

Radenko Wolf

UVOD U TEORIJU
ELEKTRIČNIH
STROJEVA

ŠKOLSKA KNJIGA - ZAGREB



R. WOLF: UVOD U TEORIJU ELEKTRIČNIH STROJEVA

Stručni urednik: Dr. Željko Matutinović
Lektor: A. Česko

Odobrila Komisija za izdavačku djelat-
nost Sveučilišta u Zagrebu odlukom br.
18-624/1 - 1974, od 5. IV 1974.

Tisak: Grafički zavod Hrvatske

Prof. dr. ing. RADENKO WOLF

UVOD U TEORIJU ELEKTRIČNIH STROJEVA



ŠKOLSKA KNJIGA
ZAGREB 1975

PREDGOVOR

Nastava električnih strojeva i srodnih područja na Elektrotehničkom fakultetu u Zagrebu okupila je u Zavodu za elektrostrojarstvo tog fakulteta grupu stručnjaka s nastavnim iskustvom na tom području, koji su u isto vrijeme upoznali u životu probleme projektiranja, gradnje i primjene tih strojeva. Kako bi se zadovoljila potreba studenata za udžbenicima na našem jeziku, a istovremeno i želja stručnjaka u praksi na području elektrostrojarstva, automatizacije, energetike i na srodnim područjima za odgovarajućom literaturom, dogovoreno je izdavanje serije sveučilišnih udžbenika pod naslovom »Električni strojevi«. Ta serija treba da prikaže današnje stanje teorije, gradnje i korištenja električnih strojeva u opsegu koji je prikladan za studij, ali i za osvježavanje znanja, upoznavanje srodnih područja i kao poticaj za daljnji rad u praksi.

Ova knjiga, »Uvod u teoriju električnih strojeva«, kao prva iz dogovorene serije, obuhvaća osnovne fizikalne slike i metode pristupa koje su manje ili više zajedničke svim vrstama električnih strojeva. Autor je smatrao korisnim rekapitulirati i neke poznate činjenice iz mehanike i osnova elektrotehnike kako bi se sav potrební aparat za kasnija razmatranja našao na jednom mjestu. Skupljanje svih tih zajedničkih elemenata u jednoj knjizi odraz je analognog zahvata u nastavi, a prednost mu je u spoznaji, koju treba odmah u početku i što jasnije uočiti da sve toliko različite vrste električnih strojeva proizlaze iz kombinacija malog broja osnovnih zakona i osnovnih rješenja.

Kako bi knjiga bila što preglednija, novi pojmovi ili termini, važna konstatacija, ili sažeta rekapitulacija posebno su istaknuti.

Dok su skalarne veličine i u tekstu i na slikama označene slovima u kurzivu, a simbolički vektori (fazori) pisanim slovima, ili oznakom $\wedge$ iznad (grčkog) slova, pravi vektori označeni su u tekstu debelo otisnutim slovima, a na slikama oznakom -- iznad slova. Ova razlika označavanja u tekstu i na slici, nastala zbog tehničkih razloga, nije nova, a smatra se da ne bi trebala smetati čitaoca, jer su oba načina označavanja vektora uobičajena.

Autor je također smatrao da će knjiga postati preglednija ako na svakoj stranici bude upadljivo otisnuta šifra potpoglavlja (npr. 1.1. ili 6.5). Ta šifra postaje sastavni dio svake oznake slike ili formule na toj strani, pa se uz svaku sliku ili formulu ne piše, već se navodi samo tekući broj unutar potpoglavlja. Pri citiranju u istom potpoglavlju navodi se samo taj tekući broj. Ako ima pozivanja na sliku ili formulu nekog drugog potpoglavlja navodi se i njegova šifra (npr. »vidi sl. 6, u potpoglavlju 3.1«.).

Ovakav način označavanja ponešto odstupa od onih koji se obično nalaze u tehničkoj literaturi, ali autor se nada da će njegova veća jednostavnost pridonijeti preglednosti i upotrebljivosti knjige.

Karakter gradiva ove prve knjige je takav da se autoru činilo najprikladnijim svakom potpoglavlju dodati odgovarajući broj kontrolnih zadataka s rješenjima, ali bez toka izrade. Na taj način čitalac koji studira ima mogućnost da provjeri koliko je shvatio i usvojio gradivo svakog potpoglavlja.

Na kraju, želio bih zahvaliti prof. dr. h. c. Antonu Dolencu i prof. dr. Berislavu Jurkoviću na uloženom trudu pri čitanju rukopisa i na korisnim sugestijama, doc. dr. Ivanu Iliću, asistentima ing. Stjepanu Šuleku i ing. Ivanu Gašparcu, kao i demonstratorima Zavoda za elektrostrojarstvo Neviju Bugarinu, Čedi Japundžiću, Zlatku Maljkoviću i Zdenku Mondekaru na pomoći oko provjere zadataka i njihove primjene u nastavi. Također zahvaljujem »Školskoj knjizi« na sudjelovanju u izdavanju ovog udžbenika.

Prof. dr. ing. Radenko Wolf

Zagreb, 24. IX 1974.

UVOD

Pri razmatranju električnih strojeva susrećemo se s dva u osnovi različita pristupa. Jedanput se stroj promatra kao prostorna slika električnih i magnetskih polja, sa svim njihovim detaljima, iz kojih proistječe veza između električnih i mehaničkih pojava. Drugi put se stroj promatra kao sklop električnih i magnetski povezanih strujnih krugova, s određenim konstantama, na kojima se temelji energetska slika, električno i mehaničko ponašanje stroja. Ta je slika obično svedena na određenu »nadmjesnu shemu« i vrlo je prikladna za promatranje rotacionog stroja kao sastavnog dijela čitavog sistema u kojemu radi. Prva slika prikladnija je kad treba izraziti pravo stanje u stroju, gdje se mora voditi računa i o pojavama kao što je nelinearnost magnetskih odnosa u željezu, odstupanje oblika od idealiziranih geometrijskih odnosa i sl. Ta slika — nazovimo je fizikalnom slikom — nužno je potrebna za određivanje unutrašnjih odnosa, pri projektiranju i konstrukciji stroja. Bez fizikalne slike ne možemo odrediti potrebne podatke za matematičku obradu, te ocijeniti njihovu točnost, područje u kojemu vrijede i posljedice njihova odstupanja.

Dakako da su oba pristupa potrebna. Predodžba koja se temelji samo na nadmjesnoj shemi, bez točnije fizikalne slike, vodi u formalno računanje, uz pomoć podataka koji su nesigurni, a fizikalni pristup bez preglednog modela otežava proračun konačnih vanjskih efekata onoga što se u stroju zbiva.

Potrebno je ne samo ocijeniti zbivanja u stroju već i izračunati kvantitativne odnose između mehaničkih, magnetskih i električnih veličina. To nije moguće ako se ne zahvati detaljnije u prilike koje postoje u samom stroju. Različite vrste strojeva funkcioniraju na različite načine, pa je uobičajeno i potrebno da se strojevi razmatraju odvojeno prema njihovim specifičnostima. Tako se posebno razvija teorija sinhronog, asinhronog, kolektorskog stroja itd.

U ovom *Uvodu u teoriju električnih strojeva* obuhvaćene su samo one pojave, metode i pristupi koji se mogu smatrati zajedničkim elementima u teoriji električnih strojeva, bez obzira na specifičnosti pojedinih vrsta. Takvi zajednički elementi su osnovni zakoni pretvorbe energije, magnetski krug, metode analize polja u rasporu, te osnovni pojmovi o izvedbi i izračunavanju konstanti namota. Pri tome se nastoji poći od fizikalnih slika i doći do računskih izraza, no bez pretenzija da se ulazi u metode izračunavanja specifične za pojedine izvedbe i vrste strojeva. Ovo se razmatranje zajedničkih elemenata teorije električnih strojeva zaustavlja na definiranju fizikalnih slika i metoda računskog pristupa, kao elemenata na koje se nadovezuje i kojima se služi teorija bilo koje posebne vrste električnih strojeva.

SADRŽAJ

1. Osnove pretvorbe energije u električnim strojevima	1 ✓
1.1. Osnovni zakoni	1 ✓
1.2. Osnovni elementi stroja	12 ✓
1.3. Upotrebljavane neelektrične veličine i njihovi odnosi	16
1.4. Pravila smjera	21
2. Magnetski krug	25 ✓
2.1. Osnovni zakoni magnetskog kruga	25 ✓
2.2. Analogija s električnim strujnim krugom	29
2.3. Histereza, vrtložne struje	33
2.4. Osnovni oblici magnetskog kruga	36
3. Računanje pretvorbe u rasporu električnog stroja	39
3.1. Strujni oblog i protjecanje	39
3.2. Zakretni moment	51
3.3. Energetska slika	57 ✓
3.4. Predznaci napona, struja i snaga	64
4. Polje u rasporu	67
4.1. Uzbuda	67
4.2. Prostorni harmonički članovi	71
4.3. Izmjenična uzbuda	74
4.4. Vremenski harmonički članovi	76
4.5. Jednofazno protjecanje	77 ✓
4.6. Višefazno protjecanje	81 ✓
4.7. Viši harmonički članovi u okretnom polju	88
4.8. Raspodjela indukcije u rasporu	93
4.9. Rekapitulacija	102
5. Proračun magnetskog kruga	103
5.1. Podjela	103
5.2. Zračni raspor	104
5.3. Zubi	111
5.4. Polovi	115
5.5. Jarmovi	117
5.6. Karakteristika magnetskog kruga	119
6. Namoti	125 ✓
6.1. Vodič u magnetskom polju	125 ✓
6.2. Elementi i vrste namota	127 ✓
6.3. Namotni faktor	133 ✓
6.4. Višefazni namoti	147 ✓
6.5. Kolektorski namoti	158 ✓
6.6. Kolektorski namot u izmjeničnom i okretnom polju	170

X

7. Reaktancije namota	175
7.1. Namoti i njihove konstante	175
7.2. Glavni i rasipni tok	176
7.3. Prikazivanje reaktancijama	181
7.4. Reaktancije višefaznog namota	183
7.5. Utjecaj skošenja utora	187
7.6. Utorsko rasipanje	191
7.7. Rasipanje među glavama zubi	198
7.8. Rasipanje glava namota	198
7.9. Dvostruko ulančeno rasipanje	199
7.10. Rasipna reaktancija	201
8. Kavezni namot	203
8.1. Mnogofazni kratkospojni namot	203
8.2. Naponi i struje u kavezu	205
8.3. Otpor i rasipanje	209
8.4. Preračunavanje na primarni namot	214
8.5. Utjecaj poprečnih struja	215
9. Podjela električnih strojeva	221

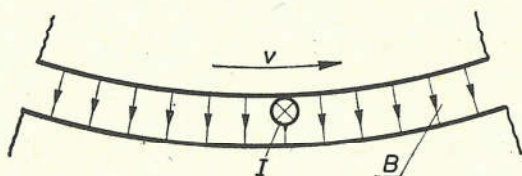
UVOD U TEORIJU
ELEKTRIČNIH STROJEVA

1. OSNOVE PRETVORBE ENERGIJE U ELEKTRIČNIM STROJEVIMA

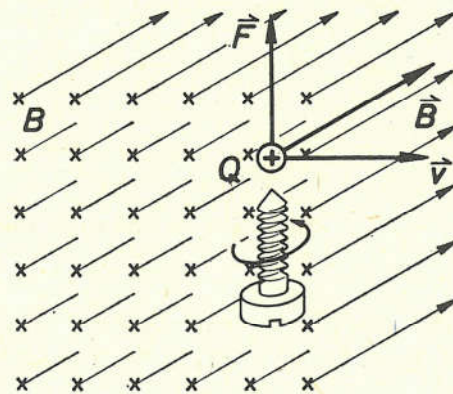
1.1. Osnovni zakoni

Električni strojevi služe za pretvorbu energije iz mehaničkog oblika u električni (generatori), ili iz električnoga u mehanički (motori). Ta se pretvorba obavlja putem rotacije stroja.

Pomični dio (rotor) svojom vrtnjom dovodi do relativnog gibanja prema nepokretnom dijelu (statoru). U zračnom rasporu između statora i rotora, koji se mora ostaviti da bi gibanje uopće bilo moguće, stvoreno je polje magnetske indukcije B , bilo elektromagnetskom uzбудom, bilo upotrebom permanentnih magneta. To polje može biti konstantno ili promjenljivo, a njegove silnice mogu mirovati ili se gibati. Uzduž oboda rotora ili statora nalaze se aksijalno položeni vodiči, koji ili miruju sa statorom ili se gibaju s rotorom. Pri tome se ti vodiči nalaze u polju indukcije B , a kako su povezani u određene strujne krugove unutar stroja (namoti) i izvan stroja (vanjski strujni krugovi), u njima teku određene struje. Relativno gibanje vodiča prema silnicama magnetskog polja osnova je pretvorbe energije u rotacionim strojevima, pa je temeljni problem koji treba razmotriti definiran električnim, magnetskim i mehaničkim pojavama kad se vodič kojim teče struja giba u magnetskom polju (sl. 1).



Sl. 1. Karakterističan raspored magnetskog polja, struje i gibanja u električnom stroju



Sl. 2. Sila na naboj koji se giba u magnetskom polju

Pretvorba mehaničke energije u električnu i obratno zasniva se na fizikalnoj pojavi da na električni naboj Q koji se kreće brzinom v okomito na silnice polja magnetske indukcije B , djeluje sila F intenziteta ili iznosa:

$$F = Q v B. \quad (1)$$

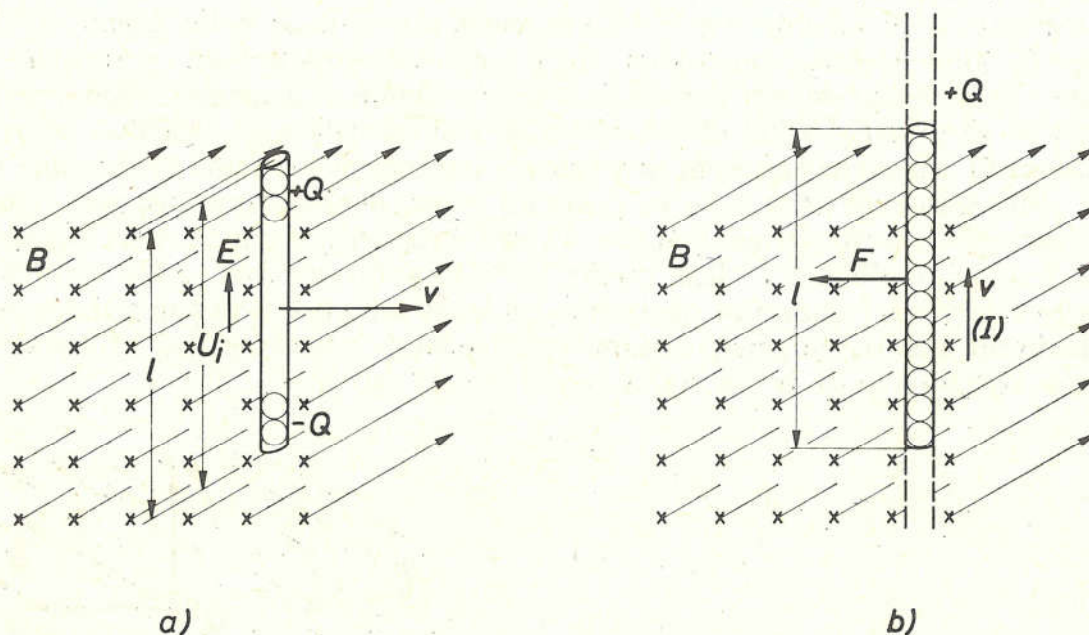
Smjer te sile određen je slikom 2. Silnice magnetske indukcije B ulaze okomito u papir. Na pozitivni naboj $+Q$, koji se giba brzinom v u označenom smjeru, djeluje tada sila u smjeru koji odgovara napredovanju desnog vijka, ako smjer brzine v zakrećemo kraćim putem u smjer silnica B .

Gibanjem naboja Q u smjeru silnica B ne nastaje nikakva sila. Ako u općem slučaju smjer brzine v nije okomit na smjer silnica, treba uzeti u račun samo komponentu brzine okomitu na silnice. Matematički formulirano, uz vektor brzine $\mathbf{v}$ i vektor magnetske indukcije $\mathbf{B}$ vektor sile $\mathbf{F}$ jest umnožak naboja Q (+ ili -) i vektorskog produkta brzine i indukcije:

$$\mathbf{F} = Q (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (2)$$

čime su određeni i iznos i smjer sile.

Prva dedukcija iz osnovnog zakona jest objašnjenje pojave da se u vodiču koji se giba u magnetskom polju inducira električni napon. Kad je vodič okomit na magnetske silnice B (sl. 3. a)



Sl. 3. Sila na naboj: a) uzrokuje inducirani napon; b) stvara silu na vodič

i giba se okomito na silnice i na smjer vodiča, na slobodne naboje u vodiču djeluje sila $\mathbf{F} = Q (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ u uzdužnom smjeru.

Električno je polje $\mathbf{E}$ sila na jedinični naboj, a električni napon je $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$.

Uz $Q = 1$ dobiva se:

$$\mathbf{F} = \mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$U_i = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}.$$

Ako je to ravni vodič dužine l , izlazi da je:

$$U_i = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}. \quad (3)$$

Kod međusobno okomitih smjerova vektora $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ i $\mathbf{l}$ bit će iznos napona:

$$U_i = v B l. \quad (4)$$

Smjer električnog polja, a time i predznak induciranog napona, određen je vektorskim produktom $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$.

Druga dedukcija jest objašnjenje pojave sile na vodič u kojemu teče struja (sl. 3. b). Ako vodičem teče struja I , te ako je količina naboja u jedinici dužine vodiča q_1 , brzina kojom se naboj kreće određena je sa: $v = \frac{I}{q_1}$. Ako se u dužini l nalazi naboj $Q = q_1 l$, na taj dio vodiča djeluje sila:

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = q_1 l(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B}), \quad (5)$$

gdje je smjer brzine gibanja naboja $\mathbf{v}$ identičan sa smjerom vodiča $\mathbf{l}$, pa je $l\mathbf{v} = v\mathbf{l}$.

Kod međusobno okomitih smjerova $\mathbf{l}$ i $\mathbf{B}$ bit će iznos sile:

$$F = I l B, \quad (6)$$

a smjer joj je određen vektorskim produktom $\mathbf{l} \times \mathbf{B}$. Kao pozitivni smjer dužine $\mathbf{l}$ treba uzeti smjer u kojem teče struja.

Redovito su kod rotacionih strojeva smjerovi silnica polja $\mathbf{B}$ i brzine gibanja $\mathbf{v}$ međusobno okomiti, a najčešće je i smjer vodiča okomit na njih.

Uzmemo li, dakle, u prvom razmatranju da su smjer polja magnetske indukcije $\mathbf{B}$ (okomito u papir), te smjer gibanja naboja u vodiču (smjer vodiča) i smjer gibanja čitavog vodiča u polju (slijeva nadesno) tri međusobno okomita smjera, onda će prema slici 3. a) napon biti:

$$U_i = v B l$$

u označenom smjeru. Dopustimo li da taj inducirani napon tjera u zatvorenom krugu struju I (istog smjera kao inducirani napon), djelovat će na vodič prema slici. 3. b sila F :

$$F = I l B$$

suprotno smjeru gibanja vodiča.

U vremenu dt električki izvršeni rad je pozitivan jer napon i struja djeluju u istom smjeru:

$$dA_{el} = U_i I dt = v B l I dt.$$

Istodobno, sila F koja je suprotna smjeru gibanja izvrši rad:

$$dA_m = -F ds = -F v dt = -I l B v dt.$$

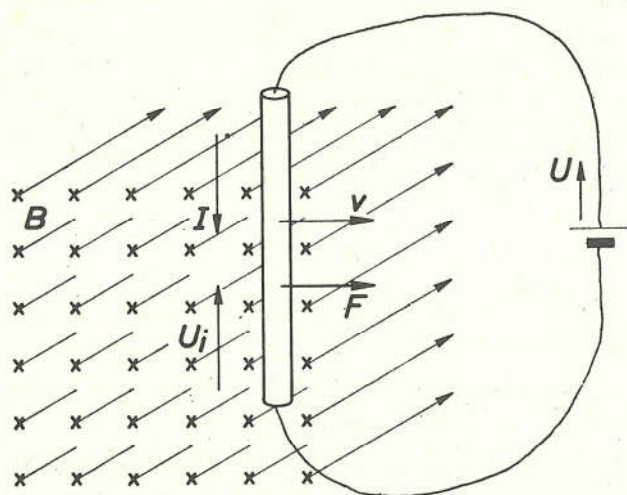
Očito je:

$$dA_{el} + dA_m = 0, \quad (7)$$

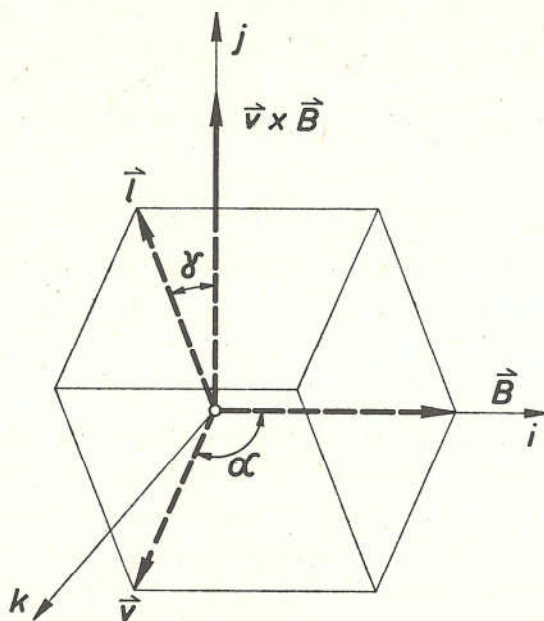
tj. rad koji smo *dobili* u električnom krugu morali smo *dovesti* mehanički prisilnim gibanjem vodiča.

Smjer struje I možemo obrnuti ako narinemo izvana na krajeve vodiča napon U koji će tjerati struju nasuprot induciranom naponu U_i (sl. 4). Sila F mijenja tada smjer i djeluje u smjeru gibanja vodiča. Električni je rad tada negativan (struja I i napon U_i suprotnog su smjera), a mehanički rad pozitivan. *Dobiveni* mehanički rad jednak je *dovedenome* električnom radu.

U prvom slučaju pretvarali smo *mehanički* rad u *električni*, pa on ilustrira princip rada *generatora*. U drugom slučaju pretvarali smo električni rad u *mehanički*, što ilustrira princip rada *motora*.



Sl. 4. Smjer sile i gibanja kod izvana narinute struje nasuprot smjeru inducirano napona



Sl. 5. Pretvorba energije u općenitom slučaju bilo kojih smjerova vektora $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ i $\mathbf{l}$

Dakako da se do istih zaključaka dolazi i u sasvim općenitom slučaju, pri bilo kakvim smjerovima vektora $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ i $\mathbf{l}$. Prema slici 5. vektorski produkt $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ je vektor iznosa $v B \sin \alpha$ (to je površina paralelograma koji čine vektori $\mathbf{v}$ i $\mathbf{B}$), a smjera određenoga okomicom na ravninu u kojoj se nalaze $\mathbf{v}$ i $\mathbf{B}$, i pravilom desnog vijka pri zakretanju prvog vektora $\mathbf{v}$ u drugi $\mathbf{B}$. Odatle se odmah vidi da bi vektorski produkt $\mathbf{B} \times \mathbf{v}$ bio istog iznosa, ali suprotnog smjera:

$$\mathbf{B} \times \mathbf{v} = -(\mathbf{v} \times \mathbf{B}).$$

Skalarni produkt $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}$ jest skalarna veličina iznosa:

$$(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} = v B \sin \alpha l \cos \gamma.$$

Veličina $l' = l \cos \gamma$ visina je paralelopipeda s bazom $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, pa je čitav izraz jednak volumenu paralelopipeda:

$$V = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l}.$$

Ako, dakle, potražimo električni rad u najopćenitijem slučaju:

$$dA_{el} = U_i I dt = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} I dt = V I dt,$$

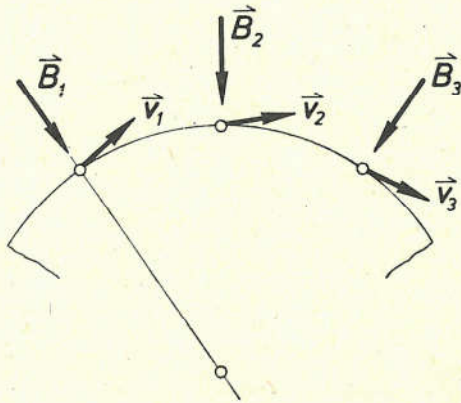
gdje je $I dt = dQ$ skalar predznaka (+) ili (−), i usporedimo ga s mehaničkim radom:

$$dA_m = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt = (\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} I dt = -V I dt$$

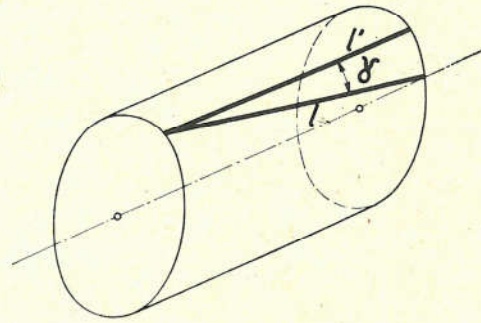
(jer je $(\mathbf{B} \times \mathbf{l}) \cdot \mathbf{v} = V$), izlazi sasvim općenito da je:

$$dA_{el} + dA_m = 0.$$

Struja I je pozitivna kad teče u smjeru $\mathbf{l}$. Promjenom predznaka struje I i električni i mehanički rad mijenjaju predznak, pa umjesto generatorskoga dobivamo motorski rad.



Sl. 6. Smjer polja i brzine na obodu rotora



Sl. 7. Skošeni utor

Smjer silnica polja indukcije $\mathbf{B}$ na obodu električnog stroja jest radijalan, a smjer obodne brzine tangencijalan (sl. 6). Redovito će, dakle, kut α između $\mathbf{v}$ i $\mathbf{B}$ iznositi 90° . Vodiči su na obodu obično smješteni u izvodnicama cilindra, paralelno s osi rotacije (l' na sl. 7). Katkada se, ipak, izvode utori za smještaj vodiča pod kutom γ prema izvodnici (l na sl. 7), tzv. skošeni utori. U tom slučaju je između vektora $(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ i vektora $\mathbf{l}$ kut γ , a ne 0° kao kod neskošenih utora. Smjer električnog polja određen je sa:

$$\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

(sl. 8), a napon se dobiva kao skalarni produkt:

$$U_i = \mathbf{E} \cdot \mathbf{l} = E l \cos \gamma = v B l'. \quad (8)$$

Ako vodičem teče struja I , javlja se sila okomita na vodič:

$$\mathbf{F} = I(\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

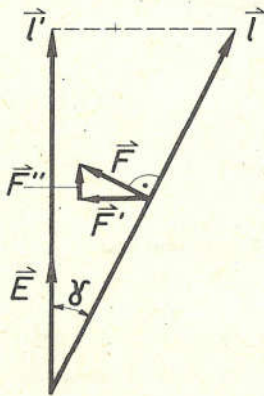
koja se prema slici 8. može rastaviti na komponentu $\mathbf{F}'$ u smjeru gibanja i komponentu $\mathbf{F}''$ okomitu na smjer gibanja. Druga uzrokuje aksijalni pritisak u ležajima, ali ne obavlja nikakav rad. Sila koja djeluje u smjeru gibanja i obavlja rad bit će:

$$F' = I l B \cos \gamma = I l' B. \quad (9)$$

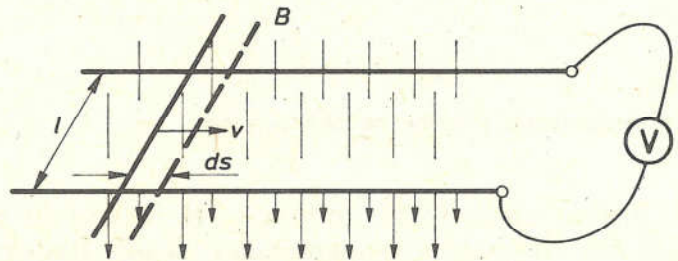
Prema tome, bilo da računamo inducirani napon, bilo silu koja djeluje na vodič u smjeru gibanja, pravilo je jednostavno: *Umjesto stvarne dužine vodiča l treba uzeti projekciju te dužine u izvodnicu l' , pa računati kao da su v , B i l' međusobno okomiti.*

Napon se može inducirati *gibanjem vodiča* u magnetskom polju ($v B l$) ili *promjenom toka* obuhvaćenoga električnim zatvorenim krugom ($-d\Phi/dt$). Ima slučajeve gdje se pojava može prikazati na jedan ili drugi način. Na primjer, $d\Phi$ se može predočiti kao širenje silnica koje pri tome sijeku vodiče. Ili, gibanje vodiča uzrokuje promjenu obuhvaćenog toka (sl. 9):

$$\begin{aligned} dS &= l ds = l v dt \\ v B l dt &= B dS = -d\Phi \\ U_i &= v B l = -\frac{d\Phi}{dt}. \end{aligned} \quad (10)$$



Sl. 8. Napon i sila kod skošenog utora



Sl. 9. Gibanje vodiča i promjena toka

Negativni predznak promjene toka $d\Phi$ upućuje na Lenzovo pravilo: uzevši bilo koji smjer toka Φ kao pozitivan, pozitivnom strujom definiramo onu koja takav pozitivan tok uzbuđuje. Pozitivni je inducirani napon onda onaj koji bi u zatvorenom krugu tjerao pozitivnu struju. Takav se pozitivni napon uvijek inducira kad se tok smanjuje, tj. kad je $d\Phi$ negativno.

Općenito kod *gibanja vodiča* u polju (redovito rotacijom dijela stroja) govorimo o *naponu rotacije*, a pri vremenskoj *promjeni toka* u mirnom zavoju o *naponu transformacije*.

Ukupni tok ulančen s nekom konturom jest ukupni broj prolazaka magnetskih silnica kroz presjek ograničen tom konturom, bez obzira prolazi li jedna te ista silnica samo jedanput ili više puta. Ako se krug sastoji npr. od w zavoja oko jezgre s magnetskim tokom Φ , onda svaka silnica prolazi w puta kroz presjek omeđen konturom strujnog kruga, pa je »ulančeni« tok:

$$\Psi = w \Phi,$$

a inducirani napon je:

$$U_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (11)$$

Napon se može inducirati promjenom toka Φ ili ulančenjem novih zavoja električnog kruga koji nisu bili ulančeni, ali ne i uključivanjem novih zavoja u krug,

u kojima je tok ostao nepromijenjen. Pri svim daljijim razmatranjima uzima se da je broj zavoja pojedinoga strujnog kruga nepromjenljiv, kako je to inače uvijek kod rotacionih električnih strojeva.

Ako ukupni tok Ψ u promatranom krugu nastaje djelovanjem struje I_m u nekoj drugom krugu, može se on izraziti preko međuinuktiviteta L_{12} , koji ovisi o geometrijskim odnosima, a ne o struji:

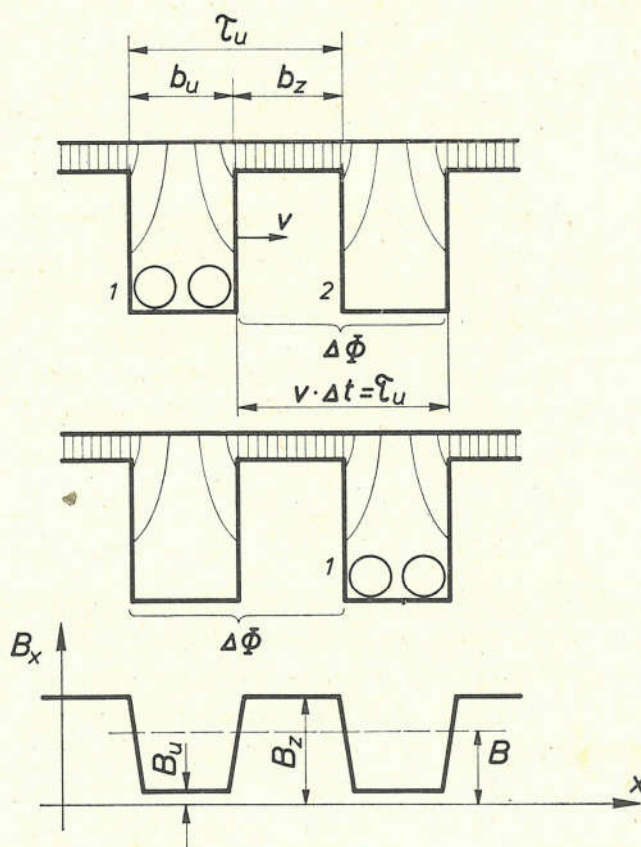
$$\Psi = L_{12} I_m.$$

Inducirani napon je tada:

$$U_i = - \frac{d\Psi}{dt} = - L_{12} \frac{dI_m}{dt} - I_m \frac{dL_{12}}{dt} = U_t + U_r, \quad (12)$$

tj. sastoji se od napona transformacije i napona rotacije. Pri konstantnoj uzbudnoj struji I_m postoji samo napon rotacije, a pri konstantnim geometrijskim odnosima samo napon transformacije. Vodiči su smješteni u utore na obodu stroja. Budući da je put silnica kroz zrak u utoru veći (sl. 10), bit će indukcija u utoru B_u manja od indukcije ispod zuba B_z pa se postavlja pitanje kolik će se napon inducirati u vodiču:

$$v B_u l \text{ ili } v B_z l.$$



Sl. 10. Induciranje napona u vodičima u utoru

Promatramo li kratak vremenski interval Δt , u kojemu je utor 1 brzinom v došao u dotadašnji položaj utora 2, magnetska slika na kraju toga vremenskog razmaka ista je kao na početku. S obzirom na vodiče u utoru 1, tok s desne strane tog utora

smanjio se za iznos $\Delta\Phi$, a za isti iznos $\Delta\Phi$ povećao se tok s lijeve strane utora. Taj tok iznosi:

$$\Delta\Phi = b_u l B_u + b_z l B_z = l \tau_u B$$

uz konstantno B_u u utoru i B_z pod zubom, ili općenito:

$$\Delta\Phi = l \int_0^{b_u+b_z} B_x dx = l \tau_u B,$$

gdje je B srednja vrijednost indukcije u rasporu za utorski korak τ_u . Srednja vrijednost induciranog napona u intervalu širine τ_u — ta se vrijednost za svaki utor na tom mjestu ponavlja — iznosi:

$$U_i = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{l \tau_u B}{\tau_u/v} = v B l,$$

tj. valja je računati sa srednjom vrijednosti indukcije B i stvarnom obodnom brzinom rotora v . Međutim, ako je gustoća silnica u utoru samo B_u , onda očitno treba zamisliti da te prorijeđene silnice preskaču s jedne strane utora na drugu toliko većom brzinom v_u da čitav tok $\Delta\Phi$ prijeđe u vremenu Δt preko vodiča:

$$v_u B_u = v B$$

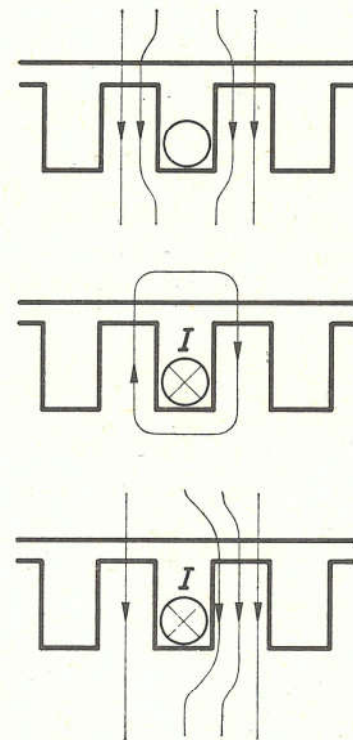
$$v_u = v \frac{B}{B_u}.$$

Na taj način tumači se činjenica da se u vodiču jednako inducira napon bio on pričvršćen na površinu ili zaklonjen u dubokom utoru.

Isto tako sile koje djeluju na utor kojim protječe struja bit će u oba slučaja jednake, tj. ukupno:

$$F = I l B,$$

unatoč tome što na vodič djeluje samo sila $F_0 = I l B_u$. Razlika $F - F_0 = I l (B - B_u)$ javlja se kao magnetska sila na stranicu utora što je stvara magnetsko polje vodiča kojim protječe struja (sl. 11).



Sl. 11. Sile kod vodiča u utorima

Ne ulazeći potanje u račun, dokaz se odmah dobiva iz energetske bilance: ako gibanjem vodiča brzinom v nastaje napon U_i , i ako oduzimamo struju I , odvedena je snaga:

$$P = U_i I.$$

Isto toliku snagu moramo mehanički dovesti:

$$F v = U_i I,$$

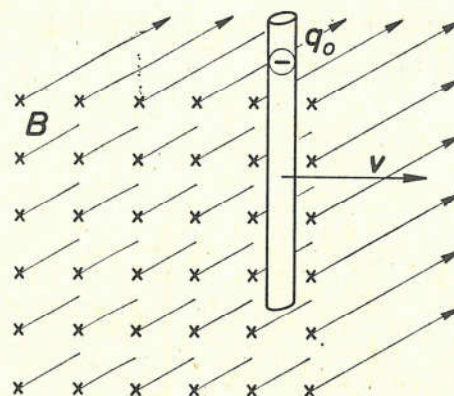
pa sila koja djeluje na vodič mora biti:

$$F = \frac{U_i I}{v} = \frac{v B l I}{v} = I l B$$

jer smo već pokazali da je $U_i = v B l$ bez obzira na utore.

1.1. Zadaci

1. Vodič dužine l giba se brzinom v okomito na smjer silnica homogenoga magnetskog polja indukcije B i okomito na svoju dužinu. Zbog toga se u vodiču inducira neki napon U_i , no kako je strujni krug otvoren, svi slobodni naboji u vodiču miruju. Kojom silom i u kojem smjeru djeluju svi ostali naboji u vodiču na promatrani elektron ($q_0 = 0,160 \cdot 10^{-18}$ As) ako je $B = 1$ T, a $v = 50$ m/s? Koliko je elektrostatsko polje uzduž vodiča?



Sl. 12. Uz zadatak 1.

2. Ako je dužina vodiča u 1. zadatku $l = 50$ cm, kolik će biti napon između krajeva vodiča: a) ako on miruje; b) ako se giba brzinom $v = 50$ m/s? Kakav je polaritet?
3. Ako vodič iz 2. zadatka premostimo tako da je ukupni otpor kruga $0,5 \Omega$, a dovodi se nalaze izvan magnetskog polja, kolika će struja teći: a) kad vodič miruje; b) kad se vodič giba brzinom od 50 m/s? Odredite smjer.
4. Kolik mora biti napon akumulatora (zanemarivog otpora) dodanoga u vanjski krug u 3. zadatku da bi potekla struja od 50 A u suprotnom smjeru, za primjere a) i b)?
5. Kolika sila i u kojem smjeru djeluje na vodič u zadatku 3.a i 3.b, te 4.a i 4.b?

$$[0; 25 \text{ N}; 25 \text{ N}; 25 \text{ N}]$$

← → →

6. Ako je otpor vodiča zanemarivo malen, tako da je praktički sav otpor sadržan u vanjskom krugu, koliku električnu snagu vodič predaje vanjskom krugu u sva četiri promatrana primjera (zadaci 3.a, 3.b, 4.a i 4.b)?

[0; 1 250 W; 0; -1 250 W]

7. Koliku snagu daje akumulator u zadatku 4.a i 4.b vodiču koji promatramo, a koliku snagu čitavom krugu?

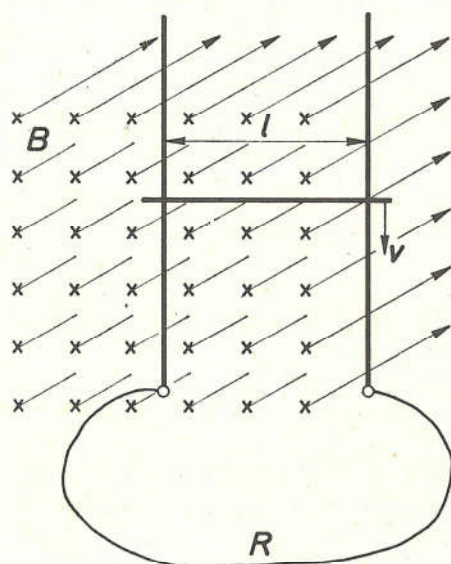
[a) 0 i 1 250 W; b) 1 250 W i 2 500 W]

8. Koliku mehaničku snagu daje vodič u zadacima 3.a, 3.b, 4.a i 4.b?

[0; -1 250 W; 0; +1 250 W]

9. Za promatrana četiri slučaja treba navesti pretvorenu snagu, smjer pretvorbe i gubitke, računajući u gubitke onaj dio dovedene snage koji se pretvorio u toplinu.

[0, -, 0; 1 250 W, mehanička u električnu, 0; 0, -, 1 250 W; 1 250 W, električna u mehaničku, 1 250 W]



Sl. 13. Uz zadatak 10.

10. Kolika je sila potrebna da bi se vodič prema slici 13. gibao brzinom $v = 20$ m/s ako je $B = 0,8$ T, $l = 0,3$ m, a otpor kruga $R = 0,1 \Omega$?

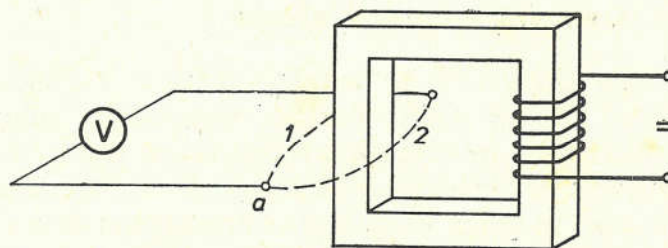
[11,52 N]

11. Kolika je promjena ulančenog toka u 10. zadatku u vremenu od 0,1 s? Kolik je inducirani napon? Odredite smjer.

[-0,48 Vs; 4,8 V]

12. Kolik će napon pokazati voltmetar ako se vodič koji zatvara strujni krug iz položaja 1 premjesti u položaj 2 tako da se u točki a krug otvori i nakon povlačenja vodiča kroz jezgru ponovno zatvori (sl. 14), sve u vremenu od 0,2 s. U jezgri je uzbuđen konstantan tok $\Phi = 0,01$ Vs.

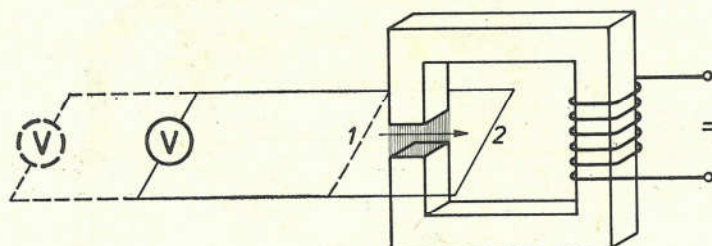
[0]



Sl. 14. Uz zadatak 12.

13. Isto pitanje, ali premještanje se obavlja provlačenjem vodiča kroz raspor u magnetskoj jezgri, bez otvaranja strujnog kruga (sl. 15), s time da prolazak kroz raspor traje 0,2 s.

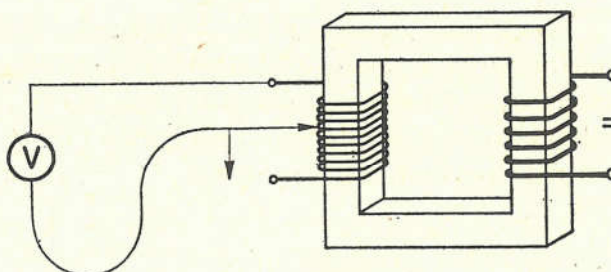
[50 mV]



Sl. 15. Uz zadatak 13.

14. Kolik će napon pokazati voltmetar ako se ulančeni tok $\Psi = 0,2 \text{ w Vs}$ povećava jednolikim pomicanjem kliznika po zavojima namota prema slici 16. brzinom od 10 zavoja u sekundi?

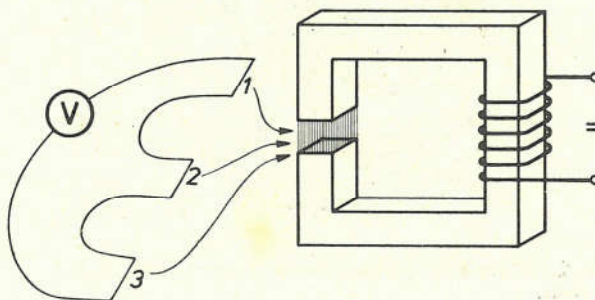
[0]



Sl. 16. Uz zadatak 14.

15. Kolik će napon pokazati voltmetar ako se kroz raspor navuče na jezgru prvo zavoj 1, zatim zavoj 2, pa zavoj 3 prema slici 17? U jezgri je tok $\Phi = 0,15 \text{ Vs}$, a provlačenje svakog zavoja traje 0,1 s.

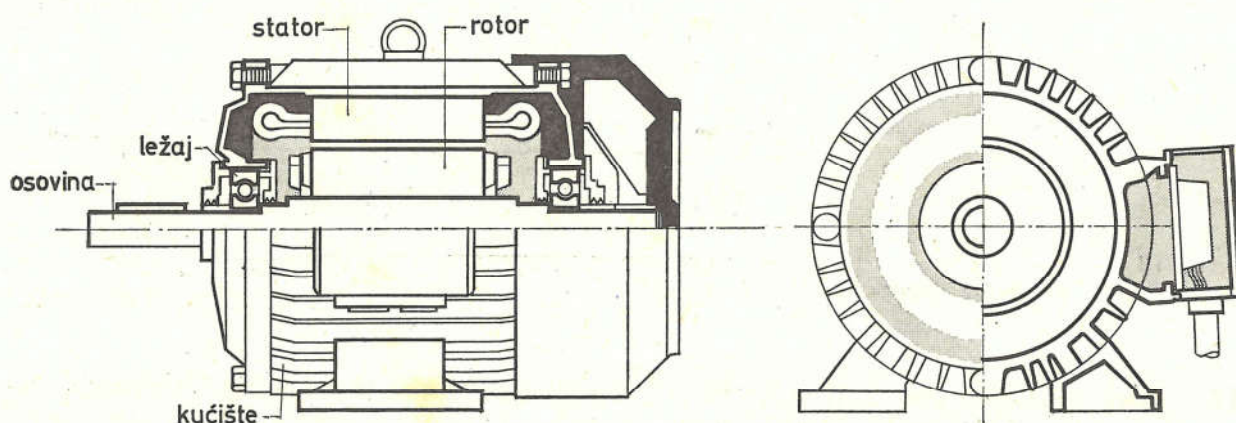
[1,5 V za vrijeme provlačenja svakog zavoja]



Sl. 17. Uz zadatak 15.

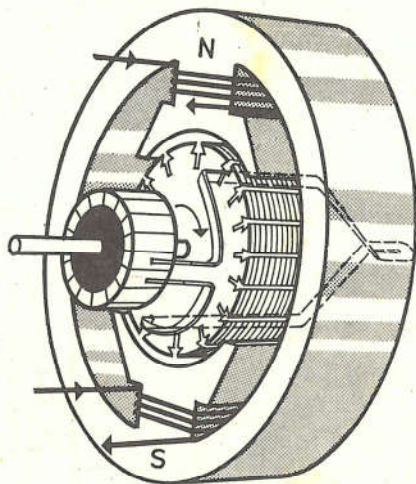
1.2. Osnovni elementi stroja

Za pretvorbu mehaničke energije u električnu, ili obratno, potrebno je relativno gibanje vodiča prema magnetskom polju. Zbog toga stroj uvijek ima jedan pomični dio. Budući da taj dio rotira, naziva se *rotor* (sl. 1). Nepomični dio u kojemu se rotor kreće zove se *stator*. Stator se nalazi u *kućištu*, koje se opire o podnožje i prenosi moment na čvrstu okolinu. Ono nosi i štiti čitav stroj. Rotor je pričvršćen na *osovinu* koja se vrti u *ležajima*. Oni mogu biti pričvršćeni na kućište ili izravno na podnožje na kojemu čitav stroj stoji. Mehanička snaga dovodi se ili odvodi s osovine preko spojke, remenice, zupčanika ili sličnog elementa za mehanički prijenos snage.

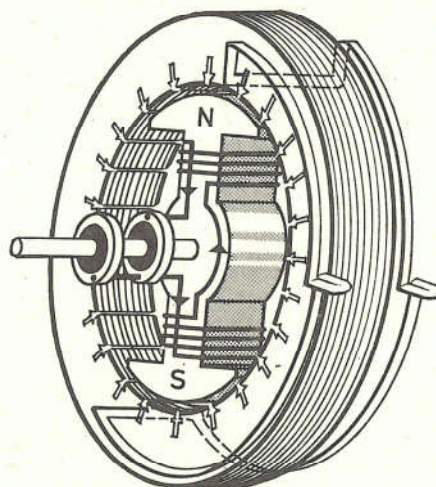


Sl. 1. Shematski presjek rotacionog stroja

Svaki stroj za pretvorbu mehaničke energije u električnu, ili obratno, mora imati magnetsko polje i vodiče u kojima može teći struja, a koji se gibaju u magnetskom polju. Magnetsko se polje obično stvara elektromagnetskim putem strujama koje teku u tzv. uzбудnim namotima (sl. 2). Kod nekih strojeva mogu umjesto toga poslužiti permanentni magneti. Za pretvorbu je bitno relativno gibanje vodiča u

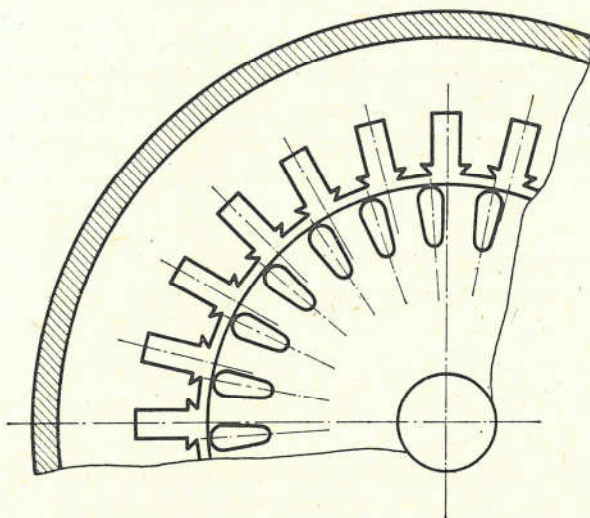


Sl. 2. Shematski prikaz stroja s uzбудom na statoru

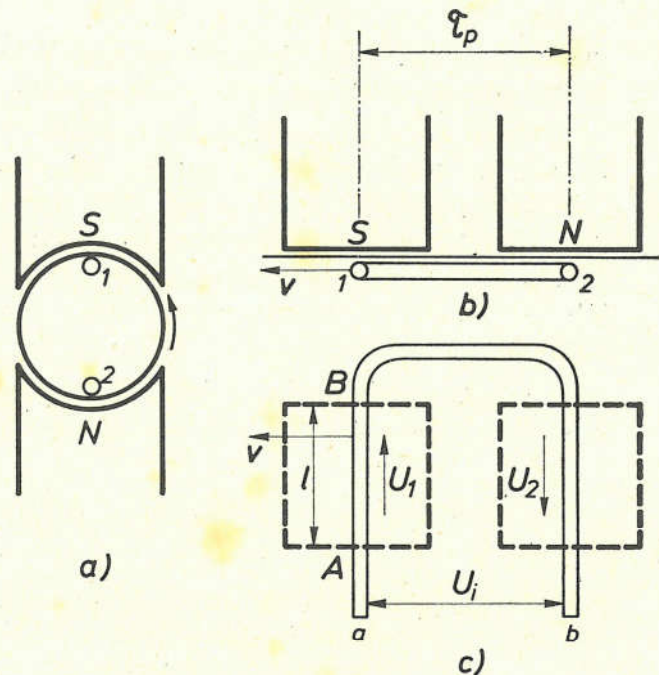


Sl. 3. Shematski prikaz stroja s uzбудom na rotoru

kojima teče struja prema magnetskom polju. Pri tome je svejedno da li polje miruje, a vodiči se gibaju, ili vodiči miruju, a polje se giba. Zato se mogu zamisliti, a i izvesti se, strojevi s uzбудnim dijelom na statoru, a induciranim strujama na rotoru (sl. 2), ali isto tako i s uzбудnim dijelom na rotoru, a induciranim strujama na statoru (sl. 3). Polovi elektromagneta ne moraju biti *istaknuti* kao na slikama 2. i 3, već mogu biti dio *cilindrične površine* statora ili rotora, na kojoj je smješten uzбудni namot kao na slici 4 (*»puni polovi«*).



Sl. 4. Presjek stroja s cilindričnim statorom i rotorom



Sl. 5. Raspored polja i vodiča prikazan u: a) presjeku; b) razvijenom presjeku; c) razvijenom pogledu

Sve dijelove stroja u kojima se zatvaraju silnice magnetskog toka, tzv. *magnetski krug*, zatim one u kojima teku električne struje, tzv. *električni krugovi*, i one s pomoću kojih se održava električno polje (*izolacija*), nazivamo *»aktivnim«* dijelovima stroja, iako bi se i drugi dijelovi koji čine konstrukciju stroja mogli smatrati aktivnima, kao prenosioci mehaničkih sila.

Inducirani napon vodiča koji se kreću mogao bi se uključiti u vanjski strujni krug npr. tako da se na obje čeonice strane stroja svaki vodič opremi kliznim kontaktima, što bi, dakako, bilo vrlo nepraktično. Budući da se magnetski tok sastoji od zatvorenih silnica, one moraju negdje ulaziti u pomični (ili mirni) dio stroja u kojemu se induciraju naponi, ali moraju negdje i izlaziti. To nazivamo N-polom i S-polom uzбудnog dijela stroja.

Na slici 5.a prikazan je rotor, te N-pol i S-pol statora — koji, dakako, moraju biti povezani jarmom u magnetski krug. Vrlo se često služimo načinom prikazivanja prema slici 5.b, gdje je čitava kontura zračnog rasporeda iz slike 5.a razvijena u pravac, ili onim prema slici 5.c, gdje je površina statora (ili rotora) prema zračnom rasporedu razvijena u ravnini crtanja. Smjestimo li dva vodiča prema slici 5.c pod N-pol i S-pol i spojimo ih na prikazani način, njihovi se naponi zbrajaju jer oba djeluju u smjeru obilaženja od a prema b. Takva dva vodiča čine *zavoj*. Svršetak zavoja b može se spojiti s početkom idućeg zavoja a', pa se naponi obaju

zavoja između točaka a i b' zbrajaju. Više takvih u seriju namotanih zavoja čine *svitak*. Različiti svici smješteni u različitim utorima mogu se također spajati u seriju, a ponekad i paralelno. Svi međusobno spojeni svici čine *namot*. Na stroju može biti i više namota.

Kod više zavoja ili više u seriju spojenih svitaka bit će:

$$U_i = \sum_{n=1}^N v B_n l_n, \quad \checkmark \quad (1)$$

gdje je n redni broj svakog vodiča, a N je njihov ukupni broj. Indukcija B_n odnosi se na mjesto gdje se n -ti vodič nalazi.

Dužina je l_n za svaki vodič jednaka, ali joj je za svaki vodič koji idući od početka svitka a do svršetka svitka b polazi od strane A na stranu B (sl. 5.c) predznak pozitivan (+), a od B prema A negativan (−). Isto tako indukciju ispod N -pola treba računati s jednim predznakom, a ispod S -pola s drugim. Na taj način polazna strana svitka ($A-B$) pod jednim polom i povratna strana ($B-A$) pod suprotnim polom daju napone koji se u smjeru obilaženja $a-b$ zbrajaju.

Ako kroz više vodiča svitka ili kroz više u seriju spojenih svitaka teče ista struja I , može se računati ukupna sila na obodu stroja na kojemu su pričvršćeni vodiči:

$$F = I l_1 B_1 + I l_2 B_2 + \dots = \sum_{n=1}^N I l_n B_n, \quad \checkmark \quad (2)$$

gdje za predznak vrijedi isto kao prije. Obično se, međutim, postupa tako da se dužini l ne pripisuje predznak, već se jedna te ista struja označuje predznakom (+) ili (−), prema smjeru kojim ona teče uzduž osi stroja.

Pod dužinom vodiča l smatra se pri proračunu induciranih napona i sila koje djeluju na vodič tzv. *aktivna dužina*, tj. dužina onog dijela vodiča koji se nalazi u utoru pa je ona tako vezana s magnetskim poljem. Ostali dijelovi vodiča, tzv. *neaktivni dio*, koji povezuju zavoje i svitke na čeonim stranama, čine *glave svitaka*, odnosno *glave namota*.

1.2. Zadaci

1. Na obodu rotora nalazi se namot prema slici 6. Kolik će biti napon između krajeva namota $b-a$ u promatranom trenutku ako se obod rotora kreće brzinom $v = 25$ m/s, dužina vodiča u polju je $l = 60$ cm, a polje je po obodu raspoređeno prema a) ili prema b)?

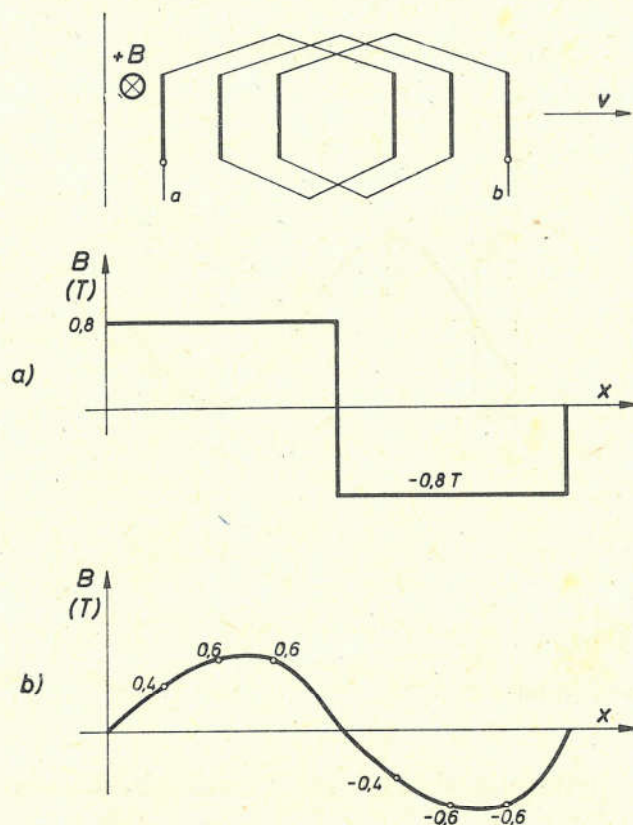
[a] 72 V; b) 48 V]
2. Kolika će sila djelovati na obod rotora iz 1. zadatka i u kojem smjeru ako u promatranom trenutku od a prema b teče struja $I = 50$ A, a polje je raspoređeno prema skici a) ili b) iz 1. zadatka?

[a] 144 N; b) 96 N]

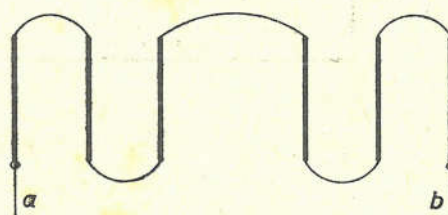
← ←
3. Kako bi glasili odgovori na pitanja iz 1. i 2. zadatka kad bi namot bio spojen prema slici 7?

[a] 24 V, 48 N; b) 12 V, 24 N]

← ←

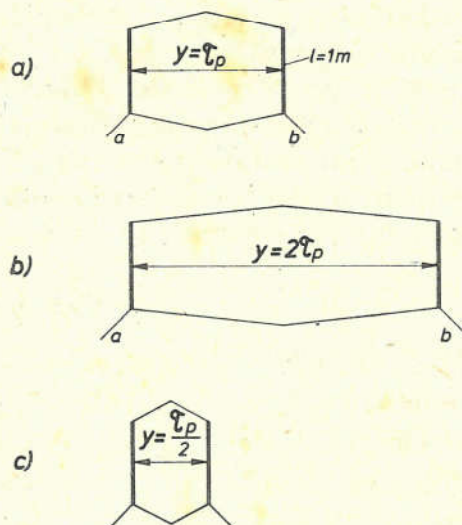
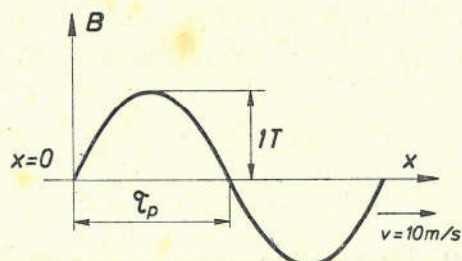


Sl. 6. Namot i raspored polja u zadacima 1. a i 1. b



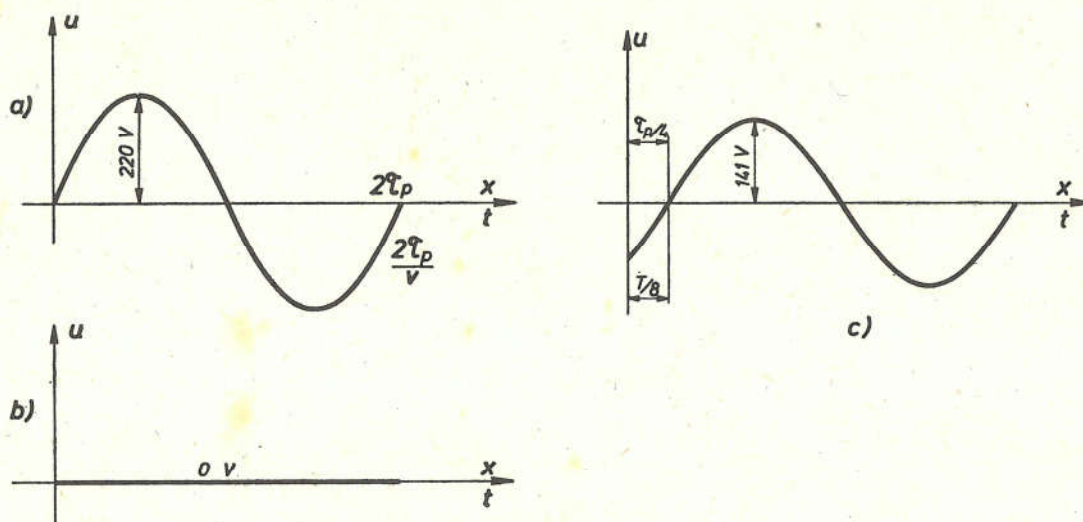
Sl. 7. Namot u zadatku 3.

4. Na obodu rotora koji se kreće brzinom $v = 10 \text{ m/s}$ nalazi se svitak s $w = 10$ zavoja. Dužina vodiča u polju je $l = 1 \text{ m}$. Indukcija u rasporu raspoređena je periodički po sinusnom zakonu, amplituda je $B_m = 1 \text{ T}$, a periodu čini dvostruki polni korak $2\tau_p$ (kod 2-polnog stroja to je dužina čitavog oboda stroja). Treba prikazati krivuljom napon svitka ovisno o položaju koji zauzima prva strana svitka pri gibanju uzduž polja, i to ako je širina svitka: a) τ_p ; b) $2\tau_p$; c) $0,5 \tau_p$. Kolika je maksimalna vrijednost napona svitka za a), b) i c)? Kako bi izgledale krivulje ovisnosti napona o vremenu?



Sl. 8. Raspored polja i oblik svitaka u zadatku 4.

[Sl. 9; krivulje $u = f(t)$ izgledaju jednako, s time da se umjesto x piše $t = \frac{x}{v}$]



Sl. 9. Uz rješenje zadatka 4.

5. Kolika je najveća vrijednost sile koja djeluje na obod stroja iz zadataka 4.a, 4.b i 4.c ako u svitku teče konstantna struja $I = 20\text{ A}$?

[a) 400 N; b) 0; c) 283 N]

6. Kako glasi odgovor u 5. zadatku ako umjesto konstantne struje u svitku teče struja koju inducirani napon šalje kroz ukupni otpor kruga od $10\ \Omega$?

[a) 400 N; b) 0; c) 200 N]

1.3. Upotrebljavane neelektrične veličine i njihovi odnosi

Prilikom promatranja mehaničkih pojava upotrebljava se općenito u fizici prihvaćeni *sustav jedinica MKSA* (m-kg-s-A), gdje se sve ostale jedinice prikazuju s pomoću te četiri osnovne. U elektrotehnici se radije uzima *sustav VAsm* jer se većina izraza jednostavnije prikazuje. Razlika je samo u četvrtoj osnovnoj jedinici: to je u jednom sustavu masa (kg), a u drugome napon (V). Naravno da se napon daje izraziti u MKSA-sustavu i, obratno, masa u sustavu VAsm. Najjednostavnija veza mehanike i elektrike je izvršeni rad:

$$A = U I t = F s_F = m a s_F, \quad (1)$$

gdje su dimenzije:

Napona	U	...	V
Struje	I	...	A
Vremena	t	...	s
Mase	m	...	kg

Akceleracije	a	· · · · ·	m/s^2
Dužine	s_F	· · · · ·	m

Sila F ima istu dimenziju kao $m a$, tj. $\text{kgm/s}^2 = \text{N}$ (njutn). To je izvedena jedinica koja se mnogo upotrebljava pored napona u V u MKSA ili mase u kg u sustavu VAsm. Iz izraza za rad dobiva se:

$$VAs = \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2},$$

pa je odatle:

$$V = \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{As}^3} \quad \text{ili} \quad \text{kg} = \frac{VAs^3}{\text{m}^2}.$$

Na taj način povezani su jedan i drugi sustav jedinica, pa se mogu upotrebljavati osnovne i izvedene jedinice obaju sustava zajedno, u istim izrazima, bez opasnosti da rezultat neće biti izražen u jedinicama istoga tog zajedničkog sustava.

Kod translacijskog gibanja javljaju se veličine:

Sila	F	· · · · ·	$\text{N} = \text{kg} \text{ m/s}^2 = \frac{VAs}{\text{m}}$
Masa	m	· · · · ·	$\text{kg} = \frac{VAs^3}{\text{m}^2}$
Akceleracija	a	· · · · ·	m/s^2
Brzina	v	· · · · ·	m/s
Put	s	· · · · ·	m

kojima su dimenzije povezane relacijama:

$$F = m a = m \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (3)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}. \quad (4)$$

Analogno tome, kod rotacionog gibanja prisutne su veličine:

Zakretni moment ili moment vrtnje:

$$M = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \cdot \cdot \cdot \cdot \text{Nm} = \text{kg} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\text{Moment tromosti: } J = \int_m dm r^2 \text{ ili } \sum (\Delta m) r^2 \cdot \cdot \cdot \cdot \text{kgm}^2$$

$$\text{Kutna akceleracija: } \varepsilon = d\omega/dt \cdot \cdot \cdot \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\text{Kutna brzina: } \omega \cdot \cdot \cdot \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{Kut zakreta: } \alpha = \int \omega dt \cdot \cdot \cdot \cdot \text{radian (omjer luka i radijusa, bez dimenzija).}$$

Osnovne su relacije kod rotacionog gibanja:

$$M = J \frac{d\omega}{dt} \quad (5)$$

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} \quad (7)$$

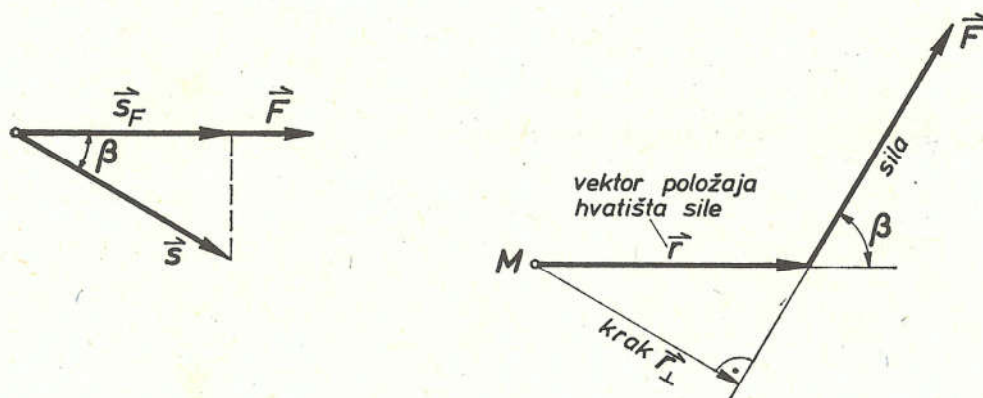
Mehanički rad je kod translacijskog gibanja:

$$A = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}, \quad (8)$$

a kod rotacionog gibanja:

$$A = \int \mathbf{M} \cdot d\vec{\alpha}. \quad (9)$$

Zanimljivo je da zakretni moment M ima istu dimenziju kao i izvršeni rad iako su to fizikalno dvije sasvim različite veličine. Jedno i drugo je umnožak sile i dužine, ali dok se kod rada sila množi iznosom puta u smjeru sile (skalarni produkt), kod momenta se krak (sl. 1) sile (udaljenost sile od središta rotacije) množi silom.



Sl. 1. Rad kao skalarni produkt i moment kao vektorski produkt sile i dužine

Općenito se umjesto kraka sile uzima vektor položaja hvatišta sile $\mathbf{r}$ koji ne mora biti okomit na $\mathbf{F}$ (sl. 1), pa u produkt ulazi njegova komponenta okomita na smjer sile (vektorski produkt). Moment daje rad tek kad izvrši zakret za određeni kut α (koji je bezdimenzionalna veličina, kao omjer luka i radijusa).

Moment se predodčuje vektorom okomitim na ravninu koju zatvaraju sila $\mathbf{F}$ i krak $\mathbf{r}_\perp$. Kut zakreta predodčuje se također vektorom okomitim na ravninu rotacije. Skalarni produkt $\mathbf{M} \cdot d\vec{\alpha}$ jednak je izvršenom radu.

Kao što kod pravocrtnog gibanja sile i pomaci imaju skalarni karakter, tako se i kod rotacije oko osi koje ne mijenjaju orijentaciju u prostoru računa s momentom, kutom zakreta, kutnom brzinom i akceleracijom kao skalarnim veličinama.

Snaga je rad u jedinici vremena, bez obzira da li je gibanje translacijsko ili rotaciono. To daje kod translacijskog gibanja:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}, \quad (10)$$

a kod rotacionoga:

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{\mathbf{M} \cdot d\vec{\alpha}}{dt} = \mathbf{M} \cdot \vec{\omega}. \quad (11)$$

Ako sila F ubrzava masu m , sav izvršeni rad pretvara se u kinetičku energiju, energiju gibanja mase m . Dovedeni rad na putu ds je:

$$dA_k = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = m \mathbf{a} \cdot d\mathbf{s} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot d\mathbf{s} = m \mathbf{v} \cdot d\mathbf{v} = m d(v^2/2)$$

$$A_k = m v^2/2. \quad (12)$$

Posve analogno tome vrijedi za kinetičku energiju kod rotacionog gibanja, gdje moment M ubrzava rotaciju tijela rotacione tromosti J :

$$dA_k = \mathbf{M} \cdot d\vec{\alpha} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} \cdot d\vec{\alpha} = J \vec{\omega} \cdot d\vec{\omega} = J d(\omega^2/2)$$

$$A_k = J \frac{\omega^2}{2}. \quad (13)$$

Moment tromosti (polarni) $J (= \int r^2 dm)$ vrlo se često zamjenjuje zamašnim momentom ($m D^2$), tj. produktom mase i kvadrata fiktivnoga nadomjesnog promjera (promjera inercije).

Veza između momenta inercije i zamašnog momenta dobiva se iz uvjeta inercijalne ekvivalentnosti:

$$J = \int r^2 dm = m \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

$$J = \frac{1}{4} (m D^2).$$

Snagu izražavamo uvijek u W (dimenzija VA), rad u J ili Ws (dimenzija VAs). Jedinica sile 1 N vezana je sa 1 Ws relacijom:

$$1 \text{ Nm} = 1 \text{ Ws}.$$

Katkada se nailazi na jedinicu snage uobičajenu u strojarstvu:

$$1 \text{ KS} = 75 \text{ kpm/s} = 9,81 \cdot 75 \text{ Nm/s} = 736 \text{ W},$$

koja je izvedena iz stare jedinice za silu 1 kp (to je sila kojom jedinična masa 1 kg djeluje na podlogu zbog normalne gravitacije na Zemlji).

Isto tako vrijedno je zapamtiti odnos jedinice za rad u termodinamici (1 kcal) i jedinice rada u elektrotehnici:

$$1 \text{ Ws} = 0,239 \cdot 10^{-3} \text{ kcal},$$

odnosno jedinice za snagu:

$$1 \text{ kW} = 0,239 \text{ kcal/s}.$$

1.3. Zadaci

1. Na obodu rotora razvija se ukupna tangencijalna sila od 1 500 N. Treba odrediti izvršeni rad za jedan puni okretaj u smjeru tangencijalne sile ako je promjer rotora: a) 15 cm; b) 30 cm.

[707 Ws; 1 414 Ws]

2. Ako je obodna brzina u 1. zadatku ista za a) i b), i to $v = 15,3 \text{ m/s}$, kolika je razvijena mehanička snaga, a kolika je brzina vrtnje u a) i u b)?

[a) 23 kW, 1950 o/min;

b) 23 kW, 975 o/min]

3. Ako se uz nepromijenjenu tangencijalnu silu rotor iz 1.a zadatka vrti s 1 500 o/min, kolika će biti razvijena snaga? Isto pitanje za rotor iz zadatka 1.b.

[a) 17,7 kW; b) 35,3 kW]

4. Kolik rad izvrši tangencijalna sila od 1 500 N na obodu rotora s promjerom od 30 cm: a) kad rotor miruje; b) kad se rotor zakrene za jedan radijan? Kolik je moment te tangencijalne sile u oba slučaja?

[a) $A = 0$, $M = 225 \text{ Nm}$;

b) $A = 225 \text{ Nm}$, $M = 225 \text{ Nm}$]

5. Rotor razvija zakretni moment od 160 Nm, a vrti se brzinom od 1 450 o/min. Koliku snagu razvija rotor i kolika mu je kutna brzina?

[24,3 kW, 152 s^{-1}]

6. Gubici koji se u stroju pretvaraju u toplinu iznose 560 kW i odvođe se rashladnom vodom. Kolika mora biti količina rashladne vode (litara/min) koja protječe kroz hladnjake stroja ako njezin porast temperature za vrijeme prolaska kroz hladnjake na smije biti veći od 5°C ?

[1 606 litara/min]

7. Zamašni moment rotora iznosi $mD^2 = 4,4 \text{ kgm}^2$. Koliku energiju treba dovesti da se rotor potjera brzinom od 1 000 o/min, a koliku da se postigne 1 500 o/min?

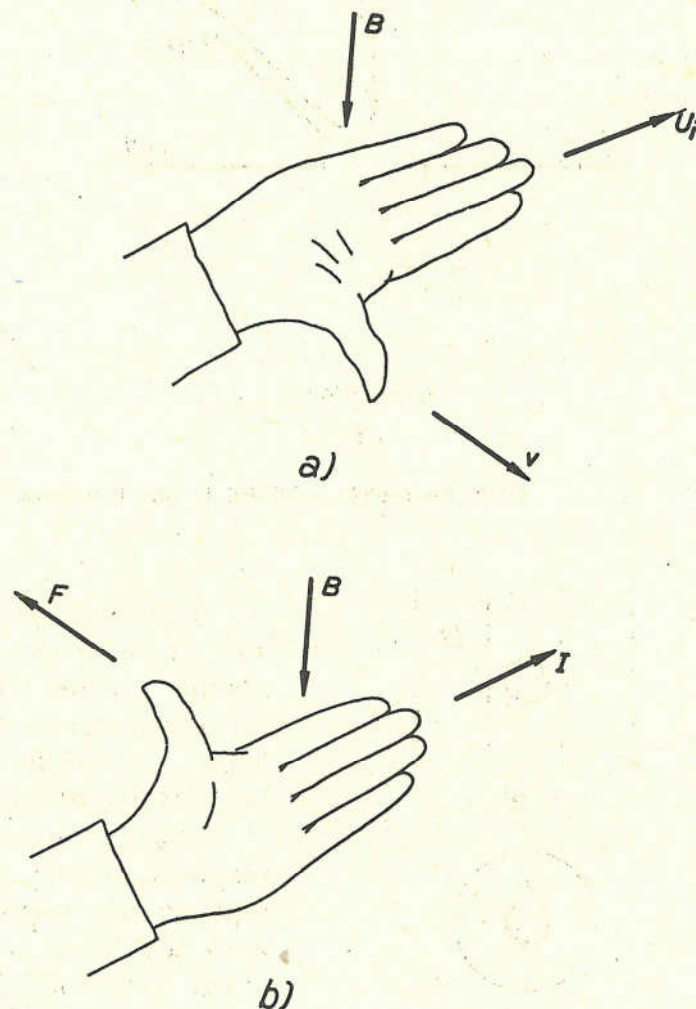
[6 030 Ws, 13 570 Ws]

8. Koliko bi se kalorija razvilo u kočnici kojom bismo rotor iz 7. zadatka kočili od brzine 1 500 o/min do brzine od 1 000 o/min?

[1,8 kcal]

1.4. Pravila smjera

Kod električnih strojeva vektori $\mathbf{v}$, $\mathbf{B}$ i $\mathbf{l}$ redovito su međusobno okomiti, pa se mogu upotrebljavati skalarne jednačbe $U_i = v B l$ i $F = I l B$ u koje ulaze njihovi iznosi. Smjer napona ili sile određuje se prema pravilima smjera koja je lako zapamtiti.

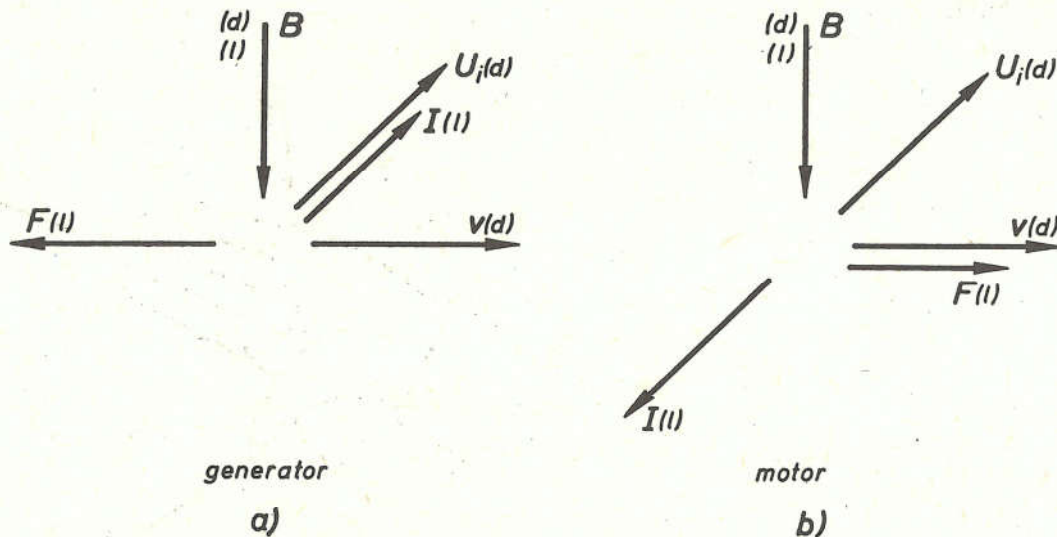


Sl. 1. Pravila smjera: a) desne ruke;
b) lijeve ruke

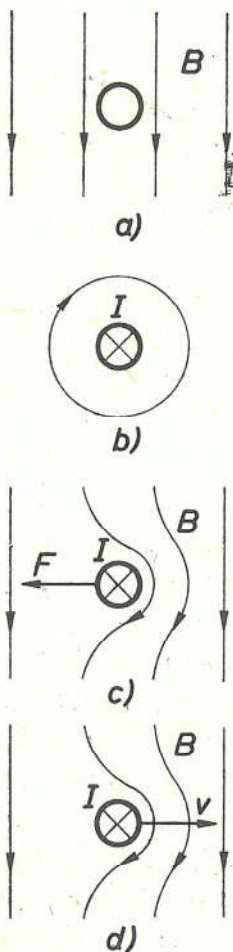
Veza između smjera silnica, brzine gibanja naboja i sile koja djeluje na naboj definirana je u početku (sl. 2. u odjeljku 1.1). Iz toga jednostavnog pravila jednoznačno se izvode pravila smjera za inducirani napon i za silu na vodič kojim protječe struja. Kako se ne bi moralo uvijek ponovno vraćati na osnovnu sliku, često se upotrebljavaju pravila »desne« i »lijeve« ruke. Za generator mehanička snaga se *dovodi* (»aktivna«, *desna ruka*); ako silnice ulaze u dlan (sl. 1.a), a palac pokazuje smjer mehaničkog gibanja, inducira se napon koji bi tjerao struju u smjeru prstiju (smjer vodiča). Za motor mehanička snaga se *dobiva* (»pasivna«, *lijeva ruka*); ako silnice i opet ulaze u dlan, a struja teče u smjeru prstiju (smjer vodiča), palac pokazuje smjer mehaničke sile koja djeluje na vodič (sl. 1. b) Tu smjer brzine v uvijek znači smjer relativnog gibanja *vodiča* prema *polju*, a isto tako sila F djeluje na

vodič u opisanom smjeru, dok na dio za koji je vezano magnetsko polje djeluje sila u suprotnom smjeru, po zakonu akcije i reakcije.

(d) desna ruka
(l) lijeva ruka



Sl. 2. Energetski zaključci iz pravila smjera: a) za generator; b) za motor



Sl. 3. Pravila smjera iz predodžbe elastičnih silnica

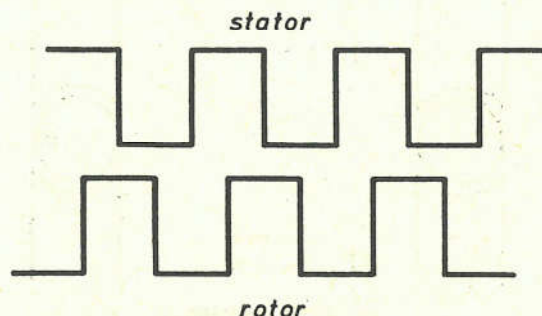
Kombinacija obaju pravila daje smjerove prema slici 2, pa se vidi da će uz isti smjer induciranog napona i struje sila koja djeluje na vodič imati smjer suprotan onome mehaničkog gibanja (generator), a napon i struja suprotnih smjerova dat će silu u smjeru gibanja (motor).

Pravila smjera mogu se zapamtiti i ovako (sl. 3): magnetsko polje struje vezano je sa strujom po pravilu desnog vijka. U vanjskom magnetskom polju zbog toga će se s jedne strane silnice zgusnuti, a s druge razrijediti. Time je određen smjer sile F jer polje nastoji zauzeti stanje najniže energije, tj. izjednačiti gustoću s jedne i druge strane. Inducirani napon je takva smjera da bi se struje što bi ih on potjerao protivile gibanju koje je induciral napon, tj. uzrokoval bi zgušnjavanje silnica ispred vodiča. Time je definiran smjer induciranog napona U_i .

1.4. Zadaci

1. Zub statora i zub rotora nalaze se u međusobnom položaju prema slici 4. U kojem će smjeru djelovati sila na stator, a u kojemu na rotor, ako silnice prolaze:

- a) stator N-pol, sila $\leftarrow$,
 rotor S-pol, sila $\rightarrow$,
 b) rotor N-pol, sila $\rightarrow$;
 stator S-pol, sila $\leftarrow$]



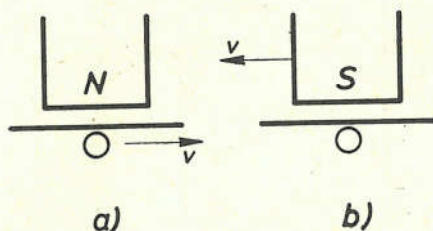
Sl. 4. Uz zadatak 1.

2. Koji je smjer silnica oko vodiča sa strujom prema slici 5? Koji će biti smjer induciranog napona u vodiču ako se struja smanjuje?



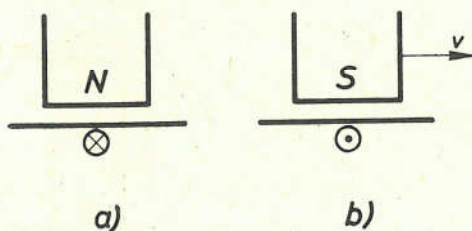
Sl. 5. Uz zadatak 2.

3. Koji će biti smjer induciranog napona u vodiču na slici 6. ako se uz označeni polaritet u a) giba vodič, a u b) magnetski pol u označenom smjeru?



Sl. 6. Uz zadatak 3.

4. Koji će biti smjer sile što djeluje na pol i na vodič ako: a) obje strane miruju; b) pol se giba uz polaritet i smjer struje prema slici 7?



Sl. 7. Uz zadatak 4.

5. Kako se zatvaraju silnice magnet-ske indukcije kod rasporeda i smje-ra struje prema slici 8. a, odnosno 8. b?

[Sl. 9. a, b]



a)

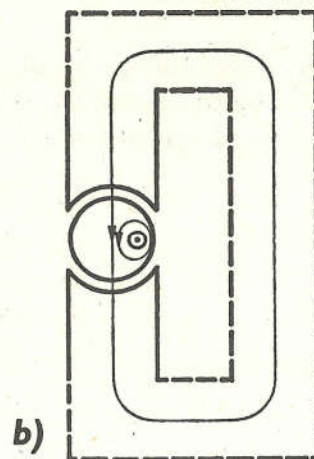


b)

Sl. 8. Uz zadatak 5.



a)



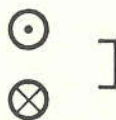
b)

Sl. 9. Uz rješenje zadatka 5.

6. Na slici 10. označen je polaritet magneta statora i smjer vrtnje rotora. Valja označiti smjer struje u ucrtanim stranama svitka rotora ako stroj radi kao: a) generator; b) motor.



a)



b)



Sl. 10. Uz zadatak 6.

7. Rotor stroja prema slici 11. vrti se u označe-nom smjeru: a) kao generator; b) kao motor. U kojem smjeru djeluje elektromagnetski razvijen moment na rotor u primjeru a) i u primjeru b)?



a)



b)

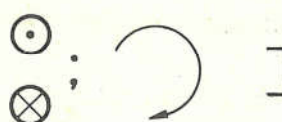


Sl. 11. Uz zadatak 7.

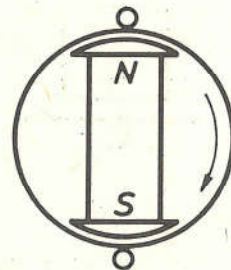
8. Uz označeni polaritet rotorskih polova i smjer vrtnje rotora na slici 12. treba odrediti smjer struje u vodičima statora i smjer razvijenog momenta koji djeluje na rotor, ako je stroj: a) generator; b) motor.



a)



b)



Sl. 12. Uz zadatak 8.

2. MAGNETSKI KRUG

2.1. Osnovni zakoni magnetskog kruga

Silnice polja magnetske indukcije B zatvorene su linije. Da bi se u zoni vodiča na obodu statora ili rotora proizvela određena gustoća silnica, tj. određena indukcija B , potrebno je da te silnice obuhvaćaju određene struje ili određeno strujno protjecanje $\Theta = \sum I$ koje je vezano s jakošću magnetskog polja H relacijom:

$$\Theta = \oint \mathbf{H}_t d\mathbf{l}, \quad (1)$$

gdje treba množiti elementom puta $d\mathbf{l}$ onu komponentu $\mathbf{H}_t$ jakosti polja $\mathbf{H}$ koja leži u smjeru $d\mathbf{l}$, a integracija se proteže na čitavu zatvorenu petlju oko protjecanja Θ (sl. 1). Na određenom mjestu vezane su vrijednosti jakosti magnetskog polja H i magnetske indukcije B izrazom:

$$B = \mu H = \mu' \mu_0 H.$$

U zraku je

$$\mu' = 1$$

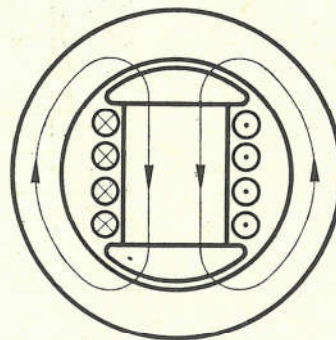
$$B_0 = \mu_0 H, \quad (2)$$

a u feromagnetskom materijalu ista jakost polja H izazvat će osim indukcije B_0 , koja bi se pojavila u zraku, još i dodatnu indukciju, tzv. intenzitet magnetiziranja M :

$$B = B_0 + M = \mu_0 H + M = \mu H, \quad (3)$$

pri čemu je intenzitet magnetiziranja očito:

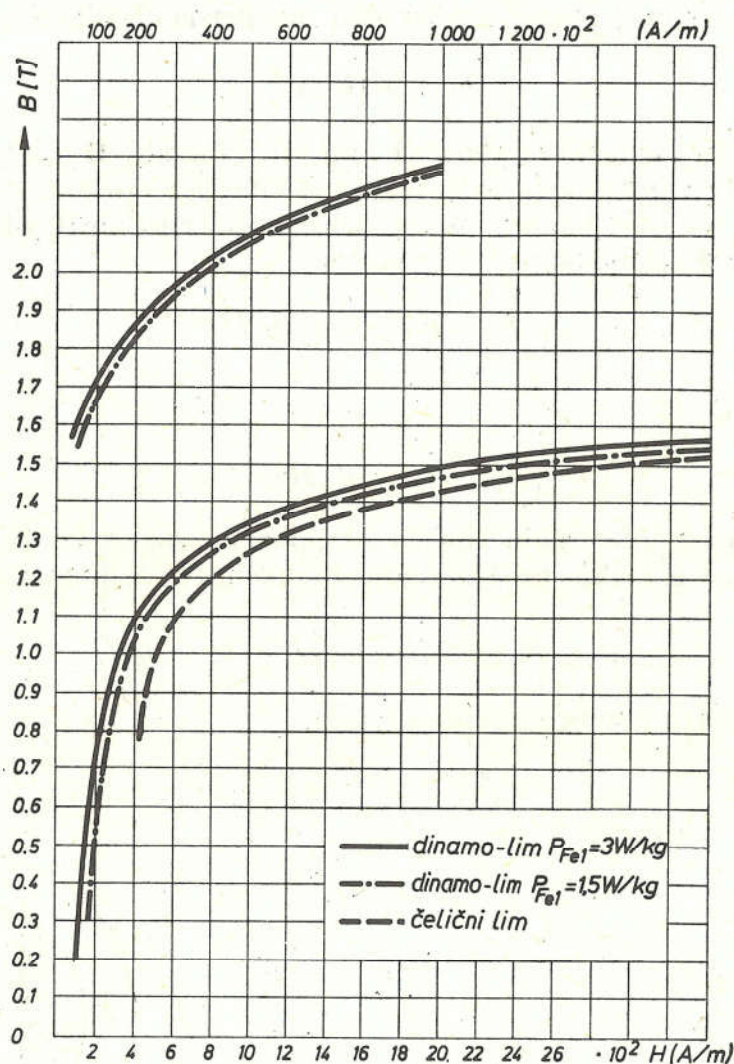
$$M = (\mu - \mu_0) H.$$



Sl. 1. Zakon protjecanja primijenjen na rotacioni stroj

Permeabilnost za zrak je $\mu_0 = 0,4 \pi 10^{-6} = 1,257 \cdot 10^{-6}$ (Vs/Am), a za željezo je promjenljiva, ovisna o jakosti polja, a veličina joj je od više stotina do nekoliko tisuća puta veća od vrijednosti za zrak. Za jednu te istu indukciju B bit će jakost polja H mnogostruko manja u željezu nego u zraku. Tako ona za indukciju $B = 1\text{T}$

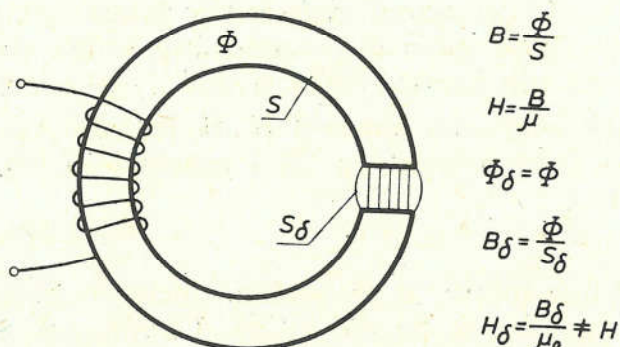
iznosi u zraku $H = 800\,000\text{ A/m}$, a u dinamo-limu određene kvalitete $H = 300\text{ A/m}$; za $B = 1,5\text{ T}$ te su vrijednosti $1\,200\,000\text{ A/m}$ za zrak i $2\,000\text{ A/m}$ za isti dinamo-lim. Kako bismo proizveli potrebnu indukciju B što manjim uzbudnim protjecanjem — dakle što manjim strujama u namotu koji služi za stvaranje polja, u tzv. uzbudnom namotu — nastojimo što veći dio puta magnetskih silnica strpati u željezo, a što manji u zrak. To se ipak ne može postići u tolikoj mjeri kao npr. kod transformatora jer je za pretvorbu mehaničke energije potrebno mehaničko gibanje jednog dijela stroja prema drugome, rotora prema statoru, pa upravo na mjestu gdje želimo što veću gustoću silnica, moramo ostaviti zračnost između statora i rotora (tzv. zračni raspor ili, kraće, »raspor« stroja) barem toliko da bi se omogućilo gibanje.



Sl. 2. Krivulje magnetiziranja

Ovisnost $B = f(H)$ daje se obično grafički kao tzv. krivulja magnetiziranja za određeni feromagnetski materijal (sl. 2). S takve krivulje mogla bi se za svaku vrijednost H otčitati pripadna vrijednost B . Često se podaci daju i u tablicama (v. npr. tabl. 1. na str. 35). U iole složenijemu magnetskom krugu, kod kojega se magnetski tok Φ kao ukupan broj svih B silnica zatvara putovima različitih oblika, dužina i presjeka, te u različitim materijalima (različitih permeabilnosti) (sl. 3), ne

Sl. 3. Složeni magnetski krug



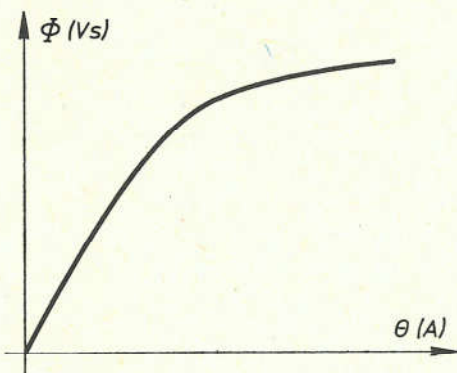
možemo unaprijed znati kako će se ukupno magnetsko protjecanje $\Theta = \oint \mathbf{H}_l \, dl$ raspodijeliti na pojedine dijelove zatvorene petlje po kojoj provodimo integraciju i, prema, tome, ne možemo znati ni kolike će biti vrijednosti H u pojedinim odsječcima magnetskog kruga. Ukupni broj silnica jakosti polja H mijenja se pri svakoj promjeni permeabiliteta na njihovu putu, tj. pri prijelazu iz jednog sredstva u drugo, ili s područja jedne gustoće B -silnica u drugo. Naprotiv, ukupni broj B -silnica, tzv. tok Φ , ostaje nepromijenjena veličina jer je svaka silnica B zatvorena linija. Zbog toga je mnogo jednostavnije poći od određenog toka Φ , računati njegovu gustoću u pojedinim dijelovima magnetskog kruga za koji je ona približno konstantna:

$$B = \Phi / S$$

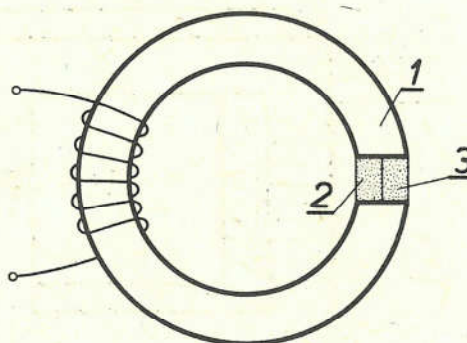
i onda, obrnutim postupkom, očitavati s krivulje magnetiziranja vrijednost H koja pripada indukciji B . Ako na taj način odredimo vrijednosti H na pojedinim mjestima, pa ih integriramo:

$$\Theta = \oint \mathbf{H}_l \, dl,$$

dobivamo potrebno protjecanje Θ da bi se uspostavio tok Φ koji smo odabrali kao polaznu vrijednost. Nekoliko vrijednosti toka Φ uz takav račun omogućuje crtanje tzv. *karakteristike magnetskog kruga* $\Phi = f(\Theta)$, iz koje možemo onda izvršiti i obrnutu operaciju, tj. očitati tok Φ koji bismo dobili uz neko zadano protjecanje Θ (sl. 4).



Sl. 4. Karakteristika magnetskog kruga



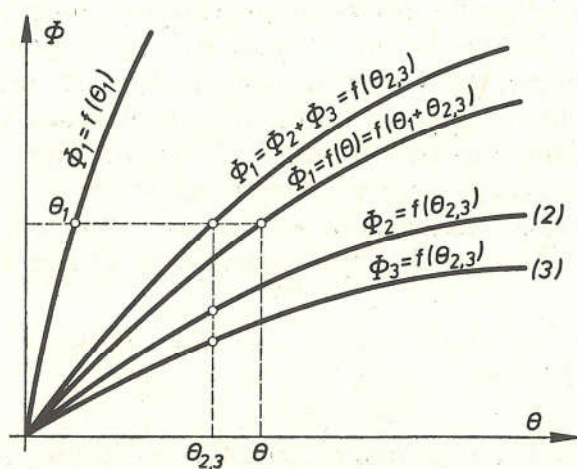
Sl. 5. Složeni magnetski krug s paralelnim granama

U proračunu magnetskog kruga električnih strojeva čest je slučaj prema slici 5. Tu se jedan dio magnetskog kruga sastoji od dvije paralelne grane, (2) i (3), različitih karakteristika, a dio (1) je zajednički. Po dužini paralelnih grana bit će tzv. *magnetski napon* $\int \mathbf{H}_l d\mathbf{l}$ jednak. Ako se, dakle, nacrtaju karakteristike $\Phi = f(\Theta)$ posebno za (2) i posebno za (3), zbroj ordinata je:

$$\Phi_2 + \Phi_3 = \Phi_1.$$

To je tok Φ_1 u preostalom dijelu (1) magnetskog kruga s kojim se računa protjecanje Θ_1 za taj dio kruga. Ukupno je protjecanje za čitav krug jednako zbroju $\Theta_1 + \Theta_{2,3}$, pa je konačna karakteristika (v. sl. 6):

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = f(\Theta) = f(\Theta_1 + \Theta_{2,3}).$$

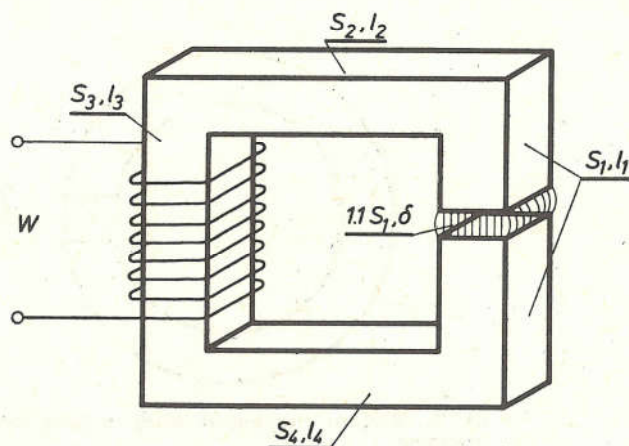


Sl. 6. Karakteristike složenoga magnetskog kruga prema slici 5.

2.1. Zadaci

1. Magnetski krug prema slici 7. napravljen je od dinamo-lima 3 W/kg s karakteristikom prema slici 2. Dimenzije su mu: $S_1 = 12 \text{ cm}^2$, $l_1 = 10,8 \text{ cm}$, $S_2 = 10 \text{ cm}^2$, $l_2 = 14 \text{ cm}$, $S_3 = 10 \text{ cm}^2$, $l_3 = 11 \text{ cm}$, $S_4 = 10 \text{ cm}^2$, $l_4 = 14 \text{ cm}$ i $\delta = 2 \text{ mm}$. Presjek u zračnom rasporu valja uzeti 1,1 S_1 zbog silnica s bočnih strana. Kolika je struja potrebna u namotu sa $w = 1\,000$ zavoja da bi se u rasporu dobila indukcija od 0,9 T?

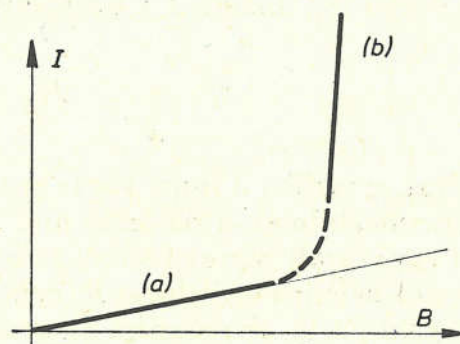
[1,67 A]



Sl. 7. Uz zadatak 1.

2. Kako bi (kvalitativno) izgledala karakteristika ovisnosti struje I o indukciji B u rasporu iz 1. a zadatka, kod malih zasićenja u željezu, gdje se magnetski napon za željezo može zanemariti, i b kod visokog zasićenja u željezu, uz $\mu \approx \mu_0$?

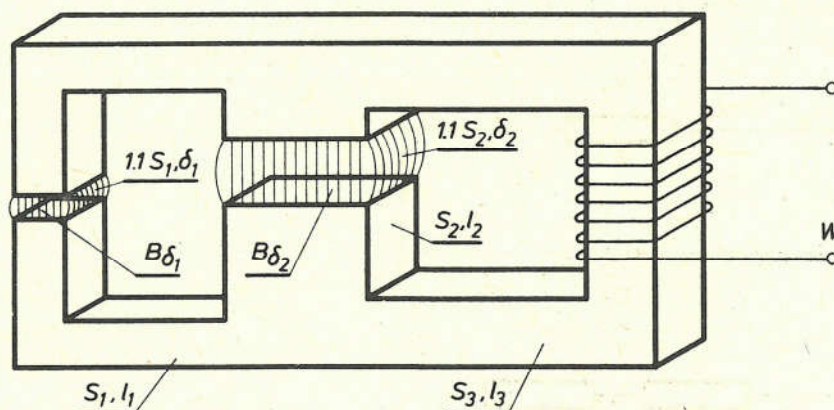
[Sl. 8]



Sl. 8. Rješenje zadatka 2.

