

Zoran Bobić Šonc

00-00

SOLVERUM PROBLEMA KONSTRUKCIJE STEINEROVOG MONILOIDA, OGRVICE, ŠESTAROM I RAVNALOM¹

Sažetak, resimea: Solverum se odnosi na problem titenacije², odnosno namještanja kotangentnih krugova, između dva ekscentrična kruga. Problem je u teinometriji³ definirao švicarski matematičar akademik Jacob Steiner u prvoj polovici XIX stoljeća i poznat je po njemu kao problem Steinerovog moniloida, od lat. monile, ogrlica. Steiner je postavio opći princip konstrukcije takvog moniloida i riješio konstrukciju najvećeg i najmanjeg kruga u moniloidu. Za ostale krugove između njih, kako je matematički dokazano, ne mogu postojati apsolutne konstrukcije s konačnim brojem teinometrskih poteza. Ostali kotangentni krugovi mogli su se konstruirati šestarom i ravnalom tek nakon pojave procedentne logokodusne, programske, teinometrije autora Zorana B. Šonca objavljene i nagrađene zlatnom medaljom na svjetskoj izložbi izuma i inovacija BRUSSELS EUREKA'99. Procedentna teinometrija mijene protežnosti u okviru neoeuklidike⁴ određuje logokodus K, tj. matematički program konstrukcije takvih kotangentnih krugova Steinerovog moniloida.

Ključne riječi: omnikonstrukcija, cirkulus, ekvircirkulus, ekscentricitet, excentro-cirkulus, korelatum, kotangencija, logokodus, K, neoeuklidika, Steiner, tantrigon, variocirkulus.

Uvod, prolegomena, introductium

Moniloid predstavlja naziv za međusobno povezane cirkuluse, krugove, u petlju tako da se međusobno dodiruju. Ukratko, moniloid je skup, koligum, kotangentnih⁶ variocirkulusa u petlji. Problem konstrukcija takvih

¹ Konstrukcija šestarom i ravnalom, kojeg u praksi zamjenjuju crtački trokutnici trigonali, znači da se konstrukcije izvode samo primjenom kružnih dužina i lukova.

² Titenacija, smještenje, grč. τιτεναι titenaj, je matematička disciplina u teinometriji i odnosi se na smještanje jednog formoida u drugi, kao npr. kvadrata u krug (francuski immersion, njem. Einbettung, rus. smješćenije, engl. imbeddings, po matematičaru akademiku Danilu Blanuši nakon II. svjetskog rata u Zagrebu).

³ Teinometrija, grč. τεῖνε protezati se, teina protežnost, izvorno Geometrija, je matematička disciplina izmjere dimenzija protežnosti. Dimenzija $\mathbb{D}$ je određenje bitka iskazano mjerom, metromom.

⁴ Neoeuklidika, grč. νεός, neos, nov, je matematička nadogradnja euklidike antičke Grčke uvođenjem: kretanja apstraktne točke⁵, zakrivljenih i višedimenzionalnih prostora, matematičke mijene protežnosti, mutoteinometrije (Lobačevski, Riemann, Hilbert, Blanuša).

⁵ Točka, Λ , lat. locus, odredište, mjesto, u matematici stigma, u topografiji punkta. Stigma je odredište bez dimenzija.

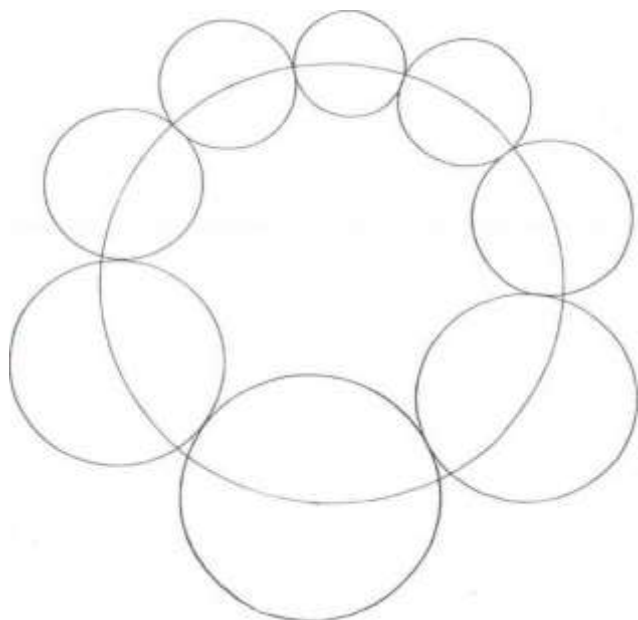
⁶ Kotangencija lat. tangens, dodir, međusobno dodirivanje više teinometrskih formoida

kotangentnih cirkulusa postavio je švicarski matematičar akademik Jacob Steiner (1796.-1863.) i po njemu se nazivaju Steinerovi moniloidi gdje lat. monile znači ogrlica.

