

Zvonko Benčič

SJEĆANJA NA PROFESORA ĐURU ŠVARCA (SCHWARZA)

Urednik:

prof. dr. sc. Zvonko Benčić

Recenzenti:

dr. sc. Branko Hanžek
prof. dr. sc. Neven Mijat
prof. dr. sc. Vladimir Naglić

Grafička priprema i lektura:

Riječ i slika, Zagreb

Nakladnik:

KIKLOS – KRUG KNJIGE d. o. o.

ISBN: 978-953-7992-13-2

CIP zapis dostupan u računalnom katalogu
Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu
pod brojem 001060178.

Tisak:

Denona d. o. o., Zagreb

Zvonko Benčić

**SJEĆANJA
NA PROFESORA
ĐURU ŠVARCA**

KIKLOS – KRUG KNJIGE
Zagreb, 2020.



Profesor Đuro Švarc na omiljenom stoliću i asistent Vladimir Naglić

Sadržaj

Predgovor.....	1
Uvod.....	3
1. Životopis.....	5
2. Podrijetlo obitelji Đure Švarca.....	8
3. Maturirao u Zagrebu, završio Višu tehničku školu u Beču.....	9
Matura u Zagrebu	9
Završni ispit na Višoj tehničkoj školi u Beču.....	11
4. Nakon završetka Visoke škole u Beču – rad u Zagrebu	17
5. Rad u elektroprivredi Argentine (Buenos Aires)	18
6. Rad kod Jugoslovenskih državnih željeznica u Zagrebu.....	19
7. Zatočeništvo u Jasenovcu	22
8. Službovanje na Tehničkom / Elektrotehničkom fakultetu	32
Habilitacija	32
Izbor za izvanrednog profesora	36
Disertacija.....	36
Sadržaj disertacije (naslovi poglavlja)	39
Kratki sadržaj disertacije (résumé).....	39
Udžbenik <i>Električni titrajni krugovi</i> , I. dio	43
Izbor za redovitog profesora.....	47
Članci	49
Članak O provjetravanju sušačkog tunela.....	51
Pronalasci	54
Predavanja i ispiti iz Električnih titrajnih krugova.....	55
Ispiti.....	62
9. Društvena zaduženja na Elektrotehničkom fakultetu.....	63
10. Prometna nesreća	64
Pogovor	66

RADOVI – PODRUČJE ŽELJEZNICE

Vagonsko električno osvetljenje, <i>Saobraćajni pregled</i> , 5 (1934), str. 78-87, (10. 02. 1934.).....	70
O provetravanju sušačkog tunela, <i>Saobraćajni pregled</i> , 6 (1935), str. 306-311, (rujan, 1935.).....	80
Razmatranje konstrukcije voznih i strujnih linija za elektrifikaciju željeznica, <i>Saobraćajni pregled</i> , 8 (1936), str. 246-249, (kolovoz, 1936.).....	86
Prinos konstrukciji voznih linija električnih željeznica, <i>Elektrotehnički vesnik</i> , 8-9 (1949), str. 199-207.....	90
Ein Beitrag zur Konstruktion der Fahrlinien elektrischer Bahnen, <i>Elektrotechnik u. Maschinenbau</i> , 69 (1952), str. 151-152, (15. 03. 1952.).....	99

**RADOVI – PODRUČJE PRIJENOSA I RAZDIOBE
ELEKTRIČNE ENERGIJE**

Moderni izolator za nadzemni vod, <i>Tehnički list</i> , 15 (1930), str. 211-214, (15. 8. 1930.); 16 (1930), str. 218-222, (31. 8. 1930.)	102
Električno uzemljenje sistem <i>Copperweld</i> , <i>Tehnički list</i> , 22/23 (1933), str. 332-334, (15. 12. 1933.).....	111
Jednostavni dokaz za konstrukciju pogonskog dijagrama dalekovoda po Ossanni, <i>Elektrotehnički vesnik</i> , 7-8 (1950), str. 188-192.....	114

RADOVI – PODRUČJE TITRAJNIH KRUGOVA

Razmatranja o treptaju, <i>Elektrotehnički vesnik</i> , 11/12 (1954), str. 357-361; 1/2 (1955), str. 25-30.	122
Über das Wesen verschiedener Kopplungsarten zweiter gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung, <i>Archiv f. Elektrotechnik</i> , Bd. XLIV, Heft 4 (1959), str. 234-250.....	134
Das Verhalten zweier kombiniert gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung bei allmählicher Verkleinerung ihrer Kopplungselastanz, <i>Archiv f. Elektrotechnik</i> , Band XLVII, Heft 4 (1962), str. 234-256.	151

Predgovor

Odlučio sam zabilježiti sjećanja na profesora Đuru Švarca jer već danas ima malo ljudi koji su ga osobno poznavali ili doživjeli. Ako se ne zapiše, ostat će samo vrlo oskudna i porazbacana dokumentacija.

Odlučio sam napisati monografiju i u znak osobne zahvalnosti Đuri Švarcu na preporuci kojom mi je omogućio upis na poslijediplomski studij fizike čvrstog stanja na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. U proljeće godine 1964. riješio sam osnovne uvjete materijalne egzistencije: vojnu obvezu i stalno zaposlenje u Elektrotehničkom institutu *Rade Končar*. Nisam želio gubiti vrijeme pa sam upravu Instituta zamolio da mi plati poslijediplomski studij na Elektrotehničkom fakultetu u Zagrebu. Glatko su me odbili uz obrazloženje da se “prethodno moram dokazati poslom”. Tako sam odlučio upisati poslijediplomski studij na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu (što mi je bila davna želja), koji je bio znatno jeftiniji (otprilike plaća i pol po godini studija). Nužne su bile dvije preporuke. Profesor Švarc bio je iznimno susretljiv, kao i profesorica Milena Varićak s Prirodoslovno-matematičkog fakulteta (PMF), iako me dotad nije osobno poznavala.

U dokumentima o profesoru njegovo je ime i prezime bilježeno na različite načine: Đuro Schwarz, Gjuro Schwarz, Đuro Švarc, Gjuro Švarc i Dj. Svarc. Po povratku iz Argentine 1930. godine članke je potpisivao s Đuro Švarc. No, na koricama disertacije napisao je Đuro Schwarz (Švarc). U monografiji odabrana je kombinacija Đuro Švarc, bez obzira na to o kojem je razdoblju njegova života riječ.

U dodatku su navedeni svi objavljeni radovi Đure Švarca, svrstani u područja: željeznice, prijenosa i razdiobe električne energije te titrajnih krugova.

Zahvaljujem svim institucijama koje su dale na uvid arhivsku građu o profesoru Đuri Švarcu. To su redom:

Državni arhiv u Zagrebu

Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Gradska knjižnica Zagreb

Medicinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu

Nacionalna i sveučilišna knjižnica u Zagrebu

Zavod za intelektualnu svojinu Republike Srbije

Židovska općina Zagreb.

U arhivu Sveučilišta u Zagrebu i u knjižnici Građevinskog fakulteta u Zagrebu nije pronađen dosje prof. Švarca.

Zahvaljujem prof. dr. sc. Vladimiru Nagliču na mnogim informacijama proisteklim iz njegova zajedničkog rada s prof. Švarcom u tadašnjem Zavodu za osnove i mjerenja u slaboj struji (danas Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija) tadašnjeg Elektrotehničkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Također zahvaljujem na informacijama prof. dr. sc. Nevenu Mijatu, koji je još kao student slušao predavanja prof. Švarca i koji se zaposlio na tom Zavodu godinu dana prije umirovljenja prof. Švarca. Zatim zahvaljujem dr. sc. Josipu Zdenkoviću, koji mi je pokazao mjesto sabirnog logora na Zavrtnici u Zagrebu, kao i samostalnom savjetniku Saši Zdravkoviću iz Zavoda za intelektualnu svojinu (Odeljenje za mašinstvo, elektrotehniku i opštu tehniku) Republike Srbije na velikom zalaganju u potrazi za patentima prof. Švarca.

Veliku pomoć u uređivanju teksta pružili su mi recenzenti dr. sc. Branko Hanžek, prof. dr. sc. Neven Mijat i prof. dr. sc. Vladimir Naglič. Ukazivanjem na detalje potaknuli su dublja istraživanja i time znatno proširili *Sjećanja na profesora Đuru Švarca*.

Zahvaljujem tvrtki *Riječ i slika* na lekturi i prijelomu, a tiskari *Denona* na kvalitetnom tisku i opremi.

Zagreb, 6. veljače 2020.

Zvonko Benčić

Uvod

Svaki put kad dođem u grad Cres, kad prođem rivom pored kuće koja u razini prvog kata ima terasu, sjetim se profesora Švarca. Naime, kasnih 60-ih godina prošlog stoljeća ta je terasa bila jedno od rijetkih mjesta u gradu Cresu gdje se moglo ručati. Pansion je držala gospođa Jelica. Tu sam na ručku 1970. ili 1971. godine, više ili manje redovito, susretao profesora Švarca. U jednom času nekoliko ga dana nisam viđao. Susreo sam ga na rivi i upitao što se dogodilo. Profesor mi je rekao da više ne može ručati kod Jelice jer mu je zadnji puta donijela juhu u koju je umočila palac. Da je Švarc bio vrlo pedantan ispričao mi je prof. dr. sc. Neven Mijat. Naime, Švarc je u ormaru u svojem kabinetu držao tako uredno složene knjige i papire da se povremeno žalio da netko “neovlašteno” ulazi u njegovu sobu.

Monografiju sam odgađao više od pet godina. Mislio sam “ima vremena”, i onda sam shvatio da je vrijeme “iscurilo” i da sve ide prema nekom svojem kraju (pogledajte npr. u [1] i [2] sliku Albrechta Dürera *Melankolija I*). Kad sam 1. kolovoza 2019. došao na Cres, trgnuo sam se, ostavio sve “hitne poslove” koje sam donio i počeo pisati *Sjećanja*



Sl. 1.: Prof. dr. sc. Đuro Švarc (Koprivnica, 24. ožujka 1901. – Zagreb, 10. studenog 1980.)



Sl. 2.a): Krajnja lijeva zelena zgrada uz more ima terasu na kojoj se nekad ručalo



Sl. 2.b): Terasa danas (snimio autor 26. kolovoza 2019.)

1. Životopis

24. ožujka 1901. rođen u Koprivnici¹, kotar Bjelovar (otac: Vilim, Vilko; majka: Nina)
- šk. god. 1911./1912. –
– šk. god. 1914./1915. Kr. mala realna gimnazija u Koprivnici
- šk. god. 1915./1916. –
– šk. god. 1915. – 1919. Kr. II. realna gimnazija u Zagrebu
25. lipnja 1919. maturirao na Kr. II. realnoj gimnaziji u Zagrebu
14. ožujka 1925. položio tzv. praktični dio ispita na Visokoj tehničkoj školi u Beču, Odjel za strojarstvo, Pododjel za elektrotehniku
4. srpnja 1925. položio II. državni ispit (usmeni dio ispita) za elektrotehničkog inženjera
16. siječnja
– 16. listopada 1926. odslužio vojni rok
10. siječnja 1927. zaposlio se u Mašinskom odjeljenju Direkcije JDŽ-a u Zagrebu
- 13./14. prosinca 1928. položio telegrafski ispit (ocjena: vrlo dobar)
31. kolovoza 1929. dao ostavku na službu u JDŽ-u, odlazi u Argentinu
29. studenog 1929.
– 13. srpnja 1930. radio u Compania Anglo-Argentina de Electricidad u Buenos Airesu kao inženjer projektant

¹U [3] spominju se u Koprivnici i Podravini sljedeće osobe prezimena Schwartz / Schwarz / Švarc: obitelj Schwartz / Švarc, 1896. vlasnici svratišta / hotela *K caru austrijskom* (Zur österreichische Kaiser); **Ljudevit Schwarz**, 1906. unionistički zastupnik Koprivnice u Hrvatskom saboru; **Adolf Schwarz**, direktor Kemijske tvornice umjetnog gnojiva Danica, 1922. potpisao ugovor o osnivanju Prve jugoslavenske tvornice šarafa; **Makso Švarc** i **Ignac Schwarz**, 1907. članovi Upravnog odbora Koprivničkog paromlina; **Ignac Schwarz**, 1916. zaposlen u Tvornici umjetnog leda; **Otto** i **Anton Švarc**, 1905. vlasnici Trgovačkog prometnog društva za ugalj; **Heinrich Schwarz**, 1876. trgovina muške odjeće; **Aurel** i **Rudolf Schwarz**, **Cifo Schwarz**, trgovina odjele; **Žaki Švarc**, limarija; **Milan Švarc**, u međuratnom razdoblju vlasnik svratišta *Car*; **Hinko Švarc**/ **Schwarz**, poslije njegov sin **Aurel**, trgovina odijela za gospodu i djecu; te u tridesetim godinama XX. stoljeća: **dr. Branko Švarc** (odvjetnik i gradonačelnik Koprivnice), **Đuro Švarc** (inženjer), **Hugo Schwarz** (?) i **Zlatko Švarc** (kemičar).

15. srpnja – 22. rujna 1930. radio u Western Electric Company of Argentina u Buenos Airesu kao inženjer projektant
1931. vratio se u Zagreb
9. lipnja 1931. ponovno se zaposlio u Mašinskom odjeljenju Direkcije JDŽ-a u Zagrebu
- 27./28. prosinca 1931. položio ispit za mašinovođu (ocjena: dobar)
12. lipnja 1932. oženio se Helenom rođ. Metsch
1. rujna 1932. razveo se od supruge
- 27./28. listopada 1932. položio saobraćajni ispit (ocjena: vrlo dobar)
29. studenog 1932. položio elektromašinski ispit (ocjena: vrlo dobar)
25. ožujka 1933. oženio se Olgom rođ. Vasiljević-Rodatić (želj. činovnica, rođena 29. studenog 1903.)
11. ožujka 1936. ukazom Nj. V. Kralja odlikovan Ordenom sv. Save 5. reda
26. studenog 1936. rodio mu se sin Dragan (Emil)² [4]
- 13./14. travnja 1938. položio stručni ispit kod Ministarstva saobraćaja elektromašinske struke u Beogradu (odgovara ispitu za “povlašćenog inženjera” (ocjena: vrlo dobar)
31. svibnja 1941. prisilno umirovljen nakon formiranja Nezavisne Države Hrvatske
30. kolovoza 1941. uhićen u Zagrebu te interniran u logor Jasenovac
17. travnja 1942. otpušten iz Jasenovca
30. lipnja 1945. ukinuto rješenje o prisilnom umirovljenju, zaposlio se u Strojarskom odjeljenju Ravnateljstva Zagreb
29. prosinca 1945. “preuzet u službu” kod Direkcije JDŽ-a u “svojevlastitu glavnom referenta za jaku struju”
15. kolovoza 1947. postavljen za asistenta na Katedri za proizvodnju, prijenos i razdiobu električne energije TF-a

²Dr. Svarc D. Emile; optometričar, 2100 Avenue de Marlowe, Montréal, QC H4A 3L5, Kanada (adresa je vjerojatno točna jer se navodi da je 2016. imao 80 godina) [4], [5]. Prema [4] imigrirao je u Kanadu 1981. godine. No, prema kazivanju prof. Nagliča, nakon stažiranja u Zagrebu (oko 1962.), zajedno sa suprugom Milicom, imigrirao je u Izrael, a nakon kratkog boravka u Izraelu u Kanadu. U Kanadi je položio diferencijalne ispite iz medicine, nostrificirao diplomu Medicinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu i otvorio uspješnu oftalmološku ordinaciju. Ime Emil vjerojatno je dobio po baki s majčine strane Emiliji Vasiljević-Rodatić.

1950. postavljen za predavača iz predmeta Titrajni krugovi na TF-u
1. lipnja 1953. prihvaćena habilitacijska radnja
18. prosinca 1953. habilitiran³ te izabran za sveučilišnog docenta iz predmeta Teorija električnih sklopova⁴ na TF-u
1955. izabran za docenta iz predmeta Titrajni krugovi na TF-u
1. srpnja 1956. zasnovao radni odnos na neodređeno vrijeme na ETF-u
1959. objavio sveučilišni udžbenik *Električni titrajni krugovi, I. dio*
1960. predao disertaciju
11. srpnja 1960. izabran za izvanrednog profesora ETF-a
7. lipnja 1961. doktorirao na ETF-u
9. studenog 1965. izabran za redovitog profesora ETF-a
1. listopada 1971. umirovljen, starosna mirovina (priznati radni staž u rješenju o mirovini: 44 g., 2 mj. i 5 dana)
10. studenog 1980. umro i pokopan na groblju Mirogoj u Zagrebu (odjel GI, polje 3, razred I, broj 41).

Tumač pokrata

ETF	Elektrotehnički fakultet Sveučilišta u Zagrebu
TF	Tehnički fakultet Sveučilišta u Zagrebu
JDŽ	Jugoslovenske državne željeznice

Navedeni datumi napredovanja na Tehničkom / Elektrotehničkom fakultetu u Zagrebu preuzeti su iz izvješća [6], [7] i [8]. Međutim, u publikaciji [9] neki datumi napredovanja na stranici 64 razlikuju se od datuma napredovanja iz životopisa na stranici 168 za jednu školsku godinu, tablica 1. Podaci o napredovanju na Tehničkom fakultetu nisu se mogli provjeriti zato što u arhivu Sveučilišta u Zagrebu i u knjižnici Građevinskog fakulteta u Zagrebu (koji je preuzeo arhivsku građu Tehničkog fakulteta u Zagrebu), nema dosjea prof. Švarca.

³Habilitacijski postupak obuhvaća: 1. izradu samostalne znanstvene studije u obliku habilitacijskog rada; 2. habilitacijski kolokvij obrane rada iz određenog znanstvenog područja; 3. habilitacijsko predavanje pred vijećem nastavnika i studentima te utvrđivanje pedagoških sposobnosti izvođenja nastave.

⁴Predmet ne postoji u nastavnom programu Tehničkog fakulteta; sigurno je zabuna, radi se o predmetu Teorija električnih krugova.

Tablica 1.: Napredovanje Đure Švarca kroz nastavna zvanja

Nastavno zvanje	Spomenica 1919. – 1969.	
	str. 64, od akad. god.	str. 168, od akad. god.
asistent	1948./1949.	–
povjera predavanja	–	1949./1950.
honorarni nastavnik	1950./1951.	–
predavač	1951./1952.	1950./1951.
docent	1954./1955.	1953./1954.
izvanredni profesor	1960./1961.	1959./1960.
redoviti profesor	1966./1967	1965./1966.

Iz osobnog kartona radnika saznaje se da je potpuno poznao njemački i španjolski, a djelomično engleski i francuski jezik.

2. Podrijetlo obitelji Đure Švarca

Đuro Švarc bio je aškenaski Židov⁵. Prema [10], njegova obitelj doselila se u Hrvatsku iz područja Karpata (vjerojatno iz Slovačke). U [11] navedeno je sljedeće:

“Prvi su Židovi u Koprivnicu došli 1800. godine kada su se četiri židovske obitelji s trinaest članova naselile u jedan dio grada. I to u četvrt gdje je bila kuća koprivničkog krvnika, jer im je samo tu bilo dopušteno nastaniti se.

Taj se dio zove Friedmanov brijeg, prema prezimenu krvnika. No život je trebalo započeti pa makar i blizu mjesta koje su domaći stanovnici zvali ‘Pri galgah’ zbog blizine stratišta. No nekog izbora, kao što vidimo, za Židove baš i nije bilo. Pedeset godina poslije Židovi su se počeli masovnije naseljavati i 1852. osnovana je Židovska općina u Koprivnici. A uskoro, kako to već običaji i vjera nalažu, podignuto je i židovsko groblje koje je u to vrijeme bilo smješteno izvan grada.

⁵ Aškenazi su Židovi čiji preci potječu iz sjeverne, srednje ili istočne Europe, za razliku od Sefarada, koji potječu iz Španjolske, Portugala i sjeverne Afrike. Poznati aškenaski Židovi su: Albert Einstein, Anne Frank, Gustav Mahler, Sigmund Freud, Golda Meir, Franz Kafka, Heinrich Heine, George Gershwin, Marc Chagall, Shimon Peres, Isaac Asimov i dr.

Židovski trgovci, posebice iz Austrije i Mađarske, Moravske, Češke i Njemačke rado su zalazili u Koprivnicu. Među njima bilo je i onih koji su prodavali kojekakvu robu i potrepštine za domaćinstvo. Svu svoju trgovinu nosili bi na leđima i zvali su ih pokućarci, hodali bi od kuće do kuće, od vrata do vrata i nudili robu, no obvezno već u četvrtak vraćali bi se kući kako bi za šabatni blagdan bili s obitelji.

Pojedini trgovci poslije su se za stalno naselili u Koprivnici...”

Židovima je u Hrvatskoj, Carskim patentom iz 1860. godine, bilo dopušteno posjedovanje nekretnina, a temeljem zaključka Hrvatskog sabora od 19. rujna 1873. bili su izjednačeni u pravima s ostalim građanima.

Vjerojatno se obitelj Đure Švarca doselila u Koprivnicu u drugoj polovini XIX. stoljeća. Njegovi su se roditelji bavili trgovinom. Bankrotirali su za vrijeme ili odmah poslije Prvog svjetskog rata. Supruga Đure Švarca bila je srpske narodnosti [10].

3. Maturirao u Zagrebu, završio Višu tehničku školu u Beču

Matura u Zagrebu

Đuro Švarc maturirao je na Kraljevskoj II. realnoj gimnaziji u Zagrebu. Primjerice, u njegovoj generaciji maturirao je Fran Bošnjaković (Zagreb, 1902. – Stuttgart, 1993.), istaknuti hrvatski znanstvenik iz područja nauke o toplini; profesor na sveučilištima u Beogradu, Zagrebu, Braunschweigu i Stuttgartu,



Sl. 3.: Švarc je tijekom gimnazijskih dana u Zagrebu stanovao u Mesničkoj ulici 28 (žuta zgrada u prvom planu, snimio autor 11. listopada 2019.)

rektor Sveučilišta u Zagrebu, član akademija u Zagrebu, Heidelbergu i Veneciji); Franjo Dugan, ml. (Zagreb, 1901. – Zagreb, 1934.), sin Franje Dugana st., glasovitog orguljaša zagrebačke prvostolnice, diplomirao 1927. godine pri brodograđevnom odjelu Tehničkog fakulteta u Zagrebu i odmah prihvatio mjesto profesora matematike, fizike i brodogradnje u Pomorsko-trgovačkoj akademiji u Bakru, skladatelj; Dobriša Cesarić (Požega, 1902. – Zagreb, 1980.), jedan od najvećih hrvatskih pjesnika.

U zapisniku o ispitu zrelosti zabilježena su postavljena pitanja i postignute ocjene iz francuskog jezika, povijesti i zemljopisa, matematike i fizike.

Francuski: An marquis de Pomponne, list gđe du Sevine
Čitanje, prevođenje, gramatika. (ocjena: 2)

Povijest i zemljopis: Etnografske prilike na našoj obali Jadr. mora
Industrijalna snaga Hrv., Bosne i Srbije
Ministri, ??? i drž. savet u Kraljevini Srbiji
Rimska Panonija i Dalmacija. Uređenje hrv. dvora za kraljeva nar. krvi.
Vladar, časnici, ban, i župani. (ocjena: 1)

Matematika: 1.) $x + y = 9$
 $\sin x + \sin y = 0,20337$
2.) Odredite jedn. tangente na parabolu $y^2 = 4x$ tako da bude okomita na pravac $y = 2x + 7$.
3.) Kako glasi 4. član binomnoga razvoja
 $\left(\frac{2}{3}x - y\right)^{10} = \dots$ (ocjena: 2)

Fizika: 1.) Polarizacija i dvolom svjetla
2.) Maksima i minima barometrička. Ciklona i anticiklona.
3.) Mjerenje koeficijenta rastezanja kod tekućina (ocjena: 2)

Uočimo: Švarc je njemački i francuski učio u gimnaziji. Njemački je usavršio studiranjem na Visokoj tehničkoj školi u Beču, a španjolski dvogodišnjim radom u Argentini.

Završni ispit na Višoj tehničkoj školi u Beču

Budući da su mu roditelji bankrotirali, na studij se uputio s “ruksakom” graha. Preživljavao je dajući instrukcije i radeći “što je stiglo”, o čemu je sam govorio prof. Nagliću [10].

167 Br. 18 Ispitivan dne 25. lipnja 1919. prije podne.

Ime i prezime, dan i godina, mjesto i domovita rođenja, vjera ispitanikova	Uspjeh	P r e d m e t i						
		Školski jezik	Hrvatski jezik	Njemački jezik	Franc. jezik	Zemljopis	Povijest	Matematika
Schwarz Đuro 24. rujna 1901. Koprivnica Hrvatska ev.	u VIII. razredu I. polugod.	2	2	2	3	2	2	3
	II. polugod.	2	3	2	3	2	2	3
	predispita							
Svrši o ove nauke: I-IV. u hrv. realg. gimn. u Koprivnici, V-VIII. u hrv. V. real. gimn. u Zagrebu od šk. god. 1914/15. - 1918/19.	plamenoga ispita zrelosti		3	2	1			
		Hrvatski jezik		Njemački jezik		Francuski jezik		
						Des marquise de Compoint, lieutenant du Sirey. Cikladi, pers. vrtovi, gran. lika.		
Podvrgao se prvi put ispitu zrelosti kao (staviti ime, prez., i rođ. mjesto)								
Đuro učenik								
Uspjeh ispitu zrelosti (kao s odličkom, kao većinom glasova, kao jednoglasno za polazak, niska: nije zreo za polazak, niska - odličan na 2. godinu, odličan na godinu dana)		Zreo s odličkom za polazak visokih tehničkih nauka.						

Sl. 5.: Zapisnik ispita zrelosti (ocjena 1 znači odličan, 2 vrlo dobar, 3 dobar i 4 dovoljan) (izvor: Državni arhiv u Zagrebu)

Svjedodžba izdana dne 26 lipnja 1917. pod br. 18 168

Predmeti						Bilješke
Opisno mjerstvo	Priredbe i izmjene	Fizika	Kemija	Filozof. propedev.	Prostorako risanje	
3	2	2	2	2	3	
3	2	2	2	1	3	
2						
Prijest i zemljopis		Matematika		Opisno mjerstvo		Fizika
Unogostolje pri- stupa u zračni obolje pod mora Industrija lue onoga glav. Bo- ne i st. 6. 1. 1. Kimisti, misle stevijalni i id. 1. pavet u kraj. Srbiji. Rimski Dvorski i Dvorski Mladunje lue dvorca za kralj- ca par. kralj. i o. 1. 1. 1. 1. 1. lue i 1. 1. 1. 1. 1.		1) $x + y = 9$ $\sin x + \sin y = 0,26337$ 2) Okružje jedn. tan- glav. na pravcu $y^2 = 4x$ tako da bude oku- piti na pravcu $y = 2x + 7$ 3) Kako glavi 4. 1. 1. kucanoga pravca $(3x - 4y)^{10} = \dots$				1) Polarizacija i dvostruki prijelaz 2) Skupina i mislina Gues- metika. C. Klein i ant. 1. 1. 1. 3) Skupina i juna rasturanje 1. 1. 1. 1. 1.

Ja poleđnini diplome št. 910 od 1925.god. Tehničke Visoke Škole u
Beču nalazi se sledeće

(Taksema marka) broj: 652/1931
100.- dinara.)

Zagreb, 26. aprila 1931. ✓

У В Ј Е Р С Б Е

Savjet Tehničkog fakulteta Univerziteta Kraljevine Jugoslavije u Zagrebu nostrificirao je na osnovi čl. 4 Zakona o nostrifikovanju (primanju) diploma sa stranih Univerziteta i Visokih škola, koju je Švarc Đuri, rođ. 24. marta 1901 u Koprivnici i zavičajnom u Koprivnici, izdala Visoka tehnička škola u Beču dne 4. jula 1925 kao ekvivalentnu diplomu inženjera elektrotehnike Tehničkog fakulteta Univerziteta Kraljevine Jugoslavije u Zagrebu, a u potvrdu toga stavlja se na osnovi čl. 6 cit. Zakona ovo uzjerenje na poleđnini nostrificirane svedоче.

И.П.

Д е к л а р а :
Марковић с.р.

Сведоци:

ЗА ИСПРАВНОСТ ПРЕПИСА ЈАМ-П :

Sl. 6.: Potvrda o nostrifikaciji završnog ispita Đure Švarca na Visokoj tehničkoj školi u Beču-
(izvor: arhiva FER-a)

U dosjeu Đure Švarca u arhivi Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu nađeno je Uvjerenje, datirano 26. travnja 1931. godine, sljedećeg sadržaja: "Savjet Tehničkog fakulteta Univerziteta Kraljevine Jugoslavije u Zagrebu nostrificirao je na osnovi čl. 4 Zakona o nostrifikovanju (primanju) diploma sa stranih Univerziteta i visokih škola, koju je Švarc Đuri, rođ. 24. marta 1901 u Koprivnici i zavičajnom u Koprivnici, izdala Visoka tehnička škola u Beču dne 4. jula 1925 kao ekvivalentnu diplomu inženjera elektrotehnike Tehničkog fakulteta Univerziteta Kraljevine Jugoslavije u Zagrebu, a u

Prepis.

VIŠKA TEHNIČKA ŠKOLA U WIENU.

Ispitni protokol broj 91e od god.1925.

MAŠINSKI FAKULTET

Pod odio za elektriku.

SVJEDODŽBA DRŽAVNOG ISPITA .

15.000 austr.Kr.biljeg

DRUGI DRŽAVNI ISPIT .

GOSPODIN S C H W A R Z G J U R O

rođen 1901. u Koprivnici u Hrvatskoj je u godinama 1919/20-1922/23.

pohađao Višku tehničku školu u Wenu kao redoviti slušač, te je u vremenu

od 9 - 14 marta 1925.

položio praktični ispit, a danas pred dolje navedenom komisijom usmeni ispit.

Na temelju niže navedenih uspjeha izvadjenih iz ispitnog protokola je kandidat prema propisima bivšeg o.i. kr.ministarstva za prosvjetu i vjere od 24. marta 1912. R.G.B.I.broj 59

drugi državni ispit iz elektrotehnike

p o l o ž i o

te je time po § 1. carske naredbe od 14. marta 1917. R.G.B.I. broj 130 ovlašten nazivati se staleškom o nakom "Ingenieur" / Ing. /

Wien, 4. jula 1925.

Komisija za državni ispit.

P r e d s j e d n i k :

Prinavessi, v.r.

ispitni komesari:

Hochenegg, v.r.

Kann, v.r.

Hiecke, v.r.

Jellig, v.r.

Hruschka, v.r.

Vist, v.r.

Reithoffer, v.r.

List, v.r.

Kobes, v.r.

./.

Sl. 7.: Prijepis svjedodžbe Visoke tehničke škole u Beču, kojom škola potvrđuje da je Gjuro Schwarz "u vremenu od 9 - 14 marta 1925." položio II. državni ispit iz elektrotehnike i da ima pravo na titulu "Ingenieur (Ing.)" (izvor: arhiva FER-a)

IZVADAK IZ ISPITNOG PROTOKOLA.

DOKAZANI USPJESI.

Predispitni predmeti		Redovi
Elementi niže	Predmet	dobro
Geodezije	Praktične vježbe	dobro
Enciklopedija tehničkemije		dobro
Enciklopedija	Predmet	dobro
gradjevinarstva	Konstruktivne vježbe	vrlo dobro
Enciklopedija inženjerskih znanosti		dovoljno
Knjigovodstvo tehn.poduzeća		dovoljno
Praktični ispit		dovoljno

Redovi utvrđeni po komisiji za držav.ispit.		
Predmeti teoretskog ispita	Po svetođbama pojedinačnih ispita	Po rezultatima usmenog ispita
Elektrotehnika	--	dobro
Mehanička tehnologija	dobro	--
Teorijska nauka o strojevima	dobro	--
Strojstvo	--	dobro

Odlika dobivena iz: ---

Odluke su usvojene jednoglasno.

Wien, dne 4. jula 1925.

Predsjednik:

/L.S./

Primavest, v. .

Ostalo ispuštivši

Biljed od 10. Din. poništen.

Ovime se potvrđuje, da je ovaj prepis sa predloženim mi izvorom posve suglasan.

Saglasili:

OPRAVNIŠTVO KR.KOT.SUDA
U Kopriivnici dne 9. XI.1926.
M.P. Kr.sud.official: Krusac, v.r.
DA JE PREPIS VERAN PREPISU ORIGINALA, TVRDI:

potvrdu toga stavlja se na osnovi čl. 6. cit. Zakona ovo uvjerenje na poledini nostrificirane svedodbe.”

4. Nakon završetka Visoke škole u Beču – rad u Zagrebu

Nakon završetka Visoke škole u Beču do odsluženja vojnog roka kratkotrajno je radio u manjim tvrtkama, tablica 2. U mornarici je stekao čin narednik-đak tehničar i položio je ispit za inž. poručnika (u FNRJ priznat čin rezervnog inženjerskog poručnika). Drugih podataka o tom razdoblju nema.

Nakon odsluženja vojnog roka do odlaska u Argentinu radio je oko dvije godine u Jugoslavenskim državnim železnicama, tablica 3.

Tablica 2.: Zaposlenje Đure Švarca od diplomiranja do odsluženja vojnog roka

Tvrtka	od	do	Zanimanje
Danica, Koprivnica [12]	24. 07. 1922.	22. 09. 1922.	student
Jugoslavenska tvornica šarafa, Koprivnica [12]	01. 08. 1923.	30. 09. 1923.	student
Ing. A. Kleinkind, Zagreb [12]	01. 11. 1925.	30. 11. 1925.	radionički [9], [14] odn. pogonski [15], inženjer
Viking Radio-Baltic [14]			radionički [9], [14] odn. pogonski [15], inženjer
Vojni rok [13]	16. 01. 1926.	16. 10. 1926.	odslužio u stalnom kadru u mornarici

Tablica 3.: Zaposlenje Đure Švarca kod JDŽ-a od odsluženja vojnog roka do odlaska u Argentinu [13]

Datum	Razlog	Status	Odjeljenje
10. 01. 1927.	primljen u službu	dnevničar	Mašinsko odjeljenje Direkcije Zagreb
23. 06. 1927.	postavljenje	činovnik T. 9. 1.	"
31. 08. 1929.	dao ostavku na službu radi zaposlenja u struci	činovnik T. 9. 1.	"

U to je vrijeme Švarc bio prvi tajnik Udruženja jugoslavenskih inženjera i arhitekata (U.J.I.i.A.) Sekcije Zagreb. U prosincu 1927. sazvana je protestna skupština U.J.I.i.A.:

**Zapisnik protestne skupštine Udruženja Jugoslaven-
skih Inženjera i Arhitekta — Sekcije Zagreb, održane po-
vodom glasila o ukidanju zagrebačkog Tehničkog Fakulteta,
u društvenim prostorijama dne 14. decembra 1927 u 21 sat.**
Prisutni gg. Ing.: Dr. Erik Alexander, Josip Boncelj,
Dr. Pavao Deutsch, Đuro Domaćinović, Božidar Filipović,
Marko Frangeš, Josip Fink, Franjo Gabrić, Franjo Horvat,
Stjepan Hribar, Pavao Jušić, Franjo Kollibaš, Dr. Rajko Ku-
šević, Edo Kürschner, Slavko Mondecar, Martin Pilar, Bo-
židar Prikril, Božidar Ribić, Đuro Schwarz, Petar Senjanović,
Velimir Stiasni, Juraj Stipetić, Dragutin Šaj, Josip Šilović,
Vladimir Žakić, Vladimir Žepić.

Sl. 8.: Uvodne rečenice Zapisnika protestne skupštine Udruženja jugoslavenskih inženjera i arhi-
tekata Sekcije Zagreb od 14. prosinca 1927. godine

“(…) povodom pogibelji, koja se novim Finansijskim Zakonom sprema u pogledu ukidanja Tehničkog fakulteta i zbog nedovoljnog podržavanja, za-
pravo poništavanja Tehničkog fakulteta, i Srednje Tehničke škole u Za-
grebu.”

Zapisnik donesene rezolucije potpisao je predsjednik U.J.I.iA-a inženjer Stipetić⁷, prvi tajnik inženjer Đ. Schwarz i drugi tajnik inženjer B. Ribić. [16]

5. Rad u elektroprivredi Argentine (Buenos Aires)

U *Spomenici FER-a* [14] na stranici 307 i u *Židovskom biografskom leksi-
konu* (radna inačica) [15] piše da je Švarc radio “desetak godina u Buenos Aire-
su kao inženjer-projektant kod velikih multinacionalnih kompanija (Compania
Anglo-Argentina de Electricidad, Western Electric Company of Argentina)”.
Podatak je pogrešan. Naime, Švarc je u Argentini je radio oko dvije godine.
[12], [17]

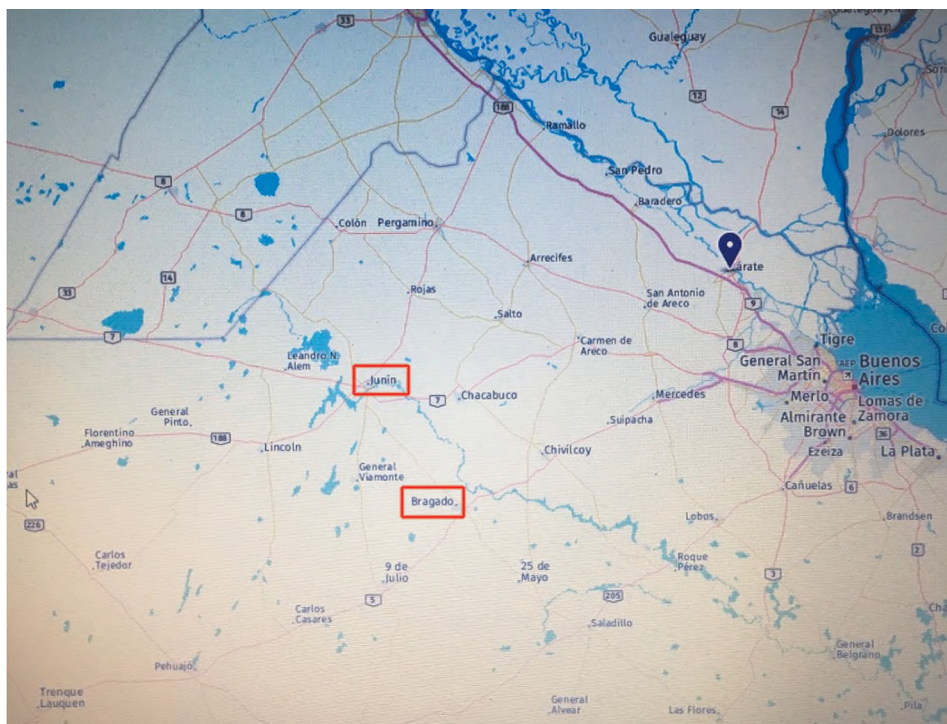
Kod Compania Anglo-Argentina de Electricidad, u odjelu Mreže, radio je
na [6]:

- elektrifikaciji mjesta do 50 000 stanovnika te poslije na
- na izgradnji dalekovoda Junín – Bragado – Zárate i na
- dalekovodu od 165 kV da Salta – Jujuy.

Za prvi projekt glede elektrifikacije gradova izradio je kompletne elaborate.

Nema podataka što je radio u Western Electric Company of Argentina. To
je i razumljivo jer je u toj tvrtki radio nešto više od dva mjeseca.

⁷U Zapisniku se u popisu prisutnih navodi ime Juraj Stipetić. Očito je riječ o osobi poznatijoj
pod imenom Gjuro Stipetić.



Sl. 9.: Dalekovod Junín – Bragado – Zárate (označen 'kapljicom')

6. Rad kod Jugoslovenskih državnih železnica u Zagrebu



Sl. 10.: Đuro Švarc nakon povratka iz Argentine u Zagreb (slika iz 1932.)

O tomu zašto se Švarc vratio 1931. iz Buenos Airesa u Zagreb može se samo nagađati. Zaposlio se u Direkciji Zagreb Jugoslavenskih državnih željeznica⁸ (Mašinsko odjeljenje), tablica 4.

Tablica 4.: Tijek napredovanja u službi na Jugoslovenskim državnim železnicama [13]

Datum	Razlog	Status	Odjeljenje
30. 06. 1931.	primljen ponovno u službu i postavljen	činovnički pripravnik, IX. pol. gr. I. kateg.	Mašinsko odjeljenje Direkcije Zagreb
30. 01. 1933.	naimenovan	pristav ⁹ , VIII. pol. gr.	„
08. 09. 1933.	postavljen za referenta elektro-tehničke službe, odsjek za vuču	pristav	„
08. 04. 1936.	unapređen	viši pristav, VII. pol. gr.	„
08. 10. 1938.	unapređen	viši pristav, VII. pol. gr. p. p.	„
02. 06. 1939.	unapređen u grupi	povjerenik, VI. pol. gr.	„
31. 05. 1941.	umirovljen		
30. 06. 1945.	ukinuto rješenje o umirovljenju	povjerenik, VI. pol. gr.	Strojarsko odjeljenje Ravnateljstva Zagreb
04. 01. 1946.	preuzet u službu u privremenom svojstvu	činovnik, VI. pol. gr.	„
04. 09. 1946.	postavljen za glavnog referenta, referent za jaku struju	činovnik, IV-2	„
27. 02. 1947.	određen u tehničko odjeljenje za jaku struju	činovnik, IV/2-0	Mašinski odjel Glavne direkcije eksploatacije Zagreb
29. 03. 1947.	odobren prijelaz u službu Ministarstva industrije i rudarstva		NRH, Tehnički fakultet Zagreb

Za šesnaestogodišnjeg rada na željeznici, od 30. lipnja 1931. do 15. kolovoza 1947. godine, prekinutog tijekom Drugog svjetskog rata, projektirao je i rukovodio montažom elektrifikacije [6], [7], [8]:

⁸Dana 26. prosinca 1918. propisana je Privremena uredba o organizovanju i formiranju železnica u Kraljevstvu Srba, Hrvata i Slovenaca (SLN 1/1919). Cjelokupna željeznička mreža podijeljena je na pet zasebnih direkcija, među kojima je bila i Direkcija državnih željeznica u Zagrebu.

⁹pristav, pomoćni upravni službenik

- oko 130 željezničkih stanica s 500 većih zgrada
- više od 250 km mreže niskog napona (dijelom u kabelu)
- oko 30 km mreže srednjeg napona s pripadnim trafostanicama
- 12 električnih centrala za željezničke stanice (Bjelovar, Sisak, Gračac, Škrlevo, Plase, Slavonski Brod, Kotoriba, Vrhovine i dr.), kod čega su priključena mjesta u blizini stanica na željezničku električnu mrežu (Vrhovine, Kotoriba, Škrlevo, Gračac i dr.)
- oko 180 motornih pogona
- 15 dizalica za ugljen
- lučke dizalice (Split, Sušak)
- 20 velikih okretnica lokomotiva
- 25 vodostanica
- stanica za punjenje akumulatora za vagonско osvjetljenje.

Obavio je i niz drugih radova u vezi s projektiranjem i vođenjem montaže električnih postrojenja. Organizirao je i podignuo elektroradionicu na stanici Zagreb Glavni kolodvor. Izradio je elaborat prilikom izmjene mreže 42 Hz na 50 Hz za istarske elektrificirane pruge. Konačno, konstruirao je električni uređaj za ispitivanje probojne brzine zraka, tlakova i ostalih svojstava prilikom međunarodnih proba Božićeve kočnice¹⁰.

Švarcove su godišnje ocjene rada u Službenom listu [13] izvrsne:

- “**1927.** odličan teoretičar, savjestan radnik, radio je na kontroli održavanja električnih vagonских postrojenja i na projektima za nova postrojenja za osvjetljenje i pogon
- 1928.** odličan teoretičar, dobar radnik, bio je zaposlen na svim područjima elektrotehničke službe
- 1931.** odličan teoretičar i vrlo dobar praktičar, marljiv i vrlo pouzdan, radio naročito u sastavu tehničke statistike u cilju racionalizacije elektro-službe
- 1932.** – vrlo marljiv i pouzdan, rukovodi po uputama (dalje nečitko, op. a.)
- **1933.**
- 1934.** odličan referent za elektrotehničku službu

¹⁰Božićeva kočnica (po konstruktoru Dobrivoju Božiću, 1886. –1967.), željeznička kočnica, jednostavna, sigurna i velike snage; priznata od Međunarodne željezničke unije; od 1922. godine uvedena kod nas.

1935. stručna sprema: odličan, vladanje: odlično, vrlo marljiv i pouzdan, referent za elektrotehničku službu: odličan

1936. – 1) odličan, 2) vrlo marljiv i pouzdan, 4) referent za elektrotehničku – **1938.** službu.”

7. Zatočeništvo u Jasenovcu

Mjesec dana nakon proglašenja Nezavisne Države Hrvatske, 30. travnja 1941. godine, donesene su u Hrvatskoj rasne odredbe protiv Židova i Roma. Židovi su morali nositi posebni bedž kako bi ih se lakše uhitilo.

Postavlja se pitanje zašto Švarc nije napustio Zagreb dok je još bilo vrijeme. Sigurno je znao što se sa Židovima događa u Njemačkoj i Austriji. Konačno, studirao je i završio studij u Beču te je mogao biti dobro informiran preko poznanika i prijatelja.



Sl. 11.: Đuro Švarc sa sinom Emilom (Draganom) 1941. godine [18]. Švarc nosi žuti bedž sa židovskom zvijezdom i slovom 'Ž'. Odredba o obaveznom nošenju "*Židovskog znaka*" donesena je 22. svibnja 1941.

Nürnberškim rasnim zakonima iz 1935. određeno je da Židovi nisu njemački državljani, nego podanici bez prava glasa i prava obnašanja javnih službi; zabranjeni su brakovi i tjelesno općenje između Židova i "čistokrvnih" Nijemaca; određeno je da se Židovom ima smatrati svaki onaj komu je Židov bar jedan predač u drugom koljenu; te je proglašen i niz drugih mjera kojima su nacističke vlasti izdvajale, diskriminirale i proganjale Židove.

U knjizi [19] na stranici 305 piše sljedeće:

“Za razliku od većine njemačkih gradova, u Beču nije samo mala grupa građana klicala nasilju i sama bila nasilna. Prema riječima većine svjedoka u austrijskom glavnom gradu u pogromima su sudjelovali deseci tisuća ljudi,

prema nekim procjenama čak stotine tisuća. To se nastavljalo tjednima, iz večeri u večer. Kao da se ostvarivalo sve ono što su Schönerer¹¹ i Lueger¹² začeli. Pljačkale su se robne kuće, trgovine i sinagoge, stanovi su se praznili, namještaj se uništavao, kuće su bile do kraja pokradene. Uz glasnu podršku rabinima su rezane brade. Nakon nekoliko tjedana najveći dio židovskih poduzeća je 'ariziran'¹³. Od osamdeset i šest židovskih banaka preostalo je još osam. Krajem 1938. u Beču su Austrijanci preuzeli četrdeset i četiri tisuće od sedamdeset tisuća židovskih stanova. ... Kristalna noć, koja će se kasnije dogoditi u Njemačkoj u studenom 1938., bila je samo imitacija pogroma koji su Austrijanci nekoliko mjeseci ranije proveli u Beču.”

Godine 1938. postalo je bjelodano da treba bježati. U Njemačkoj se još poneki naivac mogao nadati da će ispasti dobro, a u Austriji je svakom Židovu bilo jasno da mora pobjeći.¹⁴ Osamdesetdvogodišnji Sigmund Freud, koji je stanovao u Beču na adresi Berggasse 19, pobjegao je u London.

Rukopis *U jasenovačkim logorima smrti* profesor Švarc napisao je 1945., ali nikad ga nije objavio. Pronađen je slučajno, u ostavštini supruge Olge, koja je umrla 1994. godine. Izvadci iz rukopisa objavljeni su u časopisu *Vijenac* [21], a znatno opširniji dio u *Glasilu Židovske općine* [22]. Evo što je Švarc zapisao o svojem zatočeništvu u Jasenovcu u vrijeme uspostave Nezavisne Države Hrvatske:

“Prošlo je već tri godine¹⁵ što sam izašao iz jasenovačkih logora, ali me užas i groza nisu ostavili, niti će me ikada ostaviti. Tek sada se usuđujem o tome govoriti, tek sada se usuđujem izvući iz đona stare papuče moje bilješke o tome. Sitno ispisane tamo sam ih sakrio.

Neopisiv je strah onih koji su prošli Jasenovac. Neizbrisiv je užas koji su doživjeli i nesavršen je ljudski jezik da približno opiše stvarnost...

Uhapsili su nas 30. VIII. 1941. na ulici i satjerali u *Kristalum*¹⁶ na Zavrtnici poput lakovjernih ovaca koje ništa ne slute. Reklo se je da 'idemo na rad',

¹¹ Georg Ritter von Schönerer (1842. – 1921.), zemljoposjednik i političar; zagovornik pangermanizma i njemačkog nacionalizma u Austriji, žestok antisemit

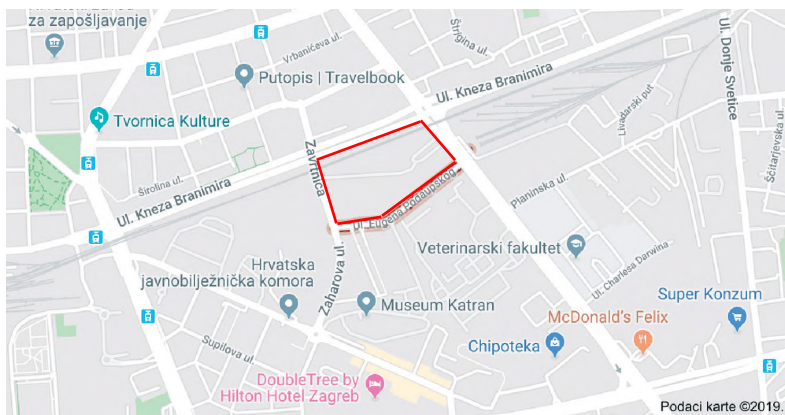
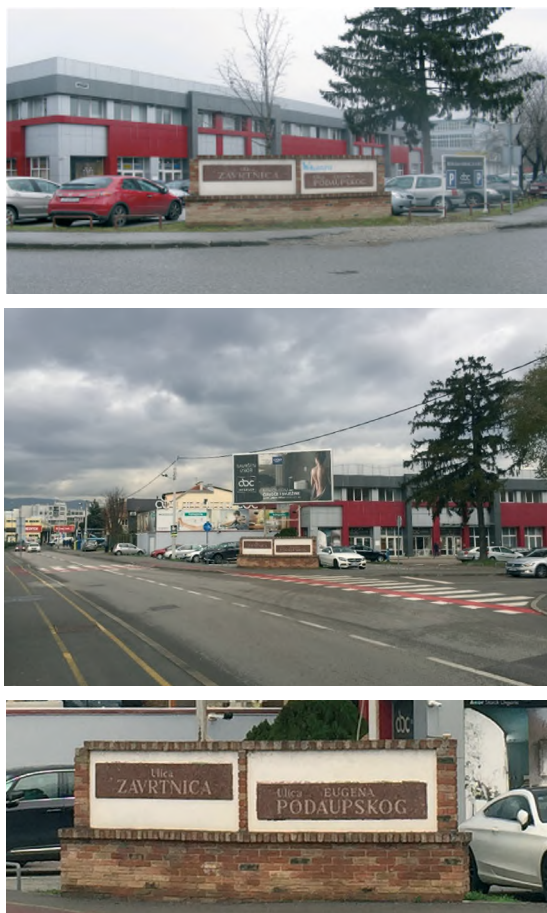
¹² Karl Lueger (1844. – 1910.), austrijski političar i gradonačelnik Beča, populist i antisemit

¹³ **ariziranje**, nacionalsocijalistički naziv za prijenos židovske imovine u njemačke ruke zbog tzv. odžidovljavanja privrede (njem. *Entjudungder Wirtschaft*)

¹⁴ U Velikoj Britaniji postojali su internacijski logori u koje su deportirani simpatizeri nacista, sumnjivi stranci koji su imali dozvolu trajnog boravka, kao i izbjegli Židovi iz Austrije i Njemačke. [20]

¹⁵ Švarc je izišao iz logora Jasenovac 1942., a zabilješke je uredio 1945. godine.

¹⁶ Zavrtnica je bila lokacija na istočnom perifernom dijelu grada Zagreba, gdje je u prostorijama nekadašnjeg magazina *Kristalum* (zajednice za promet tekstilom) organiziran u kolovozu 1941. novi sabirni logor. Do magazina je postojao industrijski kolosijek željeznice, a zatočenici su dopremeni kamionima kroz grad tako da što manje upadaju u oči građanima. Sa Zavrtnice je malo tko bio pušten. Tijekom rujna Židovi su odande otpremljeni u koncentracijski logor Jasenovac. [23], [24]



Sl. 12.: Mjesto na Zavrtnici u Zagrebu gdje se nekad nalazio sabirni logor: a) preuzeto iz [23]; b) sasvim na lijevoj strani slike nadvožnjak je željezničke pruge (snimio dr. sc. Josip Zdenković 28. studenog 2019.); c) detalj plana grada Zagreba s označenim mjestom sabirnog logora

‘da ćemo graditi nasipe za isušivanje Lonjskog polja’. Dakle – ništa strašno! Počeli smo sami između sebe provoditi neku organizaciju. Uveli smo dežurstvo, požarčenje. U šupi u dvorištu uredili smo ‘brijačnicu’, uveli službu kod klozeta. Ustaše se tu ponašaju još kao ljudi, iako grubijani. Izmlatili su dvojicu, trojicu. Spavamo na betonu, a jelo nam se donosi izvana. ‘Valjda nećemo izvan Zagreba. Zatvorili su nas samo za vrijeme Zagrebačkog zbora’ – mislili smo naivno. Dolaze novi, neke otpuštaju, da ih opet hapse. U opljačkanom automobilu dnevno dolazi činovnik ustaške policije.

Jedanaesti dan ipak primaknu vagone. Dakle – ipak logor! Dolazi neki ustaški dopukovnik, svrstava nas u redove i komandira sarkastično: ‘Naprijed, hrabra vojsko Chamberlaina!’ Ima nas oko 350, starih i mladih, intelektualaca i neukih, bogatih i najsiriromašnijih. Za četiri mjeseca ostalo nas je najviše dvadeset, a danas smo možda samo još dva, tri na životu. Prenatrpani vagoni, ustaše sa šljemovima i puškama. Na stajalištima zlobne primjedbe pakosnika na naš račun, nijema sućut nepokvarenih, međusobni razgovor i konačno navečer – Jasenovac.

Noć smo prespavali pod stražom u vagonima pod komandom ustaškog natporučnika Beneša. Ujutro nas svrstavaju kraj kolosijeka, okružuju ustašama i vode u logor. Velika većina smo čistokrvni pripadnici takozvane inferiorne rase, ali ima i mješanaca, pače takovih koji su već sasvim zaboravili da imaju dijelak krvi koja ih stigmatizira ‘krivcima za rat, za bijedu čovječanstva. Za poraz njemačke u prošlom ratu, itd.’

Ni traga zabrinutosti, ni traga zlim slutnjama?

Dolazimo pred logor. Okružuje ga žica visoka 3 m, a isto tako široka. Naokolo osmatračnice. Oduzimaju nam nožice, britve i slično. Još smo izvan žice i znatiželjno promatramo one koji su već unutra. To su većinom Srbi, izgledniji, upalih obraza, pognuti, grozničavih očiju. Mi još ne shvaćamo situaciju i niti ne pomišljamo da ćemo i mi uskoro tako izgledati. Nakon pretrage ulazimo ‘u žicu’ koja će nas malone sve zauvijek zadržati ...

Ujutro je ‘nastup za rad’. Za zajutrak smo dobili malo tople vode. Još je sumrak. Okruženi ustašama krećemo prema nasipu, koji je udaljen oko 3 km.

S ceste se začula tutnjava auta. Dolazi kasniji poručnik Ljubo Miloš, desna ruka Luburića. Mladić visoka rasta s crno obrubljenim naočarima. Vlastitom je rukom na razne načine ubio samo za vrijeme mojeg boravka u logoru javno pred nama mnogo stotina ljudi. Kroz nasip prođe riječ ‘kiša’, to znači oprez. Kopamo svom snagom. Prilazi s naperenom automatskom

puškom. Prati ga Josip Matijević, ustaški vodnik, njegov šofer. Ovaj potonji vadi revolver, puca nasumce, tuče i udara nogom. Miloša zamjenjuje kadšto poručnik Ille sa fesom na glavi.

Još nam nisu oduzeli novac ni dokumente. 20. IX. 1941. popodne moramo iznijeti sve stvari iz baraka i svrstati se u dva reda u dvorištu. Tu je Miloš koji više visokim glasom: 'Ustaše, stanite iza njih i pucajte odmah na svaku njihovu kretnju.' Nitko da se makne. Stojimo nepomični na suncu duže od jednog sata. Odjekuju hici. Ne znamo da li strijeljaju.

Oko 7. X. naređeno je svim inženjerima da ne idu na rad, jer će doći povjerenik. Čekali smo oko devet sati. Dojuri auto iz kojeg izađe Miloš i omanji čovjek oko 30 godina, kosih prodornih tatarskih očiju, koji kao da se pri hodu malo njihao – Luburić.

Glad je bila sve groznija. Dnevno je umiralo oko dvadesetak ljudi. Nosili su ih kraj Pilane cestom na 'groblje' podno kuhinje. Groblje? Jame pune golih tjelesa prikrivene s nekoliko decimetara zemlje po kojoj se hodalo, bez ikakva znaka križa ili slično. Ostala 'grobља' kod jezera već su puna. Sve su to masovni grobovi.

Najedanput se prenio šapat da se u ciglani ubija željeznim motkama i toljagama. Željezne motke služile su za ložišta parnih kotlova kao žarači. Ubojice su bili razdijeljeni u više grupa. U Miloševoj grupi bio je neki visoki i sudeći po odjeći emigrant – ustaša, napadno kosih mongolskih očiju, kojeg nisam više nikada vidio. Pred ciglanom, pokraj stare električne centrale, ležali su leševi onih koje su bacali iz gornjih katova ciglane. Svi smo bili kao u nekom ludilu i takoreći već osjećali toljagu na glavi ... Na liftu je službovao zatočenik Ivo Jungwirth. Oko podneva se vratio i zamolio da ga netko drugi zamijeni, jer nije u stanju dalje slušati jauke i vrisak ispod sebe. Po njegovom pričanju ustaše su se od vremena do vremena odmarali, i tada bi pripaljivali krvavim rukama cigaretu. Napadnuti su na koljenima molili život radi svoje djece, ali to je Miloša još više raspaljivalo. Uopće je, kako sam i sam često puta vidio, teško podnosio plač i to ga je još više razbješnjivalo. Kad bi tukao, a zatočenik jaukao, derao se: 'Šuti!'

Kako je postajalo hladnije, to su sa više veselja stavljali ljude u zatvor. Pripovijedao mi je jedan kasnije ubijeni rođak, koji je iskusio taj zatvor, da

su noću svakih deset minuta dolazile ustaše uz stražare, udaljene nekoliko koraka 'na posjet'. Tu su ih silili da međusobno onaniraju i da viču: 'Živio kralj Petar!' A kada se zatočeniци, unatoč najvećim mukama, nisu to usudili, tukli su ih 'radi neposluha'. Onako izmlačeni i premlaćeni morali su ujutro nastupiti na rad na 'bajeru', koji je bio osobito naporan, jer se brzim tempom, kako su dolazili vagoneti, morala kopati teška masna zemlja za pravljenje cigli.

Jednog dana pozvao je Diamantstein sve grupnike i zapovjednike, i rekao im, da se u Đakovu osniva noviji logor za starije i slabije. Ja onda još nisam bio grupnik, ali sam se slučajno tamo nalazio. Diamantstein je uvjeravao, a vidjelo se na njemu da je i sam tako mislio, da je ovaj put uistinu riječ o novom logoru, a ne o ubijanju, jer su mu Luburić i Miloš dali svoju riječ ... Mi smo povjerovali u 'Đakovo' i zatočeniци, koji su u tu svrhu bili određeni, sakupili su se pred upravnom zgradom s prtljagom. Odmah je rečeno da prtljage ne trebaju. To nam je bilo čudno. Još nam je bilo čudnije da su odmah na licu mjesta ubijeni petorica ili šestorica. Ostali su uto-vareni na teretne automobile, koji su krenuli na desno prema Jasenovcu. Oni ubijeni ili napola ubijeni ostali su ležati, gdje su i bili, još duže vremena. Nakon otprilike sata i pol vratili su se automobili, naravno prazni. Sad nam je odmah postalo jasno u čemu se je sastojalo to 'Đakovo'. Od tog vremena ušlo je u naš logorski žargon: 'Otišao je u Đakovo.'

Kad sam već spomenuo klozet-papir, pada mi na pamet da im je uopće bio sumnjiv svaki papir zbog eventualnog dopisivanja. Najmanja bilješka, ili samo jedna riječ poslana bilo kome izvan logora donosila je odmah bezuvjetnu smrt. Jednom su zbog toga ubili oca i tri sina imenom Jakob. A ipak se još našlo zatočenika koji su unatoč svemu pokušavali dati glas od sebe.

Dopisivanje do dvadeset riječi obiteljskog sadržaja i slanje paketa dopušteno je bilo tek u aprilu 1942. godine.

U logoru su tada bili samo muškarci, ali jednom su doveli grupu od pedeset do sedamdeset žena s djecom. Sva jada, bosa čeljad. Smjestili su ih u zatvor, a sutradan u prostoriju iza crtaone. Djeca su tamo vrištala dan-dva od gladi, a onda su ih sve skupa odveli u 'Đakovo'.

Pojavljuje se novi krvnik, poručnik Matković. Još je više ciničan od Miloša. Jednom prilikom tovarili su Srbe u teretni auto poput vreća. Jedan red povrh drugoga. Automobil je vrhom pun tih 'vreća', koje su morale čvrsto prionuti jedna uz drugu. Na vrhu je stajao Miloš i kundakom ih poravnavao. Dobacivao im je izraze: 'Srpski skote!'. Na to su ih pokrili ceradom i auto je odjurio cestama Jasenovca prema šumi. Takvih automobila natrpanih 'vrećama' bivalo je sve više. Jasenovčani su pripovijedali da su čuli krikove i stenjanje iz njih. Matković je takvo utovarivanje vršio mnogo stručnije od Miloša, bez nervoze, znalački i spretno.

Osobito u početku bili su u opasnosti ljudi s naočalama i zlatnim zubima. Naočale su valjda bile znak intelektualizma, a zlatni zubi su im dobro došli. Inž. Goldstein, koji je imao zlatne prednje zube, bio je kadšto samo zbog toga u smrtnoj opasnosti. Kad su se dva zatočenika razgovarala, primjećivao bi koji: 'Čuješ, ti imaš, ti imaš kaput od mojeg staroga.' 'Može biti, a kad su ti ga ubili?' 'Odmah kod ulaza u logor pred mojim očima. Stajao sam pokraj njega, a nisam smio ni okom trepnuti.'

U logor u šumi, kad smo radili na nasipu, dolazio je Dido Kvaternik¹⁷. Prošao bi nasipom u pratnji Luburića. Dolazio je i u logor Ciglane i kadšto zvao zatočenike radi nekih tehničkih objašnjenja.

Petog ili šestog veljače 1942. pozvali su nas grupnike ili zapovjednike opet u osam sati navečer u upravnu zgradu. Tu nam je Luburić održao otprilike sljedeći govor: '... Kako vam je Ljubo rekao, dolazi uskoro komisija. O uspjehu te komisije, o vašem radu i ponašanju, ne ovisi samo vaša sudbina, nego i sudbina ostalih Židova u državi. Ja sam na sve spreman. Za mene ne bi ništa značilo, da vas sve postrijeljam a sutra mirno popijem kavu i čitam novine. Pa tko bi se brinuo za nekoliko Židova i Srba? A s druge strane traži od vas domovina da budete disciplinirani. Nijemci to osobito vole. Konačno želite se vi nakon rata još vratiti vašim familijama. Ako komisija ne uspije, ukinut će se ovaj logor, a vi ćete opet ići na nasip, na teški rad, na koji vaše ruke, koje su radile fini posao nisu navikle ... Samo

¹⁷Eugen "Dido" Kvaternik bio je ustaški pukovnik i do listopada 1942. zapovjednik Ustaške nadzorne službe. Smatran je drugom najvažnijom osobom u NDH nakon poglavnika Ante Pavelića do njihova sukoba 1942. godine. Sin vojskovođe Slavka Kvaternika i Olge rođene Frank, kćeri Josipa Franka, vođe Čiste stranke prava,

ja, Luburić, mogao sam u Goli¹⁸ zaplijeniti za logor pet vagona graha i staviti svoj pečat, premda je to već bilo određeno za domobrane. Zna se naime tko je Luburić. Dobit ćete brojeve na ruke. Na upit kako se zove, treba reći: 'Zovem se zatočenik broj taj i taj.' To treba s ljudima vježbati ...

... Konačno. Dolazak komisije u lančaru imao je najaviti Diamantstein te odmah pustiti u pogon sve tamo postavljene strojeve i preše, koji inače nisu imali svrhu uporabe, samo da bi stvar izgledala što impozantnija. Izrađivali su se strojevi za baraku broj 8, za našu 'blagovaonicu u kojoj nismo ni jedanput' blagovali. Baraka se zbog prebrze i nesolidne gradnje uskoro nakrivila. Kuhari su dobili bijele kape ... Brijači su cijelu noć brijali u barakama. Morali smo sakriti preostale slabijeg izgleda. Nervozno se očekivala komisija. Konačno oko pola jedanaest opazili smo na cesti čitavu kavalkadu praćenu ustašama, a Diamantstein dojuri u lančaru i prodere se na vratima: 'Dolaze!' Počelo je kao da je filmski režiser dao signal: remeni su jurnuli, mašine su se počele kretati, mi smo pravili pokrete kao pred filmskom kamerom, a oni, koji su bili sakriveni po zakucima, sćućurili su se. Bio je tu i Dido Kvaternik. Bilo je oko pedeset članova komisije. Neki su bili u uniformama. Bilo je i žena i dva tri stara svećenika sa širokim šeširima.

Počelo je razgledavanje. Komisiju je predvodio Luburić. Pokazivao im je naše radove, rasklopnu ploču za tamošnju katoličku crkvu, što je svećenike naročito zanimalo. Dido Kvaternik se glasno nasmijao, valjda radi asocijacije – Židovi rade za katoličku crkvu! Komisija je kušala jelo koje je bilo čitav tjedan dobro i s mesom, jer su zaklali kravu. Pronašli su da je hrana dobra. Pregledali su barake i pronali su da su ležaji mekani. Zapitali su i za groblje. Luburić, koji je imao veliku prisebnost, pokazao im je u daljini ustaško groblje. Komisija je sa zadovoljstvom konstatirala naš niski mortalitet ... Ostali su u logoru do tri sata. Mi smo u četiri sata išli na jelo, koje je toga dana zadnji put bilo ukusno i obilno.

Šesnaestog travnja 1942. naređeno mi je s mjesta rada da odmah osvanem s prtljagom pred kancelarijom. Nisam imao ni pojma zašto me zovu. Stražar me otpratio u tabor, gdje su me odveli u veliku prizemnu prostoriju,

¹⁸ Općina Gola nalazi se u sjeverozapadnoj Hrvatskoj, na lijevoj obali Drave na granici s Mađarskom.

desno od ulaza. U toj su prostoriji poručnik Stojčić i vodnik Alaga ‘masirali’ jednog mlađeg čovjeka svezanog u lance ... Vodnik i još jedan ustaša povelili su nas na željezničku stanicu ... Ukrkali su nas u vagon za vojsku. Domobranci u tom vagonu darivali su nas dozvolom našeg pratioca cigaretama. Oko deset sati navečer prispjeli smo u Zagreb, te su nas odveli u zgradu na Trgu ‘N’¹⁹ ... Tek sutradan oko tri sata popodne pozvali su nas na treći kat i predali nam otpusnice. Ja sam otpušten na temelju toga što živim u mješovitom braku.

Izašao sam iz logora, ali preživjeli događaji urezali su mi se u mozak, i grozni strah me nije minuo. Poput ostalih nisam se usudio javno govoriti o onome što sam preživio. Nisam se usudio ljudima, koji su me došli pitati za svoje rođake, a došlo ih je na stotine, reći pravu istinu, da su im rođaci mrtvi.”

O Švarcovu zatočeništvu u [25] piše (prema njegovu kazivanju):

“Bio sam u grupi od četrdeset i dva kopača grobova pod nadzorom Haima Danona. Rano ujutro ušli bi u kamion i vozili se 30 minuta, a zatim pješice šumom do velike čistine. Tamo bi, bez pauze, osim šikaniranja i premlaćivanja, radili do četiri popodne kopajući velike jarke. Danon je procijenio da takav jedan jarak može primiti između 400 i 500 tijela. Bojali smo se



Sl. 13.: Sive čarape Đure Švarca, koje je pokrpaio dok se skrivao tijekom rata u Zagrebu. Te je čarape Emil Švarc poklonio Muzeju holokausta u Montrealu (Montreal Holocaust Museum) 1981. godine, kad je imigrirao u Kanadu. [4]

¹⁹Novoprojektirani trg prvo se zvao Trg N, a 1927. ime mu je promijenjeno u Trg Petra I. oslobođitelja (Karadorđevića). Od 1941. zvao se Trg III, a od 1942. Trg Kulina bana. Od 1946. do 1990. zvao se Trg žrtava fašizma, a od 1990. do 2000. Trg hrvatskih velikana. Godine 2000. vraćeno mu je ime Trg žrtava fašizma.

da kopamo ono što će biti naši grobovi. Zaista, tu su pokopana naša dva sudruga, Vilko Schlossberg iz Vukovara i izvjescni Lowy.

Naša bol dobila je svoj najjači pečat kad smo saznali da su prilikom uništenja logora nestali naši najbliži rođaci, prijatelji i supatnici. Neki su tamo čamili pune četiri godine. Na pragu slobode morali su umrijeti na užasan način s očajem u srcu.”

U biltenu *Jasenovac-info* [26] nalazi se odlomak koji nije naveden ni u *Vijencu*, ni u *Glasilu Židovske općine*. Evo tog odlomka:

“Kad bi svi zatvorenici logora mogli spojiti zajedno njihove glasove i njihov osjećaj očaja u jedan glas i jedan očaj, onda bi se u planinama čuo vrisak užasa Sudnjeg dana ... jer takav je prizor bio u to vrijeme u logoru, dok smo bili robovi u paklu, i smisao svijeta bi bio drugačiji od postojećeg. Tako su svi ljudi, bivši robijaši, zauvijek prestali biti individue, i postali su jednaki između sebe, jer su duboko doživjeli i osjetili na svojoj koži đavolju prirodu čovjeka.”

Prema [10], Švarc je u logoru imao i dužnost električara. Svakog je dana u posebnu bilježnicu pedantno upisivao događaje, a izvješće je nerado potpisivao zapovjednik logora Vjekoslav (Maks) Luburić ili zapovjednik radne službe Ljubomir Miloš.

Prema [4], Đuro Švarc izišao je iz logora Jasenovac zalaganjem svoje supruge Olge (rođ. Vasiljević-Rodatić), kod uprave logora. Evo što o tome piše u [25]:

“Because of his Aryan wife, Schwartz was eventually released. But he attributed his survival during the early mass killing to his belonging to a group in which Danon, their group leader, had a way of dealing with the Ustaše, especially with a trigger-happy Muslim Mujo.”²⁰

Ili u prijevodu:

“Švarc je možda pušten zato što mu je žena bila arijevka. No, on (tj. Švarc) pripisuje svoje preživljavanje tijekom početnog masovnog ubijanja tomu što je bio u grupi čiji je grupnik bio Danon, koji se znao ophoditi s ustašama, posebice s ‘brzim na okidaču’ muslimanom Mujom.”

Nakon što je Švarc izišao iz logora, obitelj se skrivala do kraja Drugog svjetskog rata, Švarc sa suprugom u jednom stanu u Zagrebu, a sin Emil u nekoj “strojarnici” također u Zagrebu.

²⁰HDA, ZKRZ-GUZ 3335/2-45, box 10, Đuro Schwarz testimony.

8. Službovanje na Tehničkom / Elektrotehničkom fakultetu

Švarc se “za stalno” zaposlio na Tehničkom fakultetu 15. kolovoza 1947. godine, kad je počeo predavati predmet Električne željeznice. Ubrzo je napustio užu specijalnost električne vuče i počeo predavati predmet Titrajni krugovi te je već 1953. habilitiran u području titrajnih krugova, [27]. U [28] spominje se da je Kate-dra za titrajne krugove koju je vodio prof. dr. sc. Švarc, 1962. godine, preseljenjem ETF-a u neboder u Unskoj ulici 3, priključena Zavodu za osnove i mjerenja u slaboj struji²¹. S razmakom od gotovo 60 godina može se ustvrditi da je organizacijsko uključenje područja titrajnih krugova u ondašnju “slabu struju” ugušilo područje titrajnih krugova. Titrajni krugovi jednako su važni za elektroenergetiku, učinsku elektroniku, upravljanje, pa i za objašnjavanje prirodnih i društvenih pojava. Oni su jedno od temeljnih područja današnje opće teorije sustava [29]. Šteta što Švarc nije dobio priliku napisati i drugi dio udžbenika *Električni titrajni krugovi*.

Habilitacija

Faze Švarcova habilitacijskog postupka bile su sljedeće:

- podnosi molbu za provođenje habilitacijskog postupka na temelju predaneradnje pod naslovom Razmatranja o treptaju
- Vijeće mu priznaje “dignitet” i “radi ocjene dokazala o stručnoj spremi kandidatovoj” bira dva referenta – prof. dr. ing. Danila Blanušu i doc. ing. Mladena Hegedušića
- referenti predlažu Vijeću da se habilitacijski rad prihvati i nastavi habilitacijski postupak
- Vijeće prihvaća izvješće referenata i izabire prof. dr. ing. Danila Blanušu i doc. ing. Mladena Hegedušića da s kandidatom provedu “znanstveni razgovor”
- habilitacijska radnja izlaže se u Dekanatu i time daje “na uvid svim profesorima i docentima” u razdoblju od 7. lipnja do 20. srpnja 1953. godine
- dekan prof. dr. ing. Vladimir Matković zakazuje s kandidatom “znanstveni kolokvij” i nakon kolokvija “pokusno predavanje” 21. srpnja 1963. godine
- izvjestitelji prof. dr. ing. Danilo Blanuša i doc. ing. Mladen Hegedušić podnose Vijeću izvješće o provođenju i uspjehu znanstvenog kolokvija i pokušnog predavanja pod naslovom Problem titraja slobodno vezanih sustava

²¹ Zavod je često mijenjao ime: Zavod za slabu struju (1938./1939.), Katedra za slabu struju (1942.), Zavod za žično-dojavnu tehniku (1946.), Zavod za osnove i mjerenja u slaboj struji (1955./1956.), Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija (1994.).

- Vijeće tajnim glasovanjem donosi odluku je li kandidat habilitirao za nastavničko zvanje na Tehničkom fakultetu u Zagrebu
- utvrđeno je “da je od 74 člana Vijeća s pravom glasa prisutno 54 i da je od toga glasalo 53 sa ‘da’ dok je jedna glasovnica predana prazna, pa je prema tome ing. Švarc uspješno habilitirao na Tehničkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu” (očito, prazan glasači listić predao je Švarc).
- Vijeće zadužuje dekana da predmet iznese pred prvu sjednicu sveučilišnog Senata s prijedlogom, “da Senat odluči i predloži Savjetu za prosvjetu, nauku i kulturu Narodne Republike Hrvatske, da Švarc ing. Djuri podijeli naslov **privatnog docenta**²² [27] i prizna mu *veniae legendi*²³ za područje Titrajni krugovi”
- Savjet za prosvjetu, nauku i kulturu potvrdio je izbor Švarca za **privatnog docenta** 12. prosinca 1953. godine (potpisao predsjednik Savjeta dr. Miloš Žanko).

U izvješću povjerenstva za provedbu habilitacijskog postupka (prof. dr. sc. Danilo Blanuša, doc. ing. Mladen Hegedušić), naslovljenog na Vijeće Tehničkog fakulteta od 1. lipnja 1953. godine dana je sljedeća ocjena radnje [6]:

“U toj radnji razmatran je treptaj, t. j. superpozicija dvaju harmonijskih titraja različitih frekvencija, i to računski i grafički pomoću običnih vremenskih i vektorskih dijagrama. Verzor treptaja rastavlja se u ‘mirni verzor’ prema kojem se vremenska linija okreće kutnom brzinom, koja odgovara kružnoj frekvenciji jednog od dvaju superponiranih titraja i ‘promjenljivi verzor’, koji se okreće kutnom brzinom jednakom razlici kružnih frekvencija obadvaju titraja. Prema tome, koji se titraj odabere kao temeljni titraj, dobivaju se različiti odnosi u dijagramima. Podrobno se ispituje mijenjanje amplitude i faznog kuta ne samo za sam treptaj, nego paralelno i za njegovu vremensku derivaciju, koja se na spretan način grafički prikazuje u istom vektorskom dijagramu. Naročito je pomno obrađeno pitanje t. zv. faznog skoka, koji je za razne slučajeve vrlo dobro ilustriran u vremenskom dijagramu na taj način, da je nacrtana krivulja uz pretpostavku konstantne amplitude. Time se mijenjanje faznog kuta i napose fazni skok jasno ističe. Istaknut je onaj slučaj faznog skoka, kod kojega treptaj i njegova vremenska derivacija istodobno prolaze kroz nulu, jer se upravo takav treptaj pojavljuje kod vezanih simetričnih neprigušenih sustava (mehaničkih ili električkih), kada se dešava potpuna međusobna izmjena energije, dakle kada su njihova oba glavna sinusna titraja jednako pobuđena. Pomno su

²² **Privatni docent**, obično titula koja se dodjeljuje stručnjaku koji ima kvalifikaciju za docenta, može držati predavanja, ali nije član nastavnčkog vijeća. Jedino se u dokumentu [27] spominje da se Švarc bira za ‘privatnog docenta’, a ne za sveučilišnog docenta.

²³ dopuštenje za predavanja

razmotreni slučajevi, koji odgovaraju raznim odnosima između amplituda i frekvencija danih titraja i određen je broj valova između dvaju faznih skokova. Autor ističe, da se treptaj može shvatiti kao istodobna fazna i amplitudna modulacija ili kao istodobna frekventna i amplitudna modulacija ili napokon kao zbroj četiriju sinusnih valova s početnim kutom nula ili 90° . Na temelju ovog posljednjeg predočenja autor na kraju radnje određuje pomoću Fourierovog integrala spektar za treptaj, koji počinje u trenutku $t = 0$, dok je prije toga elongacija bila stalno jednaka nuli.

U ovoj je studiji obrađeno pitanje treptaja mnogo temeljitije, nego što se to obično čini u literaturi i time je znatno olakšano razumijevanje toga pojava. Autorov način grafičkog predočivanja treptaja i njegove vremenske derivacije u vektorskom dijagramu omogućuje dobar uvid u sve pojedinosti toga pojava, pri čemu jasno iskažu karakteristične veličine, koje su kod toga od važnosti.

Na temelju izloženog smatramo, da se predložena radnja može prihvatiti kao habilitaciona radnja.”

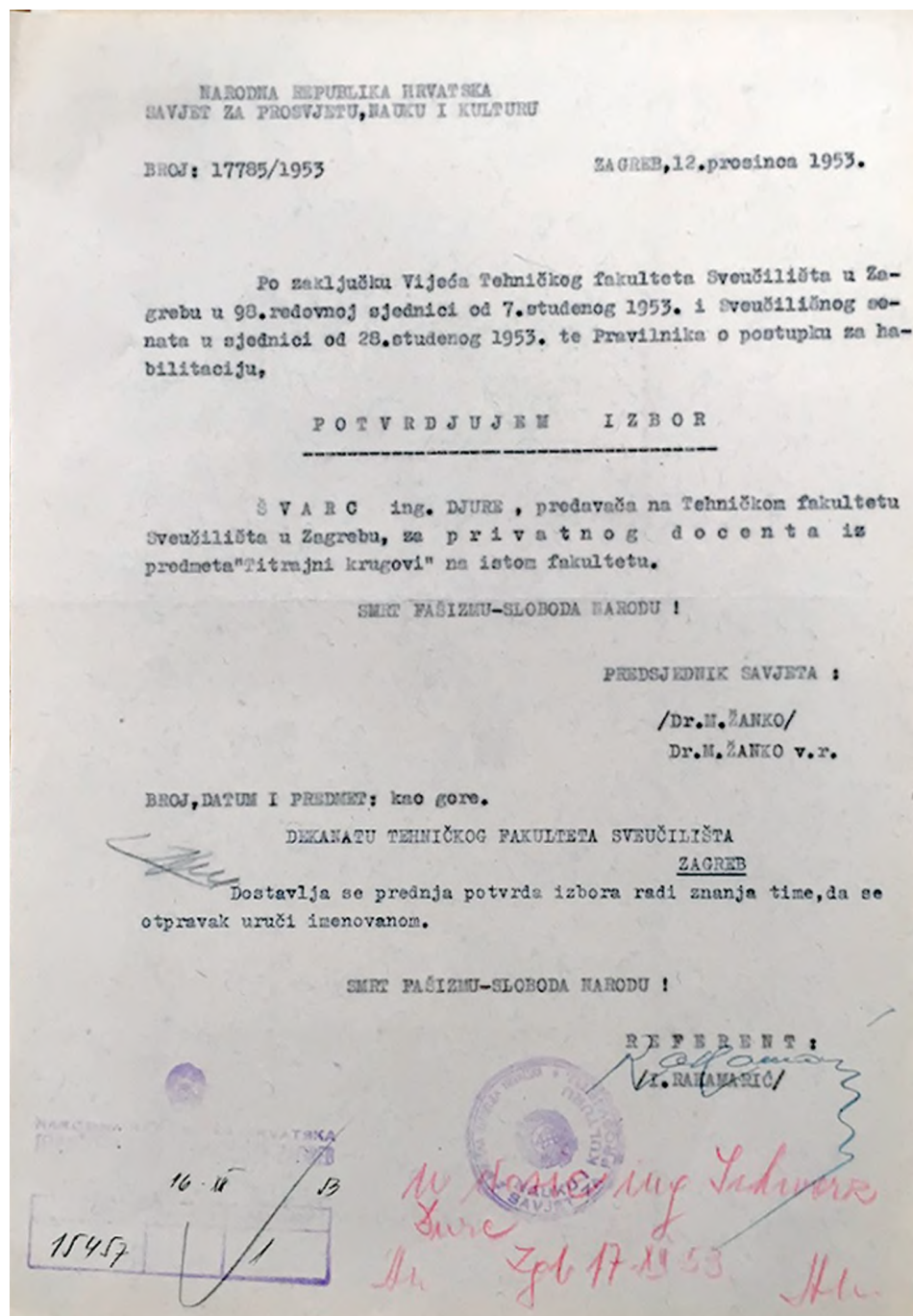
U dopisu upućenom Dekanatu Tehničkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu glede natječaja objavljenog u *Narodnim novinama* za popunjenje jednog mjesta izvanrednog profesora ili docenta za predmet Teorija električnih sklopova²⁴ od 18. prosinca 1953. [8], “komisija: Prof. Dr. Ing. Danilo Blanuša, Doc. Ing. Mladen Hegeđušić; Doc. Dr. Ing. Vladimir Muljević” zaključuje:

“Konačno je Ing. Đuro Švarc proveo i habilitacijski postupak na osnovu čl. 6 i 7 pravilnika za habilitacioni postupak na Teh. fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. Tako je 21. VII o. g. održan znanstveni kolokvij o radnji kandidata, ‘Razmatranje o treptaju’, koja je poslana Elektrotehničkom vjesniku radi publikacije, – i isto tako održano je pokusno predavanje na temu ‘Problem titraja slobodno vezanih sustava’. Ovim 11. srpnja 1960. godine postupkom pokazao je kandidat, da je od god. 1950. potpuno ušao u problematiku tog predmeta da je svoju naučnu djelatnost uspio prebaciti u to područje.

Na temelju svega navedenog predlažemo da se Ing. Djuro Švarc postavi za **sveučilišnog docenta** iz predmeta kako je naprijed navedeno.”