3. Magnetski krug prema slici 9. od dinamo-lima 3 W/kg ima dimenzije: $S_1 = 8 \text{ cm}^2$, $l_1 = 20,8 \text{ cm}$; $S_2 = 40 \text{ cm}^2$, $l_2 = 10 \text{ cm}$; $S_3 = 15 \text{ cm}^2$, $l_3 = 20 \text{ cm}$; $\delta_1 = 2 \text{ mm}$ i $\delta_2 = 10 \text{ mm}$. Kolika je struja potrebna u namotu sa $w = 710$ zavoja da bi se dobila indukcija $B_{\delta_1} = 1,1 \text{ T}$? Kolika je tada indukcija B_{δ_2} ?

$$[I = 2,90 \text{ A}, B_{\delta_2} = 0,234 \text{ T}]$$



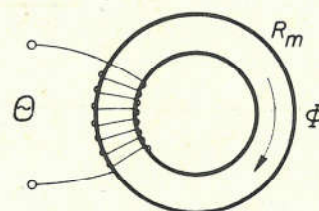
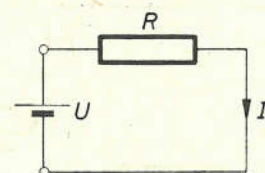
Sl. 9. Uz zadatak 3.

2.2. Analogija s električnim strujnim krugom

Između električnog i magnetskog kruga postoji analogija (sl. 1). Naponu izvora U odgovara strujno protjecanje Θ , struji I odgovara tok Φ , a otporu R odgovara magnetski otpor (reluktancija) R_m . Ohmovu zakonu $U = I R$ odgovara zakon magnetskog kruga:

$$\Theta = \Phi R_m. \quad (1)$$

Pad napona na pojedinim dijelovima električnog kruga $U_a = I R_a$ odgovara magnetskom naponu na dijelovima magnetskog kruga $\Theta_a = H_a l_a = \Phi R_{md}$.



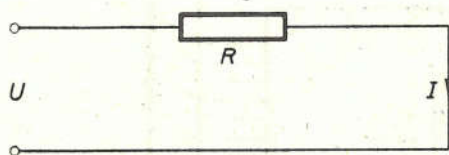
Sl. 1. Analogija magnetskog i električnog kruga

Kao što je otpor u električnom krugu konstantnog presjeka S , dužine l i specifične vodljivosti κ bio $R = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{S}$ tako je i reluktancija u magnetskom krugu presjeka S , dužine l i permeabiliteta μ :

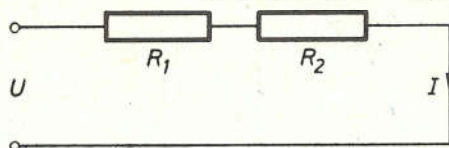
$$R_m = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{Hl}{BS} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}. \quad (2)$$

Bitna je razlika u tome što je specifična vodljivost κ najčešće konstantna vrijednost, a permeabilnost μ najčešće nije, nego ovisi o H (ili B). U električnom krugu tome bi odgovarali otpori koji su naponski ili strujno ovisni i koji se ne mogu više navesti kao jedna vrijednost R , nego kao određena ovisnost $U = f(I)$. U jednostavnom slučaju (sl. 2. a) računica se svodi na očitavanje pripadnih vrijednosti U i I s dijagrama. U slučaju prema slici 2. b dvije su karakteristike, pri čemu je struja u oba otpornika, R_1 i R_2 , uvijek ista, ali je tu odmah jasno da se ne može poći od odabranog napona pa računati pripadnu struju, nego valja odabrati struju i računati napon koji je za tu struju potreban. Napokon, u primjeru na slici 2. c potrebno je poći od struje npr. I_2 , izračunati pad napona $U_2 = U_3$, odatle odrediti struju I_3 , te struju $I_1 = I_2 + I_3$ i ukupni napon $U = U_1 + U_2$. Taj postupak analogan je postupku pri proračunu magnetskog kruga, s time da bi krivulji magnetiziranja $B = f(H)$ odgovarala krivulja ovisnosti gustoće struje $\Gamma = I/S$ o električnom polju $E = U/l$:

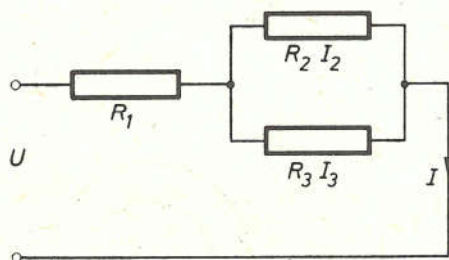
$$\Gamma = f(E).$$



a)



b)



c)

Sl. 2. Električna analogija za složene magnetske krugove

Potpuna analogija električnog i magnetskog kruga glasila bi prema tome (uzevši za usporedbu homogeni električni i homogeni magnetski krug):

Električna veličina	Magnetska veličina
napon U	protjecanje Θ
struja I	tok Φ
gustoća struje $\Gamma = I/S$	magnetska indukcija $B = \Phi/S$
električno polje $E = U/l$	magnetsko polje $H = \Theta/l$
specifična vodljivost $\kappa = I/E$	permeabilnost $\mu = B/H$
otpor $R = \frac{U}{I} = \frac{1}{\kappa} \frac{l}{S}$	reluktancija $R_m = \frac{\Theta}{\Phi} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S}$

Ta analogija ima svoje granice, koje su očite čim pogledamo odnose dimenzija. Umnožak $U I$ u električnom krugu jest snaga koju dovodimo. U magnetskom krugu analogni produkt $\Theta \Phi$ ima dimenziju VAs, tj. energije, a ne snage. Energija koju pretvaramo u toplinu u otporu R iznosi u električnom krugu:

$$A = U I t = I^2 R t \text{ (Ws)},$$

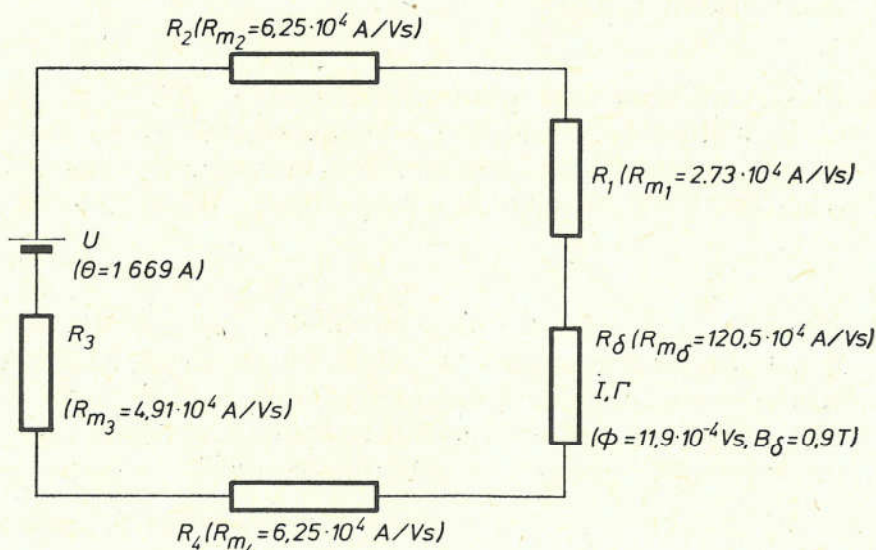
tj. ona raste proporcionalno vremenu uz konstantnu struju. Energija magnetskog polja nije ni u kakvoj vezi s vremenom, i može se pokazati da je za uspostavljanje toka Φ u magnetskom krugu potrebno dovesti energiju:

$$A = \frac{\Theta \Phi}{2} = \frac{1}{2} \Phi^2 R_m \text{ (Ws)}$$

bez obzira na trajanje tog procesa. Kad je postignuto stacionarno stanje, nije potreban nikakav utrošak snage da bi se ono održalo. Dok je u električnom krugu otpora R za održavanje konstantne struje potrebno neprekidno trošenje energije, u magnetskom krugu otpora R_m za održavanje toka Φ nema utroška energije. To pokazuje da je izražena analogija formalnog, a ne suštinskog karaktera, i tu je bitna razlika između električnog i magnetskog kruga.

2.2. Zadaci

1. Kako izgleda električni analogni krug za slučaj promatran u 1. zadatku iz 2.1? Kraj elemenata u shemi upišite magnetske analogne vrijednosti.

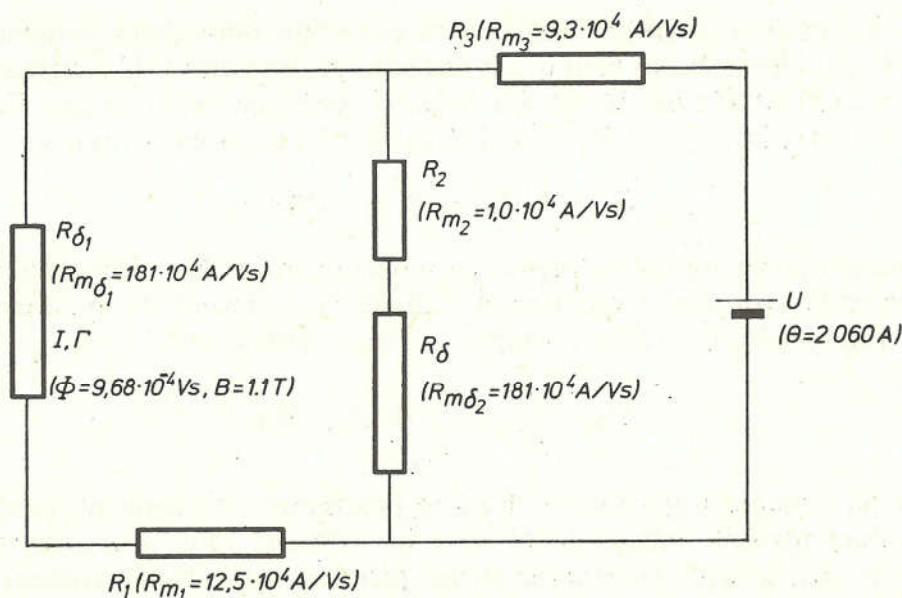


Sl. 3. Rješenje zadatka 1.

2. Koji uvjeti vrijede u nadomjesnome električnom krugu prema 1. zadatku za slučajeve u 2.a i 2.b zadatku odjeljka 2.1?

[a) $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \cong 0$;
b) $R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \gg R_0$]

3. Kako izgleda električni analogni krug za slučaj u 3. zadatku iz odjeljka 2.1. i kolike su magnetske analogne vrijednosti?



Sl. 4. Rješenje zadatka 3.

4. Magnetskom krugu ukupno je protjecanje $\Theta = 200$ A, a ukupni magnetski otpor $R_m = 2000$ A/Vs. a) Kolik će se magnetski tok Φ uspostaviti u krugu i koliko treba dovesti energije da bi se taj tok stvorio ako zanemarimo omski otpor uzbudnog namota, a uzбудu Θ dovedemo od vrijednosti $\emptyset$ do punog iznosa od 20 A? b) Koliko se snage troši za održavanje tako stvorenog toka u magnetskom krugu?

[a) 0,1 Vs, 10 Ws; b) $\emptyset$ W]

5. Električni krug ima ukupni napon $U = 200$ V, a ukupni otpor $R = 2000$ Ω . a) Koliko će struje teći u krugu i koliko treba dovesti energije da bi se ta struja uspostavila ako zanemarimo induktivitet kruga, a napon podignemo od 0 na 200 V? b) Koliko se snage troši za održavanje struje u tom krugu?

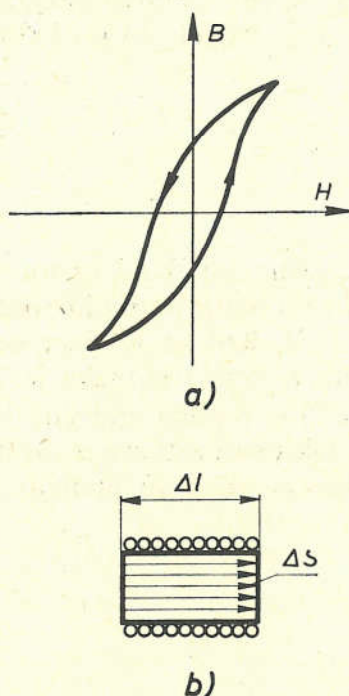
[a) 0,1 A, $\emptyset$ Ws; b) 20 W]

6. Da se u magnetskom krugu stroja postigne tok $\Phi = 2 \cdot 10^{-2}$ Vs, potrebna je u uzбудnom namotu od: a) 5000 zavoja struja jaka 2 A; b) 2500 zavoja 4 A. Koliku energiju treba dovesti uzбудnom namotu da bi se uspostavio spomenuti tok, a koliku snagu valja trošiti za dalje održavanje toka u magnetskom krugu, ne računajući gubitke u uzбудnome omskom otporu, za a) i b)?,

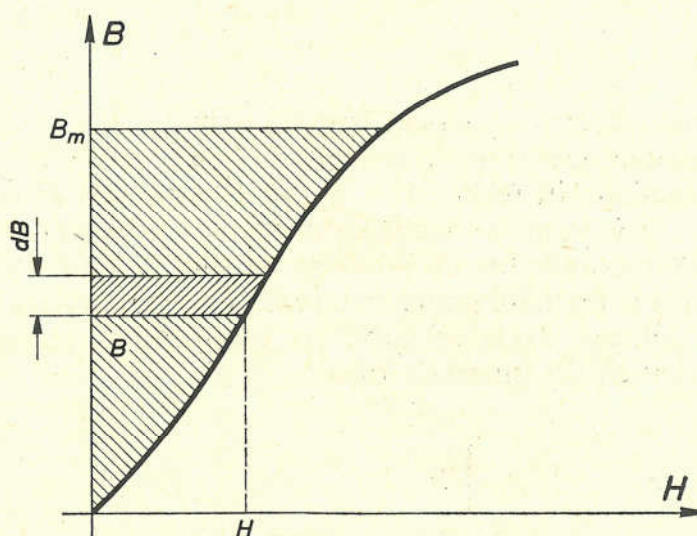
[a) 100 Ws, $\emptyset$; b) 100 Ws, $\emptyset$]

2.3. Histereza, vrtložne struje

Slika ne bi bila potpuna kad ne bismo spomenuli i ovisnost magnetskih veličina o prijašnjim stanjima. Zbog toga ovisnost $B = f(H)$ točno uzeto nije predočena jednom krivuljom magnetiziranja, nego različitim krivuljama, ovisnima o početnom i konačnom stanju promatrane promjene. Ako se indukcija i polje mijenjaju između uvijek iste maksimalne te isto tolike negativne vrijednosti, i obrnuto, ovisnost $B = f(H)$ definirana je petljom *histereze* (sl. 1.), kod koje se uzlazna i silazna grana razlikuju.



Sl. 1. Petlja histereze (a) i magnetiziranje čestice volumena ΔV (b)



Sl. 2. Energija izgradnje magnetskog polja

U magnetskom polju akumulirana je energija. Promatramo li element male dužine Δl u smjeru silnica (sl. 1.b), a malog presjeka ΔS okomitoga na silnice, pa ako zamislimo da se polje indukcije B podiže od 0 do B strujom kroz zamišljeni namot sa w zavoja, bit će pri struji i u zavojima dovedena energija u vremenu dt :

$$dA = -u_i i dt,$$

pri čemu je inducirani protunapon u_i određen sa:

$$u_i = -w \frac{d\Phi}{dt} = -w \Delta S \frac{dB}{dt}.$$

Struja je vezana s magnetskim poljem izrazom:

$$\Theta = iw = H \Delta l.$$

Magnetski otpor izvan promatranog elementa se zanemaruje, odnosno svladava se protjecanjem iz nekoga drugog izvora.

Izlazi da je:

$$dA = w \Delta S \frac{dB}{dt} \frac{H \Delta l}{w} dt = \Delta l \Delta S H dB = \Delta V H dB.$$

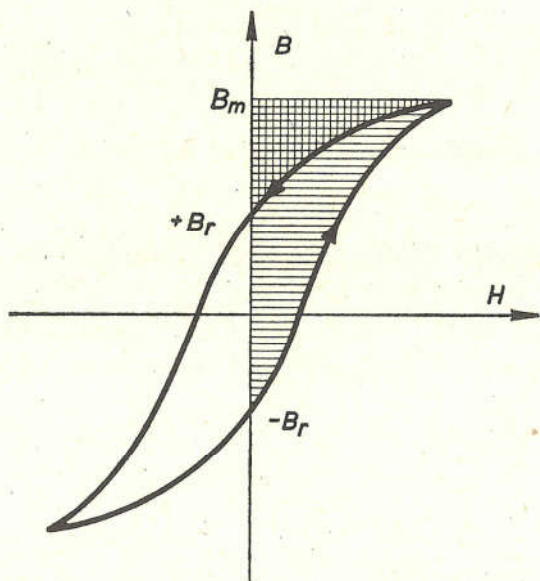
Energija po jedinici volumena dobiva se dijeljenjem sa ΔV :

$$dA_1 = H dB.$$

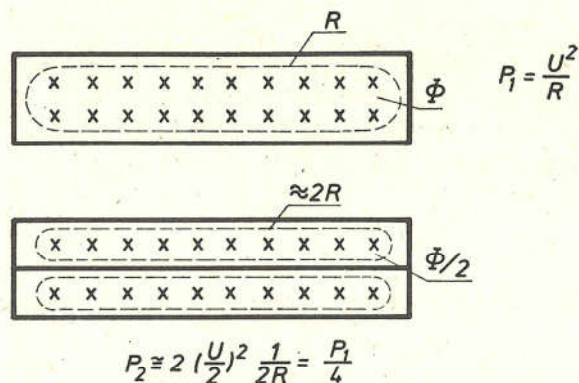
Ta energija dovodi se kod izgrađivanja polja, a oslobađa se pri njegovu razgrađivanju (sl. 2). Da bismo, dakle, podigli indukciju od 0 do B_m , trebalo bi po jedinici volumena dovesti energiju:

$$A_1 = \int_0^{B_m} H dB, \quad (1)$$

koja odgovara površini između krivulje $B = f(H)$ i ordinatne osi. Kad bismo indukciju opet spustili, energija bi bila vraćena. No uzme li se u obzir petlja histereze, promjena bi tekla od $-B_r$ za jakost polja $H = 0$ do $+B_r$, kad se H opet vrati na vrijednost 0. Razlika dovedene i ponovno oslobođene energije jednaka je horizontalno šrafiranoj površini na slici 3. Za jedan cijeli ciklus razlika energije jednaka je površini petlje histereze. Ta se energija u svakom ciklusu pretvara u toplinu u željezu, dakle se gubi, pa govorimo o *gubicima histereze* koji se javljaju pri promjeni magnetskog toka.



Sl. 3. Gubici histereze



Sl. 4. Vrtložne struje i lamelliranje željeza

Za promjene magnetskog toka vezana je i pojava *vrtložnih struja*. Napon $d\Phi/dt$, koji se zbog promjene toka inducira, stvarat će u svakome električki vodljivom zatvorenom krugu koji obuhvaća tok Φ gubitke $i^2 R$, odnosno u^2/R . Vidi se da su ti gubici to veći što je veći napon u_i (tj. što veći tok obuhvaća staza vrtložnih struja) i što je manji otpor koji se suprotstavlja vrtložnim strujama. To je razlog

da se električni strojevi, zapravo njihovi dijelovi u kojima se magnetski tok vremenski mijenja, grade *lamelirano*, od naslaganih tankih limova umjesto od masivnog željeza. Time se smanjuje obuhvaćeni tok i povećava se otpor vrtložnim strujama (sl. 4).

Podaci o gubicima koji su karakteristični za pojedine vrste dinamo-limova navode se obično za debljinu od 0,5 mm, frekvenciju od 50 Hz i indukciju $B = 1$ T i $B = 1,5$ T za 1 kg limova. Ti podaci označuju se sa P_{Fe1} i $P_{Fe1,5}$ (W/kg). Kod preračunavanja na druge podatke (u blizini osnovnih) računa se da su *gubici histereze* proporcionalni frekvenciji i kvadratu indukcije, pa ne ovise o debljini lima:

$$P_H = k_H f B^2, \quad (2)$$

a *gubici vrtložnih struja* ovise o kvadratu debljine, frekvencije i indukcije:

$$P_W = k_W (\delta f B)^2. \quad (3)$$

Ako znamo koji dio gubitaka kod $B = 1$ T, $\delta = 0,5$ mm i $f = 50$ Hz uzrokuje histereza:

$$p_H = P_H / P_{Fe1},$$

odnosno vrtložne struje:

$$p_W = P_W / P_{Fe1},$$

možemo izračunavati ukupne gubitke po 1 kg:

$$P_{\delta f B} = P_{Fe1} p_H \frac{f}{50} B^2 + P_{Fe1} p_W \left(\frac{\delta/\text{mm}}{0,5} \frac{f}{50} B \right)^2 \text{ W/kg}. \quad (4)$$

Primjer tabelarnih podataka o krivulji magnetiziranja za različite vrste dinamo-lima i o njihovim gubicima nalazi se u tablici 1. Vrijednosti indukcije B navedene su za jakost polja od 25, 50, 100 i 300 A/cm.

Tablica 1.

Krivulje magnetiziranja i gubici dinamo-limova od 0,5 mm

Oznaka	P_{Fe1}	p_H	p_W	$P_{Fe1,5}$	B_{25}	B_{50}	B_{100}	B_{300}
	W/kg	—	—		(T)			
DL 3,6/0,5	3,6	0,667	0,333	8,3	1,53	1,63	1,73	1,98
DL 3,0/0,5	3,0	0,785	0,215	6,9	1,50	1,60	1,71	1,95
DL 2,6/0,5	2,6	0,810	0,190	6,0	1,49	1,58	1,70	1,94
DL 2,3/0,5	2,3	0,825	0,175	5,3	1,47	1,57	1,69	1,93
DL 2,0/0,5	2,0	0,832	0,168	4,6	1,45	1,55	1,67	1,90
DL 1,7/0,5	1,7	0,837	0,163	3,9	1,43	1,55	1,65	1,85
DL 1,5/0,5	1,5	0,840	0,160	3,5	1,43	1,55	1,65	1,85
DL 1,35/0,5	1,35	0,842	0,158	3,1	1,43	1,55	1,65	1,85
DL 1,2/0,5	1,2	0,843	0,157	2,8	1,43	1,55	1,65	1,85

2.3. Zadaci

1. Magnetska jezgra u 1. zadatku iz odjeljka 2.1. napravljena je od dinamo-lima 3 W/kg debljine od 0,5 mm. Uz uvjete iz tog zadatka i pretpostavku da se jezgra magnetizira izmjeničnom strujom frekvencije od 50 Hz, tako da je maksimalna vrijednost indukcije u rasporu 0,9 T, koliki će biti gubici zbog histereze, a koliki djelovanjem vrtložnih struja u jezgri? Specifična masa limova neka je pri tome $\gamma = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

[12,4 W; 3,5 W]

2. Prema 1. zadatku u odjeljku 2.1. za postizanje maksimalne indukcije od 0,9 T potrebna je momentana vrijednost struje od 1,67 A. Iz toga bi izlazila efektivna vrijednost sinusne uzbudne struje od 1,18 A. Međutim, kako je namot priključen na sinusni izmjenični napon, indukcija se mijenja po sinusnom zakonu, a struja ne. Da li će efektivna vrijednost struje koju bismo izmjerili biti veća ili manja od navedenih 1,18 A?

[Manja]

3. Koliki bi bili ukupni gubici kad bismo jezgru iz zadatka 1. napravili: a) od lima debela 0,35 mm; b) od lima 0,8 mm debljine?

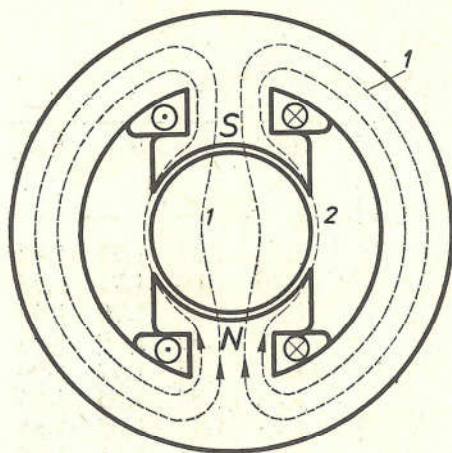
[a) 14,1 W; b) 21,3 W]

4. Koliki bi bili gubici u 1. zadatku kad bismo jezgru od limova debljine 0,5 mm magnetizirali: a) sa 25; b) sa 60 Hz, uz istu maksimalnu vrijednost indukcije?

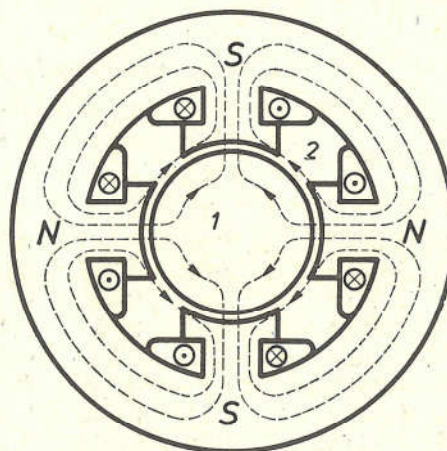
[a) 7,1 W; b) 19,9 W]

2.4. Osnovni oblici magnetskog kruga

Uzbudni namot može biti smješten na statoru ili na rotoru stroja. Slika 1. prikazuje u shematskom presjeku stroj s istaknutim polovima na statoru. Oko polova smješten je uzbudni namot. Najveći dio silnica zatvara se kroz rotor tako da ih vodiči rotora sijeku pri gibanju, poput onih označenih sa 1, a manji dio zatvara se od pola na pol mimo rotorskog namota, poput onih označenih sa 2. Prve silnice čine korisni tok ili *glavni tok*, a druge *rasipni tok*.



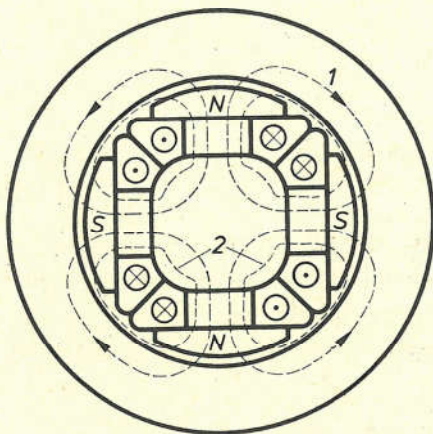
Sl. 1. Dvopolni stroj s istaknutim polovima na statoru



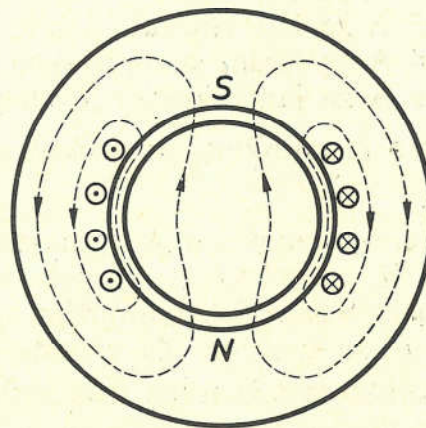
Sl. 2. Četveropolni stroj s istaknutim polovima na statoru

Stroj može imati i više od jednog para polova, pa govorimo o *dvopolnom*, *četveropolnom*, *šesteropolnom*, općenito $2p$ -*polnom* stroju. Na slici 2. shematski je prikazan četveropolni stroj (dva para polova, $p = 2$) s *istaknutim polovima* na statoru. Označeni su smjerovi struje u uzбудnim namotima, pa se vidi da po obodu stroja naizmjenice dolaze polovi N-S-N-S. I tu je označena po jedna karakteristična silnica glavnog (korisnog) toka i rasipnog toka. Zanimljivo je zapaziti da je smjer struje u prostoru između susjednih polova na oba pola isti. Simetrala između susjednih polova dijeli zbroj svih struja u tom prostoru na dva jednaka dijela, a okomita je na sve silnice, tj. po toj je simetrali $\int \mathbf{H}_r d\mathbf{l} = 0$.

Četveropolni stroj s istaknutim polovima na rotoru prikazan je na slici 3. Iz ucrtane jedne silnice glavnog i jedne rasipnog toka može se lako zamisliti slika cijelog toka.

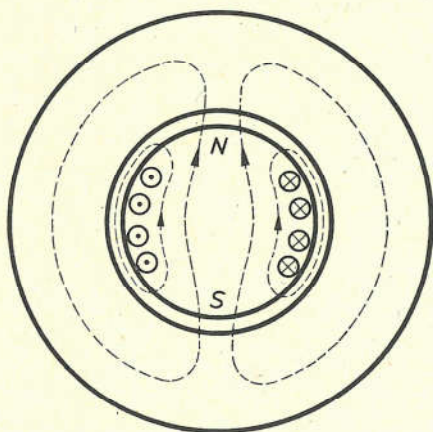


Sl. 3. Četveropolni stroj s istaknutim polovima na rotoru

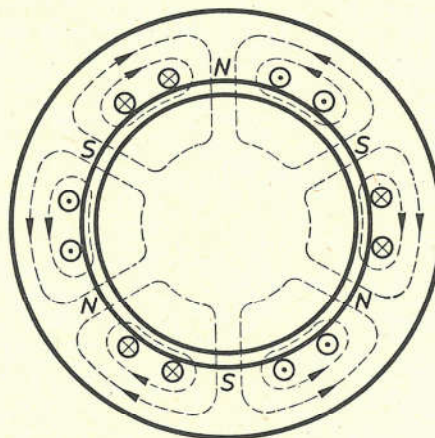


Sl. 4. Dvopolni stroj cilindrične izvedbe s uzbuđom na statoru

Stroj ne mora imati istaknute polove, već mogu i stator i rotor biti *cilindrični*, s utorima za smještaj namota. I tu može uzбудni namot biti smješten bilo na statoru, bilo na rotoru. Tako je na slici 4. shematski prikazan magnetski krug dvopolnog stroja s uzbuđom na statoru, a na slici 5. magnetski krug dvopolnog stroja s uzbuđom na rotoru. Slika 6. prikazuje magnetski krug šestero-polnog stroja s uzbuđom na statoru. Na slikama se vide karakteristični putovi zatvaranja silnica glavnog i rasipnog toka.



Sl. 5. Dvopolni stroj cilindrične izvedbe s uzbuđom na rotoru



Sl. 6. Šesteropolni stroj cilindrične izvedbe s uzbuđom na statoru

2.4. Zadaci

1. Šesteropolnom stroju s istaknutim polovima potrebno je uzбудno protjecanje $\Theta = 8\,400\text{ A}$ po paru polova da bi se postigao određeni magnetski tok Φ po polu. Uzbudni namot jednoliko je raspoređen na sve polove i ima ukupno $w = 3450$ zavoja. Kolika mora biti uzbudna struja u namotu?

[7,3 A]

2. Proračun magnetskog kruga 4-polnog stroja s cilindričnim statorom i rotorom te s oba namota raspodijeljena u utore, pokazao je da su za pojedine dijelove magnetskog kruga pri određenom toku Φ po polu, potrebne ove magnetomotorne sile:

618 A za jedan prolazak kroz zračni raspor

90 A za zub statora

37 A za zub rotora

124 A za jaram statora (cijeli polni korak)

78 A za jaram rotora (cijeli polni korak)

Koliko je potrebno protjecanje za jedan par polova?

[1 692 A]

3. Četvero-polnom stroju s istaknutim polovima treba uzbudno protjecanje po polu $\Theta_1 = 10\,150\text{ A}$. Na polu se može smjestiti $3\,280\text{ mm}^2$ ukupnoga čistog presjeka bakra. Srednja dužina zavoja na polu iznosi 68 cm. Zavoji svih polova spojeni su u seriju. Za uzбудu na raspolaganju je izvor napona od 110 V.

a) Koliko zavoja treba namotati po polu?

b) Kolika će biti gustoća struje u A/mm^2 u uzbudnom namotu?

c) Koliki će biti gubici u uzbudnom namotu?

Pri tome je specifična vodljivost toplog bakra 47 Sm/mm^2 .

[a) 614; b) $3,1\text{ A/mm}^2$; c) $1\,818\text{ W}$]

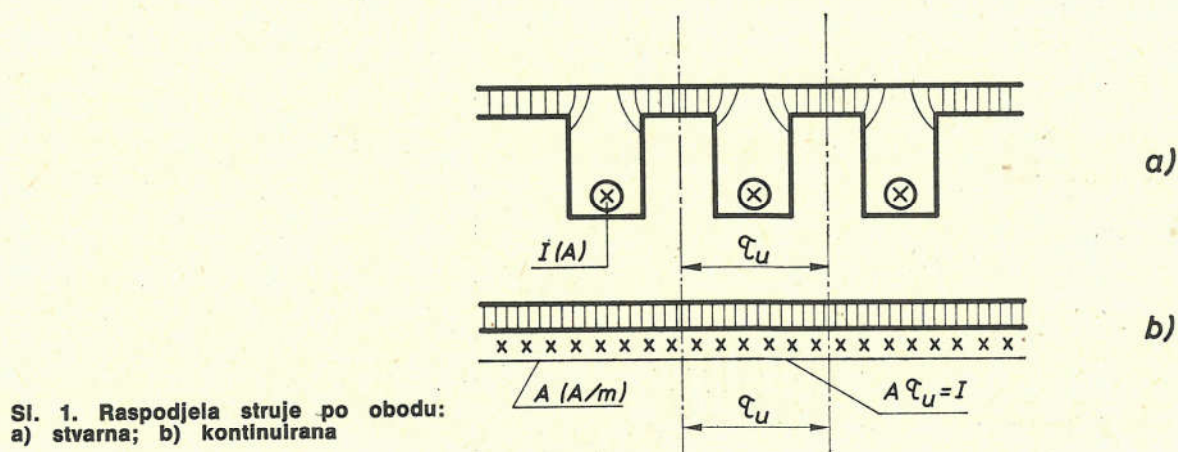
3. RAČUNANJE PRETVORBE U RASPORU ELEKTRIČNOG STROJA

3.1. Strujni oblog i protjecanje

Za određivanje sile F_1 koja dolazi na jedan utor posve je svejedno teče li u utoru struja I_u kroz jedan jedini vodič ili teče struja I_u/z_1 u svakome od z_1 vodiča jednog utora.

Djelovanje struje $I_u = \sum I$ u jednom utoru može se nadomjestiti djelovanjem kontinuirano raspodijeljene struje po površini unutar *utorskog koraka* τ_u (sl. 1). U oba slučaja valja računati s indukcijom B . Obodna sila na jedan utorski korak iznosi pri diskontinuiranoj raspodjeli (sl. 1. a):

$$F_1 = I_u l B.$$



Sl. 1. Raspodjela struje po obodu:
a) stvarna; b) kontinuirana

Pri kontinuiranoj raspodjeli (sl. 1. b) kroz element oboda širine dx teče struja:

$$dI_x = A dx,$$

gdje je A struja po jedinici dužine oboda (mjereno u zračnom rasporu), tzv. *linearna gustoća struje* ili *strujni oblog* (A/m). Ukupna sila unutar utorskog koraka τ_u — računajući da je indukcija u tako malom razmaku približno konstantna — iznosi:

$$F_1 = \int_0^{\tau_u} A dx l B = A \tau_u l B.$$

Odatle izlazi za strujni oblog A koji će dati istu silu kao struja I_u :

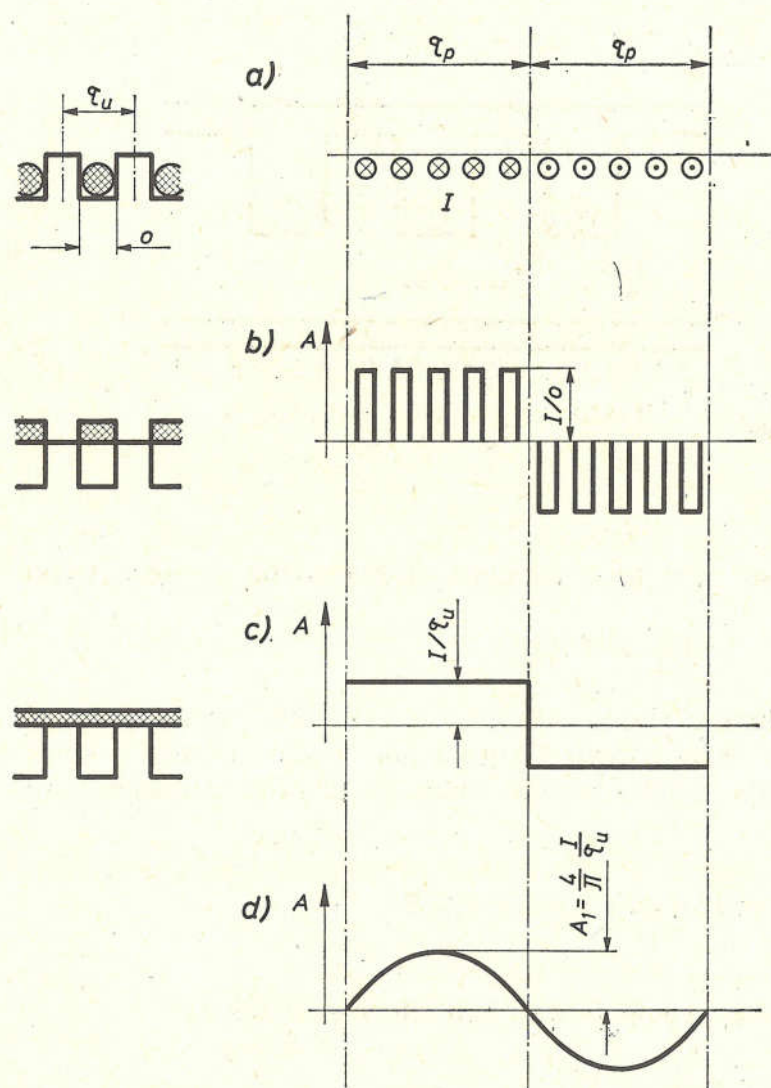
$$A = I_u / \tau_u. \quad (1)$$

Kod promatranja magnetskog polja i struja po obodu električnog stroja mogu se obično pretpostaviti određene pravilnosti u njihovu rasporedu koje proistječu iz simetričnosti i analognog rasporeda namota i magnetskog kruga od pola do pola uz pretpostavku da rotor i stator nisu ovalni i da im se osi poklapaju. Te pretpostavke znatno olakšavaju razmatranje. Tako smijemo obično uzeti:

- da se raspored struja po obodu stroja, a i raspored indukcije u rasporu, promatran za jedan par polova, ponavlja na isti način za svaki idući par polova;
- da se raspored struja i indukcije, promatran za jedan N-pol, ponavlja s identičnim vrijednostima, ali suprotnog predznaka, za susjedni S-pol.

Taj periodički raspored struja i magnetskog polja po obodu omogućuje promatranje prilika pod jednim parom polova — ili samo jednim polom — i izvođenje zaključaka za čitav stroj s više pari polova. Ako je prisutna nesimetrija, trebalo bi, dakako, promatrati svaki pol zasebno.

Prema slici 2. vodiči u kojima teče struja, a koji se nalaze u utorima, mogu se nadomjestiti isto tolikom ukupnom strujom jednoliko raspoređenom na obodu stroja po širini koja odgovara otvoru utora o (sl. 2. b). To izlazi iz već provedenog razmatranja o utjecaju utora na induciranje napona i stvaranje obodne sile: naponi



Sl. 2. Raspodjela struje po obodu:
a) u utorima; b) iznad utorskih otvora;
c) kontinuirana; d) sinusna

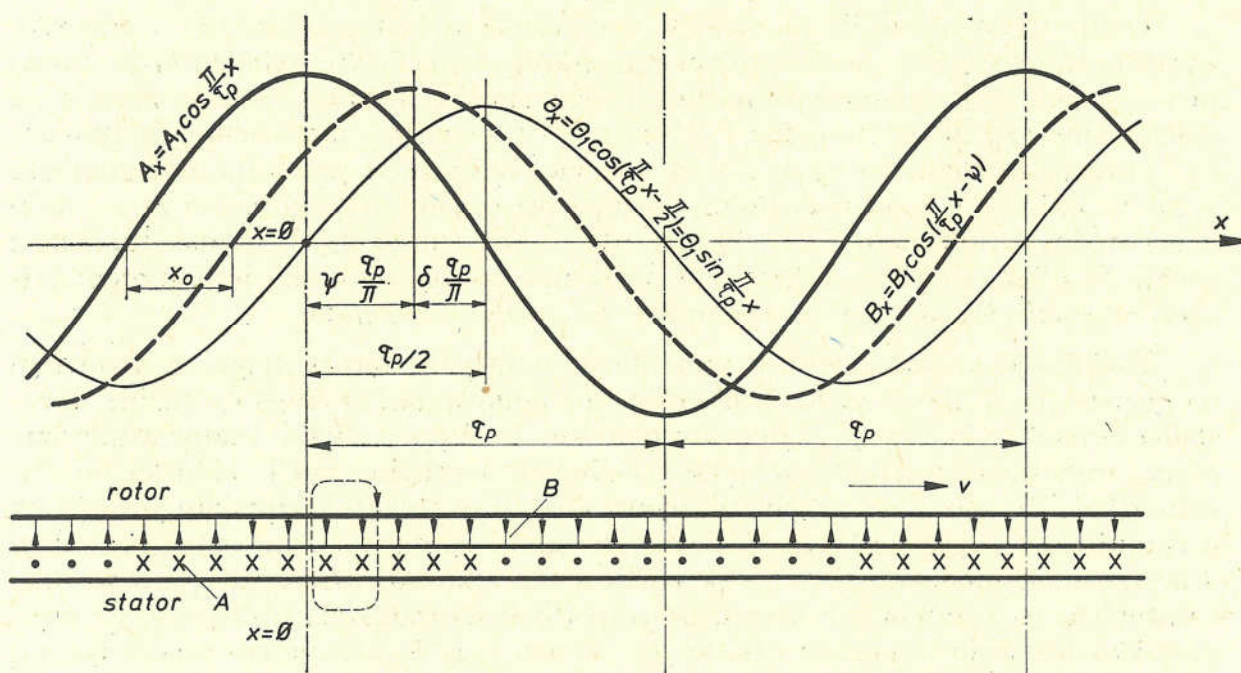
i obodne sile su jednaki —, ležao vodič na dnu utora ili na površini. Strujni oblog po obodu predstavljen je onda pravokutnicima na mjestima utorskih otvora, pozitivnim ili negativnim. Ako se, međutim, zamisli da je struja jednoliko raspodijeljena po utorskom koraku τ_u , kao što je prije izvedeno, strujni oblog $A = I/\tau_u$ bit će jednostavna periodička funkcija, koja mijenja predznak kad i struje mijenjaju predznak. Dužina periode te funkcije bit će dvije dužine polnog koraka: $2\tau_p$ (sl. 2. c).

Takva periodička krivulja može se rastaviti po Fourieru na osnovni i na više harmoničke članove. Vrlo često se pri razmatranju strojeva uzima u obzir, kao prva aproksimacija, samo *osnovni harmonički član*, tj. pretpostavlja se da je strujni oblog na obodu stroja *kontinuirano* raspodijeljen, i to po *sinusnom zakonu* (sl. 2. d). Poluperiodi π odgovara jedan polni korak τ_p koji kod stroja sa $2p$ polova (p pari polova) i promjera D iznosi:

$$\tau_p = \frac{D\pi}{2p} \quad (2)$$

Udaljenosti x od početne točke $x = 0$ odgovara kut:

$$\alpha = \frac{x}{\tau_p} \pi. \quad (3)$$



Sl. 3. Prikazivanje strujnog obloga, protjecanja i indukcije u rasporu kosinusnim funkcijama

Pitanje je dogovora gdje će se označiti točka $x = 0$, tj. odakle se računa x na obodu stroja. Odaberimo tu točku u *sredini zone pozitivnoga strujnog obloga* prema slici 3, dakle na mjestu gdje je maksimum osnovnoga harmoničkog člana za strujni oblog. Osnovni harmonički član strujnog obloga zgodno je zatim predočiti kosinusoidom, a analogno tome i ostale periodičke veličine.

Magnetskoj indukciji B također se mijenja predznak kad obilazimo redom N-polove i S-polove po obodu stroja. Prostorni raspored indukcije B po obodu stroja također je dakle periodička funkcija, pa se može rastaviti po Fourieru. I tu pojednostavnjujemo razmatranje na taj način što nadomještamo stvarnu raspodjelu indukcije po obodu osnovnim harmoničkim članom, dakle kosinusoidom. Neka taj val indukcije prethodi valu strujnog obloga za razmak na obodu stroja x_0 kojemu odgovara kut:

$$\psi = \frac{\pi}{\tau_p} x_0.$$

Pri tome je pozitivni predznak pripisan kutu prethođenja vala indukcije prema valu strujnog obloga po obodu stroja. Dakako da kut ψ može poprimiti sve pozitivne i negativne vrijednosti od $+\pi$ do $-\pi$.

Tada se izrazi za strujni oblog i za indukciju mogu pisati:

$$A_x = A_1 \cos \frac{\pi}{\tau_p} x \quad (4)$$

$$B_x = B_1 \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \psi \right). \quad (5)$$

Ovdje treba upozoriti na razliku u izražavanju kad promatramo vremensku i prostornu ovisnost po sinusnom zakonu. Ako je funkcija $f(t)$ vremenski promjenljiva po sinusnom zakonu, pa njezina maksimalna vrijednost nastupa kasnije od maksimalne vrijednosti funkcije $f_1(t)$ za neko vrijeme t_0 , mi kažemo da funkcija $f(t)$ zaostaje za funkcijom $f_1(t)$. Kod sinusne ovisnosti o prostornom argumentu x , za funkciju $f(x)$, kojoj maksimum nastupa pri vrijednosti argumenta za x_0 većoj u usporedbi s funkcijom $f_1(x)$, kažemo da je ona ispred $f_1(x)$. Pomak funkcije f prema f_1 u smjeru većeg argumenta nazivamo *zaostajanjem* ako je argument *vrijeme*, a *prethođenjem* ako je argument *prostorna koordinata*.

Kosinusno raspodijeljeni strujni oblozi u rasporu stroja mogu se sastavljati na poznati način ako ih prikažemo vektorima odgovarajućeg smjera i dužine. Dvostrukom polnom koraku $2\tau_p$ odgovara puni kut 2π . Prema slici 4. vektor usmjerimo prema mjestu maksimalne pozitivne vrijednosti, a veličina mu je jednaka toj vrijednosti A_1 . Strujni oblozi različitih namota mogu se *zbrojiti* vektorskim postupkom u rezultirajući strujni oblog, a može se isto tako kosinusni strujni oblog *rastavljati* u kosinusne komponente. Na isti se način može vektorski prikazivati, te sastavljati i rastavljati na komponente kosinusno raspodijeljena indukcija u rasporu, uz pretpostavku linearnih odnosa, tj. da je $\mu = \text{konst.}$ i da je konstantan zračni raspor. Na slici 4. val indukcije B_1 rastavljen je u komponentu B_d u smjeru po volji odabrane osi d i u komponentu B_q okomitu na taj smjer. Prva se naziva uzdužnom, a druga poprečnom komponentom, s obzirom na odabrani sistem uzdužne i poprečne osi $d-q$.

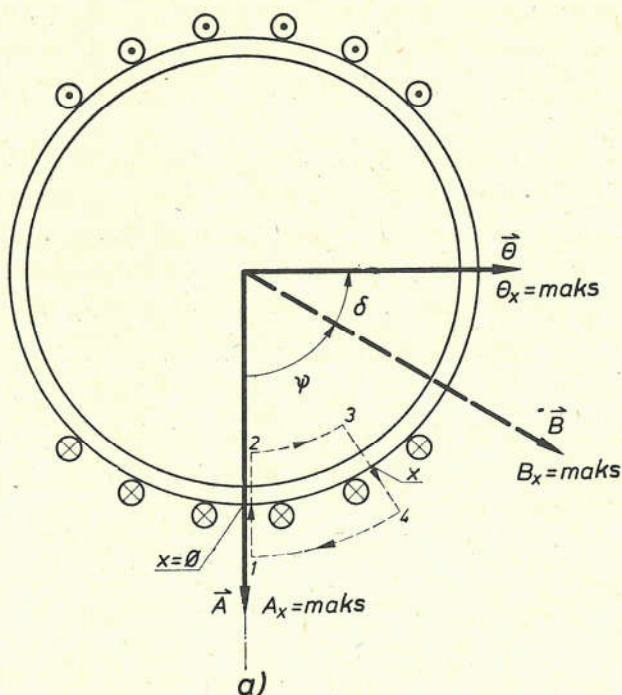
Strujni oblozi određuju magnetsko polje stroja. Po zakonu protjecanja vrijedi za svaku zatvorenu liniju (bila to jedna silnica ili neka druga krivulja):

$$\oint \mathbf{H}_t d\mathbf{l} = \sum I.$$

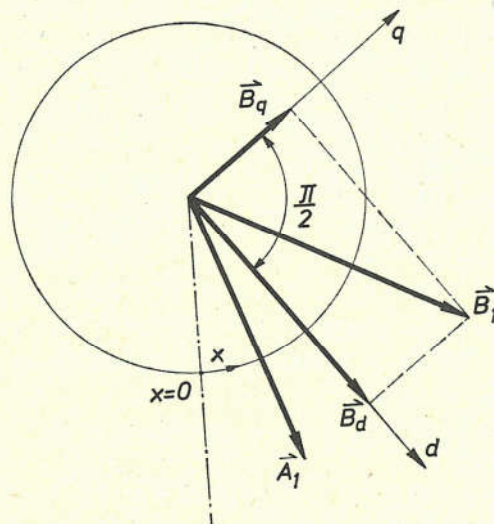
Ako slijedimo bilo koju zatvorenu silnicu po magnetskom krugu, i sastavljamo linijski integral $\oint \mathbf{H}_t d\mathbf{l}$, brzo ćemo vidjeti kako je jakost polja H u dijelovima puta sa željezom toliko manja nego u zračnom rasporu da su unatoč većim dužinama puta magnetski naponi u željezu skromni, a najveći dio ukupne uzbude troši se upravo na zračni raspor. Kao prvu aproksimaciju u daljim razmatranjima možemo, dakle, uzeti kao da su *magnetski padovi napona u željezu zanemarivi i da čitavo protjecanje djeluje na zračni raspor*.

Zbog simetrije očito je da ni jedna silnica koju stvaraju samo promatrane struje ne prolazi kroz raspor upravo na onom mjestu gdje je amplituda osnovnoga harmoničkog člana strujnog obloga (smjer 1–2 na sl. 5). To se mjesto nalazi pri $x = 0$, uzevši da je početna točka kosinusoide strujnog obloga na obodu ona od koje računamo udaljenost x . Ako odaberemo put integracije baš tako da zatvorena krivulja (npr. 1–2–3–4–1 na slici 5.a) prolazi kroz raspor prvo na putu 1–2, gdje silnica nema, a zatim na putu 3–4, gdje tražimo jakost polja u rasporu H_x , linijski integral se svodi na član koji potječe do jakosti polja u rasporu na mjestu udaljenome za x od ishodišne točke ($x = 0$), pomnožene iznosom dužine puta u rasporu:

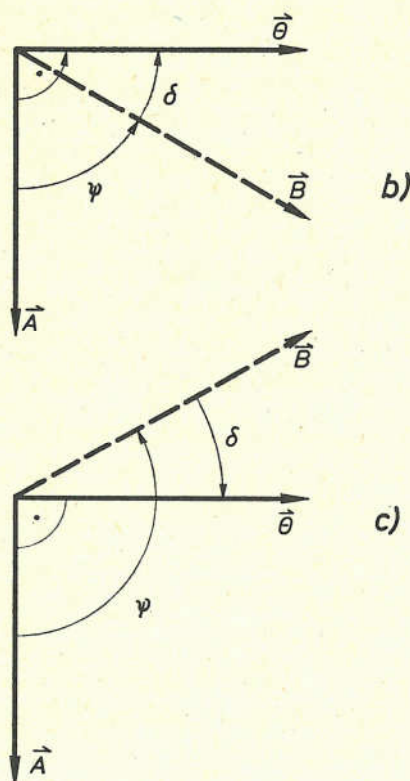
$$\oint \mathbf{H}_t d\mathbf{l} = H_x \delta_x. \quad (6)$$



Sl. 5. Vektori strujnog obloga, protjecanja i raspodjele indukcije



Sl. 4. Prikazivanje strujnog obloga i raspodjele indukcije na obodu stroja vektorima i rastavljanje na komponente u dvoosnom sistemu



Taj je integral jednak sumi obuhvaćenih struja $\sum I$, a to je, pri bilo kako raspoređenoj strujnom oblogu prikazanom funkcijom $A_x = f(x)$:

$$\sum I = \int_0^x A_x dx = \Theta_x. \quad (7)$$

Tu funkciju nazivamo *protjecanjem*, i o njoj direktno ovisi indukcija u rasporu jer možemo na bilo kojem mjestu oboda x postaviti odnos:

$$\begin{aligned} H_x \delta_x &= \Theta_x \\ B_x &= \mu_0 H_x = \frac{\mu_0}{\delta_x} \Theta_x. \end{aligned} \quad (8)$$

Tako definirana funkcija protjecanja, kao zbroj svih obuhvaćenih struja u petlji koja jednom stranom prolazi kroz raspor u zoni gdje te struje ne bi dale polja (a to se podudara s mjestom gdje je kosinusno raspodijeljeni strujni oblog maksimalan), a drugom stranom prolazi na mjestu x koje promatramo, prikladna je ne samo pri magnetskim proračunima već i kod izračunavanja obodne sile i momenta.

Strujnom oblogu raspoređenoj po kosinusnom zakonu:

$$A_x = A_1 \cos \frac{\pi}{\tau_p} x$$

odgovara *protjecanje*:

$$\Theta_x = \int_0^x A_1 \cos \frac{\pi}{\tau_p} x dx = + A_1 \frac{\tau_p}{\pi} \sin \frac{\pi x}{\tau_p} = A_1 \frac{\tau_p}{\pi} \cos \left(\frac{\pi x}{\tau_p} - \frac{\pi}{2} \right), \quad (9)$$

dakle također kosinusno raspodijeljena veličina kojoj amplituda iznosa $\Theta_1 = A_1 \tau_p / \pi$ prethodi za $\pi/2$ amplitudi strujnog obloga. Ako je *strujni oblog* u rasporu A_x predodređen *kosinusoidom*, *protjecanje* Θ_x je prikazano *kosinusoidom* za polovicu polnog koraka ispred krivulje strujnog obloga.

Kosinusno raspodijeljena protjecanja u rasporu mogu se i opet prikazati vektorima, koji veličinom i smjerom pokazuju amplitude kosinusoida i njihov položaj na obodu stroja. Puni kut 2π odgovara u takvu prikazu punoj periodi kosinusne prostorne raspodjele, tj. $2\tau_p$. Kod dvo-polnih strojeva kut u vektorskom prikazu odgovara kutu na obodu stroja, a kod stroja sa $2p$ polova kut vektora je p -puta veći od geometrijskog kuta na obodu stroja. Za razliku od *geometrijskoga* zvat ćemo taj kut *električnim kutom*.

Označimo li sa δ kut od amplitude indukcije $\mathbf{B}$ do amplitude protjecanja $\bar{\Theta}$, računajući ga, kao i kut ψ od amplitude strujnog obloga $\mathbf{A}$ do amplitude indukcije $\mathbf{B}$, pozitivnim u smjeru pozitivnog x , vrijedi uvijek:

$$\psi + \delta = \frac{\pi}{2}. \quad (10)$$

Na slici 5. b prikazan je slučaj gdje su kutovi ψ i δ pozitivni. Često se susrećemo s drukčijim primjerima, kao na slici 5. c, gdje je kut $\psi > \pi/2$ i pozitivan je, a kut δ je negativan.

Više različitih strujnih obloga na obodu stroja (npr. strujni oblog statora i strujni oblog rotora) možemo zbrojiti tako da vektore koji ih prikazuju vektorski zbrojimo. Za takav rezultirajući strujni oblog može se onda odrediti rezultirajuće protjecanje. No isti rezultat daje pretvorba svakoga strujnog obloga u odgovarajuće protjecanje i vektorsko zbrajanje tih protjecanja.

Vektore koji prikazuju veličinu i položaj kosinusnog vala indukcije po obodu stroja ne možemo računati za svako protjecanje zasebno, pa ih na kraju zbrojiti, jer čak i onda ako zanemarimo magnetski otpor u željezu koji ovisi o promjenljivom permeabilitetu μ , ostaje ovisnost indukcije B_x na mjestu x o veličini raspora δ_x na tom mjestu. Kosinusno raspodijeljeno protjecanje Θ_x može dati indukciju u rasporu B_x koja nije kosinusno raspodijeljena, već se temelji na nekoj drugoj periodičkoj zakonitosti, a može se rastaviti na harmoničke članove.

Uvjet za vektorsko zbrajanje jesu linearni odnosi, a oni postoje za protjecanje, a ne za indukciju. Postupak je zato uvijek takav da se odredi *ukupno rezultirajuće protjecanje* $\vec{\Theta}_r$, pa da se onda nađe pripadni *raspored indukcije* B_x i njegov osnovni harmonički član, pomoću kojega se dalje računa. Ako je raspor između statora i rotora konstantan, *podudarati* će se vektori indukcije $\mathbf{B}$ i rezultirajućeg protjecanja $\vec{\Theta}_r$. Ako raspor nije konstantan (istaknuti polovi), vektor indukcije će se pomaknuti od vektora protjecanja $\vec{\Theta}_r$ u smjeru manjega magnetskog otpora (tj. prema osi najbližeg pola).

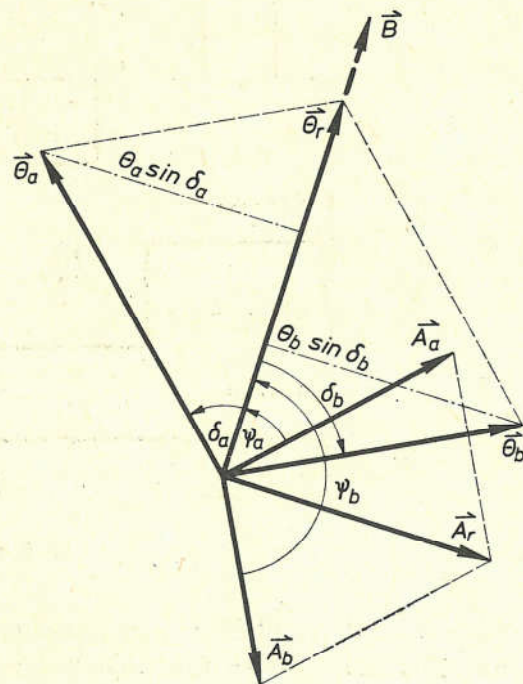
Na slici 6. prikazano je rezultirajuće protjecanje $\vec{\Theta}_r$, sastavljeno od protjecanja statora $\vec{\Theta}_a$ i protjecanja rotora $\vec{\Theta}_b$. Ako su fazni kutovi kosinusoida strujnog obloga prema rezultirajućoj kosinusoidi indukcije bili ψ_a i ψ_b (računajući pozitivnim kut od smjera vektora $\mathbf{A}$ do smjera vektora $\mathbf{B}$ u smjeru računanja udaljenosti po obodu x , tj. suprotno smjeru kazaljke na satu), onda su fazni kutovi kosinusoida protjecanja:

$$\delta_a = +\frac{\pi}{2} - \psi_a, \quad \delta_b = +\frac{\pi}{2} - \psi_b.$$

Kutovi ψ_a i ψ_b su na slici 6. takvi da je $\psi_a < \frac{\pi}{2}$, a $\psi_b > \frac{\pi}{2}$, pa je kut δ_a pozitivan, a kut δ_b negativan.

Za izračunavanje obodnih sila izgleda zgodnije upotrijebiti strujni oblog A_x , a za proračun magnetskih prilika po obodu izgleda zgodnije uzeti protjecanje Θ_x . Upotrebom kosinusne aproksimacije za jednu i drugu veličinu postavljen je među njima jednostavan odnos, tj. *amplitude kosinusoida u čvrstoj su vezi*:

$$\Theta_1 = A_1 \frac{\tau_p}{\pi}, \quad (11)$$



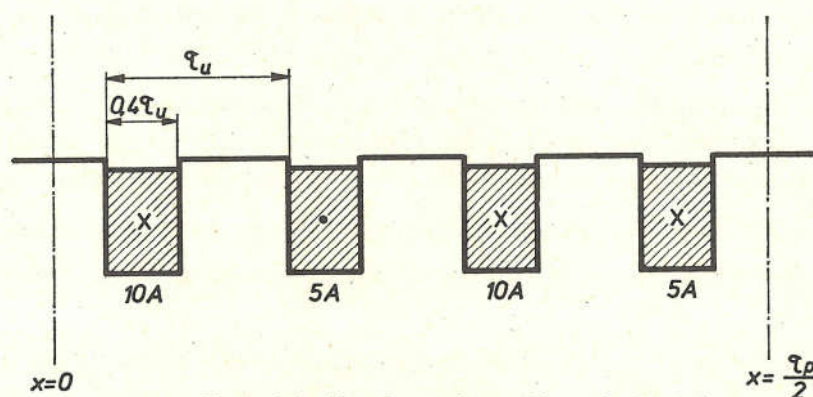
Sl. 6. Sastavljanje strujnih obloga i protjecanja statora i rotora

a kosinusoida protjecanja *prethodi* kosinusoidi strujnog obloga za četvrtinu periode, tj. *za polovicu polnog koraka*. Protjecanje je nula na mjestu gdje je strujni oblog maksimalan, a ono je maksimalno tamo gdje strujni oblog mijenja predznak.

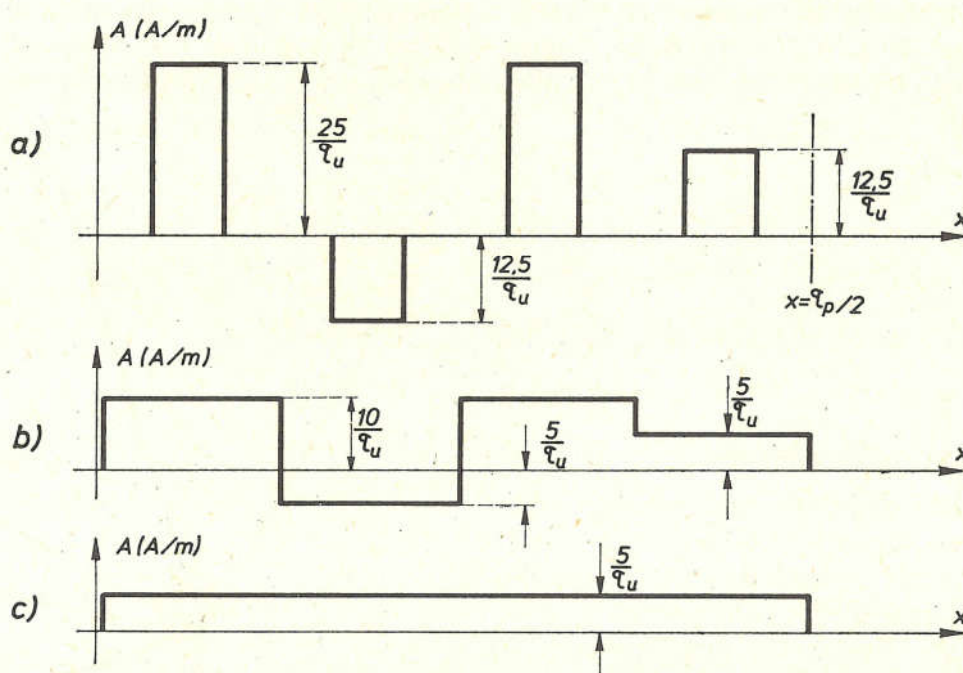
3.1. Zadaci

1. U utorima na obodu stroja struja je raspoređena prema slici 7. Treba nacrtati za promatrani dio oboda: a) krivulju strujnog obloga od točke do točke; b) krivulju prosječne vrijednosti strujnog obloga za pojedini utorski korak τ_u ; c) krivulju prosječne vrijednosti strujnog obloga za čitav promatrani dio oboda dužine $\tau_p/2$. Svugdje označite amplitudu.

[Sl. 8]



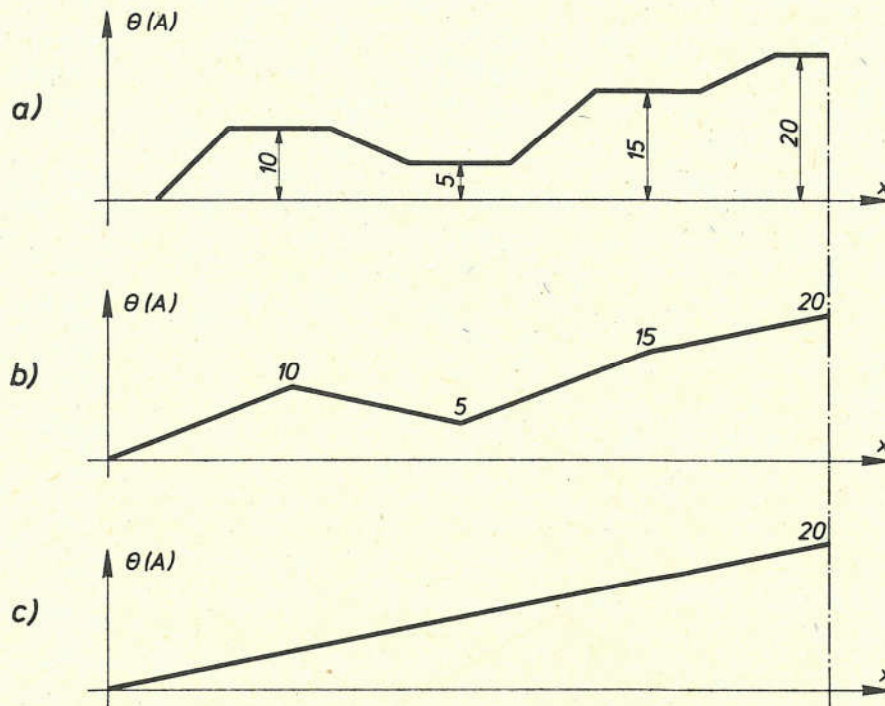
Sl. 7. Određivanje strujnog obloga (zad. 1)



Sl. 8. Rješenje zadatka 1.

2. Ako $x = 0$ na slici 8. označuje simetralu u kojoj je protjecanje $\theta = 0$, treba nacrtati krivulju protjecanja za promatrani dio oboda, uz strujni oblog prema rješenju a, b i c. Označite karakteristične vrijednosti.

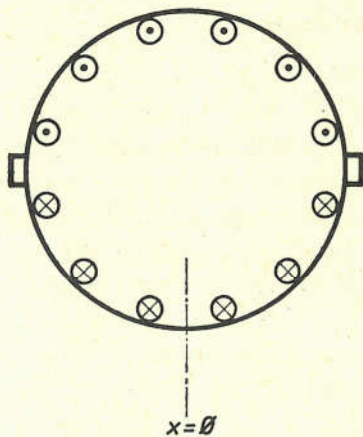
[Sl. 9]



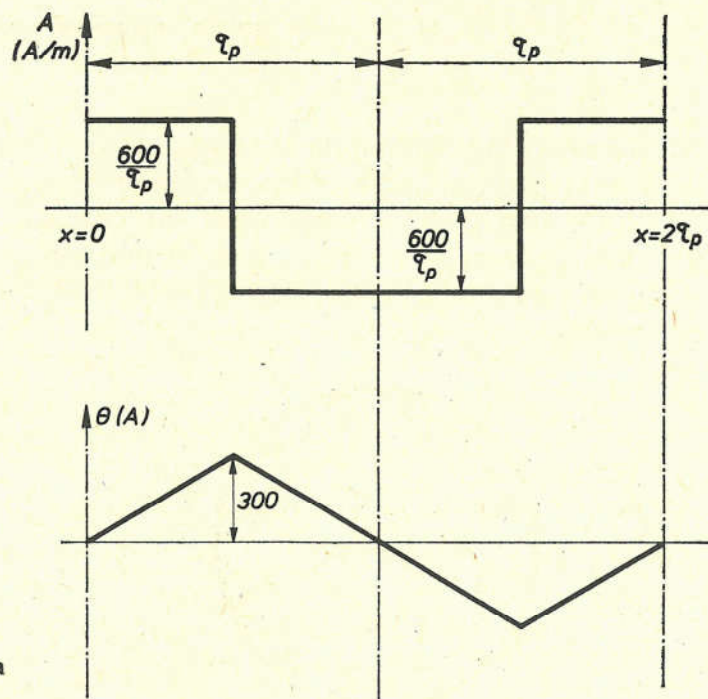
Sl. 9. Određivanje krivulje protjecanja (zad. 2)

3. Raspored struja po obodu rotora istosmjernog stroja prikazan je na slici 10. U svakom se utoru nalazi 10 vodiča. Struja u svakom vodiču je 10 A. Računajući s prosječnom vrijednošću obloga po utorskom koraku, treba nacrtati: a) krivulju strujnog obloga; b) krivulju protjecanja za čitav obod. Označite karakteristične vrijednosti.

[Sl. 11]



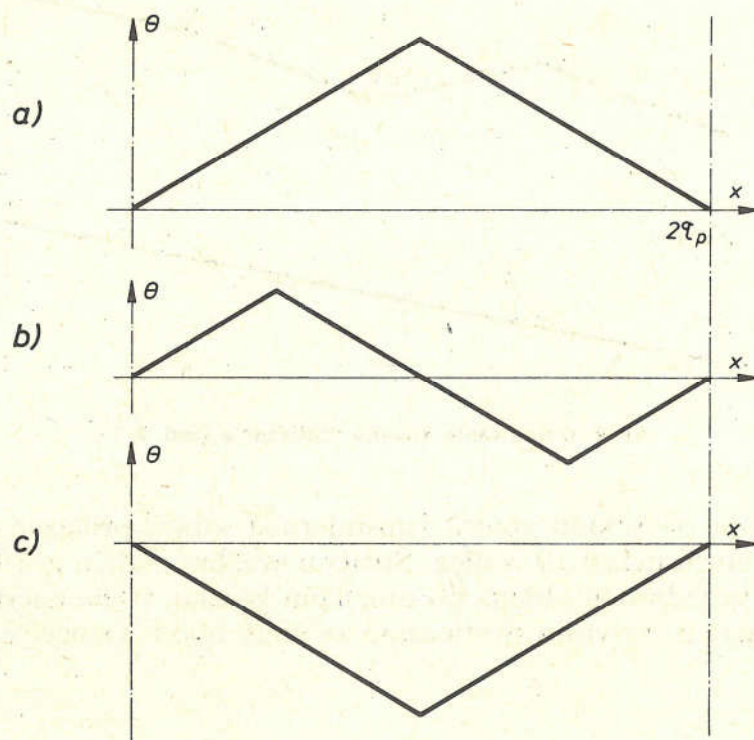
Sl. 10. Raspored struja u zadatku 3.



Sl. 11. Određivanje strujnog obloga i protjecanja (zad. 3)

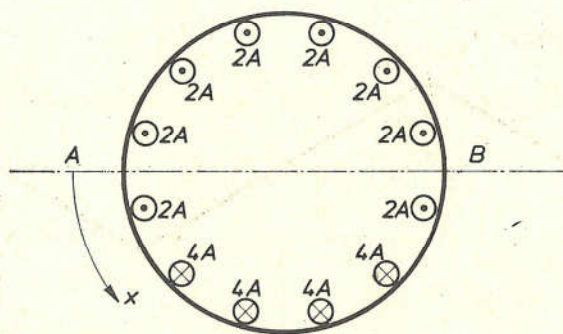
4. Integracija strujnog obloga u 3. zadatku može se započeti na različitim mjestima oboda, pa se dobivaju protjecanja npr. prema slici 12. *a*, *b* ili *c*. Od koje točke na obodu je započeta integracija u sva tri primjera? Koji je postupak ispravan ako je zračni raspor jednolik?

$$[a) x_0 = -\frac{\tau_p}{2}; \quad b) x_0 = 0; \quad c) x_0 = +\frac{\tau_p}{2}; \quad \text{postupak pod } b)]$$

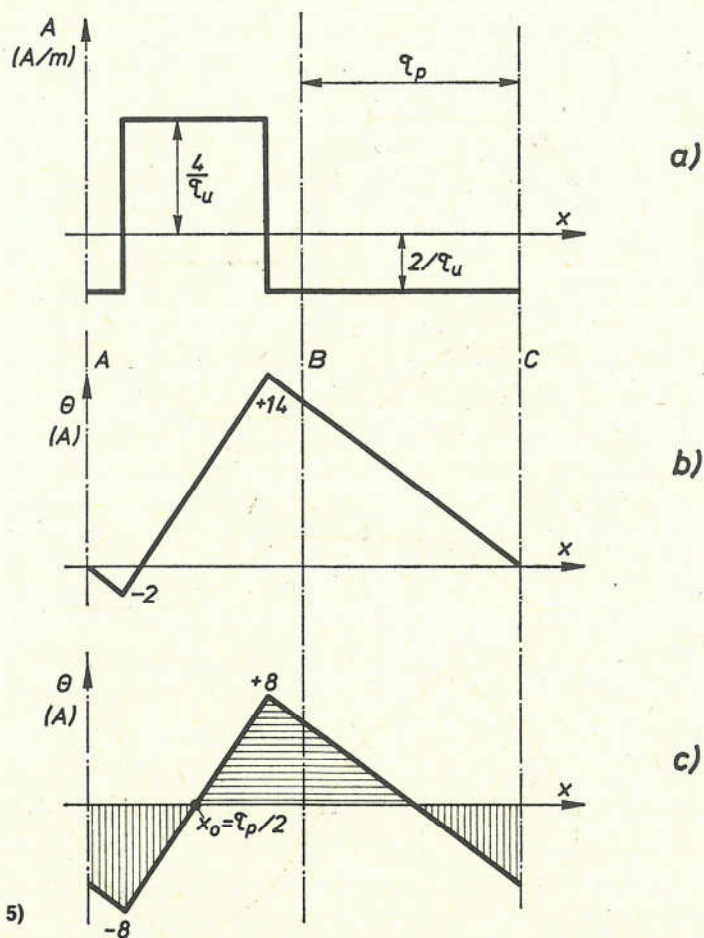


Sl. 12. Izbor granica integracije strujnog obloga (zad. 4)

5. Nesimetrično namotanom armaturom prema slici 13. teku označene struje. Treba nacrtati: a) krivulju strujnog obloga uzduž čitavog oboda; b) krivulju protjecanja počevši integraciju od položaja A; c) ispravnu krivulju protjecanja počevši od točke u kojoj nema silnica, a koju treba odrediti. Gdje se ta točka x_0 nalazi? Računajte s jednolikim strujnim oblogom po čitavome utorskom koraku.



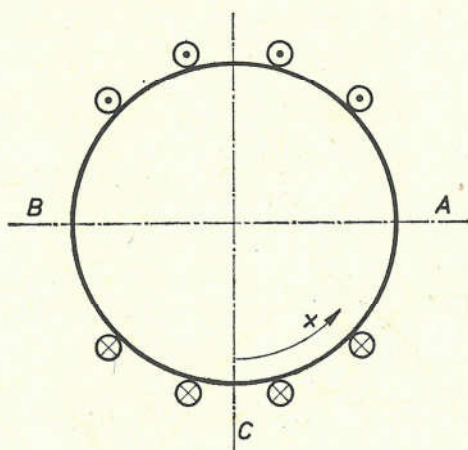
Sl. 13. Raspored struja u zadatku 5.



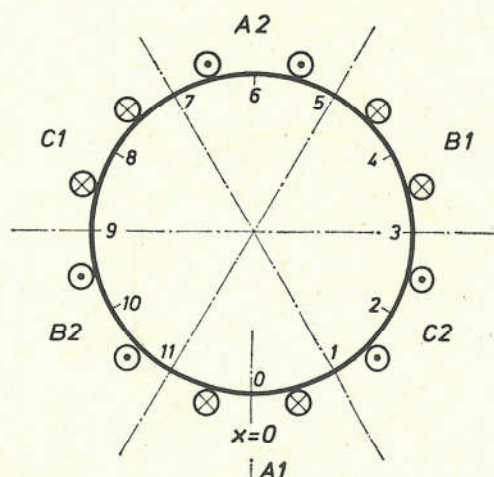
Sl. 14. Strujni oblog i protjecanje (zad. 5)

6. Izmjenični namot prema slici 15. zauzima $2/3$ oboda, a ima po utoru 20 zavoja. Kroz namot teče izmjenična struja od 10 A. Koliko je protjecanje u točkama A, B, C u času: a) kad je struja maksimalna; b) $1/4$ periode poslije; c) $1/2$ periode poslije?

[a) 566 A, -566 A, 0; b) 0, 0, 0; c) -566 A, 566 A, 0]

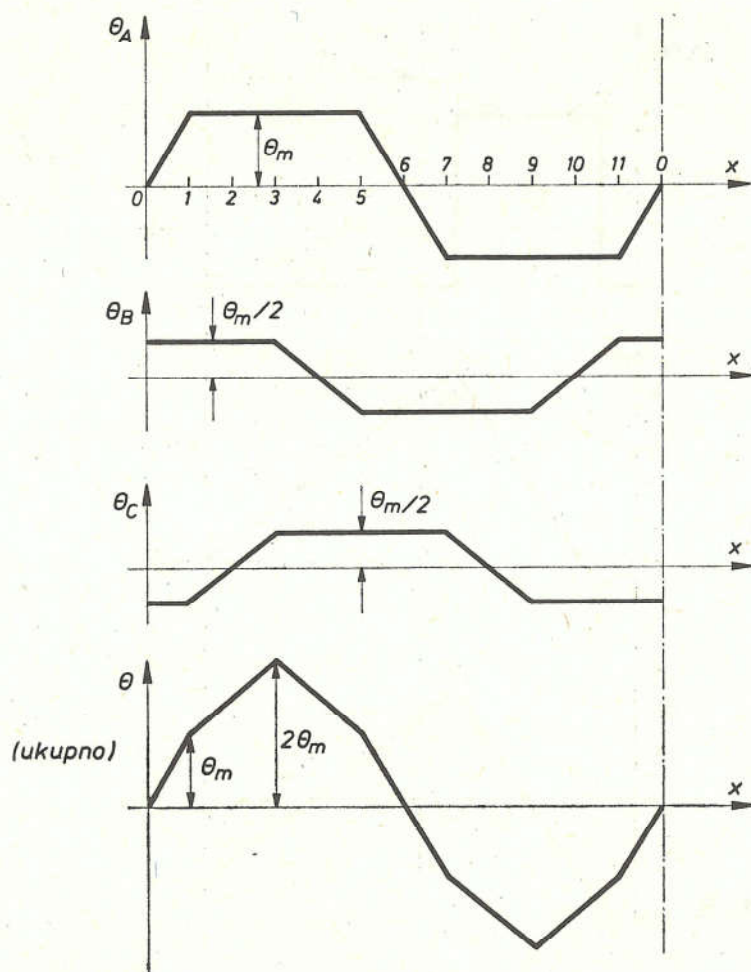


Sl. 15. Protjecanje namota u kojemu teče izmjenična struja (zad. 6)



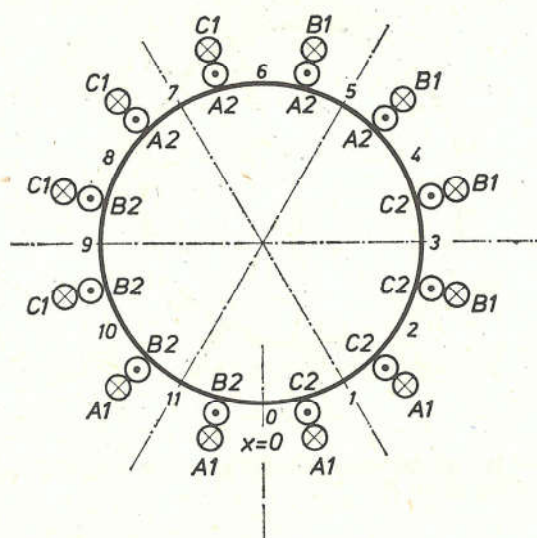
Sl. 16. Protjecanje trofaznoga jednoslojnog namota (zad. 7)

7. Trofazni namot zauzima obod stroja prema slici 16. Treba nacrtati protjecanje faza A, B i C, te ukupno protjecanje u času kad je struja faze A maksimalna.

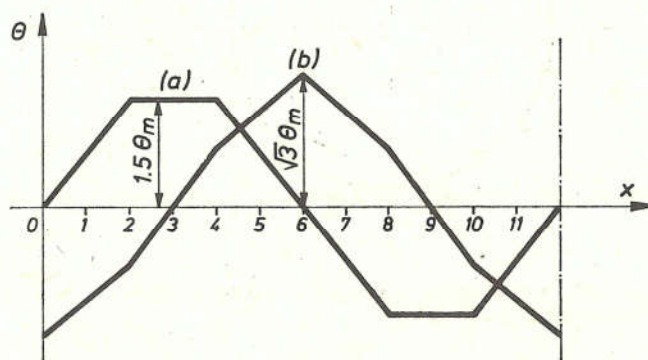


Sl. 17. Rješenje zadatka 7.

8. Trofazni namot smješten je po obodu u dva sloja i raspoređen po fazama prema slici 18. Valja nacrtati ukupno protjecanje: a) u trenutku kad je struja faze A maksimalna; b) 1/4 periode nakon toga.



Sl. 18. Protjecanje trofaznoga dvoslojnog namota (zad. 8)



Sl. 19. Rješenje zadatka 8.

3.2. Zakretni moment

Neka se vodiči nalaze na obodu rotora promjera D (sl. 1) u trenutku kad indukcija na različitim mjestima oboda poprima vrijednosti $B_1, B_2, \dots, B_n \dots B_N$ a struja u vodičima — općenito — $I_1, I_2, \dots, I_n, \dots, I_N$. U tom slučaju djelovat će na rotor zakretni moment koji se može izračunati iz zbroja obodnih sila i radijusa rotora:

$$M = \sum F \frac{D}{2} = \frac{D}{2} \sum_{n=1}^N I_n l B_n.$$

Umjesto zbrajanja diskontinuiranih produkata $I_n l B_n$ po obodu možemo integrirati produkt veličina $dI_x = A_x dx$, l i B_x .

Da bi se dobila obodna sila za jedan par polova, tu integraciju treba provesti od $x = 0$ do $x = 2\tau_p$, tj. za jednu punu periodu. Ako stroj ima p pari polova, potrebno je obodnu silu za jedan par polova pomnožiti sa p jer je slika za svaki par polova ista.

Ovdje se potrebno dogovoriti o značenju *predznaka* pojedinih veličina, kako bi i formalna računica, bez neprestanog pozivanja u pomoć poznatih pravila smjera, dala ispravne rezultate. U prijašnjim razmatranjima uzet je *smjer obilaženja suprotan smjeru kazaljke na satu kao pozitivan*; taj smjer ćemo uzeti i kao pozitivni smjer *vrtnje rotora*, pozitivni smjer *zakretnog momenta* i pozitivni smjer *obodnih sila*.

Ako, dakle, stroj promatramo s one strane s koje je smjer vrtnje pozitivan, *pozitivnim strujnim oblogom* zvat ćemo onaj kod kojega struje teku od nas, u *ravninu presjeka* ($\otimes$), a negativnim onaj suprotni ($\odot$). Pozitivnim protjecanjem nazivat ćemo ono koje pozitivni strujni oblog stvara ispred sebe u pozitivnom smjeru obilaženja oboda stroja, a pozitivnom indukcijom u rasporu onu koja odgovara pozitivnom protjecanju. To znači da će *pozitivno protjecanje* i *pozitivna indukcija* biti uvijek usmjereni *od središta rotacije prema obodu*.

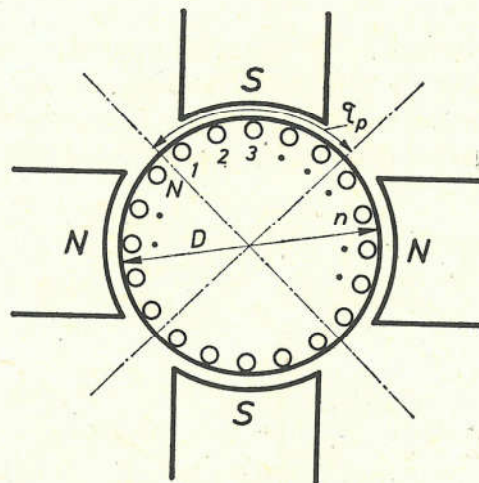
Lako je vidjeti da će pozitivan strujni oblog u području pozitivne indukcije po pravilu lijeve ruke uvijek dati negativnu obodnu silu i negativni moment.

Uz tako utvrđene predznake treba, dakle, pisati za sumu obodnih sila:

$$\sum F = -p \int_0^{2\tau_p} A_x B_x l dx. \quad (1)$$

Ta sila djeluje na obodu stroja, pa je ukupni zakretni moment, uzevši raspored indukcije i strujnog obloga po obodu prema slici 3. iz odjeljka 3.1:

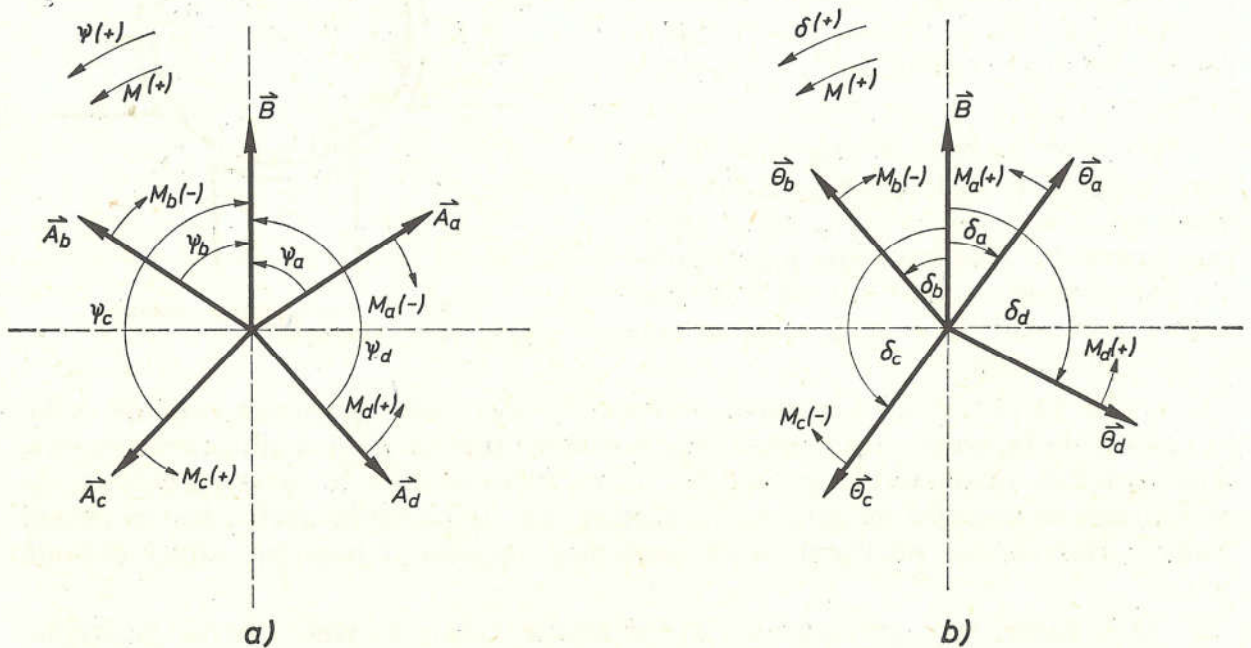
$$M = \frac{D}{2} F = -\frac{D}{2} p l \int_0^{2\tau_p} B_1 A_1 \left[\cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \psi \right) \cos \frac{\pi}{\tau_p} x \right] dx =$$



Sl. 1. Izračunavanje obodne sile i momenta

$$\begin{aligned}
&= -\frac{D l p}{4} B_1 A_1 \int_0^{2\tau_p} \left[\cos \psi + \cos \left(\frac{2\pi}{\tau_p} x - \psi \right) \right] dx = \\
&= -\frac{D l p}{4} B_1 A_1 2 \tau_p \cos \psi = -\frac{D^2 \pi}{4} l B_1 A_1 \cos \psi = \\
&= -V B_1 A_1 \cos \psi.
\end{aligned} \tag{2}$$

Izraz kazuje da zakretni moment ovisi o volumenu rotora, o indukciji B_1 i strujnom oblogu A_1 (specifična opterećenja stroja!), te o kutu ψ , koji određuje međusobni položaj strujnog obloga i rezultirajuće magnetske indukcije. Predznak mu je negativan dok je $|\psi| < \pi/2$, a pozitivan za $|\psi| > \pi/2$ (sl. 2. a).



Sl. 2. Predznak momenta za različite položaje vektora: a) strujnog obloga; b) protjecanja, prema vektoru indukcije

Izvedeni izraz za moment može se prikazati i kao produkt A i komponente $B \cos \psi = B_d$ u smjeru $\vec{A}$ (sl. 5. odjeljak 3.1). Poprečna komponenta B_q ne daje momenta.

Izraz za moment može se prikazati i tako da se umjesto strujnog obloga A_1 uvede protjecanje Θ_1 :

$$M = -\frac{\pi}{\tau_p} V B_1 \Theta_1 \sin \delta_b, \tag{3}$$

gdje je umjesto kuta ψ uvršten kut $\delta = \frac{\pi}{2} - \psi$. U primjeru na slici 6. iz odjeljka 3.1. bio bi kut δ_a pozitivan, a kut δ_b negativan, pa izlazi:

$$\begin{aligned}
M_b &= V \frac{\pi}{\tau_p} B_1 \Theta_b |\sin \delta_b| \\
M_a &= -V \frac{\pi}{\tau_p} B_1 \Theta_a |\sin \delta_a|.
\end{aligned}$$

O predznaku momenta valja reći ovo: pozitivan kut δ (u smjeru u kojemu se računa udaljenost po obodu x) od vektora indukcije $\vec{B}_1$ do vektora protjecanja $\vec{\Theta}_1$ (sl. 2. b) daje negativnu vrijednost momenta. *Negativni moment djeluje suprotno smjeru pozitivnog kuta δ .* Negativni kut δ daje pozitivni moment, suprotnog smjera. Zaključak neovisan o ikakvu dogovoru o predznaku kuta ili o predznaku momenta jest: *Moment koji uzrokuju struje u vodičima djeluje na te vodiče uvijek u takvu smjeru da nastoji dovesti najkraćim putem os njihova protjecanja $\vec{\Theta}_1$ u os rezultirajućeg polja $\vec{B}_1$.*

Lako se vidi iz geometrijskog razmatranja prema slici 6. u odjeljku 3.1. da je:

$$\Theta_a |\sin \delta_a| = \Theta_b |\sin \delta_b|,$$

iz čega se dobiva:

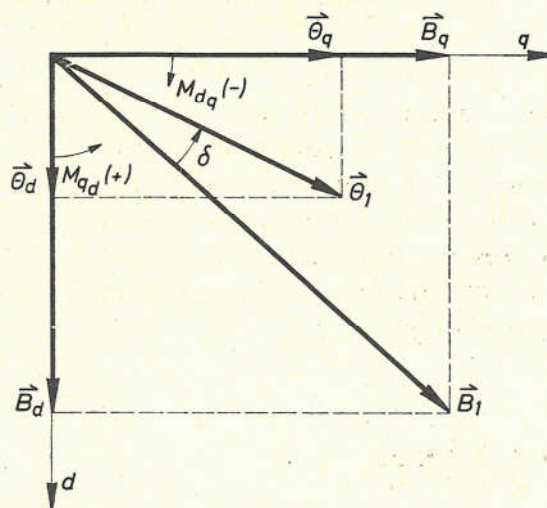
$$M_a = -M_b,$$

pa izrazi za moment pokazuju:

— da na dio stroja koji je *nosilac određenog protjecanja* djeluje određeni *moment*, proporcionalan *amplitudi indukcije B_1 , amplitudi protjecanja Θ_1 i sinus električnog kuta δ obodnog pomaka među njima;*

— da u slučaju dvaju protjecanja koja zajednički stvaraju polje indukcije, npr. statorskog i rotorskog protjecanja, na jedno i na drugo djeluju *jednaki momenti*, ali *suprotnog smisla*. Kako se rezultanta $\vec{\Theta}_r$ uvijek nalazi između obiju komponenta, mora uvijek jedan od kutova δ biti pozitivan, a drugi negativan;

— da *kutu zaostajanja δ protjecanja Θ odgovara pozitivan moment na dio stroja koji je nosilac protjecanja, a kutu prethodenja δ odgovara negativan moment*. Jedan i drugi moment nastoje zakrenuti odgovarajući dio stroja tako da bi se os njegova protjecanja poklopila s osi rezultantnog protjecanja.



Sl. 3. Određivanje momenta iz dvoosnih komponenta vektora protjecanja i indukcije

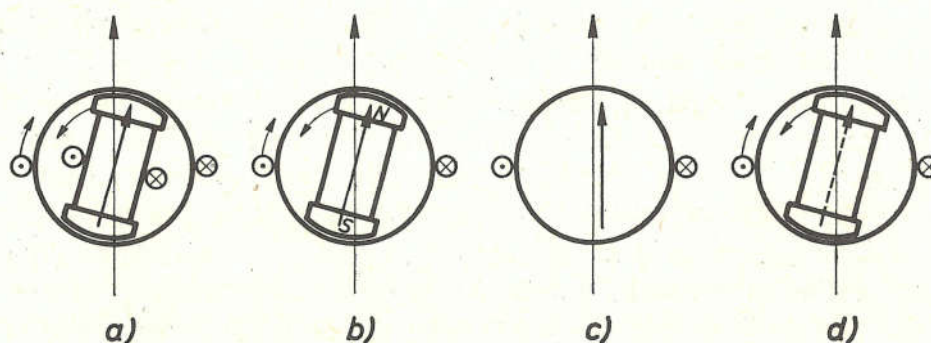
Izraz za moment može se prikazati prema slici 3. i tako da se kosinusno raspodijeljena indukcija $\vec{B}_1$ rastavi na komponente $\vec{B}_d$ i $\vec{B}_q$, a protjecanje $\vec{\Theta}_1$ na komponente $\vec{\Theta}_d$ i $\vec{\Theta}_q$, u dvije bilo kako odabrane međusobno okomite osi d, q . Između $\vec{B}_d$ i $\vec{\Theta}_d$, kao i između $\vec{B}_q$ i $\vec{\Theta}_q$, kut je $\delta = 0$, pa te komponente ne daju momenta.

No između $\mathbf{B}_a$ i $\vec{\Theta}_a$ kut je $\delta_{da} = +\pi/2$, a između $\mathbf{B}_a$ i $\vec{\Theta}_d$ kut je $\delta_{da} = -\pi/2$, pa je ukupni moment koji djeluje na vodiče — nosioce protjecanja — izražen komponentama:

$$M = \frac{\pi}{\tau_p} V (B_a \Theta_d - B_d \Theta_a). \quad (4)$$

Jednaki moment, ali suprotnog predznaka, djeluje na dio stroja koji je nosilac drugog protjecanja što zajedno s $\vec{\Theta}_1$ daje indukciju $\mathbf{B}_1$.

Rotor će uvijek nastojati da se postavi u položaj u kojemu se njegovo uzbuđno protjecanje podudara s uzbuđnim protjecanjem na statoru (sl. 4. a). Ako je rotor ili stator izveden kao *permanentni magnet*, uvijek se mogu zamisliti njegove molekulske struje nadomještene izvanjskom uzbuđnom strujom, pa se vidi da će se i tu javljati moment (sl. 4. b). Ako je rotor *cilindričan, i od mekog željeza*, a ne nosi uzbuđni namot, magnetske čestice će se orijentirati uvijek u smjer vanjske uzbude,



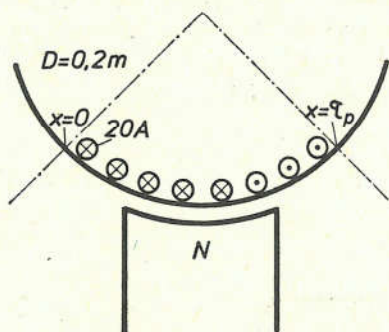
Sl. 4. Uvjeti za stvaranje zakretnog momenta. U statorskom namotu teče struja, a rotor ima: a) namot protjecan strujom; b) permanentne magnete; c) cilindrični oblik od mekog željeza; d) istaknute polove

kako god okrenuli rotor, pa je os rezultirajućeg polja uvijek identična s osi uzbuđnog protjecanja, tj. moment je uvijek $M = 0$ (sl. 4. c). No ako rotor ima *istaknute polove*, tok će se pretežno zatvarati u smjeru manje reluktancije, pa će se u tom smjeru i orijentirati čestice. Os rezultirajućeg polja tada je pomaknuta od osi protjecanja prema osi minimalne reluktancije, pa će se stvarati zakretni moment koji bi doveo rotorsku os minimalne reluktancije u os uzbude. To je tzv. *reluktantni* ili *reakcijski moment* (sl. 4. d).

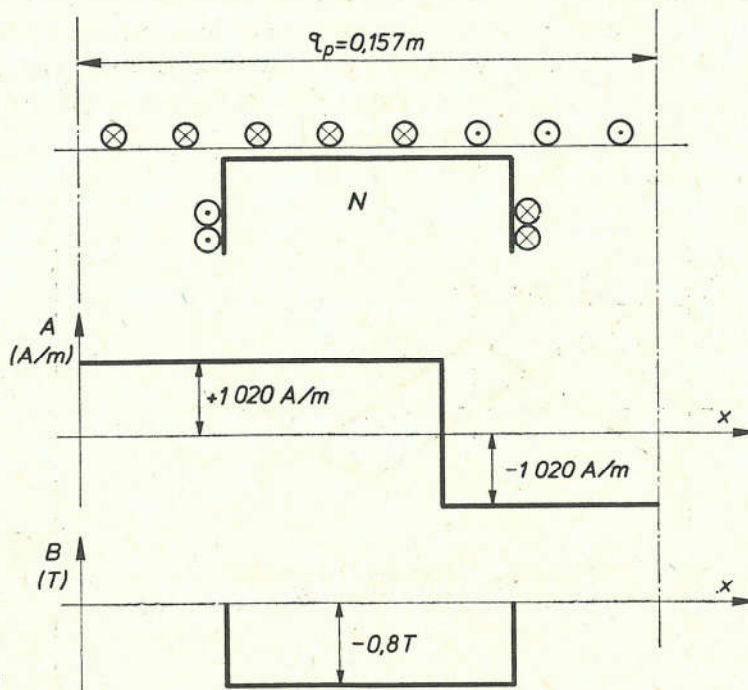
3.2. Zadaci

1. Računajući s konstantnom vrijednošću indukcije $B = 0,8$ T ispod pola 4-polnog stroja na slici 5, treba nacrtati krivulju strujnog obloga i indukcije ako je struja po utoru 20 A, te izračunati veličinu i predznak sume obodnih sila i momenta za sve polove. Dužina stroja je 0,15 m. Da li je rad motorski ili generatorski ako se rotor vrti u pozitivnom smjeru?

[Sl. 6; $F = +19,2$ N; $M = +1,92$ Nm (motorski rad)]



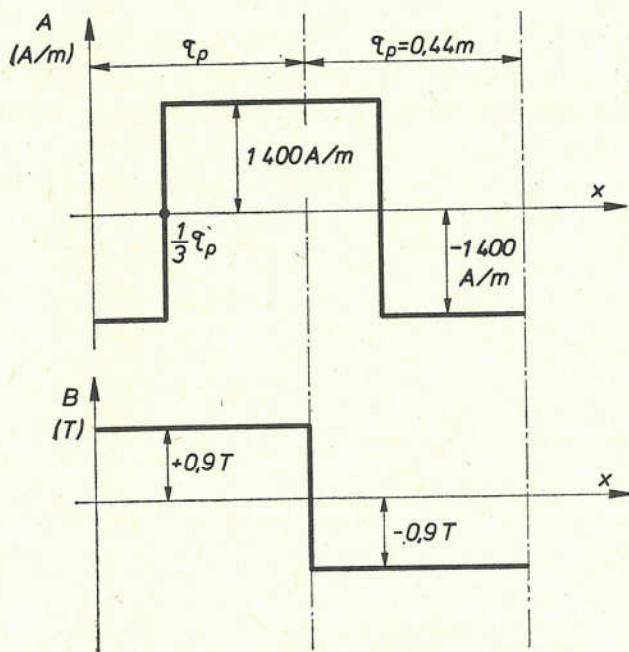
Sl. 5. Izračunavanje momenta iz rasporeda indukcije i strujnog obloga (zad. 1)



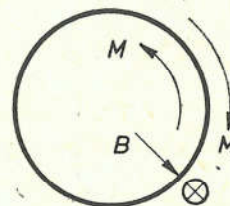
Sl. 6. Rješenje zadatka 1.

2. Uz krivulju strujnog obloga statora i indukcije 2-polnog stroja dužine 25 cm prema slici 7. odredite obodnu silu na rotoru i zakretni moment. Smjer vrtnje je pozitivan. Da li stroj radi kao motor ili kao generator? Označite na presjeku stroja smjer struje i smjer silnica za $x = \frac{2}{3} \tau_p$!

[+92,4 N; +12,9 Nm; motor; sl. 8]



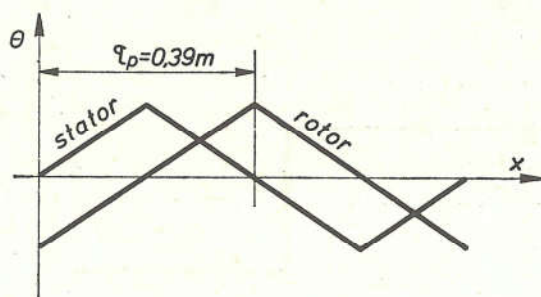
Sl. 7. Izračunavanje momenta iz rasporeda indukcije i strujnog obloga (zad. 2)



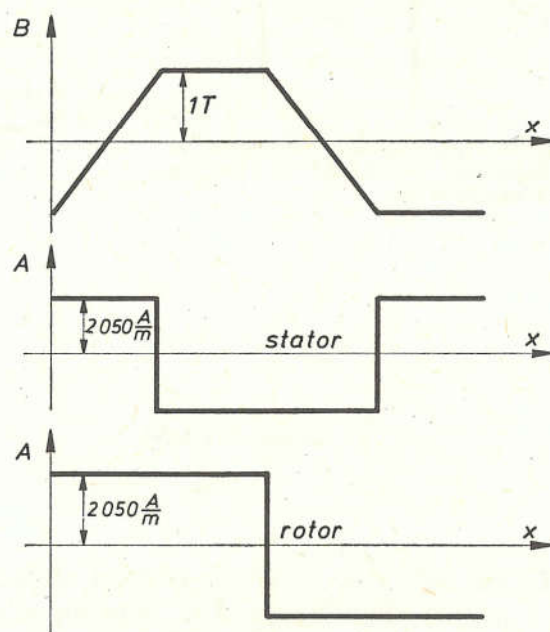
Sl. 8. Rješenje zadatka 2.

