći tok Φ , što povećava razvijeni moment pri toj struji.



Sl. 14.6. Serijska uzbuda istosmjernog stroja

►► Kod serijske uzbude struja je koja će teći kroz uzbudni namot određena opterećenjem. To je relativno velika struja armature I_a . Iz proračuna magnetskog kruga poznato je protjecanje koje nam treba za određeni tok Φ , pa ćemo broj zavoja po polu lako odrediti:

$$\Theta_m = w_p I_a \quad (3)$$

$$w_p = \Theta_m / I_a,$$

odnosno broj zavoja na svim polovima mora biti:

$$w = 2 p w_p = 2 p \Theta_m / I_a \quad (4)$$

uz presjek žice:

$$q = I_a / \Gamma,$$

gdje je Γ dopuštena struja po jedinici presjeka žice, odnosno dopuštena gustoća struje (oko $3,5 \text{ A/mm}^2$ za bakar).

Kod poredne i kod nezavisne uzbude, naprotiv, uzbudna struja nije određena već je određen napon U_m na koji treba priključiti uzbudni namot. Na taj napon priključen je uzbudni namot s ukupno w zavoja srednje duljine l_1 , specifičnog otpora ρ , u kojem dopuštamo gustoću struje Γ . Otpor je tog namota:

$$R_m = \rho w l_1 / q,$$

a struja u uzbudnom namotu je:

$$I_m = \Gamma q.$$

gdje je s q označen presjek žice. Uz zadani napon U_m dobivamo:

$$U_m = I_m R_m = q \Gamma \varrho w l_1 / q = \varrho l_1 \Gamma w. \quad (5)$$

Tada možemo redom izračunati:

$$\text{— broj zavoja } w = U_m / \varrho l_1 \Gamma; \quad (6)$$

$$\text{— uzбудnu struju } I_m = 2 p \Theta_m / w; \quad (7)$$

$$\text{— presjek žice } q = I_m / \Gamma. \quad (8)$$

►►► Usporedbom obaju izraza (4) i (6) vidimo da će za veliku struju kod serijske uzbude broj zavoja uzbuđenog namota biti malen, a da će kod poredne i nezavisne uzbude velikom uzbuđenom naponu odgovarati velik broj zavoja. Tom velikom broju zavoja odgovara mala uzbuđna struja i mali presjek žice, a velika struja kod serijske uzbude zahtijeva i žicu velikog presjeka. Za serijsku uzbudu karakterističan je mali broj zavoja od žice velikog presjeka, a za porednu i nezavisnu uzbudu karakterističan je velik broj zavoja od razmjerno tanke žice.

Kod poredne uzbude treba, dakako, računati s najvećim protjecanjem koje može ustrebat, a za podešavanje drugih, manjih vrijednosti uzbuđne struje dodaje se u uzbuđni krug dodatni otpornik za podešavanje, tako da njegov otpor zajedno s otporom uzbuđenog namota bude jednak željenoj maksimalnoj vrijednosti otpora, a sam otpor namota željenoj minimalnoj vrijednosti otpora u uzbuđenom krugu.

Osim poredne, nezavisne i serijske uzbude ima i *složena* ili *kompaundna uzbuda*, a to je kombinacija poredne i serijske uzbude, pri čemu serijska uzbuda pojačava ili slabi djelovanje poredne uzbude, pa je riječ o *kompaundaciji* i *protukompaundaciji*.

14.3. Samouzbuda

►►► Napon na stezaljkama neopterećenoga istosmjernog generatora jednak je induciranom naponu armature, jer padova napona bez struje u armaturi nema:

$$U = E.$$

Inducirani napon mijenja se s uzbuđenom strujom onako kako to pokazuje *karakteristika praznog hoda* $E = f(I_m)$, koja, ako se izmijene skale na apscisnoj i ordinatnoj osi, nije ništa drugo do karakteristika magnetskog kruga. Ta karakteristika praznog hoda vrijedi, dakako, uz određenu, konstantnu brzinu vrtnje.

Kroz uzbuđni namot otpora R_m možemo potjerati bilo koju uzbuđnu struju I_m ako ga priključimo na napon:

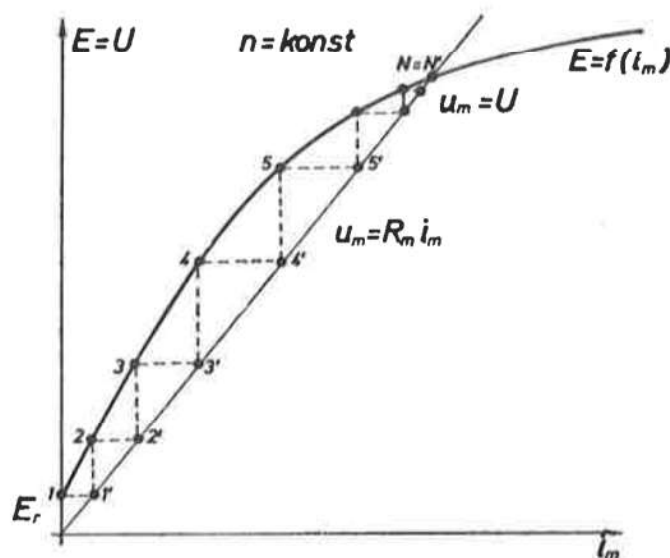
$$U_m = I_m R_m. \quad (1)$$

Taj napon ovisno o struji I_m prikazan je na slici 14.7. pravcem. Napon armature E ovisno o toj istoj uzbuđnoj struji I_m prikazan je karakteristikom praznog hoda $E = f(I_m)$. Sjecište *pravca samouzbude* i *karakteristike praznog hoda* daje napon:

$$U_m = U, \quad (2)$$

tj. onaj napon koji će kroz uzбудni namot potjerati upravo onoliku struju I_m kolika je potrebna da se toliki napon pojavi na stezaljkama stroja.

U stroju koji nije uzbuđen inducira se uslijed remanentnog magnetizma napon remanencije E_r (točka 1 na sl. 14.7). Taj napon potjerao bi u samouzbudnom



Sl. 14.7. Pravac samouzbude i inducirani napon istosmjernog generatora sa samouzbudom

namotu struju koja odgovara točki 1' na pravcu samouzbude. No takva uzbudna struja inducirala bi u armaturi napon koji odgovara točki 2, a taj napon bi potjerao struju koja odgovara točki 2', i taj proces bi se nastavio sve do točke $N = N'$, u kojoj je uspostavljena ravnoteža induciranog napona i napona potrebnoga za uzbuđu.

Višak napona E po karakteristici praznog hoda prema padu napona $u_m = i_m R_m$ u omskom otporu samouzbudnog namota čini napon:

$$\Delta U = L_m \frac{di_m}{dt},$$

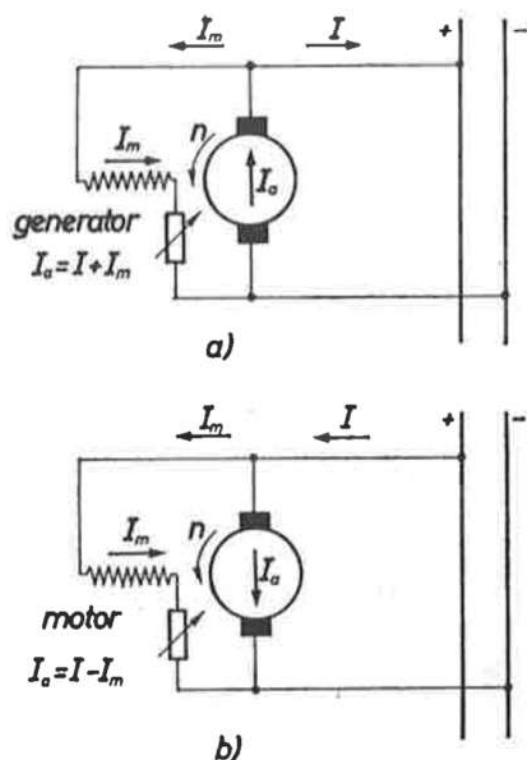
koji se troši na promjenu uzbudne struje kroz namot samoinduktiviteta L_m .

Kad stezaljke uzbudnog namota priključimo na četkice stroja, stroj će se uzbuditi na napon koji odgovara sjecištu pravca samouzbude i karakteristike praznog hoda. Ako otpor uzbudnog namota povećamo, npr. dodavanjem u seriju otpora za regulaciju, pravac samouzbude postaje strmiji, pa sjecište pada niže i napon na stezaljkama je manji. Najviši napon dobivamo kad je sav predotpor isključen. Najniži napon koji možemo podesiti ograničen je zakrivljenošću karakteristike praznog hoda. Kad otpor uzbudnog kruga poraste toliko da pravac samouzbude tangira karakteristiku $E = f(I_m)$, tad više nema pouzdanog sjecišta i napon se ne može točno podesiti, a najmanje opterećenje može ga — zbog reakcije armature — srušiti. Kažemo da samouzbuda u tom području nije više stabilna.

Uzbudna struja kod samouzbude samo je nekoliko postotaka nazivne struje, pa se, unatoč tome što uzbudna struja dolazi iz armature, padovi napona u armaturi neopterećenog stroja mogu zanemariti.

Točno gledajući, kod stroja sa samouzbudom struja armature i struja u dovodima nešto se malo razlikuju. Kod generatora struja armature pokriva struju u dovodima i struju uzbude (sl. 14.8.a):

$$I_a = I + I_m. \quad (3)$$



Sl. 14.8. Struja armature i struja dovoda (a) generatora i (b) motora

Kod motora struja u dovodima grana se na struju armature i uzbudnu struju, tako da je prema slici 14.8.b:

$$I_a = I - I_m. \quad (4)$$

Razlike nisu velike, pa se približno može uzeti:

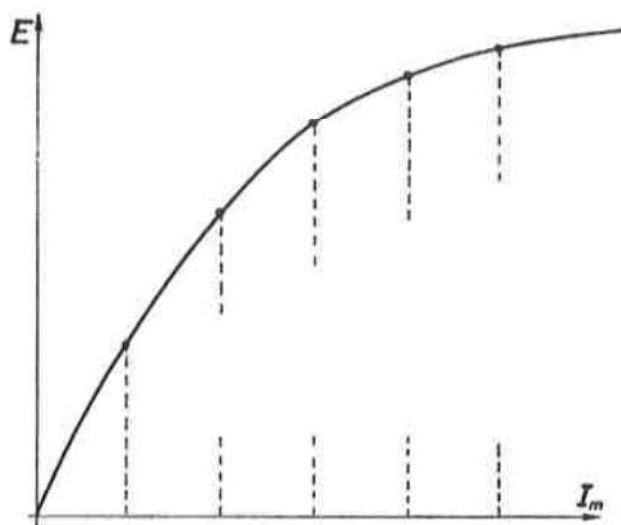
$$I_a \cong I. \quad (5)$$

14.4. Nezavisna uzbuda

▶▶▶ Nezavisnom uzbudom nazivamo uzbudu kod koje uzbudni namot napajamo iz izvora istosmjernog napona koji ne ovisi o naponu na stezaljkama stroja što ga uzbudujemo. Napon za napajanje uzbude možemo po volji odabrati, a uzbudnu struju podešavamo regulacijom ili uzbudnog napona ili otpora u uzbudnom krugu. Svaku uzbudnu struju možemo stabilno podesiti, bez obzira na zakrivljenost karakteristike praznog hoda i bez obzira na kolebanja napona na stezaljkama pri promjenama opterećenja (sl. 14.9). To je prednost nezavisne uzbude, no ona zahtijeva poseban izvor napajanja istosmjernom strujom.

Kod nezavisne uzbude struja armature jednaka je struji u dovodima:

$$I_a = I. \quad (1)$$



Sl. 14.9. Inducirani napon istosmjernog stroja s nezavisnom uzbudom («karakteristika praznog hoda»)

14.5. Serijska uzbuda

►►► *Serijski uzbudni namot spojen je u seriju s armaturom, pa kroza nj teče struja armature* (sl. 14.6). Upotrebljava se gotovo isključivo u *serijskim motorima*, kojima takav način uzbude daje posebna svojstva u pogonu, osobito prikladna za električnu vuču — tramvaj, željeznica, električna kolica i sl. Struja armature, uzbudna struja i struja u dovodima kod serijskog stroja je ista struja:

$$I_a = I_m = I. \quad (1)$$

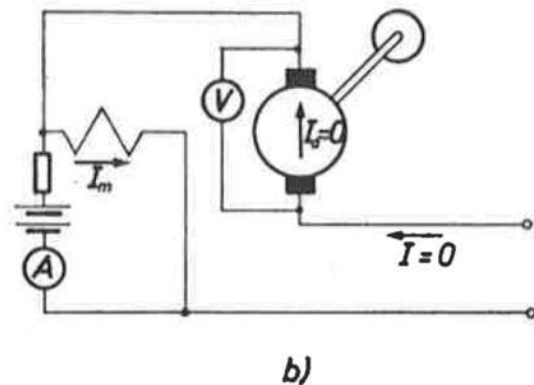
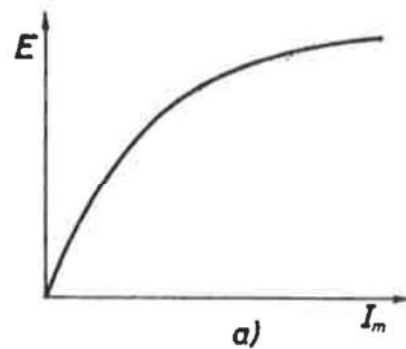
Budući da je kod serijske uzbude uzbudna struja ujedno i struja opterećenja, na prvi pogled izgleda apsurdnim govoriti o karakteristici praznog hoda, jer u praznom hodu nema opterećenja pa nema ni uzbudne struje. Zato je dogovoreno da karakteristikom praznog hoda serijski uzbuđenog stroja smatramo karakteristiku $E = f(I_m)$, koju bismo dobili pri konstantnoj brzini vrtnje n , uz odvojeno napajanje uzbudnog namota strujom I_m i uz struju armature:

$$I_a = I = 0$$

(sl. 14.10.a). Kako moramo spojiti stroj sa serijskom uzbudom da bismo takvu karakteristiku izmjerili, pokazuje slika 14.10.b.

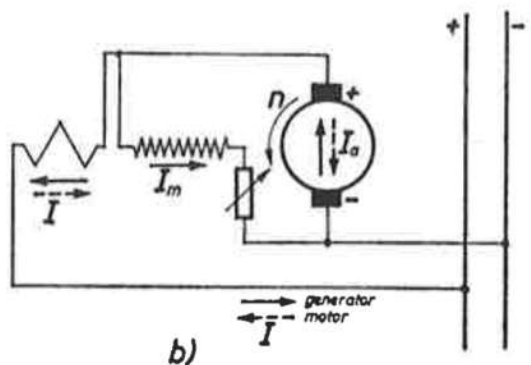
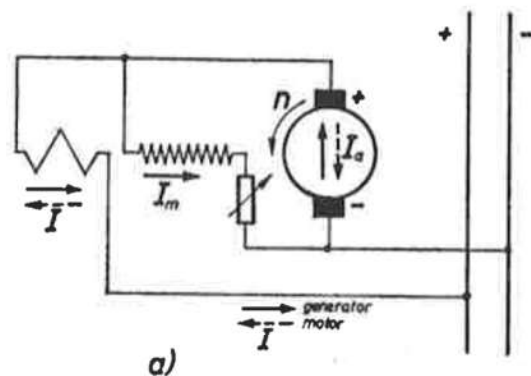
14.6. Kompaundna uzbuda

►►► Kombinacija poredne — ili nezavisne — i serijske uzbude može djelovati na dva u osnovi različita načina. Promotrimo ta dva spoja pri generatorskom radu, kao što je prikazano na slikama 14.11.a i b.



Sl. 14.10. Inducirani napon istosmjernog stroja: a) sa serijskom uzбудom, b) snimanje magnetske karakteristike $E = f(I_m)$

U spoju prema slici 14.11.a kroz zavoje koji su dodani u seriju teče struja opterećenja u takvom smjeru da protjecanje serijskog dijela uzbuđene *potpomaže* protjecanje poredne uzbuđene. Ako povisujemo opterećenje generatora, serijski dio



Sl. 14.11. Istosmjerni generator: a) s kompaundacijom, b) s protukompaundacijom, i prijelaz u motorski rad

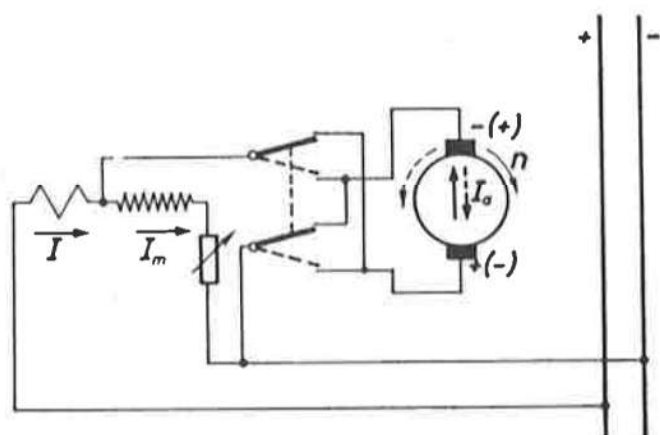
uzbude će povisivati inducirani napon. Takvu kombinaciju poredne i serijske uzbude nazivamo *kompaundacijom*.

U spoju prema slici 14.11.b serijski dio uzbude djeluje *suprotno* porednoj uzbudi. Kad se povećava struja opterećenja, inducirani se napon djelovanjem serijskog dijela uzbude smanjuje. Takvu kombinaciju obiju uzbuda nazivamo *protukompaundacijom*.

►► Isti stroj može raditi kao generator ili kao motor. Prijelazom iz generatorskoga u motorski rad ne mijenja se predznak napona na stezaljkama stroja, pa zbog toga i smjer struje u porednom namotu ostaje nepromijenjen. Ono što se mijenja, to je smjer struje armature i smjer struje u dovodima. Na slici 14.11. vidi se (crtkano označeno) da je djelovanje serijskog dijela uzbude promijenilo smjer: kompaundacija kod generatora postala je u motorskom radu protukompaundacijom (sl. 14.11.a), a protukompaundacija kod generatora postala je u motorskom radu kompaundacijom (sl. 14.11.b).

►►► Istosmjerni se motor *reverzira* tako da se zamijene dovodi do armature ili da se zamijene dovodi do uzбудnog namota. Promjena predznaka inducirano napona u armaturi uz nepromijenjen smjer silnica u rasporu znači promjenu smjera vrtnje. Jednako tako promjena smjera uzbudne struje, uz isti predznak napona i struja armature, mijenja smjer vrtnje. No ako promijenimo i jedno i drugo, dobivamo dvije uzastopne promjene smjera vrtnje, pa smo opet došli do početnog stanja.

►► Ako je istosmjerni motor koji treba reverzirati izveden s kompaundnom uzbudom, zamjena priključaka porednog namota promijenit će smjer vrtnje motora, ali će kompaundacija pri jednom smjeru vrtnje postati protukompaundacijom za drugi smjer. To bi značilo da su karakteristike motora sasvim drukčije za lijevi, a sasvim drukčije za desni smjer vrtnje, što nije prihvatljivo. Da bi karakteristike za oba smjera vrtnje bile jednake, treba motor reverzirati kao što je prikazano na slici 14.12. *Preklopkom se obrne samo smjer kojim je armatura uključena u strujni*

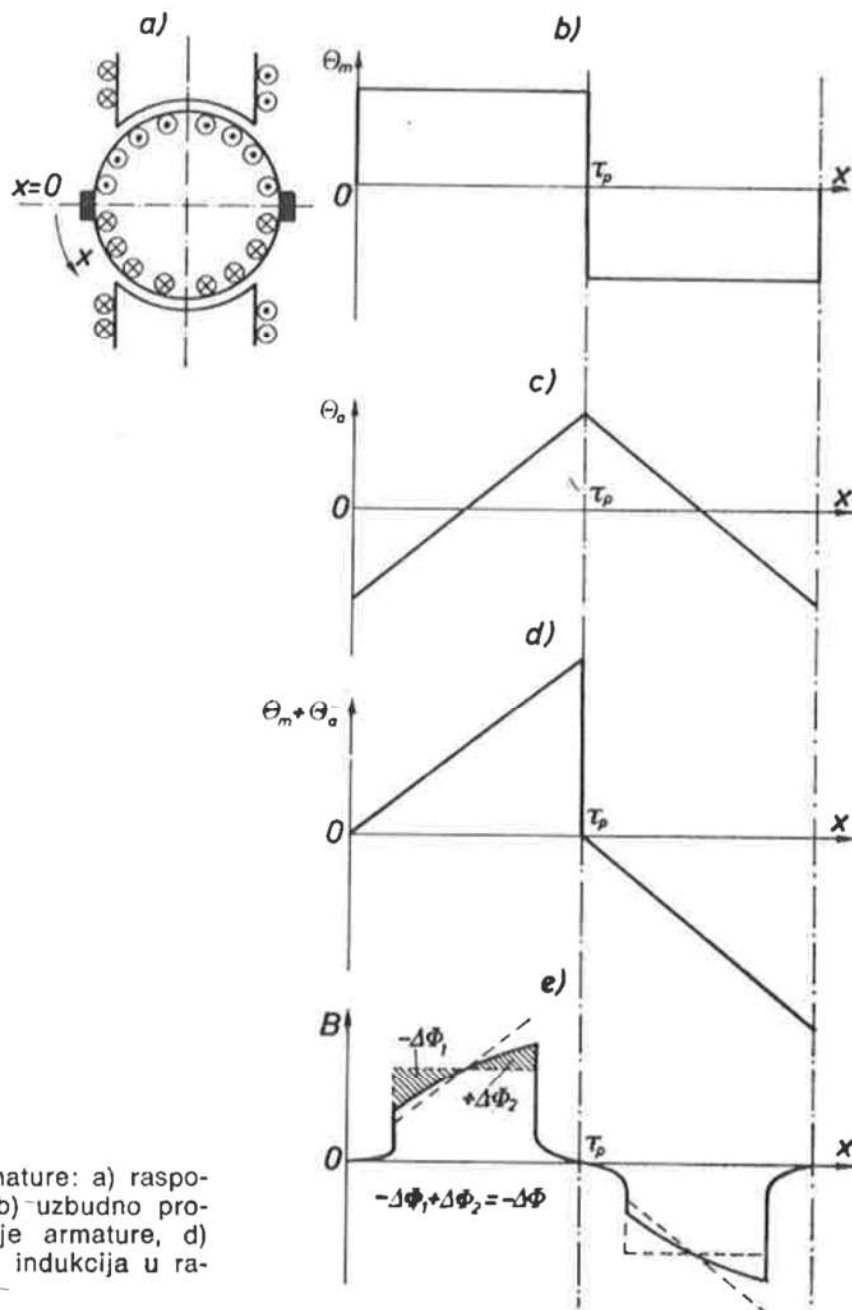


Sl. 14.12. Reverziranje istosmjernog motora s kompaundacijom

krug. Time se mijenja smjer vrtnje, smjer napona i smjer struje armature, no smjer struje u porednome uzбудnom namotu, serijskom dijelu uzбудnog namota i dovodima ostaje nepromijenjen. Uz nepromijenjeno djelovanje obiju uzbuda pri reverziranju, *kompaundacija je za oba smjera vrtnje zadržala isti karakter*.

14.7. Reakcija armature

►► Vodiči kroz koje teče struja smješteni su na polovima i na rotoru istosmjernog stroja prema slici 14.13.a. Protjecanje tih struja možemo prikazati posebno za statorski namot (sl. 14.13.b), a posebno za rotorski namot (sl. 14.13.c). Protjecanje



Sl. 14.13. Reakcija armature: a) raspored struja na obodu, b) uzbudno protjecanje, c) protjecanje armature, d) ukupno protjecanje, e) indukcija u rasporu

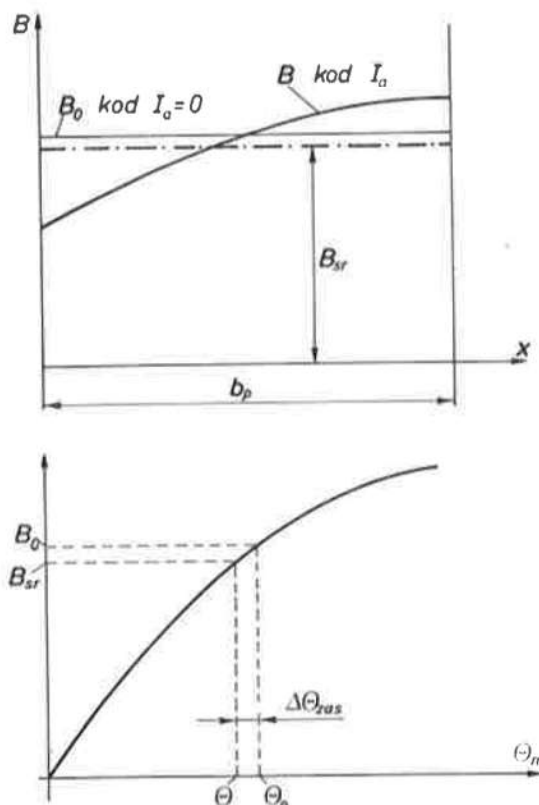
statora ne mijenja se ako je uzbuda konstantna, a protjecanje rotora ovisi o struji opterećenja koja teče u vodičima armature, te se visina nacrtanog trokuta može mijenjati od nule do nacrtane visine pri punom opterećenju.

Ukupno protjecanje dobivamo zbrajanjem obaju protjecanja prema slici 14.13.d. Indukcija u rasporu koja odgovara tom protjecanju bit će u prostoru između po-

lova zanemarivo mala, jer je put silnica kroz zrak vrlo velik, pa možemo u tom prostoru indukciju zanemariti (sl. 14.13.e). Na dijelu oboda ispod polova duljina zračnog raspora je konstantna, pa bi indukcija bila proporcionalna protjecanju. U određenom mjerilu slika 14.13.b predočavala bi indukciju neopterećenog stroja B_0 , koja je na slici 14.13.e prikazana crtanim horizontalnim pravcem ispod širine pola b_p . Pri opterećenju pojavljuje se i protjecanje armature, pa bismo dobili crtani kosi pravac na slici 14.13.e, koji bi predstavljao indukciju opterećenog stroja B . Kad ne bi bilo zasićenja u željezu, ta bi slika vrijedila, pa bi površina ispod krivulje indukcije, koja označava tok ispod pola, bila s jedne strane isto toliko povećana koliko je s druge strane smanjena. Protjecanje armature promijenilo bi raspored indukcije, ali bi tok ispod pola ostao nepromijenjen.

Zasićenje u željezu — posebno u rubu pola na onoj strani gdje se indukcija B povećala — remeti tu sliku. Zbog *zasićenja u željezu* pod tim rubom pola potrošit će se nešto veći dio protjecanja na put silnica kroz željezo, pa će ga manje ostati za zračni raspor. Vrijednosti indukcije B u zračnom rasporu bit će nešto niže. Stvarna raspodjela indukcije neće biti prema kosom crtanom pravcu na slici 14.13.e, već prema krivulji izvučenoj punom linijom. Na lijevoj strani izgubljeno je nešto više toka no što smo ga na desnoj strani dobili, pa se *ukupni tok pod polom nešto smanjio*. Ako je srednja vrijednost indukcije pod polom neopterećenog stroja bila B_0 , onda će srednja vrijednost indukcije pod polom opterećenog stroja (sl. 14.14) biti nešto manja:

$$B_{sr} < B_0. \quad (1)$$



Sl. 14.14. Gubitak toka zbog zasićenja u rubovima polova prikazan smanjenjem uzbudnog protjecanja

Prikažemo li karakteristiku magnetskog kruga $\Phi = f(\Theta_m)$ kao krivulju $B_{sr} = f(\Theta_m)$, možemo obje srednje vrijednosti indukcije pod polom unijeti i očitati

pripadna uzбудna protjecanja Θ_0 i Θ . Vidimo da je efekt zasićenja u rubovima polova takav kao da smo — bez ikakve struje u armaturi — smanjili uzbudno protjecanje za iznos:

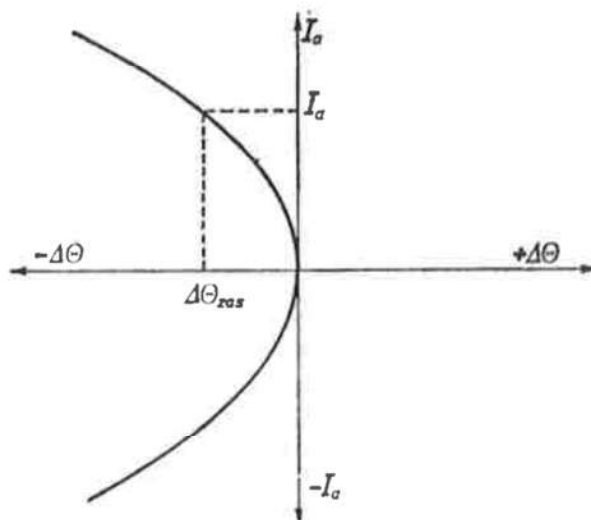
$$\Delta \Theta_{zas} = \Theta_0 - \Theta. \quad (2)$$

Posljedice tog smanjenja protjecanja $\Delta \Theta_{zas}$ jednake su kao kad bismo smanjili uzbudnu struju za određeni iznos ΔI_{zas} . Gubitak uzbude ΔI_{zas} znači, dakle, zamišljeno smanjenje uzbudne struje koje bi tok Φ bez djelovanja zasićenja u rubovima polova smanjilo upravo za iznos za koji ga je smanjilo djelovanje zasićenja.

Utjecaj protjecanja armature na magnetske prilike u stroju, posebno na uzбудu, nazivamo *reakcijom armature*. Efekt što smo ga opisali nazivamo *reakcijom armature zbog zasićenja*. Slična djelovanja protjecanja armature na uzбудu koja uvrštavamo u reakciju armature nastaju npr. kad su četkice pomaknute prema simetrali između polova, ili kod upotrebe pomoćnih polova u neutralnoj zoni koji treba da potpomognu komutaciju, promjenu smjera struje u vodičima, a pogrešno su podešeni pa djeluju prejako ili preslabo. Karakteristično je za sve te vrste reakcije armature da mogu *jačati* ili *slabiti* uzбудu, *izuzevši reakciju armature zbog zasićenja, koja uvijek smanjuje uzбудu*.

Iznos za koji se prividno smanjila uzbudu zbog zasićenja u rubovima polova pri opterećenju ovisi o struji opterećenja. Prema slici 14.15. krivulja po kojoj se mijenja $\Delta \Theta_{zas}$ kad povećavamo struju opterećenja sliči paraboli, pa se može približno uzeti da je:

$$\Delta \Theta_{zas} = \Delta \Theta_{zasn} (I/I_n)^2, \quad (3)$$



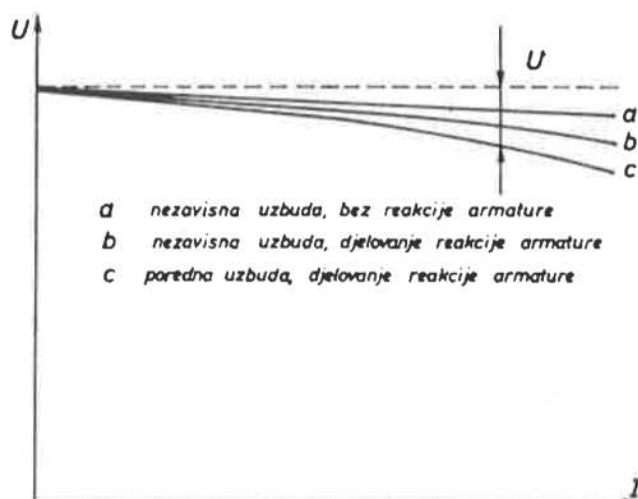
Sl. 14.15. Smanjenje uzbudnog protjecanja zbog zasićenja u rubovima polova u ovisnosti o smjeru i jakosti struje armature

gdje je $\Delta \Theta_{zasn}$ reakcija armature zbog zasićenja pri nazivnoj struji I_n , a $\Delta \Theta_{zas}$ iznos koji odgovara struji I . Efekt zasićenja isti je za oba smjera struje (samo što zasićenje nastupa u drugom rubu pola), pa je predznak te veličine $\Delta \Theta_{zas}$ uvijek negativan, i može se u dijagramu prema slici 14.15. prikazati punom parabolom. Takav prikaz utjecaja struje armature na uzbudno protjecanje primjenjiv je i na serijski dio uzbude — kompaundaciju ili protukompaundaciju. Generatorska struja nanosi se prema gore, motorska prema dolje, protjecanje koje pojačava uzбудu nanosi se udesno, a ono koje ju slabi ulijevo. Zasićenje u rubovima polova daje uvijek negativni doprinos uzbudu.

14.8. Karakteristike istosmjernog generatora

►►► Pogonski stroj koji tjera istosmjerni generator obično održava brzinu vrtnje konstantnom. Zato pri određivanju karakteristika istosmjernoga generatora pretpostavljamo da brzina vrtnje ostaje konstantna.

Kod generatora najviše nas zanima tzv. *vanjska karakteristika* (sl. 14.16), koja pokazuje kako se mijenja napon na stezaljkama ovisno o struji opterećenja ako brzinu vrtnje držimo konstantnom i ako ne diramo uzбудni krug.



Sl. 14.16. Vanjska karakteristika generatora s porednom uzbudom: a) bez zasićenja u rubovima polova, b) s nezavisnom uzbudom, c) sa samouzbudom

Kad bismo poredni generator promatrali kao *idealni stroj bez otpora, padova napona i reakcije armature*, njegov bi napon bio kod svih opterećenja isti kao u praznom hodu:

$$U = E. \quad (1)$$

No uzmemo li u obzir *pad napona u otporu armature i na četkicama*, bit će:

$$U = E - I R_a - 2, \quad (2)$$

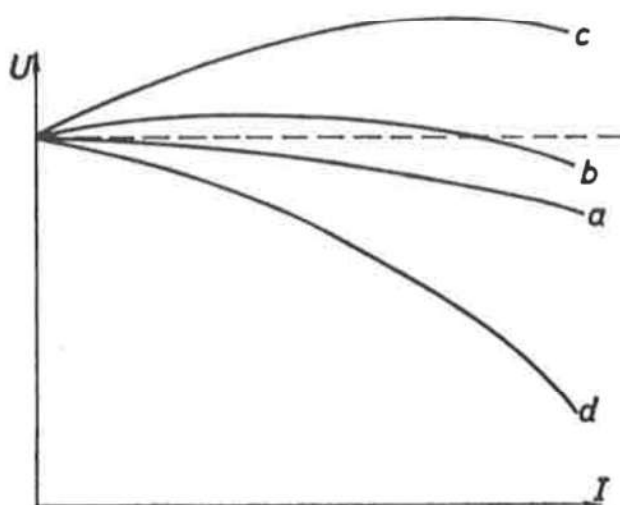
što prikazuje pravac a) na slici 14.16.

Reakcija armature zbog zasićenja smanjuje uzbudu, pa će se smanjiti i inducirani napon E , a time i napon na stezaljkama U , to više što je struja opterećenja veća — (krivulja b) na slici 14.16). Takva karakteristika odgovarala bi nezavisno uzbuđenom generatoru.

Kod generatora *sa samouzbudom* napon na stezaljkama smanjuje se još i više jer se sa smanjivanjem napona U pri opterećenju *smanjuje i uzбудna struja u krugu samouzbuđe*, što znači još dalji pad induciranog napona E , a time i napona U (sl. 14.16, krivulja c).

Generator s *kompaundnom uzbudom* ima još dodatnu uzbudu proporcionalnu struji opterećenja, koja pomaže ili slabi porednu uzbudu (sl. 14.17). Ako krivulja a) odgovara stroju bez serijskog dodatka uzbudi, onda bi krivulja b) odgovarala kompaundiranom stroju, u kojeg se *napon održava gotovo stalnim* u cijelom području

opterećenja (*kompaundacija*). Uz više serijskih zavoja, tako da *napon s opterećenjem jače raste* (da se, npr., pokriju padovi napona u duljim dovodima), takvu kombinaciju nazivamo *natkompaundacijom* (krivulja c). Spoj serijskog namota kojim se *ruši napon pri opterećenju* (što se upotrebljava, kako bi se ograničila struja, npr. kod stroja za zavarivanje) nazivamo *protukompaundacijom* (krivulja d).



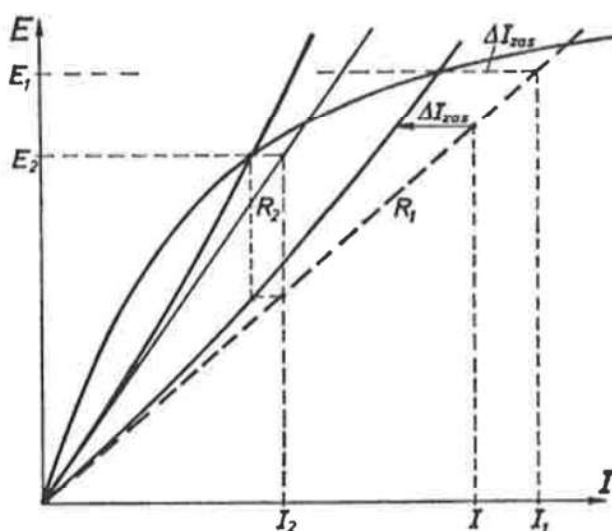
Sl. 14.17. Vanjska karakteristika istosmjernog generatora: a) s porednom uzbuđom, b) s kompaundacijom, c) s natkompaundacijom; d) s protukompaundacijom

►► *Serijski generator* rijetko se susreće, za razliku od serijskog motora. Otpor uzbuđnog kruga čini ovdje ukupni otpor armature, uzbuđnog namota i vanjskog tereta:

$$R = R_a + R_m + R_v. \quad (3)$$

Umjesto pravca samouzbude može se u karakteristiku praznog hoda $E = f(I_m)$ ucrtati krivulja s ordinatama $I_m R$ (što je isto kao $I R$) i s apscisama $I - \Delta I_{zas}$. Sjecište te krivulje s karakteristikom praznog hoda za određenu brzinu vrtnje pokazuje kojom će strujom I generator raditi (sl. 14.18). Napon na stezaljkama pri tome će biti:

$$U = I R_v. \quad (4)$$



Sl. 14.18. Karakteristika generatora sa serijskom uzbuđom

Takav oblik generatorskog rada nastupa kad se serijski motori vučnog vozila prepoje s mreže na otpornike (uz zamjenu priključaka uzbude) zbog *generatorskog kočenja*.

14.9. Karakteristike istosmjernog motora

▶▶▶ Kod istosmjernog motora konstantan je parametar obično mrežni napon, a ne brzina vrtnje. Motor priključujemo na mrežu konstantnog napona, pa se pitamo kako njegova brzina vrtnje ovisi o struji opterećenja ako ne diramo uzbudni krug. Tu ovisnost $n = f(I)$ nazivamo *karakteristikom brzine vrtnje*.

Brzinu vrtnje i inducirani napon povezuje izraz:

$$E = k_E \Phi n, \quad (1)$$

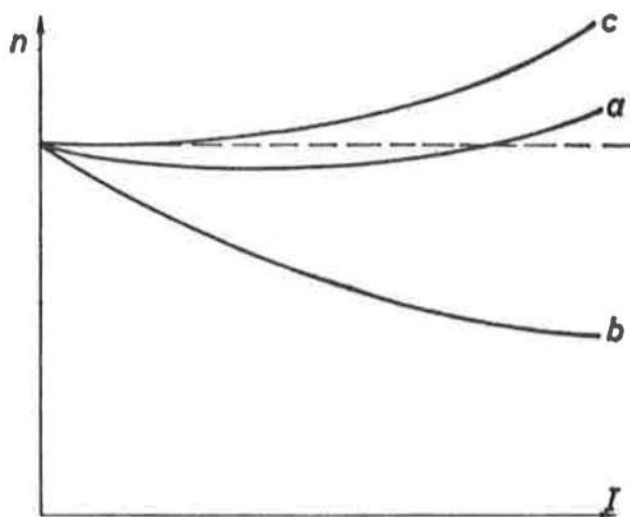
a inducirani se napon mijenja — uz konstantan mrežni napon — sa strujom opterećenja:

$$E = U - I R_a - 2. \quad (2)$$

Iz te dvije relacije izlazi:

$$n = \frac{U - I R_a - 2}{k_E \Phi}, \quad (3)$$

pri čemu tok Φ nije konstantan, nego se zbog reakcije armature nešto smanjuje s opterećenjem, ako je motor s porednom uzbudom, a ako je on sa serijskom uzbudom ili s kompaundnom uzbudom onda je tok Φ veoma promjenljiv sa strujom opterećenja.



Sl. 14.19. Karakteristika brzine vrtnje istosmjernog motora a) s porednom uzbudom, b) s kompaundacijom, c) s protukompaundacijom

Karakteristika brzine vrtnje *porednoga istosmjernog motora* pokazuje u početku, pri manjim opterećenjima, *pad brzine vrtnje*. Inducirani napon u brojniku izraza za brzinu vrtnje smanjuje se s porastom struje opterećenja. Tok Φ se zbog reakcije armature smanjuje znatnije tek kod većih struja. Pri tome smanjenje toka premašuje smanjenje induciraniog napona, i brzina vrtnje počne pri daljnjem povećanju opterećenja opet rasti (sl. 14.19, krivulja a). Takvo ponašanje pri kojem se uz povećano opterećenje povećava brzina vrtnje nazivamo *nestabilnim ponašanjem*.

Kompaundirani motor povećava tok Φ kad ga opterećujemo. S povećanjem toka Φ smanjuje se brzina vrtnje (sl. 14.19.b).

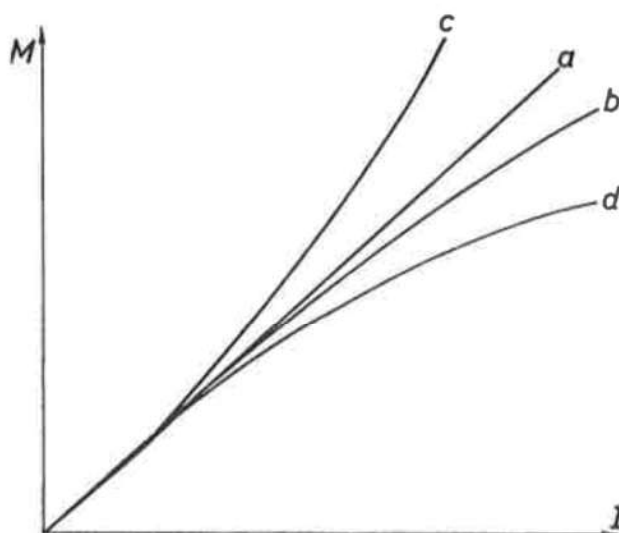
Protukompaundacijom se tok Φ kod opterećenja smanjuje (sl. 14.19.c), pa brzina vrtnje motora raste. Motor dobiva vrlo nestabilnu karakteristiku.

►► Kao što karakteristiku motora kojem brzina vrtnje pada s opterećenjem nazivamo *stabilnom*, tako *stabilnom* nazivamo i karakteristiku generatora kojemu napon pada s opterećenjem. Očito je da spoj kompaundacije prema sl. 14.11.b, a to je protukompaundacija pri generatorskom radu i kompaundacija pri motorskom radu, daje stabilnu karakteristiku i za generatorski i za motorski rad.

Moment porednog motora ovisi o toku Φ i o struji opterećenja:

$$M = k_M \Phi I. \quad (4)$$

Kad ne bi bilo reakcije armature, tok Φ bi bio konstantan, pa bi moment ovisno o struji opterećenja na slici 14.20. bio prikazan pravcem a). Reakcija armature smanjuje tok Φ , pa karakteristika izgleda ovako kako je prikazano na slici krivuljom b).



Sl. 14.20 Karakteristika momenta istosmjernog motora: a) uz konstantan tok, b) uz konstantnu uzбудu, c) s kompaundacijom, d) s protukompaundacijom

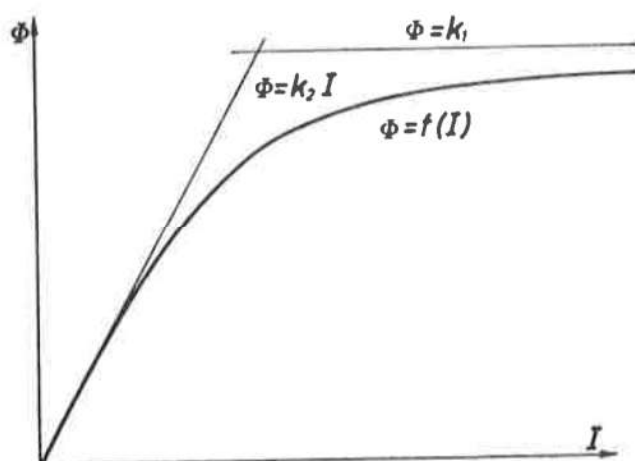
Opterećivanjem motora s kompaundacijom povećava se tok Φ , pa dobivamo znatno više vrijednosti momenta, kao što je to na slici predloženo krivuljom c). Protukompaundacija, naprotiv, slabi tok, pa dobivamo vrijednosti momenta prema krivulji d).

►►► Tok Φ serijskog motora mijenja se sa strujom opterećenja prema karakteristici magnetskog kruga $\Phi = f(I)$ (sl. 14.21). Nadomjestimo tu krivulju s dva pravca — u donjem dijelu tangentom na početni dio krivulje oko $I = 0$, a u gornjem, zasićenom dijelu horizontalnim pravcem koji se sastaje s krivuljom kod najveće vrijednosti uzbudne struje I što je očekujemo. Takva se aproksimacija može za početni dio iskazati izrazom:

$$\Phi = k_2 I,$$

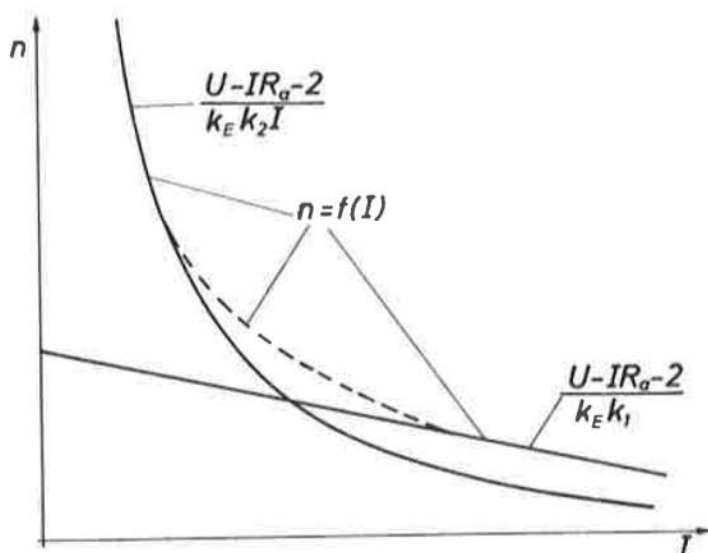
a za zasićeni dio izrazom:

$$\Phi = k_1.$$



Sl. 14.21. Aproksimacija magnetske karakteristike u donjem i gornjem dijelu

Rasterećeni stroj nema uzbude i tok Φ bi bio 0 kad ne bi bilo toka remanencije. No taj tok je toliko malen da bi — prema (3) — brzina vrtnje bila vrlo visoka, pa govorimo o *pobjegu* serijskog motora pri rasterećenju, što je opasno po stroj, i ne smije se dogoditi. Serijski motor ne smije ostati bez opterećenja, a ako se to može ipak dogoditi, treba predvidjeti zaštitu od previsoke brzine vrtnje, npr. centrifugalnom sklopkom za trenutno izbacivanje iz mreže.



Sl. 14.22. Karakteristika brzine vrtnje istosmjernog motora sa serijskom uzбудom

Kad opterećenje raste, brzina vrtnje se smanjuje približno po zakonu:

$$n = E / k_E k_2 I = \frac{U - I R_a - 2}{k_E k_2 I} \quad (5)$$

i ona u nastavku teži pravcu:

$$n = \frac{U - I R_a - 2}{k_E k_1} \quad (6)$$

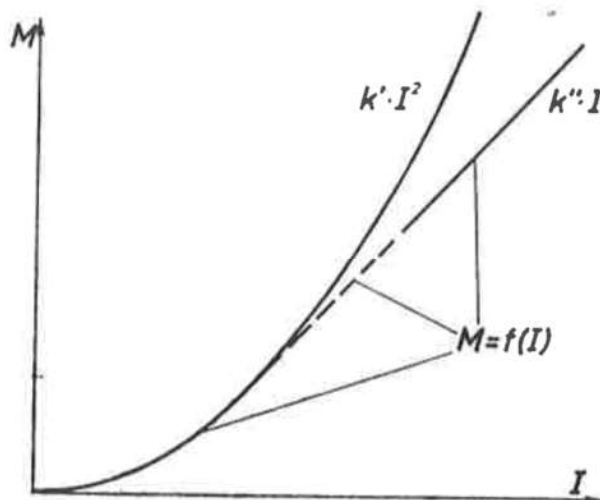
►► Karakteristika momenta daje se u donjem dijelu prikazati ovako:

$$M = k_M k_2 I^2 = k' I^2, \quad (7)$$

a u gornjem dijelu:

$$M = k_M k_1 I = k'' I. \quad (8)$$

Donji i gornji dio krivulje treba povezati u kontinuiranu krivulju prema slici 14.23.



Sl. 14.23. Karakteristika momenta istosmjernog motora sa serijskom uzбудom

14.10. Regulacija napona i brzine vrtnje

►►► Napon istosmjernog generatora koji je priključen na vlastite potrošače, a ne na mrežu krutog napona regulira se *podešavanjem uzbudne struje*. Pri tome pretpostavljamo da pogonski stroj održava brzinu vrtnje generatora konstantnom. S povećanjem uzbudne struje podiže se inducirani napon prema karakteristici praznog hoda, a time i napon na stezaljkama U . Regulacija je mnogo finija kod nezavisne uzbuđene nego kod samouzbude, gdje otporom u uzбудnom krugu mijenjamo nagib pravca samouzbude.

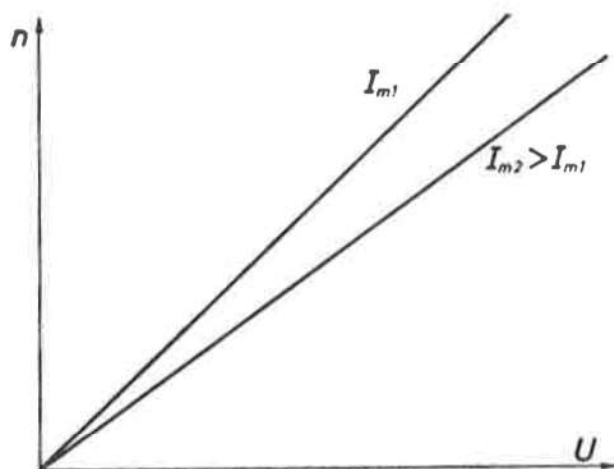
Brzinu vrtnje istosmjernog motora reguliramo na dva načina — *promjenom visine napona priključenoga na armaturu motora ili promjenom uzbudne struje* koja određuje visinu toka Φ . Tu je riječ o *regulaciji naponom armature* i o *regulaciji uzбудom* (često skraćeno o *regulaciji naponom* i *regulaciji poljem*). Kod neopterećenog motora inducirani napon jednak je mrežnom naponu, pa vrijedi:

$$n = E/k_E \Phi \approx U/k_E \Phi. \quad (1)$$

Ta brzina vrtnje neopterećenog stroja mijenjat će se pri opterećenju onako kako to pokazuju karakteristike brzine vrtnje za određeni napon i određenu uzбудu.

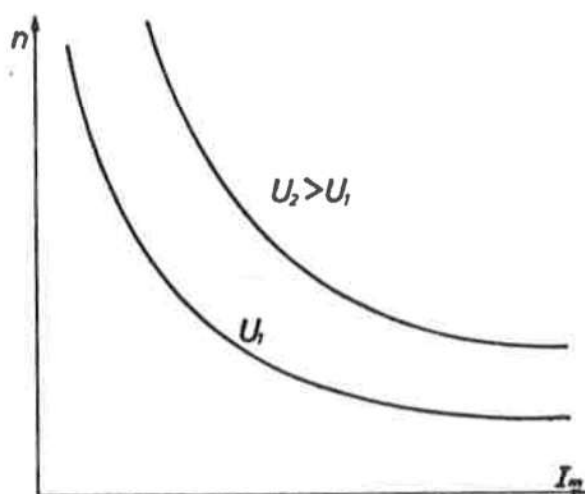
Kad bismo promijenili napon na koji je motor, zajedno sa svojom uzбудom, priključen, promijenio bi se u istom smislu i napon U i tok Φ , pa bi efekt takve regulacije bio vrlo slab. U regulaciji naponom armature treba se pobrinuti da se *uzbuda priključi odvojeno na napon koji se ne mijenja*. Pri tome će se *brzina vrtnje*

mijenjati proporcionalno naponu (sl. 14.24). Kod drukčije uzbude pravac brzine vrtnje imat će drukčiji nagib. Ako npr. uzbudnu struju povećamo, brzine će kod pojedinih vrijednosti napona U biti niže.



Sl. 14.24. Regulacija brzine vrtnje istosmjernog motora naponom armature uz konstantnu uzbudu

Stalni napon na stezaljkama armature, uz regulaciju uzbudne struje, daje karakteristike prema slici 14.25. Povećanje uzbudne struje povećava tok Φ , pa se brzina vrtnje smanjuje. Pri većem naponu armature U brzina vrtnje će za svaku vrijednost uzbudne struje biti veća.



Sl. 14.25. Regulacija brzine vrtnje istosmjernog motora uzbuđnom strujom uz konstantan napon armature

Obično se brzina vrtnje regulira tako da se uz punu uzbudnu struju (maksimalan tok Φ) poviše napon i time povećava brzina dok ne dosegne puni napon za koji je armatura predviđena. Tada smanjujemo uzbudnu struju i tako dalje povišujemo brzinu vrtnje do punog iznosa. Uzbuda mora pri tome biti još uvijek toliko velika da stroj može razviti potrebni moment.

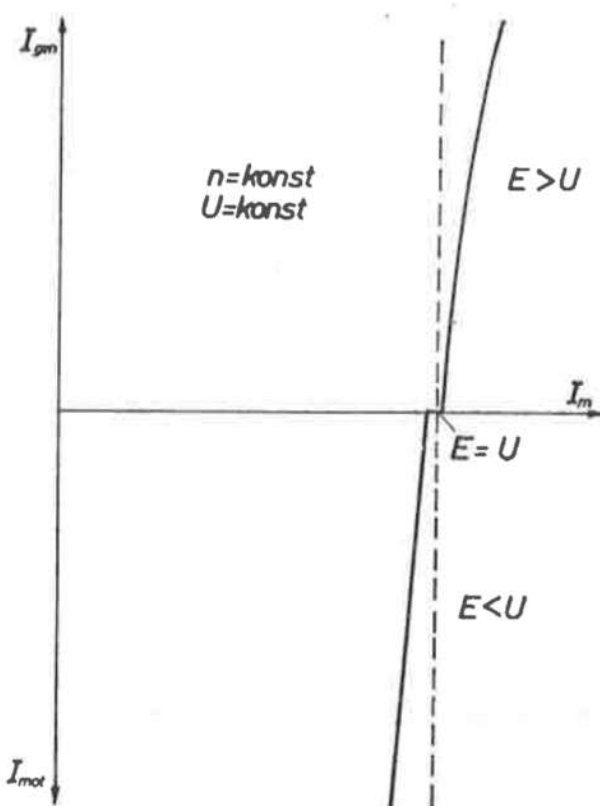
Poseban je slučaj kad je stroj priključen na mrežu istosmjernog napona, za koji pretpostavimo da je stalan (kruta mreža), a stroj može raditi ili kao generator ili kao motor, i to, pretpostavimo, uvijek stalnom brzinom $n = \text{konst.}$

Povećamo li uzbudnu struju I_m , inducirani će napon porasti, i iz stroja će u mrežu poteći struja. Protumoment koji se zbog toga stvara treba svladati pogonskim

momentom, jer inače brzina vrtnje neće ostati konstantna. Povećanjem uzbude stroj je prešao u generatorski rad, uz uvjet da je brzina vrtnje održana konstantnom.

Obratno, smanjimo li uzbudnu struju I_m , inducirani će se napon smanjiti, pa će struja poteći iz mreže u stroj. Stroj razvija moment koji bi ga ubrzao kad na osovini ne bi djelovao protumoment tereta koji brzinu vrtnje održava konstantnom. Smanjenjem uzbude stroj je prešao u motorski rad, i opet uz uvjet da brzinu vrtnje održavamo konstantnom.

Takve pogonske slučajeve prikazuju *karakteristike regulacije*, koje se odnose na generatorski i na motorski rad stroja priključenoga na krutu mrežu napona U , pri konstantnoj brzini vrtnje n . Pitanje je *kako podesiti uzbudu generatora na krutoj mreži napona U , uz konstantnu brzinu vrtnje n , da bi generator slao u mrežu određenu struju opterećenja I* . Ili, *kako podesiti uzbudnu struju motora na krutoj mreži napona U , koji je opterećen tako da uzima struju I , da bi brzina vrtnje n ostala ista kao kod neopterećenog motora*. Karakteristika regulacije može biti različita, prema veličini reakcije armature i prema eventualnoj kompaundaciji. Na slici 14.26. predložena je tzv.



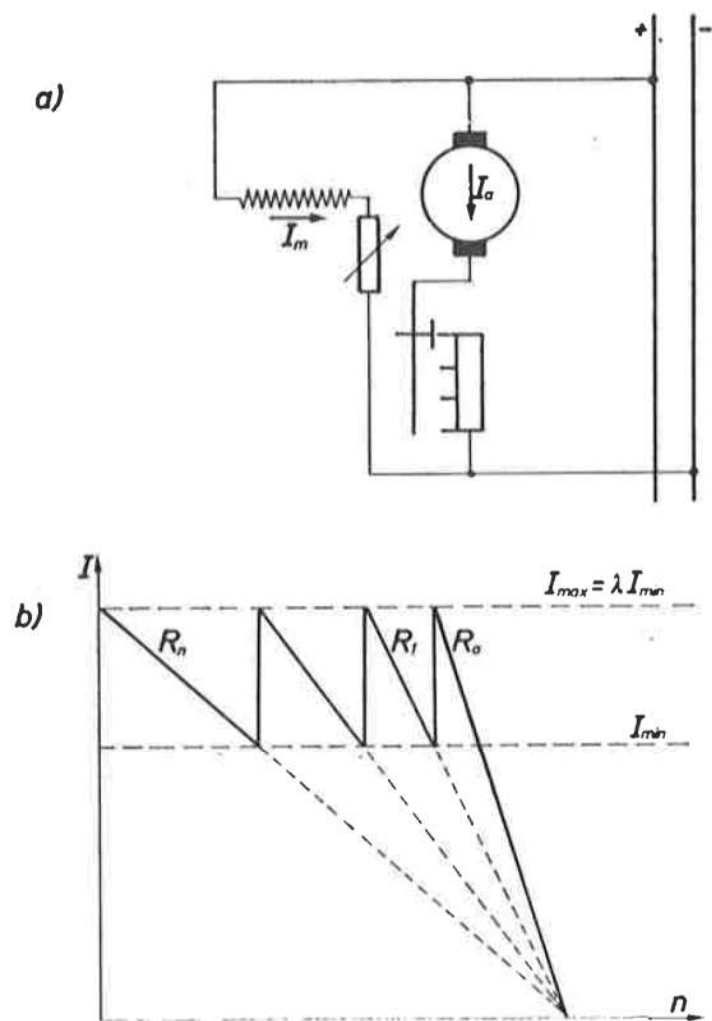
Sl. 14.26. Karakteristika regulacije $I = f(I_m)$ istosmjernog stroja s porednom uzbudom

stabilna karakteristika. Pri opterećenju bi napon generatora pao, pa treba povisiti uzbudu da napon ostane kao što je bio; opterećeni motor smanjio bi brzinu, pa uzbudu valja smanjiti da se brzina vrtnje zadrži na prvobitnoj vrijednosti.

14.11. Pokretanje motora

►►► Istosmjerni motor priključujemo na mrežu napona U dok još miruje i nema induciranog napona koji bi držao ravnotežu mrežnom naponu. U prvom tre-

nutku cijeli bi napon U djelovao na vrlo mali otpor armature R_a , što bi izazvalo vrlo velik udarac struje. Ta bi struja štetno djelovala na motor, ponajprije na četkice i kolektor, a i na cijelo postrojenje, pa je treba ograničiti na vrijednost koja neće ugroziti stroj. Radi toga u seriju s armaturom dodajemo *pokretač* ili *uputnik* (sl. 14.27.a), otpornik s nekoliko stupnjeva koji se mogu jedan po jedan isključivati



Sl. 14.27. Pokretanje istosmjernog motora: a) shema spoja, b) struja u ovisnosti o brzini vrtnje

iz strujnog kruga ručkom sa sistemom kontakata. Ukupni otpor R_n je takav da će struja dosegnuti *maksimalnu vrijednost* koju dopuštamo I_{max} :



$$U/R_n = I_{max}. \quad (1)$$

Kad brzina vrtnje naraste toliko da struja padne na *minimalnu vrijednost* koja nam je potrebna da bi stroj razvijao dovoljan moment pri zaletu, I_{min} :

$$\frac{U - E}{R_n} = I_{min} \quad (2)$$

smanjit ćemo otpor preklapanjem na slijedeći stupanj (sl. 14.27.b):

$$\frac{U - E}{R_{n-1}} = I_{max}.$$

Uz odnos maksimalne vrijednosti struje prema minimalnoj:

$$\lambda = I_{max}/I_{min} \quad (3)$$

vrijedi očito:

$$\lambda = R_n/R_{n-1} = \dots = R_2/R_1 = R_1/R_a \quad (4)$$

$$R_n/R_a = \lambda^n. \quad (5)$$

Otpori R_a i $R_n = U/I_{max}$ određeni su, pa se daje izračunati ukupni broj stupnjeva n i ukupni otpor za svaki stupanj:

$$R_1 = \lambda R_a \quad (6)$$

$$R_2 = \lambda^2 R_a$$

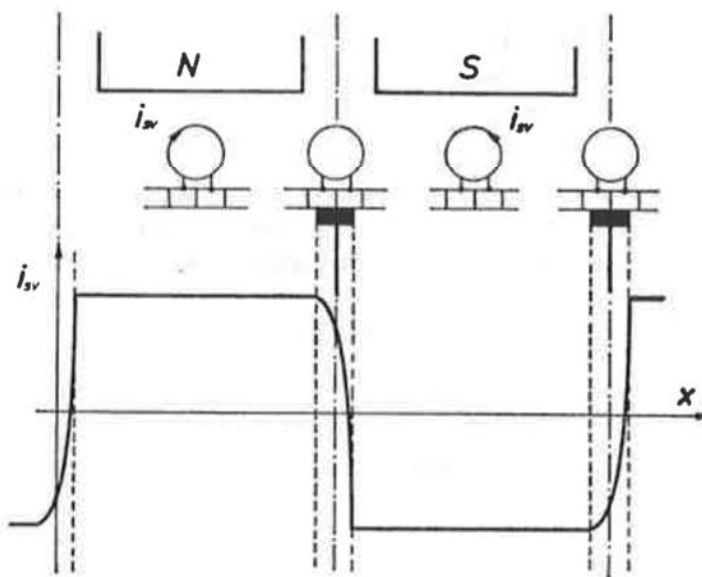
.....

$$R_n = \lambda^n R_a.$$

Motor pokrećemo uz *maksimalnu uzbudu* radi postizanja većeg momenta pri zaletu. Na kraju, kad je pokretač već premošten, brzina se vrtnje poveća do punog iznosa smanjivanjem uzbude.

14.12. Komutacija

►► Smjer struje u vodičima ispod N-pola suprotan je smjeru struje u vodičima ispod S-pola (sl. 14.28.) Svaki pojedini svitak, kad prolazi područje oko simetrale između susjednih polova, *neutralnu zonu*, prelazi iz jedne grane namota u drugu, pri čemu se mora *promijeniti smjer struje u svitku*. Upravo za vrijeme tog prolaska

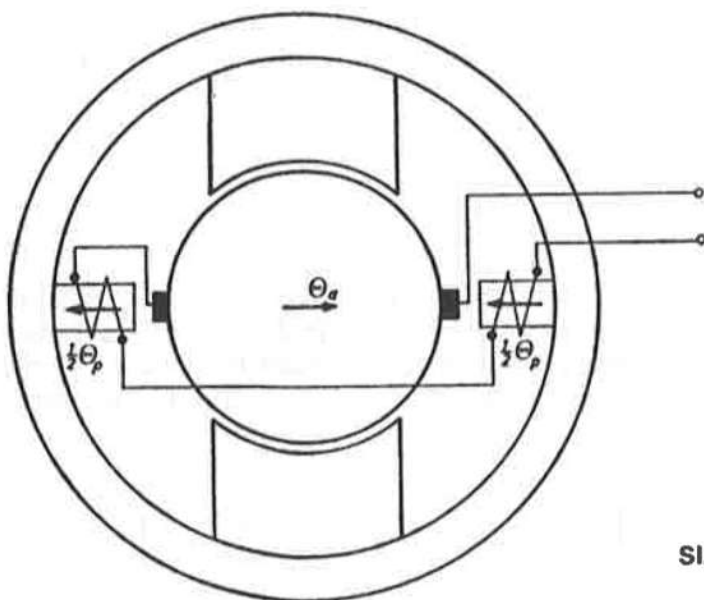


Sl. 14.28. Struja u svitku armature istosmjernog stroja u ovisnosti o njegovu položaju prema satoru

kroz neutralnu zonu granica između dviju susjednih lamela kolektora na koje su spojeni krajevi svitka nalazi se ispod četkice. Četkica kratko spaja svitak u kojem se tog trenutka mijenja smjer struje, koji, kako kažemo, *komutira*, i upravo u to kratko vrijeme dok je svitak kratko spojen četkicom mora struja u njemu promijeniti smjer. Kad svitak napusti četkicu, on je već uključen u drugu paralelnu granu namota, i struja u njemu mora teći u suprotnom smjeru.

Rasipne silnice ulančene s pojedinim svitkom određuju njegov rasipni *samoinduktivitet*. Prilikom promjene struje stvara se u svitku napon samoindukcije koji se toj promjeni protivi. Struja bi htjela zadržati isti smjer i veličinu, pa umjesto jednolikog prijelaza od struje grane jednog smjera na struju grane suprotnog smjera, prijelaz teče u početku usporeno, a pri kraju, prisiljen naglim povećanjem prijelaznog otpora pod lamelom koja napušta četkicu, teče vrlo strmo. Ta strma promjena struje na odlaznom rubu četkice dovodi do iskrenja koje oštećuje i četkicu i kolektor. Riječ je o *lošoj komutaciji*.

Što je stroj veći, to su veći i naponi samoindukcije pri komutaciji, pa je teže postići dobru komutaciju, bez iskrenja. Poboljšanje komutacije postiže se *pomoćnim polovima* koji se većim strojevima ugrađuju između glavnih polova, u neutralnoj zoni (sl. 14.29). Zadaća je pomoćnih polova da u neutralnoj zoni stvore ko



Sl. 14.29. Smještaj i spoj pomoćnih polova

polje, polje indukcije tolikog iznosa da se u svitku koji komutira inducira napon rotacije jednakog iznosa, a smjera suprotnoga naponu samoindukcije, i da tako *poništi djelovanje samoinduktiviteta*. Veličina napona samoindukcije ovisi o veličini struje koja se mijenja i o brzini kojom se mijenja, pa je taj napon proporcionalan struji opterećenja i brzini vrtnje:

$$e_L = k' I n. \quad (1)$$

Napon koji se inducira u komutacijskom polju proporcionalan je indukciji B_p ispod pomoćnog pola i brzini vrtnje:

$$e_p = k'' B_p n. \quad (2)$$

Ta dva napona moraju biti u ravnoteži:

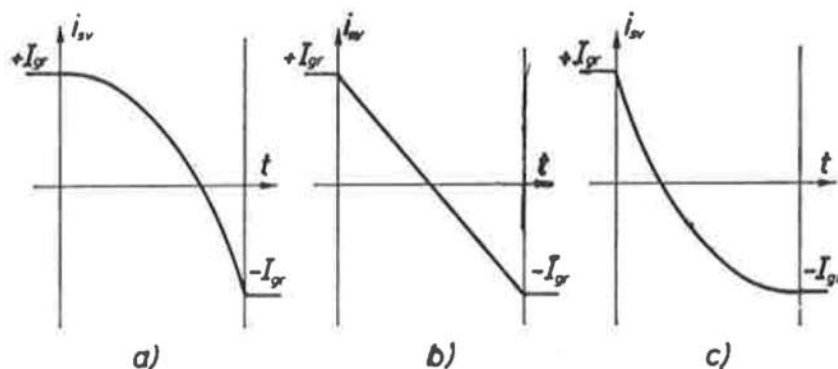
$$e_L = e_p, \quad (3)$$

pa odatle izlazi:

$$B_p = k I. \quad (4)$$

tj. bez obzira na brzinu vrtnje indukcija ispod pomoćnog pola mora biti *proporcionalna struji opterećenja*. To se postiže tako da se pomoćni polovi uzbuđuju s nekoliko zavoja spojenih u seriju s armaturom, pa je uzbuda pomoćnih polova određena strujom armature. Prilično velik zračni raspor ispod pomoćnog pola smanjuje utjecaj željeza, pa indukcija B_p približno linearno raste sa strujom I , kao što nam je i potrebno.

Promjena struje u svitku koji komutira prikazana je, u prvom približenju, na slici 14.30. U stvarnosti je ta slika mnogo nepravilnija. Kada pomoćnih polova nema, ili je njihovo djelovanje preslabo, struja se mijenja približno prema slici 14.30.a.



Sl. 14.30. Struja u svitku za vrijeme komutacije: a) potkomutacija, b) linearna komutacija, c) natkomutacija

Takav slučaj nazivamo *potkomutacijom*. Idealan primjer tzv. *linearne komutacije* sadrži slika 14.30b. Prejako djelovanje pomoćnih polova koje nazivamo *natkomutacijom* prikazano je na slici 14.30.c.

Zadaća je pomoćnog pola da potpomogne promjenu smjera struje. To znači da napon koji se inducira pod pomoćnim polom mora uvijek djelovati suprotno naponu izvora koji struju tjera. Kod generatora struju tjera napon induciran pod glavnim polom. Zato polaritet pomoćnog pola *generatora* koji slijedi u smjeru vrtnje mora biti *suprotan* polaritetu glavnog pola:

$$N - S_p - S - N_p -$$

Obratno vrijedi za *motor*. Tamo struju tjera vanjski izvor, smjera suprotnoga induciranom naponu pod glavnim polovima. Zato valja pomoći djelovanje glavnih polova da bismo struju obrnuli. Iza glavnog pola u smjeru vrtnje slijedi, dakle, pomoćni pol *istog* polariteta:

$$N - N_p - S - S_p -$$

Izgleda kao da bismo prilikom prijelaza iz generatorskoga u motorski rad, ili obratno, morali pomoćne polove prespajati, da bismo im promijenili polaritet. No budući da ih uzbuđuje struja armature, koja mijenja smjer kad prelazimo iz jednog režima rada u drugi, promjena polariteta pomoćnih polova zbiva se sama po sebi, bez ikakva prespajanja.

14.13. Daljnji razvoj

►► Istosmjerni je motor nenadmašiv kad se zahtijeva pogon u širokim granicama brzine vrtnje, uz finu regulaciju. Unatoč nešto kompliciranijoj izvedbi, neprilikama s izradom i održavanjem kolektora i četkica, istosmjerni stroj u mnogim primjenama ne samo što nije izgubio svoje mjesto već često vraća izgubljene i stječe nove pozicije u upotrebi.

Jedan od bitnih razloga koji su tome pridonijeli je činjenica da danas možemo na svakom mjestu iz trofazne razvodne mreže dobiti istosmjernu struju pomoću pouzdanih i ne odviše skupih ispravljača. Tiristorsko upravljanje omogućuje i regulaciju ispravljenog napona, što znači regulaciju brzine vrtnje istosmjernog motora na jednostavan način.

To, dakako, donosi i probleme zbog *utjecaja valovitosti napona i struja na zagrijavanje i gubitke strojeva*, i to ne samo onih koji su napajani preko tiristora već i onih koji su samo priključeni na mrežu »onečišćenu« višim harmoničkim članovima napona i struja, što su ih uzrokovala velika trošila napajana preko tiristora. Tu je potrebno još mnogo istraživanja.

Sve veće mogućnosti upravljanja procesima, povećanja brzine rada i iskorištenja postrojenja dovode do sve većih problema s *komutacijom*, pogotovu ako su naponi i struje još i veoma valoviti. Proučavanje komutacije i teškoća koje se tu pojavljuju, te njihovo svladavanje, osobito u teškim pogonima, jedno je od područja daljnjeg rada na istosmjernim strojevima.

Potreba za vrlo velikim istosmjernim strojevima, kojima se može vrlo precizno upravljati, zahtijeva daljnji studij i rad na *povećanju granične snage* istosmjernog stroja, pri čemu je uz brojne mehaničke, tehnološke i konstrukcijske probleme i opet jedno od središnjih pitanja komutacija.

14. Zadaci



1. Istosmjerni stroj građen za napon od 110 V treba premotati tako da uz isti magnetski tok i istu brzinu vrtnje daje 220 V. Kolik će biti: a) novi broj zavoja po svitku; b) novi presjek vodiča (ako se uzme da je potreban jednak prostor za izolaciju); c) nova struja; d) nova snaga stroja, ako se stare vrijednosti označe sa 100%?

[a) 200%; b) 50%; c) 50%; d) 100%]

2. Kako se mijenja napon neopterećenoga nezavisno uzbuđenog istosmjernog generatora ako mu povećamo uzbudnu struju 20%, a brzinu vrtnje držimo konstantnom?

[Poraste manje od 20%.]

3. Kako se mijenja napon neopterećenoga nezavisno uzbuđenog istosmjernog generatora ako mu povećamo brzinu vrtnje 25%, a uzbudnu struju držimo konstantnom?
[Poraste 25%.]
4. Istosmjerni generator vrti se brzinom od 1 200 r min⁻¹ i uzbuđen je na 240 V: a) nezavisno; b) poredno. Ako brzinu vrtnje povisimo na 1 500 r min⁻¹, kolik će biti napon u primjeru a)? Hoće li biti isto tolik i u primjeru b)?
[a) 300 V; b) veći]
5. Istosmjernom nezavisno uzbuđenom motoru koji se na mreži napona od 400 V vrti brzinom od 1 000 r min⁻¹ treba povećati brzinu vrtnje na 1 300 r min⁻¹ ne dirajući uzбудu. Kolik je napon potreban?
[520 V]
6. Poredni istosmjerni motor priključen je na mrežu i vrti se brzinom n . U uzbudnom krugu nalazi se otpornik za regulaciju. Treba li njegov otpor povećati ili smanjiti da bismo povećali brzinu vrtnje motora?
[Povećati]
7. Istosmjerni nezavisno uzbuđeni motor za 110 V, 2 000 W, ima otpor armature 0,2 oma. Kolika struja teče namotom armature: a) ako se motor vrti brzinom pri kojoj se inducira napon od 106 V; b) u trenutku direktnog priključka mirnog motora na mrežu od 110 V? Koliko treba dodati otpora u seriju s namotom armature motora da struja u trenutku priključka motora na mrežu od 110 V ne bude veća od 20 A?
[a) 10 A; b) 540 A; 5,20 oma]
8. Kako reagira napon porednoga istosmjernog generatora: a) s jakom kompaundacijom; b) s protukompaundacijom, ako ga iz praznog hoda opteretimo?
[a) Poraste; b) smanji se]
9. Kako reagira brzina vrtnje porednoga istosmjernog motora: a) s kompaundacijom; b) s protukompaundacijom na porast opterećenja na osovini?
[a) Smanji se; b) poraste]
-
10. Što će se dogoditi sa smjerom vrtnje: a) porednoga, b) serijskog istosmjernog motora, ako mreža na koju je motor priključen promijeni polaritet?
[a) Ostaje isti; b) ostaje isti]
11. Da li su teškoće pri komutaciji struje istosmjernog stroja veće ili manje kad se brzina vrtnje poveća uz jednako veliku struju opterećenja? Zašto?
[Veće, zbog većeg napona samoindukcije]
12. Istosmjerni generator s porednom uzbuđom bez opterećenja ima na stezaljka-ma napon od 220 V. Pri punom opterećenju napon padne na 202 V. Račun pokazuje da su padovi napona u otporu armature i na četkicama svega 6 V. Odakle razlika?
[Reakcija armature i smanjena struja uzbuđe]
13. Istosmjerni poredni motor priključen je na konstantni napon i vrti se sa 1 200 r min⁻¹. Kojom bi se brzinom n_1 vrtio kad bismo uzbudnu struju povećali 25%, a magnetska bi karakteristika bila približno linearna? Uzevši u obzir zasićenje, hoće li stvarna brzina vrtnje n biti veća ili manja od n_1 ?
[960 r min⁻¹; $n > 960$ r min⁻¹]

14. Radi povećanja brzine vrtnje porednoga istosmjernog motora napon na koji je motor priključen povećan je 20%. Hoće li brzina vrtnje više porasti: a) ako je uzбудni namot napajan s istih stezaljki kao motor; b) ako je uzbudni namot napajan nezavisno, konstantnom strujom?
[$n_b > n_a$]
15. Istosmjerni motor s porednom uzбудom priključen na napon od 110 V vrti se brzinom od 1 000 r min⁻¹. Kojom će se brzinom vrtjeti motor uz pretpostavku da mu je željezo nezasićeno, ako: a) armaturu priključimo na drugi izvor napona od 90 V, a uzbuđa ostane na 110 V, b) uzbuđu priključimo na 90 V, a armatura ostane na 110 V, c) i armaturu i uzbuđu priključimo na 90 V?
[a) 818 r min⁻¹; b) 1 222 r min⁻¹; c) 1 000 r min⁻¹]
16. Serijski motor na mreži od 220 V vrti se brzinom od 700 r min⁻¹ kad je opterećen toliko da uzima struju od 20 A. Motor je nezasićen, otpor svih u seriju spojenih namota je 0,5 oma, pad napona na svakoj četkici je 1 V. Kolika će biti brzina vrtnje kad motor bude opterećen toliko da uzima struju od 10 A?
[1 434 r min⁻¹]
17. Što će se dogoditi s naponom istosmjernog generatora ako mu bez ikakvih drugih zahvata promijenimo smjer vrtnje, i to u slučaju: a) nezavisne uzbuđe; b) samouzbude?
[a) Promijeni se polaritet; b) napon se sruši]
18. Poredni istosmjerni motor na mreži od 220 V vrti se, neopterećen, brzinom od 1 200 r min⁻¹. Pri opterećenju uzima struju od 100 A i vrti se brzinom od 1 040 r min⁻¹. Kolik je otpor armature motora? Pad napona na četkicama je 2 V, a reakciju armature treba zanemariti.
[0,273 oma]
19. Istosmjerni stroj s nezavisnom uzбудom priključen je na mrežu od 220 V i u praznom hodu vrti se brzinom od 1 460 r min⁻¹. Otpor armature je 1,4 oma, pad napona na četkicama 2 V, a utjecaj reakcije armature na tok je zanemariv. a) Kojom brzinom treba potjerati stroj da bi u mrežu slao struju od 10 A? b) Ako ga opteretimo kao motor tako da uzima iz mreže struju od 10 A, kojom će se brzinom vrtjeti?
[a) 1 566 r min⁻¹; b) 1 354 r min⁻¹]
20. Istosmjerni generator ima uzbudni namot otpora od 120 oma. Uzbuđen iz akumulatora napona od 110 V i tjeran brzinom vrtnje od 1 200 r min⁻¹ daje na stezaljkama napon od 125 V. Ako umjesto strane uzbuđe iz akumulatora prijedemo na samouzbudu, hoće li napon porasti, pasti ili ostati nepromijenjen? Kolik bi morao biti otpor uzbudnog kruga da napon ostane isti?
[Porast će; 136,4 oma]

15. Mali motori

15.1. Upotreba

▶▶▶ Elektromotor se danas upotrebljava ne samo da bi čovjeka oslobodio teškoga fizičkog rada već da bi ga zamijenio tamo gdje su potrebni manji naponi ili čak samo briga oko održavanja određenog redoslijeda operacija. U automatiziranim uređajima i postrojenjima i takve funkcije preuzima elektromotor. Pretvorba energije pri tome dolazi u pozadinu, a prvenstvenu važnost dobiva upravljivost brzina i pomaka, mogućnost davanja, prenošenja i primanja podataka i naloga.

Namjena takvih električnih strojeva bitno je različita od namjene elektromotora kao pretvarača električne u mehaničku energiju, ali se njihov rad temelji na istim osnovama. Zato je uobičajeno da se i takvi strojevi proučavaju u okviru električnih rotacionih strojeva, to više što nije rijetko da svoju funkciju u upravljanju automatiziranim procesom obavljaju uz istodobnu pretvorbu znatnije snage.

Osim pogona radnih strojeva elektromotor je proširio svoju primjenu i na pogon ručnih alata, kućanskih aparata, sprava široke potrošnje, uredskih i računskih strojeva i sl. Za motore u spravama široke potrošnje potrebna je mogućnost priključka bez posebne instalacije, bez trofaznog priključka, dakle na običnu rasvjetnu instalaciju ili na baterije, akumulator i sl. Koliko god ta grupa strojeva izgledala manje značajna, ona je veoma važna. Ona je osnova daljnjeg razvoja automatizacije i rasterećenja čovjeka u svakodnevnom životu, ali ona je i važna proizvodna grana. Proizvodnja malih električnih strojeva, ako tu računamo sve strojeve snage manje od 1 kW, procjenjuje se na više od 50% vrijednosti proizvodnje svih električnih strojeva, od najvećih do najmanjih.

15.2. Jednofazni motor

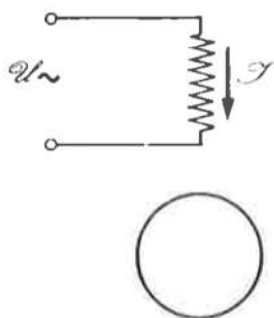
▶▶▶ Jednofazni motor obično je kavezni asinhroni motor, koji ima samo jedan namot na statoru te se priključuje na jednofazni izmjenični napon (sl. 15.1).

Jednofazni namot uzima iz mreže struju I . Ta struja u statorskom namotu stvara pulsirajuće protjecanje amplitude Θ_1 . To pulsirajuće protjecanje može se prikazati s dva okretna protjecanja suprotnih smjerova $\vec{\Theta}_d$ i $\vec{\Theta}_t$, svako s polovicom amplitude pulsirajućeg protjecanja:

$$\Theta_d = \Theta_t = \Theta_1/2. \quad (1)$$

Kad rotor stoji, njegovo je klizanje $s = 1$ i prema direktnom i prema inverznom okretnom protjecanju:

$$s_d = s_l = 1. \quad (2)$$



Sl. 15.1. Jednofazni motor

Zbog te potpune simetrije bit će potpuno simetrična ne samo oba okretna protjecanja koja proizvodi statorska struja θ_d i θ_l već i oba rezultatna okretna polja koja nastaju zbrajanjem okretnih polja statora i rotora, posebno za jedan i posebno za drugi smjer. Ta rezultatna okretna polja induciraju tad napone koji su jednaki, a zajedno daju ukupni napon statorskog namota, pa vrijedi:

$$U_d = U_l = U/2. \quad (3)$$

Umjesto rastavljanja *protjecanja* na okretna protjecanja možemo statorsku *struju* zamisliti rastavljenu na komponente I_d i I_l , od kojih svaka stvara svoje okretno protjecanje, a obje zajedno čine izmjeničnu struju statora I :

$$I_d = I_l = I/2. \quad (4)$$

Tada možemo nacrtati *strujni dijagram simetričnog motora*, s naponom po fazi $U/2$ i strujom po fazi $I/2$, uz klizanje $s = 1$ za direktno okretno polje θ_d i isto takav dijagram za inverzno okretno polje θ_l . Oba dijagrama (sl. 15.2.a) su jednaka. Prema tome i moment kod klizanja $s = 1$ potpuno je jednak za direktno i za inverzno okretno protjecanje:

$$M_d = M_l, \quad (5)$$

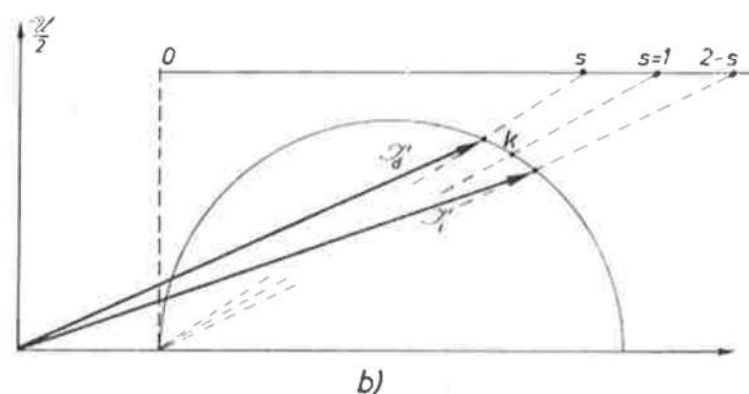
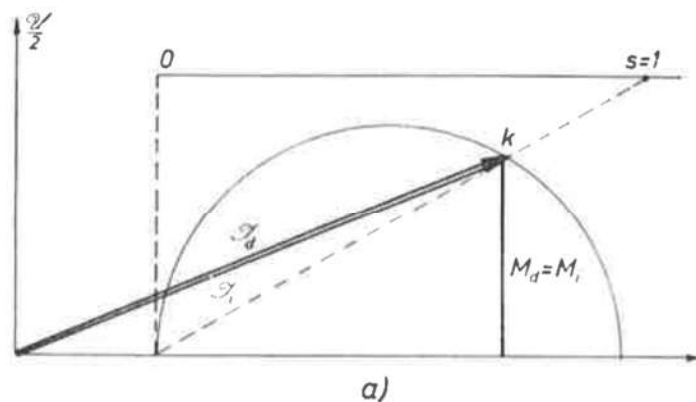
samo je — kao i okretna protjecanja — suprotnog smjera. Rezultira potezni moment:

$$M_k = M_d - M_l = 0, \quad (6)$$

a to znači da *jednofazni motor ne može sam krenuti iz mirovanja*.

Kad rotor zavrtimo — zahvatom izvana — u smjeru direktnoga okretnog polja brzinom vrtnje n , rotor će klizati prema tome okretnom polju klizanjem:

$$s_d = \frac{n_s - n}{n_s} = s. \quad (7)$$



Sl. 15.2. Kružni dijagram direktnog i inverznog sistema jednofaznog motora: a) sa zaustavljenim rotorom, b) pri klizanju s uz pretpostavku jednakih napona

Klizanje prema inverznome okretnom polju koje se vrti u suprotnom smjeru, bit će istodobno:

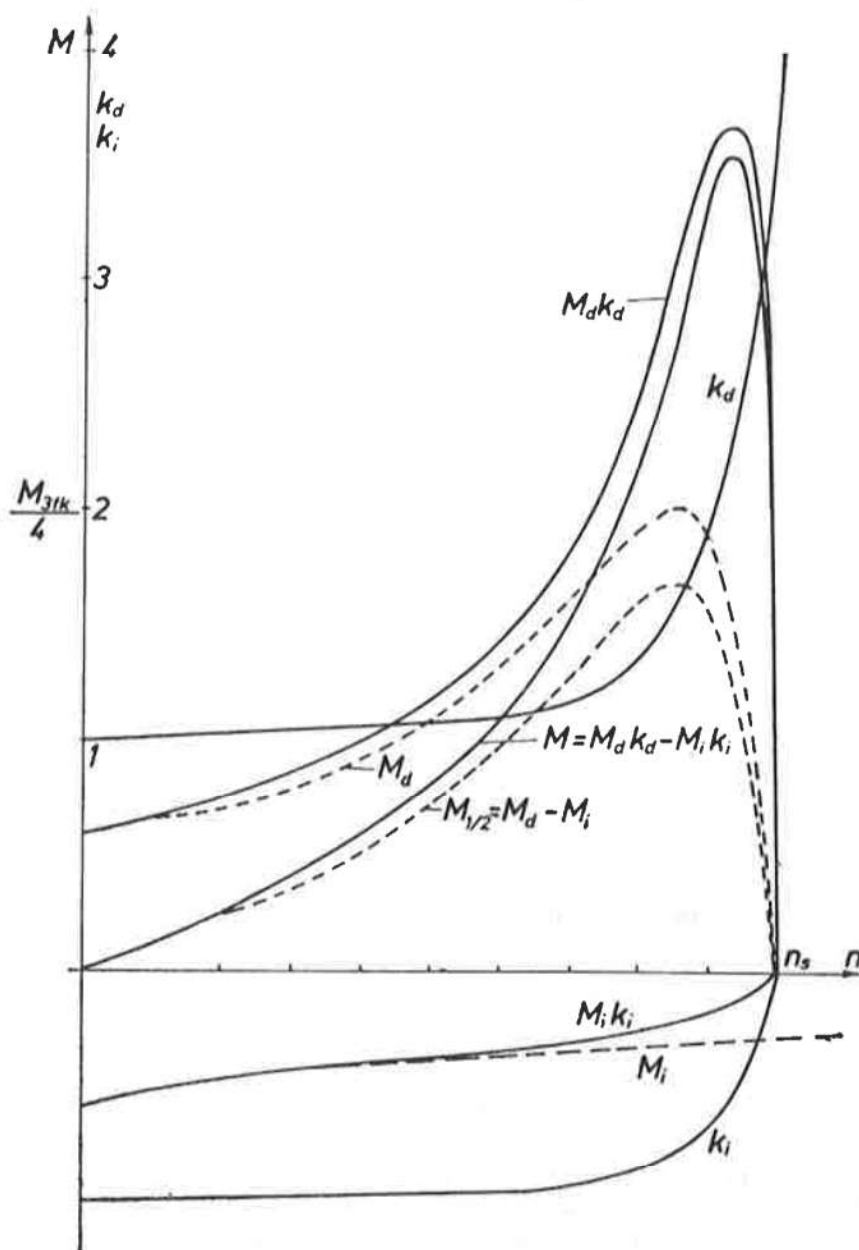
$$s_1 = \frac{-n_s - n}{-n_s} = \frac{n_s + n}{n_s} = 2 - s. \quad (8)$$

Impedancija rotora za direktni sistem d predočena je izrazom u kojemu je rotorski otpor R_2 prešao u fiktivni otpor R_2/s , dakle znatno se povećao. Za inverzni sistem i fiktivni je otpor $R_2/(2 - s)$, a to znači da je pao gotovo na polovicu. Kroz obje impedancije teče jednaka struja $I_d = I_i = I/2$, jer se pulsirajuće protjecanje sastoji od dva jednaka okretna protjecanja. Pri jednakim strujama pad napona u direktnoj impedanciji koja se povećala mora biti veći od pada napona u inverznoj impedanciji koja se smanjila. Dijagram na slici 15.2.b pokazuje da bi moment direktnog sistema uz jednaka oba dijela napona već bio veći od momenta inverznog sistema. Ako se tada još napon direktnog sistema poveća, a napon inverznog sistema smanji (a razvijeni moment mijenja se s naponom na kvadrat!), razlika između oba momenta bit će još veća, i motor će nastaviti vrtnju u smjeru u kojem smo ga potjerali.

► Kad bismo uzeli da su obje komponente napona jednake:

$$U_d = U_i = U/2,$$

mogli bismo nacrtati momentnu karakteristiku motora sa simetričnim okretnim protjecanjem polovice vrijednosti (što znači vrijednosti momenta četiri puta manje), i svuda odbiti vrijednost momenta za klizanje $2 - s$ od momenta za klizanje s . Tako bismo dobili ukupan moment M bez korekcije napona (sl. 15.3). Na slici je



Sl. 15.3. Karakteristika momenta jednofaznog motora uz korekciju zbog pre-raspodjele napona na oba sistema

crtkano unesen moment M_d i moment M_i te rezultatni moment M . Osim toga, unesene su punom linijom krivulje momenta M_d i M_i te rezultatnog momenta M kod kojih je uzeta u obzir prava raspodjela napona na direktni i inverzni sistem.

Uz ispunjene uvjete:

$$U_d + U_i = U \quad (9)$$

$$I_d = I_t = I/2 \quad (10)$$

i uz impedancije za direktni, odnosno inverzni sistem:

$$Z_d = Z(s) \quad (11)$$

$$Z_t = Z(2 - s), \quad (12)$$

dobivamo:

$$\frac{I}{2} Z_d + \frac{I}{2} Z_t = U \quad (13)$$

$$I = \frac{2U}{Z_d + Z_t}. \quad (14)$$

Naponi za direktni i za inverzni sistem iznose:

$$U_d = \frac{I}{2} Z_d = U \frac{Z_d}{Z_d + Z_t} \quad (15)$$

$$U_t = \frac{I}{2} Z_t = U \frac{Z_t}{Z_d + Z_t}. \quad (16)$$

Prema prvotno pretpostavljenom naponu $U/2$, vrijednosti napona su se promijenile u omjeru:

$$\frac{U_d}{U/2} = 2 \left| \frac{Z_d}{Z_d + Z_t} \right| \quad (17)$$

$$\frac{U_t}{U/2} = 2 \left| \frac{Z_t}{Z_d + Z_t} \right|. \quad (18)$$

Budući da moment ovisi o naponu na kvadrat, to vrijednosti koje smo dobili računajući s naponom $U/2$ treba množiti *korekcijskim faktorima* za M_d , odnosno za M_t :

$$k_d = (2 U_d/U)^2 > 1 \quad (19)$$

$$k_t = (2 U_t/U)^2 < 1, \quad (20)$$

tako da je ukupni moment:

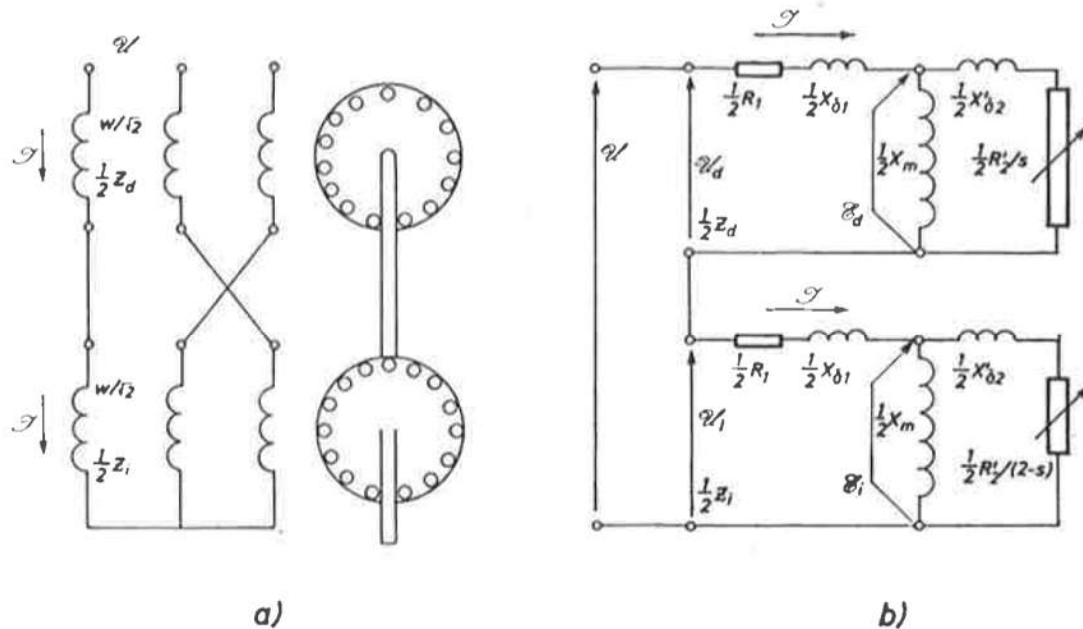
$$M = k_d M_d - k_t M_t. \quad (21)$$

Na slici 15.3. ucrtane su te *korigirane* vrijednosti momenta M_d i M_t te ukupnog momenta M punom crtom. Oko klizanja $s = 1$ odstupanja su neznatna, no upravo u radnom području, pri klizanju od nekoliko postotaka, razlike su bitne. *Pomicanje većeg dijela ukupnoga jednofaznog napona na stranu direktnog sistema upravo pri malim klizanjima veoma popravlja momentnu karakteristiku jednofaznog motora.*

Na slici 15.3. predložen je i korekcijski faktor k_d , odnosno k_t , pa se vidi da k_d za mala klizanja poprima visoke vrijednosti (za $s = 0$ je $k_d = 4$).

Nedostatak je jednofaznih motora u tome što ne kreću sami, već ih treba zavrtjeti u jednom ili u drugom smjeru da bi nastavili vrtnju.

Odnosi u jednofaznom motoru mogu se prikazati *modelom* prema slici 15.4.a, ili *nadomjesnom shemom* prema slici 15.4.b. Model se sastoji od dva jednaka motora



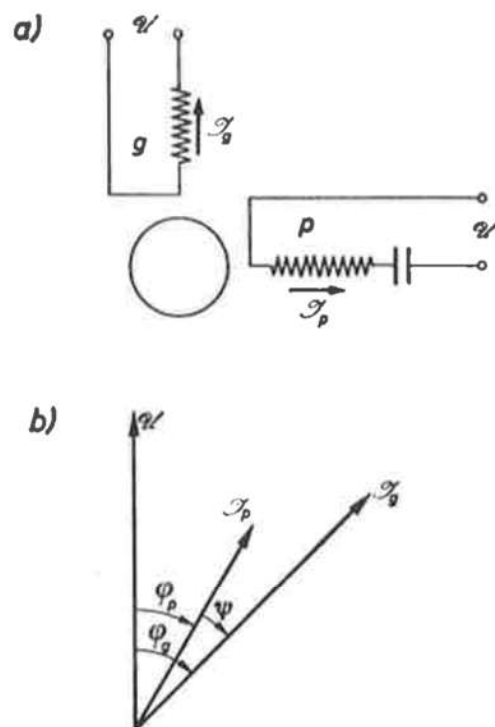
Sl. 15.4. Model (a) i nadomjesna shema (b) jednofaznog motora

na istoj osovinu, a statorima spojenima u seriju na takav način da daju okretna polja suprotnih smjerova. Broj zavoja svakog statora smanjen je tako da su impedancije svedene na polovicu iznosa koji bi odgovarao punom broju zavoja. Impedancija prvog motora $\frac{1}{2} Z_d$ odgovara klizanju s , a impedancija drugog motora $\frac{1}{2} Z_i$ odgovara klizanju $2 - s$. Kroz statorske namote obaju motora teče ista struja I , a oba napona, U_d i U_i , zajedno daju napon mreže U . Te odnose prikazuje i nadomjesna shema na slici 15.4.b. Gornji dio sheme odnosi se na veličine vezane uza direktno okretno polje, a donji dio na one vezane uza inverzno okretno polje.

15.3. Pomoćna faza za zalet

►►► Da bi jednofazni motor mogao *krenuti sam*, dodajemo mu na statoru još jedan namot, *pomoćnu fazu*, s osi zakrenutom za $\pi/2$ prema osi glavne faze (sl. 15.5.a). Struju u pomoćnoj fazi I_p fazno pomaknemo prema struji glavne faze I_g dodavanjem radnog otpora, ili reaktancije, ili, najčešće, kapacitivnog otpora u seriju s namotom pomoćne faze (sl. 15.5.b).

►► Struja I_g stvara pulsirajuće protjecanje u osi namota g, a struja I_p u osi namota p. Rastavimo oba pulsirajuća protjecanja u po dva okretna protjecanja i promatrajmo ih u trenutku kad je struja I_g maksimalna. U tom času oba okretna pro-



Sl. 15.5. Jednofazni motor s pomoćnom fazom za zalet: a) shema; b) struja glavne i pomoćne faze pri zaustavljenom rotoru

tjecanja struje I_g leže u osi faze g a okretna protjecanja struje I_p , koja je prošla kroz maksimum za kut ψ prije, prevalila su prema osi faze p kut ψ , svako protjecanje u svojem smjeru. Pri daljnjoj rotaciji ostaje između direktnih komponenta kut $(\pi/2 - \psi)$, a između inverznih komponenta kut $(\pi/2 + \psi)$. Ako je odnos protjecanja i struje u glavnoj fazi:

$$\Theta_g = k I_g, \quad (1)$$

tad će, uz odnos efektivnog broja zavoja pomoćne i glavne faze:

$$a = w_p f_{np} / w_g f_{ng}, \quad (2)$$

odnos protjecanja i struje u pomoćnoj fazi biti:

$$\Theta_p = k a I_p. \quad (3)$$

Rezultantno direktno, odnosno inverzno okretno protjecanje izračunava se prema slici 15.6. po kosinusnom poučku:

$$\begin{aligned} \Theta_d &= \frac{1}{2} \sqrt{\Theta_g^2 + \Theta_p^2 + 2 \Theta_g \Theta_p \cos(\pi/2 - \psi)} = \\ &= \frac{k}{2} \sqrt{I_g^2 + a^2 I_p^2 + 2 I_g a I_p \sin \psi} \\ \Theta_i &= \frac{1}{2} \sqrt{\Theta_g^2 + \Theta_p^2 + 2 \Theta_g \Theta_p \cos(\pi/2 + \psi)} = \end{aligned} \quad (4)$$

$$= \frac{k}{2} \sqrt{I_g^2 + a^2 I_p^2 - 2 I_g a I_p \sin \psi} \quad (5)$$

Tada je očito:

$$\Theta_d > \Theta_i \quad (6)$$

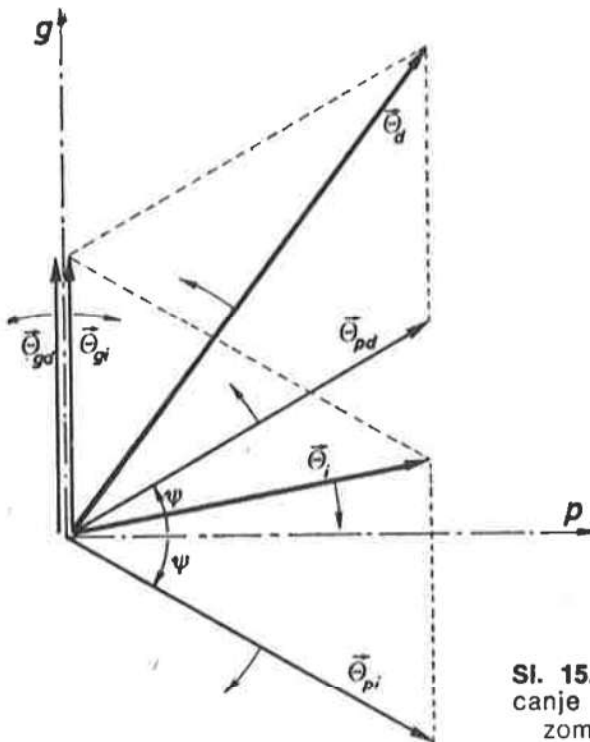
pa mora i moment direktnog polja biti veći od momenta inverznog polja:

$$M_d > M_i. \quad (7)$$

Takav će motor krenuti sam. Preduvjet je fazni pomak ψ između obje struje, jer je inače i opet:

$$M_d = M_i$$

$$M = 0.$$



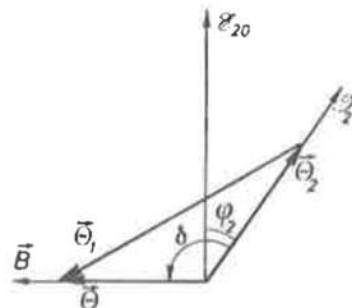
Sl. 15.6. Direktno i inverzno okretno protjecanje jednofaznog motora s pomoćnom fazom za zalet pri zaustavljenom rotoru

Iz razmatranja prema slici 15.6. lako je vidjeti da će se veće od oba okretna protjecanja vrtjeti u smjeru od namota u kojemu struja prethodi prema namotu u kojemu struja zaostaje. U prikazanom primjeru, kad struja pomoćne faze prethodi struji glavne faze, što se dobiva npr. uključivanjem kondenzatora u krug pomoćne faze, rotor će se vrtjeti od osi pomoćne prema osi glavne faze. Obratno, reaktancija u krugu pomoćne faze dala bi smjer vrtnje od osi glavne prema osi pomoćne faze. Zakretanje bilo pomoćne, bilo glavne faze za kut π , a to znači zamjena priključaka ili jednog ili drugog namota, mijenja smjer kojim os jednog namota dolazi u os drugog namota najkraćim putem, pa će se smjer vrtnje promijeniti.

Potezni moment asinhronog motora pri klizanju $s = 1$ iznosi uz okretno protjecanje $\vec{\Theta}_2$, okretno polje indukcije $\mathbf{B}$ i kut među njima δ :

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta_2 \sin \delta. \quad (8)$$

Sl. 15.7. Proporcionalnost indukcije i pojedinih protjecanja pri zaustavljenom rotoru



Odnosi pri klizanju 1 određeni su prema slici 15.7. Poveća li se ili smanji protjecanje Θ_1 , sve se veličine u dijagramu mijenjaju proporcionalno, ali cijela slika ostaje slična, jer je kut φ_2 konstantan:

$$\cos \varphi_2 = R_2/Z_2,$$

a između Θ_1 , B , E_{20} i Θ_2 vrijedi proporcionalnost. Uz:

$$B :: \Theta_1$$

$$\Theta_2 :: \Theta_1$$

$$\sin \delta = \cos \varphi_2 = R_2/Z_2$$

izraz za potezni moment može se jednostavno pisati:

$$M = k_1 \Theta_1^2 R_2/Z_2.$$

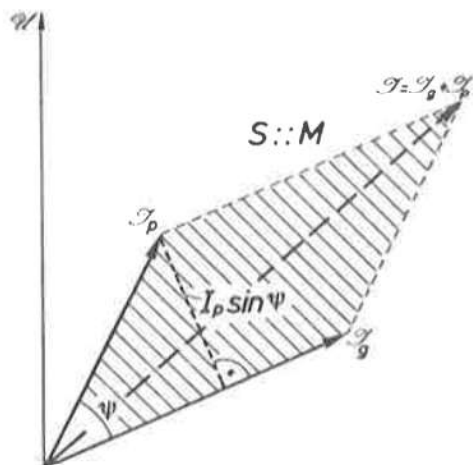
To jednako vrijedi za direktni i za inverzni sistem, pa ako su statorska protjecanja jednog i drugog sistema Θ_d i Θ_l , izračunat će se potezni ukupni moment:

$$M = M_d - M_l = k_1 \frac{R_2}{Z_2} (\Theta_d^2 - \Theta_l^2), \quad (9)$$

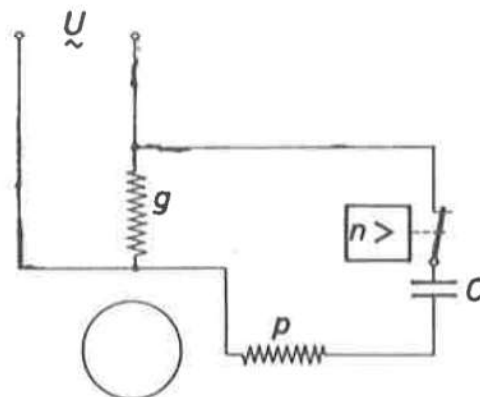
što uvrštavanjem izvedenih izraza za Θ_d i Θ_l daje:

$$M = k_1 \frac{R_2}{Z_2} k^2 I_a a I_p \sin \psi = K R_2 a I_a I_p \sin \psi = K R_2 a S. \quad (10)$$

►►► Potezni moment jednofaznog motora s pomoćnom fazom za zalet proporcionalan je površini S paralelograma što ga čine fazori struje u glavnoj i pomoćnoj fazi kad rotor miruje (sl. 15.8).

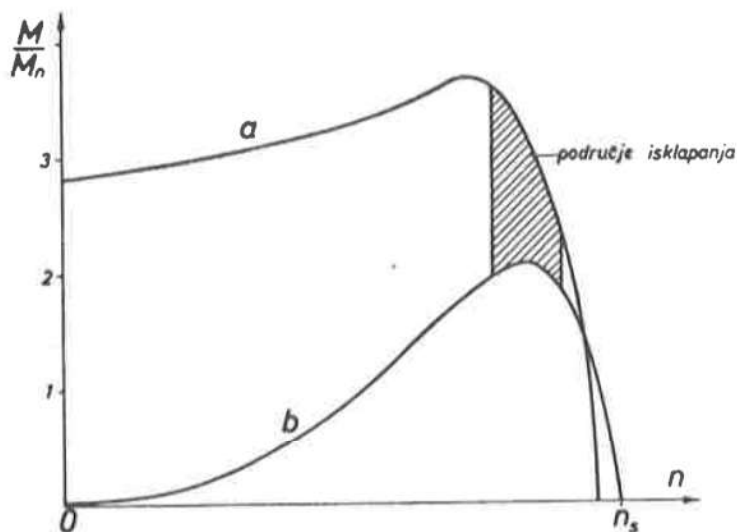


Sl. 15.8. Dijagram struja jednofaznog motora s pomoćnom fazom za zalet i veličina poteznog momenta



Sl. 15.9. Isklapanje pomoćne faze za zalet

Mnogo veći fazni pomak i mnogo veća površina S postiže se dodavanjem kondenzatora u pomoćnu fazu nego dodavanjem otpornika ili prigušnice. Ipak se izvode i pomoćne faze od tanje, mjedene žice, što povećava otpor tamo gdje potezni moment ne mora biti osobito velik (pomoćna faza s otporom).

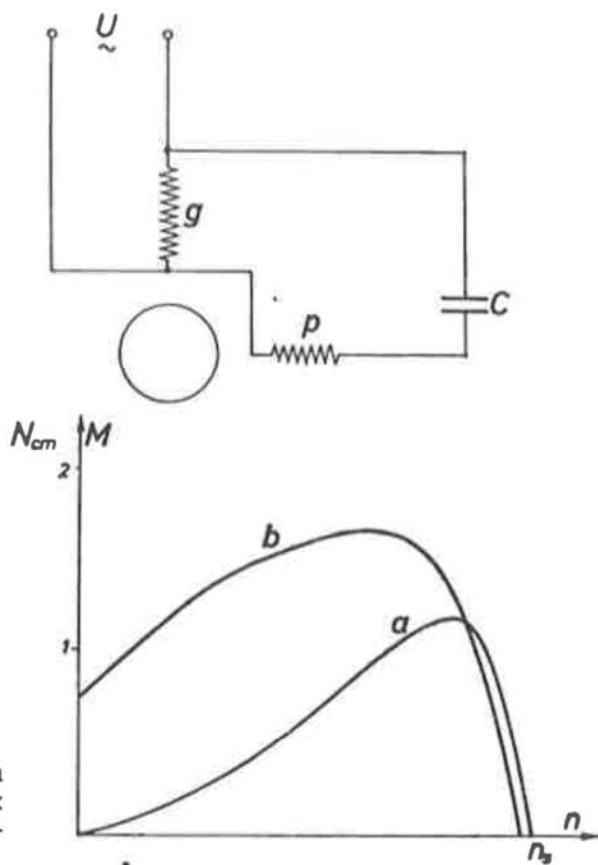


Sl. 15.10. Moment jednofaznog motora: a) s pomoćnom fazom za zalet, b) bez pomoćne faze

Nakon što se motor zaletio, pomoćna se faza isklapa. Za otpornik u pomoćnoj fazi to je potrebno kako bi se izbjeglo pregrijavanje, a kod kondenzatora u pomoćnoj fazi za zalet se upotrebljavaju elektrolitski kondenzatori, koji su malih dimenzija i nisu skupi, ali ne smiju ostati priključeni na izmjenični napon dulje od 3 do 4 sekunde. Zato se pomoćna faza za zalet automatski isključuje čim motor dosegne određenu brzinu (oko 70 do 80% sinhronne brzine). Faza za zalet isključuje se pomoću male centrifugalne sklopke na osovini motora ili strujnog releja u glavnoj fazi (sl. 15.10).

15.4. Kondenzatorski motor

►►► Upotrebom kondenzatora s metalnim elektrodama naparenima na tanku foliju od papira ili sintetičkog materijala mogu se graditi jednofazni motori kod kojih pomoćna faza s kondenzatorom ostaje neprestano *uključena*. Takav *kondenzatorski motor* (sl. 15.11) ne treba uređaj za isklapanje pomoćne faze, razvija do-



Sl. 15.11. Kondenzatorski motor, shema i usporedba momentne karakteristike: a) bez kondenzatorske faze, b) s kondenzatorskom fazom

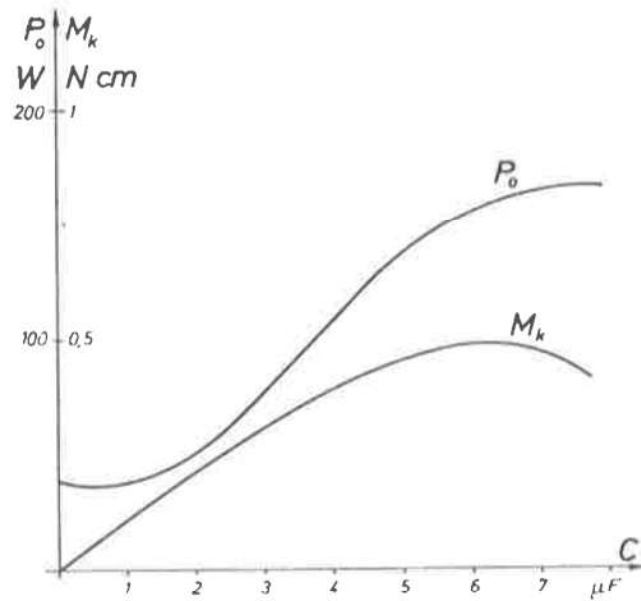
voljno velik potezni moment i veći prekretni moment (krivulja b) no što bi ga razvijao bez pomoćne faze (krivulja a).

Karakteristike ovise o kapacitetu priključenog kondenzatora. Povećanje kapaciteta upotrijebljenog kondenzatora prema slici 15.12. povećava potezni moment M_k , ali istodobno poskupljuje kondenzator i povećava gubitke motora pri malim opterećenjima, pa i klizanje, odnosno pad brzine vrtnje pri malim opterećenjima.

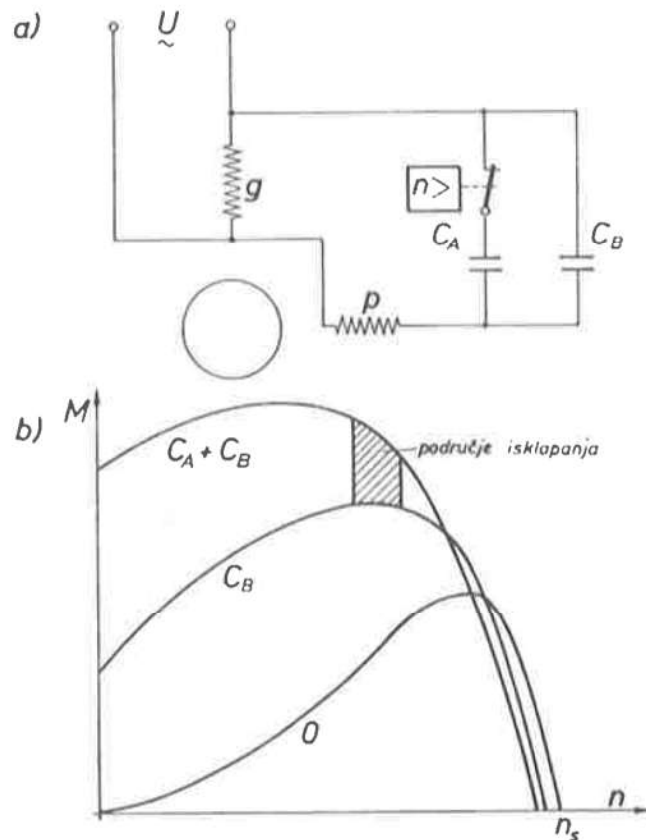
Velik potezni moment može se postići, prema slici 15.13, a da se ne pokvare dobre radne karakteristike, ako trajno uključenom kondenzatoru kapaciteta C_B paralelno dodamo elektrolitski kondenzator kapaciteta C_A , koji se nakon zaleta automatski isključuje. Takav *dvokapacitetni motor* ima velik potezni moment, a male gubitke i malo smanjenje brzine vrtnje pri normalnom opterećenju.

15.5. Reverziranje motora s pomoćnom fazom

►►► Smjer vrtnje može se primijeniti zamjenom priključaka samo jednog namota. Time je os tog namota zakrenuta za kut π , što daje suprotan smjer vrtnje jer



Sl. 15.12. Utjecaj kapaciteta kondenzatora na potezni moment i na potrošak snage neopterećenog motora

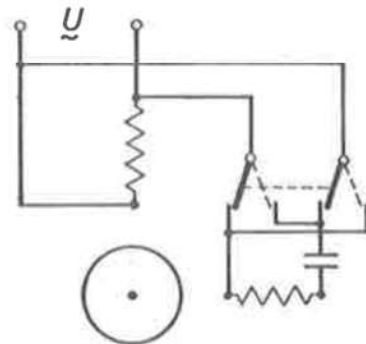


Sl. 15.13. Dvokapacitetni motor: a) spoj, b) karakteristike momenta

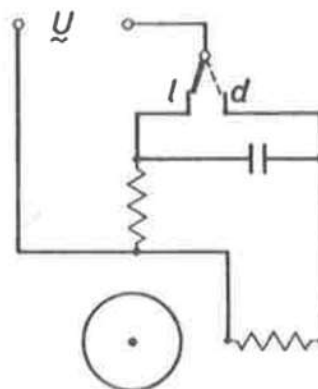
se rotor uvijek vrti od osi namota u kojem struja prethodi prema osi namota u kojemu ona zaostaje. Preklapanje se obavlja dvopolnom preklopkom prema slici 15.14.a.

Jednostavnije je reverziranje jednofaznog motora kad je pomoćna faza namotana *jednako* kao glavna faza. Prema slici 15.14.b, kondenzator se može preklopiti jednopolnom preklopkom u seriju s jednim namotom ili u seriju s drugim namotom, pa će smjer vrtnje — uvijek od osi namota s kondenzatorom prema osi onoga drugog namota — biti prema izboru lijevi ili desni.

a)



b)



Sl. 15.14. Reverziranje jednofaznog motora s pomoćnom fazom, za obje faze: a) različito namotane, b) jednako namotane

15.6. Trofazni motor na jednofaznoj mreži

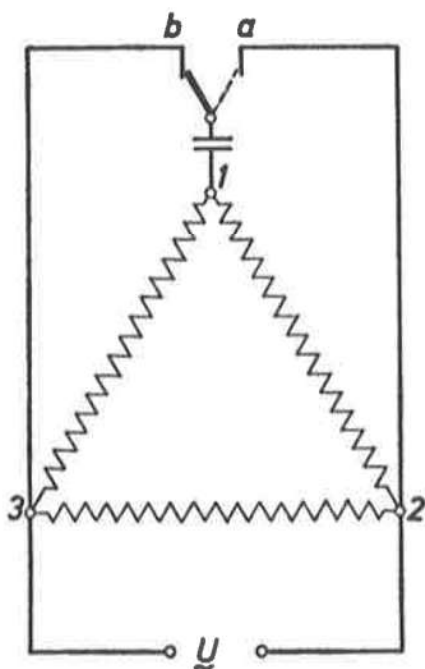
►► Trofazni motor da se priključiti na jednofaznu mrežu napona koji odgovara nazivnom naponu trofazne mreže za koji je motor građen ako rotor pokrenemo izvana u smjeru vrtnje koji želimo.

Upotrebom kondenzatora postiže se ne samo da motor kreće sam već se motor može i reverzirati na vrlo jednostavan način. Takav *Steinmetzov spoj* može se primijeniti na motor spojen u trokut (sl. 15.15) i na motor spojen u zvijezdu (sl. 15.16).

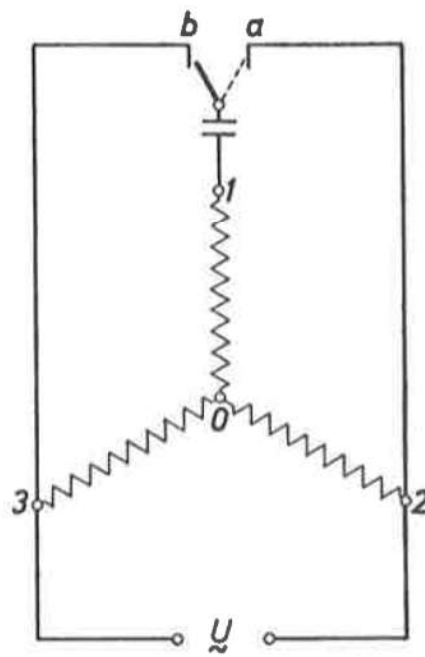
► Fazorski dijagram na slici 15.17. a nacrtan je za položaj preklopke a na slici 15.16. Napon narinut na stezaljke 2 i 3 jednak je razlici faznih napona U_2 i U_3 .

Fazorski dijagram pokazuje da se na stezaljkama motora pojavljuje nesimetrični sistem napona s faznim redoslijedom 1—2—3, što odgovara desnom smjeru vrtnje (sl. 15.17.a).

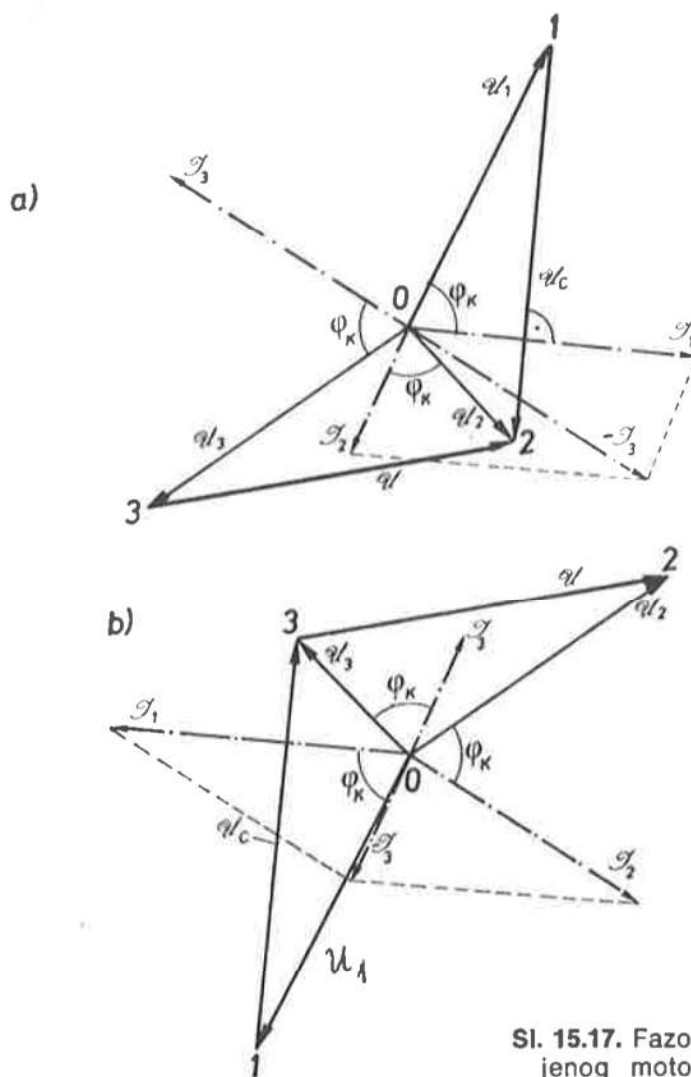
Spoju s položajem b preklopke prema slici 15.16. odgovara fazorski dijagram kod kojeg se pad napona u kondenzatoru nalazi između stezaljki 3 i 1. Cijeli fazorski dijagram prema slici 15.17.b tada je zaokrenuta slika prvoga fazorskog dijagrama uz zamjenu indeksa 3 i 2, fazni je redoslijed 1—3—2, a to prema slici 15.16. odgovara lijevom smjeru vrtnje motora. Motor se može jednostavno reverzirati jednopolnom preklopkom.



Sl. 15.15. Trofazni motor spojen u trokut u Steinmetzovu spoju

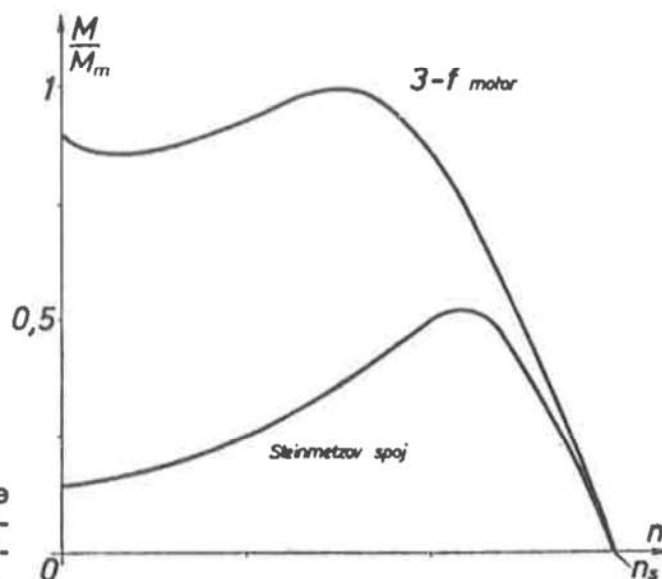


Sl. 15.16. Trofazni motor spojen u zvijezdu u Steinmetzovu spoju



Sl. 15.17. Fazorski dijagram u zvijezdu spojenog motora u Steinmetzovu spoju

Sa slike 15.18. vidi se da je momentna karakteristika trofaznog motora na jednofaznoj mreži unatoč upotrebi kondenzatora znatno niža no što bi za isti motor bila uz simetrično trofazno napajanje.



Sl. 15.18. Usporedba momentne karakteristike motora priključenog trofazno i priključenog jednofazno u Steinmetzovu spoju

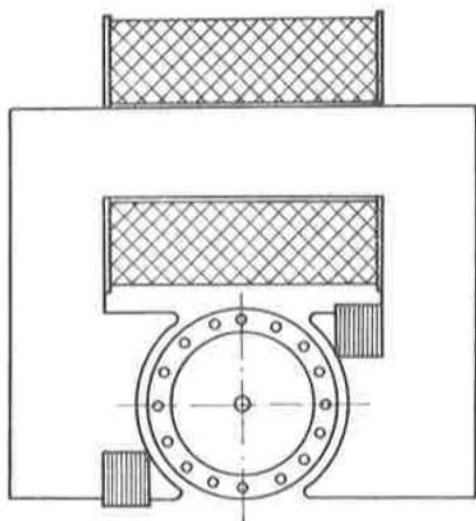
15.7. Motor s kratkospojenom pomoćnom fazom

▶▶▶ Namot pomoćne faze bio je u dosadašnjim razmatranjima uvijek smješten na statoru tako da mu je os bila pomaknuta prema osi glavne faze za kut $\pi/2$. Međuinduktivitet tih dvaju namota u tom položaju bio je $L_{12} = 0$. Namot pomoćne faze bio je priključen na mrežu, kao i namot glavne faze, i napajao se direktno iz mreže.

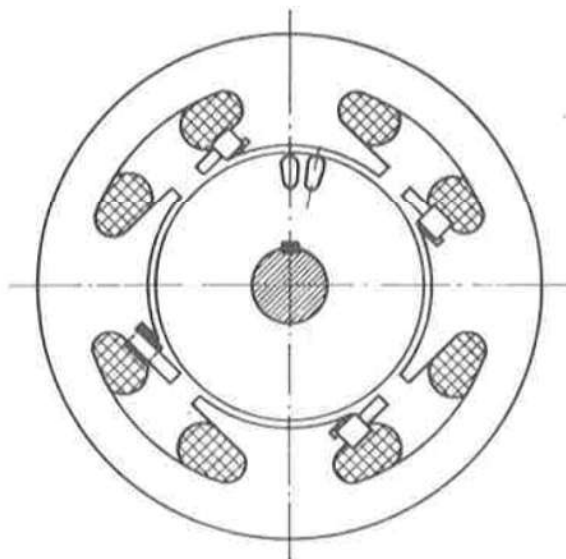
Ako se između osi namota glavne i pomoćne faze izvede kut pomaka $\alpha < \pi/2$, među njima će se pojaviti međuinduktivitet, pa će struje u glavnoj fazi inducirati napon u pomoćnoj fazi. Pomoćna faza ne mora tada biti priključena na mrežu da bi u njoj potekle struje. Umjesto toga možemo je kratko spojiti i pustiti da u njoj teče struja koju je inducirala struja u glavnoj fazi. Tako smo dobili motor s kratkospojenom pomoćnom fazom.

Obično se takav motor izvodi s istaknutim polovima, koji su uzbuđeni primarnim namotom priključenim na mrežni napon (sl. 15.19). Jedan dio svakog pola obuhvaćen je kratkospojenim namotom kao pomoćnom fazom. On se izvodi kao bakreni prsten ili kao jedan ili nekoliko zavoja debele bakrene žice. Slika 15.19. predložuje dvopolni motor s kratkospojenom pomoćnom fazom, slika 15.20. primjer četveropolne izvedbe.

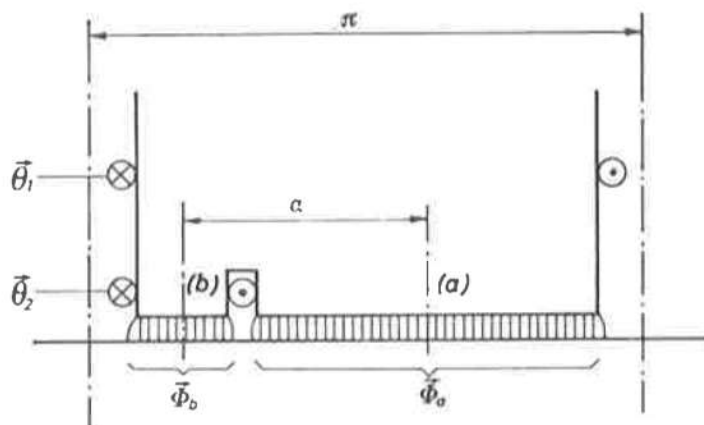
▶ Na slici 15.21. razvijen je jedan polni korak takva stroja, kojem odgovara električni kut π . Oko pola nalazi se namot glavne faze s protjecanjem $\vec{\theta}_1$, a na dio pola obuhvaćen kratkospojenim namotom u kojem teku inducirane struje i stvaraju protjecanje $\vec{\theta}_2$ djeluju oba protjecanja, $\vec{\theta}_1$ i $\vec{\theta}_2$. Označimo indeksom (a) veličine koje se odnose na slobodni dio pola i njegov namot, a s (b) veličine koje se odnose na kratkospojeni dio pola. Između osi slobodnog i kratkospojenog dijela pola neka bude



Sl. 15.19. Dvopolni motor s kratkospojenom pomoćnom fazom



Sl.15.20. Četveropolni motor s kratkospojenom pomoćnom fazom (L. 13)



Sl. 15.21. Uzbudna protjecanja i tokovi u polu motora s kratkospojenom pomoćnom fazom

kut α . Tok slobodnog dijela pola $\vec{\Phi}_a$ uzbuđen je protjecanjem namota glavne faze:

$$\vec{\Theta}_a = \vec{\Theta}_1. \quad (1)$$

U kratkospojenom dijelu pola tok $\vec{\Phi}_b$ uzbuđuju oba protjecanja:

$$\vec{\Theta}_b = \vec{\Theta}_1 + \vec{\Theta}_2 = \vec{\Theta}_a + \vec{\Theta}_2. \quad (2)$$

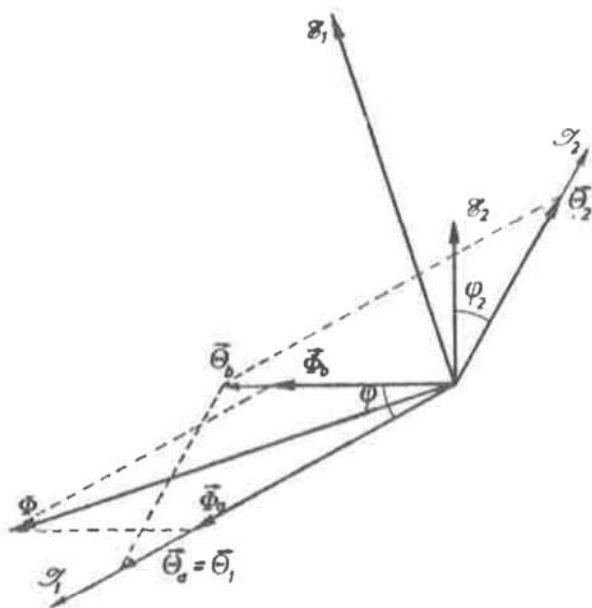
Podimo od toka $\vec{\Phi}_b$ koji inducira napon $\mathbf{E}_2$ u kratkospojenom namotu. Na slici 15.22. napon $\mathbf{E}_2$ zaostaje za $\pi/2$ za tokom $\vec{\Phi}_b$. Struja u kratkospojenom prstenu $\mathbf{I}_2$ zaostaje za naponom $\mathbf{E}_2$ za kut φ_2 koji je određen radnim otporom i rasipnom reaktancijom kratkospojnog prstena. Time je određeno i protjecanje tog prstena $\vec{\Theta}_2$. No kako toku $\vec{\Phi}_b$ odgovara točno određeno protjecanje $\vec{\Theta}_b$, to je sada određeno i protjecanje namota glavne faze:

$$\vec{\Theta}_a = \vec{\Theta}_b - \vec{\Theta}_2. \quad (3)$$

Također kut φ dobivamo iz relacije:

$$\Theta_a \sin \varphi = \Theta_2 \cos \varphi_2. \quad (4)$$

Protjecanje $\vec{\Theta}_a = \vec{\Theta}_1$ određuje tok $\vec{\Phi}_a$, a ako taj tok zbrojimo s tokom $\vec{\Phi}_b$, dobivamo ukupni tok koji inducira napon u namotu glavne faze. Taj je napon zadan mrežnim naponom, pa to određuje mjerilo fazorskog dijagrama što smo ga nacrtali. On zaostaje za $\pi/2$ za rezultantom $\vec{\Phi}_a + \vec{\Phi}_b$, a struja glavne faze I_1 proporcionalna je protjecanju $\vec{\Theta}_1$, i smjer joj je, u motornom sistemu prikazivanja, suprotan smjeru $\vec{\Theta}_1$ na slici 15.22.