Uočimo da je Senat Sveučilišta predložio 10. studenoga 1953., a zatim Savjet za prosvjetu, nauku i kulturu Narodne Republike Hrvatske potvrdio 12. prosinca 1953. izbor Švarca za ‘privatnog docenta’. No, na raspisani natječaj za izbor, povjerenstvo Tehničkog fakulteta je predložilo Dekanatu 18. prosinca 1953. da se Švarc izabere i postavi za ‘sveučilišnog docenta’. No, do 30. lipnja

²⁴ Predmet pod tim naslovom ne postoji u nastavnim programima Tehničkog fakulteta; sigurno je zabuna, radi se o predmetu Teorija električnih krugova.



Sl. 14.: Potvrda Savjeta za prosvjetu, nauku i kulturu Narodne Republike Hrvatske o izboru Svarca za privatnog docenta

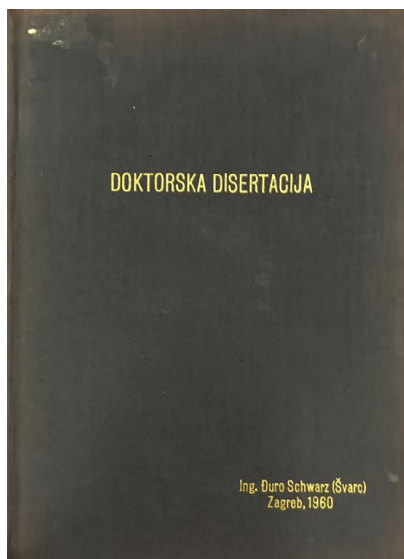
1954. vrijedio je *Zakon o Univerzitetima Kraljevine Jugoslavije* od 28. lipnja 1930. koji je u čl. 18. definirao zvanja ‘sveučilišni docent’ i ‘privatni docent’, a od tog datuma stupio je na snagu “Opći zakon o Univerzitetima” koji je definirao samo zvanje ‘docent’. Povjerenstvo je zakonski preuranjeno predložilo povoljnije rješenje za predavača Švarca.

Izbor za izvanrednog profesora

Prijedlog izbora docenta Švarca za izvanrednog profesora nije pronađen. Iz izvješća za izbor redovitog profesora [7] poznato je da je izabran za izvanrednog profesora 11. srpnja 1960. godine.²⁵

Disertacija

Naslov doktorske radnje glasi *Odnosi fizikalnih veličina dvaju kombinirano vezanih neprigušenih električnih titrajnih sistema bez narinutog napona, kod*



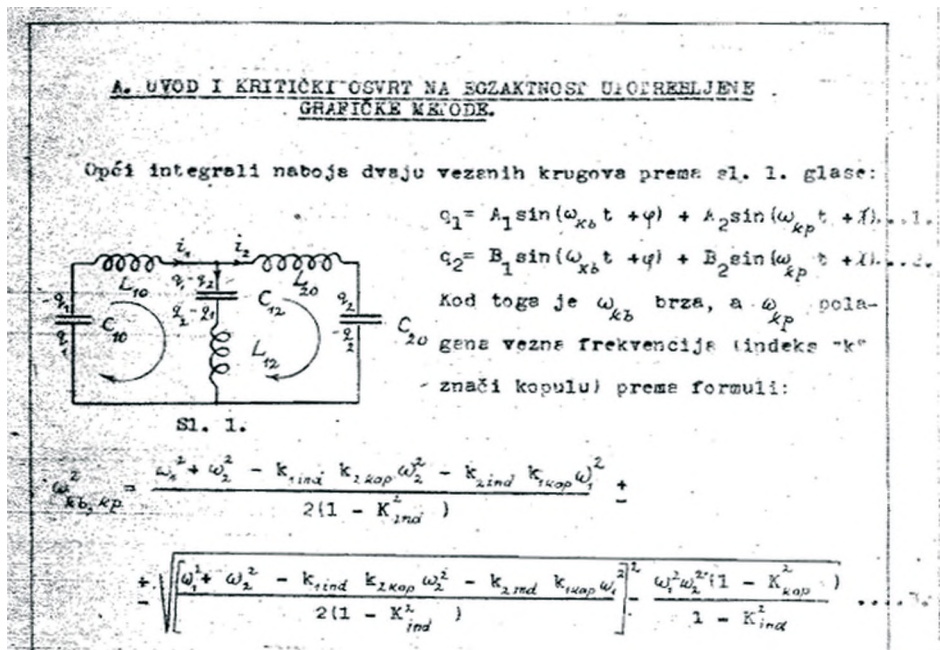
Sl. 15.: Naslovnica doktorske disertacije (izvor: Nacionalna i sveučilišna knjižnica u Zagrebu)

²⁵Nekadašnji su i današnji kriteriji [30] za izbor u izvanrednog profesora podjednaki. Međutim, uvođenjem doktorskog studija, doktorska disertacija počela se zadavati kao diplomski zadatak. Kandidat ne odgovara za smislenost zadatka, nego samo za rješenje i rezultat. Mentor garantira uspješan rezultat! Tako se danas može doktorirati 5-6 godina nakon završetka studija. Počela je masovna proizvodnja doktora znanosti uz nužan pad kvalitete obranjenih disertacija.

Nakon izbora za izvanrednog profesora 11.VII.1960. kandidat je sa uspjehom obranio doktorsku disertaciju pod naslovom: "Odnosi fizikalnih veličina dvaju kombinirano vezanih neprigušenih električnih titrajnih sistema bez narinutog napona kod kontinuirane diferencije faktora vezanja, a uz nepromijenjena razvezana stanja". Na temelju toga rada podijeljen mu je naslov doktora tehničkih nauka iz područja Primijenjena matematika dne 5.VII.1961.

Sl. 16.: Izvadak iz izvještaja [7], iz kojeg se vidi da je Švarcu podijeljen naslov doktora tehničkih nauka iz područja primijenjena matematika

kontinuirane promjene diferencije faktora vezanja, a uz nepromijenjena razvezana stanja. U povjerenstvu za obranu bili su tri matematičara Danilo Blanuša, Dimitrije Ugrin-Šparac i Petar Javor, fizičar Vatroslav Lopašić i električar Vladimir Matković. Na temelju tog rada podijeljen mu je naslov doktora tehničkih nauka iz područja 'primijenjena matematika'²⁶. Složenost naslova poslužila je nekim novinarima 60-ih godina (*Vjesnik*) kao primjer besmisla kojim se bave neki profesori na Sveučilištu.



Sl. 17.: Analizirani električni krug u disertaciji i pridijeljene mu oznake (izvor: Nacionalna i sveučilišna knjižnica u Zagrebu)

²⁶ Uočite da je doktorirao iz područja 'primijenjena matematika'. Prema čl. 92. Statuta elektrotehničkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu objavljenom u studenome 1959. godine: "Na Elektrotehničkom fakultetu može se steći doktorat nauka iz sljedećih disciplina: elektrostrojarstva, elektroenergetike, komunikacione tehnike, elektronike, primijenjene matematike, tehničke fizike."

bei mechanischen Gebilden die modellmäßige Darstellung der verschiedenen Kopplungsarten nicht ganz so einfach ist; hierbei leistet die im vorhergehenden Abschnitt festgestellte Analogie gute Dienste.

Abb. 87 zeigt die grundsätzliche Schaltung von zwei miteinander gekoppelten elektrischen Schwingungskreisen *I* und *II*. Die Größen L, R, C sind die Induktivitäten, Widerstände und Kapazitäten, E die elektromotorischen Kräfte, I die Ströme, Q die Ladungen. Die Zeiger *I* beziehen sich auf den Kreis *I*, die Zeiger *2* auf den Kreis *II*, die Zeiger *12* auf den gemeinsamen oder Kopplungs-zweig. In diesem fließt der Strom $I_1 + I_2$; der Kopplungskondensator C_{12} hat die Ladung $Q_1 + Q_2$.

Die in Abb. 87 dargestellte Art der Kopplung zweier Kreise ist die allgemeinste; sie ist gleichzeitig kapazitiv (über den Kondensator C_{12}),

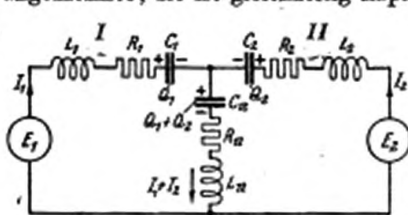


Abb. 87. Zwei miteinander gekoppelte elektrische Schwingungskreise.

induktiv (über die Spule L_{12}) und ohmisch (über den Widerstand R_{12}). Die besondere Form der induktiven Kopplung über einen Transformator ist in der Schaltung nach Abb. 87 mit enthalten, wenn man den Transformator durch seine bekannte Ersatzschaltung in T-Form darstellt.

Mit $C_{12} = \infty$ verschwindet die kapazitive Kopplung; mit $L_{12} = 0$ bzw. $R_{12} = 0$ die induktive bzw. die ohmische Kopplung.

Durch Anwendung der Kirchhoffschen Regeln auf die beiden durch den Kopplungs-zweig geschlossenen Kreise *I* bzw. *II* erhält man die Gleichungen des gekoppelten Systems:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{Q_1}{C_1} + R_1 I_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + \frac{Q_1 + Q_2}{C_{12}} + \\ &\quad + R_{12} (I_1 + I_2) + L_{12} \frac{d}{dt} (I_1 + I_2) \\ E_2 &= \frac{Q_2}{C_2} + R_2 I_2 + L_2 \frac{dI_2}{dt} + \frac{Q_1 + Q_2}{C_{12}} + \\ &\quad + R_{12} (I_1 + I_2) + L_{12} \frac{d}{dt} (I_1 + I_2) \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

Diese Gleichungen schreiben wir um, indem wir jeweils die Glieder mit Q_1 und I_1 bzw. Q_2 und I_2 zusammenfassen und dabei die folgenden Bezeichnungen einführen

Sadržaj disertacije (naslovi poglavlja)

A. Uvod i kritički osvrt na egzaktnost upotrebene grafičke metode.....	2
B. Razmatranje prvog, drugog i trećeg područja i njihovih graničnih slučajeva	14
1. Prvo područje $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$	14
2. Granični slučaj $\frac{1}{C_{12}L_{12}} = \frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$	24
3. Drugo područje $\frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$	34
4. Granični slučaj $\frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{12}L_{12}} = \frac{1}{C_{20}L_{20}}$	49
5. Treće područje $\frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}} > \frac{1}{C_{12}L_{12}}$	55
C. Diferencija faktora vezanja u odnosu na primicanje i razmicanje veznih frekvencija	70
D. Résumé	78

Disertacija ima ukupno 82 stranice. Primjerak koji se čuva u Nacionalnoj i sveučilišnoj knjižnici u Zagrebu je tzv. ozalid-kopija izvornika.

Kratki sadržaj disertacije (*résumé*)²⁷

“Kod obrade dvaju neprigušenih vezanih titrajnih krugova bez narinutog napona razlikujemo tri područja, tj. prvo područje, kad je recipročni produkt kapaciteta i induktiviteta vezne grane, tj. $\frac{1}{C_{12}L_{12}}$, veći od analognih produkata ostalih grana, tj. $\frac{1}{C_{10}L_{10}}$ i $\frac{1}{C_{20}L_{20}}$, drugo kad leži između njih, i treće, kad je manji od njih.

U prvom području su partikularne struje brze frekvencije antisinhronne, a polagane sinhronne, u drugom su obje vrste strujâ sinhronne, a u trećem su struje brze frekvencije sinhronne, a polagane antisinhronne.

Da bi se saznalo, kako se zbivaju te kvalitativne, a zatim i kvantitativne promjene, tj. kako pojedine antisinhronne struje prelaze u sin-

²⁷Doslovan prijepis iz disertacije.

hrone i obratno, pretpostavili smo krugove okarakterizirane nejednadžbama $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$, uz $L_{12} < L_{10} < L_{20}$, dakle krugove, koji spadaju u prvo područje. Ostavljajući njihova razvezana stanja netaknuta (jer u protivnom, tj. da im se razvezana stanja tokom razmatranja mijenjaju, ne bismo mogli izvršiti neku komparaciju raznih slučajeva, koji se pojavljuju), umanjivali smo $\frac{1}{C_{12}}$, odnosno povećavali $\frac{1}{C_{10}}$ i $\frac{1}{C_{20}}$, uz nepromijenjene induktivitete. Na taj način prešle su navedene nejednadžbe ponajprije u jednadžbu i nejednadžbe $\frac{1}{C_{12}L_{12}} = \frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$, koje karakteriziraju t. zv. prvi granični slučaj, zatim u nejednadžbe $\frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$, koje karakteriziraju drugo područje, iza toga u nejednadžbe i jednadžbu $\frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{12}L_{12}} = \frac{1}{C_{20}L_{20}}$ koje karakteriziraju t. zv. drugi granični slučaj, i konačno u nejednadžbe $\frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}} > \frac{1}{C_{12}L_{12}}$, koje karakteriziraju treće područje.

Navedeno smanjivanje vezne elastancije, a povećanje elastancije u ostalim dvjema granama znači, naravno, smanjivanje kapacitivnog faktora vezanja K_{kap} , dok je induktivni faktor vezanja K_{ind} ostao nepromijenjen. Prema tome, mijenjamo diferenciju faktora vezanja ($K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}$) kod čega je u prvom slučaju $K_{\text{kap}} > K_{\text{ind}}$, u drugom području, u početku, također je $K_{\text{kap}} > K_{\text{ind}}$, zatim postaje $K_{\text{kap}} = K_{\text{ind}}$, a prema koncu tog područja postaje $K_{\text{kap}} < K_{\text{ind}}$, što ostaje, naravno, i u trećem području.

Upotrebljavajući kontinuirano navedeni postupak, odnos antisinhronih struja u prvom području, tj. $\frac{I_4}{I_3}$, postaje sve manji, dok odnos sinhronih struja $\frac{I_2}{I_1}$ raste. Kod prvog graničnog slučaja, odnos $\frac{I_4}{I_3}$ jednak je nuli, dakle ‘ne postoji struja brze frekvencije drugog kruga’. To je razumljivo i potrebno radi kontinuiteta promjena, budući da će se korak dalje, dakle sada već u drugom području, ponovno pojaviti ta struja brze frekvencije, ali sada kao sinhrona! Znači, da je ona kod amplitude nula učinila ‘fazni skok’ za 180° . Kod daljnjih koraka, odnos brzih struja drugog i prvog kruga neprestano će progresivno rasti, i to kroz čitavo drugo i treće područje.

Odnos struja polagane frekvencije $\frac{I_2}{I_1}$ raste kroz prvo i drugo područje sve do drugog graničnog slučaja, kad zadobiva vrijednost neizmjenjivo, dakle tada ‘u prvom krugu ne postoji struja polagane frekvencije’. Kod daljnjeg

koraka, ta se struja pojavljuje, ali kao antisinhrona, jer se sada nalazimo u trećem području. Znači, da je kod drugog graničnog slučaja struja polagane frekvencije drugog kruga učinila ‘fazni skok’ za 180° . U trećem području postaje odnos struja polagane frekvencije drugog i prvog kruga, nakon dostignutog maksimuma u drugom graničnom slučaju, progresivno sve manji.

U pogledu veznih frekvencija, kod smanjenja diferencije ($K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}$) one će se u prvom području međusobno približavati, jer se polagana povećava, a brza smanjuje. U prvom graničnom slučaju dosegnut će brza vezna frekvencija svoj minimum, koji je jednak maks (ω_1, ω_2), gdje su ω_1 , odnosno ω_2 , razvezane frekvencije prvog, odnosno drugog kruga. Kod daljnjeg smanjenja ($K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}$), u drugom području, brza vezna frekvencija odmaknut će se od svog minimuma, dakle, povećavat će se analogno kao i polagana, koja se sve više približava svom maksimumu koji iznosi min (ω_1, ω_2), a koju vrijednost će ona doseći na koncu tog područja, tj. u drugom graničnom slučaju. Međutim, to povećanje vrijednosti brze i polagane frekvencije, unutar drugog područja, ne zbiva se jednakomjerno istim tempom, nego je brzina povećavanja vrijednosti brze frekvencije u početku područja vrlo malena i postaje prema koncu sve veća, dok je brzina povećavanja vrijednosti polagane frekvencije, naprotiv, u početku velika i postaje prema koncu područja sve manja. Znači, da će se radi toga, unutar drugog područja, nalaziti minimum njihove diferencije. Taj minimum koincidira sa situacijom, kod koje je ($K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}} = 0$), odnosno kad je $\frac{1}{C_{12}L_{12}} = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}$.

Mada se vrijednosti obih veznih frekvencija i poslije navedene situacije ($K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}} = 0$), kad, dakle, K_{ind} postaje veći od K_{kap} , u drugom području, i dalje povećavaju, one se ipak međusobno razmiču, jer – kako je spomenuto – brza jače odmiče od svog minimuma, nego se polagana približava svom maksimumu. U drugom graničnom slučaju dosegla je – kako je već spomenuto – polagana vezna frekvencija taj maksimum, koji iznosi min (ω_1, ω_2). Kod daljnjeg smanjenja kapacitivnog faktora vezanja K_{kap} , dakle već u trećem području, one će se još jače razmicati, jer brza frekvencija nastavlja i dalje svoje povećanje, dok će se vrijednost polagane frekvencije, poslije postignutog maksimuma, početi smanjivati.

Tri grane svih mogućih kombinacija parametara dvaju veznih krugova, uvijek možemo svrstati tako, da im recipročni produkti kapaciteta i induktiviteta karakteriziraju prvo područje. Tada će ritam pokazanog mehanizma promjena odnosa partikularnih struja, kao i promjena vrijednosti veznih frekvencija, kod naprijed navedenog postupka, postojati i kod ostalih varijanti dvaju vezanih krugova, na pr. ako je $L_{12} < L_{20} < L_{10}$, kod

prelaza iz prvog u drugo, a zatim dalje u treće područje. Ako je kod toga $\omega_2 > \omega_1$, 'fazni skok' struje 'brze' frekvencije događat će se, u prvom graničnom slučaju, u 'prvom' krugu, a 'fazni skok' struje 'polagane' frekvencije događat će se nakon daljnjeg smanjivanja vezne elastancije, u drugom graničnom slučaju, u 'drugom' krugu. To uključuje, u poređenju s našim primjerom, međusobnu izmjenu riječi 'raste' i 'smanjuje se' kod opisivanja promjena odnosa obaju para partikularnih struja drugog i prvog kruga.

Sva razmatranja izvršena su na temelju originalnih konstrukcija veznih frekvencija. Pomoću tih konstrukcija, koja su prethodno kritički osvjetljena, dobivaju se rezultati brzo i jednostavno, te je iz njih odmah vidljivo, kako promjene bilo kojih parametara, utječu na sve veličine obaju vezanih krugova."

U izvješću za redovitog profesora [7] (komisija: Prof. Matković dr. ing. Vladimir; Prof. Jelaković dr. ing. Tihomil; Prof. Gruden Mirjan) zaključno piše sljedeće:

"Nakon izbora za izvanrednog profesora 11. VII 1960. kandidat je s uspjehom obranio doktorsku disertaciju ... Na temelju tog rada podijeljen mu je naslov doktora tehničkih nauka iz Područja primijenjene matematike dne 5. VII 1961. U disertaciji se pomoću originalnih metoda iznalaze od slučaja do slučaja amplitude, smjerovi i frekvencije obih komponentnih struja u primarnom i sekundarnom krugu. Pokazano je kako krugovi, koji u početku, uslijed vrijednosti svojih parametara, spadaju u I., t. j. 'kapacitivno' područje, promjenom diferencije faktora vezanja, preko I. graničnog slučaja, prelaze u II. neutralno područje, a konačno preko II. graničnog slučaja, u III., t. j. 'induktivno' područje. Proučena su oba granična slučaja, kod kojih u jednom krugu postoje dvije sinusne struje, t. j. treptaj, a u drugom samo jedna, odnosno nastupa fazni skok jedne komponente struje s amplitudom nula. Pokazana je potpuna koincidencija između vrijednosti diferencije brze i polagane frekvencije i apsolutne vrijednosti diferencije faktora vezanja, te je dokazano da je razmak frekvencija najmanji kad diferencija faktora vezanja iznosi nula. Mada u tom slučaju 'nema' vezanja, krugovi ipak stvaraju dvije frekvencije i ne 'slijevaju' se u jedan krug s jednom frekvencijom."

Vezani titrajni krugovi opširnije su objašnjeni u udžbeniku *Električni titrajni krugovi*, I. dio, u poglavljima 15. – 27.

Udžbenik *Električni titrajni krugovi*, I. dio



Sl. 19.: Naslovnica udžbenika *Električni titrajni krugovi*, I. dio (1959.)



Sl. 20.: Naslovnica udžbenika *Električni titrajni krugovi* (1963.)

Sadržaj udžbenika [32] po poglavljima i potpoglavljima:

A. Uvod

B. Matematički izraz za pojav titraja

1. Gaussova ravnina i pravac titranja. Harmonički titraj i njemu pridruženi verzor
2. Treptaj i njegov diferencijalni kvocijent po vremenu. Degenerirani treptaj
3. Dva međusobno okomita titraja i njihov fazni pomak
4. Fourierov red periodičke funkcije
5. Rastavljanje neperiodičke funkcije u harmoničke komponente
6. Harmonička modulacija
7. Impulsna modulacija općenito i načelni opis nekih praktičnih izvedbi
8. Dobivanje spektra amplitudno moduliranih harmoničkih titraja iz spektra amplitudne funkcije
9. Spektar sinusnog titraja, koji počinje u $t = 0$
10. Spektar cosinusovog titraja, koji počinje u $t = 0$
11. Spektar treptaja, koji počinje u $t = 0$

C. Fizikalne veličine i njihovi odnosi u električnim titrajnim krugovima s konstantnim koncentriranim parametrima

1. Elementi mehaničkog titrajnog kruga
2. Analogija mehaničkih i električnih veličina
3. Neke primjedbe o početnim uvjetima, padovima napona i definiciji
$$e_C = \frac{q}{C}, \text{ odnosno } i = \frac{dq}{dC}$$
4. Jednostavni neprigušeni krug bez narinutog napona
5. Prigušeni serijski krug bez narinutog napona
6. Djelovanje narinute konstantne sile P na mehanički, odnosno narinutog konstantnog napona E na električni titrajni krug
7. Titranje uz prisutnost konstantne sile, koja djeluje protivno smjeru titranja
8. Razmatranje djelovanja narinute periodičke sile i pojava rezonancije u mehaničkom titrajnom krugu. Prisilni ili prinudni titraji
9. Djelovanje narinutog sinusnog napona na električni serijski titrajni krug s konstantnim parametrima
10. Grafičko rješavanje titrajne diferencijalne jednadžbe serijskog kruga po metodi lorda Kelvina
11. Primjer za dobivanje općeg rješenja serijskog kruga računskim putem
12. Izračunavanje dimenzija mjerača frekvencije

13. Svitak sa željezom u serijskom titrajnom krugu. Dobivanje frekventne karakteristike po metodi W. Petersena
14. Djelovanje narinutog sinusnog napona na krug s dva paralelna ogranka, od kojih je jedan induktivan, a drugi kapacitivan
15. Pojam vezanih krugova
16. Uvodno općenito razmatranje o neprigušenim vezanim krugovima bez prisutnosti vanjske narinute sile (napona)
17. Kapacitivno vezani neprigušeni električni krugovi bez narinutog vanjskog napona
18. Induktivno vezani neprigušeni električni krugovi bez narinutog vanjskog napona
19. Upoređenje veznih frekvencija usklađenih krugova kod kapacitivnog vezanja s vezanim frekvencijama kod induktivnog vezanja
20. Kombinirano vezani neprigušeni električni krugovi bez narinutog vanjskog napona
21. Opći integral titrajnih diferencijalnih jednadžbi prigušenih vezanih električnih krugova bez narinutog vanjskog napona
22. Simetrični prigušeni vezani električni krugovi bez narinutog vanjskog napona
23. Usklađeni prigušeni vezani električni krugovi bez narinutog vanjskog napona
24. Malo neusklađeni prigušeni vezani električni krugovi bez narinutog vanjskog napona
25. Jako neusklađeni prigušeni vezani električni krugovi bez narinutog vanjskog napona
26. Stacionarno stanje dvaju usklađenih vezanih električnih krugova pod utjecajem narinutog sinusnog napona
27. Stacionarno stanje dvaju neusklađenih vezanih električnih krugova pod utjecajem narinutog sinusnog napona
28. Transformator bez željezne jezgre u električnim titrajnim krugovima
29. Grafička konstrukcija frekventnih karakteristika električnih titrajnih krugova.

Švarc je udžbenik označio s 'I. dio'. Očito, imao je teksta i ideja za drugi dio (prof. dr. sc. Davor Butković, profesor na Fakultetu elektrotehnike i računarstva misli da je Švarc završio i drugi dio, koji je ostao u rukopisu). No, najblaže rečeno, stručna i znanstvena javnost nije podržala nastavak tog rada i istraživanja.

Potpoglavlja o vezanim titrajnim krugovima su izvorna. Uočio je da je bit tehničkih i bioloških sustava u vezama jednostavnijih sustava. Može se reći da je jedan od preteča opće teorije sustava. Ludwig von Bertalanffy tek je 1969.

objavio glasovitu knjigu *Opća teorija sustava* [29]. Evo što o vezanim titrajnim krugovima kaže sam Švarc u uvodu udžbenika:

“... Tokom proučavanja, saznat ćemo, da svaki sistem, koji sadrži energiju, a prepušten je sam sebi, živi svojim zasebnim, posve točno određenim ‘slobodnim ritmom’. Međusobno vezani i sebi prepušteni sistemi, žive upravo s toliko ‘vezanih ritama’ od koliko se jednostavnih sistema sastoji, ali su pri tome ti pojedini ‘vezani ritmi’ različiti od onih ‘slobodnih ritama’, koje bi ti jednostavni sistemi imali, da nisu vezani, nego da postoje sami za sebe. Ti ‘vezani ritmi’ ipak se međutim baziraju na onim ritmima, koje bi imali njihovi jednostavni komponentni sistemi, da se razvežu, da postanu slobodni, a stepen toga baziranja ovisi o stepenu povezanosti pojedinih sistema.

Promatrajući prirodu upravo s tog stanovišta, razabrat ćemo, da razlog, što se neki sistemi nazivaju organizmima, leži u tim zajedničkim vezanim pulsovima ili ritmima. Sistemi zajedno nagomilani u nekom prostoru, ali nepovezani, ne bi imali zajedničke pulseve i ne bi činili organizam. Tek zajedno povezani, sačinjavaju organizam, jer dobivaju zajedničke životne ritme, pulseve.

Stvar je sada naučnog razmatranja, da se pronade optimalni stepen povezanosti tih pojedinačnih sistema, bili oni pod utjecajem vanjske sile ili ne, da bi organizam bio najefikasniji, t. j. da bi titrajno prelaženje izvjesnih fizikalnih veličina iz sistema u sistem – na pr. energije, struje ili napona – odgovaralo postavljenim ciljevima.

Razumije se samo po sebi, da je prema unaprijed navedenom promatranje pulsa organizama od ogromnog značenja ne samo u fizici, nego još i više u biologiji, te da će samo na tom putu moći potpuno otkriti povezanost između ‘mrtve’ i ‘žive’ prirode.”

Profesor Švarc predložio je naziv ‘verzor’²⁸ za geometrijsko-kinematičku veličinu kojom se opisuju harmonički titraji. Ta geometrijsko-kinematička veličina nema daljnjeg (dubljeg) fizikalnog značenja. Zato je pogrešno što se još danas u interaktivnim nastavnim materijalima [33] iz Osnova elektrotehnike spominje “vektorski dijagram” i eksplicitno kaže: “Sinusne napone i struje možemo prikazivati pomoću vektora.” Umjesto ‘vektor’ ispravno je reći ‘fazor’; dakle fazorski dijagram. Vjerujem da je do pogrešnog naziva došlo zbog toga što fazori i vektori na vrhu imaju strelicu i što se fazori i vektori zbrajaju po pravilu paralelograma.

²⁸ njem. *Zeiger*

U praksi bio mi je potreban Fourierov red u kompleksnom obliku. Na stranicama 51-54 udžbenika izveden je razvoj funkcije $\Psi(x)$ Fourierov red u kompleksnom obliku i dana je završna formula:

$$\Psi(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{A_n}{2} e^{jnx}$$

gdje je:

$$\frac{A_n}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi(x) e^{jnx} dx.$$

Lako se vidi, uzimanjem u obzir $x = \omega t$ i $T = \frac{2\pi}{\omega}$, da je trenutačna ω -komponenta rezonantnog pretvarača izlazne varijable $x(\tau)$ jednaka:

$$\bar{x}^\omega(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) e^{j\omega\tau} d\tau.$$

Formula se nalazi na 24. stranici udžbenika [34].

U vrijeme objavljivanja udžbenika 1959. godine, poznata matematičarka Naza Tanović-Miller²⁹, tad studentica Elektrotehničkog fakulteta u Zagrebu, slušala je predavanja profesora Švarca (vjerojatno akad. god. 1958./1959.). Napisala je na 2-3 stranice opaske na neke izvode u udžbeniku (sjećanje akademika Lea Budina), no nisu sačuvane. Opaske su vjerojatno “šokirale” Švarca, jer je tvrdio da u udžbeniku “nama niti jedne pogreške” [10], jer je bio poznat kao fanatičan poštovalac točnosti i perfekcionista detalja [28].

Svakako treba istaknuti da je Švarcov udžbenik *Električni titrajni krugovi (I. dio)* među prvih četiri/pet monografija³⁰ iz područja elektrotehnike na zagrebačkom Sveučilištu (Lončar: *Uvod u električka mjerenja*, 1939.; Jelaković: *Transformatori i prigušnice*, 1952.; Požar: *Ekonomična raspodjela opterećenja u elektroenergetskim sistemima*, 1953.; Jelaković: *Negativna reakcija*, 1957.; Jelaković: *Magnetsko snimanje zvuka*, 1959.).

Izbor za redovitog profesora

Natječaj je objavljen u *Narodnim novinama* br. 30. od 19. srpnja 1965. godine. Izvješće su referenti (Matković, dr. ing. Vladimir; Jelaković, dr. ing.

²⁹Naza Tanović (Sarajevo, 1938. – 2001.), maturirala 1956. u Sarajevu, diplomirala na Elektrotehničkom fakultetu u Zagrebu akad. god. 1961./1962.

³⁰**monografija**; znanstveni, stručni ili esejistički tekst u kojem se iscrpno obrađuje jedna tema (pojava, osoba)

Tihomil; prof. Gruđen, Mirjan) dostavili Vijeću Elektrotehničkog fakulteta 8. studenog 1965. i predložili [7]:

“Obzirom na naučni i stručni rad koji je kandidat dokazao radovima i uspjehom u struci, te obzirom na pedagoški rad u okviru predmeta ‘Titrajni krugovi’ potpisani referenti predlažu da se Švarc dr. Djuro izabere i postavi za redovnog profesora za predmet ‘Titrajni krugovi’.”

Nakon prikaza doprinosa u znanstvenim i stručnim radovima, još se navodi:

“Tokom svog rada na ovom Fakultetu dr. Švarc osnovao je i organizirao nastavu iz predmeta ‘Titrajni krugovi’ zalažući se intenzivno za postizanje odgovarajuće naučne visine predavanog gradiva, a usavršavanjem svojeg pedagoškog djelovanja olakšao je studentima shvatanje relativno teške discipline kojoj se posvetio. Time je u znatnoj mjeri dao doprinos izgradnji teoretičkih temelja studentima slabe struje, koji posebno u sadašnje vrijeme takve temelje trebaju.

Radovi dr. Švarca, kao i priznanje u međunarodnim relacijama, od kojih valja spomenuti recenziju Prof. dr. ing. Fischera iz Karlsruhe, zatim Prof. Thomasa J. Higginsa sa University of Wisconsin, te Dr. ing. Viktora Lovassa Nagy iz Budimpešte, svjedoče o njegovom naučnom i teoretskom radu.

Dr. Švarc poznat je na Elektrotehničkom fakultetu kao savjestan i marljiv radnik koji zaslužuje puno priznanje i za svoju aktivnost na dužnostima koje je na fakultetu vršio. Osim direktnog kontakta sa studentima i nastavnicima Elektrotehničkog fakulteta Dr. Švarc je sudjelovao i u radu komisije za udžbenike i skripta Sveučilišta. Osim toga bio je i član komisije za socijalnu brigu o studentima. Njegova je društvena aktivnost također znatna, a o moralnom i političkom liku Dr. Švarca nema prigovara. Tokom prošlog rata kandidat je kao žrtva fašističkog terora bio zatočen u logoru Jasenovac.

Na temelju iznjetoga Dr. Švarc je u potpunosti pokazao sve dobre osobine naučnog radnika – teoretičara i pedagoga, nastojao je vazda podići kvalitet nastave iz područja Titrajni krugovi, te je kao društveni radnik i moralno-politički besprjekoran građanin pokazao takva svojstva da izvjestitelji mogu sa potpunim pouzdanjem predložiti Dr. Švarca za redovitog profesora na Elektrotehničkom fakultetu u Zagrebu.”

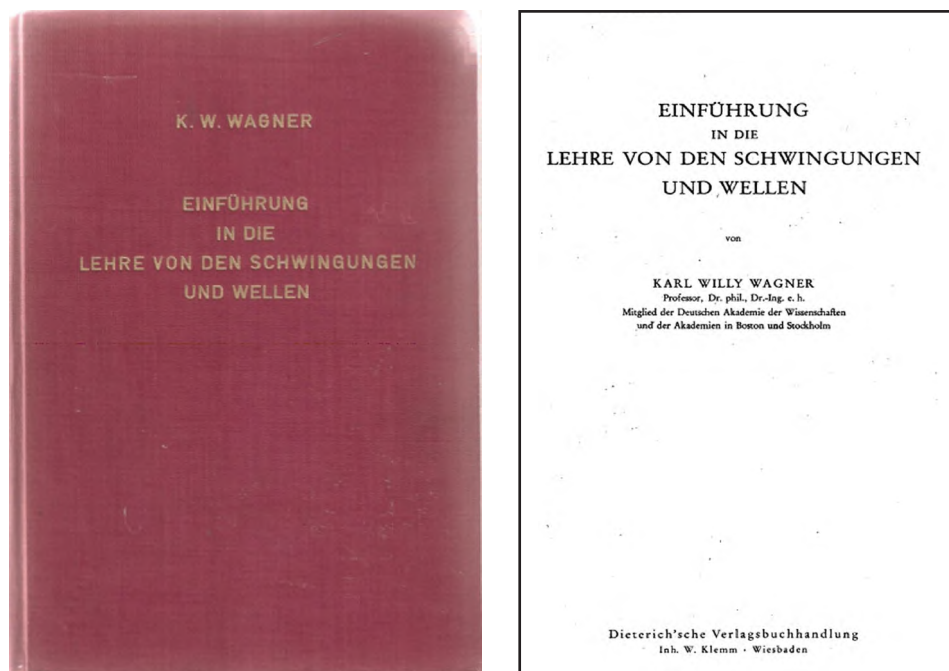
Vijeće ETF-a provelo je na 112. redovitoj sjednici 13. studenog 1965. predloženi izbor, koji je potvrđen na 11. sjednici Fakultetskog savjeta 10. prosinca te godine.

Članci [9]

1. Moderni izolator za nadzemni vod, *Tehnički list*, **15** (1930), str. 211-214, (15. 8. 1930.); **16** (1930), str. 218-222, (31. 8. 1930.)
2. Električno uzemljenje sistem *Copperweld*, *Tehnički list*, **22/23** (1933), str. 332-334, (15. 12. 1933.)
3. Vagonsko električno osvetljenje, *Saobraćajni pregled*, **5** (1934), str. 78-87, (10. 02. 1934.)
4. O provetravanju sušačkog tunela, *Saobraćajni pregled*, **6** (1935), str. 306-311, (rujan, 1935.)
5. Razmatranje konstrukcije vozniha i strujnih linija za elektrifikaciju željeznica, *Saobraćajni pregled*, **8** (1936), str. 246-249, (kolovoz, 1936.)
6. Prinos konstrukciji vozniha linija električnih željeznica, *Elektrotehnički vesnik*, **8-9** (1949), str. 199-207.
7. Jednostavni dokaz za konstrukciju pogonskog dijagrama dalekovoda po Ossanni³¹, *Elektrotehnički vesnik*, **7-8** (1950), str. 188-192.
8. Ein Beitrag zur Konstruktion der Fahrlinien elektrischer Bahnen, *Elektrotechnik u. Maschinenbau*, **69** (1952), str. 151-152, (15. 03. 1952.)
9. Razmatranja o treptaju, *Elektrotehnički vesnik*, **11/12** (1954), str. 357-361; **1/2** (1955), str. 25-30.
10. Über das Wesen verschiedener Kopplungsarten zweiter gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung, *Archiv f. Elektrotechnik*, Bd. XLIV, Heft 4 (1959), str. 234-250.
11. Das Verhalten zweier kombiniert gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung bei allmählicher Verkleinerung ihrer Kopplungselastanz, *Archiv f. Elektrotechnik*, Band XLVII, Heft 4 (1962), str. 234-256.

Autor svih radova je Đuro Švarc, i to jedini. Zanimljivo je da niti jedan rad nema popis literature. Prema kazivanju profesora Vladimira Naglića, posebno je cijenio radove njemačkog inženjera i stručnjaka za telekomunikacije Karla Willya Wagnera (1883. – 1953.), koji je uz Georgea Ashleyja Campbella (1870. – 1954.) utemeljio teoriju električnih filtara. Wagner je 1927. uveo predmet Opća teorija oscilacija na TH Berlin [35]). Autor je udžbenika *Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen* (II. Auflage, Dietrich'sche Verlagsbuchhandlung, Wiesbaden 1947.). Popis Wagnerovih radova nalazi se na internetskoj adresi [36], a neke je od njih možda proučavao Švarc.

³¹ Marij Osana (Ossanna) (1880. – 1958.), slovenski inženjer elektrotehnike, diplomirao na Višoj tehničkoj školi u Beču (1907.) na Strojarsko-elektrotehničkom odjelu; redoviti profesor (od 1933.) na Elektrotehničkom odjelu ljuhljanskog sveučilišta



Sl. 20.: Knjiga koju je profesor Švarc iznimno cijenio

Prema ocjeni habilitacijskog povjerenstva radovi 1., 2. i 3. su: “(.. .) informativnog i kritičkog karaktera koji daju pregled preko tada najnovijeg stanja u pogledu dotičnih tehničkih ostvarenja prema podacima iz svjetske literature iznoseći pri tome iskustva iz svoje prakse.”

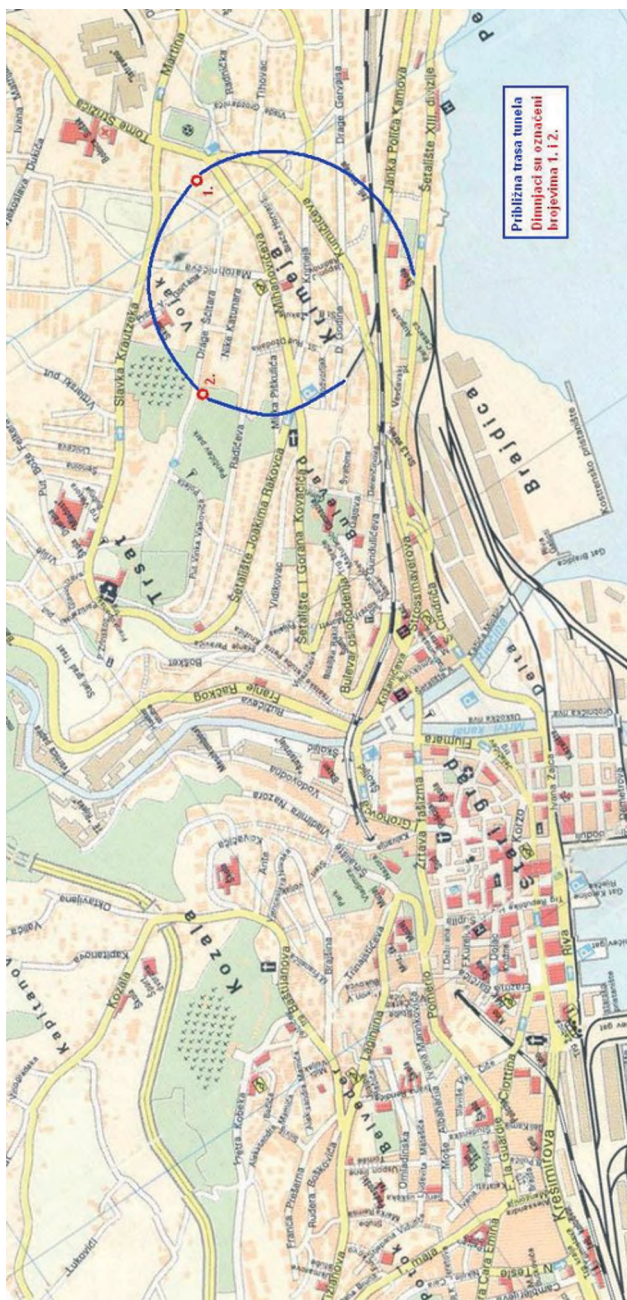
Rad 4. ukazuje na neracionalnost umjetnog provjetravanja sušačkog tunela i ukazuje na potrebu elektrifikacije kao jedinog racionalnog rješenja za taj slučaj. Rad je pisan sa svrhom (koja je i postignuta), da se povuče već donesena odluka bivšeg Ministarstva saobraćaja za nabavu zastarjelog i beskorisnog uređaja za provjetravanje.

Radovi 5. i 6., prema ocjeni habilitacijskog povjerenstva [6] “daju originalne prinose u pogledu projektiranja električkih željeznica i u njima pokazuje značajnu primjenu naučne metode i upotrebu teorijskih spoznaja”. Rad br. 6. objavljen je u skraćenom obliku u *Elektrotechnik u. Maschinenbau* od 15. ožujka 1952. godine (rad br. 8.).

Rad 9. je habilitacijska radnja. Sadržaj i recenzija dani su u odsječku naslova Habilitacija.

Rad br. 11. skraćena je i pojednostavnjena doktorska disertacija. U disertaciji je razmatranje izveo općenitije, tj. pod vidom općenite promjene diferencije faktora vezanja, dok se u radu ograničio samo na promjenu kapacitivnog faktora vezanja.

Članak O provjetravanju sušačkog tunela



Sl. 21.: Dispozicija sušačkog tunela. Uočite da je tunel kružnog oblika i da se otvori nalaze približno jedan iznad / ispod drugog

Problem provjetravanja sušačkog tunela najbolje se uočava iz njegove povijesti izgradnje i kasnijeg korištenja. U [37] piše:

“Mađarske vlasti uvijek su težile izlasku na more. Državne željeznice su zato izgradile prugu Budimpešta – Zagreb – Karlovac 1865. godine dok je nastavak za Rijeku predan prometu 1873. godine. Tako je Rijeka postala luka Mađarske. Promet je postojao sve veći pa je zagušivao promet vlakovima koji su preko riječke obale dolazili na terminal Brajdice i Delte. Stručnjaci su donijeli zaključak da se izgradi odvojak koji bi izravno dovodio teret do tih skladišta, a to dovodi do izgradnje tunela.

Već 1897. godine odlučeno je izgraditi teretni sušački kolodvor, što je kasnije postao jedini i glavni jer su nastala dva grada u različitim državama. Tunel je izgrađen u obliku spirale – zavojni oblik, zbog skučenog terena i velike visine. Radovi su završeni 1900. godine, a bio je u ono doba najdužji ovog tipa u Europi. Tunel je na istoj točki ulazio u brdo i u istoj izlazio, ali na različitoj visini. Objekat je dug 1873 metara, s velikim padom za željeznicu od 21 promila. Radovi su trajali 17 mjeseci. Svečano otvoren prometu 27. ožujka 1900. godine.

Odmah je uskrasnio problem s dimom jer su lokomotive bile na ugljen. Dima smo se mi putnici nagutali godinama kada smo putovali na studij u Zagreb jer je Rijeka pripadala drugoj državi. Pronađeno je rješenje izgradnjom dimnjaka koji izbijaju usred parka na Vojaku – Trsatu. Zbog dima i opasnosti mađarske vlasti neko vrijeme nisu dopuštale putnički promet (1918.).

Od 1941. do 1945. godine tunel je služio kao skladište. Talijanske vlasti stavile su ga u pogon, ali dogodila se nesreća jer je zatajila lokomotiva koja nije uspjela nadvladati uspon, pa je došlo do trovanja zaposlenih. Godine 1946. smrtno je stradala liječnica Marković iz Zagreba, kada je vlak stao, a u panici ljudi iskakali iz vagona i udarili u stjenoviti zid objekta.

Završetkom Drugog svjetskog rata otvoren je željeznički promet Zagreb – Rijeka, jer su sada ova dva grada (Sušak i Rijeka) postali jedan grad. Ipak promet se nije mogao normalno odvijati jer je željeznički most preko Rječine kod Školjića bio porušen. Tek 1947. godine obnovljen je vijadukt. Međutim, 1953. godine došlo je do elektrifikacije pruge i tunela, pa su riješene sve neugodnosti oko dimnih plinova kojima su bili izvrgnuti putnici i osoblje željeznice.”

Švarc u članku iz 1935. godine teorijskom argumentacijom zaključuje da “mehaničko rješenje” provjetravanja tunela nije racionalno pa kaže:

“Smatramo da smo donekle prikazali komplikovanost pitanja oko provetravanja sušačkog tunela mehaničkim putem, kao i potrebu vrlo velikih mašinskih efekata, kojima bi se eventualno postiglo poboljšanje atmosferskih prilika u tom tunelu.

Efikasnije rešenje, koje bi van svake sumnje i sigurno dovelo do cilja, sastojalo bi se u primeni električne vuče na relaciji Sušak – Škrljevo. Ukoliko ne bi svakog momenta bilo raspoloživo dovoljno električne energije, moglo bi se pribeci primeni akumulatorskih lokomotiva. Tehnička strana problema ventilacije bila bi u tom slučaju definitivno rešena. Nije ali neverovatno, da bi se obzirom na ogromne ovde izračunate mašinske efekte pri mehaničkom provetravanju i troškovi investicije kretali u istim ili manjim granicama, dok bi troškovi pogona i održavanja verovatno bili i manji radi niskog stepena korisnog dejstva mehaničkih naprava za provetravanje.”

Za električnu vuču, ne samo kroz sušački tunel nego na pruzi Sušak – Moravice, zalagao se redoviti profesor Tehničkog fakulteta u Zagrebu inženjer Miroslav Plohl, st. Godine 1938. objavio je u *Hrvatskom dnevniku* [38]:

“U početku tretiralo se samo pitanje elektrifikacije sušačkog tunela, jer elektrifikacija tunela pruža najbolje rješenje, da se izbjegne za svagda neugodnosti koje tunel stavlja, napose putničkom odnosno turističkom prometu. Međutim, kolikogod elektrifikacija samoga tunela pruža tehnički najpovoljnije rješenje, ona ne daje ekonomski povoljan rezultat, ako se elektrifikacija produži i do stanice Škrljevo. Povoljnu ekonomsku osnovu daje tek elektrifikacija čitave pruge od Sušaka do Brod Moravica, odnosno od Sušaka do Zagreba. Prištednje, što ih daje električni pogon naprama pogonu sa hladnim lokomotivama, tolike su, da se iz njih može amortizirati za elektrifikaciju pruge i nabavu električnih lokomotiva potrebni zajam.”

Mišljenju Švarca i Plohla oštro se suprotstavio direktor Elektre – Sušak inženjer Ivo Radulović na predavanju O elektrifikaciji Savske banovine sa tehničkog, ekonomskog i socijalnog stanovišta, održanom u listopadu 1938. u Klubu strojarских i elektroinženjera u Zagrebu, te na ponovljenom predavanju jednakog naslova održanom 9. lipnja 1939. u Trgovačkom domu na Sušaku na poziv Privrednog vijeća. Dokazivao je da je elektrifikacija pruge Sušak – Zagreb ekonomski preuranjen projekt.

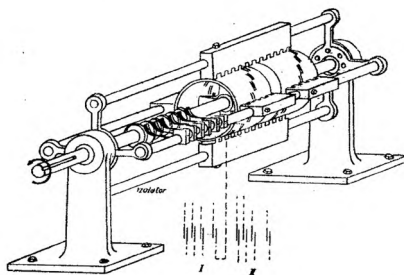
Pronalasci

Transformator istosmjerne struje, Pronalazačko svedočanstvo br. 61. Saveta za mašingradnju Vlade FNRJ³² od 29. rujna 1951. godine (taj se datum navodi u izvješću povjerenstva za provedbu habilitacijskog postupka [6]). U navedenom izvješću o tom pronalasku³³ piše sljedeće:

“Radi se pri tom o sukcesivnom nabijanju i izbijanju sustava kondenzatora, koji rotiraju relativno prema četkicama, pri čemu se periodički izmjenjuje način njihova spoja. O značaju tog izuma ne može se zasada još točnije suditi.”

Pronalazačko svedočanstvo br. 61. objavljeno je u časopisu *Pronalazaštvo* [39] (u tzv. *Glasniku intelektualne svojine* u to doba).³⁴

21 [4]. Pronalazačko svedočanstvo br. 61. — Transformator istosmerne struje, naznačen time, da se relativnom rotacijom segmenata prema četkicama međusobno neovisni kondenzatori pri transformaciji od nižeg na viši napon naizmjenično paralelno, kontinuirano pune, a serijski



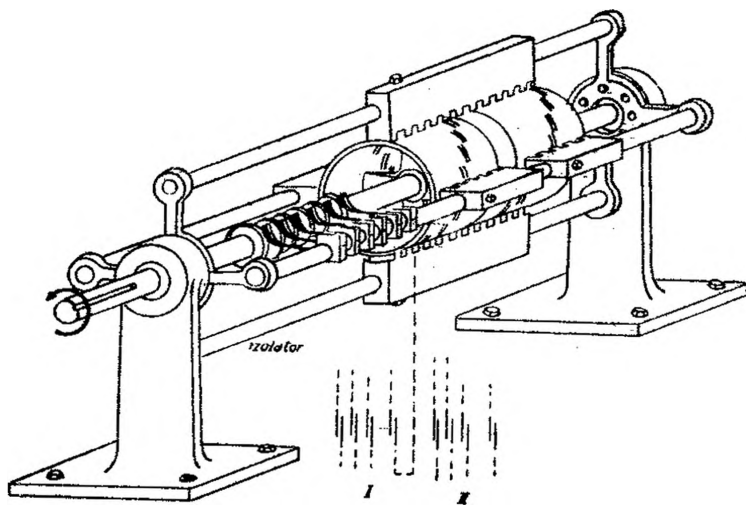
kontinuirano prazne, dok je pri transformaciji od višeg na niži napon punjenje serijsko, a pražnjenje paralelno, pri čemu navedeni segmenti predstavljaju priključne krajeve kondenzatora te su diametralno smješteni. Prijava sadrži još 9 zahteva za zaštitu. — Ing. Švarc Đuro, Zagreb. — Prijavljen 13. 9. 1950. — Savet za mašingradnju Vlade FNRJ, Beograd.

Sl. 23.: Pronalazak Đure Švarca: ‘transformator istosmjerne struje’, Pronalazačko svedočanstvo br. 61.

³²Federativna Narodna Republika Jugoslavija

³³U izvješću [22] ispravno se navodi da je riječ o pronalasku, a ne o patentu. Pronalazačko svjedočanstvo svojevrsno je tehničko unapređenje, nešto poput današnjeg “malog patenta” (engl. *utility model*).

³⁴U FNRJ u trenutku izdavanja “Pronalazačkog svedočanstva” vrijedio je Zakon o zaštiti autorskog prava donesenom 25. svibnja 1946. godine. Taj Zakon se zasnivao na Zakonu o zaštiti autorskih prava Kraljevine Jugoslavije donesenom 26. prosinca 1929. godine, a ovaj na Zakonu o autorskom pravu kojeg je donio Hrvatsko-ugarski sabor 4. svibnja 1884. godine (stupio na snagu 1. srpnja 1884. godine).



Sl. 24.: Pronalazak Đure Švarca: mehanička konstrukcija ‘transformatora istosmjerne struje’ (povećan crtež iz Pronalazačkog svedočanstva br. 61.)

U *Židovskom biografskom leksikonu* [15] i u *Spomenici 1956. – 1996., 40. obljetnica Fakulteta elektrotehnike i računarstva* [14] još piše da je “nositelj licence dva patenta o transformatoru istosmjerne struje”. Međutim, istraživanjem u Zavodu za intelektualno vlasništvo Republike Hrvatske i u Zavodu za intelektualnu svojinu Republike Srbije nisu pronađene prijave patenata i registrirani patenti Đure Švarca.³⁵

Predavanja i ispiti iz Električnih titrajnih krugova

Predavanja

Odmah po dolasku na Fakultet 1947. godine, a nakon umirovljenja prof. ing. Jure Horvata³⁶, Švarc je uredio program i obavio korekturu iz predmeta Prijenos električne energije te Razdioba električne energije, a po umirovljenju Ing. Jelušića³⁷ još iz dvaju predmeta: Električne centrale i Rasklopni uređaji [8]. Da nastava ne zapne [8] predavao je u ljetnom semestru 1948./1949. i u zimskom semestru 1949./1950. na ‘dobrovoljnoj bazi’ [8] predmet Prijenos električne energije. Osim toga, pripremio je i razradio gradivo za predmet Električne željeznice.

³⁵ Autor zahvaljuje Saši Zdravkoviću iz Zavoda za intelektualnu svojinu (Odeljenje za mašinstvo, elektrotehniku i opštu tehniku) Republike Srbije na velikom zalaganju u traženju dokumenta među arhivskom građom.

³⁶ Juro Horvat (Gospić, 1882. – Zagreb, 1954.), honorarni redoviti profesor od akad. god. 1932./1933., umirovljen 1942./1943., reaktiviran 1945./1946., umirovljen 1946./1947. [19]. U spomenicama ETF-a, odn. FER-a [9] i [14] nema njegova životopisa.

³⁷ Fedor Jelušić, honorarni nastavnik u akad. god. 1946./1947. i 1947./1948. [19]. U spomenicama ETF-a, odn. FER-a [9], [14] nema njegova životopisa.

Tablica 5.: Pregled kolegija koje je predavao Đuro Švarc

Početna akad. god. nastavnog programa	Godište studija	Naslov kolegija	Semestar	
			zimski	ljetni
1947./1948.	četvrto (JS)	Prenos električne energije*	4+4	4+4
1951./1952.	četvrto (JSEP)	Električne željeznice** (izborni)	–	2+1
	četvrto (JSEI)	Električne željeznice** (izborni)	–	2+2
	treće (SS)	Titrajni krugovi	3+1	3+2
1959./1960.; FER-1	treće (SS)	Titrajni krugovi	2+0	2+2
	četvrto (SS)	Titrajni krugovi (izborni)	–	2+2
1967./1968.; FER-2	četvrto (EUE)	Linearni el. titrajni krugovi (izborni)	–	2+2
	četvrto (EUE)	Nelinearni el. titrajni krugovi (izborni)	–	2+2
	četvrto (EUA)	Linearni el. titrajni krugovi (izborni)	–	2+2
	četvrto (EUA)	Nelinearni el. titrajni krugovi (izborni)	–	2+2

SS slaba struja

JS jaka struja

JSEP jaka struja, elektroprivredni smjer

JSEI jaka struja, elektroindustrijski smjer

EUE smjer elektronika, usmjerenje elektrokommunikacije

EUA smjer elektronika, usmjerenje automatika

* predaje samo teorijski dio predmeta; u ljetnom semestru 1948./1949. i u zimskom semestru 1949./1950.

** nema dokumenta koji potvrđuje da je predavao taj predmet

U doba dolaska Đure Švarca na Fakultet, Zavod za visoki napon (danas Zavod za visoki napon i energetiku), nije imao predstojnika (razdoblje ‘bezvlađa’, 1944. – 1947.). U akad. god. 1948./1949. za stalnog nastavnika u zvanju izvanrednog profesora dolazi Vladimir Žepić, dipl. ing.³⁸, koji tad postaje i predstojnik Zavoda. U ljetnom semestru akad. god. 1949./1950. dolazi za docenta Božidar Stefanini³⁹ (primijetite: izabran za docenta, a da nije habilitirao), a nedugo potom, 1951. godine, izabran je za asistenta i honorarnog nastavnika Hrvoje Požar⁴⁰. Prisilom tadašnje vlasti, potkraj zimskog semestra 1951./1952. profesor Žepić odlazi s Fakulteta kao politički nepodoban. Božidar Stefanini postaje predstojnik Zavoda na početku akad. god. 1952./1953. [40].

³⁸ Alfred Žepić (1930. – 2005.), hrvatski matematičar³⁹ Božidar Stefanini (1913. – 1991.), na Tehnički fakultet došao s mjesta direktora Saveznog projektantskog biroa za rasklopna postrojenja i dalekovode u Beogradu [9]⁴⁰ Hrvoje Požar (1916. – 1991.), na Tehnički fakultet došao s mjesta elektroenergetskog dispečera za Hrvatsku [9]



Sl. 25.: Profesori Švarc, Dolenc (prvi dekan) i Požar – 1956. (slijeva nadesno), fotografija u auli Fakulteta elektrotehnike i računarstva (snimio autor 4. prosinca 2019.)

Pretpostavljam da je Švarc fakultetskim dogovorom prebačen na “sporedni kolosijek”, na nezahvalno područje električnih titrajnih krugova, beznačajno za smjer jake struje (titrajni krugovi nikad nisu predavani na tom smjeru). Godine 1962., preseljenjem tadašnjeg Zavoda za osnove mjerenja i mjerenja u slaboj struji u novu zgradu u Unskoj ulici 3, Katedra za titrajne krugove koju je vodio Švarc priključena je tom Zavodu. Švarcovim umirovljenjem 1971. godine i uvođenjem nastavnog programa ETF-3 od akad. god. 1970./1971., predmeti u svezi titrajnih krugova prestali su se predavati.

Profesor Švarc predavao je teoriju električnih titrajnih krugova kroz tri kolegija: Električni titrajni krugovi, Linearni električni titrajni krugovi i Nelinearni električni titrajni krugovi. Predmete teorijske prirode temeljene na matematičkim modelima i s neprepoznatljivom primjenom većina studenata teško prati i ne voli. Takvi predmeti traže iznimno vješta predavača. Profesor Vladimir Naglić u knjizi *Zapisi dobronamjernog zlopamtila* piše [41]:

“Imao sam, nažalost, priliku posve iz blizine promatrati jedan takav primjer. Autor takve kritike, u obliku ‘vlastitog izdvojenog mišljenja’, bio je vrlo istaknuti član studentske organizacije, inače vrhunski intelektualac sa širokom naobrazbom. Poslije studija je postigao zapaženu karijeru na ovom istom Fakultetu sve do položaja redovitog profesora, te visokog dužnosnika

u upravi Zagrebačkog sveučilišta. Izrekao ju je na sjednici Savjeta Fakulteta, u okviru točke dnevnog reda koja se odnosila na promaknuće za izvanrednog profesora, a kandidat je bio docent Đuro Švarc.⁴¹ Ne usprotivivši se predviđenom pozitivnom rezultatu glasovanja, dotični je predstavnik studenata u Savjetu izrekao zamjerku na kandidatovo izvođenje predavanja, smatrajući ga 'zbrkanim' i 'konfuznim'. 'Marljivošću' zapisničara to je ušlo u zapisnik, iako se o iznesenom nije diskutiralo, a i glasanje je poduprla pozitivni prijedlog komisije za izbor. Na kasnijoj sjednici skupštine studenata, isti je student u uobičajenoj diskusiji ponovio svoju zamjerku, ali dodavši pohvalu profesor Švarcu za strpljenje i korektnost u ispitivanju studenata.

Siroti je Švarc, to svoje napredovanje u dosta visokoj životnoj dobi pred kraj radnog vijeka primio kao iznuđeno *mit einem blauen Auge* (u uličnoj tučnjavi iz koje izađeš s plavom masnicom na oku), kako mi je sam reproducirao poznatu njemačku poslovicu! Vrlo otvoreno, ali ishitreno, nosilo je u sebi kao i uvijek dio istine. Koliko god bio znanstveno utemeljen svaki redak napisan na ploči tijekom predavanja prof. Švarca, njega je opterećivala stalna želja da svaki detalj, koji zna ili je u zadnje vrijeme otkrio iz neke problematike u okviru predmeta, mora odmah prenijeti svojim studentima. Upuštao se stoga u nepotrebne digresije izvan normalnog i potrebnog tijeka izlaganja. Studenti se pak pri predavanju prvi put susreću s nekim problemom, pa teško mogu s razumijevanjem pratiti i osnovnu nit, koja je u nastavi jedino potrebna. Sve fineše, njihovu znanstvenu izuzetnost i 'ljepotu', može osjetiti jedino stručnjak koji osnove problema već pozna. U prvom susretu oni samo opterećuju i zbunjuju slušatelje. Kontinuitet izlaganja neke nastavne jedinice studentima stječe se godinama, pa ga ni sam prof. Švarc još nije stigao usvojiti. U želji da studentima dade sve od sebe, povremeno je zapadao u zastajkivanja, zamuckivanja i ponavljanja. Za to je bio drakonski kažnjen.

Studenti se nisu udostojili da mu dadu bar neku koncesiju. Dugogodišnjim žrtvovanjem slobodnog vremena napisao je odličan udžbenik iz kojeg su naknadnim učenjem mogli saznati sve što treba znati za ispit, pa i mnogo više! Čak su mu (opet jedan potonji profesor na Fakultetu; slučajnost ili ne?) na sastancima prigovarali da nakon izlaska udžbenika iz tiska moraju puno duže i više učiti za ispit!? Ništa Švarcu nije pomagala ni poslovična sklonost da studente gdje god može brani od *represalija* drugih 'nemilosrdnih' kolega profesora. Znao je izaći u susret molbama studenata i doći u kabinet usred ljetnih praznika da bi ispitao jednog jedinog studenta! Plakanjem su mu iznuđivali pozitivne ocjene 'na veresiju', ili više ocjene od zasluženih. Imao je od djetinjstva težak život, jedva je preživio strahote holokausta pa je bio nepovjerljiv i suzdržan, ali vrlo sućutan i skroman čovjek.

⁴¹ Izbor je održan 11. srpnja 1960. godine.

Kritička ocjena njegovog predavanja bila je izrečena tada, jednom i nikad više! Njega je pak pratila do smrti, a možda i poslije. Koliko sam puta bio u prilici da u potpuno neslužbenim okolnostima već pri spomenu njegova imena profesori – njegovi ‘kolege’, osjete potrebu da primijete: ‘Protiv Švarca se studenti bune ... ili ... studenti su se bunili!’. Vremena su prolazila, događaji su prekrivali jedni druge, ali je ta jednom prilijepljena etiketa, nadživjela sve! I dobro i loše u njegovoj osobi.”

Pretpostavljam da je ta sjednica Fakultetskog savjeta održana 1960. zato što je Švarc promaknut u izvanrednog profesora 11. srpnja te godine [7]. Ja sam u to vrijeme bio na trećoj godini studija i slušao sam njegova predavanja. Nisam, međutim, znao da je “uže rukovodstvo” studenata odlučilo da predstavnik studenata na sjednici Savjeta Fakulteta ta predavanja kritizira. Premda su se predavanja profesora Švarca teško pratila, moje je iskustvo da se, kombinirajući predavanja i udžbenik, gradivo moglo naučiti i ispit položiti za svega dva tjedna.

Kolegij Električni titrajni krugovi I. slušao sam na trećoj godini studija slabe struje, u V. i VI. semestru. Predavanja su se održavala na prvom katu zgrade tadašnjeg Dekanata na Savskoj cesti 16, preko puta Studentskog centra, slika 12. Predavao je na zagrebačkom kajkavskom govoru. To je donekle i razumljivo jer je studirao i diplomirao na Višoj tehničkoj školi u Beču, te oko dvije godine radio



Sl. 26.: Profesor Đuro Švarc i asistent Vladimir Naglić na Zavodu za osnove i mjerenja u slaboj struji na 8. katu zgrade C; fotografija iz 1966. godine. Prema kazivanju Vladimira Naglića, Švarc je rado sjedio na tom sniženom stoliću

Zimski Ljetni		{ hiberno aestivi	semestar (semestr)	školske godine 1920./21. anno schol.	Odsjek <i>Slaba struja</i> Grupa			
Ime nastavnika (Nomen magistri)	Naslov kolegija (Index lectionum)	Sati tjedno (Quot horae per heb.)		Nastavnik (Magister)	potvrđuje testatur —	Uspjeh na pojedinim ispitima iz (Singulorum examinum eventus —)		Potvrda Dekanata o upisu i druge bilješke (Inscriptionem decanus testatur. Aliae notas)
		predavanja (lectionum)	vježbi (exercitationum)			uredno pohađanje — diligentiam (frequentationis)	predavanja — lectionum	
Bego	<i>Električna mjerjenja</i>	2	0				<i>nlo dobar</i>	
Bego	<i>El. mjerjenja lab. vježbe</i>	0	3				<i>7-10-61</i>	
Plohl	<i>Teor. prenosnih sistema</i>	2	1				<i>nlo dobar 23-11-61</i>	
Švarc	<i>Titrajni krugovi I.</i>	2	0				<i>odličan</i>	
Švarc	<i>Titrajni krugovi I. lab. vježbe</i>	0	1				<i>2. 11. 1961</i>	
Švarc	<i>Titrajni krugovi I. konstrukt. vježbe</i>	0	1					
Šare	<i>Mjerjenja u slaboj struji</i>	1	1				<i>odličan</i>	Dekanat potvrđuje semestar
Šare	<i>Mjer. u slaboj str. lab. vježbe</i>	0	2				<i>25.3.61</i>	
Albert	<i>Elektronika i elek. tehnik</i>	2	1				<i>nlo dobar (4)</i>	
Albert	<i>Elektronika i elek. tehnik, lab. vježbe</i>	0	2				<i>24.3.62</i>	dekan

Benčić Zvonko

Sl. 27.: Potpis profesora Švarca u indeksu autora članka

u Argentini. Kad smo mi studenti “prokužili” da profesor predaje po udžbeniku, više smo puta umjesto na predavanje “skočili” do Studentskog centra na partiju šaha. Osjetio sam da mu je žao što izostajemo s predavanja.

Profesor Petar Biljanović prisjetio se u autobiografiji [42] vremena kad je kao student slušao predavanja Đure Švarca.

“(…) U sjećanju mi je ostao još i profesor Đuro Švarc koji je predavao kolegij Titrajni krugovi koji je zapravo prezentirao Teoriju oscilacija. Bio je simpatičan čovjek koji je skoro svaku rečenicu završavao poštapalicom “što ne, je li”. Napisao je izvrstan udžbenik iz svoga kolegija. Bio je osoba od koje se je uvijek moglo nešto novo čuti i naučiti iz života i o životu.”

Istini za volju, kolegij se mogao zvati Teorija električnih titrajnih krugova ili šire Teorija titraja (svakom električnom krugu pridijelio je analogni mehanički krug). Glomazni izvodi teško su se pratili, a osim toga, na trećoj godini studija nismo znali čemu nam to sve može koristiti.



Sl. 28.: Đuro Švarc (slika iz Personalnog lista datiranog 15. ožujka 1964.)



Sl. 29.: Profesor Švarc držao je predavanja na prvom katu zgrade na Savskoj cesti 16. Danas je to zgrada Fakulteta kemijskog inženjerstva i tehnologije Sveučilišta u Zagrebu. (snimljeno: 7. listopada 2019.)

Na jednom predavanju postavio nam je sljedeću pitalicu.

“Na skeli radi 13 radnika. Dođe poslovođa i kaže: ‘Neka siđe polovina.’ Pitanje je koliko je radnika sišlo. Odgovor je samo jedan radnik, onaj kojemu je prezime Polovina.”

Kako je Švarc tijekom Drugog svjetskog rata neko vrijeme vjerojatno obavljao fizičke poslove, moguće je da je opisan stvarni događaj.

Ispiti

Profesor je ispite održavao u svojem kabinetu u zgradi “blizancu” na prvom katu, zapadno od tadašnjeg Arhitektonsko-građevinsko-geodetskog fakulteta (AGG)⁴². Ispit je bio ugodan, možda (za mene) najugodniji od svih ispita na Elektrotehničkom fakultetu (ETF). Obično bi studente posjeo u fotelje, otvorio stranicu udžbenika i bez žurbe zatražio tumačenje, primjerice nekog dijagrama ili formule. Ništa nije trebalo znati napamet, ali trebalo je s razumijevanjem pročitati svih 414 stranica udžbenika.

9. Društvena zaduženja na Elektrotehničkom fakultetu

Tablica 6.: Društvena zaduženja Đure Švarca na Elektrotehničkom fakultetu [12]

Akad. god.	Dužnost
1956./1957., 1957./1958. i do 1959.	predsjednik Odbora fakulteta i član Stručne komisije za udžbenike i skripta
1957./1958.	starješina Odjela za slabu struju
1958./1959., 1959./1960. i 1960./1961.	Član uprave za socijalnu i zdravstvenu zaštitu studenata
1959./1960.	član Odbora sindikata Fakulteta
1960./1961., 1961./1962.	član Fakultetskog savjeta
1963./1964.	djelovođa diplomskog ispita za Odjel slabe struje

⁴²U toj je zgradi danas I. tehnička škola *Tesla* (Klaićeva 7, Zagreb).



Sl. 30.: Na sjednici / proslavi 10. godišnjice Elektrotehničkog fakulteta (1956.). Lijeva tribina, zdesna u prvom redu: prvi sjedi prof. Đuro Švarc, a treći prof. Miroslav Gregurić. U drugom redu prvi je prof. Stanko Turk, a treći viši stručni suradnik Toussaint Levičnik. [41]

10. Prometna nesreća

Prema kazivanju prof. dr. sc. Nevena Mijata, profesora Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu (Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija), Švarc je stradao 1980. u prometnoj nesreći na raskrižju Trga kralja Petra Svačića i današnje Ulice Baruna Franje Trenka⁴³. Stanovao je u Ulici 8. maja 45/II (druga kuća od Svačićevog trga prema Draškovićevoj ulici s desne strane, danas Trenkova 11 ili 13) u Zagrebu. Iste je godine preminuo od posljedica nesreće.

Na sprovod u Zagreb došao je iz Kanade njegov sin Dragan, iako ga je Švarc nakon nesreće uvjeravao da ne treba dolaziti. Na nadgrobnoj ploči su sljedeća imena:

Nikola Vasiljević-Rodatić, major	1869. – 1921.
Emilija Vasiljević-Rodatić	1872. – 1947.
Nadežda	1905. – 1908.
Prof. dr. Đuro Švarc, sveuč. profesor	1901. – 1980.

⁴³Na mjestu današnjih ulica (od zapada prema istoku) Ljudevita Farkaša Vukotinovića, Jurja Žerjavića, Baruna Trenka i Pavla Hatza bila je Ulica 8. maja 1945. (tzv. zeleni val prema istoku). Ulica 8. maja 1945. imenovana je 1950. godine, a preimenovana je u niz ulica 1990. godine.



Sl. 31.: Sjednica / proslava povodom 60. godišnjice studija elektrotehnike u Hrvatskoj (1979.). U prvom redu slijeva nadesno: tajnik Sveučilišta Bogdan Tomašić, prof. Vatroslav Lopašić, prvi predsjednik Savjeta Čuljat, prof. Đuro Švarc. Iza njih budući rektor prof. Branko Jeren, prof. Stanko Turk, prof. Tomislav Kelemen, mr. sc. Drago Šubat... [41]

Nina Švarc	1874. – 1943.
Olga Švarc	1903. – 1994.
Dr. Milica Magovac-Švarc	1935. – 2000.
U spomen Ivanu Švarcu	1998. – 1945.

Spomenik je podigla supruga prof. Švarca nakon njegove smrti, iz njegove uštedevine [10]. Svježe cvijeće u vazi pokazuje da i danas netko održava grob.

Pretpostavljam da su Nikola Vasiljević-Rodatić i Emilija Vasiljević-Rodatić roditelji Olge Švarc (Vasiljević-Rodatić), supruge Đure Švarca. Nadežda je sestra, a Ivan brat Đure Švarca [10]. Nina Švarc je majka Đure Švarca. Dr. Milica Magovac-Švarc (psihijatrica, kći hrvatskog publicista i političara Božidara Magovca) supruga je Dragana (Emila) Švarca [43], [44], sina Đure Švarca. Primijetite da na nadgrobnoj ploči nema oca Đure Švarca, Vilima.

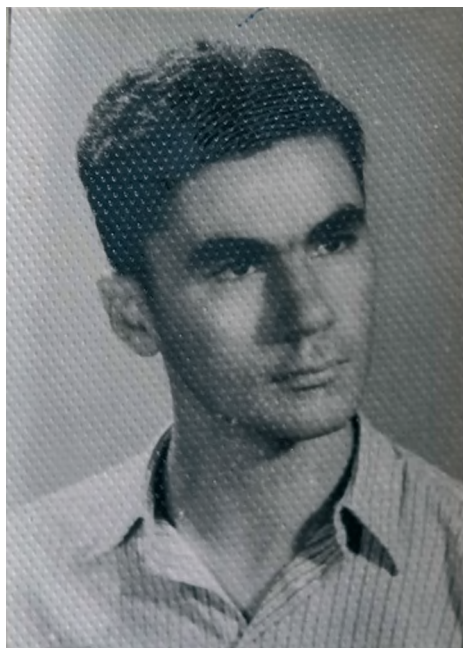
Milica Magovac-Švarc umrla je u Kanadi (bila je težak bubrežni bolesnik na dijalizi), a prema vlastitoj želji pokopana je u Zagrebu. Ivan Švarc, brat Đure Švarca, poginuo je prilikom bijega iz Jasenovca 22. travnja 1945. godine. U tekstu *U jasenovačkim logorima smrti* [22], Đuro Švarc na dvama mjestima spominje da se 1942. u logoru susreo s bratom, ali ne navodi njegovo ime. Suprugin nećak po sestrinoj liniji poznati je redatelj Bogdan Žižić⁴⁴ [10], [45], ili

⁴⁴ **Žižić, Bogdan** (8. XI. 1934.), hrvatski filmski redatelj, diplomirao pravo u Zagrebu, u Zagrebu filmu radio kao dramaturg (1960. – 1964.), te potkraj 80-ih kao direktor. Režirao velik broj kratkih dokumentarnih i igranih filmova. Afirmirao se kao vodeći predstavnik struje društvenokritičkog filma u hrvatskom filmu 70-ih. Istaknuo se i dokumentarnim filmovima o likovnim temama. Dobitnik Nagrade *Vladimir Nazor* za životno djelo (2008.). [39]



Sl. 32.: Grob Đure Švarca na zagrebačkom Mirogoju (snimio autor 1. studenog 2019. i 24. siječnja 2020.)

drugim riječima sestra od Švarcove supruge bila je teta Žižića po majčinoj liniji [10], [45].



Sl. 33.: Dragan (Emil) Švarci njegova supruga Milica Magovac u doba upisa na Medicinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu (izvor: arhiva Medicinskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu)

Pogovor

Stručni i znanstveni rad Đure Švarca može se podijeliti na dva razdoblja: prvo je vezano uz zaposlenje na Jugoslavenskim državnim železnicama u Zagrebu i u Compania Anglo-Argentina de Electricidad u Buenos Airesu (1926. – 1946.), a drugo uz zaposlenje na Tehničkom fakultetu / Elektrotehničkom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu (1947. – 1971.). Prvo razdoblje bilo je prekinuto traumatičnim zatočenjem u logoru Jasenovac 1941./1942. i skrivanjem tijekom Drugog svjetskog rata u Zagrebu (1942./1945.). Drugi svjetski rat označava diskontinuitet u njegovu stručnom i znanstvenom radu.

U stručnom i znanstvenom pogledu prvo i drugo razdoblje nemaju međusobno nikakve sadržajne veze. U prvom razdoblju bavio se projektiranjem prijenosnih i razdjelnih mreža te projektiranjem elektroopreme za željeznička postrojenja. U drugom razdoblju bavio se teorijom električnih titrajnih krugova.

Švarc je počeo predavati predmet Titrajni krugovi akad. god. 1951./1952., dakle u pedesetoj godini života. Uložio je velik napor u pisanje udžbenika i doktorat na njemu dotad nepoznatom području električnih titrajnih krugova. Umirovljenjem Švarca 1971. godine predmet Titrajni krugovi “nestao je” iz nastavnih programa Elektrotehničkog fakulteta / Fakulteta elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu.

Literatura

- [1] Benčić, Zvonko: *Na rubnici moje učinske elektronike*, Kiklos – krug knjige, Zagreb, 2018., 340 str.
- [2] *Melankolija I*, Albrecht Dürer, https://hr.wikipedia.org/wiki/Melankolija_I (3. 4. 2020.)
- [3] Dobrovšak, Ljiljana: Židovi u gospodarstvu Koprivnice i Podravine, *Podravina*, vol. VIII., br. 16., Koprivnica 2009., str. 98-114.
- [4] *Djuro Svarc's Socks*, <https://museeholocauste.ca/en/objects/djuro-svarcs-socks-hiding-zagreb-croatia/> (7. 8. 2019.)
- [5] *Dr. Emile Svarc*, <https://www.ratemds.com/doctor-ratings/3472110/Dr-Emile-Svarc-Montreal-QC.html> (8. 2. 2020.)
- [6] Izvještaj Povjerenstva za provedbu habilitacionog postupka za predavača ing. Đuru Schwarza, 1. lipanj 1953. (komisija: Dr. Danilo Blanuša, red. prof. Tehn. fak.; Ing. Mladen Hegedušić, doc. Tehn. fak.)
- [7] Izvještaj referenata o podnesenoj prijavi izv. prof. Švarc dr. Đure za redovnog profesora, 4. studeni 1965. (komisija: Prof. Matković dr. ing. Vladimir; Prof. Jelačić dr. ing. Tihomil; Prof. Gruden Mirjan)
- [8] Izvještaj o izboru predavača Schwarz Ing. Đure za sveučilišnog docenta (komisija: Prof. Dr. Ing. Danilo Blanuša, Doc. Ing. Mladen Hegedušić; Doc. Dr. Ing. Vladimir Muljević), 18. prosinac 1953.

- [9] *Spomenica 1919. – 1969., 50 godina studija elektrotehnike u Hrvatskoj*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1969., 200 str.
- [10] Naglić, Vladimir: Usmeno kazivanje, 2019./20.
- [11] Domaš, Jasminka (priredila): *Glasovi, sjećanja, život, Prilog istraživanju povijesti židovskih obitelji*, članak: K caru austrijskome, autor Krešimir Švarc, Biakova i Židovska vjerska zajednica BetIsrael u Hrvatskoj, Zagreb, 2015., 356 str.
- [12] Službeni list Schwarz (Vilim) ing. Djuro, Dr. (od 15. ožujka 1964.)
- [13] Službeni list Schwarz ing. Đuro – Vilima (zadnji podaci su iz 1956.)
- [14] *Spomenica 1956. – 1996., 40. obljetnica Fakulteta elektrotehnike i računarstva*, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Element, Zagreb, 1996.
- [15] Švarc, Đuro; Židovski biografski leksikon, radna verzija; <http://zbl.lzmk.hr/?p=2545> (7. 8. 2019.)
- [16] Vesti iz udruženja – Zapisnik protestne skupštine sekcije Zagreb, *Tehnički list*, 1928., god. VIII., br. 1., str. 14-16.
- [17] Službenički list Ing. Švarc (Vilka) Djuro, Ministarstvo saobraćaja FNRJ.
- [18] Đuro Švarc sa sinom, slika, <https://museeholocauste.ca/app/uploads/2017/03/emil-svarc-djuro-svarc-1941-1920x1711.jpg> (3. 4. 2020.)
- [19] Geert, Mak: *U Europi – putovanje kroz dvadeseto stoljeće*, Naklada Jesenski i Turk, Zagreb, 2014.
- [20] Pecnik, Jaroslav: Velika knjiga o (ne)izrecivom i o (ne)zaboravu, uz knjigu *Anđeo zaborava* Maje Haderlap, *Novi list*, Nedjelja 18. kolovoza 2019., prilog Mediteran, str. 6-7.
- [21] Vukov-Colić, Davorka: Logorski dnevnik Đure Schwarza, *Vijenac*, broj 38/3 od 15. lipnja 1995.
- [22] Schwarz, Đuro: U jasenovačkim logorima smrti, *Bilten* 38 i 39-40, 1995., Glasilo Židovske općine Zagreb.
- [23] Horvat, Matea; Korbar, Hrvoje: *Pismo – Sofije Singer*, mentor Anita Gambiraza Knez, prof., Zagreb, 2009. 13 str., https://www.annefrank.org/media/filer_public/88/d4/88d43331-b4d4-4e8a-b69a-017525fdf288/izvor_23-singer_cro-v03.pdf (16. 11. 2019.)
- [24] *Tranzitni logor "Zagrebački zbor"*, <http://cieh-chre.org/zagrebacki-zbor/> (8. 8. 2019.)
- [25] *Jewish Resistance against the Nazis*, edited by Patrick Henry, The Catholic University of America Press, Washington DC, 2014.
- [26] Govor Avnera Šaleva, predsjednika Memorijalnog centra "Jad Vašem" u Jeruzalemu http://www.jasenovac-info.com/republikasrpska/?lang=sr&s=rs_asgovor (8. 8. 2019.)
- [27] Dopis dekana Tehničkog fakulteta Rektoratu Sveučilišta, habilitacioni postupak, prijedlog Sveučilišnom senatu da odluči i predloži Savjetu za nauku, prosvjetu i kulturu da se Švarc ing. Đuri podijeli naslov privatnog docenta, 10. studeni 1953.
- [28] Đuro Švarc, Zavod za elektroničke sustave i obradu informacija, Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu; https://www.zesoi.fer.hr/zesoi/o_zavodu/povijest_zavoda? (26. 8. 2019.)
- [29] von Bertalanffy, Ludwig: *General system theory – foundations, development, applications*; George Braziller, New York, 1969., 290 str.

- [30] Nužni uvjeti za ocjenu nastavnei znanstveno-stručne djelatnosti u postupku izbora u znanstveno-nastavna zvanja
- [31] Wagner, Karl Willy: *Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen*, II. Auflage, Dietrich'sche Verlagsbuchhandlung, Wiesbaden, 1947.
- [32] Švarc, Đuro: *Električni titrajni krugovi*, I. dio, sveučilišni udžbenik, Tehnička knjiga, Zagreb, 1959., 414 str. (pdf udžbenika: https://www.hro-cigre.hr/miljokaz_duro_svarc)
- [33] *Osnove elektrotehnike, interaktivni nastavni materijali*, Fakultet elektrotehnike i računarstva u Zagrebu, https://osnove.tel.fer.hr/VJEZBEOE/AC_7.htm?x=135 (9. 2. 2020.)
- [34] Kassakian, John G.; Schlecht, Martin R.; Verghese, George C.: *Osnove učinske elektronike*, II. dio *Dinamika i upravljanje*, Graphis, Zagreb, 2007.
- [35] Wagner, Karl Willy; <https://www.hhi.fraunhofer.de/en/fraunhofer-hhi/about-us/history-of-hhi/90-years-hhi/who-was-karl-willy-wagner.html> (9. 2. 2020.)
- [36] Wagner, Karl Willy; https://de.wikipedia.org/wiki/Karl_Willy_Wagner (9. 2. 2020.)
- [37] *Tunel Brajdica*, <https://www.lokalpatrioti-rijeka.com/forum/viewtopic.php?f=177&t=3152> (14. 11. 2019.)
- [38] Plohl, Miroslav: Elektrifikacija željezničke pruge Sušak – Moravice, *Hrvatski dnevnik*, 27. travnja 1938., str. 10.
- [39] Schwarz, Đuro: Transformator istosmerne struje, Pronalazačko svedočanstvo br. 61., rubrika Objava izdatih pronalazačkih svedočanstava, *Pronalazaštvo*, godina I., broj 8-9, Beograd, avg.-sept. 1951., str. 217.
- [40] Zavod za visoki napon i energetiku, Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu, <https://www.fer.unizg.hr/zvne/povijest> (8. 2. 2020.)
- [41] Naglić, Vladimir: *50 godina FER-a – Zapisi dobronamjernog zlopamtila*, I. izdanje, Fakultet elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu i Element, Zagreb, 2006., 270 str.
- [42] Autobiografski zapisi prof. Biljanovića (nije objavljeno), 2019.
- [43] Rubrika Deaths, *Nécrologie, Canadian Medical Association Journal eCMAJ*, 2000; 163(3): 375.
- [44] Strčić, Petar: Prilog za biografiju Božidara Magovca, *Historijski zbornik*, god. XLV(1), 1992., str. 1-24.
- [45] *Žižić, Bogdan*: Hrvatska enciklopedija, <http://www.enciklopedija.hr/Natuknica.aspx?ID=67795> (28. 1. 2020.)

