

Darko Žubrinić

Iskustva s matematičkom tipografijom na Zavodu za primijenjenu matematiku Fakulteta Elektrotehnike i računarstva Sveučilišta u Zagrebu

Povodom stote obljetnice (1919. – 2019.)
Zavoda za primijenjenu matematiku FER-a

Sažetak. Opisana su neka osobna iskustva na Zavodu za primijenjenu matematiku Fakulteta elektrotehnike i računarstva, s osobitim naglaskom na matematičku tipografiju. Temelje suvremene matematičke tipografije položio je profesor Donald E. Knuth još 1980-ih godina, razvojem tipografskog sustava globalno poznatog pod imenom TeX.

Ključne riječi: Donald E. Knuth, Elektrotehnički fakultet (ETF), Fakultet elektrotehnike i računarstva (FER), LaTeX, matematička tipografija, TeX, Vilim (William) Feller, Zavod za primijenjenu matematiku FER-a.

Uvod

Osjećam potrebu ovim člankom izraziti zahvalnost kolegama i prijateljima koji su mi puno pomogli tijekom rada na FER-u od 1981. godine do danas (2019.). Ovdje nisu niti izdaleka izrečene sve potrebne zahvale, ali nastojao sam spomenuti barem neke od meni najzanimljivijih poslova koje sam obavljao. Članak je nastao na sugestiju i zamolbu profesora Zvonka Benčića, na čemu

sam mu iskreno zahvalan. Motiviran je također i visokom, stotom obljetnicom osnutka Zavoda za primijenjenu matematiku (ZPM-a) 1919. godine na tadašnjoj Višoj tehničkoj školi u Zagrebu. Na taj način, ZPM je najstariji postojeći zavod na današnjem Fakultetu elektrotehnike i računarstva.

1. TeX i profesor Donald Knuth

Kad je riječ o tipografiji općenito, onda se redovito misli na znamenitog Johanna Gutenberg, izumitelja tiska pomičnim slovima polovinom XV. stoljeća. Pojam ‘matematička tipografija’ također uključuje ime samo jedne osobe – Donalda E. Knutha, umirovljenog profesora matematike s uglednog američkog Sveučilišta Stanford. Kao što je Gutenberg svojim tehničkim otkrićem izazvao pravu revoluciju u tiskanju knjiga, tako je i Knuth 1980-ih godina udario čvrste temelje za potpuno novi način pripreme matematičkih tekstova (i ne samo matematičkih), računalnim tipografskim sustavom poznatim pod nazivom TeX,¹ te kasnijom nadogradnjom nazvanom LaTeX, kao i mnogim drugim pratećim alatima, razvijanim pod pokroviteljstvom Američkog matematičkog društva. Gutenberg i Knuth bez ikakve su dvojbe dvije najznačajnije osobe u povijesti tiskarstva. Treba naglasiti da se Donald Knuth, nakon dugogodišnjeg rada na razvoju sustava matematičke tipografije, odrekao svih prihoda, za opću korist širom svijeta. Ta je gesta velikog znanstvenika primljena sa simpatijama te je pridonijela upravo nevjerojatnoj raširenosti TeX-a, s raznim nacionalnim prilagodbama, pa tako i u Hrvatskoj. Časopis *TUGboat* (hrv. remorker), specijaliziran za matematičku tipografiju, svoj je naziv dobio po pokrati TUG – TeX Users Group (skupina korisnika TeX-a). Ona ima brojne nacionalne ogranke. U časopisu *TUGboat* među inim su u puno navrata prikazivani rezultati prilagodbi TeX-a za desetke raznih jezika i pisama: kineski, hebrejski, korejski, egipatske hijeroglif, etiopsko pismo, itd., pa tako i za hrvatski jezik.

The image shows the TeX and LaTeX logos in a large, black, serif font. The word 'TeX' is on the left and 'LaTeX' is on the right, with a significant gap between them. The letters are bold and have a classic, elegant appearance.

Sl. 1.: Zaštitni znakovi za TeX i LaTeX

¹ Naziv TeX potječe od grčke riječi *τεχ*, čije značenje može biti umjetnost, ali i tehnologija. Naziv LaTeX odnosi se na nadogradnju TeX-a, koju je pod Knuthovim nadzorom izradio Leslie Lamport. Na engleskom i hrvatskom TeX se čita kao *teh*.

Za TeX sam prvi put doznao 1988., od prof. dr. sc. Nevena Elezovića, mog kolege na Zavodu za primijenjenu matematiku ETF-a (FER), vjerojatno najboljeg poznavatelja tog tipografskog sustava u Hrvatskoj. Te je godine kolega Elezović zajedno s prof. dr. sc. Androm Mikelićem priredio prvi znanstveni rad u Hrvatskoj uporabom TeX-a (objavljen 1991.). Prema informaciji koju sam dobio ljubaznošću prof. Elezovića, prvi znanstveni časopis u Hrvatskoj koji se uređivao uporabom TeX-a bio je *Glasnik matematički*,² počevši od 1990. godine, a tehnički ga je (do 1995.) uređivao upravo on.



Sl. 2.: Spomenik Johannesu Gutenbergu u Zagrebu, u Jurišićevoj ulici br. 7, izradio je 1887. godine hrvatski kipar Dragutin Morak (1839. – 1922.)

Nije previše poznato da je grad Zagreb dao još koncem XIX. stoljeća vidljiv znak zahvalnosti tipografskom geniju Johannesu Gutenbergu, postavljanjem njegova kipa u prirodnoj veličini u jednoj niši u Jurišićevoj br. 7 (Kuća Rulić), na visini 4. kata, pri čemu u lijevoj ruci nosi knjigu – Bibliju. Autor tog spomenika, nastalog 1887. godine, malo je poznati hrvatski kipar Dragutin Morak. Meni osobno to je jedan od najljepših spomenika u gradu Zagrebu. Prema nekim izvorima, to je čini se prvi spomenik Gutenbergu postavljen izvan njemačkog govornog područja, a pojavljuje se čak desetak godina prije prvog sličnog spomenika u Beču, gdje je postavljen 1900. godine. Prvu informaciju o tom malo poznatom kulturnom biseru grada Zagreba dugujem gospodinu Ivi Dubravčiću, vodećem hrvatskom skupljaču starih knjiga i rukopisa (preminulom

²*Glasnik matematički* je najstariji hrvatski znanstveni časopis iz područja matematike, a objavljuje ga Hrvatsko matematičko društvo u Zagrebu. Mrežna adresa časopisa je <https://web.math.pmf.unizg.hr/glasnik/>.

2018. u Delftu, “u Niskozeemlju”, što je bio njegov šaljivi naziv za Nizozemsku). U Zagrebu je, prema informaciji koju u jednoj od svojih knjiga navodi publicist Zvonimir Kulundžić, između 1906. i 1914. izlazio stručni časopis *Gutenberg*.

Matematička tipografija jedan je od najtežih dijelova tipografske struke, iz razumljivih razloga: radi velikog broja neobičnih znakova, kao i mnoštva slova iz različitih pisama, nerijetko na vrlo neobičnim položajima. Knuthov rad na razvoju TeX-a potaknuo je nezapamćen interes stručnjaka iz mnogih drugih područja: tipografa, filologa, fizičara, kemičara, elektrotehničara, programera itd. Knuthov sustav među inim je omogućio potpunu kontrolu nad smještanjem slova (i općenitije – bilo kakvih znakova) u tekstu, nad regulacijom njihovih veličina, s mogućnošću rotiranja slova, zadavanja boja itd. Štoviše, Knuth je stvorio i sustav za stvaranje novih znakova (i skupova slova, tj. pisama) pod nazivom METAFONT, koji je izazvao isto tako velik interes širom svijeta. Kao gljive poslije kiše počele su nicati i nacionalne udruge korisnika TeX-a, koje su rješavale problematiku svojih jezika: stvaranja specijalnih znakova u nacionalnim pismima s pomoću METAFONT-a, tablice automatskog rastavljanja riječi itd. Tako se danas uz pomoć TeX-a pripremaju tisuće članaka i knjiga širom svijeta na različitim pismima. U to se vrijeme u svijetu javila neobična “epidemija” pod nazivom METFONTitis, od koje sam i ja “obolio”. Za uspješnu uporabu METAFONT-a dovoljno je uz srednjoškolsku geometriju poznavati temelje linearne algebre i kompleksnih brojeva, u opsegu prvog semestra studija na FER-u.



Sl.3.: Donald E. Knuth, istaknuti američki matematičar, vodeći ekspert za računalno programiranje i orguljaš

Zanimljivo je da je glavni poticaj za Knuthov golemi napor oko stvaranja računalnog tipografskog sustava bio čisto estetske naravi. Naime, Knuth je već kao mladi znanstvenik u dobi od 27 godina počeo izdavati knjige pod zajedničkim naslovom *Umjetnost računalnog programiranja* (*The Art of Computer Programming*), te je bio nezadovoljan nezgrapnošću tipografskih rješenja u izdavačkom poduzeću koje ih je pripremalo. Radi toga odlučio je sam stvoriti tipografski sustav u kojem će njegove knjige izgledati puno ljepše i elegantnije.