3. Na statoru i rotoru 4-polnog stroja krivulje protjecanja izgledaju kao na slici 9 (crtanoj za jedan par polova). Maksimalna vrijednost za stator i za rotor jest 400 A. Treba nacrtati krivulju indukcije u rasporu za jedan par polova ako je raspor svuda iste dužine: $\delta = 0,5$ mm, i krivulje strujnog obloga za stator i za rotor. Označite vrijednosti.

[Sl. 10]



Sl. 9. Određivanje rasporeda indukcije iz protjecanja statora i rotora (zad. 3)



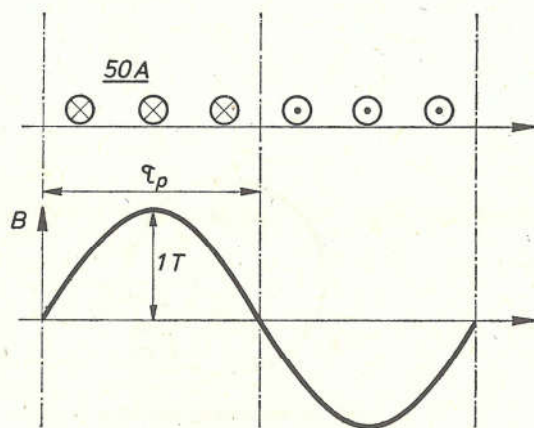
Sl. 10. Rješenje zadatka 3.

4. Dužina stroja u 3. zadatku jest 30 cm. Kolika je obodna sila, a kolik je moment na stator i na rotor? Da li je to generator ili motor? Smjer vrtnje rotora suprotan je smjeru kazaljke na satu.

[+ 480 N, + 119 Nm; - 480 N, - 119 Nm; generator]

5. Na statoru 2-polnog stroja prema slici 11. raspoređene su struje, a indukcija u rasporu raspoređena je sinusno. Stroj je dug 0,1 m, a promjer mu je 0,15 m. Odredite obodnu silu i moment koji djeluje na rotor, te vrstu pogona. Smjer vrtnje je pozitivan.

[+ 20 N, + 1,5 Nm, motor]



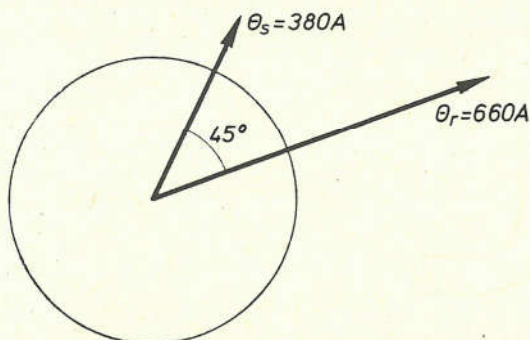
Sl. 11. Obodna sila i moment pri diskontinuiranom rasporedu struja (zad. 5)

6. Sinusno raspoređeno protjecanje rotora zaostaje iza sinusno raspoređene indukcije u rasporu 4-polnog stroja za 1/12 oboda stroja. Amplituda protjecanja je 2 200 A, indukcije 0,9 T, promjer rotora je 0,4 m, a dužina 0,18 m. Kolik je razvijeni moment i da li je generatorski ili motorski? Smjer vrtnje je pozitivan.

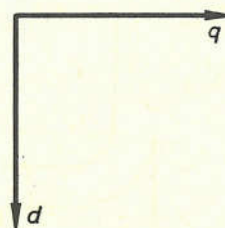
[388 Nm, motorski]

7. Sinusno raspoređena protjecanja 2-polnog stroja promjera od 0,466 m s volumenom rotora od 0,04 m³ predočena su vektorima na slici 12. Kolik moment razvija stroj i da li radi kao generator ili kao motor? Zračni raspor je konstantnog iznosa $\delta = 1,5$ mm. Smjer vrtnje je pozitivan.

[$\Theta = 967$ A, $B = 0,81$ T, $M = 25,5$ Nm, motor]



Sl. 12. Određivanje momenta iz vektora statorskog i rotorskog protjecanja (zad. 7)



Sl. 13. Određivanje momenta iz komponenata $\mathbf{B}$ i Θ u dvoosnom sistemu

8. Indukcija u rasporu i protjecanje statora određeni su komponentama u po volji odabranim električki međusobno okomitim osima d i q (sl. 13):

$$B_d = 0,78 \text{ T}, \quad \Theta_{sd} = 1\,530 \text{ A},$$

$$B_q = 0,45 \text{ T}, \quad \Theta_{sq} = 1\,280 \text{ A}.$$

Stroj je 4-polni, promjer mu je 40 cm i dužina 20 cm. Kolik će biti razvijeni moment i kakav je pogon? Smjer vrtnje je pozitivan.

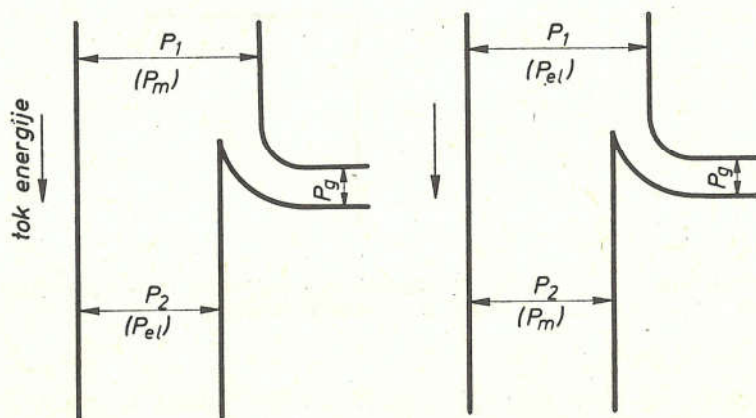
[$M_s = -78$ Nm; $M_r = +78$ Nm; motorski]

3.3. Energetska slika +

Pri radu električnih strojeva javlja se energija u različitim oblicima i na različitim mjestima. Tu je u prvom redu *električna energija* koju stroju dovodimo ili je iz stroja dobivamo. Zatim je *mehanička energija* koju stroj proizvodi ili mu je dovodimo. Struje u vodičima pretvaraju jedan dio električne energije u *toplinsku energiju* jer se razvija Jouleova toplina I^2R . Isto tako promjene magnetskog polja stvaraju toplinu jer se induciraju vrtložne struje u magnetskom krugu, i jer se zbog histereze dio energije pretvara u toplinu. Trenjem osovine u ležajima, a također trenjem i vrtloženjem zraka oko rotirajućih dijelova nastaje toplina. Vibracije se iz stroja šire kao mehanički ili akustički titraji, koji se prigušuju i pretvaraju na kraju i opet u toplinu, a isto tako promjene električnih i magnetskih polja emitiraju

— doduše vrlo malu — energiju u obliku elektromagnetskih valova (radio-emisije) koja se na kraju pretvara u toplinu. Znatna energija akumulirana je u dijelovima koji se gibaju kao *kinetička energija*, a u magnetskom polju vezana je također *energija magnetskog polja*, koju je trebalo dovesti da bi se ono uspostavilo. Isto vrijedi i za *energiju električnog polja*, iako je ona uvijek znatno manjeg reda veličine.

Energetska slika stroja postaje mnogo preglednija ako se postavi bilanca prolaska energije kroz stroj. U *stacionarnom stanju*, a to znači kad su se vrijednosti napona, struje i brzine vrtnje ustalile (kod izmjeničnih struja, dakako, efektivne vrijednosti), najbolje je promatrati snagu, tj. energiju u jednoj sekundi. Dovedena snaga P_1 uvijek je veća od *predane snage* P_2 jer se jedan njezin dio P_g , koji nazivamo *gubicima*, pretvara u toplinu. Kod generatora (sl. 1. a) dovodimo mehaničku snagu P_1 , a dobivamo električnu snagu P_2 . Kod motora (sl. 1. b) je obratno — dovodi se električna snaga P_1 , a dobiva mehanička snaga P_2 . Gubici P_g nisu poželjni iz dva razloga: 1. mora se dovesti veća energija no što je na izlazu dobivamo,



Sl. 1. Bilanca prolaska energije u stacionarnom stanju za a) generator; b) motor

a to povisuje cijenu pretvorene energije; 2. gubici koji se pretvaraju u toplinu u stroju zagrijavaju stroj, i kad se ne bismo brinuli da se toplina stalno i efikasno odvodi, brzo bi stroj na pojedinim mjestima dosegao temperature koje bi uništile izolaciju i onemogućile njegov rad. Poželjno je, dakle, da gubici P_g budu što manji, a budući da vrijedi:

$$P_1 = P_2 + P_g,$$

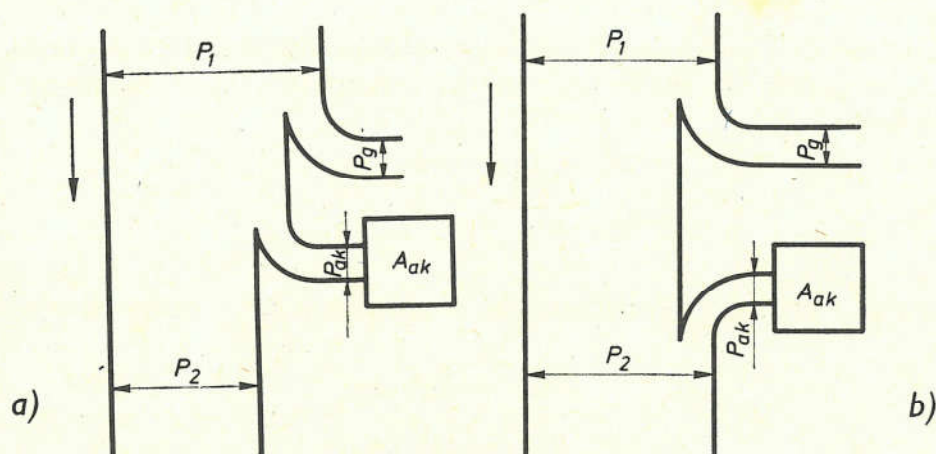
bit će omjer:

$$\eta = P_2/P_1,$$

tj. omjer predane i primljene snage stroja to bliže jedinici što su gubici manji. Taj se omjer naziva *korisnost* stroja.

Kod *prijelaznih pojava* pri promjeni pogonskog stanja stroja mijenja se i akumulirana energija u zamašnim masama, te u magnetskom (i električnom) polju, jer se mijenjaju brzina, naponi i struje. Prema tome da li se akumulirana energija povećava ili smanjuje, mijenjat će se bilanca (sl. 2). Jedan dio dovedene snage povećavat će akumuliranu energiju, ili će se iz akumulirane energije jedan dio osloboditi i povećavati raspoloživu snagu iz koje se pokrivaju predana snaga i gubici. Bilanca je općenito:

$$P_1 = P_2 + P_g \pm P_{ak}. \quad (3)$$



Sl. 2. Energetska bilanca kod prijelaznih stanja pri: a) povećavanju; b) oslobađanju akumulirane energije

Činjenica da se pri oslobađanju akumulirane energije uz $P_{ak} > P_g$ može dogoditi da korisnost bude $\eta > 1$ nema nikakva značenja jer je to kratkotrajna prijelazna pojava.

Akumulirana energija u *zamašnoj masi* iznosi, kako je već pokazano:

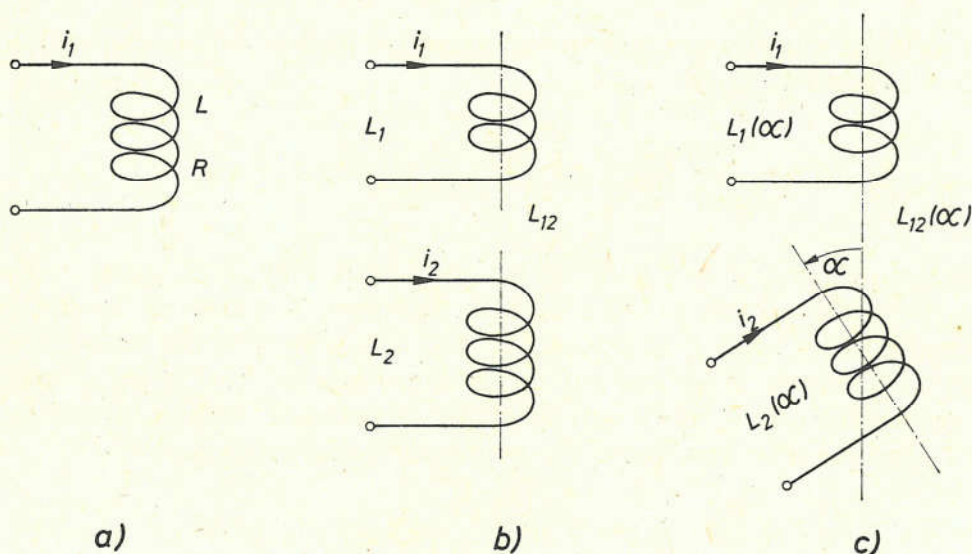
$$A_k = J \frac{\omega^2}{2}. \quad (4)$$

Za stvaranje magnetskog polja u jednom svitku (sl. 3. a) troši se rad:

$$dA = u i dt = \left(Ri + L \frac{di}{dt} \right) i dt = Ri^2 dt + Li di. \quad (5)$$

Prvi član predstavlja *strujnu toplinu* u namotu, a drugi član dio energije koji se akumulira u magnetskom polju. Kod struje i bit će *energija u magnetskom polju svitka*:

$$A_\phi = \int_0^i Li di = \frac{Li^2}{2}. \quad (6)$$



Sl. 3. Energetsko promatranje: a) induktivnog svitka; b) dvaju nepomičnih svitaka; c) dvaju međusobno pomičnih induktivnih svitaka

Za dva mirna svitka sa strujama i_1 i i_2 , samoinduktivitetima L_1 i L_2 te međuinduktivitetom L_{12} , uzevši da su djelatni otpori zanemarivi (sl. 3. b), mogu se izraziti ulančeni tokovi:

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + L_{12} i_2$$

$$\Psi_2 = L_2 i_2 + L_{12} i_1,$$

pri čemu su L_1 , L_2 i L_{12} konstante. Kod porasta jedne i druge struje induciraju se naponi:

$$-u_1 = d\Psi_1/dt$$

$$-u_2 = d\Psi_2/dt.$$

Prirasti tokova mogu se dobiti diferenciranjem izraza za Ψ_1 i Ψ_2 , uz napomenu da su L_1 , L_2 i L_{12} konstante:

$$d\Psi_1 = L_1 di_1 + L_{12} di_2$$

$$d\Psi_2 = L_2 di_2 + L_{12} di_1.$$

Ukupno dovedena energija u vremenu dt može se izračunati kao zbroj energije dovedene svakom od strujnih krugova:

$$dA = dA_1 + dA_2 = (-u_1 i_1 - u_2 i_2) dt = i_1 d\Psi_1 + i_2 d\Psi_2.$$

U razmatranju su zanemareni djelatni otpori strujnih krugova, tj. uzeto je $R_1 = R_2 = 0$, pa nema nikakva utroška energije na stvaranje Jouleove topline. Svici su mirni, pa magnetske sile na vodiče ne mogu vršiti nikakav mehanički rad. Iz toga izlazi da je *sva* dovedena energija utrošena na izgradnju magnetskog polja; ona je akumulirana u magnetskom polju:

$$dA = dA_\phi = L_1 i_1 di_1 + L_{12} i_1 di_2 + L_2 i_2 di_2 + L_{12} i_2 di_1. \quad (7)$$

Odatle se dobiva ukupna energija magnetskog polja kad struje porastu od vrijednosti 0 do vrijednosti i_1 ili i_2 :

$$A_\phi = \int dA_\phi = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + L_{12} i_1 i_2. \quad (8)$$

Zanimljiv je primjer *međusobno pomičnih svitaka* (sl. 3. c), gdje o njihovu međusobnom položaju, dakle o kutu α , ovisi i njihov međusobni induktivitet L_{12} i vlastiti induktivitet svakog svitka, L_1 ili L_2 . To odgovara slici električnog stroja s namotima na statoru i rotoru, pri čemu samoinduktiviteti ovise o magnetskom otporu (reluktanciji), koji može biti za različite položaje različit. Induktiviteti L_1 , L_2 i L_{12} tada više nisu konstante, pa promjene tokova iznose:

$$d\Psi_1 = L_1 di_1 + i_1 dL_1 + L_{12} di_2 + i_2 dL_{12}$$

$$d\Psi_2 = L_2 di_2 + i_2 dL_2 + L_{12} di_1 + i_1 dL_{12}.$$

Dovedena energija je tada:

$$dA = i_1 d\Psi_1 + i_2 d\Psi_2 = L_1 i_1 di_1 + i_1^2 dL_1 + L_{12} i_1 di_2 + i_1 i_2 dL_{12} + L_2 i_2 di_2 + i_2^2 dL_2 + L_{12} i_2 di_1 + i_1 i_2 dL_{12}. \quad (9)$$

Budući da se jedan svitak zakrenuo za $d\alpha$, dovedena energija nije utrošena samo na izgradnju magnetskog polja nego i za mehanički rad:

$$dA = dA_\phi + dA_m, \quad (10)$$

gdje je:

$$dA_m = M d\alpha, \quad (11)$$

tj. taj izvršeni mehanički rad može se iskazati radom zakretnog momenta M pri zakretu za kut $d\alpha$. Zakretni se moment može, dakle, odrediti iz:

$$M = \frac{dA_m}{d\alpha}, \quad (12)$$

gdje je:

$$dA_m = dA - dA_\phi.$$

Prirast dovedene energije dA uz promjenljive induktivitete izračunan je u izrazu (9), a prirast akumulirane magnetske energije dobiva se diferenciranjem izvedenog izraza za magnetsku energiju A_ϕ , no uzevši u obzir da su L_1 , L_2 i L_{12} također promjenljive veličine:

$$dA_\phi = L_1 i_1 di_1 + \frac{1}{2} i_1^2 dL_1 + L_2 i_2 di_2 + \frac{1}{2} i_2^2 dL_2 + L_{12} i_1 di_2 + L_{12} i_2 di_1 + i_1 i_2 dL_{12}. \quad (13)$$

Odbijanjem prirasta magnetske energije od prirasta dovedene energije dobiva se:

$$dA_m = \frac{1}{2} i_1^2 dL_1 + \frac{1}{2} i_2^2 dL_2 + i_1 i_2 dL_{12}, \quad (14)$$

pa se odatle izvodi izraz za zakretni moment:

$$M = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL_1}{d\alpha} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{d\alpha} + i_1 i_2 \frac{dL_{12}}{d\alpha}. \quad (15)$$

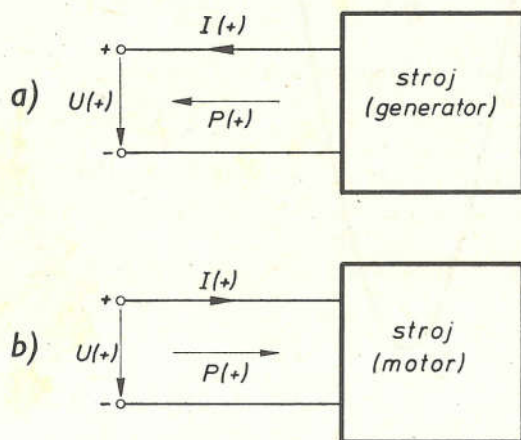
Prva dva člana postoje samo ako je $dL_1/d\alpha \neq 0$ i $dL_2/d\alpha \neq 0$, a to će biti ako je *reluktancija za različite položaje rotora različita*. Zato se ti momenti nazivaju *reluktantnim* momentima. Treći je član uvijek prisutan jer se međuinduktivitet mijenja zakretanjem, bez obzira na otpor magnetskog kruga, ali *uz uvjet da u oba svitka teku struje*.

Objašnjenje: sve sin- odn. cos- funkcije daju prosječnu vrijednost $\emptyset$; samo ako je koeficijent uz vrijeme t u sin-funkciji ili cos-funkciji jednak nuli, funkcija može postati konstantna, tj. srednja vrijednost joj može biti različita od nule. Jednostavne transformacije pokazuju da je taj uvjet ispunjen ako je:

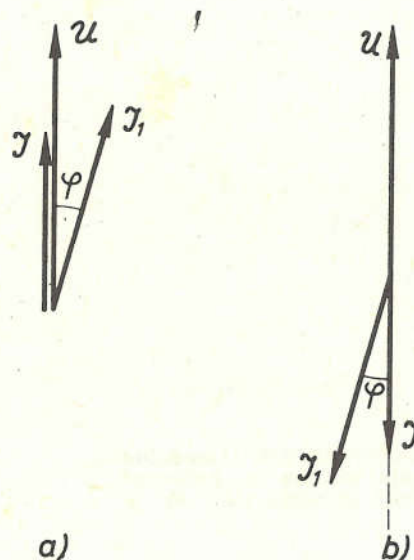
$$[a) (\omega \mp 2\omega_m)t = \emptyset; \quad b) (2\omega \mp 4\omega_m)t = \emptyset; \quad c) (2\omega \mp 24\omega)t = \emptyset]$$

3.4. Predznaci napona, struja i snaga

Kod određivanja predznaka napona, struja i snaga potreban je oprez. Isti stroj može raditi kao generator ili kao motor. U prvom slučaju govorimo da generator »daje« i mreža »uzima« struju, a isto tako i snagu. Ako generator postepeno prijeđe u motorski rad, možemo reći da generator »daje« negativnu struju i snagu ili da motor »uzima« pozitivnu struju i snagu. Da bi pogonsko stanje stroja bilo jasno definirano, treba dogovorno odrediti *predznak napona* i *smjer struje* kojemu se pripisuje pozitivni predznak. Pri tome su moguća oba sistema: *generatorski* (sl. 1. a), gdje pozitivna struja izlazi iz stroja na stezaljci pozitivnog polariteta, i *motorski* (sl. 1. b), gdje pozitivna struja ulazi u stroj na stezaljci pozitivnog polariteta. *Kod generatorskog sistema pozitivna je ona snaga koju stroj predaje, a kod motorskog sistema ona koju stroj uzima.*



Sl. 1. Definicija predznaka napona, struje i snage u: a) generatorskom; b) motorskom sistemu



Sl. 2. Simbolički vektori (fazori) napona i struja generatora u: a) generatorskom; b) motorskom sistemu

U strojeva izmjenične struje i napon i struja mijenjaju predznak. Može se, međutim, i tu prihvatiti jedan od izložena dva sistema označavanja. Fazor (kazalo, simbolički vektor) struje u istom smjeru s fazorom napona znači u generatorskom sistemu struju koja u času maksimuma teče iz pozitivne stezaljke stroja, a u motorskom je sistemu obrnuto. Na slici 2. a prikazan je slučaj generatora opterećenoga strujom $\mathcal{I}$ uz fazni pomak $\emptyset$, ili $\mathcal{I}_1$ uz fazni pomak φ , sve u generatorskom sistemu. Na slici 2. b prikazano je isto pogonsko stanje (dakle generatorski rad) u motorskom sistemu.

Radna snaga kod izmjenične struje dobiva se kao produkt $U I \cos \varphi$, a jalova snaga $U I \sin \varphi$. Kod simboličkog označavanja:

$$\mathcal{U} = U e^{j\alpha}$$

$$\mathcal{I} = I e^{j\beta}$$

bio bi produkt:

$$\mathcal{U} \mathcal{I} = U I e^{j(\alpha+\beta)}$$

Potrebno je, međutim, da se dobije razlika kutova (sl. 3):

$$\varphi = \alpha - \beta.$$

Zato se snaga računa tako da se uvrsti *konjugirano kompleksni* simbol umjesto struje $\mathcal{I}$:

$$\mathcal{I}^* = I e^{-j\beta},$$

(1)

Sl. 3. Računanje snage simboličkom metodom

što daje kompleksnu prividnu snagu kojoj je realna komponenta jednaka radnoj, a imaginarna jalovoj snazi:

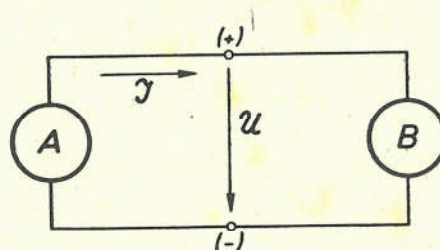
$$\mathcal{P} = \mathcal{U} \mathcal{I}^* = U I e^{j(\alpha-\beta)} = U I \cos \varphi + j U I \sin \varphi = P_r + j P_j. \quad (2)$$

I ovdje je kod generatorskog sistema pozitivna radna snaga ona koju generator *predaje*, a kod motorskog sistema ona koju motor *uzima*. Na isti je način *pozitivnim predznakom* označena *induktivna*, a *negativnim kapacitivna* (sl. 3) snaga koju generator šalje u mrežu u generatorskom sistemu, ili koju motor uzima iz mreže u motorskom sistemu.

3.4. Zadaci

- Oznaka polariteta i stvarni polaritet na stezaljkama strojeva podudaraju se, te su zajedno sa smjerom struje označeni na slici 4. Apsolutni iznosi napona i struje su 110 V i 15 A. Treba izračunati visinu napona i jakost struje, te snagu, s odgovarajućim predznakom za stroj A i za stroj B, i to: a) u generatorskom; b) u motorskom sistemu prikazivanja.

- [a) A + 110 V, + 15 A, + 1 650 W
 B + 110 V, - 15 A, - 1 650 W;
 b) A + 110 V, - 15 A, - 1 650 W
 B + 110 V, + 15 A, + 1 650 W]

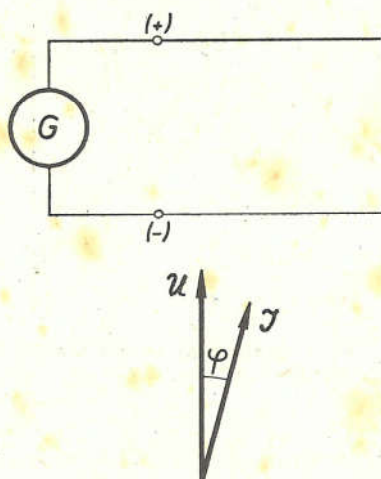


Sl. 4. Uz zadatak 1.

2. Oznake stezaljki na generatoru i vektorski dijagram predloženi su na slici 5. Valja označiti stvarni polaritet napona i smjer struje, te smjer toka energije, u času:

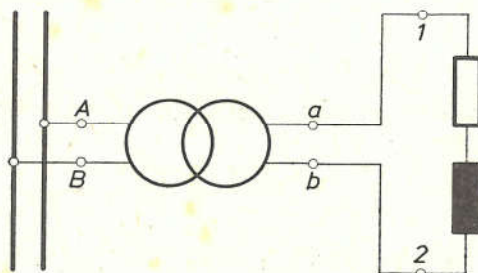
$$a) t = 0; \quad b) t = \frac{1}{8} T; \quad c) t = \frac{1}{4} T; \quad d) t = \frac{1}{2} T$$

($T = \frac{1}{50}$ s jest trajanje periode, a kut faznog pomaka je $\varphi = 45^\circ$).



Sl. 5. Uz zadatak 2.

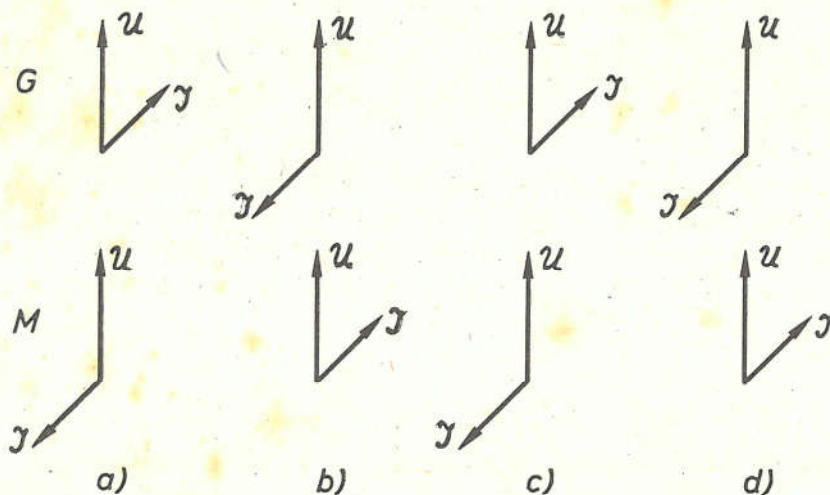
$$\begin{array}{l} u \quad i \quad P_r \\ [a) \pm \rightarrow \rightarrow; \quad b) \text{ kao a);} \\ u \quad i \quad P_r \quad u \quad i \quad P_r \\ c) 0 \rightarrow 0; \quad d) \mp \leftarrow \rightarrow] \end{array}$$



Sl. 6. Uz zadatak 3.

3. Transformator prema slici 6. ima polaritet (+) na stezaljci A primarne strane u istom trenutku kada je (+) na stezaljci a sekundarne strane. Potrošač koji uz omski otpor sadrži i induktivitet ima pozitivni priključak na stezaljci 1. Treba nacrtati, zanemarujući padove napona i struju magnetiziranja transformatora, kvalitativni izgled vektorskog dijagrama za: a) mrežu; b) primarnu stranu transformatora; c) sekundarnu stranu transformatora; d) potrošača, služeći se konzekventno generatorskim (G) i motorskim sistemom (M).

[Sl. 7]



Sl. 7. Rješenje zadatka 3.

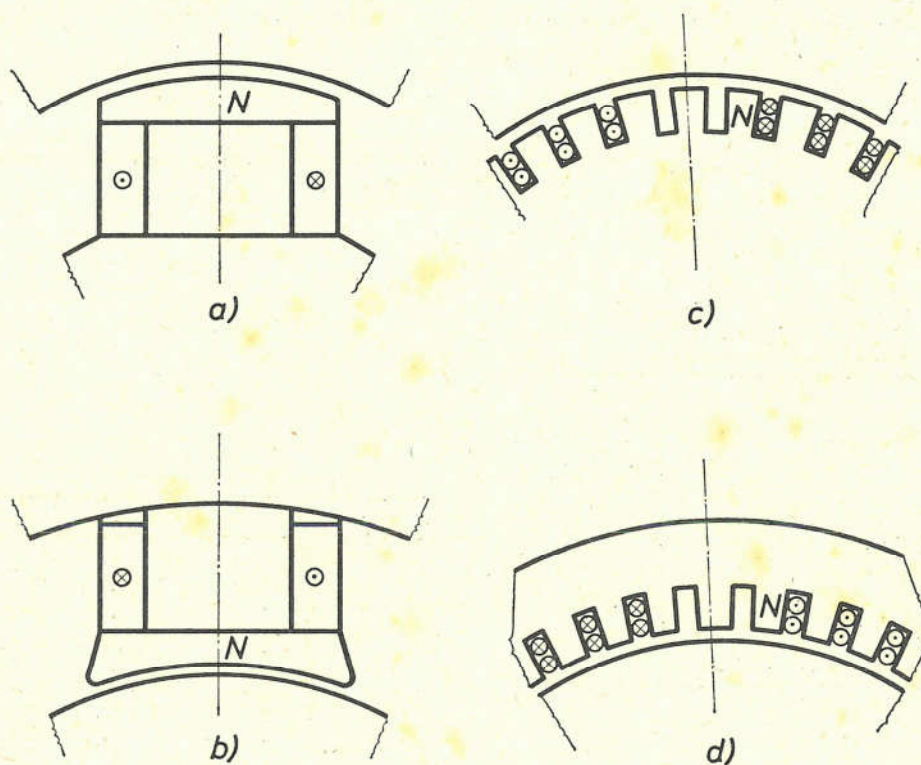
4. Napon i struja stroja zadani su u motorskom sistemu kompleksnim izrazima $220 \angle 0^\circ$ i $20 \angle -150^\circ$. Da li stroj uzima ili daje: a) radnu snagu; b) induktivnu snagu?

$$[P = -3810 + j2200, \quad a) \text{ stroj daje } 3810 \text{ W u mrežu (generator);} \\ b) \text{ uzima iz mreže } 2200 \text{ VA reaktivnih}]$$

4. POLJE U RASPORU

4.1. Uzbuda

Namoti u kojima teku struje na obodu stroja mogu biti *koncentrirani* (sl. 1. a, b) ili *raspodijeljeni* (sl. 1. c, d). U prvom slučaju svi su zavoji namota koncentrirani oko polne jezgre, ili u jednom utoru, a u drugom slučaju su raspodijeljeni na više utora po svakom polu.



Sl. 1. Koncentrirani namoti: a) rotora; b) statora
Raspodijeljeni namoti: c) rotora; d) statora

Na bilo kojem mjestu oboda x može se, kako je već pokazano, postaviti odnos između polja u rasporu H_x , duljine raspora δ_x i obuhvaćenog protjecanja Θ_x :

$$H_x \delta_x = \Theta_x \quad (1)$$

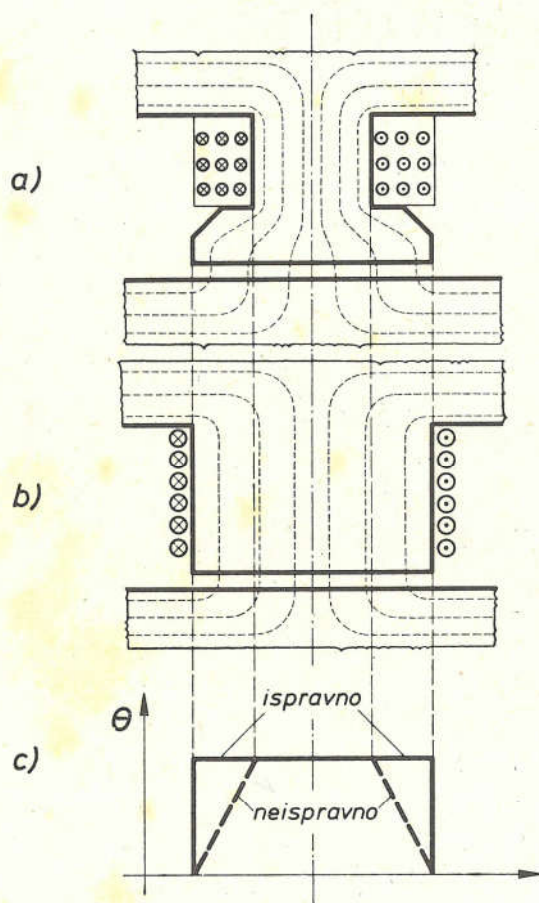
pa je odatle:

$$B_x = \mu_0 \frac{\Theta_x}{\delta_x}, \quad (2)$$

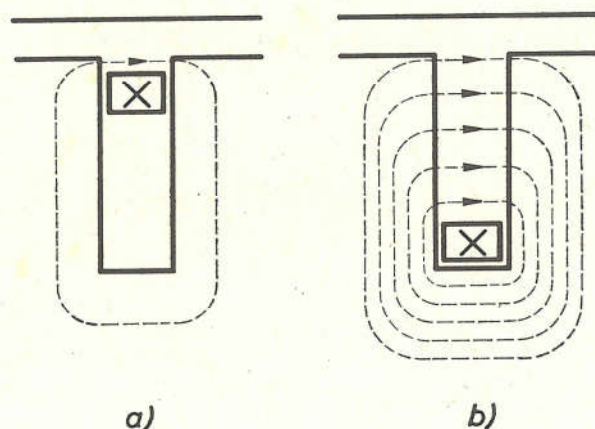
iz čega se vidi da raspodjela indukcije u rasporu preslikava, s jedne strane, raspodjelu protjecanja ako je raspor jednolik, no, s druge strane, indukcija je obrnuto proporcionalna dužini raspora.

Slika polja u rasporu koju smo dobili na taj način odgovara iznosima i rasporedu struja za koje smo provodili integraciju. Za konstantne istosmjerne struje u vodičima protjecanje Θ_x mijenja se od mjesta do mjesta na obodu stroja, ali je na jednome određenom mjestu x svakog časa jedno te isto. Ono je samo funkcija od x . Veličinu i raspored struja koje stvaraju magnetsko polje nazivamo jednom riječi uzбудom. *Konstantnoj uzbudu* odgovara pri konstantnom rasporu *konstantna slika polja*, koja se ne mijenja s vremenom.

Pri određivanju protjecanja Θ_x na mjestu oboda označenome sa x treba slijediti onu silnicu koja na tom mjestu prolazi kroz raspor, i uračunati sve struje koje ta silnica obuhvaća. Valja naglasiti kako željezo uz približnu pretpostavku da je $\mu \approx \infty$ praktički predstavlja *magnetski ekvipotencijalnu plohu*, pa raspored uzbudnog protjecanja istaknutog pola prema slici 2. a, zanemarujući »rubne pojave« zbog bočnih silnica, predstavlja ekvivalent onome na slici 2. b, tako da je krivulja protjecanja prikazana punom izvučenom linijom na slici 2. c (a nije možda onakva kako je to crtkano označeno!).



Sl. 2. Utjecaj oblika pola na krivulju protjecanja u rasporu



Sl. 3. Rasipne silnice u utoru kad je vodič: a) pri vrhu utora; b) na dnu utora

Pri ovim razmatranjima bitna je kontura željeza i raspodjela struje po obodu (tangencijalno), a sporedne je važnosti dubina utora u željezu i da li je struja bliže ili dalje od samog oboda, tako dugo dok je obuhvaćena putem kojim integriramo uzduž glavnih silnica. Tek kad se počnu promatrati detalji magnetskog kruga, a to znači i rasipne silnice (sl. 3), postaje važan i položaj strujnih obloga u radijalnom smjeru jer se s njime mijenjaju magnetski otpori rasipnih putova. Tako će ista struja proizvesti mnogo više rasipnih silnica ako je smještena na dnu utora (sl. 3. b) nego na njegovu vrhu (sl. 3. a).

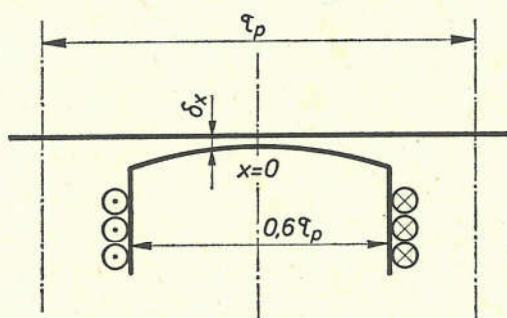
Ostanimo zasada pri razmatranju glavnog toka, koji prelazi sa statora na rotor, ili obratno. Na obodu može biti smješteno više namota koji daju različita protjecanja: $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$, ali na svakom mjestu oboda x može postojati samo jedna vrijednost polja indukcije B_x . Sva protjecanja koja djeluju u određenom času na obodu stroja treba prvo zbrojiti, pa za rezultirajuće protjecanje potražiti raspored indukcije po obodu B_x koji vrijedi za taj određeni trenutak. Pod »prostornom slikom« zapravo ovdje promatramo *dvodimenzionalnu sliku* jer je polje praktički isto u svim presjecima stroja okomitima na osovinu, a rubni efekti s jedne i druge čone strane stroja bitno ne utječu.

4.1. Zadaci

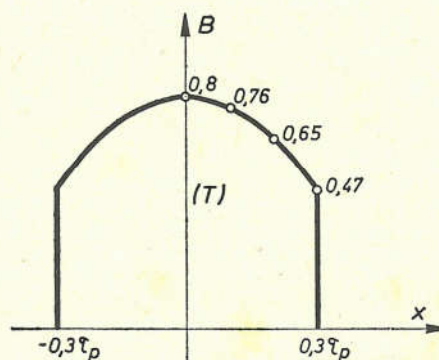
1. Na slici 4. zračni raspor je promjenljiv po zakonu:

$$\delta_x = \frac{1,5 \text{ (mm)}}{\cos \pi \frac{x}{\tau_p}} \text{ od } x = 0 \text{ do } x = \pm 0,3 \tau_p \text{ (ispod pola)}$$

$$\delta_x = \infty \text{ za } x = \pm (0,3 \tau_p \text{ do } 0,5 \tau_p).$$



Sl. 4. Određivanje rasporeda indukcije u promjenljivom rasporu (zad. 1)

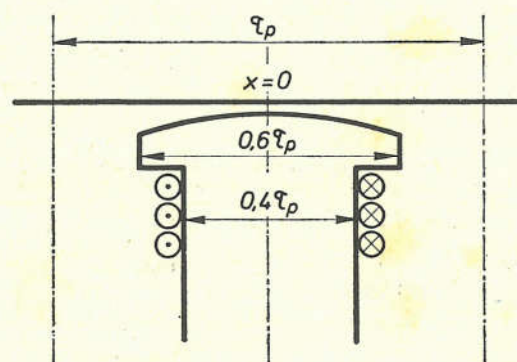


Sl. 5. Rješenje zadatka 1.

Na polu je namot od 560 zavoja kroz koje teče struja od 1,71 A. Susjedni su polovi jednako oblikovani i uzbuđeni strujom suprotnog smjera. Treba odrediti krivulju rasporeda indukcije ispod pola, zanemarujući rubne efekte.

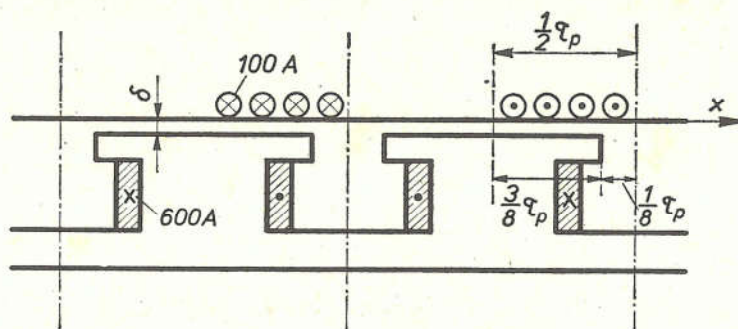
2. Pol prema slici 6. drukčije je formiran, ali je namotan istim brojem zavoja i uzbuđen istom strujom kao onaj na slici 4. Za zračni raspor δ_x vrijedi isti zakon kao za onaj na slici 4. Kako će izgledati krivulja indukcije u rasporu?

[Isto kao u zad. 1]

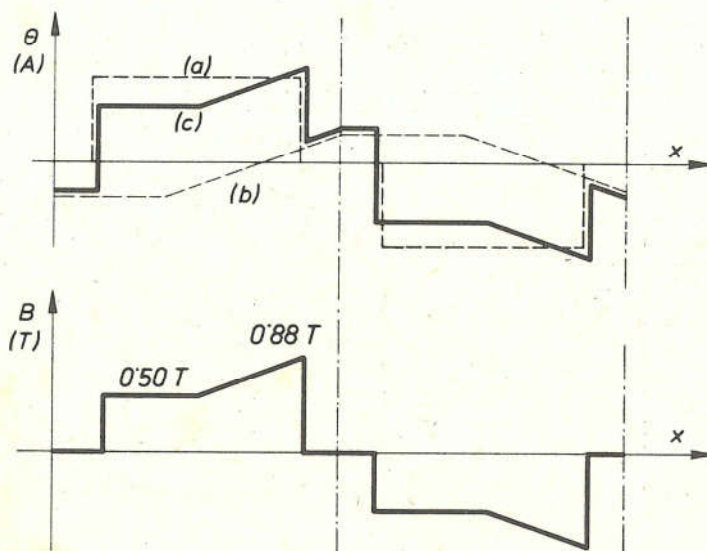


Sl. 6. Uz zadatak 2.

3. Raspored struja na polovima statora i površini rotora prikazan je na slici 7. Zračni raspor je konstantan: $\delta = 1$ mm. Računajući s prosječnim strujnim oblogom za utorski korak valja odrediti krivulju protjecanja: a) statorskog namota; b) rotorskog namota; c) ukupnoga strujnog obloga. d) Treba naći krivulju raspodjele indukcije u rasporu, računajući s $\delta = \infty$ između polova, a $\delta = 1$ mm ispod pola.

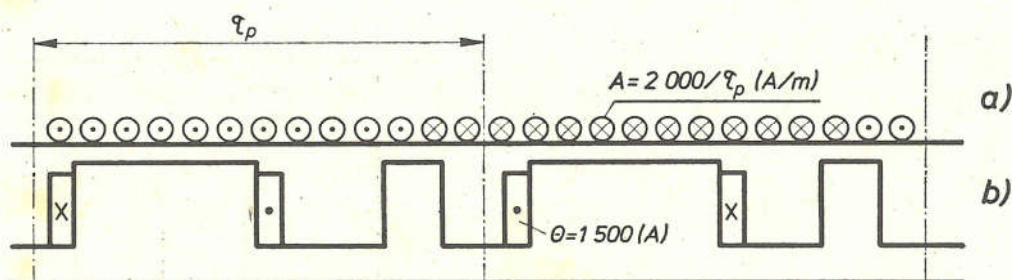


Sl. 7. Protjecanje i indukcija u promjenljivom rasporu (zad. 3)

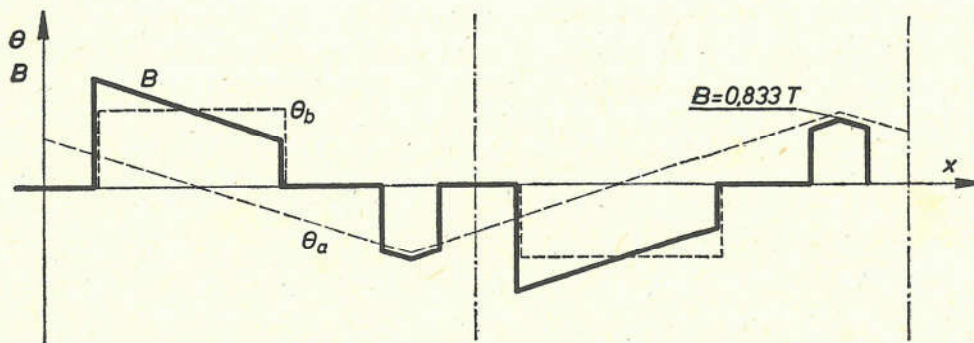


Sl. 8. Rješenje zadatka 3.

4. Rotorski strujni oblog, te polovi i uzbuda statora prikazani su na slici 9. Zračni raspor je konstantan ($\delta = 1,5$ mm) pod polovima, a između polova treba uzeti $\delta = \infty$. Nacrtajte raspodjelu indukcije u rasporu. Kolika je maksimalna indukcija pod manjim polom?



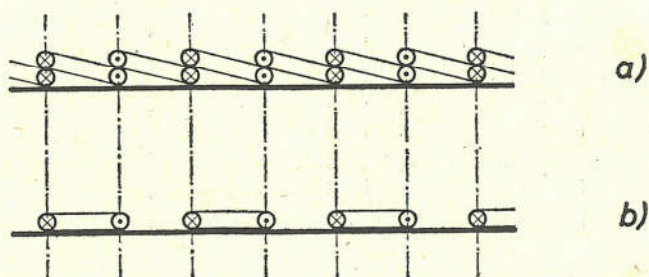
Sl. 9. Protjecanje i indukcija u promjenljivom rasporu (zad. 4)



Sl. 10. Rješenje zadatka 4.

5. U zračnom rasporu 6-polnog stroja valja postići magnetsku indukciju $B = 0,9 \text{ T}$. Uzbudni namot sastoji se od: a) jednog svitka po svakom polu; b) jednog svitka po svakom paru polova. Svici su dijametralni, a u njima teče struja od 1 A . Koliko zavoja mora imati svaki svitak u primjeru a), a koliko u primjeru b)? Dužina raspora je $\delta = 0,8 \text{ mm}$. Nacrtajte raspored svitaka na razvijenom obodu u oba primjera.

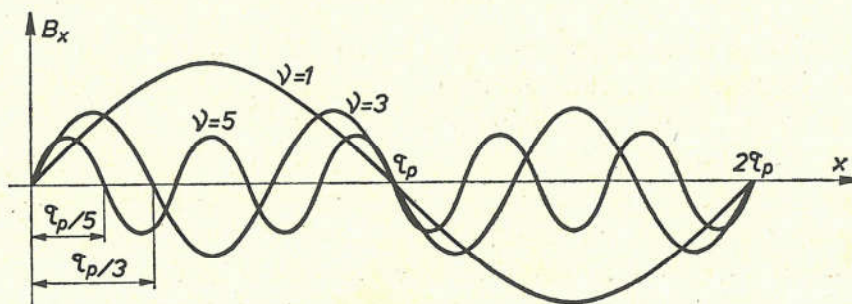
[a) $w = 573$; b) $w = 1\,146$; sl. 11]



Sl. 11. Raspored 6-polnog namota s jednim svitkom: a) po polu; b) po paru polova (zad. 5)

4.2. Prostorni harmonički članovi

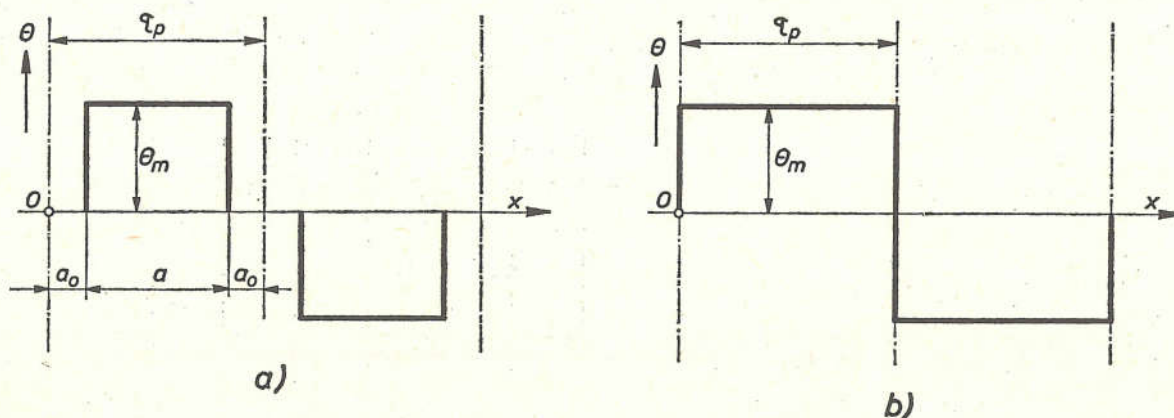
Kod stroja sa $2p$ polova konstantna uzбудna struja proizvest će raspodjelu indukcije koja se ponavlja s periodom dvostrukoga polnog koraka $2\tau_p$. Osnovni harmonički član prostorno je raspodijeljen tako da po čitavom obodu ima p maksimalnih i p minimalnih vrijednosti (sl. 1). Treći harmonički član imat će $3p$, a član v -tog reda imat će vp punih ciklusa. Prostorni harmonički član reda v daje istu sliku kao da stroj umjesto $2p$ ima $2vp$ polova.



Sl. 1. Prostorni harmonički članovi u općenitom slučaju

Najčešći oblik prostorne krivulje protjecanja (tj. raspodjele protjecanja po obodu stroja u određenom trenutku) prema slici 2. susreće se kod koncentriranog namota (sl. 2. a) ili kod promatranja jednoga dijametralnog svitka u porazdijeljenom namotu (sl. 2. b). Neka je maksimalna vrijednost pravokutnog protjecanja Θ_m , polni korak τ_p , dužina pravokutnika protjecanja po obodu a , s razmakom do kraja polnog koraka s jedne i druge strane a_0 . Po Fourieru pravokutna se periodička funkcija prema slici 2. a može prikazati kao:

$$\begin{aligned} \Theta_x = \Theta_m \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi}{\tau_p} a_0 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x + \Theta_m \frac{4}{\pi} \frac{\cos \frac{3\pi}{\tau_p} a_0}{3} \sin 3 \frac{\pi}{\tau_p} x + \\ + \Theta_m \frac{4}{\pi} \frac{\cos \frac{5\pi}{\tau_p} a_0}{5} \sin 5 \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots + \Theta_m \frac{4}{\pi} \frac{\cos \frac{\nu\pi}{\tau_p} a_0}{\nu} \sin \nu \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots \quad (1) \end{aligned}$$



Sl. 2. Protjecanje koncentriranog svitka: a) skraćenog; b) dijametralnog

Najčešći je slučaj dijametralnoga koncentriranog svitka prema slici 2. b, gdje je $a_0 = 0$, pa se izraz pojednostavljuje:

$$\begin{aligned} \Theta_x = \Theta_m \frac{4}{\pi} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x + \frac{1}{3} \Theta_m \frac{4}{\pi} \sin 3 \frac{\pi}{\tau_p} x + \frac{1}{5} \Theta_m \frac{4}{\pi} \sin 5 \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots + \\ + \frac{1}{\nu} \Theta_m \frac{4}{\pi} \sin \nu \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots \quad (2) \end{aligned}$$

Amplituda osnovnoga harmoničkog člana jest $4/\pi$ puta veća od visine pravokutnika, za treći harmonički član treba tu amplitudu množiti sa $1/3$, a za onaj reda ν sa $1/\nu$. Prisutni su samo *neparni* harmonički članovi.

Kod raspodijeljenog namota mogla bi se crtati stepeničasta linija koja predstavlja ukupno protjecanje, pa onda analizirati po Fourieru. No elegantnije je razložiti protjecanje pojedinog svitka na osnovni, 3-i, 5-i, ..., ν -ti harmonički član, pa onda vektorski sabrati sve osnovne, sve treće, sve pete, ..., sve harmoničke članove reda ν , i tako dobiti rezultirajuće protjecanje već razloženo na harmoničke članove.

4.2. Zadaci

1. Na obodu stroja nalazi se po svakom polu jedan dijametralni svitak sa 350 zavoja kojim teče istosmjerna struja od 5 A. Kolika je maksimalna vrijednost protjecanja na obodu? Kolika je amplituda njegova osnovnog harmoničkog člana?

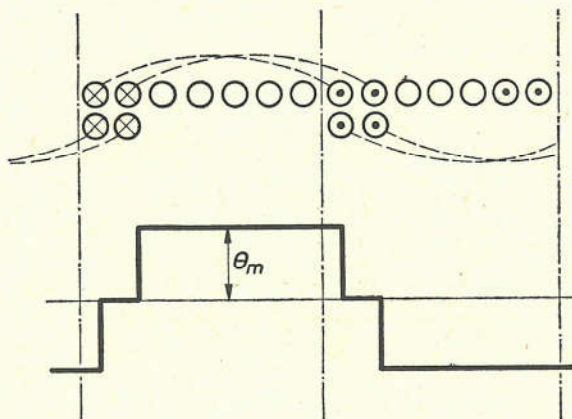
[1 750 A; 2 230 A]

2. Kolik je 3-i, 5-i, 7-i i 25-i harmonički član protjecanja u 1. zadatku? Ako je polni korak $\tau_p = 50$ cm, u kojoj udaljenosti od sredine pola nastupa (pozitivna) maksimalna vrijednost prvog, trećeg, petog, sedmog i dvadeset petog harmoničkog člana protjecanja?

$$[\Theta_3 = 743 \text{ A}; \Theta_5 = 446 \text{ A}; \Theta_7 = 318 \text{ A}; \Theta_{25} = 89 \text{ A}; \\ x_1 = 0; x_3 = 16,7 \text{ cm}; x_5 = 0; x_7 = 7,14 \text{ cm}; x_{25} = 0]$$

3. Dva dijametralna svitka po polu, svaki sa 500 zavoja, spojena su u seriju i uzbuđena istosmjernom strujom od 2,5 A. Svici su smješteni u susjedne utore pola, kojih ima po polu ukupno sedam. Kolika je maksimalna vrijednost protjecanja na obodu i amplituda prvog, trećeg i sedmog harmoničkog člana? Skicirajte raspored struja po obodu i protjecanje.

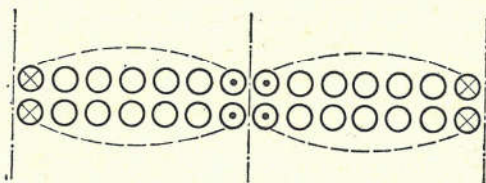
[2 500 A; $\Theta_1 = 3 100$ A; $\Theta_3 = 830$ A; $\Theta_7 = 0$; sl. 3]



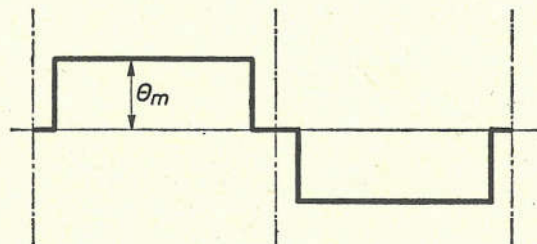
Sl. 3. Protjecanje dvaju dijametralnih svitaka po polu (zad. 3)

4. U utore stroja iz 3. zadatka smješteni su svici sa skraćenim korakom za jedan utor prema slici 4. Skicirajte protjecanje po obodu i odredite maksimalno protjecanje po obodu, zatim prvi, treći i sedmi harmonički član, ako svaki svitak ima 500 zavoja i njime protječe istosmjerna struja od 2,5 A.

[$\Theta_m = 2 500$ A; $\Theta_1 = 3 100$ A; $\Theta_3 = 830$ A; $\Theta_7 = 0$; sl. 5]



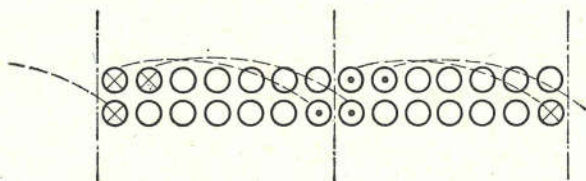
Sl. 4. Protjecanje dvaju skraćenih svitaka po polu (zad. 4)



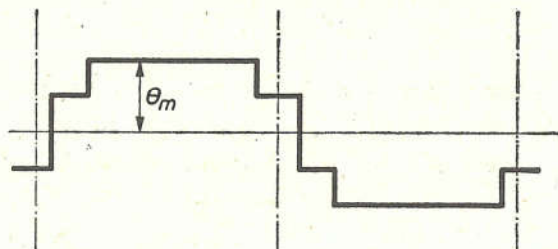
Sl. 5. Rješenje zadatka 4.

5. Koliko je maksimalno protjecanje i kako izgleda njegova raspodjela po obodu stroja ako su skraćeni svici iz 4. zadatka položeni i spojeni prema slici 6?

[$\Theta_m = 2\,500\text{ A}$; sl. 7]



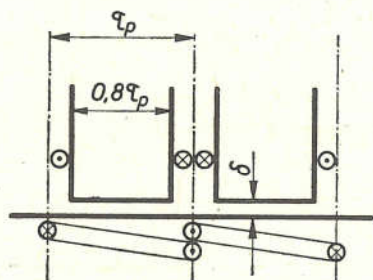
Sl. 6. Protjecanje dvaju skraćenih svitaka po polu (zad. 5)



Sl. 7. Rješenje zadatka 5.

6. Pod istaknutim polovima rotora prema slici 8. zračni raspor je $\delta = 2\text{ mm}$. Na cilindričnom obodu statora smješteni su dijametralni uzбудni svici sa 450 zavoja po polu, protjecani istosmjernom strujom od 2,5 A. Ako se zanemari magnetski napon u željezu, kolika će biti indukcija ispod pola, a kolik će biti njezin osnovni, treći, peti i sedmi harmonički član, ako je širina pola $0,8\tau_p$ i struja u namotu na polovima (300 zavoja po polu) jest: a) 0; b) 1,2 A?

- [a] 0,707 T, 0,856 T, 0,176 T, 0, — 0,076 T;
b) 0,481 T, 0,582 T, 0,120 T, 0, — 0,051 T]



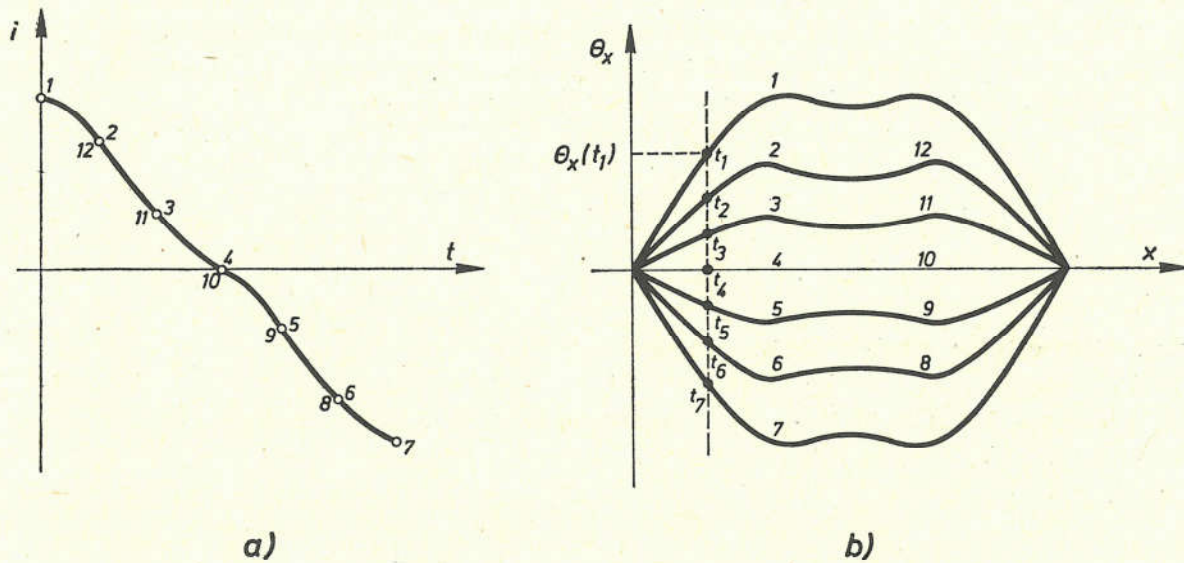
Sl. 8. Uz zad. 6

4.3. Izmjenična uzbuda

Uzbuda istosmjernom *konstantnom* strujom daje vremenski *nepromjenljivu* sliku polja u rasporu. Ako se uzbuda postiže samo jednim namotom, onda u različitim vodičima teče jedna te ista struja. Promijenimo li tu struju, promijenit će se vrijednost Θ_x za svaki x u istom omjeru u kojemu se promijenila struja. Slika prostorne raspodjele ostat će ista, samo će se iznosi svih ordinata *proporcionalno promijeniti* (sl. 1).

Specijalno, ako u namotu teče *sinusna izmjenična struja* kružne frekvencije ω , mijenjat će se na svakom mjestu x ordinata Θ_x vremenski po *sinusnom zakonu*. Označimo li sa Θ_x vrijednost protjecanja na mjestu x u času kad je struja maksimalna, i odaberemo li kao početni trenutak $t = 0$ upravo prolazak struje kroz maksimalnu vrijednost, bit će protjecanje na mjestu x u času t :

$$\Theta_{x,t} = \Theta_x \cos \omega t. \quad (1)$$



Sl. 1. Izmjenična uzbuda: a) struja; b) protjecanje

Općenito, struja se može periodički mijenjati *po bilo kojem zakonu*. Prema slici 1. prostorna raspodjela θ_x prikazana je u času maksimalne struje krivuljom 1, a u trenutku minimalne (maksimalne negativne) struje krivuljom 7. Između toga ona redom poprima sve oblike: 2, 3, 4, 5, 6 itd. Svaka ordinata titra po određenom zakonu između maksimalne pozitivne i maksimalne negativne vrijednosti, pri čemu odnos pojedinih ordinata, tj. slika prostorne raspodjele, ostaje nepromijenjen. Takvo protjecanje naziva se *izmjeničnim* ili *pulzirajućim* protjecanjem. Najčešće ono pulzira po sinusnom zakonu.

4.3. Zadaci

1. Svitak u 1. zadatku odjeljka 4.2. uzbuđen je sinusnom izmjeničnom strujom od 5 A. Kolika je maksimalna vrijednost protjecanja, a kolik osnovni harmonički član: a) u času kad je uzbudna struja maksimalna; b) 1/4 periode nakon toga; c) 1/2 periode poslije?

[a) 2 475 A, 3 150 A; b) 0, 0; c) - 2 475 A, - 3 150 A]

2. U 2. zadatku odjeljka 4.2. određen je treći, peti, sedmi i dvadeset peti harmonički član protjecanja pri istosmjernoj uzbuđnoj struji od 5 A, i to: $\theta_3 = 743$ A, $\theta_5 = 446$ A, $\theta_7 = 318$ A, $\theta_{25} = 89$ A, a položaj amplitude prema sredini pola određen je udaljenošću od sredine pola: $x_3 = 16,7$ cm, $x_5 = 0$, $x_7 = 7,14$ cm, $x_{25} = 0$. Kolike će biti prostorne amplitude ovih članova i njihove udaljenosti od sredine pola ako u istom namotu teče sinusna izmjenična struja od 5 A, a sliku promatramo: a) u času maksimalne struje; b) 1/8 periode poslije; c) 1/4 periode poslije?

[a) 1 051 A, 631 A, 450 A, 126 A; b) 743 A, 446 A, 318 A, 89 A;
c) 0, 0, 0, 0; položaji nepromijenjeni]

3. Istosmjerna uzbuda od 5 A daje u dijametralnom svitku pravokutno protjecanje s amplitudom od 2 500 A. U kojim se granicama mijenja protjecanje pri izmjeničnoj struji od 5 A uz sam rub, te u sredini pravokutnika, ako računamo: a) samo s osnovnim; b) sa svim harmoničkim članovima?

$$[a) 0, \pm 4\,500\text{ A}; \quad b) \pm 3\,535\text{ A}, \pm 3\,535\text{ A}]$$

4.4. Vremenski harmonički članovi

Izmjenična struja koja nije sinusnog oblika sadrži harmoničke članove:

$$i = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1) + I_3 \sqrt{2} \cos(3\omega t + \varphi_3) + \dots \\ + I_\mu \sqrt{2} \cos(\mu \omega t + \varphi_\mu) + \dots$$

Razmotrimo djelovanje takve struje koja teče u namotu određene prostorne raspodjele. Osnovni harmonički član sam za sebe dao bi prostornu raspodjelu protjecanja koje na svakom mjestu doseže maksimalni iznos u trenutku kada struja dosegne maksimalnu vrijednost $\sqrt{2} I_1$. Označimo prostornu raspodjelu protjecanja koja odgovara amplitudi osnovnoga harmoničkog člana struje sa Θ_x .

U bilo kojem času t vrijednost protjecanja na bilo kojem mjestu x bit će određena momentanom vrijednošću uzbudne struje. Ako je struji $\sqrt{2} I_1$ odgovarala vrijednost protjecanja Θ_x , onda će struji i odgovarati vrijednost:

$$\Theta_{x,t} = \frac{i}{\sqrt{2} I_1} \Theta_x = \Theta_x [\cos(\omega t + \varphi_1) + \frac{I_3}{I_1} \cos(3\omega t + \varphi_3) + \dots + \\ + \frac{I_\mu}{I_1} \cos(\mu \omega t + \varphi_\mu) + \dots]$$

Čitava slika prostorne raspodjele protjecanja Θ_x pulzira, dakle, po istom zakonu po kojemu se mijenja struja i . Uzbudna struja može se promatrati kao suma harmoničkih članova koji se vremenski mijenjaju različitim frekvencijama. Svaki od tih članova — općenito član reda μ — izazvao bi sam za sebe pulzacije čitave prostorne raspodjele Θ_x frekvencijom μ puta većom od osnovne, a superpozicija tih titranja za sve harmoničke članove struje daje ukupnu sliku protjecanja na svakom mjestu x u ovisnosti o vremenu t .

Te vremenske pulzacije koje nastaju zbog viših članova u uzbudnoj struji nazivamo *vremenskim višim harmoničkim članovima*. Red vremenskog harmoničkog člana μ pokazuje koliko puta je veća kružna frekvencija kojom titra neki član od kružne frekvencije ω kojom titra osnovni član. Red prostornoga harmoničkog člana ν pokazivao je koliko je puta kraća puna perioda (pozitivni i negativni poluval) tog člana na obodu stroja od periode osnovnog člana $2\tau_p$ (v. sl. 1, odjeljak 4.2).

4.4. Zadaci

1. Pravokutno protjecanje od 2 500 A iz 3. zadatka u odjeljku 4.3. dobiveno je istosmjernom uzbuđom od 5 A. Isti namot uzbuđujemo nesinusnom uzbuđnom strujom koja, pisana u kosinusnom obliku, osim člana osnovne kružne frekvencije ω ima još negativni treći harmonički član (tj. $\varphi_3 = \pi$) i pozitivni peti harmonički član (tj. $\varphi_5 = 0$), iznosa 20%, odnosno 10% osnovnoga. Efektivna vrijednost složene uzbuđne struje je 5 A. Koji je prostorni oblik krivulje protjecanja i kolika joj je amplituda u času: a) $t = 0$; b) $t = T/4$; c) $t = T/2$?

[Uvijek pravokutan; a) 3 105 A; b) 0; c) - 3 105 A]

2. Uzbuđni je namot raspoređen po obodu stroja tako da daje prostorno protjecanje koje se može prikazati sinusnim osnovnim harmoničkim i pozitivnim petim harmoničkim članom koji je 10 puta manji od osnovnoga. Kroz namot teče nesinusna struja koja se, prikazana u kosinusnom obliku, sastoji od osnovnog i trećeg harmoničkog člana. Taj je negativan i tri puta je manji od osnovnoga. Odredite: a) mjesto x na obodu, računajući od simetrale među polovima; b) vrijeme t , računajući od prolaska osnovnoga harmoničkog struje kroz maksimum, za koje će iznos protjecanja biti maksimalan i prostorno i vremenski.

$$[a) x = \frac{\tau_p}{2}; \quad b) t = \frac{T}{8}]$$

4.5. Jednofazno protjecanje

Promotrimo sinusno raspodijeljeno protjecanje (ili osnovni harmonički član bilo kakva protjecanja):

$$\Theta_x = \Theta_t \sin \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (1)$$

Kako je već u 3.1. rečeno, ovakvo protjecanje može se prikazati vektorom dužine Θ_t koji je usmjeren od središta rotacije prema mjestu na obodu gdje se nalazi amplituda sinusne raspodjele. Umjesto geometrijskih kutova na obodu treba nanositi električne kutove, tako da je puni kut predstavljen dvostrukim polnim korakom $2\tau_p$. Neka je to protjecanje uzbuđeno sinusnom izmjeničnom strujom koja daje u bilo koje vrijeme t prostornu raspodjelu amplitude:

$$\Theta_t = \Theta_1 \cos \omega t. \quad (2)$$

I to protjecanje sinusne prostorne raspodjele može se predložiti vektorom. Dužina Θ_t tog vektora $\vec{\Theta}$ može se odrediti crtanjem fazora dužine Θ_1 i projiciranjem u vremensku os koja rotira kutnom brzinom ω . Taj vektor po iznosu harmonički pulzira, a po položaju ostaje na obodu nepomičan. Vektor pulzirajućeg ili izmjeničnog protjecanja $\vec{\Theta}$ mijenja iznos po sinusnom zakonu s amplitudom Θ_1 , a smjer mu se podudara s osi namota koji ga uzbuđuje.

Iznos pulzirajućeg protjecanja na bilo kojem mjestu x u bilo koje vrijeme t bit će:

$$\Theta_{x,t} = \Theta_1 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x \cos \omega t. \quad (3)$$

Takav osnovni prostorni član protjecanja koji pulzira osnovnom frekvencijom može se prikazati kao:

$$\Theta_{x,t} = \Theta_1 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x \cos \omega t = \frac{\Theta_1}{2} \left[\sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right) \right] \quad (4)$$

Taj zbroj dvaju sinusnih izraza možemo smatrati superpozicijom dviju različitih komponenata protjecanja, jednakih amplituda $\Theta_1/2$. Razmotrimo najprije jednu komponentu zasebno. Prvi izraz zbroja (4) bit će konstantan ako je:

$$\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t = a_0, \quad x = \frac{\tau_p}{\pi} (a_0 + \omega t) = x_0 + v t. \quad (5)$$

Krećemo li se po obodu brzinom $v = \omega \frac{\tau_p}{\pi}$, vrijednost prvog protjecanja na mjestu promatranja bit će uvijek ista. Specijalno, ako uzmemo $a_0 = \pi/2$, tj. točku promatranja koja se u početnom času nalazi kod $x_0 = \tau_p/2$ i putuje brzinom $v = 2\pi f \tau_p / \pi = 2f \tau_p$, bit će u promatranoj točki protjecanje uvijek $\frac{\Theta_1}{2} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\Theta_1}{2}$, ili u točki sa $a_0 = 0$, tj. $x_0 = 0$, bit će uvijek protjecanje 0 itd.

Takav sinusni val protjecanja koje ne mijenja prostorni oblik, ali putuje stalnom brzinom po obodu stroja, naziva se *okretnim protjecanjem*. Za razliku od izmjeničnog protjecanja kod kojega je točka protjecanja $\Theta_x = 0$, zatim točka maksimalnog protjecanja, točka polovice maksimalnog protjecanja itd. bila uvijek na istom mjestu oboda, ali su se iznosi maksimalnog protjecanja i, paralelno s njime, sve ostale lokalne vrijednosti u jednakom odnosu vremenski mijenjale, kod okretnog protjecanja maksimalni iznos ostaje uvijek isti, kao i sve ostale vrijednosti u krivulji koja prikazuje raspodjelu po obodu, ali se njihov položaj na obodu mijenja konstantnom brzinom v . Taj član predstavlja, dakle, sinusni val koji putuje po obodu jednolikom brzinom *u smjeru pozitivnog brojenja x*.

Vrijednost druge komponente bit će konstantna uz:

$$\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t = a_0, \quad x = \frac{\tau_p}{\pi} (a_0 - \omega t) = x_0 - v t \quad (6)$$

te čini sinusni val koji se kreće jednakom brzinom *u suprotnom smjeru*.

Pulzirajuće protjecanje $\Theta_{x,t}$ može se, prema tome, rastaviti u *dva okretna protjecanja* koja rotiraju jedno nasuprot drugome (sl. 1):

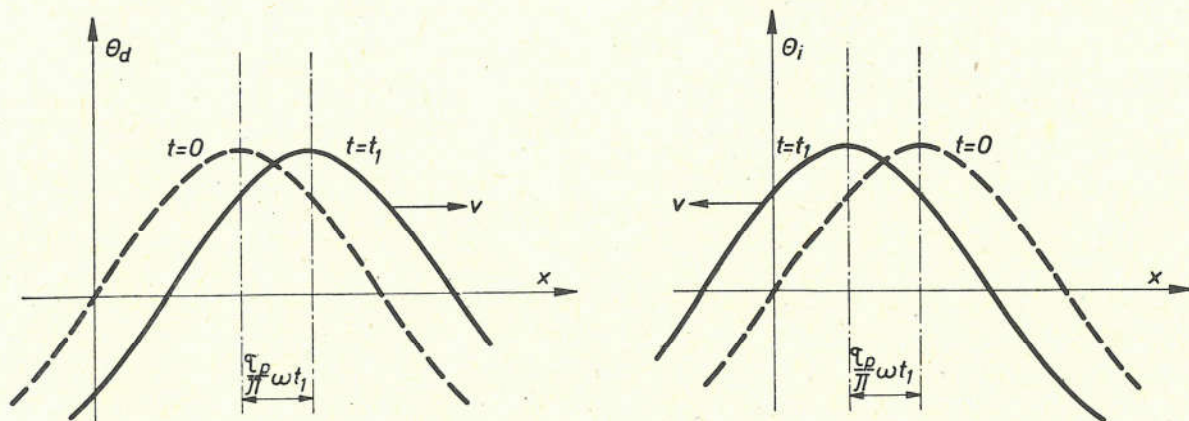
$$\Theta_{x,t} = \Theta_{dx,t} + \Theta_{tx,t}$$

ili u vektorskom prikazu:

$$\vec{\Theta} = \vec{\Theta}_d + \vec{\Theta}_i. \quad (7)$$

Svako od njih može se prikazati vektorom, koji, za razliku od vektora pulzirajućeg protjecanja, ne mijenja svoju amplitudu $\Theta_1/2$, ali mijenja položaj time što jednoliko rotira.

Protjecanje koje rotira u pozitivnom smjeru naziva se *direktnim*, a u negativnom smjeru *inverznim*.



Sl. 1. Direktno i inverzno okretno protjecanje

Kutna brzina okretnih protjecanja u izrazu (7) jest:

$$\omega_m = \frac{v}{D/2} = \omega \frac{\tau_p}{\pi} \frac{1}{p \tau_p/\pi} = \frac{\omega}{p}, \quad (8)$$

tj. p puta je manja od kružne frekvencije ω koja vrijedi za vremenske pulzacije. Okretno protjecanje zakrene se u jednoj periodi za dva polna koraka. Kod višepolnih strojeva sa p pari polova jedan par polova predstavlja tek p -ti dio čitavog obilaska po obodu, tj. geometrijskog kuta 2π . Odatle razlika geometrijske kutne brzine i električne kružne frekvencije. Ako promatramo stroj samo s jednim parom polova, onda je to, naravno, jedno te isto.

Direktno okretno protjecanje rotira kutnom brzinom $+\omega_m$, inverzno brzinom $-\omega_m$.

Sastavimo li direktno i inverzno protjecanje jednakih amplituda (a izmjenična uzbuda u jednom namotu daje uvijek komponente jednakih amplituda) u različitim trenucima, tako da na svakom mjestu x zbrojimo obje vrijednosti, dobit ćemo izmjenično protjecanje, s nul-točkama, točkama maksimalne vrijednosti itd. uvijek na istom mjestu. Prikazivanje izmjeničnim protjecanjem ili dvama jednakim okretnim protjecanjima suprotnog smjera vrtnje potpuno su ekvivalentni.

Promotrimo bilo koji prostorni harmonički član reda v protjecanja koje potječe od struje osnovne kružne frekvencije ω i efektivnog iznosa I_1 , kojemu je amplituda Θ_v :

$$\Theta_x = \Theta_v \sin v \frac{\pi}{\tau_p} x \quad (9)$$

i uzmimo da ga — umjesto struje osnovne frekvencije — uzbuđuje struja μ puta veće frekvencije, odnosno vremenski harmonički član struje reda μ i iznosa I_μ koji teče u istom namotu:

$$\Theta_{x,t} = \frac{I_\mu}{I_1} \Theta_x \cos \mu \omega t. \quad (10)$$

Izraz za takvo protjecanje glasi:

$$\begin{aligned}\Theta_{v\mu} &= \frac{I_\mu}{I_1} \Theta_v \sin v \frac{\pi}{\tau_p} x \cos \mu \omega t = \\ &= \frac{I_\mu}{I_1} \frac{\Theta_v}{2} \left[\sin \left(\frac{v \pi}{\tau_p} x - \mu \omega t \right) + \sin \left(\frac{v \pi}{\tau_p} x + \mu \omega t \right) \right].\end{aligned}\quad (11)$$

Oba okretna protjecanja putuju tada brzinom koja se dobiva iz izraza:

$$x = \frac{1}{v} \frac{\tau_p}{\pi} (\alpha_0 \pm \mu \omega t) = x_0 \pm v_{v\mu} t \quad (12)$$

$$v_{v\mu} = \frac{\mu}{v} \frac{\tau_p}{\pi} \omega = \omega_{m_{v\mu}} \frac{D}{2}. \quad (13)$$

Kutna brzina takva člana je:

$$\omega_{m_{v\mu}} = \frac{\mu}{v} \frac{\omega}{p}, \quad (14)$$

pa se vidi da će 3-i, 5-i, ..., v -ti član okretnog protjecanja stroja sa p pari polova rotirati sa $1/3, 1/5, \dots, 1/v$ kutne brzine osnovnog člana (kao da stroj za njih ima $3p, 5p, \dots, vp$ pari polova). Naprotiv, povećanje frekvencije struje μ puta povećat će brzinu rotacije direktnog i inverznog okretnog protjecanja μ puta.

4.5. Zadaci

1. Sinusna struja frekvencije od 50 Hz u jednofaznom namotu 2-polnog stroja stvara protjecanje sinusne prostorne raspodjele u rasporu. Kojom brzinom (o/min) rotira direktna, a kojom inverzna komponenta protjecanja, i koje su im amplitude ako je amplituda ukupnog protjecanja 2 000 A?

[+ 3 000 o/min, - 3 000 o/min, 1 000 A, 1 000 A]

2. Kakvi će biti rezultati u 1. zadatku ako je to: a) 4-polni; b) 6-polni; c) 8-polni stroj?

[a) $\pm 1 500$ o/min, 1 000 A; b) $\pm 1 000$ o/min, 1 000 A;
c) ± 750 o/min, 1 000 A]

3. Kolika će biti brzina okretnih polja u 1. zadatku ako izmjeničnu uzbudu stvara sinusna struja frekvencije od 150 Hz?

[$\pm 9 000$ o/min]

4. U stroju sa 16 polova protjecanje sinusnog oblika stvara sinusna struja: a) frekvencije od 50 Hz; b) frekvencije od 150 Hz. Kojom brzinom rotira direktna i inverzna komponenta i koji dio oboda obiđe okretno polje dok uzbudna struja prođe punu periodu?

[a) ± 375 o/min, 1/8 oboda; b) $\pm 1 125$ o/min, 1/8 oboda]

5. Istosmjerna struja od 5 A u namotu 4-polnog stroja s po jednim dijametralnim svitkom po polu daje protjecanje amplitude od 2 500 A. Ako se kroz isti namot pusti izmjenična struja od 5 A i 50 Hz, kojom će brzinom (o/min) rotirati simetrične komponente protjecanja: a) osnovnog; b) trećeg; c) petog prostornog harmoničkog člana? Kolik im je iznos?

[a) $\pm 1\,500$ o/min, 2 250 A; b) ± 500 o/min, 750 A; c) ± 300 o/min, 450 A]

6. Ako se prostorna slika protjecanja 4-polnog stroja sastoji samo od sinusnoga osnovnog i trećeg harmoničkog člana tri puta manje amplitude, i ako je u času maksimalne struje protjecanje u sredini pola 3 000 A, koliko će biti ukupno protjecanje na istom mjestu nakon vremena: a) $t = T/8$; b) $t = T/4$? Na kojem se mjestu u tom trenutku nalazi amplituda direktnoga okretnog protjecanja za osnovni harmonički član? Koliko je u tom času i na tom mjestu ukupno direktno protjecanje? Uzbudna struja je sinusna.

[a) 2 120 A, b) 0 A; a) $x = \frac{\tau_p}{4}$, 2 250 A, b) $x = \frac{\tau_p}{2}$, 3 000 A]

7. Kako bi glasili odgovori u 6. zadatku kad bi se računalo samo s osnovnim harmoničkim članom, uz isto maksimalno protjecanje od 3 000 A?

[a) 2 120 A, b) 0 A; a) $x = \tau_p/4$, 1 500 A, b) $x = \tau_p/2$, 1 500 A]

8. Kojom brzinom (o/min) rotiraju simetrične komponente prostornoga petog harmoničkog protjecanja 6-polnog stroja, uzbuđenoga vremenskim sedmim članom nesinusne uzbudne struje osnovne frekvencije od 50 Hz?

[$\pm 1\,400$ o/min]

9. A) Kutna brzina okretnog polja, B) obodna brzina okretnog polja u rasporu se povećava:

- a) s povećanjem broja polova;
- b) s povećanjem frekvencije napajanja;
- c) s povećanjem promjera stroja u rasporu;
- d) s povećanjem dužine stroja;
- e) s povećanjem reda prostornoga harmoničkog člana koji promatramo;
- f) s povećanjem reda vremenskog člana u uzbudnoj struji koji promatramo.

Koji su odgovori točni?

[A) — b) f); B) — b) c) f)]

4.6. Višefazno protjecanje

Po obodu stroja možemo razmjestiti i *više zasebno napajanih namota* (više »faza«). Pretpostavimo da su struje napajanja sasvim sinusne struje osnovne frekvencije i da svaki namot daje potpuno sinusno raspodijeljeno protjecanje. Dopustimo, međutim, da se osi različitih namota ne podudaraju, već da se prostorne osi njihovih protjecanja nalaze u različitim položajima. Isto tako dopustimo da se sinusne struje u pojedinim namotima razlikuju po veličini i vremenskom pomaku, tj. faznom kutu.

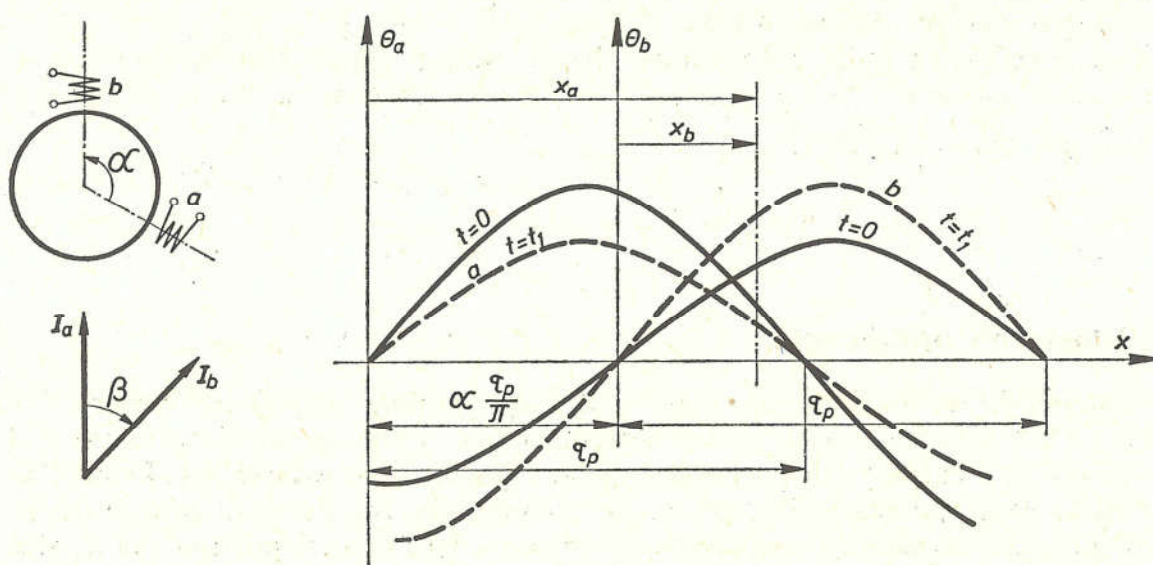
Struja u svakom od namota daje izmjenično protjecanje, koje se može rastaviti na direktno i inverzno okretno protjecanje. Direktna okretna protjecanja svih namota rotiraju istom brzinom i u istom smjeru, pa se mogu sastaviti u jedno sinusno *rezultantno direktno okretno protjecanje*, a isto tako i inverzna okretna protjecanja daju *rezultantno inverzno okretno protjecanje*. Rezultantno direktno i rezultantno inverzno protjecanje ne moraju biti jednakih amplituda. Ako ih, dakle, sastavimo, rezultat ne mora biti izmjenično protjecanje, već prevladava jedno od tih okretnih protjecanja.

Protjecanja nekoliko namota razmještenih po obodu stroja mogu se čak superponirati na takav način da preostane ili samo direktno ili samo inverzno okretno protjecanje. Pulzirajuća protjecanja pojedinih namota pretvaraju se time u *čisto, simetrično* ili *potpuno* okretno protjecanje, koje stvara okretno polje magnetske indukcije. Da bi se to postiglo, moraju namoti biti razmaknuti po obodu, a struje međusobno pomaknute u fazi.

Prikažimo to na najjednostavnijem primjeru dvaju namota. Neka je prostorni raspored po amplitudi jednakih protjecanja dvaju namota a , b prikazan slikom 1. Osim pomaka na obodu za kut α neka protjecanje namota b pulzira s faznim zaostajanjem β . Izrazi za oba protjecanja, rastavljeni na direktne i inverzne komponente, bit će tada (uz jednake maksimalne iznose izmjeničnih protjecanja u obje faze Θ_1):

$$\Theta_a = \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right)$$

$$\begin{aligned} \Theta_b &= \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha \right) - (\omega t - \beta) \right] + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha \right) + (\omega t - \beta) \right] = \\ &= \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \alpha + \beta \right) + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - \alpha - \beta \right). \end{aligned}$$



Sl. 1. Razmještaj, struje i protjecanja dvaju neovisnih namota

Ukupno direktno protjecanje iznosi:

$$\Theta_{dx,t} = \Theta_{da} + \Theta_{db} = \frac{\Theta_1}{2} \left\{ \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right] + \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - (\alpha - \beta) \right] \right\}, \quad (1)$$

a ukupno je inverzno protjecanje:

$$\Theta_{ix,t} = \Theta_{ia} + \Theta_{ib} = \frac{\Theta_1}{2} \left\{ \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right] + \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - (\alpha + \beta) \right] \right\}. \quad (2)$$

Poželjno je postići što veće ukupno direktno protjecanje uz što manje inverzno. Slučaj $\Theta_i = 0$ predstavlja potpuno ili simetrično okretno polje.

Iz izrazâ (1) i (2) se vidi da će $\bar{\Theta}_d$ biti maksimalno uz $\alpha = \beta$, a $\bar{\Theta}_i$ će iščeznuti uz $\alpha + \beta = \pi$. Odatle izlazi:

$$\alpha = \beta = \pi/2,$$

tj. pomak osi namota b prema a mora biti 90° el., a isto tako fazno zaostajanje struje b prema a mora biti $\pi/2$, da bi se dobilo potpuno, simetrično okretno polje. Ako je $\alpha \neq \beta$ i $\alpha + \beta \neq 180^\circ$, bit će direktna komponenta protjecanja smanjena, a uz to će se još pojaviti i inverzna komponenta. Iste posljedice bi izazvale nejednake amplitude protjecanja obaju faznih namota. Jedino uz amplitude $\Theta_a = \Theta_b = \Theta_1$ i uz $\alpha = \beta = \pi/2$ bit će:

$$\Theta_d = \Theta_1, \quad \Theta_i = 0. \quad (4)$$

Uzmimo zatim općeniti slučaj sa m namota, koji su simetrično raspodijeljeni, a isto tako fazni pomak među strujama neka odgovara električnom kutu među osima namota. Amplituda protjecanja neka je za svaku fazu ista. Ako se m namota jednako raspodijeli unutar dvostrukoga polnog koraka $2\tau_p$, tako da je $\alpha = 2\pi/m$, i ako se napaja strujama koje vremenski zaostaju jedna za drugom za električni kut $2\pi/m$ bit će protjecanje za prvu fazu:

$$\Theta_{(1)} = \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right] + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t \right],$$

za drugu fazu:

$$\Theta_{(2)} = \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{m} - \omega t + \frac{2\pi}{m} \right] + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{m} + \omega t - \frac{2\pi}{m} \right],$$

a za n -tu fazu (sl. 2):

$$\begin{aligned} \Theta_{(n)} = & \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - (n-1) \frac{2\pi}{m} - \omega t + (n-1) \frac{2\pi}{m} \right] + \\ & + \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - (n-1) \frac{2\pi}{m} + \omega t - (n-1) \frac{2\pi}{m} \right]. \end{aligned}$$

Ukupna direktna komponenta bit će:

$$\Theta_{d,x,t} = \sum_{n=1}^m \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) = m \frac{\Theta_1}{2} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right),$$

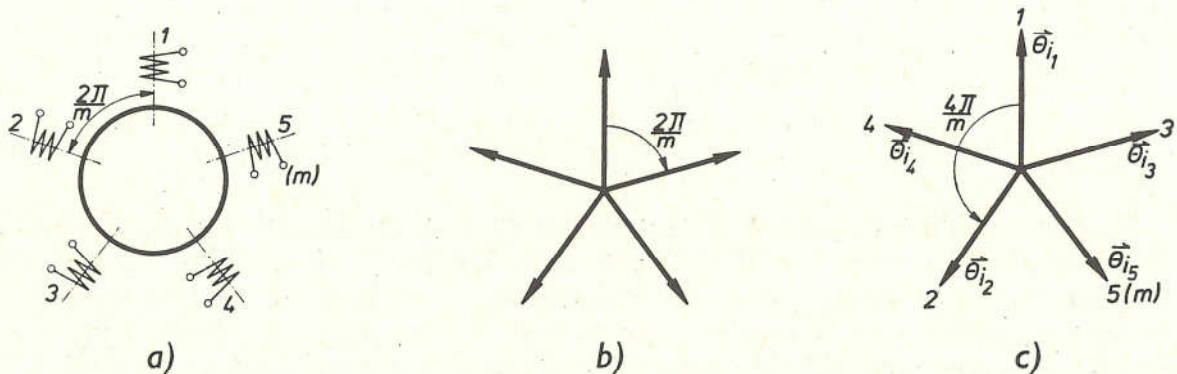
a inverzna:

$$\Theta_{i,x,t} = \sum_{n=1}^m \frac{\Theta_1}{2} \sin \left[\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t - 2(n-1) \frac{2\pi}{m} \right] = 0,$$

odnosno njihove amplitude:

$$\Theta_d = m \frac{\Theta_1}{2}, \quad \Theta_i = 0. \quad (5)$$

Ta će komponenta biti 0 jer zbroj m sinusoida s jednakim faznim pomakom od jedne do druge $4\pi/m$ mora dati nulu, što se odmah vidi ako ih predložimo vektorima prema slici 2. c.



Sl. 2. Simetrični m -fazni sistem: a) razmještaj namota; b) struje; c) inverzna protjecanja

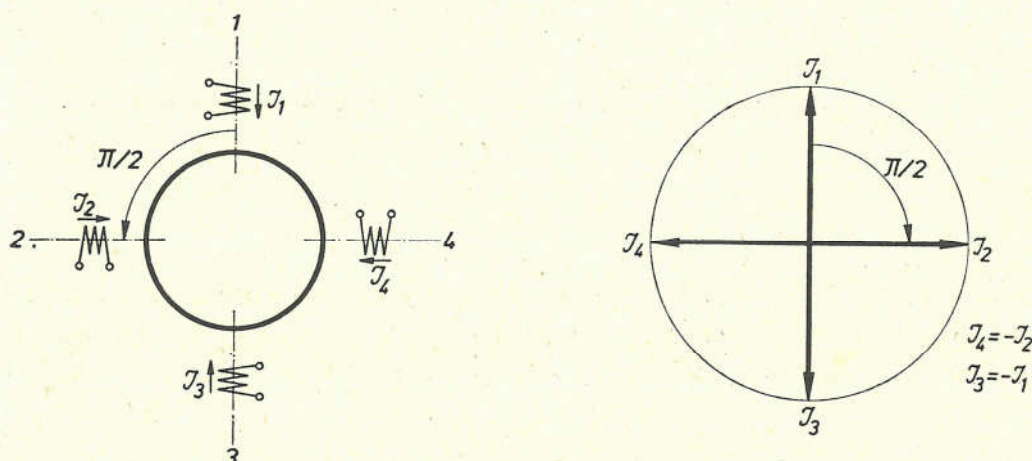
Takav sistem sa simetričnom podjelom osi namota po obodu, jednakim protjecanjima i simetričnom podjelom fazora struja po punom kutu 2π nazivamo *simetričnim višefaznim sistemom*, i u njemu se ne pojavljuje inverzna komponenta protjecanja. Amplituda direktne komponente $m/2$ puta je veća od amplitude izmjeničnog protjecanja koje bi dao jedan od namota sam za sebe.

Iako kod dvofaznog namota koji je razmatran na početku nije ispunjen uvjet jednake podjele oboda na fazne namote, jer je $\frac{2\pi}{m} = \pi$, a uvjete simetrije daje kut $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}$, lako je pokazati da su ti uvjeti ispunjeni jer je dvofazni namot zapravo četverofazni prema slici 3. Zbog $\mathcal{I}_3 = -\mathcal{I}_1$ i $\mathcal{I}_4 = -\mathcal{I}_2$ mogu se namoti 1 i 3 te namoti 2 i 4 spojiti u po jedan namot, što daje »dvofaznu« uzbudu. Protjecanje jednoga četverofaznog namota jest polovica protjecanja »dvofaznog« Θ_1 , ali je $m = 4$, pa se dobiva:

$$\alpha = \beta = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

$$|\Theta_d| = \frac{\frac{1}{2}\Theta_1}{2} 4 = \Theta_1 \quad (7)$$

$$|\Theta_i| = 0. \quad (8)$$



Sl. 3. Četverofazni (»dvofazni«) simetrični sistem

Osim četverofaznog sistema, koji se vrlo često susreće pod nazivom »dvofazni«, upotrebljava se još više *trofazni* sistem. On se sastoji od tri namota, razmaknuta prostorno za $2\pi/3$, i protjecana strujama koje su vremenski razmaknute za $2\pi/3$. Taj tzv. *simetrični trofazni sistem* daje amplitude direktne i inverzne komponente protjecanja:

$$|\Theta_d| = \frac{3}{2}\Theta_1 \quad (9)$$

$$|\Theta_i| = 0. \quad (10)$$

Kako je već pokazano, obodna brzina takva vala koji predstavlja direktno okretno polje iznosi $v = \frac{D}{2} \frac{\omega}{p}$, što odgovara kutnoj brzini:

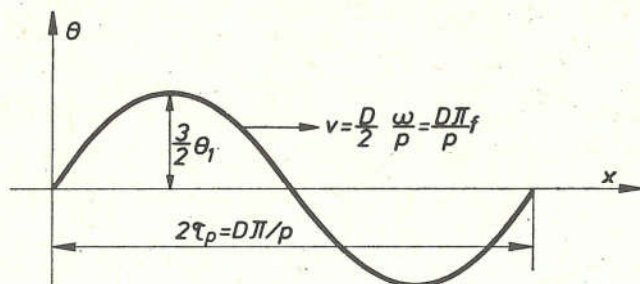
$$\omega_m = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi}{p} f.$$

Dok izmjenična struja koja uzbuđuje okretno polje prođe jednu *punu periodu*, okretno polje prevari put koji odgovara jednom *paru polova*:

$$t = 1/f$$

$$s = v t = \frac{D \pi}{p}. \quad (11)$$

Okretno protjecanje takva sistema sa sinusnim protjecanjima pojedinih faza prikazano je za jedan par polova na slici 4.



Sl. 4. Okretno protjecanje

Ako zamislimo trofazni sistem kao tri jednofazna protjecanja, pa ih prikažemo vektorima prostorno razmaknutima po 1/3 oboda, koji pulziraju tako da su im fazori vremenski pomaknuti jedan prema drugome za 1/3 pune periode, možemo svako od tih protjecanja zamijeniti zbrojem rotirajućega direktnog i inverznog okretnog protjecanja:

$$\vec{\Theta}_{1\sim} = \vec{\Theta}_{d1} + \vec{\Theta}_{i1}.$$

Oba okretna protjecanja svake faze sastaju se u osi te faze upravo u času kad je tamo struja maksimalna. Sada je lako pratiti kako se zbrajaju direktna, a kako inverzna protjecanja za sve tri faze. Direktno protjecanje prve faze stiže u os druge faze 1/3 periode kasnije, tj. u času kad je tamo struja maksimalna, a obadva zajedno stižu u treću fazu u trenutku kad je tamo struja maksimalna. Sva tri direktna protjecanja rotiraju dakle zajedno, algebarski se zbrajaju, što daje ukupno:

$$\Theta_d = 3 \Theta_{d1} = \frac{3}{2} \Theta_1.$$

Sva tri inverzna protjecanja ostaju uvijek razmaknuta za po 1/3 oboda stroja, i vektorski zbrojena daju uvijek rezultat 0.

Općenito, simetrični m -fazni sistem daje direktnu i inverznu komponentu:

$$\Theta_d = \frac{m}{2} \Theta_1 \quad (12)$$

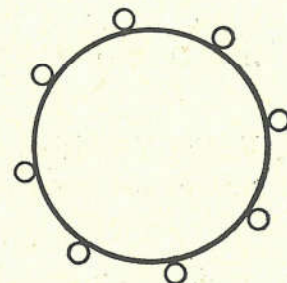
$$\Theta_i = 0, \quad (13)$$

gdje je Θ_1 amplituda protjecanja jedne faze same za sebe.

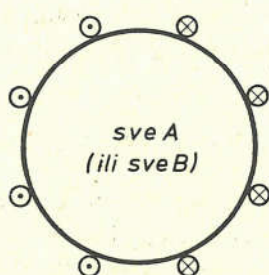
4.6. Zadaci

1. Na obodu stroja nalaze se utori prema slici 5. Postoje dva izvora naponâ, A i B, međusobno pomaknutih u fazi za $\pi/2$. Treba označiti za svaki utor smjer struje i izvor napona koji je napaja, ako je stroj namotan kao:

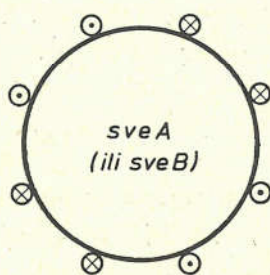
- a) 1-fazni 2-polni;
- b) 1-fazni 4-polni;
- c) 1-fazni 8-polni;
- d) 2-fazni 2-polni;
- e) 2-fazni 4-polni.



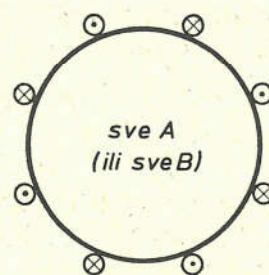
Sl. 5. Broj faza i broj polova (zad. 1)



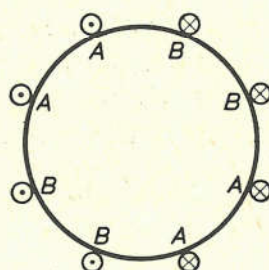
a)



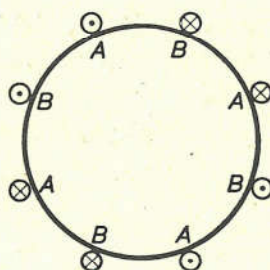
b)



c)



d)



e)

Sl. 6. Rješenje zadatka 1.

2. Simetrični 2-fazni 4-polni namot ima po polu i po fazi 500 zavoja koncentriranih u po jednome dijametralnom svitku. Osi svitaka faze A i faze B razmaknute su točno za $\frac{1}{2} \tau_p$. Uzbuđuju ih sinusne struje od 3,5 A, 50 Hz, razmaknute u fazi za 1/4 periode. Valja odrediti kolika je: a) amplituda osnovnoga harmoničkog člana direktnoga okretnog protjecanja; b) inverznog protjecanja; c) brzina vrtnje okretnog protjecanja koje stvaraju prostorni osnovni harmonički članovi izmjeničnih protjecanja jednog i drugog faznog namota.
- [a) 3 150 A; b) 0; c) 1 500 o/min]
3. Namot faze A u 2. zadatku namotan je sa 500 zavoja, a faze B sa svega 450 zavoja. Struja u njemu zaostaje točno za 1/4 periode za strujom faze A. Kolike su amplitude osnovnog člana direktnog i inverznog okretnog protjecanja ako su obje struje istog iznosa od 3,5 A?