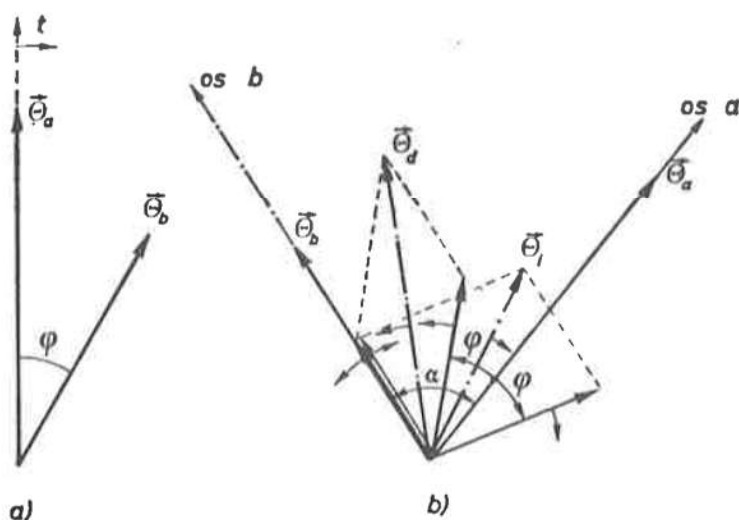


Sl. 15.22. Vektorsko-fazorski dijagram motora s kratkospojenom pomoćnom fazom

No ono što nas posebno zanima, jest moment što ga razvija takav motor. Fazorski dijagram na slici 15.22. pokazao je da u motoru s kratkospojenom pomoćnom fazom nastaju *dva pulsirajuća protjecanja*, $\vec{\Theta}_a$ i $\vec{\Theta}_b$, koja pulsiraju s *faznim pomakom* φ , a *osi a i b u kojima pulsiraju razmaknute su im* na obodu stroja za kut α . Taj kut je kut među osima prostornih osnovnih harmoničkih članova protjecanja $\vec{\Theta}_a$ i $\vec{\Theta}_b$, kako se vidi na slici 15.21.

Na slici 15.23.a prikazani su fazori pulsirajućih protjecanja $\vec{\Theta}_a$ i $\vec{\Theta}_b$, s kutom zaostajanja φ . Slika 15.23.b predložuje vektore tih istih protjecanja u osi a, odnosno u osi b, razmaknute na obodu za kut α . Rastavimo svaki pulsirajući vektor u dva okretne protjecanja i promatrajmo trenutak kad protjecanje $\vec{\Theta}_b$ prolazi kroz maksimum. U tom času se obje njegove okretne komponente sastaju u osi b. Međutim, okretne komponente vektora $\vec{\Theta}_a$, koji je kroz maksimum prošao za kut φ prije, prevalile su već kut φ , svaka u svojem smjeru. Prema slici 15.23.b, kut između obje direktne komponente je $(\alpha - \varphi)$, a kut između obje inverzne komponente je $(\alpha + \varphi)$. U tom međusobnom položaju direktne komponente dalje rotiraju u jednom smjeru, a inverzne u suprotnom smjeru. Možemo ih, dakle, sastaviti u *rezultantu direktnoga okretnog protjecanja*:

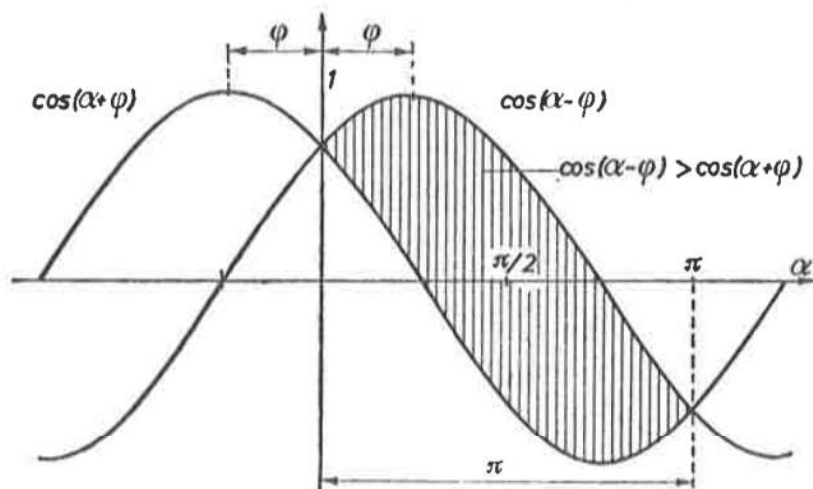
$$\Theta_d = \frac{1}{2} \sqrt{\Theta_a^2 + \Theta_b^2 + 2 \Theta_a \Theta_b \cos(\alpha - \varphi)}, \quad (5)$$



SI. 15.23. Protjecanja motora s kratkospojenom pomoćnom fazom: a) pulsirajuća protjecanja u osi »a« i osi »b«, b) okretna protjecanja Θ_a i Θ_b odnosno u rezultantu inverznog okretnog protjecanja:

$$\Theta_t = \frac{1}{2} \sqrt{\Theta_a^2 + \Theta_b^2 + 2 \Theta_a \Theta_b \cos(\alpha + \varphi)}. \quad (6)$$

Kut α možemo birati u području $0 < \alpha < \pi$, a prema slici 15.24. vidi se da u cijelome tom području vrijedi:



SI. 15.24. Područje u kojemu je $\Theta_d > \Theta_t$

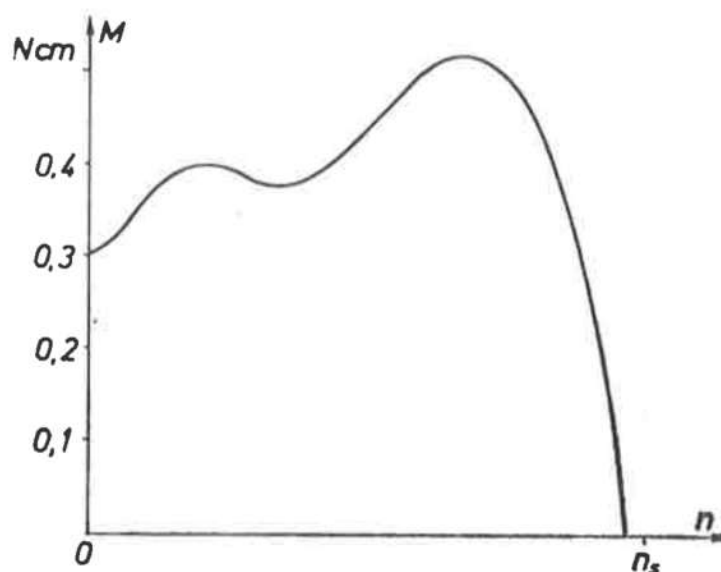
$$\cos(\alpha - \varphi) > \cos(\alpha + \varphi), \quad (7)$$

što znači da je uvijek:

$$\Theta_d > \Theta_t. \quad (8)$$

Oba okretna polja razvijaju moment, svako u svom smjeru, ali je *moment u smjeru direktnoga okretnog polja uvijek veći*. Prema slici 15.23, smjer direktnoga okretnog polja bio je od osi a slobodnog dijela pola prema osi b kratkospojenog dijela pola. To znači da će motor *uvijek krenuti od slobodnog dijela pola prema dijelu obuhvaćenome kratkospojenim zavojem*.

►►► Primjer momentne karakteristike takva motora s kratkospojenom pomoćnom fazom prikazan je na slici 15.25. Prilično izobličena raspodjela indukcije u rasporu, nastala zbog istaknutih polova, uzrok je nepravilnosti u momentnoj karakteristici, jer se zbog viših harmoničkih članova pojavljuju *sedla*.

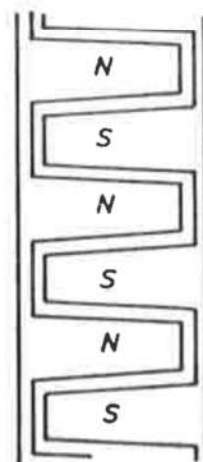


Sl. 15.25. Karakteristika momenta jednofaznog motora s kratkospojenom pomoćnom fazom

Takvi se motori teško reverziraju, a da se pri tome ne pokvari jednostavnost izvedbe koja je upravo velika prednost takvih motora. Kod malih snaga, u slučaju kad je reverziranje prijeko potrebno, postavljaju se na istu osovinu dva motora suprotnih smjerova vrtnje, pa se smjer bira priključivanjem na mrežu jednog ili drugog statora. Slobodni stator zna se čak napajati istosmjernom strujom, pri čemu on koči i omogućuje izvjesnu regulaciju brzine vrtnje. Takvu kombinaciju nazivamo *reverzno-regulacijskim motorom*.

15.8. Sporohodni motor

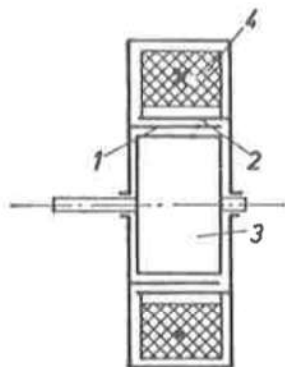
►►► Sporohodni sitni motori zahtijevaju veći broj polova, a namatanje bi pri takvim malim dimenzijama bilo teško izvesti. Zato se sitni statori izvode s jednim *prstenastim svitkom*, koji se napaja izmjeničnom strujom, a protjecanje mu djeluje u *aksijalnom smjeru*. Magnetski krug koji obuhvaća presjek prstenastog svitka završava i s jedne i s druge strane *kandžastim polom*, polom koji je nazubljen, tako da ima veći broj »kandži«. Kandže jednog i drugog pola zahva-



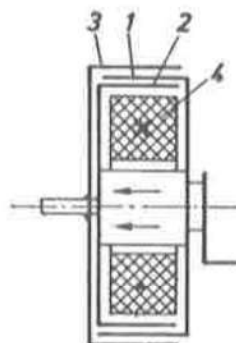
Sl. 15.26. Kandžasti stator, razvijen

čaju jedne između drugih, kao što se vidi na slici 15.26. Tok se zatvara s kandže jednog pola preko rotora na kandžu drugog pola, pa dobivamo isti efekt kao da stroj ima toliko pari polova koliko jedan pol ima kandži.

Ako kandžasti polovi statora 1 i 2 leže s unutrašnje strane uzbudnog svitka 4 (sl. 15.27), bit će i rotor 3 smješten iznutra. Osim izvedbe s *unutrašnjim rotorom* može se motor izvesti i s *vanjskim rotorom* 3 (sl. 15.28), pri čemu kandžasti polovi



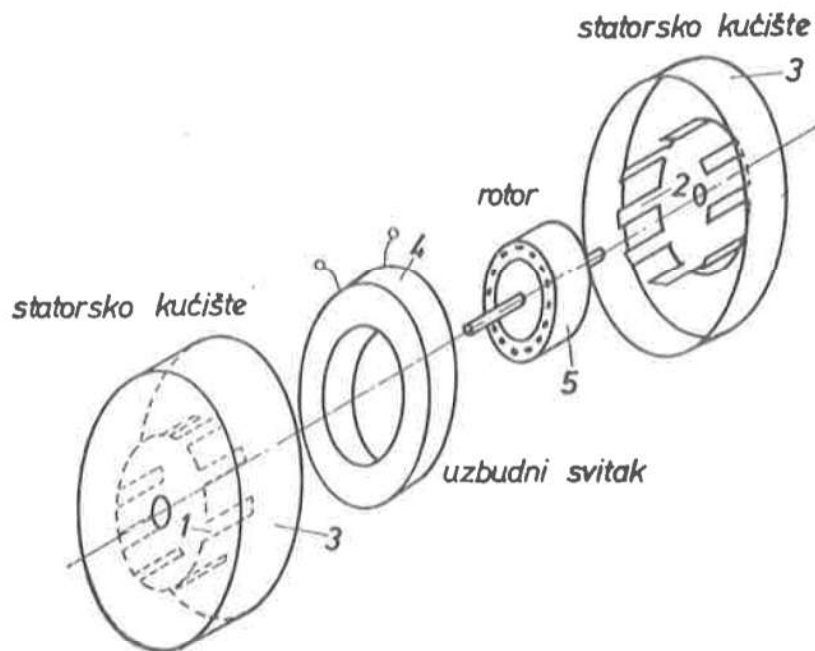
Sl. 15.27. Presjek motora s vanjskim kandžastim polovima



Sl. 15.28. Presjek motora s unutarnjim kandžastim polovima

1 i 2 leže s vanjske strane statorskoga uzbudnog svitka 4. Na obje su slike kandžasti polovi crtani, zbog preglednosti, razmaknuti u radijalnom smjeru, a u stvarnosti svi oni leže na plaštu istog cilindra.

Razvučena skica motora s osam pari kandžastih polova i unutrašnjim rotorom prikazana je na slici 15.29. Stator je dvodijelan, lijevi i desni kandžasti polovi 1 i 2 zahvaćaju jedni između drugih, a kućište statora 3 i kandžasti polovi zatvaraju se



Sl. 15.29. Kandžasti motor s vanjskim polovima

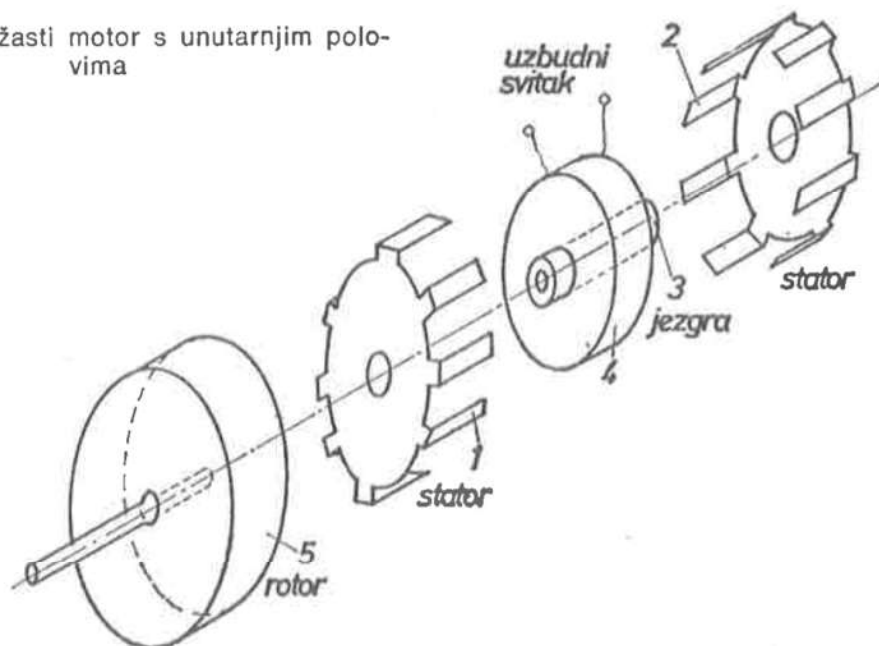
oko prstenastoga uzbudnog svitka 4. Unutar kandžastih polova nalazi se rotor 5 preko kojega se zatvaraju silnice između susjednih kandži, s pola na pol.

Na sličan način prikazana je na slici 15.30. razvučena skica motora s osam pari kandžastih polova, ali s vanjskim rotorom. Stator s kandžastim polovima 1 i 2 spaja se s unutrašnjom jezgrom i tako se zatvara oko prstenastoga uzbudnog svitka 4. Kandžasti polovi su s vanjske strane, i preko njih se navlači rotor 5 — s ležajem u jezgri 3 — zvonastog oblika, kojem vanjska cilindrička ploha služi kao povratni put silnicama između susjednih kandži.

Pulsirajuća uzbuda, uz rotor koji miruje, daje dva jednaka okretna polja od pola do pola, koja stvaraju dva jednaka momenta suprotna smjera. Tek kad se rotor vrti, kao u svakom jednofaznom motoru, poraste okretno protjecanje u smjeru vrtnje, a padne protjecanje suprotnog smjera, pa motor razvija moment. Trebalo bi, dakle, i takav sporohodni motor rukom pokrenuti. Za vrlo male sporohodne motore često je dovoljno na randelirani dio osovine nasloniti lagano nagnuto pero, koje dopušta vrtnju samo u jednom smjeru. Pri uklapanju motor se lagano zatrese, što je dovoljno da započne rotirati.

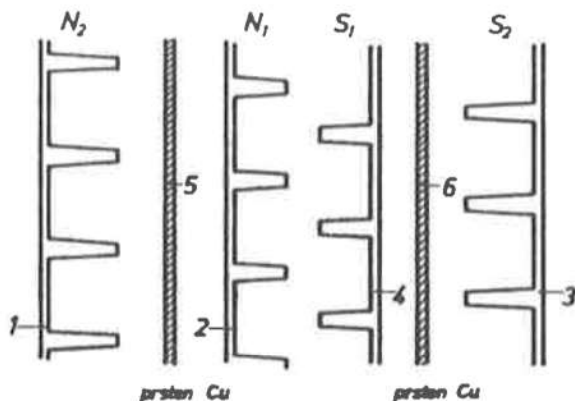
Bolji potezni moment dobiva se izvedbom statora s *kratkospojnim prstenom*. Slika 15.31. prikazuje jedan dio razvijenog oboda takvog statora, razvučen u aksijalnom smjeru. Umjesto jedne ploče s N-polovima i jedne sa S-polovima prema slici. 15.29. ili 15.30, tu je svaka grupa kandžastih polova izvedena od dvije ploče;

Sl. 15.30. Kandžasti motor s unutarnjim polovima

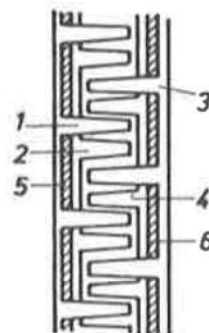


1 i 2 za jednu grupu, odnosno 3 i 4 za drugu grupu prema slici 15.31. Svaka ploča nosi po polovicu kandži istog polariteta. Između obje ploče stavlja se sa svake strane po jedan bakreni prsten — 5, odnosno 6. Dvije polovice kandže, N_1 i N_2 , čine jedan pol, dvije druge polovice, S_1 i S_2 , drugi pol. Silnice koje se zatvaraju kroz dio kandže N_2 , odnosno S_2 , moraju na svom putu obuhvatiti bakreni prsten, koji je kratkospojeni zavoj. Dijelovi kandži N_1 s jedne strane i S_1 s druge strane čine, dakle, *slobodne* dijelove polova, a dijelovi kandži N_2 s jedne i S_2 s druge strane *kratkospojeni* su dijelovi polova. Pulzirajući tok zatvara se od N-pola preko povr-

šine rotora na S-pol i dalje kroz jezgru (ili vanjsko kućište), i može se u rasporu rastaviti na dva okretna polja. Zbog djelovanja kratkospojnog prstena okretno polje u smjeru od slobodnog dijela pola N_1 , odnosno S_1 prema kratkospojenom dijelu N_2 , odnosno S_2 , bit će uvijek veće, pa *motor kreće sam* i smjer vrtnje mu je određen.

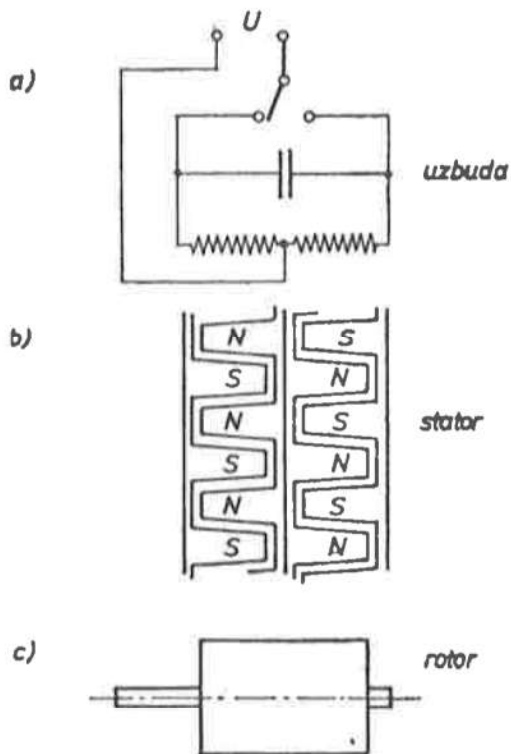


Sl. 15.31. Kandžasti stator s kratkospojnom pomoćnom fazom, rastavljen i razvijen



Sl. 15.32. Kandžasti stator s kratkospojnom pomoćnom fazom, složen i razvijen

Slika 15.32. sadrži jedan dio razvijenog oboda statora kandžaste izvedbe s kratkospojnom pomoćnom fazom koji je složen i označen kao na slici 15.31. Uz jednostavnu 2-polnu uzbudu broj polova može se kandžastom izvedbom višestruko povećati, i time dobiti motor male brzine vrtnje (sporohodni motor).



►► Ima i izvedbi gdje se na jedan rotor stave dva kandžasta statora svaki sa svojim aksijalnim magnetiziranjem (sl. 15.33. a). U seriju s jednim od uzbudnih namota stavi se kondenzator, tako da su oba protjecanja pomaknuta u fazi. Kandžasti statori zakrenuti su jedan prema drugome za polovicu koraka kandži (sl. 15.33.b).

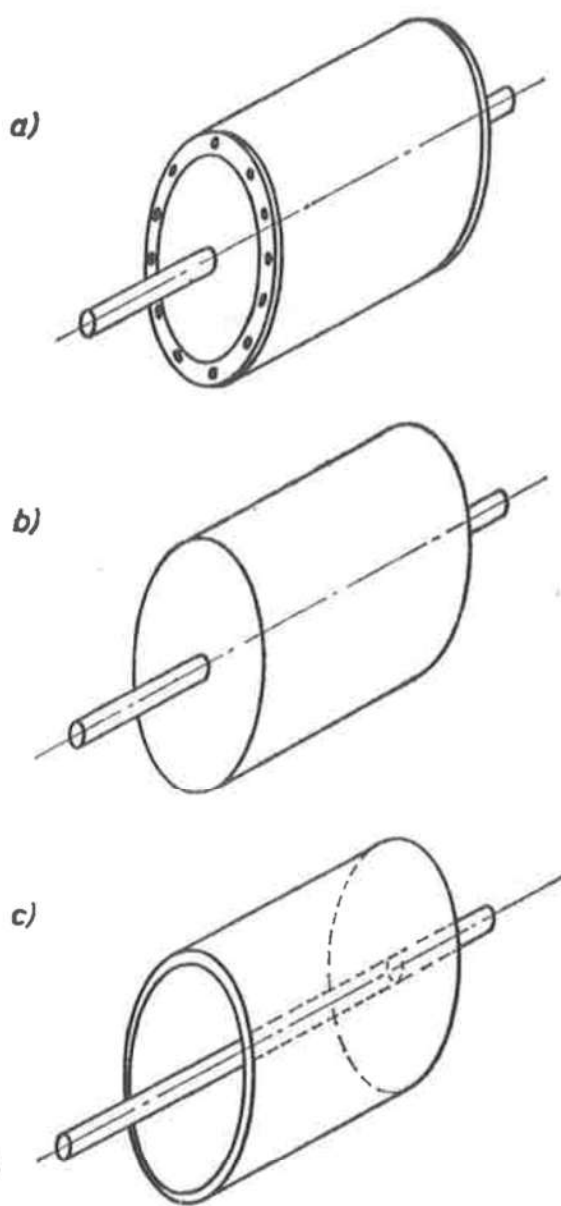
Sl. 15.33. Dvostruki kandžasti stator sa zajedničkim rotorom: a) shema priključka, b) stator, c) rotor

Dva pulsirajuća protjecanja koja pulsiraju s faznim pomakom i djeluju u dvije razmaknute osi na obodu na isti rotor (sl. 15.33.) daju sistem dvaju okretnih protjecanja, gdje veće protjecanje rotira od osi namota kojem struja prethodi u fazi, a to je uvijek namot s kondenzatorom — prema osi onoga drugog namota. Prebacivanjem kondenzatora jednostavnom preklopkom biramo smjer vrtnje.

15.9. Rotori za asinhroni rad

►►► Bilo koji stator koji daje okretno polje — simetrično ili nesimetrično — može se upotrijebiti kao stator asinhronog motora ili kao stator sinhronog motora. *Hoće li motor biti asinhroni ili sinhroni, ovisi o rotoru koji upotrijebimo.*

Tipičan rotor za asinhroni rad je kavezni rotor, u kojem se induciraju struje i razvija moment tek kad je klizanje $s \neq 0$, tj. kad je brzina vrtnje različita (manja) od sinhronne.



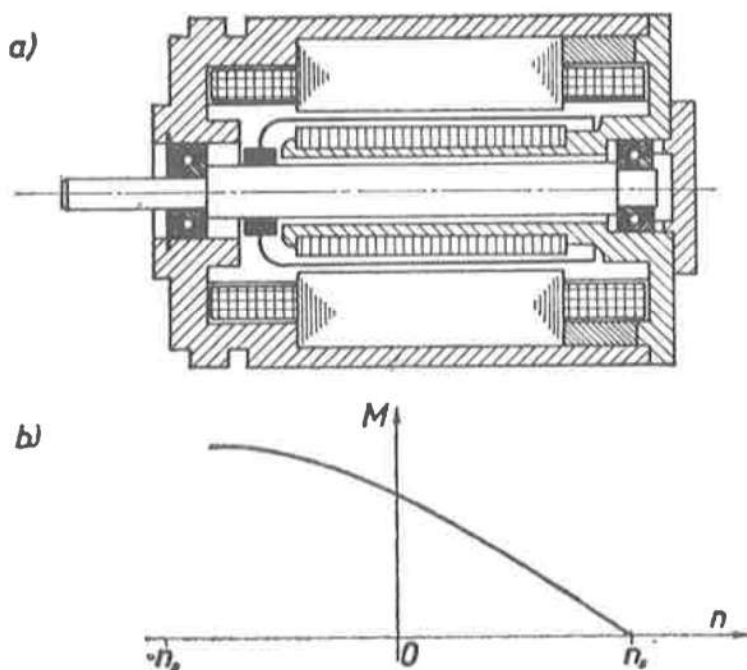
Sl. 15.34. Rotori za asinhroni rad: a) kavezni, b) puni, c) Ferrarisov rotor bez željeza

Kolutni rotor ne dolazi u obzir za male strojeve.

Na slici 15.34. različiti su rotor koji motoru daju asinhronu karakteristiku. Slika 15.34.a sadrži najobičniji *kavezni rotor*, s bakrenim štapovima i kratkospojnim prstenima s obje čeonice strane. Kod malih motora takvi se rotor izvede tlačnim lijevom s kavezom od aluminijske legure.

Daljnje pojednostavnjenje je *masivni rotor*, prema slici 15.34.b. Rotor nije lameliran, već je napravljen od masivnog željeza u kojem se induciraju vrtložne struje. Te struje s okretnim poljem u rasporu stvaraju moment. Bez klizanja nema ni vrtložnih struja, pa takav rotor daje motoru također asinhronu karakteristiku. Svojstva takva motora nisu tako dobra kao ona kaveznog motora jer strujnice vrtložnih struja ne zadržavaju cijelim putem optimalni aksijalni smjer.

Treći je primjer rotor bez željeza ili *Ferraris-rotor*, prema slici 15.34.c. U tom primjeru stator ima uz vanjsku lameliranu jezgru sa statorskim namotom još jednu lameliranu jezgru u rotoru, a rotor se sastoji samo od tankoga bakrenog cilindra koji rotira između obje jezgre. Na slici 15.35. presjek je takva Ferrarisova



Sl. 15.35. Motor s rotorom bez željeza: a) presjek, b) karakteristika momenta

motora. Budući da se umjesto cijeloga rotorskog paketa vrti samo tanki bakreni cilindar, zamašna je masa znatno manja, pa takav rotor ima malu tromost, brzo postiže punu brzinu i brzo se zaustavlja.

Momentna karakteristika Ferrarisova motora, također prikazana na slici 15.35, zbog relativno velikoga rotorskog otpora prema rotorskoj rasipnoj reaktanciji veoma je razvučena u lijevo u usporedbi s karakteristikom običnog kaveznog motora. Prekretni moment leži u području klizanja većih od 1, pa moment od klizanja 0 do klizanja 1 neprestano raste.

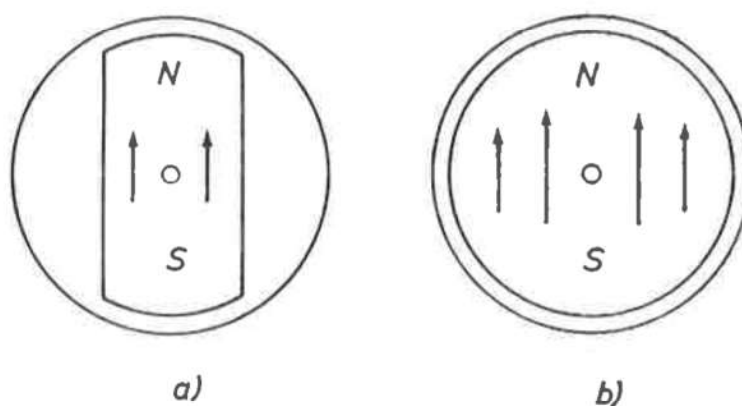
15.10. Rotori za sinhroni rad

►►► Kao što kod malih motora za asinhroni rad nije praktična izvedba kolutnih motora, tako se kod njih ne upotrebljava ni izvedba s uzбудnim namotom istosmjerne struje na rotoru. Umjesto toga se rotor malih sinhronih motora izvode na jedan od ova tri načina:

1. kao *induktorski* rotor;
2. kao *reluktantni* rotor;
3. kao *histerezni* rotor.

Posebno će biti riječi o rotorima za *sporohodne* sinhronne motore.

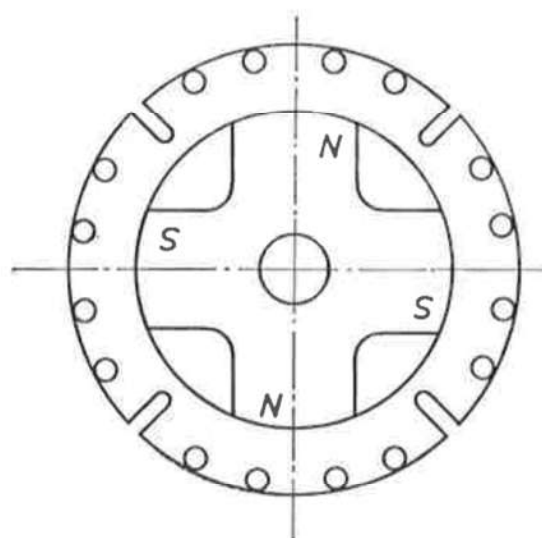
Grupa sinhronih motora s permanentnim magnetom na rotoru umjesto uzbuđe istosmjernom strujom naziva se *induktorskim motorima* (telefonski pozivni generatori, »induktori«, radili su nekad s permanentnim magnetima na rotoru koji je trebalo zavrtjeti ručkom). Prema slici 15.36, takav induktorski rotor može biti iz-



Sl. 15.36. Induktorski rotor za male motore: a) s istaknutim polovima, b) cilindrični

veden s istaknutim polovima (a) ili s cilindričnim rotorom (b). Takve strojeve možemo promatrati kao klasične sinhronne strojeve s konstantnom uzbuđom na rotoru, pa odatle i njihove karakteristike.

Jedna od izvedbi induktorskog rotora za malo veći motor prikazana je na slici 15.37. Četveropolni permanentni magnet u obliku križa obuhvaćen je lameliranim jarmom, koji nosi kavez poput kaveznoga asinhronog motora. Kako bismo tok prisilili da prijeđe iz rotora u stator, a da se ne zatvara rotorskim jarmom od pola



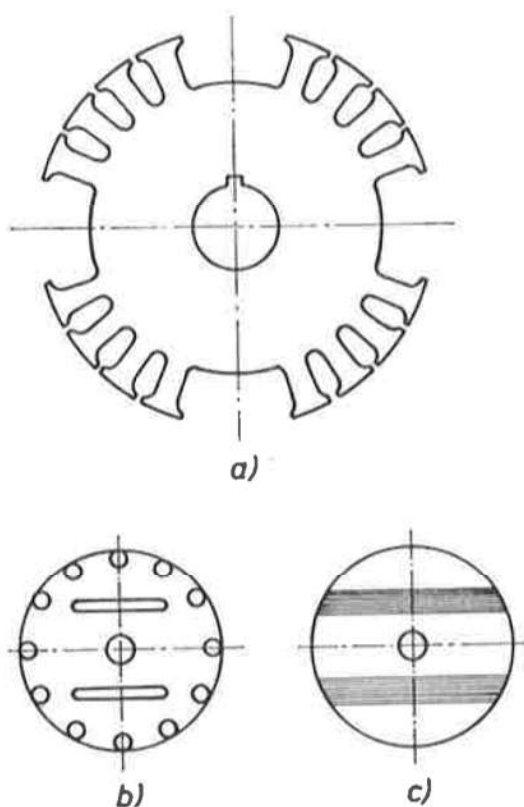
Sl. 15.37. Četveropolni induktorski rotor s kavezom za zalet

do pola, jaram je između svaka dva pola zasječen dubokim utorom. Preostali mostić ispod utora visoko se zasiti, čime postaje magnetski otpor gotovo toliko kao kad bi se silnice zatvarale kroz zrak. Kavez služi pri asinhronom zaletu da bi motor krenuo i došao u blizinu sinhronne brzine. Permanentni magneti ga tad »ubace« u sinhronizam. Nakon toga motor radi kao normalni sinhroni motor s konstantnom uzбудom, a segmenti jarma rotora su polni nastavci rotorskih polova — permanentnih magneta.

Grupa *reluktantnih motora* nema na rotoru ni uzbude ni permanentnih magneta. Umjesto toga rotor je od mekog željeza oblikovan tako da u određenom smjeru, u uzdužnoj osi, ima izrazito visoku magnetsku vodljivost (malu reluktanciju), a u smjeru koji je na nj okomit, u poprečnoj osi, ima izrazito lošu magnetsku vodljivost (veliku reluktanciju). Rotor se nastoji postaviti prema okretnom protjecanju statora tako da se os najveće magnetske vodljivosti nađe u osi protjecanja. Tako rotor sinhrono prati okretno protjecanje statora, a »reluktantni« moment je:

$$M = K U^2 \sin 2 \delta, \quad (1)$$

gdje je $\delta = p \delta_{geom}$ električni kut pomaka uzdužne osi rotora prema položaju praznog hoda.

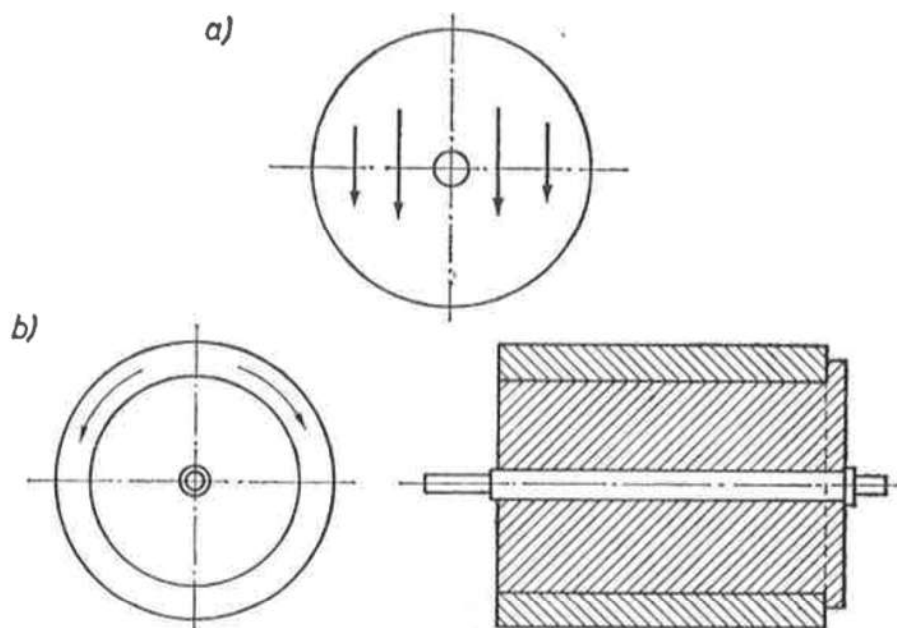


Sl. 15.38. Reluktantni rotor: a) s izrezanim utorima između polova, b) s rascjepima u željezu, c) kombiniran sa željezom i nemagnetskim materijalom

Reluktantni rotor izvodi se formiranjem istaknutih polova (npr. izrezivanjem velikih utora između polova, sl. 15.38.a) ili ostavljanjem dugačkih raspورا u željezu u smjeru glavne magnetske osi, direktne osi d (sl. 15.38.b), ili kombinacijom željeznih limova i aluminija (sl. 15.38.c), pri čemu u smjeru limova leži os velike mag-

netske vodljivosti d , a okomito na smjer limova leži os q . Često se na obodu reluktantnih rotora ostavlja kavez kako bi se motor mogao asinhrono zaletjeti i zatim sam uskočiti u sinhronizam.

Treću grupu malih sinhronih motora čine *histerezni motori*. Rotor je takvim motorima napravljen, sav ili jedan njegov dio, od materijala veoma izražene histereze (sl. 15.39). Prema tome je li cijeli rotor od feromagnetskog materijala (sl. 15.39.a), ili je na nemagnetsku jezgru navučen samo cilindar od feromagnetskog materijala visoke histereze (sl. 15.39.b), razlikujemo histerezni rotor s tetivnim magnetiziranjem ili s tangencijalnim magnetiziranjem.

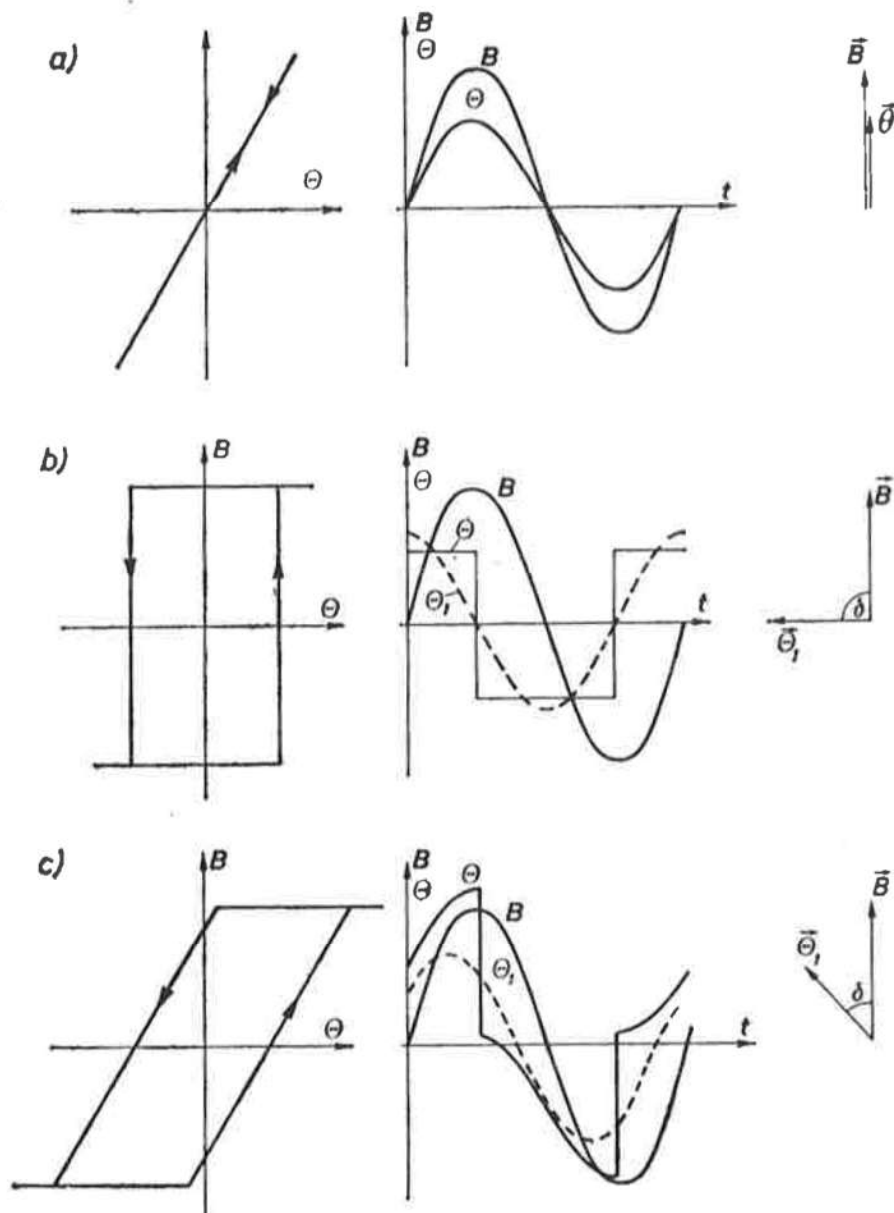


Sl. 15.39. Histerezni rotor: a) s poprečnim, b) s tangencijalnim magnetiziranjem

Dok se rotor nalazi u okretnom polju statora, a ne vrti se sinhrono, čestice željeza u rotoru neprestano se premagnetiziraju.

Kod mekog željeza sa zanemarivom pojavom histereze proces premagnetiziranja tekao bi prema karakteristici, $B-i$, koja se u prvoj aproksimaciji dade predložiti kosim pravcem kroz ishodište (sl. 15.40.a). Indukciji, koja se sinusno mijenja, odgovara svakog trenutka struja njoj proporcionalna. Sinusoida struje u fazi je sa sinusoidom indukcije. Okretnom protjecanju θ odgovara okretno polje indukcije B , koje na određenom mjestu ima maksimum u istom trenutku kad se na tom mjestu nalazi maksimum protjecanja. Vektor indukcije $\mathbf{B}$ i vektor protjecanja $\vec{\theta}$ u istom su položaju.

Ako je umjesto mekog željeza materijal s vrlo izraženom histerezom i ako zbog zornije slike pojednostavimo pojavu histereze, uzevši prema slici 15.40.b pravokutnik kao petlju histereze, očito je da struja ima konstantan pozitivni iznos tako dugo dok indukcija raste. Kad ona počne padati, struja preskače na isto toliki negativni iznos. Sinusoidi prema kojoj se mijenja indukcija B odgovara pravokutni oblik krivulje uzbudne struje. Osnovni harmonički član takve pravokutne struje prethodi za $\pi/2$ sinusoidi indukcije B . Okretno polje indukcije $\mathbf{B}$ u takvom rotoru zaoštajati će za $\pi/2$ za okretnim protjecanjem $\vec{\theta}$.



Sl. 15.40. Odnos uzbudne struje i indukcije (a) kod materijala bez histereze, (b) kod materijala s ekstremnom histerezom i (c) kod materijala s realno izraženom histerezom

Petlja histereze, koja je nešto manje pojednostavnjena (sl. 15.40.c), pa već nalikuje stvarnoj petlji histereze, dat će sličan rezultat, samo što pomak neće biti $\pi/2$, već neki manji konstantni kut:

$$\delta < \pi/2. \quad (2)$$

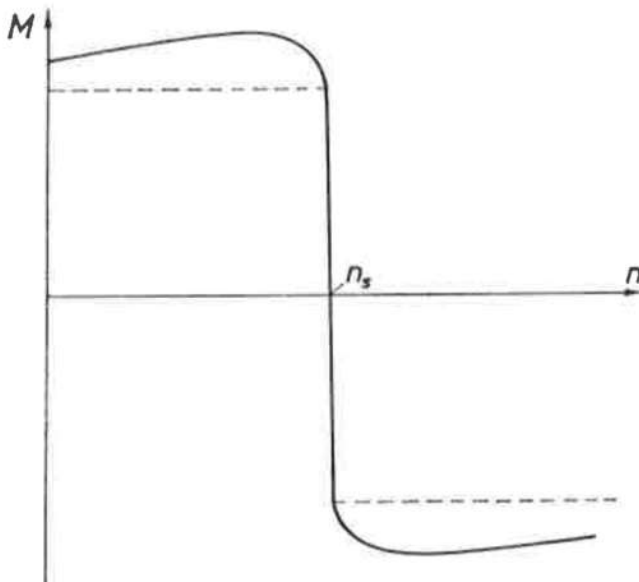
Tako dugo dok se rotor ne vrti sinhrono, ako zanemarimo druge utjecaje, kao što su vrtložne struje i sl., na nj će djelovati konstantan moment stvoren samo pojavom histereze:

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V B \Theta \sin \delta = \text{konst.} \quad (3)$$

Taj moment ubrzava rotor do samog sinhronizma. Kad bi premašio sinhronizam, istog bi trenutka konstantni moment promijenio predznak.

U sinhronizmu nema više premagnetiziranja rotora. On ostaje magnetiziran, a kut δ nije više određen petljom histereze, već se pomicanjem magnetiziranog rotora prema položaju praznog hoda prilagođuje momentu opterećenja. Motor radi u sinhronizmu kao da ima permanentni magnet u rotoru.

Osim *histereznog momenta* pojavljuje se u asinhronom radu i moment zbog vrtložnih struja, pa momentna karakteristika prema slici 15.41. nešto odstupa od pravokutne karakteristike histereznog momenta.



Sl. 15.41. Karakteristika momenta histereznog motora

15.11. Rotori za sporohodne motore

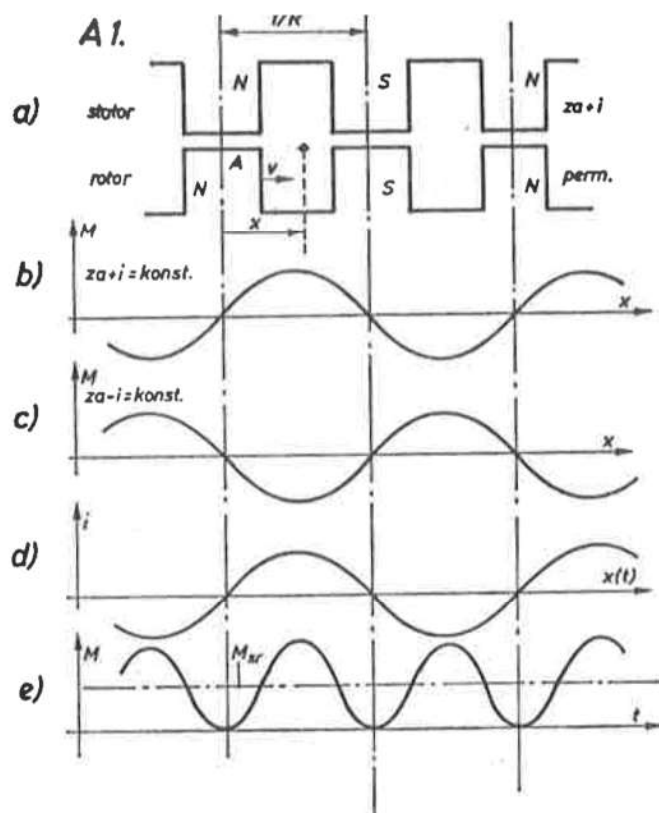
►►► Osim već prihvaćene podjele prema izvedbi rotora na induktorske, reaktantne i histerezne rotore, treba još izvršiti i podjelu prema magnetiziranju zubi statora, i to:

- A) zubi na statoru naizmjenice su *različitog* polariteta;
- B) grupa susjednih zubi na statoru *jednakog* su polariteta (*hibridni motori*);
- C) *broj zubi* na statoru i na rotoru *različit* je (*diferencijalni motori*).

U tim motorima stator je izveden s više zubi. Uzbudjuje se izmjeničnom strujom. Ako promatramo trenutak kad je uzbuđna struja $+i$, pa je u tom trenutku polaritet statorskih zubi redom N—S—N—S ..., u idućoj se poluperiodi, kad je uzbuđna struja $-i$, mijenja u S—N—S—N— ..., onda je to varijanta koju smo označili s A.

A 1. *Induktorski motor s naizmjenice polariziranim zubima* dobivamo ako u stator kojem se zubi uzbuđuju izmjeničnom strujom s naizmjenice različitim polaritetom stavimo rotor od permanentnog magneta sa zubima naizmjenice magnetiziranim različitim polaritetom. Taj se polaritet, za pojedini zub, ne mijenja (sl. 15.42). Rotor neka ima ukupno R zubi, pa korak zuba iznosi tad — mjereno u dijelovima opsega rotora — $1/R$ punog opsega rotora. Jednak broj zubi ima i stator, zbog čega je i korak statorskog zuba jednak.

►► Promotrimo moment koji bi djelovao na rotor kad bi stator bio uzbuđen konstantnom, pozitivnom strujom. Polaritet zubi odgovarao bi oznakama na slici, pa bi se pri kretanju udesno svi zubi rotora odbijali od zubi istog polariteta statora, a privlačili bi se sa zubima suprotnog polariteta, što bi na rotor djelovao mo-



Sl. 15.42. Sporohodni motor s naizmjenice polariziranim zubima statora i induktorskim rotorom: a) međusobni položaj zubi statora i rotora i moment pri struji statora (b) pozitivnoj, (c) nepozitivnoj; d) optimalan tok struje statora u ovisnosti o položaju rotora i e) pripadni moment

mentom u smjeru kretanja sve dok ne bi prevalio jedan korak zuba. U daljnjem kretanju smjer bi se momenta promijenio, on bi djelovao ulijevo. No ako u tom trenutku — kad je točka A rotora došla pod sredinu idućeg zuba statora — promijenimo smjer uzbudne struje, polaritet će se svih zubi statora mijenjati, pa će smjer momenta u području idućeg koraka zuba opet biti pozitivan. Kretanje rotora treba, dakle, uskladiti s pulsacijom izmjenične uzbudne struje tako da rotor prijeđe jedan korak zuba u vremenu u kojemu struja prijeđe pozitivnu poluperiodu. Moment se mijenja periodički, pa možemo i opet uzeti za naše razmatranje osnovni harmonički član te periodičke funkcije položaja. Takva sinusna promjena momenta, uz sinusnu promjenu uzbudne struje, daje ovisnost momenta o vremenu. To je kosinusoidea dvostruke frekvencije, koja se njiše oko srednje vrijednosti momenta M_{sr} , i to između vrijednosti 0 i vrijednosti $2 M_{sr}$.

Preduvjet da bismo dobili moment koji se mijenja tako da mu srednja vrijednost bude različita od nule je usklađeno, sinhronizirano gibanje rotora sa sinusnim njihanjem izmjenične uzbudne struje. Ako je frekvencija uzbudne struje jednaka f , onda jednoj poluperiodi uzbudne struje odgovara vrijeme:

$$T/2 = \frac{1}{2f} \text{ s.} \quad (1)$$

Za to vrijeme rotor mora prevaliti jedan korak zuba, a to je $1/R$ punih okretaja. Broj punih okretaja koje rotor mora prevaliti u jednoj sekundi bit će prema tome:

$$2f/R, \quad (2)$$



a broj okretaja u jednoj minuti, koji nazivamo brzinom vrtnje:

$$n = 60 \frac{2f}{R} = 120 f/R. \quad (3)$$

To je *sinhrona brzina* pri kojoj će *srednja vrijednost razvijenog momenta biti različita od nule*. Budući da smo navikli sinhronu brzinu računati iz broja pari polova, kojim treba podijeliti $60 f$, možemo i ovdje reći da taj iznos valja podijeliti s:

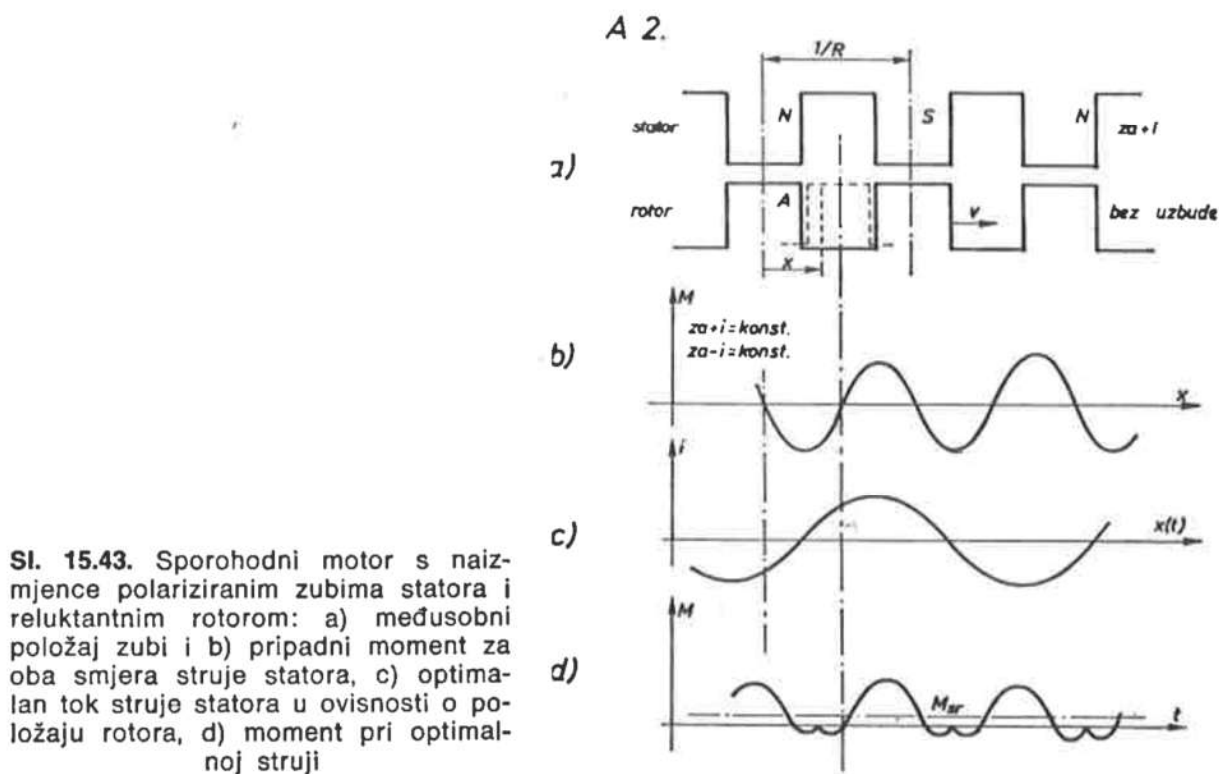
$$p = R/2, \quad (4)$$

tj. sinhrona brzina vrtnje je takva kao da *svaki zub čini jedan pol* sinhronog stroja.

A 2. Reluktantni motor sa zubima statora naizmjenice različitog polariteta, uzbuđenim izmjeničnom strujom, prikazan je na slici 15.43. Zubi rotora od mekog željeza magnetiziraju se od najbližega statorskog zuba uvijek suprotnim polaritetom. Zubi statora, prema tome, uvijek privlače rotorske zube, pa moment uvijek



djeluje na rotor u smjeru vrtnje dok se simetrala rotorskog zuba primiće simetrali statorskog zuba, a suprotno smjeru vrtnje dok se odmiče od simetrale statorskog zuba. To vrijedi bez obzira na smjer uzbudne struje. Prema slici 15.43, moment će



Sl. 15.43. Sporohodni motor s naizmjenice polariziranim zubima statora i reluktantnim rotorom: a) međusobni položaj zubi i b) pripadni moment za oba smjera struje statora, c) optimalan tok struje statora u ovisnosti o položaju rotora, d) moment pri optimalnoj struji

biti negativan dok se točka A na zubu rotora kreće od simetrale statorskog zuba do simetrale statorskog utora, a nakon toga će do simetrale idućega statorskog zuba biti pozitivan. To se ne da izmijeniti promjenom smjera uzbudne struje. Možemo,

međutim, vrtnju rotora sinhronizirati s uzбудnom strujom tako da uzbudna struja uvijek prolazi kroz vrijednost nula kad bi razvijeni moment bio negativan i maksimalan. Na taj način potisnut ćemo negativni dio krivulje momenta koji nam smeta. Uzmemo li i opet od periodički promjenljivog momenta osnovni harmonički član, pa računamo sa sinusnim krivuljama, razmaku između dviju negativnih amplituda odgovarat će opet jedan korak zuba. Položaj rotora i krivulja promjene uzbudne struje moraju biti usklađeni onako kako se vidi na slici 15.43. Krivulja ovisnosti momenta o vremenu, koja odatle slijedi, ima manje negativne vrijednosti od pozitivnih vrijednosti, pa će srednja vrijednost momenta biti veća od nule.

Trajanju jedne poluperiode struje odgovara pomak rotora za jedan korak zuba ($1/R$) jednako kao za induktorski motor, što znači da je i *sinhrona brzina* jednaka:



$$n = 120 f/R, \quad (5)$$

tj. sinhrona je brzina jednaka kao kod sinhronog stroja s:

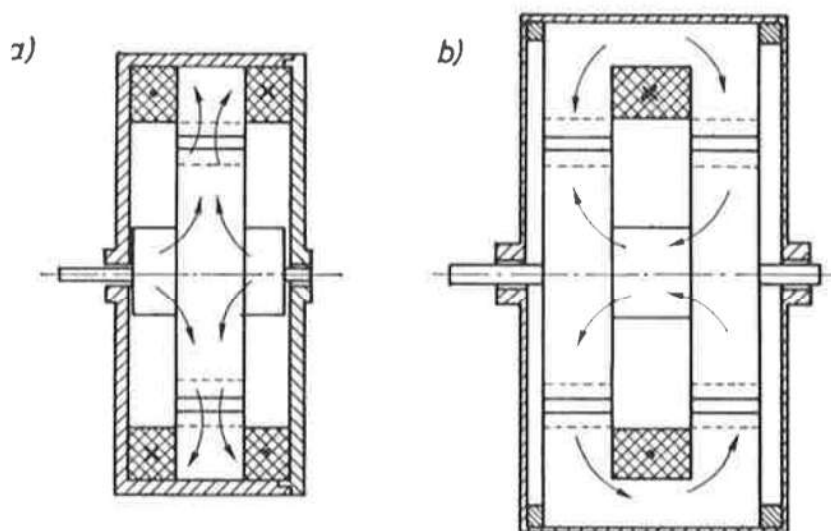
$$p = R/2 \quad (6)$$

pari polova, odnosno s R polova.

A 3. *Histerezni motor* izvodi se kao sporohodni motor opisan u odjeljku 15.8. Stator je izveden s kandžastim polovima. Broj pari polova jednak je broju kandži na jednom od diskova K . Prema tome je brzina vrtnje pri sinhronom radu:

$$n = 60 f/K, \quad (7)$$

Rotor je *vanjski* ili *unutrašnji*, a potrebna histerezna svojstva dobiva tako da se vanjski plašt unutrašnjeg rotora napravi od materijala visoke histereze. Za vanjski rotor obično se s unutrašnje strane zvonastog rotora dodaje traka visokohistereznog materijala.



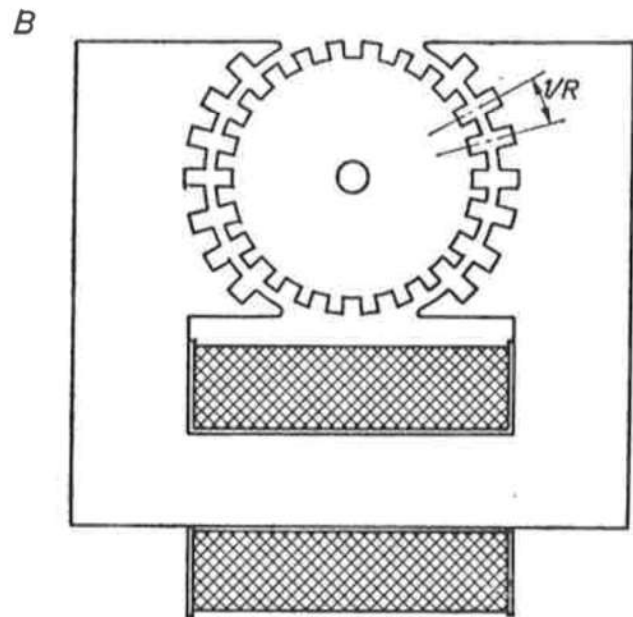
Sl. 15.44. Stator sa zubima jednakog polariteta i a) sa jednim rotorom, b) sa dva rotora

B) Drugu grupu sporohodnih motora čine motori sa zubima koji su svi, ili barem u jednoj široj zoni susjednih zubi, *istog polariteta*. Kako se to može postići, pokazali smo u načelu na slici 15.44. Slika 15.44.a sadrži rješenje s *jednim rotorom*.

Rotor s R zubi smješten je u isto tako nazubljenom statoru. Silnice ulaze s obje čeonice strane u rotor, izlaze po cijelom obodu iz rotora (zato su u istom trenutku svi zubi istog polariteta), ulaze po cijelom obodu u stator i zatvaraju se kroz kućište i jezgru rotora opet u rotor. Uzbuda je izmjenična i sastoji se od dva prstenasta svitka koji djeluju jedan drugome nasuprot, a smješteni su s obje čeonice strane.

Na slici 15.44.b izvedba je s *dva rotora*. Stator je također dvostruk. U trenutku kad su svi zubi prvog rotora jednog polariteta, svi su zubi drugog rotora suprotnog polariteta. Oba se rotora nalaze na zajedničkom jezgri kroz koju se zatvara izmjenični magnetski tok. Uzbudni svitak nalazi se između obje polovine statora, djeluje aksijalno i uzbuđen je izmjeničnom strujom.

Treća je mogućnost predložena na slici 15.45. *Jezgra s dva istaknuta pola* uzbuđena je izmjeničnom strujom preko svitka na jarmu. *Između polova nalazi se*



Sl. 15.45. Motor s dvopolnom uzbuđom i većim brojem zubi na polovima statora i na rotoru

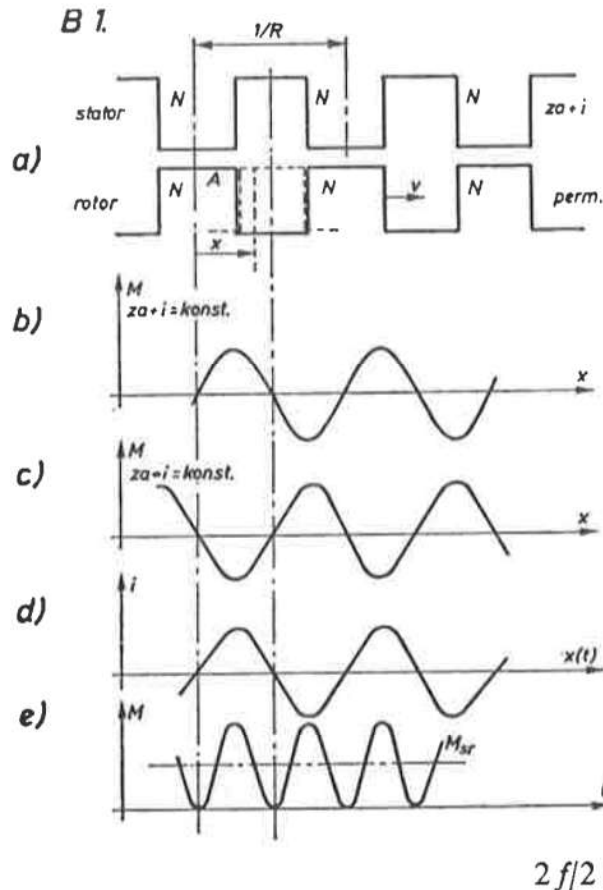
rotor s R zubi. Površina jednog i drugog pola ozubljen je uz isti korak zuba kao na rotoru. U istom trenutku svi su zubi jednog pola istog polariteta, a zubi drugog pola su suprotnog polariteta.

Budući da uzbuđom s malim brojem polova (obično dva, najviše četiri) i odgovarajućim ozubljenjem postignemo efekt mnogo većeg broja polova, nazivamo taj tip motora *hibridnim*.

B 1. *Induktorski hibridni motor* prikazan je na slici 15.46. Svi zubi rotora isti su pol permanentnog magneta, pa svi ostaju uvijek istog polariteta. Zubi statora, uzbuđeni izmjeničnom strujom mijenjaju polaritet, ali svi zajedno.

►► Promotrimo opet moment pri konstantnoj pozitivnoj uzbuđnoj struji $+i$. Odbijanje istoimenih zubi daje moment u smjeru vrtnje dok točka A na zubu rotora ne dođe u simetralu utora između dva zuba. Pri daljnjem zakretanju moment bi djelovao suprotno smjeru vrtnje jer bi prevladalo odbijanje idućeg zuba. Moment bi varirao prema nacrtanoj krivulji, a poluperioda bi odgovarala polovini koraka zuba. No kad bismo smjer uzbuđne struje promijenili ($-i$), polaritet statorskih zubi bi se promijenio, pa bi moment stvaralo privlačenje statorskih i rotorskih zubi. Taj bi moment bio upravo suprotnog smjera. Ako je moment bio pozitivan

za vrijeme dok se rotor pomakao za prvu polovinu koraka zuba, uz pozitivnu struju, treba tad promijeniti smjer struje da bi se uz pozitivan moment nastavilo gibanje kroz drugu polovinu koraka zuba. Struja i gibanje moraju biti sinhronizirani tako da jednoj poluperiodi struje odgovara pomak za polovinu koraka zuba, $1/2R$. U sekundi imamo $2f$ poluperioda, pa će rotor u jednoj sekundi prevaliti:



Sl. 15.46. Motor sa zubima statora jednakog polariteta i induktorskim rotorom: a) položaj zubi i moment za (b) pozitivnu, c) negativnu struju statora, d) optimalan tok struje statora u ovisnosti o položaju rotora i e) pripadni moment

$$2f/2R$$



punih okretaja, što znači da će *sinhrona brzina* biti:

$$n = 60f/R \quad (8)$$

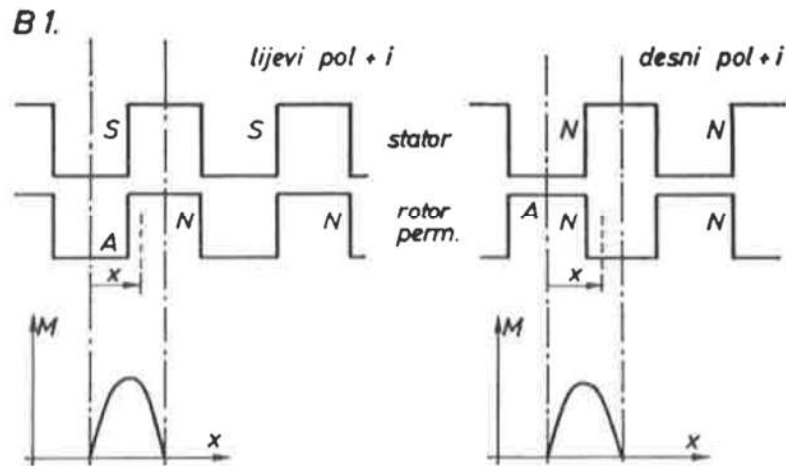
ili da se induktorski hibridni motor ponaša *kao sinhroni motor* s $p = R$ pari polova, odnosno s $2R$ polova.

Računajući s osnovnim harmoničkim članovima, moment bi se njhio oko srednje vrijednosti dvostrukom frekvencijom.

Pri 2-polnoj uzbudi, prema slici 15.45, i induktorskom rotoru svi su zubi rotora istog polariteta, a zubi statora su pod jednim polom jednoga, a pod drugim su suprotnog polariteta. Zbog toga bi moment ispod jednog pola i moment ispod drugog pola djelovali jedan prema drugome suprotno. Da bi se to izbjeglo, *ozubljenje se pod drugim polom pomiče*, prema slici 15.47, *za polovinu koraka zuba*. Tad se oba momenta zbrajaju i kod jednog i kod drugog smjera uzbudne struje. Uz uvjet da se rotor vrti sinhronom brzinom:

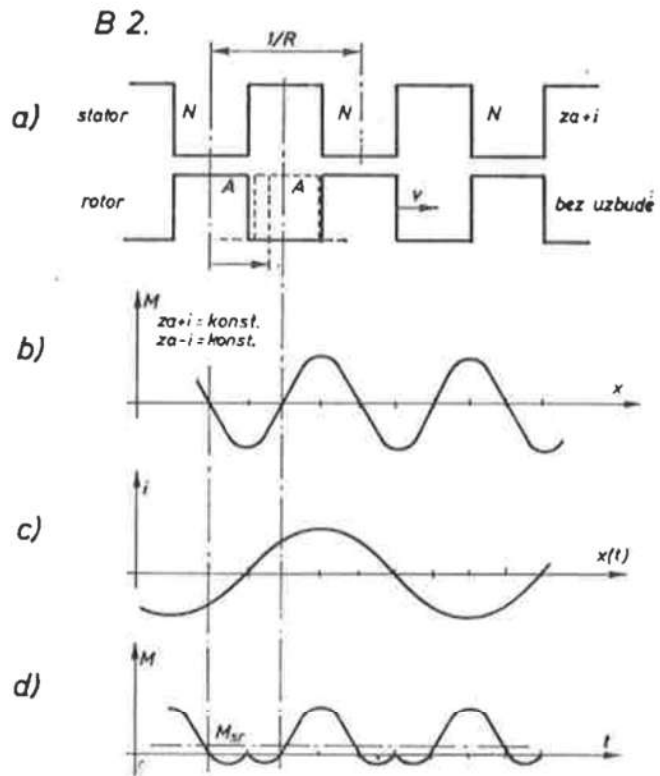
$$n = 60f/R \quad (9)$$

motor će razvijati moment srednje vrijednosti veće od nule.



Sl. 15.47. Potrebni pomak zubi pod lijevim polom prema zubima pod desnim polom dvopolno uzbuđenog statora s induktorskim rotorom sa zubima jednakog polariteta

B 2. Hibridni motor s reluktantnim rotorom ponaša se kao i obični reluktantni motor s naizmjenice polariziranim zubima. Prema slici 15.48. moment je isti za jedan i za drugi smer uzbudne struje, a poluperioda varijacije momenta je polo-



Sl. 15.48. Sporohodni motor sa zubima statora jednakog polariteta i reluktantnim rotorom: a) međusobni položaj zubi, b) pripadni moment za oba smjera struje u statoru, c) optimalni tok struje statora u ovisnosti o položaju rotora, d) rezultatni moment

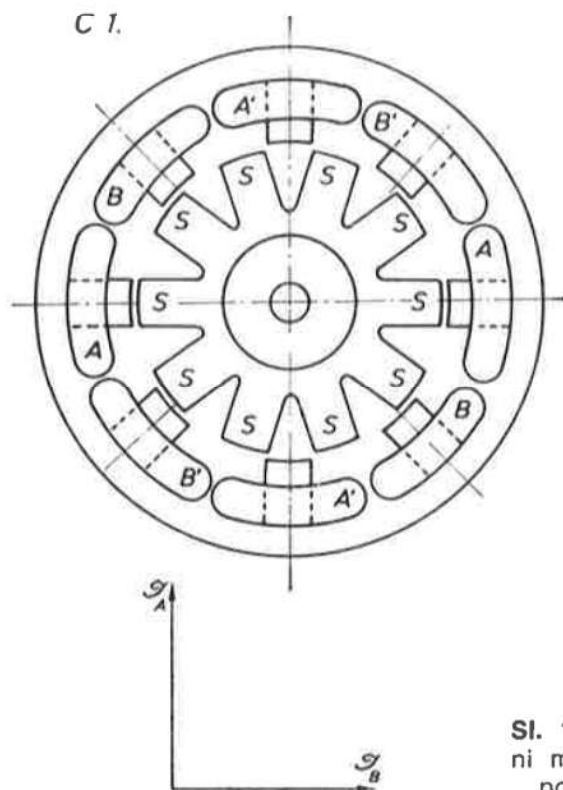
vina koraka zuba. I tu možemo iz stroja izvući moment kojem je srednja vrijednost različita od nule samo uz takvu sinhronu brzinu kod koje prolasci struje kroz nulu odgovaraju položajima rotora s negativnom amplitudom momenta. Poluperiodi struje odgovara pomak za jedan korak zuba, a to daje *sinhronu brzinu vrtnje*:

$$n = 120 f/R, \quad (10)$$

kojoj odgovara $p = R/2$ pari polova, odnosno R polova.

C) Grupu *diferencijalnih motora* čine motori kojima broj zubi na statoru S i broj zubi na rotoru R nisu jednaki.

►► C 1. *Diferencijalni motor s induktorskim rotorom*: je npr. dvofazni motor s osam zubi na statoru i deset zubi na rotoru (sl. 15.49). Rotor je permanentni mag-



Sl. 15.49. Dvofazni četveropolni diferencijalni motor sa 8 zubi na statoru i 10 jednako polariziranih zubi na induktorskom rotoru

net sa svim polovima istog polariteta (npr. S). Stator je sa svojih osam zubi izveden kao 4-polni, 2-fazni stator. Maksimalna struja u fazi A daje N-polove A—A i S-polove A'—A'. U fazi B struja zaostaje za $\pi/2$, pa tada nastaje slična situacija na polovima B—B, odnosno B'—B'. Kod pozitivne struje u fazi A pod N-polove (A—A) postave se S-polovi rotora, a pod S-polove postave se međupolni prostori rotora. Slijedi maksimum struje u fazi B i najbliži zubi rotora S—S postavljaju se u os B—B. Rotor je pri tome izvršio zakret za $1/8 - 1/10 = 1/40$ punog okretaja. Kod negativne amplitude struje u fazi A se postavlja najbliža os S—S na rotoru u os A'—A' statora, pa je rotor u $1/2$ periode prešao $2/40 = 1/20$ okretaja. Brzina vrtnje iznosi:

$$n = 60 \cdot 2f \frac{1}{20} = 6f \text{ r min}^{-1},$$

ili općenito:

$$n = 60 \cdot 2f \cdot 2 \cdot (1/S - 1/R) = 60f \cdot 4(R - S)/RS.$$

Uz broj faza m i broj pari polova p vrijedi:

$$2pm = S,$$

odnosno za 2-faznu izvedbu:

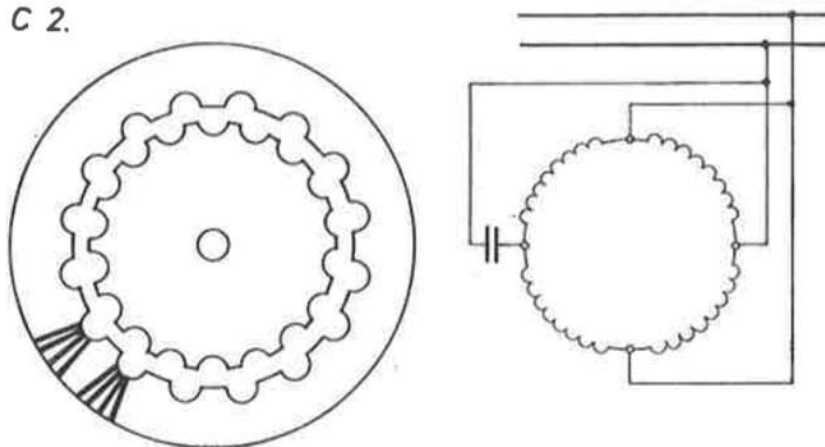
$$p = S/4$$

Brzina je vrtnje tada:

$$n = \frac{60 f}{p} \frac{R - S}{R} \quad (11)$$

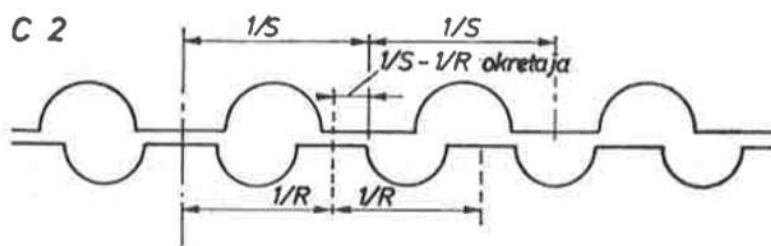
tj. ona je smanjena prema sinhronoj brzini motora s p pari polova u omjeru $(R - S)/R$.

C 2.



Sl. 15.50. Diferencijalni dvofazni dvopolni motor sa 16 zubi na statoru i 18 zubi na rotoru

C 2. Diferencijalni motor s reluktantnim rotorom ima, prema slici 15.50, stator koji daje okretno polje. Taj motor ima, npr. dvofazni namot ili jednofazni namot s kondenzatorom u pomoćnoj fazi. Broj zubi statora S i rotora R različiti su.



Sl. 15.51. Pomak rotora koji odgovara zakretu okretnog polja za jedan korak zuba statora

Kad okretno polje prijeđe dio oboda koji odgovara koraku statorskih zubi $1/S$, rotor se postavi u položaj gdje je opet zub rotora postavljen nasuprot zubu statora, ali je to sada slijedeći zub. Pri tome se je rotor zakrenuo — prikazano u dijelovima punog okreta — za:

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{R} = \frac{R - S}{RS}.$$

Nakon jednoga punog okretaja okretnog polja — a to je S koraka statorskih zubi — rotor se zakrenuo S puta toliko:

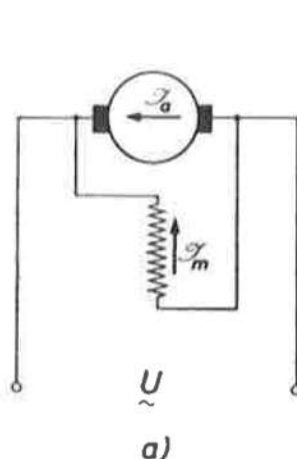
$$o = S \frac{R - S}{RS} = \frac{R - S}{R} \text{ punih okretaja.}$$

U jednoj minuti okretno polje napravi $60 f/p$ punih okretaja, pa je *brzina vrtnje* rotora:

$$n = \frac{60 f}{p} \frac{R - S}{R} \quad (12)$$

15.12. Univerzalni motor

►►► Istosmjerni motor, poredni ili serijski, zadržat će isti smjer vrtnje ako mu zamijenimo polaritet priključaka na mrežu. Time smo, naime, obrnuli i smjer uzbudne struje i smjer struje armature, pa je tako smjer vrtnje zapravo dva puta obrnut, što znači nepromijenjen. Odatle izlazi da se istosmjerni stroj može priključiti i na izmjenični napon, jer će smjer vrtnje u obje poluperiode ostati isti. Naravno da pri izmjeničnom napajanju i magnetski tok u statoru pulsira, pa i stator treba izvesti lamelirano, zbog vrtložnih struja.



►► Nije teško pokazati da poredni motor ne može dobro raditi na izmjeničnoj mreži. Tok Φ pulsira u taktu sa strujom I_m koja zbog velikog induktiviteta uzbudnog namota zaostaje za naponom mreže U gotovo za $\pi/2$ (sl. 15.52). Struja armature

Sl. 15.52. Poredni motor na mreži izmjeničnog napona: a) shema, b) fazori struja

I_a morala bi biti što bliže naponu U ako motor treba radnu snagu, no u tom se slučaju kut ψ vrlo približava vrijednosti $\pi/2$. Trenutna vrijednost razvijenog momenta je tada:

$$M_t = K_1 B \Theta \sin \delta = K i_m i_a \cdot 1,$$

gdje su i_m i i_a trenutne vrijednosti struja koje se sinusno mijenjaju s faznim pomakom ψ . Srednja vrijednost momenta tu iznosi:

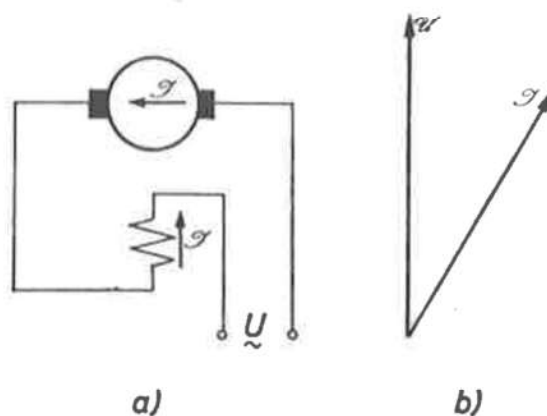
$$M_{sr} = 2 K I_m I_a \cos \psi,$$

a budući da je $\psi \cong \pi/2$, bit će:

$$M_{sr} \cong 0,$$

tj. razvijeni moment će biti vrlo malen.

►►► Tome možemo doskočiti ako za rad na mreži izmjeničnog napona upotrijebimo *serijski motor* u kojem ista struja teče u uzбудnom namotu i u armaturi, pa tok pulsira u fazi sa strujom armature I . Tu je $\cos \varphi = 1$, pa je stroj maksimalno iskorišten (sl. 15.53).



Sl. 15.53. Serijski motor na mreži izmjeničnog napona

U armaturi se inducira *napon rotacije* kojem je maksimalna vrijednost:

$$U_{rmax} = k_E \Phi n. \quad (1)$$

Tok Φ pulsira frekvencijom mreže i u fazi sa strujom I , koja ga uzbuđuje, pa je i *napon rotacije izmjenični napon*, u fazi sa strujom. Efektivna mu je vrijednost:

$$U_r = \frac{1}{\sqrt{2}} k_E \Phi n. \quad (2)$$

Narintom naponu U suprotstavlja se:

- napon na *reaktanciji* uzbudnog i armaturnog namota, $I j X$;
- napon na *radnom otporu*, uključujući i pad napona na četkicama, $I R$;
- napon *rotacije*, U_r , u fazi sa strujom I .

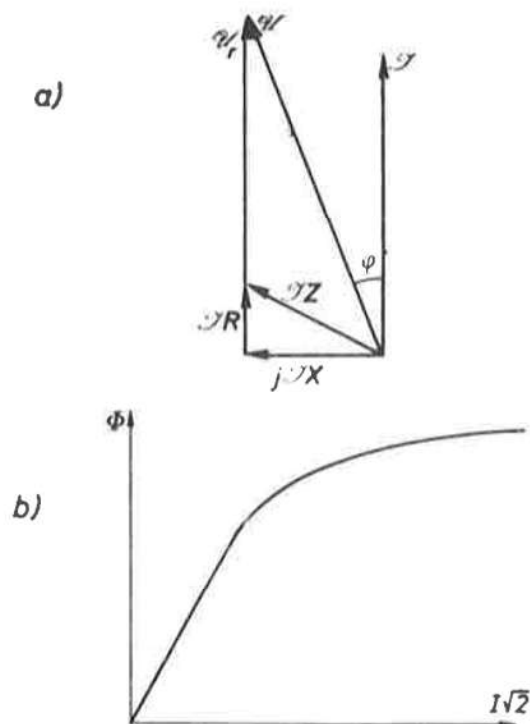
Fazorski dijagram lako ćemo nacrtati ako počemo od određene struje opterećenja I i vektorski zbrojimo sve napone koji se suprotstavljaju konstantnome narintom naponu U . S dijagrama (sl. 15.54.a) vidi se koliki dio napona preostaje za napon rotacije, a odatle izlazi brzina vrtnje:

$$n = \frac{\sqrt{2} U_r}{k_E \Phi}. \quad (3)$$

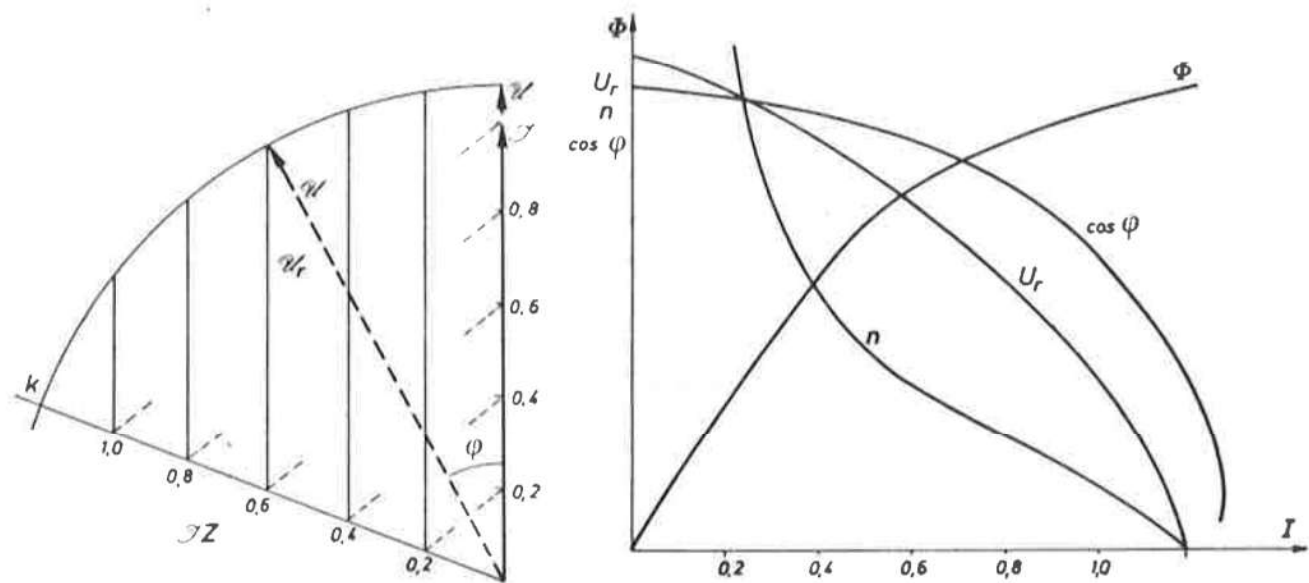
Tok Φ treba uzeti iz karakteristike magnetskog kruga za struju $I/\sqrt{2}$.

Iz fazorskog dijagrama daje se, prema slici 15.55, konstruirati karakteristika napona rotacije $U_r = f(I)$ i faktora snage $\cos \varphi = f(I)$, a uz poznatu ovisnost $\Phi = f(I)$ konstruira se karakteristika brzine vrtnje ovisno o struji opterećenja $n = f(I)$.

Ako još pojednostavimo sliku zanemariivši mali pad napona $I R$ i ako uzmemo nezasićeni dio magnetske karakteristike $\Phi \cong k I/\sqrt{2}$, možemo brzinu vrtnje uz struju opterećenja I i mrežni napon U prikazati:



Sl. 15.54. Fazorski dijagram univerzalnog motora (a) i ovisnost magnetskog toka u struji (b)



Sl. 15.55. Karakteristike univerzalnog motora u ovisnosti o struji opterećenja

— na izmjeničnoj mreži:

$$n_{\sim} \approx \frac{U \cos \varphi}{k_E k I} ;$$

— na istosmjernoj mreži:

$$n_{\sim} \cong \frac{U}{k_E k I}$$

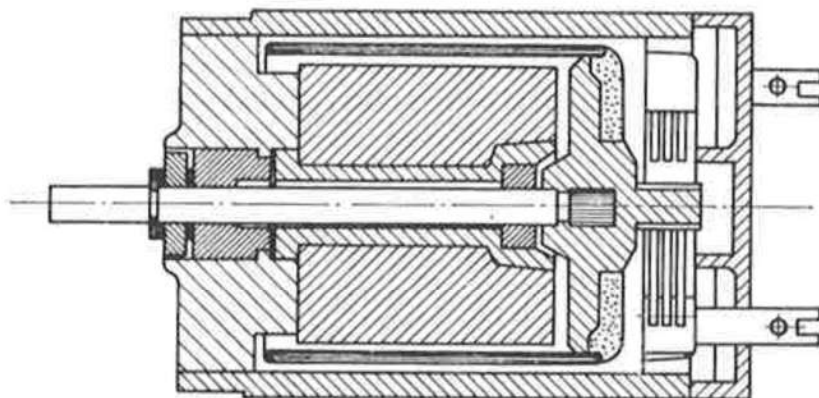
tako da je:

$$n_{\sim}/n_{\sim} \cong \cos \varphi, \quad (4)$$

tj. brzina vrtnje uz istu struju uvijek je manja na mreži izmjeničnog napona. To smanjenje brzine dolazi to više do izražaja što je struja opterećenja veća.

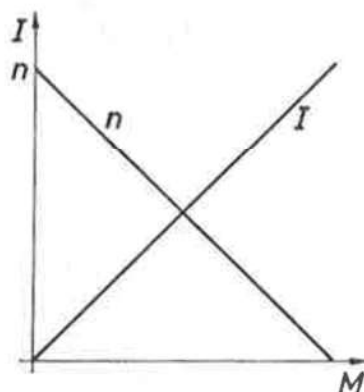
15.13. Mali istosmjerni motori

►►► Sitni istosmjerni motori rade se s *permanentnim magnetima* i s *rotorom bez željeza*. To znači da se namot izvodi kao zvonasti rotor koji se sastoji od formiranih svitaka s kolektorom, zapečenih sintetičkom smolom i navučenih na osovinu. Takav zvonasti rotor vrti se u uskom rasporu između permanentnog magneta smještenoga iznutra i jarma smještenoga izvana (sl. 15.56).



Sl. 15.56. Mali istosmjerni motor s permanentnim magnetom i rotorom bez željeza (L. 40)

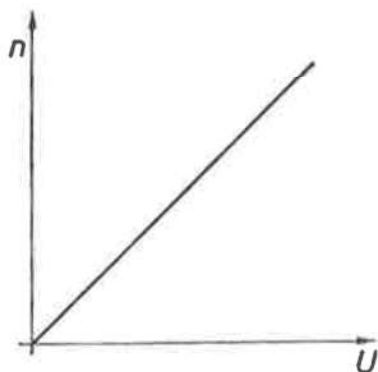
Moment tromosti takva motora vrlo je malen. Tok mu je konstantan. Zbog toga mu struja raste gotovo linearno s momentom opterećenja, a brzina vrtnje mu gotovo linearno pada. (sl. 15.57).



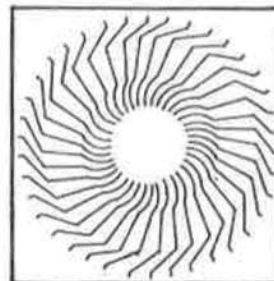
Sl. 15.57. Brzina vrtnje i struja malog istosmjernog motora priključenog na konstantni napon u ovisnosti o momentu opterećenja

Slični su mali *mjerni motori* kod kojih želimo postići strogu proporcionalnost između napona na stezaljkama motora i njegove brzine vrtnje (sl. 15.58). Pad napona mora biti zanemarivo malen, a tok i temperaturnu kompenzaciju podešavamo magnetskim shuntom. Kako bi shunt bio pristupačan, ovi se motori grade s permanentnim magnetima izvana, a s povratnim jarmom unutar zvonastog rotora.

Sasvim je drukčija izvedba s *disk-rotorom*. Tanka bakrena pločica izrezuje se tako da ostanu bakreni vodiči (sl. 15.59). Još jedna ista takva pločica okrenuta le-



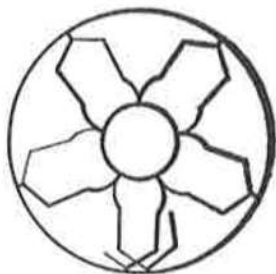
Sl. 15.58. Brzina vrtnje malog istosmjernog motora opterećenog konstantnim momentom u ovisnosti o naponu na priključku



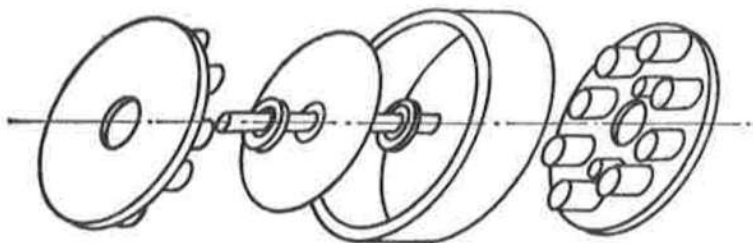
Sl. 15.59. Štancana pločica disk-motora (L. 34)

đima nosi povratne vodiče. Ako se između takve dvije pločice uloži list izolacije i sve zajedno slijepi, može se disk-rotor s vanjske i unutrašnje strane kružno izrezati i s jedne i druge strane vodiči se gornje i vodiči donje pločice zavare. Tako dobivamo valovit namot, kod kojega goli bakreni vodiči ujedno služe kao kolektor (sl. 15.60).

Polovi su permanentni magneti s jedne i druge strane diska (sl. 15.61), s po osam ili deset polova, a povratni magnetski put čini kućište. Dvije četkice direktno kliču po disku.



Sl. 15.60. Sastavljanje dviju pločica disk-motora (L. 34)



Sl. 15.61. Disk-motor

Takvi se motori grade za snage od dvadesetak vata do nekoliko kilovata i za brzine vrtnje do $6\,000\text{ r min}^{-1}$.

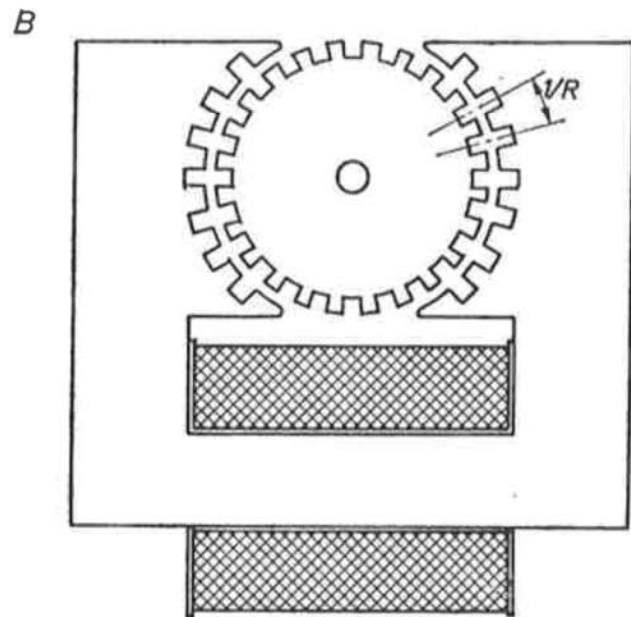
Beskolektorski istosmjerni motor ili *elektronički motor* vrlo je prikladan tamo gdje radom motora treba upravljati ili održavati vrlo točno konstantnu brzinu vrtnje (npr. za pogon magnetofona). Umjesto kolektora kao mehaničkog ispravljača, tu strujom u svicima upravljaju tranzistori.

Prema slici 15.62, rotor je okrugli permanentni magnet, a stator nosi četiri svitka označena sa 1—1, 2—2, 3—3, 4—4, pri čemu je označen i smjer struje koja u njima teče kad proradi pripadni tranzistor T 1, ili T 2, ili T 3, ili T 4 (sl. 15.63). Tranzistore otvaraju naponi Hallovih generatora koji su smješteni u rasporu stroja (HG 1, HG 2), i to uvijek u trenutku kad se rotor — jaki permanentni magnet —

Rotor s R zubi smješten je u isto tako nazubljenom statoru. Silnice ulaze s obje čeonice strane u rotor, izlaze po cijelom obodu iz rotora (zato su u istom trenutku svi zubi istog polariteta), ulaze po cijelom obodu u stator i zatvaraju se kroz kućište i jezgru rotora opet u rotor. Uzbuda je izmjenična i sastoji se od dva prstenasta svitka koji djeluju jedan drugome nasuprot, a smješteni su s obje čeonice strane.

Na slici 15.44.b izvedba je s *dva rotora*. Stator je također dvostruk. U trenutku kad su svi zubi prvog rotora jednog polariteta, svi su zubi drugog rotora suprotnog polariteta. Oba se rotora nalaze na zajedničkom jezgri kroz koju se zatvara izmjenični magnetski tok. Uzbudni svitak nalazi se između obje polovine statora, djeluje aksijalno i uzbuđen je izmjeničnom strujom.

Treća je mogućnost predložena na slici 15.45. *Jezgra s dva istaknuta pola* uzbuđena je izmjeničnom strujom preko svitka na jarmu. *Između polova nalazi se*



Sl. 15.45. Motor s dvopolnom uzbuđom i većim brojem zubi na polovima statora i na rotoru

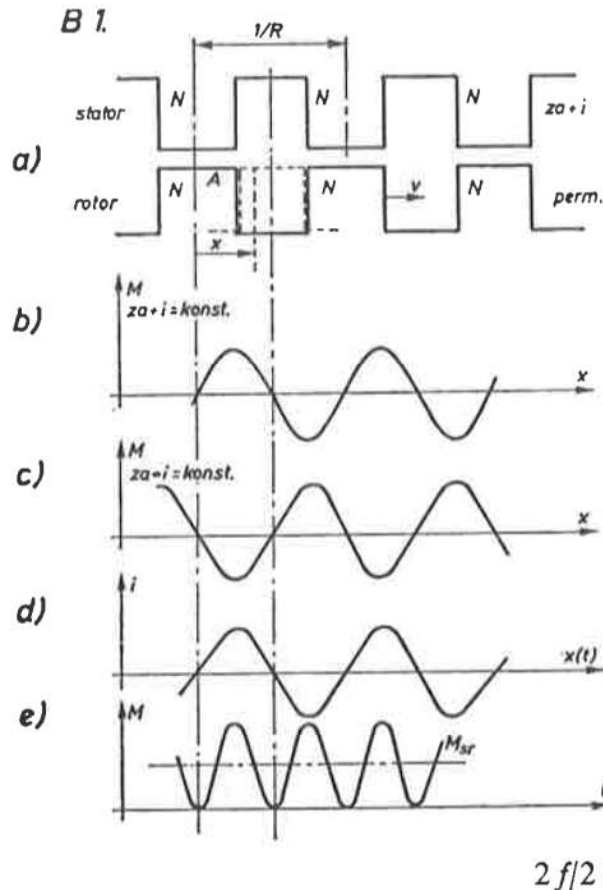
rotor s R zubi. Površina jednog i drugog pola ozubljen je uz isti korak zuba kao na rotoru. U istom trenutku svi su zubi jednog pola istog polariteta, a zubi drugog pola su suprotnog polariteta.

Budući da uzbuđom s malim brojem polova (obično dva, najviše četiri) i odgovarajućim ozubljenjem postignemo efekt mnogo većeg broja polova, nazivamo taj tip motora *hibridnim*.

B 1. *Induktorski hibridni motor* prikazan je na slici 15.46. Svi zubi rotora isti su pol permanentnog magneta, pa svi ostaju uvijek istog polariteta. Zubi statora, uzbuđeni izmjeničnom strujom mijenjaju polaritet, ali svi zajedno.

►► Promotrimo opet moment pri konstantnoj pozitivnoj uzbuđnoj struji $+i$. Odbijanje istoimenih zubi daje moment u smjeru vrtnje dok točka A na zubu rotora ne dođe u simetralu utora između dva zuba. Pri daljnjem zakretanju moment bi djelovao suprotno smjeru vrtnje jer bi prevladalo odbijanje idućeg zuba. Moment bi varirao prema nacrtanoj krivulji, a poluperioda bi odgovarala polovini koraka zuba. No kad bismo smjer uzbuđne struje promijenili ($-i$), polaritet statorskih zubi bi se promijenio, pa bi moment stvaralo privlačenje statorskih i rotorskih zubi. Taj bi moment bio upravo suprotnog smjera. Ako je moment bio pozitivan

za vrijeme dok se rotor pomakao za prvu polovinu koraka zuba, uz pozitivnu struju, treba tad promijeniti smjer struje da bi se uz pozitivan moment nastavilo gibanje kroz drugu polovinu koraka zuba. Struja i gibanje moraju biti sinhronizirani tako da jednoj poluperiodi struje odgovara pomak za polovinu koraka zuba, $1/2R$. U sekundi imamo $2f$ poluperioda, pa će rotor u jednoj sekundi prevaliti:



Sl. 15.46. Motor sa zubima statora jednakog polariteta i induktorskim rotorom: a) položaj zubi i moment za (b) pozitivnu, c) negativnu struju statora, d) optimalan tok struje statora u ovisnosti o položaju rotora i e) pripadni moment

$$2f/2R$$



punih okretaja, što znači da će *sinhrona brzina* biti:

$$n = 60 f/R \quad (8)$$

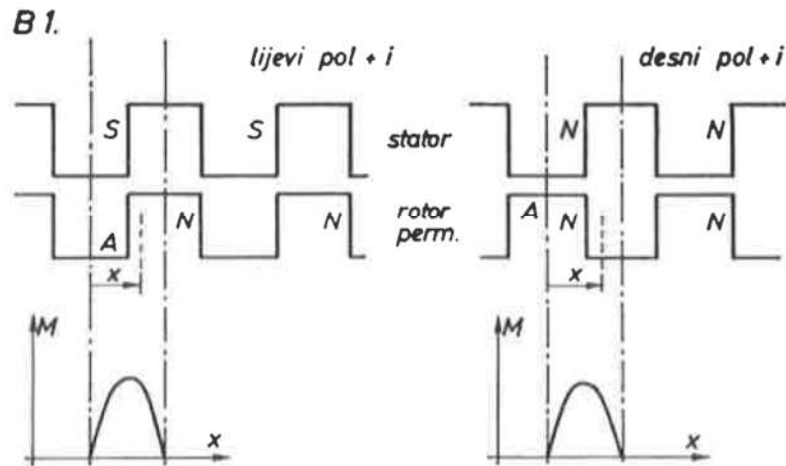
ili da se induktorski hibridni motor ponaša *kao sinhroni motor* s $p = R$ pari polova, odnosno s $2R$ polova.

Računajući s osnovnim harmoničkim članovima, moment bi se njhio oko srednje vrijednosti dvostrukom frekvencijom.

Pri 2-polnoj uzbudi, prema slici 15.45, i induktorskom rotoru svi su zubi rotora istog polariteta, a zubi statora su pod jednim polom jednoga, a pod drugim su suprotnog polariteta. Zbog toga bi moment ispod jednog pola i moment ispod drugog pola djelovali jedan prema drugome suprotno. Da bi se to izbjeglo, *ozubljenje se pod drugim polom pomiče*, prema slici 15.47, za polovinu koraka zuba. Tad se oba momenta zbrajaju i kod jednog i kod drugog smjera uzbudne struje. Uz uvjet da se rotor vrti sinhronom brzinom:

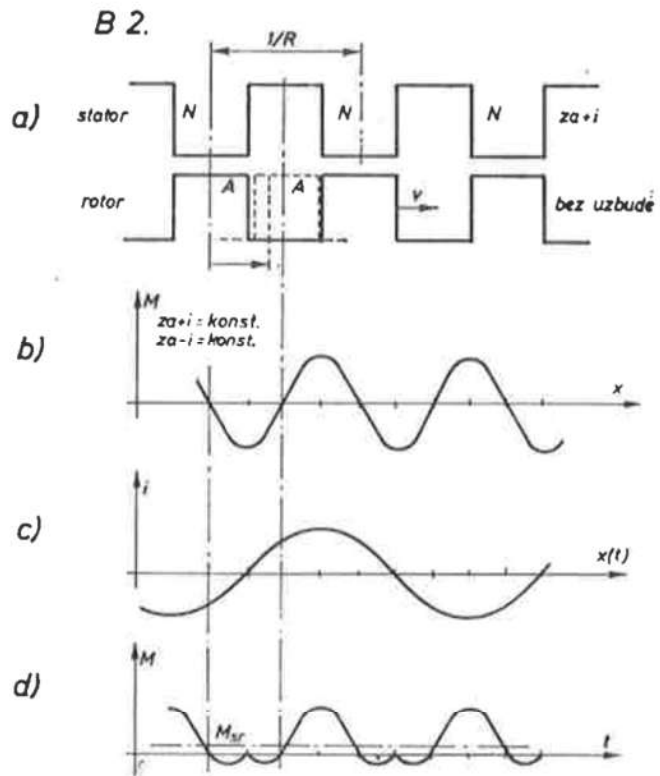
$$n = 60 f/R \quad (9)$$

motor će razvijati moment srednje vrijednosti veće od nule.



Sl. 15.47. Potrebni pomak zubi pod lijevim polom prema zubima pod desnim polom dvopolno uzbuđenog statora s induktorskim rotorom sa zubima jednakog polariteta

B 2. Hibridni motor s reluktantnim rotorom ponaša se kao i obični reluktantni motor s naizmjenice polariziranim zubima. Prema slici 15.48. moment je isti za jedan i za drugi smer uzbudne struje, a poluperioda varijacije momenta je polo-



Sl. 15.48. Sporohodni motor sa zubima statora jednakog polariteta i reluktantnim rotorom: a) međusobni položaj zubi, b) pripadni moment za oba smjera struje u statoru, c) optimalni tok struje statora u ovisnosti o položaju rotora, d) rezultatni moment

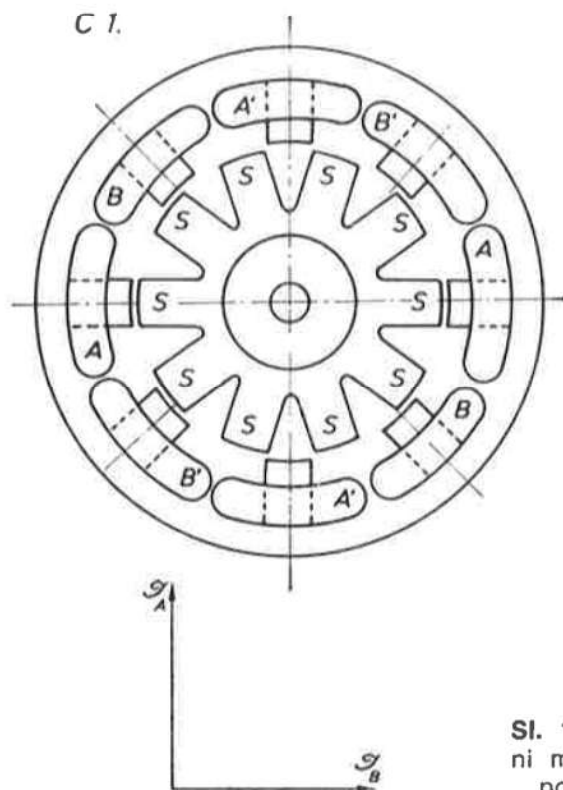
vina koraka zuba. I tu možemo iz stroja izvući moment kojem je srednja vrijednost različita od nule samo uz takvu sinhronu brzinu kod koje prolasci struje kroz nulu odgovaraju položajima rotora s negativnom amplitudom momenta. Poluperiodi struje odgovara pomak za jedan korak zuba, a to daje *sinhronu brzinu vrtnje*:

$$n = 120 f/R, \quad (10)$$

kojoj odgovara $p = R/2$ pari polova, odnosno R polova.

C) Grupu *diferencijalnih motora* čine motori kojima broj zubi na statoru S i broj zubi na rotoru R nisu jednaki.

►► C 1. *Diferencijalni motor s induktorskim rotorom*: je npr. dvofazni motor s osam zubi na statoru i deset zubi na rotoru (sl. 15.49). Rotor je permanentni mag-



Sl. 15.49. Dvofazni četveropolni diferencijalni motor sa 8 zubi na statoru i 10 jednako polariziranih zubi na induktorskom rotoru

net sa svim polovima istog polariteta (npr. S). Stator je sa svojih osam zubi izveden kao 4-polni, 2-fazni stator. Maksimalna struja u fazi A daje N-polove A—A i S-polove A'—A'. U fazi B struja zaostaje za $\pi/2$, pa tada nastaje slična situacija na polovima B—B, odnosno B'—B'. Kod pozitivne struje u fazi A pod N-polove (A—A) postave se S-polovi rotora, a pod S-polove postave se međupolni prostori rotora. Slijedi maksimum struje u fazi B i najbliži zubi rotora S—S postavljaju se u os B—B. Rotor je pri tome izvršio zakret za $1/8 - 1/10 = 1/40$ punog okretaja. Kod negativne amplitude struje u fazi A se postavlja najbliža os S—S na rotoru u os A'—A' statora, pa je rotor u $1/2$ periode prešao $2/40 = 1/20$ okretaja. Brzina vrtnje iznosi:

$$n = 60 \cdot 2f \frac{1}{20} = 6f \text{ r min}^{-1},$$

ili općenito:

$$n = 60 \cdot 2f \cdot 2 \cdot (1/S - 1/R) = 60f \cdot 4(R - S)/RS.$$

Uz broj faza m i broj pari polova p vrijedi:

$$2pm = S,$$

odnosno za 2-faznu izvedbu:

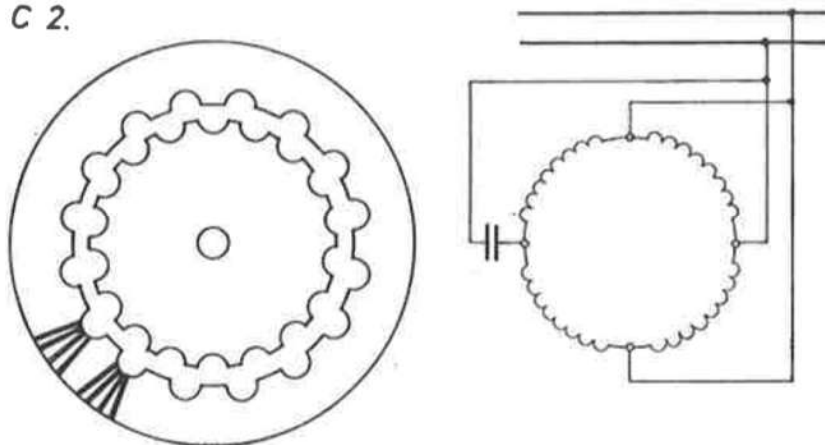
$$p = S/4$$

Brzina je vrtnje tada:

$$n = \frac{60 f}{p} \frac{R - S}{R} \quad (11)$$

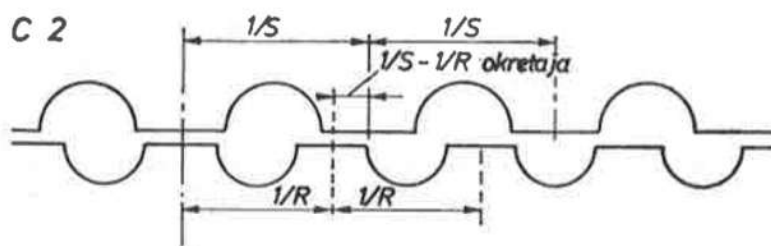
tj. ona je smanjena prema sinhronoj brzini motora s p pari polova u omjeru $(R - S)/R$.

C 2.



Sl. 15.50. Diferencijalni dvofazni dvopolni motor sa 16 zubi na statoru i 18 zubi na rotoru

C 2. Diferencijalni motor s reluktantnim rotorom ima, prema slici 15.50, stator koji daje okretno polje. Taj motor ima, npr. dvofazni namot ili jednofazni namot s kondenzatorom u pomoćnoj fazi. Broj zubi statora S i rotora R različiti su.



Sl. 15.51. Pomak rotora koji odgovara zakretu okretnog polja za jedan korak zuba statora

Kad okretno polje prijeđe dio oboda koji odgovara koraku statorskih zubi $1/S$, rotor se postavi u položaj gdje je opet zub rotora postavljen nasuprot zubu statora, ali je to sada slijedeći zub. Pri tome se je rotor zakrenuo — prikazano u dijelovima punog okreta — za:

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{R} = \frac{R - S}{RS}.$$

Nakon jednoga punog okretaja okretnog polja — a to je S koraka statorskih zubi — rotor se zakrenuo S puta toliko:

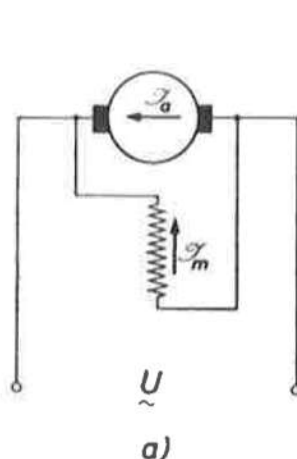
$$o = S \frac{R - S}{RS} = \frac{R - S}{R} \text{ punih okretaja.}$$

U jednoj minuti okretno polje napravi $60 f/p$ punih okretaja, pa je *brzina vrtnje* rotora:

$$n = \frac{60 f}{p} \frac{R - S}{R} \quad (12)$$

15.12. Univerzalni motor

►►► Istosmjerni motor, poredni ili serijski, zadržat će isti smjer vrtnje ako mu zamijenimo polaritet priključaka na mrežu. Time smo, naime, obrnuli i smjer uzbudne struje i smjer struje armature, pa je tako smjer vrtnje zapravo dva puta obrnut, što znači nepromijenjen. Odatle izlazi da se istosmjerni stroj može priključiti i na izmjenični napon, jer će smjer vrtnje u obje poluperiode ostati isti. Naravno da pri izmjeničnom napajanju i magnetski tok u statoru pulsira, pa i stator treba izvesti lamelirano, zbog vrtložnih struja.



►► Nije teško pokazati da poredni motor ne može dobro raditi na izmjeničnoj mreži. Tok Φ pulsira u taktu sa strujom I_m koja zbog velikog induktiviteta uzbudnog namota zaostaje za naponom mreže U gotovo za $\pi/2$ (sl. 15.52). Struja armature

Sl. 15.52. Poredni motor na mreži izmjeničnog napona: a) shema, b) fazori struja

I_a morala bi biti što bliže naponu U ako motor treba radnu snagu, no u tom se slučaju kut ψ vrlo približava vrijednosti $\pi/2$. Trenutna vrijednost razvijenog momenta je tada:

$$M_t = K_1 B \Theta \sin \delta = K i_m i_a \cdot 1,$$

gdje su i_m i i_a trenutne vrijednosti struja koje se sinusno mijenjaju s faznim pomakom ψ . Srednja vrijednost momenta tu iznosi:

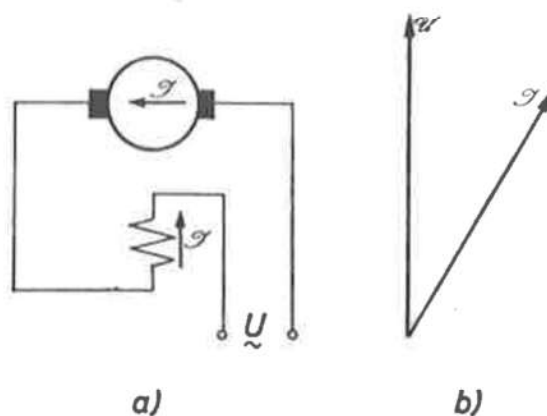
$$M_{sr} = 2 K I_m I_a \cos \psi,$$

a budući da je $\psi \cong \pi/2$, bit će:

$$M_{sr} \cong 0,$$

tj. razvijeni moment će biti vrlo malen.

►►► Tome možemo doskočiti ako za rad na mreži izmjeničnog napona upotrijebimo *serijski motor* u kojem ista struja teče u uzбудnom namotu i u armaturi, pa tok pulsira u fazi sa strujom armature I . Tu je $\cos \varphi = 1$, pa je stroj maksimalno iskorišten (sl. 15.53).



Sl. 15.53. Serijski motor na mreži izmjeničnog napona

U armaturi se inducira *napon rotacije* kojem je maksimalna vrijednost:

$$U_{rmax} = k_E \Phi n. \quad (1)$$

Tok Φ pulsira frekvencijom mreže i u fazi sa strujom I , koja ga uzbuđuje, pa je i *napon rotacije izmjenični napon*, u fazi sa strujom. Efektivna mu je vrijednost:

$$U_r = \frac{1}{\sqrt{2}} k_E \Phi n. \quad (2)$$

Narintom naponu U suprotstavlja se:

- napon na *reaktanciji* uzbudnog i armaturnog namota, $I j X$;
- napon na *radnom otporu*, uključujući i pad napona na četkicama, $I R$;
- napon *rotacije*, U_r , u fazi sa strujom I .

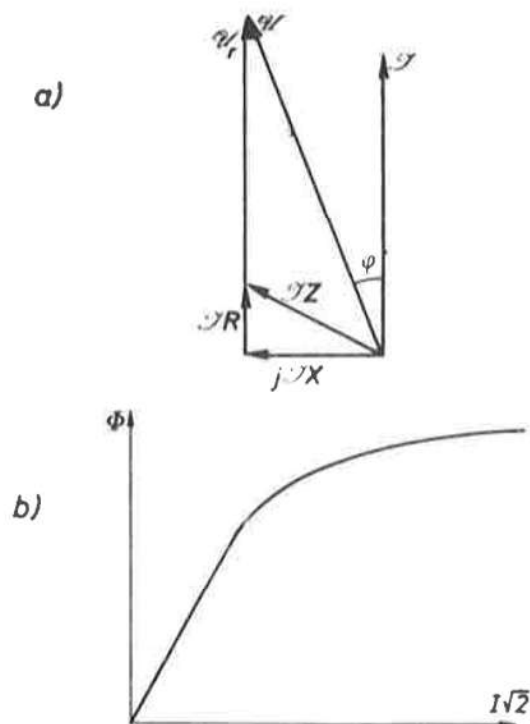
Fazorski dijagram lako ćemo nacrtati ako počemo od određene struje opterećenja I i vektorski zbrojimo sve napone koji se suprotstavljaju konstantnome narintom naponu U . S dijagrama (sl. 15.54.a) vidi se koliki dio napona preostaje za napon rotacije, a odatle izlazi brzina vrtnje:

$$n = \frac{\sqrt{2} U_r}{k_E \Phi}. \quad (3)$$

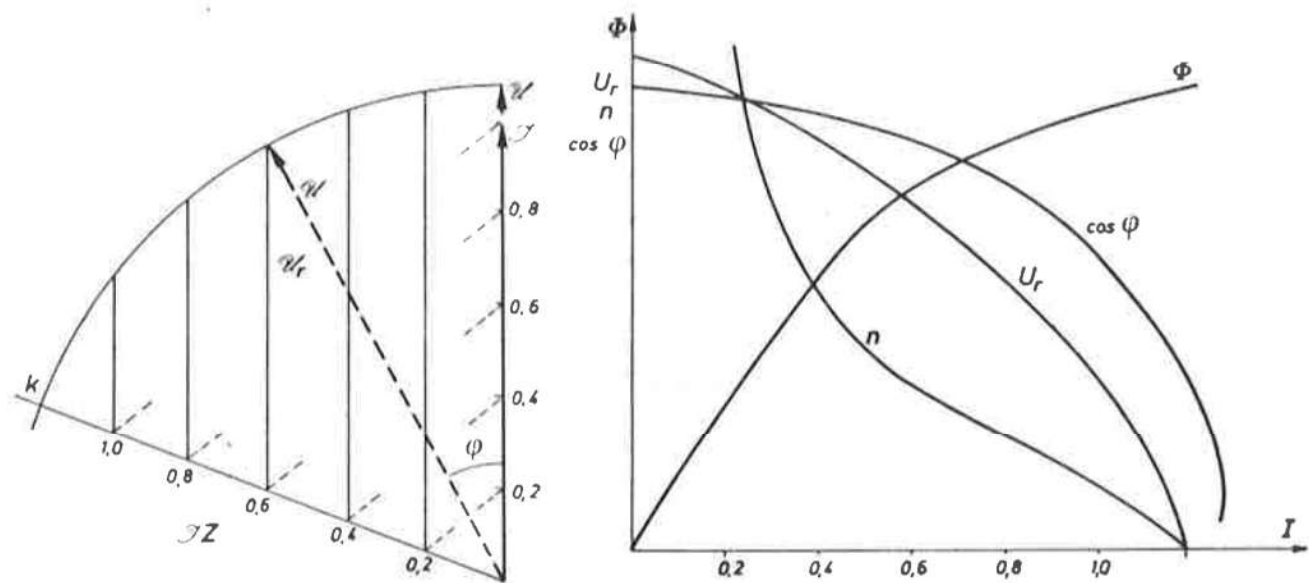
Tok Φ treba uzeti iz karakteristike magnetskog kruga za struju $I/\sqrt{2}$.

Iz fazorskog dijagrama daje se, prema slici 15.55, konstruirati karakteristika napona rotacije $U_r = f(I)$ i faktora snage $\cos \varphi = f(I)$, a uz poznatu ovisnost $\Phi = f(I)$ konstruira se karakteristika brzine vrtnje ovisno o struji opterećenja $n = f(I)$.

Ako još pojednostavimo sliku zanemariivši mali pad napona $I R$ i ako uzmemo nezasićeni dio magnetske karakteristike $\Phi \cong k I/\sqrt{2}$, možemo brzinu vrtnje uz struju opterećenja I i mrežni napon U prikazati:



Sl. 15.54. Fazorski dijagram univerzalnog motora (a) i ovisnost magnetskog toka u struji (b)



Sl. 15.55. Karakteristike univerzalnog motora u ovisnosti o struji opterećenja

— na izmjeničnoj mreži:

$$n_{\sim} \approx \frac{U \cos \varphi}{k_E k I} ;$$

— na istosmjernoj mreži:

$$n_{\sim} \cong \frac{U}{k_E k I}$$

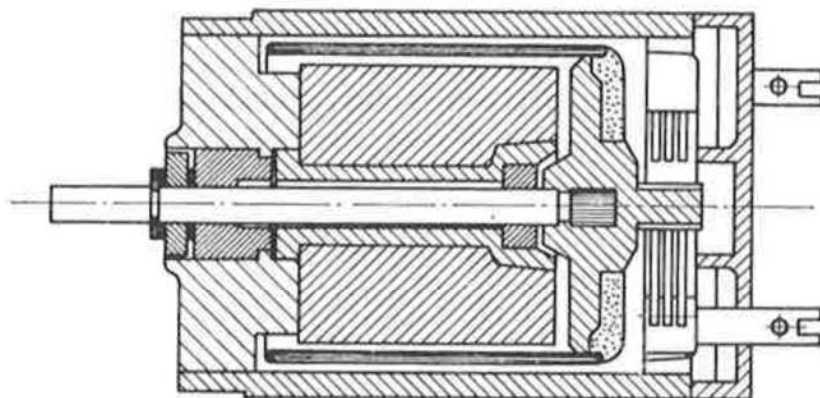
tako da je:

$$n_{\sim}/n_{\sim} \cong \cos \varphi, \quad (4)$$

tj. brzina vrtnje uz istu struju uvijek je manja na mreži izmjeničnog napona. To smanjenje brzine dolazi to više do izražaja što je struja opterećenja veća.

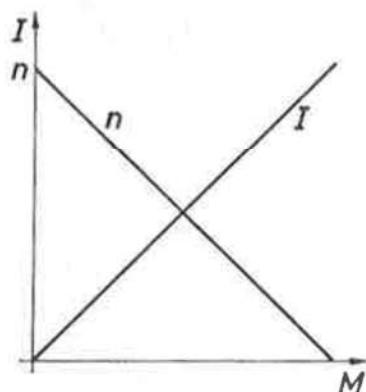
15.13. Mali istosmjerni motori

►►► Sitni istosmjerni motori rade se s *permanentnim magnetima* i s *rotorom bez željeza*. To znači da se namot izvodi kao zvonasti rotor koji se sastoji od formiranih svitaka s kolektorom, zapečenih sintetičkom smolom i navučenih na osovinu. Takav zvonasti rotor vrti se u uskom rasporu između permanentnog magneta smještenoga iznutra i jarma smještenoga izvana (sl. 15.56).



Sl. 15.56. Mali istosmjerni motor s permanentnim magnetom i rotorom bez željeza (L. 40)

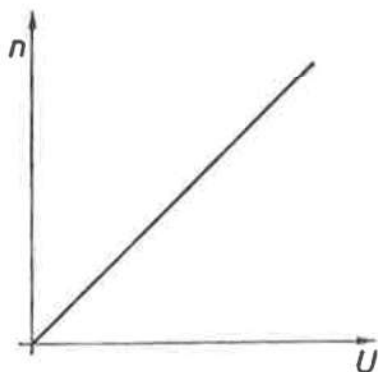
Moment tromosti takva motora vrlo je malen. Tok mu je konstantan. Zbog toga mu struja raste gotovo linearno s momentom opterećenja, a brzina vrtnje mu gotovo linearno pada. (sl. 15.57).



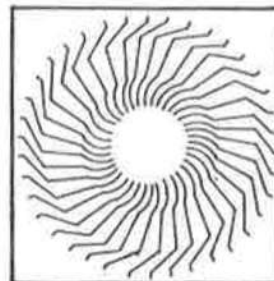
Sl. 15.57. Brzina vrtnje i struja malog istosmjernog motora priključenog na konstantni napon u ovisnosti o momentu opterećenja

Slični su mali *mjerni motori* kod kojih želimo postići strogu proporcionalnost između napona na stezaljkama motora i njegove brzine vrtnje (sl. 15.58). Pad napona mora biti zanemarivo malen, a tok i temperaturnu kompenzaciju podešavamo magnetskim shuntom. Kako bi shunt bio pristupačan, ovi se motori grade s permanentnim magnetima izvana, a s povratnim jarmom unutar zvonastog rotora.

Sasvim je drukčija izvedba s *disk-rotorom*. Tanka bakrena pločica izrezuje se tako da ostanu bakreni vodiči (sl. 15.59). Još jedna ista takva pločica okrenuta le-



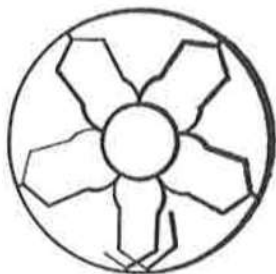
Sl. 15.58. Brzina vrtnje malog istosmjernog motora opterećenog konstantnim momentom u ovisnosti o naponu na priključku



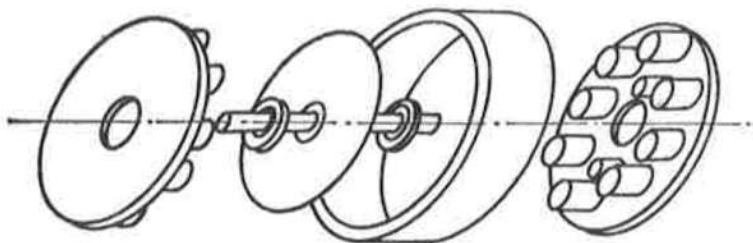
Sl. 15.59. Štancana pločica disk-motora (L. 34)

đima nosi povratne vodiče. Ako se između takve dvije pločice uloži list izolacije i sve zajedno slijepi, može se disk-rotor s vanjske i unutrašnje strane kružno izrezati i s jedne i druge strane vodiči se gornje i vodiči donje pločice zavare. Tako dobivamo valovit namot, kod kojega goli bakreni vodiči ujedno služe kao kolektor (sl. 15.60).

Polovi su permanentni magneti s jedne i druge strane diska (sl. 15.61), s po osam ili deset polova, a povratni magnetski put čini kućište. Dvije četkice direktno kliču po disku.



Sl. 15.60. Sastavljanje dviju pločica disk-motora (L. 34)

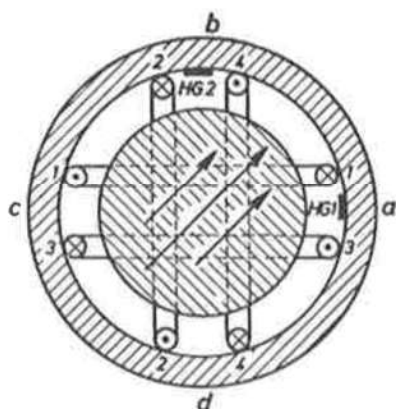


Sl. 15.61. Disk-motor

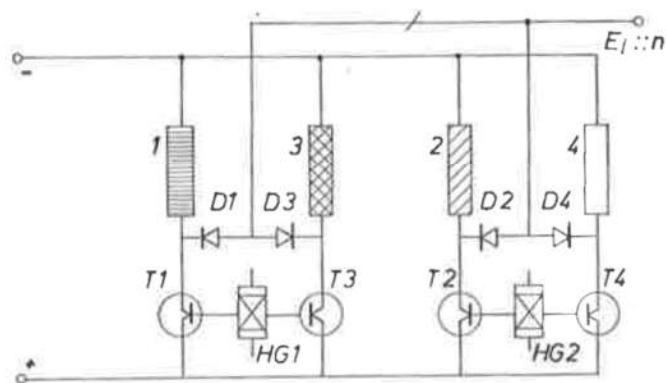
Takvi se motori grade za snage od dvadesetak vata do nekoliko kilovata i za brzine vrtnje do $6\,000\text{ r min}^{-1}$.

Beskolektorski istosmjerni motor ili *elektronički motor* vrlo je prikladan tamo gdje radom motora treba upravljati ili održavati vrlo točno konstantnu brzinu vrtnje (npr. za pogon magnetofona). Umjesto kolektora kao mehaničkog ispravljača, tu strujom u svicima upravljaju tranzistori.

Prema slici 15.62, rotor je okrugli permanentni magnet, a stator nosi četiri svitka označena sa 1—1, 2—2, 3—3, 4—4, pri čemu je označen i smjer struje koja u njima teče kad proradi pripadni tranzistor T 1, ili T 2, ili T 3, ili T 4 (sl. 15.63). Tranzistore otvaraju naponi Hallovih generatora koji su smješteni u rasporu stroja (HG 1, HG 2), i to uvijek u trenutku kad se rotor — jaki permanentni magnet —



Sl. 15.62. Beskolektorski istosmjerni motor
(»elektronički motor«) (L. 14)



Sl. 15.63. Beskolektorski istosmjerni motor
— shema upravljanja (L. 14)

nade za $1/2$ do $1/4$ okretaja prije osi djelovanja odgovarajućeg svitka. Na taj način moment kojim djeluje novootvoreni svitak uvijek produžuje kretanje rotora. Upravljačkom strujom Hallovih generatora upravlja se strujom kroz svitke, a time i brzinom vrtnje motora. Svaki svitak protjecan je samo u jednom smjeru, a nalazi se pod strujom za vrijeme $1/4$ do $1/2$ okretaja.

U vrijeme dok svitak nije protjecan strujom permanentni magnet inducira u njemu napon proporcionalan brzini vrtnje. Preko dioda D 1, D 2, D 3 i D 4 izvodi se taj napon do sklopa za regulaciju brzine vrtnje pa nije potreban nikakav poseban uređaj koji bi mjerio brzinu vrtnje kako bismo je mogli održavati konstantnom ili regulirati po određenom programu. Na stezaljci E_i taj napon je uvijek prisutan jer se svi svici preko svojih dioda smjenjuju, a kako za vrijeme mjerenja u odgovarajućem svitku ne teče struja nema ni pada napona, pa je napon E_i strogo proporcionalan brzini vrtnje n .

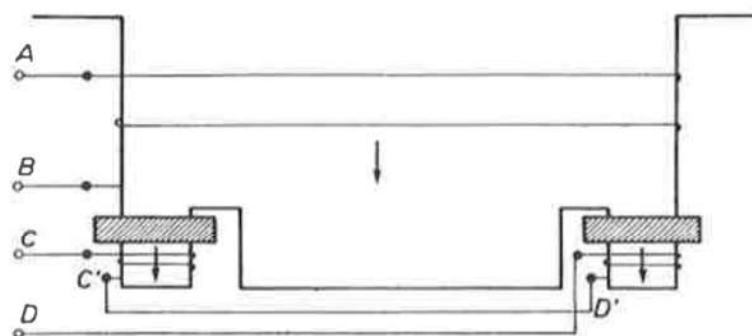
15. Zadaci



1. Kako se može promijeniti smjer vrtnje univerzalnog motora?
[Zamjenom priključaka uzbudnog namota]
2. U čemu se razlikuje univerzalni motor od maloga serijskog istosmjernog motora?
[Stator je lameliran]
3. Može li se smjer vrtnje obrnuti zamjenom priključaka na mrežu kod: a) istosmjernog motora s porednom uzбудom; b) istosmjernog motora s permanentnim magnetima; c) kondenzatorskoga jednofaznog motora; d) motora s kratkospojenom pomoćnom fazom?