U ovom slučaju vidimo da su kriteriji za napredak određene struke (ili više njih) ne samo egzaktni kriteriji znanstvene istine nego i oni koji spadaju u umjetnost i estetiku. Nije čudno da je Donald Knuth ne samo vrhunski matematičar, po mnogima i vodeći stručnjak u svijetu za računalno programiranje, nego i graditelj (i svirač) orgulja. Pogledajte (Knuth), gdje osim matematičkih i programerskih sadržaja možete poslušati i neke njegove skladbe za orgulje. Taj nam primjer (kao i mnogi drugi) pokazuje da uspješno poučavanje u nekoj struci nije moguće sasvim odvojiti od drugih struka, koje naoko s njom nemaju nikakve veze. Pritom bismo podsjetili da se, za ilustraciju, područje glazbe nekad (pa i u antici), smatralo dijelom matematike!

U Hrvatskoj danas postoji desetak znanstvenih časopisa iz području matematike, a svi se pripremaju uz pomoć TeX-a i njegovih inačica. Kao što smo rekli, prvi je uporabom TeX-a uređivan *Glasnik matematički*, časopis koji pokriva sva područja matematike. Prvi znanstveni časopis specijaliziran unutar nekog užeg područja matematike utemeljen je u Hrvatskoj 1998. godine zahvaljujući suradnji dvojice matematičara, prof. dr. sc. Nevena Elezovića s FER-a i akad. Josipa Pečarića s TTF-a (Tekstilno-tehnološki fakultet), i pripremljen uporabom TeX-a. Osobito je uspješna djelatnost izdavačkog poduzeća *Element* iz Zagreba, osnovanog 1992. godine, specijaliziranog za matematiku, fiziku, elektrotehniku, strojarstvo, informatiku i TeX. Dosad je to poduzeće objavilo gotovo sedamsto izdanja, vidi. Danas objavljuje šest znanstvenih časopisa iz područja matematike, koji se mogu vidjeti na adresi <http://ele-math.com/>. Lijepo je te časopise vidjeti na policama stranih sveučilišnih knjižnica.

Na FER-u se od 1993. objavljuje znanstveni časopis *Journal of Computing and Information Technology* (CIT), koji se tijekom nekoliko prvih godina uređivao u *Wordu*, a zatim do 2016. uporabom LaTeX-a, u suradnji s *Elementom*. Svi materijali koji se koriste za potrebe nastave matematike na FER-u (riječ je o desecima knjiga i priručnih materijala), temelje se na uporabi tog tipografskog sustava i njegovih inačica. Na Zavodu za primijenjenu matematiku priprema se od 2009. godine znanstveni časopis *Differential Equations and Applications* (DEA), s prof. Mervanom Pašićem kao jednim od glavnih urednika, u suradnji s *Elementom*. Povremeno se i neke od doktorskih disertacija na FER-u pripremaju s pomoću LaTeX-a. Na Matematičkom odsjeku PMF-a u pravilu se sve

doktorske disertacije pripremaju uporabom LaTeX-a, a vjerujem i znatan dio disertacija na Fizičkom odsjeku PMF-a.

Ovdje bih spomenuo da je na poticaj nekadašnjeg ravnatelja V. gimnazije u Zagrebu profesora Petra Mladinića pokrenut 2005. školski časopis *Playmath*, koji su tehnički u cjelosti pripremali sami učenici, rabeći LaTeX. Rezulati njihova rada bili su zadivljujući.

2. *Fundamentals of Applied Functional Analysis*, knjiga nastala u suradnji s prof. dr. sc. Dragišom Mitrovićem

Oko 1990. godine počeo sam s Dragišom Mitrovićem, professor emeritus na Sveučilištu u Zagrebu (ekspert za teoriju distribucija), raditi na pripremi knjige pod naslovom *Fundamentals of Applied Functional Analysis*. Priprema knjige od 400 stranica nastajala je u ugodnom ozračju, iako nije bila jednostavna ni s matematičke ni s tipografske strane. Pripremana je uporabom TeX-a te kao *camera ready book* predana uglednom poduzeću Addison Wesley Longman (s kojim smo ugovor potpisali još početkom 1990-ih), te objavljena 1998., nakon oko osam godina rada. Sjećam se mnogih mojih posjeta domu obitelji Mitrović, gdje nas je gđa Veronika Mitrović (rodom iz Međimurja, inače vrhunski psiholog i defektolog), znala iznenaditi svojim biranim slasticama. Tijekom pripreme knjige razmijenjeno je na desetke pisama s materijalima i raznim dopunama i ispravicama, koji su poštom putovali od stana obitelji Mitrović do FER-a (tj. do mene) i obratno. U završnoj tehničkoj doradi knjige, neposredno prije slanja uglednom izdavaču u Veliku Britaniju, puno nam je pomogao naš TeXpert prof. Neven Elezović.

Imali smo vrlo ugodnu suradnju s izdavačima u Engleskoj, koji su naš prvobitni prijedlog za knjigu razmotrili pažljivo i zainteresirano. Osoba za kontakt bila nam je gđa Mary Lince (Senior production editor, Mathematics), zaposlena u Longman Higher Education pri Longman House u Essexu. Sjećam se pitanja poput:

“Gdje će se ta knjiga u svijetu najviše prodavati? Komu je točno namijenjena? Navedite sveučilišta kojima bi se mogla preporučiti. Opišite planirani sadržaj i strukturu knjige. Pošaljite nam prvih dvadesetak stranica teksta planirane knjige.”,

i puno drugih, na koja je trebalo pažljivo odgovoriti u odgovarajućim formularima. Sama prijava prijedloga knjige prošla je uspješnu recenziju čak četvero neovisnih recenzenata. Napominjem da je riječ o anonimnim

recenzentima, čija se imena ne nalaze u knjizi. Štoviše, za razliku od društvenih struka, u matematičkim knjigama poznatih izdavača nezamislivo je vidjeti ime-na recenzenata.

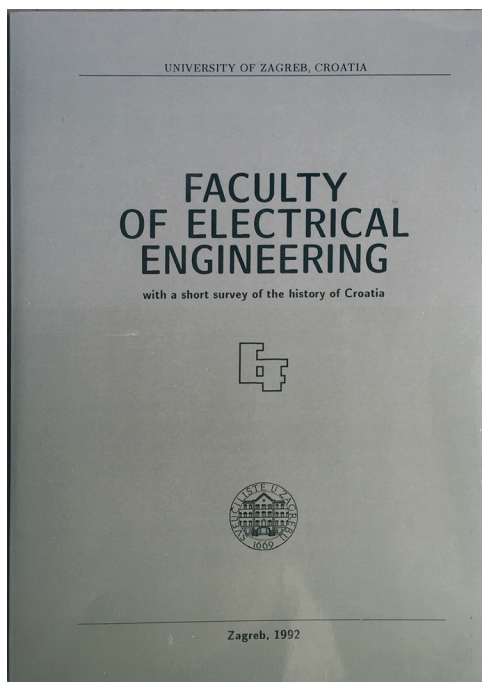
Od prof. Mitrovića doznao sam za poslovicu koju je rado i često ponavljao: “Zanat treba učiti od majstora, a ne od šegrta.” Odnosilo se to među inim i na nekadašnji problem nedostatka dovoljno kvalitetnih matematičkih knjiga, pa i na problem matematičkog poučavanja općenito. Profesor Mitrović bio je zagovornik “mekog” načina poučavanja, gdje sve pojedinosti moraju biti do kraja objašnjene, s pažljivo odabranim primjerima. Budući da je bio jedan od rijetkih matematičara na Sveučilištu u Zagrebu s iskustvom nastavnika u zagrebačkim srednjim školama, imao je za probleme učenika iznadprosječno razvijen osjećaj. Da bi čitatelju bilo jasnije o čemu je riječ, spomenut ću da je i sad u uporabi knjiga za zagrebačke studente matematike, čija prva rečenica glasi “Neka je X vektorski prostor.”

Za usporedbu, treba vidjeti kako izgleda uvodni dio prvog sveska knjige iz teorije vjerojatnosti najvećeg hrvatskog matematičara u povijesti Vilima (William) Feller, rođenog u Zagrebu 1906., koji je 1950. (u svojoj 44. godini) postao redoviti profesor na prestižnom Sveučilištu u Princetonu. Prvih nekoliko stranica pisano je bez ikakvih formula pa imate osjećaj kao da vas autor knjige vodi za ruku. Te početne stranice mislim da imaju i beletrističku vrijednost. Prema mišljenju uglednog američko-talijanskog matematičara Gian-Carla Rote (poznatog osobito u području kombinatorike), Fellerova knjiga jedno je od najljepše pisanih matematičkih djela u cijelom dvadesetom stoljeću.