[2 994 A, 158 A]

4. Struja faze B u 2. zadatku zaostaje za strujom faze A svega za 60° el. ($1/6$ periode). Kolike će biti amplitude simetričnih komponenata protjecanja?

$$[\Theta_d = 3\,044\text{ A}; \Theta_i = 816\text{ A}]$$

5. Kroz namote u 4. zadatku teku dvofazne struje razmaknute točno za $1/4$ periode, ali je os faze B pomaknuta prema osi faze A za svega 60° el. Koliko će biti Θ_d i Θ_i ?

$$[3\,044\text{ A}, 816\text{ A}]$$

6. Koliko će biti Θ_d i Θ_i iz 4. i 5. zadatka ako je kut među osima i fazni pomak među strujama jednak 60° el?

$$[3\,150\text{ A}, 1\,575\text{ A}]$$

7. Svaki od tri jednaka simetrično raspoređena fazna namota napaja po jedna fazna struja simetričnoga 3-faznog sistema i daje izmjenično protjecanje s osnovnim prostornim harmoničkim članom od 900 A. Stroj ima četiri pola, a frekvencija uzbudnih struja je 60 Hz. Kolike su amplitude osnovnog člana direktnog i inverznog protjecanja, i kolika je brzina vrtnje?

$$[\Theta_d = 1\,350\text{ A}, \Theta_i = 0, 1\,800\text{ o/min}]$$

8. U zračnom rasporu dužine 0,6 mm 4-polnoga 3-faznog stroja potrebno je postići indukciju 0,8 T. Kolik mora biti osnovni harmonički član protjecanja svakog od faznih namota? Pretpostavlja se sinusna raspodjela indukcije u rasporu.

$$[255\text{ A}]$$

9. Jedan od tri fazna namota ima greškom 10% manje zavoja nego ostala dva. Kroz njih teku simetrične trofazne struje. Kad bi namot bio ispravan, dobilo bi se okretno protjecanje Θ brzine vrtnje od 750 o/min. Koliko će biti direktno i inverzno okretno protjecanje defektnog namota, te njihove brzine vrtnje?

$$[0,967\Theta, 0,033\Theta, +750\text{ o/min}, -750\text{ o/min}]$$

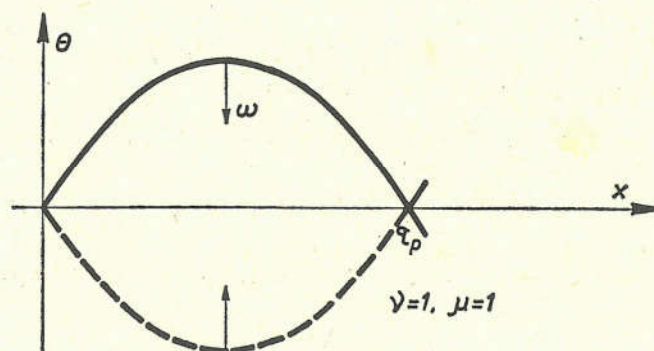
4.7. Viši harmonički članovi u okretnom polju

Protjecanje jedne faze (jednog od m jednakih namota) prikazano je na slici 1. a za slučaj sinusne prostorne raspodjele i sinusne struje osnovne frekvencije.

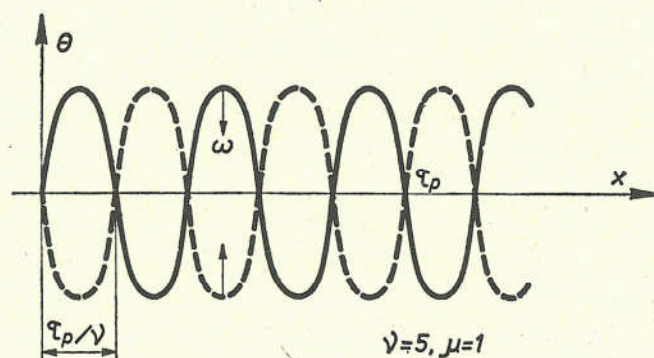
Ako prostorna raspodjela nije sinusna, ne smijemo zaboraviti prostorne više članove, općenito reda v , prema slici 1. b, koji svi pulziraju osnovnom frekvencijom ω ako je struja potpuno sinusna. Ako struja ima više harmoničke članove, općenito reda μ , pulzirat će čitava prostorna slika svakom od frekvencija struje μ (sl. 1. c). Cjelokupna slika postaje tada mnogo zamršenija jer se moraju uzeti u obzir svi prostorni i vremenski harmonički članovi u svih m faza stroja, tako da bi direktno i inverzno protjecanje bilo:

$$\Theta_{dx,t} = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{n=1}^m \Theta_{v\mu} \sin \left\{ v \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{m} (n-1) \right] - \mu \left[\omega t - \frac{2\pi}{m} (n-1) \right] \right\}. \quad (1)$$

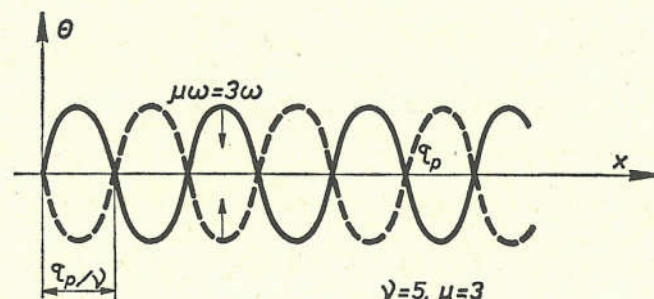
$$\Theta_{ix,t} = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{n=1}^m \Theta_{v\mu} \sin \left\{ v \left[\frac{\pi}{\tau_p} x - \frac{2\pi}{m} (n-1) \right] + \mu \left[\omega t - \frac{2\pi}{m} (n-1) \right] \right\}. \quad (2)$$



a)



b)



c)

Sl. 1. Prostorni i vremenski harmonički članovi izmjeničnog protjecanja

Izdvojimo i promatrajmo samo član $\Theta_{v\mu}$ koji je prostorni član reda v uzbuđen višim harmoničkim članom struje reda μ . Za fazu $(n + 1)$ bit će direktna i inverzna komponenta promatranog člana protjecanja:

$$\Theta_{v\mu d} = \frac{\Theta_{v\mu}}{2} \sin \left[\left(v \frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha_{v\mu} n \right) - (\mu \omega t - \beta_{v\mu} n) \right] \quad (3)$$

$$\Theta_{v\mu i} = \frac{\Theta_{v\mu}}{2} \sin \left[\left(v \frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha_{v\mu} n \right) + (\mu \omega t - \beta_{v\mu} n) \right], \quad (4)$$

gdje su:

$$\alpha_{v\mu} = v \frac{2\pi}{m} \quad (5)$$

$$\beta_{v\mu} = \mu \frac{2\pi}{m} \quad (6)$$

kut prostornog pomaka i kut vremenskog faznog pomaka između protjecanja dviju susjednih faza za član ν i μ .

Zbog toga nastaje fazni pomak između direktnih okretnih polja susjednih faza:

$$[(n+1)\alpha_{\nu\mu} - n\alpha_{\nu\mu}] - [(n+1)\beta_{\nu\mu} - n\beta_{\nu\mu}] = \alpha_{\nu\mu} - \beta_{\nu\mu}$$

a između inverznih okretnih polja na sličan način:

$$[(n+1)\alpha_{\nu\mu} - n\alpha_{\nu\mu}] + [(n+1)\beta_{\nu\mu} - n\beta_{\nu\mu}] = \alpha_{\nu\mu} + \beta_{\nu\mu}$$

što daje:

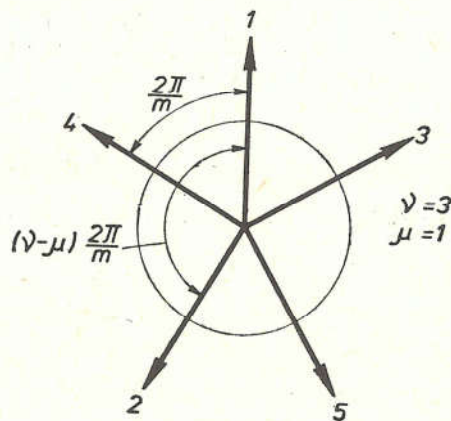
$$\text{za direktno okretno polje: } \alpha_{\nu\mu} - \beta_{\nu\mu} = (\nu - \mu) \frac{2\pi}{m} \quad (7)$$

$$\text{za inverzno okretno polje: } \alpha_{\nu\mu} + \beta_{\nu\mu} = (\nu + \mu) \frac{2\pi}{m}. \quad (8)$$

Ako je $\frac{\nu - \mu}{m}$ cijeli broj, fazni je pomak susjednih direktnih okretnih protjecanja višekratnik od 2π , tj. vektori $\Theta_{\nu\mu}/2$ svih m faza padaju u isti smjer za tu kombinaciju reda ν prostornog i reda μ vremenskog harmoničkog člana. Njihov je zbroj $m \frac{\Theta_{\nu\mu}}{2}$. No ako $\frac{\nu - \mu}{m}$ nije cijeli broj, protjecanja pojedinih faza predložena su simetrično raspoređenim krakovima zvijezde koji vektorski zbrojeni uvijek daju sumu $\emptyset$. Na sličan način vrijedi kriterij $\frac{\nu + \mu}{m}$ = cijeli broj za inverzno okretno protjecanje.

Protjecanje $\Theta_{\nu\mu}$ faznog namota m -faznog sistema koje predstavlja prostorni harmonički član reda ν uzbuđen vremenskim članom struje reda μ daje *direktno* okretno protjecanje ako je $\frac{\nu - \mu}{m}$ = cijeli broj, a *inverzno* okretno protjecanje ako je $\frac{\nu + \mu}{m}$ = cijeli broj. Amplituda takva okretnog protjecanja u tom je slučaju $\frac{m}{2} \Theta_{\nu\mu}$. Za one kombinacije ν, μ za koje spomenuti uvjet nije ispunjen amplituda okretnog protjecanja je $\emptyset$, tj. *ono ne postoji*.

Na slici 2. vidi se primjer za $m = 5$ i $\nu - \mu = 2$. Zbroj svih direktnih okretnih protjecanja daje nulu. Kad bi bilo $\nu - \mu = 10$, svi vektori bi imali smjer vektora prve faze 1, pa bi zbroj bio $5 \frac{\Theta}{2}$. To znači da bi npr. 11-i prostorni harmonički član uzbuđen osnovnim vremenskim članom struje dao direktno okretno protjecanje, ali npr. treći prostorni član uzbuđen strujom osnovne frekvencije ne bi dao direktnoga okretnog protjecanja. Lako se vidi u oba primjera da ne bi bilo inverznoga okretnog protjecanja.



Sl. 2. Zbrajanje vektora direktnih komponenta izmjeničnih protjecanja simetričnoga m -faznog sistema za određeni harmonički član

Iščezavaju, dakle, svi oni direktni članovi kod kojih $(\nu - \mu)$ nije djeljivo sa m bez ostatka, a isto tako svi oni inverzni članovi kod kojih $(\nu + \mu)$ nije djeljivo sa m bez ostatka.

Specijalno kod trofaznog sistema dat će direktno okretno polje članovi kod kojih je $\nu - \mu = 0, \pm 3, \pm 6, \dots$, a inverzno okretno polje članovi sa $\nu + \mu = 6, 9, 12, \dots$

U tablici 1. prikazani su direktni članovi (d) i inverzni (i) okretnog protjecanja najčešćih članova: 1, 3, 5, 7 u trofaznom sistemu. Sa 0 je označeno da se ne pojavljuje nikakvo okretno protjecanje, a treći harmonički (prostorni) daje s trećim harmoničkim (vremenskim) članom pulzacijsko protjecanje, koje sadrži direktnu i inverznu komponentu, pa je u tablici označeno sa d + i.

Za četverofazni namot, koji se obično naziva dvofaznim (sl. 3) vrijedi slično:

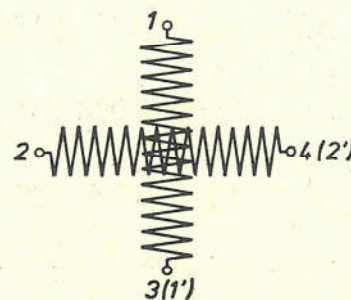
uvjet za postojanje Θ_d : $\nu - \mu = 0, \pm 4, \pm 8, \pm 12, \dots$

uvjet za postojanje Θ_i : $\nu + \mu = 4, 8, 12, 16, \dots$

Tablica 1.

Simetrične komponente trofaznog sistema $m = 3$

(prostorni) ν	Harmonički član		(vremenski) μ			
			1	3	5	7
	1	d		0	i	d
	3	0		d+i	0	0
	5	i		0	d	i
	7	d		0	i	d



Sl. 3. Istovjetnost dvofaznog i četverofaznog sistema

Budući da vremenski dolaze u obzir samo neparni članovi, a prostorno može doći i do parnih viših članova, prikazana je slika okretnih protjecanja četverofaznog sistema u tabli 2, iz koje se vidi da kod tog sistema parni prostorni članovi s neparnim vremenskim ne daju okretna protjecanja.

Tablica 2.

Simetrične komponente četverofaznog sistema $m = 4$

(prostorni) ν	Harmonički član		(vremenski) μ			
			1	3	5	7
	1	d		i	d	i
	2	0		0	0	0
	3	i		d	i	d
	4	0		0	0	0
	5	d		i	d	i
	6	0		0	0	0
	7	i		d	i	d

Kutna brzina okretnih protjecanja viših harmoničkih članova bit će, kako je već prije izvedeno, μ/ν puta veća od brzine protjecanja osnovnog člana ω_m .

4.7. Zadaci

1. Simetrični 3-fazni 6-polni namot napravljen je s po jednim dijametralnim svitkom po polu i fazi, s 300 zavoja po svitku. Namot je priključen na simetrični trofazni sistem frekvencije od 50 Hz i uzima po svakome faznom namotu struju od 2,2 A. Treba odrediti amplitudu, brzinu vrtnje i smjer vrtnje protjecanja za: a) osnovni; b) treći; c) peti; d) sedmi prostorni harmonički član.

[a) 1 783 A, 1 000 o/min, Θ_a ; b) $\emptyset$; c) 357 A, 200 o/min, Θ_i ; d) 255 A, 143 o/min, Θ_d]

2. Sinusna trofazna struja frekvencije od 50 Hz stvara u 6-polnome 3-faznom namotu u svakoj fazi protjecanje s prostornim harmoničkim članovima $\Theta_1 = 1\,500$ A, $\Theta_3 = 500$ A, $\Theta_5 = 300$ A i $\Theta_7 = 215$ A. Ako se u vremenskoj krivulji struje — uz isti osnovni harmonički član — pojavi još 30% petoga i 15% sedmoga harmoničkog člana, treba odrediti sve komponente okretnog polja koje će se pojaviti, i to: a) njihov broj polova; b) njihovu brzinu; c) njihov smjer kretanja; d) njihovu amplitudu.

v/μ	1/1	1/5	1/7	3/1	3/5	3/7	5/1	5/5	5/7	7/1	7/5	7/7	
a)	6	6	6	18	18	18	30	30	30	42	42	42	polo
b)	1 000	5 000	7 000	333	1 667	2 333	200	1 000	1 400	143	714	1 000	o/min
c)	d	i	d	—	—	—	i	d	i	d	i	d	
d)	2 250	675	338	0	0	0	450	135	68	323	97	48	A]

3. Dvofazni namot 4-polnog stroja ima u jednoj fazi 500 zavoja, u drugoj 300 zavoja. Koji mora biti geometrijski kut između osi jednog i drugog namota i kolika struja mora teći u namotu druge faze, ako u prvoj teče 3,6 A, da se dobije simetrično okretno polje? Razmještaj po utorima je za oba namota jednak.

[45°; 6 A]

4. Kolika je brzina vrtnje i u kojem se smjeru vrti okretno protjecanje koje je stvorio prostorni peti harmonički član uzbuđen trećim članom struje u dvofaznome 4-polnom stroju. Osnovna frekvencija struje je 50 Hz.

[900 o/min, inverzno]

5. »Dvofazni stroj« ima po polu i »fazi« po jedan dijametralni svitak s 200 zavoja uzbuđen strujom od 3 A osnovne frekvencije od 50 Hz. Osi namota obiju faza razmaknute su točno za 90°el. Stroj ima šest polova. Struje u jednoj i drugoj fazi pomaknute su u fazi za 90° i sadrže uz osnovni još i treći harmonički član u iznosu od 20% osnovnoga. Koja okretna polja daje prostorni osnovni, treći i peti harmonički član uzbuđen tom strujom? Valja odrediti: a) broj polova; b) brzinu vrtnje; c) smjer; d) amplitudu.

v/μ	1/1	1/3	3/1	3/3	5/1	5/3	
a)	6	6	18	18	30	30	polova
b)	1 000	3 000	333	1 000	200	600	o/min
c)	d	i	i	d	d	i	
d)	1 080	216	360	72	216	43	A]

6. U okretnom protjecanju iz 5. zadatka nalazi se rotor dužine $L = 20$ cm i promjera $D = 30$ cm, takav da je dužina raspora $\delta = 1,5$ mm. Na obodu rotora je bakreni štap. Koliki će biti iznosi i frekvencije napona koje induciraju u štapu komponente okretnog polja iz 5. zadatka ako rotor miruje? Magnetski napon u željezu zanemarite.

$[v/\mu]$	1/1	1/3	3/1	3/3	5/1	5/3	
U	2,01	1,21	0,223	0,134	0,08	0,048	V
f	50	150	50	150	50	150	Hz]

7. U 6. zadatku rotor se vrti s 1 000 o/min u smjeru direktnoga okretnog polja. Koliki će biti naponi u štapu i odgovarajuće frekvencije? (Pripazite na smjer vrtnje pojedinih valova.)

$[v/\mu]$	1/1	1/3	3/1	3/3	5/1	5/3	
U	0	1,61	0,89	0	0,32	0,13	V
f	Ø	200	200	Ø	200	400	Hz]

4.8. Raspodjela indukcije u rasporu

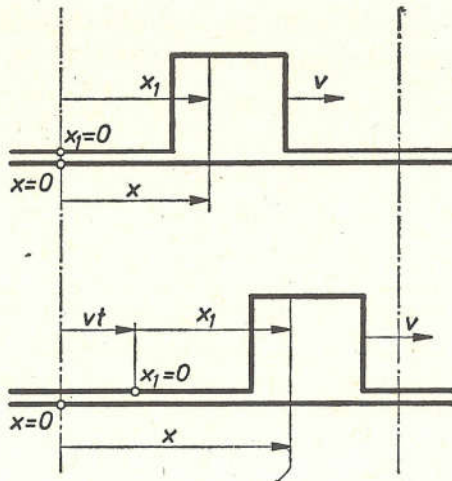
Jakost indukcije u rasporu određena je protjecanjem i dužinom raspora po zakonu:

$$B_x = \frac{\mu_0}{\delta_x} \Theta_x \quad (1)$$

pa je jasno da će uz konstantnu dužinu raspora $\delta_x = \delta$ raspodjela indukcije točno odgovarati raspodjeli protjecanja. Uzbuda istosmjernom strujom dat će sliku indukcije u rasporu koja se ne mijenja. Ako uzbuđeni dio stroja rotira, rotirat će s njim i slika indukcije u rasporu, a da se pri tome ne mijenja. Izmjenična uzbuda dat će sliku raspodjele indukcije koja pulzira i daje se rastaviti na direktnu i inverznu komponentu, što rotiraju svaka na svoju stranu. Svaki viši harmonički član protjecanja reda v dat će harmonički član indukcije istog reda v , odgovarajuće amplitude i kutne brzine:

$$\omega_{m_{v\mu}} = \frac{\mu}{v} \frac{\omega}{p} \quad (2)$$

kao i kod protjecanja, što vrijedi i za simetrične komponente jednofaznoga izmjeničnog protjecanja i za višefazna okretna protjecanja. Za razliku od uzbude istosmjernom strujom koja *mehanički rotira* — pri čemu i osnovni i svi viši članovi rotiraju *istom* kutnom brzinom $\omega_m = \omega/p$ — raspodjela indukcije u rasporu zbog *višefaznoga okretnog protjecanja* sadržat će harmoničke članove od kojih svaki rotira svojom *vlastitom* brzinom. To znači da će se oblik krivulje indukcije u rasporu od časa do časa mijenjati, unatoč konstantnome zračnom rasporu. To isto vrijedi i za direktnu i inverznu komponentu jednofaznog protjecanja ako ih promatramo svaku za sebe, iako njihov zbroj daje pulzirajuće protjecanje, kojemu se mijenja amplituda, ali oblik ostaje isti.



Sl. 3. Vodljivost raspora kod gibanja ulora

Obodna koordinata x odnosi se na nepomični stator. Ako se istaknuti polovi, ili utori, nalaze na rotoru koji rotira kutnom brzinom ω_m (što odgovara »električnoj« kutnoj brzini $\omega = p \omega_m$), onda izvedeni izrazi vrijede kad vodljivost promatramo po obodu rotora, pa umjesto x treba pisati x_1 , kao udaljenost od čvrste početne točke na rotoru. Veza između x i x_1 je prema slici 3:

$$x = x_1 + v t = x_1 + \frac{\tau_p}{\pi} k \omega t, \quad (11)$$

gdje je $k = \frac{\omega_r}{\omega}$ odnos električne kutne brzine rotora i kutne brzine osnovnog člana protjecanja.

Promjenljiva vodljivost na rotoru, prikazana u koordinatama čvrstog statora, bit će odatte:

$$A_x = \sum_{\xi=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos 2\xi \frac{\pi}{\tau_p} \left(x - \frac{\tau_p}{\pi} k \omega t \right) = \sum_{\xi=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos \left(2\xi \frac{\pi}{\tau_p} x - 2\xi k \omega t \right). \quad (12)$$

Protjecanje Θ_x može se prikazati po Fourieru kao red neparnih članova koji miruju ili rotiraju osnovnom kutnom brzinom ω , ili nekom drugom brzinom $\frac{\mu}{\nu} \omega$, tako da je u najopćenitijem slučaju:

$$\Theta_x = \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \Theta_{\nu\mu} \cos \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right), \quad (13)$$

gdje kut $\varphi_{\nu\mu}$ dopušta različite položaje vala protjecanja prema valu vodljivosti.

Indukcija u rasporu dobiva se iz vodljivosti i protjecanja množenjem dvaju beskonačnih redova:

$$B_x = \sum_{\xi=0}^{\infty} A_{2\xi} \cos \left(2\xi \frac{\pi}{\tau_p} x - 2\xi k \omega t \right) \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \Theta_{\nu\mu} \cos \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right). \quad (14)$$

Taj umnožak sastoji se od jednog dijela:

$$B_{xa} = A_0 \Theta_x, \quad (15)$$

koji vjerno slijedi sliku protjecanja, kao da je raspor konstantan, i drugog dijela:

$$B_{xb} = \sum_{\xi=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu} \cos \left(2\xi \frac{\pi}{\tau_p} x - 2\xi k \omega t \right) \cos \left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu} \right), \quad (16)$$

u kojem se pojavljuju umnošci svakog člana reda vodljivosti sa svakim članom reda protjecanja. Dovoljno je uzeti u obzir samo najistaknutije članove, a bilo koji od umnožaka može se učiniti preglednijim ako se umnožak kosinusnih funkcija prikaže zbrojem:

$$\begin{aligned} B_{xb_{\xi\nu\mu}} &= A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu} \cos\left(2\xi \frac{\pi}{\tau_p} x - 2\xi k \omega t\right) \cos\left(\nu \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu \omega t - \varphi_{\nu\mu}\right) = \\ &= \frac{A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu}}{2} \cos\left[(2\xi + \nu) \frac{\pi}{\tau_p} x - (2\xi k + \mu) \omega t - \varphi_{\nu\mu}\right] + \\ &+ \frac{A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu}}{2} \cos\left[(2\xi - \nu) \frac{\pi}{\tau_p} x - (2\xi k - \mu) \omega t + \varphi_{\nu\mu}\right]. \end{aligned} \quad (17)$$

Svaki umnožak daje, dakle, dva člana jednakih amplituda, ali različitih polnih koraka, koji putuju po obodu različitim kutnim brzinama. Svi ti članovi superponiraju se osnovnoj slici koja odgovara konstantnom rasporu:

$$B_x = B_{xa} + B_{xb} \quad (18)$$

U izrazu (16) okretna protjecanja pozitivnog smjera rotacije (direktna) predočena su pozitivnim indeksima $+\mu$, a negativnog smjera rotacije (inverzna) negativnim indeksima $-\mu$. Vrijednost $\mu = 0$ odgovara uzbudi istosmjernom strujom. Opći izraz za indukciju u rasporu, koji obuhvaća i članove B_{xa} (tj. $\xi = 0$) članove B_{xb} ($\xi = 1$ do ∞) i sva direktna i inverzna protjecanja, bit će prema tome:

$$\begin{aligned} B_x &= \sum_{\xi=0}^{\infty} \sum_{\mu=-\infty}^{+\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{A_{2\xi} \Theta_{\nu\mu}}{2} \left[\cos\left(\nu' \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu' \omega t - \varphi_{\nu\mu}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\nu'' \frac{\pi}{\tau_p} x - \mu'' \omega t + \varphi_{\nu\mu}\right) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Dužine vala i kutne brzine pojedinih članova određene su novim indeksima:

$$\begin{aligned} \nu' &= 2\xi + \nu & \nu'' &= 2\xi - \nu \\ \mu' &= 2\xi k + \mu & \mu'' &= 2\xi k - \mu \\ \omega' &= \frac{\mu'}{\nu'} \omega & \omega'' &= \frac{\mu''}{\nu''} \omega. \end{aligned}$$

U specijalnim slučajevima bit će:

a) *Stator s istaknutim polovima, rotor cilindričan; uzbuda istosmjernom strujom na statoru.* Pri tome je $\xi \neq 0$, $\nu \neq 0$, $\mu = 0$, $k = 0$.

Promatrajmo samo osnovne članove $\xi = 1$ i $\nu = 1$. Dobiva se:

$$\begin{aligned} B_{xa} &= A_0 \Theta_1 \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \varphi_1\right) \\ B_{xb} &= \frac{A_2 \Theta_1}{2} \left[\cos\left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - \varphi_1\right) + \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \varphi_1\right) \right], \end{aligned}$$

tj. čitava slika raspodjele indukcije miruje.

b) *Stator s istaknutim polovima, rotor cilindričan, protjecanje rotira.* Tu je $\xi \neq 0$, $\nu \neq 0$, $\mu \neq 0$, $k = 0$.

Uzmimo i opet samo osnovne članove $\xi = 1$, $\nu = 1$ i $\mu = 1$. Tada je:

$$B_{xa} = A_0 \Theta_1 \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \varphi_1 \right)$$

$$B_{xb} = \frac{A_2 \Theta_1}{2} \left[\cos \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \varphi_1 \right) + \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t + \varphi_1 \right) \right].$$

Uz prostorni osnovni i treći harmonički član, od kojih se prvi kreće brzinom rotora, a drugi 1/3 te brzine, javlja se i osnovni (inverzni) član sa suprotnim smjerom rotacije.

c) *Rotor s istaknutim polovima, stator cilindričan; uzbuda istosmjernom strujom na statoru.* Ti uvjeti su označeni sa $\xi \neq 0$, $\nu \neq 0$, $\mu = 0$, $k \neq 0$.

Uzmimo kao primjer $\xi = 1$, $\nu = 1$ i $k = 1$, pa izlazi:

$$B_{xa} = A_0 \Theta_1 \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \varphi_1 \right)$$

$$B_{xb} = \frac{A_2 \Theta_1}{2} \left[\cos \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - 2 \omega t - \varphi_1 \right) + \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - 2 \omega t + \varphi_1 \right) \right].$$

Uz mirnu sliku osnovnoga harmoničkog člana javlja se još osnovni član koji rotira dvostrukom brzinom rotora i treći harmonički član koji rotira sa 2/3 brzine rotora.

d) *Rotor s istaknutim polovima, stator cilindričan; protjecanje rotira.* Uvjeti su $\xi \neq 0$, $\nu \neq 0$, $\mu \neq 0$, $k \neq 0$.

Za $\xi = 1$, $\nu = 1$, $\mu = 1$ i $k = 1$ dobivamo:

$$B_{xa} = A_0 \Theta_1 \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \varphi_1 \right)$$

$$B_{xb} = \frac{A_2 \Theta_1}{2} \left[\cos \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - 3 \omega t - \varphi_1 \right) + \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t + \varphi_1 \right) \right].$$

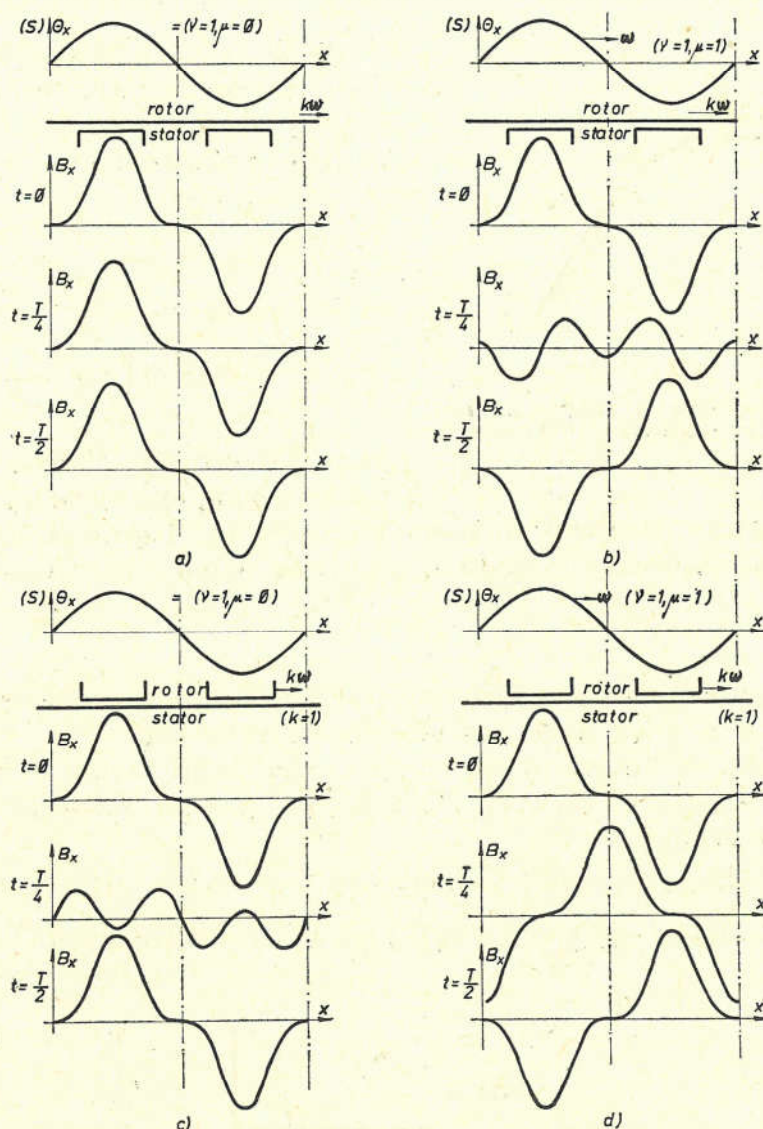
Svi članovi, oba osnovna i treći prostorni harmonički, rotiraju istom brzinom, naime brzinom rotora.

Sva četiri primjera prikazana su na slici 4. od a) do d). Istaknuti polovi mogu se promatrati kao jedan utor po polu. Osnovni utorski harmonički članovi u tom su slučaju reda:

$$\nu' = 2\xi N/2p + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$\nu'' = 2\xi N/2p - 1 = 2 - 1 = 1,$$

tj. prvi i treći, koji se superponiraju osnovnom članu (za koji je $\xi = 0$).



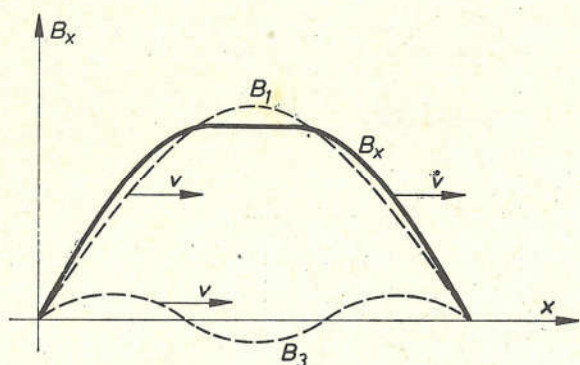
Sl. 4. Sastavljanje okretnih polja indukcije u rasporu

Mnogo je zamršenija slika kad i stator i rotor nose utore jer je ukupna vodljivost tada:

$$A_x = \frac{A_S A_R}{A_S + A_R}. \quad (20)$$

Uz A_S i A_R prikazane Fourierovim redovima, od kojih je jedan i vremenski ovisan, potpuna analiza je moguća numeričkim putem od točke do točke i od časa do časa. Kvalitativni uvid može se dobiti lakše na taj način da se razmatraju dvije aproksimacije, jedna s cilindričnim statorom, a druga s cilindričnim rotorom.

Više članove u krivulji raspodjele indukcije mogu uzrokovati ne samo odstupanja protjecanja od sinusoide i promjenljivi zračni raspor nego i *zasićenje u željezu*. Dosad smo pretpostavljali da se čitavo protjecanje troši na raspor. Ako se uzme u obzir da zapravo treba odbiti dio protjecanja koji je utrošen na željezo, a od kojega najveći dio otpada na zube, bit će očito na mjestu maksimalne indukcije u rasporu i zasićenje u zubima najveće. Zbog zasićenja u željezu protjecanje za zube postaje tu nerazmjerno veliko, pa je dio koji preostaje za raspor znatno smanjen. Raspodjela indukcije predložena je krivuljom prema slici 5, znatno sploštenom u sredini, što se može prikazati *osnovnim* i *trećim* harmoničkim članom. Kod



Sl. 5. Utjecaj zasićenja u željezu na harmoničke članove raspodjele indukcije u rasporu

okretnog polja ta raspodjela *rotira* brzinom osnovnoga harmoničkog člana *ne mijenjajući oblik*, kao kod istosmjerne uzbude uz mehaničku rotaciju, pa je:

$$B_x = B_1 \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) - B_3 \cos \left(3 \frac{\pi}{\tau_p} x - 3 \omega t \right), \quad (21)$$

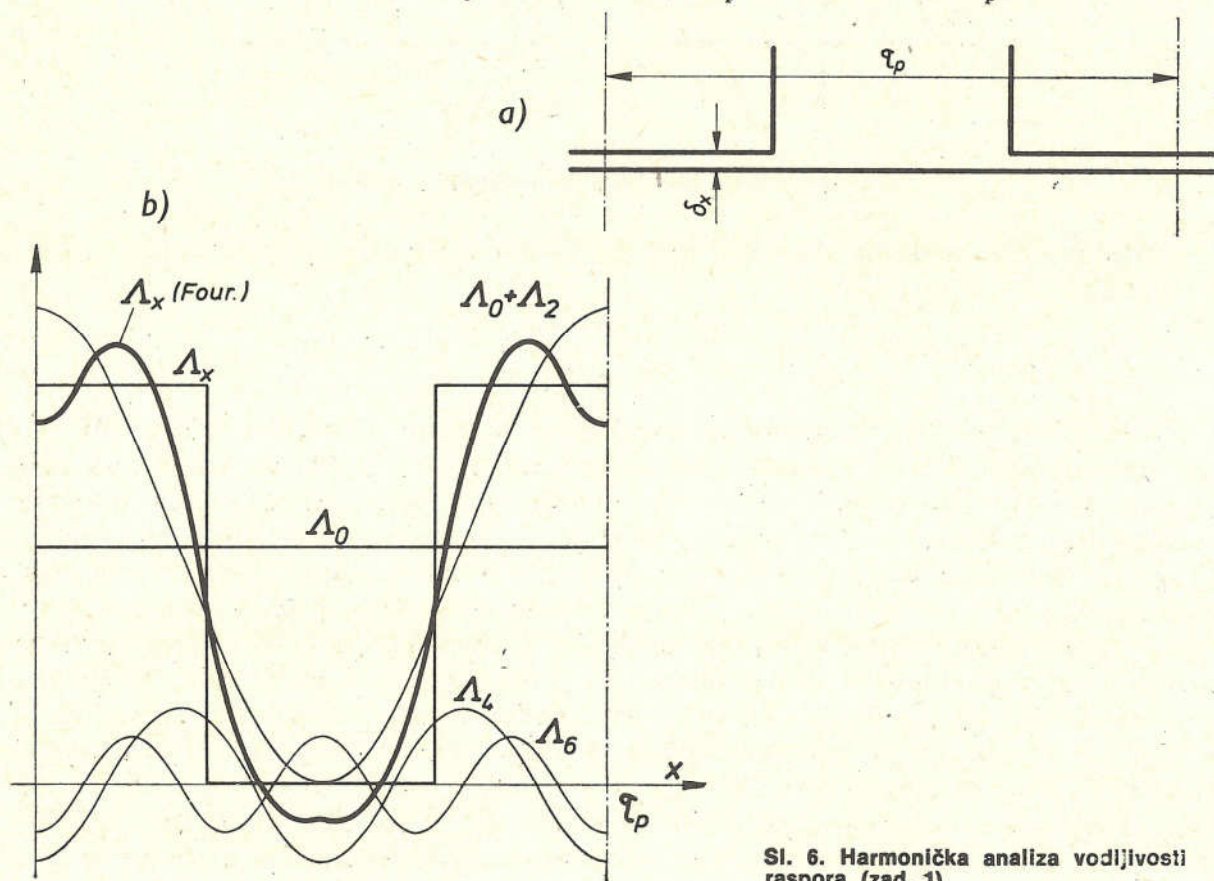
za razliku od viših članova u krivulji protjecanja, koji, ako su uzbuđeni osnovnom frekvencijom, putuju brzinom manjom od osnovne. Taj treći harmonički član koji nastaje zbog zasićenja inducira u vodičima napone trostruke frekvencije.

4.8. Zadaci

1. Stroj s istaknutim polovima širine $b_p = 0,6 \tau_p$ na rotoru ima ispod pola konstantan raspor $\delta = 1,5 \text{ mm}$. Između polova valja uzeti $\delta = \infty$. Treba: a) nacrtati krivulju vodljivosti u rasporu za jedan polni korak; b) izvršiti harmoničku analizu i odrediti Λ_0 , Λ_2 , Λ_4 i Λ_6 ; c) napisati analitički izraz za Λ_x u kosinusnom razvoju.

[a) V. sl. 6; b) $0,503 \cdot 10^{-3}$, $0,507 \cdot 10^{-3}$, $-0,157 \cdot 10^{-3}$, $0,105 \cdot 10^{-3}$;

c) $= (0,503 + 0,507 \cos 2 \frac{\pi}{\tau_p} x - 0,157 \cos 4 \frac{\pi}{\tau_p} x - 0,105 \cos 6 \frac{\pi}{\tau_p} x + \dots) \cdot 10^{-3}$]



Sl. 6. Harmonička analiza vodljivosti raspora (zad. 1)

2. Rotor stroja iz 1. zadatka miruje, a na statoru trofazni namot uzrokuje okretno protjecanje koje se sastoji od osnovnoga harmoničkog člana $\Theta_1 = 1\,300 \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right)$ i petoga člana $\Theta_5 = 120 \cos\left(5\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)$. Zbog zasićenja u zubima amplituda osnovnog člana koja djeluje na zračni raspor smanjena je 15%, što se mora prikazati odgovarajućim trećim harmoničkim članom. Treba napisati potpuni izraz za protjecanje po dužini raspora.

$$[\Theta_x = 1\,300 \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t\right) - 195 \cos\left(3\frac{\pi}{\tau_p} x - 3\omega t\right) + 120 \cos\left(5\frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t\right)]$$

3. Ako protjecanje iz 2. zadatka djeluje pri zaustavljenom rotoru iz 1. zadatka koji će se harmonički članovi indukcije pojaviti u rasporu? Za svaki član valja odrediti: a) kombinaciju iz koje nastaje; b) amplitudu; c) kutnu brzinu rotacije; d) smjer rotacije; e) broj polova unutar razmaka τ_p .

a)	$\Lambda_0\Theta_1$	$\Lambda_0\Theta_3$	$\Lambda_0\Theta_5$	$\Lambda_2\Theta_1$	$\Lambda_2\Theta_3$	$\Lambda_2\Theta_5$	
b)	0,654	0,098	0,060	0,330	0,0495	0,0304	(T)
c)	ω	ω	$-\omega/5$	$\omega/3$	$3\omega/5$	$-\omega/7$	
				$-\omega$	3ω	$-\omega/3$	
d)	d	d	i	d	d	i	
				i	d	i	
e)	1	3	5	3	5	7	
				1	1	3	
a)	$\Lambda_4\Theta_1$	$\Lambda_4\Theta_3$	$\Lambda_4\Theta_5$	$\Lambda_6\Theta_1$	$\Lambda_6\Theta_3$	$\Lambda_6\Theta_5$	
b)	0,102	0,015	0,0094	0,068	0,01	0,006	T
c)	$\omega/5$	$3\omega/7$	$-\omega/9$	$\omega/7$	$\omega/3$	$-\omega/11$	
	$-\omega/3$	-3ω	$-\omega$	$-\omega/5$	$-\omega$	ω	
d)	d	d	i	d	d	i	
	i	i	i	i	i	d	
e)	5	7	9	7	9	11	
	3	1	1	5	3	1	]

4. Stroj ima na statoru šest polova i 72 utora. Ako je vodljivost ispod zuba $0,8 \cdot 10^{-3}$ (Vs/Am²), a ispod utora 10 puta manja, te ako je širina zuba jednaka polovici utorskog koraka, kako glasi analitički izraz za vodljivost raspora, uzevši u obzir prva četiri člana Fourierova razvoja?

$$[\Lambda_x = (0,440 + 0,458 \cos 24\frac{\pi}{\tau_n} x - 0,153 \cos 72\frac{\pi}{\tau_p} x + 0,092 \cos 120\frac{\pi}{\tau_p} x + \dots) \cdot 10^{-3}]$$

5. Ako rotor ima cilindrični oblik i uzbuđen istosmjernom strujom proizvodi potpuno sinusno protjecanje $\Theta_1 = 1\,200 \cos\frac{\pi}{\tau_n} x_1$ te se vrti brzinom od 1 000

o/min, kako će izgledati raspodjela indukcije u rasporu stroja iz 4. zadatka? Treba uzeti u obzir samo prva dva člana izraza za vodljivost.

$$[B_x = 0,528 \cos \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t \right) + 0,275 \cos \left(25 \frac{\pi}{\tau_p} x - \omega t - \varphi \right) + \\ + 0,275 \cos \left(23 \frac{\pi}{\tau_p} x + \omega t + \varphi \right) \cdot (\text{T})]$$

6. Stroj u 4. i 5. zadatku dugačak je 1 m, a promjer mu je 1,20 m. Koji su iznosi i frekvencije napona induciranih u štapu na obodu statora?

$$[U_1 = 23,5 \text{ V}, 50 \text{ Hz}; U_{25} = 0,49 \text{ V}, 50 \text{ Hz}; U_{23} = 0,53 \text{ V}, 50 \text{ Hz}]$$

4.9. Rekapitulacija

Protjecanja pojedinih namota zbrajaju se u *rezultirajuće protjecanje* koje daje sliku magnetskog polja u rasporu. Istosmjerne struje daju *mirna protjecanja*, no ako se namot nalazi na rotoru i rotira s njime, rotirat će i takvo protjecanje. Isti efekt postiže se i namotom koji miruje a u njemu teče izmjenična struja. Svako takvo *jednofazno protjecanje* može se prikazati superpozicijom dvaju jednakih *okretnih protjecanja* koja rotiraju u suprotnim smjerovima — *direktnog* i *inverznog*. *Višefazni namoti*, napajani višefaznim izmjeničnim strujama, mogu se izvesti tako da inverznog protjecanja nestane, a ostane samo direktno (*simetrično okretno polje*). Takvo okretno protjecanje ekvivalentno je istosmjernom protjecanju namota koji mehanički rotira promatra li se samo osnovni harmonički član.

Sva su protjecanja periodički raspodijeljena po obodu stroja, gdje je osnovna perioda identična s razmakom koji odgovara jednom paru polova na obodu stroja. Odstupanja od sinusne raspodjele uzrokuju superponirane valove 3-strukog, 5-strukog, ..., ν -strukog broja polova. Okretno protjecanje sa ν puta *više* polova okreće se ν puta *sporije*. No ako je frekvencija uzbudne struje μ puta *veća*, *povećava* se i brzina okretnog protjecanja μ puta. To dakako vrijedi i za onaj dio okretnog polja koji je proizveden višim harmoničkim članom reda μ nesinusne uzbudne struje.

Nesinusne struje s vremenskim harmoničkim članovima reda μ u višefaznom namotu koji daje prostorne članove protjecanja reda ν mogu dati ili direktno ili inverzno okretno protjecanje, ili oba, ili ni jedno, što ovisi o ν , μ i broju faza m .

Kao osnovna slika razmatra se uvijek sinusna prostorna raspodjela (osnovni član) i sinusne struje osnovne frekvencije, a utjecaj se viših harmoničkih članova po potrebi razmatra dodatno.

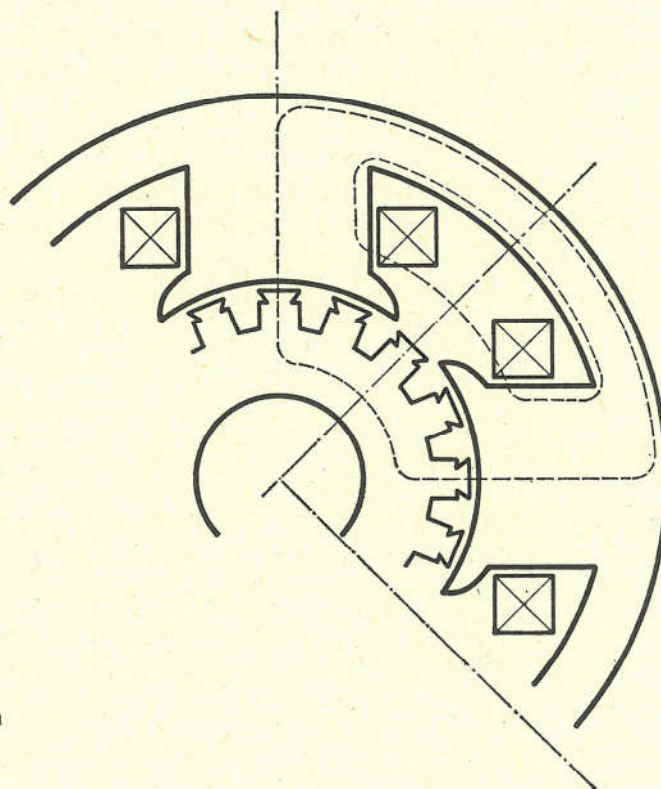
Raspodjela indukcije B po obodu stroja osim o *raspodjeli protjecanja* ovisi još i o *magnetskoj vodljivosti u rasporu*. Promjenljivi raspor može dovesti do viših harmoničkih članova u raspodjeli indukcije kojih u krivulji protjecanja nema. Tu je na prvom mjestu utjecaj *istaknutih polova* i utjecaj *utora* na obodu stroja. Krivulja indukcije deformira se osim toga i zbog *zasićenja u željezu*.

5. PRORAČUN MAGNETSKOG KRUGA

5.1. Podjela

Ukupno potrebno protjecanje da bi se dobio magnetski tok određene veličine određujemo tako da cjelokupni magnetski krug podijelimo na pojedine karakteristične odsječke gdje se za svaki smije jakost polja H uzeti konstantnom, a dužina im je l poznata. Za svaki pojedini odsječak računamo tada magnetski napon Hl , a zbrajanjem svih magnetskih napona dobivamo ukupno *protjecanje po paru polova* (sl. 1):

$$\Theta = \sum Hl = \sum V. \quad (1)$$



Sl. 1. Magnetski krug električnog stroja

Polovica toga ukupnog protjecanja bit će smještena oko svakog pola (*protjecanje po polu*):

$$\Theta_1 = I w_p = \frac{1}{2} \sum Hl. \quad (2)$$

Karakteristični dijelovi magnetskog kruga su ovi:

- zračni raspor*, s magnetskim naponom V_δ ;
- zubi* na statoru (V_{zs}), ili zubi na rotoru (V_{zr}), ili zubi na statoru i na rotoru ($V_{zs} + V_{zr}$);

- c) *polovi* statora ili polovi rotora, ako ih ima (V_p);
- d) *jaram statora* V_{js} ;
- e) *jaram rotora* V_{jr} .

Prema slici 1. ukupni magnetski napon sastavljen je ovako:

$$\Theta = 2V_\delta + 2V_z + 2V_p + V_{js} + V_{jr}, \quad (3)$$

odnosno potrebna uzbuda po polu određena je sa:

$$\Theta_1 = I w_p = V_\delta + V_z + V_p + \frac{1}{2}(V_{js} + V_{jr}). \quad (4)$$

5.1. Zadaci

1. Sinhroni stroj ima 24 pola i uzбудni namot s ukupno 1 800 zavoja, presjeka od 50 mm^2 . Za uzbudu treba po jednom paru polova protjecanje od 28 400 A. Kolika će biti uzbudna struja? Kolik će biti uzbudni napon ako je srednja dužina zavoja 1,52 m? Pri tome je specifična vodljivost toplog bakra 47 S m/mm^2 .

[189 A; 220 V]

2. Sinhroni stroj ima 12 polova, promjer provrta 2,3 m i idealnu dužinu paketa limova 0,83 m. Ako se pretpostavi sinusna raspodjela indukcije u rasporu i dopusti maksimalna vrijednost indukcije od 0,85 T, kolik je tok s kojim treba računati potrebno protjecanje za uzbudu stroja?

[0,27 Vs]

5.2. Zračni raspor

Na različitim mjestima zračnog raspora jakost će indukcije biti različita. *Indukcijom u zračnom rasporu* B_δ nazivamo u tom slučaju vrijednost indukcije na mjestu najvećeg protjecanja, dakle u sredini pola, pri čemu u prvi mah zanemarujemo utjecaj utora. Ta vrijednost indukcije odstupa od *srednje vrijednosti* B_{sr} , koja bi dala tok Φ ako je pomnožimo iznosom presjeka u zračnom rasporu ispod jednog pola:

$$\Phi = B_{sr} \tau_p l_i. \quad (1)$$

Označimo odnos srednje i maksimalne vrijednosti sa α_i :

$$\alpha_i = B_{sr}/B_\delta \quad (2)$$

pa dobivamo tok:

$$\Phi = B_\delta \alpha_i \tau_p l_i. \quad (3)$$

Sa l_i je pri tome označena *idealna dužina stroja*, kod koje se uzelo u obzir smanjenje ukupne dužine l nastalo zbog rashladnih raspora što se ostavljaju kod dužih paketa kako bi rashladni zrak mogao radijalno strujati i odvoditi toplinu iz njihove unutrašnjosti. Idealna dužina l_i može se, dakle, definirati kao ona dužina stroja koja bi

dala isti tok Φ kad ne bi bilo rashladnih raspora. Ta je dužina nešto manja od dužine paketa u koju su uključeni i rashladni kanali, a nešto veća od čiste dužine željeza u paketu. Na sličan način može se definirati kao *idealni polni korak*

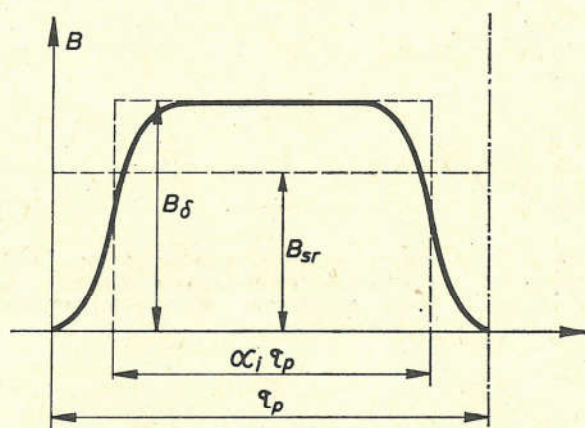
$$\tau_{pi} = \alpha_i \tau_p \quad (4)$$

onaj polni korak koji bi uz maksimalnu indukciju B_δ dao isti tok koji dobivamo uz stvarni polni korak τ_p i srednju indukciju B_{sr} (sl. 1).

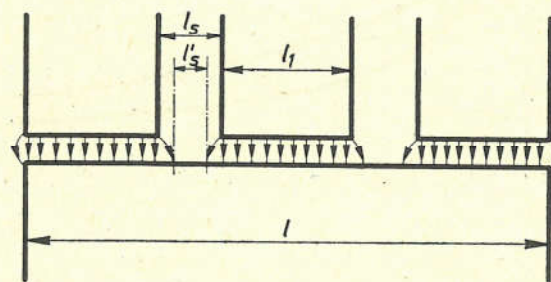
Da bi se odredila idealna dužina stroja, valja od ukupne dužine l odbiti iznos $n l'_s$:

$$l_i = l - n l'_s, \quad (5)$$

gdje je n broj rashladnih kanala, a $l'_s < l_s$ *gubitak efektivne dužine* zbog jednoga rashladnog kanala (sl. 2). Taj gubitak nije jednak stvarnoj širini rashladnog kanala l_s jer nešto silnica prolazi kroz zračni raspor i u području rashladnih kanala.



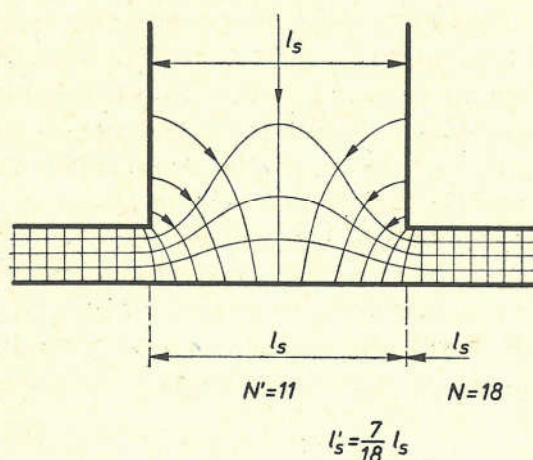
Sl. 1. Indukcija u rasporu i idealni polni korak



Sl. 2. Ukupna i idealna dužina stroja

Postupak za određivanje l'_s vidi se na slici 3. Ako se nacrtaju mreža silnica i ekvipotencijalnih linija (koje se uvijek sijeku pod pravim kutom) tako da dobivena polja budu uvijek iste srednje dimenzije kad ih mjerimo u smjeru silnice i u smjeru ekvipotencijalne linije, onda je magnetski otpor između dviju susjednih silnica uvijek jedan te isti, bilo da koje dvije susjedne ucrtane silnice predočavaju konturu cijevi polja s uvijek istim obuhvaćenim tokom. Ukupni tok dobiva se jednostavno prebrojavanjem ucrtanih silnica. Gubitak dužine l'_s može se izraziti gubitkom broja silnica na dužini l_s , tj.:

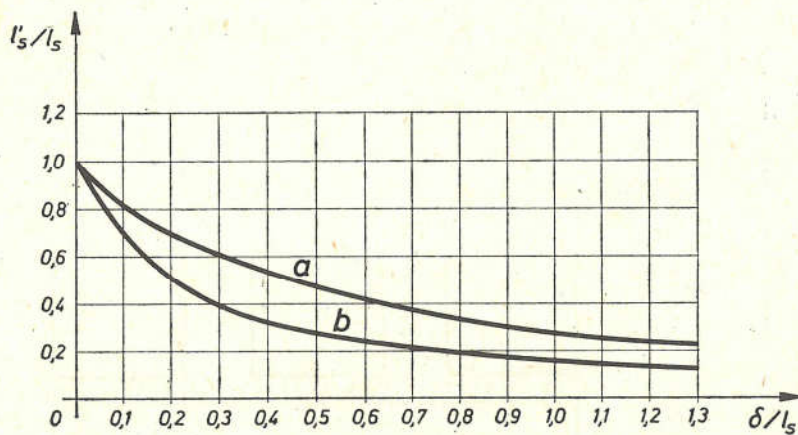
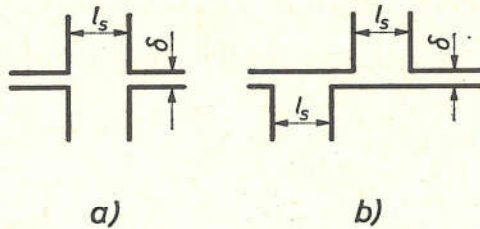
$$l'_s = \frac{N - N'}{N} l_s, \quad (6)$$



Sl. 3. Određivanje utjecaja rashladnih kanala metodom cijevi polja

gdje je N broj silnica na dužinu l_s u području jednolike gustoće, a N' broj silnica ispod rashladnog kanala. Može se, naravno, sličan postupak izvršiti matematičkom ili numeričkom analizom polja. U praksi obično se služimo rezultatima izvršenih analiza prema slici 4. Za međusobno pomaknute kanale (krivulja b) treba posebno odbiti dužine za statorske, a posebno za rotorske kanale:

$$l_i = l - n_s l'_s - n_r l'_r. \quad (7)$$



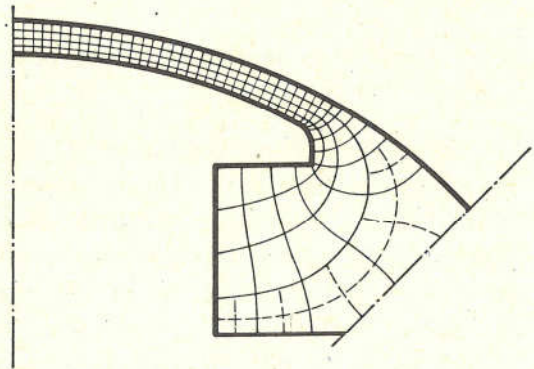
Sl. 4. Efektivni gubitak dužine stroja zbog rashladnih kanala statora i rotora smještenih: a) u istoj ravnini; b) razmaknuto

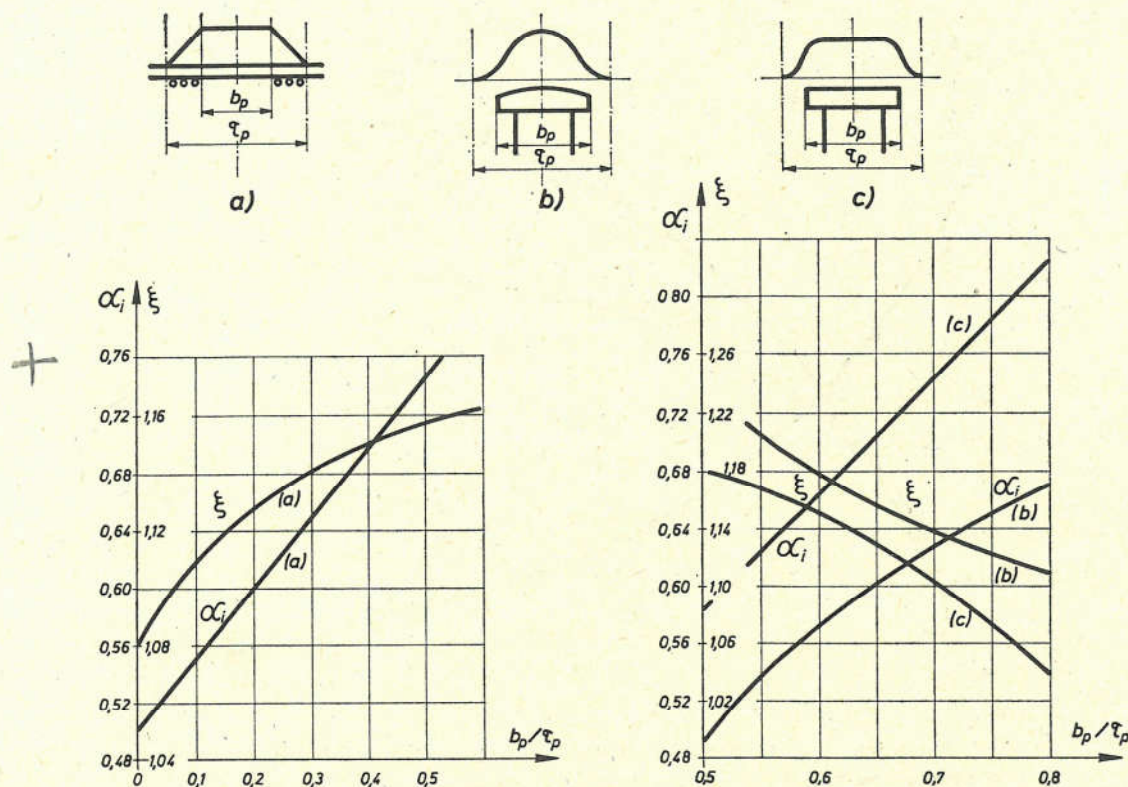
Sl. 5. Određivanje idealnoga polnog koraka metodom cijevi polja

Faktor a_i za određivanje idealnoga polnog koraka mogao bi se na sličan način tražiti metodom cijevi polja (sl. 5). Kod istaknutih polova sinhronog stroja valja razlikovati slučaj gdje se zračni raspodjela pod polom mijenja, kako bi se raspodjela indukcije približila sinusnoj, od onoga gdje je zračni raspodjela konstantne dužine.

Za oba slučaja prikazan je faktor a_i ovisno o omjeru širine pola b_p i polnog koraka τ_p na slici 6. Na istoj slici je i faktor a_i za turbogeneratore, dakle za cilindrični stator i rotor. Sve su te krivulje rezultat sakupljenog iskustva iz proračuna i mjerenja na većem broju strojeva, i njima se koristimo da bismo izbjegli crtanje slike polja ili dugotrajne analize za svaki pojedini slučaj. Za polje u raspodu istosmjernog stroja mogu se iskustveni podaci dobro aproksimirati izrazom:

$$a_i = \frac{b_p + 2\delta}{\tau_p}. \quad (8)$$





Sl. 6. Omjer srednje i maksimalne vrijednosti indukcije u rasporu α_i i faktor oblika ξ kod sinhronog stroja: a) za cilindrične polove; b) za istaknute polove s rasporedom prilagođenim sinusnoj raspodjeli; c) s konstantnim rasporedom

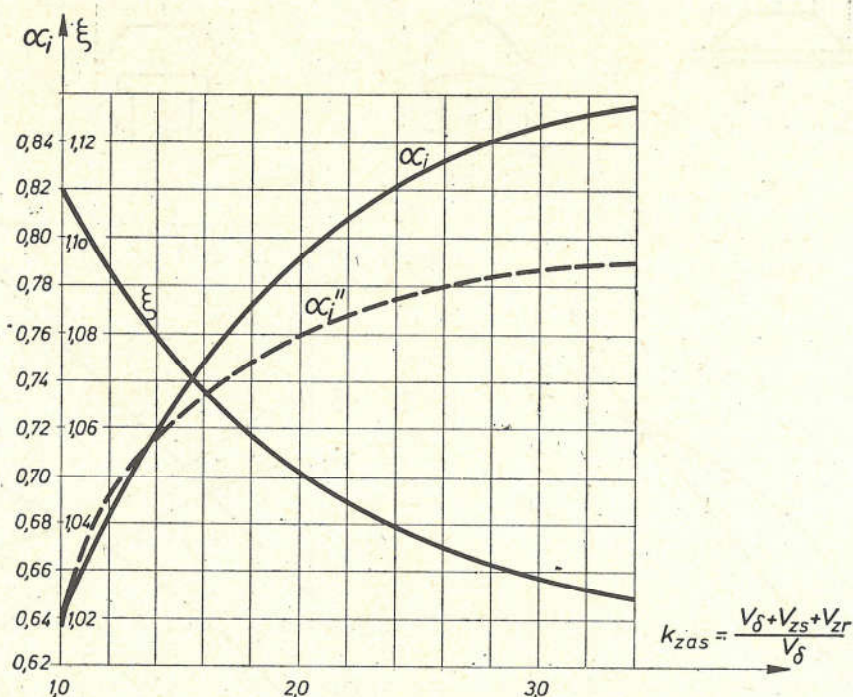
Kod *asinhronog stroja*, koji ima cilindričan stator i rotor, raspodijeljenu uzbudu i karakteristično sploštenje krivulje raspodjele indukcije u rasporu zbog zasićenja u zubima, faktor α_i ovisi o stupnju zasićenja, što se karakterizira *faktorom zasićenja*:

$$k_{zas} = \frac{V_\delta + V_{zs} + V_{zr}}{V_\delta}. \quad (9)$$

Na slici 7. unesena je krivulja $\alpha_i = f(k_{zas})$ za asinhronne motore. Budući da faktor zasićenja k_{zas} nije unaprijed poznat, treba pretpostaviti neku vrijednost (obično $k_{zas} = 1,4$) i s tom vrijednošću izračunati indukciju:

$$B_\delta = \frac{\Phi}{\alpha_i \tau_p l_i} \quad (10)$$

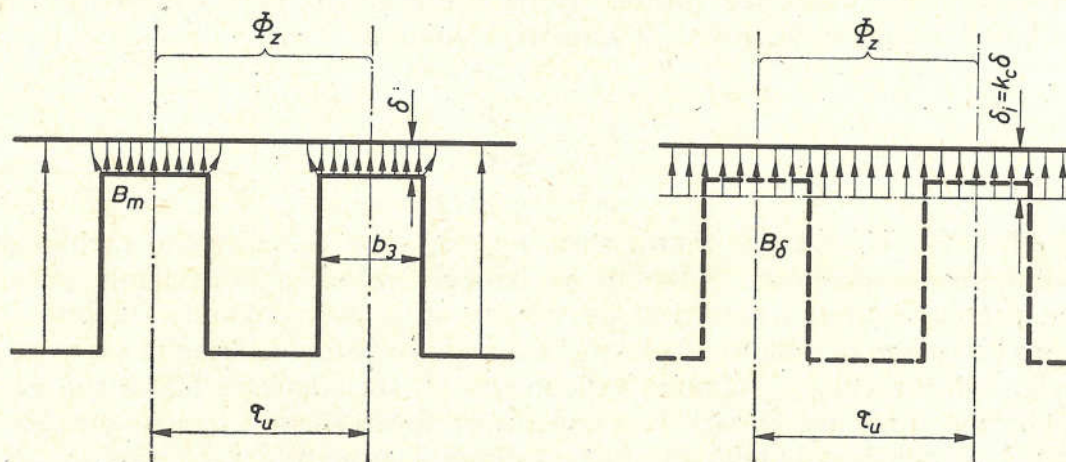
pa odrediti V_δ , V_{zs} i V_{zr} te faktor zasićenja k_{zas} , koji će se obično razlikovati od pretpostavljene vrijednosti. Kako bi se izbjeglo nekoliko ponavljanja proračuna dok se pretpostavljena i rezultirajuća vrijednost za k_{zas} poklope, služimo se pomoćnom krivuljom α_i'' (sl. 7). Za faktor zasićenja koji smo na temelju osnovne pretpostavke dobili računom očitamo vrijednost α_i'' , što odgovara faktoru α_i za neku interpoliranu vrijednost faktora k_{zas} između pretpostavljene i izračunane. Krivulja $\alpha_i'' = f(k_{zas})$ položena je tako da obično odmah daje pretpostavku koja se dovoljno točno podudara s rezultatom drugog računa.



Sl. 7. Faktori α_i i ξ , te pomoćni faktor α_i'' u ovisnosti o faktoru zasićenja kod asinhronog stroja

Tako određena indukcija u rasporu pod sredinom pola B_δ dobivena je uz zanemarenje utora. Ako na jednoj strani raspora postoje utori (sl. 8), na mjestu utorskog otvora silnice će biti prorijeđene. Da bi za jedan utorski korak (ili korak zuba) tok Φ_z ostao nepromijenjen, moraju silnice na mjestu zuba biti gušće od prosječne gustoće, tj. maksimalna indukcija B_m mora biti veća od prosječne vrijednost B_δ unutar jednoga utorskog koraka pod sredinom pola koju smo izračunali uz pretpostavku da utora nema. Maksimalna vrijednost B_m pojavljuje se iznad zuba, gdje je dužina zračnog raspora δ , pa potrebni magnetski napon odgovara upravo toj indukciji B_m na mjestu pod sredinom pola:

$$V_\delta = \frac{B_m}{\mu_0} \delta. \quad (11)$$



Sl. 8. Uz definiciju Carterova faktora i Idealnog raspora

Međutim, računom lako dobivamo *srednje vrijednosti* za utorski korak B_δ , a ne vrijednosti B_m . Ako nacrtamo sliku polja za jedan korak zuba, možemo i opet metodom cijevi polja prebrojiti silnice i vidjeti kolika je najveća i kolika prosječna gustoća. Budući da je cijelo to polje u zraku, gdje vrijede linearni odnosi, očito je da odnos B_m/B_δ ostaje kod bilo koje indukcije uvijek isti, te ovisi samo o geometrijskom rasporedu, a može se obuhvatiti i analitičkim izrazom:

$$k_{C1} = \frac{o_1 + 5\delta}{o_1 \frac{\tau_{u1} - o_1}{\tau_{u1}} + 5\delta} > 1 \quad (12)$$

ako su utori samo na statoru i:

$$k_{C2} = \frac{o_2 + 5\delta}{o_2 \frac{\tau_{u2} - o_2}{\tau_{u2}} + 5\delta} > 1 \quad (13)$$

ako su utori samo na rotoru, ili:

$$k_C = k_{C1} k_{C2} \quad (14)$$

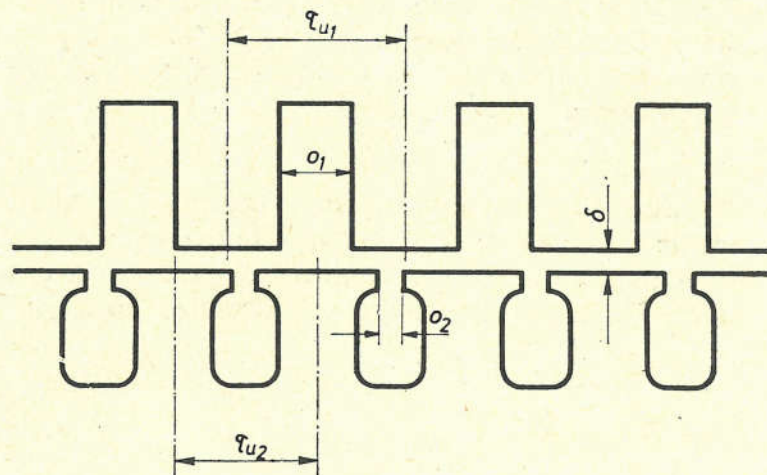
ako su utori i na statoru i na rotoru (oznake prema sl. 9). Taj *Carterov faktor* k_C predstavlja omjer B_m/B_δ , pa se magnetski napon može računati iz poznate vrijednosti B_δ pod sredinom pola:

$$V_\delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} k_C \delta = \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta_i. \quad (15)$$

Vrijednost

$$\delta_i = k_C \delta \quad (16)$$

predstavlja nadomjesni raspored ili *idealnu dužinu raspora*.



Sl. 9. Određivanje Carterova faktora

Uvođenjem Carterova faktora otpada potreba da se određuje maksimalna indukcija pod zubom. Umjesto toga računa se vrijednost B_δ pod sredinom pola uz zanemarene utore, ali se umjesto stvarne dužine raspora δ uvodi nešto veća idealna dužina δ_i , tako da bude:

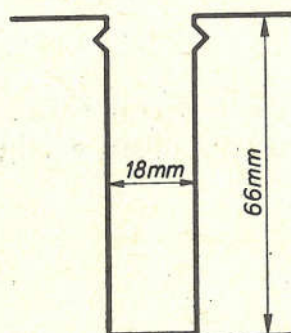
$$\frac{B_\delta \delta_i}{\mu_0} = \frac{B_m \delta}{\mu_0} = V_\delta. \quad (17)$$

5.2. Zadaci

1. Sinhroni stroj ima paket statora sa 14 rashladnih kanala dužine $l_s = 10$ mm, a čitava dužina paketa zajedno s rashladnim kanalima iznosi $l = 0,850$ m. Dužina zračnog raspora je 11,4 mm. Kolika je idealna dužina stroja l_i ? Rotor nema rashladnih kanala.

$$[l_i = 0,829 \text{ m}]$$

2. Sinhroni generator iz 1. zadatka ima na statoru 180 utora prema slici 10. Kolika je idealna dužina zračnog raspora? Kolik je utorski korak pri vrhu utora, u njegovoj sredini i pri dnu utora? Provrt je 2,3 mm.



Sl. 10. Dimenzije utora u zadatku 2.

$$\begin{aligned} [k_C &= 1,12, \delta_i = 12,8 \text{ mm;} \\ (\tau_{u1})_3 &= 40,1 \text{ mm,} \\ (\tau_{u1})_2 &= 41,3 \text{ mm,} \\ (\tau_{u1})_1 &= 42,5 \text{ mm}] \end{aligned}$$

3. Stroj iz prva dva zadatka ima 12 polova širine $b_p = 0,452$ m. Polovi su formirani tako da približe raspodjelu indukcije sinusnom obliku. Kolik je magnetski napon potreban na zračnom rasporu da bi tok u rasporu bio 0,296 Vs?

$$[a_i = 0,65; B_\delta = 0,91 \text{ T; } V_\delta = 9\,280 \text{ A}]$$

4. Asinhroni motor ima zračni raspor od 0,35 mm. Poluotvorenim je utorima na statoru i rotoru korak $\tau_{u1} = 13,25$ mm i $\tau_{u2} = 10,8$ mm te utorski otvor širine $o_1 = 3$ mm i $o_2 = 1$ mm. Kolik je Carterov faktor i idealna dužina zračnog raspora?

$$[k_C = 1,167 \cdot 1,035 = 1,208; \delta_i = 0,42 \text{ mm}]$$

5. Asinhroni motor u 4. zadatku ima $p = 2$, promjer u provrtu $D = 152$ mm i idealnu dužinu $l_i = 100$ mm. Treba za tok u rasporu $\Phi = 0,582 \cdot 10^{-2}$ Vs izračunati indukciju u sredini raspora B_δ i magnetski napon na zračnom rasporu V_δ , uz pretpostavku da je faktor zasićenja:

$$k_{zas} = \frac{V_\delta + V_{zs} + V_{zr}}{V_\delta} = 1,4.$$

$$[B_\delta = 0,681 \text{ T, } V_\delta = 229 \text{ A}]$$

6. Izračunavanje magnetskog napona u zubima za motor iz 5. zadatka dalo je za zub statora $V_{zs} = 98$ A i za zub rotora $V_{zr} = 16$ A. Valja odrediti faktor zasićenja k_{zas} koji odgovara tim podacima, zatim provesti korekciju (samo jedan korak), te odrediti konačnu vrijednost indukcije B_δ , magnetskog napona V_δ i faktora zasićenja k_{zas} .

$$[B_\delta = 0,673 \text{ T}, V_\delta = 226 \text{ A}, k_{zas} = 1,46]$$

5.3. Zubi

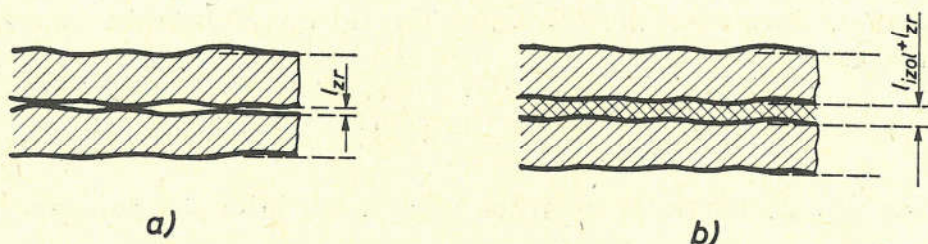
Magnetski tok Φ_z koji pripada jednom zubu pod sredinom pola iznosi:

$$\Phi_z = \tau_u l_i B_\delta, \quad (1)$$

gdje je τ_u utorski korak, a l_i je idealna dužina stroja. Presjek željeza u zubu iznosi:

$$q_z = b_z k_{Fe} l_{Fe}, \quad (2)$$

gdje b_z označuje širinu zuba na promatranom mjestu, $l_{Fe} (= \sum l_1$ prema sl. 2. u odjeljku 5.2) ukupna je *bruto-dužina željeza*, ili *mjeriva dužina željeza*, u kojoj su, međutim, sadržani i razmaci među limovima, bez željeza.



Sl. 1. Faktor punjenja željeza kod: a) neizoliranih limova; b) izoliranih limova

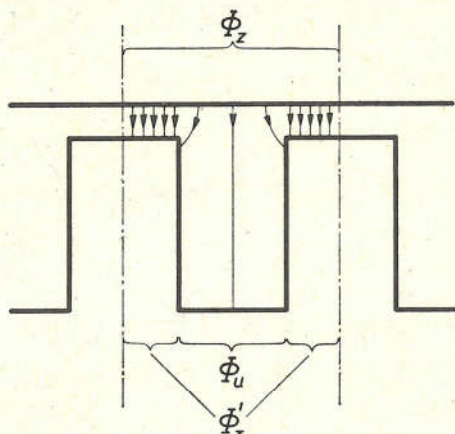
Limovi uvijek imaju manje ili više nepravilnu površinu. Zbog tih hrapavosti oni ne bi posve prijanjali jedan uz drugi čak ni onda kad bi se tako poslagali da nema nikakve izolacije među njima, već da se dodiruju istaknutim točkama, a ostali dio površina ostaje razmaknut za određenu zračnost (sl. 1). Povrh toga, limove treba međusobno električki izolirati, što još više povećava prostor bez željeza između njih. Kad bi se znale prosječne vrijednosti za zbroj svih zračnosti l_{zr} i za debljinu svih izolacija l_{izol} , te za debljinu čistog željeza u paketu l_{Fe} , mogao bi se definirati *faktor punjenja željeza* kao omjer neto-dužine i bruto-dužine željeza u paketu:

$$k_{Fe} = \frac{l_{Fe}}{l_{Fe} + l_{izol} + l_{zr}} = \frac{l_{Fe}}{l_{Fe}} < 1. \quad (3)$$

Taj se faktor kreće od 0,92 do 0,98, prema vrsti lima i proizvođaču, te načinu izolacije. Tako definiran faktor k_{Fe} nije samo omjer dužine čistog željeza prema ukupnoj dužini paketa limova nego i omjer presjeka željeza prema ukupnom presjeku i volumena čistog željeza prema ukupnom volumenu. Gdje god je magnetski krug napravljen od limova, potrebno je presjek dobiven računom iz dimenzija koje se mogu izmjeriti pomnožiti faktorom punjenja k_{Fe} da bi se dobio *čisti presjek željeza*.

Tzv. *računska indukcija u zubu*, tj. ona uz pretpostavku da sav tok ide samo kroz zub, bila bi:

$$B_z = \frac{\Phi_z}{q_z} = \frac{\tau_u l_i B_\delta}{b_z l_{Fe} k_{Fe}} \quad (4)$$



Sl. 2. Računska i stvarna indukcija u zubu

Međutim, kod većih indukcija B_z (negdje od 1,8 T dalje) ne može se zanemariti dio toka koji se paralelno zatvara kroz utor. Prema slici 2. vrijedi:

$$\Phi_z = \Phi_z' + \Phi_u \quad (5)$$

Podijelimo to presjekom zuba q_z :

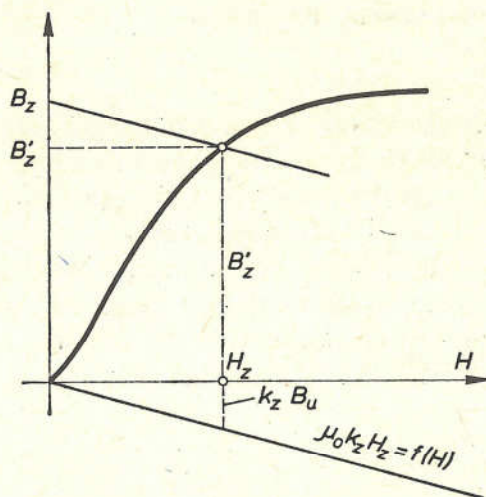
$$\frac{\Phi_z}{q_z} = \frac{\Phi_z'}{q_z} + \frac{\Phi_u}{q_z} \frac{q_u}{q_u}$$

$$B_z = B_z' + \frac{q_u}{q_z} B_u \quad (6)$$

Taj izraz kaže da je računaska indukcija u zubu B_z jednaka *stvarnoj indukciji u zubu* B_z' povećanoj za *korigiranu utorsku indukciju* $B_u q_u/q_z$. Označimo omjer presjeka utora i zuba sa:

$$k_z = q_u/q_z = \frac{\tau_u - k_{Fe} b_z}{k_{Fe} b_z} \quad (7)$$

gdje τ_u znači utorski korak, b_z je širina zuba, a k_{Fe} je faktor punjenja željeza.



Sl. 3. Magnetski napon visoko zasićenog zuba

Budući da u utoru nema željeza, može se indukcija u utoru izraziti jakošću polja, pa izraz (6) glasi:

$$B_z = B_z' + \mu_0 k_z H_u \quad (8)$$

Na zubu i na utoru magnetski je pad napona isti:

$$H_z l_z = H_u l_u$$

a dužine su jednake, pa izlazi da je:

$$H_z = H_u \quad (9)$$

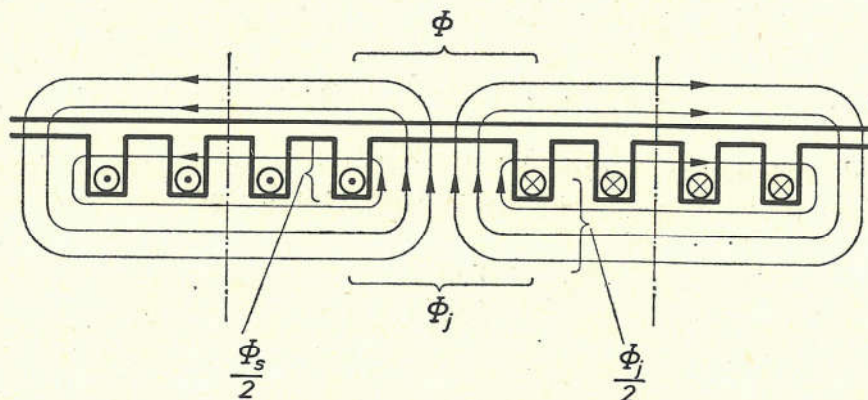
Oba člana na desnoj strani jednadžbe (8), i B_z' i $\mu_0 k_z H_u$ funkcije su iste jakosti polja H_u . Prvi član u ovisnosti o jakosti polja H_z prikazan je krivuljom magnetiziranja, a drugi pravcem ispod apscisne osi nagiba $\mu_0 k_z$. S krivulje magnetiziranja može se na osnovi *računske indukcije* u zubu dobiti *stvarna indukcija* B_z' i pripadna *jakost polja* H_z konstrukcijom prema slici 3.

Kod promjenljivog presjeka zuba obično se račun ponavlja za tri presjeka — pri vrhu, u sredini i pri dnu zuba, pa se računa po Simpsonovoj formuli:

$$H_z = \frac{H_1 + 4H_2 + H_3}{6} \quad (10)$$

$$V_z = H_z l_z. \quad (11)$$

Najčešće je dovoljno točno ako se računa samo jedna vrijednost, za koju se odabere presjek trećinu visine zuba udaljen od uže strane zuba.



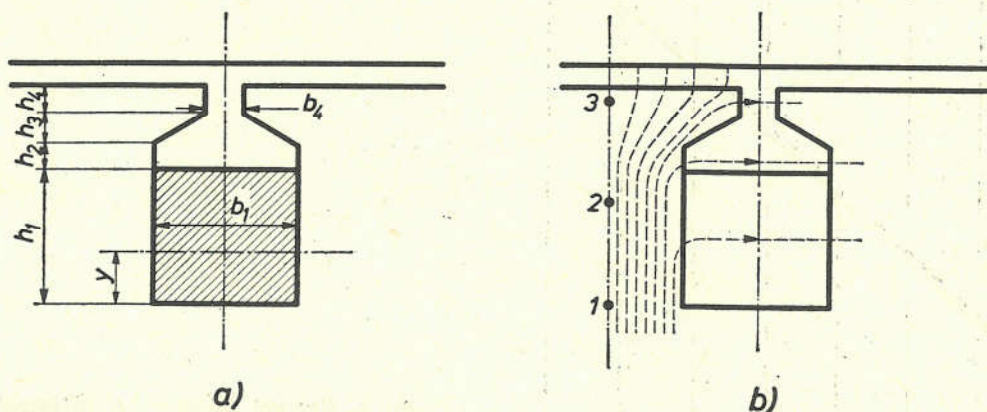
Sl. 4. Rasipni tok i tokovi jarmova

Kod zubi između kojih je smješten uzбудni namot kao u statora asinhronog motora ili rotora turbogeneratorsa valja računati s *rasipnim tokom* koji se zatvara poprečno kroz utore (sl. 4). Ako po jednom polu ima q_p utora, na svaki utor u poprečnom smjeru djeluje magnetski napon:

$$V_{s1} = \frac{2V_\delta + 2V_{z2} + V_{j2}}{q_p} \quad (12)$$

na vrhu utora, tj. tamo gdje je ulančena čitava njegova struja, kao na dijelu utora visine h_4 , h_3 i h_2 prema slici 5. Ispod toga, na dijelu utora visine h_1 u kojemu su smješteni vodiči s uzbudnom strujom, protjecanje za poprečni tok iznosi na visini y od dna utora:

$$V_{s1y} = V_{s1} \frac{y}{h_1}.$$



Sl. 5. Rasipni tok kroz utore

Ako se za oblik utora prema slici 5. a, koji može poslužiti i kao uzorak za slično računanje kod drugih oblika, izračuna poprečni tok, bit će on za rasipanje na obje strane simetrane pola:

$$\begin{aligned}\Phi_s &= 2 \int_0^{h_1} V_{s1} \frac{y}{h_1} \frac{1}{b_1} \mu_0 l dy + 2 \int_{h_1}^{h_1+h_2} V_{s1} \frac{1}{b_1} \mu_0 l dy + \\ &+ 2 \int_{h_1+h_2}^{h_1+h_2+h_3} V_{s1} \frac{1}{b_1 - \frac{y}{h_3}(b_1-b_4)} \mu_0 l dy + 2 \int_{h_1+h_2+h_3}^{h_1+h_2+h_3+h_4} V_{s1} \frac{1}{b_4} \mu_0 l dy = \\ &= 2 V_{s1} \mu_0 l (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4),\end{aligned}\quad (13)$$

gdje λ označuje magnetske vodljivosti ili *vodljivosti za magnetski rasipni tok* u poprečnom smjeru po jedinici dužine stroja za pojedine dijelove utora, koje će biti:

$$\lambda_1 = \frac{h_1}{2b_1},$$

$$\lambda_2 = \frac{h_2}{b_1},$$

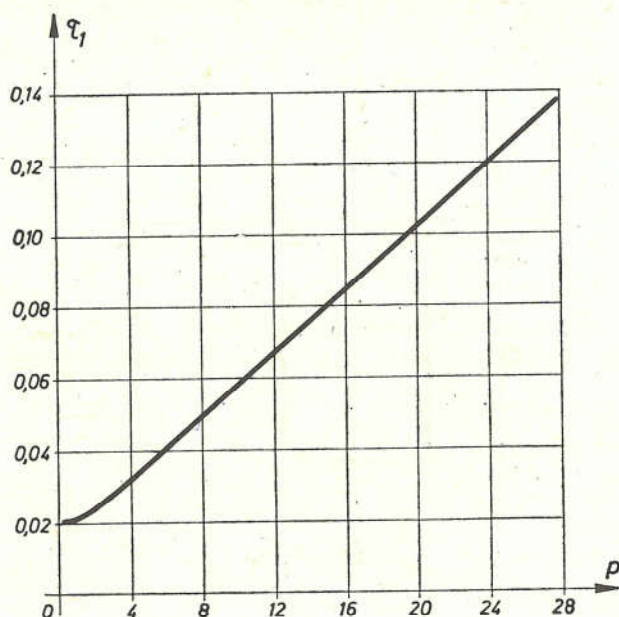
$$\lambda_3 = \frac{h_3}{b_1 - b_4} \ln \frac{b_1}{b_4},$$

$$\lambda_4 = \frac{h_4}{b_4}.$$

Odatle izlaze dva zaključka:

1. tok koji prelazi u *jarmove uzbudnog dijela* stroja *veći* je od toka Φ u rasporu ispod pola za iznos rasipnog toka Φ_s (sl. 4):

$$\Phi_{j1} = \Phi + \Phi_s; \quad (14)$$



Sl. 6. Rasipni faktor τ_1 u ovisnosti o broju pari polova

2. indukcija u zubu uzbuđenog dijela najveća je pri *korijenu zuba*, pa se zbog poprečnog toka u utorima smanjuje prema glavi zuba. Praktički se to uzima u obzir rasipnim faktorom τ_1 . Najčešće vrijednosti tog faktora, koje iznose nekoliko stotinki, ovisno o broju pari polova asinhronog stroja, prikazane su na slici 6. Indukcije na mjestima 1, 2 i 3 u zubu (sl. 5. b) računaju se s korekcijom zbog rasipnog toka:

$$B_{z1} = \frac{\tau_u l_i B_\delta}{b_{z1} l_{Fe} k_{Fe}} (1 + \tau_1) \quad (15)$$

$$B_{z2} = \frac{\tau_u l_i B_\delta}{b_{z2} l_{Fe} k_{Fe}} \left(1 + \frac{2}{3} \tau_1\right) \quad (16)$$

$$B_{z3} = \frac{\tau_u l_i B_\delta}{b_{z3} l_{Fe} k_{Fe}} \left(1 + \frac{1}{3} \tau_1\right), \quad (17)$$

pa se već prije opisanim postupkom uzima korekcija zbog uzdužne vodljivosti utora, i po Simpsonovoj se formuli određuje magnetski napon za zub V_z .

5.3. Zadaci

1. Kolika je mjeriva ili bruto-dužina željeza l_{Fe} u 1. zadatku odjeljka 5.2, a kolika neto-dužina željeza l_{Fe_n} uz faktor punjenja željeza $k_{Fe} = 0,92$?

$$[l_{Fe} = 0,710 \text{ m}; l_{Fe_n} = 0,653 \text{ m}]$$

2. Prema podacima sinhronog stroja iz 1–3. zadatka u odjeljku 5.2. treba odrediti magnetski napon za zub statora za tok $\Phi = 0,296 \text{ Vs}$. Statorski paket je napravljen od dinamo-limova $1,5 \text{ W/kg}$ (sl. 2. u odjeljku 2.1) s faktorom punjenja $k_{Fe} = 0,92$. Kolika je računaska vrijednost indukcije na karakterističnim mjestima u zubu, a kolika je korigirana vrijednost?

$$[V_z = 2035 \text{ A}; B_{z1,2,3} = 1,89; 1,99; 2,10 \text{ T}]$$

$$H_{z1,2,3} = 210; 300; 440 \text{ A/cm},$$

$$B'_{z1,2,3} = 1,87; 1,96; 2,04 \text{ T}]$$

5.4. Polovi

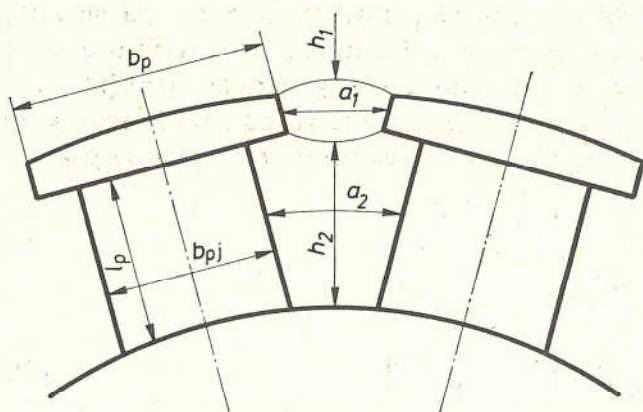
Indukcija u polu iznosi:

$$B_p = \frac{\Phi_p}{b_p l_{Fe}}, \quad (1)$$

gdje je b_p širina pola, a l_{Fe} aksijalna dužina željeza pola (ako je pol lameliran, treba uvrstiti $k_{Fe} l_{Fe}$). Tok u polu Φ_p veći je od toka u rasporu za rasipni tok Φ_s koji se zatvara između polova, a koji može iznositi i do 30% toka Φ u zračnom rasporu.

Rasipni se tok neopterećenog stroja može grubo izračunati prema slici 1. ako se uzme u obzir da na vrhu među polovima djeluje magnetski napon:

$$V_s = 2V_\delta + 2V_z + V_{js}, \quad (2)$$



Sl. 1. Rasipanje među polovima

a pri dnu samo V_{jr} , dakle gotovo nula. Ako prostor među polovima prikažemo pojednostavnjeno paralelopipedom, bit će njegova magnetska vodljivost:

$$\Lambda = \frac{\mu_0 l h_2}{a_2},$$

a budući da želimo računati sa V_s , dok se magnetski napon stvarno mijenja od 0 do V_s , treba uzeti polovicu te vodljivosti:

$$\Lambda_2 = \frac{\mu_0 l_2 h_2}{2 a_2}.$$

Među polnim nastavcima magnetski će napon biti V_s , a vodljivost

$$\Lambda_1 = \frac{\mu_0 l_1 h_1}{a_1}.$$

S vodljivošću

$$\Lambda_s = \Lambda_1 + \Lambda_2 \quad (3)$$

(obično uz još jedan dodatak za rasipne silnice s bočnih strana) računamo onda kao da je koncentrirana na vrhu polova, tako da je rasipni tok na obje strane pola:

$$\Phi_s = 2 V_s \Lambda_s, \quad (4)$$

a tok pola:

$$\Phi_p = \Phi + \Phi_s. \quad (5)$$

Na osnovi toka određuje se indukcija u polu B_p , a pripadno polje H_p daje onda magnetski napon:

$$V_p = H_p l_p. \quad (6)$$

Obično se ne računa posebno magnetski napon za polni nastavak jer je ukupni udio pola ionako skroman. Izuzetno su potrebne detaljnije analize ako se npr. suženjem u polu namjerno izazove veće zasićenje.

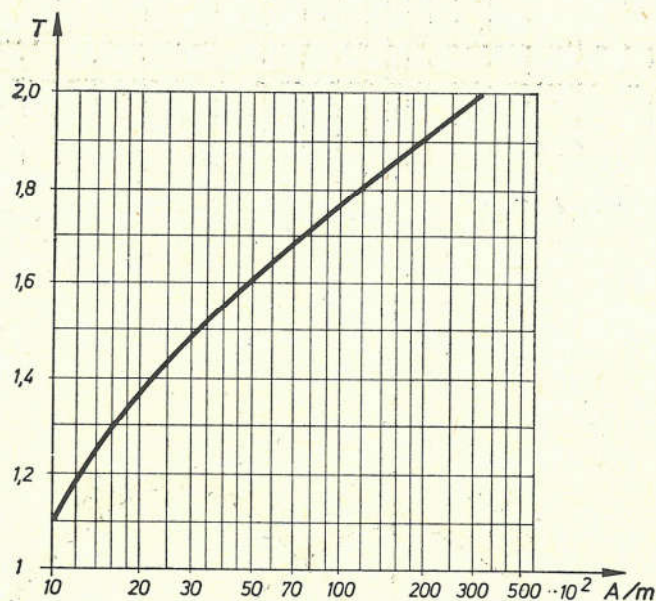
Na slici 5. iz odjeljka 5.2. vidi se cjelokupna slika polja oko pola, iz koje se metodom cijevi polja može odrediti i rasipni tok među polovima, no obično je opisana približna računaska metoda dovoljno točna za praktičke proračune.

5.4. Zadaci

1. Dimenzije polova sinhronog stroja iz 1–3. zadatka u odjeljku 5.2. prema slici 1. su ove:

$$\begin{array}{lll} b_p = 45 \text{ cm} & a_1 = 15 \text{ cm} & l_1 = 85 \text{ cm (dužina polnog nastavka)} \\ \tau_p = 60 \text{ cm} & a_2 = 26,3 \text{ cm} & l_2 = 85 \text{ cm (dužina polne jezgre)} \\ b_{pj} = 32,1 \text{ cm} & h_1 = 5,7 \text{ cm} & \\ l_p = 24,2 \text{ cm} & h_2 = 24,2 \text{ cm} & \end{array}$$

Polovi su napravljeni od čeličnog lijeva prema slici 2.



Sl. 2. Krivulja magnetiziranja čeličnog lijeva (uz zad. 1)

Kolik je rasipni tok među polovima kod toka u rasporu $\Phi = 0,296 \text{ Vs}$?
Magnetski napon za jaram statora neka bude 292 A, a za zube i raspor prema 2. zadatku iz odjeljka 5.3. i 3. zadatku u odjeljku 5.2.

$$[\Phi_s = 0,041 \text{ Vs}]$$

2. Kolik je magnetski napon za jedan pol stroja iz 1. zadatka?

$$[V_p = 332 \text{ A}]$$

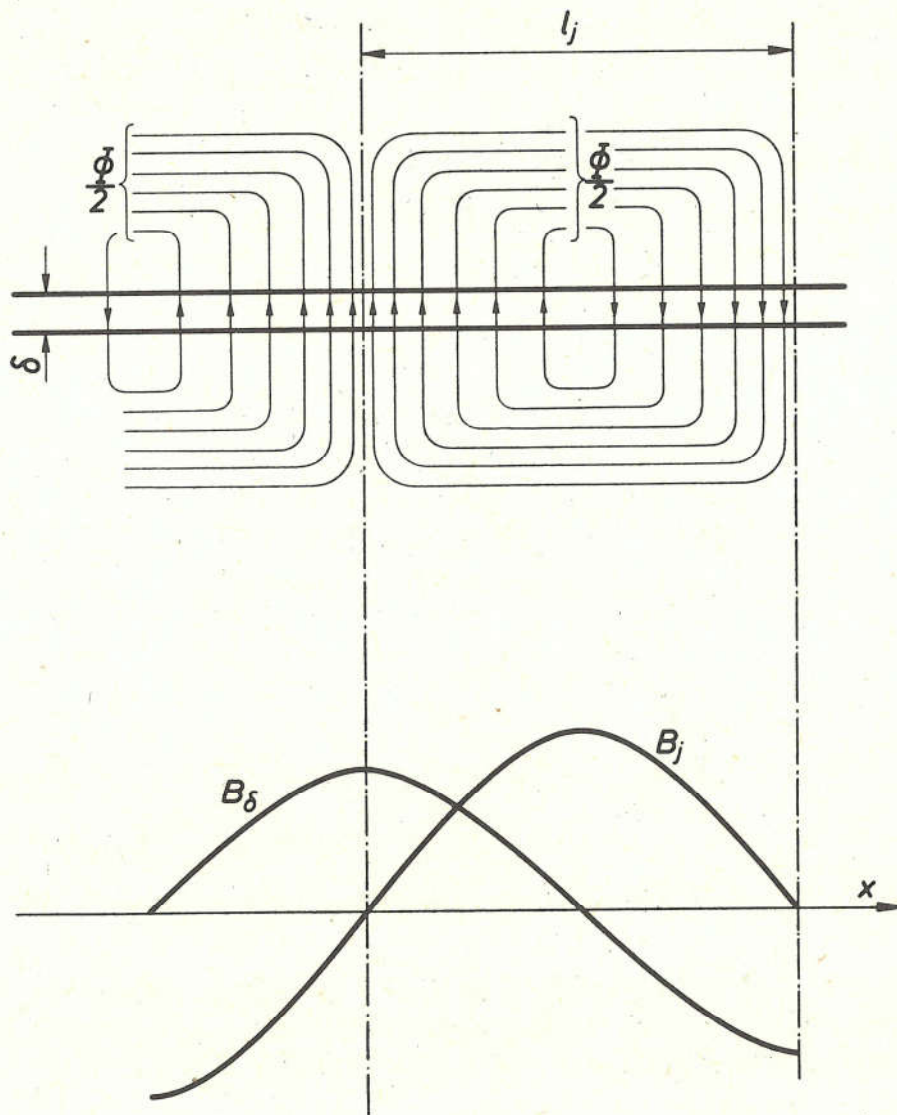
5.5. Jarmovi

Ukupni tok ispod jednog pola dijeli se na dva dijela koji se zatvaraju u jarmu lijevo i desno. Kod *istaknutih polova* računa se s dužinom silnica u jarmu od simetrane jednoga do simetrane drugog pola.

Drukčije je kod *raspodijeljene uzbude*. Silnice dolaze u jaram i odlaze iz njega po čitavome polnom koraku. Indukcija u jarmu najveća je u sredini među polovima, gdje kroz jaram prolazi polovica toka:

$$B_j = \frac{\Phi_j}{2 h_j l_{Fe} k_{Fe}} \quad (1)$$

Tok jarmova Φ_j bit će $\Phi + \Phi_s$ na dijelu stroja s uzбудom, a Φ na drugom dijelu stroja, kako je pokazano kod razmatranja o zubima i polovima.



Sl. 1. Raspodjela indukcije u rasporu i u jarmu

Budući da sve veći dio toka odlazi kroz raspor, sve manje ga ostaje u jarmu, pa je tu tok iznad sredine pola nula (sl. 1). Kad bi raspodjela indukcije u rasporu bila sinusna, dobila bi se i u jarmu sinusna promjena gustoće silnica od pola do pola. Integracija $V_j = \int H_l dl$ dala bi u tom slučaju:

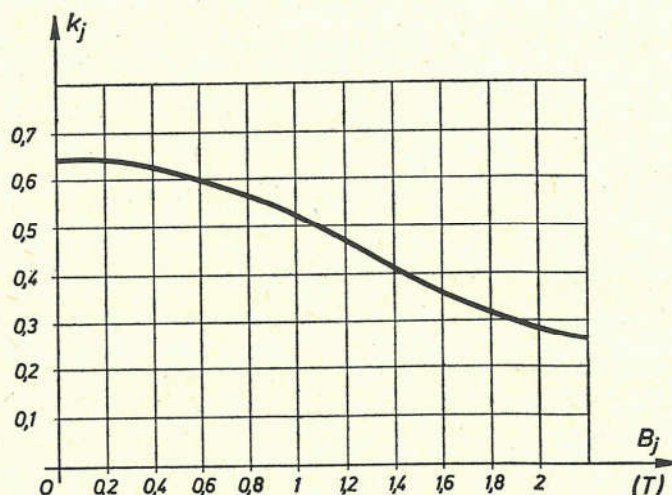
$$V_j = \frac{2}{\pi} H_j l_j,$$

gdje je H_j polje koje odgovara gore izračunanoj maksimalnoj indukciji u izrazu (1), ali, naravno, uz pretpostavku linearnih odnosa. Ta pretpostavka nije sasvim točna. Stvarne prilike, tj. raspodjelu koja ne mora biti sinusna, a također nelinearnu

karakteristiku željeza, uzimamo u obzir tako da umjesto $2/\pi$ uvodimo korekcijski faktor za jaram k_j :

$$V_j = k_j H_j l_j. \quad (2)$$

Faktor k_j kreće se od 0,20 do 0,64, a iskustvom dobivene vrijednosti ovisno o indukciji u jarmu B_j prikazane su na slici 2.