[a) Ne; b) da; c) ne; d) ne].

4. Mali istosmjerni motor s permanentnim magnetima vrti se pri naponu od 12 V brzinom od $2\,000\text{ r min}^{-1}$. Spojen je na reduktor 1 : 40, tj. za jedan okretaj osovine na izlazu reduktora motor napravi 40 punih okretaja. Koliko se zakrene osovina reduktora ako je motor priključen redom u toku 12 s na 12 V, u toku 8 s na 4 V, i u toku 20 s na 10 V?
[26,11 okretaja]
5. Što treba učiniti da bi jednofazni motor s kondenzatorom u pomoćnoj fazi za zalet krenuo u suprotnom smjeru?
[Zamijeniti priključke pomoćne faze ili priključke glavne faze]
6. Induktorski sporohodni sinhroni motor ima 20 naizmjenice polariziranih zubi i priključen je na mrežu od 50 Hz. Koja mu je brzina vrtnje?
[300 r min^{-1}]
7. Induktorski sporohodni sinhroni motor ima 16 zubi istog polariteta i priključen je na mrežu od 50 Hz. Kojom će se brzinom vrtjeti?
[187,5 r min^{-1}]
8. Reluktantni sporohodni motor ima 12 zubi uzbuđenih naizmjenice raznim polaritetom. Koja je sinhrona brzina motora na mreži od 50 Hz?
[500 r min^{-1}]
9. Reluktantni sporohodni motor s 24 zuba uzbuđen je tako da su u istom trenutku svi zubi istog polariteta. Koja mu je sinhrona brzina na mreži od 50 Hz?
[250 r min^{-1}]
10. Mali istosmjerni generator s permanentnim magnetima daje kod brzine vrtnje od $1\,000\text{ r min}^{-1}$ napon od 140 V. Generator je spojen s motorom koji preko reduktora tjera vreteno brzinom vrtnje 50 puta manjom od brzine motora. Za vrijeme radne operacije sniman je napon generatora ovisno o vremenu. Izmjerena je površina ispod snimljene krivulje, koja iznosi 14 300 Vs. Koliko je okretaja napravilo vreteno?
[34,05 okretaja]
11. Disk-motor razvija na osovini snagu od 130 W, brzina vrtnje mu je $2\,500\text{ r min}^{-1}$ i uzima struju od 7,5 A. Ako motor kreće pri istom naponu sa strujom od 30 A, koliki moment razvija? Zanimarite gubitke.
[1,986 Nm]
12. Elektronički motor regulira se postavljanjem »referentnog« napona, s kojim se automatski mora izjednačiti mjereni napon. Kad je brzina vrtnje $1\,000\text{ r min}^{-1}$, mjereni je napon 125 V. Koliki referentni napon treba postaviti ako želimo brzinu vrtnje od 720 r min^{-1} ?
[90 V]
-
13. Jednofazni motor s pomoćnom fazom u trenutku priključka na mrežu od 220 V uzima:
u glavnoj fazi 8 A, 984 W;
u pomoćnoj fazi 6 A, 933 W;
i razvija potezni moment od 2,36 Nm. Kolik će biti potezni moment ako u pomoćnu fazu uključimo kondenzator kapaciteta od $145\text{ }\mu\text{F}$?
Kolika će biti potezna struja: a) bez kondenzatora; b) s kondenzatorom?
[12,7 Nm; a) 13,9 A; b) 15 A]



Sl. 15.64. Uz zadatak 14.

14. Motor s kratkospojenom pomoćnom fazom izveden je prema slici 15.64. tako da na obje strane pola ima kratkospojeni zavoj. U kojem će smjeru krenuti rotor ako na mrežu priključimo:

- samo namot A—B;
- serijski spoj A—B—C—D;
- serijski spoj A—B—D—C?

Svaki od namota, A—B, C—C' i D—D', ima jednak broj zavoja i isti smisao namatanja.

[a) Neće krenuti; b) ulijevo; c) udesno]

15. Diferencijalni dvofazni 4-polni induktorski motor ima na rotoru deset, a na statoru osam zubi. Kolika mu je brzina vrtnje na mreži od 50 Hz? S kojom sličnom kombinacijom broja zubi statora i rotora bismo mogli dobiti brzinu vrtnje od 250 r min^{-1} ?

[300 r min^{-1} ; $R = 12$, $S = 10$]

16. Koja bi bila brzina vrtnje motora iz 15. zadatka kad bismo ga izveli s $R = 12$ zubi na rotoru i $S = 14$ zubi na statoru?

[-250 r min^{-1} , tj. motor bi se vrtio u suprotnom smjeru]

17. Potezni moment 2-polnog motora s kratkospojenom pomoćnom fazom je 20 N cm . Kut između osi slobodnog i osi obuhvaćenog dijela pola iznosi $\alpha = 60^\circ$, a fazni kut između pripadnih tokova je $\varphi = 15^\circ$. Koliko bi se u % dobilo na poteznom momentu uz nepromijenjeni iznos obaju protjecanja kad bismo uspjeli povećati fazni pomak φ za 5° ? Momenti direktnog i inverznog protjecanja proporcionalni su pripadnom protjecanju na kvadrat.

[32,1 %]

18. Zakočimo li rotor univerzalnog motora, potreban je na stezaljkama napon:

140 V 175 V 210 V

da bi uzimao struju: 8 A 10 A 12 A

i snagu: 220 W 344 W 495 W

Pri punom naponu od 220 V, otkočen i opterećen tako da uzima struju od 10 A, motor se vrti brzinom od 1200 r min^{-1} . Kojom će se brzinom vrtjeti kad je struja opterećenja: a) 8 A; b) 12 A, ako je tok Φ proporcionalan struji opterećenja, tj. stroj je nezasićen?

[a) 2100 r min^{-1} ; b) 351 r min^{-1}]

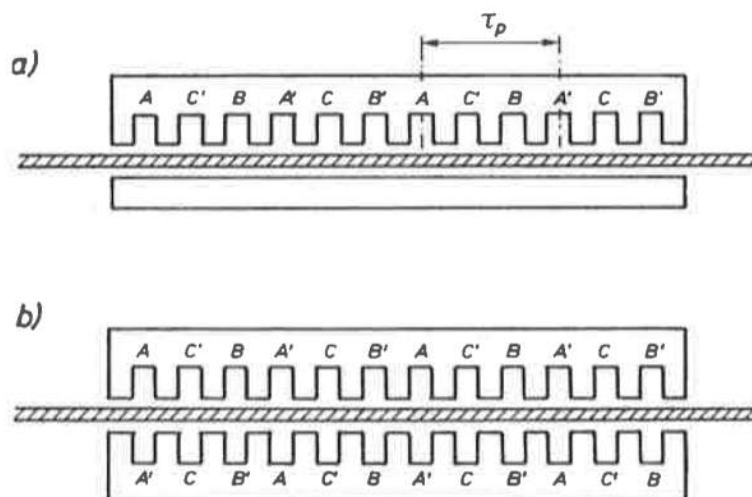
16. Strojevi posebne namjene

16.1. Linearni motori

►►► Razvijemo li obod statora i rotora uz zračni raspor u ravninu, pretvorili smo *rotacijsko gibanje* u *translacijsko*. To vrijedi za sve vrste strojeva, no s obzirom na relativno jednostavnu izvedbu, najviše se kao *linearni motori* s translacijskim gibanjem proučavaju asinhroni motori s punim pomičnim dijelom koji služi umjesto kaveza.

Takav motor sadrži razvijeni stator (ili jedan njegov segment) s utorima u koje je smješten uobičajeni trofazni namot, s polnim korakom τ_p . Razvijeni rotor pretvorio se u bakrenu traku koja se giba između dva nepomična dijela statora.

Moguće su kombinacije gdje uzбудni dio miruje, a giba se dio u kojem se induciraju struje, ili obratno — traka miruje, a segment se giba. Zato nije zgodno govoriti o »statoru« i o »rotoru« (gibanje je translacijsko!), već je bolje razlikovati »primarni« i »sekundarni« dio linearnog motora, pa je riječ o motoru s *pomičnim primarom* ili o motoru s *pomičnim sekundarom*.



Sl. 16.1. Linearni motor sa (a) jednostrukim i (b) dvostrukim primarnim dijelom

►► Primar se može izvesti jednostruko (sl. 16.1.a), sa zatvaranjem magnetskih silnica uzduž neuzbuđenog jarma s druge strane pomičnog dijela, ili dvostruko (sl. 16.1.b), s uzbuđom raspoređenom na obje strane. Na mjesto okretnog polja

ovdje stupa sinusno raspoređeno translacijsko polje indukcije B , pa teorija takvog linearnog motora, ako se izuzmu rubne pojave na početku i na kraju segmenta, gdje je primarni dio »razrezan«, odgovara teoriji kaveznoga asinhronog motora s kontinuiranim kavezom na površini sekundara. Kao i kod okretnog polja, translacijsko polje prevale u jednoj poluperiodi razmak na obodu jednak polnom koraku τ_p , a u $2f$ poluperioda, tj. u jednoj sekundi prevale $2f$ puta veći put, pa je brzina translacijskog polja:

$$v = 2 f \tau_p \text{ (m/s),}$$

Pri frekvenciji $f = 50$ Hz to iznosi:

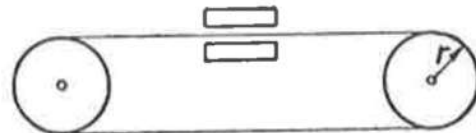
$$v = 100 \tau_p \text{ (m/s)} \quad (1)$$

ili, ako τ_p izrazimo u centimetrima, a brzinu v u m/s:

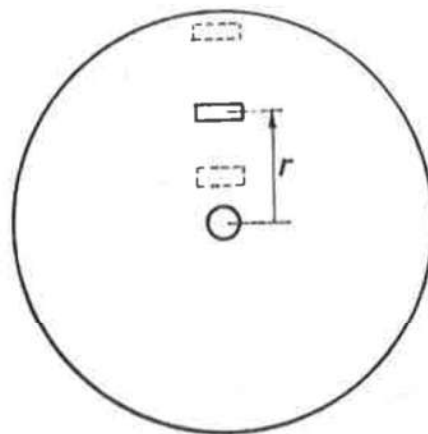
$$v \text{ (m/s)} = \tau_p \text{ (cm).} \quad (2)$$

Polni korak s najmanje tri utora jedva može biti kraći od 5 cm, pa se vidi da su brzine translacijskog polja prilično visoke — od oko 5 m/s naviše. Upotreba je moguća u električnom transportu, za otvaranje rampi, vrata i sl.

a)



b)



Sl. 16.2. Linearni motor s pomičnim sekundarnim dijelom: a) pomična traka

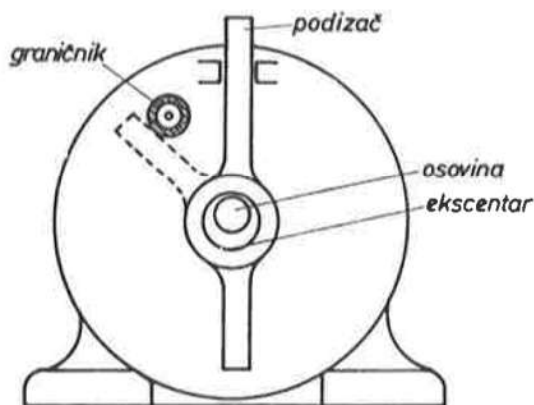
Translacijsko gibanje može se opet pretvoriti u rotacijsko (sl. 16.2.a i b), pri čemu brzinu vrtnje biramo sasvim neovisno o sinhronim brzinama što ih određuje broj pari polova rotacionog stroja. Obodnoj brzini $v = 100 \tau_p$ odgovara kutna brzina $\omega = v/r$, odnosno brzina vrtnje:

$$n = 60 \omega / 2\pi = \frac{60 f \tau_p}{\pi r}, \quad (3)$$

pa je možemo po želji odabrati izborom polumjera r , odnosno omjera τ_p/r , u izvedbi prema slici 16.2.a, a po volji je mijenjamo radijalnim pomicanjem primarnog dijela u izvedbi prema slici 16.2.b.

16.2. Pomaćni motori

►►► Određeni pomak u toku radnog procesa ili u toku regulacije može se ostvariti elektromotorom uz odgovarajući mehanički prijenos preko reduktora, pužnika ili sl. Ako takav pomak želimo ostvariti direktno, bez prijenosnog mehanizma, govorimo o *pomaćnom motoru*.

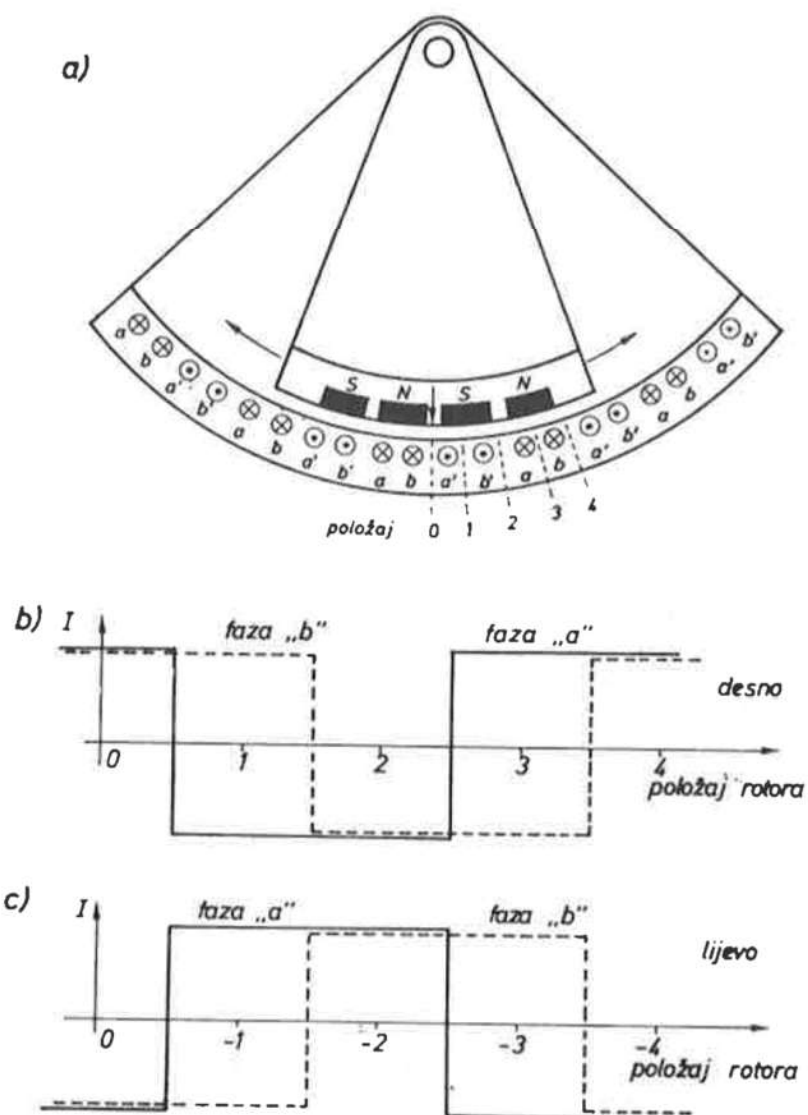


Sl. 16.3. Trofazni zakretni kratkospojni pomaćni motor

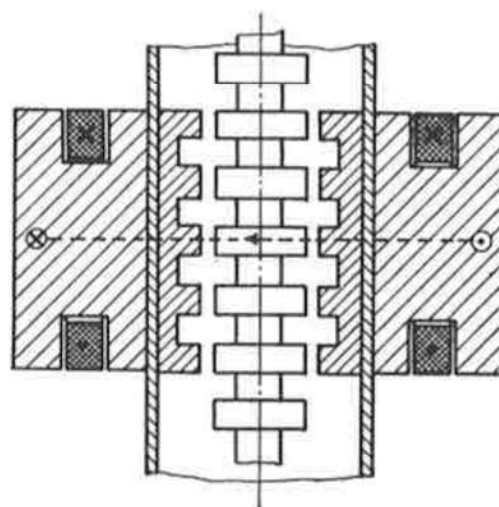
►► Primjer je pomaćnog motora *zakretni kratkospojni motor* (sl. 16.3). Kad ga priključimo na napon, on izvrši jedan dio okreta dok ga ne zaustavi graničnik. Pri tome se, preko ekscentra, zakret motora pretvori u pomak podizača. Motor u tom položaju ostaje u kratkom spoju sve dok ne isključimo napon s njegovih stezaljki, a onda ga pero vrati u osnovni položaj.

Drugi je primjer *segmentni pomaćni motor*, prema slici 16.4. Izveden je kao istosmjerni stroj s magnetima na rotoru, a s namotom na statoru. Četkice nisu potrebne jer je pomak ograničen. Polovi na rotoru izvedeni su kao jaki permanentni magneti, a nepomični segment, stator, nosi dvofazni namot koji se napaja iz izvora istosmjerne struje (sl. 16.4.a). Pojedini vodiči segmenta označeni su smjerom struje koji vrijedi za pozitivan smjer struje u odgovarajućoj fazi. Program otvaranja pozitivne ili negativne struje u fazi a i u fazi b vidi se za desni smjer kretanja na slici 16.4.b, a za lijevi smjer kretanja na slici 16.4.c. Uključivanje ili isključivanje uređaja i izbor smjera obavlja se upravljačkom sklopkom. Daljnji program dirigira kretanje rotora. Gibanjem unutrašnjeg segmenta daje se vrlo fino upravljati, uz znatne sile i momente, npr. pri postavljanju u točan položaj mjernih postolja, postolja za mehaničku obradu i sl.

►►► Treći je primjer pomaćnog motora *cijevni motor* kojim se mogu izvoditi pomaci u hermetički zatvorenoj cijevi (sl. 16.5). Pomični je dio nazubljena motka okruglog presjeka, koja je aksijalno pokretna unutar jednako nazubljenih polova s unutrašnje strane cijevi. Polovi se uzbuđuju izvana, kroz stijenku cijevi od nemagnetskog materijala, istosmjernom strujom u namotu na dva pola izvana obuhvaćena jarmom. Silnice se zatvaraju iz vanjskog N-pola (na slici desno) kroz stijenku cijevi i zube statora na zube motke, i s druge strane opet do vanjskog S-pola, te u zajednički jaram koji povezuje oba pola oko cijevi.

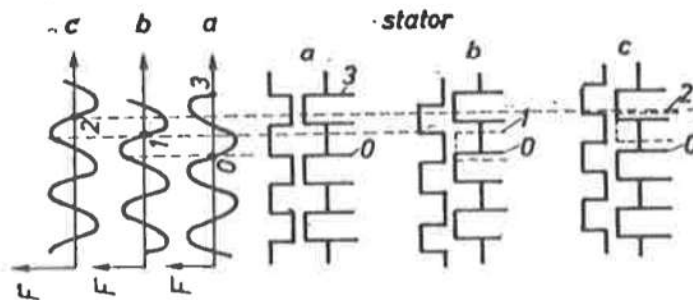


Sl. 16.4. Segmentni istosmjerni pomaćni motor: a) sastav, b) program upravljanja za desni pomak, c) za lijevi pomak



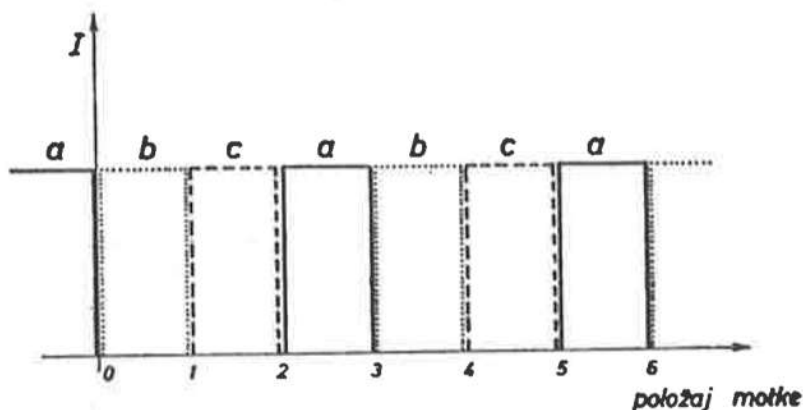
Sl. 16.5. Cijevni pomaćni motor, presjek (L. 25)

Uzduž motke smještene su tri takva statora, a, b i c, pomaknuta jedan prema drugome za $N + 1/3$ koraka zuba, gdje je N cijeli broj. Uzdužna sila F je nula kad zub stoji nasuprot zubu, ali i onda kad zub stoji nasuprot utoru. Dijagram uzdužne sile ovisno o položaju motke prikazan je na slici 16.6, i to za stator a, b i c. Kod



Sl. 16.6. Cijevni pomačni motor, položaj triju statora »a«, »b« i »c« i njihova sila pri punoj struji upravljanja u ovisnosti o položaju motke

položaja 0, kad je zub motke nasuprot zubu statora a, treba uzbudu prebaciti sa statora a na stator b. Uzdužna sila statora b pomaknut će tad motku za $1/3$ utorskog koraka u položaj 1. Prebacivanjem uzbude na stator c motka će doći u položaj 2, i tako se uzastopnim prebacivanjem uzbude redoslijedom a—b—c—a ... motka kreće prema gore, svaki puta za $1/3$ koraka. Redoslijedom preklapanja uzbude na statoru a—c—b—a—... motka će se spustiti. Unutrašnjost cijevi hermetički je zatvorena, pa je ovakav motor prikladan za manipulacije u cijevima reaktora, cjevovodima s agresivnim tekućinama i plinovima i sl. Program upravljanja uzbudom triju statora ovisno o položaju motke prikazan je na slici 16.7.

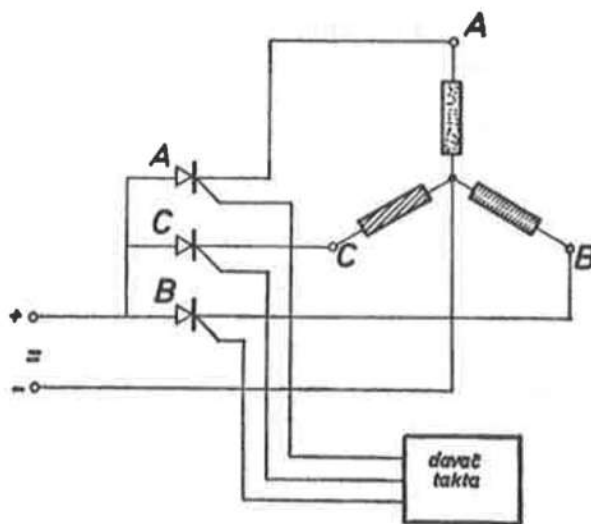


Sl. 16.7. Cijevni pomačni motor, upravljanje strujama statora »a«, »b« i »c« za pomicanje motke prema gore

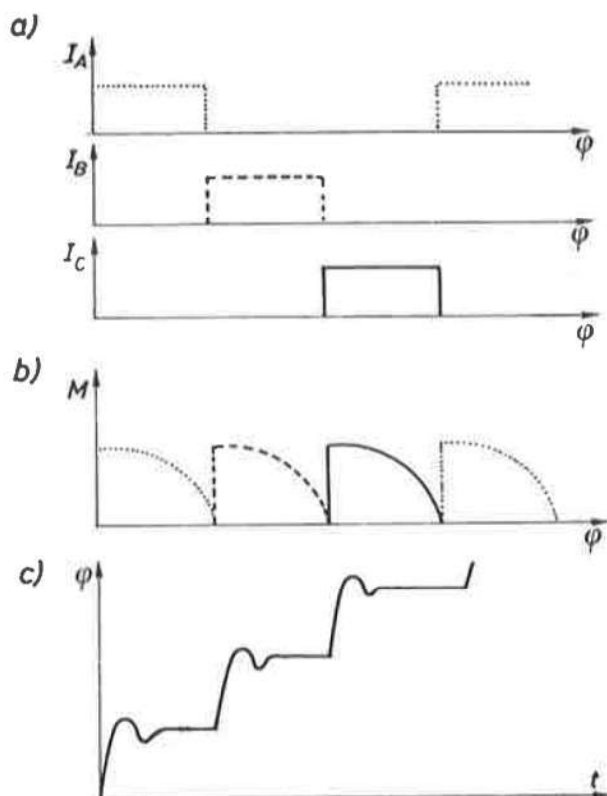
16.3. Koračni motori

►►► Koračni motori opremljeni su s dva, tri ili više faznih namota koji se napajaju impulsima struje po određenom programu. Broj zubi rotora R odabran je tako da na jedan pol statora ne otpada cijeli broj zubi rotora. Svakom impulsu odgovara određeni pomak rotora, pa se izborom programa prema kojem se daju impulsi postiže određeni smjer i određena brzina vrtnje ili programom predviđeni ukupni zakret rotora u jednom ili u drugom smjeru.

Davač takta otvara redom ventile A—B—C—A— ... i šalje strujne impulse redom u fazne namote A—B—C—A— ... (sl. 16.9) pa tako ostvaruje pomicanje



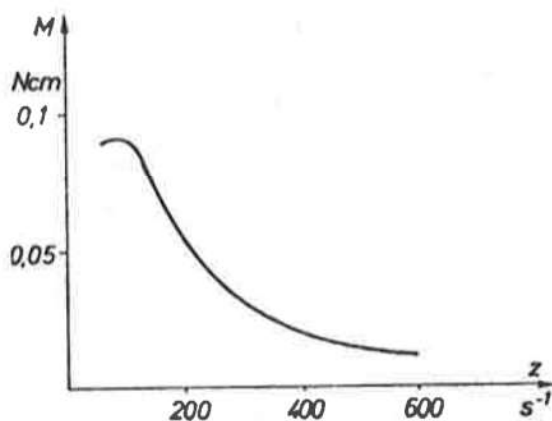
rotora korak po korak — po 15° — udesno, dok pri dovoljno visokoj frekvenciji impulsa ne prijeđe u kontinuiranu rotaciju udesno. Na isti način redoslijed impulsa A—C—B—A —... daje kretanje ulijevno. Na slici 16.10.a prikazan je program impulsa za kretanje udesno ovisno o položaju rotora. Na slici 16.10.b vidi se razvijeni moment što ga u svakom koraku određuje napajana faza i položaj zubi rotora prema osi te faze. Položaj rotora pri tome neprestano napreduje udesno (sl. 16.10.c), ali pri svakom koraku dolazi do određenog titranja prije no što rotor zauzme konačni položaj. O momentu opterećenja, momentu tromosti i broju impulsa u sekundi ovisi hoće li motor pri kretanju, radu i zaustavljanju slijediti impulse a da ne preskoči ni jedan korak, što se svakako zahtijeva.



Sl. 16.10. Trofazni koračni motor: a) redoslijed impulsa, b) moment, c) kut zakreta rotora (L. 14)

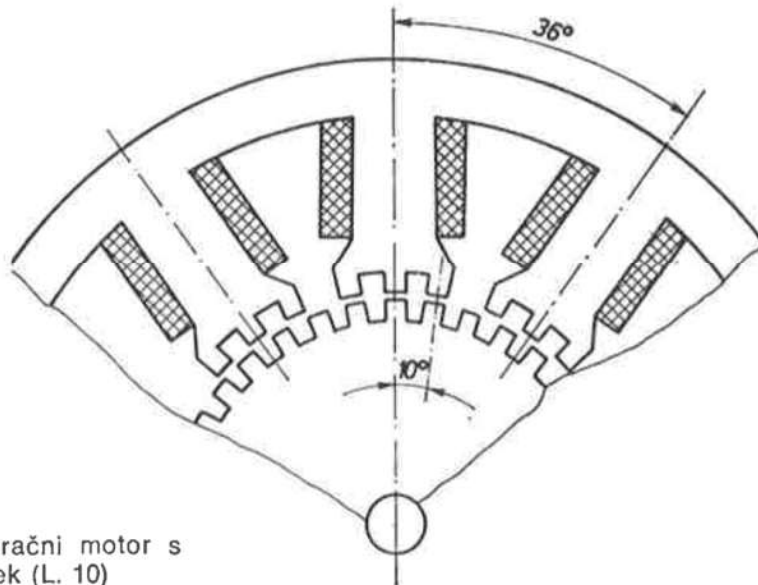
Pri određenom momentu tromosti i prigušenju može se nacrtati krivulja koja prikazuje *maksimalno dopušteni moment opterećenja za svaki broj impulsa u sekundi* (sl. 16.11). Tako se u promatranom primjeru postiže oko 600 impulsa u sekundi, a to znači 600 koraka u sekundi, ili brzina vrtnje:

$$n = 60 \frac{600 \cdot 15}{360} = 1\,500 \text{ r min}^{-1}.$$



Sl. 16.11. Ovisnost opteretivnosti momentom koračnog motora o broju impulsa u sekundi (L. 14)

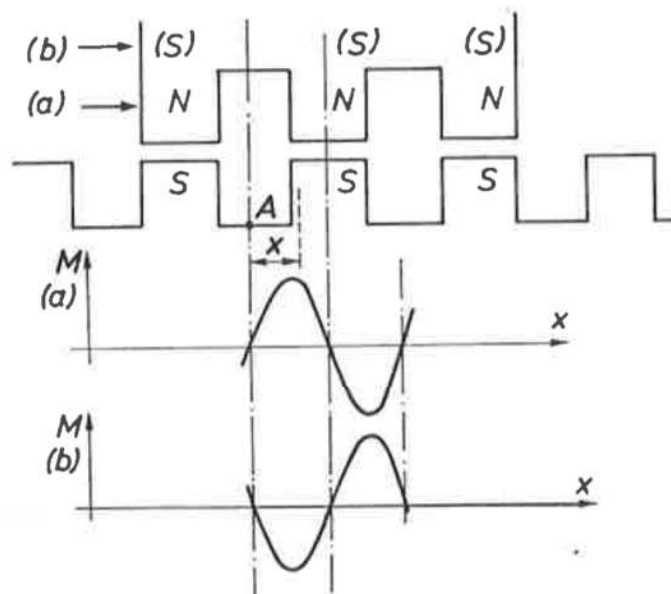
Primjer mnogo finijeg vođenja koračnog motora je peterofazni motor s deset polova na statoru i 36 zubi na rotoru, prema slici 16.12. Rotor je permanentni magnet, svi su mu zubi istog polariteta, npr. S. Kut između polova statora je 36° , a između zubi rotora 10° . Svaki pol statora ima po tri zuba razmaknuta za jednak



Sl. 16.12. Peterofazni koračni motor s korakom $0,5^\circ$, presjek (L. 10)

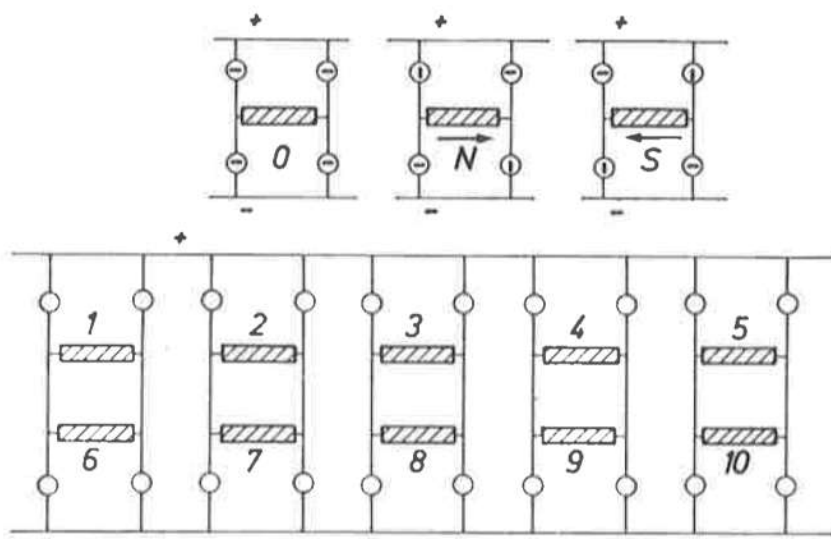
korak kao zubi rotora, što pojačava moment. Sila na zube je nula kad zubi rotora stoje nasuprot zubima pola statora, ali i onda kad stoje točno nasuprot utorima statora. Između toga smjer sile ovisi o polaritetu kojim je uzbuđen pol statora. Promjena sile prođe puni periodički ciklus unutar pomaka rotora za jedan zub, tj. unutar 10° (sl. 16.13). Prema tome, kad razmatramo obodnu silu, pomak rotora za geometrijski kut α_g treba promatrati kao pomak za električni kut:

$$\alpha = \alpha_g \frac{360}{10} = 36 \alpha_g.$$



Sl. 16.13. Peterofazni koračni motor, moment na S-zube induktorskog rotora ispod (a) N-pola, (b) S-pola, u ovisnosti o međusobnom položaju zubi

►► Po dva suprotna pola statora napajana su zajedno, tako da su istog polariteta (sl. 16.14), pa imamo pet pari polova, od kojih svaki može biti N ili S ili neuzbuđen (0).

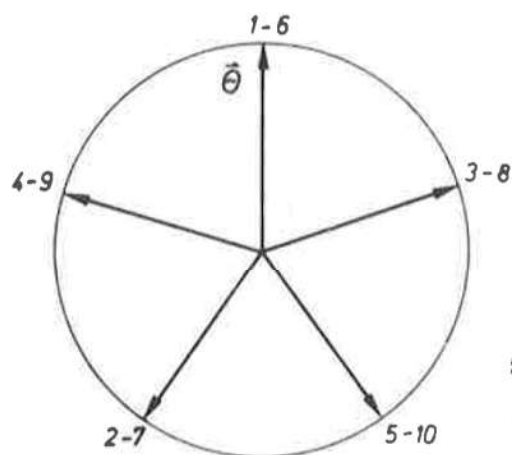


Sl. 16.14. Peterofazni koračni motor; napajanje uzбудnih svitaka statora preko ventila (L. 10)

Električni kutovi pojedinih pari polova prema rotoru, uzevši kao osnovni položaj (kut $\alpha = 0$) os pari polova 1—6, jesu ovi:

$$\begin{aligned} 1-6 & 0^\circ & 0^\circ \\ 2-7 & 1296^\circ = 3 \times 360^\circ + 216^\circ \\ 3-8 & 2592^\circ = 7 \times 360^\circ + 72^\circ \\ 4-9 & 3888^\circ = 10 \times 360^\circ + 288^\circ \\ 5-10 & 5184^\circ = 14 \times 360^\circ + 144^\circ \end{aligned}$$

Uz zube rotora ispod zubi pola 1 i 6 bit će električni kutovi zubi rotora pod ostalim polovima kao što je prikazano na slici 16.15.



Sl. 16.15. Peterofazni koračni motor. Vektori protjecanja pozitivno uzbuđenih polova rotora 1 do 10 u odnosu na 1 korak zuba rotora kao 360° el. (L. 10)

Prema programu na slici 16.16, treba svakom od pet vektora pripisati predznak, (+) za N-uzbudu, a (−) za S-uzbudu, i zbrojiti protjecanja svih pari polova:

Korak 1:

$$1 e^{j0} - 1 e^{j216} + 1 e^{j72} - 1 e^{j288} + 1 e^{j144} = 3,24 e^{j72}$$

Korak 2:

$$0 - 1 e^{j216} + 1 e^{j72} - 1 e^{j288} + 1 e^{j144} = 3,08 e^{j90}$$

Korak 3:

$$-1 e^{j0} - 1 e^{j216} + 1 e^{j72} - 1 e^{j288} + 1 e^{j144} = 3,24 e^{j108}$$

Veličina rezultatnog protjecanja tek se neznatno mijenja u nekim koracima, a kut se od koraka do koraka mijenja za 18° (električnih). To se pravilno nastavlja za sve daljnje korake prema programu na slici 16.16, pa za svaki korak dobivamo pomak rotora za geometrijski kut:

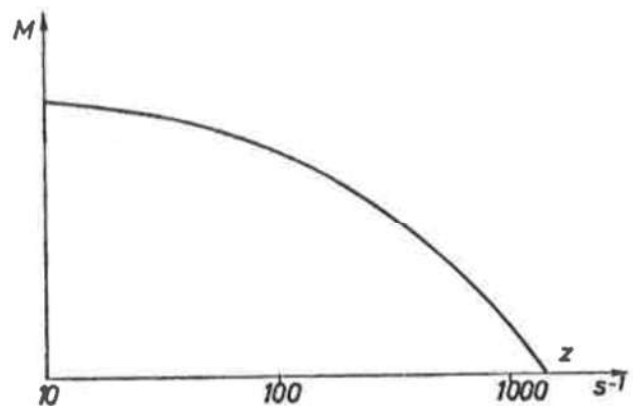
$$\alpha = 18 \frac{10}{360} = 0,5^\circ.$$

korak		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	1
par polova		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	1
1-6		N	O	S	S	S	S	S	S	S	S	S	O	N	N	N	N	N	N	N	N	N
2-7		S	S	S	O	N	N	N	N	N	N	N	N	N	O	S	S	S	S	S	S	S
3-8		N	N	N	N	O	S	S	S	S	S	S	S	S	S	O	N	N	N	N	N	N
4-9		S	S	S	S	S	S	O	N	N	N	N	N	N	N	N	N	O	S	S	S	S
5-10		N	N	N	N	N	N	N	N	O	S	S	S	S	S	S	S	S	S	O	N	N

Sl. 16.16. Peterofazni koračni motor. Program napajanja polova 1 do 10 za postizanje sukcesivnih zakreta rotora po $0,5^\circ$



Takva izvedba daje, dakle, vrlo precizno postavljanje od $0,5^\circ$ po svakom koraku.



Sl. 16.17. Moment kojim se može opteretiti peterofazni koračni motor u ovisnosti o broju impulsa u sekundi (L. 10)

Dijagram opteretivosti momentom ovisno o broju koraka u sekundi pokazuje da motor može još raditi negdje do 2 000 koraka u sekundi, a to je brzina vrtnje:

$$n = 60 \frac{2\,000 \cdot 0,5}{360} = 170 \text{ r min}^{-1}.$$

Primjena koračnih motora vrlo je raznolika — od obavljanja operacija po točno određenom programu, do pogona s fino upravljivim brzinama i pomacima. Nalazimo ih u električnim pisačim strojevima, u mehaničkim pogonima računala u šivačim strojevima, regulacijskim uređajima i sl.

16.4. Davači položaja

►►► Točan prijenos položaja ostvaruje se u paralelnom radu dvaju sinhronih strojeva. Isti napon na stezaljkama diktira jednaka okretna protjecanja obaju strojeva, a time i jednak međusobni položaj obaju rotora u svakom trenutku rotacije. Na žalost, kad strojevi stanu, ta je jednakost položaja izgubljena jer se više ne induciraju naponi koji bi osigurali jednaka okretna polja u oba stroja. To vrijedi i pri vrlo malim brzinama jer su tad naponi premali da bi mogli održati sinhrono kretanje.

Kod *davača položaja* (selsin, sinhro), strojeva kod kojih treba postići da se položaj jednog rotora registrira, podatak o tome prenese na drugo mjesto i tamo reproducira položajem drugog rotora (*prijemnika*), ili na neki drugi način, zahtijevamo da taj uređaj radi ne samo pri rotaciji već i onda ako davač miruje ili rotira vrlo polagano. Zbog toga, ako pođemo od slike sinhronog stroja s višefaznim namotom na statoru i uzбудom na rotoru, više ne možemo uzeti uzбудu istosmjernom strujom i registrirati napone rotacije, već uzimamo *uzбудu izmjeničnom strujom* od 50 do 1 000 Hz i *registriramo u statorskim namotima napone transformacije*.

Kad bismo os rotora doveli u os faze 1, inducirao bi se u fazi 1 puni napon koji odgovara amplitudi kojom pulsira magnetski tok u osi rotorskog uzbudnog namota. Taj napon označimo s E_{max} . Ako rotor zakrenemo za kut α , djelovat će u osi namota 1 samo komponenta toka $\vec{\Phi}$:

$$\vec{\Phi}_1 = \vec{\Phi} \cos \alpha. \quad (1)$$

U osi namota 2 (uzmемо li da je stator, kao obično, namotan trofazno) djeluje komponenta pulsacijskog toka:

$$\vec{\Phi}_2 = \vec{\Phi} \cos (\alpha - 2 \pi / 3), \quad (2)$$

a u osi namota 3:

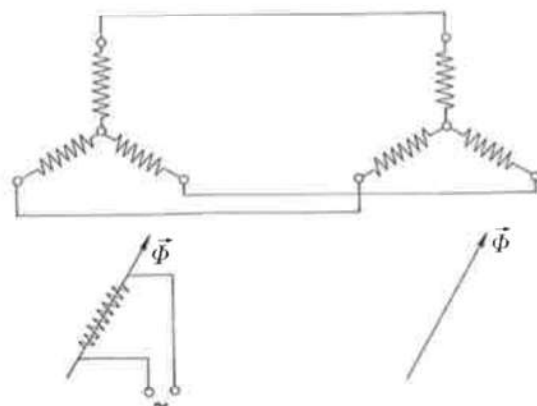
$$\vec{\Phi}_3 = \vec{\Phi} \cos (\alpha - 4 \pi / 3). \quad (3)$$

Naponi triju statorskih namota tada će biti:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{max} \cos \alpha \\ E_2 &= E_{max} \cos (\alpha - 2 \pi / 3) \\ E_3 &= E_{max} \cos (\alpha - 4 \pi / 3). \end{aligned} \quad (4)$$

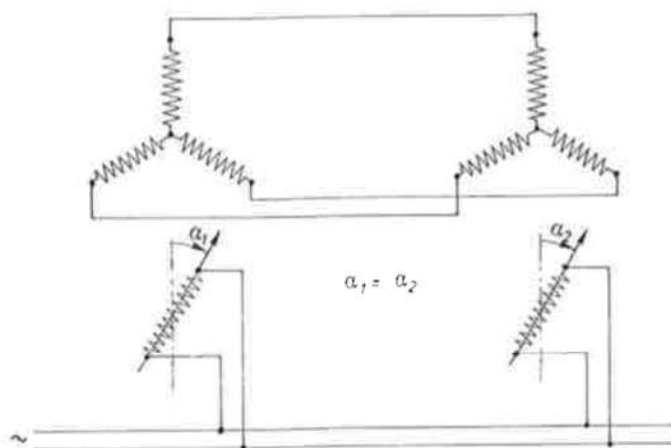
To su izmjenični naponi frekvencije uzbuđe (50—1 000 Hz) kojima amplituda ovisi o kutu α . Budući da su to naponi transformacije, oni se induciraju bez obzira na

to stoji li rotor ili se kreće. Amplitude ovise o kutu α kao što trenutne vrijednosti napona u sinhronom stroju ovise o argumentu ωt . Dok je trofaznome sinhronom stroju okretno polje bilo uvijek konstantno, bez pulsacija, i nalazilo se uvijek za $\pi/2$ ispred osi namota s maksimalnim naponom, sada imamo protjecanje koje pulsira, a os mu se uvijek poklapa s osi namota u trenutku kad je napon maksimalan.



Sl. 16.18. Davač položaja i smjer polja u priključnom prijemniku

Ako napone E_1 , E_2 i E_3 priključimo na stezaljke isto takvog statora (sl. 16.18), stvorit će se i u tom stroju isto takva pulsirajuća protjecanja jer su naponi na pojedinim faznim namotima jednaki, pa će i *rezultantno pulsirajuće protjecanje biti jednako onome u prvom stroju*. Dobili smo *prijemnik* kojim se možemo koristiti na dva načina. *S mehaničkim izlazom*, tako da rotor prijemnika priključimo na isti izvor napona kao i rotor davača. Na rotor, prijemnika djelovat će moment sve dok se on ne nađe u istom položaju prema statoru u kojem se nalazi rotor davača (sl. 16.19). *S električkim izlazom*, tako da mjerimo inducirani napon u rotorskom namotu



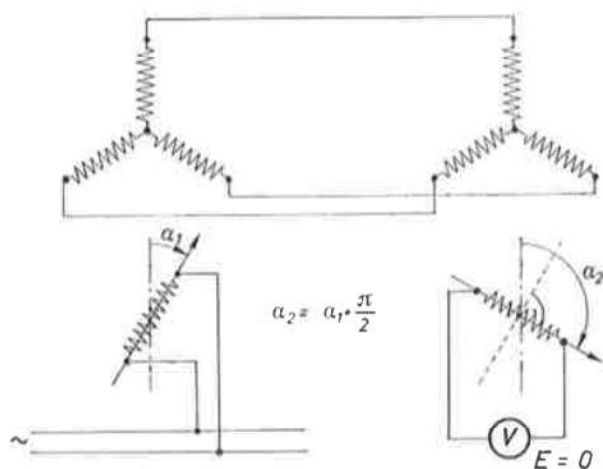
Sl. 16.19. Davač i prijemnik položaja s mehaničkim izlazom

prijemnika koji sada nije priključen na mrežu. Za bilo koji kut $\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ između osi rotora prijemnika i osi rotora davača napon rotorskog namota prijemnika bit će proporcionalan komponenti toka $\vec{\Phi}$ u osi tog rotora. Ako je na rotoru davača napon U_1 , napon na rotoru prijemnika bit će:

$$U_2 = U_1 \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Taj će napon biti maksimalan kad se osi obaju rotora podudaraju.

Budući da je mnogo pouzdanije odrediti položaj u kojem je *napon nula* nego položaj u kojem je *napon maksimalan*, obično tražimo položaj rotora prijemnika pomaknut za $\pi/2$ prema položaju rotora davača. Tad je napon nula (sl. 16.20) jer je:



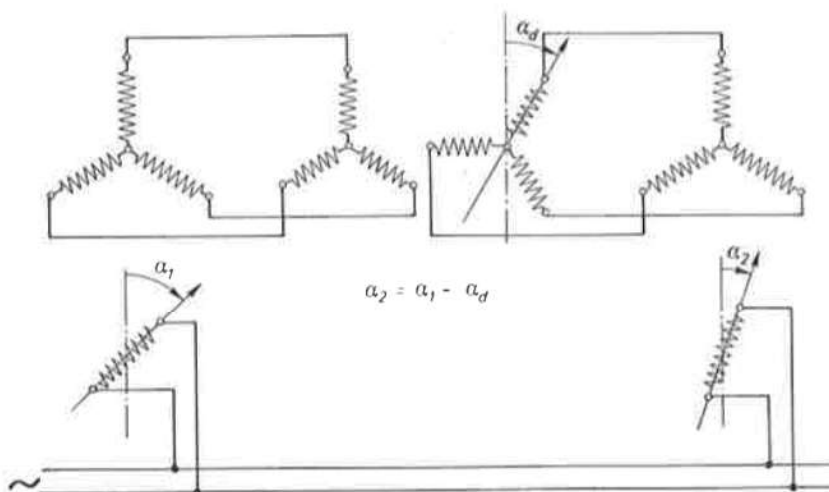
Sl. 16.20. Davač i prijemnik položaja s električkim izlazom

$$\cos(a_2 - a_1) = 0$$

$$a_2 - a_1 = \pi/2$$

$$a_2 = \pi/2 + a_1.$$

Napon rotora prijemnika dovodi se preko pojačala na servouređaj koji usklađuje položaj s položajem davača.



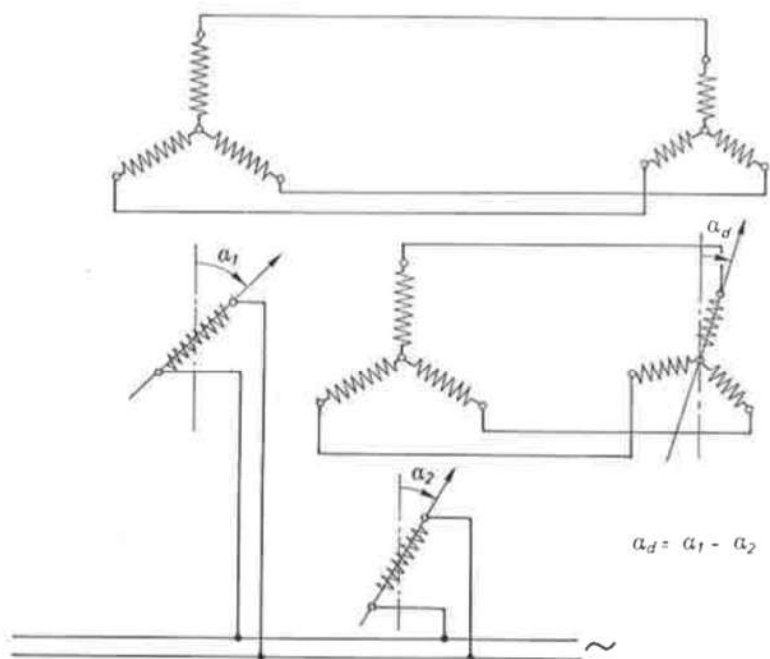
Sl. 16.21. Meždavač za zakret primljenog položaja

Meždavačem, koji ima trofazni namot na statoru i na rotoru (sl. 16.21), može se izvršiti *zakret* položaja što ga je dao primarni davač a_1 za dodatni kut a_d koji postavljamo kazaljkom na rotoru meždavača. Na prijemniku tad dobivamo kut:

$$a_2 = a_1 - a_d. \quad (5)$$

Tako građeni element poslužit će i kao *diferencijalni prijemnik*. Oba trofazna namota diferencijalnog prijemnika napajaju se statorskim naponima dvaju davača. Rotori tih davača napajaju se iz istog izvora (sl. 16.22). Ako su položaji davača α_1 , odnosno α_2 , diferencijalni će prijemnik pokazati razliku:

$$\alpha_d = \alpha_1 - \alpha_2. \quad (6)$$

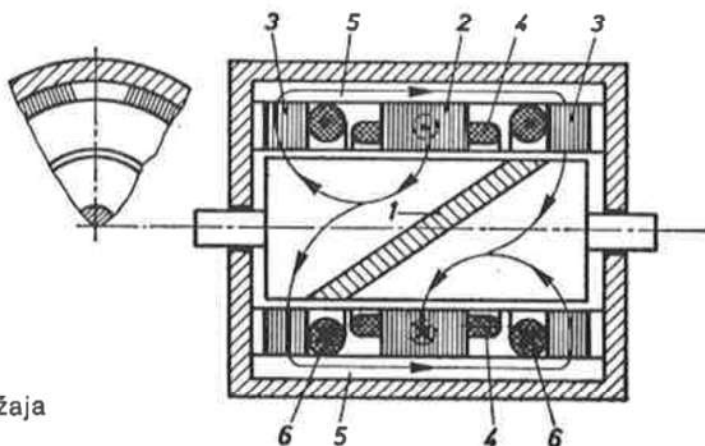


Sl. 16.22. Diferencijalni prijemnik položaja

U radu davača i prijemnika položaja mogu nastati greške zbog nesavršenosti mehaničke izrade — nejednolikog raspora, nesimetrija u magnetskom krugu, nelinearnosti u željezu, i dinamičke greške zbog napona rotacije (koji se kreće oko 1 V na 300 r min^{-1} kod davača s uzbudom od 50 Hz. Pri uzbudi s 400 Hz taj napon se smanjuje na oko 0,15 V na 300 r min^{-1}). Ukupna se greška normalno kreće od oko 18' kod 50 Hz, do oko 6 do 10' pri 400 Hz.

Dovod do rotorskog namota mora se izvesti preko kliznih koluta kako bi rotor imao neograničenu mogućnost okretanja.

Izvedbom tzv. *beskontaktnog davača* izbjegavaju se klizni koluti. Prema slici 16.23, rotor je podijeljen kosom pregradom od nemagnetskog materijala 1 na dva

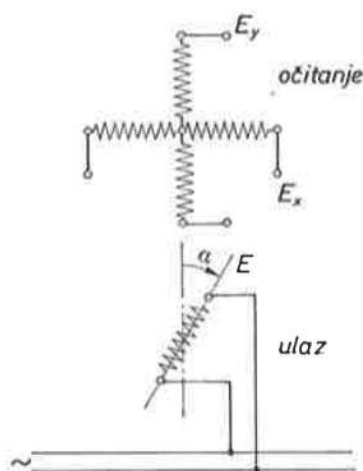


Sl. 16.23. Beskontaktni davač položaja
(L. 2)

dijela. Stator se sastoji od tri dijela, sva tri lamelirana — jedan u sredini rotora 2 i po jedan 3 uz svaki rub. Srednji dio nosi trofazni statorski namot 4, krajnji dijelovi služe, zajedno s nekoliko uzdužnih lameliranih prečaka 5 u koje je uloženi stator, kao magnetski povratni put. Uzbuda 6 s 400 Hz djeluje u aksijalnom smjeru, a uložena je između dijelova statora, pa ima čvrste dovode, bez kliznih koluta. Magnetski tok, koji bi se zatvorio aksijalno kroz rotor, prisiljen je nemagnetskom pregradom da prijeđe u stator, zaobiđe oko rotora i da se vrati na dijametralno suprotnom mjestu opet u rotor. Mjesto na kojem tok prelazi u stator mijenja se zakretom rotora, jednako kao kod radialno magnetiziranog rotora s kliznim kolutima na slici 16.19, a time je onda određeno ulančenje sa svakim od tri statorska namota. Položaj rotora davača određuje, dakle, smjer osi pulsirajućeg toka prijemnika.

16.5. Komponentni čitači

▶▶▶ Ako napon E/α , određen iznosom E napona narinutoga na rotor i položajem α u koji je doveden rotor, želimo otčitati u dvoosnim koordinatama, upotrebljavamo *komponentni čitač* (resolver). Po izvedbi sličan je davaču položaja, s jednofaznim rotorom napajanim frekvencijom od 50 do 400 Hz i dva međusobno okomita namota na statoru (sl. 16.24). Napon veličine E doveden na rotorski namot koji je prema osi y postavljen pod kutom α inducira u tim namotima napone:



Sl. 16.24. Komponentni čitač

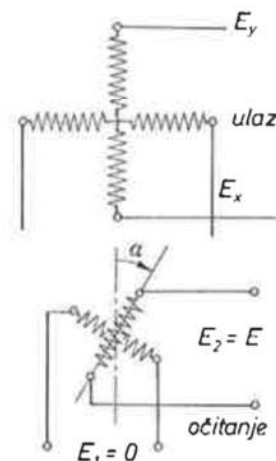
$$E_y = E \cos \alpha \quad (1)$$

$$E_x = E \sin \alpha,$$

pa se komponente mogu direktno otčitati ili kao električne veličine unijeti u proces daljnje obrade.

Zadatak može biti postavljen i obrnuto — iz komponenata napona E_x , E_y , koje su narinute na namote statora, treba odrediti vrijednost napona E kao rezultantu i njegov kut α . Zato je zgodno da i rotor ima dva namota, međusobno pod kutom $\pi/2$. Na jednom namotu podesimo pomicanjem rotora da napon bude točno nula, a zatim na drugom namotu otčitamo vrijednost rezultantnog napona E . Skala za otčitavanje položaja rotora pokazuje nam i pripadni kut α (sl. 16.25).

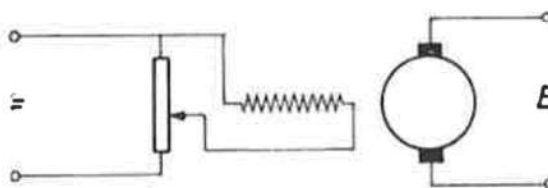
Komponentni čitač može, dakle, obavljati pretvorbu u oba smjera: iz *polarnih koordinata u pravokutne* i iz *pravokutnih u polarne*.



Sl. 16.25. Pretvorba pravokutnih koordinata u polarne pomoću komponentnog čitača

16.6. Tahogeneratori

▶▶▶ Tahogeneratorom nazivamo rotacioni stroj koji, *mehanički tjeran brzinom vrtnje n , daje na stezaljkama napon proporcionalan toj brzini vrtnje*. Tahogenerator omogućuje točno mjerenje brzine vrtnje i uključivanje brzine vrtnje kao električne veličine u procese mjerenja i regulacije.



Sl. 16.26. Tahogenerator istosmjernog napona s nezavisnom uzбудom

Tahogenerator istosmjerne struje sličan je po funkciji istosmjernom generatoru u kojem je tok konstantan. U tom je slučaju inducirani napon proporcionalan brzini vrtnje. Konstantan tok postiže se ili točno kontroliranom *nezavisnom uzбудom* ili *permanentnim magnetom*, te strujom opterećenja ograničenom na tako male vrijednosti da se utjecaj reakcije armature dađe zanemariti. Inducirani napon je:

$$E = k_E \Phi n = K n \quad (1)$$

pa je postignuta linearnost kao osnovni zahtjev.

Problem kod tahogeneratora nije samo u tome kako naći zgodno načelno rješenje već i u tome kako postići visoku točnost koja se od njega zahtijeva. Zbog mnogih mogućih izvora smetnji potrebno je predvidjeti ne samo niz mjera pri projektu i konstrukciji nego i vrlo složene i precizne postupke u izradi. Vibracije četkica unose smetnje u izlazni napon, pa je zato potrebno obratiti posebnu pažnju preciznoj izradi — okruglosti i centričnosti rotora i kolektora, dobroj uravnoteženosti

i sl. Radi eliminiranja valovitosti napona rotor se izvodi sa skošenim utorima. Magnetski krug mora biti izveden sa što manje nesimetrija, sa što manjom histerezom, mora biti stabiliziran i u postupku magnetiziranja i posebnom termičkom obradom. Budući da tahogenerator mora imati jednaku karakteristiku $E = f(n)$ za oba smjera vrtnje, četkice treba postaviti točno u neutralnu zonu.

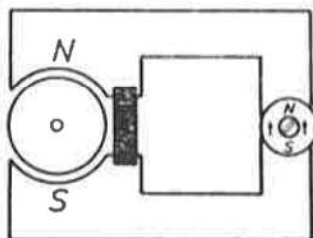
Tahogeneratoru s *nezavisnom uzbudom* napon uzbude mora biti vrlo konstantan. Karakteristika se konačno podešava preciznim potenciometrom u uzbudnom krugu.

Tahogeneratoru s *permanentnim magnetom* može se kompenzirati utjecaj temperature okoline prikladnim magnetskim shuntom koji je temperaturno ovisan. Za precizno podešavanje karakteristike služi mali permanentni magnet uklopljen u jezgru (sl. 16.27), koji se u njoj može malo zakrenuti.

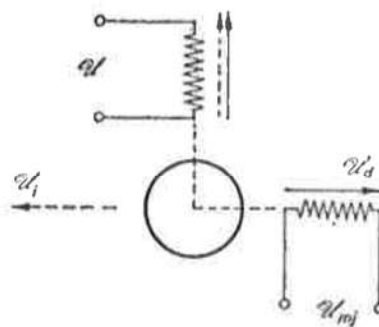
Tahogeneratori istosmjerne struje precizne izvedbe dosežu točnost od oko 2%, a najbolje izvedbe čak do oko 0,25%.

Tahogenerator *izmjenične struje* gradi se bez kolektora, s rotorom od permanentnog magneta i s namotom na statoru. Proporcionalno brzini vrtnje mijenja se i visina induciranog napona i njegova frekvencija, što je dosta neprilično kad su brzine sasvim male. Točnost koja se postiže kod ovih izvedbi doseže do 0,1%.

Sasvim je različite izvedbe *dvofazni tahogenerator izmjenične struje*, s rotorom bez željeza. Stator je namotan dvofazno, s kutom $\pi/2$ među osima obiju faza (sl. 16.28). Rotor je zvonasti cilindar od tankog lima, koji se vrti između vanjskoga

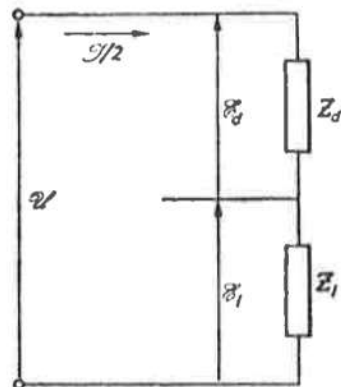


Sl. 16.27. Tahogenerator istosmjernog napona s permanentnim magnetom (L. 27)



Sl. 16.28. Dvofazni tahogenerator izmjeničnog napona, shema

statorskog paketa i unutrašnjega nepomičnog paketa. Oba su paketa lamelirana (v. desnu stranu na sl. 16.31). Jedna je faza statora priključena na konstantan izmjenični napon, a na drugoj mjerimo napon U_{mj} , proporcionalan brzini vrtnje n .



Sl. 16.29. Dvofazni tahogenerator izmjeničnog napona, nadomjesna shema

►► Iz nadomjesne sheme na slici 16.29. vidimo princip rada takva dvofaznog tahogeneratora. Jednofazni napon narinut na jedan od dva fazna namota daje pulsirajuće protjecanje koje rastavljeno na komponente stvara direktno i inverzno okretno polje. Ta polja induciraju napone $\mathbf{E}_d$ i $\mathbf{E}_t$, pa ako zanemarimo male padove napona u otporu i rasipnoj reaktanciji napajane faze, bit će:

$$\mathbf{U} = \mathbf{E}_d + \mathbf{E}_t. \quad (2)$$

I jedno i drugo okretno polje dolaze u os druge faze tek nakon zakreta za kut $\pi/2$, pa je napon u toj drugoj fazi:

$$\mathbf{U}_{mj} = j a \mathbf{E}_d - j a \mathbf{E}_t \quad (3)$$

uz $a = w_{mj} f_{nmj} / w f_n =$ omjer efektivnog broja zavoja mjerne faze i faze napajanja. Ako otpor rotora uzmemo dovoljno velik, tako da je njegova rasipna reaktancija zanemariva, bit će rotorske impedancije za direktni, odnosno inverzni sistem:

$$\mathbf{Z}_d = R_2/s \quad (4)$$

$$\mathbf{Z}_t = R_2/(2 - s),$$

pa se dadu izračunati obje komponente induciranih napona:

$$\mathbf{E}_d = \frac{\mathbf{I}}{2} R_2/s \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_t = \frac{\mathbf{I}}{2} R_2/(2 - s).$$

Tada se mogu dobiti naponi na oba namota i njihov omjer:

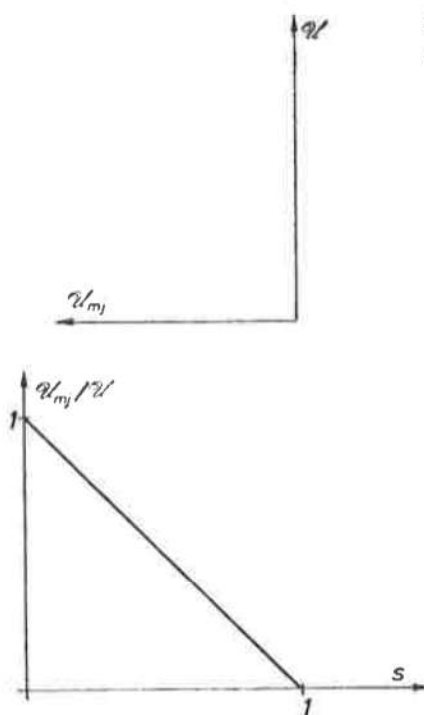
$$\mathbf{U} = \frac{\mathbf{I} R_2}{2} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{2 - s} \right) = \frac{\mathbf{I} R_2}{s(2 - s)} \quad (6)$$

$$\mathbf{U}_{mj} = j \frac{\mathbf{I} R_2}{2} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{2 - s} \right) = j \frac{\mathbf{I} R_2 (1 - s)}{s(2 - s)} \quad (7)$$

$$\mathbf{U}_{mj}/\mathbf{U} = j(1 - s). \quad (8)$$

►►► Vidi se da napon $\mathbf{U}_{mj}$ prethodi u fazi za $\pi/2$ naponu $\mathbf{U}$ i da je proporcionalan narinutom naponu U i brzini vrtnje rotora $n = (1 - s) n_s$ (sl. 16.30).

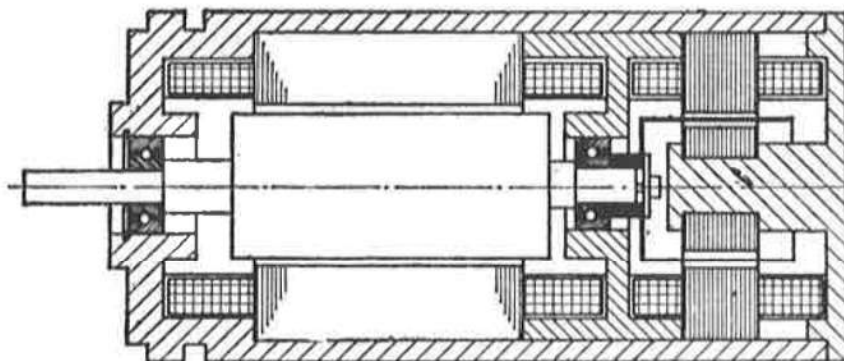
Unatoč tome što su u ovome razmatranju pretpostavljeni idealni uvjeti, a ne savršenosti izvedbe unose još dodatne greške, ipak se za ovu vrstu tahogeneratora postiže vrlo visoka točnost. Odstupanja kod komercijalnih izvedbi ne premašuju 2%, a u vrhunskih izvedbi postiže se čak točnost do 0,05%.



Sl. 16.30. Dvofazni tahogenerator izmjeničnog napona; odnos ulaznog i izlaznog napona u ovisnosti o klizanju s

16.7. Kombinacije

►►► Regulacijski uređaji često zahtijevaju kombinaciju motora koji izvršava određenu operaciju i tahogeneratora koji unosi podatak o brzini vrtnje u regulacijski proces. U tu svrhu grade se kombinacije gdje je u istom kućištu servomotor i tahogenerator.

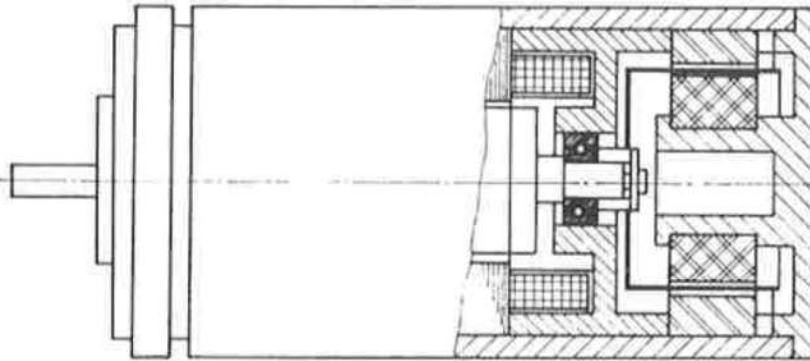


Sl. 16.31. Kombinacija servomotora i dvofaznog tahogeneratora u istom kućištu (L. 9)

Na slici 16.31. jedna je takva kombinacija u kojoj je obuhvaćen kao servomotor *dvofazni kavezni asinhroni motor* (lijevi dio slike) i *dvofazni tahogenerator* (desni dio slike). Tahogenerator je građen kao zvonasti rotor na kraju osovine servomotora, koji se vrti između vanjskog i unutrašnjeg lameliranog željeza, a na vanjskom željezu nalazi se priključni i mjerni fazni namot. Sve zajedno smješteno je u istom

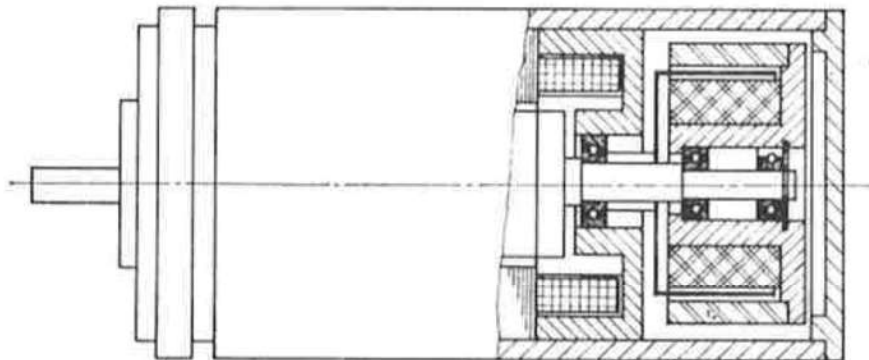
kućištu, pa je prednost takve kombinacije ne samo u manjim dimenzijama nego i u lakšoj montaži i sigurnijemu mehaničkom radu.

Pri brzom kretanju, zaustavljanju i promjeni opterećenja nastaju prijelazne pojave često povezane s *njihanjem rotora* oko položaja ravnoteže. Takvo njihanje zna vrlo nepovoljno utjecati na regulacijski proces, smanjiti brzinu regulacije i ugroziti stabilnost. Zato se servomotor često izvodi u kombinaciji s *uređajem za prigušenje*, sve u istom kućištu.



Sl. 16.32. Kombinacija servomotora s prigušivačem gibanja (L. 9)

Takva je kombinacija prikazana na slici 16.32. Uređaj za prigušenje sastoji se od zvonastog rotora, slično kao kod tahogeneratora, ali se taj rotor vrti između dvije masivne željezne jezgre. Unutrašnja je jezgra permanentni magnet, a vanjska je magnetski jaram. Vrtložne struje u rotoru stvaraju kod svakoga gibanja rotora protumoment, pa uređaj obavlja funkciju *prigušenja gibanja*.



Sl. 16.33. Kombinacija servomotora s prigušivačem promjene brzine (L. 9)

Malo je drukčiji uređaj prema slici 16.33. Zvonasti rotor uređaja za prigušenje vrti se isto tako između dviju jezgri, od kojih je unutrašnja permanentni magnet, a vanjska magnetski jaram. Međutim, cijeli taj blok s magnetima smješten je preko kugličnih ležajeva na osovini kombinacije i može se slobodno okretati, bez obzira na vrtnju servomotora i rotora prigušnog uređaja. Kod stacionarnog pogona, pri stalnoj brzini, magnetski blok i rotor prigušnog uređaja vrtjet će se gotovo jedna-

kom brzinom. No čim se promijeni brzina — ubrzanje ili usporenje — relativno gibanje između rotora i bloka inducirat će u rotoru struje, i to uvijek tako da struje nastoje zadržati istu brzinu vrtnje rotora. Protumoment vrtložnih struja djeluje uvijek suprotno promjeni brzine vrtnje. Takav uređaj obavlja, dakle, funkciju *prigušenja promjene brzine vrtnje*, a ne prigušenja gibanja.

16. Zadaci



1. Statori dvaju jednakih davača položaja spojeni su; rotor prvoga napajan je sa 100 V, 400 Hz i postavljen u položaj $+30^\circ$. Kolik će biti napon u rotoru drugoga ako se ona nalazi u položaju $+45^\circ$? U kojem će položaju rotora primača napon biti nula? Strojevi su dvopolni.

[96,6 V; 120°]

2. Podatke iz 2-polnog selsina-davača dovodimo 2-polnom selsinu-prijemniku. Rotor davača priključen na izvor napona od 120 V, 400 Hz. Ako rotor davača zakrenemo za 65° , a rotor prijemnika zakrenut je za -20° i otvoren, kolik će biti napon u rotoru prijemnika? U koji će se položaj postaviti ako ga priključimo na isti izvor kojim se napaja davač?

[10,46 V; 65°]

3. Diferencijalni selsin napajaju dva davača. Zakret rotora prvog davača je $\alpha_1 = +45^\circ$, a drugog davača $\alpha_2 = -15^\circ$. Koji će položaj zauzeti rotor diferencijalnog selsina?

[$+60^\circ$]

4. Diferencijalni selsin napaja se iz jednog davača koji rotira brzinom vrtnje od 100 r min^{-1} u negativnom smjeru i drugog davača što rotira brzinom od 30 r min^{-1} u pozitivnom smjeru. Koja će biti brzina i smjer vrtnje rotora diferencijalnog selsina?

[-130 r min^{-1} , negativan]

5. Na rotor komponentnog čitača doveden je napon od 180 V, 400 Hz, a rotor je zakrenut prema osi y za kut $\alpha = 32^\circ$. Koliki će biti naponi E_y i E_x uz prijenosni omjer 1 : 1?

[152,7 V, 95,4 V]

6. Komponente napona priključene na statorsche namote komponentnog čitača $E_y = 65 \text{ V}$ i $E_x = 42 \text{ V}$. Rotor čitača ima također dva međusobno okomita namota. Kolik će biti kut rotorskog namota Y prema osi y pri kojem će napon na namotu X biti nula? Kolik će pri tome biti napon na namotu Y ?

[$32,9^\circ$; 77,4 V]

7. Na tahogenerator s permanentnim magnetima unutrašnjeg otpora od 100 oma priključen je voltmetar unutrašnjeg otpora od 1 000 oma. Pri brzini vrtnje od $1\,000\text{ r min}^{-1}$ voltmetar je pokazao napon od 80 V. Kod brzine vrtnje od $1\,500\text{ r min}^{-1}$ kolik je: a) inducirani napon u tahogeneratoru; b) napon koji pokazuje voltmetar?

[a) 132 V; b) 120 V]



8. Linearni motor ima pokretni dio namotan trofaznim namotom s polnim korakom od 9 cm, koji je napajan iz mreže od 50 Hz i kreće se brzinom od 8,5 m/s. Koliko je klizanje?

[5,56 %]

9. Linearni asinhroni motor ima polni korak $\tau_p = 12\text{ cm}$, i priključen je na mrežu od 50 Hz. Koja je brzina: a) magnetskog polja; b) pomičnog dijela stroja, ako opterećenju odgovara klizanje 7%?

[a) 12 m/s; b) 11,16 m/s]

10. Kojom bi frekvencijom trebalo napajati linearni asinhroni motor polnog koraka $\tau_p = 10\text{ cm}$ ako uz klizanje od 8% želimo dobiti brzinu od 6 m/s?

[32,6 Hz]

11. Pomačni motor ima na pomičnom segmentu četiri pola. Pod svakim polom su dva utora s po 40 vodiča, kroz koje teče istosmjerna struja od 60 A. Indukcija u rasporu je 0,7 T, polumjer vrtnje 60 cm i duljina vodiča pod polovima 20 cm. Kolikim momentom djeluje pomačni motor? Kolika je obodna sila?

[1 612,8 Nm 2 688 N]

DRUGI DIO

17. Uvod

17.1. Električne i neelektrične veličine i jedinice

►►► Da bismo upoznali vrste i oblike električnih strojeva i način njihova rada, nismo se morali mnogo baviti jedinicama i mjerama za kvantitativno određivanje pojedinih mehaničkih i električnih veličina. Želimo li, međutim, provesti kvantitativnu analizu, ili sintezu — što znači projektirati stroj — moramo se poslužiti sistemom jedinica koji nam omogućuje da svaku veličinu kvantitativno prikažemo, da s takvim kvantitativno izraženim veličinama računamo i da dobivamo rezultate za koje znamo što kvantitativno znače.

Upotreba različitih jedinica za jednu te istu veličinu uzrokovala je mnogo zbrke i glavobolje, osobito kod onih koji su tek ulazili u struku, kad bismo u literaturi nalazili formule za koje autor nije označio u kojim jedinicama treba uvrstiti pojedine veličine.

Zato je prihvaćen »internacionalni sistem jedinica« (SI) kojim ćemo se, prema dogovoru, svi služiti. Tim je sistemom prihvaćeno i pravilo kako se pišu izrazi koji prikazuju odnose fizikalnih veličina: svaku fizikalnu jedinicu treba uvesti izraženu u jedinicama SI-sistema. Rezultat koji se dobiva izražen je također u jedinicama SI-sistema.

Budući da ima mnogo fizikalnih veličina, treba i mnogo različitih jedinica kojima ih mjerimo i prikazujemo. No većina tih jedinica može se prikazati pomoću drugih jedinica sistema. Evo primjera: jedinica za silu u SI-sistemu je N (njutn). Prema definiciji, to je sila koja jediničnu masu (1 kg) ubrzava akceleracijom od 1 m/s^2 :

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ kg m/s}^2.$$

Ako smo kao osnovne jedinice SI-sistema prihvatili kg, m i s, ne moramo uvoditi posebnu jedinicu N, već možemo silu izražavati u kg m/s^2 . Praktičnije je, međutim, zadržati njutn kao *izvedenu jedinicu*, i zapamtiti da je ta jedinica izvedena iz *osnovnih jedinica* na opisani način.

Dovoljno je definirati svega sedam osnovnih jedinica, a sve ostale jedinice mogu se izraziti pomoću njih kao »izvedene jedinice«. Dogovoreno je da u SI-sistemu *osnovne jedinice* budu ove:

jedinica za duljinu	1 metar	m
jedinica za masu	1 kilogram	kg

jedinica za vrijeme	1 sekunda	s
jedinica za jakost električne struje	1 amper	A
jedinica za temperaturu	1 kelvin	K
jedinica za svjetlosnu jakost	1 kandela	cd
jedinica za količinu tvari	1 mol	mol

Točnim definiranjem i metodama mjerenja bavi se nauka o mjerenjima — metrologija.

Od sedam osnovnih jedinica internacionalnog sistema u tehnici se praktički upotrebljavaju prve četiri, pa je to M—K—S—A-sistem (*sistem metar-kilogram-sekunda-amper*). To nije nikakav *poseban* sistem, već samo dio SI-sistema. Posebno se u elektrotehnici rado koristimo izvedenom jedinicom V (volt), pa se dimenzije ostalih izvedenih jedinica često grade na dijelu SI-sistema V—A—s—m (*volt-amper-sekunda-metar*), u kojem se umjesto osnovnom jedinicom za masu, dimenzije izvedenih veličina prikazuju jedinicom V za električni napon.

Najbolje su povezane mehaničke i električne jedinice kad se razmatra rad. Rad je u elektrotehnici jednak:

$$dW = U I dt$$

a mjeri se u jedinicama J (džul), što je izvedena jedinica:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ VAs}.$$

U mehanici je rad:

$$dW = F ds$$

i mjeri se u jedinicama N m (njutn-metar), što je i opet izvedena jedinica:

$$1 \text{ N m} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}.$$

Sve su to jedinice SI-sistema, pa je i rad, izračunan na ovaj ili onaj način, izražen u istim jedinicama. Mora, dakle, biti:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ VAs} = 1 \text{ Nm} = 1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2.$$

S obzirom na to da stjecajem okolnosti i moment sile ima dimenziju Nm, radije se u mehanici rad izražava u J.

Odatle slijede odnosi između osnovnih i izvedenih jedinica koje se najviše upotrebljavaju u pretvorbi energije:

$$1 \text{ kg} = 1 \text{ VAs}^3/\text{m}^2 \quad [\text{V-A-s-m}]$$

$$1 \text{ V} = 1 \text{ kg m}^2/\text{As}^3 \quad [\text{m-kg-s-A}]$$

$$1 \text{ N} = 1 \text{ VAs/m} \quad [\text{V-A-s-m}]$$

$$1 \text{ V} = 1 \text{ Nm/As} \quad [\text{N-m-s-A}].$$

Evo nekih *izvedenih* jedinica SI-sistema:

Veličina	Jedinica	Oznaka jedinice	Dimenzija
Kut (u ravni)	radijan	rad	bez dimenzije
Kutna brzina	radijan u sekundi	rad/s	s^{-1}
Frekvencija	herc	Hz	s^{-1}
Frekvencija vrtnje	okretaja na sekundu	$r s^{-1}$	s^{-1}
	okretaja na minutu	$r \text{ min}^{-1}$	min^{-1}
Kružna frekvencija	herc	Hz	s^{-1}
Gustoća, specifična masa	kilogram po kubnom metru	kg/m^3	kg/m^3
Sila	njuton	N	$\text{kg m/s}^2 = \text{VAs/m}$
Moment	njuton-metar	Nm	$\text{kg m}^2/\text{s}^2 = \text{VAs}$
Tlak, naprezanje	paskal	Pa	$\text{N/m}^2 = \text{VAs/m}^3$
Moment tromosti	kilogram puta kvadr. metar	kg m^2	kg m^2
Rad	džul	J	$J = \text{VAs} = \text{Nm}$
Snaga	vat	W	VA
Gustoća električne struje	amperi po kvadratnom metru	A/m^2	A/m^2
Električni naboj	kulon	C	As
Gustoća električnog toka	kulon po kvadratnom metru	C/m^2	As/m^2
Električno protjecanje	amper	A	A
Magnetski napon	amper	A	A
Električni napon	volt	V	$\text{Nm/As} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{A s}^3}$
Jakost električnog polja	volt po metru	V/m	kg m/A s^3
Električni kapacitet	farad	F	As/V
Dielektrična konstanta	farad po metru	F/m	As/Vm
Radni otpor	om	Ω	V/A
Reaktancija	om	Ω	V/A
Impedancija	om	Ω	V/A
Električna vodljivost	simens	S	$\Omega^{-1} = \text{A/V}$
Specifični otpor	ommetar	Ωm	Vm/A
Induktivitet	henri	Vs/A	$\text{kg m}^2/\text{A}^2 \text{s}^2$
Električna energija	vatsekunda	Ws	VAs
Jakost magnetskog polja	amper po metru	A/m	A/m
Magnetski tok	veber	Wb	Vs
Magnetska indukcija	tesla	T	Vs/m^2
Permeabilnost	henri po metru	H/m	Vs/Am
Reluktancija	amper po veberu	A/Wb	A/Vs
Magnetska vodljivost	henri	H	Vs/A
Količina topline	džul	J	VAs
Toplinski tok	vat	W	VA
Toplinski kapacitet	džul po kelvinu	J/K	VAs/K
Specifična toplina	džul po kilogramu i kelvinu	J/kg K	VAs/kg K
Toplinska vodljivost	vat po kelvinu i metru	W/K m	VA/Km
Koeficijent prijelaza topline	vat po kelvinu i kvadratnom metru	W/Km ²	VA/Km ²

Određeni broj jedinica koje se ne uklapaju u SI-sistem, toliko je uvriježen u svakodnevnoj praksi i upotrebljava se u toliko specifične svrhe da je njihova upotreba i dalje dopuštena. Evo nekoliko primjera takvih *dopuštenih* jedinica:

Namjena i naziv	Preračunavanje
Volumen tekućina — litra	$1\text{ l} = 10^{-3}\text{ m}^3$
Kut $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$	$1^\circ = \pi/180\text{ rad}$
Vrijeme — sat, minuta; $1\text{ h} = 60\text{ min}$	$1\text{ h} = 3\,600\text{ s}$
Brzina — kilometri na sat	$1\text{ km/h} = 0,277\text{ m/s}$
Rad, energija — kilovatsat	$1\text{ kWh} = 3\,600\text{ kJ}$
Snaga, djelatna — vat	$1\text{ W} = 1\text{ VA}$ djelatne snage
Snaga, prividna — voltamper	$1\text{ VA} = 1\text{ W}$ prividne snage
Snaga, jalova — voltamper reaktivni	$1\text{ var} = 1\text{ W}$ jalove snage
Magnetski tok — voltsekunda, Tm^2	$1\text{ Vs} = 1\text{ Wb}$
Tlak — bar	$1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$

Stare će se jedinice još dugo susretati u praksi. U pogonu će još dugo biti mnogi strojevi na kojima su nazivni podaci u starim jedinicama, a ima još mnogo vrlo vrijedne literature koja se služi jedinicama što su bile u upotrebi prije prihvatanja SI-sistema. Međunarodni sistem jedinica postao je svuda, pa i u nas, zakonom, pa stare jedinice ne bismo trebali i ne bismo smjeli upotrebljavati. Moramo ih, međutim, poznavati, da bismo ih znali po potrebi preračunati u nove jedinice.

Evo nekoliko starih, sada *zabranjenih* jedinica, koje su bile mnogo u upotrebi, pa ih moramo znati preračunati u nove:

Namjena i naziv	Preračunavanje
Sila — kilopond	$1\text{ kp} = 9,8066\text{ N}$
— megapond	$1\text{ Mp} = 9\,806,6\text{ N}$
Tlak — atmosfera	$1\text{ at} = 0,981\text{ bar} = 98\,066,5\text{ Pa}$
— milimetar stupca žive, Torr	$1\text{ Torr} = 1,333\text{ mbar} = 133,3\text{ Pa}$
— metar vodenog stupca	$1\text{ m v. st.} = 9807\text{ Pa}$
Snaga — konjska snaga	$1\text{ KS} = 735,5\text{ W}$
— kilopondmetar u sekundi	$1\text{ kpm/s} = 9,81\text{ W}$
Rad, energija — kilokalorija	$1\text{ kcal} = 4,1868\text{ kJ}$
Toplinski tok — kilokalorija u sekundi	$1\text{ kcal/s} = 4,1868\text{ kW}$
Specifična toplina — kilokalorija po kilogramu i stupnju Celzijevu	$1\text{ kcal/kg, }^\circ\text{C} = 4,1868\text{ kJ/kg K}$
Magnetska indukcija — gaus	$1\text{ G} = 10^{-4}\text{ T}$

Kod translacijskog gibanja susreću se veličine:

sila	F	· · · · ·	$N = \text{kg m/s}^2 = \frac{VAs}{m}$
masa	m	· · · · ·	$\text{kg} = \frac{VAs^3}{m^2}$
akceleracija	a	· · · · ·	m/s^2
brzina	v	· · · · ·	m/s
put	s	· · · · ·	m

kojima su dimenzije povezane relacijama:

$$F = m a = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (2)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} \quad (3)$$

Analogno tome, kod rotacijskog gibanja prisutne su veličine:

zakretni moment ili

$$\text{moment vrtnje: } M \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{ Nm} = \text{kg m}^2/\text{s}^2 \quad (4)$$

$$\text{moment tromosti: } J \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{ kgm}^2$$

$$\text{kutna akceleracija: } \varepsilon \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{ s}^{-2}$$

$$\text{kutna brzina: } \omega \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{ s}^{-1}$$

$$\text{kut zakreta: } \alpha \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \text{ radijan (omjer luka i polumjera, bez dimenzija).}$$

Osnovne su relacije kod rotacijskog gibanja:

$$M = J \varepsilon = J \frac{d\omega}{dt} \quad (5)$$

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (7)$$

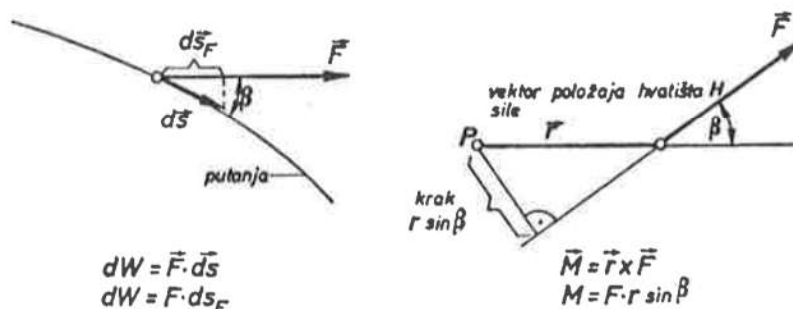
Mehanički rad je kod translacijskog gibanja:

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}, \quad (8)$$

a kod rotacijskog gibanja:

$$W = \int \mathbf{M} \cdot d\vec{\alpha}. \quad (9)$$

Zanimljivo je da zakretni moment M ima istu dimenziju kao i rad W iako su to fizikalno dvije sasvim različite veličine. Jedno i drugo je umnožak sile i duljine, ali dok se kod rada sila množi iznosom pomaka u smjeru sile (skalarni produkt), kod momenta se krak (sl. 17.1) sile (udaljenost sile od središta rotacije) množi silom.



Sl. 17.1. Rad kao skalarni produkt i moment kao vektorski produkt sile i dužine

Općenito se umjesto kraka sile uzima vektor položaja hvatišta sile $\mathbf{r}$ koji ne mora biti okomit na $\mathbf{F}$ (sl. 17.1), pa u produkt ulazi njegova komponenta okomita na smjer sile (vektorski produkt). Moment daje rad tek kad izvrši zakret za određeni kut α (koji je bezdimenzionalna veličina, kao omjer luka i radijusa).

Moment se predoduje vektorom okomitim na ravninu koju zatvaraju sila $\mathbf{F}$ i krak $\mathbf{r}_\perp$. Kut zakreta predoduje se također vektorom okomitim na ravninu rotacije. Skalarni produkt $\mathbf{M} \cdot d\vec{\alpha}$ jednak je izvršenom radu.

Kao što su kod pravocrtnog gibanja sile i pomaci vektori istoga smjera, pa možemo s njima računati kao sa skalarima, tako se i kod rotacije oko zajedničke osi računa s momentom, kutom zakreta, kutnom brzinom i akceleracijom kao skalar-nim veličinama.

Snaga je rad u jedinici vremena bez obzira na to je li gibanje translacijsko ili rotacijsko. To kod translacijskog gibanja daje:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}, \quad (10)$$

a kod rotacijskog:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\mathbf{M} \cdot d\vec{\alpha}}{dt} = \mathbf{M} \cdot \vec{\omega} \quad (11)$$

Ako sila F ubrzava masu m , sav se izvršeni rad pretvara u kinetičku energiju, energiju gibanja mase m . Dovedeni rad na putu ds je:

$$dW_k = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = m \mathbf{a} \cdot d\mathbf{s} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{s} = m \mathbf{v} \cdot d\mathbf{v} = m d(v^2/2)$$

$$W_k = m v^2/2. \quad (12)$$

Posve analogno tome vrijedi za kinetičku energiju kod rotacijskog gibanja, gdje moment M ubrzava rotaciju tijela rotacijske tromosti J :

$$dW_k = \mathbf{M} \cdot d\vec{\alpha} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} \cdot d\vec{\alpha} = J \vec{\omega} \cdot d\vec{\omega} = J d(\omega^2/2)$$

$$W_k = J \frac{\omega^2}{2}. \quad (13)$$

Moment tromosti (polarni) $J (= \int r^2 dm)$ vrlo se često zamjenjuje zamašnim momentom ($m D_t^2$), tj. produktom mase i kvadrata fiktivnoga nado njesnog promjera (promjera inercije).

Veza između momenta inercije i zamašnog momenta dobiva se iz uvjeta inercijske ekvivalentnosti:

$$J = \int r^2 dm = m \left(\frac{D_t}{2} \right)^2$$

$$J = \frac{1}{4} (m D_t^2).$$

Kut je bezdimenzionalna veličina jer se mjeri i iskazuje kao omjer dviju dužina. Ako ga mjerimo kao dužinu kružnog luka, pa ga iskažemo u odnosu prema polumjeru, riječ je o kutu u *radijanima*. No kut možemo iskazati i u dijelovima punog opsega ili, radi praktičnosti, u 360-tinama punog opsega, ili u 400-tinama punog opsega. Prema tome, kut se može prikazivati *dužinom luka s u odnosu prema izabranoj referentnoj dužini*:

Referentna dužina	Kut	Vrijednost kuta za			Jedinica
		puni	ispuženi	pravi kut	
r	$\alpha = s/r$	2π	π	$\pi/2$	radijan
$2r\pi$	$\alpha = s/2r\pi$	1	1/2	1/4	opseg
$2r\pi/360$	$\alpha = 360 s/2r\pi$	360	180	90	stupanj
$2r\pi/400$	$\alpha = 400 s/2r\pi$	400	200	100	gradus, gon

Ako sila djeluje u udaljenosti r od središta vrtnje, ona na putu ds izvrši rad:

$$dW = F ds. \quad (14)$$

Moment sile F oko središta vrtnje je:

$$M = F r \quad (15)$$

pa se rad može iskazati kao:

$$dW = M ds/r = M da. \quad (16)$$

Kut da je iskazan u radijanima, pa je razumljivo da u svim računima te vrste kut treba uvrštavati u radijanima, bez obzira na to što je kut, bilo kako prikazan, bezdimenzionalna veličina.

Slične teškoće pojavljuju se i kod drugih veličina u vezi s kutom, kao što je kutna brzina, kutna akceleracija, brzina vrtnje i sl. Kutna brzina mjeri se u rad/s (dimenzija: s^{-1}), a kutna akceleracija u rad/s^2 (dimenzija: s^{-2}). Brzina vrtnje iskazuje se u okretajima u sekundi ili, vrlo često, u okretajima u minuti. Da ne bi bilo nesporazuma, može se i za okretaj, koji je bezdimenzionalna veličina, pisati kratica okr. ili samo r pa je jedinica za brzinu vrtnje r/s (dimenzija: s^{-1}), odnosno r/min (dimenzija: min^{-1}).

Jedinice kojima se broje bezdimenzionalne veličine zahtijevaju da se točno kaže što se broji. Tako zakret može biti iskazan u radijanima, ali i u punim okretajima. Ili, frekvencija je broj oscilacija u sekundi, a kružna je frekvencija broj radijana u sekundi. Dimenzija je u oba slučaja s^{-1} . Ako se navede samo dimenzija, nije određeno je li riječ o frekvenciji f ili o kružnoj frekvenciji $2\pi f$.

Ovakva dodatna objašnjenja, kao što su rad (radian), r (okretaj), rad/s , r/min , frekvencija u Hz, kružna frekvencija u Hz i sl. ne ubrajaju se u dimenziju veličine, ali su korisna jer otklanjaju mogućnost zabune.

17.1. Zadaci



1. Na obodu rotora razvija se ukupna tangencijalna sila od 1 500 N. Treba odrediti izvršeni rad za jedan puni okretaj u smjeru tangencijalne sile ako je promjer rotora: a) 15 cm; b) 30 cm.

[707 Ws; 1 414 Ws]

2. Ako je obodna brzina u 1. zadatku jednaka za a) i b), i to $v = 15,3 \text{ m/s}$, kolika je razvijena mehanička snaga, a kolika je brzina vrtnje u a) i b)?

[a) 23 kW, 1 950 $r \text{ min}^{-1}$;

b) 23 kW, 975 $r \text{ min}^{-1}$]

3. Ako se uz nepromijenjenu tangencijalnu silu rotor iz 1.a zadatka vrti s 1 500 $r \text{ min}^{-1}$, kolika će biti razvijena snaga? Isto pitanje za rotor iz zadatka 1. b.

[a) 17,7 kW; b) 35,3 kW]

4. Kolik rad izvrši tangencijalna sila od 1 500 N na obodu rotora s promjerom od 30 cm: a) kad rotor miruje; b) kad se rotor zakrene za jedan radian? Kolik je moment te tangencijalne sile u oba slučaja?

[a) $W = 0$, $M = 225 \text{ Nm}$;

b) $W = 225 \text{ Nm}$, $M = 225 \text{ Nm}$]

5. Rotor razvija zakretni moment od 160 Nm, a vrti se brzinom od 1 450 r min⁻¹. Koliku snagu razvija rotor i kolika mu je kutna brzina?

[24,3 kW, 152 s⁻¹]

6. Gubici koji se u stroju pretvaraju u toplinu iznose 560 kW i odvođe se rashladnom vodom. Kolika mora biti količina rashladne vode (litara/min) koja protječe kroz hladnjake stroja ako njezin porast temperature za vrijeme prolaska kroz hladnjake ne smije biti veći od 5 K? (Specifična toplota za vodu je 4,18 kJ/kg K).

[1 606 litara/min]

7. Zamašni moment rotora iznosi $mD^2 = 4,4 \text{ kgm}^2$. Koliku energiju treba dovesti da se rotor potjera brzinom od 1 000 r min⁻¹, a koliku da se postigne 1 500 r min⁻¹?

[6 030 Ws, 13 570 Ws]

8. Kolika bi se toplota razvila u kočnici kojom bismo rotor iz 7. zadatka kočili s brzine 1 500 r min⁻¹ na brzinu 1 000 r min⁻¹?

[7,54 k Ws]

9. Elektromotor zamašnog momenta $mD^2 = 1,2 \text{ kgm}^2$ opterećen je na osovini konstantnim momentom $M = 95 \text{ Nm}$ i vrti se brzinom od 1 400 min⁻¹. Motor uzima iz mreže snagu od 15,4 kW. Kolika je korisnost motora? Koliki su ukupni gubici?

[0,904; 1 470 W]

10. Ako motor iz 9. zadatka pri punoj brzini i konstantnom momentu opterećenja na osovini sklopkom odvojimo od mreže, nakon kojeg će se vremena on zaustaviti? Koliku snagu daje motor na osovini neposredno nakon isklapanja? Kolik ukupni rad izvrši za vrijeme zaustavljanja? Preostale gubitke nakon isklapanja valja zanemariti.

[0,463 s; 13,93 kW; 3,22 kW s]

17.2. Predznaci snaga i njihovih komponenata

►►► Pri pretvorbi mehaničke energije u električnu, i obrnuto, komponente koje određuju pretvorenu snagu su *sile* i *brzine* kod translacijskog gibanja, odnosno *momenti* i *kutne brzine* kod rotacijskog gibanja, a kod električne snage to su *naponi* i *struje*.

Pri translacijskom gibanju putanja određuje smjer gibanja u svakoj točki, no u tom smjeru moguće je gibanje u jednom ili drugom smislu. Komponenta sile u smjeru puta u promatranoj točki može također djelovati u jednom ili u drugom smislu (sl. 17.2).

Po volji možemo odabrati koji ćemo smisao djelovanja sile označiti pozitivnim — prema slici 17.2, onaj označen s (A) ili onaj označen s (B). Jednako tako možemo neovisno o odabranome pozitivnom smislu djelovanja sile, smatrati pozitivnim smisao gibanja (a) ili (b) prema slici 17.2.

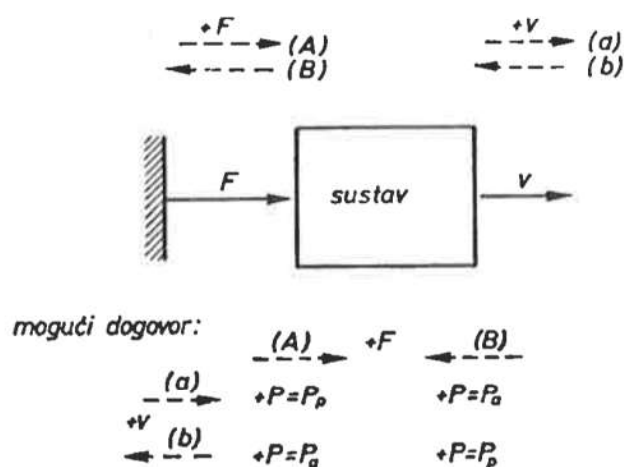
Sila koja djeluje u smislu gibanja vrši rad. Nosilac te sile generira ili daje snagu:

$$P = F v,$$

koja je pozitivna kad je pozitivan i smisao sile F i smisao brzine v , no isto tako i onda kad su oba smisla negativna. Snaga će, dakle, biti pozitivna onda kad su oba smisla jednaka. Uz dogovor — prema slici 17.2 — o predznaku sile (A) i o predznaku brzine (a), umnožak sile i brzine u smjeru sile je snaga koju nosilac sile generira.

Taj je umnožak u ovom slučaju pozitivan, što znači da tu pozitivni predznak snage znači snagu koju nosilac sile proizvodi ili generira. To vrijedi i uz dogovor o predznaku prema slici 17.2 (B) i (b). I tad je pozitivnog predznaka ona snaga koju nosilac sile proizvodi.

No ako se dogovorimo da ćemo smatrati pozitivnim smisao gibanja suprotan smislu djelovanja sile, npr. prema slici 17.2 (A) i (b), ili (B) i (a), bit će snaga po-



Sl. 17.2. Komponente snage pri translacijskom gibanju

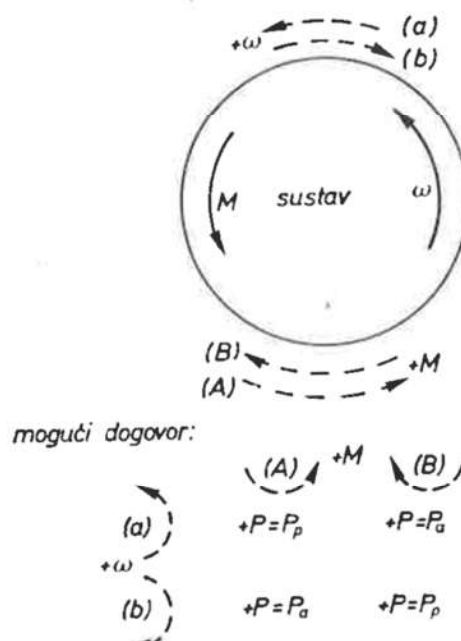
zitivnog predznaka onda kad sila djeluje nasuprot smislu gibanja. Tada ne obavlja rad nosilac sile već netko drugi, a on ga apsorbira ili uzima. Pri takvom dogovoru o predznacima sile i brzine snaga pozitivnog predznaka znači utrošenu ili apsorbiranu snagu.

Dogovor o predznaku komponenata posve je slobodan, ali valja imati na umu da će, ako označimo pozitivnim isti smisao sile i brzine, *pozitivni* predznak snage značiti snagu koju nosilac sile *proizvodi* P_p , a predznak će *apsorbirane* snage P_a biti *negativan*.

Obrnuto, označimo li pozitivnim smisao sile i smisao brzine koji su jedan drugome *suprotni*, *pozitivni* predznak snage označavat će *apsorbiranu* snagu P_a , a *proizvedena* će snaga P_p biti *negativna*.

Posve analogna razmatranja vrijede i za rotacijsko gibanje prema slici 17.3. I tu možemo dogovorno odabrati smisao djelovanja momenta kojemu ćemo pridružiti pozitivan predznak, pa i smisao vrtnje koji ćemo označiti pozitivnim. No ako smo predznake odabrali tako da se jedan i drugi pozitivni smisao *podudaraju*, onda smo se time obavezali da *proizvedenu* snagu P_p smatramo *pozitivnom*, a *apsorbiranu* P_a *negativnom*. Uz *suprotno* odabran pozitivan smisao momenta i pozitivni smisao vrtnje *pozitivna* snaga je ona koju nosilac momenta *apsorbira* P_a , a

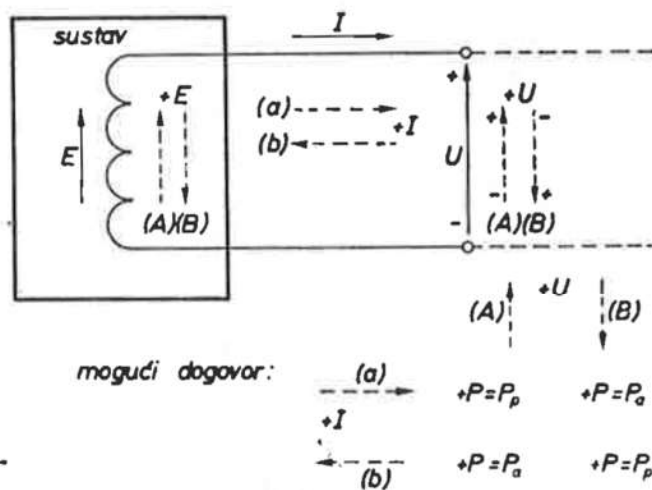
negativna je ona koju *proizvodi* P_p . U prvom slučaju promatrali smo nosioca momenta kao proizvođača snage, a u drugome kao trošilo.



Sl. 17.3. Komponente snage pri rotacijskom gibanju

Slično tome tumačimo i predznak električne snage (sl. 17.4). Komponente koje tvore snagu tu su napon u i struja i . Ako radi jednostavnosti i tu razmatramo prilike pri konstantnom naponu U i konstantnoj struji I , snaga je:

$$P = U I.$$

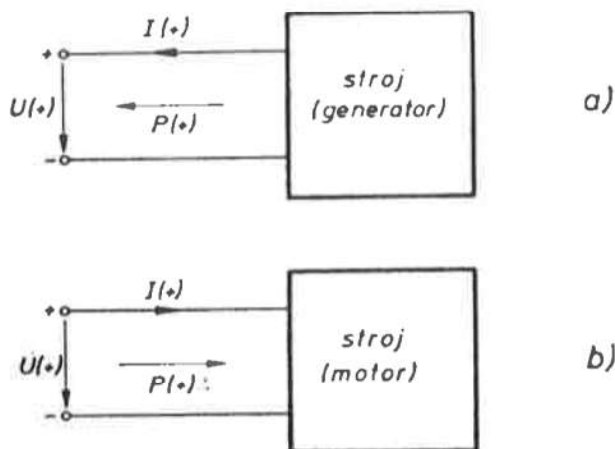


Sl. 17.4. Komponente snage u električnom krugu

Pri tome možemo slobodno odlučiti koji ćemo smjer napona označiti pozitivnim, da li onaj označen na slici 17.4. s (A) ili onaj označen s (B). Neovisno o izabranom smjeru pozitivnog napona možemo odabrati smjer pozitivne struje za promatrani uređaj. Odaberemo li kao pozitivan smjer struje onaj kod kojega struja *izlazi* iz uređaja na stezaljci pozitivnog napona, *pozitivna* je snaga očito električna snaga koju uređaj *proizvodi* P_a , i obratno, ako je pozitivna struja ona koja teče na-

suprot smjeru pozitivnog napona, tj. *ulazi* u promatrani uređaj na stezaljci pozitivnog naponu, onda je *pozitivna* snaga ona koju uređaj *apsorbira*, P_a .

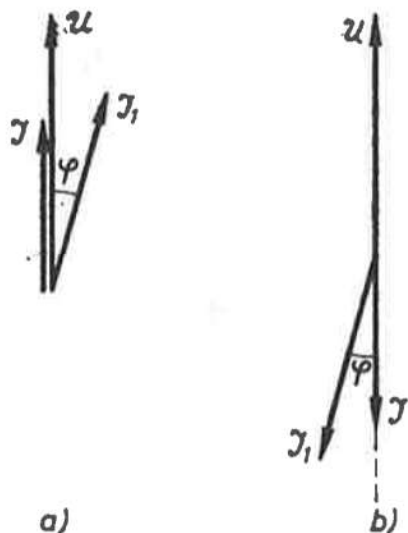
S obzirom na činjenicu da se i sile i pomaci najčešće opisuju u istome koordinatnom sustavu u mehanici će *redovito pozitivni* predznak snage označiti *proizvedenu* ili *generiranu* snagu P_p , a *negativni* predznak *utrošenu* ili *apsorbiranu* snagu P_a .



Sl. 17.5. Definicija predznaka napona, struje i snage u (a) generatorskom i (b) motorskom sistemu

Isti stroj može raditi kao generator ili kao motor. U prvom slučaju govorimo da generator proizvodi i mreža apsorbira struju, a isto tako i snagu. Ako generator postepeno prijeđe u motorski rad, možemo reći da generator proizvodi negativnu struju i snagu ili da motor apsorbira pozitivnu struju i snagu. Da bi pogonsko stanje stroja bilo jasno definirano, treba dogovorno odrediti *predznak napona* i *smjer struje* kojem se pripisuje pozitivni predznak. Pri tome su moguća oba sistema: *generatorski* (sl. 17.5.a), gdje pozitivna struja izlazi iz stroja na stezaljci pozitivnog polariteta, i *motorski* (sl. 17.5.b), gdje pozitivna struja ulazi u stroj na

U strojeva izmjenične struje i napon i struja mijenjaju predznak. Može se, međutim, i tu prihvatiti jedan od načina označavanja. Fazor (kazalo, simbolički vek-



Sl. 17.6. Simbolički vektori (fazori) napona i struje generatora u: (a) generatorskom i (b) motorskom sistemu

stezaljci pozitivnog polariteta. Kod generatorskog sistema *pozitivna* je ona snaga koju stroj *proizvodi*, a kod motorskog sistema ona snaga koju stroj *apsorbira*. O tome vidi i 9.1. odjeljak.

tor) struje u istom smjeru s fazorom napona znači u generatorskom sistemu struju koja u trenutku maksimuma teče iz pozitivne stezaljke stroja, a u motorskom je sistemu obrnuto. Na slici 17.6.a prikazan je generator opterećen strujom I uz fazni pomak θ , ili I_1 uz fazni pomak φ , sve u generatorskom sistemu. Na slici 17.6.b prikazano je isto pogonsko stanje (dakle generatorski rad) u motorskom sistemu.

Radna snaga kod izmjenične struje dobiva se kao umnožak $U I \cos \varphi$, a jalova snaga $U I \sin \varphi$. Kod simboličkog označavanja:

$$\mathcal{U} = U e^{j\alpha}$$

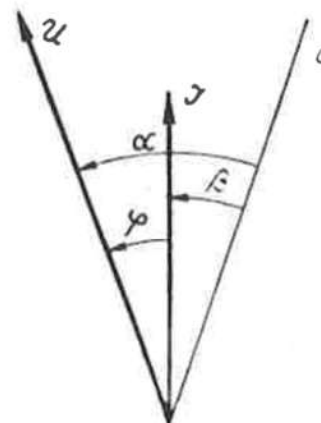
$$I = I e^{j\beta}$$

umnožak bi bio:

$$\mathcal{U} I = U I e^{j(\alpha+\beta)}.$$

Potrebno je, međutim, da se dobije razlika kutova (sl. 17.7):

$$\varphi = \alpha - \beta.$$



Sl. 17.7. Računanje snage simboličkom metodom

Zato se snaga računa tako da se umjesto struje I uvrsti konjugirano kompleksni simbol:

$$I^* = I e^{-j\beta}, \quad (18)$$

što daje kompleksnu prividnu snagu kojoj je realna komponenta jednaka radnoj snazi, a imaginarna jalovoj snazi:

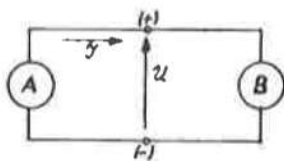
$$\mathcal{S} = \mathcal{U} I^* = U I e^{j(\alpha-\beta)} = U I \cos \varphi + j U I \sin \varphi = P + j Q. \quad (19)$$

I ovdje je u generatorskom sistemu pozitivna radna snaga ona koju generator proizvodi a u motorskom sistemu ona koju motor apsorbira. Na isti je način pozitivnim predznakom označena induktivna, a negativnim kapacitivna (sl. 17.7) snaga koju generator šalje u mrežu u generatorskom sistemu, ili koju motor uzima iz mreže u motorskom sistemu.

17.2. Zadaci



1. Oznaka polariteta i stvarni polaritet na stezaljkama strojeva podudaraju se, te su zajedno sa smjerom struje označeni na slici 17.8. Apsolutni iznosi napona i



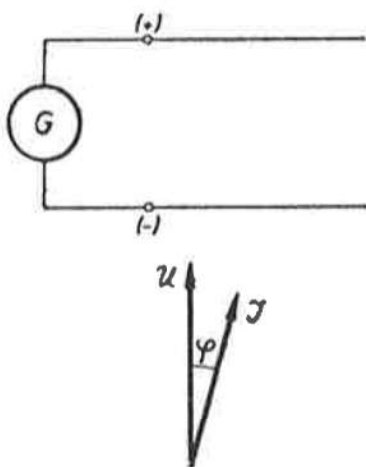
Sl. 17.8. Uz zadatak 1.

struje su 110 V i 15 A. Treba izračunati visinu napona, jakost struje i snagu, s odgovarajućim predznakom za stroj A i za stroj B, i to: a) u generatorskom; b) u motorskom sistemu prikazivanja.

[a] A + 110 V, + 15 A, + 1 650 W
B + 110 V, - 15 A, - 1 650 W;

b) A + 110 V, - 15 A, - 1 650 W
B + 110 V, + 15 A, + 1 650 W]

2. Oznake stezaljki na generatoru i vektorski dijagram predloženi su na slici 17.9. Valja označiti stvarni polaritet napona, smjer struje i smjer toka energije u trenutku:



Sl. 17.9. Uz zadatak 2.

a) $t = 0$; b) $t = \frac{1}{8} T$; c) $t = \frac{1}{4} T$; d) $t = \frac{1}{2} T$

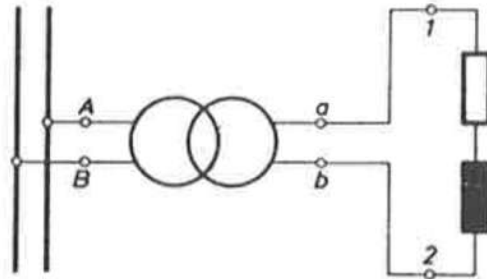
($T = \frac{1}{50}$ s je trajanje periode, a kut faznog pomaka je $\varphi = 45^\circ$).

[a] $\pm \rightarrow \rightarrow$; b) kao a); c) $0 \rightarrow 0$; d) $\pm \leftarrow \rightarrow$

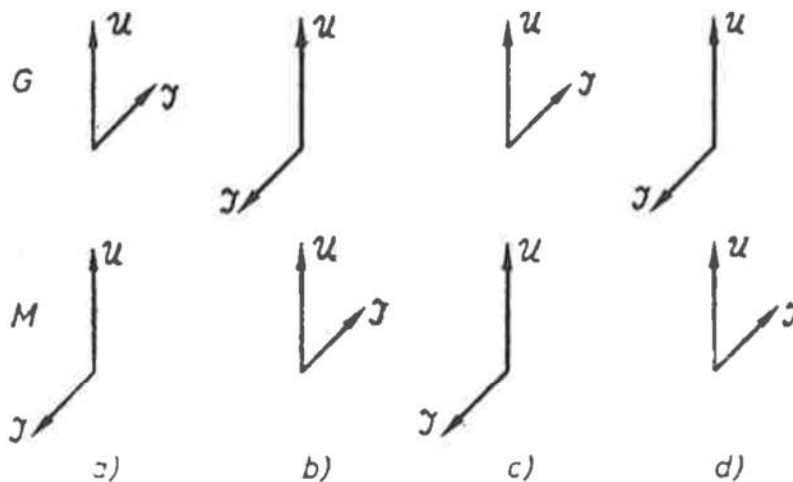
3. Transformator prema slici 17.10 ima polaritet (+) na stezaljci A primarne strane u istom trenutku kada je (+) na stezaljci a sekundarne strane. Potrošač koji uz

omski otpor sadrži i induktivitet ima pozitivni priključak na stezaljci 1. Treba nacrtati, zanemarujući padove napona i struju magnetiziranja transformatora, kvalitativni izgled vektorskog dijagrama za: a) mrežu; b) primarnu stranu transformatora; c) sekundarnu stranu transformatora; d) potrošača, služeći se dosljedno generatorskim (G) i motorskim sistemom (M).

Sl. 17.10. Uz zadatak 3.



[Sl. 17.11]



Sl. 17.11. Rješenje zadataka 3.

4. Napon i struja stroja zadani su u motorskom sistemu kompleksnim izrazima $220 \angle 0^\circ$ i $20 \angle -150^\circ$. Da li stroj uzima ili daje: a) radnu snagu; b) induktivnu snagu?

[$\mathcal{S} = -3810 + j2200$, a) stroj daje 3810 W u mrežu (generator);
b) uzima iz mreže 2200 VA reaktivnih]

17.3. Energetska razmatranja

►► Pretvorba energije može se promatrati preko induciranih napona i sila na vodiče. Ne manje zanimljiv je energetski pristup, gdje električni stroj promatramo kao zatvoreni energetski sistem, u koji energiju dovodimo, odvodimo ili je akumuliramo, pri čemu, uzevši u obzir sve oblike energije i uzevši pozitivni predznak za svaki iznos energije doveden sistemu vrijedi;

$$\sum_{(i)} dW_{(i)} = \sum_{(j)} dW_{ak(j)}. \quad (1)$$

Tu je $W_{(t)}$ energija dovedena sistemu, a $W_{(f)}$ energija akumulirana u sistemu.

Stroju možemo dovesti električnu energiju dW_{el} , ili mehaničku energiju dW_{meh} ili toplinsku energiju dW_{topl} . Veličine dW_{el} i dW_{meh} mogu poprimiti predznak (+) ili (−), tj. možemo ih dovoditi ili odvoditi, međutim, toplinsku energiju redovito odvodimo ($-dW_{topl}$).

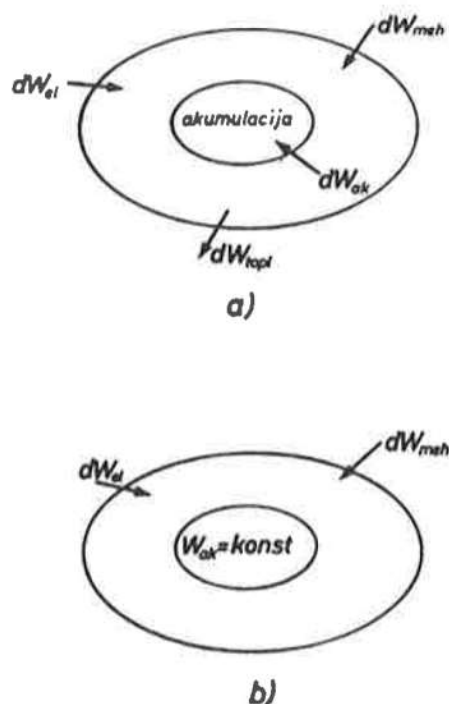
Akumulirana energija u stroju može biti kinetička energija, ili potencijalna energija elastičnih deformacija mehaničkih dijelova, ili magnetska energija, ili toplinska energija u zagrijanim masama stroja.

Da bismo iz daljnjih razmatranja uklonili toplinsku energiju, izostavit ćemo iz slike stroja gubitke koji se pretvaraju u toplinu. Takav idealizirani stroj — koji treba zamisliti s radnim otporima namota jednakim nuli, s magnetskim krugom bez histereze i vrtložnih struja i s mehaničkim gibanjem bez trenja i gubitaka ventilacije — ipak daje sasvim vjernu sliku pretvorbe. Između stvarnih i idealiziranih iznosa energije vlada jednostavan odnos:

$$dW_{elstv} = dW_{elI} + dW_{\theta el} \quad (2)$$

$$dW_{mehstv} = dW_{mehI} + dW_{\theta meh}, \quad (3)$$

gdje je $dW_{\theta el}$ energija pretvorena u toplinu zbog električnih gubitaka, a $dW_{\theta meh}$ je energija pretvorena u toplinu zbog mehaničkih gubitaka. Može se, dakle, računati s idealiziranim prilikama i rezultate na kraju korigirati dodavanjem ili oduzimanjem toplinske energije gubitaka.



Sl. 17.12. Energetska shema električnog stroja (a) i idealiziranog stroja u stacionarnom stanju (b)

Osnovna relacija daje se prikazati slikom 17.12.a, na kojoj je dW_{el} dovedeni iznos električne energije, dW_{meh} dovedeni iznos mehaničkog rada, dW_{ak} prirast

akumulirane energije i dW_{topl} je iznos odvedene toplinske energije — sve u istom vremenskom intervalu dt . Prirast akumulirane energije sastoji se od prirasta kinetičke energije, magnetske energije, akumulirane toplinske energije i energije deformacija:

$$dW_{ak} = dW_k + dW_\phi + dW_{topl_{ak}} + dW_{def}. \quad (4)$$

U stacionarnom stanju je:

$$dW_{ak} = 0$$

pa vrijedi:

$$dW_{el} + dW_{meh} = dW_{topl}. \quad (5),$$

Napokon, uzme li se idealni stroj bez gubitaka, u stacionarnom stanju vrijedi prema slici 17.12.b:

$$dW_{el} + dW_{meh} = 0$$

$$dW_{el} = -dW_{meh}. \quad (6)$$

U prijelaznim stanjima treba računati s promjenom brzine vrtnje, tj. kinetičke energije, i s promjenom magnetskih prilika, tj. magnetske energije, pa bilanca energije glasi, zanemarujući energiju deformacija:

dovedena energija = povećanje akumulirane energije

$$dW_{el} + dW_{meh} = dW_k + dW_\phi + dW_{topl}. \quad (7)$$

Primjena te relacije unutar maloga vremenskog intervala dt — u kojem se stroju dovodi ili odvodi električna i mehanička energija te mijenja akumulirana kinetička i magnetska energija — omogućuje analizu trenutnih stanja, sila i momenata u sistemu. U idealiziranom stroju bez gubitaka posljednji član izraza (7) nestaje.

1. Kinetička energija

► U odjeljku 17.1. pokazali smo da se u translacijskom gibanju pri ubrzavanju od brzine 0 do brzine v u masi koja se giba akumulira kinetička energija:

$$W_k = m v^2/2. \quad (8)$$

Posve analogno tome, u rotacijskom gibanju, uz moment tromosti J , pri kutnoj brzini ω , u zamašnim masama koje rotiraju akumulira se kinetička energija:

$$W_k = J \omega^2/2. \quad (9)$$

Ta se akumulirana energija povećava ako brzinu povišimo, ali se ona može i vraćati. Kod smanjivanja brzine, mase u gibanju vraćaju odgovarajući dio akumu-

lirane kinetičke energije. Mehanizam je sposoban da izvrši određeni rad na račun kinetičke energije.

Promjenom brzine od v na v_1 , ili kutne brzine od ω na ω_1 , mijenja se akumulirana kinetička energija za iznos:

$$\Delta W_k = \frac{m}{2} (v_1^2 - v^2), \quad (10)$$

odnosno:

$$\Delta W_k = \frac{J}{2} (\omega_1^2 - \omega^2). \quad (11)$$

Ta promjena akumulirane kinetičke energije može biti pozitivna ili negativna, prema tome jesmo li brzinu povećali ili smanjili.

Kod malih promjena vrijedi:

$$dW_k = m v dv, \quad (12)$$

odnosno:

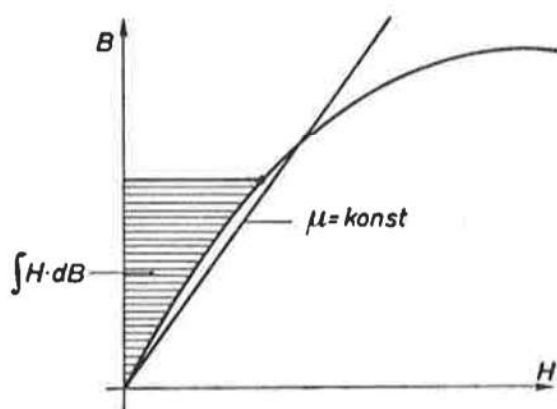
$$dW_k = J \omega d\omega. \quad (13)$$

2. Magnetska energija

► U odjeljku 3.7. promatrali smo energiju koju smo trebali dovesti elementu volumena ΔV , da bismo u njemu povećali polje H , odnosno indukciju B . Pokazalo se da je prirast energije:

$$dW_\phi = \Delta V H dB,$$

a gustoća energije u elementu ΔV (sl. 17.13):



Sl. 17.13. Akumulirana magnetska energija u elementu prostora

$$W_{1\phi} = \int_0^B H dB. \quad (14)$$

Taj izraz vrijedi općenito, u zraku i u željezu. Za zrak, gdje je $\mu = \mu_0 = \text{konst.}$, možemo računati:

$$W_{1\phi} = \mu_0 H^2/2 = B^2/2 \mu_0 = B H/2. \quad (15)$$

Za cijeli volumen V valja tako postupiti sa svakim elementom, pa integrirati:

$$W_\phi = \int_V dV \int_0^B H dB.$$

Ako je $\mu = \mu_0$, računamo:

$$W_\phi = \int_V \frac{B H}{2} dV = \int_V \frac{B^2}{2 \mu_0} dV = \int_V \frac{\mu_0 H^2}{2} dV.$$

Ako je polje u cijelom volumenu V homogeno, vrijedi općenito:

$$W_\phi = V \int_0^B H dB, \quad (16)$$

odnosno posebno za polje u zraku:

$$W_\phi = V \frac{B H}{2} = V \frac{B^2}{2 \mu_0} = V \frac{\mu_0 H^2}{2}. \quad (17)$$

Tako određena magnetska energija daje se iskazati za pojedini dio magnetskog kruga, npr. posebno za zračni raspor, a posebno za željezo, ili za određeni dio zračnog raspora i željeza.

Iz rezultata je jasno da u jednakom volumenu pri jednakoj indukciji B imamo do više tisuća puta veću akumuliranu energiju u zraku nego u željezu. Unatoč tome što je zračni raspor malog, a željezo je velikoga volumena, ipak je energija u zračnom rasporu višestruko veća nego energija u željezu. Zbog toga se često razmatra samo energija akumulirana u zraku, a energija u željezu se zanemaruje, što je isto kao da za željezo pretpostavimo $\mu = \infty$.

U prostoru koji obuhvaća sve silnice magnetskog toka, ili je prostor omeđen materijalom s $\mu = \infty$, vlada ovisnost magnetskog toka i uzbudnog protjecanja definirana magnetskim otporom ili *reluktancijom*:

$$R = \Theta/\Phi.$$

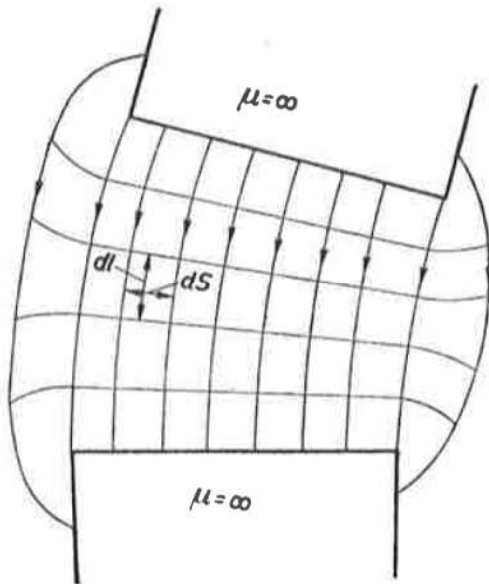
Ako taj prostor podijelimo na cijevi polja od kojih svaka vodi jednak dio $d\Phi$ ukupnog toka Φ , a okomito na silnice postavimo magnetske ekvipotencijalne plohe, rastavili smo cijeli prostor na elemente volumena (sl. 17.14):

$$dV = dS dl.$$

Kroz svaki element prolazi jednaki dio toka $d\Phi$, a ograničavaju ga plohe jednakoga magnetskog potencijala, između kojih je razlika potencijala jednaka $d\Theta$. Prema tome, za svaki element dV vrijedi:

$$B = d\Phi/dS$$

$$H = d\Theta/dl.$$



Sl. 17.14. Akumulirana magnetska energija u prostoru konačnih dimenzija

Magnetska energija u svakome takvom elementu iznosi:

$$dW_\phi = dV \frac{HB}{2} = dS dl \frac{d\Theta}{dl} \frac{d\Phi}{dS} \frac{1}{2} = \frac{d\Theta d\Phi}{2}.$$

Integracijom tog izraza u prostoru između dvije ekvipotencijalne plohe, dakle uz $d\Theta = \text{konst.}$, dobivamo:

$$dW_1 = \frac{1}{2} d\Theta \int_1 d\Phi = \frac{\Phi d\Theta}{2},$$

a proširenjem integracije na sve slojeve izlazi:

$$W_\phi = \frac{\Phi}{2} \int d\Theta = \frac{\Theta \Phi}{2}.$$

Uvedemo li još reluktanciju R , dobivamo magnetsku energiju u cijelom prostoru predloženom reluktancijom R :

$$W_\phi = \frac{\Theta \Phi}{2} = \frac{\Theta^2}{2R} = \frac{R \Phi^2}{2}. \quad (18)$$

Magnetsku energiju možemo promatrati i kroz *strujne krugove* koji sudjeluju u stvaranju magnetskog polja. Ako je to jedan strujni krug, njegov samoinduktivitet L_1 definiramo kao omjer ulančenog toka i struje:

$$L_1 = \Psi_1 / i_1.$$

Ako se struja i_1 i ulančeni tok Ψ_1 tek uspostavljaju, treba dovoditi energiju jer promjena ulančenog toka inducira protunapon:

$$e_1 = -d\Psi_1/dt,$$

pa dovedena energija koja se sva pretvara u energiju polja iznosi uz pretpostavku zanemarivog zasićenja:

$$dW_\phi = -i_1 e_1 dt = i_1 d\Psi_1 = i_1 L_1 di_1$$

$$W_\phi = \int dW_\phi = L_1 i_1^2 / 2.$$

Više strujnih krugova zahtijeva da se definiraju njihovi samoinduktiviteti i međuinduktiviteti, jer struja u jednom svitku pridonosi i stvaranju dijela toka ulančenoga sa svakim od ostalih svitaka. Za tri svitka bit će npr.:

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + L_{21} i_2 + L_{31} i_3$$

$$\Psi_2 = L_2 i_2 + L_{12} i_1 + L_{32} i_3$$

$$\Psi_3 = L_3 i_3 + L_{13} i_1 + L_{23} i_2.$$

Da bi se uspostavili ti tokovi, trebalo je dovesti električnu energiju, koja se pretvorila u energiju magnetskog polja:

$$\begin{aligned} dW_\phi &= i_1 d\Psi_1 + i_2 d\Psi_2 + i_3 d\Psi_3 = L_1 i_1 di_1 + L_{21} i_1 di_2 + L_{31} i_1 di_3 + \\ &+ L_2 i_2 di_2 + L_{12} i_2 di_1 + L_{32} i_2 di_3 + L_3 i_3 di_3 + L_{13} i_3 di_1 + L_{23} i_3 di_2 = \\ &= L_1 i_1 di_1 + L_2 i_2 di_2 + L_3 i_3 di_3 + L_{12} d(i_1 i_2) + L_{23} d(i_2 i_3) + L_{31} \\ &\quad d(i_3 i_1). \end{aligned}$$

Pri tome se smatra da su tri strujna kruga međusobno nepomična, pa prirasti ulančenih tokova $d\Psi_1$, $d\Psi_2$ i $d\Psi_3$ nastaju samo zbog prirasta struja di_1 , di_2 i di_3 .

Ukupna energija polja, iskazana konstantama strujnih krugova i strujama koje u njima teku, iznosi:

$$W_\phi = \int dW_\phi = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + \frac{L_3 i_3^2}{2} + L_{12} i_1 i_2 + L_{23} i_2 i_3 + L_{31} i_3 i_1. \quad (19)$$

Kad bismo sve struje držali konstantnima, a međusobni položaj svitaka bi se mijenjao, prirast energije polja mogao bi nastati samo zbog *promjene induktiviteta*:

$$i_1, i_2, i_3 = \text{konst.}$$

$$dW_\phi = \frac{1}{2} i_1^2 dL_1 + \frac{1}{2} i_2^2 dL_2 + \frac{1}{2} i_3^2 dL_3 + i_1 i_2 dL_{12} + i_2 i_3 dL_{23} + i_3 i_1 dL_{31}.$$

3. Električna energija

► U strujnim krugovima koje smo zamislili bez djelatnog otpora ne troši se nikakva energija za održavanje jednom uspostavljenih struja. Te struje teku dalje bez ikakva napona koji bi ih tjerao i održavaju magnetsko polje bez ikakva utroška energije. Napon se inducirao samo za vrijeme promjene magnetskog stanja, npr. za vrijeme izgradnje magnetskog polja. U stacionarnom stanju možemo namote zamisliti kao supravodljive namote u kojima jednom uspostavljena struja i magnetsko polje zadržavaju svoje vrijednosti bez utroška energije.

Svaka promjena magnetskih prilika zahtijeva dovođenje ili odvođenje energije iz magnetskog polja, bilo putem električne energije, bilo putem mehaničkog rada.

Prijelaz iz jednoga magnetskog stanja u drugo ostvaruje se tako da se za određeno vrijeme djeluje vanjskim naponom u , što će povećati magnetsku energiju dovođenjem električne energije:

$$u = -e = d\Psi/dt$$

$$dW_{el} = u i dt = i d\Psi,$$

ili tako da se magnetske prilike promijene djelovanjem mehaničke sile kojom se mijenjaju geometrijski odnosi. Pri tome se i opet dovodi električna energija:

$$dW_{meh} = -e i dt = i d\Psi.$$

Uvedemo li i tu reluktanciju $R = \Theta/\Phi$, možemo dovedenu električnu energiju prikazati ovako:

$$dW_{el} = i w d\Phi = \Theta d\Phi = R \Phi d\Phi = \Theta d\Theta/R.$$

Rezultati su jednaki kao pri izračunavanju akumulirane magnetske energije jer smo magnetsku energiju i izračunali kao iznos dovedene električne energije u idealnom sistemu bez gubitaka, ali uz pretpostavku da nema mehaničkog gibanja, tj. ni dovođenja ni odvođenja mehaničke energije. U takvom je slučaju sva dovedena električna energija utrošena u izgradnju magnetskog polja.

Ako se namoti-nosioci uzbudnih protjecanja ili konture prostora-nosioca magnetskih tokova mijenjaju, pojavit će se sile na namote i sile na konture, pa će se morati dovesti određeni mehanički rad, koji će, zajedno s električki dovedenom

energijom, promijeniti akumuliranu energiju magnetskog polja. Svaka takva promjena izaziva, općenito, i promjenu struja i promjenu induktiviteta.