RADOVI – PODRUČJE ŽELJEZNICE

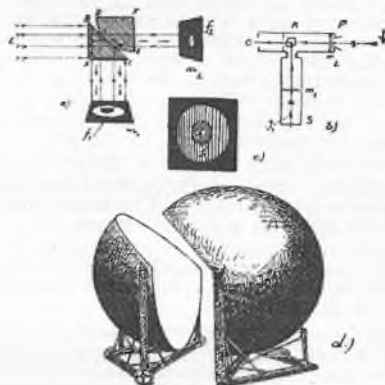
VAGONSKO ELEKTRIČNO OSVETLJENJE

§ 92 R. I. C.-a preporučuje za vagonsko osvetljenje upotrebu električnog osvetljenja. U Francuskoj, Italiji i Švajcarskoj je zakonom zabranjeno plinsko osvetljenje, a u najnovije vreme prima i Rumunjska samo ona kursna kola, koja su električno osvetljena. Te su mere donekle izravna posledica mnogih nezgoda na pr. one, kod koje je zaglavio nemački ministar Helferich, ali su uvedene i poradi samog električnog osvetljenja, koje je danas svakako najsavršnije između svih vrsta osvetljenja.

I. Intenzitet svetla

Slika 1 a prikazuje polarnu raspodelu jačine svetla kod Auerovog plinskog žižka i to krivulja »a« važi za žižak bez šešira, a krivulja »b« za žižak sa šeširima te je razvidno, da se zgodnom formom šešira može u velikoj meri menjati raspodela svetlih zraka i upravljati svetlosnu energiju, koja prouzrokuje valovito gibanje etera, u raznim smerovima. Slika 1 b prikazuje raspodelu svetla kod Wolframove sijalice punjene dušikom ili smesom dušika i argona od $\frac{2}{3}$ at.; krivulja »a« važi za sijalicu sa spiralnom niti vodenu naokolo u cik-caku, a krivulja »b« važi za sijalicu sa spiralnom niti smeštenu u obliku kružnice. Svi ovi diagrami snimljeni su u ravni meridijana.

Biće od interesa osvrnuti se na metode, kojim se služimo prilikom snimanja tih krivulja. Kao jedinica intenziteta služi nam jedna normalna sveća, a sprave za merenje zovu se fotometri. Prvi je fotometar konstruisao Rumford (1813), kasnije Ritchie (1829), Bunsen (1843) itd., no mi ćemo se ovde pozahaviti samo fotometrima sa t. zv. »fotometričkom kockom«, koju su konstruisali Lummer i Brodhun (1899). Slika 2 a prikazuje tu kocku. ABC je pravokutna trobridna prizma iz stakla sa oštrim kutovima od 45°. DEF je slična staklena prizma, čija jedna površina ima kuglični oblik. Na delu GH je prizma DEF ravno izbrušena i potpuno prijanja uz prvu prizmu bez pristupa zraka. Cilindrični snop svetla iz L pročiće u delu GH kroz obe



Slika 2

prizme i osvetliti ploču m_2 , ali ostale će se zrake totalno reflektirati, jer su došle na granicu stakla i zraka (tj. iz gušćeg u ređe sredstvo) i to na ploču m_1 . Mi smo dakle tom »fotometričkom kockom« razdelili snop svetla u dva dela i to na deo f_1 i na prsten f_2 .

Zamislimo li obrnuti proces tako, da su ploče m_1 i m_2 izvori svetla, tj. da svetlosne zrake promene svoj smer, to nam je jasno, da će od ploče m_2 u L prispeti samo deo f_2 , a od ploče m_1 samo deo f_1 . Mi ćemo dakle u tom slučaju kod L dobiti sliku kakovu je prikazuje 2 c. Ako su obe ploče jednako osvetljene, dobićemo kod L homogeno osvetljeno polje.

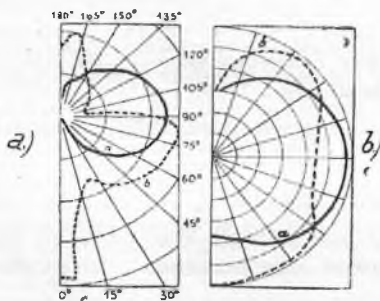
Na tome se osniva Weberov fotometar, koji je prikazan na slici 2 b; m_1 je pločica osvetljena plamenom S poznatog intenziteta I_1 u udaljenosti r_1 , a m_2 je pločica osvetljena izvorom svetla nepoznatog intenziteta I_2 u udaljenosti r_2 , dok se kod »o« nalazi okular. Pločica m_1 se može pomicati tako, da podešavanjem dobijemo kod »o« homogeno osvetljeno polje. Onda se traženi intenzitet I_2 izračuna po osnovnoj formuli fotometrije:

$$I_1 : I_2 = r_1^2 : r_2^2.$$

Osetljivost toga fotometra iznaša 1—1/2%. Na sličnom se principu zasniva i kontrastni fotometar po Lummeru i Brodhunu, kojega je osetljivost 1/2—1/4%.

Tim načinom možemo pronaći intenzitet svetla u jednom pravcu. Želimo li saznati srednju sferičnu jačinu svetla, tj. onu srednju vrednost, koja bi postojala u udaljenosti 1 od izvora svetla kad bi intenzitet širenja svetla u svim pravcima bio jednak, moramo fotometrirati u svim tim pravcima i iz dobivenih rezultata izračunati srednju vrednost. Matematički izraz za srednju sferičnu jačinu svetla prema tome glasi:

$$I_0 = \frac{\int I \cdot d\omega}{4\pi}$$



Slika 1

gde je dw površinski elemenat kugle sa radiusom $r = 1$, a $\gg I$ je njegov pripadni intenzitet. Razumljivo je samo po sebi, da je opisani način dobivanja srednje sferične jačine svetla veoma dugotrajan i mučan posao, u bitnosti jedno integriranje. Najednostavnije i jednostavno dobiva se srednja jačina pomoću takozvanog integralnog fotometra ili kugličnog fotometra (slika 2 d), kojega je konstruisao Ulbricht. U kuglu, koja je iznutra čista i bele boje, stavimo izvor svetla, a kroz mali otvor izvana izmerimo jačinu svetla jednog jedinog unutrašnjeg površinskog elementa, a ta izmerena jačina je srednja sferična jačina svetla, jer je svaki elemenat u kugli jednako osvetljen radi mnogostruke difuzne refleksije svetla (diffundere lat. raspršiti). Radius kugličnog fotometra $r = 1$.

U zapadnim zemljama meri se intenzitet drugim jedinicama kao: Violé-ova jedinica = 19.5 norm. sveća, Carcel = 10.8 norm. sveća, Pentanova svetiljka = 11 norm. sveća itd.

2. Akumulatori

a) Općenito. Struju polarizacije otkrio je Ritter 1799; 1801 promatrao ju je Ganthrot na aparatu za rastvaranje vode, 1826 je Delarive protumačio tu pojavu, ali tek 1854 pronašao je Sinsted u olovu prikladan metal za akumulatore. Akumulatori se u principu pune konstantnom strujom, ne mogu se puniti i prikopčavanjem na konstantni napon. Razumljivo je samo po sebi, da pražnjenjem akumulatora ne dobivamo korisno sve amperčasove, koje smo upotreabili za punjenje. Stepenn korisnog dejstva akumulatora u ampersatima je:

$$w = \frac{\int_0^T I \cdot dt}{\int_0^T I_1 \cdot dt}$$

gde je T vreme pražnjenja, T_1 vreme punjenja, I amperaža pražnjenja, a I_1 amperaža punjenja.

Stepenn korisnog rada akumulatora u Wattima je:

$$w_1 = \frac{\int_0^T I \cdot E \cdot dt}{\int_0^T I_1 \cdot E_1 \cdot dt}$$

gde je E napon pražnjenja, a E_1 napon punjenja. U ovim jednačinama može T biti različito od T_1 , no može biti i jednako.

Čim se akumulator polaganije prazni, tim mu se povećava kapacitet, odnosno broj korisno dobivenih amperčasova. Taj fenomen izrazio je matematički obzirom na vreme pražnjenja Liebnow formulom

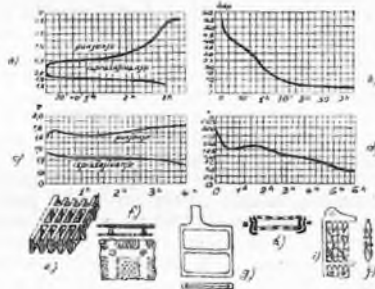
$$\int_0^T I \cdot dt = \frac{k}{1 + \sqrt{T}}$$

gde su k i b konstante tipa. Peukert je za olovni akumulator izrazio kapacitet u zavisnosti od struje pražnjenja formulom:

$$\text{Kapacitet} = \frac{\text{const.}}{I^{(n-1)}}$$

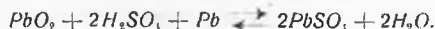
gde je n konstanta tipa.

b) Olovni akumulator. Diagram normalnog punjenja i pražnjenja prikazuje slika 3 a, a slika 3 b prikazuje amperažu punjenja pri konstantnom naponu. Pozitivna elektroda je smeđe boje i sastoji se iz PbO_2 , a negativna elektroda



Slika 3

je sive boje i sastoji se iz Pb , dok je elektrolit H_2SO_4 . Kimijski proces izražen je formulom:



Gornja strelica označuje pražnjenje, a donja strelica punjenje. Kako se iz formule razabire, pretvara se elektrolit pražnjenjem postepeno u vodu, a to znači, da će se njegova specifična težina umanjivati. Obratno će mu se kod punjenja specifična težina povećavati. Kod gustoće 1.22 je akumulator nabijen. Elektromotorna snaga pune ćelije neka iznaša D ; napon pražnjenja na stezaljkama E biće $D - R_u I$, gde je I struja pražnjenja, a R_u unutarnji otpor elementa, dakle suptrahend označuje Ohmov pad napona usled unutarnjeg otpora. Čim je unutarnji otpor manji, tim će napon na stezaljkama biti veći. Kod dobrih olovnih akumulatora iznaša $R_u = 0.001 \Omega$. Pražnjenjem se povećava unutarnji otpor, jer se kiselina proređuje, dakle vodljivost elektrolita umanjuje, a i vodljivost samih ploča se umanjuje usled stvaranja olovnog sulfata. Napon punjenja E_1 biće radi unutarnjeg otpora $D + I_1 R_u$ gde je I_1 struja punjenja. Elektromotorna sila D je gotovo jednaka $0.84 + d$, gde d označuje gustoću kiseline za sve vrednosti d između 1.10—1.30. Maksimalni napon punjenja pri kojem nastaje naglo razvijanje gasova zavisi o temperaturi te na pr. pri četverostrukom punjenju pada taj napon za 0.0055 volti za svaki prirast temperature od $1^\circ C$. Već je napred spomenuto, da kapacitet pri polaganom ispražnjivanju raste. Razlog leži u tome, što kiselina pri naglom ispražnjivanju ne dopire duboko u aktivnu masu ploča usled stvaranja kristaliničnog sulfata na površini ploča, dok je kod polaganijeg ispražnjivanja sulfat amorfne strukture. Uzevši da je kapacitet akumulatora kod tročasovnog ispražnjivanja I , važiće sledeća tabela:

vreme pražnjenja u satima	1	2	3	4	5
kapacitet	0.71	0.88	1.00	1.09	1.19

Najniži napon ispražnjenja zavisn je također o vremenu trajanja ispražnjenja te možemo pri dvosatnom ili još kraćem vremenu ispražniti do 1.70—1.75 volti, pri 3—5 satnom vremenu do 1.80—1.83 volti a pri 3.5—10 satnom vremenu do 1.83 volti.

Čim su ploče tanje, tim je veći kapacitet akumulatora, jer kiselina bolje prodire u masu. Međutim pri polaganom pražnjenju imaće akumulator s debelim pločama isto takav kapacitet kao onaj s tankim pločama, jer kiselina ima vremena da dopre duboko u ploču. Vodljivost kiseline je najveća pri gustoci 1.2—1.25, ali ta velika gustoća pogoduje sulfatiziranju ploča, te se stoga radije upotrebljava slabija koncentracija.

Akumulator se sam ispražnjava usled pora u pločama u kojima se zadržava kiselina manje gustoće nego li je izvan njih, te tako nastaje galvanski elemenat radi te različite koncentracije elektrolita. Isti slučaj nastaje kad su ploče u kiselini, koja je pri dnu jače koncentracije nego li u gornjim slojevima. Osim toga proizvode i razni metali, na kojima se H jače razvija nego li na olovu, ispražnjavanje akumulatora. Ti strani metali tvore sa elektrodama lokalne elemente te su uvek katoda. Osobito su Pt i Cu veliki neprijatelji akumulatora. Nadalje stradaću ćelije usled metala, koji oksidiraju u više stepena (na pr. željezni ferri i ferro spojevi, koji na pozitivnoj elektrodi oksidiraju, a na negativnoj se reduciraju, a kako usled difuzije putuju između ploča, može se u akumulatoru na taj način izgubiti do 40% energije).

Stepen korisnog dejstva dobrog olovnog akumulatora iznaša u amperčasovima 90%, a stepen korisnog rada u wattima 75%.

Formiranje elektroda je bio jedan od najtežih tehničkih problema fabrikacije akumulatora. Prve upotrebljive ploče izradio je Planté, no njegova je metoda dugog nabijanja i pražnjenja bila suviše skupa i nezgodna. Njegov asistent Faure je već znatno usavršio fabrikaciju ploča. Dalje su delovali Volckmar, Correns, Böse, Tudor itd. Slika 3 e prikazuje pozitivnu ploču takozvanu velike površine, formiranu brzini načinom sa perklornom kiselinom. Slika 3 f pokazuje modernu pozitivnu ili negativnu ploču u nacrtu i prerezu, koja se sastoji iz tvrdog olova, a u čije se otvore umetne aktivna masa u obliku paste, i napokon slika 3 g prikazuje okvir sa velikim otvorima, u koje se utisne kolač mase, koju od ispadanja štiti perforirani lim.

Treba još spomenuti sulfatiziranje ploča, koje je najveći neprijatelj akumulatora. Normalno je amorfni PbSO₄ podjednako razdvojen po pločama i isprepleten od finih žilica aktivne vodljive mase. Međutim se usled niže nabrojanih uzroka, koji izazivaju eventualno i promene temperature, taj amorfni PbSO₄ pretvara u kristalinični, koji potpuno prekriva ploče te stvara veliki unutarjni otpor, a kadšto uopšte ne dozvoljava prolaz struje. Uzroci tome mogu biti:

a) dugo stajanje akumulatora u praznom stanju,

b) prevelika gustoća kiseline,

- c) samoispražnjavanje,
- d) nečistoća ploča ili kiseline,
- e) preveliko ili premalno pražnjenje,
- f) preveliko ili premalo punjenje,
- g) višestruko dnevno naglo punjenje ili pražnjenje,
- h) kratki spoj u akumulatoru ili u vodu.

i) dugogodišnja upotreba.

Za regeneraciju sulfatiziranih ploča ima obično svaka fabrika stanovit metod.

U ćelijama su obe krajne ploče uvek negativne, jer se pozitivne jako troše, pak bi se kao krajne ploče usled pražnjenja samo s jedne strane izvinule.

c) Alkalični akumulator. Odmah po otkriću akumulatora tehničari su uveliko nastojali, a nastoje još i danas, da pronađu akumulator male težine, a velikog kapaciteta. Tu treba spomenuti ćeliju Auer von Welsbacha, zatim Lande ćeliju itd. i napokon Edisonov akumulator.

Edisonov akumulator ima kao pozitivnu elektrodu Ni₂O₃, a kao negativnu Fe. Pozitivna elektroda sadrži radi bolje vodljivosti 20% metalicnog nikla ili grafita, a negativna 10% žive.

Kemijski proces pražnjenja i punjenja izražen je u sledećoj formuli:



Kako se razabire iz formule, pri pražnjenju se troši voda. No jer je voda loš vodič struje to se kao elektrolit uzima rastopina od 22% KOH sa malo litijevog hidroksida, no taj se elektrolit pri kemijskim reakcijama ne menja i služi samo kao nosilac nabijih iona. KOH se smrzava kod —28° C, a specifična težina elektrolitske rastopine je 1.162—1.23 (već prema stepenu pražnjenja) kod temperature od 18° C. Nadoleva se dakle samo čista destilirana voda, a KOH se normalno menja svakih 9—12 meseci. Elektromotorna sila ćelije iznaša oko 1.4 volti. Slika 3 c prikazuje normalno punjenje i pražnjenje akumulatora s pozitivnim i negativnim kešičastim pločama, dok se krivulje kod tipa sa pozitivnom pločom iz cevčica nešto malo od toga razlikuju. Slika 3 d pokazuje u procentima pad amperaže pri punjenju kod konstantnog napona od 1.67 volti. Akumulator je napunjen kad mu napon više ne raste, tj. kod cca 1.82 volta, a ispražnjen je kod napona od 1.0 volti. Čeliji ne škode jaka punjenja ili jaka pražnjenja. Neprijatelj akumulatora je u prvom redu sumporna kiselina a i temperatura elektrolita iznad 50° C. Unutarnji otpor R_u je kod ćelije od 225 amperčasova 0.0024 Ω, a kod ćelije od 150 amperčasova 0.0035 Ω. Step. korisnog dejstva u amperčasovima iznaša 72%, a stepen korisnog rada 55—60%. Ti veliki gubici dolaze odalje, što jedan deo plinova O i H odilaze u atmosferu. Vode se troši otprilike 0.0002 l. za jedan amperčas. Kapacitet baterije je cca 33.6 wattsati po kilogramu totalne težine.

Slika 3 h prikazuje izvedbu ploča iz perforiranih poniklovanih čeličnih kesica napravljenih iz lima debljine 0.075 mm, koje se ispunjuju

aktivnom pozitivnom ili negativnom masom i stave u okvir iz poniklovanog železa. U novijoj izvedbi upotrebljavaju se za pozitivne ploče cevčice iz poniklovanog čelika (slika 3 i i 3 j), koje su zavarene radi veće čvrstoće u zavinutoj liniji i s nabavene prstenovima.

Kad se pozitivna ploča također sastoji iz kesica, onda ima svaka ćelija $\frac{2}{3}$ pozitivnih i $\frac{1}{3}$ negativnih ploča, dok je kod cevastih pozitivnih ploča broj negativnih kesičastih ploča za jednu veći.

Prednosti Edisonovog akumulatora pred olov-
nim su sledeće:

- a) manja težina,
- b) potreban manji prostor (no samo obzirom na amperčasove, a ne na wattčasove),
- c) velika mehanička otpornost,
- d) otpornost i neškodljivost od prejakog punjenja ili pražnjenja,
- e) ćelije ne sadrže kiseline.

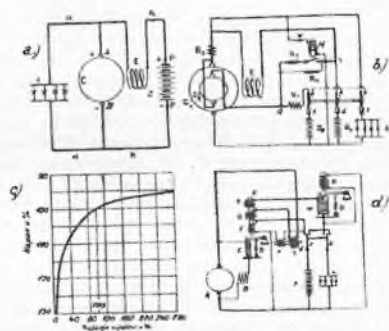
Manjci Edisonovog akumulatora prema olov-
nom su sledeći:

- a) manji napon,
- b) veći nabavni troškovi,
- c) lošiji stepen korisnog dejstva i korisnog rada.

Posve sličan Edisonovom akumulatoru je Jung-
nerov akumulator Nife, što ga proizvoda
Svenska Ackumulator A. B. Pozitivna ploča sa-
stoji se iz $Ni(OH)_2$ pomućanog s grafitom, a ne-
gativna ploča je smesa Fe i Ca, dok je elektrolit
kao i pre rastopina KOH. Stepenn korisnog dejstva
u amperčasovima je 75%, a korisnog rada u
wattčasovima 60%. Upotrebljavaju se samo
ploče sa kesicama.

3. Sistem Pintsch-Grob

Slika 4 a prikazuje princip toga sistema. Kon-
stantni napon baterije Z dejstvuje protivnim sme-
rom od napona mašine, čiji je namotaj obeležen
sa C. Magnetsko polje E leži na diferenciji tih
napona. Znači dakle, da će kroz to magnetsko
polje teći struja tako dugo, dok ta diferencija
postoji. Iz šeme je razvidno, da napon genera-
toru neće nikad doseći vrednost napona baterije,
jer bi u tom momentu diferencija bila = 0,
dakle bi polje ostalo bez struje, a potom i bez
magnetizma (osim remanentnog magnetizma),
a mašina bez magnetskog polja ne može pro-
izvesti napon. Kod ovog sistema je dostatno, da
na stezaljkama polja E postoji diferencija od
1 volta, pa da broj magnetskih silnica dosegne
svoju potrebnu vrednost. Povećava li se brzina
voza odnosno broj okretaja mašine, to bi kod
konstantnog polja naravno porasla i voltaža
generatora, ali u našem slučaju imao bi taj po-
rast za posledicu umanjnje diferencije napona
na kojoj leži magnetsko polje E, a stim u vezi
i opadanje broja silnica te umanjnje samoga
napona mašine. Napon dakle može porasti
samo za deo onog jednog volta, koji vlada na
stezaljkama polja E. Drugim rečima napon ma-
šine se asimptotički približava fiksnom naponu
baterije, kojega bi kod neizmerno velikog broja



Slika 4

obrtaja mašine dosegnuo, jer ukoliko postoji
tendencija povećanja napona usled povećanja
brzine, protudejstvuje joj tendencija umanjnja
napona usled sve manje diferencije napona na
kojoj leži magnetsko polje E.

Slika 4 b prikazuje potpunu šemu sistema. Ba-
terija se sastoji iz dve jednake polovice, od ko-
jih se jedna Z_1 puni, dok druga Z_2 daje isto-
vremeno uzбудnu struju analogno slici 4 a. Pri-
likom započinjanja svakog novog otečka puta
izmenjuju te dve baterijske polovice dejstvom
naročito mehanizma, koje se zasniva na centri-
fugalnoj sili, svoje uloge, te se ona polovica,
koja se je dosad punila, uklapa u uzбудni krug,
a druga se polovica, koja je dosad bila u uzbud-
nom krugu, uklapa za punjenje. Kako je napon
punjenja baterije veći od napona pražnjenja,
jasno je, da se sa mašinom, kakova je pred-
ložena u slici 4 a, ne bi mogla istovremeno puniti
i druga baterijska polovica. Stoga se mašina iz-
građuje na način prikazan u slici 4 b sa dva
odeljena namotaja; prvi namotaj C, analogan je
onome u slici 4 a, a drugi C_2 proizvodi napon od
cca 5–6 volti te se preko svojega kolektora
uklapa u seriju sa kolektorom prvoga namotaja
tako, da im se naponi sumiraju. Ta suma obih
napona je dostatna da puni baterijsku polovinu
 Z_1 . U strujni krug ugrađen je predopor R_1 ,
koji sprečava preveliki porast struje punjenja
u slučaju sasvim iscrpljenih akumulatora i štiti
tako mašinu od prevelike amperaze. Pošto je
pad napona u R_1 u početku veći radi veće struje,
to će pri koncu punjenja pri manjoj struji usled
protuelektromotorne sile baterije sama baterija
ležati na većem naponu nego u početku, ako
pretpostavimo da je napon mašine ostao ne-
promenjen.

Baterijska polovica Z_2 lifieruje uzбудnu struju
i reguliše konstantni napon mašine, čiji namotaj
 C_1 ne može nikada proizvesti veći napon od ba-
terijskoga, kako smo već prije obrazložili. Može
se međutim dogoditi, da je Z_2 radi iscrpljenja
sasvim bez napona, a to bi onda značilo, da ma-
šina također neće doseći potrebnu voltažu. Za
taj slučaj postoji veza QT, u koju je ugrađena
sklopka. Kad je sklopka zatvorena, lifieruje na-

motaj C_2 uzбудnu struju. Otpor R_1 je tako proporcionalan, da propušta još najveću potrebnu uzbudnu struju. No ne samo da će na taj način namotaj C_2 preuzeti na sebe lifierovanje uzbudne struje, nego će veza QT poslužiti i za punjenje iscrpljene baterijske polovice Z_1 , koja će se početi puniti analogno drugoj polovici Z_2 zbrojem napona obih namotaja C_1 i C_2 . Kada na taj način poraste napon baterijske polovice Z_1 na potrebnu vrednost, isključuje magnet M sklopku i mašina će dobiti uzbudnu struju iz baterije, kako je to već pre opisano. Ako mašina usled malenih brzina voza ima maleni broj obrtaja, potrebno je konstantno veća uzbudna struja, te je stoga paralelno vezi QT u tom slučaju ugrađen jedan stalni otpor R_2 , preko kojega uvek teče uzbudna struja namotaja C_2 . Svitak magneta M ne sme imati prevelički otpor i ima ugrađen predotpor W , koji na sebe preuzima veći deo napona tako, da se M suviše ne zagrejava (radi male gustote struje u njegovoj žici, koja je debela), pošto se zagrevanjem povećava otpor svitka, a usled toga smanjuje njegova struja i slabi magnetsko privlačenje, koje ovisi o amperzavojima. Moramo dakle u magnetskom svitku imati stalni broj amperzavoja, koji se ne menjaju. Predotporom W eliminirali smo iz svitka štetne učinke, koji bi inače nastali pri temperaturnim promenama.

Preostaje još objasniti dejstvo otpora R_2 . Čim je na mrežu ovesen veći broj sijalica, tim je naravno veća i amperaza. Znači dakle, da će se baterije prilikom napajanja mreže na stajalištima brže ispražnjavati. Potrebno je dakle, da se pri tom većem konzumu baterije brže pune, odnosno da se povećava napon punjenja. Spomenuli smo već, da potrebna uzbudna voltaža iznaša oko 1 volt. Mašina mora dakle u namotaju C_1 proizvesti napon, koji na stezaljkama polja prouzrokuje tu diferenciju od najviše 1 volta. U otporu R_2 nastaje Ohmov pad napona, koji je proporcionalan jačini struje, koja teče kroz nj. Znači dakle, da će pri većoj amperazi taj pad napona također biti veći, a napon mašine moraće na kolektoru baš za toliko porasti, kako bi usprkos uvećanog pada napona u R_2 na stezaljkama uzbudnog polja sačuvao svoju prvobitnu vrednost, koja je za 1 volt manja od baterijskog napona. Međutim R_2 ne utiče ništa na napon punjenja, jer niti ne leži u krugu punjenja, te će stoga u tom krugu uvećanje kolektorske voltaže mašine doći do potpunog izražaja, a baterija se puniti pod većim naponom.

Za vreme stajanja sklapaju se obe baterijske polje paralelno sa mrežom, kao što je to crtkano i naznačeno u šemi.

4. Sistem Pintsch novi

Jedan od najvažnijih postulata ispravnog vagonskog osvetljenja, kao i svakog osvetljenja uopšte, jest držanje konstantnog napona. Šta više, ako se varijacija napona događa u velikim skokovima, nepravilno i ne dosegne brzo svoju konstantnu vrednost, ne može se oko tome ritranju dovoljno brzo akomodirati, te se zamori. Za

trajanje sijalica je držanje konstantnog napona također veoma važna stvar. Grafički predočuje to slika 4 c. Uzevši da je nominalni napon sijalice 100%, a vreme trajanja, koje odgovara tom naponu, neka je također 100%, vidimo, da se pri povišenju napona za samo 10% smanjuje trajanje sijalice za cca 70%! Bez obzira na sigurnost pogona moraće savršen sistem voditi računa o tome kao i o ispravnom punjenju baterija, da se izbegne eventualnom sulfatiziranjem i upropašćavanju akumulatora.

Svojim novim sistemom rešila je firma Pintsch vrlo jednostavno taj problem. Za regulaciju napona upotrebljen je ugljeni stup iz tankih pločica, kojega su u tu svrhu već davno pre toga upotrebljavali Amerikanci. Ugljeni stup ima namirno to svojstvo, da mu se otpor jako menja sa pritiskom, kojim ga opterećujemo. To je uostalom i razumljivo kad uočimo, da se pločice pod velikim pritiskom bolje dotiču, te tako električnoj struji stvaraju bolji put. Prestaje li dejstvo pritiska, vraća se stup usled svog elasticiteta u svoj prvobitni položaj te će se time njegov otpor povisiti na prijašnju vrednost. Šemu tog sistema prikazuje slika 4 d. »A« je kotva otočne mašine, a u seriji sa uzbuđnim poljem B nalazi se ugrađen ugljeni stup C , kojega pritište poluga opterećena oprugom D . U početku pritište poluga svom snagom ugljeni stup te usled njegovog malenog otpora naglo raste napon mašine. Na polugu dejstvuje magnet E , čiji svitak F leži na naponu mašine i sa porastom napona svlađava mehaničku silu opruge D te tako oterućuje ugljeni stup C , odnosno uklapa otpor u uzbuđno polje i reguliše konstantan napon.

Napon mašine dejstvuje i na magnet G , jer je njegov svitak T također priključen na taj napon. Usled toga privući će magnet G sklopku $I-K$ nalevo. Čim se je to dogodilo, počće iz mašine teći struja u bateriju P i u rasvetnu mrežu L .

Po danu neće biti sijalice ukopčane. Sva struja puniće dakle bateriju P . Da struja punjenja previse ne naraste, usled čega bi eventualno s vremenom baterije štetovale, nalazi se na magnetu E svitak Q , koji potpomaže delovanje svitka F te magnet E pri porastu struje punjenja jače privlači polugu, koja pritište ugljeni stup C , odnosno brže uklapa otpor u uzbuđni krug mašine.

Noću je naprotiv potrebno da se baterija jače puni nego danju, poradi ispražnjavanja baterije na stajalištima. To se jače punjenje postizava delovanjem svitka R , kroz koji sada teče struja, jer su sijalice ukopčane. Svitak R ima obrnut polaritet od svitka Q i F te slabi njihovo dejstvo, usled čega se sada diže napon mašine, a s tim u vezi i amperaza punjenja. Čim je više sijalica ukopčano, tim će se brže puniti baterija.

Kad magnet G povuče sklopku $I-K$ nalevo, počinje da teče struja i kroz svitak S te magnet G čvrsto privuče sklopku. Kad voz usporuje brzinu, počinje da pada napon mašine te usled toga pero D jače pritiskuje ugljeni stup T , pošto svitak F sve slabije deluje, dok napokon ne nastupi čas kad mehanička sila opruge D dejstvuje

maksimalnom snagom. Pada li napon i dalje, postaje manji od napona baterije P i svitak S dobije povratnu struju te djeluje sada protivno svitku T , koji je usled pada napona mašine i onako oslabljen u svom delovanju. Posledica je toga da magnet G ne može više držati sklopku $I-K$ u levom položaju te je ispušta i sklopka zauzima desni položaj i uklapa bateriju P paralelno sa rasvetnom mrežom L .

Za regulaciju stalnog napona rasvetne mreže služi magnet N , koji djeluje na ugljeni stup M i reguliše na taj način konstantan napon rasvetne mreže. Kad napon ponaraste, privlači N polugu i uklapa usled toga otpor pred sijalice, a kad napon pada, isklapa delovanje pera O taj otpor stiskanjem navedenog stupa N .

Kad se rasvetna mreža napaja strujom iz baterije, nije potrebna regulacija napona mreže.

5. Sistem Dick sa živom

Šemu prikazuje slika 5a. Regulacija napona vrši se živinim regulatorom. U cilindričnoj posudi nalazi se živa u kojoj se pomiče klip iz izolirajućeg materijala, koji na gornjem delu svršava glavom iz mekanog železa. U posudu ulaze krajevi otporskih zavojnica f_1 , koje živa na kratko spaja već prema svom nivou, koji zavisi o položaju klipa.

Pri povećanju brzine voza raste napon otočne mašine, dok ne dosegne vrednosti, koja je dovoljna da magnet, čiji svitak s_1 leži u krugu napona (tj. plus pol — svitak s_1 — svitak s_2 — 1 — 2 — 3 — 4 — osigurač — 5 — svitak s_3 — otpor t_1 — minus pol) ne pritegne sklopku m , koja zatvara strujne krugove. Sada počinje mašina da lifieruje struju, te kroz svitak s_1 teče struja, a usled toga magnet još čvršće priteže sklopku. Predotpor t_1 štiti svitak s_1 od prejakog zagrevanja. Uvećava li se brzina voza, započinje delovati svitak s_2 , koji također leži na naponu mašine (tj. 5 — 6 — svitak s_2 — otpor t_2) i u slučaju da napon prekoračuje potrebnu vrednost, počne privlačiti železnu jezgru klipa i uklapa u uzbuđni krug magnetskog polja (tj. 5 — 6 — otporske zavojnice f_1 — polje g) sve više otporskih zavojnica. Delovanje svitka s_2 potpomaže i strujni svitak s_3 , koji zajednički ne dopuštaju da struja previše poraste, uklapanjem pomenutih otporskih zavojnica f_1 . Svitak s_2 ima predotpor t_2 , koji služi istoj svrsi kao i otpor t_1 , dakle štiti svitak od zagrevanja. No osim toga ima taj otpor još jednu drugu svrhu. Jedan klizni kontakt deli ga na dva dela. Kad je glavna sklopka u iskopčana, djeluje t_2 svojim ukupnim otporom. No kad se ta sklopka ukopča onda spaja na kratko jedan deo otpora t_2 , dakle se pred svitkom s_2 nalazi sada manji otpor nego li pre. Posledica toga biće, da taj svitak ima kod iste voltaže kao i pre, veći broj amperzavoja, jer se je ukupni otpor linije smanjio, dakle je amperaza porasla. Usled toga će dejstvo živinog regulatora započeti pre nego li kod iskopčane sklopke u i to kod manje voltaže mašine. jer

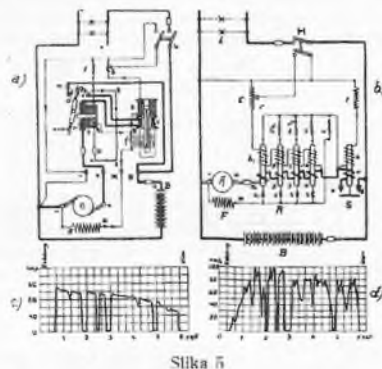
je za privlačnu snagu magneta odlučan broj amperzavoja. Prema tome će mašina danju usled otvorene sklopke u proizvoditi veći napon nego li noću, kojim će se većim naponom brže puniti baterije, no to ipak neće naškoditi celijama, jer svitak s_1 drži amperazu punjenja u dopuštenim granicama. Mašina će dakle usled snažnog punjenja biti dobro iskorišćena. Noću će se voltaža mašine pri ukopčanoj glavnoj sklopki u usled iskopčanja jednog dela otpora t_2 umanjiti i to od 2.4 volta na 2.3 volta po elementu. Prema sada mašina napaja i rasvetnu mrežu, neće biti usled polaganijeg punjenja preopterećena, te može biti kompendiozne izvedbe.

Pri padanju napona usled umanjenja brzine voza gubi magnet privlačnu snagu, sklopka m se otvara i preključaju strujni krugovi, a davanje struje preuzima na sebe baterija, koja leži paralelno ukopčana sa mrežom. Strelice u šemi označuju smer struje.

6. Sistem Dick vibracioni

Šemu prikazuje slika 5b. S je automatska sklopka, koju privlači magnet, čiji svitak s_1 leži u seriji sa otporom t_1 na naponu mašine. Uzbuđno polje F također leži preko kontakta k_1 na punom naponu mašine, jer kontakt k_1 spaja nakratko otpore f_1 , koji su paralelno smešteni. Otpori f_1 mogu se na mestima k_1 iskopčati, dok je f_1 stalno uključen u seriji sa F .

Kad napon mašine usled sve veće brzine voza počinje rasti, zatvara se pri vrednosti, koja je nešto veća od vrednosti baterijskog napona, sklopka S i mašina počinju puniti bateriju. Raste li napon i dalje, svlađaće magnetska sila svitka b_1 , kroz koji teče naponska struja (ta struja teče kroz sve svitkove b_1 — 4) elasticitet pera, koje pritiska magnet na kontakt k_1 i taj će se kontakt otvoriti. Time se u uzbuđni krug uklapaju četiri paralelna otpora f_1 . Raste li napon i dalje, iskopčavaju se redom paralelni otpori f_1 , usled čega će se uzbuđna struja prilično naglim skokovima smanjivati. Znači dakle, da će se i napon u tom taktu smanjivati. No s druge strane se radi toga smanjivanja napona i opadanja



Slika 5

broja amperzavoja u naponskim svitkovima ponovno zatvaraju kontakti $k_2, \dots$ usled pritiskivanja pera na magnete i to obratnim redosledom nego li što su se otvarali. Ta igra magneta događa se veoma brzo (100 puta u sekundi) tako, da oko ne može primetiti varijacije napona. Umanjuje li se brzina voza, zatvorice se definitivno kontakti i to kao poslednji k_1 , a uzbudna struja dosegne time svoj maksimum. Pri još jačem opadanju brzine voza i napona, isključuje se uopkon sklopka S i prekinuti mašinski vod. Strujni svitkovi $a_1, \dots$ potpomažu pri regulaciji napona dejstvo naponskih svitkova $b_1, \dots$.

Otpor » a « štiti svitak » a « od prevelikog zagrevanja, a otpor » c « ima istu ulogu kao i otpor » b « kod Dicka sa živom. Danju kod otvorene glavne sklopke H poviše se usled uklopljenog čitavog otpora » c « napon punjenja, jer će se kontakti $k_1, \dots$ istom pri većem naponu mašine otvarati, dok će se uoću, kad je deo otpora » c « kratko spojen te svitkovi $b_1, \dots$ i kod manjeg napona imadu isto toliko amperzavoja, otvarati već kod manjeg napona mašine. Osim toga su sijalice na manjoj voltaži nego li je voltaža punjenja baterija danju. Pri otvorenoj sklopki S leži mreža direktno na bateriju.

Slika 5 c prikazuje diagram amperaža punjenja na pruži Salzburg—Wien za 6 sati, a slika 5 d prikazuje brzinu voza za taj slučaj.

7. Sistem Ganz

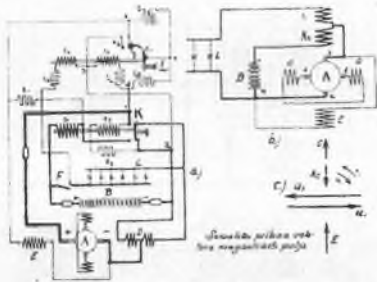
Princip i šematski prikaz vektora magnetskih polja pokazuju slike 6 b i 6 c. Magnetsko polje E leži konstantno na bateriji B te kroza nj teče izvesna minimalna struja, pošto mu je Ohmov otpor usled mnogih zavoja tanke žice veoma visok. Polaritet toga polja E se ne menja, pošto je zavisao o polaritetu baterije. » A « je anker dinamomašine, koji će na četkicama 1 i 2 pri rotaciji u smeru n_1 proizvesti napon, usled kojega će kroz svitkove $G—G$ poteći struja. Zbog amperzavoja svitkova $G—G$ stvorice se poprečno polje Q , (smer toga polja zavisi o smeru zavoja svitkova $G—G$). Ako se mašina okreće obratnim smerom n_2 , imaće naravno i polje protivni smer Q_2 . Usled toga poprečnog polja Q , odnosno Q_2 , nastaje na četkicama 3 i 4 korisni napon mašine. Taj napon imaće uvek isti smer nezavisno od smera vožnje, jer se, kako smo spomenuli,

pri promeni smera okretanja menja i smer poprečnog polja. Kroz svitak Ac teći će akumulatorska struja, a kroz svitak C rasvetna struja. Zavoji Ac i C inadu protivni smer i to tako, da Ac slabi E , a C ga pojačava. Svrha tome je sledeća: kad bi akumulatorska struja usled iscrpljene baterije htela porasti, porastao bi i vektor Ac te protudejstvovao konstantnom polju E , usled čega bi se umanjilo i poprečno polje, odnosno i napon na četkicama 3 i 4. Amperzavoji Ac prouzrokujuć dake punjenje baterije konstantnom strujom. Amperzavoji C , koji dejstvuju u istom smeru sa E , pojačaću pak korisni napon u razmeru kako se pojačava i njihova amperaža usled ukopčavanja većeg broja sijalica i svladati uvećanje Ohmovog pada napona tako, da će sijalice biti na konstantnom naponu. Takovim uređajem davala bi mašina pri najvećem rasvetnom opterećenju istu struju za punjenje baterija kao i kod iskopčane rasvetne mreže. To bi dakle značilo preopterećenost mašine, pa su stoga amperzavoji Ac i C uistinu tako dimenzionirani, da se pri maksimalnoj amperaži mreže baterija puni strujom od samo 65—70% svoje vrednosti pri iskopčanoj rasveti.

Potpunu šemu prikazuje slika 6 a. Sistem deluje na sledeći način: uzbudno polje E leži preko otpora t_1 i svitka s_1 na naponu baterije. Pri porastu broja okretala mašine porašće i njen napon. Tom porastu napona nije uzrok samo u porastu broja okretanja mašine u konstantnom polju E , nego će se ona još i sama uzbuđivati putem $1—d—t_2—e—k_1—4—$ minus pol. Svitek s_2 , koji u seriji sa otporom t_2 leži na naponu, privući će pri porastu voltaže sklopku K i na taj način zatvoriti baterijski strujni krug. Mašina će početi da puni bateriju, a kako svitek s_1 leži u tom krugu, privući će on još snažnije sklopku K u njeno sedište.

Raste li i dalje broj okretanja mašine, uvećavaće se napon još više te će svitek s_2 , koji u seriji sa otporom t_2 leži u tačkama 1 i 2 na naponu, svladati elasticitet pera i privući magnet L nalevo, na koji će se način otvoriti kontakt k_1 . To će imati za posledicu da se u samouzbudni krug uklapa otpor t_3 i time smanjuje i voltaža. No ako broj okretanja još jače ponaraste, privući će svitek s_3 magnet još više nalevo i usled toga zatvoriti kontakt k_2 te time prouzročiti kratki spoj samouzbudne struje, koja će ići preko $1—d—t_2—e—t_3—4—k_2—3—2$ do minus pola, pa prema tome neće uopšte prolaziti poljem E . Usled toga će naravno napon pasti, a magnet će se početi vraćati u svoj desni položaj i otvoriti kontakt k_2 . Samouzbudna struja će opet prolaziti poljem E i napon porasti. Tom igrom podržavaće se napon pri konstantnoj vrednosti od 31 volt te će se pri tom konstantnom naponu završiti konačno punjenje baterije opadajućom amperažom. Baterija dakle, koja se je uglavnom punila konstantnom amperažom, puniće se pri koncu pod konstantnim naponom.

Noću pri zatvorenoj glavnoj sklopki F leži na naponu i svitek s_4 u seriji sa otporom t_4 (ti. plus



Slika 6

pol — 1 — s_1 — F — t_0 — s_4 — 3 — 2 — minus polj Svitak s_4 potpomaže delovanje svitka s_2 , te će regulisanje napona naravno pre započeti i to već kod napona od 27.3 volta. Prema tome će se baterija polaganije puniti nego li danju, a sijalice ležati na naponu od cca 27 volti.

Pri usporavanju voza padaće napon tako dugo, dok pero sklopke K ne svlada magnetsko privlačenje svitka s_2 i sklopka dođe u svoj desni položaj te se mreža uklopi direktno na napon baterije, koja preuzme liferovanje struje. Svitak s_1 će pri padu napona dobiti povratnu struju i još više oslabiti magnetsko privlačenje svitka s_2 .

8. Sistem Brown-Boveri-Güttinger

Semu sistema prikazuje slika 7a. Montiran je na jednim kolima Direkcije Zagreb. Regulacija napona vrši se uklapanjem otporskih zavojnica G u seriju sa uzbuđnim poljem E hipocikloidalnim odnotanjem sektora A po krajevima otporskih zavojnica G , koji su krajevi smešteni u obliku kružnice.

U početku vožnje nema u uzbuđnom krugu D' — a — b — A — E' — E — R ukopčanih otpora te se mašina brzo uzbuđuje. Na naponu mašine leži namotaj O ankera u seriji sa magnetskim poljem I i to u liniji 1 — 2 — O — 3 — 1 — 4 — 5 — 6 — U — 7 — N' — S . Pero F izgrađeno je tako, da mu je elastično dejstvo pri svakoj dužini isto, tj. usled velikog broja zavoja je privlačenje pera praktički neovisno o dužini njegovog rastezanja. Poradi toga se neće tako jako umanjivati kutna brzina ankera kao pri upotrebi običnog pera, kojemu s rastezanjem raste sila privlačenja. Naravno, da okretanje ankera neće biti proporcionalno celom dejstvu magnetskih polja, nego samo njihovoj tangencijalnoj komponenti.

Čim je napon usled veće brzine voza ponarao, započinje međusobno dejstvo namotaja O i I te se okretanjem ankera počnu u uzbuđni krug uklapati otporske zavojnice, usled čega se reguliše porast napona. Ujedno će magnet P dobiti struju i pritegnuti sklopku C u donji crtkani položaj, te će mašina početi liferovati struju u bateriju preko C — 8 — 9 — II — f — B' . Da struja punjenja ne bi pri iscrpljenim baterijama suviše porasla, ugrađen je u strujni krug namotaj II , koji dejstvuje u istom smeru kao i I , tj. pri porastu polja II snižuje se napon mašine isklapanjem otporskih zavojnica G u uzbuđni krug. Kod dovršenog gibanja ankera i sektora A nastala je ravnoteža između sile pera F i tangencijalne sile usled delovanja magnetskih polja O , I , II .

Međutim raste punjenjem baterije njena protuelektromotorna sila i pada amperaža punjenja. Usled toga slabi i polje II , pa to u prvom času ima za posledicu uvećanje napona, jer smo napred rekli, da II deluje kao i I u cilju smanjenja napona, pa se njegovim opadanjem diže napon. Pri tom uvećanom naponu raslu ali polja I i O kroz koja teče naponska struja, te ona nastoje umanjiti napon. Te dve suprotne tendencije, tj. uvećanje napona usled nestajanja

polja II pri opadanju baterijske struje i umanjivanje napona usled uvećane naponske struje kroz O i I će se međusobno pobijati, ali su namotaji polja O , I i II tako dimenzionisani, da će pri sve manjoj struji punjenja pomalo rasti napon mašine.

Konačno se je baterija potpuno napunila, a napon time dosegao svoju maksimalnu vrednost, pri kojoj maksimalna naponska struja dejstvom namotaja U , koji privuče polugu P_2 , zatvara kontakt T . Zatvaranjem toga kontakta umanjio se je otpor u naponskom krugu radi paralelnog spajanja donjeg dela otpora II , te će kroz namotaj O i I poteći uvećana amperaža i time se pokrenuti sektor A i uklopiti daljnje zavojnice G u uzbuđni krug te na taj način sprečiti daljnje povećanje napona. Napon električne ravnoteže, koja sada nastaje, upravo je toliko velik kao i protuelektromotorna sila pune baterije.

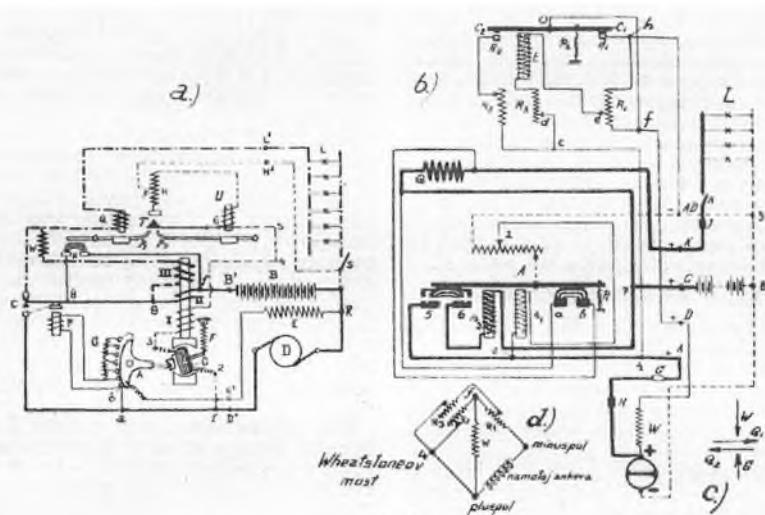
Noću je zatvorena glavna sklopka S . Mašina će puniti bateriju, ali uz to liferovati i struju za mrežu i to u bateriju putem C — 8 — 9 — II — f — B' kao i dosad, a u mrežu putem C — 8 — 9 — III — W — Q — L' . Polje III dejstvuje obratno od polja I i II , tj. pri svom porastu odnosno pri uklapanju sijalica uvećava napon mašine. To je i potrebno, jer mašina mora sada liferovati osim u mrežu veću struju i u bateriju, koja će se na stajalištima brzo prazniti.

Međutim će ali magnet Q radi prolaza struje privući polugu P_1 , te će se usled toga umanjiti otpor uzbuđnog kruga i napon mašine zatvaranjem kontakta T (što smo već pre objasnili), ali će ista poluga P_1 s drugim svojim krajem stvoriti sklopku K . Zatvaranjem sklopke K oslabiće polje II (jer će se sada baterija uglavnom puniti preko 8 — K — f), što će pridoneti ponovnom porastu napona, pošto II snižuje napon. Opet imamo dve suprotne tendencije: smanjenje napona usled veće naponske struje i uvećanje napona usled isključenja polja II , a postojanja polja III . Stvorile se električna ravnoteža i to tako, da će se baterija moći dovoljno jako puniti, a napon mreže ipak ostati konstantan. Održanju stalnog napona mreže pomaže i predotpor W usled Ohmovog pada napona.

Na stajalištima dolazi C u svoj gornji položaj te baterija počne napajati mrežu i to preko f — K — 8 — C — Q . Dok je još C u pomicanju iz donjnjega u gornji položaj, ide baterijska struja preko f — K — 8 — 9 — III — W — Q , te tako neće ni za jedan tren biti prekinuta struja osvetljenja.

9. Sistem EVR

Semu prikazuje slika 7b. Kao generator upotrebljava se Rosenbergov dinamo. Slika 7c prikazuje magnetska polja te mašine, koja je dvopolne izvedbe, sa dva para četkica, od kojih je onaj par, koji leži u sredini između oba pola (inače je to kod obične mašine neutralna zona), kratko spojen, dok drugi par leži tačno pod samim magnetskim polovima i daje korisni napon. W je uzbuđno magnetsko polje. Pri okretanju



Slika 7

ankera će između kratko spojenih četkica poteći struja i usled toga se u armaturi ankera stvoriti poprečno polje recimo smera Q_1 . Shvatimo li to polje kao novo uzбудno polje, inducirane ono na drugom paru četkica korisni napon, usled kojega će poteći vanjska struja i ona sa svoje strane stvoriti polje G , koje djeluje protiv W i drži ga u ravnoteži. Ako usled malog vanjskog otpora korisna struja želi ponarasti, ponaraste naravno i G i umanjuje još više W , a prema tome i Q_1 (koje je zavisno od W). Porastom struje umanjuje dakle mašina svoje korisno uzbudno polje Q_1 . Obratno ako je vanjski otpor velik, umanjuje se nešto vanjska struja, ali usled toga i G , te će W jače doći do izražaja, a prema tome Q_1 porasti. Opadanjem struje uvećava dakle mašina svoje korisno uzbudno polje Q_1 . To znači, da će se u prvom slučaju pri malenom vanjskom otporu umanjiti napon, a u ovom drugom slučaju pri velikom vanjskom otporu uvećati ili drugim rečima, jačina vanjske struje neovisna je o otporu kroz koji teče, a ovisna samo o jačini polja W . Ako mašina promeni smer okretanja, promeniće i poprečno polje svoj smer u Q_2 , ali će polaritet mašine ostati nepromenjen, jer su se promenila oba faktora, tj. smer polja i smer okretaja.

Čim poraste napon mašine, privuče magnet s_1 polugu A svladavši pri tom otpor pera p_1 . Svitak magneta s_1 leži na naponu mašine u liniji pluspol — 4 — 1 — s_1 — 2 — AD — 3 — minuspol. Čim je s_1 privukao polugu, zatvoren je baterijski krug, a otvoren spoj a — b , preko kojega je bio kratko spojen otpor Q . Baterija se dakle počne puniti i to preko pluspol — 4 — 5 — 6 — s_2 — 7 — C — baterija — 8 — minuspol. Strujni svitak s_2 će čvrsto pritegnuti polugu te trajno držati ravnotežu peru p_1 .

Uvećava li se jače napon mašine, nastaje sledeće:

Uzбудna struja je dosad tekla kroz pluspol — W — f — O — C_1 — A_1 — h — AD — 3 minuspol. Jasno je, da će u W nastati izvestan pad napona te će tačka iza W imati sve manji potencijal. Prema tome imaće i tačka « c » manji potencijal od tačke « e » te će usled razlike potencijala kroz d — R_2 — E teći struja, koja je direktno proporcionalna padu napona u W . Pri stanovitom porastu uzbudne struje svladaće privlačna snaga magneta E elasticitet pera p_2 i otvoriti privlačenjem poluge kontakt A_1 — C_1 (no još neće zatvoriti A_2 — C_2). Sada će uzbudna struja teći linijom pluspol — W — f — R_1 — h — AD — 3 — minuspol, dakle je u uzbudni krug uklopljen otpor R_1 , što će imati za posledicu sniženje uzbudne struje u W i prema tome i sniženje napona mašine. Radi tog pada napona zatvoriće se ponovno kontakt A_1 — C_1 (jer će E oslabiti) i time će se R_1 isključiti iz kruga, a napon opet porasti. Regulacija će se dakle vršiti otvaranjem i zatvaranjem kontakta A_1 — C_1 po Tirrilovom načinu.

Medutim će kod izvesnog porasta napona privlačna snaga magneta E toliko porasti, da će potpuno privući polugu i zatvoriti kontakt A_2 — C_2 i uklopiti u uzbudni krug otpor R_2 . Sada će nastati situacija šematički prikazana u slici 7 d te će W biti središnjica Wheatstoneovog mosta i uzbudna struja kroz W će se osetno sniziti i pasti napon mašine. Tim padom napona i otvaranjem kontakta A_2 — C_2 započinje se igra iznova.

Q je predotpor, koji pomaže održavanju konstantnog napona mreže te se pri podavanju rasvetne struje iz baterije kod a — b kratko spaja, jer je pero p_1 privuklo polugu.

O provetravanju sušačkog tunela, *Saobraćajni pregled*, 6 (1935), str. 306-311, (rujan, 1935.)

izvedba HiK-kočnice, ma da je ista u mesecu maju u »Glaser's Annalen«-ima bila objavljena. HiK-kočnica, na ovaj način građena, je za više od 20% lakša od KK-kočnice i Westinghouse-ove kočnice za teretne vozove. Pošto Božić-eva kočnica zbog svoga manjeg radnog pritiska kod praznih kola zahteva veći kočioni cilindar, ona je sada takode teža od HiK-kočnice. Izgleda nepojmljivo, da gospodin Grebenarović u svojim navodima međusobno zamenjuje Westinghouse-ovu jednodimenzionalnu kočnicu i Westinghouse-ovu kočnicu za teretne vozove, ma da mu kao stručnjaku ne bi smelo izbeći, da se ove dve vrste kočnica među sobom jako razlikuju i da je bilo potrebno deset godina činiti pokuse kod Mađarskih državnih železnica, da bi se mogla iz Westinghouse-ove kočnice za putničke vozove razviti i stvoriti Westinghouse-ova kočnica za teretne vozove.

Westinghouse-ovu kočnicu za putničke vozove uzeti za upoređenje u ovom slučaju je, naravno, potpuno pogrešno, pošto ista kao kočnica za

teretne vozove nije ni dopuštena u međunarodnom saobraćaju.

Ovih nekoliko primera zabluda među ostalim daljnim zabludama i neshvatanjima imali bi poslužiti svakom nepristrasnom čitaocu kao dokaz netačnih navoda g. Grebenarovića.

Sva nepovoljna tvrdjenja i pretpostavke g. Grebenarovića protiv Hildebrand-Knorrove kočnice, raspadaju se i poništena su na osnovu neosporno utvrđene činjenice, da je UIC-komite posle izvršenih zvaničnih probnih vožnji Hildebrand-Knorrovu kočnicu priznao kao najbolju dotada poznatu kočnicu za teretne vozove i da kod Nemačkih državnih železnica otprilike od pre 5 godina HiK-kočnice rade u većem broju i besprekorno u svakodnevnom saobraćaju, delimično i pod vrlo nepovoljnim saobraćajnim okolnostima.

Dr. Ing. e. h. W. Hildebrand
direktor firme Knorr-Bremse, A. G.
Berlin

O PROVETRAVANJU SUŠAČKOG TUNELA

Sušački tunel dugačak je 1.837,94 m i ima uspon od 21‰. Situacija tunela razvidna je iz slike 1.

Kako su atmosfere prilike u tom tunelu vrlo rdave, pa je vožnja kroza nj skopčana sa neugodnošću i poteškoćama koliko za železničko osoblje toliko i za putujuće građanstvo, to se već nekoliko puta pristupilo rešavanju pitanja oko ventilacije toga tunela. Međutim, do danas se nije našlo pravo rešenje.

Ovde ćemo izneti neke momente, koji će delimično rasvetliti kompleks toga pitanja.

Po Bernoullijevom teoremu energija tečnosti (dakle i plina koji struji) reducirana na jedinicu težine sastoji se iz sledećih sumanda:

$$E = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + H$$

Prvi sumand sadržava kinetički deo energije, drugi sumand energiju tlaka, a treći potencijalnu energiju mesta.

Promotrićemo kod današnjeg stanja stvari česticu zraka na donjem izlazu iz tunela i česticu zraka na gornjem ulasku u tunel. Ukoliko bi postojala razlika u energiji, koju imaju te dve čestice, morala bi se ta razlika pretvoriti u radnju tj. strujanje. Uzećemo, da atmosfera pred ulaskom i pred izlaskom miruje, te prema tome čestice zraka na tim mestima ne poseduju nikakovu kinetičku energiju. Što se tiče ostalih adenada iz gornje formule, to zaista ima viša čestica pri ulazu veću potencijalnu energiju mesta, ali zato ima niža čestica pri izlazu veću energiju tlaka. Međutim, ova uvećana energija tlaka niže čestice nastala je samo radi težine slojeva zraka nad njenim slojem, dakle, te dve vrste energije ovde odnose se kao posledica prema uzroku te su stoga jednake tako, da je celokupna energija

obiju čestica jednaka. Znači, dakle, da ne postoje nikakovi uzroci, da se tunel »sam« provetrava. Može se desiti, da usled lokalnih vetrova pred ulazom odnosno izlazom imaju naše dve čestice različite kinetičke energije, ali je ta razlika svakako premalena, da bi mogla izazvati strujanje zraka kroz tunel.

Mi bismo na pr. mogli da izazovemo strujanje, kad bi na nižem mestu povišili temperaturu zraka koji se tu nalazi, te bi tada nastalo analogno strujanje kao u dimnjaku. Toplina bi naime povišila energiju čestica na nižim mestima, a ukoliko bi ta temperaturna razlika uvek postojala, postojalo bi naravno uvek i strujanje. Ta solucija dolazi za praksu jedva u obzir, iako se kopanjem okomitih šahtova na tom principu nastojala postići ventilacija tunela. Kako naime dimni gasovi imaju visoku temperaturu, to se očekivalo, da će izlaziti kroz te šahtove. Međutim u konkretnom slučaju se pokazalo, da su otpori tih šahtova preveliki, pa da se na taj način ne može postići osetno poboljšanje.

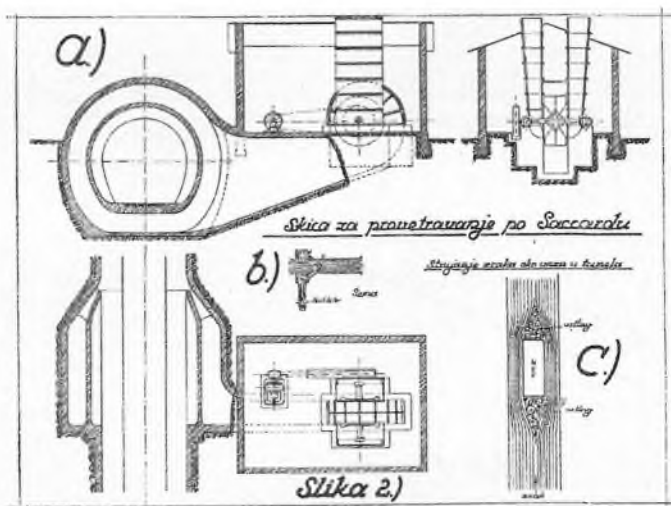
Ovde ćemo promatrati mogućnost provetravanja veštačkim mehaničkim putem, tj. da pomoću kompresora proizvedemo povišenje tlaka u najnižoj tački, a energija toga povišenog tlaka se pri ulazu u tunel pretvara u kinetičku energiju strujanja kako sledi:

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots 1).$$

U gornjoj jednačini označuje p zapravo »nad-tlak«. Dalje dobivamo

$$p = \gamma \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots 1a).$$

Napred smo naveli, da se Bernoullijeva jednačina odnosi na jedinicu težine, te ćemo stoga



smeru mora iznašati barem cca 25 km na sat, jer inače ne bi zrak mogao ispred lokomotive nositi dimne gasove. Drugim rečima relativna brzina izbačenih dimnih gasova prema lokomotivi biće u tom slučaju 5 km na sat, kojom će se brzinom plinovi udaljavati od lokomotive u smeru vožnje. U obrnutom smeru vožnje imaće gasovi prema vozu brzinu od 45 km na sat, tj. $20 + 25$, ali sada u pravcu od lokomotive prema kraju voza. Relativna brzina od 45 km na sat važi samo uz pretpostavku, da izbačeni dim danas ostaje na onom mestu tunela na kojem je izašao iz lokomotive. Ta pretpostavka je sigurno prilično tačna, jer se brzina, koju dimni gasovi dobiju u smeru vožnje od same lokomotive, pri mešanju sa okolnim zrakom, koji miruje, veoma umanjuje. U suprotnom smeru vožnje prolaziće dakle gasovi ipak mimo samih kola, ako se i na drugome kraju tunela ne bi montirali ventilatori za utiskivanje zraka. Šta više, relativna brzina gasova biće još valjda i veća, jer kako na kraju voza nastaje vakuum, to će taj vakuum izvršavati sisajuće dejstvo na dimne gasove. Međutim i 45 km na sat je tako velika brzina, da bi potrebni presek za sekundni volumen izbačenog dima bio tako malen, da dim nikako ne bi ulazio u sama kola, jer bi mu potpuno dostajao slobodni prostor tunelskog profila. Valja nam primetiti ovde, da svi fizikalni zakoni, dakle i zakoni stacionarnog toka, važe i u relativnim sistemima, pa je sasvim ispravno kad izračunamo presek uzevši brzinu sa 45 km na sat, ma da apsolutna brzina gasova stvarno iznosi samo 25 km na sat.

Dužina tunela je kako smo napred naveli 1837,94 m, ploština profila F iznaša 25,42 m², opseg profila U iznaša 19 m, sekundna količina potrebnog zraka za tunel Q jednaka je 177,94 m³/sec. Sekundna količina izračunata je po for-

muli za stacionarni tok $Fv = \text{const}$; uzećemo dakle da ta formula ovde važi, ali ćemo kasnije izvesti potrebnu analizu u tom pravcu. Potrebni efekt mašine za sistem Saccardo bio bi dakle

$$p = \gamma \frac{v^2}{2g} + k \gamma v^2 \frac{U}{F} l \dots \text{srednja vrednost}$$

za γ uzeta sa 1,1 kg/m³

$$= 1,1 \frac{72}{19,62} + 0,0009 \times 1,1 \times 72 \frac{19}{25,42}$$

$$1837,94$$

$$= 2,7 + 66,6 = 69,3 \text{ kg/m}^2$$

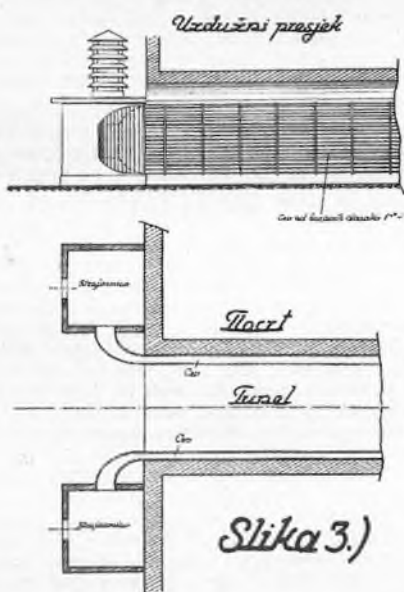
$$\text{Efekt} = \frac{Qp}{75 \times 0,6 \times 0,95 \times 0,15} = \frac{177,94 \times 69,3}{6,3} = 1954 \text{ konjskih snaga}$$

U nazivniku formule za dobivanje efekta uzeli smo stepen dejstva ventilatora sa 0,6, koeficijent za gubitak energije usled izlaženja zraka iz cevi sa 0,95, a gubitke usled promene smera čestica uvažili smo sa koeficijentom 0,15 i to prema Handbuch der Ingenieurwissenschaften V Bd. 1920, st. 628.

Potrebni efekt mašine pri sistemu sa vratima, koja se zatvaraju nakon ulaska voza u tunel, bio bi samo

$$\frac{69,3 \times 177,94}{75 \times 0,6 \times 0,95} = 287,5 \text{ konjskih snaga.}$$

Proračunaćemo sada potrebni efekt za treći slučaj, tj. da se zrak kroz dve prostrane drvene cevi utiskuje u tunel. Dužina cevi l uzeta je sa 50 m, ploština preseka jedne cevi F jednaka je 2,4 m², a opsek preseka U jednak je 9,2 m. Kako kroz svaku cev struji samo polovina potrebne sekundne količine zraka $\frac{Q}{2} = 88,97 \text{ m}^3/\text{sec}$, to



ćemo iz formule za stacionarni tok dobiti brzinu u drvenoj cevi $v = 37,07$ m/sec. Pri proračunavanju potrebnog efekta postupićemo retrogradnim putem, tj. izračunaćemo najpre energiju, koja je potrebna da se svladaju svi otpori tunela i da zrak dobije brzinu od 7 m na sekundu. Pri tome uzećemo u obzir samo polovinu uzdužnog profila tunela, koju snabdeva zrakom jedna cev. Prema slici 4 uvrstićemo dakle u formulu za izračunavanje otpora $\frac{U}{2}$ i $\frac{F}{2}$. Onaj deo opsega jedne

prepolovljene strane tunela, koji je zajednički i drugoj prepolovljenoj strani, a koji leži u uzdužnoj simetralnoj ravnini tunela, ne dolazi naravno u obzir za trenje, jer obe mašine jednakom snagom utiskuju zrak u svoju polovinu tunela i prema tome u toj ravnini ne nastaje nikakovo trenje između obih količina zraka. Proračunavši dakle potreban tlak za polovinu tunela, priračunaćemo tom tlaku onaj potrebni tlak, koji će svladati otpore u drvenoj cevi dodati zraku energiju, koja je potrebna da se brzina od 7 m/sec, koja vlada u tunelu, povisi na brzinu od 37,07 m/sec, koja vlada u drvenoj cevi. Uzevši još u obzir onaj deo zraka, koji će pri izlazu iz cevi u tunel promeniti svoj smer analogno kao i pri sistemu Saccardo, dobićemo potrebni izlazni tlak iz kompresora, koji pomnožen sa sekundnom količinom zraka i podeljen sa stepenom korisnog dejstva postrojenja, daje potrebni efekt mašina jedne strane. Ukupni potrebni efekt za celi tunel je onda dvaputa veći.

Za tunel biće dakle:

$$p = \gamma \frac{v^2}{2g} + k \gamma v^2 \frac{U}{F} \quad 1$$

$$= 1,1 \frac{7^2}{19,62} + 0,0009 \times 1,1 \times 7^2 \frac{19,2}{25,42/2}$$

$$1787,94$$

$$= 2,7 + 64,8 = 67,5 \text{ kg/m}^3$$

Za drvenu cev biće:

$$p = \gamma \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + k \gamma v^2 \frac{U}{F} \quad 1$$

$$= 1,1 \frac{37,07^2 - 7^2}{19,62} + 0,0003 \times 1,1 \times 37,07^2$$

$$\frac{9,2}{2,4} 50$$

$$= 74,3 + 86,8 = 161,1 \text{ kg/m}^3$$

Prema tome ukupno za jednu polovinu $p = 228,6 \text{ kg/m}^3$.

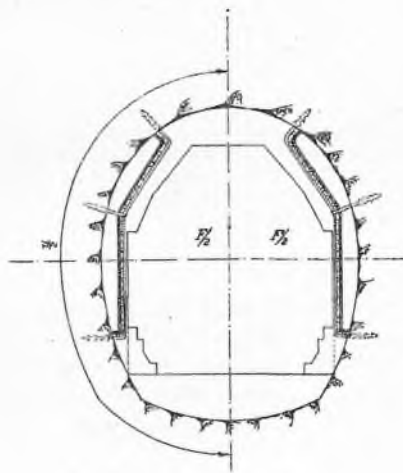
Efekt mašinskog agregata jedne strane biće

$$\frac{88,97 \times 228,6}{75 \times 0,6 \times 0,95 \times \eta} = \frac{475,8}{\eta}, \text{ dok će za celi}$$

$$\text{tunelski profil efekt biti jednak } \frac{951,6}{\eta}$$

Taj η nam nije poznat. Kod sistema Saccardo je kako smo već naveli iznašao 0,15, no ovde će svakako imati veću vrednost, jer zrak ulazi u sam tunel u udaljenosti od 50 m od izlaza, dakle, čestice će teže promeniti smer nego li u prvom slučaju, pošto moraju svladati otpor od tih 50 m i osim toga čestice zraka struje u manjemu kutu nego kod izlaza zraka iz Saccardovog levka.

Uzmemo li da η ovde iznaša 0,30, dobiće potrebnii celokupni efekt za provetrevanje $\frac{951,6}{0,30} = 3172$ konjskih snaga.



Sl. 4. — Poprečni presjek

Ove izračunate efekte morali bi još uvećati i to radi gubitka energije koji nastaju usled zračnih vrtloga. Ti će vrtlozi biti naročito jaki na mestima izlaska zraka iz Saccardovog levka odnosno pri izlazu kako ih prikazuje slika 2c pred i iza samoga voza, pošto se na tome mestu zračne linije usled umanjenog preseka sužuju. Međutim nam ne predleže u literaturi potrebni podaci o tome.

Pristupićemo sada teoretskoj analizi fizikalnih promena, kojima podleže utisnuti zrak. To je važno s razloga da utvrdimo stepen tačnosti upotrebljenih formula prilikom gornjeg izračunavanja mašinskog efekta.

Pri izlasku iz kompresora sadrži zrak izvesnu energiju tlaka, koja se pretvara u kinetičku energiju. To pretvaranje može uslediti izotermički ili adiabatički. U prvom slučaju moraće pridolaziti toplota od tunelskih stena, koja će podržavati konstantnu temperaturu zračne struje. Pitanje prelaza topline sa tunelskih stena obradio je 1902 Dr. Heerwagen, koji je postavio i diferencijalnu jednačinu o tome. Ako je ali pridolazak topline minimalan, a ekspanzija nagla, to imamo pred sobom adiabatički proces. Kako je opšte poznato i kako se razabire iz slike 5 potreban je kod istog početnog volumena v_{at} pri adiabatičkom rastezanju veći početni tlak p_a nego li je izotermički početni tlak p_i ako želimo za oba slučaja postići isto konačno stanje plina u tački B.

Čisti adiabatički proces nećemo stvarno nikada postići s razloga, što zrak nije nikad bez vlage, pa se pri smanjenju temperature oslobađa izvesni deo kondenzacione topline, koja će sa svoje strane povisiti temperaturu zraka iznad adiabatičke temperature.

U upotrebljenoj formuli za proračun početnog tlaka odnosi se prvi adend kako već znamo na kinetičku energiju. Taj prvi adend ostaje za oba slučaja — izotermički ili adiabatički — isti bez obzira na različite početne tlakove. U oba slučaja je naime naša usisana sekundna težina zraka, dakle i sekundna masa, ista, jer mi želimo postići isto konačno stanje plina u tački B. Prvi adend celokupnoj masi mehaničko ubrzanje u smeru brzine. Termičko rastezanje — bilo ono adiabatičko ili izotermičko — daje česticama također kinetičku energiju, ali u *svim smerovima*, tako,

da težište mase ostaje na svome mestu. Međutim naš prvi adend sadržaje energiju, koja celokupnoj masi, dakle i njenom težištu, daje brzinu strujanja zraka kroz tunel. Termički procesi predstavljaju za kinetičku energiju jednu pojavu »unutar« same mase.

Pad temperature pri adiabatičkom procesu kod poznatog početnog konačnog tlaka te poznate početne temperature izračunava se po poznatom obrascu $T_2 - T_1 = T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$

Međutim će nam analiza drugog adenda naše formule, koja se odnosi na svladavanje otpora, dati za izotermički i za adiabatički proces razne rezultate. Ponajpre ćemo podvrći analizi formulu za stacionarni tok $Fv = \text{const}$, i pitati se da li ta formula bez daljnega važi za naša dva slučaja. Kompresor siše uvek jednaku sekundnu težinu (masu) zraka. No zrak je, kako znamo, kompresibilan, a formula $Fv = \text{const}$ odnosi se na nekompresibilne tečnosti odnosno sa konstantnom specifičnom težinom. Kako zrak usled kompresibilnosti nema konstantnu specifičnu težinu, to ćemo mi gornju formulu za stacionarni tok morati proširiti tako, da ćemo njome izražavati konstantnost sekundne težine (mase), a ne konstantnost sekundnog volumena. Prema tome $Fv\gamma = G = \text{const}$. Ta će nam formula biti izlazna tačka našeg razmatranja.

Jednačina izoterme glasi kako je poznato $pQ = \text{const} = p \frac{G}{\gamma}$. Iz te formule $\gamma = p \frac{G}{\text{const}}$. Uvrstimo li taj izraz u našu jednačinu toka dobijemo

$$Fvp \frac{G}{\text{const}} = G = \text{const}, \text{ a pošto je } F \text{ također}$$

konstantno dobijamo $vp = \text{const}$ ili $v = \frac{\text{const}}{p}$, tj. brzina v na bilo kojem god mestu je obrnuto proporcionalna sa tlakom p na tom mestu.

Uvrstimo li dalje dobivene vrednosti u formulu, koju smo pre upotrebljavali za izračunavanje tlaka za svladavanje otpora, dobićemo potrebni tlak $= k \gamma v^2 \frac{U}{F} 1$

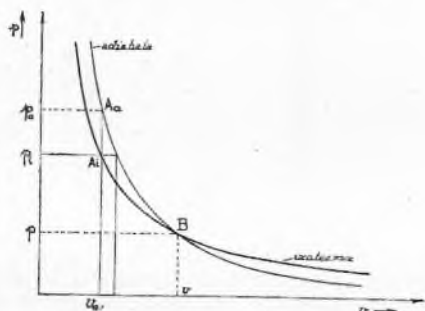
$$= kp \frac{G}{\text{const}} \frac{\text{const}^2}{p^2} \frac{U}{F} 1 \text{ odnosno jer je}$$

$$i U \text{ konstantno}$$

$$= \text{const} \frac{1}{p}$$

Pošto na svakom mestu tunela dakle dužine l tlak p nije isti, to ova formula važi samo za diferencijal dužine dl . Kako je $p = f(l)$ to bi mi taj funkcionalni odnos između tlaka i mesta gde se nalazi čestica zraka tek morali pronaći i onda izračunati izraz

$$\text{const} \int_0^l \frac{dl}{F(f)}$$



Slika 5

koji bi nam izraz dao numeričku vrednost za potrebni tlak kompresora, kojim bi se svladali otpori.

Pri adijabatičkom procesu došli bi do sledećih sličnih rezultata:

$$pQ^{\gamma} = \text{const}$$

$$p \left(\frac{G}{\gamma} \right)^{\gamma} = \text{const} \dots \gamma = p^{\frac{1}{\gamma}} \frac{G}{\text{const}}$$

Uvrstimo li vrednost za γ u jednačinu toka dobijemo

$$F_{vp}^{\frac{1}{\gamma}} \frac{G}{\text{const}} = G = \text{const} \text{ ili konačno}$$

$$vp^{\frac{1}{\gamma}} = \text{const} \text{ ili } v = \frac{\text{const}}{p^{\frac{1}{\gamma}}}$$

Prema tome je dakle brzina na bilo kome god mestu obrnuto proporcionalna sa tlakama na tom mestu dignutim na potenciju $\frac{1}{\gamma}$.

Uvrstimo li dobivene vrednosti u formulu za otpor, dobijemo potrebni tlak sa

$$kp^{\frac{1}{\gamma}} \frac{G}{\text{const}} \left(\frac{\text{const}}{p^{\frac{1}{\gamma}}} \right)^2 \frac{U}{F} \text{ ili } \text{const} \frac{1}{p^{\frac{1}{\gamma}}}$$

Analogno prijašnjem dobijemo konačno traženi izraz sa

$$\text{const} \int_0^l \frac{dl}{f(l)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

Preostaje nam još da reknemo koju o funkcionalnom odnosu tlaka i mesta na kojem vlada taj tlak. Kako nam je poznato opada tlak na pr. u vodi, koja struji kroz cev jednakog preseka, pravocrtno od početka prema kraju. No ovde se radi o kompresibilnoj tečnosti, a osim toga se odigravaju tu i termički procesi. Trebali bi, dakle, znati kako se ti procesi vremenski odvijaju. To pitanje nije jednostavno i zadiru u pitanje sastava same materije. Mi si možemo zamisliti idealni plin, koji se sastoji iz matematičkih tačaka i pri kojem se promene zbivaju momentano, no u našem slučaju, gde imamo materijalne čestice

koje podležu zakonu inercije, ne možemo to nikako pretpostavljati. Trebali bi, dakle, poznavati jednačinu, kojom bi se izražavao prelaz plinskog stanja iz tačke A u tačku B i ta jednačina bi morala sadržavati element vremena odnosno brzine prelaženja stanja A u stanje B. Kako znamo Van der Waalsova jednačina plinskog stanja označuje samo stanje plina u pojedinoj tački. Ali niti termodinamički zakoni ne sadrže vremenski element koji bi nam omogućio da izračunamo naš gornji funkcionalni odnos.

Smatramo, da smo donekle prikazali komplikovanost pitanja oko provetravanja sušačkog tunela mehaničkim putem, kao i potrebu vrlo velikih mašinskih efekata, kojima bi se eventualno postiglo poboljšanje atmosferskih prilika u tom tunelu.

Efikasnije rešenje, koje bi van svake sumnje i sigurno dovelo do cilja, sastojalo bi se u primeni električne vuče na relaciji Sušak—Škrlevo. Ukoliko ne bi svakog momenta bilo raspoloživo dovoljno električne energije, moglo bi se pribеći primeni akumulatorskih lokomotiva. Tehnička strana problema ventilacije bila bi u tom slučaju definitivno rešena. Nije ali neverovatno, da bi se obzirom na ogromne ovde izračunate mašinske efekte pri mehaničkom provetravanju i troškovi investicije kretali u istim ili manjim granicama, dok bi troškovi pogona i održavanja verovatno bili i manji radi niskog stepena korisnog dejstva mehaničkih naprava za provetravanje.

*

Izvod na nemačkom:

Es wird die Frage der mechanischen Lüftung des Sušaker Tunnels kurz besprochen und dabei die Grösse der notwendigen Maschinenleistung für die in Betracht kommenden Lüftungssysteme berechnet. Ausserdem werden die benützten Berechnungsformeln einer kurzen Analyse unterzogen und hinzugefügt, dass eine genaue Berechnung der Bewegungswiderstände kaum möglich ist, da man die funktionelle Beziehung zwischen der vom einzelnen Gasteilchen bereits durchgewanderten Weglänge und dem an dieser Stelle herrschenden Drucke genau nicht kennt.

Zuletzt wird erwähnt, dass eine vollständige Lösung der Lüftungsfrage nur bei Verwendung elektrischer Zugmittel möglich ist.

Ing. Đuro Švarc

Umoljavaju se naši saradnici, da nam uz svoje članke doznaju tačnu adresu radi slanja honorara. — Uredništvo

Razmatranje konstrukcije voznih i strujnih linija za elektrifikaciju železnica, *Saobraćajni pregled*, 8 (1936), str. 246-249, (kolovoz, 1936.)

4) При Касационом суду у Београду оснива се Одељење за сва техничка питања од третице касационих судија-инжењера, који ће доносити пресуде, сем по осталим пословима инжењерства и по питањима свих процена извлашћених добара по Закону о експропријацији.

Значи, према изложеном треба одмах приступити прво изради новог *Закона о принудном извлашћењу*, а затим измени Устројства Касационог суда.

Да не би ко ставио примедбу да су ово ситне ствари и да им не треба придавати нарочиту пажњу, нагласићу, да је — у вези Закона о железничкој имовини у експлоатацији Министарства саобраћаја од 18 марта 1930 —

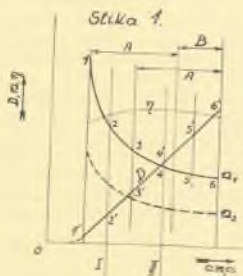
извршена процена железничког земљишногседа и да она (у првој половини 1930 године) износи 558,789.394 динара само за Дирекцију Београд Ј. Д. Ж. а за површину од 80,962.011 м². Треба имати на уму, да има пет железничких дирекција, а колике су остале површине у питању, као што су: сви државни путеви, многе школе итд., итд.?

Одмах по завршеном решењу питања о извлашћењу за државне потребе мора се приступити изради Закона о баштинским железничким књигама. [Један је такав Закон издат још 9 јануара 1899 (у Нишу) али примењиван није.] О овоме ћу писати у засебном чланку.

Инж. М. Х. Видојковић

RAZMATRANJE KONSTRUKCIJE VOZNIH I STRUJNIH LINIJA ZA ELEKTRIFIKACIJU ŽELEZNICA

Kao što je poznato konstrukcija voznih i strujnih linija, koju je pronašao profesor Ing. Kadoska, temelji se na karakterističnim krivuljama motora. Slika 1 prikazuje nam serijske karakteristične krivulje i to moment vrtinje D te broj okretaja n , kod paralelnog odnosno n_2 kod rednog sklopa tj. pri polovičnom naponu u ovisnosti od amperaže.



Motori sa takovim serijskim karakterističnim krivuljama, bilo to istosmerne ili izmjenične struje, najčešće se upotrebljavaju za pogon elektrificiranih železnica, najbolje odgovaraju uslovima pogona i imaju to naročito svojstvo, da se sami od sebe prilagođuju momentanim potrebama, tj. pri uvećanim vanjskim otporima snižuje im se broj okretaja, a pojačava moment vrtinje i efekat. Obratno pak, pri malim vanjskim otporima raste im broj okretaja, a umanjuje se moment vrtinje i efekat. Motor dakle dolazi na svakoj tački puta automatski u ravnotežu. Na svakome mestu profila dejstvuje motor svojim određenim momentom vrtinje te pripadnim brojem okretaja i efektom. Nikako se ne može dogoditi, da bi pod istim vanjskim okolnostima motor dejstvovao kojim drugim efektom ili drugim brojem obrtaja.

Matematički bismo to izrazili na sledeći način:

Efekt u konjskim snagama $HP = const \cdot n \cdot D$, gde su n i D varijabilne veličine, ali ovog puta na tačku lokomotive, i međusobno ovisne. Mi ne možemo na pr. pri vučnoj sili od recimo 1000 kg postići jedanput 6 m/sek. brzine, a drugiput 10 m/sek. Kada bi to bilo moguće, imali bi prviput $HP_1 = const \cdot n_1 \cdot D_1$, a drugiput $HP_2 = const \cdot n_2 \cdot D_2$, odnosno podeliši te dve jednačine međusobno

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{HP_1}{HP_2}, \text{ ali pri istome } D.$$

Medutim, iz diagrama vidimo, da na osovini motora jednome D odgovara samo jedan n . Mi možemo pomoću zgodnog prenosa na pr. u mestu I, koje odgovara efektu HP_1 , na tačku lokomotive lako dobiti D i n_1 , ali da dobijemo na tačku D i n_2 na pr. u mestu motora II, koje odgovara efektu HP_2 , trebali bi sada, naravno, drugi prenos nego li prviput. Kako mi međutim imamo čvrsto ugrađen samo jedan zupčanik, ne možemo prenose menjati, te stoga i na lokomotivi svakom momentu vrtinje odgovara samo jedan pripadni broj obrtaja.