Sl. 2. Korekcijski faktor k_j za jaram

5.5. Zadaci

1. Jaram statora sinhronog generatora iz 1–3. zadatka u odjeljku 5.2. ima vanjski promjer $D_v = 2,77$ m. Treba izračunati dužinu jarma, maksimalnu indukciju u njemu i magnetski napon za jaram V_{j2} .

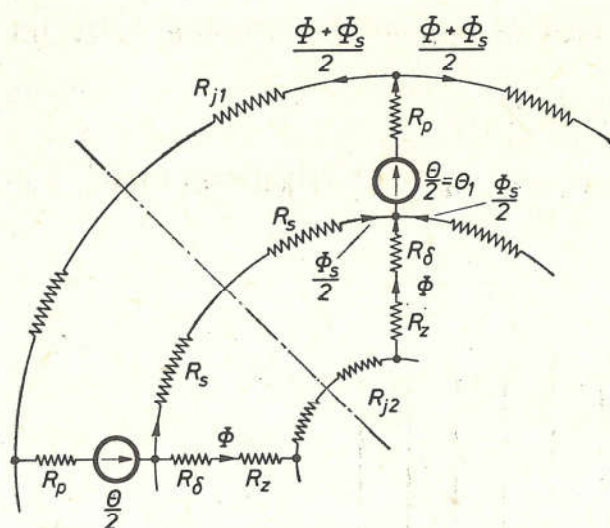
$$[l_{j2} = 0,68 \text{ m}, B_{j2} = 1,34 \text{ T}, V_{j2} = 302 \text{ A}]$$

2. Rotorski jaram sinhronog stroja iz prethodnih zadataka napravljen je od čeličnog lijeva s karakteristikom prema slici 2. iz odjeljka 5.4. Aksijalna dužina mu je 85 cm, vanjski promjer je $d_v = 1,67$ m, a unutrašnji promjer je $d_u = 1,34$ m. Kolika je indukcija u jarmu i magnetski napon za jaram rotora neopterećenog stroja ako je tok u rasporu 0,296 Vs?

$$[B_{j1} = 1,20 \text{ T}, V_{j1} = 231 \text{ A}]$$

5.6. Karakteristika magnetskog kruga

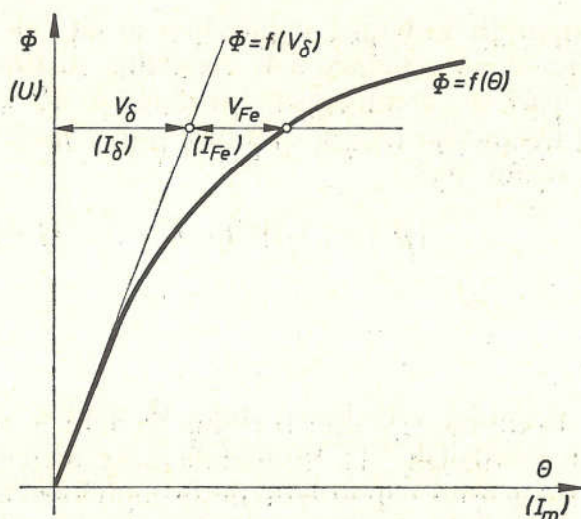
Ponavljanjem opisanog proračuna za nekoliko vrijednosti toka Φ dobiva se magnetska karakteristika stroja $\Phi = f(\Theta)$ (sl. 4, odjeljak 2.1). Budući da je u praznom hodu kod neke konstantne brzine vrtnje n inducirani napon izravno proporcionalan toku Φ u rasporu, a protjecanje Θ uzbudnoj struji I_m , može se ista krivulja uz odgovarajuće mjerilo označiti kao $U_i = f(I_m)$, što se naziva *karakteristikom praznog hoda*. Ta karakteristika pokazuje ovisnost induciranih napona o uzbudnoj struji uz konstantnu brzinu vrtnje i uz uvjet da nikakve druge struje ne djeluju na magnetski krug.



Sl. 1. Električna analogija magnetskog kruga 4-polnog stroja s polovima na statoru

Magnetska karakteristika može se nacrtati i za svaki dio magnetskog kruga posebno — npr. $\Phi = f(V_\delta)$, $\Phi = f(V_z)$ itd. — pa se onda za određeni tok Φ svi magnetski naponi zbroje, što daje $\Phi = f(\Theta)$. No ako i nije ucrtano takvo razdvajanje magnetskih napona, ipak se može odvojiti magnetski napon za zračni raspor

V_δ od ukupnoga magnetskog napona za željezo $V_{Fe} = V_{z1} + V_{z2} + V_p + \frac{1}{2}(V_{j1} + V_{j2})$. Magnetski napon V_δ ovisi, naime, linearno o toku Φ , pa se može prikazati u karakteristici pravcem. Kod malih vrijednosti toka Φ zasićenja u željezu su neznatna, pa se V_{Fe} može zanemariti u usporedbi sa V_δ . Najniži, linearni dio magnetske karakteristike predstavlja, dakle, $\Phi = f(V_\delta)$, pa ako ga pravcem produžimo, možemo prema slici 2. i u zasićenom dijelu odvojiti magnetski napon za zrak V_δ od magnetskog napona za željezo V_{Fe} ili, što je isto, otčitati dio uzbudne struje koji je potreban za zračni raspor I_δ i dio koji je potreban za željezo I_{Fe} .

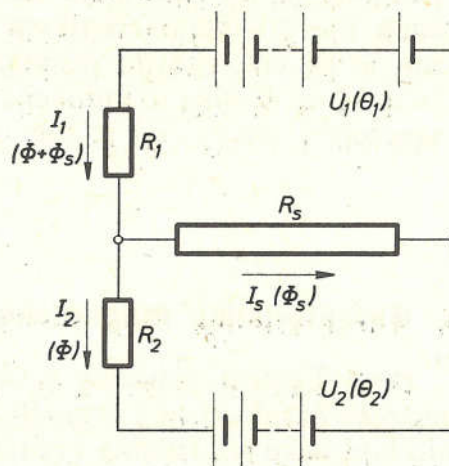


Sl. 2. Razdvajanje magnetskog napona za zrak i za željezo

Električna analogija magnetskog kruga za četvero-polni stroj s istaknutim polovima na statoru prikazana je na slici 1. Ne valja zaboraviti da magnetski otpori — izuzevši R_δ i donekle R_s — nisu konstante, već ovise o veličini toka Φ .

Na svakom je polu smješten izvor magnetskog napona, uzbudno protjecanje Θ_1 . Taj magnetski napon šalje tok kroz dvije paralelne grane — rotor i rasipne putove među susjednim polovima — te pokriva potrebiti pad napona za prolazak ukupnog toka kroz stator.

Najvažniji od svih magnetskih padova napona je onaj u rasporu stroja V_δ .



Sl. 3. Utjecaj opterećenja na rasipni tok prikazan na električnome analognom krugu

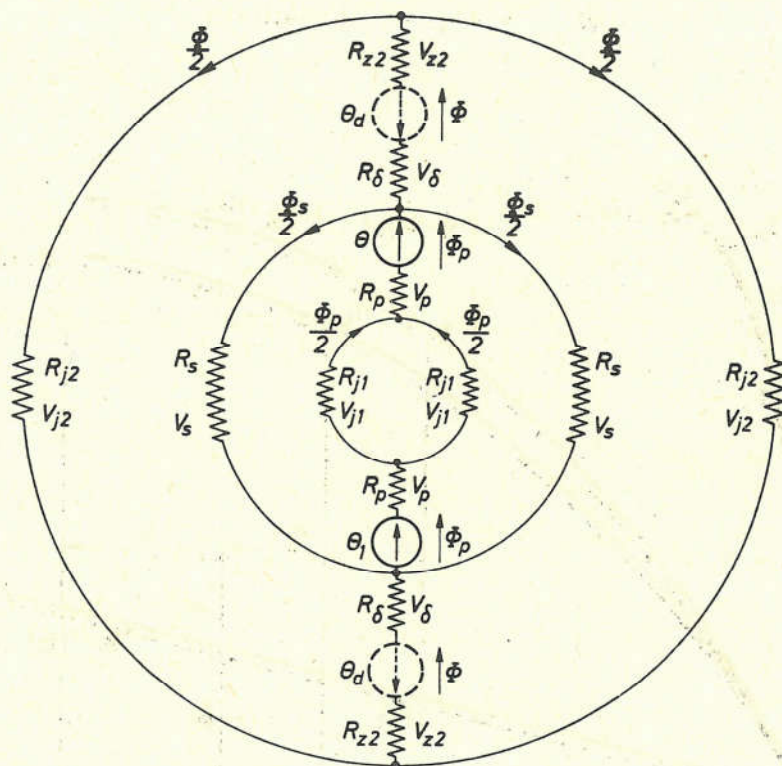
Kad se magnetski proračun želi proširiti od slučaja za prazni hod, tj. kod neopterećenog stanja, na onaj s opterećenjem, treba voditi računa da će pri opterećenju

poteći struje i u statoru i u rotoru. Razlika njihovih protjecanja tjera tok kroz magnetski krug. Ako je ta razlika ista kao što je bila u praznom hodu, tok će ostati nepromijenjen, izuzev rasipnog toka, koji će porasti ako su se oba suprotna protjecanja povećala. Na električnome analognom krugu prema slici 3. vidi se da će uz $R_s \gg R_1, R_2$ struja u glavnom krugu (R_1, R_2) ovisiti o razlici napona $U_1 - U_2$, a struja u rasipnom putu R_s o iznosu napona U_1 i U_2 . Tako će uz istu razliku $U_1 - U_2$ povećanjem iznosa U_1 na deseterostruku vrijednost struja I_s porasti približno deset puta, uz gotovo nepromijenjene struje I_1 i I_2 .

Prema slici 4, koja prikazuje magnetski krug dvopolnoga sinhronog stroja s polovima na rotoru u električnoj analogiji, ako je tok u statoru Φ (u jarmu statora $\Phi/2$), u polovima je tok povećan zbog rasipnog toka:

$$\Phi_p = \Phi + \Phi_s, \quad (1)$$

što znači da je tok u jarmu rotora $\Phi_p/2$.



Sl. 4. Električna analogija magnetskog kruga 2-polnoga sinhronog stroja

Pad magnetskog napona u rotoru ovisi o Φ_p i iznosi po polu:

$$V_1 = V_p + \frac{1}{2} V_{j1} = f(\Phi_p). \quad (2)$$

Slično tako u statoru padovi magnetskog napona ovise o toku Φ i iznose:

$$V_2 = V_\delta + V_{z2} + \frac{1}{2} V_{j2} = f(\Phi). \quad (3)$$

6. NAMOTI

6.1. Vodič u magnetskom polju

Uz indukciju B_x koja je raspodijeljena u rasporu stroja unutar jednoga polnog koraka τ_p , npr. prema slici 1. a, inducirat će se u vodiču koji se giba jednolikom brzinom v napon po zakonu:

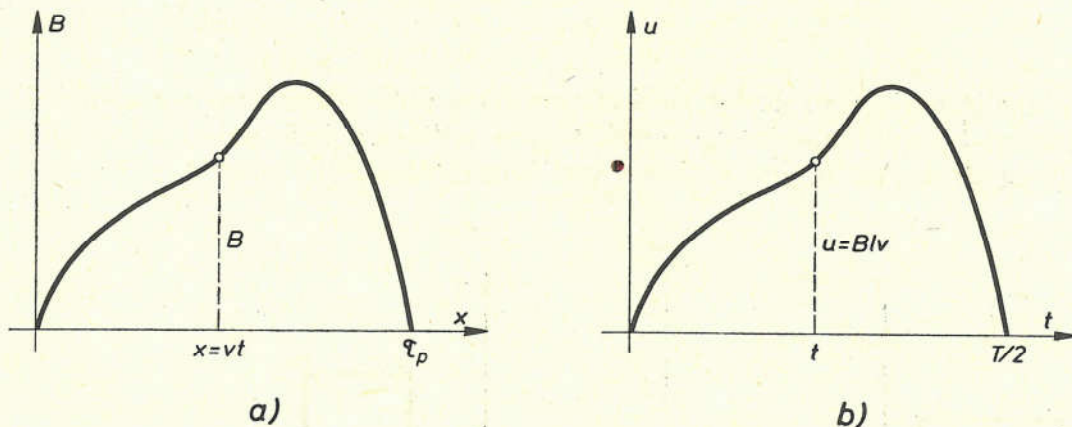
$$u_i = B_x l v, \quad (1)$$

pri čemu položaju vodiča na mjestu x oboda odgovara vrijeme $t = x/v$ proteklo od početnog trenutka ($x = 0, t = 0$). *Prostorni raspored* indukcije $B = f(x)$ vjerno se preslikava u *vremensku funkciju* induciranog napona jednog vodiča $u = f(t)$ (sl. 1. b). Periodičkom ponavljanju prostorne raspodjele s periodom $2\tau_p$ odgovara vremensko ponavljanje induciranog napona s periodom:

$$T = \frac{2\tau_p}{v} = \frac{D\pi}{p} \frac{1}{\left(\frac{D}{2} \frac{2\pi n}{60}\right)} = \frac{60}{pn} \text{ (s)}, \quad (2)$$

odnosno s frekvencijom:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{pn}{60}. \quad (3)$$



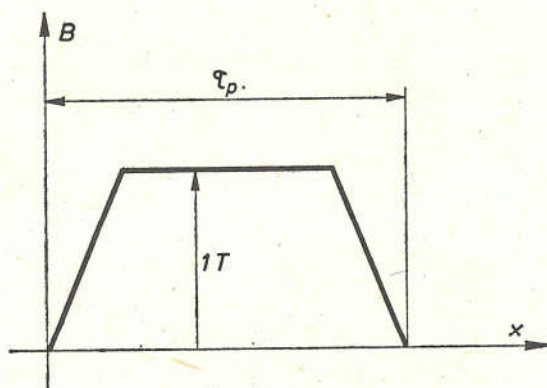
Sl. 1. Prostorna raspodjela indukcije u rasporu (a) i vremenska funkcija induciranog napona u vodiču (b)

Ako prostornu krivulju polja $B(x)$ rastavimo po Fourieru na harmoničke članove, isti članovi i u istome postotnom iznosu pojavit će se i u naponu vodiča. Osnovnom harmoničkom članu krivulje raspodjele indukcije $B = f(x)$ maksimalnog iznosa B_1 odgovara inducirani napon *efektivne* vrijednosti:

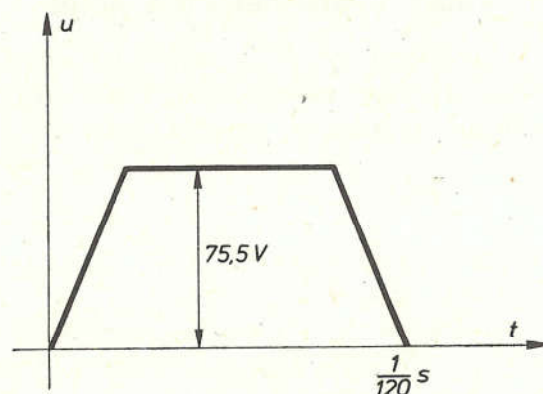
$$U_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} B_1 l v, \quad (4)$$

6.1. Zadaci

1. Indukcija pod polom 8-polnog stroja promjera 400 mm i dužine 200 mm koji se vrti brzinom od 900 o/min raspoređena je prema slici 2. Na rotoru se nalazi dijametralni svitak sa 10 zavoja. Treba nacrtati krivulju napona na svitku ovisno o vremenu i označiti mjerilo na obje koordinatne osi.



Sl. 2. Raspodjela indukcije (uz zad. 1)

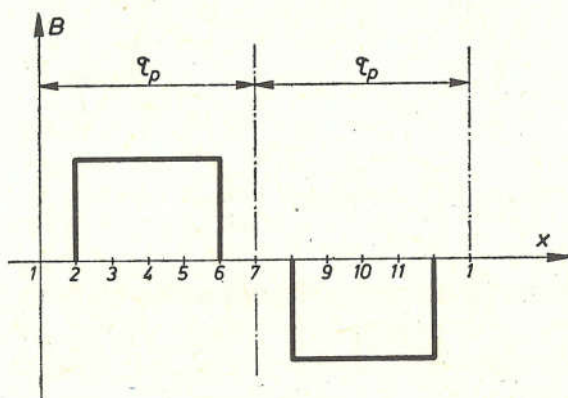


Sl. 3. Rješenje zadatka 1.

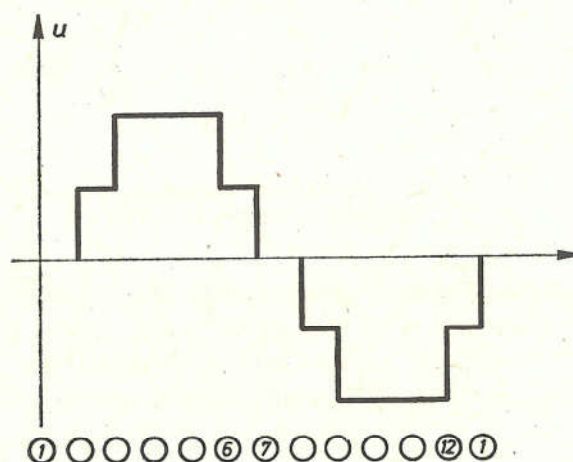
2. Na obodu rotora 6-polnog stroja dužine 300 mm i polnog koraka $\tau_p = 200$ mm nalazi se vodič koji se kreće obodnom brzinom od 20 m/s. Krivulja raspodjele indukcije u rasporu miruje i sadrži osnovni sinusni harmonički član amplitude 1,2 T, zatim pozitivni treći i peti harmonički član u iznosima od 30% i 20% osnovnoga. Treba odrediti efektivnu i srednju vrijednost, te osnovnu frekvenciju napona induciranoga u vodiču.

[5,41 V, 5,23 V, 50Hz]

3. Indukcija u rasporu stroja sa šest utora po polu prikazana je na slici 4. Valja skicirati krivulju napona u svitku koji je smješten jednom stranom u utor 1, a drugom u utor 6, ako se rotor vrti konstantnom brzinom n .



Sl. 4. Raspodjela indukcije (uz zad. 3)

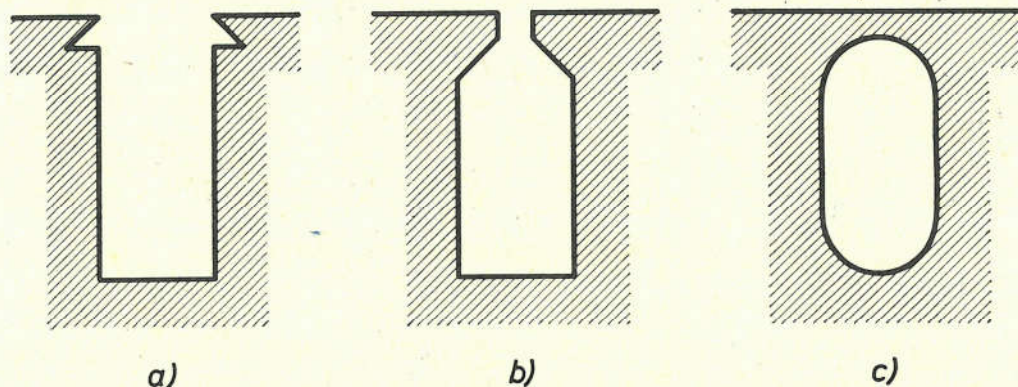


Sl. 5. Rješenje zadatka 3.

6.2. Elementi i vrste namota ✓

Stroj bi bio vrlo slabo iskorišten kad bismo na stator ili rotor smjestili samo jedan ili samo nekoliko vodiča. Raspoloživi prostor valja što potpunije iskoristiti pa se po obodu razmješta više vodiča koji se međusobno tako spajaju da bi se došlo što racionalnije slaganje njihovih napona u ukupni napon i njihovih struja u ukupnu struju, odnosno njihovih protjecanja u ukupno protjecanje. Svi tako spojeni vodiči čine *namot statora* ili *namot rotora*.

Vodiči se smještaju u *utore* koji se u tu svrhu izrađuju na obodu statora ili rotora. Utori mogu biti *otvoreni* (sl. 1. a), *poluzatvoreni* (b) i *zatvoreni* (c).



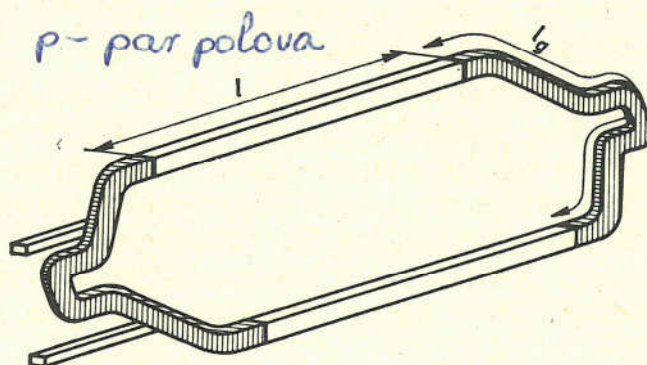
Sl. 1. Oblici utora: a) otvoreni; b) poluzatvoreni; c) zatvoreni

Takav namot koji je smješten u više utora po svakom polu naziva se raspodijeljeni namot, za razliku od koncentriranog namota, koji je smješten u jedan jedini utor po polu. Tipičan primjer koncentriranog namota jest uzбудni namot na istaknutim polovima. Prostor između dva susjedna pola možemo smatrati utorom. Vodič se namata oko jezgre pola, pri čemu jedan puni obilazak čini jedan zavoj.

Kod raspodijeljenog namota, koji je smješten u više utora, svaki zavoj sastoji se od dva vodiča koji su smješteni u dva utora i međusobno su spojeni na čeonj strani, tako da prvi vodič polazi aksijalno u jednom utoru, a drugi se vraća u nekome drugom. Da bi se naponi kod gibanja i sile kad struja protječe kroz oba vodiča potpomagale, moraju dva vodiča jednog zavoja biti pod raznoimenim polovima. Obično je razmak jednog i drugog vodiča približno jednak polnom koraku τ_p , iako se on često iz posebnih razloga izvodi nešto kraći, a izuzetno i duži.

$$\tau_p = \frac{D\pi}{2p}$$

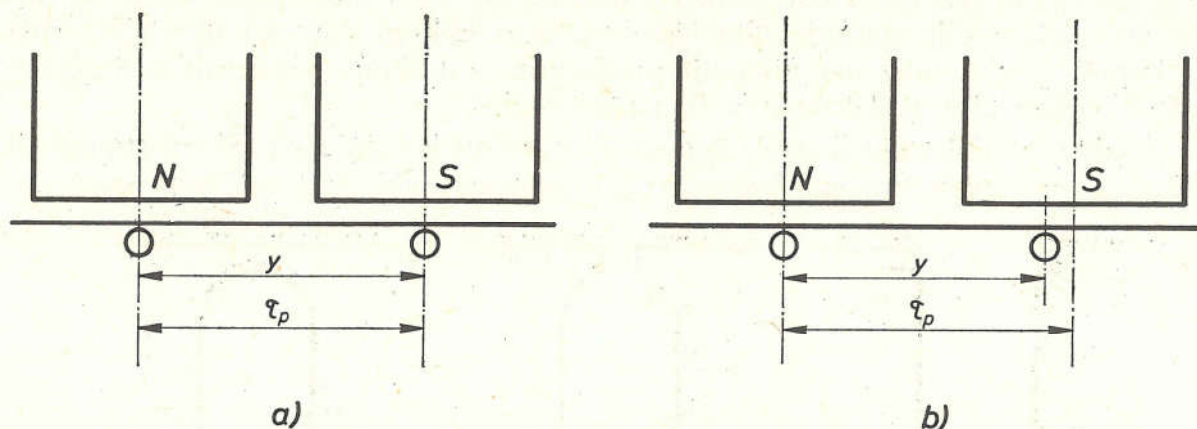
- opseg stroja
- broj polova



Sl. 2. Svltak

Više zavoja namotanih zajedno, s izvedenim početkom i svršetkom, nazivamo *svitkom* (sl. 2). Razmak između jedne i druge strane svitka izražen u centimetrima,

metrima ili u broju utora ili strana svitaka, zovemo širinom svitka ili korakom svitka (sl. 3). Ako je korak svitka y jednak polnom koraku τ_p , govorimo o dijametralnom svitku (sl. 3. a), a ako je $y < \tau_p$, o skraćenom svitku (sl. 3. b).



Sl. 3. Korak svitka: a) dijametralni; b) skraćeni

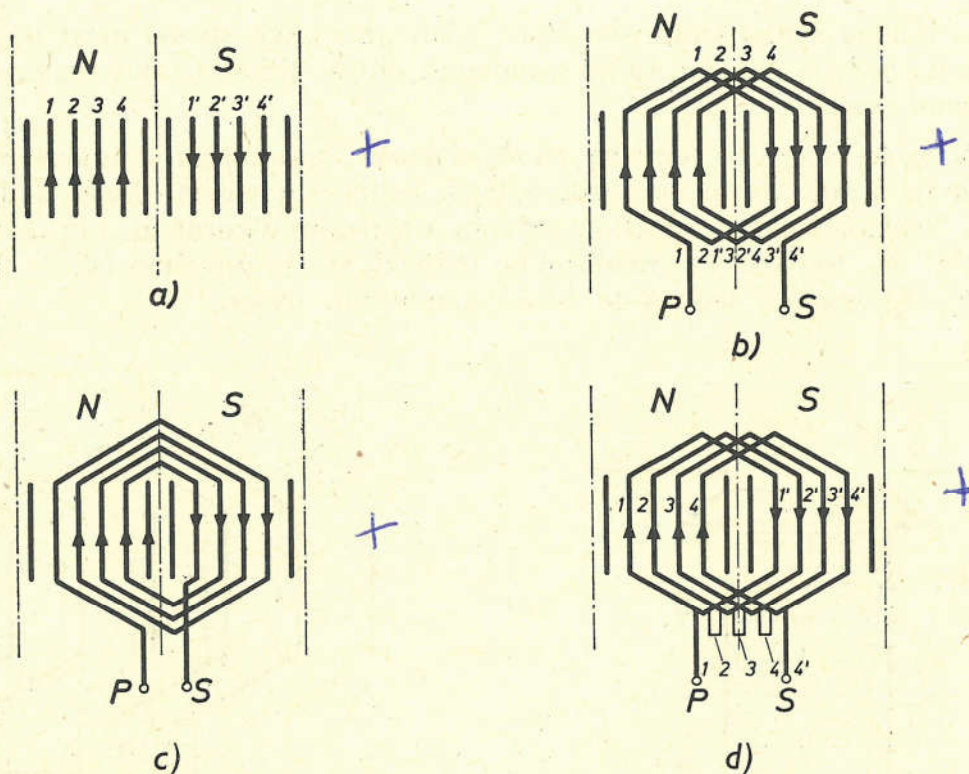
Obično se korak svitka navodi rednim brojevima utora u kojima je smještena jedna ili druga strana svitka. Tako svitak s korakom 1—11 znači isto što i svitak širok 10 utora. Kod skraćenih svitaka navodi se skraćenje kao omjer koraka svitka prema polnom koraku, oboje izraženo u brojevima utora; npr. svitak sa skraćanjem 10/12 znači svitak širok 10 utorskih koraka na stroju kojemu je polni korak ravno 12 utorskih koraka.

Pojedini svici mogu biti spojeni u seriju, pa se njihovi naponi zbrajaju, ili paralelno (ako su im naponi jednaki), pa im se struje zbrajaju. Pri odabiranju koraka svitka i načina spajanja svitaka osnovno je pitanje kako se slažu naponi pojedinih vodiča, zavoja i svitaka u ukupni napon, te kako se slažu protjecanja zavoja i svitaka u ukupno protjecanje.

Smjer induciranog napona u svim vodičima koji se gibaju pod N-polom (sl. 4. a) bit će isti, a u svim vodičima pod S-polom bit će suprotan. Želimo li da se ti naponi zbroje, potrebno je vodiče povezati tako da dvije stranice jednog zavoja leže pod raznoimenim polovima. Prema slici 4. a u prvoj stranici mora biti jedan od vodiča — 1, 2, 3 ili 4, a u drugoj stranici 1', 2', 3' ili 4'. Spajanje se može izvršiti na različite načine, npr. prema slici 4. b ili c, a da pri tome dobijemo isti napon između početka i kraja namota.

Slično, želimo li da struja u svim vodičima doprinosi u pravom smjeru ukupno razvijenom momentu, mora u svim vodičima pod N-polom teći struja jednog smjera, a u svim vodičima pod S-polom tome suprotnog smjera. To vodi do istog zaključka kao i promatranje induciranih napona: spajanje se može izvršiti na različite načine, različitim redoslijedom, uz poštovanje pravila da su svi vodiči pod N-polom uključeni u jednom smjeru, a pod S-polom u suprotnom smjeru u strujni krug koji obuhvaća čitav namot. Rezultat u pogledu funkcioniranja stroja ostat će uvijek isti.

Normalno se u isti utor polaže više zavoja, koji se formiraju u svitak. Tako bi na slici 4. d u utorima 1—1' ležao svitak od mnogo zavoja, kojemu je početak P_1 , a svršetak S_1 povezan je s početkom P_2 drugog svitka koji leži u utorima 2—2'



Sl. 4. Raspodijeljeni namot: a) izbor utora; b) jednaki svici (1 zavoј po svitku); c) koncentrični svici (1 zavoј po svitku); d) jednaki svici (više zavoја po svitku)

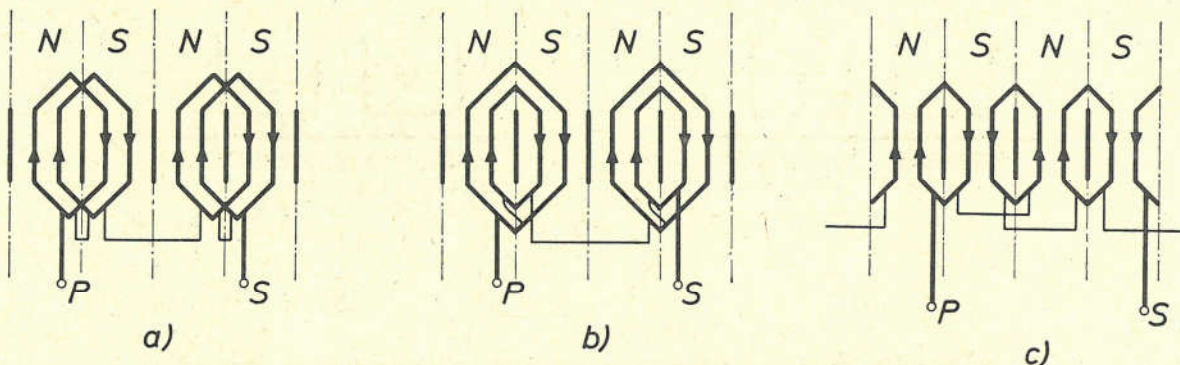
itd. Napon induciran u svakom vodiču istog utora jednak je, pa će npr. za jedan zavoј u utorima 1–1' napon biti:

$$u_w = u_1 + u_{1'} \quad \text{— napon zavoја} \quad (1)$$

a za čitav svitak s w_s zavoја u utorima 1–1':

$$u_s = w_s (u_1 + u_{1'}) = w_s u_w \quad (2)$$

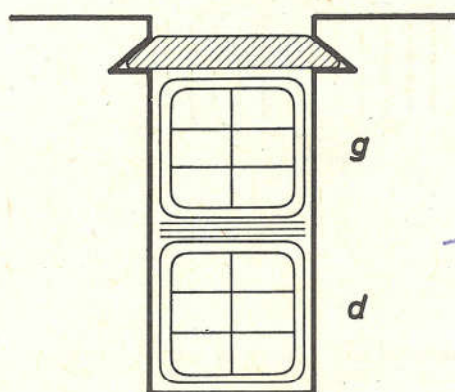
Spojevi vodiča izvan utora čine tzv. *glave namota*. U tim dijelovima svitaka ne induciraju se naponi i oni ne pridonose momentu, ali se zbog njih povećavaju otpor i gubici u stroju. Osim toga, glave namota zahtijevaju prostora, i time povećavaju veličinu i težinu stroja. Zato je važan faktor pri izboru vrste namota, tj. načina povezivanja vodiča u svitke i svitaka u namot, upravo mogućnost prikladnog formiranja glava namota. Namot se može izvesti s *jednakim svicima* (sl. 5. a) ili s različitim *koncentričnim svicima* (sl. 5. b), pri čemu u oba prikazana primjera



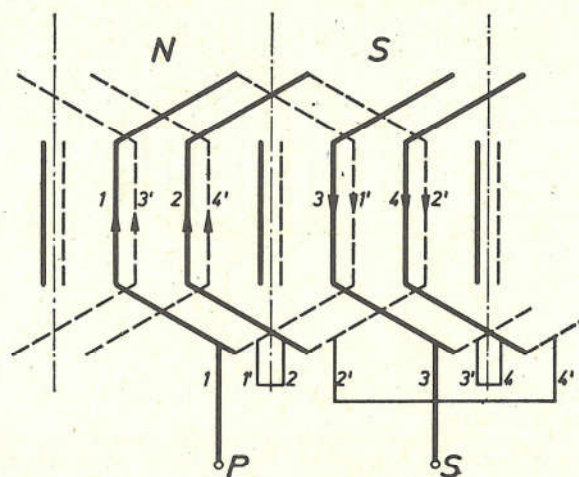
Sl. 5. Namot s grupom: a) jednakih svitaka; b) koncentričnih svitaka po paru polova; c) s grupom svitaka po polu

strana jednog svitka ispunjava čitav jedan utor. Ako su svi utori ispunjeni, broj je svitaka jednak polovici broja namotanih utora. Takav namot naziva se *jednoslojnim namotom*.

Vrlo često se upotrebljava *dvoslojni namot*, kod kojega se u svakom utoru nalaze dvije strane dvaju različitih svitaka, jedna u gornjem, druga u donjem sloju utora. Svaki svitak takva namota jednom je stranom u gornjem, a drugom u donjem sloju (sl. 6). Svi su svici međusobno jednaki, što je povoljno (sl. 7). Broj svitaka dvoslojnog namota jednak je broju namotanih utora.

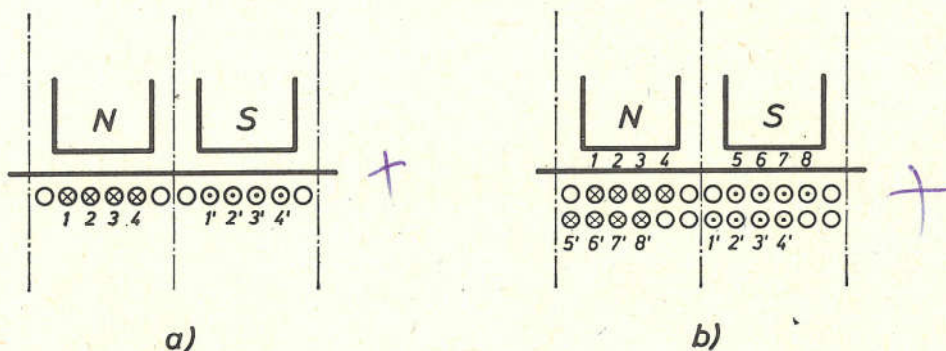


Sl. 6. Utor s dvoslojnim namotom



Sl. 7. Svici dvoslojnog namota

Druga je velika prednost dvoslojnog namota što se svici mogu uvijek izvesti sa *skraćenim korakom*. Kod jednoslojnog namota pojedini je svitak mogao biti skraćen, ali je zato drugi bio produžen, tako da je prosječni korak redovito bio dijаметralan; izuzetno se mogu i kod jednoslojnog namota pronaći rješenja da se koraci skrate. Smjer obilaženja pojedinih vodiča bio je uvijek onakav kakav prikazuje npr. slika 8. a. U dvoslojnom namota postiže se skraćanjem svitaka pomak donjeg sloja prema gornjemu za 1, 2, 3 ili više utora, npr. na slici 8. b. Premda se kod toga nešto gubi na ukupnom iznosu napona, odnosno momenta, postižu se znatne prednosti time što takav namot omogućuje da se eliminira ili smanji utjecaj pojedinih viših harmoničkih članova tamo gdje je to potrebno.



Sl. 8. Smještaj vodiča i smjerovi struja kod: a) jednoslojnog namota; b) dvoslojnog namota

Sva razmatranja o namatanju za jedan par polova mogu se proširiti i na više pari. Kod dvopolnog stroja jednom paru polova odgovara čitav obod stroja, tj. središnji geometrijski kut od 2π radijana. U višepolnog stroja jednom paru polova odgovara geometrijski središnji kut od $2\pi/p$, no taj kut nazivamo električnim kutom 2π , jer jednom paru polova odgovara čitav ciklus periodičkih raspodjela strujnog obloga, protjecanja i indukcije, koje se onda za iduće parove polova na isti način ponavljaju. Ako je ukupni broj utora u koje valja smjestiti namot djeljiv brojem pari polova, onda se mogu svici grupirati za svaki par polova na isti način, npr. prema slici 5. a) ili b. Sve takve grupe svitaka mogu se spojiti u *seriju*, pa se njihovi naponi zbrajaju.

Već kod dvopolnog stroja moguće je parni broj svitaka složiti u jednu grupu prema slici 5. a i b, ili u dvije grupe prema slici 5. c. To isto vrijedi i za svaki par polova višepolnog stroja. Takve grupe mogu se također spajati u seriju, s time da svakoj drugoj grupi (S—N) treba obrnuti početak i svršetak, tj. uključiti je suprotno u strujni krug u odnosu prema prvoj grupi (N—S). Da bi u tom slučaju pojedine grupe bile simetrične, potrebno je da ukupni broj utora podijeljen brojem polova $2p$, tzv. *broj utora po polu*, bude cijeli broj. Tada će u svim grupama, u određenom trenu promatranja, napon biti jednak.

Grupe svitaka u kojima su naponi u svakom trenu međusobno jednaki možemo spojiti i *paralelno*, bilo da su to grupe od kojih svaka pripada jednom polu (sa zamijenjenim krajevima za svaki drugi pol), ili grupe od kojih svaka pripada jednom paru polova, ili one od kojih svaka obuhvaća nekoliko u seriju spojenih polova. Tako dobivamo *namote s paralelnim granama*. Struje se paralelnih grana zbrajaju, pa je uz g grupa kod serijskog spoja, uz napon U_g i njezinu struju I_g , ukupni napon, struja i snaga:

$$U = g U_g \quad (3)$$

$$I = I_g \quad (4)$$

$$P = g U_g I_g \quad (5)$$

Za paralelno spajanje bit će:

$$U = U_g \quad (6)$$

$$I = g I_g \quad (7)$$

$$P = g U_g I_g \quad (8)$$

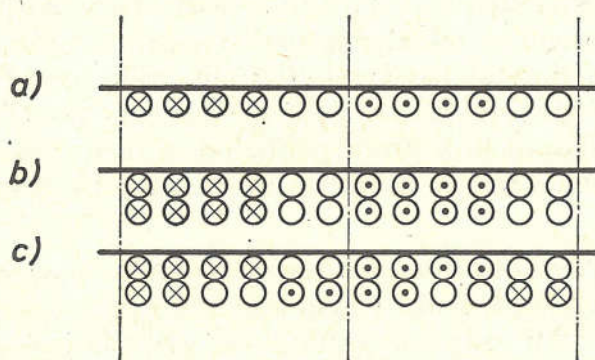
Uvjet za paralelno spajanje jest jednakost napona u paralelnim granama u svakom trenutku. Kad to ne bi bilo ispunjeno, potjerale bi razlike napona — kroz ionako male otpore — znatne struje izjednačenja, a to znači nepotrebne gubitke i zagrijavanje vodiča, te moguće vibracije i šumove u stroju. Čak i kod paralelnog spajanja grupa koje su na shemi strogo simetrične potreban je oprez jer nesimetrija može potjecati od netočne izvedbe, ekscentrično smještenog rotora, nejednolikog rasporeda, loših spojnih mjesta i sl.

Iz razmatranja se vidi da će paralelne grane biti potrebne tamo gdje želimo stroj za veću struju i niži napon. Pri većim dimenzijama stroja napon jednog zavoja postaje znatan, pa je ukupni broj zavoja malen ako je stroj građen za niski napon. Kombiniranje s paralelnim granama omogućuje da stroj namotamo s više zavoja, žicom ne prevelikog presjeka, i da pri tome dobijemo željeni napon.

6.2. Zadaci

1. Stator 8-polnog stroja ima 48 utora. Treba brojevima utora u koje je smještena jedna i druga strana svitka označiti korak: a) dijametralnog svitka b) svitka skraćenoga na $\frac{2}{3} \tau_p$. [a) 1—7; b) 1—5]
2. Od ukupno šest utora po polu namotana su četiri. Označite smjer struje po svakoj strani svitka: a) za 1-slojni: b) za 2-slojni neskraćeni namot; c) za 2-slojni namot sa skraćanjem 4/6, sve samo za jedan par polova.

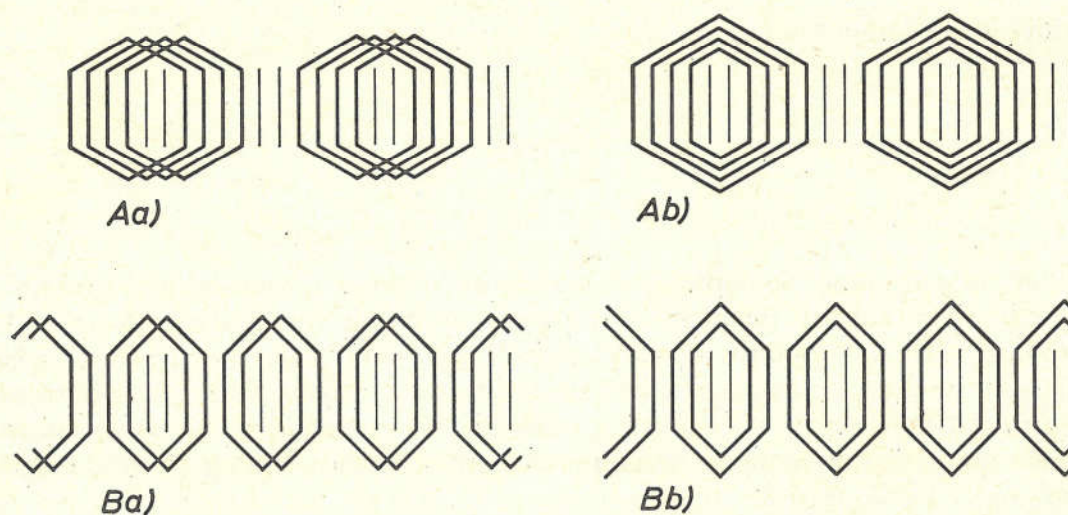
[Sl. 9]



Sl. 9. Rješenje zadatka 2.

3. Četveropolni stroj ima 24 utora. Za jednofazni jednoslojni namot iskorištene su $\frac{2}{3}$ oboda. Treba nacrtati u shemi smještaj svitaka kod izvedbe A) s jednom grupom svitaka po paru polova, B) s jednom grupom svitaka po polu, i to za oba slučaja: a) s jednakim svicima: b) s koncentričnim svicima.

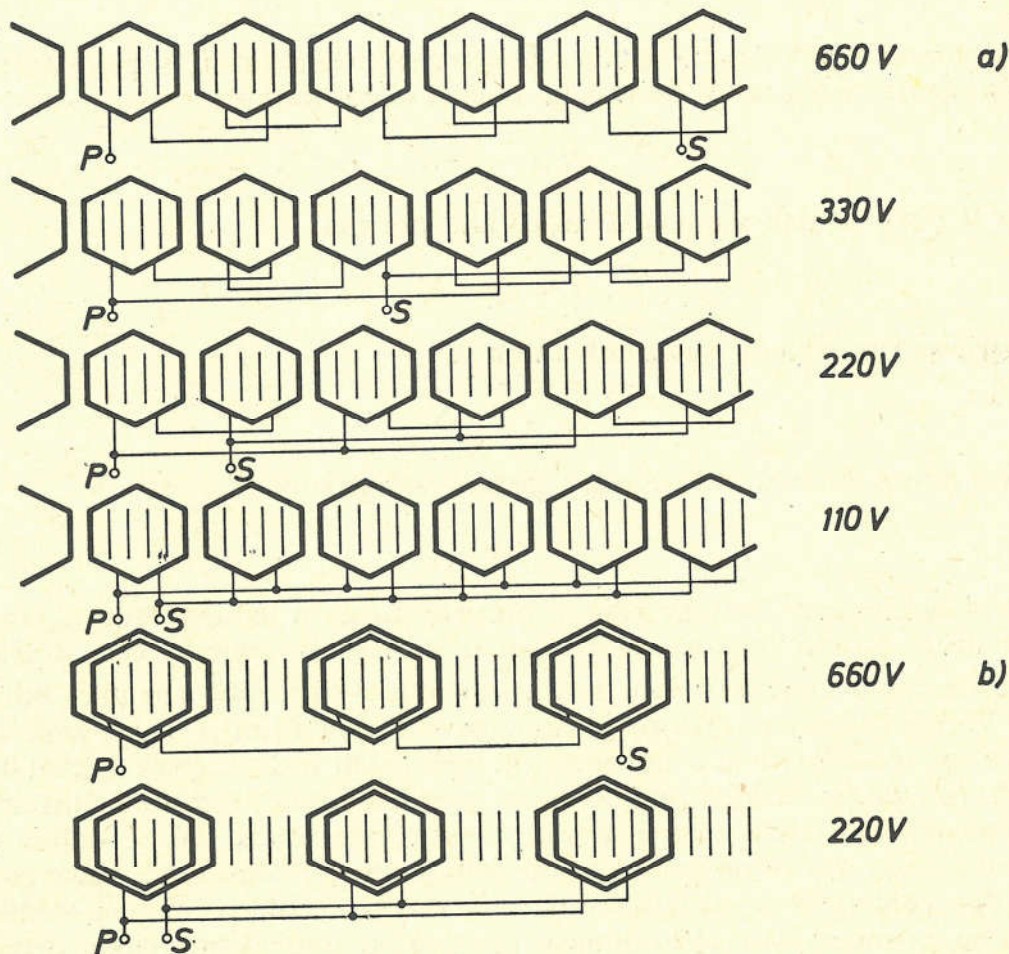
[Sl. 10]



Sl. 10. Rješenje zadatka 3.

4. Šesteropolni stroj s 36 utora ima za 1-fazni 1-slojni namot iskorištenu $\frac{1}{3}$ oboda. Stroj je namotan s po jednom grupom svitaka: a) po polu; b) po paru polova.

Napon jedne grupe je za a) 110 V, a b) 220 V. Koji se naponi mogu dobiti različitim serijsko-paralelnim kombinacijama koje uvijek uključuju sve svitke? Nacrtajte sheme za sve slučajeve.



Sl. 11. Rješenje zadatka 4.

5. U koliko se simetričnih grupa može rastaviti 2-slojni namot 4-polnog statora?

[4]

6.3. Namotni faktor

Kod jednolikog gibanja vodiča konstantnom brzinom v osnovni harmonički član prostorne raspodjele indukcije u rasporu inducira u vodiču jednog utora napon:

$$u_1 = U_1 \sqrt{2} \sin \frac{2\pi}{T} t, \quad (1)$$

gdje je U_1 efektivna vrijednost.

Ako u strani svitka u jednom utoru ima z_u vodiča koji su serijski uključeni u namot, njihov doprinos ukupnom naponu je algebarski zbroj njihovih pojedinačnih napona:

$$U_u = z_u U_1. \quad (2)$$

U vodičima strane svitka u idućem utoru inducira se isti napon, ali za toliko vremena kasnije koliko je potrebno da drugi utor dođe u položaj prvoga, tj. s nekim faznim pomakom α :

$$u_2 = U_1 \sqrt{2} \sin \left(\frac{2\pi}{T} t - \alpha \right). \quad (3)$$

Jednom polnom koraku τ_p na obodu odgovara električni kut π , tj. polovica periode. Čitavom obodu stroja sa N utora i $2p$ polova odgovara kut:

$$N \alpha = 2p \pi,$$

tako da je fazni pomak napona u susjednim utorima:

$$\alpha = 2p \pi / N. \quad (4)$$

Geometrijski kut između susjednih utora je:

$$\alpha_g = 2 \pi / N,$$

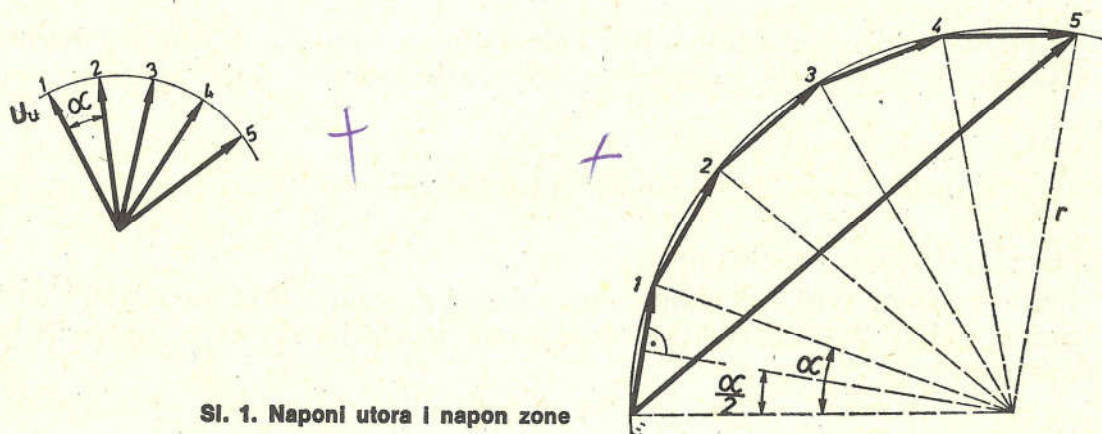
pa vrijedi odnos između električnog i geometrijskog kuta:

$$\alpha = p \alpha_g. \quad (5)$$

Utori sa stranama svitaka kojima protječe struja u jednom smjeru čine *jednu zonu*, a druge strane svitaka, sa strujom u suprotnom smjeru, čine *drugu zonu*.

Pri zbrajanju napona svih u seriju spojenih vodiča možemo poći bilo kojim redom. Vodiči su spojeni tako da jedan iz prve zone s onim iz druge zone čini zavoj; na njega se nadovezuje drugi zavoj, tj. opet jedan vodič iz prve i jedan iz druge zone itd. Iz mnogih razloga praktičnije je poredati napone pri zbrajanju drukčije: prvo napone svih vodiča jednog utora, pa susjednog utora, dok se dobije ukupni napon *jedne zone*. Zatim na isti način odredimo napon druge zone. Kako su vodiči druge zone sastavljeni od drugih strana svih zavoja, tj. uključeni su u strujni krug tako da im je smjer suprotan onima u prvoj zoni, treba čitav napon druge zone uvrstiti u zbroj sa suprotnim predznakom, dakle njegov fazor valja zakrenuti za 180° .

Sinusne napone pojedinih utora valja zbrajati vektorski, s obzirom na njihove fazne pomake (sl. 1). Odmah se vidi da je ukupni napon zone kao vektorski zbroj *manji* od algebarskog zbroja napona pojedinih utora. Ako vektorski zbrojimo sve utorske napone u ukupni napon zone, dobivamo jedan dio *poligona napona* koji



Sl. 1. Naponi utora i napon zone

bismo dobili zbrajanjem svih utorskih napona po obodu stroja. Neka je r polumjer opisane kružnice tog poligona (sl. 1) i neka zona obuhvaća q utora, između kojih je električni fazni kut α . Tada je efektivna vrijednost utorskog napona:

$$U_u = 2r \sin \frac{\alpha}{2},$$

a ukupnoga zonskog napona:

$$U_z = 2r \sin \frac{q\alpha}{2}.$$

Omjer zonskog napona i algebarske sume utorskih napona u zoni $f_z = U_z/q U_u < 1$ naziva se *zonski namotni faktor*, a iznosi:

$$f_z = \frac{\sin \frac{q\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}}, \quad (6)$$

gdje je q širina zone namatanja izražena brojem utora (broj susjednih utora koje obuhvaća namot jednom stranom svitaka), a kut α je električni kut između susjednih utora.

Uz dijametralne svitke može se svakom vodiču prve zone pridružiti vodič u drugoj zoni pomaknut za kut π , kojemu je napon pomaknut u fazi točno za kut od 180° . Svi vodiči druge zone daju, dakle, isti napon kao vodiči prve zone, samo zaokrenut za 180° . Zbroj obaju zonskih napona je: $U_g = |U_{z1} - U_{z2}| = 2 U_z$.

Drugi je primjer skraćenih svitaka, gdje je druga strana svakog svitka pomaknuta prema prvoj ne za kut π , već za $\pi - \alpha$, $\pi - 2\alpha$, $\pi - 3\alpha$ itd. prema odabranom skraćanju od 1, 2, 3 itd. utora. Budući da su svi pojedinačni naponi zakrenuti za isti kut β , bit će i rezultanta pomaknuta za taj kut β (sl. 2), Umjesto razmaka π razmak je obaju vektora:

$$\pi - \beta = k\pi = \frac{y}{\tau_p} \pi,$$

gdje se $k = y/\tau_p$ (v. i sl. 3, odjeljak 6.2) naziva skraćanjem ili prikratom svitka. Za dijametralni svitak je $k = 1$, za skraćeni $k < 1$, a za produženi $k > 1$.

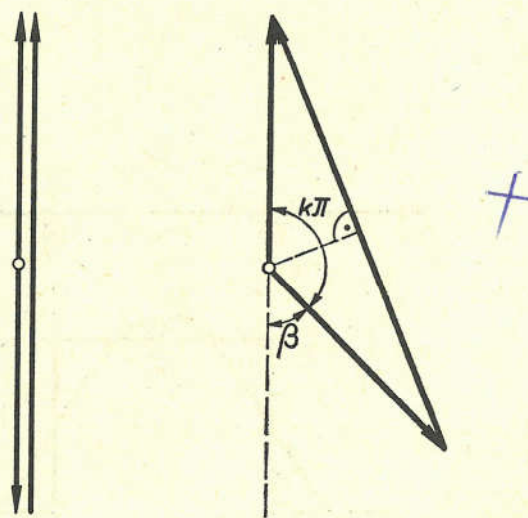
Rezultanta obaju zonskih napona sada više nije $2 U_z$, već je:

$$U_g = 2 U_z \sin \frac{k\pi}{2} = f_i 2 U_z, \quad (7)$$

gdje je odnos ukupnog napona grupe i algebarskog zbroja zonskih napona:

$$f_i = \frac{U_g}{2 U_z} = \sin \frac{k\pi}{2}, \quad (8)$$

tzv. *tetivni namotni faktor*.



Sl. 2. Zbrajanje zonskih napona

Odnos ukupno dobivenog napona U_g i algebarskog zbroja napona pojedinih vodiča grupe iznosi:

$$\frac{U_g}{2q U_u} = \frac{U_g}{2 U_z} \frac{U_z}{q U_u} = f_t f_z = f_n \quad (9)$$

te se naziva *namotnim faktorom*, a jednak je umnošku zonskog i tetivnog faktora.

Kod jednoslojnoga dvopolnog namota napon grupe U_g ujedno je i napon namota U . U dvoslojnog namota promatrani svici su samo jedna od dvije jednake grupe, a kod stroja sa p pari polova (uz pretpostavku simetričnog, tzv cjelobrojnog namota, kod kojega je q cijeli broj) cijela se slika p puta ponavlja. Odnos stvarno dobivenoga ukupnog napona i algebarskog zbroja napona pojedinih vodiča jednak je za jednu, dvije, p ili $2p$ promatranih grupa, bez obzira na njihovo serijsko ili paralelno spajanje. Razmatranja namotnog faktora na jednoslojnome dvopolnom namotu vrijede posve jednako i za dvoslojne i za višepolne namote.

Ako se umjesto »napona po utoru« U_u računa s naponom po vodiču U_1 , kojemu je efektivna vrijednost:

$$U_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} B_1 l v,$$

te ako namot ima ukupno z u seriju spojenih vodiča, ili w u seriju spojenih zavoja, bit će ukupni napon namota:

$$U = z U_1 f_n = 2 w U_1 f_n.$$

Uvrstimo u taj izraz $U_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} B_1 l v$, te izrazimo osnovni harmonički član indukcije s pomoću toka po polu:

$$\Phi_1 = \frac{2}{\pi} \tau_p l B_1,$$

a obodnu brzinu v kutnom brzinom ω_m ili frekvencijom f induciranog napona:

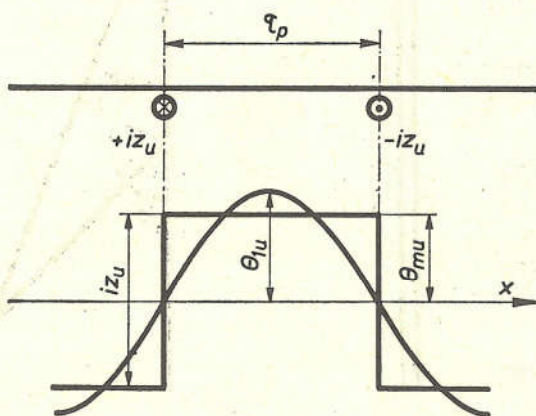
$$v = \frac{D}{2} \omega_m = \frac{D}{2} \frac{2\pi f}{p} = 2 \tau_p f$$

pa dobivamo, nakon sređivanja, efektivnu vrijednost napona koji se inducira u namotu osnovnim harmoničkim članom indukcije B_1 :

$$U = 4,44 \Phi_1 f w f_n. \quad (10)$$

Na sličan način valja računati *protjecanje namota* iz protjecanja pojedinih svitaka. Za jedan dijametralni svitak protjecanje izgleda kao na slici 3. Uz struju u vodiču i te uz z_u vodiča u utoru visina pravokutnika je:

$$\Theta_{mu} = \frac{1}{2} i z_u \quad (11)$$



Sl. 3. Protjecanje dijametralnog svitka

tj. treba računati kao da jedna polovica svitka daje protjecanje pod jednim polom, a druga pod drugim polom. Rastavljanjem na harmoničke članove dobiva se amplituda osnovnoga harmoničkog člana:

$$\Theta_{1u} = \frac{4}{\pi} \Theta_{mu},$$

a njegova prostorna raspodjela (za jedan svitak) bit će:

$$_1\Theta_{1ux} = \frac{4}{\pi} \Theta_{mu} \sin \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (12)$$

Susjedni svitak, u utorima koji su za električni kut α pomaknuti prema utorima prvog svitka, daje raspodjelu osnovnoga harmoničkog člana:

$$_2\Theta_{1ux} = \frac{4}{\pi} \Theta_{mu} \sin \left(\frac{\pi}{\tau_p} x - \alpha \right). \quad (13)$$

Prostorno razmaknute sinusne krivulje zbrajaju se vektorski na isti način kao što se zbrajaju i vremenski razmaknute krivulje napona. Tu zbrajamo *vektore protjecanja*, a tamo smo zbrajali *fazore utorskih napona*. U oba slučaja geometrijska slika vektora i ona fazora za čitavu zonu međusobno su jednake, pa je protjecanje za zonu od q utora, analogno provedenom razmatranju (sl. 1):

$$\Theta_z = 2r \sin \frac{q\alpha}{2},$$

a algebarski zbroj protjecanja svitaka u zoni je:

$$\Sigma \Theta_{1u} = q \Theta_{1u} = q 2r \sin \frac{\alpha}{2}.$$

I opet je $\Theta_z < q \Theta_{1u}$ pa se može definirati zonski namotni faktor:

$$f_z = \frac{\Theta_z}{q \Theta_{1u}} = \frac{\sin \frac{q\alpha}{2}}{q \sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (14)$$

Taj zonski namotni faktor identičan je sa zonskim namotnim faktorom pri izračunavanju napona u namotu.

Kod dvoslojnog namota (v. sl. 8, odjeljak 6.2) protjecanje svitaka 1–1', 2–2', 3–3' i 4–4' te 5–5', 6–6', 7–7' i 8–8' može se zamisliti i kao protjecanje fiktivnih svitaka 1–5, 2–6, 3–7 i 4–8 u gornjem sloju te 1'–5', 2'–6', 3'–7' i 4'–8' u donjem sloju. Ukupni efekt je isti. Tako zamišljeni svici su dijametralni, pa zasebno za gornji, i posebno za donji sloj vrijedi isti zonski faktor koji je već prije izveden. Međutim, os rezultatnog protjecanja pomaknuta je u donjem sloju za kut β koji odgovara prikrati svitaka.

Kao i za jednoslojni namot, tako se i ovdje mora računati da na jedan pol djeluje polovica svakog svitka. Preostale polovice obaju slojeva daju protjecanje drugog pola.

Ukupno je protjecanje obaju slojeva — označivši sa Θ_z protjecanje jednog sloja čitave zone za jedan pol:

$$\Theta = 2 \Theta_z \cos \frac{\beta}{2} = 2 \Theta_z \sin \frac{\gamma}{\tau_p} \frac{\pi}{2} = 2 \Theta_z f_t.$$

Tetivni namotni faktor:

$$f_t = \frac{\Theta}{2 \Theta_z} = \sin \frac{k\pi}{2} \quad (15)$$

i opet je identičan tetivnom namotnom faktoru pri izračunavanju napona. Lako je vidjeti da je onda i ukupni *namotni faktor*:

$$f_n = f_z f_t \quad (16)$$

isti, bilo da valja izračunati rezultantu napona iz broja u seriju spojenih vodiča, bilo da treba izračunati rezultantu protjecanja iz ukupnog broja amperzavoja po polu. Budući da je ukupni broj vodiča u namotu kod stroja sa $2p$ polova i q namotanih utora u zoni jednog pola:

$$z = 2p q z_u$$

a broj zavoja u namotu:

$$w = p q z_u,$$

bit će broj zavoja po jednom sloju i po jednom polu:

$$w_z = \frac{1}{2} \frac{p q z_u}{2p} = q \frac{z_u}{4}.$$

Ukupno protjecanje po polu može se izraziti kao:

$$\Theta = 2 \Theta_z f_t = 2 \frac{4}{\pi} \frac{i q z_u}{4} f_z f_t = \frac{4}{\pi} i q \frac{z_u}{2} f_n$$

a to će, izraženo ukupnim brojem vodiča ili zavoja, biti:

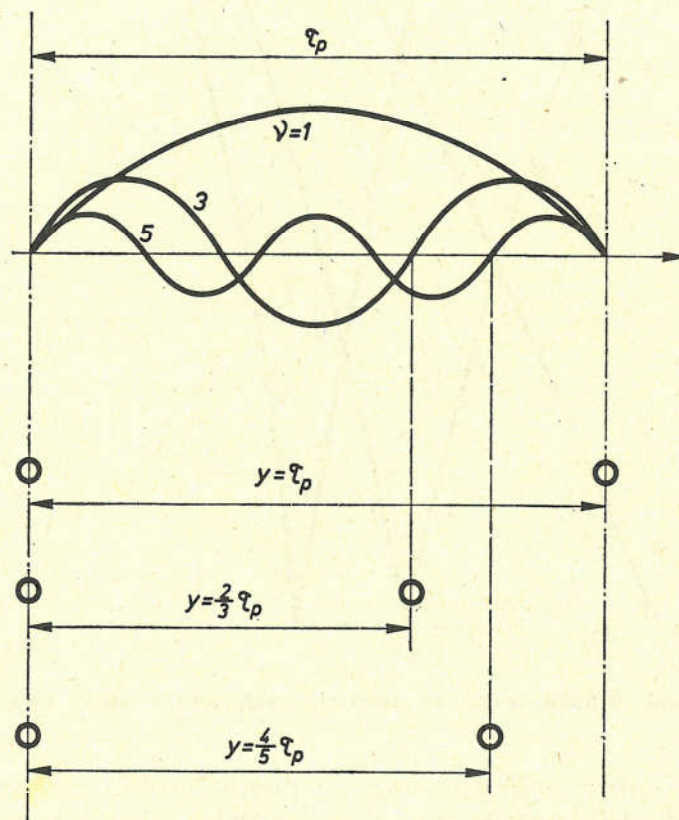
$$\Theta = \frac{4}{\pi} \frac{i}{2p} \frac{z}{2} f_n = \frac{4}{\pi} \frac{i w}{2p} f_n. \quad (17)$$

Treba pripaziti na uobičajeni način računanja izmjeničnim veličinama: kod napona i struja navode se uvijek efektivne vrijednosti, a kod polja, indukcije i protjecanja maksimalne vrijednosti. Tako će, dakle, *izmjenična struja I* (efektivna vrijednost) dati protjecanje (maksimalna vrijednost osnovnoga harmoničkog člana):

$$\Theta = \frac{4}{\pi} \frac{I \sqrt{2} w}{2p} f_n = 0,9 \frac{w I}{p} f_n. \quad (18)$$

Viši harmonički članovi u krivulji indukcije induciraju više članove u naponu vodiča. Polni korak τ_p predstavlja električni kut π za osnovni harmonički član, 3π za treći, $v\pi$ za član reda v (sl. 4). Geometrijski kut α_g između utora predstavlja električni kut $p\alpha_g$ za osnovni harmonički član, a $v p \alpha_g$ za harmonički član reda v . Prema slici 4. odmah se vidi da skraćenje svitaka na $\frac{2}{3}\tau_p$ eliminira treći harmonički član, a na $\frac{4}{5}\tau_p$ peti harmonički član, pri čemu je tetivni faktor za osnovni član još uvijek 0,866, odnosno 0,951. Općenito je zonski faktor za harmonički član reda v :

$$f_z = \frac{\sin v \frac{q\alpha}{2}}{q \sin v \frac{\alpha}{2}}, \quad \alpha = \frac{2\pi p}{N} \quad (19)$$



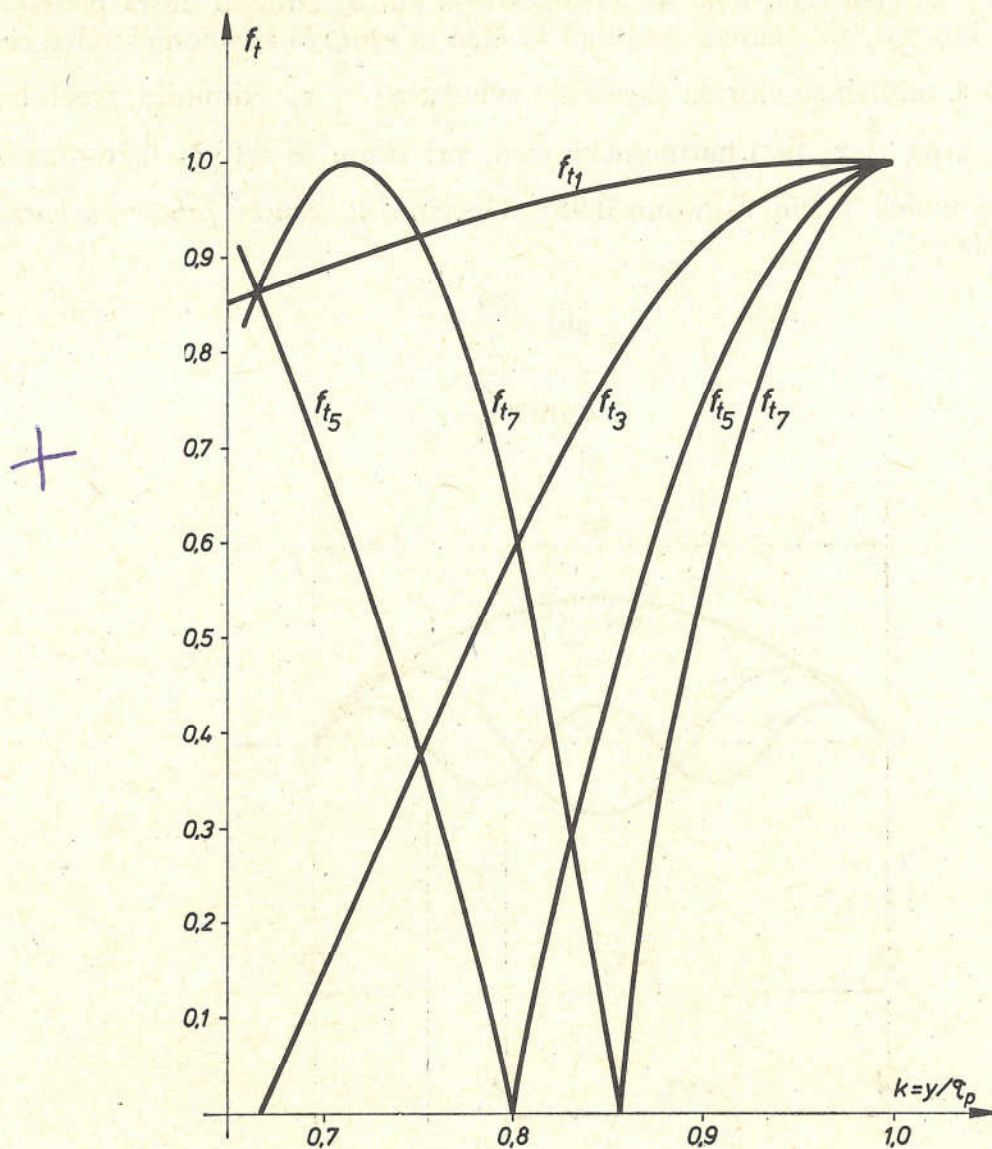
Sl. 4. Viši harmonički članovi u krivulji raspodjele indukcije i inducirani napon u svitku

a tetivni faktor:

$$f_t = \sin v \frac{y}{\tau_p} \frac{\pi}{2}, \quad (20)$$

pa se pogodnim izborom namota mogu *potisnuti* nepoželjni članovi u ukupnome induciranom naponu, a isto tako i viši harmonički članovi protjecanja pojedinih svitaka u protjecanju čitavog namota.

Tetivni faktor za osnovni, treći, peti i sedmi harmonički član prikazan je na slici 5.



Sl. 5. Tetivni namotni faktor za osnovni, treći, peti i sedmi harmonički član

Prikladnim izborom namota može se postići oblik induciranog napona vrlo bliz sinusoidi i ukupno protjecanje namota vrlo blizu sinusnoj raspodjeli.

Za raspodjelu indukcije koja sadrži prostorni harmonički član reda ν što putuje po obodu kutnom brzinom:

$$\omega_{m_{\nu\mu}} = \frac{\mu}{\nu} \frac{\omega}{p}$$

može se izračunati napon koji u jednom vodiču inducira taj harmonički član. Njegova je obodna brzina:

$$v_{\nu\mu} = \frac{D}{2} \omega_{m_{\nu\mu}} = \frac{\mu}{\nu} \frac{\tau_p}{\pi} \omega.$$

Za osnovni prostorni član ($\nu=1$) proizveden osnovnim vremenskim članom struje ($\mu=1$) ta je brzina:

$$v = \frac{\tau_p}{\pi} \omega.$$

Iz produkta $B l v$ izlazi da je napon u jednom vodiču koji nastaje utjecajem višega harmoničkog člana:

$$U_{\nu\mu} = U_{11} \frac{B_{\nu\mu}}{B_1} \frac{\mu}{\nu}.$$

Za čitav namot moraju se uzeti u obzir i različiti namotni faktori:

$$U_{\nu\mu} = U \frac{B_{\nu\mu}}{B_1} \frac{\mu}{\nu} \frac{f_{nv}}{f_{n1}} = 4,44 \Phi_1 \frac{B_{\nu\mu}}{B_1} \frac{1}{\nu} \mu f w f_{nv}.$$

Izraz $\Phi_1 \frac{B_{\nu\mu}}{B_1} \frac{1}{\nu} = \Phi_\nu$ pokazuje veličinu magnetskog toka po polu harmoničkog člana indukcije prostornog reda ν , a $\mu f = f_\mu$ izražava frekvenciju napona koji član vremenskog reda μ inducira u vodičima. Na taj način dobivamo izraz za napon što ga inducira bilo koji harmonički član, analogan izrazu za osnovni harmonički član:

$$U_{\nu\mu} = 4,44 \Phi_\nu f_\mu w f_{nv}. \quad (21)$$

Pri tome smo uzimali da namot miruje, a da se okretno polje giba. Sličan račun vrijedi ako polje miruje, a namot se giba. Često se kreće i polje i namot. *Relativna brzina* polja prema namotu neka je:

$$v_{rel} = v_p - v_n = s v_p$$

ili, računajući s kutnim brzinama,

$$\omega_{rel} = \omega_p - \omega_n = s \omega_p. \quad (22)$$

Faktor $s = \frac{\omega_p - \omega_n}{\omega_p}$ naziva se *klizanjem* i bit će očito $s < 1$ ako namot rotira sporije od polja, ali u istom smjeru, zatim $s = 0$ rotira li istom brzinom kao polje i $s < 0$ ako rotira brže od polja u istom smjeru. Ako namot stoji, bit će $s = 1$, a rotira li u suprotnom smjeru, vrijedi $s > 1$.

Brzina polja je općenito za član reda ν , μ :

$$v_{\nu\mu} = \frac{\mu}{\nu} \frac{\tau_p}{\pi} \omega = \frac{\mu}{\nu} 2 \tau_p f = \frac{2 \tau_p}{\nu} f_\mu.$$

Kako je brzina namota uvijek ista, a brzina polja za svaki harmonički član drukčija, bit će klizanje za svaki član ν , μ drugo, pa ćemo ga označiti sa $s_{\nu\mu}$:

$$s_{\nu\mu} = \frac{v_{p\nu\mu} - v_n}{v_{p\nu\mu}} = \frac{v_{rel}}{v_{p\nu\mu}}. \quad (23)$$

Relativna brzina v_{rel} o kojoj ovisi visina i frekvencija induciranih napona bit će:

$$v_{rel} = s_{\nu\mu} \frac{\mu}{\nu} 2 \tau_p f = \frac{2 \tau_p}{\nu} s_{\nu\mu} f_{\mu}.$$

Inducirani napon u namotu koji se kreće jest:

$$U_{\nu\mu s} = 4,44 \Phi_{\nu} s_{\nu\mu} f_{\mu} w f_{n\nu}, \quad (24)$$

a njegova je frekvencija:

$$f_{\nu\mu s} = s_{\nu\mu} \mu f, \quad (25)$$

gdje je f frekvencija osnovnoga harmoničkog člana napona, induciranoga od osnovnog člana raspodjele indukcije $\nu = 1$, $\mu = 1$, u mirnom namotu.

Viši harmonički članovi protjecanja reda ν stvoreni strujama osnovne frekvencije $\mu = 1$ imaju unutar polnog koraka τ_p ukupno ν poluperioda, a kreću se brzinom $\frac{1}{\nu} \omega$. Dok osnovni član prevali na obodu razmak $2 \tau_p$, i inducira punu periodu izmjeničnog napona, član reda ν prevali razmak $2 \tau_p / \nu$, a to je upravo puna perioda za taj član, pa je i njegov inducirani napon prošao punu periodu. Frekvencija napona koji inducira bilo koji prostorni harmonički član polja indukcije istoga vremenskog reda $\mu = 1$ bit će jednaka *frekvenciji osnovnog člana*. Naponi takvih članova vektorski zbrojeni daju *osnovni harmonički član induciranih napona*:

$$U = \sum_{\substack{\nu=1 \\ (\mu=1)}}^{\infty} 4,44 \Phi_{\nu} f w f_{n\nu} e^{j\varphi_{\nu}} \quad (26)$$

Međutim, svi članovi sa $\mu > 1$ daju μ puta veće frekvencije induciranih napona. To se odnosi i na više harmoničke članove prostorne raspodjele magnetske indukcije u rasporu, nastale zbog zasićenja, koji putuju brzinom osnovnog člana, pa induciraju napone trostruke, peterostruke itd. frekvencije, i na prostorne članove indukcije nastale istosmjernom uzbuđenom koja mehanički rotira. Svi ti članovi putuju istom obodnom brzinom osnovnog člana, pa induciraju napone, svaki svoje frekvencije, ν puta veće od osnovne.

Aproksimativno se obično računa samo s magnetskim tokom osnovnoga harmoničkog člana, ili se srednja vrijednost napona dobiva iz ukupnog toka Φ (uz $f_n \approx f_{n1}$):

$$U_{sr} = 4 \Phi f w f_{n1},$$

a efektivna vrijednost izračuna se preko faktora oblika ξ :

$$U = 4 \xi \Phi f w f_{n1}. \quad (27)$$

Faktor oblika ξ ovisi o obliku polnih nastavaka i o izobličenju raspodjele indukcije zbog zasićenja. Na slici 6. i 7. iz odjeljka 5.2. prikazane su vrijednosti kojima se služimo u praktičkom računanju.

Više harmoničke članove protjecanja računamo na isti način kao i osnovni, uz primjenu namotnog faktora za promatrani član. Tako je za *istosmjernu uzбудnu struju*:

$$\Theta_{v=} = \frac{4}{\pi} \frac{w}{v} \frac{I}{2p} f_{nv}, \quad (28)$$

a za *izmjeničnu uzбудnu struju*:

$$\Theta_{v\sim} = 0,9 \frac{w}{v} \frac{I}{p} f_{nv}. \quad (29)$$

To isto vrijedi za *simetrični dvofazni sistem* jer je okretno protjecanje jednake veličine kao protjecanje jednoga faznog namota. Za *simetrični trofazni sistem* okretno protjecanje je $1,5 \Theta_{v1}$, pa će biti:

$$\Theta_{v3-f} = 1,35 \frac{w}{v} \frac{I}{p} f_{nv} \quad (\text{za } v \neq 3k, k = 1, 2, 3, \dots). \quad (30)$$

Vremenski viši harmonički članovi u uzbudnoj struji daju *iznose* protjecanja koji ne ovise o frekvenciji, pa se računaju na isti način. Razlika je samo u μ puta većoj *brzini* okretnih protjecanja.

Zonski namotni faktor ovisi o broju namotanih utora u zoni i o električnom kutu α između susjednih utora. Taj kut iznosi:

$$\alpha = \frac{2p\pi}{N}.$$

Broj namotanih utora uzima se kod jednofaznih strojeva, koji imaju samo jedan namot da je obično oko $2/3$ raspoloživog broja utora. Razlog je tome što bi zbog smanjenoga zonskog namotnog faktora namatanje preostale trećine utora povećalo utrošak bakra i gubitke u bakru za 50%, a svega 15% povisilo napon stroja. Zbog povećanih gubitaka treba smanjiti struju da bi se izbjeglo pregrijavanje, pa povećanje snage nije ni 15%. To nije ekonomski prihvatljivo. Kod višefaznih strojeva — dvofaznih, trofaznih, općenito m -faznih sa m jednakih namota — za svaki namot postoji N/m utora. Obično se služimo podatkom koji kazuje koliko utora dolazi na pol i fazu:

$$q = \frac{N}{2pm}. \quad (31)$$

Budući da na fazu dolazi kod dvofaznog stroja $1/2$, a kod trofaznog $1/3$ raspoloživog broja utora po polu, uvijek sve utore i namatamo, pa je q ujedno i namotani broj utora po polu za namot jedne faze. Produkt $q\alpha$ izražava širinu namotane zone jedne faze:

$$q\alpha = \frac{2p\pi}{N} \frac{N}{2pm} = \frac{\pi}{m},$$

a kut α iznosi:

$$\alpha = \frac{\pi}{q m},$$

pa se *zonski namotni faktor* za višefazne namote može prikazati ovisno o broju utora po polu i fazi q :

$$f_z = \frac{\sin \frac{\pi}{2 m}}{q \sin \frac{\pi}{2 q m}}, \quad (32)$$

odnosno:

$$f_{z\nu} = \frac{\sin \nu \frac{\pi}{2 m}}{q \sin \nu \frac{\pi}{2 q m}}. \quad (33)$$

Za jednofazni namot broj namotanih utora q nije identičan broju utora po polu $\frac{N}{2p} = q_p$. U tablicama 1, 2. i 3. prikazane su karakteristične vrijednosti zonskih namotnih faktora za jednofazne, dvofazne i trofazne namote.

Tetivni namotni faktor ovisno o skraćenju y/τ_p prikazan je na slici 5.

Tablica 1.

Zonski namotni faktor za jednofazne namote

q_p (raspoloživo)	6	7	8	9	12	15	$q_p \rightarrow \infty$
q (namotano)	4	5	6	6	8	10	$q \rightarrow 2/3 q_p$
f_{z1}	0,837	0,810	0,789	0,831	0,829	0,829	0,827
f_{z3}	0	0,071	0,115	0	0	0	0
f_{z5}	0,224	0,138	0,077	0,188	0,178	0,173	0,165
f_{z7}	0,224	0,200	0,157	0,154	0,136	0,129	0,118

Tablica 2.

Zonski namotni faktor za dvofazne namote

q	1	2	3	4	5	6	∞
f_{z1}	1,0	0,924	0,911	0,906	0,904	0,903	0,900
f_{z3}	1,0	0,383	0,333	0,318	0,312	0,308	0,300
f_{z5}	1,0	0,383	0,244	0,213	0,200	0,194	0,180
f_{z7}	1,0	0,924	0,244	0,180	0,159	0,149	0,129

Tablica 3.
Zonski namotni faktor za trofazne namote

q	1	2	3	4	5	6	∞
f_{z1}	1,0	0,966	0,960	0,958	0,957	0,956	0,955
f_{z3}	1,0	0,707	0,667	0,653	0,647	0,644	0,637
f_{z5}	1,0	0,259	0,218	0,205	0,200	0,197	0,191
f_{z7}	1,0	0,259	0,177	0,158	0,149	0,145	0,136
f_{z9}	1,0	0,707	0,333	0,271	0,247	0,236	0,212
f_{z11}	1,0	0,966	0,177	0,126	0,109	0,102	0,087
f_{z13}	1,0	0,966	0,218	0,126	0,102	0,092	0,073
f_{z15}	1,0	0,707	0,667	0,271	0,200	0,173	0,127
f_{z17}	1,0	0,259	0,960	0,158	0,102	0,084	0,056
f_{z19}	1,0	0,259	0,960	0,205	0,109	0,084	0,050

Iz razmatranja u odjeljku 4.8. izlazi da je u krivulji vodljivosti zračnog rasporeda osobito istaknut član koji odgovara broju utora po polu q_p , a koji glasi:

$$A_{q_p}(x) = A_{q_p} \cos 2 q_p \frac{\pi}{\tau_p} x. \quad (34)$$

Osnovni harmonički član protjecanja dat će s tim članom vodljivosti dva harmonička člana u raspodjeli indukcije, i to reda:

$$2\xi + \nu = 2q_p + 1 = \frac{N}{p} + 1 \quad (35)$$

te

$$2\xi - \nu = 2q_p - 1 = \frac{N}{p} - 1. \quad (36)$$

To su osnovni utorski harmonički članovi. Zonski namotni faktor za te članove iznosi:

$$f_{zq_p} = \frac{\sin\left(\frac{N}{p} \pm 1\right) q \frac{a}{2}}{q \sin\left(\frac{N}{p} \pm 1\right) \frac{a}{2}}.$$

Uz $a = \frac{2p\pi}{N}$ taj izraz prelazi u:

$$f_{zq_p} = \frac{\sin\left(q\pi \pm q\frac{a}{2}\right)}{q \sin\left(\pi \pm \frac{a}{2}\right)} = \frac{\sin q \frac{a}{2}}{q \sin \frac{a}{2}} = f_{z1}. \quad (37)$$

To isto vrijedi za sve cjelobrojne višekratnike od q_p . Zonski namotni faktor za te utorske harmoničke članove jednak je namotnom faktoru za osnovni harmonički član.

Isto tako za tetivni faktor vrijedi:

$$f_{tq_p} = \sin \left(\frac{N}{p} \pm 1 \right) k \frac{\pi}{2} = \sin \left(q_p k \pi \pm k \frac{\pi}{2} \right).$$

Ako su y i τ_p izraženi u broju utorskih koraka, onda je $\tau_p = q_p$, pa je faktor prikrate $k = y/q_p$, a tetivni namotni faktor:

$$f_{tq_p} = \sin \left(y \pi \pm k \frac{\pi}{2} \right).$$

Širina svitka y u utorskim koracima uvijek je cijeli broj, pa vrijedi i opet:

$$f_{tq_p} = f_{t1}. \quad (38)$$

Prema tome je i ukupni namotni faktor za utorske harmoničke članove isti kao za osnovni harmonički član. To čini utorske harmoničke članove osobito neugodnima jer ih *ne možemo ukloniti zgodnim izborom namota*, a da pri tome ne uklonimo istodobno i osnovni harmonički član.

6.3. Zadaci

1. Stator 12-polnog stroja ima 144 utora. Kolik je geometrijski, a kolik električni kut između dvaju susjednih utora, kolik je broj utora po polu, a kolik po polu i fazi: a) za 2-fazni; b) za 3-fazni namot?

$$[2,5^\circ, 15^\circ, q_p = 12; \text{ a) } q = 6; \text{ b) } q = 4]$$

2. Kolik je namotni faktor za 1-fazni namot stroja u 1. zadatku ako su namotane 2/3 utora: a) dijametralnim svcima; b) dvoslojnim namotom s korakom svitka 1–11?

$$[\text{a) } f_n = f_z = 0,829; \text{ b) } f_t = 0,966, f_n = 0,801]$$

3. Kolik je zonski, tetivni i ukupni namotni faktor za treći, peti i sedmi harmonički član u 2. b zadatku?

$$[f_{z3} = 0, f_{t3} = 0,707, f_{n3} = 0; f_{z5} = 0,178, f_{t5} = 0,259, f_{n5} = 0,046; f_{z7} = 0,136, f_{t7} = 0,259, f_{n7} = 0,035]$$

4. Kako treba odabrati korak svitka dvoslojnog namota 6-polnog stroja s ukupno 90 utora da bi se što više eliminirao: a) treći; b) peti; c) sedmi harmonički član, uz što manje smanjenje osnovnoga?

$$[\text{a) } 1-11; \text{ b) } 1-13; \text{ c) } 1-14]$$

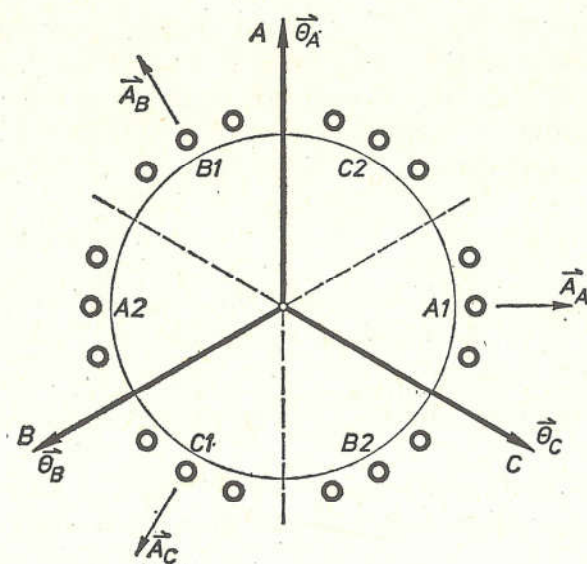
5. Da li namot prema 4.a zadatku eliminira treći harmonički član: a) u krivulji protjecanja; b) u krivulji raspodjele indukcije u rasporu?

$$[\text{a) da; b) ne (zasićenje)]$$

6. Stroj u 1. zadatku ima promjer $D = 80$ cm, dužinu $l = 30$ cm, dužinu zračnog raspora $\delta = 1$ mm i namotan je dijametralnim svicima koji zauzimaju $2/3$ ukupnog broja utora, s ukupno $w = 480$ zavoja. Amplituda osnovnoga harmoničkog člana indukcije okretnog polja u rasporu iznosi $B_1 = 0,853$ T. Kolik napon inducira u namotu osnovni harmonički član ako je frekvencija napajanja 50 Hz?
- [3 016 V]
7. U namotu iz 6. zadatka teče struja od 120 A. Kolika je maksimalna vrijednost protjecanja i kolika amplituda osnovnoga harmoničkog člana ako je struja: a) istosmjerna; b) izmjenična?
- [a) 4 800 A, 5 066 A; b) 6 788 A, 7 165 A]
8. Kolik će biti treći, peti i sedmi harmonički član u krivulji protjecanja iz 7. zadatka ako u namotu teče izmjenična struja? Koliko je to posto osnovnoga harmoničkog člana?
- [0,308 A, 169 A; 0%, 4,3%, 2,4%]
9. Koji su glavni utorski harmonički članovi namota u 2. a i 2. b zadatku? Kolik je njihov namotni faktor?
- (23-i, 25-i; a) $f_n = 0,829$, b) $f_n = 0,801$]
10. Dvoslojni namot 4-polnog stroja s ukupno 24 utora ima osam svitaka s korakom 1—5, svaki svitak sa 50 zavoja. Dužina raspora je $\delta = 0,6$ mm. Potrebno je postići u rasporu amplitudu osnovnoga harmoničkog člana indukcije od 0,8 T. Kolika izmjenična struja mora teći u namotu? Kolik će biti treći i peti harmonički član indukcije ako se zanemari utjecaj zasićenja?
- [2,53 A; 0; 0,043 T]
11. Kad bi namot u 10. zadatku bio jedan od tri jednaka fazna namota trofaznog stroja, kolika bi struja u namotu bila potrebna da se postigne ista indukcija od 0,8 T?
- [1,69 A]
12. Namot iz 10. zadatka nalazi se na statoru, a rotor je uzbuđen istosmjernom strujom te proizvodi polje u rasporu s komponentama $B_1 = 0,8$ T, $B_3 = 0,1$ T, $B_5 = 0,05$ T. Rotor se vrti brzinom od 1 500 o/min. Promjer stroja je 15 cm, dužina 5 cm. Kolik će se inducirati napon i koja će biti njegova frekvencija za: a) osnovni; b) treći; c) peti harmonički član?
- [a) 223 V, 50 Hz; b) 0; c) 3,73 V, 250 Hz]

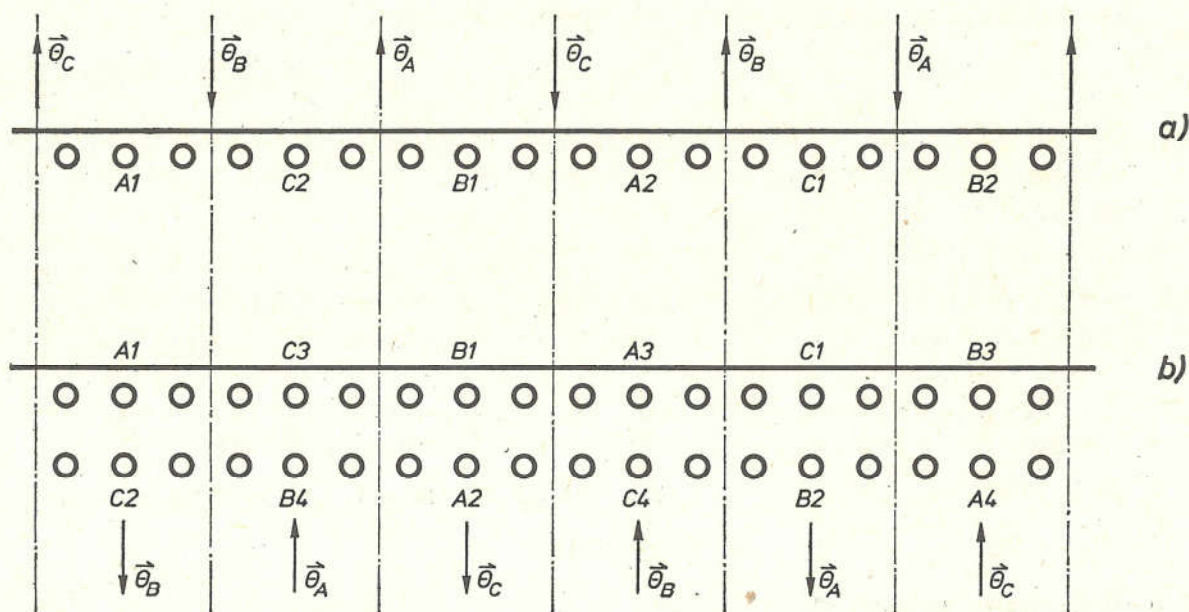
6.4. Višefazni namoti ✓

Namot jednofaznog stroja zauzima obično $2/3$ njegova oboda. Ako treba na isti stroj smjestiti *višefazni namot* od m međusobno jednakih namota, čitav prostor na obodu valja podijeliti brojem m faznih namota, da bi se dobio prostor koji pripada jednom namotu. Taj prostor bit će uvijek manji od $2/3$ oboda — kod dvofaznog stroja to je $1/2$ oboda, kod trofaznog $1/3$ oboda. Tim smanjivanjem zone namatanja zonski namotni faktor postaje nešto bolji, a kako je čitav obod iskorišten, dobivamo iz višefaznog stroja iste veličine veću snagu.



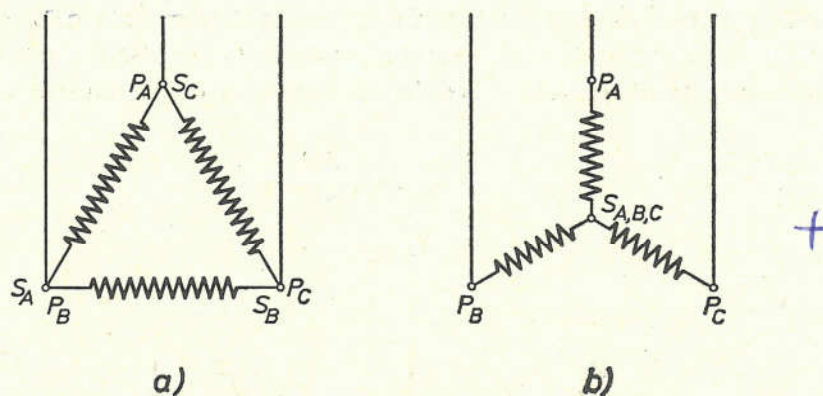
Sl. 1. Raspodjela 3-faznog namota za jedan par polova

Već je opisan višefazni namot sa m faznih namota raspoređenih u jednakim razmacima unutar dvostrukoga polnog koraka $2\tau_p$. Najčešći primjer trofaznog namota prikazuje shematski na dvopolnom stroju slika 1. A, B, C su osi faznih namota, $A_1 - A_2$, $B_1 - B_2$, $C_1 - C_2$ grupe utora u koje su smještene strane svitaka pojedinih faza. Vidi se da svaka faza može zauzeti $1/3$ oboda, tj. unutar jednog para polova električni kut $2 \cdot 60 = 120^\circ$, pa se čitav taj prostor i iskorištava. Na slici 2. prikazan je smještaj trofaznoga jednoslojnog (a), i dvoslojnog



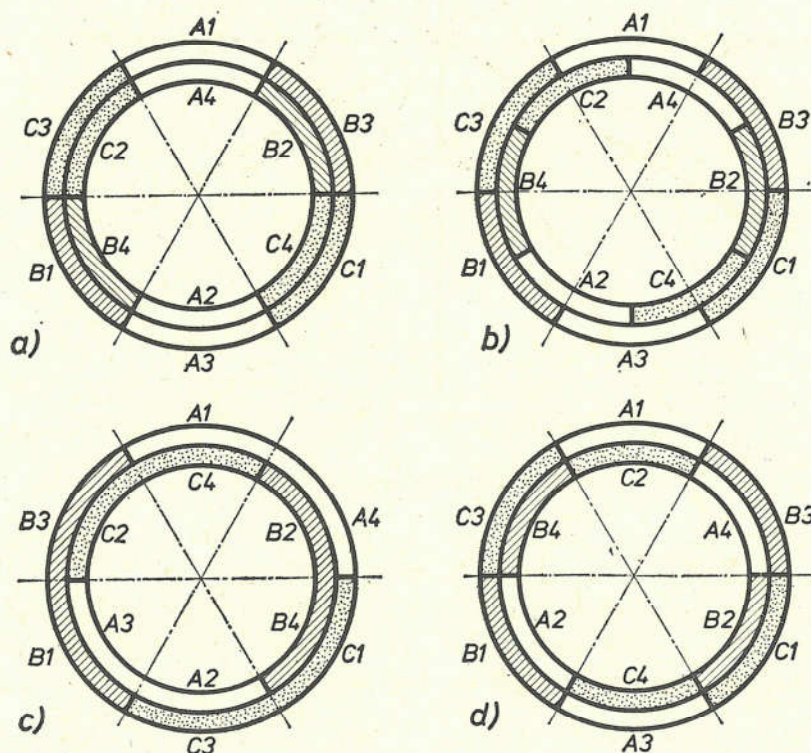
Sl. 2. Raspodjela 3-faznog namota: a) 1-slojnog; b) 2-slojnog sa skraćenim svicima, za jedan par polova

(b) namota za jedan par polova. Kod više pari polova slika se ponavlja, pa svaka faza može imati p ili $2p$ jednakih grana. Sve tri faze mogu se spojiti međusobno u trokut (sl. 3. a) ili u zvijezdu (sl. 3. b), gdje su počeci faznih namota označeni sa P_A , P_B , P_C , a svršeci sa S_A , S_B , S_C .



Sl. 3. Spajanje 3-faznog namota: a) u trokut; b) u zvijezdu

Kod dvoslojnog namatanja svakoj od triju faza odgovara $1/3$ broja utora pod svakim polom, tj. $1/3$ u gornjem i $1/3$ u donjem sloju (sl. 4. a). Ako su svici *skraćeni*, bit će slika donjeg sloja zakrenuta prema gornjemu za odgovarajući kut (sl. 4. b).

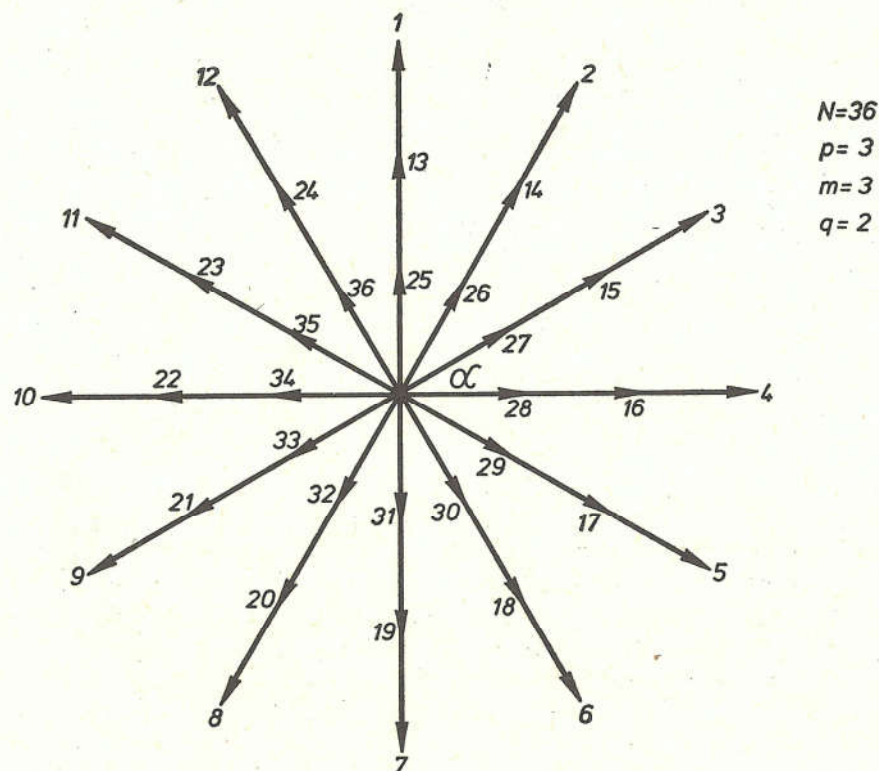


Sl. 4. Raspodjela 3-faznoga 2-slojnog namota za jedan par polova: a) s dijametralnim svicima i zonom od 60° ; b) sa skraćenjem $5/6$ i zonom od 60° ; c) s dijametralnim svicima i zonom od 120° ; d) sa skraćenjem $2/3$ i zonom od 60°

No može se obod stroja potpuno iskoristiti i tako da se jednoj fazi pod jednim polom dodijeli umjesto 60° u gornjem i u donjem sloju, dvostruki kut od 120° , ali samo u gornjem sloju. Pod idućim polom zauzet će taj isti fazni namot 120° u donjem sloju (sl. 4. c). To je trofazni namot sa zonom namatanja od 120° . Takav dvoslojni namot s dijametralnim svicima u pogledu namotnog faktora ekvivalentan je namotu sa zonom od 60° po polu i fazi i svicima skraćenima za $1/3$ polnog koraka (sl. 4 d).