3. Publikacija o ETF-u iz 1992. godine

U prvoj polovini 1992. stigla mi je neočekivana zamolba tadašnje uprave ETF-a (točnije, od prodekana prof. Slavka Krajcara, tad je dekan bio prof. Danilo Feretić), da na engleskom jeziku pripremim prikaz o našem fakultetu, njegovoj strukturi i djelatnosti, pod naslovom *Faculty of Electrical Engineering*. Pristao sam, a publikaciju sam pripremao s pomoću TeX-a. Nakon šest mjeseci rada publikacija je bila zgotovljena. Budući da je Hrvatska u to vrijeme bila u dramatičnim okolnostima ratne agresije, gdje je trećina zemlje bila okupirana, uputio sam molbu upravi Fakulteta da kao dodatak bude uvršten i opći, vrlo sažeti prikaz o hrvatskoj povijesti, kulturi i znanosti, na što je uprava pristala.

Tijekom pripreme publikacije dragocjenu pomoć pružili su mi svi zavodi na Fakultetu, mnogi kolege, a osobito profesori Vatroslav Lopašić, Vladimir Muljević i Vladimir Čepulić. Uvelike su mi još pomogli dr. Trpimir Macan iz Leksikografskog zavoda (po struci povjesničar), i Krešimir Mikolčić, glavni tajnik Matice hrvatske. Kao kuriozitet spominjem da sam te 1992. godine od



Sl. 4.: Publikacija *Faculty of Electrical Engineering* (Zagreb, 1992.)

profesora Čepulića doznao za ime najvećeg hrvatskog matematičara u povijesti, Vilima (William) Feller. O Felleru sam u toj publikaciji napisao ukupno tri rečenice, uz čuđenje i nevjericu da za njega nisam čuo ne samo tijekom studija matematike nego ni u svojstvu tadašnjeg docenta na Sveučilištu u Zagrebu. Ali, dvadesetak godina poslije, točnije, 2011., o njemu sam objavio monografiju, o čemu će poslije biti nešto više riječi.

U to sam vrijeme bio zaokupljen pripremom triju knjiga: spomenute reprezentativne publikacije o ETF-u, knjige s profesorom Dragišom Mitrovićem te knjige *Biti pismen biti svoj*, objavljene 1994. u izdanju Hrvatskog književnog društva sv. Jeronima na 350 stranica.³

Koncem 1992., neposredno prije posjeta Diplomatskog kora ETF-u, otisnuta je publikacija o Fakultetu. Mala knjižica na 86 stranica izazvala je interes diplomata čim je podijeljena, a oni su je (prema osobnoj informaciji prof. Vladimira Mikuličića s našeg Fakulteta), počeli odmah prelistavati. Bio je to pun pogodak, osobito što se tiče drugog, općeg dijela o hrvatskoj povijesti, kulturi i znanosti, na nešto više od 30 stranica. Profesor Mikuličić mi je poslije ispričao da je nedugo nakon objavljivanja te knjižice ponio desetak primjeraka u Krško

³ Drugo je izdanje te knjige, pod naslovom *Hrvatska glagoljica*, objavljeno 1996. u sunakladništvu poduzeća *Element* na 400 stranica.

u Sloveniju, gdje je grupa američkih stručnjaka došla obaviti pregled i remont nuklearne elektrane. Svakom je darovao po primjerak, a prigodom ponovnog susreta američki su ga kolege gledali “sasvim drugim očima”.

Ono što me osobito iznenadilo (a to sam doznao petnaestak godina poslije), jest da je prof. Mikuličić bio izvrsno upoznat sa svescima spomenute Fellerove monografije iz teorije vjerojatnosti. Vlastiti primjerak prvog sveska posudio mi je na neko vrijeme. Prelistavajući ga, iz mnoštva rubnih zabilježaka shvatio sam da je prof. Mikuličić tu Fellerovu knjigu od oko 400 stranica proučio od korica do korica.

Materijal o hrvatskoj povijesti, kulturi i znanosti, objavljen u spomenutoj knjižici o ETF-u iz 1992. godine, dostupan je od travnja 1995. putem interneta, a idućih je godina dopunjavan. Sad je na adresi www.croatianhistory.net. U postavljanju na mrežu 1995. godine dragocjenu sam stručnu pomoć dobio od prof. dr. sc. Maje Matijašević sa Zavoda za telekomunikacije na FER-u.

4. Glagoljički fontovi i knjiga *Hrvatska glagoljica*

Objavljivanjem članka pod naslovom *Croatian fonts* u časopisu *TUGboat* početkom 1996. godine, imao sam neočekivanu i posve slučajnu, vrlo rijetku čast, da se početak mogeg članka našao na istoj stranici gdje je i sam Donald Knuth imao objavljen vrlo kratak prilog (zapravo obavijest) za korisnike TeX-a. Tim sam člankom predstavio oko četristo znakova izrađenih s pomoću META-FONT-a tijekom nekoliko prethodnih godina, pod nazivom *Croatian fonts: glagoljica* (uglasta, obla i kurzivna, tj. brzopisna), hrvatska ćirilica, pleterna ornamentika i ornamentika stećaka. Drago mi je što poduzeće *Element* rabi te pleterne ornamente u nekim od svojih tiskanih matematičkih izdanja namijenjenih studentima FER-a. Opsežnu anonimnu recenziju članka dobio sam od Uredništva časopisa *TUGboat*⁴ u vrijeme kad sam bio mobiliziran nakon vojno-redarstvene operacije *Oluja* u drugoj polovini 1995. godine.⁵ Proveo sam točno sto dana na području prekrasne rijeke Une, uglavnom blizu Kostajnice i Hrvatske Dubice.

Odgovor recenzentu i korekturu članka pripremio sam tijekom jednog od povremenih mjesečnih dvodnevni “dopusta”. Članak sam koncem te 1995. godine poslao elektroničkom poštom, a kad je nakon unesene korekture (dosta opsežne) članak bio od strane redakcije časopisa *TUGboat* prihvaćen, došlo je za nekoliko dana još jedno ugodno iznenađenje. Običnom poštom sam iz SAD-a

⁴Točnije, od glavne urednice Barbare Beeton.

⁵Dr. Slobodan Lang, znameniti hrvatski humanitarac, *Oluju* definira kao humanitarnu vojnu operaciju koja je spriječila genocid.

od redakcije časopisa dobio vrlo kvalitetan otisak članka (točno onako kako bi trebao izgledati u časopisu), s popratnim pitanjem jesam li zadovoljan izgledom članka, te da im svoj odgovor i eventualne primjedbe pošaljem što prije e-poštom. Ponovno sam pažljivo pregledao cijeli članak i javio da sam jako zadovoljan onim što su mi poslali.

Kad je članak uskoro, nakon samo dva tjedna, bio u časopisu *TUGboat* objavljen početkom 1996. godine, mojem veselju nije bilo kraja. Po mojoj evidenciji, u to se vrijeme spomenuti časopis slao na razna sveučilišta u više od pedeset zemalja širom svijeta. Popratni je paket fontova pod nazivom *Croatian fonts* postavljen na tzv. CTAN arhiv (Comprehensive TeX Archive Network), gdje se nalazi i danas. Tek puno kasnije shvatio sam da ti fontovi dolaze i kao dio standardne (potpune) mrežne instalacije TeX-a na osobna računala, uključujući i vrlo popularni MikTeX. CTAN arhiv danas je zrcaljen na više od sto sveučilišta širom svijeta.

Spomenuti članak iz 1996. bio je moj drugi članak objavljen u časopisu *TUGboat*. Prvi sam objavio 1992., pod naslovom The exotic Croatian glagolitic alphabet, u kojem je otisnuto i ime Donalda Knutha hrvatskom glagoljicom.

Rad s TeX-om i raznim drugim računalnim alatima zamišljen je sredinom 1990-ih godina kao dio vrlo opsežnog programa koji je osmislio prof. Mario Essert s Fakulteta strojarstva i brodogradnje⁶. Naziv njegova vrijednog programa bio je vrlo slikovit: "Laboratorij za pomoć moćnima i skrb za nemoćne".

5. Mrežni prikaz i monografija o Vilimu Felleru, najistaknutijem hrvatskom matematičaru u povijesti

Moje znanje o Vilimu Felleru ostalo je tijekom više godina nepromijenjeno, opsegom na razini triju rečenica iz knjižice o ETF-u (poslije FER-u), objavljene 1992. godine. Prekretnica je nastupila 2006., kad me koncem srpnja kolega Vladimir Čepulić obavijestio o postojanju prekrasne obiteljske grobnice Fellerovih, izrađene u bijelom mramoru u zidu mirogojskih arkada.⁷ Otišao sam za

⁶Prof. dr. sc. Mario Essert bivši je student FER-a. Znanstveno se orijentirao prema matematici – blokovnim nacrtima i matematičkoj lingvistici. Doktorirao je pod vodstvom prof. dr. Vladimira Čepulića s FER-a.