Izračunajmo na primjeru triju strujnih krugova dovedenu električnu energiju:

$$dW_{el} = i_1 d\Psi_1 + i_2 d\Psi_2 + i_3 d\Psi_3.$$

Ulančene tokove izrazimo induktivitetima:

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + L_{12} i_2 + L_{31} i_3$$

$$\Psi_2 = L_{12} i_1 + L_2 i_2 + L_{23} i_3$$

$$\Psi_3 = L_{31} i_1 + L_{23} i_2 + L_3 i_3$$

i uzmimo u obzir da su sada i struje i induktiviteti promjenljive veličine. Dobivamo dovedenu električnu energiju:

$$\begin{aligned} dW_{el} = & i_1 (L_1 di_1 + i_1 dL_1 + L_{12} di_2 + i_2 dL_{12} + L_{31} di_3 + i_3 dL_{31}) + \\ & + i_2 (L_{12} di_1 + i_1 dL_{12} + L_2 di_2 + i_2 dL_2 + L_{23} di_3 + i_3 dL_{23}) + i_3 (L_{31} di_1 + \\ & + i_1 dL_{31} + L_{23} di_2 + i_2 dL_{23} + L_3 di_3 + i_3 dL_3) = L_1 i_1 di_1 + L_2 i_2 di_2 + \\ & + L_3 i_3 di_3 + i_1^2 dL_1 + i_2^2 dL_2 + i_3^2 dL_3 + L_{12} d(i_1 i_2) + L_{23} d(i_2 i_3) + \\ & + L_{31} d(i_3 i_1) + 2 i_1 i_2 dL_{12} + 2 i_2 i_3 dL_{23} + 2 i_3 i_1 dL_{31}. \end{aligned}$$

Promotrimo dovedenu električnu energiju za slučaj da su sve struje bile konstantne, $i_1, i_2, i_3 = \text{konst.}$:

$$dW_{el} = i_1^2 dL_1 + i_2^2 dL_2 + i_3^2 dL_3 + 2 i_1 i_2 dL_{12} + 2 i_2 i_3 dL_{23} + 2 i_3 i_1 dL_{31}.$$

Taj je iznos dvostruko veći od prirasta magnetske energije koji smo izračunali u istim uvjetima konstantnih struja:

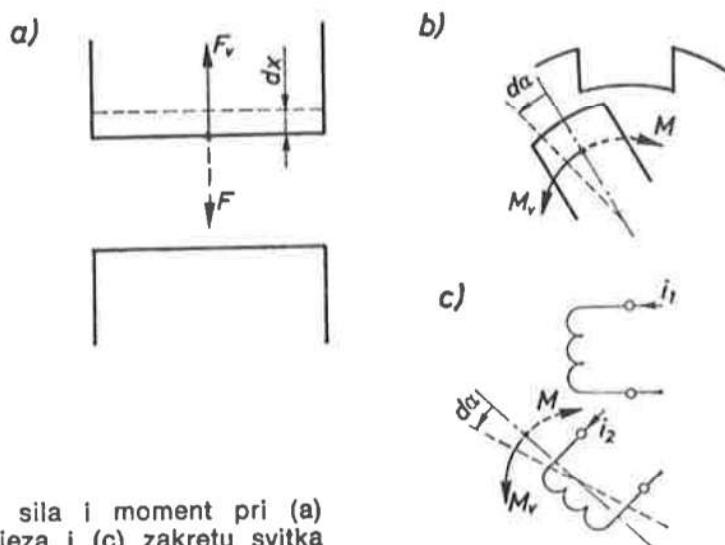
$$dW_{el} = 2 dW_{\Phi}, \text{ uz } i_1, i_2, i_3 = \text{konst.} \quad (10)$$

To znači da se *dovedena električna energija* u sistemu s promjenljivim induktivitetima, tj. tamo gdje se oblik i raspored elemenata u sistemu mijenja, *nije utrošila samo na promjenu energije magnetskog polja nego se jednako toliko utrošilo na mehanički rad.*

4. Mehanička energija

► Na bilo koji element, svitak ili konturu u magnetskom polju djeluju magnetske sile ili momenti. Zamislimo li beskonačno maleni pomak dx u smjeru djelovanja vanjske sile F_v (sl. 17.15.a), ili beskonačno maleni zakret $d\alpha$ u smjeru djelovanja vanj-

skog momenta M_v (sl. 17.15.b i c), doveli smo sistemu onoliku energiju koliko iznosi izvršeni rad:



Sl. 17.15. Mehanički rad, sila i moment pri (a) translaciji, (b) zakretu željeza i (c) zakretu svitka

$$dW_{meh} = F_v dx$$

$$dW_{meh} = M_v d\alpha.$$

Budući da vanjska sila, odnosno moment pri tome svladavaju elektromagnetski razvijenu silu ili moment, to vrijedi:

$$F_v = -F$$

$$M_v = -M$$

pa je:

$$dW_{meh} = -F dx$$

$$dW_{meh} = -M d\alpha.$$

Bilanca energije za sistem u kojem smo eliminirali razvijanje topline, a u njemu nema ubrzanja masa pa nema ni promjene kinetičke energije, bit će:

$$dW_{meh} + dW_{el} = dW_{\phi}.$$

Odatle dobivamo *silu*, odnosno *moment*:

$$\begin{aligned} -F dx + dW_{el} &= dW_{\phi} \\ F &= dW_{el}/dx - dW_{\phi}/dx, \end{aligned} \quad (21)$$

te:

$$\begin{aligned} -M d\alpha + dW_{el} &= dW_{\phi} \\ M &= dW_{el}/d\alpha - dW_{\phi}/d\alpha. \end{aligned} \quad (22)$$

Posebno za slučaj konstantnih struja $i_1, i_2, i_3 = \text{konst.}$, vrijedi:

$$\begin{aligned} dW_{el} &= 2 dW_\phi \\ dW_{el} - dW_\phi &= dW_\phi \\ F &= dW_\phi/dx. \end{aligned} \quad (23)$$

$$M = dW_\phi/da. \quad (24)$$

Naravno da se nepoznati smjer sile ili momenta daje po volji pretpostaviti, a predznak rezultata pokazat će je li odabrani smjer ispravan ili je smjer sile, odnosno momenta suprotan.

17.3. Zadaci

- 1. Namotu je statora u električnom stroju induktivitet $L_1 = 0,22 \text{ H}$, a rotora $L_2 = 5,4 \text{ H}$. Stroj je zaustavljen u položaju u kojem je međuinduktivitet statora i rotora $L_{12} = 1 \text{ H}$. Kolika je energija akumulirana u magnetskom polju ako su struje: a) $i_1 = 16 \text{ A}, i_2 = 0$; b) $i_1 = 0, i_2 = 3,2 \text{ A}$; c) $i_1 = 16 \text{ A}, i_2 = +3,2 \text{ A}$; d) $i_1 = 16 \text{ A}, i_2 = -3,2 \text{ A}$.

[a) 28,16 Ws; b) 27,65 Ws; c) 106,96 Ws; d) 4,56 Ws]

2. Kolik je ulančeni tok sa statorskim namotom, a kolik s rotorskim namotom u 1. zadatku pod a), b), c) i d)?

[a) 3,52 Wb, 16 Wb; b) 3,2 Wb, 17,28 Wb; c) 6,72 Wb; 33,28 Wb; d) 0,32 Wb; 1,28 Wb]

17.4. Proračun sila i momenata

►► Da bismo odredili silu, odnosno moment moramo jednostavno izvršiti zamišljeni ili *virtualni pomak* dx ili *zakret* da , nasuprot odabranom smjeru magnetske sile, odnosno momenta. Za tako zamišljeni pomak izračunajmo povećanje magnetske energije dW_ϕ i priteklju električnu energiju dW_{el} , a zatim deriviranjem razlike $dW_{el} - dW_\phi$ po dx odredimo silu F , odnosno deriviranjem po da odredimo moment M .

To možemo prikazati na primjeru triju strujnih krugova. Izraz za dovedenu električnu energiju već je izveden. Promjena magnetske energije izračunava se iz izraza za ukupnu magnetsku energiju:

$$W_\phi = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + \frac{L_3 i_3^2}{2} + L_{12} i_1 i_2 + L_{23} i_2 i_3 + L_{31} i_3 i_1.$$

ali treba uzeti u obzir da su promjenljive ne samo sve struje već i svi induktiviteti:

$$dW_\phi = L_1 i_1 di_1 + \frac{1}{2} i_1^2 dL_1 + L_2 i_2 di_2 + \frac{1}{2} i_2^2 dL_2 + L_3 i_3 di_3 + \frac{1}{2} i_3^2 dL_3 + \\ + L_{12} d(i_1 i_2) + i_1 i_2 dL_{12} + L_{23} d(i_2 i_3) + i_2 i_3 dL_{23} + \\ + L_{31} d(i_3 i_1) + i_3 i_1 dL_{31}.$$

Ako to odbijemo od već izvedenog izraza za dovedenu električnu energiju dW_{el} , dobivamo:

$$dW_{el} - dW_\phi = \frac{1}{2} i_1^2 dL_1 + \frac{1}{2} i_2^2 dL_2 + \frac{1}{2} i_3^2 dL_3 + i_1 i_2 dL_{12} + \\ + i_2 i_3 dL_{23} + i_3 i_1 dL_{31}.$$

Odatle se izračunava *sila*:

$$F = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{dx} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{dx} + \frac{1}{2} i_3^2 \frac{dL_3}{dx} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{dx} + i_2 i_3 \frac{dL_{23}}{dx} + i_3 i_1 \frac{dL_{31}}{dx}, \quad (1)$$

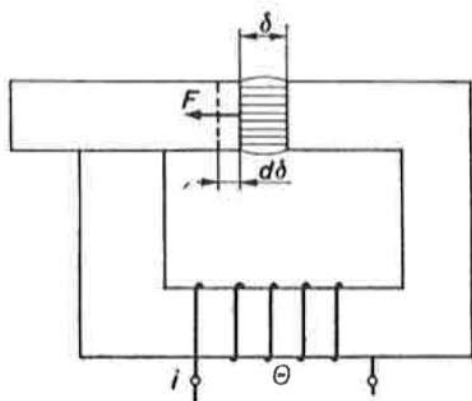
odnosno *moment*:

$$M = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_3^2 \frac{dL_3}{d\alpha} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha} + i_2 i_3 \frac{dL_{23}}{d\alpha} + i_3 i_1 \frac{dL_{31}}{d\alpha}. \quad (2)$$

Potrebno je, dakle, samo poznavati ovisnost svih induktiviteta o pomaku, odnosno ovisnost o zakretu određenog elementa, da bi se iz poznatih struja u svima mogla odrediti sila ili moment koji djeluju na taj element.

Primjer 1. Sila na polove magneta

► Promotrit ćemo magnet prema slici 17.16. Zamislimo jedan pol pomičnim i izvršimo virtualni pomak za iznos $d\delta$ u smjeru povećanja zračnog raspora. Taj isti smjer uzmimo kao smjer pozitivne sile F . Promatrajmo pomak za $d\delta$ uz:



Sl. 17.16. Izračunavanje privlačne sile polova magneta

- a) konstantno uzbudno protjecanje Θ ;
- b) konstantnu indukciju B ;
- c) izmjeničnu indukciju konstantne amplitude B_m .

Utjecaj željeza zanemarimo.

a) $\Theta = \text{konst.}$

$$dW_{el} = i d\Psi = \frac{\Theta}{w} w S dB = \Theta S \mu_0 dH = \Theta S \mu_0 d\left(\frac{\Theta}{\delta}\right) = -S \mu_0 \Theta^2 \frac{1}{\delta^2} d\delta$$

$$dW_\phi = d\left(S\delta \frac{BH}{2}\right) = d\left(S\delta \frac{\mu_0 \Theta^2}{2\delta^2}\right) = -S \frac{\mu_0}{2} \Theta^2 \frac{1}{\delta^2} d\delta$$

$$dW_{el} - dW_\phi = -S \frac{\mu_0}{2} \frac{\Theta^2}{\delta^2} d\delta = dW_\phi$$

$$F = dW_{el}/d\delta - dW_\phi/d\delta = dW_\phi/d\delta = -\frac{\mu_0}{2} S \frac{\Theta^2}{\delta^2} = -\frac{1}{2\mu_0} S B^2. \quad (3)$$

Dobili smo negativnu silu, što znači da magnetska sila djeluje na pol u suprotnom smjeru od pretpostavljenoga na slici 17.16, tj. polovi se magneta privlače.

b) $B = \text{konst.}$

$$dW_{el} = 0 \text{ (jer je } B = \text{konst., } d\Psi = 0)$$

$$dW_\phi = d\left(S\delta \frac{BH}{2}\right) = d\left(S\delta \frac{B^2}{2\mu_0}\right) = \frac{S B^2}{2\mu_0} d\delta$$

$$F = dW_{el}/d\delta - dW_\phi/d\delta = -\frac{1}{2\mu_0} S B^2$$

Rezultat je, naravno, jednak.

c) $B = B_m \sin \omega t$

$$dW_{el} = i d\Psi = (\Theta/w) w S dB = \Theta S dB$$

Budući da je:

$$\Theta = \delta \frac{1}{\mu_0} B_m \sin \omega t$$

i, dalje:

$$dB = \omega B_m \cos \omega t dt,$$

izlazi nakon uvrštavanja:

$$dW_{el} = \frac{S \delta}{2\mu_0} \omega B_m^2 \sin 2\omega t dt.$$

Prirast magnetske energije treba računati ovako:

$$\begin{aligned} dW_\phi &= d \left(S \delta \frac{B_m^2 \sin^2 \omega t}{2 \mu_0} \right) = \frac{S B_m^2}{2 \mu_0} (\delta \omega \sin 2 \omega t dt + \sin^2 \omega t d\delta) \\ dW_{el} - dW_\phi &= - \frac{S B_m^2}{2 \mu_0} \sin^2 \omega t d\delta \\ &= - \frac{S B_m^2}{2 \mu_0} \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos 2 \omega t}{2} \right) d\delta. \end{aligned}$$

Trenutna je vrijednost sile:

$$F = - \frac{S B_m^2}{4 \mu_0} (1 - \cos 2 \omega t). \quad (4)$$

Ta sila pulsira frekvencijom $2f$ oko *srednje vrijednosti*:

$$F_{sr} = - \frac{S B_m^2}{4 \mu_0} = - \frac{S}{2 \mu_0} \left(\frac{B_m}{\sqrt{2}} \right)^2 \quad (5)$$

koja je jednaka sili pri istosmjernoj uzbudi strujom jednakom efektivnoj vrijednosti izmjenične struje.

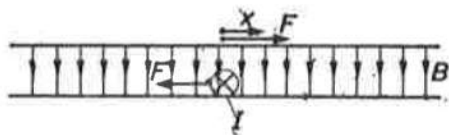
Primjer 2. Sila na vodič protjecan strujom

► Razmotrit ćemo tri slučaja:

- a) vodič u glatkom rasporu, sila na površinu magneta;
- b) vodič u utoru, sila na vodič;
- c) vodič u utoru, sila na utor.

a) Vodič protjecan strujom I u glatkom rasporu

Vodič se nalazi u jednolikom rasporu u kojem je magnetska indukcija B , prema slici 17.17. Odaberimo pozitivni smjer pomaka i pozitivni smjer sile udesno. Sila na vodič protjecan strujom bit će:



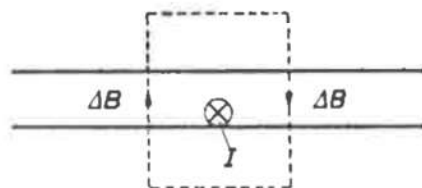
Sl. 17.17. Strujom protjecan vodič u jednolikom rasporu

$$F = -I l B$$

sa smjerom, prema pravilu lijeve ruke, ulijevo.

Iz razmatranja o energiji izračunajmo reakciju na glatku površinu magneta i usporedimo rezultat.

Vodič sa strujom I stvara polje magnetske indukcije u rasporu ΔB za koje vrijedi (sl. 17.18):



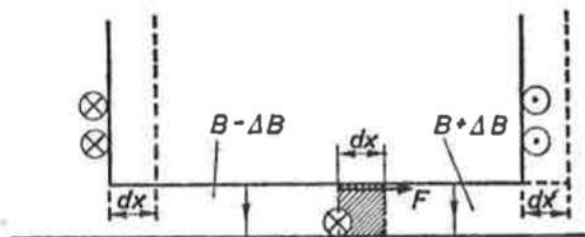
Sl. 17.18. Utjecaj struje na indukciju u rasporu

$$\frac{\Delta B}{\mu_0} \delta + \frac{\Delta B}{\mu_0} \delta = I$$

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{2\delta} I.$$

Tom polju ΔB superponira se polje indukcije B stvoreno uzbuđom pola. Zbog toga je indukcija lijevo od vodiča $B - \Delta B$, a desno je $B + \Delta B$.

Izvršimo virtualni pomak pola za dx udesno. Pri tome ne mijenjamo ni uzbuđnu struju ni struju u vodiču (sl. 17.19), pa je to primjer konstantnog protjecanja, $\Theta = \text{konst.}$, za koji znamo da je $dW_{el} = 2 dW_\phi$, tj. vrijedi:



Sl. 17.19. Tangencijalna sila na površinu pola

$$dW_{el} - dW_\phi = dW_\phi.$$

U takvom slučaju možemo jednostavno računati:

$$F = dW_\phi/dx.$$

U volumenu $l \delta dx$ (prikazan šrafirano na sl. 17.19) indukcija nakon izvršenog pomaka je $B + \Delta B$, a prije je bila $B - \Delta B$.

Prirast magnetske energije iznosi, dakle:

$$dW_\phi = l \delta dx \frac{1}{2 \mu_0} [(B + \Delta B)^2 - (B - \Delta B)^2] = \frac{l \delta dx}{2 \mu_0} 4 B \Delta B.$$

Budući da je $\Delta B = \frac{\mu_0}{2\delta} I$, izlazi:

$$dW_\phi = I l B dx,$$

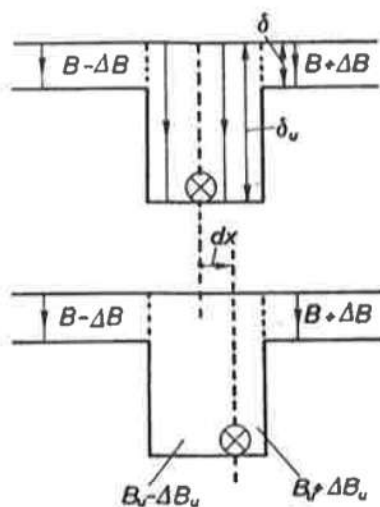
pa je *tangencijalna sila na pol*:

$$F = I l B, \quad (6)$$

što je istog iznosa i suprotnog smjera od sile na vodič, koju smo izračunali na drugi način

b) Vodič u utoru, sila na vodič

Prema slici 17.20, na dnu utora nalazi se vodič kojim teče struja I . Vodič je slobodno smješten u utoru, pa možemo odvojeno promatrati silu koja djeluje na



Sl. 17.20. Sila na vodič u utoru

vodič, a odvojeno silu na utor. Radi preglednije slike uzmimo da je indukcija iznad cijele širine zuba B , a iznad cijele širine utora B_u . Struja vodiča I smanjuje indukciju lijevo od vodiča, a povećava je desno od vodiča za iznos koji je ispod zuba ΔB , a ispod utora ΔB_u . Iznos ΔB_u možemo izračunati onako kako smo izračunali iznos ΔB (sl. 17.18), samo moramo uvrstiti duljinu raspora iznad utora:

$$\Delta B_u = \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{\delta_u} I.$$

Da bismo odredili silu na vodič, izvršit ćemo virtualni pomak za dx , ali *samo vodiča*, a utor ostaje na mjestu. Promjena nastaje u volumenu $l \delta_u dx$, u kojem je indukcija prije pomaka bila $B_u + \Delta B_u$, a nakon pomaka je $B_u - \Delta B_u$, pa će prirast magnetske energije biti:

$$\begin{aligned} dW_\phi &= l \delta_u dx \frac{1}{2 \mu_0} [(B_u - \Delta B_u)^2 - (B_u + \Delta B_u)^2] = \\ &= - \frac{l \delta_u}{2 \mu_0} 4 B_u \Delta B_u dx = -I l B_u dx. \end{aligned}$$

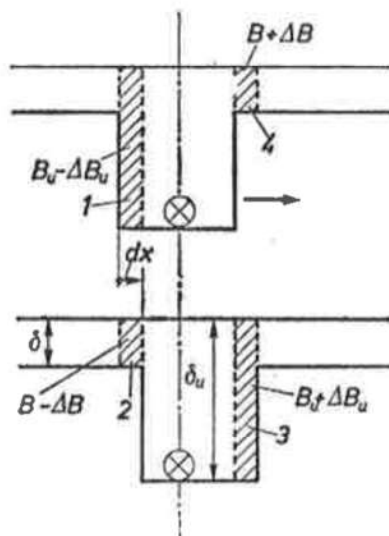
Podemo li od toga da su sve struje konstantne, silu izračunavamo iz prirasta magnetske energije:

$$F_v = dW_\phi/dx = -I l B_u \quad (7)$$

Sila na vodič djeluje suprotno pretpostavljenom smjeru, što je u skladu s pravilom lijeve ruke. Veličina sile na vodič određena je indukcijom B_u u utoru u kojem se vodič nalazi.

c) Vodič u utoru, sila na utor i ukupna sila

Da bismo odredili silu na utor, zadržimo isti raspored i iste oznake, no sad ostavimo da vodič miruje, pa izvršimo *virtualni pomak samo utora* (sl. 17.21). U prvotnom položaju magnetska energija u volumenu označenome s 1 bila je:



Sl. 17.21. Sila na bočne stijenke utora i ukupna sila

$$l \delta_u dx \frac{1}{2 \mu_0} (B_u - \Delta B_u)^2,$$

a u volumenu označenome s 4:

$$l \delta dx \frac{1}{2 \mu_0} (B + \Delta B)^2.$$

Nakon pomaka dobili smo na lijevoj strani volumen 2 s energijom:

$$l \delta dx \frac{1}{2 \mu_0} (B - \Delta B)^2,$$

a na desnoj strani volumen 3 s energijom:

$$l \delta_u dx \frac{1}{2 \mu_0} (B_u + \Delta B_u)^2.$$

Odatle ukupni prirast magnetske energije iznosi:

$$dW_\phi = \frac{l dx}{2\mu_0} [\delta (B - \Delta B)^2 - \delta (B + \Delta B)^2 + \delta_u (B_u + \Delta B_u)^2 - \delta_u (B_u - \Delta B_u)^2] = -\frac{l dx}{2\mu_0} 4 (B \delta \Delta B - B_u \delta_u \Delta B_u).$$

Uvrstimo li:

$$\Delta B = \frac{\mu_0}{2\delta} I \quad \Delta B_u = \frac{\mu_0}{2\delta_u} I, \quad (8)$$

izlazi:

$$dW_\phi = -I l (B - B_u) dx.$$

Sila koja djeluje na utor iznosi prema tome:

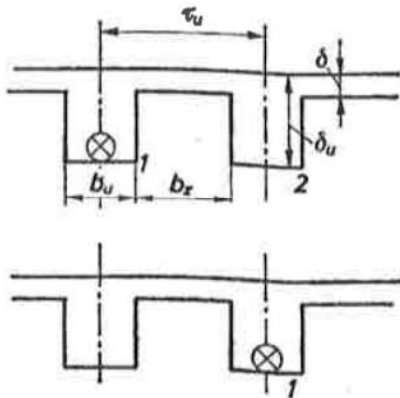
$$F_u = -I l (B - B_u), \quad (9)$$

a ukupna je sila na vodič i na utor:

$$F = F_v + F_u = -I l B. \quad (10)$$

Na slici 17.21, koja je poslužila kao osnova za razmatranje, uzeli smo jedan zub na inače glatkom obodu, koji se neograničeno proteže na obje strane. Konačna širina utora prema beskonačnoj širini zuba morala je dati rezultat prema kojem ukupna sila ovisi samo o indukciji pod zubom.

Ako je cijeli obod *jednoliko ispresijecan utorima*, najprikladnije je da promatramo pomak utora s vodičem kroz jedan utorski korak τ_u , što će dati srednju vrijednost sile (sl. 17.22). U utoru 1 nalazi se vodič kojim teče struja I . Izvršimo pomak utora za-



Sl. 17.22. Prosječna sila na vodič i utor pri pomaku za utorski korak

jedno s vodičem iz položaja 1 u položaj 2 te razmotrimo promjenu energije u prostoru između simetrala 1 i 2. Na kraju pomaka ta je energija:

$$W_{2\phi} = \sum V_n \frac{B_n^2}{2\mu_0} = l \delta_u b_u \frac{1}{2\mu_0} (B_u - \Delta B_u)^2 + l \delta b_z \frac{1}{2\mu_0} (B - \Delta B)^2.$$

Na početku pomaka energija je bila:

$$W_{1\phi} = l \delta_u b_u \frac{1}{2\mu_0} (B_u + \Delta B_u)^2 + l \delta b_z \frac{1}{2\mu_0} (B + \Delta B)^2.$$

Prirast energije pri pomaku za $\Delta x = \tau_u$ iznosi:

$$\begin{aligned} \Delta W_\phi &= W_{2\phi} - W_{1\phi} = l \delta_u b_u \frac{1}{2\mu_0} (-4 B_u \Delta B_u) + l \delta b_z \frac{1}{2\mu_0} (-4 B \Delta B) = \\ &= -I l (B_u b_u + B b_z). \end{aligned}$$

Sila na utor i vodič zajedno će biti:

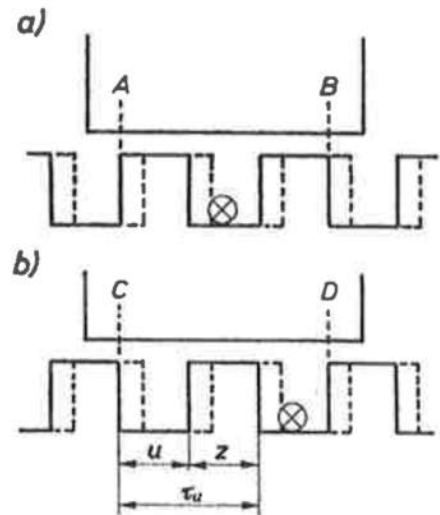
$$F = \Delta W_\phi / \Delta x = -I l \frac{B_u b_u + B b_z}{\tau_u} = -I l B_{sr}. \quad (11)$$

Na sam utor djeluje sila:

$$F_u = F - F_v = -I l B_{sr} - (-I l B_u) = -I l (B - B_u) \frac{b_z}{\tau_u}. \quad (12)$$

Ako je utor vrlo uzak ($b_z \cong \tau_u$), rezultat je jednak rezultatu što smo ga dobili za samo jedan utor pod vrlo širokim polom.

Da bismo dobili detaljniji uvid u sile što djeluju na utor s vodičem, moramo razmotriti cijelu širinu pola pod kojim se utor nalazi, jer će, očito, promjene na rubovima pola bitno utjecati na energiju i sile.



Sl. 17.23. Utjecaj ruba pola na silu: a) rub iznad uto-
ra, b) rub iznad zuba

Virtualni pomak za dx ozubljenog dijela ne mijenja energiju polja na dijelu oboda AB (sl. 17.23). Ako se, prema slici 17.23.a, ispod oba ruba pola nalazi utor, onda pri virtualnom pomaku za dx udesno lijevi utor ulazi pod pol, a desni ga napušta.

U dijelu utora koji ulazi pod pol poveća se magnetska energija za:

$$dW_1 = \frac{l dx \delta_u}{2 \mu_0} (B_u - \Delta B_u)^2,$$

a u dijelu utora što izlazi ispod pola za:

$$dW_2 = -\frac{l dx \delta_u}{2 \mu_0} (B_u + \Delta B_u)^2.$$

Jednako tako, ako se pod rubom pola lijevo i desno nalazi zub (sl. 17.23.b), pri virtualnom pomaku udesno ništa se ne mijenja na dijelu oboda CD, a prirast magnetske energije pod zubom koji ulazi pod pol iznosi:

$$dW_3 = \frac{l dx \delta}{2 \mu_0} (B - \Delta B)^2$$

i pod zubom koji napušta pol:

$$dW_4 = -\frac{l dx \delta}{2 \mu_0} (B + \Delta B)^2.$$

Ta četiri prirasta energije definiraju četiri različite sile:

$$F_1 = dW_1/dx \text{ (kad utor ulazi pod pol);}$$

$$F_2 = dW_2/dx \text{ (kad utor napušta pol);}$$

$$F_3 = dW_3/dx \text{ (kad zub ulazi pod pol);}$$

$$F_4 = dW_4/dx \text{ (kad zub napušta pol).}$$

Ako omjer raspora nad zubom i nad utorom označimo s $k = \delta/\delta_u$ i uzmemo u obzir da je:

$$B_u/B = \Delta B_u/\Delta B = \delta/\delta_u = k,$$

te uvedemo li:

$$\frac{l \delta}{2 \mu_0} (B^2 + \Delta B^2) = F_0, \quad (13)$$

dobivamo spomenute četiri sile:

$$F_1 = F_0 k - \frac{1}{2} I l B k \quad (14)$$

$$F_2 = -F_0 k - \frac{1}{2} I l B k$$

$$F_3 = F_0 - \frac{1}{2} I l B \quad (14)$$

$$F_4 = -F_0 - \frac{1}{2} I l B.$$

Pri kretanju za jedan utorski korak jedan cijeli utor (širine u) uđe pod pol, a jedan ga napusti; jednako tako jedan cijeli zub (širine z) uđe pod pol, a jedan ga napusti. Na putu jednoga utorskog koraka τ_u pojavljuju se, dakle, sve četiri sile, i to sile F_1 i F_2 na putu u , a sile F_3 i F_4 na putu z . Srednji iznos sile pri jednolikom kretanju utora prema polu bit će:

$$\begin{aligned} F_{sr} &= \frac{1}{\tau_u} (F_1 u + F_2 u + F_3 z + F_4 z) = -I l (u k B + z B) / \tau_u = \\ &= -I l (B_u u + B z) / \tau_u = -I l B_{sr}. \end{aligned}$$

Ovisno o odnosu širine pola, širine utora i širine zuba, dolazi do različitih međusobnih položaja na prednjem i stražnjem rubu pola pri kretanju ozubljenog dijela (sl. 17.24). Tako na utore s vodičem mogu djelovati kombinacije sila:

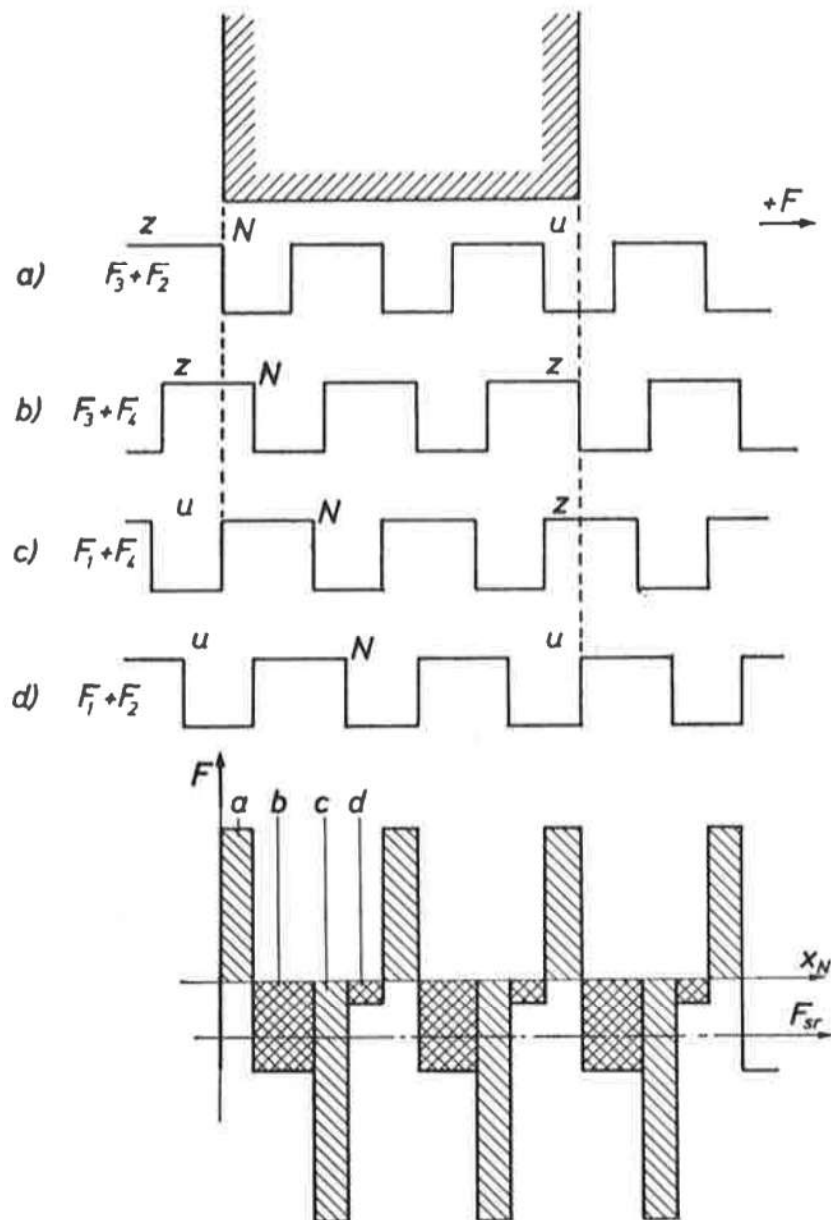
$$\begin{aligned} \text{a) } F_3 + F_2 &= F_0 (1 - k) - \frac{1}{2} I l B (1 + k) && (\text{zub-utor}) \\ \text{b) } F_3 + F_4 &= -I l B && (\text{zub-zub}) \\ \text{c) } F_1 + F_4 &= -F_0 (1 - k) - \frac{1}{2} I l B (1 + k) && (\text{utor-zub}) \\ \text{d) } F_1 + F_2 &= -I l B k && (\text{utor-utor}) \end{aligned} \quad (15)$$

koje su vrlo različitih iznosa. Član F_0 mnogostruko je veći od člana $I l B$, a faktor k je reda veličine od $1/20$ do $1/50$. Vidi se da unutar pomaka za jedan utorski korak obodna sila veoma varira, pri čemu čak mijenja predznak. Zbog toga pri zakretanju rotora nastaju tzv. *utorske pulsacije momenta*. Uza sve to *prosječna vrijednost* sile ostaje uvijek:

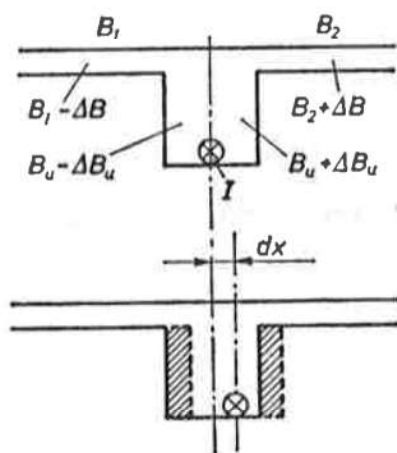
$$F_{sr} = -I l B_{sr}. \quad (16)$$

Primjer 3. Sila na vodič i utor pri promjenljivoj indukciji u rasporu

► Neka bude indukcija u rasporu *lijevo* od promatranog utora B_1 , *desno* B_2 , a indukcija iznad samog utora neka je B_u . Prema slici 17.25, superpozicijom tih vrijednosti indukcije i iznosa ΔB , odnosno ΔB_u , koji odgovaraju struji I u vodiču, nastat će stanje koje određuje magnetsku energiju.



Sl. 17.24. Ukupna sila pri različitim položajima prednjeg i stražnjeg ruba pola prema ozubljenju rotora: a) zub — utor; b) zub — zub; c) utor — zub; d) utor — utor

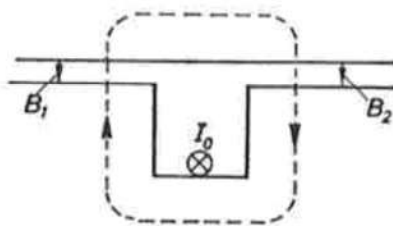


Sl. 17.25. Sila na vodič i utor pri nejednoliko raspodijeljenoj indukciji u rasporu

Virtualnim pomakom cijelog utora s vodičem za dx udesno promijenila bi se magnetska energija za:

$$\begin{aligned} dW_\phi &= \frac{l dx}{2 \mu_0} [\delta_u (B_u + \Delta B_u)^2 - \delta (B_2 + \Delta B)^2 - \delta_u (B_u - \Delta B_u)^2 + \\ &+ \delta (B_1 - \Delta B)^2 + \delta_u (B_u - \Delta B_u)^2 - \delta_u (B_u + \Delta B_u)^2] = \\ &= -I l \frac{B_2 + B_1}{2} dx - \frac{l \delta B_2 + B_1}{\mu_0 2} (B_2 - B_1) dx. \end{aligned}$$

Razlika indukcije B_1 lijevo i B_2 desno od promatranog utora potječe od vanjskih faktora — npr. od rasporeda uzбудnih struja. Zamislamo, prema slici 17.26, u



Sl. 17.26. Fiktivna struja I_0 u utoru koja pretvara sliku jednoliko raspodijeljene indukcije u rasporu u sliku nejednolike raspodjele

utoru struju I_0 koja bi izazvala upravo taj poremećaj u inače simetrično uzbuđenom sistemu. Prema zakonu protjecanja, mora biti:

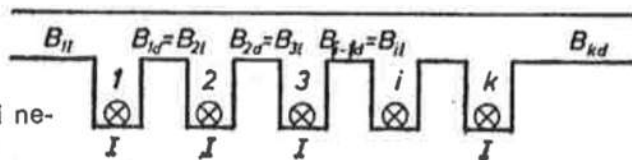
$$\begin{aligned} -\frac{B_1}{\mu_0} \delta + \frac{B_2}{\mu_0} \delta &= I_0 \\ B_2 - B_1 &= \frac{\mu_0}{\delta} I_0. \end{aligned}$$

Uvedemo li u taj izvedeni izraz za prirast magnetske energije *fiktivnu struju* I_0 :

$$I_0 = \frac{\delta}{\mu_0} (B_2 - B_1), \quad (17)$$

dobivamo za silu na vodič i utor *na granici* između dvaju područja indukcije B_1 i B_2 :

$$F = dW_\phi/dx = -I l (B_2 + B_1)/2 - I_0 l (B_2 + B_1)/2. \quad (18)$$



Sl. 17.27. Sila na veći broj utora pri nejednolikoj raspodjeli indukcije

Prvi je član sila na vodič u glatkom rasporu, prema kojem se širina utora zanemaruje, a drugi je član dodatna sila jer je $B_2 > B_1$. Ako je $B_2 < B_1$, bit će i struja I_0 negativna predznaka, pa će i ta dodatna sila promijeniti smjer.

Promotrimo i slučaj prema slici 17.27, gdje se nasuprot glatkoj površini pola nalazi k jednoliko raspoređenih utora, svaki s vodičem u kojem teče struja I , a indukcija je od zuba do zuba različita. Za utor pod brojem i vrijedi prema već izvedenome:

$$\begin{aligned} F_i &= -I l (B_{id} + B_{il})/2 - \frac{l \delta}{2 \mu_0} (B_{id} + B_{il}) (B_{id} - B_{il}) = \\ &= -I l (B_{id} + B_{il})/2 - \frac{l \delta}{2 \mu_0} (B_{id}^2 - B_{il}^2). \end{aligned}$$

Ukupna sila dobiva se kao suma:

$$F = \sum_{i=1}^{i=k} F_i.$$

Budući da je uvijek $B_{id} = B_{(i+1)l}$, ukida se u drugom članu sume svaki član B_{id}^2 sa slijedećim članom $B_{(i+1)l}^2$, pa od cijeloga drugog člana sume ostaje samo:

$$\Delta F = -\frac{l \delta}{2 \mu_0} (B_{kd}^2 - B_{1l}^2).$$

Uvedemo li i tu fiktivnu struju I_0 koja uzrokuje razliku indukcije desno od posljednjeg utora i lijevo od prvog utora:

$$I_0 = \frac{\delta}{\mu_0} (B_{kd} - B_{1l}),$$

dobit ćemo dodatnu silu:

$$\Delta F = -I_0 l (B_{kd} + B_{1l})/2$$

i ukupnu silu na sve uture:

$$\begin{aligned} F &= -\sum_{i=1}^{i=k} I l (B_{id} + B_{il})/2 - I_0 l (B_{kd} + B_{1l})/2 = \\ &= -k I l B_{sr} - I_0 l (B_{kd} + B_{1l})/2. \end{aligned} \quad (19)$$

Ukupna sila dobiva se ako računamo sa *srednjom vrijednošću* indukcije u svim zubima:

$$B_{sr} = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{2} B_{1l} + B_{2l} + B_{3l} + \dots + B_{kl} + \frac{1}{2} B_{kd} \right) \quad (20)$$

i dodavanjem *korekcijskog člana*. Korekcijski član ΔF jednak je nuli kad je indukcija lijevo i desno od niza utora jednaka:

$$B_{1l} = B_{kd}.$$

Primjer. 4. Cilindrični rotor

► a) Moment kod pulzirajućeg polja u rasporu

Primijenimo postupak izračunavanja energije magnetskog polja i momenta iz induktiviteta.

Označimo s L_1 samoinduktivitet statorskog namota u kojem teče izmjenična struja:

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos \omega t$$

te stvara pulzirajuće protjecanje.

Dalje označimo s L_2 samoinduktivitet rotorskog namota kojim teče istosmjerna uzbudna struja:

$$i_2 = I_2$$

te stvara konstantno protjecanje što se vrti s rotorom, i s L_{12} označimo međuinduktivitet statorskog i rotorskog namota.

Uzbuda statora kao i uzbuda rotora — zanemarimo li utjecaj utora — nailazi na uvijek istu geometriju magnetskog kruga, pa je:

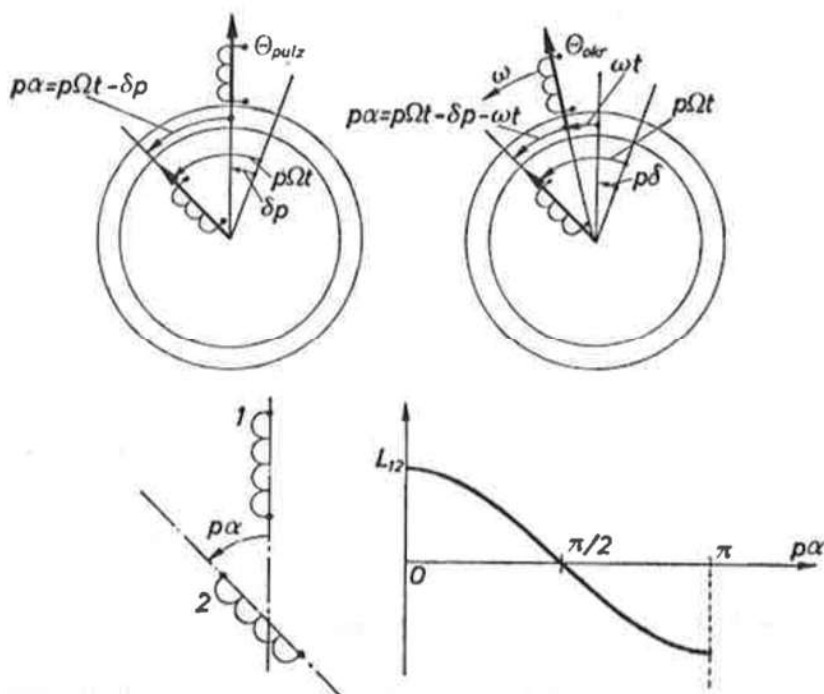
$$L_1 = \text{konst.}, L_2 = \text{konst.}$$

Međuinduktivitet mijenja predznak nakon zakreta za jedan polni korak (sl. 17.28.c, pa se može prikazati osnovnim harmoničkim članom:

$$L_{12} = L \cos p \alpha.$$

Kut $p \alpha$ koji određuje vrijednosti induktiviteta jednak je (v. sl. 17.28.a):

$$p \alpha = p \Omega t - p \delta.$$



Sl. 17.28. Moment cilindričnog rotora: a) kod pulzirajućeg protjecanja, b) kod okretnog protjecanja, c) ovisnost međuinduktiviteta o položaju

Kao što je pokazano na početku odjeljka 17.4, moment se može računati ovako:

$$M = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{da} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{da} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{da},$$

gdje treba uvrstiti:

$$dL_1/da = 0$$

$$dL_2/da = 0$$

$$dL_{12}/da = -p L \sin pa$$

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos \omega t$$

$$i_2 = I_2.$$

Uvrštavanjem i sređivanjem izlazi konačno moment:

$$M = -\frac{\sqrt{2}}{2} p I_1 I_2 L \{ \sin [(\Omega p + \omega) t - \delta p] + \sin [(\Omega p - \omega) t - \delta p] \}.$$

Prosječna vrijednost tog momenta uvijek je nula, osim u dva slučaja:

1. kad je $\Omega p - \omega = 0$, tj. uz $\Omega = \omega/p$;
2. kad je $\Omega p + \omega = 0$, tj. uz $\Omega = -\omega/p$,

tj. kad se rotor vrti brzinom ω/p , 1. u pozitivnom smjeru, 2. u negativnom smjeru. U oba slučaja *srednja je vrijednost* ukupnog momenta:

$$M_{sr} = + \frac{p}{2} \sqrt{2} I_1 I_2 L \sin \delta p. \quad (21)$$

Uz tu srednju vrijednost momenta imamo još pulsacijski moment koji iznosi:

$$M_{puls} = \mp \left[\frac{p}{2} \sqrt{2} I_1 I_2 L \sin (2 \omega t \mp \delta p) \right] \quad (22)$$

pri čemu vrijede predznaci $(-)$ za 1. slučaj, a $(+)$ za 2. slučaj.

b) Moment kod okretnog polja u rasporu

Okretno polje zadržava uvijek isti iznos i rotira konstantnom kutnom brzinom ω/p . Možemo ga, dakle, zamisliti kao polje nekoga fiktivnog namota kroz koji teče istosmjerna uzbudna struja I_+ , a koji rotira kutnom brzinom ω/p . U najčešćem slu-

čaju trofaznog stroja okretno je protjecanje $3/2$ protjecanja jedne faze. Ako, dakle, zamislimo da rotira jedan fazni namot, onda moramo zamisliti da je on uzbuđen $3/2$ puta većom strujom:

$$i_1 = I_1 = \sqrt{2} I_1 \frac{3}{2}$$

dok je struja u rotoru:

$$i_2 = I_2.$$

Izraz za međuinuktivitet izveli smo prilikom razmatranja prethodnog primjera (pod a) pa uvrštavanjem dobivamo izraz za moment:

$$M = + \frac{3p}{2} \sqrt{2} I_1 I_2 (-L \sin \alpha p).$$

Uvrštavanjem kuta:

$$p \alpha = p \Omega t - \delta p - \omega t$$

nastaje konačno:

$$M = - p \frac{3}{\sqrt{2}} I_1 I_2 L \sin [(\Omega p - \omega) t - \delta p]. \quad (23)$$

Srednja vrijednost tog ukupnog momenta opet je različita od nule samo pri sinhronoj brzini, kad je:

$$\Omega p - \omega = 0, \quad \Omega = \omega/p.$$

Tad srednja vrijednost momenta, a to je i njegova trenutna vrijednost iznosi:

$$M = + \frac{3}{\sqrt{2}} p I_1 I_2 L \sin \delta p. \quad (24)$$

Pri tome pulsacijskog momenta nema.

Primjer 5. Istaknuti polovi

► Razmotrit ćemo:

- izračunavanje reluktantnog momenta;
- reluktantni moment kod pulsirajućeg polja u rasporu;
- reluktantni moment pri okretnom polju u rasporu;
- ukupni moment kod pulsirajućeg polja u rasporu;
- ukupni moment pri okretnom polju u rasporu.

a) Izračunavanje reluktantnog momenta

Magnetska energija u krugu s protjecanjem Θ , tokom Φ i reluktancijom R računa se ovako:

$$W_{\Phi} = \frac{1}{2} \Theta \Phi = \frac{1}{2} \Theta^2 / R,$$

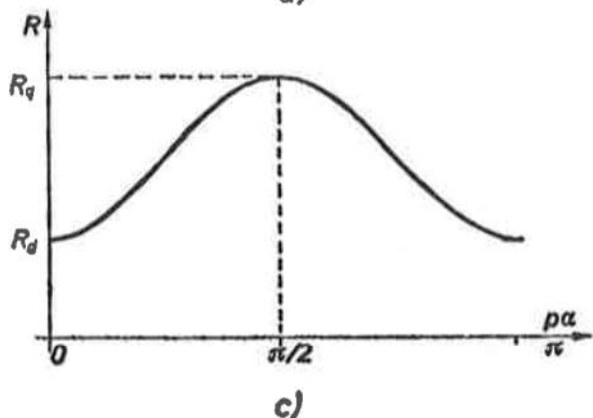
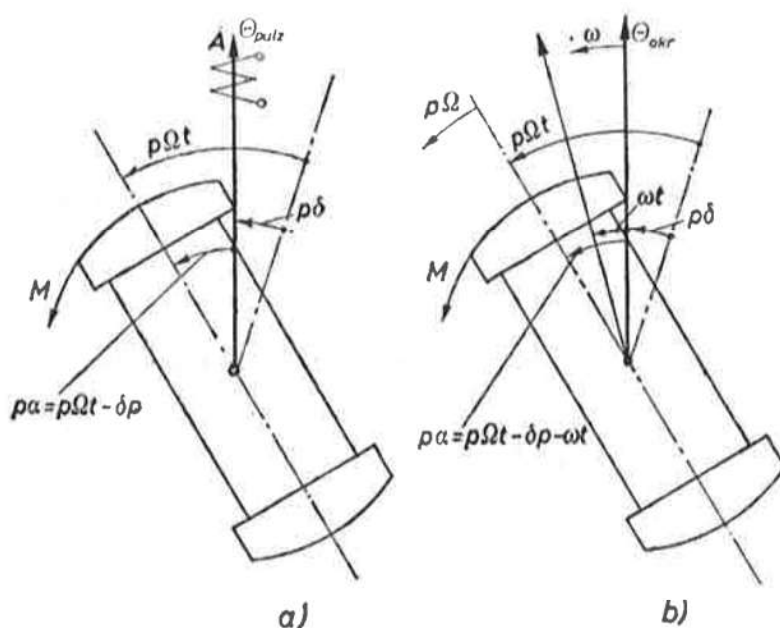
pri čemu reluktancija R u smjeru u kojem djeluje protjecanje Θ ovisi o kutu α što određuje položaj rotora prema osi Θ . Uz konstantno uzbudno protjecanje Θ vrijedit će za moment:

$$M = dW_{\Phi}/d\alpha = - \frac{\Theta^2}{2R^2} \frac{dR}{d\alpha} = - \frac{\Phi^2}{2} \frac{dR}{d\alpha}. \quad (25)$$

b) Reluktantni moment pri pulsirajućem polju u rasporu

Ovaj se slučaj pojavljuje kod jednofaznog stroja s istaknutim polovima. Prema slici 17.29.a, neka polje pulsira kružnom frekvencijom ω u osi A:

$$\Phi_r = \Phi \cos \omega t,$$



Sl. 17.29. Reluktantni moment istaknutih polova: a) pri pulsirajućoj uzbuđi, b) pri okretnom polju, c) ovisnost reluktancije o položaju

a rotor rotira ulijevo kutnom brzinom Ω , tako da se u trenutku kad je tok Φ_t maksimalan ($t = 0$) nalazi za kut δ ispred osi A. Kut δ je geometrijski kut, a isto je tako i Ω geometrijska kutna brzina. U dvopolnom prikazu na slici 17.29, koji vrijedi i za višepolni stroj, treba te kutove i brzine prikazati kao električne kutove i električne kutne brzine, pri kojima dvostruki polni korak odgovara punom kutu 2π . Električne vrijednosti dobivamo množenjem brojem pari polova p .

Reluktancija je najmanja kad se os rotora nalazi u smjeru osi A (uzdužna reluktancija, R_d), a najveća je kad os A padne u sredinu između osi dvaju polova (poprečna reluktancija, R_q). Električni kut $p\alpha$ u prvom je slučaju 0, a u drugome je $\pi/2$. Reluktancija je pulsirajuća funkcija kuta $p\alpha$, pa ćemo je nadomjestiti nultim i osnovnim harmoničkim članom Fourierova razvoja, pri čemu je kut $p\alpha$ funkcija vremena — prema slici 17.29.c:

$$p\alpha = (\Omega t - \delta)p.$$

Trenutna je vrijednost reluktancije:

$$R_t = \frac{R_q + R_d}{2} - \frac{R_q - R_d}{2} \cos 2p\alpha.$$

Uz derivaciju:

$$dR/d\alpha = \frac{R_q - R_d}{2} 2p \sin 2(\Omega t - \delta)p$$

i tok Φ_t koji se mijenja kružnom frekvencijom ω moment iznosi:

$$M = -\frac{\Phi_t^2}{2} \frac{dR}{d\alpha} = -\frac{\Phi^2}{2} p (R_q - R_d) \cos^2 \omega t \sin 2(\Omega t - \delta)p.$$

Transformirajmo:

$$\begin{aligned} \cos^2 \omega t \sin 2(\Omega t - \delta)p &= \frac{1}{2} \sin 2(\Omega t - \delta)p + \frac{1}{4} \sin [2(\Omega p + \omega) t - 2\delta p] + \\ &+ \frac{1}{4} \sin [2(\Omega p - \omega) t - 2\delta p] = f_1 + f_2 + f_3. \end{aligned}$$

Srednja vrijednost za član f_1 uvijek je jednaka nuli. Jednako je tako jednaka nuli i srednja vrijednost za članove f_2 i f_3 , osim kad je koeficijent uz vrijeme t jednak nuli, a to će biti:

$$\text{— za član } f_2 \text{ kad je } \omega + \Omega p = 0, \quad \Omega = -\omega/p$$

$$f_2 = -\frac{1}{4} \sin 2\delta p;$$

$$\text{— za član } f_3 \text{ kad je } \Omega p - \omega = 0, \quad \Omega = +\omega/p$$

$$f_3 = -\frac{1}{4} \sin 2\delta p.$$

Moment je u ta dva slučaja:

$$M_{sr} = + \frac{p}{8} \Phi^2 (R_q - R_d) \sin 2 \delta p \quad (\text{kod } \Omega = + \omega/p). \quad (26)$$

Isti takav rezultat dobivamo i kod $\Omega = -\omega/p$, samo treba pripaziti što on tad znači. U oba slučaja kut $p\delta$ je pozitivan, i moment je pozitivan — ulijevo (sl. 17.29.a). U prvom slučaju kut δ je kut zaostajanja, a moment djeluje u smjeru vrtnje. U drugome kut δ je kut prethođenja, a moment djeluje suprotno smjeru vrtnje.

Ta prosječna vrijednost M_{sr} , *reluktantni moment*, ovisi o $\sin 2\delta p$, pa promjenom predznaka kuta δ i moment mijenja svoj smjer.

Osim tog prosječnog momenta pojavljuju se još dva momenta, koji pulsiraju, a prosječna im je vrijednost 0:

$$M_2 = - \frac{p}{4} \Phi^2 (R_q - R_d) \sin (2 \omega t - 2 \delta p)$$

$$M_4 = \pm \frac{p}{8} \Phi^2 (R_q - R_d) \sin (4 \omega t \pm 2 \delta p).$$

Za sve slučajeve kad je brzina vrtnje:

$$|\Omega| \neq \omega/p,$$

prosječna vrijednost momenta je 0, bez obzira na smjer vrtnje.

c) Reluktantni moment pri okretnom polju u rasporu

Taj se moment pojavljuje kod trofaznog stroja s istaknutim polovima na rotoru. Tu polje u rasporu ne pulsira, već ostaje konstantno, ali rotira kutnom brzinom ω/p . U istom smjeru vrti se i rotor kutnom brzinom Ω , počevši (u trenutku $t = 0$) od položaja određenog kutom δ . Kut $p\alpha$ (električni) između osi toka Φ i osi pola rotora nakon vremena t iznosi (sl. 17.29.b):

$$p\alpha = p \Omega t - \omega t - \delta p.$$

O tom kutu ovisi reluktancija:

$$R_t = R_{sr} - \Delta R \cos \alpha p$$

$$R_t = \frac{R_q + R_d}{2} - \frac{R_q - R_d}{2} \cos 2 (p \Omega t - \omega t - \delta p).$$

Derivacija reluktancije po kutu je:

$$dR_t/d\alpha = \frac{R_q - R_d}{2} 2 p \sin 2 (p \Omega t - \omega t - \delta p).$$

Magnetski se tok Φ tada ne mijenja:

$$\Phi_t = \Phi$$

pa moment iznosi:

$$M = -\frac{p}{2} \Phi^2 (R_q - R_d) \sin [2(p\Omega - \omega)t - 2\delta p]$$

Srednja vrijednost tog momenta različita je od nule samo kad je:

$$\Omega = \omega/p$$

i pri tome iznosi:

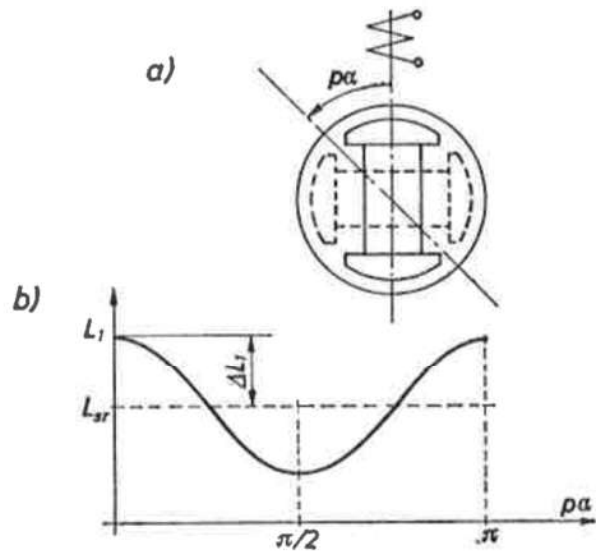
$$M = +\frac{p}{2} \Phi^2 (R_q - R_d) \sin 2\delta p. \quad (27)$$

Trenutna vrijednost tog momenta svakog je trenutka ista pa *nema nikakvih pulsacija*.

d) Ukupni moment pri pulsirajućem polju u rasporu

Ukupni moment dobiva se jednostavno zbrajanjem odgovarajućeg momenta među namotima iz 4. primjera i reluktantnog momenta iz 5. primjera. Međutim, izračunajmo kao dodatni primjer isti reluktantni moment, ali s pomoću induktiviteta.

Samoinduktivitet statora L_1 mijenja se s položajem prema slici 17.30. Za položaj $pa = 0$ samoinduktivitet je maksimalan:



Sl. 17.30. Istaknuti polovi na rotoru: a) položaj rotora, b) samoinduktivitet statora u ovisnosti o položaju rotora

$$L_1 = L_{sr} + \Delta L,$$

a za položaj $pa = \pi/2$ minimalan:

$$L_1 = L_{sr} - \Delta L.$$

Ako periodičku funkciju

$$L_1 = f(p, \alpha)$$

razvijemo prema Fourieru i uzmemo samo nulti i osnovni harmonički član, dobivamo:

$$L_1 = L_{1sr} + \Delta L_1 \cos 2\alpha p.$$

Naprotiv, uzbuda rotora — zanemarimo li utjecaj utora — nailazi na uvijek istu geometriju magnetskog kruga, pa je:

$$L_2 = \text{konst.}$$

Uvrstimo zatim u izraz za moment:

$$dL_1/d\alpha = -2p \Delta L_1 \sin 2\alpha p$$

$$dL_2/d\alpha = 0$$

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos \omega t$$

$$i_2 = I_2$$

i uvrstimo za treći član (moment među namotima) izraz izveden u 4. primjeru, pa dobivamo izraz kojemu je prosječna vrijednost različita od nule samo kad je brzina vrtnje $\Omega = \omega/p$ i pri $\Omega = -\omega/p$. Ta prosječna vrijednost momenta tada iznosi:

$$M_{sr} = \frac{p}{2} I_1^2 \Delta L_1 \sin 2\delta p + \frac{p}{2} \sqrt{2} I_1 I_2 L \sin \delta p. \quad (28)$$

U tom izrazu prepoznajemo reluktantni moment ovisan o $\sin 2\delta p$, te moment među namotima ovisan o $\sin \delta p$. Uz tu srednju vrijednost momenta još je pulsacijski moment koji iznosi:

$$\begin{aligned} M_{puls} = & \mp p I_1^2 \Delta L_1 [\sin (2\omega t \mp 2\delta p) + \frac{1}{2} \sin (4\omega t \mp 2\delta p)] \mp \\ & \mp \frac{p}{2} \sqrt{2} I_1 I_2 L \sin (2\omega t \mp \delta p). \end{aligned} \quad (29)$$

e) Ukupni moment pri okretnom polju u rasporu

Kao i u 4. primjeru pod b), uvrstimo i ovdje:

$$i_1 = I_+ = \sqrt{2} I_1 \frac{3}{2}$$

$$i_2 = I_2$$

te upotrijebimo izraz za dL_1/da iz 5. primjera pod d), i izvedeni izraz za moment među namotima iz 4. primjera pod b). Rezultat će nakon sređivanja biti:

$$M = + \left(\frac{3}{\sqrt{2}} \right)^2 p I_1 \Delta L_1 \sin 2 \delta p + \frac{3}{\sqrt{2}} p I_1 I_2 L \sin \delta p. \quad (30)$$

Ta srednja vrijednost — a to je i trenutna vrijednost momenta — pojavljuje se samo pri sinhronoj brzini $\Omega = \omega/p$. Uočljiv je reluktantni moment i moment među namotima. Pulsacijskog momenta nema.

Primjer 6. Sporohodni sinhroni motori

► Promatrat ćemo četiri slučaja sporohodnih sinhronih motora u kojima stator i rotor imaju jednak broj zubi R . U slučaju a) i b) rotor je od mekog željeza i nenamotan (reluktantni motor), a pod c) i d) rotor je napravljen kao permanentni magnet (induktorski motor). Uzbuda može biti takva da su zubi naizmjenice N i S polariteta — pod a) i c), ili takva da su svi zubi istog polariteta — b) i d), što je hibridni motor.

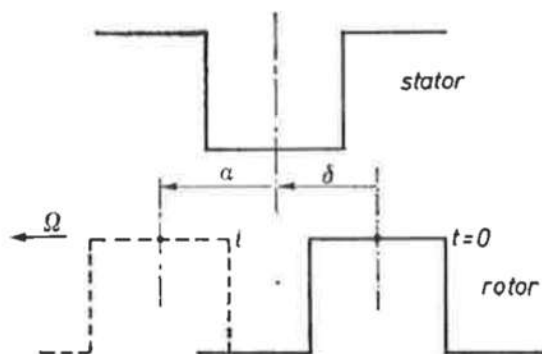
Razmotrit ćemo ove slučajeve:

- a) reluktantni motor s promjenom polariteta od zuba do zuba,
- b) reluktantni hibridni motor;
- c) induktorski motor s promjenom polariteta od zuba do zuba,
- d) induktorski hibridni motor.

Moment se izračunava rastavljen na tri člana:

$$M = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{da} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{da} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{da} = M_1 + M_2 + M_{12}. \quad (31)$$

Induktivitete ovisne o položaju rotora prema statoru, koji je definiran kutom α , razmatrat ćemo tako da ćemo uzeti *nulti i osnovni harmonički član* periodičke funkcije kojom je taj induktivitet predložen.



Sl. 17.31. Kretanje rotora i oznake kutova motora s R zuba na statoru i na rotoru

U početnom trenutku promatranja ($t = 0$) neka os zuba rotora bude pomaknuta za kut δ suprotno smjeru vrtnje prema osi zuba statora (sl. 17.31). Rotor se vrti kutnom brzinom Ω . Kut α bit će u trenutku t :

$$\alpha = \Omega t - \delta.$$

Budući da cijeli obod ima 2π radijana, to je jedan utorski korak rotora s R zubi (geometrijski) kut:

$$\alpha_s = 2 \pi / R.$$

Struja u statorskom namotu je *izmjenična struja* koja prolazi kroz maksimum u početnom trenutku promatranja:

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos \omega t.$$

Kod *reluktantnog motora* nema uzbude na rotoru, pa će biti:

$$i_2 = 0.$$

Za *induktorski motor* može se kao prva aproksimacija uzeti da su permanentni magneti rotora nadomješteni namotom s konstantnom uzбудnom strujom:

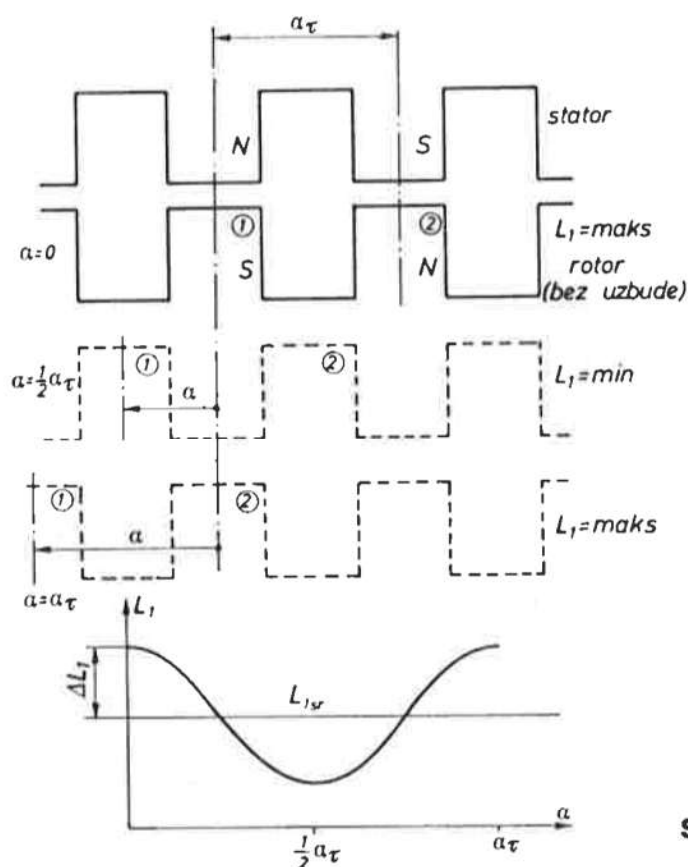
$$i_2 = I_2.$$

a) Reluktantni motor s promjenom polariteta od zuba do zuba

Ako je uzbuda $i_2 = 0$, tad je:

$$M_2 = 0, \quad M_{12} = 0$$

pa se izračunavanje momenta svodi samo na član M_1 .



Sl. 17.32. Samoinduktivitet primara re-
luktantnog motora

Prema slici 17.32, samoinduktivitet statorskog namota očito doseže maksimum kad god se os rotorskog zuba (od mekog željeza i neuzbuđenog) nađe u osi statorskog zuba, dakle uvijek kad je:

$$\alpha = 0, \alpha_r, \dots k \alpha_r \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Samoinduktivitet doseže minimum kad se os zuba nađe nasuprot osi utora:

$$\alpha = \frac{1}{2} \alpha_r, \frac{3}{2} \alpha_r, \dots \left(\frac{1}{2} + k \right) \alpha_r.$$

Prema tome, samoinduktivitet se može izraziti ovako:

$$L_1 = L_{1sr} + \Delta L_1 \cos \frac{2\pi}{\alpha_r} \cdot \alpha = L_{1sr} + \Delta L_1 \cos R \alpha,$$

gdje je R broj zubi na obodu. Dalje izlazi:

$$dL_1/d\alpha = -\Delta L_1 R \sin R \alpha = -\Delta L_1 R \sin R (\Omega t - \delta)$$

$$M = M_1 = \frac{1}{2} 2 I^2 \cos^2 \omega t [-\Delta L_1 R \sin R (\Omega t - \delta)] =$$

$$= -\frac{I_1^2 \Delta L_1 R}{2} [\sin R (\Omega t - \delta) + \frac{1}{2} \sin (R \Omega t + 2 \omega t - R \delta) + \\ + \frac{1}{2} \sin (R \Omega t - 2 \omega t - R \delta)].$$

Prosječna vrijednost tog momenta je nula, osim kod pozitivne ili negativne sinhronne brzine, kad je:

$$R \Omega \mp 2 \omega = 0, \quad \Omega = \pm 2 \omega / R, \quad n = 60 \Omega / 2\pi = \pm 120 f / R. \quad (32)$$

Ta je *sinhrona brzina* jednaka kao da motor ima $p = R/2$ *pari polova*.

Kod sinhronne brzine *prosječna je vrijednost momenta*:

$$M_{sr} = + \frac{1}{4} I_1^2 \Delta L_1 R \sin R \delta = + \frac{1}{4} I_1^2 \Delta L_1 R \sin 2 \delta p. \quad (33)$$

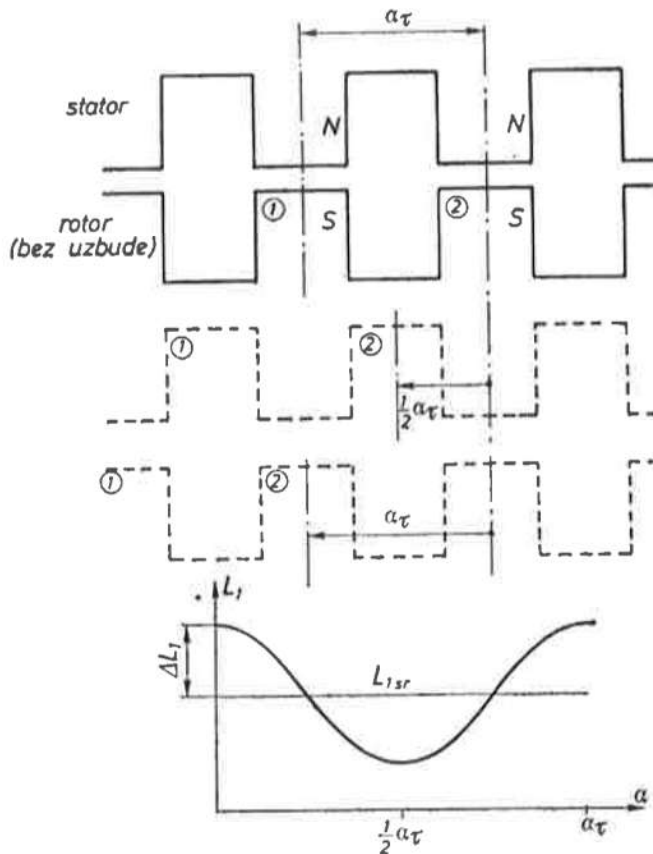
Toj prosječnoj vrijednosti superponira se pulsirajući član:

$$M_{puls} = \mp \frac{1}{2} I_1^2 \Delta L_1 R [\sin (2 \omega t \mp R \delta) + \frac{1}{2} \sin (4 \omega t \mp R \delta)].$$

b) Reluktantni hibridni motor

Rotor je i ovdje od mekog željeza i neuzbuđen. Bez obzira na to što su sada svi zubi statora jednakog polariteta, koji se kod svih zubi zajedno mijenja s izmjeničnom uzbuđnom strujom, samoinduktivitet statorskog namota ovisi o položaju rotorskih zubi točno na jednak način kao i kod slučaja pod a). Induktivitet će biti maksimalan kad kut α prema slici 17.33. bude:

$$\alpha = k \alpha_r, \quad k = 0, 1, 2 \dots$$



Sl. 17.33. Samoinduktivitet primara hibridnog reluktantnog motora

a minimalan kad kut bude:

$$\alpha = \left(\frac{1}{2} + k \right) \alpha_r.$$

Budući da je ovisnost samoinduktiviteta o kutu α jednaka kao pod a), a momenti su $M_2 = 0$ i $M_{12} = 0$, to je cijela računica kao u slučaju a). Sinhrona kutna brzina je:

$$\Omega = \pm 2 \omega / R,$$

a sinhrona brzina vrtnje:

$$n = \pm 120 f / R \quad (34)$$

kao da stroj ima $R/2$ pari polova. Prosječna vrijednost momenta i superponirani pulsirajući član predloženi su izrazima izvedenima pod a).

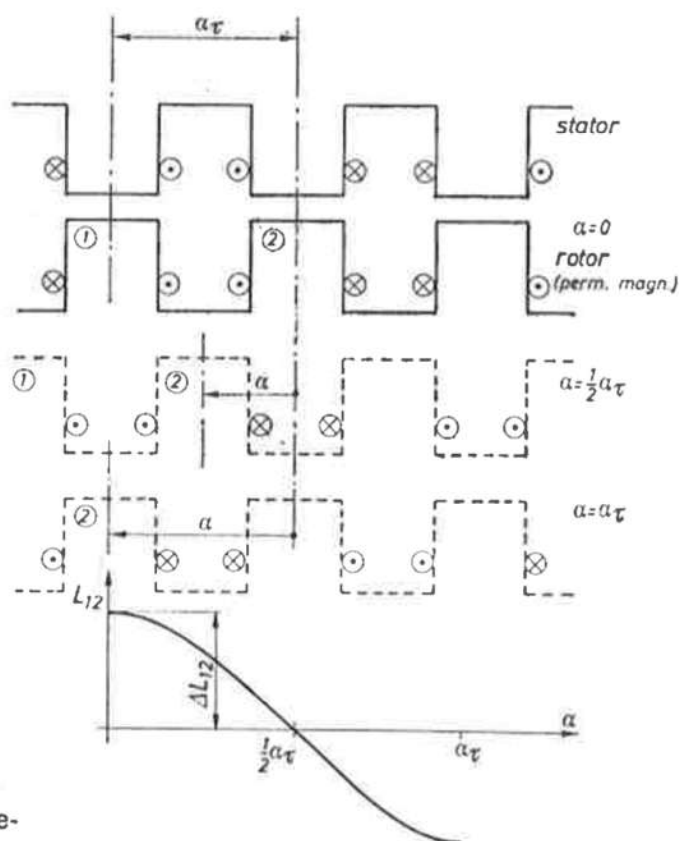
c) Induktorski motor s promjenom polariteta od zuba do zuba

Tu je stator uzbuđen izmjeničnom strujom:

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos \omega t$$

uz namot položen tako da su susjedni zubi statora u istom trenutku suprotnih polariteta. Rotor je permanentni magnet, magnetiziran također tako da su mu susjedni zubi suprotnih polariteta. Oni ostaju trajno toga istog polariteta, pa je opravdano uzeti da su uzbuđeni konstantnom istosmjernom strujom (sl. 17.34):

$$i_2 = I_2.$$



Sl. 17.34. Međuinduktivitet primara i sekundara induktorskog motora

Induktivitet statorskog namota mijenja se i tu prema istom zakonu kao u a) i b):

$$L_1 = L_{1sr} + \Delta L_1 \cos R \alpha.$$

To vrijedi i za samoinduktivitet rotorskoga fiktivnog namota:

$$L_2 = L_{2sr} + \Delta L_2 \cos R \alpha.$$

Drukčije je s međuinduktivitetom L_{12} . Maksimalni međuinduktivitet pozitivnog predznaka nastupa pri položaju S-zuba rotora nasuprot N-zubu statora. Kad se rotor pomakne za jedan utorski korak τ_u , tj. kad S-zub rotora dođe u položaj

nasuprot S-zubu statora, međuinuktivitet je opet maksimalan ali suprotna predznaka (sl. 17.34). Utorski je korak tad poluperioda periodičke funkcije $L_{12} = f(\alpha)$, pa se može prikazati kao:

$$L_{12} = \Delta L_{12} \cos \frac{\pi}{\alpha_r} \alpha = \Delta L_{12} \cos \frac{R}{2} \alpha.$$

Rastavimo izraz za moment opet na tri karakteristična dijela:

$$M = M_1 + M_2 + M_{12}$$

i računajmo ih svaki za sebe.

Moment samoinduktiviteta statora iznosi:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\alpha} = \left(\frac{1}{2} 2 I_1^2 \cos^2 \omega t \right) (-\Delta L_1 R \sin R \alpha) = \\ &= -\frac{I_1^2 \Delta L_1 R}{2} [\sin R (\Omega t - \delta) + \frac{1}{2} \sin (R \Omega t + 2 \omega t - R \delta) + \\ &\quad + \frac{1}{2} \sin (R \Omega t - 2 \omega t - R \delta)]. \end{aligned}$$

Da bi prosječna vrijednost tog momenta bila različita od nule, mora biti:

$$\begin{aligned} R \Omega \mp 2 \omega &= 0 \\ \Omega &= \pm 2 \omega / R \\ n &= \pm 120 f / R, \end{aligned} \tag{35}$$

tj. rotor se mora kretati *sinhronom brzinom kao da je broj pari polova*:

$$p = R/2$$

Pri tome bit će *srednja vrijednost momenta*:

$$M_{1sr} = + \frac{I_1^2 \Delta L_1 R}{4} \sin R \delta = + \frac{I_1^2 \Delta L_1 R}{4} \sin 2 \delta p, \tag{36}$$

a superponiran mu je pulsirajući član dvostruke i četverostruke osnovne frekvencije. Taj je moment očito *reluktantni moment* uzrokovan nejednolikom površinom rotora zbog koje se mijenja *samoinduktivitet statora*.

Moment samoinduktiviteta rotora računa se slično:

$$M_2 = \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\alpha} = \frac{1}{2} I_2^2 (-\Delta L_2 R \sin R \alpha) = -\frac{I_2^2 \Delta L_2 R}{2} \sin (R \Omega t - R \delta).$$

To je pulsirajući moment kojem je srednja vrijednost uvijek:

$$M_{2sr} = 0.$$

Treći moment, onaj zbog međuinuktiviteta ili *moment među namotima*, iznosi:

$$\begin{aligned} M_{12} &= i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha} = \left(\sqrt{2} I_1 I_2 \cos \omega t \right) \left(-\Delta L_{12} \frac{R}{2} \sin \frac{R}{2} \alpha \right) = \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{4} I_1 I_2 \Delta L_{12} R \left[\sin \left(\frac{R}{2} \Omega t + \omega t - \frac{R}{2} \delta \right) + \right. \\ &\quad \left. + \sin \left(\frac{R}{2} \Omega t - \omega t - \frac{R}{2} \delta \right) \right]. \end{aligned}$$

Sinhrona brzina pri kojoj će srednja vrijednost ovog momenta biti različita od nule izlazi iz uvjeta:

$$\frac{R}{2} \Omega \mp \omega = 0,$$

i iznosi:

$$\Omega = \pm 2 \omega / R$$

$$n = \pm 120 f / R \quad (37)$$

kao da je $p = R/2$.

Srednja vrijednost ovog momenta među namotima bit će:

$$M_{12sr} = + \frac{\sqrt{2}}{4} I_1 I_2 \Delta L_{12} R \sin \frac{R}{2} \delta = + \frac{\sqrt{2}}{4} I_1 I_2 \Delta L_{12} R \sin \delta p, \quad (38)$$

a superponiran je pulsirajući moment:

$$M_{12puls} = \mp \frac{\sqrt{2}}{4} I_1 I_2 \Delta L_{12} R \sin \left(2 \omega t \mp \frac{R}{2} \delta \right).$$

Oba momenta, M_{1sr} i M_{12sr} , nastupaju pri istoj sinhronoj brzini, pa je *ukupna srednja vrijednost* momenta takva induktorskog motora:

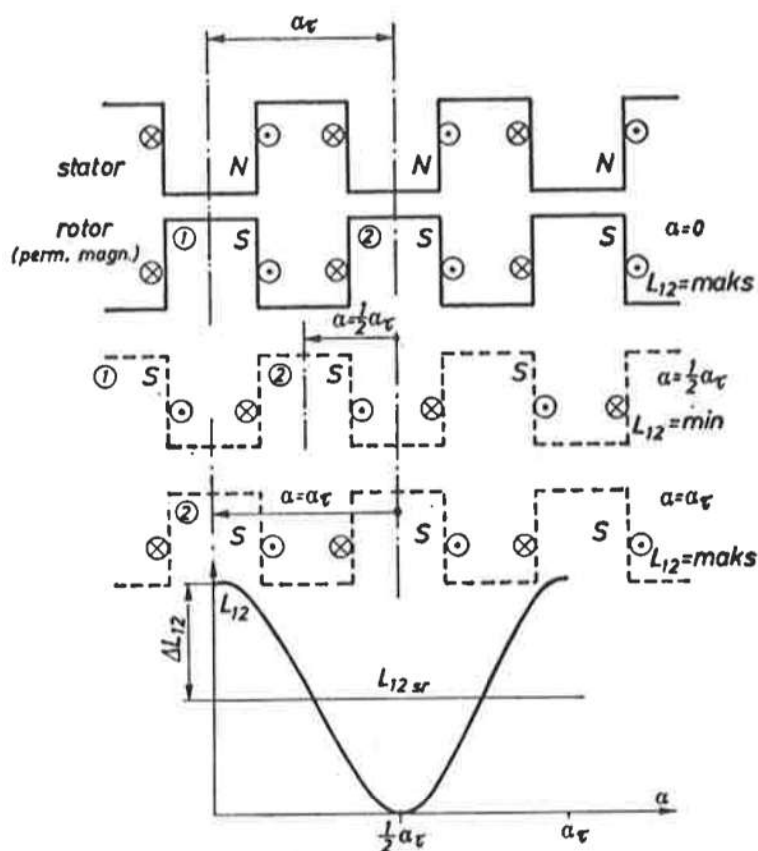
$$M_{sr} = M_{1sr} + M_{12sr} = \frac{1}{4} I_1^2 \Delta L_1 R \sin R \delta + \frac{\sqrt{2}}{4} I_1 I_2 \Delta L_{12} R \sin \frac{R}{2} \delta. \quad (39)$$

Prvi je član *reluktantna komponenta* proporcionalna $\sin 2 \delta p$, a drugi je član komponenta zbog međuinuktiviteta, *moment među namotima*, proporcionalan $\sin \delta p$.

Osim toga, pojavljuju se članovi koji pulsiraju kružnom frekvencijom 2ω i 4ω .

d) Induktorski hibridni motor

Stator je uzbuđen izmjeničnom strujom, ali su svi polovi u istom trenutku istog polariteta. Rotor je permanentni magnet, svi zubi su istog polariteta (sl. 17.35).



Sl. 17.35. Međuinduktivitet primara i sekundara hibridno induktorskog motora

Samoinduktiviteti ovise samo o međusobnom položaju zubi, bez obzira na trenutni polaritet uzbude, pa vrijedi jednako kao pod c):

$$L_1 = L_{1sr} + \Delta L_1 \cos R \alpha$$

$$L_2 = L_{2sr} + \Delta L_2 \cos R \alpha.$$

Međuinduktivitet tu ne mijenja predznak, već samo varira od maksimalne vrijednosti pri položaju:

$$\alpha = k \alpha_r, \quad k = 0, 1, 2 \dots$$

do vrijednosti nula kod:

$$\alpha = \left(\frac{1}{2} + k \right) \alpha_r$$

tako da je (v. sl. 17.35):

$$L_{12} = L_{12sr} + \Delta L_{12} \cos R \alpha.$$

Struje su:

$$i_1 = \sqrt{2} I_1 \cos \omega t$$

$$i_2 = I_2$$

pa komponenta momenta zbog *samoinduktiviteta statora* iznosi:

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\alpha} = \left(\frac{1}{2} 2 I_1^2 \cos^2 \omega t \right) (-\Delta L_1 R \sin R \alpha) = \\ &= -\frac{1}{2} I_1^2 \Delta L_1 R [\sin R (\Omega t - \delta) + \frac{1}{2} \sin (R \Omega t + 2 \omega t - R \delta) + \\ &\quad + \frac{1}{2} \sin (R \Omega t - 2 \omega t - R \delta)]. \end{aligned}$$

Srednja vrijednost ovog momenta različita je od nule samo kad je brzina:

$$\Omega = \pm \frac{2 \omega}{R}$$

$$n = \pm 120 f/R, \quad \text{kao da je } p = R/2. \quad (40)$$

Ta vrijednost iznosi:

$$M_{1sr} = + \frac{1}{4} I_1^2 \Delta L_1 R \sin R \delta = + \frac{1}{4} I_1^2 \Delta L_1 R \sin 2 \delta p. \quad (41)$$

Druga komponenta, zbog *samoinduktiviteta rotora*, bit će:

$$M_2 = \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\alpha} = \frac{1}{2} I_2^2 (-\Delta L_2 R \sin R \alpha) = -\frac{1}{2} I_2^2 \Delta L_2 R \sin (R \Omega t - R \delta).$$

Srednja vrijednost ovog momenta je kod svih brzina vrtnje:

$$M_{2sr} = 0.$$

Treća komponenta, *moment među namotima*, iznosi:

$$\begin{aligned} M_{12} &= i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha} = \sqrt{2} I_1 I_2 \cos \omega t (-\Delta L_{12} R \sin R \alpha) = \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2} I_1 I_2 \Delta L_{12} R [\sin (R \Omega t + \omega t - R \delta) + \sin (R \Omega t - \omega t - R \delta)]. \end{aligned}$$

Srednja vrijednost ovog momenta različita je od nule pri brzini:

$$\Omega = \pm \omega/R$$

$$n = \pm 60 f/R, \quad \text{kao da je } p = R. \quad (42)$$

Ta srednja vrijednost iznosi:

$$M_{12sr} = + \frac{\sqrt{2}}{2} I_1 I_2 \Delta L_{12} R \sin R \delta = \frac{\sqrt{2}}{2} I_1 I_2 \Delta L_{12} R \sin \delta p. \quad (43)$$

U razmatranju ukupnog momenta treba uzeti u obzir da je moment $M_{2sr} = 0$, a ostala dva momenta imaju srednju vrijednost različitu od nule pri različitim sinhronim brzinama.

Kod sinhronne brzine:

$$n_1 = \pm 120 f/R$$

pojavljuje se *reluktantni moment*, M_{1sr} :

$$M_{sr} = M_{1sr} = + \frac{1}{4} I_1^2 \Delta L_1 R \sin 2 \delta p,$$

a kod sinhronne brzine:

$$n_2 = \pm 60 f/R = \frac{1}{2} n_1$$

nastaje *moment među namotima*, M_{12sr} :

$$M_{sr} = M_{12sr} = + \frac{\sqrt{2}}{2} I_1 I_2 \Delta L_{12} R \sin \delta p.$$

Ti se momenti *ne zbrajaju* jer se pojavljuju pri *različitim brzinama*. Treba, dakle, računati sa srednjom vrijednosti M_{1sr} kod brzine n_1 , sa srednjom vrijednosti M_{12sr} pri brzini n_2 , a sa srednjom vrijednosti 0 pri svim ostalim brzinama.

17.4. Zadaci



1. Električni stroj ima cilindrični stator i istaknute polove na rotoru. Može li se pojaviti zakretni moment ako je struja u namotu: a) rotora = 0, statora $\neq$ 0;

b) rotora $\neq$ 0, statora = 0?

[a) Da; b) ne]

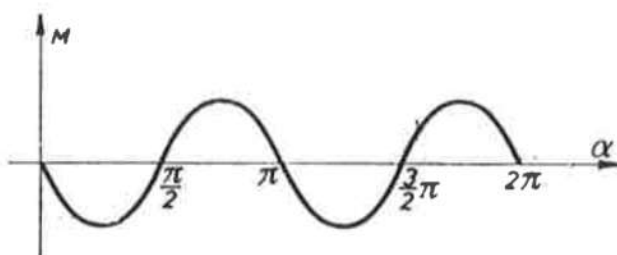
2. Električni stroj s cilindričnim statorom i cilindričnim rotorom razvija moment od 80 Nm kad u statorskom namotu teče struja od 5 A, a u rotorskoj od 10 A. Zakretanjem rotora može se taj moment povećati do 100 Nm. Koji najveći moment stroj razvija ako su struje u namotima:

a) 8 A i 15 A; b) 0 A i 50 A?

[a) 240 Nm; b) 0]

3. Ako u zadatku 17.3.1. samoinduktiviteti ostaju nepromijenjeni, a međuinđuktivitet se mijenja približno po sinusnom zakonu $L_{12} = 1 \cdot \cos 2\alpha$ (stroj s dva para polova), odredite: a) kolik će biti maksimalni razvijeni moment; b) u kojem položaju će to biti; c) kako se (kvalitativno) mijenja moment s kutom za cijeli okretaj rotora? Struje su konstantne: $i_1 = 16$ A, $i_2 = 3,2$ A.

[a) 102,4 Nm; b) $\alpha = 45^\circ (-M)$, $135^\circ (+M)$, $225^\circ (-M)$, $315^\circ (+M)$; c) sl. 17.36



Sl. 17.36. Rješenje 1. zadatka

4. Samoinduktivitet i međuinđuktivitet namota iz zadatka 17.3.1. mijenjaju se zbog istaknutih polova i utora na statoru približno prema slici 17.37, što se može predočiti izrazima:

$$L_{12} = 1 \cos \alpha p$$

$$L_1 = 0,17 (1 + 0,3 \cos 2 \alpha p)$$

$$L_2 = 5,15 (1 + 0,05 \cos 12 \alpha p),$$

gdje je $p = 2$ broj pari polova stroja. U kojem će položaju moment biti maksimalan i kolik će mu biti iznos ako su struje:

a) $i_1 = 16$ A, $i_2 = 0$; b) $i_1 = 0$, $i_2 = 3,2$ A?

c) Kako glasi izraz za moment ako u oba namota teku struje, i to $i_1 = 16$ A, $i_2 = 3,2$ A?

[a) 26,1 Nm, $\alpha = 22,5^\circ (1 + 2k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$;

b) 31,6 Nm, $\alpha = 3,75^\circ (1 + 2k)$;

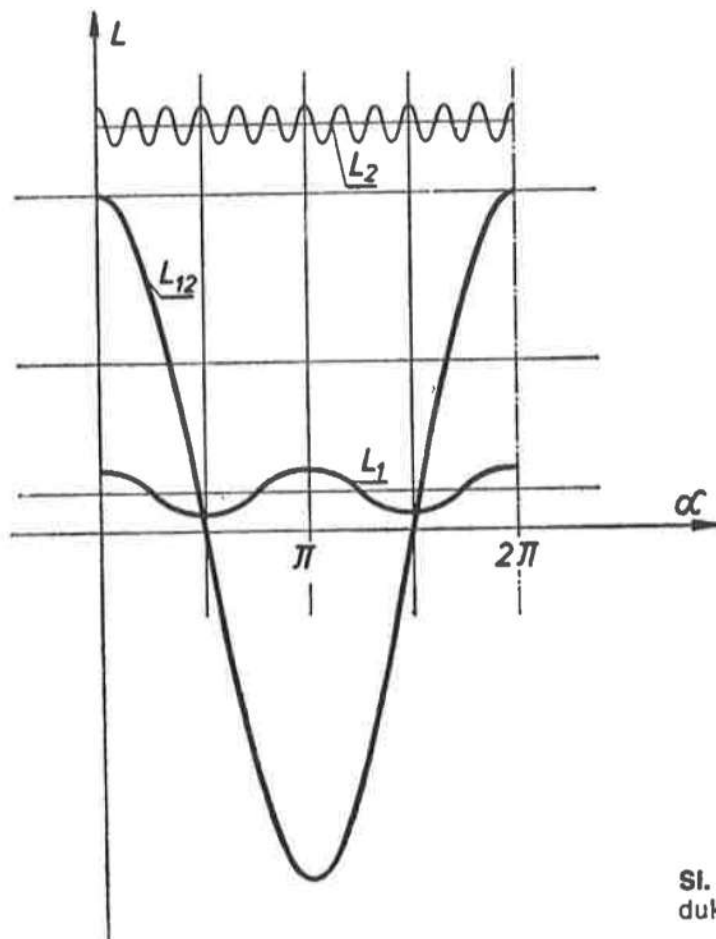
c) $M = -(26,1 \sin 4 \alpha + 31,6 \sin 24 \alpha + 102,4 \sin 2 \alpha)$

5. Ako se rotor u 4. zadatku vrti konstantnom kutnom brzinom ω_m , tako da je kut $\alpha = \omega_m t$, a struje i_1 , i_2 su konstantne, kolika će biti prosječna vrijednost reluktantnih momenata i ukupnog momenta, promatrajući svaku komponentu za sebe u toku jednoga punog okretaja rotora? Ovisi li rezultat o brzini vrtnje?

[0, 0, 0; ne]

6. Ako je bilo koja od struja sinusna, a druga je konstantna, kolika mora biti kružna frekvencija sinusne struje ω , da uz brzinu rotora ω_m u 5. zadatku prosječna vrijednost momenta bude različita od nule: a) zbog promjene međuinduktiviteta; b) zbog promjene samoinduktiviteta L_1 ; c) zbog promjene samoinduktiviteta L_2 .

[a) $\omega = \pm 2 \omega_m$; b) $\omega = \pm 2 \omega_m$; c) $\omega = \pm 12 \omega_m$]



Sl. 17.37. Samoinduktiviteti i međuinduktivitet svitaka u ovisnosti o međusobnom položaju

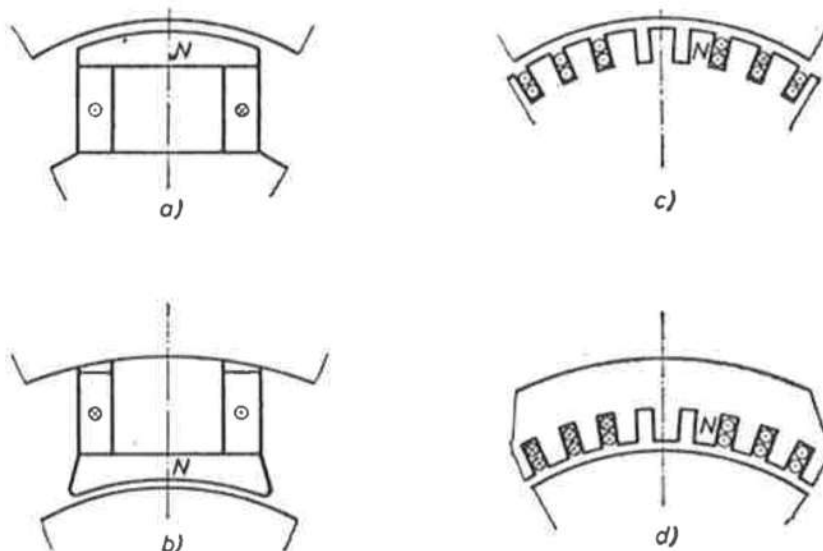
Objašnjenje: sve sinusne, odnosno cosinusne funkcije daju prosječnu vrijednost 0; samo ako je koeficijent uz vrijeme t u sinusnoj funkciji ili cosinusnoj funkciji jednak nuli, funkcija može postati konstantna, tj. srednja vrijednost joj može biti različita od nule. Jednostavne transformacije pokazuju da je taj uvjet ispunjen ako je:

$$[a) (\omega \pm 2 \omega_m) t = 0; b) (2\omega \pm 4 \omega_m) t = 0; c) (2\omega \pm 24 \omega) t = 0]$$

18. Polje u rasporu

18.1. Prostorni harmonički članovi

►► Namoti u kojima teku struje na obodu stroja mogu biti *koncentrirani* (sl. 18.1. a, b) ili *raspodijeljeni* (sl. 18.1. c, d). U prvom slučaju svi su zavoji namota koncentrirani oko polne jezgre ili u jednom utoru, a u drugome raspodijeljeni su na više utora po svakom polu.



Sl. 18.1. Koncentrirani namoti: a) rotora, b) statora. Raspodijeljeni namoti: c) rotora, d) statora

Na bilo kojem mjestu oboda x može se, kako je već pokazano, postaviti odnos između polja u rasporu H_x , duljine silnice u rasporu δ_x i obuhvaćenog protjecanja Θ_x :

$$H_x \delta_x = \Theta_x \quad (1)$$

pa je odatle:

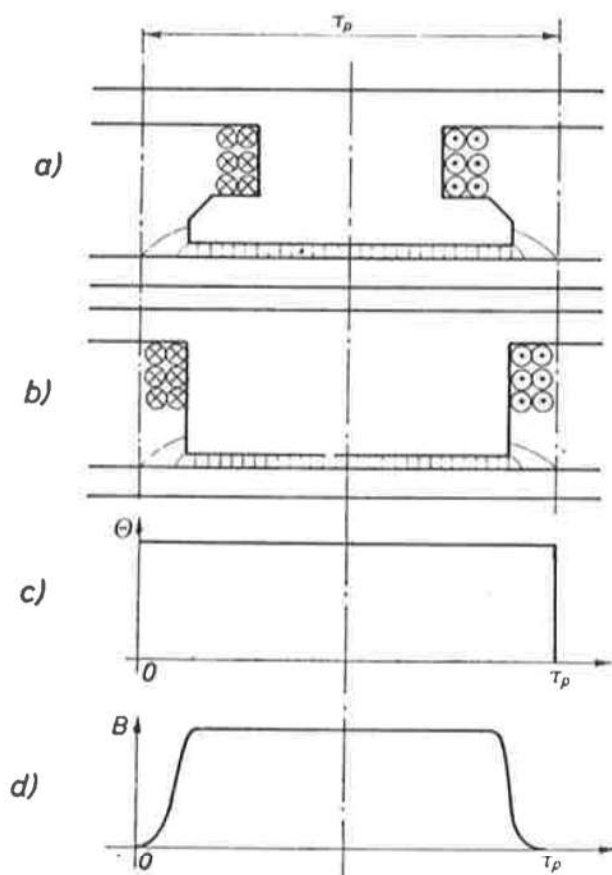
$$B_x = \mu_0 \frac{\Theta_x}{\delta_x}, \quad (2)$$

iz čega se vidi da raspodjela indukcije u rasporu preslikava, s jedne strane, raspodjelu protjecanja ako je raspor jednak, no, s druge strane, indukcija je obrnuto proporcionalna duljini silnice u rasporu.

Slika polja u rasporu koju smo tako dobili odgovara iznosima i rasporedu struja za koje smo provodili integraciju. Za konstantne istosmjerne struje u vodičima protjecanje Θ_x mijenja se od mjesta do mjesta na obodu stroja, ali je na određenom mjestu x svakog trenutka isto. Ono je samo funkcija od x . Veličinu i raspored struja koje stvaraju magnetsko polje nazivamo jednom riječi uzbudom. *Konstantnoj uzbudi* odgovara pri konstantnom rasporu *konstantna slika polja*, koja se ne mijenja s vremenom.

Pri određivanju protjecanja Θ_x na mjestu oboda označenome s x treba slijediti onu silnicu koja na tom mjestu prolazi kroz raspor i uračunati sve struje koje ta silnica obuhvaća.

Rubne silnice koje izlaze iz istaknutog pola (sl. 18.2.a, b) protežu se sve do neutralne zone između susjednih polova. Zamišljeno premještanje vodiča uzbudnog

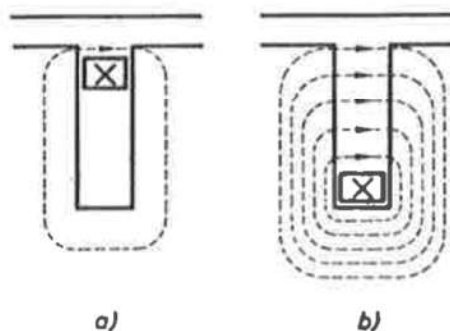


Sl. 18.2. Utjecaj oblika pola na krivulju protjecanja u rasporu

namota s pola na rub zračnog raspora mora pratiti te silnice, kako bi one ostale obuhvaćene. Tako su strujom protjecani vodiči koncentrirane uzbude zamijenjeni strujama uz zračni raspor u samoj neutralnoj zoni, pa krivulja protjecanja izgleda kao na slici 18.2.c. U međupolnom prostoru duljina se silnica jako povećava, pa se — unatoč jednakom protjecanju — indukcija B naglo smanjuje.

U razmatranjima raspodijeljene uzbude od sporedne je važnosti dubina utora u željezu i smještaj struje bliže ili dalje od samog oboda tako dugo dok je obuhvaćena putem kojim integriramo uzduž glavnih silnica. Tek kad se počnu promatrati detalji magnetskog kruga, a to znači i rubne pojave i rasipne silnice (sl. 18.3), postaje važan i položaj strujnih obloga u radijalnom smjeru jer se s njime mijenjaju mag-

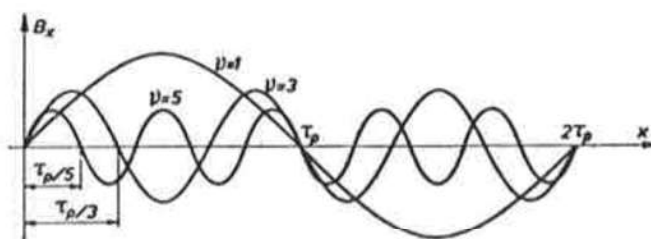
netski otpori rasipnih putova. Tako će ista struja proizvesti mnogo više rasipnih silnica ako je smještena na dnu utora (sl. 18.3.b) nego na njegovu vrhu (sl. 18.3.a).



Sl. 18.3. Rasipne silnice u utoru kad je vodič:
a) pri vrhu utora, b) na dnu utora

Ostanimo zasad pri razmatranju glavnog toka, koji prelazi sa statora na rotor, ili obratno. Na obodu može biti smješteno više namota koji daju različita protjecanja: $\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_n$, ali na svakom mjestu oboda x može postojati samo jedna vrijednost polja indukcije B_x . Sva protjecanja koja djeluju u određenom trenutku na obodu stroja treba prvo zbrojiti, pa za rezultirajuće protjecanje potražiti raspored indukcije po obodu B_x koji vrijedi za taj određeni trenutak. Pod *prostornom slikom* ovdje zapravo promatramo *dvodimenzionalnu sliku* jer je polje praktički isto u svim presjecima stroja okomitima na osovinu, a rubni efekti s jedne i druge čone strane stroja bitno ne utječu.

Kod stroja s $2p$ polova konstantna uzbudna struja proizvest će raspodjelu indukcije koja se ponavlja s periodom dvostrukoga polnog koraka $2\tau_p$. Osnovni harmonički član prostorno je raspodijeljen tako da po cijelom obodu ima p maksimalnih i p minimalnih vrijednosti (sl. 18.4). Treći harmonički član imat će $3p$,

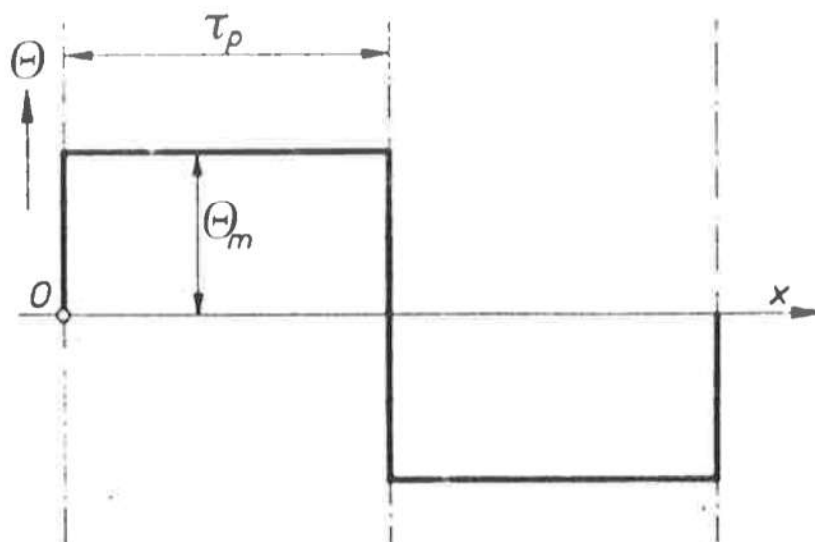


Sl. 18.4. Prostorni harmonički članovi u općenitom slučaju

a član v -tog reda imat će vp punih ciklusa. *Prostorni harmonički član reda v daje istu sliku kao da stroj umjesto $2p$ ima $2vp$ polova.*

Karakterističan oblik prostorne krivulje protjecanja (tj. raspodjele protjecanja po obodu stroja u određenom trenutku) prema slici 18.5. susreće se kod promatranja jednoga dijametralnog svitka u porazdijeljenom namotu. Neka je maksimalna vrijednost pravokutnog protjecanja Θ_m , polni korak τ_p . Prema Fourieru, pravokutna se periodička funkcija prema sl. 18.5. može prikazati ovako:

$$\begin{aligned}\Theta_x = \Theta_m \frac{4}{\pi} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x + \frac{1}{3} \Theta_m \frac{4}{\pi} \sin 3 \frac{\pi}{\tau_p} x + \frac{1}{5} \Theta_m \frac{4}{\pi} \sin 5 \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots + \\ + \frac{1}{\nu} \Theta_m \frac{4}{\pi} \sin \nu \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots\end{aligned}\quad (3)$$



Sl. 18.5. Protjecanje koncentriranog svitka u rasporu

Amplituda osnovnoga harmoničkog člana je $4/\pi$ puta veća od visine pravokutnika; za treći harmonički član treba tu amplitudu množiti s $1/3$, a za harmonički član reda ν sa $1/\nu$. Prisutni su samo *neparni* harmonički članovi.

Kod raspodijeljenog namota mogla bi se crtati stepeničasta linija koja predodžuje ukupno protjecanje, i zatim analizirati prema Fourieru. No elegantnije je razložiti protjecanje pojedinog svitka na osnovni, 3-i, 5-i, ..., ν -ti harmonički član, pa onda vektorski sabrati sve osnovne, sve treće, sve pete, ..., sve harmoničke članove reda ν i tako dobiti rezultirajuće protjecanje već razloženo na harmoničke članove.

18.1. Zadaci



1. Na slici 18.6. zračni je raspor ispod pola promjenljiv prema zakonu:

$$\delta_x = \frac{1,5(\text{mm})}{\cos \pi \frac{x}{\tau_p}} \text{ od } x = 0 \text{ do } x = \pm 0,3 \tau_p$$

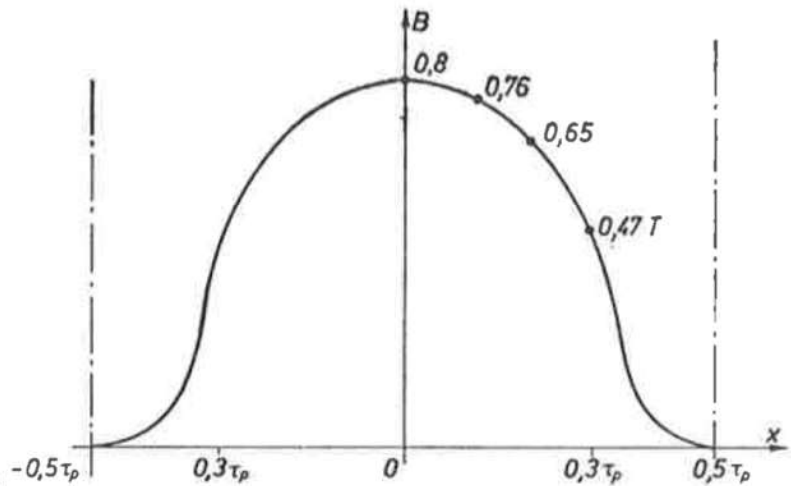
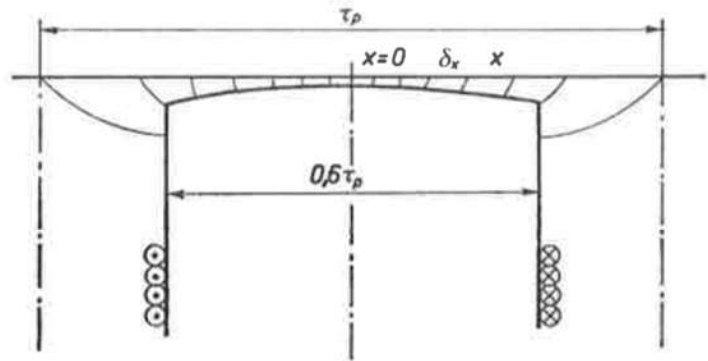
Na polu je namot od 560 zavoja kroz koje teče struja od 1,71 A. Susjedni su polovi jednako oblikovani i uzbuđeni strujom suprotnog smjera. Treba odrediti krivulju rasporeda indukcije ispod pola, zanemarujući rubne efekte.

[Sl. 18.7]

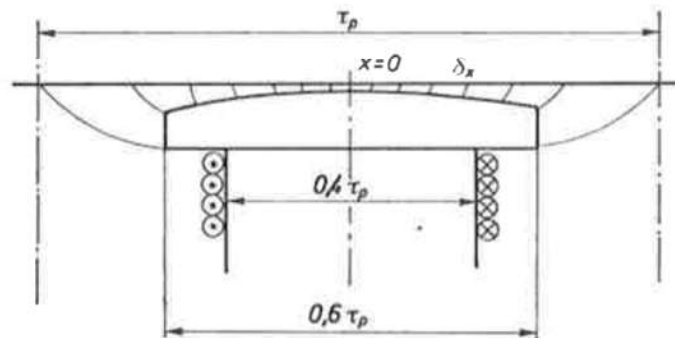
2. Pol prema slici 18.8. drukčije je formiran, ali je namotan istim brojem zavoja i uzbuđen istom strujom kao pol na slici 18.6. Za zračni raspor δ_x vrijedi isti zakon kao za onaj na slici 18.6. Kako će izgledati krivulja indukcije u rasporu?

[Jednako kao u zadatku 1.]

Sl. 18.6. Određivanje raspodjele indukcije u promjenljivom rasporu (1. zadatak)

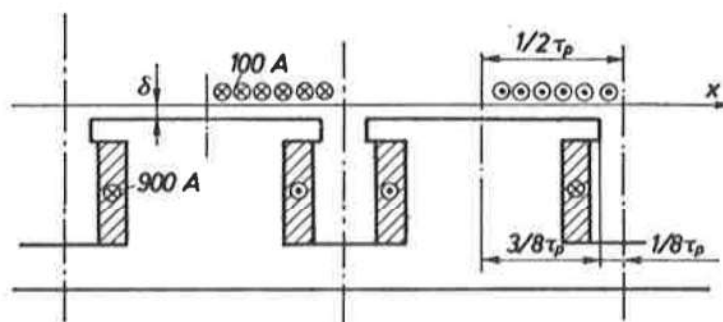


Sl. 18.7. Rješenje 1. zadatka



Sl. 18.8. Uz 2. zadatak

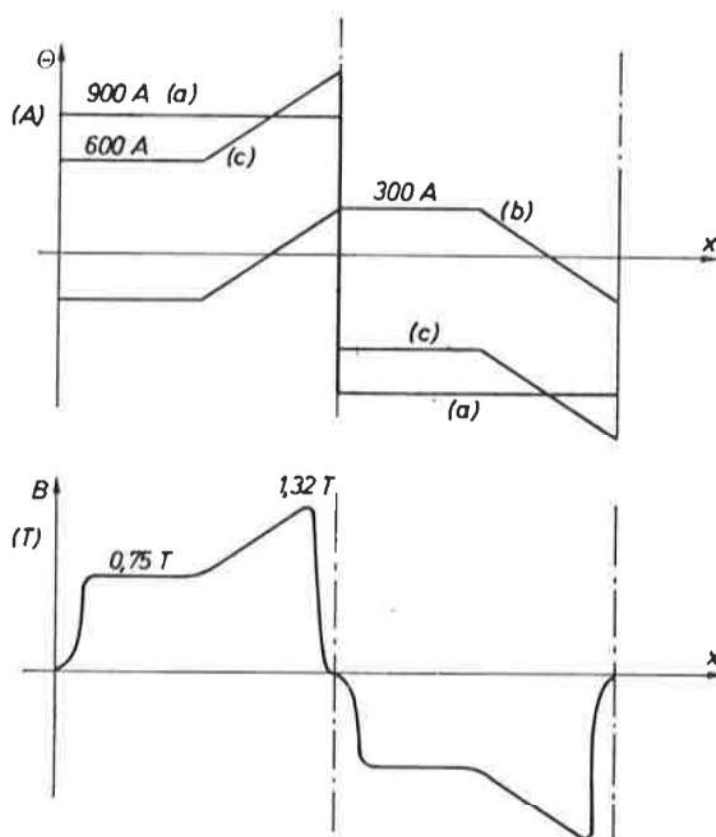
3. Raspored struja na polovima statora i površini rotora prikazan je na slici 18.9. Zračni raspor je konstantan: $\delta = 1$ mm. Računajući s prosječnim strujnim oblogom za utorski korak valja odrediti krivulju protjecanja: a) statorskog



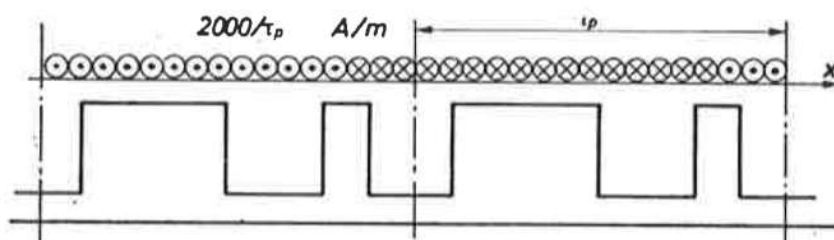
Sl. 18.9. Protjecanje i indukcija u promjenljivom rasporu (3. zadatak)

namota; b) rotorskog namota; c) ukupnoga strujnog obloga, d) Treba naći krivulju raspodjele indukcije u rasporu ispod pola gdje je $\delta = 1 \text{ mm}$.

[Sl. 18.10]



Sl. 18.10. Rješenje 3. zadatka

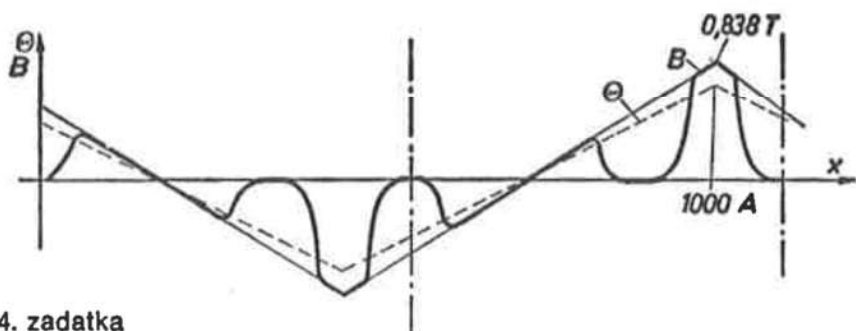


Sl. 18.11. Protjecanje i indukcija u promjenljivom rasporu (4. zadatak)

4. Rotorski strujni oblog, te polovi statora prikazani su na slici 18.11. Zračni raspor je konstantan ($\delta = 1,5 \text{ mm}$) pod polovima, a između polova treba uzeti

$\delta = \infty$. Nacrtajte približnu raspodjelu indukcije u rasporu. Kolika je maksimalna indukcija pod manjim polom?

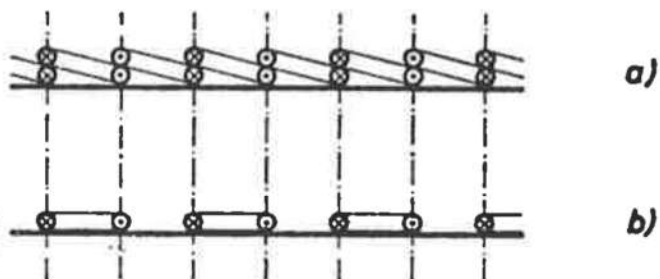
[Sl. 18.12]



Sl. 18.12. Rješenje 4. zadatka

5. U zračnom rasporu 6-polnog stroja valja postići magnetsku indukciju $B = 0,9$ T. Uzbudni namot sastoji se od: a) jednog svitka po svakom polu; b) jednog svitka po svakom paru polova. Svici su dijametralni, a u njima teče struja od 1 A. Koliko zavoja mora imati svaki svitak u primjeru a), a koliko u primjeru b)? Duljina raspora je $\delta = 0,8$ mm. Nacrtajte raspored svitaka na razvijenom obodu u oba primjera.

[a) $w = 573$; b) $w = 1\,146$; sl. 18.13.]



Sl. 18.13. Raspored 6-polnog namota s jednim svitkom: a) po polu, b) po paru polova (5. zadatak)

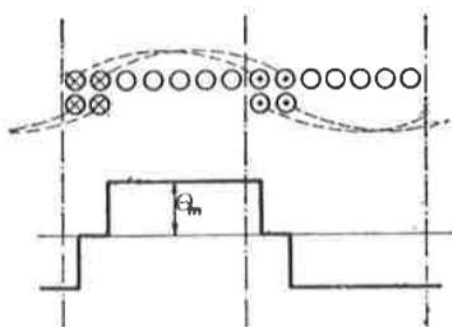
6. Na obodu stroja nalazi se po svakom polu jedan dijametralni svitak s 350 zavoja kojim teče istosmjerna struja od 5 A. Kolika je maksimalna vrijednost protjecanja na obodu? Kolika je amplituda njegova osnovnog harmoničkog člana?
7. Kolik je treći, peti, sedmi i dvadeset peti harmonički član protjecanja u 6. zadatku? Ako je polni korak $\tau_p = 50$ cm, u kojoj udaljenosti od sredine pola nastupa (pozitivna) maksimalna vrijednost prvog, trećeg, petog, sedmog i dvadeset petog harmoničkog člana protjecanja?

[1 750 A; 2 230 A]

$\Theta_3 = 743$ A; $\Theta_5 = 446$ A; $\Theta_7 = 318$ A; $\Theta_{25} = 89$ A; $x_1 = 0$; $x_3 = 16,7$ cm; $x_5 = 0$; $x_7 = 7,14$ cm; $x_{25} = 0$

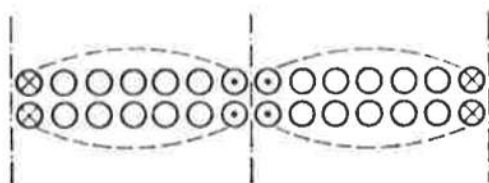
8. Dva dijametralna svitka po polu, svaki s 500 zavoja, spojena su u seriju i uzbudena istosmjernom strujom od 2,5 A. Svici su smješteni u susjedne utore pola, kojih ima po polu ukupno sedam. Kolika je maksimalna vrijednost protjecanja na obodu i amplituda prvog, trećeg i sedmog harmoničkog člana? Skicirajte raspored struja po obodu i protjecanje.

[2 500 A; $\Theta_1 = 3\,100$ A; $\Theta_3 = 830$ A; $\Theta_7 = 0$; sl. 18.14]



Sl. 18.14. Protjecanje dva dijametralnih svitaka pola (8. zadatak)

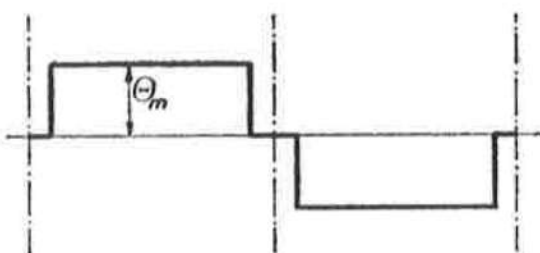
9. U utore stroja iz 8. zadatka smješteni su svici sa skraćenim korakom za jedan utor prema slici 18.15. Skicirajte protjecanje po obodu i odredite maksimalno



Sl. 18.15. Protjecanje dva skraćenih svitaka po polu (9. zadatak)

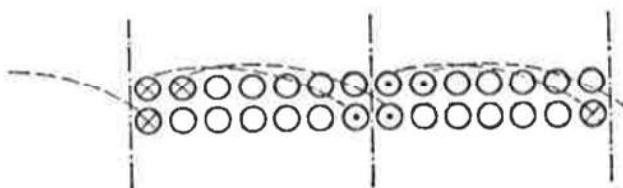
protjecanje po obodu, zatim prvi, treći i sedmi harmonički član, ako svaki svitak ima 500 zavoja i njime protječe istosmjerna struja od 2,5 A.

$$[\theta_m = 2500 \text{ A}; \theta_1 = 3100 \text{ A}; \theta_3 = 830 \text{ A}; \theta_7 = 0; \text{sl. 18.16}]$$



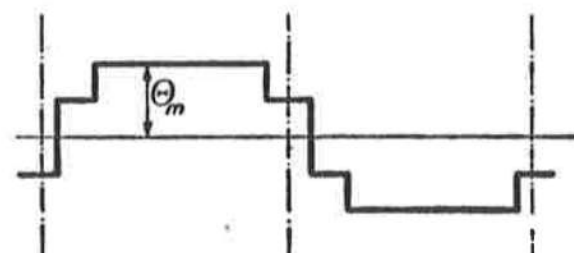
Sl. 18.16. Rešenje (9. zadatka)

10. Koliko je maksimalno protjecanje i kako izgleda njegova raspodjela po obodu stroja ako su skraćeni svici iz 9. zadatka položeni i spojeni prema slici 18.17?



Sl. 18.17. Protjecanje dva skraćenih svitaka po polu (10. zadatak)

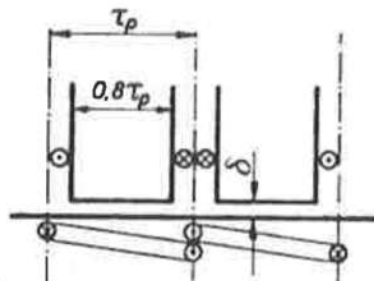
$$[\theta_m = 2500 \text{ A}; \text{sl. 18.18}]$$



Sl. 18.18. Rješenje 10. zadatka

11. Pod istaknutim polovima rotora prema slici 18.19. zračni raspor je $\delta = 2$ mm. Na cilindričnom obodu statora smješteni su dijametralni svici s 450 zavoja po polu, protjecani istosmjernom strujom od 2,5 A. Kolika će biti indukcija u rasporu, ako je širina pola $0,8 \tau_p$ i struja u namotu na polovima (300 zavoja po polu) je 3,75 A.

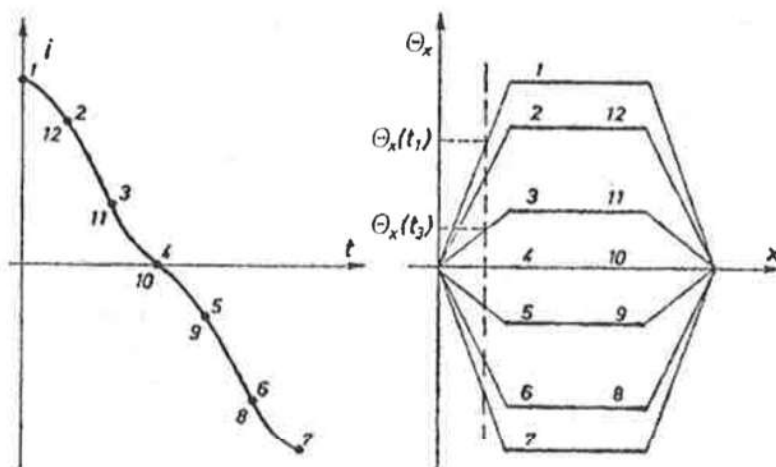
[B = 0]



Sl. 18.19. Uz 11. zadatak

18.2. Vremenski harmonički članovi

►► Uzbuda istosmjernom *konstantnom* strujom daje vremenski *nepromjenjivu* sliku polja u rasporu. Ako se uzbuda postiže samo jednim namotom, onda u različitim vodičima teče ista struja. Promijenimo li tu struju, promijenit će se vrijednost Θ_x za svaki x u istom omjeru u kojemu se promijenila struja. Slika prostorne raspodjele ostat će ista, samo će se iznosi svih ordinata *proporcionalno promijeniti* (sl. 18.20).



Sl. 18.20. Izmjenična uzbuda: a) struja, b) protjecanje

Posebno, ako u namotu teče *sinusna izmjenična struja* kružne frekvencije ω , mijenjat će se na svakom mjestu x ordinata Θ_x vremenski prema *sinusnom zakonu*. Označimo li sa Θ_x vrijednost protjecanja na mjestu x u trenutku kad je struja maksimalna i odaberemo li kao početni trenutak $t = 0$ upravo prolazak struje kroz maksimalnu vrijednost, bit će protjecanje na mjestu x u trenutku t :

$$\Theta_{x,t} = \Theta_x \cos \omega t. \quad (1)$$

Općenito, struja se može periodički mijenjati *po bilo kojem zakonu*. Prema slici 18.20, prostorna raspodjela Θ_x prikazana je u trenutku maksimalne struje krivuljom

1, a u trenutku minimalne (maksimalne negativne) struje krivuljom 7. Između toga ona redom poprima sve oblike: 2, 3, 4, 5, 6 itd. Svaka ordinata titra po određenom zakonu između maksimalne pozitivne i maksimalne negativne vrijednosti, pri čemu odnos pojedinih ordinata, tj. slika prostorne raspodjele, ostaje nepromijenjena. Takvo protjecanje naziva se *izmjeničnim* ili *pulsirajućim* protjecanjem. Najčešće ono pulsira prema sinusnom zakonu.

Izmjenična struja koja nije sinusnog oblika sadrži harmoničke članove:

$$i = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1) + I_2 \sqrt{2} \cos(2\omega t + \varphi_2) + \dots + I_\mu \sqrt{2} \cos(\mu\omega t + \varphi_\mu) + \dots \quad (2)$$

Razmotrimo djelovanje takve struje koja teče u namotu određene prostorne raspodjele. Osnovni harmonički član sam za sebe dao bi prostornu raspodjelu protjecanja koje na svakom mjestu doseže maksimalni iznos u trenutku kada struja dosegne maksimalnu vrijednost $\sqrt{2} I_1$.

U bilo kojem trenutku t vrijednost protjecanja na bilo kojem mjestu x bit će određena trenutnom vrijednošću uzbudne struje. Ako je struji $\sqrt{2} I_1$ odgovarala vrijednost protjecanja Θ_x , onda će struji i odgovarati vrijednost:

$$\Theta_{x,t} = \frac{i}{\sqrt{2} I_1} \Theta_x = \Theta_x [\cos(\omega t + \varphi_1) + \frac{I_2}{I_1} \cos(2\omega t + \varphi_2) + \dots + \frac{I_\mu}{I_1} \cos(\mu\omega t + \varphi_\mu) + \dots] \quad (3)$$

Cijela slika prostorne raspodjele protjecanja Θ_x *pulsira*, dakle, prema istom zakonu po kojemu se mijenja struja i . Uzbudna struja može se promatrati kao suma harmoničkih članova koji se vremenski mijenjaju različitim frekvencijama. Svaki od tih članova — općenito član reda μ — izazvao bi sam za sebe pulsacije cijele prostorne raspodjele Θ_x frekvencijom μ puta većom od osnovne, a superpozicija tih titranja za sve harmoničke članove struje daje ukupnu sliku protjecanja na svakom mjestu x ovisno o vremenu t .

Te vremenske pulsacije koje nastaju zbog viših članova u uzbudnoj struji nazivamo *vremenskim višim harmoničkim članovima*. Red vremenskoga harmoničkog člana μ pokazuje koliko puta je veća kružna frekvencija kojom titra neki član od kružne frekvencije ω kojom titra osnovni član. Red prostornoga harmoničkog člana ν pokazivao je koliko je puta kraća puna perioda (pozitivni i negativni poluval) tog člana na obodu stroja od periode osnovnog člana $2\tau_p$ (v. sl. 18.4).

18.2. Zadaci



1. Svitak u zadatku 18.1.6. uzbuđen je sinusnom izmjeničnom strujom od 5 A. Kolika je maksimalna vrijednost protjecanja, a kolik je osnovni harmonički član: a) u času kad je uzbudna struja maksimalna; b) 1/4 periode nakon toga; c) 1/2 periode poslije?

[a) 2 475 A, 3 150 A; b) 0, 0; c) -2 475 A, -3 150 A]

2. U zadatku 18.1.7. određen je treći, peti, sedmi i dvadesetpeti harmonički član protjecanja pri istosmjernoj uzbuđnoj struji od 5 A, i to: $\Theta_3 = 743$ A, $\Theta_5 = 446$ A, $\Theta_7 = 318$ A, $\Theta_{25} = 89$ A, a položaj amplitude prema sredini pola određen je udaljenošću od sredine pola: $x_3 = 16,7$ cm, $x_5 = 0$, $x_7 = 7,14$ cm, $x_{25} = 0$. Kolike će biti prostorne amplitude ovih članova i njihove udaljenosti od sredine pola ako u istom namotu teče sinusna izmjenična struja od 5 A, a sliku promatramo: a) u trenutku maksimalne struje; b) 1/8 periode poslije; c) 1/4 periode poslije?

[a) 1 051 A, 631 A, 450 A, 126 A; b) 743 A, 446 A, 318 A, 89 A; c) 0, 0, 0, 0; položaji nepromijenjeni]

3. Istosmjerna uzbuda od 5 A daje u dijametralnom svitku pravokutno protjecanje s amplitudom od 2 500 A. U kojim se granicama mijenja protjecanje pri izmjeničnoj struji od 5 A uz sam rub i u sredini pravokutnika ako računamo: a) samo s osnovnim; b) sa svim harmoničkim članovima?

[a) 0, $\pm 4\,500$ A; b) $\pm 3\,535$ A, $\pm 3\,535$ A]

4. Pravokutno protjecanje od 2 500 A iz zadatka 18.2.3. dobiveno je istosmjernom uzbuđom od 5 A. Isti namot uzbuđujemo nesinusnom uzbuđnom strujom koja, pisana u kosinusnom obliku, osim člana osnovne kružne frekvencije ω ima još negativni treći harmonički član (tj. $\varphi_3 = \pi$) i pozitivni peti harmonički član (tj. $\varphi_5 = 0$), iznosa 20 %, odnosno 10 % osnovnoga. Efektivna vrijednost složene uzbuđne struje je 5 A. Koji je prostorni oblik krivulje protjecanja i kolika joj je amplituda u trenutku: a) $t = 0$; b) $t = T/4$; c) $t = T/2$?

[Uvijek pravokutan; a) 3 105 A; b) 0; c) $-3\,105$ A]

5. Uzbudni je namot raspoređen po obodu stroja tako da daje prostorno protjecanje koje se može prikazati sinusnim osnovnim harmoničkim i pozitivnim petim harmoničkim članom koji je deset puta manji od osnovnoga. Kroz namot teče nesinusna struja koja se, prikazana u kosinusnom obliku, sastoji od osnovnog i trećeg harmoničkog člana. Taj je negativan i tri puta je manji od osnovnoga. Odredite: a) mjesto x na obodu, računajući od simetrale među polovima; b) vrijeme t , računajući od prolaska osnovnoga harmoničkog člana struje kroz maksimum, za koje će iznos protjecanja biti maksimalan i prostorno i vremenski.

$$\left[\begin{array}{ll} \text{a) } x = \frac{\tau_p}{2}; & \text{b) } t = \frac{T}{8} \end{array} \right]$$

18.3. Harmonički članovi u jednofaznom protjecanju

►► Promotrimo sinusno raspodijeljeno protjecanje (ili osnovni harmonički član bilo kojeg protjecanja):

$$\Theta_x = \Theta_r \sin \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (1)$$

Kao što je već u odjeljku 7.2. rečeno, ovakvo protjecanje može se prikazati vektorom dužine Θ_r koji je usmjeren od središta rotacije prema mjestu na obodu gdje

se nalazi amplituda sinusne raspodjele. Umjesto geometrijskih kutova na obodu treba nanositi električne kutove, tako da je puni kut predstavljen dvostrukim polnim korakom $2\tau_p$. Neka je to protjecanje uzbuđeno sinusnom izmjeničnom strujom koja daje u bilo koje vrijeme t prostornu raspodjelu amplitude:

$$\Theta_t = \Theta_1 \cos \omega t. \quad (2)$$

I to se protjecanje sinusne prostorne raspodjele može predložiti vektorom. Dužina Θ_t tog vektora $\vec{\Theta}_t$ može se odrediti crtanjem fazora dužine Θ_1 i projiciranjem u vremensku os koja rotira kutnom brzinom ω . Taj vektor po iznosu harmonički pulsira, a po položaju ostaje na obodu nepomičan. *Vektor pulsirajućeg ili izmjeničnog protjecanja $\vec{\Theta}_t$ mijenja iznos po sinusnom zakonu s amplitudom Θ_1 , a smjer mu se podudara s osi namota koji ga uzbuđuje.*

Iznos pulsirajućeg protjecanja na bilo kojem mjestu x u bilo koje vrijeme t bit će:

$$\Theta_{x,t} = \Theta_1 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x \cos \omega t. \quad (3)$$

Takav osnovni prostorni član protjecanja koji pulsira osnovnom frekvencijom može se prikazati kao:

$$\Theta_{x,t} = \Theta_1 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x \cos \omega t = \frac{\Theta_1}{2} \left[\sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right) \right] \quad (4)$$

Taj zbroj dvaju sinusnih izraza možemo smatrati superpozicijom dviju različitih komponenata protjecanja, jednakih amplituda $\Theta_1/2$.