Zbog lakšeg projektiranja višefaznih namota često se služimo tzv. *zvijezdom napona* (sl. 5). Ako pođemo od utorskog napona, tj. zbroja napona svih vodiča koji se nalaze npr. u utoru br. 1, onda će napon utora 2 zaostajati za kut α :

$$\alpha = \frac{p \cdot 360}{N}.$$



Sl. 5. Zvijezda napona

Nacrtamo li i označimo sve utorske napone, kao na slici 5. za namot s tri para polova i 36 utora, vidjet ćemo da u tom slučaju po tri utora imaju identičan vektor napona, jer stroj ima $p = 3$ para polova. Po svakom polu postoji $N/2p$ utora. Ako treba izvesti m -fazni namot, onda će biti:

$$q = \frac{N}{2pm}$$

utora po svakom polu i svakoj fazi. To je ujedno širina zone namatanja mjerena u utorskim koracima, ili *broj utora po polu i fazi*, koji se pojavljivao i u izrazu za zonjski namotni faktor. U našem primjeru izlazi da je $q = 2$, pa možemo po dva utora upotrijebiti za svaku fazu ispod svakog pola. Sada je lako odabrati utore tako da fazni naponi budu što veći i razmaknuti za 120° . Valja se samo prije odlučiti za jednoslojni ili dvoslojni namot sa skraćanjem. Na taj način dobivamo iz slike 5. shemu (brojka u zagradi označuje da se ta strana svitka uključuje u suprotnom smislu u smjer obilaženja namota):

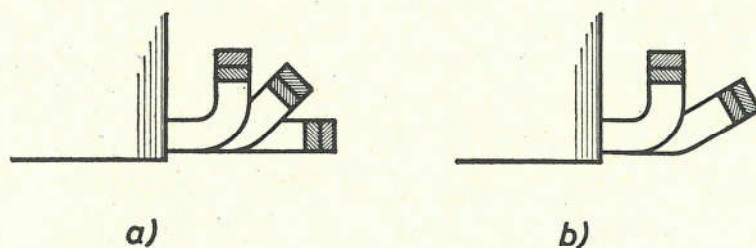
a) Za jednoslojni namot

	Redni broj utora					
Faza A	1	2	13	14	25	26
	(7)	(8)	(19)	(20)	(31)	(32)
Faza B	5	6	17	18	29	30
	(11)	(12)	(23)	(24)	(35)	(36)
Faza C	9	10	21	22	33	34
	(3)	(4)	(15)	(16)	(27)	(28)

b) Za dvoslojni namot sa skraćenjem 4/6

Faza A gornji sloj	1	2	13	14	25	26	(7)	(8)	(19)	(20)	(31)	(32)
Faza A donji sloj	(5)	(6)	(17)	(18)	(29)	(30)	11	12	23	24	35	36
Faza B gornji sloj	5	6	17	18	29	30	(11)	(12)	(23)	(24)	(35)	(36)
Faza B donji sloj	(9)	(10)	(21)	(22)	(33)	(34)	15	16	27	28	3	4
Faza C gornji sloj	9	10	21	22	33	34	(3)	(4)	(15)	(16)	(27)	(28)
Faza C donji sloj	(13)	(14)	(25)	(26)	(1)	(2)	7	8	19	20	31	32

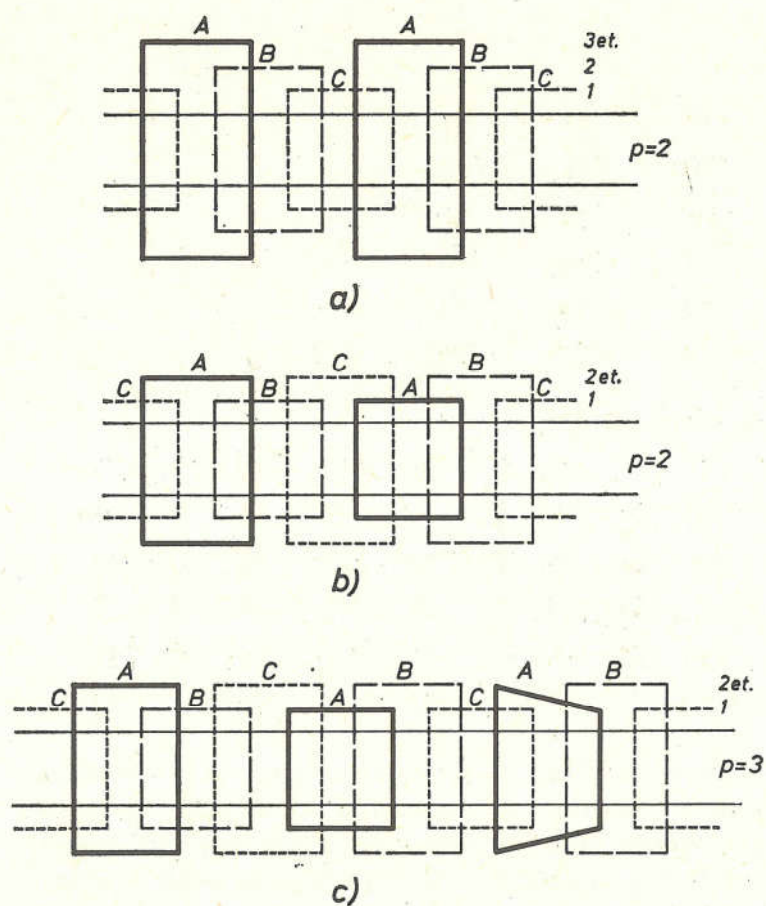
Kod dvoslojnog namota svakome utorskom naponu odgovaraju dva identična, ali neovisna napona — strane svitka u gornjem i u donjem sloju. Iz takva pregleda može se crtati *shema namota*, a zvijezda napona jasno pokazuje koji se dijelovi namota smiju spojiti kao paralelne grane, a koji ne. Način spajanja ovisi o izboru vrste namota — s jednakim ili koncentričnim svicima, o izboru izvedbe glava namota itd.



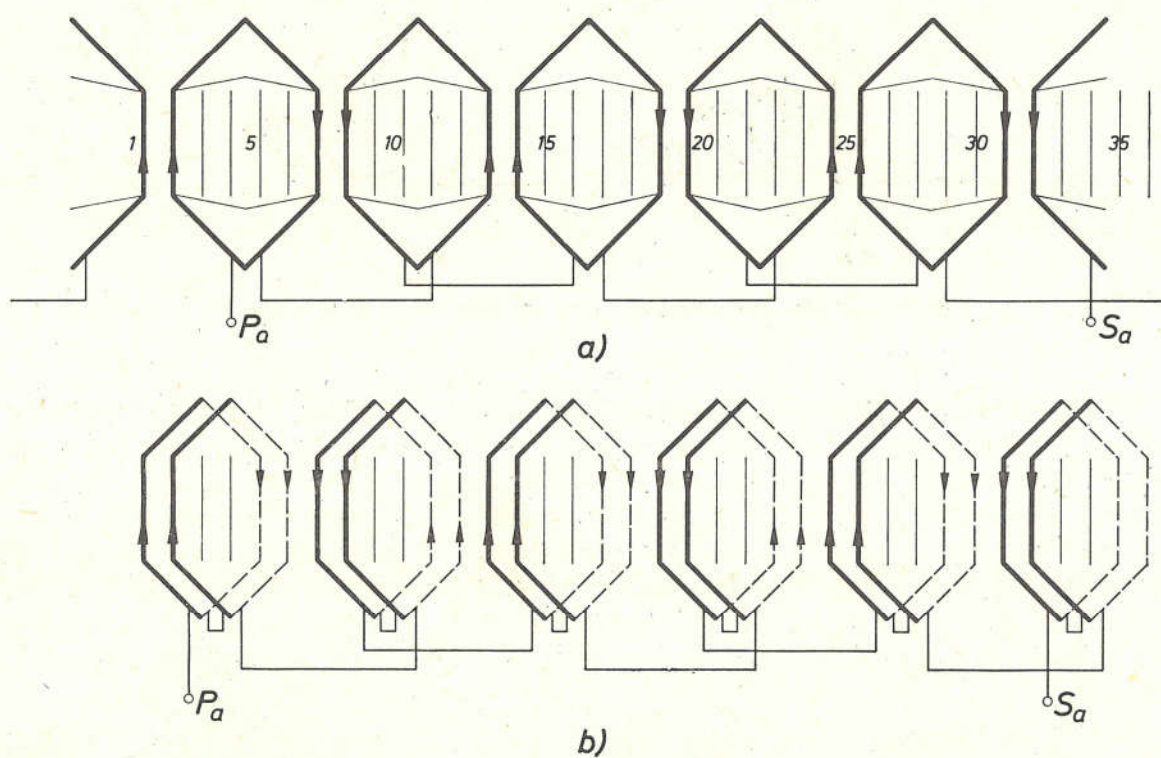
Sl. 6. Smještaj glava namota: a) u tri etaže; b) u dvije etaže

Za namot s jednakim svicima vrijedi isto što je rečeno kod jednofaznih namota. Međutim, za namot s koncentričnim svicima glave namota svih triju faza ne mogu biti položene u istoj rotacionoj plohi (»etaži«), pa se takav namot izvodi kao *dvo-etažni* ili *troetažni* (sl. 6). Shema troetažnog namota (zbog jednostavnosti uzet je samo jedan utor po polu i fazi, a kod $q > 1$ tome bi odgovarala grupa svitaka jedne faze) prikazana je na slici 7. a. Isti namot može se izvesti i u dvije etaže (sl. 7. b). Ako je broj pari polova $p = 3$ (ili višekratnik od 3), onda se namot u dvije etaže može izvesti samo tako da jedna grupa svitaka prelazi iz jedne etaže u drugu (sl. 7. c).

Na slici 8. ucrtana je shema samo za fazu A za: a) 1-slojni; b) 2-slojni namot. Crtkano je označena strana svitka smještena u donjem dijelu utora, a punom linijom ona u njegovu gornjem dijelu.



Sl. 7. Shema: a) 3-etažnog; b) 2-etažnog jednoslojnog namota za $p=2$; c) 2-etažnog jednoslojnog namota za $p=3$



Sl. 8. Shema jedne faze 3-faznog namota: a) jednoslojnog; b) dvoslojnog sa skraćenim svicima

Kod dosadašnjih razmatranja broj utora po polu i fazi q bio je cijeli broj. Za velike strojeve, pogotovo one s mnogo pari polova, izvodi se često *razlomljeni namot*, kod kojega je q pravi ili nepravi razlomak.

Kod *cjelobrojnog namota* bit će kut između vektora susjednih utorskih napona (v. sl. 5):

$$\alpha = \frac{2 p \pi}{N} = \frac{\pi}{q m}.$$

Jedan par polova zauzima na obodu kut 2π , a njemu pripada $N_1 = 2 q m$ utora, što čini kut:

$$2 \pi = N_1 \alpha,$$

gdje je N_1 cijeli broj. Na svaki par polova dolazi cijeli broj N_1 krakova zvijezde napona. Dovoljno je nacrtati zvijezdu za jedan par polova jer se slika za svaki dalji par polova ponavlja.

Razlomljeni namot ima broj utora po polu i fazi:

$$q = \frac{N}{2 p m} = q' + \frac{a}{b}, \quad (1)$$

gdje je q' cijeli broj, a $a < b$; a, b su cijeli brojevi koji nemaju zajedničkog faktora. Na jedan par polova dolazi tada $N_1 = 2 q m$ utora, što može, ali ne mora, biti cijeli broj:

$$N_1 = 2 q' m + 2 \frac{a}{b} m. \quad (2)$$

Kut koji odgovara jednom paru polova bit će:

$$2 \pi = N_1 \alpha.$$

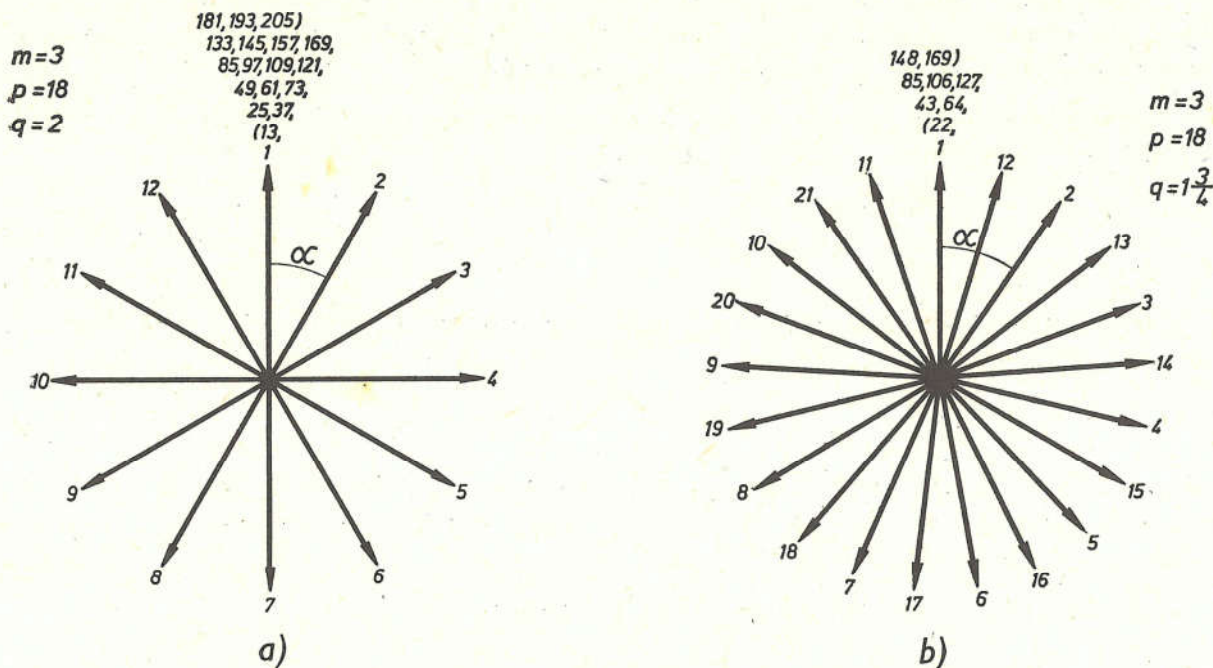
Zvijezda napona imat će cijeli broj krakova po paru polova samo uz uvjet da je $2 m = k b$, $k = 1, 2, 3, \dots$. Ako to nije ispunjeno, treba potražiti broj n pari polova za koji će zvijezda imati cijeli broj krakova:

$$2 n \pi = n N_1 \alpha = \left(2 n q' m + \frac{2 a m n}{b} \right) \alpha = \text{cijeli broj } x \alpha. \quad (3)$$

To će biti ispunjeno uz:

$$2 a m n = k b, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Ako npr. trofazni 36-polni namot izvedemo kao cjelobrojni sa $q = 2$, potrebno je ukupno $N = 36 \cdot 3 \cdot 2 = 216$ utora. Kut među utorima je $\alpha = \frac{36 \cdot 180^\circ}{216} = 30^\circ$, pa zvijezda napona ima $\frac{360}{30} = 12$ krakova. Svaki krak predstavlja vektor napona za 18 različitih utora (sl. 9. a), a slika se ponavlja za svaki par polova, tj. 18 puta.



Sl. 9. Primjer zvijezde napona 3-faznoga mnogopolnog namota: a) cjelobrojnog sa $q=2$; b) razlomljenog sa $q=1\frac{3}{4}$

Ako isti trofazni 36-polni namot izvedemo kao razlomljeni sa $q = 1\frac{3}{4}$, potrebno je ukupno $N = 36 \cdot 3 \cdot \frac{7}{4} = 189$ utora. Kut među utorima je $\frac{36 \cdot 180^\circ}{189} = 34\frac{2}{7}$; zvijezda napona za jedan par polova treba $\frac{360}{34\frac{2}{7}} = 10\frac{1}{2}$ krakova. Prema toj računici je $q' = 1$, $a/b = 3/4$, pa je potrebno da bude:

$$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot n = k \cdot 4$$

$$n = k \frac{2}{9} = 2 \text{ (za } k = 9\text{),}$$

tj. za dva para polova zvijezda će napona imati cijeli broj krakova (sl. 9. b). Svaki krak predstavlja devet utoru, a slika se ponavlja za svaka dva para polova, tj. devet puta.

Iz zvijezde napona mogu se odabrati fazori koji pripadaju jednoj ili drugoj zoni svake pojedine faze, pri čemu valja paziti na simetriju među fazama. Dijelovi namota koji su prikazani ponavljanjem zvijezde napona smiju se spojiti kao *paralelne grane*, ako je to potrebno.

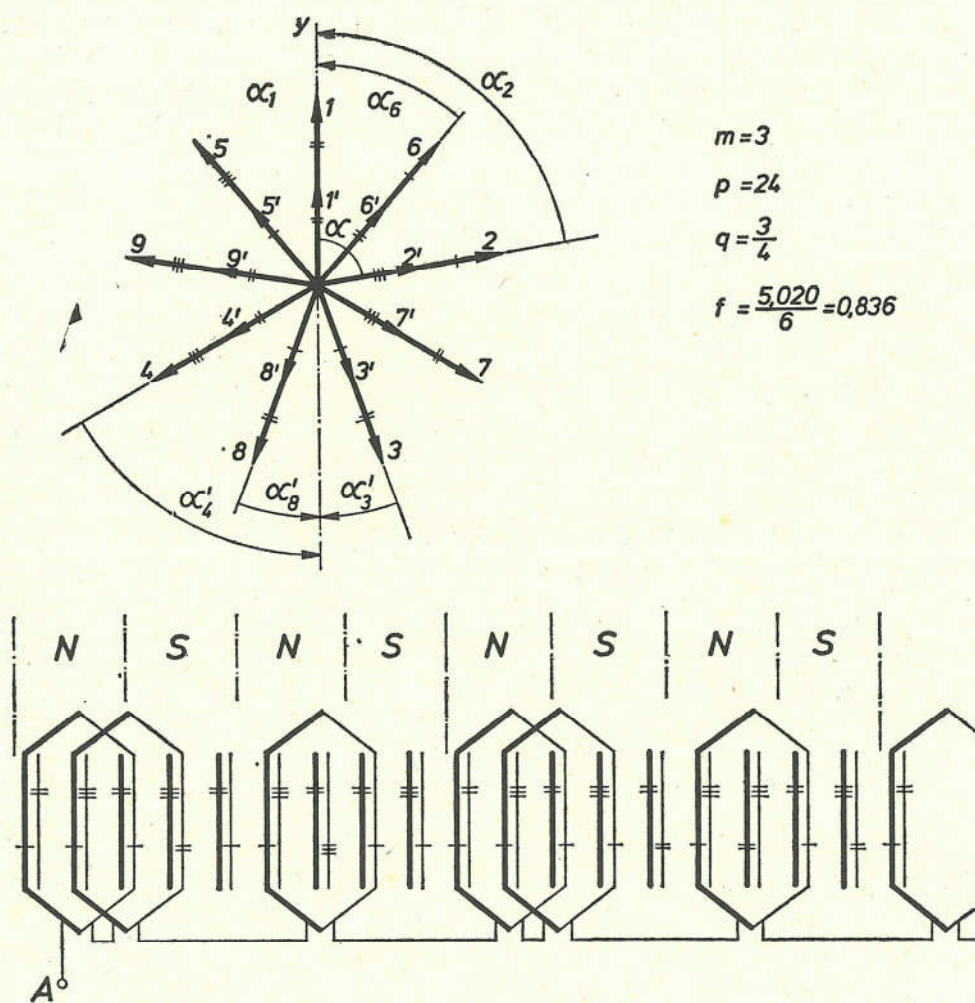
Namotni faktor za razlomljeni namot ne može se izračunavati formalno uvrštavajući q u formule izvedene za cjelobrojni namot. Treba voditi računa o stvarnom položaju vektora napona u zvijezdi. U najopćenitijem slučaju namotni faktor za namot koji ima u zvijezdi napona po fazi Q vektora iste veličine, a istog ili razli-

čitih položaja, pri čemu je kut prema po volji odabranom smjeru za i -ti vektor jednak α_i (sl. 10), može se računati vektorskim zbrajanjem po komponentama:

$$\sum U_y = \sum_{i=1}^Q U_u \cos \alpha_i$$

$$\sum U_x = \sum_{i=1}^Q U_u \sin \alpha_i$$

$$U = \sqrt{(\sum U_y)^2 + (\sum U_x)^2} = U_u \sqrt{\left(\sum_{i=1}^Q \cos \alpha_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^Q \sin \alpha_i\right)^2}.$$



Sl. 10. Zvijezda napona i shema namota jedne faze za prvih osam polova razlomljenoga 3-faznog namota sa $q=3/4$

Algebarska suma je:

$$\sum_{i=1}^Q U_u = Q U_u$$

pa je namotni faktor:

$$f_n = \frac{U}{Q U_u} = \frac{1}{Q} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^Q \cos \alpha_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^Q \sin \alpha_i\right)^2}. \quad (5)$$

Pri zbrajanju treba svim vektorima jedne zone pripisati pozitivan, a povratne zone negativan predznak. To je najjednostavnije učiniti tako da se kutovi α_i računaju za jednu zonu prema odabranom smjeru, a za povratnu zonu prema suprotnom smjeru (sl. 10), pri čemu pozitivni kut računamo uvijek u istom smjeru obilaženja.

Za prostorne više harmoničke članove treba sve kutove u zvijezdi napona ν puta povećati. Namotni faktor za harmonički član reda ν računa se onda kao i za osnovni član, ali sa:

$$\alpha_{i\nu} = \nu \alpha_i. \quad (6)$$

Zvijezda napona s više krakova, što se postiže razlomljenim namotom, daje manje namotne faktore za više harmoničke članove, i time raspodjelu protjecanja i oblik krivulje napona bliže sinusnom obliku, što se osobito povoljno očituje kod vrlo malog broja utora po polu i fazi, kakav nalazimo u strojeva s mnogo polova i malim polnim korakom.

Na slici 10. vidi se na primjeru faze A spoj dvoslojnog namota sa $m = 3$, $p = 24$ i $q = 3/4$ za grupu od prvih osam polova. Slika se za svaka četiri pola ponavlja.

6.4. Zadaci

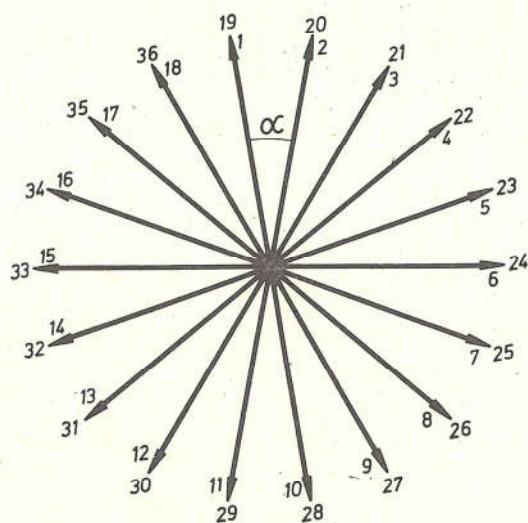
1. Koliko utora mora imati stator 3-faznog 4-polnog stroja da bi se mogao smjestiti namot s tri utora po polu i fazi? Kolik je geometrijski kut između susjednih utora? Kolik je kut između napona susjednih utora u zvijezdi napona?

$$[N = 36, 10^\circ, \alpha = 20^\circ]$$

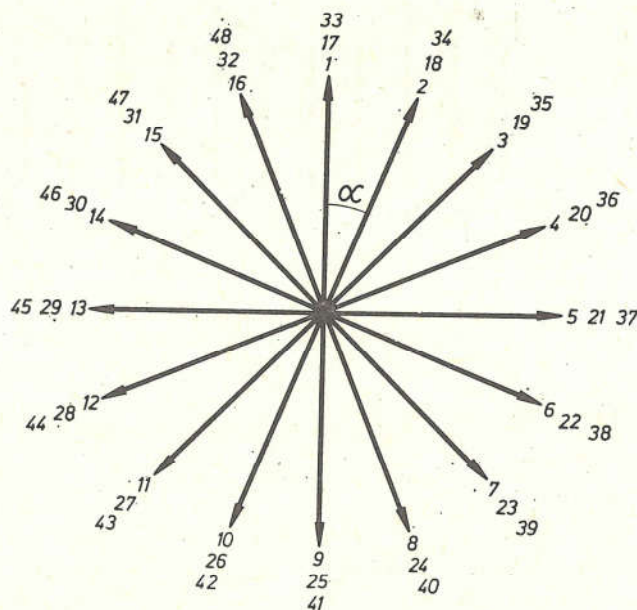
2. Dvofazni 6-polni stroj izveden je sa 48 statorskih utora. Kolik je broj utora po polu i fazi q , te kut između napona susjednih utora?

$$[q = 4, \alpha = 22,5^\circ]$$

3. Kako izgleda zvijezda napona za namot u 1. zadatku?



Sl. 11. Zvijezda napona u zadatku 1. (rješenje zad. 3)

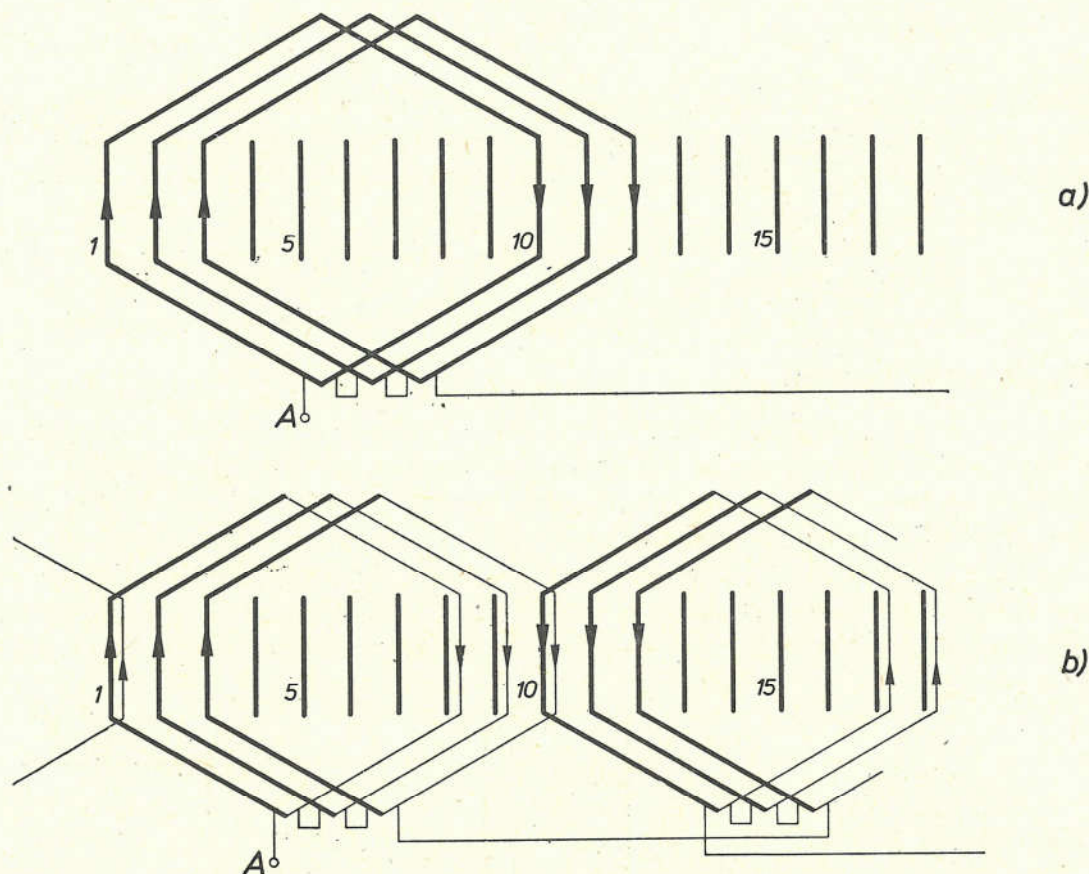


Sl. 12. Zvijezda napona (rješenje zad. 4)

4. Kako izgleda zvijezda napona za namot u 2. zadatku?

[Sl. 12]

5. Nacrtajte shemu namota iz 1. zadatka za fazu A i samo za jedan par polova ako je namot: a) 1-slojni; b) 2-slojni s korakom 1—8. Predviđa se izvedba s jednakim svicima.



Sl. 13. Shema: a) 1-slojnog; b) 2-slojnog namota za jednu fazu i jedan par polova (rješenje zad. 5)

6. Prikažite shemu namota iz 2. zadatka za fazu A tablicom prema str. 151, ako je namot: a) 1-slojni; b) 2-slojni s korakom 1—7.

a)	1	2	3	4	17	18	19	20	33	34	35	36
	(9)	(10)	(11)	(12)	(25)	(26)	(27)	(28)	(41)	(42)	(43)	(44)
b) gornji sloj	1	2	3	4	(9)	(10)	(11)	(12)	17	18	19	20
donji sloj	(7)	(8)	(9)	(10)	15	16	17	18	(23)	(24)	(25)	(26)
gornji sloj	(25)	(26)	(27)	(28)	33	34	35	36	(41)	(42)	(43)	(44)
donji sloj	31	32	33	34	(39)	(40)	(41)	(42)	47	48	1	2]

7. Kolik je namotni faktor za osnovni, treći i peti harmonički član namota u 5. a i 5 b zadatku?

[a] $f_{n1} = 0,960$, $f_{n3} = 0,667$, $f_{n5} = 0,218$;
 b) $f_{n1} = 0,902$, $f_{n3} = 0,334$, $f_{n5} = 0,038$

8. Koji su glavni utorski harmonički članovi za namot iz 6. b zadatka i kolik je namotni faktor za njih?

$$[2q_p + 1 = 17, 2q_p - 1 = 15, f_{n_{17}} = f_{n_{15}} = f_{n_1} = 0,837]$$

9. Trofazni 4-polni jednoslojni namot sa $q = 3$ iz 7. a zadatka ima u svakom svitku 50 zavoja. Kolika je amplituda osnovnog, trećeg i petog harmoničkog člana okretnog protjecanja ako se namot napaja trofaznom strujom od 2,7 A po fazi?

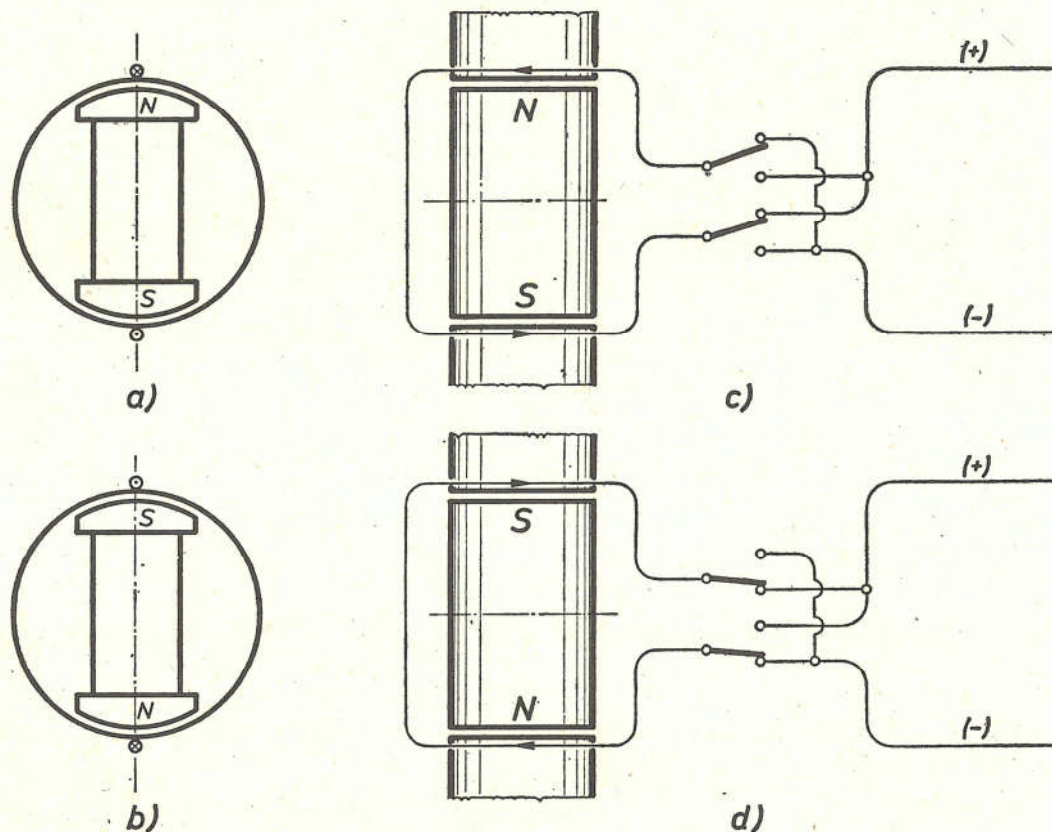
$$[\Theta_1 = 525 \text{ A}, \Theta_3 = 0, \Theta_5 = 23,8 \text{ A}]$$

10. Stator 60-polnoga trofaznog generatora ima 405 utora. Kolik je broj utora po polu i fazi? Kolik je kut između napona susjednih utora? Koliko krakova ima zvijezda napona i koliko utorskih napona predstavlja svaki krak?

$$[q = 2\frac{1}{4}, a = 26\frac{2}{3}^\circ, 27 \text{ krakova}, 15 \text{ utora po kraku}]$$

6.5. Kolektorski namoti

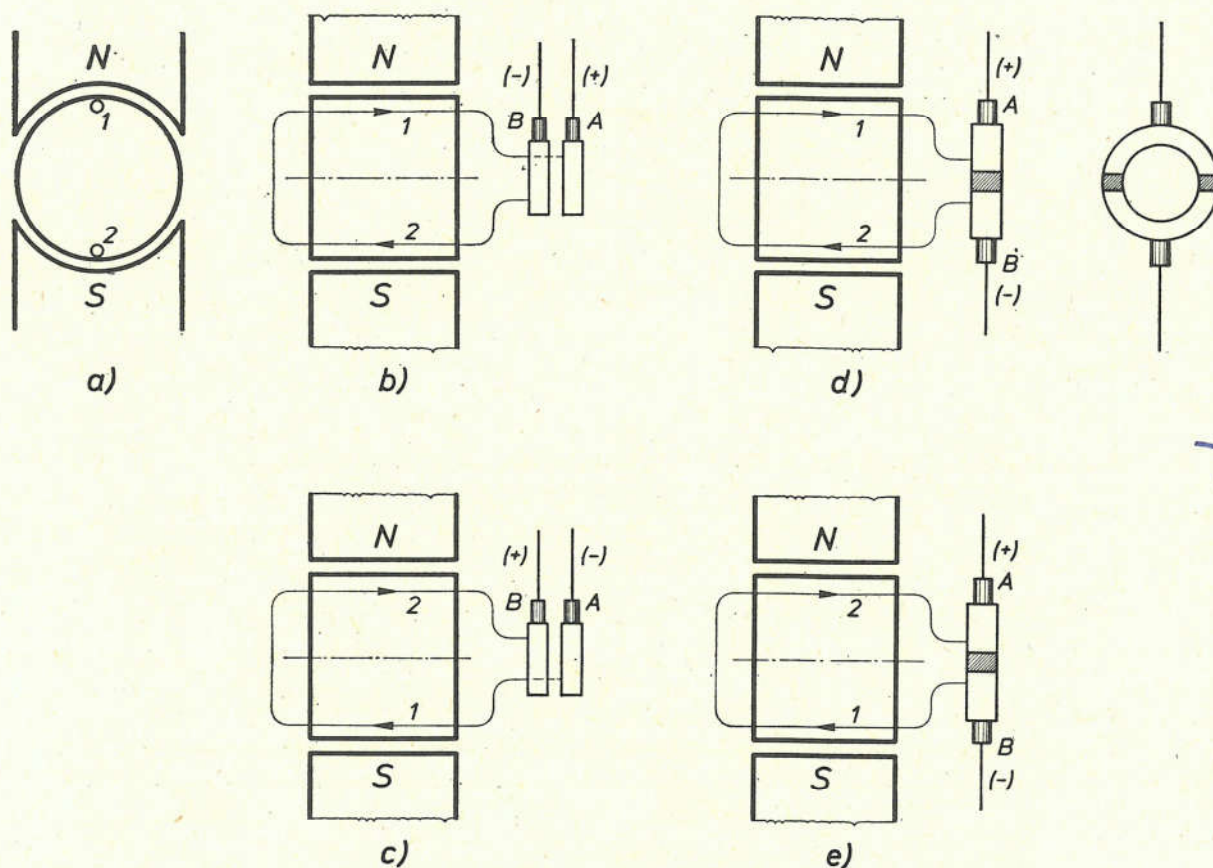
Rotor s magnetskim polovima koji se vrti prema slici 1. inducira u svitku statora napon jednog smjera kad su polovi u položaju *a*, a suprotnoga smjera u položaju *b*. U svakom vodiču, zavoju i svitku inducira se *izmjenični napon*. Priključimo li vanjske dovode s trošilima izravno na krajeve svitka, doveli smo trošilima izmjenični napon, i u njima će teći izmjenična struja. Kad bi u vanjskim dovodima trebalo da bude uvijek isti polaritet napona i isti smjer struje, mogli bismo se poslužiti preklopkom prema slici 1. *c* ili *d*. Položaj preklopke mora se mijenjati u času kad



Sl. 1. Položaj polova rotora (a), (b) i preklopke na namotu (c), (d), da se u vanjskom dijelu strujnog kruga dobije istosmjerni napon i struja

nalazi suprotan magnetski pol pod vodiče svitka ili, točnije, svaki put kad se os polova pri rotaciji poklopi s osi svitka, a to je dva puta u toku jednoga punog okretaja rotora. Kaže se da je u tom trenutku svitak u *neutralnoj zoni* magnetskog polja, i to je čas kad treba aktivirati preklopku. Upravljanje preklopkom ovisno je o položaju rotora, pa vrtnja rotora može u tome poslužiti, bilo preko mehaničkih kontakata, bilo preko elektroničkih sklopki, da upravlja načinom spajanja svitka na statoru s vanjskim krugom. Kroz priključena će trošila u vanjskom krugu teći istosmjerna struja, unatoč tome što je napon svitka u stroju izmjeničan i što u svitku teče izmjenična struja.

Ako su magnetski polovi na statoru, a svitak u kojemu se inducira napon nalazi se na rotoru (sl. 2. a), vrijede slična razmatranja. Napon u svitku jest izmjenični napon (sl. 2. b, c), no kako se svitak kreće, potrebna su dva klizna koluta s četkicama da bi se taj izmjenični napon dovelo vanjskim dovodima i trošilima koja miruju. Želimo li u vanjskom krugu istosmjerni napon i istosmjernu struju, preklapanje se može izvršiti vrlo jednostavno. Umjesto kliznih koluta krajevi se svitka dovedu na dva izolirana segmenta prstena koji rotira zajedno sa svitkom.



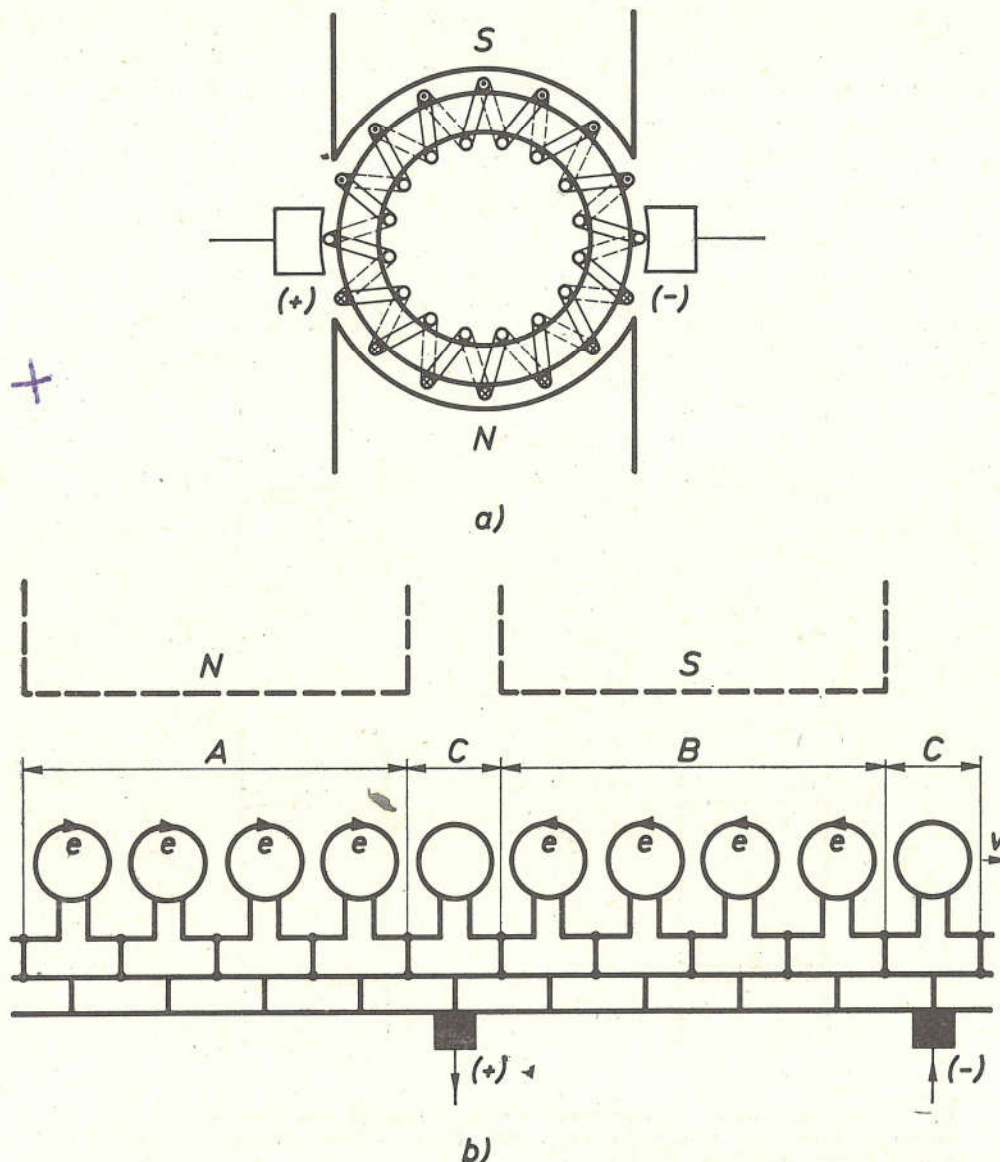
Sl. 2. Položaj rotora s namotom prema polovima statora (a) i napon vanjskog kruga uz priključak na namot preko kliznih koluta (b), (c) ili preko lamela kolektora (d), (e)

Prema slici 2. d, e polaritet napona na četkicama koje klize po tom prstenu, *kolektoru* ili *komutatoru*, uvijek je isti ako četkice postavimo tako da prelaze s jednog segmenta na drugi upravo u času kad svitak prolazi kroz neutralnu zonu magnetskog polja.

Kolektor tu ima funkciju preklapanja kojim se *izmjenični* napon i struja svitka u stroju pretvaraju u *istosmjerni* napon i struju u vanjskom krugu.

Lako je uvidjeti da se funkcija kolektora ne mijenja kod generatorskog i kod motorskog rada. U generatora izmjenična struja svitka pretvara se u istosmjernu struju vanjskog kruga. Kod motora istosmjerna se struja vanjskog kruga pretvara u izmjeničnu struju svitka, koja daje zakretni moment istog smisla za bilo koji položaj svitka prema polovima statora.

Bolje iskorištenje stroja zahtijeva da se upotrijebi više od jednog svitka na rotoru. Svi se ti svici spajaju u seriju i tvore na obodu rotora zatvoreni krug, a spojno mjesto svakih dvaju susjednih svitaka dovodi se do jednog segmenta kolektora, koji tada ima toliko segmenata koliko je na rotoru svitaka.



Sl. 3. Prstenasti namot s kolektorom: a) shematski presjek; b) shematski razvoj

Najpregledniji oblik kolektorskog namota istosmjernog stroja jest namot *prstenaste armature* prema slici 3. a, gdje se napon inducira samo u dijelu zavoja u zračnom rasporu, a ne inducira se u unutrašnjem dijelu namota.

U zračnom rasporu možemo razlikovati po svakom paru polova tri zone (sl. 3. b): zonu A, u kojoj se induciraju u vodičima naponi jednog smjera, zonu

B, u kojoj se induciraju naponi suprotnog smjera, i dvije zone C između polova, u kojima se ne induciraju nikakvi naponi.

U početku gradnje električnih rotacionih strojeva oni su se tako i izvodili. No ubrzo je odbačena prstenasta armatura, kako bi se izbjegao mrtvi, beskorisni dio namota s unutrašnje strane prstena. Umjesto toga povezani su vodiči u rasporu, razmaknuti približno za polni korak, u zavoje i svitke, pa je umjesto prstenaste nastala *cilindrična* armatura.

I kod takvih namota istosmjernih strojeva povezuju se svi zavoji u seriju, pa dobivamo *kontinuirani zatvoreni namot* po čitavom obodu stroja. Namot je dvoslojan, pa su najčešće svi svici jednaki. Svršetak svakog svitka spojen je s početkom idućega na jednoj lameli *kolektora*, cilindra sastavljenoga od toliko međusobno izoliranih bakrenih lamela koliko ima svitaka u namotu. Struju odvodimo ili dovodimo namotu preko ugljenih, elektrografitnih ili sličnih *četkica*, koje su prislonjene i klize po površini kolektora.

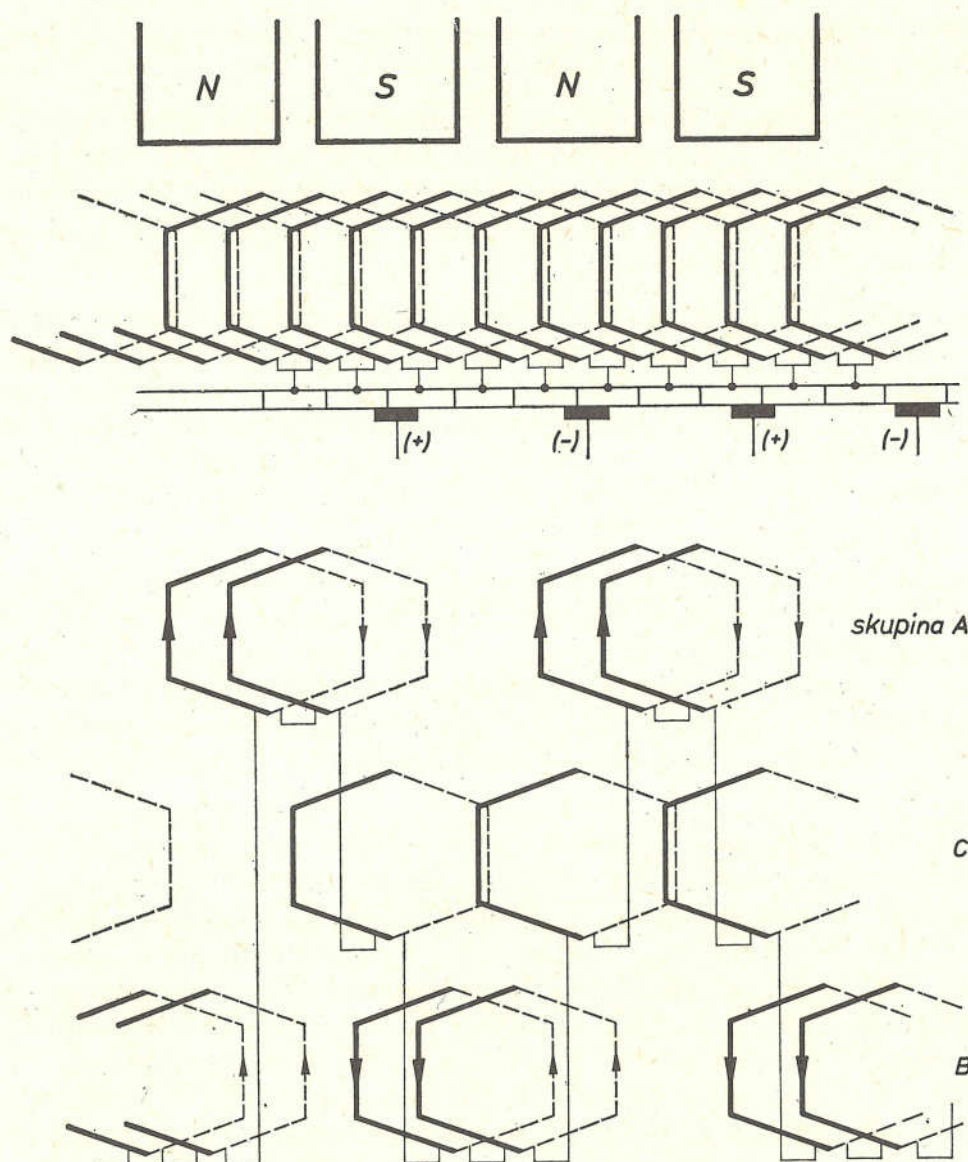
Prema trenutnom položaju u magnetskom polju valja razlikovati tri skupine svitaka (sl. 4): skupina A, s gornjim stranama svitaka pod N-polom, kod koje je napon u desnom smjeru obilaženja ($\curvearrowright$) pozitivan; skupina B, kod koje su gornje strane svitaka pod S-polom, a napon u istom smjeru obilaženja ($\curvearrowright$) je negativan; skupina C, gdje se strane svitaka nalaze između N-pola i S-pola, u tzv. neutralnoj zoni bez magnetskog polja, tako da se u njima ne inducira nikakav napon.

Ako spojimo sve zavoje čitavog namota u seriju, tako da čine zatvoreni krug, te počnemo od prvog zavoja skupine A obilaziti u pozitivnom smjeru ($\curvearrowright$) zavojima namota, promatrajući sve u jednom trenu, tj. za nepromijenjeni položaj namota, prvo ćemo proći zavoje skupine A u kojima je napon pozitivan. Ukupni napon skupine A neka je U . Nakon toga nailazimo na zavoje skupine C, koji ne daju napona. Dalje su zavoji skupine B, s negativnim naponima, koji do iduće skupine C daju napon $-U$. Zatim je N-pol sa zavojima A, pa S-pol sa zavojima B, dok se namot zatvori. Na slici 4. prikazan je takav namot kompletni i razvučen tako da se pokaže svaka karakteristična skupina svitaka zasebno.

Kad se čitav namot na obodu kreće, mijenjaju se *svici* koji čine skupine A, B i C, ali položaj skupina A, B i C prema nepomičnim *polovima* i prema nepomičnim *četkicama* ostaje isti. Napon pozitivan u desnom smjeru obilaženja ($\curvearrowright$) skupine A i napon pozitivan u lijevom smjeru obilaženja ($\curvearrowleft$) skupine B daju najviši potencijal u neutralnoj zoni, na lamelama skupine C (sl. 3. b i sl. 4) gdje skupina A prelazi u skupinu B, a najniži potencijal tamo gdje skupina B ponovno prelazi u skupinu A. Te lamele kolektora nalaze se uvijek na istom mjestu s obzirom na nepomične polove. Namot s kolektorom se vrti, ali lamela najvišeg i najnižeg potencijala svakog je časa upravo ona koja se nalazi na tom određenom mjestu. Između tih lamela napon je uvijek U .

Postavimo li na kolektor četkice nepomične prema polovima, i to upravo u položaj gdje se nalaze lamele maksimalnog i minimalnog potencijala, u neutralnu zonu, dobit ćemo na četkicama *istosmjerni napon* U .

Čitav namot dijeli se u grane u kojima je smjer struje suprotan — kod generatora npr. s lijeve i desne strane prema *četkici* (+), te na lijevu i desnu stranu od *četkice* (—). *Svaki svitak kod prolaska ispod četkice prelazi iz jedne u drugu granu, i smjer se struje u njemu mijenja.*



Sl. 4. Karakteristične skupine svitaka cilindrične armature s više polova

Za svaki par polova postoje po dvije neutralne zone — po jedna zona maksimalnog potencijala (četkica (+)) i jedna minimalnog potencijala (četkica (-)). Sve četkice (+) mogu se povezati paralelno u *stezaljku* (+), a sve četkice (-) u *stezaljku* (-). Unatoč tome što su naponi i struje svakog pojedinog svitka izmjenične veličine, na četkicama, odnosno u vanjskom krugu priključenome na četkice, dobivamo istosmjerni napon i struju.

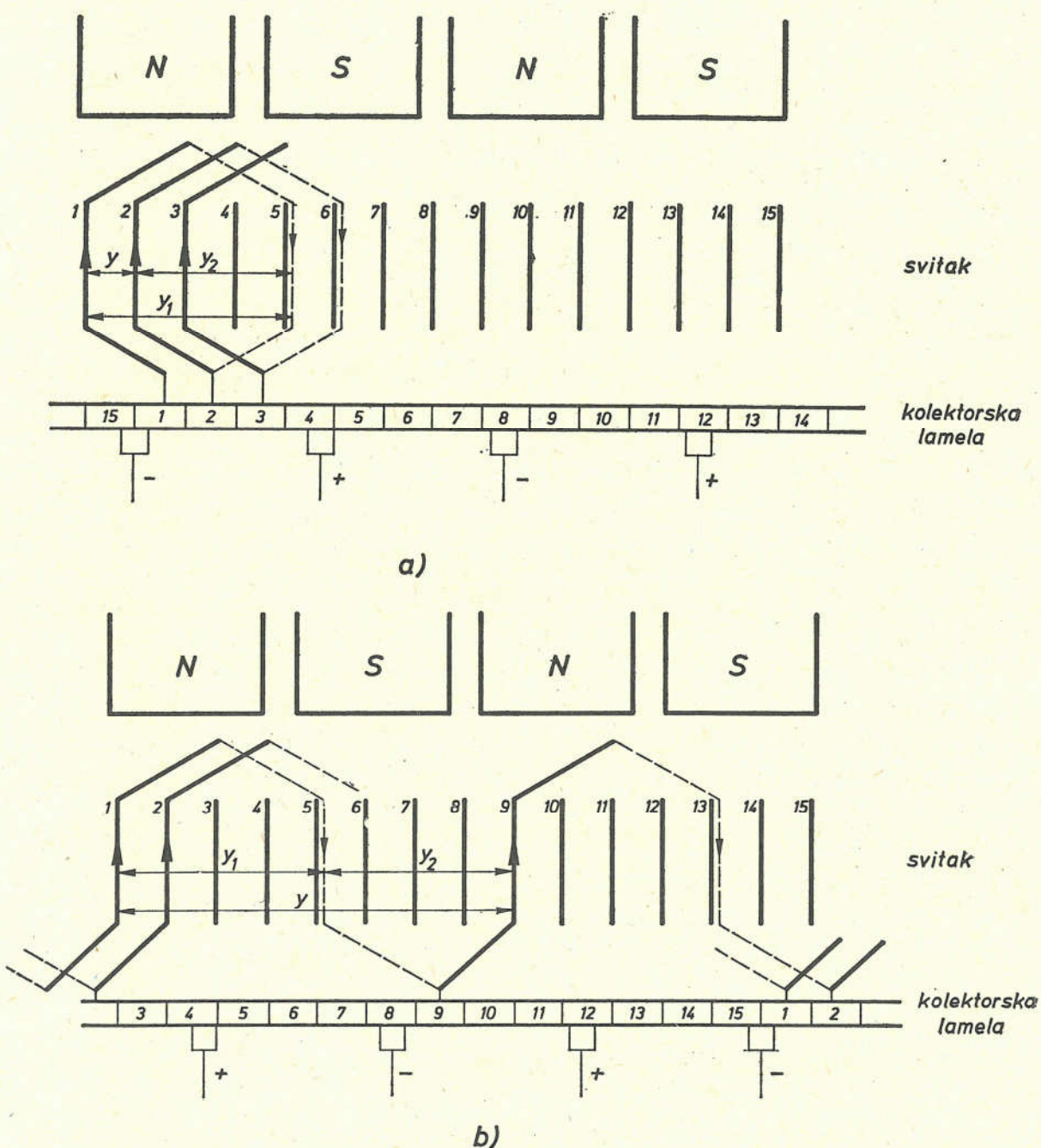
Struja se dovodi namotu ili odvodi od njega uvijek u istim točkama prostora, koje su određene čvrstim položajem četkica prema magnetskim polovima, ali su to uvijek druge lamele kolektora, koje dolaze u dodir s čvrstim četkicama. Kolektor obavlja na taj način ispravljačku funkciju, pa struje, koje u svakome pojedinom svitku mijenjaju smjer, provodi kroz izvanjski strujni krug uvijek u istom smjeru.

Struja četkice dijeli se na dvije *paralelne struje*, u grani A i u grani B. Kod višepolnog stroja s namotom prema slici 4. na svaki par polova dolazi po jedan

par paralelnih grana. Ako stroj ima p pari polova, onda će broj a *pari paralelnih grana* biti:

$$a = p.$$

Namot prema slici 4. samo je jedan od mogućih načina međusobnog spajanja svitaka, kod kojega se prethodni svitak spaja na idući koji se nalazi pod istim parom polova, obično u susjednim utorima do prethodnog svitka. Takav način spajanja bolje je uočljiv na slici 5. *a*, gdje je ucrtano samo nekoliko prvih svitaka, za koje je, zbog veće preglednosti, pretpostavljeno da imaju samo po jedan jedini zavoj. Budući da vodič pri spajanju svitaka zatvara petlje, naziva se takav namot petljastim namotom.



Sl. 5. Petljasti (a) i valoviti (b) kolektorski namot s jednim vodičem po svitku

Za razliku od petljastog namota, kod *valovitog namota* (sl. 5. b) prethodni se svitak spaja na idući svitak koji se nalazi pod idućim parom polova. Tek nakon obilaska svih pari polova namot dolazi blizu mjesta s kojega smo počeli, obično u susjedni utor. Označimo li razmak od prve do druge strane istog svitka, mjeren u utorskim koracima, ili u broju strana svitaka, sa y_1 (*korak svitka*), a razmak od druge strane prvog do prve strane idućeg svitka sa y_2 (*spojni korak*), onda je *korak namota* y razmak od prve strane jednog do prve strane idućeg svitka. Karakteristično je za petljasti namot:

$$y = y_1 - y_2, \quad (1)$$

a za valoviti namot:

$$y = y_1 + y_2. \quad (2)$$

Namote kod kojih je $y = +k$, $k = 1, 2, 3, \dots$ (petljasti), ili $y = N_k + k$ (valoviti) nazivamo *desnovojnim*, a one sa $y = -k$, ili $y = N_k - k$ *lijevovojnim*, jer se pri obilaženju namota u smjeru kazaljke na satu od prethodnog do najbližeg idućeg svitka pod istim polom pomičemo u prvom slučaju nadesno, a u drugome nalijevo. Ako je taj pomak (što je najčešće) jedna lamela ($k = 1$), namot zovemo *jednovojnim*, a ako su dvije ili je više lamela, *dvovojnim* ili *viševojnim*. Pri tome je $N_k = Nu$ ukupan broj lamela kolektora, a $k = 1, 2, 3, \dots$ (cijeli broj) *koeficijent složenosti* namota. N je broj utora, a u broj svitaka po utoru (ili, što je isto, broj strana svitaka po jednom sloju u utoru).

Dalje je karakteristično da je broj pari paralelnih grana kod petljastog namota:

$$a = p \quad (3)$$

a kod valovitog namota:

$$a = 1 \quad (4)$$

ako je namot jednovojan, a kod k -vojnog namota: petljastog:

$$a = kp \quad (5)$$

valovitog:

$$a = k. \quad (6)$$

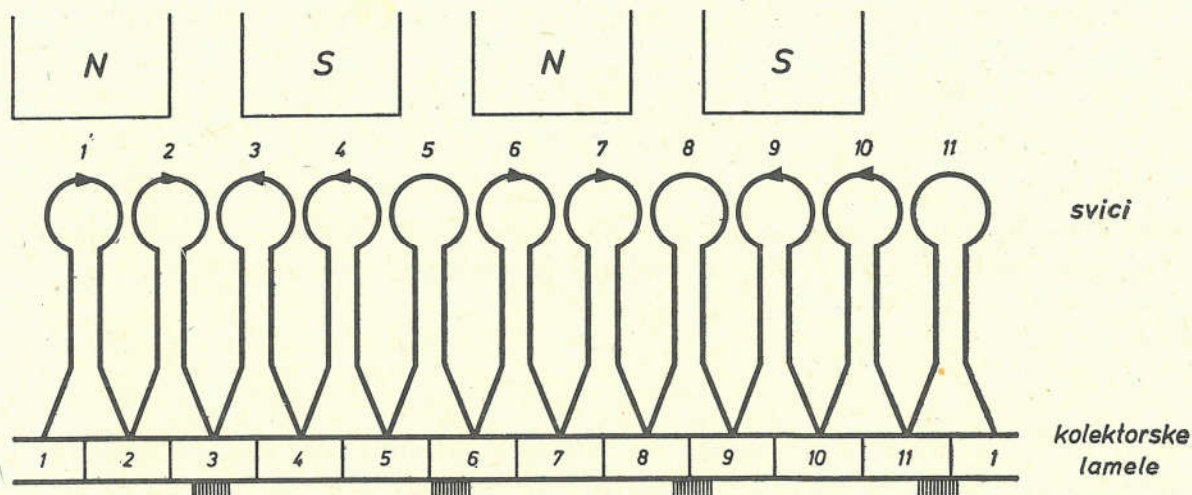
Prema slici 6. može se, naime, petljasti namot prikazati shemom u kojoj pri obilaženju čitavoga u sebe zatvorenog namota prolazimo prvo svitke skupine A, zatim svitke skupine B, pa ponovno one iz skupine A itd.:

$$1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-(1)$$

odnosno:

$$A-A-(C)-B-B-C-A-A-C-B-B-C-(A),$$

što daje za četveropolni stroj četiri paralelne grane, uzevši da su četkice (+) međusobno povezane, a isto i četkice (—). Naprotiv, kod valovitog namota može se



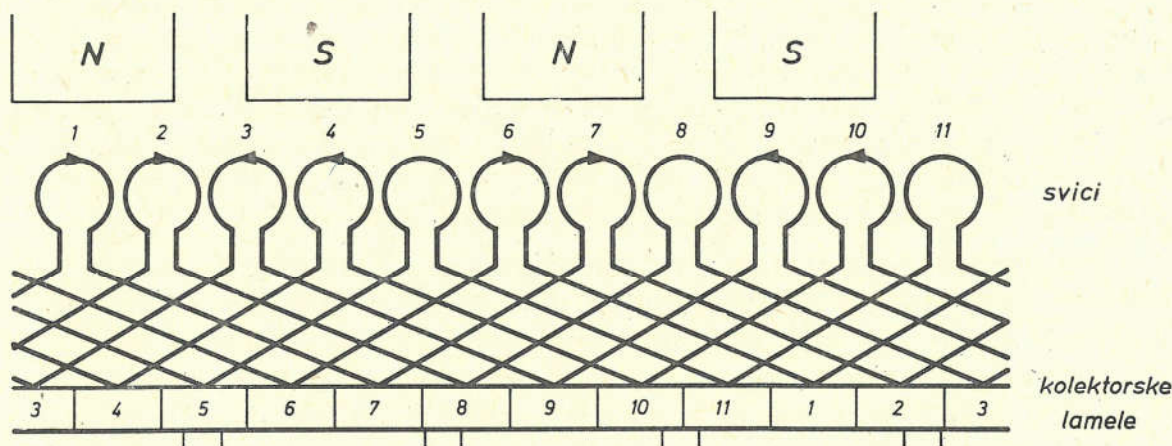
Sl. 6. Principna shema spajanja svitaka petljastog namota

postaviti shema prema slici 7, kod koje se prolaze redom svi svici skupine A po čitavom obodu, pa svi svici skupine B, dok su mjesta četkica (+) međusobno povezana već u samom namotu, a i ona četkica (-). Shema je tu:

$$6-1-7-2-8-3-9-4-10-5-11-(6)$$

$$A-A-A-A-C-(C)-B-B-B-B-C-C$$

pa dobivamo svega dvije paralelne grane, bez obzira na broj polova.



Sl. 7. Principna shema spajanja svitaka valovitog namota

Praktički je poželjno da petljasti namot bude »simetričan«, tj. da broj utora po paru polova bude cijeli broj:

$$\frac{N}{p} = k \quad (1, 2, 3 \dots) \quad (7)$$

jer onda neće biti nesimetrija u naponima paralelnih grana.

Da bi se svici u tom slučaju mogli izvesti dijametralno, s korakom:

$$y_1 = \frac{Nu}{2p}, \quad (8)$$

trebalo bi da broj svitaka po polu $Nu/2p$ bude cijeli broj. Ako to nije, uzima se za y_1 prvi niži cijeli broj. Korak spajanja je onda (za 1-vojni namot):

$$y_2 = y_1 - 1.$$

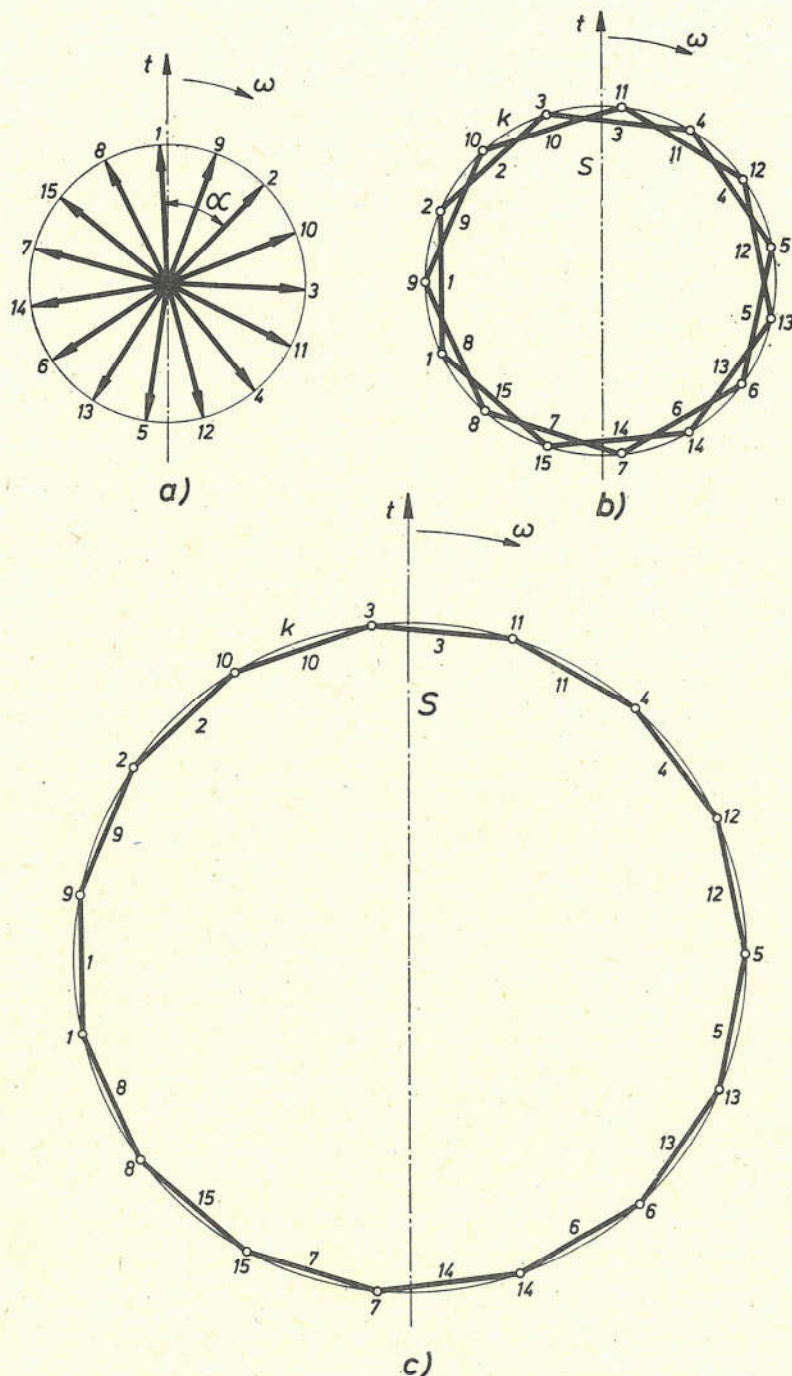
I za kolektorski namot može se, ako promatramo osnovni harmonički član izmjeničnih napona u vodičima, postaviti zvijezda napona, no kako su tu svi svici povezani u zatvoreni krug, zgodnije je umjesto zvijezde crtati *poligon napona*. Neka je u primjeru na slici 8. $p = 2$, a broj utora $N = 15$. Električni kut između susjednih utora iznosi onda $\alpha = \frac{2 \cdot 360}{15} = 48^\circ$, pa je zvijezda napona svitaka prikazana

slikom 8. a. Kod petljastog namota u seriju su spojeni svici redom 1—2—3—4—5—6—7—8—9—10—11—12—13—14—15—1 pa se za dva para polova dobiva dvostruki poligon (sl. 8. b). Kod valovitog spajanja (sl. 8. c) spojili bismo u seriju svitke na sličnim mjestima pod jednim i drugim N-polom (npr. 1 i 9), pa tek onda prešli na susjedne (2 i 10, 3 i 11) dok se namot zatvori. Redoslijed spajanja bi bio 1—9—2—10—3—11—4—12—5—13—6—14—7—15—8—(1). Poligon je tu samo jednostruk, ali zato dva puta veći.

Predočavanje izmjeničnih napona fazorima i određivanje njihova iznosa projiciranjem u vremensku os koja rotira, može se primijeniti samo za sinusne napone, pa se i zvijezda, ili poligon, napona kolektorskog namota odnosi samo na osnovni harmonički član napona, koji izlazi iz osnovnoga harmoničkog člana krivulje polja u rasporu. Najčešće se služimo ukupnom krivuljom napona, koja sadrži sve harmoničke članove, a koja proistječe iz stvarnog izgleda krivulje polja u rasporu, koji se znatno razlikuje od sinusoide, pa se zato i poligon napona kolektorskog namota rjeđe susreće. Ipak je on koristan za neka razmatranja.

Stranice poligona napona predstavljaju fazore napona pojedinih svitaka, i označene su na slici 8. rednim brojem svitka. Na početku i kraju fazora upisan je redni broj lamele kolektora na koju je priključen početak ili kraj svitka.

Kad bi namot imao vrlo mnogo kontinuirano raspoređenih zavoja i isto toliko lamela na kolektoru, poligon napona bi se pretvorio u kružnicu, ili, ako je $a > 1$, u više identičnih kružnica. Napon na četkicama u svakom je trenutku jednak projekciji u vremensku os dijela poligona napona između dvije kolektorske lamele na kojima toga časa leže četkice. Kod kontinuirane raspodjele i vrlo uske četkice to je promjer kružnice. Položaj četkica odgovara dijametralnim točkama poligona napona. Poligon napona je crtan s električnim kutovima umjesto geometrijskih, pa ako i namot i kolektor crtamo isto tako (tj. da puni kut na slici odgovara jednom paru polova na stroju), dobivamo sliku u kojoj položaj četkica prema namotu točno odgovara položaju vremenske osi prema poligonu napona. Treba, dakle, zamisliti da os četkica rotira zajedno s vremenskom osi, ako poligon miruje, ili, što je zgodnije, da os četkica miruje zajedno s vremenskom osi (i da se s njom podudara), a poligon napona rotira u suprotnom smjeru.



Sl. 8. Zvijezda napona svitaka (a) i poligon napona: b) petljastog namota; c) valovitog namota

Kod kolektora s konačnim brojem lamela (sl. 8) valja uzeti projekciju onog dijela poligona napona koji odgovara svicima između kolektorskih lamela koje dodiruju četkice (ako četkica dodiruje istodobno dvije lamele, to znači da je jedan svitak kratko spojen, i potencijal četkice je negdje između potencijala obiju lamela).

Ako namot ima više pari paralelnih grana, za svaki je par predviđen po jedan par četkica. Poligon napona je višestruk, pri čemu se poligoni pojedinih pari paralelnih grana mogu, ali ne moraju, podudarati. Sve četkice (+) spojene su pa-

ralelno, a isto tako i sve četkice (—). Kod vrlo velikog broja lamela, ili kad se poligoni napona podudaraju, potencijal lamela na kojima leže sve četkice (+) jest isti, a isto to vrijedi i za četkice (—). No ako se poligoni razlikuju, kao na slici 8. b, gdje je jedan par četkica u dodiru s lamelama 3 i 7, a drugi s 11 i 15, naponi paralelno spojenih grana u toku vrtnje nešto odstupaju jedan od drugoga. Svaka, pa i mala razlika u naponu paralelno spojenih grana uzrokuje *struje izjednačenja*, koje se zatvaraju preko četkica, i dodatno ih opterećuju. To bi se dogodilo i onda kad bi poligoni paralelnih grana prema projektu bili potpuno identični jer se pri izvedbi idealna simetrija nikada ne može postići, pa ekscentrično smješten rotor, mehaničke netočnosti, nehomogenost magnetskog materijala i sl. uzrokuju znatne struje izjednačenja, koje su vrlo štetne za četkice i kolektor.

Nesimetrije u napōnima koje potječu od višestruke slike poligona napona mogu se izbjeći. Poligon napona ponavljat će se u istom obliku, pa neće biti razlike napona pod paralelno spojenim četkicama kod petljastog namota ako bude $N/p = k$ (cijeli broj), dakle ako je namot »simetričan«. Da bi se, pak, četkice rasteretile strujâ izjednačenja koje teku zbog nesimetričnosti pod različitim polovima nastalih pri izradi, izvode se tzv. *spojevi za izjednačenje* ili *ekvipotencijalni spojevi* u namotu što spajaju točke u namotu koje bi trebalo da budu istog potencijala. Time najveći dio struja izjednačenja teče kroz te spojeve, te mimoilazi četkice.

Svaka kolektorska lamela dolazi u dodir s četkicom u toku određenog vremena, koje ovisi o širini lamele, širini četkice, te obodnoj brzini kolektora. Izolacijski sloj između susjednih lamela mnogo je uži od četkice, pa je ona određeno vrijeme u dodiru s *dvije* susjedne lamele. Za to vrijeme svitak priključen između tih dviju lamela *kratko je spojen* preko četkice, te prelazi iz lijeve grane u desnu, a struja u njemu mijenja smjer. Za to su vezane određene pojave i teškoće, koje se kod kolektorskih strojeva obrađuju pod skupnim nazivom *problemi komutacije*.

Kod valovitog namota prema slici 8. c u prikazanom trenutku su četkice (+) smještene na lamelama 3 i 11, a četkice (—) na 14 i 7. Između tih lamela u tom su času »mrtvi« svici 3 i 14. Za oduzimanje struje iz dvije paralelne grane bilo bi dovoljno staviti četkice na jedno mjesto za izvod (+) i na drugo za izvod (—), npr. na 3 i 7, ali se mogu postaviti paralelne četkice na 11 (sa 3) i na 7 (sa 14), što omogućuje da se postavi veći broj četkica i smanji strujno opterećenje po četkici.

Kod jednovojnoga valovitog namota postoji samo jedan par paralelnih grana, pa spojevi za izjednačenje nisu potrebni. U viševojnomo valovitom namotu ($a > 1$) to već ne mora biti tako.

Raspodjela indukcije u rasporu obično znatno odstupa od sinusoide, a ono što nas zanima to je ukupan istosmjerni napon, bez obzira na to koji su harmonički članovi prostorne raspodjele na njega utjecali. Rezultat se može dobiti i jednostavnim zbrajanjem svih napona vodiča, ako se uzme u obzir broj paralelnih grana. Ako stroj ima N utora s ukupno z vodiča, p pari polova, a pari paralelnih grana, promjer D , dužinu l i brzinu vrtnje n (o/min), bit će ukupni napon svih vodiča, kad bismo ih spojili tako da im se svi naponi zbrajaju:

$$U_{uk} = 2p \sum_{n=1}^{N/2p} z_u B_n l v,$$

gdje je $\frac{N}{2p}$ broj utora po polu, a $z_u = \frac{z}{N}$ broj vodiča u utoru.

Vodiči su, međutim, spojeni tako da čine $2a$ paralelnih grana, a napon na stezaljkama stroja jednak je naponu grane, što iznosi:

$$\underline{U = U_g = \frac{U_{uk}}{2a} = \frac{p}{a} \frac{z}{N} l \frac{D \pi n}{60} \sum_{n=1}^{N/2p} B_n.}$$

Zbroj svih pojedinačnih vrijednosti indukcije za svaki utor ispod jednog pola može se prikazati srednjom vrijednošću indukcije za polni korak:

$$\sum_{n=1}^{N/2p} B_n = \frac{N}{2p} B_{sr}.$$

Uz $D \pi = 2 p \tau_p$ i uz tok po polu $\Phi = B_{sr} l \tau_p$ dobiva se napokon izraz za *inducirani napon na stezaljkama istosmjernog stroja*:

$$U = \frac{p}{a} \frac{\Phi n z}{60} = \frac{p}{a} \frac{\Phi \omega_m z}{2 \pi}. \quad (9)$$

Ukupna struja I dijeli se na $2a$ paralelnih grana, pa u jednoj grani teče struja:

$$\boxed{I_g = \frac{I}{2a}.} \quad (10)$$

6.5. Zadaci

1. Istosmjerni 4-polni stroj građen za napon od 220 V kod brzine vrtnje od 1 500 o/min ima tok po polu od $476 \cdot 10^{-4}$ Vs. Koliko zavoja mora imati namot armature ako se izvede kao 1-vojni petljasti namot? [92]
2. Stroj iz 1. zadatka građen je za struju od 1 185 A. Kolik je presjek vodiča armature ako gustoća struje iznosi $6,3 \text{ A/mm}^2$? [47 mm²]
3. Koju će snagu približno dati stroj iz 1. i 2. zadatka? Gubitke valja zanemariti. [260 kW]
4. Stroj iz 1. zadatka treba izvesti s 1-vojn timer valovitim namotom za napon od 500 V. Kolik mora približno biti broj zavoja? Kolik može biti presjek vodiča ako je u utorima isti ukupan presjek za bakar kao u 1. i 2. zadatku? [105, 41,2 mm²]
5. Kolika će biti približna snaga stroja iz 4. zadatka? Gubitke valja zanemariti, a gustoću struje uzeti kao u 2. zadatku. [260 kW]
6. Stroj u 1. zadatku izveden je sa 92 utora i 92 kolektorske lamele. Kolik je broj zavoja po svitku? Kolik treba da bude korak svitka y_1 , a kolik spojni korak y_2 ? [1, $y = 1$, $y_1 = 23$, $y_2 = 22$]

7. Kolik će biti broj kolektorskih lamela, broj zavoja po svitku i broj svitaka po utoru ako se za stroj s jednovojnim valovitim namotom prema 4. zadatku upotrijebi rez rotora: a) sa 105 utora: b) sa 35 utora?

$$[a) N_k = 105, 1, u = 1; \quad b) N_k = 105, 1, u = 3, \\ \text{ili } N_k = 35, 3, u = 1]$$

8. Kolik mora biti korak svitka y_1 , a kolik spojni korak y_2 ako se stroj iz zadatka 7. a izvede s valovitim namotom?

$$[y = 53, y_1 = 26, y_2 = 27]$$

9. Istosmjerni 6-polni stroj ima rotor sa 67 utora, a predviđeno je da u svaki sloj dođu dvije strane svitka jedna uz drugu. Koliko lamela mora imati kolektor? Kolik treba da bude korak svitka i spojni korak da bi se dobio jednovojni desnovojni valoviti namot s jednakim svicima?

$$[134, y_1 = 22, y_2 = 23]$$

10. Kolike treba uzeti korake y_1 i y_2 u 9. zadatku da se dobije tzv. stepeničasti namot, kod kojega donje strane svitaka iz istog utora leže u različitim utorima?

$$[y_1 = 23, y_2 = 22]$$

11. Koliko se zavoja po svitku mora uzeti za namot iz 9. zadatka da se dobije napon od 600 V ako je tok po polu $223 \cdot 10^{-4}$ Vs, a brzina vrtnje 1 000 o/min?

$$[2]$$

12. Koliko bi zavoja po svitku trebalo da se uzme kad bi se namot iz 9, 10. i 11. zadatka izveo kao petljasti jednovojni namot? Koliki bi bili koraci y_1 i y_2 za taj namot i da li bi on bio simetričan?

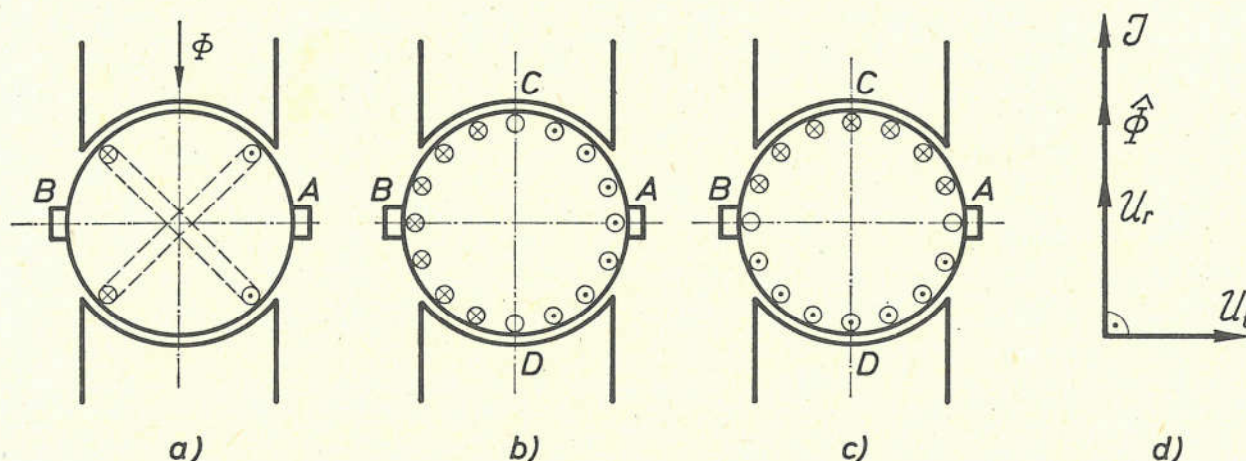
$$[6, y_1 = 22, y_2 = 21 \text{ za jednake svitke; } y_1 = 23, y_2 = 22, \\ \text{ili } y_1 = 21, y_2 = 20 \text{ za stepeničasti namot; nije simetričan}]$$

6.6. Kolektorski namot u izmjeničnom i okretnom polju

Kod istosmjernih strojeva magnetsko je polje uzbuđeno istosmjernom strujom, ili permanentnim magnetima, pa se u normalnom stacionarnom pogonu ne mijenja vremenski ni polaritet ni jakost polja u rasporu. U *konstantnome* magnetskom polju induciraju se u vodičima rotora izmjenični naponi rotacije, koji se preko kolektora dovode vanjskome strujnom krugu kao istosmjerni napon na četkicama.

Ako se stroj uzbuđuje *izmjeničnom strujom*, indukcija će u čitavome magnetskom krugu pulzirati frekvencijom uzbudne struje između maksimalne pozitivne i isto tolike negativne vrijednosti. Zbog vrtložnih struja mora biti u tom slučaju čitav magnetski krug (i rotor i stator) napravljen lamelirano. Na slici 1. a vidi se da će promjena obuhvaćenog toka u svakom zavoju transformatorskim djelovanjem inducirati određeni napon takva predznaka da bi se inducirane struje suprotstavile promjeni toka koja ih je izazvala (Lenzovo pravilo). Na slici 1. a označen je smjer induciranih napona kad se tok smanjuje, i to za dva zavoja od kojih je jedan prešao, a drugi još nije dostigao položaj u kojemu ne obuhvaća nikakav tok. Označimo li za sve vodiče namota smjer tog *napona transformacije*, dobivamo sliku 1. b za trenutak u kojemu se tok smanjuje, a slika bi pokazivala upravo suprotne smje-

rove za trenutak u kojemu se tok povećava. Očito se induciraju izmjenični naponi, kojima je, bez obzira na trenutne vrijednosti, uvijek ukupni napon na četkicama A—B jednak nuli. Najveći izmjenični napon mogli bismo izmjeriti na četkicama koje bi bile postavljene u položaj C—D. Taj napon transformacije *zaostaje vremenski* za kut $\pi/2$ u fazi za izmjeničnim tokom, dakle i za izmjeničnom strujom koja tok uzbuđuje, a uopće *ne ovisi o tome da li se rotor vrti ili miruje*.



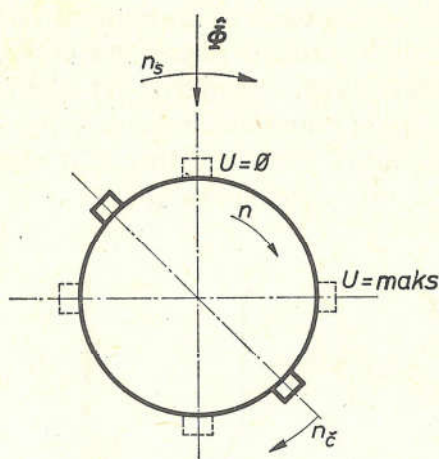
Sl. 1. Kolektorski stroj uzbuđen izmjeničnom strujom: a) inducirani naponi u svicima u razdoblju smanjivanja pozitivnog toka Φ ; b) naponi transformacije; c) naponi rotacije u vodičima; d) fazorski dijagram

Ako se vremenski mijenja tok Φ , mijenjat će se u istom ritmu i *napon rotacije* koji dobivamo na četkicama A—B jer je njegova trenutna vrijednost izravno proporcionalna trenutnoj vrijednosti toka Φ_t . Na slici 1. c prikazani su smjerovi induciranih napona u trenutku kad je tok Φ_t pozitivan; kad je tok Φ_t nula, napona rotacije nema, a suprotnom smjeru silnica magnetske indukcije u rasporu odgovaraju i suprotni smjerovi napona rotacije. Taj je napon *direktno proporcionalan i brzini vrtnje* n , tj. njega nema kad rotor miruje. Najveću vrijednost napona možemo izmjeriti na četkicama u položaju A—B, a vrijednost bi na četkicama koje bismo postavili u položaj C—D bila jednaka nuli. Napon je rotacije *u fazi* s tokom Φ , dakle i s izmjeničnom uzbudnom strujom (sl. 1. d).

Stator može biti namotan višefazno, tako da stvara *okretno magnetsko polje*. Amplituda okretnog polja se ne mijenja, pa možemo smatrati da napona transformacije nema, već da je čitav napon proizveden kao *napon rotacije*, pri čemu umjesto brzine rotora n treba promatrati *relativnu brzinu* rotora prema okretnom polju:

$$n_{rel} = n - n_s. \quad (1)$$

Visina induciranog napona u svakom vodiču proporcionalna je toj relativnoj brzini. Kad bi četkice na kolektoru rotirale zajedno s okretnim poljem, i to tako da su uvijek u njegovoj neutralnoj zoni, napon bi na četkicama bio istosmjernan. Položaju četkica u osi okretnog polja odgovarao bi napon nula. Ako se položaj četkica prema osi okretnog polja mijenja (sl. 2), napon će se mijenjati od punog iznosa napona rotacije u neutralnoj zoni, preko vrijednosti nula u osi polja, do punog iznosa suprotnog polariteta kad četkice zamijene poziciju u neutralnoj zoni. Napon na četkicama bit će *izmjenični napon* kojemu iznos ovisi o *relativnoj brzini* rotora prema



Sl. 2. Kolektorski namot u okretnom polju

okretnom polju, a frekvencija o *relativnoj brzini okretnog polja prema četkicama* koje rotiraju:

$$U_m = \frac{p}{a} \frac{\Phi z}{60} (n - n_s) \quad (2)$$

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{p}{a} \frac{\Phi z}{60} (n - n_s) \quad (3)$$

$$f_{\epsilon} = \frac{p (n_s - n_{\epsilon})}{60} \quad (4)$$

U posebnom slučaju, kad četkice miruju, dobili bismo na njima frekvenciju:

$$f_{\epsilon} = \frac{p n_s}{60} = f, \quad (5)$$

jednaku frekvenciji kojom se napaja namot statora, uz napon koji se može regulirati brzinom vrtnje rotora. Ako je brzina okretnog polja $n_s = 0$ (uzbuda istosmjernom strujom), bit će:

$$U_m = U = \frac{p}{a} \frac{\Phi z}{60} n \quad (6)$$

$$f = 0,$$

tj. stroj radi kao istosmjerni stroj. Vrijednost napona U_m dobivamo uz pretpostavku da se četkice nalaze u neutralnoj zoni.

Kombinacije okretnog polja s kolektorskim namotom dopuštaju različita rješenja za pretvaranje frekvencije, napona i brzine vrtnje, koja pripadaju skupini *izmjeničnih kolektorskih strojeva*.

6.6. Zadaci

1. Statorski namot 4-polnog 3-faznog stroja stvara okretno polje s tokom po polu od $474 \cdot 10^{-4}$ Vs. Rotor ima kolektorski jednovojni petljasti namot s ukupno 132 zavoja. Kolik će biti napon na četkicama, a kolika frekvencija tog napona, ako se stator napaja iz mreže frekvencije od 50 Hz, a rotor: a) miruje; b) vrti se sa 1 000 o/min u smjeru okretnog polja; c) vrti se sa 1 000 o/min nasuprot smjeru okretnog polja? Pretpostavite sinusan oblik krivulje polja u rasporu.

[a] 221 V, 50 Hz; b) 73,7 V, 50 Hz; c) 369 V, 50 Hz]

2. Kolik bi bio napon na četkicama stroja iz 1. zadatka kad bi se rotor vrtio sa 1 500 o/min u smjeru okretnog polja?

[0]

3. Ako se pretpostavi da je indukcija u rasporu na svim mjestima polnog koraka jednaka, a da je uzbuđena jednofaznom izmjeničnom strujom frekvencije od 50 Hz tako da tok pulzira s maksimalnim iznosom od $200 \cdot 10^{-4}$ Vs, kolik će biti napon transformacije, a kolik napon rotacije: a) na četkicama A—B; b) na četkicama C—D prema slici 1? Rotor ima petljasti namot, uz $p = 1$, $w = 100$, jednoliko raspodijeljen po obodu, a vrti se sa 1 500 o/min.

$$[\Psi = \frac{\Phi w}{2}; \text{ a) } U_t = 0, \quad U_r = 70,7 \text{ V}; \quad \text{ b) } U_t = 222 \text{ V}, \quad U_r = 0]$$

4. Kolika je frekvencija napona transformacije i napona rotacije u 3. zadatku?

$$[50 \text{ Hz}, 50 \text{ Hz}]$$

5. Kolik bi bio napon transformacije i napon rotacije u osi A—B i C—D iz 3. zadatka kad bi se isti tok uzbuđivao izmjeničnom strujom frekvencije od $16 \frac{2}{3}$ Hz?

$$[\text{a) } U_t = 0, \quad U_r = 70,7 \text{ V}; \quad \text{ b) } U_t = 74 \text{ V}, \quad U_r = 0]$$

6. Kolika bi bila frekvencija napona iz 5. zadatka?

$$[16 \frac{2}{3} \text{ Hz}]$$

7. Kad bi tok u 3. zadatku uzbuđivala struja koja pulzira s dvije periode u sekundi, kolik bi bio napon transformacije, a kolik napon rotacije u osi A—B i u osi C—D?

$$[\text{a) } U_t = 0, \quad U_r = 70,7 \text{ V}; \quad \text{ b) } U_t = 8,9 \text{ V}, \quad 0]$$

8. Svitak namota iz 3. zadatka ima četiri zavoja. Kolik se u njemu maksimalno inducira napon transformacije, a kolik napon rotacije u trenutku kad prolazi kroz neutralnu zonu A—B, tj. kad mu se os podudara s osi polova, ako je frekvencija uzbudne struje: a) 50 Hz; b) 2 Hz?

$$[\text{a) } u_t = 25,1 \text{ V}, \quad u_r = 0; \quad \text{ b) } u_t = 1,01 \text{ V}, \quad u_r = 0]$$

7. REAKTANCIJE NAMOTA

7.1. Namoti i njihove konstante

Stanje električnog stroja definirano je mehaničkim uvjetima rada, zatim prilikama u magnetskom krugu i prilikama u električnim strujnim krugovima. Pretvorba mehaničke i električne energije provodi se u zračnom rasporu, pa su prilike na tom mjestu u stroju detaljnije obrađene. Zato je bilo potrebno i pobliže razmatranje magnetskog kruga, a to se ne može provesti bez poznavanja ovisnosti magnetskih prilika o električnim strujama. Isto se tako ne mogu razmotriti *električni strujni krugovi* stroja, a da se ne uzme u obzir njihova povezanost s magnetskim tokovima.

Svaki strujni krug ima određeni *djelatni otpor* R , za koji se uzima da je konstantan, iako se on u pogonu dosta mijenja zbog promjena temperature. Ako nema detaljnijih podataka o temperaturi namota koju valja u pogonu očekivati, uzima se obično vrijednost otpora pri temperaturi od 75°C . Vanjski narinuti napon na stezaljkama strujnog kruga troši se na pad napona u djelatnom otporu i na svlađavanje induciranog napona zbog promjene ukupno ulančenog toka sa strujnim krugom, što se prikazuje osnovnom jednačom:

$$u = iR + \frac{d\Psi}{dt}. \quad (1)$$

Tok Ψ je ukupno ulančeni tok s promatranim strujnim krugom, a njegova promjena može potjecati od promjene struje u tom istom ili u bilo kojemu drugom strujnom krugu, ili od promjene geometrijske konfiguracije promatranoga strujnog kruga i s njime povezanih magnetskih putova. Ta relacija sasvim je općenita, i vrijedi u svakome strujnom krugu za trenutne vrijednosti napona, struje i toka u , i , Ψ .

Ako se geometrijska konfiguracija ne mijenja i uzme li se da su u promatranim prilikama odnosi uzbudne struje i stvorenog toka linearni (tj. da je permeabilitet $\mu \approx \text{konst.}$), može se ulančeni tok predložiti induktivitetima i međuinduktivitetima koji su konstantni:

$$\Psi_1 = L_1 i_1 + L_{21} i_2 + L_{31} i_3 + \dots \quad (2)$$

Posebno kod izmjeničnih struja koje su konstantne kružne frekvencije $\omega = 2\pi f$ zgodno je računati inducirane napone simboličkom metodom, prikazujući tokove *induktivitetima* i *međuinduktivitetima*:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\Psi}_1 = L_1 \mathcal{I}_1 + L_{21} \mathcal{I}_2 + L_{31} \mathcal{I}_3 + \dots \quad (3)$$

a inducirane napone *reaktancijama*:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\hat{\Psi}_1}{dt} &= j\omega L_1 \mathcal{I}_1 + j\omega L_{21} \mathcal{I}_2 + j\omega L_{31} \mathcal{I}_3 + \dots = \\ &= jX_1 \mathcal{I}_1 + jX_{m21} \mathcal{I}_2 + jX_{m31} \mathcal{I}_3 + \dots\end{aligned}\quad (4)$$

gdje je $\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{d\hat{\Psi}_1}{dt}$ napon induciran u krugu 1, X_1 je reaktancija u tom istom krugu zbog onog dijela toka koji uzbuđuje struja $\mathcal{I}_1$, a X_{m21} , X_{m31} itd. jesu reaktancije zbog tokova ulančenih s krugom 1, ali uzbuđenih strujama u krugu 2, 3 itd. Faktor $1/\sqrt{2}$ u jednadžbama uzima u obzir dogovor da se izmjenični tok Ψ uvijek navodi kao maksimalna vrijednost, a naponi i struje kao efektivne vrijednosti.

7.1. Zadaci

1. Dva induktivno vezana namota imaju brojeve zavoja $w_1 = 100$ i $w_2 = 50$. Magnetski tokovi reducirani na ukupni broj zavoja iznose:

- a) kod struje $i_1 = 5$ A, $i_2 = 0$; $\Phi_1 = 10^{-2}$ Vs, $\Phi_2 = 0,8 \cdot 10^{-2}$ Vs;
b) kod struje $i_1 = 0$, $i_2 = 10$ A; $\Phi_1 = 0,8 \cdot 10^{-2}$ Vs, $\Phi_2 = 0,9 \cdot 10^{-2}$ Vs.

Koliki su samoinduktiviteti namota L_1 i L_2 ? Kolik je međuinuktivitet L_{12} ?

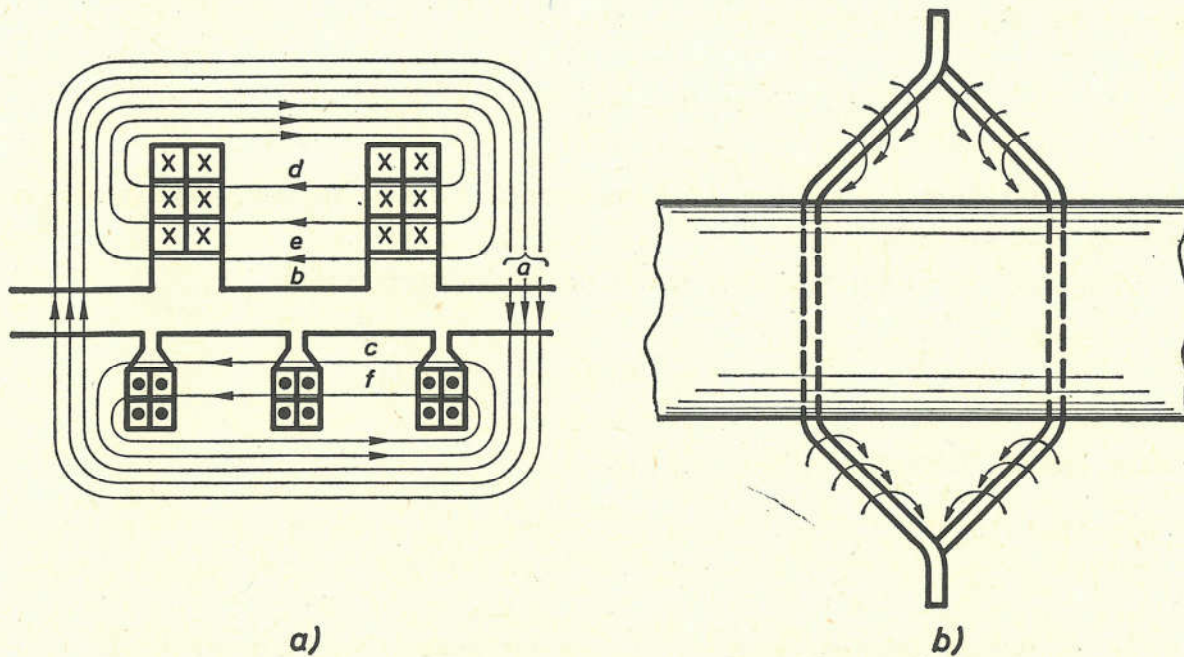
$$[L_1 = 0,2 \text{ H}, L_2 = 0,045 \text{ H}, L_{12} = 0,08 \text{ H}]$$

2. Kolik je tok Φ_1 , a kolik tok Φ_2 , te koliki su ulančeni tokovi Ψ_1 i Ψ_2 , ako u namotima iz 1. zadatka teku struje: a) $i_1 = 4$ A, $i_2 = 3$ A; b) $i_1 = 4$ A, $i_2 = -3$ A? Valja pretpostaviti linearne odnose.

- [a) $\Phi_1 = 1,04 \cdot 10^{-2}$ Vs, $\Phi_2 = 0,91 \cdot 10^{-2}$ Vs, $\Psi_1 = 1,04$ Vs, $\Psi_2 = 0,455$ Vs;
b) $\Phi_1 = 0,56 \cdot 10^{-2}$ Vs, $\Phi_2 = 0,37 \cdot 10^{-2}$ Vs, $\Psi_1 = 0,56$ Vs, $\Psi_2 = 0,185$ Vs]

7.2. Glavni i rasipni tok

Magnetske silnice uzrokovane protjecanjima, dakle strujama u namotima, mogu obuhvatiti oba namota, kao silnica a na slici 1. a, ili samo jedan od njih, i to potpuno, kao b, c na slici 1. a, ili samo djelomično, kao silnice d, e i f. Silnice poput a čine *glavni tok*, a one poput b, c, d, e i f *rasipni tok*. One silnice koje obuhvaćaju samo djelomično namot (d, e i f) treba reducirati u omjeru broja obuhvaćenih zavoja naprema ukupnom broju zavoja u namotu. Ako se to učini, onda tako definirani rasipni tok možemo dalje formalno tretirati kao da obuhvaća sve zavoje namota. Putovi rasipnih silnica zatvaraju se poprijeko kroz utore (rasipanje utora), među glavama zubi, zatim oko glava namota na čeonim stranama stroja (sl. 1. b) (rasipanje u glavama namota). Osim toga, u rasipni tok valja uvrstiti tok viših harmoničkih članova koje proizvodi jedan namot, a koji ne inducira napon u drugom namotu, iako prolazi kroz oba dijela magnetskog kruga (dvostruko ulančeno rasipanje).



Sl. 1. Silnice glavnog i rasipnog toka

U najjednostavnijem slučaju koncentriranih namota i točno određenog puta zajedničkih silnica obaju namota, kao što je to kod namota na željeznoj jezgri transformatora, raspodjela je indukcije po čitavom presjeku jezgre jednolična na svakom mjestu presjeka jer je protjecanje $\Theta = iw$ određenog namota jedno te isto. Tok u jezgri može se izračunati kao:

$$\Phi_m = B_m S = \mu_0 H S = \mu_0 \frac{wi}{l} S = \frac{wi}{R_m} \quad (1)$$

uz magnetski otpor:

$$R_m = \frac{1}{\mu_0} \frac{l}{S}. \quad (2)$$

Glavni tok može uzbuditi struja jednog ili drugog namota, ili obje struje istodobno, pa se u promatranom najjednostavnijem krugu dobiva zajednički tok obaju namota:

$$\Phi_m = \frac{1}{R_m} i_1 w_1 \quad (3)$$

$$\Phi_m = \frac{1}{R_m} i_2 w_2 \quad (4)$$

$$\Phi_m = \frac{1}{R_m} (i_1 w_1 + i_2 w_2). \quad (5)$$

Ulančeni tok s namotom 1, odnosno s namotom 2, zbog toka Φ_m jest:

$$\Psi_{m1} = w_1 \Phi_m = \frac{1}{R_m} w_1^2 i_1 = L_{m1} i_1 \quad (6)$$

ako je tok Φ_m uzbuđen strujom i_1 , ili:

$$\Psi_{m2} = w_2 \Phi_m = \frac{1}{R_m} w_2^2 i_1 = L_{m2} i_1 \quad (7)$$

ako je tok Φ_m uzbuđen strujom i_2 . Konstante L_{m1} i L_{m2} su *samoinduktiviteti* zbog *glavnog toka* za namot 1 i 2.

Isto tako se mogu ti tokovi izraziti međui nduktivit etom:

$$\Psi_{m1} = \frac{1}{R_m} w_1 w_2 i_2 = L_{12} i_2 \quad (8)$$

ako je tok Φ_m uzbuđen strujom i_2 , ili:

$$\Psi_{m2} = \frac{1}{R_m} w_1 w_2 i_1 = L_{12} i_1 \quad (9)$$

ako je tok Φ_m uzbuđen strujom i_1 . L_{12} je *međui nduktivitet* namota 1 i 2.

Konačno, ako tok Φ_m uzbuđuju dvije struje, bit će ulančeni tokovi:

$$\Psi_{m1} = \frac{1}{R_m} (w_1^2 i_1 + w_1 w_2 i_2) = L_{m1} i_1 + L_{12} i_2 \quad (10)$$

$$\Psi_{m2} = \frac{1}{R_m} (w_1 w_2 i_1 + w_2^2 i_2) = L_{12} i_1 + L_{m2} i_2. \quad (11)$$

Ukupni tok ulančen s namotom 1 iznosi:

$$\Psi_1 = \Psi_{m1} + \Psi_{\sigma 1}, \quad (12)$$

tj. obuhvaća i rasipni tok $\Psi_{\sigma 1}$, kojemu odgovara *rasipni induktivitet* $L_{\sigma 1}$, tako da je ulančeni tok:

$$\Psi_1 = (L_{m1} + L_{\sigma 1}) i_1 = L_1 i_1. \quad (13)$$

Isto tako za namot tok je:

$$\Psi_2 = (L_{m2} + L_{\sigma 2}) i_2 = L_2 i_2. \quad (14)$$

L_1 i L_2 su *ukupni samoinduktiviteti* namota 1 i 2.