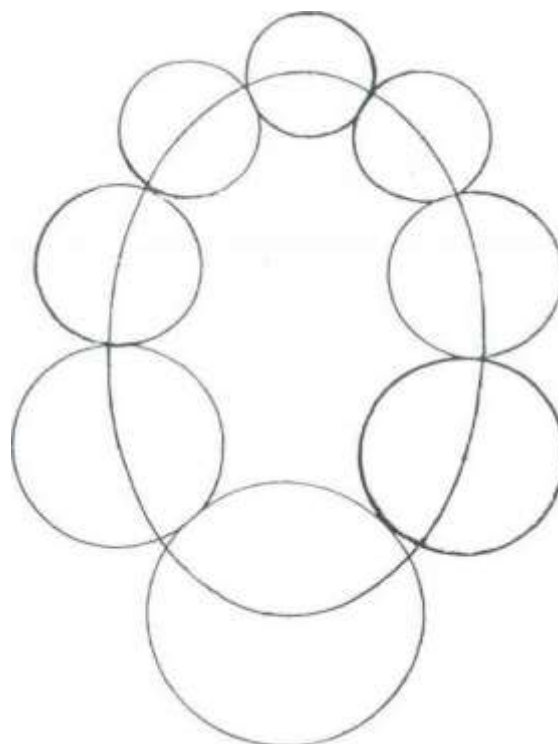
Petlje na kojima se nalaze centri kotangentnih⁶ cirkulusa mogu imati razne oblike, od cirkulusnog do kurvoidnog oblika među kojima su najčešći elipsoidni i ovumoidni, jajoliki, Slika 1-1 i 1-2.

Konstrukcije kurvoidnih moniloida izlaze iz okvira ovog članka.

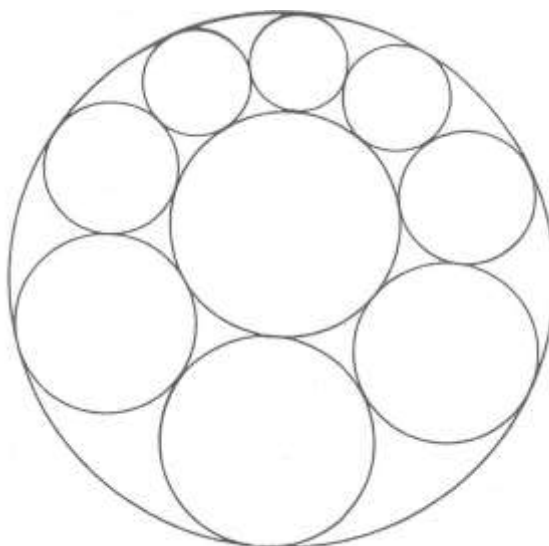
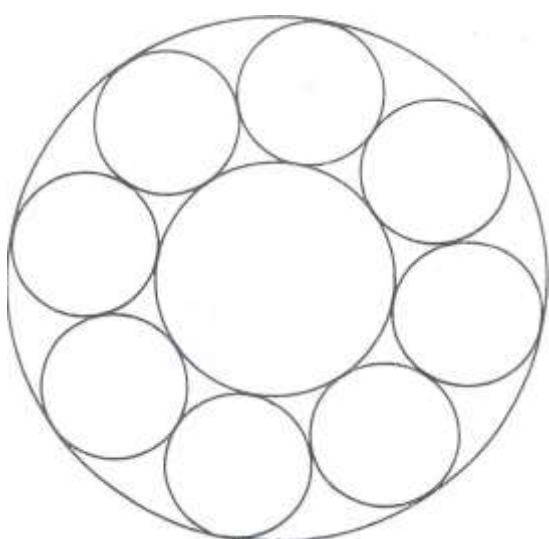
Za konstrukcije moniloida Steiner je postavio osnovnu metodu njihovih konstrukcija koja se sastoji u početnoj konstrukciji od pravilnog tatomoniloida s cirkulom, kružnicom, i na njoj zbir od n cirkulusa jednake veličine, nazvanog ekvircikulusan moniloid. Tako postoje dvije vrste moniloida: ekvicikulusni i variocikulusni moniloidi s kotangentnim cirkulusima promjenljive veličine, slika 1-3.



Sl.1-1 Steinerov cirkulusan moniloid



Sl.1-2. Elipsoidan moniloid



Slika 1-3. Dvije osnovne vrste (specifije) moniloida.

Konstrukcijom ekvicirkulusnog moniloida iz jednakih cirkulusa određuju se ključni elementi za sljedeću konstrukciju variocirkulusnog moniloida a to su: direkta i cirkulus ekscentriciteta moniloida.

Direkta d_{ep} i cirkulus C_e , r_e ekscentriciteta osiguravaju da se svi cirkulusi koji su smješteni na centrocirkulusu između periekscentrocirkulusa tako poslože da budu svi kotangentni i da se ne preklapaju.

Steiner je odredio da se cirkulus excentriciteta treba nalaziti između maxsimalnog i minimalnog cirkulusa u variocirkulusnom moniloidu.

Ostao je problem konstrukcije direkte d_{ep} ekscentriciteta koja određuje pomak iz centra excentrocirkulusa C_e , r_e i problem konstrukcije cirkulusa variocirkulusnog moniloida.

Ostali cirkulusi variocirkulusnog moniloida mogli su se konstruirati tek nakon pojave 1999. godine procedentne programske teinometrije, koja primjenom adekvatnog logokodusa K pouzdano vodi konstrukciju u limes korištenjem samo šestara i ravnala, tj. orto-trigonala⁷.