⁷Vilim Feller predstavljen je na velebnoj izložbi *Znanost u Hrvata* godine 1996. u Klovićevim dvorima u Zagrebu, kao jedan od najistaknutijih hrvatskih znanstvenika u povijesti, uz imena kao što su hrvatski nobelovci Lavoslav Ružička i Vladimir Prelog, zatim Faust Vrančić, Ruđer Bošković, Nikola Tesla, Milislav Demerec (istaknuti hrvatsko-američki genetičar) itd. Postoje opsežni tiskani katalozi, objavljeni na hrvatskom i engleskom jeziku, koji su tijekom petnaestak godina bili dostupni i putem interneta, ali su, nažalost, ugašeni.

nekoliko dana po velikoj vrućini do Mirogoja te zatim produljio odmah lijevo od glavnog ulaza, arkadama do te grobnice. Bio sam u tom času jedan od rijetkih šetača na Mirogoju. Kad sam stigao do odredišta snimio sam fotoaparatom nekoliko kadrova, gdje su na grobnici bila imena brojne obitelji s prezimenom Feller. Tu je među dvanaestero djece Eugena Viktora Felleri i njegove supruge Ide bilo navedeno i ime Vilima Felleri (iako on nije pokopan na Mirogoju, nego u New Yorku), kao i ime njegove supruge Clare Nielsen. Iznenada je u trenutku mog fotografiranja naišao jedan prolaznik, koji mi je prišao i upitao: "A što vi tu radite?" Odgovorih da fotografiram grobnicu obitelji Feller. "A otkud vi njih znate?" upita neznamac. Opisah mu ukratko razlog mog interesa za Vilima Felleri. Neznamac mi je na to rekao da osobno poznaje potomke obitelji Feller u Zagrebu te mi je odmah dao telefonski broj gdje Marte Zdenković, unuke Ferdinanda Felleri, Vilimova najstarijeg brata.⁸ Bio je to dr. Damir Kišić.

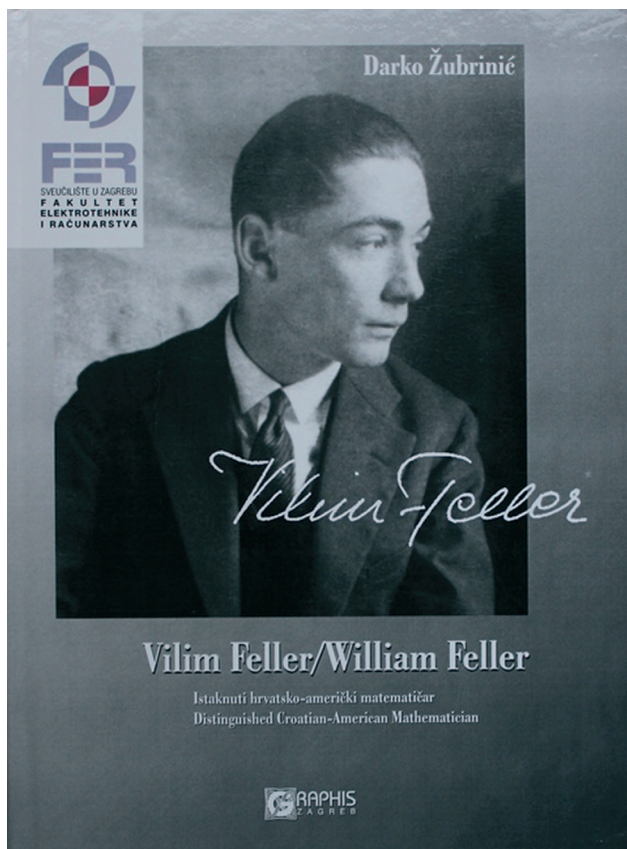
Susret s gđom Martom Zdenković bio mi je iznimno važan i dragocjen jer mi je otvorio put do mnogih spoznaja o toj obitelji, a osobito o Vilimu Felleru. Prikupljeni podaci potaknuli su pripremu mrežne stranice o Vilimu Felleru na engleskom jeziku, koja je već te jeseni poprimila opseg manje knjižice, s mnoštvom dotad neobjavljenih fotografija, dobivenih dobrotom gdje Marte Zdenković. Budući da se 2006. godina podudarala sa stotom obljetnicom rođenja Vilima Felleri (1906. – 1970.), ponudio sam Hrvatskom matematičkom društvu u Zagrebu tribinu s predavanjem o najvećem našem matematičaru u povijesti, što je bilo odmah prihvaćeno. Tribinu je vodio prof. Mirko Primc, uz vrlo lijep broj posjetitelja, a nazočilo je i nekoliko potomaka obitelji Feller, uključujući i gđu Martu Zdenković i njezina brata Nikolu.⁹

U to sam vrijeme o važnosti Vilima Felleri¹⁰ često na FER-u razgovorao s prof. Zvonkom Benčićem. On mi je uskoro predložio da bi bilo dobro sav prikupljeni materijal objaviti kao knjigu. U međuvremenu sam biografiju Vilima Felleri ponudio kao temu seminarskog rada za četvero studenata FER-a. Na jednom od seminara bili su gđa Marta Zdenković i njezin brat Nikola, što mu je dalo posebnu draž. Seminarski su radovi, među inim, rezultirali i prijevodom prikaza o Felleru s engleskog na hrvatski jezik, koji su napravile studentice Marta Kolar i Ines Leskovar. Dodatne su dorade nakon nekoliko godina rezultirale mrežnim prikazom dovoljno zrelim za pripremu prve zaokružene biografske knjige o Vilimu Felleru.

⁸Vilim Feller bio je najmlađi od osmero braće, a imao je i četiri sestre, od kojih su dvije preminule vrlo mlade.

⁹Njihova je majka Eva Zdenković r. Feller kći Ferdinanda Felleri, najstarijeg Vilimova brata. Ferdinand je autor onog lijepo zvjezdastog slova *G* u nazivu *Ghetaldus* (optička industrija) u Zagrebu.

¹⁰Vilimov otac Eugen Viktor Feller važan je za povijest farmaceutske industrije i ljekarništva u Hrvatskoj.



Sl. 5.: Naslovnica monografije o Vilimu Felleru (Zagreb, 1906. – New York, 1970.), najvećem hrvatskom matematičaru u povijesti, objavljene 2011. u Zagrebu.

Godine 2011. prijedlog prof. Zvonka Benčića ostvaren je objavljivanjem moje dvojezične (hrvatsko – engleske) monografije *Vilim Feller, istaknuti hrvatsko – američki matematičar / William Feller, distinguished Croatian – American Mathematician*, u izdanju poduzeća Graphis iz Zagreba. U pripremi knjige dobio sam veliku i nesebičnu stručnu pomoć od pok. akademika Sibe Mardešića i kolege prof. dr. Hrvoja Šikića s Matematičkog odsjeka PMF-a, a potporu je dala i tadašnja uprava FER-a na čelu s prof. dr. Nedjeljkom Perićem, što se odrazilo i na naslovnici knjige. Na taj su način moje prvobitne tri rečenice o Felleru, objavljene 1992. u publikaciji o ETF-u, evoluirale u knjigu od 140 stranica.

Ovdje bih naglasio da je Vilim Feller jedini hrvatski znanstvenik u SAD-u koji je od američkog predsjednika dobio Nacionalnu medalju za znanost (National Medal of Science ili Presidential Award). Evo imena znanstvenika koji prethode Felleru za područje matematike i informatike:

1. Wiener, Norbert, Massachusetts Institute of Technology, 1963.
2. Lefschetz, Solomon, Princeton University, 1964.
3. Morse, H. Marston, Institute for Advanced Study, 1964.
4. Zariski, Oscar, Harvard University, 1965.
5. Milnor, John W., Princeton University, 1966.
6. Cohen, Paul J., Stanford University, 1967.
7. Neyman, Jerzy, University of California, Berkeley, 1968.
8. **Feller, William**, Princeton University, 1969.

Zanimljivo je da je među kasnijim dobitnicima te nagrade bio i već spomenuti američki znanstvenik Donald Knuth:

9. Brauer, Richard D., Harvard University, 1970.
10. Tukey, John Wilder, Princeton University, 1973.
11. Gödel, Kurt, Institute for Advanced Study, 1974.
12. Backus, John W., IBM San Jose Research Lab, 1975.
13. Chern, Shiing-shen, University of California, Berkeley, 1975.
14. Dantzig, George B., Stanford University, 1975.
15. Friedrichs, Kurt Otto, New York University, 1976.
16. Whitney, Hassler, Institute for Advanced Study, 1976.
17. Doob, Joseph L., University of Illinois, 1979.
18. **Knuth, Donald E.**, Stanford University, 1979.