Uzećemo da motor radi na liniji 5—5'. Pri istom vanjskom otporu prema napred navedenom, radiće uvek na toj liniji. Recimo, da motor želi ići brže na pr. na liniji 4—4'. Uvećanjem brzine raste vanjski otpor, koji se na pr. za ravnicu izražava formulom $(W_1 + \alpha v^2)$, gde je W_1 jedna konstanta, a v označuje brzinu lokomotive. Za svladavanje toga sada uvećanog otpora bio bi naravno potreban i veći moment odnosno obzirom na uvećanu brzinu i veći efekat. Međutim, kako razabiremo iz diagrama, unatoč toj sada uvećanoj potrebi snižio se i moment i efekat — znači motor ne može ići brže nego li pre i mora se vratiti natrag na liniju 5—5'.

Obratno, uzećemo sada da motor želi ići polaganije, tj. na liniji 6—6'. Kako su sada analogno napred rečenom usled manje brzine vanjski otpori manji, to nam je sada potreban za njihovo svladavanje manji moment i manji efekat. Među-

tim, iz diagrama se vidi, da je jedan i drugi porastao, te će oni ubrzati motor baš do izlazne linije 5—5'.

Kakovo dejstvo ima prenos na moment i efekat?

Uzmemo na pr. da motor radi na liniji 6—6' sa prenosom $\bar{u}$. Povećajmo u mislima diameter zupčanika na dvostruko. Naš moment 6' dejstvovao bi sada naravno na lokomotivu dvostrukom snagom i lokomotiva bi samo usled toga brže pojurila. No s druge strane će usled veće obodne brzine prenosnog (sada većeg) točka i motor pojuriti dvostrukom brzinom, dakle, umanjice time svoj moment i svoj efekat. To će pak značiti, da će vučna sila i brzina lokomotive stvarno postati manje, nego li što su pre bile, jer su brzina i vučna sila faktori efekta, koji je sada manji, a one su u takovoj međusobnoj ovisnosti, da se pri istim prilikama istovremeno obe uvećavaju ili umanjuju prema porastu odnosno umanjenju efekta.

Uvećanjem prenosa umanjuje se dakle vučna sila, brzina voza i efekat motora, odnosno drugim rečima, motor radi sada na linijama koje leže u slici 1 nalevo.

Ovo je vrlo važno saznanje. Da izaberemo prikladan prenos, izračunavamo za izvesnu lokomotivu najpre najmanji potrebiti prenos za najveći efekat lokomotive, a pri momentu motora 6' tj. uzećemo, da je maksimalni raspoloživi moment i efekat motora upravo dostatan da razvije najveću željenu vučnu silu pri tada najvećoj mogućoj brzini. Ispitaćemo kako se manifestuje taj tako izračunati prenos u drugoj ekstremnoj tački tj. pri najmanjem potrebnom momentu motora, koji neka radi u intervalu A. (Samo je po sebi razumljivo, da će se jedva naći pogon u kojem bi motor radio na svom celom području.) Dobićemo li za taj ekstrem na drugom kraju intervala A preveliku brzinu, moraćemo povećati prenos. To znači, da smo sada ceo interval A pomakli nalevo. To uvećanje prenosa odnosno pomicanje intervala A moguće je samo za veličinu B, jer smo pomakom za B došli do najmanjeg mogućeg motornog momenta (odnosno efekta) i daljnje pomicanje radi nestanka momenta ne bi imalo nikakvog smisla. Drugim rečima, mi moramo unutar pomaka B napipati onaj najprikladniji prenos, koji će najbolje odgovarati kako za maksimalne tako i za minimalne potrebe.

Pošto smo našli taj prenos $\bar{u}$ i odabrali poluprečnik R pogonskog točka lokomotive, možemo za svaki moment D lako izračunati vučnu silu P iz obrasca:

$$P = \frac{x\bar{u}(D-\beta)}{R} \dots \dots \dots a)$$

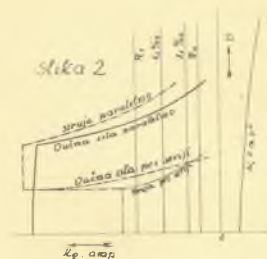
x znači broj motora, a β označuje gubitak na momentu usled trenja u prenosu.

Iz pripadnog pak broja obrta n kod momenta D izračunavamo brzinu po obrascu

$$v = \frac{2 R \Pi n}{60 \bar{u}} \dots \dots \dots b)$$

Možemo dakle pristupiti izradi diagrama za vučnu silu prema slici 2. Nadesmo od ordinatne osi nanećemo vrednosti $(W_1 + \alpha v^2)$, koje nam

označuju stalne otpore usled trenja valjanja, trenja u lagerima i spojevima šina te usled otpora vazduha. Iz karakterističnih krivulja motora, a pomoću obrasca a) dobivene vrednosti za vučnu silu, nanećemo pri odnosnim apscisama, koje znače brzine, počam od te krivulje $(W_1 + \alpha v^2)$ nalevo. Na taj način će vrednosti od ordinatne osi označivati »slobodnu vučnu silu«.



Paralelno sa ordinatnom osi ucrtaćemo otpore uspona i otpore usled krivina pruge, koji su otpori neovisni od brzine. U danom slučaju pri postojanju tih otpora umanjice se upravo za njihovu vrednost slobodna vučna sila. Pri vožnji nizbrdice, a pri iskopčanom motoru, smatraćemo naravno negativne otpore uspona istog nagiba (s istim %) kao vučnu silu. U slici 2 ucrtali smo još amperažu motora u ovisnosti od brzine pri serijskom i pri paralelnom sklopu pogonskih motora, što smo također dobili pomoću slike 1.

Sada možemo pristupiti konstrukciji voznih linija i to linije brzina — vreme i linije prevalljeni put — vreme. Liniju brzina — vreme dobićemo iz obrasca

$$P = m \frac{dv}{dt} \text{ odnosno } \frac{P}{m} = \frac{dv}{dt}$$

Uzećemo za silu proizvoljno merilo μ_P , za vreme merilo μ_v , a za brzinu merilo μ_v . Merilo za masu μ_m dobićemo pri pretpostavci da je pri $P = 1$ takode $v = 1$, odnosno $t = 1$ i $m = 1$ iz obrasca

$$\frac{1 \cdot \mu_P}{1 \cdot \mu_m} = \frac{1 \cdot \mu_v}{1 \cdot \mu_t}$$

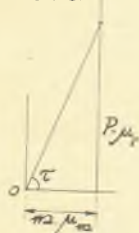
Dakle merilo je za masu

$$\mu_m = \frac{\mu_P \cdot \mu_t}{\mu_v}$$

U slici 3 naneli smo $m \cdot \mu_m$ kao donju katetu, a vučnu silu u odabranom merilu naneli smo kao drugu katetu $P \cdot \mu_P$ tako, da nam hipotenuza toga pravokutnog trokuta označuje smer geometrijske tangente krivulje brzina — vreme u izabranom merilu. Kad bismo hteli tu celu krivulju savsim precizno konstruisati, morali bi naravno za svaku tačku na prednji način konstruisati njenu tangentu. To bi bio izvanredno dugotrajan posao. Stoga se mi zadovoljavamo kako se vidi iz slike 5 time, da tu krivulju konstruisemo za pojedine male intervale brzina, pri čemu uzimamo, da je vučna sila tog intervala konstantna i jednaka aritmetičkoj sredini krajnjih vučnih sila tog brzinskog intervala. Kako se iz slike 5 vidi naneli smo

takode $m \cdot \mu_m$ i na levu stranu i na tu crtu nanášamo otpore pri iskopčanom motoru odnosno eventualne viškove otpora iznad motorne sile pri ukopčanoj struji, dakle, negativne vučne sile. Time postizavamo isto kao da te negativne vučne sile ucrtavamo ispod apscise osi na prvobitnu desnu crtu, koja nam služi samo za pozitivne vučne sile.

Slika 3



Iz krivulje brzina — vreme dobićemo lako krivulju put — vreme. Kako znamo $v = \frac{ds}{dt}$. Već

smo pre izabrali merilo μ_v i μ_t te ćemo sada takode proizvoljno izabrati i merilo za put μ_s . Kako su ta merila neodvisno jedno od drugoga izabrana, moraćemo u navedeni obrazac uvesti konstantu C, tj.

$$v \cdot \mu_v = C \frac{ds \cdot \mu_s}{dt \cdot \mu_t}$$

$$\text{Kod } v, s \text{ i } t = 1 \text{ biće } C = \frac{\mu_v \cdot \mu_t}{\mu_s}$$

Slika 4 prikazuje nam dobivanje krivulje put-vreme iz krivulje brzina-vreme. C smo naneli kao donju katetu, a vrednost za v odnosno $v \cdot \mu_v$ je druga kateta, dok hipotenuza daje smer geometrijske tangente krivulje put-vreme u našem izabranom merilu. Iz slike 4 se razabire, da smo uzeli kao da je intervalu 0—1 odnosno u intervalu 1—2 brzina konstantna i jednaka srednjoj aritmetičkoj vrednosti ekstremnih brzina intervala.

Na taj način dobili smo u slici 5 krivulje brzina-vreme i put-vreme. Sasvim nadesno

ucrtali smo profil pruge te pomoću krivulje put-vreme možemo ucrtavanjem horizontalnih linija u svakom času znati na kojem se mestu profila nalazimo. A kako konstrukcijom voznih linija idemo od tačke do tačke (odnosno praktički govoreći od malene dužine do malene dužine) to neprestanim crtanjem horizontala dobivamo dotično mesto na profilu te se stvarno »vozimo« lokomotivom po profilu. Pri prevelikom porastu krivulje brzina-vreme prekidamo na dotičnome mestu profila struju i vozimo bez motora odnosno pri padu krivulje uklapamo struju i vozimo sa motorom.

Za te intervale u kojima vozimo s motorom, ucrtali smo u slici 5 pomoću slike 2 potrošak struje u svakom pojedinom času. Znamo li taj potrošak za pojedinu lokomotivu, to ćemo pomoću reda vožnje za 24 sata lako odrediti sumarni potrošak za sve lokomotive unutar toga vremena, te ujedno pronaći najveći momentani potrošak pri istovremenom kretanju nekoliko vozova. Iz krivulje sumarnog potroška, koja će biti periodična funkcija vremenskog intervala od 24 sata, izračunaćemo potrebni kapacitet centrale.

Slika 4.



Razume se samo po sebi, da možemo ići i suprotnim putem i iz krivulje potroška jedne lokomotive pronaći najpovoljniji grafikon kretanja vozova tj. utvrditi takav red vožnje, da će pri istome krivulja sumarnog potroška imati najmanje moguće šiljke.

Spomenuli smo već napred, da konstrukcija dobivanja voznih linija ne može biti tačna, jer bi u tom slučaju morali konstruisati tačku po tačku, dok mi konstruišemo kratke dužine tih krivulja. No ne samo da ta okolnost pretstavlja

Slika 5



jednu približnost, nego pridolazi još i druga važna činjenica, koja takođe umanjuje preciznost konstrukcije. Rekli smo naime da geometrijsko mesto na profilu u kojem se momentano nalazimo, dobivamo na taj način, da povlačimo horizontale od pojedinih tačaka krivulje put-vreme do profila. U sencištu te horizontale sa profilom nalazi se tačka u kojoj se momentano nalazimo pri »vožnji« po profilu. To, međutim, nije sasvim tačno. Ordinate krivulje put-vreme označuju dužinu prevaljenog puta, a da bismo dobili mesto na kojem se nalazimo na profilu, morali bi tu dužinu položiti na sam profil, a ne projicirati je, jer na taj način smatramo, da je profil jednako dugačak kao i njegova projekcija. Znači, dakle, da pri tome činimo grešku, koja je jednaka diferenciji dužine samoga profila i profila pomnoženoga sa kosinusima pojedinih njegovih nagiba. Pri velikoj dužini profila i velikim nagibima nastaje pri tom svakako приметljiva diferencija i mi nećemo tačno utvrđivati geometrijsko mesto na kojem se upravo nalazimo. Sem toga zanemaruje se i dinamičko dejstvo masa usled čega su ali stvarne brzine manje, a amperaze veće od vrednosti dobivenih konstrukcijom.

Međutim, iako se dakle s teoretske strane može primetiti, da konstrukcija nije apsolutno tačna, to je njezina praktična primena od neocenjive važnosti i upravo od genijalne jednostavnosti.

U ovom našem članku razmatrali smo preglednosti radi motore sa stalnim karakteristikama, koje smo sklapali na najstereotipniji način, tj. po dve grupe serijski odnosno paralelno. Prema tome imali smo samo dva vučna diagrama. Kad bi posmatrali razne načine regulacije brzina (raznim serijskim odnosno paralelnim kombinacijama sa svim motorima, slabljenjem polja, transformacijom napona itd.) imali bi naravno za svaki takav pojedini slučaj nove motorske karakteristike i nov vučni diagram te bi postigli uz istu vučnu silu razne brzine odnosno obratno. Međutim, sama konstrukcija vozni i strujnih linija ostala je ista kao i pre, samo ne smemo zaboraviti da za svaki slučaj uzmemo u obzir dotične nove vučne sile i amperaže.

*

Izvod na nemačkom:

Es wird die Ermittlung der Fahrlinien der elektrischen Eisenbahn kurz erläutert nebst einiger Betrachtungen über das Verhalten des Triebmotors. Zuletzt wird hinzugefügt, dass die Konstruktion der Fahrlinien als Näherungsverfahren anzusehen ist besonders weil die Massenwirkung und bei jeweiliger Ortsbestimmung längs des Profils die Neigungscosinus vernachlässigt werden.

Ing. Đuro Svarc

NIKLOVANJE, BAKARISANJE I HROMIRANJE GALVANIZIRANJEM

(NASTAVAK*)

Tvrdoća elektrolitičnih prevlaka

Merenjem tvrdoće elektrolitičnih metalnih prevlaka došlo se do saznanja da su ove prevlake po pravilu daleko tvrde nego što su metali koji su upotrebljeni kao anode pri elektrolizi. Prema merenjima Macnaughtau-a i Hothersall-a¹⁾ i merenjima Prof. Dr. Ing. E. H. O. Bauera, Prof. H. Arndta i Dr. Ing. W. Krause²⁾ dajemo dole uporedne vrednosti tvrdoće po Brinelliju istog materijala u normalnom stanju i u stanju elektrolitične prevlake:

	Tvrdoća po Brinelliju	Broj tvrdoća galvan. prevlake
Cu = bakar	50	58 + 150
Zn = cink	30	40 + 50
Ag = srebro	—	61 + 130
— mesing	65	58 + 150
Fe = gvožđe	100	167 + 350
Ni = nikel	60	155 + 420
Ko = kobalt	—	270 + 311
Cr = krom	—	500 + 900

¹⁾ J. Electroplaters and Depositors Tehn. Society London 1930.

²⁾ Die Verbröschung Berlin 1934.

Kako je usled polarizacije, koja prati svaki elektrolitični proces, a i usled osobine da svi ovi, gorenavedeni, metali upijaju jače ili slabije (H_2)-vodonik verovalo se doskora, da ova neočekivana tvrdoća dolazi usled prisustva upijenog vodonika tj. da H_2 svojim prisustvom daje elektrolitičkoj prevlaci tvrdoću. Na koji način i u kojoj se formi spaja ovaj H_2 sa metalom elektrolitične prevlake nije bilo razjašnjeno. Međutim Guichard, Clausmann, Billai i Lauthony³⁾ obojili su gornju hipotezu svojim eksperimentom. Oni su pod uticajem vakuuma i nešto povišene temperature izvukli iz metalnih prevlaka železa, nikla i hroma njihovo H_2 , a da je tvrdoća i nadalje ostala ista.

Eksperiment su izveli na taj način što su elektrolitično železo polako zagrevali, povećavajući mu temperaturu u roku od 24 časa do 165° C. Tokom idućih 24 časa na temperaturi od 165° C sav sadržaj H_2 je izašao, a tvrdoća je ostala potpuno ista. Tek nakon daljeg zagrevanja do 1000° C postalo je železo mekano. Međutim prilikom toga gornjeg zagrevanja od 165° C—1000° C nije više vodonik uopšte izlazio iz metalnih prevlaka.

³⁾ »Principien der Galvanotechnik«, odnosno Comp. rend. CXC, 1417 (1930) ista revija sveska CXC II, 623 (1931), CXC III, 685, 1084 (1931) i CXC VI 1660 — 1933.

* Vidi Saobraćajni pregled broj 7/936.

Prinos konstrukciji voznih linija električnih željeznica, *Elektrotehnički vesnik*, 8-9 (1949), str. 199-207.

struje izabrala drugi, lakši put preko strujnih transformatora, te bi naše mjerenje bilo izobličeno. Zato ćemo u diferencijalnu krug postaviti instrumente sa što manjom vlastitom potrošnjom, ili ćemo pak radije mjeriti pad napona strujnog svitka diferencijalnog člana pomoću preciznog voltmetra sa ispravljačem.

Pošto diferencijalni relé isklopi u vrlo kratkom vremenu, do 0,1 sekunde, teško je izvesti kontrolu isklonog vremena, bar na samom mjestu. Točno ispitivanje vremenskog člana može se izvesti jedino u laboratoriju, gdje su na raspolaganju potrebni uređaji. Ako smo ispitivanje zaštitne naprave obavili savjesno i tako, kao što je gore opisano, možemo je predati pogonskom personalu. Potrebno je međutim — na to smo počeli polagati više pažnje tek u posljednje vrijeme — da svaku relajnu napravu ispitamo u određenim vremenskim razmacima. Za tu je svrhu dovoljno ispitivanje na sekundarnoj strani strujnih transformatora, koje možemo izvesti

i za vrijeme pogona. Razumije se, da će relé najbolje pokazati svoju spremnost onda, kada nastupi defekt. Pošto je međutim za popravljivanje tada već prekasno, moramo se pobrinuti za periodska ispitivanja, koja povećemo sa čišćenjem kontakata, uljenjem ležaja i drugim kontrolama. Zbog točne evidencije izvršenih ispitivanja i čišćenja za svaki ćemo relé voditi poseban karton, na koji ćemo upisivati rezultate ispitivanja, eventualne nedostatke i sve, što smo na relaju izveli. Na taj ćemo karton upisati i sve podatke relaja, navesti tip i proizvađača, mjesto i vrijeme montaže te podatke o zaštićenom objektu, prenosni odnos strujnih transformatora i vrijednost namještenog vremena, struje i druge podatke. Poslovođa, koji bude imao takovu kontrolu o svojim zaštitnim napravama, biti će siguran, da ima u svom pogonu brižljive i pouzdane čuvarе električnih strojeva, koji su za našu elektrifikaciju u razvoju često puta od neprocjenljive vrijednosti ili čak nenadomjestivi.

(Sa slovenskog preveo Erceg I.)

Prinos konstrukciji voznih linija električnih željeznica

DK 621.33.001

Ing. Đuro Svare, Zagreb

A contribution to the construction of v-t in s-t diagrams in electric traction. The fact that electric traction motors operate with considerable voltage variation along the line has not been paid sufficient attention to till now. This variation is due to various line losses. The article explains and discusses the exact construction respecting the mentioned voltage drop (Kadmoška's method, here improved).

Beside this the author states very satisfying results by introducing the mean voltage along the railway line sections determined experimentally for similar trans on similar lines.

Une contribution à la construction des v-t et s-t diagrammes des chemins de fer électriques. Jusqu'à maintenant on n'a pas assez tenu compte du fait que les moteurs de la traction électrique travaillent avec une tension qui varie considérablement le long de la ligne. Cette variation a son origine dans les différentes pertes. L'article explique et discute la construction exacte qui en tient compte (la méthode Kadmoška, ici complétée).

De plus, l'auteur constate des résultats très satisfaisants en introduisant une tension moyenne des moteurs le long des sections de la ligne de chemin de fer trouvée par expériment pour trains semblables sur lignes analogues.

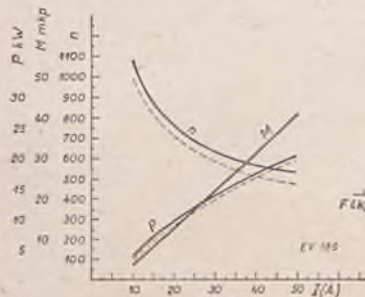
В вопросе о графическом изображении путейх линий электрифицированных железных дорог. При изображении путейх линий электрифицированных железных дорог до сих пор не уделялось внимания изменениям напряжения питания моторов вдоль пути, вызванным разными падениями напряжения. В статье делается попытка уточнить конструктивный метод Кадмошки, привлекая внимание к вышеупомянутому факту. Таким образом путьх линии получаются совершенно точные. Автор далее показывает, что и расчет со средним напряжением питания моторов приводит к удовлетворительным результатам. Под средним напряжением питания подразумевается среднее напряжение эмпирически установленное на подобных электрифицированных поездах и профилях.

При projektovanju električnih željeznica potrebno je prije svega saznati vozne dinamičke odnose u svakoj točki puta, kako bi se na temelju tih odnosa moglo znati vožno vrijeme, konzumna krivulja centrale, linija zagrijavanja motora itd. Iz postavljanih uslova za ubrzanje na određenim tačkama puta izabire se lokomotiva odnosno jačina motora. Izborom motora po broju i jačini utvrđeni su za izvjesnu težinu voza i profil naprijed navedeni odnosi. Slika 1 prikazuje poznate karakteristike istosmjernog serijskog motora. Na toj slici nertane su krivulje za motor od 15 KS, 500 V, jer će se sva naša daljnja razmatranja u ovom članku temeljiti na konkretnim primjerima za dva takova paralelno vezana motora. Razumije se ali samo po sebi, da svi zaključci važe i za bilo koju jačinu, broj i način vezivanja motora.

Ima više načina za razvijanje takozvanih voznih linija, koje sadrže navedene vozne dinamičke odnose, i mi ćemo za sada ovdje obraditi najstariju metodu, koju je uveo Kadmoška. Međutim, tu ćemo metodu upotrijebiti uvadanjem stvarno promjenljivog napona motora za vrijeme vožnje i već ovdje navodimo, da se principijelna misao kod toga uvadaju može primijeniti i na sve ostale metode.

Na slici 1 važe izvučene krivulje broja okretaja, momenta i učina za nominalnu voltažu, dok se crtkane krivulje broja okretaja i učina odnose na voltažu manju od nominalne. Moment naravno ostaje i u tom slučaju isti kao prije. Ako su nam te karakteristične krivulje poznate za izvjesnu voltažu, možemo ih opće poznatom jednostavnom konstrukcijom, koja se temelji na proporcionalnosti broja okretaja i protuinduciranog napona kod iste

struje, lako grafički naći za bilo koju drugu vol-
tažu. Mogu se naravno i eksperimentalno utvrditi.
Ako su nam poznate za izvjesnu voltažu samo kri-
vulje za momenat M (mkp) i za broj okretaja



Sl. 1. Istosmjerni motor u serijskom spoju za 500 V,
15 KS (11 kW).

u minuti n , onda učin na osovini u vatima lako
saznajemo po formuli

$$P = M \cdot \frac{\pi n}{30} \cdot 9,81^*$$

Kako ćemo kasnije pokazati, potrebna nam je
za konstrukciju voznih linija vučna sila na obodu
pogonskog točka. Nju ćemo dobiti iz formule

$$F = \frac{z M \eta p}{R}$$

U toj formuli znači z broj vučnih motora, M
momenat jednog motora, η stepen djelovanja prije-
nosa između osovine motora i pogonskog točka,
 p prijenos i konačno R radius pogonskog točka u
metrima.

Dalje nam je potrebno znati brzinu vožnje u
m/s. To dobivamo iz formule

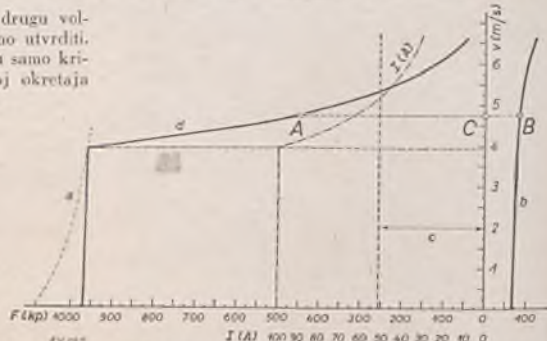
$$v = 2R\pi \cdot \frac{n}{60p}$$

gdje faktor n znači broj okretaja motora u minuti.

Iznalaženjem vučne sile lokomotive na obodu
pogonskog točka i brzine vožnje pomoću naprijed
navedenih formula, transformirat ćemo naš prvotni
motorski dijagram prema slici 2, i to tako, da ćemo
nacrtati navedenu vučnu silu i amperazu u zavisno-
sti od brzine. Pri tome ćemo od cjelokupne raspolo-
žive vučne sile oduzeti otpor trenja i otpor zraka,
koji uvijek postoje, i dobiti takozvanu slobodnu
vučnu silu. Na slici 2 dužina AB označuje cjelo-
kupnu vučnu silu, a dužina AC slobodnu vučnu
silu na obodu točka.

* Ako uzmemo silu u njutnima (N), momenat M
biti će izražen u njutnmetrima (Nm) = džulima, pa
će stoga biti

$$P = M \cdot \frac{\pi n}{30}$$



Sl. 2. Dijagram vučne sile i jakosti struje (vučni dila-
gram) za dva istosmjerna motora po 15 KS, 500 V, vezana
paralelno. a: granica adhezije, b: krivulja otpora zbog
trenja i otpora zraka, c: otpor, d: krivulja slobodne
vučne sile.

Vučna sila proizvesti će naravno ubrzanje voza.
Bit će dakle

$$F = ma = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (a = \text{ubrzanje})$$

odnosno iz toga

$$\frac{F}{m} = \frac{dv}{dt}$$

Ova jednačina je prvi elemenat konstrukcije, jer
ako nam je u izvjesnoj točki puta poznata vučna
sila, možemo, ako je podijelimo sa masom voza —
koju lako saznajemo iz težine voza — dobiti nagib
odnosno dijelac krivulje $v-t$ za tu tačku puta, t. j.
dv/dt. Mi dakle poistovjetujemo dijelac tangente sa
samom krivuljom. Idući tako od točke do točke
upotrijebit ćemo pri tome razumljivo uvijek nove
vučne sile za svaku tačku; te sile zavise o brzini
u toj tački puta. Potrebni dijagram funkcionalne
zavisnosti vučnih sila od brzina imamo, kako smo već
naveli, i to u slici 2. Nizanjem dijelaca krivulje $v-t$
dobivamo čitavu krivulju.

Razumije se, pošto radimo na crtaćem papiru,
da pri tome poslu moramo stvarne fizikalne veli-
čine pomnožiti sa njihovim mjerilcem, kako bi čitavu
trazu mogli razviti na raspoloživom prostoru papira.
Dakle bit će

$$\frac{F \cdot \mu_F}{m \cdot \mu_m} = \frac{dv \cdot \mu_v}{dt \cdot \mu_t}$$

Ta mjerila moramo tako odabrati da za $F = 1$,
 $m = 1$, i dv/dt bude jednako jedinici, da se udo-
volji gornjoj jednačini mehanike. Prva nam
moraju naša odabrana mjerila za vučnu silu, masu,
brzinu i vrijeme udovoljiti jednačini

$$\frac{\mu_F}{\mu_m} = \frac{\mu_v}{\mu_t}$$

U našem konkretnom primjeru uzeli smo mjerilo za
vučnu silu $\mu_F = 0,08$ mm, t. j. 8 mm odgovaraju
100 kp vučne sile, za brzinu $\mu_v = 8$ mm, t. j. 8 mm

odgovaraju 1 m/s, a za vrijeme $\mu t = 0.4$ mm, t. j. 0.4 mm odgovara 1 s. Iz ovih triju proizvoljno odabranih mjerila izlazi prema naprijed navedenoj jednadžbi mjerilo za masu

$$\mu_m = \frac{0.08 \cdot 0.4}{8} = 0.004 \text{ mm},$$

t. j. 0.004 mm odgovara $1 \text{ kp} \cdot \text{s}^2/\text{m} = 9.81 \text{ kg}^*.$

Grafičko dobivanje nagiba dv/dt sastojat će se prema slici 3 u nanašanju vučne sile na vertikal u udaljenosti $m \cdot \mu_m$, a spojnica drugog kraja te dužine sa ishodištem daje već nagib krivulje $v-t$ u točki puta, gdje vlada ta vučna sila. U ostalom postepeno razvijanje voznih linija pokazat ćemo pomoću slike 3 nakon tih načelnih objašnjenja.



Sl. 3. Konstrukcija voznih linija $v-t$ i $s-t$ (vozni dijagram).

Iz krivulje $v-t$ dobit ćemo krivulju $s-t$, t. j. prevaljeni put u ovisnosti od vremena. Znamo iz mehanike, da je $v = ds/dt$. Uveli smo novu fizikalnu veličinu, t. j. prevaljeni put i za istu proizvoljno mjerilo μ_s . Kako smo međutim za brzinu i vrijeme već prije fiksirali mjerila, znači, da bi u toj jednadžbi postojala tri proizvoljna mjerila, što nije moguće, jer mi moramo zadovoljiti uslov, da za $ds = 1$, $dt = 1$ i brzina v bude jednaka jedinici. Da međutim našu slobodu u uvođenju triju proizvoljnih konstanta kompenziramo, uvodimo novu konstantu proporcionaliteta C . Bit će dakle

$$v \cdot \mu_v = C \cdot \frac{ds \cdot \mu_s}{dt \cdot \mu_t} \quad \text{odnosno} \quad C = \frac{\mu_v \mu_t}{\mu_s}.$$

U našem konkretnom slučaju uzeli smo $\mu_s = 0.08$, t. j. 0.08 mm odgovaraju 1 m puta. Prema tome izlazi

$$C = \frac{8 \cdot 0.4}{0.08} = 40 \text{ mm}.$$

* Primjedba urednika: $1 \text{ kp} = 9.81 \text{ kgm/s}^2$,
 $1 \text{ kp s}^2/\text{m} = 9.81 \text{ kg}.$

Iz navedene jednadžbe

$$\frac{v \cdot \mu_v}{C} = \frac{ds \cdot \mu_s}{dt \cdot \mu_t}$$

analogno kao i kod dobivanja krivulje $v-t$ proizlazi laka metoda za dobivanje dijelica odnosno nagiba krivulje $s-t$ prema slici 3. Mi ćemo na vertikal u udaljenosti C nanijeti od njenog sjecišta sa apscisom cs brzinu u našem mjerilu i drugu točku te dužine spojiti sa ishodištem. Ta spojnica daje nagib krivulju $s-t$.

Međutim, kako mi razvijamo vozne linije za pojedine brzinske intervale, to ćemo za dobivanje dijelica krivulje $v-t$ u izvjesnom intervalu brzina od v_1 do v_2 uzeti aritmetičku sredinu početne i konačne vučne sile toga intervala, dakle one kod v_1 i one kod v_2 . Analogno ćemo za dobivanje dijelica krivulje $s-t$ uzeti aritmetičku sredinu tih brzina.

Vozne otpore, t. j. uspone i krivine (u slikama na pr. krivinski radius $R = 75 \text{ m}$) nanijet ćemo u vučni diagram prema slici 2 ucršavanjem vertikala od ishodišta na lijevo, te će za slučaj da na profilu naidemo na takav otpor, vučna sila biti dužina od točke A do vertikale, koja označuje taj vozni otpor. Dakle, »slobodna vučna sila« se je umanjila za vrijednost toga otpora. Protivno pak padovi, t. j. negativni usponi, predstavljaju pozitivne vučne sile i pribrajaju se motorskim vučnim silama. Ako su kod neke brzine otpori veći od vučne sile, diferencija zbroja svih otpora i vučne sile označuje retardacionu silu. Retardacione sile morale bi se kod konstrukcije voznih linija (sl. 3) dosljedno nanášati na negativnom produženju prije spomenute vertikale u udaljenosti $m \cdot \mu_m$ desno od ishodišta, no očigledno se postizava isti efekt, ako se takova vertikala nariše simetrično prvom na lijevo od ishodišta, a retardacione sile nanašaju u pozitivnom smislu na tu vertikalu te se njihovi krajevi spajaju s ishodištem. Dobiveni nagib je i ovdje, naravno, nagib krivulje $v-t$ za slučaj postojanja retardacije.

Sada ćemo postepeno razvijati vozne linije. Na slici 3 nanesene su u potrebnim raznacima od ishodišta tri vertikale crte, o kojima smo prije govorili. Naš konkretno izabrani voz sastoji se iz pogonskih kola i prikolica, te potpuno zaposjednut težu ukupno 17 t. Uzevši u obzir rotiranje izvjesnih dijelova voza bit će mu masa $1900 \text{ kp} \cdot \text{s}^2/\text{m}$. Prema tome je $m \cdot \mu_m = 76 \text{ mm}$. Za konstantu C znamo već otprije, da je njena vrijednost 40 mm. Na desno nanijeli smo profil trase u mjerilu puta. Iz vučnog dijagrama vidimo, da je vučna sila počev od brzine $v = 0$ do brzine $v = 3.9 \text{ m/s}$ gotovo ista. Tu vučnu silu nanijeli smo do točke P_1 . Spojivši tu točku s ishodištem dobili smo do $v = 3.9 \text{ m/s}$ početak linije $v-t$, t. j. dužinu OA' . Uzevši sada srednju brzinu v_1 za taj interval, t. j. 1.95 m/s povukli smo horizontalnu crtu do vertikale u udaljenosti C i sjecište spojili s ishodištem. Vertikala iz A' daje nam točku A , te je prema tome OA' početak linije $s-t$. Idući dalje za brzinski interval od 3.9 m/s do na pr. 5 m/s saznali smo iz vučnog dijagrama srednju

vučnu silu za taj brzinski interval i nanijeli je do točke P_2 . Spojnica P_2 s ishodištem daje nagib krivulje $v-t$ za taj novi izabrani brzinski interval. Iz A' povukli smo dakle paralelu sa OP_2 do B' , t. j. do naše gornje brzine 5 m/s. To je dakle naš nastavak linije $v-t$. Sada smo uzeli srednju brzinu v_2 novog brzinskog intervala, t. j. $\frac{3,9 + 5}{2} = 4,45$ m/s

i povukli smo horizontalu do vertikale u udaljenosti C . Tu smo točku spojili s ishodištem. Iz A povukli smo s tom spojnicom paralelu do B , koja tačka leži na vertikali iz B' . AB je dakle nastavak linije $s-t$.

Povučemo li iz A odnosno iz B horizontale do profila, dobijemo na profilu točke A odnosno B , u kojima se vremenski korespondentno točkama A odnosno B nalazimo. Prema tome mi se neprestano »vozimo« po samoj trasi i znademo po našem geografskom položaju, da li je potrebno da uklopamo odnosno isklapamo naše motore, t. j. da li se nalazimo pred usponom ili padom, pred stajalištem i t. d.

Na opisani način konstruiramo dakle čitavu liniju $v-t$ i $s-t$ za cjelokupni profil, dok liniju $I-t$, t. j. strujnu liniju, također lako dobijemo pridružujući brzinama odnosno vrijednostima amperaža. Vrijednosti amperaža dobijemo uz pomoć vučnog dijagrama prema slici 2, gdje je uertana ovisnost amperaža od brzine.

Međutim, mi smo pri ovoj konstrukciji upotrijebili samo vučni dijagram kao i dijagram amperaža prema slici 2, dakle za stalni napon, i to za onaj, za koji su snimljene motorske karakteristike.

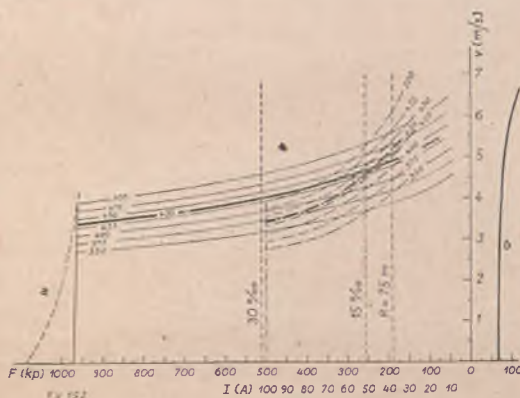
U ovoj raspravi razmotrit ćemo principijelno stvarni režim motora za vrijeme vožnje, a ne ujednostavljeni sa stalnim naponom, i ćemo proučiti mogućnost nadopune navedene metode dobivanja voznih linija, pri čemu bi se iste konstruirale za stvarni promenljivi napon motora. Pošto se radi o načelnom razmatranju, nećemo proučavati zasebno svaki pojedini slučaj, koji se pojavljuje za vrijeme vožnje, kao što su to razna serijska, paralelna ili paralelno-serijska vezivanja, odn. vožnja oslabljenim poljem, predotporom i t. d. Napomenuli bi još, da pad napona iznosi kadšto 30% i više nominalnog napona, i prema tome će se činjenica mijenjanja napona svakako osjetljivo odraziti u voznim krivuljama, što ćemo pokazati i na našem konkretnom slučaju. Jasno je, da taj pad napona neće uvijek vožnjom od točke do točke bivati sve veći, ma da su distance sve veće, jer struje postaju eventualno manje. Mogu se ta dva utjecaja međusobno i isključiti, t. j. ukoliko raste distanca utoliko slučajno pada i amperaža, i tada je motorski napon kroz izvjesni dio pruge konstantan! Naravno može napon vožnjom

i rasti, ako struja naglije pada, nego što distanca raste. To će se ustalom najbolje vidjeti u citiranom konkretnom slučaju, gdje ćemo tu krivulju varijacije napona i uertati u ovisnosti od puta.

Napomenuli bi još, da je prema slici 2 vučna sila od brzine $v=0$ do brzine 3,9 m/s gotovo konstantna i ograničena kontinuiranom pravčastom crtom. Međutim, za stvarnost mjesto te kontinuirane crte trebali bismo predvidjeti cik-cak crtu, koja nastaje uslijed isklapanja predotpora. Broj stepena predotpora podudara se sa stepenima te cik-cak crte. Međutim, naše zanemarenje je potpuno dopustivo, ako pod našom kontinuiranom crtom zamisljamo srednju vrijednost cik-cak crte.

Razumije se još samo po sebi, da granična crta vučne sile u najekstremnijem slučaju seže samo do granice adhezije.

Za našu nadopunjenu konstrukciju upotrijebit ćemo dijagram vučnih sila i amperaža prema slici 4. Tu su uertane vučne sile odnosno amperaže u ovisnosti od brzina za razne napone motora. Te pak



Sl. 4. Dijagram vučnih sila i jakosti struje (vučni dijagram) za dva istosmjerna motora po 15 KS, 350–500 V, vezana paralelno, a: granica adhezije, b: otpor zbog trenja i otpor zraka.

krivulje vučne sile i amperaža za razne napone lako dobijemo iz karakterističnih krivulja motora za razne napone. Već prije smo naveli, kako se te karakteristične krivulje motora za razne napone dobiju. Kako razabiremo na slici 4, svaka krivulja vučne sile i njoj korespondentna krivulja amperaža providena je istim brojem, koji označuje voltažu za koju te dvije krivulje vrijede. Prema tome je lako kod izvjesne brzine pripadnoj vučnoj sili kod bilo koje voltaže pridružiti pripadnu amperažu. Pri praktičnom radu je dobro, da se snop krivulja vučnih sila naerta bojom različitom od boje, kojom je naertan snop krivulja amperaža, te je isto tako dobro, da se te krivulje načine za ste-

penasto opadanje voltaže, na pr. u konkretnom slučaju za 25 volta. Međuvrijednosti dvaju stupjeva lako ćemo procijeniti. Značenje dviju debelo nertanih krivulja za 435 volta bit će u konkretnom slučaju kasnije objašnjeno.

Počet ćemo sa samom konstrukcijom uz pretpostavku, da se naša lokomotiva nalazi tik uz pojno mjesto, t. j. na nominalnom naponu. Prema slici 5 došli smo isklapanjem predotpora do točke P_0 odnosno brzine v_0 , gdje vučna sila jenjava. Do te točke možemo smatrati vučnu silu konstantnom te naše vozne linije konstruiramo na već poznati način. Pošto se nalazimo još uvijek blizu pojne točke, konstruirat ćemo vozne linije u daljnjem brzinskom intervalu od v_0 do v_1 na istom naponu. Znači, da ćemo uzeti srednju vučnu silu između točaka P_0 i P_1 i pomoću nje saznati daljnji dio krivulje $v-t$ odnosno $s-t$. Sada ćemo za razliku od dosadašnjeg načina, koji bi i nastavni brzinski interval razvijao vučnim silama istoga napona, preći na vučne sile drugoga napona. Mi ćemo naime tko prevallen put (uzv u obzir vodljivost i pre-

poća druge dionice, jer ma da je ukupno prevallen put veći, postaje struja kod veće brzine manja.

Analogno ćemo postupiti i kod usporavanja i u odabranim brzinskim intervalima pod suponiranim konstantnim naponom za te intervale iznalaziti prevallen put, množiti struju na koncu svakog intervala sa tadašnjom udaljenošću voza od izvora napona (uzv u obzir konstante) i iznalaziti napon iduće etape.

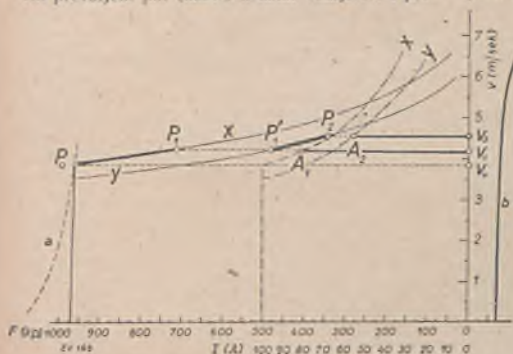
Pita se, da li je taj način utvrđivanja stvarnog napona dovoljno točan?

U brzinskoj etapi od v_0 do v_1 suponirali smo, da vlada nominalni napon. Stvarno to ne može biti tako, jer će napon opadati. Znači dakle, da mi tu dionicu na papiru vezimo većim naponom, t. j. »nadnaponski«, dakle brže i sa većom amperazom. Na koncu dionice iznalazimo pad napona pomoću prevallenog puta i amperaže, koja je radi većeg napona veća od stvarne amperaže. Prema tome će i naš promađeni pad napona biti veći od stvarnog pada napona, a oduzimanjem tog većeg pada napona od nominalnog napona dobit ćemo kao početni napon druge etape napon manji, nego što je stvarno. Drugu etapu vozit ćemo prema tome »podnaponski«, t. j. polaganije i sa amperazom manjom od stvarne. Napon daljnje etape dobit ćemo kao i prije oduzimanjem pada napona od nominalnog napona, a taj pad napona dobit ćemo mncženjem čitavog puta (uzv u obzir konstante) sa amperazom manjom od stvarne. Prema tome vozit ćemo treću etapu opet »nadnaponski« itd. Ukratko, ako neku dionicu puta vozimo nadnaponski, automatski ćemo daljnju dionicu voziti podnaponski i obratno — znači neprestance se vrtimo oko stvarnog napona vožnje.

Naravno, ako neku dionicu početno voziti podnaponski, može se dogoditi, ako je cna dosta duga, da pri koncu dionice iznalazimo sa našim suponiranim stalnim »podnaponski« stvarno u nadnaponu, jer je naš suponirani stalni »podnapon« do kraja dionice postao veći od sve manje stvarnog napona. No to ne mijenja ništa na našoj konstrukciji, jer mi ipak neprestano prelazimo iz nadnapona u podnapon, i obratno.



Sl. 6. A: ubrzanje, B: smanjenje brzine; v : brzina, i : struja, s : put; a (a'): brzina kod stalnog nadnapona, b (b'): brzina kod stvarnog napona, c (c'): struja kod nadnapona, d (d'): struja kod stvarnog napona.



Sl. 5. a: granica adhezije, b: otpor zbog trenja i otpor zraka.

sijek vodova) pomnožiti sa strujom prema točki A_1 , koja je korespondentna točki P_1 . Na taj način smo dobili pad napona na koncu prevallenog puta do postignuća brzine v_1 . Taj pad napona oduzet ćemo od nominalnog napona i saznati napon na početku novog brzinskog intervala od v_1 do v_2 . Na horizontali iz P_1 potražiti ćemo krivulju tog novog napona i voziti u novom brzinskom intervalu pod tim naponom. Uzet ćemo opet srednju vučnu silu prema točkama P_1 i P_2 i njome iznaći prevallen put ove brzinske etape. Sada ćemo čitav prevallen put, t. j. sveukupnu udaljenost od pojno mjesta (dakle zbir svih dosadašnjih etapa) pomnožiti (uzv u obzir poznate konstante) sa strujom prema A_2 i taj pad napona oduzeti od nominalnog napona, da dobijemo napon daljnje dionice itd. Taj napon ove najnovije dionice može biti manji ili veći od na-

Slika 6 prikazuje nadnaponsku odnosno podnaponsku vožnju. Na lijevoj strani prikazana je vožnja dvaju vozova, koji u točki A puta, gdje je pojno mjesto, imaju istu brzinu v_1 i napon U . Jedan



Sl. 7. A: pojno mjesto.

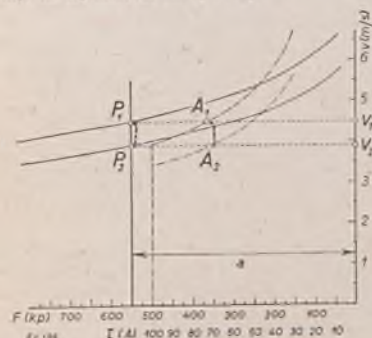
se voz ubrzava pod tim stalnim naponom (krivulje v_1 i v_2), a drugome se napon, počev od točke A, uslijed vožnje po profilu mijenja (krivulja v_3 i v_4). Na desnoj strani prikazano je uspoređenje dvaju vozova, koji u točki B puta, gdje je pojno mjesto, imaju istu brzinu v_1 i isti napon. Daljnja vožnja uslijedi kod jednoga pod stalnim, a kod drugoga pod promjenljivim naponom uslijed vožnje.

Da bi si uštedili pri jednostranom napajanju iznalaženje pada napona neprestanim množenjem, te da bi automatski na svakom mjestu profila znali kod svake amperaže pad napona, konstruirat ćemo grafički te padove napona desno uz profil, prema slici 7. Izračunat ćemo za pojedine amperaže pad napona u voltima na koncu puta i te vrijednosti spojiti pravcima sa točkom, koja ima geografsku udaljenost pojnog mjesta. Za svaku točku profila kod bilo koje amperaže imamo jednostavnim projiciranjem odmah padove napona. Na pr. točka M ima kod struje I_2 pad napona 25 volti. Razumije se, da pri dvostranom napajanju ne bi mogli upotrebiti taj pravčasti grafikoni, nego bi morali konstruirati poznate parabolične krivulje padova napona za pojedine struje.

Promotrit ćemo još jedan interesantan slučaj, t. j. kada se pri dosadašnjem načinu smatra, da su otpori vožnje jednaki vučnoj sili. Tada je naravno krivulja $v-t$ horizontalan pravac. Međutim stvarno se to ne može postići, i to opet radi nvećanja pada napona vožnjom duž profila, pa stoga brzina kao

i vučna sila ne mogu biti konstantne, nego jenjavaju. Neka je u slici 8 točka P_1 , koja odgovara brzini v_1 , taj »stacionarni položaj«, dakle onaj, koji bi važilo kod stalnog napona na stezaljkama i stalnih otpora vožnje te stalnog momenta motora. Gibanje bi na prvi pogled izgledalo, da je jednolično, jer je vučna sila u toj točki kompenzirana otporima. Međutim, vožnjom po pruži nastaje pad napona. Točka P_1 dolazi na krivulju manjeg napona u niži položaj. Brzina se je dakle također smanjila. Prema tome mora postojati jedna retardaciona sila. To ćemo si lako objasniti, ako zamislamo da motoru, koji je u ravnoteži u točki P_1 , momentano spalne napon na stezaljkama. On će naravno radi inercije zadržati u tom času broj okretaja odnosno brzinu v_1 . To znači, da je točka P_1 došla na desno na krivulju vučne sile manjeg napona, i to kod iste brzine odnosno istog broja okretaja. Kako su vojni otpori ostali isti, a vučna se je sila smanjila, to će njihova razlika značiti retardacionu silu, koja će snizavati brzinu. Motor će se uslijed toga po krivulji vučne sile novog manjeg napona vraćati u novi položaj ravnoteže u vertikalu kroz P_1 , gdje će retardaciona sila prestati. Slično se događa i kod našeg voza, samo s tom razlikom, da je tamo promjena napona kontinuirana. Stvarno prelaženje iz P_1 u P_2 zbivat će se po nekoj krivulji, kako je to na slici 8 crtkano markirano. Istovremeno će, naravno, i struja prelaziti iz točke A_1 u točku A_2 .

Kako ćemo praktično konstruirati naše vučne linije za taj interval od v_1 do v_2 ?



Sl. 8. a: otpor.

Do točke P_1 došli smo našom prethodno opisanom konstrukcijom. Pretpostavit ćemo, da dionica konstantnog otpora nije suviše duga. Jačina struje u toj ne suviše dugoj dionici bit će praktično konstantna. Ako sa tom našom strujom prema A_1 pomnožimo električni otpor od centrale do kraja čitave dionice konstantnog otpora, saznat ćemo konačni pad napona, dakle krivulju na kojoj se nalazi točka P_2 , koja je na vertikali kroz P_1 . Na taj način smo međutim saznali brzinu v_2 . Obzirom

na to, što se ne radi o prevelikom intervalu, možemo bez daljnjega uzeti da brzina opada linearno sa vremenom. Prema tome uzet ćemo srednju brzinu $\frac{v_1 + v_2}{2}$ te s njom podijeliti našu dionicu konstantnog otpora i dobiti potrebno vrijeme putovanja t. S tim podacima možemo konstruirati bez daljnjega krivulju v-t (t. j. kosi pravac) za brzinski interval od v_1 do v_2 . Dalje postupamo na poznati način.

Ako je dionica konstantnog otpora vrlo duga, onda ćemo je podijeliti u manje dijelove i za svaki dio postupiti prema gore opisanom.

Do sada smo zamišljali početak vožnje pod nominalnim naponom. Međutim, ništa se načelno ne mijenja, ako zamislimo početak vožnje bilo gdje na pruzi. Početna struja nam je iz vučnog dijagrama poznata, isto tako i udaljenost od pojnog mjesta, dakle znamo i naš pad napona. Točka P_0 iz slike 5 nalazi se u tom slučaju ispod dosadašnje, i to na dotičnoj krivulji vučne sile, koja odgovara stvarnom naponu mjesta, odakle počinje naša vožnja. Dalje razvijamo vozne linije kao i prije naravno pod tim nižim početnim naponom. Isto tako važiti će iz vučnog dijagrama krivulja amperaže, koja je obilježena istom brojkom (koja se odnosi do voltažu) kao i početna krivulja vučne sile.

Razumljivo je, da će — čim smo dalje na pruzi — padovi napona sa promjenom struje jače varirati od točke do točke, jer se struja množi sa sve većim električnim otporom.

Ako na pruzi vozimo bez motora te isti za vrijeme vožnje ukapčamo, lako ćemo odrediti napon motora na tom mjestu. Poznata nam je brzina i udaljenost od pojne točke. Mi ćemo u vučnom dijagramu na horizontali kroz ordinatu dotične brzine potražiti onu amperažu, koja pomnožena sa poznatim električnim otporom uslovljuje onaj napon, za koji važi dotična krivulja amperaže, a koji napon je označen na toj krivulji. Tako smo našli napon pod kojim ćemo razvijati dalje vozne linije pomoću krivulje vučne sile označene istim brojem. To je nakon kratkog vježbanja sasvim laka stvar.

Možemo jednostavno uzeti na navedenoj horizontali nasumce bilo koju amperažu i pomnožiti je sa poznatim električnim otporom, te ovako nasumce nađeni pad napona oduzeti od nominalnog napona. Ako je ta diferencija manja od broja označenog na nasumce odabranoj krivulji amperaže, znači, da je ta amperaža prevelika i da moramo na horizontali kroz ordinatu brzine na desno potražiti manju amperažu. Ako je pak diferencija veća, od broja na nasumce odabranoj krivulji amperaže, moramo ići s amperažom na lijevo, dok diferencija ne bude jednaka broju, koji je označen na krivulji.

Ako ima više vozova na pruzi, onda ćemo od točke do točke istovremeno razvijati vozne linije za sve vozove, pod pretpostavkom povremeno konstantnog napona, i potom istovremeno prelaziti u vučnom dijagramu na druge povremeno stalne napone oduzimajući od nominalnog napona padove napona za svaku lokomotivu posebno. Padove napona pak za svaku lokomotivu možemo superpozicijom lako odrediti, jer su parcijalne struje za svaku lokomotivu toga časa poznate.

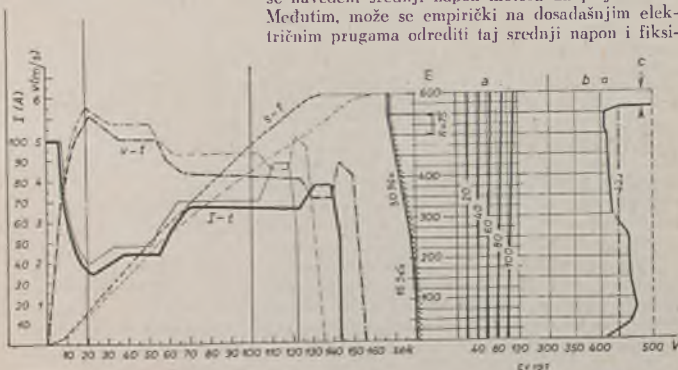
Iako izgleda na prvi pogled, da je uzimanje u obzir promjenljivosti napona prema gore izloženom zamršen posao, za istosmjernu struju ipak nije tako, jer se nakon kratkog vježbanja stekne rutina i onda to ide šablonski.

Međutim, dobri se rezultati postizavaju na lak način time, da se vozne krivulje i krivulje amperaže konstruiraju za srednji motorski napon duž vožnje po profilu. Taj je srednji napon jednak

$$\frac{\int U dt}{L}$$

gde je L dužina onog dijela profila, koji vozimo s motorom. Onaj dio profila, koji vozimo bez motora, ne uzima se dakle pri tom u obzir. U gore navedenom izrazu U znači napon na izvjesnom mjestu profila. Naravno, kako nam pri projektiranju električnih pruga krivulja napona u ovisnosti od puta nije poznata, ne može se navedeni srednji napon motora unaprijed znati. Međutim, može se empirički na dosadašnjim električnim prugama odrediti taj srednji napon i fiksi-

Sl. 9. Vozne i strujne linije za dva paralelna motora po 15 KS. Udaljenost od početka profila do pojnog mjesta 3 km. Debelo izvučeno stvarni promjenljivi napon. Tanko izvučeno: stalni napon 500 V; a: padovi napona, b: vozni napon motora, c: vožnja bez motora.



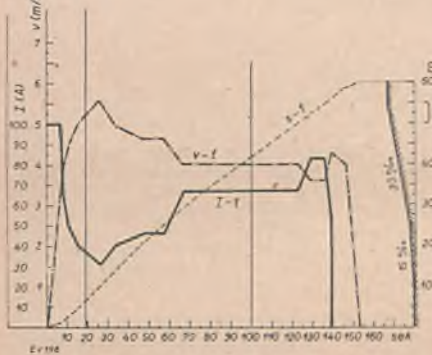
rati na temelju statistike njegova vrijednost za pojedine kategorije pruga i kategorije vozova.

Na slici 9 prikazana je razlika konstrukcije vcnih linija na jednom konkretnom primjeru, za koji je služio kao podloga vučni diagram prema slici 4 dobiven iz karakteristika iz slike 1. Težina odnosno masa voza, kao i odabrana mjerila te profil, odgovaraju u potpunosti slici 3. Udaljenost od početka dionice do pojnog mjesta iznosi 3 km, a pojni vod ima presjek 37 mm². Otpor 1 km pojnog voda iznosi 0,295 Ω, a otpor 1 km tračnica iznosi 0,0216 Ω. Tanko izvučene crte odnose se na stalni napon od 500 volta. Vozno vrijeme izlazi sa 135 s. Debelo izvučene linije, koje su dobivene prema izloženom načinu vrijede za promjenljivi napon. Vozno vrijeme iznosi 155 s, dakle za 14,8% više od voznog vremena dobivenog dosadašnjim načinom.

Sasvim na desno u slici 9 vidi se krivulja napona u ovisnosti od puta. Ponajprije razabiremo, da se ta krivulja nalazi sa najnižom svojom točkom daleko iznad najmanjeg dozvoljenog napona. Srednji napon dobiven planimetriranjem iznosi 435 volta. Prema gore spomenutom, odnosi se planimetriranje samo na onaj dio profila, kada je motor bio ukopčan.

Krivulje za tih 435 volta izvučene su debelo u vučnom diagramu na slici 4.

Pomoću tog srednjeg napona vožnje konstruirane su vozne linije na slici 10 pod inače potpuno istim uvjetima vožnje, kao one na slici 9, i dobi-

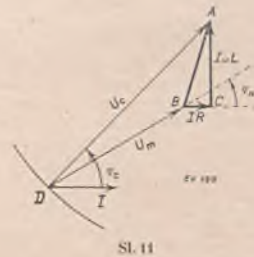


SL. 10. Vozne i strujne linije za dva paralelna motora po 15 KS i 435 V.

veno je vožno vrijeme sa 153 s. Uzev u obzir netočnosti uslijed crtanja, dobivamo isti rezultat kao i kod linija promjenljivog napona. I linije amperaže su gotovo jednake.

Potpunosti radi i sasvim ukratko navest ćemo i jednofazni sistem, iako kod toga osim veće komplikovanosti nema nikakvih bitnih razlika prema istosmjernom sistemu. Pri tome moramo ovdje, da bi mogli stvar načelno objasniti, pretpostaviti isti

transformatorski odnos te poznatim načinom svesti visokonaponsku stranu na nominalni niski napon.



U vučnom dijagramu pridolazi još jedan snop krivulja, t. j. za $\cos \varphi$ za pojedine napone. I te nove krivulje, kao i ostale prije navedene dobivamo pomoću motorske karakteristike. Prema tome, dakle, za odabrani napon svakoj krivulji vučne sile odgovara osim krivulje amperaže još i pripadna krivulja za $\cos \varphi$.

Iznalaženje stvarnog napona motora zbiva se prema slici 11. Pretpostavit ćemo za prvo razmatranje, da se nakon izvršenog transformatorskog upuštanja nalazimo tik uz pojno mjesto, dakle, da se početak vožnje zbiva pod nominalnim naponom sve do postignuća brzine v_1 . Pomoću srednje vučne sile analogno istosmjernoj struji konstruirat ćemo linije v -t odnosno s -t. Sada ćemo omski i induktivni otpor čitavog prevaljenog puta pomnožiti sa strujom, koja odgovara brzini v_1 , i dobiti poznati trokut ABC. S vrha trokuta opisat ćemo kružnicu, čiji radius je jednak nominalnom naponu. Pripadni kut φ navedenoj struji nanijet ćemo, kako je na slici 11 naznačeno, a gdje njegov produženi krak siječe opisanu kružnicu, dobiti ćemo točku D. Dužina BD je dakle (suponirano stalni) napon nove dionice. Analogno istosmjernoj struji preći ćemo sada u brzinskom intervalu te nove dionice na novu liniju vučne sile, koja važi za pronađeni napon.

Pri koncu svakog intervala saznajemo odmah pomoću slike 11 i potrebni učin centrale t. j. $U_c \cdot I \cdot \cos \varphi$. Te učine unosimo u vozni diagram i tako dobijemo konzumnu krivulju centrale.

Za točnost takovog postupka važe ista razmatranja kao i ona, koja smo već izvršili za istosmjernu struju. I ovdje se neprestano vrtimo oko stvarnog napona.

Ako, suprotno prvoj pretpostavci, počnemo voziti na pruzi dalje od pojnog mjesta, onda moramo probanjem pronaći onu krivulju amperaže, čija početna struja uz pripadni joj $\cos \varphi$ uslovljuje, kod nama poznate udaljenosti od pojnog mjesta konstrukcijom prema slici 11, onaj napon, koji je brojem na toj krivulji ispisan. Taj napon je naš početni napon.

Isto tako ćemo postupiti i u slučaju, kad pri poznatoj udaljenosti i izvjesnoj brzini ukopčamo

motor, koji do tada nije bio na mreži. Na horizontali kroz brzinu v moramo proban je m pronaći onu amperazu, koja sa pripadnim $\cos \varphi$ i poznatim električnim otporom uslovljuje u dijagramu prema sl. 11 onaj napon, koji je brojem označen na pronađenoj krivulji amperaže. To će opet biti naš početni motorski napon.

Preostaje još samo onaj slučaj vožnje, kad se pri stalnom naponu govori o »stacionarnom« stanju. Mi smo naišli sukeksivnom konstrukcijom na početak takove dionice. To bi bila naša poznata točka P_1 iz slike 8. Kako ćemo saznati, gdje se nalazi točka P_2 , koja odgovara koncu dionice? Znamo već od prije, da se točka P_2 nalazi na vertikali kroz P_1 . Poznata nam je iz profila dužina dionice, i prema tome električni otpor od pojne točke do njenog svršetka. Prema tome, mi ćemo proban je m iz vučnog diagrama potražiti onu amperazu, koja je pridružena sjecištu jedne krivulje vučne sile sa vertikalom, a koja s navedenim električnim otporom i svojim pripadnim kutom φ uslovljuje u dijagramu prema sl. 11 isti napon motora kao onaj, koji je brojem označen na toj amperaznoj krivulji. Na taj način smo došli do točke P_2 te dalje nastavljamo kao što smo već kod istosmjerne struje opisali. Ako je naša dionica vrlo duga, podijeliti ćemo je u dijelove.

Praktično se, naravno, i ovdje iznalazi vozni dijagram pod pretpostavkom stalnog napona, dakle na temelju samo jedne krivulje vučne sile. Mjesto amperaže, kako se to radi kod istosmjerne struje, unose se u vozni diagram učini motora u zavisnosti od vremena, i to pomoću krivulje učina iz vučnog

dijagrama. Ta se pak krivulja dobiva iz motorskih karakteristika.

Pomenuta linija učina motora u zavisnosti od vremena uzima se kao konzumna krivulja centrale. Kako se dobiva prava konzumna krivulja, naveli smo prije.

Međutim, i ovdje se, kao i kod istosmjerne struje, dobivaju dobri rezultati, ako se pri sadašnjem načinu uzima kao stalni napon srednji vozni napon motora. U tom slučaju se konzumna krivulja centrale dobije iz krivulje motorskih učina povećanih za izvjesni procenat radi gubitaka u vodu i lokomotivskim uređajima od pantografa do stezaljki motora.

Zaključak

Nakon razmatranja metode za dobivanje voznih i strujnih linija električnih željeznica po Kadrozi, pokazana je mogućnost izimanja ti obzir promjena električnog napona motora vožnjom po pruzi, i to za istosmjerni i jednofazni sistem.

Navedeno je, da se dobri rezultati u tom pravcu mogu dobiti uvedenjem srednjeg napona motora prilikom vožnje po profilu, i to na osnovu podataka kod sličnih vozova i pruga. Tim srednjim naponom konstruiraju se kod obaju sistema vozne linije. Konzumna krivulja centrale dobiva se kod istosmjernog sistema množenjem strujne linije sa naponom centrale. Kod jednofaznog sistema dobiva se pak tako, da se u vozni dijagram unose učini motora za srednji napon procentualno uvećani za gubitke u lokomotivskim uređajima do motora i za gubitke u vodu.

Visokofrekventna linearna pojačala

DK 621.396.643.3.029.5

Ing. Jože Žuran, Ljubljana

Amplificateurs haute fréquence à caractéristique linéaire. Amplificateurs linéaires sont employés avant tout pour amplifier la puissance des ondes modulées. Ils contribuent beaucoup à l'efficacité de transmetteurs surtout en cas de la modulation de grille de leur pré-étage.

Dans la première partie de l'article on trouve un aperçu général du fonctionnement de l'amplificateur linéaire et les instructions principales pour son calcul. La seconde partie éclaire son importance économique considérable sur l'exemple de l'amplificateur linéaire type Doherty à rendement très élevé.

Linear high frequency amplifiers. Amplifiers with linear characteristic are used for power amplification of modulated waves. They contribute greatly to the efficiency of transmitters especially in the case where low-level modulation is applied.

In the first part of the article the author gives a general survey of the linear amplifier's operation and the main lines of its calculation. The second part elucidates its important economic role on the example of Doherty's high-efficiency linear amplifier.

Высокочастотные линейные усилители. Линейные усилители применяются в первую очередь в качестве мощных усилителей модулированных радиочастот, что способствует повышению экономичности передатчика, особенно в случае модуляции на сетке предыдущего каскада. В первой части статьи поясняется действие линейного высокочастотного усилителя и даются указания, касающиеся расчета. Во второй части автор останавливается на вопросах его экономичности, избрав как пример пьесма эффективный линейный усилитель Дохерти.

Kod amplitudne modulacije susrećemo u tihom, ali upornom takmičenju dva stara protivnika — anodnu i mrežnu modulaciju. Prvu svakako odlikuje odlična linearost modulacione karakteristike i vrlo dobar faktor iskorišćenja. Kvalitet i ekonomičnost anodne modulacije postaju još bolji, ako

moduliramo visokofrekventni nosači val u samom izlaznom stupnju odašiljača, dok je rjeđe upotrebljavamo u predstupnjevima, gdje je obično kombiniramo sa modulacijom zaštitne mrežice.

Što je onda slaba strana anodne modulacije? Svakako velika niskofrekventna snaga, koju tre-

Ein Beitrag zur Konstruktion der Fahrlinien elektrischer Bahnen, *Elektrotechnik u. Maschinenbau*, 69 (1952), str. 151-152, (15. 03. 1952.)

Jahrgang 69, Heft 6

Rundschau

151

lange erhobene Forderung nach einem völlig trocken isolierten Transformator ist nun erfüllt. Die Dünflüssigkeit des Isolierstoffes und die Tränkung im Vakuum scheidet jede Hohlraumbildung, die eine gefährdete Störquelle darstellt, absolut verlässlich aus. Die hohe Wärmeleitfähigkeit, verbunden mit einer hohen Wärmebeständigkeit, gestattet eine wesentlich höhere Ausnützung der Maschinen und Transformatoren.

(Die elektrische Maschine, 1951, H. 12, S. 379.)

Elektrische Traction

DK 621.332.31.015.1

Ein Beitrag zur Konstruktion der Fahrlinien elektrischer Bahnen. Von Dj. Svarc.

Bei der Konstruktion der Fahrlinien wird der Spannungsabfall in den Leitungen vernachlässigt. Es wird gezeigt, wie man denselben beim Gebrauch der Konstruktionsmethode nach Kadnočka berücksichtigen kann. Abb. 1 stellt die freie Zugkraft, beziehungsweise den Strom als Funktion der Geschwindigkeit für verschiedene Klemmenspannungen dar. Je zwei einander zugeordnete Kurven sind mit demselben Zahlenwert der

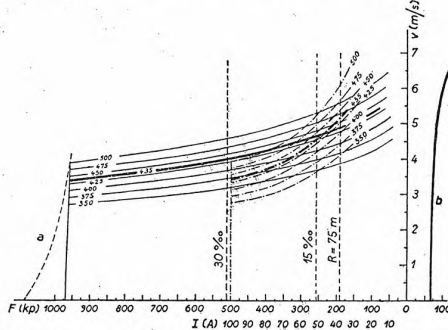


Abb. 1. Kurven für 2 parallelgeschaltete Hauptschlußgleichstrommotoren à 15 PS. a: Adhäsionsgrenze, F = Kraft in kp. Die stark ausgezogenen Kurven gelten für die mittlere Klemmenspannung 435

Klemmenspannung in Volt versehen. Die einzelnen Geschwindigkeitsintervalle werden mit konstant angenommener Klemmenspannung befahren. Vorausgesetzt der Triebwagen befindet sich neben dem Speisepunkt, so wird das Intervall von v_0 bis v_1 mit der Nennspannung x befahren. Es werden also die mit x bezeichneten Kurven benützt. Beim Erreichen von v_1 ist die Stromstärke $A_1 - v_1$ sowie die Leitungslänge und folglich der Spannungsabfall bekannt. Derselbe von x abgezogen ergibt die neue konstante Spannung y und so weiter (Abb. 2).

Das erste Intervall wurde also bei der Spannung x , die größer als die tatsächliche jeweils auftretende Spannung ist, befahren. Dadurch ergibt sich scheinbar auch ein größerer Spannungsabfall. Abgezogen von x ergibt das eine Spannung y , die kleiner als die wirkliche ist und so weiter.

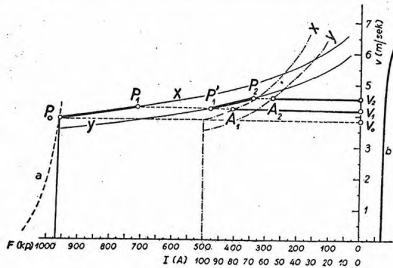


Abb. 2. Konstruktion der Fahrlinie.

Die gegenseitigen Abweichungen heben sich daher auf. Die Spannungsabfälle werden (Abb. 3) — bei einseitiger Speisung als Gerade — rechts vom Profile eingezeichnet, so daß man dieselben für jeden Punkt und für jede Stromstärke sofort ablesen kann. Bei zweiseitiger Speisung geht die Geradenschar in eine Parabelschar über.

An Hand der Abb. 4 wird der Vorgang für den Fall des „Beharrungszustandes“ erläutert. Am Anfang eines solchen Wegabschnittes herrscht die Geschwindigkeit v_1 . Die Stromstärke $A_1 - v_1$ verbleibt längs des Abschnittes praktisch konstant — folglich läßt sich die Klemmenspannung am Ende bestimmen. Dem Punkte P_2 , das ist der Schnittpunkt, der mit dieser Spannung bezeichneten Zugkraftkurve mit der Widerstandsgeraden, entspricht die Endgeschwindigkeit v_2 . Mittels $(v_1 + v_2)/2$ läßt sich die nötige Fahrzeit ausrechnen und die $v-t$ -Linie als geneigte Gerade einzeichnen.

Beim Anfahren in einer gewissen Entfernung vom Speisepunkt läßt sich der Spannungsabfall, da ja der Anlaßstrom bekannt ist, bestimmen. Wird während der stromlosen Fahrt eingeschaltet, so ist der elektrische Widerstand sowie die Geschwindigkeit v bekannt. Man sucht auf der Horizontalen durch v diejenige Zugkraft auf, deren Klemmenspannung mit dem Spannungsabfall — der sich aus dem elektrischen Widerstand und dem dieser Zugkraft zugeordnetem Strombetrage ergibt — in Übereinstimmung ist.

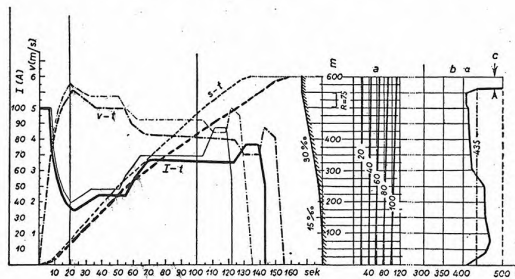


Abb. 3. Fahr- und $I-t$ Linien für eine Lokalbahn von 17 Tonnen mit Motoren laut Abb. 1. Entfernung des Profilanfanges von der Zentrale 3 km. c bezeichnet die motorlose Fahrt

Man kann die Fahrlinien auch bei einen konstanten „mittleren“ Spannung entwickeln. In der Abb. 3 sind neben den Fahrlinien bei Nennspannung auch solche bei veränderlicher Klemmenspannung, die ganz rechts ein-

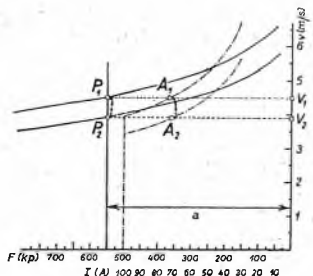


Abb. 4. Konstruktion der Fahrlinie für den Beharrungszustand

gezeichnet wurden, entwickelt worden. Dasselbe kann auch für eine mittlere Klemmenspannung gezeichnet werden. Beim Projektieren bestimmt man die mittlere Klemmenspannung aus bereits vorhandenen Angaben über ähnliche Profile und Züge. M. B.

(Elektrotehniski vestnik 17 [1949] H. 8 und 9, S. 199 bis 207.)

Meßkunde

DK 621.317.62.013.1 : 538.082

Der Flußmesser und seine Anwendung. Von R. Schmidt.

Der Flußmesser (Fluxmeter), dessen Prinzip im Jahre 1904 von M. E. Grassot angegeben wurde, ist ein Zeigerinstrument, dessen Meßwerk im Aufbau dem eines normalen Drehspulinstrumentes gleicht. Von diesem unterscheidet er sich aber dadurch, daß die mechanische Richtkraft seiner Drehspule durch die Verwendung feiner Gold- oder Silberbandchen als Stromzuführungen praktisch gleich Null ist. Ist außerdem das Trägheitsmoment des Systemes sehr klein und die Luftdämpfung gegenüber der elektrodynamischen zu vernachlässigen, so ist $R \cdot \int i dt = \int e dt = q \cdot \varphi$, worin R den Gesamtwiderstand des Drehspulkreises, i die Stromstärke in der Drehspule, q die dynamische Galvanometerkonstante und φ den Ausschlagswinkel bedeutet. Letzterem ist daher das Zeitintegral der Spannung proportional. Beim Zeigerinstrument ist der Reduktionsfaktor q gleich dem Wert der Meßgröße für einen Skalenteil und kann mit Hilfe eines Zeitintegrals bekannter Größe bestimmt werden.

Gegenüber den klassischen, ballistischen Instrumenten bietet der Flußmesser folgende Vorteile:

Die Messung eines Spannungintegrals ist bei ihm nach obiger Gleichung unabhängig vom Widerstand des Schließungskreises, solange den Widerstand klein genug ist, um eine genügend starke elektromagnetische Dämpfung zu gewährleisten. Ferner braucht die Prüfspule nicht im Vergleich zur Schwingungsdauer des Instrumentes schnell aus dem zu messenden magnetischen Feld gezogen zu werden. Der Zeiger folgt sprunghaft jeder Veränderung des die Prüfspule durchsetzenden magnetischen Flusses und bleibt danach sofort stehen, was ein wesentlich rascheres und bequemer Messen ermöglicht.

Von den mit Hilfe einer Gegeninduktivität bekannter Größe geeichten Skala von 120 Teilstrichen hat der Wert eines Skalenteiles die Größe von $1 \cdot 10^4$ Maxwell

oder $1 \cdot 10^{-4}$ Vs mit einer Toleranz von $\pm 0,5\%$ für Außenwiderstände bis etwa 20Ω . Bei Außenwiderständen bis etwa 50Ω erhöht sich der Reduktionsfaktor auf etwa $1,025 \cdot 10^4$ Maxwell. Bei wesentlich höheren Außenwiderständen ist die Verwendung des Fluxmeters nicht mehr ratsam, da der Ausschlag ballistischen Charakter annimmt. Zur Verschiebung des Zeigers in die Nullstellung dient ein eingebautes Photoelement.

Von der vielseitigen Verwendungsmöglichkeit des Flußmessers sollen kurz einige Beispiele angeführt werden.

Zur Messung einer Gegeninduktivität M wird der durch Schließen oder Öffnen des Primärstromes J in der Sekundärspule induzierte Spannungstoß $\int e dt = M \cdot J$ mit dem an diese angeschlossenen Flußmesser bestimmt, woraus sich bei einem Ausschlag von z. B. $a = 100$ Skalenteilen

$$M = \frac{k \cdot a}{J} = \frac{10^{-4} \cdot 100}{J} \text{ Vs/A}$$

ergibt.

Die Messung der magnetischen Flüsse der Dauermagnete von elektrischen Meßgeräten oder Elektrizitätszahlern erfolgt mit an den Flußmesser angeschlossenen Prüfspulen, die den ganzen Fluß umfassen und aus ihm herausgezogen werden. Zur Bestimmung der Induktion im Luftspalt kann man in gleicher Weise eine kleine Spule bekannter Windungsfläche verwenden, die in der Mitte der umfassenden angebracht ist.

Bei der Aufnahme einer Magnetisierungskurve wird zur Messung der Induktion B die Sekundärwicklung um eine ringförmige Eisenprobe an den Flußmesser angeschlossen, deren Feldstärke H durch die Primärwicklung mit Gleichstrom erzeugt wird.

Die Windungszahl einer Transformatorwicklung kann man ermitteln, indem man mit dem Flußmesser als Nullindikator ihre Amperewindungen denen einer Windung bekannter Wicklungszahl gleichsetzt.

Bei der Messung von Elektrizitätsmengen zur Bestimmung von Kapazitäten wird dem Flußmesser zur Wahrung der Dämpfungsbedingungen ein Widerstand parallel geschaltet. Durch Variation dieses Widerstandes und der Spannung am Kondensator kann man leicht einen Meßbereich von $0,4 \cdot 10^{-6}$ bis 1 F bei 100 Skalenteilen Ausschlag gewinnen. Der Flußmesser ist gegenüber der Brückenmethode zur Messung großen Kapazitäten besonders geeignet.

Bei Kondensatoren mit Rückstandsbildung, wie Elektrolytkondensatoren, kriecht der Zeiger nach dem raschen Erreichen des ersten Ausschlages langsam weiter. Zur Vermeidung der damit verbundenen Beobachtungsschwierigkeit wird eine Nullmethode angegeben bei der der Kondensator mit einem rückstandsfreien Normal-kondensator in Gegenschaltung verglichen wird. Der sprunghafte Ausschlag wird zum Verschwinden gebracht, so daß nur mehr ein langsames Zurückwandern des Zeigers durch die Restladung beobachtet wird.

Infolge der Eigenschaft des Flußmessers, den zeitlichen Mittelwert einer Spannung und eines Stromes anzuzeigen, kann man ihn auch auf noch anderen Gebieten verwenden. Man kann mit ihm andererseits auch die Messung kleiner Zeiten z. B. bei Schaltvorgängen durchführen.

A. Boltzmann

(AEG-Mitteilungen 41, [1951] H. 5/6, S. 84 bis 88, 4 Abb.)

Fernmeldetechnik

DK 621.396.99 : 061.22.068 (42)

Preise für „Radar“

Die „Royal Commission on Awards to Inventors“ hat 94 600 englische Pfund für Preise ausgeworfen, die an

**RADOVI – PODRUČJE PRIJENOSA I RAZDIOBE
ELEKTRIČNE ENERGIJE**

čajejima da su nosači rebra preko lučnih glavnih nosača — nema značaja ove veličine uvoditi u račun, pošto su vrednosti momenata za koje treba smanjiti momente nad osloncima radi elastičnog ugiбанja luka od mnogo većeg značaja no one od vuta.¹⁾

¹⁾ Sama pretpostava o ovim veličinama dobiva se razmatranjem ispitivanja zajedničkog dejstva luka i kolovoza na modelima nekih mostova konstruisanih u Engleskoj. — V. *Beton und Eisen* 1929 god.

Budući da se momenti usled elastičnog ugiбанja luka smanjuju nad osloncima, a momenti određeni bez uticaja vuta dobijaju se manji (videti gore), to su momenti sračunati bez obzira na vute približniji stvarnim vrednostima; od značaja su ovi grafikoni za slučaj ispitivanja okvirnih i kontinualnih nosača na čvrstim osloncima kao glavnih nosača.

MODERNI ISOLATOR ZA NADZEMNI VOD.

Ing. Đuro Schwarz, Buenos Aires—Centro.

Kako je USA najnaprednija zemlja na svijetu u elektrotehničkoj struci, razumljivo je da je industrija izolatora i njihova primjena na osobitoj visini, i teorijskoj, i praktičkoj. Unatoč velikog broja proizvođača: Ohio Brass, Locke, Westinghouse, Lapp, Porcelain Products, Thomas i t. d. razvio se jedan jedinstveni standard-tip za svaku pojedinu vrstu, tako da možemo govoriti o jedinstvu u proizvodnji izolatora.

Kao sirovina za gradnju izolatora služi: porcelan, staklo i specijalne mase. Porcelan daleko nadmašuje ostale sirovine, koje se upotrebljavaju samo u veoma rijetkim i iznimnim slučajevima.

Tačan sastav porcelana za izolator je tvornička tajna. U glavnom se porcelan sastoji od gline, feldspata, kaolina i silicijskog dioksida (kremena). Dva su načina ili procesa kako se modeluju pojedini tipovi, i to t. zv. mokri način (the wet process) i suhi način (the dry process). Ponajprije se masa dobro očisti kroz fina rešeta, a jakim magnetima odstranjuju se eventualne željezne čestice. Iza toga se dobro promiješa, — što je, radi homogenosti izolatora, od velike važnosti — i pridoda toliko vode, da nastaje tijesto. To se tijesto stavlja u kalupe, pa valja napose paziti da se kalup sav ispuni, što se postizava pomičnim klipom koji zatvara kalup s jedne strane. Na to se takav puni kalup metne u prostoriju za sušenje, da se izolator dobro osuši. Osušeni se izolator izvadi iz kalupa i na posebnoj mu se napravi, koja rotira, skine strugotima sa površine otprilike $\frac{1}{16}$ ", a površina se na to izgadi.

Kod suhog načina se izolatorska masa u obliku finog, nešto ovlaženog praha, pod velikim tlakom natiska u kalup, te se na taj način fine čestice slijepe, a nakon toga se, kao i prije, kalup stavi u prostoriju za sušenje.

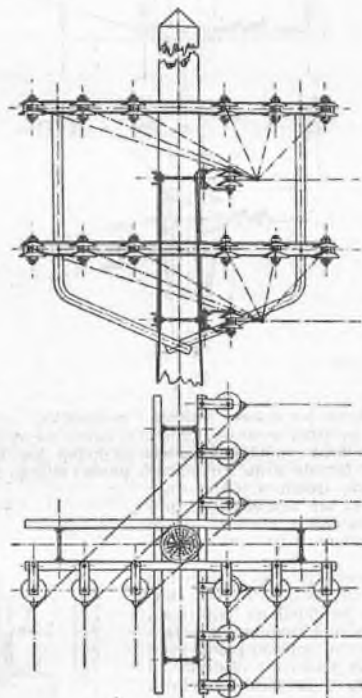
Razliku između tih dvaju načina dobro pokazuje analogija sa iskopanom jamom u zemlji. Iskopamo li naime jamu u zemlji i zaspemo li je natrag iskopanom zemljom, ostace uvijek višak, jer ne možemo opet natiskati svu zemlju onako kao što je prije bila. Pomiješamo li, međutim, tu iskopanu zemlju dobro sa vodom, ne će ni dostajati da iskopanu jamu sasvim ispunimo.

Kod mokrog procesa je dakle izolatorska masa kompaktnija, dok je kod suhog poroznija. Svi se izolatori za visoki napon prave na mokri način, dok se izolatori za niski napon, osigurači, porculanske podloge i t. d. prave na suhi način.

Nakon što je izolator izvađen iz kalupa i ostrugan, daje mu se pocaklina, „glazura“. Izolator se umoci u posebnu staklastu masu, osim onih njegovih dijelova koji ne dobivaju pocaklinu. U toj masi ima otopljenih kovinskih oksida, koji daju izolatoru boju. Obično se upotrebljavaju olovni, cinkov, mangnov, željezni, kobaltov i t. d. oksid. Smeđa boja

dobije se od primiješane čiste zemlje, a bijela od primiješanog „feldspata“.