Izvođenje teinometrskih konstrukcija, šestarom i ravnalom, po analitičkim izrazima i formulama u osnovi je nematematičko, neprirodno i daje u pravilu praktično nekonstruktibilne konstrukcije, casus irproducibilis.

Tako je npr. konstrukcija trigona na osnovu poznatih njegovih hipsoteta visina, korištenjem postojećih analitički izvedenih formula, iako algebarskih, praktično neprovediva šestarom i ravnalom. Postoji izvorna apsolutna teinometriska konstrukcija kojom se u nekoliko teinometrskih poteza konstruira s visinama traženi petotrigon.⁸

Teinometrija, prije geometrija, je autoktona matematska disciplina koja zajedno sa numerometrijom čini matematiku. Teinometrija sve konstruira primjenom svojih izvornih teinometrskih elemenata: kružnim lukovima i dužinama, po adekvatnim teinometrskim programima, logokodusima K kojim se određuje njihovo mjesto - lokus, položaj - pozicija, veličina, veličina - megatum i redosljed – ordosekvium [7].

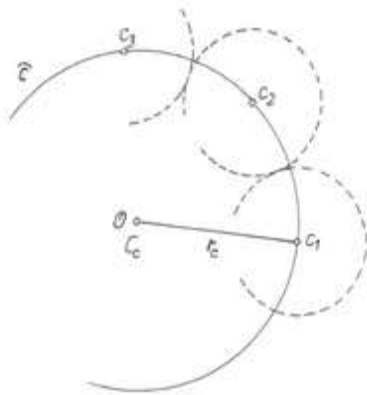
2. Faze konstruiranja Steinerovog moniloida

Steinerovi moniloidi se u teinometriji konstruiraju po fazama gdje svaka faza ima određen broj teinometrskih poteza, teinusa. Bitna dva podatka za konstruiranje su broj cirkulusa moniloida n i njegova veličina određena veličinom centralnog cirkulusa, centrocirkulusa.

Konstrukcija moniloida ima dva karakteristična dijela. Prvi dio odnosi se na konstrukciju ekvicirkulusnog moniloida a drugi na završnu konstrukciju variocirkulusnog moniloida,

2.1 Konstrukcija ekvicirkulusnog moniloida s n jednakih cirkulusa.

1. Prva faza konstruiranja započinje konstrukcijom određenog centrocirkulusa C_c , r_c koji određuje veličinu moniloida i na čijoj se cirkuli nalazi n kotangentnih ekvicirkulusa, slika 2-1.



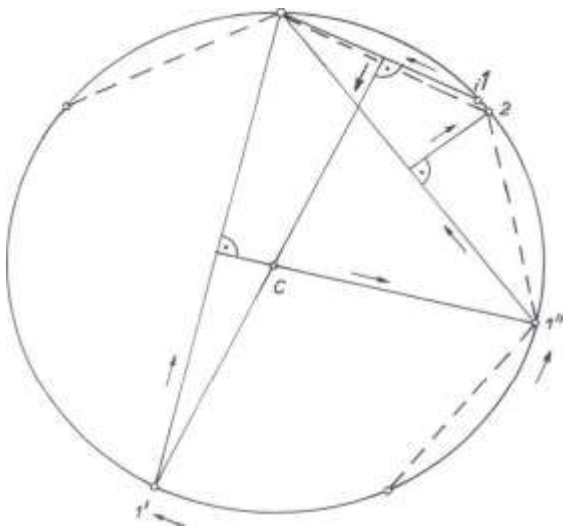
Slika 2-1. Centrocirkulus Steinerovog moniloida

2. Konstrukcija u centrocirkulusu pravilnog poligona s n stranica, tenusa.

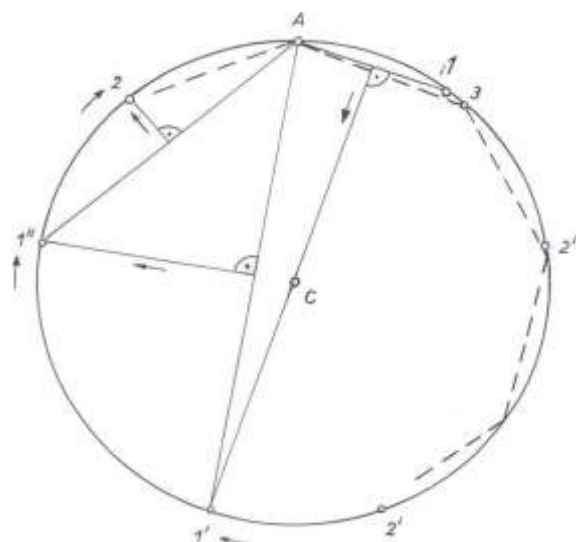
Za neparne poligone: septagon (7), nonagon (9) ne postoje apsolutne konstrukcije pa se konstruiraju procedentnim logokodusnim konstrukcijama. Primjenom logokodusa K_n se praktično u šest teinometrijskih poteza, teinusa, na centrocirkuli konstruira njihova stranica, tenusa, [11], slike 2-2a ,2-2b.

⁷ "Broj pripada količini, a duljina veličini" navodi Tales.