Promotrimo bilo koji prostorni harmonički član reda ν protjecanja koje potječe od struje osnovne kružne frekvencije ω i efektivnog iznosa I_1 , kojemu je amplituda Θ_ν :

$$\Theta_x = \Theta_\nu \sin \nu \frac{\pi}{\tau_p} x \quad (5)$$

i uzmimo da ga — umjesto struje osnovne frekvencije — uzbuđuje struja μ puta veće frekvencije, odnosno vremenski harmonički član struje reda μ i iznosa I_μ koji teče u istom namotu:

$$\Theta_{x,t} = \frac{I_\mu}{I_1} \Theta_x \cos \mu \omega t. \quad (6)$$

Izraz za takvo protjecanje glasi:

$$\begin{aligned} \Theta_{\nu\mu} &= \frac{I_\mu}{I_1} \Theta_\nu \sin \nu \frac{\pi}{\tau_p} x \cos \mu \omega t = \\ &= \frac{I_\mu \Theta_\nu}{I_1} \frac{1}{2} \left[\sin \left(\frac{\nu\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t \right) + \sin \left(\frac{\nu\pi}{\tau_p} x + \mu \omega t \right) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Oba okretna protjecanja putuju tada brzinom koja se dobiva iz izraza:

$$x = \frac{1}{\nu} \frac{\tau_p}{\pi} (a_0 \pm \mu \omega t) = x_0 \pm v_{\nu\mu} t \quad (8)$$

$$v_{\nu\mu} = \frac{\mu}{\nu} \frac{\tau_p}{\pi} \omega = \omega_{m_{\nu\mu}} \frac{D}{2}. \quad (9)$$

Kutna je brzina takva člana:

$$\omega_{m_{\nu\mu}} = \frac{\mu}{\nu} \frac{\omega}{p}, \quad (10)$$

pa se vidi da će 3-i, 5-i, ..., ν -ti član okretnog protjecanja stroja s p pari polova rotirati s $1/3, 1/5, \dots, 1/\nu$ kutne brzine osnovnog člana (kao da stroj za njih ima $3p, 5p, \dots, \nu p$ pari polova). Naprotiv, povećanjem frekvencije struje μ puta povećat će se brzina rotacije direktnog i inverznog okretnog protjecanja μ puta.

18.3. Zadaci



1. Sinusna struja frekvencije od 50 Hz u jednofaznom namotu dvopolnog stroja stvara protjecanje sinusne prostorne raspodjele u rasporu. Kojom brzinom $r \text{ min}^{-1}$ rotira direktna, a kojom inverzna komponenta protjecanja i koje su im amplitude ako je amplituda ukupnog protjecanja 2 000 A?

[+3 000 $r \text{ min}^{-1}$, -3 000 $r \text{ min}^{-1}$, 1 000 A, 1 000 A]

2. Kakvi će biti rezultati u 1. zadatku ako je to: a) 4-polni; b) 6-polni; c) 8-polni stroj?

[a) $\pm 1\,500 \text{ r min}^{-1}$, 1 000 A; b) $\pm 1\,000 \text{ r min}^{-1}$, 1 000 A;
c) $\pm 750 \text{ r min}^{-1}$, 1 000 A]

3. Kolika će biti brzina okretnih polja u 1. zadatku ako izmjeničnu uzбудu stvara sinusna struja frekvencije od 150 Hz?

[$\pm 9\,000 \text{ r min}^{-1}$]

4. U stroju sa 16 polova protjecanje sinusnog oblika stvara sinusna struja: a) frekvencije od 50 Hz; b) frekvencije od 150 Hz. Kojom brzinom rotira direktna i inverzna komponenta i koji dio oboda obiđe okretno polje dok uzбудna struja prođe punu periodu?

[a) $\pm 375 \text{ r min}^{-1}$, 1/8 oboda; b) $\pm 1\,125 \text{ r min}^{-1}$, 1/8 oboda]

5. Istosmjerna struja od 5 A u namotu 4-polnog stroja s po jednim dijametralnim svitkom po polu daje protjecanje amplitude od 2 500 A. Ako se kroz isti namot pusti izmjenična struja od 5 A i 50 Hz, kojom će brzinom $r \text{ min}^{-1}$ rotirati simetrične komponente protjecanja: a) osnovnog; b) trećeg; c) petog prostornog harmoničkog člana? Kolik im je iznos?

[a) $\pm 1\,500 \text{ r min}^{-1}$, 2 250 A; b) $\pm 500 \text{ r min}^{-1}$, 750 A; c) $\pm 300 \text{ r min}^{-1}$, 450 A]

6. Ako se prostorna slika protjecanja 4-polnog stroja sastoji samo od sinusnoga osnovnog i trećeg harmoničkog člana tri puta manje amplitude i ako je u trenutku maksimalne struje protjecanje u sredini pola 3 000 A, koliko će biti ukupno protjecanje na istom mjestu nakon vremena: a) $t = T/8$; b) $t = T/4$? Na kojem se mjestu u tom trenutku nalazi amplituda direktnoga okretnog protjecanja za osnovni harmonički član? Koliko je u tom trenutku i na tom mjestu ukupno direktno protjecanje? Uzbudna struja je sinusna.

$$[a) 2\,120\text{ A, b) } 0\text{ A; a) } x = \frac{\tau_p}{4}, 2\,250\text{ A, b) } x = \frac{\tau_p}{2}, 3\,000\text{ A}]$$

7. Kako bi glasili odgovori u 6. zadatku kad bi se računalo samo s osnovnim harmoničkim članom, uz isto maksimalno protjecanje od 3 000 A?

$$[a) 2\,120\text{ A, b) } 0\text{ A; a) } x = \tau_p/4, 1\,500\text{ A, b) } x = \tau_p/2, 1\,500\text{ A}]$$

8. Kojom brzinom $r\text{ min}^{-1}$ rotiraju simetrične komponente prostornog petog harmoničkog protjecanja 6-polnog stroja, uzbuđenoga vremenskim sedmim članom nesinusne uzbudne struje osnovne frekvencije od 50 Hz?

$$[\pm 1\,400\text{ r min}^{-1}]$$

9. A) Kutna brzina okretnog polja, B) obodna brzina okretnog polja u rasporu povećava se zbog:

- a) povećanja broja polova;
- b) povećanja frekvencije napajanja;
- c) povećanja promjera stroja u rasporu;
- d) povećanja duljine stroja;
- e) povećanja reda prostornoga harmoničkog člana koji promatramo;
- f) povećanja reda vremenskog člana u uzbudnoj struji koji promatramo.

Koji su odgovori točni?

$$[A) \text{ --- b) f); B) --- b) c) f)]$$

18.4. Harmonički članovi u višefaznom protjecanju

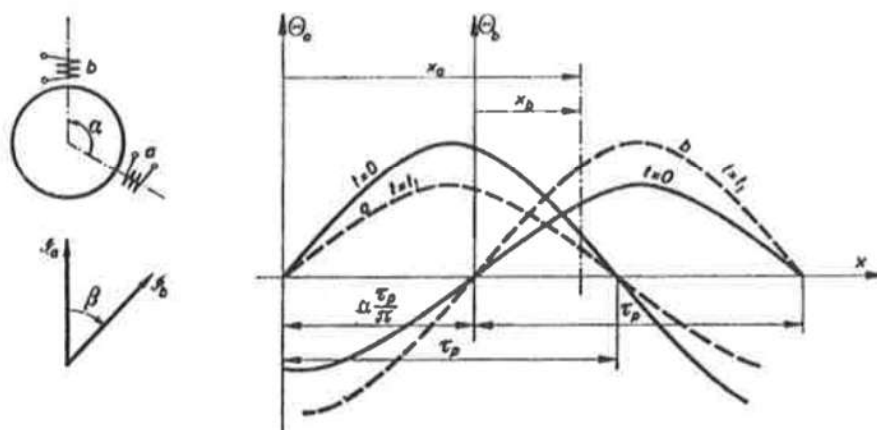
►► Po obodu stroja možemo razmjestiti i *više zasebno napajanih namota* (više *faza*). Pretpostavimo da su struje napajanja sasvim sinusne struje osnovne frekvencije i da svaki namot daje potpuno sinusno raspodijeljeno protjecanje. Dopustimo, međutim, da se osi različitih namota ne podudaraju, već da se prostorne osi njihovih protjecanja nalaze u različitim položajima. Isto tako dopustimo da se sinusne struje u pojedinim namotima razlikuju po veličini i vremenskom pomaku, tj. faznom kutu.

Struja u svakom namotu daje izmjenično protjecanje koje se može rastaviti na direktno i inverzno okretno protjecanje. Direktna okretna protjecanja svih namota rotiraju istom brzinom u istom smjeru pa se mogu sastaviti u jedno sinusno *rezultantno direktno okretno protjecanje*, a isto tako i inverzna okretna protjecanja daju *rezultantno inverzno okretno protjecanje*. Rezultantno direktno i rezultantno inverzno

protjecanje ne moraju biti jednakih amplituda. Ako ih, dakle, sastavimo, rezultat ne mora biti izmjenično protjecanje, već prevladava jedno od tih okretnih protjecanja.

Protjecanja nekoliko namota razmještenih po obodu stroja mogu se čak superponirati tako da preostane ili samo direktno ili samo inverzno okretno protjecanje. Pulsirajuća protjecanja pojedinih namota pretvaraju se time u čisto, *simetrično* ili *potpuno* okretno protjecanje, koje stvara okretno polje magnetske indukcije. Da bi se to postiglo, moraju namoti biti simetrično razmaknuti po obodu, a struje međusobno simetrično pomaknute u fazi.

Prikažimo to na najjednostavnijem primjeru dvaju namota. Neka je prostorni raspored po amplitudi jednakih protjecanja dvaju namota a, b prikazan slikom 18.21.



Sl. 18.21. Razmještaj, struje i protjecanja dvaju neovisnih namota

Osim pomaka na obodu za kut α neka protjecanje namota b pulsira s faznim zaostajanjem β . Izrazi za oba protjecanja, rastavljeni na direktne i inverzne komponente, bit će tada (uz jednake maksimalne iznose izmjeničnih protjecanja u obje faze Θ_1):

$$\begin{aligned}\Theta_a &= \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right) \\ \Theta_b &= \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha \right) - (\omega t - \beta) \right] + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha \right) + (\omega t - \beta) \right] = \\ &= \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \alpha + \beta \right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - \alpha - \beta \right).\end{aligned}$$

Ukupno direktno protjecanje iznosi:

$$\Theta_{dx,t} = \Theta_{da} + \Theta_{db} = \frac{\Theta_1}{2} \left\{ \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right] + \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - (\alpha - \beta) \right] \right\}, \quad (1)$$

a ukupno je inverzno protjecanje

$$\Theta_{ix,t} = \Theta_{ia} + \Theta_{ib} = \frac{\Theta_1}{2} \left\{ \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right] + \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - (\alpha + \beta) \right] \right\}. \quad (2)$$

Poželjno je postići što veće ukupno direktno protjecanje uz što manje inverzno. Slučaj $\Theta_i = 0$ predodređuje potpuno ili simetrično okretno polje.

Iz izraza (1) i (2) vidi se da će Θ_d biti maksimalno uz $\alpha = \beta$, a Θ_i će iščeznuti uz $\alpha + \beta = \pi$. Odatle izlazi:

$$\alpha = \beta = \pi/2, \quad (3)$$

tj. pomak osi namota b prema a mora biti 90° električnih, a isto tako fazno zaostajanje struje b prema a mora biti $\pi/2$ da bi se dobilo potpuno, simetrično okretno polje. Ako je $\alpha \neq \beta$ i $\alpha + \beta \neq 180^\circ$, bit će direktna komponenta protjecanja smanjena, a uz to će se još pojaviti i inverzna komponenta. Iste posljedice izazvale bi nejednake amplitude protjecanja obaju faznih namota. Samo uz amplitude $\Theta_a = \Theta_b = \Theta_1$ i uz $\alpha = \beta = \pi/2$ bit će:

$$\Theta_d = \Theta_1, \quad \Theta_i = 0. \quad (4)$$

Uzmimo zatim općeniti slučaj s m namota, koji su simetrično raspodijeljeni, a tako i fazni pomak među strujama neka odgovara električnom kutu među osima namota. Amplituda protjecanja neka je za svaku fazu ista. Ako se m namota jednako raspodijeli unutar dvostrukog polnog koraka $2\tau_p$, tako da je $\alpha = 2\pi/m$, i ako se napaja strujama koje vremenski zaostaju jedna za drugom za električni kut $2\pi/m$, bit će protjecanje za prvu fazu:

$$\Theta_{(1)} = \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right] + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right],$$

za drugu fazu:

$$\Theta_{(2)} = \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{m} - \omega t + \frac{2\pi}{m} \right] + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{m} + \omega t - \frac{2\pi}{m} \right],$$

a za n -tu fazu (sl. 18.22):

$$\begin{aligned} \Theta_{(n)} = & \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - (n-1) \frac{2\pi}{m} - \omega t + (n-1) \frac{2\pi}{m} \right] + \\ & + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - (n-1) \frac{2\pi}{m} + \omega t - (n-1) \frac{2\pi}{m} \right]. \end{aligned}$$

Ukupna direktna komponenta bit će:

$$\Theta_{d,x,t} = \sum_{n=1}^m \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) = m \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right),$$

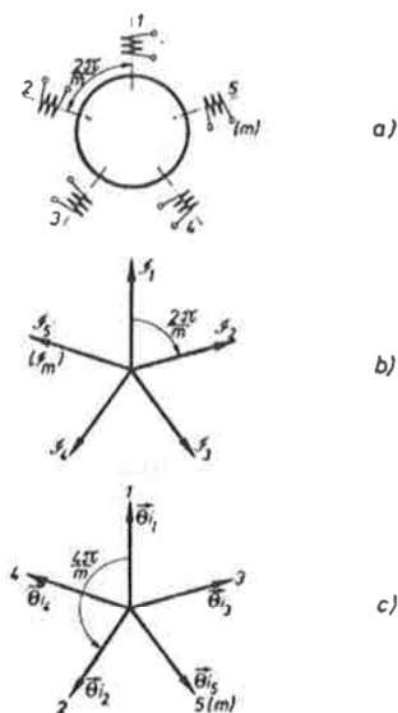
a inverzna:

$$\Theta_{i,x,t} = \sum_{n=1}^m \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - 2(n-1) \frac{2\pi}{m} \right] = 0,$$

odnosno njihove amplitude:

$$\Theta_d = m \frac{\Theta_1}{2}, \quad \Theta_l = 0. \quad (5)$$

Ta će komponenta biti 0 jer zbroj m sinusoida s jednakim faznim pomakom od jedne do druge, $4\pi/m$, mora dati nulu, što se odmah vidi ako ih predočimo vektorima prema slici 18.22. c.

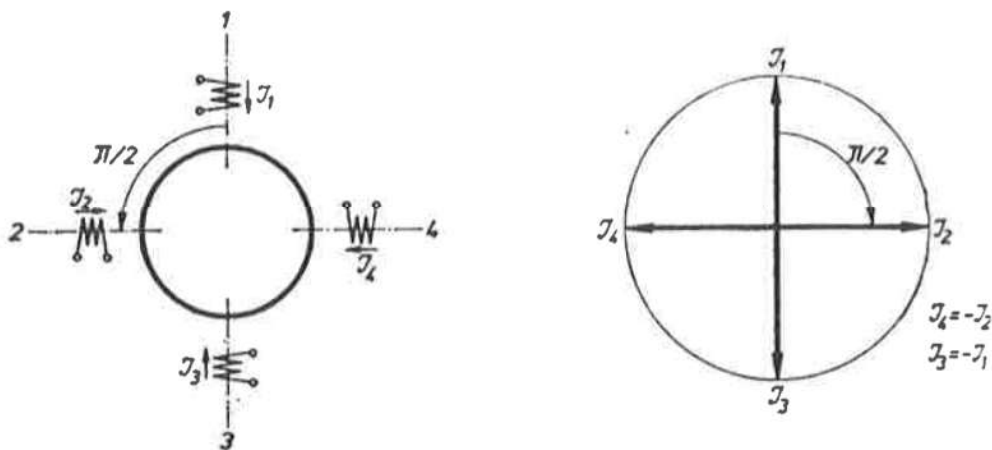


Sl. 18.22. Simetrični m -fazni sistem: a) razmještaj namota, b) struje, c) inverzna protjecanja

Takav sistem sa simetričnom podjelom osi namota po obodu, s jednakim protjecanjima i simetričnom podjelom fazora struja po punom kutu 2π nazivamo *simetričnim višefaznim sistemom*, i u njemu se ne pojavljuje inverzna komponenta protjecanja. Amplituda direktne komponente $m/2$ puta je veća od amplitude izmjeničnog protjecanja koje bi dao jedan namot sam za sebe.

Iako kod dvofaznog namota što smo ga razmatrali na početku nije ispunjen uvjet jednake podjele oboda na fazne namote, jer je $\frac{2\pi}{m} = \pi$, a uvjete simetrije daje kut $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$, lako je pokazati da su ti uvjeti ispunjeni jer je dvofazni namot zapravo četverofazni, prema slici 18.23. Zbog $\mathcal{I}_3 = -\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_4 = -\mathcal{I}_2$ mogu se namoti 1 i 3 te namoti 2 i 4 spojiti u po jedan namot, što daje »dvofaznu« uzbudu. Protjecanje jednoga četverofaznog namota jest polovica protjecanja »dvofaznog«, Θ_1 , ali je $m = 4$, pa dobivamo:

$$\alpha = \beta = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad (6)$$



Sl. 18.23. Četverofazni (»dvofazni«) simetrični sistem

$$|\Theta_d| = \frac{\frac{1}{2}\Theta_1}{2} \cdot 4 = \Theta_1 \quad (7)$$

$$|\Theta_l| = 0. \quad (8)$$

Trofazni sistem upotrebljava se još mnogo češće od četverofaznoga (»dvofaznog«), pogotovo kod većih strojeva.

On se sastoji od tri namota, razmaknuta prostorno za $2\pi/3$ i protjecanja strujama koje su vremenski razmaknute za $2\pi/3$. Taj tzv. *simetrični trofazni sistem* daje amplitude direktne i inverzne komponente protjecanja:

$$|\Theta_d| = \frac{3}{2}\Theta_1 \quad (9)$$

$$|\Theta_l| = 0. \quad (10)$$

Kao što je već pokazano, obodna brzina takva vala koji čini direktno okretno polje iznosi $v = \frac{D}{2} \frac{\omega}{p}$, što odgovara kutnoj brzini:

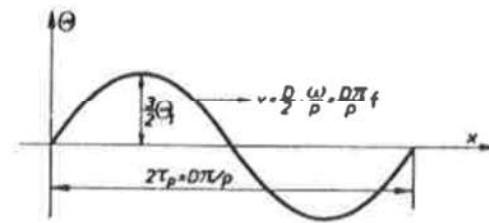
$$\omega_m = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi}{p} f.$$

Dok izmjenična struja koja uzbuđuje okretno polje prođe jednu *punu periodu*, okretno polje prevali put koji odgovara jednom *paru polova*:

$$t = 1/f,$$

$$s = v t = \frac{D \pi}{p} = 2 \tau_p. \quad (11)$$

Okretno protjecanje takva sistema sa sinusnim protjecanjima pojedinih faza prikazano je za jedan par polova na slici 18.24.



Sl. 18.24. Okretno protjecanje

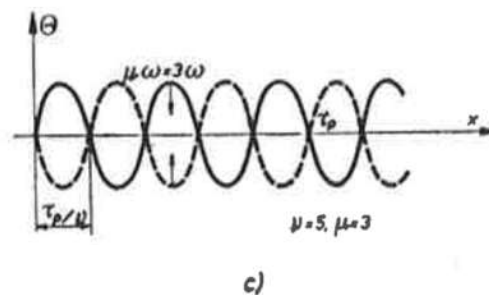
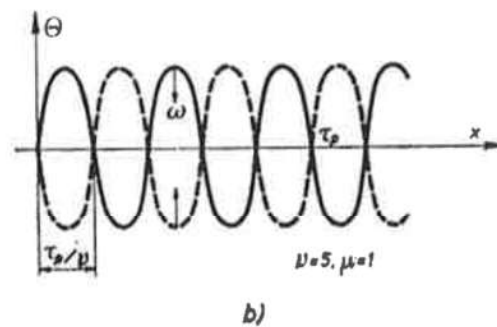
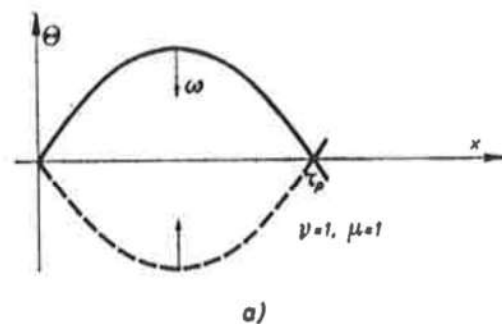
Općenito, simetrični m -fazni sistem daje direktnu i inverznu komponentu:

$$\Theta_d = \frac{m}{2} \Theta_1 \quad (12)$$

$$\Theta_i = 0, \quad (13)$$

gdje je Θ_1 amplituda protjecanja jedne faze same za sebe.

► Protjecanje jedne faze (jednog od m jednakih namota) prikazano je na slici 18.25.a za sinusnu prostornu raspodjelu i sinusnu struju osnovne frekvencije.



Sl. 18.25. Prostorni i vremenski harmonički članovi izmjeničnog protjecanja

Ako prostorna raspodjela nije sinusna, ne smijemo zaboraviti prostorne više članove, općenito reda ν , prema slici 18.25. *b*, koji svi pulsiraju osnovnom frekvencijom ω ako je struja potpuno sinusna. Ako struja ima više harmoničke članove, općenito reda μ , pulsirat će čitava prostorna slika svakom od frekvencija struje μ (sl. 18.25. *c*). Cjelokupna slika postaje tada mnogo zamršenija jer se moraju uzeti u obzir svi *prostorni* i *vremenski* harmonički članovi u *svih* m faza stroja, tako da bi direktno i inverzno protjecanje bilo:

$$\Theta_{dx,t} = \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{n=1}^m \Theta_{\nu\mu} \sin \left\{ \nu \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{m} (n-1) \right] - \mu \left[\omega t - \frac{2\pi}{m} (n-1) \right] \right\}, \quad (14)$$

$$\Theta_{tx,t} = \frac{1}{2} \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{n=1}^m \Theta_{\nu\mu} \sin \left\{ \nu \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{m} (n-1) \right] + \mu \left[\omega t - \frac{2\pi}{m} (n-1) \right] \right\}. \quad (15)$$

Izdvojimo i promatrajmo samo član $\Theta_{\nu\mu}$, koji je prostorni član reda ν , uzbuđen višim harmoničkim članom struje reda μ . Za fazu $(n+1)$ bit će direktna i inverzna komponenta toga člana protjecanja:

$$\Theta_{\nu\mu d} = \frac{\Theta_{\nu\mu}}{2} \sin \left[\left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha_{\nu\mu} n \right) - (\mu \omega t - \beta_{\nu\mu} n) \right] \quad (16)$$

$$\Theta_{\nu\mu i} = \frac{\Theta_{\nu\mu}}{2} \sin \left[\left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha_{\nu\mu} n \right) + (\mu \omega t - \beta_{\nu\mu} n) \right], \quad (17)$$

gdje su:

$$\alpha_{\nu\mu} = \nu \frac{2\pi}{m} \quad (18)$$

$$\beta_{\nu\mu} = \mu \frac{2\pi}{m} \quad (19)$$

kut prostornog pomaka i *kut vremenskog faznog pomaka* između protjecanja dviju susjednih faza za član ν i μ .

Zbog toga nastaje fazni pomak između direktnih okretnih polja susjednih faza:

$$[(n+1) \alpha_{\nu\mu} - n \alpha_{\nu\mu}] - [(n+1) \beta_{\nu\mu} - n \beta_{\nu\mu}] = \alpha_{\nu\mu} - \beta_{\nu\mu},$$

a između inverznih okretnih polja na sličan način:

$$[(n+1) \alpha_{\nu\mu} - n \alpha_{\nu\mu}] + [(n+1) \beta_{\nu\mu} - n \beta_{\nu\mu}] = \alpha_{\nu\mu} + \beta_{\nu\mu},$$

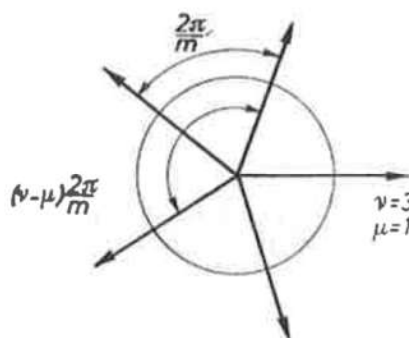
što daje:

$$\text{za direktno okretno polje: } \alpha_{\nu\mu} - \beta_{\nu\mu} = (\nu - \mu) \frac{2\pi}{m}; \quad (20)$$

$$\text{za inverzno okretno polje: } \alpha_{v\mu} + \beta_{v\mu} = (v + \mu) \frac{2\pi}{m}. \quad (21)$$

Ako je $\frac{v - \mu}{m}$ cijeli broj, fazni je pomak susjednih direktnih okretnih protjecanja višekratnik od 2π , tj. vektori $\Theta_{v\mu}/2$ svih m faza padaju u isti smjer za tu kombinaciju reda v prostornoga harmoničkog člana i reda μ vremenskoga harmoničkog člana. Njihov je zbroj $m \frac{\Theta_{v\mu}}{2}$. No ako $\frac{v - \mu}{m}$ nije cijeli broj, protjecanja pojedinih faza predočena su simetrično raspoređenim krakovima zvijezde koji vektorski zbrojeni uvijek daju sumu $\emptyset$. Na sličan način vrijedi kriterij $\frac{v + \mu}{m} = \text{cijeli broj}$ za inverzno okretno protjecanje.

Protjecanje $\Theta_{v\mu}$ faznog namota m -faznog sistema koje predstavlja prostorni harmonički član reda v , uzbuđen vremenskim članom struje reda μ , daje *direktno* okretno protjecanje ako je $\frac{v - \mu}{m} = \text{cijeli broj}$, a *inverzno* okretno protjecanje ako je $\frac{v + \mu}{m} = \text{cijeli broj}$. Amplituda takva okretnog protjecanja u tom je slučaju $\frac{m}{2} \Theta_{v\mu}$. Za one kombinacije v, μ za koje spomenuti uvjet nije ispunjen amplituda okretnog protjecanja je $\emptyset$, tj. *ono ne postoji*.



Sl. 18.26. Zbrajanje vektora direktnih komponenata izmjeničnih protjecanja simetričnoga m -faznog sistema za određeni harmonički član

Na slici 18.26. vidi se primjer za $m = 5$ i $v - \mu = 2$. Zbroj svih direktnih okretnih protjecanja daje nulu. Kad bi bilo $v - \mu = 10$, svi bi vektori imali smjer vektora prve faze 1, pa bi zbroj bio $5 \frac{\Theta}{2}$. To znači da bi npr. jedanaesti prostorni harmonički član uzbuđen osnovnim vremenskim članom struje dao direktno okretno protjecanje, ali npr. treći prostorni član uzbuđen strujom osnovne frekvencije ne bi dao direktno okretno protjecanje. Lako se vidi u oba primjera da ne bi bilo inverznoga okretnog protjecanja.

Iščekavaju, dakle, svi oni direktni članovi kod kojih $(v - \mu)$ nije djeljivo s m bez ostatka, a jednako tako svi oni inverzni članovi kod kojih $(v + \mu)$ nije djeljivo s m bez ostatka.

Specijalno u trofaznom sistemu dat će direktno okretno polje članovi kod kojih je $v - \mu = 0, \pm 3, \pm 6, \dots$, a inverzno okretno polje članovi s $v + \mu = 3, 6, 9, 12, \dots$

Najčešće se pojavljuju samo neparni prostorni i neparni vremenski članovi protjecanja, no mogu se pojaviti i izvedbe s nesimetričnim polovima i tako izobličenim napajanjem da su mogući i parni harmonički članovi i prostorni, i vremenski.

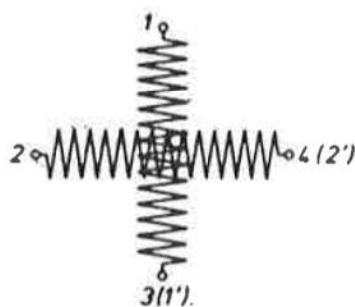
U tablici 1. prikazani su direktni članovi (d) i inverzni članovi (i) okretnog protjecanja u *trofaznom sistemu* za prvih nekoliko harmoničkih članova prostorne raspodjele (ν) i uzbudne struje (μ). S (0) je označeno da nema nikakvoga okretnog protjecanja; oznaka (d + i), npr. kod kombinacije $\nu = 3$ s $\mu = 3$ znači da ta dva člana daju pulsacijsko protjecanje koje sadrži direktnu i inverznu komponentu.

Tablica 1.

Simetrične komponente u okretnom polju trofaznog sistema $m = 3$

Harmonički član (prostorni) ν	(vremenski) μ						
	1	2	3	4	5	6	7
1	d	i	o	d	i	o	d
2	i	d	o	i	d	o	i
3	o	o	d + i	o	o	d + i	o
4	d	i	o	d	i	o	d
5	i	d	o	i	d	o	i
6	o	o	d + i	o	o	d + i	o
7	d	i	o	d	i	o	d

Za četverofazni namot, koji se obično naziva *dvofaznim* (sl. 18.27), vrijedi slično:



Sl. 18.27. Istovjetnost dvofaznog i četverofaznog sistema

Tablica 2.

Simetrične komponente u okretnom polju četverofaznog sistema $m = 4$

Harmonički član (prostorni) ν	(vremenski) μ						
	1	2	3	4	5	6	7
1	d	o	i	o	d	o	i
2	o	d + i	o	o	o	d + i	o
3	i	o	d	o	i	o	d
4	o	o	o	d + i	o	o	o
5	d	o	i	o	d	o	i
6	o	d + i	o	o	o	d + i	o
7	i	o	d	o	i	o	d

uvjet za postojanje $\Theta_d : \nu - \mu = 0, \pm 4, \pm 8, \pm 12, \dots$

uvjet za postojanje $\Theta_l : \nu + \mu = 4, 8, 12, 16, \dots$

Kutna brzina okretnih protjecanja viših harmoničkih članova bit će, kako je već prije izvedeno, μ/ν puta veća od brzine protjecanja osnovnog člana ω_m .

Kod kombinacija ν i μ koje daju direktno okretno polje bit će direktno okretno protjecanje:

$$\Theta_{\nu\mu d} = \frac{m}{2} \Theta_{\nu\mu} \sin \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t \right), \quad (22)$$

a kod kombinacija koje daju inverzno okretno polje to je inverzno protjecanje:

$$\Theta_{\nu\mu l} = \frac{m}{2} \Theta_{\nu\mu} \sin \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x + \mu \omega t \right). \quad (23)$$

Red vremenskoga harmoničkog člana μ cijeli je pozitivan broj. No način pisanja može se pojednostaviti ako član okretnog polja pišemo ovako:

$$\Theta_{\nu\mu d/l} = \frac{m}{2} \Theta_{\nu\mu} \sin \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t \right), \quad (24)$$

s tim da redu μ koji daje direktno okretno protjecanje pripišemo predznak (+), a redu koji daje inverzno okretno protjecanje predznak (−).

Izraz (24) dobiven je tako da je za $x = 0$ odabrano mjesto na kojem je pulsirajuće sinusno raspodijeljeno protjecanje jednako nuli, a za vrijeme $t = 0$ trenutak u kojemu je uzbudna struja maksimalna. Dakako da se može odabrati i neko drugo mjesto x i neko drugo vrijeme t za početak razmatranja. Pri tome treba uvesti fazni pomak $\varphi_{\nu\mu}$ —vidi izraz (25), koji korigira nastalu razliku, pa izvedeni izrazi i dalje vrijede.

Ukupno okretno protjecanje u zračnom rasporu, koje obuhvaća sve prostorne i vremenske harmoničke članove, može se tad napisati:

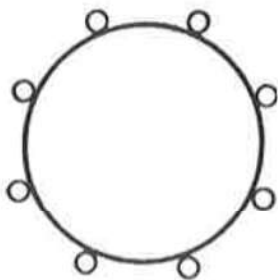
$$\Theta_{d/l} = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \Theta_{\nu\mu} \sin \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right). \quad (25)$$

18.4. Zadaci



1. Na obodu stroja nalaze se utori prema slici 18.28. Dva su izvora napona A i B, međusobno pomaknuta u fazi za $\pi/2$. Treba za svaki utor označiti smjer struje i izvor napona koji je napaja, ako je stroj namotan kao:

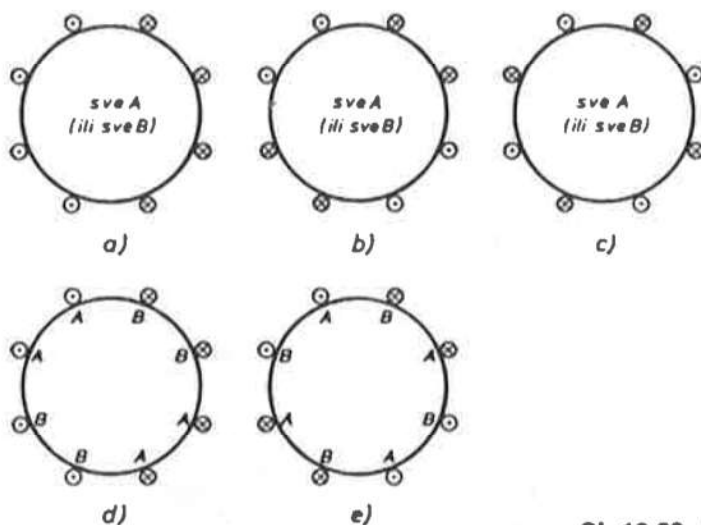
- a) jednofazni 2-polni;
- b) jednofazni 4-polni;



Sl. 18.28. Broj faza i broj polova (1. zadatak)

- c) jednofazni 8-polni;
- d) dvofazni 2-polni
- e) dvofazni 4-polni.

[Sl. 18.29]



Sl. 18.29. Rješenje 1. zadatka

2. Simetrični dvofazni 4-polni namot ima po polu i po fazi 500 zavoja koncentriranih u po jednome dijametralnom svitku. Osi svitaka faze A i faze B razmaknute su točno za $\frac{1}{2} \tau_p$. Uzbuđuju ih sinusne struje od 3,5 A, 50 Hz, razmaknute u fazi za $1/4$ periode. Valja odrediti kolika je: a) amplituda osnovnog harmoničkog člana direktnog okretnog protjecanja; b) amplituda inverznog protjecanja; c) brzina vrtnje okretnog protjecanja koje stvaraju prostorni osnovni harmonički članovi izmjeničnih protjecanja jednog i drugog faznog namota.
[a) 3 150 A; b) 0; c) 1 500 r min⁻¹]
3. Namot faze A u 2. zadatku namotan je s 500 zavoja, a faze B sa svega 450 zavoja. Struja u njemu zaostaje točno za $1/4$ periode za strujom faze A. Kolike su amplitude osnovnog člana direktnog i inverznog okretnog protjecanja ako su obje struje istog iznosa od 3,5 A?
[2 994 A, 158 A]
4. Struja faze B u 2. zadatku zaostaje za strujom faze A svega za 60° električnih (1/6 periode). Kolike će biti amplitude simetričnih komponenata protjecanja?
[$\Theta_d = 3 044$ A; $\Theta_t = 816$ A]

5. Kroz namote u 4. zadatku teku dvofazne struje razmaknute točno za $1/4$ periode, ali je os faze B pomaknuta prema osi faze A za svega 60° električnih. Koliko će biti Θ_d i Θ_i ?
[3 044 A, 816 A]
6. Koliko će biti Θ_d i Θ_i iz 4. i 5. zadatka ako je kut među osima i fazni pomak među strujama jednak 60° električnih?
[3 150 A, 1 575 A]
7. Svaki od tri jednaka simetrično raspoređena fazna namota napaja po jedna fazna struja simetričnoga trofaznog sistema i daje izmjenično protjecanje s osnovnim prostornim harmoničkim članom od 900 A. Stroj ima četiri pola, a frekvencija uzбудnih struja je 60 Hz. Kolike su amplitude osnovnog člana direktnog i inverznog protjecanja, i kolika je brzina vrtnje?
[$\Theta_d = 1\,350\text{ A}$, $\Theta_i = 0$, $1\,800\text{ r min}^{-1}$]
8. U zračnom rasporu dužine 0,6 mm 4-polnog trofaznog stroja potrebno je postići indukciju 0,8 T. Kolik mora biti osnovni harmonički član protjecanja svakoga faznog namota? Pretpostavlja se sinusna raspodjela indukcije u rasporu.
[225 A]
9. Jedan od tri fazna namota ima greškom 10% manje zavoja nego ostala dva. Kroz njih teku simetrične trofazne struje. Kad bi namot bio ispravan, dobilo bi se okretno protjecanje Θ brzine vrtnje od 750 r min^{-1} . Koliko će biti direktno i inverzno okretno protjecanje defektnog namota, te njihove brzine vrtnje?
[0,967 Θ , 0,033 Θ , $+750\text{ r min}^{-1}$, -750 r min^{-1}]
10. Simetrični trofazni 6-polni namot napravljen je s po jednim dijametralnim svitkom po polu i fazi, s 300 zavoja po svitku. Namot je priključen na simetrični trofazni sistem frekvencije od 50 Hz i uzima po svakome faznom namotu struju od 2,2 A. Treba odrediti amplitudu, brzinu vrtnje i smjer vrtnje protjecanja za: a) osnovni; b) treći; c) peti; d) sedmi prostorni harmonički član.
[a) 1 783 A, $1\,000\text{ r min}^{-1}$, Θ_d ; b) 0; c) 357 A, 200 r min^{-1} , Θ_i ; d) 255 A, 143 r min^{-1} , Θ_d]
11. Sinusna trofazna struja frekvencije od 50 Hz stvara u 6-polnome trofaznom namotu u svakoj fazi protjecanje s prostornim harmoničkim članovima $\Theta_1 = 1\,500\text{ A}$, $\Theta_3 = 500\text{ A}$, $\Theta_5 = 300\text{ A}$ i $\Theta_7 = 215\text{ A}$. Ako se u vremenskoj krivulji struje — uz isti osnovni harmonički član — pojavi još 30% petoga i 15% sedmoga harmoničkog člana, treba odrediti sve komponente okretnog polja koje će se pojaviti, i to: a) njihov broj polova; b) njihovu brzinu; c) njihov smjer kretanja; d) njihovu amplitudu.
- | ν/μ | 1/1 | 1/5 | 1/7 | 3/1 | 3/5 | 3/7 | 5/1 | 5/5 | 5/7 | 7/1 | 7/5 | 7/7 |
|-----------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-----|-------|-------|-----|-----|-------|
| a) | 6 | 6 | 6 | 18 | 18 | 18 | 30 | 30 | 30 | 42 | 42 | 42 |
| b) | 1 000 | 5 000 | 7 000 | 333 | 1 667 | 2 333 | 200 | 1 000 | 1 400 | 143 | 714 | 1 000 |
| c) | d | i | d | — | — | — | i | d | i | d | i | d |
| d) | 2 250 | 675 | 338 | 0 | 0 | 0 | 450 | 135 | 68 | 323 | 97 | 48 |
- A]

12. Dvofazni namot 4-polnog stroja ima u jednoj fazi 500 zavoja, u drugoj 300 zavoja. Koji geometrijski kut mora biti između osi jednog i drugog namota i kolika struja mora teći u namotu druge faze, ako u prvoj fazi teče 3,6 A, da se dobije simetrično okretno polje? Razmještaj po utorima je za oba namota jednak.

[45°; 6 A]

13. Kolika je brzina vrtnje i u kojem se smjeru vrti okretno protjecanje koje je stvorio prostorni peti harmonički član uzbuđen trećim članom struje u dvofaznome 4-polnom stroju. Osnovna je frekvencija struje 50 Hz.

[900 r min⁻¹, inverzno]

14. Dvofazni stroj ima po polu i fazi po jedan dijametralni svitak s 200 zavoja, uzbuđen je strujom od 3 A osnovne frekvencije od 50 Hz. Osi namota obiju faza razmaknute su točno za 90° električnih. Stroj ima šest polova. Struje u jednoj i drugoj fazi pomaknute su u fazi za 90° i sadrže uz osnovni harmonički član još i treći harmonički član u iznosu od 20% osnovnoga. Koja okretna polja daje prostorni osnovni, treći i peti harmonički član uzbuđen tom strujom? Valja odrediti: a) broj polova; b) b-zinu vrtnje; c) smjer; d) amplitudu.

[v/μ	1/1	1/3	3/1	3/3	5/1	5/3	
a)	6	6	18	18	30	30	polova
b)	1 000	3 000	333	1 000	200	600	r min ⁻¹
c)	d	i	i	d	d	i	
d)	1 080	216	360	72	216	43	A]

15. U okretnom protjecanju iz 14. zadatka nalazi se rotor duljine $L = 20$ cm i promjera $D = 30$ cm. Duljina je raspore $\delta = 1,5$ mm. Na obodu rotora je bakreni štap. Koliki će biti iznosi i frekvencije napona koje induciraju u štapu komponente okretnog polja iz 14. zadatka ako rotor miruje? Magnetski napon u željezu zanemarite.

[v/μ	1/1	1/3	3/1	3/3	5/1	5/3	
U	2,01	1,21	0,223	0,134	0,08	0,048	V
f	50	150	50	150	50	150	Hz]

16. U 15. zadatku rotor se vrti s 1000 r min⁻¹ u smjeru direktnoga okretnog polja. Koliki će biti naponi u štapu i odgovarajuće frekvencije? (Pripazite na smjer vrtnje pojedinih valova.)

[v/μ	1/1	1/3	3/1	3/3	5/1	5/3	
U	0	1,61	0,89	0	0,32	0,13	V
f	0	200	200	0	200	400	Hz]

18.5. Raspodjela indukcije u rasporu

► Jakost indukcije u rasporu određena je protjecanjem i duljinom silnica u rasporu po zakonu:

$$B_x = \frac{\mu_0}{\delta_x} \Theta_x, \quad (1)$$

gdje je Θ_x ukupno protjecanje uz $\mu = \infty$ u željezu, pa je jasno da će uz konstantnu duljinu raspora $\delta_x = \delta$ raspodjela indukcije odgovarati raspodjeli protjecanja. Uzbuda istosmjernom strujom dat će sliku indukcije u rasporu koja se ne mijenja. Ako uzbuđeni dio stroja rotira, rotirat će s njim i slika indukcije u rasporu, a da se pri tome ne mijenja. Izmjenična uzbuda dat će sliku raspodjele indukcije koja pulsira i dade se rastaviti na direktnu i inverznu komponentu, što rotiraju svaka na svoju stranu. Svaki viši harmonički član protjecanja reda ν dat će harmonički član indukcije istog reda ν , odgovarajuće amplitude i kutne brzine:

$$\omega_{m\nu\mu} = \frac{\mu}{\nu} \frac{\omega}{p} \quad (2)$$

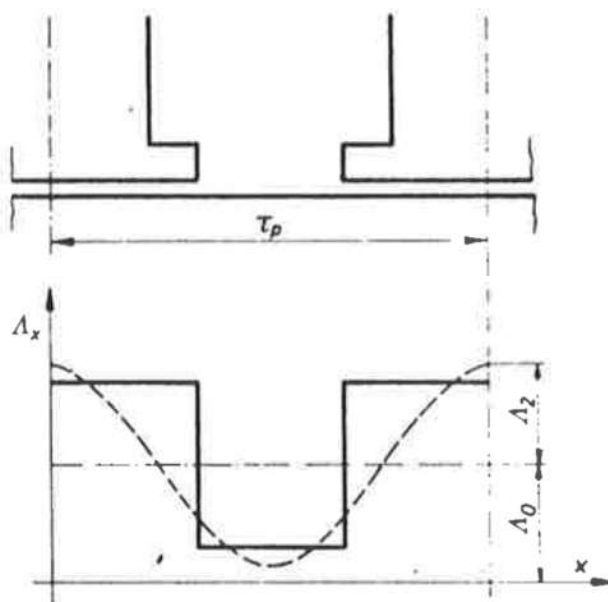
kao i kod protjecanja, što vrijedi i za simetrične komponente jednofaznoga izmjeničnog protjecanja i za višefazna okretna protjecanja. Za razliku od uzbude istosmjernom strujom koja *mehanički rotira* — pri čemu i osnovni i svi viši članovi rotiraju *istom* kutnom brzinom $\omega_m = \omega/p$ — raspodjela indukcije u rasporu zbog *višefaznoga okretnog protjecanja* sadržavat će harmoničke članove od kojih svaki rotira svojom *vlastitom* brzinom. To znači da će se oblik krivulje indukcije u rasporu od trenutka do trenutka mijenjati unatoč konstantnome zračnom rasporu. To isto vrijedi i za direktnu i inverznu komponentu jednofaznog protjecanja ako ih promatramo svaku za sebe, iako njihov zbroj daje pulsirajuće protjecanje kojem se mijenja amplituda, ali oblik ostaje isti.

Ako se duljina raspora mijenja po obodu stroja, treba na svakom mjestu računati vrijednost indukcije B_x prema izrazu:

$$B_x = A_x \Theta_x, \quad (3)$$

gdje je *vodljivost raspora*:

$$A_x = \frac{\mu_0}{\delta_x} \quad (4)$$



Sl. 18.30. Vodljivost raspora kod istaknutih polova

također funkcija od x . Najčešće promjena raspora potječe od *istaknutih polova* (sl. 18.30), pa je vodljivost promjenljiva, s dvije karakteristične vrijednosti — onom

ispod polova i onom među polovima. Vodljivost se može prikazati srednjom vrijednošću A_0 , kojoj je superponirana periodička komponenta s mnogo harmoničkih članova. Osnovni član očito ima periodu dva puta kraću od periode $2\tau_p$ osnovnog člana protjecanja. To je, dakle, parni član reda 2. Taj i svi ostali viši harmonički članovi vodljivosti mogu se prikazati kao parni članovi reda 2ξ , gdje je $\xi = 1, 2, 3, \dots$. Ukupna vodljivost može se prikazati kao Fourierov red s nultim i kosinusnim parnim članovima:

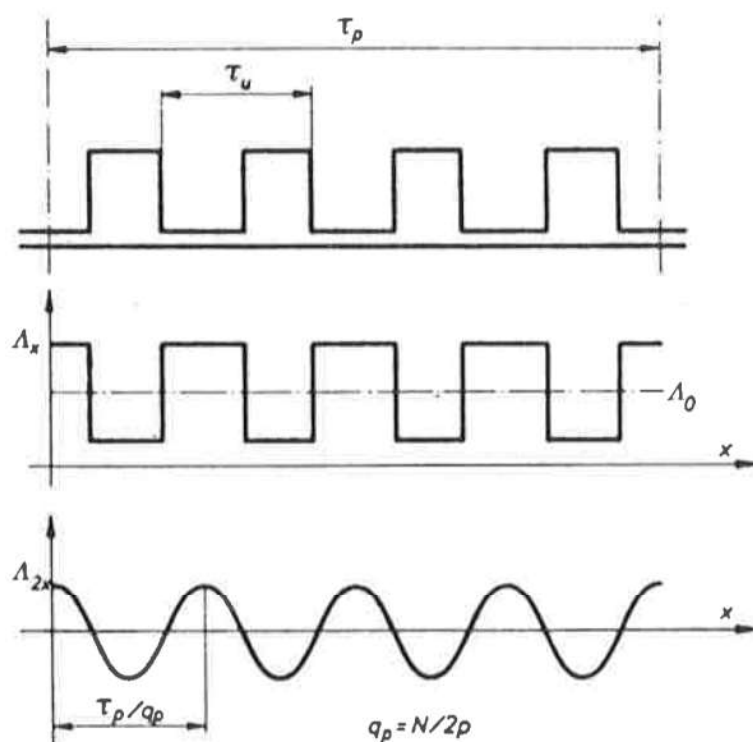
$$A_x = \sum_{\xi=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos 2\xi \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (5)$$

Za mnoga razmatranja dovoljna je prva aproksimacija:

$$A_x = A_0 + A_2 \cos 2 \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (6)$$

Drugi isto tako česti slučaj promjenljivog raspora je onaj kad želimo uzeti u obzir *utjecaj utora* (sl. 18.31). Ako je broj utora po polu:

$$q_p = \frac{N}{2p} \quad (7)$$



Sl. 18.31. Vodljivost raspora kod utora s jedne strane raspora

cijeli broj, slika je slična onoj kod istaknutih polova, samo je osnovna perioda izmjenične komponente vodljivosti q_p puta kraća. Vodljivost se tad može prikazati po Fourieru:

$$A_x = \sum_{\xi=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos 2\xi \frac{q_p \pi}{\tau_p} x. \quad (8)$$

Dakako da je i taj slučaj obuhvaćen u već izvedenome općem izrazu ako se suma provede do $\xi = q_p$ i preko toga. Svi članovi reda $\xi = \xi' q_p$, gdje je $\xi' = 1, 2, 3, \dots$, nazivaju se *utorskim harmoničkim članovima*. Prva aproksimacija (iza često upotrebljavane $A_x = A_0$) glasi:

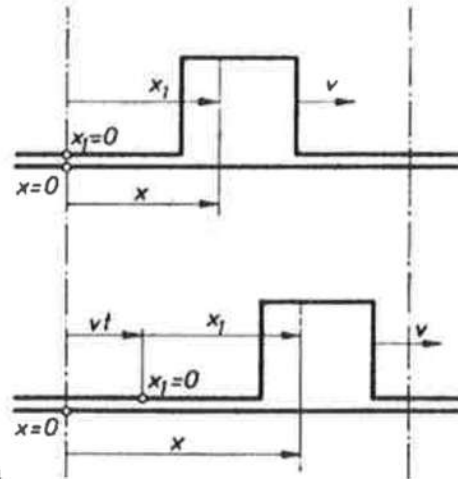
$$A_x = A_0 + A_2 \cos 2 q_p \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (9)$$

Izuzetno kvocijent $\frac{N}{2p}$ može bit razlomak. Ipak se i tada vodljivost može prikazati kao Fourierov red ako se kao osnovna perioda uzme $2\tau_p$, $4\tau_p$ ili $2p\tau_p$, pa je vodljivost:

$$A_x = \sum_{\xi'=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos 2 \xi' N \frac{\pi}{2p\tau_p} x, \quad (10)$$

što je formalno isto kao i kod cijelog broja utora po polu, samo što se slika raspodjele indukcije ne ponavlja za svaki pol, već je treba računati za cijeli obod.

Obodna koordinata x odnosi se na nepomični stator. Ako se istaknuti polovi, ili utori, nalaze na rotoru koji rotira kutnom brzinom ω_m (što odgovara »električnoj« kutnoj brzini $\omega = p \omega_m$), onda izvedeni izrazi vrijede kad vodljivost promatramo po obodu rotora, pa umjesto x treba pisati x_1 , kao udaljenost od čvrste početne točke na rotoru. Veza između x i x_1 je prema slici 18.32:



Sl. 18.32. Vodljivost raspora pri gibanju utora

$$x = x_1 + v t = x_1 + \frac{\tau_p}{\pi} k \omega t, \quad (11)$$

gdje je $k = \frac{\omega_r}{\omega}$ odnos električne kutne brzine rotora i kutne brzine osnovnog člana protjecanja.

Promjenljiva vodljivost na rotoru, prikazana u koordinatama čvrstog statora, bit će odatle:

$$A_x = \sum_{\xi=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos 2 \xi \frac{\pi}{\tau_p} \left(x - \frac{\tau_p}{\pi} k \omega t \right) = \sum_{\xi=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos \left(2 \xi \frac{\pi}{\tau_p} x - 2 \xi k \omega t \right) \quad (12)$$

Protjecanje Θ_x može se prikazati po Fourieru kao red članova koji miruju ili rotiraju osnovnom kutnom brzinom ω , ili nekom drugom brzinom $\frac{\mu}{\nu} \omega$, tako da je u najopćenitijem slučaju:

$$\Theta_x = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \Theta_{\nu\mu} \sin \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right), \quad (13)$$

gdje kut $\varphi_{\nu\mu}$ dopušta različite položaje vala protjecanja prema valu vodljivosti. To je naime kut za koji je ishodište sinusnog vala protjecanja pomaknuto prema amplitudi magnetske vodljivosti raspora u početnom trenutku promatranja $t = 0$.

Indukcija u rasporu dobiva se iz vodljivosti i protjecanja množenjem dvaju beskonačnih redova:

$$B_x = \sum_{\xi=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos \left(2 \xi \frac{\pi}{\tau_p} x - 2 \xi k \omega t \right) \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \Theta_{\nu\mu} \sin \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right). \quad (14)$$

Taj se umnožak sastoji od jednog dijela:

$$B_{xa} = A_0 \Theta_x, \quad (15)$$

koji vjerno slijedi sliku protjecanja, kao da je raspor konstantan, i drugog dijela:

$$B_{xb} = \sum_{\xi=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu} \cos \left(2 \xi \frac{\pi}{\tau_p} x - 2 \xi k \omega t \right) \sin \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right), \quad (16)$$

u kojem se pojavljuju umnošci svakog člana reda vodljivosti sa svakim članom reda protjecanja. Dovoljno je uzeti u obzir samo najistaknutije članove, a bilo koji od umnožaka može se učiniti preglednijim ako se umnožak funkcija prikaže zbrojem:

$$\begin{aligned} B_{xb_{\xi\nu\mu}} &= A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu} \cos \left(2 \xi \frac{\pi}{\tau_p} x - 2 \xi k \omega t \right) \sin \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right) = \\ &= \frac{A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu}}{2} \sin \left[\left(\nu + 2 \xi \right) \frac{\pi}{\tau_p} x - (\mu + 2 \xi k) \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right] + \\ &+ \frac{A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu}}{2} \sin \left[\left(\nu - 2 \xi \right) \frac{\pi}{\tau_p} x - (\mu - 2 \xi k) \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Svaki umnožak daje, dakle, dva člana jednakih amplituda, ali različitih polnih koraka, koji putuju po obodu različitim kutnim brzinama. Svi se ti članovi superponiraju osnovnoj slici koja odgovara konstantnom rasporu:

$$B_x = B_{xa} + B_{xb}. \quad (18)$$

U izrazu (16) okretna protjecanja pozitivnog smjera rotacije (direktna) predočena su pozitivnim indeksima $+\mu$, a negativnog smjera rotacije (inverzna) negativnim indeksima $-\mu$. Vrijednost $\mu = 0$ odgovara uzbudi istosmjernom strujom. Opći izraz za indukciju u rasporu, koji obuhvaća članove B_{xa} (tj. $\xi = 0$) i članove B_{xb} ($\xi = 1$ do ∞) te sva direktna i inverzna protjecanja, bit će prema tome:

$$B_x = \sum_{\xi=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu}}{2} \left[\sin \left(\nu' \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu' \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right) + \sin \left(\nu'' \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu'' \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right) \right]. \quad (19)$$

Duljine vala i kutne brzine pojedinih članova određene su novim indeksima:

$$\begin{aligned} \nu' &= \nu + 2\xi & \nu'' &= \nu - 2\xi \\ \mu' &= \mu + 2\xi k & \mu'' &= \mu - 2\xi k \\ \omega' &= \frac{\mu'}{\nu'} \omega & \omega'' &= \frac{\mu''}{\nu''} \omega. \end{aligned} \quad (20)$$

Evo nekoliko primjera. U sva četiri uzeta je uzbuda na statoru, i to samo osnovni harmonički član ($\nu = 1$).

a) Stator je s istaknutim polovima, rotor je gladak, uzbuda na statoru istosmjernom strujom ($\mu = 0$) (sl. 18.33.a). Uzet ćemo u obzir samo magnetsku vodljivost reda ξ_0 i ξ_1 (tj. A_0 i A_2). Brzina istaknutih polova relativno prema statoru je 0, pa treba pretpostaviti $k = 0$.

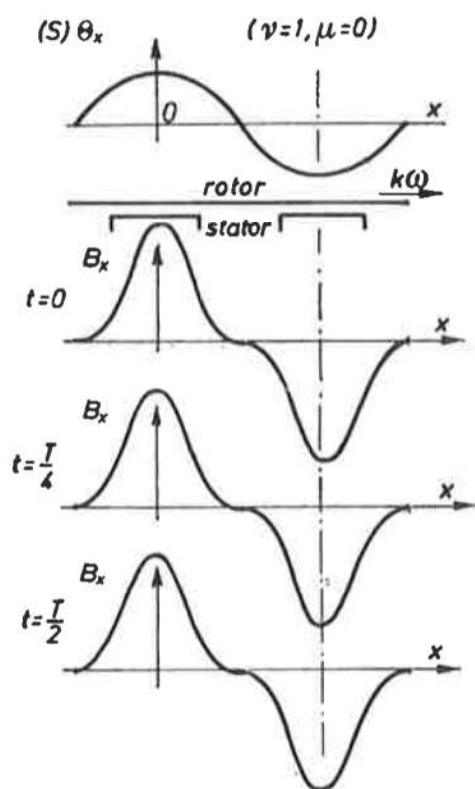
Ishodište $x = 0$ uzeto je u osi amplitude magnetske vodljivosti (u sredini pola), a ishodište sinusno raspodijeljene uzbude nalazi se za $\tau_p/2$ ulijevo, tako da je fazni pomak $\varphi_1 = -\pi/2$. Dobivamo:

$$B_{xa} = A_0 \Theta_1 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \frac{\pi}{2} \right)$$

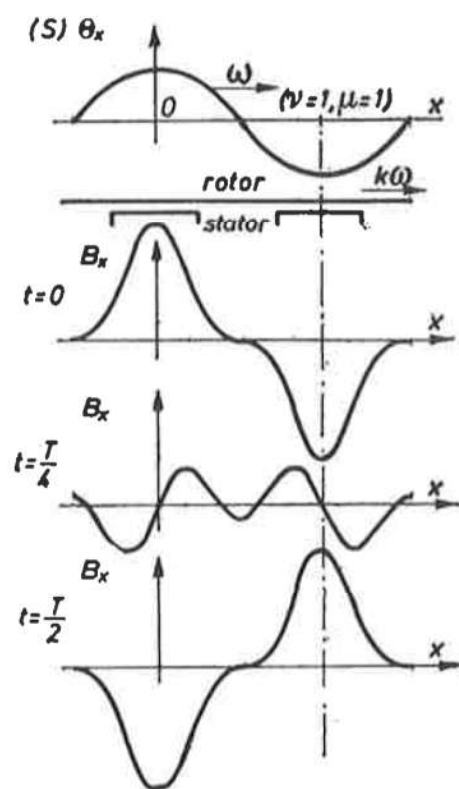
$$B_{xb} = \frac{A_2 \Theta_1}{2} \left[\sin \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x + \frac{\pi}{2} \right) - \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{\pi}{2} \right) \right],$$

tj. cijela slika raspodjele indukcije miruje, kao što je prikazano na slici 18.33.a, za $t = 0$, $t = T/4$ i $t = T/2$.

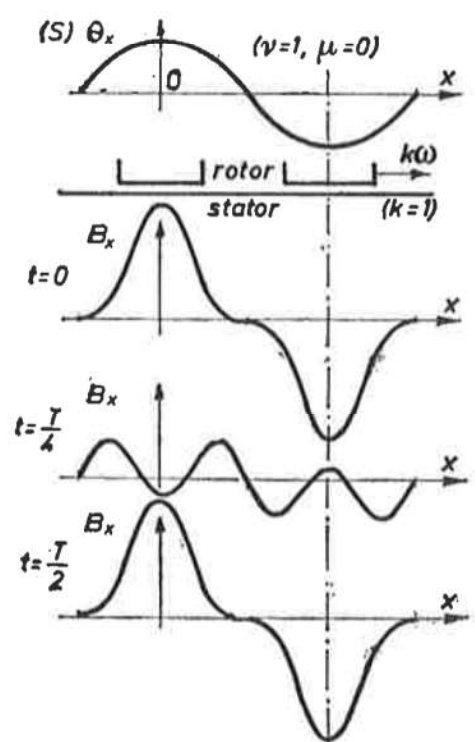
b) Stator je s istaknutim polovima, rotor je gladak, uzbuda je višefazna na statoru i daje okretno protjecanje (sl. 18.33.b). Uzmimo osnovni prostorni i osnovni vremenski harmonički član ($\nu = 1$, $\mu = 1$) i članove vodljivosti reda ξ_0 i ξ_1 . Istaknuti polovi relativno prema statoru miruju, tj. $k = 0$, pa izlazi:



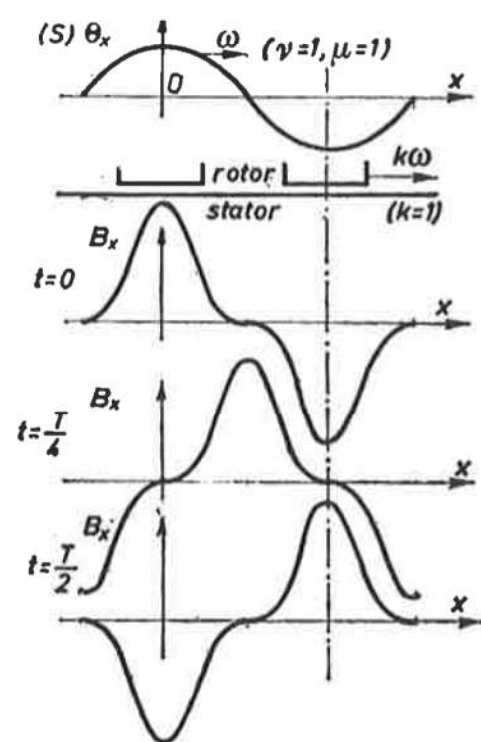
a)



b)



c)



d)

Sl. 18.33. Sastavljanje okretnih polja indukcije u rasporu

$$B_{x_a} = A_0 \Theta_1 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t + \pi/2 \right)$$

$$B_{x_b} = \frac{A_2 \Theta_1}{2} \left[\sin \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t + \pi/2 \right) - \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - \pi/2 \right) \right].$$

Uz prostorni osnovni i treći harmonički član, od kojih se prvi kreće brzinom rotora, a drugi 1/3 te brzine, pojavljuje se i osnovni (inverzni) član sa suprotnim smjerom rotacije. Kad ih složimo (za $t = 0$, $t = T/4$ i $t = T/2$), dobivamo sliku 18.33.b.

c) Stator je gladak, rotor je s istaknutim polovima. Uzbuda istosmjernom strujom je na statoru ($\mu = 0$) i od nje uzimamo u obzir samo osnovni harmonički član ($\nu = 1$). Vodljivost raspoređivanja uzmimo u obzir s prva dva člana, ξ_0 i ξ_1 . Rotor neka se vrti sinhronom brzinom $2\pi/T$, pa je $k = 1$. Uz te uvjete dobivamo (sl. 18.33.c):

$$B_{x_a} = A_0 \Theta_1 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \pi/2 \right)$$

$$B_{x_b} = \frac{A_2 \Theta_1}{2} \left[\sin \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - 2 \omega t + \pi/2 \right) - \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 2 \omega t - \pi/2 \right) \right].$$

Uz mirnu sliku osnovnoga harmoničkog člana pojavljuje se još osnovni član koji rotira dvostrukom brzinom rotora i treći harmonički član koji rotira s 2/3 brzine rotora.

d) Stator je cilindričan, rotor s istaknutim polovima. Uzbuda višefazna na statoru daje okretno protjecanje ($\mu = 1$) od kojega uzimamo u obzir samo osnovni harmonički član ($\nu = 1$). Uzevši vodljivost raspoređivanja u obzir samo sa ξ_0 i ξ_1 i uz sinhronu brzinu rotora ($k = 1$), rezultat će glasiti (sl. 18.33.d):

$$B_{x_a} = A_0 \Theta_1 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t + \pi/2 \right)$$

$$B_{x_b} = \frac{A_2 \Theta_1}{2} \left[\sin \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - 3 \omega t + \pi/2 \right) - \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \pi/2 \right) \right].$$

Svi članovi, oba osnovna i treći prostorni harmonički, rotiraju istom brzinom, brzinom rotora.

Računanjem novih indeksa ν' i ν'' , μ' i μ'' , te pripadnih kutnih brzina $\omega' = \omega_s \mu' / \nu'$ i $\omega'' = \omega_s \mu'' / \nu''$ mogu se odmah dobiti rezultati iz primjera od a) do d). Pregled podataka vidi se u tablici 3.

Usporedbom vrlo jednostavno dobivenih podataka s rezultatima primjera sa slikama 18.33.a do d) vidimo da se komponente u okretnom polju mogu odrediti vrlo jednostavno i da te komponente mogu dalje poslužiti za analize bolje nego grafički prikaz trenutnog rasporeda indukcije na obodu stroja.

Tablica 3.

Komponente okretnog polja prema primjeru na slici 18.33.

$\xi =$	a)		b)		c)		d)	
	0	1	0	1	0	1	0	1
ν'	1	3	1	3	1	3	1	3
μ'	0	0	1	1	0	2	1	3
ν''	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1
μ''	0	0	1	1	0	-2	1	-1
$\omega'/\omega_s = \mu'/\nu'$	0	0	1	1/3	0	2/3	1	1
$\omega''/\omega_s = \mu''/\nu''$	0	0	1	-1	0	2	1	1

Sva četiri primjera su na slikama 18.33.a do d. Na sličan način mogu se tretirati i utorski harmonički članovi. U prikazanom primjeru mogu se istaknuti polovi promatrati kao zubi između utora, kao da je jedan utor po polu:

$$q_p = N/2p = 1.$$

Vodljivost raspora je pri tome određena sa:

$$A_x = \sum_{\xi=0}^{\infty} 2 \xi q_p \frac{\pi}{\tau_p} x.$$

Ako uzmemo u obzir samo član ξ_0 i ξ_1 , i samo $\nu = 1$, bit će red utorskih harmoničkih članova koji odatle slijede:

$$\nu' = 2 \cdot 0 + 1 = 1, \text{ i } \nu' = 2 \cdot 1 + 1 = 3$$

$$\nu'' = 1 - 0 = 1, \text{ i } \nu'' = 1 - 2 = -1,$$

dakle osnovni direktni i inverzni član i treći harmonički član, što su pokazali i rezultati dobiveni u primjerima od a) do d).

Ako broj utora po polu nije 1, treba računati:

$$\nu' = 1 \quad \text{i} \quad \nu' = 1 \tag{21}$$

$$\nu'' = 2q_p + 1 \quad \text{i} \quad \nu'' = -(2q_p - 1). \tag{22}$$

Ta dva člana reda $2q_p + 1$ i $2q_p - 1$ dva su najjače izražena *utorska harmonička člana*.

Tako uz 6 utora po polu valja očekivati osnovni harmonički član, te izraženi utorski trinaesti i jedanaesti harmonički član.

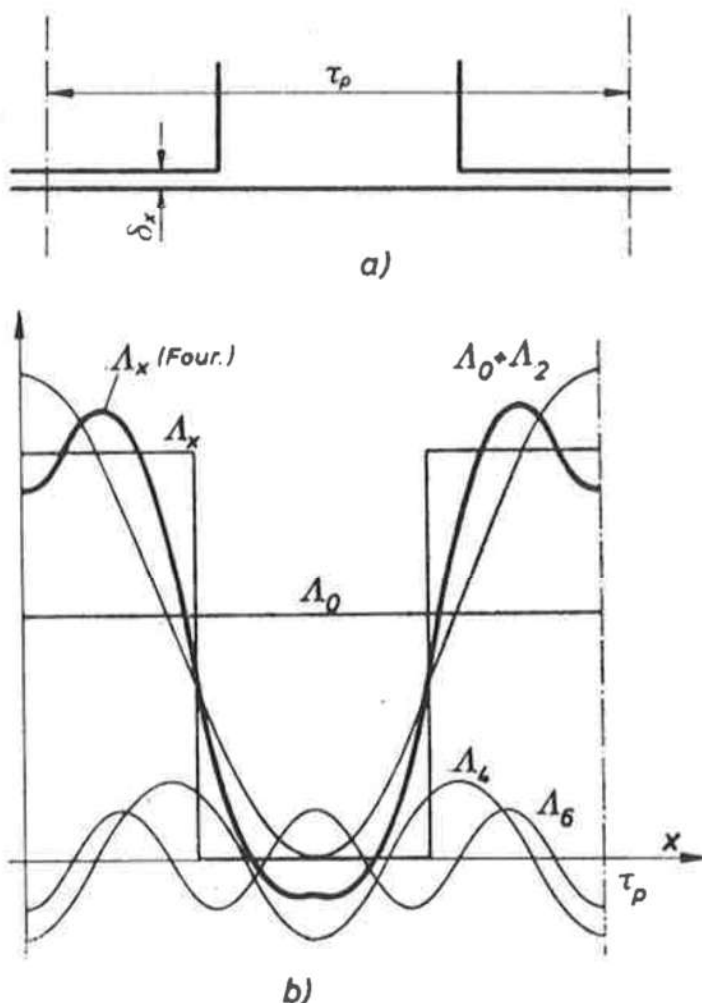
Mnogo je zamišljenija slika kad i stator i rotor nose utore jer je ukupna vodljivost tada:

$$\Lambda_x = \frac{\Lambda_s \Lambda_R}{\Lambda_s + \Lambda_R}. \quad (23)$$

Uz Λ_s i Λ_R prikazane Fourierovim redovima, od kojih je jedan i vremenski ovisan, potpuna analiza moguća je numerički od točke do točke i od trenutka do trenutka. Kvalitativni uvid može se dobiti lakše na taj način da se razmatraju dvije aproksimacije, jedna s cilindričnim statorom, a druga s cilindričnim rotorom.

18.5. Zadaci

- 1. Stroj s istaknutim polovima širine $b_p = 0,6 \tau_p$ na rotoru ima ispod pola konstantan raspor $\delta = 1,5 \text{ mm}$. Između polova valja uzeti da je $\delta = \infty$. Treba: a) nacrtati krivulju vodljivosti u rasporu za jedan polni korak; b) izvršiti harmoničku analizu i odrediti Λ_0 , Λ_2 , Λ_4 i Λ_6 ; c) napisati analitički izraz za Λ_x u kosinusnom razvoju.



Sl. 18.34. Harmonička analiza vodljivosti raspora

[a) V. sl. 18.34; b) $0,503 \cdot 10^{-3}$, $0,507 \cdot 10^{-3}$, $-0,157 \cdot 10^{-3}$, $-0,105 \cdot 10^{-3}$;

$$c) = (0,503 + 0,507 \cos 2 \frac{\pi}{\tau_p} x - 0,157 \cos 4 \frac{\pi}{\tau_p} x - 0,105 \cos 6 \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots) \cdot 10^{-3}]$$

2. Trofazni namot na statoru uzrokuje okretno protjecanje koje se sastoji od osnovnoga hamorničkog člana $\Theta_1 = 1\,300 \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)$ i petoga člana $\Theta_5 = 120 \sin\left(5 \frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)$. Zbog zasićenja u zubima amplituda osnovnog člana koja djeluje na zračni raspor smanjena je 15%, što se mora prikazati odgovarajućim trećim harmoničkim članom. Treba napisati potpuni izraz za protjecanje po duljini raspora.

$$[\Theta_x = 1\,300 \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) + 195 \sin\left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - 3 \omega t\right) + 120 \sin\left(5 \frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)]$$

3. Ako protjecanje iz 2. zadatka djeluje pri zaustavljenom rotoru iz 1. zadatka, koji će se harmonički članovi indukcije pojaviti u rasporu? Za svaki član treba odrediti: a) kombinaciju iz koje nastaje; b) amplitudu; c) kutnu brzinu rotacije; d) smjer rotacije; e) broj polova unutar razmaka τ_p .

a)	$A_0\Theta_1$	$A_0\Theta_3$	$A_0\Theta_5$	$A_2\Theta_1$	$A_2\Theta_3$	$A_2\Theta_5$
b)	0,654	0,098	0,060	0,330	0,0495	0,0304 (T)
c)	ω	ω	$-\omega/5$	$\omega/3$	$3\omega/5$	$-\omega/7$
				$-\omega$	3ω	$-\omega/3$
d)	d	d	i	d	d	i
				i	d	i
e)	1	3	5	3	5	7
				1	1	3

a)	$A_4\Theta_1$	$A_4\Theta_3$	$A_4\Theta_5$	$A_6\Theta_1$	$A_6\Theta_3$	$A_6\Theta_5$
b)	0,102	0,015	0,0094	0,068	0,01	0,006 T
c)	$\omega/5$	$3\omega/7$	$-\omega/9$	$\omega/7$	$\omega/3$	$-\omega/11$
	$-\omega/3$	-3ω	$-\omega$	$-\omega/5$	$-\omega$	ω
d)	d	d	i	d	d	i
	i	i	i	i	i	d
e)	5	7	9	7	9	11
	3	1	1	5	3	11]

4. Stroj ima na statoru šest polova i 72 utora. Ako je vodljivost ispod zuba $0,8 \cdot 10^{-3}$ (Vs/Am²), a ispod utora deset puta manja, te ako je širina zuba jednaka

polovici utorskog koraka, kako glasi analitički izraz za vodljivost raspóra, uzevši u obzir prva četiri člana Fourierova razvoja?

$$[A_x = (0,440 + 0,458 \cos 24 \frac{\pi}{\tau_p} x - 0,153 \cos 72 \frac{\pi}{\tau_p} x + \\ + 0,092 \cos 120 \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots) \cdot 10^{-3}]$$

5. Ako rotor ima cilindrični oblik i uzbuđen istosmjernom strujom proizvodi potpuno sinusno protjecanje $\Theta_1 = 1\,200 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x_1$ te se vrti brzinom od $1\,000 \text{ r min}^{-1}$, kako će izgledati raspodjela indukcije u raspóru stroja iz 4. zadatka? Treba uzeti u obzir samo prva dva člana izraza za vodljivost.

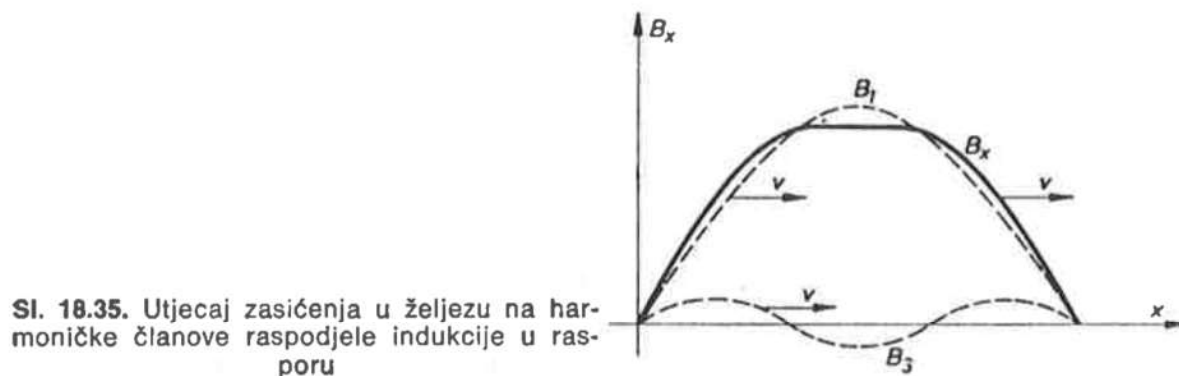
$$B_x = 0,528 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \varphi \right) + 0,275 \sin \left(25 \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \varphi \right) - \\ - 0,275 \sin \left(23 \frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t + \varphi \right) \text{ (T)}$$

6. Stroj u 4. i 5. zadatku dugačak je 1 m, a promjer mu je 1,20 m. Koji su iznosi i frekvencije napona induciranih u štupu na obodu statora?

$$[U_1 = 23,5 \text{ V, } 50 \text{ Hz; } U_{25} = 0,49 \text{ V, } 50 \text{ Hz; } U_{23} = 0,53 \text{ V, } 50 \text{ Hz}]$$

18.6. Zasićenje

►► Više članove u krivulji raspodjele indukcije mogu uzrokovati ne samo odstupanja protjecanja od sinusoide i promjenljivi zračni raspór nego i *zasićenje u željezu*. Dosad smo pretpostavljali da se cijelo protjecanje troši na raspór. Ako se uzme u obzir da zapravo treba odbiti dio protjecanja koji je utrošen na željezo, a od kojega najveći dio otpada na zube, bit će očito na mjestu maksimalne indukcije u raspóru i zasićenje u zubima najveće. Zbog zasićenja u željezu protjecanje za zube postaje tu nerazmjerno veliko, pa je dio koji preostaje za raspór znatno smanjen. Raspodjela indukcije predložena je krivuljom prema slici 18.35. znatno spljošte-



SI. 18.35. Utjecaj zasićenja u željezu na harmoničke članove raspodjele indukcije u raspóru

nom u sredini, što se može prikazati Fourierovim razvojem, uz osobito istaknut *osnovni, treći i peti* harmonički član.

Takva deformacija raspodjele indukcije u rasporu, uzrokovana *zasićenjem*, razlikuje se od deformacije koja je uzrokovana nesinusnom raspodjelom protjecanja. Okretno polje što su ga stvorila nesinusno raspodijeljena protjecanja vrtjelo se za svaki harmonički član svojom brzinom, koja je bila obrnuto proporcionalna redu harmoničkog člana. Ako je brzina osnovnog člana bila ω_s , onda se treći harmonički član vrtio brzinom $\omega_s/3$, peti harmonički član $\omega_s/5$, itd. Tu je, međutim, zasićenje vezano za raspored osnovnoga harmoničkog člana, pa se *cijela deformirana slika vrti zajedno s osnovnim harmoničkim članom* brzinom ω_s . Tako je izraz koji prikazuje raspodjelu indukcije uzevši osnovni harmonički član i treći harmonički član zbog zasićenja:

$$B_x = B_1 \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + B_3 \sin \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - 3 \omega t \right). \quad (1)$$

Taj treći harmonički član putuje brzinom ω_s , kao i osnovni harmonički član, i krivulja raspodjele indukcije ne mijenja oblik.

Viši harmonički članovi okretnog polja stvoreni zasićenjem inducirali bi u mirnom vodiču napone kojima je frekvencija proporcionalna redu harmoničkog člana ν :

$$f, 3f, 5f, \dots \nu f$$

Kod viših harmoničkih članova stvorenih nesinusnom raspodjelom protjecanja smanjena je njihova brzina u istom omjeru u kojem je povećan broj poluperioda u jednome polnom koraku, pa svi harmonički članovi induciraju napon iste, osnovne frekvencije.

Na kraju ponovimo razmatranja o polju u rasporu.

Protjecanja pojedinih namota zbrajaju se u *rezultirajuće protjecanje* koje daje sliku magnetskog polja u rasporu. Istosmjerne struje daju *mirna protjecanja*, no ako se namot nalazi na rotoru i rotira s njim, rotirat će i takvo protjecanje. Jednak efekt postiže se i namotom koji miruje, a u njemu teče izmjenična struja. Svako takvo *jednofazno protjecanje* može se prikazati superpozicijom dvaju jednakih *okretnih protjecanja* koja rotiraju u suprotnim smjerovima — *direktnog* i *inverznog*. *Višefazni namoti*, napajani višefaznim izmjeničnim strujama, mogu se izvesti tako da inverzno protjecanje nestane, a ostaje samo direktno (*simetrično okretno polje*). Takvo okretno protjecanje ekvivalentno je istosmjernom protjecanju namota koji mehanički rotira promatra li se samo osnovni harmonički član.

Sva su protjecanja periodički raspodijeljena po obodu stroja, gdje je osnovna perioda identična razmaku koji odgovara jednom paru polova na obodu stroja. Odstupanja od sinusne raspodjele uzrokuju superponirane valove trostrukog, peterostrukog, ..., ν -strukog broja polova. Okretno protjecanje s ν puta *više* polova okreće se ν puta *sporije*. No ako je frekvencija uzbudne struje μ puta *veća*, *povećava* se i brzina okretnog protjecanja μ puta. To dakako vrijedi i za onaj dio okretnog polja koji je proizveden višim harmoničkim članom reda μ nesinusne uzbudne struje.

Nesinusne struje s vremenskim harmoničkim članovima reda μ u višefaznom namotu koji daje prostorne članove protjecanja reda ν mogu dati ili direktno ili inverzno okretno protjecanje, ili oba, ili ni jedno, što ovisi o ν , μ i broju faza m .

Kao osnovna slika razmatraju se uvijek sinusna prostorna raspodjela (osnovni član) i sinusne struje osnovne frekvencije a utjecaj viših harmoničkih članova razmatra se po potrebi dodatno.

Raspodjela indukcije B po obodu stroja ovisi osim o raspodjeli protjecanja još i o magnetskoj vodljivosti u rasporu. Promjenljivi raspor može u raspodjeli indukcije dovesti do viših harmoničkih članova kojih u krivulji protjecanja nema. Tu je na prvom mjestu utjecaj istaknutih polova i utjecaj utora na obodu stroja. Krivulja indukcije deformira se osim toga i zbog zasićenja u željezu.

18.6. Zadaci



1. Okretno polje indukcije u rasporu ima osnovni harmonički član 100%, a zbog zasićenja pojavio se treći harmonički član od 20% i peti harmonički član od 10%. Ako je okretno polje nastalo priključkom na trofaznu mrežu od 50 Hz, kolika će biti frekvencija napona što ga okretno polje inducira u mirnom vodiču na obodu stroja, i to djelovanjem: a) osnovnoga; b) trećeg; c) petog harmoničkog člana?
[a) 50 Hz; b) 150 Hz; c) 250 Hz]
2. Označimo li napon što ga u vodiču iz 1. zadatka inducira osnovni harmonički član sa 100%, kolik će biti napon što ga inducira: a) treći; b) peti harmonički član?
[a) 20%; b) 10%]

19. Proračun magnetskog kruga

19.1. Uvod

►► Silnice polja magnetske indukcije B zatvorene su linije. Da bi se u zoni vodiča na obodu statora ili rotora proizvela određena gustoća silnica, tj. određena indukcija B , potrebno je da te silnice obuhvaćaju određene struje ili određeno strujno protjecanje $\Theta = \sum I$ koje je vezano s jakošću magnetskog polja H relacijom:

$$\Theta = \oint \mathbf{H}_l d\mathbf{l}, \quad (1)$$

gdje elementom puta $d\mathbf{l}$ treba množiti onu komponentu $\mathbf{H}_l$ jakosti polja $\mathbf{H}$ koja leži u smjeru $d\mathbf{l}$, a integracija se proteže na cijelu zatvorenu petlju oko protjecanja Θ . Na određenom mjestu vezane su vrijednosti jakosti magnetskog polja H i magnetske indukcije B izrazom:

$$B = \mu H = \mu' \mu_0 H.$$

U zraku je:

$$\mu' = 1$$

$$B_0 = \mu_0 H, \quad (2)$$

a u feromagnetskom materijalu ista jakost polja H izazvat će osim indukcije B_0 , koja bi se pojavila u zraku, još i dodatnu indukciju M :

$$B = B_0 + M = \mu_0 H + M = \mu H, \quad (3)$$

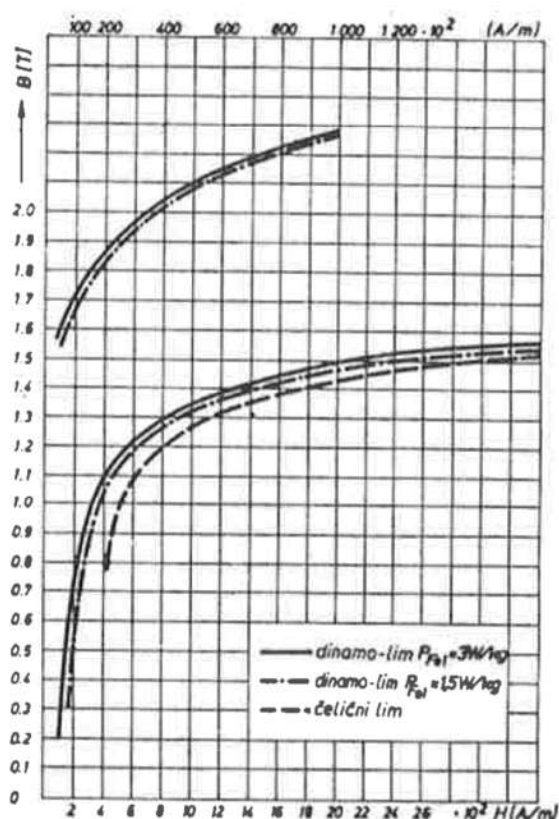
pri čemu je ova očito:

$$M = (\mu - \mu_0) H.$$

Permeabilnost za zrak je $\mu_0 = 0,4 \pi 10^{-6} = 1,257 \cdot 10^{-6}$ (Vs/Am), a za željezo je promjenljiva, ovisna o jakosti polja, a veličina joj je od više stotina do nekoliko tisuća puta veća od vrijednosti za zrak. Za istu indukciju B bit će jakost polja H mnogostruko manja u željezu nego u zraku. Tako ona za indukciju $B = 1$ T iznosi u zraku $H = 800\,000$ A/m, a u dinamo-limu određene kvalitete $H = 300$ A/m; za $B = 1,5$ T te su vrijednosti 1 200 000 A/m za zrak i 2 000 A/m za isti

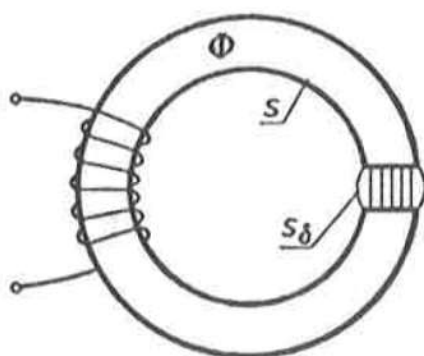
dinamo-lim. Da bismo proizveli potrebnu indukciju B što manjim uzбудnim protjecanjem — dakle što manjim strujama u namotu koji služi za stvaranje polja, u tzv. uzbudnom namotu — nastojimo što veći dio puta magnetskih silnica strpati u željezo, a što manji u zrak. To se ipak ne može postići u tolikoj mjeri kao npr. kod transformatora jer je za pretvorbu mehaničke energije potrebno mehaničko gibanje jednog dijela stroja prema drugome, rotora prema statoru, pa upravo na mjestu gdje želimo što veću gustoću silnica moramo između statora i rotora ostaviti zračnost (tzv. zračni raspor ili, kraće, »raspor« stroja) barem toliku da bi se omogućilo gibanje.

Ovisnost $B = f(H)$ daje se obično grafički kao tzv. krivulja magnetiziranja za određeni feromagnetski materijal (sl. 19.1). S takve krivulje mogla bi se za svaku



Sl. 19.1. Krivulja magnetiziranja

vrijednost H otčitati pripadna vrijednost B . Često se podaci daju i u tablicama. U složenijem magnetskom krugu, u kojem se magnetski tok Φ kao ukupan broj svih B silnica zatvara putovima različitih oblika, duljina i presjeka, te u različitim materijalima (različitih permeabilnosti) (sl. 19.2), ne možemo unaprijed znati kako će se ukupno magnetsko protjecanje $\Theta = \oint \mathbf{H}_t d\mathbf{l}$ raspodijeliti na pojedine dijelove zatvorene petlje po kojoj provodimo integraciju i, prema tome, ne možemo znati ni kolike će biti vrijednosti H u pojedinim odsječcima magnetskog kruga. Ukupni broj silnica jakosti polja H mijenja se pri svakoj promjeni permeabiliteta na njihovu putu, tj. pri prijelazu iz jednog sredstva u drugo, ili s područja jedne gustoće B -silnica u drugo. Naprotiv, ukupni broj B -silnica, tzv. tok Φ , ostaje nepromijenjena veličina jer je svaka silnica B zatvorena linija. Zbog toga je mnogo jednostavnije



$$B = \frac{\Phi}{S}$$

$$H = \frac{B}{\mu}$$

$$\Phi_{\delta} = \Phi$$

$$B_{\delta} = \frac{\Phi}{S_{\delta}}$$

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \neq H$$

SI. 19.2. Složeni magnetski krug

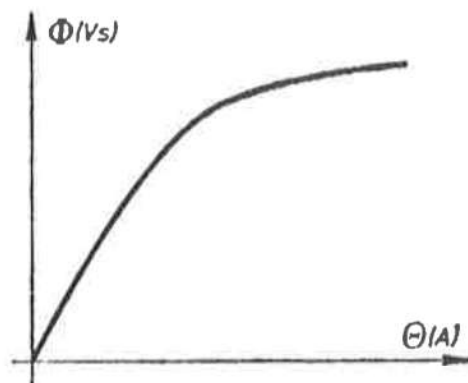
poći od određenog toka Φ , računati njegovu gustoću u pojedinim dijelovima magnetskog kruga za koji je ona približno konstantna:

$$B = \Phi/S$$

i onda, obrnutim postupkom, očitavati s krivulje magnetiziranja vrijednost H koja pripada indukciji B . Ako na taj način odredimo vrijednosti H na pojedinim mjestima, pa integriramo:

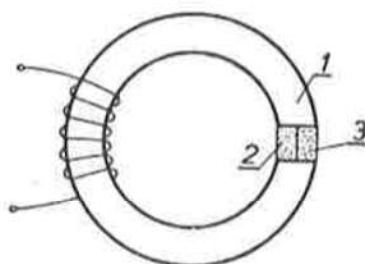
$$\Theta = \oint \mathbf{H}_l \, dl,$$

dobivamo potrebno protjecanje Θ da bi se uspostavio tok Φ koji smo odabrali kao polaznu vrijednost. Nekoliko vrijednosti toka Φ uz takav račun omogućuje crtanje tzv. *karakteristike magnetskog kruga* $\Phi = f(\Theta)$, iz koje možemo onda izvršiti i obrnutu operaciju, tj. očitati tok Φ koji bismo dobili uz neko zadano protjecanje Θ (sl. 19.3).



SI. 19.3. Karakteristika magnetskog kruga

U proračunu magnetskog kruga električnih strojeva čest je slučaj prema slici 19.4. Tu se jedan dio magnetskog kruga sastoji od dvije paralelne grane, (2) i (3),

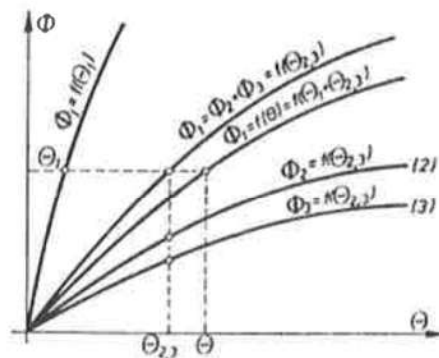


SI. 19.4. Složeni magnetski krug s paralelnim granama

različitih karakteristika, a dio (1) je zajednički. Po duljini paralelnih grana bit će tzv. *magnetski napon* $\int \mathbf{H}_l d\mathbf{l}$ jednak. Ako se, dakle, nacrtaju karakteristike $\Phi = f(\Theta)$ posebno za (2) i posebno za (3), zbroj ordinata je:

$$\Phi_2 + \Phi_3 = \Phi_1.$$

To je tok Φ_1 u preostalom dijelu (1) magnetskog kruga s kojim se računa protjecanje Θ_1 za taj dio kruga. Ukupno je protjecanje za cijeli krug jednako zbroju $\Theta_1 + \Theta_{2,3}$, pa je konačna karakteristika (v. sl. 19.5):

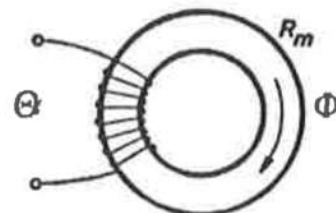
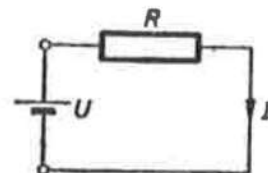


Sl. 19.5. Karakteristika složenoga magnetskog kruga prema slici 3.4

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = f(\Theta) = f(\Theta_1 + \Theta_{2,3}).$$

Između električnog i magnetskog kruga vlada analogija (sl. 19.6). *Naponu* izvora U odgovara *strujno protjecanje* Θ , *struji* I odgovara *tok* Φ , a *otporu* R odgovara *magnetski otpor* (reluktancija) R_m . Ohmovu zakonu $U = IR$ odgovara zakon magnetskog kruga:

$$\Theta = \Phi R_m. \quad (4)$$



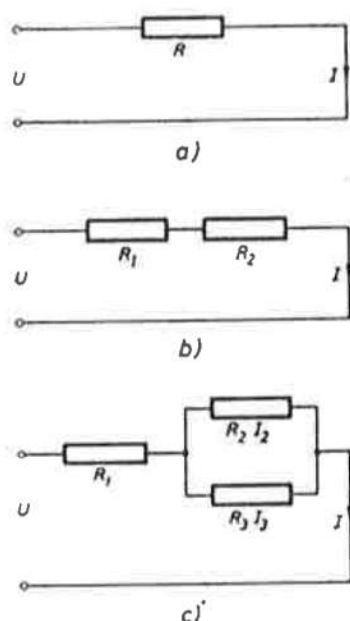
Sl. 19.6. Analogija magnetskog i električnog kruga

Pad napona na pojedinim dijelovima električnog kruga $U_d = IR_d$ odgovara *magnetskom naponu* na dijelovima magnetskog kruga $\Theta_d = H_d l_d = \Phi R_{md}$. Kao što je otpor u električnom krugu konstantnog presjeka S , duljine l i specifične

vodljivosti κ bio $R = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{S}$, tako je i reluktancija u magnetskom krugu presjeka S , duljine l i permeabiliteta μ ;

$$R_m = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{H l}{B S} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}. \quad (5)$$

Bitna je razlika u tome što je specifična vodljivost κ najčešće konstantna vrijednost, a permeabilnost μ najčešće nije, nego ovisi o H (ili B). U električnom krugu tome bi odgovarali otpori koji su naponski ili strujno ovisni i koji se ne mogu više navesti kao jedna vrijednost R , nego kao određena ovisnost $U = f(I)$. U jednostavnom slučaju (sl. 19.7.a) računica se svodi na očitavanje pripadnih vrijednosti U i I s dija-



Sl. 19.7. Električna analogija za složene magnetske krugove

grama. U slučaju prema slici 19.7.b dvije su karakteristike, pri čemu je struja u oba otpornika, R_1 i R_2 uvijek ista, ali je tu odmah jasno da se ne može početi od odabranog napona pa računati pripadnu struju, nego valja odabrati struju i računati napon koji je za tu struju potreban. Napokon, u primjeru na slici 19.7.c potrebno je početi od struje npr. I_2 , izračunati pad napona $U_2 = U_3$, odatle odrediti struju I_3 , te struju $I_1 = I_2 + I_3$ i ukupni napon $U = U_1 + U_2$. Taj postupak je analogan postupku pri proračunu magnetskog kruga, s time da bi krivulji magnetiziranja $B = f(H)$ odgovarala krivulja ovisnosti gustoće struje $\Gamma = I/S$ o električnom polju $E = U/l$:

$$\Gamma = f(E).$$

Potpuna analogija električnog i magnetskog kruga glasila bi prema tome (uzevši za usporedbu homogeni električni i homogeni magnetski krug):

Električna veličina	Magnetska veličina
napon U	protjecanje Θ
struja I	tok Φ

gustoća struje $I' = I/S$

električno polje $E = U/l$

specifična vodljivost $\kappa = I/E$

otpor $R = \frac{U}{I} = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{S}$

magnetska indukcija $B = \Phi/S$

magnetsko polje $H = \Theta/l$

permeabilnost $\mu = B/H$

reluktancija $R_m = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$

Ta analogija ima svoje granice, koje su očite čim pogledamo odnose dimenzija. Umnožak $U I$ u električnom krugu je snaga koju dovodimo. U magnetskom krugu analogni produkt $\Theta \Phi$ ima dimenziju VAs, tj. energije, a ne snage. Energija koju pretvaramo u toplinu u otporu R iznosi u električnom krugu:

$$A = U I t = I^2 R t \quad \text{Ws},$$

tj. ona raste proporcionalno vremenu uz konstantnu struju. Energija magnetskog polja nije ni u kakvoj vezi s vremenom, i može se pokazati da je za uspostavljanje toka Φ u magnetskom krugu potrebno dovesti energiju:

$$A = \frac{\Theta \Phi}{2} = \frac{1}{2} \Phi^2 R_m \quad \text{Ws}$$

bez obzira na trajanje tog procesa. Kad je postignuto stacionarno stanje, nije potreban nikakav utrošak snage da bi se ono održalo. *Dok je u električnom krugu otpora R za održavanje konstantne struje potrebno neprekidno trošenje energije, u magnetskom krugu otpora R_m za održavanje toka Φ nema utroška energije.* To pokazuje da je izražena analogija formalna, a ne bitna i tu je razlika između električnog i magnetskog kruga.

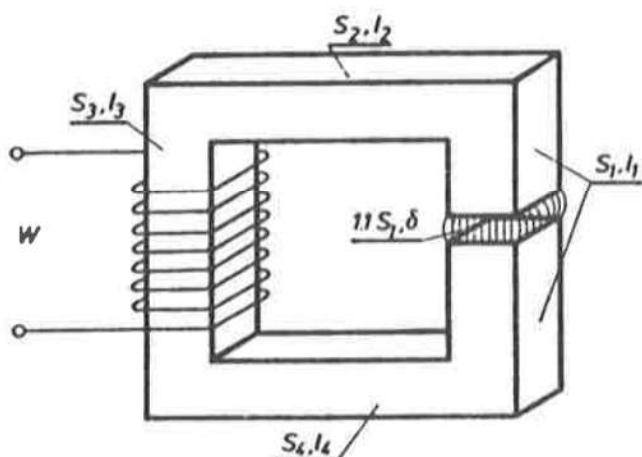
19.1. Zadaci



Napomena uz zadatke: U izradi zadataka s većim brojem numeričkih operacija obično se međurezultati zaokružuju, pa se račun nastavlja uvrštavanjem tako zaokruženih vrijednosti. Ako se više operacija spoji, koristeći se memorijom računala, može se konačni rezultat razlikovati ovisno o postupku računanja. Još veća odstupanja nastaju zbog neizbježnih razlika u očitavanju s grafički prikazanih ovisnosti — npr. s krivulje magnetiziranja. Tu treba tražiti razloge za moguće odstupanje u posljednjoj znamenici rezultata koji su navedeni uz zadatke.

1. Magnetski krug prema slici 19.8. napravljen je od dinamo-lima 3 W/kg s karakteristikom prema slici 19.1. Dimenzije su mu: $S_1 = 12 \text{ cm}^2$, $l_1 = 10,8 \text{ cm}$, $S_2 = 10 \text{ cm}^2$, $l_2 = 14 \text{ cm}$, $S_3 = 10 \text{ cm}^2$, $l_3 = 11 \text{ cm}$, $S_4 = 10 \text{ cm}^2$, $l_4 = 14 \text{ cm}$ i $\delta = 2 \text{ mm}$. Presjek u zračnom rasporu valja uzeti da je 1,1 S_1 zbog silnica s bočnih strana. Kolika je struja potrebna u namotu s $w = 1\,000$ zavoja da bi se u rasporu dobila indukcija od 0,9 T?

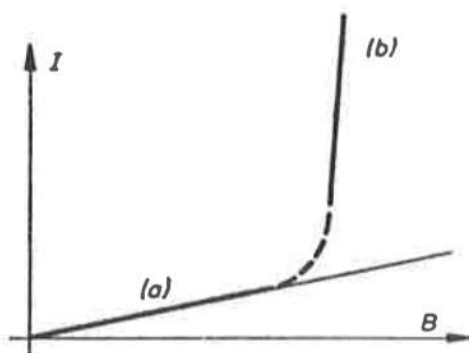
[1,67 A]



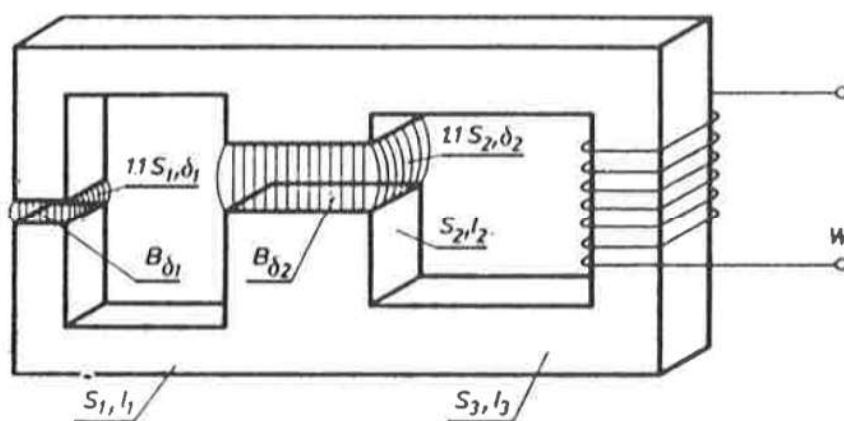
SI. 19.8. Uz 1. zadatak

2. Kako bi (kvalitativno) izgledala karakteristika ovisnosti struje I o indukciji B u rasporu iz 1. zadatka: a) kod malih zasićenja u željezu, gdje se magnetski napon za željezo može zanemariti; b) kod visokog zasićenja u željezu, uz $\mu \approx \mu_0$?

[SI. 19.9]



SI. 19.9. Rješenje 2. zadatka



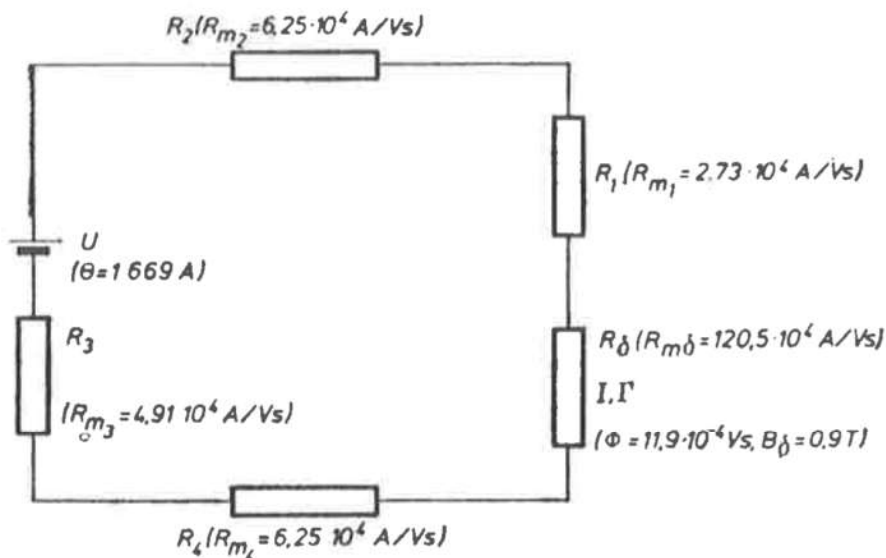
SI. 19.10. Uz 3. zadatak

3. Magnetski krug prema slici 19.10. od dinamo-lima 3 W/kg ima dimenzije: $S_1 = 8 \text{ cm}^2$, $l_1 = 20,8 \text{ cm}$; $S_2 = 40 \text{ cm}^2$, $l_2 = 10 \text{ cm}$; $S_3 = 15 \text{ cm}^2$, $l_3 = 20 \text{ cm}$, $\delta_1 = 2 \text{ mm}$ i $\delta_2 = 10 \text{ mm}$. Kolika je struja potrebna u namotu s $w = 710$ zavoja da bi se dobila indukcija $B_{\delta_1} = 1,1 \text{ T}$? Kolika je tada indukcija B_{δ_2} ?

[$I = 2,90 \text{ A}$, $B_{\delta_2} = 0,234 \text{ T}$]

4. Kako izgleda analogni električni krug za slučaj promatran u 1. zadatku? Kraj elemenata u shemi upišite analogne magnetske vrijednosti.

[Sl.19.11]



Sl. 19.11. Rješenje 4. zadatka

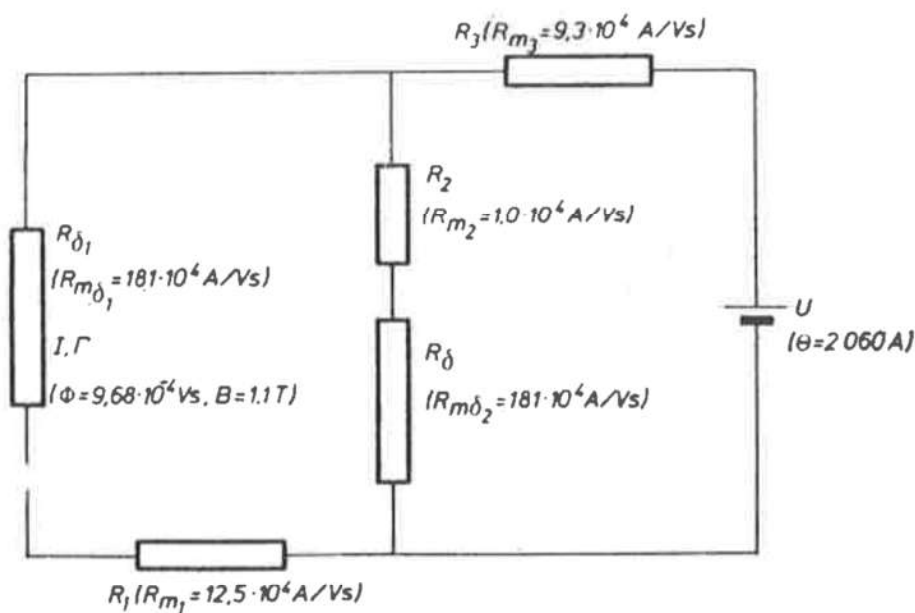
5. Koji uvjeti vrijede u nadomjesnom električnom krugu prema 4. zadatku za slučajeve a i b u zadatku 2.?

a) $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \cong 0$;

b) $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \gg R_\delta$

6. Kako izgleda električni analogni krug za slučaj u 3. zadatku i kolike su magnetske analogne vrijednosti?

[Sl. 19.12]



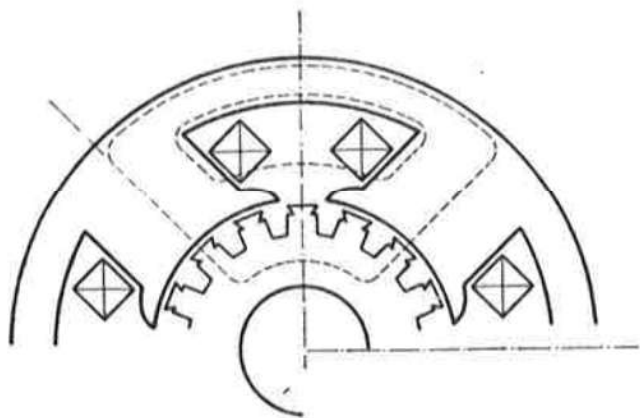
Sl. 19.12. Rješenje 6. zadatka

7. Magnetskom krugu ukupno je protjecanje $\Theta = 200$ A, a ukupni magnetski otpor $R_m = 2\,000$ A/Vs. a) Kolik će se magnetski tok Φ uspostaviti u krugu i koliko treba dovesti energije da bi se taj tok stvorio ako zanemarimo omski otpor uzbuđenog namota, a uzbuđu Θ dovedemo od vrijednosti $\emptyset$ do punog iznosa 20 A? b) Koliko se snage troši za održavanje tako stvorenog toka u magnetskom krugu?
[a) 0,1 Vs, 10 Ws; b) $\emptyset$ W]
8. Električni krug ima ukupni napon $U = 200$ V, a ukupni otpor $R = 2\,000$ Ω . a) Kolika će struja teći u krugu i koliko treba dovesti energije da bi se ta struja uspostavila ako zanemarimo induktivitet kruga, a napon podignemo od 0 na 200 V? b) Koliko se snage troši za održavanje struje u tom krugu?
[a) 0,1 A, $\emptyset$ Ws; b) 20 W]
9. Da se u magnetskom krugu stroja postigne tok $\Phi = 2 \cdot 10^{-2}$ Vs, potrebna je u uzbuđenom namotu od: a) 5 000 zavoja struja jaka 2 A; b) 2 500 zavoja 4 A. Koliku energiju treba dovesti uzbuđenom namotu da bi se uspostavio spomenuti tok, a koliku snagu valja trošiti za dalje održavanje toka u magnetskom krugu, ne računajući gubitke u uzbuđnome omskom otporu za a i b?
[a) 100 Ws, $\emptyset$; b) 100 Ws, $\emptyset$]

19.2. Podjela

►► Ukupno potrebno protjecanje da bi se dobio magnetski tok određene veličine određujemo tako da cjelokupni magnetski krug podijelimo na pojedine karakteristične odsječke gdje se za svaki jakost polja H smije uzeti konstantnom, a dužina im je l poznata. Za svaki pojedini odsječak računamo tada magnetski napon Hl , a zbrajanjem svih magnetskih napona dobivamo ukupno *protjecanje po paru polova* (sl. 19.13):

$$\Theta = \sum Hl = \sum V. \quad (1)$$



Sl. 19.13. Magnetski krug električnog stroja

Polovica toga ukupnog protjecanja bit će smještena oko svakog pola (*protjecanje po polu*):

$$\Theta_1 = I w_p = \frac{1}{2} \sum Hl. \quad (2)$$

Karakteristični dijelovi magnetskog kruga su ovi:

- a) *zračni raspor*, s magnetskim naponom V_δ ;
- b) *zubi* na statoru (V_{zs}), ili zubi na rotoru (V_{zr}), ili zubi na statoru i na rotoru ($V_{zs} + V_{zr}$);
- c) *polovi* statora ili polovi rotora, ako ih ima (V_p);
- d) *jaram statora* V_{js} ;
- e) *jaram rotora* V_{jr} .

Prema slici 19.13, ukupni magnetski napon sastavljen je ovako:

$$\Theta = 2 V_\delta + 2 V_z + 2 V_p + V_{js} + V_{jr} \quad (3)$$

odnosno potrebna uzbuda po polu određena je sa:

$$\Theta_1 = I w_p = V_\delta + V_z + V_p + \frac{1}{2} (V_{js} + V_{jr}). \quad (4)$$

19.2. Zadaci



1. Sinhroni stroj ima 24 pola i uzбудni namot s ukupno 1 800 zavoja, presjeka od 50 mm^2 . Za uzbuđu treba po jednom paru polova protjecanje od 28 400 A. Kolika će biti uzbudna struja? Kolik će biti uzbudni napon ako je srednja duljina zavoja 1,52 m? Pri tome je specifična vodljivost toplog bakra 47 S m/mm^2 .

[189 A; 220 V]

2. Sinhroni stroj ima 12 polova, promjer provrta 2,3 m i idealnu duljinu paketa limova 0,83 m. Ako se pretpostavi sinusna raspodjela indukcije u rasporu i dopusti maksimalna vrijednost indukcije od 0,85 T, kolik je tok s kojim treba računati potrebno protjecanje za uzbuđu stroja?

[0,27 Vs]

19.3. Zračni raspor

► Na raznim mjestima zračnog raspora jakost indukcije bit će različita. *Indukcijom u zračnom rasporu* B_δ nazivamo u tom slučaju vrijednost indukcije na mjestu najvećeg protjecanja, dakle u sredini pola, pri čemu u prvi mah zanemarujemo utjecaj utora. Ta vrijednost indukcije odstupa od *srednje vrijednosti* B_{sr} , koja bi dala tok Φ ako je pomnožimo iznosom presjeka u zračnom rasporu ispod jednog pola:

$$\Phi = B_{sr} \tau_p l_i. \quad (1)$$

Označimo li odnos srednje i maksimalne vrijednosti s α_l ,

$$\alpha_l = B_{sr}/B_\delta, \quad (2)$$

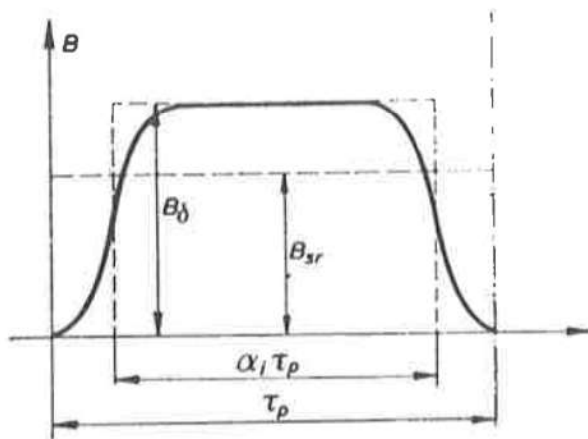
dobivamo tok:

$$\Phi = B_\delta \alpha_l \tau_p l_i. \quad (3)$$

S l_i je pri tome označena *idealna duljina stroja* kod koje se uzelo u obzir smanjenje ukupne duljine l nastalo zbog rashladnih raspora što se ostavljaju kod dužih paketa kako bi rashladni zrak mogao radijalno strujati i odvoditi toplinu iz njihove unutrašnjosti. Idealna duljina l_i može se, dakle, definirati kao ona duljina stroja koja bi dala isti tok Φ kad ne bi bilo rashladnih raspora. Ta je duljina nešto manja od duljine paketa u koju su uključeni i rashladni kanali, a nešto veća od čiste duljine željeza u paketu. Na sličan način možemo kao *idealni polni korak*:

$$\tau_{pi} = \alpha_i \tau_p \quad (4)$$

definirati onaj polni korak koji bi uz maksimalnu indukciju B_δ dao isti tok što ga dobivamo uz stvarni polni korak τ_p i srednju indukciju B_{sr} (sl. 19.14).

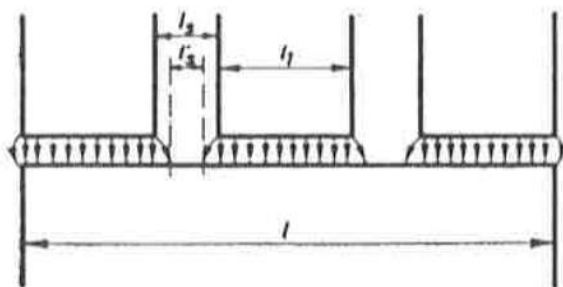


Sl. 19.14. Indukcija u rasporu i idealan polni korak

Da bi se odredila idealna duljina stroja, valja od ukupne duljine l odbiti iznos $n l'_s$:

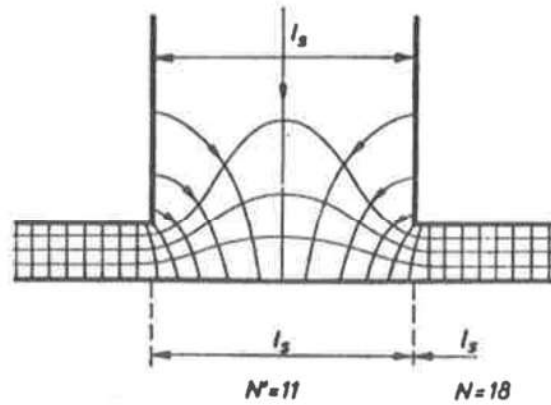
$$l_i = l - n l'_s, \quad (5)$$

gdje je n broj rashladnih kanala, a $l'_s < l_s$ *gubitak efektivne duljine* zbog jednoga rashladnog kanala (sl. 19.15). Taj gubitak nije jednak stvarnoj širini rashladnog kanala l_s jer nešto silnica prolazi kroz zračni raspor i u području rashladnih kanala.



Sl. 19.15. Ukupna i idealna dužina stroja

Kako se određuje l'_s vidi se na slici 19.16. Ako se nacrtaju mreža silnica i ekvipotencijalnih linija (koje se uvijek sijeku pod pravim kutom) tako da dobivena polja budu uvijek iste srednje dimenzije kad ih mjerimo u smjeru silnice i u smjeru ekvipotencijalne linije, onda je magnetski otpor između dviju susjednih silnica uvijek



Sl. 19.16. Određivanje utjecaja rashladnih kanala metodom cijevi polja

$$l'_s \approx \frac{7}{18} l_s$$

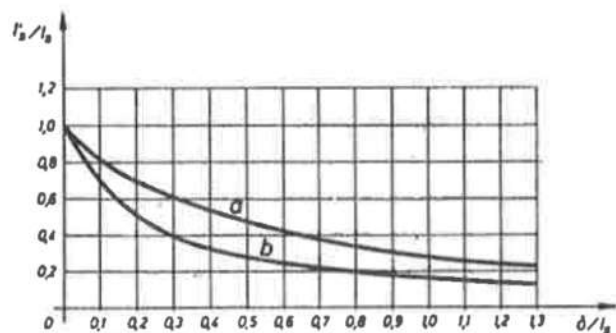
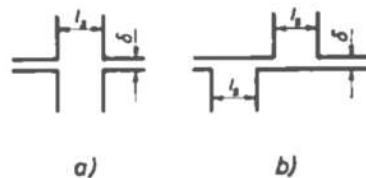
isti, bilo da koje dvije susjedne ucrtane silnice predočavaju konturu cijevi polja s uvijek istim obuhvaćenim tokom. Ukupni tok dobiva se jednostavno prebrojavanjem ucrtanih silnica. Gubitak duljine l'_s može se izraziti gubitkom broja silnica na duljini l_s , tj.:

$$l'_s = \frac{N - N'}{N} l_s, \quad (6)$$

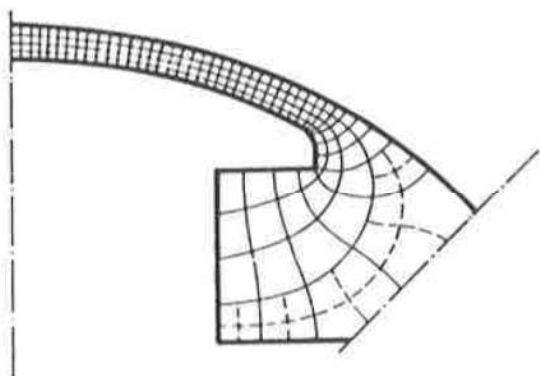
gdje je N broj silnica na duljinu l_s u području jednolike gustoće, a N' broj silnica ispod rashladnog kanala. Može se, naravno, sličan postupak izvršiti matematičkom ili numeričkom analizom polja. U praksi obično se služimo rezultatima analiza prema slici 19.17. Za međusobno pomaknute kanale (krivulja b) treba posebno odbiti duljine za statorske, a posebno za rotorske kanale:

$$l_l = l - n_s l'_s - n_r l'_r. \quad (7)$$

Sl. 19.17. Efektivni gubitak dužine stroja zbog rashladnih kanala statora i rotora smještenih: a) u istoj ravnini, b) razmaknuto

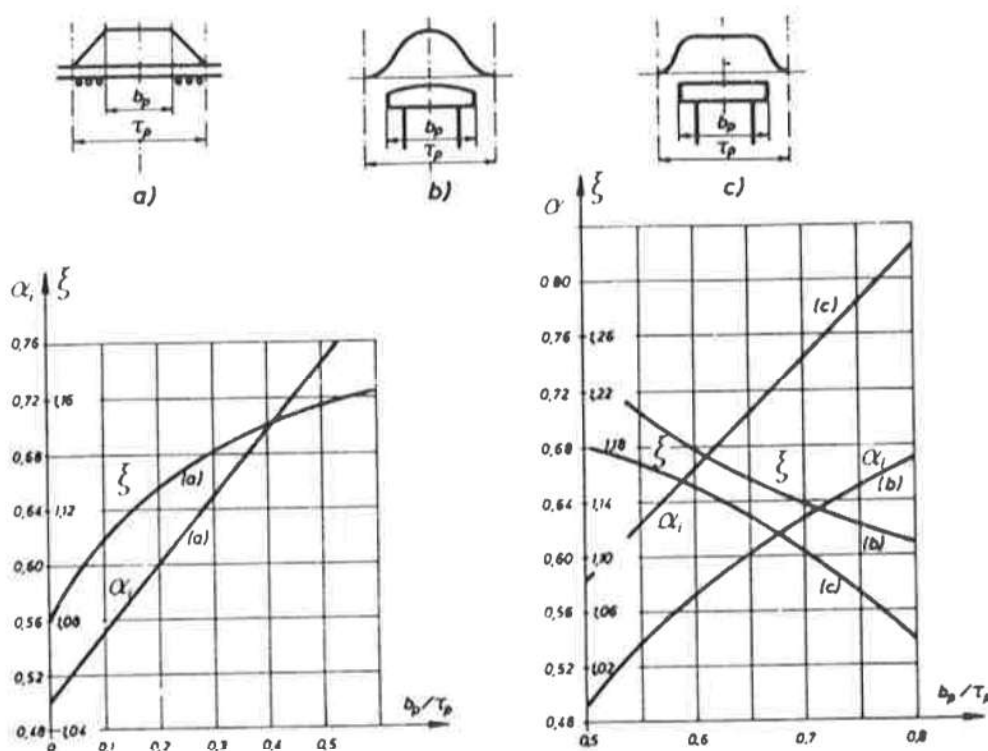


Faktor a_l za određivanje idealnoga polnog koraka mogao bi se na sličan način tražiti metodom cijevi polja (sl. 19.18). Kod *istaknutih polova sinhronog stroja* valja razlikovati slučaj gdje se zračni raspodjela pod polom mijenja, kako bi se raspodjela



Sl. 19.18. Određivanje idealnog polnog koraka metodom cijevi polja

indukcije približila sinusnoj, od onoga gdje je zračni raspored *konstantne duljine*. Za oba slučaja prikazan je faktor α_l ovisno o omjeru širine pola b_p i polnog koraka τ_p na slici 19.19. Na istoj slici je i faktor α_l za turbogeneratore, dakle za *cilindrični*



Sl. 19.19. Omjer srednje i maksimalne vrijednosti indukcije u rasporu α_l i faktor oblika kod sinhronog stroja: a) za cilindrične polove, b) za istaknute polove s rasporedom prilagođenim sinusnoj raspodjeli, c) s konstantnim rasporedom (L. 15)

stator i rotor. Sve su te krivulje rezultat prikupljenog iskustva iz proračuna i mjerenja na većem broju strojeva, i njima se koristimo da bismo izbjegli crtanje slike polja ili dugotrajne analize za svaki pojedini slučaj. Za polje u rasporu *istosmjernog stroja* mogu se iskustveni podaci dobro aproksimirati izrazom:

$$\alpha_l = \frac{b_p + 2\delta}{\tau_p} \quad (8)$$

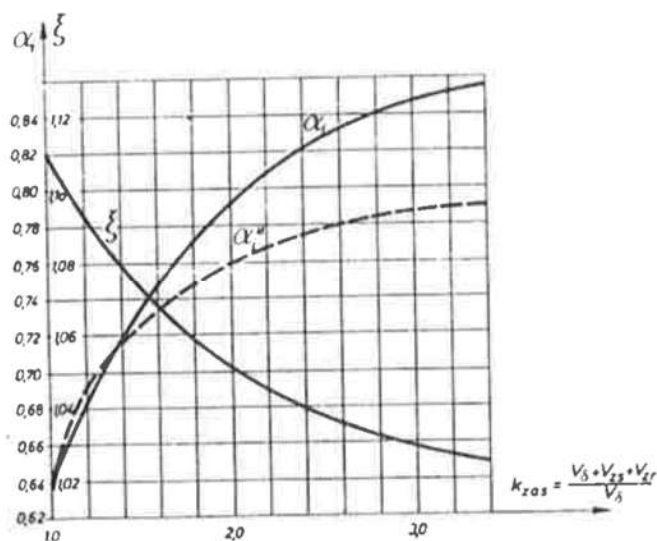
Kod *asinhronog stroja*, koji ima cilindričan stator i rotor, raspodijelenu uzbudu i karakteristično spljoštenje krivulje raspodjele indukcije u rasporu zbog zasićenja u zubima, faktor α_i ovisi o stupnju zasićenja, što se karakterizira *faktorom zasićenja*:

$$k_{zas} = \frac{V_\delta + V_{zs} + V_{zr}}{V_\delta} \quad (9)$$

Na slici 19.20. unesena je krivulja $\alpha_i = f(k_{zas})$ za asinhronne motore. Budući da faktor zasićenja k_{zas} nije unaprijed poznat, treba pretpostaviti neku vrijednost (obično $k_{zas} = 1,4$) i s tom vrijednošću izračunati indukciju:

$$B_\delta = \frac{\Phi}{\alpha_i \tau_p l_i} \quad (10)$$

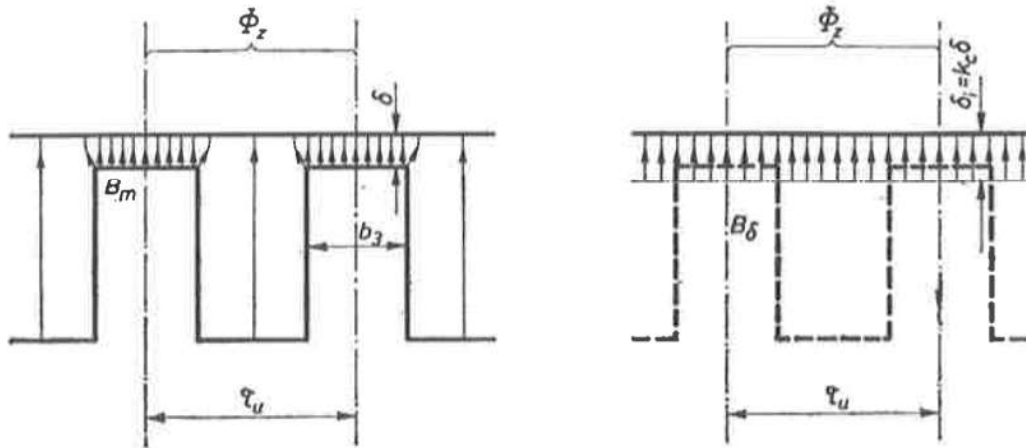
pa odrediti V_δ , V_z i V_{zr} , te faktor zasićenja k_{zas} , koji će se obično razlikovati od pretpostavljene vrijednosti. Da bi se izbjeglo nekoliko ponavljanja proračuna dok se pretpostavljena i rezultirajuća vrijednost za k_{zas} poklope, služimo se pomoćnom krivuljom α''_i (sl. 19.20). Za faktor zasićenja koji smo na temelju osnovne pret-



Sl. 19.20. Faktori α_i i ξ , te pomoćni faktor α''_i u ovisnosti o faktoru zasićenja kod asinhronog stroja (L. 15)

postavke računom dobili otčitamo vrijednost α''_i , što odgovara faktoru α_i za neku interpoliranu vrijednost faktora k_{zas} između pretpostavljene i izračunane. Krivulja $\alpha''_i = f(k_{zas})$ položena je tako da obično odmah daje pretpostavku koja se dovoljno točno podudara s rezultatom drugog računa.

Tako određena indukcija u rasporu pod sredinom pola B_δ dobivena je uz zanemarenje utora. Ako na jednoj strani raspora postoje utori (sl. 19.21), na mjestu utorskog otvora silnice će biti prorijeđene. Da bi za jedan utorski korak (ili korak zuba) tok Φ_z ostao nepromijenjen, moraju silnice na mjestu zuba biti gušće od prosječne gustoće, tj. maksimalna indukcija B_m mora biti veća od prosječne vrijednosti B_δ unutar jednoga utorskog koraka pod sredinom pola koju smo izračunali uz pretpostavku da utora nema. Maksimalna vrijednost B_m pojavljuje se iznad zuba, gdje



Sl. 19.21. Uz definiciju Carterova faktora i idealnog raspora

je duljina zračnog raspora δ , pa potrebiti magnetski napon odgovara upravo toj indukciji B_m na mjestu pod sredinom pola:

$$V_\delta = \frac{B_m}{\mu_0} \delta. \quad (11)$$

Međutim, računom lako dobivamo *srednje vrijednosti* za utorski korak B_δ , a ne vrijednosti B_m . Ako nacrtamo sliku polja za jedan korak zuba, možemo i opet metodom cijevj polja prebrojiti silnice i vidjeti kolika je najveća i kolika prosječna gustoća. Budući da je cijelo to polje u zraku, gdje vrijede linearni odnosi, očito je da odnos B_m/B_δ ostaje kod bilo koje indukcije uvijek isti, te ovisi samo o geometrijskom rasporedu, a može se obuhvatiti i analitičkim izrazom:

$$k_{c1} = \frac{o_1 + 5\delta}{o_1 \frac{\tau_{u1} - o_1}{\tau_{u1}} + 5\delta} > 1 \quad (12)$$

ako su utori samo na statoru, i:

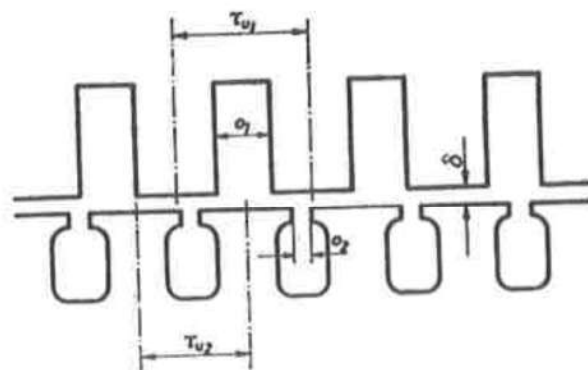
$$k_{c2} = \frac{o_2 + 5\delta}{o_2 \frac{\tau_{u2} - o_2}{\tau_{u2}} + 5\delta} > 1 \quad (13)$$

ako su utori samo na rotoru, ili:

$$k_c = k_{c1} k_{c2} \quad (14)$$

ako su utori i na statoru i na rotoru (oznake prema sl. 19.22). Taj *Carterov faktor* k_c označava omjer B_m/B_δ , pa se magnetski napon može računati iz poznate vrijednosti B_δ pod sredinom pola:

$$V_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} k_c \delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta_1. \quad (15)$$



Sl. 19.22. Određivanje Carterova faktora

Vrijednost:

$$\delta_l = k_c \delta \quad (16)$$

znači nadomjesni raspor ili *idealnu duljinu raspora*.

Uvođenjem Carterova faktora otpada potreba da se određuje maksimalna indukcija pod zubom. Umjesto toga računa se vrijednost B_δ pod sredinom pola uz zanemarene utore, ali se umjesto stvarne duljine raspora δ uvodi nešto veća idealna duljina δ_l , tako da bude:

$$\frac{B_\delta \delta_l}{\mu_0} = \frac{B_m \delta}{\mu_0} = V_\delta. \quad (17)$$

19.3. Zadaci

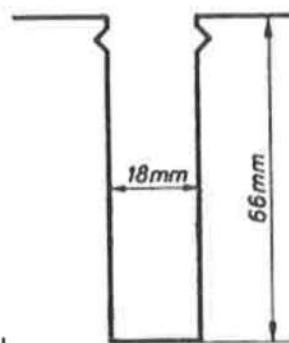


1. Sinhroni stroj ima paket statora sa 14 rashladnih kanala duljine $l_s = 10$ mm, a cijela duljina paketa zajedno s rashladnim kanalima iznosi $l = 0,850$ m. Duljina zračnog raspora je 11,4 mm. Kolika je idealna duljina stroja l_l ? Rotor nema rashladnih kanala.

$$[l_l = 0,829 \text{ m}]$$

2. Sinhroni generator iz 1. zadatka ima prema slici 19.23. na statoru 180 utora. Kolika je idealna duljina zračnog raspora? Kolik je utorski korak pri vrhu utora, u sredini i pri dnu utora? Provrt je 2,3 m.

$$[k_c = 1,12, \delta_l = 12,8 \text{ mm}; \\ (\tau_{u1})_3 = 40,1 \text{ mm}, \\ (\tau_{u1})_2 = 41,3 \text{ mm}, \\ (\tau_{u1})_1 = 42,5 \text{ mm}]$$



Sl. 19.23. Dimenzije utora u 2. zadatku

3. Stroj iz prva dva zadatka ima 12 polova širine $b_p = 0,452$ m. Polovi su formirani tako da raspodjelu indukcije približe sinusnom obliku. Kolik je magnetski napon potreban na zračnom rasporu da bi tok u rasporu bio 0,296 Vs?

$$[a_t = 0,65; B_\delta = 0,91 \text{ T}; V_\delta = 9\,280 \text{ A}]$$

4. Asinhroni motor ima zračni raspor od 0,35 mm. Poluotvorenim utorima na statoru i rotoru korak je $\tau_{u1} = 13,25$ mm i $\tau_{u2} = 10,8$ mm te utorski otvor širine $o_1 = 3$ mm i $o_2 = 1$ mm. Kolik je Carterov faktor i idealna duljina zračnog raspora?

$$[k_c = 1,167 \cdot 1,035 = 1,208; \delta_t = 0,42 \text{ mm}]$$

5. Asinhroni motor u 4. zadatku ima $p = 2$, promjer u provrtu $D = 152$ mm i idealnu duljinu $l_t = 100$ mm. Treba za tok u rasporu $\Phi = 0,582 \cdot 10^{-2}$ Vs izračunati indukciju u sredini raspora B_δ i magnetski napon na zračnom rasporu V_δ , uz pretpostavku da je faktor zasićenja:

$$k_{zas} = \frac{V_\delta + V_{zs} + V_{zr}}{V_\delta} = 1,4.$$

$$[B_\delta = 0,681 \text{ T}, V_\delta = 229 \text{ A}]$$

6. Izračunavanjem magnetskog napona u zubima za motor iz 5. zadatka dobili smo za zub statora $V_{zs} = 98$ A i za zub rotora $V_{zr} = 16$ A. Treba odrediti faktor zasićenja k_{zas} koji odgovara tim podacima, zatim provesti korekciju (samo jedan korak) i odrediti konačnu vrijednost indukcije B_δ , magnetskog napona V_δ i faktora zasićenja k_{zas} .

$$[B_\delta = 0,673 \text{ T}, V_\delta = 226 \text{ A}, k_{zas} = 1,46]$$

19.4. Zubi



Magnetski tok Φ_z koji pripada jednom zubu pod sredinom pola iznosi:

$$\Phi_z = \tau_u l_t B_\delta, \quad (1)$$

gdje je τ_u utorski korak, a l_t je idealna duljina stroja. Presjek željeza u zubu iznosi:

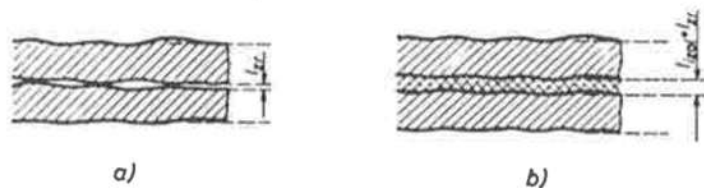
$$q_z = b_z k_{Fe} l_{Fe}, \quad (2)$$

gdje b_z označuje širinu zuba na promatranom mjestu, a l_{Fe} ($= \Sigma l_1$, prema slici 19.15) ukupna je *bruto-duljina željeza*, ili *mjeriva duljina željeza*, u kojoj su, međutim, sadržani i razmaci među limovima, bez željeza.