U osobito ugodnoj uspomeni ostalo mi je predstavljanje knjige o Felleru održano 2011. godine u dupkom punoj Sivoj vijećnici FER-a, u nazočnosti tadašnjeg dekana prof. Nedjeljka Perića, kao i dvojice predstavljača knjige – akad. Sibe Mardešića i profesora Hrvoja Šikića s Matematičkog odsjeka PMF-a. Predstavljanju su također nazočili dr. sc. Ognjen Kraus, predsjednik Židovske općine u Zagrebu¹¹, gđa Marta i Nikola Zdenković te mnogi drugi kolege i prijatelji. Predstavljanje su otvorili dekan FER-a prof. dr. sc. Nedjeljko Perić i predstojnica Zavoda za primijenjenu matematiku FER-a prof. dr. sc. Vesna Županović. S nekoliko prekrasnih kratkih klavirskih izvedaba u predstavljanje knjige uvela nas je mlada pijanistica Tamara Gal¹², tad studentica Muzičke akademije u Zagrebu, koja se prije nastupa obratila skupu s nekoliko nadahnutih misli o dubokoj vezi između glazbe i matematike. Osobito je lijepo bilo neformalno druženje nakon predstavljanja knjige, uz izvrsne kolače koje je pripremila gđa Marta Zdenković. Predstavljanju je nazočio čak i tadašnji gradonačelnik Donje Stubi-

¹¹Naime, Vilim Feller po svojem djedu Davidu Felleru ima židovske korijene.

¹²Do pijanističkog nastupa Tamare Gal došlo je na prijedlog prof. Zvonka Benčića i posredovanjem kolegice Snježane Božić.

ce, u kojoj je nekad djelovala tvornica Eugena Viktora Felleru, znamenita širom svijeta po svojem proizvodu *Elsa Fluid*.

Vjerujem da je objavljivanje knjige o Vilimu Felleru pridonijelo odluci da glavni trg u Donjoj Stubici, na kojem se nalaze župna crkva i spomenuta tvornica (planira se pretvoriti u muzej), bude imenovana po njegovu ocu Eugenu Viktoru Felleru. Još jedan, meni vrlo zanimljiv rezultat objavljivanja mrežnog prikaza o Vilimu Felleru kao i same knjige, jest imenovanje jedne od zagrebačkih ulica po Vilimu Felleru (u naselju Soboština), a na prijedlog publicista i aktivista Saše Šimprage. Premda je riječ o slijepoj ulici koja (zasad) nema niti jedne kuće, držim to lijepim uspjehom. Točnije, u Soboštini cijela četvrt ima nazive ulica po raznim hrvatskim matematičarima, a najistaknutiji među njima posljednji je dobio svoju! Koliko mi je poznato, Vilimov otac Eugen Viktor Feller u Zagrebu još nema svoju ulicu iako to nedvojbeno zaslužuje.

Gospođa Marta Zdenković je tijekom naših susreta i razgovora primijetila neke netočnosti u biografskom prikazu o Williamu Felleru, objavljenom u uglednoj Matematičkoj internetskoj enciklopediji na Sveučilištu St. Andrews u istoimenom gradu u Škotskoj (*MacTutor History of Mathematics Archive*). Javio sam se e-porukom dvojici autora tog golemog arhiva (to su profesori John J. O'Connor i Edmund F. Robertson), koji su nakon provjera iznenađujuće brzo (u samo mjesec i pol dana) reagirali i unijeli predložene ispravke. Štoviše, na vlastitu su inicijativu stavili poveznicu na vrlo opsežan mrežni prikaz o njemu na engleskom jeziku; vidi (Žubrinčić, 2006.) i (MacTutor).

Fellerova dvosveščana monografija prevedena je s engleskog na ruski, mađarski, kastiljski¹³, kineski, poljski i mađarski. Oko šest godina nakon objavljivanja moje knjige doznao sam da je Fellerova monografija prevedena još dosta davno i na japanski jezik. U pronalaženju japanskog prijevoda pomogao mi je profesor Satoshi Tanaka sa Sveučilišta u Okayami, kojeg sam upoznao zahvaljujući kolegi Mervanu Pašiću.

Iz osobne komunikacije s dr. Benjaminom Weissom, Fellerovim doktorandom (sad u Haifi), doznao sam da je 1960-ih godina Feller (u to vrijeme profesor na prestižnom Sveučilištu u Princetonu), bio jedan od savjetnika IBM-ova istraživačkog centra za razvoj. IBM-ov interni časopis *Scientific Research* objavio je 1969. iznimno zanimljiv intervju s Fellerom o zlorabama u statistici, koji bi vrijedilo prevesti na hrvatski jezik. O Vilimu Felleru je povodom njegove smrti 1970. vrlo lijep članak, objavljen u *Glasniku matematičkom*, napisao prof. Vladimir Vranić, koji spominje da su se dopisivali na hrvatskom jeziku do konca njegova života, pa čak i u godini njegove smrti. Vladimir Vranić je mladom Felleru, tijekom studija matematike od 1923. do 1925. na Mudroslovnom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu, predavao kolegij Uvod u teoriju realnih

¹³Kastiljski je jedan od četiriju službenih jezika Španjolskoj, uz katalonski, galjege (tj. galicijski) i baskijski.

funkcija. Kontaktirao sam s Vranićevim sinom akademikom Mladenom Vranićem, istaknutim hrvatskim znanstvenikom u Kanadi¹⁴ i upitao je li što od te prepiske sačuvano. Njegov je odgovor bio negativan, ali poštom mi je poslao oveći portret Vilima Feller, dotad nepoznat, meni jedan od najljepših.

Profesor Zoran Vondraček s Matematičkog odsjeka PMF-a je zajedno s dvojicom svojih kolega, Renéom L. Schillingom iz Njemačke i Wojborom A. Wołczyńskim iz SAD-a, priredio sabrana djela (*William Feller Selected Papers* I, II, 2014. i 2015.), u dvama opsežnim svescima (svaki po oko 800 str.). Obje su knjige priređene s pomoću LaTeX-a i objavljene kod uglednog izdavača Springer. Za te informacije zahvaljujem pok. akad. Sibi Mardešiću.¹⁵

6. Monografija s Michelom L. Lapidusom i Goranom Radunovićem u izdanju Springer

Tijekom druge polovine 1990-ih na temelju izvrsnog prijedloga prof. Mervana Pašića naši su znanstveni interesi uključili i fraktalnu geometriju, u prvom redu *box* dimenziju (ili Minkowskijevu dimenziju) i Hausdorffovu dimenziju. Jako sam zahvalan kolegi Pašiću na sugestiji da uđemo u nama potpuno novo područje matematike, jer je to rezultiralo lijepim brojem znanstvenih radova iz primjena fraktalne geometrije u diferencijalnim jednadžbama i dinamičkim sustavima. Ta je Pašićeva sugestija dovela do plodne znanstvene suradnje većeg broja kolegica i kolega na Zavodu za primijenjenu matematiku, uz mnoštvo referata na znanstvenim seminarima i međunarodnim konferencijama. U tom je području na FER-u obranjeno nekoliko doktorskih disertacija.

Jedan od meni vrlo zanimljivih smjerova istraživanja ostvaren je pozivom prof. dr. sc. Vesne Županović (početkom 2000-ih godina), da se fraktalnom analizom pokušaju proučiti neke pojave u teoriji dinamičkih sustava. Naši zajednički radovi, objavljeni u vrlo kvalitetnim međunarodnim znanstvenim publikacijama (u prvom redu u Francuskoj i u Belgiji), doveli su do poziva kolegici Županović¹⁶ da priredi pregledni članak pod naslovom *Fractal dimensions in dynamics*, za potrebe novoutemeljene, vrlo ambiciozne i opsežne petosveščane *Enciklopedije matematičke fizike* (*Encyclopedia of Mathematical Physics*, Oxford, Elsevier, 2006.). Taj smo pregledni rad zajedno pripremili za oko pola

¹⁴ Akad. Mladen Vranić ekspert je za dijabetes, jedan od vodećih u svijetu.

¹⁵ Akad. Sibe Mardešić autor je zanimljive autobiografske knjige *Kako sam postao i ostao matematičar*, objavljene 2016. u Zagrebu, koju je priredio uporabom LaTeX-a.

¹⁶ Poziv joj je uputio francuski matematičar Jean-Pierre Francoise, zaposlen na Université Pierre et Marie Curie u Parizu, jedan od trojice glavnih urednika planirane *Enciklopedije matematičke fizike*, ekspert u području dinamičkih sustava.

godine, a objavljen je u drugom svesku te enciklopedije (na str. 394 – 402). Zanimljivo da je naš članak u toj enciklopediji klasificiran (na naše ugodno iznenađenje) u područje fizike, a ne matematike. Naravno, svi su članci priređeni uporabom LaTeX-a.