⁸ " Gospodo matematičari, vratite se pitagorejstvu" B.Russell (1872, -1970) [5]



Slika 2-2a. Logokodusna konstrukcija septagona(7):
simetrane triju akronskih tetiva, jedna u jednom, druga u drugom smjeru

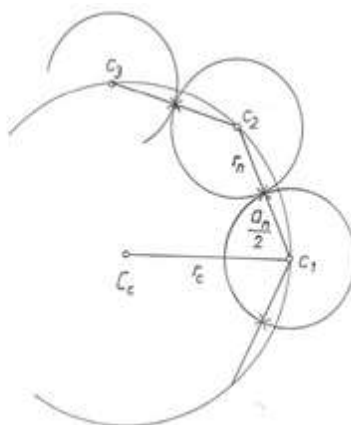


Slika 2-2b. Logokodusna konstrukcija nonagona (9),
simetrane akronskih tetiva u istom smjeru

Undekagon (11) se konstruira po logokodusu: četiri simetrane akronskih tetiva u vrhu akrona A, u jednom smjeru pa potom četiri simetrane u suprotnom smjeru.

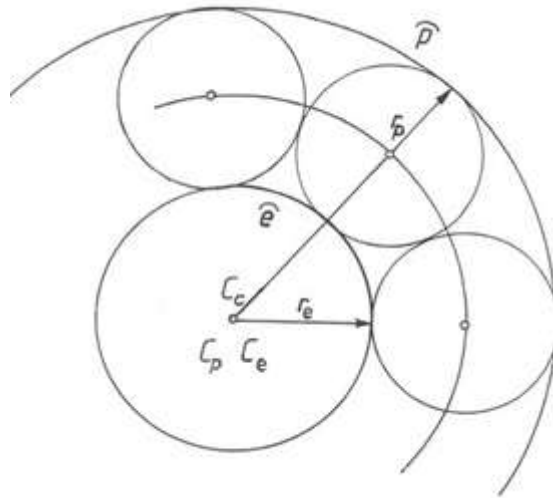
Logokodus K_n se konstruira polazeći od proizvoljno, sponto, određene točke duljine tenuse, incistigme 1 gdje se očekuje točka limesa pa po logokodusu do točke 2. Ponavljanjem logokodusa K_n povećava se grafička točnost duljine tenuse tato-poligona na putu k^a limesu.

3. Konstrukcija n ekvircikulusa radiusa $r_n = a_n/2$ u vrhovima, akronima, tato-poligona, slika 2-3.



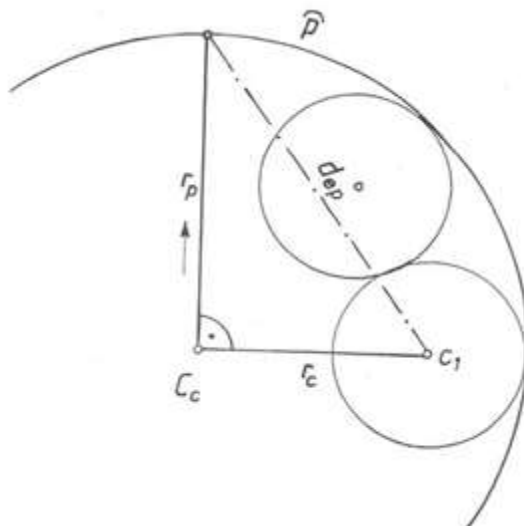
Slika 2-3. Ekvircikulusi tato-moniloida.

4. Konstrukcija peri i endocirkulusa čije cirkule dodiruju moniloidne cirkuluse s vanjske i unutarnje strane, slika 2-4.



Slika 2-4. Peri i endocirkulus moniloida

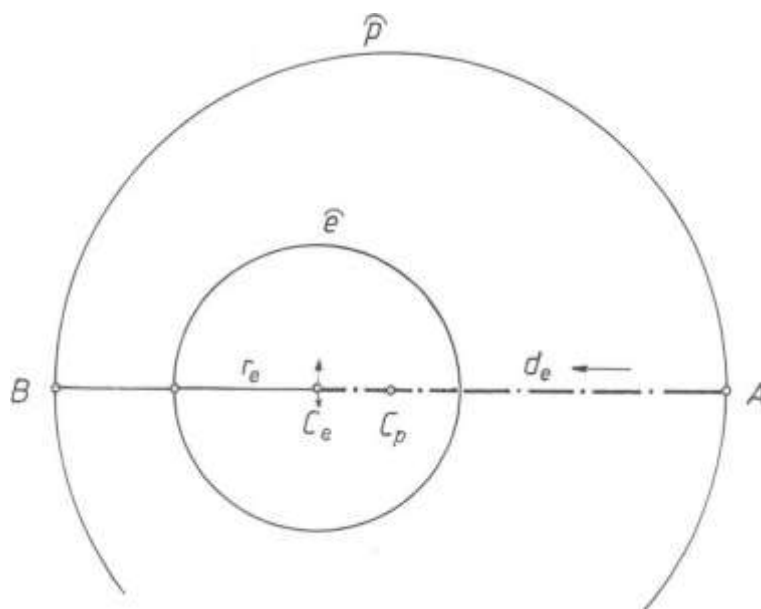
5. Konstrukcija direkte ekcentriciteta $d_{ep}^{\leftrightarrow} = \sqrt{r_c^2 + r_p^2}$ kao hipotenuze ortotrigona s katetama radiusa r_c i r_p , slika 2.5