Iza te procedure dolazi izolator u velike peći (t. zv. Kiln), gdje se podvrgne visokoj temperaturi (oko 2500—2800 F, to jest ca. 1370—1540° C). Osobito

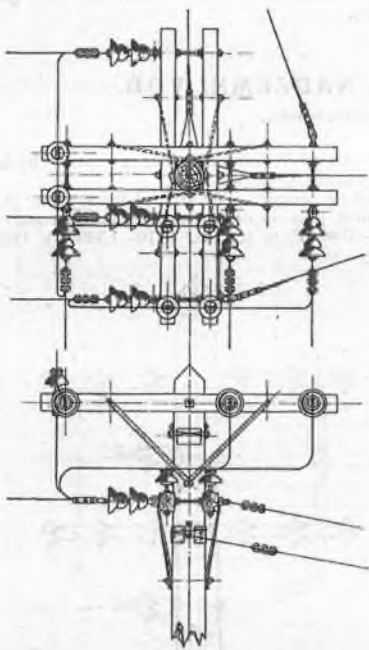


Sl. 1.

valja paziti na to da je temperatura u peći na svakome mjestu jednaka i da izolatori ne dodu u direktni dodir sa vatrom. Za to je potrebno veliko iskustvo; temperatura se mjeri konusima (obično 4 konusa na jednoj ploči), koji se postavljaju na 18 do 20 mjesta po čitavoj površini peći. Tri dana se podržava konstantna temperatura, a onda se prestaje sa loženjem i peć polako ohlađuje. Sve skupa traje

obično 1 tjedan; 1 dan se peč puni, 3 dana traje vatra, 2–3 dana hlađenje i 1 dan je potreban za vadeње izolatora iz peći.

Sada se oni izolatori, koji se sastoje iz više dijelova, lijepe. Kao sredstvo za lijepljenje služi uglavnom portland-cement. Osobito valja paziti na tu fazu



Sl. 2.

produkcije, jer cement mijenja i mehanička, i električna svojstva izolatora. Cement je naime prema porcelanu dobar vodič elektricitete, pa djeluje kao konduktor između dviju izolatorskih ploča i mijenja tako kapacitet izolatora. Osim toga, on mora biti vrlo elastičan, poradi rastezanja dijelova uslijed temperature koje on zajedno veže.

Time je produkcija dovršena i dolazi ispitivanje izolatora. Ispitivanje se dijeli na električno, mehaničko i tehnologijsko. Izolator treba ispitivati prema svrsi kojoj će služiti i s obzirom na montažu i montažne dijelove. S obzirom na svrhu i montažu dijele se izolatori uglavnom na 3 grupe:

- 1) izolatori s drškom (pin type),
- 2) izolatori na nateg (strain type) i
- 3) izolatorski lanac (suspension type). Sve tri grupe prikazuju slike 1 i 2. (Slika 1 prikazuje izolator na nateg, a slika 2 izolator s drškom i izolatorski lanac).

Električno se ispitivanje dijeli na 4 dijela:

- 1) eliminaciono ispitivanje,

2) ispitivanje električnog ispražnjenja u obliku luka kod suhog izolatora,

3) kod mokrog izolatora i

4) ispitivanje voltaže proboja (puncture test).

Eliminacionoj probi podvrgavaju se svi izolatori, dok se za ostala ispitivanja uzima stalni procenat izolatora iz jedne peći, dobivenih jednim loženjem.

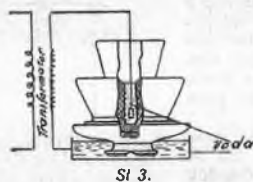
Slika 3 prikazuje eliminaciono ispitivanje. Preokrenuti se izolator stavi u vodu tako da je površina vode upravo nad postranim utorom za pričvršćenje konduktora, a u zdjelicu izolatora se nalije toliko vode da pokriva čitav narez. Voltaža je nešto ispod vrijednosti voltaže koja prouzrokuje luk kod suhog izolatora, a djeluje od prilike 1 minutu. Na isti način ispituje se i svaki pojedini član lanca.

Iza eliminacione probe dolazi ispitivanje voltaže ispražnjenja kod suhog izolatora. Slika 4 lijevo prikazuje suhi izolator. Potpuno montirani izolator sa svim metalnim dijelovima podvrgne se napetosti između konduktorskog štapa i drška. Voltaža se diže tako dugo dok ne nastane električni luk. Dužina luka jednaka je sumi $(A \text{ ili } D) + B + C$. Adend A ili D ulazi u sumu prema tome koja je distancija manja. Lanac se ispituje tako da prvi član nosi konduktorski štapi, a voltaža leži između toga štapa i posljednjeg člana.

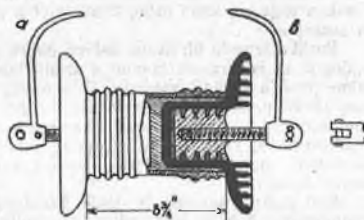
Ispitivanje voltaže električnog luka kod mokrog izolatora je veoma komplikovan proces. U tu se svrhu potpuno montirani izolator izloži umjetnoj kiši, koja pada pod kutom od 45° . Veliku ulogu igra pri tome sastav vode, kvantitet i tlak vode, tlak atmosfere, mnoštvo vodenih para i t. d. Komplikiranost toga procesa razabire se i odatle da se pri ponavljanju pokusa nikad ne mogu dobiti iste vrijednosti. Ta umjetna kiša traje 5 minuta, a mnoštvo vode regulisano je po mogućnosti na 1" visine na kraju pokusa. Pokus se vrši za vrijeme padanja kiše. Dužina luka (slika 4 desno) jednaka je sumi $A + B + C$. Na lancu se vrši ispitivanje na isti način.

Tlak atmosfere veoma utiče na sva ta ispitivanja — vrijednost voltaže luka u upravnom je razmjeru sa tlakom barometra t. j. u visini kod manjeg tlaka su i dobivene vrijednosti manje.

Ispitivanje proboja (puncture test) vrši se u ulju. Za to se ispitivanje uzima 2–3% sveukupne robe iz jedne peći. Izolator se sa svim montažnim dijelovima stavi na voltažu koja je 30% ili 40% ispod voltaže luka kod suhog izolatora, na 30 sekundi. Na to



Sl. 3.



Sl. 5.

se voltaža svaku sekundu diže za 1000 Volta, tako dugo dok iskra ne probije izolator. Vrijednost te voltaže ne smije biti manja od 135% vrijednosti voltaže luka kod suhog izolatora.

Naredna tabela daje za najvažnije lance sastavljene iz Locke-ovih jedinica vrijednosti voltaže električnog luka u kV.

Voltaža u kV kod koje nastaje ispražnjenje u obliku luka uzduž izolatorskog lanca koji broji 1 do 14 članova (Arc-over values).

Broj članova lanca	Locke broj 5800 (tež. 4,89 kg, mehan. čvrst. 4090 kg) ili: Locke 8400 (tež. 4,66 kg, mehan. čvrst. 4090 kg)		Locke broj 7500 (tež. 5,91 kg, mehan. čvrst. 8170 kg) ili: Locke 18424 (tež. 6,13 kg, mehan. čvrst. 8170 kg)		Locke broj 5757 (tež. 4,76 kg, mehan. čvrst. 4090 kg)		Locke broj 8401 (tež. 5,11 kg, mehan. čvrst. 4090 kg)		Locke broj 18034 (tež. 4,43 kg, mehan. čvrst. 3640 kg)		Locke broj 7794—1 tip Hewlett (mehan. čvrst. 3640 kg)		Locke broj 9140 tip Hewlett (mehan. čvrst. 4540 kg)	
	suhi	mokri	suhi	mokri	suhi	mokri	suhi	mokri	suhi	mokri	suhi	mokri	suhi	mokri
1	75	45	73	40	75	45	75	45	75	45	75	45	75	45
2	130	90	125	75	127	88	125	87	125	85	130	75	130	90
3	185	135	180	115	179	132	175	130	170	125	182	110	185	135
4	235	180	230	150	226	175	220	170	210	165	230	145	235	180
5	280	225	275	190	272	217	260	210	250	205	277	180	280	225
6	330	265	320	230	318	257	305	250	290	245	325	220	330	265
7	380	305	370	265	364	298	345	290	330	285	373	255	380	305
8	430	350	420	300	410	340	390	330	370	315	420	290	430	350
9	475	395	460	335	455	380	435	365	410	345	467	320	475	395
10	525	435	510	370	500	417	475	400	450	375	512	350	525	435
11	570	470	555	400	545	450	520	430	490	405	557	380	570	470
12	620	500	600	430	590	480	560	460	525	535	600	410	620	500
13	660	530	645	460	630	507	600	485	565	460	645	440	660	530
14	705	555	690	485	670	532	640	510	600	485	685	470	705	555

Mehaničko ispitivanje se kod izolatora s drškom vrši na taj način da se za postrani utor, koji služi za montažu konduktora, priveže uže te opteretiti tako da je smjer vlaka okomit na držak. Pri vlaku od 1 000 kg, koji se obično upotrebljava, ne smije se izolator ni najmanje oštetiti — no obično su izolatori tako dimenzionirani da se prije slomi ili svine držak nego li se izolator prelomi. Lanac se ispituje na vlak od 2 000 do 13 000 kg, prema kategoriji.

Ispitivanje poroziteta vrši se tako da se izolator stavi u obojenu tekućinu, koja je pod velikim tlakom — obično 100 000 lb (1 kg = 2,2 lb) na 1 kvadratni inch (1 inch = 25,4 mm). Pod tim tlakom prodre tekućina u unutrašnjost porculana, te se tako dobije stupanj poroznosti.

Otpornost protiv nagle promjene temperature ispituje se tako da se izolator stavi na 10 minuta u vrelu vodu, a zatim odmah na 10 minuta u ledenu vodu; ta nagla promjena temperature ne smije proizrokovati mikroskopskih promjena strukture.

Za ispitivanje izolatora, koje se, uostalom, ravna i prema zahtjevima kupca, ima svaka veća kompanija velikih i dobro uređenih laboratorija. Laboratorij Westinghouse Co. u Trafford City i u East Pittsburgh Works ima uređaje za proizvodnju napetosti od 2 000 000 V, transformatore za voltažu od 1 000 000 V i 500 000 V, tank ulja u kojem se vrši ispitivanje probuja ima preko 6 metra u promjeru, a sadrži preko 45 000 amerikan. galona ulja.

Nakon što su ispitivanja dovršena, stavljaju se izolatori u omote (crates). Svaki tip ima stalni broj

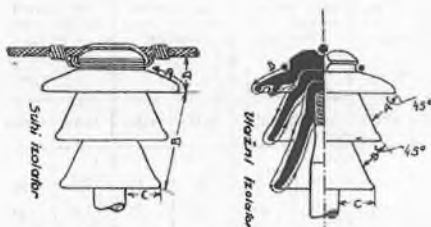
jedinica u omotu, a omot ima uvijek isti oblik (standard package).

Montaža izolatora na nateg razabire se na slici 1, koja prikazuje ugaoni stup za nisku napetost sa izolovanim konduktorom. Izolatori na nateg na toj slici nose čitav vlak linije, jer linija tamo završava (dead end). U tom slučaju mogu se eventualno upotrebiti i dva izolatora s drškom u smjeru linije jedan iza drugoga, dok jedan izolator s drškom ne bi mogao trajno izdržati taj vlak, te bi mu se držak svinuo. Slika 2 prikazuje ugaoni stup za visoku napetost 13,2 kV i montažu lanca; članovi lanca povezani su jedan s drugim ušicom kroz koju polazi svornik (clevis type). Ima i drugi tip, kod kojega se članovi vežu kuglicom koja pristaje u udubinu narednog člana (ball and socket type). Na skici 2 montirani su kao nosioci spojne žice izolatori s drškom.

Najveći neprijatelj trajne montaže je rastezanje izolatora usijed temperature. Stoga je osobito važno da porculan za izolator ima što manji koeficijent rastezanja Lapp Insulator Co. označuje rastezljivost svojeg porculana formulom $L_t = L_0 (1 + 4,31 t \times 10^{-6} + 0,0043 t^2 \times 10^{-6})$, gdje je L_t dužina porculanskog štapa kod $t^\circ \text{C}$, a L_0 kod 0°C . Praktično odgovara ta formula koeficijentu 0,0000045 za 1°C ili 0,0000025 za 1°F .

Osobito u krajevima kao što je n. pr. Argentina, gdje vlada velika promjena temperature, pa t u prijašnjoj formuli ima veliku vrijednost, veoma se nezgodno osjeća nejednako rastezanje porculanskog izolatora i željeznog drška. Poradi toga izrađuju firme

specijalne drške za izolatore; n. pr., Hubbardov željezni držak ima narez od olova, jer mekano olovo popušta tlaku uslijed rastezanja, a Joslynov držak je popiljen uzduž nareza u tu svrhu. Za staklene se izolatore katšto upotrebljavaju drveni dršci, ali nijesu trajni. Kod vlažnog izolatora prolazi naime od kon-



Sl. 4.

duktora prema dršku t. zv. „struja lizanja“ (leakage current). Slika 4 desno prikazuje put „D“ te struje (leakage distance). Ta struja poughnjuje s vremenom drveni držak i prouzrokuje osim toga raspad i trulenje drveta.

Montaža aluminijskog konduktora zadaje često briga i poteškoća. Bez obzira na to da aluminijski

konduktor ima, poradi lošije vodljivosti, veći presjek nego bakreni, mora se aluminijski konduktor na mjestu pričvršćenja smjestiti u posebnu cijev ili rukav (sleeve), jer se baš na tome mjestu često događa prekid voda. Aluminiij je mekan, a poradi čestih vibracija uslijed vjetrov oslabi to kritično mjesto, tako da je posljedica toga lom konduktora. Tako su izgrađene argentinske aluminijske linije Junin—Bragado—Mercedes—Zarate (66 kV) i t. d.

Protiv uticaja groma, koji može vrlo oštetiti izolator, upotrebljavaju se dva načina zaštite. Prvi se sastoji u tome da se oko izolatora montiraju dva metalna prstena nešto ovećeg promjera, od kojih je gornji u vezi s konduktorom, a donji sa drškom. U slučaju udara groma nastaje luk između tih prstenova, a izolator će ostati neoštećen. Drugi način se sastoji u tome, da se na mjestu prstenova upotrebe rogovi, kao na pr. na slici 5, koja prikazuje osobito interesantan tip izolatora na nateg za napon od 30 000 Volti, mehaničke čvrstoće 16 000 kg Ohio Brass broj 26828. Slični rogovi upotrebljavaju se i kod lanca (slika br. 10 u drugom dijelu članka).

Za veći napon upotrebljava se obično lanac. Najveća jedinica izolatora s drškom je patentiran tip za 88 000 Volti. Kod Ohio Brass sastoji se taj tip od 4 dijela, visina mu je 387 mm, a „leakage distance“ mu iznosi 1256 mm.

(Svršite se.)

СТРУЧНЕ ВЕСТИ.

Napredak u industriji opeke. (Pronalazak jedne nove ciglarske tunelske peći).

Za ispaljivanje ciglarske robe upotrebljavale su se već odavna, a rabe se još i danas „poljske žarne peći“, u kojima se prije ložilo drvetom, a sada ponajviše dobrim komadnim ili kockastim ugljenom. Ovako, pod nadzorom iskustvenog ložača dobivena ciglarska roba bila je ispaljena dosta dobro, ali nejednako, naime dolje na dnu peći više, gore manje. Osim toga, kod ovoga načina prekidanoga loženja (t. j. pretsušenje, ispaljenje i dozrijevanje materijala u vatri) sa napornim dovoženjem, kraj teškoga rada ložača kod ispaljivanja, trošilo se mnogo dobrog i skupoga goriva i plaćale su se za težak posao visoke nadnice ložaču i pomoćnim radnicima.

Ovaj primitivan i skup način paljenja bio je radikalno izmijenjen pronalaskom „kružnih peći“. Jednokratnim loženjem komadnim ugljenom i djelomice drvetom, a zatim neprekidnim paljenjem sitnim ugljenom izravno u užarenu robu postignuta je bila znatna prištednja goriva i ujedno mogućnost neprekidnog paljenja robe, dakle i nesmetanog dobavljanja opeke. Jedina neizbježiva mana kružnih peći leži u velikim investicijskim troškovima sa kojima je skopčana njihova izgradnja za visokim zidanim dimnjakom i skupom željeznom armaturom, sa nužnim šupama ili umjetnim sušionama, koje su potrebne za rezerve sirove robe, jer bi prekidanje paljenja u kružnoj peći proizročilo znatnu štetu. Prema tome, uložena glavica amortizuje se tek nakon mnogo godina. Dobitak od ovih peći smanjuje i odgovorna služba iskusnih ložača, koji moraju izmjenično voditi neprekidno paljenje, zatim teško i mučno dovoženje i izvoženje robe, te skupi i dosta česti popravci.

Veliki građevni troškovi i potreba neprekidnog održavanja u pogonu kružnih peći potakle su na konstrukciju prvih velikih „tunelskih peći“ u Njemačkoj i Americi. Ložilo se najčešće plinom, koji je iz sredine peći ispaljivao keramičnu robu natovarenu na ravnim željeznim vagonetima koji su prolazili kroz peć. Tunel (kanal) je bio dužine 120 m, širok i vi-

sok oko 2,50 m, tako da je za samu gradnju, armaturu i zaštitni uređaj vagoneta protiv oštećenja vatrom bila potrebna svota od 5 do 6 miliona dinara. Kraj ovih ogromnih investicija kapacitet takvih „tunelskih peći“ daleko je zaostajao iza kapaciteta prije opisanih kružnih peći.

Tek god. 1928 uspjelo je, nakon mnogih pokušaja, braći V. i T. Lastovička da postavke kod Praga prvu „štednu i jeftinu tunelsku peć“, koja je nakon svestranog ispitivanja patentirana u Čehoslovačkoj, a zatim u svim naprednim državama svijeta.

Osnovna misao i zadaća konstruktora bila je postaviti peć: 1) iz koje bi se dala roba po želji u svako doba iz vatre izvaditi, 2) u kojoj bi pogon bio moguć bilo neprekidno, bilo prema potrebi sa prekidanjem, ali bez gubitka, 3) u kojoj bi se roba ispalila za jedan dan, 4) koja bi bila jeftina.

Tunelska peć sistem Lastovička ispunila je savršeno ove uslove. Kanal za ispaljivanje ove peći dugačak je 20 m, visok 1,45 m, širok 0,90 m, te se gradi iz običnih opeka. Samo u malom žarištu je svod i gorući pojas obložen šamotnom opekom. Loži se ugljenom svake vrsti, drvetom, drvenim otpacima, tresetom, kukuruznim klipovima i t. d., a prema predviđenoj vrsti goriva uređuje se vatrište. Budući da plamen mora biti očlšćen od čade i dima, hvata i sabire se dim i čada u posebnoj uzdužnoj udubini koja je spojena sa dimnjakom. Dimnjak je limeni, visine 18 m za jednu peć, odnosno 20 m za dvije spojene peći. U kanal stane 10 željeznih vagoneta natovarenih ciglarskom robom, čiji su donji dijelovi na specijalan, također patentirani način zaštićeni od učinka vatre. Kod vratašca vatrišta umetnuti su posebni prozorčići, kroz koje ložač promatra napredovanje ispaljivanja.

Tunel se zatvara s obje strane limenim vratima sa praktičnim uređajem za rukovanje. Roba se tovare na vagonete na otvorenom, pred ulazom u tunel, i pomiče se unutra na tračnicama pomoću debele žice. U pogonu se na pr. peti vagonet u sredini tunela ispaljuje, četvrti i treći iza njega se prepaljuje, drugi se predgrijava, a prvi se kod ulaza isušuje. Kada je roba na 5. vagonetu (u sredini tunela) ispaljena, po-

ničke, komercijalne, zdravstvene, naučne i druge institucije i škole i, najzad, svako pojedino lice koje može svojim znanjem, spremom ili položajem da koristi toj ideji.

Za pokretanje i propagiranje ideje naučne organizacije rada pokazali su se podesni naročiti komiteti sastavljeni iz malo pre spomenutih interesenata, t. j. onih koji je po svojoj spremi mogu da sprovedu i onih za čiju neposrednu ili posrednu korist ona služi.

Mnogo je teškoća bilo i dugo je vremena trebalo dok je Udruženje jugoslavenskih inženjera i arhitekta, preko svoje Sekcije i naročitog Osnivačkog odbora za to pitanje u Zagrebu, uspjelo da ostvari kod nas takav Komitet. Tek meseca juna ove godine mogao je Osnivački odbor da sprovede konstituisanje Jugoslavenskog narodnog komiteta za naučnu organizaciju rada (skraćeno: Ju-Na-Ko). Priloženi zapisnik konstituirajuće skupštine opisuje čitav istorijat dosadanjeg rada kod nas na tom polju, kao i tok skupštine te zadaće i sastav Komiteta.

Sada bi valjalo preći na aktivan rad.

U prvom redu, treba sprovoditi široku propagandu za podizanje interesa po pitanjima naučne organizacije rada u državnoj administraciji, narodnoj odbrani, industriji i poljoprivredi. Predavanjima, specijalnim publikacijama i štampom uopšte treba prikazivati užoj i široj javnosti rezultate naučne organizacije rada u naprednim zemljama.

Anketama i pretpostavkama treba poticati pitanja koja mogu doprineti koristi pokretu za opštu primenu naučne organizacije rada. Da bismo se mogli kori-

stiti iskustvima stranih zemalja, potrebno je podržavati stalan kontakt sa međunarodnim i drugim narodnim komitetima i institutima te učestvovati na međunarodnim kongresima za naučnu organizaciju rada.

Polje rada i zadaće su velike, no pre nego Komitet započne sa takovim radom u većem opsegu, dužnost mu je da zainteresuje i prikupi oko sebe sve one koji po svom pozivu, bilo kao ustanove, društva, institucije, preduzeća ili lica, spadaju u ovaj važan pokret.

Interes se već javlja. Spisak redovnih članova, koji sa na poziv Osnivačkog odbora pristupili Komitetu, pokazuje kako postoji najbolja volja, bar u jednom delu naše privrede, nauke i radništva, da se krene putem naučne organizacije rada.

Ovo je zdrava pojava, koja sigurno zasluži izdašnu moralnu i materijalnu pomoć, ne samo od naše privrede. Bez moralne i materijalne pomoći Države držimo da naš rad neće biti moguć! Radeći na tom pokretu Ju-Na-Ko radi za čitav Narod i Državu, pa prema tome mora da računa sa njihovom potporom. Nadajmo se da se u ovim našim očekivanjima ne ćemo prevariti, kao što je to bilo ranijih godina, kad, usprkos naših nastojanja, nismo našli ni kod Države baš nikakove potpore.

Sadanje vreme našeg državnog života je vreme izgradnje, u kojem će nadležni faktori sigurno znati oceniti rad na podizanju čitave naše delatnosti, rad konstruktivan i u isto vreme patriotski.

MODERNI ISOLATOR ZA NADZEMNI VOD.

Ing. Đuro Schwarz, Buenos Aires—Centro.

(Svršetak.)

Proračun kapaciteta lanca kao i proračun broja njegovih članova izveo je nedavno J. C. Martin od „Middle West Utilities Company“. Osim toga, na njegov se način može proračunati i dio voltaže koji otpada na pojedini član. Mjerenja su, naime, pokazala da na pojedini član lanca ne otpada alikvotni dio voltaže, nego da je prvi član, koji nosi konduktor, na najvećoj voltaži, a posljednji, koji je s jedne strane uzemljen, na najmanjoj. Osim toga, nije ni vrijednost voltaže luka kod lanca multiplum vrijednosti voltaže luka jednog člana, što se razabire i iz prijašnje tabele.

Neka je C_2 kapacitet između pojedinih članova, C_1 kapacitet izolatora prema zemlji (slika 6), a omjer $\frac{C_2}{C_1} = X$.

Kapacitet lanca koji se sastoji iz jednog člana između točke A (t. j. konduktora) i zemlje (slika 6a) jeste: $K_1 = C_1 + C_2$, pošto su C_1 i C_2 paralelni.

Kapacitet lanca koji se sastoji iz 2 člana (slika 6b) dobija se na ovaj način:

Slika 6c (puno izvučeno) prikazuje nešto preglednije kombinaciju kapaciteta C_1 i C_2 . Shema ima 2 paralelna ogranka, t. j. ogranak na desno C_1 je paralelan sa lijevim sklopom, koji se sastoji od paralelnih C_2 i C_1 u seriji sa C_2 . Kad su kapaciteti u seriji, onda je recipročna vrijednost rezultante jednaka sumi recipročnih vrijednosti komponenata, te je, stoga, recipročna vrijednost lijevog ogranka =

$$\frac{1}{\frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_2}}.$$

Prema tome je

$$K_2 = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_2}} = C_1 + \frac{(C_1 + C_2) C_2}{2C_2 + C_1} \\ = C_2 \left(\frac{1}{X} + \frac{K_1}{K_1 + C_2} \right).$$

Shema lanca od 3 člana nadopunjena je u 6c točkasto. Slično kao i prije dobija se

$$K_3 = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{K_2} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_2}{X} + \frac{C_2 K_2}{C_2 + K_2} \\ = C_2 \left(\frac{1}{X} + \frac{K_2}{K_2 + C_2} \right)$$

ili:

$$K_n = C_2 \left(\frac{1}{X} + \frac{K_{n-1}}{K_{n-1} + C_2} \right).$$

Ovu formulu možemo nešto preinačiti:

$$K_n = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{C_2} + \frac{1}{K_{n-1}}} = C_1 + \frac{C_2 K_{n-1}}{C_2 + K_{n-1}}.$$

Pribrojimo li i odbijemo C_2

$$K_n = C_1 + C_2 - C_2 + \frac{C_2 K_{n-1}}{C_2 + K_{n-1}},$$

odn.

$$K_n = C_1 + C_2 - \frac{C_2^2}{C_2 + K_{n-1}},$$

$$K_{n-1} = C_1 + C_2 - \frac{C_2^2}{C_2 + K_{n-2}}$$

Uvrstimo li tu vrijednost u formulu za K_n , dobićemo

$$K_n = C_1 + C_2 - \frac{C_2^2}{C_2 + C_1 + C_2 - \frac{C_2^2}{C_2 + K_{n-2}}}$$

a uvrstimo li isto tako vrijednosti za K_{n-2} , K_{n-3} i t. d., dobićemo

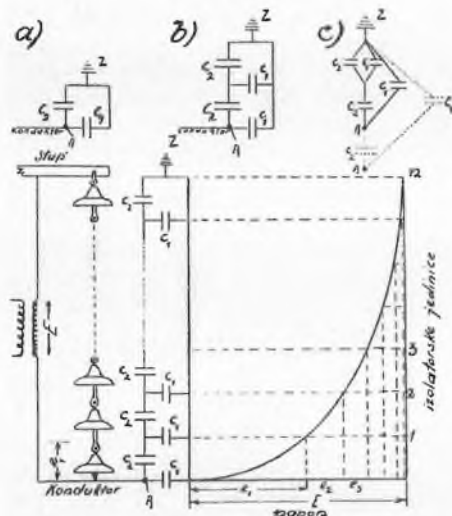
$$K_n = C_1 + C_2 - \frac{C_2^2}{2C_2 + C_1 - \frac{C_2^2}{2C_2 + C_1 - \frac{C_2^2}{\dots}}}$$

Kako je $K_1 = C_2 + C_1$, imademo konačno

$$(I) K_n = C_1 + C_2 - \frac{C_2^2}{2C_2 + C_1 - \frac{C_2^2}{2C_2 + C_1 - \frac{C_2^2}{\dots}}}$$

Crtā u razlomku imade $n - 1$.

U laboratoriju Westinghouse izmjeren je kapacitet lanaca sastavljenih iz 1 do 7 jednakih članaka sa jediničnim kapacitetom $K_1 = 0.000023 \mu F$

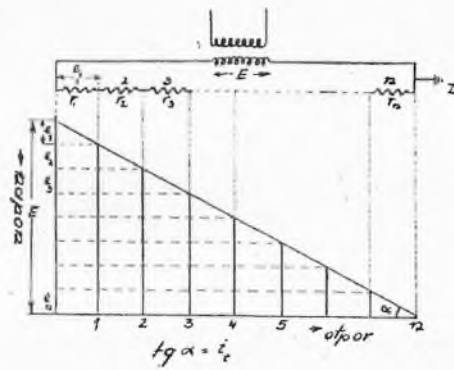


Sl. 6.

lanac od 1 člana	0.000023	μF
" " 2 "	0.0000156	μF
" " 3 "	0.0000112	μF
" " 4 "	0.00000926	μF
" " 5 član.	0.00000869	μF
" " 6 "	0.00000816	μF
" " 7 "	0.00000806	μF

Pri proračunavanju vrijednosti voltaže koja otpada na pojedini član lanca razlikujemo dva eks-

tremna slučaja: 1. izolator potpuno mokar i 2. izolator potpuno suh. U prvom slučaju dolazi u obzir samo „struja lizanja“ (leakage current), koja na svom putu svladava jedino Ohmov otpor, a u drugom slučaju dolazi u obzir samo kapacitivna struja. Slika 7 prikazuje prvi slučaj. — E = totalna voltaža,



Sl. 7.

$$r_1 = r_2 = r_3 = \dots = r_n = r$$

je otpor pojedine jedinice, koji je praktično kod svih jedinica jednog lanca isti, i_t = struja što prolazi od konduktora u zemlju, n = broj članova lanca.

$$i_t = \frac{E}{r_1 + r_2 + \dots + r_n} = \frac{E}{nr}$$

Voltaža što otpada na pojedini član

$$e_1 = e_2 = \dots = e_n = i_t \cdot r,$$

t. j., na svaku jedinicu otpada jednaki dio totalne voltaže.

Slika 6 i 8 prikazuju podjelu voltaže kod drugog slučaja.

E = totalna voltaža,
 i = totalna struja od konduktora u zemlju,
 C_1 = kapacitet jednog člana prema zemlji,
 C_2 = kapacitet jednog člana prema drugom,
 K_n = totalni kapacitet lanca,
 ν = frekvencija struje na sekundu.

Neka je, radi preglednijeg računanja,

$$\frac{C_2}{C_1} = X \text{ i } \frac{K_n}{C_1} = K.$$

Kako je „struja puzanja“ = θ a i je samo kapacitivan, to glasi Ohmov zakon izmjenične struje za taj slučaj

$$i = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}} = \omega CE = 2\pi\nu K_n E,$$

$e_1 = E$, i stoga je

$$i_1 = 2\pi\nu C_1 E.$$

Voltaža na kojoj leži prvi član jeste:

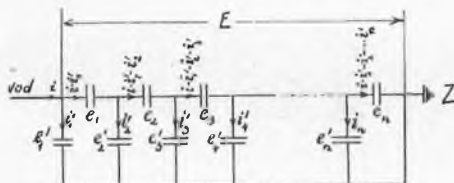
$$e_1 = \frac{i - i_1}{2\pi\nu C_2} = \frac{2\pi\nu E (K_n - C_1)}{2\pi\nu C_2} = \frac{E (K_n - C_1)}{C_2}.$$

Podijelimo li brojnik i nazivnik sa C_1 i uvrstimo li vrijednosti za $\frac{K_n}{C_1}$ odnosno za $\frac{C_2}{C_1}$, dobićemo

$$(II) \dots \dots \dots e_1 = \frac{E}{X} (K-1).$$

Proračun voltaže na kojoj leži drugi član:

$$e'_2 = E - e_1 = E \left(1 - \frac{K-1}{X}\right).$$



Sl. 8.

$$i'_2 = 2\pi\nu C_1 e'_2 = 2\pi\nu C_1 E \left(1 - \frac{K-1}{X}\right),$$

$$e_3 = \frac{i - i'_1 - i'_2}{2\pi\nu C_2},$$

a uvrstimo li vrijednosti za i , i'_1 odnosno i'_2 , dobićemo

$$e_2 = \frac{2\pi\nu E \left[K_n - C_1 - C_1 \left(1 - \frac{K-1}{X}\right) \right]}{2\pi\nu C_2}.$$

Podijelimo li opet kao i prije brojnik i nazivnik sa C_1 i uvrstimo vrijednosti za $\frac{C_2}{C_1}$ odnosno $\frac{K_2}{C_1}$, dobićemo

$$e_2 = \frac{E}{X} \left(K - 2 + \frac{K-1}{X} \right).$$

Taj izraz možemo pisati

$$e_2 = \frac{E}{X} (K-1) - \frac{E}{X} \left(1 - \frac{K-1}{X}\right),$$

što je prema prijašnjem

$$e_2 = e_1 - \frac{e'_1}{X}.$$

Na isti način je za treći član

$$\begin{aligned} e'_3 &= E - e_1 - e_2 = \\ &= E - \frac{E}{X} (K-1) - \frac{E}{X} \left(K - 2 + \frac{K-1}{X} \right), \\ e'_3 &= E \left(1 - \frac{2K-3}{X} - \frac{K-1}{X^2} \right). \end{aligned}$$

Stoga je

$$i'_3 = 2\pi\nu C_1 E \left(1 - \frac{2K-3}{X} - \frac{K-1}{X^2} \right).$$

Na isti način kao i prije

$$\begin{aligned} e_3 &= \frac{i - i'_1 - i'_2 - i'_3}{2\pi\nu C_3} = \frac{i - i'_1 - i'_2}{2\pi\nu C_3} - \frac{i'_3}{1\pi\nu C_4} = \\ &= \frac{2\pi\nu E \left[K_n - C_1 - C_1 \left(1 - \frac{K-1}{X} \right) \right]}{2\pi\nu C_3} - \\ &= \frac{2\pi\nu C_1 E \left(1 - \frac{2K-3}{X} - \frac{K-1}{X^2} \right)}{2\pi\nu C_3} = \\ &= \frac{E}{X} \left[\left(\frac{K_n}{C_1} - 1 \right) - \left(1 - \frac{K-1}{X} \right) \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{E}{X} \left(1 - \frac{2K-3}{X} - \frac{K-1}{X^2} \right) = \\ &= \frac{E}{X} \left[K - 3 + \frac{3K-4}{X} + \frac{K-1}{X^2} \right]. \end{aligned}$$

Taj izraz možemo pisati

$$\begin{aligned} e_n &= \frac{E}{X} \left(K - 2 + \frac{K-1}{X} \right) - \\ &= \frac{E}{X} \left(1 - \frac{2K-3}{X} - \frac{K-1}{X^2} \right), \end{aligned}$$

što je prema prijašnjem

$$e_3 = e_2 - \frac{e'_2}{X}.$$

Za n -ti član je

$$e_n = \frac{E}{X} \left(K - n + \frac{1}{X} + \frac{1}{X^2} + \dots + \frac{K-1}{X^{n-1}} \right)$$

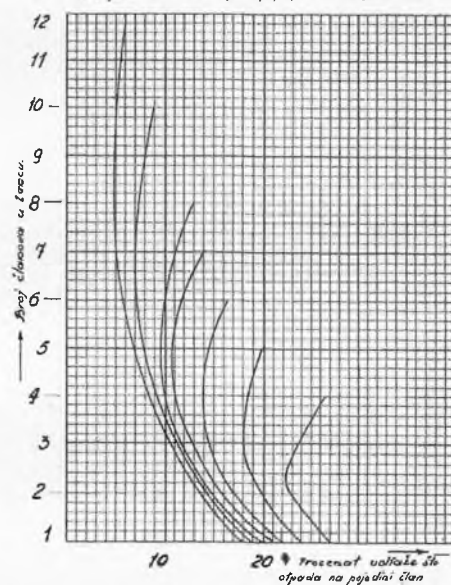
ili

$$(III) \dots \dots \dots e_n = e_{n-1} - \frac{e'_{n-1}}{X}.$$

Formulu (III) možemo pisati i ovako:

$$(III') \dots e_n = e_{n-1} - \frac{E - e_1 - e_2 - \dots - e_{n-1}}{X}.$$

Krivulje napona od 1, 5, 6, 7, 8, 10 i 12 članova



Sl. 9.

Kako je prvi član na najvećoj napetosti, to će razmatranje za proračun vrijednosti voltaže kod koje nastaje ispražnjenje u obliku luka uzduž prvog člana dostajati za čitav lanac. Dobili smo da je voltaža na kojoj leži prvi član

$$e_1 = \frac{E}{X} (K-1)$$

Poprimi li ta voltaža e_1 kritičnu vrijednost e_k kod koje nastaje luk na prvom članu, onda je

$$E_k = \frac{e_k \cdot X}{K - 1}$$

ona kritična voltaža kod koje se prijavljuje luk na članovima lanca.

Kod računanja u praksi služimo se mnogo tabelom koja sadržava veličine K za važnije vrijednosti C_2 kod lanaca s običnim brojem članova (1 do 15).

Vrijednosti za K .

Br. čl. lanca	$\frac{C_2}{C_1} = X$									
	1	2	5	10	15	20	50	100	500	1000
1	2,000	3,000	6,000	11,000	16,000	21,000	51,000	101,000	501,000	1001,000
2	1,667	2,200	3,728	6,238	8,742	11,244	26,247	51,21	251,25	501,25
3	1,625	2,048	3,135	4,842	6,387	8,197	18,998	34,89	173,22	334,89
4	1,619	2,012	2,927	4,263	5,546	6,814	14,350	26,87	126,87	251,87
5	1,618	2,003	2,846	3,988	5,049	6,083	12,172	22,20	102,20	202,20
6	1,618	2,001	2,814	3,851	4,777	5,676	10,177	19,19	85,85	169,29
7	1,618	2,000	2,801	3,781	4,623	5,421	9,863	17,15	74,36	145,82
8	1,618	2,000	2,795	3,743	4,574	5,265	9,238	15,69	65,68	128,18
9	1,618	2,000	2,793	3,724	4,505	5,187	8,797	14,63	59,03	114,63
10	1,618	2,000	2,792	3,713	4,465	5,108	8,481	13,85	53,85	103,85
11	1,618	2,000	2,792	3,708	4,447	5,069	8,251	13,23	49,68	95,09
12	1,618	2,000	2,792	3,705	4,415	5,044	8,083	12,84	46,22	91,85
13	1,618	2,000	2,792	3,703	4,411	5,036	7,958	12,52	43,29	81,75
14	1,618	2,000	2,792	3,702	4,409	5,024	7,865	12,33	40,93	76,58
15	1,618	2,000	2,792	3,702	4,407	5,015	7,796	12,17	39,81	72,21

Primjer:

Poznato je $\frac{C_2}{C_1} = X = 5$, broj članova $n = 3$, $E = 66\,000$ Volta.

Iz tab. dobijemo $K = 3,135$.

$$e_1 = \frac{E}{X} (K - 1) = \frac{66\,000}{5} (3,135 - 1) = 28\,200 \text{ Volti}$$

$$e_2 = e_1 - \frac{e_1'}{X} = 28\,200 - \frac{66\,000 - 28\,200}{5} = 20\,640 \text{ V.}$$

$$e_3 = e_2 - \frac{e_2'}{X} = 20\,640 - \frac{66\,000 - 48\,840}{5} = 17\,210 \text{ V.}$$

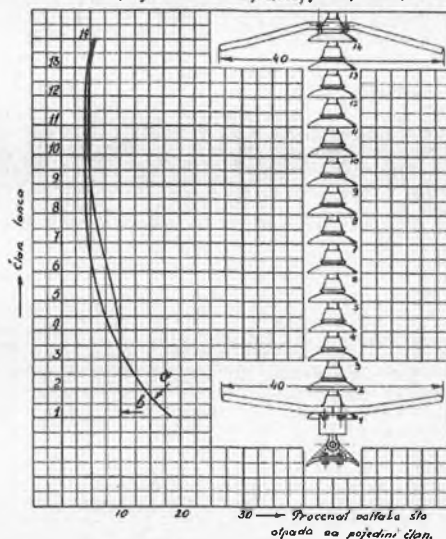
Kontrola: $28\,200 + 20\,640 + 17\,210 = 66\,050 \text{ V}$, t. j., pogreška iznosi oko 0,08%.

Ako je, n. pr., $e_k = 50\,000 \text{ V}$ ona voltaža kod koje nastaje ispražnjenje na prvom članu, onda je kritična voltaža lanca

$$E_k = \frac{e_k \cdot X}{K - 1} = \frac{50\,000 \times 5}{2,135} = \infty 117\,000 \text{ Volti.}$$

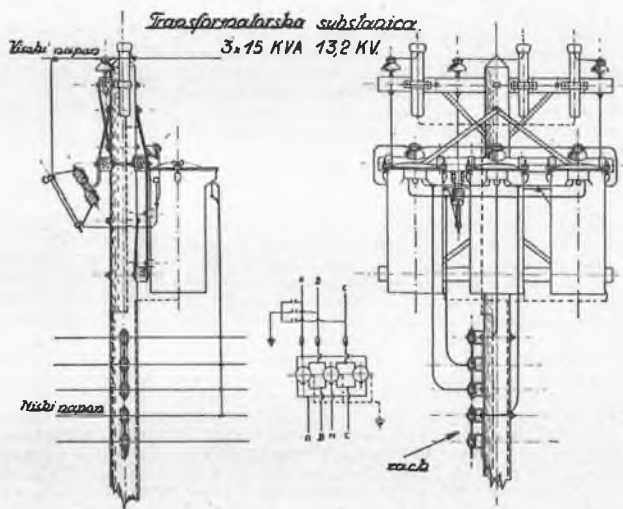
Slika 9 prikazuje eksperimentom i mjerenjem pronađene vrijednosti dijelova voltaže u procentima od

Lanac od 14 članova. Džeka br. 5800-0₂.
Krivulja „a“ za lanac bez profila, „b“ sa profilom.



Sl. 10.

totalne voltaže, koji otpadaju na pojedine članove lanca sa 4, 5, 6, 7, 8, 10 i 12 standard članova, reducirano za konduktor promjera 1".



Sl. 11.

Da se ta nejednaka podjela voltaže poboljša, moramo tako promijeniti električno polje, da na svaki član otpada ista voltaža.

Ispitivanjem polja oko izolatora se napose bavio Prof. Toepler, koji je u tu svrhu izgradio specijalnu cijev napunjenu neonom. U praksi se, međutim, služimo jednostavnijom, t. zv. „suppressed discharge“ metodom, koja se sastoji u tome da se voltaža na kojoj leži izolator naglo povisi; prije nego li se pojavi luk — dakle, prije nego li uslijedi izjednačenje potencijala — taj se nagli val napetosti isto tako naglo smanji. Polje je oko izolatora uslijed toga vrlo ionizirano i za kratko vrijeme visoke napetosti zasvijetli karakterističnim svijetlom, te se može fotografski snimiti. Intenzitet te svijetlosti u upravnom je omjeru sa intenzitetom polja, a smjer zraka je okomit na ekvipotencijalne plohe, pa se sloga može iz fotografske slike zaključiti kakav je intenzitet i smjer polja.

Polje se može promijeniti na vrlo jednostavan način, tako da se rog koji služi kao zaštita protiv

groma na prvom članu — nosiocu konduktora — izvede u obliku eliptičnog prstena („grading ring“). Pokusima se može ustanoviti najpovoljnija veličina i oblik kod kojega je podjela voltaže najviše jednolijma. Slika 10 prikazuje lanac koji se sastoji od 14 Locke-ovih jedinica 5800 — G_2 . Krivulja a važi za podjelu voltaže kad su na lancu montirani samo rogovi, a b kad je donji rog izveden u obliku prstena.

U Americi se u posljednje vrijeme za nisku napetost gotovo isključivo upotrebljava t. zv. „rack“ (slika 11), koji ima veliku prednost da se na taj način brzo i lako može montirati veliki broj izolatora, jer se takav „rack“ može vrlo brzo sastaviti. Tip izolatora za „rack“ je izolator na nateg (t. zv. spool insulator). Osim toga prikazuje slika 11 i karakterističan američki način gradnje transformatorske substance na drvenom stupu sa tri monofazna GEC transformatora, koji se mogu lakše iznijeti nego li trolazni, kad je to potrebno. Gromobrani za 15000 Volta su tipa Pellet.

U martu 1930 god.

RAZNE VESTI.

Zapisnik

Konstituirajuće skupštine Jugoslavenskog narodnog komiteta za naučnu organizaciju rada u Zagrebu, održane u prostorijama Udruženja jugoslavenskih inženjera i arhitekta, dne 13 juna 1930 u 10 sati, sa najavljenim dnevnim redom.

Prisutni od strane:

1. Glavne uprave Udruženja jugoslavenskih inženjera i arhitekta u Beogradu: predsjednik Osnivačkog odbora Ing. Martin Pilar, član Upravnog odbora Sekcije Zagreb, potpredsjednik Osnivačkog odbora Ing. Pavao Jusić, član Glavne uprave U. J. I. A. u Beogradu, iz Zagreba; Ing. Dr. Erik Aleksander, član Glavne uprave U. J. I. A. u Beogradu, iz Zagreba;

2. Udruženja jugoslavenskih inženjera i arhitekta — Sekcije Zagreb: Ing. Franjo Gabrić, potpredsjednik U. J. I. A. Sekcije Zagreb; Ing. Marko Frangeš, član Upravnog odbora U. J. I. A. Sekcije Zagreb;

3. Zagrebačke inženjerske komore: Ing. Velimir Stiasni, potpredsjednik Inženjerske komore, Ing. Franjo Gabrić, član Upravnog odbora Komore i Ing. Mihovil Marošević, član Upravnog odbora Komore;

4. Zemaljskog saveza industrijalaca, Zagreb: Ing. Dragutin Aleksander, direktor Tt. „Mirna“ ugljenokopno d. d. u Zagrebu i Ing. Ladislav Freund, prok. Zagrebačke dion. tvornice papira u Zagrebu;

5. Komore za trgovinu, obrt i industriju u Zagrebu: Dr. Valdemar Lunaček, tajnik Komore;

6. Trgovačko-industrijske komore — Skopje: Boško Žerajčić, potpredsjednik Komore;

7. Radničke komore u Zagrebu: Adolf Kunčić, tajnik Komore;

8. Delavske zbornice za Dravsku banovinu — Ljubljana: Anton Marinc, činovnik D. Z. u Ljubljani;

9. Gospodarsko-šumarskog fakulteta u Zagrebu: Dr. Stjepan Poštić, vanredni profesor Univerziteta;

10. Tehničkog fakulteta Univerziteta u Zagrebu: Ing. Đuro Stipetić, redovni profesor;

11. Tehničkog fakulteta Univerziteta u Beogradu: Ing. Kirilo Savić, redovni profesor;

12. Središnjeg ureda za osiguranje radnika u Zagrebu: Dr. Željko Hahn, direktor odjeljenja i tajnik Osnivačkog odbora Ing. Dragutin Domalnko, šef odsjeka;

13. Udruženja graditelja Kraljevine Jugoslavije u Zagrebu: Gustav Graf, ovl. graditelj, Heinrich Vichra, ovl. graditelj i Rudolf Kaučić, ovl. graditelj;

14. Jugoslavenskog nacionalnog komiteta Svjetske konferencije pogonskih snaga: Ing. Franjo Horvat, predsjednik i Ing. Viktor Setinski, profesor Gospodarsko-šumarskog fakulteta u Zagrebu i član odbora;

15. Jugoslavenskog šumarskog udruženja u Zagrebu: Ing. Milan Lenarčić, iz Ribnice i Dr. Nikola Neldhardt, tajnik J. S. U.;

16. Udruženja agronoma u Zagrebu: Dr. Stjepan Poštić, tajnik U. A.;

17. Ekonomsko-komercijalne visoke škole u Zagrebu: Dr. Josip Nagy, redovni profesor i Dr. Milan Ivšić, vanredni profesor;

18. Državne tehničke srednje škole u Zagrebu: Ing. Dr. Erik Aleksander, direktor i Ing. Pavao Jusić, profesor;

19. Kluba inženjera kemije U. J. I. A. u Zagrebu: Ing. Mirko Horvatić, član odbora K. I. K. i Ing. Dragutin Domalnko, predsjednik K. I. K.;

20. Kluba strojarskih i elektrotehničkih inženjera: Ing. Stjepan Crneković, predsjednik i Ing. Josip Novaković, potpredsjednik K. S. E. I.

Ispričali su se da su spriječeni poslati delegate redovni članovi:

Udruženje Jugoslavenskih inženjera i arhitekta Sekcija Ljubljana;

Ljubljanska inženjerska komora — Ljubljana;

Zveza industrijcev — Ljubljana i

Centrala industrijskih korporacija u Beogradu.

Prije početka skupštine pozdravlja g. Ing. Gabrić kao predstavnik Udruženja J. I. A. i kao domaćin sve prisutne te želi srećan uspjeh u radu.

1. Otvaranje skupštine. Predsjednik Osnivačkog odbora g. Ing. Pilar otvara skupštinu i pozdravlja prisutne ovim riječima:

Poštovana gospodo!

Čast mi je pozdraviti u ime Pripravnog odbora za ustrojenje Jugoslavenskog narodnog komiteta za naučnu organizaciju rada prisutne delegate interesata i interesente.

Nije već nužno pred ovim odličnim skupom poštano tumačiti što je naučna organizacija rada, koja joj je svrha i koji ciljevi. Već sama okolnost da se ovako brojna i odlična skup našao na okupu u svrhu osnivanja našeg Nacionalnog komiteta dokaz je da je poznavanje bitnosti naučne organizacije i njezine koristi za državu i za pojedinca prodrlo u šire krugove naše inteligencije i u žarišta naše stručne nauke, u naše stručne organizacije, u našu trgovinu, industriju, obrte

Time će i rad obradivanja biti smanjen. Ipak se kod smanjivanja ovog dodatka na obradivanje treba pobrinuti, da ne bi povećana točnost odliva ili kovanih komada zahijevala suvišnih fabrikacionih troškova, koji bi mogli uništiti spomenutu probitačnost.

Prema dosada izloženom, treba kod uporne freze od tvrdih metala razlikovati dva slučaja. Ako imamo snažan frezerski stroj s mirnim hodom, onda treba po mogućnosti iskoristiti cijelu njegovu snagu. Radi velike dopuštene brzine rezanja često se daje za obične materijale učinak za otprilike 2-3 puta povećati prema obradi sa brzorezućim čelikom, a da se uz to predmet ili freza suviše ne opterećuju. Ako nemamo snažnog frezerskog stroja, onda možemo nastojati da povećanjem brzine rezanja izbjegnemo posebno fino obradivanje. U oba slučaja se daje u zgodnim prilikama iskoristiti smanjenje dodatka za obradu kod livenih i kovanih komada i mogućnost obrade vrlo tvrdih materijala.

Navedimo sada ukratko podatke o samom frezanju. Dopuslene brzine rezanja za frezerske glave isto kao i srednje brojke za posmake na zub označene su u tablici 5. Primjećujemo da navedeno brzine rezanja vrijede samo kod obilnog mazanja i hlađenja tekućinom.²⁷ Rad mora biti apsolutno bez vibracija. U slučaju vibracija treba smanjiti brzinu rezanja. Kod obradivanja predmeta sa tvrdom korom ili gnjezidima pijeska i slično, treba smanjiti brzinu za 30-40%. Za aluminijске legure sa silicijem treba također navedene brojke smanjiti. Pravilnost odabranih uvjeta rezanja možemo procijeniti prema trajanju freze, koje za obradu livenog željeza i čelika mora biti po prilici 2 puta veća od trajanja freze od brzo-

Tablica 5

Naziv obradivanog materijala	Obradivanje frezerskom glavom		
	Dubina reza mm	Posmak na zub mm	Brzina reza- nja m/min
Liveno željezo Brinell do 150	1-5	0.15-0.4	55-120
Liveno željezo Brinell 150-200	1-5	0.15-0.3	40-90
Čelik Brinell do 150	1-5	0.10-0.2	55-120
Čelik Brinell 150-240	1-5	0.10-0.2	45-100
Žuta mjed i bronca	1-5	0.15-0.4	90-250
Aluminijске legure	1-5	0.15-0.4	200-450

rezućeg čelika, to jest trajanje (bez prebrušenja) treba da iznosi oca 8-16 sati. Kod obrade mekših materijala će trajanje biti veće, već prema svojstvima dotičnih materijala. Donekle se daje pravilnost rada kontrolirati i prema produkciji, to jest ukupnoj količini odrezanog materijala za jedno trajanje freze. Kod obrade livenog željeza i čelika može biti produkcija oca 4-6 puta veća nego li za frezu od brzorezućeg čelika. Kod obrade žute mjedi i bronce do 15 puta i više, a za aluminij i slično 15-20 puta i više.

Dosada je bilo govora samo o frezerskim glavama, jer druge vrste freza iz tvrdih metala imaju manje značenje. Ipak, i one mogu biti komaterijala. Posmak na zub i brzina rezanja uzimaju se obično nešto manjima nego li za frezerske glave, već prema masivnosti konstrukcije freze.

²⁷⁾ U glavnom se upotrebljava emulzija za bušenje, a katkad voda sa 5% sode (za liveno željezo). U nekim iznimnim slučajevima radimo na suho, na pr. kod finog obradivanja livenog željeza.

(Nastavljeće se.)

ELEKTRIČNO UZEMLJENJE SISTEM COPPERWELD

Ing. Duro Švarc, Zagreb

Električna uzemljenja su jedan od najvažnijih delova svakog električnog postrojenja. U Evropi se obično izvode s pločama ili cevima, dok je najefikasniji način izvođenja s motkama u nas relativno redak. Taj je način najjeftiniji, najjednostavniji i električno najbolji. U Americi se stoga najviše primenjuje.

Izvršeni su mnogi pokusi, da se ustanovi da li i koliko uplivše sm materijal od kojega se sastoji motka na otpor prelazjenja struje što teče između motke i zemlje, te se pokazalo da je gotovo svejedno s obzirom na taj otpor da li se kao materijal upotrebljava bakar, željezo ili pocinčano željezo. Daljnji pokusi su pokazali da je sasvim svejedno, da li se upotrebljava motka ili cev istoga vanjskog promera. To je, uostalom, i razumljivo, jer je površina konduktora nivo-ploha, a potencijal je u nutrašnjosti konduktora konstantan.

S obzirom na materijal od bitne je važnosti trajnost, otpornost proti koroziji i mehanička čvrstoća radi montaže.

U pogledu samoga tla i da bi se ispitala njegova električna narav vršeni su također brojni

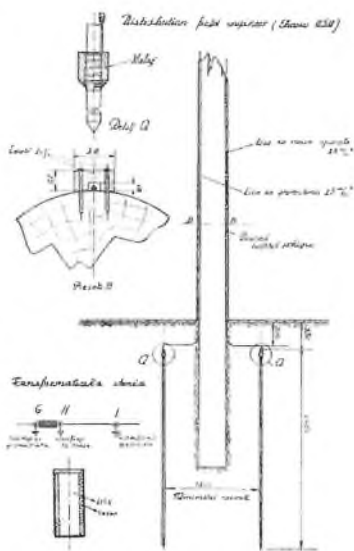
pokusi, te se pokazalo da njegova vodljivost (konduktancija) varira u veoma širokim granicama i na prostorno malenim odsječcima. Ista motka (elektroda), upotrebljena na dva razna mesta udaljenosti od jedva nekoliko metara, pokazuje velike diferencije prelaznog otpora.

Slika 1 prikazuje konstruktivno izvođenje uzemljenja motkom po metodi Ing. Erlinga Ringstada (Electric Bond and Share Co. U. S. A.). Pri transformatorskim stanicama na stupovima preporuča se, da se za svaku vrstu uzemljenja upotrebi poseban stup — za gromobrane stup G, za oklop aparata i masu transformatora stup H, za nulvod stup I. Osim ovog načina montaže može se motka smestiti i ispod samoga stupa. Nakon što je jama iskopana, a prije montaže stupa, zabije se motka u zemlju. Dobra strana tog načina leži u tome što je motka zasia dublje u zemlju odnosno dublje ispod razine podzemne vode, a loša mu je strana što je teže prići motki u slučaju da se želi ispitati otpor prelazjenja struje. Prilikom građenja centrala može se na isti način smestiti motka ispod fundamenta zgrade. Trajnost takovih motki od materijala Copperweld

tako je velika, da one obično prežive i stup i zgradu (copper = engl. bakar, to weld = variti). Fabrikacija tih motki događa se na sledeći način:

Okrugli se čelični ingot dobro očisti i izbrusi tako, da je sasvim okrugao. Iza toga se meće u kalup, koji je širi nego li to iziskuje presek ingota. Ingot mora biti u kalupu tačno centriran (slika 1 levo dole). Na to se kalup odozgo zatvori i stavi u peć, da se ingot zagrije, a potom se unutra ulije rastaljeni bakar, koji sasvim ispuni kalup te se potpuno priljubljuje uz čelični ingot i stvara s njim mehanički potpuno nerazdeljivu celinu. Nakon što se ohladi, izvadi se čitava masa iz kalupa i izvalja u motke od 3/8" promera. Omer između jačine čelične jezgre i bakrenog oklopa ostaje unačeo valjanja uvek isti. Copperweld se

Konstrukcija Erling Ringstad



Sl. 1

izrađuje u dve vrste, i to sa vodljivosti od 30% i 40% upoređeno sa bakrenom motkom istih dimenzija.

Čelik i bakar su elektrokemijski diferentne kovine, i kad se dotiču, a nisu zavareno, stvaraju u prisutnosti vlage elektrogalvanski element. U tome se i sastoji razlika između fabrikacije sistema Copperweld i fabrikacije galvaniziranog čelika, jer prilikom valjanja nastaju pri ovom poslednjem lako pukotine, kroz koje kasnije prodire vlaga, a galvanska struja, koja sled toga nastaje, razara s vremenom čitavu motku.

Najbolja proba da se ustanovi da li je bakrena prevlaka apsolutno pouzdana, jest samo valjanje u toplom stanju. Ako se pri tome prevlaka mestimice ljušti, onda je to znak da je motka neispravna. Kod ispravne motke pokazuje njen pre-

sek uvek apsolutno prijanjanje prevlake uz jezgru.

Najobičnije dimenzije motke su promeri 3/8" 1/2", 5/8" i 3/4", a dužina joj je 8 stopa.

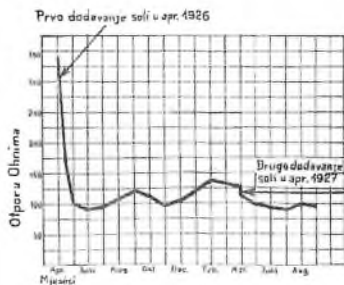
Američki National Electric Code propisuje 8 stopa kao minimalnu dužinu. Sa manjom dužinom ne ćemo u najviše slučajeva dopri do podzemne vode, a potrebno je da su barem donje 2 stope motke uvek ispod njene razine, pa i za najnižeg vodostaja. Osim toga moraju te dve stope biti i ispod linije smrzavanja. Najvećoj promeni podvrgnut je naravno gornji deo motke, koji se naizmenice nalazi u vlažnom i suhom tlu prema vremenu i godišnjoj dobi, jer su najgornji slojevi tla podvignuti uticaju sunca i kiše.

Povećanje dužine motke preko 10 stopa nema praktične svrhe, jer se otpor ne smanjuje u istom omeru kao što raste dužina motke. Upotreba više paralelno vezanih motki — kako će se kasnije pokazati — i povećanje vodljivosti tla dodavanjem soli, daleko su snažnija sredstva za umanjenje otpora nego li se to postizava povećanjem dužine motke.

Dodavanje soli je izvršno sredstvo za umanjenje otpora. Obavljeno li oko motke u radialnoj udaljenosti od jedne stope cilindričnu plohu, pokazuje opiti da se 80% otpora nalazi unutar te plohe. Znači, dakle, da će dodavanje soli unutar toga cilindra znatno pojačati vodljivost tla. Osim toga da navlači vlagu, so ima i to dobro svojstvo, da snižuje temperaturu smrzavanja.

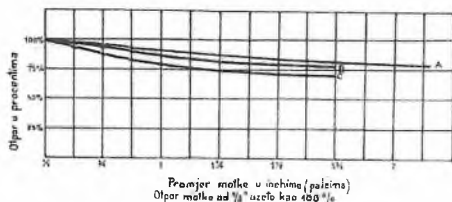
Slika 2 pokazuje diagram sniženja otpora dodavanjem soli. Diagram pokazuje gotovo momentanu redukciju otpora za 50—70%, nadalje se vidi da jedno jedino dodavanje soli deluje još vrlo snažno u intervalu od jedne godine. Čestim dodavanjem soli, na pr. svake godine ili svake druge godine, postićemo gotovo konstantnu vodljivost tla.

Dodavanje soli vrši se na vrlo jednostavan način. Za tu se svrhu uzima gruba kamena sol. Oko motke iskopaćemo jamu duboku 35 cm s radiusom od 65—70 cm. U tako iskopanu jamu nasepe se sol i zaleva tako dugo vodom, dok tlo ne upije svu rastoplenu sol. Eventualno traje to i nekoliko dana. Potom se jama zatrpa, a to se mesto ponovno dobro zalije vodom. U gradovima s kaldrimom ili asfaltom ne može se iskopati takova jama i ostaviti otvorena kroz nekoliko dana. Tamo se stoga kraj motke ugradi u tlo cev od že-



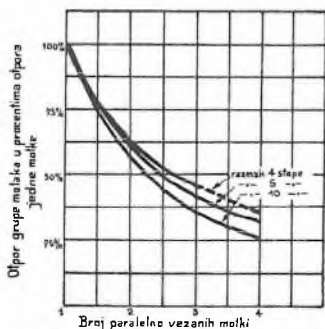
Sl. 2

leza, betona ili cigle i ta se cev napuni rastopinom soli. Ovaj način ima prednost da se dodavanje soli može vršiti u svako vreme bez ponovnog iskopavanja i na vrlo brz način. Na slici 2 upada još u oči da se otpor menja sa godišnjom dobom i da varira u pojedinim mesecima.



Sl. 3

Otpor prelazanja nastojao se sniziti i tako, da se povećavao promjer motke. Međutim, pokusi su pokazali da povećanje promjera ne daje očekivane rezultate, te stoga važi kao pravilo da promjer treba da bude samo toliko dimenzioniran, koliko to iziskuju mehanički uslovi čvrstoće. Povećanje promjera nad tu meru znači rasipavati materijal. Grafički prikazuje to slika 3, iz koje se razabire ovisnost otpora od dimenzija promjera. Uzeto je da motka promjera 1/2" ima otpor



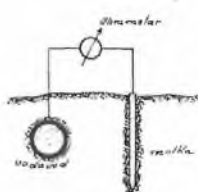
Sl. 4. Efekat postignut paralelnim vezanjem motki

od 100%. Vidi se da otpor upravo neznatno opada sa povećanjem promjera. Tendencija da se na taj način dobije krivulja koja bi snažnije opadala, ne ostvaruje se dakle na tom putu. Krivulju A snimio je U. S. Bureau of Standards, krivulju B Underwriters' Laboratories u Chicagu, a krivulju C Underwriters' Laboratories u Pittsburghu. Iz tih

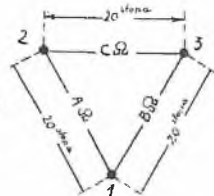
se krivulja vidi da geografski položaj odnosno sastav tla i ovde igra dosta znatnu ulogu za veličinu otpora, jer se krivulje dosta razilaze, ali uglavnom je rezultat tih pokusa u sva tri mesta isti, t. j. povećanje promjera nije donelo željenog efekta.

Baš s obzirom na tu činjenicu udarilo se drugim putem, koji je doneo željeni rezultat — to je paralelno vezanje dviju ili više motki maloga promjera izvan već spomenutog kritičnog cilindra od 1 stope radiusa.

Slika 4 prikazuje naglo opadanje krivulje otpora pri upotrebi dveju ili više paralelno vezanih motki u međusobnoj udaljenosti od 4, 5 i 10 stopa. Iz diagrama se vidi da se pri upotrebi samo dviju paralelnih motki, koje su udaljene 5 stopa jedna od druge, snizuje otpor za 40%!



Sl. 5



Sl. 6

Potrebno je još da se raspravi metoda kojom se može praktično izmeriti otpor prelazanja. Raspoložemo li sistemom vodonodnih cevi, upotrebimo ih kao povratni vod za induktorsku struju (slika 6). 1 je motka, čiji otpor želimo pronaći, broja odbiti otpor prelazanja vodonodnih cevi, koji nam jednom zauvek mora biti poznat. Diferencija tih dvaju brojeva je otpor prelazanja motke.

Nemamo li pri ruci uzemljenih vodonodnih cevi, upotrebimo tako zvanu »metodu triju točaka«. Pri tome trebano još dve pomoćne motke (slika 6). 1 je motka čiji otpor želimo pronaći, a 2 i 3 su pomoćne motke. Sve tri motke smeštene su u vrhovima istostranog trokuta sa stranicom od 20 stopa. Izmerićemo otpor između svih triju motki. Traženi otpor prelazanja motke 1 biće $x = \frac{1}{2} (A+B-C) \Omega$, otpor prelazanja pomoćne motke 2 biće $\frac{1}{2} (A+C-B) \Omega$, a pomoćne motke biće $\frac{1}{2} (C+B-A) \Omega$.

Osim ispravne fabrikacije same motke veoma je važno i stručno izvođenje veze dovodne žice sa motkom, jer nestručno izvedena veza znatno povećava otpor. Osim toga treba paziti da se prilikom lemljenja upotrebi takav materijal, da ne nastanu elektrolitički procesi.

Jednostavni dokaz za konstrukciju pogonskog dijagrama dalekovoda po Ossanni, *Elektrotehnički vesnik*, 7-8 (1950), str. 188-192.

za izvanredna dodatna opterećenja postoji samo skromna rezerva u razlici između 216 N/mm² (2200 kp/cm²) i 186 N/mm² (1900 kp/cm²). Mnogo veća rezerva leži u razlici između 88 i 56 N/mm² (900 i 575 kp/cm²), koju stvara pojam mehanički ekvivalentnog aluminijskog presjeka.

Sada je već sasvim jasno, da je aluminij zapravo mehanički pouzdaniji od tvrdog bakra, i da ga je

praksa nepravilno upotrebljavala, jer se je svom snagom držala dogme starog ekvivalentnog presjeka, koji je sada postao u električkom pogledu ekvivalentni presjek. U toj pak slici postaju očigledno svi pokušaji mehaničkog pojačavanja prenosnih vodiča od aluminija najednom nepotrebnii.

(Nastavlja se.)

Naslov autora: Dr. techn. ing. Milan Vidmar, profesor TVS Ljubljana, Levčeva 49.

Jednostavni dokaz za konstrukciju pogonskog dijagrama dalekovoda po Ossanni

DK 621.315.1.012.1

Duro Svare, Zagreb

Une simple preuve pour la construction du diagramme d'une ligne de transmission selon Ossanna. Tandis que jusqu'à présent la preuve de la validité du diagramme d'une ligne de transmission était étendue et compliquée, l'auteur fait la démonstration avec des moyens les plus simples étant néanmoins tout à fait exact et complet.

A simple proof for the construction of the transmission line performance chart according to Ossanna. While up to date it was an extensive and complicated task to prove the construction of the transmission line performance chart proposed by Ossanna, the author gives the proof with the simplest means, being nevertheless entirely exact and thorough.

Простое обоснование конструкции рабочей диаграммы линий электропередач по Оссанне. В то время как обоснование рабочей диаграммы линий по Оссанне длинно и сложно, доказательство, приведенное в этой статье автором, несмотря на то, что сохраняет точность, кратко и просто.

Dokaz za konstrukciju pogonskog dijagrama dalekovoda po J. Ossanni je prema »Elektrotechnik und Maschinenbau« (1926, br. 6) i prema knjizi od A. Schwaigera »Elektrische Leitungen« (1941) opsežan i kompliciran. Mi ćemo ovdje taj dokaz izvesti najjednostavnijim sredstvima, a da pri tom ipak bude sasvim egzaktni i potpun.

Kod dalekovoda se iz mnoštva raznih zadataka mogu razabrati četiri osnovna zadatka: 1. zadan napon, radna i jalova snaga na strani potrošača; 2. zadan napon, radna i jalova snaga na strani generatora; 3. zadan napon na strani potrošača, a radna i jalova snaga na strani generatora; 4. zadan napon na strani generatora, a radna i jalova snaga na strani potrošača. Potrebno je naći ostale veličine.

Polazna točka za rješavanje svih zadataka bit će promatranje odlusa na dijagramu kazaljki dalekovoda.

Počet ćemo s prvim zadatkom.

Na slici 1 razabire se navedeni dijagram kazaljki (zanemarujući pri tom kapacitet i odvod dalekovoda) kao puno izvučen, no tako, da su sve veličine kazaljki prethodno podijeljene sa naponom na strani potrošača, t. j. sa U_p . Indeks »P« odnosi se na stranu potrošača, a indeks »G« na stranu generatora. Dužina OM predstavlja na taj način $\dot{U}_p/\dot{U}_p = 1$, dakle jedinicu. Dužina MP je analogno tome $\dot{U}_G/\dot{U}_p$, dakle odnos napona na strani generatora i napona na strani potrošača. Dužina OP bit će dalje do-

$$\frac{IZ}{U_p} = \frac{IZU_p}{U_p^2} = \frac{IU_p}{U_p^2/Z},$$

t. j. prividna snaga na strani potrošača podijeljena sa prividnom snagom takozvanog »obrnutog krat-

kog spoja«, koju možemo pri poznatom U_p i poznatoj impedanci voda Z uvijek pronaći.



Pod kutom ψ , koji nam se pojavljuje u poznatom trokutu OBP, a koji se može iz konstanta voda uvijek lako izračunati, jer je $\tan \psi = \omega L_0 R_0$, narisat ćemo kroz O koordinatnu os yy, a okomito na nju os xx.

Želimo li sada naći prividnu snagu na strani generatora, to ćemo ponajprije iz O povući zraku tako, da sa OP zatvara kut ϑ , a zatim ćemo iz točke P nacrtati paralelu sa OM, i gdje ta paralela siječe navedenu zraku, tu ćemo dobiti točku G. Dužina OG daje nam traženu prividnu snagu na strani generatora. Zašto to? Trokut OMP sličan je trokutu OPG, jer su im dva kuta jednaka. To su ponajprije kutovi ϑ , a zatim su oba kuta β kao paralelni kutovi također međusobno jednaki. Odnosi stranica u sličnim trokutima su isti, dakle je $OM : MP = OP : OG = 1 : U_G/U_p$. Kako je pak prema gornjem $OP = IZ/U_p$, to je dalje

$$OG = OP \cdot \frac{U_G}{U_p} = \frac{IZ}{U_p} \cdot \frac{U_G}{U_p} = \frac{IU_G}{U_p^2/Z}$$

Drugim riječima, to je prividna snaga na strani generatora podijeljena sa istim brojem kao i prividna snaga na strani potrošača, t. j. sa prividnom snagom obrnutog kratkog spoja, pa se prema tome nalazi na slici u istom mjerilu kao i prividna snaga na strani potrošača.

Prije smo spomenuli koordinatni sistem s osima xx i yy. Kao što se vidi iz citirane slike 1, OB kao dužina, koja predstavlja omksi pad napona (podijeljen sa U_p), mora biti paralelna sa kazaljkom struje I. To znači, da OB zatvara sa produženjem dužine OM isti kut, kao što ga zatvara kazaljka struje I sa OM, t. j. φ_p . Kut POB je naš poznati kut ψ i prema tome dužina OP zatvara sa produženjem dužine OM kut $(\psi - \varphi_p)$. Kako je s druge strane kut, što ga zatvara os yy sa produženjem dužine OM također kut ψ (jer smo pod tim kutem nacrtali tu os), znači, da OP zatvara sa osi yy kut $\psi - (\psi - \varphi_p) = \varphi_p$. Prema tome nam naš koordinatni sistem bez daljnjega služi za rastavljanje prividne snage na strani potrošača (podijeljene sa U_p^2/Z) na njenu radnu i jalovu komponentu (koje su tada, naravno, isto tako podijeljene sa U_p^2/Z). Nagib dužine OG — prividne snage na strani generatora (podijeljene sa U_p^2/Z) — prema osi yy je shodno slici $\varphi_p + \vartheta = \varphi_G$, a to je fazni pomak između struje i napona na strani generatora. Prema tome nam analogno komponente dužine OG na obje osi daju radnu i jalovu snagu na strani generatora. Pri tom se u slučaju induktivne jalove snage na strani potrošača ili na strani generatora točka P, odnosno točka G nalaze u gornjem kvadrantu iznad osi yy, a u slučaju kapacitivne jalove snage u donjem kvadrantu ispod osi yy.

Mjesto nanašanja kuta ϑ za dobivanje dužine OG možemo prema slici 2 postupiti na slijedeći način:

U produženju OM nanijet ćemo $(U_G/U_p)^2$ t. j. kvadrat dužine MP izražene u našoj jedinici OM i na taj način dobiti točku M'. Iz te točke opisat ćemo krug sa dužinom MP t. j. sa U_G/U_p i gdje paralela sa MM' iz točke P siječe taj krug, dobit ćemo našu poznatu točku G. Kako to? Lik MM'GP je očigledno istostraničan trapez, jer ima dvije paralelne stranice, dok su ostale dvije međusobno

jednake. Znači, da je kut kod M' jednak kutu kod M t. j. ϑ . Nadalje se razabire, da postoji jednaki odnos $OM : MP = GM' : OM' = 1 : U_G/U_p$ jer smo GM' i OM' u tom omjeru shodno odabrali. Iz ovoga logično slijedi, da su trokuti OMP i OGM' međusobno slični, jer imaju jednak jedan kut i isti odnos stranica, koje zatvaraju taj kut.

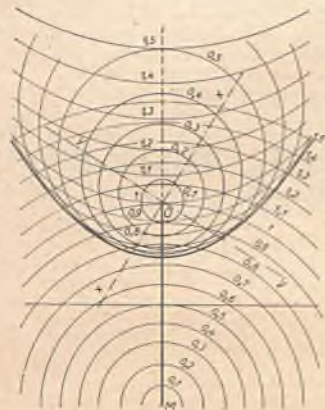
Preći ćemo sada na treći trokut t. j. OPG. I taj je sličan objema prije spomenutim trokutima, jer su oba kuta označena sa α i oba kuta označena sa β međusobno jednaka, i to kao paralelni kutevi (pošto smo načinili $PG \parallel MM'$). Znači, da je treći kut trokuta OPG naš poznati kut ϑ , analogno kao što je i kod ostalih dvaju trokuta.



SL 2

Obzirom na tu sličnost slijedi dalje da je $OP : OG = OM : MP = 1 : U_G/U_p$. Prema tome je

dokaz o identičnosti točke G u slici 2 s onom u slici 1 u cijelosti izvršen.



Sl. 3

Ako se točka P giba po kružnici K_p mora se njoj pridružena točka G također gibati po kružnici istoga polumjera U_G/U_p, t. j. po kružnici K_G, kako bi se mogao pojaviti novi istostranični trapez sa svoja dva nova kuta ϑ , kao i tri nova slična trokuta. To svojstvo međusobne pridruženosti točaka donje i gornje kružnice istog polumjera upotrijebit ćemo korisno na taj način, da ćemo shodno slici 3 stepenasto za odnose U_G/U_p već unaprijed narisati sistem donjeg i gornjeg jata kružnica. Na svakoj kružnici je taj odnos označen. Narisana je i parabola, koja obuhvata gornje jato te koja stoga nosi naziv »granična parabola«. Da je to parabola, može se matematski vrlo lako dokazati (vidi dodatak A1). Točka O je fokus te parabole, ravnalica je, dakle, udaljena za 1/2 od O, kako je to na slici 3 i nacrtno.

Ako nam je, dakle, zadana radna i jalova snaga na strani potrošača, odnosno, drugim riječima, u našem koordinatnom sistemu točka P, to ćemo lako uočiti na kojem se donjem krugu ta točka nalazi. Povlačenjem paralele sa OM iz P do odgovarajućeg kruga gornjeg jata označenog istim brojem, pridružit ćemo joj točku G i na taj način — kako je već navedeno — saznati sve potrebno na strani generatora.

Sada ćemo pristupiti drugom zadatku, t. j. kad je poznata radna i jalova snaga, kao i napon na strani generatora, a traži se sve potrebno na strani potrošača. Za razliku od prije za isti energijski slučaj podijelili smo prema slici 4 sve dužine dijagrama kazaljki sa U_G. Na taj način se je sada dužina, koja je predstavljala primarni napon U_G, reducirala na jedinicu, a čitava slika ispada manja, jer je u našem slučaju U_G > U_p.

Dužina OG predstavlja sada

$$\frac{IZ}{U_G} = \frac{IZ U_G}{U_G^2} = \frac{I U_G}{U_G^2 Z}$$

dakle, za razliku od prije prividnu snagu na strani generatora podijeljenju sa prividnom snagom pravog kratkog spoja (ne obrnutog!), koju uz sada poznati napon na strani generatora i impedancu Z možemo lako naći. Vidimo, dakle, da se u dijagramu prikazane snage uvijek dijele sa snagom kratkog spoja onoga napona, koji u tom dijagramu predstavlja jedinicu i koji je upravo zadan.

Slično kao i prije povući ćemo pod kutom ϑ zraku iz O i naći sjecište P te zrake sa paralelom dužine OM iz G. Dužina OP predstavlja nam sada prividnu snagu na strani potrošača (podijeljenu sa U_G²/Z). Naime, analogno prijašnjem, i ovdje su ova kuta označena sa α međusobno jednaka, jer su to paralelni kutovi pa su prema tome trokuti OMG i OPG slični, jer imaju međusobno dva jednaka kuta, t. j. α i ϑ . Iz sličnosti slijedi odnos OM:MG = OG:OP. Dakle je

$$OP = OG \cdot \frac{U_p}{U_G} = \frac{IZ}{U_G} \cdot \frac{U_p}{U_G} = \frac{I U_p}{U_G^2 Z}$$

Analogno kao prije povukli smo i sada os yy tako, da sa OM zatvara kut ψ .



Sl. 4

Produžimo li MG, smjer dužine GB zatvarat će sa tim produženjem kut φ_p , jer je GB paralelno sa kazaljkom struje I. Prema tome će kut između OG i spomenutog produženja biti $(\psi - \varphi_p)$. Taj je kut vanjski kut trokuta OGM, pa je stoga $(\psi - \varphi_p) = \alpha + \vartheta$, odnosno $\psi = \alpha + \vartheta + \varphi_p$. Iz ovoga se razabire, da je kut između OP i osi yy jednak kutu φ_p — kako je to uostalom na slici 4 i označeno. Dalje slijedi samo od sebe, da je kut između OG i osi yy jednak kutu $\varphi_G = \varphi_p + \vartheta$. Prema tome je i u tom slučaju pod uvjetima drugog zadatka za debivanje komponenata, t. j. radne i jalove snage, naš koordinatni sistem potpuno upotrebljiv. Međutim, ovdje se u slučaju induktivne

jalove snage točka P, odnosno G nalazi u donjem desnom kvadrantu ispod osi yy, a u slučaju kapacitivne jalove snage u kvadrantu iznad osi yy.

Za naš prvi zadatak shodno slici 2 opisali smo i drugi način, kako se pod tadašnjim uvjetima iz poznate točke P dolazi do tražene točke G, te ćemo sada taj isti način — nešto modificiran — i ovdje upotrebiti, kako bi ovoga puta obratno iz poznate točke G došli do tražene točke P. Na slici 2 nanijeli smo u produženju OM dužinu $(U_G \cdot U_P)^2$ i opisali kružnicu sa $U_G \cdot U_P$, dok ćemo sada, prema slici 5, nanijeti dužinu $(U_P/U_G)^2$ i opisati kružnicu sa $U_P \cdot U_G$. Sjecište te kružnice K_P sa paralelom dužine OM iz G daje nam traženu točku P. Identičnost te točke sa točkom P, koja se je na slici 4 dobila nanašanjem kuta θ , može se dokazati na isti način kao i u prvom zadatku, jer se je i sada pojavio istostranični trapez $MM'PG$ i tri slična trokuta OMG , OGP i OPM' , pa se prema tome dužine OP i OG odnose kao U_P/U_G i predstavljaju prividnu snagu na strani generatora podijeljenu sa U_G^2/Z , a zatvaraju među sobom kut θ . Stekli smo, dakle, i za ovaj slučaj, t. j. kad U_G predstavlja jedinicu, saznanje o međusobnoj pridruženosti točaka G i P pomoću odgovarajućih kružnica.

Općenito važi dakle: čim je, na bilo koji način, jedna od tih dviju točaka poznata, može se druga njoj pridružena točka pomoću obaju jata kružnica odmah pronaći.



Sl. 5

Kako smo naveli, nacrtali smo na slici 3 gornje i donje jato kružnica za naponske odnose U_G/U_P i upisali te odnose na dotične kružnice. Razumije se međutim, da nas ništa ne sprečava, da tu istu sliku shvatimo kao odnose U_P/U_G , i da ona, naravno, nepromijenjena važi za rješavanje drugog našeg zadatka. Pri tome međutim ne smijemo zaboraviti, da kod prvog zadatka kružnice gornjeg jata važe kao kružnice K_G , a međusobno koncentrične kružnice donjeg jata kao kružnice K_P , dok se je pri drugom zadatku njihova uloga izmijenila, t. j. sada

se snaga na strani potrošača vezuje za gornje kružnice, a snaga na strani generatora za donje kružnice.

Rješavanje trećeg i četvrtog zadatka na osnovu naprijed izloženog ne će nam stvarati nikakvih teškoća.

Kod trećeg zadatka upotrijebit ćemo sliku 2, jer nam je poznat napon na strani potrošača U_P , koji je u toj slici reduciran na jedinicu i predstavljen dužinom OM. Kut ψ nam je poznat iz konstanta voda, pa prema tome možemo nacrtati koordinatni sistem. Iz poznate radne i jalove snage na strani generatora lako ćemo u koordinatnom sistemu odrediti točku G te uočiti, na kojoj se kružnici gornjeg jata nalazi. Povlačenjem paralele sa OM do odgovarajuće kružnice K_P donjeg jata naći ćemo P, i na taj način sve potrebne veličine na strani potrošača. Općenito su moguća dva rješenja, jer kroz točku G prolaze dvije kružnice gornjeg jata, te joj prema tome odgovaraju dvije točke u donjem jatu kružnica. Jedino ako se točka G nalazi upravo na graničnoj paraboli, odgovara joj samo jedna točka P koja se nalazi na ravnalici parabole. Ovo posljednje možemo matematički vrlo jednostavno dokazati (vidi dodatak B!).

Ako pak G padne izvan granične parabole, onda je rješenje kod zadanog napona U_P nemoguće. Da bi u tom slučaju G palo unutar parabole, bilo bi potrebno povisiti napon U_P (jer se sve dužine, koje u dijagramu predstavljaju snage, ovdje dijele sa U_P^2/Z).

Kod četvrtog zadatka, t. j. poznatog napona na strani generatora U_G , kao i radne i jalove snage na strani potrošača, upotrijebili bi sliku 5, jer je na toj slici napon U_G reduciran na jedinicu, t. j. predstavljen dužinom OM. Pomoću koordinatnog sistema pod kutem ψ došli bi do točke P, i onda opisanim načinom do točke G. Analogno trećem zadatku postoje i ovdje općenito dvije točke G, odnosno u slučaju da se P nalazi na paraboli, postaje rješenje jednoznačno. Ukoliko P padne izvan parabole, rješenje je, analogno trećem zadatku, kod zadanog napona U_G nemoguće.

Dodatak A

Neka nam se na slici 2 u smjeru OM' nalazi računaska ordinatna os, a kroz O okomito na njoj apscisna os. Tada važi na temelju opisane konstrukcije za gornje kružnice jednadžba

$$x^2 + \left[\left(\frac{U_G}{U_P} \right)^2 - y \right]^2 = \left(\frac{U_G}{U_P} \right)^2.$$

Da bi našli anvelopu tih kružnica derivirat ćemo tu jednadžbu po U_G/U_P i iz te nove jednadžbe naći vrijednost za U_G/U_P , koju ćemo uvrstiti u prvu jednadžbu. Dobit ćemo tada jednadžbu anvelope, t. j.

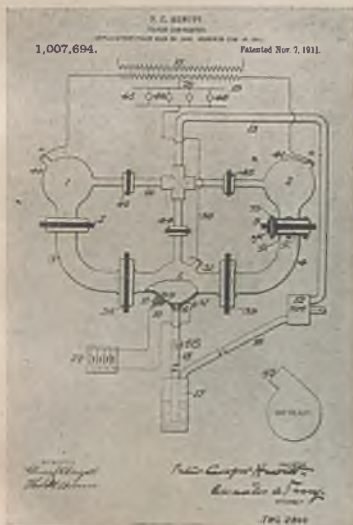
$$x^2 = y + \frac{1}{4}.$$

dakle parabole simetrične obzirom na ordinatnu os, kojoj je tjeme za $1/4$ udaljeno od točke O. Promo-

prema katodnoj mrlji te uslijed bombardiranja iona o katodu dolazi do ugrijavanja mrlje na cca. 600° C. Direktno mjerenje ove temperature je nemoguće i zato u literaturi nalazimo veoma različite podatke. Temperatura od 600° C dobivena je računski iz količine isparene žive i površine katodne mrlje. Količina žive iznosi dva do sedam mg po As, a površina katodne mrlje je cca. $2.5 \cdot 10^{-2} \text{ mm}^2/\text{A}$, što odgovara gustoći struje od 40 A/mm². Predpostavimo li, da se i u slučaju živine katode radi o termičkoj emisiji, to bi prema Richardson-ovoj jednadžbi bilo potrebne temperature od nekoliko hiljada stupnjeva Celsiusa za postizavanje emisije od 40 A/mm². Prema tome, u slučaju živine katode, mora da se radi o nekom drugom načinu emitiranja elektrona.