U zajedničkom radu koji smo kolegica Županović i ja imali čast objaviti u uglednom francuskom časopisu *Bulletin des sciences mathématiques*, anonimni recenzent našeg članka sam se otkrio na vrlo neobičan način. Naime, u svojoj je recenziji među inim zamolio da u naš zapis njegova prezimena (koje se pojavljivalo u našem članku na nekoliko mjesta) bude stavljen ispravan francuski akcent. Bio je to francuski matematičar Michel Mendès France.

Sjećam se neobične zgode s jednim mojim radom na temu fraktalne analize, dosta opsežnim (40 str.), koji sam poslao u američki časopis *Real Analysis Exchange*. Postupak recenzije otegnuo se na čak dvije i pol godine pa sam odlučio osobno s našeg Zavoda za primijenjenu matematiku FER-a nazvati telefonom prof. Richarda Daniela Mauldina, glavnog urednika tog časopisa. Tadašnja tajnica ZPM-a gđa Zdenka Komerički otipkala mi je izlazni broj za telefonski razgovor s SAD-om, i na moje iznenađenje, prof. Mauldina sam s druge strane zemaljske kugle dobio otprve. Predstavio sam se i objasnio mu da je moj članak neuobičajeno dugo na recenziji te da sam ga odlučio povući. Prof. Mauldin me je, uz ispriku, odmah zamolio da se strpim još mjesec ili dva, jer da je na recenziji kod jednog vrlo istaknutog stručnjaka, koji ima enormnu međunarodnu suradnju, te da je kašnjenje rezultat njegove prezauzetosti. Složio sam se s njegovim prijedlogom. I doista, za oko mjesec i pol dana stigla je vrlo opsežna recenzija, s pozitivnim mišljenjem, ali uz uvjet da sve primjedbe (navedene na nekoliko stranica) budu uzete u obzir, ili ako se ne slažem, da objasnim zašto se ne slažem.

U to sam vrijeme doznao za ime Michela L. Lapidusa, profesora na University of California, Riverside, istaknutog međunarodnog stručnjaka za Feynmanove integrale i fraktalnu analizu, inače rodod Francuza, koji je doktorirao s državnim doktoratom u Parizu. Odlučio sam mu poslati svoj netom objavljen članak, a od njega sam kroz kratko vrijeme zauzvrat poštom dobio čak četiri velike pošiljke s ukupno više od sto njegovih objavljenih radova. Nakon nekoliko razmijenjenih poruka e-poštom, prof. Lapidus obavijestio me da u SAD-u planira uskoro organizirati međunarodnu matematičku konferenciju pod okriljem Američkog matematičkog društva, koja pokriva i fraktalnu analizu, s pozivom da se prijavim. Ja sam mu odgovorio da bih mogao sudjelovati s predavanjem na daljinu, koje bih mogao održati iz telekonferencijske dvorane na FER-u u Zagrebu. Profesor Lapidus glatko je odbio takvu mogućnost.

Za nekoliko godina osobno smo se sreli, najprije na Sveučilištu Taormina na Siciliji, a nakon toga 2009. i na Sveučilištu u Cataniji na istom otoku. Na Sveučilištu u Cataniji nekoliko sam godina bio gost na osobni poziv prof.

Francesca Nicolosija¹⁷, kao pozvani predavač na njegovu doktorskom studiju. Tom sam prigodom imao čast održati šest dvosatnih predavanja za grupu od desetak doktoranda i suradnika profesora Nicolosija. Neću nikad zaboraviti telefonski poziv prof. Nicolosija u moju radnu sobu na FER-u, kad me zamolio bih li mogao doći kod njega za dva tjedna. Nakon mojeg potvrdnog odgovora, idućeg me dana ponovno nazvao telefonom i upitao bih li mogao biti spreman doći u Cataniju za tjedan dana. Uz kratko razmišljanje, odgovorio sam i na to potvrdno. Nakon pola sata ponovno je nazvao i rekao da očekuje da će moja predavanja biti održana bez ikakvih prozirnica (folija) ili računalnih alata, nego samo uporabom krede i ploče!¹⁸ Tom sam prigodom vrlo detaljno, do u najsitnije pojedinosti, tijekom šest dvosatnih predavanja (uz mnoštvo popratnih pitanja, te uz naknadne diskusije), referirao o zajedničkom opsežnom radu koji je nekoliko godina prije potaknuo prof. dr. sc. Mervan Pašić, u kojem je osim mene suradnik bio i izv. prof. dr. sc. Luka Korkut.¹⁹

Odmah nakon mojeg plenarnog 40-minutnog predavanja održanog 2009. godine, također na Sveučilištu u Cataniji, taj put o singularnim dimenzijama prostora funkcija i klasa slabih rješenja p -Laplaceovih jednačaba (kao i o maksimalno singularnim funkcijama u prostorima Soboljeva), profesor Michel Lapidus prišao mi je i predložio suradnju. Naime, tijekom mojeg predavanja, vidjevši neke od prikazanih integrala, došao je na ideju za uvođenje nove klase zeta funkcija, kojom bi se teorija fraktalnih struna (na kojoj je tijekom prethodnih petnaestak godina intenzivno radio, zajedno s mnoštvom suradnika širom svijeta), mogla prenijeti na višedimenzionalni slučaj. Naš zajednički rad, kojem se uskoro pridružio i znanstveni novak na FER-u Goran Radunović, rezultirao je nakon osam godina objavljivanjem zajedničke knjige (Lapidus et al.) u Springeru, u uglednoj seriji Springer Monographs in Mathematics, na gotovo 700 stranica. U prvom razdoblju imali smo viziju da će rezultat naše suradnje biti

¹⁷Profesor Francesco Nicolosi bio je voditelj organizacije goleme međunarodne konferencije *Third World Congress of Non-Linear Analysts – Catania, Italy, 19–26 July 2000.*, na kojoj je sudjelovalo oko 1200 eksperata iz cijelog svijeta, među njima i američki nobelovac John Nash (koji je u jednom od svojih najznamenitijih radova iz 1956. godine citirao istaknutog hrvatskog matematičara akad. Danila Blanušu). Na toj sam konferenciji imao čast prvi put sresti prof. Nicolosija, koji se zainteresirao za naš rad u Zagrebu u tolikoj mjeri da me pozvao na primanje najužeg kruga od pedesetak uzvanika, uz uvjet da moram imati kravatu i odijelo ili sako (koje sam onda posudio od jednog njegova mlađeg kolege).

¹⁸Moram spomenuti još jedan doista neuobičajen uvjet prof. Nicolosija, a to je da na predavanju na njegovu doktorskom studiju moram obvezno nositi kravatu uz odijelo, ili barem uz sako. Budući da mi je prtljaga za Cataniju kasnila avionom jedan dan, morao sam prvo predavanje održati u sakou i kravati koje sam posudio od njegova mlađeg kolege.

¹⁹Ostao mi je u živom sjećanju slučaj kad sam s prof. Nicolosijem ušao u knjižnicu Fakulteta matematike i informatike u Cataniji, gdje je on nekad bio i dekan. Budući da smo u knjižnici (punoj studenata koji su u tišini učili) razmjerno glasno razgovarali, do nas je dotrčao knjižničar s kažiprstom na usnama i upozoravajućim pogledom. Od tog smo časa u knjižnici prof. Nicolosi i ja razgovarali samo šaptom.

opširniji članak. Međutim, kad je članak nakon oko dvije godine rada opsegom prešao sto stranica, dobili smo e-poštom vrlo kratak upit prof. Lapidusa *Shall we stop somewhere?* (Hoćemo li negdje stati?)

Bilo je i dramatičnih trenutaka. Ne bih ovdje opisivao one koji su bili matematičkog sadržaja. Spomenut ću samo da mi se u jednom trenutku golema LaTeX-datoteka s petim poglavljem naše knjige, opsega više od sto stranica, pojavila na ekranu računala potpuno ispražnjena, puna nekih čudnih kvadratića. Sva je sreća što sam imao spremljenu staru inačicu tog poglavlja na sigurnom mjestu, koja je sadržavala materijal od samo nekoliko dana prije.

Knjiga je tijekom svih tih godina pripremana uporabom LaTeX-a, zadnje dvije godine uz tehničku podršku osoblja u Springeru, jer su bile potrebne odgovarajuće prilagodbe Springerovu tipografskom stilu. Kolega Radunović došao je tijekom pripreme knjige do vrijednih izvornih rezultata na temelju kojih je nastala i njegova doktorska disertacija, obranjena 2015. godine pod mentorstvom preostale dvojice autora. Bilo nam je iznimno drago kad je prof. Lapidus doputovao u Zagreb kao član komisije za obranu. Uglednog je gosta u ime uprave FER-a vrlo lijepo primio izv. prof. dr. sc. Gordan Gledec, tad prodekan za znanost na FER-u, te u kratkom 20-minutnom izlaganju zanimljivo opisao osnovno o Sveučilištu u Zagrebu i o našem fakultetu. Nakon toga posjetili smo Botanički vrt, koji se nalazi nedaleko od FER-a. Iako je padala sitna kišica, prof. Lapidus zainteresirano je obišao cijeli vrt. Imali smo vrlo kompetentnog vodiča (biologa zaposlenog na PMF-u Sveučilišta u Zagrebu), koji nam je izvrsno opisao posebnosti Botaničkog vrta. Rječ je o pravom biseru Sveučilišta u Zagrebu i cijelog grada. Meni je bila velika novost da je Botanički vrt u Zagrebu zapravo Sveučilišni botanički vrt, utemeljen još davne 1889. u suradnji s tadašnjom gradskom upravom.