Slika 2-5. Direkta excentriciteta d_{ep} moniloida

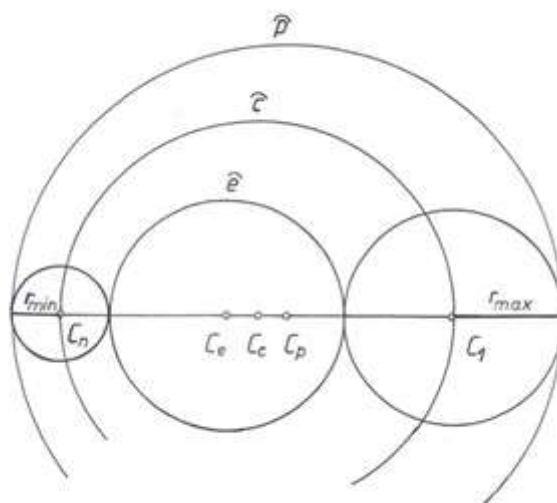
2.2. Konstrukcija variocirkulusnog moniloida s n različitih cirkulusa primjenom logokodusne teinometrije

6. Konstrukcija direkte ekscentriciteta d_{ep} ekscentrocirkulusa C_c, r_c u pericirkulusu moniloida, slika 2-6



Slika 2.6. Konstrukcija direkte ekscentriciteta d_{ep} ekscentrocirkulusa C_c, r_c u pericirkulusu

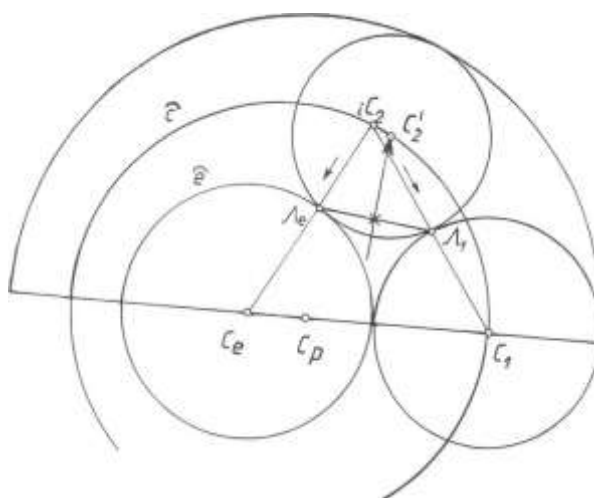
7. Konstrukcija najvećeg i najmanjeg variocirkulusa pored ekscentrocirkulusa te konstrukcija centrocirkule na kojoj se nalaze centri svih variocirkulusa moniloida, $C_c^0 = C_1 C_2 / 2$, slika 2-7.



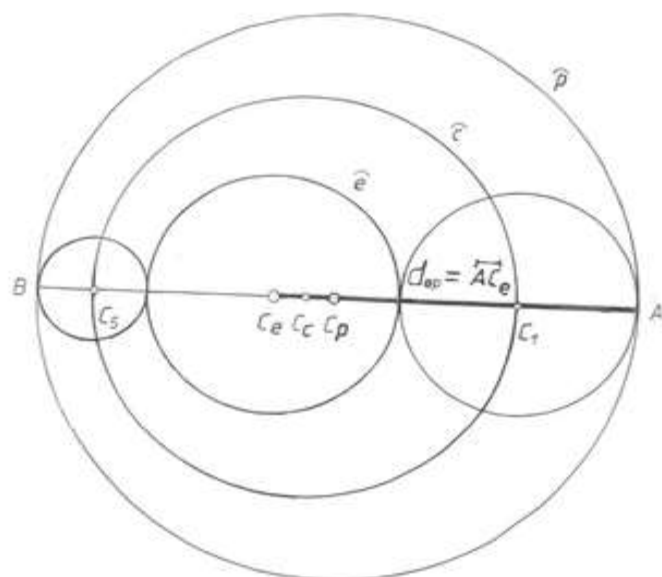
Slika 2-7. Maksimalni, minimalni i centrocirkulusi moniloida.

8. Konstrukcija ostalih variocirkulusa moniloida počev od najvećeg primjenom logokodusa za kotangentne cirkuluse. Variocirkulus C_n, r_n se može konstruirati primjenom jednog od dva logokodusa, jedan K_e koristi excentrocirkulus, drugi K_p koristi pericirkulus.

Konstrukcija logokodusa K se temelji na konstrukciji karakterističnog tantrigona čija simetrala dovoljno jedne njegove stranice, tenuse, određuje na centrocirkulusu točku centra variocirkulusa C_n [12], slike 2-8a, 2-8b.