U rasporu rotacionog stroja raspodijeljeni su namoti, a raspodijeljena je i uzbuda (protjecanje Θ_x) i indukcija B_x . Bilo koja struja i dat će osnovni harmonički član protjecanja, kako je izvedeno u 6.3:

$$\Theta = \frac{2}{\pi} \frac{i w}{p} f_n.$$

Obično se uzima da se čitavo protjecanje troši na zračni raspor:

$$\Theta \approx V_\delta.$$

Ako je zasićenje prilično veliko, bit će:

$$\frac{\Theta}{V_\delta} = k > 1,$$

što daje polje u rasporu:

$$H_\delta = \frac{V_\delta}{\delta_i} = \frac{\Theta}{\delta_i k} = \frac{\Theta}{\delta''}. \quad (15)$$

Raspor δ'' jest povećana *nadomjesna vrijednost* kojom se uzimaju u obzir magnetski padovi napona u željezu. Faktor k vrlo je blizu iznosu k_{zas} prema odjeljku 5.2.

Indukcija u rasporu na mjestu najvećeg protjecanja bit će:

$$B_\delta = \mu_0 \frac{\Theta}{\delta''}, \quad (16)$$

a srednja je vrijednost indukcije:

$$B_{sr} = \alpha_i B_\delta = \mu_0 \frac{\alpha_i}{\delta''} \frac{2}{\pi} \frac{i w f_n}{p}.$$

Tok po polu iznosi:

$$\Phi = B_{sr} \tau_p l_i = \mu_0 \frac{2}{p} \frac{\alpha_i \tau_p l_i}{\delta''} w f_n i,$$

a ulančeni tok, mjerodavan za visinu induciranog napona u namotu, bit će:

$$\Psi = \Phi w f_n = \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{\alpha_i \tau_p l_i}{p \delta''} (w f_n)^2 i. \quad (17)$$

Označimo konstantu ovisnu o dimenzijama magnetskog kruga i ovdje sa $\Lambda_m = \frac{1}{R_m}$ (iako R_m fizikalno nije identično s magnetskim otporom Θ/Φ_m);

$$\Lambda_m = \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{\alpha_i \tau_p l_i}{p \delta''} = \frac{1}{R_m} \quad (18)$$

pa dobivamo formalno jednake izraze za ulančene tokove kao kod najjednostavnijeg primjera koncentriranog toka ako umjesto brojeva zavoja w_1 ili w_2 uvrstavamo *efektivni broj zavoja* raspodijeljenog namota $w_1 f_{n1}$ ili $w_2 f_{n2}$. Iz izraza za ulančene tokove Ψ_1 i Ψ_2 dobivaju se samoinduktivitet glavnog toka i međuinuktivitet:

$$L_{m1} = \frac{1}{R_m} (w_1 f_{n1})^2 \quad (19)$$

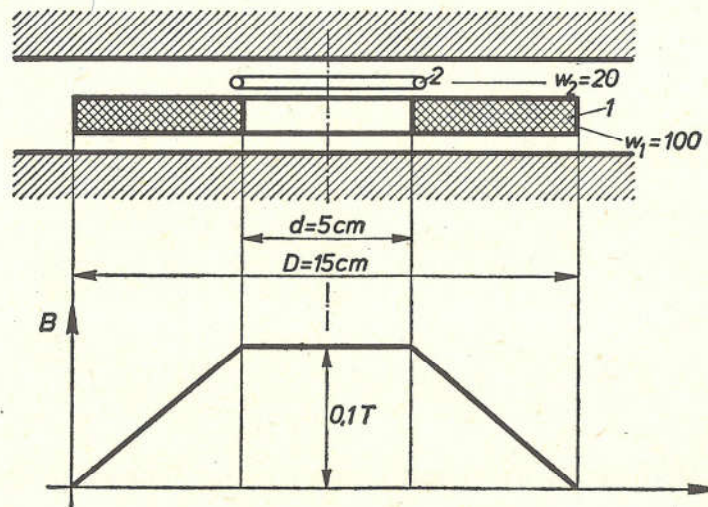
$$L_{m2} = \frac{1}{R_m} (w_2 f_{n2})^2 \quad (20)$$

$$L_{12} = \frac{1}{R_m} w_1 f_{n1} w_2 f_{n2}. \quad (21)$$

7.2. Zadaci

1. Dva svitka namotana su oko iste osi u rasporu između dva pola od željeza ($\mu \approx \infty$), tako da se silnice mogu smatrati paralelnima s osi svitaka (sl. 2). Prvi je svitak plosnat s okruglim zavojima, dimenzija prema slici. Drugi je svitak koncentriran na unutrašnjem promjeru prvog svitka. Brojevi zavoja su $w_1 = 100$, $w_2 = 20$. Struja u svitku 1 je takva da indukcija u sredini iznosi 0,1 T. Kolik je stvarni tok $\Phi_{(1)}$ svitka 1, a kolik je taj tok reduciran na puni broj zavoja w_1 ? Kolik je stvarni i reducirani tok svitka 2? Koliki su ulančeni tokovi Ψ_1 i Ψ_2 ?

$$[\Phi_{(1)} = 0,85 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}, \Phi_1 = 0,589 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}, \Psi_1 = 0,0589 \text{ Vs}; \\ \Phi_{(2)} = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}, \Phi_2 = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}, \Psi_2 = 0,00393 \text{ Vs}]$$



Sl. 2. Smještaj svitaka u zadatku 1.

2. Kolik je u 1. zadatku glavni, a kolik rasipni tok svitka 1 s obzirom na svitak 2 (reduciran na puni broj zavoja)? Koliki su odgovarajući ulančeni tokovi?

$$[\Phi_m = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}, \Phi_\sigma = 0,393 \cdot 10^{-3} \text{ Vs}; \\ \Psi_{m1} = 0,0196 \text{ Vs}, \Psi_{\sigma 1} = 0,0393 \text{ Vs}]$$

3. Koliki su ukupni induktiviteti, rasipni induktiviteti i međui induktivitet primara i sekundara u 1. zadatku ako je u namotu 1 bila potrebna struja od 4 A da stvori opisano polje?

$$[L_1 = 0,0147 \text{ H}, L_2 = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ H}, L_{\sigma 1} = 0,0098 \text{ H}, L_{\sigma 2} = 0, \\ L_{m1} = 0,0049 \text{ H}, L_{m2} = 0,196 \cdot 10^{-3} \text{ H}, L_{12} = 0,98 \cdot 10^{-3} \text{ H}]$$

4. Indukcija u rasporu stroja raspodijeljena je sinusno. Polni korak je $\tau_p = 15 \text{ cm}$, idealna dužina paketa $l_i = 18 \text{ cm}$, broj polova $2p = 4$, a dužina zračnog raspora u kojoj je uzet u obzir utjecaj zasićenja u željezu je $\delta'' = 0,9 \text{ mm}$. Stroj ima na statoru 80 zavoja s namotnim faktorom $f_{n1} = 0,89$, na rotoru 40 zavoja, sa $f_{n2} = 0,96$. Namot je jednofazan. Kolik je induktivitet glavnog toka za statorski i za rotorski namot, i međui induktivitet?

$$[L_{m1} = 3,87 \cdot 10^{-2} \text{ H}, L_{m2} = 1,13 \cdot 10^{-2} \text{ H}, L_{12} = 2,09 \cdot 10^{-2} \text{ H}]$$

5. Kolik je nadomjesni zračni raspor δ'' ako je prava širina raspora $\delta = 0,6$ mm, Carterov faktor $k_c = 1,15$, a za indukciju u rasporu $B_\delta = 0,8$ T ukupno protjecanje iznosi po polu $\Theta_1 = 575$ A.

$$[V_\delta = 440 \text{ A}, k = 1,3, \delta'' = 0,90 \text{ mm}]$$

7.3. Prikazivanje reaktancijama

Ako su protjecanja pulzirajuća (izmjenična), i sinusno pulziraju kružnom frekvencijom ω , onda se mogu inducirani naponi zbog promjena tokova predložiti odgovarajućim reaktancijama:

$$X = \omega L \quad (1)$$

pa govorimo o *glavnoj reaktanciji* ili reaktanciji glavnog toka $X_{m1} = \omega L_{m1}$ na primarnoj i $X_{m2} = \omega L_{m2}$ na sekundarnoj strani, o *rasipnoj reaktanciji* $X_{\sigma 1} = \omega L_{\sigma 1}$ i $X_{\sigma 2} = \omega L_{\sigma 2}$ te o *ukupnoj reaktanciji* $X_1 = X_{m1} + X_{\sigma 1}$ i $X_2 = X_{m2} + X_{\sigma 2}$.

Jedan te isti glavni tok $\hat{\Phi}_m$, ako ga proizvede struja $\mathcal{I}_1$ u prvom namotu:

$$\hat{\Phi}_m = \frac{1}{R_m} \sqrt{2} \mathcal{I}_1 w_1 f_{n1},$$

proizvest će u tom namotu kod frekvencije f napon:

$$\mathcal{U}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} j \omega \hat{\Phi}_m w_1 f_{n1} = j \omega \frac{1}{R_m} (w_1 f_{n1})^2 \mathcal{I}_1 = \mathcal{I}_1 j X_{m1}, \quad (2)$$

a u drugom slučaju, ako ga proizvede struja $\mathcal{I}_2$ u drugom namotu dat će u tom namotu napon:

$$\mathcal{U}_2 = j \omega \frac{1}{R_m} (w_2 f_{n2})^2 \mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_2 j X_{m2}. \quad (3)$$

Isti magnetski krug, karakteriziran konstantom R_m , predstavlja drukčiju reaktanciju za svaki od namota jer oni imaju različite brojeve zavoja i namotne faktore.

Često se služimo tzv. *reduciranim reaktancijama*, pri čemu se svaki tok pre-računava na isti broj zavoja i namotni faktor. Usporedba reduciranih reaktancija dopušta direktnu usporedbu tokova, te svodi razmatranje napona i struja pojedinih strujnih krugova na općenitije razmatranje protjecanja i tokova u stroju.

Ako npr. reduciramo sve veličine kruga 2 na veličine kruga 1 koje daju jednake efekte, tj. jednaka protjecanja i tokove, onda vrijedi za protjecanja:

$$w_1 f_{n1} \mathcal{I}'_2 = w_2 f_{n2} \mathcal{I}_2,$$

odakle se dobiva iznos *reducirane struje*:

$$I'_2 = \frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} I_2. \quad (4)$$

Uz isti tok vrijedi za napone:

$$\frac{U'_2}{w_1 f_{n1}} = \frac{U_2}{w_2 f_{n2}}$$

pa je *reducirani napon*:

$$U'_2 = \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} U_2. \quad (5)$$

Reducirana reaktancija dobiva se iz reduciranog napona i struje:

$$X'_2 = \frac{U'_2}{I'_2} = \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \frac{U_2}{I_2} = \left(\frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \right)^2 X_2. \quad (6)$$

Glavna reaktancija namota 2 reducirana na namot 1 identična je s glavnom reaktancijom namota 1.

7.3. Zadaci

1. U 4. zadatku odjeljka 7.2. određen je induktivitet glavnog toka za 1-fazni primarni namot $L_{m1} = 3,87 \cdot 10^{-2}$ H i za sekundarni namot $L_{m2} = 1,13 \cdot 10^{-2}$ H. Mjerenjem kod 50 Hz određena je reaktancija primarnog namota $X_1 = 16,4 \Omega$, a sekundarnoga $X_2 = 5,22 \Omega$. Kolike su reaktancije glavnog toka i rasipne reaktancije? Kolika reaktancija odgovara međuinuktivitetu L_{12} ?

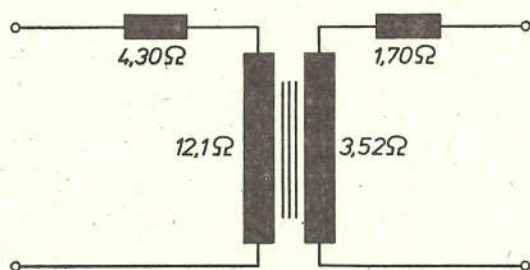
$$[X_{m1} = 12,1 \Omega, X_{m2} = 3,52 \Omega, X_{\sigma 1} = 4,3 \Omega, X_{\sigma 2} = 1,70 \Omega, X_{12} = 6,52 \Omega]$$

2. Kolik će se napon pojaviti na otvorenim stezaljkama primarnog namota u 1. zadatku ako u sekundarnom namotu teče struja od 35 A i 50 Hz? Kolik će biti napon sekundara ako u primaru teče struja 18 A i 50 Hz?

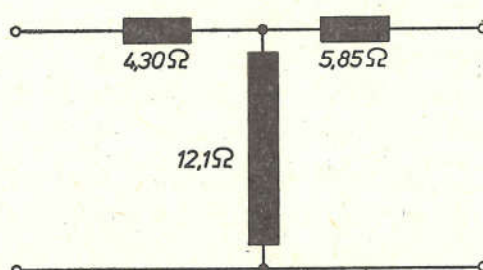
$$[230 \text{ V}, 118 \text{ V}]$$

3. Kako izgleda nadomjesna shema za namote prema 1. zadatku?

[Sl. 1]



Sl. 1. Rješenje zadatka 3.



Sl. 2. Rješenje zadatka 4.

4. Valja izračunati reaktancije iz 1. zadatka reducirane na primarni namot i nacrtati nadomjesnu shemu!

[Sl. 2]

7.4. Reaktancije višefaznog namota

Za svaki od faznih namota višefaznog stroja može se ponoviti razmatranje iz odjeljaka 7.2. i 7.3. koje je vrijedilo za jednofazni namot, ali treba uzeti u obzir da je okretno protjecanje, koje stvara rotirajući tok u rasporu, rezultanta protjecanja svih faznih namota, pa će struji maksimalnog iznosa $I/\sqrt{2}$ odgovarati amplituda osnovnoga harmoničkog člana protjecanja:

$$\Theta = \frac{m}{2} \frac{2}{\pi} \frac{I\sqrt{2}w}{p} f_n,$$

tj. $\frac{m}{2}$ puta veća nego kod jednofaznog namota. Zbog toga će istoj struji odgovarati $\frac{m}{2}$ puta veći tok, pa će i svi induktiviteti biti u tom omjeru povećani. Treba jednostavno za višefazni namot uzeti karakterističnu konstantu:

$$\frac{m}{2} \frac{1}{R_m} = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{\alpha_i \tau_p l_i}{p \delta''}. \quad (1)$$

Posebno za trofazni namot vrijedi (uz $\mu_0 = 0,4 \pi \cdot 10^{-6}$):

$$\frac{3}{2} \frac{1}{R_m} = 1,20 \cdot 10^{-6} \frac{\alpha_i \tau_p l_i}{p \delta''}. \quad (2)$$

Reaktancije za m -fazni namot bit će:

$$X_{m1} = 2 \pi f L_{m1} = 2 \pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (w_1 f_{n1})^2 \quad (3)$$

$$X_{m2} = 2 \pi f L_{m2} = 2 \pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (w_2 f_{n2})^2 \quad (4)$$

$$X_{12} = 2 \pi f L_{12} = 2 \pi f \frac{m}{2} \frac{1}{R_m} (w_1 f_{n1} w_2 f_{n2}) = \sqrt{X_{m1} X_{m2}}. \quad (5)$$

U praktičnom izračunavanju radije se umjesto broja zavoja w po fazi upotrebljava broj vodiča po fazi z :

$$z = 2 w.$$

Ako namot ima više paralelnih grana, onda valja uzeti samo broj u seriju spojenih vodiča, koji je vezan ukupnim brojem vodiča Z i brojem paralelnih grana g relacijom:

$$z = \frac{Z}{g}. \quad (6)$$

Glavna reaktancija praktički se računa za trofazni namot prema izrazu:

$$X_m = 1,20 \left(\frac{f}{50} \right) \left(\frac{z f_n}{100} \right)^2 \frac{l_i}{2p} \frac{\alpha_i}{2/\pi} \frac{\tau_p}{\delta''} \quad (\Omega)$$

ili, ako se izraz svede na sličan oblik kao pri izračunavanju rasipnih reaktancija, za trofazni namot primarno i sekundarno može se pisati:

$$X_{m1} = 0,4 \pi^2 \left(\frac{z_1}{100} \right)^2 \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \lambda_0 f_{n1}^2 = K_1 \lambda_0 f_{n1}^2 \quad (7)$$

$$X_{m2} = 0,4 \pi^2 \left(\frac{z_2}{100} \right)^2 \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \lambda_0 f_{n2}^2 = K_2 \lambda_0 f_{n2}^2 \quad (8)$$

$$X_{12} = 0,4 \pi^2 \left(\frac{z_1}{100} \right) \left(\frac{z_2}{100} \right) \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \lambda_0 f_{n1} f_{n2} = K_{12} \lambda_0 f_{n1} f_{n2}, \quad (9)$$

gdje je:

$$\lambda_0 = \frac{3}{\pi^2} \left(\frac{a_i}{2/\pi} \right) \frac{\tau_p}{\delta''} \quad (10)$$

$$K_1 = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \left(\frac{z_1}{100} \right)^2 \quad (11)$$

$$K_2 = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \left(\frac{z_2}{100} \right)^2 \quad (12)$$

$$K_{12} = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \left(\frac{z_1}{100} \right) \left(\frac{z_2}{100} \right) = \sqrt{K_1 K_2}. \quad (13)$$

Stator i rotor istog stroja moraju uvijek imati isti broj polova, bilo da su to istaknuti polovi, bilo polovi koje daje raspodijeljeni namot. Kod višefaznih namota broj faza statora i rotora ne mora biti jednak. Tako trofazni namot statora i dvofazni namot rotora daju okretna protjecanja koja se slažu u rezultirajuće protjecanje uz uvjet da je broj polova obaju namota jednak. U izrazu $\frac{m}{2} \frac{1}{R_m}$ pojavljuje se faktor $m/2$, pa će u takvu slučaju taj faktor za stator biti različit od onoga za rotor. Preračunavanje struja, napona i reaktancija obavlja se tada uzevši u obzir $m_1 \neq m_2$:

— iz uvjeta vjernog prikazivanja protjecanja:

$$\frac{m_1}{2} \frac{2}{\pi} \frac{I'_2 \sqrt{2} w_1 f_{n1}}{p} = \frac{m_2}{2} \frac{2}{\pi} \frac{I_2 \sqrt{2} w_2 f_{n2}}{p}$$

dobiva se iznos reducirane struje 2 na namot 1:

$$I'_2 = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} \right) I_2; \quad (14)$$

- iz uvjeta jedinstvenoga glavnog toka koji inducira napon u oba sistema namota:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} j \omega \Phi_m = \frac{U'_2}{w_1 f_{n1}} = \frac{U_2}{w_2 f_{n2}}$$

dobiva se iznos *reduciranog napona* 2 na namot 1:

$$U'_2 = \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} U_2; \quad (15)$$

- iz uvjeta da padovi napona preračunane struje u preračunanim reaktancijama prikazani kao dio preračunanog napona moraju biti jednaki kao kod nepreračunanih vrijednosti:

$$\frac{I'_2 X'_2}{U'_2} = \frac{I_2 X_2}{U_2}$$

dobiva se iznos *reducirane reaktancije* namota 2 na namot 1:

$$X'_2 = \frac{I_2 U'_2}{I'_2 U_2} X_2 = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \right)^2 X_2. \quad (16)$$

Isti način preračunavanja vrijedi, naravno, i za *omске otpore* i *impedancije*. Da energetska slika ne bude poremećena, mora biti zbroj pretvorenih snaga i gubitaka za sve faze preračunanog sistema i za sve faze nepreračunanog sistema jednak:

$$m_1 U'_2 I'_2 = m_2 U_2 I_2$$

$$m_1 I'^2_2 R'_2 = m_2 I^2_2 R_2.$$

Uvrste li se izrazi za preračunavanje U_2 , I_2 i R_2 na primarni namot, lako se uvjeriti da su ti zahtjevi ispunjeni.

Reaktancije glavnog toka računaju se pri bilo kojim brojevima faza na primarnoj i sekundarnoj strani s konstantama:

$$K_1 = 3,95 \frac{m_1}{3} \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \left(\frac{z_1}{100} \right)^2 \quad (17)$$

$$K_2 = 3,95 \frac{m_2}{3} \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \left(\frac{z_2}{100} \right)^2 \quad (18)$$

$$K_{12} = 3,95 \frac{m_1}{3} \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \frac{z_1}{100} \frac{z_2}{100} \quad (19)$$

$$K_{21} = 3,95 \frac{m_2}{3} \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \frac{z_1}{100} \frac{z_2}{100}, \quad (20)$$

gdje je:

$$K_{12} K_{21} = K_1 K_2. \quad (21)$$

7.4. Zadaci

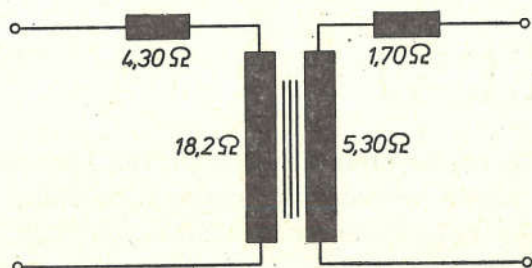
1. Namoti stroja u 4. zadatku odjeljka 7.2. bili su jednofazni. Kod narinutog napona od 220 V i 50 Hz statorski namot je uzimao struju magnetiziranja od 18 A. Ako se stroj namota trofazno, s tri jednaka namota, poput onoga u spomenutom zadatku, koliku će struju magnetiziranja uzimati svaki namot ako su sva tri spojena u zvijezdu i priključena na trofaznu mrežu od 380 V i 50 Hz? Zanimajte rasipne reaktancije.

[12 A]

2. Kolike će biti reaktancije X_{m1} , X_{m2} i X_{12} za jedan od faznih namota iz 1. zadatka?

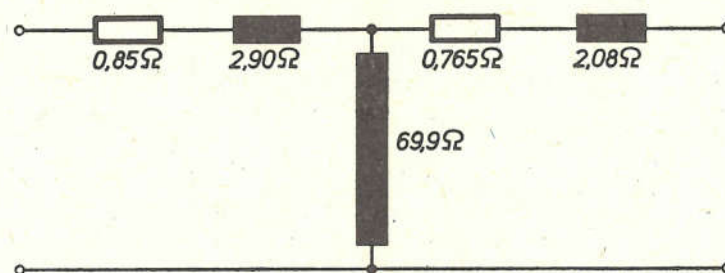
[$X_{m1} = 18,2 \Omega$, $X_{m2} = 5,3 \Omega$, $X_{12} = 9,8 \Omega$]

3. Za 3-fazni namot iz 1. zadatka treba na osnovi podataka iz 1. zadatka u odjeljku 7.3. i 2. zadatka odjeljka 7.4. nacrtati nadomjesnu shemu za jednu fazu trofaznog stroja i unijeti podatke, uzevši u obzir i rasipne reaktancije.



Sl. 1. Rješenje zadatka 3.

4. Trofazni namot statora ima po fazi 120 zavoja, $f_{n1} = 0,88$, otpor je $R_1 = 0,85 \Omega$, ukupna reaktancija $X_1 = 72,8 \Omega$, rasipna reaktancija je $X_{\sigma 1} = 2,90 \Omega$. Rotor ima dvofazni namot, sa 100 zavoja po fazi, $f_{n2} = 0,85$, otpor $R_2 = 0,33 \Omega$, rasipna je reaktancija $X_{\sigma 2} = 0,90 \Omega$ po fazi. Treba nacrtati nadomjesnu shemu reduciranu na jednu fazu statora, i unijeti vrijednosti.



Sl. 2. Rješenje zadatka 4.

5. Kolik će se napon pojaviti na otvorenim stezaljkama faznog namota statora u 4. zadatku ako u rotorskom namotu teče dvofazna struja od 5,5 A i 50 Hz po fazi?

[$I'_2 = 2,95 \text{ A}$, $U_1 = 206 \text{ V}$]

7.5. Utjecaj skošenja utora

Kod strojeva s utorima na statoru i na rotoru često se izvodi skošenje bilo jednih, bilo drugih utora, tj. ti utori nisu paralelni s osi stroja, nego sa smjerom osi zatvaraju kut γ (sl. 1), koji izlazi iz:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{s}{l}.$$

To skošenje obično se izvodi tako da razmaku s čeonih strana istog utora odgovara 1, 2 ili više utorskih koraka druge, neskošene strane stroja, a navodi se u dijelovima opsega:

$$m_s = \frac{1}{N_s} = \frac{s}{D\pi} = \frac{l \operatorname{tg} \gamma}{D\pi}. \quad (1)$$

Tako podatak $m_s = 1/36$ znači da je međusobni pomak čeonih strana istog utora 36-i dio oboda stroja. Skošenje za jedan utorski korak uz ukupno N utora iznosi:

$$m_s = \frac{1}{N}. \quad (2)$$

Najčešće se skošenje rotora izvodi za jedan utor statora. Treba uočiti da je bitan međusobni položaj statorskih i rotorskih utora, a ne položaj jednih ili drugih promatran zasebno. Za skošeni stator sam za sebe vrijede posve jednaka razmatranja kao za neskošeni, a isto tako i za rotor sam za sebe. Razlike se javljaju tek kad promatramo međusobni utjecaj statora i rotora — napone u rotoru što ih inducira polje koje uzbuđuju statorske struje, ili obratno. Iz toga izlazi da je svejedno hoće li biti skošen stator ili rotor, ili oba. Skošenje valja promatrati relativno uzevši smjer utora na jednom dijelu stroja kao referentni smjer, i računajući skošenje drugog dijela u odnosu prema njemu.

Skošeni utor može se zamisliti kao da je rastavljen na dijelove dužine dl koji su jedan prema drugome pomaknuti po obodu za središnji geometrijski kut $d\beta_g$ (sl. 1). Očito je:

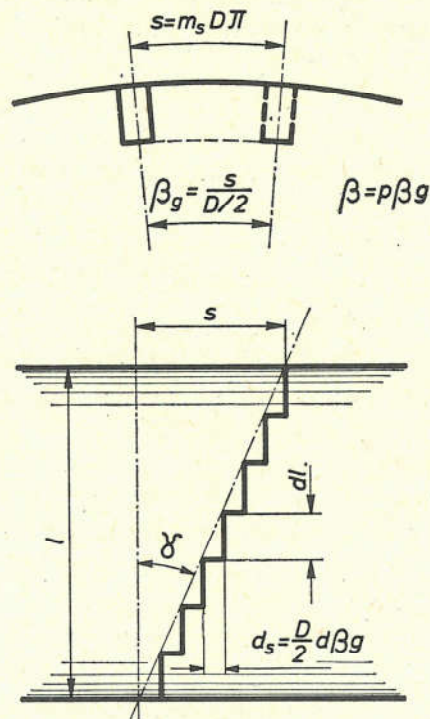
$$\frac{\frac{D}{2} d\beta_g}{dl} = \frac{s}{l} = \operatorname{tg} \gamma.$$

Geometrijskom kutu $d\beta_g$ odgovara električni kut:

$$d\beta = p d\beta_g,$$

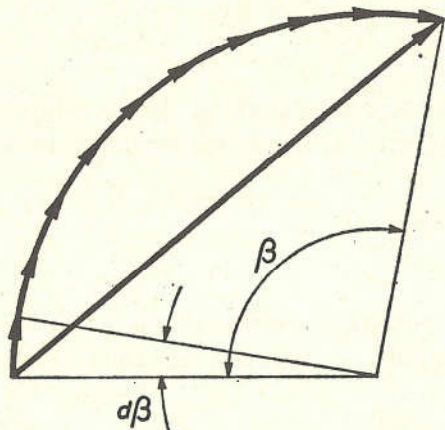
pa će konačno kut β , koji predstavlja električnu »zonu« što je na obodu stroja zaprema jedan utor, biti:

$$\beta = \frac{p l \operatorname{tg} \gamma}{D/2} = 2\pi p m_s. \quad (3)$$



Sl. 1. Skošeni utor

Naponi pojedinih elemenata dužine dl zbrajaju se vektorski, pa ukupni napon možemo dobiti primjenom zonskoga namotnog faktora, uz broj elemenata $q \rightarrow \infty$, a kut među njima $\alpha = \frac{\beta}{q} \rightarrow 0$. Izraz za zonski namotni faktor (sl. 2) pri tome teži vrijednosti:



Sl. 2. Određivanje faktora skošenja

$$f_{\beta} = \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} = \frac{\sin m_s p \pi}{m_s p \pi} \quad (4)$$

i naziva se *faktorom skošenja*. U omjeru tog faktora smanjen je inducirani napon u vodiču jedne strane ako su tok proizvele struje u namotu druge strane:

$$U_2 = U_1 \left(\frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} \right) f_{\beta}. \quad (5)$$

Nipošto se ne mijenja skošenjem napon što ga inducira polje koje stvaraju struje u tom istom namotu. Ako se vratimo na promatranje odnosa pomoću reaktancija, skošenje neće utjecati na glavnu reaktanciju primarne strane X_{m1} , ni sekundarne strane X_{m2} , ali će se međusobna reaktancija X_{12} smanjiti u omjeru u kojemu se smanjio inducirani napon zbog skošenja:

$$X_{12\beta} = X_{12} f_{\beta} \quad (6)$$

Bez skošenja bila bi međusobna reaktancija X_{12} , pa će njezino smanjenje djelovanjem skošenja, nazvano *reaktancijom zbog skošenja*, biti:

$$\Delta X_{12} = X_{12} (1 - f_{\beta}). \quad (7)$$

Faktor $1 - f_{\beta}$ može se približno računati:

$$1 - f_{\beta} = 1 - \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \approx \frac{\beta^2}{24} = 0,41 (2 p m_s)^2. \quad (8)$$

Ako je to protjecanje *višega harmoničkog člana* reda ν , električni središnji kut koji odgovara skošenju bit će ν puta veći:

$$\beta_{\nu} = \nu \beta,$$

pa će i faktor skošenja biti različit:

$$f_{\beta_{\nu}} = \frac{\sin \nu \beta/2}{\nu \beta/2}. \quad (9)$$

Kut β_{ν} postojat će sve veći što je red ν viši, pa aproksimativni izraz za $1 - f_{\beta}$ više ne vrijedi, već ga treba točno računati.

Uz $\nu \beta = 2 \pi k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) bit će:

$$f_{\beta\nu} = 0, \quad 1 - f_{\beta\nu} = 1,$$

tj. harmonički član tog reda neće u suprotnom dijelu stroja inducirati napone.

Posebno za *utorske harmoničke* članove reda $\nu = \frac{N}{p} \pm 1$ bit će:

$$f_{\beta\nu} = \frac{\sin \left(\frac{N \pm p}{p} \pi p m_s \right)}{\frac{N \pm p}{p} \pi p m_s}. \quad (10)$$

Ako su utori skošeni za cijeli broj utora, tj. ako je:

$$m_s = \frac{k_s}{N} \quad (k_s = 1, 2, 3, \dots), \quad (11)$$

te ako je $q_p = \frac{N}{2p}$ = broj utora po polu, faktor skošenja za osnovni harmonički član iznosi:

$$f_\beta = \frac{\sin \frac{k_s p \pi}{N}}{\frac{k_s p \pi}{N}}, \quad (12)$$

a za utorske harmoničke članove:

$$|f_{\beta(2q_p \pm 1)}| = \left| \frac{\sin \left(k_s \pi \pm \frac{k_s p \pi}{N} \right)}{k_s \pi \pm \frac{k_s p \pi}{N}} \right| = f_\beta \frac{p}{N \pm p} = f_\beta \frac{1}{2 q_p \pm 1}. \quad (13)$$

Očito je da se *skošenjem* mogu u velikoj mjeri *potisnuti utorski harmonički članovi* u induciranom naponu, a da se bitno ne smanji osnovni harmonički član. To se nije moglo postići izborom namota jer je namotni faktor utorskih harmoničkih članova bio uvijek jednak namotnom faktoru osnovnoga harmoničkog člana.

Faktori preračunavanja napona, struja i impedancija kod skošenja bit će različiti ovisno o tome da li napone i struje U_2, I_2 u dijelu stroja 2 induciraju ekvivalentni naponi i struje U'_2, I'_2 , u dijelu stroja 1, ili je obrnuto, tj. veličine U_1, I_1 (dio 1) induciraju se od ekvivalentnih veličina U''_1, I''_1 (dio 2). U prvom slučaju iz jednakosti protjecanja i tokova izlazi:

$$I_2 m_2 w_2 f_{n2} f_\beta = I'_2 m_1 w_1 f_{n1}$$

$$\frac{U_2}{U'_2} = \frac{w_2 f_{n2} f_\beta}{w_1 f_{n1}},$$

te odatle:

$$I'_2 = I_2 \frac{m_2 w_2 f_{n2}}{m_1 w_1 f_{n1}} f_\beta \quad (14)$$

$$U'_2 = U_2 \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \frac{1}{f_\beta} \quad (15)$$

$$X'_2 = X_2 \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}} \right)^2 \frac{1}{f_\beta^2}, \quad (16)$$

a u drugom slučaju:

$$I''_1 = I_1 \frac{m_1 w_1 f_{n1}}{m_2 w_2 f_{n2}} f_\beta \quad (17)$$

$$U''_1 = U_1 \frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} \frac{1}{f_\beta} \quad (18)$$

$$X''_1 = X_1 \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{w_2 f_{n2}}{w_1 f_{n1}} \right)^2 \frac{1}{f_\beta^2}. \quad (19)$$

Skošenje se može dakle uzeti u obzir tako da se *namotni faktor sekundarnog dijela stroja*, u kojemu se induciraju naponi i struje, *množi faktorom skošenja* f_β , a *namotni faktor primarne strane*, u kojoj teče uzbudna struja, ostaje nepromijenjen. Uz faktor skošenja $f_\beta = 0$ (skošenje za dvostruki polni korak) ne bi bilo nikakva napona ni struje na sekundarnoj strani, pa ni međuinuktiviteta. Sekundarni namot bi se ponašao, promatran s primarne strane, kao da je otvoren ($X'_2 = \infty$, ili $X''_1 = \infty$).

U usporedbi s neskošenim utorima, kod skošenih utora napon je na sekundarnoj strani f_β puta manji, a isto tako struje na sekundarnoj strani stvaraju f_β puta manje protjecanje. Reakcija sekundarne strane na primarno narinuti napon jest, dakle, f_β^2 puta manja, kao da je impedancija $1/f_\beta^2$ puta povećana. Razlika reaktancije kod skošenih prema onoj kod neskošenih utora iznosi:

$$X_\beta = X_{m1} \frac{1}{f_\beta^2} - X_{m1} = X_{m1} \left(\frac{1}{f_\beta^2} - 1 \right) = X_{m1} \sigma_\beta,$$

gdje je:

$$\sigma_\beta = \frac{1}{f_\beta^2} - 1 \approx \frac{\beta^2}{12} = 0,82 (2 p m_s)^2. \quad (20)$$

U ukupnoj, zajedničkoj rasipnoj reaktanciji primara i sekundara javlja se, dakle, kod skošenih utora dodatni član:

$$X_\beta = \sigma_\beta X_m, \quad (21)$$

kojega nema ni u rasipnoj reaktanciji statora ni u rasipnoj reaktanciji rotora, promatramo li svaku zasebno.

7.5. Zadaci

1. Rotor 4-polnog stroja skošen je za jedan statorski utor. Stator ima 36, a rotor 44 utora. Koliko je skošenje? Kolik je kut β ? Kolik je faktor skošenja?

$$\left[m_s = \frac{1}{36}, \beta = 20^\circ, f_\beta = 0,995 \right]$$

2. Kolik je faktor skošenja u 1. zadatku za 17-i i 19-i prostorni harmonički član indukcije u rasporu?

$$[f_{\beta 17} = 0,0585, f_{\beta 19} = -0,0524]$$

3. Trofazni 6-polni stroj ima na statoru 36 utora, uz $w_1 = 180$, $f_{n1} = 0,836$, i na rotoru dvofazni namot sa 24 utora, uz $w_2 = 120$, $f_{n2} = 0,966$. Primarni otpor po fazi je $R_1 = 3 \Omega$, ukupna reaktancija $X_1 = 100,2 \Omega$, rasipna reaktancija $X_{\sigma 1} = 4,2 \Omega$. Kolik će se napon pojaviti na otvorenim stezaljkama sekundarnog namota ako je primarno narinut napon po fazi 220 V, a utori rotora su: a) neskošeni; b) skošeni za dva utora statora?

$$[a) 162,4 \text{ V}; b) 155 \text{ V}]$$

4. Koliko je povećanje rasipne reaktancije zbog skošenja u 3. zadatku?

$$[X_\beta = 9,26 \Omega]$$

7.6. Utorsko rasipanje

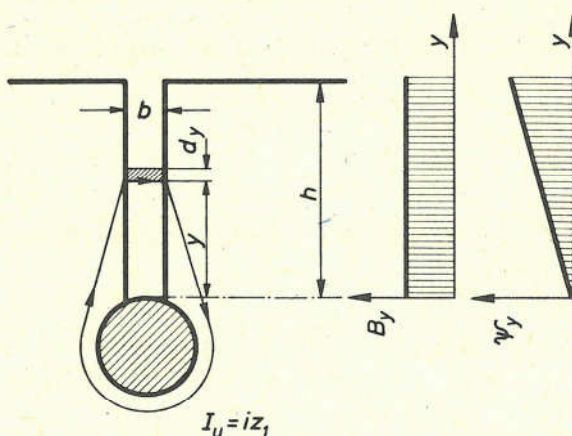
Promotrimo utor prema slici 1. Na njegovu dnu neka se nalazi z_1 vodiča i u svakome neka teče struja i . To strujno protjecanje stvara polje sa silnicama od kojih je jedna ucrtana, a koje ne obuhvaćaju vodiče s druge strane raspora, pa su to silnice rasipnog toka. Glavni magnetski otpor na njihovu putu jest prolazak kroz zrak na širini utora b , a sav ostali put kroz željezo možemo zanemariti. Prema zakonu protjecanja vrijedi:

$$H_y b = z_1 i.$$

Izračunamo li tok kroz presjek dužine l i visine dy , u kojemu je indukcija $B_y = \mu_0 H_y = \mu_0 \frac{z_1 i}{b}$, dobivamo:

$$d\Phi_y = \mu_0 \frac{i z_1}{b} l dy.$$

Sl. 1. Izračunavanje rasipanja slobodnog dijela utora



Ostavimo po strani tok u dijelu utora s vodičima, pa promatrajmo samo slobodni dio utora visine h . Svaka je silnica ulančena sa svih z_1 vodiča, pa je ulančeni tok koji odgovara toku $d\Phi_y$:

$$d\Psi_y = z_1 d\Phi_y = \mu_0 \frac{i z_1^2}{b} l dy,$$

Ukupni ulančeni tok s vodičima jednog utora jest:

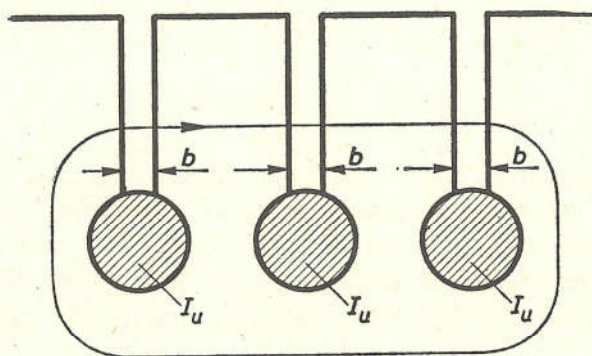
$$\Psi = \int_{y=0}^h d\Phi_y = \mu_0 l z_1^2 \frac{h}{b} i.$$

Tome odgovara induktivitet za taj dio utora $L = \Psi/i$, odnosno reaktancija koja dolazi na jedan utor:

$$X_{1u} = 2\pi f L = 2\pi f \mu_0 \frac{z_1^2 l h}{b}. \quad (1)$$

Ako se po polu i fazi nalazi jedan do drugoga q utora (sl. 2), magnetomotorna sila je q puta veća, ali je i magnetski otpor q puta veći, pa tok Φ ostaje nepromijenjen. Ulančeni je tok Ψ , međutim, q puta veći jer su obuhvaćeni vodiči svih q utora. Za svih $2p$ polova bit će ukupni ulančeni tok $2pq$ -struk, pa se ukupna rasipna reaktancija može izraziti kao:

$$X_{ou} = 2pq \cdot 2\pi f \cdot 0,4\pi \cdot 10^{-6} \frac{z_1^2 l h}{b}.$$



Sl. 2. Rasipanje grupe utora

Izrazi li se broj vodiča po utoru z_1 ukupnim brojem vodiča po fazi z :

$$z_1 = \frac{z}{2pq},$$

dobiva se *ukupna reaktancija namota* koja potječe od toka u promatranom dijelu utora:

$$X_{ou} = 0,4\pi^2 \left(\frac{z}{100}\right)^2 \left(\frac{f}{50}\right) \frac{l_i}{2p} \frac{1}{q} \frac{h}{b} = 0,4\pi^2 \left(\frac{z}{100}\right)^2 \left(\frac{f}{50}\right) \frac{l_i}{2p} \cdot \frac{\lambda_u}{q} = K \frac{\lambda_u}{q}. \quad (2)$$

Za rasipnu reaktanciju primarne strane treba uvrstiti broj vodiča te strane z_1 , odnosno konstantu K_1 , a za sekundarnu stranu z_2 , odnosno K_2 .

Posljednji član u tom izrazu sadrži:

$$\lambda_u = h/b, \quad (3)$$

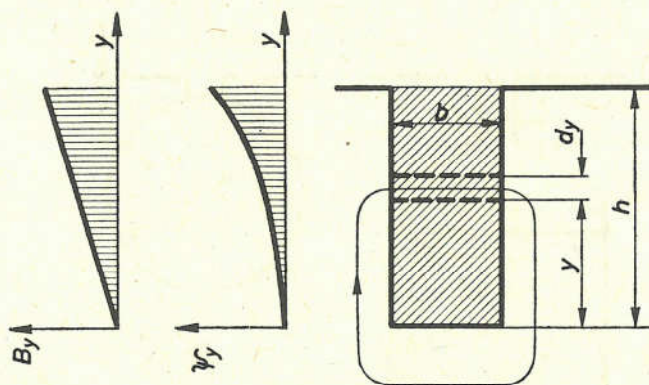
veličinu ovisnu samo o geometrijskim proporcijama utora, tzv. *rasipnu vodljivost utora po jedinici dužine*.

Član $\lambda_u/q = h/bq$ u izrazu za rasipnu reaktanciju pokazuje da se povećanjem broja utora po polu i fazi q ne može smanjiti ta reaktancija. Koliko veći uzmemo q , toliko manju moramo uzeti širinu b , da bismo mogli smjestiti utore na isti obod, pa je produkt uvijek isti.

Drukčije su prilike za *dio utora u kojemu se nalaze vodiči* prema slici 3. Uz pretpostavku da je struja jednoliko raspodijeljena po presjeku vodiča, tj. da nema njezina većeg potiskivanja, na mjestu y protjecanje će biti:

$$\frac{y}{h} z_1 i = H_y b.$$

Sl. 3. Izračunavanje rasipanja za dio utora u kojemu se nalaze vodiči



Tok kroz presjek $l dy$ poprijeko u utoru je:

$$d\Phi_y = \mu_0 \frac{i z_1 y}{b h} l dy.$$

Taj je dio toka ulančen samo s vodičima ispod promatranog presjeka, pa je prirast ulančenog toka koji tome odgovara:

$$d\Psi_y = \frac{y}{h} z_1 d\Phi_y = \mu_0 l i z_1^2 \frac{y^2}{b h^2} dy$$

$$\Psi = \int_{y=0}^h d\Psi_y = \mu_0 l i z_1^2 \frac{y^3}{3 b h^2} \Big|_0^h = \mu_0 l z_1^2 \frac{h}{3 b} i.$$

Dalji račun teče kao i prije, pa je i rezultat analogan, samo što je ovdje:

$$\lambda_u = \frac{h}{3b}, \quad (4)$$

tj. rasipanje popunjenog dijela utora uz iste dimenzije tri puta je manje nego kod praznog dijela utora iznad vodiča.

Slično tome može se izvesti za *kosi dio utora* (sl. 4. a):

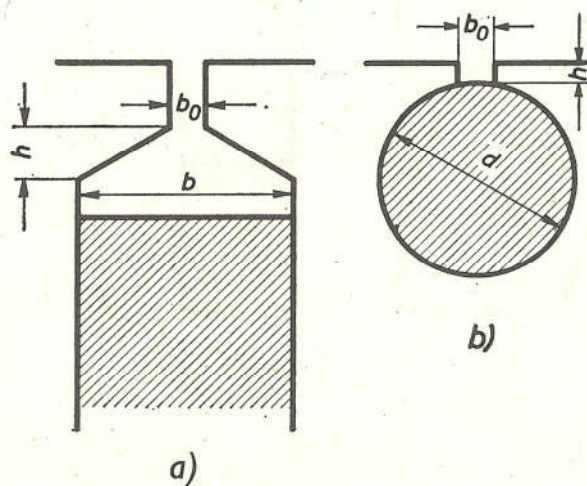
$$\lambda_u = \frac{h}{b - b_0} \ln \frac{b}{b_0}, \quad (5)$$

no često se računa približno kao za ravni utor sa srednjom vrijednošću širine kosog utora:

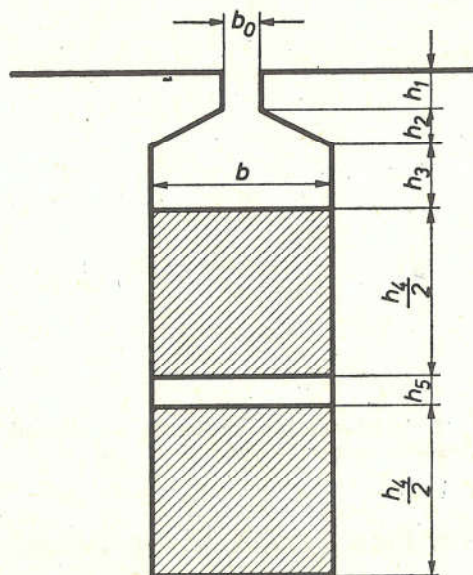
$$\lambda_u = \frac{2h}{b + b_0}. \quad (6)$$

Za *okrugli dio utora* (sl. 4.) bit će:

$$\lambda_u = 0,6. \quad (7)$$



Sl. 4. Rasipanje: a) kosog; b) okruglog. dijela utora



Sl. 5. Rasipanje utora složenog oblika

Ta vrijednost ne ovisi o promjeru d jer je omjer visine i širine pri svakom promjeru isti. Tome treba dodati još član h/b_0 za otvoreni dio iznad okruglog štapa.

Za dio utora u kojemu ne teče struja, *iznad donje strane svitka* u utoru (sl. 5), bit će:

$$\lambda_u = \frac{h_5}{2b}. \quad (8)$$

Za složeni oblik utora moraju se onda zbrojiti vodljivosti pojedinih karakterističnih odsječaka; tako je za utor na slici 5:

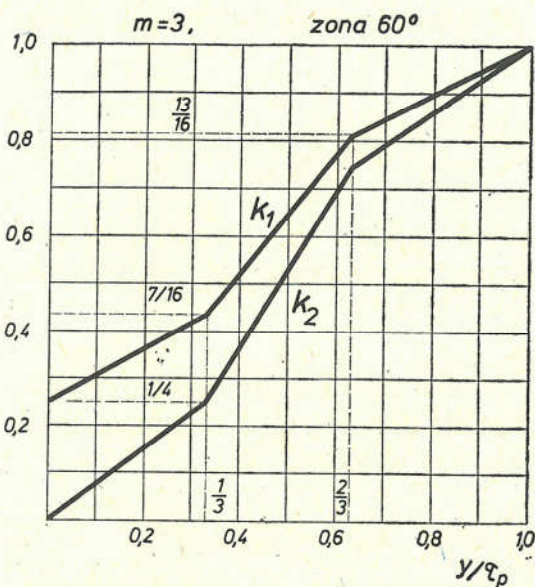
$$\lambda_u = \frac{h_1}{b_0} + \frac{2h_2}{b + b_0} + \frac{h_3}{b} + \frac{h_4}{3b} + \frac{h_5}{2b}. \quad (9)$$

Utorsko rasipanje razmatrano je tu uz dvije pretpostavke:

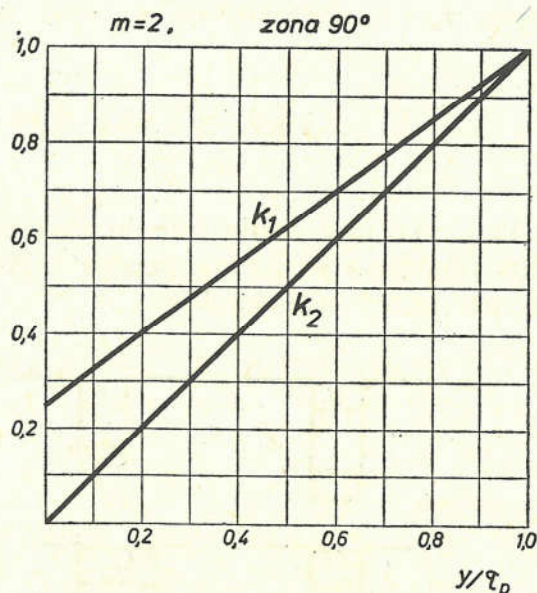
a) da su jednake raspodjele struje po presjeku, tj. nije uračunan eventualni utjecaj potiskivanja struje; b) da su sve struje u utoru u fazi. Kod *skraćenoga dvo-slojnog namota* ponegdje u istom utoru teku struje različitih faza, pa se protjecanja ne zbrajaju algebarski. To se uzima u obzir odgovarajućim *korekcijskim faktorima*, kojima se množe pojedini članovi utorske rasipne vodljivosti; ti su faktori uvijek manji od 1. Obično se uzima odvojeno korekcijski faktor k_1 za rasipnu

vodljivost dijela utora u kojemu teku struje i faktor k_2 za dijelove utora iznad toga. Tako bi za utor prema slici 5. bilo:

$$\lambda_u = k_2 \left(\frac{h_1}{b_0} + \frac{2h_2}{b+b_0} + \frac{h_3}{b} \right) + k_1 \left(\frac{h_4}{3b} + \frac{h_5}{2b} \right). \quad (10)$$

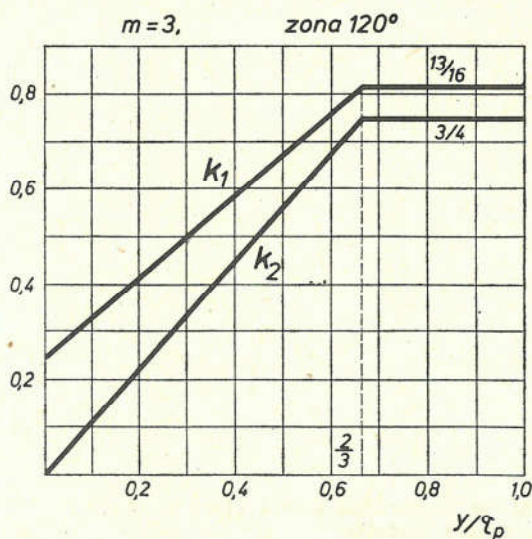


Sl. 6. Korekcijski faktori za rasipanje utora s 2-slojnim 3-faznim namotom uz zonu namatanja od 60°

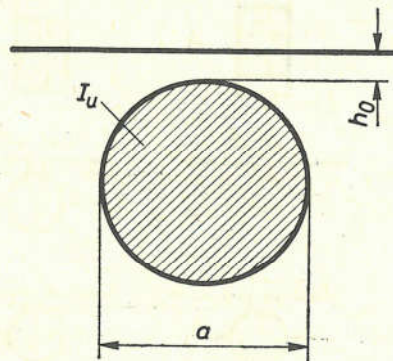


Sl. 7. Korekcijski faktori za rasipanje utora s 2-slojnim 2-faznim namotom uz zonu namatanja od 90°

Korekcijski faktori k_1 i k_2 za trofazne i dvofazne dvoslojne namote, sa zonom namatanja od 60° i 120° za prve i 90° za druge, mogu se očitati sa slika 6, 7. i 8. Često se uzima samo jedan prosječni korekcijski faktor k za čitavu utorsku vodljivost, koji iznosi 1 za dijametralni namot, 0,8 za $y/\tau_p = 2/3$ i 0,6 za $y/\tau_p = 0,5$.



Sl. 8. Korekcijski faktori za rasipanje utora s 2-slojnim 3-faznim namotom uz zonu namatanja od 120°



Sl. 9. Rasipanje zatvorenog utora

Kod *zatvorenih utora* (sl. 9) kakvi se često izvode na kaveznim rotorima ne može se više računati s pretpostavkom da je permeabilnost željeza $\mu_{Fe} \approx \infty$. U tom bi slučaju rasipni tok bio neizmjereno velik, pa bi i reaktancija namota bila neizmjereno velika. Zapravo, visina mostića h iznad utora je malena, pa u mostiću brzo nastaje zasićenje, a onda je permeabilnost mnogo manja. Zasićenje će biti to veće što je veća struja u utoru. Rezultati istraživanja dali su krivulje za vodljivost zatvorenog utora ovisno o visini mostića h_0 , maksimalnoj širini utora a , utorskom koraku τ_u i utorskoj struji I_u , koje se mogu aproksimirati analitičkim izrazom:

$$\log \lambda_u \cong 3,95 - 0,94 \log \frac{a}{h_0} - 0,87 \log \frac{I_u}{100 \tau_u}. \quad (11)$$

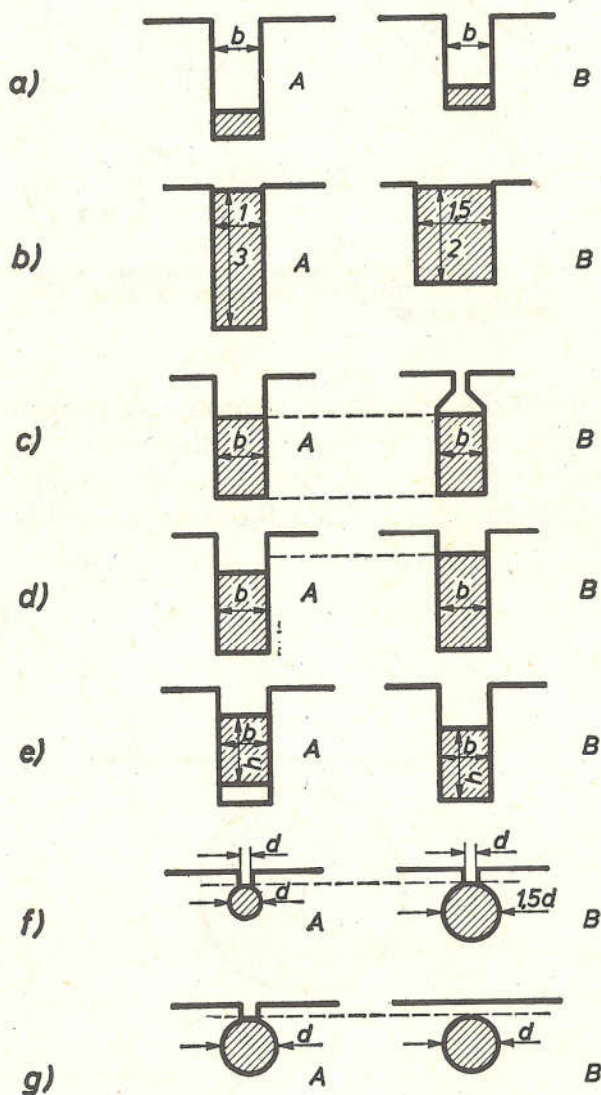
Za izračunavanje struje trebalo bi znati reaktanciju, dakle i λ_u . Zato se prvi proračun obavlja s pretpostavljenom vrijednosti struje, pa se poslije provodi korekcija na osnovi tog rezultata.

Na sličan način kao što se reaktancija glavnog toka računa iz izraza K_1 i vodljivosti λ_0 :

$$X_{m1} = K_1 \lambda_0 f_{n1}^2, \quad (12)$$

računa se i reaktancija utorskog rasipanja upotrebom istog izraza K_1 :

$$X_{\sigma u1} = K_1 \frac{\lambda_u}{q}. \quad (13)$$



Sl. 10. Usporedba oblika utora prema 1. zadatku

7.6. Zadaci

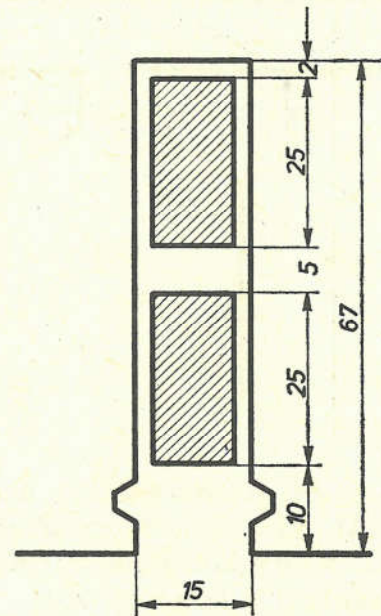
1. Kod kojega će od označenih dvaju oblika utora (sl. 10) rasipna reaktancija zbog utorskog rasipanja biti veća? Ukupna struja u utoru je u svim promatranim primjerima jednaka.

[a) A, b) A, c) B, d) A, e) B, f) jednake, g) B]

2. Stator trofaznoga 4-polnog motora od 3 000 V i 50 Hz ima 72 utora oblika prema slici 11. Promjer u rasporu je $D = 600$ mm, dužina je $l_i = 400$ mm. Namot je dvoslojan sa 288 vodiča po fazi, sa skraćenim svicima $y/\tau_p = 5/6$ i zonom od 60° . Omjer srednje i maksimalne vrijednosti indukcije u rasporu iznosi $\alpha_i = 0,715$. Zračni raspor, korigiran Carterovim faktorom i utjecajem zasićenja u željezu, iznosi $\delta'' = 1,6 \cdot 1,45 \cdot 1,57 = 3,64$ mm.

Treba odrediti: a) namotni faktor; b) vodljivost za glavni tok u rasporu λ_0 ; c) reaktanciju glavnog toka X_{m1} ; d) utorsku rasipnu vodljivost λ_u ; e) utorsku rasipnu reaktanciju X_{ou} . Utjecaj otvora za klin na širinu odgovarajućeg dijela utora može se zanemariti.

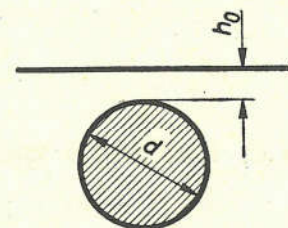
[a) $f_n = 0,924$; b) $\lambda_0 = 44,2$; c) $X_{m1} = 124 \Omega$;
d) $\lambda_u = 1,72$; e) $X_{ou} = 0,94 \Omega$]



Sl. 11. Dimenzije utora u 2. zadatku

3. Dimenzije rotorskog utora prema slici 12. su ove: $d = 8$ mm, $h = 0,8$ mm, utorski korak $\tau_{u2} = 11,5$ mm. Kolika je utorska rasipna vodljivost λ_v , ako u utoru teče struja: a) 50 A; b) 200 A; c) 1 000 A?

[a) 38,4, b) 11,5, c) 2,84]



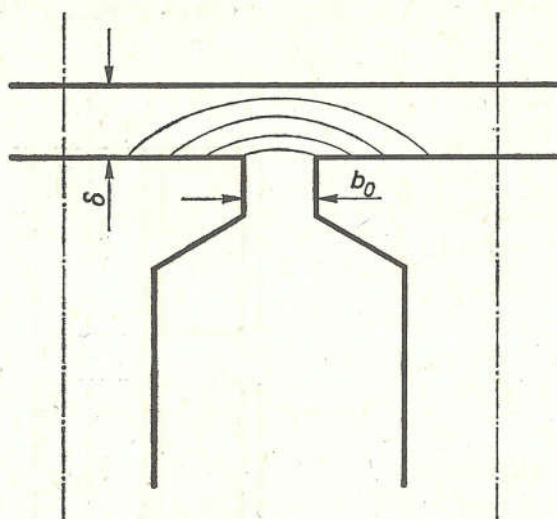
Sl. 12. Dimenzije utora u 3. zadatku

4. Kolika bi bila utorska rasipna vodljivost λ_u u 2. zadatku kad bismo stroj izveli sa 108 utora iste dubine od 67 mm, ali takve širine da indukcija u zubima ostane približno ista? Ako je broj vodiča po fazi nepromijenjen, kolika će biti reaktancija X_{ou} ? Skraćenje svitaka je $7/8$.

[$\lambda_u = 2,69$, $X_{ou} = 0,98 \Omega$]

7.7. Rasipanje među glavama zubi

Kod velikih zračnih raspora δ ne može se zanemariti dio silnica koje se zatvaraju u rasporu među *glavama zubi*. Taj dio je predstavljen odgovarajućom rasipnom vodljivosti (sl. 1):



$$\lambda_z = \frac{5 \cdot \frac{\delta}{b_0}}{5 + 4 \frac{\delta}{b_0}} \quad (1)$$

Sl. 1. Rasipanje među glavama zubi

koja se dobiva sličnom analizom polja kao pri razmatranju rashladnih kanala (v. 5.2). Kod skraćenoga dvoslojnog namota valja i tu vodljivost korigirati faktorom k_2 . Kao i kod utorske rasipne vodljivosti, za grupu od q utora po polu i fazi treba računati s iznosom λ_z/q .

7.7. Zadaci

1. Kolika će biti rasipna vodljivost među glavama zubi i pripadna rasipna reaktancija za stator: a) iz 2. zadatka odjeljka 7.6; b) iz 4. zadatka u odjeljku 7.6? Zračni raspor je $\delta = 1,6$ mm.

a) $\lambda_z = 0,098$, $X_{\sigma z} = 0,054 \, \Omega$;

b) $\lambda_z = 0,142$, $X_{\sigma z} = 0,052 \, \Omega$

2. Kolike bi bile vrijednosti λ_z i $X_{\sigma z}$ iz 1. a zadatka kad bi utor bio poluzatvoren, s utorskim otvorom $b_0 = 5$ mm?

[$\lambda_z = 0,255$, $X_{\sigma z} = 0,139 \, \Omega$]

7.8. Rasipanje glava namota

Rasipni tok u glavama ovisi o geometrijskom obliku glava, i bit će to veći što je veća dužina vodiča u glavama l_g . Na osnovi istraživanja i mjerenja navode se ove vrijednosti za rasipnu vodljivost glava λ_g :

Rotor	Statorski namot	
	1-slojni	2-slojni
1-slojni	0,50	0,40–0,30
2-slojni	0,40	0,30
Kavezni	0,35	0,25–0,15

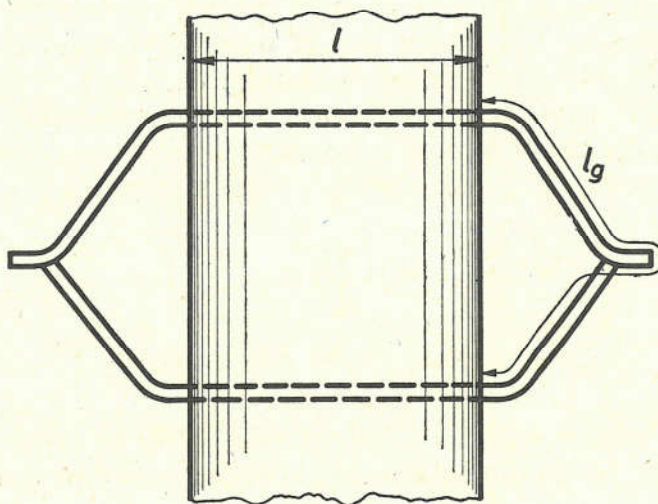
Pri tome treba u izraz za reaktanciju uvrstiti izraz:

$$\frac{l_g}{l} \lambda_g$$

tako da je *rasipna reaktancija glave namota*:

$$X_{\sigma g} = K_1 \frac{l_g}{l} \lambda_g \quad (1)$$

jer ovo rasipanje ovisi o dužini glave l_g , a ne o dužini utora l (sl. 1), i ne ovisi izrazitije o tome da li snop vodiča u glavi dolazi iz jednog ili iz q utora.



Sl. 1. Rasipanje glava namota

7.8. Zadaci

1. Odredite rasipnu vodljivost glave namota i pripadnu reaktanciju za stator stroja iz 2. zadatka u odjeljku 7.6. ako je dužina vodiča (utor + glava namota) 1 100 mm, a rotor je kavezni. Kakve bi bile te vrijednosti za stroj iz 4. zadatka odjeljka 7.6?

$$[\lambda_g = 0,20, X_{\sigma g} = 1,15 \, \Omega, \text{ iste}]$$

2. Kakve bi bile vrijednosti λ_g i $X_{\sigma g}$ iz 1. zadatka kad bi rotor bio s 2-slojnim 2-faznim namotom?

$$[\lambda_g = 0,30, X_{\sigma g} = 1,72 \, \Omega]$$

7.9. Dvostruko ulančeno rasipanje

Protjecanje namota može se prikazati osnovnim harmoničkim članom i čitavim nizom prostornih viših harmoničkih članova. Za član reda ν amplituda je u omjeru:

$$\Theta_\nu : \Theta_1 = \frac{f_{n\nu}}{\nu} : \frac{f_{n1}}{1} \quad (1)$$

manja od one osnovnog člana (v. odjeljke 4.2. i 6.3). U trofaznoga okretnog protjecanja gube se svi članovi djeljivi sa 3, pa preostaju članovi $\nu = 5, 7, 11, 13$ itd. ili općenito:

$$\nu = 6k \pm 1, k = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

Odgovarajući tokovi su opet ν puta manji od osnovnog toka iste amplitude, pa uz namotni faktor $f_{n\nu}$ induciraju napone koji se prema naponu osnovnoga harmoničkog člana odnose kao:

$$U_\nu/U_1 = \left(\frac{f_{n\nu}}{\nu}\right)^2 / f_{n1}^2. \quad (3)$$

Ako su tada namotni faktori za više članove drugog namota manji nego u prvoga, bit će u drugom namotu inducirani napon u odgovarajućoj mjeri manji, unatoč tome što su silnice ulančene i s jednim i s drugim namotom. Odatle naziv *dvostruko ulančeno rasipanje*. Pri znatnom potiskivanju viših harmoničkih članova iz sekundarnog dijela može se računati kao da je veza jednog i drugog namota samo osnovni harmonički član, a praktički se svi viši harmonički članovi pripisuju u dvostruko ulančeno rasipanje.

Glavna reaktancija namota 1 bila je:

$$X_{m1} = K_1 \lambda_0 f_{n1}^2.$$

Uz pretpostavku — koja je vrlo blizu točnoj slici — da tu reaktanciju daje osnovni harmonički član toka, bit će dio reaktancije koji valja ubrojiti u dvostruko ulančeno rasipanje:

$$X_{\sigma_{\nu 1}} = X_{m1} \frac{U_\nu}{U_1} = X_{m1} \sigma_{\nu 1} \quad (4)$$

pa se može i ovdje uvesti *specifična rasipna vodljivost*:

$$\lambda_{\nu 1} = \lambda_0 f_{n1}^2 \sigma_{\nu 1} \quad (5)$$

uz:

$$\sigma_{\nu 1} = \sum_{\substack{k=1 \\ \nu=6k\pm 1}}^{k=\infty} \left(\frac{f_{n\nu}}{\nu f_{n1}}\right)^2, \quad (6)$$

tako da je *reaktancija dvostruko ulančenog rasipanja* za primarnu stranu:

$$X_{\sigma_{\nu 1}} = K_1 \lambda_{\nu 1} = K_1 \lambda_0 f_{n1}^2 \sigma_{\nu 1} \quad (7)$$

i analogno tome za sekundarnu stranu:

$$X_{\sigma_{\nu 2}} = K_2 \lambda_{\nu 2} = K_2 \lambda_0 f_{n2}^2 \sigma_{\nu 2}. \quad (8)$$

7.9. Zadaci

1. Koliko je dvostruko ulančena rasipna vodljivost λ_v i pripadna reaktancija za stator iz 2. zadatka u odjeljku 7.6. Valja uzeti u obzir prvih šest od postojećih harmoničkih članova.

$$[\lambda_v = 0,0116, X_{\sigma v} = 0,038 \Omega]$$

2. Koliko je λ_v i $X_{\sigma v}$ za stator iz 4. zadatka odjeljka 7.6? (Zonski namotni faktor treba uzeti iz 6.3, table 3, za $q = \infty$.)

$$[\lambda_v = 0,0244, X_{\sigma v} = 0,080 \Omega]$$

7.10. Rasipna reaktancija

Ukupna rasipna reaktancija namota računa se zatim kao zbroj svih razmatranih reaktancija, karakteriziranih specifičnim rasipnim vodljivostima λ . To su rasipanja u utoru (λ_u), među glavama zubi (λ_z), u glavama namota (λ_g) i dvostruko ulančeno rasipanje (λ_v) tako da je *ukupna rasipna reaktancija namota*:

$$X_{\sigma} = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \left(\frac{z}{100} \right)^2 \left(\frac{\lambda_u}{q} + \frac{\lambda_z}{q} + \lambda_g \frac{l_g}{l} + \lambda_v \right), \quad (1)$$

gdje je:

$$\lambda_v = \lambda_0 f_{n1}^2 \sigma_v.$$

Tu rasipnu reaktanciju treba dodati glavnoj reaktanciji da bi se dobila *ukupna reaktancija* strujnog kruga:

$$X_1 = X_{m1} + X_{\sigma1} = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \left(\frac{z_1}{100} \right)^2 \left[\frac{m_1}{3} \lambda_0 f_{n1}^2 (1 + \sigma_{v1}) + \frac{\lambda_{u1}}{q_1} + \frac{\lambda_{z1}}{q_1} + \lambda_{g1} \frac{l_{g1}}{l} \right]. \quad (2)$$

Analogni izraz može se napisati za $X_{\sigma2}$, odnosno X_2 :

$$X_2 = X_{m2} + X_{\sigma2} = 3,95 \frac{f}{50} \frac{l_i}{2p} \left(\frac{z_2}{100} \right)^2 \cdot \left[\frac{m_2}{3} \lambda_0 f_{n2}^2 (1 + \sigma_{v2}) + \frac{\lambda_{u2}}{q_2} + \frac{\lambda_{z2}}{q_2} + \lambda_{g2} \frac{l_{g2}}{l} \right]. \quad (3)$$

7.10. Zadaci

1. Kolika je rasipna reaktancija statora iz 2. zadatka u odjeljku 7.6. sa 72 utora? Rotor je s 2-slojnim 2-faznim namotom. Treba upotrijebiti rezultate iz prijašnjih zadataka.

$$[X_{\sigma1} = 2,75 \Omega]$$

2. Kolika je rasipna reaktancija statora iz 4. zadatka u odjeljku 7.6. sa 108 utora? Rotor je s 2-slojnim 2-faznim namotom.

$$[X_{\sigma 1} = 2,83 \, \Omega]$$

3. Rotor stroja u 2. zadatku odjeljka 7.6. ima 2-fazni namot sa 160 vodiča po fazi, $f_{n2} = 0,880$. Rasipna reaktancija po fazi rotora iznosi $0,577 \, \Omega$. Kolika je ukupna rasipna reaktancija po fazi statora ako su utori rotora neskošeni?

$$[X'_\sigma = 5,85 \, \Omega]$$

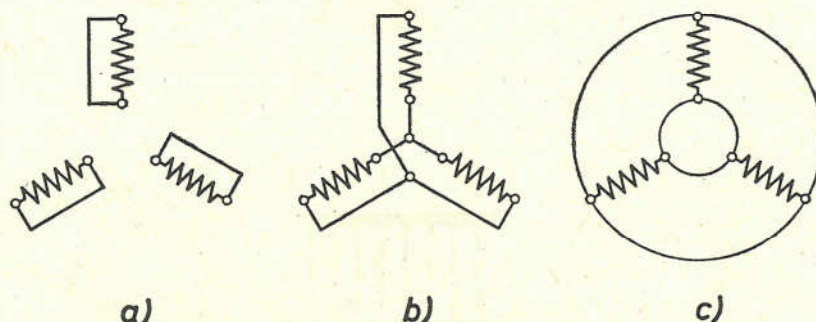
4. Kolika je ukupna rasipna reaktancija u 3. zadatku reducirana na fazu statora ako je skošenje rotorskih utora $m_s = 3/72$? (Reaktancija glavnog toka izračunana je u 2. zadatku iz odjeljka 7.6.)

$$[f_\beta = 0,989, X_\beta = 2,87 \, \Omega, X'_\sigma = 8,78 \, \Omega]$$

8. KAVEZNI NAMOT

8.1. Mnogofazni kratkospojni namot

Struje u namotu mogu teći djelovanjem galvanski izvana priključenog napona, no mogu teći i zbog naponâ koji se induciraju u namotu, bez ikakvih vodljivih priključaka izvana. U oba slučaja strujni krug mora biti zatvoren. Kod galvanskog napajanja krug se zatvara preko vanjskog izvora struje, a za sasvim induktivno napajanje potreban je namot koji se zatvara sam u sebi, kratkospojni namot.



Sl. 1. Kratkospojni trofazni namot: a) sa zasebnim kratkim spojem svake faze; b) s dva zvjezdišta; c) s dva kratkospojna prstena

Induktivno napajani namot može se sastojati od bilo kojeg broja faznih namota, u kojima okretno polje inducira napone i struje. Na slici 1. shematski je prikazan trofazni namot kod kojega je svaka faza za sebe kratko spojena, kako bi mogle teći inducirane struje (a), ili su počeci svih faza spojeni u jedno zvjezdište, a svršeci u drugo (b), ili su svi počeci i svi svršeci spojeni po jednim kratkospojnim prstenom (c). Inducirane struje simetrično su razmaknute u fazi, a njihova protjecanja isto su tako razmaknuta u prostoru, pa se sve struje toga simetričnog višefaznog sistema u zvjezdištu poništavaju, a njihova protjecanja daju jedno zajedničko okretno protjecanje. Djelovanje namota u 1. a, b i c je isto.

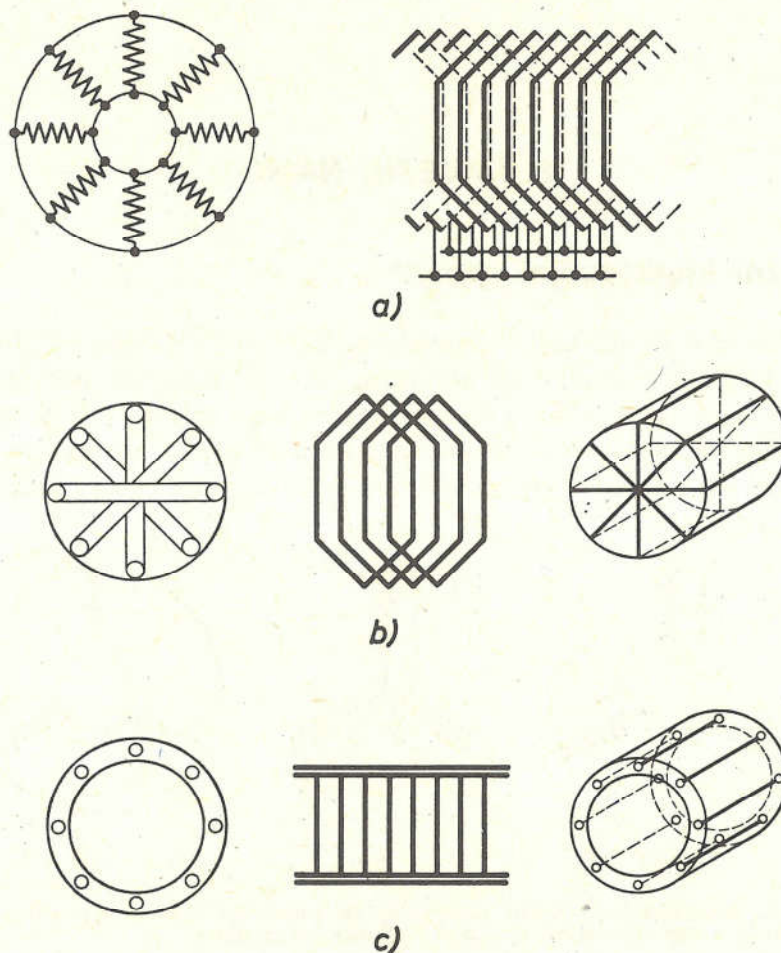
Broj faznih namota nije vezan za broj faza mreže za napajanje, kao kod galvanskog napajanja, pa ga možemo birati po volji (sl. 2. a).

Jednostavan namot može se izvesti ako se u svaki utor stavi po jedan vodič, pa se dva dijametralno smještena vodiča spoje u jedan kratko spojeni zavoj. Uz ukupno N utora dobivamo broj faza (sl. 2. b):

$$m = \frac{N}{2},$$

a broj zavoja po fazi bit će:

$$w = 1.$$



Sl. 2. Višefazni kratkospojni namot: a) s po jednim svitkom; b) s po jednim zavojem; c) s po jednim štapom po fazi

Još je jednostavnije ako se svi utorski štapovi kratko spoje posebno s jedne a posebno s druge čone strane rotora (sl. 2 c). To se može izvesti po jednim kratkospojnim prstenom sa svake čone strane, koji ne mora biti izoliran, kao što to ne moraju biti ni štapovi takva namota u utorima. Umjesto jednog zavoja svaki fazni namot se tada sastoji samo od jednog štapa, pa vrijedi:

$$m = N - \text{broj faza jednak je broju utora} \quad (1)$$

$$w = \frac{1}{2} - \text{broj zavoja po fazi je } \frac{1}{2} \text{ (1 vodič po fazi).} \quad (2)$$

Takav namot može se izvesti golim štapovima od bakra ili mjedi, a kod manjih motora tlačnim lijevanjem aluminija u uture, pri čemu se zajedno izliju i oba kratkospojna prstena. Zbog svog izgleda naziva se *kavezni namotom*.*

* Katkada nazivan i »Krletkastim namotom«.

8.1. Zadaci

1. Koliko štapova ima 48-fazni kavezni namot 4-polnog stroja? [48]
2. Koliko štapova ima 48-fazni kavezni namot 6-polnog stroja? [48]
3. Koliko zavoja po fazi ima kavezni namot iz 1. i 2. zadatka? [1/2]
4. Dva statora jednakih dužina i provrta namotani su ovako:
 stator A — 3-fazni 4-polni namot,
 stator B — 3-fazni 6-polni namot.

Na raspolaganju su četiri rotora jednakih dimenzija, koji pristaju u statore. Namotani su:

- rotor a — 3-fazni 4-polni namot,
- rotor b — 3-fazni 6-polni namot,
- rotor c — 2-fazni 4-polni namot,
- rotor d — 42-fazni kavezni namot.

Koje su kombinacije statora i rotora dopuštene da bi motor uopće mogao raditi?

[A — a, c, d; B — b, d]

8.2. Naponi i struje u kavezu

Napon koji se inducira u štapu kaveza po zakonu $u = B l v$ ovisi o relativnoj brzini štapa prema polju indukcije. Uz $v = \text{konst.}$ taj napon kao funkcija vremena *vjerno preslikava krivulju raspodjele indukcije* u rasporu kao funkciju prostorne koordinate x :

$$u(t) = l v B(x). \quad (1)$$

Promatramo li samo osnovni harmonički član raspodjele indukcije:

$$B_x = B_1 \sin \frac{\pi}{\tau_p} x,$$

dobivamo uz kutnu brzinu ω_m relativnog kretanja štapa prema polju:

$$x = v t = \frac{D}{2} \omega_m t$$

$$u_1 = l v B_1 \sin v \frac{\pi}{\tau_p} t = l v B_1 \sin p \omega_m t. \quad (2)$$

Frekvencija napona je:

$$f = \frac{p \omega_m}{2\pi}.$$

Sinusni izmjenični napon štapa 2 zaostaje za sinusnim naponom štapa 1 za električni fazni kut α koji odgovara geometrijskom kutu između susjednih utora α_g :

$$\alpha = p \alpha_g = p \frac{2\pi}{N}$$

$$u_2 = l v B_1 \sin(p \omega_m t - \alpha). \quad (3)$$

Naponi pojedinih štapova mogu se prikazati simbolički:

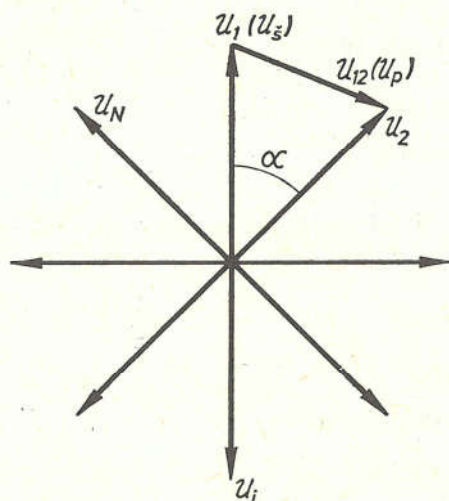
$$u_1 = U \quad (4)$$

$$u_2 = U e^{-j\alpha}$$

$$u_3 = U e^{-j2\alpha}$$

$$u_i = U e^{-j(i-1)\alpha}$$

$$u_N = U e^{-j(N-1)\alpha},$$



Sl. 1. Zvijezda i poligon napona N-faznoga simetričnog sistema

a predočuju ih krakovi zvijezde napona prema slici 1. Ta zvijezda prikazuje napone N-faznoga simetričnog sistema.

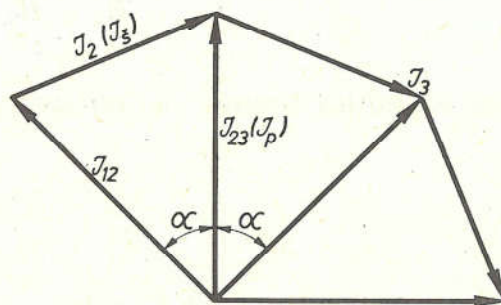
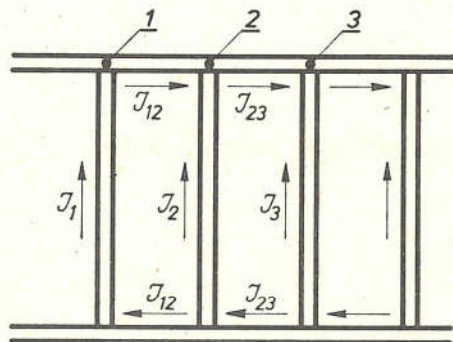
Naponi koji se induciraju u štapovima tjeraju u kavezu struje, koje isto tako čine *simetrični višefazni sistem struja*. Svaki štap redom dolazi u položaj prethodnog štapa kad prijeđe — relativno prema polju — kut α . Slika struje ponavlja se u različitim štapovima s vremenskim pomakom koji odgovara električnom kutu među utorima α . To isto vrijedi i za struje u odsječcima kratkospojnih prstena, pa se može prema slici 2. napisati:

$$I_2 = I_1 e^{-j\alpha} \quad (5)$$

$$I_3 = I_2 e^{-j\alpha}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$I_i = I_{i-1} e^{-j\alpha},$$



Sl. 2. Struje u štapovima i prstenima kaveza

odnosno:

$$\mathcal{I}_{23} = \mathcal{I}_{12} e^{-j\alpha} \quad (6)$$

$$\mathcal{I}_{34} = \mathcal{I}_{23} e^{-j\alpha}$$

$$\mathcal{I}_{i(i+1)} = \mathcal{I}_{(i-1)i} e^{-j\alpha}.$$

Promatranjem čvorišta, npr. 2, izlazi da je struja štapa jednaka razlici struja susjednih segmenata prstena:

$$\mathcal{I}_2 = \mathcal{I}_{23} - \mathcal{I}_{12}. \quad (7)$$

Označimo *struju štapa* 1 sa $\mathcal{I}_s$, a *struju prstena* u odsječku 1–2 sa $\mathcal{I}_p$, pa jednadžba (7) daje:

$$\mathcal{I}_s e^{-j\alpha} = \mathcal{I}_p e^{-j\alpha} - \mathcal{I}_p$$

$$\mathcal{I}_s = \mathcal{I}_p (1 - e^{+j\alpha}) = \mathcal{I}_p [(1 - \cos \alpha - j \sin \alpha)].$$

Promatramo li iznose struja, dobivamo odnos:

$$I_s = I_p 2 \sin \frac{\alpha}{2} = I_p 2 \sin \frac{p\pi}{N} = k_p I_p \quad (8)$$

$$I_p = I_s \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{I_s}{2 \sin \frac{p\pi}{N}} = \frac{I_s}{k_p}, \quad (9)$$

gdje je *faktor preračunavanja struje prstena na struju štapa*:

$$k_p = 2 \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \sin \frac{p\pi}{N}. \quad (10)$$

Geometrijski kut među štapovima:

$$\alpha_g = \frac{2\pi}{N}$$

predstavlja za osnovni harmonički član polja sa $2p$ polova električni kut:

$$\alpha = \frac{2\pi p}{N}. \quad (11)$$

Polje prostornoga harmoničkog člana reda v s ukupno $2pv$ polova po obodu ima polni korak τ_p/v , pa geometrijskom kutu α_g odgovara električni kut:

$$\alpha_v = \frac{2\pi p v}{N}.$$

Kut između vektora napona susjednih štapova za zvijezdu napona koje inducira prostorni harmonički član indukcije reda ν bit će ν puta veći:

$$\alpha_\nu = \nu \alpha,$$

a isto tako kut između vektora struje. Istim postupkom kao kod osnovnog člana može se za struje koje inducira harmonički član reda ν izvesti odnos struje štapa i struje prstena:

$$\mathcal{I}_{s_\nu} = \mathcal{I}_{p_\nu} (1 - e^{j\nu\alpha}),$$

odnosno:

$$I_{s_\nu} = I_{p_\nu} 2 \sin \frac{\nu\alpha}{2} = I_{p_\nu} 2 \sin \frac{\nu p \pi}{N} = I_{p_\nu} k_{p_\nu}. \quad (12)$$

Za harmonički član reda ν faktor preračunavanja struje prstena na struju štapa jest:

$$k_{p_\nu} = 2 \sin \frac{\nu\alpha}{2} = 2 \sin \frac{\nu p \pi}{N}. \quad (13)$$

Osnovni harmonički član struje u prstenu bit će redovno znatno veći od struje u štapu. Za više harmoničke članove odnosi tih struja mogu biti različiti.

Strujom kaveza može se nazivati bilo struja u štapu, bilo struja u prstenu, računajući s konstantnim odnosom među njima. Kad u daljem razmatranju bude riječ o »struji kaveza«, smatrat će se pod tim nazivom struja u štapu kaveza:

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_s. \quad (14)$$

8.2. Zadaci

1. Kavezni rotor sa $N = 48$ utora nalazi se u 6-polnom statoru. Kolik je fazni kut između napona induciranih u štapovima?
[22,5°]
2. Isti rotor nalazi se u 4-polnom statoru. Kolik je fazni kut između napona u štapovima?
[15°]
3. U štapu kaveznog namota iz 1. zadatka teče struja od 400 A. Kolika struja teče u prstenu?
[1 025 A]
4. Isto pitanje kao u 3. zadatku za motor iz 2. zadatka?
[1 530 A]
5. Kolik mora biti odnos presjeka prstena i presjeka štapa kaveza u 1. zadatku ako dopustimo isto opterećenje u A/mm²?
[2,56]
6. Isto pitanje za motor iz 2. zadatka.
[3,83]

7. Ako su štap i prsten u 3. zadatku kod struje u štapu od 400 A opterećeni do termičke granice, a omjer presjeka prstena i štapa je 2,56, koja je dopuštena struja u štapu istog kaveza kad se nalazi u 4-polnom statoru?

[268 A]

8. U štapu kaveza iz 1. zadatka teče struja od 60 A koju inducira sedmi harmonički član polja u rasporu. Kolika struja sedmog člana teče u prstenu?

[30,6 A]

8.3. Otpor i rasipanje

Otpor jednog štapa može se računati kao:

$$r_s = \varrho \frac{l}{q}, \quad (1)$$

gdje specifični otpor ϱ treba uzeti za temperaturu kod koje se otpor računa, dakle za 75°C ako nikakva temperatura nije specificirana, a l i q su dužina i presjek štapa.

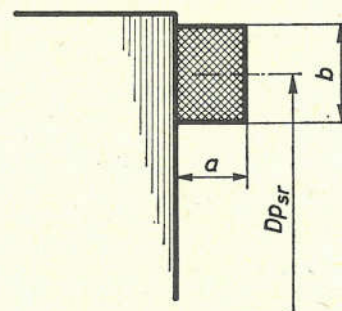
Slično se može izračunati otpor jednog segmenta prstena između susjednih štapova:

$$r_p = \varrho \frac{l_p}{q_p}, \quad (2)$$

gdje je obično dovoljno točno uzeti dužinu segmenta (sl. 1):

$$l_p = \frac{D_{psr} \pi}{N}$$

i njegov presjek $q_p = a b$.



Sl. 1. Dimenzije kratkospojnog prstena

Jednu fazu čini jedan štap i dva segmenta prstena (sa svake čeonice strane po jedan). Dok je štap dio višefaznog namota spojenoga u *zvijezdu*, segmenti prstena su dio namota spojenoga u *poligon*. Poznata su pravila pretvorbe sistema impedancija spojenih u poligon u ekvivalentni sistem spojen u zvijezdu. Ako su otpori jednakih iznosa, kao kod segmenata kratkospojnih prstenova, može se zaključiti kolik je *ekvivalentni fazni otpor* iz sasvim jednostavnoga energetskog razmatranja. Utrošena snaga u ekvivalentnome faznom otporu R mora biti jednaka utrošenoj snazi u štapu i u dva pripadna segmenta prstena:

$$I_s^2 R = I_s^2 r_s + I_p^2 2 r_p.$$

Uz prije izvedeni odnos $I_p = I_s/k_p$ dobiva se:

$$R = r_s + \frac{2 r_p}{k_p^2} = r_s + \frac{2 r_p}{\left(2 \sin \frac{p \pi}{N}\right)^2}. \quad (3)$$

Naravno da bi isti rezultat dala i pretvorba poligona otpora u zvijezdu. Isti zaključak vrijedi i za reaktancije, pa se reaktancija po fazi kaveznog namota računa ovako:

$$X_{\sigma} = x_s + \frac{2 x_p}{k_p^2} = x_s + \frac{2 x_p}{\left(2 \sin \frac{p \pi}{N}\right)^2}. \quad (4)$$

Reaktancije x_s (štapa) i x_p (segmenta prstena) računaju se kako je izvedeno u odjeljcima 7.6. i 7.8. Budući da ovdje ukupni broj utora po fazi iznosi $2 p q = 1$, a broj vodiča po utoru je $z_1 = z = 1$, može se reaktancija izraziti uvrštavanjem u prije izvedene izraze:

$$x_s = 0,4 \pi^2 10^{-4} \frac{f}{50} l_i (\lambda_u + \lambda_z). \quad (5)$$

Rasipne vodljivosti po jedinici dužine stroja λ_u i λ_z računaju se kako je već pokazano.

Rasipna vodljivost po jedinici dužine prstena obično se računa:

$$\lambda_p = 0,46 \log \frac{2,35 D_{psr}}{2 a + b} \quad (6)$$

uz oznake prema slici 1. Reaktancija je tada:

$$x_p = 0,4 \pi^2 10^{-4} \frac{f}{50} l_p \lambda_p. \quad (7)$$

Umjesto dužina štapa l ovdje se računa s dužinom segmenta l_p , kao i pri izračunavanju otpora.

Za više harmoničke članove prostornog reda v fazni kut između naponâ ili strujâ susjednih utora je v puta veći, što utječe i na preračunavanje veličina poligona na veličine zvijezde.

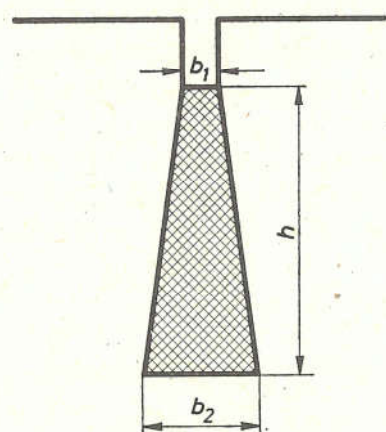
Dakako da su otpori r_s i r_p te reaktancije x_s i x_p isti za bilo koji v (ako zanemarimo potiskivanje struje kod viših frekvencija), ali *ukupni otpor*:

$$R_v = r_s + \frac{2 r_p}{k_{pv}^2}, \quad (8)$$

odnosno reaktancija:

$$X_{\sigma v} = x_s + \frac{2 x_p}{k_{pv}^2} \quad (9)$$

mogu se bitno razlikovati, te ovisе o redu v harmoničkog člana koji promatramo.



Sl. 2. Duboki (klinasti) utor

Kod dubokih utora (sl. 2) potiskivanje struje može znatno utjecati na otpor i rasipnu vodljivost štapa, što se primjenjuje kod asinhronih motora s dubokim

utorima za postizanje boljih poteznih momenata uz manje potezne struje. Otpor i rasipna vodljivost štapa kod izmjenične struje iznose:

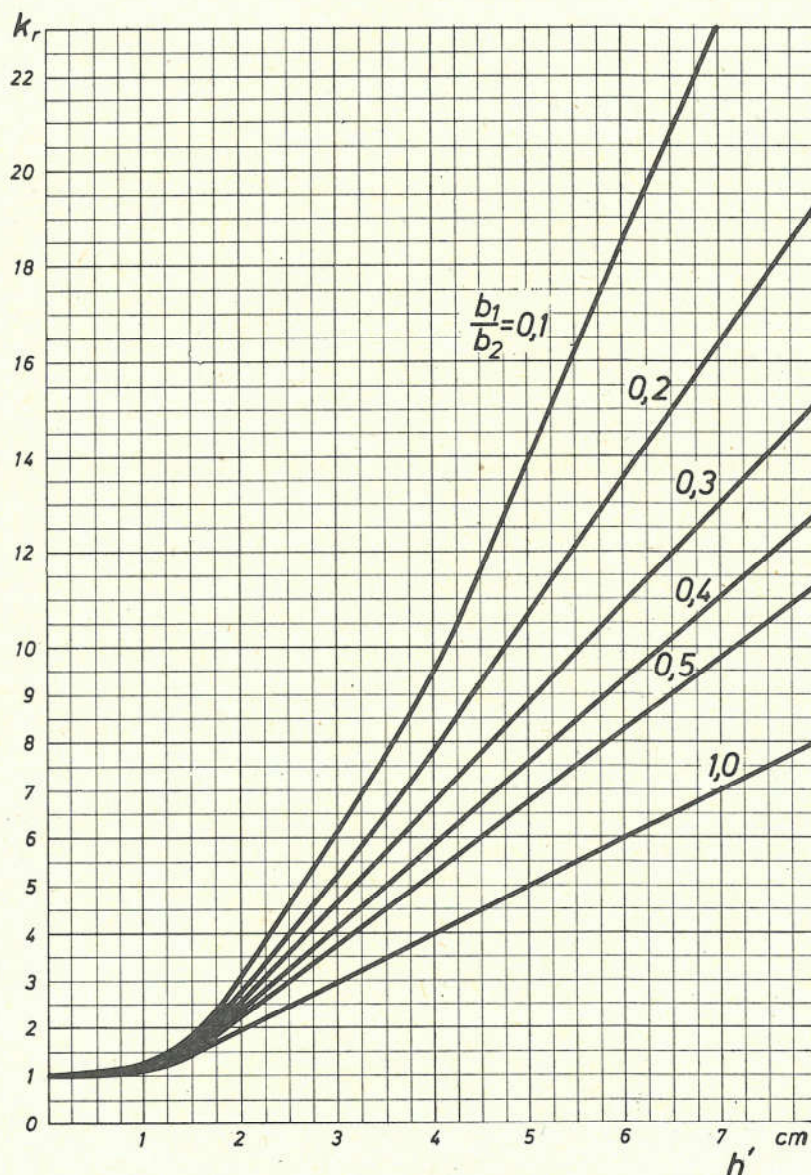
$$r_{\sim} = k_r r_s, \quad k_r > 1 \quad (10)$$

$$\lambda_{u\sim} = k_x \lambda_{us}, \quad k_x < 1, \quad (11)$$

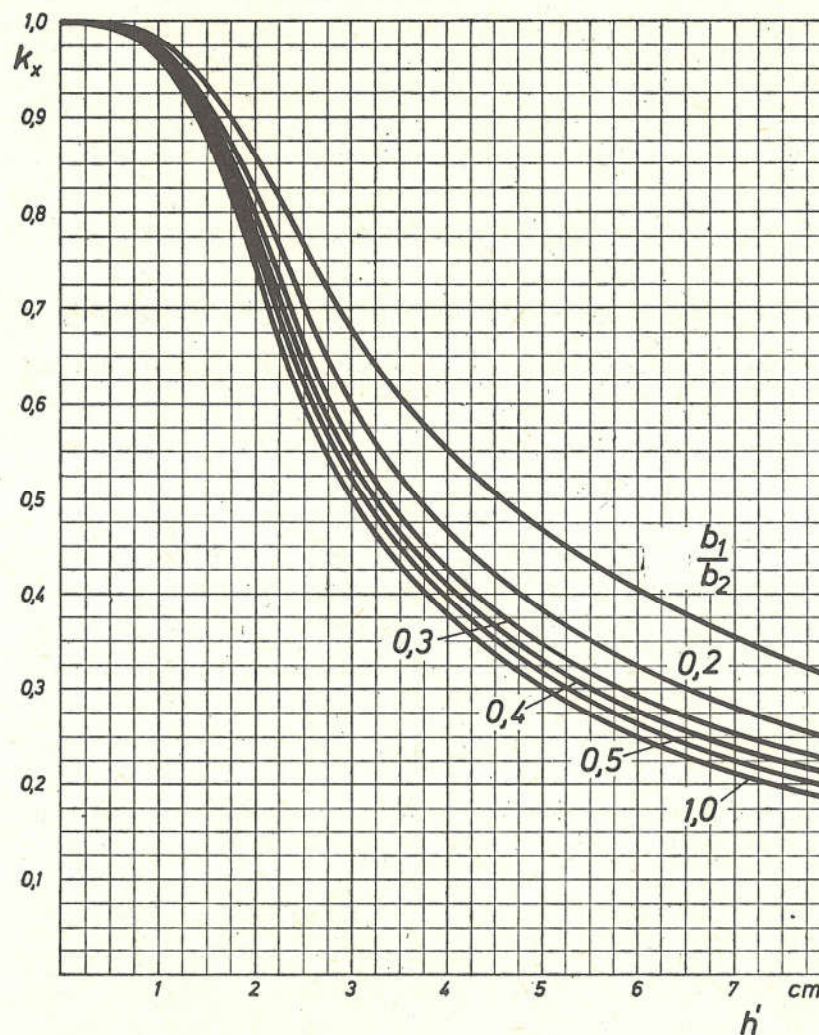
gdje su r_s i λ_{us} vrijednosti kod kojih nije uzeto u obzir potiskivanje struje.

Faktori k_r i k_x mogu se očitati s dijagrama (sl. 3. i 4) ovisno o *reduciranoj visini vodiča* h' i omjeru b_1/b_2 (sl. 2). Reducirana visina se računa (u cm):

$$h' \approx h \, 0,02 \sqrt{\frac{f}{\rho}}, \quad (12)$$



Sl. 3. Faktor k_r za određivanje utjecaja potiskivanja struje na otpor štapa



Sl. 4. Faktor k_x za određivanje utjecaja potiskivanja struje na rasipnu vodljivost štapa

gdje je h visina vodiča (u cm), f je frekvencija struje u vodiču, a ρ specifični otpor (u $\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$). Ta korekcija potrebna je kod dubokih utora i kod frekvencija $f \approx f_{\text{mreže}}$ kakve se javljaju u času dok motor još nije krenuo. Poslije, kad je brzina vodiča približno jednaka brzini okretnog polja, postaje iznos $f = s f_{\text{mreže}}$ vrlo malen, pa je $h' < 1$, što daje $k_r \approx 1$, tj. potiskivanja praktički nema, kao ni kod vodiča male visine h .

Pri izračunavanju *dvostruko ulančenog rasipanja kaveza* treba uočiti da kavezni mnogofazni namot proizvodi okretno polje s osnovnim harmoničkim članom koji ima broj polova statora, te više harmoničke članove zbog promjenljive reluktancije po obodu reda:

$$\nu = k \frac{N_2}{p} \pm 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (13)$$

kao što je pokazano u odjeljcima 4.8. i 6.3. Namotni faktor za kavez je $f_n = f_{nv} = 1$ zbog jednog štapa po fazi. Izraz:

$$\sigma_\nu = \sum \left(\frac{f_{nv}}{\nu f_{n1}} \right)^2 \quad (14)$$

prelazi za kavez, kad se uzmu u obzir postojeći članovi reda ν , u izraz:

$$\sigma_{\nu_2} = \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{\left(k \frac{N_2}{p} + 1\right)^2} + \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{\left(k \frac{N_2}{p} - 1\right)^2},$$

a to se može — zanemarujući jedinicu prema $k \frac{N_2}{p}$ — predložiti kao:

$$\begin{aligned} \sigma_{\nu_2} &\approx 2 \left(\frac{p}{N_2}\right)^2 \left(1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots\right) = 2 \left(\frac{p}{N_2}\right)^2 \frac{\pi^2}{6} \\ \sigma_{\nu_2} &\approx \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{p}{N_2}\right)^2. \end{aligned} \quad (15)$$

8.3. Zadaci

1. Kavezni rotor 4-polnog motora promjera $D = 230$ mm i dužine 180 mm, s rasporom $\delta = 0,4$ mm, ima 44 utora prema slici 4.b u odjeljku 7.6, dimenzija $h = 1$ mm, $b_0 = 1$ mm, $d = 10$ mm. Dimenzije kratkospojnih prstena (sl. 1) su $a = 15$ mm, $b = 20$ mm, $D_{pr} = 210$ mm. Kavez je od aluminija specifične vodljivosti kod 75°C od $26,5 \frac{1}{\Omega \text{ mm}^2}$. Kolik je otpor štapa, otpor segmenta prstena i ukupni otpor po fazi rotora?

$$[r_s = 0,865 \cdot 10^{-4} \Omega, r_p = 1,887 \cdot 10^{-6} \Omega, R = 1,33 \cdot 10^{-4} \Omega]$$

2. Kolika je rasipna reaktancija štapa, rasipna reaktancija prstena i ukupna reaktancija po štapu za kavez iz 1. zadatka? Valja uzeti u obzir utorsko rasipanje i rasipanje među glavama zubi.

$$[x_s = 1,35 \cdot 10^{-4} \Omega, x_p = 2,71 \cdot 10^{-6} \Omega, X_\sigma = 2,02 \cdot 10^{-4} \Omega]$$

3. U dubokom utoru nalaze se štapovi od plosnatog bakra 40×6 mm, specifične vodljivosti $47 \frac{1}{\Omega \text{ mm}^2}$. Koliko se postotno mijenja otpor i induktivitet štapa ako se frekvencija mijenja od 0 do 50 Hz?

$$[+ 280\%, -61\%]$$

4. Kolika je reaktancija glavnog toka za rotor iz 1. zadatka ako je $\alpha_i = 0,7$, a $\delta'' = 0,93$ mm.

$$[X_{m_2} = 169 \cdot 10^{-4} \Omega]$$

5. Kolika je reaktancija dvostruko ulančenog rasipanja rotora iz 1. zadatka?

$$[X_{\sigma_{\nu_2}} = 1,15 \cdot 10^{-4} \Omega]$$

8.4. Preračunavanje na primarni namot

Utori kaveznog rotora često se izvode skošeno. Kako je već u 7.5. izvedeno, naponi, struje i impedancije preračunavaju se na primarni namot upotrebom omjera *efektivnih brojeva zavoja*:

$$k_{12} = \frac{w_1 f_{n1}}{w_2 f_{n2}}. \quad (1)$$

Za kavez vrijedi:

$$w_2 = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$f_{n2} = 1 \quad (3)$$

$$k_{12} = 2 w_1 f_{n1} = z_1 f_{n1}. \quad (4)$$

Skošenje treba uzeti u račun prema formulama (14), (15) i (16) u odjeljku 7.5.