Nakon uspješne obrane doktorata i svečanog ručka na koji nas je pozvao Goran, kolegica Vesna Županović predložila je malo kružno putovanje njezinim autom po Zagrebu. Došli smo među inim predvečer do Mirogoja, gdje smo se na moj prijedlog zaustavili. Nakon ulaska u Mirogoj prof. Lapidus je zastao i samo kratko prokomentirao: "Pa ovo je ljepše nego Père Lachaise!"²⁰ Od glavnog ulaza smo zatim skrenuli lijevo duž arkada do grobnice obitelji Feller, gdje je u bijelom mramoru uklesano i ime Vilima Feller. Naravno, Michel je znao za Felleru još iz svojih studentskih dana u Parizu, ali nije znao da je rodom iz Zagreba te da je u Zagrebu i počeo studij matematike. Fellerove knjige i pojedine radove Lapidus je citirao u mnogim od svojih publikacija. Odšetali smo i do židovskog dijela Mirogoja (to je onaj dio Mirogoja koji je najbliži Institutu *Ruđer Bošković*). Spustivši se autom do Zvijezde, Vesna nas je odvezla do

²⁰Père Lachaise glavno je i najveće gradsko groblje u Parizu.

Jurjevske ulice, gdje smo došli do znamenite vile Eugena Viktora Feller (na broju 31a), dovršene 1913. za njegovu veliku obitelj s dvanaestero djece (osmero sinova i četiri kćeri, od kojih su dvije preminule vrlo mlade). Danas u toj zgradi živi petnaest obitelji. Profesor Lapidus idućeg je dana bio gost Hrvatskog matematičkog društva, gdje je na njegovu kolokviju održao šezdesetminutno pregledno predavanje o svojem znanstvenom radu zadnjih tridesetak godina, spomenuvši i zajednički rad s dvojicom zagrebačkih kolega prethodnih osam godina. Predavanje je bilo dobro posjećeno. Profesor Lapidus ima enormnu međunarodnu znanstvenu suradnju, što se može vidjeti iz “Lapidus, Homepage”.

Zanimljivo da je rad na našoj zajedničkoj monografiji rezultirao još jednim doktoratom, obranjenim na University of California, Riverside, pod mentorstvom profesora Lapidusa. Smatram potrebnim naglasiti da je on često u kontaktu sa svojim rabinom te da jednom tjedno pomaže čistiti stolove u restoranu za siromašne. Kaže da među siromasima nailazi na vrlo zanimljive i produhovljene osobe. S druge strane, tijekom konferencije održane 2011. u gradu Messini²¹, prof. Lapidus je zajedno s prof. Nicolosijem dobio uglednu talijansku nagradu za međunarodnu znanstvenu suradnju²², a ceremoniju je prenosila i talijanska televizija. Organizatori konferencije u Messini bili su profesori Francesco Nicolosi i Michel Lapidus, a naša mala grupa s FER-a iz Zagreba (u sastavu dr. sc. Maja Resman, dr. sc. Goran Radunović, prof. dr. sc. Mervan Pašić²³ i autor ovih redaka), imala je osiguran besplatan jednodnevni boravak.

Rad na spomenutoj knjizi zajedno s prof. Lapidusom i dr. sc. Radunovićem uvjerio me da se i u Zagrebu može vrlo kvalitetno raditi. S prof. Lapidusom sam se tijekom osmogodišnjeg rada na našoj monografiji osobno sreo samo dvaput. Ali, imao sam osjećaj kao da je u susjednoj sobi.

7. Jupyter

Jedan od fascinantnih smjerova u razvoju LaTeX-a očituje se u njegovoj simbiozi s različitim programskim jezicima, u prvom redu Pythonom (ali i s pedesetak drugih), te s HTML-om. Odgovarajući alat poznat je pod nazivom Jupyter. To je idealno sredstvo s pomoću kojeg se ulazi istodobno u svijet LaTeX-a i u svijet programiranja, s velikim mogućnostima suradnje više osoba

²¹U tom gradu na Siciliji nekad je bilo i diplomatsko predstavništvo Dubrovačke Republike.

²²Anassilaos International Prize 2011 “Renato Calapso”.

²³Profesor Francesco Nicolosi imao je problem zapamtiti ime kolege Pašića pa je Mervan izgovarao kao Marvin (vjerojatno prema američkom glumcu Leeju Marvinu). Svi smo to prihvatili sa simpatijama i smjешkom, uključujući i Mervana.

ili timova pa nije čudno da je zadnjih godina postao toliko raširen u svijetu. Zahvaljujem prof. Mariju Essertu na prvoj informaciji o Jupyteru. Alati razvijeni s pomoću Jupytera za potrebe studenata iznimno su zanimljivi i korisni jer omogućavaju vlastito eksperimentiranje s visokim stupnjem interaktivnosti, vidi (Jupyter).

Važnu ulogu pritom ima MathJax, koji omogućuje prikaz matematičkih formula pisanih u LaTeX-u vrhunske estetske razine u bilo kojem *browseru*²⁴, a što je dugo bio velik problem. Formule se u HTML-dokument unose jednako kao i u LaTeX. Zanimljivo da je član Tehničke komisije za razvoj MathJax-a i jedan ekspert podrijetlom iz Hrvatske, dr. sc. Marko Obrovac²⁵, vidi (MathJax).

Jedna je od najpoznatijih konstanti u matematici znameniti Eulerov broj ‘e’ (približna mu je vrijednost 2,718). U kolegiju Matematika 1 za bruce na FER-u (kao i širom svijeta), taj se broj definira kao limes poznatog niza čiji su članovi n -te potencije broja $1 + 1/n$, gdje je n prirodan broj. Eksperimentirajući s Jupyterom (zapravo Pythonom), iznenadilo me kako spomenuti niz sporo konvergira prema Eulerovu broju ‘e’. O tome sam s dr. sc. Željkom Hanjšom pripremio članak za *Matematičko-fizički list*, namijenjen srednjoškolcima, koji bi trebao biti objavljen ove (2019.) godine. Časopis se tehnički priprema uporabom LaTeX-a, a završna dorada obavlja se u poduzeću *Element*, vidi (Hanjš, Žubrinčić).

Posebno me u Jupyteru obradovala mogućnost vrlo efektne dinamičke vizualizacije eksponencijalne funkcije, približavanjem prema ishodištu i udaljavanjem od njega. Naime, u knjigama i priručnicima graf eksponencijalne funkcije obično se prikazuje samo u blizini ishodišta koordinatnog sustava, čime dobivamo sliku najnetipičnijeg dijela njezina grafa. Od profesora Zvonka Benčića doznao sam da se taj dio grafa (gdje eksponencijalna funkcija ima najveću zakrivljenost), u inženjerskim krugovima zove “koljeno”. Više pojedinosti može se vidjeti u (Žubrinčić, 2018.).

8. Normizacija matematičkih oznaka

Knuthov tipografski sustav TeX uveo je potpuno nove, vrlo visoke estetske kriterije u matematičku publicistiku, koje su za *Word* nedostižne. Naravno, uveo je (pa i nametnuo), matematičke oznake koje nisu svuda uobičajene, iako sustav omogućuje visoku fleksibilnost i različite prilagodbe. To se odnosi, na primjer,

²⁴program za pregledavanje podataka

²⁵Marko Obrovac, rodом iz Rovinja, 2008. godine diplomirao je računalne znanosti na FER-u u Zagrebu, a 2013. doktorirao na institutu INRIA Rennes u Francuskoj. Moram se pohvaliti da je kao student kod mene slušao kolegij Linearna algebra.

na uporabu decimalne točke umjesto decimalnog zareza. U pogledu matematičkih oznaka, na Sveučilištu u Zagrebu (pa i na našem FER-u), postoji veliko šarenilo. Običaji pojedinih profesora u matematičkom označavanju ne slijede uvijek preporuke Hrvatskog ureda za normizaciju. Čini se da mnogi hrvatski znanstvenici niti ne znaju za postojanje tog Ureda.