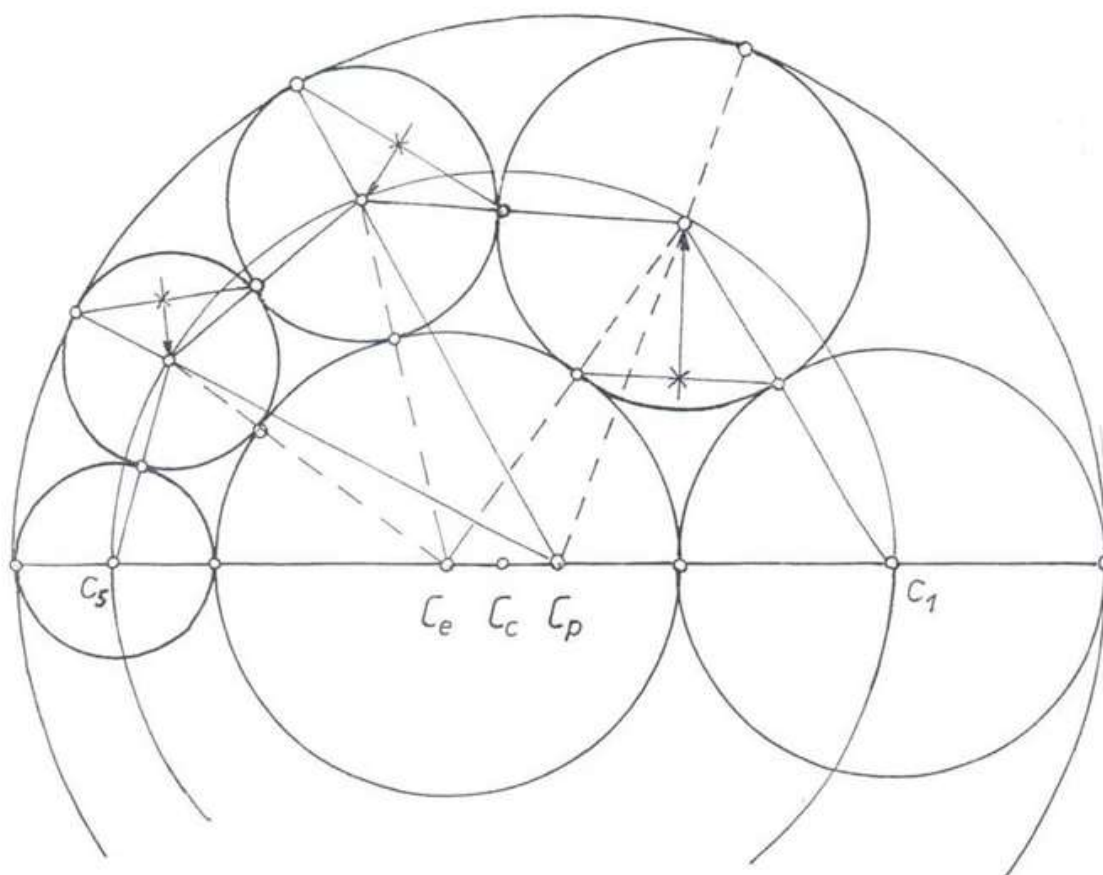


Slika 2-8a Logokodus K_e s ekcentricirkulusom C_e, r_e



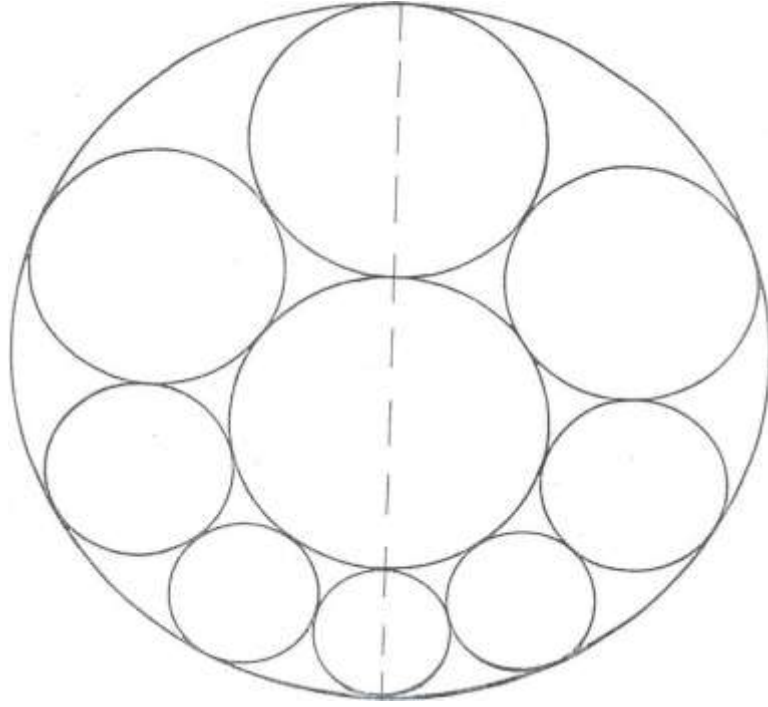
Slika 3-2 Osnovna konstrukcija variocirkulusnog oktomoniloida

Sljedeća faza konstrukcije oktomoniloida je konstrukcija tri kontangentna variocirkulusa između maksimalnog i minimalnog cirkulusa. Konstrukcija variocirkulusa se provodi primjenom logokodusa K_e ili K_p koju prikazuje slika 3-3.



Slika 3-3. Logokodusna konstrukcija preostala tri variocirkulusa oktomoniloida.