Sta se tiče površine katodne mrlje ona mora biti tolika, da odvod energije sa katodne mrlje uslijed evaporacije, radijacije, odvoda i isparivanja elektrona bude jednak dovedenoj energiji uslijed bombardiranja katode ionima. Površina katodne mrlje automatski se udešava prema struji opterećenja.

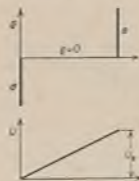
1913. iznio je Langmuir svoju teoriju ambipolarnog strujanja, koja je uspjela razjasniti mnoga, do tada nejasna pitanja.



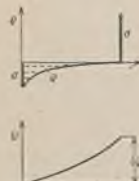
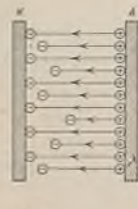
Sl. 1. P. C. Hewittov usmjerivač sa čeličnom posudom.

Predpostavimo, da u evakuiranom prostoru imamo dvije elektrode u udaljenosti a . Jedna od njih, katoda K, može da emitira po volji velik broj elektrona. Između anode i katode vlada razlika potencijala U_a tako da bi u slučaju da nema emisije

elektrona iz katode, između elektroda bilo homogeno polje sa površinskim nabojem σ (slika 2).



Sl. 2



Sl. 3

Dode li do emisije iz katode (sl.3) to će se poremetiti razdioba polja i između elektroda imati ćemo izvjestan prostorni naboj. Zamislamo si, da se među elektrodama nalazi u nekom momentu oblak elektrona sa gustoćom od n_e elektrona/m³, koji se giblje prema anodi brzinom v_e m/s; tada je struja među elektrodama određena sa $i = n_e \cdot e \cdot v_e$. Ovakovu struju nazivamo unipolarnom, jer se transport elektriciteta vrši samo pomoću negativnih naboja. Gustoća prostornog naboja, koji nastaje uslijed ove struje elektrona je

$$\rho = n_e e \quad (\text{C/m}^3),$$

Ovi slobodni naboji prouzrokuju jedno novo polje, koje poremećuje prijašnju razdioba polja. Dok je gustoća prostornog naboja ρ mala prema površinskom naboju σ bit će distorzija polja mala (sl.3). Povećamo li međutim struju elektrona, to će kod izvjesne struje doći do takovog djelovanja prostornog naboja da će jakost polja uz katodu pasti na nulu. U slučaju dviju paralelnih elektroda može se pokazati, da to nastupa kad struja elektrona naraste na vrijednost

$$i_e = 2.33 \cdot 10^{10} \cdot \frac{U^{3/2}}{a^2} \quad (\text{A/m}^2),$$

gdje je U u voltima a a u m. U tom slučaju ne djeluje više nikakova sila na elektrone koji izlaze iz katode, pa je nemoguće daljnje pojačavanje struje, koja teče među elektrodama.

Zamislamo sada, da je anoda u stanju, da emitira po volji velik broj pozitivnih iona. U tom slučaju imademo tako zvano ambipolarno strujanje, u kojem pod utjecajem polja lete elektroni i ioni jedan nasuprot drugome (sl.4). Uslijed strujanja iona

treba probanjem naći E_{j1} i E_1 koje za istu D_1 daju $E_1/E_{j1} = \eta$ odnosno za istu D_2 daju $1/\eta = E_{j2}/E_2$ (sl. 14).

Osim jednostavnosti i lakoće rukovanja, izloženi nomogram ima i tu prednost što omogućava znatno preciznije određivanje pojedinih veličina od drugih grafičkih metoda. Pošto se nomogram zasniva na određivanju pravih, a ne krivih slabljenja polja, određivanje ovih pravih može se izvršiti znatno preciznije nego ma koje krive linije ili kruga. Umesto crtanja pravih linija, dovoljno je samo obeležiti odgovarajuće tačke na nomogramu i služiti se indeksom pravom nacrtanom na transparentu.

Primer d b a: Izrazi »statičke odnosno dinamičke zone akcije« uzeti su u nedostatku boljih izraza. Možda bi u mesto ovih pravilnije odgovarali izrazi »nepromenljivo odnosno promenljive zone akcije«.

6. Zaključak

Dinamičke zone akcije jedne ili više stanica, u slučaju nehomogene sredine, daju sliku koja je bliža stvarnosti, nego ona koju pružaju statičke zone akcije. Kod ovih proračuna potrebno je znati ne samo raspodelu električnih konstanti po celoj oblasti dejstva stanica, već i promene ovih konstanti u toku vremena. Sličan postupak proračuna se upotrebljava pri propagaciji kratkih talasa, što međutim nije slučaj kod srednjih

talasa, ma da kod ovih ovaj problem nije složeniji.

Razmatranje dinamičkih zona akcije mreže stanica omogućava iznalaženje optimalnog rasporeda i zona akcije stanica, kao i eventualnu mogućnost uštede na snazi pojedinih stanica. Mada se u slučaju nehomogene sredine ne mogu postaviti neka pravila u pogledu postupka kod proračuna, izložene metode znatno uprošćavaju ove proračune.

Literatura:

- [1] M. Argirović, Propagacija elektromagnetnih talasa preko nehomogenog zemljišta. EV 1951, br. 8-9.
- [2] M. Argirović, Méthode générale de calcul des conductivités du sol hétérogène. »Annales des Télécommunications«, juni 1953, br. 6.
- [3] D. C. Espley, The optimum spacing of broadcast transmission. »Wireless Engineers«, februar 1951, br. 329.
- [4] R. Mesny, Radioélectricité générale I. Izd. E. Chiron, Paris 1935.
- [5] D. Petrocokino, De la prise de terre localisée au réseau de terre étendue »Revue générale d'électricité«, februar-mart 1950, br. 2-3.
- [6] F. E. Terman, Radio Engineering. Izd. Mc. Graw-Hill, New York 1947.
- [7] Ionospheric radiopropagation. Izd. National Bureau of Standards, Washington 1948.

Adresa autora: Ing. Milenko Argirović, Beograd, Njegoševa 32.

Razmatranja o treptaju (II)

DK 621.3.018.2

Duro Svarc, Zagreb

(Uredništvo je primilo članak 4. V. 1953.)

Na sl. 3 nacrtan je u najgornjem dijagramu treptaj, a pokraj njega na desno je njegov versorski prikaz na prvi naprijed opisani način. Jednostavnosti radi uzeto je $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Istaknute su pri treptaju tačke, gdje treptaj ima vrijednost nula, tj. kad versor stoji okomito na vremenskoj liniji, i tačke u kojima treptaj tangira dodirnu liniju, dakle kad versor padne u zajednički pravac s momentanim položajem vremenske linije. Pripadne tačke treptaja i položaji vrška versora označene su istim arapskim ciframa, a položaji vremenske linije, koji odgovaraju tim tačkama, označeni su jednakim rimskim brojkama. Da slika ne bi bila prenatrpana, nisu neki manje istaknuti položaji versora i vremenske linije ucrtani počev od ishodišta, nego samo u blizini vrška. Na drugom dijagramu odozgo tj. na treptaju, koji predstavlja derivaciju gornjeg treptaja, unesene su iste arapske cifre, koje odgovaraju ciframa gornjeg treptaja. Versorski prikaz za dijagram derivacije desno od istoga označen je na analogni način kao i versorski prikaz za početni treptaj. Vremenska linija za derivaciju, koja bi bila prednji krak vremenskog krsta, je naravno uvijek za 90° ispred vremenske linije

gornjeg treptaja. Vidi se međutim jasno, da se pomaci derivacionog versora prema momentanim položajima njegove pripadne vremenske linije ne razlikuju samo za 90° od korespondentnih gornjih pomaka, nego im pridolazi još i kut $(\beta - \alpha)$. Na pr. položaj versora 5 u gornjem prikazu stoji okomito na pripadnom položaju V njegove vremenske linije, a korespondentni položaj 5 ispod toga u versorskom prikazu derivacije ne leži u istom pravcu sa položajem V ove druge vremenske linije, što bi odgovaralo pomaku za 90° , nego je prema istoj pomaknut za kut $(\beta - \alpha)$.

Versori, koji kruže tj. u najgornjem prikazu $\bar{A}_2$, a u prikazu derivacije $\bar{A}_2 \omega_2$ su naravno međusobno uvijek paralelni.

Treći dijagram prikazuje treptaj kako bi izgledao, da se veličina amplitude ne bi umanjivala, dakle kad bi njena vrijednost uvijek iznosila $(A_1 + A_2)$. Korespondente tačke k prvim dvjema dijagramima označene su istim arapskim ciframa s indeksom z (tj. zamišljeno).

Pri versorskoj predodžbi na ovoj slici versori bi progresivno kružili. Kod kruženja u gornjem prikazu promjenljivi bi se versor iz položaja označenog sa m do položaja označenog sa n

RADOVI – PODRUČJE TITRAJNIH KRUGOVA

temeljima, a radi mogućnosti uravnavanja ti su štapići bili obješeni na pomoćne nosače, koji su se oslanjali na gornju plohu temelja. To je ovješeno provedeno putem vijaka za udešavanje, što je sve skupa omogućavalo brzo i točno uravnavanje stupova, koje je vršeno pomoću vijaka i šablona prema centralnom foku. Nakon uravnavanja ubetonirani su ugaoi stupovi u temeljima do $\frac{1}{4}$ dubine.

Nakon pet do šest dana nastavila bi podizanje stupa druga grupa od 6 do 8 ljudi, koja bi pomoću drvene montažne igle podizala pojedine ugaone stupove skupa s pripadnim dijagonalama, a zatim stupove međusobno pričvrstila vijcima. Kod ovog načina podizanja stupova nisu potrebna nikakva sidra, jer je donji dio stupa već u temelju potpuno stabilan. Podizanjem konzola i vrška stupa ova bi grupa završavala svoj posao. Penjanje na stup vršeno je pomoću specijalnih penjalice s gumenim ulošcima, koje se dadu regulirati prema promjeru cijevi po kojoj se penje.

Punjenje cijevi betonom vršeno je samo kod ugaonih stupova. To je radila posebna grupa od 9 ljudi. Miješanje betona vršeno je ručno, a posebna pažnja pridana je sastavu betona i granulaciji agregata. Kvaliteta betona je marke 300. Silunak ne smije imati prevelika zrna, da se dobije potpuna i jednolična ispunjena cijevi betonom. Beton je podizan na stup u kablčićima od 25 litara i to pomoću malog ručnog vitla, pričvršćenog na ugaoi stup stupa. Uže za podizanje prolazi kroz kotur na poluzi, koja je vijcima učvršćena na vrh stupa, gdje imače dolazi stezaljka za zaštitno uže. Da se izbjegne njihanje kablčića i udaranja u stup, zategnuto je jedno čelično uže duž stupa s njegove unutarnje strane, po kojem klize jedna očka pričvršćena na ručku kablčića, tako da to čelično uže služi kao vodilica.

Istodobno se betonom pune drje ugaone cijevi, koje leže dijagonalno jedna nasuprot druge. Radi lakšeg punjenja upotrebljeni su ljevci u obliku korita, koji se nataknu odozgo u cijev. Korita su punjena naizmjenično betonom iz kablčića, dok se iz korita sipa beton jednolično u cijev. Prilikom punjenja stupa je bio vibriran pomoću dva vibratora, koji su bili pričvršćeni na ugaonim cijevima u visini donjeg kraja najgornjeg dijela stupa. Na tom mjestu postoji ujedno najveća opasnost da prilikom punjenja dođe do začepljenja betonom, pa je tome bilo potrebno pridati odgovarajuću pažnju. Da bi se postigla potpuna ispunjena betonom, trebalo je osigurati mogućnost

izlaza uzduha iz cijevi, što je postignuto pomoću malih rupa izbušenih u ugaonim cijevima ispod spojnih prihranica. Upotrebljeni vibratori su pneumatski sa 3850 titranja u minuti, a njih snabdjeva prevozni kompresor od 6 atmosfera s dizelskim motorom.

Nakon što su betonom ispunjene sve ugaone cijevi, vibriranje je vršeno još 10 do 15 minuta, prilikom čega se beton u cijevima znao slegnuti za 50 do 60 cm, što je naknadno još trebalo dopuniti. Nakon što je završeno punjenje cijevi, ispunjen je preostali dio rupe u temelju i time je faza rada podizanje stupova bila završena.

Za podizanje nosnih stupova utrošeno je prosječno 100 radnih sati po stupu, a za zatezne stupove prosječno 120 radnih sati po stupu. Za punjenje cijevi betonom utrošeno je prosječno 45 radnih sati po stupu.

Kod prvih nekoliko stupova podizanje je vršeno prema praksi firme Motor-Columbus, tako da se ravnanje stupa vršilo tek nakon što je čitav stup bio podignut i sastavljen. To je dovodilo do izvjesnih poteškoća, tim više što su stupovi morali biti u potpunosti podignuti bez ikakvog učvršćenja u temelju, pa ih je trebalo solidno usidriti čeličnim užetima, da se izbjegnu eventualna rušenja stupova. Budući da ovaj način podizanja nije zadovoljio, prešlo se na učvršćivanje stupa u temelju već nakon podizanja prvog najdonjeg dijela stupa, i na daljnju montažu, kao što je prije opisano, čime se posao pojednostavio i ubrzao.

Isto tako i način podizanja betona, kako je prije opisan, razlikuje se od švicarskog načina rada, te je pokazao vrlo dobre rezultate.

Zaključak

Iskustva stečena prilikom gradnje ovog voda pokazala su da je bilo moguće postići potrebnu preciznost izrade bez poteškoća, a ujedno su sakupljena dragocjena iskustva za još bolju organizaciju gradnje ubuduće. Prilikom gradnje došlo su jako do izražaja prednosti ovakve izvedbe stupova, kao što su male količine materijala za transport, te brza izrada i mali broj ljudstva na terenu. Na taj način pokazala se ovakva izvedba veoma prikladnom i za naše prilike, pa možemo očekivati i daljnja primjena stupova od čeličnih cijevi ispunjenih betonom kod gradnje naših budućih vodova najrješivijeg napona.

Naslov autora:

Doc. dr. ing. Božidar Stefančić, Zagreb, Buljčeva 7.
Ing. Ranko Skarić, Zagreb, Subičeva 21.

Razmatranja o treptaju (I)

Duro Svare, Zagreb

(Uredništvo je primilo članak 4. V. 1953.)

DK 421.3.018.2

Considerations upon the beat. The author presents the beat as rotation of a versor around another versor with the time base rotating simultaneously. Further he describes the beat as projection on the vibrating direction of a point describing a cycloid. He studies the relationship of the beat and its derivative with regard to the time with the aid of the sine curve the front leg of which represents the derivative the rear leg, however, the beat. He observes the frequency modulation of the rotation of resulting versors. In a graphic construction he shows all three possible kinds of phase retardation, i. e. 1) the time base having the direction of the versor going through zero, 2) having the direction perpendicular to it and 3) having an arbitrary direction. He calculates the terms for the cosine and sine spectra of the beat starting at $t=0$ and shows them in a graphical construction.

Betrachtungen über die Schwebung. Der Autor stellt die Schwebung als Drehung eines Versors um einen weiteren ruhenden Versor bei gleichzeitiger Drehung der Zeitachse dar. Versor beschreibt er die Schwebung als Projektion eines Punktes, der eine Zykloide beschreibt, auf die Schwebungsdrehrichtung. Er untersucht die Abhängigkeit der Schwebung und ihres Differentialquotienten in der Zeit mit Hilfe des Sinuskreises, auf dessen vorderem Schenkel der Differentialquotient, am hinteren die Schwebung dargestellt wird. Er beobachtet die Frequenzmodulation der Drehung der resultierenden Versoren. In einer Konstruktion zeigt er alle drei möglichen Arten des Phasensprungs, d. h. 1) wenn die Zeitachse in der Richtung des durch den Nullpunkt gehenden Versors liegt, 2) wenn sie auf diesen senkrecht steht und 3) wenn sie in einer beliebigen Richtung liegt. Er berechnet die Ausdrücke für des Cosinus- und Sinus-Spektrum der Schwebung, die im Zeitpunkt $t=0$ beginnt, und stellt sie mit einer zeichnerischen Konstruktion dar.

Considérations sur les battements. L'auteur présente le battement à l'aide de la rotation d'un verset autour d'un autre verset son repos avec rotation simultanée de la base de temps. Alors il décrit le battement comme projection d'un point décrivant une cycloïde sur la direction de vibration. Il étudie la dépendance du battement et de sa dérivée à l'égard du temps à l'aide de la courbe de temps dont la jambe de devant sert pour la représentation de la dérivée, et la jambe d'arrière pour le battement. Il observe la modulation de fréquence de la rotation des versets résultants. Par une construction graphique il montre toutes les trois façons de déphasage brusque, c'est-à-dire 1) la base de temps ayant la direction du verset passant par le point zéro, 2) la base de temps ayant la direction perpendiculaire à ce verset et 3) ayant une direction quelconque. Il calcule les termes pour les spectres des cosinus et des sinus du battement commençant au temps $t=0$, et il les construit graphiquement.

Obično se u literaturi treptaj proučava pomoću računskih analitičkih formula. Mi ćemo međutim poći drugim putem i u tu svrhu upotrebiti versorski prikaz te će tako zbijanja biti zorna, a pojedine okolnosti razumljivije.

Kao što je poznato treptaj je aditivna kombinacija dvaju harmoničkih titraja nejednakih frekvencija t. j.

$$a = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Uvedemo li

$$(\omega_2 - \omega_1) = \Delta\omega \text{ te } (\varphi_2 - \varphi_1) = \Delta\varphi,$$

biti će

$$\begin{aligned} a &= A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + \\ &+ A_2 \sin[(\omega_1 + \Delta\omega)t + (\varphi_1 + \Delta\varphi)], \\ a &= A_1 \sin \omega_1 t \cos \varphi_1 + A_1 \cos \omega_1 t \sin \varphi_1 + \\ &+ A_2 \cos(\varphi_1 + \Delta\varphi) \times \\ &\times [\sin \omega_1 t \cos \Delta\omega t + \cos \omega_1 t \sin \Delta\omega t] + \\ &+ A_2 \sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) \times \\ &\times [\cos \omega_1 t \cos \Delta\omega t - \sin \omega_1 t \sin \Delta\omega t]. \\ a &= \sin \omega_1 t \{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos(\varphi_2 + \Delta\omega t)\} + \\ &+ \cos \omega_1 t \{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin(\varphi_2 + \Delta\omega t)\}. \end{aligned}$$

Izrazi u vitičastim zagradama su obje projekcije vremenski promjenljivog versora prema sl. 1 gore lijevo, čiji se vršak pokriva s vrškom



Sl. 1.

$A_1 = 2,4 \text{ cm}$; $A_2 = 1,4 \text{ cm}$; $\omega_1 = 1,67/\text{s}$; $\omega_2 = 2,28/\text{s}$; $\varphi_1 = 32^\circ$; $\varphi_2 = 70^\circ$; p. t.: smjer titranja.

versora $\vec{A}_2$, koji kruži kutnom brzinom $(\omega_2 - \omega_1) = \Delta\omega$ oko vrška »mirnog« versora $\vec{A}_1$, koji naravno prema vremenskoj liniji nije miran. Vremenska linija vrti se pri tome iz svog ucrtanog početnog položaja kutnom brzinom $-\omega_1$, a čitav će izraz t. j. momentana vrijednost treptaja a biti projekcija vremenski promjenljivog versora na momentani položaj vremenske linije. Razumije se samo po sebi, da uloge versora $\vec{A}_1$ i $\vec{A}_2$ možemo međusobno zamijeniti (sl. 1 gore desno) i tada će »mirovati« versor $\vec{A}_2$, a oko njegovog vrška će kružiti versor $\vec{A}_1$ kutnom brzinom $(\omega_1 - \omega_2) = -\Delta\omega$, dok će se vremenska linija vrtjeti kutnom brzinom $-\omega_2$. Kao što se vidi, ako je $\omega_2 > \omega_1$

to će se u ucrtanom položaju pri prvoj predodžbi promjenljivi versor i vremenska linija vrtjeti jedno drugome nasuprot, a u drugoj predodžbi u istom smjeru. Iz ovoga slijedi, da se svaki treptaj za slučaj da su komponentne amplitude nejednake t. j. da je $A_1 \neq A_2$ može predstaviti promjenljivim versorom, koji se njiše oko svog srednjeg položaja ili pak versorom, koji progresivno kruži promjenljivom kutnom brzinom u jednom smjeru.

Sl. 1 dolje lijevo prikazuje adekvatnu predodžbu kao sl. 1 gore lijevo. Ovdje se veća kružnica valja bez trenja po obodu manje kružnice i pri tome vršak versora $\vec{A}_2$, koji se okreće s tom većom kružnicom, opisuje cikloidnu krivulju. Projekcije točaka te krivulje na »pravac titranja« daju momentane vrijednosti treptaja a. Označimo li polumjer manje kružnice sa r_v , a veće sa R_v tada će važiti jednadžba $r_v \omega_1 = R_v (\omega_2 - \omega_1)$ i dalje $(r_v + R_v) = A_1$. Valjanje pak uslijedi takvom brzinom, da se spojnica ishodišta i središta veće kružnice t. j. versor $\vec{A}_1$ vrti kutnim brzinom ω_1 .

Sl. 1 dolje desno prikazuje adekvatnu predodžbu kao sl. 1 gore desno. Ovdje važe — ako su sada polumjeri označeni sa r_u odnosno R_u — jednadžbe $r_u \omega_2 = R_u (\omega_2 - \omega_1)$ i još $(R_u - r_u) = A_2$. Veća kružnica valja se i opet po manjoj i to tako, da se spojnica ishodišta i njenog središta t. j. versor $\vec{A}_2$ vrti kutnom brzinom ω_2 . Kao što je razvidno cikloidnu krivulju opisuje vršak od $\vec{A}_1$.

Gornja i donja dodirna krivulja treptaja dobiju se, ako se momentane vrijednosti promjenljivog versora uzete pozitivno i negativno ucrtaju kao ordinate u ovisnosti od momentanih vrijednosti apseisa, koje znače dotična vremena. Jednadžbe obih dodirnih krivulja glasiće će stoga prema cosinusovom poučku za obje predodžbe (pošto vrijednost cosinusa ne ovisi o predznaku kuta)

$$\begin{aligned} y &= \pm \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1 A_2 \cos[\pi - (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)]} = \\ &= \pm \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}. \end{aligned}$$

Treptaj će biti periodičan, ako po isteku nekog vremena t kružnica, koja se valja u sl. 1 dolje lijevo ili desno, dođe opet u svoj početni položaj. To je moguće samo onda, ako nekom cijelom broju n punih okretaja jedne kružnice prema drugoj odgovara cijeli broj n punih okretaja druge kružnice pri čemu su m i n najmanji mogući cijeli brojevi.

Upotrebimo li odnosne već poznate indekse, to će važiti za sl. 1 dolje lijevo $2 r_v \pi m_v = 2 R_v \pi n_v$ ili $r_v/R_v = n_v/m_v$. Međutim imamo od prije

$$\frac{r_v}{R_v} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1}$$

te je stoga

$$\frac{n_v}{m_v} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1}$$

odnosno

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m_v + n_v}{m_s}$$

Za sl. 1 dolje desno važi analogno

$$2 r_a \pi m_a = 2 R_a \pi n_a$$

ili

$$\frac{r_a}{R_a} = \frac{n_a}{m_a} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2}$$

odnosno

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{m_a}{m_a - n_a}$$

Ta dva dobivena izraza daju naravno isti cifarski omjer za ω_2/ω_1 . Prema tome će trajanje jedne periode treptaja biti

$$T = \frac{m_s 2\pi}{\omega_1} = \frac{n_s 2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{2\pi (m_s + n_s)}{\omega_2}$$

ili

$$T = \frac{m_a 2\pi}{\omega_2} = \frac{n_a 2\pi}{\omega_2 - \omega_1} = \frac{2\pi (m_a - n_a)}{\omega_1}$$

Trajanje pak periode dodirne krivulje je određeno vremenom punog okretaja versora, koji kruži i to sl. 1 gore lijevo sa $2\pi/(\omega_2 - \omega_1)$ ili sl. 1 gore desno sa $-2\pi/(\omega_1 - \omega_2)$, dakle isto. To je trajanje kao što se vidi $n_s (= n_a)$ puta manje od trajanja periode treptaja.

Radi odnosa množine elektricitete i struje n. pr. kod neprigušenih vezanih električnih sistema bez prisutnosti vanjskog napona važno je da se prouči diferencijalni kvocijent treptaja po vremenu, koji glasi

$$\frac{da}{dt} = \omega_1 A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \omega_2 A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Na sl. 2 konstruiran je za oba naša slučaja taj diferencijalni kvocijent povlačenjem versora $j\omega_1 A_1$ (tj. okomito na versor $\hat{A}_1$) i versora $j\omega_2 A_2$ (tj. okomito na versor $\hat{A}_2$). Njihova rezultanta je opet vremenski promjenljiv versor, kako se to razabire u drugom kvadrantu slike, a sam diferencijalni kvocijent je projekcija vrška toga promjenljivog versora na vremensku liniju, dakle treptaj. Opet su uočljiva dva načina tj. jednom kruži versor $j\omega_2 A_2$ kutnom brzinom $(\omega_2 - \omega_1)$ oko smirnog versora $j\omega_1 A_1$ a drugi puta kruži versor $j\omega_1 A_1$ kutnom brzinom $(\omega_1 - \omega_2)$ oko smirnog versora $j\omega_2 A_2$. U prvom slučaju vrši se vremenska linija kutnom brzinom $-\omega_1$, a u drugom kutnom brzinom $-\omega_2$.

Međutim mi možemo diferencijalni kvocijent predočiti tako, da ne riješimo okomice, nego da u smjeru versora A_1 ucrtaemo versor $\omega_1 A_1$, a versor $\omega_2 A_2$ ucrtaemo paralelno s versorom $\hat{A}_2$ no s time, da sada nemamo samo vremensku liniju, nego vremenski krstac na čiji prednji krak (u smjeru gibanja krsta!) projiciramo vršak crtkanog vremenskog promjenljivog versora, koji će nam dati diferencijalni kvocijent, a na stražnji krak (koji

smo prije zvali vremenskom linijom) projiciramo vršak puno izvučenog vremenskog promjenljivog versora, koji nam daje — kako znamo — momentanu vrijednost treptaja.

Na taj način imat ćemo dva trokuta od kojih po jedna stranica leži u zajedničkom pravcu, a druge, od kojih svaka kruži istom kutnom brzinom oko pripadne smirne stranice, su paralelne. Treće stranice su navedeni vremenski promjenljivi versori.

Promatrat ćemo detaljno lijevi crtež. Kad bi u našoj slici oba promjenljiva versora pala u zajednički pravac, onda bi to značilo, da bi — ako bi se vratili na uobičajeni način predočivanja sa samo vremenskom linijom — valjalo oba versora narisati sa međusobnim faznim pomakom od tačno 90° . Međutim u našem crtežu oni će imati veći fazni pomak tj. $90^\circ + (\beta - \alpha)$. Tokom kruženja paralelnih stranica na našoj slici tj. $\hat{A}_2 \omega_2$ i $\hat{A}_2$ će se oba versora pokrivati dva puta tj. u maksimumu i minimumu promjenljivog versora, a razlika $|(\beta - \alpha)|$ će se jednom približavati ka 90° , a drugi puta odbijati od toga.

Kut β u bilo kojem vremenu t dobije se kako slijedi:

$$r + \beta = (\varphi_2 - \varphi_1) + \Delta\omega t$$

$$A_1 \omega_1 : A_2 \omega_2 = \sin r : \sin \beta =$$

$$= \sin [(\varphi_2 - \varphi_1) + \Delta\omega t - \beta] : \sin \beta,$$

$$A_1 \omega_1 \sin \beta = A_2 \omega_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t) \cos \beta -$$

$$- A_2 \omega_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t) \sin \beta,$$

$$\beta = \arctg \frac{A_2 \omega_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{A_1 \omega_1 + A_2 \omega_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}.$$

Sasvim analogno slijedi u bilo kojem vremenu t :

$$r + \alpha = (\varphi_2 - \varphi_1) + \Delta\omega t$$

$$A_1 : A_2 = \sin r : \sin \alpha =$$

$$= \sin (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t - \alpha) : \sin \alpha$$

$$A_1 \sin \alpha = A_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t) \cos \alpha -$$

$$- A_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t) \sin \alpha$$

$$\alpha = \arctg \frac{A_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{A_1 + A_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}$$

$$(\beta - \alpha) = \arctg \frac{A_2 \omega_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{A_1 \omega_1 + A_2 \omega_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)} -$$

$$= \arctg \frac{A_2 \sin (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{A_1 + A_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}.$$

Za desnu predodžbu u sl. 2 dobit ćemo odnosne formule za β_1 te α_2 jednostavnim cikličkim izmjenjivanjem veličina A_1 , φ_1 , ω_1 sa veličinama A_2 , φ_2 , ω_2 i obratno.

Odmah je vidljivo, da kod $\omega_2 = \omega_1$ kut β (odnosno β_1) postaje jednak kutu α (odnosno α_1), koji je neodvisan od vremena. Titraj je postao harmoničan. Kod $\omega_2 + \omega_1$ kut $(\beta - \alpha)$ odnosno

$(\beta_1 - \alpha_1)$ postaje jednak nuli za slučaj da sin u brojniku postaje nula, dakle u času kad je $(q_2 - q_1 + \Delta\omega t) = 0$ ili $n\pi$ (odnosno $(q_1 - q_2 -$



SL. 2.

$A_1 = 3.2 \text{ cm}$; $A_2 = 1 \text{ cm}$; $\omega_1 = 1.12 \text{ s}^{-1}$; $\omega_2 = 3.4 \text{ s}^{-1}$;
 $q_1 = 12^\circ$; $q_2 = 79^\circ$.

$-\Delta\omega t) = 0$ ili $-n\pi$), gdje je n bilo koji cijeli pozitivni broj.

Od interesa su izrazi $\frac{d(\alpha + q_1)}{dt}$, $\frac{d(\beta + q_1)}{dt}$ odnosno $\frac{d(\alpha_1 + q_2)}{dt}$, $\frac{d(\beta_1 + q_2)}{dt}$ jer će oni značiti momentanu promjenu osnovnih frekvencija ω_1 odnosno ω_2 dotičnih amplitudno promjenljivih versora. Maksimalna promjena tih frekvencija bila bi pak domet promjene — ili razmah — tih osnovnih frekvencija. Strogo uzevši trebalo bi govoriti n. pr. o $\frac{d(\alpha + q_1)}{dt}$ mjesto o $\frac{d(\alpha - \alpha_0)}{dt}$, gdje je ω_0 kut kod $t = 0$ tj.

$$\arctg \frac{A_2 \sin(q_2 - q_1)}{A_1 + A_2 \cos(q_2 - q_1)},$$

dok je fazni kut promjenljivog versora jednak $(q_1 + \alpha_0)$. Međutim matematski izlazi to na isto,

$$\begin{aligned} \frac{d(\alpha + q_1)}{dt} &= \frac{A_1 A_2 \Delta\omega \cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t) + A_2^2 \Delta\omega}{A_1^2 + 2 A_1 A_2 \cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t) + A_2^2} \\ \frac{d(\beta + q_1)}{dt} &= \frac{A_1 A_2 \omega_1 \omega_2 \Delta\omega \cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t) + A_2^2 \omega_2^2 \Delta\omega}{A_1^2 \omega_1^2 + 2 A_1 A_2 \omega_1 \omega_2 \cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t) + A_2^2 \omega_2^2} \end{aligned}$$

Cikličkim izmjenjivanjem dobili bismo odnosne izraze za $\frac{d(\alpha_1 + q_2)}{dt}$ te $\frac{d(\beta_1 + q_2)}{dt}$. Najveća pro-

mjena frekvence tj. njen razmah biti će kad je u prednjim formulama $\cos = -1$. Modulacija kod $\cos = +1$ u protivnom smjeru je slabija.

Iz tih formula proizlazi, da će — shodno našoj sl. 2 lijevo — kutna brzina versora, koji se njiše tj. $\frac{d(\alpha + q_1)}{dt}$ postati jednaka nuli kod $\cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t) = -A_2/A_1$ i dalje da će kutna brzina njemu pridruženog versora, koji se tako-

der njiše tj. $\frac{d(\beta + q_1)}{dt}$ postati jednaka nuli kod

$$\cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t) = \frac{-A_2 \omega_2}{A_1 \omega_1}.$$

Naprotiv — prema sl. 2 desno — ne će kutna brzina $\frac{d(\alpha_1 + q_2)}{dt}$ odnosno $\frac{d(\beta_1 + q_2)}{dt}$ nikada postati jednaka nuli, jer cikličkom izmjenom proizlazi, da je

$$\cos(q_1 - q_2 - \Delta\omega t) = \frac{-A_1}{A_2}$$

odnosno $= \frac{-A_1 \omega_1}{A_2 \omega_2}$ tj. manje od -1 , što je nemoguće. Znači, da sada ti versori progresivno kruže.

Ekstremne vrijednosti razlike kuteva $(\beta - \alpha)$ odnosno $(\beta_1 - \alpha_1)$ dobit će se pomoću $\frac{d(\beta - \alpha)}{dt} = 0$ odnosno $\frac{d(\beta_1 - \alpha_1)}{dt} = 0$ te će prema tomu u tom času kutne brzine pridruženih versora biti jednake i po smjeru i po apsolutnoj vrijednosti.

Ekstremne vrijednosti razlike kuteva $(\beta - \alpha)$ nastupaju pri prvoj predodžbi u času kad je

$$\begin{aligned} \cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t) &= \frac{A_1 A_2 (\omega_1^2 - \omega_2^2)}{(A_1^2 - A_2^2) \omega_1 \omega_2 - (A_1^2 \omega_1^2 - A_2^2 \omega_2^2)}, \end{aligned}$$

a ekstremne vrijednosti razlike $(\beta_1 - \alpha_1)$ prema drugoj predodžbi dobili bismo opet našom izmjenom.

Prema tome da li ćemo iz cosinusove vrijednosti zaključiti, da je $(q_2 - q_1 + \Delta\omega t)$ jednako kutu $(n 2\pi + \alpha)$ ili $[(n + 1) 2\pi - \alpha]$ odnosno da li je $(q_1 - q_2 - \Delta\omega t)$ jednako kutu $-(n 2\pi + \alpha)$ ili $-(n + 1) 2\pi - \alpha$ dobiju se iz formule za $(\beta - \alpha)$ odnosno $(\beta_1 - \alpha_1)$ maksimum ili minimum tih razlika.

Međutim će se kod $A_1 + A_2$ uz $A_1 \omega_1 + A_2 \omega_2$ pomoću tih formula dobiti uistinu realna tražena ekstremna razlika samo onda, ako se oba promjenljiva versora ili njišu ili ako oba kruže (n. pr. ako je pri prvoj predodžbi $A_2 < A_1$ uz $A_2 \omega_2 < A_1 \omega_1$ odnosno ako je pri drugoj predodžbi $A_1 > A_2$ uz $A_1 \omega_1 > A_2 \omega_2$). Samo tada će izrazi za $\cos$ biti pravi razlomci. Kod slučaja da je $A_1 = A_2 = A$ ili kod slučaja da je $A_1 \omega_1 = A_2 \omega_2$ (istovremeno postojanje obaju postulata znači, da postoje dva jednaka fazno pomaknuta versora, koji daju rezultantni harmonični titraj) dobili bismo prema gornjim formulama, da je ekstremna razlika $(\beta - \alpha)$ odnosno $(\beta_1 - \alpha_1)$ nastupila prvi puta kad kut $(q_2 - q_1 + \Delta\omega t)$ odnosno $(q_1 - q_2 - \Delta\omega t)$ iznosi π odnosno $-\pi$. Formula za kut $(\beta - \alpha)$ glavit će kod $A_1 = A_2 = A$

$$\begin{aligned} (\beta - \alpha) &= \arctg \frac{\omega_2 \sin(q_2 - q_1 + \Delta\omega t)}{\omega_1 + \omega_2 \cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t)} \\ &= \arctg \frac{\sin(q_2 - q_1 + \Delta\omega t)}{1 + \cos(q_2 - q_1 + \Delta\omega t)}. \end{aligned}$$

Suptrahend možemo pisati

$$\begin{aligned} \arctg \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{1 + \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)} &= \\ &= \arctg \frac{2 \sin \frac{(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{2} \cos \frac{(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{2}}{2 \cos^2 \frac{(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{2}} = \\ &= \arctg \tg \frac{(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{2} = \frac{(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{2} \pm n\pi. \end{aligned}$$

Stoga je

$$(\beta - \alpha) = \arctg \frac{\omega_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{\omega_1 + \omega_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)} - \frac{(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)}{2} \pm n\pi.$$

Kod $(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t) = \pi$ biti će ekstrem kuta $\pm \pi/2$. Ako, kao što je već navedeno, jedan versor kruži, a drugi se njiše, zadobiva cos nemoguće vrijednosti. Znači, da tada ne možemo govoriti o ekstremima $(\beta - \alpha)$ odnosno $(\beta_1 - \alpha_1)$ i u tome slučaju taj kut s vremenom neprestano raste.

(Nastavljeće se.)

Naslov autora: Ing. Đuro Švarc, docent, Zagreb, Ulica 8. maja 1945 br. 45.

Istraživanja s eksperimentalnim baterijskim elektronskim bljeskom

DK 771.449.001.4

Josip Lončar, Zagreb

(Uredništvo je primilo članak 11. XI. 1954.)

Essais sur une torche-clair électronique expérimentale à pile sèche. Des progrès révolutionnaires ont été accomplis dans la photographie instantanée à la lumière artificielle, il y a quelques années, par l'introduction des photo-clairs électroniques aux décharges brusques des condensateurs chargés préalablement à haute tension, les décharges à travers les tubes électroniques au gaz inert étant initiées au moment de l'exposition. Cependant les appareils usuels de ce genre, opérés par accumulateurs à acide et produisant la haute tension continue au moyen d'un vibreur, transformateur et redresseur, sont nécessairement volumineux, lourds, compliqués et bien coûteux. On peut éviter ces inconvénients en employant pour la charge du condensateur des piles sèches aux petits éléments plats modernes comme source directe de tension continue, et une telle pile de bonne qualité peut produire, sans remplacement, des milliers d'éclairs pendant plusieurs mois de service. Mais pour les piles sèches des tensions moins élevées sont indiquées. Pour les condensateurs correspondant aux tensions de quelques centaines de volts seulement, mais en revanche aux capacités des plusieurs centaines de microfarads, les condensateurs secs électrolytiques à l'aluminium s'imposaient. Aussi les tubes-clairs basse tension devaient être développés. Dans l'article sont décrites des expériences encourageantes avec une disposition expérimentale de tel genre. La question des éclairs obtenus à l'aide des piles sèches et de repèges est aussi considérée. A la fin on mentionne les photo-clairs aux condensateurs chargés directement du secteur en courant alternatif par l'intermédiaire d'un redresseur seulement.

Investigations on an experimental Dry Battery Operated Electronic Photo Flash. Revolutionary advancements in high speed artificial light photography were made possible some years ago by the development of photo flashes with abrupt discharge of previously charged high voltage capacitors through a modern inert gas filled electronic tube, the discharge being initiated at the moment of exposure. The usual electronic photo flash, however, with an acid filled storage battery as current source which produces high D. C. voltage by means of a vibrator, high voltage transformer and rectifier, is necessarily rather inconvenient: bulky, heavy, complicated and costly. Instead of it a high voltage dry battery with to-date small flat elements can be used to charge the capacitor directly, and it can give thousands of flashes through months of service without battery replacement. With dry batteries, however, lower tensions applied to much greater capacitances are convenient and, accordingly, lower voltage discharge tubes had to be developed. In the article investigations are described on such an experimentally built device, with dry electrolytic aluminum foil capacitors for 500 V working voltage. Very promising results were obtained. The article also deals with flashes obtained by means of regenerated dry batteries. Finally photo flashes are mentioned with capacitors charged directly from A. C. mains, with the interposition of a rectifier only, e. g. a tubular selenium rectifier.

Untersuchungen an einem trockenbatteriegespeisten elektronischen Photoblitz. Umwälzende Fortschritte in kurzzeitigen Photoaufnahmen mit künstlicher Lichtquelle wurden vor einigen Jahren ermöglicht durch elektronische Einrichtungen mit kurzen Lichtimpulsen von plotzlichen Entladungen vorher geladener Kondensatoren durch edelgasgefüllte Entladungsröhren. Aber in ersten und auch heute noch viel gebrauchten elektronischen Photoblitzten wurde die zu Kondensatorladungen geforderte hohe Gleichspannung mit offenkundig für transportable Einrichtungen unabweisbar Sammler als Stromquelle und mit Hilfe von Stromerhacker, Hochspannungstrafos und Gleichrichter erzeugt, wobei komplizierte, schwere und dazu noch teure Geräte resultierten. Vorteilhaft müßte der Weg erscheinen, den Kondensator direkt von einer Hochspannungstrockenbatterie aus modernen kleinen flachen Zellen zu laden. In diesem Falle ist es indessen angebracht, mit niedrigeren Spannungen und infolgedessen mit Kondensatoren mehrfach größerer Kapazitäten, insbesondere Elektrolytkondensatoren, zu arbeiten, und auch die Entladungsröhren müßten niedrigeren Spannungen angepaßt werden. In dem Aufsatz werden Untersuchungen an einem experimentell zusammengefügten Gerät dieser Art beschrieben. Es wurden ermutigende Resultate mit verfügbaren Batterien erhalten. Anschließend werden direkt von Beleuchtungs-Wechselstromnetzen nur unter Zwischenschaltung einfacher Gleichrichter bediente Photoblitzte, sowie jene ganz primitiven mit unmittelbar von Wechselspannungen hervorgerufenen Entladungen erwähnt.

Kako je poznato, prve naprave koje su prije više godina ušle u upotrebu pod imenom fotografskih elektronskih bljeskova (flash aparata) imale su za proizvodjenje potrebnih visokih istosmjernih napona vibratorsko-ispravljačke uređaje s pogonom iz akumulatorskih baterija od malo elemenata. Kod ovih aparatura stanja pripravnosti postizavaju se time da se iz akumulatora crpenima, vibratorom isjećekanim, transformatorom na visoki izmjenični napon podignutima i ispravljačem u istosmjernu napone sve do kilovoltskih iznosa usmjerena električnim strujama nabija, do dovoljne mjere, kondenzator velikog kapaciteta. A u trenutku kad treba da dođe do fotografske snimke, izazove se prikladno proizvedenom, visokonaponskim impulsom »paljba« u glavnom inertnim plinom (obično ksenonom) punjene cijevi za bljeskove (flash cijevi),

kroz koju potonju se onda smjesta izvrši vanredno naglo izbijanje gore opisanim načinom nabijenoga kondenzatora, praćeno neobično jakim i fotografski djelotvornim udarom svjetlosti iz flash cijevi. Nakon završenoga jednog ciklusa nabijanja kondenzatora i njegova izbijanja kroz flash cijev može se, uz ponovni utrošak struje iz akumulatora, izvršiti odmah drugi ciklus, i slično još vrlo mnogo daljih, sve do iscrplosti akumulatora. A nakon svakog novog punjenja iscrpenoga akumulatora aparatura ostaje slično ponovno sposobna za velik broj fotografskih bljeskova (sama dobro građena flash cijev izdrži i mnogo hiljada izbijanja).

Nema sumnje da je uvođenje gornjih vibratorsko-ispravljačkih elektronskih bljeskova, umjesto starijih bljeskova sa staklenim balonima s aluminijsko-magne-

treba probanjem naći E_{11} i E_1 koje za isto D_1 daju $E_1/E_{11} = \eta$ odnosno za isto D_2 daju $1/\eta = E_{12}/E_2$ (sl. 14).

Osim jednostavnosti i lakoće rukovanja, izloženi nomogram ima i tu prednost što omogućava znatno preciznije određivanje pojedinih veličina od drugih grafičkih metoda. Pošto se nomogram zasniva na određivanju pravih, a ne krivih slabljenja polja, određivanje ovih pravih može se izvršiti znatno preciznije nego ma koje krive linije ili kruga. Umesto crtanja pravih linija, dovoljno je samo obeležiti odgovarajuće tačke na nomogramu i služiti se indeksom pravom nacrtanom na transparentu.

Primerba: Izrazi »statičke odnosno dinamičke zone akcije« uzeti su u nedostatku boljih izraza. Možda bi u mesto ovih pravilnije odgovarali izrazi »nepromenljive odnosno promenljive zone akcije«.

6. Zaključak

Dinamičke zone akcije jedne ili više stanica, u slučaju nehomogene sredine, daju sliku koja je bliža stvarnosti, nego ona koju pružaju statičke zone akcije. Kod ovih proračuna potrebno je znati ne samo raspodelu električnih konstanti po celoj oblasti dejstva stanica, već i promene ovih konstanti u toku vremena. Sličan postupak proračuna se upotrebljava pri propagaciji kratkih talasa, što međutim nije slučaj kod srednjih

talasa, ma da kod ovih ovaj problem nije složeniji.

Razmatranje dinamičkim zona akcije mreže stanica omogućava iznalaženje optimalnog rasporeda i zona akcije stanica, kao i eventualnu mogućnost uštede na snazi pojedinih stanica. Mada se u slučaju nehomogene sredine ne mogu postaviti neka pravila u pogledu postupka kod proračuna, izložene metode znatno uprošćavaju ove proračune.

Literatura:

- [1] M. Argirović, Propagacija elektromagnetnih talasa preko nehomogenog zemljišta. EV 1951, br. 8—9.
- [2] M. Argirović, Méthode générale de calcul des conductivités du sol hétérogène. »Annales des Télécommunications«, juni 1953, br. 6.
- [3] D. C. Espley, The optimum spacing of broadcast transmission. »Wireless Engineers«, februar 1951, br. 329.
- [4] R. Mesny, Radioélectricité générale I. Izd. E. Chiron, Paris 1935.
- [5] D. Petrocokino, De la prise de terre localisée au réseau de terre étendue »Revue générale d'électricité«, februar-mart 1950, br. 2—3.
- [6] F. E. Terman, Radio Engineering. Izd. Mc. Graw-Hill, New York 1947.
- [7] Ionospheric radiopropagation. Izd. National Bureau of Standards, Washington 1948.

Adresa autora: Ing. Milenko Argirović, Beograd, Njegoševa 32.

Razmatranja o treptaju (II)

DK 621.3.018.2

Duro Švarc, Zagreb

(Uredništvo je primilo članak 4. V. 1953.)

Na sl. 3 nacrtan je u najgornjem dijagramu treptaj, a pokraj njega na desno je njegov versorski prikaz na prvi naprijed opisani način. Jednostavnosti radi uzeto je $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$. Istaknute su pri treptaju tačke, gdje treptaj ima vrijednost nula, tj. kad versor stoji okomito na vremenskoj liniji, i tačke u kojima treptaj tangira dodirnu liniju, dakle kad versor padne u zajednički pravac s momentanim položajem vremenske linije. Pripadne tačke treptaja i položaji vrška versora označene su istim arapskim ciframa, a položaji vremenske linije, koji odgovaraju tim tačkama, označeni su jednakim rimskim brojkama. Da slika ne bi bila prenatrpana, nisu neki manje istaknuti položaji versora i vremenske linije ucrtani počev od ishodišta, nego samo u bližini vrška. Na drugom dijagramu odozgo tj. na treptaju, koji pretstavlja derivaciju gornjeg treptaja, unesene su iste arapske cifre, koje odgovaraju ciframa gornjeg treptaja. Versorski prikaz za dijagram derivacije desno od istoga označen je na analogni način kao i versorski prikaz za početni treptaj. Vremenska linija za derivaciju, koja bi bila prednji krak vremenskog krsta, je naravno uvijek za 90° ispred vremenske linije

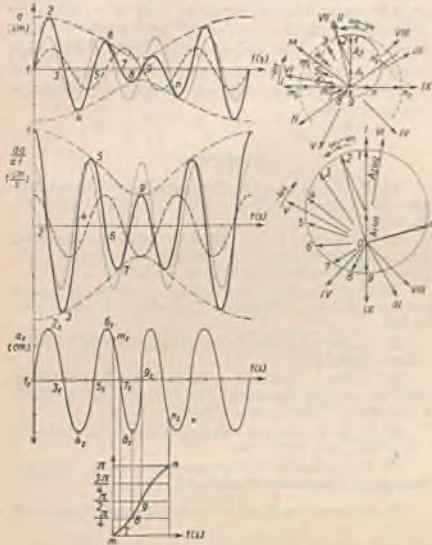
gornjeg treptaja. Vidi se međutim jasno, da se pomaci derivacionog versora prema momentanim položajima njegove pripadne vremenske linije ne razlikuju samo za 90° od korespondentnih gornjih pomaka, nego im pridolazi još i kut $(\beta - \alpha)$. Na pr. položaj versora 5 u gornjem prikazu stoji okomito na pripadnom položaju V njegove vremenske linije, a korespondentni položaj 5 ispod toga u versorskom prikazu derivacije ne leži u istom pravcu sa položajem V ove druge vremenske linije, što bi odgovaralo pomaku za 90° , nego je prema istoj pomaknut za kut $(\beta - \alpha)$.

Versori, koji kruže tj. u najgornjem prikazu $\vec{A}_2$, a u prikazu derivacije $\vec{A}_2 \omega_2$ su naravno međusobno uvijek paralelni.

Treći dijagram prikazuje treptaj kako bi izgledao, da se veličina amplitude ne bi umanjivala, dakle kad bi njena vrijednost uvijek iznosila $(A_1 + A_2)$. Korespondente tačke k prvom dvjema dijagramima označene su istim arapskim ciframa s indeksom z (tj. zamišljeno).

Pri versorskoj predodžbi na ovoj slici versori bi progresivno kružili. Kod kruženja u gornjem prikazu promjenljivi bi se versor iz položaja označenog sa m do položaja označenog sa n

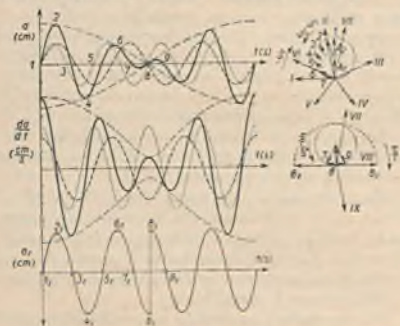
zaokrenuto za 180° . Tački m odgovara položaj vremenske linije označen sa M, a tački n položaj označen sa N. Na dijagramu samog treptaja su tačke m i n također označene. U dijagramu sa



Sl. 3.

Na osima nacrtane udaljenosti znače jedinice.
 $A_1 = 1,2$ cm; $A_2 = 1,8$ cm; $\omega_1 = 1,5$ /s; $\omega_2 = 2$ /s;
 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

zamišljenom nesmanjenom amplitudom tim tačkama odgovaraju tačke m i n. Njihove ordinate se dobiju, ako se u vektorskom gornjem prikazu položaj zamišljenog nesmanjenog vektora m , projicira na položaj vremenske linije M, a položaj



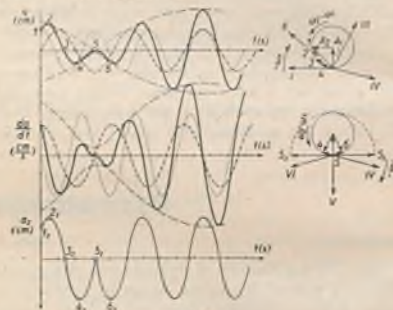
Sl. 4.

Na osima nacrtane udaljenosti znače jedinice.
 $A_1 = A_2 = 1,2$ cm; $\omega_1 = 1,5$ /s; $\omega_2 = 2$ /s; $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

nesmanjenog vektora n , projicira na N. Tada su tražene ordinate dijagrama jednake dužinama $0 - m'$ odnosno $0 - n'$.

Sasvim dolje je prikazana funkcionalna ovisnost kutnog zaokreta promjenljivog vektora u tom intervalu s vremenom izevši položaj m kao početak zaokretanja. Razabire se, da će ta krivulja biti to strmija, što se više amplituda A_2 približava amplitudi A_1 . Kod potpuno jednakih amplituda dogodiće se zaokret momentano tj. nastat će fazni skok.

Sl. 4 prikazuje upravo taj slučaj, da se je amplituda A_2 izjednačila sa amplitudom A_1 . Sve ostale okolnosti su iste kao u sl. 3. Kao što se vidi nastaje »fazni skok« u času, kad se položaj vremenske linije pokriva sa smjerom promjenljivog vektora, koji upravo čini »fazni skok« za 180° i čija je amplituda u tom momentu jednaka nuli. Ordinate treptaja u tom času sa zamišljenom nesmanjenom amplitudom bile bi upravo jednake toj amplitudi, jer se smjerovi vektora i vremenske linije pokrivaju. To je vidljivo iz trećeg donjeg dijagrama.



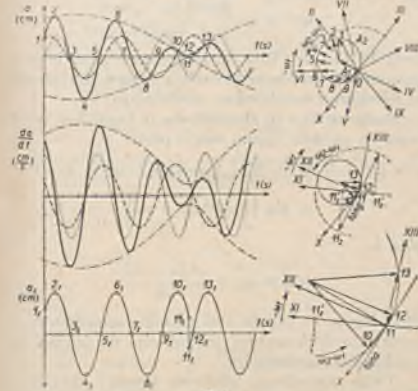
Sl. 5.

Na osima nacrtane udaljenosti znače jedinice.
 $A_1 = A_2 = 1,2$ cm; $\omega_1 = 1,5$ /s; $\omega_2 = 2$ /s; $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = 90^\circ$.

Sl. 5 prikazuje treptaj istih elemenata kao u sl. 4, ali s time, da je $\varphi_2 = 90^\circ$. Sada nastaje »fazni skok« upravo u času, kad je položaj vremenske linije okomit na vektor, koji čini »fazni skok« za 180° , a čija promjenljiva amplituda je naravno jednaka nuli. Donji dijagram pokazuje kako bi sada izgledao treptaj sa zamišljenom nesmanjenom amplitudom.

Bitna je razlika prema onom treptaju u sl. 4 u tome, da ovdje u tački »faznog skoka« diferencijalni kvocijent prolazi kroz nulu istovremeno kad i sam treptaj. To znači, da u sistemima, koji sadrže elastična pera i mase odnosno kapacitet i induktivitet, u tom času nema ni potencijalne (električne) ni kinetičke (magnetske) energije. Prema tome će upravo taj treptaj nastupiti kod vezanih simetričnih neprigušenih sistema u slučaju kad kod njih dolazi do potpune međusobne izmjene energije, dakle kad su njihova oba sinu-

sova titraja, koji predstavljaju ujedno polagani i brzi glavni titraj, jednako uzbuđeni.



Sl. 6.

Na osima nacrtane udaljenosti znače jedinice.
 $A_1 = A_2 = 1,2 \text{ cm}$; $\omega_1 = 1,5/\text{s}$; $\omega_2 = 2/\text{s}$; $\varphi_1 = 62^\circ$; $\varphi_2 = 0$.

Sl. 6 prikazuje opet treptaj istih elemenata kao u sl. 4 samo je ovdje $\varphi_1 = 62^\circ$. Ovdje nastaje »fazni skok« u položaju II kad se vremenska linija u položaju XI nalazi pod ostrim kutem prema smjeru vektora, koji čini »fazni skok«, a koji smjer određuje tangenta u točki II. Da bi situacija bila bolje vidljiva nacrtani su položaji vektora i vremenske linije u blizini položaja II



Sl. 7.

$A_1 = 2,5 \text{ cm}$; $A_2 = 1,2 \text{ cm}$; $\omega_1 = 1,4/\text{s}$; $\omega_2 = 2/\text{s}$.

još i u uvećanom mjerilu. Ordinate treptaja sa zamišljenom nesmanjenom amplitudom na mjestu »faznog skoka« dobit ćemo tako, da tangentu u točki II obostrano produžimo do kruga, čiji je radius $(A_1 + A_2)$ i te obje točke označene sa II₁ projiciramo na pripadni položaj vremenske linije XI. Dužine od ishodišta do obiju točaka II₁ su tražene ordinate.

Točke treptaja u času kad su vektori A_1 i A_2 u istom pravcu odgovaraju harmoničkim funkcijama. Sl. 7 prikazuje te momente za koje su narisani i položaji vremenske linije. U položaju najveće amplitude tj. $(A_1 + A_2)$ opisać će u vremenu dt vektor A_2 luk $A_2(\omega_2 - \omega_1) dt$. Uzevši, da je taj luk opisao vektor nastao algebarskim zbro-

jem dvaju vektora istoga smjera $(A_1 + A_2)$, jer će u vremenu dt amplituda ostati konstantna, znači, da će kutna brzina vektora $(A_1 + A_2)$ biti

$$\frac{A_2(\omega_2 - \omega_1) dt}{(A_1 + A_2) dt} = \frac{A_2(\omega_2 - \omega_1)}{(A_1 + A_2)}$$

Prema vremenskoj liniji pridolazi k toj kutnoj brzini još ω_1 te je stoga kutna brzina vektora $(A_1 + A_2)$ prema vremenskoj liniji

$$\frac{A_2(\omega_2 - \omega_1)}{(A_1 + A_2)} + \omega_1 = \frac{A_2\omega_2 + A_1\omega_1}{(A_1 + A_2)}$$

Diferencijalni kvocijent treptaja prema vremenu imati će stoga amplitudu

$$\frac{A_2\omega_2 + A_1\omega_1}{(A_1 + A_2)} (A_1 + A_2) = (A_2\omega_2 + A_1\omega_1)$$

U položaju najmanje amplitude tj. $(A_1 - A_2)$ opisat će u vremenu dt vektor A_2 luk $A_2(\omega_2 - \omega_1) dt$. Uzevši, da je taj luk opisao vektor nastao algebarskom diferencijom dvaju vektora istoga smjera $(A_1 - A_2)$ moramo mu promijeniti predznak, jer obzirom na ishodište nastaje taj luk vrtinjom na desno, a obzirom na vršak od A_1 vrtinjom na lijevo. Stoga će kutna brzina vektora $(A_1 - A_2)$ biti

$$\frac{-A_2(\omega_2 - \omega_1) dt}{(A_1 - A_2) dt} = \frac{-A_2(\omega_2 - \omega_1)}{(A_1 - A_2)}$$

Prema vremenskoj liniji iznosila bi kutna brzina sada

$$\frac{-A_2(\omega_2 - \omega_1)}{(A_1 - A_2)} + \omega_1 = \frac{A_1\omega_1 - A_2\omega_2}{(A_1 - A_2)}$$

dok bi amplituda diferencijalnog kvocijenta iznosila

$$\frac{A_1\omega_1 - A_2\omega_2}{(A_1 - A_2)} (A_1 - A_2) = A_1\omega_1 - A_2\omega_2$$

Ukoliko bi vektor $j(A_1\omega_1 - A_2\omega_2)$ bio jednak nuli to bi značilo, da vektor $(A_1 - A_2)$ toga časa prema vremenskoj liniji miruje, a ukoliko bi mu smjer bio suprotan od $j(A_1\omega_1 + A_2\omega_2)$ to bi značilo, da se toga časa vrti na desno od iste. Kako u tom položaju $d(a + \varphi_1)/dt$ predstavlja domet promjene frekvencije ili njen razmah, to bi u prvom slučaju domet promjene frekvencije bio upravo jednak osnovnoj frekvenciji ω_1 , a u drugom slučaju bio bi veći od osnovne frekvencije ω_1 .



Sl. 8.

$A_1 = A_2 = 2,4 \text{ cm}$; $\omega_2 > \omega_1$.

Sl. 8 pokazuje slučaj $A_1 = A_2 = A$. Sada će se pri jednoličnoj vrtinji vektora A_2 kutnom brzinom $(\omega_2 - \omega_1)$ rezultatni promjenljivi vektor vrtjeti sa $(\omega_2 - \omega_1)/2$, jer će uvijek središnji kut 2θ

biti dva puta veći od pripadnog obodnog kuta δ . K toj konstantnoj brzini $(\omega_2 - \omega_1)/2$ pridolazi prema vremenskoj liniji još ω_1 te će stvarna kutna brzina promjenljivog vektora prema istoj biti sada

$$\frac{(\omega_2 - \omega_1)}{2} + \omega_1 = \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2}.$$

Pošto imamo konstantnu kutnu brzinu prema vremenskoj liniji, znači, da će tačke treptaja u kojima isti prelazi kroz apscisnu os i tačke u kojima treptajna krivulja dodiruje dodirnu krivulju sljediti naizmjenice jedna za drugom u pravilnim vremenskim razmacima

$$t = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} = \frac{\pi}{\omega_2 + \omega_1}.$$

Naglasiti treba, da se tačka 8 u sl. 4 i nadalje tačka 11 u sl. 6 ne mogu smatrati regularnim tačkama u ovom smislu, jer u njima nije $a = 0$ zbog toga, što bi promjenljivi vektor bio okomit na vremensku liniju, nego zato, što je tada amplituda postala nula. Naprotiv će tačka 5 u sl. 5 biti regularna tačka, jer je tu vektor (ma da mu amplituda ide kroz nulu) okomit na vremensku liniju.

Koliko je valova tj. bregova i dolova između dvaju uzastopnih »faznih skokova«? Neka nam je u sl. 8 pomični vektor A_2 u položaju 1. Da dođe do mjesta »faznog skoka« mora se vektor A_2 zaokrenuti za kut π . Pošto mu je kutna brzina $(\omega_2 - \omega_1)$ trebat će za to vrijeme $t = \pi/(\omega_2 - \omega_1)$. Rezultantni promjenljivi vektor ima prema vremenskoj liniji — kako smo to već pronašli — kutnu brzinu $(\omega_2 + \omega_1)/2$ te će stoga u istom vremenu t prema vremenskoj liniji načiniti kut

$$\frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} \cdot \frac{\pi}{(\omega_2 - \omega_1)}.$$

Ako se taj kut podijeli sa 2π dobije se broj valova, jer je za jedan val potrebno, da se promjenljivi vektor prema vremenskoj liniji okrene za kut 2π . Znači, da će u vremenu t biti

$$\frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} \cdot \frac{\pi}{(\omega_2 - \omega_1)} : 2\pi = \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{4(\omega_2 - \omega_1)}$$

valova, odnosno od jednog »faznog skoka« do drugoga dva puta toliko, jer vektor A_2 mora sada načiniti kut 2π , dakle $\frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2(\omega_2 - \omega_1)}$ valova. Ako je vrijeme između dva »fazna skoka« tj. $\frac{2\pi}{(\omega_2 + \omega_1)}$ multiplum vremena trajanja jednog vala, koje iznosi

$$2\pi : \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} = \frac{4\pi}{(\omega_2 + \omega_1)}$$

tada će se kod »faznog skoka« vremenska linija i vektor nalaziti uvijek u istom međusobnom položaju.

Mi možemo treptaj pisati u formi

$$a = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)} \times \sin[\omega_1 t + \varphi_0(a - a_0)].$$

Ovdje je $\varphi_0 = \varphi_1 + a_0$ kako smo to već naprijed naveli, početni fazni kut promjenljivog vektora uz

$$a_0 = \arctg \frac{A_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{A_1 + A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Tada bi $(a - a_0)$ bila ukupna fazna promjena u vremenu t i mi bismo govorili o faznoj modulaciji uz istodobnu amplitudnu modulaciju.

Međutim ako bi shvatili, da je fazni kut ostao čvrst tj. φ_0 tada bismo mogli pisati

$$a = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)} \times \sin \left[\int \omega(t) dt + \varphi_0 \right],$$

gdje je

$$\omega(t) = \omega_1 + \frac{d(a - a_0)}{dt}.$$

Tada bismo — što je već također spomenuto — govorili o frekventnoj modulaciji uz istodobnu amplitudnu modulaciju.

Osim navedenog možemo treptaj shvatiti i kao zbroj četiri amplitudno moduliranih valova tj. uklopne funkcije djeluju na četiri harmonična vala kako slijedi

$$\begin{aligned} a &= A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) = \\ &= A_1 \cos \varphi_1 \sin \omega_1 t + A_1 \sin \varphi_1 \cos \omega_1 t + \\ &+ A_2 \cos \varphi_2 \sin \omega_2 t + A_2 \sin \varphi_2 \cos \omega_2 t. \end{aligned}$$

Prema ovoj formi je lako naći spektar treptaja, koji počinje u vremenu $t = 0$, a prije toga vremena mu je vrijednost jednaka nuli. Prva uklopna funkcija $H(t) = A_1 \cos \varphi_1$ može se pisati izražena svojim spektrom

$$A_1 \cos \varphi_1 = \frac{A_1 \cos \varphi_1}{2} + \frac{A_1 \cos \varphi_1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin ut}{u} du$$

$$S_1(u) = \frac{A_1 \cos \varphi_1}{\pi u}, \quad C_1(u) = 0.$$

Stoga je

$$\begin{aligned} A_1 \cos \varphi_1 \sin \omega_1 t &= \frac{A_1 \cos \varphi_1}{2} \sin \omega_1 t + \\ + \int_0^\infty S_1(u) \sin ut \sin \omega_1 t du &= \frac{A_1 \cos \varphi_1}{2} \sin \omega_1 t + \\ + \int_0^\infty [C_{s1}(u) \cos ut + S_{s1}(u) \sin ut] du. \end{aligned}$$

Pri tome važe poznate relacije (vidi n. pr. K. W. Wagner, Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen, II. izdanje str. 74)

$$S_{s1}(u) = \frac{1}{2} [C_1(u - \omega_1) - C_1(u + \omega_1)] = 0$$

$$C_{s1}(u) = \frac{1}{2} [S_1(u + \omega_1) - S_1(u - \omega_1)] =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left[\frac{A_1 \cos \varphi_1}{\pi(u + \omega_1)} - \frac{A_1 \cos \varphi_1}{\pi(u - \omega_1)} \right] = \\ &= \frac{A_1 \cos \varphi_1 \omega_1}{\pi(\omega_1^2 - u^2)}. \end{aligned}$$

biti dva puta veći od pripadnog obodnog kuta δ . K toj konstantnoj brzini $(\omega_2 - \omega_1)/2$ pridolazi prema vremenskoj liniji još ω_1 te će stvarna kutna brzina promjenljivog versora prema istoj biti sada

$$\frac{(\omega_2 - \omega_1)}{2} + \omega_1 = \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2}.$$

Pošto imamo konstantnu kutnu brzinu prema vremenskoj liniji, znači, da će tačke treptaja u kojima isti prelazi kroz apscisu os i tačke u kojima treptajna krivulja dodiruje dodirnu krivulju slijediti naizmjence jedna za drugom u pravilnim vremenskim razmacima

$$t = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} = \frac{\pi}{\omega_2 + \omega_1}.$$

Naglasiti treba, da se tačka 8 u sl. 4 i nadalje tačka 11 u sl. 6 ne mogu smatrati regularnim tačkama u ovom smislu, jer u njima nije $a = 0$ zbog toga, što bi promjenljivi versor bio okomit na vremensku liniju, nego zato, što je tada amplituda postala nula. Naprotiv će tačka 5 u sl. 5 biti regularna tačka, jer je tu versor (ma da mu amplituda ide kroz nulu) okomit na vremensku liniju.

Koliko je valova tj. bregova i dolova između dva uzastopnih faznih skokova? Neka nam je u sl. 8 pomični versor $\hat{A}_2$ u položaju 1. Da dođe do mjesta faznog skoka mora se versor $\hat{A}_2$ zaokrenuti za kut π . Pošto mu je kutna brzina $(\omega_2 - \omega_1)$ trebat će za to vrijeme $t = \pi/(\omega_2 - \omega_1)$. Rezultantni promjenljivi versor ima prema vremenskoj liniji — kako smo to već pronašli — kutnu brzinu $(\omega_2 + \omega_1)/2$ te će stoga u istom vremenu t prema vremenskoj liniji načiniti kut

$$\frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} \cdot \frac{\pi}{(\omega_2 - \omega_1)}.$$

Ako se taj kut podijeli sa 2π dobije se broj valova, jer je za jedan val potrebno, da se promjenljivi versor prema vremenskoj liniji okrene za kut 2π . Znači, da će u vremenu t biti

$$\frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} \cdot \frac{\pi}{(\omega_2 - \omega_1)} : 2\pi = \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{4(\omega_2 - \omega_1)}$$

valova, odnosno od jednog faznog skoka do drugoga dva puta toliko, jer versor $\hat{A}_2$ mora sada načiniti kut 2π , dakle $\frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2(\omega_2 - \omega_1)}$ valova. Ako je vrijeme između dva fazna skoka tj. $\frac{2\pi}{(\omega_2 + \omega_1)}$ multiplum vremena trajanja jednog vala, koje iznosi

$$2\pi : \frac{(\omega_2 + \omega_1)}{2} = \frac{4\pi}{(\omega_2 + \omega_1)},$$

tada će se kod faznog skoka vremenska linija i versor nalaziti uvijek u istom međusobnom položaju.

Mi možemo treptaj pisati u formi

$$a = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)} \times \sin[\omega_1 t + \varphi_0(a - a_0)].$$

Ovdje je $\varphi_0 = \varphi_1 + a_0$ kako smo to već naprijed naveli, početni fazni kut promjenljivog versora uz

$$a_0 = \arctg \frac{A_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{A_1 + A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

Tada bi $(a - a_0)$ bila ukupna fazna promjena u vremenu t i mi bismo govorili o faznoj modulaciji uz istodobnu amplitudnu modulaciju.

Međutim ako bi shvatili, da je fazni kut ostao čvrst tj. φ_0 tada bismo mogli pisati

$$a = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1 + \Delta\omega t)} \times \sin \int_0^t \omega(t) dt + \varphi_0],$$

gdje je

$$\omega(t) = \omega_1 + \frac{d(a - a_0)}{dt}.$$

Tada bismo — što je već također spomenuto — govorili o frekventnoj modulaciji uz istodobnu amplitudnu modulaciju.

Osim navedenog možemo treptaj shvatiti i kao zbroj četiri amplitudno moduliranih valova tj. uklopne funkcije djeluju na četiri harmonična vala kako slijedi

$$\begin{aligned} a &= A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) = \\ &= A_1 \cos \varphi_1 \sin \omega_1 t + A_1 \sin \varphi_1 \cos \omega_1 t + \\ &+ A_2 \cos \varphi_2 \sin \omega_2 t + A_2 \sin \varphi_2 \cos \omega_2 t. \end{aligned}$$

Prema ovoj formi je lako naći spektar treptaja, koji počinje u vremenu $t = 0$, a prije toga vremena mu je vrijednost jednaka nuli. Prva uklopna funkcija $H(t) = A_1 \cos \varphi_1$ može se pisati izražena svojim spektrom

$$A_1 \cos \varphi_1 = \frac{A_1 \cos \varphi_1}{2} + \frac{A_1 \cos \varphi_1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin ut}{u} du$$

$$S_1(u) = \frac{A_1 \cos \varphi_1}{\pi u}, \quad C_1(u) = 0.$$

Stoga je

$$\begin{aligned} A_1 \cos \varphi_1 \sin \omega_1 t &= \frac{A_1 \cos \varphi_1}{2} \sin \omega_1 t + \\ &+ \int_0^\infty S_1(u) \sin ut \sin \omega_1 t du = \frac{A_1 \cos \varphi_1}{2} \sin \omega_1 t + \\ &+ \int_0^\infty [C_{s1}(u) \cos ut + S_{s1}(u) \sin ut] du. \end{aligned}$$

Pri tome važe poznate relacije (vidi n. pr. K. W. Wagner, Einführung in die Lehre von den Schwingungen und Wellen, II. izdanje str. 74)

$$S_{s1}(u) = \frac{1}{2} [C_1(u - \omega_1) - C_1(u + \omega_1)] = 0$$

$$C_{s1}(u) = \frac{1}{2} [S_1(u + \omega_1) - S_1(u - \omega_1)] =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left[\frac{A_1 \cos \varphi_1}{\pi(u + \omega_1)} - \frac{A_1 \cos \varphi_1}{\pi(u - \omega_1)} \right] = \\ &= \frac{A_1 \cos \varphi_1 \omega_1}{\pi(\omega_1^2 - u^2)}. \end{aligned}$$

1-2

ELEKTROTEHNIČKI VESNIK 1955

29

Prema tome je

$$A_1 \cos \varphi_1 \sin \omega_1 t = \frac{A_1 \cos \varphi_1}{2} \sin \omega_1 t + \int_0^{\infty} \frac{A_1 \cos \varphi_1 \omega_1}{\pi (\omega_1^2 - u^2)} \cos ut \, du.$$

Potpuno analogno je

$$A_2 \cos \varphi_2 \sin \omega_2 t = \frac{A_2 \cos \varphi_2}{2} \sin \omega_2 t + \int_0^{\infty} \frac{A_2 \cos \varphi_2 \omega_2}{\pi (\omega_2^2 - u^2)} \cos ut \, du.$$

Ovdje je analogno

$$S_2(u) = \frac{A_2 \cos \varphi_2}{\pi u}, \quad C_2(u) = 0.$$

Dalje je

$$\begin{aligned} A_1 \sin \varphi_1 \cos \omega_1 t &= \\ &= \frac{A_1 \sin \varphi_1}{2} \cos \omega_1 t + \int_0^{\infty} \frac{A_1 \sin \varphi_1}{\pi u} \cos \omega_1 t \sin ut \, du = \\ &= \frac{A_1 \sin \varphi_1}{2} \cos \omega_1 t + \int_0^{\infty} S_3(u) \cos \omega_1 t \sin ut \, du = \\ &= \frac{A_1 \sin \varphi_1}{2} \cos \omega_1 t + \\ &+ \int_0^{\infty} [C_{32}(u) \cos ut + S_{33}(u) \sin ut] \, du \end{aligned}$$

$$S_3(u) = \frac{A_1 \sin \varphi_1}{\pi u}, \quad C_3(u) = 0.$$

Sada važe poznate relacije (vidi citirano djelo str. 75!)

$$C_{33}(u) = \frac{1}{2} [C_3(u + \omega_1) + C_3(u - \omega_1)] = 0.$$

$$\begin{aligned} S_{33}(u) &= \frac{1}{2} [S_3(u + \omega_1) + S_3(u - \omega_1)] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{A_1 \sin \varphi_1}{\pi (u + \omega_1)} + \frac{A_1 \sin \varphi_1}{\pi (u - \omega_1)} \right] = \frac{A_1 \sin \varphi_1 u}{\pi (u^2 - \omega_1^2)}. \end{aligned}$$

Stoga je

$$A_1 \sin \varphi_1 \cos \omega_1 t = \frac{A_1 \sin \varphi_1}{2} \cos \omega_1 t + \int_0^{\infty} \frac{A_1 \sin \varphi_1 u}{\pi (u^2 - \omega_1^2)} \sin ut \, du.$$

Potpuno analogno je

$$A_2 \sin \varphi_2 \cos \omega_2 t = \frac{A_2 \sin \varphi_2}{2} \cos \omega_2 t + \int_0^{\infty} \frac{A_2 \sin \varphi_2 u}{\pi (u^2 - \omega_2^2)} \sin ut \, du.$$

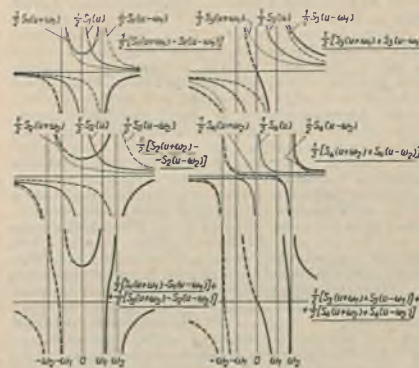
U ovoj formuli je

$$S_4(u) = \frac{A_2 \sin \varphi_2}{\pi u}, \quad C_4(u) = 0.$$

Konačni izraz za treptaj glasi stoga

$$\begin{aligned} a &= \frac{A_1 \cos \varphi_1}{2} \sin \omega_1 t + \frac{A_2 \cos \varphi_2}{2} \sin \omega_2 t + \\ &+ \frac{A_1 \sin \varphi_1}{2} \cos \omega_1 t + \frac{A_2 \sin \varphi_2}{2} \cos \omega_2 t + \\ &+ \int_0^{\infty} \left[\frac{A_1 \cos \varphi_1 \omega_1 (\omega_2^2 - u^2) + A_2 \cos \varphi_2 \omega_2 (\omega_1^2 - u^2)}{\pi (\omega_1^2 - u^2) (\omega_2^2 - u^2)} \cos ut + \right. \\ &\left. + \frac{A_1 \sin \varphi_1 u (u^2 - \omega_2^2) + A_2 \sin \varphi_2 u (u^2 - \omega_1^2)}{\pi (u^2 - \omega_1^2) (u^2 - \omega_2^2)} \sin ut \right] du. \end{aligned}$$

Sl. 9 prikazuje konstrukciju spektra. Tanka puno izvučena linija lijevo gore je istostrana hiperbola $\frac{1}{2} S_1(u)$, a analogno je označena ispod nje linija $\frac{1}{2} S_2(u)$ odnosno na desnoj strani gore $\frac{1}{2} S_3(u)$, a ispod toga $\frac{1}{2} S_4(u)$. Pomicanjem za ω_1 odnosno za ω_2 na lijevo i na desno dobivaju se linije $\frac{1}{2} S_1(u + \omega_1)$, $\frac{1}{2} S_1(u - \omega_1)$, $\frac{1}{2} S_2(u + \omega_2)$, $\frac{1}{2} S_2(u - \omega_2)$, $\frac{1}{2} S_3(u + \omega_1)$, $\frac{1}{2} S_3(u - \omega_1)$, $\frac{1}{2} S_4(u + \omega_2)$ i $\frac{1}{2} S_4(u - \omega_2)$. Zbrajajući odnosno odbijajući te funkcije prema formulama, koje su ispisane na citiranoj slici 9 dobije se cosinusov i sinusov spektar treptaja.



Sl. 9. Lijevo: cosinusov spektar treptaja, desno: sinusov spektar treptaja.

Pri koncu treba navesti, da će treptaj biti tim snažnije izražen, čim je diferencija $(\omega_2 - \omega_1)$ manja prema ω_1 odnosno prema ω_2 , jer će u tom slučaju vremenska linija za vrijeme periode dodirne krivulje tim češće pasti u zajednički pravac sa promjenljivim versorom odnosno biti na nj okomita, dakle će treptaj kroz to vrijeme tim češće dodirivati dodirnu krivulju i tim češće prolaziti kroz nulu.

Naprotiv ako bi uz $A_1 > A_2$ diferencija $(\omega_2 - \omega_1)$ bila čim veća prema ω_1 odnosno čim bliža ka ω_2 tada bi tim rjeđe za vrijeme periode dodirne krivulje došlo do dodira treptaja sa dodirnom kri-

vuljom ili do prolaza treptaja kroz nulu, jer vremenska linija ne bi u svakom navedenom periodu pala u zajednički pravac s promjenljivim versorom ili bila na nj okomita — treptaj bi degenerirao. Uz $A_1 < A_2$ dobili bismo pak za vrijeme periode dodirne krivulje kod vrlo velikog $(\omega_2 - \omega_1)$ prema ω_1 praktično samo jedan val.

Isto bi u principu bilo i kod $A_1 = A_2$ u pogledu samog izgleda treptaja, ali u ekstremnom slučaju kod pridružene krivulje s nesmanjenom amplitudom dobili bismo samo polual između dva fazna skoka.

Naslov autora: Ing. Đuro Svarc, docent, Zagreb, Ulica 8. maja 1945, br. 45.

Bežba o članku

M. Brezinščak, Prilog teoriji mehanički ekvivalentno napregnutih vodiča aluminijskih dalekovoda (I)

(EV 1954, br. 7/8, str. 219)

O Vidmarovoj teoriji raspona

DK 621.315.17

Marjan Plaper, Ljubljana

(Uredništvo je primilo članak 2-XI-1954 g.)

U broju 7/8 »Elektrotehničkog vesnika« 1954 objavljen je prvi deo Brezinščakovog prinosa Vidmarovoj teoriji o mehanički ekvivalentno napregnutim provodnicima, u kome pisac upozorava čitaoca da je članak na jednom mestu donekle antikvaričan, jer da »je napisan i predan uredništvu EV pri je nego što je pisac došao do rezultata, objavljenih u raspravi »Kritika Vidmarovog ekonomskog raspona«, Elektrotehničar, Zagreb 1933, br. 5—6, str. 82—83« (vidi EV 1954, str. 222).

Treba konstatovati da se je otprilike u isto vreme kada je drug Brezinščak napisao svoj članak za EV (u martu 1953 god.) nalazila u štampi prof. Vidmarova prilično iscrpna monografija o problemima mehaničke ekvivalencije provodnika pod naslovom »Neuartige Aluminiumleiter in Starkstromfreileitungen« (Slovenska akademija znanosti in umetnosti, Ljubljana 1953). Ovu monografiju i njene rezultate drug Brezinščak očigledno ne poznaje, pošto je gore pomenutu primedbu napisao tek nedavno »prilikom pregleda tiskarskog pokusnog otiska svog članka«. Baš zato su u vezi sa Vidmarovom teorijom raspona potrebna izvesna upozorenja ne samo za druga Brezinščaka, nego i za one čitaoce »Elektrotehničkog vesnika« koji poznaju, odnosno koji su na gore pomenutu primedbu pročitali Brezinščakova izlaganja u »Elektrotehničaru«.

Tehtina prenosa električne energije je u naučnom pogledu srazmerno mlada, čini se, naime, da još i danas imaju u njoj glavnu reč empirijski rezultati, dobiveni bez dubljeg naučnog uvida. Nije isključeno da velik deo krivice za srazmerno spor naučni razvoj ove grane elektrotehnike leži u njenoj razdvojenosti. Poznato je, naime, da statičke probleme dalekovoda gotovo svugde u svetu obrađuju isključivo statičari, a električne elektrotehničari koji se ponekad sa prvima ne nalaze niti pod istim krovom, mada se često radi o problemima koji su među sobom tesno povezani.

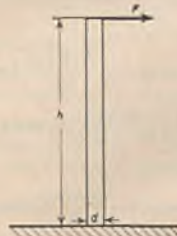
Jedan od gospodarskih problema prenosne elektrotehnike, za koji je uvek izgledalo da se sa čisto naučnog stanovišta uopšte ne može da reši, je problem najekonomičnijeg raspona dalekovoda. Prof. Vidmar je već 1947 god. objavio pokušaj rešenja tog problema na naučni način [1, 2] te našao dva iznenađujuće prosta rezultata, od kojih je jednog, koji je drugome bio prividno suprotan, nekako samovoljno zabacio. Mada prvi Vidmarov pokušaj rešavanja problema raspona nije bio sasvim zadovoljavajući, ipak je iznenađujuće da se je prihvaćeno rešenje srazmerno dobro podudaralo sa nekim slučajevima empirijski određenih raspona iz prakse [2].

Međutim, drugu Brezinščaku to nepodudaranje ili, kao što sam veli, »nelogičnost« između oba Vidmarova rešenja nije dala mira. Zato se je prihvatio

rešavanje prvobitnog Vidmarovog osnovnog obrasca problema raspona oštirim matematičkim oruđem i našao — najekonomičniji raspon u blizini jednog metra uz najekonomičnije naprežanje bakarnih provodnika $0,0524 \text{ N/mm}^2$ (= ca. $0,53 \text{ kp/cm}^2$). Odatle drug Brezinščak zaključuje da rešenja Vidmarovog osnovnog obrasca problema dobivena putem stroge matematike nemaju nikakvu praktičnu vrednost. Njemu se takođe čini da je našao gde je prof. Vidmar zalutao; naime, kada se je oslonio na uprošćenu teoriju mehanike ugiba koja lančanicu zamenjuje parabolom.

Računi druga Brezinščaka inače su u redu, ali njegovo gledanje na problem raspona je mnogo preusko. On je pomoću svoje, na svaki način pohvalne, matematičke doslednosti došao do nekakvog kraja forsokaka, do koga prof. Vidmar sa svojim prvobitnim obrascem problema nije nikada nastojao silom doći.