Broj faza kaveza je:

$$m_2 = N_2 \quad (5)$$

pa za preračunavanje konačno vrijedi prema formulama (14), (15) i (16) iz 7.5:

$$U'_2 = U_2 k_{12} \frac{1}{f_\beta} \quad (6)$$

$$I'_2 = I_2 \frac{f_\beta}{k_{12}} \frac{N_2}{m_1} = I_2 \frac{f_\beta N_2}{m_1 z_1 f_{n1}} \quad (7)$$

$$X'_2 = X_2 \left(\frac{k_{12}}{f_\beta} \right)^2 \frac{m_1}{N_2} = X_2 \frac{m_1}{N_2} \left(\frac{z_1 f_{n1}}{f_\beta} \right)^2 \quad (8)$$

$$R'_2 = R_2 \left(\frac{k_{12}}{f_\beta} \right)^2 \frac{m_1}{N_2} = R_2 \frac{m_1}{N_2} \left(\frac{z_1 f_{n1}}{f_\beta} \right)^2. \quad (9)$$

8.4. Zadaci

1. Kavezni rotor iz zadatka 1, 2, 4. i 5. u odjeljku 8.3. smješten je u 3-fazni 4-polni stator sa 564 vodiča po fazi i s namotnim faktorom $f_{n1} = 0,960$. Statorski namot ima otpor po fazi $R_1 = 2,72 \, \Omega$ i rasipnu reaktanciju $X_{\sigma 1} = 5,66 \, \Omega$. Koliki su rotorski otpor i rasipna reaktancija reducirani na fazu statora? Kolika će biti struja kratkog spoja ako je narinut napon po fazi 380 V i 50 Hz (zanemaruje se glavna reaktancija i računa samo s rasipnom)? Rotor je neskošen.

$$[R'_2 = 2,66 \, \Omega, X'_{\sigma 2} = 6,34 \, \Omega, I_k = 28,9 \, \text{A}]$$

2. Rotor u 1. zadatku skošen je za jedan statorski utor ($m_s = 1/36$). Koliko je povećanje rasipne reaktancije? Kolika je struja kratkog spoja?

$$[f_\beta = 0,995, X_{m1} = 338 \, \Omega, X'_\beta = 3,5 \, \Omega, I_k = 23,1 \, \text{A}]$$

3. Kolika struja teče u štapu rotora, a kolika u prstenu kod kratkog spoja iz 1. zadatka?

$$[I_{sk} = 1\,067\text{ A}, I_{pk} = 3\,748\text{ A}]$$

4. Isto pitanje, ali za skošeni rotor iz 2. zadatka.

$$[I_{sk} = 857\text{ A}, I_{pk} = 3\,011\text{ A}]$$

8.5. Utjecaj poprečnih struja

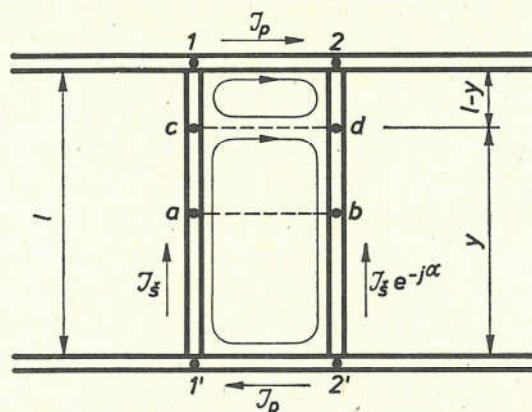
Kavezni namot obično nije izoliran, već su goli štapovi od bakra utisnuti u uture, ili je aluminijski kavez uliven u paket limova s utorima. Pri tome postoji bolji ili slabiji kontakt s limovima u utoru, ovisno o tome kolika je zračnost utora, ili koliko se izolirajućega oksidnog sloja stvorilo između štapa i željeza.

Uz idealnu pretpostavku da je taj prijelazni otpor jednak uzduž štapa, može se zamisliti da je paket podijeljen na mnogo jednakih dijelova dužine dy i da je za svaki takav dio otpor između dva susjedna štapa isti. Između susjednih štapova teći će — općenito — struje kroz limove paketa, slično kao što na čeonim stranama teku kroz kratkospojne prstene. Zbog rasipnih magnetskih polja treba računati ne samo s djelatnim otporom već s ukupnom impedancijom poprečnih staza za čitav štap $\mathcal{Z}_a$, kojoj odgovara vodljivost $\mathcal{Y}_a = 1/\mathcal{Z}_a$. Za element dužine dy vodljivost iznosi:

$$\mathcal{Y}_a = \frac{1}{\mathcal{Z}_a} = \frac{\mathcal{Y}_a}{l} dy = \frac{1}{\mathcal{Z}_a l} dy (1/\Omega). \quad (1)$$

Ta vodljivost je — po idealnoj pretpostavci — za svaku poprečnu strujnicu jednaka. Raspodjela poprečnih struja po dužini y ovisit će o razlici potencijala na oba kraja strujnice, tj. između susjednih štapova na mjestu y :

$$d\mathcal{I}_{a(y)} = \mathcal{U}_{a(y)} \mathcal{Y}_a. \quad (2)$$



Sl. 1. Naponi na poprečnim stazama neskošenih utora

Razmotrimo kavez s *neskošenim* utorima prema slici 1. i uzmimo da su poprečne struje relativno malene prema struji štapa, tako da je struja štapa po čitavoj dužini približno nepromijenjena. Za čitavu petlju 1'—1—2—2'—1' može se napisati osnovna jednadžba:

$$\frac{d\hat{\Phi}}{dt} = \oint \mathcal{E} ds.$$

Tok petlje mijenja se pri rotaciji po sinusnom zakonu, pa se može pisati za fazor toka petlje:

$$\frac{d\hat{\Phi}}{dt} = j \omega \hat{\Phi}.$$

Za padove napona vrijedi:

$$\oint \mathcal{E} ds = \mathcal{I}_s z_s + \mathcal{I}_p z_p - \mathcal{I}_s e^{-ja} z_s + \mathcal{I}_p z_p = \mathcal{I}_s z_s (1 - e^{-ja}) + \mathcal{I}_p 2 z_p,$$

gdje je z_s impedancija štapa, z_p je impedancija segmenta prstena, a α fazni kut između struja susjednih štapova. Odnos struje prstena i struje štapa prema sl. 2. u odjeljku 8.2. može se prikazati izrazom:

$$\mathcal{I}_p = \mathcal{I}_s \frac{1}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} j e^{-ja/2} = \frac{\mathcal{I}_s}{k_p} e^{j \left(\frac{\pi - \alpha}{2} \right)}. \quad (3)$$

Te struje su, dakle, u čvrstoj vezi. Označimo kompleksne izraze:

$$z_s (1 - e^{-ja}) = \mathcal{Z}_s \text{ — impedancija štapova u petlji} \quad (4)$$

$$2 z_p = \mathcal{Z}_p \text{ — impedancija prstena u petlji} \quad (5)$$

tako da osnovna jednadžba poprima jednostavni oblik:

$$j \omega \hat{\Phi} = \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s + \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p. \quad (6)$$

Za neskošene štapove indukcija je po čitavoj dužini štapa u određenom času ista, pa će obuhvaćeni tok petlje 1'—c—d—2'—1' prema slici 1. do visine y biti:

$$\hat{\Phi}_y = \frac{y}{l} \hat{\Phi},$$

a u petlji c—1—2—d—c:

$$\hat{\Phi}_{l-y} = \frac{(l-y)}{l} \hat{\Phi}.$$

Osnovne jednadžbe za jednu i drugu petlju jesu:

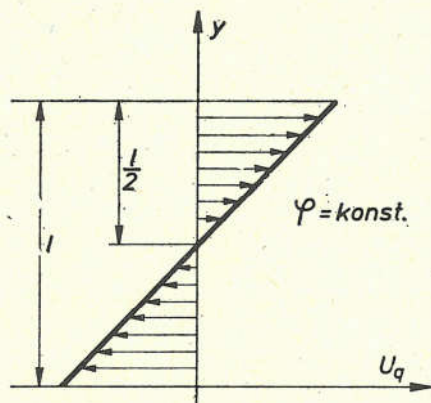
$$j \omega \hat{\Phi} \frac{y}{l} = \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s \frac{y}{l} + \mathcal{I}_p \frac{\mathcal{Z}_p}{2} + \mathcal{U}_{cd}$$

$$j \omega \hat{\Phi} \frac{l-y}{l} = \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s \frac{l-y}{l} + \mathcal{I}_p \frac{\mathcal{Z}_p}{2} - \mathcal{U}_{cd}.$$

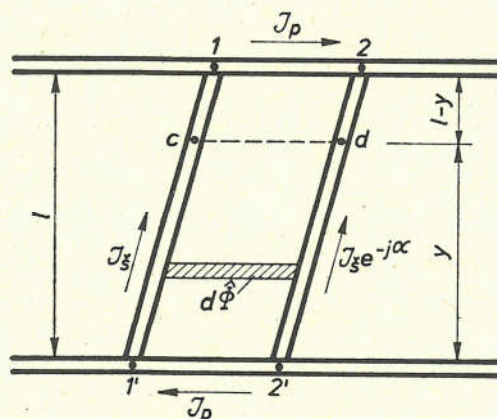
Odbijanjem jednadžbi dobiva se:

$$U_{cd} = (j \omega \hat{\Phi} - \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s) \left(\frac{y}{l} - \frac{1}{2} \right) = \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p \left(\frac{y}{l} - \frac{1}{2} \right). \quad (7)$$

Raspodjela poprečnog napona, a time i poprečnih struja, *linearно se mijenja* po dužini paketa, a u sredini paketa je nula (sl. 2) ako su štapovi neskošeni. Specijalno u slučaju da je impedancija prstena zanemarivo malena bit će po čitavoj dužini paketa $U_{cd} = 0$, a to znači i $\mathcal{I}_q = 0$.



Sl. 2. Raspodjela poprečnih napona kod neskošenih utora



Sl. 3. Naponi na poprečnim stazama skošenih utora

Drukčija je slika kod *skošenih utora* (sl. 3). Tokovi $d\hat{\Phi}$ u pojedinim elementima paketa visine d y pomaknuti su u fazi za kut $d\beta$, pa se zbrajaju vektorski. Za središnji električni kut β koji odgovara skošenju m_s dobiva se ukupni tok petlje kako je već prije za napone izvedeno:

$$\Phi_\beta = \Phi f_\beta, \quad (8)$$

što se vidi na slici 4. Za petlju $1'-c-d-2'-1'$ prema slici 3. obuhvaćeni tok je $\hat{\Phi}_y$, a za gornju petlju $c-1-2-d-c$ tok je $\hat{\Phi}_{l-y}$. Njihov zbroj je $\hat{\Phi}_\beta$.

Jednadžbe su za jednu i drugu petlju:

$$j \omega \hat{\Phi}_y = \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s \frac{y}{l} + \mathcal{I}_p \frac{\mathcal{Z}_p}{2} + U_{cd}$$

$$j \omega \hat{\Phi}_{l-y} = \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s \frac{l-y}{l} + \mathcal{I}_p \frac{\mathcal{Z}_p}{2} - U_{cd},$$

pa poprečni napon izlazi kao:

$$U_{cd} = j \omega \frac{\hat{\Phi}_y - \hat{\Phi}_{l-y}}{2} - \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s \left(\frac{y}{l} - \frac{1}{2} \right). \quad (9)$$

Za čitavu petlju vrijedi:

$$j \omega \hat{\Phi}_\beta = \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s + \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p, \quad (10)$$

gdje su dva granična slučaja:

$$(1) \quad \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s \approx 0, \quad j \omega \hat{\Phi}_\beta \cong \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p$$

$$(2) \quad \mathcal{I}_p \mathcal{Z}_p \approx 0, \quad j \omega \hat{\Phi}_\beta \cong \mathcal{I}_s \mathcal{Z}_s,$$

tj. kavez *velike impedancije prstena* u usporedbi sa štapom (1) i, obratno, kavez *zanemarive impedancije prstena* (2).

Za slučaj (1) vrijedi:

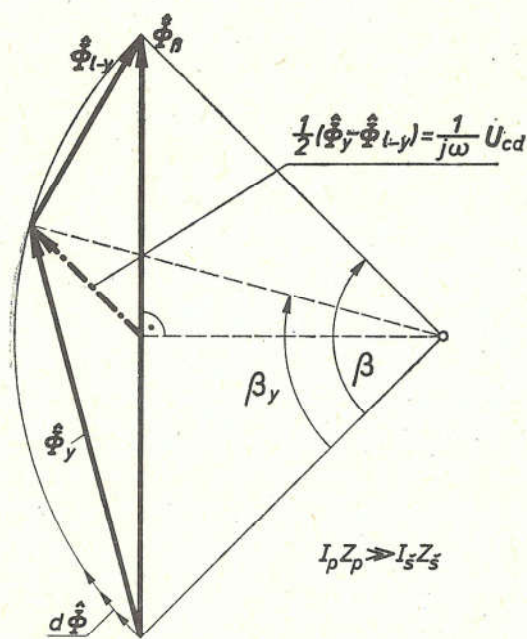
$$U_{cd} \cong j \omega \frac{\hat{\Phi}_y - \hat{\Phi}_{l-y}}{2}, \quad (11)$$

što se može lijepo otčitati s fazorskog dijagrama na slici 4. uz argument:

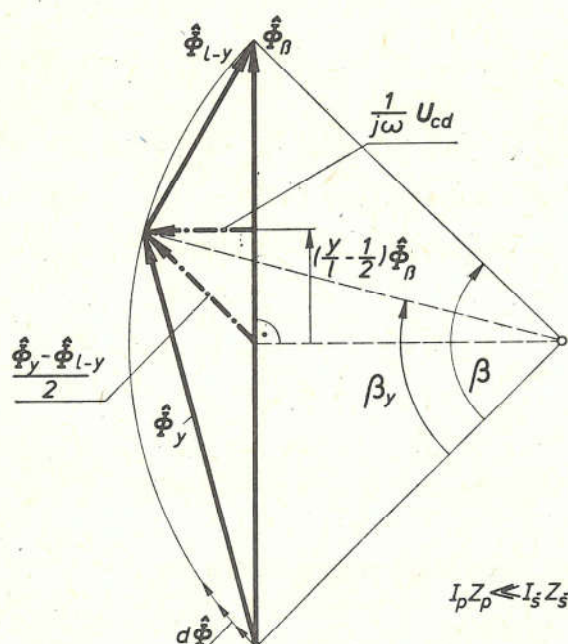
$$\beta_y = \beta \frac{y}{l}.$$

Za slučaj (2) izraz (9) može se preurediti u:

$$U_{cd} \cong j \omega \frac{\hat{\Phi}_y - \hat{\Phi}_{l-y}}{2} - \left(\frac{y}{l} - \frac{1}{2} \right) j \omega \hat{\Phi}_\beta. \quad (12)$$



Sl. 4. Određivanje poprečnih napona uz veliku impedanciju prstena



Sl. 5. Određivanje poprečnih napona uz zanemarivu impedanciju prstena

Na slici 5. vidi se grafička metoda određivanja poprečnog napona prema tom izrazu. U skošenih utora pojavljuju se poprečne struje i onda kad je impedancija prstena vrlo mala, što nije bilo kod neskošenih utora. Poprečna struja u skošenih utora teče i sredinom paketa. Fazni joj se kut po dužini paketa kontinuirano mijenja.

Račun postaje zamršeniji kad se uzme u obzir utjecaj poprečnih struja na jakost struje u štapu, no iole egzaktniji račun nije moguć jer je prijelazni otpor od štapa na paket vrlo neodređen i u istom paketu raspoređen na nepravilan način.

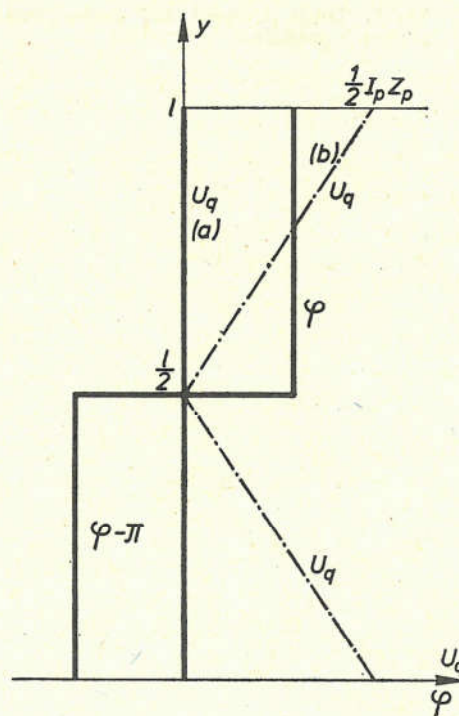
Poprečne struje utječu na *gubitke u kavezu* i na ovisnost *razvijenog momenta* o relativnoj brzini kaveza prema okretnom polju. Viši harmonički članovi polja, zbog ν puta povećanih električnih kutova među utorima α_ν , odnosno kutova skošenja β_ν , mogu svojim jako izraženim poprečnim strujama izazvati neočekivane deformacije u krivulji razvijenog momenta, koje *kvare karakteristike motora*.

8.5. Zadaci

1. Treba nacrtati kvalitativno raspored poprečnog napona po dužini paketa za kavezni rotor s neskošenim utorima i dobrim kontaktom štapova sa stijenkama utora: a) za $I_p Z_p \approx 0$; b) za $I_p Z_p \neq 0$. Valja predočiti iznos napona U_q i fazni kut φ prema po volji odabranome referentnom položaju.

[Sl. 6]

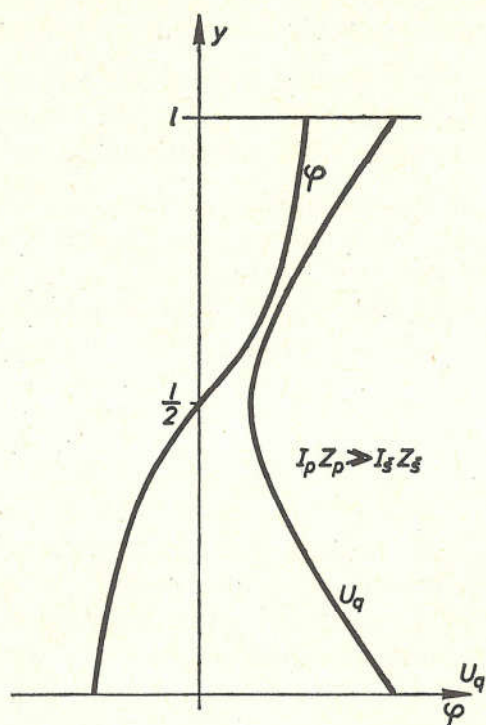
Sl. 6. Iznos i fazni kut poprečnog napona prema 1. zadatku



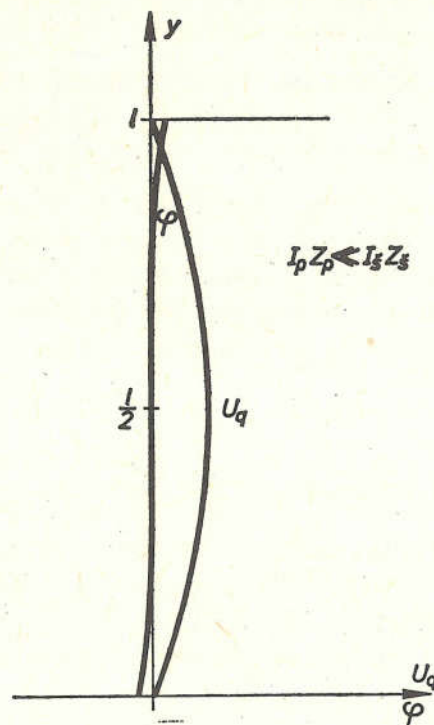
2. Isto za uture sa skošenjem $m_s = \frac{2}{18}$, $p = 3$, i to za slučaj velike impedancije prstena u usporedbi sa štapom. Treba ucrtati i fazni kut poprečnog napona.

[Sl. 7]

3. Kao u 2. zadatku, ali za primjer zanemarivo male impedancije prstena.



Sl. 7. Iznos i fazni kut poprečnog napona prema 2. zadatku

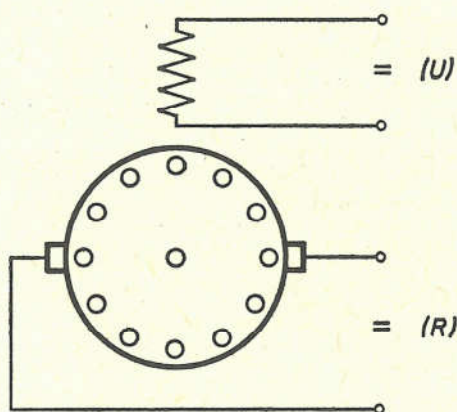


Sl. 8. Iznos i fazni kut poprečnog napona prema 3. zadatku

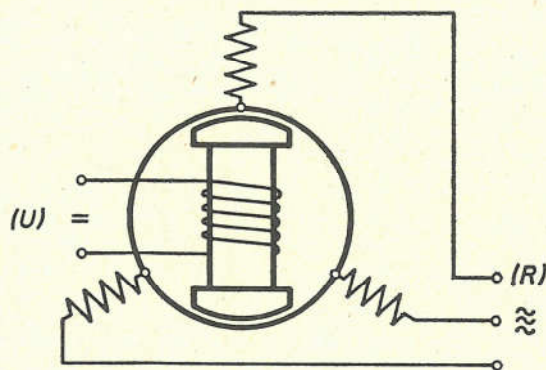
9. PODJELA ELEKTRIČNIH STROJEVA

Namoti električnih strojeva mogu se napajati istosmjernom ili izmjeničnom strujom.

Istosmjerna struja uzrokuje protjecanje koje miruje u odnosu prema vodičima što sudjeluju u njegovu stvaranju (*uzbudni namot U* na sl. 1. i 2). U odnosu prema drugim vodičima to protjecanje može se gibati bilo tako da rotira dio stroja uzbuđen istosmjernom strujom (sl. 2), bilo da rotira dio stroja s drugim vodičima (sl. 1). Karakteristično je za promatrane uzbudne namote prema slici 1. i 2. da njihovi vodiči relativno prema polju miruju.



Sl. 1. Shematski prikaz namota istosmjernog stroja



Sl. 2. Shematski prikaz namota sinhronog stroja

Struja u takvu namotu napajanje iz izvora istosmjernog napona, kad se jednom ustali, određena je visinom napona i omskim otporom R strujnog kruga. Za vrijeme promjena — porasta ili opadanja — na trenutne vrijednosti struje utječu i naponi samoindukcije i međuinukcije, tj. samoinduktivitet i međuinuktiviteti prema ostalim strujnim krugovima, što je predmet razmatranja prijelaznih pojava. U stacionarnom stanju ta je struja konstantna; za njezino održavanje izvor troši samo snagu I^2R za pokrivanje gubitaka Jouleove topline, te ne dobavlja energiju koja se pretvara u mehanički rad ili obratno. Takav namot, koji sudjeluje u stvaranju polja, ali kroz koji *ne prolazi električna energija namijenjena pretvorbi*, naziva se *čistim uzbuđnim namotom*.

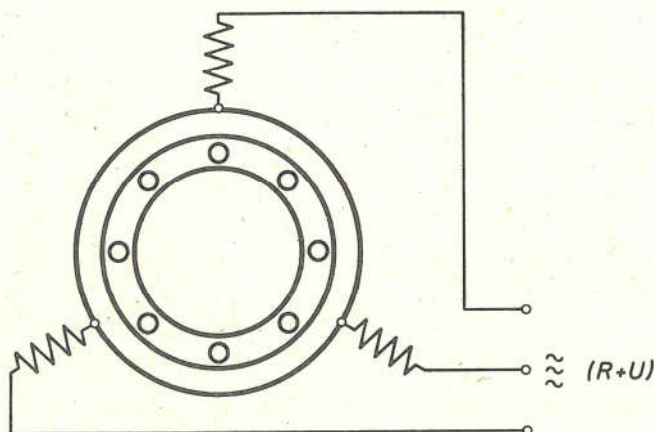
Kolektorski namot prema slici 1. napajan je također istosmjernom strujom, koja se na kolektoru pretvara u izmjeničnu struju namota. Takav namot također daje protjecanje koje miruje u prostoru, ali se njegovi vodiči gibaju prema polju. U njima se inducira veći ili manji napon, koji određuje jakost struje i snagu koju će namot davati ili uzimati. Taj namot *direktno sudjeluje u pretvorbi energije*, — to je *radni namot* (R na sl. 1. i 2).

Namot priključen na *izmjenični napon* stvara izmjenični tok, koji inducira protunapon, kao kod transformatora. Omski otpor R ovdje je sasvim sporednog

značenja za visinu struje koju će namot uzimati. Protunapon mora, zajedno s padovima napona u djelatnom i rasipnom otporu namota, održati *ravnotežu narinutom naponu*. Time je određena potrebna veličina toka, a iz mreže će teći upravo tolika struja magnetiziranja kolika je potrebna da se taj tok stvori. Ako je to višefazni namot priključen na višefaznu mrežu, stvara se okretno polje (sl. 3), koje zahtijeva višefaznu struju magnetiziranja. Jednofazno protjecanje može se rastaviti na dva suprotna okretna protjecanja, pa ih razmatrati istim metodama.

Sinhroni stroj prema slici 2. priključen je višefaznim statorskim namotom na mrežu, a rotor je uzbuđen istosmjernom strujom (uzbudni namot) i vrti se sinhrono s okretnim poljem statora. Ako polje koje je uzбудio rotor inducira u statoru napone jednake naponima mreže, ravnoteža je uspostavljena. No ako je uzbuđena rotora preniska ili previsoka, stator će uzimati iz mreže dodatnu uzбудnu struju — pozitivnu ili negativnu — da bi uspostavio ravnotežu.

Kod *asinhronog stroja* (sl. 3) rotorski namot je kratko spojen. Čitavu uzbudnu struju za stvaranje toka mora tu preuzeti statorski namot, koji je istodobno *radni i uzbudni namot*.



Sl. 3. Shematski prikaz namota asinhronog stroja

Za pretvorbu energije na električnome rotacionom stroju moraju uvijek postojati dva elementa: 1. namot kojemu se vodiči gibaju relativno prema polju stroja, i u njima se zbog toga *induciraju naponi*, pa je sposoban da primi ili predaje *električnu snagu*; 2. vodiči sa strujom (ili permanentni magnet, koji se može predložiti molekulskim strujama) na dijelu stroja koji se *mehanički giba*, i na koji zbog toga djeluju *sile* u smjeru gibanja, ili nasuprot njemu, tako da se dobiva ili dovodi *mehanička snaga*.

Slika 2. shematski predložuje *sinhroni stroj*. Rotor se vrti sinhrono i u njemu se ne induciraju naponi. Vodiči statora miruju, pa je njihova relativna brzina prema polju jednaka brzini okretnog polja. *Stator* je, dakle, element za dovod i odvod *električne snage*, a *rotor mehaničke*.

Na slici 3. shematski je prikazan *asinhroni stroj*. Statorski namot stvara okretno polje i brzina je okretnog polja ujedno relativna brzina vodiča statora prema polju. *Stator*, dakle, služi za dovod i odvod *električne snage*. Da bi na rotor djelovale sile potrebne su struje u kratkospojnom namotu rotora. Struje će se inducirati samo onda ako se rotor vrti brzinom različitom od brzine okretnog polja — manjom

ili većom. Odatle naziv asinhroni motor. Ako je brzina okretnog polja ω_s , a njegova relativna brzina prema rotoru $s \omega_s$, što odgovara brzini rotora $\omega_r = (1 - s) \omega_s$, inducirat će se u rotoru struje frekvencije:

$$f_2 = s f_1.$$

One će dati okretno protjecanje, koje rotira relativno prema rotoru brzinom:

$$\omega_2 = s \omega_s,$$

a relativno prema statoru brzinom:

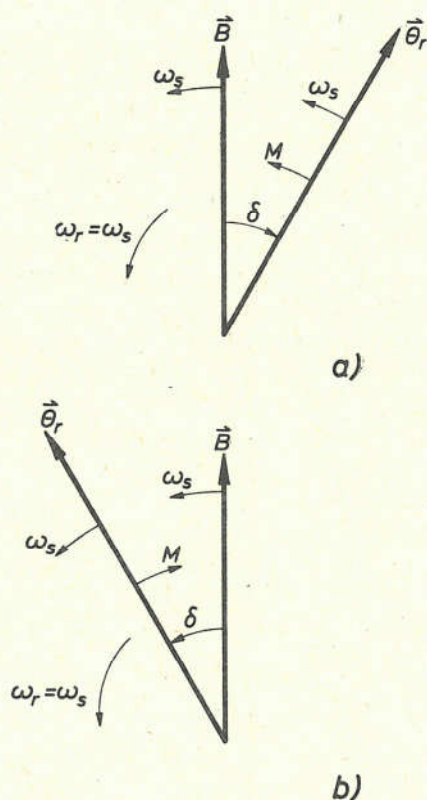
$$\omega_1 = \omega_r + \omega_2 = (1 - s) \omega_s + s \omega_s = \omega_s.$$

Rotor se vrti asinhrono, no njegovo protjecanje — bilo da je brzina rotora veća, bilo da je ona manja — rotira sinhrono s okretnim protjecanjem statorskog namota. Pri tome na vodiče rotora djeluju sile u jednom ili u drugom smjeru, pa rotor razvija ili troši *mehaničku snagu*.

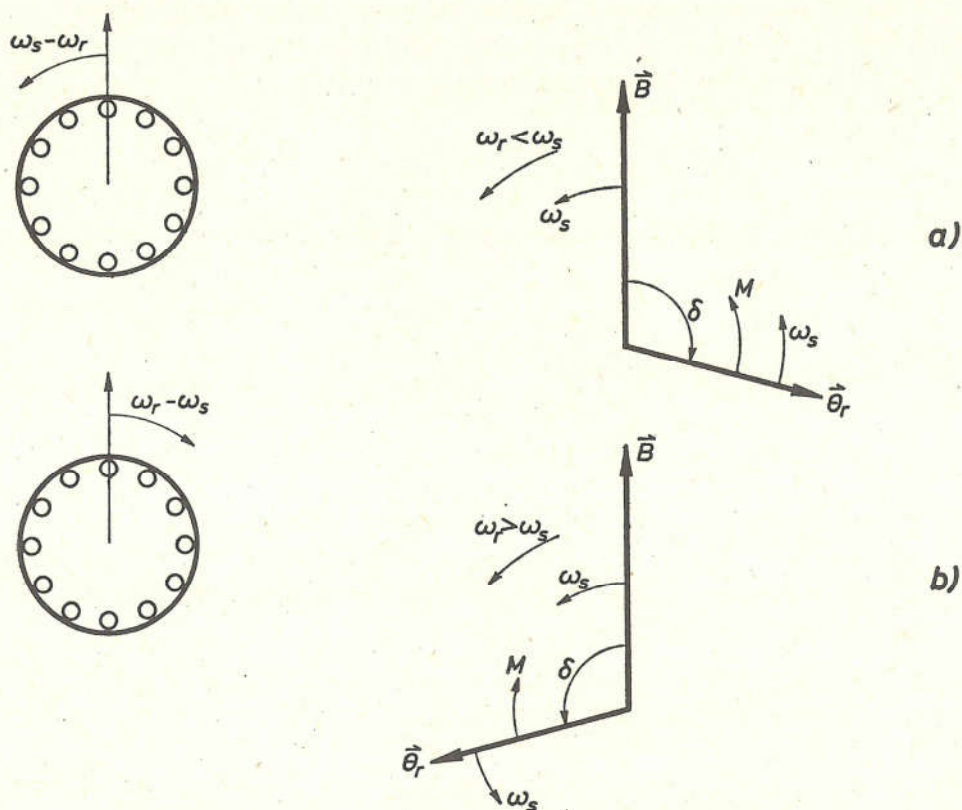
Shematski prikaz *kolektorskog stroja istosmjerne struje* na slici 1. pokazuje uzбудni namot na statoru i kolektorski namot na rotoru. U rotorskom namotu inducira se napon kod rotacije, a u njemu također teku struje koje daju sile što djeluju na rotor. Tu jedan te isti namot služi za razmjenu *električne energije* s mrežom i za razvijanje, ili utrošak, *mehaničkog rada*.

Rad *sinhronog stroja* promatran kroz vektore indukcije i protjecanja vidi se na slici 4. Razvijeni moment nastoji uvijek dovesti osi protjecanja statora i rotora u isti smjer, tj. u os vala indukcije, a po iznosu je proporcionalan sinus kuta δ . Zaostajanje rotora za kut δ (npr. kod kočenja na osovini) rezultira momentom na rotor u smjeru vrtnje (*motorski rad*, sl. 4. a). Obrnuto, pomak rotora naprijed za kut δ (npr. kod pogona na osovini) daje suprotni moment (*generatorski rad*, sl. 4. b). Kad rotor ne bi rotirao sinhrono, kut δ bi poprimao sve vrijednosti od 0 do 2π za svaki okretaj okretnog polja relativno prema rotoru, pa bi prosječna vrijednost momenta bila nula. Stroj normalno radi *samo pri sinhronoj brzini rotora*, pa mu odatle i naziv.

Na slici 5. vide se indukcija i protjecanje rotora *asinhronog stroja*. Već je pokazano da okretno protjecanje rotora rotira uvijek sinhrono sa statorskim protjecanjem, bez obzira na brzinu rotora. No položaj protjecanja koje daju inducirane rotorske struje uvijek zaostaje nešto više od $\pi/2$ za smjerom polja u kojemu ono siječe vodiče. Pri *podsinhronoj brzini* ($\omega_r < \omega_s$, sl. 5. a) okretno polje vrti se rela-

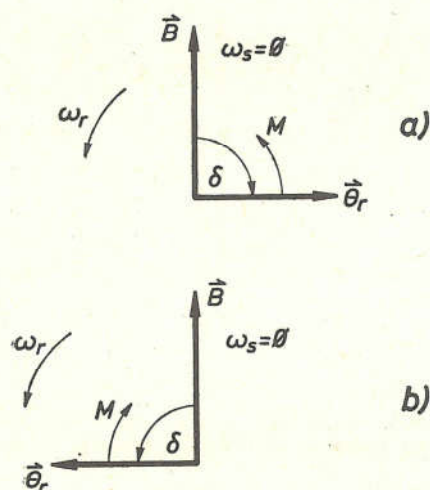


Sl. 4. Indukcija, protjecanje i razvijeni moment sinhronog stroja



Sl. 5. Indukcija, protjecanje i razvijeni moment asinhronog stroja

tivno prema rotoru u smjeru vrtnje. Odatle rezultira moment na rotor u smjeru vrtnje — stroj radi kao *asinhroni motor*. Pri *nadsinhronoj brzini* ($\omega_r > \omega_s$, sl. 5. b) okretno polje siječe vodiče rotora u smjeru suprotnome od smjera vrtnje, pa moment na rotor djeluje nasuprot smjeru vrtnje — stroj radi kao *asinhroni generator*.



Sl. 6. Indukcija, protjecanje i razvijeni moment istosmjernog stroja

Kod *istosmjernog stroja* prema slici 6. kut između osi polova i osi protjecanja uvijek je približno 90° . Smjer momenta ovisi samo o *smjeru struje*, a taj je ovisan samo o tome da li se u vodičima inducira *manji napon* ili *veći napon* od napona mreže na koju je stroj priključen. U prvom slučaju stroj radi kao *motor*, a u drugome kao

generator. Inducirani napon ovisi o brzini vrtnje, pa će stroj sam od sebe prelaziti u motorski ili generatorski rad prema tome da li ga na osovini opteretimo ili tjeramo — isto kao što se to zbiva kod sinhronog ili asinhronog stroja.

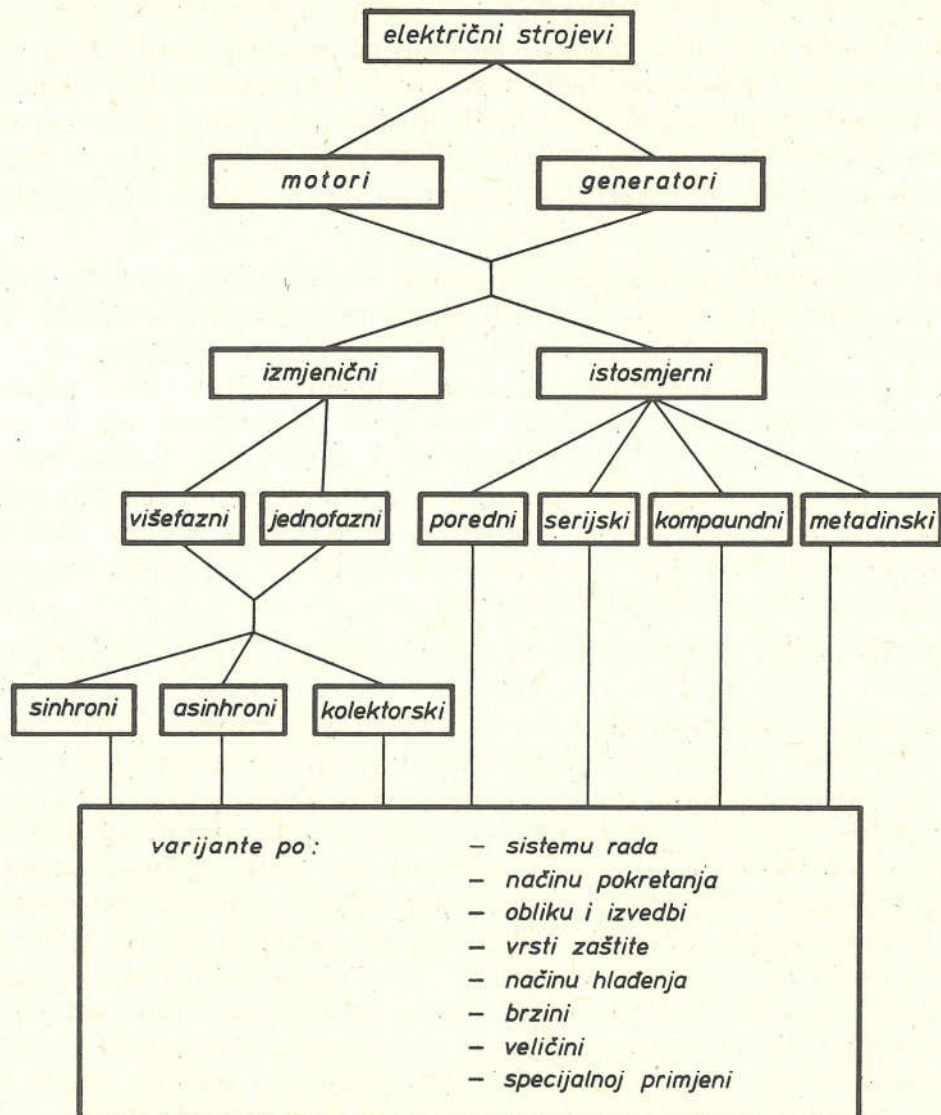
Prema smjeru pretvorbe energije za koju su strojevi namijenjeni možemo ih podijeliti na *motore* i *generatore*, iako često stroj služi i kao motor i kao generator. Tzv. jednoarmaturni pretvarači, kod kojih je stroj istodobno radio kao motor tjeran jednom vrstom struje i kao generator koji daje drugu vrstu struje, danas se praktički više ne grade, već se uzima agregat od dva stroja, ili se pretvorba obavlja na drugi način.

Prema vrsti struje razlikujemo *izmjenične* i *istosmjerne* strojeve, koji se dalje dijele prema osnovnoj izvedbi, principu rada i pogonskom ponašanju. Prema načinu napajanja *izmjenične strojeve* dijelimo na *jednofazne* i *višefazne*, a prema principu rada i pogonskom ponašanju na *sinhrone*, kod kojih je brzina kruto vezana za frekvenciju mreže, zatim *asinhrone*, kod kojih je potrebno upravo odstupanje od krute sinhrone brzine da bi funkcionirali, i *kolektorske*, koji se rjeđe susreću zbog kompliciranije izvedbe i veće osjetljivosti, a mogu se po sistemu rada i karakteristikama opet podijeliti na više varijanata. *Istosmjerne strojeve* dijelimo prema načinu uzbude, koji određuje i osnovne karakteristike u pogonu, na *poredne*, *serijske*, *kompaundirane* i *metadinske* strojeve.

Strojevi se mogu podijeliti još na mnogo načina, uzimajući svaki put u razmatranje neku drugu specifičnost. Tako se sistem rada može bazirati na uzbudi strujom ili permanentnim magnetom, na vremenskoj promjeni ili prostornom pomicanju uzbude, ili na promjeni reluktancije magnetskog kruga. Motor se može puštati u pogon pokretačem, ili direktnim priključkom na mrežu, ili na neki treći način. Po obliku i izvedbi razlikujemo strojeve s vertikalnom ili horizontalnom osovinom, sa zasebnim ili ugrađenim ležajima itd. Dalje se mogu strojevi podijeliti po stupnju i izvedbi zaštite od dodira dijelova pod naponom, od vlage i prašine, agresivne ili eksplozivne atmosfere i slično, te po načinu hlađenja, tj. izravnog hlađenja aktivnih dijelova — namota, paketa — ili indirektnoga površinskog hlađenja zrakom, uljem, vodom itd. Strojevi se grade za široki opseg brzina od najmanjih do onih od nekoliko desetaka tisuća okretaja na minutu. Dakako da to bitno utječe na konstrukciju i na njihov izgled. Isto tako bitno se mijenja čitava koncepcija stroja, počevši od principa funkcioniranja pa do upotrijebljenih materijala i izvedbe, ovisno o tome je li to mikromotor od koje tisućinke vata ili je gigantski generator od više stotina tisuća kilovata. Za posebne primjene danas se grade i posebno prilagođeni strojevi, pa govorimo o specijalnim dizaličnim, tekstilnim, mljekarским motorima, motorima za vuču itd., za razliku od motora opće namjene, kojima se zbog mjesta upotrebe ne postavljaju posebni zahtjevi i ono nije unaprijed definirano.

Svi ti električni strojevi različitog izgleda, veličine i primjene zasnivaju svoj rad na nekoliko osnovnih fizikalnih pojava i mogu se promatrati pomoću osnovnih metoda koje su izložene. Preko strujnih obloga i protjecanja te magnetskih polja, koji mogu biti mirni, vremenski ili prostorno promjenljivi, obavlja se pretvorba električne u mehaničku energiju, ili obratno. Da bi razmatranje bilo potpuno, treba uključiti u tu sliku i strujne krugove koje čine namoti stroja s vanjskim priključnim potrošačima ili mrežom. Čitava slika, od strujnih krugova do pretvorbe u zračnom rasporu i do konačne slike ponašanja stroja pri različitim pogonskim uvjetima, specifična je za pojedine vrste strojeva, i razmatra se za svaku od njih zasebno.

Shema podjele električnih strojeva prikazana je na slici 7.



Sl. 7. Shema podjele električnih strojeva

INDEKS OZNAKA

- A — rad, energija (1.3, 2.2, 3.3)
- A_1 — po jedinici volumena (2.3)
 - A_1, A_2 — dovedena svitku 1, 2 (3.3)
 - A_{ak} — akumulirana (3.3)
 - A_{el} — električna (1.1)
 - A_k — kinetička (1.3, 3.3)
 - A_m — mehanička (1.1, 3.3)
 - A_ϕ — magnetskog polja (3.3)
- A — strujni oblog (3.1)
- A_1 — amplituda osnovnoga harmoničkog člana (3.1)
 - $\mathbf{A}_1$ — vektor položaja osnovnoga harmoničkog člana u rasporu (3.1)
 - $\mathbf{A}_A, \mathbf{A}_B, \mathbf{A}_C$ — vektor, za fazu A, B, C (6.4)
 - $\mathbf{A}_a, \mathbf{A}_b, \dots$ — vektori, za namot a, b, ... (3.1)
 - $\mathbf{A}_r$ — rezultirajući vektor (3.1)
 - A_x — na mjestu x oboda (3.1)
- A — oznaka
- prednje čeonice strane (1.2), četkice na kolektoru ili kolutu (6.5)
 - skupine svitaka u kojoj se smjer induciranog napona podudara sa smjerom obilaženja (6.5)
 - A_1, A_2, A_3, A_4 — zona namatanja faznog namota A (3.1, 6.4)
- a — akceleracija (1.3)
- a — dimenzija,
- širina pravokutnog protjecanja koncentriranog namota (4.2)
 - maksimalna širina zatvorenog utora (7.6)
 - širina presjeka prstena (8.3)
 - a_0 — polovica razlike polnog koraka i širine pravokutnog protjecanja (4.2)
 - a_1 — srednji razmak polnih nastavaka (5.4)
 - a_2 — srednji razmak polnih jezgri (5.4)
- a — broj
- brojnik pravog razlomka u izrazu za razlomljeni broj utora po polu i fazi (6.4)
 - broj pari paralelnih grana kolektorskog namota (6.5)
- a — oznaka početka svitka (1.2)
- B — magnetska indukcija (1.1) (iznos), $\mathbf{B}$ (vektor)
- $\mathbf{B}$ — vektor polja (1.1)
 - $\mathbf{B}$ — vektor položaja raspodjele u rasporu (3.2, 9)
 - B_0 — koju bi jakost polja H izazvala u zraku (2.1)
 - B_1 — amplituda osnovnoga harmoničkog člana (3.1, 6.1, 6.3, 8.2)
 - $\mathbf{B}_1$ — vektor položaja osnovnoga harmoničkog člana u rasporu (3.1)
 - $B_1, B_3, \dots, B_\nu$ — amplituda prvog, trećeg, ..., ν -tog harmoničkog člana (4.8)

- B_d — uzdužna komponenta vektora $\mathbf{B}_1$ (3.1, 3.2)
 B_j — u jarmu (5.5)
 B_m — prostorna amplituda u rasporu (1.2)
 — maksimalna vrijednost pod zubom u rasporu (5.2)
 — vremenska amplituda u rasporu (2.3)
 — u homogenom krugu (7.2)
 B_n — na mjestu n -tog vodiča (1.2, 3.2, 6.5)
 B_p — u istaknutom polu (5.4)
 B_q — poprečna komponenta vektora $\mathbf{B}_1$ (3.1, 3.2)
 B_r — remanentna (2.3)
 B_{sr} — srednja vrijednost u rasporu (5.2)
 B_u — u rasporu ispod utora (1.1)
 — u utoru (5.3)
 B_z — u rasporu ispod zuba (1.1)
 B_z — u zubu, računski (5.3)
 B'_z — u zubu, stvarni (5.3)
 B_{z1}, B_{z2} — u zubu, računski, na mjestu 1, 2 (5.3)
 B_x — na mjestu x u rasporu (1.1, 3.1, 6.1)
 — na mjestu x u rasporu, ukupni (4.8)
 B_{xa} — član koji izlazi iz srednje vodljivosti raspore (4.8)
 B_{xb} — član koji izlazi iz harmoničkih članova vodljivosti raspore (4.8)
 B_y — poprečna u utoru na mjestu y (7.6)
 B_δ — maksimalna u rasporu, bez utjecaja utora (2.1, 5.2)
 $B_{v\mu}$ — amplituda člana v, μ u rasporu (6.3)
- B** — oznaka
 — suprotne čeonice strane stroja (1.2)
 — četkice na kolektoru ili kolutu (6.5)
 — skupina svitaka u kojoj je smjer induciranog napona suprotan smjeru obilaženja (6.5)
- B_1, B_2, B_3, B_4 — zona namatanja faznog namota B (3.1, 6.4)
- b** — dimenzija
 — širina utora (7.6)
 — visina presjeka prstena (8.3)
 b_0 — širina utorskog otvora (7.6)
 b_1 — širina klinastog štapa na vrhu utora (8.3)
 b_2 — širina klinastog štapa na dnu utora (8.3)
 $b_1, b_2, b_3, \dots$ — širina utora na mjestu 1, 2, 3, ... (5.3)
 b_p — širina pola u rasporu (4.8, 5.4)
 b_{pj} — širina polne jezgre (5.4)
 b_u — širina utora (1.1)
 b_z — širina zuba (1.1, 5.2)
 $b_{z1}, b_{z2}, b_{z3}, \dots$ — širina zuba na mjestu 1, 2, 3, ... (5.3)
- b** — broj, nazivnik pravog razlomka u izrazu za razlomljeni broj utora po polu i fazi (6.4)
- b** — oznaka svršetka svitka
- C** — oznaka
 — skupine svitaka u kojoj se ne induciraju naponi (6.5)
- C_1, C_2, C_3, C_4 — zona namatanja faznog namota C (3.1, 6.4)

D — dimenzija promjera

— u provrtu stroja (3.1, 6.5)

D_{prsr} — prstena, srednjeg (8.3)

D_v — vanjskog za jaram statora (5.5)

d — dimenzija promjera

— okruglog utora (7.6)

d_u — unutrašnjeg, rotora (5.5)

d_v — vanjskog, rotora (5.5)

d — oznaka za uzdužnu os dvoosnog sistema

E — električno polje

— iznos (1.1)

$\mathbf{E}$ — vektor (1.1)

$\bar{e}$ — fazor izmjeničnoga električnog polja (8.5)

F — sila

— iznos (1.1)

$\mathbf{F}$ — vektor (1.1)

F' — projekcija u smjer gibanja (1.1)

F'' — projekcija okomito na smjer gibanja (1.1)

F_0 — na sam vodič u utoru (1.1)

F_1 — koja dolazi na jedan utor (3.1)

f — frekvencija (2.3)

— napajanja statora (6.6)

f_1 — struja u statoru (9)

f_2 — struja u rotoru (9)

$f_{\bar{e}}$ — napona na četkicama (6.6)

f_{μ} — induciranih napona od vremenskog člana reda μ (6.3)

$f_{v\mu s}$ — induciranih napona od člana polja reda v , μ kod klizanja s (6.3)

f — namotni faktor

f_n — ukupni (6.3)

f_{n1} — ukupni za osnovni harmonički član (6.3)

f_{nv} — ukupni za v -ti harmonički član (6.3)

f_t — tetivni (6.3)

f_{t1} — tetivni za osnovni harmonički član (6.3)

f_{tqp} — tetivni za utorske više harmoničke članove (6.3)

f_{tv} — tetivni za v -ti harmonički član (6.3)

f_z — zonski (6.3)

f_{z1} — zonski za osnovni harmonički član (6.3)

f_{zqp} — zonski za utorske više harmoničke članove (6.3)

f_{zv} — zonski za v -ti harmonički član (6.3)

f — faktor skošenja

f_{β} — za osnovni harmonički član (7.5)

$f_{\beta v}$ — za v -ti harmonički član (7.5)

f_1, f_2 — periodičke funkcije (3.1)

g — broj

— grana namota (6.2)

— paralelno spojenih grana namota (7.4)

H — jakost magnetskog polja

— iznos (2.1)

$\mathbf{H}$ — vektor (2.1)

$H_1, H_2, H_3, \dots$ — iznos na mjestu 1, 2, 3, ... (5.3)

H_d — u dijelu magnetskog kruga dužine l_d (2.2)

H_j — u jarmu (5.5)

H_l — komponenta vektora $\mathbf{H}$ u smjeru dužine dl (2.1)

H_p — u istaknutom polu (5.4)

H_u — u utoru (5.3)

H_z — u zubu (5.3)

H_x — na mjestu x u rasporu (3.1)

H_y — poprečno u utoru na visini y (7.6)

H_δ — u rasporu (2.1)

h — dimenzije

— visina utora (7.6)

— visina štapa kaveznog rotora (8.3)

h' — reducirana visina vodiča (8.3)

h_0 — visina mostića zatvorenog utora (8.3)

$h_1, h_2, h_3, \dots$ — visina karakterističnog dijela utora 1, 2, 3, ... (5.3)

h_1 — visina plohe rasipanja među polnim nastavcima (5.4)

h_2 — visina plohe rasipanja među polnim jezgrama (5.4)

h_j — visina jarma

I — struja (iznos; efektivna vrijednost), $\mathcal{I}$ (fazor)

— jakost (1.1)

— izmjenična, efektivna vrijednost (3.4, 6.3)

$\mathcal{I}$ — simbolički vektor (fazor) sinusne struje (3.4)

$\mathcal{I}^*$ — konjugirano kompleksni fazor struje (3.4)

$I_1, I_3, \dots, I_\mu$ — efektivna vrijednost prvog, trećeg, ..., μ -tog harmoničkog člana (4.4)

$\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3, \dots$ — u namotu 1, 2, 3, ... (7.1)

I_1, I_2 — u dijelu 1, 2 električnoga analognog kruga (5.6)

$\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \dots, \mathcal{I}_i, \dots, \mathcal{I}_N$ — u štapu 1, 2, ..., i , ..., N kaveza (8.2)

$\mathcal{I}_{12}, \mathcal{I}_{23}, \dots, \mathcal{I}_{(N-1)N}$ — u prstenu između štapova 1–2, 2–3, ..., (N–1)–N (8.2)

I_1'' — namota 1 reducirana na namot 2 (7.5)

I_2' — namota 2 reducirana na namot 1 (7.3)

$\mathcal{I}_2'$ — fazor reducirane struje I_2' (7.3)

$\mathcal{I}_a, \mathcal{I}_b$ — u namotu a , b (4.6)

dI_x — u elementu oboda dužine dx (3.1)

I_{Fe} — dio uzbudne struje potreban za željezo (5.6)

I_g — grane (6.2)

I_k — kratkog spoja (8.4)

I_m — uzbudna (1.1, 5.6)

I_n — u n -tom vodiču (3.2)

I_p — u prstenu, iznos (8.2)

$\mathcal{I}_p$ — u prstenu između štapa 1 i 2 (8.2)

I_{pk} — kratkog spoja u prstenu (8.4)

I_{pv} — u prstenu inducirana od v -toga harmoničkog člana, iznos (8.2)

- $\mathcal{I}_{pv}$ — u prstenu inducirana od ν -toga harmoničkog člana okretnog polja (8.2)
 $\mathcal{I}_{q(y)}$ — poprečna, kroz element paketa dužine dy na mjestu y (8.5)
 I_s — u poprečnoj grani analognog kruga (5.6)
 $I_{\bar{s}}$ — u štapu, iznos (8.2)
 $\mathcal{I}_{\bar{s}}$ — u štapu 1 (8.2)
 $I_{\bar{s}k}$ — kratkog spoja u štapu (8.4)
 $I_{\bar{s}\nu}$ — u štapu inducirana od ν -toga harmoničkog člana okretnog polja, iznos (8.2)
 $\mathcal{I}_{\bar{s}\nu}$ — u štapu inducirana od ν -toga harmoničkog člana okretnog polja (8.2)
 I_u — jednog utora (3.1, 7.6)
 I_{δ} — dio uzbudne struje potreban za zračni raspor (5.6)
- i — trenutna vrijednost struje (2.3, 3.3, 6.3)
 $i_1, i_2, i_3, \dots$ — u namotu ili svitku 1, 2, 3, ... (3.3, 7.1)
- i — redni broj promatranoga utorskog napona u zvijezdi napona (6.4)
- J — moment tromosti (1.3)
- K — karakteristični izraz za određivanje reaktancije (7.4)
 - K_1 — primarnog namota (7.4)
 - K_2 — sekundarnog namota (7.4)
 - K_{12} — međureaktancije između primara i sekundara (7.4)
 - K_{21} — međureaktancije između sekundara i primara (7.4)
- k — koeficijent složenosti kolektorskog namota (6.5)
- k — faktor
 - k_c — Carterov (5.2)
 - k_{c1} — Carterov za stator (5.2)
 - k_{c2} — Carterov za rotor (5.2)
 - k_{Fe} — punjenja željeza (5.3)
 - k_H — gubitaka histereze (2.3)
 - k_r — utjecaja potiskivanja struje na otpor štapa (8.3)
 - k_w — gubitaka vrložnih struja (2.3)
 - k_{zas} — zasićenja (5.2)
 - k_x — utjecaja potiskivanja struje na rasipnu vodljivost štapa (8.3)
- k — korekcijski faktor
 - za računanje zasićenja u veličinu nadomjesnog raspora (7.2)
 - za rasipanje utora s 2-slojnim namotom (7.6)
 - k_1 — za rasipanje utora s 2-slojnim namotom, dio protjecan strujom (7.6)
 - k_2 — za rasipanje utora s 2-slojnim namotom, dio iznad vodiča (7.6)
 - k_j — pri određivanju magnetskog napona za jaram (5.5)
- k — odnos
 - kutnih brzina rotora i okretnog protjecanja (4.8)
 - k_{12} — efektivnih brojeva zavoja primarnog i sekundarnog namota (8.4)
 - k_p — struje štapa i struje prstena za osnovni harmonički član (8.2)
 - k_{pv} — struje štapa i struje prstena za ν -ti harmonički član (8.2)
 - k_z — presjeka utora i zuba (5.3)
- k — skraćanje svitka (6.3)
- k_s — broj utorskih koraka skošenja (7.5)

L — induktivitet

- samoinduktivitet (3.3)
- rasipni za jedan utor (7.6)
- L_1, L_2 — ukupni samoinduktivitet svitaka ili namota 1, 2 (3.3, 7.1, 7.2)
- L_{12} — međuinduktivitet (1.1, 3.3, 7.2)
- L_{21}, L_{31} — međuinduktivitet namota 2 i 1, 3 i 1 (7.1)
- L_{m1}, L_{m2} — samoinduktivitet namota 1, 2 zbog glavnog toka (7.2)
- $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$ — rasipni induktivitet namota 1, 2 (7.2)

L — dužina stroja (4.7)

l — dužina (1.1)

- ukupna, paketa limova (5.2)
- aktivna, vodiča (6.2)
- silnica u homogenome magnetskom krugu (7.2)
- štapa (8.3)
- $\mathbf{l}$ — vektor (1.1)
- l' — projekcija (1.1)
- l_1 — parcijalnog paketa (5.3)
- l_1 — polnog nastavka (5.4)
- l_2 — polne jezgre (5.4)
- l_d — dijela magnetskog kruga s konstantnim poljem (2.2)
- l_{Fe} — mjeriva, željeza u paketu (5.3)
- l_{Fen} — neto, željeza u paketu (5.3)
- l_g — vodiča u glavi namota (6.2, 7.8)
- l_i — idealna, paketa limova (5.2)
- l_{izol} — svih izolacija u paketu (5.3)
- l_j — jarma (5.5)
- l_n — n -tog vodiča, s predznakom (1.2)
- l_p — (visina) polne jezgre (5.4)
- l_p — segmenta prstena (8.3)
- l_s — jednoga rashladnog kanala (5.2)
- l'_s — koja se gubi zbog jednoga rashladnog kanala (5.2)
- l_u — (dubina) utora (5.3)
- l_z — zuba (5.3)
- l_{zr} — svih zračnosti u paketu (5.3)

M — intenzitet magnetiziranja (2.1)

M — zakretni moment

- iznos (1.3)
- $\mathbf{M}$ — vektor (1.3)
- $M_a, M_b, M_c, \dots$ — od protjecanja $a, b, c, \dots$ (3.2)
- M_{dq} — indukcije d s protjecanjem q (3.2)
- M_{qd} — indukcije q s protjecanjem d (3.2)
- M_r — na rotor (3.2)
- M_s — na stator (3.2)

m — masa (1.3)

mD^2 — zamašni moment (1.3)

m — broj faza višefaznog namota (4.6, 6.3)

m_1, m_2 — na dijelu stroja 1, 2 (7.4)

m_s — skošenje (7.5)

- N — broj
- vodiča, ukupni (1.2)
 - utora na čitavom obodu (4.8, 6.3)
 - silocijevi po jedinici širine zuba (5.2)
 - N' — silocijevi po jedinici širine utora (5.2)
 - N_1 — utora po paru polova (6.4)
 - N_k — lamela kolektora (6.5)
 - N_s — recipročna vrijednost skošenja (7.5)
- N — oznaka magnetskog pola (1.2)
- n — brzina vrtnje
- rotora (6.5, 6.6)
 - n_c — nosača četkica (6.6)
 - n_r — relativna, rotora prema okretnom polju (6.6)
 - n_s — okretnog polja (6.6)
- n — broj
- redni broj vodiča (1.2)
 - rashladnih kanala (5.2)
 - pari polova za koji se zvijezda napona ponavlja (6.4)
 - n_r — rashladnih kanala na rotoru (5.2)
 - n_s — rashladnih kanala na statoru (5.2)
- o — širina utorskog otvora (3.1)
- o_1 — statora (5.2)
 - o_2 — rotora (5.2)
- P — snaga (1.1)
- $\mathcal{P}$ — kompleksna prividna (3.4)
 - P_1 — dovedena (3.3)
 - P_2 — predana (3.3)
 - P_{ak} — koja se dobiva iz akumulirane energije ili pretvara u nju (3.3)
 - P_{el} — električna (3.3)
 - P_g — gubitaka (3.3)
 - P_j — jalova (3.4)
 - P_m — mehanička (3.3)
 - P_r — radna (3.4)
- P — gubici
- P_{Fe1} — u željezu kod $B = 1 \text{ T}$ (2.3)
 - $P_{Fe1,5}$ — u željezu kod $B = 1,5 \text{ T}$ (2.3)
 - P_H — histereze (2.3)
 - P_w — vrtložnih struja (2.3)
 - $P_{\delta f B}$ — u željezu za debljinu lima δ , frekvenciju f i indukciju B (2.3)
- P — oznaka
- početka svitka (6.2)
 - P_A, P_B, P_C — početka namota faze A, B, C (6.4)
- p — broj pari polova (3.1)
- p — faktor udjela u ukupnim gubicima u željezu
- p_H — gubitaka histereze (2.3)
 - p_w — gubitaka vrtložnih struja (2.3)

- Q — električni naboj (1.1)
 Q — broj utorskih napona razlomljenog namota koji dolazi na jednu fazu (6.4)
 q — električni naboj
 q_0 — elektrona (1.1)
 q_1 — po jedinici dužine vodiča (1.1)
 q — presjek
 q — štapa (8.3)
 q_p — prstena (8.3)
 q_u — u utoru (5.3)
 q_z — željeza u zubu (5.3)
 q — broj
 q — utora u zoni namatanja (6.3)
 q — utora po polu i fazi (6.3)
 q' — cjelobrojni dio nepravog razlomka q kod razlomljenog namota (6.4)
 q_p — utora po polu (4.8, 6.3)
 q — oznaka za poprečnu os dvoosnog sistema (3.1)
 R — otpor (1.1, 7.1)
 R — po fazi kaveza (8.3)
 R_1, R_2 — svitka 1, 2 (3.3)
 R_d — dijela električnog kruga (2.2)
 R_v — po fazi kaveza za v -ti harmonički član (8.3)
 R — magnetski otpor
 R_1 — uzbudnog dijela kruga (5.6)
 R_2 — sekundarnog dijela kruga (5.6)
 R_{j1} — jarma uzbudne strane (5.6)
 R_{j2} — jarma sekundarne strane (5.6)
 R_m — kruga (2.2)
 R_m — homogenog kruga (7.2)
 R_m — analogni (7.2)
 R_{md} — dijela magnetskog kruga (2.2)
 R_p — pola (5.6)
 R_s — rasipnog puta među polovima (5.6)
 R_z — zubi (5.6)
 R_δ — zračnog raspora (5.6)
 R — oznaka radnog namota
 r — dužina
 r — udaljenost od središta rotacije (1.3)
 r — polumjer opisane kružnice poligona napona (6.3)
 $\mathbf{r}$ — vektor položaja hvatišta sile (1.3)
 $\mathbf{r}_\perp$ — krak sile (1.3)
 r — otpor
 r_p — segmenta prstena (8.3)
 r_s — štapa (8.3)
 $r_{s\sim}$ — štapa kod potiskivanja struje (8.3)
 S — presjek (1.1)
 S — homogenoga magnetskog kruga (7.2)
 S_δ — u zračnom rasporu (2.1)

- S — oznaka
- magnetskog pola (1.2)
 - svršetka svitka (6.2)
- S_A, S_B, S_C — svršetka namota faze A, B, C (6.4)
- s — dužina (1.1)
- obodni pomak između čeonih strana skošenog utora (7.5)
- $\mathbf{s}$ — vektor linearnog dijela puta (1.3)
- s_F — projekcija puta u smjer sile (1.3)
- s — klizanje (6.3, 9)
- $s_{\nu\mu}$ — za harmonički član polja reda ν, μ (6.3)
- T — trajanje periode izmjenične veličine (3.4)
- t — vrijeme (1.1, 3.3)
- U — napon (1.1) (iznos; efektivna vrijednost), $\mathcal{U}$ (fazor)
- izmjenični, efektivna vrijednost (3.4)
 - faznog namota (6.3)
 - na četkicama istosmjernog stroja (6.5)
 - izmjenični na četkicama, efektivna vrijednost (6.6)
- $\mathcal{U}$ — simbolički vektor (fazor) sinusnog napona (3.4)
- U_1 — induciran u jednom vodiču, efektivna vrijednost (6.1)
- U_1 — induciran od osnovnoga harmoničkog člana polja (7.9)
- $U_1, U_2, \dots, U_n$ — induciran u prvom, drugom, ..., n -tom vodiču (1.2)
- U_1'' — u krugu namota 1 reduciran na namot 2 (7.5)
- U_1, U_2 — u električnome analognom krugu, za uzбудni, odnosno sekundarni dio (5.6)
- $\mathcal{U}_1, \dots, \mathcal{U}_N$ — u štapovima kaveza 1, ..., N (8.2)
- $\mathcal{U}_2'$ — u krugu namota 2 reduciran na namot 1 (7.3)
- $\mathcal{U}_{cd}$ — poprečni, između točaka c i d (8.5)
- U_d — na dijelu otpora električnog kruga (2.2)
- U_g — grane (6.2, 6.3)
- U_i — inducirani (1.1, 5.6)
- U_m — izmjenični na četkicama, maksimalna vrijednost (6.6)
- $\mathcal{U}_{q(y)}$ — poprečni između susjednih štapova na mjestu y (8.5)
- U_r — rotacije (1.1, 6.6)
- U_{sr} — srednja vrijednost (6.3)
- U_t — transformacije (1.1, 6.6)
- U_u — utora (6.3, 6.4)
- U_{uk} — zbroj napona za sve vodiče stroja (6.5)
- U_z — zone (6.3)
- $\mathcal{U}_{z1}, \mathcal{U}_{z2}$ — zone 1, 2 (6.3)
- U_x, U_y — komponente fazora utorskog napona u pravokutnome koordinatnom sustavu (6.4)
- U_ν — induciran od ν -toga harmoničkog člana okretnog polja (7.9)
- $U_{\nu\mu}$ — induciran od $B_{\nu\mu}$, efektivna vrijednost za čitav namot (6.3)
- $U_{\nu\mu 1}$ — induciran od $B_{\nu\mu}$, efektivna vrijednost za jedan vodič (6.3)
- $U_{\nu\mu s}$ — induciran od $B_{\nu\mu}$, efektivna vrijednost kod klizanja s (6.3)
- U — oznaka uzбудnog namota (9)

- u — trenutna vrijednost napona (1.2, 3.3, 6.1)
 u_1, u'_1 — dvaju vodiča istog zavoja (6.2)
 u_1, u_2 — induciranog u štapu, svitku ili namotu 1, 2 (3.3, 8.2)
 u_i — induciranog (2.3)
 u_r — rotacije (6.6)
 u_s — svitka (6.2)
 u_t — transformacije (6.6)
 u_t — kao funkcija vremena (6.1)
 u_w — jednog zavoja (6.2)
- u — broj strana svitaka kolektorskog namota po sloju jednog utora (6.5)
- V — volumen (1.1)
 — provrta
- V — magnetski napon (5.1)
 V_1 — u uzбудnom dijelu stroja (5.6)
 V_2 — u sekundarnom dijelu stroja (5.6)
 V_{10} — u uzбудnom dijelu neopterećenog stroja (5.6)
 V_{Fe} — ukupni za željezo (5.6)
 V_j — za jaram (5.5)
 V_{j1} — za jaram uzbudnog dijela stroja (5.3)
 V_{j2} — za jaram sekundarnog dijela stroja (5.3)
 V_{jr} — za jaram rotora (5.1)
 V_{js} — za jaram statora (5.1)
 V_p — za istaknuti pol (5.1, 5.4)
 V_s — na poprečnome rasipnom putu (5.3)
 V_{s0} — na poprečnome rasipnom putu kod neopterećenog stroja (5.6)
 V_{s1} — na poprečnome rasipnom putu za jedan utor (5.3)
 V_{s1y} — na poprečnome rasipnom putu u visini y od dna utora (5.3)
 V_z — za zub (5.3)
 V_{z1} — za zub uzbudnog dijela stroja (5.3)
 V_{z2} — za zub sekundarnog dijela stroja (5.3)
 V_{zr} — za zub rotora (5.1)
 V_{zs} — za zub statora (5.1)
 V_δ — za zračni raspor (5.1, 5.6)
- v — brzina
 — translacijskog gibanja (1.1)
 — obodna okretnog protjecanja u rasporu (4.5)
- $\mathbf{v}$ — vektor (1.1)
- v_n — namota (6.3)
 v_p — polja (6.3)
 v_{rel} — relativna polja prema namotu (6.3)
 v_u — prolaska silnica preko utora (6.3)
 $v_{\nu\mu}$ — okretnog protjecanja reda ν, μ (4.5, 6.3)
- w — broj zavoja (1.1)
 — faznog namota, ukupni (6.3)
 — kolektorskog namota, ukupni (6.6)
- w_1, w_2 — namota 1, 2 (7.1)
 w_p — jednog pola (5.1)
 w_s — svitka (6.2)
 w_z — po polu i po sloju (6.3)

- Z — impedancija (iznos), $\mathcal{Z}$ (kompleksna)
 $\mathcal{Z}_p$ — prstena u petlji (8.5)
 $\mathcal{Z}_q$ — poprečnih staza za čitav štap (8.5)
 $\mathcal{Z}_s$ — štapova u petlji (8.5)
 Z — ukupni broj vodiča faznog namota (7.4)
 z — broj vodiča
 — spojenih u seriju, faznog namota (6.3)
 — ukupni, kolektorskog namota (6.5)
 z_1 — jednog utora (3.1, 7.6)
 z_u — strane svitka u rotoru (6.3, 6.5)
 z — impedancija (iznos), $\mathcal{z}$ (kompleksna)
 $\mathcal{z}_p$ — prstena (8.5)
 $\mathcal{z}_q$ — poprečnih staza za dužinu štapa d_y (8.5)
 $\mathcal{z}_s$ — štapa (8.5)
 X — reaktancija
 X_1, X_2 — ukupna, za namot 1, 2 (7.1, 7.3)
 X_1'' — u krugu namota 1 reducirana na namot 2 (7.5)
 $X_{12\beta}$ — međusobna, kod skošenih utora (7.5)
 ΔX_{12} — smanjenje (međusobne reaktancije) zbog skošenja (7.5)
 X_{1u} — rasipna koja otpada na rasipanje jednog utora (7.6)
 X_2' — u krugu namota 2 reducirana na namot 1 (7.3)
 X_{m1}, X_{m2} — glavna, za namot 1, 2 (7.3)
 X_{m21}, X_{m31} — međusobna, namota 2 i 1, 3 i 1 (7.1)
 X_β — povećanje (reaktancije namota) zbog skošenja (7.5)
 X_σ — ukupna rasipna za namot (7.10)
 X_σ — po fazi kaveza (8.3)
 $X_{\sigma 1}, X_{\sigma 2}$ — rasipna za namot 1, 2 (7.3)
 $X_{\sigma g}$ — koja potječe od rasipanja u glavama namota (7.8)
 $X_{\sigma u}$ — koja potječe od rasipanja u utorima (7.6)
 $X_{\sigma u 1}, X_{\sigma u 2}$ — namota 1, 2 koja potječe od rasipanja u utorima (7.6)
 $X_{\sigma z}$ — koja potječe od rasipanja među glavama zubi (7.7)
 $X_{\sigma v}$ — po fazi kaveza za v -ti harmonički član (8.3)
 $X_{\sigma v}$ — koja potječe od dvostruko ulančenog rasipanja (7.9)
 $X_{\sigma v 1}$ — koja potječe od dvostruko ulančenog rasipanja namota 1 (7.9)
 $X_{\sigma v 2}$ — koja potječe od dvostruko ulančenog rasipanja namota 2 (7.9)
 x — udaljenost na obodu stroja (1.2)
 — prema odabranoj točki na statoru (4.8)
 x_1 — prema odabranoj točki na rotoru (4.8)
 x_0 — kojoj odgovara prethođenje indukcije prema strujnom oblogu (3.1)
 x_0 — početna točka promatranja okretnog protjecanja u rasporu (4.5)
 x_a, x_b — prema ishodištu na simetrali namota a, b (4.6)
 x — reaktancija
 x_p — segmenta prstena (8.3)
 x_s — štapa (8.3)
 $\mathcal{Y}_q$ — kompleksna vodljivost poprečnih staza za čitavu dužinu štapa (8.5)
 y — dimenzija
 — širina svitka (1.2, 6.2)
 — visina od dna utora do promatrane poprečne silnice (5.3, 7.6)
 — koordinata paralelna s osi rotora, od čelone ravnine (8.5)

- y — korak
 — kolektorskog namota (6.5)
 y_1 — svitka (6.5)
 y_2 — spojni (6.5)
 $\mathcal{Y}_q$ — kompleksna poprečna vodljivost za element štapa dužine d_y (8.5)
 α — geometrijski kut
 — između vektora u ravnini (1.1)
 — zakreta u ravnini (1.3, 3.3)
 $\vec{a}$ — zakreta u prostoru (vektor) (1.3)
 α_g — između osi susjednih utora
 α — električni kut
 — položaja na obodu (3.1)
 — prethođenja fazora napona (3.4)
 — prethođenja osi namota b prema a (4.6)
 — između osi susjednih utora za osnovni harmonički član (6.3, 8.2)
 α_0 — početnog položaja na obodu (4.5)
 α_i — kut položaja i -tog kraka zvijezde napona za osnovni harmonički član (6.4)
 α_{iv} — kut položaja i -tog kraka zvijezde napona za v -ti harmonički član (6.4)
 α_v — između osi susjednih utora za v -ti harmonički član (8.2)
 $\alpha_{v\mu}$ — prostorni pomak protjecanja susjednih faza za član v, μ (4.7)
 α — koeficijent
 α_i — omjer srednje i maksimalne vrijednosti indukcije u rasporu (5.2)
 α_i'' — interpolirana vrijednost za α_i u iterativnom postupku (5.2)
 β — geometrijski kut
 β_g — središnji kut između čeonih strana skošenog utora (7.5)
 β — električni kut
 — prethođenja fazora struje (3.4)
 — zaostajanja struje faze b prema a (4.6)
 — odstupanja položaja zone 2 od diametralnoga prema zoni 1 (6.3)
 — skošenja za osnovni harmonički član (7.5)
 β_y — skošenja za dio paketa od 0 do y (8.5)
 β_v — skošenja za v -ti harmonički član (7.5)
 $\beta_{v\mu}$ — vremenski fazni pomak protjecanja susjednih faza za član v, μ (4.7)
 Γ — gustoća struje u presjeku električnog kruga (2.2)
 γ — geometrijski kut između smjera vodiča i izvodnice na obodu (1.1, 7.5)
 δ — električni kut prethođenja protjecanja prema indukciji u rasporu (3.1, 9)
 $\delta_a, \delta_b, \dots$ — za pojedina protjecanja, $a, b, \dots$ (3.1, 3.2)
 δ — dimenzija
 — dužina zračnog raspora (2.1)
 — debljina lima (2.3)
 δ'' — nadomjesna dužina zračnog raspora (7.2)
 δ_i — idealna dužina zračnog raspora (5.2)
 δ_x — dužina zračnog raspora na mjestu x (3.1)
 ε — kutna akceleracija (1.3)
 η — korisnost (3.3)

- Θ — protjecanje (2.1) (iznos), $\vec{\Theta}$ (vektor)
- izmjenično, maksimalna vrijednost (6.3)
 - uzbudno, po paru polova (5.1)
 - vektor položaja u rasporu (3.1)
 - $\vec{\Theta}$
 - $\vec{\Theta}_{\sim}$ — pulzirajuće, vektor (4.5)
 - Θ_0 — ukupno potrebno, kod neopterećenog stroja (5.6)
 - Θ_1 — ukupno potrebno, kod opterećenog stroja (5.6)
 - Θ_1 — amplituda osnovnoga harmoničkog člana u rasporu (3.1)
 - Θ_1 — vremenska amplituda pulzirajućeg protjecanja pod središnjom pola (4.5)
 - Θ_1 — amplituda, jedne faze (4.6)
 - Θ_1 — okretno, osnovni harmonički član (4.8)
 - $\Theta_1, \Theta_3, \dots, \Theta_v$ — amplituda prvog, trećeg, ..., v -tog harmoničkog člana (4.2)
 - $\Theta_{(1)}, \Theta_{(2)}, \dots, \Theta_{(n)}, \dots, \Theta_{(m)}$ — prvog, drugog, ..., n -tog, ..., m -tog faznog namota (4.6)
 - Θ_1 — uzbudnog namota (5.6)
 - Θ_2 — sekundarnog namota (5.6)
 - $\vec{\Theta}_{1\sim}, \dots, \vec{\Theta}_{m\sim}$ — pulzirajuće, vektor za fazu 1, ..., m (4.6)
 - Θ_{1u} — amplituda osnovnoga harmoničkog člana, dvaju dijametralnih utora (6.3)
 - $1\Theta_{1ux}, 2\Theta_{1ux}$ — na mjestu x , od struje parova dijametralnih utora 1, 2 (6.3)
 - $\vec{\Theta}_A, \vec{\Theta}_B, \vec{\Theta}_C$ — faznog namota A, B, C (3.1)
 - $\vec{\Theta}_a, \vec{\Theta}_b, \vec{\Theta}_c$ — u rasporu, različitih namota a, b, c (3.1, 3.2)
 - Θ_a, Θ_b — amplituda za namot a, b (4.6)
 - Θ_d — za svladavanje magnetskog otpora jednog dijela kruga (2.2)
 - Θ_d — iznos komponente, od struje opterećenja u osi polova (5.6)
 - Θ_d — ukupno direktno, višefaznog namota (4.6)
 - Θ_d — uzdužna komponenta (3.2)
 - $\Theta_{dx,t}$ — vrijednost na mjestu x u času t od direktnoga okretnog protjecanja (4.5)
 - $\vec{\Theta}_d$ — direktno, vektor (4.5)
 - $\vec{\Theta}_{d1}, \dots, \vec{\Theta}_{dm}$ — direktno faze 1, ..., m , vektor (4.6)
 - Θ_{da}, Θ_{db} — namota a, b, direktna komponenta (4.6)
 - Θ_i — ukupno inverzno višefaznog namota (4.6)
 - $\Theta_{ix,t}$ — vrijednost na mjestu x u času t od inverznoga okretnog protjecanja (4.5)
 - $\vec{\Theta}_i$ — inverzno, vektor (4.5)
 - $\vec{\Theta}_{i1}, \dots, \vec{\Theta}_{im}$ — inverzno faze 1, ..., m , vektor (4.6)
 - Θ_{ia}, Θ_{ib} — namota a, b, inverzna komponenta (4.6)
 - Θ_m — amplituda (3.1)
 - Θ_{mu} — visina pravokutnika dvaju dijametralnih utora (6.3)
 - Θ_q — poprečna komponenta (3.2)
 - $\vec{\Theta}_r$ — rezultirajuće, u rasporu (3.1)
 - $\vec{\Theta}_r$ — rotora (9)
 - $\vec{\Theta}_s$ — statora (3.2)

- Θ_t — prostorna amplituda (pulzirajućeg protjecanja) u času t (4.5)
 Θ_z — za zonu od q utora (6.3)
 Θ_x — na mjestu x u rasporu (3.1)
 Θ_x — na mjestu x u rasporu kod uzbude amplitudom osnovnoga harmoničkog člana struje (4.4)
 $\Theta_{x,t}$ — na mjestu x u času t (4.3)
 Θ_v — okretno, v -ti harmonički član (7.9)
 $\Theta_{v=}$ — amplituda v -tog člana uz istosmjernu uzbudu (6.3)
 $\Theta_{v\sim}$ — amplituda v -tog člana uz izmjeničnu uzbudu (6.3)
 Θ_{v3f} — amplituda v -tog člana uz trofaznu uzbudu (6.3)
 $\Theta_{v\mu}$ — jedne faze, amplituda za član v, μ (4.7)
 $\Theta_{v\mu d}$ — jedne faze, direktna komponenta za član v, μ (4.7)
 $\Theta_{v\mu i}$ — jedne faze, inverzna komponenta za član v, μ (4.7)
 $\Theta_{v\mu x,t}$ — na mjestu x u času t , od prostornog člana reda v i vremenskog člana uzbudne struje reda μ (4.5)
- κ — specifična vodljivost za materijal električnog kruga (2.2)
- Λ — magnetska vodljivost zračnog raspora
 Λ_0 — konstantni član (4.8)
 Λ_2 — prvi parni harmonički član (4.8)
 $\Lambda_{2\xi}$ — parni harmonički član reda 2ξ (4.8)
 Λ_R — do polovice s rotorske strane (4.8)
 Λ_S — do polovice sa statorske strane (4.8)
 Λ_{qv} — amplituda harmoničkog člana reda $2q_v$ (6.3)
 $\Lambda_{qv}(x)$ — harmonički član reda $2q_v$ (6.3)
 Λ_x — na mjestu x (4.8)
- Λ — magnetska vodljivost među istaknutim polovima
 — među jezgrama uz konstantan magnetski napon (5.4)
 Λ_1 — među polnim nastavcima (5.4)
 Λ_2 — među jezgrama polova uz raspodijeljeni magnetski napon (5.4)
 Λ_s — ukupna (5.4)
- Λ_m — analogna vodljivost u rasporu (7.2)
- λ — specifična rasipna vodljivost (7.10)
 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — pojedinih dijelova utora 1, 2, 3 (5.3)
 λ_g — glava namota (7.8)
 λ_p — kratkospojnog prstena (8.3)
 λ_u — utora (7.6)
 $\lambda_{u\xi}$ — štapa u utoru (8.3)
 $\lambda_{u\xi\sim}$ — štapa pri potiskivanju struje (8.3)
 λ_z — među glavama zubi (7.7)
 λ_v — dvostruko ulančenog rasipanja (7.9)
 λ_{v1} — dvostruko ulančenog rasipanja za stator (7.9)
 λ_{v2} — dvostruko ulančenog rasipanja za rotor (7.9)
- λ_0 — specifična vodljivost za glavni tok u rasporu (7.4)
- μ — permeabilnost (2.1)
 μ_0 — za zrak (2.1)
 μ' — relativna (2.1)
- v — red prostornoga višeg harmoničkog člana (4.2)

- ξ — faktor oblika
 — raspodjele indukcije u rasporu (5.2)
 — krivulje izmjeničnog napona (6.3)
- 2ξ — red parnoga harmoničkog člana vodljivosti raspora A_x (4.8, 6.3)
- ϱ — specifični otpor (8.3)
- σ — faktor povećanja reaktancije
 σ_β — zbog skošenja (7.5)
 σ_γ — zbog dvostruko ulančenog rasipanja (7.10)
 $\sigma_{\gamma 1}$ — za primarnu stranu, zbog dvostruko ulančenog rasipanja (7.9)
 $\sigma_{\gamma 2}$ — za sekundarnu stranu, zbog dvostruko ulančenog rasipanja (7.9)
- τ_1 — rasipni faktor (5.3)
- τ — korak
 τ_p — polni (1.2, 6.2)
 τ_{pi} — idealni polni korak (5.2)
 τ_u — utorski (1.1)
 τ_{u1} — utorski, statora (5.2)
 τ_{u2} — utorski, rotora (5.2)
- Φ — magnetski tok (1.1) (iznos), $\hat{\Phi}$ (fazor)
 — jednog pola (5.2, 5.3, 6.5)
 — izmjenični, maksimalna vrijednost (6.6)
 $\hat{\Phi}$ — izmjenični, fazor (6.6, 8.5)
 $\hat{\Phi}$ — kroz čitavu petlju između dva štapa kaveza, fazor (8.5)
 Φ_1 — osnovnog člana indukcije u rasporu (6.3)
 Φ_1, Φ_2 — namota 1, 2 reduciran na ukupan broj zavoja (7.1)
 $\Phi_{(1)}, \Phi_{(2)}$ — unutar kontura namota 1, 2 (bez redukcije) (7.2)
 Φ_j — jarma (5.5)
 Φ_{j1} — u jarmu uzbudnog dijela stroja (5.3)
 Φ_m — glavni (7.2)
 Φ_p — u istaknutom polu (5.4)
 Φ_s — rasipni (5.3, 5.6)
 Φ_{s0} — rasipni kod neopterećenog stroja (5.6)
 Φ_t — trenutna vrijednost (6.6)
 Φ_u — dio toka Φ_z koji prolazi kroz utor (5.3)
 Φ_z — utorskog koraka pod sredinom pola (5.2)
 Φ_z' — dio toka Φ_z koji prolazi kroz zub (5.3)
 $d\Phi_y$ — prirast poprečnog toka u visini y za prirast dy (7.6)
 $\hat{\Phi}_y$ — u dijelu petlje kaveza od $\emptyset$ do y (fazor) (8.5)
 $\hat{\Phi}_{y-l}$ — u dijelu petlje kaveza od y do l (fazor) (8.5)
 $\hat{\Phi}_\beta$ — čitave petlje kod skošenih utora (fazor) (8.5)
 Φ_v — v -toga harmoničkog člana indukcije u rasporu (6.3)
 Φ_σ — rasipni (7.2)
- φ — električni kut
 — prethođenja napona prema struji (3.4)
 — faznog zaostajanja poprečnog napona prema proizvoljnome referentnom položaju (8.5)

- $\varphi_1, \varphi_3, \dots, \varphi_\mu$ — fazni, prvog, trećeg, ..., μ -tog harmoničkog člana struje (4.4)
 $\varphi_{v\mu}$ — pomaka vala protjecanja prema valu vodljivosti za član protjecanja reda v, μ (4.8)
 Ψ — ulančeni magnetski tok (1.1, 7.1) (iznos), $\hat{\Psi}$ (fazor) glavni, u rasporu (7.2)
 Ψ_1, Ψ_2 — poprečni, za jedan utor (7.6)
 Ψ_1, Ψ_2 — svitka 1, 2 (3.3)
 Ψ_1, Ψ_2 — namota 1, 2, ukupni (7.1, 7.2)
 Ψ_{m1}, Ψ_{m2} — glavnog toka Φ_m s namotom 1, 2 (7.2)
 $\Psi_{\sigma 1}, \Psi_{\sigma 2}$ — rasipni (7.2)
 $d\Psi_y$ — prirast (poprečnoga ulančenog toka) u visini y za prirast dy (7.6)
 ψ — kut prethođenja indukcije prema strujnom oblogu (3.1)
 $\psi_a, \psi_b, \psi_c, \dots$ — za različite strujne obloge $a, b, c, \dots$ (3.1, 3.2)
 ω — kutna brzina
 — u ravnini (1.3)
 — električna (kružna frekvencija) (3.3)
 — električna, za osnovni član protjecanja (4.8)
 $\vec{\omega}$ — u prostoru (vektor) (1.3)
 ω_1 — okretnog protjecanja relativno prema statoru (9)
 ω_2 — okretnog protjecanja relativno prema rotoru (9)
 ω_m — geometrijska (3.3, 4.5)
 $\omega_{mv\mu}$ — geometrijska, za član okretnog protjecanja reda v, μ (4.5)
 ω_n — namota (6.3)
 ω_p — polja (6.3)
 ω_r — rotora (4.8, 9)
 ω_{re1} — relativna, polja prema namotu (6.3)
 ω_s — okretnog polja (9)

ABECEDNO KAZALO

A

akceleracija (17)
aktivna dužina (14)
aktivni dijelovi stroja (13)
amplituda okretnog protjecanja (90)
analogija električkog i magnetskog kruga (30)
asinhroni stroj (222)

B

broj namotanih utora (143)
broj pari paralelnih grana (163)
broj svitaka po utoru (164)
broj utora po polu (131)
broj utora po polu i fazi (143)
brutto dužina željeza (111)
brzina (17)

C

Carterov faktor (109)
cilindričan rotor (37)
cilindričan stator (37)
cilindrična armatura (161)
cjelobrojni namot (136, 153)

Č

četkica (161)
četverofazni namot (84)
čisti presjek željeza (111)
čisti uzbudni namot (221)
čisto okretno protjecanje (82)

D

desnovojni namot (164)
dijametralni svitak (72, 128)
dinamo-limovi, tabelarni podaci (35)
direktno okretno protjecanje (78, 90)

djelatni otpor (175)
dovedena snaga (58)
duboki utori (210)
dvoetažni namot (151)
dvofazni namot (84)
dvoslojni namot (130)
dvostruko ulančeno rasipanje (200)
dvostruko ulančeno rasipanje kaveza (212)
dvovojni namot (164)

E

efektivna vrijednost inducirano
napona (136)
efektivna vrijednost napona vodiča (125)
efektivni broj zavoja (179)
ekvipotencijalni spojevi (168)
ekvivalentni fazni otpor (209)
električka energija (57)
električki krugovi (13)
električki kut (44)
električki rad (3)
energija električkog polja (58)
energija magnetskog polja (58)
energija u magnetskom polju međusobno pomičnih svitaka (60)
energija u magnetskom polju mirnih svitaka (60)

F

faktor oblika (142)
faktor preračunavanja struje prstena na struju štapa (207)
faktor preračunavanja struje prstena na struju štapa za više harmoničke članove (208)
faktor punjenja željeza (111)

faktor skošenja (188)
 faktor skošenja za utorske
 harmoničke članove (189)
 faktor skošenja za više harmoničke
 članove (188)
 faktor zasićenja (107)
 fazni namot, »faza« (81, 147)
 fazor (64)
 fazori utorskih napona (137)
 frekvencija induciranih napona
 (142)
 frekvencija na četkicama izmjenič-
 nog kolektorskog stroja (172)
 frekvencija napona vodiča (125)

G

generatorski rad (4)
 generatorski sistem prikazivanja
 (64)
 glava namota (14, 129)
 glava svitka (14)
 glavna reaktancija (181)
 glavni tok (36, 176)
 grupe svitaka (131)
 gubici (58)
 gubici histereze (34)
 gubici vrtložnih struja (35)
 gubitak efektivne dužine uslijed
 rashladnog kanala (105)

H

histereza (33)

I

idealna dužina raspورا (109)
 idealna dužina stroja (104)
 idealni polni korak (105)
 inducirani električni napon (2)
 inducirani napon u istosmjernom
 stroju (169)
 inducirani napon viših harmoničkih
 članova (142)
 indukcija u rasporu (96, 104)
 induktivitet (175)
 induktivno napajani namot (203)
 intenzitet magnetiziranja (25)
 inverzno okretno protjecanje (78,
 90)

istaknuti polovi (13, 37)
 izmjenična uzbuda (74)
 izmjenični kolektorski strojevi
 (172)
 izmjenično protjecanje (75)
 izolacija (13)

J

jakost magnetskog polja (25)
 jalova snaga (65)
 jednofazno protjecanje (102)
 jednoslojni namot (130)
 jednovojni namot (164)

K

karakteristika magnetskog kruga
 (27)
 karakteristika praznog hoda (119)
 kavez velike impedancije prstena
 (218)
 kavez zanemarive impedancije
 prstena (218)
 kavezni namot (203)
 kinetička energija (19, 58)
 klizanje (141)
 koeficijent složenosti namota (164)
 kolektor (159)
 kolektorski namot (158)
 kolektorski namot u okretnom
 polju (171)
 kolektorski stroj istosmjerne
 struje (223)
 kolektorski stroj uzbuđen izmjenič-
 nom strujom (170)
 kompleksna snaga (65)
 komutacija (168)
 komutator (159)
 koncentrirani namot (67, 127)
 konstante namota (175)
 konstantna uzbuda (68)
 kontinuirani zatvoreni namot (161)
 korak namota (164)
 korak svitka (128, 164)
 korekcijski faktor za jaram (119)
 korekcijski faktori za rasipanje
 skraćenog dvoslojnog namota
 (194)
 korigirana utorska indukcija (112)
 krivulja magnetiziranja (26)

krletkasti namot (204)
 KS (19)
 kućište (12)
 kut prostornog pomaka (89)
 kut vremenskog faznog pomaka (89)
 kutna akceleracija (17)
 kutna brzina (17)
 kutna brzina okretnih protjecanja (79)

L

lamelirana izvedba (35)
 ležaj (12)
 lijevovojni namot (164)
 linearna gustoća struje (39)

M

m-fazni sistem (90)
 magnetska indukcija (25)
 magnetska karakteristika stroja (119)
 magnetska vodljivost među polovima (116)
 magnetska vodljivost u poprečnom smjeru (114)
 magnetski ekvipotencijalna ploha (68)
 magnetski krug (13)
 magnetski napon (28)
 magnetski napon za jarmove (117)
 magnetski napon za polove (115)
 magnetski napon za zračni raspor (104)
 magnetski napon za zrak (120)
 magnetski napon za zube (111)
 magnetski napon za željezo (120)
 magnetski otpor (29)
 magnetski proračun za prazni hod (120)
 magnetski proračun za slučaj opterećenja (120)
 magnetski tok (26)
 magnetsko polje (12)
 magnetsko protjecanje (27)
 maksimalna vrijednost indukcije (108)
 masa (17)
 međuinduktivitet (175)

mehanička energija (57)
 mehanički rad (3, 18)
 mirno protjecanje (102)
 mjeriva dužina željeza (111)
 mnogofazni kratkospojni namot (203)
 moment izražen komponentama indukcije i protjecanja (54)
 moment tromosti (17)
 moment vrtnje (17)
 motorski rad (4)
 motorski sistem prikazivanja (64)

N

nadomjesna vrijednost raspora obzirom na zasićenje (179)
 nadomjesni raspor (109)
 namot (14, 125)
 namot s jednakim svicima (129)
 namot s koncentričnim svicima (129)
 namot s paralelnim granama (131)
 namotni faktor (133, 136, 138)
 namotni faktor za razlomljeni namot (154)
 napon harmoničkog člana (141)
 napon na četkicama izmjeničnog kolektorskog stroja (171)
 napon rotacije (6, 171)
 napon transformacije (6, 170)
 napon u štapu (205)
 napon vodiča (125)
 napon zone (134)
 neutralna zona (159)

NJ

njutn (17)

O

odnos amplituda protjecanja i strujnog obloga (46)
 okretno protjecanje (78, 102)
 osnovni harmonički član (41)
 osnovni harmonički član induciranog napona (142)
 osnovni utorski harmonički članovi (145)

osovina (12)
 otpor segmenta prstena (209)
 otpor štapa (209)

P

paralelne grane kod razlomljenog namota (154)
 paralelni spoj grupa svitaka (131)
 periodički raspored (40)
 permanentni magneti (12)
 permeabilnost (25)
 petlja histereze (33)
 petljasti namot (163)
 podjela električnih strojeva (225)
 poligon napona (134, 166)
 polovi (13)
 poprečni tok kroz utore (113)
 potpuno okretno protjecanje (82)
 pravilo desne ruke (21)
 pravilo lijeve ruke (21)
 predana snaga (58)
 predznaci smjera vrtnje, zakretnog momenta, obodnih sila, strujnih obloga, protjecanja, indukcija (51)
 predznak napona (64)
 preklopke smjera napona i struje (158)
 preračunavanje napona, struja i impedancija kaveza na primarni namot (214)
 preračunavanje struja, napona i reaktancija pri različitim brojevima faza (184)
 prijelazne pojave (58)
 prikrata (135)
 prividna snaga (65)
 problemi komutacije (168)
 prostorni harmonički član (71, 88)
 prostorno prethođenje i zaostajanje (42)
 protjecanje izmjenične struje po polu (138)
 protjecanje kao funkcija (44)
 protjecanje kod opterećenja (123)
 protjecanje koncentriranog namota (72)
 protjecanje namota (136)
 protjecanje po paru polova (103)

protjecanje po polu (103, 138)
 protjecanje raspodijeljenog namota (72)
 pulzirajuće protjecanje (75)
 puni polovi (13)
 prstenasta armatura (160)

R

računska indukcija u zubu (112)
 radna snaga (65)
 radni namot (221)
 rashladni raspori (104)
 rasipanje dijela utora s vodičima (193)
 rasipanje glava namota (198)
 rasipanje kosog dijela utora (193)
 rasipanje među glavama zubi (198)
 rasipanje okruglog dijela utora (194)
 rasipanje slobodnog dijela utora (191)
 rasipanje utora složenog oblika (194)
 rasipanje zatvorenog utora (196)
 rasipna reaktancija (181)
 rasipna reaktancija glave namota (199)
 rasipna vodljivost glava (198)
 rasipna vodljivost među glavama zubi (198)
 rasipna vodljivost utora po jedinici dužine (192)
 rasipni induktivitet (178)
 rasipni tok (36)
 rasipni tok među polovima (115)
 razlomljeni namot (153)
 raspodijeljeni namot (67, 127)
 raspodjela indukcije u rasporu (93, 102)
 raspor (26)
 raspored indukcije u rasporu (45)
 reakcioni moment (54)
 reaktancija (176)
 reaktancija dvostruko ulančenog rasipanja (200)
 reaktancija po fazi kaveznog namota (210)
 reaktancija segmenta prstena (210)
 reaktancija štapa (210)

reaktancija trofaznog namota (183)
 reaktancija utorskog rasipanja (196)
 reaktancija višefaznog namota (183)
 reaktancija zbog skošenja (188)
 red prostornog harmoničkog člana (76)
 red vremenskog harmoničkog člana (76)
 reducirana reaktancija (181)
 reducirana struja (181)
 reducirana visina vodiča (211)
 reducirani napon (182)
 redukcija napona, struja i impedancija kod skošenja (189)
 relativna brzina polja prema namotu (141)
 reluktancija (29)
 reluktantni moment (54, 61)
 rotor (12)
 rubne pojave (68)

S

samoinduktivitet zbog glavnog toka (178)
 serijski spoj grupa svitaka (131)
 shema namota (151)
 sila (17)
 sila na električki naboj (1)
 sila na vodič u kojem teče struja (3)
 simbolički vektor (64)
 simetričan petljasti namot (165)
 simetrične komponente četverofaznog sistema (91)
 simetrične komponente trofaznog sistema (91)
 simetrični m-fazni sistem (86)
 simetrični trofazni sistem (85)
 simetrični višefazni sistem (84)
 simetrično okretno protjecanje (82)
 sinhroni stroj (222)
 sistem jedinica M-K-S-A (16)
 sistem jedinica V-A-S-M (16)
 skošeni utori (5)
 skošenje (187)
 skraćeni korak (130)
 skraćeni svitak (128)
 skraćenje (128)

smjer sile i momenta iz indukcije i protjecanja (53)
 smjer struje (64)
 snaga (19)
 specifična rasipna vodljivost dvostruko ulančenog rasipanja (200)
 spojevi za izjednačenje (168)
 spojni korak (164)
 srednja vrijednost indukcije u rasporu (104)
 srednja vrijednost indukcije za utorski korak (109)
 srednja vrijednost vodljivosti raspora (94)
 stacionarno stanje (58)
 stator (12)
 struja četkice (162)
 struja grane (162, 169)
 struja izjednačenja preko četkica (168)
 struja prstena (207)
 struja štapa (207)
 strujni oblog (39, 55)
 strujno protjecanje (29)
 stvarna indukcija u zubu (112)
 svitak (14, 127)

Š

širina svitka (128)

T

tetivni faktori za više harmoničke članove (139)
 tetivni namotni faktor (135, 138)
 tok u polu (115)
 toplinska energija (57)
 troetažni namot (151)
 trofazni dvoslojni namot (148)
 trofazni jednoslojni namot (148)
 trofazni sistem (85)

U

ukupna dužina stroja (104)
 ukupna rasipna reaktancija namota (201)
 ukupna reaktancija (181)
 ukupna reaktancija strujnog kruga (201)
 ukupni samoinduktivitet (178)

ulančeni tok (6, 175)
 utjecaj istaknutih polova na vodljivost raspora (94)
 utjecaj poprečnih struja (215)
 utjecaj poprečnih struja kod kaveza s neskošenim utorima (215)
 utjecaj poprečnih struja kod kaveza sa skošenim utorima (217)
 utjecaj potiskivanja struje na otpor i rasipnu vodljivost štapa (210)
 utjecaj skošenja (187)
 utjecaj utora na vodljivost raspora (94)
 utor (127)
 utorski harmonički članovi (95)
 utorski korak (39)
 utorsko rasipanje (191)
 uzbuda (68, 93)
 uzbuda koja mehanički rotira (93)
 uzbuda višefaznog okretnog protjecanja (93)
 uzbudni namot (12, 36)

V

valoviti namot (164)
 vektor izmjeničnog protjecanja (77)
 vektor protjecanja (137)
 vektor pulzirajućeg protjecanja (77)
 višefazni namot (147)
 višefazno protjecanje (81)
 višestruki poligon napona (167)
 viševojni namot (164)
 viši harmonički članovi protjecanja (143)
 viši harmonički članovi u okretnom polju (88)

viši harmonički članovi za istosmjernu uzbudu (143)
 viši harmonički članovi za izmjeničnu uzbudu (143)
 viši harmonički članovi za simetrični dvofazni sistem (143)
 viši harmonički članovi za simetrični trofazni sistem (143)
 vodič (12)
 vodič u utoru, inducirani napon i sile (7)
 vodljivost raspora (94)
 vodljivost raspora obzirom na gibanje rotora (96)
 vremenski harmonički član (76, 88)
 vremensko prethođenje i zaostajanje (42)
 vrtložne struje (34)

Z

zakretni moment (17, 51, 61)
 zamašni moment (19)
 zasićenje u željezu (99)
 zavoj (13)
 zona namatanja (134)
 zonski faktori za više harmoničke članove (139)
 zonski namotni faktor (135, 137)
 zonski namotni faktor za dvofazni namot (144)
 zonski namotni faktor za jednofazni namot (144)
 zonski namotni faktor za trofazni namot (145)
 zonski napon (135)
 zvijezda napona (150)