Preslikavanjem, transpecijom, tri variocirkulusa preko maksimalnog dijametra d_p pericirkulusa, konstrukcija završava potpunim izgledom Steinerovog oktocirkulusnog moniloida, slika 3-4.



Slika 3-4. Potpun izgled Steinerovog oktomoniloida

3.2. Analitičke korelacije variocirkulusnog oktomonoloida

1. Zadani certielementi konstrukcije: C_c , r_c i $n = 8$.

$$2. x^\circ = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

$$3. r_8 = r_c \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2} = r_c \cos\left(90^\circ \frac{3}{4}\right) = r_c \sin \frac{180^\circ}{8} \approx r_c 0,3826834 \dots$$

$$4. r_p = r_c + r_8 = \frac{r_c}{2} \left(2 + \sqrt{2 - \sqrt{2}}\right) = r_c \left(1 + \sin \frac{x^\circ}{2}\right) = 1 + r_8 \approx r_c 1,3826834 \dots$$

$$5. r_t = r_c \cos \frac{180^\circ}{8} \approx r_c 0,9238795 \dots$$

$$6. r_e = r_c - r_8 = r_c \left(1 - \sin \frac{180^\circ}{8}\right) = 1 - r_8 \approx r_c 0,6173165 \dots$$

$$7. d_{ep} = \sqrt{r_c^2 + r_p^2} = r_c \sqrt{2 + \sin \frac{180^\circ}{8} \left(2 + \sin \frac{180^\circ}{8}\right)} \approx r_c 1,70640 \dots \approx r_c 1,7$$

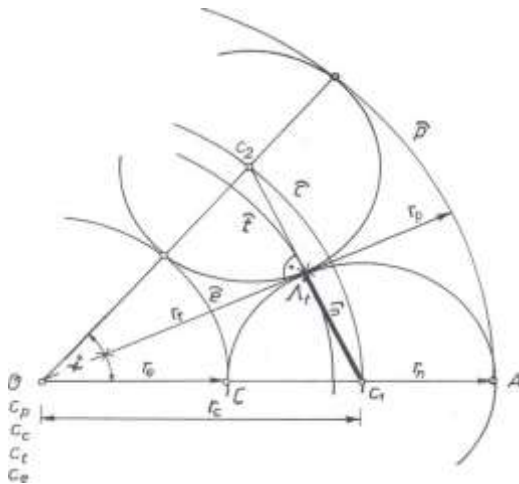
4. Analitički korelatumi Steinerovog ekvicirkulusnog moniloida v

Analitički korelatumi⁹, iskazani matematičkim izrazima i formulama, služe za numeričko, kvantno, određivanje veličina pojedinih teimometrijskih elemenata konstrukcije i njihovih odnosa.

Prvenstveno su namjenjeni za određivanje numeričke kontrole točnosti konačnih konstrukcija tj. za određivanje teorijske tolerancije odnosno odstupanja postignutog rješenja od točnog rješenja.

Dokazano je da ponavljanje konstrukcije logokodusa K rapidno smanjuje analitičku i grafičku pogrešku, discedum, svake konstrukcije, naročito grafičku pogrešku apsolutne konstrukcije¹⁰, [7]

Analitički korelatumi u konstrukciji Steinerovog n-ekvicirkulusnog moniloida prikazane na slici 4-1, dani su kako slijedi:



Slika 4-1. Teimometrički elementi Steinerovog moniloida

1. Zadani, certielementi:

Broj variocirkulusa n i veličina moniloida C_c , r_c .

2. Centrogonus, centralni kut ekvicirkulusa,

$$x^\circ = \frac{360^\circ}{n}$$

3. Radius ekvicirkulusa:

$$r_n^{\leftrightarrow} = \frac{a_n^{\leftrightarrow}}{2} = \frac{c_1 c_2}{2} = r_c \sin \frac{180^\circ}{n} = r_c \cos \left(90^\circ \frac{n-2}{n} \right) = r_t \tan \frac{180^\circ}{n}$$

4. Periradius obodne cirkule:

$$r_p = r_c + r_n = r_c \left(1 + \sin \frac{180^\circ}{n} \right), \text{ može biti zadan.}$$

⁹ Korelatum, lat. corelatio, međuovisnost, odnos iskazan brojem N ili veličinom, megatumom N

¹⁰ „Priroda ne zna za pogrešku, ona samo ostvaruje mogućnosti“, R. Bošković (1711 -1787)