Prema tome, taj osnovni obrazac nije bio zadovoljavajući? Da. Drugu Brezinščaku očigledno nije poznato da je prof. Vidmar u svojim kasnijim publikacijama [3, 4] teoriju raspona usavršavao, a i popravljao. No pri tome nije došao do rezultata koji se bitno razlikuju od onih kojima drug Brezinščak osporava svaku praktičnu vrednost. Tako, naprimera, prof. Vidmar u svojim prvim pokušajima rešavanja problema raspona nije vodio računa o promenljivosti električne opreme dalekovoda, tj. izolatora. Kasnije su i oni došli do reči, koju na svaki način zaslužuju [3].



Sl. 1. Pomoćna skica za određivanje težine stuba.

Drug Brezinščak je svoju gore citiranu primedbu napisao na takvom mestu svog članka u EV da svaki čitalac koji poznaje njegovu kritiku objavljenju u »Elektrotehničaru« opravdano posumnja da li još vredi Vidmarovo osnovno tvrđenje da težina, a sa njome

Über das Wesen verschiedener Kopplungsarten zweier gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung, *Archiv f. Elektrotechnik*, Bd. XLIV, Heft 4 (1959), str. 234-250.

Über das Wesen verschiedener Kopplungsarten zweier gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung

Von

DJURO ŠVARC, Zagreb, Jugoslavien

Mit 21 Textabbildungen

(Eingegangen am 10. August 1958)

Übersicht: Es wird der Einfluß verschiedener Kopplungsarten auf die physikalischen Größen zweier gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung einer Betrachtung unterzogen. Es wird gezeigt, daß bei rein kapazitiver Kopplung die langsamen Teilschwingungen der Ladungen bzw. Ströme synchron, und die schnellen antisynchron sind, während bei rein induktiver Kopplung das Umgekehrte zutrifft. Bei kombinierter Kopplung, wenn das reziproke Produkt der Kapazität und Induktivität des Kopplungszeuges größer als solche Produkte der äußeren Zweige ist, verhalten sich die Systeme ähnlich wie im rein kapazitiven Fall; wenn es kleiner ist, ähnlich wie im rein induktiven Fall, und wenn es zwischen dieselben zu liegen kommt, sind beide Paare der Teilschwingungen synchron, so daß antisynchrone Teilschwingungen überhaupt nicht auftreten.

Wie bekannt, schwingt jeder der beiden gekoppelten ungedämpften Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung, mit zwei harmonischen Teilschwingungen, deren Frequenzen wir „ungedämpfte Koppelfrequenzen“ nennen. Bei symmetrischen Systemen nach Bild 1 lauten die Quadratwerte dieser Koppelfrequenzen wie folgt:

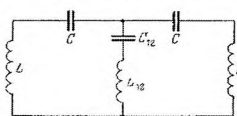
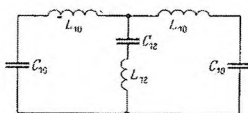


Bild 1.



$$\Omega_{ks}^2 = \frac{1}{CL} \quad \text{bzw.} \quad \Omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C} + \frac{2}{C_{12}}}{L + 2L_{12}}$$

Bei rein kapazitiver Kopplung wäre demnach:

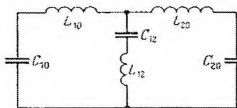


Bild 2.

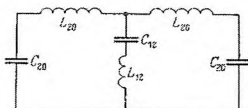


Bild 3.

$$\Omega_{ks}^2 = \frac{1}{CL} \quad \text{bzw.} \quad \Omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C} + \frac{2}{C_{12}}}{L}$$

und bei rein induktiver

$$\Omega_{ks}^2 = \frac{1}{CL} \quad \text{bzw.} \quad \Omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C}}{L + 2L_{12}}$$

Die Koppelfrequenzen symmetrischer Systeme nennen wir Hauptkoppelfrequenzen und werden sie mit großen griechischen Buchstaben bezeichnen, während wir zur Bezeichnung der Koppelfrequenzen unsymmetrischer Systeme kleine griechische Buchstaben heranziehen werden. Der Index k bedeutet, daß es sich um Koppelfrequenzen handelt. Der Index s weist auf den Synchronismus der partikulären Ladungen und Ströme des ersten und zweiten Kreises, die mit der erstangeführten Koppelfrequenz schwingen, hin, während der Index a auf den Antisynchronismus der bezüglichen partikulären Ladungen und Ströme, die mit der zweiten Frequenz schwingen, hindeutet.

Liegen nach Bild 2 zwei unsymmetrische Systeme vor, so können wir denselben nach Bild 3 zwei Paare symmetrischer Systeme zuordnen, und zwar so, daß wir das erste Mal das rechte System dem linken, und das zweite Mal das linke System dem rechten gleichmachen. Diesen Vorgang nennen wir das Symmetrieren unsymmetrischer Systeme. Wie bekannt, stellen die Hauptkoppelfrequenzen dieser zwei Paare zugeordneter symmetrischer Systeme die Grenz-

werte der Koppelfrequenzen von zwei unsymmetrischen Systemen, aus denen die ersteren durch Symmetrieren entstanden sind, dar.

Nun gehen wir zur Betrachtung des Einflusses der Kopplungsarten auf die physikalischen Größen beider Schwingungskreise über.

I. Die Kopplung ist rein kapazitiv nach Bild 4.

Die Differentialgleichungen der Schwingungen lauten:

$$L_{10} \frac{d^2 q_1}{dt^2} + \frac{1}{C_{10}} q_1 + \frac{1}{C_{12}} (q_1 - q_2) = 0,$$

$$L_{20} \frac{d^2 q_2}{dt^2} + \frac{1}{C_{20}} q_2 + \frac{1}{C_{12}} (q_2 - q_1) = 0.$$

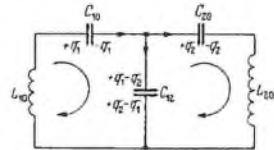


Bild 4.

Mittels der Ansätze $q_1 = C e^{j\omega_k t}$ und $q_2 = D e^{j\omega_k t}$ bekommen wir die charakteristische Gleichung obiger Differentialgleichungen wie folgt:

$$\omega_k^4 - \omega_k^2 (\omega_1^2 + \omega_2^2) + \left[1 - \left(\frac{1}{\sqrt{L_{10} L_{20} \omega_1 \omega_2}} \right)^2 \right] \omega_1^2 \omega_2^2 = 0.$$

Ihre Wurzeln lauten:

$$\pm \omega_{k1}, \pm \omega_{k2} = \pm \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \mp \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4 K_{kap}^2 \omega_1^2 \omega_2^2}}.$$

Dabei ist $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}$ die Eigenfrequenz des ersten, und $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}$ des zweiten

entkoppelten Kreises, während $K_{kap} = \sqrt{\frac{\frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{10}}} \cdot \frac{\frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{20}}}} = \sqrt{k_{1kap} k_{2kap}}$ der kapazitive

Kopplungsfaktor beider Kreise ist, $\frac{1}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{10}}} = k_{1kap}$ ist der kapazitive Kopplungskoeffizient

des ersten und $\frac{1}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{20}}} = k_{2kap}$ des zweiten Kreises.

Das allgemeine Integral des ersten Kreises lautet demnach:

$$q_1 = A_1 \sin(\omega_{k1} t + \varphi) + A_2 \sin(\omega_{k2} t + \chi),$$

und des zweiten gleichsam derselben Form

$$q_2 = B_1 \sin(\omega_{k1} t + \delta) + B_2 \sin(\omega_{k2} t + \varepsilon).$$

Wenn wir dieselben in die obigen Differentialgleichungen einführen und sie dadurch zusammen verknüpfen, so folgt $\varphi = \delta$ und $\chi = \varepsilon$ und außerdem:

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{\omega_1^2 - \omega_{k2}^2}{k_{1kap} \omega_1^2} = \frac{\omega_2^2 k_{2kap}}{\omega_2^2 - \omega_{k1}^2} = F_1$$

und

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{\omega_1^2 - \omega_{k1}^2}{k_{1kap} \omega_1^2} = \frac{\omega_2^2 k_{2kap}}{\omega_2^2 - \omega_{k2}^2} = -F_2.$$

Wenn F_1 tatsächlich positiv, und $-F_2$ tatsächlich negativ ist, wie wir ohne es bisher zu beweisen angeschrieben haben, dann haben wir mit vollem Recht die erste Frequenz mit ω_{k1} , d. h. als synchrone Frequenz, und die zweite mit ω_{k2} , d. h. als antisynchrone Frequenz, bezeichnet. Lassen wir uns die Sache näher ansehen!

Mit ω_{ks} haben wir die langsame Koppelfrequenz, d. h. diejenige bei welcher das Minuszeichen vor dem inneren Wurzelausdruck gilt, bezeichnet, während wir mit ω_{ka} die schnelle Koppelfrequenz, bei welcher das Pluszeichen gilt, bezeichnet haben.

Demnach folgt:

$$\omega_1^2 - \omega_{ks}^2 = \omega_1^2 - \left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{kap}^2 \omega_1^2 \omega_2^2} \right] = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{kap}^2 \omega_1^2 \omega_2^2}$$

was ja immer positiv ist. Daraus ergibt sich laut vorangehender Formel, daß $\frac{B_1}{A_1} = F_1$ immer positiv ist. Weiter haben wir

$$\omega_1^2 - \omega_{ka}^2 = \omega_1^2 - \left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{kap}^2 \omega_1^2 \omega_2^2} \right] = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{kap}^2 \omega_1^2 \omega_2^2}$$

was immer negativ ist.

Folglich ist auch $\frac{B_2}{A_2} = -F_2$ immer negativ.

Natürlich würden wir dieselben Resultate erhalten, wenn wir die oben angeführten adäquaten Ausdrücke für B_1/A_1 und B_2/A_2 benützt hätten.

Bei rein kapazitiver Kopplung sind also die langsamen partikulären Schwingungen beider Systeme synchron, während die schnellen antisynchron sind.

Es interessieren uns nun die Grenzwerte der Koppelfrequenzen!

Nachdem $\frac{dq_1}{dt} = i_1$ bzw. $\frac{dq_2}{dt} = i_2$ ist, ist es sofort ersichtlich, daß sich die partikulären Ströme genau so wie die partikulären Ladungen verhalten.

Wir setzen nach Bild 5 voraus, daß in den Systemen nur partikuläre synchrone Ströme fließen. Es soll $I_1 > I_2$ sein.

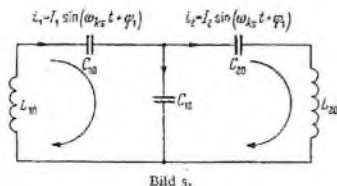


Bild 5.

Für das erste System gilt dann die Gleichung

$$0 = L_{10} \omega_{ks} I_1 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) - \frac{1}{\omega_{ks} C_{10}} I_1 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) - \frac{1}{\omega_{ks} C_{12}} (I_1 - I_2) \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) \\ = I_{10} \omega_{ks} I_1 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) - \frac{1}{\omega_{ks}} \left(\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_1 - I_2}{I_1} \right) I_1 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1).$$

Das ist die Gleichung eines einfachen Kreises mit der Induktivität L_{10} und zwei Kapazitäten

in Serie d. h. C_{10} und $C_{12} \frac{I_1}{I_1 - I_2}$. Folglich ist $\omega_{ks}^2 = \frac{1}{L_{10} \left(\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_1 - I_2}{I_1} \right)}$. Da ja $(I_1 - I_2)$ positiv ist, ist $\omega_{ks}^2 > \frac{1}{C_{10} L_{10}}$.

Für das zweite System gilt die Gleichung:

$$0 = L_{20} \omega_{ks} I_2 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) - \frac{1}{\omega_{ks} C_{20}} I_2 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) - \frac{1}{\omega_{ks} C_{12}} (I_2 - I_1) \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1).$$

Daraus ergibt sich $\omega_{ks}^2 = \frac{1}{L_{20} \left(\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_2 - I_1}{I_2} \right)}$. Nachdem $(I_2 - I_1)$ negativ ist, folgt $\omega_{ks}^2 < \frac{1}{C_{20} L_{20}}$.

Die bisherigen Resultate beinhalten also, daß ω_{ks}^2 zwischen den Werten $\frac{1}{C_{10} L_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20} L_{20}}$

liegt. Wenn $I_1 = I_2$ ist, dann ergibt sich $\omega_{ks}^2 = \frac{1}{C_{10} L_{10}} = \frac{1}{C_{20} L_{20}} = \Omega_{hs}^2$. Außerdem ist

$\omega_{ks}^2 < \frac{1}{L_{10} \left(\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}} \right)}$, weil ja $\frac{I_1 - I_2}{I_1}$ ein echter Bruch ist, sowie $\omega_{ks}^2 < \frac{1}{L_{20} \left(\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}} \right)}$ nachdem $\frac{I_2 - I_1}{I_2}$

negativ ist, oder weil, wie schon oben angeführt wurde, $\omega_{ks}^2 < \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ ist.

Nun setzen wir nach Bild 6 voraus, daß in den Systemen nur partikuläre antisynchrone Ströme fließen, wobei $I_3 > I_4$ sein soll.

Für das erste System gilt dann die Gleichung:

$$0 = L_{10} \omega_{ka} I_3 \cos(\omega_{ka} t + \chi_1) - \frac{1}{\omega_{ka} C_{10}} I_3 \cos(\omega_{ka} t + \chi_1) - \frac{1}{\omega_{ka} C_{12}} [I_3 - (-I_4)] \cos(\omega_{ka} t + \chi_1).$$

Für das zweite System folgt ebenso:

$$0 = L_{20} \omega_{ka} (-I_4) \cos(\omega_{ka} t + \chi_1) - \frac{1}{\omega_{ka} C_{20}} (-I_4) \cos(\omega_{ka} t + \chi_1) - \frac{1}{\omega_{ka} C_{12}} (-I_4 - I_3) \cos(\omega_{ka} t + \chi_1).$$

Mit Rücksicht auf die Gleichung des ersten bzw. zweiten Systems ist

$$\omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_3 + I_4}{I_3}}{L_{10}} < \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{2}{C_{12}}}{L_{10}}$$

und

$$\omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_4 + I_3}{I_4}}{L_{20}} > \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{2}{C_{12}}}{L_{20}}.$$

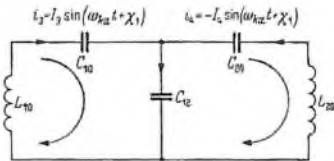


Bild 6

Außerdem ist ω_{ka}^2 größer als die Ausdrücke $\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}$ und $\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}$, da ja sowohl $\frac{I_3 + I_4}{I_3}$ wie auch $\frac{I_4 + I_3}{I_4}$ größer als 1 sind. Im Falle, daß $I_3 = I_4$ ist, ist

$$\omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{2}{C_{12}}}{L_{10}} = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{2}{C_{12}}}{L_{20}} = \Omega_{ka}^2.$$

Zusammenfassend können wir nun mit Einschluß der Grenzfälle schreiben:

$$\begin{aligned} \min\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right) &\leq \omega_{ks}^2 \leq \max\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right), \\ \omega_{ks}^2 &\leq \min\left(\frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{10}}, \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{20}}\right), \\ \min\left(\frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{2}{C_{12}}}{L_{10}}, \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{2}{C_{12}}}{L_{20}}\right) &\leq \omega_{ka}^2 \leq \max\left(\frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{2}{C_{12}}}{L_{10}}, \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{2}{C_{12}}}{L_{20}}\right), \\ \omega_{ka}^2 &\geq \max\left(\frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{10}}, \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{20}}\right). \end{aligned}$$

Bild 7 zeigt welche Werte ω_{ks}^2 und ω_{ka}^2 bei einigen gegebenen kapazitiv gekoppelten Systemen annehmen können.

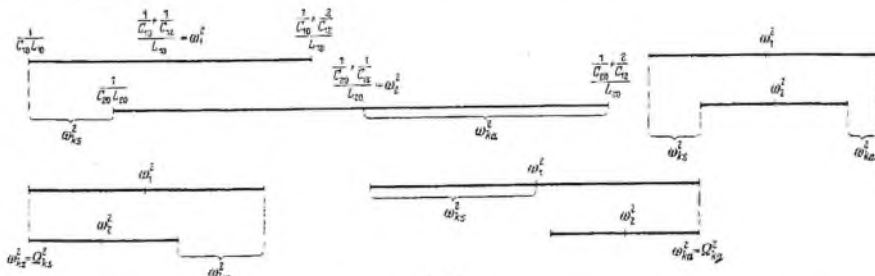


Bild 7.

Wenn wir einen oder mehrere Parameter der gekoppelten Systeme ändern, ändern sich, natürlich, auch die Werte von ω_{ks}^2 und ω_{ka}^2 . Gleichzeitig ändern sich auch die Grenzwerte derselben, da ja die Parameter der zugeordneten symmetrischen Systeme und folglich auch ihre Hauptkoppelfrequenzen ebenso andere Werte angenommen haben.

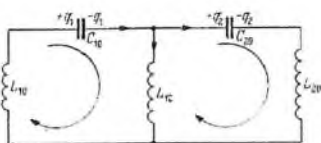


Bild 8.

II. Die Kopplung ist rein induktiv nach Bild 8.

Die Differentialgleichungen der Schwingungen lauten:

$$L_{10} \frac{d^2 q_1}{dt^2} + \frac{q_1}{C_{10}} + L_{12} \frac{d^2 (q_1 - q_2)}{dt^2} = 0,$$

$$L_{20} \frac{d^2 q_2}{dt^2} + \frac{q_2}{C_{20}} + L_{12} \frac{d^2 (q_2 - q_1)}{dt^2} = 0.$$

Die charakteristische Gleichung dieser Differentialgleichungen ist wie folgt:

$$[1 - K_{ind}^2] \omega_k^4 - (\omega_1^2 + \omega_2^2) \omega_k^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 = 0.$$

Daraus ergeben sich die Koppelfrequenzen

$$\pm \omega_{ks}, \pm \omega_{ka} = \pm \sqrt{\frac{1}{1 - K_{ind}^2} \left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + 4 K_{ind}^2 \omega_1^2 \omega_2^2} \right]}.$$

Hier ist $K_{ind} = \sqrt{\frac{L_{12}}{L_{10} + L_{12}} \frac{L_{12}}{L_{20} + L_{12}}} = \sqrt{k_{1ind} k_{2ind}}$ wobei k_{1ind} bzw. k_{2ind} der induktive

Kopplungskoeffizient des ersten bzw. des zweiten Kreises ist. Mit $\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_{10} + L_{12} C_{10}}}$ und $\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_{20} + L_{12} C_{20}}}$ haben wir wieder die Eigenfrequenzen des ersten bzw. des zweiten entkoppelten Kreises bezeichnet.

Die allgemeinen Integrale haben dieselbe Form wie bei rein kapazitiver Kopplung. Wenn wir dieselben in die obigen Schwingungsgleichungen einführen, so folgt die Gleichheit der Phasenwinkel der partikulären Schwingungen des ersten und zweiten Kreises, und außerdem

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{\omega_{ks}^2 - \omega_1^2}{k_{1ind} \omega_{ks}^2} = \frac{k_{2ind} \omega_{ks}^2}{\omega_{ks}^2 - \omega_2^2} = F_1,$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{\omega_{ka}^2 - \omega_1^2}{k_{1ind} \omega_{ka}^2} = \frac{k_{2ind} \omega_{ka}^2}{\omega_{ka}^2 - \omega_2^2} = -F_2.$$

In vorliegendem Falle haben wir, umgekehrt wie früher, die schnelle Frequenz mit ω_{ks} , d. h. als synchron, und die langsame mit ω_{ka} , d. h. als antisynchron bezeichnet. Nun wollen wir diese Annahme überprüfen!

$$\omega_{ks}^2 - \omega_1^2 = \frac{1}{1 - K_{ind}^2} \left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{ind}^2 \omega_1^2 \omega_2^2} \right] - \frac{2(1 - K_{ind}^2)}{2(1 - K_{ind}^2)} \omega_1^2$$

$$= \frac{1}{1 - K_{ind}^2} \left[\frac{-\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2 K_{ind}^2 \omega_1^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{ind}^2 \omega_1^2 \omega_2^2} \right].$$

Dieser Ausdruck ist tatsächlich immer positiv und folglich ist ebenfalls B_1/A_1 positiv. Damit haben wir den Synchronismus dieser Teilschwingungen bewiesen.

Wenn die langsamen Teilschwingungen antisynchron sind, dann muß B_2/A_2 negativ sein. Es folgt also

$$\omega_{ka}^2 - \omega_1^2 = \frac{1}{1 - K_{ind}^2} \left[\frac{-\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2 K_{ind}^2 \omega_1^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{ind}^2 \omega_1^2 \omega_2^2} \right].$$

Dieser Ausdruck ist negativ, wenn

$$\left(\frac{-\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} + K_{ind}^2 \omega_1^2 \right)^2 < \left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{ind}^2 \omega_1^2 \omega_2^2 \quad \text{ist.}$$

$$\left(\frac{-\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} \right)^2 + (-\omega_1^2 + \omega_2^2) K_{ind}^2 \omega_1^2 + K_{ind}^4 \omega_1^4 < \left(\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2} \right)^2 + K_{ind}^2 \omega_1^2 \omega_2^2.$$

$$-K_{ind}^2 + K_{ind}^4 < 0.$$

Diese Ungleichung ist tatsächlich immer erfüllt, weil $0 < K_{ind} < 1$ ist. Falls wir die adäquaten Ausdrücke für B_1/A_1 bzw. B_2/A_2 benützt hätten, würden wir, natürlich, zum selben Resultate gelangen.

Demnach sind bei induktiver Kopplung — umgekehrt wie bei kapazitiver — die langsamen Teilschwingungen beider Systeme antisynchron, und die schnellen synchron.

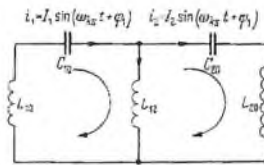


Bild 9.

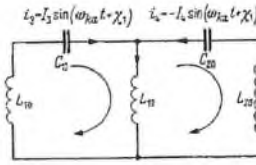


Bild 10.

Nun wollen wir die Grenzwerte der Koppelfrequenzen bestimmen! Nach Bild 9 werden wir wieder voraussetzen, daß in den Systemen nur synchrone Ströme fließen. Es soll $I_1 > I_2$ sein. Dann gilt für das erste System

$$0 = L_{10} \omega_{ks} I_1 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) - \frac{1}{\omega_{ks} C_{10}} I_1 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) + L_{12} \omega_{ks} (I_1 - I_2) \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1).$$

Demnach ist

$$\omega_{ks}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + L_{12} \frac{I_1 - I_2}{I_1}}.$$

Analog gilt für das zweite System

$$0 = L_{20} \omega_{ks} I_2 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) - \frac{1}{\omega_{ks} C_{20}} I_2 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) + L_{12} \omega_{ks} (I_2 - I_1) \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1)$$

und

$$\omega_{ks}^2 = \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + L_{12} \frac{I_2 - I_1}{I_2}}.$$

$\frac{I_1 - I_2}{I_1}$ ist ein echter Bruch und $\frac{I_2 - I_1}{I_2}$ ist negativ. Das bedeutet aber, daß $\omega_{ks}^2 < \frac{1}{C_{10} L_{10}}$ bzw. daß $\omega_{ks}^2 > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ ist. Bei $I_1 = I_2$ ist

$$\omega_{ks}^2 = \frac{1}{C_{10} L_{10}} = \frac{1}{C_{20} L_{20}} = \omega_{ks}^2.$$

Weiter ist ersichtlich, daß $\omega_{ks}^2 > \frac{1}{L_{10} + L_{12}} \frac{C_{10}}{I_1}$ bzw. $\omega_{ks}^2 > \frac{1}{L_{20} + L_{12}} \frac{C_{20}}{I_2}$ ist. Nun setzen wir nach

Bild 10 voraus, daß in den Systemen nur antisynchrone Ströme fließen. Es soll $I_3 > I_4$ sein. Dann ergibt sich für das erste System

$$0 = L_{10} \omega_{ka} I_3 \cos(\omega_{ka} t + \chi_1) - \frac{1}{\omega_{ka} C_{10}} I_3 \cos(\omega_{ka} t + \chi_1) + L_{12} \omega_{ka} [I_3 - (-I_4)] \cos(\omega_{ka} t + \chi_1).$$

Für das zweite System haben wir

$$0 = L_{20} \omega_{ka} (-I_4) \cos(\omega_{ka} t + \chi_1) - \frac{1}{\omega_{ka} C_{20}} (-I_4) \cos(\omega_{ka} t + \chi_1) \\ + L_{12} \omega_{ka} (-I_4 - I_3) \cos(\omega_{ka} t + \chi_1).$$

Aus diesen Gleichungen folgt:

$$\omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + L_{12} \frac{I_3 + I_4}{I_3}} = \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + L_{12} \frac{I_4 + I_3}{I_4}}.$$

Nachdem $\frac{I_3 + I_4}{I_3} < 2$ und $\frac{I_4 + I_3}{I_4} > 2$ ist, wird $\omega_{ka}^2 > \frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + 2 L_{12}}$ bzw. $\omega_{ka}^2 < \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + 2 L_{12}}$ sein.

Im Falle, daß $I_3 = I_4$ ist, wird $\omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + 2 L_{12}} = \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + 2 L_{12}} = \Omega_{ka}^2$ sein.

Außerdem ist ersichtlich, daß

$$\omega_{ka}^2 < \frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + L_{12}} \quad \text{bzw.} \quad \omega_{ka}^2 < \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + L_{12}} \quad \text{ist.}$$

Zusammenfassend mit Einschluß der Grenzfälle, können wir nun schreiben:

$$\min\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right) \leq \omega_{ks}^2 \leq \max\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right), \\ \omega_{ks}^2 \geq \max\left(\frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + L_{12}}, \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + L_{12}}\right), \\ \min\left(\frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + 2 L_{12}}, \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + 2 L_{12}}\right) \leq \omega_{ka}^2 \leq \max\left(\frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + 2 L_{12}}, \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + 2 L_{12}}\right), \\ \omega_{ka}^2 \leq \min\left(\frac{\frac{1}{C_{10}}}{L_{10} + L_{12}}, \frac{\frac{1}{C_{20}}}{L_{20} + L_{12}}\right).$$

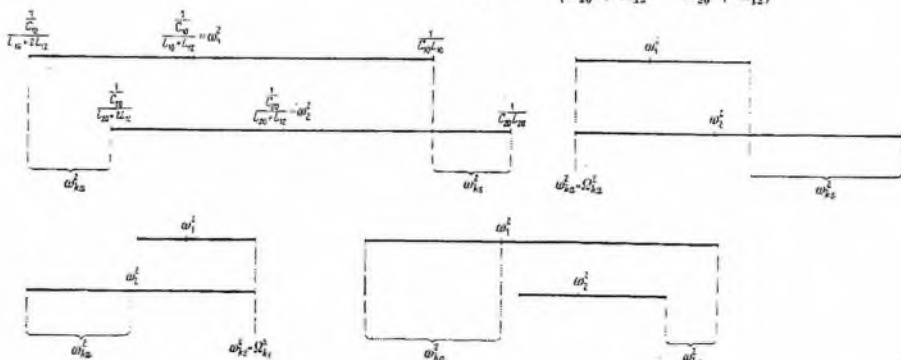


Bild 11.

Bild 11 zeigt welche Werte ω_{ks}^2 bzw. ω_{ka}^2 bei einigen induktiv gekoppelten Systemen annehmen können. Beim Symmetrieren der induktiv gekoppelten Systeme ist ersichtlich, daß die Quadrate der Eigenfrequenzen der entkoppelten Systeme ω_1^2 bzw. ω_2^2 nicht in die Mitte der Quadrate der zugehörigen Hauptkoppelfrequenzen zu liegen kommen, wie das bei kapazitiv gekoppelten Systemen der Fall war.

III. Die Kopplung ist kombiniert nach Bild 12.

Die Differentialgleichungen der Schwingungen lauten:

$$\begin{aligned} L_{10} \frac{d^2 q_1}{dt^2} + \frac{q_1}{C_{10}} + L_{12} \left(\frac{d^2 q_1}{dt^2} - \frac{d^2 q_2}{dt^2} \right) + q_1 - q_2 &= 0, \\ L_{20} \frac{d^2 q_2}{dt^2} + \frac{q_2}{C_{20}} + L_{12} \left(\frac{d^2 q_2}{dt^2} - \frac{d^2 q_1}{dt^2} \right) + \frac{q_2 - q_1}{C_{12}} &= 0. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die charakteristische Gleichung

$$(\omega_1^2 - \omega_k^2)(\omega_k^2 - \omega_s^2) = (k_{1\text{ kap}} \omega_1^2 - k_{1\text{ ind}} \omega_k^2)(k_{2\text{ ind}} \omega_k^2 - k_{2\text{ kap}} \omega_s^2).$$

Die Quadrate der Koppelfrequenzen sind

$$\begin{aligned} \omega_{k\text{ sch}}^2, \omega_{kl}^2 &= \frac{\omega_1^2 + \omega_s^2 - k_{1\text{ ind}} k_{2\text{ kap}} \omega_s^2 - k_{2\text{ ind}} k_{1\text{ kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \\ &\pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 + \omega_s^2 - k_{1\text{ ind}} k_{2\text{ kap}} \omega_s^2 - k_{2\text{ ind}} k_{1\text{ kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2 - \frac{\omega_1^2 \omega_s^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{1 - K_{\text{ind}}^2}}. \end{aligned}$$

Diesmal haben wir die beiden Koppelfrequenzen anders als in den beiden vorangehenden Fällen bezeichnet. Die schnelle Frequenz für die das Pluszeichen vor dem Wurzelausdrucke gilt, haben wir mit dem Index *ksch* und die langsame, für die das Minuszeichen gilt, haben wir mit *kl* versehen. Vom Gebrauch der Indexe *ks* und *ka* haben wir also Abstand genommen und zwar deshalb, weil jetzt sowohl die schnellen als auch die langsamen partikulären Schwingungen synchron oder antisynchron sein können, was von den Parametern der Kreise abhängt. Es wird sich zeigen, daß im Falle wenn

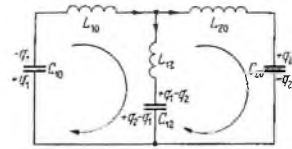


Bild 12.

$\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \max\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right)$ ist, die schnellen Teilschwin-

gungen antisynchron und die langsamen synchron sind, während im Falle wenn $\frac{1}{C_{12} L_{12}}$

$< \min\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right)$ ist, gerade das Umgekehrte zutrifft. Im Falle jedoch, wenn $\frac{1}{C_{10} L_{10}}$

$> \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ ist, sind sowohl die schnellen, wie auch die langsamen Teilschwingungen synchron, und antisynchrone treten dann überhaupt nicht auf.

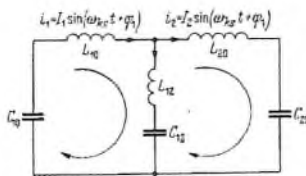


Bild 13.

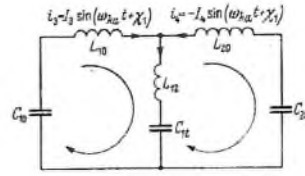


Bild 14.

Die allgemeinen Integrale der Schwingungen haben dieselbe Form wie in den vorangehenden Fällen und in die Differentialgleichungen eingeführt, ergeben sie die Gleichheit der Phasenwinkel der Teilschwingungen des ersten und zweiten Kreises sowie folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \frac{B_1}{A_1} &= \frac{\omega_{ksch}^2 - \omega_1^2}{k_{1\text{ ind}} \omega_{ksch}^2 - k_{1\text{ kap}} \omega_1^2} = \frac{k_{2\text{ ind}} \omega_{ksch}^2 - k_{2\text{ kap}} \omega_s^2}{\omega_{ksch}^2 - \omega_s^2} = \pm F_1, \\ \frac{B_2}{A_2} &= \frac{\omega_{kl}^2 - \omega_s^2}{k_{2\text{ ind}} \omega_{kl}^2 - k_{2\text{ kap}} \omega_s^2} = \frac{k_{1\text{ ind}} \omega_{kl}^2 - k_{1\text{ kap}} \omega_1^2}{\omega_{kl}^2 - \omega_1^2} = \pm F_2. \end{aligned}$$

Fällt B_1/A_1 positiv aus, dann sind die Teilschwingungen mit der Frequenz ω_{ksch} synchron, fällt es negativ aus, dann sind sie antisynchron. Dasselbe gilt für B_2/A_2 bezüglich der Teilschwingungen mit der Frequenz ω_{kl} . Treten sowohl synchrone, wie auch antisynchrone Teilschwingungen auf,

dann muß beim positiven Verhältnis B_1/A_1 , das Verhältnis B_2/A_2 negativ sein und umgekehrt. Jedoch — wie wir schon angeführt haben — können beide Verhältnisse zugleich positiv sein.

Um die Grenzwerte der Koppelfrequenzen zu finden, werden wir denselben Weg wie in den beiden vorangehenden Fällen einschlagen. Nach Bild 13 werden wir voraussetzen, daß in den Systemen nur synchrone Ströme fließen. Dann ergibt sich für das erste System wie folgt:

$$-\frac{1}{\omega_{ks} C_{10}} I_1 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) + \omega_{ks} L_{10} I_1 \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) + \omega_{ks} L_{12} (I_1 - I_2) \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) - \frac{1}{\omega_{ks} C_{12}} (I_1 - I_2) \cos(\omega_{ks} t + \varphi_1) = 0.$$

Daraus bekommen wir

$$\omega_{ks}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_2 - I_1}{I_1}}{L_{10} + L_{12} \frac{I_1 - I_2}{I_1}}.$$

Analog ergibt sich für das zweite System:

$$\omega_{ks}^2 = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_2 - I_1}{I_2}}{L_{20} + L_{12} \frac{I_2 - I_1}{I_2}}.$$

Wenn in den Systemen nur antisynchrone Ströme fließen, gilt nach Bild 14 für das erste System:

$$-\frac{1}{\omega_{ks} C_{10}} I_3 \cos(\omega_{ks} t + \chi_1) + \omega_{ks} L_{10} I_3 \cos(\omega_{ks} t + \chi_1) + \omega_{ks} L_{12} [I_3 - (-I_4)] \cos(\omega_{ks} t + \chi_1) - \frac{1}{\omega_{ks} C_{12}} [I_3 - (-I_4)] \cos(\omega_{ks} t + \chi_1) \times \cos(\omega_{ks} t + \chi_1) = 0.$$

Demnach ist

$$\omega_{ks}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_3 + I_4}{I_3}}{L_{10} + L_{12} \frac{I_3 + I_4}{I_3}}.$$

Analog ist für das zweite System:

$$\omega_{ks}^2 = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}} \frac{I_4 + I_3}{I_4}}{L_{20} + L_{12} \frac{I_4 + I_3}{I_4}}.$$

Die so gewonnenen Ausdrücke für ω_{ks}^2 und ω_{ks}^2 werden wir am besten auf Grund graphischer Konstruktionen nach Bild 15, wobei $\omega_{ks}^2 = \tan^2 \alpha$ und $\omega_{ks}^2 = \tan^2 \beta$ sein wird, einer Betrachtung unterziehen. Die Parameter der Kreise haben wir so ausgewählt, daß $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \max\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right)$ und außerdem $I_1 > I_2$ bzw. $I_3 > I_4$ ist.

Auf der oberen Zeichnung ist die Konstruktion für ω_{ks} ausgeführt. Von o aus ist in horizontaler Richtung der Wert von L_{10} und senkrecht dazu $1/C_{10}$ aufgetragen. Der Wert $\frac{I_1 - I_2}{I_1} = a$ ist positiv und kleiner als 1. Wenn wir am Ende von $1/C_{10}$ in horizontaler Richtung $a L_{12}$ und

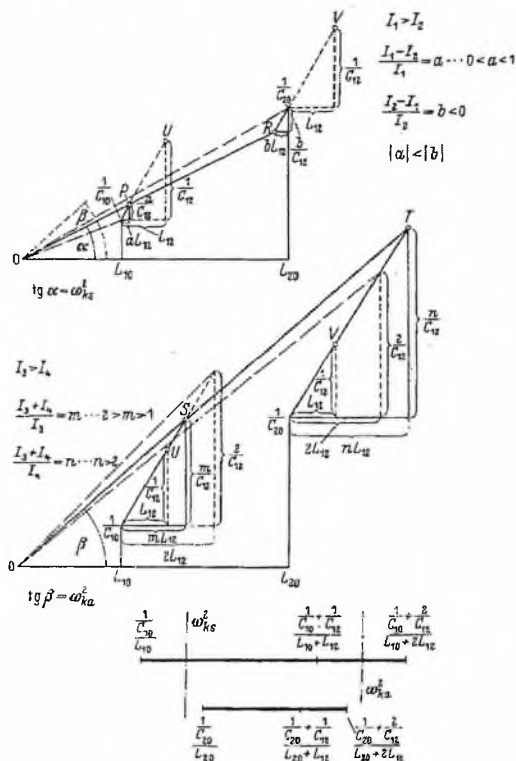


Bild 15.

senkrecht dazu a/C_{12} fortsetzen, gelangen wir zum Punkte P . Durch Verbinden dieses Punktes mit o , erhalten wir den Winkel α dessen

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{a}{C_{12}}}{L_{10} + a L_{12}} = \omega_{ks}^2 \quad \text{ist.}$$

Ganz analog werden wir am Ende vom horizontalen L_{20} senkrecht dazu den Wert $1/C_{20}$ fortsetzen. Nachdem der Wert $\frac{I_2 - I_1}{I_3} = b$ negativ ist, werden wir vom Endpunkte des $1/C_{20}$ den Wert b/C_{12} nach unten und dann $b L_{12}$ nach links auftragen. Auf diese Weise sind wir zum Punkte R gelangt, der mit o verbunden denselben Winkel α wie früher ergibt und demnach ist

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{b}{C_{12}}}{L_{20} + b L_{12}} = \omega_{ks}^2.$$

Es muß erwähnt werden, daß $|b| > |a|$ ist. Nachdem a und b immer entgegengesetzte Vorzeichen haben, kommt der Winkel α zwischen den Winkeln, deren Tangenswerte $\frac{1}{C_{10} L_{10}}$ bzw. $\frac{1}{C_{20} L_{20}}$ sind, zu liegen. Einen Schenkel dieser Winkel stellt die Horizontale von o aus und den anderen die obere bzw. die untere gestrichelte Linie dar.

Wenn wir auf dieselbe Weise am Ende von $1/C_{10}$ den Wert L_{12} und senkrecht dazu $1/C_{12}$ auftragen, gelangen wir zum Punkte U . Durch Auftragen dieser Werte am Ende von $1/C_{20}$ ergibt sich der Punkt V . Durch Verbinden des Punktes U mit o erhalten wir einen Winkel, der unter Voraussetzung, daß $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{10} L_{10}}$ ist, größer als der Winkel α sein muß, nachdem $a < 1$ ist.

Ebenso unter Voraussetzung, daß $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ ist, muß der Winkel, der durch das Verbinden von V mit o entsteht, größer als α sein, nachdem b negativ ist. Somit können wir schreiben

$$\omega_{ks}^2 < \min \left(\frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{10} + L_{12}}, \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{20} + L_{12}} \right).$$

Um das Bild nicht unnötig zu komplizieren, haben wir unten eine neue Zeichnung behufs Konstruktion von ω_{ks}^2 ausgeführt. Selbstverständlich sind die Parameter dieselben geblieben wie früher. Nachdem $I_3 > I_4$ ist, ist $\frac{I_3 + I_4}{I_3} = m$ größer als 1 aber kleiner als 2, während $\frac{I_4 + I_3}{I_4} = n$ größer als 2 ist. Vom Endpunkte des $1/C_{10}$ werden wir horizontal $m L_{12}$ und dann senkrecht dazu m/C_{12} fortsetzen und so zum Punkte S gelangen. Analog werden wir am Endpunkte des $1/C_{20}$ horizontal $n L_{12}$ und weiter senkrecht dazu n/C_{12} auftragen und so den Punkt T erreichen. Die Verbindungsgerade des Punktes T bzw. S mit o bildet mit der Horizontalen den Winkel β . Demnach ist

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{m}{C_{12}}}{L_{10} + m L_{12}} = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{n}{C_{12}}}{L_{20} + n L_{12}} = \omega_{ks}^2.$$

Bei $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \max \left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}} \right)$ ist der Winkel β größer als die schon bekannten Winkel, welche die Verbindungsgerade von U bzw. V mit o und die Horizontale bilden, da ja sowohl m als auch n größer als 1 sind. Folglich können wir schreiben

$$\omega_{ks}^2 > \max \left(\frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{10} + L_{12}}, \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{20} + L_{12}} \right).$$

Nun werden wir an den Endpunkten von $1/C_{10}$ bzw. $1/C_{20}$ horizontal $2 L_{12}$ und dann senkrecht darauf $2/C_{12}$ auftragen und die so gewonnenen Punkte mittels gestrichelter Linien mit o verbinden. Im ersten Falle haben wir den Winkel β vergrößert, im zweiten verkleinert. Demnach

befindet sich ω_{ks}^2 zwischen den Werten von $\frac{1}{\frac{C_{10}}{L_{10}} + 2 \frac{C_{12}}{L_{12}}}$ und $\frac{1}{\frac{C_{20}}{L_{20}} + 2 \frac{C_{12}}{L_{12}}}$. Aus der Konstruktion folgt nun, daß bei $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \max\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right)$ der Winkel $\beta > \alpha$ sein muß, nachdem $m > a$ und $n > b$ ist. Das ist übrigens aus der oberen Zeichnung, wo wir den Winkel β zwecks Vergleichung mit dem Winkel α , eingezeichnet haben, gut ersichtlich.

Die Winkel α und β müssen natürlich immer kleiner als $\pi/2$ sein, damit ihre Tangenswerte positiv und dadurch ω_{ks} bzw. ω_{ka} real werden.

Auf Bild 15 ganz unten haben wir für jedes System separat die zugehörigen Werte der Frequenzen auf den Zahlengeraden aufgetragen. Es ist daraus ersichtlich, daß sich unsere beiden kombiniert gekoppelten Systeme ähnlich wie zwei rein kapazitiv gekoppelten Systeme verhalten¹.

Die Ungleichung $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \max\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right)$ ist — wie Erinnerlich — die notwendige Bedingung dafür. Was schließt sie ein?

$$\begin{aligned} \text{Aus } \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{10} L_{10}} & \quad \text{folgt} \quad \frac{L_{10}}{L_{12}} > \frac{C_{12}}{C_{10}} \quad \text{und aus} \\ \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}} & \quad \text{folgt} \quad \frac{L_{20}}{L_{12}} > \frac{C_{12}}{C_{20}}. \end{aligned}$$

Wie bekannt ist

$$\begin{aligned} K_{ind} &= \frac{L_{12}}{\sqrt{(L_{12} + L_{10})(L_{12} + L_{20})}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{L_{10}}{L_{12}}\right)\left(1 + \frac{L_{20}}{L_{12}}\right)}} \\ K_{kap} &= \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}\right)\left(\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{20}}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{C_{12}}{C_{10}}\right)\left(1 + \frac{C_{12}}{C_{20}}\right)}} \end{aligned}$$

Aus diesen Ausdrücken ist nun ersichtlich, daß unsere Bedingung die Tatsache, daß $K_{kap} > K_{ind}$ ist, zugleich mit einschließt. Die Umkehrung dieser Folgerung gilt indessen nicht, d. h. die Tatsache, daß $K_{kap} > K_{ind}$ ist, schließt nicht notwendig obige Bedingung in sich ein. Es ist z. B. ganz leicht möglich, daß C_{12}/C_{10} ganz beträchtlich kleiner als L_{10}/L_{12} ist, während C_{12}/C_{20} nur um ein Weniges L_{20}/L_{12} übertrifft. Dadurch folgt dann ebenfalls, daß $K_{kap} > K_{ind}$ ist, ohne daß zugleich die obige Bedingung erfüllt wäre.

Wenn $\frac{1}{C_{12} L_{12}} = \frac{1}{C_{10} L_{10}} = \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ ist, dann folgt $\frac{L_{10}}{L_{12}} = \frac{C_{12}}{C_{10}}$ und $\frac{L_{20}}{L_{12}} = \frac{C_{12}}{C_{20}}$ bzw. $K_{kap} = K_{ind}$. Die Konstruktion ergibt dann die Gleichheit beider Winkel α und β sowie der Frequenzen ω_{ks} und ω_{ka} . In diesem Falle schwingen beide Systeme nur mit einer Frequenz und es bestehen also in denselben einfache Sinusschwingungen und keine Schwebungen.

Mit Einschluß der Grenzwerte, können wir nun die Resultate für den „kapazitiven“ Fall wie folgt zusammenfassen:

$$\begin{aligned} \min\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right) &\leq \omega_{ks}^2 \leq \max\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right), \\ \omega_{ks}^2 &\leq \min\left(\frac{1}{\frac{C_{10}}{L_{10}} + \frac{1}{L_{12}}}, \frac{1}{\frac{C_{20}}{L_{20}} + \frac{1}{L_{12}}}\right), \\ \min\left(\frac{1}{\frac{C_{10}}{L_{10}} + 2 \frac{C_{12}}{L_{12}}}, \frac{1}{\frac{C_{20}}{L_{20}} + 2 \frac{C_{12}}{L_{12}}}\right) &\leq \omega_{ka}^2 \leq \max\left(\frac{1}{\frac{C_{10}}{L_{10}} + 2 \frac{C_{12}}{L_{12}}}, \frac{1}{\frac{C_{20}}{L_{20}} + 2 \frac{C_{12}}{L_{12}}}\right), \\ \omega_{ka}^2 &\geq \max\left(\frac{1}{\frac{C_{10}}{L_{10}} + \frac{1}{L_{12}}}, \frac{1}{\frac{C_{20}}{L_{20}} + \frac{1}{L_{12}}}\right). \end{aligned}$$

¹ Die Ähnlichkeit ist nur qualitativ, da die numerischen Verhältnisse der Frequenzen auf den Zahlengeraden bei beiden Kopplungsarten nicht vollständig übereinstimmen.

Bei Beziehungen $\frac{1}{C_{12}L_{12}} < \frac{1}{C_{10}L_{10}}$ bzw. $\frac{1}{C_{12}L_{12}} < \frac{1}{C_{20}L_{20}}$ ist $\frac{L_{10}}{L_{12}} < \frac{C_{12}}{C_{10}}$ bzw. $\frac{L_{20}}{L_{12}} < \frac{C_{12}}{C_{20}}$ und folglich $K_{ind} > K_{kop}$. Diesen Fall stellt Bild 16 dar, wobei die Parameter so gewählt wurden, daß $I_1 < I_2$ und $I_3 > I_4$ ist. Demnach ist $a < 0$, während $0 < b < 1$ bei $|a| > |b|$ ist. Der Wert $\omega_{ks}^2 = \tan^2 \alpha$ kommt auch hier zwischen den Werten $\frac{1}{C_{10}L_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20}L_{20}}$ zu liegen, aber die Winkel, deren ein Schenkel die Verbindungsgerade des Punktes U bzw. V mit o und der andere Schenkel die Horizontale ist, sind jetzt kleiner als α , d. h. es ist

$$\omega_{ks}^2 > \max \left(\frac{1}{C_{10}L_{10}} + \frac{1}{L_{10} + L_{12}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}} + \frac{1}{L_{20} + L_{12}} \right).$$

Nachdem auch hier wie im beschriebenen Fall in Bild 15 $I_3 > I_4$ ist, ist $2 > m > 1$ und $n > 2$. Der Winkel β liegt also zwischen den

Winkeln deren Tangenswerte $\frac{1}{C_{10}L_{10}} + \frac{2}{L_{10} + 2L_{12}}$ bzw.

$\frac{1}{C_{20}L_{20}} + \frac{2}{L_{20} + 2L_{12}}$ sind. Indessen, jetzt ist β kleiner, als die oben erwähnten Winkel deren einen Schenkel die Verbindungsgerade des Punktes U bzw. V mit o und den anderen die Horizontale bildet, d. h. es ist

$$\omega_{ks}^2 < \min \left(\frac{1}{C_{10}L_{10}} + \frac{1}{L_{10} + L_{12}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}} + \frac{1}{L_{20} + L_{12}} \right).$$

Folglich ist hier $\alpha > \beta$.

Auf den Zahlengeraden ganz unten haben wir die zugehörigen Werte der Frequenzen beider Systeme aufgetragen und nun ist es augenscheinlich, daß sich unsere diesmaligen kombiniert gekoppelten Systeme ähnlich wie zwei rein induktiv gekoppelten Systeme verhalten.

Einschließlich der Grenzwerte, können wir nun die Resultate für den „induktiven“ Fall wie folgt formulieren:

$$\min \left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}} \right) \leq \omega_{ks}^2 \leq \max \left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}} \right),$$

$$\omega_{ks}^2 \geq \max \left(\frac{1}{C_{10}L_{10}} + \frac{1}{L_{10} + L_{12}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}} + \frac{1}{L_{20} + L_{12}} \right),$$

$$\min \left(\frac{1}{C_{10}L_{10}} + \frac{2}{L_{10} + 2L_{12}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}} + \frac{2}{L_{20} + 2L_{12}} \right) \leq \omega_{ksa}^2 \leq \max \left(\frac{1}{C_{10}L_{10}} + \frac{2}{L_{10} + 2L_{12}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}} + \frac{2}{L_{20} + 2L_{12}} \right),$$

$$\omega_{ksa}^2 \leq \min \left(\frac{1}{C_{10}L_{10}} + \frac{1}{L_{10} + L_{12}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}} + \frac{1}{L_{20} + L_{12}} \right).$$

Es muß hervorgehoben werden, daß sowohl die Größen a , b , m und n als auch die synchrone und antisynchrone Koppelfrequenz durch die gegebenen Parameter der Kreise eindeutig bestimmt sind. Demnach existiert im jeglichen Falle nur eine Gerade durch o auf der die Punkte P

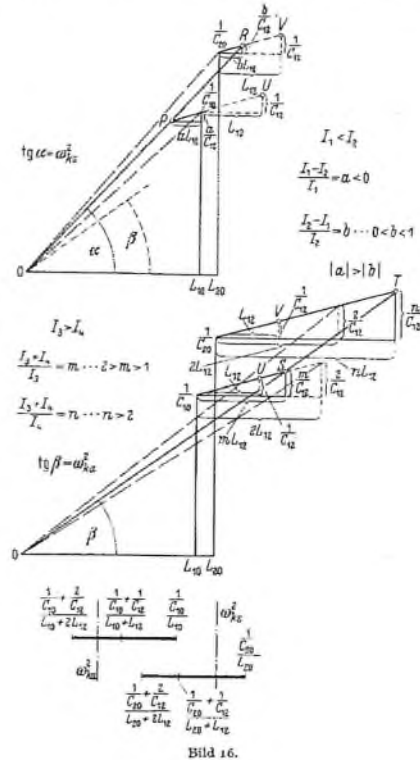


Bild 16.

und R bzw. S und T liegen. Eventuelle andere Lösungen treten daher nicht auf. Da sowohl I_2/I_1 als auch I_4/I_3 durch die gegebenen Parameter der Kreise vollständig definiert sind, können wir z. B. die Amplituden I_1 und I_3 voraussetzen, wobei sich dann I_2 und I_4 von selbst ergeben.

Selbstverständlich können rein kapazitiv oder rein induktiv gekoppelte Systeme, mit denen wir uns früher beschäftigt haben, auch auf Grund eben gezeigter Konstruktionen einer Betrachtung unterzogen werden. Im Falle rein kapazitiver Kopplung ist $L_{12} = 0$ und folglich ist $\frac{1}{C_{12}L_{12}} = \infty$. Damit ist aber die Bedingung, daß $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \max\left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}}\right)$ ist, erfüllt. Die Dreiecke, die wir am Endpunkte von $1/C_{10}$ bzw. $1/C_{20}$ fortsetzen, degenerieren nun in eine vertikale Länge. Bei rein induktiver Kopplung ist $1/C_{12} = 0$ und demnach ist $\frac{1}{C_{12}L_{12}} = 0$ bzw. $\frac{1}{C_{12}L_{12}} < \min\left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}}\right)$. Die erwähnten Dreiecke degenerieren in eine horizontale Länge.

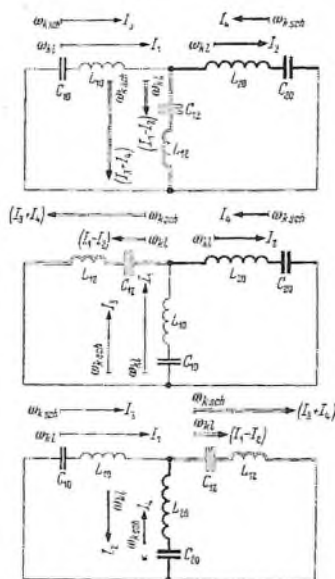


Bild 17.

Bei rein kapazitiv oder rein induktiv gekoppelten Systemen ist es ganz genau definiert, welcher Zweig als Kopplungszweig anzusehen ist und zwar derjenige, welcher nur Kapazität bzw. nur Induktivität enthält. Bei kombinierter Kopplung jedoch, enthalten alle drei Zweige beide Arten von Parametern und es entsteht die Frage, was geschieht, wenn wir nun statt eines willkürlich gewählten Zweiges, einen anderen als Kopplungszweig ansehen wollen¹. Physikalisch wird selbstverständlich „nichts geschehen“, aber in Bezug auf unsere Betrachtungsweise, wird sich ein Unterschied ergeben.

Nach Bild 17 (obere Zeichnung) werden wir dieselben Kreise, die wir in Bild 15 behandelt haben, voraussetzen, d. h. es ist $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}} > \frac{1}{C_{10}L_{10}}$ und $I_1 > I_2$ bzw. $I_3 > I_4$. Die Amplituden der Ströme sowie die Richtung derselben in der Zeit $t = 0$ sind ebenfalls eingezeichnet.

Um den jeweiligen Zweig leichter im Auge zu behalten, haben wir denjenigen mit L_{10} und C_{10} dünn, denjenigen mit L_{20} und C_{20} dick und denjenigen mit L_{12} und C_{12} in doppelter Linie ausgezogen. Der eben angeführten Bedingung gemäß, verhalten sich die Systeme als „kapazitiv“ gekoppelt, d. h. die synchrone Frequenz ist langsam und die antisynchrone schnell. Wollen wir nun den Zweig mit C_{10} und L_{10} als Kopplungszweig ansehen, so wird das Verhalten der Systeme „induktiv“ sein, da ja

$\frac{1}{C_{10}L_{10}} < \min\left(\frac{1}{C_{20}L_{20}}, \frac{1}{C_{12}L_{12}}\right)$ ist. Folglich wird jetzt die schnelle Frequenz synchron und die langsame antisynchron sein. Das ist aus der mittleren Zeichnung von Bild 17 schön ersichtlich. Bei derselben haben wir die Lage der Zweige ohne, natürlich, die in ihnen fließenden Ströme zu ändern, miteinander vertauscht. Dadurch ist die langsame Frequenz, der in der oberen Zeichnung die Bedeutung von ω_h innewohnt, antisynchron, und die schnelle, die dort die Bedeutung von ω_h hat, synchron geworden!

Bisher haben wir absichtlich vom dritten Fall, bei welchem der reziproke Produkt der Kapazität und Induktivität des Kopplungszweiges zwischen solchen Produkten der äußeren Zweige zu liegen kommt, nicht gesprochen. In Wirklichkeit können wir bei Systemen ohne aufgedrückte Spannung diesen Fall leicht vermeiden, indem wir als Kopplungszweig denjenigen, dessen reziproker Produkt der Kapazität und Induktivität am größten oder am kleinsten ist, ansehen können. In diesen beiden Fällen werden sich für die Koppelfrequenzen, natürlich, die-

¹ Bei gekoppelten Systemen mit aufgedrückter Spannung und bestimmten Verbraucher ist auch bei kombinierter Kopplung eindeutig festgelegt, welcher Zweig als Kopplungszweig anzusehen ist.

selben zwei Zahlenwerte ergeben. Ihre Bedeutung jedoch, wird im jeglichen Falle verschieden sein, d. h. das eine Mal synchron und das andere Mal antisynchron, wie wir das eben gezeigt haben.

Nachdem im dritten Falle z. B. $\frac{L_{10}}{L_{12}} < \frac{C_{12}}{C_{10}}$ und $\frac{L_{20}}{L_{12}} > \frac{C_{12}}{C_{20}}$ sein kann, wo sich der Index 12 auf den Kopplungsweig bezieht, kann bei so gekoppelten Systemen $K_{hap} \geq K_{ind}$ sein.

Auf unserer zuletzt erwähnten Abbildung in der unteren Zeichnung ist eben dieser Fall dargestellt. Bei unseren Kreisen ist $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}} > \frac{1}{C_{10}L_{10}}$ und nun ist als Kopplungsweig derjenige mit C_{20} und L_{20} angenommen worden. Da die Ströme in den jeweiligen Zweigen, natürlich, unverändert geblieben sind, so erweisen sich dieselben in den äußeren Zweigen jetzt als zwei Paare synchroner Ströme. Wir werden deshalb ihre Frequenzen, die ja unsere frühere langsame und schnelle Frequenz sind, jetzt als ω_{hs} und ω_{hs} bezeichnen. Auf der Abbildung haben beide Paare dieser synchronen Ströme im Momente $t = 0$ untereinander dieselbe Richtung. Es kann jedoch ein Paar entgegengesetzt dem anderen gerichtet sein, was von den Anfangsbedingungen und den Parametern abhängt.

Um unsere früheren Formeln, in welchen die Parameter des Kopplungszweiges mit dem Index 12 versehen waren, nicht zu ändern, werden wir nun voraussetzen, daß $\frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$ bzw. $\frac{L_{20}}{C_{12}} > \frac{L_{12}}{C_{20}}$, $\frac{L_{10}}{C_{12}} < \frac{L_{12}}{C_{10}}$ und $\frac{L_{20}}{C_{10}} > \frac{L_{10}}{C_{20}}$ ist.

Wie wir schon ausgeführt haben, beträgt die antisynchrone Frequenz $\omega_{ha}^2 = \frac{1}{L_{10}} + \frac{m}{C_{20} + nL_{12}}$ $= \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{n}{L_{12}}}{L_{20} + nL_{12}}$, wobei m und n positive Zahlen sind. Aus dieser Gleichung folgt weiter:

$$\frac{L_{20}}{C_{10}} + m \frac{L_{20}}{C_{12}} + n \frac{L_{12}}{C_{10}} + m n \frac{L_{12}}{C_{12}} = \frac{L_{10}}{C_{20}} + n \frac{L_{10}}{C_{12}} + m \frac{L_{12}}{C_{20}} + m n \frac{L_{12}}{C_{12}} \text{ bzw.}$$

$$m \left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{10}}{C_{20}} \right) + n \left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}} \right) = \frac{L_{10}}{C_{20}} - \frac{L_{20}}{C_{10}}.$$

Wenn wir in der ersten Klammer den Minuend durch die kleinere Zahl L_{12}/C_{20} und in der zweiten den Subtrahend durch die größere L_{12}/C_{10} ersetzen, wird die linke Seite gleich Null, was bei positivem m und n kleiner ist als deren tatsächlicher Wert vor der Substitution. Demnach ist $0 < \frac{L_{10}}{C_{20}} - \frac{L_{20}}{C_{10}}$ oder $\frac{L_{20}}{C_{10}} < \frac{L_{10}}{C_{20}}$, also gerade entgegengesetzt der Voraussetzung! Daraus folgt, daß es jetzt unmöglich zwei positive Zahlen m und n geben kann, bzw. daß eine antisynchrone Frequenz nicht besteht, und demnach beide Frequenzen synchron sind. Daher folgt:

$$\omega_{hs_1}^2 = \frac{1}{C_{10}} + \frac{a_1}{C_{12}} = \frac{1}{C_{20}} + \frac{b_1}{C_{12}}$$

und

$$\omega_{hs_2}^2 = \frac{1}{C_{10}} + \frac{a_2}{C_{12}} = \frac{1}{C_{20}} + \frac{b_2}{C_{12}}$$

wobei — wie wir schon wissen — a_1 und b_1 bzw. a_2 und b_2 entgegengesetztes Vorzeichen haben.

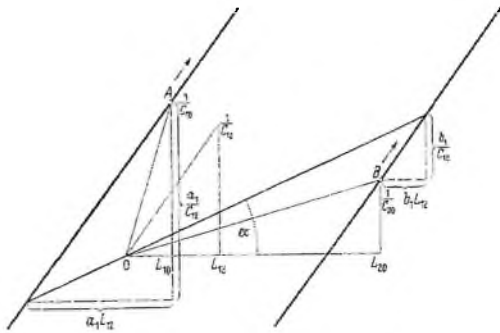


Bild 18.

Aus der Konstruktion in Bild 18 geht auch ganz klar hervor, daß bei $\frac{1}{C_{10}L_{10}} > \frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$ eine antisynchrone Frequenz nicht auftreten kann. Das würde nämlich eine Gerade von 0 aus

erfordern, die die beiden stark ausgezogenen Geraden oberhalb der Punkte A und B schneiden würde, wobei m oder n größer als 1 und kleiner als 2 wäre. Indessen, die Konstruktion des Quadrates der synchronen Frequenz ist leicht ausführbar. In dem Bild ist die Konstruktion für das Quadrat der langsamen Frequenz $\omega_{k sch}^2 = \tan^2 \alpha$, wobei $0 < b_1 < 1$ und $0 < a_1 < 1$ ist, bewerkstelligt. Bei der schnellen Frequenz ist es umgekehrt, d. h. $b_2 < 0$ und $0 < a_2 < 1$. Dies folgt aus der Erkenntnis, die wir noch später beweisen werden, daß die Koppelfrequenzen beiderseits des Intervalls, das mit ω_1 und ω_2 begrenzt ist, zu liegen kommen.

Außer den erwähnten negativen Beweisen, wollen wir nun auch einen positiven anführen.

Wie wir schon wissen, lautet die charakteristische Gleichung für kombiniert gekoppelte Systeme:

$$(\omega_1^2 - \omega_k^2)(\omega_2^2 - \omega_k^2) = (k_{1 kap} \omega_1^2 - k_{1 ind} \omega_k^2)(k_{2 ind} \omega_k^2 - k_{2 kap} \omega_2^2)$$

bzw. etwas umgeändert

$$(\omega_1^2 - \omega_k^2)(\omega_2^2 - \omega_k^2) = k_{1 ind} k_{2 ind} \left(\frac{k_{1 kap}}{k_{1 ind}} \omega_1^2 - \omega_k^2 \right) \left(\frac{k_{2 kap}}{k_{2 ind}} \omega_2^2 - \omega_k^2 \right),$$

$$\frac{k_{1 kap}}{k_{1 ind}} \omega_1^2 = \frac{\frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{10}}} \frac{L_{12} + L_{10}}{L_{12}} \omega_1^2 = \frac{1}{C_{12} L_{12}},$$

$$\frac{k_{2 kap}}{k_{2 ind}} \omega_2^2 = \frac{\frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{20}}} \frac{L_{12} + L_{20}}{L_{12}} \omega_2^2 = \frac{1}{C_{12} L_{12}}.$$

Demnach folgt:

$$(\omega_1^2 - \omega_k^2)(\omega_2^2 - \omega_k^2) = k_{1 ind} k_{2 ind} \left(\frac{1}{C_{12} L_{12}} - \omega_k^2 \right)^2.$$

Die rechte Seite ist entweder positiv oder gleich Null. Im ersten Falle ist $\omega_k^2 > \max(\omega_1^2, \omega_2^2)$ oder $\omega_k^2 < \min(\omega_1^2, \omega_2^2)$. Im zweiten Falle ist $\omega_k^2 = \omega_1^2$ oder $\omega_k^2 = \omega_2^2$. Daraus ergibt sich, daß die Quadrate der Koppelfrequenzen außerhalb des Intervalls, das mit ω_1^2 und ω_2^2 begrenzt ist, zu liegen kommen, wobei eventuell das Quadrat einer derselben den Grenzwert annehmen kann. Weiter folgt nun:

$$\omega_1^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{L_{10}} + \frac{1}{L_{12}}} = \frac{\frac{1}{C_{10} L_{12}} + \frac{1}{C_{12} L_{12}}}{\frac{L_{10}}{L_{12}} + 1} = \frac{1}{C_{12} L_{12}} \frac{\frac{L_{12}}{L_{10}} + 1}{\frac{L_{10}}{L_{12}} + 1},$$

$$\omega_2^2 = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{L_{20}} + \frac{1}{L_{12}}} = \frac{\frac{1}{C_{20} L_{12}} + \frac{1}{C_{12} L_{12}}}{\frac{L_{20}}{L_{12}} + 1} = \frac{1}{C_{12} L_{12}} \frac{\frac{L_{12}}{L_{20}} + 1}{\frac{L_{20}}{L_{12}} + 1}.$$

Wenn $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ ist, so können wir schreiben: $\frac{C_{12}}{C_{10}} > \frac{L_{10}}{L_{12}}$ und $\frac{C_{12}}{C_{20}} < \frac{L_{20}}{L_{12}}$. Demnach ergibt sich in Bezug auf die vorhergehenden Formeln, daß $\omega_1^2 > \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \omega_2^2$ ist.

Die partikulären Ladungen bzw. Ströme verhalten sich, wie wir schon am Anfang dieses Abschnittes angeführt haben, wie folgt:

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{\omega_{k sch}^2 - \omega_1^2}{k_{1 ind} \omega_{k sch}^2 - k_{1 kap} \omega_1^2} = \frac{\omega_{k sch}^2 - \omega_1^2}{k_{1 ind} \left(\omega_{k sch}^2 - \frac{k_{1 kap}}{k_{1 ind}} \omega_1^2 \right)} = \frac{\omega_{k sch}^2 - \omega_1^2}{k_{1 ind} \left(\omega_{k sch}^2 - \frac{1}{C_{12} L_{12}} \right)},$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{\omega_{k sch}^2 - \omega_2^2}{k_{2 ind} \omega_{k sch}^2 - k_{2 kap} \omega_2^2} = \frac{\omega_{k sch}^2 - \omega_2^2}{k_{2 ind} \left(\omega_{k sch}^2 - \frac{k_{2 kap}}{k_{2 ind}} \omega_2^2 \right)} = \frac{\omega_{k sch}^2 - \omega_2^2}{k_{2 ind} \left(\omega_{k sch}^2 - \frac{1}{C_{12} L_{12}} \right)}.$$

XLIV. Band D. ŠVARC: Kopplungsarten zweier gekoppelter ungedämpfter elektr. Schwingungssysteme 249

Wenn $\omega_{h\,sch}^2 > \omega_1^2$ ist, so muß auch $\omega_{h\,sch}^2 > \frac{1}{C_{12}L_{12}}$ sein, bzw. wenn $\omega_{h\,sch}^2 < \omega_2^2$ ist, so muß auch $\omega_{h\,sch}^2 < \frac{1}{C_{12}L_{12}}$ sein, nachdem sich das Quadrat der Koppelfrequenz außerhalb des Intervalles, der mit ω_1^2 und ω_2^2 begrenzt ist, befindet. Folglich ist B_1/A_1 immer positiv.

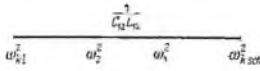


Bild 19.

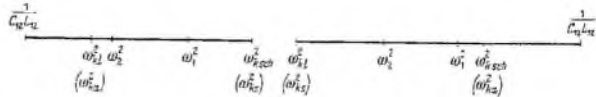


Bild 20.

Analog ist, unter Voraussetzung, daß $\omega_{k1}^2 > \omega_1^2$ ist, auch $\omega_{k1}^2 > \frac{1}{C_{12}L_{12}}$ bzw. unter Voraussetzung, daß $\omega_{k1}^2 < \omega_1^2$ ist, auch $\omega_{k1}^2 < \frac{1}{C_{12}L_{12}}$. Demnach ist B_2/A_2 immer positiv. Das bedeutet aber, daß jetzt nur synchrone Teilschwingungen auftreten.

Die tatsächliche gegenseitige Anordnung von ω_1^2 , ω_2^2 , ω_{k1}^2 , $\omega_{h\,sch}^2$ und $\frac{1}{C_{12}L_{12}}$ zeigt Bild 19.

Wird $\frac{1}{C_{12}L_{12}}$ kleiner als ω_1^2 und ω_2^2 , nach Bild 20 links, so bedeutet das nach der Formel

$$\omega_1^2 = \frac{1}{C_{12}L_{12}} \frac{\frac{C_{12}}{L_{10}} + 1}{\frac{L_{10}}{L_{12}} + 1}, \quad \text{daß} \quad \frac{C_{12}}{C_{10}} > \frac{L_{10}}{L_{12}}$$

und nach der Formel

$$\omega_2^2 = \frac{1}{C_{12}L_{12}} \frac{\frac{C_{12}}{L_{20}} + 1}{\frac{L_{20}}{L_{12}} + 1}, \quad \text{daß} \quad \frac{C_{12}}{C_{20}} > \frac{L_{20}}{L_{12}}$$

bzw. daß $\frac{1}{C_{12}L_{12}} < \min\left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}}\right)$ geworden ist. Analog, wenn nach Bild 20 rechts, $\frac{1}{C_{12}L_{12}}$ größer als ω_1^2 und ω_2^2 wird, so bedeutet das, daß zugleich auch $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \max\left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}}\right)$ geworden ist.

In diesen beiden Fällen treten dann — wie wir ja wissen — sowohl synchrone als auch anti-synchrone partikuläre Schwingungen auf. Dabei ist im ersten Falle $\frac{1}{C_{12}L_{12}} < \omega_{k1}^2$ und im zweiten $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \omega_{h\,sch}^2$, was sich aus den Konstruktionen in Bild 15 und 16 von selbst ergibt.

Wir haben vorhergehend bewiesen, daß die Koppelfrequenzen allgemein außerhalb des Intervalles, der mit ω_1 und ω_2 begrenzt ist, zu liegen kommen. Für den Fall, daß sich das reziproke Produkt der Kapazität und Induktivität des Kopplungszeuges zwischen solchen Produkten der äußeren Zweige befindet, blieb uns noch — was wir angekündigt haben — zu beweisen übrig, daß nach Bild 19 die Kopplungsfrequenzen, analog den früheren Fällen — beiderseitig des genannten Intervalles liegen müssen.

Zu diesem Zwecke werden wir uns des schon bekannten Bildes 17 bedienen. Die obere und mittlere Zeichnung beziehen sich — wie schon bekannt — auf diejenigen Fälle bei denen das reziproke Produkt der Parameter des Kopplungszeuges größer bzw. kleiner als solche Produkte der äußeren Zweige ist, während die untere Zeichnung den Fall, wo derselbe zwischen ihnen liegt, darstellt. In allen drei Fällen sind die Koppelfrequenzen natürlich dieselben, denn dadurch, daß wir die einzelnen Zweige abwechselnd als Kopplungszeuge ansehen, hat sich an ihrem physikalischen Zustand gar nichts geändert.

Für die obere Zeichnung lauten die Quadrate der Frequenzen entkoppelter Systeme, wie folgt:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{\frac{C_{10}}{L_{10}} + \frac{1}{C_{12}}} \quad \text{und} \quad \omega_2^2 = \frac{1}{\frac{C_{20}}{L_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}$$

Für die mittlere Zeichnung lauten dieselben

$$\omega_1^2 = \frac{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{10}}}{L_{12} + L_{10}} \quad \text{und} \quad \omega_2^2 = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{10}}}{L_{20} + L_{10}}.$$

Mittels der Konstruktionen in Bild 15 und 16 haben wir bewiesen, daß unsere nun unveränderten Koppelfrequenzen in diesen beiden Fällen beiderseitig des Intervalles, der mit bezüglichen ω_1 und ω_2 begrenzt ist, zu liegen kommen, oder, was dasselbe ist, daß sich die oben angeführten Eigenfrequenzen entkoppelter Systeme zwischen den unveränderten Koppelfrequenzen befinden.

Für die untere Zeichnung lauten die Quadrate der Eigenfrequenzen entkoppelter Systeme

$$\omega_1^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{20}}}{L_{10} + L_{20}} \quad \text{und} \quad \omega_2^2 = \frac{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{20}}}{L_{12} + L_{20}},$$

also je eine Frequenz erstgenannter Fälle! Demnach haben wir damit bewiesen, daß die unveränderten Koppelfrequenzen auch im dritten Falle beiderseitig des Intervalles, der mit bezüglichen ω_1 und ω_2 begrenzt ist, zu liegen kommen.

Bezeichnen wir wie gewöhnlich die Parameter des Kopplungszweiges mit dem Index 12, und die Parameter der äußeren Zweige mit den Indexen 10 bzw. 20, so lauten übersichtlich zusammengestellte Resultate einschließlich der Grenzwerte für den dritten Fall, wie folgt:

$$\begin{aligned} \min\left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}}\right) &\leq \omega_{kl}^2 \leq \max\left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}}\right), \\ \omega_{kl}^2 &\leq \min\left(\frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{10} + L_{12}}, \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{20} + L_{12}}\right), \\ \min\left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}}\right) &\leq \omega_{k\text{sch}}^2 \leq \max\left(\frac{1}{C_{10}L_{10}}, \frac{1}{C_{20}L_{20}}\right), \\ \omega_{k\text{sch}}^2 &\geq \max\left(\frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{10} + L_{12}}, \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{20} + L_{12}}\right). \end{aligned}$$

Bild 21 stellt die symmetrierten Systeme für diesen Fall dar, und aus ihm wird es sofort klar, warum jetzt antisynchrone Teilschwingungen nicht vorhanden sein können. Das Quadrat der

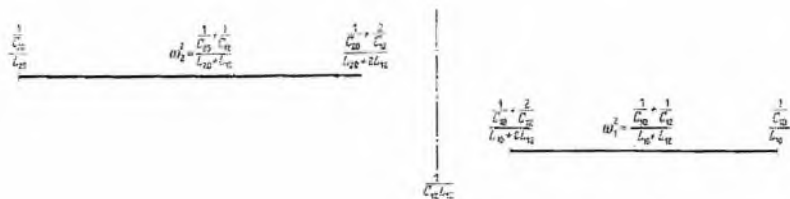


Bild 21.

antisynchronen Frequenz müßte nämlich zwischen den Werten $\frac{1}{C_{10} + \frac{2}{C_{12}}}$ und $\frac{1}{\frac{2}{C_{20}} + \frac{2}{C_{12}}}$ zu liegen kommen. Indessen, diese Werte befinden sich jetzt im Intervalle, der mit ω_1^2 und ω_2^2 begrenzt ist, in welchem überhaupt gar keine Quadrate der Koppelfrequenzen auftreten können.

Das Verhalten zweier kombiniert gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung bei allmählicher Verkleinerung ihrer Kopplungselastanz, *Archiv f. Elektrotechnik*, Band XLVII, Heft 4 (1962), str. 234-256.

234 DURO ŠVARC: Verhalten zweier kombiniert gekoppelter ungedämpfter Schwingungssysteme Archiv für Elektrotechnik

Das Verhalten zweier kombiniert gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung bei allmählicher Verkleinerung ihrer Kopplungselastanz

Von

DURO ŠVARC, Zagreb

Mit 18 Textabbildungen

(Eingegangen am 17. April 1962)

Übersicht: In der Abhandlung „Über das Wesen verschiedener Kopplungsarten zweier gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung“ im „Archiv für Elektrotechnik“ XLIV (1959) Heft 4, wurde gezeigt, daß man bei der Betrachtung der kombinierten Kopplungsart genannter Schwingungssysteme drei voneinander getrennte Bereiche unterscheiden muß, und zwar 1. den ersten Bereich, wenn das reziproke Produkt der Kapazität und Induktivität des Kopplungs zweiges größer als ebensolche reziproke Produkte der beiden äußeren Zweige ist, d. h. $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ 2. den zweiten Bereich, wenn es zwischen dieselben zu liegen kommt, d. h. $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ und 3. den dritten Bereich, wenn es kleiner von ihnen ist, d. h. $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}}$. Im ersten Bereich sind die beiden partikulären Ströme der langsamen Frequenz synchron, und die der schnellen antisynchron, im zweiten Bereich sind beide Paare von Strömen, also sowohl die der langsamen als auch die der schnellen Frequenz synchron, während im dritten Bereich die beiden partikulären Ströme der langsamen Frequenz antisynchron und die der schnellen synchron sind.

In der vorliegenden Abhandlung werden zwei Schwingungssysteme bei welchen $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{10} L_{10}}$ $> \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ ist, die also in den ersten Bereich gehören, angenommen. Bei ihren immer gleichbleibenden entkoppelten Zuständen werden wir allmählich ihre Kopplungselastanz verkleinern, wodurch dieselben über den ersten Grenzfall bei $\frac{1}{C_{12} L_{12}} = \frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ in den zweiten Bereich bei $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$, und schließlich über den zweiten Grenzfall bei $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}} = \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ in den dritten Bereich bei $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}}$ gelangen werden.

Es wird gezeigt, daß sich dabei im ersten Bereich das Amplitudenverhältnis $\frac{I_4}{I_3}$ der partikulären Ströme schneller Frequenz, die ja antisynchron sind, verkleinert, und zwar derart, daß dasselbe beim Erreichen des ersten Grenzfalls gleich Null wird. Das bedeutet, daß dann der zweite Schwingungskreis keinen partikulären Strom schneller Frequenz enthält. Bei weiterer Verkleinerung der Kopplungselastanz, also beim Eintritt in den zweiten Bereich, erscheint dieser Strom wieder, aber mit einem Phasensprung von 180° , d. h. als synchron. Bei nun folgenden Schritten im zweiten Bereich, und über den zweiten Grenzfall im dritten Bereich, wird dann dieser Strom gegenüber ebensolchen Ströme des ersten Kreises immer größer.

Andererseits wird dabei das Amplitudenverhältnis $\frac{I_2}{I_1}$ der beiden Ströme langsamer Frequenz, die synchron sind, im ersten Bereich, und über den ersten Grenzfall im zweiten Bereich, immer größer, um im zweiten Grenzfall einen unendlichen Wert zu erreichen. Das bedeutet, daß dann der erste Kreis keinen partikulären Strom langsamer Frequenz enthält. Im dritten Bereich erscheint jedoch dieser Strom wieder, und zwar mit einem Phasensprung von 180° , also als antisynchron.

Mit der Verkleinerung der Kopplungselastanz, d. h. $\frac{1}{C_{12}}$, aber bei gleichbleibenden Gesamtelastanzen des ersten und zweiten Kreises, d. h. $\frac{1}{C_1}$ und $\frac{1}{C_2}$, verkleinert sich natürlich der kapazitive Kopplungsfaktor

$K_{\text{kap}} = \frac{\frac{1}{C_{12}}}{\sqrt{\frac{1}{C_1} \frac{1}{C_2}}}$, während der induktive K_{ind} unverändert verbleibt. Demnach ändert sich der absolute Wert der Differenz $|K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}|$, und zwar nimmt derselbe zuerst ab um im zweiten Bereich bei $K_{\text{kap}} = K_{\text{ind}}$ gleich Null zu werden, und dann weiter wieder anzuwachsen.

In Betreff der Koppelfrequenzen vergrößert sich im ersten Bereich der Wert der langsamen Koppelfrequenz. Der Wert der schnellen Koppelfrequenz nimmt ab, um im ersten Grenzfall sein Minimum zu erreichen. Demnach findet also im ersten Bereich, eine allmähliche Annäherung beider Werte statt.

Im zweiten Bereich wächst der Wert der langsamen Koppelfrequenz weiter an, um im zweiten Grenzfall sein Maximum zu erreichen. Ähnliches geschieht nun auch mit der schnellen Koppelfrequenz die nach ihrem vorerwähnten Minimum jetzt anzuwachsen beginnt. Somit vergrößern sich jetzt beide Werte, jedoch in einem ungleichen Tempo, und zwar derart, daß sich anfänglich ihre allmähliche Annäherung weiter fortsetzt. Bei der Situation wenn $|K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}| = 0$ ist sind beide Werte einander am nächsten um bei weiteren Schritten gegen das Ende des zweiten Bereiches auseinander zu gehen.

Im dritten Bereich nimmt der Wert der langsamen Koppelfrequenz wieder ab, während derjenige der schnellen weiter zunimmt, wodurch sich die Differenz beider Werte immer mehr vergrößert. Demnach liegt eine vollständige Übereinstimmung des Verhaltens der absoluten Differenz $|K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}|$ und der Differenz der jeweiligen Werte der Koppelfrequenzen vor.

In der vorangegangenen Abhandlung¹ wurde gezeigt, daß bei zwei kombiniert gekoppelten ungedämpften elektrischen Schwingungssystemen ohne aufgedrückte Spannung, drei voneinander getrennte Bereiche zu unterscheiden sind, und zwar 1. der erste Bereich, wenn das reziproke Produkt der Kapazität und Induktivität des Kopplungszweiges größer als solche reziproke Produkte der beiden äußeren Zweige ist, d. h. $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$, 2. der zweite Bereich, wenn es zwischen dieselben zu liegen kommt, d. h. $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ und 3. den dritten Bereich, wenn es kleiner von ihnen ist, d. h. $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}}$.

Im ersten Bereich sind die partikulären Ströme schneller Frequenz antisynchron, und die der langsamen synchron, im zweiten sind beide Arten von Strömen synchron, und im dritten sind Ströme schneller Frequenz synchron, und die langsamer antisynchron.

In der genannten Abhandlung wurden alle drei Bereiche beschrieben, während ihre Grenzfälle nicht untersucht worden sind. Jedoch, dort wurden diese Bereiche „statisch“, d. h. für bestimmte voneinander unabhängige feste Kreise behandelt. Es wurde also der logische Zusammenhang nicht gezeigt, wenn nämlich bei zwei gekoppelten Schwingungssystemen, bei ihren ungeänderten entkoppelten Zuständen, infolge allmählicher Änderungen der Parameter, das reziproke Produkt $\frac{1}{C_{12} L_{12}}$, welches anfänglich größer als $\frac{1}{C_{10} L_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20} L_{20}}$ war, Werte annimmt, die zwischen dieselben zu liegen kommen, und schließlich kleiner von ihnen wird. In der vorliegenden Abhandlung wird eben dieses Problem näher untersucht. Dabei müssen wir — wie bereits hervorgehoben — die entkoppelten Zustände beider Systeme unberührt lassen. Im entgegengesetzten Falle könnten wir nämlich keinen Vergleich der verschiedenen Situationen und Resultate, die sich ergeben werden, anstellen.

Für entkoppelte Systeme gilt, wie bekannt

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}} \quad (2)$$

$$L_1 = L_{10} + L_{12} \quad (3)$$

$$L_2 = L_{20} + L_{12} \quad (4)$$

Wir werden also die Werte $\frac{1}{C_1}$, $\frac{1}{C_2}$, L_1 und L_2 unverändert lassen und nur ihre beiden Addende ändern, um verschiedene Werte der Ausdrücke $\frac{1}{C_{12} L_{12}}$, $\frac{1}{C_{10} L_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20} L_{20}}$ zu erzielen. Es ist sofort ersichtlich, daß wir dabei — je nach aufgestellter Aufgabe — verschiedene Wege einschlagen können. Wir können entweder die Kapazitäten oder die Induktivitäten, oder beide Arten von Parametern, ändern. Hier werden wir bei gewählter anfänglicher Situation $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ die Kopplungselastanz $\frac{1}{C_{12}}$ allmählich verkleinern, und demzufolge

¹ ŠVARC, D.: Über das Wesen verschiedener Kopplungsarten zweier gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung. Arch. f. Elektrotechn. XLIV (1959) H. 4.

$\frac{1}{C_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20}}$ vergrößern, die Induktivitäten jedoch unberührt belassen. Dadurch werden wir unser Ziel erreichen, da unsere Kreise, die ursprünglich in den ersten Bereich gehören, allmählich über den ersten Grenzfall in den zweiten Bereich, und schließlich über den zweiten Grenzfall in den dritten Bereich, gelangen werden.

Im Bild 1 ist — wie in der anfangs zitierten Abhandlung beschrieben wurde — die gewählte Situation aller drei Zweige der zu untersuchenden gekoppelten Kreise dargestellt. Von o aus horizontal ist die Induktivität und dann senkrecht dazu die Elastanz jedes Zweiges aufgetragen. Die Endpunkte haben wir mit 1, 2 und 3 bezeichnet. Die Punkte U und V gelten für die entkoppelten Kreise wobei, wie bekannt

$$\operatorname{tg} \mu = \omega_1^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{10} + L_{12}} \quad (5)$$

und

$$\operatorname{tg} \nu = \omega_2^2 = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{1}{C_{12}}}{L_{20} + L_{12}} \quad (6)$$

ist. ω_1 und ω_2 sind die Eigenfrequenzen der beiden entkoppelten Kreise.