Skup prirodnih brojeva $\mathbf{N}$ prema spomenutom Uredu počinje nulom, a ne jedinicom. Radi se o odredbi prenesenoj iz EU-a. Nije mi poznato da itko u Hrvatskoj slijedi (ili da je ikad slijedio) taj naputak našeg Ureda za normizaciju. Izgleda da se na taj način skup prirodnih brojeva $\mathbf{N}$ definira jedino u Francuskoj. Oznaka za funkciju tangens u Hrvatskoj je svuda i oduvijek ‘tg’, ali kod Knutha i u većini zemalja EU-a (kao i u svijetu), uobičajena je oznaka ‘tan’. To je više rezultat običaja u Hrvatskoj, koji se zadržao vjerojatno još iz XIX. stoljeća, od vremena Austro-Ugarske. Još 1990-ih godina Njemačka je napustila oznaku ‘tg’ za tangens u korist ‘tan’.

Zanimljivo da je prof. dr. sc. Marije Kiseljak, prvi predstojnik Zavoda za primijenjenu matematiku Tehničkog fakulteta u Zagrebu, utemeljenog 1919. godine, rabio oznaku ‘tg’ za tangens kao i danas, ali oznaku ‘cot’ za kotangens (a ne ‘ctg’, kao danas). To se može vidjeti u njegovu šapirografiranom rukopisnom *Repetitoriju diferencijalnoga i integralnoga računa*, objavljenom godine 1925. u Zagrebu. Oznaku ‘cot’ za kotangens (kakvu je rabio i prof. Marije Kiseljak još 1919.), preporučuje i današnji Ured za normizaciju, a nalazi se među osnovnim funkcijama i u TeX-u.

Funkcija sinus hiperbolički u Hrvatskoj ima kratku i vrlo zgodnu oznaku ‘sh’ (rabio ju je i prof. Marije Kiseljak), dok je oznaka u TeX-u, kao i u većini zemalja EU-a, puno dulja: ‘sinh’. Preporučuje se pisanje konstanta uspravnim slovima (na primjer ‘e’ za Eulerov broj, a ne ‘e’, ili ‘ π ’ za Ludolphov broj, a ne ‘ π ’). Također se preporučuje da oznake operatora i diferencijala u derivacijama i integralima budu pisane uspravno (dakle ‘dx’, a ne ‘dx’).

9. Stota obljetnica Zavoda za primijenjenu matematiku FER-a

Donosimo popis svih dosadašnjih predstojnika Zavoda za primijenjenu matematiku FER-a u razdoblju od proteklih sto godina:²⁶

1. 1919. – 1925., prof. dr. sc. Marije Kiseljak
2. 1925. – 1949., prof. dr. sc. Željko Marković
3. 1949. – 1975., prof. dr. sc. Danilo Blanuša
4. 1975. – 1976., izv. prof. dr. sc. Dimitrije Ugrin-Šparac

²⁶Titule predstojnika ZPM-a odnose se na stanje u naznačenim vremenskim intervalima.

5. 1976. – 1978., doc. dr. sc. Petar Javor
6. 1978. – 1982., Alfred Žepić, viši predavač
7. 1982. – 1984., doc. dr. sc. Petar Javor
8. 1984. – 1988., prof. dr. sc. Alfred Žepić
9. 1988. – 1990., doc. dr. sc. Petar Javor
10. 1990. – 1994., izv. prof. dr. sc. Neven Elezović
11. 1994. – 1996., prof. dr. sc. Alfred Žepić
12. 1996. – 2000., prof. dr. sc. Neven Elezović
13. 2000. – 2004., doc. dr. sc. Luka Korkut
14. 2004. – 2008., izv. prof. dr. sc. Mario-Osvin Pavčević
15. 2008. – 2012., prof. dr. sc. Vesna Županović
16. 2012. – 2016., izv. prof. dr. sc. Ilko Brnetić
17. 2016. – **2019.**, izv. prof. dr. sc. Tomislav Šikić.

To stogodišnje razdoblje možemo ugrubo podijeliti u dva dijela: na razdoblje prije uporabe TeX-a na ZPM-u (od 1919. do 1988., oko 70 godina) i razdoblje nakon toga. Uporaba TeX-a autorima je omogućila potpunu kontrolu nad organizacijom matematičkog teksta, u svim pojedinostima. Na ZPM-u su se tek s pojavom TeX-a mogli za studente FER-a pripremati priručnici i knjige visoke estetske razine. To se, naravno, odnosi i na znanstvene članke i knjige. Vrijedi primijetiti da su Željko Marković i Danilo Blanuša bili predstojnici ZPM-a tijekom čak četvrt stoljeća svaki. Prva trojica na popisu (Kiseljak, Marković i Blanuša) bili su predstojnici ZPM-a ukupno tijekom prvih 56 godina, tj. više od pola stoljeća.

Zainteresirane čitatelje upućujemo na zgusnut i vrlo sadržajan prikaz povijesti ZPM-a od 1919. do 2009., koji je povodom 90. obljetnice Zavoda pripremio prof. dr. Ivan Ivanšić. Pogledajte članak (Ivanšić), pripremljen s pomoću LaTeX-a. Profesor Ivanšić voli se pohvaliti da je osobno poznao sve dosadašnje predstojnike ZPM-a, osim prvog, u zadnjih sto godina. Ja sam, kao i kolega Neven Elezović, imao čast osobno poznavati sve predstojnike ZPM-a osim prve dvojice.

Budući da je ovaj članak pripremljen uporabom *Word*a, a ne LaTeX-a, vrlo malo smo mogli pokazati od svakojakih čuda koje nudi TeX, a pred kojima je *Word* potpuno bespomoćan. Već i sama oznaka TeX (kao i LaTeX) ovdje je, pisanjem u *Word*u, zapravo jako daleko od onoga što se prikazuje tim alatom. Pogledajte sliku 1. na početku članka. Putem ključnih riječi *tex* ili *latex* ili Donald Knuth moguće je pronaći brojne izvore dostupne putem interneta. Onima koji imaju želju bolje upoznati matematičku tipografiju preporučujemo da si na računalu instaliraju MikTeX, koji je dostupan besplatno.

Literatura

- [1] CTAN – Comprehensive TEX Archive Network, <https://ctan.org/> (pristupljeno travnja 2019.)
- [2] ELEMENT d.o.o. za nakladništvo, <https://element.hr/> (pristupljeno travnja 2019.)
- [3] Ž. Hanjš, D. Žubrinić, O Eulerovu broju e i odgovarajućoj eksponencijalnoj i logaritamskoj funkciji, *Matematičko-fizički list*, LXX (2019. – 2020.), pripremljeno za tisak
- [4] I. Ivanšić, 90 godina Zavoda za primijenjenu matematiku FER-a u Zagrebu, *Glas. Mat.* Ser. III. 43(63)(2008), 528-541., http://www.croatianhistory.net/mat/zavod_pov/ (pristupljeno travnja 2019.)
- [5] Jupyter, <https://jupyter.org/> (pristupljeno travnja 2019.)
- [6] D. E. Knuth, *Homepage*, <https://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/> (pristupljeno travnja 2019.)
- [7] M. L. Lapidus, *Homepage*, <http://math.ucr.edu/~lapidus/> (pristupljeno travnja 2019.)
- [8] M. L. Lapidus, G. Radunović, D. Žubrinić, *Fractal Zeta Functions and Fractal Drums*, Springer Monographs in Mathematics, 2017.
- [9] *MacTutor History of Mathematics*, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Feller.html>, University of St Andrews, Scotland (pristupljeno travnja 2019.)
- [10] MathJax, <https://www.mathjax.org/> (pristupljeno travnja 2019.)
- [11] D. Žubrinić, Croatian fonts, *TUGboat*, Vol 17, 1996., No 1, str. 29–33, <http://tug.org/TUGboat/Articles/tb17-1/tb50zubr.pdf> (pristupljeno travnja 2019.)
- [12] D. Žubrinić, *William Feller*, www.croatianhistory.net/etf/feller.html 2006 (pristupljeno travnja 2019.)
- [13] D. Žubrinić, *Vilim Feller; istaknuti hrvatsko-američki matematičar / William Feller; distinguished Croatian-American Mathematician*, Graphis, Zagreb, 2011.
- [14] D. Žubrinić, Interaktivni uvod u Matematiku 1 (uporabom Jupytera), www.croatianhistory.net/mat/jupyter/mat1.html (pristupljeno travnja 2019.)

Experiences with mathematical typography at the Department of Applied Mathematics of the Faculty of Electrical Engineering and Computing of the University of Zagreb

Darko Žubrinić

Abstract: This article describes some personal experiences at the Department of Applied Mathematics of the Faculty of Electrical Engineering in Zagreb, with a special emphasis on mathematical typography. The basis of modern mathematical typography has been laid down by Professor Donald E. Knuth already in the 1980s, by developing his typographic system globally known under the name of TeX.

Keywords: Department of Applied Mathematics of the FER, Donald E. Knuth, Faculty of Electrical Engineering (ETF), Faculty of Electrical Engineering and Computing (FER), mathematical typography, LaTeX, TeX, Vilim (William) Feller