Limovi uvijek imaju manje ili više nepravilnu površinu. Zbog tih hrapavosti oni ne bi posve prijanjali jedan uz drugi čak ni onda kad bi se tako poslagali da nema nikakve izolacije među njima, već da se dodiruju istaknutim točkama a ostali dio površina ostaje razmaknut za određenu zračnost (sl. 19.24). Povrh toga, limove treba međusobno električki izolirati, što još više povećava prostor bez željeza između njih. Kad bi se znale prosječne vrijednosti za zbroj svih zračnosti l_{zr} i za debljinu svih

izolacija l_{izol} , te za debljinu čistog željeza u paketu l_{Fe} , mogao bi se definirati *faktor punjenja željeza* kao omjer neto-duljine i bruto-duljine željeza u paketu:

$$k_{Fe} = \frac{l_{Fe_n}}{l_{Fe_n} + l_{izol} + l_{zr}} = \frac{l_{Fe_n}}{l_{Fe}} < 1. \quad (3)$$



Sl. 19.24. Faktor punjenja željeza kod: a) neizoliranih limova, b) izoliranih limova

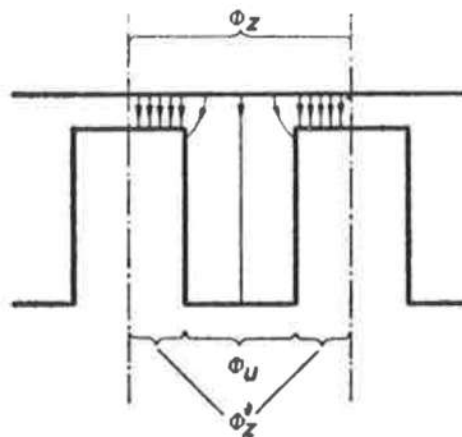
Taj se faktor kreće od 0,92 do 0,98, prema vrsti lima i proizvođaču, te načinu izolacije. Tako definiran faktor k_{Fe} nije samo omjer duljine čistog željeza prema ukupnoj duljini paketa limova nego i omjer presjeka željeza prema ukupnom presjeku i omjer volumena čistog željeza prema ukupnom volumenu. Gdje god je magnetski krug napravljen od limova, potrebno je presjek dobiven računom iz dimenzija koje se mogu izmjeriti pomnožiti faktorom punjenja k_{Fe} da bi se dobio *čisti presjek željeza*.

Tzv. *računska indukcija u zubu*, tj. indukcija uz pretpostavku da sav tok ide samo kroz zub, bila bi:

$$B_z = \frac{\Phi_z}{q_z} = \frac{\tau_u l_l B_\delta}{b_z l_{Fe} k_{Fe}}. \quad (4)$$

Međutim, kod većih indukcija B_z (negdje od 1,8 T dalje) ne može se zanemariti dio toka koji se paralelno zatvara kroz utor. Prema slici 19.25, vrijedi:

$$\Phi_z = \Phi'_z + \Phi_u. \quad (5)$$



Sl. 19.25. Računska i stvarna idukcija u zubu

Podijelimo to presjekom zuba q_z :

$$\frac{\Phi_z}{q_z} = \frac{\Phi'_z}{q_z} + \frac{\Phi_u}{q_z} \frac{q_u}{q_u}$$

$$B_z = B'_z + \frac{q_u}{q_z} B_u. \quad (6)$$

Taj izraz kaže da je računska indukcija u zubu B_z jednaka *stvarnoj indukciji u zubu* B'_z povećanoj za *korigiranu utorsku indukciju* $B_u q_u/q_z$. Označimo omjer presjeka utora i zuba sa:

$$k_z = q_u/q_z = \frac{\tau_u - k_{Fe} b_z}{k_{Fe} b_z}, \quad (7)$$

gdje τ_u znači utorski korak, b_z je širina zuba, a k_{Fe} je faktor punjenja željeza.

Budući da u utoru nema željeza, može se indukcija u utoru izraziti jakošću polja, pa izraz (6) glasi:

$$B_z = B'_z + \mu_0 k_z H_u. \quad (8)$$

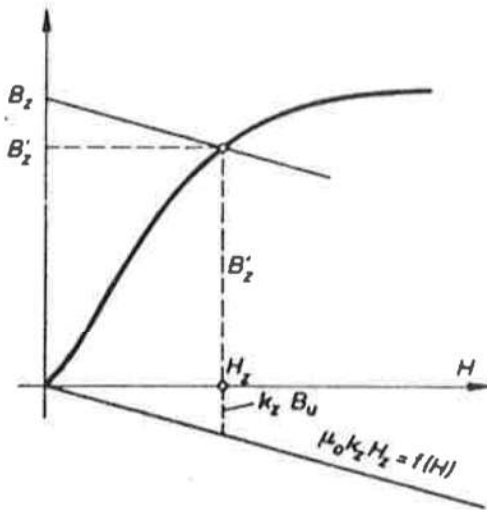
Na zubu i na utoru magnetski je pad napona isti:

$$H_z l_z = H_u l_u,$$

a dužine su jednake, pa izlazi da je;

$$H_z = H_u. \quad (9)$$

Oba člana na desnoj strani jednadžbe (8), i B'_z i $\mu_0 k_z H_u$, funkcije su iste jakosti polja H_u . Prvi član ovisno o jakosti polja H_z prikazan je krivuljom magnetiziranja, a drugi pravcem ispod apscisne osi nagiba $\mu_0 k_z$. S krivulje magnetiziranja može se na osnovi *računske indukcije* u zubu dobiti *stvarna indukcija* B'_z i pripadna *akost* polja H_z konstrukcijom prema slici 19.26.



Sl. 19.26. Magnetski napon visoko zasićenog zuba

Kod promjenljivog presjeka zuba obično se račun ponavlja za tri presjeka — pri vrhu, u sredini i pri dnu zuba, pa se računa po Simpsonovoj formuli:

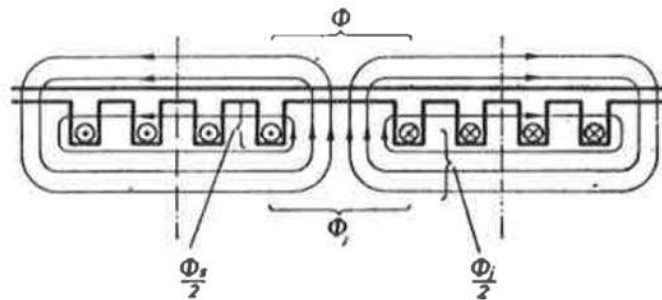
$$H_z = \frac{H_1 + 4 H_2 + H_3}{6} \quad (10)$$

$$V_z = H_z l_z. \quad (11)$$

Najčešće je dovoljno točno ako se računa samo jedna vrijednost, za koju se odabere presjek trećinu visine zuba udaljen od uže strane zuba.

Kod zubi između kojih je uzбудni namot smješten kao u statora asinhronog motora ili rotora turbogeneratora valja računati s *rasipnim tokom* koji se zatvara poprečno kroz utora (sl. 19.27). Ako po jednom polu ima q_p utora, na svaki utor u poprečnom smjeru djeluje magnetski napon:

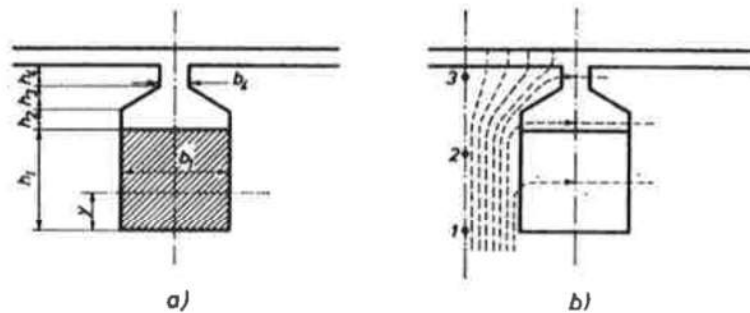
$$V_{s1} = \frac{2 V_\delta + 2 V_{z2} + V_{f2}}{q_p} \quad (12)$$



Sl. 19.27. Rasipni tok i tokovi jarmova

na vrhu utora, tj. tamo gdje je ulančena cijela njegova struja, kao na dijelu utora visine h_4 , h_3 i h_2 prema slici 19.28. Ispod toga, na dijelu utora visine h_1 u kojem su smješteni vodiči s uzbudnom strujom, protjecanje za poprečni tok iznosi na visini y od dna utora:

$$V_{s1y} = V_{s1} \frac{y}{h_1}.$$



Sl. 19.28. Rasipni tok kroz utore

Kad u uzbudnom namotu teče istosmjerna struja, zanima nas samo iznos rasipnog toka, a ne podatak koliko je taj tok ulančen s uzbudnim namotom (koji je kod izmjenične struje važan zbog izračunavanja reaktancije). Zato ćemo računati samo poprečni tok Φ , a ne poprečni *ulančeni* tok Ψ . Tako dobivene magnetske vodljivosti λ nisu identične vrijednostima rasipne vodljivosti utora pri izračunavanju reaktancija u odjeljku 21.6, kod kojih se svaki element poprečnog toka množi stupnjem njegova ulančenja.

Ako se za oblik utora prema slici 19.28.a, koji može poslužiti i kao uzorak za slično računanje kod drugih oblika, izračuna poprečni tok, bit će on za rasipanje s jedne strane simetrale utora:

$$\begin{aligned}\Phi_s &= \int_0^{h_1} V_{s1} \frac{y}{h_1} \frac{1}{b_1} \mu_0 l dy + \int_{h_1}^{h_1+h_2} V_{s1} \frac{1}{b_1} \mu_0 l dy + \\ &+ \int_{h_1+h_2}^{h_1+h_2+h_3} V_{s1} \frac{1}{b_1 - \frac{y}{h_3}(b_1-b_4)} \mu_0 l dy + \int_{h_1+h_2+h_3}^{h_1+h_2+h_3+h_4} V_{s1} \frac{1}{b_4} \mu_0 l dy = \\ &= V_{s1} \mu_0 l (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4),\end{aligned}\quad (13)$$

gdje λ označuje magnetske vodljivosti ili *vodljivosti za magnetski rasipni rok* u poprečnom smjeru po jedinici duljine stroja za pojedine dijelove utora, koje će biti:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= \frac{h_1}{2 b_1}, & \lambda_3 &= \frac{h_3}{b_1 - b_4} \ln \frac{b_1}{b_4}, \\ \lambda_2 &= \frac{h_2}{b_1}, & \lambda_4 &= \frac{h_4}{b_4}.\end{aligned}$$

Odatle izlaze dva zaključka:

1. Tok koji prelazi u *jarmove uzbuđenog dijela* stroja *veći* je od toka Φ u rasporu ispod pola za iznos rasipnog toka Φ_s (sl. 19.27):

$$\Phi_{j1} = \Phi + \Phi_s. \quad (14)$$

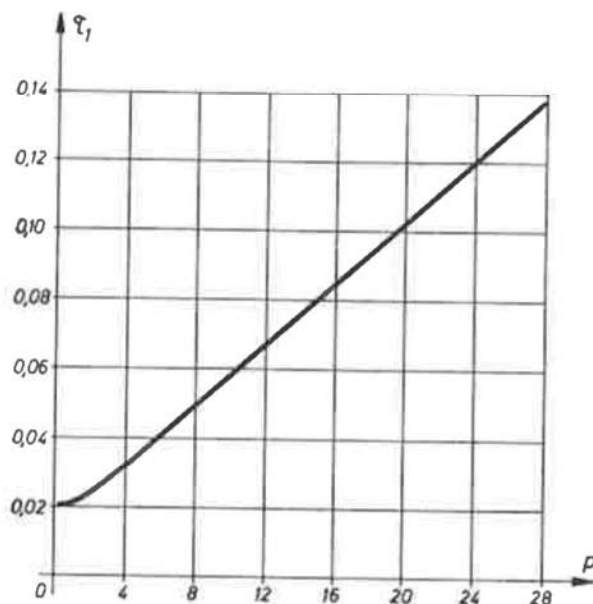
2. Indukcija u zubu uzbuđenog dijela najveća je pri *korijenu zuba*, pa se zbog poprečnog toka u utorima smanjuje prema glavi zuba. Praktički se to uzima u obzir rasipnim faktorom τ_1 . Najčešće vrijednosti tog faktora, koje iznose nekoliko stotinki, ovisno o broju pari polova asinhronog stroja, prikazane su na slici 19.29. Indukcije na mjestima 1, 2 i 3 u zubu (sl. 19.28. b) računaju se s korekcijom zbog rasipnog toka:

$$B_{z1} = \frac{\tau_u l_i B_\delta}{b_{z1} l_{Fe} k_{Fe}} (1 + \tau_1) \quad (15)$$

$$B_{z2} = \frac{\tau_u l_i B_\delta}{b_{z2} l_{Fe} k_{Fe}} \left(1 + \frac{2}{3} \tau_1 \right) \quad (16)$$

$$B_{z3} = \frac{\tau_u l_i B_\delta}{b_{z3} l_{Fe} k_{Fe}} \left(1 + \frac{1}{3} \tau_1 \right), \quad (17)$$

pa se već opisanim postupkom uzima korekcija zbog uzdužne vodljivosti utori a po Simpsonovoj se formuli određuje magnetski napon za zub V_z .



Sl. 19.29. Rasipni faktor τ_1 u ovisnosti o broju pari polova

19.4. Zadaci



1. Kolika je mjeriva ili bruto-duljina željeza l_{Fe} u zadatku 19.3.1, a kolika neto-duljina željeza l_{Fe_n} uz faktor punjenja željeza $k_{Fe} = 0,92$?

$$[l_{Fe} = 0,710 \text{ m}; l_{Fe_n} = 0,653 \text{ m}]$$

2. Prema podacima za sinhroni stroj iz zadataka 19.3.1—3. treba odrediti magnetski napon za zub statora za tok $\Phi = 0,296 \text{ Vs}$. Statorski paket je napravljen od dinamo-limova 1,5 W/kg (sl. 19.1) s faktorom punjenja $k_{Fe} = 0,92$. Kolika je računska vrijednost indukcije na karakterističnim mjestima u zubu, a kolika je korigirana vrijednost?

$$[V_z = 2\,035 \text{ A}; B_{z1,2,3} = 1,89; 1,99; 2,10 \text{ T}]$$

$$H_{z1,2,3} = 210; 300; 440 \text{ A/cm},$$

$$B'_{z1,2,3} = 1,87; 1,96; 2,04 \text{ T}]$$

19.5. Polovi

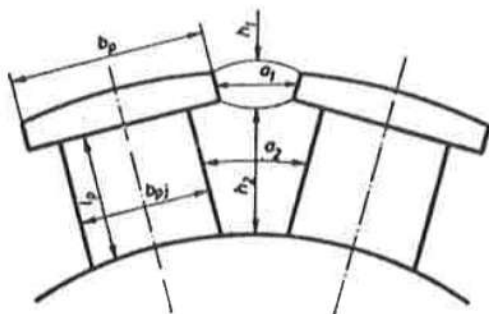
- Indukcija u polu iznosi:

$$B_p = \frac{\Phi_p}{b_p l_{Fe}}, \quad (1)$$

gdje je b_p širina pola, a l_{Fe} aksijalna duljina željeza pola (ako je pol lameliran, treba uvrstiti $k_{Fe} l_{Fe}$). Tok u polu Φ_p veći je od toka u rasporu za rasipni tok Φ_s koji se zatvara između polova, a može iznositi i do 30% toka Φ u zračnom rasporu.

Rasipni se tok neopterećenog stroja može grubo izračunati prema slici 19.30. ako se uzme u obzir da na vrhu među polovima djeluje magnetski napon:

$$V_s = 2 V_\theta + 2 V_z + V_{Js}, \quad (2)$$



Sl. 19.30. Rasipanje među polovima

a pri dnu samo V_{Jr} , dakle gotovo nula. Ako prostor među polovima prikazemo pojednostavnjeno paralelopipedom, bit će njegova magnetska vodljivost:

$$A = \frac{\mu_0 l h_2}{a_2},$$

a budući da želimo računati s V_s , dok se magnetski napon stvarno mijenja od 0 do V_s , treba uzeti polovicu te vodljivosti:

$$A_2 = \frac{\mu_0 l_2 h_2}{2 a_2}.$$

Među polnim nastavcima magnetski će napon biti V_s , a vodljivost:

$$A_1 = \frac{\mu_0 l_1 h_1}{a_1}$$

S vodljivošću:

$$A_s = A_1 + A_2 \quad (3)$$

(obično uz još jedan dodatak za rasipne silnice s bočnih strana) računamo tako kao da je koncentrirana na vrhu polova, pa je rasipni tok na obje strane pola:

$$\Phi_s = 2 V_s A_s, \quad (4)$$

a tok pola je:

$$\Phi_p = \Phi + \Phi_s. \quad (5)$$

Na osnovi toka određuje se indukcija u polu B_p , a pripadno polje H_p daje onda magnetski napon:

$$V_p = H_p l_p. \quad (6)$$

Obično se magnetski napon za polni nastavak ne računa posebno jer je ukupni udio pola ionako skroman. Izuzetno su potrebne detaljnije analize ako se npr. suženjem u polu namjerno izazove veće zasićenje.

Na slici 19.18. vidi se cjelokupna slika polja oko pola, iz koje se metodom cijevi polja može odrediti i rasipni tok među polovima, no obično je opisana približna računska metoda dovoljno točna za praktičke proračune.

19.5. Zadaci



1. Dimenzije polova sinhronog stroja iz zadatka 19.3.1—3. prema slici 19.30. jesu ove:

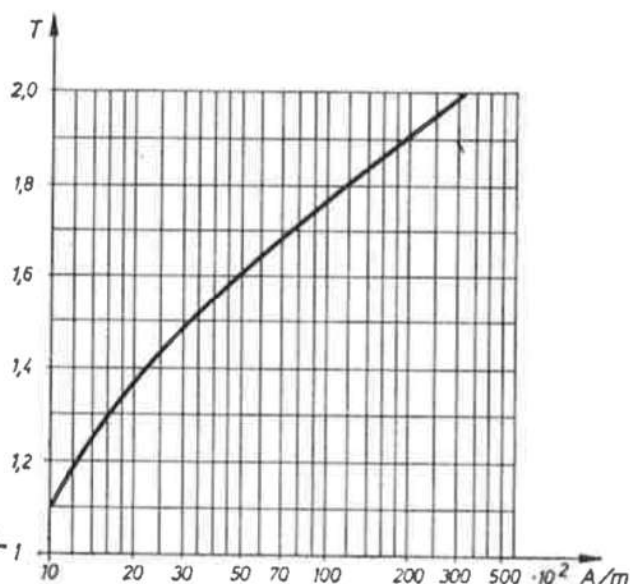
$$b_p = 45 \text{ cm} \quad a_1 = 15 \text{ cm} \quad l_1 = 85 \text{ cm} \text{ (duljina polnog nastavka)}$$

$$\tau_p = 60 \text{ cm} \quad a_2 = 26,3 \text{ cm} \quad l_2 = 85 \text{ cm} \text{ (duljina polne jezgre)}$$

$$b_{pj} = 32,1 \text{ cm} \quad h_1 = 5,7 \text{ cm}$$

$$l_p = 24,2 \text{ cm} \quad h_2 = 24,2 \text{ cm}$$

Polovi su napravljeni od čeličnog lijeva prema slici 19.31.



Sl. 19.31. Krivulja magnetiziranja čeličnog lijeva (uz 1. zadatak)

Kolik je rasipni tok među polovima uz tok u rasporu $\Phi = 0,296 \text{ Vs}$? Magnetski napon za jaram statora neka bude 292 A, a za zube i raspor prema zadacima 19.4.1. i 19.3.3.

$$[\Phi_s = 0,041 \text{ Wb}]$$

2. Kolik je magnetski napon za jedan pol stroja iz 1. zadatka?

$$[V_p = 332 \text{ A}]$$

19.6. Jarmovi

► Ukupni tok ispod jednog pola dijeli se na dva dijela koji se zatvaraju u jarmu lijevo i desno. Kod jarma *istaknutih polova* računa se s duljinom silnica u jarmu od simetrale jednoga do simetrale drugog pola.

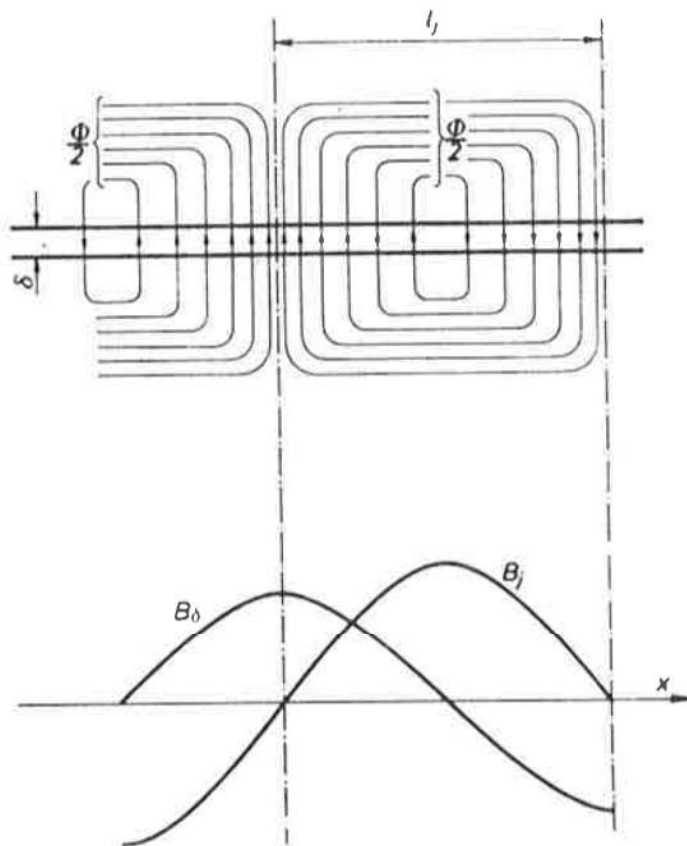
Drukčije je kod *raspodijeljene uzbude*. Silnice dolaze u jaram i odlaze iz njega, po cijelome polnom koraku. Indukcija u jarmu najveća je u sredini među polovima gdje kroz jaram prolazi polovica toka:

$$B_j = \frac{\Phi_j}{2 h_j l_{Fe} k_{Fe}}. \quad (1)$$

Tok jarmova Φ_j bit će $\Phi + \Phi_s$ na dijelu stroja s uzbudom, a Φ na drugom dijelu stroja, kao što je pokazano prilikom razmatranja zubi i polova.

Budući da sve veći dio toka odlazi kroz raspor, sve manje ga ostaje u jarmu, pa je tu tok iznad sredine pola nula (sl. 19.32). Kad bi raspodjela indukcije u rasporu bila sinusna, dobila bi se i u jarmu sinusna promjena gustoće silnica od pola do pola. Integracija $V_j = \int H_l dl$ dala bi u tom slučaju:

$$V_j = \frac{2}{\pi} 2 H_j l_j,$$

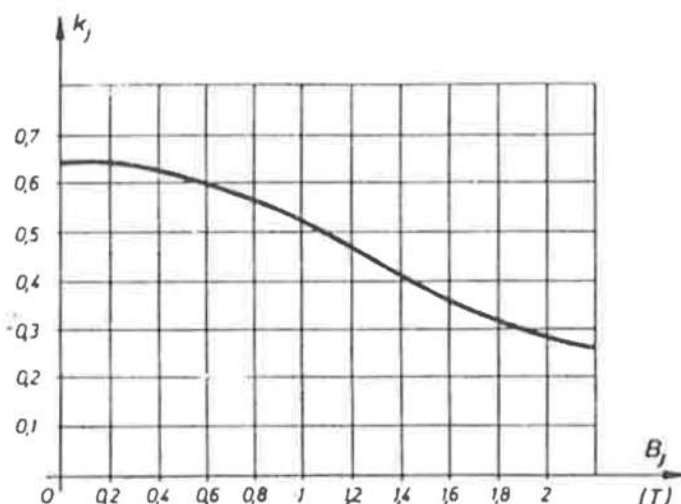


Sl. 19.32. Raspodjela indukcije u rasporu i u jarmu

gdje je H_j polje koje odgovara gore izračunanoj maksimalnoj indukciji u izrazu (1), ali, naravno, uz pretpostavku linearnih odnosa. Ta pretpostavka nije sasvim točna. Stvarne prilike, tj. raspodjelu koja ne mora biti sinusna, a također nelinearnu karakteristiku željeza, uzimamo u obzir tako da umjesto $2/\pi$ uvodimo korekcijski faktor za jaram k_j .

$$V_j = k_j H_j l_j. \quad (2)$$

Faktor k_j kreće se od 0,20 do 0,64, a iskustvom dobivene vrijednosti ovisno o indukciji u jarmu B_j prikazane su na slici 19.33.



Sl. 19.33. Korekcijski faktor k_j za jaram

19.6. Zadaci

-
1. Jaram statora sinhronog generatora iz zadataka 19.3.1—3. ima vanjski promjer $D_r = 2,77$ m. Treba izračunati duljinu jarma, maksimalnu indukciju u njemu i magnetski napon za jaram V_{j2} .

$$[l_{j2} = 0,68 \text{ m}, B_{j2} = 1,34 \text{ T}, V_{j2} = 302 \text{ A}]$$

2. Rotorski jaram sinhronog stroja iz prethodnih zadataka napravljen je od čeličnog lijeva s karakteristikom prema slici 19.31. Aksijalna duljina mu je 85 cm, vanjski promjer je $d_v = 1,67$ m, a unutrašnji promjer je $d_u = 1,34$ m. Kolika je indukcija u jarmu i magnetski napon za jaram rotora neopterećenog stroja ako je tok u rasporu 0,296 Vs?

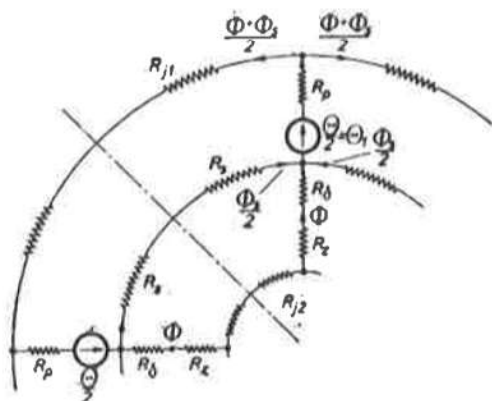
$$[B_{j1} = 1,20 \text{ T}, V_{j1} = 231 \text{ A}]$$

19.7. Karakteristika magnetskog kruga

► Ponavljanjem opisanog proračuna za nekoliko vrijednosti toka Φ dobiva se *magnetska karakteristika stroja* $\Phi = f(\Theta)$ (sl. 19.3). Budući da je u praznom hodu kod neke konstantne brzine vrtnje n inducirani napon izravno proporcionalan toku Φ u rasporu, a protjecanje Θ uzbudnoj struji I_m , može se ista krivulja uz odgovarajuće mjerilo označiti kao $U_l = f(I_m)$, što se naziva *karakteristikom praznog hoda*. Ta karakteristika pokazuje ovisnost inducirano napona o uzbudnoj struji uz konstantnu brzinu vrtnje i uz uvjet da nikakve druge struje ne djeluju na magnetski krug.

Električna analogija magnetskog kruga za četveropolni stroj s istaknutim polovima na statoru prikazana je na slici 19.34. Ne smijemo zaboraviti da magnetski otpori — izuzevši R_δ i donekle R_s — nisu konstante, već ovise o veličini toka Φ .

Na svakom je polu smješten izvor magnetskog napona, uzbudno protjecanje Θ_1 . Taj magnetski napon šalje tok kroz dvije paralelne grane — rotor i rasipne putove među susjednim polovima — te pokriva potrebni pad napona za prolazak ukupnog toka kroz stator.

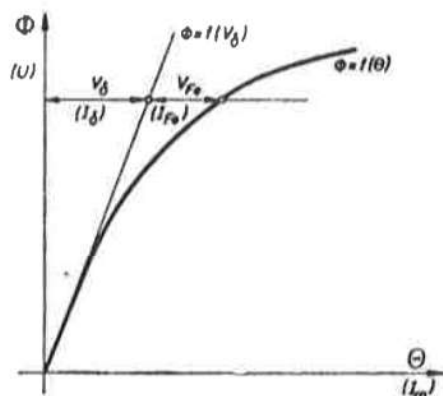


Sl. 19.34. Električna analogija magnetskog kruga 4-polnog stroja s polovima na statoru

Najvažniji od svih magnetskih padova napona je onaj u rasporu stroja V_δ .

Magnetska karakteristika može se nacrtati i za svaki dio magnetskog kruga posebno — npr. $\Phi = f(V_\delta)$, $\Phi = f(V_z)$ itd. — pa se zatim za određeni tok Φ svi magnetski naponi zbroje, što daje $\Phi = f(\Theta)$. No ako i nije ucrtano takvo razdvajanje magnetskih napona, ipak se magnetski napon za zračni raspor V_δ može odvojiti od ukupnoga magnetskog napona za željezo $V_{Fe} = V_{z1} + V_{z2} + V_p + \frac{1}{2}(V_{j1} + V_{j2})$.

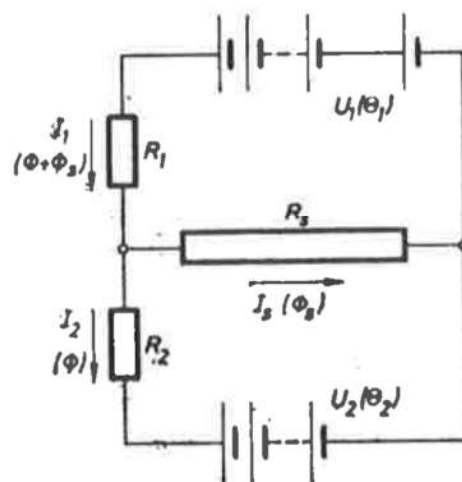
Magnetski napon V_δ ovisi, naime, linearno o toku Φ , pa se u karakteristici može prikazati pravcem. Kod malih vrijednosti toka Φ zasićenja u željezu su neznatna, pa se V_{Fe} može zanemariti u usporedbi s V_δ . Najniži, linearni dio magnetske karakteristike predočava, dakle, $\Phi = f(V_\delta)$, pa ako ga pravcem produžimo, možemo prema slici 19.35. i u zasićenom dijelu odvojiti magnetski napon za zrak V_δ od magnetskog



Sl. 19.35. Razdvajanje magnetskog napona za zrak i za željezo

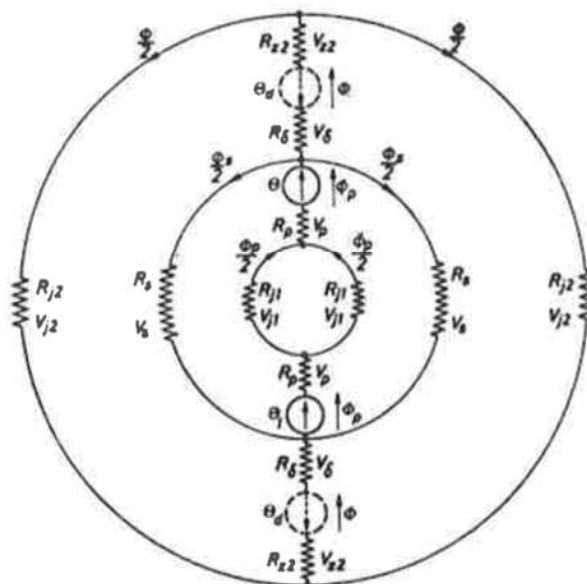
napona za željezo V_{Fe} ili, što je isto, otčitati dio uzbudne struje koji je potreban za zračni raspor I_δ i dio koji je potreban za željezo I_{Fe} .

Kad se magnetski proračun želi proširiti od slučaja za prazni hod, tj. kod neopterećenog stanja, na proračun s opterećenjem, moramo imati na umu da će pri opterećenju poteći struje i u statoru i u rotoru. Razlika njihovih protjecanja tjera tok kroz magnetski krug. Ako je ta razlika ista kao što je bila u praznom hodu, tok će ostati nepromijenjen, izuzevši rasipni tok, koji će porasti ako su se oba suprotna protjecanja povećala. Na električnome analognom krugu prema slici 19.36. vidi se



Sl. 19.36. Utjecaj opterećenja na rasipni tok na električnome analognom krugu

da će uz $R_s \gg R_1, R_2$ struja u glavnom krugu (R_1, R_2) ovisiti o razlici napona $U_1 - U_2$, a struja u rasipnom putu R_s o iznosu napona U_1 i U_2 . Tako će uz istu razliku $U_1 - U_2$ povećanjem iznosa U_1 na deseterostruku vrijednost struja I_s porasti približno deset puta, uz gotovo nepromijenjene struje I_1 i I_2 .



Sl. 19.37. Električna analogija magnetskog kruga dvopolnog sinhronog stroja

Prema slici 19.37, koja prikazuje magnetski krug dvopolnoga sinhronog stroja s polovima na rotoru u električnoj analogiji, ako je tok u statoru Φ (u jarmu statora $\Phi/2$), u polovima je tok povećan zbog rasipnog toka:

$$\Phi_p = \Phi + \Phi_s, \quad (1)$$

što znači da je tok u jarmu rotora $\Phi_p/2$.

Pad magnetskog napona u rotoru ovisi o Φ_p i iznosi po polu:

$$V_1 = V_p + \frac{1}{2} V_{j1} = f(\Phi_p). \quad (2)$$

Kod opterećenja treba za odabrani tok Φ vrijednosti V_2 s krivulje 2 dodati uzdužno protjecanje Θ_d . Dobiva se iznos protjecanja $V_s = V_2 + \Theta_d$ koje tjera rasipni tok među polovima. Tom rasipnom toku odgovara vrijednost toka u rasporu Φ_p i magnetskog napona V_1 za polove i jaram uzbudnog dijela, pa se može odrediti i ukupno potrebno protjecanje kod opterećenja:

$$\Theta_1 = V_1 + V_2 + \Theta_d. \quad (6)$$

19.7. Zadaci



1. U zadacima 19.3.1—3, 19.4.1—2, 19.5.1—2. i 19.6.1—2. obrađeni su dijelovi magnetskog kruga istog stroja u praznom hodu i uz isti tok u rasporu $\Phi = 0,296$ Vs. Koliko je ukupno protjecanje po paru polova? Kolika će biti uzbudna struja ako stroj na svakom polu ima 90 zavoja?

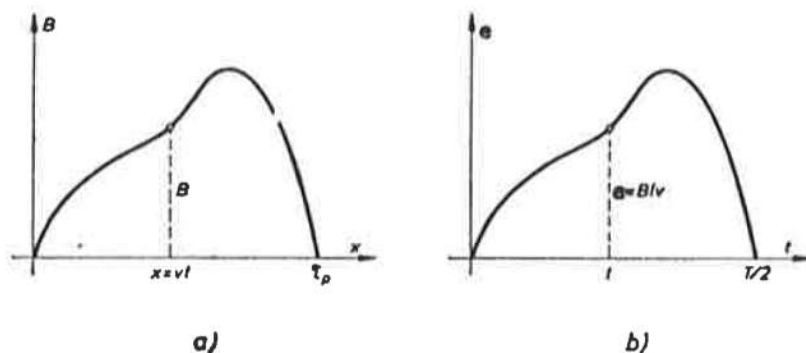
$$[\Theta = 23\,830 \text{ A}, I_m = 132 \text{ A}]$$

20. Namoti

20.1. Elementi i vrste namota

►► Uz indukciju B_x koja je raspodijeljena u rasporu stroja unutar jednoga polnog koraka τ_p , npr. prema slici 20.1.a, inducirat će se u vodiču koji se giba jednolikom brzinom v napon po zakonu:

$$e_t = B_x l v, \quad (1)$$



Sl. 20.1. Prostorna raspodjela indukcije u rasporu: (a) i vremenska funkcija induciranog napona u vodiču (b)

pri čemu položaju vodiča na mjestu x na obodu odgovara vrijeme $t = x/v$ proteklo od početnog trenutka ($x = 0, t = 0$). *Prostorni raspored* indukcije $B = f(x)$ vjerno se preslikava u *vremensku funkciju* induciranog napona jednog vodiča $e = f(t)$ (sl. 20.1.b). Periodičkom ponavljanju prostorne raspodjele s periodom $2\tau_p$ odgovara vremensko ponavljanje induciranog napona s periodom:

$$T = \frac{2\tau_p}{v} = \frac{D\pi}{p} \frac{1}{\frac{D}{2} \frac{2\pi n}{60}} = \frac{60}{pn}, \quad (2)$$

odnosno s frekvencijom:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{pn}{60}. \quad (3)$$

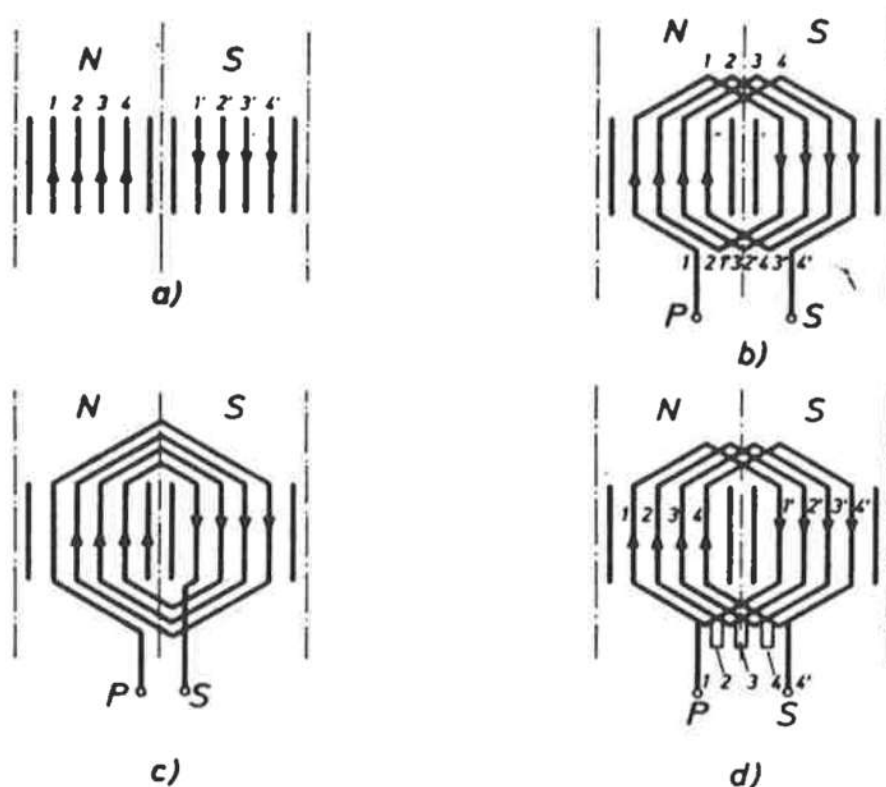
Ako prostornu krivulju polja $B(x)$ rastavimo po Fourieru na harmoničke članove, isti članovi u istome postotnom iznosu pojavit će se i u naponu vodiča. Osnovnome

harmoničkom članu krivulje raspodjele indukcije $B = f(x)$ *maksimalnog* iznosa B_1 odgovara inducirani napon *efektivne* vrijednosti:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} B_1 l v. \quad (4)$$

Pojedini svici mogu biti spojeni u seriju, pa se njihovi naponi zbrajaju, ili paralelno (ako su im naponi jednaki), pa im se struje zbrajaju. Pri odabiranju koraka svitka i načina spajanja svitaka osnovno je pitanje kako se slažu naponi pojedinih vodiča, zavoja i svitaka u ukupni napon, te kako se slažu protjecanja zavoja i svitaka u ukupno protjecanje.

Smjer inducirano napona u svim vodičima koji se gibaju pod N-polom (sl. 20.2.a) bit će isti, a u svim vodičima pod S-polom bit će suprotan. Želimo li da se



Sl. 20.2. Raspodijeljeni namot: a) izbor utora, b) jednaki svici (1 zavoje po svitku), c) koncentrični svici (1 zavoje po svitku), d) jednaki svici (više zavoja po svitku)

ti naponi zbroje, moramo vodiče povezati tako da dvije stranice jednog zavoja leže pod raznoimenim polovima. Prema slici 20.2.a, u prvoj stranici mora biti jedan od vodiča — 1, 2, 3 ili 4, a u drugoj stranici 1', 2', 3' ili 4'. Spajanje se može izvršiti na različite načine, npr. prema slici 20.2. b ili c, a da pri tome dobijemo isti napon između početka i kraja namota.

Slično, želimo li da struja u svim vodičima pridonosi u pravom smjeru ukupno razvijenom momentu, mora u svim vodičima pod N-polom teći struja jednog smjera, a u svim vodičima pod S-polom struja suprotnog smjera. To vodi do istog zaključka kao i promatranje induciranih napona: spajanje se može izvršiti na različite načine, različitim redoslijedom, uz poštovanje pravila da su svi vodiči pod N-polom

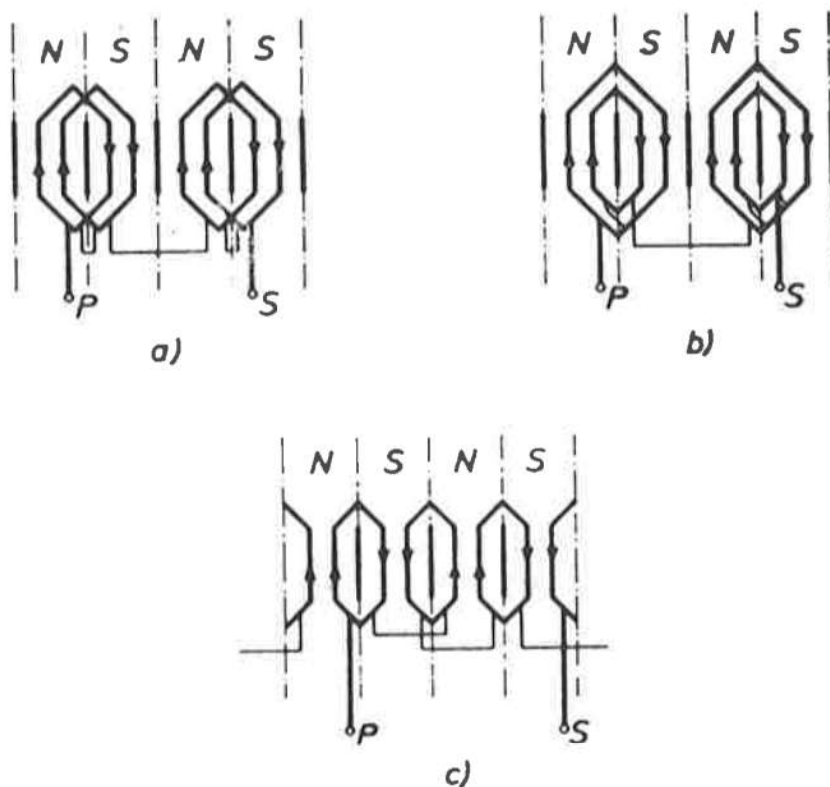
uključeni u jednom smjeru, a pod S-polom u suprotnom smjeru u strujni krug koji obuhvaća cijeli namot. Rezultat u funkcioniranju stroja ostat će uvijek isti.

Normalno se u isti utor polaže više zavoja, koji se formiraju u svitak. Tako bi na slici 20.2. d u utorima 1—1' ležao svitak od mnogo zavoja, kojemu je početak P_1 , a svršetak S_1 povezan je s početkom P_2 drugog svitka koji leži u utorima 2—2' itd. Napon induciran u svakom vodiču istog utora jednak je, pa će npr. za jedan zavoj u utorima 1—1' napon biti:

$$e_w = e_1 + e_1' \quad (5)$$

a za cijeli svitak s w_s zavoja u utorima 1—1':

$$e_s = w_s (e_1 + e_1') = w_s e_w. \quad (6)$$

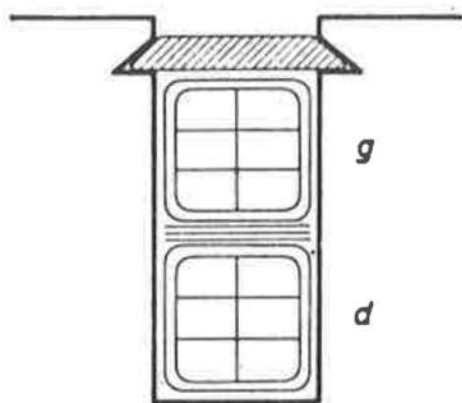


Sl. 20.3. Namot s grupom: a) jednakih svitaka, b) koncentričnih svitaka po paru polova, c) s grupom svitaka po polu

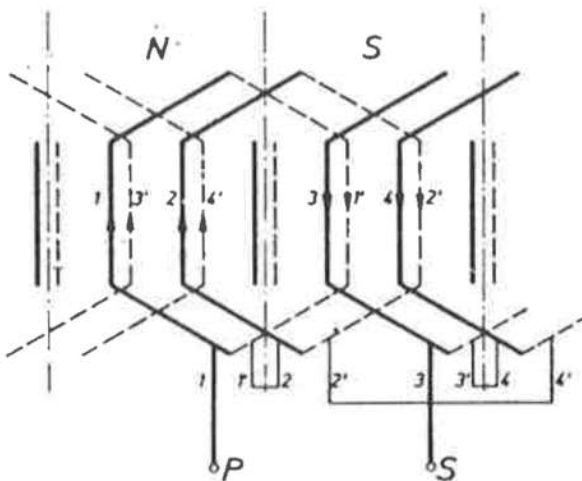
Spojevi vodiča izvan utora čine tzv. *glave namota*. U tim dijelovima svitaka ne induciraju se naponi i oni ne pridonose momentu, ali se zbog njih povećavaju otpor i gubici u stroju. Osim toga, glave namota zahtijevaju prostor i time povećavaju veličinu i težinu stroja. Zato je važan faktor pri izboru vrste namota, tj. načina povezivanja vodiča u svitke i svitaka u namot, upravo mogućnost prikladnog formiranja glava namota. Namot se može izvesti s *jednakim svicima* (sl. 20.3.a)

ili s različitim *koncentričnim* *svicima* (sl. 20.3.b), pri čemu u oba prikazana primjera strana jednog svitka ispunjava cijeli jedan utor. Ako su svi utori ispunjeni, broj svitaka jednak je polovici broja namotanih utora. Takav namot naziva se *jednoslojnim* *namotom*.

Vrlo se često upotrebljava *dvoslojni* *namot*, pri čemu se u svakom utoru nalaze dvije strane dvaju različitih svitaka, jedna u gornjem, druga u donjem sloju utora. Svaki svitak takva namota jednom je stranom u gornjem, a drugom u donjem sloju (sl. 20.4). Svi su svici međusobno jednaki, što je povoljno (sl. 20.5). Broj svitaka dvoslojnog namota jednak je broju namotanih utora.

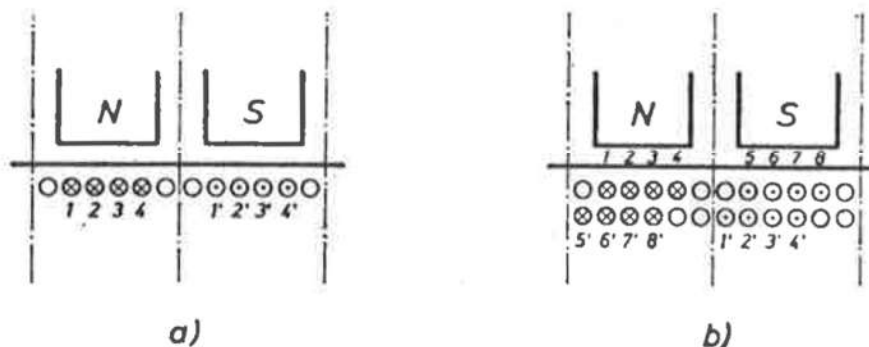


Sl. 20.4. Utor s dvoslojnim namotom



Sl. 20.5. Svici dvoslojnog namota

Druga je velika prednost dvoslojnog namota što se svici mogu uvijek izvesti sa *skraćenim korakom*. Kod jednoslojnog namota pojedini je svitak mogao biti skraćen, ali je zato drugi bio produžen, tako da je prosječni korak redovito bio dijame-



Sl. 20.6. Smještaj vodiča i smjerovi struja kod: a) jednoslojnog namota, b) dvoslojnog namota

tralan; izuzetno se mogu i kod jednoslojnog namota pronaći rješenja da se koraci skrate. Smjer obilaženja pojedinih vodiča bio je uvijek onakav kakav prikazuje npr. slika 20.6. a. U dvoslojnom namota se skraćanjem svitaka postiže pomak donjeg

sloja prema gornjemu za 1, 2, 3 ili više utora, npr. na slici 20.6.b. Iako se pri tome nešto gubi na ukupnom iznosu napona, odnosno momenta, postižu se znatne prednosti time što takav namot omogućuje da se eliminiira ili smanji utjecaj pojedinih viših harmoničkih članova tamo gdje je to potrebno.

Sva razmatranja o namatanju za jedan par polova mogu se proširiti i na više pari. Kod dvopolnog stroja jednom paru polova odgovara cijeli obod stroja, tj. središnji geometrijski kut od 2π radijana. U višepolnog stroja jednom paru polova odgovara geometrijski središnji kut od $2\pi/p$, no taj kut nazivamo električnim kutom 2π , jer jednom paru polova odgovara čitav ciklus periodičkih raspodjela strujnog obloga, protjecanja i indukcije, koje se onda za slijedeće parove polova na isti način ponavljaju. Ako je ukupni broj utora u koje valja smjestiti namot djeljiv brojem pari polova, onda se svici mogu grupirati za svaki par polova na isti način, npr. prema slici 20.3. a ili b. Sve takve grupe svitaka mogu se spojiti u *seriju*, pa se njihovi naponi zbrajaju.

Već je kod dvopolnog stroja moguće parni broj svitaka složiti u jednu grupu prema slici 20.3. a i b, ili u dvije grupe prema slici 20.3.c. To isto vrijedi i za svaki par polova višepolnog stroja. Takve grupe mogu se također spajati u seriju, s tim da svakoj drugoj grupi (S—N) treba obrnuti početak i svršetak, tj. uključiti je suprotno u strujni krug u odnosu prema prvoj grupi (N—S). Da bi u tom slučaju pojedine grupe bile simetrične, potrebno je da ukupni broj utora podijeljen brojem polova $2p$, tzv. *broj utora po polu*, bude parni broj. Tada će u svim grupama, u određenom trenutku promatranja, napon biti jednak.

Grupe svitaka u kojima su naponi u svakom trenutku međusobno jednaki možemo spojiti i *paralelno*, bilo da su to grupe od kojih svaka pripada jednom polu (sa zamijenjenim krajevima za svaki drugi pol), ili grupe od kojih svaka pripada jednom paru polova, ili one od kojih svaka obuhvaća nekoliko u seriju spojenih polova. Tako dobivamo *namote s paralelnim granama*.

Uvjet je za paralelno spajanje jednakost napona u paralelnim granama u svakom trenutku. Kad to ne bi bilo ispunjeno, potjerale bi razlike napona — kroz ionako male otpore — znatne struje izjednačenja, a to znači nepotrebne gubitke i zagrijavanje vodiča, te moguće vibracije i šumove u stroju. Čak i kod paralelnog spajanja grupa koje su na shemi strogo simetrične potreban je oprez jer nesimetrija može potjecati od netočne izvedbe, ekscentrično smještenog rotora, nejednolikog rasporeda, loših spojnih mjesta i sl.

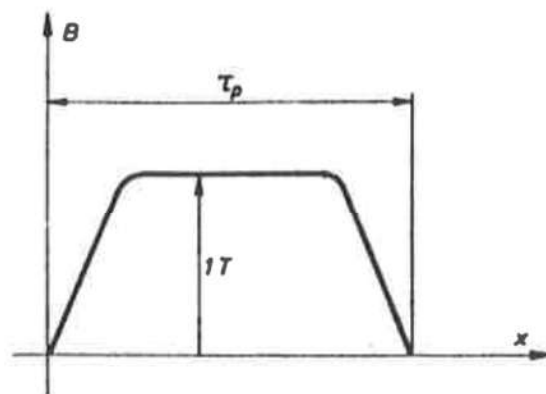
Iz razmatranja se vidi da će paralelne grane biti potrebne tamo gdje želimo stroj za veću struju i niži napon. Pri većim dimenzijama stroja napon jednog zavoja postaje znatan, pa je ukupni broj zavoja malen ako je stroj građen za niski napon. Kombiniranje s paralelnim granama omogućuje da stroj namotamo s više zavoja, žicom ne prevelikog presjeka, i da pri tome dobijemo željeni napon.

20.1. Zadaci

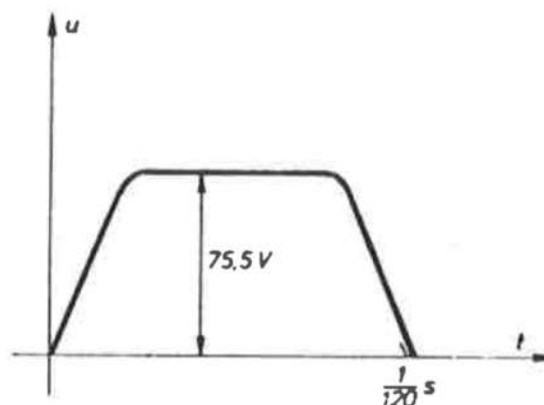


1. Indukcija pod polom 8-polnog stroja promjera 400 mm i duljine 200 mm koji se vrti brzinom od 900 r min^{-1} raspoređena je prema slici 20.7. Na rotoru se nalazi dijametralni svitak s 10 zavoja. Treba nacrtati krivulju napona na svitku ovisno o vremenu i označiti mjerilo na obje koordinatne osi.

[Sl. 20.8]



Sl. 20.7. Raspodjela indukcije (uz 1. zadatak)



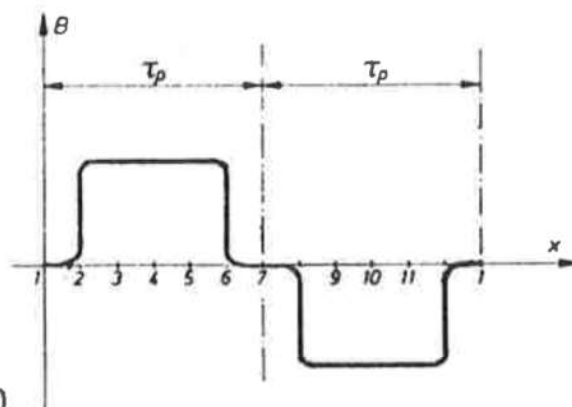
Sl. 20.8. Rješenje zadatka 1.

2. Na obodu rotora 6-polnog stroja duljine 300 mm i polnog koraka $\tau_p = 200\text{ mm}$ nalazi se vodič koji se kreće obodnom brzinom od 20 m/s. Krivulja raspodjele indukcije u rasporu miruje i sadrži osnovni sinusni harmonički član amplitude 1,2 T, zatim pozitivni treći i peti harmonički član u iznosima od 30% i 20% osnovnoga. Treba odrediti efektivnu i srednju vrijednost te osnovnu frekvenciju napona induciranog u vodiču.

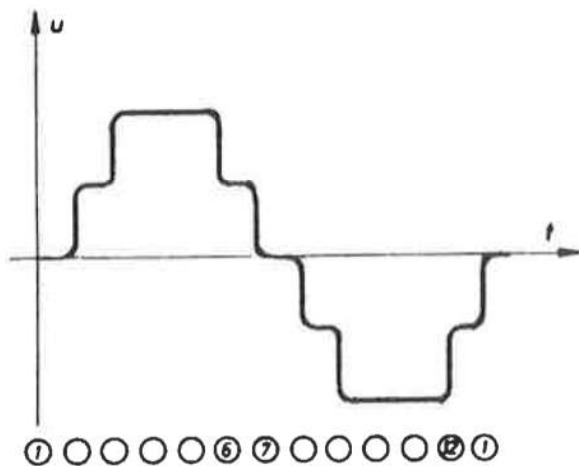
[5,41 V, 5,23 V, 50 Hz]

3. Indukcija u rasporu stroja sa šest utora po polu prikazana je na slici 20.9. Valja skicirati krivulju napona u svitku koji je smješten jednom stranom u utor 1, a drugom u utor 6, ako se rotor vrti konstantnom brzinom n .

[Sl. 20.10]



Sl. 20.9. Raspodjela indukcije (uz 3. zadatak)

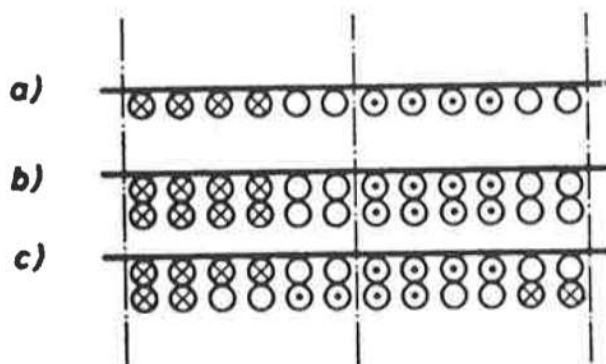


Sl. 20.10. Rješenje 3. zadatka

4. Stator 8-polnog stroja ima 48 utora. Treba brojevima utora u koje je smještena jedna i druga strana svitka označiti korak: a) dijametralnog svitka; b) svitka skraćenog na $\frac{2}{3} \tau_p$.
5. Od ukupno šest utora po polu namotana su četiri. Označite smjer struje po svakoj strani svitka: a) za 1-slojni; b) za 2-slojni neskraćeni namot; c) za 2-slojni namot sa skraćenjem $4/6$, sve samo za jedan par polova.

[a) 1—7; b) 1—5]

[Sl. 20.11]

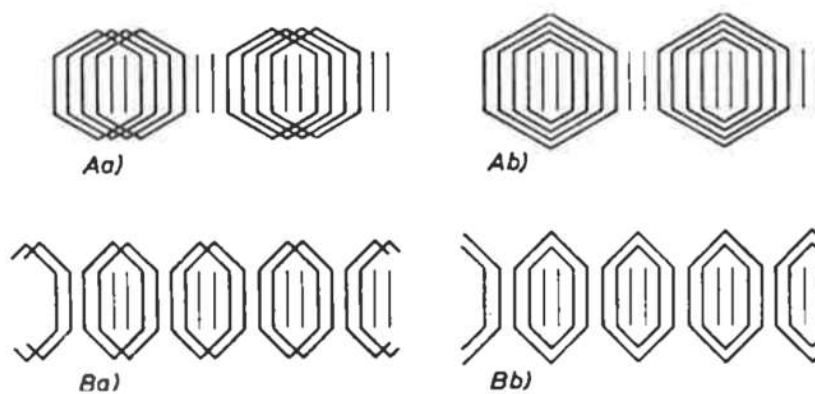


Sl. 20.11. Rješenje 5. zadatka

6. Četveropolni stroj ima 24 utora. Za jednofazni jednoslojni namot iskorištene su $2/3$ oboda. Treba u shemi nacrtati smještaj svitaka kod izvedbe: A) s jednom grupom svitaka po paru polova, B) s jednom grupom svitaka po polu, i to za oba slučaja: a) s jednakim svicima; b) s koncentričnim svicima.

[Sl. 20.12]

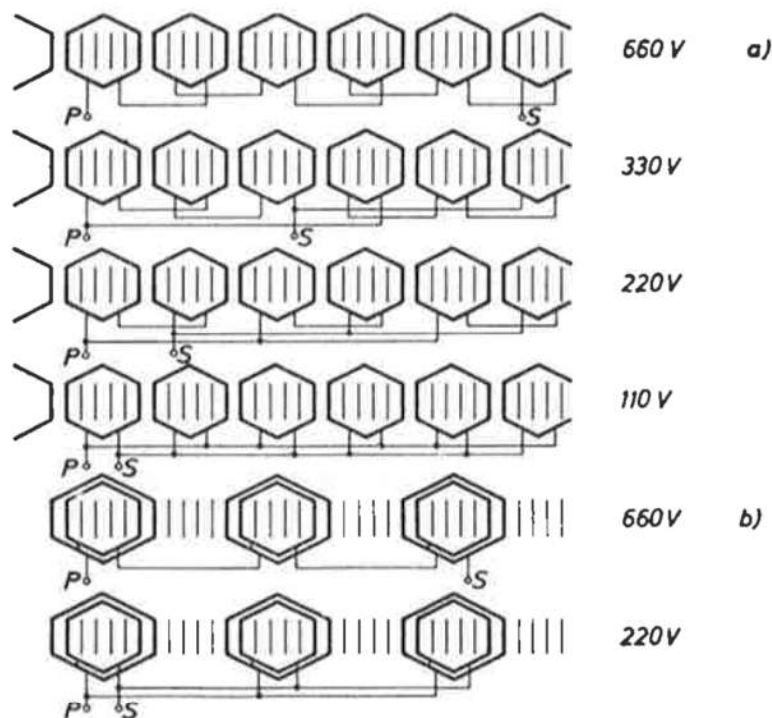
7. Šesteropolni stroj s 36 utora ima za jednofazni 1-slojni namot iskorištenu $1/3$ oboda. Stroj je namotan s po jednom grupom svitaka: a) po polu; b) po paru



Sl. 20.12. Rješenje 6. zadatka

polova. Napon jedne grupe je: a) 110 V; b) 220 V. Koji se naponi mogu dobiti različitim serijsko-paralelnim kombinacijama koje uvijek uključuju sve svitke? Nacrtajte sheme za sve slučajeve.

[Sl. 20.13]



Sl. 20.13. Rješenje 7. zadatka

8. U koliko se simetričnih grupa može rastaviti 2-slojni namot 4-polnog statora?

[4]

20.2. Namotni faktor i viši harmonički članovi

►► Redoslijed zbrajanja napona pojedinih vodiča u namotu možemo odabrati po volji. Ako prvo zbrojimo napone svih vodiča u jednom utoru, dobivamo napon utora, koji je jednak umnošku broja vodiča u utoru z_1 i napona po vodiču E_1 , jer su naponi svih vodiča u istom utoru jednaki i po iznosu i po fazi.

Utori sa stranama svitaka kojima protječe struja u jednom smjeru čine jednu zonu, a druge strane svitaka, sa strujama u suprotnom smjeru, čine drugu zonu.

Ako napone svih utora jedne zone zbrojimo algebarski, rezultat je previsok. To potječe odatle, što napon svakoga idućeg utora zaostaje u fazi za naponom prethodnog utora za kut α koji je električni kut između susjednih utora:

$$\alpha = 2 p \pi / N, \quad (1)$$

gdje je p broj pari polova, a N je ukupni broj utora na obodu. Napone svih utora zone treba, dakle, kao fazore razmaknute uvijek za kut α , zbrojiti vektorski. Ta vektorska rezultanta manja je od algebarskog zbroja, kako to pokazuje zonski namotni faktor f_z (vidi odjeljak 5.3):

$$f_z = E_z / q E_u, \quad (2)$$

gdje je E_z stvarni napon zone, q je broj namotanih utora u zoni, a E_u napon jednog utora.

Na sličan način zbrajaju se naponi obiju zona; ako su svici dijametralni, naponi se zbrajaju algebarski. No ako su svici skraćeni, naponi se zbrajaju vektorski, pa je odnos vektorskog zbroja i algebarskog zbroja nazvan tetivnim namotnim faktorom:

$$f_t = E / 2 E_z. \quad (3)$$

Kao što je pokazano u odjeljku 5.3, računa se namotni faktor:

$$f_n = f_z f_t = E / 2 q E_u \quad (4)$$

kao umnožak zonskog i tetivnog namotnog faktora, a on predodžuje odnos između vektorske rezultante i algebarskog zbroja napona svih vodiča spojenih u seriju.

Zonski namotni faktor računa se ovako:

$$f_z = \frac{\sin (q \alpha / 2)}{q \sin (\alpha / 2)}, \quad (5)$$

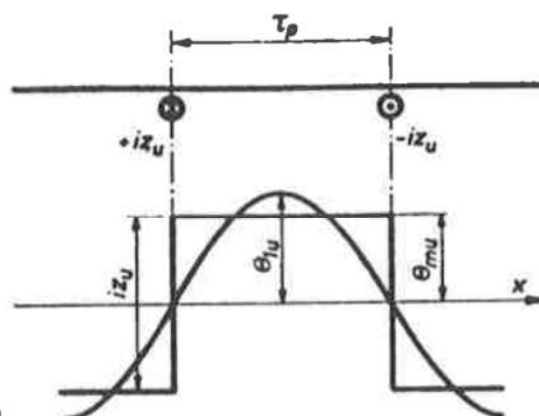
a *tetivni namotni faktor*:

$$f_t = \sin \frac{y}{\tau_p} \frac{\pi}{2}, \quad (6)$$

gdje je q broj namotanih utora po zoni, α je električni kut između susjednih utora, y širina svitka, a τ_p je polni korak.

Na sličan način treba računati *protjecanje namota* iz protjecanja pojedinih svitaka. Za jedan dijametralni svitak protjecanje izgleda kao na slici 20.14. Uz struju u vodiču i te uz z_1 vodiča u utoru visina je pravokutnika:

$$\Theta_{m_u} = \frac{1}{2} i z_1, \quad (7)$$



Sl. 20.14. Protjecanje dijametralnog svitka

tj. treba računati kao da jedna polovica svitka daje protjecanje pod jednim polom, a druga pod drugim polom. Rastavljanjem na harmoničke članove dobiva se amplituda osnovnoga harmoničkog člana:

$$\Theta_{1u} = \frac{4}{\pi} \Theta_{mu},$$

a njegova prostorna raspodjela (za jedan svitak) bit će:

$$_1\Theta_{1ux} = \frac{4}{\pi} \Theta_{mu} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (8)$$

Susjedni svitak, u utorima koji su za električni kut α pomaknuti prema utorima prvog svitka, daje raspodjelu osnovnoga harmoničkog člana:

$$_2\Theta_{1ux} = \frac{4}{\pi} \Theta_{mu} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha \right). \quad (9)$$

Prostorno razmaknute sinusne krivulje zbrajaju se vektorski jednako kao što se zbrajaju i vremenski razmaknute krivulje napona. Tu zbrajamo *vektore protjecanja*, a tamo smo zbrajali *fazore utorskih napona*. U oba slučaja geometrijske slike vektora protjecanja i fazora napona za čitavu zonu međusobno su jednake.

Rezultanta sinusnih protjecanja jedne zone je Θ_z , a algebarski zbroj protjecanja pojedinih utora u zoni je $q \cdot \Theta_{1u}$. I opet je $\Theta_z < q \Theta_{1u}$ pa se može definirati *zonski namotni faktor*:

$$f_z = \frac{\Theta_z}{q \Theta_{1u}} = \frac{\sin \frac{q a}{2}}{q \sin \frac{a}{2}}. \quad (10)$$

Taj zonski namotni faktor identičan je zonskom namotnom faktoru pri izračunavanju napona u namotu.

Kod dvoslojnog namota (v. sl. 20.6) protjecanje svitaka 1—1', 2—2', 3—3' i 4—4' te 5—5', 6—6', 7—7' i 8—8' može se zamisliti i kao protjecanje fiktivnih svitaka 1—5, 2—6, 3—7 i 4—8 u gornjem sloju te 1'—5', 2'—6', 3'—7' i 4'—8' u donjem sloju. Ukupni je efekt isti. Tako zamišljeni svici su dijametralni, pa zasebno za gornji i posebno za donji sloj vrijedi isti zonski faktor koji je već prije izveden. Međutim, os rezultatnog protjecanja pomaknuta je u donjem sloju za kut β koji odgovara prikrati svitaka.

Kao i za jednoslojni namot, tako se i ovdje mora računati da na jedan pol djeluje polovica svakog svitka. Preostale polovice obaju slojeva daju protjecanje drugog pola.

Ukupno je protjecanje obaju slojeva — označivši sa Θ_z protjecanje jednog sloja cijele zone za jedan pol:

$$\Theta = 2 \Theta_z \cos \frac{\beta}{2} = 2 \Theta_z \sin \frac{\gamma}{\tau_p} \frac{\pi}{2} = 2 \Theta_z f_t.$$

Tetivni namotni faktor:

$$f_t = \frac{\Theta}{2 \Theta_z} = \sin \frac{k\pi}{2} \quad (11)$$

opet je identičan tetivnome namotnom faktoru pri izračunavanju napona. Lako je vidjeti da je onda i ukupni *namotni faktor*:

$$f_n = f_z f_t \quad (12)$$

isti, bilo da valja izračunati rezultantu napona iz broja vodiča spojenih u seriju, bilo da treba izračunati rezultantu protjecanja iz ukupnog broja amperzavoja po polu. Budući da je ukupni broj vodiča u namotu kod stroja s $2p$ polova i q namotanih utora u zoni jednog pola:

$$z = 2p q z_1,$$

a broj zavoja u namotu:

$$w = p q z_1$$

bit će broj zavoja po jednom sloju i po jednom polu:

$$w_z = \frac{1}{2} \frac{p q z_1}{2 p} = q \frac{z_1}{4}.$$

Ukupno protjecanje po polu može se izraziti kao:

$$\Theta = 2 \Theta_z f_t = 2 \frac{4}{\pi} \frac{i q z_1}{4} f_z f_t = \frac{4}{\pi} i q \frac{z_1}{2} f_n,$$

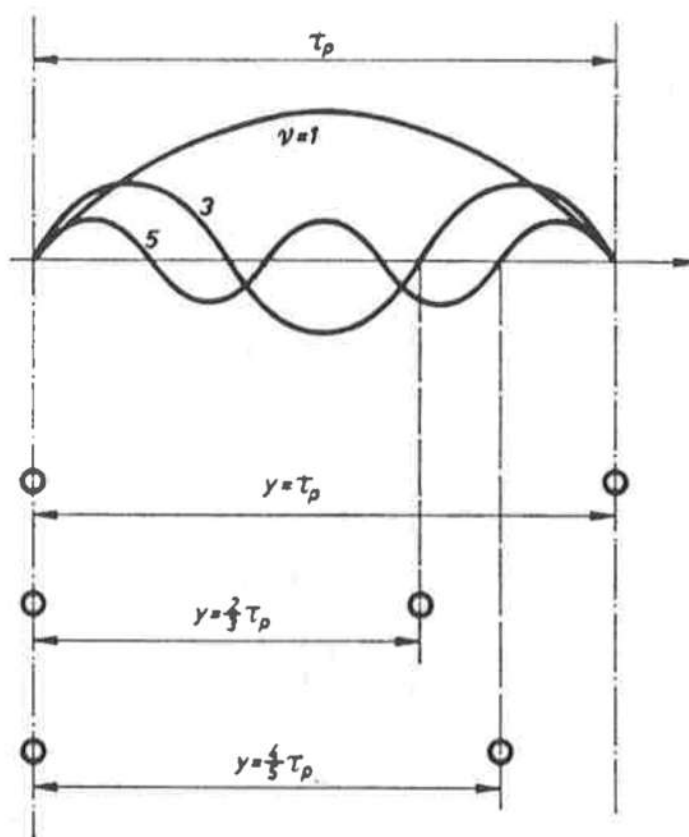
a to će, izraženo ukupnim brojem vodiča ili zavoja, biti:

$$\Theta = \frac{4}{\pi} \frac{i}{2p} \frac{z}{2} f_n = \frac{4}{\pi} \frac{i w}{2 p} f_n. \quad (13)$$

Treba pripaziti na uobičajeni način računanja izmjeničnim veličinama: kod napona i struja ističu se uvijek efektivne vrijednosti, a kod polja, indukcije i protjecanja maksimalne vrijednosti. Tako će, dakle, *izmjenična struja I* (efektivna vrijednost) dati protjecanje (maksimalna vrijednost osnovnoga harmoničkog člana):

$$\Theta = \frac{4}{\pi} \frac{I \sqrt{2} w}{2 p} f_n = 0,9 \frac{w I}{p} f_n. \quad (14)$$

Viši harmonički članovi u krivulji indukcije induciraju više članove u naponu vodiča. Polni korak τ_p je električni kut π za osnovni harmonički član, 3π za treći, $v\pi$ za član reda v (sl. 20.15). Geometrijski kut α_g između utora označava električni kut $p\alpha_g$ za osnovni harmonički član, a $v p\alpha_g$ za harmonički član reda v .



Sl. 20.15. Viši harmonički članovi u krivulji raspodjele indukcije i inducirani napon u svitku

Općenito je zonski faktor za harmonički član reda v :

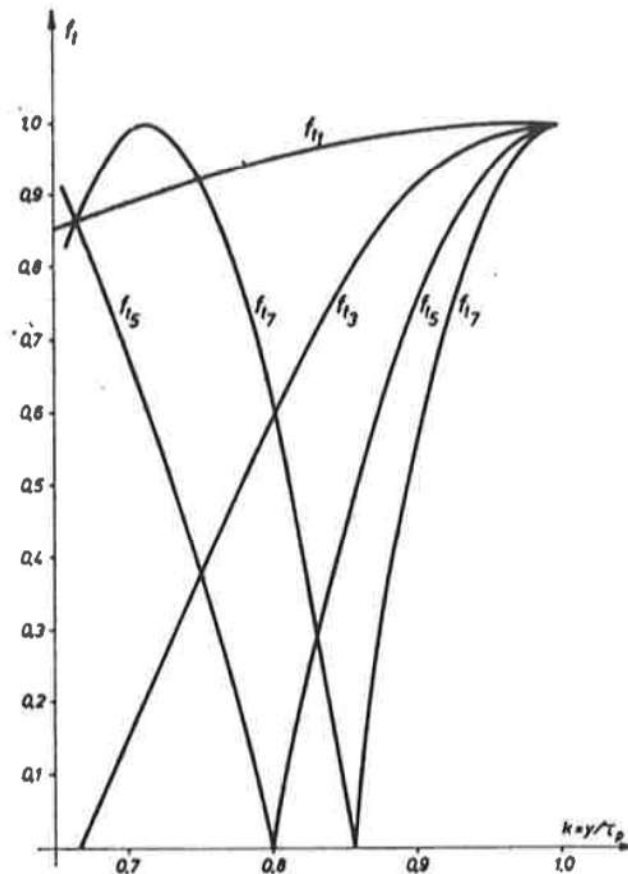
$$f_z = \frac{\sin v \frac{q \alpha}{2}}{q \sin v \frac{\alpha}{2}}, \quad (15)$$

a tetivni faktor:

$$f_t = \sin v \frac{y}{\tau_p} \frac{\pi}{2}, \quad (16)$$

pa se prikladnim izborom namota mogu *potisnuti* nepoželjni članovi u ukupnome induciranom naponu, a isto tako i viši harmonički članovi protjecanja pojedinih svitaka u protjecanju cijelog namota.

Tetivni faktor za osnovni, treći, peti i sedmi harmonički član prikazan je na slici 20.16.



Sl. 20.16. Tetivni namotni faktor za osnovni, treći, peti i sedmi harmonički član

Prikladnim izborom namota postiže se oblik induciranog napona vrlo blizu sinusoidi i ukupno protjecanje namota vrlo blizu sinusnoj raspodjeli.

► Promotrimo a) okretno polje nesinusne izmjenične struje u mirnom namotu, i b) nesinusno polje istosmjerne struje u namotu koji rotira. U slučaju a) za raspodjelu indukcije koja sadrži prostorni harmonički član reda v što putuje po obodu kutnom brzinom:

$$\omega_{mv\mu} = \frac{\mu}{v} \frac{\omega}{p}$$

dade se izračunati napon koji u jednom vodiču inducira taj harmonički član. Njegova je obodna brzina:

$$v_{v\mu} = \frac{D}{2} \omega_{mv\mu} = \frac{\mu}{\nu} \frac{\tau_p}{\pi} \omega = \frac{\mu}{\nu} v,$$

gdje je v brzina za osnovni prostorni član ($\nu = 1$) proizveden osnovnim vremenskim članom struje ($\mu = 1$):

$$v = \frac{\tau_p}{\pi} \omega.$$

Iz umnoška $B l v$ izlazi da je napon u jednom vodiču koji nastaje utjecajem višega harmoničkog člana:

$$E_{v\mu 1} = E_{11} \frac{B_{v\mu}}{B_1} \frac{\mu}{\nu}.$$

Za cijeli namot moraju se uzeti u obzir i različiti namotni faktori:

$$E_{v\mu} = E \frac{B_{v\mu}}{B_1} \frac{\mu}{\nu} \frac{f_{nv}}{f_{n1}} = 4,44 \Phi_1 \frac{B_{v\mu}}{B_1} \frac{1}{\nu} \mu f w f_{nv}.$$

Izraz $\Phi_1 \frac{B_{v\mu}}{B_1} \frac{1}{\nu} = \Phi_\nu$ pokazuje veličinu magnetskog toka po polu harmoničkog člana indukcije prostornog reda ν , a $\mu f = f_\mu$ izražava frekvenciju napona koji član vremenskog reda μ inducira u vodičima. Tako dobivamo izraz za *napon što ga inducira bilo koji harmonički član*, analogan izrazu za osnovni harmonički član:

$$E_{v\mu} = 4,44 \Phi_\nu f_\mu w f_{nv}. \quad (17)$$

Pri tome smo uzimali da namot miruje, a da se okretno polje giba. Sličan račun vrijedi ako polje miruje, a namot se giba. Često se kreće i polje i namot. *Relativna brzina* polja prema namotu neka je:

$$v_{rel} = v_p - v_n = s v_p$$

ili, računajući s kutnim brzinama:

$$\omega_{rel} = \omega_p - \omega_n = s \omega_p. \quad (18)$$

Faktor $s = \frac{\omega_p - \omega_n}{\omega_p}$ naziva se *klizanjem*, i bit će očito $s < 1$ ako namot rotira sporije od polja, ali u istom smjeru, zatim $s = 0$ rotira li istom brzinom kao polje i $s < 0$ ako rotira brže od polja u istom smjeru. Ako namot stoji, bit će $s = 1$, a rotira li u suprotnom smjeru, vrijedi $s > 1$.

Brzina polja u slučaju a) općenito za član reda ν , μ iznosi:

$$v_{p\nu\mu} = \frac{\mu}{\nu} \frac{\tau_p}{\pi} \omega = \frac{\mu}{\nu} 2 \tau_p f = \frac{2 \tau_p}{\nu} f_{\mu}.$$

Budući da je brzina namota ista, a brzina polja za svaki harmonički član drukčija, bit će klizanje za svaki član ν , μ drugo, pa ćemo ga označiti sa $s_{\nu\mu}$:

$$s_{\nu\mu} = \frac{v_{p\nu\mu} - v_n}{v_{p\nu\mu}} = \frac{v_{rel\ \nu\mu}}{v_{p\nu\mu}}. \quad (19)$$

Relativna brzina o kojoj ovisi visina i frekvencija induciranih napona bit će:

$$v_{rel\ \nu\mu} = s_{\nu\mu} \frac{\mu}{\nu} 2 \tau_p f = \frac{2 \tau_p}{\nu} s_{\nu\mu} f_{\mu}.$$

Inducirani napon u namotu koji se kreće iznosi:

$$E_{\nu\mu s} = 4,44 \Phi_{\nu} s_{\nu\mu} f_{\mu} w f_{n\nu}, \quad (20)$$

a njegova je frekvencija:

$$f_{\nu\mu s} = s_{\nu\mu} \mu f, \quad (21)$$

gdje je f frekvencija osnovnoga harmoničkog člana napona što ga inducira osnovni član raspodjele indukcije $\nu = 1$, $\mu = 1$, u mirnom namotu.

Viši harmonički članovi protjecanja reda ν stvoreni strujama osnovne frekvencije $\mu = 1$ imaju unutar polnog koraka τ_p ukupno ν poluperioda, a kreću se brzinom $\frac{1}{\nu} \omega$. Dok osnovni član prevali na obodu razmak $2 \tau_p$ i inducira punu periodu izmjeničnog napona, član reda ν prevali razmak $2 \tau_p/\nu$, a to je upravo puna perioda za taj član, pa je i njegov inducirani napon prošao punu periodu. Frekvencija napona koji inducira bilo koji prostorni harmonički član polja indukcije istoga vremenskog reda $\mu = 1$ bit će jednaka *frekvenciji osnovnog člana*. Naponi takvih članova vektorski zbrojeni daju *osnovni harmonički član induciranih napona*:

$$E = \sum_{\substack{\nu=1 \\ (\mu=1)}}^{\infty} 4,44 \Phi_{\nu} f w f_{n\nu} e^{j\varphi\nu}. \quad (22)$$

Međutim, svi članovi s $\mu > 1$ daju μ puta veće frekvencije induciranih napona.

Slučaj b) odnosi se i na više harmoničke članove prostorne raspodjele magnetske indukcije u rasporu, nastale zbog zasićenja, koji putuju brzinom osnovnog člana, pa induciraju napone trostruke, peterostruke itd. frekvencije, i na prostorne članove indukcije nastale istosmjernom uzbuđom koja mehanički rotira. Svi ti članovi pu-

tuju istom obodnom brzinom osnovnog člana, pa induciraju napone, svaki svoje frekvencije, ν puta veće od osnovne:

$$v_\nu = \frac{\tau_p}{\pi} \omega = v$$

$$f_\nu = s_\nu \nu f$$

Aproksimativno se obično računa samo s magnetskim tokom osnovnoga harmoničkog člana, ali se srednja vrijednost napona dobiva iz ukupnog toka Φ (uz $f_n \approx f_{n1}$):

$$E_{sr} = 4 \Phi f w f_{n1},$$

a efektivna vrijednost izračuna se pomoću faktora oblika ξ :

$$E = 4 \xi \Phi f w f_{n1}. \quad (23)$$

Faktor oblika ξ ovisi o obliku polnih nastavaka i o izobličenju raspodjele indukcije zbog zasićenja. Na slikama 19.19. i 19.20. prikazane su vrijednosti kojima se služimo u praktičnom računanju.

►► Više harmoničke članove protjecanja računamo jednako kao i osnovni, uz primjenu namotnog faktora za promatrani član. Tako je za *istosmjernu uzбудnu struju*:

$$\Theta_\nu = \frac{4}{\pi} \frac{w I}{\nu 2p} f_{n\nu}, \quad (24)$$

a za sinusnu *izmjeničnu uzбудnu struju* ($\mu = 1$):

$$\Theta_{\nu\sim} = 0,9 \frac{w I}{\nu p} f_{n\nu}. \quad (25)$$

To isto vrijedi za *simetrični dvofazni sistem* uz $\mu = 1$, jer je okretno protjecanje jednake veličine kao protjecanje jednoga faznog namota. Tu je:

$$\Theta_{\nu 2-f} = 0,9 \frac{w I}{\nu p} f_{n\nu} \text{ (za } \nu \neq 2k, k = 1, 2, 3 \dots).$$

Za *simetrični trofazni sistem* okretno je protjecanje 1,5 $\Theta_{\nu 2-f}$, pa će biti:

$$\Theta_{\nu 3-f} = 1,35 \frac{w I}{\nu p} f_{n\nu} \text{ (za } \nu \neq 3k, k = 1, 2, 3, \dots). \quad (26)$$

Za $\nu = 2k$ kod dvofaznog i $\nu = 3k$ kod trofaznog sistema okretnog protjecanja nema. Vremenski viši harmonički članovi u uzbudnoj struji daju *iznose* protjecanja koji

ne ovise o frekvenciji, pa se računaju na isti način. Razlika je samo u μ puta većoj brzini okretnih protjecanja. Treba, dakako, prema odjeljku 2.4, provjeriti da li promatrana kombinacija $v\text{-}\mu$ uopće daje okretno polje.

Zonski namotni faktor ovisi o broju namotanih utora u zoni i o električnom kutu α između susjednih utora. Broj namotanih utora uzima se za jednofazne strojeve koji imaju samo jedan namot obično oko $2/3$ raspoloživog broja utora. Kod višefaznih strojeva — dvofaznih, trofaznih, općenito m -faznih s m jednakih namota — za svaki namot postoji N/m utora. Obično se služimo podatkom koji kazuje koliko utora dolazi na pol i fazu:

$$q = \frac{N}{2 p m}. \quad (27)$$

Budući da kod dvofaznog stroja na fazu dolazi $1/2$, a kod trofaznog $1/3$ raspoloživog broja utora po polu, uvijek sve utore i namatamo, pa je q ujedno i namotani broj utora po polu za namot jedne faze. Produkt $q \alpha$ izražava širinu namotane zone jedne faze:

$$q \alpha = \frac{N}{2 p m} \frac{2 p \pi}{N} = \frac{\pi}{m},$$

a kut α iznosi:

$$\alpha = \frac{\pi}{q m},$$

pa se zonski namotni faktor za višefazne namote može prikazati ovisno o broju utora po polu i fazi q :

$$f_z = \frac{\sin \frac{\pi}{2 m}}{q \sin \frac{\pi}{2 q m}}, \quad (28)$$

odnosno:

$$f_{zv} = \frac{\sin v \frac{\pi}{2 m}}{q \sin v \frac{\pi}{2 q m}}. \quad (29)$$

Za jednofazni namot broj namotanih utora q nije identičan broju utora po polu $\frac{N}{2 p} = q_p$. U tablicama 1, 2. i 3. prikazane su karakteristične vrijednosti zonskih namotnih faktora za jednofazne, dvofazne i trofazne namote.

Tetivni namotni faktor ovisno o skraćanju y/τ_p predložen je na slici 20.16.

Tablica 1.

Zonski namotni faktor za jednofazne namote

q_p (raspoloživo)	6	7	8	9	12	15	$q_p \rightarrow \infty$
q (namotano)	4	5	6	6	8	10	$q \rightarrow 2/3 q_p$
f_{z1}	0,837	0,810	0,789	0,831	0,829	0,829	0,827
f_{z3}	0	0,071	0,115	0	0	0	0
f_{z5}	0,224	0,138	0,077	0,188	0,178	0,173	0,165
f_{z7}	0,224	0,200	0,157	0,154	0,136	0,129	0,118

Tablica 2.

Zonski namotni faktor za dvofazne namote

q	1	2	3	4	5	6	∞
f_{z1}	1,0	0,924	0,911	0,906	0,904	0,903	0,900
f_{z3}	1,0	0,383	0,333	0,318	0,312	0,308	0,300
f_{z5}	1,0	0,383	0,244	0,213	0,200	0,194	0,180
f_{z7}	1,0	0,924	0,244	0,180	0,159	0,149	0,129

Tablica 3.

Zonski namotni faktor za trofazne namote

q	1	2	3	4	5	6	∞
f_{z1}	1,0	0,966	0,960	0,958	0,957	0,956	0,955
f_{z3}	1,0	0,707	0,667	0,653	0,647	0,644	0,637
f_{z5}	1,0	0,259	0,218	0,205	0,200	0,197	0,191
f_{z7}	1,0	0,259	0,177	0,158	0,149	0,145	0,136
f_{z9}	1,0	0,707	0,333	0,271	0,247	0,236	0,212
f_{z11}	1,0	0,966	0,177	0,126	0,109	0,102	0,087
f_{z13}	1,0	0,966	0,218	0,126	0,102	0,092	0,073
f_{z15}	1,0	0,707	0,667	0,271	0,200	0,173	0,127
f_{z17}	1,0	0,259	0,960	0,158	0,102	0,084	0,056
f_{z19}	1,0	0,259	0,960	0,205	0,109	0,084	0,050

► Iz razmatranja u odjeljku 18.5. izlazi da je u krivulji vodljivosti zračnog rasporeda osobito istaknut član koji odgovara broju utora po polu q_p , a glasi:

$$A_{q_p}(x) = A_{q_p} \cos 2 q_p \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (30)$$

Osnovni harmonički član protjecanja dat će s tim članom vodljivosti dva harmonička člana u raspodjeli indukcije, i to reda:

$$2 \xi + \nu = 2 q_p + 1 = \frac{N}{p} + 1 \quad (31)$$

te:

$$2\xi - \nu = 2q_p - 1 = \frac{N}{p} - 1. \quad (32)$$

To su *osnovni utorski harmonički članovi*. Zonski namotni faktor za te članove iznosi:

$$f_{zq_p} = \frac{\sin\left(\frac{N}{p} \pm 1\right) \cdot q \frac{\alpha}{2}}{q \sin\left(\frac{N}{p} \pm 1\right) \frac{\alpha}{2}}.$$

Uz $\alpha = \frac{2p\pi}{N}$ taj izraz prelazi u:

$$f_{zq_p} = \frac{\sin\left(q\pi \pm q\frac{\alpha}{2}\right)}{q \sin\left(\pi \pm \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{\sin q\frac{\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}} = f_{z1}. \quad (33)$$

To vrijedi za sve cjelobrojne višekratnike od q_p . Zonski namotni faktor za te utorske harmoničke članove jednak je namotnom faktoru za osnovni harmonički član.

Isto tako za tetivni faktor vrijedi:

$$f_{tq_p} = \sin\left(\frac{N}{p} \pm 1\right) k \frac{\pi}{2} = \sin\left(q_p k \pi \pm k \frac{\pi}{2}\right).$$

Ako su y i τ_p izraženi u broju utorskih koraka, onda je $\tau_p = q_p$, pa je faktor prikrate $k = y/q_p$, a tetivni namotni faktor:

$$f_{tq_p} = \sin\left(y\pi \pm k \frac{\pi}{2}\right).$$

Širina svitka y u utorskim koracima uvijek je cijeli broj, pa vrijedi opet:

$$f_{tq_p} = f_{t1}. \quad (34)$$

Prema tome je i ukupni namotni faktor za utorske harmoničke članove isti kao za osnovni harmonički član. To čini utorske harmoničke članove osobito neugodnima jer ih *ne možemo ukloniti zgodnim izborom namota* a da pri tome istodobno ne uklonimo i osnovni harmonički član.

20.2. Zadaci



1. Stator 12-polnog stroja ima 144 utora. Kolik je geometrijski, a kolik električni kut između dvaju susjednih utora, kolik je broj utora po polu, a kolik po polu i fazi: a) za dvofazni; b) za trofazni namot?

[2,5°, 15°, $q_p = 12$; a) $q = 6$; b) $q = 4$]

2. Kolik je namotni faktor za jednofazni namot stroja u 1. zadatku ako su namotane 2/3 utora: a) dijametralnim svicima; b) dvoslojnim namotom s korakom svitka 1—11?

$$[a) f_n = f_z = 0,829; b) f_t = 0,966, f_n = 0,801]$$

3. Kolik je zonski, tetivni i ukupni namotni faktor za treći, peti i sedmi harmonički član u 2. b zadatku?

$$[f_{z3} = 0, f_{t3} = 0,707, f_{n3} = 0; f_{z5} = 0,178, f_{t5} = 0,259, f_{n5} = 0,046; f_{z7} = 0,136, f_{t7} = 0,259, f_{n7} = 0,035]$$

4. Kako treba odabrati korak svitka dvoslojnog namota 6-polnog stroja s ukupno 90 utora da bi se što više eliminirao: a) treći; b) peti; c) sedmi harmonički član, uz što manje smanjenje osnovnoga?

$$[a) 1—11; b) 1—13; c) 1—14]$$

5. Da li namot prema 4.a zadatku eliminira treći harmonički član: a) u krivulji protjecanja; b) u krivulji raspodjele indukcije u rasporu?

$$[a) \text{ Da; } b) \text{ ne (zasićenje)}]$$

6. Stroj u 1. zadatku ima promjer $D = 80$ cm, duljinu $l = 30$ cm, duljinu zračnog raspora $\delta = 1$ mm i namotan je dijametralnim svicima koji zauzimaju 2/3 ukupnog broja utora, s ukupno $w = 480$ zavoja. Amplituda osnovnoga harmoničkog člana indukcije okretnog polja u rasporu iznosi $B_1 = 0,853$ T. Kolik napon u namotu inducira osnovni harmonički član ako je frekvencija napajanja 50 Hz?

$$[3\,016\text{ V}]$$

7. U namotu iz 6. zadatka teče struja od 120 A. Kolika je maksimalna vrijednost protjecanja i kolika amplituda osnovnoga harmoničkog člana ako je struja: a) istosmjerna; b) izmjenična?

$$[a) 4\,800\text{ A}, 5\,066\text{ A; } b) 6\,788\text{ A}, 7\,165\text{ A}]$$

8. Kolik će biti treći, peti i sedmi harmonički član u krivulji protjecanja iz 7. zadatka ako u namotu teče izmjenična struja? Koliko je to posto osnovnoga harmoničkog člana?

$$[0\text{ A}, 0,308\text{ A}, 160\text{ A; } 0\%, 4,3\%, 2,4\%]$$

9. Koji su glavni utorski harmonički članovi namota u 2. a i 2. b zadatku? Kolik je njihov namotni faktor?

$$[23\text{-i}, 25\text{-i; } a) f_n = 0,829, b) f_n = 0,801]$$

10. Dvoslojni namot 4-polnog stroja s ukupno 24 utora ima osam svitaka s korakom 1—5, svaki svitak sa 50 zavoja. Duljina raspora je $\delta = 0,6$ mm. Potrebno je u rasporu postići amplitudu osnovnoga harmoničkog člana indukcije od 0,8 T. Kolika izmjenična struja mora teći u namotu? Kolik će biti treći i peti harmonički član indukcije ako se zanemari utjecaj zasićenja?

$$[2,53\text{ A; } 0; 0,043\text{ T}]$$

11. Kad bi namot u 10. zadatku bio jedan od tri jednaka fazna namota trofaznog stroja, kolika bi struja u namotu bila potrebna da se postigne ista indukcija od 0,8 T?

[1,69 A]

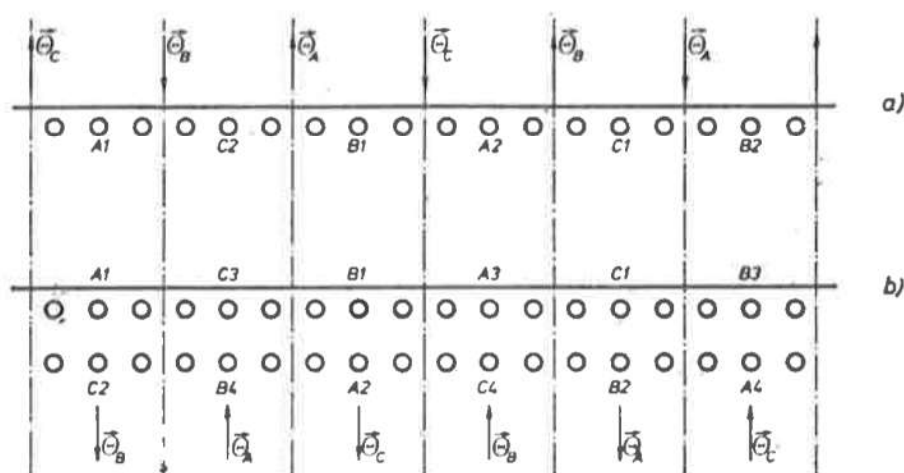
12. Namot iz 10. zadatka nalazi se na statoru, a rotor je uzbuđen istosmjernom strujom te proizvodi polje u rasporu s komponentama $B_1 = 0,8$ T, $B_3 = 0,1$ T, $B_5 = 0,05$ T. Rotor se vrti brzinom od $1\,500$ r min⁻¹. Promjer stroja je 15 cm, duljina 5 cm. Koliki će se napon inducirati i koja će biti njegova frekvencija za: a) osnovni; b) treći; c) peti harmonički član?

[a) 223 V, 50 Hz; b) 0; c) 3,73 V, 250 Hz]

20.3. Višefazni namoti

►► Namot jednofaznog stroja zauzima obično $2/3$ njegova oboda. Ako na isti stroj treba smjestiti *višefazni namot* od m međusobno jednakih faznih namota, čitav prostor na obodu valja podijeliti brojem m da bi se dobio prostor koji pripada jednom namotu. Taj prostor bit će uvijek manji od $2/3$ oboda — kod dvofaznog stroja to je $1/2$ oboda, kod trofaznog $1/3$ oboda. Tim smanjivanjem zone namatanja zonski namotni faktor postaje nešto bolji, a budući da je cijeli obod iskorišten, dobivamo iz višefaznog stroja iste veličine veću snagu.

Već je opisan višefazni namot s m faznih namota raspoređenih u jednakim razmacima unutar dvostrukoga polnog koraka $2\tau_p$. Na slici 20.17. prikazan je smješ-

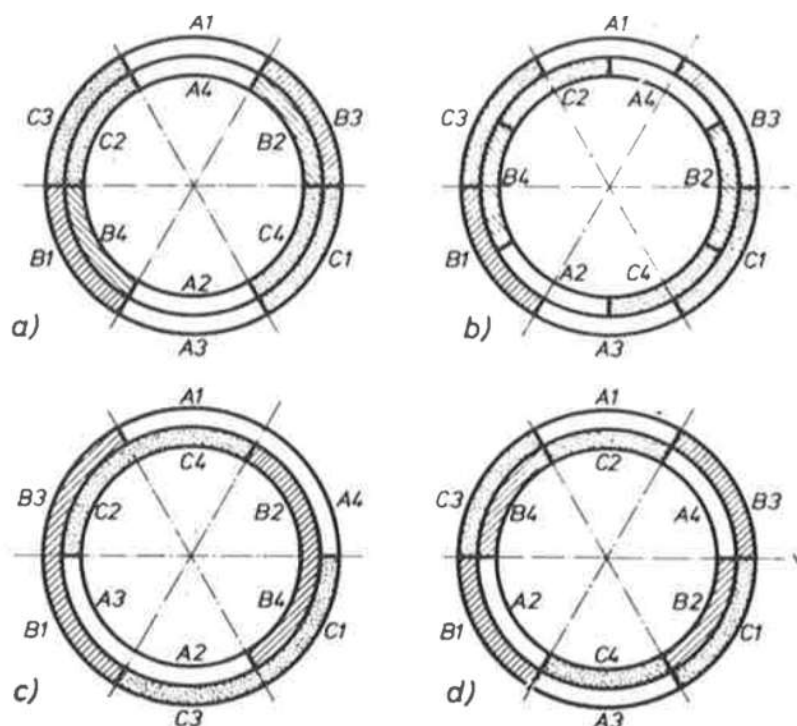


Sl. 20.17. Raspodjela 3-faznog namota: a) 1-slojnog, b) 2-slojnog sa skraćanim svicima za jedan par polova

taj trofaznog *jednoslojnog* (a) i *dvoslojnog* (b) namota za jedan par polova. Kod više pari polova slika se ponavlja, pa svaka faza može imati p ili $2p$ jednakih grana. Sve tri faze mogu se spojiti međusobno u trokut ili u zvijezdu.

Kod dvoslojnog namatanja svakoj od triju faza odgovara $1/3$ broja utora pod svakim polom, tj. $1/3$ u gornjem i $1/3$ u donjem sloju (sl. 20.18a). Ako su svici *skraćeni*, bit će slika donjeg sloja zakrenuta prema gornjemu za odgovarajući kut (sl. 20.18. b). No može se obod stroja potpuno iskoristiti i tako da se jednoj fazi pod jednim polom dodijeli umjesto 60° u gornjem i u donjem sloju dvostruki kut od 120° , ali samo u gornjem sloju. Pod idućim polom zauzet će taj isti fazni namot

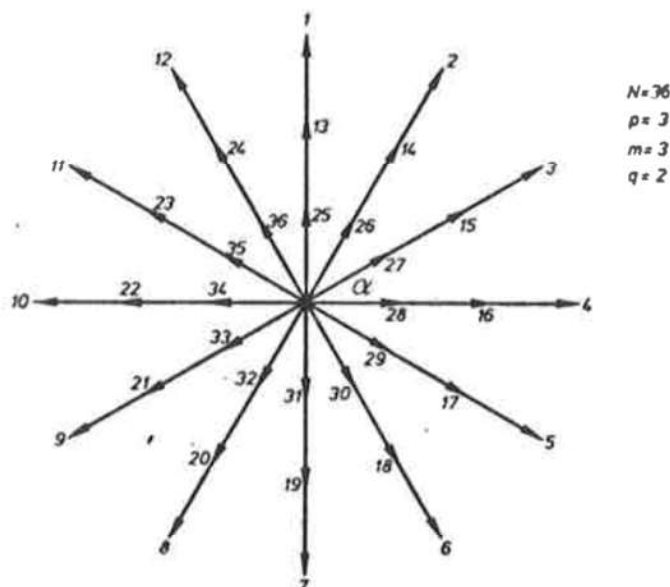
120° u donjem sloju (sl. 20.18.c). To je trofazni namot sa zonom namatanja od 120°. Takav dvoslojni namot s dijametralnim svicima ekvivalentan je u pogledu namotnog faktora namotu sa zonom od 60° po polu i fazi i svicima skraćenima za 1/3 polnog koraka (sl. 20.18.d).



Sl. 20.18. Raspodjela 3-faznoga 2-slojnog namota za jedan par polova: a) s dijametralnim svicima i zonom od 60°, b) sa skraćenjem 5/6 i zonom od 60°, c) s dijametralnim svicima i zonom od 120°, d) sa skraćenjem 2/3 i zonom od 60°

Radi lakšeg projektiranja višefaznih namota često se služimo tzv. *zvijezdom napona* (sl. 20.19). Ako pođemo od utorskog napona, tj. zbroja napona svih vodiča koji se nalaze npr. u utoru br. 1, onda će napon utora 2 zaostajati za kut α :

$$\alpha = \frac{p}{N} 360.$$



Sl. 20.19. Zvijezda napona

Nacrtamo li i označimo sve utorske napone, kao na slici 20.19. za namot s tri para polova i 36 utora, vidjet ćemo da u tom slučaju po tri utora imaju identičan vektor napona, jer stroj ima $p = 3$ para polova. Po svakom polu postoji $N/2p$ utora. Ako treba izvesti m -fazni namot, onda će biti:

$$q = \frac{N}{2pm}$$

utora po svakom polu i svakoj fazi. To je ujedno širina zone namatanja mjerena u utorskim koracima, ili *broj utora po polu i fazi*, koji se pojavljivao i u izrazu za zonski namotni faktor. U našem primjeru izlazi da je $q = 2$, pa možemo upotrijebiti po dva utora za svaku fazu ispod svakog pola. Tada je lako odabrati utore tako da fazni naponi budu što veći i razmaknuti za 120° . Treba se samo prije odlučiti za jednoslojni ili dvoslojni namot sa skraćenjem. Tako iz slike 20.19. dobivamo shemu (brojka u zagradi označuje da se ta strana svitka uključuje u suprotnom smislu u smjer obilaženja namota):

a) Za jednoslojni namot

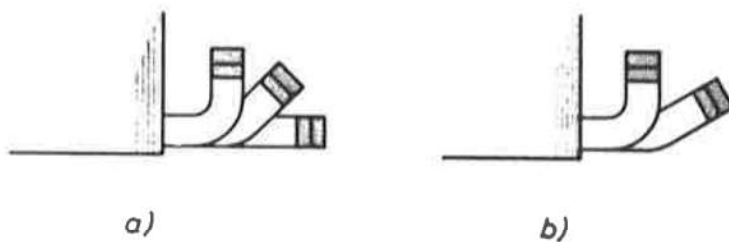
Redni broj utora

Faza A	1	2	13	14	25	26
	(7)	(8)	(19)	(20)	(31)	(32)
Faza B	5	6	17	18	29	30
	(11)	(12)	(23)	(24)	(35)	(36)
Faza C	9	10	21	22	33	34
	(3)	(4)	(15)	(16)	(27)	(28)

b) Za dvoslojni namot sa skraćenjem 4/6

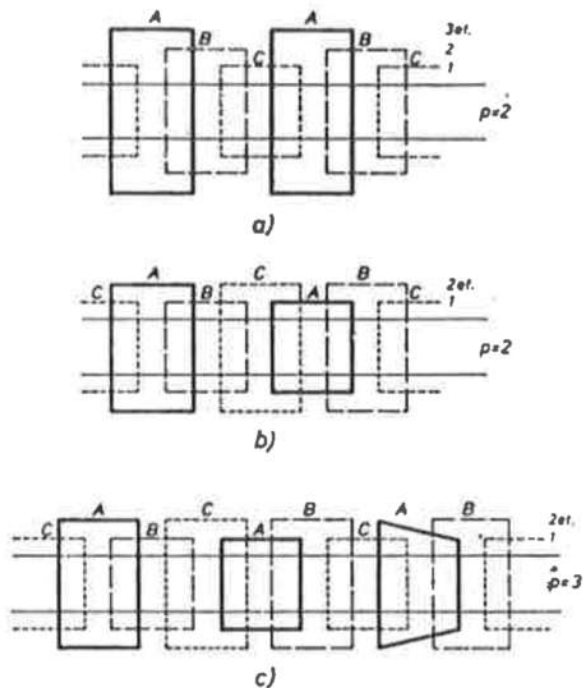
Faza A gornji sloj	1	2	13	14	25	26	(7)	(8)	(19)	(20)	(31)	(32)
Faza A donji sloj	(5)	(6)	(17)	(18)	(29)	(30)	11	12	23	24	35	36
Faza B gornji sloj	5	6	17	18	29	30	(11)	(12)	(23)	(24)	(35)	(36)
Faza B donji sloj	(9)	(10)	(21)	(22)	(33)	(34)	15	16	27	28	3	4
Faza C gornji sloj	9	10	21	22	33	34	(3)	(4)	(15)	(16)	(27)	(28)
Faza C donji sloj	(13)	(14)	(25)	(26)	(1)	(2)	7	8	19	20	31	32

Kod dvoslojnog namota svakome utorskom naponu odgovaraju dva identična, ali neovisna napona — strane svitka u gornjem i u donjem sloju. Iz takva pregleda može se crtati *shema namota*, a zvijezda napona jasno pokazuje koji se dijelovi namota smiju spojiti kao paralelne grane, a koji ne. Način spajanja ovisi o izboru vrste namota — s jednakim ili koncentričnim svcima, o izboru izvedbe glava namota itd.

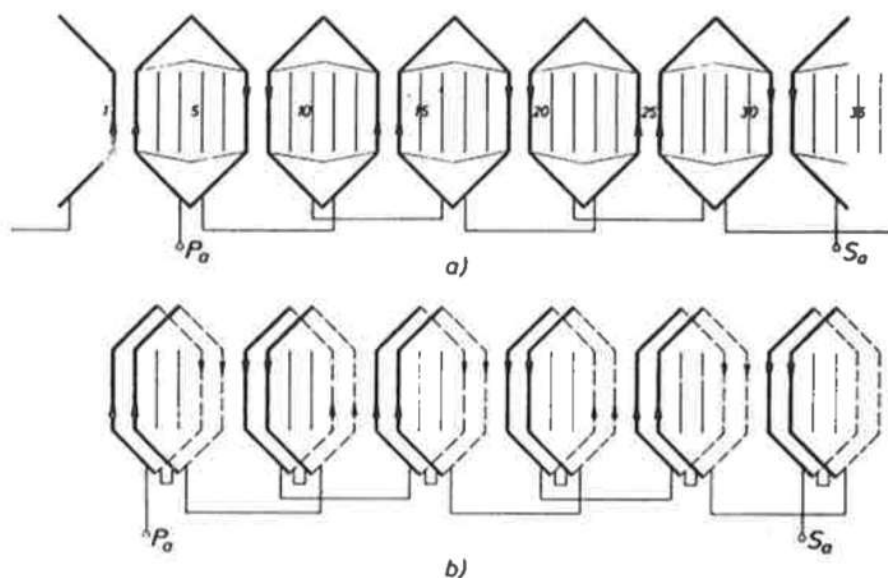


Sl. 20.20. Smještaj glave namota: a) u tri etaže, b) u dvije etaže

Za namot s jednakim svicima vrijedi isto što je rečeno kod jednofaznih namota. Međutim, za namot s koncentričnim svicima glave namota svih triju faza ne mogu biti položene u istoj rotacijskoj plohi (»etaži«), pa se takav namot izvodi kao *dvo-etažni* ili *troetažni* (sl. 20.20). Shema troetažnog namota (radi jednostavnosti uzet je samo jedan utor po polu i fazi, a kod $q > 1$ tome bi odgovarala grupa svitaka jedne faze) prikazana je na slici 20.21.a. Isti namot može se izvesti i u dvije etaže (sl. 20.21.b). Ako je broj pari polova $p = 3$ (ili višekratnik od 3), onda se namot u dvije etaže može izvesti samo tako da jedna grupa svitaka prelazi iz jedne etaže u drugu (sl. 20.21.c).



Sl. 20.21. Shema: a) 3-etažnog; b) 2-etažnog jednoslojnog namota za $p = 2$; c) 2-etažnog jednoslojnog namota za $p = 3$



Sl. 20.22. Shema jedne faze 3-faznog namota: a) jednoslojnog, b) dvoslojnog sa skraćenim svicima

Na slici 20.22. ucrtana je shema samo za fazu A za: a) 1-slojni; b) 2-slojni namot. Crtkano je označena strana svitka smještena u donjemu dijelu utora, a punom linijom strana svitka u njegovu gornjem dijelu.

► U dosadašnjim razmatranjima broj utora po polu i fazi q bio je cijeli broj. Za velike strojeve, pogotovo one s mnogo pari polova, često se izvodi *razlomljeni namot* kod kojega je q pravi ili nepravi razlomak.

Kod *cjelobrojnog namota* bit će kut između vektora susjednih utorskih napona (v. sl. 20.19):

$$\alpha = \frac{2 p \pi}{N} = \frac{\pi}{q m}.$$

Jedan par polova zauzima na obodu kut 2π , a njemu pripada $N_1 = 2 q m$ utora, što čini kut:

$$2 \pi = N_1 \alpha,$$

gdje je N_1 cijeli broj. Na svaki par polova dolazi cijeli broj N_1 krakova zvijezde napona. Dovoljno je nacrtati zvijezdu za jedan par polova jer se slika za svaki dalji par polova ponavlja.

Razlomljeni namot ima broj utora po polu i fazi:

$$q = \frac{N}{2 p m} = q' + \frac{a}{b}, \quad (1)$$

gdje je q' cijeli broj, a $a < b$; a, b su cijeli brojevi koji nemaju zajednički faktor. Na jedan par polova dolazi tada $N_1 = 2 q m$ utora, što može, ali ne mora biti cijeli broj:

$$N_1 = 2 q' m + 2 \frac{a}{b} m. \quad (2)$$

Kut koji odgovara jednom paru polova bit će:

$$2 \pi = N_1 \alpha.$$

Zvijezda napona imat će cijeli broj krakova po paru polova samo uz uvjet da je $2 m = k b$, $k = 1, 2, 3, \dots$. Ako to nije ispunjeno, treba potražiti broj n pari polova za koji će zvijezda imati cijeli broj krakova:

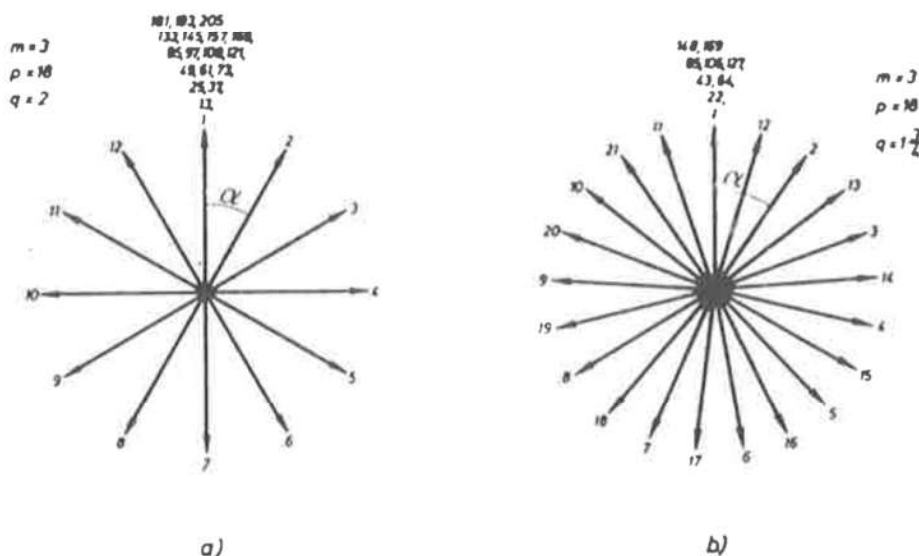
$$2 n \pi = n N_1 \alpha = \left(2 n q' m + \frac{2 a m n}{b} \right) \alpha = \text{cijeli broj } x \alpha. \quad (3)$$

To će biti ispunjeno uz:

$$2 a m n = k b, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Ako npr. trofazni 36-polni namot izvedemo kao cjelobrojni s $q = 2$, potrebno je ukupno $N = 36 \cdot 3 \cdot 2 = 216$ utora. Kut među utorima je $\alpha = \frac{36 \cdot 180^\circ}{216} = 30^\circ$,

pa zvijezda napona ima $\frac{360}{30} = 12$ krakova. Svaki krak je vektor napona za 18 različitih utora (sl. 20.23.a), a slika se ponavlja za svaki par polova, tj. 18 puta.



Sl. 20.23. Primjer zvijezde napona 3-faznoga mnogopolnog namota: a) cjelobrojnog sa $q = 2$; b) razlomljenog sa $q = 1 \frac{3}{4}$

Ako isti trofazni 36-polni namot izvedemo kao razlomljeni s $q = 1 \frac{3}{4}$, potrebno je ukupno $N = 36 \cdot 3 \cdot \frac{7}{4} = 189$ utora. Kut među utorima je $\frac{36 \cdot 180^\circ}{189} = 34 \frac{2}{7}$; zvijezda napona za jedan par polova treba $\frac{360}{34 \frac{2}{7}} = 10 \frac{1}{2}$ krakova. Pre-

ma toj računici je $q' = 1$, $a/b = 3/4$, pa je potrebno:

$$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot n = k \cdot 4$$

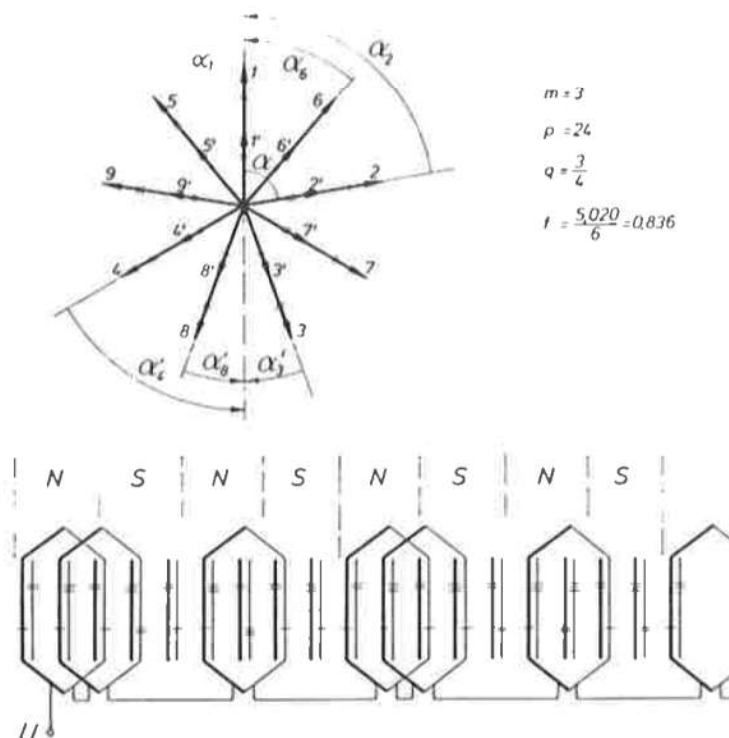
$$n = k \frac{2}{9} = 2 \text{ (za } k = 9),$$

tj. za dva para polova zvijezda će napona imati cijeli broj krakova (sl. 20.23.b). Svaki krak predstavlja devet utora, a slika se ponavlja za svaka dva para polova, tj. devet puta.

Iz zvijezde napona mogu se odabrati fazori koji pripadaju jednoj ili drugoj zoni svake pojedine faze, pri čemu treba paziti na simetralu među fazama. Dijelovi namota koji su prikazani ponavljanjem zvijezde napona smiju se spojiti kao *paralelne grane*, ako je to potrebno.

Namotni faktor za razlomljeni namot ne može se izračunavati formalno uvrštavajući q u formule izvedene za cjelobrojni namot. Treba voditi računa o stvarnom položaju vektora napona u zvijezdi. U najopćenitijem slučaju, namotni faktor za namot koji u zvijezdi napona ima po fazi Q vektora iste veličine, a istog ili razli-

čitih položaja, pri čemu je kut prema po volji odabranom smjeru za i -ti vektor jednak α_i (sl. 20.24), može se računati vektorskim zbrajanjem po komponentama:



Sl. 20.24. Zvijezda napona i shema namota jedne faze za prvih osam polova razlomljenoga 3-faznog namota sa $q = 3/4$

$$\sum E_y = \sum_{i=1}^Q E_u \cos \alpha_i$$

$$\sum E_x = \sum_{i=1}^Q E_u \sin \alpha_i$$

$$E = \sqrt{(\sum E_y)^2 + (\sum E_x)^2} = E_u \sqrt{\left(\sum_{i=1}^Q \cos \alpha_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^Q \sin \alpha_i\right)^2}$$

Algebarska suma je:

$$\sum_{i=1}^Q E_u = Q E_u,$$

pa je namotni faktor:

$$f_n = \frac{E}{Q E_u} = \frac{1}{Q} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^Q \cos \alpha_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^Q \sin \alpha_i\right)^2}. \quad (5)$$

U zbrajanju treba svim vektorima jedne zone pripisati pozitivan predznak, a povratne zone negativan predznak. To je najjednostavnije učiniti tako da se kutovi α_i računaju za jednu zonu prema odabranom smjeru, a za povratnu zonu prema suprotnom smjeru (sl. 20.24), pri čemu pozitivni kut računamo uvijek u istom smjeru obilaženja.

Za prostorne više harmonične članove treba sve kutove u zvijezdi napona ν puta povećati. Namotni faktor za harmonički član reda ν računa se kao i za osnovni član, ali sa:

$$a_{i\nu} = \nu a_i. \quad (6)$$

Zvijezda napona s više krakova, što se postiže razlomljenim namotom, daje manje namotne faktore za više harmoničke članove, i time raspodjelu protjecanja i oblik krivulje napona bliže sinusnom obliku, što se osobito povoljno očituje kod vrlo malog broja utora po polu i fazi, kakav nalazimo u strojeva s mnogo polova i s malim polnim korakom.

Na slici 20.24. vidi se na primjeru faze A spoj dvoslojnog namota s $m = 3$, $p = 24$ i $q = 3/4$ za grupu od prvih osam polova. Slika se za svaka četiri pola ponavlja.

20.3. Zadaci



1. Koliko utora mora imati stator trefaznog 4-polnog stroja da bi se mogao smjestiti namot s tri utora po polu i fazi? Kolik je geometrijski kut između susjednih utora? Kolik je kut između napona susjednih utora u zvijezdi napona?

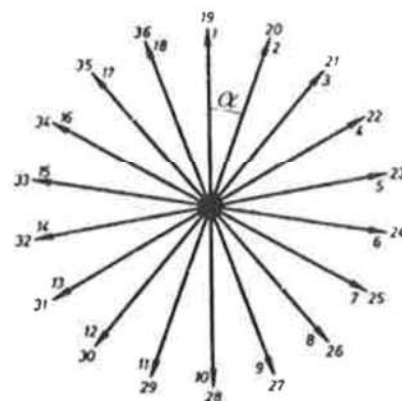
$$[N = 36, 10^\circ, \alpha = 20^\circ]$$

2. Dvofazni 6-polni stroj izveden je s 48 statorskih utora. Kolik je broj utora po polu i fazi q , te kut između napona susjednih utora?

$$[q = 4, \alpha = 22,5^\circ]$$

3. Kako izgleda zvijezda napona za namot u 1. zadatku?

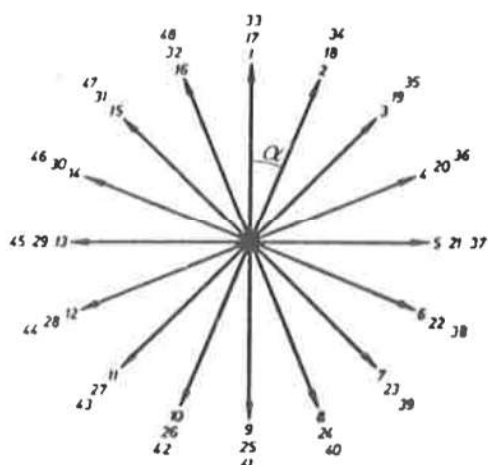
[Sl. 20.25]



Sl. 20.25. Zvijezda napona u 1. zadatku (rješenje 3. zadatak)

4. Kako izgleda zvijezda napona za namot u 2. zadatku?

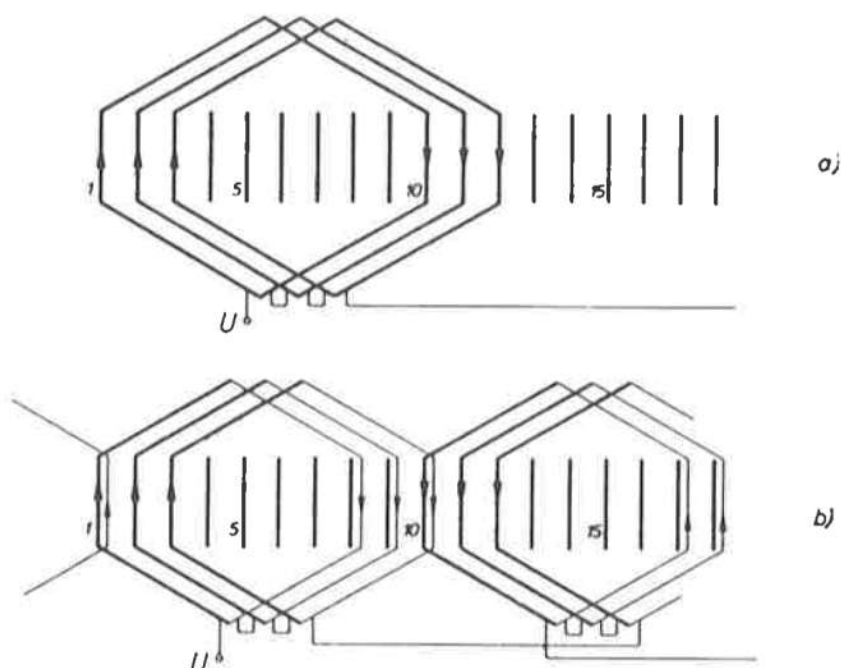
[Sl. 20.26]



Sl. 20.26. Zvijezda napona (rješenje 4. zadatka)

5. Nacrtajte shemu namota iz 1. zadatka za fazu A i samo za jedan par polova ako je namot: a) 1-slojni; b) 2-slojni s korakom 1—8. Predviđa se izvedba s jednakim svicima.

[Sl. 20.27]



Sl. 20.27. Shema: a) 1-slojnog, b) 2-slojnog namota za jednu fazu i jedan par polova (rješenje 5. zadatka)

6. Prikažite shemu namota iz 2. zadatka za fazu A tablicom prema str. 121, ako je namot: a) 1-slojni; b) 2-slojni s korakom 1—7.

a)	1	2	3	4	17	18	19	20	33	34	35	36	
	(9)	(10)	(11)	(12)	(25)	(26)	(27)	(28)	(41)	(42)	(43)	(44)	
b)	gornji sloj	1	2	3	4	(9)	(10)	(11)	(12)	17	18	19	20
	donji sloj	(7)	(8)	(9)	(10)	15	16	17	18	(23)	(24)	(25)	(26)
	gornji sloj	(25)	(26)	(27)	(28)	33	34	35	36	(41)	(42)	(43)	(44)
	donji sloj	31	32	33	34	(39)	(40)	(41)	(42)	47	48	1	2]

7. Kolik je namotni faktor za osnovni, treći i peti harmonički član namota u 5.a i 5.b zadatku?

$$[a) f_{n1} = 0,960, f_{n3} = 0,667, f_{n5} = 0,218;$$

$$b) f_{n1} = 0,902, f_{n3} = 0,334, f_{n5} = 0,038]$$

8. Koji su glavni utorski harmonički članovi za namot iz 6.b zadatka i kolik je namotni faktor za njih?

$$[2q_p + 1 = 17, 2q_p - 1 = 15, f_{n17} = f_{n15} = f_{n1} = 0,837]$$

9. Trofazni 4-polni jednoslojni namot s $q = 3$ iz 7. a zadatka ima u svakom svitku 50 zavoja. Kolika je amplituda osnovnog, trećeg i petog harmoničkog člana okretnog protjecanja ako se namot napaja trofaznom strujom od 2,7 A po fazi?

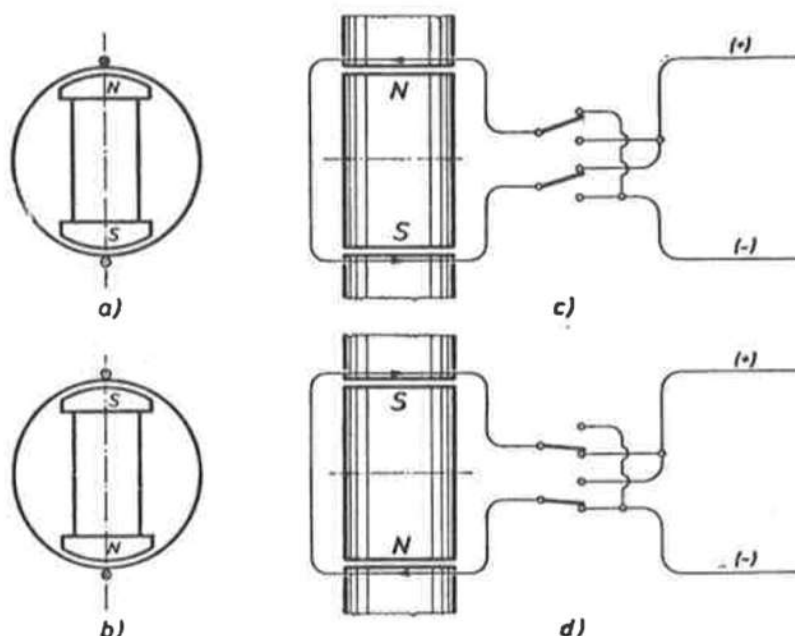
$$[\Theta_1 = 525 \text{ A}, \Theta_3 = 0, \Theta_5 = 23,8 \text{ A}]$$

10. Stator 60-polnog trofaznog generatora ima 405 utora. Kolik je broj utora po polu i fazi? Kolik je kut između napona susjednih utora? Koliko krakova ima zvijezda napona i koliko utorskih napona predstavlja svaki krak?

$$\left[q = 2 \frac{1}{4}, a = 26 \frac{2^\circ}{3}, 27 \text{ krakova}, 15 \text{ utora po kraku} \right]$$

20.4. Kolektorski namoti

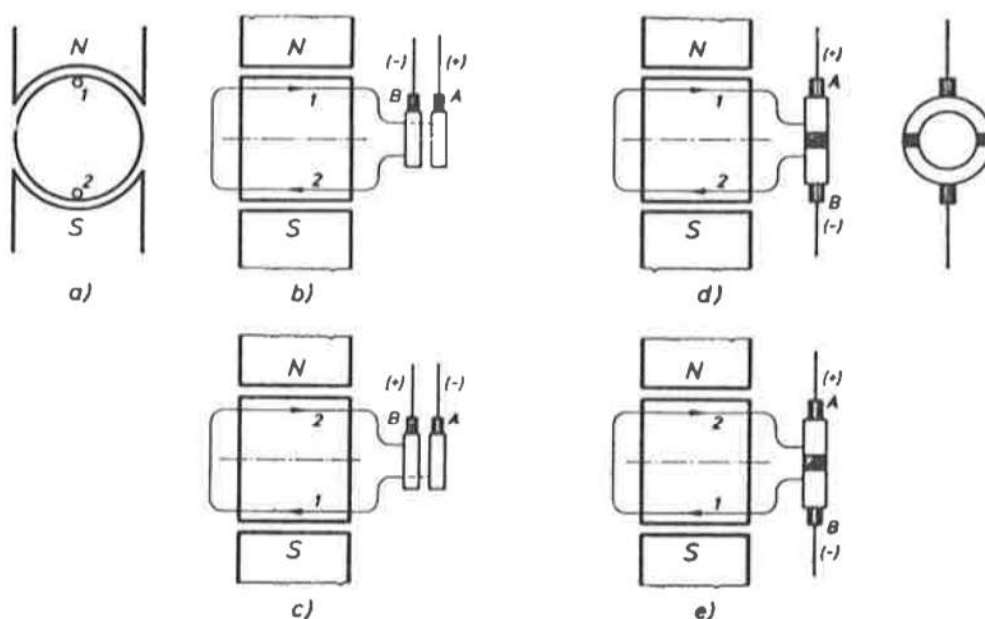
►► Rotor s magnetskim polovima koji se vrti prema slici 20.28. inducira u svitku statora napon jednog smjera kad su polovi u položaju A, a suprotnoga smjera u položaju B. U svakom vodiču, zavoju i svitku inducira se *izmjenični napon*. Priključimo li vanjske dovode s trošilima izravno na krajeve svitka, doveli smo trošilima izmje-



Sl. 20.28. Položaj polova rotora (a), (b) i preklopke na namotu (c), (d), da se u vanjskom dijelu strujnog kruga dobije istosmjerni napon i struja

nični napon, i u njima će teći izmjenična struja. Ako u vanjskim dovodima treba da bude uvijek isti polaritet napona i isti smjer struje, možemo se poslužiti preklopkom prema slici 20.28.c i d. Položaj preklopke mora se mijenjati u trenutku kad pod vodiče svitka nailazi suprotan magnetski pol ili, točnije, svaki put kad se os polova pri rotaciji poklopi s osi svitka, a to je dva puta u toku jednog punog okretaja rotora. Kaže se da je u tom trenutku svitak u *neutralnoj zoni* magnetskog polja, i to je čas kad treba aktivirati preklopku. Upravljanje preklopkom ovisi o položaju rotora; vrtnja rotora naime može poslužiti, bilo preko mehaničkih kontakata bilo preko elektroničkih sklopki, za upravljanje načinom spajanja svitka na statoru sa vanjskim krugom. Kroz priključena će trošila u vanjskom krugu teći istosmjerna struja unatoč tome što je napon svitka u stroju izmjeničan i što u svitku teče izmjenična struja.

Ako su magnetski polovi na statoru, a svitak u kojemu se inducira napon nalazi se na rotoru (sl. 20.29.a), vrijede slična razmatranja. Napon u svitku je izmje-



Sl. 20.29. Položaj rotora s namotom prema polovima statora (a) i napon vanjskog kruga uz priključak na namot preko kliznih koluta (b), (c) ili preko lamele kolektora (d), (e)

nični napon (sl. 20.29. b, c), no budući da se svitak kreće, potrebna su dva klizna koluta s četkicama da bi se taj izmjenični napon doveo vanjskim dovodima i trošilima koja miruju. Želimo li u vanjskom krugu istosmjerni napon i istosmjernu struju, preklapanje se može izvršiti vrlo jednostavno. Umjesto kliznih koluta krajevi se svitka dovedu na dva izolirana segmenta prstena koji rotira zajedno sa svitkom. Prema slici 20.29. d, e, polaritet napona na četkicama koje klize po tom prstenu, *kolektoru* ili *komutatoru*, uvijek je isti ako četkice postavimo tako da prelaze s jednog segmenta na drugi upravo u trenutku kad svitak prolazi kroz neutralnu zonu magnetskog polja.