5. Tanradius kotangentne točke ekvirkulusa:

$$r_t = r_c \cos \frac{x^\circ}{2}$$

6. Excentroradius endocirkule moniloida:

$$r_e = r_c - r_n = r_c \left(1 - \sin \frac{180^\circ}{n} \right)$$

7. Excentrodirekta, koja određuje veličinu excentriciteta, kao odmaknutost od centra peri i centrocirkulusa,

$$d_{ep} = \sqrt{r_c^2 + r_p^{211}}$$

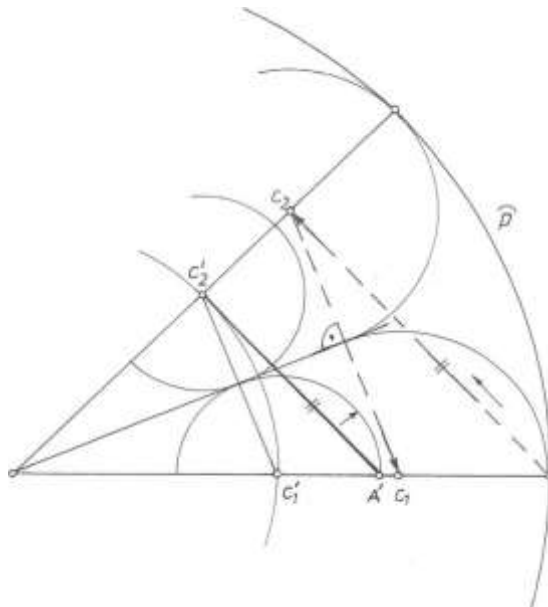
$$d_{ep} = r_c \sqrt{2 + \sin \frac{180^\circ}{n} \left(2 + \sin \frac{180^\circ}{n} \right)}$$

8. Radius centrocirkulusa:

$$r_c = r_p - r_n = r_p - r_c \sin \frac{180^\circ}{n}, \text{ može biti zadan}$$

U slučaju da nije zadan centrocirkulus moniloida već njegov pericirkulus centrocirkulus se konstruira primjenom paralelarne homotetije.

Na osnovu konstrukcije proizvoljnog pericirkulusa koji dodiruje cirkuluse moniloida (C'_1, C'_2) bilo koje veličine, konstruira se centrocirkulus koji prolazi kroz centre C_1 i C_2 povlačenjem paralele $AC_2 \parallel A'C'_2$ iz točke A na zadanom pericirkulusu slika 4-2.



Slika 4-2. Konstrukcija centrocirkulusa $r_c = U C_1$ homotetnom transpozicijom $C'_1 \leftrightarrow C'_2$ u $C_1 \leftrightarrow C_2$, paralelom $AC_2 \parallel A'C'_2$

Takva homotetna transpozicija potvrđuje Talesovu paralelarnu proporciju koja glasi: $AC_2/r_p = A'C'_2/r'_p$.

¹¹ Radiciranje se u numeromatičici označava s $\pm\sqrt{N}$ čemu u algebarskoj teinometriji na brojevnom pravcu, numerodirektusu Nd odgovara postojanje dvaju smjerova s oznakama $\rightleftharpoons \sqrt{N}$, odnosno u algebri $\pm\sqrt{2}$ odgovara u teinometriji dvjema dijagonalama kvadrata u dva smjera $\rightleftharpoons \sqrt{2}$

Zaključak

Konstrukcije cirkulusnih moniloida svih oblika, koje je u teinometriji, tada geometriji, postavio u prvoj polovici XIX stoljeća matematičar akademik J.Steiner konstruktibilne su u cijelosti šestarom i ravnalom, primjenom nove procedentne logokodusne teinometrije objavljene 1999. godine na BRUSSELS EUREKA '99.

Zahvala

Posebno i srdačno zahvaljujem uredništvu Zbornika na brižnoj pripremi članka za tisak i na ustrajnosti objavljivanja novih dostignuća suvremene logokodusne geometrije.

Z.B. Šonc

Literatura

- [1] Aristotel, *Metafizika i fizika*, prijevod izvornika Tomislav Ladan, Sveučilišna naklada Liber, Zagreb, 1985., 1987.
- [2] Blanuša Danilo, Quelques identités algébriques concernant les moyennes arithmétiques et géométriques. *Glasnik mat.-fiz. i astr.* 1.11.1956., 17-22.
- [3] Blanuša Danilo, *Viša matematika u četiri toma*, Tehnička knjiga, Zagreb, 1963. — 1974.
- [4] Devide Vladimir, *Matematička logika*, Matematički institut, Beograd, 1964., 1972.
- [5] Ogilvy C. Stanley, *Unterhaltsame Geometrie*, Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden 1979.
- [6] RusseH Bertrand, *Principi matematike* (The Principles of Mathematics), Routledge London 1937
- [7] Šonc B. Zoran, Principi i praksa logokodusne teinometrije mutoidije (mijene), rukopis, Zagreb, 1999.
- [8] Šonc B. Zoran, Geometriska konstrukcija brojevnje direkte, dužine, s jednakom grafičkom točnošću svih decimala brojeva, rukopis, Zagreb, 1991.
- [9] Šonc B. Zoran, Lexikon euklidike i neoeuklidike — geometriski termini i konstrukcije, rukopis, Zagreb, 1991/2019.
- [10] Šonc B. Zoran, Solverumi Malfattijevog marmornog tricirkulusnog problema šestarom i ravnalom, rukopis, Zagreb, 2012/19.
- [11] Šonc B. Zoran, Trisekcija i polisekcija gonusa šestarom i ravnalom, 8. simpozij Povijest i filozofija tehnike, Kiklos - krug knjige, Zagreb, 2019.
- [12] Šonc B. Zoran, Optimalni solverumi Apolloniosovih problema šestarom i ravnalom, 9. simpozij Povijest i filozofija tehnike, Kiklos-krug knjige, Zagreb, 2020.

Autor: Zoran Bobič Šonc