Im Bild 2 haben wir $\frac{1}{C_{12}}$ um den Betrag r verkleinert und sind dadurch zum Punkte $1'$ gelangt. Die neue Kopplungselastanz ist dann $\frac{1}{C_{12}'}$. Die Elastanzen der äußeren Zweige haben wir natürlich um denselben Betrag r vergrößern müssen und sind so zu den Punkten $2'$ und $3'$ gelangt. Die Punkte $2'$ und $3'$ können wir auch auf einfachere Weise erhalten, indem wir von U bzw. von V aus parallele Geraden $U2'$ bzw. $V3'$ mit $o1'$ ziehen. Dieses Verfahren werden wir bei folgender schrittweiser Verkleinerung der Kopplungselastanz immer anwenden, wobei U und V ihre Lage beibehalten werden.

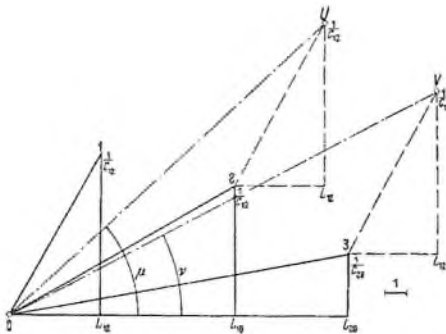


Bild 1.

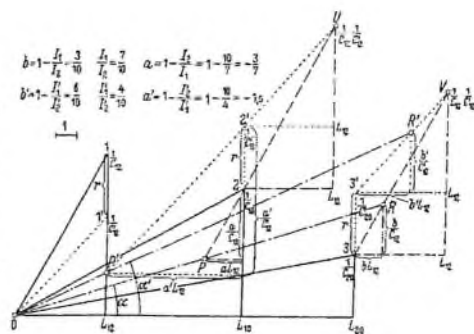


Bild 2.

1. Der erste Bereich $\frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$

Wie in der anfangs zitierten Abhandlung bewiesen wurde, ist das Quadrat der synchronen Koppelfrequenz

$$\omega_{ks}^2 = \omega_{kl}^2 = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{a}{C_{12}}}{L_{10} + a L_{12}} = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{b}{C_{12}}}{L_{20} + b L_{12}}$$

Außerdem ist

$$\min\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right) \leq \omega_{ks}^2 \leq \max\left(\frac{1}{C_{10} L_{10}}, \frac{1}{C_{20} L_{20}}\right) \quad (7)$$

und

$$\omega_{ks}^2 \leq \min(\omega_1^2, \omega_2^2). \quad (8)$$

Da bei unseren Kreisen $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ ist, so muß — wie im Bild 2 ersichtlich ist — $a = 1 - \frac{I_2}{I_1}$ negativ und $b = 1 - \frac{I_1}{I_2}$ positiv sein. Das bedeutet, daß $I_2 > I_1$ sein muß. Im entgegengesetzten Falle wäre es ja nicht möglich, daß sich der Strahl für $\omega_{ks}^2 = \tan^2 \alpha$, der vom Punkte o aus zu den Punkten P und R führt, zwischen den Strahlen, die von o aus zu dem Punkt z bzw. Punkt j führen, befindet. Die Tangenten der Neigungswinkel, die diese beiden letztgenannten Strahlen mit der Horizontalen einschließen, betragen $\frac{1}{C_{10} L_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20} L_{20}}$. Die genaue Richtung des Strahles für ω_{ks}^2 läßt sich in jedem konkreten Falle leicht finden. Man zieht einen beliebigen Strahl zwischen den Punkten z und j und probiert solange bis die so gewonnenen Punkte P und R, also demnach die erhaltenen Werte a und b, die Gleichungen $a = 1 - x$ und $b = 1 - \frac{1}{x}$ befriedigen. Man gewinnt dadurch nicht nur ω_{ks}^2 , sondern auch $x = \frac{I_2}{I_1}$.

Da die einzelnen Parameter der gekoppelten Kreise im allgemeinen jeden beliebigen Wert zwischen 0 und ∞ annehmen können, ist es klar, daß sich auch das Amplitudenverhältnis der partikulären Ströme $\frac{I_2}{I_1}$ in diesen Grenzen bewegen muß. Es kann also sowohl I_2 wie auch I_1 gleich Null sein. Von der Eventualität, daß die Ströme einen unendlichen Wert haben könnten, wollen wir Abstand nehmen, da das bei Kreisen, die mit beiden Arten von Parametern versehen sind, einen unendlichen Energieaufwand, über welchen wir nicht verfügen können, erfordern würde. Infolgedessen bewegen sich die Werte $a = 1 - \frac{I_2}{I_1}$ und $b = 1 - \frac{I_1}{I_2}$ zwischen den Grenzen 1 und $-\infty$, wobei immer eine Zahl positiv und die andere negativ sein muß (abgesehen vom Falle $I_1 = I_2$, wenn beide Zahlen gleich Null sind). Wenn wegen erfolgter Änderungen der Parameter, somit auch der Änderungen des Amplitudenverhältnisses, der absolute Wert einer Zahl wächst, wächst auch derjenige der anderen, und umgekehrt verkleinert sich der absolute Wert einer Zahl, so verkleinert sich auch derjenige der anderen.

Bezeichnen wir $|a| = A$ und $|b| = B$. Dann gilt für den Fall in Bild 2

$$\omega_{ks}^2 = \omega_{ks}^2 = \frac{1}{\frac{C_{10}}{L_{10}} - A \frac{C_{12}}{L_{12}}} = \frac{1}{\frac{C_{20}}{L_{20}} + B \frac{C_{12}}{L_{12}}}$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} \frac{L_{20}}{C_{10}} - \frac{L_{20}}{C_{12}} A + \frac{L_{12}}{C_{10}} B - A B \frac{L_{12}}{C_{12}} &= \frac{L_{10}}{C_{20}} + \frac{L_{10}}{C_{12}} B - \frac{L_{12}}{C_{20}} A - \frac{L_{12}}{C_{12}} A B \\ \frac{L_{20}}{C_{10}} - \frac{L_{20}}{C_{12}} A + B \frac{L_{12}}{C_{10}} &= \frac{L_{20}}{C_{20}} + \frac{L_{10}}{C_{12}} B - \frac{L_{12}}{C_{20}} A. \end{aligned} \quad (9)$$

Wenn wir $\frac{1}{C_{12}}$ um den Betrag r verkleinern, und $\frac{1}{C_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20}}$ um ebensoviel vergrößern, gilt die Formel

$$\omega_{ks}^2 = \omega_{ks}^2 = \frac{\left(\frac{1}{C_{10}} + r\right) - \left(\frac{1}{C_{12}} - r\right) A x}{L_{10} - A x L_{12}} = \frac{\left(\frac{1}{C_{20}} + r\right) + \left(\frac{1}{C_{12}} - r\right) B y}{L_{20} + B y L_{12}},$$

wobei x und y Vergrößerungs- oder Verkleinerungsfaktoren von A und B sind, was wir eben ermitteln wollen. Weiter haben wir

$$\begin{aligned} \frac{L_{20}}{C_{10}} + L_{20} r - \frac{L_{20}}{C_{12}} A x + L_{20} r A x + \frac{B y L_{12}}{C_{10}} + B y L_{12} r - \frac{B y L_{12} A x}{C_{12}} + B y L_{12} r A x \\ = \frac{L_{10}}{C_{20}} + L_{10} r + \frac{L_{10}}{C_{12}} B y - L_{10} r B y - A x \frac{L_{12}}{C_{20}} - A x L_{12} r - \frac{A x L_{12}}{C_{12}} B y + A x L_{12} r B y. \end{aligned} \quad (10)$$

Wenn wir von dieser Gleichung die Gl. (9) abziehen, so folgt nach einer kleinen Umformung:

$$(L_{20} - L_{10})r + A(1-x)\left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}}\right) + Axr(L_{20} + L_{12}) + B(1-y)\left(\frac{L_{10}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{10}}\right) + Byr(L_{12} + L_{10}) = 0. \quad (11)$$

Nachdem in unserem Falle, d. h. im ersten Bereich, $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{10}L_{10}}$, sowie $\frac{1}{C_{12}L_{12}} > \frac{1}{C_{20}L_{20}}$ ist, so folgt $\frac{L_{10}}{C_{12}} > \frac{L_{12}}{C_{10}}$ und $\frac{L_{20}}{C_{12}} > \frac{L_{12}}{C_{20}}$. Nach Voraussetzung ist $(L_{20} - L_{10}) > 0$. Daraus ergibt sich, daß die Koeffizienten der Gl. (11) positive Zahlen sind, die wir wie folgt bezeichnen werden:

$$(L_{20} - L_{10}) = K, \quad A\left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}}\right) = L, \quad A(L_{20} + L_{12}) = M, \\ B\left(\frac{L_{10}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{10}}\right) = N \quad \text{und} \quad B(L_{12} + L_{10}) = P.$$

Demnach läßt sich die Gl. (11) schreiben

$$\text{bzw.} \quad Kr + L(1-x) + Mxr + N(1-y) + Pyr = 0 \\ Kr + (L+N) + Mxr - Lx + Pyr - Ny = 0.$$

Wenn $r = 0$ ist, x und y sind natürlich gleich 1 und die Gleichung lautet

$$(L+N) - Lx - Ny = 0.$$

Wenn nun r über Null anwächst, kommen neue sehr kleine positive Glieder Kr , Mxr und Pyr hinzu. Damit die Gleichung weiter bestehen kann, müssen die neu hinzugekommenen positiven Glieder durch das Verändern der Werte vorheriger Glieder kompensiert werden. Dazu können nur die beiden negativen Glieder $-Lx$ und $-Ny$ herangezogen werden, da x und y veränderlich sind. Wie aus dem Vorerwähnten bekannt ist, nehmen x und y gemeinschaftlich zu oder ab. Folglich müssen jetzt x und y größer als 1 werden, wodurch $-Lx$ und $-Ny$ abnehmen. Das bedeutet, daß sich die Werte $|a| = \left|1 - \frac{I_2}{I_1}\right|$ und $|b| = \left|1 - \frac{I_1}{I_2}\right|$ vergrößert haben. Nachdem a negativ, und b positiv ist, folgt daß $\frac{I_2}{I_1}$ größer geworden ist.

Was ist die Wirkung der Vergrößerung von $\frac{I_2}{I_1}$ in Bezug auf ω_{ks}^2 ? Am einfachsten werden wir das mit Hilfe von Bild 2 erfahren. In der anfänglichen Situation haben wir fortsetzend vom Punkte 3 den Wert b L_{12} horizontal aufgetragen und dazu die Senkrechte gezogen. Der Schnittpunkt derselben mit $V3$ ergab den Punkt R. Die vertikale Strecke hat den Wert $\frac{b}{C_{12}}$. Die Verbindungslinie o R schließt mit der Horizontalen den Winkel α ein.

In neuer Situation beim größeren $b' = 1 - \frac{I_1'}{I_2'}$ werden wir analog vom Punkte 3' den Wert b' L_{12} rechts auftragen und senkrecht dazu zum Punkte R' auf der Verbindungsstrecke $V3'$ gelangen. Der neue Winkel α' ist natürlich größer als α , folglich ist ω_{ks}^2 größer geworden. Die Verbindungsstrecke $V3$ dreht sich um V nach rechts. Dabei wandert der Punkt R aufwärts dem Punkte V entgegen, während sich der Punkt P — wie ersichtlich — abwärts vom Punkte U immer mehr entfernt.

Wenden wir uns nun der antisynchronen Frequenz, die im ersten Bereich die schnelle ist, zu!

$$\omega_{k'sch}^2 = \omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{m}{C_{12}}}{L_{10} + m L_{12}} = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{n}{C_{12}}}{L_{20} + n L_{12}},$$

wobei $m = 1 + \frac{I_1}{I_3}$ und $n = 1 + \frac{I_3}{I_4}$ ist, also beide Zahlen sind positiv. Nachdem sich — wie

bekannt — der Wert ω_{ka}^2 zwischen $\frac{1}{C_{10}} + \frac{2}{C_{12}}$ und $\frac{1}{C_{20}} + \frac{2}{C_{12}}$ für welche im Bild 3 die Punkte

4 und 5 gelten, befindet, und außerdem größer als $\max(\omega_1^2, \omega_2^2)$ ist, muß der entsprechende Strahl für ω_{ku}^2 von o aus zwischen den erwähnten Punkten 4 und 5, oberhalb des Punktes U, hindurchgehen. Das bedeutet bei unseren gewählten Kreisen, daß $1 < m < 2$ und $n > 2$ sein muß. Die genauen Werte von m und n können leicht durch einiges Probieren, indem wir

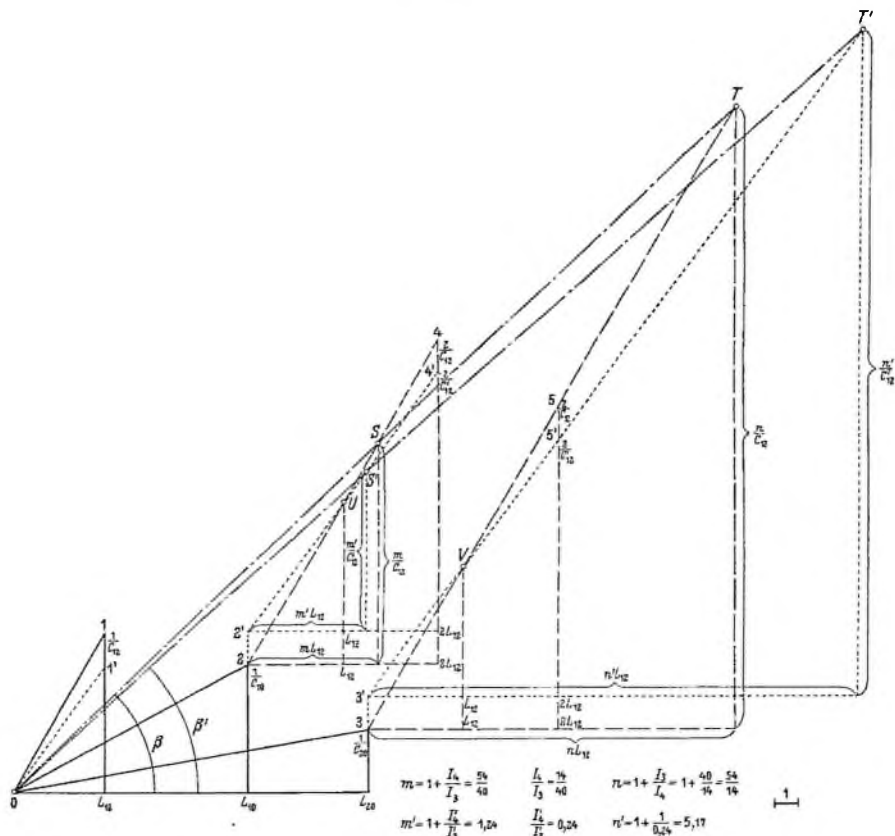


Bild 3.

von o aus beliebige Strahlen zwischen den erwähnten Grenzen ziehen, gefunden werden. Im vorliegenden Falle ist

$$m = 1 + \frac{I_4}{I_3} = \frac{54}{40} \text{ bzw. } \frac{I_4}{I_3} = \frac{14}{40}.$$

Folglich ist

$$n = 1 + \frac{I_3}{I_4} = 1 + \frac{40}{14} = \frac{54}{14}.$$

Somit ist $I_4 < I_3$.

Aus den Formeln für m und n ist ersichtlich, daß wenn infolge einer Änderung des Verhältnisses $\frac{I_4}{I_3}$ der Wert m wächst, n kleiner wird und umgekehrt. Bei allen möglichen Verhältnissen $\frac{I_4}{I_3}$, die infolge vorgenommener Änderungen der Parameter eintreten können, bewegen sich die Werte m und n zwischen den Grenzen 1 und ∞ . Wenn bei $I_3 \neq I_4$ der Wert $1 < m < 2$ ist, ist $n > 2$ und umgekehrt.

Aus

$$\omega_{ka}^2 = \frac{\frac{1}{C_{10}} + \frac{m}{C_{12}}}{L_{10} + m L_{12}} = \frac{\frac{1}{C_{20}} + \frac{n}{C_{12}}}{L_{20} + n L_{12}}$$

folgt

$$\frac{L_{20}}{C_{10}} + \frac{m L_{20}}{C_{12}} + \frac{n L_{12}}{C_{10}} = \frac{L_{20}}{C_{20}} + \frac{n L_{10}}{C_{12}} + \frac{m L_{12}}{C_{20}}. \quad (12)$$

Wenn wir die Kopplungselastanz $\frac{1}{C_{12}}$ um r verkleinern, und $\frac{1}{C_{10}}$ bzw. $\frac{1}{C_{20}}$ um ebensoviel vergrößern, folgt

$$\omega_{ka}^2 = \frac{\left(\frac{1}{C_{10}} + r\right) + \left(\frac{1}{C_{12}} - r\right) m x}{L_{10} + m x L_{12}} = \frac{\left(\frac{1}{C_{20}} + r\right) + \left(\frac{1}{C_{12}} - r\right) n y}{L_{20} + n y L_{12}}$$

wobei analog dem Vorherigen x und y Vergrößerungs- oder Verkleinerungsfaktoren von m und n sind. Demnach ist

$$\begin{aligned} & \frac{L_{20}}{C_{10}} + L_{20} r + \frac{L_{20}}{C_{12}} m x - L_{20} r m x + n y \frac{L_{12}}{C_{10}} + n y L_{12} r \\ &= \frac{L_{10}}{C_{20}} + L_{10} r + \frac{L_{10}}{C_{12}} n y - L_{10} r n y + m x \frac{L_{12}}{C_{20}} + m x L_{12} r. \end{aligned} \quad (13)$$

Wenn wir davon die Gl. (12) abziehen und die Ausdrücke etwas umordnen, bekommen wir

$$\begin{aligned} & (L_{20} - L_{10}) r + m \left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}} \right) (x - 1) - r m x (L_{20} + L_{12}) - n \left(\frac{L_{10}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{10}} \right) (y - 1) \\ & + r n y (L_{12} + L_{10}) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Wir führen folgende Bezeichnungen ein:

$$\begin{aligned} (L_{20} - L_{10}) &= K, & m \left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}} \right) &= D, & m (L_{20} + L_{12}) &= E, \\ n \left(\frac{L_{10}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{10}} \right) &= F & \text{und} & & n (L_{12} + L_{10}) &= G. \end{aligned}$$

Diese Koeffizienten sind positiv, denn in unserem Falle ist $L_{20} > L_{10}$ und außerdem $\frac{L_{20}}{C_{12}} > \frac{L_{12}}{C_{20}}$ bzw. $\frac{L_{10}}{C_{12}} > \frac{L_{12}}{C_{10}}$.

Demzufolge können wir schreiben:

$$\begin{aligned} & K r + D (x - 1) - E r x - F (y - 1) + G r y = 0 \\ \text{bzw.} & K r + D x - E r x - F y + G r y = D - F = \text{konst.} \end{aligned}$$

In unserem Falle — wie sich aus dem Vorherigen ergibt — ist $\frac{m}{n} = \frac{14}{40}$. Nachdem $\frac{L_{20} + L_{12}}{L_{12} + L_{10}} = \frac{19}{14}$ ist, ist $\frac{E}{G} = \frac{m (L_{20} + L_{12})}{n (L_{12} + L_{10})} = \frac{14}{40} \times \frac{19}{14} = \frac{19}{40}$. Der Wert G ist also mehr als doppelt so groß wie E !

Bei $r = 0$ ist $x = y = 1$. Wenn r etwas über die Null anwächst, ändern sich auch x und y , und zwar — wie bereits erwähnt — eine Zahl muß etwas größer und die andere etwas kleiner als 1 werden.

$K r$ ist positiv und ebenso der Ausdruck $(G r y - E r x)$, da G viel größer als E ist, und x bzw. y nahe 1 sind.

Wir werden also haben

$$\underbrace{K r}_{\text{Zunahme}} + \underbrace{(G r y - E r x)}_{\text{Zunahme}} + D x - F y = \text{konst.} \quad (15)$$

Angenommen, daß x größer als 1 und y kleiner als 1 geworden sind, hätten wir

$$\text{Zunahme} + \text{Zunahme} + \text{Zunahme} + \text{Zunahme} = \text{konst.}$$

Das ist natürlich unmöglich! Es muß daher umgekehrt sein, d. h. x nimmt ab, und y nimmt zu. Dann wäre

$$\text{Zunahme} + \text{Zunahme} + \text{Abnahme} + \text{Abnahme} = \text{konst.}$$

Das ist durchaus möglich!

Das bedeutet, daß das neue $m' = 1 + \frac{I_2}{I_3}$ kleiner und das neue $n' = 1 + \frac{I_3}{I_4}$ größer geworden sind. Somit können wir nun sagen, daß sich das Verhältnis $\frac{I_4}{I_3}$ mit der erfolgten Verkleinerung der Kopplungselastanz verkleinert hat.

Diese Überlegung verliert bei weiteren vorgenommenen Schritten im ersten Bereich nichts an ihrer Beweiskraft, da sich das Verhältnis $\frac{E}{G} = \frac{m(L_{12} + L_{12}')}{n(L_{23} + L_{23}')}$ infolge der Verkleinerung von m und Vergrößerung von n immer mehr verkleinert bzw. G wächst gegenüber E . Demnach wird $(G \cdot r \cdot y - E \cdot r \cdot x)$ immer positiver, woraus, natürlich, ein anhaltendes Verkleinern von x bzw. Vergrößern von y erfolgt.

Aus Bild 3 ist ersichtlich, daß mit dem Verkleinern von m der Punkt S in den Punkt S' übergeht; somit wird ω_{sa}^2 kleiner. Der Punkt S nähert sich also immer mehr dem Punkte U zu, während sich der Punkt T vom Punkte V immer mehr entfernt.

Die eben gewonnenen Resultate für den ersten Bereich sind auf Bild 17 oben übersichtlich dargestellt.

2. Der erste Grenzfall $\frac{1}{c_{12} l_{12}} = \frac{1}{c_{10} l_{10}} > \frac{1}{c_{20} l_{20}}$

Im Bild 4 ist die Konstruktion für die langsame synchrone Frequenz dargestellt. Der Punkt P muß mit dem Punkte o zusammenfallen. Das ergibt sich aus folgender Überlegung:

Nachdem $\frac{1}{c_{12} L_{12}} = \frac{1}{c_{10} L_{10}}$ ist, also die Punkte 1 und 2 auf demselben Strahl liegen, muß

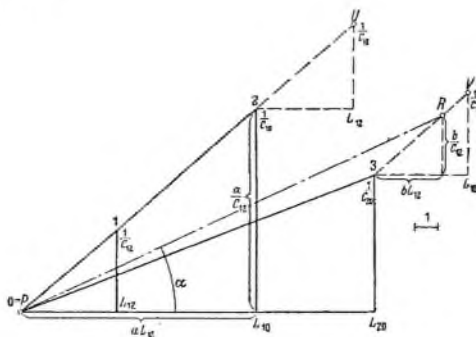


Bild 4.

sich auf diesem auch der Punkt P befinden. Wenn derselbe mit o nicht zusammenfallen würde, müßte $\omega_{hs}^2 = \omega_o^2$ und demnach $\omega_{hs}^2 > \omega_o^2$ sein, da der Strahl, der vom Punkte o zum Punkte P führt, ω_{hs}^2 zugeordnet ist. Da indes $\omega_{hs}^2 \leq \min(\omega_1^2, \omega_3^2)$ sein muß, ist das nur dann möglich, wenn die Punkte o und P zusammenfallen. Dadurch ergeben sich sofort aus der Konstruktion die Werte $a_{L_{12}}$ und $\frac{a}{C_{12}}$, woraus man a , und in weiterer Folge b bzw. Punkt R , erhält. Aus Bild 4 folgt:

$$a L_{12} = -L_{10} \quad \text{bzw.} \quad a = -\frac{L_{10}}{L_{12}} = -\frac{C_{12}}{C_{10}}.$$

Außerdem ist

$$\frac{I_2}{I_1} = 1 + \frac{L_{j0}}{L_{12}} = \frac{L_{12} + L_{j0}}{L_{12}}.$$

Demzufolge

$$b = 1 - \frac{I_1}{I_2} = 1 - \frac{I_{12}}{I_{12} + I_{10}} = \frac{I_{10}}{I_{12} + I_{10}} = \frac{I_{10}}{\frac{I_{10}}{C_{10}} + I_{10}} = \frac{C_{10}}{C_{10} + C_{12}}.$$

Nun wollen wir die schnelle antisynchrone Frequenz bestimmen! Der Punkt T in Bild 5 muß sich im unendlichen befinden und zwar aus folgendem Grunde:

muß sich im unendlichen befinden und zwar aus folgendem Grunde:

Der Strahl für $\omega_{ha}^2 = \text{tg } \beta$ muß zwischen den Punkten 4 und 5, die den Werten $\frac{\frac{1}{L_{10}} + \frac{2}{L_{12}}}{\frac{1}{L_{10}} + 2 \frac{1}{L_{12}}}$ bzw. $\frac{\frac{1}{L_{20}} + \frac{2}{L_{12}}}{\frac{1}{L_{20}} + 2 \frac{1}{L_{12}}}$ entsprechen, hindurchgehen. Außerdem muß er sich oberhalb der Punkte U und V , die ω_1^2 und ω_2^2 entsprechen, befinden. Nachdem U und 4 auf demselben Strahl liegen, stellt dieser zugleich die gesuchte Lösung für ω_{ha}^2 dar. Der Schnittpunkt dieses Strahles mit einem anderen Strahl derselben Richtung aus 3 liegt natürlich im unendlichen. Folglich ist $n = 1 + \frac{I_3}{I_1} = \infty$ bzw. $\frac{I_3}{I_1} = \infty$. Weiter haben wir $m = 1 + \frac{I_4}{I_2} = 1$. Das bedeutet, daß der Punkt S mit U zusammenfällt.

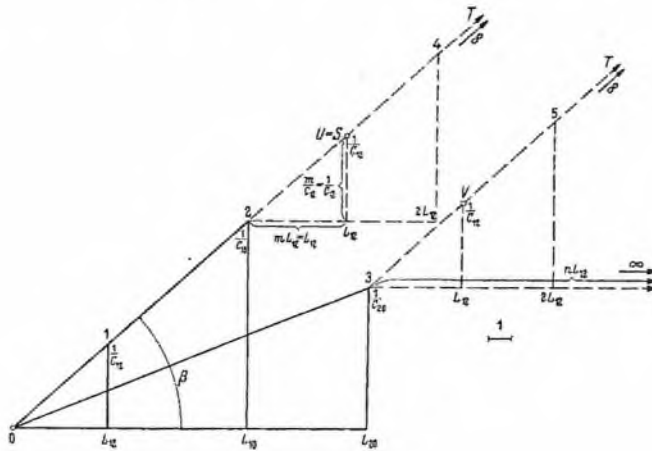


Bild 5.

Nachdem $\frac{I_3}{I_4} = \infty$ ist, existiert im zweiten Stromkreise kein partikulärer Strom schneller Frequenz bei endlichen Werte ebensolchen Stromes im ersten Stromkreis.

Wir haben die schnelle Frequenz als antisynchron angesehen, d. h. als ob der erste Grenzfall in den ersten Bereich hingehört. Natürlich wir können auch anders vorgehen und den ersten Grenzfall als in den zweiten Bereich gehörend betrachten. Dann müßten wir auch die schnelle Frequenz als synchron ansehen, da ja im zweiten Bereich zwei Paare synchroner Ströme vorhanden sind. Zu diesem Zwecke führen wir neue Bezeichnungen ein und zwar $a_s, b_s, w_{s\text{sch}}, I_{1s}, I_{2s}, R_s$ und P_s , die der langsamen synchronen Frequenz, und $a_{\text{sch}}, b_{\text{sch}}, w_{\text{sch}}, I_{1\text{sch}}, I_{2\text{sch}}, R_{\text{sch}}$ und P_{sch} , die der schnellen synchronen Frequenz entsprechen.

Im Bild 6 ist die Konstruktion für die schnelle synchrone Frequenz dargestellt. Der Strahl für ω_{k1sch}^2 muß zwischen den Punkten 2 und 3 hindurchgehen und sich oberhalb U und V befinden. Da sich die Punkte 2 und U auf demselben Strahl befinden, so stellt derselbe zugleich die gesuchte Lösung dar. Wie bekannt, ist bei der Konstruktion der synchronen Frequenz einer der Werte a und b positiv, während der andere negativ ist. In unserem Falle ist $a = 1$ und infolgedessen $b = -\infty$. Andere Möglichkeiten gibt es, natürlich, nicht. Der Punkt P_{sch} fällt demnach mit dem Punkte V zusammen, während sich der Punkt R_{sch} im unendlichen abwärts vom Punkte 3 befindet. Bei langsamer synchroner Frequenz in Bild 4 hatten wir den umgekehrten Fall, denn dort war a (bzw. a_l) negativ und b (bzw. b_l) positiv.

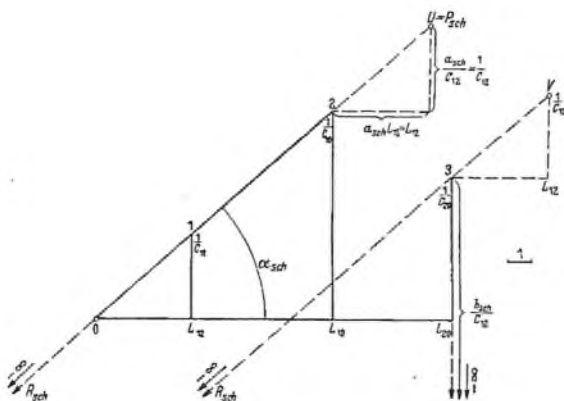


Bild 6.

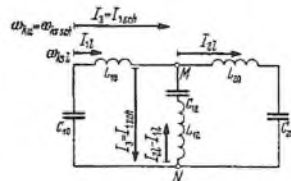


Bild 7.

Das ist im vollen Einklange mit der Beweisführung in anfangs zitierter Abhandlung, wonach wenn bei langsamer synchroner Frequenz a_l negativ und b_l positiv ist, bei schneller Frequenz umgekehrt a_{sch} positiv und b_{sch} negativ sein muß.

Aus $a_{sch} = 1 - \frac{I_{2sch}}{I_{1sch}} = 1$ folgt $\frac{I_{2sch}}{I_{1sch}} = 0$. Das bedeutet, daß $I_{2sch} = 0$ ist bei endlicher Amplitude I_{1sch} . Es besteht also im zweiten Kreise kein partikulärer Strom schneller synchroner Frequenz. Nach der ersten Auffassung, als wir angenommen haben, daß der erste Grenzfall in den ersten Bereich hingehört, ergab sich, daß im zweiten Kreise kein partikulärer Strom schneller antisynchroner Frequenz bestehen kann. Natürlich besagen beide Tatsachen genau dasselbe, denn wir können einen Strom im zweiten Kreise, dessen Amplitude gleich Null ist, sowohl synchron, als auch antisynchron mit dem Strome gleicher Frequenz im ersten Kreise ansehen.

Im Bild 7 sind beide Kreise mit eingezeichneten Strömen dargestellt. Zwischen den Punkten M und N wird ein harmonischer Spannungsabfall herrschen, da ja im zweiten Kreise ein harmonischer Strom fließt. Im ersten Kreise fließen zwar zwei harmonische Ströme verschiedener Frequenz, die eine Schwebung ergeben, aber da die schnelle Frequenz

$$\omega_{k1sch} = \sqrt{\frac{1}{C_{10} L_{10}}} = \sqrt{\frac{1}{C_{12} L_{12}}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{C_{10}} + \frac{1}{C_{12}}}} = \omega_1^2$$

ist, so stellt dieselbe die Eigenfrequenz des äußeren Zweiges mit C_{10} und L_{10} , sowie des Kopplungszweiges mit C_{12} und L_{12} , und des gesamten ersten entkoppelten Kreises dar. Ein Strom dieser Frequenz wird natürlich keinen Spannungsabfall zwischen den Punkten M und N erzeugen. Somit wird die Schwebung des ersten Kreises zwischen M und N denselben einfachen harmonischen Spannungsabfall, wie der reine harmonische Strom des zweiten Kreises, erzeugen.

Das der Strom der schnellen Frequenz im zweiten Kreise nicht bestehen kann, ergibt sich aus folgendem Grunde:

Der partikuläre Strom der Eigenfrequenz $\omega_{k\text{sch}}$ erzeugt — wie eben erwähnt — keinen Spannungsabfall zwischen M und N . Wenn wir annehmen, daß ein solcher Strom auch im Zweige mit C_{20} und L_{20} fließen würde, müßte er natürlich zwischen M und N einen Spannungsabfall erzeugen, da seine Frequenz nicht die Eigenfrequenz dieses Zweiges ist. Beide Folgerungen sind jedoch unvereinbar und demnach ist bei endlichem Strome schneller Frequenz im ersten Kreise ein solcher im zweiten gleich Null. Aus

$$\frac{1}{C_{12} L_{12}} = \frac{1}{C_{10} L_{10}} \quad \text{folgt} \quad \frac{1}{C_{12}} = \frac{L_{12}}{C_{10} L_{10}}.$$

Der kapazitive Kopplungskoeffizient des ersten Kreises ist

$$k_{1\text{kap}} = \frac{\frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{10}}} = \frac{\frac{L_{12}}{C_{10} L_{10}}}{\frac{L_{12}}{C_{10} L_{10}} + \frac{1}{C_{10}}} = \frac{L_{12}}{L_{12} + L_{10}} = k_{1\text{ind}} \quad (16)$$

Die Ausdrücke für die Quadrate der Koppelfrequenzen lauten:

$$\omega_{k\text{sch}, k\text{sl}}^2 = \frac{\omega_1^2 \cdot \omega_2^2 - k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 - k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 - k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2 - \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{(1 - K_{\text{ind}}^2)}} \quad (17)$$

bzw. mit Rücksicht auf Gl. (16)

$$\begin{aligned} \omega_{k\text{sch}, k\text{sl}}^2 &= \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - K_{\text{kap}}^2 \omega_2^2 - K_{\text{ind}}^2 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \\ &\pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - K_{\text{kap}}^2 \omega_2^2 - K_{\text{ind}}^2 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2 - \frac{4\omega_1^2 \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)(1 - K_{\text{ind}}^2)}{[2(1 - K_{\text{ind}}^2)]^2}} \\ &= \frac{\omega_1^2 (1 - K_{\text{ind}}^2) + \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 (1 - K_{\text{ind}}^2) - \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2}. \end{aligned}$$

Schließlich bekommen wir

$$\omega_{k\text{sch}}^2 = \omega_1^2, \quad (18)$$

$$\omega_{k\text{sl}}^2 = \frac{\omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{1 - K_{\text{ind}}^2}. \quad (19)$$

Nachdem bei $\frac{1}{C_{12} L_{12}} = \frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ der Kopplungsfaktor $K_{\text{kap}} > K_{\text{ind}}$ ist, folgt $\omega_{k\text{sl}}^2 < \omega_2^2$. Das Verhältnis der Ströme langsamer Frequenz ist laut Formel in anfangs zitierter Abhandlung

$$\frac{I_{2I}}{I_{1I}} = \frac{\omega_{k\text{sl}}^2 - \omega_1^2}{k_{1\text{ind}} \omega_{k\text{sl}}^2 - k_{1\text{kap}} \omega_1^2} = \frac{\omega_{k\text{sl}}^2 - \omega_1^2}{k_{1\text{ind}} (\omega_{k\text{sl}}^2 - \omega_1^2)} = \frac{1}{k_{1\text{ind}}} = \frac{1}{k_{1\text{kap}}}.$$

Demnach $I_{2I} > I_{1I}$.

Die gewonnenen Resultate sind im Bild 17 unterhalb der Resultate des ersten Bereiches übersichtlich dargestellt.

3. Der zweite Bereich $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$

Anschließend an Bild 4, das für den ersten Grenzfall gilt, wird sich bei der langsamen synchronen Frequenz der Punkt P weiter abwärts vom Punkte U entfernen, während sich der Punkt R aufwärts dem Punkte V entgegenbewegen wird. Nachdem also a negativ und

244 ĐURO ŠVARC: Verhalten zweier kombiniert gekoppelter ungedämpfter Schwingungssysteme Archiv für Elektrotechnik

Das der Strom der schnellen Frequenz im zweiten Kreise nicht bestehen kann, ergibt sich aus folgendem Grunde:

Der partikuläre Strom der Eigenfrequenz $\omega_{k\text{sch}}$ erzeugt — wie eben erwähnt — keinen Spannungsabfall zwischen M und N . Wenn wir annehmen, daß ein solcher Strom auch im Zweige mit C_{20} und L_{20} fließen würde, müßte er natürlich zwischen M und N einen Spannungsabfall erzeugen, da seine Frequenz nicht die Eigenfrequenz dieses Zweiges ist. Beide Folgerungen sind jedoch unvereinbar und demnach ist bei endlichem Strome schneller Frequenz im ersten Kreise ein solcher im zweiten gleich Null. Aus

$$\frac{1}{C_{12} L_{12}} = \frac{1}{C_{10} L_{10}} \quad \text{folgt} \quad \frac{1}{C_{12}} = \frac{L_{12}}{C_{10} L_{10}}.$$

Der kapazitive Kopplungskoeffizient des ersten Kreises ist

$$k_{1\text{kap}} = \frac{\frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{10}}} = \frac{\frac{L_{12}}{C_{10} L_{10}}}{\frac{L_{12}}{C_{10} L_{10}} + \frac{1}{C_{10}}} = \frac{L_{12}}{L_{12} + L_{10}} = k_{1\text{ind}} \quad (16)$$

Die Ausdrücke für die Quadrate der Koppelfrequenzen lauten:

$$\omega_{k\text{sch}, kst}^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 - k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 - k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2 - \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{(1 - K_{\text{ind}}^2)}} \quad (17)$$

bzw. mit Rücksicht auf Gl. (16)

$$\begin{aligned} \omega_{k\text{sch}, kst}^2 &= \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - K_{\text{kap}}^2 \omega_2^2 - K_{\text{ind}}^2 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \\ &\pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - K_{\text{kap}}^2 \omega_2^2 - K_{\text{ind}}^2 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2 - \frac{4 \omega_1^2 \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)(1 - K_{\text{ind}}^2)}{[2(1 - K_{\text{ind}}^2)]^2}} \\ &= \frac{\omega_1^2 (1 - K_{\text{ind}}^2) + \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 (1 - K_{\text{ind}}^2) - \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2}. \end{aligned}$$

Schließlich bekommen wir

$$\omega_{k\text{sch}}^2 = \omega_1^2, \quad (18)$$

$$\omega_{kst}^2 = \frac{\omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{1 - K_{\text{ind}}^2}. \quad (19)$$

Nachdem bei $\frac{1}{C_{12} L_{12}} = \frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$ der Kopplungsfaktor $K_{\text{kap}} > K_{\text{ind}}$ ist, folgt $\omega_{kst}^2 < \omega_2^2$. Das Verhältnis der Ströme langsamer Frequenz ist laut Formel in anfangs zitierter Abhandlung

$$\frac{I_{2I}}{I_{1I}} = \frac{\omega_{kst}^2 - \omega_1^2}{k_{1\text{ind}} \omega_{kst}^2 - k_{1\text{kap}} \omega_1^2} = \frac{\omega_{kst}^2 - \omega_1^2}{k_{1\text{ind}} (\omega_{kst}^2 - \omega_1^2)} = \frac{1}{k_{1\text{ind}}} = \frac{1}{k_{1\text{kap}}}.$$

Demnach $I_{2I} > I_{1I}$.

Die gewonnenen Resultate sind im Bild 17 unterhalb der Resultate des ersten Bereiches übersichtlich dargestellt.

3. Der zweite Bereich $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}}$

Anschließend an Bild 4, das für den ersten Grenzfall gilt, wird sich bei der langsamen synchronen Frequenz der Punkt P weiter abwärts vom Punkte U entfernen, während sich der Punkt R aufwärts dem Punkte V entgegenbewegen wird. Nachdem also a negativ und

b positiv ist, gilt die Gl. (11), d. h.

$$(L_{20} - L_{10})r + A_i(1-x)\left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}}\right) + A_i x r (L_{20} + L_{12}) + B_i(1-y)\left(\frac{L_{10}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{10}}\right) + B_i y r (L_{12} + L_{10}) = 0.$$

Indessen, jetzt ist $\frac{L_{10}}{C_{12}} < \frac{L_{12}}{C_{10}}$, also umgekehrt als im ersten Bereich. Den Wert $B_i\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right) = -N$ werden wir als N_1 bezeichnen und derselbe ist im zweiten Bereich positiv. Mit Benutzung der früheren Bezeichnungen haben wir

$$\left. \begin{aligned} Kr + L(1-x) + Mxr - N_1(1-y) + Pyr &= 0 \\ Kr + L - Lx + Mxr - N_1 + N_1y + Pyr &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Wie bekannt ist beim ersten Grenzfall $a_i = -\frac{L_{10}}{L_{12}}$ bzw. $b_i = \frac{L_{10}}{L_{12} + L_{10}}$. Demnach ist dann $L = \frac{L_{10}}{L_{12}}\left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}}\right)$ sicher größer als $N_1 = \frac{L_{10}}{L_{12} + L_{10}}\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right)$, da $\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right) = 0$ ist. Bei Verkleinerung von $\frac{1}{C_{12}}$ um $r \rightarrow \Delta r$ und Vergrößerung von $\frac{1}{C_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20}}$ um denselben Betrag im zweiten Bereich, wird N_1 um einen sehr kleinen Wert über Null anwachsen. L wird sich sehr wenig ändern, und zwar werden wir vorderhand nicht untersuchen, ob es zu- oder abnehmen wird. Da es sich nur stetig ändern kann, wird jedenfalls $L > N_1$ verbleiben.

Es sind also drei positive Glieder, d. h. Kr , Mxr und Pyr neu hinzugekommen. Wie bekannt bei $r = 0$ haben x und y den Wert 1, beim Anwachsen von r über die Null nehmen sie gemeinschaftlich zu bzw. ab. Indessen, von den beiden Faktoren x und y , wird sich derjenige schneller ändern, der dem negativen Wert zugeordnet ist — in unserem Falle also x , der auf das negative a wirkt. Das läßt sich leicht beweisen. $b_i = 1 - \frac{L_{10}}{L_{12}} = 1 - \varepsilon$, wobei ε ein echter Bruch ist, da $0 < b_i < 1$ ist. Einen Schritt weiter wird das neue $b'_i = 1 - \varepsilon'$ gelten. Somit $b'_i - b_i = -\varepsilon' + \varepsilon$. Dem entspricht das negative $a_i = 1 - \frac{1}{\varepsilon}$ bzw. $a'_i = 1 - \frac{1}{\varepsilon'}$. Folglich ist $a'_i - a_i = -\frac{1}{\varepsilon'} + \frac{1}{\varepsilon} = \frac{-\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon'\varepsilon}$. Da $\varepsilon' \varepsilon$ als Produkt zweier echter Brüche kleiner als 1 ist, ist $\left|\frac{-\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon'\varepsilon}\right| > |-\varepsilon' + \varepsilon|$. Damit haben wir bewiesen, daß sich das negative a_i schneller ändert als das positive b_i , bzw. in unserem Fall x ändert sich schneller als y .

Wenn wir voraussetzen, daß x und y gemeinsam kleiner als 1 geworden sind, dann wäre $(-Lx + N_1y) > (-L + N_1)$, nachdem $L > N_1$ und $x < y$ ist. Dadurch wäre das Gleichgewicht der Gl. (20) noch mehr gestört sein. Es muß also umgekehrt sein: x und y müssen größer als 1 werden. Dann hätten wir $(-Lx + N_1y) < (-L + N_1)$ bzw. $(-Lx + N_1y + L - N_1) < 0$, da ja jetzt $x > y$ ist. Dieser neu hinzugekommene negative Wert wird die drei vorerwähnten positiven Glieder Kr , Mxr und Pyr kompensieren.

Dieser Beweis ist indessen bei weiteren Schritten nicht ohne weiteres sehr einleuchtend. Der Wert $N_1 = B_i\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right)$ wächst und zwar langsam und das aus zwei Gründen: 1. B_i hat am Anfang des zweiten Bereiches — wie wir wissen — den Wert $\frac{L_{10}}{L_{12} + L_{10}}$, und am Ende desselben, wie wir nachträglich beweisen werden, den Wert 1, und 2. die Differenz $\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right)$ hat am Anfang des Bereiches den Wert Null und vergrößert sich langsam, da $\frac{1}{C_{10}}$ allmählich größer und $\frac{1}{C_{12}}$ kleiner wird. Hinsichtlich des Wertes $L = A_i\left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}}\right)$ ist die Sache ganz anders. A_i wächst — wie eben ermittelt wurde — sehr schnell, um am Ende des Bereiches den Wert ∞ zu erreichen, während gleichzeitig die Differenz $\left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}}\right)$ langsam abnimmt um am Ende des Bereiches gleich Null zu werden.

Es wird deswegen sehr zweckmäßig sein, die Situation an Hand des Bildes 8 zu untersuchen. Die Punkte 1, 2, 3, $P_1 = 0$ und R_1 gelten für den ersten Grenzfall. Für den nächsten Schritt gelten die Punkte $1'$, $2'$ und $3'$. Das neue R'_1 muß sich zwischen den Punkten $3'$ und V befinden, da sich b'_1 nur stetig ändern kann. Angenommen, daß R'_1 mit $3'$ zusammenfiel. Dann würde sich P'_1 im Schnittpunkte der Verlängerung $3'o$ mit der Verlängerung $U2'$ befinden. Hätten wir jedoch angenommen, daß R'_1 mit V zusammengefallen ist, dann wäre P'_1 im Schnittpunkte der Verlängerung $V'o$ mit der Verlängerung $U2'$. Im ersten Falle hätten wir das zugehörige a'_{11} und im zweiten Falle das zugehörige a'_{12} . Wie ersichtlich wäre

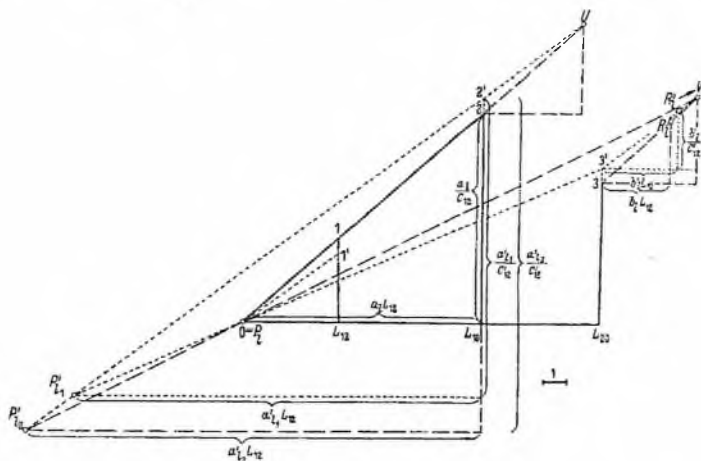


Bild 8.

sowohl $|a'_{11}|$ wie auch $|a'_{12}|$ größer als $|a_1|$ des Grenzfalles. Mit jedem weiteren Schritt werden sich die erwähnten zugehörigen Strahlen immer mehr ihrem Parallelismus nähern, wodurch ihre Schnittpunkte weiter nach unten entrücken werden. Daraus folgt, daß sowohl das neue b'_1 wie auch die folgenden b'_1'' , b'_1''' usw. zunehmen werden, bzw. daß sich das neue R'_1 aufwärts dem Punkte V entgegenbewegen wird. Da sich außerdem $V3$ mit jedem neuen Schritt um den Punkt V nach rechts dreht, wird ω_{k+1}^2 größer werden. Diese Vergrößerung ist jedoch

mit jedem neuen r schwächer, als die vorherige. Da $b'_1 = 1 - \frac{I'_{11}}{I'_{21}}$ wächst, nimmt der Wert $\frac{I'_{11}}{I'_{21}}$ ab bzw. $\frac{I'_{21}}{I'_{11}}$ nimmt zu bei $I'_{21} > I'_{11}$.

Das Verhalten der schnellen synchronen Frequenz $\omega_{k,sch}$ werden wir an Hand des Bildes 9 untersuchen. Hierbei ist a_{sch} positiv und b_{sch} negativ. Wie auf vorhergehendem Bilde entsprechen die Punkte 1, 2, 3 und $P_{sch} = U$ dem ersten Grenzfall. R_{sch} ist nicht eingezeichnet, da es sich abwärts von o im unendlichen befindet. Der neue Schritt ist durch $1'$, $2'$ und $3'$ gekennzeichnet. Der neue Punkt P'_{sch} muß zwischen den Punkten U und $2'$ liegen. Wenn wir annehmen, daß sich P'_{sch} mit $2'$ deckt, dann befindet sich $R'_{sch,1}$ im Schnittpunkte der Verlängerung $2'o$ mit der Verlängerung $V3'$. Andererseits, wenn sich P'_{sch} mit U decken würde, dann wäre der neue Punkt $R'_{sch,2}$ im Schnittpunkte der Verlängerung Uo mit der Verlängerung $V3'$. Beim ersten Grenzfall war $b_{sch} = -\infty$ bzw. $B_{sch} = \infty$. Mithin jetzt ist $B'_{sch} = |b'_{sch}|$ — wie ja aus der Zeichnung ersichtlich ist — kleiner geworden, und zwar können wir ablesen $b'_{sch,1} L_{12} = -19$ und $b'_{sch,2} L_{12} = -20,9$. Da $L_{12} = 4$ Einheiten beträgt, ergibt sich $b'_{sch,1} = -4,75$ und $b'_{sch,2} = -5,23$, zwischen welchen Werten sich das tatsächliche b'_{sch} befindet. Da sich also B'_{sch} verringert hat, muß auch A'_{sch} kleiner werden, nachdem sich B_{sch} und A_{sch} gemeinsam vergrößern bzw. verkleinern. Folglich hat sich der neue Punkt P'_{sch} vom Punkte U nach abwärts entfernt. Da sich außerdem bei jedem neuen Schritt $U2$ um

den Punkt U nach rechts dreht, muß ω_{kzsch}^2 größer werden. Diese Vergrößerung ist anfangs schwach, wird aber mit jedem neuen Schritt stärker.

Wir haben nun kennen gelernt, daß im zweiten Bereich mit der Verkleinerung der Kopplungselastanz sowohl die langsame als auch die schnelle Frequenz größer werden. Das Tempo dieser Vergrößerung ist jedoch bei beiden Frequenzen nicht dasselbe. Die langsame Frequenz vergrößert sich anfangs stark, aber ihr Vergrößerungstempo nimmt mit jedem neuen Schritt allmählich ab, während bei der schnellen Frequenz gerade das Umgekehrte

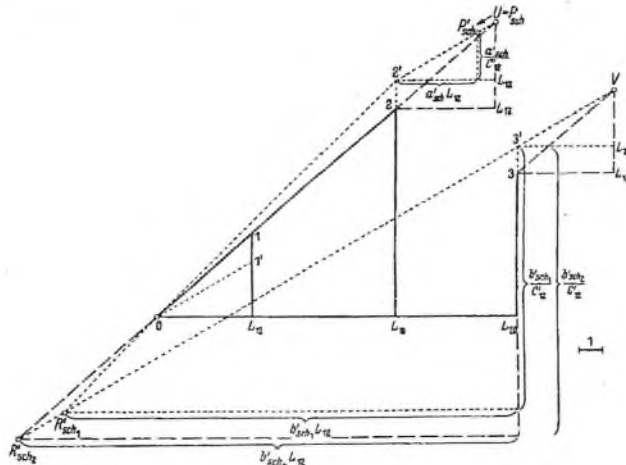


Bild 9.

zutrifft, d. h. ihr Vergrößerungstempo ist anfangs schwach um mit jedem neuen Schritt stärker zu werden. Daraus folgt, daß sich in diesem Bereich das Minimum der Differenz der beiden Frequenzwerte befinden muß, was wir auch später mathematisch beweisen werden.

Nun werden wir die eintretenden Verhältnisse bei der schnellen Frequenz mathematisch untersuchen!

Da jetzt a_{sch} positiv und b_{sch} negativ ist, folgt

$$\left. \begin{aligned} \omega_{kzsch}^2 &= \frac{1}{L_{10} + A_{sch} L_{12}} = \frac{1}{L_{20} - B_{sch} L_{12}} \\ \frac{L_{20}}{C_{10}} + A_{sch} \frac{L_{20}}{C_{12}} - B_{sch} \frac{L_{12}}{C_{10}} &= \frac{L_{10}}{C_{20}} - B_{sch} \frac{L_{10}}{C_{12}} + A_{sch} \frac{L_{12}}{C_{20}} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Bei der Verkleinerung von $\frac{1}{C_{12}}$ um r und Vergrößerung von $\frac{1}{C_{10}}$ und $\frac{1}{C_{20}}$ um ebensoviel, haben wir

$$\frac{\left(\frac{1}{C_{10}} + r\right) + \left(\frac{1}{C_{12}} - r\right) A_{sch} x}{L_{10} + A_{sch} x L_{12}} = \frac{\left(\frac{1}{C_{20}} + r\right) - \left(\frac{1}{C_{12}} - r\right) B_{sch} y}{L_{20} - B_{sch} y L_{12}}$$

bzw.

$$\begin{aligned} & \frac{L_{20}}{C_{10}} + L_{20} r + \frac{L_{20}}{C_{12}} A_{sch} x - L_{20} r A_{sch} x - \frac{B_{sch} y L_{10}}{C_{10}} \\ & - B_{sch} y L_{12} r - \frac{B_{sch} y L_{12}}{C_{12}} A_{sch} x + B_{sch} y L_{12} r A_{sch} x \\ & = \frac{L_{10}}{C_{20}} + L_{10} r - \frac{L_{10}}{C_{12}} B_{sch} y + L_{10} r B_{sch} y + \frac{A_{sch} x L_{12}}{C_{20}} + A_{sch} x L_{12} r \\ & - \frac{A_{sch} x L_{12}}{C_{12}} B_{sch} y + A_{sch} x L_{12} r B_{sch} y. \end{aligned}$$

Wenn wir von dieser Gleichung die Gl. (21) abziehen und die Ausdrücke etwas umordnen, bekommen wir

$$r(L_{20} - L_{10}) + A_{sch}(x-1)\left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{20}}\right) - A_{sch}xr(L_{20} + L_{12}) - B_{sch}(y-1)\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right) - B_{sch}yr(L_{12} + L_{10}) = 0. \quad (22)$$

Der Ausdruck $B_{sch}\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right) = -N = N_1$ ist positiv, da $\frac{L_{12}}{C_{10}} > \frac{L_{10}}{C_{12}}$ ist. Somit werden wir schreiben

$$Kr + Lx - L - Mxr - N_1y + N_1 - Pyr = 0. \quad (23)$$

Wir werden nicht den ersten Grenzfall als Anfangssituation wählen, da dort $B_{sch} = \infty$ ist, und es nicht zweckmäßig erscheint, diesen Wert in die Gl. (22) einzuführen. Wir werden deswegen eine Situation in der Nähe des ersten Grenzfalles, aber schon im zweiten Bereich, etwa diejenige die auf Bild 9 durch die Punkte $1'$, $2'$ und $3'$ gekennzeichnet ist, wählen. Wie

bekannt, liegt in diesem Falle der Wert $b'_{sch} = 1 - \frac{I'_{1sch}}{I'_{2sch}}$ zwischen den Werten $-4,75$ und $-5,23$. Demnach ist

$$\frac{I'_{1sch}}{I'_{2sch}} = 5,75 \text{ (bzw. } 6,23) \text{ und } a'_{sch} = 1 - \frac{I'_{2sch}}{I'_{1sch}} = 1 - \frac{1}{5,75} = 0,83 \text{ (bzw. } 1 - \frac{1}{6,23} = 0,84). \text{ An}$$

Hand des erwähnten Bildes 9 folgt weiter

$$L = A'_{sch}\left(\frac{L_{20}}{C_{12}} - \frac{L_{12}}{C_{10}}\right) = 0,83 \text{ (bzw. } 0,84) (15 \times 2,4 - 4 \times 7,3) = 5,64 \text{ (bzw. } 5,71),$$

$$N_1 = B'_{sch}\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right) = 4,75 \text{ (bzw. } 5,23) (4 \times 10,2 - 10 \times 2,4) = 79,8 \text{ (bzw. } 87,86).$$

Demnach ist N_1 bedeutend größer als L !

Außerdem ist $K = (L_{20} - L_{10}) = (15 - 10) = 5$ kleiner als $M = A'_{sch}(L_{20} + L_{12}) = 0,83$ (bzw. $0,84$) $(15 + 4) = 15,77$ (bzw. $15,96$). Ebenso ist K kleiner als $P = B'_{sch}(L_{12} + L_{10}) = 4,75$ (bzw. $5,23$) $(4 + 10) = 66,5$ (bzw. $73,22$).

Bei $r = 0$ ist $x = y = 1$. Bei kleinem $r \rightarrow \Delta r$ kommen hinzu der positive Wert Kr und die negativen Werte $-Mxr$ und $-Pyr$. Da x und y sehr nahe 1 sind, nehmen die beiden negativen Werte gegenüber dem positiven überhand, nachdem sowohl M wie auch P größer als K sind. Somit ist $(Kr - Mxr - Pyr)$ negativ. Wir haben vorhergehend schon bewiesen, daß sich von den Faktoren x und y derjenige schneller ändert, der dem negativen Wert zugeordnet ist. In unserem Falle ist das der Faktor y der auf das negative b'_{sch} einwirkt.

Wenn wir voraussetzen, daß x und y größer als 1 geworden sind, dann würde in Gl. (23) der Wert Lx wegen kleinem L und schwacher Zunahme des x um ein Weniges positiver werden. Im Gegenteil, würde $-N_1y$ wegen großem N_1 und starker Zunahme des y um vieles negativer werden. Somit wäre $(Lx - N_1y) < (L - N_1)$. Dadurch würde das Gleichgewicht der Gl. (22) noch mehr gestört sein, als das bereits durch den Ausdruck $(Kr - Mxr - Pyr)$ geschehen ist. Es muß also umgekehrt sein, d. h. x und y müssen kleiner als 1 werden. Lx wird wegen kleinem L und schwacher Abnahme des x ein wenig abnehmen, aber $-N_1y$ wird im Gegenteil wegen großem N_1 und starker Abnahme von y bedeutend zunehmen, wodurch $(Lx - N_1y) > (L - N_1)$ sein wird. Dieser Zuwachs wird dann den negativen Ausdruck $(Kr - Mxr - Pyr)$ kompensieren.

Dieser Beweis behält seine Gültigkeit auch bei darauffolgenden Schritten bis zu Ende des zweiten Bereiches, also auch im zweiten Grenzfall. Wie später an Hand des Bildes 12 zu ersehen sein wird, ist im zweiten Grenzfalle $K = 5$, $M = 15$ und $P = 52,5$. Somit ist also auch dann $(Kr - Mxr - Pyr)$ negativ. Infolge $\frac{L_{20}}{C_{12}} = \frac{L_{12}}{C_{20}}$ ist dann $L = 0$ und $N_1 = B_{sch}\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right) = \frac{15}{4} (4 \times 10,5 - 10 \times 2,1) = 78,75$. Damit die Gl. (23) bestehen kann, muß dann $-N_1y > -N_1$ sein, d. h. y , und infolgedessen auch x , müssen kleiner als 1 werden.

Da also das positive $a_{sch} = 1 - \frac{I_{2sch}}{I_{1sch}}$ abnimmt, wird $\frac{I_{2sch}}{I_{1sch}}$ größer werden bei $I_{2sch} < I_{1sch}$.

Die Resultate sind auf Bild 17 unterhalb der Resultate des ersten Grenzfalles übersichtlich dargestellt.

4. Der zweite Grenzfall $\frac{1}{c_{10} l_{10}} > \frac{1}{c_{12} l_{12}} = \frac{1}{c_{20} l_{20}}$

Wenden wir uns nun der schnellen Frequenz $\omega_{k, \text{sch}}$ zu! An Hand des Bildes 12 ist

$$b_{\text{sch}} = 1 - \frac{I_{1 \text{ sch}}}{I_{2 \text{ sch}}} = - \frac{L_{20}}{L_{12}} \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{I_{1 \text{ sch}}}{I_{2 \text{ sch}}} &= 1 + \frac{L_{20}}{L_{12}} = \frac{L_{12} + L_{20}}{L_{12}} \\ a_{\text{sch}} &= 1 - \frac{I_{2 \text{ sch}}}{I_{1 \text{ sch}}} = 1 - \frac{L_{12}}{L_{12} + L_{20}} = \frac{L_{20}}{L_{12} + L_{20}} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

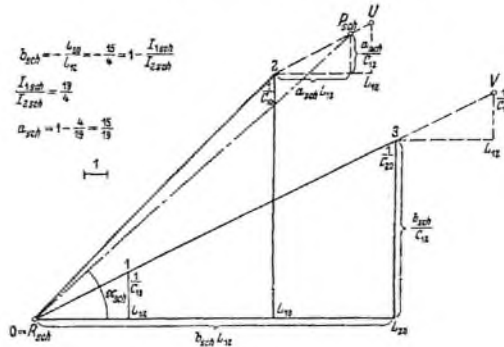


Bild 12.

Aus $L_{12} C_{12} = L_{20} C_{20}$ ergibt sich $L_{12} = \frac{L_{20} C_{20}}{C_{12}}$. Demnach ist

$$k_{2 \text{ ind}} = \frac{L_{12}}{L_{12} + L_{20}} = \frac{\frac{L_{20} C_{20}}{C_{12}}}{\frac{L_{20} C_{20}}{C_{12}} + L_{20}} = \frac{\frac{1}{C_{12}}}{\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{20}}} = k_{2 \text{ kap}}.$$

Wenn wir dieses Ergebnis in Gl. (17) einführen, so bekommen wir

$$\begin{aligned} \omega_{k, \text{sch}, k, \text{sl}}^2 &= \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - K_{\text{ind}}^2 \omega_2^2 - K_{\text{kap}}^2 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \\ &\pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - K_{\text{ind}}^2 \omega_2^2 - K_{\text{kap}}^2 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2 - \frac{4 \omega_1^2 \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)(1 - K_{\text{ind}}^2)}{[2(1 - K_{\text{ind}}^2)]^2}} \\ &= \frac{\omega_1^2 (1 - K_{\text{kap}}^2) + \omega_2^2 (1 - K_{\text{ind}}^2)}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 (1 - K_{\text{kap}}^2) - \omega_2^2 (1 - K_{\text{ind}}^2)}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} \right]^2}. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich

$$\omega_{k, \text{sch}}^2 = \frac{\omega_1^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{(1 - K_{\text{ind}}^2)} \quad (26)$$

$$\omega_{k, \text{sl}}^2 = \omega_2^2. \quad (27)$$

Die Resultate sind im Bild 17 unterhalb der Resultate des zweiten Bereiches übersichtlich dargestellt.

5. Der dritte Bereich $\frac{1}{C_{10} L_{10}} > \frac{1}{C_{20} L_{20}} > \frac{1}{C_{12} L_{12}}$

Die langsame Frequenz ist jetzt antisynchron. Wie bekannt, muß im Bild 13 der Strahl, der dem Wert ω_{ka}^2 zugeordnet ist, zwischen den Punkten 4 und 5 hindurchgehen und sich unterhalb des Punktes V befinden, nachdem jetzt $\omega_{ka}^2 \leq \min(\omega_1^2, \omega_2^2)$ ist. Verglichen mit

Bild 11 ist der Wert m jetzt kleiner und folglich n größer geworden. Der Punkt T ist von V aus nach rechts gewandert. Dadurch ist β bzw. $\omega_{ka}^2 = \omega_{ki}^2$ kleiner geworden. Da nun $n = 1 + \frac{I_3}{I_4}$ größer als 1 und $m = 1 + \frac{I_4}{I_3}$ kleiner als ∞ geworden ist, ist nun $\frac{I_4}{I_3} < \infty$. Das bedeutet, daß der erste Kreis wieder den partikulären Strom langsamer Frequenz enthält, jedoch ist derselbe jetzt antisynchron.

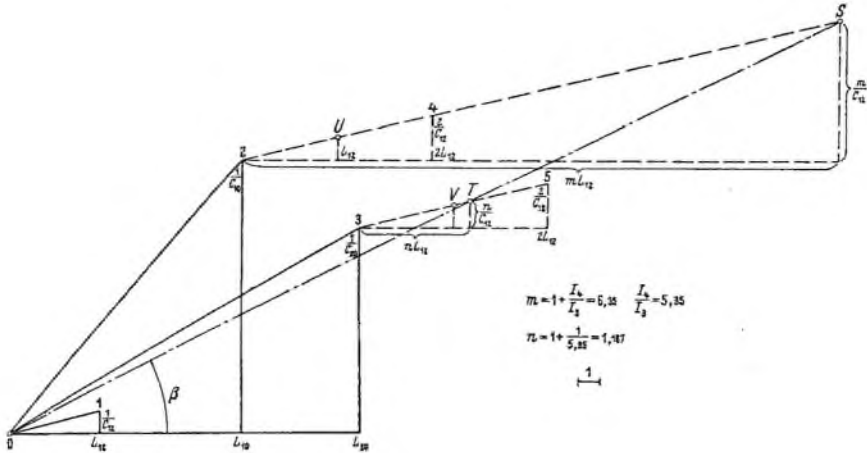


Bild 13.

Für die antisynchrone Frequenz gilt Gl. (14), die wir etwas anders schreiben werden, d. h.

$$(L_{20} - L_{10})r - m \left(\frac{L_{12}}{C_{20}} - \frac{L_{20}}{C_{12}} \right) (x - 1) - r m x (L_{20} + L_{12}) + n \left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}} \right) (y - 1) + r n y (L_{12} + L_{10}) = 0.$$

Im dritten Bereich ist $\frac{L_{12}}{C_{20}} > \frac{L_{20}}{C_{12}}$ bzw. $\frac{L_{12}}{C_{10}} > \frac{L_{10}}{C_{12}}$.

Analog wie bei Gl. (14) werden wir folgende Bezeichnungen einführen: $(L_{20} - L_{10}) = K$, $m \left(\frac{L_{12}}{C_{20}} - \frac{L_{20}}{C_{12}} \right) = -D = D_1$, welcher Wert jetzt positiv ist, $m(L_{20} + L_{12}) = E$, $n \left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}} \right) = -F = F_1$, was jetzt ebenso positiv ist, und $n(L_{12} + L_{10}) = G$.

Demnach folgt:

$$\left. \begin{aligned} &Kr - D_1(x - 1) - Erx + F_1(y - 1) + Gr y = 0 \\ &Kr - D_1x - Erx + F_1y + Gr y = F_1 - D_1 = \text{konst.} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Aus Bild 13 entnehmen wir $m = 6,35$ und $n = 1,187$. Somit ist $K = (15 - 10) = 5$, $E = 6,35(15 + 4) = 120,65$ und $G = 1,187(4 + 10) = 16,618$.

Bei $r \rightarrow \Delta r$ sind x und y sehr nahe 1. Der Ausdruck $(Kr - Erx + Gr y) = (5r - 120,65rx + 16,618ry)$ ist demnach negativ. Wie bekannt, wenn bei antisynchroner Frequenz x zunimmt, muß y abnehmen, und umgekehrt. Angenommen, daß x größer und y kleiner als 1 geworden sind. Dann wird sowohl $-D_1x$ als auch F_1y abnehmen. Wir hätten also

$$\underbrace{(Kr - Erx + Gr y)}_{\text{Abnahme}} - \underbrace{D_1x}_{\text{Abnahme}} + \underbrace{F_1y}_{\text{Abnahme}} = \text{konst.},$$

was unmöglich ist. Es muß also umgekehrt sein, d. h. y muß größer und x kleiner werden.

Da a positiv und b negativ ist, gilt die etwas umgeformte Gl. (22), d. h.

$$r(L_{20} - L_{10}) - A(x - 1)\left(\frac{L_{12}}{C_{20}} - \frac{L_{20}}{C_{12}}\right) - A x r(L_{20} + L_{12}) - B(y - 1)\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right) - B y r(L_{12} + L_{10}) = 0.$$

Es ist im dritten Bereich $\frac{L_{12}}{C_{20}} > \frac{L_{20}}{C_{12}}$ bzw. $\frac{L_{12}}{C_{10}} > \frac{L_{10}}{C_{12}}$. Bezeichnen wir

$$(L_{20} - L_{10}) = K, A\left(\frac{L_{12}}{C_{20}} - \frac{L_{20}}{C_{12}}\right) = -L = L_a^*, A(L_{20} + L_{12}) = M,$$

$B\left(\frac{L_{12}}{C_{10}} - \frac{L_{10}}{C_{12}}\right) = -N = N_1$ und $B(L_{12} + L_{10}) = P$, so können wir unsere Gleichung schreiben $Kr - L_a(x - 1) - Mxr - N_1(y - 1) - Pyr = 0$ bzw. $Kr + (L_a + N_1) - Mxr - L_a x - Pyr - N_1 y = 0$, wobei alle Koeffizienten positiv sind.

Beim zweiten Grenzfall nach Bild 12, den wir als Anfangssituation gewählt haben, war nach Gl. (24) der Wert $B = \frac{L_{20}}{L_{12}} = \frac{15}{4}$ und nach Gl. (25) der Wert

$$A = \frac{L_{20}}{L_{12} + L_{20}} = \frac{15}{4 + 15} = \frac{15}{19}.$$

Daraus ergibt sich $K = (L_{20} - L_{10}) = (15 - 10) = 5$, $M = A(L_{20} + L_{12}) = \frac{15}{19}(15 + 4) = 15$ und $P = B(L_{12} + L_{10}) = \frac{15}{4}(4 + 10) = 52,5$.

Bei $r \rightarrow \Delta r$ sind x und y nahe 1. Demzufolge ist der Ausdruck $(Kr - Mxr - Pyr) = (5r - 15xr - 52,5yr)$ negativ. Dieser neu hinzugekommene negative Wert muß kompensiert werden und zwar so, daß sich x und y (die bei synchroner Frequenz gemeinsam zu- oder abnehmen) verkleinern müssen. Dadurch ist der Wert $(-L_a x \text{ und } -N_1 y)$ positiver geworden. Demnach sind A und B kleiner geworden bzw. $\frac{I_2}{I_1}$ wächst bei $I_2 < I_1$.

Bild 16 stellt die letzte Situation dar, wobei $\frac{1}{C_{12}} = 0$ ist. Aus der Konstruktion können wir entnehmen $|a| = A = 0,587$ und $|b| = B = 1,4$. Somit folgt $M = 0,587(15 + 4) = 11,153$ und $P = 1,4(4 + 10) = 19,6$. Folglich ist auch diesmal $(Kr - Mxr - Pyr) = (5r - 11,153xr - 19,6yr)$ negativ, also x und y müssen bis zu dieser letzten Situation abnehmen.

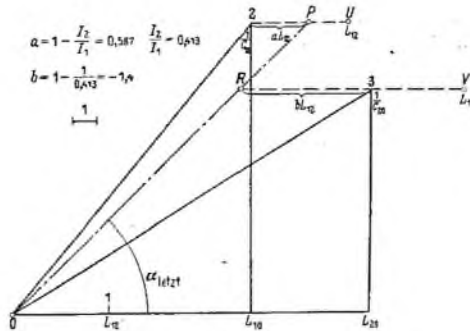


Bild 16.

Die Resultate sind im Bild 17 ganz unten übersichtlich dargestellt.

Um eine gute Übersicht aller gewonnenen Resultate zu erhalten, ist auf genanntem Bild bei allen Zeichnungen die Summe der Amplituden der beiden zugehörigen partikulären Ströme (also derselben Frequenz) des ersten und zweiten Kreises immer dieselbe. Das würde selbstverständlich bei jeder neuen Situation andere Anfangsbedingungen erfordern, welche analog der Kopplungselastanz stetig geändert werden müßten, was jedoch einfach zu ermitteln wäre.

* Mit L_1 haben wir $(L_{10} + L_{12})$ bezeichnet.

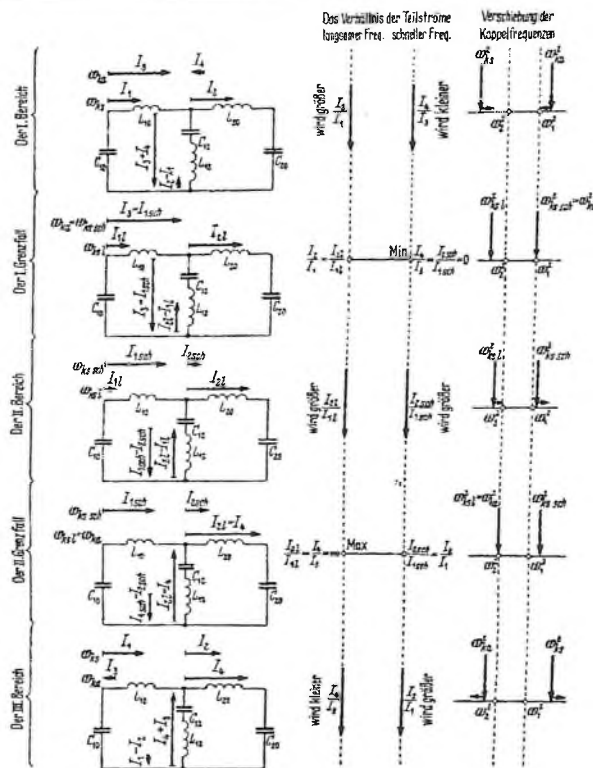


Bild 17.

6. Der Zusammenhang zwischen dem Wert $|K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}|$ und der gegenseitigen Verschiebung der Koppelfrequenzen

$$K_{\text{kap}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{C_1} \frac{1}{C_2}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{10}}\right) \left(\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{20}}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{C_{12}}{C_{10}}\right) \left(1 + \frac{C_{12}}{C_{20}}\right)}} \quad (29)$$

$$K_{\text{ind}} = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{L_{12}}{\sqrt{(L_{12} + L_{10})(L_{12} + L_{20})}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{L_{10}}{L_{12}}\right) \left(1 + \frac{L_{20}}{L_{12}}\right)}} \quad (30)$$

Mit der Verkleinerung von $\frac{1}{C_{12}}$ nimmt der Kopplungsfaktor K_{kap} allmählich ab, während K_{ind} natürlich konstant verbleibt.

Im ersten Bereich bei $\frac{C_{12}}{C_{10}} < \frac{L_{10}}{L_{12}}$ und $\frac{C_{12}}{C_{20}} < \frac{L_{20}}{L_{12}}$ ist mit Rücksicht auf die Gln. (29) und (30) $K_{\text{kap}} > K_{\text{ind}}$.

Im ersten Grenzfall bei $\frac{C_{12}}{C_{10}} = \frac{L_{10}}{L_{12}}$ und $\frac{C_{12}}{C_{20}} < \frac{L_{20}}{L_{12}}$ ist gleichfalls $K_{\text{kap}} > K_{\text{ind}}$.

Im zweiten Bereich bei wachsendem $\frac{C_{12}}{C_{10}}$ gegenüber konstantem $\frac{L_{10}}{L_{12}}$ und wachsendem $\frac{C_{12}}{C_{20}}$ gegenüber konstantem $\frac{L_{20}}{L_{12}}$ ist anfangs $K_{\text{kap}} > K_{\text{ind}}$ um jedoch in einer gewissen Situation einander gleich zu werden. Im weiteren Verlauf, also gegen das Ende des zweiten Bereiches, sowie im zweiten Grenzfall und im dritten Bereich, ist folglich $K_{\text{kap}} < K_{\text{ind}}$.

Es nimmt somit der absolute Wert der Differenz der beiden Kopplungsfaktoren, d. h. $|K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}|$ im ersten Bereich über den ersten Grenzfall immer mehr ab, und wird schließlich in der erwähnten Situation im zweiten Bereich gleich Null, um dann wieder zuzunehmen.

Die Differenz beider Kopplungsfaktoren wird gleich Null, wenn

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{C_{12}} &= \frac{L_{12}}{\sqrt{\frac{1}{C_1} \frac{1}{C_2}}} \\ \frac{1}{C_{12} L_{12}} &= \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1}} \sqrt{\frac{1}{C_2 L_2}} = \omega_1 \omega_2 \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

ist. Der Wert $\omega_1 \omega_2$ liegt im Intervall zwischen ω_1^2 und ω_2^2 . In der anfangs zitierten Abhandlung ist bewiesen worden, daß falls sich $\frac{1}{C_{12} L_{12}}$ in diesem Intervall befindet, der zweite Bereich vorliegt.

Die Differenz der Werte der Koppelfrequenzen — also im Bild 17 der Abstand derselben — verhält sich analog wie $|K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}|$. In dem genannten Bild ist nämlich ersichtlich, daß dieser Abstand im ersten Bereich über den ersten Grenzfall immer kleiner wird — die Koppelfrequenzen nähern sich einander; im zweiten Bereich wird er am kleinsten, um dann wieder größer zu werden — die Koppelfrequenzen rücken auseinander.

Es fragt sich nun bei welcher Situation der Abstand der Koppelfrequenzen am kleinsten ist.

Wenn wir $\frac{1}{C_{12}}$ mit x bezeichnen, folgt

$$k_{1\text{kap}} = \frac{1}{C_1} = x C_1, \quad k_{2\text{kap}} = \frac{1}{C_2} = x C_2 \quad \text{und} \quad K_{\text{kap}}^2 = x^2 C_1 C_2.$$

Die Differenz der Koppelfrequenzen ist

$$\begin{aligned} (\omega_{k\text{sch}} - \omega_{kl}) &= \\ &= \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 - k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)}} + \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 - k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)}} - \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{(1 - K_{\text{ind}}^2)} \\ &- \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 - k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)}} - \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 - k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 - k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)}} - \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 (1 - K_{\text{kap}}^2)}{(1 - K_{\text{ind}}^2)}. \end{aligned}$$

Wir führen folgende Bezeichnungen ein:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} = \frac{\frac{1}{C_1 L_1} + \frac{1}{C_2 L_2}}{2\left(1 - \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}\right)} = \frac{L_2 C_2 + L_1 C_1}{2 C_1 C_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)} \\ B x &= \frac{k_{1\text{ind}} k_{2\text{kap}} \omega_2^2 + k_{2\text{ind}} k_{1\text{kap}} \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} = \frac{k_{1\text{ind}} x C_2 \omega_2^2 + k_{2\text{ind}} x C_1 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} = \frac{k_{1\text{ind}} C_2 \omega_2^2 + k_{2\text{ind}} C_1 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} x. \end{aligned}$$

Demnach ist

$$\begin{aligned} B &= \frac{k_{1\text{ind}} C_2 \omega_2^2 + k_{2\text{ind}} C_1 \omega_1^2}{2(1 - K_{\text{ind}}^2)} = \frac{\frac{L_{12}}{L_1} C_2 \frac{1}{L_2 C_2} + \frac{L_{12}}{L_2} C_1 \frac{1}{L_1 C_1}}{2\left(1 - \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}\right)} = \frac{L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \\ D &= \frac{\omega_1^2 \omega_2^2}{1 - K_{\text{ind}}^2} = \frac{\frac{1}{C_1 L_1} \frac{1}{C_2 L_2}}{1 - \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}} = \frac{1}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)} \\ E x^2 &= \frac{\omega_1^2 \omega_2^2 K_{\text{kap}}^2}{1 - K_{\text{ind}}^2} = \frac{\frac{1}{C_1 L_1} \frac{1}{C_2 L_2} x^2 C_1 C_2}{1 - \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2}}. \end{aligned}$$

Demnach ist

$$E = \frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2}.$$

$L_1 L_2 - L_{12}^2 = (L_{10} + L_{12})(L_{20} + L_{12}) - L_{12}^2 = L_{10} L_{20} + L_{12} L_{20} + L_{10} L_{12}$. Daraus folgt, daß die Koeffizienten A , B , D und E positiv sind. Mit Benutzung obiger Bezeichnungen läßt sich somit die Differenz $(\omega_{\text{sch}} - \omega_{kl})$ schreiben wie folgt:

$$(\omega_{\text{sch}} - \omega_{kl}) = \sqrt{A - Bx} + \sqrt{(A - Bx)^2 - D + Ex^2} - \sqrt{A - Bx} - \sqrt{(A - Bx)^2 - D + Ex^2}.$$

Diese Gleichung werden wir quadrieren, d. h.

$$\begin{aligned} (\omega_{\text{sch}} - \omega_{kl})^2 &= 2(A - Bx) - 2\sqrt{(A - Bx)^2 - D + Ex^2} - [(A - Bx)^2 - D + Ex^2] \\ &= 2(A - Bx) - 2\sqrt{D - Ex^2}. \end{aligned}$$

Um das Extrem zu finden, werden wir den ersten Differentialquotienten gleich Null setzen, d. h.

$$\frac{d(\omega_{\text{sch}} - \omega_{kl})^2}{dx} = -2B - 2 \frac{-2Ex}{2\sqrt{D - Ex^2}} = -2B + 2 \frac{Ex}{\sqrt{D - Ex^2}} = 0.$$

Weiter folgt

$$B^2 D - B^2 E x^2 = E^2 x^2 \quad \text{bzw.} \quad B^2 D = x^2 (E^2 + B^2 E).$$

Wenn wir für B , D und E wieder die Originalausdrücke einsetzen, so folgt

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{1}{C_{12}^2} = \frac{B^2 D}{E^2 + B^2 E} = \frac{\left(\frac{L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2}\right)^2 \frac{1}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)}}{\left(\frac{1}{L_1 L_2 - L_{12}^2}\right)^2 + \left(\frac{L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2}\right)^2 \frac{1}{C_1 C_2 L_1 L_2}} \\ &= \frac{\frac{L_{12}^2}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)}}{1 + \frac{L_{12}^2}{L_1 L_2 - L_{12}^2}} = \frac{L_{12}^2}{C_1 C_2 L_1 L_2}. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich endlich

$$\frac{1}{C_{12} L_{12}} = \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1}} \sqrt{\frac{1}{C_2 L_2}} = \omega_1 \omega_2.$$

Das ist unsere Gln. (31)! Es muß noch bewiesen werden, daß es sich um ein Minimum handelt.

$$\frac{d^2(\omega_{\text{sch}} - \omega_{kl})^2}{dx^2} = 2 \frac{\sqrt{D - Ex^2} E - Ex}{2\sqrt{D - Ex^2}} = 2 \frac{\sqrt{D - Ex^2} E + \frac{E^2 x^2}{\sqrt{D - Ex^2}}}{D - Ex^2}.$$

Wenn $(D - Ex^2)$ positiv ist, wird der Ausdruck gleichfalls positiv sein, d. h. es liegt ein Minimum vor.

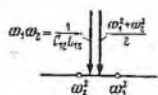


Bild 18.

$$\begin{aligned} (D - Ex^2) &= \frac{1}{C_1 C_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)} - \frac{1}{(L_1 L_2 - L_{12}^2) C_1 C_2 L_1 L_2} \\ &= \frac{L_1 L_2 - L_{12}^2}{C_1 C_2 L_1 L_2 (L_1 L_2 - L_{12}^2)} = \frac{1}{C_1 C_2 L_1 L_2} = \omega_1^2 \omega_2^2, \end{aligned}$$

also positiv!

Somit haben wir bewiesen, daß bei Verkleinerung der Kopplungselastanz zweier gekoppelter ungedämpfter elektrischer Schwingungssysteme ohne aufgedrückte Spannung zwischen dem Verhalten der absoluten Differenz $|K_{\text{kap}} - K_{\text{ind}}|$ und der Differenz $(\omega_{\text{sch}} - \omega_{kl})$ eine vollständige Koinzidenz besteht.

Der Wert $\omega_1 \omega_2$ befindet sich nach Bild 18 etwas nach links von der Mitte $\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2}$, da ja $(\omega_1 - \omega_2)^2 = \omega_1^2 - 2\omega_1 \omega_2 + \omega_2^2 > 0$ ist, und demnach $\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} > \omega_1 \omega_2$ ist.

Nakladnik:

KIKLOS – KRUG KNJIGE d.o.o.

Jurjevska 20, 10000 Zagreb

Tel.: 385 1 466 8204

Mob.: 098 909 7964

E-pošta: kiklos.hr@hotmail.com

Tiskanje dovršeno u travnju 2020.