Kolektor tu ima funkciju preklapanja kojim se *izmjenični* napon i struja svitka u stroju pretvaraju u *istosmjerni napon* i struju u vanjskom krugu.

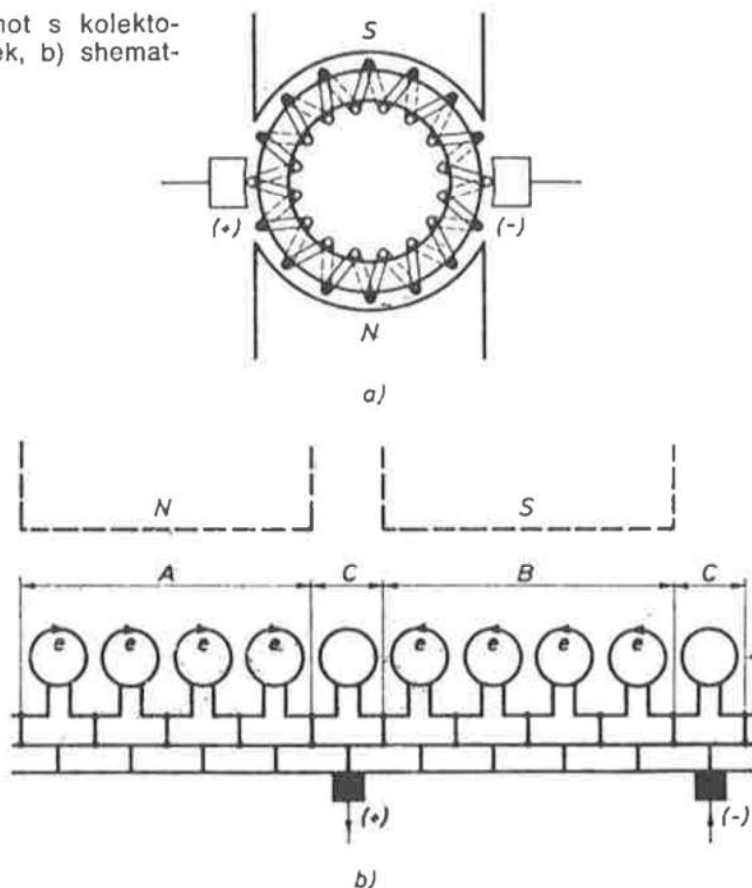
Lako je uvidjeti da se funkcija kolektora ne mijenja kod generatorskog i kod motorskog rada. U generatora se izmjenična struja svitka pretvara u istosmjernu

struju vanjskog kruga. Kod motora se istosmjerna struja vanjskog kruga pretvara u izmjeničnu struju svitka, koja daje zakretni moment istog smisla za bilo koji položaj svitka prema polovima statora.

Za bolje iskorištenje stroja treba upotrijebiti više od jednog svitka na rotoru. Svi se ti svici spajaju u seriju i tvore na obodu rotora zatvoreni krug, a spojno mjesto svakih dvaju susjednih svitaka dovodi se do jednog segmenta kolektora, koji tada ima toliko segmenta koliko je na rotoru svitaka.

Najpregledniji oblik kolektorskog namota istosmjernog stroja je namot *prstenaste armature* prema slici 20.30.a, gdje se napon inducira samo u dijelu zavoja u zračnom rasporu, a ne inducira se u unutrašnjem dijelu namota.

Sl. 20.30. Prstenasti namot s kolektorom: a) shematski presjek, b) shematski razvoj



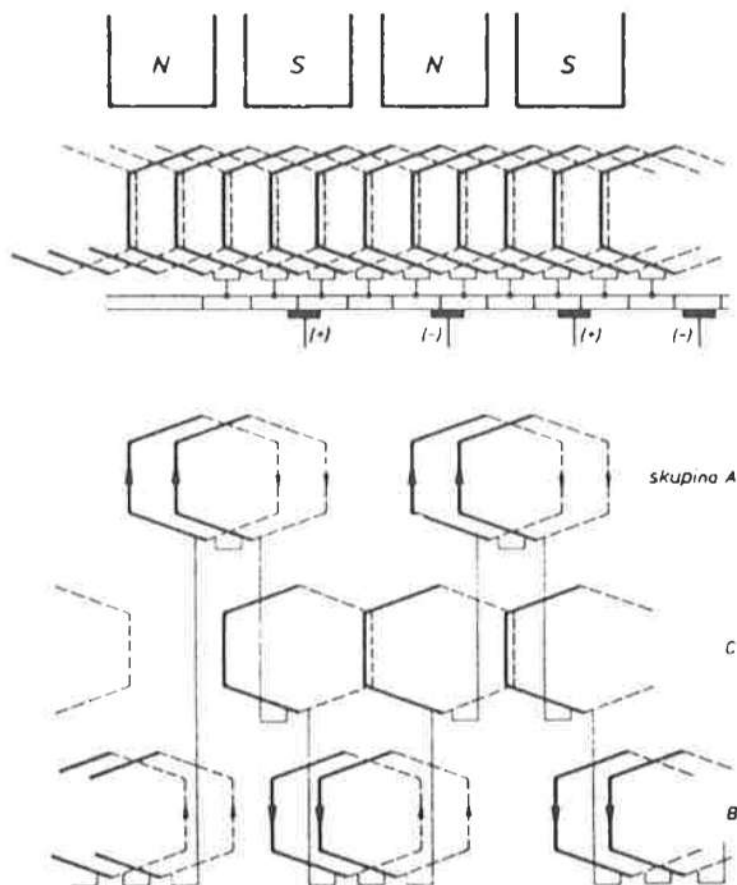
U zračnom rasporu možemo po svakom paru polova razlikovati tri zone (sl. 20.30.b): zonu A, u kojoj se u vodičima induciraju naponi jednog smjera, zonu B, u kojoj se induciraju naponi suprotnog smjera, i dvije zone C između polova, u kojima se ne induciraju nikakvi naponi.

U početku su se električni rotacioni strojevi tako i izvodili. No ubrzo je odbačena prstenasta armatura, kako bi se izbjegao mrtvi, beskorisni dio namota s unutrašnje strane prstena. Umjesto toga su vodiči u rasporu, razmaknuti približno za polni korak, povezani u zavoje i svitke, pa je umjesto prstenaste nastala *cilindrična armatura*.

I kod takvih namota istosmjernih strojeva svi se zavoji povezuju u seriju, pa dobivamo *kontinuirani zatvoreni namot* po čitavu obodu stroja. Namot je dvoslojan, pa su najčešće svi svici jednaki. Svršetak svakog svitka spojen je s početkom

idućega na jednoj lameli *kolektora*, cilindra sastavljenoga od toliko međusobno izoliranih bakrenih lamela koliko ima svitaka u namotu. Struju odvodimo ili dovodimo namotu preko ugljenih, elektrografitnih ili sličnih *četkica*, koje klize po površini kolektora.

Prema trenutnom položaju u magnetskom polju treba razlikovati tri skupine svitaka (sl. 20.31): skupina A, s gornjim stranama svitaka pod N-polom, kod koje



Sl. 20.31. Karakteristične skupine svitaka cilindrične armature s više polova

je napon u desnom smjeru obilaženja ($\curvearrowright$) pozitivan; skupina B, kod koje su gornje strane svitaka po S-polom, a napon u istom smjeru obilaženja ($\curvearrowright$) je negativan; skupina C, gdje se strane svitaka nalaze između N-pola i S-pola, u tzv. neutralnoj zoni, bez magnetskog polja, tako da se u njima ne inducira nikakav napon.

Ako sve zavoje cijelog namota spojimo u seriju tako da čine zatvoreni krug, te počnemo od prvog zavoja skupine A obilaziti u pozitivnom smjeru ($\curvearrowright$) zavojima namota, promatrajući sve u jednom trenutku, tj. za nepromijenjeni položaj namota, prvo ćemo proći zavoje skupine A u kojima je napon pozitivan. Ukupni napon skupine A neka je U . Nakon toga nailazimo na zavoje skupine C, koji ne daju napon. Dalje su zavoji skupine B, s negativnim naponima, koji do iduće skupine C daju napon $-U$. Zatim je N-pol sa zavojima A, pa S-pol sa zavojima B, kada se namot zatvori. Na slici 20.31. prikazan je takav namot kompletan i razvučen tako da se pokaže svaka karakteristična skupina svitaka zasebno.

Kad se cijeli namot na obodu kreće, mijenjaju se *svici* koji čine skupine A, B i C, ali položaj *skupina* A, B i C prema nepomičnim *polovima* i prema nepomičnim *četcicama* ostaje isti. Napon pozitivan u desnom smjeru obilaženja ($\sim$) skupine A i napon pozitivan u lijevom smjeru obilaženja ($\sim$) skupine B daju najviši potencijal u neutralnoj zoni, na lamelama skupine C (sl. 20.30 b i sl. 20.31) gdje skupina A prelazi u skupinu B, a najniži potencijal tamo gdje skupina B ponovno prelazi u skupinu A. Te lamele kolektora nalaze se uvijek na istom mjestu s obzirom na nepomične polove. Namot s kolektorom se vrti, ali lamela najvišeg i najnižeg potencijala svakog je trenutka upravo ona koja se nalazi na tom određenom mjestu. Između tih lamela napon je uvijek U .

Postavimo li na kolektor četkice nepomične prema polovima, i to upravo u položaj gdje se nalaze lamele maksimalnog i minimalnog potencijala, u neutralnu zonu, dobit ćemo na četcicama *istosmjerni napon* U .

Cijeli namot dijeli se u grane u kojima je smjer struje suprotan — kod generatora npr. s lijeve i desne strane prema *četcici* (+), te na lijevu i desnu stranu od *četcice* (—). *Svaki svitak kod prolaska ispod četkice prelazi iz jedne u drugu granu, i smjer se struje u njemu mijenja.*

Za svaki par polova postoje po dvije neutralne zone — jedna zona maksimalnog potencijala [četcica (+)] i jedna minimalnog potencijala [četcica (—)]. Sve četkice (+) mogu se povezati paralelno u *stezaljku* (+), a sve četkice (—) u *stezaljku* (—). Unatoč tome što su naponi i struje svakoga pojedinog svitka izmjenične veličine, na četcicama, odnosno u vanjskom krugu priključenom na četkice, dobivamo istosmjerni napon i struju.

Struja se dovodi namotu ili odvodi od njega uvijek u istim točkama prostora, koje su određene čvrstim položajem četkica prema magnetskim polovima, ali su to uvijek druge lamele kolektora koje dolaze u dodir s čvrstim četcicama. Kolektor na taj način obavlja ispravljačku funkciju, pa struje koje u svakom pojedinom svitku mijenjaju smjer provodi kroz izvanjski strujni krug uvijek u istom smjeru.

Struja četkice dijeli se na dvije *paralelne struje*, u grani A i u grani B. Višepolnom stroju s namotom prema slici 20.31. na svaki par polova dolazi po jedan par paralelnih grana. Ako stroj ima p pari polova, onda će broj a *pari paralelnih grana* biti:

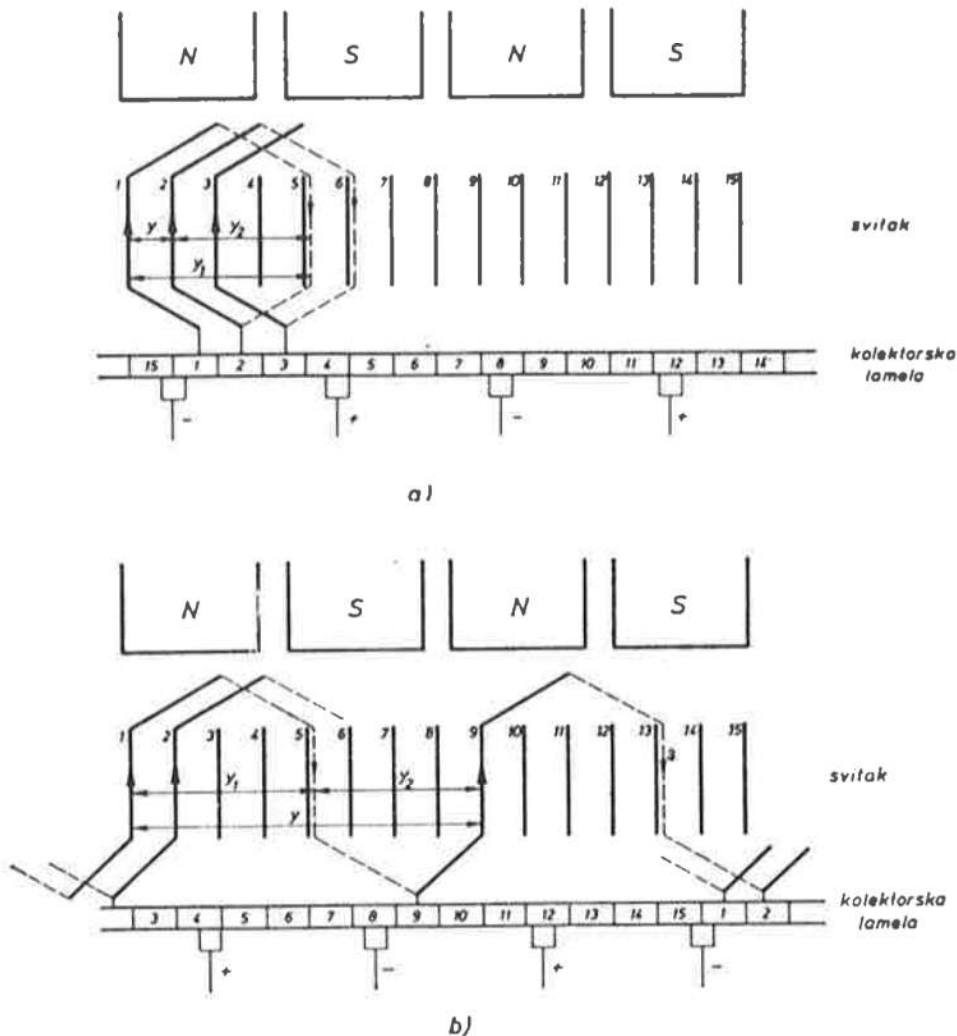
$$a = p.$$

Namot prema slici 20.31. samo je jedan od mogućih načina međusobnog spajanja svitaka, pri čemu se prethodni svitak spaja na idući koji se nalazi pod istim parom polova, obično u susjednim utorima do prethodnog svitka. Takav način spajanja bolje je uočljiv na slici 20.32.a, gdje je ucrtano samo nekoliko prvih svitaka, za koje je, zbog veće preglednosti, pretpostavljeno da imaju samo po jedan jedini zavoj. Budući da vodič pri spajanju svitaka zatvara petlje, naziva se takav namot *petljastim namotom*.

Za razliku od petljastog namota, kod *valovitog namota* (sl. 20.32.b) prethodni se svitak spaja na idući svitak koji se nalazi pod idućim parom polova. Tek nakon obilaska svih pari polova namot dolazi blizu mjesta s kojega smo počeli, obično u susjedni utor. Označimo li razmak od prve do druge strane istog svitka, mjeren u utorskim koracima, ili u broju strana svitaka, s y_1 (*korak svitka*), a razmak od druge strane prvog do prve strane slijedećeg svitka s y_2 (*spojni korak*), onda je *korak*

namota y razmak od prve strane jednog do prve strane idućeg svitka. Karakteristično je za petljasti namot da je:

$$y = y_1 - y_2, \quad (1)$$



Sl. 20.32. Petljasti (a) i valoviti (b) kolektorski namot s jednim vodičem po svitku

a za valoviti namot:

$$y = y_1 + y_2. \quad (2)$$

Namote kod kojih je $y = +k$, $k = 1, 2, 3, \dots$ (petljasti), ili $p y = N_k + k$ (valoviti) nazivamo *desnovojnim* (ili nekrižanim), a namote s $y = -k$, ili $p y = N_k - k$ nazivamo *lijevovojnim* (ili križanim), jer se pri obilaženju namota u smjeru kazaljke na satu od prethodnog do najbližeg idućeg svitka pod istim polom pomičemo u prvom slučaju nadesno, a u drugome nalijevo. Ako je taj pomak (što je najčešće) jedna lamela ($k = 1$), namot nazivamo *jednovojnim*, a ako su dvije ili je više lamela, *dvovojnim* ili *viševojnim*. Pri tome je $N_k = N u$ ukupan broj lamela kolektora, a $k = 1, 2, 3, \dots$ (cijeli broj) je *koeficijent složenosti* namota. N je broj utora, a u je broj svitaka po utoru (ili, što je isto, broj strana svitaka po jednom sloju u utoru).

Dalje je karakteristično da je broj pari paralelnih grana kod petljastog namota:

$$a = p, \quad (3)$$

a kod valovitog namota:

$$a = 1 \quad (4)$$

ako je namot jednovojan, a kod k -vojnog namota:

petljastog:

$$a = kp \quad (5)$$

valovitog:

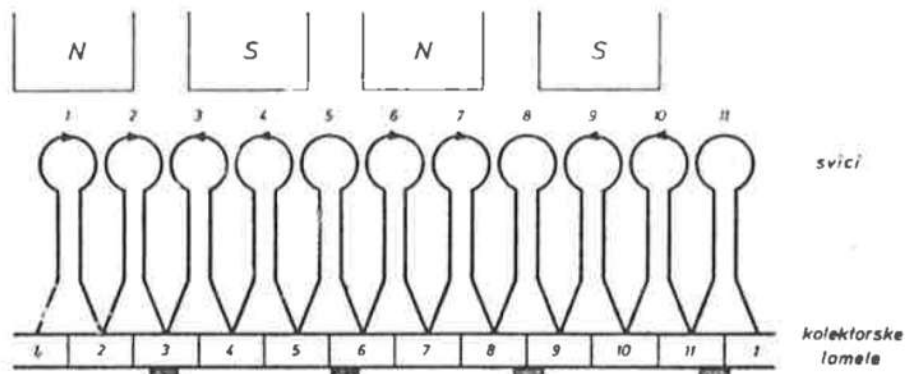
$$a = k. \quad (6)$$

Prema slici 20.33. može se, naime, petljasti namot prikazati shemom u kojoj pri obilaženju cijeloga u sebe zatvorenog namota prolazimo prvo svitke skupine A, zatim svitke skupine B, pa ponovno one iz skupine A itd.:

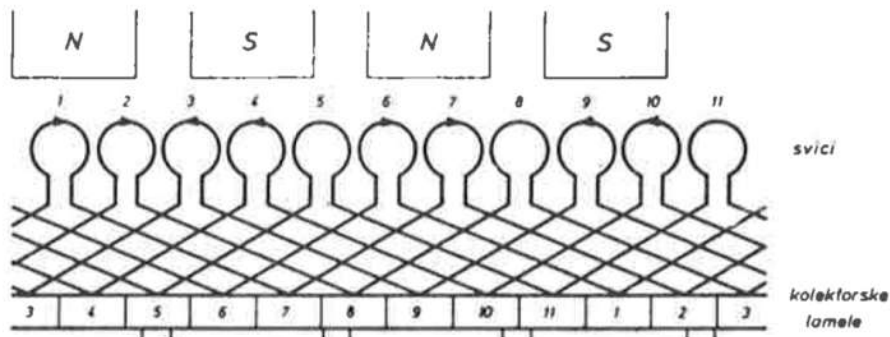
$$1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-(1),$$

odnosno:

$$A-A-(C)-B-B-C-A-A-C-B-B-C-(A),$$



Sl. 20.33. Principna shema spajanja svitaka petljastog namota



Sl. 20.34. Principna shema spajanja svitaka valovitog namota

što za četveropolni stroj daje četiri paralelne grane, uzevši da su četkice (+) međusobno povezane, a tako i četkice (—). Naprotiv, kod valovitog namota može se postaviti shema prema slici 20.34, prema kojoj se prolaze redom svi svici skupine A po cijelom obodu, pa svi svici skupine B, dok su mjesta četkica (+) međusobno povezana već u samom namotu, a tako i mjesta četkica (—). Shema je tu:

$$\begin{array}{c} 6-1-7-2-8-3-9-4-10-5-11-(6) \\ A-A-A-A-C-(C)-B-B-B-B-C-C \end{array}$$

pa dobivamo svega dvije paralelne grane bez obzira na broj polova.

Poželjno je da petljasti namot bude *simetričan*, tj. da broj utora po paru polova bude cijeli broj:

$$\frac{N}{p} = k(1, 2, 3, \dots) \quad (7)$$

jer tad neće biti nesimetrija u naponima paralelnih grana.

Da bi se svici pri tome mogli izvesti dijametralno, s korakom:

$$y_1 = \frac{Nu}{2p}, \quad (8)$$

trebalo bi da broj svitaka po polu $Nu/2p$ bude cijeli broj. Ako to nije, uzima se za y_1 prvi niži cijeli broj. Korak spajanja je onda (za jednovojni namot):

$$y_2 = y_1 - 1.$$

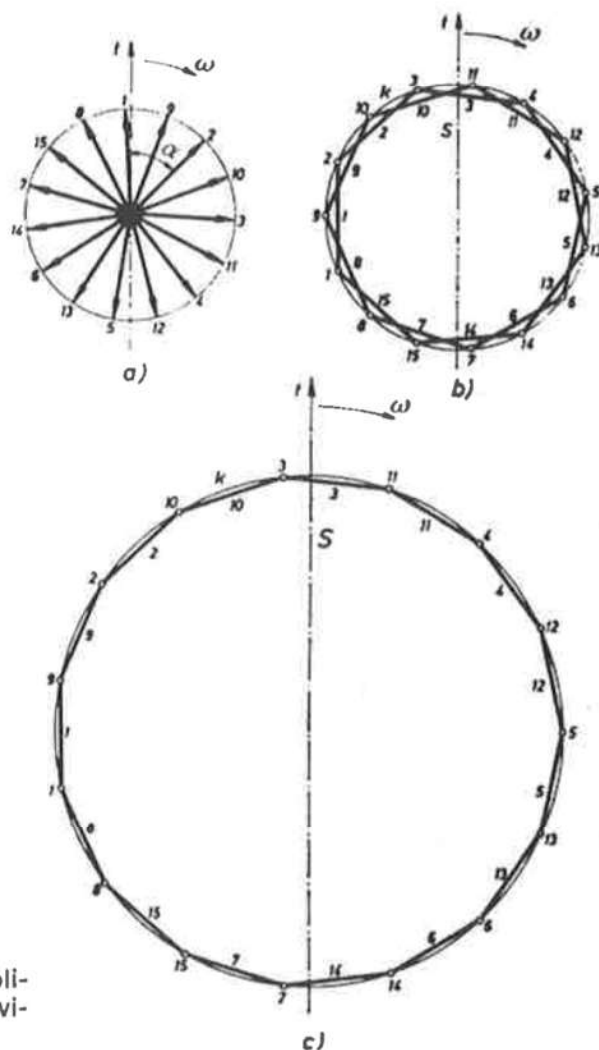
► I za kolektorski namot može se, ako promatramo osnovni harmonički član izmjeničnih napona u vodičima, postaviti zvijezda napona, no kako su tu svici povezani u zatvoreni krug, prikladnije je umjesto zvijezde crtati *poligon napona*. Neka je u primjeru na slici 20.35. $p = 2$, a broj utora $N = 15$. Električni kut između susjednih utora iznosi tad $\alpha = \frac{2 \cdot 360}{15} = 48^\circ$, pa je zvijezda napona svitaka pri-

kazana slikom 20.35.a. Kod petljastog namota u seriju su spojeni svici redom 1—2—3—4—5—6—7—8—9—10—11—12—13—14—15—1 pa se za dva para polova dobiva dvostruki poligon (sl. 20.35.b). Kod valovitog spajanja (sl. 20.35.c) spojili bismo u seriju svitke na sličnim mjestima pod jednim i drugim N-polom (npr. 1 i 9), pa tek onda prešli na susjedne (2 i 10, 3 i 11) dok se namot zatvori. Redoslijed spajanja bio bi 1—9—2—10—3—11—4—12—5—13—6—14—7—15—8—(1). Poligon je tu samo jednostruk, ali zato dva puta veći.

Predočavanje izmjeničnih napona fazorima i određivanje njihova iznosa projekiranjem u vremensku os koja rotira može se primijeniti samo za sinusne napone pa se i zvijezda, ili poligon, napona kolektorskog namota odnosi samo na osnovni harmonički član napona, koji izlazi iz osnovnoga harmoničkog člana krivulje polja u rasporu. Najčešće se služimo ukupnom krivuljom napona, koja sadrži sve harmoničke članove, a proistječe iz stvarnog izgleda krivulje polja u rasporu, koji se znatno razlikuje od sinusoide, pa se zato i poligon napona kolektorskog namota rjeđe susreće. Ipak je on koristan za neka razmatranja.

Stranice poligona napona predočuju fazore napona pojedinih svitaka i označene su na slici 20.35. rednim brojem svitka. Na početku i na kraju fazora upisan je redni broj lamele kolektora na koju je priključen početak ili kraj svitka.

Kad bi namot imao vrlo mnogo kontinuirano raspoređenih zavoja i jednako toliko lamela na kolektoru, poligon napona bi se pretvorio u kružnicu, ili, ako je $a > 1$, u više identičnih kružnica. Napon na četkicama u svakom je trenutku jednak projekciji u vremensku os dijela poligona napona između dvije kolektorske lamele na kojima tog trenutka leže četkice. Kod kontinuirane raspodjele i vrlo uske četkice to je promjer kružnice. Položaj četkica odgovara dijametralnim točkama poligona napona. Poligon napona je citan s električnim kutovima umjesto geometrijskih, pa ako i namot i kolektor crtamo isto tako (tj. da puni kut na slici odgovara jednom paru polova na stroju), dobivamo sliku u kojoj položaj četkica prema namotu točno odgovara položaju vremenske osi prema poligonu napona. Treba, dakle, zamisliti da os četkica rotira zajedno s vremenskom osi, ako poligon miruje, ili, što je zgodnije, da os četkica miruje zajedno s vremenskom osi (i da se s njom podudara), a poligon napona rotira u suprotnom smjeru.



Sl. 20.35. Zvijezda napona svitaka (a) i poligon napona: b) petljasfog namota, c) valovitog namota

Kod kolektora s konačnim brojem lamela (sl. 20.35) valja uzeti projekciju onog dijela poligona napona što odgovara svicima između kolektorskih lamela koje dodiruju četkice (ako četkica dodiruje istodobno dvije lamele, to znači da je jedan svitak kratko spojen, i potencijal četkice je negdje između potencijala obiju lamela).

Ako namot ima više pari paralelnih grana, za svaki je par predviđen po jedan par četkica. Poligon napona je višestruk, pri čemu se poligoni pojedinih pari paralelnih grana mogu, ali ne moraju, podudarati. Sve četkice (+) spojene su paralelno, a isto tako i sve četkice (—). Kod vrlo velikog broja lamela, ili kad se poligoni napona podudaraju, potencijal lamela na kojima leže četkice (+) isti je, a to vrijedi i za četkice (—). No ako se poligoni razlikuju, kao na slici 20.35.b, gdje je jedan par četkica u dodiru s lamelama 3 i 7, a drugi s 11 i 15, naponi paralelno spojenih grana u toku vrtnje nešto odstupaju jedan od drugoga. Svaka, pa i mala razlika u naponu paralelno spojenih grana uzrokuje *struje izjednačenja* koje se stvaraju preko četkica i dodatno ih opterećuju. To bi se dogodilo i onda kad bi poligoni paralelnih grana prema projektu bili potpuno identični jer se pri izvedbi idealna simetrija nikada ne može postići, pa ekscentrično smješten rotor, mehaničke netočnosti, nehomogenost magnetskog materijala i sl. uzrokuju znatne struje izjednačenja, koje su vrlo štetne za četkice i kolektor.

Nesimetrije u naponima koje potječu od višestruke slike poligona napona mogu se izbjeći. Poligon napona ponavljat će se u istom obliku pa neće biti razlike napona pod paralelno spojenim četkicama kod petljastog namota ako bude $N/p = k$ (cijeli broj), dakle ako je namot *simetričan*. Da bi se četkice rasteretile strujâ izjednačenja koje teku zbog nesimetričnosti pod različitim polovima nastalih pri izradi, izvode se tzv. *spojevi za izjednačenje* ili *ekvipotencijalni spojevi* u namotu što spajaju točke u namotu koje bi trebalo da budu istog potencijala. Time najveći dio struja izjednačenja teče kroz te spojeve i mimoilazi četkice.

Svaka kolektorska lamela dolazi u dodir s četkicom u toku određenog vremena, koje ovisi o širini lamele, širini četkice i o obodnoj brzini kolektora. Izolacijski sloj između susjednih lamela mnogo je uži od četkice, pa je ona određeno vrijeme u dodiru s *dvije* susjedne lamele. Za to vrijeme svitak priključen između tih dviju lamela *kratko je spojen* preko četkice te prelazi iz lijeve grane u desnu, a struja u njemu mijenja smjer. Za to su vezane određene pojave i teškoće koje se kod kolektorskih strojeva obrađuju pod skupnim nazivom *problemi komutacije*.

Kod valovitog namota prema slici 20.35.c u prikazanom trenutku su četkice (+) smještene na lamelama 3 i 11, a četkice (—) na 14 i 7. Između tih lamela u tom su trenutku »mrtvi« svici 3 i 14. Za oduzimanje struje iz dvije paralelne grane bilo bi dovoljno staviti četkice na jedno mjesto za izvod (+) i na drugo za izvod (—), npr. na 3 i 7, ali se mogu postaviti paralelne četkice na 11 (sa 3) i na 7 (sa 14), što omogućuje da se postavi veći broj četkica i smanji strujno opterećenje po četkici.

Kod jednovojnoga valovitog namota postoji samo jedan par paralelnih grana, pa spojevi za izjednačenje nisu potrebni. U viševojnomo valovitom namotu ($a > 1$) to već ne mora biti tako.

20.4. Zadaci



1. Istosmjerni 4-polni stroj građen za napon od 220 V kod brzine vrtnje od 1 500 r min^{-1} ima tok po polu $476 \cdot 10^{-4}$ Wb. Koliko zavoja mora imati namot armature ako se izvede kao jednovojni petljasti namot?

[92]

2. Stroj iz 1. zadatka građen je za struju od 1 185 A. Kolik je presjek vodiča armature ako gustoća struje iznosi $6,3 \text{ A/mm}^2$?
[47 mm²]
3. Koju će snagu približno dati stroj iz 1. i 2. zadatka? Gubitke valja zanemariti.
[260 kW]
4. Stroj iz 1. zadatka treba izvesti s jednovojnim valovitim namotom za napon od 500 V. Koliki približno mora biti broj zavoja? Koliki može biti presjek vodiča ako je u utorima isti ukupan presjek za bakar kao u 1. i 2. zadatku?
[105, 41,2 mm²]
5. Kolika će biti približna snaga stroja iz 4. zadatka? Gubitke treba zanemariti, a gustoću struje uzeti kao u 2. zadatku.
[260 kW]
6. Stroj u 1. zadatku izveden je sa 92 utora i 92 kolektorske lamele. Koliki je broj zavoja po svitku? Kolik treba da bude korak svitka y_1 , a kolik spojni korak y_2 ?
[1, $y = 1$, $y_1 = 23$, $y_2 = 22$]
7. Kolik će biti broj kolektorskih lamela, broj zavoja po svitku i broj svitaka po utoru ako se za stroj s jednovojnim valovitim namotom prema 4. zadatku upotrijebi rez rotora: a) sa 105 utora; b) sa 35 utora?
[a) $N_k = 105$, 1, $u = 1$; b) $N_k = 105$, 1, $u = 3$,
ili $N_k = 35$, 3, $u = 1$]
8. Kolik mora biti korak svitka y_1 , a kolik spojni korak y_2 ako se stroj iz zadatka 7.a izvede s valovitim namotom?
[$y = 53$, $y_1 = 26$, $y_2 = 27$]
9. Istosmjerni 6-polni stroj ima rotor sa 67 utora, a predviđeno je da u svaki sloj dođu dvije strane svitka jedna uz drugu. Koliko lamela mora imati kolektor? Kolik treba da bude korak svitka i spojni korak da bi se dobio jednovojni desnovojni valoviti namot s jednakim svicima?
[134, $y_1 = 22$, $y_2 = 23$]
10. Kolike treba uzeti korake y_1 i y_2 u 9. zadatku da se dobije tzv. stepeničasti namot kod kojega donje strane svitaka iz istog utora leže u različitim utorima?
[$y_1 = 23$, $y_2 = 22$]
11. Koliko se zavoja po svitku mora uzeti za namot iz 9. zadatka da se dobije napon od 600 V ako je tok po polu $223 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$, a brzina vrtnje $1\,000 \text{ r min}^{-1}$?
[2]
12. Koliko bi zavoja po svitku trebalo da se uzme kad bi se namot iz 9, 10. i 11. zadatka izveo kao petljasti jednovojni namot? Koliki bi bili koraci y_1 i y_2 za taj namot i da li bi on bio simetričan?
[6, $y_1 = 22$, $y_2 = 21$ za jednake svitke; $y_1 = 23$, $y_2 = 22$,
ili $y_1 = 21$, $y_2 = 20$ za stepeničasti namot; nije simetričan]

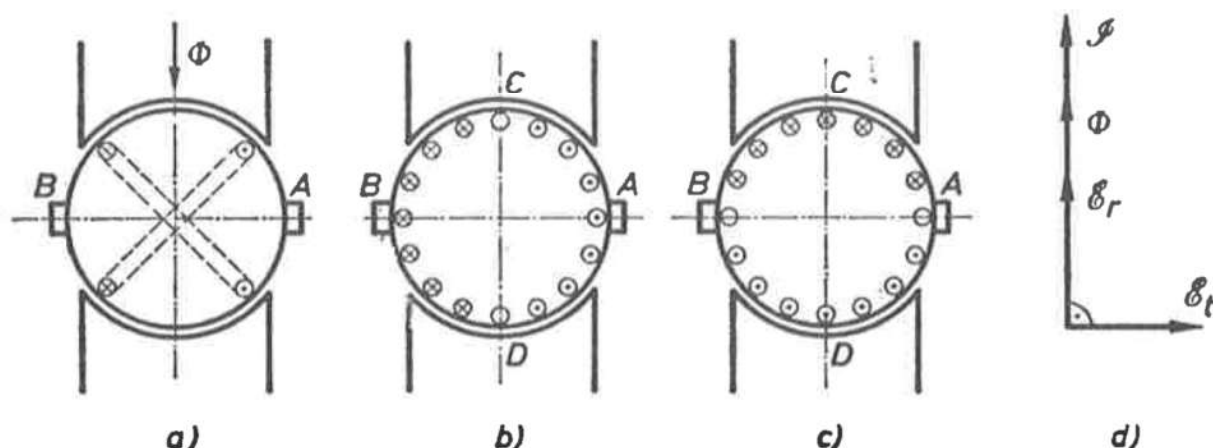
13. Petljasti jednovojni kolektorski namot ima korak svitka 8, a korak spajanja 7. Stroj je četveropolni. Kolik je korak namatanja y i koliko paralelnih grana ima namot?
[1; 4]
14. Valoviti kolektorski namot 6-polnog stroja ima korak svitka 9, a korak spajanja 10. Kolik je korak namatanja y i koliko paralelnih grana ima namot ako je jednovojan?
[19; 2]
15. Istosmjerni generator sa šest polova i s petljastim jednovojnim namotom građen je za napon od 500 V, a treba da daje 120 kW. Za koju struju treba dimenzionirati njegove vodiče?
[40 A]
16. Za koju struju valja dimenzionirati vodiče valovitoga jednovojnog namota 4-polnoga istosmjernog motora koji će uzimati struju od 60 A?
[30 A]
17. Istosmjerni četveropolni motor ima petljasti jednovojni namot s ukupno 304 vodiča, a uzbuđen je tako da mu je tok po polu $\Phi = 0,036$ Wb. Kojom se brzinom mora vrtjeti rotor da bi se u namotu inducirao napon od 220 V?
[1 206 r min⁻¹]
18. Istosmjerni 6-polni motor ima petljasti jednovojni namot sa 612 vodiča. Koliko bi vodiča morao imati jednaki motor s istim magnetskim prilikama, za isti napon i brzinu vrtnje, ali izveden s valovitim jednovojnim namotom?
[204]
19. Struja po grani istosmjernog generatora sa šest polova i s petljastim jednovojnim namotom iznosi 20 A, a napon po grani 220 V. Koliku snagu daje generator?
[26,4 kW]
20. Magnetski tok po polu istosmjernoga 6-polnog nezavisno uzbuđenog generatora iznosi 0,012 Wb. Na obodu rotora smještene su 522 vodiča, a stroj se vrti brzinom od 1 400 r min⁻¹. Kolik je napon na četkicama ako je namot izveden kao: a) petljasti; b) valoviti jednovojni namot?
[a) 146,2 V; b) 438,5 V]

20.5. Kolektorski namot u izmjeničnom i okretnom polju

► Kod istosmjernih strojeva magnetsko je polje uzbuđeno istosmjernom strujom, ili permanentnim magnetima, pa se u normalnome stacionarnom pogonu ne mijenja vremenski ni polaritet ni jakost polja u rasporu. U *konstantnome* magnetskom polju induciraju se u vodičima rotora izmjenični naponi rotacije, koji se preko kolektora dovode vanjskome strujnom krugu kao istosmjerni napon na četkicama.

Ako se stroj uzbuđuje *izmjeničnom strujom*, indukcija će u cijelome magnetskom krugu pulsirati frekvencijom uzbudne struje između maksimalne pozitivne

i jednako tolike negativne vrijednosti. Zbog vrtložnih struja mora biti u tom slučaju cijeli magnetski krug (i rotor i stator) napravljen lamelirano. Na slici 20.36.a vidi



Sl. 20.36. Kolektorski stroj uzbuđen izmjeničnom strujom: a) inducirani naponi u svicima u razdoblju smanjivanja pozitivnog toka Φ ; b) naponi transformacije, c) naponi rotacije u vodičima, d) fazorski dijagram

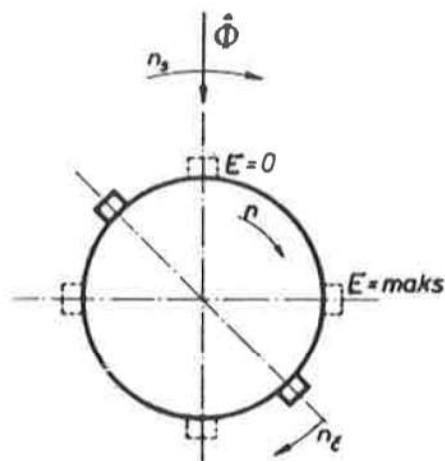
se da će promjena obuhvaćenog toka u svakom zavoju inducirati transformatorskim djelovanjem određeni napon takva predznaka da bi se inducirane struje suprotstavile promjeni toka koja ih je izazvala (Lenzovo pravilo). Na slici 20.36.a označen je smjer induciranih napona kad se tok smanjuje, i to za dva zavoja od kojih je jedan prešao, a drugi još nije dostigao položaj u kojemu ne obuhvaća nikakav tok. Označimo li za sve vodiče namota smjer tog *napona transformacije*, dobivamo sliku 20.36.b za trenutak u kojemu se tok smanjuje, a slika bi pokazivala upravo suprotne smjerove za trenutak u kojemu se tok povećava. Očito je da se induciraju izmjenični naponi, kojima je, bez obzira na trenutne vrijednosti, uvijek ukupni napon na četkicama A—B jednak nuli. Najveći izmjenični napon mogli bismo izmjeriti na četkicama koje bi bile postavljene u položaj C—D. Taj napon transformacije *zaostaje vremenski* u fazi za kut $\pi/2$ za izmjeničnim tokom, dakle i za izmjeničnom strujom koja tok uzbuđuje, a uopće ne ovisi o tome vrti li se rotor ili miruje.

Ako se vremenski mijenja tok Φ , mijenjat će se u istom ritmu i *napon rotacije* koji dobivamo na četkicama A—B jer je njegova trenutna vrijednost izravno proporcionalna trenutnoj vrijednosti toka Φ_t . Na slici 20.36.c prikazani su smjerovi induciranih napona u trenutku kad je tok Φ_t pozitivan; kad je tok Φ_t nula, napona rotacije nema, a suprotnom smjeru silnica magnetske indukcije u rasporu odgovaraju i suprotni smjerovi napona rotacije. Taj je napon *direktno proporcionalan i brzini vrtnje* n , tj. njega nema kad rotor miruje. Najveću vrijednost napona možemo izmjeriti na četkicama u položaju A—B, a vrijednost bi na četkicama koje bismo postavili u položaj C—D bila jednaka nuli. Napon je rotacije *u fazi* s tokom Φ , dakle i s izmjeničnom uzbuđnom strujom (sl. 20.36.d).

Stator može biti namotan višefazno, tako da stvara *okretno magnetsko polje*. Amplituda se okretnog polja ne mijenja, pa možemo smatrati da napona transformacije nema, već da je cijeli napon proizveden kao *napon rotacije*, pri čemu umjesto brzine rotora n treba promatrati *relativnu brzinu* rotora prema okretnom polju:

$$n_{rel} = n - n_s. \quad (1)$$

Visina induciranog napona u svakom vodiču proporcionalna je toj relativnoj brzini. Kad bi četkice na kolektoru rotirale zajedno s okretnim poljem, i to tako da su uvijek u njenoj neutralnoj zoni, napon na četkicama bio bi istosmjern. Položaju četkica u osi okretnog polja odgovarao bi napon nula. Ako se položaj četkica prema osi okretnog polja mijenja (sl. 20.37), napon će se mijenjati od punog iznosa napona



Sl. 20.37. Kolektorski namot u okretnom polju

rotacije u neutralnoj zoni, preko vrijednosti nula u osi polja, do punog iznosa suprotnog polariteta kad četkice zamijene poziciju u neutralnoj zoni. Napon na četkicama bit će *izmjenični napon* kojemu iznos ovisi o *relativnoj brzini rotora prema okretnom polju*, a frekvencija o *relativnoj brzini okretnog polja prema četkicama* koje rotiraju:

$$E_m = \frac{p}{a} \frac{\Phi z}{60} (n - n_s) \quad (2)$$

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{p}{a} \frac{\Phi z}{60} (n - n_s) \quad (3)$$

$$f_{\varepsilon} = \frac{p(n_s - n_c)}{60}, \quad (4)$$

U posebnom slučaju, kad četkice miruju, dobili bismo na njima frekvenciju:

$$f_{\varepsilon} = \frac{p n_s}{60} = f, \quad (5)$$

jednaku frekvenciji kojom se napaja namot statora, uz napon koji se može regulirati brzinom vrtnje rotora. Ako je brzina okretnog polja $n_s = 0$ (uzbuda istosmjernom strujom), bit će:

$$E_m = E = \frac{\rho}{a} \frac{\Phi z}{60} n \quad (6)$$

$$f = \emptyset,$$

tj. stroj radi kao istosmjerni stroj. Vrijednost napona E_m dobivamo uz pretpostavku da se četkice nalaze u neutralnoj zoni.

Kombinacije okretnog polja s kolektorskim namotom dopuštaju različita rješenja za pretvaranje frekvencije, napona i brzine vrtnje, a ta rješenja pripadaju skupini *izmjeničnih kolektorskih strojeva*.

20.5. Zadaci



1. Statorski namot 4-polnog trofaznog stroja stvara okretno polje s tokom po polu od $474 \cdot 10^{-4}$ Vs. Rotor ima kolektorski jednovojni petljasti namot s ukupno 132 zavoja. Kolik će biti napon na četkicama, a kolika frekvencija tog napona ako se stator napaja iz mreže frekvencije od 50 Hz, a rotor: a) miruje; b) vrti se s $1\,000 \text{ r min}^{-1}$ u smjeru okretnog polja; c) vrti se sa $1\,000 \text{ r min}^{-1}$ nasuprot smjeru okretnog polja? Pretpostavite sinusni oblik krivulje polja u rasporu.

[a) 221 V, 50 Hz; b) 73,7 V, 50 Hz; c) 369 V, 50 Hz]

2. Kolik bi bio napon na četkicama stroja iz 1. zadatka kad bi se rotor vrtio s $1\,500 \text{ r min}^{-1}$ u smjeru okretnog polja?

[0]

3. Ako se pretpostavi da je indukcija u rasporu na svim mjestima polnog koraka jednaka, a da je uzbuđena jednofaznom izmjeničnom strujom frekvencije od 50 Hz tako da tok pulsira s maksimalnim iznosom od $200 \cdot 10^{-4}$ Wb, kolik će biti napon transformacije, a kolik napon rotacije: a) na četkicama A—B; b) na četkicama C—D prema slici 20.36? Rotor ima petljasti namot, uz $p = 1$, $w = 100$, jednoliko raspodijeljen po obodu, a vrti se s $1\,500 \text{ r min}^{-1}$.

$$\left[\Psi = \frac{\Phi w}{2}; \text{ a) } E_t = 0, E_r = 70,7 \text{ V; b) } E_t = 222 \text{ V; } E_r = 0 \right]$$

4. Kolika je frekvencija napona transformacije i napona rotacije u 3. zadatku?

[50 Hz, 50 Hz]

5. Kolik bi bio napon transformacije i napon rotacije u osi A—B i C—D iz 3. zadatka kad bi se isti tok uzbuđivao izmjeničnom strujom frekvencije od $16\frac{2}{3}$ Hz?

[a) $E_t = 0$, $E_r = 70,7 \text{ V}$; b) $E_t = 74 \text{ V}$, $E_r = 0$]

6. Kolika bi bila frekvencija napona transformacije i napona rotacije iz 5. zadatka?

[$16\frac{2}{3}$ Hz]

7. Kad bi tok u 3. zadatku uzbuđivala struja koja pulsira s dvije periode u sekundi, kolik bi bio napon transformacije, a kolik napon rotacije u osi A—B i u osi C—D?

[a) $E_t = 0$, $E_r = 70,7 \text{ V}$; b) $E_t = 8,9 \text{ V}$, $E_r = 0$]

8. Svitak namota iz 3. zadatka ima četiri zavoja. Kolik se u njemu inducira maksimalni napon transformacije, a kolik napon rotacije u trenutku kad prolazi kroz neutralnu zonu A—B, tj. kad mu se os podudara s osi polova, ako je frekvencija uzbudne struje: a) 50 Hz; b) 2 Hz?

[a) $e_t = 25,1 \text{ V}$, $e_r = 0$; b) $e_t = 1,01 \text{ V}$, $e_r = 0$]

21. Reaktancije namota

21.1. Namoti i njihove konstante

►► Stanje električnog stroja definirano je mehaničkim uvjetima rada, prilikama u magnetskom krugu i prilikama u električnim strujnim krugovima. Mehanička i električna energija pretvaraju se u zračnom rasporu, pa su prilike na tom mjestu u stroju detaljnije obrađene. Zato je bilo potrebno i pobliže razmatranje magnetskog kruga; a to se ne može bez poznavanja ovisnosti magnetskih prilika o električnim strujama. Isto se tako ne mogu razmotriti *električni strujni krugovi* stroja, a da se ne uzme u obzir njihova povezanost s magnetskim tokovima.

Svaki strujni krug ima određeni *djelatni otpor* R , koji se uzima da je konstantan, iako se taj otpor u pogonu prilično mijenja zbog promjena temperature. Ako nema detaljnijih podataka o temperaturi namota koju u pogonu treba očekivati, uzima se obično vrijednost otpora pri temperaturi od 348 K (75 °C). Vanjski narinuti napon na stezaljkama strujnog kruga troši se na pad napona u djelatnom otporu i na svladavanje induciranog napona zbog promjene ukupno ulančenog toka sa strujnim krugom, što se prikazuje osnovnom jednadžbom:

$$u = i R + \frac{d\Psi}{dt}. \quad (1)$$

Tok Ψ je ukupno ulančeni tok s promatranim strujnim krugom, a njegova promjena može potjecati od promjene struje u tom istom ili u bilo kojemu drugom strujnom krugu, ili od promjene geometrijske konfiguracije promatranoga strujnog kruga i s njim povezanih magnetskih putova. Ta relacija sasvim je općenita i vrijedi u svakome strujnom krugu za trenutne vrijednosti napona, struje i toka, u , i , Ψ .

Ako se geometrijska konfiguracija ne mijenja i uzme li se da su u promatranim prilikama odnosi uzbudne struje i stvorenog toka linearni (tj. da je permeabilitet $\mu \approx \text{konst.}$), može se ulančeni tok predložiti induktivitetima i međuinduktivitetima koji su konstantni:

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + L_{21} i_2 + L_{31} i_3 + \dots \quad (2)$$

Posebno kod izmjeničnih struja koje su konstantne kružne frekvencije $\omega = 2\pi f$ prikladno je inducirane napone računati simboličnom metodom, prikazujući tokove *induktiviteta* i *međuinduktiviteta*:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\Psi}_1 = L_1 \mathcal{I}_1 + L_{21} \mathcal{I}_2 + L_{31} \mathcal{I}_3 + \dots \quad (3)$$

a inducirane napone *reaktancijama*:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\hat{\Psi}_1}{dt} &= j\omega L_1 \mathcal{I}_1 + j\omega L_{21} \mathcal{I}_2 + j\omega L_{31} \mathcal{I}_3 + \dots = \\ &= jX_1 \mathcal{I}_1 + jX_{m21} \mathcal{I}_2 + jX_{m31} \mathcal{I}_3 + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

gdje je $\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\hat{\Psi}_1}{dt}$ napon induciran u krugu 1, X_1 je reaktancija u tom istom krugu zbog onog dijela toka što ga uzbuđuje struja $\mathcal{I}_1$, a X_{m21} , X_{m31} itd. su reaktancije zbog tokova ulančenih s krugom 1, ali uzbuđenih strujama u krugu 2, 3 itd. Faktor $1/\sqrt{2}$ u jednadžbama u skladu je s dogovorom da se izmjenični tok Ψ uvijek navodi kao maksimalna vrijednost, a naponi i struje kao efektivne vrijednosti.

21.1. Zadaci

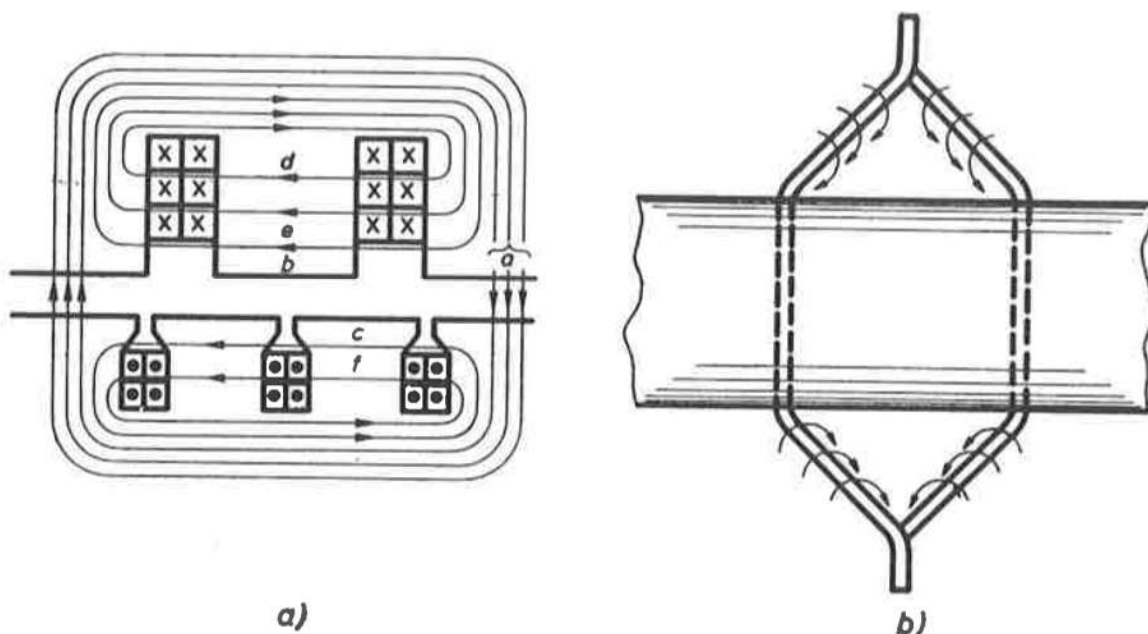


- Dva induktivno vezana namota imaju brojeve zavoja $w_1 = 100$ i $w_2 = 50$. Magnetski tokovi reducirani na ukupni broj zavoja iznose:
 - kod struje $i_1 = 5$ A, $i_2 = 0$; $\Phi_1 = 10^{-2}$ Wb, $\Phi_2 = 0,8 \cdot 10^{-2}$ Wb;
 - kod struje $i_1 = 0$, $i_2 = 10$ A; $\Phi_1 = 0,8 \cdot 10^{-2}$ Wb, $\Phi_2 = 0,9 \cdot 10^{-2}$ Wb.
 Koliki su samoinduktiviteti namota L_1 i L_2 ? Kolik je međuinduktivitet L_{12} ?
 $[L_1 = 0,2$ H, $L_2 = 0,045$ H, $L_{12} = 0,08$ H]
- Kolik je tok Φ_1 , a kolik tok Φ_2 , te koliki su ulančeni tokovi Ψ_1 i Ψ_2 ako u namotima iz 1. zadatka teku struje: a) $i_1 = 4$ A, $i_2 = 3$ A; b) $i_1 = 4$ A, $i_2 = -3$ A? Treba pretpostaviti linearne odnose.
 - $\Phi_1 = 1,04 \cdot 10^{-2}$ Wb, $\Phi_2 = 0,91 \cdot 10^{-2}$ Wb, $\Psi_1 = 1,04$ Wb, $\Psi_2 = 0,455$ Wb;
 - $\Phi_1 = 0,56 \cdot 10^{-2}$ Wb, $\Phi_2 = 0,37 \cdot 10^{-2}$ Wb, $\Psi_1 = 0,56$ Wb, $\Psi_2 = 0,185$ Wb]

21.2. Glavni i rasipni tok

►► Magnetske silnice uzrokovane protjecanjima, dakle strujama u namotima, mogu obuhvatiti oba namota, kao silnica a na slici 21.1.a, ili samo jedan od njih, i to potpuno, kao silnice b, c na slici 21.1.a, ili samo djelomično, kao silnice d, e, i f.

Silnice poput a čine *glavni tok*, a one poput b, c, d, e i f *rasipni tok*. One silnice koje obuhvaćaju samo djelomično namot (d, e i f) treba reducirati u omjeru broja obuhvaćenih zavoja naprema ukupnom broju zavoja u namotu. Ako se to učini, onda tako definirani rasipni tok možemo dalje formalno tretirati kao da obuhvaća sve zavoje namota. Putovi rasipnih silnica zatvaraju se poprijeko kroz utore (rasipanje utora), među glavama zubi, zatim oko glava namota na čeonim stranama stroja (sl. 21.1. b) (rasipanje u glavama namota). Osim toga, u rasipni tok valja uvrstiti



Sl. 21.1. Silnice glavnog i rasipnog toka

tok viših harmoničkih članova što ih proizvodi jedan namot, a koji ne inducira napon u drugom namotu, iako prolazi kroz oba dijela magnetskog kruga (dvostruko ulančeno rasipanje).

U najjednostavnijem slučaju koncentriranih namota i točno određenog puta zajedničkih silnica obaju namota, kao što je to kod namota na željeznoj jezgri transformatora, raspodjela je indukcije po cijelom presjeku jezgre jednolična na svakom mjestu presjeka jer je protjecanje $\Theta = iw$ određenog namota jedno te isto. Tok u jezgri može se izračunati kao:

$$\Phi_m = B_m S = \mu_0 H S = \mu_0 \frac{wi}{l} S = \frac{wi}{R_m} \quad (1)$$

uz magnetski otpor:

$$R_m = \frac{1}{\mu_0} \frac{l}{S}. \quad (2)$$

Glavni tok može uzbuditi struja jednog ili drugog namota, ili obje struje istodobno, pa se u promatranom najjednostavnijem krugu dobiva zajednički tok obaju namota:

$$\Phi_m = \frac{1}{R_m} i_1 w_1 \quad (3)$$

$$\Phi_m = \frac{1}{R_m} i_2 w_2 \quad (4)$$

$$\Phi_m = \frac{1}{R_m} (i_1 w_1 + i_2 w_2). \quad (5)$$

Ulančeni tok s namotom 1, odnosno s namotom 2, zbog toka Φ_m glasi:

$$\Psi_{m1} = w_1 \Phi_m = \frac{1}{R_m} w_1^2 i_1 = L_{m1} i_1 \quad (6)$$

ako je tok Φ_m uzbuđen strujom i_1 ili:

$$\Psi_{m2} = w_2 \Phi_m = \frac{1}{R_m} w_2^2 i_2 = L_{m2} i_2 \quad (7)$$

ako je tok Φ_m uzbuđen strujom i_2 . Konstante L_{m1} i L_{m2} su *samoinduktiviteti* zbog *glavnog toka* za namot 1 i 2.

Isto se tako ti tokovi mogu izraziti međuinduktivitetom:

$$\Psi_{m1} = \frac{1}{R_m} w_1 w_2 i_2 = L_{12} i_2 \quad (8)$$

ako je tok Φ_m uzbuđen strujom i_2 ili:

$$\Psi_{m2} = \frac{1}{R_m} w_1 w_2 i_1 = L_{12} i_1 \quad (9)$$

ako je tok Φ_m uzbuđen strujom i_1 . L_{12} je *međuinduktivitet* namota 1 i 2.

Konačno, ako tok Φ_m uzbuđuju dvije struje, bit će ulančeni tokovi:

$$\Psi_{m1} = \frac{1}{R_m} (w_1^2 i_1 + w_1 w_2 i_2) = L_{m1} i_1 + L_{12} i_2 \quad (10)$$

$$\Psi_{m2} = \frac{1}{R_m} (w_1 w_2 i_1 + w_2^2 i_2) = L_{12} i_1 + L_{m2} i_2. \quad (11)$$

Ukupni tok ulančen s namotom 1 iznosi:

$$\Psi_1 = \Psi_{m1} + \Psi_{\sigma 1}, \quad (12)$$

tj. obuhvaća i rasipni tok $\Psi_{\sigma 1}$, kojemu odgovara *rasipni induktivitet* $L_{\sigma 1}$, tako da je ulančeni tok:

$$\Psi_1 = (L_{m1} + L_{\sigma 1}) i_1 = L_1 i_1. \quad (13)$$

Jednako je tako za namot 2 ulančeni tok:

$$\Psi_2 = (L_{m2} + L_{o2}) i_2 = L_2 i_2. \quad (14)$$

L_1 i L_2 su *ukupni samoinduktiviteti* namota 1 i 2.

U rasporu rotacionog stroja raspodijeljeni su namoti, a raspodijeljena je i uzbuda (protjecanje Θ_x) i indukcija B_x . Bilo koja struja i dat će osnovni harmonički član protjecanja, kako je to izvedeno u odjeljku 20.2:

$$\Theta = \frac{4}{\pi} \frac{i w}{2 p} f_n.$$

Obično se uzima da se cijelo protjecanje troši na zračni raspor:

$$\Theta \approx V_\delta.$$

Ako je zasićenje prilično veliko, bit će:

$$\frac{\Theta}{V_\delta} = k > 1,$$

što daje polje u rasporu:

$$H_\delta = \frac{V_\delta}{\delta_l} = \frac{\Theta}{\delta_l k} = \frac{\Theta}{\delta''}. \quad (15)$$

Raspor δ'' je povećana *nadomjesna vrijednost* kojom se uzimaju u obzir magnetski padovi napona u željezu. Faktor k vrlo je blizu iznosu k_{zas} prema odjeljku 19.3.

Indukcija u rasporu na mjestu najvećeg protjecanja bit će:

$$B_\delta = \mu_0 \frac{\Theta}{\delta''}, \quad (16)$$

a srednja je vrijednost indukcije:

$$B_{sr} = a_l B_\delta = \mu_0 \frac{a_l}{\delta''} \frac{4}{\pi} \frac{i w f_n}{2 p}.$$

Tok po polu iznosi:

$$\Phi = B_{sr} \tau_p l_l = \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{a_l \tau_p l_l}{p \delta''} w f_n i,$$

a ulančeni tok, o kojem ovisi visina induciranog napona u namotu, bit će:

$$\Psi = \Phi w f_n = \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{a_l \tau_p l_l}{p \delta''} (w f_n)^2 i. \quad (17)$$

Označimo i ovdje konstantu ovisnu o dimenzijama magnetskog kruga $\Lambda_m = \frac{1}{R_m}$ (iako R_m fizikalno nije identično s magnetskim otporom Θ/Φ_m):

$$\Lambda_m = \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{a_i \tau_p l_i}{p \delta''} = \frac{1}{R_m} \quad (18)$$

pa dobivamo formalno jednake izraze za ulančene tokove kao kod najjednostavnijeg primjera koncentriranog toka ako umjesto brojeva zavoja w_1 ili w_2 uvrštavamo *efektivni broj zavoja* raspodijeljenog namota $w_1 f_{n1}$ ili $w_2 f_{n2}$. Iz izraza za ulančene tokove Ψ_1 i Ψ_2 dobivaju se samoinduktiviteti glavnog toka i međui nduktivitet:

$$L_{m1} = \frac{1}{R_m} (w_1 f_{n1})^2 \quad (19)$$

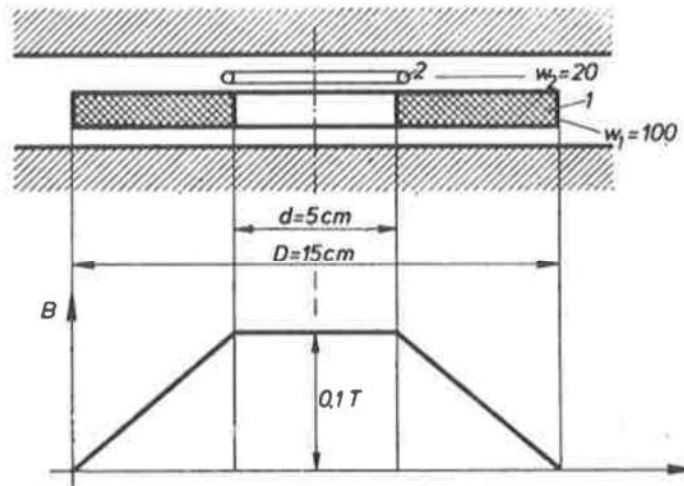
$$L_{m2} = \frac{1}{R_m} (w_2 f_{n2})^2 \quad (20)$$

$$L_{12} = \frac{1}{R_m} w_1 f_{n1} w_2 f_{n2}. \quad (21)$$

21.2. Zadaci



1. Dva su svitka namotana oko iste osi u rasporu između dva pola od željeza ($\mu \approx \infty$) tako da se silnice mogu smatrati paralelnima s osi svitaka (sl. 21.2). Prvi



Sl. 21.2. Smještaj svitaka u 1. zadatku

je svitak plosnat s okruglim zavojima, dimenzija prema slici. Drugi je koncentriran na unutrašnjem promjeru prvog svitka. Brojevi zavoja su $w_1 = 100$, $w_2 = 20$. Struja u svitku 1 takva je da indukcija u sredini iznosi $0,1\text{ T}$. Kolik je

stvarni tok $\Phi_{(1)}$ svitka 1, a kolik je taj tok reduciran na puni broj zavoja w_1 ? Kolik je stvarni i reducirani tok svitka 2? Koliki su ulančeni tokovi Ψ_1 i Ψ_2 ?

$$[\Phi_{(1)} = 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}, \Phi_1 = 0,589 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}, \Psi_1 = 0,0589 \text{ Wb}; \\ \Phi_{(2)} = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}, \Phi_2 = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}, \Psi_2 = 0,00393 \text{ Wb}]$$

2. Kolik je glavni, a kolik rasipni tok svitka 1 s obzirom na svitak 2 (reduciran na puni broj zavoja) u 1. zadatku? Koliki su odgovarajući ulančeni tokovi?

$$[\Phi_m = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}, \Phi_\sigma = 0,393 \cdot 10^{-3} \text{ Wb}; \\ \Psi_{m1} = 0,019 \text{ Wb}, \Psi_{\sigma1} = 0,0393 \text{ Wb}]$$

3. Koliki su ukupni induktiviteti, rasipni induktiviteti i međui induktivitet primara i sekundara u 1. zadatku ako je u namotu 1 bila potrebna struja od 4 A da stvori opisano polje?

$$[L_1 = 0,0147 \text{ H}, L_2 = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ H}, L_{\sigma1} = 0,0098 \text{ H}, L_{\sigma2} = 0, \\ L_{m1} = 0,0049 \text{ H}, L_{m2} = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ H}, L_{12} = 0,98 \cdot 10^{-3} \text{ H}]$$

4. Indukcija u rasporu stroja raspodijeljena je sinusno. Polni korak je $\tau_p = 15 \text{ cm}$, idealna duljina paketa $l_i = 18 \text{ cm}$, broj polova $2p = 4$, a duljina zračnog raspora u kojoj je uzet u obzir utjecaj zasićenja u željezu je $\delta'' = 0,9 \text{ mm}$. Stroj ima na statoru 80 zavoja s namotnim faktorom $f_{n1} = 0,89$, na rotoru 40 zavoja, s $f_{n2} = 0,96$. Namot je jednofazan. Kolik je induktivitet glavnog toka za statorski i za rotorski namot i kolik je najveći međui induktivitet?

$$[L_{m1} = 3,87 \cdot 10^{-2}, L_{m2} = 1,13 \cdot 10^{-2}, L_{12} = 2,09 \cdot 10^{-2} \text{ H}]$$

5. Kolik je nadomjesni zračni raspor δ'' ako je prava širina raspora $\delta = 0,6 \text{ mm}$, Carterov faktor $k_c = 1,15$, a za indukciju u rasporu $B_\delta = 0,8 \text{ T}$ ukupno protjecanje iznosi po polu $\Theta_1 = 575 \text{ A}$.

$$[V_\delta = 440 \text{ A}, k = 1,31, \delta'' = 0,90 \text{ mm}]$$

21.3. Prikazivanje reaktancijama

►► Ako su protjecanja pulsirajuća (izmjenična) i sinusno pulsiraju kružnom frekvencijom ω , onda se inducirani naponi mogu zbog promjena tokova predočiti padovima napona na odgovarajućim reaktancijama:

$$X = \omega L \quad (1)$$

pa govorimo o *glavnoj reaktanciji* ili o reaktanciji glavnog toka $X_{m1} = \omega L_{m1}$ na primarnoj i $X_{m2} = \omega L_{m2}$ na sekundarnoj strani, o *rasipnoj reaktanciji* $X_{\sigma1} = \omega L_{\sigma1}$ i $X_{\sigma2} = \omega L_{\sigma2}$ te o *ukupnoj reaktanciji* $X_1 = X_{m1} + X_{\sigma1}$ i $X_2 = X_{m2} + X_{\sigma2}$.

Isti glavni tok $\hat{\Phi}_m$, ako ga proizvede struja $\mathcal{I}_1$ u prvom namotu:

$$\hat{\Phi}_m = \frac{1}{R_m} \sqrt{2} \mathcal{I}_1 w_1 J_{n1},$$

proizvest će u tom namotu pri frekvenciji f napon:

$$\mathcal{U}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} j \omega \hat{\Phi}_m w_1 f_{n1} = j \omega \frac{1}{R_m} (w_1 f_{n1})^2 \mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_1 j X_{m1}, \quad (2)$$

a u drugom slučaju, ako ga proizvede struja $\mathcal{J}_2$ u drugom namotu, dat će u tom namotu napon:

$$\mathcal{U}_2 = j \omega \frac{1}{R_m} (w_2 f_{n2})^2 \mathcal{J}_2 = \mathcal{J}_2 j X_{m2}. \quad (3)$$

Isti magnetski krug, karakteriziran konstantom R_m , daje drukčiju reaktanciju za svaki namot jer oni imaju različite brojeve zavoja i namotne faktore.

Često se služimo tzv. *reduciranim reaktancijama*, pri čemu se svaki tok pre-računava na isti broj zavoja i namotni faktor. Usporedba reduciranih reaktancija dopušta direktnu usporedbu tokova, te razmatranje napona i struja pojedinih strujnih krugova svodi na općenitije razmatranje protjecanja i tokova u stroju.

Ako npr. sve veličine kruga 2 reduciramo na veličine kruga 1 koje daju jednake efekte, tj. jednaka protjecanja i tokove, onda za protjecanje vrijedi:

$$w_1 f_{n1} \mathcal{J}_2' = w_2 f_{n2} \mathcal{J}_2,$$

odakle se dobiva iznos *reducirane struje*:

$$I_2' = \frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} I_2. \quad (4)$$

Uz isti tok vrijedi za napone:

$$\frac{\mathcal{U}_2'}{w_1 f_{n1}} = \frac{\mathcal{U}_2}{w_2 f_{n2}}$$

pa je *reducirani napon*:

$$U_2' = \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} U_2. \quad (5)$$

Reducirana reaktancija dobiva se iz reduciranog napona i struje:

$$X_2' = \frac{U_2'}{I_2'} = \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \frac{U_2}{I_2} = \left(\frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \right)^2 X_2. \quad (6)$$

Glavna reaktancija namota 2 reducirana na namot 1 identična je glavnoj reaktanciji namota 1.

21.3. Zadaci



1. U zadatku 21.2.4. određen je induktivitet glavnog toka za jednofazni primarni namot $L_{m1} = 3,87 \cdot 10^{-2}$ H i za sekundarni namot $L_{m2} = 1,13 \cdot 10^{-2}$ H. Mjerenjem kod 50 Hz određena je reaktancija primarnog namota $X_1 = 16,4 \Omega$, a sekundarnoga $X_2 = 5,22 \Omega$. Kolike su reaktancije glavnog toka i rasipne reaktancije? Kolika reaktancija odgovara međuinduktivitetu L_{12} ?

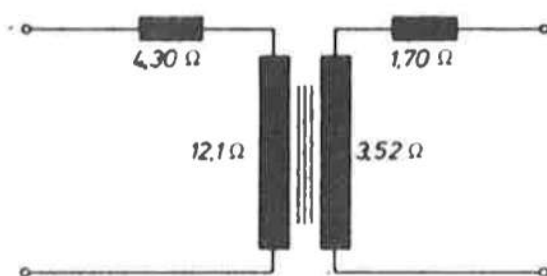
$$[X_{m1} = 12,1 \Omega, X_{m2} = 3,52 \Omega, X_{\sigma 1} = 4,3 \Omega, X_{\sigma 2} = 1,70 \Omega, X_{12} = 6,52 \Omega]$$

2. Kolik će se napon pojaviti na otvorenim stezaljkama primarnog namota u 1. zadatku ako u sekundarnom namotu teče struja od 35 A i 50 Hz? Kolik će biti napon sekundara ako u primaru teče struja od 18 A i 50 Hz?

$$[230 \text{ V}, 118 \text{ V}]$$

3. Kako izgleda nadomjesna shema za namote prema 1. zadatku?

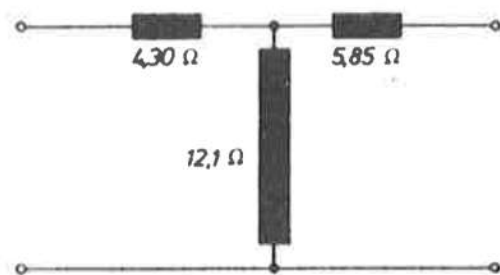
[Sl. 21.3]



Sl. 21.3. Rješenje 3. zadatka

4. Treba izračunati reaktancije iz 1. zadatka reducirane na primarni namot i nacrtati nadomjesnu shemu!

[Sl. 21.4]



Sl. 21.4. Rješenje 4. zadatka

21.4. Reaktancije višefaznog namota

►► Za svaki fazni namot višefaznog stroja daje se ponoviti razmatranje iz odjeljaka koje je vrijedilo za jednofazni namot, ali treba uzeti u obzir da je okretno protjecanje što ga stvara rotirajući tok u rasporu rezultanta protjecanja svih faznih namota, pa će struji maksimalnog iznosa $I/\sqrt{2}$ odgovarati amplituda osnovnoga harmoničkog člana protjecanja:

$$\Theta = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{I/\sqrt{2} w}{2p} f_n$$

tj. $\frac{m}{2}$ puta veća nego kod jednofaznog namota. Zbog toga će istoj struji odgovarati $\frac{m}{2}$ puta veći tok, pa će i svi induktiviteti biti u tom omjeru povećani. Treba jednostavno za višefazni namot uzeti karakterističnu konstantu:

$$\frac{m}{2} \frac{1}{R_m} = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{\alpha_l \tau_p l_l}{p \delta''}. \quad (1)$$

Posebno za trofazni namot vrijedi (uz $\mu_0 = 0,4 \pi \cdot 10^{-6}$):

$$\frac{3}{2} \frac{1}{R_m} = 1,20 \cdot 10^{-6} \frac{\alpha_l \tau_p l_l}{p \delta''}. \quad (2)$$

Reaktancije za m -fazni namot bit će:

$$X_{m1} = 2 \pi f L_{m1} = 2 \pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (w_1 f_{n1})^2 \quad (3)$$

$$X_{m2} = 2 \pi f L_{m2} = 2 \pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (w_2 f_{n2})^2 \quad (4)$$

$$X_{12} = 2 \pi f L_{12} = 2 \pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (w_1 f_{n1} w_2 f_{n2}) = \sqrt{X_{m1} X_{m2}}. \quad (5)$$

U praktičnom izračunavanju radije se umjesto broja zavoja w po fazi upotrebljava broj vodiča po fazi z :

$$z = 2 w$$

Ako namot ima više paralelnih grana, onda valja uzeti samo broj u seriju spojenih vodiča, koji je vezan ukupnim brojem vodiča Z i brojem paralelnih grana g relacijom:

$$z = \frac{Z}{g}. \quad (6)$$

Glavna reaktancija praktički se računa za trofazni namot prema izrazu:

$$X_m = 1,20 \left(\frac{f}{50} \right) \left(\frac{z f_n}{100} \right)^2 \frac{l_l}{2 p} \frac{\alpha_l}{2/\pi} \frac{\tau_p}{\delta''} (\Omega)$$

ili, ako se izraz svede na sličan oblik pri izračunavanju rasipnih reaktancija, za trofazni namot primarno i sekundarno može se pisati:

$$X_{m1} = 0,4 \pi^2 \left(\frac{z_1}{100} \right)^2 \frac{f}{50} \frac{l_l}{2 p} \lambda_0 f_{n1}^2 = K_1 \lambda_0 f_{n1}^2 \quad (7)$$

$$X_{m2} = 0,4 \pi^2 \left(\frac{z_2}{100} \right)^2 \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \lambda_0 f_{n2}^2 = K_2 \lambda_0 f_{n2}^2 \quad (8)$$

$$X_{12} = 0,4 \pi^2 \left(\frac{z_1}{100} \right) \left(\frac{z_2}{100} \right) \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \lambda_0 f_{n1} f_{n2} = K_{12} \lambda_0 f_{n1} f_{n2}, \quad (9)$$

gdje je:

$$\lambda_0 = \frac{3}{\pi^2} \left(\frac{a_i}{2/\pi} \right) \frac{\tau_p}{\delta''} \quad (10)$$

$$K_1 = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \left(\frac{z_1}{100} \right)^2 \quad (11)$$

$$K_2 = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \left(\frac{z_2}{100} \right)^2 \quad (12)$$

$$K_{12} = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \left(\frac{z_1}{100} \right) \left(\frac{z_2}{100} \right) = \sqrt{K_1 K_2}. \quad (13)$$

Stator i rotor istog stroja moraju uvijek imati isti broj polova, bilo da su to istaknuti polovi, bilo polovi koje daje raspodijeljeni namot. Kod višefaznih namota broj faza statora i rotora ne mora biti jednak. Tako trofazni namot statora i dvofazni namot rotora daju okretna protjecanja koja se slažu u rezultirajuće protjecanje uz uvjet da je broj polova obaju namota jednak. U izrazu $\frac{m}{2} \frac{1}{R_m}$ pojavljuje se faktor $m/2$, pa će u tom slučaju taj faktor za stator biti različit od onoga za rotor. Struje, naponi i reaktancije preračunavaju se tada uzevši u obzir $m_1 \neq m_2$:

— iz uvjeta vjernog prikazivanja protjecanja:

$$\frac{m_1}{2} \frac{2}{\pi} \frac{I_2' \sqrt{2} w_1 f_{n1}}{p} = \frac{m_2}{2} \frac{2}{\pi} \frac{I_2 \sqrt{2} w_2 f_{n2}}{p}$$

dobiva se iznos *reducirane struje* 2 na namot 1:

$$I_2' = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} \right) I_2; \quad (14)$$

— iz uvjeta jedinstvenoga glavnog toka koji inducira napon u oba sistema namota:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} j \omega \Phi_m = \frac{U_2'}{w_1 f_{n1}} = \frac{U_2}{w_2 f_{n2}}$$

dobiva se iznos *reduciranog napona* 2 na namot 1:

$$U_2' = \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} U_2; \quad (15)$$

- iz uvjeta da padovi napona preračunane struje u preračunanim reaktancijama, prikazani kao dio preračunatog napona, moraju biti jednaki kao kod nepreračunanih vrijednosti:

$$\frac{I'_2 X'_2}{U'_2} = \frac{I_2 X_2}{U_2}$$

dobiva se iznos *reducirane reaktancije* namota 2 na namot 1:

$$X'_2 = \frac{I_2 U'_2}{I'_2 U_2} X_2 = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \right)^2 X_2. \quad (16)$$

Isti način preračunavanja vrijedi, naravno, i za *omske otpore* i *impedancije*. Da energetska slika ne bude poremećena, mora zbroj pretvorenih snaga i gubitaka za sve faze preračunanog sistema i za sve faze nepreračunanog sistema biti jednak:

$$\begin{aligned} m_1 U'_2 I'_2 &= m_2 U_2 I_2 \\ m_1 I'^2_2 R'_2 &= m_2 I^2_2 R_2. \end{aligned}$$

Uvrste li se izrazi za preračunavanje U_2 , I_2 i R_2 na primarni namot, lako ćemo se uvjeriti da su ti zahtjevi ispunjeni.

Reaktancije glavnog toka računaju se uz bilo koje brojeve faza na primarnoj i sekundarnoj strani s konstantama:

$$K_1 = 3,95 \frac{m_1}{3} \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \left(\frac{z_1}{100} \right)^2 \quad (17)$$

$$K_2 = 3,95 \frac{m_2}{3} \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \left(\frac{z_2}{100} \right)^2 \quad (18)$$

$$K_{12} = 3,95 \frac{m_1}{3} \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \frac{z_1}{100} \frac{z_2}{100} \quad (19)$$

$$K_{21} = 3,95 \frac{m_2}{3} \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \frac{z_1}{100} \frac{z_2}{100}, \quad (20)$$

gdje je:

$$K_{12} K_{21} = K_1 K_2. \quad (21)$$

21.4. Zadaci



1. Namoti stroja u zadatku 21.2.4. bili su jednofazni. Kod narinutog napona od 220 V i 50 Hz statovski je namot uzimao struju magnetiziranja od 18 A. Ako se stroj namota trofazno, s tri jednaka namota, poput onoga u spomenutom za-

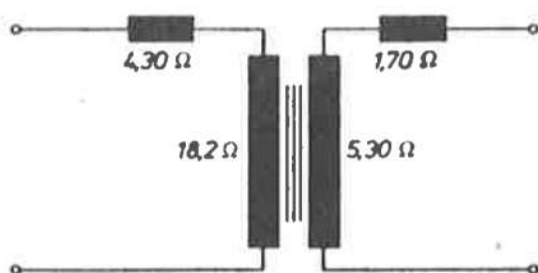
datku, koliku će struju magnetiziranja uzimati svaki namot ako su sva tri spojena u zvijezdu i priključena na trofaznu mrežu od 380 V i 50 Hz? Zanemarite rasipne reaktancije.

[12 A]

2. Kolike će biti reaktancije X_{m1} , X_{m2} i X_{12} za jedan fazni namot iz 1. zadatka?
[$X_{m1} = 18,2 \Omega$, $X_{m2} = 5,3 \Omega$, $X_{12} = 9,8 \Omega$]

3. Za trofazni namot iz 1. zadatka treba na osnovi podataka iz zadatka 21.3.1. i zadatka 21.4.2. nacrtati nadomjesnu shemu za jednu fazu trofaznog stroja i unijeti podatke, uzevši u obzir i rasipne reaktancije.

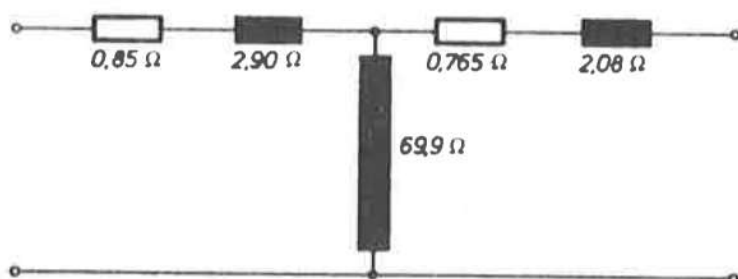
[Sl. 21.5]



Sl. 21.5. Rješenje 3. zadatka

4. Trofazni namot statora ima po fazi 120 zavoja, $f_{n1} = 0,88$, otpor je $R_1 = 0,85 \Omega$, ukupna je reaktancija $X_1 = 72,8 \Omega$, a rasipna reaktancija je $X_{\sigma 1} = 2,90 \Omega$. Rotor ima dvofazni namot, sa 100 zavoja po fazi, $f_{n2} = 0,85$, otpor je $R_2 = 0,33 \Omega$, rasipna je reaktancija $X_{\sigma 2} = 0,90 \Omega$ po fazi. Treba nacrtati nadomjesnu shemu reduciranu na jednu fazu statora i unijeti vrijednosti.

[Sl. 21.6]



Sl. 21.6. Rješenje 4. zadatka

5. Kolik će se napon pojaviti na otvorenim stezaljkama faznog namota statora u 4. zadatku ako u rotorskom namotu teče dvofazna struja od 5,5 A i 50 Hz po fazi?

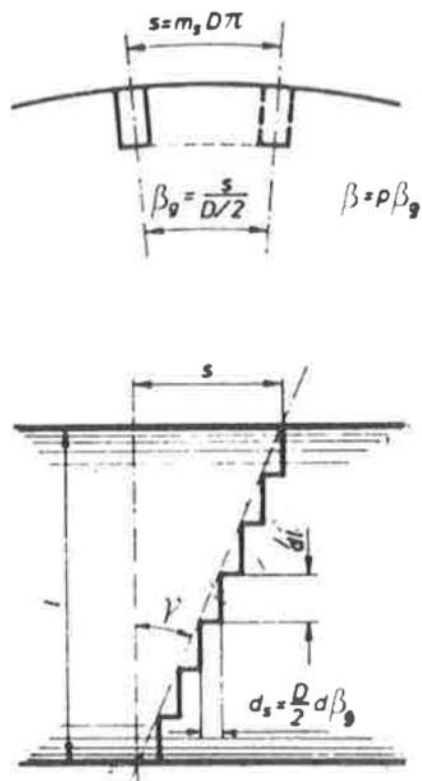
[$I'_2 = 2,95 \text{ A}$, $U_1 = 206 \text{ V}$]

21.5. Utjecaj skošenja utora

►► Kod strojeva s utorima na statoru i na rotoru često se izvodi skošenje bilo jednih, bilo drugih utora, tj. ti utori nisu paralelni s osi stroja, nego sa smjerom osi zatvaraju kut γ (sl. 21.7), koji izlazi iz relacije:

To skošenje obično se izvodi tako da razmaku čeonih strana istog utora po obodu odgovara 1, 2 ili više utorskih koraka, a navodi se u dijelovima opsega:

$$m_s = \frac{1}{N_s} = \frac{s}{D\pi} = \frac{l \operatorname{tg} \gamma}{D\pi}. \quad (1)$$



Sl. 21.7. Skošeni utor

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{s}{l}.$$

Tako podatak $m_s = 1/36$ znači da je međusobni pomak čeonih strana istog utora 36. dio oboda stroja. Skošenje za jedan utorski korak uz ukupno N utora iznosi:

$$m_s = \frac{1}{N}. \quad (2)$$

Najčešće se skošenje rotora izvodi za jedan utor statora. Treba uočiti da je bitan međusobni položaj statorskih i rotorskih utora, a ne položaj jednih ili drugih promatran zasebno. Za skošeni stator sam za sebe vrijede posve jednaka razmatranja kao za neskošeni, a jednako tako i za rotor sam za sebe. Razlike se pojavljuju tek kad promatramo međusobni utjecaj statora i rotora — napone u rotoru što ih inducira polje koje uzbuđuju statorske struje, ili obratno. Iz toga izlazi da je svejedno hoće li biti skošen stator ili rotor, ili oba. Skošenje treba promatrati relativno, uzevši smjer utora na jednom dijelu stroja kao referentni smjer i računajući skošenje drugog dijela u odnosu prema njemu.

Skošeni utor može se zamisliti kao da je rastavljen na dijelove duljine dl koji su jedan prema drugome pomaknuti po obodu za središnji geometrijski kut $d\beta_g$ (sl. 21.7). Očito je:

$$\frac{\frac{D}{2} d\beta_g}{dl} = \frac{s}{l} = \operatorname{tg} \gamma.$$

Geometrijskom kutu $d\beta_g$ odgovara električni kut:

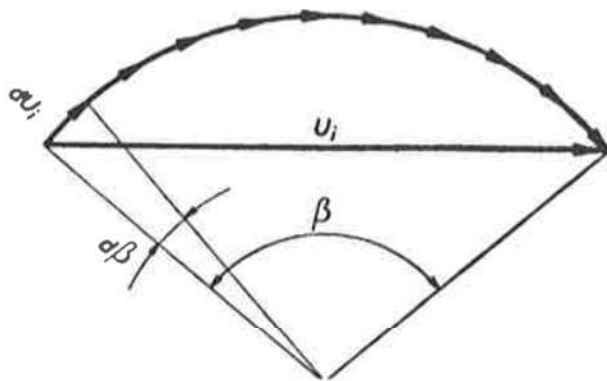
$$d\beta = p d\beta_g,$$

pa će konačno kut β , koji čini električnu »zonu« što je na obodu stroja zaprema jedan utor, biti:

$$\beta = \frac{p l \operatorname{tg} \gamma}{D/2} = 2 \pi p m_s. \quad (3)$$

Naponi pojedinih elemenata duljine dl zbrajaju se vektorski, pa ukupni napon možemo dobiti primjenom zonskoga namotnog faktora, uz broj elemenata $q \rightarrow \infty$, a kut među njima $\alpha = \frac{\beta}{q} \rightarrow 0$. Izraz za zonski namotni faktor (sl. 21.8) pri tome teži vrijednosti:

$$f_\beta = \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} = \frac{\sin m_s p \pi}{m_s p \pi} \quad (4)$$



Sl. 21.8. Određivanje faktora skošenja

i naziva se *faktorom skošenja*. U omjeru tog faktora smanjen je inducirani napon u vodiču jedne strane ako su tok proizvele struje u namotu druge strane:

$$U_2 = U_1 \left(\frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} \right) f_\beta. \quad (5)$$

Skošenjem se nipošto ne mijenja napon što ga inducira polje koje stvaraju struje u tom istom namotu. Ako se vratimo na promatranje odnosa pomoću reaktancija, skošenje neće utjecati na glavnu reaktanciju primarne strane X_{m1} ni sekundarne

strane X_{m2} , ali će se međusobna reaktancija X_{12} smanjiti u omjeru u kojem se smanjio inducirani napon zbog skošenja:

$$X_{12\beta} = X_{12} f_{\beta}. \quad (6)$$

Bez skošenja bila bi međusobna reaktancija X_{12} , pa će njezino smanjenje djelovanjem skošenja, nazvano *reaktancijom zbog skošenja*, biti:

$$\Delta X_{12} = X_{12} (1 - f_{\beta}). \quad (7)$$

Faktor $1 - f_{\beta}$ može se približno računati ovako:

$$1 - f_{\beta} = 1 - \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \approx \frac{\beta^2}{24} = 0,41 (2 p m_s)^2. \quad (8)$$

Ako je to protjecanje *višega harmoničkog člana* reda ν , električni središnji kut koji odgovara skošenju bit će ν puta veći:

$$\beta_{\nu} = \nu \beta.$$

pa će i faktor skošenja biti različit:

$$f_{\beta\nu} = \frac{\sin \nu \beta/2}{\nu \beta/2}. \quad (9)$$

Kut β_{ν} postajat će sve veći što je red ν viši, pa aproksimativni izraz za $1 - f_{\beta}$ više ne vrijedi, već ga treba točno računati.

Uz $\nu \beta = 2 \pi k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) bit će:

$$f_{\beta\nu} = 0, \quad 1 - f_{\beta\nu} = 1,$$

tj. harmonički član tog reda neće u suprotnom dijelu stroja inducirati napone.

Posebno za *utorske harmoničke članove* reda $\nu = \frac{N}{p} \pm 1$ bit će:

$$f_{\beta\nu} = \frac{\sin \left(\frac{N \pm p}{p} \pi p m_s \right)}{\frac{N \pm p}{p} \pi p m_s}. \quad (10)$$

Ako su utori skošeni za cijeli broj utora, tj. ako je:

$$m_s = \frac{k_s}{N} \quad (k_s = 1, 2, 3, \dots), \quad (11)$$

te ako je $q_p = \frac{N}{2p}$ = broj utora po polu, faktor skošenja za osnovni harmonički član iznosi:

$$f_\beta = \frac{\sin \frac{k_s p \pi}{N}}{\frac{k_s p \pi}{N}}, \quad (12)$$

a za utorske harmoničke članove:

$$|f_{\beta(2q_p \pm 1)}| = \left| \frac{\sin \left(k_s \pi \pm \frac{k_s p \pi}{N} \right)}{k_s \pi \pm \frac{k_s p \pi}{N}} \right| = f_\beta \frac{p}{N \pm p} = f_\beta \frac{1}{2q_p \pm 1}. \quad (13)$$

Očito je da se *skošenjem* dadu u velikoj mjeri *potisnuti utorski harmonički članovi* u induciranom naponu, a da se bitno ne smanji osnovni harmonički član. To se nije moglo postići izborom namota jer je namotni faktor utorskih harmoničkih članova uvijek bio jednak namotnom faktoru osnovnoga harmoničkog člana.

Faktori preračunavanja napona, struja i impedancija kod skošenja bit će različiti, ovisno o tome da li napone i struje U_2, I_2 u dijelu stroja 2 induciraju ekvivalentni naponi i struje U'_2, I'_2 u dijelu stroja 1, ili je obrnuto, tj. veličine U_1, I_1 (dio 1) induciraju se od ekvivalentnih veličina U'_1, I'_1 (dio 2). U prvom slučaju iz jednakosti protjecanja i tokova izlazi:

$$I_2 m_2 w_2 f_{n2} f_\beta = I'_2 m_1 w_1 f_{n1}$$

$$\frac{U_2}{U'_2} = \frac{w_2 f_{n2} f_\beta}{w_1 f_{n1}},$$

te odatle:

$$I'_2 = I_2 \frac{m_2 w_2 f_{n2}}{m_1 w_1 f_{n1}} f_\beta \quad (14)$$

$$U'_2 = U_2 \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2} f_\beta} \quad (15)$$

$$X'_2 = X_2 \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \right)^2 \frac{1}{f_\beta^2}, \quad (16)$$

a u drugom slučaju:

$$I''_1 = I_1 \frac{m_1 w_1 f_{n1}}{m_2 w_2 f_{n2}} f_\beta \quad (17)$$

$$U''_1 = U_1 \frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1} f_\beta} \quad (18)$$

$$X_1'' = X_1 \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} \right)^2 \frac{1}{f_\beta^2}. \quad (19)$$

Skošenje se, dakle, može uzeti u obzir tako da se *namotni faktor sekundarnog dijela* stroja u kojem se induciraju naponi i struje, bio to stator ili rotor, *množi faktorom skošenja* f_β , a namotni faktor primarne strane, u kojoj teče uzbudna struja, ostaje nepromijenjen. Uz faktor skošenja $f_\beta = 0$ (skošenje za dvostruki polni korak) ne bi bilo nikakva napona ni struje na sekundarnoj strani, pa ni međuinuktiviteta. Sekundarni namot bi se ponašao, promatran s primarne strane, kao da je otvoren ($X_2' = \infty$, ili $X_1'' = \infty$).

U usporedbi s neskošenim utorima, kod skošenih utora napon je na sekundarnoj strani f_β puta manji, a isto tako struje na sekundarnoj strani stvaraju f_β puta manje protjecanje. Reakcija sekundarne strane na primarno narinuti napon je, dakle, f_β^2 puta manja, kao da je impedancija $1/f_\beta^2$ puta povećana. Razlika reaktancije kod skošenih utora prema reaktanciji kod neskošenih utora iznosi:

$$X_\beta = X_{m1} \frac{1}{f_\beta^2} - X_{m1} = X_{m1} \left(\frac{1}{f_\beta^2} - 1 \right) = X_{m1} \sigma_\beta,$$

gdje je:

$$\sigma_\beta = \frac{1}{f_\beta^2} - 1 \approx \frac{\beta^2}{12} = 0,82 (2 p m_s)^2. \quad (20)$$

U ukupnoj, zajedničkoj rasipnoj reaktanciji primara i sekundara pojavljuje se, dakle, kod skošenih utora dodatni član:

$$X_\beta = \sigma_\beta X_m, \quad (21)$$

kojeg nema ni u rasipnoj reaktanciji statora ni u rasipnoj reaktanciji rotora, promatramo li svaku zasebno.

21.5. Zadaci



1. Rotor 4-polnog stroja skošen je za jedan statorski utor. Stator ima 36, a rotor 44 utora. Koliko je skošenje? Kolik je kut β ? Kolik je faktor skošenja?

$$\left[m_s = \frac{1}{36}, \beta = 20^\circ, f_\beta = 0,995 \right]$$

2. Kolik je faktor skošenja u 1. zadatku za 17. i 19. prostorni harmonički član indukcije u rasporu?

$$[f_{\beta 17} = 0,0585, f_{\beta 19} = -0,0524]$$

3. Trofazni 6-polni stroj ima na statoru 36 utora, uz $w_1 = 180$, $f_{n1} = 0,836$, i na rotoru dvofazni namot sa 24 utora, uz $w_2 = 120$, $f_{n2} = 0,966$. Primarni

otpor po fazi je $R_1 = 3 \Omega$, ukupna reaktancija $X_1 = 100,2 \Omega$, rasipna reaktancija $X_{\sigma 1} = 4,2 \Omega$. Kolik će se napon pojaviti na otvorenim stezaljkama sekundarnog namota ako je primarno narinut napon po fazi 220 V, a utori rotora su: a) neskošeni; b) skošeni za dva utora statora?

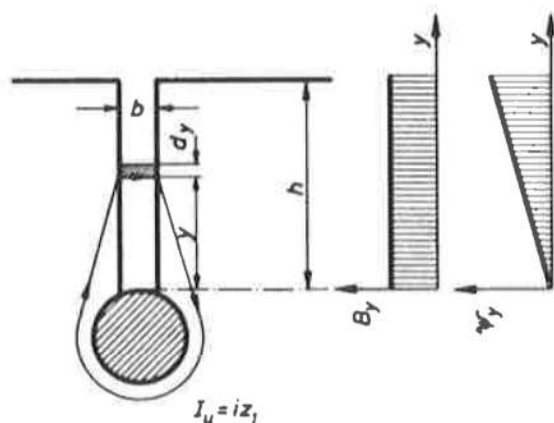
[a) 162,4 V; b) 155 V]

4. Koliko je povećanje rasipne reaktancije zbog skošenja u 3. zadatku?

[$X_\beta = 9,26 \Omega$]

21.6. Utorsko rasipanje

►► Promotrimo utor prema slici 21.9. Na njegovu dnu neka se nalazi z_1 vodiča i u svakome neka teče struja i . To strujno protjecanje stvara polje sa silnicama od



Sl. 21.9. Izračunavanje rasipanja slobodnog dijela utora

kojih je jedna ucrtana; silnice ne obuhvaćaju vodiče s druge strane rasporeda, pa su to silnice rasipnog toka. Glavni magnetski otpor na njihovu putu je prolazak kroz zrak na širini utora b , a sav ostali put kroz željezo možemo zanemariti. Prema zakonu protjecanja vrijedi:

$$H_y b = z_1 i.$$

Izračunamo li tok kroz presjek duljine l i visine dy , u kojem je indukcija $B_y = \mu_0 H_y = \mu_0 \frac{z_1 i}{b}$, dobivamo:

$$d\Phi_y = \mu_0 \frac{i z_1}{b} l dy.$$

Ostavimo po strani tok u dijelu utora s vodičima i promatrajmo samo slobodni dio utora visine h . Svaka je silnica ulančena sa svih z_1 vodiča, pa je ulančeni tok koji odgovara toku $d\Phi_y$:

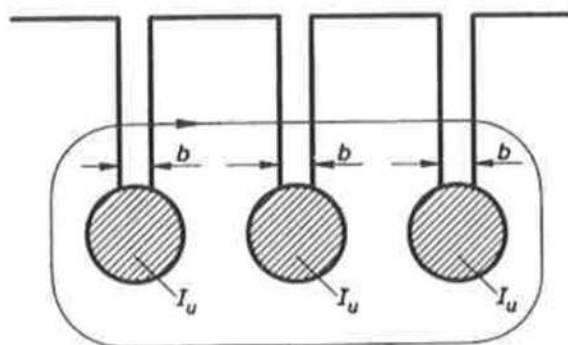
$$d\Psi_y = z_1 d\Phi_y = \mu_0 \frac{i z_1^2}{b} l dy.$$

Ukupni ulančeni tok s vodičima jednog utora iznosi:

$$\Psi = \int_{y=0}^h d\Psi_y = \mu_0 l \int_0^h \frac{h-y}{b} dy.$$

Tome odgovara induktivitet za taj dio utora $L = \Psi/i$, odnosno reaktancija koja dolazi na jedan utor:

$$X_{1u} = 2\pi f L = 2\pi f \mu_0 \frac{z_1^2 l h}{b}. \quad (1)$$



Sl. 21.10. Rasipanje grupe utora

Ako se po polu i fazi nalazi jedan do drugoga q utora (sl. 21.10), magnetomotorna sila je q puta veća, ali je i magnetski otpor q puta veći, pa tok Φ ostaje nepromijenjen. Ulančeni tok Ψ , međutim, q puta je veći jer su obuhvaćeni vodiči svih q utora. Za svih $2p$ polova bit će ukupni ulančeni tok $2pq$ -struk, pa se ukupna rasipna reaktancija može izraziti ovako:

$$X_{\sigma u} = 2pq \cdot 2\pi f \cdot 0,4\pi \cdot 10^{-6} \frac{z_1^2 l h}{b}.$$

Izrazi li se broj vodiča po utoru z_1 ukupnim brojem vodiča po fazi z :

$$z_1 = \frac{z}{2pq},$$

dobiva se *ukupna reaktancija namota* koja potječe od toka u promatranom dijelu utora:

$$X_{\sigma u} = 0,4\pi^2 \left(\frac{z}{100}\right)^2 \left(\frac{f}{50}\right) \frac{l_i}{2p} \frac{1}{q} \frac{h}{b} = 0,4\pi^2 \left(\frac{z}{100}\right)^2 \left(\frac{f}{50}\right) \frac{l_i}{2p} \cdot \frac{\lambda_u}{q} = K \frac{\lambda_u}{q}. \quad (2)$$

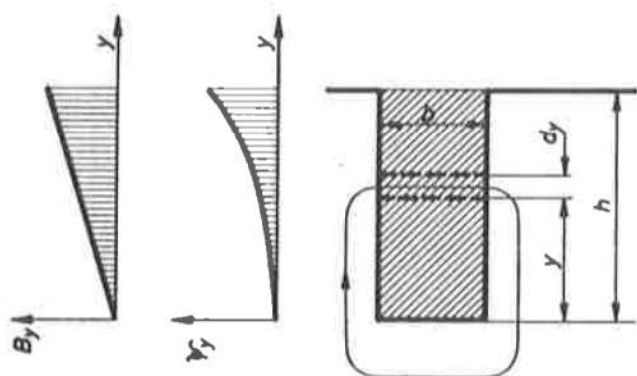
Za rasipnu reaktanciju primarne strane treba uvrstiti broj vodiča te strane $z_{(1)}$, odnosno konstantu K_1 , a za sekundarnu stranu $z_{(2)}$, odnosno K_2 .

Posljednji član u tom izrazu sadrži:

$$\lambda_u = h/b, \quad (3)$$

veličinu ovisnu samo o geometrijskim proporcijama utora, tzv. *rasipnu vodljivost utora po jedinici duljine*.

Član $\lambda_u/q = h/bq$ u izrazu za rasipnu reaktanciju pokazuje da se povećanjem broja utora po polu i fazi q ta reaktancija ne može smanjiti. Koliko veći uzmemo q , toliko manju moramo uzeti širinu b , da bismo mogli smjestiti utore na isti obod, pa je produkt uvijek isti.



Sl. 21.11. Izračunavanje rasipanja za dio utora u kojemu se nalaze vodiči

Drukčije su prilike za *dio utora u kojem se nalaze vodiči* prema slici 21.11. Uz pretpostavku da je struja jednoliko raspodijeljena po presjeku vodiča, tj. da nema njezina većeg potiskivanja, protjecanje će na mjestu y biti:

$$\frac{y}{h} z_1 i = H_y b.$$

Tok kroz presjek $l \, dy$ poprijeko u utoru je:

$$d\Phi_y = \mu_0 \frac{i z_1 y}{b h} l \, dy.$$

Taj dio toka ulančen je samo s vodičima ispod promatranog presjeka, pa je prirast ulančenog toka koji tome odgovara:

$$d\Psi_y = \frac{y}{h} z_1 d\Phi_y = \mu_0 l i z_1^2 \frac{y^2}{b h^2} dy$$

$$\Psi = \int_{y=0}^h d\Psi_y = \mu_0 l i z_1^2 \frac{y^3}{3 b h^2} \Big|_0^h = \mu_0 l z_1^2 \frac{h}{3 b} i.$$

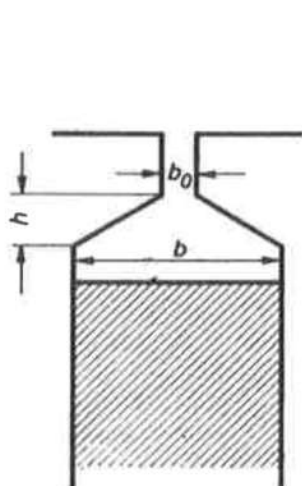
Dalji račun teče kao i prije, pa je i rezultat analogan, samo što je ovdje:

$$\lambda_u = \frac{h}{3b}, \quad (4)$$

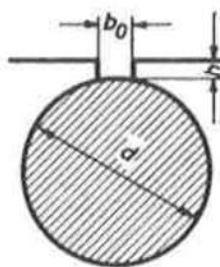
tj. rasipanje popunjenog dijela utora uz iste dimenzije tri puta je manje nego kod praznog dijela utora iznad vodiča.

Slično tome može se izvesti za *kosi dio utora* (sl. 21.12.a):

$$\lambda_u = \frac{h}{b - b_0} \ln \frac{b}{b_0}, \quad (5)$$

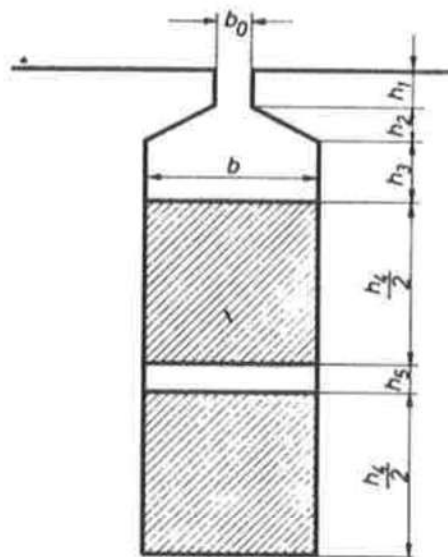


a)



b)

Sl. 21.12. Rasipanje: a) kosog, b) okruglog dijela utora



Sl. 21.13. Rasipanje utora složenog oblika

no često se računa približno kao za ravni utor sa srednjom vrijednošću širine kosog utora:

$$\lambda_u = \frac{2h}{b + b_0}. \quad (6)$$

Za *okrugli dio utora* (sl. 21.12.b) bit će:

$$\lambda_u = 0,6. \quad (7)$$

Ta vrijednost ne ovisi o promjeru d jer je omjer visine i širine pri svakom promjeru isti. Tome treba dodati još član h/b_0 za otvoreni dio iznad okruglog štapa.

Za dio utora u kojem ne teče *struja*, iznad donje strane svitka u utoru (sl. 21.13), bit će:

$$\lambda_u = \frac{h_5}{2b}. \quad (8)$$

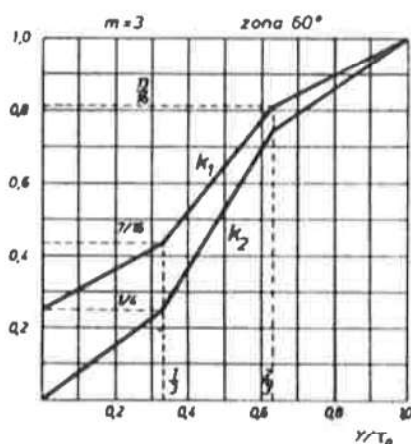
Za složeni oblik utora moraju se onda zbrojiti vodljivosti pojedinih karakterističnih odsječaka; tako je za utor na slici 21.13.

$$\lambda_u = \frac{h_1}{b_0} + \frac{2h_2}{b+b_0} + \frac{h_3}{b} + \frac{h_4}{3b} + \frac{h_5}{2b}. \quad (9)$$

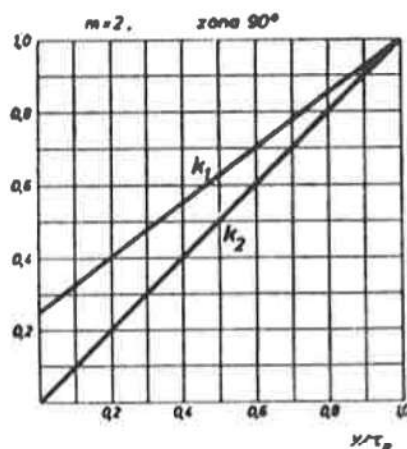
Utorsko rasipanje razmatrano je tu uz dvije pretpostavke: a) da su raspodjele struje po presjeku jednake, tj. nije uračunan eventualni utjecaj potiskivanja struje; b) da su sve struje u utoru u fazi. Kod *skraćenoga dvoslojnog namota* ponegdje u istom utoru teku struje različitih faza, pa se protjecanja ne zbrajaju algebarski. To se uzima u obzir odgovarajućim *korekcijskim faktorima* kojima se množe pojedini članovi utorske rasipne vodljivosti; ti su faktori uvijek manji od 1. Obično se uzima odvojeno korekcijski faktor k_1 za rasipnu vodljivost dijela utora u kojem teku struje i faktor k_2 za dijelove utora iznad toga. Tako bi za utor prema slici 21.13. bilo:

$$\lambda_u = k_2 \left(\frac{h_1}{b_0} + \frac{2h_2}{b+b_0} + \frac{h_3}{b} \right) + k_1 \left(\frac{h_4}{3b} + \frac{h_5}{2b} \right). \quad (10)$$

Korekcijski faktori k_1 i k_2 za trofazne i dvofazne dvoslojne namote, sa zonom namatanja od 60° i 120° za prve i 90° za druge, mogu se otčitati sa slika 21.14, 21.15.



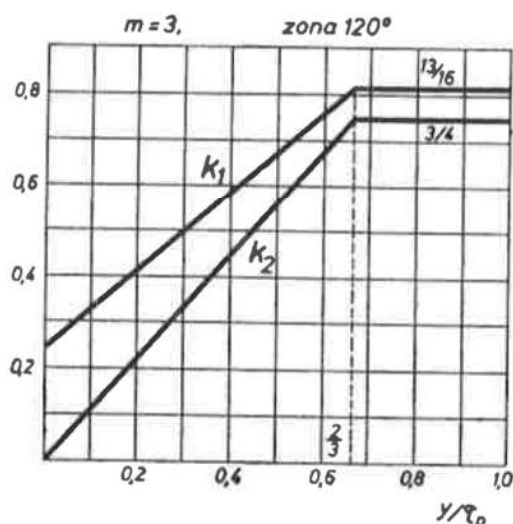
Sl. 21.14. Korekcijski faktori za rasipanje utora sa 2-slojnim 2-faznim namotom uz zonu namatanja od 60° (L. 15)



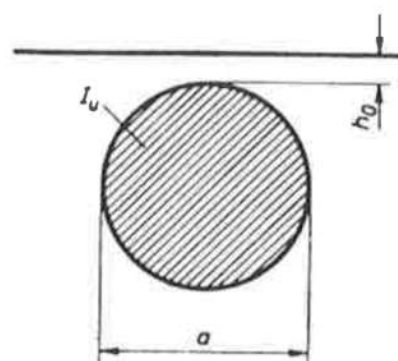
Sl. 21.15. Korekcijski faktori za rasipanje utora sa 2-slojnim 2-faznim namotom uz zonu namatanja od 90° (L. 15)

i 21.16. Često se uzima samo jedan prosječni korekcijski faktor k za čitavu utorsku vodljivost, koji iznosi 1 za dijametralni namot, 0,8 za $y/\tau_p = 2/3$ i 0,6 za $y/\tau_p = 0,5$.

Kod *zatvorenih utora* (sl. 21.17), kakvi se često izvode na kaveznim rotorima, ne može se više računati s pretpostavkom da je permeabilnost željeza $\mu_{Fe} \approx \infty$. U tom bi slučaju rasipni tok bio neizmjereno velik, pa bi i reaktancija namota bila neizmjereno velika. Zapravo, visina mostića h_0 iznad utora je malena, pa u mostiću brzo nastaje zasićenje, a onda je permeabilnost mnogo manja. Zasićenje će biti



Sl. 21.16. Korekcijski faktori za rasipanje utora sa 2-slojnim 3-faznim namotom uz zonu namatanja od 120° (L. 15)



Sl. 21.17. Rasipanje zatvorenog utora

to veće što je veća struja u utoru. Rezultati istraživanja dali su krivulje za vodljivost zatvorenog utora ovisno o visini mostića h_0 , maksimalnoj širini utora a , utorskom koraku τ_u i utorskoj struji I_u , koje se mogu aproksimirati analitičkim izrazom:

$$\log \lambda_u \cong 3,95 - 0,94 \log \frac{a}{h_0} - 0,87 \log \frac{I_u}{100 \tau_u}. \quad (11)$$

Za izračunavanje struje trebalo bi znati reaktanciju, dakle i λ_u . Zato se prvi proračun obavlja s pretpostavljenom vrijednosti struje, pa se poslije provodi korekcija na osnovi tog rezultata.

Na sličan način kao što se reaktancija glavnog toka računa iz izraza K_1 i vodljivosti λ_0 :

$$X_{m1} = K_1 \lambda_0 f_{n1}^2, \quad (12)$$

računa se i reaktancija utorskog rasipanja upotrebom istog izraza K_1 :

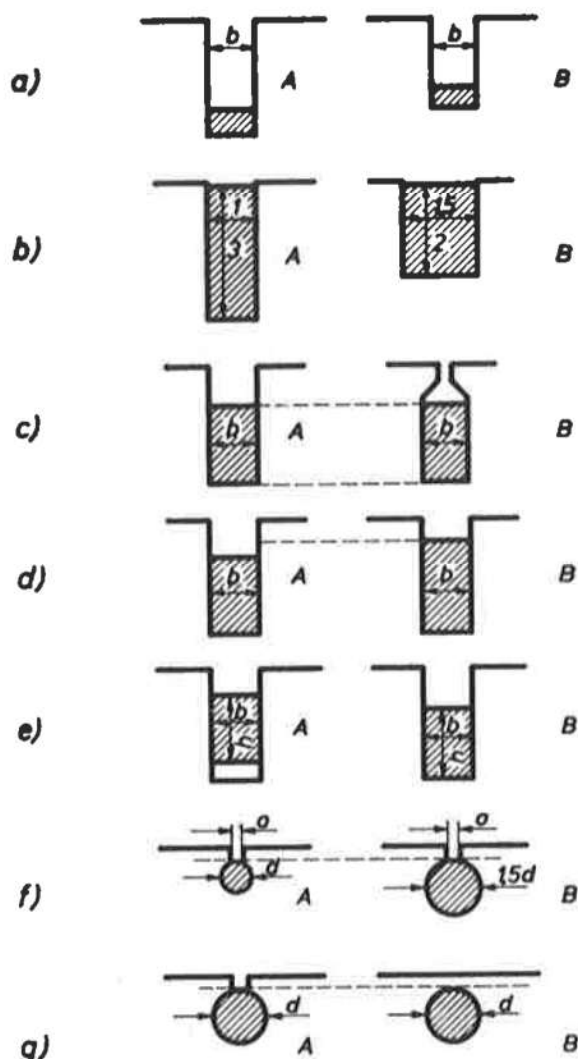
$$X_{\sigma u1} = K_1 \frac{\lambda_u}{q}. \quad (13)$$

21.6. Zadaci



1. Kod kojega će od dvaju označenih oblika utora na slici 21.18. rasipna reaktancija zbog utorskog rasipanja biti veća? Ukupni broj zavoja u utoru je u svim promatranim primjerima jednaka.

[a) A; b) A; c) B; d) A; e) B; f) jednake; g) B]



Sl. 21.18. Usporedba oblika uto-
ra prema 1. zadatku

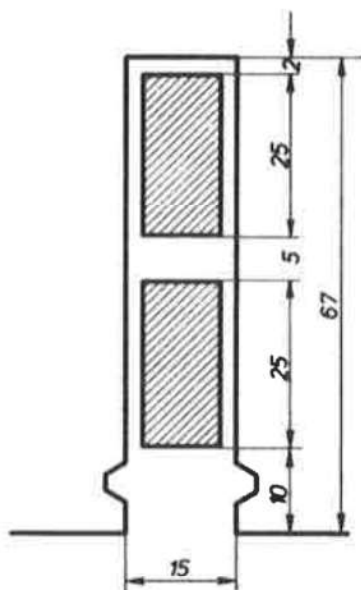
2. Stator trofaznoga 4-polnoga motora od 3 000 V i 50 Hz ima 72 utora oblika prema slici 21.19. Promjer u rasporu je $D = 600$ mm, duljine je $l_1 = 400$ mm. Namot je dvoslojan s 288 vodiča po fazi, sa skraćenim svicima $y/\tau_p = 5/6$ i zonom od 60° . Omjer srednje i maksimalne vrijednosti indukcije u rasporu iznosi $\alpha_t = 0,715$. Zračni raspor, korigiran Carterovim faktorom i utjecajem zasićenja u željezu, iznosi $\delta'' = 1,6 \cdot 1,45 \cdot 1,57 = 3,64$ mm.

Treba odrediti: a) namotni faktor; b) vodljivost za glavni tok u rasporu λ_0 ; c) reaktanciju glavnog toka X_{m1} ; d) utorsku rasipnu vodljivost λ_u ; e) utorsku rasipnu reaktanciju $X_{\sigma u}$. Utjecaj otvora za klin na širinu odgovarajućeg dijela utora može se zanemariti.

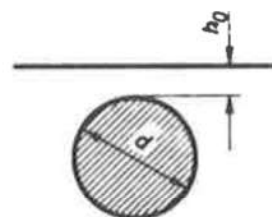
$$[a) f_n = 0,924; b) \lambda_0 = 44,2; c) X_{m1} = 124 \Omega; \\ d) \lambda_u = 1,72; e) X_{\sigma u} = 0,94 \Omega]$$

3. Dimenzije rotorskog utora prema slici 21.20. su ove: $d = 8$ mm, $h = 0,8$ mm, utorski korak $\tau_{u2} = 11,5$ mm. Kolika je utorska rasipna vodljivost λ_u , ako u utoru teče struja: a) 50 A; b) 200 A; c) 1 000 A?

$$[a) 38,4; b) 11,5; c) 2,84]$$



Sl. 21.19. Dimenzije utora u 2. zadatku



Sl. 21.20. Dimenzije utora u 3. zadatku

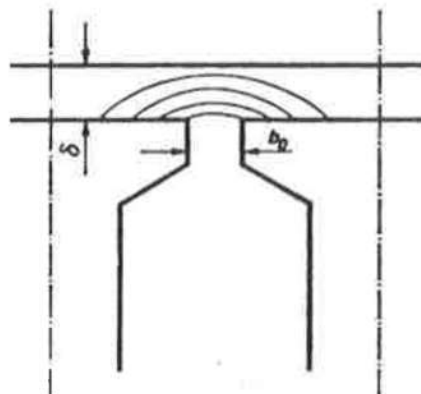
4. Kolika bi bila utorska rasipna vodljivost λ_u u 2. zadatku kad bismo stroj izveli sa 108 utora iste dubine od 67 mm, ali takve širine da indukcija u zubima ostane približno ista? Ako je broj vodiča po fazi nepromijenjen, kolika će biti reaktancija $X_{\sigma u}$? Skraćenje svitaka je $7/8$.

$$[\lambda_u = 2,69, X_{\sigma u} = 0,98 \Omega]$$

21.7. Rasipanje među glavama zubi

►► Kod velikih zračnih raspora δ ne može se zanemariti dio silnica koje se zatvaraju u rasporu među *glavama zubi*. Taj dio je predložen odgovarajućom rasipnom vodljivosti (sl. 21.21):

$$\lambda_z = \frac{5 \cdot \frac{\delta}{b_o}}{5 + 4 \frac{\delta}{b_o}} \quad (1)$$



Sl. 21.21. Rasipanje među glavama zubi

koja se dobiva sličnom analizom polja kao pri razmatranju rashladnih kanala (v. odjeljak 19.3). Kod skraćenoga dvoslojnog namota valja i tu vodljivost korigirati faktorom k_2 . Kao i kod utorske rasipne vodljivosti treba za grupu od q utora po polu i fazi računati s iznosom λ_z/q .

21.7. Zadaci



1. Kolika će biti rasipna vodljivost među glavama zubi i pripadna rasipna reaktancija za stator: a) iz zadatka 21.6.2; b) iz zadatka 21.6.4? Zračni je raspor $\delta = 1,6$ mm.

[a) $\lambda_z = 0,098$, $X_{\sigma z} = 0,054 \Omega$;

b) $\lambda_z = 0,142$, $X_{\sigma z} = 0,052 \Omega$]

2. Kolike bi bile vrijednosti λ_z i $X_{\sigma z}$ iz 1.a zadatka kad bi utor bio poluzatvoren, s utorskim otvorom $b_0 = 5$ mm?

[$\lambda_z = 0,255$, $X_{\sigma z} = 0,139 \Omega$]

21.8. Rasipanje glava namota

►► Rasipni tok u glavama ovisi o geometrijskom obliku glava i bit će to veći što je veća duljina vodiča u glavama l_g . Na osnovi istraživanja i mjerenja navodimo slijedeće vrijednosti za rasipnu vodljivost glava λ_g :

Rotor	Statorski namot	
	jednoslojni	dvoslojni
jednoslojni	0,50	0,40—0,30
dvoslojni	0,40	0,30
kavezni	0,35	0,25—0,15

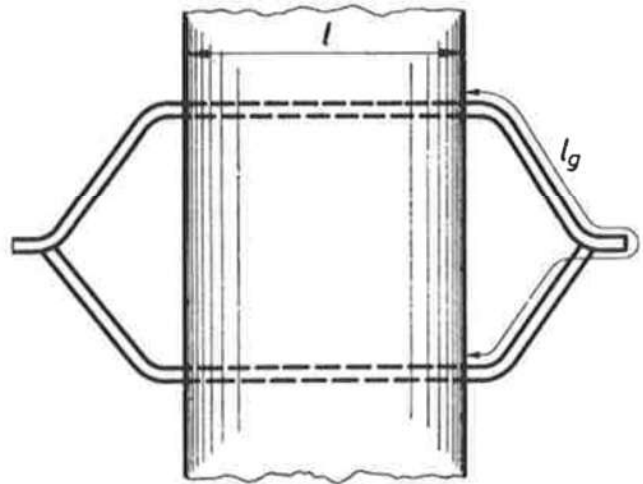
Pri tome treba u izraz za reaktanciju uvrstiti:

$$\frac{l_g}{l} \lambda_g$$

tako da *rasipna reaktancija glave namota* bude:

$$X_{\sigma g} = K_1 \frac{l_g}{l} \lambda_g \quad (1)$$

jer to rasipanje ovisi o duljini glave l_g , a ne o duljini utora l (sl. 21.22), i ne ovisi izrazitije o tome dolazi li snop vodiča u glavi iz jednog ili iz q utora.



Sl. 21.22. Rasipanje glava namota

21.8. Zadaci



1. Odredite rasipnu vodljivost glave namota i pripadnu reaktanciju za stator stroja iz zadatka 21.6.2. ako je duljina vodiča (utor + glava namota) 1 100 mm, a rotor je kavezni. Kakve bi bile te vrijednosti za stroj iz zadatka 21.6.4.?

$$[\lambda_g = 0,20, X_{\sigma g} = 1,15 \Omega, \text{ iste}]$$

2. Kakve bi bile vrijednosti λ_g i $X_{\sigma g}$ iz 1. zadatka kad bi rotor bio s dvoslojnim dvofaznim namotom?

$$[\lambda_g = 0,30, X_{\sigma g} = 1,72 \Omega]$$

21.9. Dvostruko ulančeno rasipanje

▶▶ Protjecanje namota može se prikazati osnovnim harmoničkim članom i cijelim nizom prostornih viših harmoničkih članova. Za član reda ν amplituda je u omjeru:

$$\Theta_\nu : \Theta_1 = \frac{f_{n\nu}}{\nu} : \frac{f_{n1}}{1} \quad (1)$$

manja od amplitude osnovnog člana (v. odjeljke 18.1 i 20.2). U trofaznome okretnom protjecanju gube se svi članovi djeljivi s 3, pa preostaju članovi $\nu = 5, 7, 11, 13$ itd. ili općenito:

$$\nu = 6k \pm 1, k = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Odgovarajući tokovi su opet ν puta manji od osnovnog toka iste amplitude, pa uz namotni faktor $f_{n\nu}$ induciraju napone koji se prema naponu osnovnoga harmoničkog člana odnose kao:

$$E_\nu / E_1 = \left(\frac{f_{n\nu}}{\nu} \right)^2 \bigg/ f_{n1}^2 \quad (3)$$

Ako su namotni faktori za više harmoničke članove drugog namota manji nego u prvoga, bit će inducirani napon u drugom namotu u odgovarajućoj mjeri manji, unatoč tome što su silnice ulančene i s jednim i s drugim namotom. Odatle naziv *dvostruko ulančeno rasipanje*. Ako se zanemari reakcija rotora na prostorne više harmoničke članove, tad se reaktancija dvostruko ulančenog rasipanja računa na osnovu izraza (3). U stvarnosti nastaje određeno prigušenje uslijed reakcije rotora, što se uzima u obzir korekcijskim faktorom.

Glavna reaktancija namota 1 bila je:

$$X_{m1} = K_1 \lambda_0 f_{n1}^2.$$

Uz pretpostavku — koja je vrlo blizu točnoj slici — da tu reaktanciju daje osnovni harmonički član toka bit će dio reaktancije koji valja ubrojiti u dvostruko ulančeno rasipanje:

$$X_{\sigma v1} = X_{m1} \frac{E_v}{E_1} = X_{m1} \sigma_{v1} \quad (4)$$

pa se i tu može uvesti *specifična rasipna vodljivost*:

$$\lambda_{v1} = \lambda_0 f_{n1}^2 \sigma_{v1} \quad (5)$$

uz:

$$\sigma_{v1} = \sum_{\substack{v=6k \pm 1 \\ k=1}}^{k=\infty} \left(\frac{f_{nv}}{v f_{n1}} \right)^2, \quad (6)$$

tako da je *reaktancija dvostruko ulančenog rasipanja* za primarnu stranu:

$$X_{\sigma v1} = K_1 \lambda_{v1} = K_1 \lambda_0 f_{n1}^2 \sigma_{v1} \quad (7)$$

i, analogno tome, za sekundarnu stranu:

$$X_{\sigma v2} = K_2 \lambda_{v2} = K_2 \lambda_0 f_{n2}^2 \sigma_{v2}. \quad (8)$$

21.9. Zadaci



1. Kolika je dvostruko ulančena rasipna vodljivost λ_v i pripadna reaktancija za stator iz zadatka 21.6.2? Treba uzeti u obzir prvih šest od postojećih harmoničkih članova.

$$[\lambda_v = 0,0116, X_{\sigma v} = 0,038 \Omega]$$

2. Koliko je λ_v i $X_{\sigma v}$ za stator iz zadatka 21.6.4? (Zonski namotni faktor treba uzeti iz odjeljka 20.2, tablica 3, za $q = \infty$.)

$$[\lambda_v = 0,0244, X_{\sigma v} = 0,080 \Omega]$$

21.10. Rasipna reaktancija

►► Ukupna rasipna reaktancija namota računa se zatim kao zbroj svih razmatranih reaktancija, karakteriziranih specifičnim rasipnim vodljivostima λ . To su rasipanja u utoru (λ_u), među glavama zubi (λ_z), u glavama namota (λ_g) i dvostruko ulančeno rasipanje (λ_v), tako da je *ukupna rasipna reaktancija namota*:

$$X_o = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \left(\frac{z}{100} \right)^2 \left(\frac{\lambda_u}{q} + \frac{\lambda_z}{q} + \lambda_g \frac{l_g}{l} + \lambda_v \right), \quad (1)$$

gdje je:

$$\lambda_v = \lambda_o f_{n1}^2 \sigma_v.$$

Tu rasipnu reaktanciju treba dodati glavnoj reaktanciji da bi se dobila *ukupna reaktancija* strujnog kruga:

$$\begin{aligned} X_1 = X_{m1} + X_{\sigma1} = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \left(\frac{z_1}{100} \right)^2 & \left[\frac{m_1}{3} \lambda_o f_{n1}^2 (1 + \sigma_{v1}) + \right. \\ & \left. + \frac{\lambda_{u1}}{q_1} + \frac{\lambda_{z1}}{q_1} + \lambda_{g1} \frac{l_{g1}}{l} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Analogni izraz dade se napisati za $X_{\sigma2}$, odnosno X_2 :

$$\begin{aligned} X_2 = X_{m2} + X_{\sigma2} = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_l}{2p} \left(\frac{z_2}{100} \right)^2 & \cdot \left[\frac{m_2}{3} \lambda_o f_{n2}^2 (1 + \sigma_{v2}) + \right. \\ & \left. + \frac{\lambda_{u2}}{q_2} + \frac{\lambda_{z2}}{q_2} + \lambda_{g2} \frac{l_{g2}}{l} \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

21.10. Zadaci



1. Kolika je rasipna reaktancija statora iz zadatka 21.6.2. sa 72 utora? Rotor je s dvoslojnim dvofaznim namotom. Treba upotrijebiti rezultate iz prijašnjih zadataka.

$$[X_{\sigma1} = 2,75 \Omega]$$

2. Kolika je rasipna reaktancija statora iz zadatka 21.6.4. sa 108 utora? Rotor je s dvoslojnim dvofaznim namotom.

$$[X_{\sigma1} = 2,83 \Omega]$$

3. Rotor stroja u zadatku 21.6.2. ima dvofazni namot sa 160 vodiča po fazi, $f_{a2} = 0,880$. Rasipna reaktancija po fazi rotora iznosi $0,577 \Omega$. Kolika je ukupna rasipna reaktancija po fazi statora ako su utori rotora neskošeni?

$$[X'_s = 5,85 \Omega]$$

4. Kolika je ukupna rasipna reaktancija u 3. zadatku reducirana na fazu statora ako je skošenje rotorskih utora $m_s = 3/72$? (Reaktancija glavnog toka izračunana je u zadatku 21.6.2.)

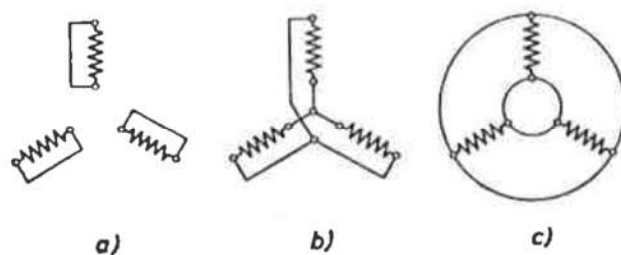
$$[f_\beta = 0,989, X_\beta = 2,87 \Omega, X'_s = 8,78 \Omega]$$

22. Kavezni namot

22.1. Mnogofazni kratkospojni namot

►► Struje u namotu mogu teći djelovanjem galvanski izvana priključenog napona, no mogu teći i zbog naponâ koji se induciraju u namotu, bez ikakvih vodljivih priključaka izvana. U oba slučaja strujni krug mora biti zatvoren. Kod galvanskog napajanja krug se zatvara preko vanjskog izvora struje, a za sasvim induktivno napajanje potreban je namot koji se zatvara sam u sebi, kratkospojni namot.

Induktivno napajani namot može se sastojati od bilo kojeg broja faznih namota u kojima okretno polje inducira napone i struje. Na slici 22.1. shematski je prik-



Sl. 22.1. Kratkospojni trofazni namot: a) sa zasebnim kratkim spojem svake faze, b) s dva zvjezdišta, c) s dva kratkospojna prstena

zan trofazni namot kod kojeg je svaka faza za sebe kratko spojena kako bi mogle teći inducirane struje (a), ili su početci svih faza spojeni u jedno zvjezdište, a svršeci u drugo (b), ili su svi početci i svi svršeci spojeni po jednim kratkospojnim prstenom (c). Inducirane struje simetrično su razmaknute u fazi, a njihova su protjecanja isto tako razmaknuta u prostoru, pa se sve struje tog simetričnog višefaznog sistema u zvjezdištu poništavaju, a njihova protjecanja daju jedno zajedničko okretno protjecanje. Djelovanje namota u 22.1. a, b i c je isto.

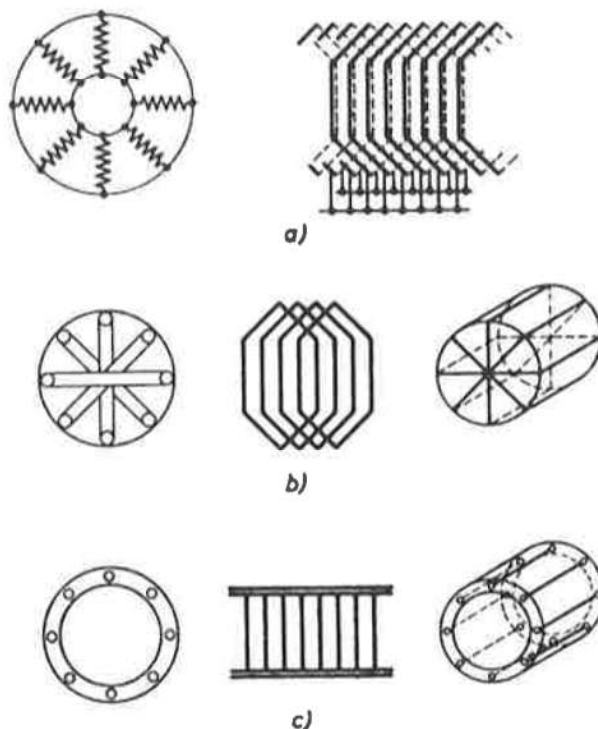
Broj faznih namota nije vezan za broj faza mreže za napajanje, kao kod galvanskog napajanja, pa ga možemo birati po volji (sl. 22.2.a).

Jednostavan namot može se izvesti ako se u svaki utor stavi po jedan vodič pa se dva dijametralno smještena vodiča spoje u jedan kratkospojeni zavoja. Uz ukupno N utora dobivamo broj faza (sl. 22.2.b):

$$m = \frac{N}{2},$$

a broj zavoja po fazi bit će:

$$w = 1.$$



Sl. 22.2. Višefazni kratkospojni namot: a) sa po jednim svitkom, b) sa po jednim zavojem; c) sa po jednim štapom po fazi

Još je jednostavnije ako se svi utorski štapovi kratko spoje posebno s jedne, a posebno s druge čone strane rotora (sl. 22.2.c). To se može izvesti s po jednim kratkospojnim prstenom sa svake čone strane, koji ne mora biti izoliran, kao što to ne moraju biti ni štapovi takva namota u utorima. Umjesto jednog zavoja svaki se fazni namot tada sastoji samo od jednog štapa, pa vrijedi:

$$m = N \text{ — broj faza jednak je broju utora} \quad (1)$$

$$w = \frac{1}{2} \text{ — broj zavoja po fazi je } \frac{1}{2} \text{ (1 vodič po fazi).} \quad (2)$$

Takav namot daje se izvesti golim štapovima od bakra ili mjedi, a kod manjih motora tlačnim lijevanjem aluminija u utore, pri čemu se zajedno izliju i oba kratkospojna prstena. Zbog svog izgleda takav se namot naziva *kavezni namotom*.*

22.1. Zadaci



1. Koliko štapova ima 48-fazni kavezni namot 4-polnog stroja?

[48]

*Ponekad i »krletkastim namotom«

2. Koliko štapova ima 48-fazni kavezni namot 6-polnog stroja?

[48]

3. Koliko zavoja po fazi ima kavezni namot iz 1. i 2. zadatka?

[1/2]

4. Dva statora jednakih duljina i provrta namotani su ovako:

stator A — 3-fazni 4-polni namot,

stator B — 3-fazni 6-polni namot.

Na raspolaganju su četiri rotora jednakih dimenzija, koji pristaju u statore. Namotani su:

rotor a — 3-fazni 4-polni namot,

rotor b — 3-fazni 6-polni namot,

rotor c — 2-fazni 4-polni namot,

rotor d — 42-fazni kavezni namot.

Koje su kombinacije statora i rotora dopuštene da bi motor uopće mogao raditi?

[A — a, c, d; B — b, d]

22.2. Naponi i struje u kavezu

►► Napon koji se inducira u štapu kaveza po zakonu $e = B l v$ ovisi o relativnoj brzini štapa prema polju indukcije. Uz $v = \text{konst.}$ taj napon kao funkcija vremena *vjerno preslikava krivulju raspodjele indukcije* u rasporu kao funkciju prostorne koordinate x :

$$e(t) = l v B(x). \quad (1)$$

Promatramo li samo osnovni harmonički član raspodjele indukcije:

$$B_x = B_1 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x,$$

dobivamo uz kutnu brzinu ω_m relativnog kretanja štapa prema polju:

$$x = v t = \frac{D}{2} \omega_m t$$

$$e_1 = l v B_1 \sin v \frac{\pi}{\tau_p} t = l v B_1 \sin p \omega_m t. \quad (2)$$

Frekvencija napona je:

$$f = \frac{p \omega_m}{2 \pi}.$$

Sinusni izmjenični napon štapa 2 zaostaje za sinusnim naponom štapa 1 za električni fazni kut α koji odgovara geometrijskom kutu između susjednih utora α_g :

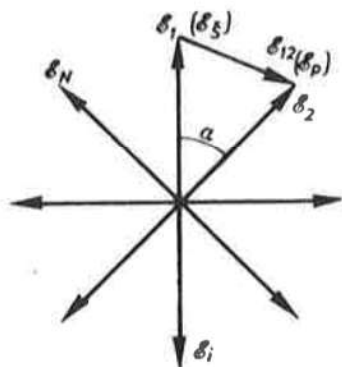
$$a = p \alpha_g = p \frac{2\pi}{N}$$

$$e_2 = l v B_1 \sin(p \omega_m t - a). \quad (3)$$

Naponi pojedinih štapova mogu se prikazati simbolički:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= E \\ \mathcal{E}_2 &= E e^{-j\alpha} \\ \mathcal{E}_3 &= E e^{-j2\alpha} \\ \mathcal{E}_i &= E e^{-j(i-1)\alpha} \\ \mathcal{E}_N &= E e^{-j(N-1)\alpha}, \end{aligned} \quad (4)$$

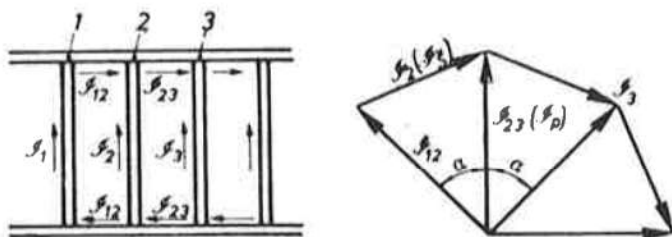
a predočavaju ih krakovi zvijezde napona prema slici 22.3. Ta zvijezda prikazuje napone N -faznoga simetričnog sistema.



Sl. 22.3. Zvijezda i poligon napona N -faznog simetričnog sistema

Naponi što se induciraju u štapovima tjeraju u kavezu struje koje jednako tako čine *simetrični višefazni sistem struja*. Svaki štap redom dolazi u položaj prethodnog štapa kad prijede — relativno prema polju — kut α . Slika struje ponavlja se u različitim štapovima s vremenskim pomakom koji odgovara električnom kutu među utorima α . To vrijedi i za struje u odsječcima kratkospojnih prstena, pa se prema slici 22.4. može napisati:

$$\mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_1 e^{-j\alpha} \quad (5)$$



Sl. 22.4. Struje u štapovima i prstenima kaveza

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_3 &= \mathcal{I}_2 e^{-j\alpha} \\ &\dots\dots\dots \\ \mathcal{I}_i &= \mathcal{I}_{i-1} e^{-j\alpha}, \end{aligned}$$

odnosno:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{23} &= \mathcal{I}_{12} e^{-j\alpha} \\ \mathcal{I}_{34} &= \mathcal{I}_{23} e^{-j\alpha} \\ \mathcal{I}_{i(i+1)} &= \mathcal{I}_{(i-1)i} e^{-j\alpha}. \end{aligned} \tag{6}$$

Promatranjem čvorišta, npr. 2, izlazi da je struja štapa jednaka razlici struja susjednih segmenata prstena:

$$\mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_{23} - \mathcal{I}_{12}. \tag{7}$$

Označimo li struju štapa 1 sa $\mathcal{I}_s$, a struju prstena u odsječku 1—2 sa $\mathcal{I}_p$, jednačba (7) daje:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_s e^{-j\alpha} &= \mathcal{I}_p e^{-j\alpha} - \mathcal{I}_p \\ \mathcal{I}_s &= \mathcal{I}_p (1 - e^{+j\alpha}) = \mathcal{I}_p [(1 - \cos \alpha - j \sin \alpha)]. \end{aligned}$$

Promatramo li iznose struja, dobivamo odnos:

$$I_s = I_p 2 \sin \frac{\alpha}{2} = I_p 2 \sin \frac{p \pi}{N} = k_p I_p \tag{8}$$

$$I_p = I_s \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{I_s}{2 \sin \frac{p \pi}{N}} = \frac{I_s}{k_p}, \tag{9}$$

gdje je faktor preračunavanja struje prstena na struju štapa:

$$k_p = 2 \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{p \pi}{N}. \tag{10}$$

Geometrijski kut među štapovima:

$$\alpha_g = \frac{2 \pi}{N}$$

bit će za osnovni harmonički član polja sa $2 p$ polova električni kut:

$$\alpha = \frac{2 \pi p}{N}. \tag{11}$$

Polje prostornoga harmoničkog člana reda ν s ukupno $2p\nu$ polova po obodu ima polni korak τ_p/ν , pa geometrijskom kutu α_g odgovara električni kut:

$$\alpha_\nu = \frac{2\pi p\nu}{N}.$$

Kut između vektora napona susjednih štapova za zvijezdu napona što ih inducira prostorni harmonički član indukcije reda ν bit će ν puta veći:

$$\alpha_\nu = \nu \alpha,$$

a jednako tako kut između vektora struje. Istim postupkom kao kod osnovnog člana može se za struje koje inducira harmonički član reda ν izvesti odnos struje štapa i struje prstena:

$$\mathcal{F}_{s_\nu} = \mathcal{F}_{p_\nu} (1 - e^{j\nu\alpha}),$$

odnosno:

$$I'_{s_\nu} = I_{p_\nu} 2 \sin \frac{\nu \alpha}{2} = I_{p_\nu} 2 \sin \frac{\nu p \pi}{N} = I_{p_\nu} k_{p_\nu}. \quad (12)$$

Za harmonički član reda ν faktor preračunavanja struje prstena na struju štapa glasi:

$$k_{p_\nu} = 2 \sin \frac{\nu \alpha}{2} = 2 \sin \frac{\nu p \pi}{N}. \quad (13)$$

Osnovni harmonički član struje u prstenu bit će redovno znatno veći od struje u štapu. Za više harmoničke članove odnosi tih struja mogu biti različiti.

Strujom kaveza može se nazivati bilo struja u štapu, bilo struja u prstenu, računajući s konstantnim odnosom među njima. Kad u daljem razmatranju bude riječ o »struji kaveza«, smatrat će se pod tim nazivom struja u štapu kaveza:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_s. \quad (14)$$

22.2. Zadaci



1. Kavezni rotor s $N = 48$ utora nalazi se u 6-polnom statoru. Kolik je fazni kut između napona induciranih u štapovima?

[22,5°]

2. Isti rotor nalazi se u 4-polnom statoru. Kolik je fazni kut između napona u štapovima?

[15°]

3. U štapu kaveznog namota iz 1. zadatka teče struja od 400 A. Kolika struja teče u prstenu?

[1 025 A]

4. Isto pitanje kao u 3. zadatku za motor iz 2. zadatka?

[1 530 A]

5. Kolik mora biti odnos presjeka prstena i presjeka štapa kaveza u 1. zadatku ako dopustimo isto opterećenje u A/mm²?

[2,56]

6. Isto pitanje za motor iz 2. zadatka.

[3,83]

7. Ako su štap i prsten u 3. zadatku kod struje u štapu od 400 A opterećeni do termičke granice, a omjer presjeka prstena i štapa je 2,56, koja je dopuštena struja u štapu istog kaveza kad se nalazi u 4-polnom statoru?

[268 A]

8. U štapu kaveza iz 1. zadatka teče struja od 60 A koju inducira sedmi harmonički član polja u rasporu. Kolika struja sedmog člana teče u prstenu?

[30,6 A]

22.3. Otpor i rasipanje

►► Otpor jednog štapa može se računati kao:

$$r_s = \varrho \frac{l}{q}, \quad (1)$$

gdje specifični otpor ϱ treba uzeti za temperaturu kod koje se otpor računa, dakle za 75 °C ako nikakva temperatura nije specificirana, a l i q su duljina i presjek štapa.

Slično se izračunava otpor jednog segmenta prstena između susjednih štapova:

$$r_p = \varrho \frac{l_p}{q_p}, \quad (2)$$

gdje je obično dovoljno točno uzeti duljinu segmenta (sl. 22.5):

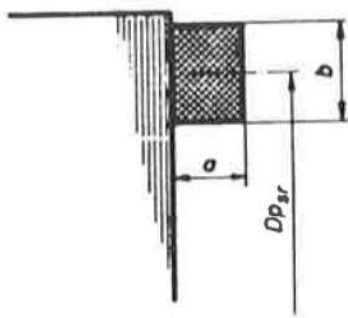
$$l_p = \frac{D_{pr} \pi}{N}$$

i njegov presjek $q_p = a b$.

Jednu fazu čini jedan štap i dva segmenta prstena (sa svake čeonice strane po jedan). Dok je štap dio višefaznog namota spojenoga u *zvijezdu*, segmenti prstena

su dio namota spojenoga u *poligon*. Poznata su pravila pretvorbe sistema impedancija spojenih u poligon u ekvivalentni sistem spojen u zvijezdu. Ako su otpori jednakih iznosa, kao kod segmenata kratkospojnih prstenova, može se iz sasvim jednostavnoga energetskog razmatranja zaključiti kolik je *ekvivalentni fazni otpor*. Utrošena snaga u ekvivalentnome faznom otporu R mora biti jednaka utrošenoj snazi u štapu i u dva pripadna segmenta prstena:

$$I_s^2 R = I_s^2 r_s + I_p^2 2 r_p.$$



Sl. 22.5. Dimenzije kratkospojnog prstena

Uz prije izvedeni odnos $I_p = I_s/k_p$ dobiva se:

$$R = r_s + \frac{2 r_p}{k_p^2} = r_s + \frac{2 r_p}{\left(2 \sin \frac{p \pi}{N}\right)^2}. \quad (3)$$

Naravno da bismo isti rezultat dobili i pretvorbom poligona otpora u zvijezdu. Isti zaključak vrijedi i za reaktancije, pa se reaktancija po fazi kaveznog namota računa ovako:

$$X_o = x_s + \frac{2 x_p}{k_p^2} = x_s + \frac{2 x_p}{\left(2 \sin \frac{p \pi}{N}\right)^2}. \quad (4)$$

Reaktancije x_s (štapa) i x_p (segmenta prstena) računaju se kako je izvedeno u odjeljcima 21.6. i 21.8. Budući da ovdje ukupni broj utora po fazi iznosi $2 p q = 1$, a broj vodiča po utoru je $z_1 = z = 1$, može se reaktancija izraziti uvrštavanjem u prije izvedene izraze:

$$x_s = 0,4 \pi^2 10^{-4} \frac{f}{50} l_t (\lambda_u + \lambda_z). \quad (5)$$

Rasipne vodljivosti po jedinici duljine stroja λ_u i λ_z računaju se kako je već pokazano.

Rasipna vodljivost po jedinici duljine prstena obično se računa:

$$\lambda_p = 0,46 \log \frac{2,35 D_{pr}}{2 a + b} \quad (6)$$

uz oznake prema slici 22.5. Reaktancija je tada:

$$x_p = 0,4 \pi^2 10^{-4} \frac{f}{50} l_p \lambda_p. \quad (7)$$

Umjesto s duljinom štapa l ovdje s računa se duljinom segmenta l_p , kao i pri izračunavanju otpora.

Za više harmoničke članove prostornog reda ν fazni kut između naponâ ili strujâ susjednih utora je ν puta veći, što utječe i na preračunavanje veličina poligona na veličine zvijezde.

Dakako da su otpori r_s i r_p te reaktancije x_s i x_p isti za bilo koji ν (ako zanemarimo potiskivanje struje kod viših frekvencija), ali se *ukupni otpor*:

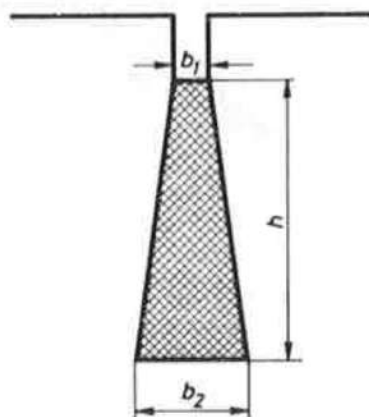
$$R_\nu = r_s + \frac{2 r_p}{k_{p\nu}^2}, \quad (8)$$

odnosno *reaktancija*:

$$X_{\sigma\nu} = x_s + \frac{2 x_p}{k_{p\nu}^2} \quad (9)$$

moğu bitno razlikovati, te *ovise o redu ν harmoničkog člana koji promatramo.*

Kod *dubokih utora* (sl. 22.6) potiskivanje struje može znatno utjecati na otpor i rasipnu vodljivost štapa, što se primjenjuje kod asinhronih motora s dubokim utorima



Sl. 22.6. Duboki (klinasti) utor

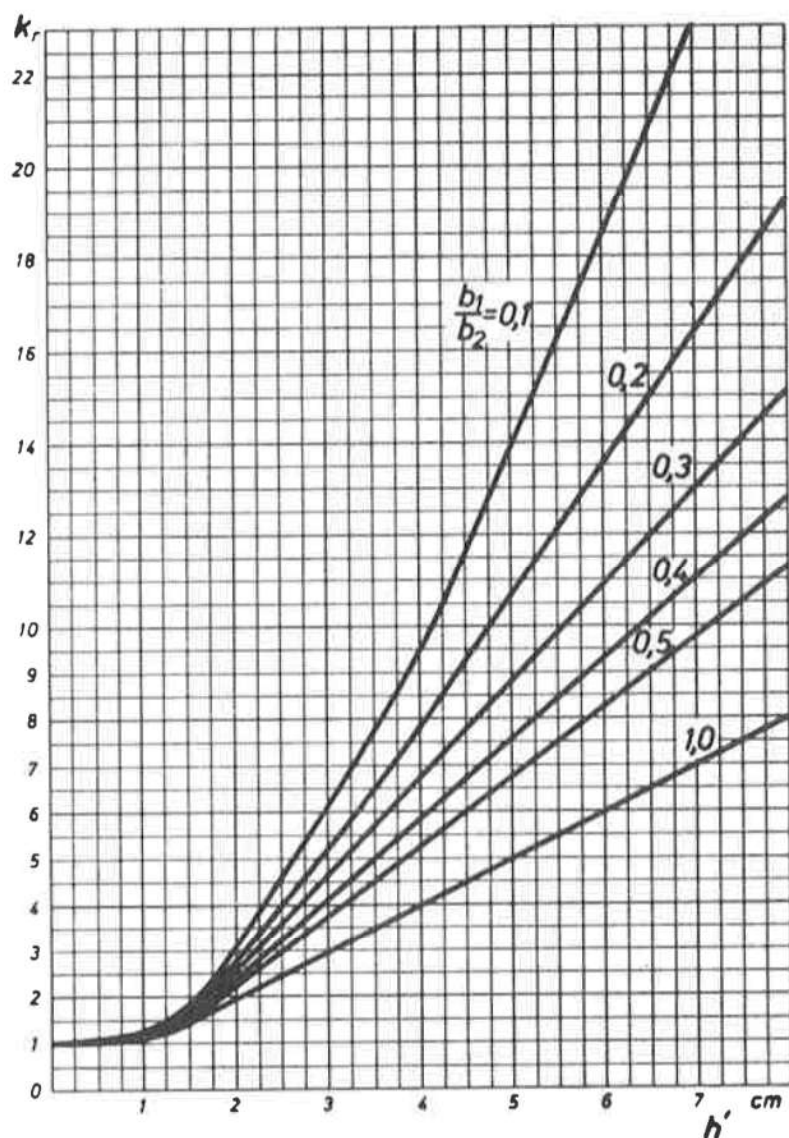
za postizanje boljih poteznih momenata uz manje potezne struje. Otpor i rasipna vodljivost štapa kod izmjenične struje iznose:

$$r_{s\sim} = k_r r_s, \quad k_r > 1 \quad (10)$$

$$\lambda_{us\sim} = k_x \lambda_{us}, \quad k_x < 1, \quad (11)$$

gdje su r_s i λ_{us} vrijednosti kod kojih nije uzeto u obzir potiskivanje struje.

Faktori k_r i k_x mogu se očitati s dijagrama (sl. 22.7 i 22.8) ovisno o *reduciranoj visini vodiča h'* i omjeru b_1/b_2 (sl. 22.6). Reducirana visina se računa (u cm):



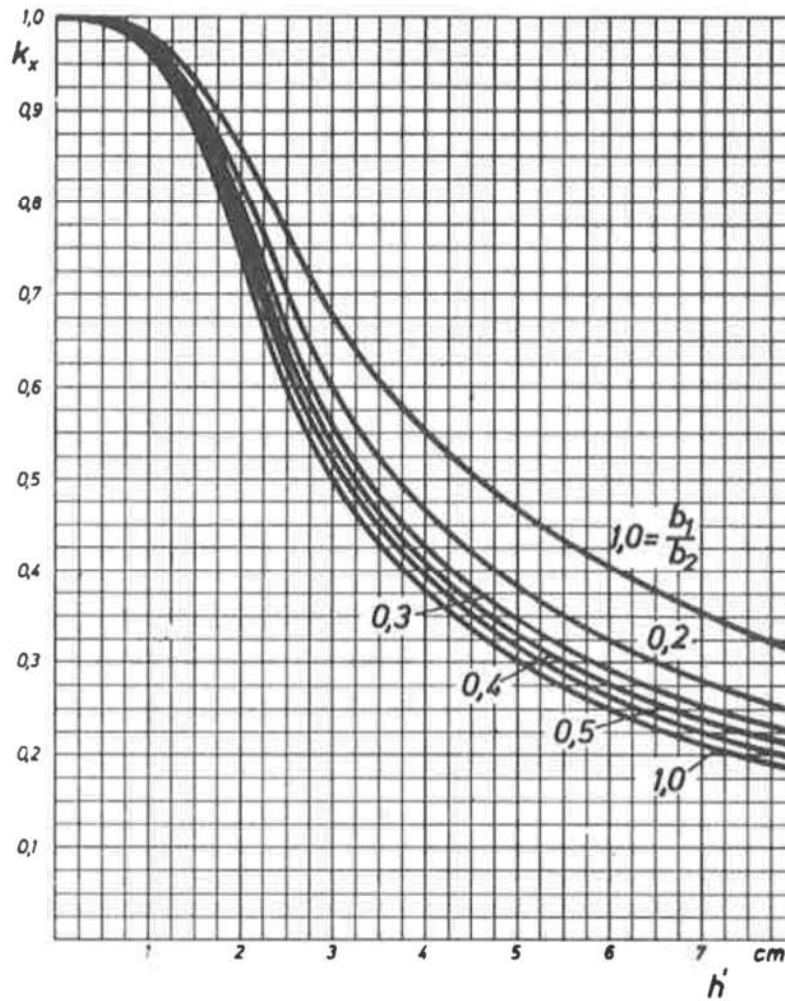
Sl. 22.7. Faktor k_r za određivanje utjecaja potiskivane struje na otpor štapa (L. 18)

$$h' \approx h 0,02 \sqrt{\frac{f}{\rho}}, \quad (12)$$

gdje je h visina vodiča (u cm), f je frekvencija struje u vodiču a ρ specifični otpor (u $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$). Ta je korekcija potrebna kod dubokih utora i kod frekvencija $f \approx \approx f_{mreže}$, kakve se pojavljuju u trenutku dok motor još nije krenuo. Poslije, kad je brzina vodiča približno jednaka brzini okretnog polja, postaje iznos $f = s f_{mreže}$ vrlo malen, pa je $h' < 1$, što daje $k_r \approx 1$, tj. potiskivanja praktički nema, kao ni kod vodiča male visine h .

Pri izračunavanju *dvostruko ulančenog rasipanja kaveza* treba uočiti da kavezni mnogofazni namot proizvodi okretno polje s osnovnim harmoničkim članom koji ima broj polova statora i više harmoničke članove reda:

$$\nu = k \frac{N_2}{p} \pm 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$



Sl. 22.8. Faktor k_x za određivanje utjecaja potiskivane struje na rasipnu vodljivost štapa (L. 18)

kao što je pokazano u odjeljcima 18.5. i 20.2. Namotni faktor za kavez je $f_n = f_{nv} = 1$ zbog jednog štapa po fazi. Izraz:

$$\sigma_v = \sum \left(\frac{f_{nv}}{v f_{n1}} \right)^2 \quad (14)$$

za kavez prelazi, kad se uzmu u obzir postojeći članovi reda v , u izraz:

$$\sigma_{v2} = \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{\left(k \frac{N_2}{p} + 1 \right)^2} + \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{\left(k \frac{N_2}{p} - 1 \right)^2},$$

a to se može — zanemarujući jedinicu prema $k \frac{N_2}{p}$ — predočiti kao:

$$\sigma_{v2} \approx 2 \left(\frac{p}{N_2} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots \right) = 2 \left(\frac{p}{N_2} \right)^2 \frac{\pi^2}{6}$$

$$\sigma_{v2} \approx \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{p}{N_2} \right)^2. \quad (15)$$

Manje je prikladan za računanje, ali je točniji izraz:

$$\sigma_{v2} = \left(\frac{p \pi / N_2}{\sin p \pi / N_2} \right)^2 - 1. \quad (16)$$

22.3. Zadaci



1. Kavezni rotor 4-polnog motora promjera $D = 230$ mm i duljine 180 mm, s rasporom $\delta = 0,4$ mm, ima 44 utora prema slici 21.12.b, dimenzija $h = 1$ mm, $b_o = 1$ mm, $d = 10$ mm. Dimenzije kratkospojnih prstena (sl. 22.5) su $a = 15$ mm, $b = 20$ mm, $D_{pr} = 210$ mm. Kavez je od aluminijske specifične vodljivosti kod 75°C od $26,5 \frac{1}{\Omega \text{ mm}^2}$. Kolik je otpor štapa, otpor segmenta prstena i ukupni otpor po fazi rotora?

$$[r_s = 0,865 \cdot 10^{-4} \Omega, r_p = 1,887 \cdot 10^{-6} \Omega, R = 1,33 \cdot 10^{-4} \Omega]$$

2. Kolika je rasipna reaktancija štapa, rasipna reaktancija prstena i ukupna reaktancija po štapu za kavez iz zadatka 1? Treba uzeti u obzir utorsko rasipanje i rasipanje među glavama zubi.

$$[x_s = 1,35 \cdot 10^{-4} \Omega, x_p = 2,71 \cdot 10^{-6} \Omega, X_\sigma = 2,02 \cdot 10^{-4} \Omega]$$

3. U dubokom utoru nalaze se štapovi od plosnatog bakra 40×6 mm, specifične vodljivosti $47 \frac{1}{\Omega \text{ mm}^2}$. Koliko se postotno mijenja otpor i induktivitet štapa ako se frekvencija mijenja od 0 do 50 Hz?

$$[+ 280\%, -61\%]$$

4. Kolika je reaktancija glavnog toka za rotor iz zadatka 1, ako je $\alpha_t = 0,7$, a $\delta'' = 0,93$ mm?

$$[X_{m2} = 160 \cdot 10^{-4} \Omega]$$

5. Kolika je reaktancija dvostruko ulančenog rasipanja rotora iz zadatka 1?

$$[X_{ov2} = 1,15 \cdot 10^{-4} \Omega]$$

22.4. Preračunavanje na primarni namot

►► Utori kaveznog rotora često se izvode skošeno. Kao što je već u odjeljku 21.5. izvedeno, naponi, struje i impedancije preračunavaju se na primarni namot upotrebom omjera *efektivnih brojeva zavoja*:

$$k_{12} = \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \quad (1)$$

Za kavez vrijedi:

$$w_2 = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$f_{n2} = 1 \quad (3)$$

$$k_{12} = 2 w_1 f_{n1} = z_1 f_{n1} \quad (4)$$

Skošenje se uzima u račun prema formulama (14), (15) i (16) u odjeljku 21.5. Broj faza kaveza je:

$$m_2 = N_2 \quad (5)$$

pa se preračunavanje konačno izvodi prema formulama (14), (15) i (16) iz odjeljka 21.5:

$$E'_2 = E_2 k_{12} \frac{1}{f_\beta} = E_2 \frac{z_{(1)} f_{n1}}{f_\beta} \quad (6)$$

$$I'_2 = I_2 \frac{f_\beta}{k_{12}} \frac{N_2}{m_1} = I_2 \frac{f_\beta N_2}{m_1 z_{(1)} f_{n1}} \quad (7)$$

$$X'_2 = X_2 \left(\frac{k_{12}}{f_\beta} \right)^2 \frac{m_1}{N_2} = X_2 \frac{m_1}{N_2} \left(\frac{z_{(1)} f_{n1}}{f_\beta} \right)^2 \quad (8)$$

$$R'_2 = R_2 \left(\frac{k_{12}}{f_\beta} \right)^2 \frac{m_1}{N_2} = R_2 \frac{m_1}{N_2} \left(\frac{z_{(1)} f_{n1}}{f_\beta} \right)^2 \quad (9)$$

22.4. Zadaci



1. Kavezni rotor iz zadataka 1, 2, 4. i 5. u odjeljku 22.3. smješten je u trofazni 4-polni stator sa 564 vodiča po fazi i s namotnim faktorom $f_{n1} = 0,960$. Statorski namot ima otpor po fazi $R_1 = 2,72 \Omega$ i rasipnu reaktanciju $X_{\sigma 1} = 5,66 \Omega$. Koliki su rotorski otpor i rasipna reaktancija reducirani na fazu statora? Kolika će biti struja kratkog spoja ako je narinut napon po fazi 380 V i 50 Hz (zanemaruje se glavna reaktancija i računa samo s rasipnom)? Rotor je neskošen.

$$[R'_2 = 2,66 \Omega, X'_{\sigma 2} = 6,34 \Omega, I_k = 28,9 \text{ A}]$$

2. Rotor u 1. zadatku skošen je za jedan statorski utor ($m_s = 1/36$). Koliko je povećanje rasipne reaktancije? Kolika je struja kratkog spoja?

$$[f_\beta = 0,995, X_{m1} = 338 \Omega, X'_\beta = 3,5 \Omega, I_k = 23,1 \text{ A}]$$

3. Kolika struja teče u štapu rotora, a kolika u prstenu pri kratkom spoju iz 1. zadatka?

$$[I_{sk} = 1\,067\text{ A}, I_{pk} = 3\,748\text{ A}]$$

4. Isto pitanje, ali za skošeni rotor iz 2. zadatka.

$$[I_{sk} = 857\text{ A}, I_{pk} = 3\,011\text{ A}]$$

22.5. Utjecaj poprečnih struja

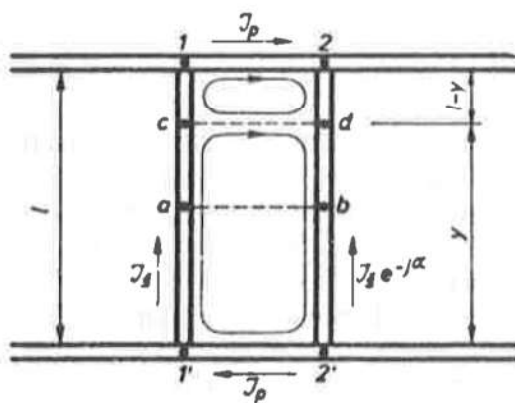
► Kavezni namot obično nije izoliran, već su goli štapovi od bakra utisnuti u uture, ili je aluminijski kavez uliven u paket limova s utorima. Pri tome je prisutan bolji ili slabiji kontakt s limovima u utoru, ovisno o tome kolika je zračnost utora, ili koliko se izolirajućega oksidnog sloja stvorilo između štapa i željeza.

Uz idealnu pretpostavku da je taj prijelazni otpor jednak uzduž štapa, može se zamisliti da je paket podijeljen na mnogo jednakih dijelova duljine dy i da je za svaki takav dio otpor između dva susjedna štapa jednak. Između susjednih štapova teći će, općenito, struje kroz limove paketa, slično kao što na čeonim stranama teku kroz kratkospojne prstene. Zbog rasipnih magnetskih polja treba računati ne samo s djelatnim otporom već s ukupnom impedancijom poprečnih staza za cijeli štap $\mathcal{Z}_q$, kojoj odgovara vodljivost $\mathcal{Y}_q = 1/\mathcal{Z}_q$. Za element duljine dy vodljivost iznosi:

$$y_q = \frac{1}{z_q} = \frac{\mathcal{Y}_q}{l} dy = \frac{1}{\mathcal{Z}_q l} dy \quad (1/\Omega). \quad (1)$$

Ta je vodljivost — prema idealnoj pretpostavci — za svaku poprečnu strujnicu jednaka. Raspodjela poprečnih struja po duljini y ovisit će o razlici potencijala na oba kraja strujnice, tj. između susjednih štapova na mjestu y :

$$d\mathcal{I}_{q(y)} = \mathcal{U}_{q(y)} y_q. \quad (2)$$



Sl. 22.9. Naponi na poprečnim stazama neskošenih utora

Razmotrimo kavez s *neskošenim utorima* prema slici 22.9. i uzmimo da su poprečne struje relativno male prema struji štapa, tako da je struja štapa po cijeloj

duljini približno nepromijenjena. Za cijelu petlju 1'—1—2—2'—1' može se napisati osnovna jednačba:

$$\frac{d\hat{\Phi}}{dt} = \oint \mathcal{E} ds.$$

Tok petlje mijenja se pri rotaciji po sinusnom zakonu, pa se za fazor toka petlje može pisati:

$$\frac{d\hat{\Phi}}{dt} = j \omega \hat{\Phi}.$$

Za padove napona vrijedi:

$$\oint \mathcal{E} ds = \mathcal{I}_s z_s + \mathcal{I}_p z_p - \mathcal{I}_s e^{-j\alpha} z_s + \mathcal{I}_p z_p = \mathcal{I}_s z_s (1 - e^{-j\alpha}) + \mathcal{I}_p 2 z_p,$$

gdje je z_s impedancija štapa, z_p je impedancija segmenta prstena, a α fazni kut između struja susjednih štapova. Odnos struje prstena i struje štapa prema slici 22.4. može se prikazati izrazom:

$$\mathcal{I}_p = \mathcal{I}_s \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} j e^{-j\alpha/2} = \frac{\mathcal{I}_s}{k_p} e^{j\left(\frac{\pi-\alpha}{2}\right)}. \quad (3)$$

Te struje su, dakle, u čvrstoj vezi. Označimo kompleksne izraze:

$$z_s (1 - e^{-j\alpha}) = \mathcal{Z}_s \text{ — impedancija štapova u petlji} \quad (4)$$

$$2 z_p = \mathcal{Z}_p \text{ — impedancija prstena u petlji} \quad (5)$$

ako da osnovna jednačba poprima jednostavan oblik:

$$j \omega \hat{\Phi} = \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s + \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p. \quad (6)$$

Za neskošene štapove indukcija je po cijeloj duljini štapa u određenom trenutku ista, pa će obuhvaćeni tok petlje 1'—c—d—2'—1' prema slici 22.9. do visine y biti:

$$\hat{\Phi}_y = \frac{y}{l} \hat{\Phi},$$

a u petlji c—1—2—d—c:

$$\hat{\Phi}_{l-y} = \frac{(l-y)}{l} \hat{\Phi}.$$

Osnovne jednačbe za jednu i drugu petlju glase:

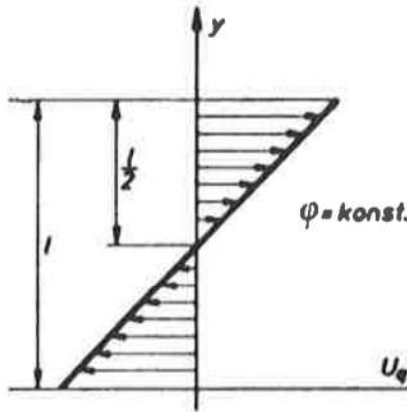
$$j \omega \hat{\Phi} \frac{y}{l} = \mathcal{J}_s \mathcal{Z}_s \frac{y}{l} + \mathcal{J}_p \frac{\mathcal{Z}_p}{2} + \mathcal{U}_{cd}$$

$$j \omega \hat{\Phi} \frac{l-y}{l} = \mathcal{J}_s \mathcal{Z}_s \frac{l-y}{l} + \mathcal{J}_p \frac{\mathcal{Z}_p}{2} - \mathcal{U}_{cd}.$$

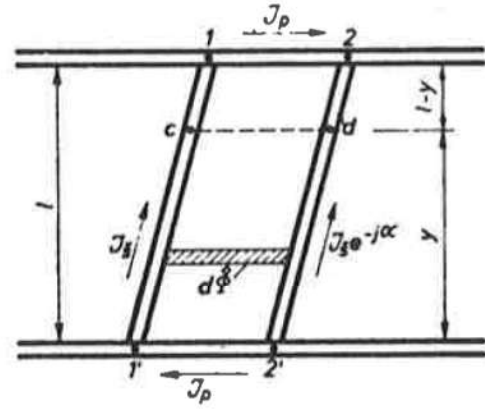
Oduzimanjem jednačbi dobivamo:

$$\mathcal{U}_{cd} = (j \omega \hat{\Phi} - \mathcal{J}_s \mathcal{Z}_s) \left(\frac{y}{l} - \frac{1}{2} \right) = \mathcal{J}_p \mathcal{Z}_p \left(\frac{y}{l} - \frac{1}{2} \right). \quad (7)$$

Raspodjela poprečnog napona, a time i poprečnih struja, *linearно se mijenja* po duljini paketa, a u sredini paketa je nula (sl. 22.10) ako su štapovi neskošeni. Specijalno, ako je impedancija prstena zanemarivo malena, bit će po cijeloj duljini paketa $\mathcal{U}_{cd} = 0$, a to znači i $\mathcal{J}_q = 0$.



Sl. 22.10. Raspodjela poprečnih napona kod neskošenih utora



Sl. 22.11. Naponi na poprečnim stazama skošenih utora

Drukčija je slika kod *skošenih utora* (sl. 22.11). Tokovi $d\hat{\Phi}$ u pojedinim elementima paketa visine dy pomaknuti su u fazi za kut $d\beta$, pa se zbrajaju vektorski. Za središnji električni kut β koji odgovara skošenju m_s dobiva se ukupni tok petlje kao što je već prije za napone izvedeno:

$$\Phi_\beta = \Phi f_\beta, \quad (8)$$

što se vidi na slici 22.12. Za petlju 1'—c—d—2'—1' prema slici 22.11. obuhvaćeni tok je $\hat{\Phi}_y$, a za gornju petlju c—1—2—d—c tok je $\hat{\Phi}_{l-y}$. Njihov je zbroj $\hat{\Phi}_\beta$.

Jednačbe su za jednu i drugu petlju:

$$j \omega \hat{\Phi}_y = \mathcal{J}_s \mathcal{Z}_s \frac{y}{l} + \mathcal{J}_p \frac{\mathcal{Z}_p}{2} + \mathcal{U}_{cd}$$

$$j \omega \hat{\Phi}_{l-y} = \mathcal{J}_s \mathcal{Z}_s \frac{l-y}{l} + \mathcal{J}_p \frac{\mathcal{Z}_p}{2} - \mathcal{U}_{cd},$$

pa je poprečni napon:

$$U_{cd} = j \omega \frac{\hat{\Phi}_y - \hat{\Phi}_{l-y}}{2} - \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s \left(\frac{y}{l} - \frac{1}{2} \right). \quad (9)$$

Za cijelu petlju vrijedi:

$$j \omega \hat{\Phi}_\beta = \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s + \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p, \quad (10)$$

gdje su dva granična slučaja:

$$(1) \quad \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s \approx 0, \quad j \omega \hat{\Phi}_\beta \cong \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p$$

$$(2) \quad \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p \approx 0, \quad j \omega \hat{\Phi}_\beta \cong \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s,$$

tj. kavez *velike impedancije prstena* u usporedbi sa štapom (1) i, obratno, kavez *zanemarive impedancije prstena* (2).

Za slučaj (1) vrijedi:

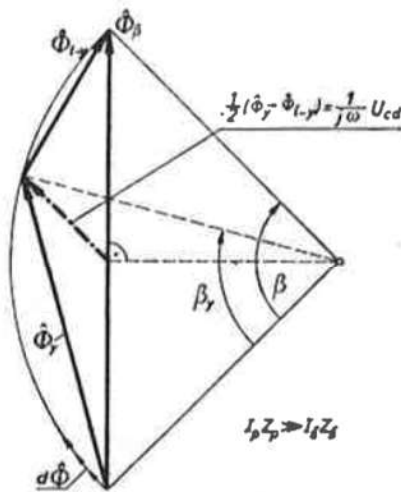
$$U_{cd} \cong j \omega \frac{\hat{\Phi}_y - \hat{\Phi}_{l-y}}{2}, \quad (11)$$

što se može lijepo otčitati s fazorskog dijagrama na slici 22.12. uz argument:

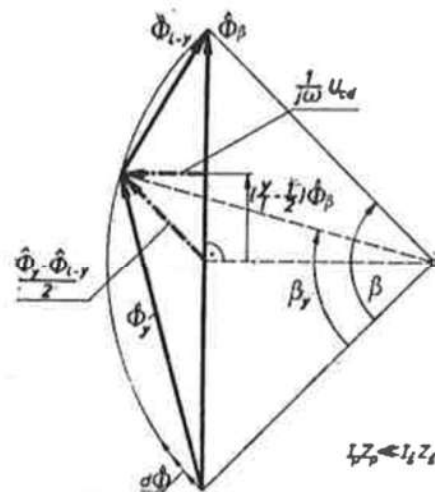
$$\beta_y = \beta \frac{y}{l}.$$

Za slučaj (2) izraz (9) može se preurediti u izraz:

$$U_{cd} \cong j \omega \frac{\hat{\Phi}_y - \hat{\Phi}_{l-y}}{2} - \left(\frac{y}{l} - \frac{1}{2} \right) j \omega \hat{\Phi}_\beta. \quad (12)$$



Sl. 22.12. Određivanje poprečnih napona uz veliku impedanciju prstena



Sl. 22.13. Određivanje poprečnih napona uz zanemarivu impedanciju prstena

Na slici 22.13. vidi se grafička metoda određivanja poprečnog napona prema tom izrazu. U skošenih utora pojavljuju se poprečne struje i onda kad je impedancija

prstena vrlo mala, što nije bilo kod neskošenih utora. Poprečna struja u skošenih utora teče i sredinom paketa. Fazni kut joj se po duljini paketa kontinuirano mijenja.

Poprečna struja na mjestu y proporcionalna je naponu $\mathcal{U}_{cd}$.

Račun postaje zamršeniji kad se uzme u obzir utjecaj poprečnih struja na jakost struje u štapu, no iole egzaktniji račun nije moguć jer je prijelazni otpor od štapa na paket vrlo neodređen i u istom paketu raspoređen na nepravilan način.

Poprečne struje utječu na *gubitke u kavezu* i na ovisnost *razvijenog momenta* o relativnoj brzini kaveza prema okretnom polju. Viši harmonički članovi polja, zbog ν puta povećanih električnih kutova među utorima α_ν , odnosno kutova skošenja β_ν , mogu svojim vrlo izraženim poprečnim strujama izazvati neočekivane deformacije u krivulji razvijenog momenta, koje *kvare karakteristike motora*.

22.5. Primjeri

- 1. Treba nacrtati kvalitativni raspored poprečnog napona po duljini paketa za kavezni rotor s neskošenim utorima i dobrim kontaktom štapova sa stijenkama utora: a) za $I_p Z_p \approx 0$; b) za $I_p Z_p \neq 0$. Valja predložiti iznos napona $\mathcal{U}_q$ i fazni kut φ prema po volji odabranome referentnom položaju.

U slučaju a), tj. pri zanemarivom padu napona u štapovima, bit će prema izrazu (7) poprečni napon:

$$\mathcal{U}_q = \mathcal{U}_{cd} = 0$$

po cijeloj duljini utora.

U slučaju b) bit će $I_p \mathcal{Z}_p$ konstantno, pa se poprečni napon mijenja linearno između vrijednosti:

$$\mathcal{U}_q = \mathcal{U}_{cd} = -\frac{1}{2} I_p \mathcal{Z}_p \text{ za } y = 0$$

i vrijednosti:

$$\mathcal{U}_q = +\frac{1}{2} I_p \mathcal{Z}_p \text{ za } y = l.$$

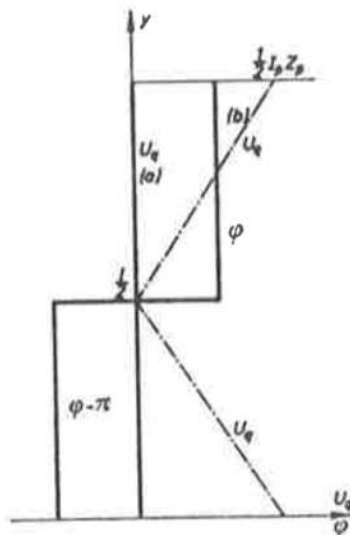
Grafički prikaz — ako fazni kut smatramo konstantnim, a naponu $\mathcal{U}_q$ uz $y = l/2$ mijenjamo predznak — izgleda kao na slici 22.10, no to isto može se predložiti i promatrajući iznos poprečnog napona $\mathcal{U}_q$ i njegov konstantni fazni kut φ , koji u sredini duljine utora postaje $\varphi - \pi$ (sl. 22.14).

2. Isto za uture sa skošenjem $m_s = \frac{2}{18}$, $p = 3$, i to za slučaj velike impedancije prstena u usporedbi sa štapom. Treba ucrtati i fazni kut poprečnog napona.

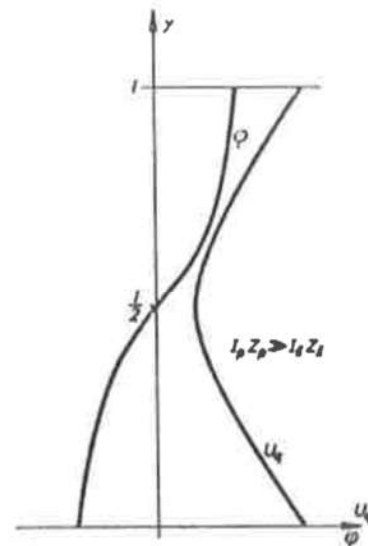
Kod skošenih utora i velike impedancije prstena u usporedbi sa štapom vrijedi izraz (11), prikazan na slici 22.12. Ukupni tok sastavljen je od toka na duljini utora y i toka na preostaloj duljini $l - y$. Zbroj tih tokova daje ukupni tok:

$$\vec{\Phi}_\beta = \vec{\Phi}_y + \vec{\Phi}_{l-y}.$$

Poprečni je napon proporcionalan polovini razlike obaju tokova, pa ga možemo dobiti tako da nađemo točke na obodu kružnog luka na slici 22.12, za koje je $\beta_y = \beta y/l$, pa je napon proporcionalan (i za $\pi/2$ naprijed u fazi) udaljenosti od raspolovnice fazora ukupnog toka do točke na obodu kružnice. Fazni kut u sredini duljine utora je nula, a odatle na jednu stranu postaje negativan i na drugu stranu pozitivan. Iznos napona je u sredini najmanji, a na obje strane raste. Poprečni napon i fazni kut su prikazani na slici 22.15.



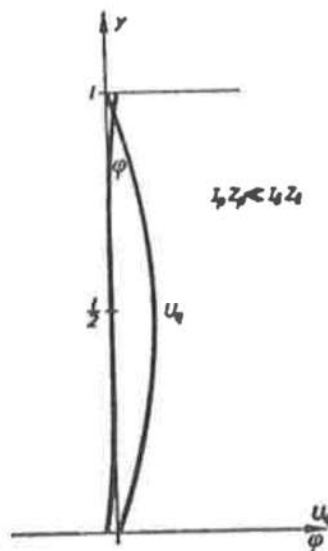
Sl. 22.14. Iznos i fazni kut poprečnog napona prema 1. primjeru



Sl. 22.15. Iznos i fazni kut poprečnog napona prema 2. primjeru

3. Kao u 2. primjeru, ali za slučaj zanemarivo male impedancije prstena.

Zanemarivo mala impedancija prstena vodi do izraza (12), prikazanoga na slici 22.13. Kružni luk dijeli se proporcionalno kutu β_y , a istodobno se tetiva dijeli proporcionalno s y . Spojnica točke na tetivi i točke na kružnom luku je fazor napona U_q zakrenut za $\pi/2$. U sredini, kod $y = l/2$, iznos U_q je najveći, a prema oba kraja on pada do vrijednosti nula. Fazni pomak φ je u sredini jednak nuli, da bi prema krajevima nešto malo porastao (v. sl.22.16).



Sl. 22.16. Iznos i fazni kut poprečnog napona prema 3. primjeru

INDEKS OZNAKA

- A* — strujni oblog (6.3)
- A** — vektor položaja osnovnoga harmoničkog člana u rasporu (6.7)
 - A_1 — statora (8.5)
 - A_2 — rotora (8.5)
 - A_m — amplituda osnovnoga harmoničkog člana (6.6)
 - $\mathbf{A}_A, \mathbf{A}_B, \mathbf{A}_C$ — vektor, za fazu A, B, C (20.3)
 - A_x — na mjestu x oboda (6.4)
- A* — oznaka
- faze **A** (7.5)
 - prednje čone strane (2.8), četkice na kolektoru ili kolutu (20.4)
 - skupine švitaka u kojoj se smjer induciranog napona podudara sa smjerom obilaženja (20.4)
 - A_1, A_2, A_3, A_4 — zona namatanja faznog namota A (5.10, 20.3)
- a* — akceleracija (17.1)
- a* — dimenzija
- maksimalna širina zatvorenog utora (21.6)
 - širina presjeka prstena (22.3)
 - a_0 — polovica razlike polnog koraka i širine pravokutnog protjecanja (18.1)
 - a_1 — srednji razmak polnih nastavaka (19.5)
 - a_2 — srednji razmak polnih jezgri (19.5)
- a* — broj
- brojnik pravog razlomka u izrazu za razlomljeni broj utora po polu i fazi (20.3)
 - broj paralelnih grana kolektorskog namota (4.3, 20.4)
 - odnos efektivnog broja zavoja pomoćne i glavne faze (15.3)
- a* — oznaka početka svitka (2.8)
- B* — magnetska indukcija (iznos), **B** (vektor (1.2, 17.3, 19.1))
- B** — vektor polja magnetske indukcije (1.2)
 - B** — vektor položaja raspodjele u rasporu (6.8, 9.2)
 - B — iznad zuba (17.4)
 - maksimalna vrijednost sinusne raspodjele (5.6)
 - srednja vrijednost za utor i zub (2.5)
 - srednja vrijednost u rasporu (14.7)
 - B_0 — srednja vrijednost u rasporu neopterećenog stroja (14.7)
 - B_0 — koju bi jakost polja H izazvala u zraku (19.1)
 - B_1 — amplituda osnovnoga harmoničkog člana (20.1, 20.2, 22.2)
 - $B_1, B_2, B_3, \dots$ — na mjestu 1, 2, 3, ... (3.2)

$B_1, B_3, \dots, B_r$ — amplituda prvog, trećeg, ..., r -tog harmoničkog člana (18.6)

B_{1l} — lijevo od prvog utora (17.4)

B_{kd} — desno od posljednjeg utora (17.4)

B_d — uzdužna komponenta vektora $\mathbf{B}_1$ (8.5, 11.6)

B_{Fe} — u željezu (3.1)

B_j — u jarmu (19.6)

B_i — na mjestu i -tog vodiča (2.8, 8.2)

B_{id} — desno od i -tog utora (17.4)

B_{il} — lijevo od i -tog utora (17.4)

B_{max} — maksimalna, na petlji histereze (3.7)

B_m — maksimalna vrijednost pod zubom u rasporu (19.3)

— vremenska amplituda u rasporu (17.4)

— u homogenom krugu (21.2)

B_p — u istaknutom polu (19.5)

B_p — ispod pomoćnog pola (14.12)

B_q — poprečna komponenta vektora $\mathbf{B}_1$ (8.5, 11.6)

B_{sr} — srednja vrijednost u rasporu (3.6, 5.6, 8.2, 17.4, 19.3)

B_u — u rasporu ispod utora (2.5, 17.4)

— u utoru (19.4)

B_z — u rasporu ispod zuba (2.5)

B_z — u zubu, računska (19.4)

B_z — u zubu, stvarna (19.4)

B_{z1}, B_{z2} — u zubu, računska, na mjestu 1, 2 (19.4)

B_x — na mjestu x u rasporu (3.5, 6.2, 18.6, 20.1)

— na mjestu x u rasporu, ukupna (18.5)

B_{xa} — član koji izlazi iz srednje vodljivosti raspóra (18.5)

B_{xb} — član koji izlazi iz harmoničkih članova vodljivosti raspóra (18.5)

B_y — poprečna u utoru, na mjestu y (21.6)

B_δ — maksimalna u rasporu, bez utjecaja utora (19.3)

— maksimalna u rasporu (3.1)

$B_{v\mu}$ — amplituda člana v, μ u rasporu (20.2)

B — oznaka

— faze B (7.5)

— suprotne čeonice strane stroja (2.8)

— četkice na kolektoru ili kolutu (20.4)

— skupine svitaka u kojoj je smjer induciranog napona suprotan smjeru obilaženja (20.4)

— B_1, B_2, B_3, B_4 — zona namatanja faznog namota B (5.10, 20.3)

b — dimenzija

— širina utora (21.6)

— visina presjeka prstena (22.3)

b_0 — širina utorskog otvora (21.6)

b_1 — širina klinastog štapa na vrhu utora (22.3)

b_2 — širina klinastog štapa na dnu utora (22.3)

b_1, b_2, b_3 — širina utora na mjestu 1, 2, 3 (19.4)

b_p — širina pola u rasporu (3.2, 19.5)

b_{pj} — širina polne jezgre (19.5)

b_u — širina utora (2.5, 17.4)

b_z — širina zuba (2.5, 17.4, 19.3)

- b_{z1}, b_{z2}, b_{z3} — širina zuba na mjestu 1, 2, 3 (19.4)
b — broj, nazivnik pravog razlomka u izrazu za razlomljeni broj utora po polu i fazi (20.3)
b — oznaka svršetka svitka (2.8)
C — kapacitet kondenzatora (15.4)
 C_A, C_B — kondenzatora A i B
C — oznaka
— faze C (7.5)
— skupine svitaka u kojoj se ne induciraju naponi (20.4)
 C_1, C_2, C_3, C_4 — zona namatanja faznog namota C (5.10, 20.3)
D — dimenzija promjera (17.1)
— u provrtu stroja (2.3, 5.6, 20.1)
 $D_{pr, sr}$ — prstena, srednjeg (22.3)
 D_v — vanjskog za jaram statora (19.6)
d — dimenzija promjera
— okruglog utora (21.6)
 d_u — unutrašnjeg, rotora (19.6)
 d_v — vanjskog, rotora (19.6)
d — oznaka za uzdužnu os dvoosnog sistema (8.5)
E — inducirani napon (iznos, efektivna vrijednost), $\mathcal{E}$, **E** fazor (1.3)
— inducirani napon (1.3, 9.8, 14.1, 20.3)
— nakon prematanja (5.8)
— faznog namota (5.6)
— na stezaljkama istosmjernog stroja (8.2)
 $\mathcal{E}, \mathbf{E}$ — simbolični vektor (fazor) sinusnog napona (9.2)
— rezultatni fazor sinusnih napona (9.10)
 E' — prije prematanja (5.8)
 E_1 — vodiča (2.4, 5.5, 20.2)
— statora (12.2)
— što ga inducira osnovni harmonički član polja (21.9)
 E_2 — rotora (12.2)
 $\mathcal{E}_2$ — u kratkospojnom prstenu (15.7)
 E_{20} — otvorenog rotora (12.4)
 $\mathcal{E}_{20}$ — otvorenog rotora (12.4)
 $E_1, E_2, \dots, E_n$ — induciran u prvom, drugom, ..., n -tom vodiču (5.2)
 E_1, E_2, E_3 — napon transformacije u namotu 1, 2, 3 (16.4)
 $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \mathcal{E}_n$ — u prvom, drugom, ..., n -tom vodiču (5.2)
 $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2, \dots, \mathcal{E}_N$ — u štapovima kaveza 1, 2, ..., N (22.2)
 E_{1f} — jednofaznog stroja (5.11)
 E_{3f} — faze trofaznog stroja (5.11)
 $\mathcal{E}_a$ — koji odgovara protjecanju armature (9.10)
 $\mathcal{E}_A, \mathcal{E}_B, \mathcal{E}_C$ — faze A, B, C (7.5)
 E_D — stroja s namotanom zonom od 180° (5.9)
 $\mathcal{E}_m$ — koji odgovara rotorskom protjecanju (9.10)
 E_{max} — transformacije, maksimalni (16.4)

- E_p — svih vodiča ispod jednog pola (8.2)
 E_r — rotacije (20.5)
 E_s — svitka (2.4)
 E_{sr} — srednja vrijednost (20.2)
 E_{ser} — zbroj napona svih vodiča stroja (8.2)
 E_u — utora (20.3)
 E_t — transformacije (20.5)
 E_z — zone (5.2, 20.2)
 $\mathcal{E}_{z1}, \mathcal{E}_{z2}$ — zone 1, 2 (5.2)
 E_{zav} — zavoja (2.4)
 E_x, E_y — komponente fazora napona u pravokutnom koordinatnom sistemu (16.5, 20.3)
 E_v — što ga inducira v -ti harmonički član okretnog polja (5.5)
 $E_{v\mu}$ — što ga inducira član $B_{v\mu}$, efektivna vrijednost za cijeli namot (20.2)
 $E_{v\mu_1}$ — što ga inducira član $B_{v\mu}$, efektivna vrijednost za jedan vodič (20.2)
 $E_{v\mu_s}$ — što ga inducira član $B_{v\mu}$, efektivna vrijednost kod klizanja s (20.2)
- e — inducirani napon, trenutna vrijednost (3.7, 17.3)
 e_1, e'_1 — dvaju vodiča istog zavoja (5.2, 20.1)
 e_1, e_2, e_3 — inducirani u štapu, svitku ili namotu 1, 2, 3 (17.3, 22.2)
 e_{ab} — između točaka a i b (5.1)
 e_L — samoindukcije, svitka koji komutira (14.12)
 e_m — maksimalni iznos (5.1)
 e_p — svitka, induciran pod pomoćnim polom (14.12)
 e_r — rotacije (1.8, 20.5)
 e_s — svitka (20.1)
 e_t — transformacije (1.8, 20.5)
 e_t — kao funkcija vremena (20.1)
 e_w — jednog zavoja (20.1)
- F — sila (iznos), $\mathbf{F}$ (vektor) (1.2, 17.1)
 — obodna (8.2)
 — koja otpada na jedan utor (2.5)
 F' — projekcija u smjer gibanja (1.6)
 F_1 — na jedinicu duljine vodiča (1.4)
 — na jedan vodič na obodu (8.3)
 — koja otpada na jedan par polova (4.7)
 F_1, F_2 — različite sile u sistemu (17.2)
 F_1, F_2 — za položaj rotora 1, 2 (17.4)
 F_i — na i -ti vodič (2.9)
 — na i -ti utor (17.4)
 F_p — na vodiče pod jednim polom (8.4)
 F_{sr} — srednja vrijednost pri zakretanju rotora (17.4)

- F_{tr} — trenja (17.2)
 F_u — na utor (2.5, 8.4, 17.4)
 F_v — na vodič (2.5, 17.4)
 — vanjska, na sistem (17.3)
- f — frekvencija (3.7, 20.1)
 — napajanja statora (20.5)
 f_1 — statorskih struja (12.4)
 f_2 — rotorskih struja (12.4)
 f_{20} — napona mirnog rotora (12.3)
 f_ε — napona na četkicama (20.5)
 f_μ — induciranih napona što ih inducira član reda μ (20.2)
 $f_{v\mu s}$ — induciranih napona što ih inducira član polja reda v, μ kod klizanja s (20.2)
- f — namotni faktor
 f_n — ukupni (5.5, 20.2)
 f_{n1} — ukupni za osnovni harmonički član (20.2)
 f_{n1} — ukupni statora (12.2)
 f_{n2} — ukupni, rotora (12.2)
 f_{nv} — ukupni, za v -ti harmonički član (20.2)
 f_t — tetivni (5.5, 20.2)
 f_{tqp} — tetivni za utorske više harmoničke članove (20.2)
 f_{tv} — tetivni za v -ti harmonički član (20.2)
 f_z — zonski (5.3, 20.2)
 f_{zqp} — zonski za utorske više harmoničke članove (20.2)
 f_{zv} — zonski za v -ti harmonički član (20.2)
- f — faktor skošenja
 f_β — za osnovni harmonički član (21.5)
 $f_{\beta v}$ — za v -ti harmonički član (21.5)
- f_1, f_2 — periodičke funkcije (17.4)
- G — sila gravitacije (2.10)
- G — masa
 G_{Cu} — masa bakra (5.9)
- g — broj
 — paralelno spojenih grana u namotu (21.4)
 — simetričnih grupa u namotu (8.1)
- H — jakost magnetskog polja (17.3, 19.1)
 — iznos (3.1)
 $\mathbf{H}$ — vektor (3.1, 19.1)
 $H_1, H_2, H_3, \dots$ — na mjestu 1, 2, 3, ... (3.2, 19.4)
 H_d — u dijelu magnetskog kruga duljine l_d (19.1)
 H_{Fe} — u željezu (3.1)
 H_j — u jarmu (19.6)

- $\mathbf{H}_l$ — komponenta vektora $\mathbf{H}$ u smjeru duljine dl (19.1)
 H_{max} — maksimalno pri premagnetiziranju (3.7)
 H_p — u istaknutom polu (19.5)
 H_u — u utoru (19.4)
 H_z — u zubu (19.4)
 H_x — na mjestu x u rasporu (3.5, 6.2)
 H_y — poprečno u utoru na visini y (21.6)
 H_δ — u rasporu (3.1)
- h — dimenzija
 — visina utora (21.6)
 — visina štapa kaveznog rotora (22.3)
 h' — reducirana visina vodiča (22.3)
 h_0 — visina mostića zatvorenog utora (22.3)
 $h_1, h_2, h_3, \dots$ — visina karakterističnog dijela utora 1, 2, 3 (19.4)
 h_1 — visina plohe rasipanja među polnim nastavcima (19.5)
 h_2 — visina plohe rasipanja među polnim jezgrama (19.5)
 h_j — visina jarma (19.6)
- I — struja (iznos; efektivna vrijednost), $\mathcal{I}$, $\mathbf{I}$, (fazor) (17.1)
 — jakost (1.3)
 — izmjenična, efektivna vrijednost (17.2, 20.2)
 — u dovodima (14.3)
 — linijska (5.12)
 — istosmjerna (14.1)
 — poslije prematanja (5.8)
 $\mathcal{I}, \mathbf{I}$ — simbolični vektor (fazor) sinusne struje (9.3, 17.2)
 $\mathbf{I}^*$ — konjugirano kompleksni fazor struje (17.2)
 I' — prije prematanja (5.8)
 I_0 — fiktivna, pri računanju sile na utor (17.4)
 $I_1, \mathcal{I}_1$ — statora (12.8)
 — glavne faze (15.7)
 I_1, I_2 — u dijelu 1, 2 električnoga analognog kruga (19.7)
 $I_1, I_3, \dots, I_\mu$ — efektivna vrijednost prvog, trećeg, ..., μ -tog harmo-
 ničkog člana (18.2)
 $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3, \dots$ — u namotu 1, 2, 3, ... (15.6, 21.1)
 $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \dots, \mathcal{I}_i, \mathcal{I}_N$ — u štapu 1, 2, ..., i , ..., N kaveza (22.2)
 $\mathcal{I}_{12}, \mathcal{I}_{23}, \dots, \mathcal{I}_{(N-1)N}$ — u prstenu između štapova 1—2, 2—3, ...
 ($N-1$)— N (22.2)
 I_1' — namota 1 reducirana na namot 2 (21.5)
 $\mathcal{I}_{10}$ — statora kod $s=0$ (12.8)
 $I_2, \mathcal{I}_2$ — rotora (12.3)
 — u kratkospojenom prstenu (15.7)
 $I_2', \mathcal{I}_2'$ — namota 2 reducirana na namot 1 (12.9, 21.3)
 $\mathcal{I}_{2k}$ — zaustavljenog rotora (12.5)
 I_a — armature (4.3)

- $\mathcal{I}_a, \mathcal{I}_b$ — u namotu a, b (18.4)
 $\mathcal{I}_A, \mathcal{I}_B, \mathcal{I}_C$ — faze A, B, C (7.5)
 I_t — četkice (4.3)
 $\mathcal{I}_d$ — direktnog sistema (15.2)
 I_f — fazna (5.12)
 I_{Fe} — dio uzbudne struje potreban za željezo (19.7)
 $I_\theta, \mathcal{I}_\theta$ — glavne faze (15.3)
 $I_{\theta r}$ — grane (4.3)
 $\mathcal{I}_i$ — inverznog sistema (15.2)
 I_k — kratkog spoja (9.10, 13.2, 22.4)
 I'_k — dopuštena potezna (13.2)
 I_m — uzbudna (7.1, 9.9, 14.2, 19.7)
 I_{max} — maksimalna, kod pokretanja (14.11)
 I_{min} — minimalna, pri pokretanju (14.11)
 I_n — nazivna (14.7)
 $I_p, \mathcal{I}_p$ — u prstenu kaveznog namota (22.2)
 — pomoćne faze (15.3)
 I_{pk} — kratkog spoja u prstenu (22.4)
 $I_{pv}, \mathcal{I}_{pv}$ — u prstenu, što je inducira ν -ti harmonički član (22.2)
 $\mathcal{I}_{q(y)}$ — poprečna, kroz element paketa duljine dy na mjestu y (22.5)
 I_s — u poprečnoj grani analognog kruga (19.7)
 $I_{\mathcal{I}}, \mathcal{I}_{\mathcal{I}}$ — u štapu (22.2)
 $I_{\mathcal{I}k}$ — kratkog spoja u štapu (22.4)
 $I_{\mathcal{I}\nu}, \mathcal{I}_{\mathcal{I}\nu}$ — u štapu, što je inducira ν -ti harmonički član okretnog polja (22.2)
 I_u — jednog utora (21.6)
 ΔI_{zas} — koja odgovara protjecanju $\Delta \Theta_{zas}$ (14.8)
 $d I_x$ — u elementu oboda duljine dx (6.5)
 I_θ — dio uzbudne struje potreban za zračni raspor (19.7)

 i — trenutna vrijednost struje (1.8, 17.2, 20.2)
 i_1, i_2, i_3 — u namotu ili svitku 1, 2, 3, ... (17.3, 21.1)
 — u trenutku t_1, t_2, t_3 (7.1)
 i_a — armature (15.12)
 i_m — uzbudne struje (15.12)
 i_{sv} — u svitku koji komutira (14.12)

 i — redni broj
 — utorskog napona u zvijezdi napona (20.3)
 — odsječka zatvorene konture (3.1)
 — vodiča na obodu (2.8)

 J — moment tromosti (17.1)
 K — električno polje (iznos), $\mathbf{K}$ (vektor) (1.2)
 K — karakteristični izraz za određivanje reaktancije (21.4)

- K_1 — primarnog namota (21.4)
- K_2 — sekundarnog namota (21.4)
- K_{12} — međureaktancije između primara i sekundara (21.4)
- K_{21} — međureaktancije između sekundara i primara (21.4)
- K — broj kandži na disku (15.11)
- k — faktor
 - preračunavanja struje na protjecanje (12.8)
 - k, k_1 — aproksimacije krivulje $\Phi(I_m)$ (14.9)
 - k', k'' — aproksimacije krivulje $M(I)$ (14.9)
 - k_C — Carterov (19.3)
 - k_{C1} — Carterov, za stator (19.3)
 - k_{C2} — Carterov, za rotor (19.3)
 - k_{Fe} — punjenja željeza (19.4)
 - k_h — gubitaka histereze (3.7)
 - k_r — utjecaja potiskivanja struje na otpor štapa (22.3)
 - k_w — gubitaka vrtložnih struja (3.8)
 - k_{zas} — zasićenja (3.2, 19.3)
 - k_x — utjecaja potiskivanja struja na rasipnu vodljivost štapa (22.3)
- k — koeficijent
 - složenosti kolektorskog namota (20.4)
 - k_E — induciranog napona (8.2, 14.9)
 - k_M — momenta (8.4, 14.9)
- k — konstanta
 - pri računanju momenta istosmjernog stroja (8.8)
 - k, k', k'' — pri računanju komutacije (14.12)
- k — korekcijski faktor
 - za uračunavanje zasićenja u veličinu nadomjesnog raspora (21.2)
 - za rasipanje utora s dvoslojnim namotom (21.6)
 - k_1 — za rasipanje utora s dvoslojnim namotom, dio protjecan strujom (21.6)
 - k_2 — za rasipanje utora s dvoslojnim namotom, dio iznad vodiča (21.6)
 - k_d — za računanje momenta direktnog sistema (15.2)
 - k_i — za računanje momenta inverznog sistema (15.2)
 - k_j — pri određivanju magnetskog napona za jaram (19.6)
- k — odnos
 - kutnih brzina rotora i okretnog protjecanja (18.5)
 - raspora nad zubom i utorom (17.4)
 - k_{12} — efektivnih brojeva zavoja primarnog i sekundarnog namota (22.4)
 - k_p — struje štapa i struje prstena za osnovni harmonički član (22.2)
 - k_{pv} — struje štapa i struje prstena za v -ti harmonički član (22.2)
 - k_z — presjeka utora i zuba (19.4)

- k — skraćenje svitka (5.4, 20.2)
 k_s — broj utorskih koraka skošenja (21.5)
 L — induktivitet (17.2)
 — rasipni za jedan utor (21.6)
 ΔL — amplituda pulsacije (17.4)
 L_1, L_2, L_3 — ukupni samoinduktivitet svitaka ili namota 1, 2, 3, (17.3, 21.1, 21.2)
 L_{12} — međuinduktivitet (1.8, 15.7, 17.3, 21.2)
 L_{21}, L_{31} — međuinduktivitet namota 2 i 1, 3 i 1 (17.3, 21.1)
 L_{m1}, L_{m2} — samoinduktivitet namota 1, 2 zbog glavnog toka (21.2)
 L_{sr} — srednja vrijednost (17.4)
 $L_{\delta 1}, L_{\delta 2}$ — rasipni induktivitet namota 1, 2 (21.2)
 — rasipni induktivitet statora, rotora (12.5)

 L — duljina
 — pola (3.2)
 — razmak nogu (2.10)
 — paketa limova (3.8)

 l — duljina (1.3)
 — ukupna, paketa limova (5.6, 19.3)
 — aktivna, vodiča (20.1)
 — silnica u homogenome magnetskom krugu (17.3, 21.2)
 — štapa (22.3)
 $\mathbf{l}$ — vektor (1.3)
 l' — projekcija (1.6)
 l_1 — parcijalnog paketa (19.4)
 l_1 — polnog nastavka (19.5)
 l_1 — srednja, zavoja uzbuđenog namota (14.2)
 $l_1, l_2, l_3 \dots$ — silnica na odsječku 1, 2, 3, ... (3.2)
 l_2 — polne jezgre (19.5)
 l_d — dijela magnetskog kruga s konstantnim poljem (19.1)
 l_{Fe} — mjeriva, željeza u paketu (19.4)
 l_{Fe} — puta u željezu (3.1)
 l_{Fe_n} — neto, željeza u paketu (19.4)
 l_g — vodiča u glavi namota (2.4)
 l_l — idealna, paketa limova (19.3)
 l_l — i -tog vodiča, s predznakom (2.8)
 l_{izot} — svih izolacija u paketu (19.4)
 l_j — jarma (19.6)
 l_p — (visina) polne jezgre (19.5)
 — segmenta prstena (22.3)
 l_s — jednoga rashladnog kanala (19.3)
 l'_s — koja se gubi zbog jednoga rashladnog kanala (19.3)
 l_u — (dubina) utora (19.4)

- l_z — zuba (19.4)
 l_{zr} — svih zračnosti u paketu (19.4)
 M — dodatna indukcija (19.1)
 M — zakretni moment (17.1)
— iznos (2.9)
 $\mathbf{M}$ — vektor (17.1)
 M_1 — za jedan par polova (4.7)
— na stator (8.5)
— samoinduktiviteta statora (17.4)
 M_1, M_2 — momenti u sistemu (17.2)
 M_{12} — među namotima (17.4)
 M_2 — na rotor (8.5)
— samoinduktiviteta rotora (17.4)
 M_d — direktnog sistema (15.2)
 M_{dq} — indukcija d s protjecanjem q (8.5)
 M_i — inverznog sistema (15.2)
 M_k — potezni (12.9)
 M_m — maksimalni (10.8, 12.9)
 M_{pog} — pogonskog stroja (10.6)
 M_{puls} — pulsirajuća komponenta (17.4)
— amplituda pulsirajuće komponente (8.7)
 M_{qd} — indukcije q s protjecanjem d (8.5)
 M_{sr} — srednja vrijednost (8.7, 15.11, 17.4)
 M_t — trenutna vrijednost (8.7, 15.12)
 M_{ter} — tereta (10.6)
 M_{tr} — trenja (17.2)
 M_v — vanjski, na sistem (17.3)
 m — masa (17.1)
 m — broj faza višefaznog namota (18.4)
 m_1, m_2 — na dijelu stroja 1, 2 (21.4)
— statora, rotora (12.8)
 $m D^2$ — zamašni moment (17.1)
 m_s — skošenje (21.5)
 N — broj
— vodiča, ukupni (2.8)
— utora na cijelom obodu (5.2, 18.5)
— cijevi polja po jedinici širine zuba (19.3)
— limova u paketu (3.8)
 N' — cijevi polja po jedinici širine utora (19.3)
 N_1 — utora po paru polova (20.3)
 N_k — lamela kolektora (20.4)
 N_p — utora po polu (5.3)
 N_s — recipročna vrijednost skošenja (21.5)

- N** — oznaka
 — magnetskog pola (2.11)
 N_p — magnetskoga pomoćnog pola (14.12)
- n** — brzina vrtnje (2.3)
 — rotora (12.4, 20.1, 20.5)
 n_ε — nosača četkica (20.5)
 n_{rel} — relativna (12.4, 20.5)
 n_s — okretnog polja (12.4, 20.5)
 $n_\sim$ — na izmjeničnoj mreži (15.12)
 $n_=\$ — na istosmjernoj mreži (15.12)
- n** — broj (3.1)
 — rashladnih kanala (19.3)
 — pari polova za koji se zvijezda napona ponavlja (20.4)
 n_r — rashladnih kanala na rotoru (19.3)
 n_s — rashladnih kanala na statoru (19.3)
- o** — širina utorskog otvora (6.2)
 o_1 — statora (19.3)
 o_2 — rotora (19.3)
- P** — snaga, radna
 P_1 — dovedena (1.9, 17.2)
 P_{12} — pretvorena u rasporu (1.9)
 P'_{12}, P''_{12} — u rasporu, u promatrana dva slučaja (13.7)
 P_2 — predana (1.9, 17.2)
 P_{2el} — pretvorena u rasporu u električnu snagu (12.13)
 P'_{2el}, P''_{2el} — pretvorena u električnu, u promatrana dva slučaja (13.7)
 P_{2meh} — pretvorena u rasporu u mehaničku snagu (12.13)
 P'_{2meh}, P''_{2meh} — pretvorena u mehaničku, u promatrana dva slučaja (13.7)
 P_{ak} — koja se dobiva iz akumulirane energije, ili se pretvara u nju (1.9)
 P_{el} — električna (1.3, 8.4)
 P_g — gubitaka (1.9, 17.2)
 P_k — snaga koja povećava ili smanjuje akumuliranu kinetičku energiju (17.2)
 P_{meh} — mehanička (1.4, 8.4)
- P** — gubici
 P_1 — zbog vrtložnih struja, kod jednodijelnog paketa (3.8)
 P_2 — zbog vrtložnih struja, kod paketa od dva lima (3.8)
 P_{cul} — zbog strujne topline u namotu statora (12.13)
 P_{Fe} — u željezu (3.8, 12.13)
 P_{Fe1} — u željezu, kod $B = 1 \text{ T}$ (3.8)
 $P_{Fe1,5}$ — u željezu, kod $B = 1,5 \text{ T}$ (3.8)

- P_{g1} — prije pretvorbe u rasporu (1.9)
 P_{g2} — nakon pretvorbe u rasporu (1.9)
 P_h — zbog histereze (3.7)
 $P_{h1,0}$ — zbog histereze kod 1 T, 50 Hz (3.8)
 P_N — zbog vrtložnih struja, kod paketa od N limova (3.8)
 $P_{tr,v}$ — zbog trenja i ventilacije (12.13)
 P_w — zbog vrtložnih struja (3.8)
 $P_{w1,0}$ — zbog vrtložnih struja kod 1 T, 50 Hz (3.8)
- P** — oznaka
 — početka svitka (4.1)
 P_A, P_B, P_C — početka namota faze A, B, C (20.3)
- p** — broj pari polova (3.4, 20.1)
- p** — faktor udjela u ukupnim gubicima u željezu
 p_h — gubitaka zbog histereze (3.8)
 p_w — gubitaka zbog vrtložnih struja (3.8)
- Q** — električni naboj (1.2)
- Q** — snaga, jalova (17.2)
- Q** — broj utorskih napona razlomljenog namota koji dolaze na jednu fazu (20.3)
- q** — električni naboj
 q_1 — po jedinici duljine vodiča (1.4)
- q** — presjek
 — žice (14.2)
 — štapa (22.3)
 — vodiča nakon prematanja (5.8)
 q' — vodiča prije prematanja (5.8)
 q_p — prstena (22.3)
 q_u — u utoru (19.4)
 q_z — željeza u zubu (19.4)
- q** — broj
 — utora u zoni namatanja (5.3, 20.2)
 — utora po polu i fazi (20.2)
 q' — cjelobrojni dio nepravog razlomka q kod razlomljenog namota (20.3)
 q_p — utora po polu (18.5, 20.2)
- q** — oznaka za poprečnu os dvoosnog sistema (8.5)
- R** — otpor (3.8, 9.8, 17.2, 19.1, 21.1)
 — po fazi kaveza (22.3)
 R_1, R_2 — statora, rotora (12.5)
 $R_1, R_2, \dots, R_n$ — uputnika s uključenih 1, 2, ..., n stupnjeva (14.11)
 R_2 — ukupni, u fazi rotora (13.1, 15.3)
 R_{20} — faznog namota rotora (13.1)
 R_{2d} — dodatni, u fazi rotora (13.1)
 R'_2, R''_2 — faze rotora, u promatrana dva slučaja (13.7)

- R_a — armature (4.1)
 R_d — dijela električnog kruga (19.1)
 R_m — uzbuđenog namota (14.3)
 R_v — vanjskog tereta (14.8)
 R_v — po fazi kaveza za v -ti harmonički član (22.3)
 R — magnetski otpor, reluktancija (17.3)
 R_1 — uzbuđenog dijela kruga (19.7)
 R_2 — sekundarnog dijela kruga (19.7)
 R_d — uzdužna (17.4)
 R_{j1} — jarma uzbudne strane (19.7)
 R_{j2} — jarma sekundarne strane (19.7)
 R_m — kruga (19.1)
 — homogenog kruga (21.2)
 — analogni (21.2)
 R_{md} — dijela magnetskog kruga (19.1)
 R_p — pola (19.7)
 R_q — poprečna (17.4)
 R_s — rasipnog puta među polovima (19.7)
 R_t — u trenutku t (17.4)
 R_z — zubi (19.7)
 R_δ — zračnog raspورا (19.7)
 R — broj zubi na rotoru (15.11, 16.3)
 r — duljina
 — udaljenost od središta rotacije (16.1)
 — polumjer (17.1)
 — polumjer opisane kružnice poligona napona (5.3)
 $\mathbf{r}$ — vektor položaja hvatišta sile (17.1)
 $\mathbf{r}_\perp$ — krak sile (17.1)
 r — otpor
 r_p — segmenta prstena (22.3)
 r_s — štapa (22.3)
 $r_{s\sim}$ — štapa pri potiskivanju struje (22.3)
 S — presjek (3.1, 17.3, 19.1)
 — okomito na silnice magnetskog kruga (17.3, 19.1, 21.2)
 — površina paralelograma što ga čine fazori struja glavne i pomoćne faze (15.3)
 $S_1, S_2, S_3, \dots$ — na mjestu 1, 2, 3, ... (3.2)
 S_δ — u zračnom rasporu (3.1)
 S — broj zubi na statoru (15.11)
 S — prividna snaga (iznos), $\mathcal{S}$ (kompleksna veličina) (5.8, 17.2)
 — poslije prematanja (5.8)
 S' — prije prematanja (5.8)
 S_{1f} — jednofaznog stroja (5.11)

- S_{3f} — trofaznog stroja (5.11)
 S_f — jedne faze trofaznog stroja (5.11)
- S** — oznaka
 — magnetskog pola (2.10)
 — svršetak svitka (4.1)
 S_A, S_B, S_C — svršetka namota faze A, B, C (20.3)
- s** — duljina, put (17.1)
 — obodni pomak između čeonih strana skošenog utora (21.5)
 $\mathbf{s}$ — vektor linearnog dijela puta (17.1)
- s** — klizanje (12.4, 20.2)
 s', s'' — kod otpora R'_2, R''_2 (13.7)
 s'' — koje odgovara struji I''_k (13.2)
 s_0 — bez dodatnog otpora u rotorskom krugu (13.2)
 s_d — za direktno okretno polje (15.2)
 s_i — za inverzno okretno polje (15.2)
 s_m — prekretno (12.10)
 $s_{v\mu}$ — za harmonički član polja reda ν, μ (20.2)
- s** — broj grupa namota spojenih u seriju (8.1)
- T** — trajanje periode izmjenične veličine (5.2, 20.1)
 T_{rel} — njihanja oko položaja sinhronizma (10.9)
- t** — vrijeme (1.5, 17.1, 20.1)
 t_α — koje odgovara zakretu rotora za kut α (5.2)
- U** — napon (iznos), $\mathcal{U}$, $\mathbf{U}$ (fazor)
 — izmjenični, efektivna vrijednost (17.2)
 — višefaznog sistema, linijski (5.12)
 — na četkicama istosmjernog stroja (4.1, 14.1)
 U_1, U_2 — u električnome analognom krugu, za uzbudni, odnosno sekundarni dio (19.7)
 U''_1 — u namotu 1, reduciran na namot 2 (21.5)
 $\mathcal{U}'_2$ — u namotu 2, reduciran na namot 1 (fazor) (21.3)
 $\mathcal{U}_{cd}$ — poprečni, između točaka c i d (22.5)
 ΔU_z — pad napona na četkicama (14.1)
 U_d — na dijelu otpora električnog kruga (19.1)
 U_f — višefaznog sistema, fazni (5.12)
 U_{gr} — grane (4.3)
 U_m — izmjenični na četkicama, maksimalna vrijednost (20.5)
 — na uzbudnom namotu (14.2)
 U_{mr} — napon krute mreže (10.2)
 $\mathcal{U}_{q(y)}$ — poprečni između susjednih štapova na mjestu y (22.5)
 $\mathcal{U}_R, \mathcal{U}_S, \mathcal{U}_T$ — fazni, trofaznog sistema (12.1)
- u** — trenutna vrijednost narinutog napona (17.3)
- u** — širina utora (17.4)
- u** — broj strana svitaka kolektorskog namota po sloju jednog utora (20.4)

- V — volumen (1.6, 17.3)
 — provrta (8.5)
- V — magnetski napon (19.2)
 V_1 — u uzbudnom dijelu stroja (19.7)
 $V_1, V_2, V_3, \dots$ — na odsječku puta 1, 2, 3, ... (3.2)
 V_{10} — u uzbudnom dijelu neopterećenog stroja (19.7)
 V_2 — u sekundarnom dijelu stroja (19.7)
 V_{Fe} — ukupni za željezo (3.1, 19.7)
 V_i — odsječka puta s indeksom i (3.1)
 V_j — za jaram (19.6)
 V_{j1} — za jaram uzbudnog dijela stroja (19.4)
 V_{j2} — za jaram sekundarnog dijela stroja (19.4)
 V_{jr} — za jaram rotora (19.2)
 V_{js} — za jaram statora (19.2)
 V_p — za istaknuti pol (19.2, 19.5)
 V_s — na poprečnome rasipnom putu (19.4)
 V_{so} — na poprečnome rasipnom putu pri neopterećenom stroju (19.7)
 V_{s1} — na poprečnome rasipnom putu za 1 utor (19.4)
 V_{s1y} — na poprečnome rasipnom putu u visini y od dna utora (19.4)
 V_z — za zub (19.4)
 V_{z1} — za zub uzbudnog dijela stroja (19.4)
 V_{z2} — za zub sekundarnog dijela stroja (19.4)
 V_{zr} — za zub rotora (19.2)
 V_{zs} — za zub statora (19.2)
 V_{zr} — za put u zraku (3.1)
 V_δ — za zračni raspor (3.2, 19.2, 19.7)
- v — brzina
 — translacijskog gibanja (1.2, 17.1, 20.1)
 — gibanja naboja uzduž vodiča (1.4)
 — obodna, okretnog protjecanja u rasporu (7.2)
 $\mathbf{v}$ — vektor (1.2, 17.1)
 v_n — namota (20.2)
 v_p — polja (20.2)
 v_{rel} — relativna (20.2)
 v_u — prolaska silnica preko utora (2.5)
 v_z — prolaska silnica preko zuba (2.5)
 $v_{\nu\mu}$ — okretnog protjecanja reda ν, μ (18.3)
- W — rad, energija (3.7, 17.1)
 W_1 — po jedinici volumena (3.7)
 $W_1, W_2, \dots, W_i$ — dovedena sistemu (17.3)
 W_{ak} — akumulirana (1.9, 17.2)

- $W_{ak1}, W_{ak2}, \dots, W_{akj}$ — akumulirana u sistemu (17.3)
 W_{el} — električna (1.5, 17.3)
 W_g — gubitaka (17.3)
 W_l — dovedena idealnom sistemu (17.3)
 W_k — kinetička (1.9, 17.1)
 W_{meh} — mehanička (1.5, 17.3)
 W_{stv} — stvarno dovedena (17.3)
 W_{topl} — toplinska (17.3)
 W_Φ — magnetskog polja (1.9, 17.3)
- w — broj zavoja (3.1)
 — faznog namota, ukupni (5.6, 7.9, 20.2)
 — kolektorskog namota, ukupni (20.5)
 w_1 — svitka, poslije prematanja (5.8)
 w_1, w_2 — namota 1, 2 (12.2)
 — namota statora, rotora (12.2, 13.4, 21.1)
 w_p — jednog pola (3.5, 14.2, 19.2)
 w_s — svitka (20.1)
 w_z — po polu i po sloju (20.2)
- Z — impedancija (iznos), $\mathcal{Z}$ (kompleksna)
 $Z_2, \mathcal{Z}_2$ — rotora (15.3, 12.5)
 $Z_d, \mathcal{Z}_d$ — za direktni sistem (15.2)
 $Z_i, \mathcal{Z}_i$ — za inverzni sistem (15.2)
 $\mathcal{Z}_p$ — prstena u petlji (22.5)
 $\mathcal{Z}_q$ — poprečnih staza za cijeli štap (22.5)
 $\mathcal{Z}_s$ — štapova u petlji (22.5)
- Z — ukupni broj vodiča faznog namota (21.4)
- z — broj vodiča
 — spojenih u seriju, faznog namota (5.6, 20.2)
 — ukupni, kolektorskog namota (20.4)
 z_1 — jednog utora (5.6, 20.2, 21.6)
- z — broj impulsa u 1 sekundi (16.3)
- z — impedancija (iznos), ζ (kompleksna)
 ζ_p — prstena (22.5)
 ζ_q — poprečnih staza za duljinu štapa dy (22.5)
 ζ_s — štapa (22.5)
- z — širina zuba (17.4)
- X — reaktancija (9.8)
 X_1, X_2 — ukupna, za namot 1, 2 (21.1, 21.3)
 — ukupna, za stator, rotor (12.4)
 X_1' — namota 1, reducirana na namot 2 (21.5)
 X_{12} — međusobna, kod skošenih utora (21.5)
 ΔX_{12} — smanjenje međusobne reaktancije zbog skošenja (21.5)

- X_{1u} — rasipna, koja otpada na jedan utor (21.6)
 X'_2 — namota 2, reducirana na namot 1 (21.3)
 X_{m1}, X_{m2} — glavna, za namot 1, 2 (21.3)
 X_{m21}, X_{m31} — međusobna, namota 2 i 1, 3 i 1 (21.1)
 X_s — sinhrona (9.10)
 X_β — povećanje reaktancije namota zbog skošenja (21.5)
 X_σ — ukupna rasipna, za namot (21.10)
 — po fazi kaveza (22.3)
 $X_{\sigma 1}, X_{\sigma 2}$ — rasipna za namot 1, 2 (21.3)
 — rasipna za namot statora, rotora (12.5)
 $X_{\sigma g}$ — koja potječe od rasipanja u glavama namota (21.8)
 $X_{\sigma u}$ — koja potječe od rasipanja u utorima (21.6)
 $X_{\sigma u 1}, X_{\sigma u 2}$ — namota 1, 2 koja potječe od rasipanja u utorima (21.6)
 $X_{\sigma z}$ — koja potječe od rasipanja među glavama zubi (21.7)
 $X_{\sigma v}$ — po fazi kaveza za v -ti harmonički član (22.3)
 — koja potječe od dvostruko ulančenog rasipanja (21.9)
 $X_{\sigma v 1}, X_{\sigma v 2}$ — koja potječe od dvostruko ulančenog rasipanja namota 1, 2 (21.9)
 x — udaljenost na obodu stroja (3.5)
 — pomak (17.3, 17.4)
 — prema odabranoj točki na statoru (18.5)
 x_1 — prema odabranoj točki na rotoru (18.5)
 x_0 — početna točka promatranja okretnog protjecanja u rasporu (7.2, 18.3)
 x — reaktancija
 x_p — segmenta prstena (22.3)
 x_s — štapa (22.3)
 x — varijabla za računanje momenta i struje rotora (12.10)
 x', x'' — kod otpora R', R'' (13.7)
 $\mathcal{Y}_q$ — kompleksna vodljivost poprečnih staza za cijelu duljinu štapa (22.5)
 y — dimenzija
 — širina svitka (5.4)
 — visina od dna utora do promatrane poprečne silnice (19.4, 21.6)
 — koordinata paralelna s osi rotora, od čelone ravnine (22.5)
 y — korak
 — kolektorskog namota (20.4)
 y_1 — svitka (20.4)
 y_2 — spojni (20.4)
 $\mathcal{Y}_q$ — kompleksna poprečna vodljivost za element štapa duljine dy (22.5)
 α — geometrijski kut (17.1, 17.4)
 — između vektora u ravnini (15.7)
 — zakreta u ravnini (17.3, 17.4)
 $\vec{a}$ — zakreta u prostoru (vektor) (17.1)

- α_{geom} — koji odgovara električnom kutu α_{el} (4.7)
 α_r — između simetrala dvaju susjednih zubi (17.4)
 α — električni kut
 — prethođenja fazora napona (17.2)
 — prethođenja osi namota A prema a (12.2)
 — između osi susjednih utora za osnovni harmonički član (5.2, 20.2, 22.2)
 — među osima susjednih faza (18.4)
 α_0 — početnog položaja na obodu (18.3)
 α_1 — rotora davača (16.4)
 α_2 — rotora prijemnika (16.4)
 α_d — razlika kutova dvaju davača (16.4)
 — zakreta međudavača (16.4)
 α_{el} — koji odgovara geometrijskom kutu α_{geom} (4.7)
 α_i — kut položaja i -tog kraka zvijezde napona za osnovni harmonički član (20.3)
 α_{iv} — kut položaja i -tog kraka zvijezde napona za v -ti harmonički član (20.3)
 α_v — između osi susjednih utora za v -ti harmonički član (22.2)
 $\alpha_{v\mu}$ — prostorni pomak protjecanja susjednih faza za član v, μ (18.4)
 a — koeficijent
 a_i — omjer srednje i maksimalne vrijednosti indukcije u rasporu (19.3)
 a_i'' — interpolirana vrijednost za a_i u iterativnom postupku (19.3)
 β — geometrijski kut
 β_g — središnji kut između čeonih strana skošenog utora (21.5)
 β — električni kut
 — prethođenja fazora struje (17.2)
 — zaostajanja struje faze b prema fazi a (18.4)
 — odstupanje položaja zone 2 prema zoni 1 od dijametralnoga (20.2)
 — skošenja za osnovni harmonički član (21.5)
 β_y — skošenja za dio paketa od 0 do y (22.5)
 β_v — skošenja za v -ti harmonički član (21.5)
 $\beta_{v\mu}$ — vremenski fazni pomak protjecanja susjednih faza za član v, μ (18.4)
 Γ — gustoća struje u presjeku električnog kruga (3.1, 14.2, 19.1)
 γ — geometrijski kut između smjera vodiča i izvodnice na obodu (1.6, 21.5)
 δ — električni kut prethođenja protjecanja prema indukciji u rasporu (8.5, 17.4)
 δ_a, δ_b — za pojedina protjecanja 1, 2 (8.5)
 δ — kut opterećenja (8.5, 9.7)
 δ — dimenzija
 — duljina zračnog raspora (3.1, 17.4)
 — duljina zračnog raspora iznad zuba (17.4)
 — debljina lima (3.8)

- δ'' — nadomjesna duljina zračnog raspora (3.2, 21.2)
 δ_0 — debljina lima na koju se odnose osnovni podaci (3.8)
 δ_t — idealna duljina zračnog raspora (19.3)
 δ_u — duljina zračnog raspora iznad utora (17.4)
 δ_x — duljina zračnog raspora na mjestu x (3.5, 6.2)
- ε — kutna akceleracija (17.1)
- η — korisnost (1.9)
- Θ — protjecanje (iznos), $\vec{\Theta}$ (vektor) (3.1, 17.3, 19.1)
 — izmjenično, maksimalna vrijednost (20.2)
 — uzbudno, po paru polova (19.2)
 — okretno, amplituda (7.9)
 — rezultatno (8.5, 9.4)
 — uzbudno, za indukciju B (14.7)
- $\vec{\Theta}$ — vektor položaja u rasporu (6.7)
- $\vec{\Theta}_{\sim}$ — pulsirajuće, vektor (7.2)
- Θ_0 — ukupno potrebno, pri neopterećenom stroju (19.7)
 — uzbudno, za indukciju B_0 (14.7)
- Θ_1 — ukupno potrebno, kod opterećenog stroja (19.7)
 — vremenska amplituda pulsirajućeg protjecanja pod sredinom pola (7.1, 11.6, 18.3)
 — amplituda, jedne faze (7.9, 18.4)
 — okretno, osnovni harmonički član (18.5)
- $\Theta_{(1)}, \Theta_{(2)}, \dots, \Theta_{(n)}, \dots, \Theta_{(m)}$ — prvog, drugog, ..., n -tog, ..., m -tog faznog namota (18.4)
- $\Theta_1, \vec{\Theta}_1$ — uzbudnog namota (19.7)
 — statora (8.5)
 — glavnog namota (15.7)
- Θ_{1u} — amplituda osnovnoga harmoničkog člana, za dva dijametralna utora (20.2)
- ${}_1\Theta_{1ux}, {}_2\Theta_{1ux}$ — na mjestu x , od struje parova dijametralnih utora 1, 2 (20.2)
- $\Theta_2, \vec{\Theta}_2$ — sekundarnog namota (19.7)
 — rotora (8.5)
 — kratkospojenog namota (15.7)
- $\vec{\Theta}_a$ — armature (9.3)
- $\vec{\Theta}_a$ — slobodnog dijela pola (15.7)
- Θ_a, Θ_b — amplituda za namot a, b (18.4)
- $\vec{\Theta}_b$ — dijela pola obuhvaćenoga kratkospojenim namotom (15.7)
- Θ_d — za svladavanje magnetskog otpora jednog dijela kruga (19.1)
 — od struje opterećenja, u osi polova (19.7)
 — ukupno direktno, višefaznog namota (7.5, 18.4, 11.6)
 — uzdužna komponenta vektora $\vec{\Theta}$ (8.5)
- Θ_{d1} — direktna komponenta jedne faze (7.5)
- Θ_{dA}, Θ_{dB} — direktna komponenta faze A, B (7.6)

- $\Theta_{d/t}$ — ukupno okretno protjecanje svih harmoničkih članova (18.4)
 $\Theta_{dx,t}$ — vrijednost na mjestu x u trenutku t od direktnoga okretnog protjecanja (18.4)
 $\Theta_d, \vec{\Theta}_d$ — direktno (iznos), (vektor) (15.2)
 Θ_{da}, Θ_{db} — namota a, b direktna komponenta (18.4)
 Θ_g — glavne faze (15.3)
 Θ_i — ukupno inverzno višefaznog namota (7.5, 18.4)
 $\Theta_i, \vec{\Theta}_i$ — inverzno (iznos), (vektor) (15.2)
 Θ_{ia}, Θ_{ib} — namota a, b , inverzna komponenta (18.4)
 $\Theta_{ix,t}$ — vrijednost na mjestu x u trenutku t od inverznoga okretnog protjecanja (18.4)
 Θ_m — visina pravokutnog protjecanja (18.1)
 $\Theta_m, \vec{\Theta}_m$ — uzbudno (iznos), (vektor) (9.4, 14.2)
 $\vec{\Theta}_{mo}$ — uzbudno, u praznom hodu za nazivni napon (9.6)
 Θ_{max} — amplituda (8.8)
 Θ_{mu} — visina pravokutnika dvaju dijametralnih utora (20.2)
 Θ_p — pomoćne faze (15.3)
 Θ_q — poprečna komponenta vektora $\vec{\Theta}$ (8.5, 11.6)
 Θ_t — prostorna amplituda u trenutku t (7.1, 18.3)
 $\Theta_{tA}, \Theta_{tB}, \Theta_{tC}$ — faze A, B, C (7.5)
 Θ_z — za zonu od q utora (20.2)
 $\Delta\Theta_{zas}$ — smanjenje zbog zasićenja (14.1)
 Θ_x — na mjestu x u rasporu (3.5, 6.4, 7.1, 18.1)
 Θ_x — na mjestu x , kod uzbude amplitudom osnovnoga harmoničkog člana struje (18.2)
 Θ_{xA}, Θ_{xB} — od faze A, B (7.6)
 $\Theta_{x,t}$ — na mjestu x u trenutku t (7.1, 18.2)
 $\Theta_{x,tA}, \Theta_{x,tB}, \Theta_{x,tC}$ — faze A, B, C na mjestu x u trenutku t (7.5)
 Θ_v — okretno, v -ti harmonički član (21.9)
 — amplituda v -tog člana od osnovnoga harmoničkog člana struje (18.3)
 $\Theta_{v\sim}$ — amplituda v -tog člana uz izmjeničnu uzbudu (20.3)
 $\Theta_{v=}$ — amplituda v -tog člana uz istosmjernu uzbudu (20.2)
 Θ_{v3f} — amplituda v -tog člana uz trofaznu uzbudu (20.2)
 $\Theta_{v\mu}$ — jedne faze, amplituda za član v, μ (18.3)
 $\Theta_{v\mu d}$ — jedne faze, direktna komponenta za član v, μ (18.4)
 $\Theta_{v\mu d/t}$ — općeniti član okretnog protjecanja reda v, μ (18.4)
 $\Theta_{v\mu i}$ — jedne faze, inverzna komponenta za član v, μ (18.4)
 κ — specifična vodljivost za materijal električnog kruga (19.1)
 Λ — magnetska vodljivost zračnog raspora (18.5)
 Λ_0 — konstantni član (18.5)
 Λ_2 — prvi parni harmonički član (18.5)

- $A_{2\xi}$ — parni harmonički član reda 2ξ (18.5)
- A_R — do polovice raspora s rotorske strane (18.5)
- A_S — do polovice raspora sa statorske strane (18.5)
- A_{qp} — amplituda harmoničkog člana reda 2_{qp} (20.2)
- $A_{qp(x)}$ — harmonički član reda 2_{qp} (20.2)
- A_x — na mjestu x (18.5)
- A — magnetska vodljivost među istaknutim polovima
 - među jezgrama uz konstantan magnetski napon (19.5)
 - A_1 — među polnim nastavcima (19.5)
 - A_2 — među jezgrama polova uz raspodijeljeni magnetski napon (19.5)
 - A_s — ukupna (19.5)
- A_m — analogna vodljivost u rasporu (21.2)
- λ — specifična rasipna vodljivost (21.10)
 - $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — pojedinih dijelova utora 1, 2, 3 (19.4)
 - λ_g — glave namota (21.8)
 - λ_p — kratkospojnog prstena (22.3)
 - λ_u — utora (21.6)
 - λ_{us} — štapa u utoru (22.3)
 - $\lambda_{us\sim}$ — štapa pri potiskivanju struje (22.3)
 - λ_z — među glavama zubi (21.7)
 - λ_v — dvostruko ulančenog rasipanja (21.9)
 - λ_{v1} — dvostruko ulančenog rasipanja za stator (21.9)
 - λ_{v2} — dvostruko ulančenog rasipanja za rotor (21.9)
- λ — odnos otpora susjednih stupnjeva kod pokretača (14.11)
- λ_0 — specifična vodljivost za glavni tok u rasporu (21.4)
- μ — permeabilnost (3.1, 17.3, 19.1)
 - μ_0 — za zrak (3.1, 17.3, 19.1)
 - μ' — relativna (3.2, 19.1)
- μ — red vremenskoga harmoničkog člana (18.3)
- ν — red prostornoga višeg harmoničkog člana (5.5, 18.1, 18.3)
 - ν_m — red najvišega prostornog harmoničkog člana uzetoga u račun (8.8)
- ξ — faktor oblika
 - raspodjele indukcije u rasporu (19.3)
 - krivulje izmjeničnog napona (20.2)
- 2ξ — red parnoga harmoničkog člana vodljivosti raspora A_x (18.5, 20.2)
- ϱ — specifični otpor (14.2, 22.3)
- σ — faktor povećanja reaktancije
 - σ_β — zbog skošenja (21.5)
 - σ_v — zbog dvostruko ulančenog rasipanja (21.10)
 - σ_{v1} — za primarnu stranu, zbog dvostruko ulančenog rasipanja (21.9)

- σ_{v2} — za sekundarnu stranu, zbog dvostruko ulančenog rasipanja (21.9)
- τ — korak
- τ_p — polni (5.2, 16.1, 20.1)
 - τ_{pi} — idealni polni korak (19.3)
 - τ_u — utorski (2.5, 5.2)
 - τ_{u1} — utorski, statora (19.3)
 - τ_{u2} — utorski, rotora (19.3)
- Φ — magnetski tok (iznos), $\hat{\Phi}$ (fazor) (1.8, 2.5, 17.3, 19.1)
- jednog pola (5.6, 8.2, 19.3, 19.4)
 - izmjenični, maksimalna vrijednost (16.4, 20.5)
 - $\hat{\Phi}$ — izmjenični, fazor (16.4, 20.5, 22.5)
 - kroz cijelu petlju između dva štapa kaveza, fazor (22.5)
 - Φ_1 — osnovnog člana indukcije u rasporu (20.2)
 - Φ_1, Φ_2 — namota 1, 2, reduciran na ukupan broj zavoja (21.1)
 - $\Phi_{(1)}, \Phi_{(2)}$ — unutar kontura namota 1, 2 (bez redukcije) (21.2)
 - $\hat{\Phi}_1, \hat{\Phi}_2, \hat{\Phi}_3$ — komponente toka $\hat{\Phi}$ u osi namota 1, 2, 3 (16.4)
 - Φ_j — jarma (19.6)
 - Φ_{j1} — u jarmu uzbudnog dijela stroja (19.4)
 - Φ_m — glavni (21.2)
 - Φ_p — u istaknutom polu (19.5)
 - Φ_s — rasipni (19.4, 19.7)
 - Φ_{so} — rasipni pri neopterećenom stroju (19.7)
 - Φ_t — trenutna vrijednost (17.4, 20.5)
 - Φ_u — dio toka Φ_z koji prolazi kroz utor (19.4)
 - Φ_z — utorskog koraka pod sredinom pola (19.3)
 - Φ'_z — dio toka Φ_z koji prolazi kroz zub (19.4)
 - $d\Phi_y$ — prirast poprečnog toka u visini y za prirast dy (21.6)
 - $\hat{\Phi}_y$ — u dijelu petlje kaveza od 0 do y (fazor) (22.5)
 - $\hat{\Phi}_{y-l}$ — u dijelu petlje kaveza od y do l (fazor) (22.5)
 - Φ_β — cijele petlje kod skošenih utora (22.5)
 - Φ_v — v -toga harmoničkog člana indukcije u rasporu (20.2)
 - Φ_σ — rasipni (21.2)
- φ — električni kut
- prethođenja napona prema struji (9.3, 17.2)
 - faznog zaostajanja poprečnog napona prema referentnom položaju (22.5)
 - prethođenja vektora indukcije vektoru protjecanja (8.7)
 - u glavnoj fazi (15.7)
 - $\varphi_1, \varphi_3, \dots, \varphi_\mu$ — fazni, prvog, trećeg, ..., μ -tog harmoničkog člana struje (18.2)
 - φ_2 — struje u rotoru (12.3)
 - φ_2 — struje u kratkospojenom prstenu (15.7)

- $\varphi_{\nu\mu}$ — pomaka vala protjecanja prema valu vodljivosti za član protjecanja reda ν, μ (18.5)
- Ψ — ulančeni magnetski tok (iznos), $\hat{\Psi}$ (fazor) (1.7, 17.3, 18.5, 21.1)
- glavni, u rasporu (21.2)
- poprečni, za jedan utor (21.6)
- Ψ_1, Ψ_2 — namota 1, 2, ukupni (21.1, 21.2)
- Ψ_1, Ψ_2, Ψ_3 — svitka 1, 2, 3 (17.3)
- Ψ_{m1}, Ψ_{m2} — glavnog toka Φ_m s namotom 1, 2 (21.2)
- Ψ_{o1}, Ψ_{o2} — rasipni (21.2)
- $d\Psi_y$ — prirast poprečnog ulančenog toka u visini y za prirast dy (21.6)
- ψ — kut prethođenja indukcije prema strujnom oblogu (11.6)
- ψ — fazni pomak struje glavne faze prema struji pomoćne faze (15.3)
- Ω — kutna brzina mehaničke rotacije (17.4)
- ω — kutna brzina (17.2)
- u ravnini (2.3)
- električna (kružna frekvencija) (7.1)
- električna, za osnovni član protjecanja (18.3)
- $\vec{\omega}$ — u prostoru (vektor) (17.1)
- ω_m — geometrijska (7.2, 18.4)
- $\omega_{m\nu\mu}$ — geometrijska, za član okretnog protjecanja reda ν, μ (18.3)
- ω_n — namota (20.2)
- ω_p — polja (20.2)
- ω_{rel} — relativna (10.9, 20.2)
- ω_s — sinhrona (10.6)

LITERATURA

1. Alekseev, A. E., Konstrukcii električeskih mašin, Moskva 1949.
 2. Armenskij, E. V., Falk, G. B., Električeskie mikromašini, Moskva 1960.
 3. Bosanac, T., Teoretska elektrotehnika, Zagreb 1970.
 4. Bödefeld, Th., Sequenz, H., Elektrische Maschinen, Wien 1965.
 5. Carr, C., Electric Machinery, New York 1958.
 6. Cvitaš, T., Kallay, N., Fizičke veličine i jedinice međunarodnog sustava, Hrvatsko kemijsko društvo, Zagreb 1975.
 7. Dietrich, W., Rainer, E., Elektronikmotor, Siemens Zeitschrift 1966, H. 9, str. 690—693.
 8. Fitzgerald, A. E., Kingsley, Ch., Električne mašine (prijevod s engleskoga), Beograd 1962.
 9. Habiger, E., Two-Phase Servo Motors, VEB Berlin 1973.
 10. Hein, G., Steuerschaltungen für 5-Phasen-Hybrid-Schrittmotoren Berger, Druckschrift Nr. 244, Lahr, 1981.
 11. Hindmarsh, J., Electrical Machines, Oxford 1965.
 12. Historische Elektromaschinen aus der Sammlung der Sektion Elektrotechnik, TU Dresden, 1978.
 13. Jordan, H., Bausch, H., Neue Arbeiten auf dem Gebiete der elektrischen Kleinmotoren, Elektro-Anzeiger, Essen, 13. Okt. 1965, str. 49—54.
 14. Labahn, D., Kleinmotoren in Theorie und Praxis, Siemens, Berlin.
 15. Liwschitz, M., Glöckner H., Die elektrischen Maschinen I, II, III, Berlin 1931.
 16. Lončar, J., Osnovi elektrotehnike I, II, Zagreb 1956—1958.
 17. Müller, G., Elektrische Maschinen, Leipzig 1967.
 18. Nürnberg, W., Die Asynchronmaschine, Berlin 1963.
 19. Petrov, N., Električeskie mašini, Moskva 1968.
 20. Pinter, V., Osnove elektrotehnike I, II, Zagreb 1975.
 21. Piotrovski, L. M., Električni strojevi (prijevod s ruskog), Zagreb 1967.
 22. Pustola, J., Slivinski, T., Kleine Einphasenmotoren, Berlin 1961.
 23. Richter, R., Elektrische Maschinen, Bd. I—IV, Basel 1951—1954.
 24. Say, M. G., The Performance and Design of Alternating Current Machines, London 1958.
 25. Small and Special Electrical Machines, IEE Conference Publication Number 202, London 1981.
 26. Tehnička enciklopedija Jugoslavenskog leksikografskog zavoda, 4, članak »Električni strojevi«, Zagreb 1973.
 27. Truxal, J. G., Control Engineers Handbook, New York 1958.
 28. Veinott, C., Fractional Horsepower Electric Motors, New York 1948.
 29. Vidmar, M., Wirkungsweise elektrischer Maschinen, Berlin 1928.
 30. Wolf, R., Uvod u teoriju električnih strojeva, Zagreb 1975.
 31. Zbornik sa seminara o primjeni zakonitih mjernih jedinica, Mjeriteljsko društvo Hrvatske, Zagreb 1981.
- Prospekti i katalozi
32. AEG — Kleinstmotoren, Berlin 1963.
 33. AEG — Motoren, 1970.

34. BBC — Axem-Servalco Gleichstrom-Scheibenläufermotoren
35. Berger — Lieferprogramm, Druckschrift 203/6, Lahr 1981.
36. Berger — 2-Phasen Schrittmotoren, Druckschrift 103/6, Lahr 1980.
37. CEM — Moteurs courant continu Axem M, Dijon
38. Iskra — Univerzalni motori, Železniki 1968.
39. ITT — Kleinmotoren und Lüfter, Stuttgart 1971/72.
40. Interelectric AG — Motoren-Handbuch, Sachseln 1978.
41. Rade Končar — Rotacioni strojevi, Zagreb
42. Sever — Mikromotori, Subotica 1966.
43. Siemens — Gleichstrom-Kleinstmotor
44. Siemens — Messmotoren
45. VEM — Drehmelder, Dresden 1971.
46. VEM — Wanderfeld Linearmotoren, Dresden 1970.

ABECEDNO KAZALO

A

akceleracija 323
 aktivna duljina 25
 aktivni dijelovi stroja 25, 32
 aksijalna sila 12
 akumulirana energija 15, 334
 amplituda okretnog protjecanja 119, 397
 amplituda pulsirajućeg protjecanja 119
 analogija električnog i magnetskog kruga 419
 armatura 28
 asinhroni motor 181
 asinhroni stroj 181
 A-t os 143

B

beskolektorski istosmjerni motor 290
 beskontaktni davač 307
 broj faza 182
 broj namotanih utora 454, 462
 broj pari paralelnih grana 64, 70
 broj polova 182
 broj svitaka po utoru 480
 broj utora po polu 450
 broj utora po polu i fazi 468
 bruto duljina željeza 432
 brzina 323
 brzina vrtnje 22

C

Carterov faktor 430
 cijevni motor 296
 cilindričan rotor 28
 cilindričan stator 28
 cilindrična armatura 66, 477
 cjelobrojni namot 470

C

četkica 24, 62, 479
 četverofazni namot 393
 čisti presjek željeza 433
 čisto okretno protjecanje 391

D

d-os 134
 Dahlanderovi spojevi 215
 davač položaja 304
 davač takta 299
 diferencijalni motori 277
 diferencijalni motor s induktorskim rotorom 284
 diferencijalni motor s reluktantnim rotorom 285
 diferencijalni prijemnik 307
 dijagram operativnosti momentom 303
 dijagram protoka snage asinhronog stroja 201
 dijametralni svitak 79, 380
 dinamička pogonska stanja 217
 dinamo-limovi, tabelarni podaci 59

direktni sistem 251
 direktno okretno protjecanje 111, 390
 disk-rotor 290
 dizelski generator 169
 djelatni otpor 490
 dovedena energija 333
 dopuštene jedinice 322
 duboki utori 210, 529
 dvo brzinski motor 214
 dvoetažni namot 469
 dvofazni namot 393
 dvofazni tahogenerator 310
 dvokapacitetni motor 259
 dvokavezni rotor 211
 dvoosni sistem 134
 dvoslojni namot 66, 449
 dvostruko ulančeno rasipanje 518
 dvostruko ulančeno rasipanje kaveza 530
 dvovojni namot 480

E

efektivna duljina vodiča 12
 efektivna vrijednost napona vodiča 447
 efektivni broj zavoja 495
 ekvipotencijalni spojevi 484
 ekvivalentni fazni otpor 528
 električka energija 3, 340
 električka snaga 6, 147
 električki krugovi 35
 električki kut 69
 elektronički motor 290
 eliptičko protjecanje 119
 energija 3, 333
 energija magnetskog polja 56, 336

F

faktor korisnosti 16
 faktor oblika 461
 faktor preračunavanja struje prstena na struju štapa 525
 faktor preračunavanja struje prstena na struju štapa za više harmoničke članove 526
 faktor punjenja željeza 433
 faktor skošenja 504
 faktor skošenja za utorske harmoničke članove 505
 faktor skošenja za više harmoničke članove 505
 faktor snage i kut opterećenja 149
 faktor zasićenja 45, 429
 Faradayev zakon 12
 fazne veličine 91
 fazni namot, "faza" 88, 390, 466
 fazni položaj napona i struja u kolutnom rotoru 185

fazor 330
fazori utorskih napona 455
fazorski dijagram 142
Ferraris-rotor 272
fiktivna struja 355
Fourierov razvoj 102
frekvencija inducirano napona 85, 459
frekvencija na četkicama izmjeničnog kolektorskog stroja 488
frekvencija napona vodiča 446
frekvencija rotorskih napona i struja 186

G

generator 4
generator s kompaundnom uzbudom 234
generator s nezavisnom uzbudom 234
generator sa samouzbudom 234
generatorski rad asinhronog motora 200
generatorski sistem prikazivanja 161, 330
generatorsko kočenje serijskog motora 236
geometrijski kut 69
glava namota 25, 448
glava svitka 25
glavna reaktancija 496
glavni tok 45, 492
granična snaga 179, 246
grupe svitaka 450
gubici 15
gubici zbog histereze 54
gubici u željezu 56
gubici zbog vrtložnih struja 56
gubitak efektivne duljine zbog rashladnog kanala 426
gustoća struje 98, 224

H

harmonički članovi okretnog protjecanja u dvofaznom (četverofaznom) sistemu 398
harmonički članovi okretnog protjecanja u trofaznom sistemu 398
hibridni motori 277
hibridni motor s dva istaknuta pola 281
hibridni motor s dva rotora 281
hibridni motor s jednim rotorom 280
hidrogenerator 169
histereza 54
histerezni moment 277
histerezni motor 275, 280

I

idealna duljina raspora 431
idealna duljina stroja 426
idealni polni korak 426
idealni rotor 198
idealni stroj 149, 334
inducirani električni napon 5, 83
inducirani napon rotora 186
inducirani napon u istosmjernom stroju 128
inducirani napon viših harmoničkih članova 459
indukcija u rasporu 406, 425

indukcijski motor 181
induktivitet 491
induktivno napajani namot 521
induktorski hibridni motor 281, 372
induktorski motor 273
induktorski motor s naizmjenice polariziranim zubima 277, 369
internacionalni sistem jedinica 319
inverzni sistem 251
inveržno okretno protjecanje 111, 179, 390
ispadanje iz koraka 158
ispadanje iz sinhronizma 158
istaknuti polovi 28, 359
istosmjerna uzbuda 107
istosmjerni motor s permanentnim magnetima 289
istosmjerni stroj 220
izmjenična uzbuda 107
izmjenični kolektorski strojevi 489
izmjenično protjecanje 108
izolacija 35
izvedbe motora 215
izvedene jedinice 319

J

jakost magnetskog polja 40, 416
jalova snaga 331
jednako polarizirani zubi 277
jednofazni motor 249
jednofazni sinhroni stroj 178
jednofazno protjecanje 387, 414
jednoslojni namot 26, 448
jednovojni namot 480

K

kandžasti pol 268
karakteristika brzine vrtnje 236
karakteristika kratkog spoja 151
karakteristika magnetskog kruga 43, 441
karakteristika praznog hoda 145, 441
karakteristika regulacije 241
kavez 207
kavez velike impedancije prstena 537
kavez zanemarive impedancije prstena 537
kavezni motor 207
kavezni namot 207, 522
kavezni rotor 272
kinetička energija 335
klin 26
klizanje 185, 459
klizni kolut 24, 204
kočni pogon asinhronog motora 200
koeficijent inducirano napona 128
koeficijent momenta 130
koeficijent složenosti namota 480
kolektor 63, 476
kolektorski namot 477
kolektorski namot u okretnom polju 487
kolektorski stroj uzbuđen izmjeničnom strujom 487
kolutni motor 204

kompaundacija 225
 kompaundna uzbuda 225
 kompleksna snaga 331
 komponentni čitač 308
 komutacija 243, 484
 komutator 476
 koncentrirana uzbuda 49
 koncentrirani namot 377
 kondenzatorski motor 259
 konstante namota 490
 konstantna uzbuda 378
 kontinuirani zatvoreni namot 477
 koračni motor 298
 korak namatanja 80
 korak namota 479
 korak svitka 479
 korekcijski član sile u rasporu 356
 korekcijski faktor momenta jednofaznog motora 253
 korekcijski faktor za jaram 440
 korekcijski faktori za rasipanje skraćenoga dvoslojnog namota 512
 korigirana utorska indukcija 434
 korisnost 16
 kratki spoj 149
 kratkospojni prsten 269
 krivulja magnetiziranja 41, 417
 krletkasti namot 522
 kruta mreža 155
 kružni dijagram 193
 kružno protjecanje 119
 KS 322
 kućište 35
 kut opterećenja 133, 185
 kut prostornog pomaka 396
 kut vremenskoga faznog pomaka 396
 kutna akceleracija 323
 kutna brzina 323
 kutna brzina okretnih protjecanja 111

L

ležaj 35
 ležajni štit 35
 lijevovojni namot 480
 linearna komutacija 245
 linearni motor 294
 linearni motor s pomičnim primarom 294
 linearni motor s pomičnim sekundarom 294
 linijske veličine 91
 Lorenzova sila 5

M

m-fazni sistem 395
 magnetska energija 336
 magnetska energija u strujnim krugovima 339
 magnetska indukcija 41
 magnetska karakteristika stroja 441
 magnetska vodljivost među polovima 438
 magnetska vodljivost u poprečnom smjeru 436
 magnetski krug 35, 40
 magnetski napon 41

magnetski napon za jarmove 440
 magnetski napon za polove 438
 magnetski napon za zračni raspor 430, 442
 magnetski napon za zube 435
 magnetski napon za željezo 442
 magnetski otpor 419
 magnetski proračun za prazni hod 442
 magnetski proračun za služenje opterećenja 442
 magnetski tok 42
 magnetsko protjecanje 40
 maksimalna vrijednost indukcije 429
 maksimalni moment asinhronog stroja 195
 maksimalni moment sinhronog stroja 163
 masa 319
 masivni rotor 272
 međudavač 306
 međuinduktivitet 14, 490
 međunarodni sistem jedinica 319
 mehanička energija 341
 mehanička snaga 8, 148
 mehanički rad 3, 324
 mirno protjecanje 414
 mjerenje kuta 325
 mjeriva duljina željeza 432
 mjerni motor 289
 mnogofazni kratkospojni namot 521
 moment ispadanja iz koraka 166
 moment istosmjernog stroja 130
 moment izmjeničnog stroja 133
 moment izražen komponentama indukcije i protjecanja 135
 moment jednofaznog stroja 136
 moment u ovisnosti o klizanju 197
 moment kratkog spoja 196
 moment među namotima 371
 moment međuinduktiviteta 371
 moment samoinduktiviteta rotora 370
 moment samoinduktiviteta statora 370
 moment tromosti 323
 moment u dvoosnom sistemu 135
 moment vrtnje 194, 343
 motor 4
 motor s kratkospojenom pomoćnom fazom 263
 motorski rad asinhronog motora 199
 motorski sistem prikazivanja 161, 192

N

nadomjesna shema sinhronog stroja 153
 nadomjesna vrijednost raspora obzirom na zasićenje 494
 nadomjesni raspor 45, 431
 naduzbuđeni sinhroni stroj 158
 naizmjenice polarizirani zubi 277
 namot 24, 448
 namot s jednakim svicima 448
 namot s koncentričnim svicima 448
 namot s paralelnim granama 450
 namotni faktor 82, 454
 namotni faktor za razlomljeni namot 471
 napajanje nesinusnim naponom 217
 napon grane 65, 70

napon harmoničkog člana 459
 napon na četkicama izmjeničnog kolektorskog stroja 488
 napon rotacije 14, 287, 487
 napon rotorskog protjecanja 152
 napon transformacije 14, 487
 napon u štapu 523
 napon vodiča 446
 natkompaundacija 235
 natkomutacija 245
 natpisna pločica 171
 nazivna snaga 169
 nazivne vrijednosti 172
 nesimetrični sistem 118
 neutralna os 65, 95
 neutralna zona 243, 476
 nezavisna uzbuda 223
 nul-vod 91

NJ

njutr 319

O

obodna sila 31, 129
 okretno protjecanje 111, 414
 optimiranje 217
 os četkica 223
 osnovne jedinice 319
 osnovni harmonički član 102
 osnovni harmonički član inducirano-
 g napona 460
 osnovni utorski harmonički članovi 463
 otpor segmenta prstena 527
 otpor štapa 527
 otvoreni motor 216
 otvoreni namot 123

P

paket statora 171
 paralelne grane 62, 123, 450, 479
 paralelne grane kod razlomljenog namota 471
 paralelni spoj grupa svitaka 125, 450
 permeabilnost 41
 petljasti namot 479
 pobjeg serijskog motora 238
 podizač četkica 206
 potkomutacija 245
 poduzbudeni sinhroni stroj 159
 pokretač 206, 242
 pokretanje sinhronog motora 166
 pokretanje preklopom zvijezda-trokut 209
 poligon napona 482
 polni korak 74
 položaj protjecanja u prostoru 185
 pomaćni motor 296
 pomoćna faza 254
 pomoćni polovi 244
 poprečna komponenta 134, 176
 poprečna os 124, 223

poprečni tok kroz utore 435
 poredna uzbuda 223
 postolje 35
 potezna struja 207
 potezni moment 194
 potezni moment jednofaznog motora s po-
 moćnom fazom 258
 potiskivanje struje 210
 potkomutacija 245
 potpuno okretno protjecanje 391
 pravac samouzbuđene 225
 pravilo desne ruke 5
 pravilo desnog vijka 4
 pravilo lijeve ruke 7
 prazni hod 146
 predznak napona i struje 142, 330
 preklopka zvijezda-trokut 209
 preklopke smjera napona i struje 476
 prekretni moment 194
 prekretno klizanje 195
 prematanje 86
 preračunavanje napona, struja i impedancija
 kaveza na primarni namot 533
 preračunavanje struja, napona i impedancija
 pri različitim brojevima faza 500
 prigušenje gibanja 313
 prigušenje promjene brzine vrtnje 313
 prigušni kavez 179
 prijelazne pojave 217
 prijemnik položaja 305
 prijemnik s električkim izlazom 305
 prijemnik s mehaničkim izlazom 305
 prikrata 80
 prilagođavanje asinhronog stroja opterećenju
 195
 prilagođavanje sinhronog stroja opterećenju
 160
 prividna snaga 331
 problemi komutacije 484
 prostorni harmonički član 379
 protjecanje 40
 protjecanje armature 146, 223
 protjecanje dvofaznog namota 116
 protjecanje izmjenične struje po polu 457
 protjecanje kao funkcija 97
 protjecanje pri opterećenju 445
 protjecanje koncentriranog namota 378
 protjecanje namota 457
 protjecanje po paru polova 424
 protjecanje po polu 424, 456
 protjecanje raspodijeljenog namota 380
 protjecanje rotora 146
 protjecanje trofaznog namota 114
 protueksplozijska zaštita 216
 protukompaundacija 225, 235, 237
 protustrujno kočenje 200
 prstenasti rotor 61, 477
 pulsirajuće protjecanje 108, 249, 265
 prstenasta armatura 61, 477

Q

q-os 134

R

računska indukcija u zubu 433
 radna snaga 331
 rashladni krug 35
 rashladni kanali 426
 rasipanje dijela utora s vodičima 511
 rasipanje glava namota 516
 rasipanje kosog dijela utora 511
 rasipanje među glavama zubi 515
 rasipanje okruglog dijela utora 511
 rasipanje slobodnog dijela utora 508
 rasipanje utora složenog oblika 512
 rasipanje zatvorenog utora 512
 rasipna reaktancija 496
 rasipna reaktancija glave namota 516
 rasipna vodljivost glave 516
 rasipna vodljivost među glavama zubi 515
 rasipna vodljivost utora po jedinici duljine 510
 rasipni induktivitet 493
 rasipni tok 46, 492
 rasipni tok među polovima 437
 raspodijeljena uzbuda 49, 378
 raspodijeljeni namot 377
 raspodjela duljine zračnog raspora 52
 raspodjela indukcije u rasporu 52, 402,
 raspodjela protjecanja 52
 raspor 21
 ravnoteža napona 156, 182
 ravnoteža protjecanja 156
 razlomljeni namot 470
 reakcija armature 223, 233
 reakcija armature zbog zasićenja 234
 reaktancija 491
 reaktancija dvostruko ulančenog rasipanja 518
 reaktancija po fazi kaveznog namota 529
 reaktancija segmenta prstena 528
 reaktancija štapa 528
 reaktancija trofaznog namota 499
 reaktancija utorskog rasipanja 513
 reaktancija višefaznog namota 499
 reaktancija zbog skošenja 507
 red prostornoga harmoničkog člana 386
 red vremenskoga harmoničkog člana 386
 reducirana reaktancija 497
 reducirana struja 497
 reducirana visina vodiča 530
 reducirani napon 497
 redukcija napona, struja i impedancija kod skošenja 506
 regulacija brzine frekvencijom i naponom 213
 regulacija brzine asinhronog motora otporima u rotorskom krugu 213
 regulacija brzine vrtnje istosmjernog motora 239
 regulacija napona istosmjernog generatora 239
 regulacija naponom 239
 regulacija naponom i poljem 239
 regulacija poljem 239
 regulacija uzbudom 239
 regulator brzine vrtnje 147

regulator napona 147
 relativna brzina polja prema namotu 189
 reluktancija 177, 337, 419
 reluktantni hibridni motor 283, 368
 reluktantni moment 134, 177, 360
 reluktantni moment pri okretnom polju u rasporu 362
 reluktantni moment pri pulsirajućem polju u rasporu 360
 reluktantni motor 274
 reluktantni motor s naizmjenice polariziranim zubima 279, 366
 reverzno-regulacijski motor 267
 reverziranje 213
 reverziranje motora s kompaundnom uzbudom 230
 reverziranje motora s pomoćnom fazom
 rezultatno protjecanje 147
 rotacijsko gibanje 323, 328
 rotor 25
 rotor bez željeza 272, 289

S

S-zaštita 216
 samoinduktivitet i komutacija 244
 samoinduktivitet zbog glavnog toka 493
 samouzbuda 223
 segmentni pomaćni motor 296
 selsin 304
 serijska uzbuda 223
 serijski generator 235
 serijski motor 228
 shema namota 468
 SI 319
 sila 28, 319, 343
 sila na električni naboj 4
 sila na obod ispresijecan utorima 350
 sila na polove magneta 344
 sila na vodič protjecan strujom 346
 sila na utor i vodič kod promjenljive indukcije u rasporu 353
 sila na vodič i utor 349
 sila na vodič u utoru 348
 simbolični vektor 330
 simetričan petljasti namot 482
 simetrične komponente četverofaznog sistema 394
 simetrične komponente trofaznog sistema 394
 simetrični dvofazni sistem 115, 393
 simetrični m-fazni sistem 117, 395
 simetrični trofazni sistem 90, 114, 394
 simetrični višefazni sistem 117, 393
 simetrično okretno protjecanje 119, 391
 sinhro 304
 sinhrona brzina 169
 sinhrona reaktancija 152
 sinhronizacija 164
 sinhronizacijski uređaj 164
 sistem jedinica M-K-S-A- 320
 sistem jedinica V-A-S-M- 320
 sistem trošila 161
 skošeni utori 503

skošeni vodič 11
 skošenje 503
 skraćeni korak 449
 skraćeni svitak 80
 skraćenje 80
 smjer sile i momenta iz indukcije i protjecanja 133
 smjer struje 330
 smjer vrtnje 32
 specifična rasipna vodljivost dvostruko ulančenog rasipanja 518
 spoj u trokut 91
 spoj u zvijezdu 91
 spojevi za izjednačenje 484
 spojni korak 479
 sporohodni motor 267, 365
 sporohodni motor s unutrašnjim rotorom 268
 sporohodni motor s vanjskim rotorom 268
 srednja vrijednost indukcije u rasporu 425
 srednja vrijednost indukcije za utorski korak 430
 srednja vrijednost vodljivosti raspore 404
 stabilna i nestabilna karakteristika istosmjernog stroja 237, 241
 stacionarno stanje 335
 standardizacija 217
 statička uzbuda 174
 stator 26
 statorska struja 191
 Steinmetzov spoj 261
 struja armature 62, 70
 struja četkice 479
 struja grane 65, 479
 struja izjednačenja preko četkica 484
 struja kratkog spoja 153, 187
 struja magnetiziranja 193
 struja prstena 525
 struja štapa 525
 struja ovisno o klizanju 197
 struja u rotoru 187
 strujni oblog 68, 100
 strujni udarac 205
 strujno protjecanje 419
 stvarna indukcija u zubu 434
 supravodljivi generator 180
 svitak 24

Š

širina svitka 80
 štap 171

T

tahogenerator 309
 tahogenerator istosmjerne struje 309
 tahogenerator izmjenične struje 310
 tahogenerator s nezavisnom uzbudom 309
 tahogenerator s permanentnim magnetom 309
 tangencijalna sila na pol 348
 tangencijalno magnetiziranje 275
 tetivni faktori za više harmoničke članove 458

tetivni namotni faktor 82, 456
 tetivno magnetiziranje 275
 tlečni lijev 207
 točka kratkog spoja 188
 točka praznog hoda 188
 tok u polu 437
 translacijsko gibanje 294, 323
 trapezni utori 211
 trenutna vrijednost momenta 134
 troetažni namot 469
 trofazni dvoslojni namot 468
 trofazni jednoslojni namot 468
 trofazni namot 89
 trofazni sistem 90, 394
 turbogenerator 169

U

ukupna duljina stroja 426
 ukupna rasipna reaktancija namota 519
 ukupna reaktancija 496
 ukupna reaktancija strujnog kruga 519
 ukupni moment pri okretnom polju u rasporu 364
 ukupni moment pri pulsirajućem polju u rasporu 363
 ukupni samoinduktivitet 494
 ukupno okretno protjecanje 399
 ulančeni tok 490
 unipolarni stroj 33
 univerzalni motor 286
 unutrašnji rotor 268
 uputnik 206, 242
 uređaj za prigušenje 313
 utjecaj istaknutih polova na vodljivost raspore 403
 utjecaj poprečnih struja 534
 utjecaj poprečnih struja kod kaveza s neskošenim utorima 534
 utjecaj poprečnih struja kod kaveza sa skošenim utorima 536
 utjecaj potiskivanja struja na otpor i rasipnu vodljivost štapa 529
 utjecaj skošenja 502
 utjecaj utora na vodljivost raspore 404
 utjecaj zasićenja 413
 utor 26
 utorske pulsacije sile 353
 utorski harmonički članovi 405, 410, 463
 utorski korak 98
 utorsko rasipanje 508
 uzbuda 107, 378
 uzbuda koja mehanički rotira 403
 uzbuda s rotirajućim ispravljačima 174
 uzbuda višefaznoga okretnog protjecanja 403
 uzbudna struja 174
 uzbudni dio stroja 28
 uzbudni namot 21
 uzbudnik 174
 uzdužna komponenta 134, 176
 uzdužna os 134

V

valoviti namot 479
valovitost napona i struja 246
vanjska karakteristika 234
vanjski otpor 204
vanjski rotor 268
vektor indukcije 104
vektor izmjeničnog protjecanja 388
vektor protjecanja 103, 455
vektor pulsirajućeg protjecanja 108, 388
vektor strujnog obloga 103
vektorski dijagram 143
virtualni pomak 343
višebrzinski motor 215
višefazni namot 88, 182, 466
višefazni stroj 88
višefazno protjecanje 390
višestruki poligon napona 482
viševojni namot 480
viši harmonički članovi protjecanja 102, 461
viši harmonički članovi u okretnom polju 396
viši harmonički članovi za istosmjernu uzbuđu 461
viši harmonički članovi za izmjeničnu uzbuđu 461
viši harmonički članovi za simetrični dvofazni sistem 461
viši harmonički članovi za simetrični trofazni sistem 461
vlastita mreža 155

vodljivost raspora 403
vodljivost raspora s obzirom na gibanje rotora 405
vremenski harmonički član 386, 396
vrste zaštite motora 215
vrtložne struje 57

Z

zabranjene jedinice 322
zakon protjecanja 40
zakret položaja 306
zakretni kratkospojni motor 296
zakretni moment 323
zamašni moment 325
zasićenje u željezu 413
zatvoreni motor 216
zavoj 23
zona namatanja 88
zonski faktori za više harmoničke članove 457, 462
zonski namotni faktor 79, 455, 462
zonski namotni faktor za dvofazni namot 463
zonski namotni faktor za jednofazni namot 463
zonski namotni faktor za trofazni namot 463
zračni raspor 14, 21
zubi 26
zvijezda napona 467
zvjezdaste 91

Izdavačka radna organizacija
»Školska knjiga«
Zagreb, Masarykova 28

Za izdavača
dr Josip Malić

Grafički urednik
Marijan Goršić

Korektor
Milivoj Pilja

Tisak dovršen u listopadu 1989.